

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

Dissertação Apresentada à
Faculdade de Engenharia Mecânica
como Requisito Parcial à Obtenção do
Título de Mestre em Engenharia de Petróleo

YOKOO

MOVIMENTOS DE PLATAFORMAS PETROLÍFERAS
FLUTUANTES EM ONDAS DIRECIONAIS

*Este exemplar corresponde a redação final da tese
defendida pelo Engenheiro Irineu Hiroshi Yokoo
e aprovada pela Comissão Julgadora em 0,7/11/90*

35/90

Celso K. Morooka
Prof. Dr. Celso Kazuyuki Morooka

Autor : Irineu Hiroshi Yokoo
Orientador : Celso Kazuyuki Morooka

Novembro de 1990.

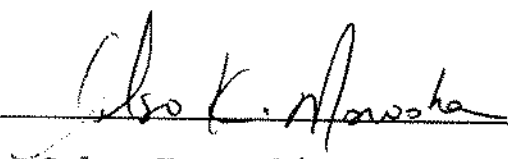
UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

A dissertação "Movimentos de Plataformas Petrolíferas Flutuantes em Ondas Direcionais" elaborada por Irineu Hiroshi Yokoo e aprovada por todos os membros da Banca Examinadora foi aceita pela Sub-Comissão de Pós-Graduação em Engenharia de Petróleo como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 07 de Novembro de 1990.

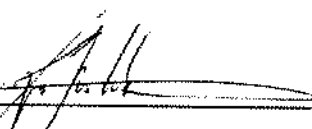
Banca Examinadora :



Celso Kazuyuki Morooka, Ph.D.



Antônio Carlos Fernandes, Ph.D.



Kazuo Nishimoto, Ph.D.

À minha mãe, com saudades,
e à minha família.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Celso Kazuyuki Morooka pela orientação deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Antonio Carlos Fernandes pela colaboração.

Ao corpo docente, aos funcionários e companheiros do CEPETRO/UNICAMP pelo frutífero convívio.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

	página
LISTA DE TABELAS	i
LISTA DE FIGURAS	ii
NOMENCLATURA	ix
RESUMO	xi
ABSTRACT	xii
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Revisão Bibliográfica	4
1.1.1 Técnicas de Medição de Ondas Direcionais	5
1.1.2 Técnicas de Análise de Registros	6
1.1.3 Técnicas de Simulação de Ondas Direcionais	6
1.1.4 Aplicações de Ondas Direcionais	8
2 ESPECTROS DE ENERGIA DE ONDAS	11
2.1 Método da Autocorrelação	12
2.2 Método da Transformada Rápida de Fourier	13
2.3 Suavização do Espectro de Energia	15
2.4 Limitações da Análise Espectral	16
2.5 Modelos Matemáticos de Espectros	17
2.5.1 Modelo Unificado	18
3 ESPECTRO DIRECIONAL	20
3.1 Densidade Espectral Cruzada	21
3.2 Distribuição Cosseno 2s	22
3.3 Método da Máxima Verossimilhança	24
3.3.1 Descrição do Algoritmo MLM	25

4	SIMULAÇÃO DE ONDAS DIRECIONAIS	28
4.1	Hipóteses na Modelagem da Onda	28
4.2	Formulação Geral da Simulação de Ondas Direcionais	29
5	DINÂMICA DE ESTRUTURAS FLUTUANTES	34
5.1	Funções de Transferência	36
5.2	Resposta em Ondas Irregulares	38
6	METODOLOGIA E DADOS UTILIZADOS	40
6.1	Simulação da Elevação a Superfície do Mar	41
6.2	Aplicação do Método da Máxima Verossimilhança	43
6.3	Cálculo das Funções de Transferência	46
6.3.1	Introdução do Amortecimento Viscoso nas Funções de Transferência	50
6.3.2	Espectros de Resposta	53
7	RESULTADOS	60
7.1	Comparações entre Espectros Teóricos e Simulados	72
7.2	Efeitos da Variação do Espalhamento das Ondas	83
7.3	Efeitos da Variação do Aproamento da Plataforma	89
7.4	Resposta em Ondas Multidirecionais sem Espalhamento	94
7.4.1	Dois Trens de Ondas Unidirecionais	94
7.4.2	Três Trens de Ondas Unidirecionais	99
7.5	Resposta em Ondas Multidirecionais com Espalhamento	103
7.5.1	Espectros sem Intersecção	103
7.5.2	Espectros com Intersecção	113
7.6	Comentários	118
8	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS	123

9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	125
APÊNDICE A - Processos Estocásticos	130
APÊNDICE B - Análise de Processos Estocásticos Ergódicos no Domínio da Frequência	138
APÊNDICE C - Estatísticas de Curto Prazo	145
APÊNDICE D - Densidade Espectral de Energia de Onda	151
APÊNDICE E - Carregamentos Devido a Ondas	155

LISTA DE TABELAS

tabela	página
2.1 - Parâmetros do modelo de espectro unificado	19
6.1 - Principais dados do casco da plataforma	47
6.2 - Raios de giração, restaurações hidrostáticas e inércias da plataforma	49
6.3 - Coeficientes de arraste e de inércia	51
6.4 - Coeficientes de amortecimento viscoso	52
7.1 - Diferenças entre alturas significativas de casos teóricos e simulados	73
7.2 - Fator de redução de movimento de surge	85
7.3 - Fator de redução de movimento de pitch	85
7.4 - Momentos dos espectros de ondas e de resposta no cruzamento de dois trens de ondas unidirecionais	95

LISTA DE FIGURAS

figura	página
3.1 - Exemplo de espectro direcional	21
3.2 - Influência do parâmetro s sobre a distribuição direcional	24
4.1 - Composição de ondas direcionais	33
5.1 - Movimentos de uma estrutura flutuante	34
5.2 - Exemplo de função de transferência	37
5.3 - Exemplo de função de transferência direcional	37
6.1 - Posicionamento dos sensores de ondas	41
6.2 - Exemplo de registros de sensores de ondas (ondas unidirecionais)	44
6.3 - Exemplo de registros dos sensores de ondas (ondas direcionais)	45
6.4 - Vistas superior e frontal da plataforma semi-submersível	48
6.5 - Malha utilizada para cálculos de coeficientes hidrodinâmicos e esforços e excitação	50
6.6 - Funções de transferência de heave para sistema linear e casos com amortecimento viscoso	53
6.7 - Funções de transferência de surge	54
6.8 - Funções de transferência de sway	55
6.9 - Funções de transferência de heave	56
6.10 - Funções de transferência de roll	57

