

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A REDAÇÃO FINAL DA
TESE DEFENDIDA POR *Breno Raizer*.....
..... E APROVADA
PELA COMISSÃO JULGADORA EM *6* / *12* / *2010*.....
.....
.....
ORIENTADOR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Breno Raizer

**Modelagem e Análise Cinemática de
CVT's Toroidais:
Influência dos parâmetros geométricos no desempenho.**

Campinas, 2010.

Breno Raizer

**Modelagem e Análise Cinemática de
CVT's Toroidais:
Influência dos parâmetros geométricos no desempenho.**

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e
Projeto Mecânico

Orientador: Franco Giuseppe Dedini

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Campinas, 2010
SP - Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

R137m Raizer, Breno
Modelagem e análise cinemática de CVT's toroidais:
influência dos parâmetros geométricos no desempenho /
Breno Raizer. --Campinas, SP: [s.n.], 2010.

Orientador: Franco Giuseppe Dedini.
Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Dispositivos de transmissão. 2. Simulação. 3.
Automóveis - Dinâmica. 4. Durabilidade (Engenharia).
5. Otimização. I. Dedini, Franco Giuseppe. II.
Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de
Engenharia Mecânica. III. Título.

Título em Inglês: Modeling and cinematic analysis of toroidal CVT's: influence of the
geometric parameters in performance

Palavras-chave em Inglês: Transmission devices, Simulation, Automobiles - Dynamics,
Durability (Engineering), Optimization

Área de concentração: Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico

Titulação: Mestre em Engenharia Mecânica

Banca examinadora: Pablo Siqueira Meirelles, Lauro Cesar Nicolazzi

Data da defesa: 06/12/2010

Programa de Pós Graduação: Engenharia Mecânica

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE PROJETO MECÂNICO**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO

**Modelagem e Análise Cinemática de
CVT's Toroidais:
Influência dos parâmetros geométricos no desempenho.**

Autor: Breno Raizer

Orientador: Franco Giuseppe Dedini

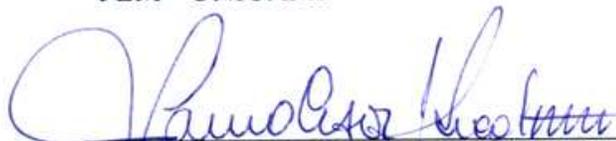
A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:



Prof. Dr. Franco Giuseppe Dedini
FEM - UNICAMP



Prof. Dr. Pablo Siqueira Meirelles
FEM - UNICAMP



Prof. Dr. Lauro Cesar Nicolazzi
DEM - UFSC

Campinas, 06 de Dezembro de 2010.

Dedico este trabalho à minha amada noiva, Lucy Mara Cacia Ferreira Lacerda.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente à minha noiva, Lucy Mara Cacia Ferreira Lacerda, pelo seu apoio, carinho e suporte durante o desenvolvimento do meu trabalho. Agradeço também por compartilhar seus conhecimentos e experiências na área acadêmica, que me ajudaram a concretizar meu trabalho na forma desta dissertação.

Ao meu irmão, Klaus Raizer, pelo apoio, disposição e suporte técnico prestado.

Aos meus pais, José Fernando Raizer e Nilva Matos Raizer, pela compreensão e incentivo de todos os dias.

À equipe do LabSIn, especialmente meu orientador Dr. Franco Giuseppe Dedini, pelo apoio, conselhos e oportunidades.

Ao Me. Fábio Nonato de Paula, Dr. Antônio Wagner Forti e Dr. George K. Nikas, por terem compartilhado seus conhecimentos da área e alguns achados bibliográficos relacionados.

À equipe do Centro de Pesquisa Renato Archer – CENPRA – principalmente Marcelo Fernandes de Oliveira, que permitiu a utilização da máquina de prototipagem rápida para a concretização de modelos tridimensionais das transmissões.

Ao meu amigo Luiz Eduardo M. Navarro e aos meus amigos e colegas do Centro de Artes Orientais, em especial a André Mucci Noland, Caio Ferraiolo Padovan, Daniel Amalfi Olivi, Luiz Guilherme Cardoso de Lima, Lucas Copertino Borelli, Noedir Tadeu Borelli, Sérgio Henrique e Yuri Ferraz Levy, pela amizade sincera, apoio incondicional e pela energia que me emprestaram.

À BOSCH, CNPQ e CAPES, pelo suporte às atividades realizadas no Laboratório de Sistemas Integrados (LabSIn).

*“Existem mais pessoas que desistem
do que pessoas que fracassam.”*
Henry Ford

Resumo

A aplicação de transmissões continuamente variáveis (CVT's) no mercado automotivo tem crescido ano após ano. Nesse sentido, o objetivo deste trabalho é criar um modelo matemático para avaliar o impacto das variações nos parâmetros geométricos no desempenho de CVT's Toroidais (T-CVT's) em aplicações automotivas. Estas variações permitem a verificação da influência dos parâmetros na vida útil, capacidade de torque e eficiência da transmissão para qualquer ciclo urbano. Novos parâmetros geométricos, relacionados ao com o sistema controle, foram adicionados ao modelo geométrico básico da T-CVT. O objetivo foi avaliar o efeito de escorregamento lateral (“*Side-Slip*”) juntamente com efeitos de “*Spin*” e “*Slip*” previstos pelo modelo de lubrificação elasto-hidrodinâmica (EHL) adotado. Os resultados indicam que qualquer desalinhamento dos rolos de potência tem um impacto negativo sobre o desempenho da transmissão toroidal. A metodologia apontou uma configuração otimizada de acordo com uma ponderação de objetivos que são desejáveis em uma transmissão automobilística (custo, durabilidade, eficiência).

Palavras-Chave: CVT Toroidal; Otimização; Ciclo Urbano; Simulação; Modelos de Vida.

Abstract

The automotive application of Continuously Variable Transmissions (**CVT**'s) has been growing year after year. In this sense, the objective of this work is to develop a mathematical model to evaluate the impact of variations in geometric parameters on the Toroidal **CVT**'s (**T-CVT**'s) performance in automotive application. These variations allow a verification of its influence on the system lifetime, torque capacity and efficiency for any urban cycle. New geometric parameters, related to the control system, were added to the **T-CVT**'s basic geometric model. The purpose was to evaluate the Side-Slip along with Spin and Slip effects predicted by the elasto-hydrodynamic lubrication model (**EHL**) adopted. The results indicate that any misalignment of the power-rollers has a negative impact on the performance of the toroidal transmission. The methodology pointed an optimal configuration according to a weighting of goals that are desirable in an automotive transmission (cost, durability, efficiency).

Key words: Toroidal CVT; Optimization; Urban Cycle; Simulation; Life Models.

Lista de Figuras

Figura 1: Classificação das diferentes transmissões.....	4
Figura 2: Exemplo de transmissão Escalonada simples manual	5
Figura 3: Exemplo de transmissão Escalonada Simples Automatizada	5
Figura 4: Vista em corte de uma Caixa Wilson.....	6
Figura 5: CVT do tipo “Friction Disk” e um CarterCar, modelo de 1908	8
Figura 6: Transmissão EP-CVT da equipe Mini Baja da FEM-UNICAMP.	9
Figura 7: Audi Multitronic em corte	11
Figura 8: Detalhes de uma Chain-Belt da Audi Multitronic	11
Figura 9: Nissan Xtronic em corte, e o detalhe de sua Pushing-Belt	11
Figura 10: Componentes básicos de uma S-CVT. Arranjo com cones externos	13
Figura 11: Mudança de RT na S-CVT. Arranjo com cones internos	13
Figura 12: S-CVT desenvolvida para motocicletas. Construção e acionamento	13
Figura 13: Transmissões HT-CVT e FT-CVT	15
Figura 14: Primeira patente de uma T-CVT.....	18
Figura 15: Caixa de transmissão e volante de inércia do KERS	20
Figura 16: Composição da superfície de um material metálico	21
Figura 17: Macro e micro rugosidades formando a superfície	22
Figura 18: Faixa de rugosidade em função do processo de fabricação	22
Figura 19: Cálculo de Rugosidade Média e RMS	23
Figura 20: Exemplos de superfícies com o mesmo valor de rugosidade.....	23
Figura 21: Contato sob condições de lubrificação limite	25
Figura 22: Distribuição de pressão em função do escoamento de fluido no contato	26
Figura 23: Distribuição de tensão no material base abaixo do contato	28
Figura 24: Distribuição de tensão hertziana	37
Figura 25: Princípio de funcionamento de um Came de Pressurização	40
Figura 26: Modelagem de mecanismo de pressurização usando came	41
Figura 27: Equilíbrio de forças na direção do eixo do disco para cálculo da força normal ao contato Q	41
Figura 28: Área de contato e eixos de referência	43
Figura 29: Modelo geométrico padrão de T-CVTs	47
Figura 30: Altura dos pontos de contato e ângulo de controle	49
Figura 31: Modelagem geométrica da região próxima do contato	52
Figura 32: Exemplos de elementos em um trem de potência	55
Figura 33: Torque e rotação para os componentes do trem de potência	56

Figura 34: Distribuição de pressão assimétrica gerando torque contra o movimento	58
Figura 35: Zonas de pressão na frente e atrás do veículo	59
Figura 36: Velocidade e Aceleração do veículo para Ciclo Urbano (ABNT NBR6601)	63
Figura 37: Comportamento do motor de combustão interna à plena carga	64
Figura 38: Mapa de consumo específico em curva de potência	65
Figura 39: Torque do Celta 2007 em plena carga	65
Figura 40: Exemplo de curvas de torque para um ICE em várias cargas	66
Figura 41: Curvas de operação para ótimo torque e potência	66
Figura 42: Sistema para gerar <i>Side-Slip</i> e forçar a mudança da RT	70
Figura 43: Alteração na RT causada pelo efeito de <i>Side-Slip</i>	71
Figura 44: Modelo geométrico básico modificado.....	72
Figura 45: Plano de Controle inclinado em relação ao Plano Principal, provocado por ' α '.	73
Figura 46: Inclinação do Plano do Rolo em relação ao Plano de Controle, provocado por ' β '.	73
Figura 47: Sistema " <i>Geared Neutral</i> "	83
Figura 48: Sistema " <i>Power Slip</i> "	83
Figura 49: Faixa de operação do motor em função da potência estimada.....	85
Figura 50: ' ζ ' e Força de tração total para o veículo no ciclo urbano.	89
Figura 51: Atuação do sistema de frenagem e fator de escorregamento da embreagem.	90
Figura 52: Condições de saída da Cavidade Toroidal.	91
Figura 53: Incidência de utilização do ICE para o ponto central (experimento 15).	92
Figura 54: Desempenho de eficiência da T-CVT para o ponto central (experimento 15).....	92
Figura 55: Dano (escala cinza) e incidência de utilização (escala colorida) dos discos (experimento 15).	93
Figura 56: Sensibilidade de ΔLS em relação à R , $Y0$ e h , para os 4 modelos de vida.....	95
Figura 57: Sensibilidade de $\Delta\theta(Máx)$, $cr(Med)$, $etT(Máx)$, $HE(Min)$ e $HS(Min)$ em relação à R , $Y0$ e h	96
Figura 58: Gráficos de Pareto mostrando a os efeitos dos fatores sobre as variáveis dependentes.....	98
Figura 59: Superfícies de respostas para a Desejabilidade Global.	102
Figura 60: Gráficos para a função Desejabilidade Global.....	103
Figura 61: Sensibilidade de ΔLS em relação à α e β , para os 4 modelos de vida.	105
Figura 62: Sensibilidade de $\Delta\theta(Máx)$, $cr(Med)$, $etT(Máx)$, $HE(Min)$ e $HS(Min)$ em relação à α e β	106
Figura 63: Utilização e dano das superfícies para os valores extremos de α e β	107
Figura 64: Desempenho de eficiência da T-CVT para os valores extremos de α e β	107
Figura 65: Superfícies de respostas para a variável dependente $etT(Máx)$	128
Figura 66: Superfícies de respostas para a variável dependente $\Delta\theta(Máx)$	129
Figura 67: Superfícies de respostas para a variável dependente $cr(Med)$	130
Figura 68: Superfícies de respostas para a variável dependente $HE(Min)$	131
Figura 69: Superfícies de respostas para a variável dependente $HS(Min)$	132
Figura 70: Superfícies de respostas para a variável dependente ΔLS Wei.....	133

Figura 71: Superfícies de respostas para a variável dependente $\Delta LS L. \& P.$	134
Figura 72: Superfícies de respostas para a variável dependente $\Delta LS I. \& H.$	135
Figura 73: Superfícies de respostas para a variável dependente $\Delta LS Zar$	136
Figura 74: Resultados do Experimento 1 do DCCR.	146
Figura 75: Resultados do Experimento 2 do DCCR.	147
Figura 76: Resultados do Experimento 3 do DCCR.	148
Figura 77: Resultados do Experimento 4 do DCCR.	149
Figura 78: Resultados do Experimento 5 do DCCR.	150
Figura 79: Resultados do Experimento 6 do DCCR.	151
Figura 80: Resultados do Experimento 7 do DCCR.	152
Figura 81: Resultados do Experimento 8 do DCCR.	153
Figura 82: Resultados do Experimento 9 do DCCR.	154
Figura 83: Resultados do Experimento 10 do DCCR.	155
Figura 84: Resultados do Experimento 11 do DCCR.	156
Figura 85: Resultados do Experimento 12 do DCCR.	157
Figura 86: Resultados do Experimento 13 do DCCR.	158
Figura 87: Resultados do Experimento 14 do DCCR.	159
Figura 88: Resultados do Experimento 15 do DCCR.	160
Figura 89: Resultados da Simulação para $\alpha=\pm 5^\circ$	161
Figura 90: Resultados da Simulação para $\alpha=\pm 10^\circ$	162
Figura 91: Resultados da Simulação para $\beta=\pm 2,5^\circ$	163
Figura 92: Resultados da Simulação para $\beta=\pm 5^\circ$	164

Lista de Tabelas

Tabela 1: Exemplos de aplicação de CVTs no mercado automobilístico.	10
Tabela 2: Exemplos pesquisas envolvendo EP-CVTs.	12
Tabela 3: Exemplos de pesquisa envolvendo S-CVTs.	14
Tabela 4: Exemplos de pesquisas envolvendo T-CVTs entre 1976 e 2002.	16
Tabela 5: Exemplos de pesquisas envolvendo T-CVTs entre 2004 e 2008.	17
Tabela 6: Protótipos de HT-CVT de 1982 a 1986 (Machida & Murakami, 2000)	18
Tabela 7: Protótipos de HT-CVT, de 1987 a 1999 (Machida & Murakami, 2000)	19
Tabela 8: Modelos de Predição de Vida (Zaretsky et al., 2000)	33
Tabela 9: Exemplos de coeficiente de arrasto para veículos (adaptado de Ehsani, 2005).	60
Tabela 10: Parâmetros geométricos de propriedades de materiais da HT-CVT testada.	61
Tabela 11: Propriedades do fluido lubrificante à 99°C (Carbone et al., 2004).	62
Tabela 12: Dados do Celta 1.0, modelo 2007 (BestCars, 2010)	62
Tabela 13: Dados do Celta 1.0 com câmbio CVT.	63
Tabela 14: Etapas para otimização de sistema (Rodrigues & Iemma, 2009).	67
Tabela 15: Matriz Codificada do DCCR (Rodrigues & Iemma, 2009).	68
Tabela 16: Modelagem dos componentes do trem de potência.	80
Tabela 17: Variáveis Dependentes escolhidas e metas de otimização.	87
Tabela 18: Codificação das variáveis para o Planejamento Experimental.	88
Tabela 19: Condições de simulação.	88
Tabela 20: Valores das variáveis secundárias para os experimentos.	94
Tabela 30: Análise de Variância (ANOVA).	100
Tabela 31: Pesos da função de Desejabilidade global.	104
Tabela 32: Valores preditos das variáveis dependentes e Desejabilidade.	104
Tabela 24: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\Delta\theta(Máx)$	121
Tabela 25: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $cr(Med)$	121
Tabela 26: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\varepsilon T(Máx)$	122
Tabela 27: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $HE(Min)$	122
Tabela 28: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $HS(Min)$	122
Tabela 29: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\Delta LS Wei$	123
Tabela 30: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\Delta LS L. \& P$	123

Tabela 31: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\Delta LS I. \& H.$	123
Tabela 32: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\Delta LS Zar.$	124
Tabela 33: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\Delta \theta (Máx).$	125
Tabela 34: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $cr (Med).$	125
Tabela 35: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\varepsilon tT (Máx).$	125
Tabela 36: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $HE (Min).$	125
Tabela 37: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $HS (Min).$	126
Tabela 38: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\Delta LS Wei.$	126
Tabela 39: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\Delta LS L. \& P.$	126
Tabela 40: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\Delta LS I. \& H.$	126
Tabela 41: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\Delta LS Zar.$	127

Lista de Abreviaturas e Siglas

Abreviaturas

ANOVA	Análise de Variância (“ <i>Analysis of Variance</i> ”)
CVT	Transmissão Continuamente Variável (<i>Continuously Variable Transmission</i>)
ICE	Motor de Combustão Interna (“ <i>Internal Combustion Engine</i> ”)
DCCR	Delineamento Composto Central Rotacional
EHD	Teoria Elasto-Hidrodinâmica (“ <i>Elasto-Hydrodynamic Theory</i> ”)
EHL	Lubrificação Elasto-hidrodinâmica (“ <i>Elasto-Hydrodynamic Lubrication</i> ”).
EP-CVT	CVT do tipo Polia-Expansível (<i>Expansive-Pulley CVT</i>)
FT-CVT	CVT do tipo Toroidal Completa (<i>Full-Toroidal CVT</i>)
HT-CVT	CVT do tipo Semi-Toroidal (<i>Half-Toroidal CVT</i>)
RSM	Metodologia de superfície de resposta (“ <i>Response Surface Methodology</i> ”)
RT	Relação de Transmissão. Razão entre a rotação de saída e a rotação de entrada de um sistema de transmissão de potência.
T-CVT	CVT do tipo Toroidal (<i>Toroidal CVT</i>)

Letras Latinas

A	Constante de proporcionalidade que depende do material utilizado (<i>material life factor</i>).
a	Largura (no sentido de rolamento) do semi-eixo da elipse que define a área de contato.
A_{fcar}	Área frontal do veículo.
a_i, b_i	Larguras do semi-eixos da elipse que define a área do contato ‘ i ’.
b	Largura (perpendicular ao sentido de rolamento) do semi-eixo da elipse que define a área de contato.
c	Expoente da tensão crítica.
\vec{C}	Posição do centro do rolo.
C_0	Termo independente da função quadrática.
C_D	Coefficiente de arrasto aerodinâmico.
C_{embE}	O coeficiente linear de perda mecânica na entrada da embreagem.
C_{ij}	Coefficiente do termo cruzado para o produto de ‘ DV_i ’ por ‘ DV_j ’.
C_{lh}	Coefficiente do termo linear relacionado à variável independente ‘ h ’.
C_{li}	Coefficiente do termo linear relacionado à variável independente ‘ DV_i ’.
C_{IR}	Coefficiente do termo linear relacionado à variável independente ‘ R ’.
C_{IY}	Coefficiente do termo linear relacionado à variável independente ‘ Y_0 ’.
$(cod_i)_j$	Valor do código para a variável independente ‘ i ’ no experimento ‘ j ’.
cp	Pólo de pressão do modelo de viscosidade de Roelands.
C_{qh}	Coefficiente do termo quadrático relacionado à variável independente ‘ h ’.
C_{qi}	Coefficiente do termo quadrático relacionado à variável independente ‘ DV_i ’.
C_{qR}	Coefficiente do termo quadrático relacionado à variável independente ‘ R ’.

C_{qY}	Coefficiente do termo quadrático relacionado à variável independente ‘ Y_0 ’.
cr	Escorregamento global do sistema.
$cr_{(Med)}$	Escorregamento global médio da T-CVT durante o ciclo urbano.
cr_E	Escorregamento no contato de entrada.
Cr_{emb}	Fator de escorregamento da embreagem.
cr_{EST}	Escorregamento global estimado da T-CVT .
C_{Rh}	Coefficiente do termo cruzado do produto de ‘ R ’ por ‘ h ’.
C_{RY}	Coefficiente do termo cruzado do produto de ‘ R ’ por ‘ Y_0 ’.
cr_S	Escorregamento no contato de saída.
C_{Yh}	Coefficiente do termo cruzado do produto de ‘ Y_0 ’ por ‘ h ’.
d_i	Fração do peso do veículo que o pneu ‘ i ’ suporta.
$(DV_i)_N$	Valor nominal da variável independente ‘ i ’.
$(DV_i)_j$	Valor da variável independente ‘ i ’ para o experimento ‘ j ’.
e	Expoente de Weibul.
E^*	Integral elíptica de 2º tipo.
E_{eq}	Módulo de elasticidade equivalente para os materiais em contato.
E_i	Módulo de elasticidade do corpo ‘ i ’.
F	Parâmetro de análise de variância calculado.
F	Diferença das curvaturas.
F^*	Integral elíptica de 1º tipo.
$f(x)$	Função que determina a probabilidade de sobrevivência relacionada com a dispersão de resistência de material.
F_a	Força axial total gerada pelo mecanismo de pressurização.
F_{ar}	Força de arrasto total do veículo.
F_{Car}	Força resultante na periferia das rodas de tração.
F _{crítico}	Parâmetro de análise de variância tabelado.
fcv_i	Fração do ciclo variável na qual o componente permanece na condição ‘ i ’.
F_R	Força axial resultante no rolo.
fr	Coefficiente de resistência à rolagem.
fr_0, fr_1	Constantes do modelo de resistência a rolagem.
F_{ra}	Força de resistência à rampagem.
F_{rr}	Força de resistência à rolagem total do veículo.
F_s	Força tangencial no sentido do escorregamento (Força de “ <i>Slip</i> ”)
F_{ss}	Força tangencial no sentido do escorregamento-lateral (Força de “ <i>Side-Slip</i> ”)
F_t	Força tangencial no contato
F_{t_i}	Força tangencial transmitida no sentido da rolagem no contato ‘ i ’
Fz_i	Força normal resultante aplicada pelo pneu ‘ i ’
g	Aceleração gravitacional.
G	Grupo adimensional para cálculo da posição do contato
\tilde{g}	Parâmetro de adimensionalização das dimensões do contato.
G_m	Grupo adimensional de propriedades de material.
h	Altura do Plano do Rolo.
$H_{(min)}$	Espessura do filme de fluído mínima.
$H_{E(Min)}$	Espessura mínima do filme de óleo no contato de entrada durante o ciclo.
H_i	Espessura do filme de óleo no contato ‘ i ’.
$H_{S(Min)}$	Espessura mínima do filme de óleo no contato de saída durante o ciclo urbano.

h_z	Expoente da profundidade da tensão crítica.
I_{DSh}	Momento de inércia equivalente dos componentes ligados diretamente ao eixo do veículo.
I_{eng}	Momento de inércia equivalente para todos os componentes diretamente conectados com o eixo do virabrequim do motor.
I_T	Momento de inércia equivalente de todos os elementos conectados diretamente ao eixo de transmissão.
I_{tE}	Momento de inércia equivalente dos componentes ligados diretamente na entrada da caixa de transmissão.
I_{tS}	Momento de inércia equivalente dos componentes ligados diretamente na saída da caixa de transmissão.
I_w	Momento de inércia equivalente do eixo de tração e das rodas do veículo.
I_w	Momento de inércia de cada roda.
k	Elipsidade.
k_{AsR}	Fator de Aspecto (“ <i>Aspect Ratio</i> ”).
k_{CoR}	Fator de compacticidade (“ <i>Compactness Ratio</i> ”).
l	Comprimento da pista de rolagem.
L	Tempo de vida em ciclos.
L_c	Elevação do Came (“ <i>Cam Lead</i> ”).
L_{eq}	Vida em fadiga equivalente do sistema em número de ciclos.
L_{DE}	Vida estimada para o disco de entrada.
L_{DS}	Vida estimada para o disco de saída.
L_R	Vida estimada do rolo de potência.
L_S	Vida estimada do sistema de transmissão.
$L_{S\ I.&H.}$	Vida estimada da T-CVT pelo modelo de Ioannidas & Harris.
$L_{S\ L.&P.}$	Vida estimada da T-CVT pelo modelo de Lundberg & Palmgren.
$L_{S\ Wei.}$	Vida estimada da T-CVT pelo modelo de Weibull.
$L_{S\ Zar.}$	Vida estimada da T-CVT pelo modelo de Zaretsky.
M_{Car}	Massa total do veículo.
M_S	Momento (torque) gerado pelo movimento de “ <i>Spin</i> ”.
M_{S_i}	Momento (torque) gerado pelo movimento de “ <i>Spin</i> ” no contato ‘ <i>i</i> ’.
N	Número de Ciclos.
N_c	Número de cavidades na transmissão.
$(\vec{n}_C)_i$	Vetor normal ao contato ‘ <i>i</i> ’.
\vec{n}_R	Vetor normal ao plano do rolo.
N_{rc}	Número de rolos por cavidade da transmissão.
p	Pressão a qual o fluído está sendo submetido.
p	Parâmetro de teste de significância estatística
\vec{P}	Posição de um ponto situado dentro do contato.
\vec{P}_C	Posição do centro do contato.
P_E	Potência cedida para o eixo de entrada.
P_{EngEST}	Potência bruta estimada do motor.
P_{ine}	Potência consumida pela variação de energia cinética dos elementos do trem de potência.
P_S	Potência consumida pelo eixo de saída.
\vec{P}_{xyz}	Posição de um ponto que pertence ao Plano do Rolo.
Q	Resultante normal da força atuando na superfície de contato.
Q_E	Força normal resultante no contato de entrada.
Q_S	Força normal resultante no contato de saída.

R	Raio da cavidade toroidal.
r_a	Raio do perfil do rolo (“ <i>Roller Profile Radius</i> ”).
R_{DEx}, R_{DEy}	raios de curvatura principais do disco de entrada.
R_{DSx}, R_{DSy}	Raios de curvatura principais do Disco de Saída.
R_{Dx}, R_{Dy}	Raios principais de curvatura para o Disco.
R_q	Rugosidade RMS.
r_R	Raio efetivo do Rolo de Potência.
R_{Rox}, R_{Roy}	Raios de curvatura principais do Rolo de Potência.
RT	Relação de Transmissão (RT).
RT_{adq}	RT adicional de adequação do sistema.
RT_d	RT do Diferencial.
RT_E	RT da caixa de redução na entrada da caixa de transmissão.
RT_G	RT total do sistema de transmissão
$RT_{máx}$	RT que define o limite superior da faixa de operação da caixa de transmissão.
$RT_{mín}$	RT que define o limite inferior da faixa de operação da caixa de transmissão.
RT_S	RT da caixa de redução na saída da caixa de transmissão.
RT_t	RT da caixa de câmbio (Transmissão).
RT_T	RT da cavidade toroidal.
RT_{Tid}	RT ideal da T-CVT .
RT_{TidEST}	RT ideal estimada.
$RT_{Tmáx}$	Limite máximo do novo intervalo de RT para a cavidade toroidal.
$RT_{Tmín}$	Limite mínimo do novo intervalo de RT para a cavidade toroidal.
$RT_{Tmín}$	RT mínima teórica da cavidade toroidal.
r_w	Raio efetivo do Pneu.
R_x	Raio de curvatura equivalente das superfícies em contato no sentido do rolamento.
R_x, R_y	Raios principais de curvatura da superfície.
S	Probabilidade de sucesso do material.
S_{CD}	Matriz de rotação que passa o sistema de coordenadas do Disco para o sistema de coordenadas do contato alinhado com os planos principais do Disco.
S_{CR}	Matriz de rotação que passa o sistema de coordenadas Rolo para o sistema de coordenadas do contato alinhado com os planos principais do Rolo.
S_{D0}	Matriz de rotação que passa o sistema de coordenadas principal para o sistema de coordenadas do Disco.
S_{R0}	Matriz de rotação que passa o sistema de coordenadas principal para o sistema de coordenadas do Rolo.
T	Torque.
t	Parâmetro auxiliar calculado em função da elipsidade.
T_2	Torque na entrada da caixa de transmissão do veículo.
T_3	Torque no eixo de entrada da cavidade toroidal.
T_4	Torque no eixo de saída da cavidade toroidal.
T_5	Torque no eixo de entrada da embreagem.
T_6	Torque na entrada do eixo de transmissão.
T_7	Torque no eixo de entrada do diferencial.
T_8	Torque total na saída do diferencial.
T_9	Soma dos torques de cada roda.
T_a	Torque aplicado no eixo do contato a ser analisado
T_{BL}	Torque resultante das perdas no mancais de suporte.

T_C	Torque aplicado no eixo onde o came que pressuriza o contato analisado está instalado
T_E	Torque no eixo de entrada.
T_{eng}	Torque gerado pelo motor.
T_F	Torque total de frenagem.
T_S	Torque no eixo de saída.
U	Grupo adimensional de velocidade.
V	Volume de material tensionado.
Var_i	Variável dependente analisada.
V_{Car}	Velocidade do veículo.
v_E	Velocidade tangencial da superfície do Disco de Entrada.
V_f	Módulo da velocidade média das superfícies.
V_{Rel}	Velocidade relativa pontual entre as duas superfícies.
$\overrightarrow{V_{Rel}}$	Vetor velocidade relativa entre as duas superfícies em contato.
$[\overrightarrow{V_{Rel}}]_i$	Velocidade relativa entre as superfícies em um ponto qualquer do contato ‘ i ’.
$\overrightarrow{V_{RelC}}$	Velocidade relativa no centro do contato
V_{RelX}	Velocidade relativa pontual entre as duas superfícies no sentido do rolamento.
V_{RelY}	Velocidade relativa entre as duas superfícies no sentido perpendicular ao rolamento.
v_{rolo}	Velocidade tangencial da superfície do Rolo de Potência
v_S	Velocidade tangencial da superfície do Disco de Saída.
$V_{Side-Slip}$	Diferença de velocidades entre as superfícies do centro do contato e no sentido perpendicular ao rolamento (velocidade de escorregamento lateral ou velocidade de “ <i>Side-Slip</i> ”).
V_{Slip}	Diferença de velocidades entre as superfícies do centro do contato e no sentido do rolamento (velocidade de escorregamento ou velocidade de “ <i>Slip</i> ”).
V_{ven}	Velocidade do vento na direção do deslocamento do veículo.
W	Grupo adimensional de carregamento.
w	Semi-largura da pista de rolagem.
x, y	Coordenadas cartesianas.
\tilde{x}, \tilde{y}	Coordenadas Cartesianas adimensionalizadas pelo tamanho do contato.
X_E, Y_E	Coordenadas do contato de entrada no sistema de referência global.
X_i, Y_i	São as coordenadas do contato ‘ i ’ no plano principal segundo o referencial principal do sistema.
X_S, Y_S	Coordenadas do contato de saída no sistema de referência global.
Y_0	Raio do toróide.
Y_a	Altura do contato analisado até o eixo do disco.
Y_E	Altura do ponto de contato no disco de entrada.
Y_i	Altura do ponto de contato ‘ i ’ em relação ao eixo do disco.
Y_S	Altura do ponto de contato no disco de saída.
z_0	Profundidade onde a tensão crítica ocorre.
$z1$	Índice de pressão-viscosidade.

Letras Gregas

α	Desalinhamento do Plano de Controle em relação ao plano principal
β	Desalinhamento do eixo do rolo em relação ao Plano de Controle
γ	Ângulo de semi-cone (“ <i>Half-cone angle</i> ”).
δ	Ângulo entre o vetor normal ao contato analisado com a vertical (perpendicular ao eixo dos discos).
(ΔDV_i)	Varição central da variável independente ‘ i ’.

ΔL_S	Varição de vida relativa ao ponto central
$\Delta L_{S I. \& H.}$	Varição de vida relativa ao ponto central pelo modelo de Ioannidas & Harris.
$\Delta L_{S L. \& P.}$	Varição de vida relativa ao ponto central pelo modelo de Lundberg & Palmgren.
$\Delta L_{S Wei.}$	Varição de vida relativa ao ponto central pelo modelo de Weibull.
$\Delta L_{S Zar.}$	Varição de vida relativa ao ponto central pelo modelo de Zaretsky.
δ_{pi}	Ângulo que a pista faz com a horizontal.
$\Delta\theta_{(Máx)}$	Maior variação do ângulo de controle durante o ciclo urbano.
ε	Eficiência.
ε_d	Eficiência do diferencial.
ε_E	Eficiência do eixo de transmissão.
ε_{glob}	Eficiência global da transmissão de energia mecânica do motor de combustão até as rodas do veículo.
$\varepsilon_{tE}, \varepsilon_{tS}$	Eficiências das caixas de redução na entrada e na saída da transmissão, respectivamente.
ε_{tT}	Eficiência de transmissão de torque da cavidade toroidal.
$\varepsilon_{tT(Máx)}$	Eficiência máxima da cavidade toroidal durante o ciclo urbano.
ε_{tTEST}	Eficiência estimada da cavidade toroidal.
ζ	Constante linear que determina a taxa de variação da tensão de cisalhamento limite em relação à pressão.
η	Viscosidade do fluido.
η_0	Viscosidade absoluta do fluido na pressão atmosférica.
η_∞	Pólo de viscosidade do modelo de Roelands.
θ	Ângulo de controle.
λ	Ângulo de elevação do came.
Λ	Razão entre espessura mínima de filme e rugosidade superficial equivalente.
μ_c	Coefficiente de atrito entre o came e o rolete.
μ_e	Coefficiente de tração.
μ_{emax}	Coefficiente de tração máximo.
ϑ_i	Constante de Poisson do corpo 'i'
ρ	Densidade do ar.
ρ_{cur}	Soma das curvaturas.
σ_{max}	Pressão máxima descrita pela distribuição de pressão proposta por Hertz.
τ_0	Tensão crítica a qual o material está sendo submetido.
τ_L	Tensão de cisalhamento limite do lubrificante.
τ_{L0}	Tensão de cisalhamento limite do lubrificante sujeito à pressão atmosférica.
τ_u	Limite de Resistência à Fadiga do material.
τ_x	Tensão de cisalhamento equivalente do filme de óleo no sentido da rolagem
τ_y	Tensão de cisalhamento equivalente do filme de óleo no sentido perpendicular à rolagem.
Φ_E, Φ_S	Defasagens angulares entre os planos principais de curvatura do rolo e dos discos de entrada e de saída, respectivamente.
Φ_i	Defasagem angular entre os planos principais de curvatura do disco e do rolo para o contato 'i'.
φ_i	Posição angular do contato 'i' no referencial do Rolo.
ψ, r	Coordenadas polares adimensionalizadas na área de contato elíptico.
ω_2	Rotação de entrada na caixa de transmissão do veículo
ω_3	Rotação do eixo de entrada cavidade toroidal.
ω_4	Rotação do eixo de saída da cavidade toroidal.
ω_5	Rotação do eixo de entrada da embreagem.
ω_6	Rotação do eixo de saída da embreagem.

ω_7	Rotação do eixo de transmissão.
ω_8	Rotação do eixo de tração do veículo.
ω_9	Rotação das rodas do veículo.
ω_E	Velocidade angular na entrada do sistema.
ω_{eng}	Rotação do virabrequim do motor.
ω_{EngEST}	Rotação estimada do motor.
ω_{EngLi}	Rotação mínima admissível para o motor.
ω_{EngLs}	Rotação máxima admissível para o motor.
ω_{EngMAX}	Limite superior do intervalo de rotação admissível para o motor na potência estimada.
ω_{EngMIN}	Limite inferior do intervalo de rotação admissível para o motor na potência estimada.
ω_{EngOTM}	Rotação ótima do ICE para a condição de potência estimada.
ω_{EngS}	Menor valor numérico entre ' ω_{EngLs} ' e ' ω_{EngOTM} '.
ω_{fun}	Rotação mínima admissível do virabrequim para o funcionamento do motor.
$\vec{\omega}_i$	Vetor velocidade angular do componente ' i '.
$\vec{\omega}_{Rolo}$	Vetor velocidade angular do rolo de potência.
ω_{Rolo}	Rotação do Rolo de potência.
ω_S	Velocidade angular na saída do sistema.
ω_{Spin}	Projeção do vetor de rotação do movimento de <i>Spin</i> no sentido normal ao contato.
$\tilde{\mathfrak{S}}$	Somatória das forças externas que resistem ao deslocamento do veículo.

SUMÁRIO

1	Introdução.....	1
1.1	Objetivo	2
1.2	Objetivos Específicos	2
2	Revisão da Literatura	3
2.1	Sistemas de Transmissão de Potência.....	3
2.1.1	Transmissões Escalonadas Simples	4
2.1.2	Transmissões Epicicloidais	6
2.1.3	Transmissões Continuamente Variáveis	7
2.1.3.1	CVTs de Polia Expansível.....	10
2.1.3.2	CVTs de Esfera-Cone.....	12
2.1.3.3	CVTs Toroidais (T-CVT).....	14
2.2	Tribologia.....	20
2.2.1	Superfície do Material e Rugosidade	20
2.2.2	Lubrificação	24
2.2.3	Teoria de Contato	27
2.3	Modelagem de Vida em Fadiga	28
3	Material e Métodos.....	33
3.1	Cálculo do Tempo de Vida	33
3.1.1	Volume Tensionado	34
3.1.2	Regra do Dano Linear	34
3.1.3	Predição de vida de um sistema multi-contatos	35

3.2	Teoria de Contato e Distribuição de Pressão	36
3.2.1	Força Normal e Pressurização.....	39
3.2.2	Forças tangenciais e Momento de Spin.....	43
3.3	Transmissões Toroidais e sua Geometria	47
3.3.1	Cálculo da RT do Toróide.....	47
3.3.2	Posição dos Pontos de Contato.....	49
3.3.3	Cálculo da Velocidade Relativa entre Superfícies	50
3.3.4	Curvaturas das Superfícies em Contato	51
3.3.5	Perda de potência no Mancal do Rolo.....	53
3.3.6	RT de Entrada e Saída.....	54
3.4	Princípios de dinâmica Veicular	55
3.4.1	Cálculo da Força de Resistência Externa	57
3.4.2	Aplicação.....	61
3.4.2.1	Desempenho do motor de combustão	64
3.5	Planejamento Experimental	67
4	Resultados	70
4.1	Novo Modelo Geométrico	70
4.1.1	Novos parâmetros Geométricos	72
4.1.2	Posição dos Pontos de Contato e RT ideal.....	73
4.1.3	Curvaturas das Superfícies em Contato	75
4.1.4	Velocidades de Slip e Side-Slip	78
4.2	Forças tangenciais e Momento de Spin	78
4.3	Modelagem do trem de potência.....	79
4.3.1	Estratégia de controle da CVT	84
4.4	Resultados das Simulações	86

4.5	Análise de Sensibilidade para ‘ α ’ e ‘ β ’	105
5	Conclusão	108
6	Sugestões para trabalhos futuros	109
	Referências	110
	APÊNDICE A – Tabelas de Efeitos.	121
	APÊNDICE B – Tabela de Efeitos Reparametrizados.	125
	APÊNDICE C – Superfícies de resposta.	128
	APÊNDICE D – Artigo Publicado no SAE Brasil 2008.	137
	APÊNDICE E – Artigo Publicado nos Anais do COBEM 2009.	138
	APÊNDICE F – Resultados Experimentais	146
	ANEXOS	165

1 INTRODUÇÃO

Sistemas de transmissão de potência podem ser observadas em quase todos os tipos de sistemas mecânicos, ou mesmo biomecânicos, que possuam geração e transmissão de potência mecânica. Em veículos automotores, o trem de potência é responsável por transmitir a energia mecânica do motor de combustão interna até o contato do veículo com o solo. Logo, o sistema de transmissão do veículo está diretamente relacionado com seu desempenho e com o rendimento do motor de combustão. O elemento do trem de potência diretamente relacionado com a adaptação da energia mecânica gerada é conhecido como caixa de transmissão.

Dentre os diversos tipos existentes de caixas de transmissão (Escalonadas Simples, Epicicloidais e Continuamente Variáveis), as transmissões continuamente variáveis (**CVT**s) tornam possível a redução do consumo de combustível e emissão de poluentes de veículos automotores em ciclos urbanos, pois possibilitam que o motor do veículo opere próximo de seu estado de máxima eficiência. Além disso, **CVT**'s favorecem outros requisitos de projeto de transmissões automobilísticas, como conforto para o usuário e redução de ruídos. Os avanços contínuos nas tecnologias de materiais, lubrificação e fabricação dos componentes de **CVT**'s vem tornando este tipo de transmissão mais competitivo em termos de custo, eficiência e durabilidade.

Os modelos de **CVT**'s que têm se destacado no mercado automotivo são de Polia-Expansível, Esfera-Cone e Toroidais (Forti, 2003). **CVT**'s do tipo toroidais (**T-CVT**'s) destacam-se das demais pelos níveis maiores de eficiência e elevada capacidade de transmissão de torque.

Como em qualquer **CVT**, transmissões toroidais modificam a relação de transmissão (**RT**) efetiva pela variação da configuração geométrica de seus componentes internos. A modificação do ângulo de inclinação dos Rolos de Potência dentro da cavidade toroidal altera as alturas dos pontos onde os Rolos entram em contato com os Discos em relação aos eixos de rotação de entrada e saída. Ou seja, toda potência mecânica que passa pela **T-CVT** é transmitida por pontos de contato.

Para garantir uma elevada capacidade de transmissão de torque com baixo desgaste entre as superfícies, o contato é lubrificado por um filme de óleo operando em condições de grandes pressões, caracterizando um regime elasto-hidrodinâmico de lubrificação (**EHL**). Assim sendo, para uma predição do comportamento da transmissão é necessário uma modelagem propriedades

de tração do fluido em regime **EHL**. A capacidade do lubrificante de transmitir torque por cisalhamento é fortemente influenciado pela mudança de viscosidade do fluido em função das elevadas pressões. Para manter as superfícies protegidas pelo filme de lubrificante, é necessário manter uma relação adequada entre a espessura do filme e a rugosidade das superfícies. Esta relação torna-se um parâmetro importante para avaliar a qualidade do acabamento superficial dos componentes e, portanto, seus custos.

Uma das características mais importantes para uma transmissão automotiva é sua durabilidade. Portanto, a predição do tempo de vida útil dos componentes é um fator que deve ser considerado. Nesse sentido, modelos de predição de vida em fadiga para rolamentos foram utilizados para prever a vida útil das superfícies em contato.

1.1 Objetivo

O objetivo principal deste trabalho é avaliar o impacto de variações na geometria básica de uma **T-CVT** no seu desempenho.

1.2 Objetivos Específicos

1. Desenvolver um modelo matemático que represente o comportamento de uma **T-CVT**.
2. Estimar as condições de carregamento externo à transmissão.
3. Desenvolver um conjunto de simulações do comportamento da **T-CVT**.
4. Definir os parâmetros de desempenho da transmissão.
5. Avaliar o desempenho da **T-CVT** em função dos parâmetros geométricos básicos.
6. Avaliar o desempenho da **T-CVT** em função dos novos parâmetros geométricos.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Sistemas de Transmissão de Potência

Transmissão, ou sistema de transmissão, pode ser definido como um dispositivo que transmite potência mecânica alterando, ou não, seu estado. Suas aplicações incluem variações de velocidade de saída de uma fonte com potência e velocidade constantes, e.g., máquinas com motor de corrente alternada; e aumento de torque para uma fonte com potência e velocidade variável, e.g., motores de combustão interna de automóveis (Forti, 2003). Assim, este dispositivo está presente em quase todos os tipos de máquinas que possuam uma fonte de potência mecânica, que pode ser do tipo biomecânico, motor de combustão interna, motor elétrico, hidráulicas e outros. Transmissões aplicadas a sistemas automobilísticos trabalham com a potência mecânica na forma de rotação e torque.

Segundo Heilich (1983), as principais características desejáveis nas transmissões envolvem baixo custo de produção em larga escala, alta eficiência na transmissão de potência, alta confiabilidade e disponibilidade, elevado tempo de vida útil do sistema e conforto para o usuário.

Sistemas de transmissão de potência podem ser divididos pela forma de variação da Relação de Transmissão (**RT**). Se a função que determina a **RT** do sistema for contínua dentro da faixa de operação da transmissão então a transmissão é considerada Continuamente Variável (**CVT**), e se a função que determina a **RT** do sistema for essencialmente discreta, ou seja, possui um conjunto com um número finito de **RTs** bem determinadas, então a transmissão é denominada de Escalonada (Baudoin em 1979, Singh & Nair em 1992 e Forti em 2003). Em função das diferenças de funcionamento, formas de controle e aplicações as Transmissões Escalonadas podem ainda ser divididas em Escalonadas Simples e Epicicloidalas (Saccheto, 2008). A Figura 1 exibe as classificações de sistemas de transmissão.

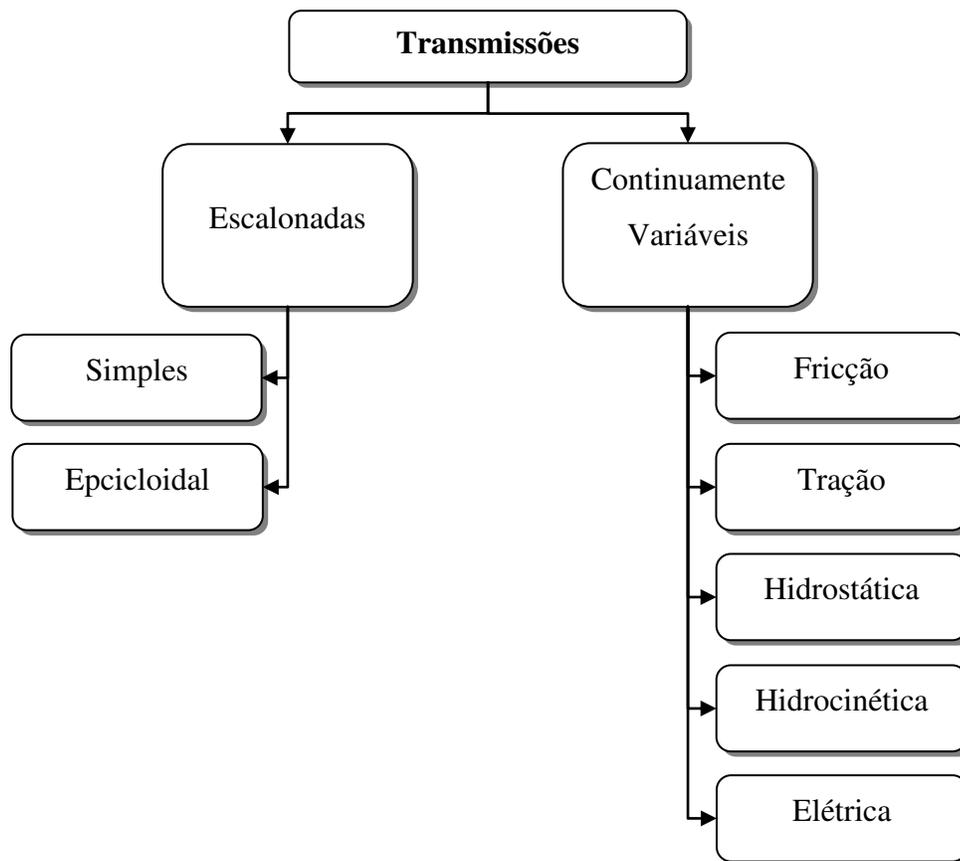


Figura 1: Classificação das diferentes transmissões (adaptado de Forti, 2003).

2.1.1 Transmissões Escalonadas Simples

Estão entre as transmissões mais populares dentre as utilizadas atualmente (Saccheto, 2008). A forma mais usual de se construir uma Transmissão Escalonada é utilizando pares engrenados, gerando as chamadas Transmissões de Engrenamento (*Geared Transmissions*) (Forti, 2003). A Figura 2 mostra uma caixa de câmbio automobilística com uma transmissão Escalonada Simples de ativação manual. A variação da **RT** em um sistema como esse requer o desacoplamento da fonte de potência do par engrenado atual e o acoplamento de um novo par engrenado. Este processo é usualmente conhecido como “troca de marcha” (*gear shift*) (Saccheto, 2008). Logo, em uma transmissão escalonada simples o número de **RTs** possíveis depende diretamente do número de pares engrenados em sua construção (Forti, 2003).

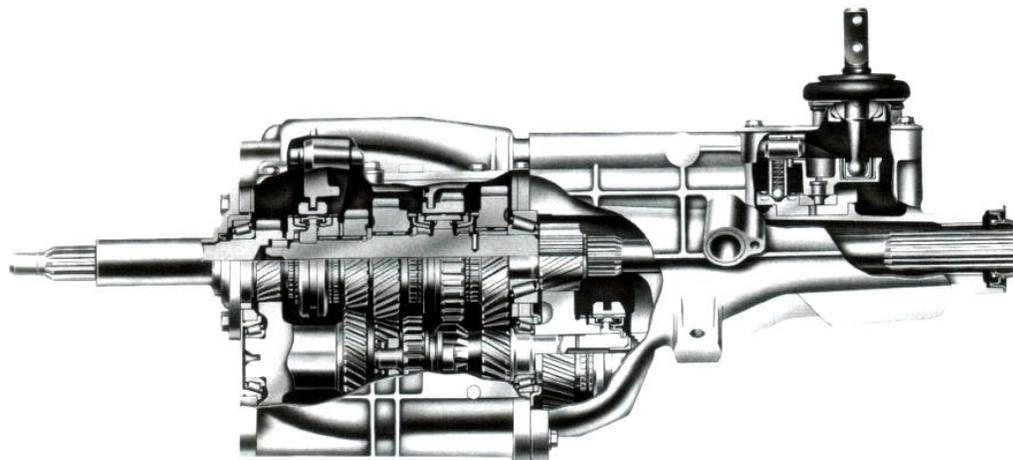


Figura 2: Exemplo de transmissão Escalonada simples manual (South & Mancurso, 1994).

Além das diversas formas e configurações possíveis para os pares engrenados e sistemas de acoplamento e desacoplamento existe ainda a possibilidade de automatização, como pode ser visto na Figura 3, gerando mais uma subdivisão na classificação (Baudoin, 1979, e Singh, 1992). São aplicadas em diversos ramos industriais incluindo automóveis, sistemas robóticos e dispositivos e máquinas, podendo também ser classificadas de acordo com seu uso final (Forti, 2003).

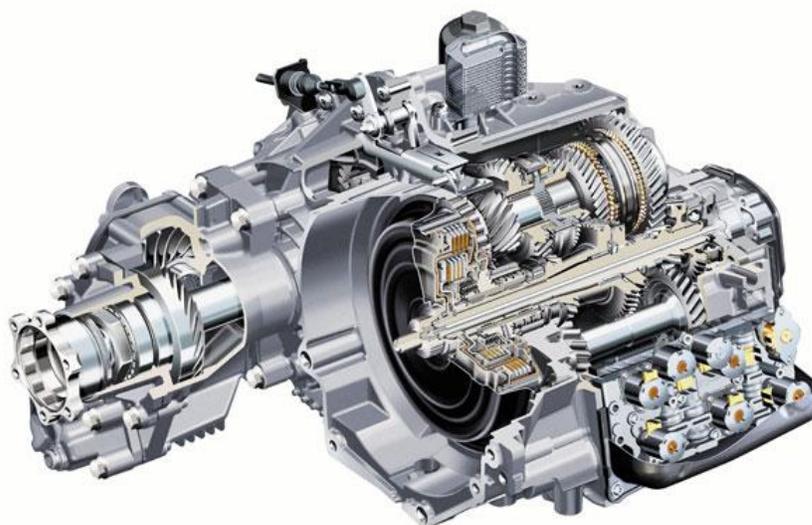


Figura 3: Exemplo de transmissão Escalonada Simples Automatizada (Adaptado de Vondruska, 2003).

2.1.2 Transmissões Epicicloidais

Transmissões Epicicloidais trabalham com montagens particulares de engrenagens denominadas de Planetários, i.e., mecanismos que contêm um corpo rígido que gira sobre seu próprio eixo e ao mesmo tempo sobre outro eixo, imitando o movimento de planetas num sistema solar (Saccheto, 2008). Este tipo de transmissão funciona por restrição de um ou mais graus de liberdade concedidos ao sistema em função da conjugação de planetários. Isso pode ser feito freando alguma rotação utilizando-se de freios simples ou acoplando-a com outra por meio de embreagens, sendo que a restrição do sistema em pontos diferentes gera **RT** distintas (Saccheto, 2008).

Esse tipo de transmissão teve início no século XVII, sendo usada freqüentemente em máquinas têxteis no século XVIII e muito difundido nas décadas de 1920 e 1930. Entretanto, foram substituídas devido a dificuldade de manutenção (Dedini, 1985). A caixa Wilson, mostrada na Figura 4, é um exemplo de Transmissão Epicicloidai, foi utilizada inicialmente em tanques na Primeira Grande Guerra Mundial (Arias-Paz, 1958). Acionar os sistemas de freio em um dos tambores (1, 2, 3 e R) ou a embreagem (D) faz a seleção da marcha utilizada. Acionar dois ou mais freios simultaneamente provoca a frenagem do sistema como um todo.

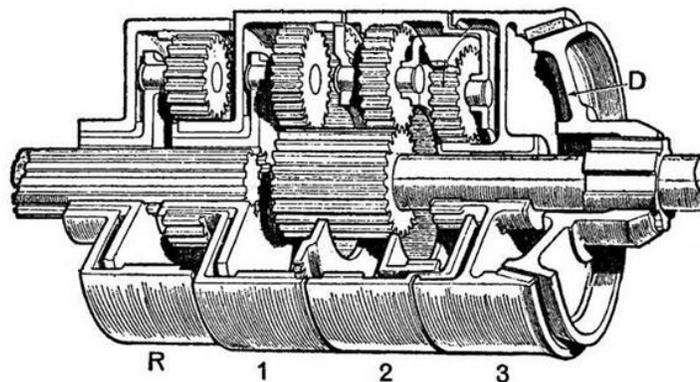


Figura 4: Vista em corte de uma Caixa Wilson. (adaptado de Arias-Paz, 1958).

Segundo Kurihara (1998), as transmissões planetárias permitem diversas aplicações, que incluem desde caixas de bifurcação de potência, sistemas de múltiplas **RT** e engrenamento

permanente até sistemas de motorização de alta confiabilidade que podem estar presentes em ônibus espaciais.

Dentre as vantagens oferecidas por este tipo de transmissão encontram-se a possibilidade de não utilizar embreagem na saída de potência do motor, a pré-seleção de velocidades e torque, mudanças de relação silenciosas devido ao contato constante das engrenagens, esforços mais distribuídos, graças aos arranjos simétricos dos planetários, e maior densidade de potência (Saccheto, 2008).

2.1.3 Transmissões Continuamente Variáveis

Os primeiros esboços de Transmissões Continuamente Variáveis (*Continuously Variable Transmissions*, ou **CVTs**) foram feitos por Da'Vinci em 1490 (Birch, 2000). Segundo Dedini (1985), o conceito de **CVT** aplicada no mercado automotivo existe a mais de um século, desde o surgimento da patente de John Willian Lambert em 1904 que tratava de uma **CVT** do tipo “*Friction Disk*” (Lambert, 1904). Era um sistema mecânico simples, constituído de duas rodas, uma fixa e outra móvel, com eixos de rotação perpendiculares entre si. A posição de uma roda em relação à roda fixa determinava a **RT** (Ferrari, 2002). A primeira aplicação desta transmissão foi nos automóveis “*Cartercar*” e “*Lambert*”, em 1905 (Troeger, 2009). Uma foto do chassi de um “*Cartercar*” com uma “*Friction Disk*” pode ser observada na Figura 5.

O princípio básico da maioria dos modelos de **CVT** é a variação da relação de transmissão em função da variação contínua da geometria de seus pontos de contato (Ashley, 1994). Independentemente do modelo de **CVT**, elas necessitam que os contatos entre os elementos rolantes funcionem em condições severas para alcançar níveis maiores de eficiência durante a transmissão de torque e baixo escorregamento no contato entre os elementos rolantes (Forti, 2003). A eficiência de uma **CVT** é intrinsecamente inferior a uma transmissão por engrenamento em condições de regime permanente, mas o uso de **CVTs** permite uma eficiência global superior fazendo o motor de combustão operar em seus pontos de maior eficiência, se a transmissão e seu sistema de controle forem capazes disso (Pfiffner, 2003).



Figura 5: CVT do tipo “Friction Disk” e um CarterCar, modelo de 1908 (Troeger, 2009).

A utilização de **CVTs** no lugar de transmissões escalonadas torna possível a redução dos requisitos de torque e potência exigidos do motor (Saccheto, 2008) e do consumo de combustível de veículos automotores em ciclos urbanos (Coy et al. 1976a), pois possibilitam que o motor do veículo opere próximo de seu estado de máxima eficiência (Forti, 2003), ou seja, os pontos de ótimo nas curvas de torque, de potência ou de consumos específico de combustível (Raizer, 2008). Como a variação de fluxo de torque através do sistema ocorre de forma contínua, pois a função da **RT** é contínua, os esforços em componentes e os índices de vibração e ruído nos conjuntos e estruturas que formam o veículo são reduzidos (Saccheto, 2008), aumentando assim o conforto do usuário.

A desvantagem da utilização de **CVTs** encontra-se no elevado custo de fabricação e manutenção (Saccheto, 2008) e a dificuldade de construir uma **CVT** capaz de apresentar a mesma robustez das Transmissões Escalonadas (Forti, 2003). Na prática, as primeiras **CVTs** não suportavam as condições de trabalho impostas e acabavam falhando de forma prematura. Essas falhas ocorriam em virtude, principalmente, das limitações tecnológicas em materiais, lubrificantes e sistema de fabricação de algumas peças (Forti, 2003).

Uma vez que as **CVTs** analisadas trabalham sob o princípio de variação da posição de pontos de contato, por onde a energia mecânica do sistema é transmitida, pode-se classificá-las por **CVTs** de Fricção e **CVTs** por Tração (Raizer, 2008).

As **CVTs** de fricção trabalham com contato direto entre os corpos (Raizer, 2008), transmitindo potência através de atrito. No início, as **CVTs** possuíam cintos ou correias fabricados em couro ou, mais recentemente, em borracha, e por isso escorregavam, geravam ruídos excessivos e possuíam baixa durabilidade (Forti, 2003). Por causa do desgaste elevado, o

uso deste tipo de **CVT** fica restrito a veículos de pequeno porte e baixa potência como motos, quatriciclos e outros, tendo como exemplo na Figura 6 o veículo da equipe Mini-Baja, da UNICAMP.



Figura 6: Transmissão EP-CVT da equipe Mini Baja da FEM-UNICAMP.

Transmissões por Tração são transmissões que transmitem potência através de um filme de lubrificante existente entre as superfícies em condição de contato altamente carregado (Coy et al., 1976a). Transmissões por Tração possuem sempre pelo menos três elementos em comum: elemento rolante de metal de entrada, contato lubrificado com fluido de tração em condição elasto-hidrodinâmica (**EHD**) e elemento rolante de metal de saída (Forti, 2003).

A durabilidade reduzida dos componentes em contato e as incertezas nos métodos de predição de vida limitaram a difusão e aceitação das primeiras transmissões por tração (Coy et al., 1976a). Contudo, avanços em técnicas de fabricação e em materiais de engenharia somados a maior disponibilidade de lubrificantes com alto coeficiente de tração, tornou possível a aplicação automotiva de transmissões por tração em termos de durabilidade e capacidade de torque (Zhang et al., 2000), sendo que entre 2002 e 2005 houve um aumento de 7 a 9 vezes na vida útil desses sistemas (Brockbank & Burt, 2006).

Dedini (1985) e Heilich (1983) esquematizam e descrevem o princípio de funcionamento de vários tipos de Transmissões por Tração, tais como Discos de BEIER, Rolo Intermediário, GRANHAM-Drive, Ring-Cone, Toroidais, Spool-Drive, Esferas-Cone, Pratt&Whitney e Nasvytrac. Atualmente, a área que fornece mais recursos para o desenvolvimento das **CVTs** é a automobilística, e os modelos que têm se destacado são de Polia-Expansível, Esfera-Cone e

Toroidais (Forti, 2003). A Tabela 1 resume algumas aplicações destes tipos de CVT na indústria automotiva contemporânea.

Tabela 1: Exemplos de aplicação de CVTs no mercado automobilístico.

Princípio de funcionamento	Configuração geométrica	Exemplos em produção em massa
Fricção	Polias-Expansíveis	Motos Yamaha Neo AT115, Suzuki Burgman 650, Honda Lead 110, alguns Quatriciclos da Kwasaki
Tração	Polias-Expansíveis	Transmissões Audi Multitronic (com <i>Chain Belt</i>) e Nissan Xtronic (com <i>Pushing Belt</i>)
Tração	Esfera-Cone	Motocicletas, Bicicletas (<i>Nuvinci</i>)
Tração	Toroidais	Transmissão Nissan Extroid, Flybrid KERS (F1)

2.1.3.1 CVTs de Polia Expansível

O princípio de funcionamento de uma CVT de Polia Expansível (“*Expansive-Pulley*” CVT, ou **EP-CVT**) baseia-se em uma correia, ou anel, trabalhando entre duas polias cujos diâmetros efetivos (onde ocorre o contato) variam continuamente (Saccheto, 2008).

Nos exemplos **EP-CVT** por fricção, as polias são formadas por pratos cônicos de metal, que se afastam ou se aproximam para regular o diâmetro efetivo da polia, em contato direto com uma correia de borracha. As **EP-CVTs** por tração Audi Multitronic, Figura 7, e Nissan-Xtronic, Figura 9, utilizam pratos cônicos de metal ligados por uma corrente de elos metálicos e trabalha sob tração (*Chain Belt*), Figura 8, e uma correia feita de placas metálicas sustentadas com uma fita de policarbonato e trabalha sob compressão (*Pushing Belt*), respectivamente. Trabalhando com contato entre elementos metálicos protegidos pela **EHL**, elas permitem uma transmissão de torque superior às de fricção e maior durabilidade.

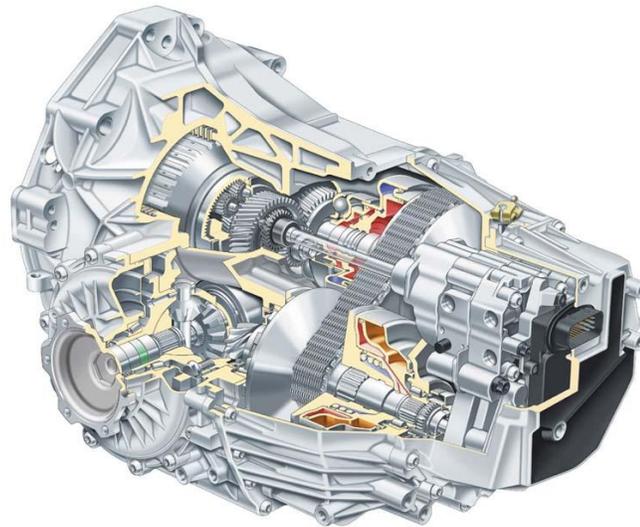


Figura 7: Audi Multitronic em corte. (Birch, 2000).

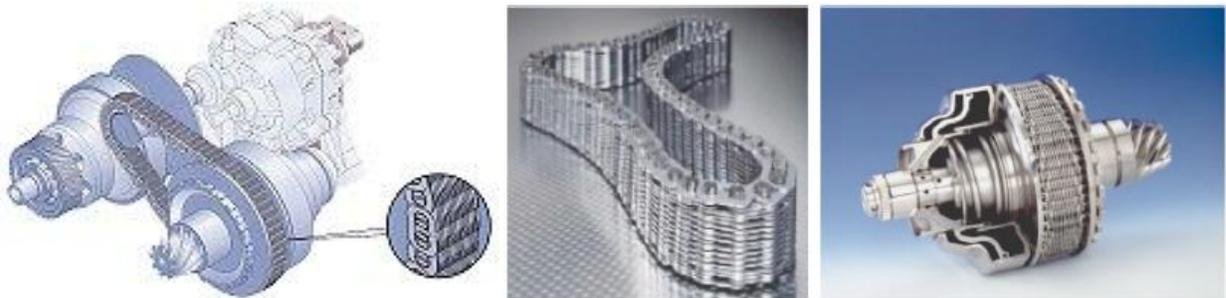


Figura 8: Detalhes de uma Chain-Belt da Audi Multitronic. (Birch, 2000 e Carbone et al., 2007).



Figura 9: Nissan Xtronic em corte, e o detalhe de sua Pushing-Belt. (Carbone et al., 2007).

A Tabela 2 mostra alguns exemplos de pesquisa que são feitos sobre as **EP-CVTs**, mostrando que um dos pontos críticos do projeto deste tipo de transmissão está no controle de pressurização dos pratos cônicos.

Tabela 2: Exemplos pesquisas envolvendo **EP-CVTs**.

Pesquisa	Referência
Proposição e comparação com testes experimentais de modelos para avaliar o comportamento em regime permanente e durante a mudança de relação de transmissão. Um dos resultados oferece uma relação entre a taxa de variação da RT em função da força de pressurização dos pratos.	Carbone et al. (2007)
Estudo da vibração e geração de ruído na caixa de transmissão de uma EP-CVT .	Quintenz & Schneider (2004)
Desenvolvimento de um algoritmo de controle de pressão para o sistema de pressurização dos pratos cônicos e ajuste de RT , para uma EP-CVT .	Ryu et al. (2004)
Otimização do consumo de energia do sistema de controle para aumento de eficiência global do sistema. Aumento dos picos de eficiência do sistema em aproximadamente 5% (de 89,46% para 94,97%) em função da otimização.	Shastri & Frank (2004)
Proposta de introdução de sistema eletromecânico no mecanismo de pressurização da transmissão para aumento de eficiência e controle de perdas em função de pressurização excessiva.	Veenhuizen (2004)

2.1.3.2 CVTs de Esfera-Cone

Os componentes básicos de uma **CVT** por tração do tipo Esfera-Cone (*Spherical CVT*, ou **S-CVT**) podem ser vistos na Figura 10, que mostra os componentes da transmissão utilizada na bicicleta *Nuvinci*. Em geral, **S-CVT's** são pequenas, transmitem até 15HP, possuem relação de transmissão variável de 1:3 à 3:1 e eficiência entre 70 e 92% (Dedini, 1985).

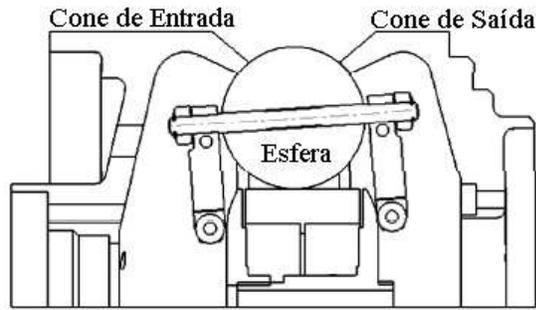


Figura 10: Componentes básicos de uma S-CVT. Arranjo com cones externos. (Pohl et al., 2004).

A variação da transmissão desse tipo de CVT ocorre em função do ângulo entre o eixo de rotação das esferas e dos eixos principais (Saccheto, 2008). Exemplos da mudança da RT e do mecanismo de controle podem ser vistos respectivamente na Figura 11 e na Figura 12. A Tabela 3 fornece alguns exemplos de pesquisas envolvendo S-CVTs.

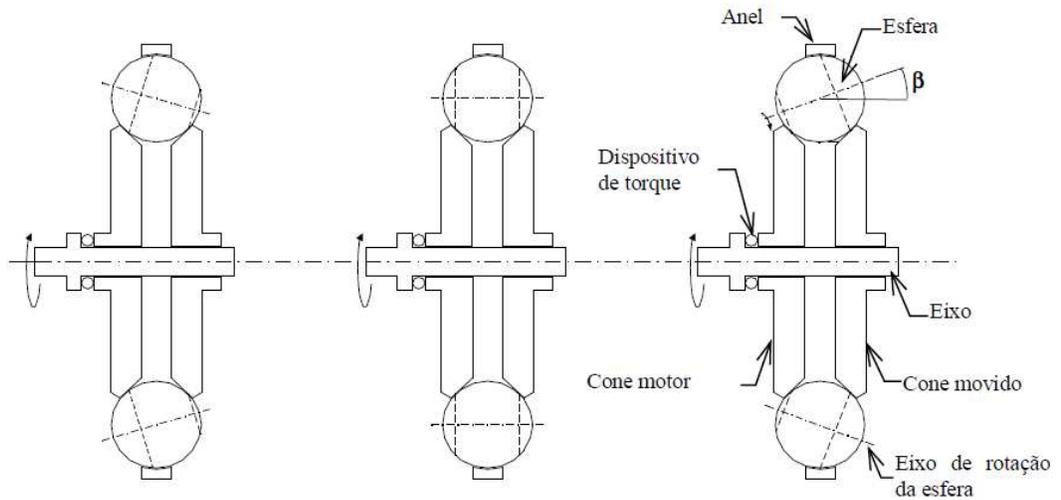


Figura 11: Mudança de RT na S-CVT. Arranjo com cones internos (Forti, 2003).

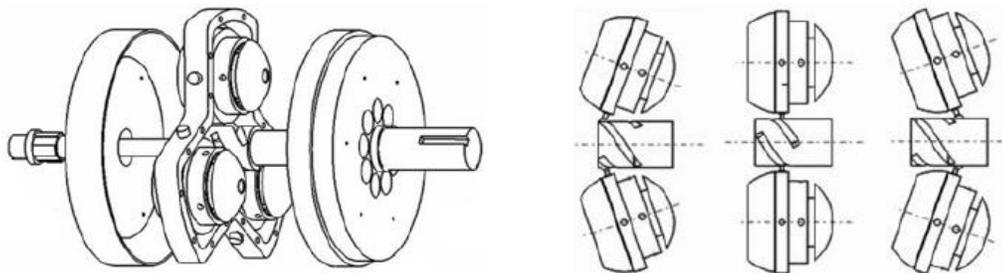


Figura 12: S-CVT desenvolvida para motocicletas. Construção e acionamento (Park et al., 2009).

Tabela 3: Exemplos de pesquisa envolvendo **S-CVTs**.

Pesquisa em S-CVT	Referência
Estuda métodos para avaliação e redução do efeito de <i>Spin</i> em S-CVTs . Estuda os mecanismos envolvidos neste tipo de perda e mostra como pode ser avaliado. Propõe uma nova solução mecânica para a função do anel que retém as esferas, substituindo este por um anel composto que atenua os efeitos do <i>Spin</i> na S-CVT .	Cretu & Glovnea (2003)
Aplicação e simulação de S-CVTs em bicicletas, evidenciando a necessidade de adequar as diferentes condições de carga à fonte de potência disponível (no caso, potência muscular humana).	Forti (1997)
Otimização de tempo de vida, <i>Spin</i> , eficiência e geometria de S-CVT para o uso em bicicletas.	Forti (2003)
Utilização de S-CVTs em motocicletas comparando resultados de bancada e simulações. A eficiência obtida em testes de bancada variou entre 70 e 90% enquanto que as simulações apresentaram eficiências entre 87% e 92% com vida útil de 50000 horas.	Park et al. (2009)
Modelagem de S-CVT como um planetário de fator variável, estudando assim vários caminhos de fluxo de potência e a possibilidade de uso da S-CVT como sistema bifurcador de potência. Uma das conclusões é que efeitos negativos de altas cargas sob a durabilidade e a capacidade de transmissão de torque podem ser atenuados pelo uso de configurações que permitam múltiplos pontos de contato e uma maior densidade de potência.	Pohl et al. (2004)

2.1.3.3 CVTs Toroidais (T-CVT)

CVTs do tipo toroidal (*Toroidal CVTs*, ou **T-CVTs**) são as mais conhecidas, sendo empregadas em veículos de passeio por muitas indústrias automobilísticas, dentre elas a NISSAN e NSK, principalmente no Japão (Forti, 2003). **T-CVTs** são classificadas em Toroidais Completas e Semi-Toroidais. Nas **CVTs** Toroidais Completas (*Full Toroidal Continuously Variable Transmission*, ou **FT-CVT**) o centro do rolo coincide com o centro da cavidade toroidal. Nas **CVTs** Semi-toroidais (*Half Toroidal Continuously Variable Transmission* ou **HT-CVT**) existe uma distância do centro do rolo até o centro da cavidade toroidal. A Figura 13

exemplifica as diferenças entre as configurações de **HT-CVT** e de **FT-CVT** evidenciando seus principais componentes.

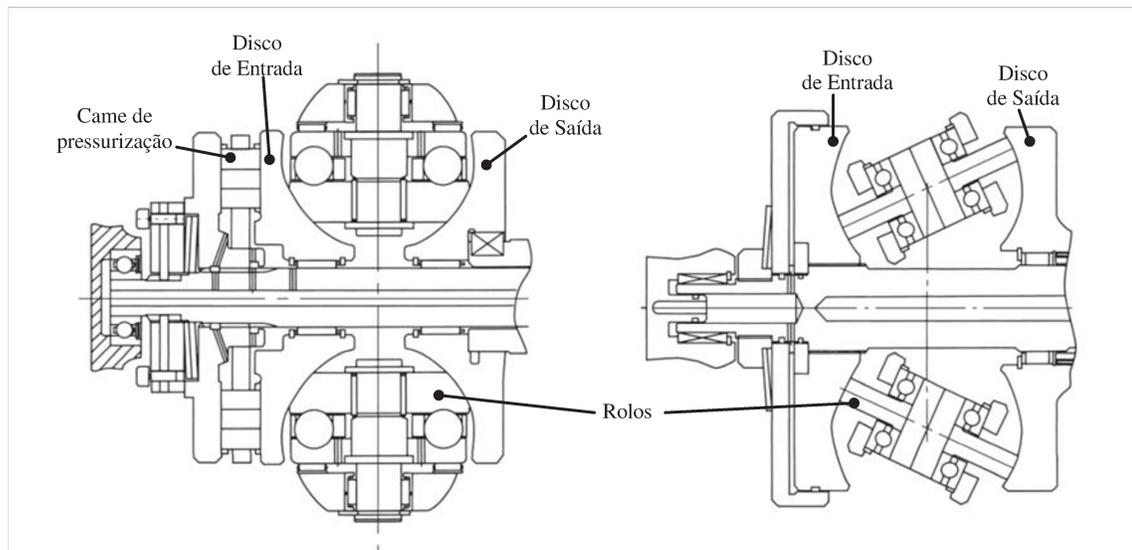


Figura 13: Transmissões HT-CVT (esquerda) e FT-CVT (direita) (adaptado de Imanishi & Machida, 2001).

Uma das principais razões para a escolha da utilização de **T-CVTs** é a baixa perda de potência, quando comparada às demais transmissões por tração (Lim & Ullman, 1989). Estudos apontam picos de 95% a 97% de eficiência na capacidade de transmissão de torque pelos contatos da transmissão (Carbone et al., 2004; Newall et al., 2004; Tanaka et al., 2004), e outros apontam eficiência global entre 88% e 90% (Tanaka et al., 2004; Brockbank & Burt, 2007). A Tabela 4 e a Tabela 5 mostram exemplos de pesquisas envolvendo **T-CVTs** até 2008, evidenciando que os pontos críticos do projeto de **T-CVTs** incluem o controle do ângulo de inclinação dos rolos, a eficiência na transmissão de torque e a durabilidade dos componentes.

A primeira patente envolvendo **T-CVT's**, U.S. 197472 (Figura 14), foi depositada em 27 de novembro de 1877 por Charles W. Hunt em Richmond, Nova York, EUA (Machida & Murakami, 2000). Em 1973, na cidade de Traycall, Texas, Charles Kraus conduziu testes em uma **T-CVT** instalada em um Ford com 85 HP (**RT** ia de 2.65:1 até 0.6:1, alcance de 4,417). Em 1978, NSK Ltda. começou a investir na pesquisa e desenvolvimento de **HT-CVTs**, o que pode ser observado pelo histórico de desenvolvimentos de protótipos mostrado na Tabela 6 e na Tabela 7 (Machida & Murakami, 2000).

Tabela 4: Exemplos de pesquisas envolvendo **T-CVTs** entre 1976 e 2002.

Pesquisa em T-CVT	Referência
Aplicação do modelo de vida em fadiga de Lundberg & Palmgren (rolamentos) para análise de durabilidade dos componentes de uma transmissão HT-CVT . Análise da condição de lubrificação com modelo de predição da espessura de filme em regime elasto-hidrodinâmico.	Coy et al. (1976a)
Histórico do desenvolvimento de um módulo de HT-CVT pela NSK, com início na fase de protótipo em 1982 até sua aplicação na produção dos veículos da Nissan Cedric e Gloria. Análise da durabilidade do material empregado neste tipo de transmissão.	Machida & Murakami (2000)
Aplicação de modelo sistemático para análise de força de tração e condições de contato em T-CVTs . Avaliação de forças geradas pelo contato em condição de <i>Slip</i> e <i>Side-Slip</i> .	Zhang et al. (2000)
Estudo comparativo entre HT-CVTs e FT-CVTs , evidenciando o impacto sobre o sistema de pressurização e eficiência do sistema. Resultados apontaram uma faixa de eficiência entre 90% a 92% para a HT-CVT , entre 83% a 84% para a FT-CVT .	Imanishi & Machida (2001)
Análise de rigidez do suporte de rolos e teste de alternativas construtivas para melhorar a rigidez do sistema.	Mori et al. (2001)
Análise de eficiência de T-CVTs em função do ângulo de controle e parâmetros geométricos da transmissão. Testes mostraram eficiência de 95% na transmissão de torque.	Yamamoto et al. (2001)
Simulação dinâmica de T-CVT e do sistema de controle de RT . Comparação dos resultados obtidos pelo modelo analítico com resultados experimentais.	Zou et al. (2001)
Desenvolvimento de modelo matemático para análise de Vida em Fadiga (baseado no modelo modificado de Ionnidis & Harris), capacidade de transmissão de torque e eficiência de T-CVTs . Modelo de Hamrock-Dowson foi utilizado para prever a espessura de filme de lubrificante no contato. Os resultados da análise apontaram que o aumento da pressurização do contato provoca um aumento na capacidade de transmissão de torque e eficiência na transmissão de potência mecânica, mas provoca uma grande queda na vida em fadiga dos componentes em contato.	Nikas (2002)
Estudo do controle da relação de transmissão em T-CVT de dupla cavidade e sua utilização em veículos de tração nas 4 rodas como sistema de bifurcação de potência.	Tanaka (2002)
Estudo e otimização do sistema de suporte de rolos para HT-CVTs . Análise de perda de potência devido a <i>Spin</i> e <i>Slip</i> para sistema de dupla cavidade e 6 rolos por cavidade. Segundo a análise dos resultados, as perdas de potência por <i>Slip</i> e <i>Spin</i> se situam entre 1,152% e 1,868% quando os rolos estão perfeitamente alinhados, mas entre 1,494% e 2,193% quando existe um desalinhamento de até 0,5° entre eles. Proposta de um sistema de suporte de rolos compacto para redução de peso e custo.	Tenberge & Möckel (2002)
Estudo da eficiência do mecanismo de came para pressurização do sistema. Proposta de um mecanismo de came modificado para reduzir a histerese e aumentar a velocidade da resposta a mudanças de torque transmitido.	Yamamoto et al. (2002)
Análise transiente do sistema de mudança de relação de transmissão para uma T-CVT trabalhando em sistema de adequação em dois níveis de torque.	Osuni et al. (2002)

Tabela 5: Exemplos de pesquisas envolvendo **T-CVTs** entre 2004 e 2008.

Pesquisa em T-CVT	Referência
<p>Comparação entre HT-CVT e FT-CVT pela análise de eficiência mecânica. O estudo indicou que é possível reduzir o torque em movimento de <i>Spin</i> de uma FT-CVT abaixo dos níveis de torque encontrados numa HT-CVT, mas a velocidade de <i>Spin</i> em uma FT-CVT é sempre superior. Os resultados evidenciaram que a HT-CVT normalmente possui eficiência mecânica e capacidade de transmissão de torque superior à FT-CVT.</p>	Carbone et al. (2004)
<p>Validação experimental de modelos de predição de vida. Avanços nas técnicas de manufatura e na tecnologia empregada no desenvolvimento de lubrificantes aumentaram de 5 a 8 vezes a durabilidade de transmissões por tração entre 2002 e 2004.</p>	Lee et al.(2004)
<p>Otimização e aumento de densidade de potência de uma caixa de câmbio equipada com T-CVT. Análise de eficiência e durabilidade do sistema. Resultados evidenciam eficiência entre 91% e 96%.</p>	James et al. (2004)
<p>Análise de eficiência de uma FT-CVT e otimização das condições de contato. Os resultados finais apresentam eficiências ente 86% e 93% para alta potência, e entre 91% e 95% para baixa potência. Testes realizados com relação de transmissão próxima à unitária.</p>	Newall et al. (2004)
<p>Desenvolvimento de HT-CVT de dupla cavidade com 3 rolos por cavidade para transmissão de 450Nm de torque. Resultados experimentais apontaram 88% de eficiência global com torques entre 50Nm e 200Nm. Análise das perdas no sistema indicou uma eficiência de 97% na transmissão de potência pelo contato em regime elasto-hidrodinâmico. O restante da energia é perdido nos rolamentos responsáveis pela sustentação dos rolos.</p>	Tanaka et al. (2004)
<p>Análise dinâmica e de estabilidade do trem de potência do veículo com HT-CVT.</p>	Zhang & Dutta-Roy (2004)
<p>Estudo da durabilidade de transmissão HT-CVT. Análise do efeito de parâmetros geométricos no tempo de vida dos componentes em contato. Uma das conclusões deste trabalho é que, independentemente dos parâmetros geométricos adotados, as condições mais severas de operação são nos extremos do intervalo de relação de transmissão em que a CVT trabalha.</p>	Attia (2005)
<p>Desenvolvimento de dispositivo hidro-mecânico para o sistema de controle de relação de transmissão. A modelagem dinâmica evidenciou que o sistema de controle é estável e a transmissão possui a tendência de manter a relação de transmissão constante.</p>	Donohoe & Fuller (2007)
<p>Aplicação de FT-CVT para hibridização de veículos automotores com sistema de regeneração de energia cinética. Entre outros resultados, possui dados de durabilidade e eficiência do sistema para ciclos urbanos normatizados.</p>	Greenwood & Brockbank (2008)

No Japão, **T-CVTs** para aplicações automotivas já são produzidas em larga escala e na Europa estão sendo intensamente investigadas, ainda aguardando para uma possível aplicação em massa em veículos europeus (Tenberge & Möckel, 2002).

C.W. HUNT
 Counter-Shaft For Driving Machinery
 No.197 472 Patented Nov. 27, 1877

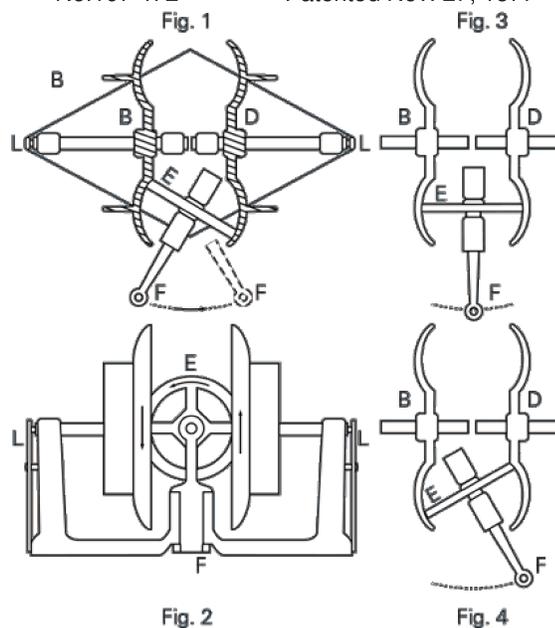


Figura 14: Primeira patente de uma T-CVT. (adaptado de Hunt, 1877).

Tabela 6: Protótipos de HT-CVT de 1982 a 1986 (Machida & Murakami, 2000)

Nome	T150S/SBR	T90S/SC	T90S/HM	T68S	T125S	T104S/DH	T116S
Ano	1982	1983	1983	1983	1984	1985	1986
Motor	1600cc	550cc	400cc	180cc	2000cc	550cc T	400cc
	Carro FF	Mini Van	Moto	Moto	Diesel Van	Mini Carro FF	Moto
Potência Max. (kW)	63,75	22,5	30	9	49,5	39	73,5
Torque de entrada Max.(Nm)	120,5	44,1	32,34	11,761	124,46	70,56	110,74
Vel. de entrada Max. (RPM)	5600	5500	10000	8500	4500	6000	7000
Cavidade	Única	Única	Única	Única	Única	Única	Única
Raio da Cavidade (mm)	75	45	45	34	62,5	52	58
Raio do Disco (mm)	82,5	50	50	45	75	58	62
Óleo de Tração	Santotrac 50	Santotrac 50	DN 7073	DN 7074	DN 7074	DN 7088	DN 7074
Controle	Hidro-Mec.	Hidro-Mec.	Hidro-Mec.	Hidro-Mec.	Hidro-Mec.	Hidro-Mec.	Hidro-Mec.
Progresso	TP: 32000Km em Rodovia TB: Vida, Eficiência	TP: Rua sem asfalto, Rua com neve e Trajeto Urbano TB: Vida, Eficiência	TB: Vida, Eficiência	TP: Trajeto Urbano TB: Vida, Eficiência	TP: Trajeto Urbano	TP: Rua sem asfalto, Rua com neve, e Trajeto Urbano TB: Vida, Eficiência	TP: Trajeto Urbano e Rodovia TB: Vida, Eficiência

TP: Teste em Percurso; TB: Teste em Bancada

Tabela 7: Protótipos de HT-CVT, de 1987 a 1999 (Machida & Murakami, 2000)

Nome	T150S	T150D	T144D	T145D	T132D	T130D	T132D
Ano	1987	1988	1990	1992	1993	1994	1999
Motor	1500cc T	3000cc T	3000cc T	3000cc	4000cc	4000cc	3000cc T
	Carro FF	Bancada	Carro FR	rWD	Carro FF	Carro FR	Carro FR
Potência Max. (kW)	75	191,25	191,25	106,6	-	-	206
Torque de entrada Max.(Nm)	156,8	333	333	230	370	340	387
Vel. de entrada Max. (RPM)	6000	6000	5500	7000	7000	6500	-
Cavidade	Dupla	Dupla	Dupla	Dupla	Dupla	Dupla	Dupla
Raio da Cavidade (mm)	75	75	75	72,5	66	75	66
Raio do Disco (mm)	82,5	82,5	82,5	82,5	77,5	82,5	79
Óleo de Tração	Ap.7149	Ap.7149	Ap.7149	Ap.7149	Ap.7149	Ap.7149	Mass-Pro.Type
Controle	Hidro-Eletrico	Hidro-Eletrico	Hidro-Eletrico	Hidro-Eletrico	Hidro-Eletrico	Hidro-Eletrico	Hidro-Eletrico
Progresso	TP: Trajeto Urbano TB: Vida, Eficiência	TB	TP, TB	TB	TB: Eficiência	TB: Eficiência	Produção em Massa

TP: Teste em Percurso; TB: Teste em Bancada

A Figura 15 mostra uma das aplicações mais recentes de **T-CVT**. O sistema de recuperação de energia cinética (“*Kinetic Energy Recovery System*” ou **KERS**) é composta de uma transmissão **FT-CVT** de dupla cavidade (transmissão Xtrac, da Torotrack) que liga a árvore de potência do veículo (*powertrain*) a um volante de inércia (Wright, 2008; Brockbank, 2008). O sistema auxilia a frenagem enquanto armazena parte da energia que seria desperdiçada na forma de calor pelos freios. Plenamente carregado, o KERS pode devolver ao veículo 80hp de potência adicional por 6,67s (Brockbank, 2008). Esses valores de potência e energia armazenados foram limitados pela regulamentação da aplicação do sistema nos circuitos de Fórmula 1 (Greenwood & Brockbank, 2008).

Este tipo de sistema pode ser adaptado para veículos comerciais e de passeio, como mostra o trabalho de Brockbank & Greenwood (2008), onde os resultados de modelos matemáticos simulados apontaram para uma economia de 30,2% (Ciclo urbano USA NEDC) a 40,0% (Ciclo urbano USA FTP 75) no consumo de combustível para veículos de passeio, e 34,0% (Ciclo urbano MTLB 159) no consumo de combustíveis para ônibus urbano. Brockbank & Burt (2006

& 2007) analisaram a eficiência e a durabilidade de transmissões **T-CVTs** dentro de ciclos urbanos, delimitando “faixas” de operação no sistema da **T-CVT** em função da **RT**, e realizando uma análise da eficiência da transmissão e da vida percentual consumida por componente, para o ciclo testado.

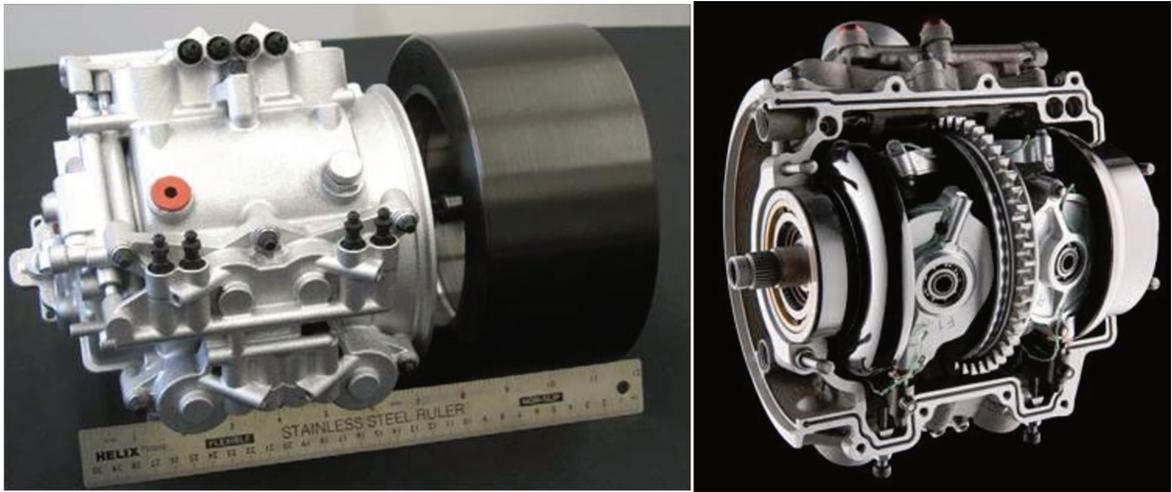


Figura 15: Caixa de transmissão e volante de inércia do KERS (Brockbank & Greenwood, 2008; Burt & Kolstrup, 2010).

Devido à aplicabilidade no mercado automobilístico (Kumura et al., 1996; Brockbank & Burt, 2007), maior eficiência (Lim & Ullman, 1989) e capacidade de transmissão de torque (Zhang et.al, 2000), as **T-CVTs** se tornaram o foco desta pesquisa.

2.2 Tribologia

2.2.1 Superfície do Material e Rugosidade

Segundo Halling (1975), a superfície de um material deve ser reconhecida como uma camada a partir da qual um sólido cresce organizadamente e passa a possuir propriedades físicas de significância considerável. A superfície pode ser dividida em camadas, ou zonas, de acordo

com sua formação, origem e características. Moore (1975) e Halling (1975) descrevem 3 camadas distintas, embora a organização delas seja diferente. A Figura 16 contém o detalhamento de uma superfície metálica típica.

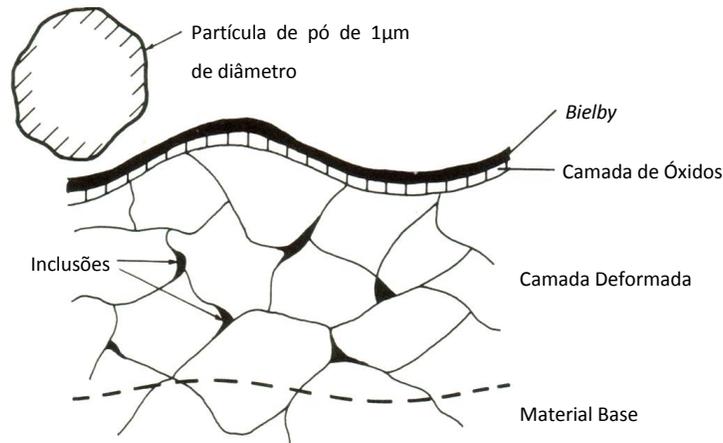


Figura 16: Composição da superfície de um material metálico (adaptado de Halling, 1975).

A camada externa é chamada “*Bielby*”, sendo caracterizada por uma fina camada de material deformado e endurecido, geralmente contaminado por produtos químicos decorrentes de reações com a atmosfera e com outras superfícies (Halling, 1975). A segunda camada é a camada de óxido, formada rapidamente pelo contato entre o metal exposto e atmosfera (Moore, 1975). A terceira camada é caracterizada pela região do material-base que sofreu alterações microestruturais decorrentes de encruamento e do acúmulo de inclusões e defeitos na rede cristalina (Halling, 1975).

A textura, ou topografia, da superfície é representada pela rugosidade, sendo esta um dos parâmetros mais importantes para a definição do comportamento do atrito e fricção (Moore, 1975). A composição final da textura da superfície pode ser dividida em Macro e Micro Rugosidades (Halling, 1975), como mostra a Figura 17. A textura superficial é diretamente influenciada pelas características dos processos de fabricação (Halling, 1975). Como pode ser observado na Figura 18, cada processo de fabricação utilizado na indústria cria na superfície uma textura dentro de uma faixa de rugosidade característica do processo.

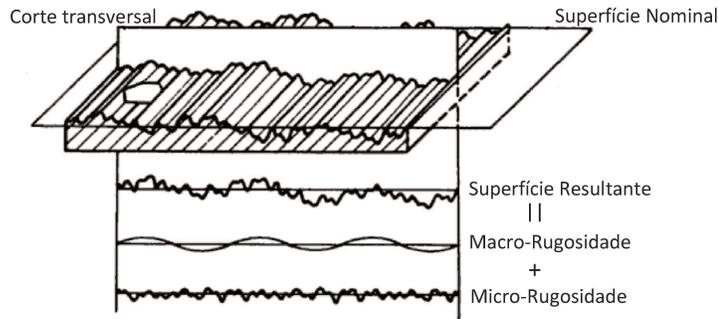


Figura 17: Macro e micro rugosidades formando a superfície (adaptado de Khonsari & Booser, 2001).

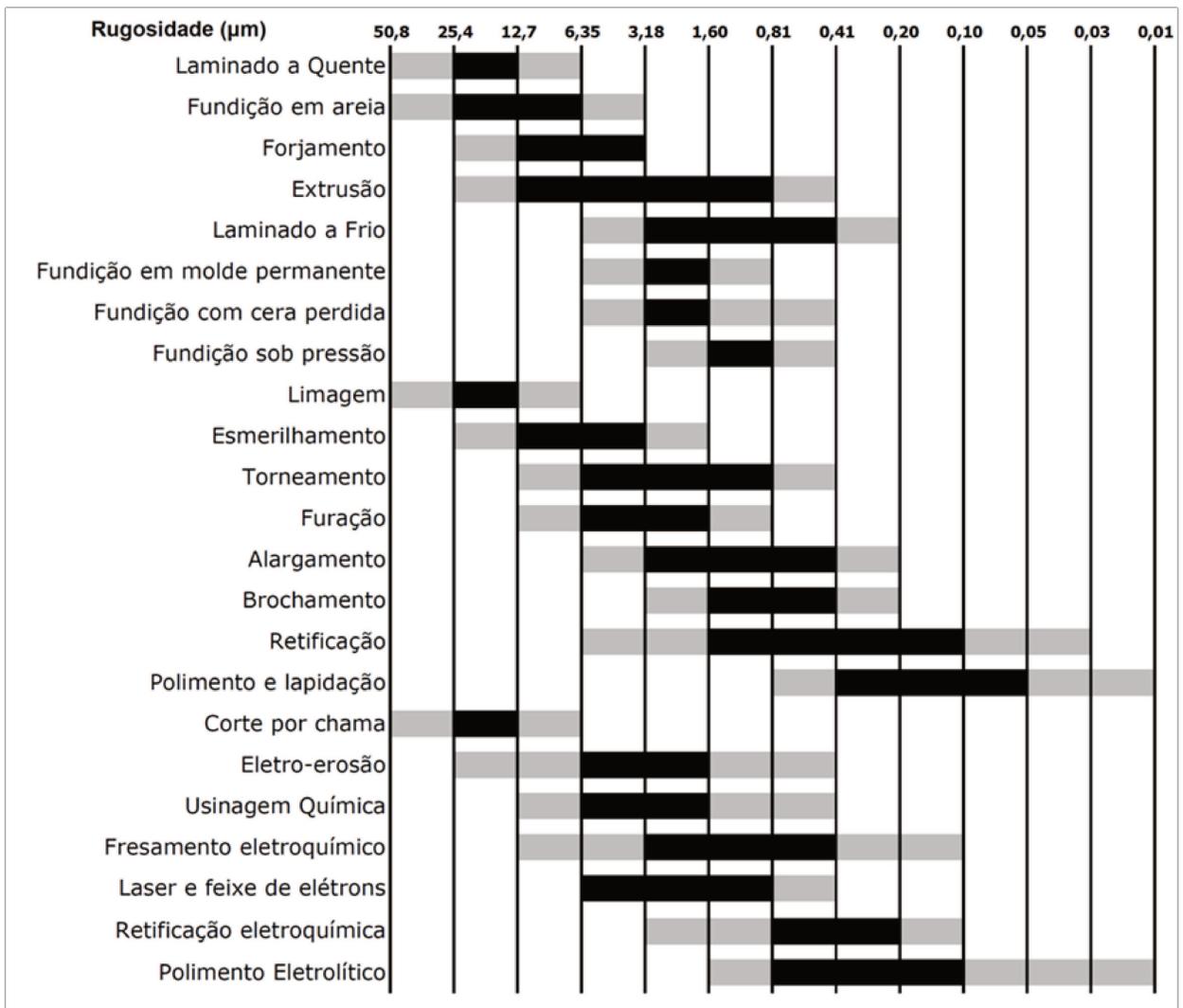


Figura 18: Faixa de rugosidade em função do processo de fabricação (adaptado de Machining Data Handbook, 1972).

Diferentes métodos podem ser utilizados para estimar valores médios e desvios da altura da superfície, como Rugosidade Média (**Ra**) e Rugosidade RMS (**Rq**). A rugosidade média é o método mais utilizado na indústria, pois os instrumentos para fazer a medição usam circuitos eletrônicos relativamente simples para a operação de integração (Khonsari & Booser, 2001). A rugosidade RMS (“*root mean square*”) é mais sensível a picos ocasionais de rugosidade presentes na superfície (Khonsari & Booser, 2001). A relação **Rq/Ra** é igual a, aproximadamente, 1,11 se a rugosidade puder ser bem representada por um sinal senoidal (Khonsari & Booser, 2001), e igual a 1,25 se a rugosidade for proveniente de um sinal aleatório de distribuição gaussiana (Khonsari & Booser, 2001; Harris, 2006). A forma de cálculo de **Ra** e **Rq** estão expressas na Figura 19. A norma ABNT NBR 6405-1985 recomenda o uso do parâmetro **Ra** para avaliação da rugosidade de superfícies.

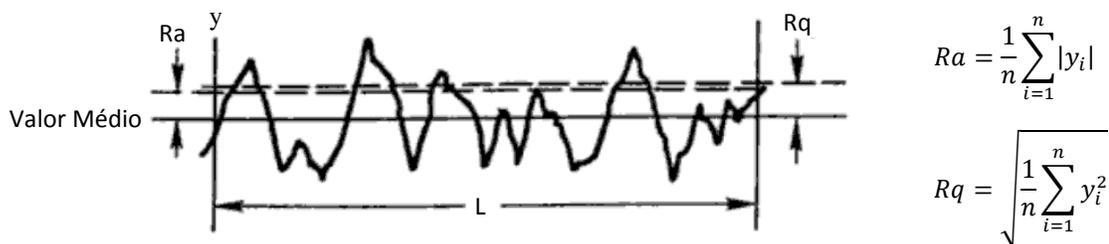


Figura 19: Cálculo de Rugosidade Média e RMS (adaptado de Khonsari & Booser, 2001).

Contudo, a utilização de abordagem estatística para representação da superfície permite que superfícies totalmente diferentes apresentem os mesmos valores de rugosidade (Moore, 1975; Halling, 1975), como pode ser observado na Figura 20.

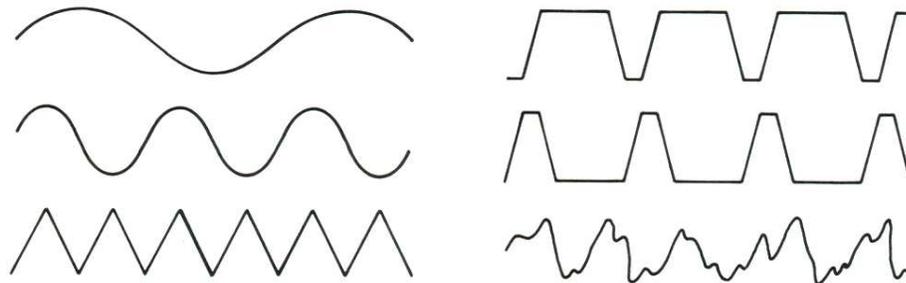


Figura 20: Exemplos de superfícies com o mesmo valor de rugosidade (adaptado de Halling, 1975).

O valor da rugosidade RMS (**Rq**), mesmo que estatístico, pode ser comparado com as dimensões do filme lubrificante para avaliar o regime de lubrificação (Harris, 2006b; Ionnidas & Harris, 1985; Nikas, 2002).

2.2.2 Lubrificação

O contato direto entre componentes mecânicos pode gerar desgaste elevado e falha do sistema devido às condições elevadíssimas de pressão nos pontos de contato de uma **CVT** por tração (Zhang et al., 2000; Forti, 2003), tornando necessária a utilização de um filme de fluido lubrificante para separação dos sólidos e minimização do desgaste (Moore, 1975). Um contato pode ser considerado lubrificado quando a espessura do filme de óleo for significativa em relação à rugosidade da superfície (Dowson & Higginson, 1977). A condição denominada “lubrificação limite” (Figura 21) ocorre quando a espessura do filme de óleo não é suficiente para evitar o contato entre as duas superfícies (Halling, 1975). Estudos apontaram que a deficiência no suprimento de lubrificante gera maior dissipação de calor e reduz a vida em fadiga dos elementos rolantes (Querlioz et al., 2007), aumentando a chance de falhas do tipo “*scuffing*”, i.e., soldagem das superfícies em contato seguida de separação. Em contatos lubrificados o coeficiente de tração, que determina a capacidade de transmissão de torque pelo contato, é dado pela dificuldade de cisalhamento do fluido (Moore, 1975). Nesse sentido, a relação entre a rugosidade da superfície e a espessura do filme de óleo lubrificante gera o parâmetro ‘ Λ ’, segundo a Equação 1 (adaptada de Ionnidas & Harris, 1985, e de Harris, 2006b), sendo um parâmetro importante na análise das **CVTs** que funcionam por tração (Raizer, 2008). Considera-se que quando $\Lambda \approx 1,5$ o contato está parcialmente lubrificado (Ionnidas & Harris, 1985), ocorrendo contato direto entre os sólidos. Para valores de $\Lambda > 3$ a deformação da textura superficial pode ser desconsiderada no cálculo das condições de lubrificação (Harris, 2006b). Valores elevados, $\Lambda > 10$, indicam que o contato está plenamente lubrificado, formando um filme contínuo de fluido que separa os sólidos (Ionnidas & Harris, 1985).

$$\Lambda = \frac{\text{Espessura do filme de lubrificante}}{\text{Rugosidade Superficial equivalente}} = \frac{H_{(min)}}{\sqrt{R_{q1}^2 + R_{q2}^2}} \quad (1)$$

Sendo ‘ $H_{(min)}$ ’ a espessura do filme de fluido mínima (μm), ‘ R_{q1} ’ e ‘ R_{q2} ’ as rugosidades das superfícies em contato (μm), medidas segundo o critério RMS.

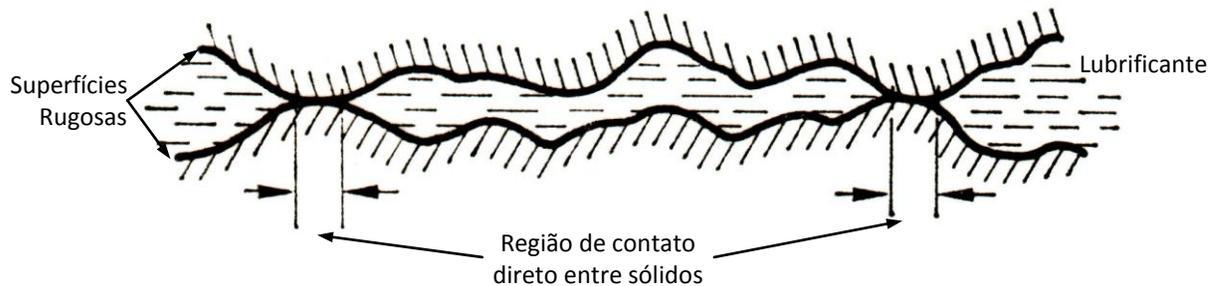


Figura 21: Contato sob condições de lubrificação limite (adaptado de Halling, 1975).

Seguindo a teoria hidrodinâmica clássica e considerando uma distribuição de pressão hertziana, Grubin & Vinogradova (1949) foram os primeiros a combinar parâmetros adimensionais de velocidade, carregamento e material em uma equação para calcular a espessura média do filme de lubrificante (Moore, 1975). Entretanto, a distribuição de pressão proposta por Hertz é válida apenas para contatos secos, e não leva em consideração a variação da distribuição de pressão devido ao escoamento do fluido lubrificante. Na Figura 22 apresenta-se o comportamento da distribuição de pressão para contato seco e contato lubrificado, evidenciando a formação de uma crista de pressão no início do contato que depende diretamente da velocidade de escoamento (Halling, 1975).

Dowson & Higginson (1977) afirmaram que resultados experimentais de contatos altamente carregados, como aqueles que ocorre em engrenagens, em cames e CVTs, apresentavam uma divergência da teoria hidrodinâmica clássica, e depois do surgimento dos conceitos da Teoria Elasto-Hidrodinâmica (*Elasto-Hydrodynamic Theory*, ou **EHD**) o comportamento deste tipo de mecanismo foi revisado.

A teoria **EHD** ou Teoria de Lubrificação Elasto-hidrodinâmica (*Elasto-Hydrodynamic Lubrication*, ou **EHL**), é o estudo de situações onde a deformação elástica dos corpos é significativa para o comportamento da lubrificação hidrodinâmica (Moore, 1975). A resolução de

problemas envolvendo **EHL** é intrinsecamente iterativa (Moore, 1975) necessitando da resolução simultânea das equações de escoamento de Reynolds, das equações de comportamento elástico do material e da equação que relaciona a viscosidade do fluido com a pressão a que este é submetido (Halling, 1975). Casos onde a variação temperatura de trabalho do lubrificante é significativa o efeito da temperatura e da pressão devem ser considerados simultaneamente na função que determina a viscosidade do fluido (Bair & Casalini, 2008).

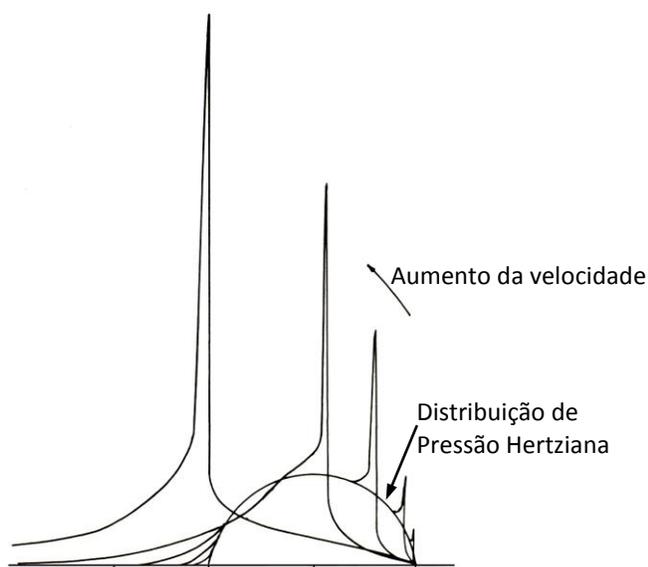


Figura 22: Distribuição de pressão em função do escoamento de fluido no contato (adaptado de Halling, 1975).

Blok (1952), Herrebrugh (1968) e Dowson & Higginson (1961) testaram expressões empíricas para calcular a espessura do filme de lubrificante em um contato **EHD**. Greenwood (1970) comparou os resultados destes modelos com resultados experimentais e Halling (1975) uniu e comparou os três modelos gerando uma expressão genérica.

Após 50 anos de evolução no estudo de **EHL** pode-se recorrer aos modelos empíricos e constantes estipuladas em *handbooks* para prever a espessura de filme com grande precisão e confiabilidade (Lubrecht et.al, 2001), existindo diversos fatores de correção para o cálculo da espessura de filme em condições específicas de lubrificação (Jang & Khonsari, 2008).

As equações de escoamento, elasticidade e viscosidade do fluido sob regime **EHD** podem ser resolvidas de forma numérica. A utilização do método de Multi-níveis pode revelar a distribuição de pressão real no contato, assim como a espessura do filme de óleo na extensão do contato (Nonato, 2009). Um perfil preciso de pressão e de espessura de filme pode ser relevante

no cálculo de capacidade de transmissão de torque (Raizer, 2008) e para alguns modelos de predição de vida em fadiga (Nikas, 2002).

2.2.3 Teoria de Contato

O estudo da teoria de contato começou com a teoria desenvolvida por Hertz em 1896, quando foi proposto que a distribuição de pressão ao longo de um contato seco e sem atrito fosse descrita pelo perfil de um parabolóide elíptico (Hertz, 1896). Desde 1896, muitos pesquisadores se dedicaram ao estudo de contato em corpos elásticos. Lundberg (1939), desenvolveu uma teoria geral para corpos semi-infinitos elásticos. Smith & Liu (1953) incluíram o efeito da aplicação de uma força tangencial à força normal no contato e ampliaram esta teoria generalizando-a para casos diversos. Timoshenko & Goodier (1970) explicou a necessidade de que o tamanho da região de contato seja muito menor do que o raio característico dos corpos e que os materiais envolvidos sejam homogêneos. Quando essa condição é satisfeita a deformação dos corpos é tão pequena que a teoria linear das pequenas deformações produz uma aproximação muito boa (Timoshenko & Goodier, 1970), sendo comum em sistemas como **CVTs** de tração (Forti, 2003). Brewe & Hamrock (1977) apresentaram uma solução numérica simplificada para condições de contato. Kalker (1982) desenvolveu o algoritmo FASTSIM, baseado na Teoria de Hertz. A obra de Harris (2006a) possui uma coletânea dos procedimentos envolvidos na análise de esforços em rolamentos, incluindo equações revisadas para cálculo do contato Hertziano.

Segundo Forti (2003), os problemas de contato podem ser divididos em Problema Normal e Problema Tangencial. Em um problema normal é calculada a distribuição normal de tensão (ou pressão) sobre a superfície de contato quando dois corpos elásticos são prensados. Em um problema tangencial é calculada a força tangencial correspondente em função do escorregamento entre as duas superfícies em contato.

Caso os corpos em contato sejam *quasi-identical*, ou seja, quando ocorre simetria elástica entre os componentes em contato, a tensão tangencial não influencia na distribuição de tensão normal e, desse modo, o problema de contato com esforços normais pode ser resolvido

independentemente do problema de contato com esforços tangenciais, o que facilita muito a sua solução (Forti, 2003).

A Figura 23 mostra a distribuição de tensão no material quando a superfície está sendo solicitada por um contato elíptico. À esquerda, o contato sofre apenas esforço normal, e à direita o contato também está sujeito a esforços tangenciais na ordem de 10% do esforço normal. Observa-se que a diferença entre a distribuição de tensão devido ao esforço normal e a distribuição de tensão devido a combinação de esforços normal e tangencial é inferior a 5% (Lee et al., 2004).

Nesse sentido, em condições de corpos *quasi-identical* e esforço tangencial inferior a 10% do esforço normal, a distribuição de pressão proposta por Hertz pode ser utilizada com boa precisão para o cálculo da tensão crítica para os modelos de predição de vida em fadiga.

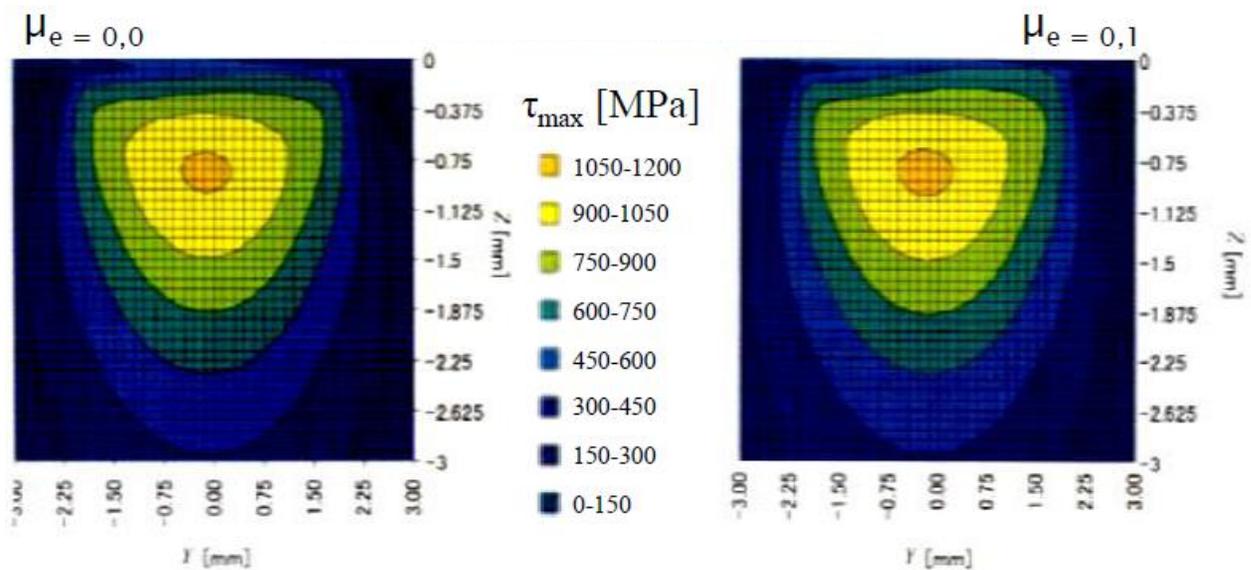


Figura 23: Distribuição de tensão no material base abaixo do contato (adaptado de Lee et al., 2004).

2.3 Modelagem de Vida em Fadiga

A modelagem estatística do tempo até falha de materiais submetidos a esforços mecânicos começou com Weibull em 1939, que explicou a relação entre a chance de sobrevivência do

material e o volume tensionado como consequência da dispersão estatística de resistência do material, como mostra a Equação 2 (Zaretsky et al., 2000).

$$\ln\left(\frac{1}{S}\right) = \iiint_V f_{(X)} dV \quad (2)$$

Sendo ‘S’ a probabilidade de sucesso do material e ‘ $f_{(X)}$ ’ a função que determina a probabilidade de sobrevivência relacionada com a dispersão de resistência de material. Weibull propôs em 1964 que este modelo poderia ser aplicado à vida de elementos em rolamento ao utilizar uma relação proporcional entre ‘ $f_{(X)}$ ’ e uma função potencial, Equação 3, dependente da tensão crítica e do número de ciclos até a falha (Zaretsky et al., 2000).

$$f_{(X)} \propto \tau_0^c L^e \quad (3)$$

Sendo ‘ τ_0 ’ a tensão crítica, ‘e’ o expoente de Weibull, ‘c’ o expoente da tensão crítica e ‘L’ o número de ciclos até falha na tensão crítica avaliada. Lundberg & Palmgren (1947) desenvolveram, a partir dos conceitos estabelecidos por Weibull (1939), uma teoria de fadiga aplicada à rolamentos e elementos rolantes. A teoria estabelecia por Weibull em 1939 supõe que a primeira trinca que surge no material leva à falha do sistema. No entanto, existe a evidência de que nem sempre as trincas do material atingem a superfície, e por isso deve-se incorporar no modelo de predição de vida o efeito da profundidade em que a tensão crítica ocorre (Lundberg & Palmgren, 1947). Lundberg & Palmgren, (1947) propuseram por fim a relação apresentada na Equação 4 para introduzir o efeito da profundidade da tensão crítica na função que determina a probabilidade de sobrevivência.

$$f_{(X)} \propto \frac{\tau_0^c L^e}{z_0^{h_z}} \quad (4)$$

Sendo ‘ τ_0 ’ a tensão crítica, ‘L’ o número de ciclos até falha, ‘e’ o expoente de Weibull, ‘c’ o expoente da tensão crítica, ‘ h_z ’ o expoente da profundidade da tensão e ‘ z_0 ’ a distância entre o ponto onde a tensão crítica ocorre até a superfície do material, ou profundidade de tensão crítica.

Mesmo com este avanço, a teoria de Lundberg & Palmgren (1947) desconsidera: i) a diferença entre a distribuição de pressão proposta por Hertz (1896) e a distribuição de pressão em um contato em regime de **EHL**; ii) alterações micro-estruturais decorrentes tensões residuais desenvolvidas durante os ciclos de operação; iii) efeito da temperatura de trabalho no material e nas propriedades de lubrificação; iv) a acomodação da tensão de cisalhamento da superfície; v) a existência do Limite de Resistência à Fadiga (Lee et al., 2004).

Talian (1976) considerou a possibilidade de variação na população de defeitos no volume tensionado durante o carregamento cíclico, e aplicou esta formulação para estudo da vida de contatos sob efeito de lubrificantes contaminados. Mas com esta suposição, não existe garantia que a distribuição da probabilidade de falha continue respeitando a distribuição estatística proposta por Weibull (Talian, 1976). Ioannides & Harris (1985) incorporaram o Limite de Resistência à Fadiga do material (tensão abaixo da qual o material teria uma vida em fadiga infinita) na teoria proposta por Lundberg & Palmgren (1947), relacionando-o com a tensão crítica a qual o material está sendo submetido (Equação 5). Ioannides & Harris (1985) demonstraram que este modelo pode ser adaptado e aplicado para rolamentos e outros tipos de sistemas mecânicos sujeitos à fadiga.

$$f(x) \propto \frac{(\tau_0 - \tau_u)^c L^e}{z_0^{h_z}} \quad , \text{ para } \tau_0 > \tau_u$$

$$f(x) = 0 \quad , \text{ para } \tau_0 \leq \tau_u$$
(5)

Sendo ‘ τ_0 ’ a tensão crítica, ‘ L ’ o número de ciclos até falha, ‘ z_0 ’ a profundidade de tensão crítica, ‘ e ’ o expoente de Weibull, ‘ c ’ o expoente da tensão crítica e ‘ τ_u ’ o Limite de Resistência à Fadiga. Esta relação assume que nenhuma falha pode ocorrer no material caso $\tau_0 \leq \tau_u$ (Ioannides & Harris, 1985).

As hipóteses iniciais adotadas nos modelos de Weibull (1939), de Lundberg & Palmgren (1947) e de Ioannides & Harris (1985) implicam que, matematicamente, o expoente efetivo para a tensão crítica em sua relação com a vida do sistema depende da dispersão dos resultados estatísticos. Contudo, Zaretsky (1994) verificou que o expoente efetivo para elementos mecânicos diversos varia entre 6 e 12 e é independente da dispersão estatística nos dados coletados de testes. Com esta justificativa, ele fez uma adaptação da teoria de Weibull (1939), alterando o expoente

da tensão na fórmula e assim tornando a relação entre a tensão e a vida independente do expoente de Weibull. Esta alteração no expoente da tensão foi analisada juntamente com resultados experimentais realizados em uma **FT-CVT**, mostrando uma boa convergência entre a vida teórica e real do material nas condições testadas (Lee et al., 2004). O modelo final proposto por Zaretsky (1994), Equação 6, não inclui o efeito da profundidade da máxima tensão de cisalhamento na vida final do sistema, sob a justificativa de desconsiderar o efeito da propagação da trinca até a superfície, uma vez que o estágio de propagação da trinca é muito mais rápido do que o estágio de nucleação em fadiga de alto-ciclo (Zaretsky et al., 2000).

$$f_{(X)} \propto \tau_0^{c.e} L^e \quad (6)$$

A similaridade dos mecanismos de fadiga presente em transmissões por tração com os observados em elementos rolantes de rolamentos permite adaptar a teoria de vida em fadiga de rolamentos desenvolvida por Lundberg & Palmgren (1947) para prever a vida dos componentes de transmissões por tração (Coy et al., 1976a; Forti, 1997; Forti, 2003; Attia, 2005) ou para outros elementos em condições semelhantes (Coy et al., 1976b).

Coy (1976a) adaptou o modelo de Lundberg & Palmgren (1947) para transmissões por tração e aplicou na predição de vida de uma transmissão toroidal. A vida da transmissão foi calculada assumindo regime permanente num ciclo de trabalho representativo, onde o motor entrega 29HP à 2000rpm com o veículo se movendo a 48,3km/h. Attia (2005) aplicou o mesmo modelo para analisar os efeitos do tamanho do rolo (dado pelo "*half-cone angle*"), do número de rolos, da combinação de materiais utilizados e de máximo coeficiente de tração na vida do sistema.

Nikas (2002) aplicou uma modificação do modelo teórico de Ioannides & Harris (1985) em transmissões por tração. Neste modelo de vida, supõe-se uma distribuição de tensão genérica dentro do sólido (não necessariamente Hertziana). Cada volume infinitesimal dentro do volume tensionado tem seu Limite de Resistência à Fadiga comparada com a tensão a qual é submetido e esta diferença contabilizada como dano ao componente (Nikas, 2002). Este trabalho inclui uma análise de dispersão probabilística do Limite de Resistência à Fadiga, considerando que este valor pode variar dentro de um intervalo para cada ponto da estrutura do material (Nikas, 2002).

Sabendo que uma das características mais importantes para uma transmissão automotiva é sua durabilidade, a predição do tempo de vida útil dos componentes é um fator que deve ser considerado. Nesse sentido, diferentes modelos de predição de vida em fadiga foram utilizados para avaliar a sensibilidade da vida estimada em relação aos parâmetros geométricos.

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 Cálculo do Tempo de Vida

O cálculo da durabilidade dos sistemas de transmissão é fundamental para a concepção do projeto, a fim de dimensionar o sistema de forma eficiente, segura e barata, viabilizando a otimização do sistema para sua aplicação. Sob esse objetivo, foram utilizados os modelos de vida de Weibull, Lundberg & Palmgren, Ioannides & Harris e de Zaretsky para predição do tempo de vida, permitindo uma análise comparativa entre os resultados apresentados em cada modelo.

Os modelos finais utilizados, dispostos nas Equações 7, 8, 9 e 10 contidos na Tabela 8, são obtidos através da combinação da Equação 2 com as Equações 3, 4, 5 e 6, respectivamente, apresentadas no Item 2.3, tomando como hipótese que o material é homogêneo e a função de probabilidade de sobrevivência ' $f(x)$ ' é constante para qualquer ponto do material.

Tabela 8: Modelos de Predição de Vida (Zaretsky et al., 2000).

Modelo	Equação	Nº
Weibull	$L = A \left(\frac{1}{\tau_0} \right)^{\frac{c}{e}} \left(\frac{1}{V} \right)^{\frac{1}{e}}$	(7)
Lundberg & Palmgren	$L = A \left(\frac{1}{\tau_0} \right)^{\frac{c}{e}} \left(\frac{1}{V} \right)^{\frac{1}{e}} (z_0)^{\frac{h_z}{e}}$	(8)
Ioannides & Harris	$L = A \left(\frac{1}{\tau_0 - \tau_u} \right)^{\frac{c}{e}} \left(\frac{1}{V} \right)^{\frac{1}{e}} (z_0)^{\frac{h_z}{e}}$	(9)
Zaretsky	$L = A \left(\frac{1}{\tau_0} \right)^c \left(\frac{1}{V} \right)^{\frac{1}{e}}$	(10)

Sendo ' L ' o tempo de vida em ciclos, ' A ' uma constante de proporcionalidade que depende do material utilizado (*material life factor*), ' τ_0 ' a tensão crítica a qual o material está sendo submetido (N/m²), ' τ_u ' o Limite de Resistência à Fadiga do material (N/m²), ' V ' o volume de

material tensionado (m^3), ' z_0 ' a profundidade onde a tensão crítica ocorre (m), ' h_z ' o expoente da profundidade da tensão crítica, ' e ' o expoente de Weibull e ' c ' o expoente da tensão crítica.

A tensão crítica do material e o volume tensionado dependem da geometria, das propriedades elásticas dos componentes e dos esforços a quais estão submetidos. Esta relação é fornecida pela teoria de contato utilizada.

3.1.1 Volume Tensionado

O volume tensionado é calculado utilizando a Equação 11, em função das dimensões do contato, profundidade da tensão crítica e o comprimento da pista de rolagem (Coy et al., 1976a):

$$V = w \cdot z_0 \cdot l \quad (11)$$

Onde ' V ' é o volume de material tensionado (m^3), ' z_0 ' é a profundidade onde a tensão crítica ocorre (m), ' l ' é o comprimento da pista de rolagem (m) e ' w ' é a semi-largura da pista de rolagem (m). Para um contato Hertziano, pode-se assumir que $w = b$, onde ' b ' é a largura (perpendicular ao sentido de rolamento) do semi-eixo da elipse que define a área de contato.

3.1.2 Regra do Dano Linear

Quando o componente cuja vida em fadiga está sendo avaliada está sujeito a diferentes carregamentos cíclicos, utiliza-se o que é chamado de Regra de Dano Linear, ou também conhecida como Regra de Miner (Coy et al., 1976) ou Regra de Palmgren-Miner (Zaretsky, 1997).

Segundo a hipótese proposta por Palmgren, um rolamento perde uma porção N/L de sua durabilidade se sujeito a N ciclos de uma condição de carga e rotação constante para a qual apresenta uma vida estimada de L ciclos (Zaretsky, 1997). Desse modo, um sistema em

rolamento pode realizar j vezes um ciclo variável, composto por n carregamentos, até ter sua vida completamente consumida, como mostra a Equação 12 (adaptada de Miner, 1945).

$$j \cdot \sum_{i=0}^n \frac{N_i}{L_i} = 1 \quad (12)$$

Esta relação pode ser reescrita para obter-se uma vida em fadiga equivalente do sistema, como mostra a Equação 13 (Zaretsky, 1997).

$$\frac{1}{L_{eq}} = \sum_{i=0}^n \frac{fcv_i}{L_i} \quad (13)$$

Onde ' L_{eq} ' é a vida em fadiga equivalente do sistema em número de ciclos, e ' fcv_i ' é a fração do ciclo variável na qual o componente permanece na condição ' i ', como mostra a Equação 14.

$$fcv_i = \frac{N_i}{\sum_{k=0}^n N_k} \quad (14)$$

3.1.3 Predição de vida de um sistema multi-contatos

Dedini (1985) mostrou em seu trabalho uma estimativa da vida de um sistema onde ocorrem diversos contatos sujeitos à fadiga de rolamento, a partir da vida estimada de cada contato, como mostrado a Equação 15.

$$\sum_j \left(\frac{L_S}{L_j} \right)^{e_j} = 1 \quad (15)$$

Onde ‘ L_S ’ é a vida estimada do sistema, ‘ L_j ’ é a vida estimada do contato ‘ j ’, e ‘ e_j ’ é o Expoente de Weibull para o contato ‘ j ’, sendo $e = 10/9$ para contatos elípticos e $e = 3/2$ para contatos lineares (Coy et al., 1976a; Dedini, 1985; Forti, 2003). Como **T-CVT**’s possuem apenas contatos do tipo elíptico, a Equação 15 pode ser reescrita na forma da Equação 16.

$$L_S = [N_c \cdot (L_{DE}^{-e} + L_{DS}^{-e} + N_{rc} \cdot L_R^{-e})]^{-1/e} \quad (16)$$

Onde ‘ L_S ’ é a vida da **T-CVT**, ‘ N_c ’ é o número de cavidades na transmissão, ‘ L_{DE} ’ é a vida estimada para o disco de entrada, ‘ L_{DS} ’ é a vida estimada para o disco de saída, ‘ N_{rc} ’ é o número de rolos por cavidade da transmissão, ‘ L_R ’ é a vida estimada do rolo de potência e ‘ e ’ é o Expoente de Weibull.

3.2 Teoria de Contato e Distribuição de Pressão

Considerando uma situação de corpos *quasi-identical*, é possível calcular os esforços normais independentemente dos esforços tangenciais (Forti, 2003). A distribuição de pressão normal ao longo do contato pode ser encontrada aplicando, por exemplo, a teoria hertziana clássica detalhada abaixo. Hertz (1896) propôs que a distribuição de pressão ao longo do contato (seco e sem atrito) seja descrita por um parabolóide elíptico, como apresentado na Figura 24 e descrito pela Equação 17.

$$\sigma = \frac{3Q}{2\pi ab} \left[1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2 \right]^{1/2} \quad (17)$$

Onde ‘ Q ’ é a resultante normal da força atuando na superfície, ‘ a ’ e ‘ b ’ são semi-eixos da área de contato elíptica e ‘ σ ’ é a tensão atuando no ponto de coordenadas ‘ x ’ e ‘ y ’, escritas em um sistema de referencial cartesiano posicionado no centro geométrico do contato.

Assim, considerando Hertz e o comportamento de curvatura quadrático nas proximidades de contato, pode-se representar a geometria das superfícies pelas suas curvaturas principais projetadas em dois planos mutuamente perpendiculares, x e y (Harris, 2006a).

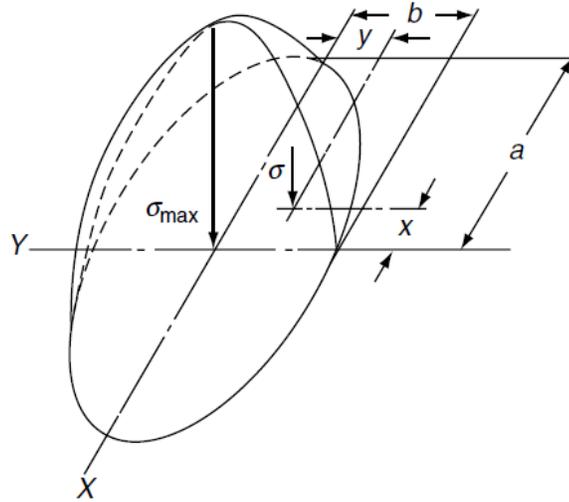


Figura 24: Distribuição de tensão hertziana (Harris, 2006).

Para descrever o contato entre superfícies de revolução é necessário calcular a soma e a diferença das curvaturas, sintetizando as propriedades geométricas dos corpos em contato. A soma e a diferença das curvaturas estão apresentadas nas Equações 18 e 19, respectivamente (Harris, 2006).

$$\rho_{cur} = \frac{1}{R_{Ax}} + \frac{1}{R_{Bx}} + \frac{1}{R_{Ay}} + \frac{1}{R_{By}} \quad (18)$$

$$\mathbf{F} = \frac{\left(\frac{1}{R_{Ax}} + \frac{1}{R_{Bx}}\right) - \left(\frac{1}{R_{Ay}} + \frac{1}{R_{By}}\right)}{\rho_{cur}} \quad (19)$$

Onde ' ρ_{cur} ' é soma das curvaturas, ' \mathbf{F} ' é a diferença das curvaturas, ' R_{Ax} ' e ' R_{Ay} ' são os raios principais de curvatura para o corpo **A** e ' R_{Bx} ' e ' R_{By} ' são os raios principais de curvatura para o corpo **B**. A diferença de curvatura está relacionada com a elipsidade ' k ', conforme apresentado na Equação 20. A disposição dos planos de projeção dos raios deve ser escolhida de tal forma que a elipsidade esteja contida no intervalo $1 \leq k < \infty$ (Harris, 2006a).

$$\mathbf{F} = \frac{(k^2 + 1)\mathbf{E}^* - 2\mathbf{F}^*}{(k^2 - 1)\mathbf{E}^*} \quad (20)$$

Onde ‘ F^* ’ e ‘ E^* ’ são as integrais elípticas de 1º e 2º tipo, respectivamente, dadas pelas Equações 21 e 22. Os valores adimensionais dos semi-eixos podem ser calculados em função da elipsidade, segundo as Equações 23 e 24. Os valores nominais dos semi-eixos são obtidos das Equações 25 e 26 (Harris, 2006a).

$$\mathbf{F}^* = \int_0^{\pi/2} \left[1 - \left(1 - \frac{1}{k^2} \right) \sin^2 \varphi \right]^{-0,5} d\varphi \quad (21)$$

$$\mathbf{E}^* = \int_0^{\pi/2} \left[1 - \left(1 - \frac{1}{k^2} \right) \sin^2 \varphi \right]^{0,5} d\varphi \quad (22)$$

$$a^* = \left(\frac{2k^2\mathbf{E}^*}{\pi} \right)^{1/3} \quad (23)$$

$$b^* = \left(\frac{2\mathbf{E}^*}{\pi k} \right)^{1/3} \quad (24)$$

$$a = a^* \tilde{g} \quad (25)$$

$$b = b^* \tilde{g} \quad (26)$$

O valor ‘ \tilde{g} ’ é um parâmetro de adimensionalização das dimensões do contato, encontrado através da Equação 27.

$$\tilde{g} = \left(\frac{3Q}{2\rho_{cur}} \left(\frac{(1 - \vartheta_A^2)}{E_A} + \frac{(1 - \vartheta_B^2)}{E_B} \right) \right)^{1/3} \quad (27)$$

Na qual: ‘ Q ’ é a resultante normal da força atuando na superfície; ‘ ρ_{cur} ’ é soma das curvaturas; ‘ E_A ’ e ‘ E_B ’ são os módulos de elasticidade para o material dos corpos **A** e **B**; ‘ ϑ_A ’ e ‘ ϑ_B ’ são as constantes de Poisson para o material dos corpos **A** e **B**.