6.11 - Funções de transferência de pitch	58
6.12 - Funções de transferência de yaw	59
7.1 - Espectro de ondas simulado	
(Hs=2m, Ts=10s, s=1, $\theta=0$)	62
7.2 - Função de transferência direcional de surge	63
7.3 - Função de transferência direcional de sway	63
7.4 - Função de transferência direcional de heave	64
7.5 - Função de transferência direcional de roll	64
7.6 - Função de transferência direcional de pitch	65
7.7 - Função de transferência direcional de yaw	65
7.8 - Espectro de resposta direcional de surge	66
7.9 - Espectro de resposta direcional de sway	66
7.10 - Espectro de resposta direcional de heave	67
7.11 - Espectro de resposta direcional de roll	67
7.12 - Espectro de resposta direcional de pitch	68
7.13 - Espectro de resposta direcional de yaw	68
7.14 - Espectro de resposta de surge	69
7.15 - Espectro de resposta de sway	69
7.16 - Espectro de resposta de heave	70
7.17 - Espectro de resposta de roll	70
7.18 - Espectro de resposta de pitch	71
7.19 - Espectro de resposta de yaw	71
7.20 - Espectros unidirecionais (exemplo 1)	74
7.21 - Espectros direcionais (exemplo 2)	75
7.22 - Comparação entre espectros direcionais	
(exemplo 2)	75

7.23 - Espectros direcionais (exemplo 3)	77
7.24 - Comparação entre espectros direcionais (exemplo 3)	78
7.25 - Espectros direcionais (exemplo 4)	79
7.26 - Comparação entre espectros direcionais (exemplo 4)	80
7.27 - Espectros direcionais (exemplo 5)	81
7.28 - Comparação entre espectros direcionais (exemplo 5)	82
7.29 - Movimento de surge com variação do espalhamento de ondas	86
7.30 - Movimento de sway com variação do espalhamento de ondas	86
7.31 - Movimento de heave com variação do espalhamento de ondas	87
7.32 - Movimento de roll com variação do espalhamento de ondas	87
7.33 - Movimento de pitch com variação do espalhamento de ondas	88
7.34 - Movimento de yaw com variação do espalhamento de ondas	88
7.35 - Movimento de surge com variação do ângulo de incidência das ondas	91
7.36 - Movimento de sway com variação do ângulo de incidência das ondas	91
7.37 - Movimento de heave com variação do	

ângulo de incidência das ondas	92
7.38 - Movimento de roll com variação do ângulo de incidência das ondas	92
7.39 - Movimento de pitch com variação do ângulo de incidência das ondas	93
7.40 - Movimento de yaw com variação do ângulo de incidência das ondas	93
7.41 - Espectro de ondas multidirecionais (caso 1)	95
7.42 - Espectro de movimento de surge em ondas multidirecionais (caso 1)	96
7.43 - Espectro de movimento de sway em ondas multidirecionais (caso 1)	96
7.44 - Espectro de movimento de heave em ondas multidirecionais (caso 1)	97
7.45 - Espectro de movimento de roll em ondas multidirecionais (caso 1)	97
7.46 - Espectro de movimento de pitch em ondas multidirecionais (caso 1)	98
7.47 - Espectro de movimento de yaw em ondas multidirecionais (caso 1)	98
7.48 - Espectro de ondas multidirecionais (caso 2)	99
7.49 - Espectro de movimento de surge em ondas multidirecionais (caso 2)	100
7.50 - Espectro de movimento de sway em ondas multidirecionais (caso 2)	100
7.51 - Espectro de movimento de heave em ondas	

multidirecionais (caso 2)	101
7.52 - Espectro de movimento de roll em ondas multidirecionais (caso 2)	101
7.53 - Espectro de movimento de pitch em ondas multidirecionais (caso 2)	102
7.54 - Espectro de movimento de yaw em ondas multidirecionais (caso 2)	102
7.55 - Espectros de ondas multidirecionais (caso 3)	104
7.56 - Espectro de movimento de surge em ondas multidirecionais (caso 3)	105
7.57 - Espectro de movimento de sway em ondas multidirecionais (caso 3)	105
7.58 - Espectro de movimento de heave em ondas multidirecionais (caso 3)	106
7.59 - Espectro de movimento de roll em ondas multidirecionais (caso 3)	106
7.60 - Espectro de movimento de pitch em ondas multidirecionais (caso 3)	107
7.61 - Espectro de movimento de yaw em ondas multidirecionais (caso 3)	107
7.62 - Espectros de ondas multidirecionais (caso 4)	108
7.63 - Espectro de movimento de surge em ondas multidirecionais (caso 4)	110
7.64 - Espectro de movimento de sway em ondas multidirecionais (caso 4)	110
7.65 - Espectro de movimento de heave em ondas	

multidirecionais (caso 4)	111
7.66 - Espectro de movimento de roll em ondas	
multidirecionais (caso 4)	111
7.67 - Espectro de movimento de pitch em ondas	
multidirecionais (caso 4)	112
7.68 - Espectro de movimento de yaw em ondas	
multidirecionais (caso 4)	112
7.69 - Espectros de ondas multidirecionais (caso 5)	114
7.70 - Espectro de movimento de surge em ondas	
multidirecionais (caso 5)	115
7.71 - Espectro de movimento de sway em ondas	
multidirecionais (caso 5)	115
7.72 - Espectro de movimento de heave em ondas	
multidirecionais (caso 5)	116
7.73 - Espectro de movimento de roll em ondas	
multidirecionais (caso 5)	116
7.74 - Espectro de movimento de pitch em ondas	
multidirecionais (caso 5)	117
7.75 - Espectro de movimento de yaw em ondas	
multidirecionais (caso 5)	117
7.76 - Espectros de ondas multidirecionais (caso 6)	118
7.77 - Espectro de movimento de surge em ondas	
multidirecionais (caso 6)	118
7.78 - Espectro de movimento de sway em ondas	
multidirecionais (caso 6)	120
7.79 - Espectro de movimento de heave em ondas	

multidirecionais (caso 6)	121
7.80 - Espectro de movimento de roll em ondas multidirecionais (caso 6)	121
7.81 - Espectro de movimento de pitch em ondas multidirecionais (caso 6)	122
7.82 - Espectro de movimento de yaw em ondas multidirecionais (caso 6)	122

NOMENCLATURA

- C^1 - amortecimento potencial (adimensionalizado)
 C^2 - amortecimento viscoso (adimensionalizado)
 C_d - coeficiente de arrasto
 C_m - coeficiente de inércia
 $D(\theta)$ - função de espalhamento direcional
 DOF - graus de liberdade
 f - frequência (s^{-1})
 F - força ou momento (adimensionalizados)
FFT - Transformada Rápida de Fourier
 H - altura de onda
ITTC - International Towing Tank Conference
 K - restauração devido a restrições (adimensionalizado)
 k - número de onda (m^{-1})
 L - comprimento da plataforma (m)
 m - massa (kg)
 M - massa adicional (adimensionalizada)
 M - número de blocos de um registro de ondas
MLM - Método da Máxima Verossimilhança
 m_0 - momento de ordem zero do espectro (m^2) ou (rad^2)
 N - número de pontos de cada bloco de um registro de ondas
 R - restauração estrutural (adimensionalizada)
 R - função autocorrelação
 s - parâmetro de espalhamento direcional de ondas

S - densidade espectral de energia de ondas (m^2s)
 S_r - espectro de resposta (m^2s) ou (rad^2s)
 t - tempo (s)
 T - período de onda ou comprimento de registro (s)
 $x(t)$ - registros de ondas
 x - posição (m)
 $X(\omega)$ - transformada de Fourier de registros de ondas
 X - movimentos da plataforma (m) ou (rad)
 β - fase do movimento
 c - fase aleatória
 η - elevação da superfície do mar (m)
 θ - direção de ondas (rad) ou (graus)
 ρ - massa específica (kg/m^3)
 ω - frequência circular (rad/s)

RESUMO

Neste trabalho é feito um estudo do comportamento de plataformas petrolíferas flutuantes em ondas direcionais. São avaliados, através de análise de curto prazo no domínio da frequência, os movimentos de primeira ordem de uma plataforma tipo semi-submersível em ondas com espalhamento direcional e em ondas multidirecionais.

Simulações numéricas, no domínio do tempo, de registros da elevação da superfície do mar são feitas a partir de espectros de ondas do tipo ITTC com espalhamento direcional tipo Cosseno 2s. O método da Máxima Verossimilhança é utilizado para estimar o espectro direcional de ondas. Espectros direcionais de movimento são calculados para avaliar os efeitos do espalhamento direcional de ondas e da variação do aproamento da plataforma. É analisada a superposição linear dos movimentos de primeira ordem da plataforma em ondas multidirecionais.

ABSTRACT

In this study, the behaviour of floating platforms in directional waves is analysed. Short-term prediction, in frequency domain, is performed to evaluate the first order motions of a semi-submersible in short-crested and in multidirectional waves.

Numerical simulation in time domain of the sea surface elevations is carried out applying ITTC wave spectra with directional spreading. The Maximum Likelihood Method is applied to estimate the wave directional spectra. Motion response spectra are calculated and the influences of directional spreading and principal wave directional are investigated. Finally, the linear superposition of the first order motions of the platform in multidirectional waves is analysed.

1 INTRODUÇÃO

Nas últimas duas décadas hidrocarbonetos na forma de óleo e gás têm sido obtidos em quantidade significativa sob o fundo do mar. Em todo o mundo estima-se que cerca de um quarto das reservas petrolíferas encontram-se sob as plataformas continentais.

No Brasil, onde a maior parte das reservas petrolíferas encontram-se sob o mar, esforços têm sido feitos no sentido de desenvolver tecnologia de perfuração e produção, especialmente em águas profundas.

A indústria do petróleo, tanto no estágio de perfuração quanto de produção de óleo e gás, utiliza-se de estruturas marítimas como oleodutos, navios, plataformas fixas e flutuantes. O impacto dos fenômenos ambientais de vento, correnteza e ondas são de fundamental importância no projeto e na operação destas estruturas. Uma vez lançadas ao mar as estruturas devem suportar os carregamentos ambientais durante toda a vida útil, pois modificações posteriores são geralmente impraticáveis ou de altíssimo custo. Além disto, o bom conhecimento das condições ambientais da locação de interesse pode ser a chave para melhorar a eficiência operacional da estrutura, levando a economia de tempo e de custos.

O comportamento de estruturas petrolíferas pode ser estimado através de uma boa previsão dos efeitos de carregamentos ambientais. Assim, mesmo na fase de projeto pode-se estimar os movimentos de uma plataforma flutuante de

perfuração prevendo-se em quais condições ambientais seria necessário executar desconexões do riser. A previsão dos efeitos de ondas, correnteza e ventos pode ainda ser utilizada para estimar, por exemplo, em quais condições de mar seria possível executar operações de completação de poços utilizando plataformas flutuantes. Nos exemplos citados pode-se otimizar os projetos das estruturas marítimas de forma que os fenômenos ambientais tenham efeitos minimizados sobre seus comportamentos durante as operações.

Entre os carregamentos ambientais, o efeito das ondas é de especial importância devido às suas fortes características dinâmicas. Segundo Patel (1989), as ondas gravitacionais são responsáveis por uma parcela significativa das forças atuantes sobre uma estrutura marítima. Este tipo de ondas pode aparecer na interface entre dois fluidos de diferentes densidades (ar e água por exemplo) seguindo mecanismos físicos bastante complexos. A ação do vento sobre a água gera ondas que se desenvolvem com o aumento da duração do vento e do comprimento de pista. O comprimento de pista é o comprimento da superfície da água sobre o qual o vento sopra. As ondas resultantes deste fenômeno são chamadas de ondas de vento ou mar, e são normalmente de natureza progressiva, podendo inclusive deslocar-se para fora de sua área de formação. Quando deslocando para fora da ação do vento que as gerou, estas ondas são chamadas de swell, que podem viajar grandes distâncias com pequena redução de intensidade.

Tradicionalmente a estimativa de carregamentos de ondas

sobre estruturas marítimas tem sido feita assumindo-se que as ondas atingem a estrutura por apenas uma direção a cada instante. Esta hipótese não deixa de ser razoável em locais de pouca profundidade, onde o fundo do mar interfere no escoamento. Porém em locais onde o fundo do mar não interfere no escoamento, a distribuição da energia do mar em várias direções provocará uma distribuição direcional de ondas.

A direcionalidade pode ser usada para descrever dois fenômenos distintos. O primeiro refere-se a um espalhamento de energia da onda em torno de sua direção principal de propagação, que depende geralmente da velocidade e duração do vento e do comprimento de pista. O segundo trata da incidência simultânea de trens de ondas por várias direções diferentes, cada um com um espalhamento de energia em torno de sua direção de propagação, podendo ser por exemplo um trem de ondas devido ao mar local e outro devido à presença de swell. Para uma análise mais rigorosa do comportamento de uma estrutura marítima torna-se necessário avaliar se os efeitos de direcionalidade do mar em seu local de operação são significativos ou não.

Neste trabalho abordaremos os principais aspectos relativos à direcionalidade das ondas enfocando métodos de análise e seus efeitos sobre os movimentos de sistemas marítimos flutuantes.

Os resultados são comparados com aqueles obtidos através de cálculo unidirecional. Quando a análise direcional leva a resultados menores, então sua aplicação é justificável como

forma de otimização de projeto com possível redução de custos de construção e operação. Mas por outro lado, quando esta análise leva a efeitos maiores, então é essencial a consideração das propriedades direcionais das ondas incidentes para garantir a operacionalidade e segurança da estrutura flutuante.

Procuraremos demonstrar neste trabalho a importância de se considerar os efeitos de direcionalidade das ondas no projeto e na operação das estruturas marítimas, a fim de se evitar superdimensionamento das estruturas com minimização dos riscos envolvidos. Como exemplo de aplicação, estimaremos os movimentos de uma plataforma semi submersível sob diversas condições de incidência de ondas, tais como: ondas unidirecionais, ondas com espalhamento e ondas multidirecionais.

1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nas últimas décadas muitos trabalhos relacionados com técnicas de medição, simulação, análise e aplicação de ondas direcionais foram publicados internacionalmente. Os trabalhos publicados nas conferências: Directional Wave Spectra Applications, realizado em Berkeley - Califórnia - EUA, em 1981; Wave and Wind Directionality, em Paris no ano de 1981; e Description and Modelling of Directional Seas, na Dinamarca em 1984, servem de base bibliográfica para este trabalho.