A tensão máxima de cisalhamento, considerada a tensão crítica para materiais metálicos dúcteis, e a profundidade onde esta ocorre são encontradas através das Equações 28 e 29:

$$\tau_0 = \frac{(2t - 1)^{-1/2}}{2t(t - 1)} \sigma_{max} \quad (28)$$

$$z_0 = \frac{b}{(t + 1)(2t - 1)^{1/2}} \quad (29)$$

Sende ‘ t ’ um parâmetro auxiliar calculado em função da elipsidade ‘ k ’ pela Equação 30 e ‘ σ_{max} ’ a pressão máxima descrita pela distribuição de pressão proposta por Hertz, calculada pela Equação 31 (Harris, 2006a):

$$k = ((t^2 - 1)(2t - 1))^{-1/2} \quad (30)$$

$$\sigma_{max} = \frac{3Q}{2\pi ab} \quad (31)$$

3.2.1 Força Normal e Pressurização

Tradicionalmente são utilizados dois tipos de mecanismos para pressurização de contato em transmissões por tração, sendo eles Sistemas Hidráulicos e Sistemas Mecânico-geométricos (came de pressurização ou “*Loading Cam*”). Muitos trabalhos referenciam a escolha de mecanismos de came para esta função (Machida & Murakami, 2000; Zhang et al., 2000; Imanishi & Machida, 2001; Mori et al., 2001; Yamamoto, 2002; Attia, 2005; etc) por razões de custo, simplicidade e volume ocupado pelo sistema. O princípio de funcionamento deste tipo de mecanismo pode ser observado na Figura 25.

O came relaciona a força de pressurização axial ‘ F_a ’ com o torque aplicado no sistema (equilibrado pela força tangencial ‘ F_{tan} ’). Um único sistema de pressurização pode ser instalado na entrada do sistema para pressurizar simultaneamente os contatos de entrada e saída do sistema (Zhang et al., 2000). O projeto do sistema de pressurização está relacionado com o coeficiente de tração desejado no sistema, que por sua vez está relacionado com a eficiência de transmissão de torque (Carbone et al., 2004) e escorregamento no contato (Attia, 2005).

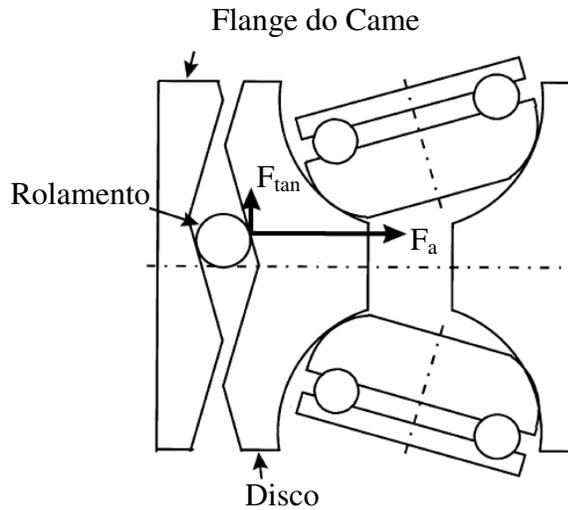


Figura 25: Princípio de funcionamento de um Came de Pressurização (adapt. de Yamamoto et al., 2002) .

A Figura 26 mostra a distribuição dos esforços no came, relacionando o torque aplicado com a força axial gerada. Estas relações estão resumidas na Equação 32 (Zhang et al., 2000; Attia, 2005; Yamamoto et al., 2002).

$$F_a = \frac{2\pi T(\cos \lambda - \mu_c \sin \lambda) \tan \lambda}{L_c(\sin \lambda + \mu_c \cos \lambda)} \quad (32)$$

Onde ' F_a ' é a força axial total gerada pelo mecanismo (N), ' T ' é o torque aplicado no eixo (N.m), ' L_c ' é a Elevação do Came ("Cam Lead") (m), ' λ ' é o ângulo de elevação do came, ' μ_c ' é o coeficiente de atrito entre o came e o rolete. Em regime permanente, normalmente despreza-se o atrito simplificando o equacionamento (Zhang et al., 2000; Attia, 2005), como pode ser observado na Equação 33. Quando o sistema possui transientes muito fortes, com mudanças bruscas de torque e força, esta simplificação provoca perda de precisão, pois a histerese da aplicação da força axial em função do torque aplicado não é mais desprezível (Yamamoto et al., 2002).

$$F_a = \frac{2\pi T}{L_c} \quad (33)$$

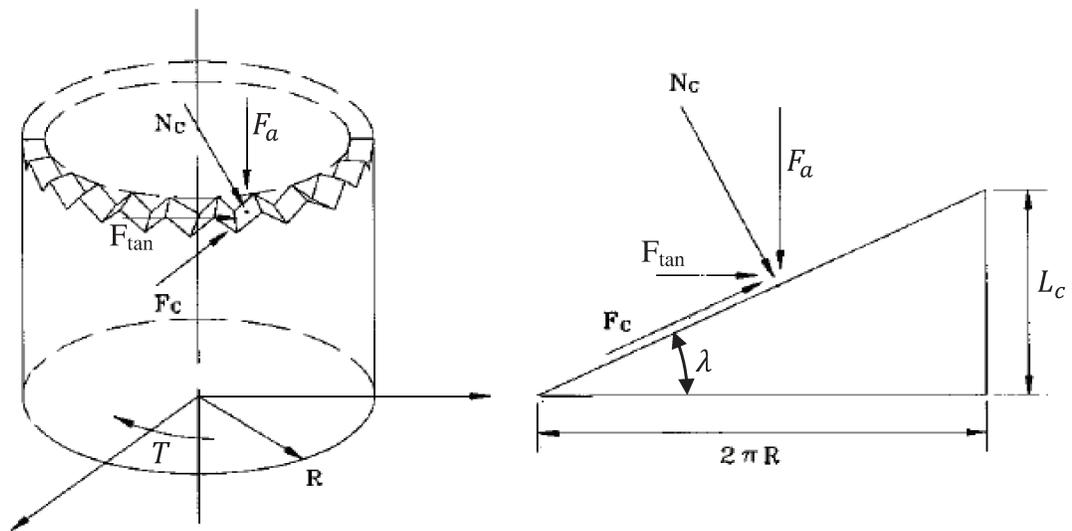


Figura 26: Modelagem de mecanismo de pressurização usando came (adaptado de Zhang et al., 2000).

Sendo ' F_a ' a força axial total gerada pelo mecanismo (N), ' T ' o torque aplicado no eixo (N.m) e ' L_c ' a Elevação do Came ("Cam Lead") (m). A força axial total aplicada no sistema passa através dos discos e é distribuída igualmente pelo arranjo de rolos na cavidade do sistema (Zhang et al., 2000; Yamamoto et al., 2002). A força que resiste à força axial é a força normal do contato entre o rolo e o disco. A Equação 34 é obtida com o equilíbrio de forças na direção do eixo dos discos (adaptada de Zhang et al., 2000) como mostra a Figura 27.

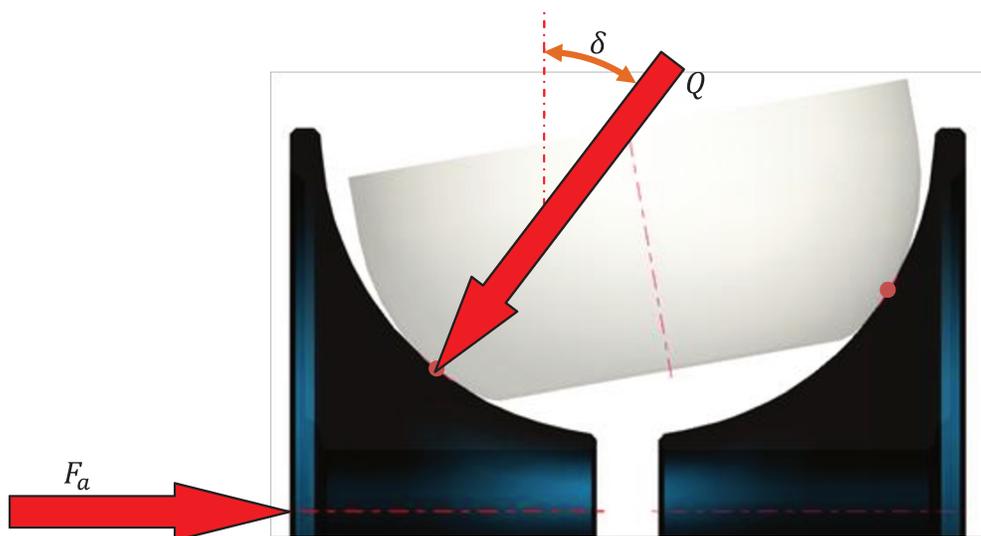


Figura 27: Equilíbrio de forças na direção do eixo do disco para cálculo da força normal ao contato Q .

$$Q = \frac{F_a}{N_{rc} \sin \delta} = \frac{2\pi T}{L_c N_{rc} \sin \delta} \quad (34)$$

Onde: ‘ Q ’ é a força normal transmitida pelo contato (N); ‘ F_a ’ é a força axial total gerada pelo mecanismo (N); ‘ T ’ é o torque aplicado no eixo (N.m); ‘ L_c ’ é a Elevação do Came (“*Cam Lead*”) (m); ‘ δ ’ é o ângulo entre o vetor normal ao contato disco-rola analisado, com a direção vertical (perpendicular ao eixo dos discos); ‘ N_{rc} ’ é o número de rolos por cavidade no sistema de transmissão.

O coeficiente de tração efetivo é a razão entre a força tangencial no contato ‘ F_t ’, que equilibra o torque de entrada no sistema, e a força normal aplicada no contato no mesmo instante ‘ Q ’ (Equação 35, Yamamoto et al.,2002). Para garantir uma eficiência razoável de contato, este valor tem que ser inferior a 0,07 (para evitar escorregamento excessivo) e superior a 0,03 (Carbone et al.,2004). Essa faixa depende fortemente das condições de lubrificação e do lubrificante utilizado (Carbone et al.,2004), mas são valores razoáveis se comparados com os apresentados em outras publicações na área (Machida & Murakami, 2000; Imanishi & Machida, 2001; Tenberge & Möckel, 2002; Newall et al., 2004;Greenwood, 2006; etc). Normalmente esta equação aparece de forma simplificada, analisando somente o contato na entrada do sistema ($T_a = T_c = T_E$), mostrado na Equação 36, e para o coeficiente de tração máximo ‘ μ_{emax} ’ ($\delta = \arccos^R/Y_0$), mostrado na Equação 37 (adaptado de Attia, 2005).

$$\mu_e = \frac{F_t}{Q} = \frac{L_c N_{rc} \sin \delta}{2\pi T_c} \cdot \frac{T_a}{N_{rc} N_c Y_a} = \frac{L_c \sin \delta}{2\pi N_c (Y_0 - R \cos \delta)} \cdot \frac{T_a}{T_c} \quad (35)$$

$$\mu_e = \frac{F_{tE}}{Q_E} = \frac{L_c \sin \delta_E}{2\pi N_c (Y_0 - R \cos \delta_E)} \quad (36)$$

$$\mu_{emax} = \frac{L_c}{2\pi N_c \sqrt{Y_0^2 - R^2}} \quad (37)$$

Onde: ‘ Q ’ é a força normal transmitida pelo contato (N); ‘ F_a ’ é a força axial total gerada pelo mecanismo (N); ‘ T_c ’ é o torque aplicado no eixo onde o came que pressuriza o contato analisado está instalado (N.m); ‘ T_a ’ é o torque aplicado no eixo do contato a ser analisado (N.m); ‘ L_c ’ é a Elevação do Came (“*Cam Lead*”) (m); ‘ δ ’ é o ângulo entre o vetor normal ao contato

disco-rolô analisado, com a direção vertical (perpendicular ao eixo dos discos); ‘ Y_a ’ é a altura do contato analisado até o eixo do disco ‘ N_{rc} ’ é o número de rolos por cavidade no sistema de transmissão, ‘ N_c ’ é o número de cavidades no sistema de transmissão, ‘ R ’ é o raio da cavidade (m), ‘ Y_0 ’ é o raio do toróide (m). O índice ‘ E ’ indica que as variáveis estão relacionadas à condição de entrada.

3.2.2 Forças tangenciais e Momento de Spin

Em contatos lubrificados o coeficiente de tração, que determina a capacidade de transmissão de torque pelo contato, é dado pela dificuldade de cisalhamento do fluido (Moore, 1975). Para calcular a força e o momento transferidos pelo filme de lubrificante integra-se a tensão de cisalhamento do filme na área de contato entre os corpos (Carbone et al., 2004), em evidência na Figura 28. As Equações 38 e 39 (adaptadas de Carbone et al., 2004) relacionam as tensões de cisalhamento no filme de óleo com a força gerada pelo escorregamento (“*Slip*”) e o momento de “*Spin*”.

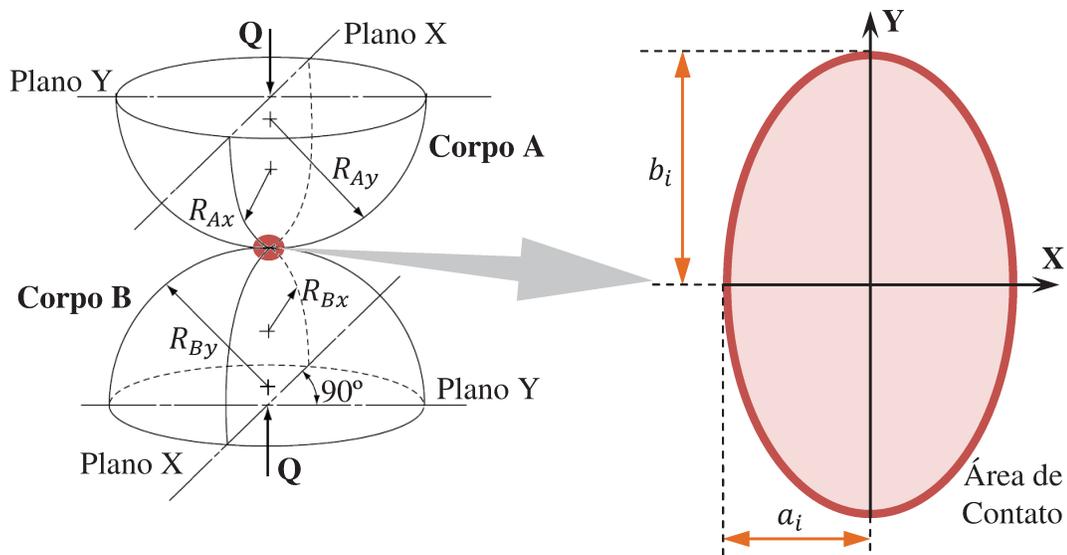


Figura 28: Área de contato e eixos de referência (adaptado de Harris, 2006).

$$F_{t_i} = \iint_A (\tau_x)_i dA \quad (38)$$

$$M_{S_i} = \iint_A (x\tau_y - y\tau_x)_i dA \quad (39)$$

Onde o índice ‘ i ’ pode variar entre ‘ E ’ e ‘ S ’ representando o equacionamento para a entrada e para a saída do sistema, respectivamente. ‘ τ_x ’ é a tensão de cisalhamento equivalente do filme de óleo no sentido da rolagem e ‘ τ_y ’ é a tensão de cisalhamento equivalente do filme de óleo no sentido perpendicular à rolagem. ‘ F_t ’ é a força tangencial transmitida no sentido da rolagem e ‘ M_S ’ é o momento (torque) gerado pelo movimento de *Spin*. Estas equações podem ser reescritas de forma conveniente utilizando as adimensionalizações propostas nas Equações 40 e 41, bem como a mudança para coordenadas polares, descrita na Equação 42 (Carbone et al., 2004), gerando assim as Equações 43 e 44 (adaptadas de Carbone et al., 2004).

$$x = a_i \tilde{x} \quad (40)$$

$$y = b_i \tilde{y} \quad (41)$$

$$\begin{cases} \tilde{x} = r \cos \psi \\ \tilde{y} = r \sin \psi \end{cases}, \text{ com } 0 \leq r \leq 1 \text{ e } 0 \leq \psi \leq 2\pi \quad (42)$$

$$F_{t_i} = a_i b_i \int_0^1 \left(\int_0^{2\pi} (\tau_x)_i d\psi \right) r dr \quad (43)$$

$$M_{S_i} = a_i b_i \int_0^1 \left(\int_0^{2\pi} (a_i \tau_{y_i} \cos \psi - b_i \tau_{x_i} \sin \psi)_i d\psi \right) r^2 dr \quad (44)$$

Onde ‘ a_i ’ e ‘ b_i ’ são as larguras do semi-eixos da elipse que define a área do contato ‘ i ’. ‘ τ_x ’ é a tensão de cisalhamento equivalente do filme de óleo no sentido da rolagem e ‘ τ_y ’ é a tensão de cisalhamento equivalente do filme de óleo no sentido perpendicular à rolagem. ‘ F_t ’ é a força tangencial transmitida no sentido da rolagem e ‘ M_S ’ é o momento (torque) gerado pelo movimento de *Spin*.

Carbone utilizou o modelo de **EHL** de Bair & Winer para descrever que as tensões de cisalhamento do fluido podem ser escritas como função das propriedades do fluido, condições de

pressão e velocidade relativa entre as superfícies, como mostra as Equações 45 e 46 (adaptadas de Carbone et al., 2004).

$$(\tau_x)_i = \frac{(V_{RelX})_i}{|\overrightarrow{V_{Rel}}|_i} \tau_L \left(1 - e^{-\frac{\eta |\overrightarrow{V_{Rel}}|_i}{H_i \tau_L}} \right) \quad (45)$$

$$(\tau_y)_i = \frac{(V_{RelY})_i}{|\overrightarrow{V_{Rel}}|_i} \tau_L \left(1 - e^{-\frac{\eta |\overrightarrow{V_{Rel}}|_i}{H_i \tau_L}} \right) \quad (46)$$

$$|\overrightarrow{V_{Rel}}|_i = \sqrt{(V_{RelX})_i^2 + (V_{RelY})_i^2} \quad (47)$$

Onde: ' V_{Rel} ' é a velocidade relativa entre as duas superfícies; ' V_{RelX} ' e ' V_{RelY} ' são projeções da mesma no sentido de rolamento das superfícies e no sentido perpendicular ao rolamento, respectivamente; ' τ_L ' é a tensão de cisalhamento limite do lubrificante, calculado através da Equação 48 (Carbone et al., 2004; Hamrock et al., 2004); ' η ' é a viscosidade do fluido e ' H_i ' é a espessura do filme de óleo.

$$\tau_L = \tau_{L0} + \frac{\partial \tau_L}{\partial p} p = \tau_{L0} + \zeta p \quad (48)$$

Sendo ' τ_L ' a tensão de cisalhamento limite do lubrificante, ' τ_{L0} ' a tensão de cisalhamento limite do lubrificante sujeito à pressão atmosférica, ' p ' a pressão a qual o fluido está sendo submetido e ' ζ ' a constante linear que determina a taxa de variação da tensão de cisalhamento limite em relação à pressão. Seguindo o modelo isotérmico de viscosidade proposto por Roelands em 1966, Carbone utiliza a Equação 49 (Hamrock et al., 2004) para relacionar a viscosidade do fluido com a pressão a qual ele é submetido (Carbone et al., 2004).

$$\eta = \eta_0 \left(\frac{\eta_\infty}{\eta_0} \right)^{1 - \left(1 + \frac{p}{cp}\right)^{z1}} = \eta_\infty \left(\frac{\eta_0}{\eta_\infty} \right)^{\left(1 + \frac{p}{cp}\right)^{z1}} \quad (49)$$

Na qual: ' η ' é a viscosidade do fluido; ' $z1$ ' é o índice de pressão-viscosidade; ' cp ' é o pólo de pressão do modelo de viscosidade de Roelands; ' η_0 ' é a viscosidade absoluta do fluido na

pressão atmosférica; ‘ η_∞ ’ é o pólo de viscosidade do modelo de Roelands; ‘ p ’ é a pressão a qual o fluido está sendo submetido. Para o cálculo da espessura de filme de lubrificante, Carbone utilizou uma forma adimensional do modelo de Hamrock & Dowson, Equação 50 (Hamrock et al., 2004), considerando que a espessura de filme é constante e igual a espessura encontrada no centro do contato (Carbone et al., 2004).

$$[H_c]_i = [2,69 \cdot Rx \cdot U^{0,67} \cdot G_m^{0,53} \cdot W^{-0,067} \cdot (1 - 0,61e^{-0,73k})]_i \quad (50)$$

Sendo: ‘ H_c ’ é a espessura do filme de lubrificante no centro do contato; ‘ Rx ’ o raio de curvatura equivalente das superfícies em contato no sentido do rolamento; ‘ k ’ a elipsidade do contato; ‘ U ’ o grupo adimensional de velocidade (Equação 51); ‘ W ’ o grupo adimensional de carregamento (Equação 52); ‘ G_m ’ o grupo adimensional de propriedades de material (Equação 53). A Equação 54, defini o módulo de elasticidade equivalente para as superfícies em contato.

$$U = \frac{V_f \eta_0}{E_{eq} Rx} \quad (51)$$

$$W = \frac{Q}{E_{eq} Rx^2} \quad (52)$$

$$G_m = E_{eq} \xi = E_{eq} \frac{z1}{cp} \ln \left(\frac{\eta_0}{\eta_\infty} \right) \quad (53)$$

$$E_{eq} = 2 \left(\frac{(1 - \vartheta_A^2)}{E_A} + \frac{(1 - \vartheta_B^2)}{E_B} \right)^{-1} \quad (54)$$

Nas quais: ‘ Q ’ é a resultante normal da força atuando na superfície; ‘ V_f ’ é o módulo da velocidade média das superfícies; ‘ E_A ’ e ‘ E_B ’ são os módulos de elasticidade para o material dos corpos **A** e **B**; ‘ ϑ_A ’ e ‘ ϑ_B ’ são as constantes de Poisson para o material dos corpos **A** e **B**; ‘ $z1$ ’ é o índice de pressão-viscosidade; ‘ cp ’ é o pólo de pressão do modelo de viscosidade de Roelands; ‘ η_0 ’ é a viscosidade absoluta do fluido na pressão atmosférica; ‘ η_∞ ’ é o pólo de viscosidade do modelo de Roelands.

3.3 Transmissões Toroidais e sua Geometria

A variação da **RT** em uma **T-CVT** ocorre na cavidade toroidal. Esta cavidade é o espaço delimitado pelos discos de entrada ('E') e saída ('S') da Transmissão. A energia mecânica é transmitida do disco de entrada para o disco de saída através do rolo de potência ("*Power roller*", ou 'Rolo'). Normalmente cria-se uma distribuição igualmente espaçada de rolos ao redor do eixo principal do sistema, com o objetivo de equilibrar s esforços internos ao sistema e poupar os mancais de sustentação.

Os modelos geométricos normalmente definem a geometria com o raio da cavidade ' R ', raio do toróide ' Y_0 ', ângulo de semi-cone ' γ ' ("*Half-cone angle*", metade do ângulo formado entre os pontos de contato tendo o vértice no centro da cavidade) e o raio do perfil do rolo ' r_a '. Estes parâmetros podem ser vistos na Figura 29.

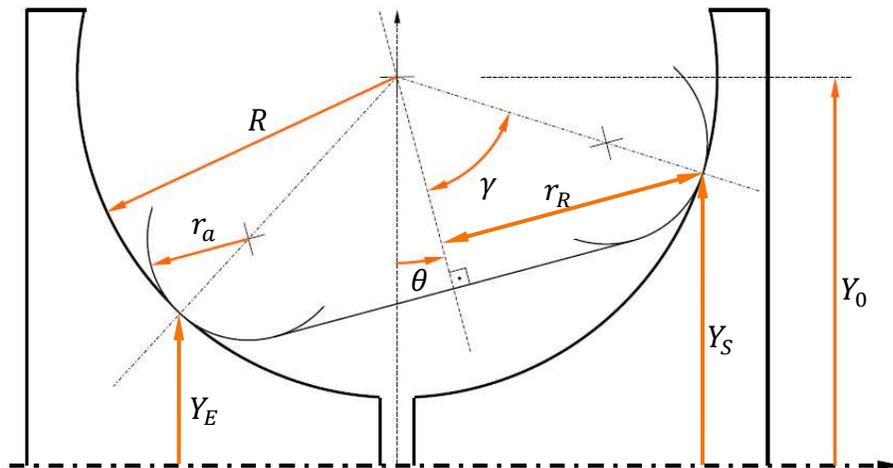


Figura 29: Modelo geométrico padrão de T-CVTs (adaptado de Zhang et al., 2000).

3.3.1 Cálculo da RT do Toróide

A Relação de Transmissão pode ser definida como a razão entre a velocidade angular na saída do sistema ' ω_S ' e a velocidade angular na entrada ' ω_E '. A **RT** pode também ser escrita

como função da potência cedida para o eixo de entrada ‘ P_E ’, da potência consumida pelo eixo de saída ‘ P_S ’ e dos torques nos eixos de entrada e saída do sistema (respectivamente ‘ T_E ’ e ‘ T_S ’), como mostra a Equação 55. A relação entre ‘ P_E ’ e ‘ P_S ’ é definida pela eficiência do sistema ‘ ε ’, definida na Equação 56.

$$RT = \frac{\omega_S}{\omega_E} = \frac{T_E P_S}{P_E T_S} = \frac{P_S T_E}{P_E T_S} = \varepsilon \frac{T_E}{T_S} = \varepsilon \frac{1}{\text{vantagem mecânica}} \quad (55)$$

$$\varepsilon = \frac{P_S}{P_E} = \text{eficiência} \quad (56)$$

Por causa das propriedades do contato em regime **EHD**, ao transmitir torque as superfícies escorregam, fenômeno conhecido por “*slip*”. Ao avaliar simultaneamente o escorregamento na entrada e na saída é possível definir o parâmetro ‘ cr ’ como escorregamento global do sistema (Carbone et.al, 2004), como pode ser visto pelas Equações 57, 58 e 59.

$$v_E = v_{rolo}(1 - cr_E) \quad (57)$$

$$v_{rolo} = v_S(1 - cr_S) \quad (58)$$

$$\frac{v_S}{v_E} = (1 - cr_E)(1 - cr_S) = (1 - cr) \quad (59)$$

Onde ‘ v_E ’, ‘ v_S ’ e ‘ v_{rolo} ’ são as velocidades tangenciais das superfícies do Disco de Entrada, do Disco de Saída e do Rolo de Potência, respectivamente, avaliadas nos pontos de contato. ‘ cr_E ’ e ‘ cr_S ’ são os escorregamentos no contato de entrada e de saída. A **RT** final do sistema pode ser representada em função das alturas dos pontos de contato, da eficiência na transmissão de torque e pelo escorregamento global do sistema, como mostra a Equação 60. Algumas bibliografias consideram que o escorregamento seja baixo, obtendo uma relação de transmissão ideal ‘ RT_{Tid} ’ para a **T-CVT**, como pode ser visto na Equação 61 (adaptada de Carbone et al., 2004).

$$RT_T = \frac{\omega_S}{\omega_E} = \frac{v_S Y_E}{Y_S v_E} = (1 - cr) \frac{Y_E}{Y_S} \quad (60)$$

$$RT_{Tid} = \frac{Y_E}{Y_S} \quad (61)$$

Onde ' RT_T ' é a **RT** da cavidade toroidal, ' RT_{Tid} ' é a relação de transmissão ideal da **T-CVT**, ' Y_E ' e ' Y_S ' são as alturas dos pontos de contato na entrada e na saída e ' cr ' é o escorregamento global da **T-CVT**.

3.3.2 Posição dos Pontos de Contato

A relação de transmissão depende da altura dos pontos de contato na entrada e na saída, ' Y_E ' e ' Y_S ' respectivamente, que são determinadas pelos parâmetros geométricos citados antes e pelo Ângulo de Controle ' θ ', como mostra a Figura 30 e as Equações 62 e 63.

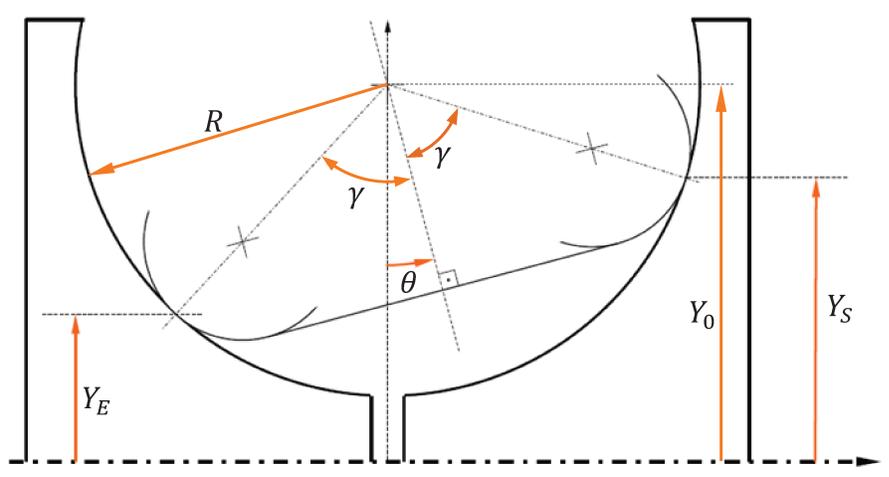


Figura 30: Altura dos pontos de contato e ângulo de controle (adaptado de Zhang et al., 2000).

$$Y_E = Y_0 - R \cos(\gamma - \theta) \quad (62)$$

$$Y_S = Y_0 - R \cos(\gamma + \theta) \quad (63)$$

Onde ' R ' é o Raio da Cavidade, ' Y_0 ' é o Raio do Toróide e ' γ ' é ângulo de semi-cone. Algumas bibliografias trazem uma forma adimensional das alturas dos pontos de contato através de parâmetros como "*Compactness Ratio*" (Brockbank, 2008), que fornece uma relação de proporção entre a cavidade e o tamanho da transmissão, e "*Aspect Ratio*" (Zhang et al.,2000;

Carbone et.al,2004), que fornece uma proporção entre o raio da cavidade e o raio do eixo central do toróide. Esses parâmetros podem ser observados na Equação 64 e permitem reescrever ‘ RT_{Tid} ’ em função do ângulo de controle, como mostrado na Equação 65.

$$\frac{Y_0}{R} = 1 + k_{ASR} = k_{CoR} \quad (64)$$

$$RT_{Tid} = \frac{Y_E}{Y_S} = \frac{Y_0 - R \cos(\gamma - \theta)}{Y_0 - R \cos(\gamma + \theta)} = \frac{1 + k_{ASR} - \cos(\gamma - \theta)}{1 + k_{ASR} - \cos(\gamma + \theta)} = \frac{k_{CoR} - \cos(\gamma - \theta)}{k_{CoR} - \cos(\gamma + \theta)} \quad (65)$$

Onde ‘ RT_{id} ’ é a relação de transmissão ideal, ‘ k_{ASR} ’ é o “*Aspect Ratio*”, ‘ k_{CoR} ’ é o “*Compactness Ratio*”, ‘ R ’ é o Raio da Cavidade, ‘ Y_0 ’ é o Raio do Toróide, ‘ γ ’ é ângulo de semi-cone e ‘ θ ’ é Ângulo de Controle.

3.3.3 Cálculo da Velocidade Relativa entre Superfícies

Para o cálculo explícito das forças tangenciais e momento de *Spin*, vistos no Item 3.2.2, é necessário o conhecimento do perfil de velocidade relativa entre as superfícies de contato. Considerando que a variação de velocidades tangenciais decorrentes de deformação dos corpos e qualquer velocidade no sentido normal ao contato podem ser desprezados pode-se assumir um estado plano de velocidades relativas, descrito na Equação 66 (Carbone et.al, 2004).

$$[\overrightarrow{V_{Rel}}]_i = [\overrightarrow{V_{RelC}} + \overrightarrow{\omega_{Spin}} \wedge (\vec{P} - \vec{P}_C)]_i \quad (66)$$

Onde ‘ $\overrightarrow{V_{Rel}}$ ’ é a velocidade relativa entre as superfícies no ponto ‘ \vec{P} ’ situado no contato ‘ i ’, ‘ $\overrightarrow{V_{RelC}}$ ’ é a velocidade relativa no centro do contato, ‘ $\overrightarrow{\omega_{Spin}}$ ’ é a velocidade de *Spin* e ‘ \vec{P}_C ’ é a posição do centro do contato ‘ i ’. Essa equação pode ser reescrita em um sistema de referência situado no centro do contato, gerando assim a Equação 67 (adaptada de Carbone et.al, 2004).

$$\overrightarrow{V_{Rel}} = \begin{bmatrix} V_{RelX} \\ V_{RelY} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{Slip} \\ V_{Side-slip} \\ 0 \end{bmatrix} + \omega_{Spin} \cdot \begin{bmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{Slip} \\ V_{Side-slip} \\ 0 \end{bmatrix} + \omega_{Spin} \cdot r \cdot \begin{bmatrix} -b \sin \psi \\ a \cos \psi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (67)$$

Onde: ‘ V_{Slip} ’ é a diferença de velocidades entre as superfícies do centro do contato e no sentido do rolamento (velocidade de escorregamento ou velocidade de “*Slip*”); ‘ $V_{Side-slip}$ ’ é a diferença de velocidades entre as superfícies do centro do contato e na direção perpendicular ao rolamento (velocidade de escorregamento lateral ou velocidade de “*Side-Slip*”); ‘ ω_{Spin} ’ é a projeção do vetor de rotação do movimento de *Spin* no sentido normal ao contato; ‘ x ’ e ‘ y ’ são as coordenadas do ponto no interior do contato; ‘ a ’ e ‘ b ’ são os comprimentos dos semi-eixos do contato elíptico; ‘ r ’ e ‘ ψ ’ são variáveis auxiliares utilizadas para escrever as coordenadas na forma polar, com $0 \leq r \leq 1$ e $0 \leq \psi \leq 2\pi$. O modelo de Carbone assume um sistema sem desalinhamento e em regime permanente, e dessa forma $V_{Side-slip} = 0$ (Carbone et.al, 2004). ‘ ω_{Spin} ’ é calculado através da diferença dos vetores que definem a rotação dos corpos, projetada na direção normal ao contato, como mostra a Equação 68 (adaptada de Carbone et.al, 2004). A Equação 69 (adaptada de Carbone et.al, 2004) mostra o cálculo de ‘ $\overrightarrow{\omega_{Spin}}$ ’, que sempre possui a mesma direção que o vetor normal ao contato.

$$(\omega_{Spin})_i = (\overrightarrow{\omega_{Rolo}} - \overrightarrow{\omega_i}) * (\overrightarrow{n_C})_i \quad (68)$$

$$(\overrightarrow{\omega_{Spin}})_i = (\omega_{Spin})_i \cdot (\overrightarrow{n_C})_i = ((\overrightarrow{\omega_{Rolo}} - \overrightarrow{\omega_i}) * (\overrightarrow{n_C})_i) \cdot (\overrightarrow{n_C})_i \quad (69)$$

Onde ‘ $\overrightarrow{\omega_{Rolo}}$ ’ é o vetor rotação do rolo, ‘ $\overrightarrow{\omega_i}$ ’ é o vetor rotação do disco ($i = E$ para entrada, $i = S$ para saída), e ‘ $(\overrightarrow{n_C})_i$ ’ é o vetor normal ao contato analisado.

3.3.4 Curvaturas das Superfícies em Contato

A superfície nas imediações do contato entre sólidos de revolução podem ser descritos com raios de curvatura em dois planos perpendiculares entre si (Harris, 2006). A Figura 31 mostra o modelo geométrico de dois corpos, ‘A’ e ‘B’, entrando em contato e as dimensões que descrevem

as curvaturas nos planos ‘x’ e ‘y’. Os planos ‘x’ e ‘y’ devem ser escolhidos tal que a Equação 70 seja satisfeita (Harris, 2006).

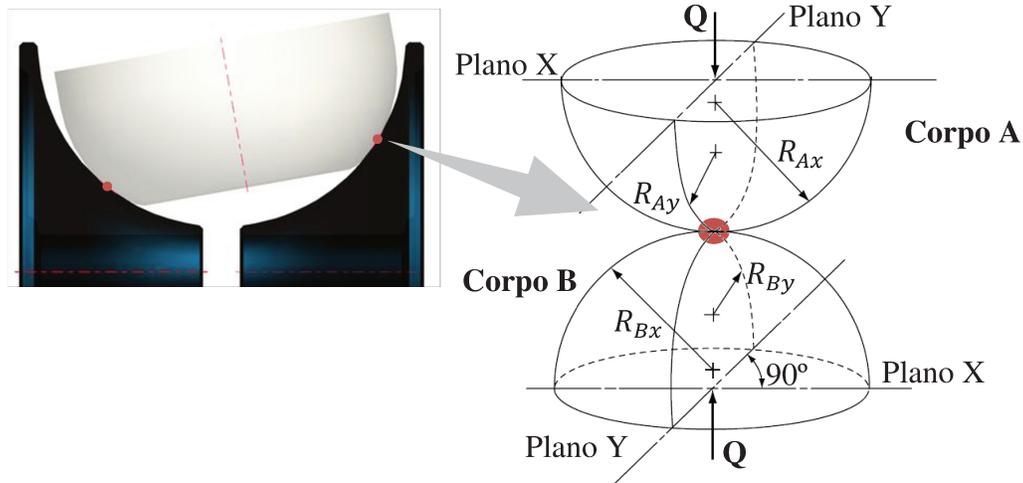


Figura 31: Modelagem geométrica da região próxima do contato (adaptado de Harris, 2006).

$$\frac{\frac{1}{R_{Ax}} - \frac{1}{R_{Ay}} + \frac{1}{R_{Bx}} - \frac{1}{R_{By}}}{\frac{1}{R_{Ax}} + \frac{1}{R_{Ay}} + \frac{1}{R_{Bx}} + \frac{1}{R_{By}}} \geq 0 \quad (70)$$

Onde ‘ R_{Ax} ’ e ‘ R_{Ay} ’ são os raios principais de curvatura para o corpo **A** e ‘ R_{Bx} ’ e ‘ R_{By} ’ são os raios principais de curvatura para o corpo **B**. Em **T-CVTs** os corpos em contato são os discos de entrada (índice ‘DE’), os discos de saída (índice ‘DS’) e os rolos de potência (índice ‘Ro’). Os raios de curvatura destes corpos na imediação dos contatos são determinados pelos parâmetros geométricos principais do sistema (raio da cavidade ‘ R ’, ângulo de semi-cone ‘ γ ’ e raio do perfil do rolo ‘ r_a ’), e do ângulo de controle ‘ θ ’. Essas relações estão dispostas nas Equações 71 e 72 para o disco de entrada, 73 e 74 para o disco de saída, 75 e 76 para o rolo de potência (adaptado de Attia, 2005).

$$R_{DEx} = \frac{Y_E}{\cos(\gamma - \theta)} \quad (71)$$

$$R_{DEy} = -R \quad (72)$$

$$R_{DSx} = \frac{Y_S}{\cos(\gamma + \theta)} \quad (73)$$

$$R_{DSy} = -R \quad (74)$$

$$R_{Rox} = R \sin \gamma \quad (75)$$

$$R_{Roy} = r_a \quad (76)$$

Onde: ‘ Y_E ’ e ‘ Y_S ’ são as alturas dos pontos de contato nos disco de entrada e saída, respectivamente; ‘ R_{DEx} ’ e ‘ R_{DEy} ’ são os raios de curvatura principais do disco de entrada na direção x e na direção y, respectivamente; ‘ R_{DSx} ’ e ‘ R_{DSy} ’ são os raios de curvatura principais do disco de saída na direção x e na direção y, respectivamente; ‘ R_{Rox} ’ e ‘ R_{Roy} ’ são os raios de curvatura principais do rolo de potência na direção x e na direção y, respectivamente.

3.3.5 Perda de potência no Mancal do Rolo

Em **HT-CVTs** a perda de potência nos mancais dos rolos deve ser considerada (Carbone et.al, 2004). A resultante das forças que atuam no rolo no sentido axial é resistida pelos mancais de suporte. É possível estimar através de relações empíricas, como a Equação 77 (adaptada de Machida et al., 1995), o torque nos mancais devido à resultante axial das forças.

$$T_{BL} = 4,6 \cdot 10^{-5} \cdot F_R^{1,03} \quad (77)$$

$$F_R = (Q_E + Q_S) \cos \gamma \quad (78)$$

Onde: ‘ T_{BL} ’ é o torque resultante das perdas no mancais de suporte (N.m); ‘ F_R ’ é a força axial resultante no rolo (N); ‘ Q_E ’ e ‘ Q_S ’ são, respectivamente, a força normal aos contatos de entrada e saída (N); ‘ γ ’ é ângulo de semi-cone. Em **FT-CVTs** o centro do rolo coincide com o centro da cavidade ($\gamma = 90^\circ$), e desse modo o rolo fica equilibrado pelas forças de contato, aliviando a carga dos mancais.

3.3.6 RT de Entrada e Saída

Por causa dos mecanismos de perdas mecânicas, tais como o “*Spin*”, é mais indicado que transmissões por tração operem dentro de um intervalo simétrico em torno da **RT** unitária (Forti, 2003; Carbone et al., 2004). Em um caso geral, como veículos automotores, o intervalo de trabalho da caixa de transmissão não necessariamente possui esta propriedade. Para permitir que a **CVT** opere nessa condição, transmissões de **RT** fixa, como engrenagens e epicicloidais, são colocadas na entrada e na saída da **CVT**, para que o intervalo de **RT** final seja o desejado. A Equação 79 mostra o cálculo da **RT** adicional de adequação do sistema, ‘ RT_{adq} ’, considerando que o intervalo seja definido por um limite superior ‘ $RT_{máx}$ ’ e inferior ‘ RT_{min} ’, e a Equação 80 mostra o limite máximo ‘ $RT_{Tmáx}$ ’ e limite mínimo ‘ RT_{Tmin} ’ do novo intervalo de **RT** sob o qual a **CVT** vai operar.

$$RT_{adq} = \sqrt{RT_{máx}}\sqrt{RT_{min}} \quad (79)$$

$$RT_{Tmáx} = \frac{1}{RT_{Tmin}} = \sqrt{\frac{RT_{máx}}{RT_{min}}} \quad (80)$$

A **RT** adicional de adequação do sistema (‘ RT_{adq} ’) pode ser distribuída entre a entrada e a saída do sistema, criando as **RT** de entrada ‘ RT_E ’ e de saída ‘ RT_S ’ do sistema, desde que a Equação 81 seja obedecida. E a relação de transmissão total do sistema ‘ RT_G ’ é escrita em função da ‘ RT_T ’ (**RT** da **T-CVT**), ‘ RT_E ’ e ‘ RT_S ’ (Equação 82). O que determina a distribuição de ‘ RT_{adq} ’ entre ‘ RT_E ’ e ‘ RT_S ’ é a condição desejada de pressurização do contato e velocidades tangenciais com o objetivo de obter um melhor desempenho do fluido de tração.

$$RT_{adq} = RT_S RT_E \quad (81)$$

$$RT_G = RT_E RT_T RT_S \quad (82)$$

3.4 Princípios de dinâmica Veicular

A caixa de transmissão do veículo faz parte de uma cadeia de elementos mecânicos, comumente chamada de Trem de Potência (“*Powertrain*”), responsável por transmitir o torque do motor para as rodas. A Figura 32 mostra o posicionamento relativo de elementos básicos de um Trem de Potência.

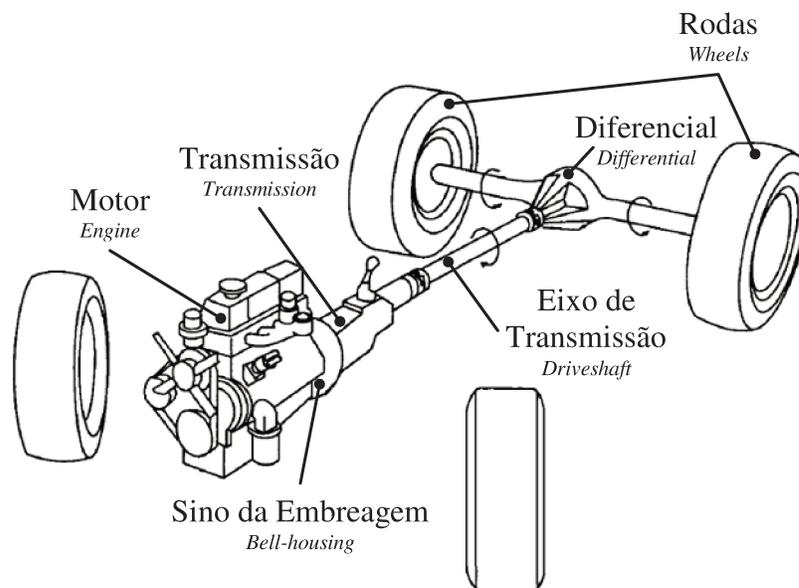


Figura 32: Exemplos de elementos em um trem de potência (adaptado de Gillespie, 1992).

A potência mecânica do sistema é gerada no motor. A energia mecânica é então transmitida pelos componentes do trem de potência sendo transformada pelas relações de transmissão, dissipada, em função de efeitos como atrito e escorregamento, e armazenada na forma de energia cinética pelos componentes em rotação e translação. Essa cadeia cinemática pode ser observada na Figura 33, onde verifica-se que a força resultante na periferia das rodas de tração, ‘ F_{Car} ’, é responsável por impulsionar o veículo e vencer a carga externa gerada por seu deslocamento.

Considerando que apenas o Diferencial e a Caixa de Transmissão alteram o torque com uma Relação de transmissão, é possível escrever a Equação 83 (adaptada de Gasparini, 2010) relacionando a potência gerada pelo motor de combustão com a potência consumida pelo sistema em decorrência da variação de velocidade e resistência externa ao veículo.

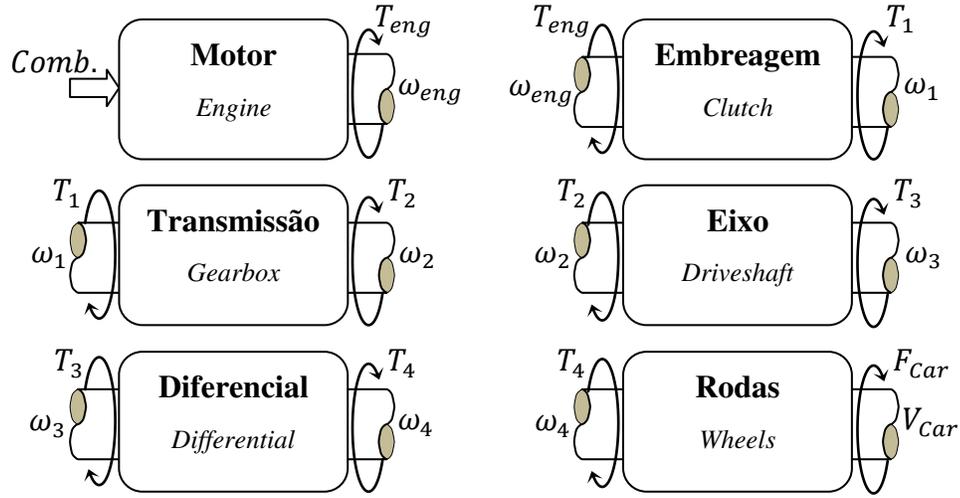


Figura 33: Torque e rotação para os componentes do trem de potência (adaptado de Jazar, 2008).

$$P_{eng} = T_{eng}\omega_{eng} = V_{Car}F_{Car} + P_{ine} = V_{Car}(\mathfrak{S} + M_{Car}\dot{V}_{Car}) + P_{ine} \quad (83)$$

$$P_{ine} = I_{eng}\dot{\omega}_{eng}\omega_{eng} + (I_{tE}\dot{\omega}_1 + (I_{tS} + I_{DSh} + I_wRT_d^2)(\dot{\omega}_1RT_t + \omega_1\dot{RT}_t)RT_t)\omega_1 \quad (84)$$

Onde: ' P_{eng} ' é a potência gerada pelo motor; ' T_{eng} ' é o torque gerado pelo motor, sendo uma função da rotação ' ω_{eng} ' e do ângulo de abertura da borboleta do acelerador ("*Throttle*"); ' ω_{eng} ' é a rotação do virabrequim do motor; ' P_{ine} ' é a potência consumida pela variação de energia cinética dos elementos do trem de potência; ' RT_t ' é a relação de transmissão da caixa de câmbio (Transmissão); ' RT_d ' é a relação de transmissão do Diferencial; ' I_{eng} ' é a inércia equivalente dos componentes do motor avaliados pela rotação do virabrequim; ' I_{tE} ' é a inércia equivalente dos componentes ligados diretamente na entrada da caixa de transmissão; ' I_{tS} ' é a inércia equivalente dos componentes ligados diretamente na saída da caixa de transmissão; ' I_{DSh} ' é a inércia equivalente dos componentes ligados diretamente ao eixo do veículo; ' I_w ' é a inércia equivalente do eixo de tração e das rodas do veículo; ' M_{Car} ' é a massa total do veículo; ' V_{Car} ' é a velocidade do veículo; ' \mathfrak{S} ' é a somatória das forças externas que resistem ao deslocamento do veículo. A relação entre ' ω_{eng} ' e ' ω_1 ' é determinada pelo sistema da embreagem.

No modelo descrito acima, não estão incluídas perdas mecânicas ao longo do trem de potência. Alguns trabalhos utilizam uma massa equivalente ' M_{eq} ' para o veículo para unir os efeitos de aceleração linear do veículo com a variação de energia cinética dos componentes do

trem de potência e uma eficiência global do sistema para o cálculo da potência líquida cedida às rodas pelo motor, como mostra a Equação 85 (adaptada de Ehsani, 2005).

$$\frac{T_{eng}\varepsilon_{glob}}{(1 - Cr_{emb})RT_tRT_d r_w} = \dot{V}_{Car}M_{eq} + \mathfrak{S} \quad (85)$$

$$\omega_{eng}(1 - Cr_{emb})RT_tRT_d r_w = V_{Car} \quad (86)$$

Onde: ‘ T_{eng} ’ é o torque gerado pelo motor; ‘ RT_t ’ é a relação de transmissão da caixa de câmbio (Transmissão); ‘ RT_d ’ é a relação de transmissão do Diferencial; ‘ r_w ’ é o raio efetivo do Pneu; ‘ V_{Car} ’ é a velocidade do veículo; ‘ \mathfrak{S} ’ é a somatória das forças externas que resistem ao deslocamento do veículo; ‘ ε_{glob} ’ é a eficiência global da transmissão de energia mecânica do motor de combustão até as rodas do veículo; ‘ Cr_{emb} ’ é o fator de escorregamento da embreagem, dado por $Cr_{emb} = (1 - \omega_1/\omega_{eng})$; ‘ M_{eq} ’ é a massa equivalente do veículo considerando a inércia de rotação dos componentes do trem de potência; ‘ ω_{eng} ’ é a rotação do virabrequim.

3.4.1 Cálculo da Força de Resistência Externa

A força de resistência externa ‘ \mathfrak{S} ’ é estimada considerando os principais fatores físicos que resistem ao deslocamento do veículo, sendo estes: Força de Resistência à Rolagem (“*Rolling Resistance*”); Força de Arrasto Aerodinâmico (“*Aerodynamic Drag*”); e Força de Resistência à Rampagem (“*Grading Resistance*”)(Gillespie, 1992; Ehsani, 2005; Jazar, 2008).

A resistência a rolagem exercida pelos pneus é causada, principalmente, pela histerese de deformação dos materiais envolvidos em sua fabricação (Ehsani, 2005). A histerese causada pela deformação causa uma assimetria nos esforços do contato pneu-solo, cuja resultante gera uma componente de torque que se opõe ao rolamento do pneu no solo. Esse fenômeno é mostrado com clareza na Figura 34, onde observa-se que a força resultante do contato entre o pneu e o solo cria um momento em relação ao centro do pneu.

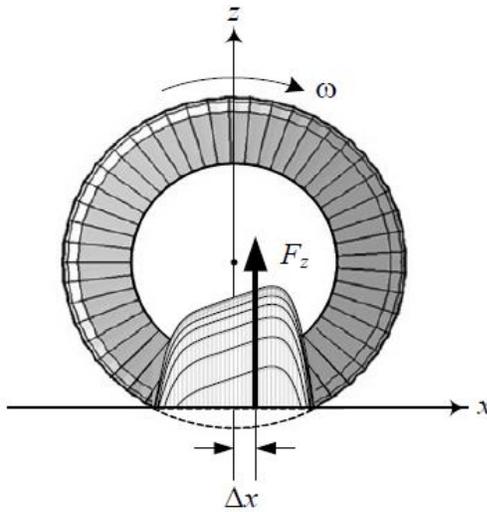


Figura 34: Distribuição de pressão assimétrica gerando torque contra o movimento (adaptado de Jazar, 2008).

É comum associar a Força de Resistência a Rolagem de uma maneira linear com a força normal do veículo contra o solo (Gillespie, 1992; Ehsani, 2005; Jazar, 2008), como mostra a Equação 87, o que torna o cálculo independente da distribuição de peso do veículo em suas rodas (Gillespie, 1992). Existem diversas relações empíricas para estimar o coeficiente de resistência à rolagem, que dependem da faixa de velocidades, tipo de veículo e tipo do solo. Jazar (2008) afirma que uma relação polinomial entre coeficiente e a velocidade do veículo pode ajustar com precisão suficiente o modelo a resultados experimentais, mesmo que truncada com poucos termos. Com esta consideração, a Equação 88 (de Jazar, 2008) foi utilizada para estimar o valor do coeficiente de resistência à rolagem.

$$F_{rr} = \sum_{i=1}^4 fr \cdot \cos \delta_{pi} \cdot F_{Zi} = fr \cdot \cos \delta_{pi} \cdot \sum_{i=1}^4 M_{Car} \cdot g \cdot d_i = fr \cdot \cos \delta_{pi} \cdot M_{Car} \cdot g \quad (87)$$

$$fr = fr_0 + fr_1 \cdot V_{Car}^2 \quad (88)$$

Onde ' F_{rr} ' é a força de resistência à rolagem total do veículo, ' fr ' é o coeficiente de resistência à rolagem, ' δ_{pi} ' é o ângulo que a pista faz com a horizontal, ' F_{Zi} ' é a força normal resultante aplicada pelo pneu ' i ', ' M_{Car} ' é a massa total do veículo, ' g ' é a aceleração gravitacional, ' d_i ' é a fração do peso do veículo que o pneu ' i ' suporta ($d_1 + d_2 + d_3 + d_4 = 1$) e ' V_{Car} ' é a velocidade do veículo. ' fr_0 ' e ' fr_1 ' são constantes que ajustam o modelo ao

comportamento real do pneu. Jazar (2008) afirma que $fr_0 = 0,015$ e $fr_1 = 7 \cdot 10^{-6} s^2 m^{-2}$ são bons valores para veículos de passeio em pista de asfalto em boas condições, mas também afirma que, na prática, os valores de ' fr_0 ' e ' fr_1 ' devem ser estimados para cada combinação de tipo de pneu e condição de pista.

A Força de Resistência a Rampagem (“*Grading Resistance*”) é causada da variação de energia potencial do veículo ao subir, ou descer, pistas inclinadas. A Equação 89 (de Ehsani, 2005) é obtida projetando a componente da força peso do veículo na direção tangencial à pista.

$$F_{ra} = \sin \delta_{pi} \cdot M_{Car} \cdot g \quad (89)$$

Onde ' F_{ra} ' é a força de resistência à rampagem, ' δ_{pi} ' é o ângulo que a pista faz com a horizontal, ' M_{Car} ' é a massa total do veículo e ' g ' é a aceleração gravitacional.

O arrasto aerodinâmico é a resistência que o veículo, ou qualquer outro objeto, encontra ao se deslocar pelo ar. Essa resistência é causada principalmente por dois efeitos conhecidos por Arrasto de Forma (“*Shape Drag*”) e Arrasto de Superfície (“*Skin Friction*”): Arrasto de Forma é causado pela formação de zonas de alta pressão na frente do veículo, responsáveis por expulsar o ar enquanto ele se desloca, e zonas de baixa pressão atrás do veículo, responsáveis por preencher o vazio causado pelo movimento do veículo (Figura 35); Arrasto de Superfície é provocado pelo gradiente de velocidades do ar entre a superfície do veículo e do ar distante deste.

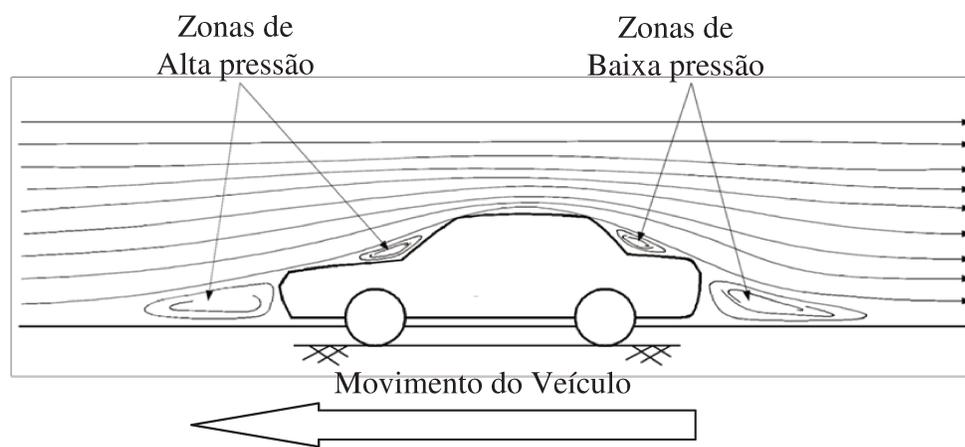
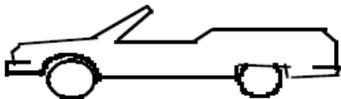
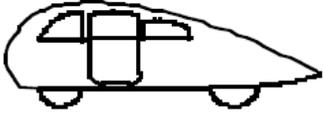


Figura 35: Zonas de pressão na frente e atrás do veículo (adaptado de Ehsani, 2005).

O cálculo da força de arrasto, ou de qualquer corpo se deslocando no ar, requer o uso de modelos semi-empíricos devido sua complexidade (Gillespie, 1992). A Equação 90 (de Ehsani, 2005) relaciona a força de arrasto total do veículo (F_{ar}) com a densidade do ar (ρ), área frontal do veículo (A_{fCar}), velocidade do veículo (V_{Car}), velocidade do vento na direção do deslocamento do veículo (V_{ven}) e do coeficiente de arrasto aerodinâmico (C_D). O coeficiente de arrasto varia de acordo com a forma do objeto que tenta vencer a resistência do ar. A Tabela 9 possui alguns valores de coeficientes de arrasto para alguns formatos de veículos encontrados no mercado.

$$F_{ar} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A_{fCar} \cdot C_D \cdot (V_{Car} + V_{ven})^2 \quad (90)$$

Tabela 9: Exemplos de coeficiente de arrasto para veículos (adaptado de Ehsani, 2005).

Tipo de Veículo	C_D	Tipo de Veículo	C_D
	0,5 ~ 0,7		0,23
	0,5 ~ 0,7		0,15 ~ 0,20
	0,4 ~ 0,55	Caminhões	0,8 ~ 1,5
	0,3 ~ 0,4	Ônibus	0,6 ~ 0,7
	0,2 ~ 0,25	Motocicletas	0,6 ~ 0,7

A composição final da força de resistência externa ao deslocamento do veículo é fornecida pela Equação 91, onde ‘ \mathfrak{S} ’ é a resistência externa ao deslocamento do veículo, ‘ F_{ar} ’ é a força de arrasto aerodinâmico do veículo, ‘ F_{rr} ’ é a força de resistência à rolagem total do veículo e ‘ F_{ra} ’ é a força de resistência à rampagem.

$$\mathfrak{S} = F_{ar} + F_{rr} + F_{ra} \quad (91)$$

3.4.2 Aplicação

Dentre as transmissões que estão geometricamente descritas na bibliografia (Coy et al., 1976; Zhang et al., 2000; Nikas, 2002; Carbone et al, 2004; Lee et al., 2004, Tanaka et al., 2004; Brockbank & Greenwood, 2008), foi escolhida a **HT-CVT** descrita no trabalho de Carbone (2004), em função da quantidade de informação disponível a respeito da geometria da transmissão, propriedades do óleo de tração utilizado, níveis de eficiência atingidos (Carbone et al, 2004) e aplicabilidade no mercado automotivo da **HT-CVT** (Zhang et al., 2000). Os valores nominais dos parâmetros geométricos e propriedades dos materiais que definem a transmissão estão descritos na Tabela 10. Para facilitar o equacionamento, foi adotado o mesmo material para os rolos e para o disco. O número de cavidades e rolo por cavidades foram escolhidos de forma a representar o que é sugerido pela bibliografia (Zhang et al., 2000), observado no desenvolvimento de protótipos por indústrias envolvidas (Machida & Murakami, 2000) e verificado nos modelos fabricados (como a transmissão Nissan Extroid).

Tabela 10: Parâmetros geométricos de propriedades de materiais da **HT-CVT** testada.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
Raio interno da Cavidade ‘ R ’	40,000mm	Número de rolos por cavidade, ‘ N_{rc} ’	2
Raio do perfil do rolo, ‘ r_a ’	32,000mm	Número de cavidades, ‘ N_c ’	2
Ângulo de Semi-cone ‘ γ ’	60°	Limite de resistência à fadiga, ‘ τ_u ’	276MPa
Raio do toróide ‘ Y_0 ’	65,000mm	Módulo de Elasticidade, ‘ E ’	210GPa
Elevação do Came ‘ L_c ’	17,241mm	Módulo de Poisson, ‘ ν ’	0,3

As propriedades do fluido lubrificante para uma temperatura de trabalho de 99°C estão dispostas na Tabela 11. Esta é uma temperatura de trabalho sugerida na bibliografia (Carbone et al., 2004) e considerada constante durante o ciclo de operação da **HT-CVT**.

Tabela 11: Propriedades do fluido lubrificante à 99°C (Carbone et al., 2004).

Propriedade	Valor	Propriedade	Valor
Viscosidade absoluta em pressão atmosférica, ' η_0 '	$3,25 \cdot 10^{-3} Pa \cdot s$	Pólo de pressão de Roelands, ' cp '	$1,96 \cdot 10^8 Pa$
Índice de pressão-viscosidade, ' $z1$ '	0,85	Pólo de viscosidade de Roelands, ' η_∞ '	$6,31 \cdot 10^{-5} Pa$
Tensão de cisalhamento limite em pressão atmosférica, ' τ_{L0} '	$0,02 \cdot 10^9 Pa$	Constante de cisalhamento limite, ' ζ '	0,085

Foi estudada a aplicação da transmissão em um veículo Celta 1.0 (modelo 2007), cujos dados estão dispostos na Tabela 12. A área frontal foi aproximada pela área de um retângulo de mesma altura e largura do veículo. O raio efetivo dos pneus durante a operação foi calculado com base em pneus 175/65 aro 14. A massa adicional foi estimada para o acréscimo de peso equivalente a duas pessoas adultas transportando duas crianças com uma carga adicional leve.

As **RTs** dispostas na Tabela 12 consideram que a entrada do sistema são as rodas de tração. No entanto, durante a criação do modelo matemático foi adotada a convenção de que o direcionamento da entrada e saída de qualquer elemento do trem de potência do veículo segue o fluxo positivo da energia mecânica gerada pelo motor e descarregada nas rodas de tração.

Assim, os valores da Tabela 12 foram adaptados considerando o mesmo veículo com um câmbio **CVT**. Os valores numéricos de **RT** foram invertidos para utilização no modelo matemático. O alcance de **RT** do toróide e **RT** de adequação foram calculados utilizando os conceitos expostos no item 3.3.6. Os dados finais do veículo testado estão dispostos na Tabela 13.

Tabela 12: Dados do Celta 1.0, modelo 2007 (BestCars, 2010).

Propriedade	Valor	Propriedade	Valor
Área Frontal do Veículo, ' A_{fcar} '	$2,3m^2$	Tipo de Câmbio	Manual Escalonada
Coefficiente de Arrasto Aerodinâmico, ' C_D '	0,33	Nº de Marchas	5 + ré
Massa do Veículo, ' M '	$910kg$	RT da 1ª Marcha	4,27
Massa Adicional, ' m '	$220kg$	RT da 2ª Marcha	2,35
Raio efetivo do Pneu, ' r_w '	$0,2915m$	RT da 3ª Marcha	1,48
Tração	Dianteira	RT da 4ª Marcha	1,05
RT do Diferencial, ' RT_d '	4,87	RT da 5ª Marcha	0,800

As condições de teste do desempenho do veículo e sua transmissão foram estimadas utilizando o ciclo urbano contido na norma ABNT NBR 6601. A norma fornece um perfil de velocidades para o deslocamento longitudinal do veículo em um trajeto plano ($\delta_{pi} = 0$, sempre) de aproximadamente 12 km de extensão durante 1350 segundos (uma amostra a cada 1 segundo) como observado na Figura 36. Foi adotada uma condição sem ventos no sentido do deslocamento do veículo ($V_{ven} = 0$, sempre), e a densidade do ar atmosférico na região de $\rho = 1,2258kg/m^3$. O valor numérico para aceleração gravitacional na região do ciclo foi de $g = 9,81m/s^2$.

Tabela 13: Dados do Celta 1.0 com câmbio CVT.

Propriedade	Valor	Propriedade	Valor
Área Frontal do Veículo, ' A_{fCar} '	2,3235m ²	RT do Diferencial, ' RT_d '	0,2053
Coefficiente de Arrasto Aerodinâmico, ' C_D '	0,33	Tipo de Câmbio	CVT
Massa total do Veículo, ' M_{Car} '	1130kg	RT de adequação, ' RT_{adq} '	0,5411
Raio efetivo do Pneu, ' r_w '	0,2915m	RT mínima da cavidade, ' RT_{Tmin} '	0,4328
Tração	Dianteira	RT máxima da cavidade, ' $RT_{máx}$ '	2,3103

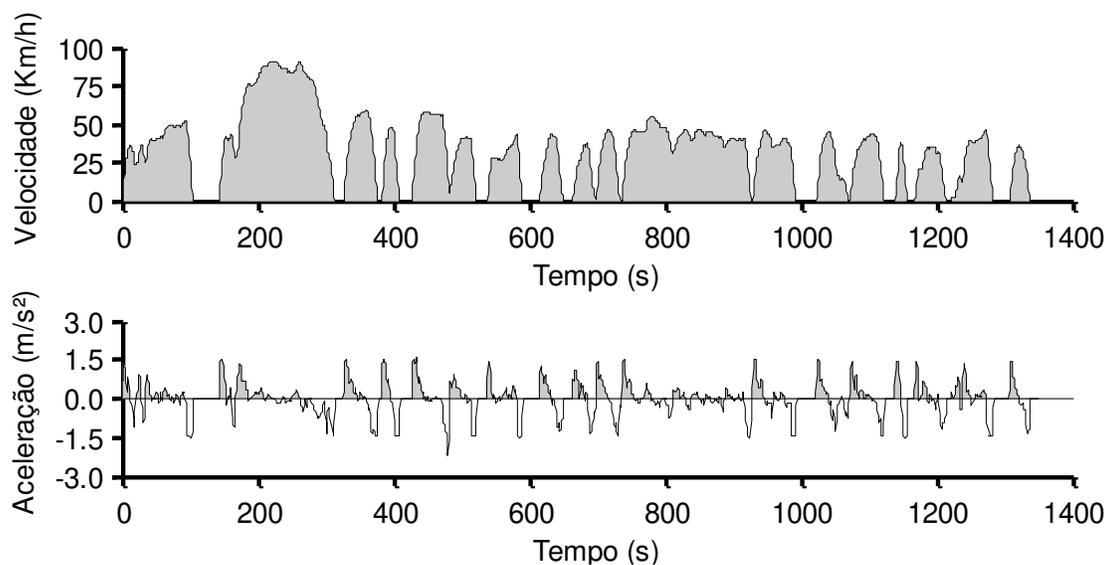


Figura 36: Velocidade e Aceleração do veículo para Ciclo Urbano (ABNT NBR6601).

3.4.2.1 Desempenho do motor de combustão

O comportamento de um motor de combustão interna (“*Internal Combustion Engine*”, ou **ICE**) pode ser descrito por três curvas características: Curva de Torque, Curva de Potência e Curva de Consumo específico de combustível. A Figura 37 mostra o comportamento de um **ICE** à gasolina em plena carga, condição de acelerador a 100% (“*Full Throttle*”).

Otimizar o comportamento do **ICE** significa fazê-lo operar perto do ótimo para alguma dessas três características, atingindo a máxima aceleração (máximo torque), velocidades mais altas (máxima potência) e melhor economia e eficiência do motor (mínimo consumo específico). Normalmente a estratégia mais visada é a de melhor economia e eficiência (Ehsani, 2005).

Mapear a estratégia ótima de operação do **ICE** requer o conhecimento do desempenho desejado em vários níveis de carga além da carga total. A Figura 38 mostra um mapeamento do consumo específico de um motor **ICE** para um intervalo contínuo de carga, indo de ponto morto até plena carga. Com este tipo de mapeamento pode-se traçar a linha que representa a estratégia ótima de operação do motor de combustão interna (Ehsani, 2005).

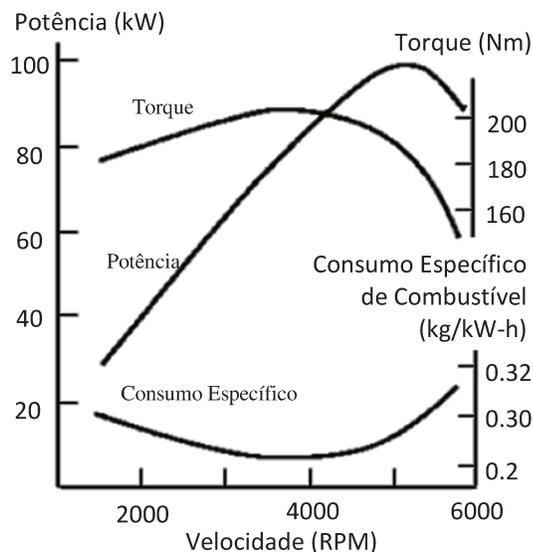


Figura 37: Comportamento do motor de combustão interna à plena carga (adaptado de Gillespie, 1992).

No caso do veículo Celta, a quantidade de informação adquirida sobre seu comportamento definiu as estratégias utilizadas para simulação. O mapeamento completo do desempenho do motor do Celta 1.0 VHCE não estava disponível para esta pesquisa. A partir da curva de torque em plena carga, exibida na Figura 39, e de gráficos teóricos de exemplos de motores encontrados na bibliografia, como na Figura 40, foi construída uma estimativa teórica do comportamento do motor do veículo para vários níveis de carga. Com o mapeamento aproximado do motor foi possível interpolar curvas de desempenho ótimo para o torque máximo e potência máxima para cada nível de carga. A Figura 41 mostra as curvas de Torque e Potência estimadas para o motor do Celta e as curvas operação otimizadas para as duas estratégias.

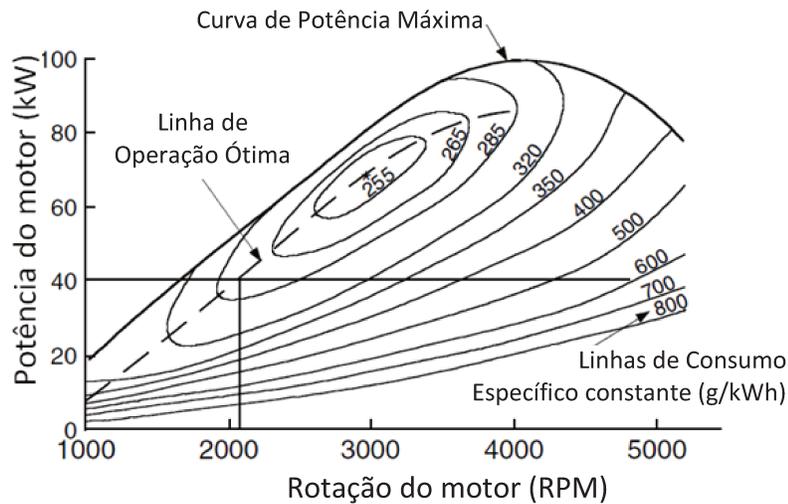


Figura 38: Mapa de consumo específico em curva de potência (Ehsani, 2005).

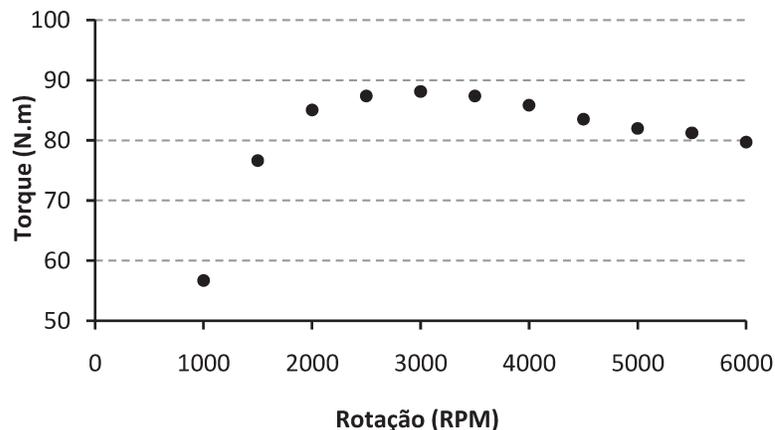


Figura 39: Torque do Celta 2007 em plena carga (adaptado de BestCars, 2010).

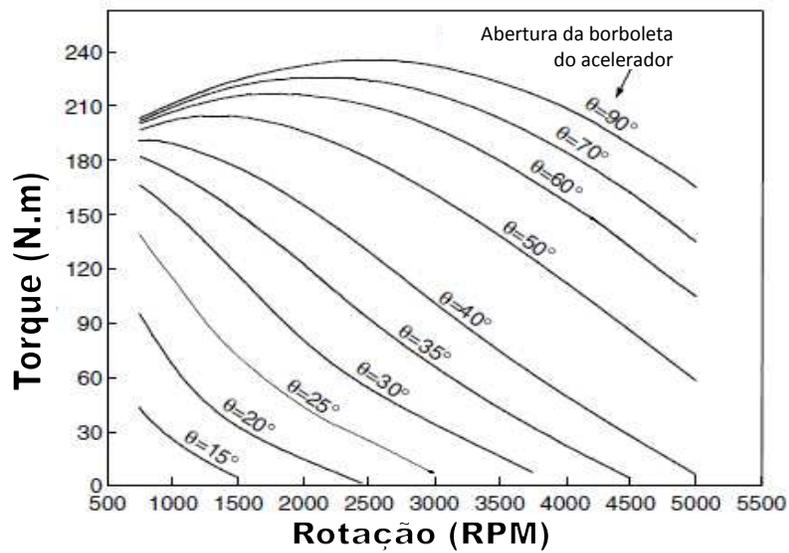


Figura 40: Exemplo de curvas de torque para um ICE em várias cargas (adaptado de Ehsani, 2005).

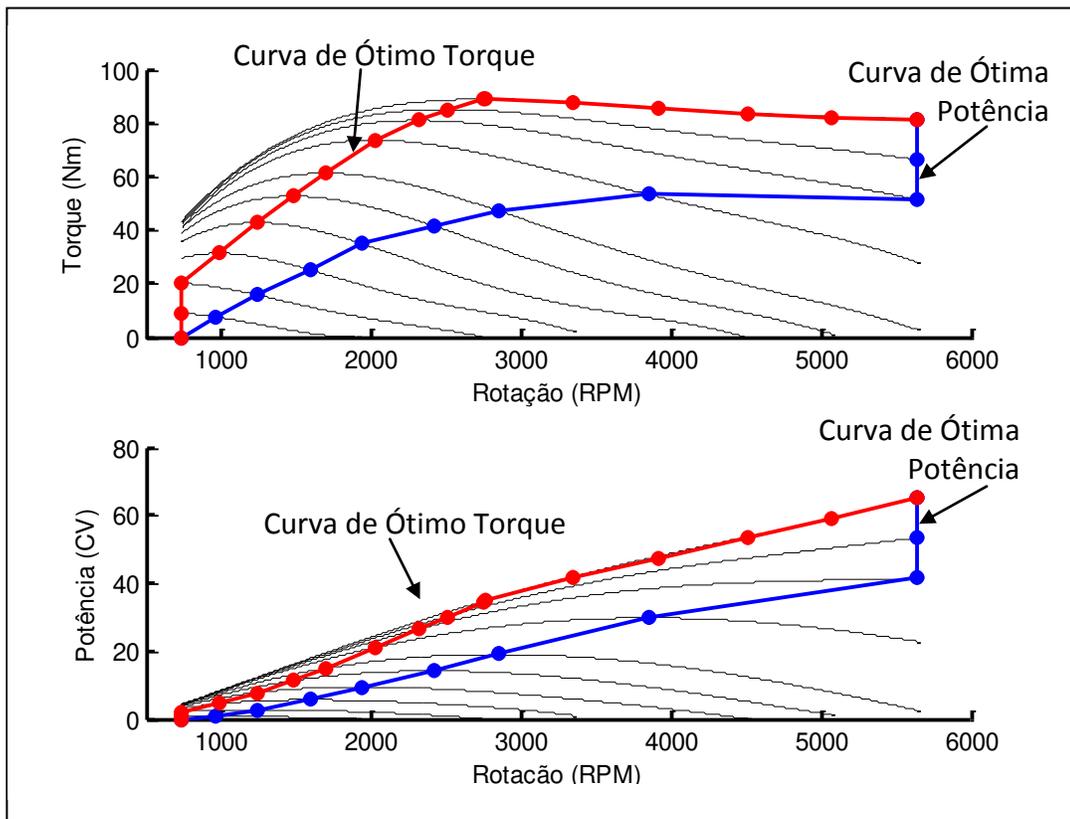


Figura 41: Curvas de operação para ótimo torque (vermelho) e potência (azul).

3.5 Planejamento Experimental

Devido à complexidade da função resultante do sistema, foi realizado um planejamento experimental para caracterizar o sistema com relação à eficiência, tempo de vida e capacidade de transmissão de torque em função da influência dos parâmetros geométricos no comportamento do sistema. Segundo Rodrigues & Iemma (2009), existem 8 etapas que devem ser seguidas objetivando a otimização de um sistema, conforme apresentado na Tabela 14.

Tabela 14: Etapas para otimização de sistema (Rodrigues & Iemma, 2009).

Etapa	Descrição
1	Definir as variáveis independentes (' <i>DV</i> ') e as variáveis dependentes (' <i>Var</i> ').
2	Elaborar o procedimento experimental.
3	Realizar os ensaios e obter as respostas.
4	Calcular os efeitos das variáveis, os respectivos erros e analisar estatisticamente.
5	Elaborar modelos preditivos das respostas em função das variáveis independentes quando for utilizado um DCCR.
6	Realizar a ANOVA para verificar a qualidade de ajuste do modelo – Análise de Variância.
7	Gerar as superfícies de resposta e as curvas de contorno para análise e definir as faixas ótimas operacionais de cada variável do processo.
8	Validação experimental dos resultados realizando ensaios nas condições otimizadas.

Para este trabalho foi escolhido um planejamento experimental do tipo Delineamento Composto Central e Rotacional (**DCCR**) com três variáveis independentes. Cada variável independente é testada em cinco níveis diferentes representados por um código ('-1,68', '-1,00', '0,00', '+1,00' ou '1,68'). O código relaciona o valor testado com o valor nominal da variável independente, como mostra a Equação 92. A Tabela 15 define o procedimento experimental com as permutações dos códigos para as variáveis independentes para cada experimento.

$$(DV_i)_j = (DV_i)_N + (cod_i)_j \cdot (\Delta DV_i) \quad (92)$$

Sendo: ' $(DV_i)_j$ ' o valor da variável independente ' i ' para o experimento ' j '; ' $(cod_i)_j$ ' o valor do código para a variável independente ' i ' no experimento ' j ', segundo a Tabela 15;

‘ $(DV_i)_N$ ’ e ‘ (ΔDV_i) ’, o valor nominal e a variação central da variável independente ‘ i ’, respectivamente.

Tabela 15: Matriz Codificada do **DCCR** (Rodrigues & Iemma, 2009).

Experimento	DV_1 (Cód.)	DV_2 (Cód.)	DV_3 (Cód.)
1	-1,00	-1,00	-1,00
2	-1,00	-1,00	+1,00
3	-1,00	+1,00	-1,00
4	-1,00	+1,00	+1,00
5	+1,00	-1,00	-1,00
6	+1,00	-1,00	+1,00
7	+1,00	+1,00	-1,00
8	+1,00	+1,00	+1,00
9	-1,68	0,00	0,00
10	+1,68	0,00	0,00
11	0,00	-1,68	0,00
12	0,00	+1,68	0,00
13	0,00	0,00	-1,68
14	0,00	0,00	+1,68
15 (C)	0,00	0,00	0,00

O experimento 15 representa a geometria nominal do sistema. Este ponto normalmente é realizado múltiplas vezes em sistemas reais, porque com variabilidade na amostragem dos dados e dos fenômenos envolvidos a repetição deste ponto leva a uma estabilidade maior dos métodos estatísticos para o tratamento dos dados (Rodrigues & Iemma, 2009). No entanto o algoritmo de simulação não utiliza nenhum tipo de valor randômico, gerando sempre os mesmos resultados para as mesmas condições de teste. Por esse motivo o planejamento prevê apenas uma simulação para a condição central.

O cálculo dos efeitos das variáveis, os respectivos erros e análises estatísticas foram realizados com o auxílio do programa *Statistica 7.0*. Para a Etapa 5 da Tabela 14, foi admitido que a superfície de resposta na região investigada era uma função quadrática das variáveis independentes e, portanto, poderia ser estimada pela Equação 93.

$$Var_i = [1 \quad DV_1 \quad DV_2 \quad DV_3] \cdot \begin{bmatrix} C_0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{l1} & C_{q1} & 0 & 0 \\ C_{l2} & C_{12} & C_{q2} & 0 \\ C_{l3} & C_{13} & C_{23} & C_{q3} \end{bmatrix}_i \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ DV_1 \\ DV_2 \\ DV_3 \end{bmatrix} \quad (93)$$

Onde: ‘ Var_i ’ é a variável dependente analisada; ‘ C_{q1} ’, ‘ C_{q2} ’ e ‘ C_{q3} ’ são os coeficientes dos termos quadráticos relacionados às variáveis independentes ‘ DV_1 ’, ‘ DV_2 ’ e ‘ DV_3 ’, respectivamente, para a variável dependente ‘ i ’; ‘ C_{l1} ’, ‘ C_{l2} ’ e ‘ C_{l3} ’ são os coeficientes dos termos lineares relacionados às variáveis ‘ DV_1 ’, ‘ DV_2 ’ e ‘ DV_3 ’, respectivamente, para a variável dependente ‘ i ’; ‘ C_{12} ’, ‘ C_{13} ’ e ‘ C_{23} ’ são os coeficientes dos termos cruzados para os produtos de ‘ DV_1 ’ por ‘ DV_2 ’, ‘ DV_1 ’ por ‘ DV_3 ’ e de ‘ DV_2 ’ por ‘ DV_3 ’, respectivamente, para a variável dependente ‘ i ’; ‘ C_0 ’ é o termo independente da função quadrática.

4 RESULTADOS

4.1 Novo Modelo Geométrico

Em regime permanente, existe sempre uma velocidade relativa entre o Disco e o Rolo no centro do contato, chamada de *Slip*. Esse escorregamento é uma das principais perdas de potência no sistema, mas é inevitável em contatos lubrificados, devendo ser minimizado pela pressurização correta do sistema. Alguns sistemas de controle de **T-CVTs** utilizam sistemas que geram mudanças na direção de rotação do Rolo para controlar a **RT** final do Sistema (Figura 42). Essas mudanças provocam o surgimento de velocidades relativas entre o Rolo e o Disco, que diferentemente do *Slip*, tem suas direções contidas no Plano Principal (plano que contém o centro da cavidade e os eixos de rotação dos discos). Esse escorregamento é chamado de *Side-Slip*, está sempre presente nas mudanças de relação de transmissão em cavidades toroidais e gera um torque sobre o sistema no sentido de mudar o ângulo de controle (Figura 43).

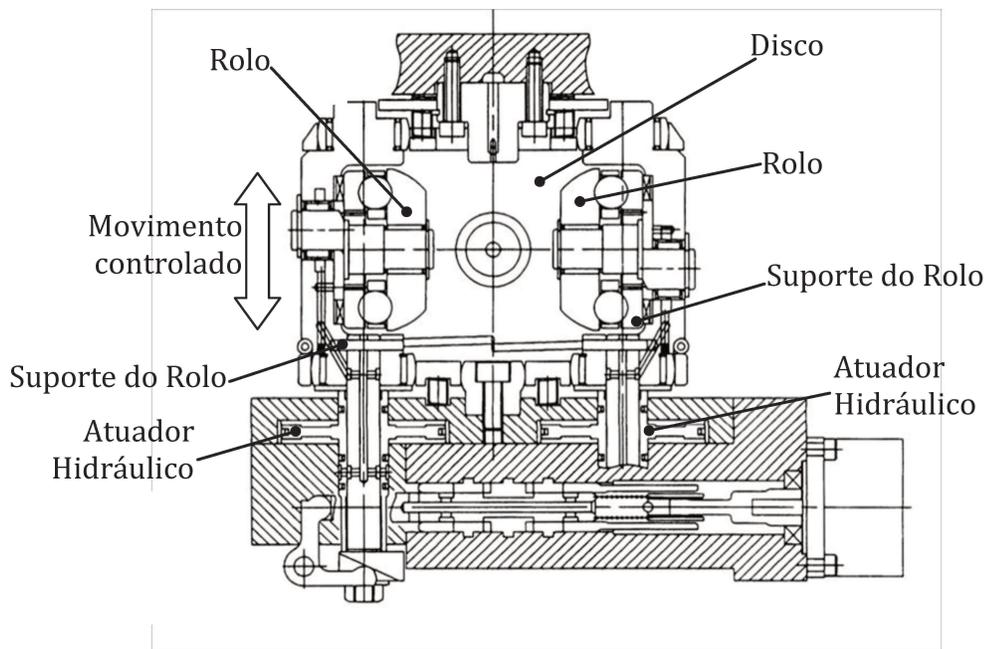


Figura 42: Sistema para gerar *Side-Slip* e forçar a mudança da RT(adaptado de Machida & Murakami, 2000).

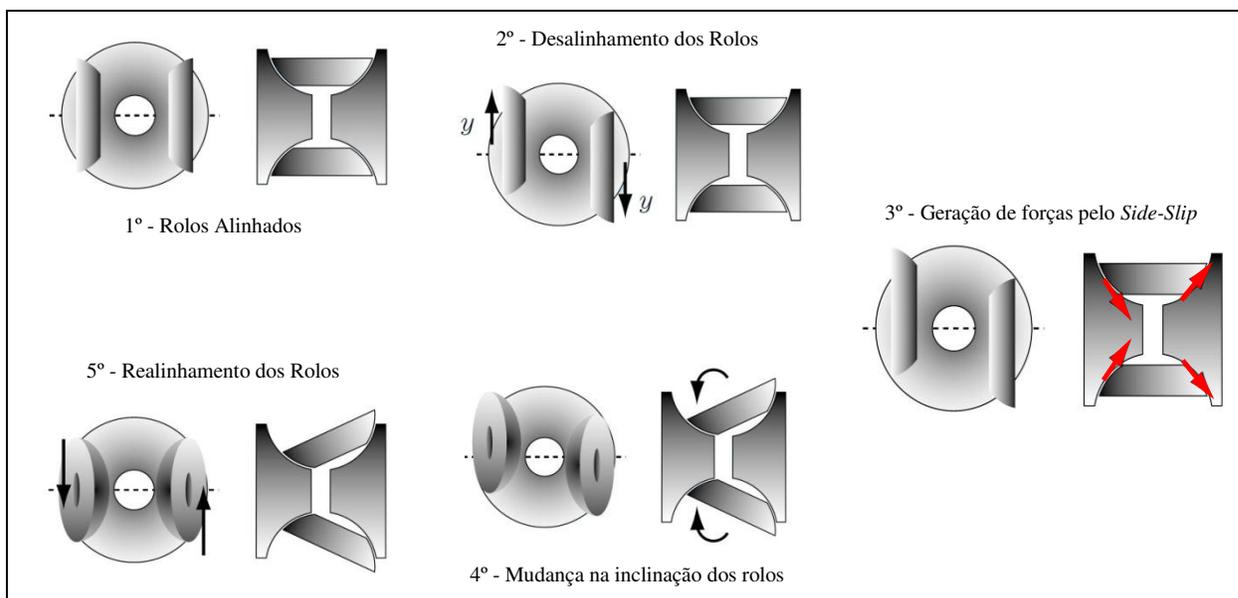


Figura 43: Alteração na RT causada pelo efeito de *Side-Slip* (adaptado de Machida & Murakami, 2000).

Para o estudo deste tipo de escorregamento pode-se adotar modelos geométricos mais complexos que prevêm mudanças de direção dos eixos de rotação dos componentes do sistema, tornando a modelagem geométrica tridimensional (Zhang et al., 2000).

Durante o desenvolvimento deste projeto, uma nova modelagem geométrica foi proposta e implementada para simular efeitos de variações da direção dos vetores de rotação dos rolos. Para simular os efeitos provocados pelo desalinhamento dos Rolos, novos parâmetros geométricos foram adicionados ao modelo padrão para mudar a inclinação do Plano do Rolo. Desta forma, uma vez que a direção do vetor rotação do disco é constante, gera-se um escorregamento lateral das superfícies em contato (chamado de “*Side-Slip*”).

A primeira modificação esta na descrição da geometria padrão, utilizando a distância entre o centro da cavidade até o plano do rolo que contém a zona de contato, chamado de Altura do Plano do Rolo (h), ao invés do ângulo de semi-cone (γ), como mostra a Figura 44. A razão desta mudança é que o ângulo de semi-cone varia com os novos parâmetros geométricos. Isto ocorre porque estes parâmetros modificam a posição final do Centro do Rolo, que a partir de então pode não estar no Plano Principal dos discos.

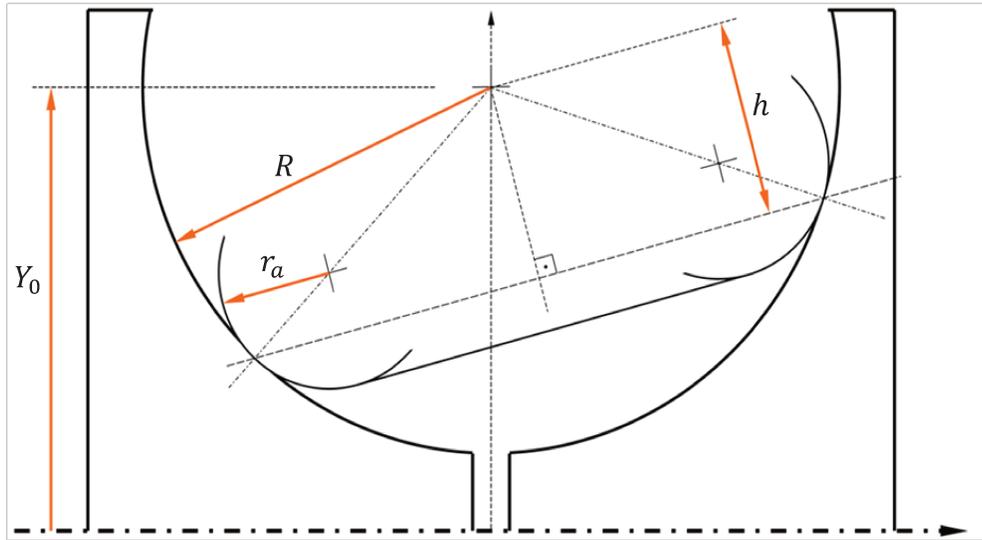


Figura 44: Modelo geométrico básico modificado.

4.1.1 Novos parâmetros Geométricos

Os novos parâmetros adicionados ao modelo geométrico mudam a inclinação do plano que contém o Centro do Rolo e os pontos de contato. Esta propriedade permite alterar a direção do vetor velocidade tangente à superfície do Rolo no ponto de contato. A velocidade está diretamente relacionada com as condições de interface de contacto e, portanto, com a capacidade de transmissão de torque e da vida útil do sistema.

Para simplificação do modelo, os novos parâmetros foram escolhidos de forma a não alterar a distância entre o Centro da Cavidade e cada ponto de contacto e, portanto, não interferem na distância entre os discos de entrada e saída do sistema. Foi escolhido um parâmetro para avaliar desalinhamentos na direção do plano de controle (α') e outro para avaliar somente a mudança de posição do centro do rolo sem alterar o plano de controle (β'). O efeito de cada um desses parâmetros sobre a orientação do Rolo de potência está exemplificado de maneira independente na Figura 45 (para α') e na Figura 46 (para β').

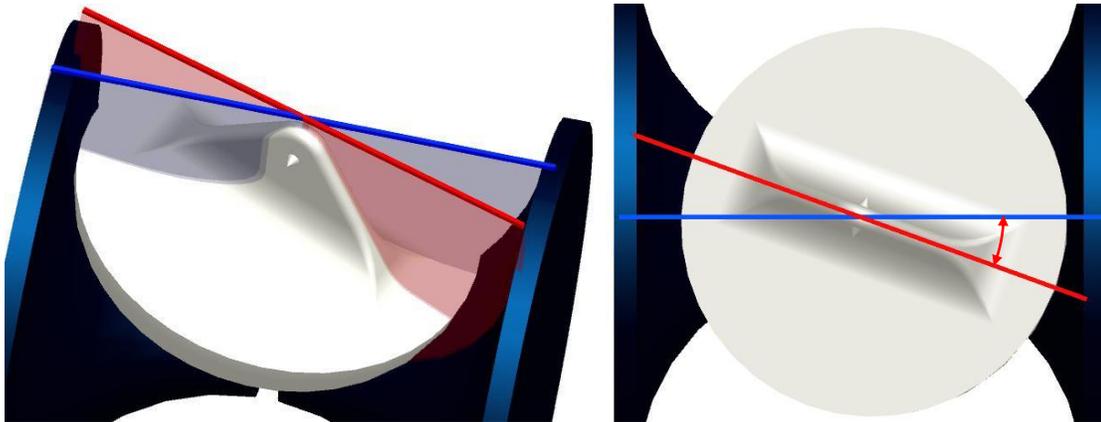


Figura 45: Plano de Controle (vermelho) inclinado em relação ao Plano Principal (azul), provocado por ' α '.

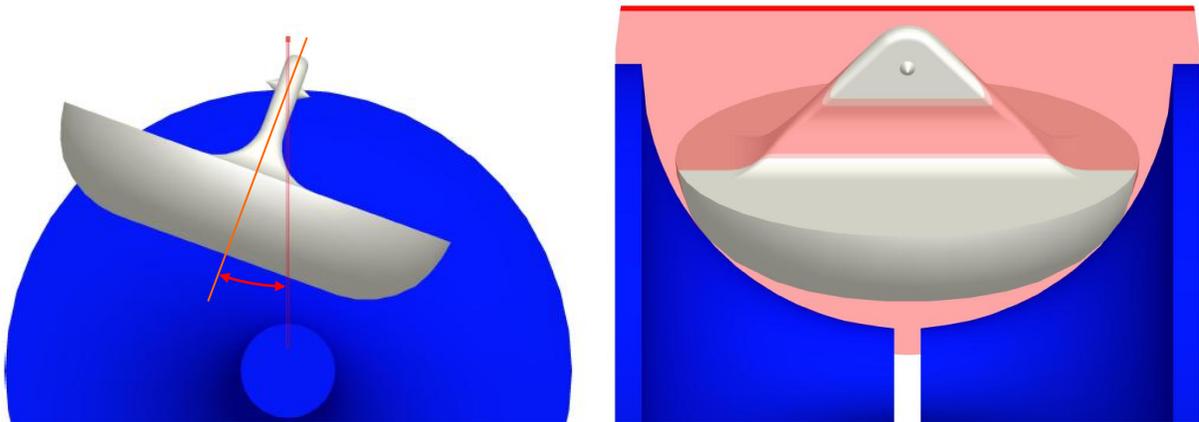


Figura 46: Inclinação do Plano do Rolo em relação ao Plano de Controle (vermelho), provocado por ' β '.

4.1.2 Posição dos Pontos de Contato e RT ideal

Para encontrar novas relações geométricas que relacionam as posições dos pontos de contato (' X_E ' e ' Y_E ' para o contato de entrada, ' X_S ' e ' Y_S ' para o contato de saída) com os parâmetros básicos da cavidade (' Y_0 ', ' R ', ' h ', ' r_a ') e os novos parâmetros geométricos (' α ' e ' β ') foi calculada a intersecção entre o Plano do Rolo, o Plano Principal e a superfície interna da cavidade. A intersecção entre o Plano Principal e a superfície interna da cavidade forma um arco de circunferência descrito na Equação 94, e a Equação 95 descreve o plano do rolo. Os pontos de contato satisfazem as duas equações, como mostra a Equação 96.

$$\vec{P}_C = \begin{bmatrix} \pm\sqrt{R^2 - (Y - Y_0)^2} \\ Y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (94)$$

$$(\vec{P}_{xyz} - \vec{C}) * \vec{n}_R = 0 \quad (95)$$

$$\vec{P}_{xyz} = \vec{P}_C \quad (96)$$

Onde ' \vec{P}_C ' é um ponto pertencente à intersecção entre o Plano Principal e a superfície interna da cavidade, ' R ' é o Raio da Cavidade, ' Y_0 ' é o Raio do Toróide, ' Y ' é a altura do ponto em relação ao eixo do disco, ' \vec{C} ' é o centro do rolo, ' \vec{P}_{xyz} ' é um ponto que pertence ao Plano do Rolo e ' \vec{n}_R ' é o vetor normal ao plano do rolo. Ao substituir as expressões que definem a posição do centro do rolo e o vetor normal ao Plano do Rolo na Equação 95, gera-se a Equação 97, que mostra de maneira explícita a influência dos parâmetros ' α ' e ' β ' no novo modelo geométrico.

$$\left(\vec{P}_{xyz} - \begin{bmatrix} 0 \\ Y_0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) * \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & -\sin \beta \\ 0 & \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + h = 0 \quad (97)$$

Onde ' \vec{P}_{xyz} ' é um ponto que pertence ao Plano do Rolo, ' Y_0 ' é o Raio do Toróide, ' α ' é o desalinhamento do Plano de Controle em relação ao plano principal, ' θ ' é o ângulo de controle, ' h ' é a altura do Plano do Rolo em relação ao centro da cavidade e ' β ' é o desalinhamento do eixo do rolo em relação ao Plano de Controle. As Equações 98 e 99 mostram as novas alturas dos pontos de contato a partir da resolução da Equação 96. As Equações 101 e 102 mostram duas formas distintas de calcular a coordenada X do ponto de contato.

$$Y_E = Y_0 - \frac{h \cdot \cos \beta \cdot \cos \theta + (\cos \alpha \cdot \sin \theta \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta) \cdot \sqrt{R^2 \cdot G - h^2}}{G} \quad (98)$$

$$Y_S = Y_0 - \frac{h \cdot \cos \beta \cdot \cos \theta - (\cos \alpha \cdot \sin \theta \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta) \cdot \sqrt{R^2 \cdot G - h^2}}{G} \quad (99)$$

$$G = 1 - \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta - \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \theta - 0,5 \cdot \sin 2\alpha \cdot \sin 2\beta \cdot \sin \theta \quad (100)$$

$$X_E = -\sqrt{R^2 - (Y_E - Y_0)^2}; X_S = +\sqrt{R^2 - (Y_E - Y_0)^2} \quad (101)$$

$$Y_i = X_i \cdot \frac{\cos \alpha \cdot \sin \theta \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta}{\cos \beta \cdot \cos \theta} - \frac{h}{\cos \beta \cdot \cos \theta} + Y_0 \quad (102)$$

Numericamente, a Equação 101 é mais robusta que a Equação 102, pois independentemente do valor do ângulo de controle sempre será possível encontrar as coordenadas em X dos contatos. No entanto, a Equação 102, apesar de não estabelecer a relação entre as coordenadas para a **RT** unitária, ela fornece um parâmetro físico para avaliar os limites do ângulo de controle ($|h/(\cos \beta \cdot \cos \theta)| < R$). A **RT** ideal do sistema, expressa na Equação 65, pode agora ser reescrita em função dos novos parâmetros geométricos, como mostra a Equação 103.

$$RT_{Tid} = \frac{Y_0 \cdot G - h \cdot \cos \beta \cdot \cos \theta - (\cos \alpha \cdot \sin \theta \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta) \cdot \sqrt{R^2 \cdot G - h^2}}{Y_0 \cdot G - h \cdot \cos \beta \cdot \cos \theta + (\cos \alpha \cdot \sin \theta \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta) \cdot \sqrt{R^2 \cdot G - h^2}} \quad (103)$$

Onde ' RT_{id} ' é a relação de transmissão ideal, ' R ' é o Raio da Cavidade, ' Y_0 ' é o Raio do Toróide, ' h ' é a altura do Plano do Rolo em relação ao centro da cavidade, ' G ' é um grupo adimensional descrito pela Equação 100, ' α ' é o desalinhamento do Plano de Controle em relação ao plano principal, ' θ ' é o ângulo de controle e ' β ' é o desalinhamento do eixo do rolo em relação ao Plano de Controle.

4.1.3 Curvaturas das Superfícies em Contato

Os novos parâmetros geométricos geram um desalinhamento entre a direção de rolamento do disco com a direção de rolamento do rolo de potência. Além de proporcionar uma condição que haja escorregamento lateral, este desalinhamento altera a geometria efetiva do contato. A hipótese adotada foi que a defasagem entre os planos não altera a geometria elíptica do contato, e sendo assim o raio efetivo da superfície do rolo na direção de um dos planos principais do disco pode ser estimado por uma média dos raios principais do rolo ponderada por uma função do ângulo de defasagem. As relações que definem os raios principais de curvatura estão reescritas na forma matricial nas Equações 104 e 105.

$$\begin{bmatrix} R_{Dx} \\ R_{Dy} \end{bmatrix}_i = R \cdot \begin{bmatrix} Y_i / (Y_0 - Y_i) \\ -1 \end{bmatrix} \quad (104)$$

$$\begin{bmatrix} R_{Rox} \\ R_{Roy} \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} \cos^2 \Phi_i & \sin^2 \Phi_i \\ \sin^2 \Phi_i & \cos^2 \Phi_i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_R \\ r_a \end{bmatrix} \quad (105)$$

$$r_R = \sqrt{R^2 - h^2} \quad (106)$$

Onde: o índice ‘*i*’ indica o contato avaliado; ‘ R_{Dx} ’ e ‘ R_{Dy} ’ são os raios principais de curvatura para o Disco; ‘ R_{Rox} ’ e ‘ R_{Roy} ’ são os raios principais de curvatura para o Rolo; ‘ R ’ é o raio da cavidade; ‘ r_a ’ é o raio do perfil do rolo; ‘ r_R ’ é o raio efetivo do rolo; ‘ h ’ é a altura do Plano do Rolo; ‘ Y_0 ’ é o raio do toróide; ‘ Y_i ’ é a altura do ponto de contato ‘*i*’ em relação ao eixo do disco; ‘ Φ_i ’ é a defasagem angular entre os planos principais de curvatura do disco e do rolo para o contato ‘*i*’.

‘ Φ_E ’ é o ângulo que determina a mudança do sistema de coordenadas local do disco de entrada, orientado por pelos planos principais do disco, para o sistema de coordenadas local do rolo de potência, orientado pelos planos principais do rolo. Seguindo o sentido do fluxo positivo de energia mecânica, ‘ Φ_S ’ é o ângulo que determina a mudança do sistema de coordenadas local do rolo de potência para o sistema de coordenadas local do disco de saída. Assim sendo, as Equações 107 e 108 determinam os valores numéricos de ‘ Φ_E ’ e ‘ Φ_S ’ utilizando matrizes de mudança do sistema de coordenadas.

$$\begin{bmatrix} \cos \Phi_E & -\sin \Phi_E & 0 \\ \sin \Phi_E & \cos \Phi_E & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [S_{CD}]_E \cdot [S_{D0}]_E \cdot ([S_{CR}]_E \cdot [S_{R0}])^{-1} \quad (107)$$

$$\begin{bmatrix} \cos \Phi_S & \sin \Phi_S & 0 \\ -\sin \Phi_S & \cos \Phi_S & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [S_{CD}]_S \cdot [S_{D0}]_S \cdot ([S_{CR}]_S \cdot [S_{R0}])^{-1} \quad (108)$$

$$[S_{D0}]_E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; [S_{D0}]_S = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (109)$$

$$[S_{R0}]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & -\sin \beta \\ 0 & \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (110)$$

$$[S_{CR}]_i = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_i & 0 & -\cos \varphi_i \\ -(h/R) \cos \varphi_i & r_R/R & (h/R) \sin \varphi_i \\ -(r_R/R) \cos \varphi_i & h/R & (r_R/R) \sin \varphi_i \end{bmatrix} \quad (111)$$

$$[S_{CD}]_i = \frac{1}{R} \begin{bmatrix} 0 & 0 & R \\ (Y_0 - Y_i) & |X_i| & 0 \\ -|X_i| & (Y_0 - Y_i) & 0 \end{bmatrix} \quad (112)$$

Onde: ‘ S_{D0} ’ é a matriz de rotação que passa o sistema de coordenadas principal para o sistema de coordenadas do Disco; ‘ S_{R0} ’ é a matriz de rotação que passa o sistema de coordenadas principal para o sistema de coordenadas do Rolo; ‘ S_{CR} ’ é a matriz de rotação que passa o sistema de coordenadas Rolo para o sistema de coordenadas do contato alinhado com os planos principais do Rolo; ‘ S_{CD} ’ é a matriz de rotação que passa o sistema de coordenadas Disco para o sistema de coordenadas do contato alinhado com os planos principais do Disco; ‘ R ’ é o raio da cavidade; ‘ r_R ’ é o raio efetivo do rolo; ‘ h ’ é a altura do Plano do Rolo; ‘ Y_0 ’ é o raio do toróide; ‘ α ’ é o desalinhamento do Plano de Controle em relação ao plano principal; ‘ θ ’ é o ângulo de controle; ‘ β ’ é o desalinhamento do eixo do rolo em relação ao Plano de Controle; ‘ X_i ’ e ‘ Y_i ’ são as coordenadas do contato ‘ i ’ no plano principal segundo o referencial principal do sistema; ‘ Φ_E ’ e ‘ Φ_S ’ são as defasagens angulares entre os planos principais de curvatura do disco e do rolo; ‘ φ_i ’ é a posição angular do contato ‘ i ’ no referencial do Rolo. A Equação 113 relaciona o vetor que liga o centro do Rolo com a posição do contato ‘ i ’ avaliado no referencial local do Rolo com o valor numérico de ‘ φ_i ’.

$$\begin{bmatrix} \cos \varphi_i \\ 0 \\ -\sin \varphi_i \end{bmatrix} = \frac{1}{r_R} \cdot \left([S_{R0}] \cdot \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i - Y_0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ h \\ 0 \end{bmatrix} \right) \quad (113)$$

Onde: ‘ φ_i ’ é a posição angular do contato ‘ i ’ no referencial do Rolo; ‘ S_{R0} ’ é a matriz de rotação que passa o sistema de coordenadas principal para o sistema de coordenadas do Rolo; ‘ r_R ’ é o raio efetivo do rolo; ‘ Y_0 ’ é o raio do toróide; ‘ X_i ’ e ‘ Y_i ’ são as coordenadas do contato ‘ i ’ no plano principal segundo o referencial principal do sistema.

4.1.4 Velocidades de Slip e Side-Slip

O desalinhamento entre os vetores tangenciais do Disco e do Rolo, avaliado por ‘ Φ_i ’, provoca o surgimento de escorregamento lateral, o “*Side-Slip*”, entre os componentes em contato. O perfil de velocidade relativa entre as superfícies foi calculado utilizando a Equação 67 (Capítulo 3.3.3), mas com as modificações expostas nas Equações 114 e 115, para o cálculo das velocidades relativas no centro do contato levando em consideração o desalinhamento causado pelos novos parâmetros. A definição e cálculo da velocidade de “*Spin*” apresentada no Capítulo 3.3.3 não é alterada pelo novo equacionamento.

$$\begin{bmatrix} V_{Slip} \\ V_{Side-Slip} \end{bmatrix}_E = Y_E \cdot \omega_E \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - r_R \cdot \omega_{Rolo} \cdot \begin{bmatrix} \cos \Phi_E \\ \sin \Phi_E \end{bmatrix} \quad (114)$$

$$\begin{bmatrix} V_{Slip} \\ V_{Side-Slip} \end{bmatrix}_S = r_R \cdot \omega_{Rolo} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - Y_S \cdot \omega_S \cdot \begin{bmatrix} \cos \Phi_S \\ \sin \Phi_S \end{bmatrix} \quad (115)$$

Onde: ‘ V_{Slip} ’ é a diferença de velocidades entre as superfícies do centro do contato e no sentido do rolamento (velocidade de escorregamento ou velocidade de “*Slip*”); ‘ $V_{Side-slip}$ ’ é a diferença de velocidades entre as superfícies do centro do contato e no sentido perpendicular ao rolamento (velocidade de escorregamento lateral ou velocidade de “*Side-Slip*”); ‘ ω_{Rolo} ’ é a rotação do Rolo; ‘ ω_E ’ é o vetor rotação do Disco de Entrada; ‘ ω_S ’ é o vetor rotação do Disco de Saída; ‘ r_R ’ é o raio efetivo do rolo; ‘ Y_E ’ é a altura do contato no Disco de Entrada; ‘ Y_S ’ é a altura do contato no Disco de Saída; ‘ Φ_E ’ e ‘ Φ_S ’ são as defasagens angulares entre os planos principais de curvatura do disco e do rolo.

4.2 Forças tangenciais e Momento de Spin

A Equação 116, formulada a partir das Equações 38 e 39 do Capítulo 3.2.2, relaciona as tensões de cisalhamento do filme de óleo com as forças tangenciais no sentido do rolamento

(F_s '), no sentido perpendicular ao rolamento (F_{ss} ') e com o momento devido ao fenômeno de "Spin". A Equação 117 une a formulação expressa na Equação 116 com as formulações das Equações 45 e 46, utilizando a integração por área na forma polar.

$$\begin{bmatrix} F_s \\ F_{ss} \\ M_s \end{bmatrix}_i = \iint_A \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ (x\tau_y - y\tau_x) \end{bmatrix}_i dA = a_i b_i \int_0^1 \left(\int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ (\tau_y a_i \cos \psi - \tau_x b_i \sin \psi) \end{bmatrix}_i d\psi \right) r dr \quad (116)$$

$$\begin{bmatrix} F_s \\ F_{ss} \\ M_s \end{bmatrix}_i = a_i b_i \int_0^1 \tau_L \cdot r \cdot \left(\int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -b_i \sin \psi & a_i \cos \psi & 0 \end{bmatrix} \cdot \left(\frac{1 - e^{-\frac{\eta \cdot |V_{Rel}|_i}{\tau_L \cdot H_i}}}{|V_{Rel}|_i} \right) \cdot \vec{V}_{Rel}_i d\psi \right) dr \quad (117)$$

Onde: ' F_s ' é a força tangencial no sentido do escorregamento (Força de "Slip"); ' F_{ss} ' é a força tangencial no sentido do escorregamento-lateral (Força de "Side-Slip"); ' M_s ' é o momento (torque) gerado pelo movimento de "Spin"; ' τ_x ' é a tensão de cisalhamento equivalente do filme de óleo no sentido da rolagem; ' τ_y ' é a tensão de cisalhamento equivalente do filme de óleo no sentido perpendicular à rolagem; ' V_{Rel} ' é a velocidade relativa entre as duas superfícies; ' τ_L ' é a tensão de cisalhamento limite do lubrificante; ' η ' é a viscosidade do fluido; ' H_i ' é a espessura do filme de óleo no contato ' i '; ' a_i ' e ' b_i ' são as larguras do semi-eixos da elipse que define a área do contato ' i '; ' ψ ' e ' r ' são as coordenadas polares adimensionalizadas na área de contato elíptico.

4.3 Modelagem do trem de potência

Devido à dispersão de informação na bibliografia (em forma e quantidade), para cada componente do trem de potência foram escritas relações que relacionam as condições de entrada e saída do sistema, apresentadas de forma genérica pelas Equações 118 e 119. O detalhamento da aplicação desses modelos para cada componente do trem de potência está explícito nas Equações 120 até 137, contidas na Tabela 16.

$$RT_i \omega_{Ei} = \omega_{Si} \quad (118)$$

$$T_{Si} = \frac{T_{Ei} - T_{PEi} - I_{Ei}\dot{\omega}_{Ei}}{RT_i} - I_{Si}\dot{\omega}_{Si} - T_{PSi} \quad (119)$$

Tabela 16: Modelagem dos componentes do trem de potência.

Sistema	Relações de Velocidades		Relações de Torques	
	Equação	Nº	Equação	Nº
Rodas	$r_w\omega_9 = V_{Car}$	(120)	$\mathfrak{S} = \frac{T_9 - 4I_w\dot{\omega}_9}{r_w} - M_{Car}\dot{V}_{Car}$	(121)
Freio	$\omega_8 = \omega_9$	(122)	$T_9 = T_8 - T_F$	(123)
Diferencial	$RT_d\omega_7 = \omega_8$	(124)	$T_8 = \frac{T_7\varepsilon_d}{RT_d}$	(125)
Eixo de Transmissão	$\omega_6 = \omega_7$	(126)	$T_7 = T_6\varepsilon_E - I_T\dot{\omega}_6$	(127)
Embreagem	$\omega_5(1 - Cr_{emb}) = \omega_6$	(128)	$T_6 = T_5 - C_{emb}E\omega_5$	(129)
Redução na Saída	$\omega_5 = RT_S\omega_4$	(130)	$T_5 = \frac{T_4\varepsilon_{tS}}{RT_S}$	(131)
Cavidades Toroidais	$\omega_4 = RT_T\omega_3$	(132)	$T_4 = \frac{T_3\varepsilon_{tT}}{RT_T}$	(133)
Redução na Entrada	$\omega_3 = RT_E\omega_2$	(134)	$T_3 = \frac{T_2\varepsilon_{tE}}{RT_E}$	(135)
Motor	$\omega_2 = \omega_{Eng}$	(136)	$T_2 = T_{Eng} - I_{eng}\dot{\omega}_{Eng}$	(137)

Onde: ‘ \mathfrak{S} ’ é a somatória das forças externas que resistem ao deslocamento do veículo; ‘ M_{Car} ’ é a massa total do veículo; ‘ V_{Car} ’ é a velocidade do veículo; ‘ r_w ’ é o raio efetivo do Pneu; ‘ I_w ’ é o momento de inércia de cada roda ($I_w = 0,4kg.m^2$, de Genta, 1997); ‘ ω_9 ’ é a rotação das rodas do veículo; ‘ T_9 ’ é a soma dos torques de cada roda; ‘ T_F ’ é o torque total de frenagem; ‘ RT_d ’ é a relação de transmissão do Diferencial; ‘ ω_7 ’ é a rotação do eixo de transmissão; ‘ ω_8 ’ é a rotação do eixo de tração do veículo; ‘ T_8 ’ é o torque total na saída do diferencial; ‘ T_7 ’ é o torque no eixo de entrada do diferencial; ‘ ε_d ’ é a eficiência do diferencial ($\varepsilon_d = 0,95$, de Genta, 1997); ‘ T_6 ’ é o torque na entrada do eixo de transmissão; ‘ ε_E ’ é a eficiência do eixo de transmissão ($\varepsilon_E = 0,99$, de Ehsani, 2005); ‘ I_T ’ é o momento de inércia equivalente de todos os elementos conectados diretamente ao eixo de transmissão ($I_T = 0,05kg.m^2$, de Genta, 1997); ‘ Cr_{emb} ’ é o fator de escorregamento da embreagem; ‘ ω_5 ’ e ‘ ω_6 ’ são as rotações de entrada e saída da

embreagem; ' T_5 ' é o torque no eixo de entrada da embreagem; ' C_{embE} ' é o coeficiente linear de perda mecânica na entrada da embreagem ($C_{embE} = 0,02 \text{ N.m.s/rad}$); ' RT_S ' é a **RT** da caixa de redução na saída da caixa de transmissão ($RT_S = 0,7243319$); ' ω_3 ' e ' ω_4 ' são as rotações dos eixos de entrada e de saída da cavidade toroidal, respectivamente; ' T_3 ' e ' T_4 ' são os torques nos eixos de entrada e de saída da cavidade toroidal, respectivamente; ' RT_T ' é a **RT** da cavidade toroidal; ' ε_{tT} ' é a eficiência da **T-CVT**; ' T_3 ' é o torque no eixo de entrada da cavidade toroidal; ' RT_E ' é a **RT** da caixa de redução na entrada da caixa de transmissão ($RT_E = 0,74697$); ' ε_{tE} ' e ' ε_{tS} ' são as eficiências das caixas de redução na entrada e na saída da transmissão, respectivamente ($\varepsilon_{tE} = \varepsilon_{tS} = 0,97$, de Genta, 1997); ' T_2 ' e ' ω_2 ' são o torque e a rotação de entrada na caixa de transmissão do veículo; ' I_{eng} ' é o momento de inércia equivalente para todos os componentes diretamente conectados com o eixo do virabrequim do motor ($I_{eng} = 0,085 \text{ kg.m}^2$, de Genta, 1997); ' T_{eng} ' é o torque gerado pelo motor; ' ω_{eng} ' é a rotação do virabrequim do motor.

A escolha de ' RT_S ' e, conseqüentemente, de ' RT_E ' ($RT_S = 0,7243319$ e $RT_E = 0,74697$) foi feita para que a rotação média na saída da cavidade, durante o ciclo, seja de $\omega_4 = 2000,0 \text{ RPM}$, que é a velocidade comumente encontrada como condição de estudo na maioria das bibliografias consideradas (Coy et al.,1976; Imanishi & Machida, 2001; Yamamoto et al., 2001; Carbone et al., 2004; Newall et al. 2004).

A modelagem supõe que o veículo está andando em linha reta, portanto todas as rodas possuem a mesma velocidade angular. As eficiências do Diferencial e das reduções na Entrada e na Saída da caixa de transmissão foram estimadas com base na eficiência de pares engrenados (Genta, 1997). A eficiência do eixo de transmissão foi estimada de acordo com a perda de potência devido ao atrito dos mancais (Ehsani, 2005).

O torque resultante de frenagem ' T_F ' é a soma dos torques resultantes em cada roda em que o sistema de freios do veículo está atuando. O sistema de frenagem do veículo foi modelado de forma a compensar consumo negativo de potência pelo veículo. A hipótese adotada é de que qualquer potência gerada pelo veículo que resulte numa força de tração negativa (frenagem) tem sua origem no sistema de freios (Equação 138). Para simplificação da modelagem, a Equação 138 desconsidera a variação de inércia do motor.

$$T_F = \frac{\left| T_9 + I_T \frac{\varepsilon_d \dot{\omega}_9}{RT_d^2} \right| - \left(T_9 + I_T \frac{\varepsilon_d \dot{\omega}_9}{RT_d^2} \right)}{2} \quad (138)$$

A nova posição da embreagem no trem de potência do veículo deve-se às características de comportamento da **T-CVT**. A condição de lubrificação no contato dos componentes da **T-CVT** depende da velocidade na superfície dos componentes. Uma velocidade nula com uma transmissão de torque não nula implica que existe transmissão de torque por contato direto entre as superfícies, causando desgaste elevado da superfície. Esta condição, exemplificada pela partida do veículo, não está prevista pelo modelo de lubrificação e modelos de vida utilizados. Para evitar esta situação, sistemas automotivos normalmente utilizam arranjos de **T-CVT's** combinadas com planetários para criar mais de um modo de operação e, por consequência, mais de uma rota de transmissão de energia. “*Geared Neutral System*” e “*Power-Split System*” utilizam duas ou mais embreagens após a saída da cavidade toroidal, como demonstrado nas Figuras 47 e 48 (Miyata & Machida, 2001).

Informações a respeito das **RTs** utilizadas nestes sistemas não estavam acessíveis. Para contornar o problema, a embreagem foi posicionada entre a caixa de transmissão e o eixo de transmissão. Desse modo, a parte do trem de potência conectada ao virabrequim do motor permanecerá com uma velocidade mínima ‘ ω_{fun} ’ para sustentar o funcionamento, enquanto a parte conectada à roda pode ter rotação nula se o veículo estiver parado. O escorregamento resultante na embreagem ‘ Cr_{emb} ’ foi calculado tomando como hipótese de que, sempre que as condições externas implicarem que o motor opere abaixo de sua rotação mínima existirá um escorregamento suficiente para manter a rotação mínima do motor (Equação 139).

$$Cr_{emb} = 1 - \frac{2 \cdot \omega_6}{RT_{min} \cdot \omega_{fun} + |RT_{min} \cdot \omega_{fun} - \omega_6| + \omega_6} \quad (139)$$

Onde ‘ Cr_{emb} ’ é o fator de escorregamento da embreagem; ‘ ω_6 ’ é a rotação de saída da embreagem; ‘ ω_{fun} ’ é a rotação mínima admissível do virabrequim para o funcionamento do motor; ‘ RT_{min} ’ é a **RT** que define o limite inferior da faixa de operação da caixa de transmissão.

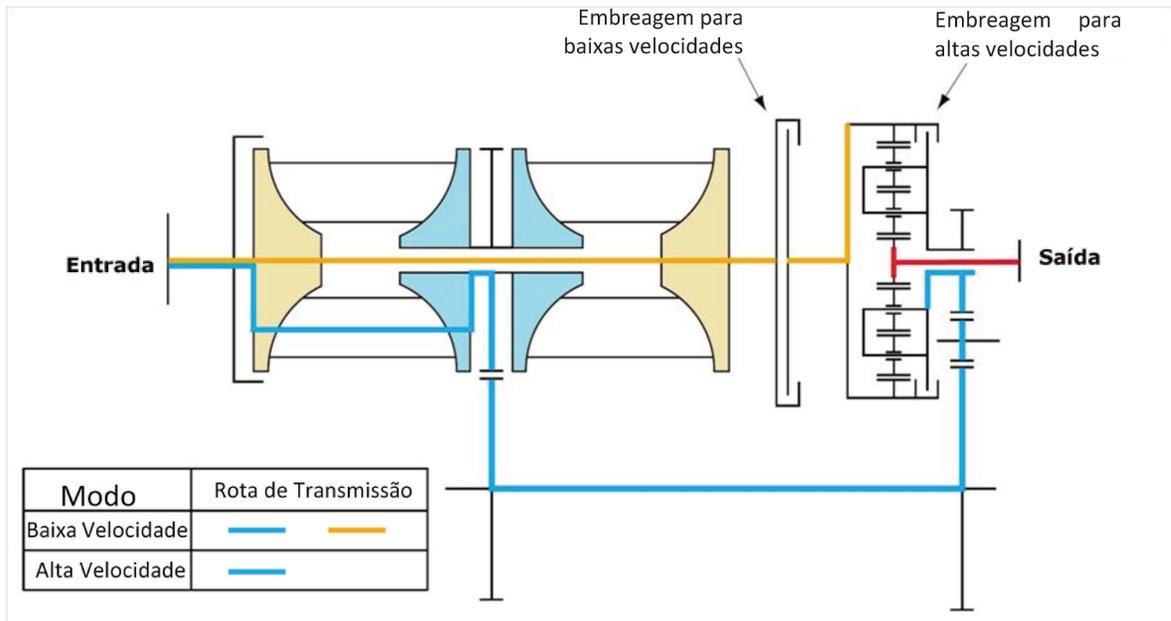


Figura 47: Sistema “Geared Neutral” (adaptado de Miyata & Machida, 2001).

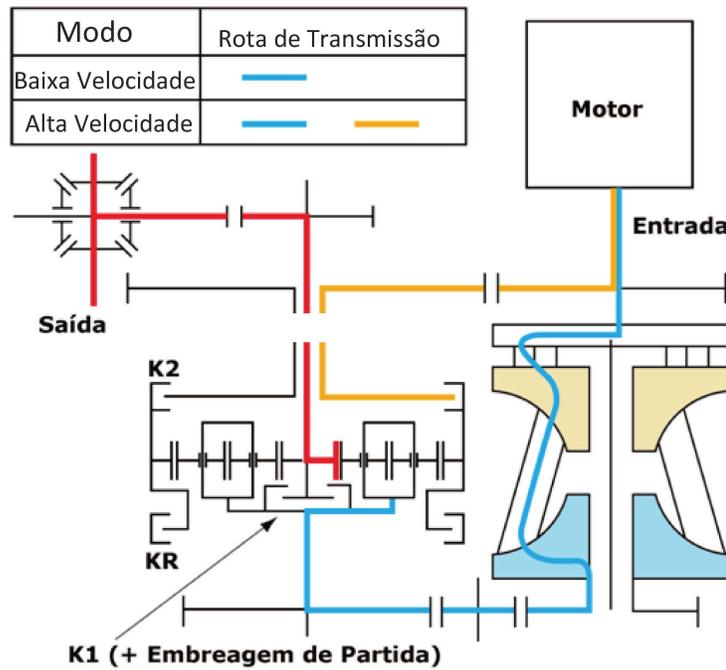


Figura 48: Sistema “Power Slipt” (adaptado de Miyata & Machida, 2001).

4.3.1 Estratégia de controle da CVT

A estratégia escolhida para otimização da operação do **ICE** foi a estratégia de máxima potência. Essa escolha foi feita pelos seguintes motivos: os limites de funcionamento do motor de combustão ficam mais distantes da linha ótima de operação, gerando uma margem de segurança e aumentando as chances da simulação convergir para um estado de funcionamento do **ICE** que seja factível; a estratégia de máxima potência implica em uma rotação maior na entrada da cavidade toroidal, o que favorece a condição de lubrificação do contato; os esforços no contato de entrada são reduzidos, pois os níveis de torque na entrada são menores.

Para estabelecer uma relação entre as condições de saída da cavidade toroidal e o ângulo de controle que satisfaz a condição de operação ótima do motor (seguindo a seqüência de cálculo no sentido inverso ao fluxo de potência) é preciso estimar a potência mecânica gerada pelo motor naquele instante e a faixa de rotação possível para aquela potência. A Equação 140 relaciona a potência na saída da caixa de transmissão com a potência estimada do motor.

$$P_{EngEST} = \frac{\omega_4 T_4}{\varepsilon_{tTEST} \varepsilon_{tE}} \quad (140)$$

Onde ' P_{EngEST} ' é a potência estimada do motor, ' ω_4 ' é a rotação do eixo de saída da cavidade toroidal, ' T_4 ' é o torque no eixo de saída da cavidade toroidal, ' ε_{tTEST} ' é a eficiência estimada da **T-CVT** ($\varepsilon_{tTEST} = 0,80$) e ' ε_{tE} ' é a eficiência da caixa de redução na entrada da transmissão. Essa aproximação desconsidera a inércia dos componentes do motor de combustão porque a aceleração angular do virabrequim ' $\dot{\omega}_{Eng}$ ' é dependente da **RT** efetiva da cavidade toroidal. Comparando a potência estimada com o mapeamento de potência do motor é possível delimitar um intervalo de rotação admissível para o motor, como mostra a Figura 49. As velocidades angulares ' ω_{EngMIN} ' e ' ω_{EngMAX} ' são, respectivamente o limite inferior e o limite superior do intervalo de rotação admissível para o motor na potência estimada ' P_{EngEST} '. As Equações 141 e 142 determinam a rotação mínima e a rotação máxima do **ICE** comparando a faixa de rotação admissível do motor com a faixa de rotação admissível do trem de potência.

$$\omega_{EngLs} = \frac{\frac{\omega_4}{RT_{Tmin}RT_E} + \omega_{EngMAX} - \left| \frac{\omega_4}{RT_{Tmin}RT_E} - \omega_{EngMAX} \right|}{2} \quad (141)$$

$$\omega_{EngLi} = \frac{\frac{\omega_4}{RT_{Tmax}RT_E} + \omega_{EngMIN} + \left| \frac{\omega_4}{RT_{Tmax}RT_E} - \omega_{EngMIN} \right|}{2} \quad (142)$$

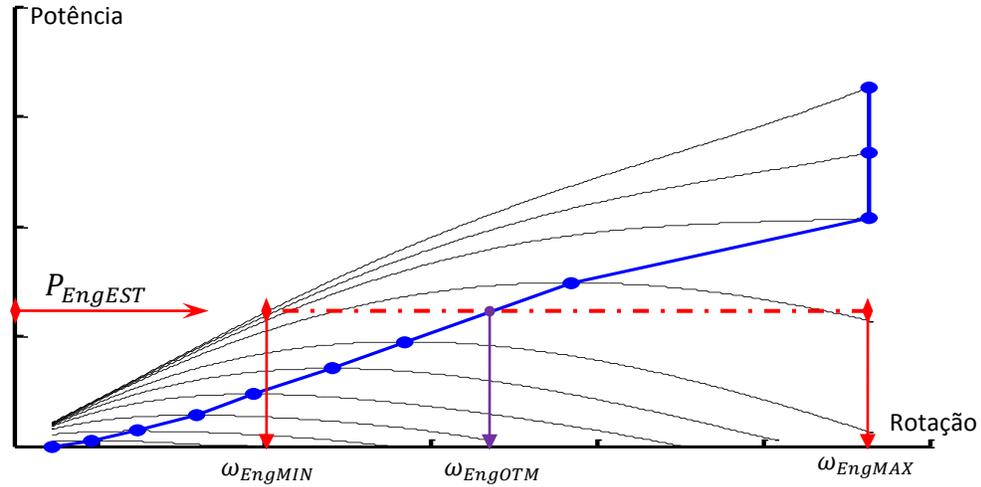


Figura 49: Faixa de operação do motor em função da potência estimada.

Onde ‘ ω_{EngLi} ’ é a rotação mínima admissível para o motor, ‘ ω_{EngLs} ’ é a rotação máxima admissível para o motor, ‘ ω_4 ’ é a rotação do eixo de saída da cavidade toroidal, ‘ RT_E ’ é a **RT** da caixa de redução na entrada da caixa de transmissão, ‘ RT_{Tmin} ’ é a **RT** mínima teórica da cavidade toroidal, ‘ $RT_{máx}$ ’ é a **RT** máxima teórica da cavidade toroidal, ‘ ω_{EngMIN} ’ e ‘ ω_{EngMAX} ’ são, respectivamente, o limite inferior e o limite superior do intervalo de rotação admissível para o motor na potência estimada. A hipótese adotada para modelagem do sistema de controle da **HT-CVT** é de que o sistema de controle é suficientemente capaz de manter o **ICE** o mais próximo possível da sua rotação otimizada (‘ ω_{EngOTM} ’). Sob essa consideração, as Equações 143 e 144 determinam a rotação estimada do motor em função da rotação ótima e dos limites de rotação admissível para o **ICE**.

$$\omega_{EngEST} = 0,5 \cdot (\omega_{Engs} + \omega_{EngLi} + |\omega_{EngLi} - \omega_{Engs}|) \quad (143)$$

$$\omega_{Engs} = 0,5 \cdot (\omega_{EngLs} + \omega_{EngOTM} - |\omega_{EngLs} - \omega_{EngOTM}|) \quad (144)$$

Onde ‘ ω_{EngEST} ’ é a rotação estimada do motor, ‘ ω_{EngLi} ’ é a rotação mínima admissível para o motor, ‘ ω_{EngLs} ’ é a rotação máxima admissível para o motor, ‘ ω_{EngOTM} ’ é a rotação ótima do **ICE** para a condição de potência estimada e ‘ ω_{Engs} ’ é o menor valor numérico entre ‘ ω_{EngLs} ’ e ‘ ω_{EngOTM} ’. Utilizando a rotação estimada do motor é possível calcular a rotação de entrada na transmissão e a **RT** ideal estimada da cavidade toroidal, como mostra a Equação 145. Substituindo a **RT** ideal estimada na Equação 103 é possível calcular o valor do ângulo de controle da **HT-CVT**.

$$RT_{TidEST} = \frac{\omega_4}{RT_E \omega_{EngEST} (1 - cr_{EST})} \quad (145)$$

Onde ‘ RT_{TidEST} ’ é a **RT** ideal estimada, ‘ ω_4 ’ é a rotação do eixo de saída da cavidade toroidal, ‘ RT_E ’ é a **RT** da caixa de redução na entrada da caixa de transmissão, ‘ ω_{EngEST} ’ é a rotação estimada do motor e ‘ cr_{EST} ’ é o escorregamento global estimado da **T-CVT** avaliado no sentido tangencial ao disco ($cr_{EST} = 0,0591$).

4.4 Resultados das Simulações

As variáveis geométricas chamadas de Raio da Cavidade (‘ R ’), Raio do Toróide (‘ Y_0 ’) e Altura do Plano do Rolo (‘ h ’) correspondem às variáveis independentes do **DCCR**, por apresentarem maior impacto nos diversos aspectos do funcionamento da **T-CVT**. Segundo Heilich (1983), as principais características desejáveis nas transmissões envolvem baixo custo de produção em larga escala, alta eficiência na transmissão de potência, alta confiabilidade e disponibilidade, elevado tempo de vida útil do sistema e conforto para o usuário. Assim, as variáveis dependentes foram escolhidas de acordo com as exigências de um sistema de transmissão automotivo descritas por Heilich (1983) e pela prática usual de reduzir o movimento de “*Spin*” nos contatos mantendo ângulo de controle próximo de zero (0), ou seja, a **RT** próxima da unidade (Forti, 2003; Carbone et al., 2004). A Tabela 17 mostra sucintamente as variáveis dependentes escolhidas e suas relações com as exigências do sistema de transmissão.

Tabela 17: Variáveis Dependentes escolhidas e metas de otimização.

Variáveis Dependentes	Meta	Exigência Relacionada	Referência
$H_{E(Min)}, H_{S(Min)}$	Maximizar	Baixo custo de produção	Heilich (1983)
$\varepsilon_{tT(Máx)}$	Maximizar	Alta eficiência	Heilich (1983)
L_S	Maximizar	Elevado tempo de vida útil	Heilich (1983)
$\Delta\theta_{(Máx)}$	Minimizar	RT próxima da unidade	Forti (2003)
$cr_{(Med)}$	Minimizar	RT próxima da unidade, Alta eficiência	Forti (2003)

Onde: ' $H_{E(Min)}$ ' é a espessura mínima do filme de óleo no contato de entrada durante o ciclo; ' $H_{S(Min)}$ ' é a espessura mínima do filme de óleo no contato de saída durante o ciclo urbano; ' $\varepsilon_{tT(Máx)}$ ' é a eficiência máxima da **T-CVT** durante o ciclo urbano; ' $L_{S\text{ Wei.}}$ ', ' $L_{S\text{ L.\&P.}}$ ', ' $L_{S\text{ I.\&H.}}$ ' e ' $L_{S\text{ Zar.}}$ ' são as vidas estimadas da **T-CVT** pelos modelos de Weibull, Lundberg & Palmgren, Ioannidas & Harris e Zaretsky, respectivamente, para as condições do ciclo urbano; ' $\Delta\theta_{(Máx)}$ ' é a maior variação do ângulo de controle durante o ciclo urbano; ' $cr_{(Med)}$ ' é o escorregamento global médio da **T-CVT** durante o ciclo urbano.