No Brasil, talvez a única referência encontrada seja a

de Wollmann (1986), que descreve técnicas de medição de ondas e de obtenção de espectros direcionais.

1.1.1 TÉCNICAS DE MEDIÇÃO DE ONDAS DIRECIONAIS

As primeiras referências contendo informações sobre direção de propagação de ondas datam de 1954, através de Barber. Ainda em 1954, no projeto SWOP ("Stereo Wave Observation Project") no Atlântico Norte, reportado por Chase et alii (1957), foi utilizada a análise estereoscópica de fotos tiradas por dois aviões.

Sensores de altura de ondas têm sido utilizados em muitos projetos e são descritos por vários autores como Mobarek (1965), Bennett et alii (1964), e Borgman e Panicker (1970). A qualidade da resolução dos resultados utilizando estes sensores depende do seu número e de sua disposição.

Medidas em apenas um ponto, da aceleração em movimento de heave associados a duas inclinações da superfície do mar, podem ser registradas por uma bóia de pitch-roll. Este método de baixo custo foi descrito por Longuet-Higgins et alii (1963).

Nagata (1964), Forristall et alii (1978) e Sand et alii (1979) utilizaram um sensor de corrente 2-D junto com um sensor de onda. Estes instrumentos devem ser utilizados em estrutura fixa e permitem obter registro em apenas um ponto.

Mitsuyasu et alii (1975) desenvolveram a bóia tipo folha de trevo, que registra seis grandezas em um ponto: a

aceleração vertical, duas inclinações e três curvaturas da superfície do mar.

1.1.2 TÉCNICAS DE ANÁLISE DE REGISTROS

Para analisar os dados medidos de ondas a fim de determinar o espectro direcional, várias técnicas são encontradas na literatura. A seguir descreveremos algumas das mais importantes.

Longuet-Higgins et alii (1963) utilizaram séries de Fourier para determinar o espectro direcional. Para cada faixa de frequência a distribuição direcional de energia era desenvolvida em séries de Fourier na direção θ . A limitação das informações obtidas das três grandezas registradas numa bóia tipo pitch-roll provoca o aparecimento de lóbulos negativos na distribuição direcional, restringindo a utilização do método.

Mitsuyasu et alii (1975) propuseram a distribuição Cosseno $2s$ descrita no Capítulo 3 deste trabalho. Atualmente as técnicas mais usadas são as que utilizam transformadas rápidas de Fourier (FFT) descritas no Capítulo 2 deste trabalho. O Método da Máxima Verossimilhança apresentado por Capon (1967 e 1969) e por Jefferys (1981) descrito no Capítulo 3 deste trabalho, é largamente utilizado na determinação do espectro direcional de onda.

1.1.3 TÉCNICAS DE SIMULAÇÃO DE ONDAS DIRECIONAIS

Quando não é possível medir diretamente as ondas do mar pode-se simulá-las em computador ou em laboratório a partir de discretizações de um espectro direcional conhecido.

Uma das primeiras técnicas de simulação da superfície do mar foi descrita por Borgman (1969). O método de geração de ondas em termos de somatório de cossenos foi descrito de forma mais completa por Shinozuka et alii (1972). A incorporação de transformadas rápidas de Fourier (FFT) à técnica de geração de ondas proposta por Shinozuka et alii (1979) reduz significativamente o tempo de processamento.

Barnouin et alii (1981) compararam três métodos de simulação em termos de esforços computacionais e apresentaram valores convenientes para a discretização do espectro direcional.

Jefferys (1981) simulou ondas direcionais em laboratório para avaliar efeitos de comprimento de registros, confiabilidade estatística e características de sensores sobre a resolução direcional através de MLM.

Pinkster (1984) apresentou uma revisão dos modelos numéricos disponíveis e uma discussão da variabilidade estatística do modelo de somatório de cossenos. Recomendou que a discretização de frequência seja não equidistante para evitar periodicidade nas realizações. Concluiu que a variabilidade estatística do modelo pode ser reduzida refinando a discretização do espectro.

1.1.4 APLICAÇÕES DE ONDAS DIRECIONAIS

Nos últimos anos vários trabalhos apresentando aplicações de ondas direcionais têm sido publicados. A seguir comentaremos alguns deles para ilustrar a importância da utilização dos modelos direcionais.

Huntington (1981) simulou ondas direcionais em laboratório e estudou seus efeitos sobre três tipos de estruturas comparando os resultados com a simulação com ondas unidirecionais. A primeira estrutura, um cilindro de grandes dimensões, apresentou redução significativa nos carregamentos quando submetida a ondas direcionais. A segunda estrutura era de dimensões menores, aproximando-se do regime viscoso, e os resultados foram semelhantes para ambos os tipos de onda. O terceiro caso analisado foi uma embarcação ancorada por um ponto (single point mooring) e concluiu-se que a utilização de ondas direcionais é vital no seu projeto pois são induzidos alguns movimentos que não aparecem em ondas unidirecionais.

Sand et alii (1981) simularam perfis de velocidade de escoamento ao longo de oleodutos em mar direcional. Este tipo de análise pode ser aplicado na otimização do dimensionamento da base de cimento do oleoduto levando a redução de custos de construção.

Sand et alii (1986) realizaram testes com modelo de plataforma semi-submersível com ancoragem tipo catenária observando redução de até 6% nos movimentos de primeira ordem e de até 30% em segunda ordem. Os esforços de ancoragem foram

reduzidos entre 19 e 29%.

Sistema mais complexo foi analisado por Grancini et alii (1984). Um sistema SALS (single anchor leg system), composto por riser, yoke e navio tanque, foi submetido a condições de mar com combinação de ondas de vento e swell aproximando-se por diferentes direções. Na simulação em tanque de provas notou-se que o movimento de roll provocava valores de tensões inaceitáveis em alguns pontos. Foi necessário então instalar propulsores laterais que resolveram o problema no caso real, conforme observações durante um ano de operação.

Em se tratando de situações complexas como trens de ondas aproximando-se por direções diferentes, Mynett et alii (1988) verificaram em ensaios com modelo de navio que amplitudes de movimentos de heave e pitch variam até de fator de ordem 2, dependendo da combinação de direções de incidência das ondas.

Maeda et alii (1988) concluíram, baseados em ensaios com modelo de plataforma semi-submersível, que os movimentos de primeira ordem da estrutura sob a ação de dois trens de ondas irregulares unidirecionais aproximando-se por direções diferentes são aproximadamente iguais à soma dos movimentos devido à ação de cada um dos trens de onda agindo separadamente. Vale portanto o princípio da superposição linear para os movimentos de primeira ordem devido a ondas unidirecionais. Verificou-se ainda que o princípio da superposição não é válido para movimentos de segunda ordem.

Pinkster (1988) realizou ensaios com modelo de navio

ancorado e descreveu sob quais condições os esforços de segunda ordem podem ser calculados pela superposição dos esforços devido a trens de ondas irregulares unidirecionais. A condição básica é que os espectros unidirecionais não tenham valores significativos em faixas de frequência comuns aos dois trens de ondas.