Cabe comentar que as variáveis ' $H_{E(Min)}$ ' e ' $H_{S(Min)}$ ' estão relacionadas com a rugosidade superficial dos corpos em contato através da Equação 1. Uma maior espessura do filme de óleo no contato permite acabamentos superficiais mais grosseiros (Figura 18) e, portanto, de menor custo.

Tendo sido definidas as variáveis dependentes e independentes, as simulações foram realizadas segundo um Delineamento Composto Central Rotacional, ou **DCCR** (Rodrigues & Iemma, 2009). Foram testados valores do Raio da Cavidade ' R ' entre 36mm e 44mm, o Raio do toróide ' Y_0 ' entre 58,50mm e 71,50mm e a Altura do Plano do Rolo ' h ' entre 18mm e 22mm. Esses intervalos correspondem a uma variação de 10% dos valores nominais da transmissão **HT-CVT** escolhida. Uma variação percentual maior para as variáveis geraria pontos dentro do domínio estudado que não seriam factíveis com as exigências de alcance de **RT** para o ciclo. A Tabela 18 apresenta os níveis estudados das variáveis e a Tabela 19 as configurações da **HT-CVT** durante as simulações.

Tabela 18: Codificação das variáveis para o Planejamento Experimental.

Código	-1,68	-1,00	0,00	1,00	1,68
<i>R</i> (mm)	36,00	37,62	40,00	42,38	44,00
<i>Y</i> ₀ (mm)	58,50	61,13	65,00	68,87	71,50
<i>h</i> (mm)	18,00	18,81	20,00	21,19	22,00

Sabendo que as variáveis independentes alteram apenas as características geométricas da **T-CVT**, todos os resultados envolvendo modelagem das forças externas até as condições de saída da cavidade toroidal são os mesmos para cada condição testada, sendo os principais apresentados nas Figuras 50, 51 e 52.

Tabela 19: Condições de simulação.

Experimento	<i>R</i> (mm)	<i>Y</i>₀ (mm)	<i>h</i> (mm)
1	37,62	61,13	18,81
2	37,62	61,13	21,19
3	37,62	68,87	18,81
4	37,62	68,87	21,19
5	42,38	61,13	18,81
6	42,38	61,13	21,19
7	42,38	68,87	18,81
8	42,38	68,87	21,19
9	36,00	65,00	20,00
10	44,00	65,00	20,00
11	40,00	58,50	20,00
12	40,00	71,50	20,00
13	40,00	65,00	18,00
14	40,00	65,00	22,00
15 (C)	40,00	65,00	20,00

A Figura 50 mostra o perfil da somatória das forças externas que resistem ao deslocamento do veículo (\mathfrak{S}) e da força de tração total do veículo (composição de \mathfrak{S} com a força de inércia linear do veículo). Os resultados indicam que, para o ciclo urbano da norma ASTM NBR6601, grande parte dos esforços do veículo esta relacionada com as variações bruscas de velocidade (frenagens e aceleração). A força máxima de resistência externa foi de $\mathfrak{S} = 518N$ ($F_{rr} = 216N$, $F_{ra} = 0N$, $F_{ar} = 302N$), quando o veículo atinge o pico de velocidade do percurso ($V_{Car} =$

96,20km/h). No entanto, na maior parte do trajeto a força de resistência à rolagem ' F_{rr} ' é superior à força de arrasto aerodinâmico do veículo ' F_{ar} ' (valores médios para o ciclo são $F_{rr} = 146N$ e $F_{ar} = 57N$). Estes aspectos caracterizam um ciclo urbano.

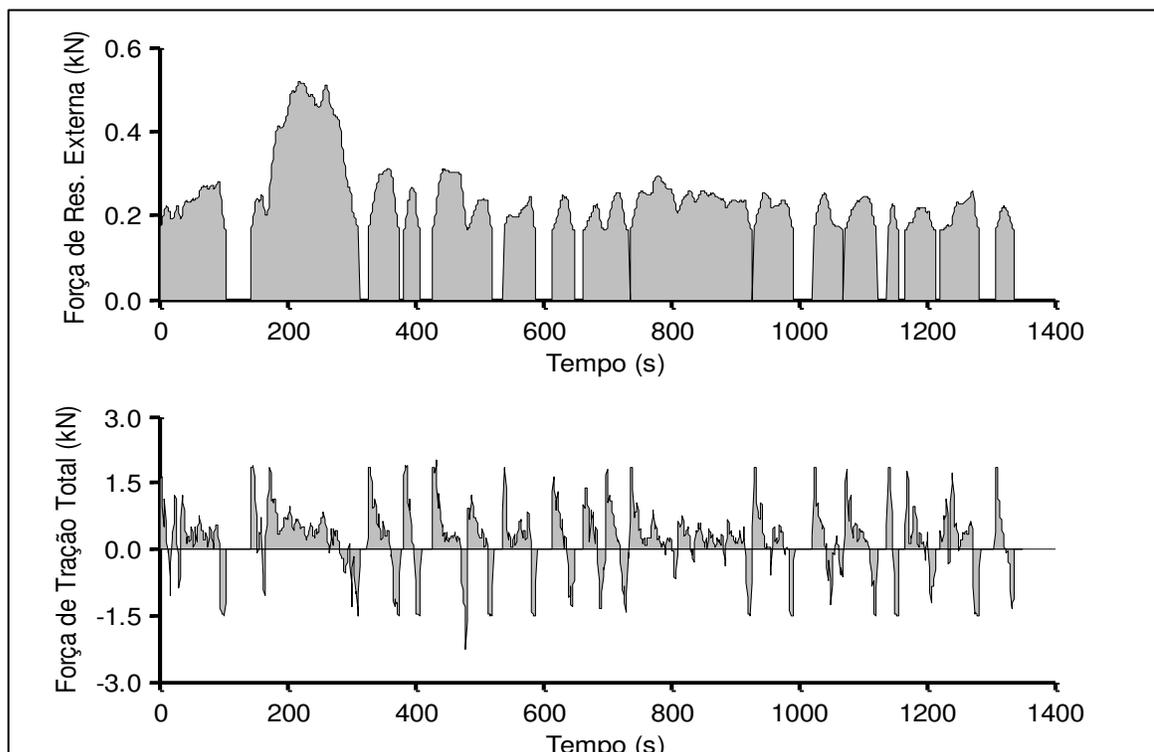


Figura 50: 'F' e Força de tração total para o veículo no ciclo urbano.

Os comportamentos do sistema de frenagem e sistema de embreagem do veículo, durante o ciclo, estão apresentados na Figura 51. O máximo torque total de frenagem (' T_F ') ocorre em 480s, $T_F = 687 N.m$ (70 kgf.m), sendo superior ao máximo torque total de aceleração disponível no eixo de tração ($T_a = 600 N.m$, 61 kgf.m, aos 435s). A energia total dissipada pelo sistema de freios durante o ciclo foi de 1464 kJ (407 kWh) e a energia total de aceleração descarregada pelo eixo de tração nas rodas foi de 4896 kJ (1360 kWh). A comparação dos resultados de frenagem com os de aceleração indica um elevado uso do sistema de frenagem, sendo esta uma característica comum nos ciclos urbanos.

Em um caso real, pode-se esperar uma maior quantidade de energia dissipada por frenagem, visto que a modelagem utilizada para o sistema de frenagem implica em um uso otimizado, onde a energia dissipada é apenas suficiente para compensar o fluxo negativo de torque pelo trem de potência.

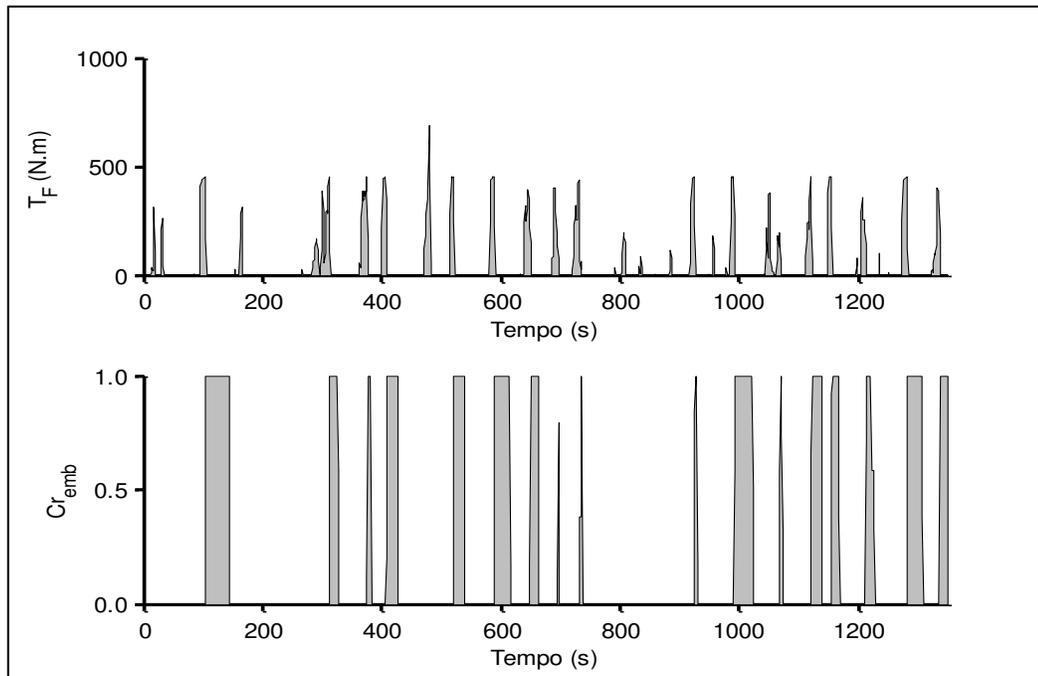


Figura 51: Atuação do sistema de frenagem e fator de escorregamento da embreagem.

Como previsto pela modelagem, o sistema de embreagem atuou quando a rotação dos elementos do trem de potência estava baixa. O fator de escorregamento da embreagem ($C_{r_{emb}}$) apresentou o valor unitário (100% de escorregamento) quando o veículo estava parado. A modelagem teórica do sistema de embreagem implica em um uso otimizado do componente, não levando em consideração a sua utilização em velocidades elevadas.

As condições de torque (T_4), rotação (ω_4) e potência (P_4) na saída da cavidade toroidal para qualquer instante do ciclo estão explícitas na Figura 52. O reposicionamento da caixa de transmissão em relação à embreagem permitiu à transmissão manter uma velocidade mínima não nula ($\omega_4 = 236 \text{ RPM}$) em todo o ciclo, mesmo com o veículo parado. A maior potência mecânica cedida para o trem de potência na saída da cavidade foi de 41,4 CV (30,4 kW), em uma rotação de 3297 RPM e torque de 88 N.m, aos 176 s do ciclo (metade do período de aceleração para velocidade máxima). Com o estado de operação na saída da cavidade toroidal (T_4 e ω_4) definidos pelas condições do ciclo urbano, o estado de operação na entrada (T_3 e ω_3) depende da RT ideal (RT_{Tid}), do escorregamento (cr) e da eficiência da cavidade toroidal (ε_{tT}).

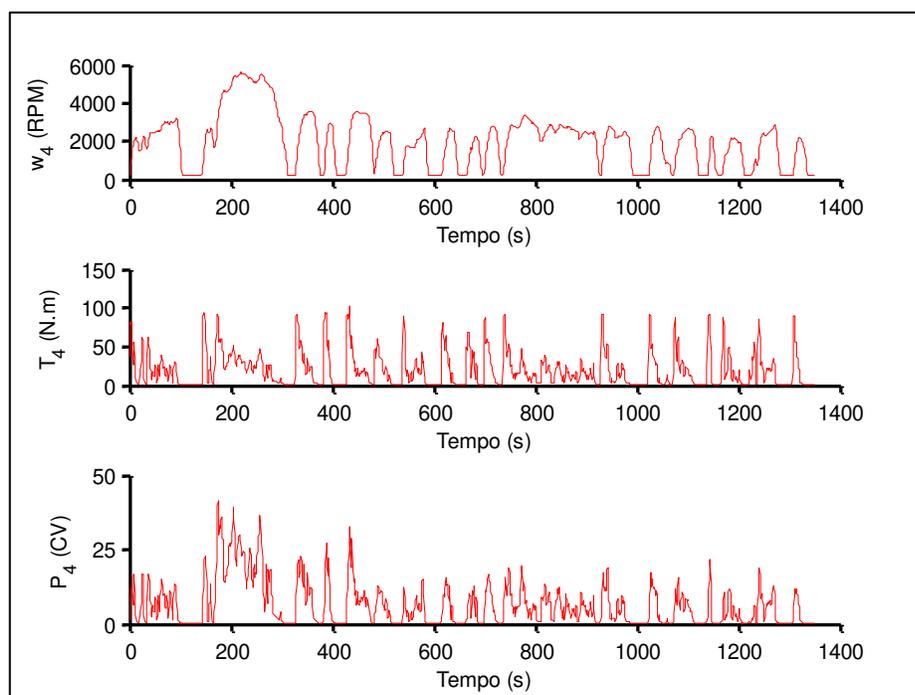


Figura 52: Condições de saída da Cavidade Toroidal.

A modelagem do sistema de controle visa a promover um estado de operação otimizado para o **ICE** prevendo o comportamento de eficiência e escorregamento e impondo uma **RT** ideal que satisfaça os critérios de otimização do **ICE**. Logo, a otimização da operação do **ICE** se tornou fortemente dependente das estimativas de eficiência e escorregamento cavidade toroidal (ϵ_{tTEST} e cr_{EST} respectivamente). A incidência do estado de operação do **ICE** para o ponto central da análise (experimento 15) está disposto em escala de cores na Figura 53.

Caso a estimativa de escorregamento e eficiência fossem precisas, o padrão formado pela incidência de utilização deveria reproduzir a curva de ótimo desempenho do **ICE** (Figura 41). Os experimentos que apresentaram os menores valores de eficiência (experimentos 2, 3, 4, 9 e 12) tiveram uma grande dispersão da incidência em relação à operação ótima.

Os gráficos expostos na Figura 54 indicam que a eficiência da **T-CVT** sofre uma grande influência no nível de torque transmitido, como observado por Attia (2005), criando um padrão que pode ser observado em todos os experimentos. Isto ocorre porque o torque do sistema está diretamente relacionado com a força de pressurização axial. A baixa pressurização induz uma baixa capacidade de transmissão de potência por escorregamento excessivo (Attia, 2005).

Em níveis elevados de torque e de pressurização do contato a perda de energia mecânica, em decorrência do escorregamento, é reduzida (Nikas, 2002). No entanto, a sobrecarga provoca um aumento nas perdas em função do atrito dos mancais e do movimento de “*Spin*” nos contatos (Carbone et al., 2004), além de reduzir o tempo de vida estimado das superfícies (Nikas, 2002; Attia, 2005). A curva de eficiência resultante compõe os dois efeitos gerando um ponto ótimo de eficiência, como observado na Figura 54 e no trabalho de Hirohisa Tanaka (Tanaka et al., 2004).

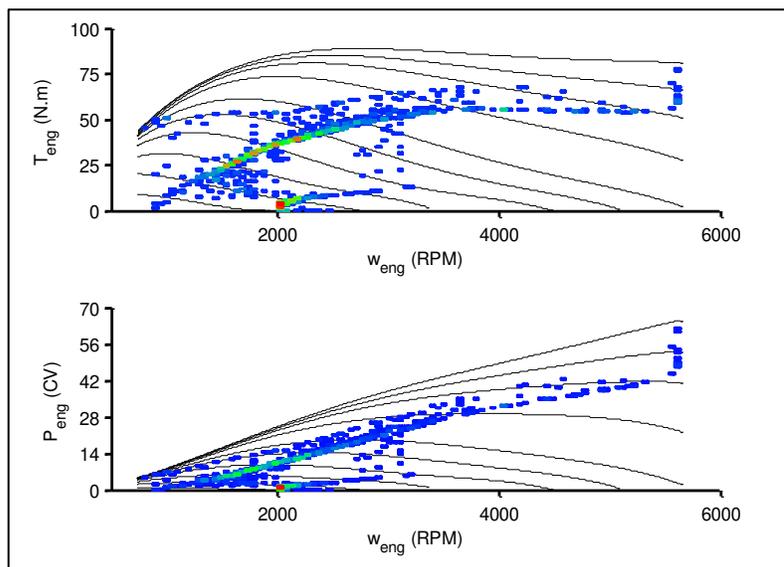


Figura 53: Incidência de utilização do ICE para o ponto central (experimento 15).

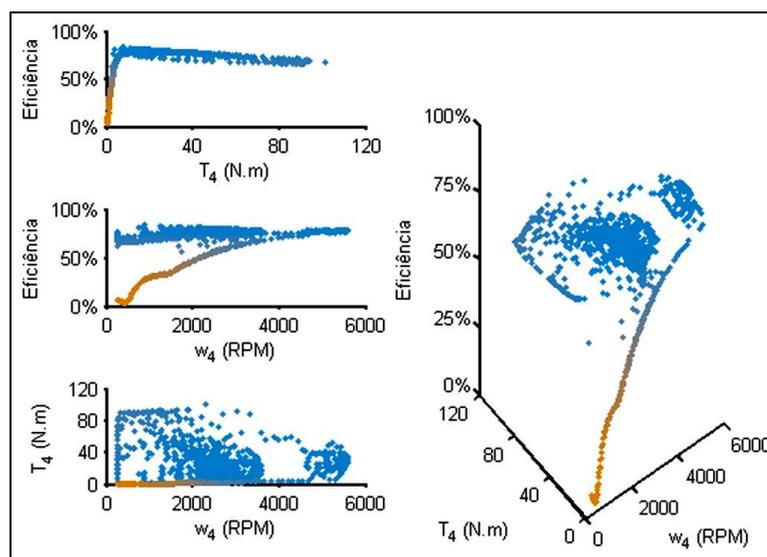


Figura 54: Desempenho de eficiência da T-CVT para o ponto central (experimento 15).

A Figura 55 apresenta o dano superficial acumulado (gradiente cinza) e a incidência de utilização da superfície (gradiente de cores) dos discos durante o ciclo urbano, para os quatro modelos de predição de vida. O gradiente de cores indica a incidência de utilização da superfície (Vermelho para maior utilização e Azul para a menor utilização). A concentração de incidência nos extremos dos discos está relacionada com a estratégia de controle escolhida.

Em todos os experimentos, foi verificado que os extremos inferiores dos discos foram as regiões mais danificadas, independentemente do modelo de vida escolhido. Estes resultados condizem com o efeito de sobrecarga observado no trabalho de Imanishi & Machida (2000), causado pelo sistema de pressurização linear e pela inclinação da superfície de contato. Quando a **RT** da cavidade se afasta da unidade, o ângulo da superfície em contato gera um efeito multiplicador da força axial de pressurização, submetendo os contatos a uma pressão superior à necessária para a transmissão do torque. Isso ocorre porque o came não leva em consideração a inclinação dos rolos ao gerar a força axial de pressurização, a partir do torque de entrada.

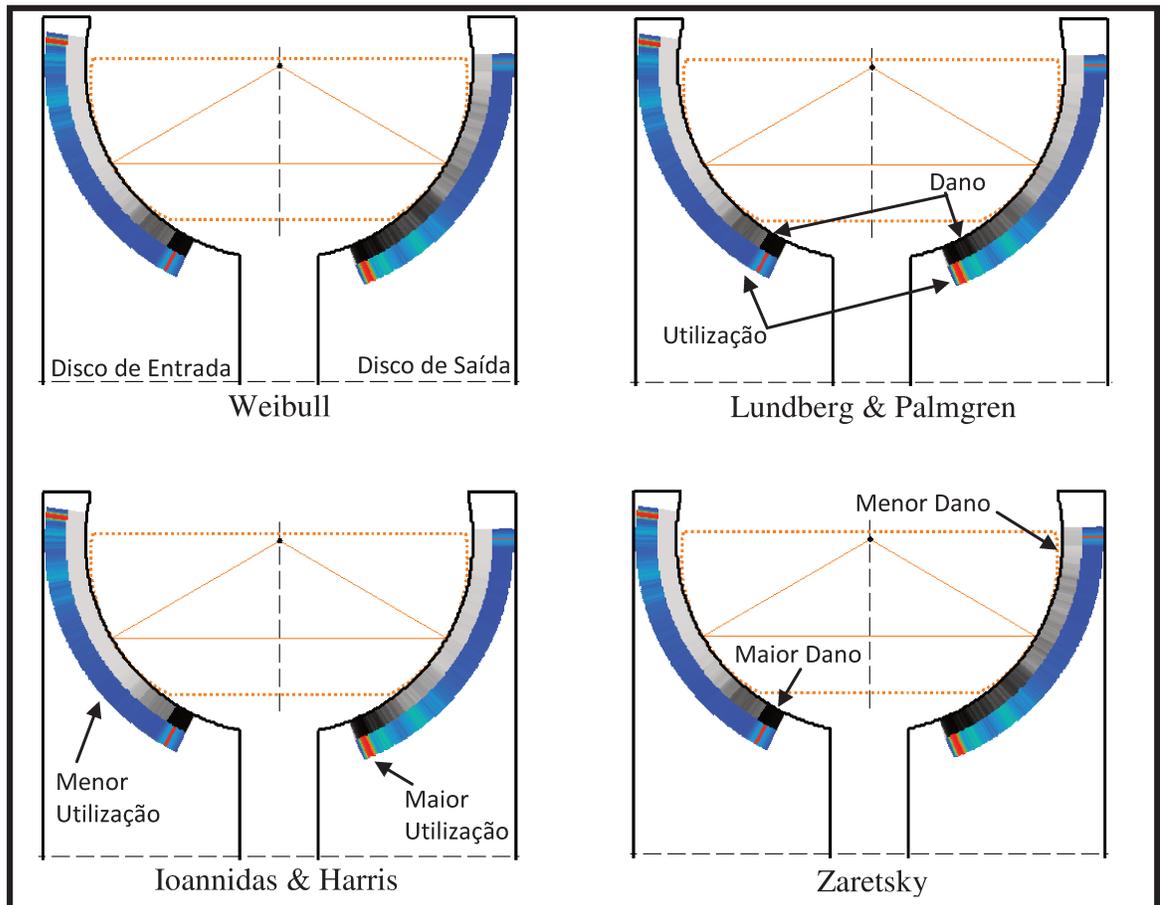


Figura 55: Dano (escala cinza) e incidência de utilização (escala colorida) dos discos (experimento 15).

A escala do dano foi normalizada utilizando o maior dano da cada superfície (Branco para nenhum dano, e Preto para dano máximo na superfície). Como consequência da estratégia de controle, das propriedades do ciclo e do efeito de sobrecarga do sistema de pressurização, o disco de saída apresentou em média uma vida estimada de 17, 6, 100 e 15 vezes maior do que o disco de entrada segundo os modelos de Weibull, Lundberg & Palmgren, Ioannidas & Harris e Zaretsky, respectivamente. A discrepância entre o maior dano do disco de entrada e o maior dano do disco de saída impediu a utilização de uma mesma escala para ambos.

Os valores das variáveis dependentes de cada experimento estão expostos na Tabela 20. As variáveis relacionadas à vida do sistema estão escritas na forma percentual e relativa ao ponto central da análise. Nesta forma estas variáveis não sofrem influência da constante de proporcionalidade ‘A’ (nas Equações 7, 8, 9 e 10). Este método também é utilizado por George K. Nikas (Nikas, 2002) para avaliar com maior precisão a vida de um componente em uma condição em relação à outra condição, mesmo que o valor absoluto da vida em ambos os casos seja desconhecido.

Tabela 20: Valores das variáveis secundárias para os experimentos.

Experimento	$\Delta\theta_{(Máx)}$ ($^{\circ}$)	$cr_{(Med)}$ (%)	$\epsilon_{tr(Máx)}$ (%)	$\Delta L_S_{Wei.}$ (%)	$\Delta L_S_{L.\&P.}$ (%)	$\Delta L_S_{I.\&H.}$ (%)	$\Delta L_S_{Zar.}$ (%)	$H_{E(Min)}$ (μm)	$H_{S(Min)}$ (μm)
1	36,5	32,1%	83,4%	38,12%	17,73%	41,32%	36,62%	0,211	0,204
2	36,7	32,6%	81,3%	-24,88%	-33,87%	-43,79%	-24,03%	0,204	0,200
3	46,2	30,6%	81,8%	-30,85%	-29,39%	-34,93%	-30,32%	0,233	0,227
4	47,7	32,5%	79,2%	-74,67%	-72,11%	-82,24%	-73,78%	0,225	0,224
5	29,8	27,9%	87,4%	72,35%	69,97%	122,64%	69,34%	0,159	0,140
6	29,3	28,0%	86,0%	16,32%	13,62%	16,15%	16,02%	0,154	0,138
7	36,6	26,3%	86,3%	29,04%	42,58%	68,61%	27,67%	0,176	0,155
8	36,5	26,4%	84,7%	-16,79%	-6,64%	-14,57%	-16,32%	0,171	0,153
9	46,0	35,5%	78,7%	-46,92%	-51,70%	-59,18%	-46,15%	0,254	0,260
10	30,9	26,3%	87,1%	42,67%	52,78%	82,34%	40,98%	0,154	0,133
11	30,1	30,3%	85,4%	35,06%	19,16%	32,46%	34,05%	0,170	0,157
12	44,0	27,6%	82,9%	-39,79%	-30,77%	-42,73%	-38,95%	0,202	0,188
13	36,6	28,5%	85,7%	48,17%	46,28%	85,34%	46,00%	0,192	0,175
14	36,7	28,9%	82,6%	-37,31%	-35,73%	-50,23%	-36,23%	0,182	0,170
15 (C)	36,5	28,7%	84,2%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,187	0,173

Analisar a vida estimada da transmissão de forma relativa permite avaliar a sensibilidade dos modelos de vida às variáveis geométricas. A Figura 56 mostra a sensibilidade da vida do sistema em relação às variáveis independentes, combinando as respostas dos experimentos: 9, 15 e 10 para ‘ R ’; 11, 15 e 12 para ‘ Y_0 ’; e 13, 15 e 14 para ‘ h ’.

Os resultados indicam que a sensibilidade de cada modelo de vida é diferente e, dentre eles, o modelo de predição de vida de Ioannidas & Harris apresentou maior sensibilidade às variações de ‘ R ’ e ‘ h ’. Isso indica que o maior impacto desses parâmetros em relação à vida do componente está relacionado com a tensão crítica no material.

Os modelos de Weibull e Zaretsky foram os que tiveram maior sensibilidade à variação de ‘ Y_0 ’. A influência negativa do aumento de ‘ Y_0 ’ sobre o tempo estimado de vida está relacionado com a **RT** ideal do sistema (Equação 103). Aumentar o raio do toróide obriga o sistema a adotar inclinações maiores do rolo de potência para obter a mesma **RT** (como pode ser observado na Figura 57). Isso leva a transmissão a operar em condições que intensificam o efeito de sobrecarga do sistema (Imanishi & Machida, 2000) e os raios de curvaturas das superfícies no contato são menores. A diminuição dos raios de curvatura implica em uma redução da área de contato e um aumento na profundidade de tensão crítica (‘ z_0 ’). Como os modelos de Lundberg & Palmgren e de Ioannidas e Harris prevêm um impacto positivo na vida em decorrência do aumento da profundidade de tensão crítica, o segundo efeito tende a compensar parcialmente o primeiro, reduzindo a sensibilidade destes modelos à variação de ‘ Y_0 ’.

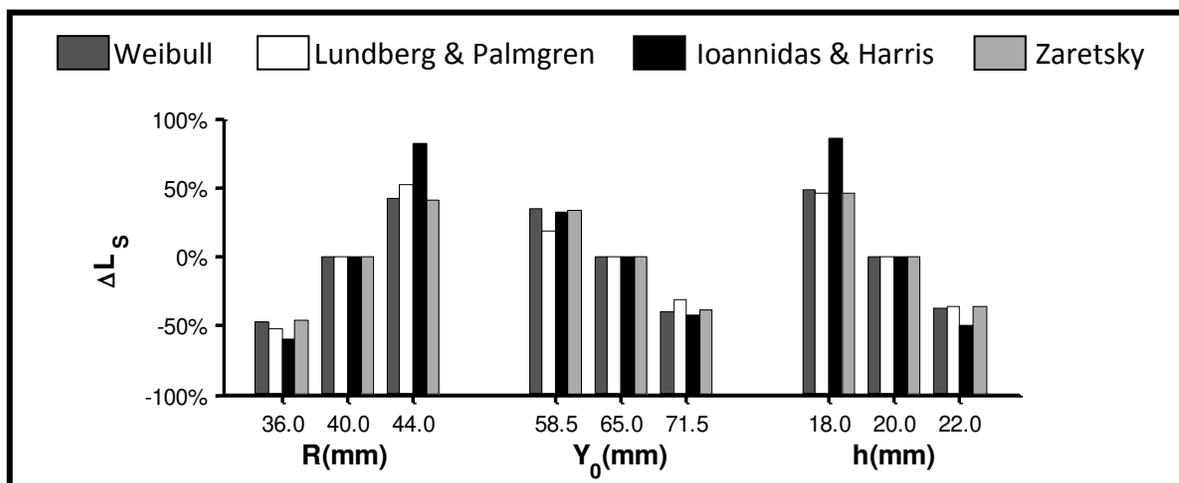


Figura 56: Sensibilidade de ΔL_s em relação à R , Y_0 e h , para os 4 modelos de vida.

A Figura 57 mostra a sensibilidade das variáveis dependentes de ' $\Delta\theta_{(Máx)}$ ', ' $cr_{(Med)}$ ', ' $\varepsilon_{tT(Máx)}$ ', ' $H_{E(Min)}$ ' e ' $H_{S(Min)}$ ' em relação às variáveis independentes ' R ', ' Y_0 ' e ' h '. O parâmetro ' h ' possui uma baixa influência na maioria das variáveis dependentes, com exceção da vida do sistema ' ΔL_S ' (Figura 56) e da eficiência global da cavidade ' $\varepsilon_{tT(Máx)}$ ' (Figura 57). O impacto negativo de ' h ' sobre ' ΔL_S ' está relacionado com a sobrecarga do sistema, já que a variação de 10% do valor nominal de ' h ' aumenta em cerca de 4% a força de pressurização média dos contatos. Alterar came de pressurização em função da variação de ' h ' poderia compensar este efeito.

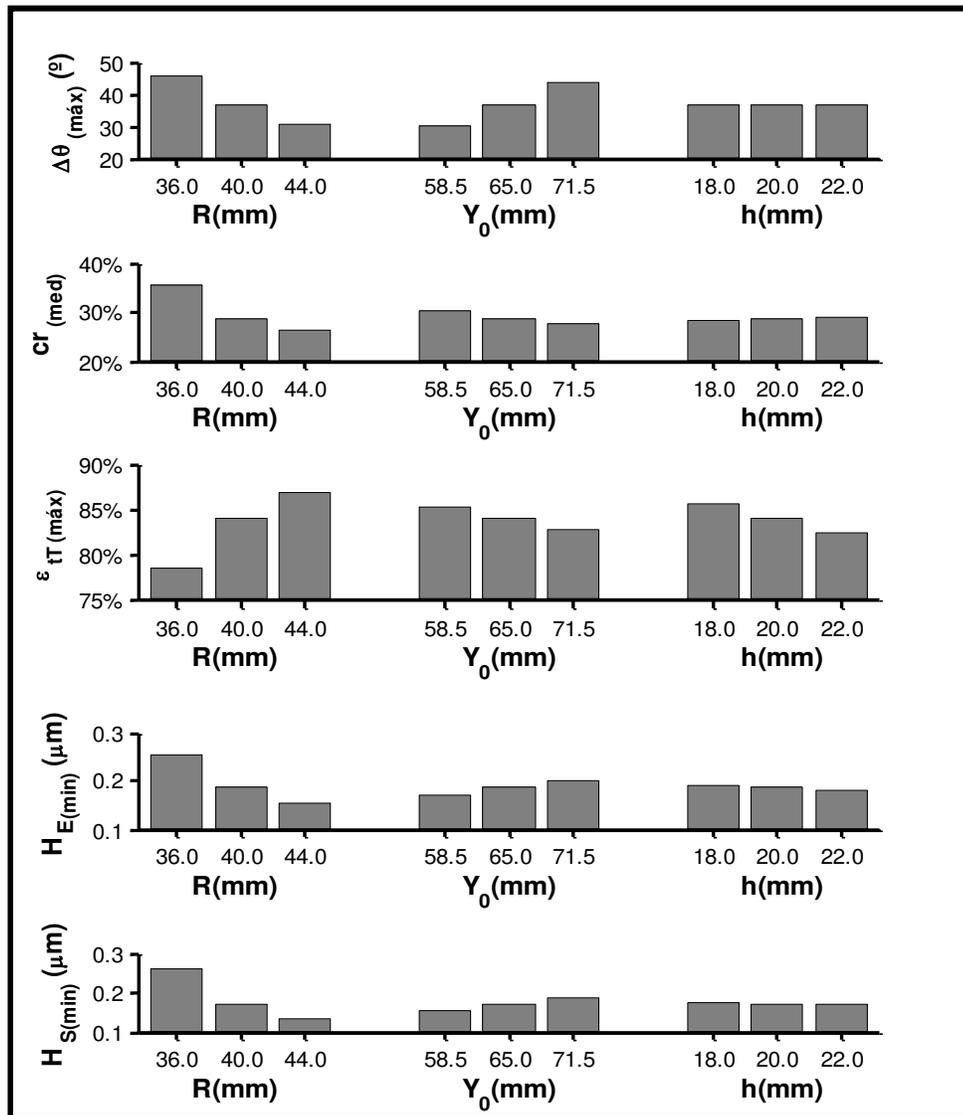


Figura 57: Sensibilidade de $\Delta\theta_{(Máx)}$, $cr_{(Med)}$, $\varepsilon_{tT(Máx)}$, $H_{E(Min)}$ e $H_{S(Min)}$ em relação à R , Y_0 e h .

Os valores de espessura de filme mínimo ($H_{E(Min)}$ e $H_{S(Min)}$) indicam que a superfícies dos discos e dos rolos devem possuir uma rugosidade RMS inferior a $0,05\mu\text{m}$ para manter a relação $\Lambda > 3$ (Equação 1), o que implica em um acabamento superficial de polimento a lapidação (Figura 18). Valores menores de Λ indica colisão ocasional entre os picos de rugosidade, que leva ao rompimento do filme de óleo e, conseqüentemente, a uma queda na eficiência e de vida útil do sistema (Nikas, 2002).

O cálculo dos efeitos das variáveis, os respectivos erros e análises estatísticas foram realizados com o auxílio do software Statistica 7.0. A Tabela 24 (Apêndice A) evidencia os efeitos de cada fator (parâmetro) estudado, seu erro padrão, os coeficientes C_0 a C_{Yh} e também os intervalos de 95% de confiança para a variável dependente $\Delta\theta_{(Máx)}$. Analogamente, os resultados para as variáveis dependentes $cr_{(Med)}$, $\epsilon_{tT(Máx)}$, $H_{E(Min)}$, $H_{S(Min)}$, $\Delta L_{S\text{ Wei.}}$, $\Delta L_{S\text{ L\&P.}}$, $\Delta L_{S\text{ I\&H.}}$ e $\Delta L_{S\text{ Zar.}}$ estão apresentados nas Tabelas 25 a 32 (Apêndice A).

O teste individual de significância de cada coeficiente do modelo é realizado em função dos valores de 'p' apresentados nas Tabelas 24 a 32, podendo conduzir à otimização do modelo pela eliminação ou da adição de termos. Se o valor de 'p' for inferior ao nível de significância (5%), então, o termo é adequado ao modelo e deve, portanto, ser mantido. Se, entretanto, ocorrer o contrário (Mendes, 2006), o termo deve ser excluído. Além disso, a retirada de qualquer termo deve obedecer ao princípio da Hierarquia (Mendes, 2006), ou seja, se um termo de ordem alta é mantido no modelo, o de ordem baixa também deve ser conservado. Por exemplo, se a interação de 'R' com 'h' é significativa, mas o efeito linear 'h' não o é, então o modelo deve conservar ambos. Nesse sentido, os fatores que apresentaram o valor 'p' superior a 0,05 foram desconsiderados do modelo.

Os gráficos de Pareto dispostos na Figura 58 relacionam os fatores do modelo quadrático com os respectivos efeitos nas variáveis dependentes. As linhas vermelhas indicam o limite onde os fatores passam a ser estatisticamente significante ($p < 0,05$).

As Equações 146 a 154 são aplicações do modelo quadrático descrito pela Equação 93. Elas descrevem o comportamento previsto para cada variável dependente em função das variáveis independentes estudadas. Cabe comentar que, quando necessário, os modelos foram re-parametrizados para conter apenas os termos estatisticamente significativos. As tabelas dos efeitos para os modelos re-parametrizados estão dispostas no Apêndice B.

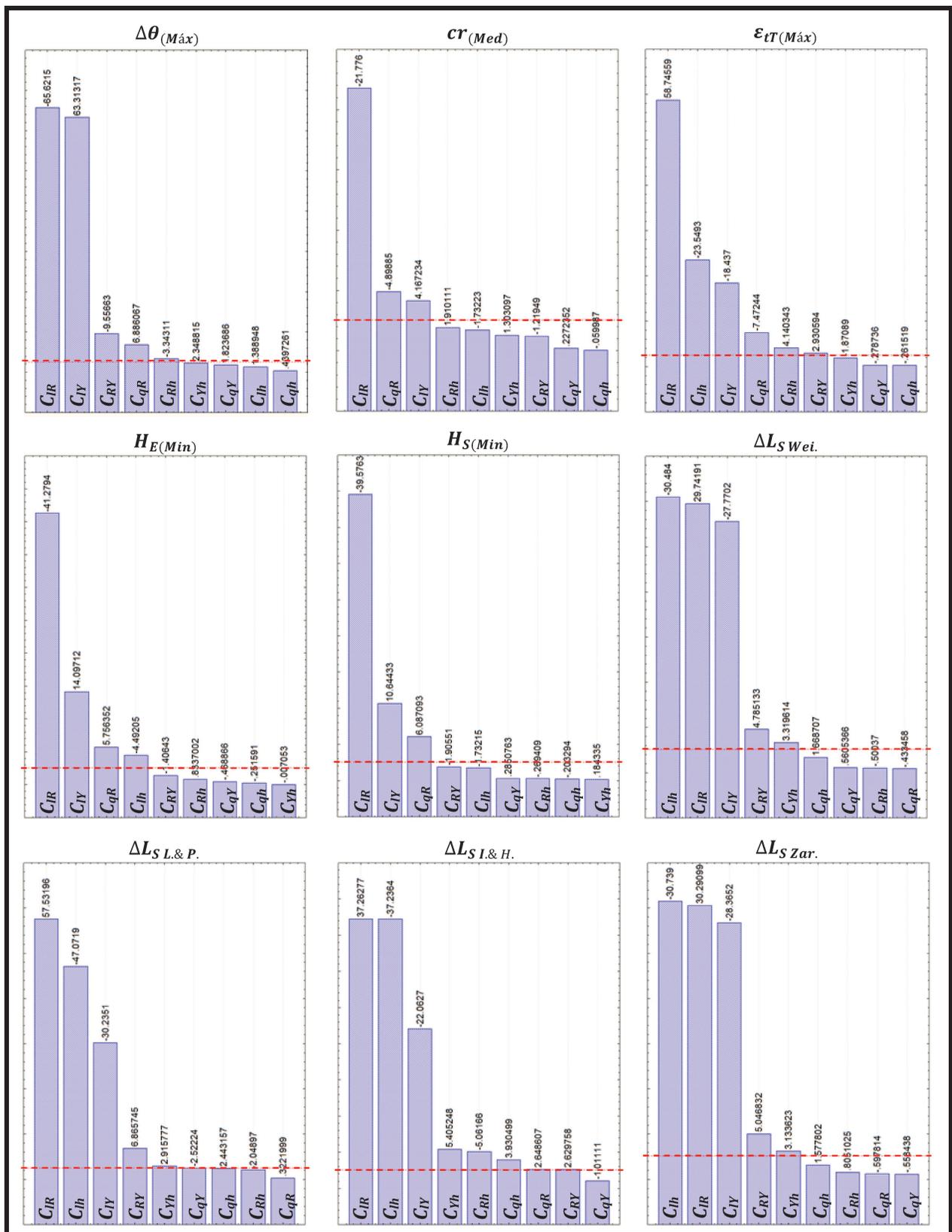


Figura 58: Gráficos de Pareto mostrando a os efeitos dos fatores sobre as variáveis dependentes.

$$\Delta\theta_{(M\acute{a}x)} = [1 \quad R \quad Y_0 \quad h] \cdot \begin{bmatrix} +36,79 & 0 & 0 & 0 \\ -8,83 & +1,22 & 0 & 0 \\ +8,52 & -1,67 & 0 & 0 \\ 0 & -0,59 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ R \\ Y_0 \\ h \end{bmatrix} \quad (146)$$

$$cr_{(Med)} = [1 \quad R \quad Y_0 \quad h] \cdot \begin{bmatrix} +0,2891 & 0 & 0 & 0 \\ -0,0476 & +0,0134 & 0 & 0 \\ +0,0107 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ R \\ Y_0 \\ h \end{bmatrix} \quad (147)$$

$$\varepsilon_{tT(M\acute{a}x)} = [1 \quad R \quad Y_0 \quad h] \cdot \begin{bmatrix} +0,8419 & 0 & 0 & 0 \\ +0,0480 & -0,0089 & 0 & 0 \\ -0,0151 & +0,0031 & 0 & 0 \\ +0,0192 & +0,0044 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ R \\ Y_0 \\ h \end{bmatrix} \quad (148)$$

$$H_{E(Min)} = [1 \quad R \quad Y_0 \quad h] \cdot \begin{bmatrix} +0,1860 & 0 & 0 & 0 \\ -0,0560 & +0,0123 & 0 & 0 \\ +0,0191 & 0 & 0 & 0 \\ -0,0061 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ R \\ Y_0 \\ h \end{bmatrix} \quad (149)$$

$$H_{S(Min)} = [1 \quad R \quad Y_0 \quad h] \cdot \begin{bmatrix} +0,1721 & 0 & 0 & 0 \\ -0,0707 & +0,0168 & 0 & 0 \\ 0 & +0,0190 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ R \\ Y_0 \\ h \end{bmatrix} \quad (150)$$

$$\Delta L_{S\,Wei.} = [1 \quad R \quad Y_0 \quad h] \cdot \begin{bmatrix} +0,0070 & 0 & 0 & 0 \\ +0,5037 & 0 & 0 & 0 \\ -0,4704 & +0,1059 & 0 & 0 \\ -0,5163 & 0 & +0,0734 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ R \\ Y_0 \\ h \end{bmatrix} \quad (151)$$

$$\Delta L_{S\,L\&P.} = [1 \quad R \quad Y_0 \quad h] \cdot \begin{bmatrix} +0,0013 & 0 & 0 & 0 \\ +0,6048 & 0 & 0 & 0 \\ -0,3179 & +0,0943 & 0 & 0 \\ -0,4949 & 0 & 0 + ,0400 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ R \\ Y_0 \\ h \end{bmatrix} \quad (152)$$

$$\Delta L_{S\,I\&H.} = [1 \quad R \quad Y_0 \quad h] \cdot \begin{bmatrix} -0,0348 & 0 & 0 & 0 \\ +0,8064 & +0,1059 & 0 & 0 \\ -0,4775 & +0,0759 & 0 & 0 \\ -0,8058 & -0,1431 & +0,1527 & -0,1482 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ R \\ Y_0 \\ h \end{bmatrix} \quad (153)$$

$$\Delta L_{S\,Zar.} = [1 \quad R \quad Y_0 \quad h] \cdot \begin{bmatrix} +0,0033 & 0 & 0 & 0 \\ +0,4904 & 0 & 0 & 0 \\ -0,4593 & +0,1067 & 0 & 0 \\ -0,4976 & 0 & +0,0663 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ R \\ Y_0 \\ h \end{bmatrix} \quad (154)$$

O teste para a significância do modelo é realizado como um procedimento de análise de variância (“*Analysis of Variance*”, ANOVA). É uma metodologia que permite analisar se há diferenças significativas entre as respostas experimentais, utilizando a distribuição F de Snedecor para o teste de hipótese (Mendes, 2006). Nesse sentido, para a estatística **F**, deve ser calculada a razão entre a média quadrática dos termos de regressão e a média quadrática dos resíduos (Erro). Comparando-se esta estatística com o valor crítico de **F** obtido a partir do nível de significância desejado, conclui-se sobre a significância do modelo. Se **F** for maior que **F**_{crítico} então o modelo é adequado. A Tabela 21 contém os dados da análise de variância para os resultados experimentais.

Tabela 21: Análise de Variância (ANOVA).

Var.	Fonte Variação	Soma Quadrática	G.L.	Média quadrática	F _{calculado}	F _{crítico}	Ajuste
$\Delta\theta_{(Máx)}$	Regressão	524.28257	5	104.85651	922.82	3.48	99.81%
	Resíduos	1.02264	9	0.11363			
	Total	525.30691	14				
$CT_{(Med)}$	Regressão	0.00865	3	0.00288	130.05	3.59	97.26%
	Resíduos	0.00024	11	0.00002			
	Total	0.00890	14				
$\varepsilon_{tT(Máx)}$	Regressão	0.01017	6	0.00169	694.081	3.58	99.81%
	Resíduos	0.00002	8	0.00000			
	Total	0.01019	14				
$H_{E(Min)}$	Regressão	0.01251	4	0.00313	630.833	3.48	99.61%
	Resíduos	0.00005	10	0.00000			
	Total	0.01256	14				
$H_{S(Min)}$	Regressão	0.01909	3	0.00636	544.216	3.59	99.33%
	Resíduos	0.00013	11	0.00001			
	Total	0.01922	14				
$\Delta L_S_{Wei.}$	Regressão	2.56342	5	0.51268	351.205	3.48	99.49%
	Resíduos	0.01314	9	0.00146			
	Total	2.57657	14				
$\Delta L_S_{L\&P.}$	Regressão	2.44962	7	0.349945	199.028	3.48	99.36%
	Resíduos	0.01582	9	0.001758			
	Total	2.46545	14				
$\Delta L_S_{I\&H.}$	Regressão	5.37225	8	0.67153	418.672	4.15	99.82%
	Resíduos	0.00962	6	0.00160			
	Total	5.38189	14				
$\Delta L_S_{zar.}$	Regressão	2.41663	5	0.48333	351.144	3.48	99.49%
	Resíduos	0.01239	9	0.00138			
	Total	2.42902	14				

Os modelos quadráticos tiveram um bom ajuste em todos os casos (superior a 97%). A razão entre o valor calculado de F e $F_{\text{crítico}}$ tabelado apresentou valores entre 36 e 265, indicando que a dispersão dos resultados experimentais em relação aos modelos matemáticos é menos significativa que a variação da resposta em função das alterações nas variáveis independentes (Mason et al., 2003), e portando o modelo pode ser utilizado para prever o comportamento do sistema dentro dos limites testados.

A Metodologia de Superfície de Resposta (“*Response Surface Methodology*”, **RSM**) é uma coleção de técnicas estatísticas e matemáticas que são utilizadas para modelar e analisar problemas nos quais a função de interesse é influenciada por vários parâmetros (Myers & Montgomery, 2002). A análise de uma superfície de resposta é feita em termos de uma superfície ajustada. Se o ajuste da superfície modelada é adequado, a análise desta será equivalente a análise da superfície real (Mendes, 2006). As Figuras 65 a 73 (contidas no Apêndice C) correspondem às superfícies de resposta de cada variável dependente testada.

Após a análise estatística individual das variáveis ‘ $\Delta\theta_{(Máx)}$ ’, ‘ $cr_{(Med)}$ ’, ‘ $\varepsilon_{tT(Máx)}$ ’, ‘ $H_{E(Min)}$ ’, ‘ $H_{S(Min)}$ ’, ‘ $\Delta L_{S\ Wei.}$ ’, ‘ $\Delta L_{S\ L\ \&\ P.}$ ’, ‘ $\Delta L_{S\ I.\ \&\ H.}$ ’ e ‘ $\Delta L_{S\ Zar.}$ ’, conclui-se que não houve a otimização destas variáveis, sendo necessário mais uma etapa, ou mais, para encontrar o máximo desempenho do sistema. Pelo fato de ter mais de uma variável de resposta e se ter interesse em encontrar os valores operacionais ótimos das variáveis independentes (‘ R ’, ‘ Y_0 ’ e ‘ h ’), que satisfaçam simultaneamente todos os requisitos necessários às variáveis dependentes, o programa estatístico utiliza a abordagem da função Desejabilidade (“*Desirability*”). Com este artifício, é possível a otimização simultânea das variáveis de resposta, pela maximização da desejabilidade global (Vaz, 2009). A vantagem do uso dessa definição é que a desejabilidade global sempre é anulada quando uma resposta apresenta um valor inaceitável, mesmo que outras respostas apresentem valores aceitáveis (Barros Neto et al., 2007).

A Figura 59 corresponde às superfícies de resposta para a desejabilidade global e a Figura 60 demonstra a faixa ótima de trabalho pela superposição das curvas de nível para as respostas avaliadas. A Tabela 22 contém os pesos utilizados na ponderação da função de desejabilidade global em função das variáveis dependentes avaliadas. Cabe comentar que, dentre os modelos de vida avaliados foi escolhido o modelo de Zaretsky para a desejabilidade global por ser o modelo mais recente. A Tabela 23 contém os valores preditos das variáveis dependentes e os respectivos valores de Desejabilidade.

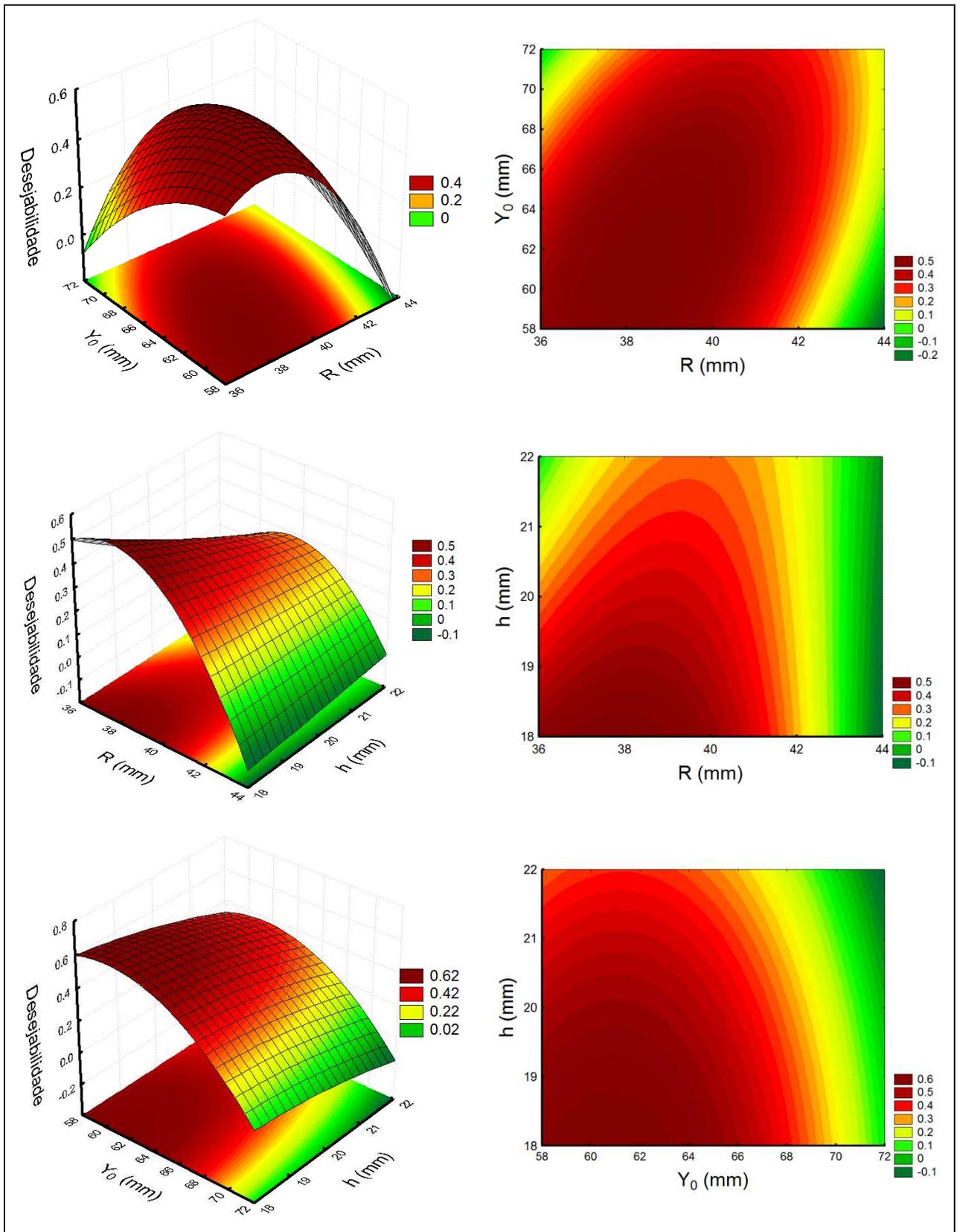


Figura 59: Superfícies de respostas para a Desejabilidade Global.

Figura 60: Gráficos para a função Desejabilidade Global.

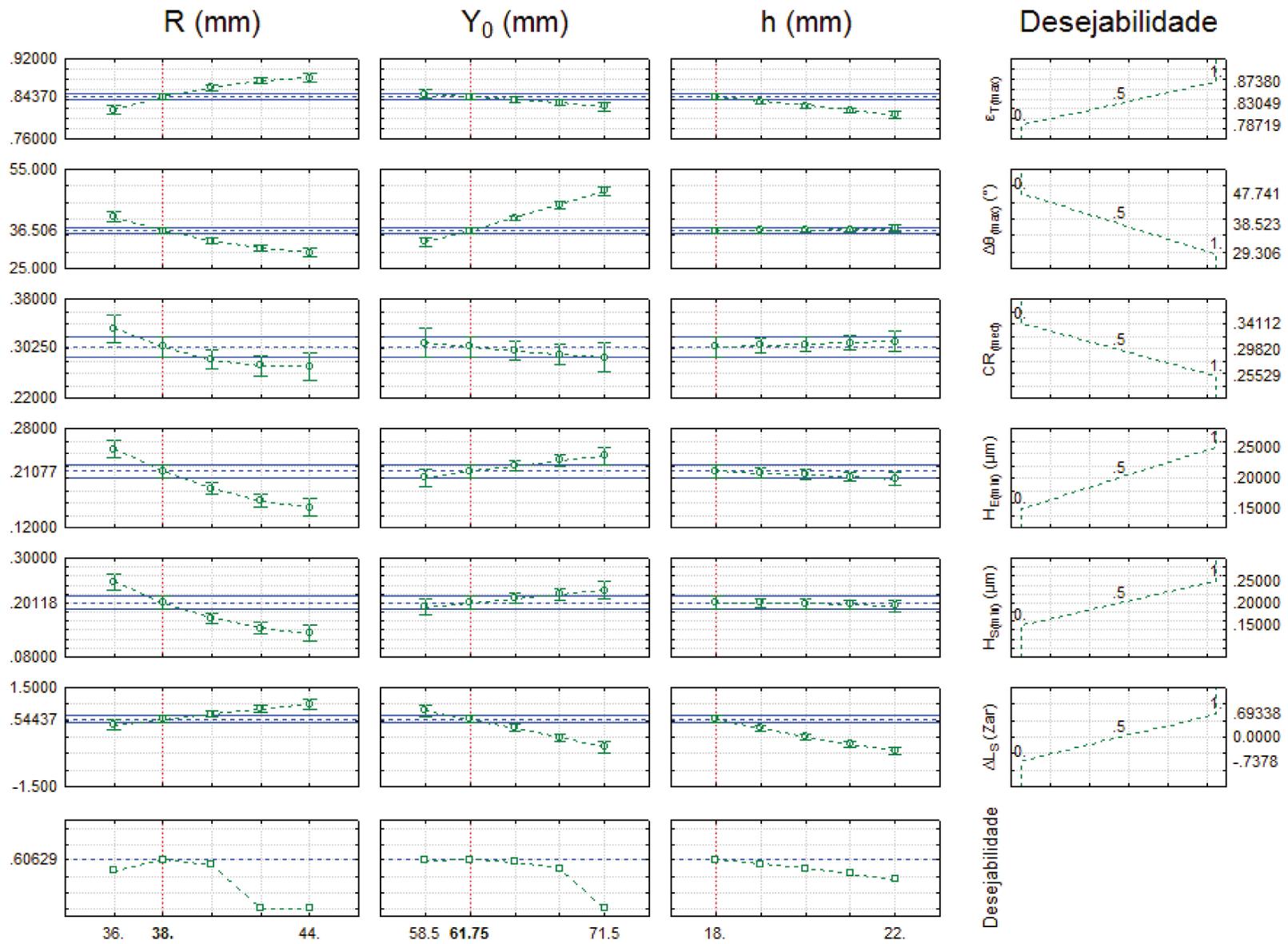


Tabela 22: Pesos da função de Desejabilidade global.

	<i>R</i>		<i>Y</i> ₀		<i>h</i>	
	Mínimo	Desej.	Médio	Desej.	Máximo	Desej.
$\varepsilon_{tT(Máx)}$	0.7872	0.00	0.8304	0.50	0.8738	1.00
$\Delta\theta_{(Máx)} (^\circ)$	29.31	1.00	38.52	0.50	47.74	0.00
$cr_{(Med)}$	0.2553	1.00	0.2982	0.50	0.3411	0.00
$H_{E(Min)} (\mu m)$	0.1500	0.00	0.2000	0.50	0.2500	1.00
$H_{S(Min)} (\mu m)$	0.1500	0.00	0.2000	0.50	0.2500	1.00
$\Delta L_{S Zar.}$	-0.7378	0.00	0.0000	0.50	0.6934	1.00

Tabela 23: Valores preditos das variáveis dependentes e Desejabilidade.

	Nível (mm)	$\varepsilon_{tT(Máx)}$	$\Delta\theta_{(Máx)} (^\circ)$	$cr_{(Med)}$	$H_{E(Min)} (\mu m)$	$H_{S(Min)} (\mu m)$	$\Delta L_{S Zar.}$	Desej.
<i>R</i>	36.00	0.8181	40.68	0.3323	0.2469	0.2471	0.3726	0.4654
	38.00	0.8437	36.51	0.3025	0.2108	0.2012	0.5444	0.6063
	40.00	0.8629	33.31	0.2824	0.1829	0.1668	0.7059	0.5440
	42.00	0.8756	31.10	0.2719	0.1634	0.1440	0.8571	0.0000
	44.00	0.8818	29.87	0.2712	0.1521	0.1327	0.9980	0.0000
<i>Y</i> ₀	58.50	0.8494	33.02	0.3092	0.2008	0.1912	0.8073	0.5956
	61.75	0.8437	36.51	0.3025	0.2108	0.2012	0.5444	0.6063
	65.00	0.8378	40.26	0.2963	0.2200	0.2107	0.2718	0.5763
	68.25	0.8317	44.27	0.2907	0.2286	0.2197	-0.0103	0.4986
	71.50	0.8253	48.56	0.2856	0.2365	0.2282	-0.3020	0.0000
<i>h</i>	18.00	0.8437	36.51	0.3025	0.2108	0.2012	0.5444	0.6063
	19.00	0.8351	36.55	0.3049	0.2082	0.2001	0.2652	0.5529
	20.00	0.8263	36.66	0.3076	0.2053	0.1986	0.0132	0.4950
	21.00	0.8173	36.83	0.3093	0.2021	0.1967	-0.2117	0.4332
	22.00	0.8080	37.07	0.3113	0.1985	0.1944	-0.4096	0.3637

Com esta análise, o ponto de ótimo encontra-se em $R = 38,00mm$, $Y_0 = 61,75mm$ e $h = 18,00mm$, com uma Desejabilidade Global predita de 0,6063. Observa-se que o máximo global do sistema encontra-se no limite inferior da variável ‘*h*’. Pela observação das superfícies da Figura 59, a Desejabilidade Global pode apresentar valores maiores com a utilização de valores menores de ‘*h*’. Cabe comentar que os valores de Desejabilidade do sistema são dependentes dos pesos atribuídos para cada variável dependente (Tabela 22). Esses pesos devem ser escolhidos de forma criteriosa, levando em consideração o desdobramento da função

qualidade da transmissão. Novos valores para os pesos podem ser testados para adaptar a análise de ótimo para casos diversos.

4.5 Análise de Sensibilidade para ‘ α ’ e ‘ β ’

Para avaliar o impacto dos ângulos de desalinhamento ‘ α ’ e ‘ β ’ sobre o desempenho da transmissão, foi realizada uma varredura de valores desses parâmetros em torno do ponto central. As Figuras 61 e 62 mostram o comportamento das variáveis dependentes (‘ $\Delta\theta_{(Máx)}$ ’, ‘ $cr_{(Med)}$ ’, ‘ $\varepsilon_{tT(Máx)}$ ’, ‘ $H_{E(Min)}$ ’, ‘ $H_{S(Min)}$ ’, ‘ $\Delta L_{S\text{ Wei.}}$ ’, ‘ $\Delta L_{S\text{ L.\&P.}}$ ’, ‘ $\Delta L_{S\text{ I.\&H.}}$ ’ e ‘ $\Delta L_{S\text{ Zar.}}$ ’) em função da variação dos desalinhamentos. Resultados prévios mostraram que grandes variações nestes parâmetros tendem a inviabilizar o sistema de transmissão. Adicionalmente, a função de resposta final do sistema tende a ser mais sensível a variações em ‘ β ’ do que em ‘ α ’. A análise destes gráficos permite inferir que qualquer desalinhamento do sistema é daninho a seu funcionamento, apresentando um ponto de ótimo em desalinhamento nulo.

Tanto para ‘ β ’ como para ‘ α ’, o sistema tende a se comportar de maneira simétrica. Logo, o único impacto do sentido do desalinhamento dos rolos está no sentido das forças geradas pelos escorregamentos laterais.

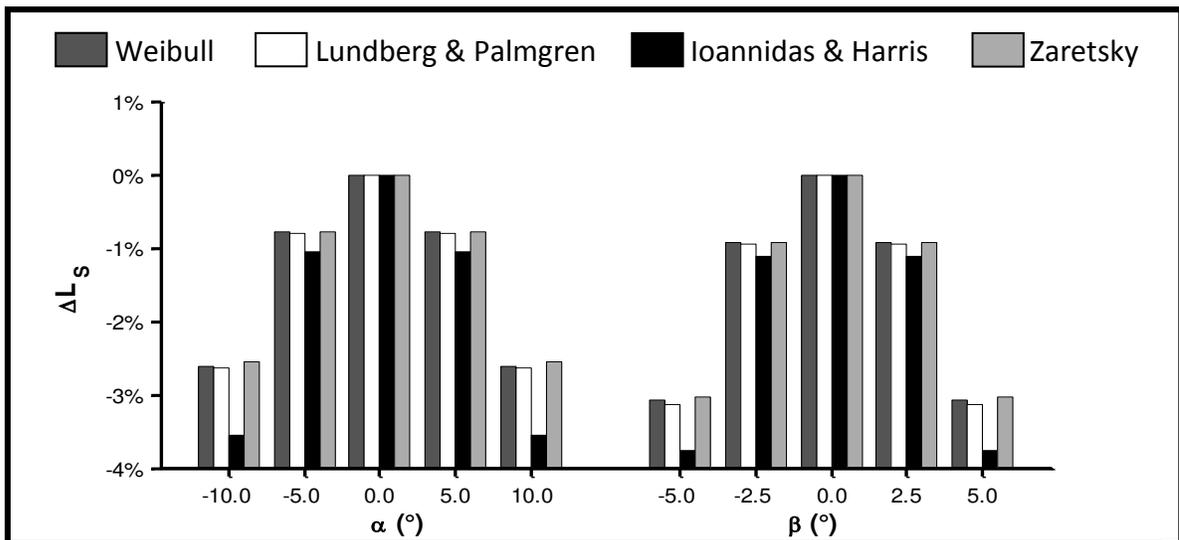


Figura 61: Sensibilidade de ΔL_s em relação à α e β , para os 4 modelos de vida.

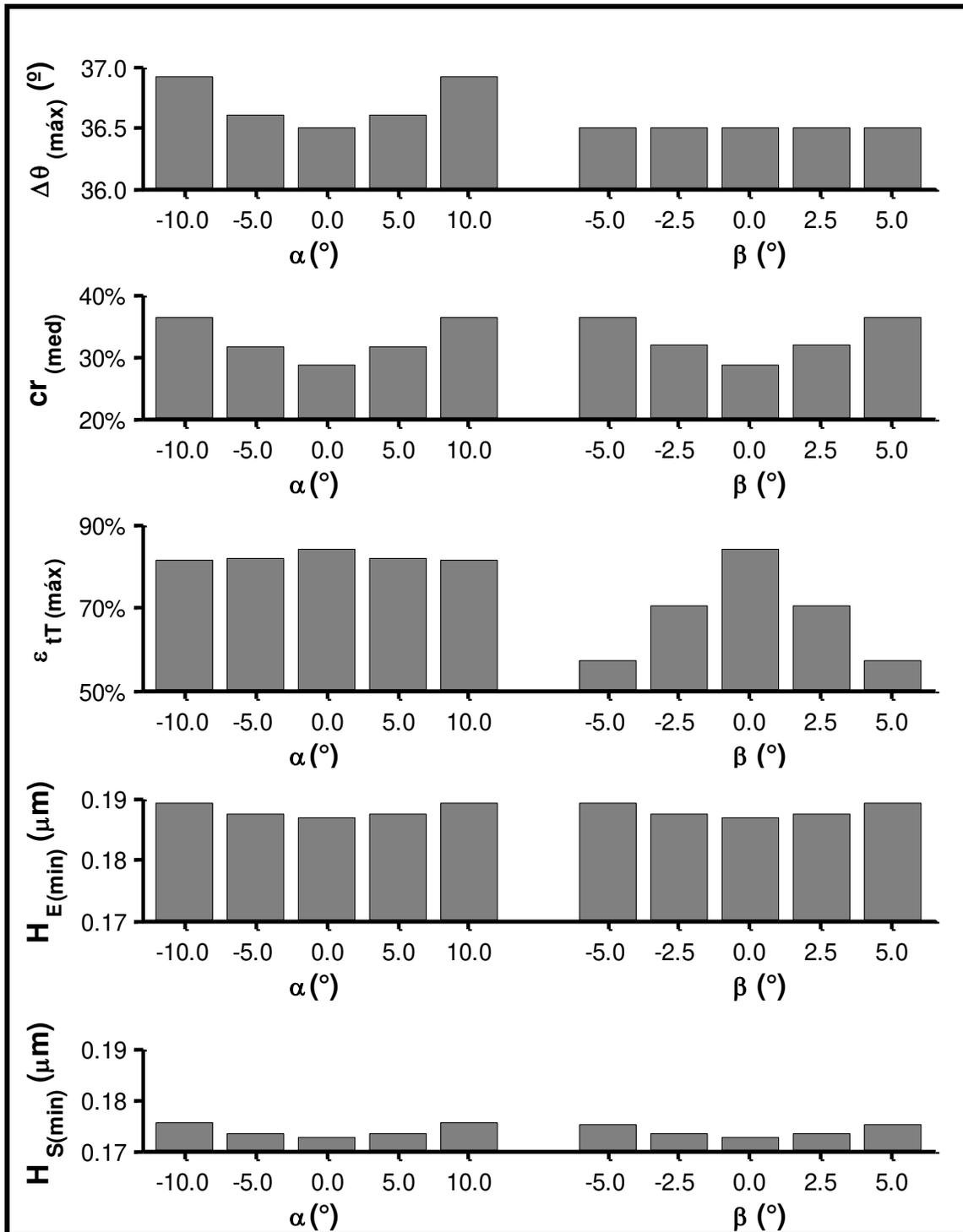


Figura 62: Sensibilidade de $\Delta\theta_{(Máx)}$, $cr_{(Med)}$, $\epsilon_{tT(Máx)}$, $H_{E(Min)}$ e $H_{S(Min)}$ em relação à α e β .

O objetivo da Figura 63 é mostrar que, dentro domínio analisado, as variações de ' α ' e ' β ' surtem pouco efeito sobre a incidência de utilização das superfícies dos discos. Esta análise, em

conjunto com os resultados expostos nas Figuras 61 e 62, mostra que não é viável utilizar ativamente estes ângulos para mudar a região utilizada dos discos. Observa-se que o comportamento da eficiência global da cavidade em relação às condições de torque e rotação na saída da cavidade também fica prejudicado (Figura 64).

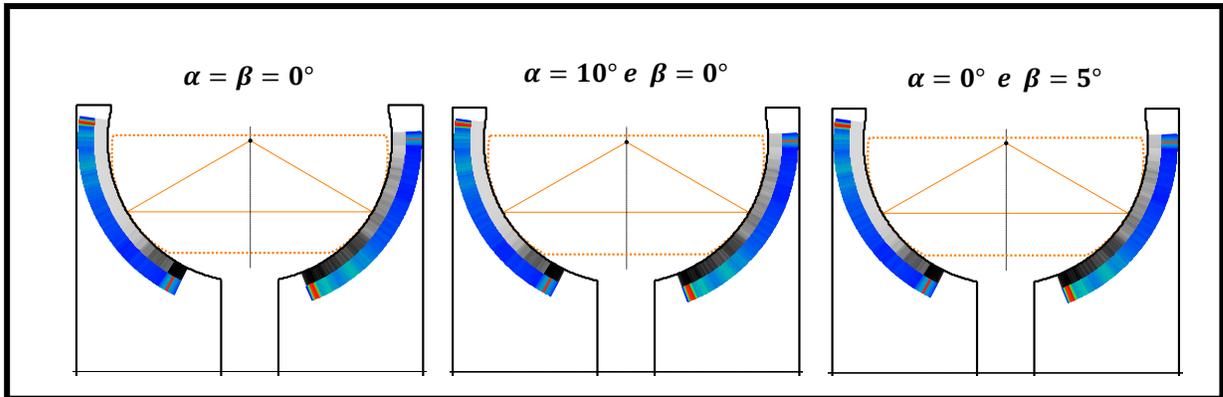


Figura 63: Utilização e dano das superfícies para os valores extremos de α e β .

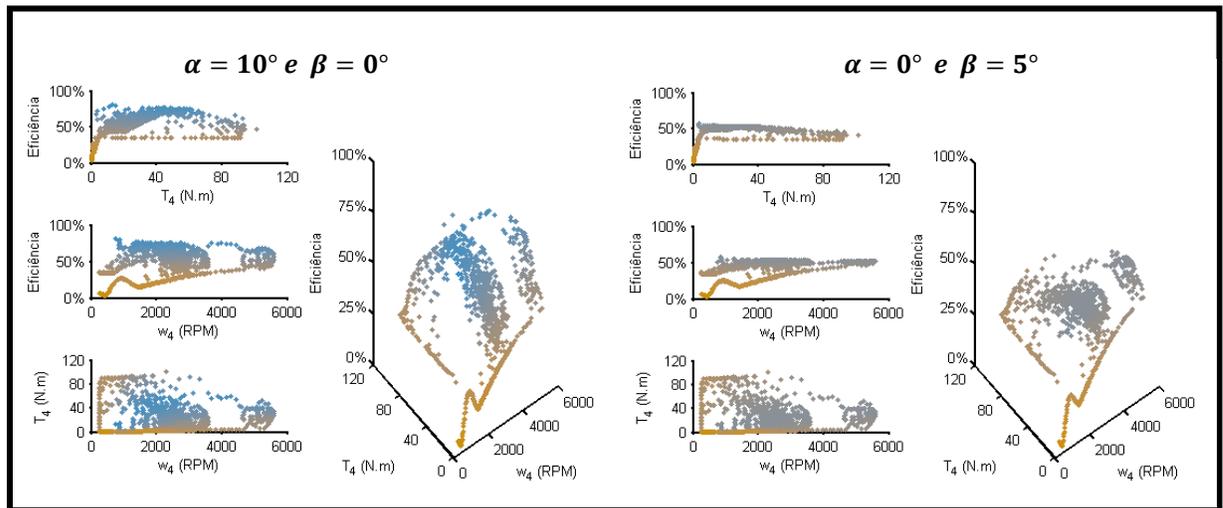


Figura 64: Desempenho de eficiência da T-CVT para os valores extremos de α e β .

5 CONCLUSÃO

O estudo mostrou que as exigências de transmissões automobilísticas aplicadas a transmissões por tração possuem metas conflitantes. Para maximizar eficiência na transmissão de torque com baixos índices de escorregamento são necessárias elevadas pressões de contato, que prejudicam a vida em fadiga da transmissão e tendem a reduzir a espessura do filme de lubrificante que protege as superfícies em contato. Isso aumenta as exigências no aspecto de acabamento superficial, elevando o custo final da transmissão. Também foi observado que elevadas pressões de contato tendem a amplificar perda de potência em decorrência do movimento de Spin. Em contrapartida, pressões de contato baixas causam um impacto negativo sobre a eficiência e capacidade de transmissão de torque em decorrência do escorregamento resultante ("*Slip*").

No entanto, os resultados de desempenho da transmissão são fortemente influenciados pelas condições de carregamento externo e, portanto, pelo ciclo urbano. Assim sendo, as condições otimizadas da transmissão tornam-se dependentes não somente das ponderações entre as metas de durabilidade, eficiência, capacidade de transmissão de torque e custo, mas também da aplicação (automotiva urbana ou viária).

Os resultados das simulações utilizando os ângulos de desalinhamento introduzidos no sistema indicam que qualquer tipo de desalinhamento afeta de forma negativa o desempenho da transmissão. A mudança da faixa utilizada dos discos por uso ativo deste tipo de ângulo fica inviabilizada pela queda brusca de eficiência e geração de forças laterais. Aparentemente, a única aplicação prática existente de desalinhamento de rolos tem como finalidade servir de mecanismo de controle. Os resultados sugerem que os desalinhamentos utilizados para este fim devem ser pequenos para não comprometer o desempenho da transmissão.

6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Estudo do impacto de **CVTs** em veículos híbridos. Análise de desempenho de veículos com **CVT** hibridizados.
- Construção de bancada de testes experimentais para validação dos modelos matemáticos.
- Análise dinâmica do sistema de transmissão **T-CVT** associado à modelagem do sistema de controle e à condição externa de operação variável.
- Estudo dinâmico do impacto da utilização de ângulos de desalinhamento para controle de inclinação dos rolos de potência
- Estudo do tempo de vida de contatos em rolamento com análise do tempo de aplicação de carga.

Referências

ARIAS-PAZ, M. **Manual de Automóveis**. Editorial Dossat, Madrid, 1958

ASHLEY, Steven. Is CVT the car transmission of the future? **Mechanical Engineering-CIME**, p.64-68, November 1994.

ATTIA, NABIL A. Predicting the Life Contact for Half Toroidal Continuously Variable Transmission. **Information technology Journal**, 222-227, 2005.

BAIR, SCOTT; CASALINI, RICCARDO A Scaling Parameter and Function for the Accurate Correlation of Viscosity With Temperature and Pressure Across Eight Orders of Magnitude of Viscosity **Transactions of the ASME, Journal of Tribology**, v.130, 041802-1, OCTOBER 2008.

BARROS NETO, B.; SCARMINIO, I. S.; BRUNS, R. E. **Como fazer experimentos: pesquisa e desenvolvimento na ciência e na indústria**. v. 3, Campinas: Editora da Unicamp, 2007. 480 p.

BAUDOIN, P. Continuously variable transmission for cars with high ratio coverage. **SAE Technical Papers Series**. 790041, 1979.

BestCars. Disponível em: <<http://www2.uol.com.br/bestcars/bestcars.htm>>. Acessado em: 19 jun. 2010.

BIRCH, STUART. Audi takes CVT from 15th century to 21st century. **Automotive Engineering International online**, SAE Tech Briefs, jan. 2000. Disponível em: <www.sae.org/automag/techbriefs_01-00/03.htm>. Acessado em: 22 out. 2010.

BLOK, H. Discussion of paper by E. McEwen. **Journal of the Institute of Petroleum**, n.38, p.673, 1952.

BOUSSINESQ, J. **Comptes Rendus de l'Academie des Sciences**, v.114, pp. 1510–1516, 1892.

BREWE, D.; HAMROCK, B. Simplified solution for elliptical-contact deformation between two elastic solids **Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology**, v.101, n.2, 231–239, 1977.

BROCKBANK, CHRIS; BURTT, DAVE. Full-toroidal traction drives for front-wheel-drive applications: Torotrak Infinitely Variable Transmission (IVT) and Toroidal Continuously Variable Transmission (TCVT). **Torotrak Technical Papers**, CTI Boites de Vitesses Automobiles Conference, Paris, Setembro de 2006.

BROCKBANK, CHRIS; BURTT, DAVE. Infinitely and continuously full-toroidal traction drive transmissions for transverse applications in sub A, A and B sector vehicles. **Torotrak Technical Papers**, International Conference, Transmissions - Evolution for cars and heavy duty vehicles by 2010, Paris, Maio 2007

BROCKBANK, CHRIS. Full Toroidal CVT in a Kinetic Energy Recovery System. **Torotrak Technical Papers**, IQPC Electric Vehicles Conference, Wiesbaden, Dezembro 2008

BROCKBANK, CHRIS; GREENWOOD, CHRIS. Full-Toroidal Variable Drive Transmission Systems in Mechanical Hybrid Systems – From Formula 1 to Road Vehicles. **Torotrak Technical Papers**, CTI Innovative Automotive Transmissions Conference and Exhibition, Berlin, Dezembro 2008.

BURTT, Dave J.; KOLSTRUP, Anders P. Introducing the Rotrak variable speed traction drive centrifugal supercharger to fully exploit engine downsizing. **Supercharging Conference**, September 2010, Dresden, Germany

CARBONE, G.; MANGIALARDI, L.; MANTRIOTA, G. A comparison of the performances of full and half toroidal traction drives, **Mechanism and Machine Theory**, v.39, 921-942, 2004

CARBONE, G.; MANGIALARDI, L.; BONSEN, B.; TURSI, C.; VEENHUIZEN, P. A. CVT dynamics: Theory and experiments, **Mechanism and Machine Theory**, v.42, 409–428, 2007

COY, JOHN J.; LOEWENTHAL, STUART H.; ZARETSKY, ERWIN V. Fatigue life analysis for traction drives with application to a toroidal type geometry; **Nasa Technical Note**, D-8362, pp:1-31, 1976a

COY, JOHN J.; TOWNSEND, DENNIS P.; ZARETSKY, ERWIN V. Dynamic Capacity and Surface Fatigue Life for Spur and Helical Gears. **Journal of Lubrication Technology**, v.82, n.2, April , pp.267-276, 1976b

CRETU, O. S.; GLOVNEA, R. P. Traction Drive With Reduced Spin Losses. Transactions of the ASME, **Journal of Tribology**, v.125, pg.507-512, DOI: 10.1115/1.1538192, July 2003.

DEDINI, Franco Giuseppe. **Projeto e Otimização de uma Transmissão Planetária por Rolos de Tração**. 1985. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

DONOHUE, BRIAN; FULLER, JOHN. Full-toroidal IVT for the off-highway market: hydromechanical control system development. **65th International Conference on Agricultural Engineering**, Land Technik - AgEng; Hannover, Germany; Novembro de 2007

DOWSON, D.; HIGGINSON, G.R. **Elasto-Hydrodynamic Lubrication - SI Edition**, International Series in Materials Science and Technology, vol. 23, Pergamon Press, 1977

DOWSON, D.; HIGGINSON, G.R. New roller bearing lubrication formula **Engineering**, v.192, n.3, pg.158, 1961

EHSANI, Mehrdad; Gao, Yimin; Gay, Sebastien E.; Emadi, Ali; (2005) **Modern Electric, Hybrid Electric, and Fuel Cell Vehicles: Fundamentals, Theory, and Design**; CRC Press, 2005; ISBN 0-8493-3154-4.

FERRARI, Ricardo A. **Desenvolvimento de Ferramenta Computacional para Cálculo de Desempenho de Veículos**. 2002. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

FORTI, Antônio Wagner. **Projeto e Otimização de uma Transmissão Continuamente Variável (CVT) para Bicicletas**. 1997. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

FORTI, Antônio Wagner. **Estudo Teórico Experimental de Parâmetros de Projeto de uma Transmissão Continuamente Variável por Tração Tipo Esfera Cone**. 2003. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

GENTA, Giancarlo (1997) **Motor Vehicle Dynamics – Modelling and Simulation**, World Scientific Publishing Co. Pte Ltd, Singapore, 1997, ISBN 9810229119.

GILLESPIE, Thomas D. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. Society of Automotive Engineers, Inc. 400 Commonwealth Drive. Warrendale, PA 15096-0001, ISBN 1-56091-199-9, 1992.

GREENWOOD, CHRIS; BROCKBANK, CHRIS. Formula 1 Mechanical Hybrid Applied to Mainstream Automotive. **Torotrak Technical Papers**, VDI Getriebe in Fahrzeuge Conference, jun. 2008

GREENWOOD, J. A. A re-examination of elasto-hydrodynamic film thickness measurements. **Wear**, v.15, n.4, Pages 281-289, abr. 1970.

GRUBIN, A. N.; VINOGRADOVA, I. E. **Contact stresses in toothed gears and worm gears**. Book n°30, Central Scientific Research Institute for Technology and Mechanical Engineering, Moscow (D.S.I.R. Translation N°337), 1949.

HALLING, J. **Principles of Tribology**. The Macmillan Press Ltd, London, 1975, ISBN 333 15496 7.

HAMROCK, Bernard J.; Schmid, Steven R.; Jacobson, Bo O. **Fundamentals of Fluid Film Lubrication**; 2^oEd; Marcel Dekker, Inc.; New York; 2004; ISBN: 0-8247-5371-2.

HARRIS, Tedric A.; Kotzalas, Michael N. **Rolling Bearing Analysis: Essential Concepts of Bearing Technology**. CRC Press, Taylor & Francis Group, 5^a ed, 2006a.

HARRIS, Tedric A.; Kotzalas, Michael N. **Rolling Bearing Analysis: Advanced Concepts of Bearing Technology**. CRC Press, Taylor & Francis Group, 5^a ed, 2006b.

HEILICH, Frederick W. **Traction Drives, Selection and application**, SI Edition, 1^o ed, Marcel Dekker Inc., 1983, ISBN 0-8247-7018-8.

HERREBRUGH, K. Solving the incompressible and isothermal problem in elasto-hydrodynamic lubrication through an integral equation. **Journal of Lubrication Technology, Transactions of the ASME**, v.262, n.90, pp. 266–270, Series F,1968.

HERTZ, H., **On the contact of rigid elastic solids and on hardness**, in Miscellaneous Papers, MacMillan, London, 163–183, 1896.

United States Patent Office (USA) HUNT, C.W. Counter-Shaft for dricing Machinery. n.197472
27 nov. 1877

IMANISHI, TAKASHI; MACHIDA, HISASHI. Development of the POWERTOROS UNIT Half-Toroidal CVT (2) – Comparison between Half-Toroidal and Full-Toroidal CVTs. **NSK Thecnical Journal**, n.10, abr. 2001.

IOANNIDES, E.; HARRIS, TEDRIC A. A New Fatigue Life Model for Rolling Bearings. **Journal of Tribology, Transactions of the ASME**, v.107, n.84, 1985.

JAMES, IAIN; LEE, ADRIAN P.; EVANS, STEPHEN. Increasing Power Density in a Full Toroidal Variator. **3rd International IIR-Symposium**. Innovative Automotive Transmissions. dez. 2004.

JANG, J. Y.; KHONSARI, M. M. Correction Factor Formula to Predict the Central and Minimum Film Thickness for Shear-Thinning Fluids in EHL. **Journal of Tribology, Transactions of the ASME**, v.130 / 024501-1, abr. 2008.

JAZAR, Reza N. **Vehicle Dynamics: Theory and Application**. Springer, Science+Business Media, LLC, 2008, ISBN 978-0-387-74243-4

KALKER, J. J. A Fast Algorithm for the Simplified Theory of Rolling Contact. **Vehicle System Dynamics**, p.1-13, mar. 1982.

KHONSARI, Michael M.; BOOSER, E. Richard **Applied Tribology: Bearing design and lubrication** 1st Ed.; 2001; John Wiley & Sons, Inc.; ISBN 0-47128302-9

KUMURA, H.; NAKANO, M.; HIBI, T.; SUGIHARA, J.; KOBAYASHI, K. Performance of a Dual-Cavity Half-Toroidal CVT for Passenger Cars, **SAE Technical Paper**, 9636466, 1996.

KURIHARA, R; DEDINI, FRANCO GIUSEPPE. Desenvolvimento de um Programa para apoio ao Projeto e Dimensionamento de Trens Planetários. **SAE Technical Paper**, 982910, VII Congresso e Exposição Internacionais da Tecnologia da Mobilidade. P/São Paulo/Brasil, 1998.

United States Patent Office (USA) LAMBERT, John William. Friction Gearing. n. 761384, 31 maio 1904

LEE, ADRIAN P.; NEWALL, JONATHAN P.; GOTO, MASAO; MISDA, YASUHARU; ONO, YOSHIHIRO. Experimental Validation of Full Toroidal Fatigue Life. **Proceedings of the CVT 2004 Conference** - September 23/25, 2004 - San Francisco, USA. 04CVT-21

LIM, K.H.; ULLMAN, D.G. Optimal design of traction drive continuously variable transmissions. **Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design**, v.111, pp.264-269, jun. 1989.

LOEWENTHAL, S. H.; ROHN, D. A. Advances in Traction Drive Technology. **SAE Technical Paper**, 831304, 1983.

LUBRECHT, TON; MAZUYER, DENIS; CANN, PHILIPPA. Starved elastohydrodynamic lubrication theory: application to emulsions and greases. **C. R. Acad. Sci. Paris**, t. 2, Série IV, p. 717-728, 2001

LUNDBERG, G. Elastische Berührung zweier Halbraume (Elastic Contact of Two Half Spaces). **Forschung AUF dem Gebiete der Ingenieurwesens**, v.10, n.5, p.20, 1939.

LUNDBERG, G.; PALMGREN, Arvid. **Dynamic Capacity of Rolling Bearings**. Ingeniorsvetenskapakademiens Handlingar, in Proceedings of the Royal Swedish Academy of Engineering Sciences, n° 196, 1947.

MACHIDA, HISASHI; MURAKAMI, YASUO Development of the POWERTOROS UNIT Half Toroidal CVT. **NSK Technical Journal**, n.9, out. 2000.

MACHIDA, H.; ITOH, H.; IMANISHI, T.; TANAKA, H. Design principle of high power traction drive CVT. **SAE Technical Paper**, in: International Congress and Exposition Detroit, n. 950675, pp.79-89, Michigan, 27 fev. a 2 mar. 1995.

Machinability Data Center **Machining Data Handbook**. 2.ed, MetCut Research Associates Inc., Cincinnati, Ohio, 1972, Library of Congress Catalog Card Number 66-60051

MASON, Robert L.; Gunst, Richard F.; Hess, James L.(2003) **Statistical Design and Analysis of Experiments. With applications to engineering and science.** John Wiley & Sons, 2ªEd, ISBN 0-471-37216-1

MENDES, Ronã Rinston Amaury **Estudo da minimização do custo de usinagem de aço duro usando a metodologia de superfície de resposta.** 2006. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia de Produção, Universidade Federal De Itajubá, Itajubá.

MINER, M.A. Cumulative Damage in Fatigue. **Journal of Applied Mechanics**, v.12, n.3, pg. A-159 a A-164, 1945.

MOORE, Desmond. F. **Principles and Applications of Tribology - SI Edition**, 1ª ed., v.14, Pergamon Press, 1975, ISBN 0-08-017902-9

MORI, HARUHITO; YAMAZAKI, TSUTOMU; KOBAYASHI, KATSUYA; HIBI; TOSHIFUMI. A study on the layout and ratio change characteristics of a dual-cavity half-toroidal CVT. **JSAE Review**, 22, 299-303, 2001.

MIYATA, Shinji; MACHIDA, HISASHI. Development of the Half-Toroidal CVT POWERTOROS Unit (3) - Development of the Power-Split System. **NSK Technical Journal**, n.11, out. 2001.

MYERS, R. H.; MONTGOMERY, D. C. Response Surface Methodology – Current Status and Future Direction (Including Discussion) **Journal of Quality Technology**, v.1, n.31, p.30-74, 2002.

NANBU, T.; CHIBA, N.; KANO, M.; USHIJIMA, K. Effect of Surface Roughness on Elastohydrodynamic Traction: Part 1. **Lubrication Science** 17-3, 281, maio 2005, ISSN 0954-0075

NEWALL, J.P.; COWPERTHWAIT, S., HOUGH, M.; LEE, ADRIAN P. Efficiency modeling in the full toroidal variator: Investigation into optimization of EHL contact conditions to maximize contact efficiency. **Proceedings of the CVT 2004 Conference** - September 23/25, 2004 - San Francisco, USA. 04CVT-22

NIKAS, GEORGE K. Fatigue Life and Traction Modeling of Continuously Variable Transmissions. **Journal of Tribology**, Transactions of the ASME, v.124, pg.689-698, Outubro de 2002.

NONATO de Paula, Fábio. **Modelo Dinâmico para o Contato em Mancais de Elementos Rolantes Sujeito à Lubrificação Elastohidrodinâmica.** 2009. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

NONATO de Paula, Fábio. **Avaliação do Problema de Lubrificação Elastohidrodinâmica Ehd Utilizando Modelagem em Múltiplos-Níveis.** 2008. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

OSUMI, TOSHIHIKO; KAZUHIKO UEDA, HIDETOSHI NOBUMOTO, MINJI SAKAKI, TSUTOMU FUKUMA. Transient analysis of geared neutral type half-toroidal CVT. **JSAE Review**, 23, 49–53, 2002.

PARK, N. G.; J. H. RYU; LEE, H. W.; JEON, Y. H.; ZHANG, N. Development of the Inner Spherical CVT for a Motorcycle"; *International Journal of Automotive Technology*, v.10, n.3, pp. 341–346, 2009 DOI 10.1007/s12239-009-0039-8

PFIFFNER, R.; GUZZELLA, L.; ONDER, C. H. Fuel-optimal control of CVT powertrains. **Control Engineering Practice**, 11, 329–336, 2003.

POHL, BRAD; MATTHEW SIMISTER, ROBERT SMITHSON, DON MILLER. Configuration Analysis of a Spherical Traction Drive CVT/IVT. **Proceedings of the CVT 2004 Conference** - September 23/25, 2004 - San Francisco, USA. 04CVT-9

QUERLIOZ, E.; VILLEA, F.; LENON, H.; LUBRECHT, T. Experimental investigations on the contact fatigue life under starved conditions. **Tribology International**, 40, 1619–1626, 2007.

QUINTENZ, GISELA; SCHNEIDER, THOMAS. Noise radiation due to resonance oscillations: Computational analysis to assess the interaction of CVT components with the gearbox housing. **Proceedings of the CVT 2004 Conference** - September 23/25, 2004 - San Francisco, USA. 04CVT-43

RAIZER, Breno. **Modelagem e Análise Cinemática de uma transmissão toroidal: Influência dos parâmetros de projeto no desempenho.** 2008. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

RODRIGES, Meria Isabel; IEMMA, Antonio Francisco. **Planejamento de experimentos & Otimização de Processos**, 2ª Ed, 2009, ISBN 85-983-03-X

RYU, WANSIK; JUHYUN NAM, HYUNSOO KIM, YONGJOON LEE. Model Based Control for a Pressure Control Type CVT. **Proceedings of the CVT 2004 Conference** - September 23/25, 2004 - San Francisco, USA. 04CVT-31

SACCHETO, Thiago J. da Silva. **Estudo dos parâmetros Influentes na Vida de uma transmissão continuamente Variável do Tipo Esfera-Cone submetida a Contato com "Slip/Spin"**. 2008. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

SHASTRI, SIDDHARTH; FRANK, ANDREW A. Comparison of energy consumption and power losses of a conventionally controlled CVT with a Servo-Hydraulic Controlled CVT and with a belt and chain as the Torque Transmitting Element. **Proceedings of the CVT 2004 Conference** - September 23/25, 2004 - San Francisco, USA. 04CVT-55

SINGH, T.; S. S. NAIR. A Mathematical review and comparison of continuously variable transmissions. **SAE Technical Papers Series**, 922107, SAE International Worldwide Passenger Car Conference and Exposition, Dearbon, Michigan, U.S.A, 28 set. – 1 out. 1992.

SMITH, J. O.; LIU, C. K. Stresses due to tangential and normal loads on an elastic solid with application to some contact stress problems. **Journal of Applied Mechanics**, ASME, v.75, p.157–166, 1953.

SOUTH, W. David, MANCURSO, Jon R. (1994) **Mechanical Power transmission components**, Marcel Decker Inc., CIP 94-25975, TJ1045.M38, 1994, 621.8'5-dc20.

TALLIAN, T. E. Prediction of Rolling Contact Fatigue Life in Contaminated Lubricant: Part 1 - Mathematical Model. **Journal of Lubrication Technology, Transactions of the ASME**, pg.251-257, abr. 1976.

TANAKA, HIROHISA. Speed ratio control of a parallel layout double cavity half-toroidal CVT for four-wheel drive. **JSAE Review**, 23, 213–217, 2002.

TANAKA, HIROHISA; TOYODA, NOZOMI; MACHIDA, HISASHI; IMANISHI, TAKASHI. Development of a 6 Power-Roller Half-Toroidal CVT - Mechanism and Efficiency -.

Proceedings of the CVT 2004 Conference - September 23/25, 2004 - San Francisco, USA.
04CVT-36

TENBERGE, P. E J. MÖCKEL. Toroidal CVT with compact roller suspension. **VDI-Berichte**, nº1709, p.623-637, 2002.

TIMOSHENKO, S.; GOODIER, J. **Theory of Elasticity**, 3rd ed., McGraw-Hill, New York, 1970.

TROEGER, JIM. Cartercar - tracing the origins of the CVT transmission. Disponível em: <<http://www.examiner.com/x-4493-Orlando-Auto-Mechanic-Examiner~y2009m7d23-Cartercar--Tracing-the-origins-of-the-CVT-transmission?cid=exrss-Orlando-Auto-Mechanic-Examiner>>. Acessado em: 9 ago. 2010.

VAZ, Luiz Gustavo De Lima. **Performance do Processo de Coagulação/Floculação no Tratamento do Efluente Líquido Gerado na Galvanoplastia**. 2009. Dissertação (Mestrado) - Centro de Engenharias e Ciências Exatas, Departamento de Engenharia Química, UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ, Paraná.

VEENHUIZEN, P.A.; B. BONSEN, T.W.G.L. KLAASSEN, P.H.W.M. ALBERS Pushbelt. CVT efficiency improvement potential of servo-electromechanical actuation and slip control. **Proceedings of the CVT 2004 Conference** - September 23/25, 2004 - San Francisco, USA. 04CVT-49

VONDRUSKA, Jamie. First Drive: Audi TT DSG. **VWvortex**, Fev. 2003, Disponível em: <http://www.vwvortex.com/artman/publish/article_317.shtml>. Acessado em: 16 nov. 2010.

WEIBULL, W.: **A statistical theory of the strength of materials**. Ingenlörsvetenskapakademiens Handlingar, in Proceedings of the Royal Swedish Academy of Engineering Sciences, nº 151, 1939.

WRIGHT, PETER. F1 moves toward Hybridization. **SAE Automotive Engineering International**, Vol.116, nº5, maio 2008

YAMAMOTO, TAKESHI; MATSUDA, KENICHI; HIBI, TOSHIFUMI. Analysis of the efficiency of a half-toroidal CVT. *JSAE Review*, 22, 565–570, 2001

YAMAMOTO, TAKESHI; TOSHIKAZU OSIDARI, MASAKI NAKANO Improvement of loading cam performance in a toroidal CVT. *JSAE Review*, 23, 481–487, 2002

ZARETSKY, E. V. Design for Life, Plan for Death. **Machine Design**, v.66, n.15, pp. 55-59, 8 de ago. 1994.

ZARETSKY, E.V. Palmgren Revisited – A Basis for Bearing Life Prediction; **Nasa Technical Memorandum**, NASA/TM 1997-107440, maio 1997

ZARETSKY, E.V.; POPLAWSKI, J.V.; MILLER, C.R. Rolling Bearing Life Prediction — Past, Present, and Future; **Nasa Technical Memorandum**, NASA/TM 2000-210529, nov. 2000

ZHANG, N.; DUTTA-ROY, T. An Investigation into Dynamics and Stability of a Powertrain with Half-Toroidal Type CVT. **SAE Technical Papers Series**, 2004-34-2886, 2004

ZHANG, Y.; ZHANG, X.; TOBBLER, W. A Systematic Model for the Analysis of Contact, Side Slip and Traction of Toroidal Drives. **Journal of Mechanical Design**, v.122, p.523-528, Dezembro de 2000, S1050-0472(00)01004-7

ZOU, Z.; ZHANG, Y.; ZHANG, X.; TOBLER, W. Modeling and Simulation of Traction Drive Dynamics and Control **Journal of Mechanical Design**, Transactions of the ASME, v.123, p.556-561, Dezembro de 2001, DOI: 10.1115/1.1402128

APÊNDICE A – Tabelas de Efeitos.

Tabela 24: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\Delta\theta_{(Máx)}$.

Fator	Efeitos	Erro Padrão	t(5)	p	Coefficientes	Estimativas por intervalo ($\pm 95\%$)	
C_0	36,5005	0,247026	147,76	0,000000	36,5005	35,8655	37,1355
C_{lR}	-8,8297	0,134554	-65,62	0,000000	-4,4148	-4,5878	-4,2419
C_{qR}	1,3919	0,202138	6,89	0,000989	0,6960	0,4362	0,9558
C_{lY}	8,5205	0,134576	63,31	0,000000	4,2602	4,0873	4,4332
C_{qY}	0,3689	0,202284	1,82	0,127802	0,1845	-0,0755	0,4444
C_{lh}	0,1869	0,134554	1,39	0,223536	0,0934	-0,0795	0,2664
C_{qh}	0,0889	0,202138	0,44	0,678492	0,0444	-0,2154	0,3042
C_{RY}	-1,6796	0,175755	-9,56	0,000212	-0,8398	-1,0657	-0,6139
C_{Rh}	-0,5876	0,175755	-3,34	0,020483	-0,2938	-0,5197	-0,0679
C_{Yh}	0,4128	0,175755	2,35	0,065657	0,2064	-0,0195	0,4323

Tabela 25: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $cr_{(Med)}$.

Fator	Efeitos	Erro Padrão	t(5)	p	Coefficientes	Estimativas por intervalo ($\pm 95\%$)	
C_0	0,2788	0,004014	69,45	0,000000	0,2788	0,2685	0,2891
C_{lR}	-0,0476	0,002187	-21,78	0,000004	-0,0238	-0,0266	-0,0210
C_{qR}	0,0137	0,003285	4,17	0,008762	0,0068	0,0026	0,0111
C_{lY}	-0,0107	0,002187	-4,90	0,004479	-0,0054	-0,0082	-0,0025
C_{qY}	0,0007	0,003287	0,23	0,829240	0,0004	-0,0039	0,0046
C_{lh}	0,0042	0,002187	1,91	0,114370	0,0021	-0,0007	0,0049
C_{qh}	-0,0002	0,003285	-0,06	0,954490	-0,0001	-0,0043	0,0041
C_{RY}	-0,0035	0,002856	-1,22	0,277042	-0,0017	-0,0054	0,0019
C_{Rh}	-0,0049	0,002856	-1,73	0,143778	-0,0025	-0,0061	0,0012
C_{Yh}	0,0037	0,002856	1,30	0,249321	0,0019	-0,0018	0,0055

Tabela 26: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\varepsilon_{tT(Máx)}$.

Fator	Efeitos	Erro Padrão	t(5)	p	Coefficientes	Estimativas por intervalo ($\pm 95\%$)	
C_0	0,8424	0,001499	562,05	0,000000	0,8424	0,8385	0,8462
C_{IR}	0,0480	0,000816	58,75	0,000000	0,0240	0,0229	0,0250
C_{qR}	-0,0092	0,001226	-7,47	0,000678	-0,0046	-0,0062	-0,0030
C_{IY}	-0,0151	0,000816	-18,44	0,000009	-0,0075	-0,0086	-0,0065
C_{qY}	-0,0003	0,001227	-0,28	0,791608	-0,0002	-0,0017	0,0014
C_{Ih}	-0,0192	0,000816	-23,55	0,000003	-0,0096	-0,0107	-0,0086
C_{qh}	-0,0003	0,001226	-0,26	0,804123	-0,0002	-0,0017	0,0014
C_{RY}	0,0031	0,001066	2,93	0,032610	0,0016	0,0002	0,0029
C_{Rh}	0,0044	0,001066	4,14	0,008994	0,0022	0,0008	0,0036
C_{Yh}	-0,0020	0,001066	-1,87	0,120276	-0,0010	-0,0024	0,0004

Tabela 27: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $H_{E(Min)}$.

Fator	Efeitos	Erro Padrão	t(5)	p	Coefficientes	Estimativas por intervalo ($\pm 95\%$)	
C_0	0,1869	0,002491	75,04	0,000000	0,1869	0,1805	0,1933
C_{IR}	-0,0560	0,001357	-41,28	0,000000	-0,0280	-0,0297	-0,0263
C_{qR}	0,0117	0,002038	5,76	0,002221	0,0059	0,0032	0,0085
C_{IY}	0,0191	0,001357	14,10	0,000032	0,0096	0,0078	0,0113
C_{qY}	-0,0010	0,002040	-0,47	0,658897	-0,0005	-0,0031	0,0021
C_{Ih}	-0,0061	0,001357	-4,49	0,006447	-0,0030	-0,0048	-0,0013
C_{qh}	-0,0005	0,002038	-0,25	0,811371	-0,0003	-0,0029	0,0024
C_{RY}	-0,0025	0,001772	-1,41	0,218601	-0,0012	-0,0035	0,0010
C_{Rh}	0,0015	0,001772	0,83	0,442443	0,0007	-0,0015	0,0030
C_{Yh}	0,0000	0,001772	-0,01	0,994645	0,0000	-0,0023	0,0023

Tabela 28: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $H_{S(Min)}$.

Fator	Efeitos	Erro Padrão	t(5)	p	Coefficientes	Estimativas por intervalo ($\pm 95\%$)	
C_0	0,1729	0,003279	52,74	0,000000	0,1729	0,1645	0,1813
C_{IR}	-0,0707	0,001786	-39,58	0,000000	-0,0353	-0,0376	-0,0330
C_{qR}	0,0163	0,002683	6,09	0,001731	0,0082	0,0047	0,0116
C_{IY}	0,0190	0,001786	10,64	0,000127	0,0095	0,0072	0,0118
C_{qY}	-0,0007	0,002685	-0,27	0,798380	-0,0004	-0,0038	0,0031
C_{Ih}	-0,0031	0,001786	-1,73	0,143792	-0,0015	-0,0038	0,0007
C_{qh}	-0,0005	0,002683	-0,20	0,846920	-0,0003	-0,0037	0,0032
C_{RY}	-0,0044	0,002333	-1,91	0,115047	-0,0022	-0,0052	0,0008
C_{Rh}	0,0007	0,002333	0,29	0,787017	0,0003	-0,0027	0,0033
C_{Yh}	0,0004	0,002333	0,18	0,860994	0,0002	-0,0028	0,0032

Tabela 29: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\Delta L_{S\text{Wei}}$.

Fator	Efeitos	Erro Padrão	t(5)	p	Coefficientes	Estimativas por intervalo ($\pm 95\%$)	
C_0	-0,0015	0,031093	-0,05	0,964014	-0,0015	-0,0814	0,0785
C_{IR}	0,5037	0,016936	29,74	0,000001	0,2519	0,2301	0,2736
C_{qR}	-0,0110	0,025443	-0,43	0,682745	-0,0055	-0,0382	0,0272
C_{IY}	-0,4704	0,016939	-27,77	0,000001	-0,2352	-0,2570	-0,2134
C_{qY}	-0,0127	0,025462	-0,50	0,638056	-0,0064	-0,0391	0,0264
C_{Ih}	-0,5163	0,016936	-30,48	0,000001	-0,2581	-0,2799	-0,2364
C_{qh}	0,0425	0,025443	1,67	0,156047	0,0212	-0,0115	0,0539
C_{RY}	0,1059	0,022122	4,79	0,004948	0,0529	0,0245	0,0814
C_{Rh}	0,0124	0,022122	0,56	0,599300	0,0062	-0,0222	0,0346
C_{Yh}	0,0734	0,022122	3,32	0,021017	0,0367	0,0083	0,0652

Tabela 30: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\Delta L_{S\text{L\&P}}$.

Fator	Efeitos	Erro Padrão	t(5)	p	Coefficientes	Estimativas por intervalo ($\pm 95\%$)	
C_0	-0,0005	0,019300	-0,02	0,981824	-0,0005	-0,0501	0,0492
C_{IR}	0,6048	0,010513	57,53	0,000000	0,3024	0,2889	0,3159
C_{qR}	0,0051	0,015793	0,32	0,760337	0,0025	-0,0178	0,0228
C_{IY}	-0,3179	0,010515	-30,24	0,000001	-0,1590	-0,1725	-0,1454
C_{qY}	-0,0399	0,015805	-2,52	0,053029	-0,0199	-0,0402	0,0004
C_{Ih}	-0,4949	0,010513	-47,07	0,000000	-0,2474	-0,2609	-0,2339
C_{qh}	0,0386	0,015793	2,44	0,058426	0,0193	-0,0010	0,0396
C_{RY}	0,0943	0,013732	6,87	0,001002	0,0471	0,0295	0,0648
C_{Rh}	-0,0281	0,013732	-2,05	0,095768	-0,0141	-0,0317	0,0036
C_{Yh}	0,0400	0,013732	2,92	0,033176	0,0200	0,0024	0,0377

Tabela 31: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\Delta L_{S\text{I\&H}}$.

Fator	Efeitos	Erro Padrão	t(5)	p	Coefficientes	Estimativas por intervalo ($\pm 95\%$)	
C_0	-0,0013	0,039729	-0,03	0,975440	-0,0013	-0,1034	0,1008
C_{IR}	0,8064	0,021640	37,26	0,000000	0,4032	0,3754	0,4310
C_{qR}	0,0855	0,032510	2,63	0,046547	0,0427	0,0010	0,0845
C_{IY}	-0,4775	0,021644	-22,06	0,000004	-0,2388	-0,2666	-0,2109
C_{qY}	-0,0329	0,032533	-1,01	0,358364	-0,0164	-0,0583	0,0254
C_{Ih}	-0,8058	0,021640	-37,24	0,000000	-0,4029	-0,4307	-0,3751
C_{qh}	0,1278	0,032510	3,93	0,011065	0,0639	0,0221	0,1057
C_{RY}	0,0749	0,028267	2,65	0,045503	0,0374	0,0011	0,0738
C_{Rh}	-0,1431	0,028267	-5,06	0,003895	-0,0715	-0,1079	-0,0352
C_{Yh}	0,1528	0,028267	5,41	0,002930	0,0764	0,0401	0,1127

Tabela 32: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\Delta L_{S Zar.}$

Fator	Efeitos	Erro Padrão	t(5)	p	Coefficientes	Estimativas por intervalo ($\pm 95\%$)	
C_0	-0,0014	0,029721	-0,05	0,964617	-0,0014	-0,0778	0,0750
C_{IR}	0,4904	0,016189	30,29	0,000001	0,2452	0,2244	0,2660
C_{qR}	-0,0145	0,024320	-0,60	0,576009	-0,0073	-0,0385	0,0240
C_{IY}	-0,4593	0,016191	-28,37	0,000001	-0,2296	-0,2504	-0,2088
C_{qY}	-0,0136	0,024338	-0,56	0,600628	-0,0068	-0,0381	0,0245
C_{Ih}	-0,4976	0,016189	-30,74	0,000001	-0,2488	-0,2696	-0,2280
C_{qh}	0,0384	0,024320	1,58	0,175440	0,0192	-0,0121	0,0504
C_{RY}	0,1067	0,021146	5,05	0,003944	0,0534	0,0262	0,0805
C_{Rh}	0,0170	0,021146	0,81	0,457321	0,0085	-0,0187	0,0357
C_{Yh}	0,0663	0,021146	3,13	0,025852	0,0331	0,0060	0,0603

APÊNDICE B – Tabela de Efeitos Reparametrizados.

Tabela 33: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\Delta\theta_{(Máx)}$.

Fator	Efeitos	Erro Padrão	t(9)	p	Coefficientes	Estimativas por intervalo ($\pm 95\%$)	
C_0	36,78851	0,125419	293,3242	0,000000	36,78851	36,50479	37,07222
C_{IR}	-8,82965	0,182479	-48,3871	0,000000	-4,41483	-4,62122	-4,20843
C_{qR}	1,21668	0,198482	6,1299	0,000173	0,60834	0,38384	0,83284
C_{IY}	8,52046	0,182510	46,6850	0,000000	4,26023	4,05380	4,46666
C_{RY}	-1,67963	0,238355	-7,0467	0,000060	-0,83981	-1,10941	-0,57021
C_{Rh}	-0,58757	0,238355	-2,4651	0,035858	-0,29378	-0,56338	-0,02419

Tabela 34: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $cr_{(Med)}$.

Fator	Efeitos	Erro Padrão	t(11)	p	Coefficientes	Estimativas por intervalo ($\pm 95\%$)	
C_0	0,279128	0,001752	159,3077	0,000000	0,279128	0,275272	0,282985
C_{IR}	-0,047615	0,002549	-18,6779	0,000000	-0,023808	-0,026613	-0,021002
C_{qR}	0,013478	0,002773	4,8609	0,000502	0,006739	0,003688	0,009791
C_{IY}	-0,010714	0,002550	-4,2019	0,001481	-0,005357	-0,008163	-0,002551

Tabela 35: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\varepsilon_{tT(Máx)}$.

Fator	Efeitos	Erro Padrão	t(8)	p	Coefficientes	Estimativas por intervalo ($\pm 95\%$)	
C_0	0,841957	0,000581	1448,063	0,000000	0,841957	0,840617	0,843298
C_{IR}	0,047958	0,000846	56,690	0,000000	0,023979	0,023004	0,024954
C_{qR}	-0,008910	0,000920	-9,684	0,000011	-0,004455	-0,005516	-0,003394
C_{IY}	-0,015054	0,000846	-17,792	0,000000	-0,007527	-0,008502	-0,006551
C_{Ih}	-0,019225	0,000846	-22,725	0,000000	-0,009612	-0,010588	-0,008637
C_{RY}	0,003125	0,001105	2,828	0,022217	0,001562	0,000288	0,002837
C_{Rh}	0,004415	0,001105	3,995	0,003975	0,002208	0,000933	0,003482

Tabela 36: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $H_{E(Min)}$.

Fator	Efeitos	Erro Padrão	t(10)	p	Coefficientes	Estimativas por intervalo ($\pm 95\%$)	
C_0	0,185993	0,000829	224,4650	0,000000	0,185993	0,184147	0,187839
C_{IR}	-0,056007	0,001206	-46,4561	0,000000	-0,028003	-0,029346	-0,026660
C_{qR}	0,012295	0,001311	9,3765	0,000003	0,006148	0,004687	0,007609
C_{IY}	0,019130	0,001206	15,8650	0,000000	0,009565	0,008222	0,010908
C_{Ih}	-0,006095	0,001206	-5,0554	0,000495	-0,003047	-0,004390	-0,001704

Tabela 37: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $H_{S(Min)}$.

Fator	Efeitos	Erro Padrão	t(11)	p	Coefficientes	Estimativas por intervalo ($\pm 95\%$)	
C_0	0,172122	0,001272	135,2696	0,000000	0,172122	0,169321	0,174923
C_{IR}	-0,070678	0,001851	-38,1768	0,000000	-0,035339	-0,037376	-0,033302
C_{qR}	0,016817	0,002014	8,3512	0,000004	0,008408	0,006192	0,010624
C_{IY}	0,019013	0,001852	10,2679	0,000001	0,009506	0,007469	0,011544

Tabela 38: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente ΔL_{SWei} .

Fator	Efeitos	Erro Padrão	t(9)	p	Coefficientes	Estimativas por intervalo ($\pm 95\%$)	
C_0	0,007030	0,009865	0,7127	0,494122	0,007030	-0,015286	0,029347
C_{IR}	0,503721	0,020683	24,3540	0,000000	0,251861	0,228466	0,275255
C_{IY}	-0,470404	0,020687	-22,7394	0,000000	-0,235202	-0,258601	-0,211804
C_{Ih}	-0,516289	0,020683	-24,9616	0,000000	-0,258144	-0,281539	-0,234750
C_{RY}	0,105859	0,027017	3,9183	0,003520	0,052929	0,022371	0,083487
C_{Yh}	0,073438	0,027017	2,7182	0,023676	0,036719	0,006161	0,067277

Tabela 39: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\Delta L_{SL\&P}$.

Fator	Efeitos	Erro Padrão	t(9)	p	Coefficientes	Estimativas por intervalo ($\pm 95\%$)	
C_0	0,001278	0,010827	0,1180	0,908646	0,001278	-0,023214	0,025769
C_{IR}	0,604821	0,022700	26,6446	0,000000	0,302411	0,276736	0,328086
C_{IY}	-0,317908	0,022703	-14,0027	0,000000	-0,158954	-0,184633	-0,133275
C_{Ih}	-0,494857	0,022700	-21,8003	0,000000	-0,247429	-0,273103	-0,221754
C_{RY}	0,094279	0,029650	3,1797	0,011190	0,047140	0,013603	0,080676
C_{Yh}	0,040039	0,029650	1,3504	0,209870	0,020019	-0,013517	0,053556

Tabela 40: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\Delta L_{SI\&H}$.

Fator	Efeitos	Erro Padrão	t(6)	p	Coefficientes	Estimativas por intervalo ($\pm 95\%$)	
C_0	-0,034821	0,021912	-1,5891	0,163145	-0,034821	-0,088438	0,018797
C_{IR}	0,806379	0,021681	37,1936	0,000000	0,403189	0,376664	0,429715
C_{qR}	0,105905	0,025530	4,1483	0,006023	0,052952	0,021718	0,084187
C_{IY}	-0,477523	0,021684	-22,0217	0,000001	-0,238761	-0,265291	-0,212232
C_{Ih}	-0,805807	0,021681	-37,1672	0,000000	-0,402904	-0,429429	-0,376378
C_{qh}	0,148192	0,025530	5,8046	0,001147	0,074096	0,042861	0,105331
C_{RY}	0,074867	0,028319	2,6437	0,038351	0,037434	0,002786	0,072081
C_{Rh}	-0,143076	0,028319	-5,0523	0,002328	-0,071538	-0,106185	-0,036891
C_{Yh}	0,152788	0,028319	5,3952	0,001671	0,076394	0,041747	0,111041

Tabela 41: Efeito dos fatores lineares e quadráticos para a variável dependente $\Delta L_{S Zar.}$

Fator	Efeitos	Erro Padrão	t(9)	p	Coefficientes	Estimativas por intervalo ($\pm 95\%$)	
C_0	0,003276	0,009579	0,3420	0,740182	0,003276	-0,018393	0,024946
C_{IR}	0,490372	0,020084	24,4160	0,000000	0,245186	0,222470	0,267903
C_{IV}	-0,459272	0,020087	-22,8637	0,000000	-0,229636	-0,252356	-0,206915
C_{Ih}	-0,497624	0,020084	-24,7771	0,000000	-0,248812	-0,271529	-0,226096
C_{RY}	0,106719	0,026234	4,0680	0,002808	0,053360	0,023687	0,083032
C_{Yh}	0,066263	0,026234	2,5259	0,032456	0,033131	0,003459	0,062804

APÊNDICE C – SUPERFÍCIES DE RESPOSTA.

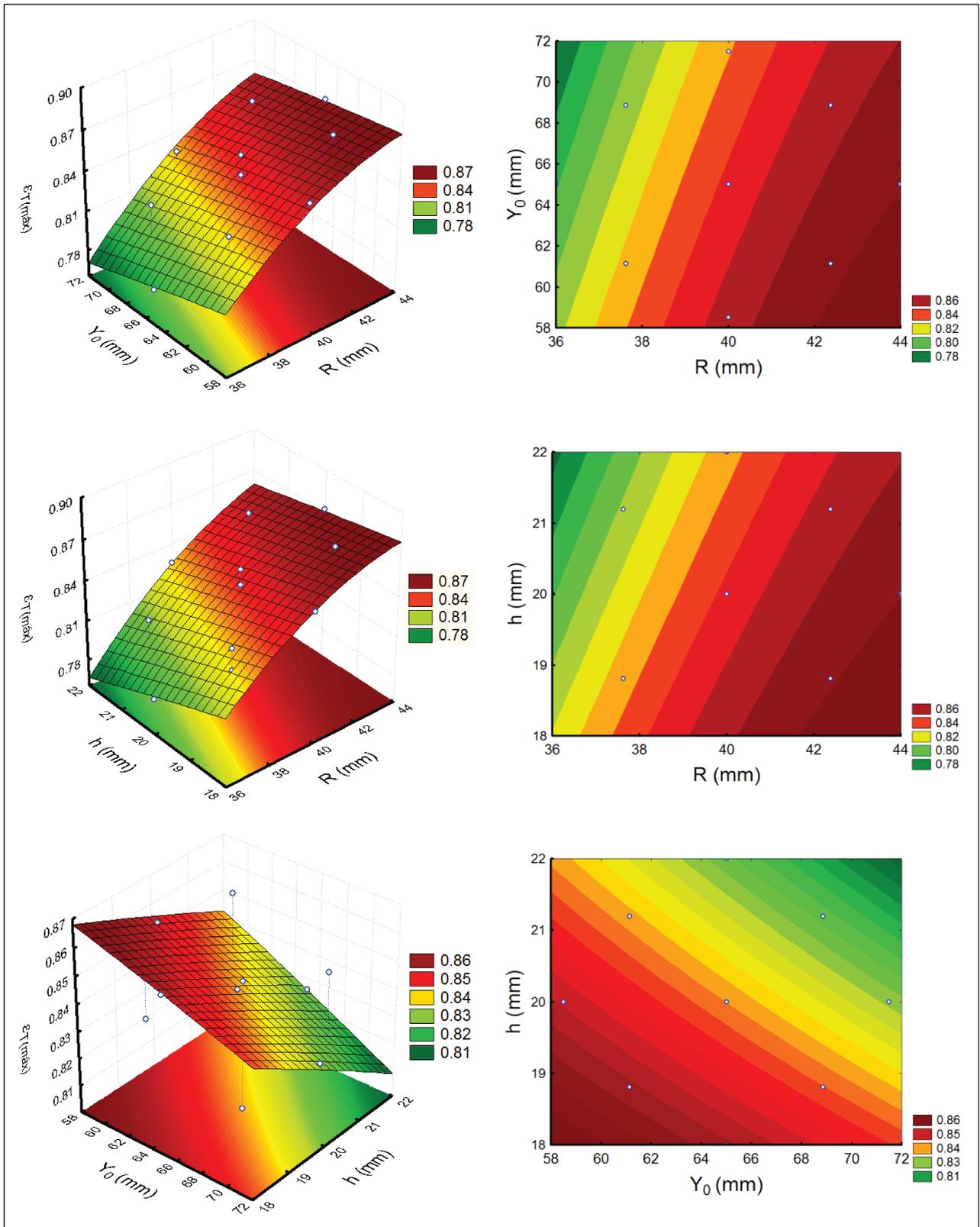


Figura 65: Superfícies de respostas para a variável dependente $\epsilon_{tT}(Máx)$.

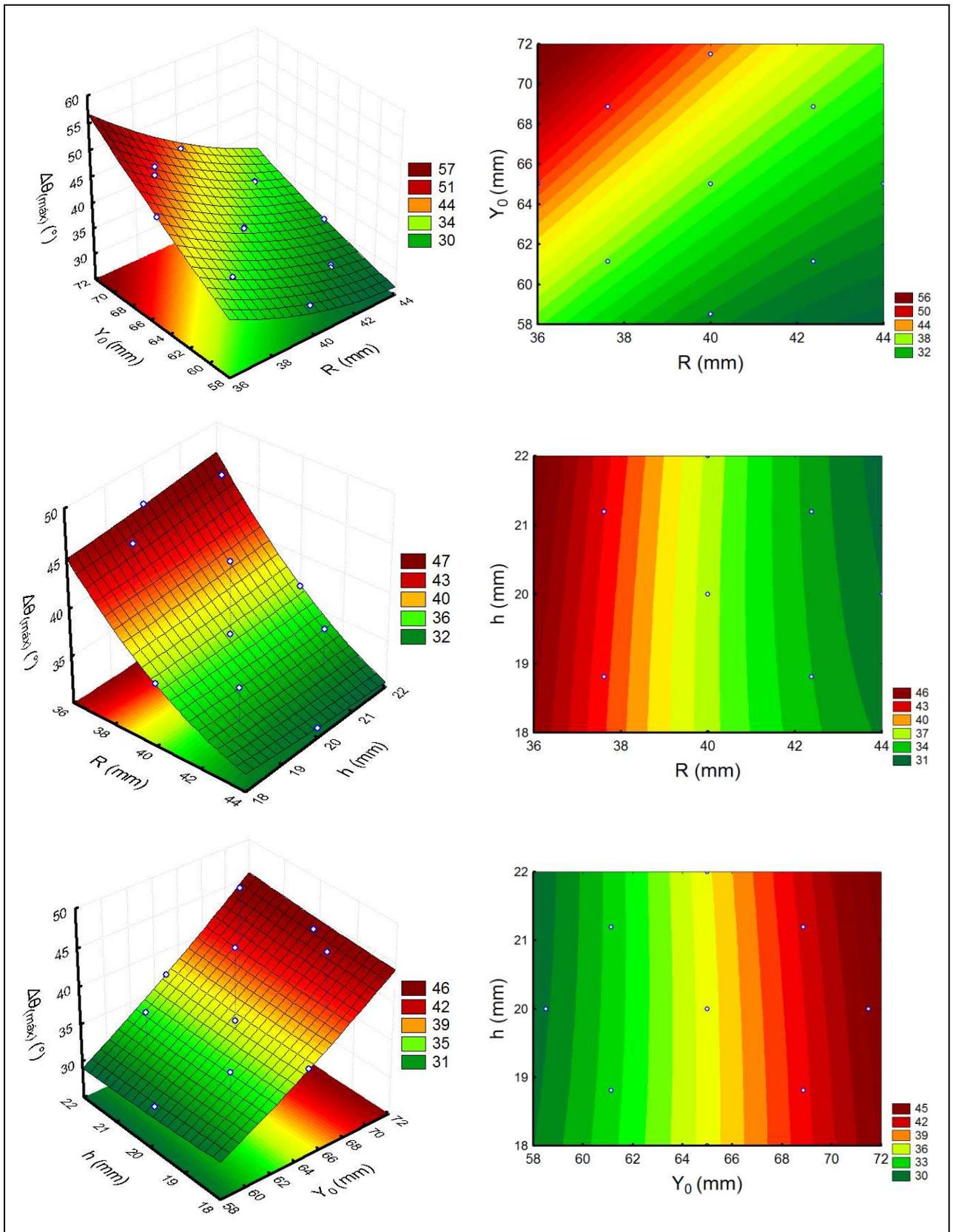


Figura 66: Superfícies de respostas para a variável dependente $\Delta\theta_{(Máx)}$.

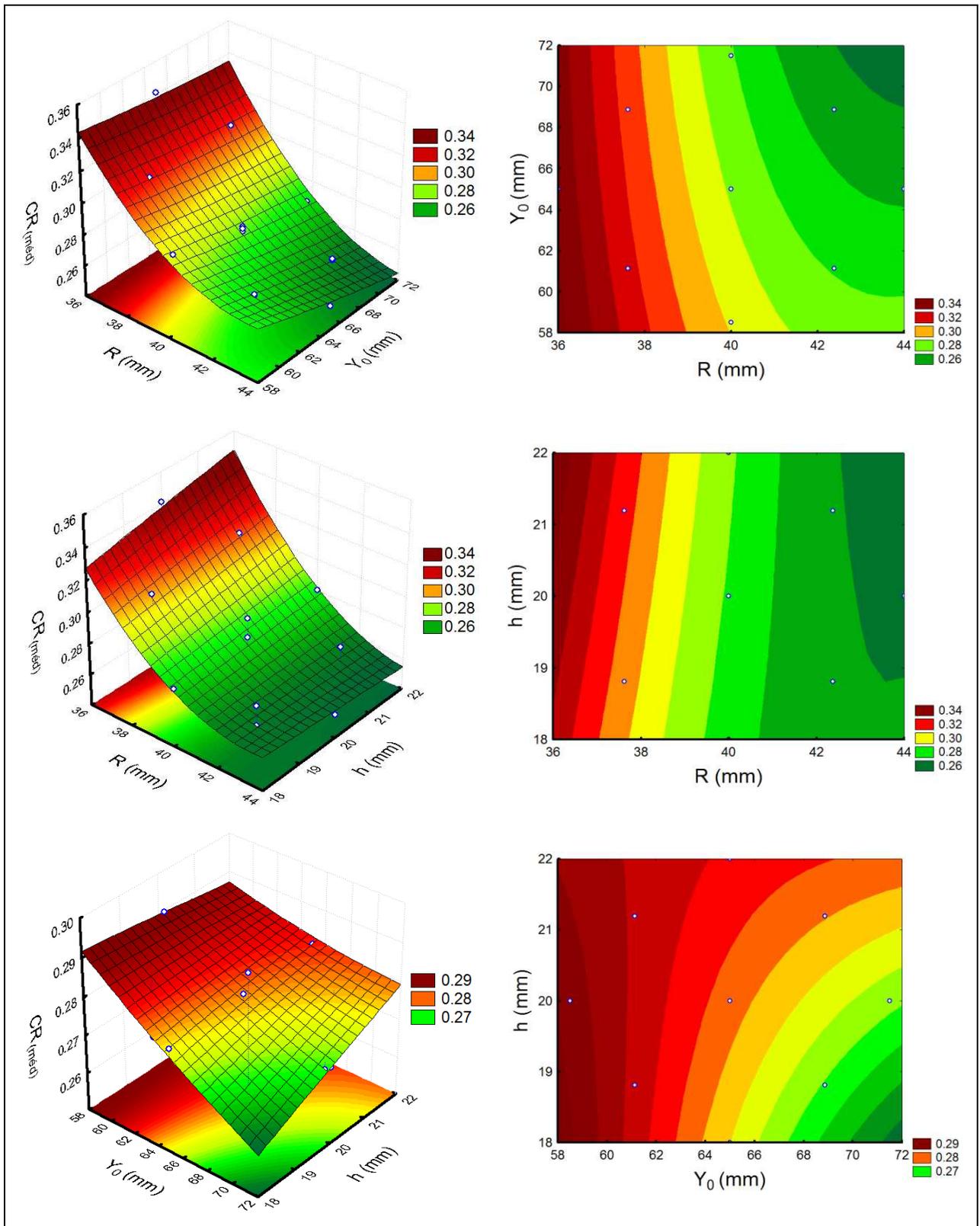


Figura 67: Superfícies de respostas para a variável dependente $cr_{(Med)}$.

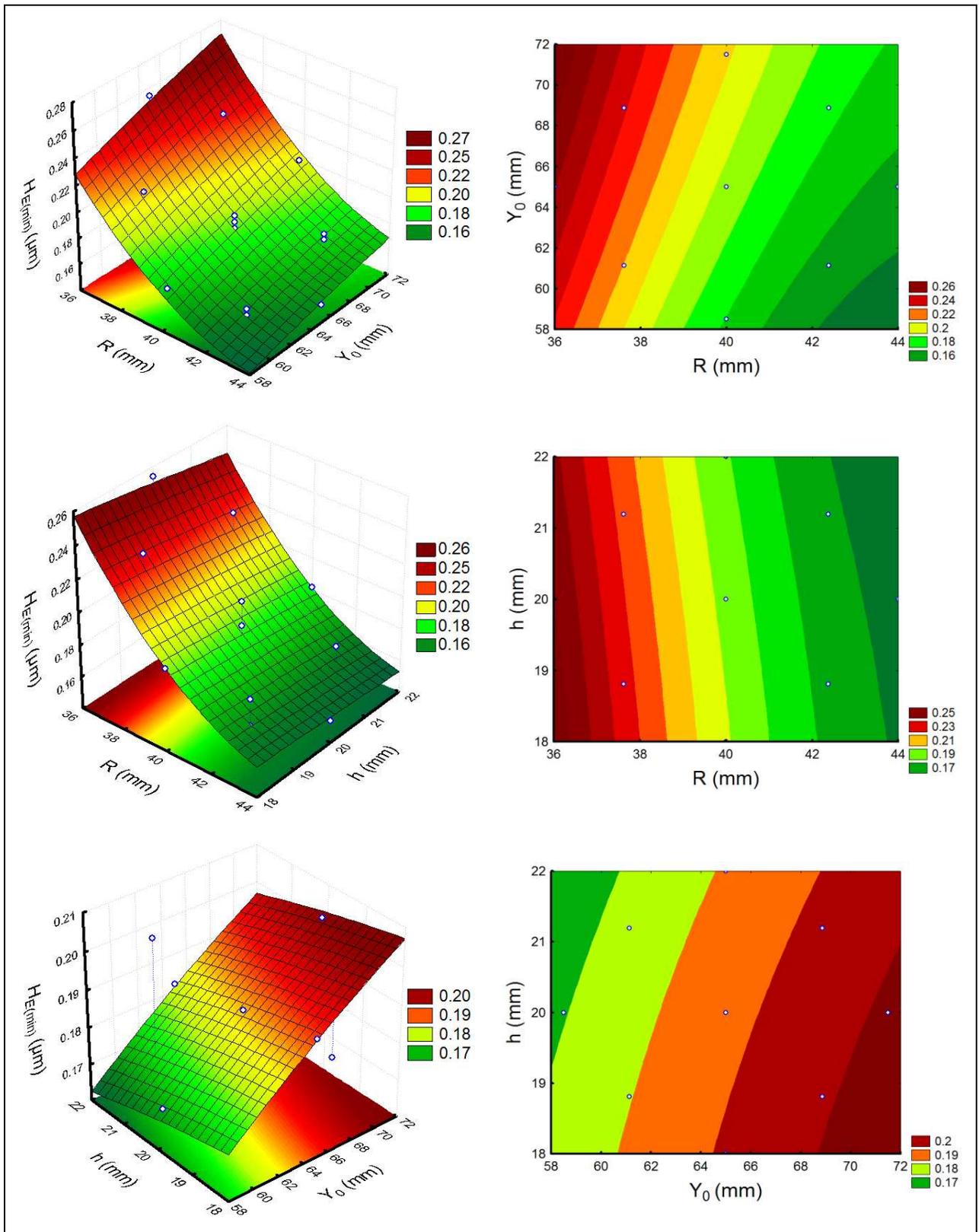


Figura 68: Superfícies de respostas para a variável dependente $H_{E(Min)}$.

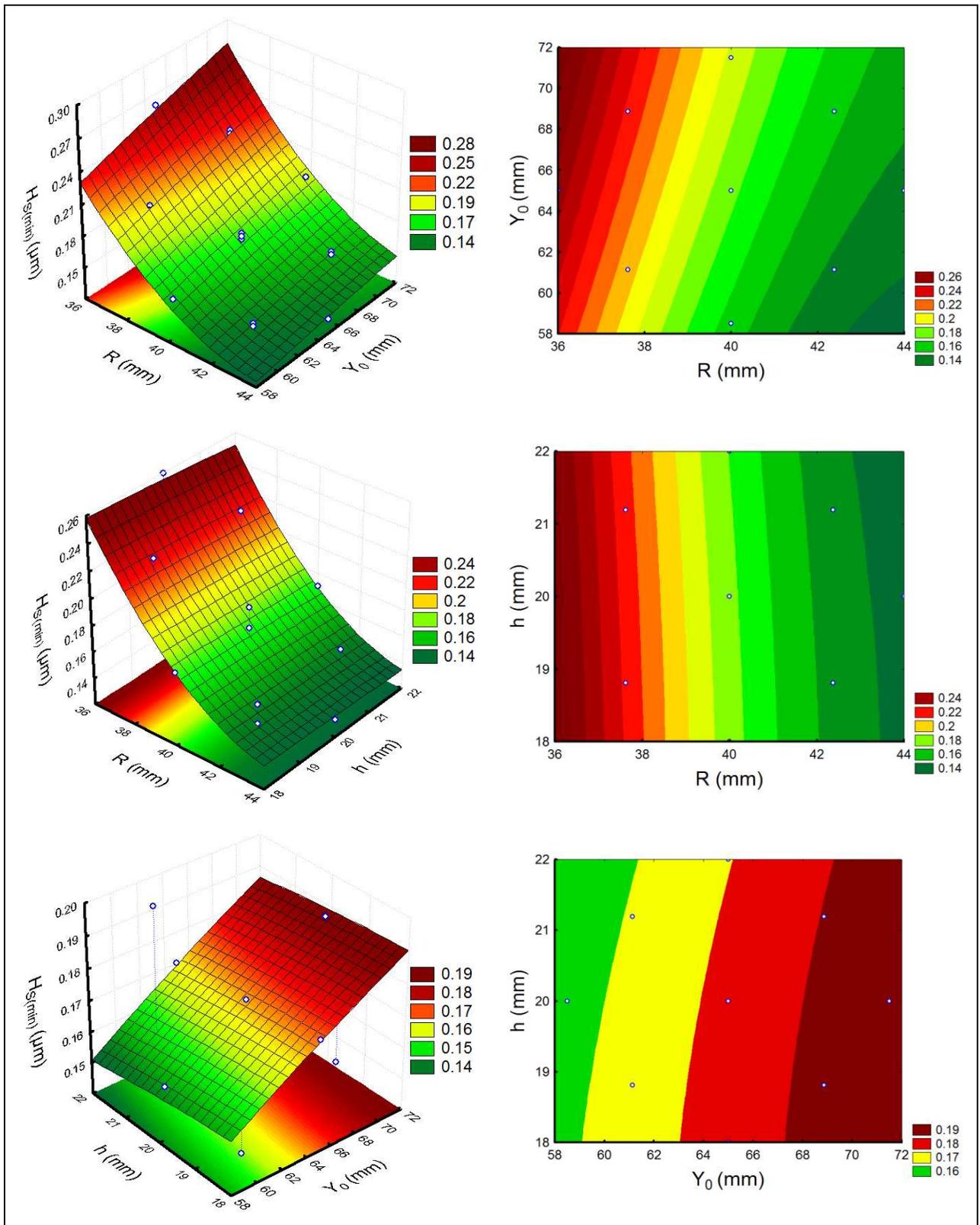


Figura 69: Superfícies de respostas para a variável dependente $H_{S(Min)}$.