2. ESPECTROS DE ENERGIA DE ONDAS

No projeto de estruturas marítimas pode-se escolher entre dois tipos de representação de onda de projeto. O primeiro utiliza somente uma onda regular representada por um período e uma altura. Este método é de fácil aplicação principalmente na determinação de condições extremas. Porém recomenda-se que várias possíveis ondas de projeto de diferentes períodos sejam analisadas e que o projeto da estrutura seja baseado no pior caso.

Outra forma de selecionar o tipo de onda de projeto é considerar o espectro de onda. Deve-se determinar um espectro de onda que represente a distribuição de densidade das ondas do mar no local onde a estrutura deverá operar. O espectro mais apropriado seria aquele medido no local, porém como raramente isto é possível, pode-se utilizar modelos teóricos de espectros baseados nas condições meteorológicas do local.

A natureza das ondas do mar é aleatória, não permitindo portanto que sejam tratadas deterministicamente. Assim, as ondas são descritas através de suas propriedades estatísticas. Conceitos de processos estocásticos estacionários e ergódicos (Apêndice A) serão utilizados embora não seja comprovado que estas hipóteses existam na realidade.

O espectro de ondas representa a distribuição de energia das ondas em função da frequência (Apêndice D), podendo ser determinado a partir de registros da elevação da superfície do

mar. Há dois métodos usuais de se calcular o espectro de energia a partir de leituras das ondas do mar: o método da Auto-correlação e o método da Transformada Rápida de Fourier (FFT - Fast Fourier Transform).

2.1 MÉTODO DA AUTOCORRELAÇÃO

O princípio básico deste método consiste em calcular a função autocorrelação ou autocovariância através da integral de convolução sobre o comprimento da leitura. Então a Transformada de Fourier da autocorrelação leva ao espectro de densidade de energia. Dada uma leitura de onda $\eta(t)$, calcula-se a função autocorrelação no comprimento T como dado pela equação:

$$R_T(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \eta_T(t) \eta_T(t+\tau) dt \quad (2.1)$$

Na equação 2.1 a função auto-correlação deve ser calculada a partir da série truncada de $\eta(t)$ (Apêndice B). A função auto-correlação do processo estocástico é então:

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} R_T(\tau) \quad (2.2)$$

Em computação digital a integral é substituída por um somatório no qual a quantidade τ varia entre 0 e M, e dt é substituído por Δt . O número de defasagens é escolhido de forma que a resolução da frequência Δf seja a melhor possível sem sacrificar a confiabilidade da densidade de energia estimada. Define-se Δf como:

$$\Delta f = \frac{1}{M \Delta t} \quad (2.3)$$

onde os graus de liberdade (DOF - degrees of freedom), um critério de confiabilidade, é estimado como:

$$DOF = \frac{N}{2M} \quad (2.4)$$

onde $N = T_s / \Delta t$. Quanto maior o valor de DOF, menor a confiabilidade.

A densidade espectral de energia é calculada pela transformada de Fourier da função auto-correlação:

$$S''(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-M}^M R(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2.5)$$

onde $S''(\omega)$ é a densidade espectral definida para $-\infty < \omega < \infty$. Como a função auto-correlação é par, pode-se representá-la pela transformada cosseno de Fourier:

$$S''(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-M}^M R(\omega) \cos\omega\tau d\tau \quad (2.6)$$

A estimativa da densidade espectral será então:

$$\hat{S}''(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-M}^M R_I(\omega) \cos\omega\tau d\tau \quad (2.7)$$

onde a função auto-correlação $R_I(\tau)$ da série truncada é dada pela equação 2.1, $\omega = 2\pi f$ e f varia de Δf até f_N . O limite superior da frequência $f_N = 1/(2\Delta t)$ é chamado frequência de Nyquist. A estimativa dada pela eq. 2.7 é comumente chamada de estimativa espectral não refinada.

2.2 MÉTODO DA TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER

No método da Transformada Rápida de Fourier (FFT) a transformação é feita diretamente do domínio do tempo para o domínio da frequência e então o resultado é quadrado para converter para unidades de energia. Assim o passo de calcular a função autocorrelação é evitado. A densidade espectral de

energia é dada pela equação:

$$S''(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{2\pi}{T} |X_T(\omega)|^2 \right\} \quad (2.8)$$

onde $S''(\omega)$ é a densidade espectral de energia definida para $-\infty < \omega < \infty$. E $X_T(\omega)$ é a transformada de Fourier dos registros truncados de $\eta(t)$. A estimativa da densidade espectral é dada por:

$$\hat{S}''(\omega) = \frac{2\pi}{T} |X_T(\omega)|^2 \quad (2.9)$$

O cálculo da transformada de Fourier é feito através de um algoritmo de Transformada Rápida de Fourier (por simplicidade utilizamos a sigla em inglês: FFT - Fast Fourier Transform para nos referirmos ao método).

Geralmente num cálculo FFT, o comprimento total do registro T é dividido em um número menor de segmentos M , cada um tendo um número igual de pontos N num incremento constante de tempo Δt . O resultado final é a média das M seções. A vantagem desta técnica sobre o método convencional é que somente uma integral é avaliada, e ainda, fazendo N ser potência de 2, o cálculo da integral fica mais eficiente. Demonstra-se que o número de operações numa FFT é de aproximadamente $2N \ln N$ enquanto que no método da Autocorrelação é de N^2 .

As variáveis que têm que ser selecionadas para o cálculo do espectro de energia pela FFT são: M , N , Δt , Δf e f_N . As três primeiras devem ser independentemente selecionadas. O comprimento do registro é função de M , N e Δt , $T_s = MN\Delta t$. Conhecendo as três primeiras variáveis as duas últimas podem

ser determinadas pelas expressões:

$$\Delta f = \frac{1}{N \Delta t} \quad (2.10)$$

$$f_N = \frac{1}{2 \Delta t} \quad (2.11)$$

O comprimento dos dados analisados é sempre finito, assim a transformada de Fourier é limitada a uma Transformada Finita de Fourier, sujeita a erros de amostragem e ruídos.

O valor de M impõe o grau de confiabilidade da estimativa do espectro de energia. Quanto maior o valor de M , maior a confiabilidade. Na prática porém o limite da confiabilidade é conflitante com o grau de resolução imposto por N . Como para uma dada leitura T_s e Δt são fixos, o aumento de N para garantir boa resolução leva a uma diminuição de M e da confiabilidade. A definição dos valores de M e N são dependentes do tipo de leitura de onda disponível, dos instrumentos usados e do grau de resolução requerido (valor de Δf). Na prática, segundo Chakrabarti (1987), $M \geq 8$, e N entre 512 e 2048.

2.3 SUAVIZAÇÃO DO ESPECTRO DE ENERGIA

Devido ao fato do comprimento das leituras ser finito, o resultado é apenas um espectro aparente. É portanto necessário modificá-lo através da aplicação de rotinas de suavização chamadas janelas espectrais. A razão desta operação é eliminar

efeitos de ruído e do comprimento finito das leituras. Assim, a suavização no domínio da frequência tende a eliminar quaisquer lóbulos laterais introduzidos na estimativa não refinada sem alterar sua energia.

As janelas espectrais mais usuais são as de Hanning e Hamming:

$$\text{Hanning: } S'(n) = 0.5S(n) + 0.25[S(n-1) + S(n+1)] \quad (2.12)$$

$$\text{Hamming: } S'(n) = 0.54S(n) + 0.23[S(n-1) + S(n+1)] \quad (2.13)$$

Estas janelas consistem de um lóbulo principal e lóbulos menores em ambos os lados com aproximadamente 1 a 2% da altura do lóbulo principal. O maior lóbulo lateral de Hamming é aproximadamente 1/3 do maior lóbulo lateral de Hanning. Por outro lado, as alturas dos lóbulos laterais de Hanning caem mais rapidamente que os de Hamming.

2.4 LIMITAÇÕES DA ANÁLISE ESPECTRAL

Como já foi mencionado, numa avaliação numérica do espectro de energia a partir de dados de onda, certos parâmetros devem ser selecionados. O mais importante destes parâmetros é o número de dados N em uma rotina FFT. A escolha de N depende da resolução de frequência (Δf) requerida e da confiabilidade desejada do espectro final. Quanto maior o valor de N maior o número de picos, quanto menor o valor de N mais suave será o espectro.

Assim, a forma do espectro calculado a partir de um mesmo conjunto de dados não é única. A comparação de duas

formas de espectros pode ser feita desde que eles tenham aproximadamente o mesmo comprimento de dados e os mesmos parâmetros. Geralmente, no entanto, a energia total contida em diferentes formas de espectros permanece constante, assim como as propriedades estatísticas.

Cálculos feitos a partir de diferentes seções de uma mesma leitura levam a estimativas de espectros diferentes, por isso costuma-se calcular a média de um número elevado de seções (M).

2.5 MODELOS MATEMÁTICOS DE ESPECTROS

Os modelos matemáticos de espectros são baseados em um ou mais parâmetros, como por exemplo, altura significativa de onda, período de onda, fatores de forma, etc. O modelo mais utilizado é o de Pierson-Moskowitz baseado na altura significativa de onda ou na velocidade do vento. Alguns outros modelos comumente usados são os de dois parâmetros: Bretschneider, ITTC e ISSC, todos derivados do modelo PM (Pierson-Moskowitz). O modelo JONSWAP é um espectro de cinco parâmetros, onde três deles são geralmente mantidos constantes. Outros modelos mais complexos são apresentados na literatura, como por exemplo, o de Ochi e Hubble de seis parâmetros que descreve mar misturado com swell, com dois picos de energia.

Embora existam muitos tipos de modelos disponíveis na literatura, não existe um modelo de espectro de onda que possa

ser aplicado a todas as situações em qualquer lugar do mundo. Então, antes de selecionar um modelo de espectro para uma dada situação de projeto, um estudo das condições ambientais deve ser feito.

O modelo JONSWAP é utilizado para representar tempestades no Mar do Norte enquanto que os modelos Pierson-Moskowitz (PM) e Bretschneider são utilizados para modelar o mar no Golfo do México. Devido à sua facilidade de aplicação e simplicidade descreveremos neste trabalho um modelo unificado que representa os modelos PM, ITTC, ISSC e Bretschneider.

2.5.1 MODELO UNIFICADO

Examinando as formas dos modelos PM, ITTC, ISSC e Bretschneider, nota-se que eles podem ser escritos como espectros de dois parâmetros estatísticos: altura e período de onda. Uma forma geral destes modelos pode ser escrita como:

$$S(\omega) = \frac{A}{4} H_s^2 \frac{w^4}{\omega^5} \exp \left[-A \left(\frac{\omega}{w} \right)^4 \right] \quad (2.14)$$

em termos da altura significativa H_s e da frequência característica da onda w , o parâmetro A depende de w .

A tabela 2.1 foi preparada para os vários modelos, mostrando os valores do parâmetro A , a forma de w e as relações de w com as outras frequências estatísticas de cada

modelo.

tabela 2.1 - Parâmetros do modelo de espectro unificado

Modelo	A	W	W/ ω_0	W/ ω_b	W/ ω_z
PM	5/4	ω_0	1.0	0.772	0.710
Bretschneider	0.675	ω_s	1.167	0.90	0.829
ISSC	0.4427	W	1.296	1.0	0.921
ITTC	5/4	ω_0	1.0	0.772	0.710

- A = coeficiente adimensional
- W = frequência característica
- ω_0 = frequência de pico
- ω_b = frequência média
- ω_z = frequência de cruzamento com zero
- ω_s = frequência significativa

3 ESPECTRO DIRECIONAL

No capítulo anterior o mar foi tratado como unidirecional, ou seja foi admitido que as ondas são planas propagando-se em apenas uma direção. Assim, apenas o conhecimento das alturas e períodos das ondas era suficiente para determinar uma condição de mar, representado pelo espectro de energia. Trataremos agora do caso em que se admite que as ondas são direcionais, isto é, propagam-se simultaneamente em várias direções. Então, além das alturas e períodos é necessário conhecer as direções de incidência das ondas. Todas estas informações devem estar contidas no espectro de energia que passa então a ser uma superfície dependente da frequência e da direção de incidência das ondas, como ilustrado na figura 3.1.

Para obter a informação direcional deve-se utilizar pelo menos três sensores de altura de onda e cruzar suas leituras. Assim, tem-se agora várias séries temporais $x_i(t)$ correspondendo às leituras de cada um dos sensores. Lembrando que o espectro obtido com informação de apenas um sensor fornece o espectro unidirecional como descrito na Capítulo 2. O espectro obtido com informação de dois sensores, por exemplo i e j , é chamado espectro cruzado. Descreveremos a seguir o procedimento para obtenção destes espectros.