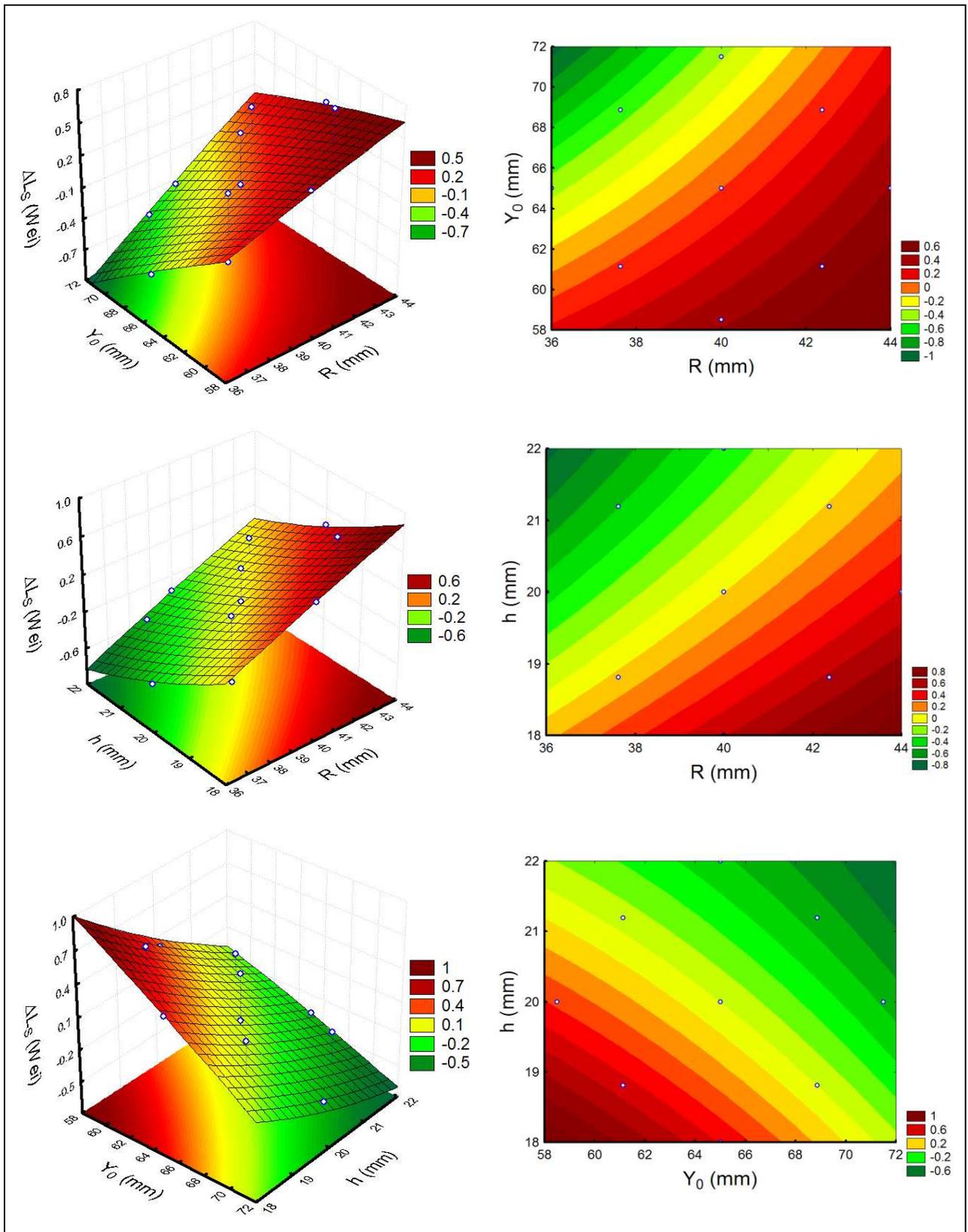


Figura 70: Superfícies de respostas para a variável dependente $\Delta L_{S \text{ Wei}}$.

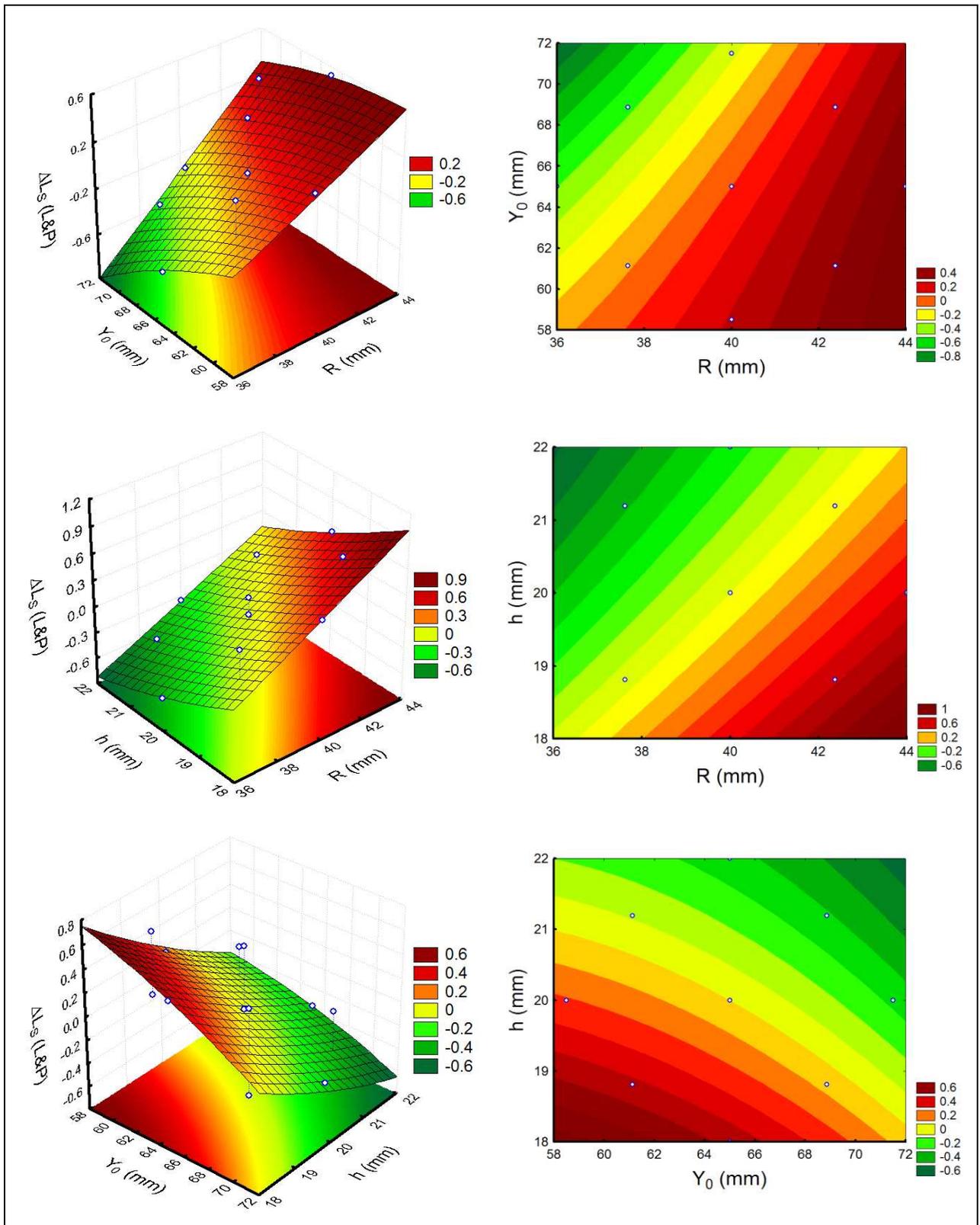


Figura 71: Superfícies de respostas para a variável dependente $\Delta L_S(L\&P)$.

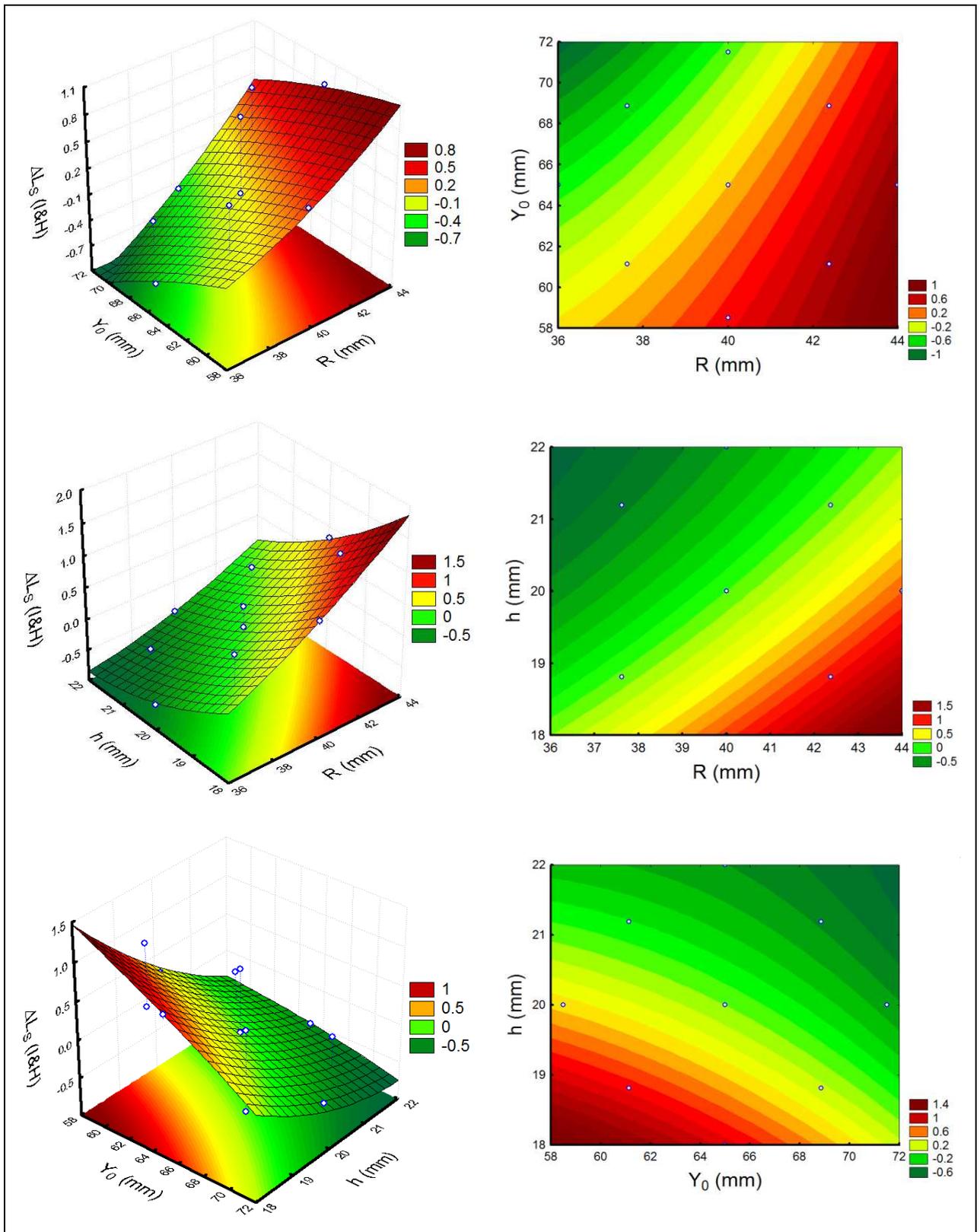


Figura 72: Superfícies de respostas para a variável dependente $\Delta L_{S I.&H.}$.

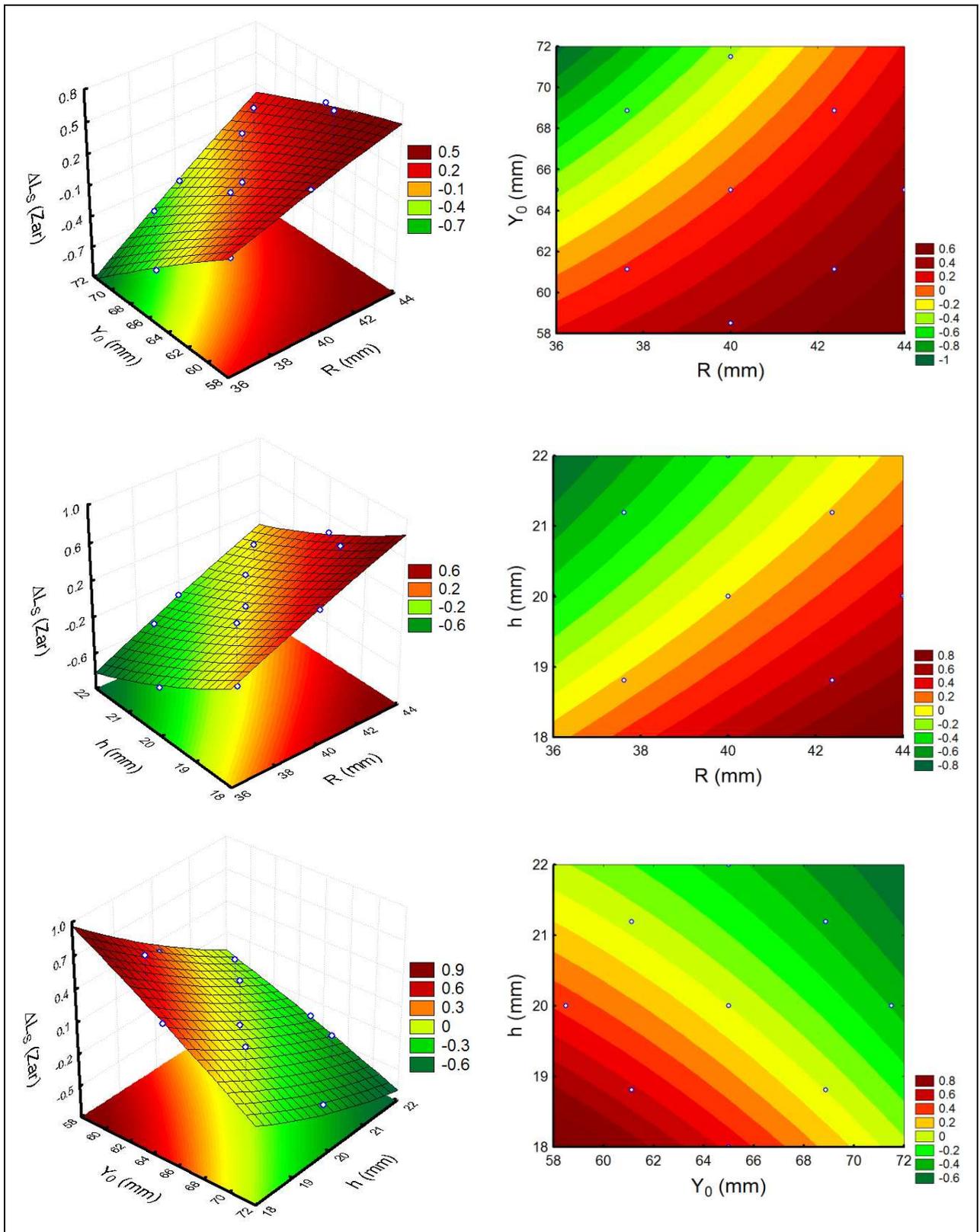


Figura 73: Superfícies de respostas para a variável dependente $\Delta L_S zar.$

APÊNDICE D – Artigo Publicado no SAE BRASIL 2008.

**SAE TECHNICAL
PAPER SERIES**

2008-36-0258

E

**Modeling and Cinematic Analysis of half-toroidal transmission:
influence of the project parameters in performance**

Breno Raizer
UNICAMP

Prof. Dr. Franco Giuseppe Dedini
UNICAMP

SAE BRASIL
Sociedade de Engenheiros da Mobilidade

FILIADA À
SAE International

Congresso 2008
SAE BRASIL

XVII Congresso e Exposição Internacionais
da Tecnologia da Mobilidade
São Paulo, Brasil
07 a 09 de outubro de 2008

AV. PAULISTA, 2073 - HORSIA II - CJ. 1003 - CEP 01311-940 - SÃO PAULO – SP

Divulgação da folha de rosto em respeito aos Direitos Autorais.

APÊNDICE E – Artigo Publicado nos Anais do COBEM 2009.

Proceedings of COBEM 2009
Copyright © 2009 by ABCM

20th International Congress of Mechanical Engineering
November 15-20, 2009, Gramado, RS, Brazil

MODELING AND CINEMATIC ANALYSIS OF TOROIDAL CVTs: INFLUENCE OF THE GEOMETRIC PARAMETERS IN PERFORMANCE.

Breno Raizer, breno_raizer@hotmail.com

Prof. Dr. Franco Giuseppe Dedini, dedini@fem.unicamp.br

Laboratory of Systems Integration (LabSin) - FEM - UNICAMP

Abstract. This study aims to evaluate that impact of variations in the geometric parameters has on the ability of torque and power transmission on Continuously Variable Transmissions (CVTs). Changes in the numerical values of these parameters allows a verification of their influence on the entire system life-time for any type of cycle, as defined in the theory of life provided the causes of failure, fatigue and subsurface damage. The geometric modeling of toroidal type transmissions (Half-Toroidal to Full-Toroidal) also allows an evaluation of the system transmission ratio maximum range, considering restrictions due limitation to spin and slip effects. Then, the geometric model of the traction based toroidal CVT was further explored by adding new geometric parameters related to the system control mechanism (the roller tilting angle). The influence of those parameters variations was detected and discussed in this work. Additionally, an Elasto-Hydrodynamic (EHD) contact theory is applied by using a numerical method in an example system, to evaluate the capability of transmission fluid in transmitting torque through the system contacts.

Keywords: Continuously Variable Transmission, Toroidal CVT, Parametric optimization, transmission life-time

1. INTRODUCTION

Between all the known types of power transmission systems, the Continuously Variable one (CVTs) have the capability of maximizing the efficiency of Internal Combustion Engines, allowing them to work close to their optimal operation condition, regulating the load conditions, adjusting them for the levels of torque and speed of the engine. This is possible once that CVTs can change steplessly through an infinite number of effective Transmission Ratio (TR) between maximum and minimum values by changing its operation geometry. Some kinds of CVT are also being used to unite different sources of power, like electrical and combustion engines, allowing them to work together and with synergy into hybrid vehicles. One of the latest applications of CVTs can be observed in Formula One vehicles, with mechanical KERS (Kinetic Energy Recovery Systems, as observed in Fig.1), regulating the charging and discharging of a flywheel stored power into the car powertrain system (SAE, 2008).



Figure 1. Application of a Full Toroidal CVT transmission in a KERS system (Chris Hayes, 2009) on the left, and a didactic prototype made with a rapid prototyping process in CTI, on the right.

There are two main groups of CVTs: Traction based, and Friction based (belt-driven). Traction based CVTs work by changing the position of contact point in its structure. Among other kinds of CVTs, Y. Zhang considered Traction based CVTs as the most promising one, since it allows a higher transmission of torque with simpler mechanisms (Y. Zhang, 2000).

The torque transmission capacity is directly linked to the contact regions conditions. To avoid losses, it is necessary for the interface region dimension to be negligible in relation to the system size. Therefore, for a reasonable amount of torque, the contact must operate under huge pressure loads. Under those pressures the lubrication fluid changes its properties, solidifying itself (Nabil A. Attia, 2005). Is very important for the fluid, on in this environment, to have a high traction constant. In other words, it should be able to transmit a high tangential strength in relation to the normal strength applied. But it also must be able to lubricate and, with that, preserve the set. On these conditions, the Elasto-Hydrodynamic (EHD) theory is necessary to predict and simulate the contact properties. But, usually, the classical Hertzian contact theory is applied to the Toroidal drive contact analysis (Y. Zhang, 2000).

The position of the contact points in the mechanism determines the system TR . The overall system size, compared to the amount of power transmitted, has direct impact on the system lifetime and the mechanism final cost. The design of the control system is linked to the geometry variation mechanism. The contact loading mechanism is often created with cam elements on the power input. Additionally, some of the system losses (like the spin effect), related to the contact efficiency on the torque transmission capacity, are generated by geometrical factors. Therefore, the system geometry and the system geometry variation are key technical issues in traction drives design.

This work is focused on geometric analysis for performance optimization of Toroidal CVTs (Half-Toroidal and Full-Toroidal), as the one shown in Fig.2. The KERS mechanism shown on Fig.1 has a Full Toroidal CVT.

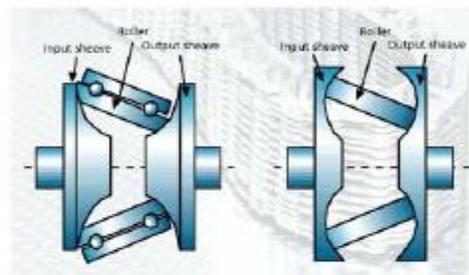


Figure 2. The two kinds of Toroidal CVT: the Half-Toroidal (on left) and the Full-Toroidal (on right) (SAE International, 2009).

A toroidal transmission works by changing the roller inclination angle, called tilt-angle (θ , see Fig. 3). The roller must always be in contact with two discs (system input and output). The distances between the contact points and main axe of the toroidal geometry (y_1 and y_2) define the theoretical TR . In these transmissions, the distance between a contact point and the center of tilting (O) must be constant, so the roller can be in contact with the toroids for any tilt-angle configuration. There is an axial gap in the system, but its purpose is to allow the application of force that is responsible for the final pressure at the contact points, and therefore, it must not change the trajectory of the contact points. A simple way of applying this axial force is through a cam mechanism (Y. Zhang, 2000 & Nabil A. Attia, 2005).

2. METHODOLOGY

As commented in Sec.1, the basic geometry of a Toroidal CVT has a huge impact on the system performance. Most of the parameters that define the geometric model of a HT-CVT, can be seen on Fig.3. The roller contact radius is omitted in this image. FT-CVT will be defined by making specific restrictions in the contact possible positions and h (see Fig.3) equal to zero.

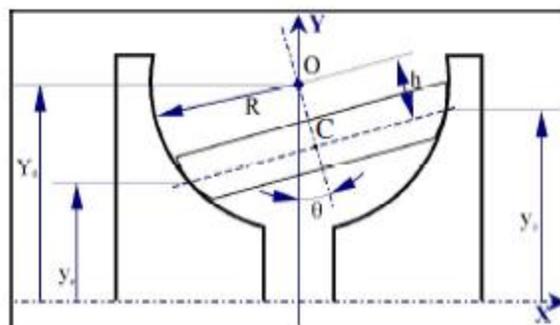


Figure 3. Basic Geometric Model of Half Toroidal CVT.

This geometric model is representing a 2D mechanism, and the equations that give the contact positions as a function of the tilt angle θ can be easily found. But on the following modeling, two new parameters were simultaneously added to the basic geometric model. Those parameters can change the distance between the contact points without changing the roller main radius, so the angle formed by the contact points and the toroid circumference center is not constant. Additionally, the representation of the roller center is important in the following formulation. The new parameters added to the geometric model change the inclination of the plane that contain the roller center (C) and the contact points. This property permits changes in the tangent velocity vector of the roller at the contact point. This is directly related to the contact interface conditions, and therefore, to the torque transmission capacity and the system lifetime. They, also, do not change the distance between the center O and each contact point, and so, not interfering in the axial gap. And since those distances are not altered, and the discs axis are aligned, the surfaces that represent the possible contact interfaces also do not change. A geometric model was created to show those surfaces (see Fig.4).

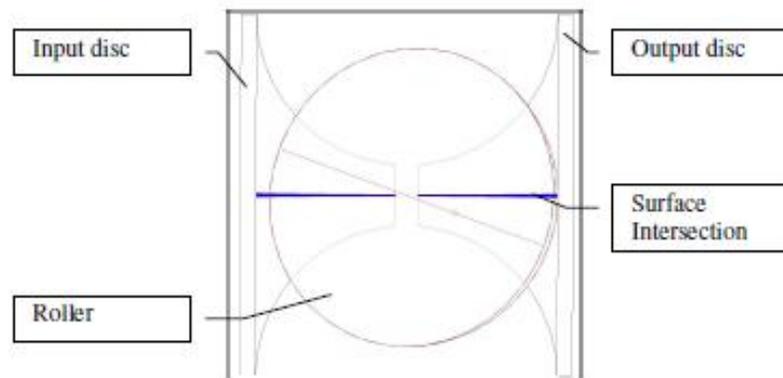


Figure 4. Surface revealing the contacts trajetory.

The new parameters chosen are angles that alters the roller center final position: α and β . α is a parameter designed to change the tilt plane (the plane that contain C and O), as seen on Fig.5. Traditionally, the tilting plane is always aligned with the discs rotation axis (in the coordinate reference chosen, is the X axe, see Fig.3). The angle α is a rotation of the tilting plane around the Y axe.

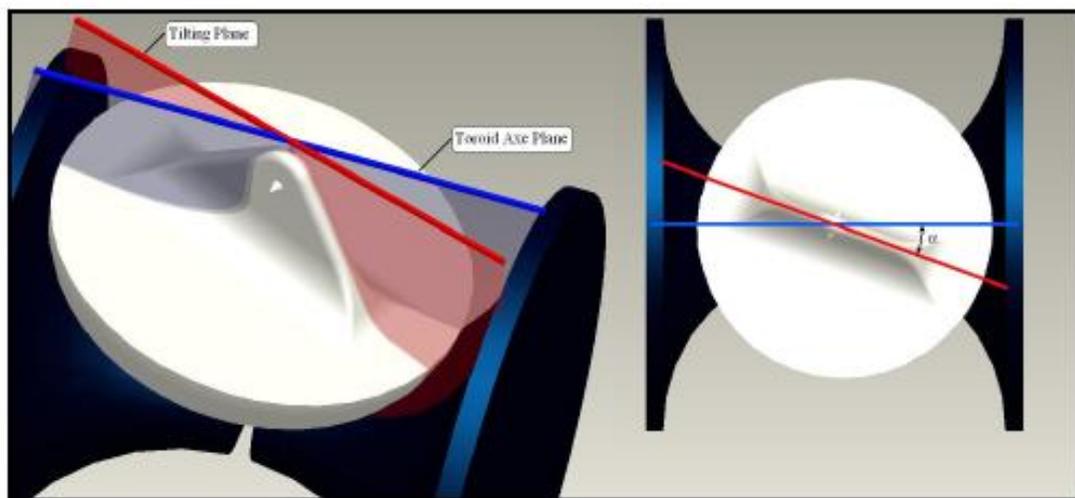


Figure 5. Effect of parameter α on the tilting plane.

The parameter β does not interfere with on tilting plane, but modifies the roller center position. That way, the tilting plane does not contain the roller center. Figure 6 shows the geometry modified by β .

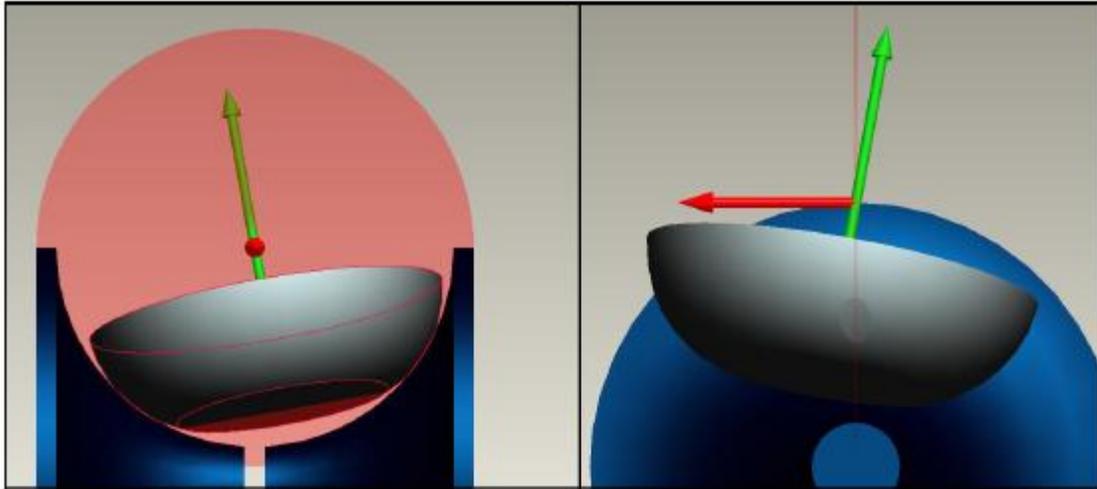


Figure 6. Effect of parameter α on the tilting plane β .

At this point, an equation that describes y_e and y_s as functions of the design parameters (R, h, Y_0), the tilting angle (θ) and the new parameters (α and β) is necessary. A simple procedure for that is by arranging the equations for the contact points possible locations (at the discs, Eq. (1)) with the equation that defines the plane that contain the roller center, the contact points and is normal to the vector that links C with O (vector \vec{n}), written as Eq. (2).

$$\vec{P}_C = \begin{bmatrix} \pm \sqrt{R^2 - (y - Y_0)^2} \\ y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$(\vec{P}_{xyz} - \vec{C})^T \cdot \vec{n} = 0 \quad (2)$$

Equation (2) can be expanded as Eq. (3), and the Eq. (4) gives the intersection:

$$\left(\vec{P}_{xyz} - \begin{bmatrix} 0 \\ Y_0 \\ 0 \end{bmatrix} \right)^T \cdot \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & 0 & \sin(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta) & -\sin(\beta) \\ 0 & \sin(\beta) & \cos(\beta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + h = 0 \quad (3)$$

$$\vec{P}_{xyz} = \vec{P}_C \quad (4)$$

By isolating y from these equations generates equations for the position of the input contact point height (y_e), seen in Eq. (5), and for the output contact point height (y_s), seen in the Eq. (6).

$$y_e = Y_0 - \frac{h \cdot \cos(\beta) \cdot \cos(\theta) + (\cos(\alpha) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)) \cdot \sqrt{G \cdot R^2 - h^2}}{G} \quad (5)$$

$$y_s = Y_0 - \frac{h \cdot \cos(\beta) \cdot \cos(\theta) - (\cos(\alpha) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)) \cdot \sqrt{G \cdot R^2 - h^2}}{G} \quad (6)$$

Where G is given by Eq. (7):

$$G = 1 - \cos^2(\alpha) \cdot \sin^2(\beta) - \sin^2(\alpha) \cdot \cos^2(\beta) \cdot \sin^2(\theta) - \frac{\sin(2 \cdot \alpha) \cdot \sin(2 \cdot \beta) \cdot \sin(\theta)}{2} \quad (7)$$

The horizontal coordinates for the equation points can be found by using Eq. (1), or Eq. (8), where the straight line that contain the contact points is expressed.

$$y = x \cdot \frac{(\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) \cdot \sin(\theta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta))}{\cos(\beta) \cdot \cos(\theta)} - \frac{h}{\cos(\beta) \cdot \cos(\theta)} + Y_0 \quad (8)$$

For the initial analysis, the parameters in Eq. (5) and Eq. (6) can be made dimensionless, using Eq. (9), Eq. (10) and Eq. (11).

$$y'_{e,s} = \frac{y_{e,s}}{R} \quad (9)$$

$$h' = \frac{h}{R} \quad (10)$$

$$Y'_0 = \frac{Y_0}{R} \quad (11)$$

The influence of those parameters at the TR was used for a first comparison. In theory, with no losses, no slipping, no creeping and punctual contacts, we can assume that the tangential velocity of the roller and discs at the contact points should be the same. And, therefore:

$$TR = \frac{\omega_e}{\omega_s} = \frac{y_s}{y_e} = \frac{Y'_0 \cdot G - h' \cdot \cos(\beta) \cdot \cos(\theta) + (\cos(\alpha) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)) \cdot \sqrt{G - h'^2}}{Y'_0 \cdot G - h' \cdot \cos(\beta) \cdot \cos(\theta) - (\cos(\alpha) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)) \cdot \sqrt{G - h'^2}} \quad (12)$$

The difference between FT-CVT and HT-CVT is basically the range of the toroidal geometry adopted by the mechanism. Normally, a HT-CVT uses the lower side from the toroidal only. This makes different types of roller suspension and control possible, as well inserting the parameter h with fewer complications.

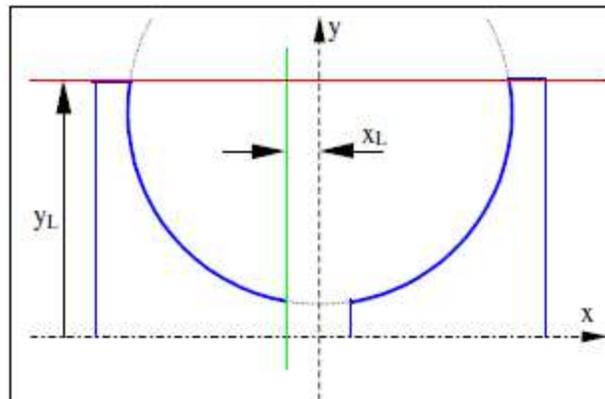


Figure 7. The discs limits defined by horizontal and vertical restrictions.

A FT-CVT is normally limited only by the horizontal restrictions. This enables a TR range larger than the one found usually in HT-CVT, but the horizontal limits must be larger now to permit the access of the roller control system inside the toroidal geometry. The current work will also contain in further steps the analysis of the impact of these restrictions (vertical and horizontal, restricting the toroidal geometry used) in the system efficiency. But it is considered that the roller should work close to the 1:1 TR point, because that reduces the losses by spin (A. W. Forti, 2002). The Fig. 7 is an example of the horizontal and vertical limitations that were introduced to the System.

3. RESULTS

Numerical data were taken from Zhang's (2000) work and used in the following example. The initial values for the system parameters and the range of analysis are displayed in Table 1. At first, X'_L is fixed and Y'_L is a function of Y'_0 .

Table 1. Geometric parameters for dimensionless analysis.

Parameter	Initial Value	Analysis Range
θ (rad)	0,0000	$\pm 1,5708$
h' ()	0,4617	$\pm 0,4000$
Y'_0 ()	1,5876	$\pm 0,3000$
α (rad)	0,0000	$\pm 0,7854$
β (rad)	0,0000	$\pm 0,7854$
X_L/R ()	0,3000	-
Y_L/R ()	$1,1213 * Y'_0$	-

Figure 8 and Fig. 9 shows the behavior of the TR function when changing the tilting angle (θ) and some other design parameter. Analyzing Fig.8, one can note some tendency on the surfaces behavior. As expected, the smaller that Y'_0 is, the larger the maximum TR possible is. There is a point of maximum on the surface that express TR as a function of θ and h' .

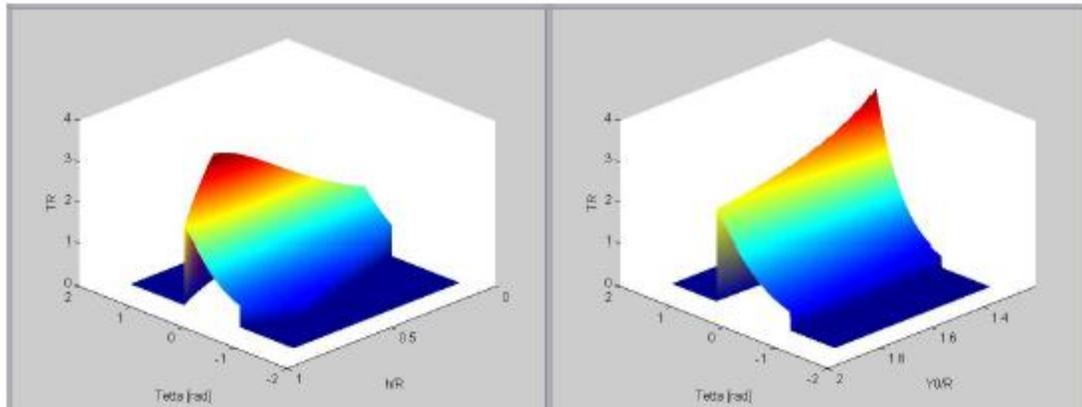


Figure 8. Effect of h' , on the left, and the effect of Y'_0 , on the right, in TR function.

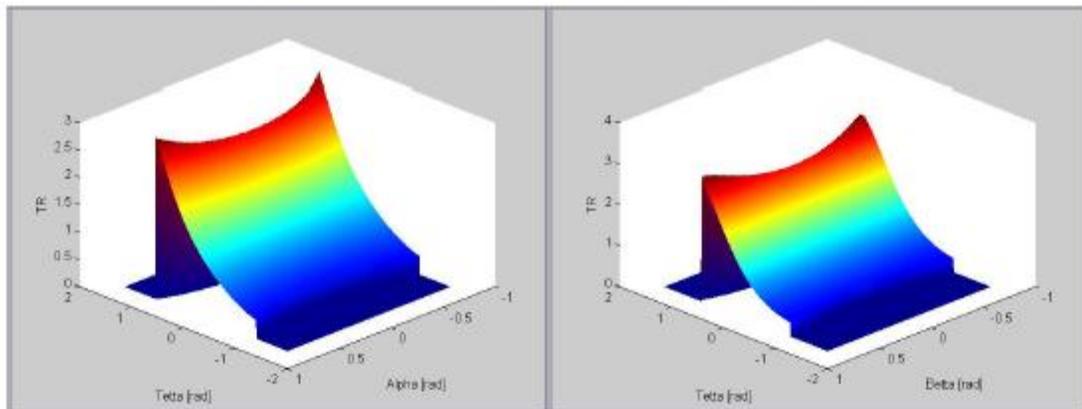


Figure 9. Effect of α , on the left, and the effect of β , on the right, in TR function.

The effect of the new geometric parameters, α and β , are shown in Fig.9. Small variations on those parameters have little impact on the final TR function, as observed. However, since those parameters have direct influence on the contact conditions (the tangential velocity vector of the surfaces, for example), they must also have an impact on the system efficiency in transmitting torque and the effective transmission ratio. Therefore, a more sophisticated analysis is required.

For a further analysis of the dimensionless parameter h' , an algorithm was developed to find only the optimal point in TR as function of θ and h' , as the one seen in Fig. 8, inside a range of values of Y_0' and Y_L' . The numerical values used in this analysis are given in Tab. 2,

Table 2. Geometric parameters for h' optimization.

Parameter	Initial Value	Analysis Range
θ (rad)	0,0000	$\pm 1,5708$
h' ()	0,4800	$\pm 0,4800$
Y_0' ()	1,600	$\pm 0,4000$
Y_L/R ()	1,800	$\pm 0,4000$
α (rad)	0,0000	-
β (rad)	0,0000	-
X_L/R ()	0,3000	-

The graphical results from h' optimization are given in Fig. 10. Not considering X_L , is possible to say that when Equation (13) is satisfied, the system becomes a Full Toroidal CVT. So, as expected, the optimal h' value for FT-CVT is 0.

$$Y_L > Y_0 + R \tag{13}$$

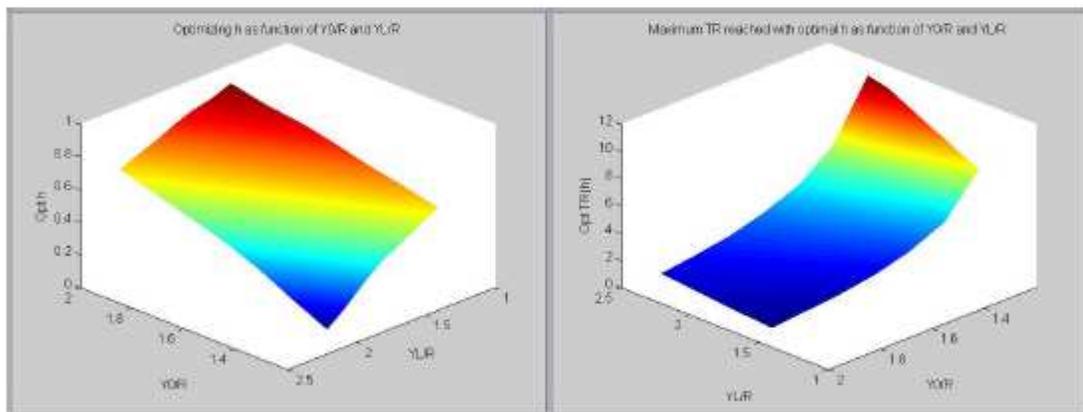


Figure 10. The results of h' optimization. On the left, the surface giving the optimal h' as function of Y_0' and Y_L' . On the right, the maximum TR allowed using the optimal h' .

4. CONCLUSION

The maximum and minimum TR reached in the transmission has a direct impact on its application, provided that a wider range of TR allows the CVT to work in broader range of circumstances and requirements. And therefore, optimizing the transmission TR function is one of the fundamental aspects of its design.

There is a need of a contact theory able to evaluate the efficiency of the mechanical energy transmission through the system contacts. These contacts operate under Elasto-Hydrodynamic lubrication conditions, and therefore, the flow of lubrication fluid, system temperature (and its impact over the material from the discs and the roller and over the properties of the fluid) and the lubrication fluid properties should also be considered. Effects that generate losses on the power transmission, like slip, side-slip, creep, and spin, must also be modeled. All these considerations are needed to estimate as effective TR function, the system torque transmission capacity, and a more reliable system lifetime expectancy.

A more accurate contact model will also allow a more consistent the estimation for the horizontal and vertical limits, that will give a better balance between the TR range and the losses in the contact.

The new parameters were added with the purpose of modeling possible deviations in the design of Toroidal CVTs. In any mechanical design, tolerances must be added to create a balance between set cost and system performance. So, one of the initial purposes of this work was to model possible geometric "flaws" and evaluate their impact on the system life-time and efficiency. But a theoretical model that can fully evaluate those impacts has not been found yet.

If the further steps of this study show that the parameters studied have little impact, or positive impact, on the system performance, they can be used as real project parameters. The angle α , as an example, was shown to be able to enlarge the range of the TR in a system with horizontal and vertical restrictions. Probably, there are optimal values to α and β that give a better balance between system efficiency, lifetime and TR range.

5. ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to thank CTI, BOSCH and UNICAMP for the support and help.

4. REFERENCES

- A. W. Forti, F. G. Dedini (2002) "Development and Design of Traction Drive Continuously Variable Transmission for low power and torque systems", IFToMM - Sixth International Conference on Rotor Dynamics
- Breno Raizer (2008) "Modeling and Cinematic Analysis of half-toroidal transmission: influence of the project parameters in performance". SAE Paper 2008-36-0258
- Breno Raizer (2008) "Modelagem e Análise Cinemática de uma transmissão toroidal: Influência dos parâmetros de projeto no desempenho.", Trabalho de Graduação II, FEM- UNICAMP
- Chris Hayes, 2009. "KERS Flywheel demonstrated at Autosport International". 8 May 2009, <<http://www.forumula1.net/2009/f1/f1-news/kers-flywheel-demonstrated-at-autosport-international/>>
- Lubomyr O. Hewko, (1986) "Automotive Traction Drive Cvt's -- An Overview", SAE Paper 861355
- Nabil A. Attia (2005) "Predicting the Life Contact for Half Toroidal Continuously Variable Transmission", Information Technology Journal 4, 222-227
- Robert Fuchs, Yasuhiko Hasuda, Iain James (2004) "Dynamic Performance Analysis of a Full Toroidal IVT, A theoretical Approach", CVT2004 Congress, 04CVT-30
- SAE International - "Automotive Engineering International", May 2008 ed.
- SAE International, 2009. "Transmission options". 8 May 2009, < <http://www.sae.org/automag/features/transopt/fig12.htm> >
- Y. Zhang; X.Zhang; W.Tobler, (2000) "A Systematic Model for the Analysis of Contact, Side slip and traction of Toroidal Drives", Journal of Mechanical Design, Vol. 122, ASME

5. RESPONSIBILITY NOTICE

The authors are the only responsible for the printed material included in this paper.

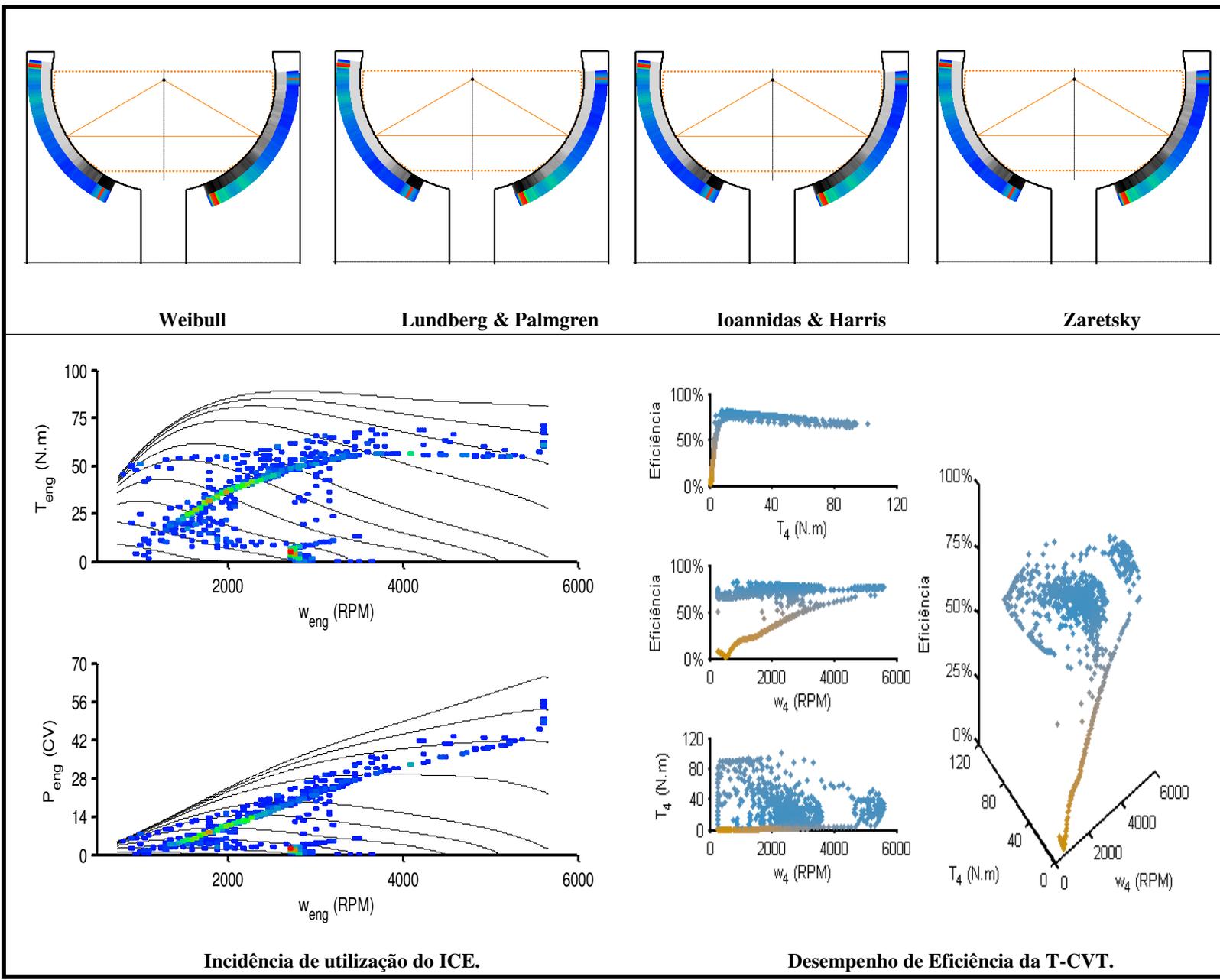


Figura 74: Resultados do Experimento 1 do DCCR.

Figura 75: Resultados do Experimento 2 do DCCR.

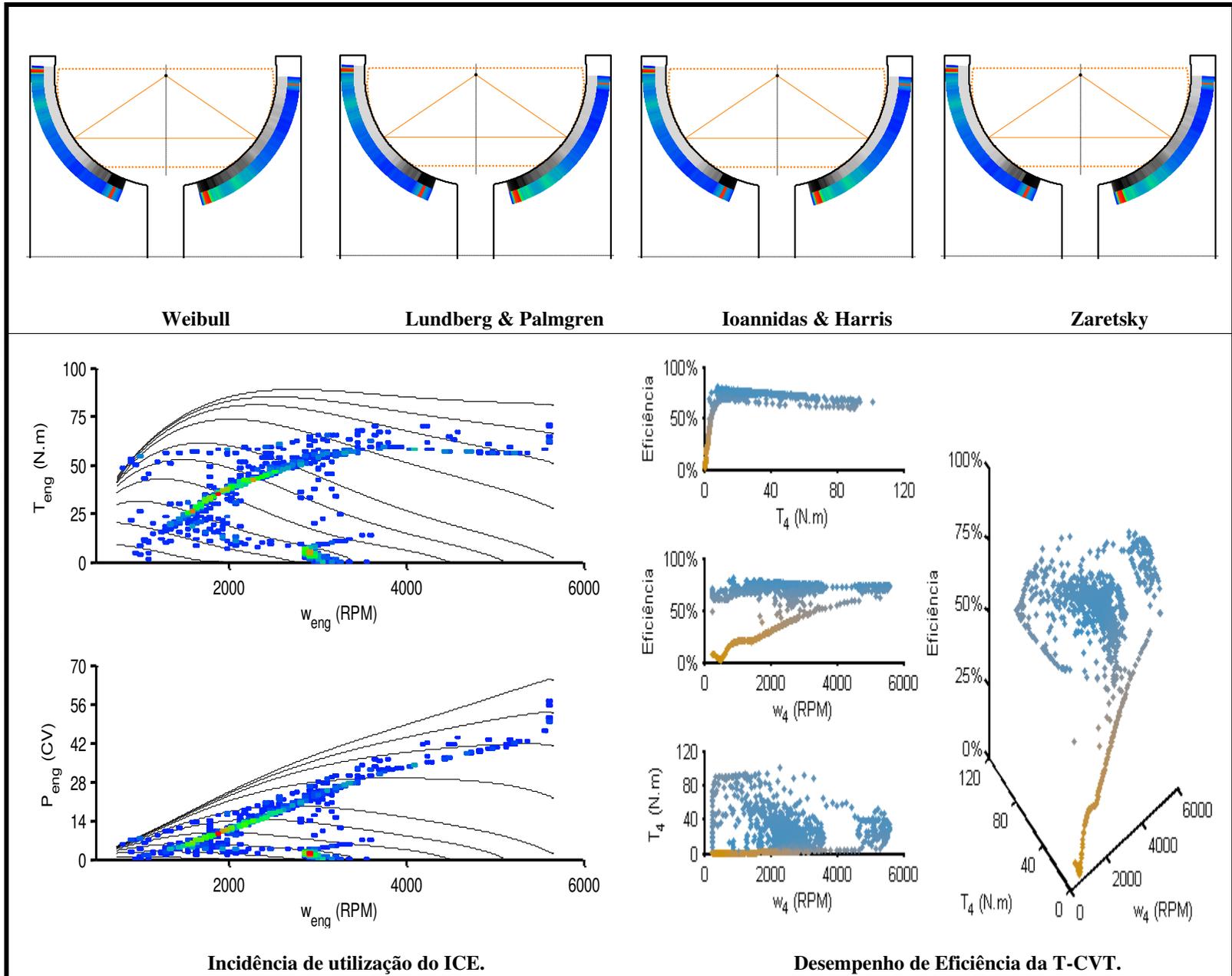


Figura 76: Resultados do Experimento 3 do DCCR.

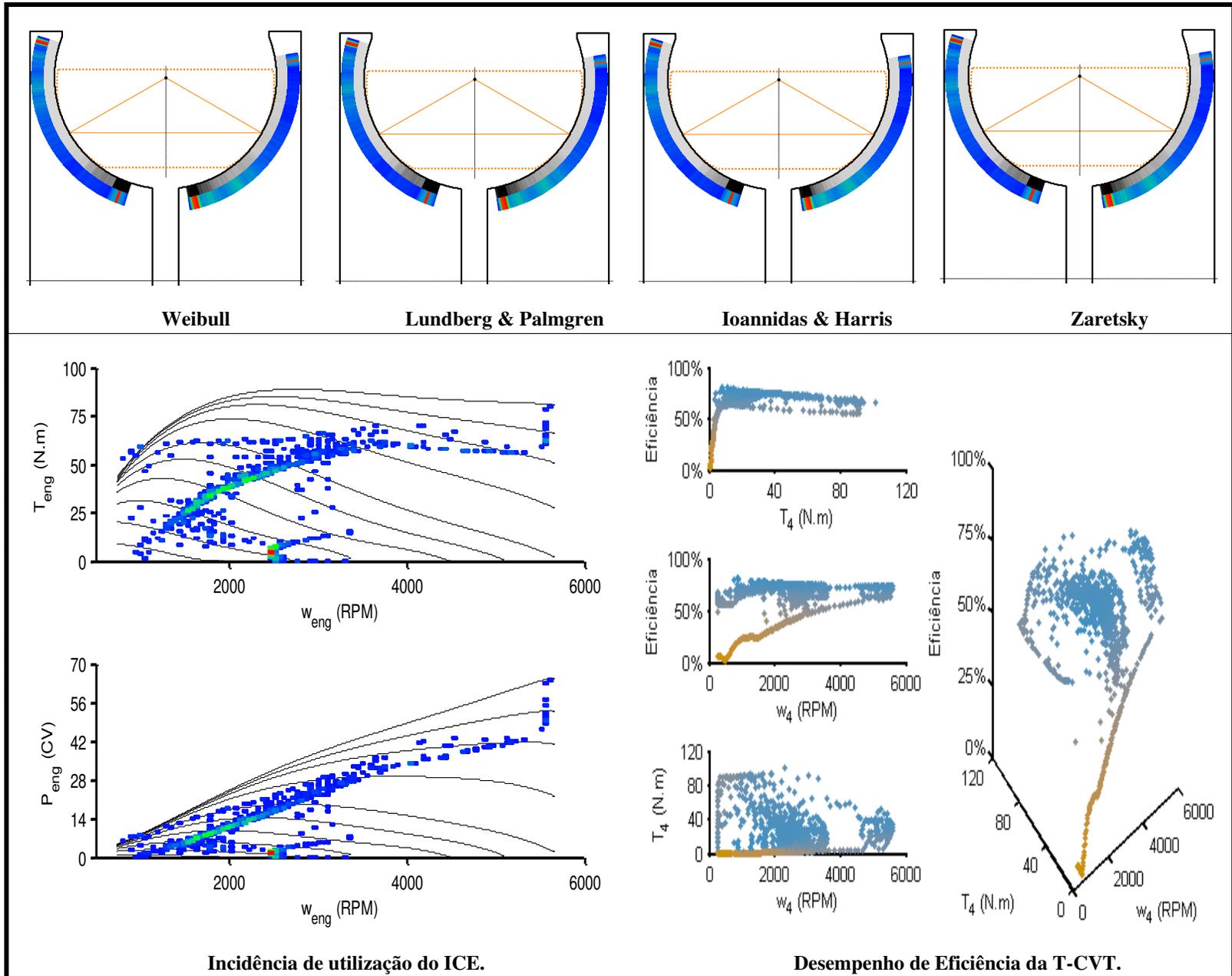


Figura 77: Resultados do Experimento 4 do DCCR.

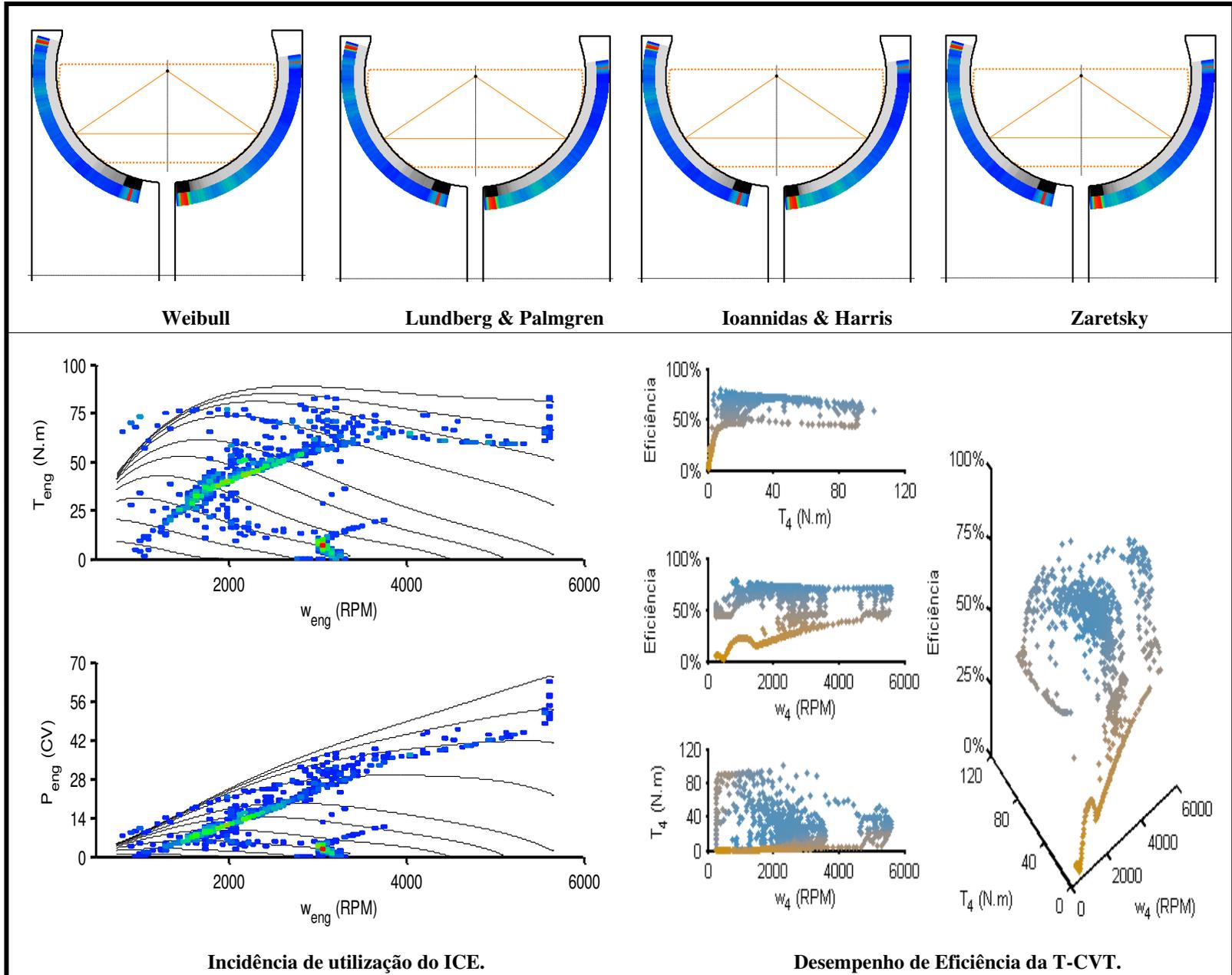


Figura 78: Resultados do Experimento 5 do DCCR.

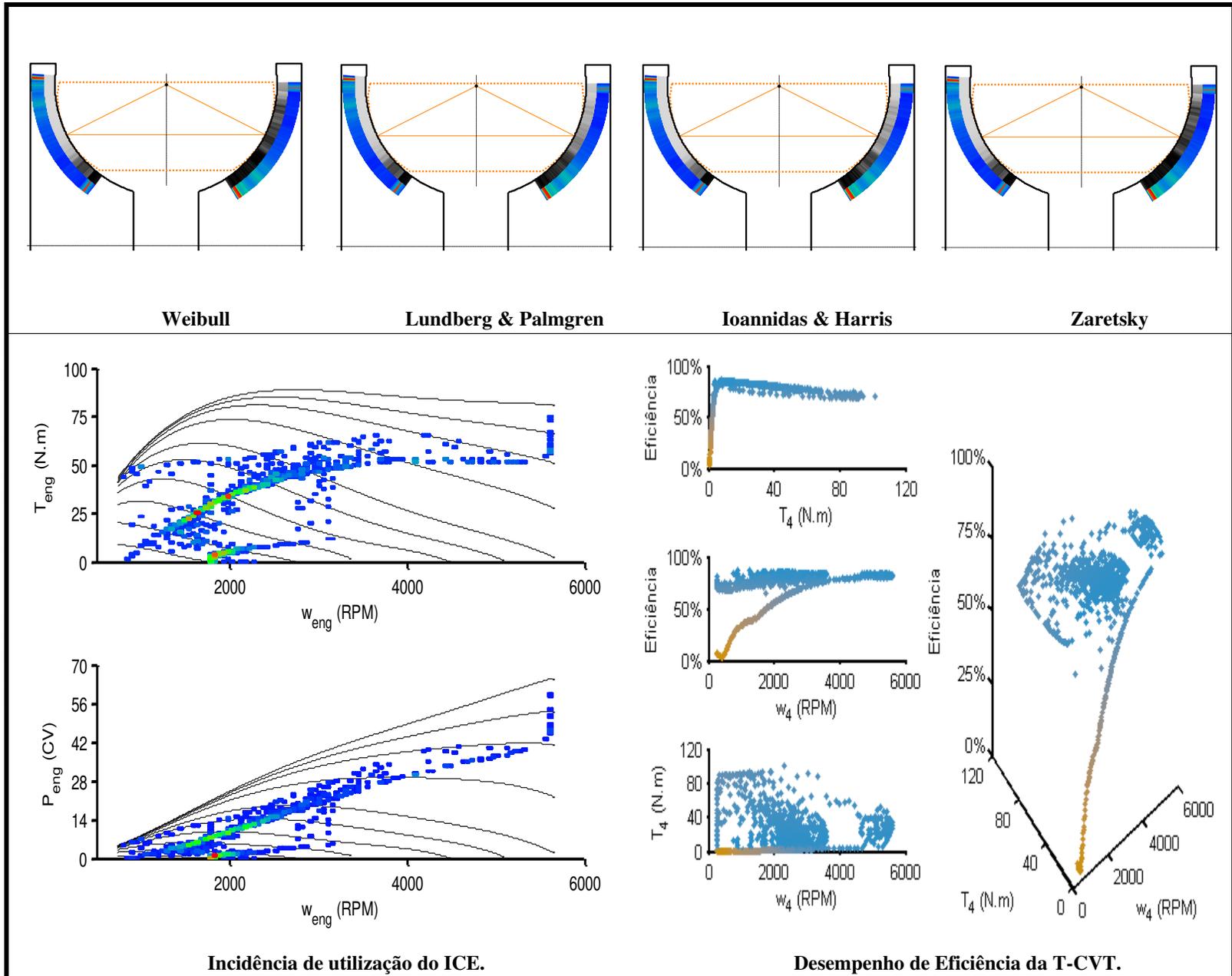


Figura 79: Resultados do Experimento 6 do DCCR.

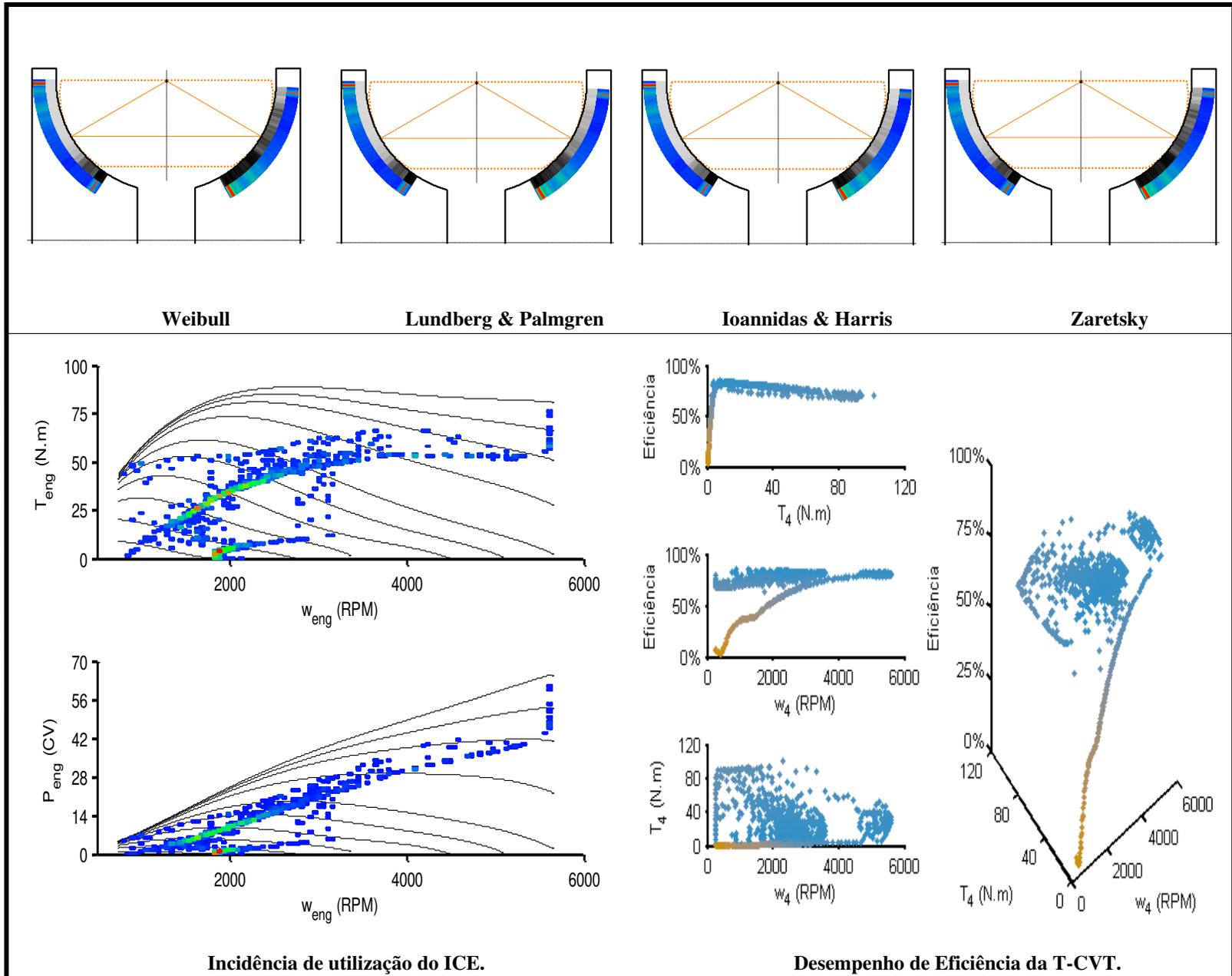


Figura 80: Resultados do Experimento 7 do DCCR.