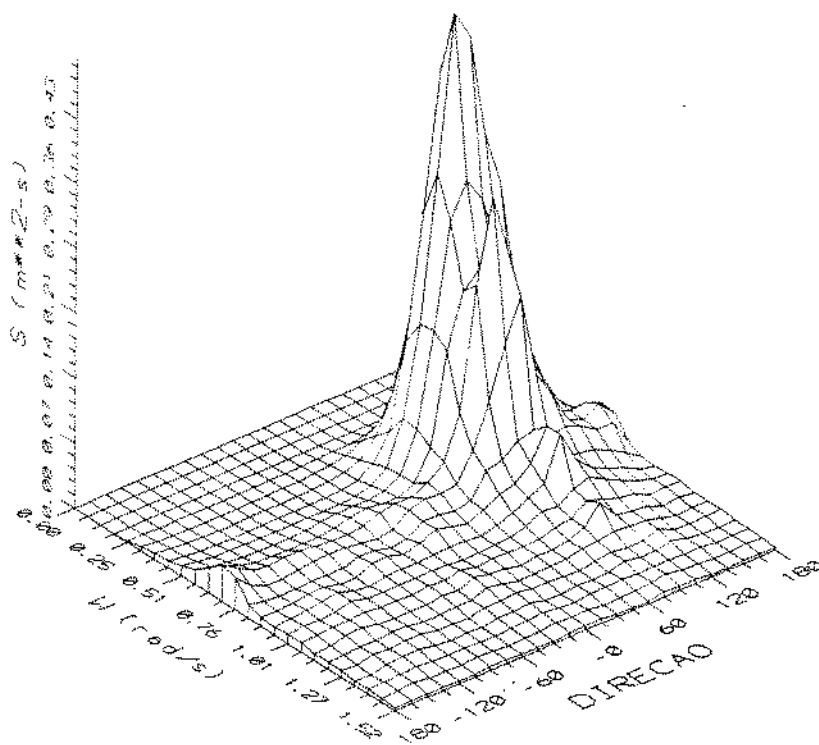


figura 3.1 - Exemplo de espectro direcional

3.1 DENSIDADE ESPECTRAL CRUZADA

Sejam $x_i(t)$ e $x_j(t)$ as leituras de dois sensores de onda i e j respectivamente. Matematicamente elas representam duas séries temporais com média zero de processos estocásticos ergódicos. A densidade espectral cruzada (Apêndice B) é dada por:

$$S_{ij}''(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{2\pi}{T} X_{iT}^*(\omega) X_{jT}(\omega) \right\} \quad (3.1)$$

onde $S_{ij}''(\omega)$ é a densidade espectral cruzada dos sensores i e j definida para $-\infty < \omega < \infty$, $X_{iT}^*(\omega)$ é conjugado complexo da transformada de Fourier da série truncada $x_i(t)$, e $X_{jT}(\omega)$ é a

transformada de Fourier da série truncada de $x_j(t)$. As transformadas de Fourier são geralmente calculadas utilizando um algoritmo FFT. A estimativa da densidade espectral será então:

$$\hat{S}_{ij}''(\omega) = \frac{2\pi}{T} X_{iT}^*(\omega) X_{jT}(\omega) \quad (3.2)$$

Esta equação permite estabelecer as diferenças de fase entre as diversas componentes de onda (Apêndice B). Nota-se que se $i=j$ a equação 3.2 fica igual à equação 2.9.

Com as informações da densidade espectral e das densidades espectrais cruzadas é possível determinar o espectro direcional, que nos fornece a distribuição de energia pela frequência e direção de propagação da onda.

Existem vários métodos para se determinar o espectro direcional, entre eles a Transformada Direta de Fourier, a Máxima Verossimilhança e as estimativas parametrizadas. Descreveremos a seguir os métodos mais conhecidos: a Máxima Verossimilhança (MLM) e a distribuição parametrizada Cosseno 2s.

3.2 DISTRIBUIÇÃO COSSENO 2s

Neste método o espectro direcional $S(\omega, \theta)$ é estimado aplicando-se um espalhamento direcional da energia da onda incidente:

$$S(\omega, \theta) = S(\omega) D(\omega, \theta) \quad (3.3)$$

onde $S(\omega)$ é o espectro de energia como descrito no Capítulo 2,

e $D(\omega, \theta)$ é a função de espalhamento direcional. Uma simplificação muito comum que pode ser feita é considerar que a função de espalhamento direcional é independente da frequência, isto é, $D(\omega, \theta) = D(\theta)$. A função $D(\theta)$ deve provocar somente um espalhamento da energia do espectro $S(\omega)$ em torno de uma direção principal de propagação da onda, sem alterar sua energia total, portanto:

$$\int_{-\pi}^{\pi} D(\theta) d\theta = 1 \quad (3.4)$$

Existem várias formulações para a função $D(\theta)$, uma das mais utilizadas é a proposta por Mitsuyasu et alii (1975):

$$D(\theta) = D_0(s) |\cos[(\theta - \theta_m)/2]|^{2s} \quad (3.5)$$

onde $D_0(s)$ é uma função de normalização, dada por:

$$D_0(s) = \frac{2^{2s}}{2\pi} \frac{\Gamma^2(s+1)}{\Gamma(2s+1)} \quad (3.6)$$

onde: θ_m é a direção principal de um componente espectral.

$s=s(\omega)$ é um parâmetro que controla a concentração da distribuição angular do espectro de energia.

Γ é a função gama.

O parâmetro s é geralmente determinado a partir de equações empíricas em função de f/f_m e U/C_m , onde U é a velocidade do vento e $C_m = g/2\pi f_m$ é a velocidade de fase da componente de frequência no pico do espectro f_m . Expressões para s são propostas por Mitsuyasu (1975) e por Hasselmann (1980) e não serão discutidas neste trabalho já que sua determinação é predominantemente empírica. A figura 3.2

ilustra a influência do parâmetro s sobre a distribuição direcional.

3.3 MÉTODO DA MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

Método descrito por Capon (1967 e 1969) para estimativa do espectro direcional com a utilização da transformada direta de Fourier. Neste trabalho vamos nos referir a este método utilizando sua sigla em inglês (MLM - Maximum Likelihood Method). Através deste método obtém-se a estimativa de mínima variância dos sinais, que corresponde à estimativa de máxima verossimilhança. Para cada frequência de interesse ω_0 o

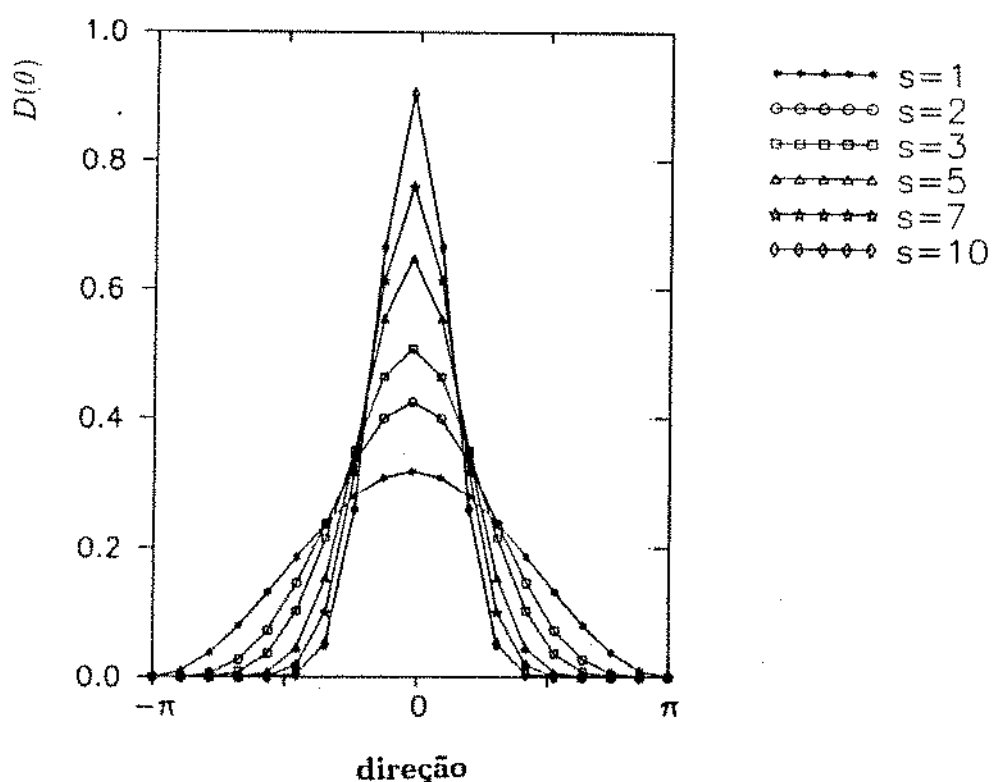


figura 3.2 - Influência do parâmetro s sobre a distribuição direcional

processador, chamado filtro de máxima verossimilhança, produz uma estimativa do espectro de potência de uma onda monocromática propagando-se com velocidade correspondente a ω_0 , minimizando a contaminação das componentes de ondas de frequências diferentes de ω_0 . A seguir faremos uma breve descrição do algoritmo MLM.