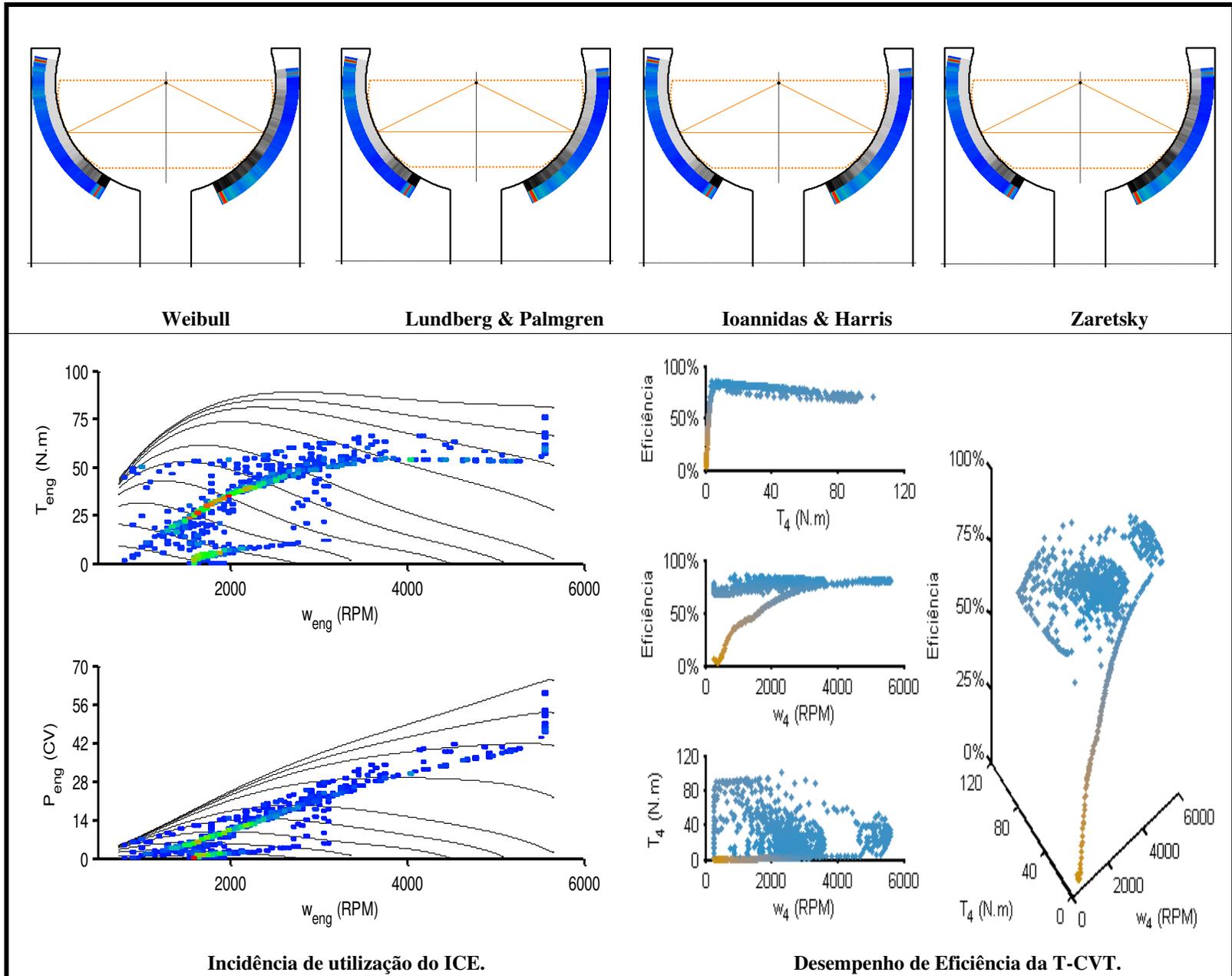


Figura 81: Resultados do Experimento 8 do DCCR.

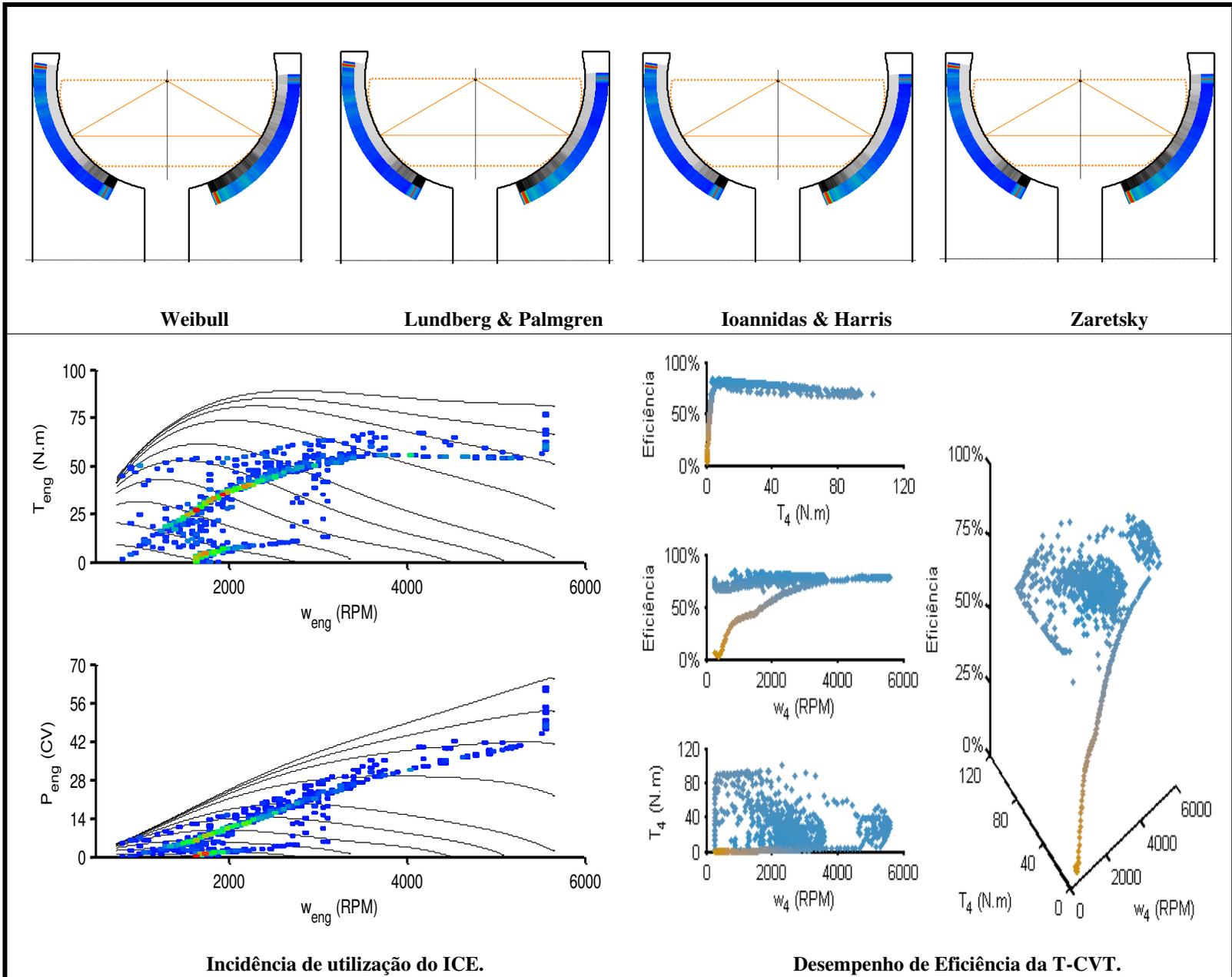


Figura 82: Resultados do Experimento 9 do DCCR.

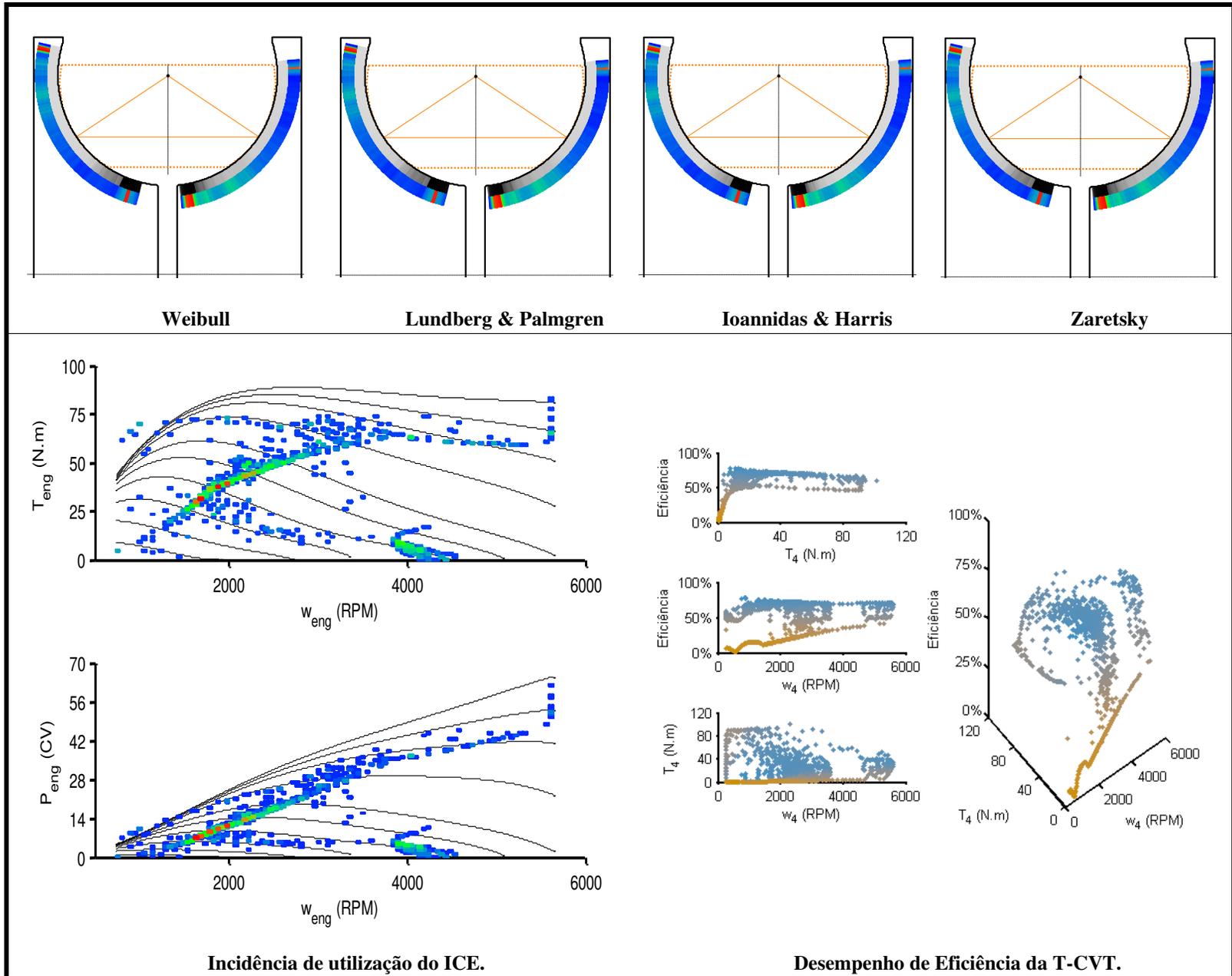
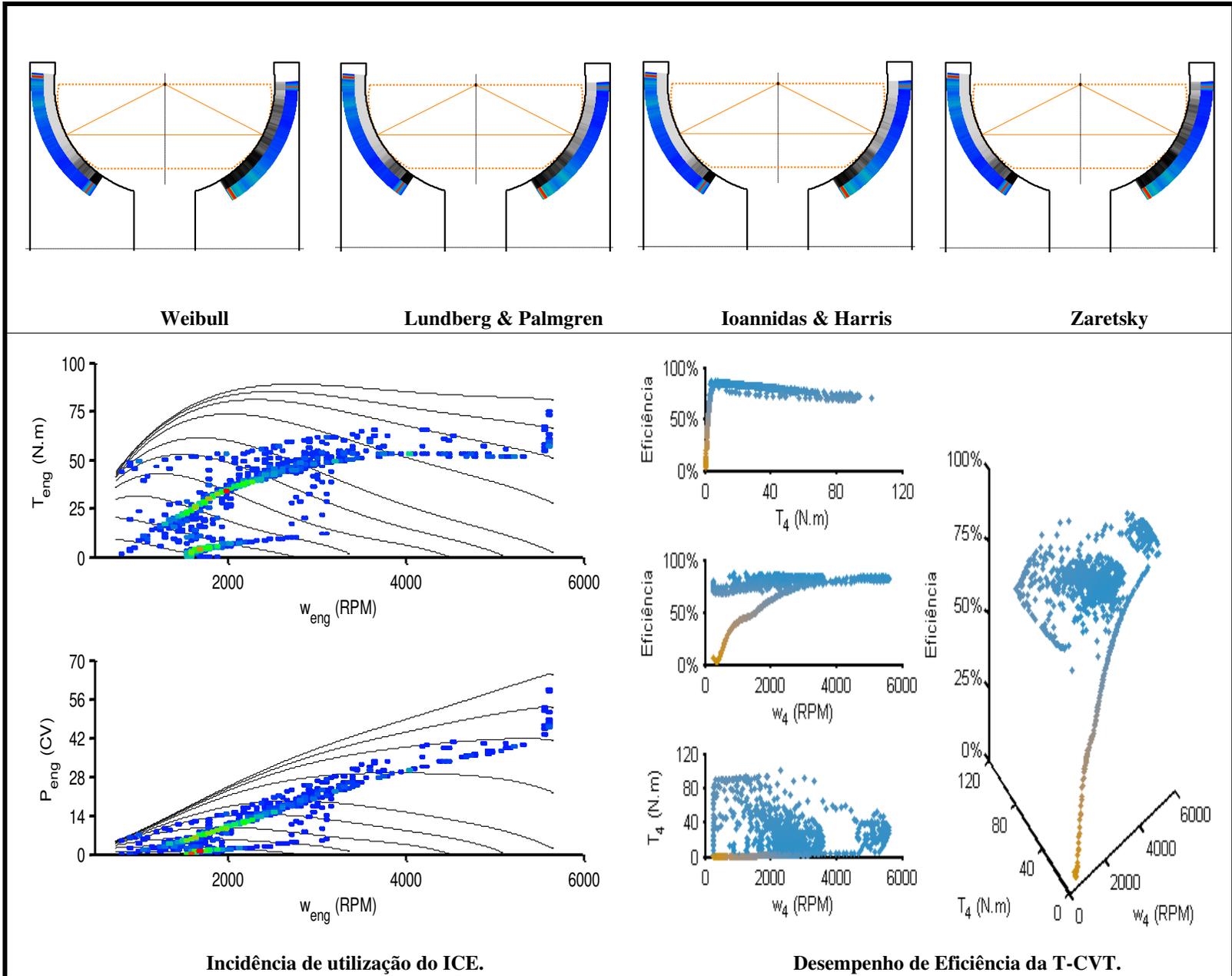


Figura 83: Resultados do Experimento 10 do DCCR.

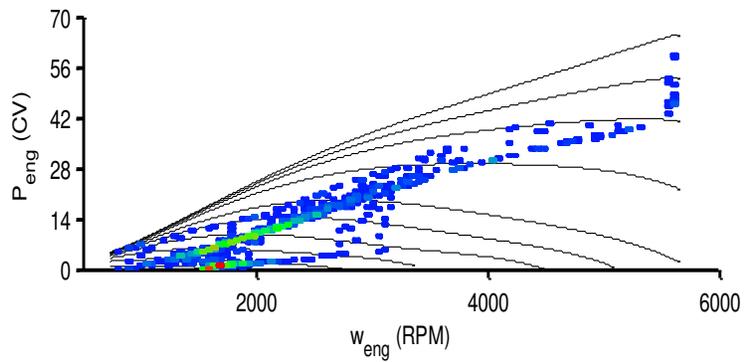
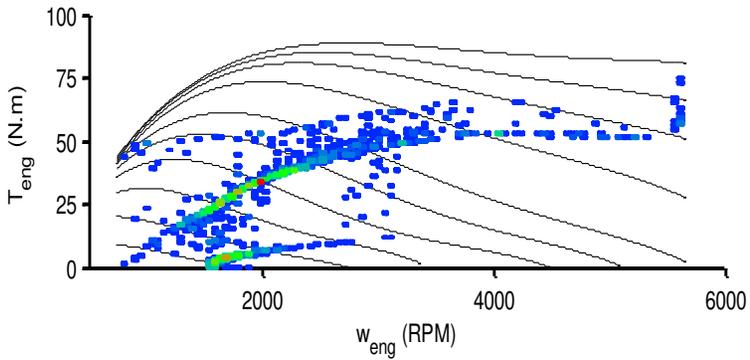


Weibull

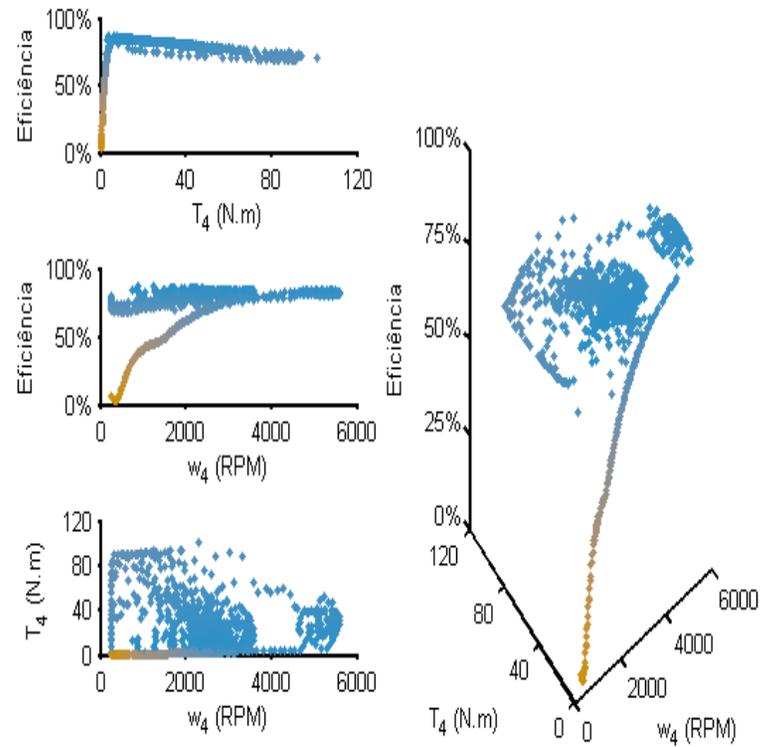
Lundberg & Palmgren

Ioannidas & Harris

Zaretsky



Incidência de utilização do ICE.



Desempenho de Eficiência da T-CVT.

Figura 84: Resultados do Experimento II do DCCR.

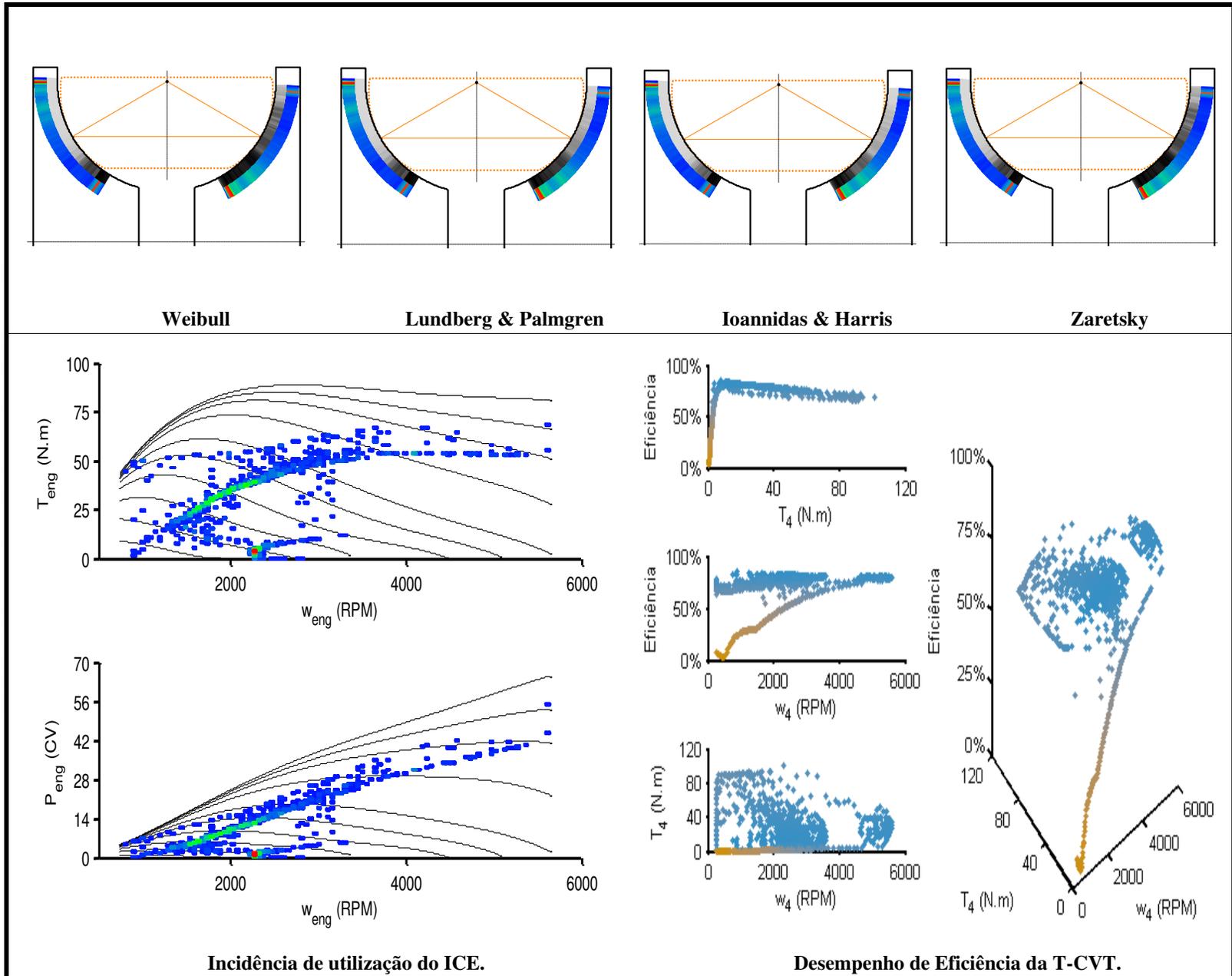


Figura 85: Resultados do Experimento 12 do DCCR.

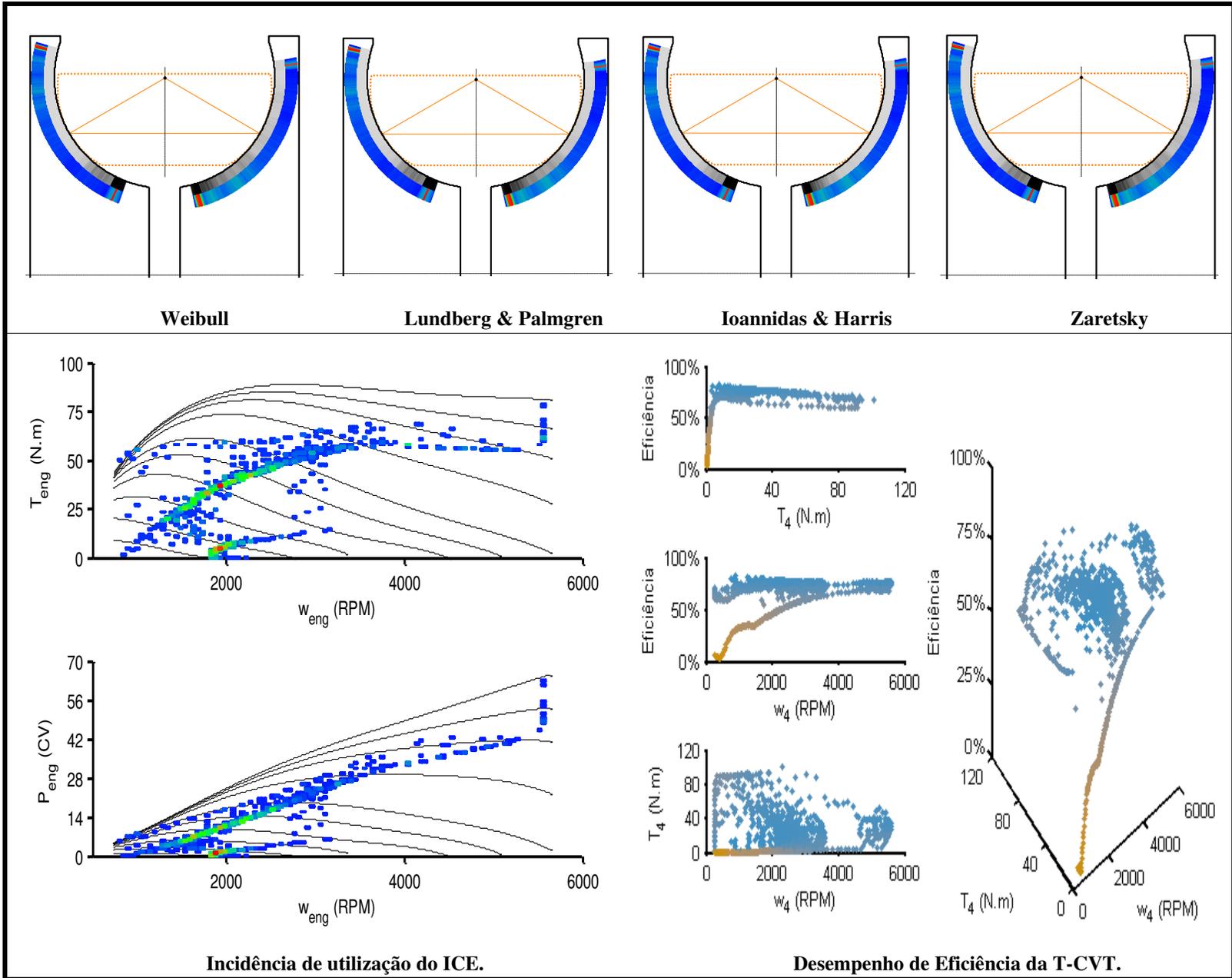


Figura 86: Resultados do Experimento 13 do DCCR.

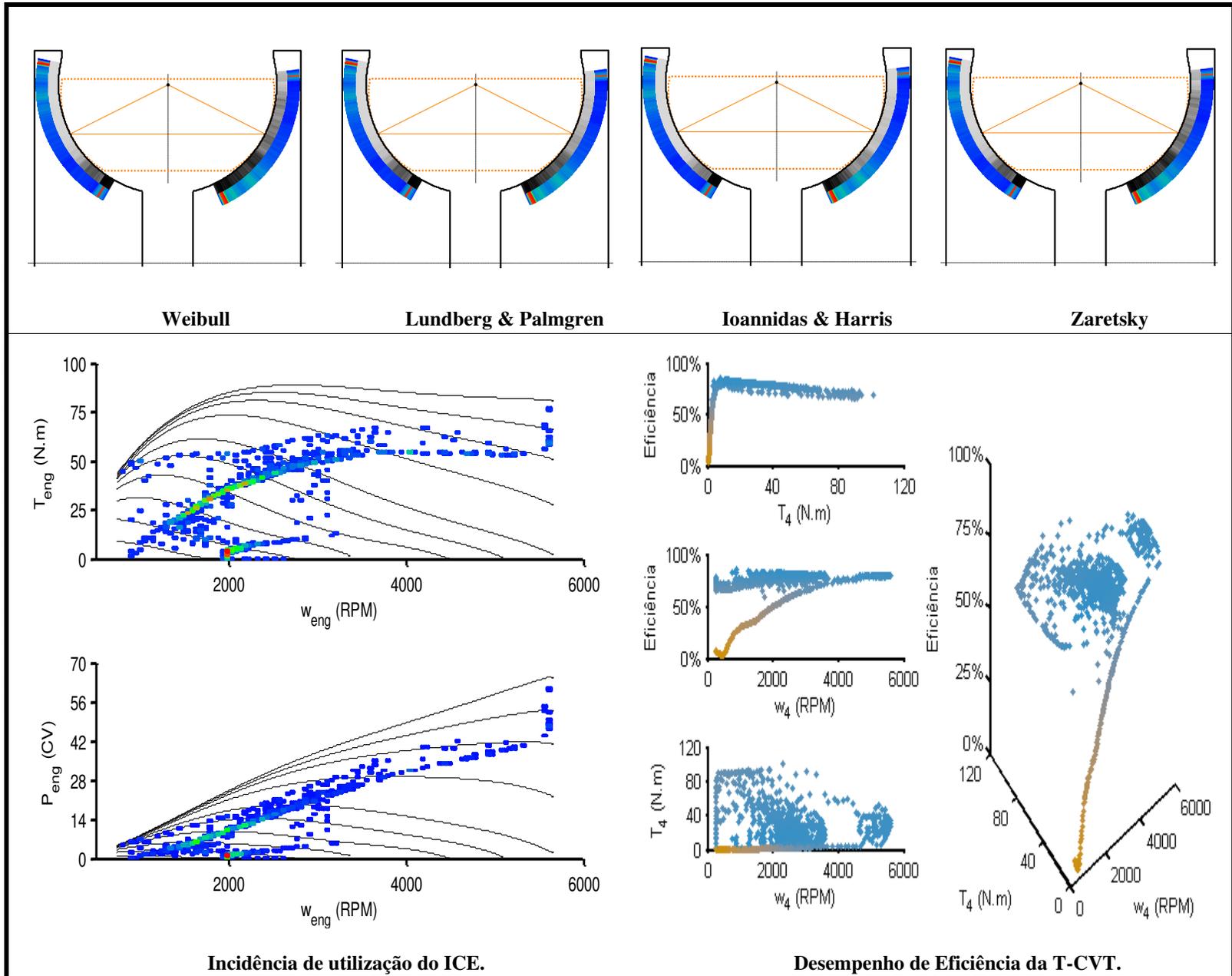


Figura 87: Resultados do Experimento 14 do DCCR.

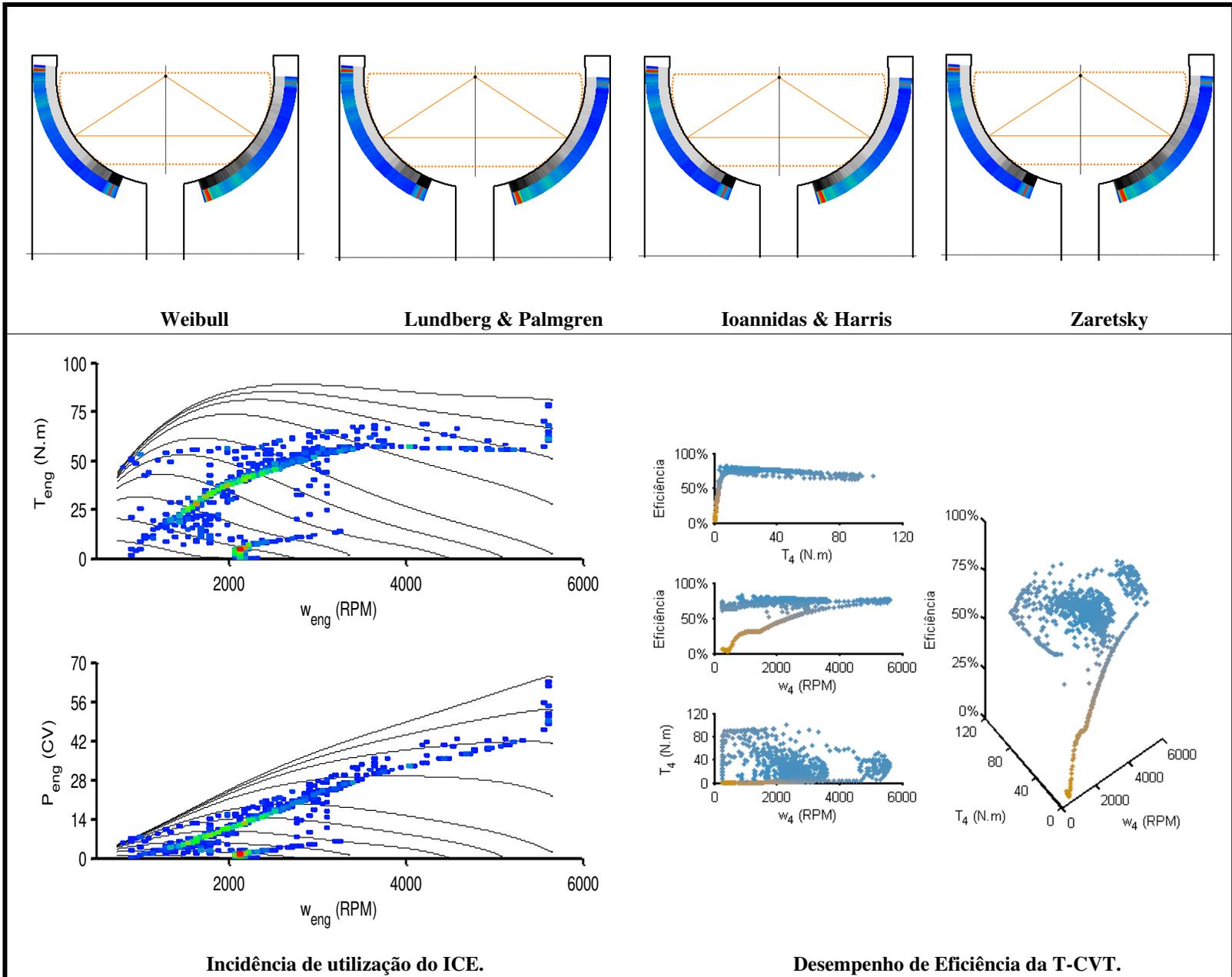
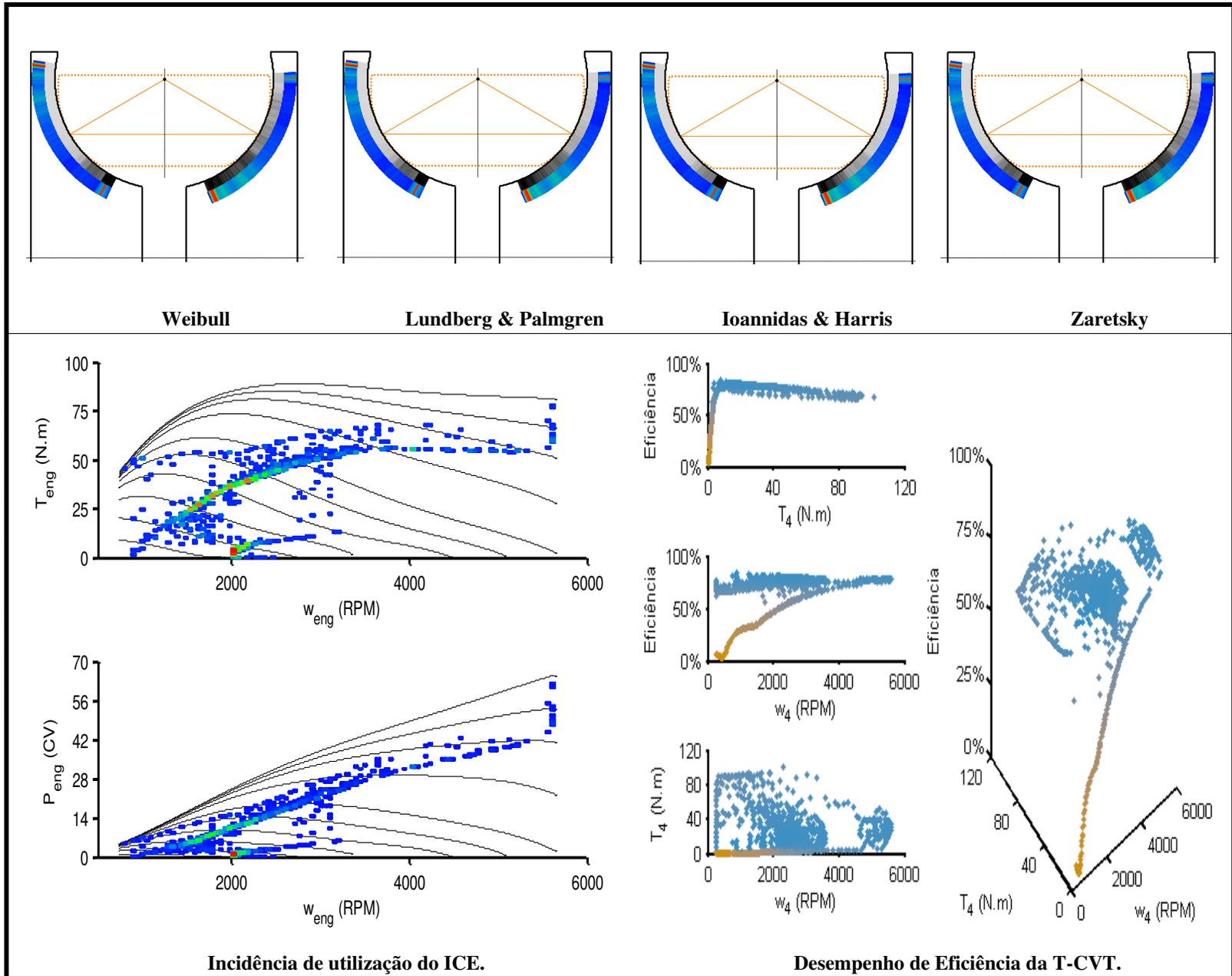


Figura 88: Resultados do Experimento 15 do DCCR.

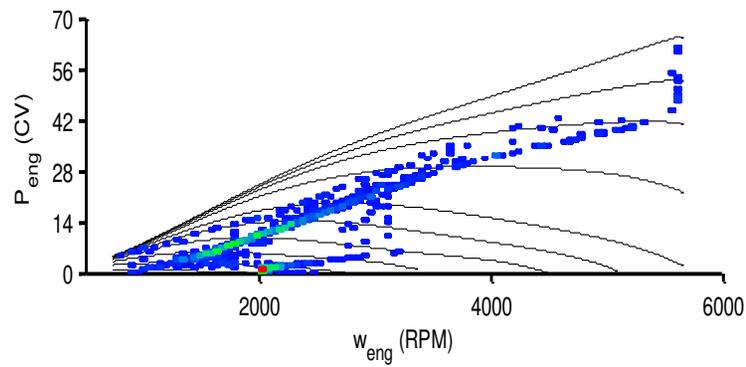
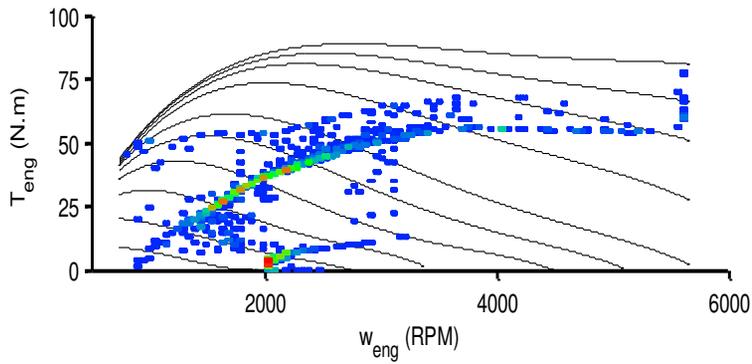


Weibull

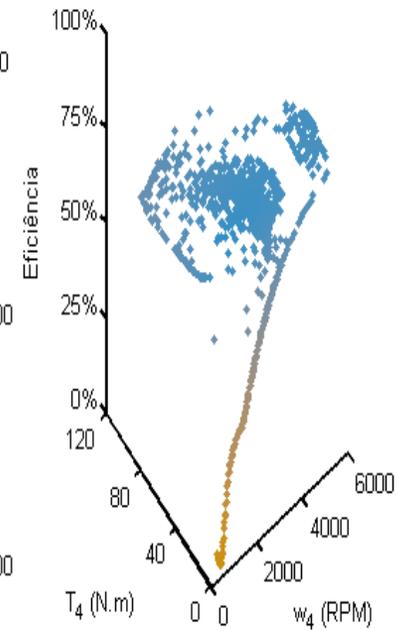
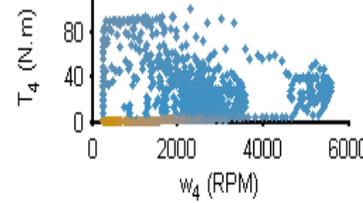
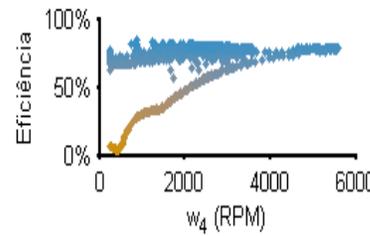
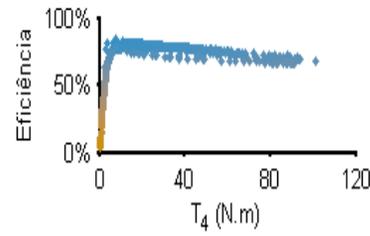
Lundberg & Palmgren

Ioannidas & Harris

Zaretsky



Incidência de utilização do ICE.



Desempenho de Eficiência da T-CVT.

Figura 89: Resultados da Simulação para $\sigma = \pm 5^\circ$.

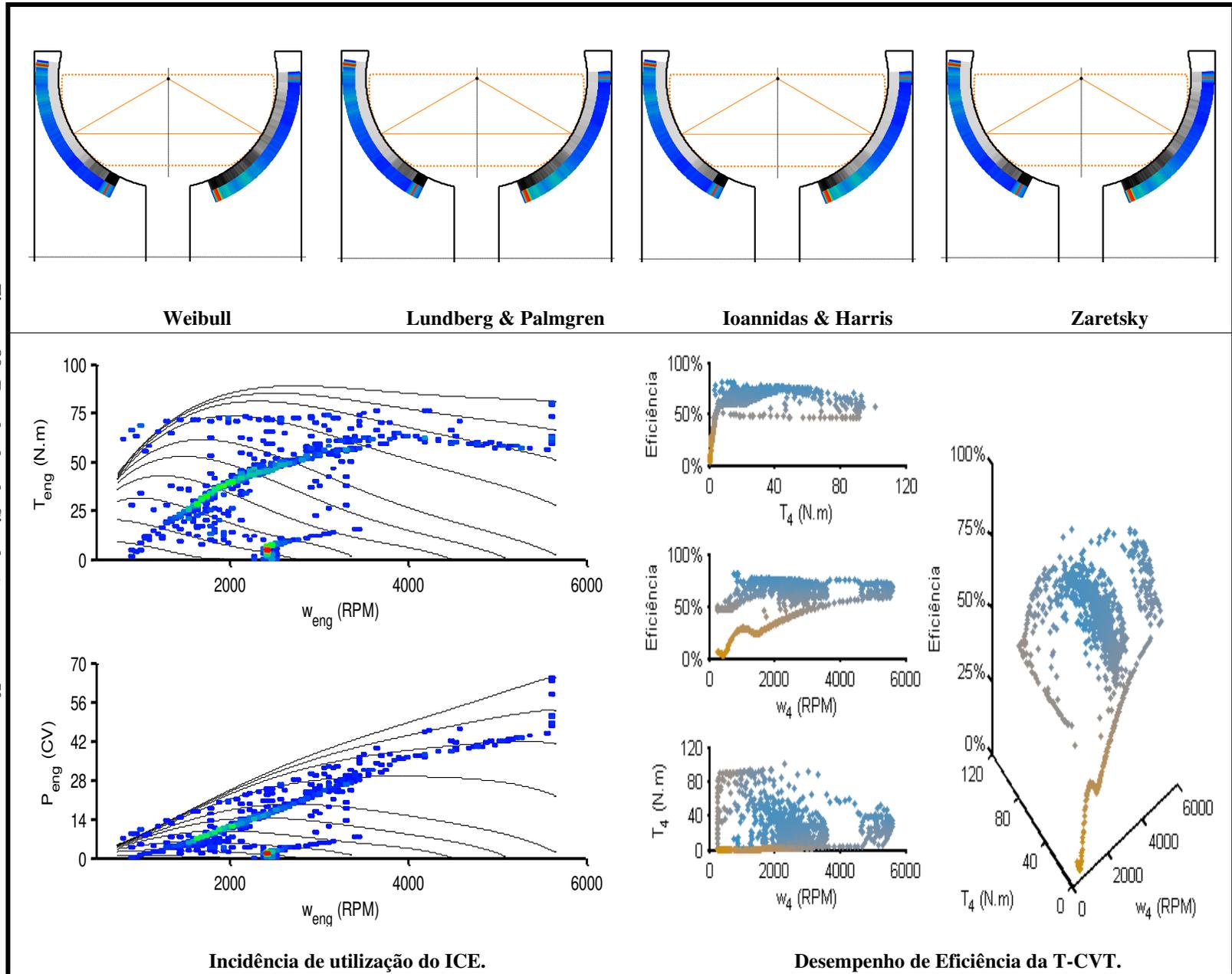


Figura 90: Resultados da Simulação para $\alpha = \pm 10^\circ$.

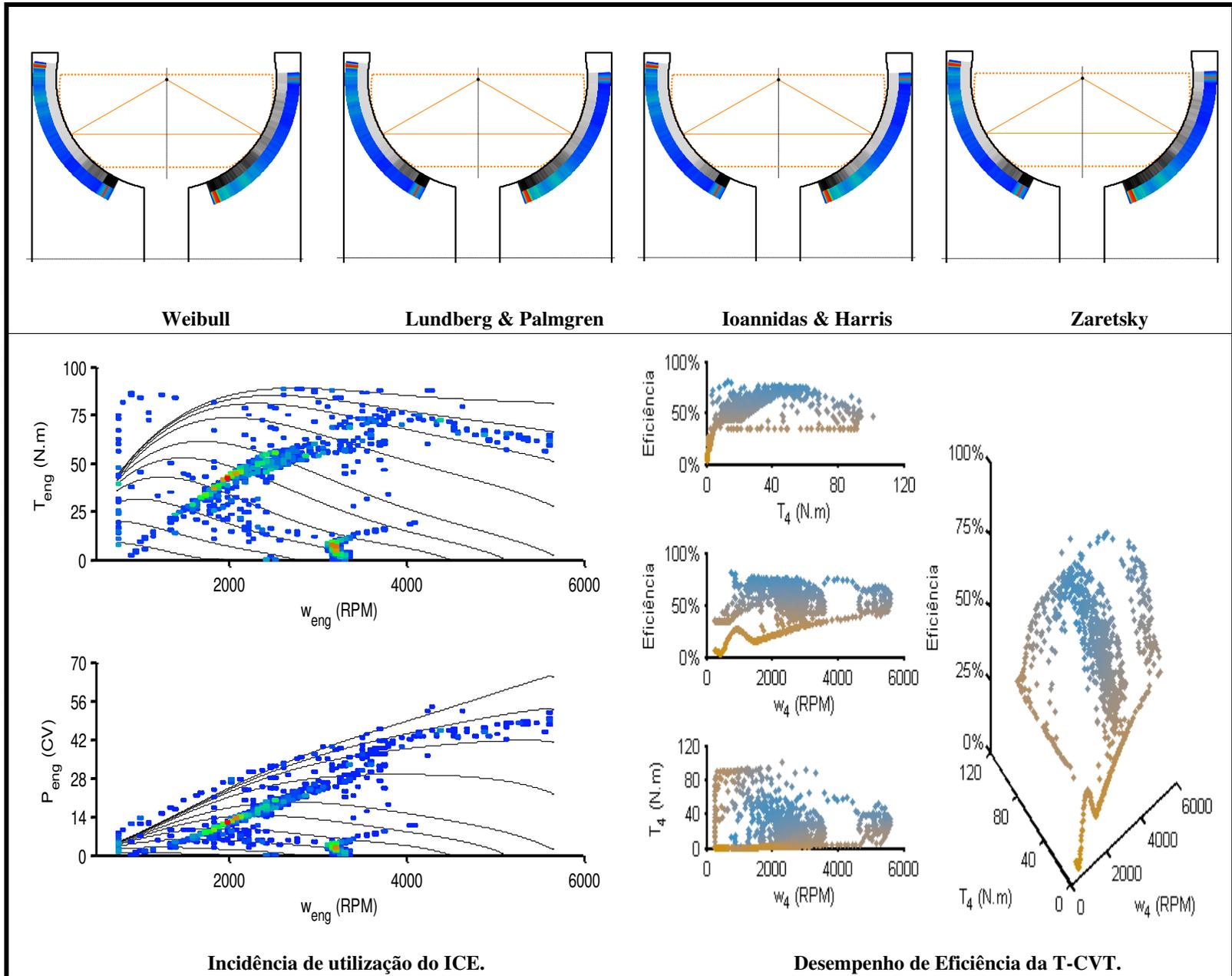
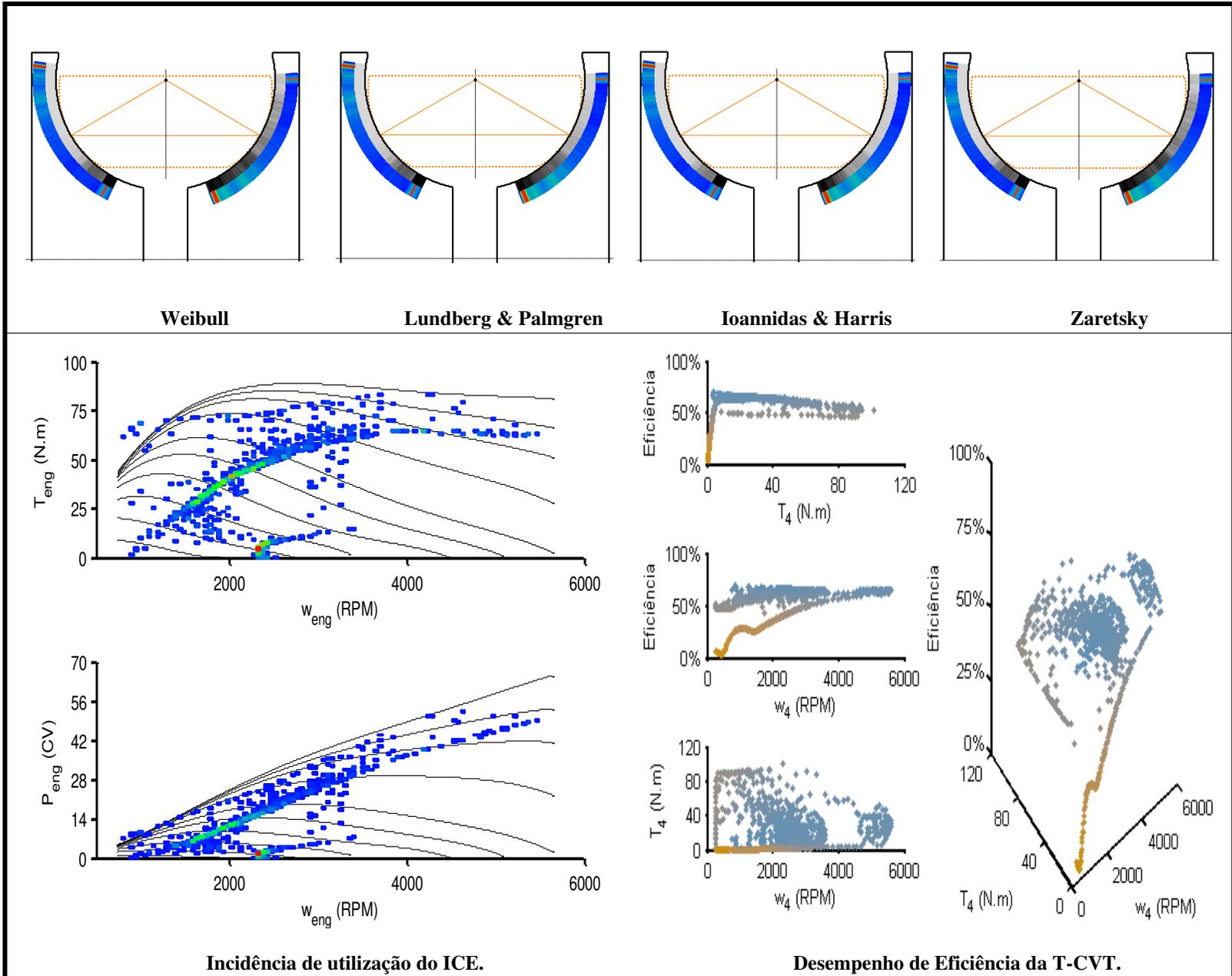


Figura 91: Resultados da Simulação para $\beta = \pm 2,5^\circ$.

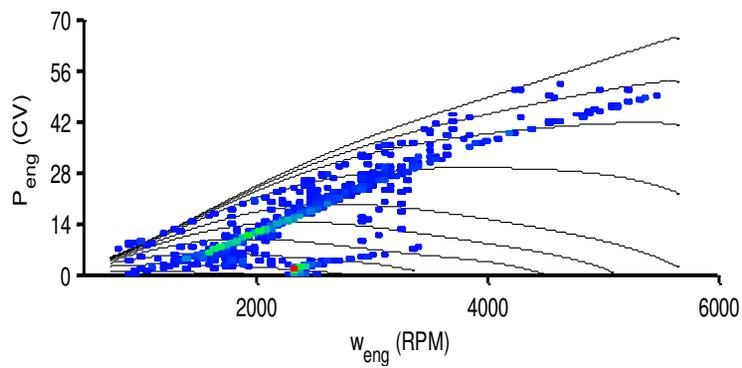
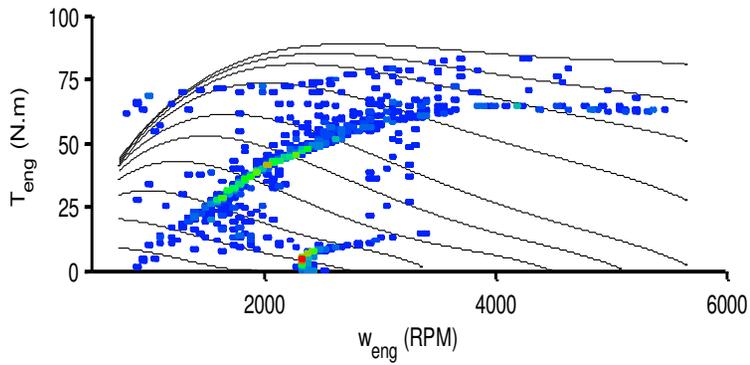


Weibull

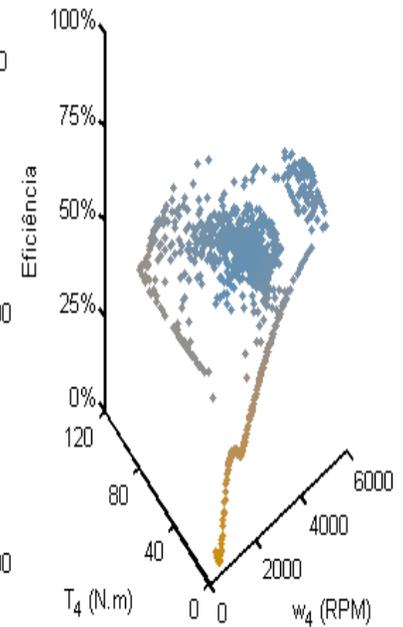
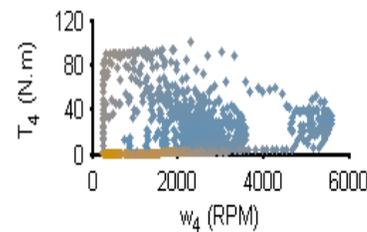
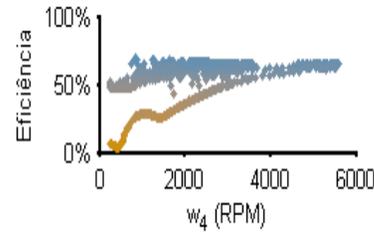
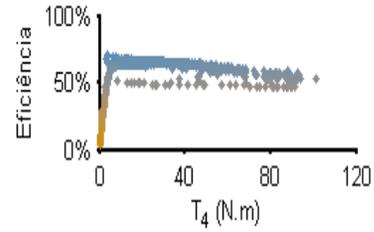
Lundberg & Palmgren

Ioannidas & Harris

Zaretsky

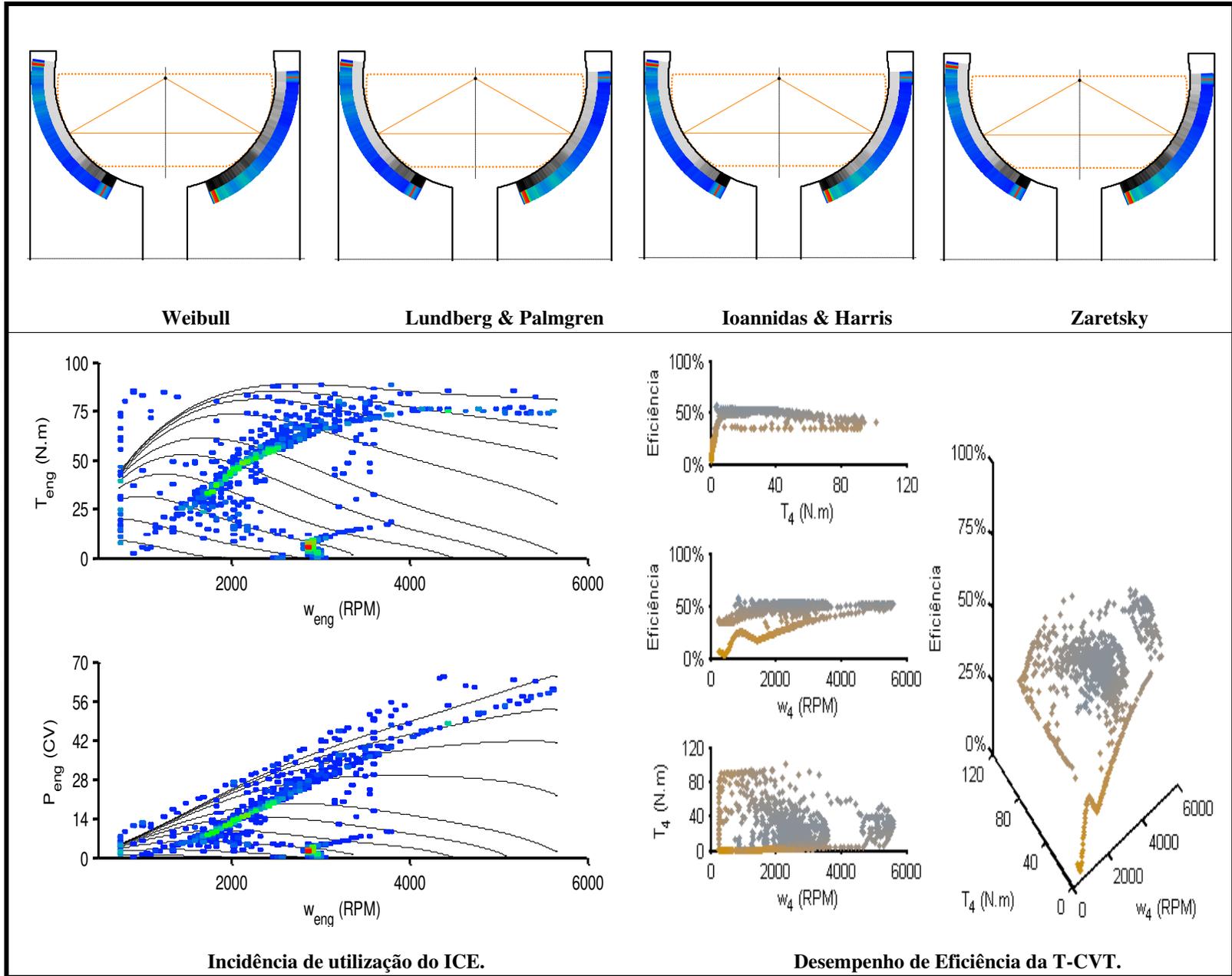


Incidência de utilização do ICE.



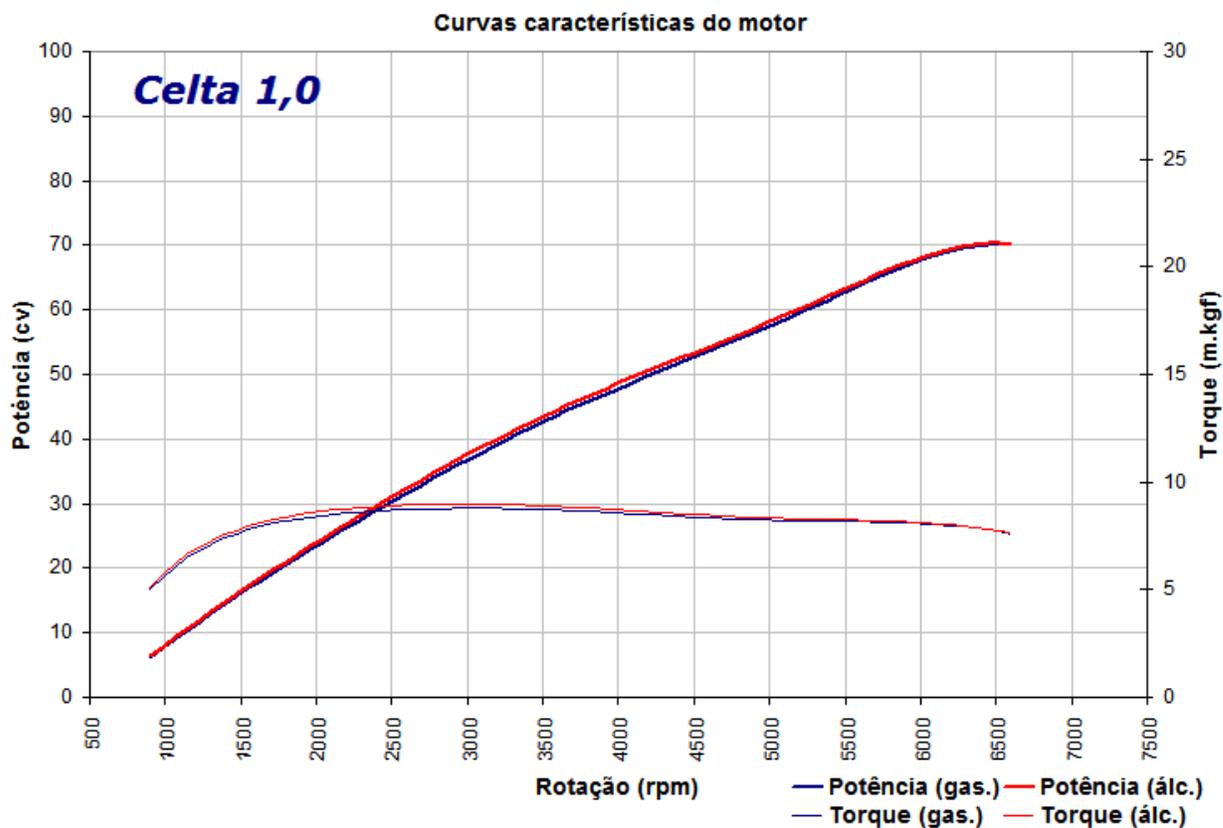
Desempenho de Eficiência da T-CVT.

Figura 92: Resultados da Simulação para $\beta = \pm 5^\circ$.



ANEXOS

Curva de Torque e Curva de Potência do Celta 1.0 modelo 2007



Fonte:

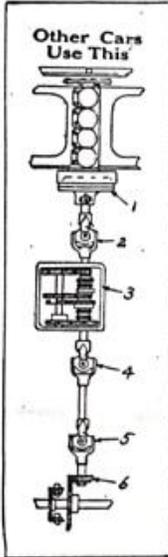
<http://www2.uol.com.br/bestcars/carros/comp/celta-ka-08/c-curvas.gif>

Acessado em 11 de Outubro de 2010

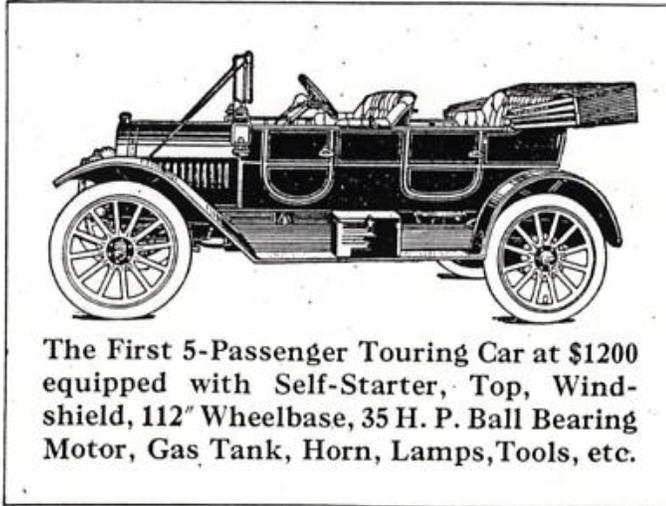
Anúncio do 1º carro produzido em série com um câmbio CVT (Lambert, 1905)

The LAMBERT

12th Year

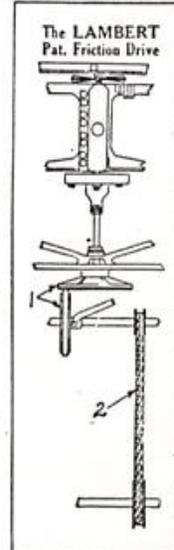


The Car of a Thousand Speeds



The First 5-Passenger Touring Car at \$1200 equipped with Self-Starter, Top, Windshield, 112" Wheelbase, 35 H. P. Ball Bearing Motor, Gas Tank, Horn, Lamps, Tools, etc.

12th Year



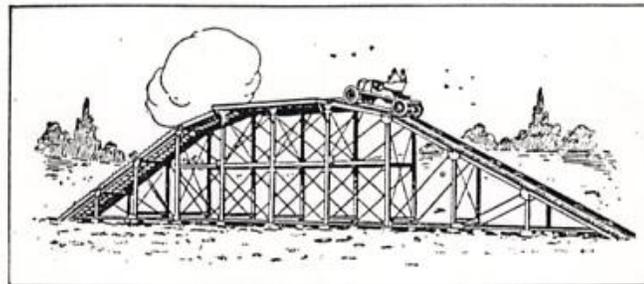
Look at the illustration on the left. Then look at the illustration on the right. Compare the number of parts. The cut on the left illustrates the system of transmitting power from the motor to the rear wheels on most automobiles. The cut on the right shows the system of transmitting power on the Lambert Patent Friction Driven Automobile.

Be honest with yourself. Did you ever drive a Lambert Friction Drive? Did you ever hear an owner complain of the transmission? Is it not a fact that you have allowed prejudice to take the place of reason? We have demon-

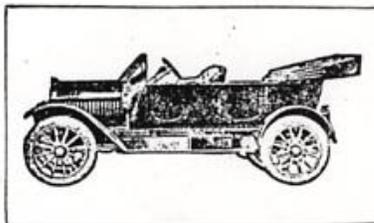
strated to thousands that our friction will not slip—that the loss of power is less than in a gear transmission—that the cost of upkeep is less than the cost of oil used in gear driven cars. We can prove it to you and in doing so will open your eyes to a money making agency proposition which will surprise you. The Lambert gives you selling features which your competitors cannot touch.

This is an appeal to your reason and your Bank Account. Our line is complete, \$1100 to \$1700—a car for every man.

The accompanying illustration shows the Lambert climbing a 50% grade. Every Lambert car is put to this test before it is shipped. This test proves that our system of power transmission delivers practically all the motor power to the wheels.



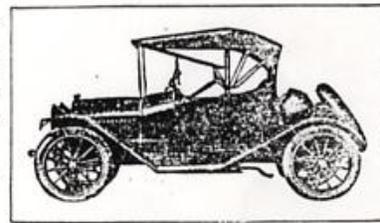
Our proof of greater efficiency, economy and simplicity is complete and convincing. Are you like the man who, after looking at a giraffe for a long time, remarked, "I don't believe there is such a d— animal"?



LAMBERT MODEL 99-B
Completely Equipped, Rutenber Motor, 4 1/8 x 5 1/4.

The Agency for Lambert Automobiles is a mighty big money making proposition. Our contract is liberal. YOU are not being fair to yourself unless you learn about our proposition. Write today for complete information.

FIVE MODELS



LAMBERT MODEL 99-C
Completely Equipped, Rutenber Motor, 4 1/8 x 5 1/4.

THE BUCKEYE MANUFACTURING CO. 155 Columbus Avenue
ANDERSON, INDIANA