3.3.1 DESCRIÇÃO DO ALGORÍTIMO MLM

Este método estima o espectro direcional através da transformada de Fourier das leituras de sensores convenientemente dispostos e calibrados.

Sejam $x_i(t)$ e $x_j(t)$ as leituras dos sensores i e j , com transformadas de Fourier representadas por $X_i(\omega)$ e $X_j(\omega)$. Chamaremos de $C_{ij}(\omega)$ cada elemento de uma matriz composta pelos conjugados dos espectros cruzados de i e j . Esta matriz é conhecida pela sigla CPSD (Cross Power Spectral Density) e tem a seguinte expressão:

$$C_{ij} = X_i(\omega) X_j^*(\omega) \quad (3.7)$$

Como já foi comentado no Capítulo 2, em geral estas transformadas de Fourier são calculadas através de um algoritmo de Transformada Rápida de Fourier, que requer a divisão das leituras em blocos geralmente de N pontos. Então $C_{ij}(\omega)$ deve ser tomada como a média dos M blocos para se obter valores estatisticamente confiáveis.

É possível ainda normalizar a matriz CPSD dividindo-se a expressão 3.7 pelos módulos de $X_i(\omega)$ e $X_j(\omega)$. Esta

normalização evitaria erros devido a diferenças nas calibrações dos sensores i e j . Se expressarmos o espectro direcional como a soma de L ondas planas de espectro $S(\omega, \theta_k)$ para direções θ_k , $k=1, L$ numa faixa de frequência perto de ω , a CPSD verdadeira que deve ser medida é:

$$C(\omega) = \sum_{k=1}^L x(\omega, \theta_k) x^{*T}(\omega, \theta_k) S(\omega, \theta_k) \quad (3.8)$$

Onde $x(\omega, \theta_k)$ é o vetor que representa a diferença de fase de cada sensor e a origem para uma onda de frequência ω incidindo por uma direção θ_k :

$$x_i(\omega, \theta_k) = \exp(-i k_k r_i) \quad (3.9)$$

onde o vetor k_k é dado por:

$$k_k = k (\cos \theta_k, \sin \theta_k) \quad (3.10)$$

onde k é número de onda e r_i é o vetor posição do sensor i .

Conhecendo-se uma estimativa da matriz $C(\omega)$ desejamos encontrar uma inversão da equação 3.8 para avaliar o espectro direcional $S(\omega, \theta_k)$. Segundo Jefferys (1981) através da teoria Lagrangeana é possível avaliar o espectro direcional de forma que a componente do espectro na direção θ_k não é distorcida. Chega-se à expressão:

$$S(\omega, \theta_k) = \left[x^{*T}(\omega, \theta_k) C^{-1}(\omega) x(\omega, \theta_k) \right]^{-1} \quad (3.11)$$

Manipulando-se convenientemente a equação 3.11 chega-se à seguinte expressão:

$$S(\omega, \theta_k) = \left[\sum_{i,j} C_{ij}^{-1}(\omega) \exp(-ik(x_{ij}\cos\theta_k + y_{ij}\sin\theta_k)) \right]^{-1} \quad (3.12)$$

onde $x_{ij}=x_j-x_i$ e $y_{ij}=y_j-y_i$ são as diferenças de coordenadas entre os sensores i e j . Nota-se que cada estimativa de espectro deve ser real e positiva se a matriz CPSD for bem estimada.

Estimativas precisas do espectro direcional podem ser obtidas somente se a CPSD for bem estimada, tendo ruídos minimizados. Segundo Jefferys as estimativas devem ser estatisticamente confiáveis e intervalos de frequência devem ser pequenos o suficiente para evitar erros de fase maiores que 5 a 10%. A configuração dos sensores deve ser tal que os espaçamentos não sejam maiores que meio comprimento de onda da maior frequência de interesse, nem menor que o comprimento de onda da menor frequência. Sensores extras podem ser necessários para melhorar a resolução em baixa frequência, com seus sinais ignorados em altas frequências para evitar mascaramento.

4. SIMULAÇÃO DE ONDAS DIRECIONAIS

Atualmente já é possível obter registros de ondas direcionais no mar para determinar os espectros de onda a serem utilizados nos projetos de estruturas marítimas. Porém, em certos casos quando não é possível obter os registros de campo pode-se simular as ondas do mar em computador ou tanque de provas. É evidente que a utilização de medidas reais são mais apropriadas para se utilizar em projetos de estruturas flutuantes, mas através das simulações pode-se obter resultados úteis para projeto a custo reduzido.

4.1 HIPÓTESES NA MODELAGEM DA ONDA

Apresentaremos de forma resumida algumas hipóteses importantes descritas por Berhault e Molin (1988) na modelagem da onda e no estudo das interações entre onda e estrutura.

A princípio a estrutura é tratada como corpo rígido em baixa velocidade de deslocamento. As seções dos membros estruturais (como colunas e vigas) são consideradas pequenas em relação ao seu comprimento e ao comprimento das ondas, mas de mesma ordem de grandeza das amplitudes das ondas. A segunda hipótese permite desprezar os efeitos de atrito viscoso.

A teoria potencial linearizada pode ser aplicada para descrever o escoamento fluido com as seguintes hipóteses: o

fluido é incompressível, o escoamento irrotacional, a razão amplitude/comprimento de onda é pequena, e os movimentos da estrutura são pequenos quando comparados com suas dimensões próprias e são realizados em torno de uma posição média fixa.

As duas primeiras hipóteses permitem aplicar a teoria dos fluidos perfeitos e construir um escoamento a partir de um potencial de componentes harmônicos. As hipóteses seguintes justificam a utilização da teoria da onda infinitesimal e a teoria dos pequenos movimentos.

A seguir apresentamos a forma básica das principais grandezas utilizadas na descrição de movimentos de estruturas flutuantes, desenvolvidas para ondas de razões amplitude/comprimento de onda pequenos:

$$A = A^{(0)} + \varepsilon A^{(1)} + \varepsilon^2 A^{(2)} + \dots \quad (4.1)$$

onde A pode representar a elevação da superfície livre η , os esforços de onda sobre a estrutura F , os movimentos da estrutura X ou o potencial de fluxo ϕ . O caso limite $\varepsilon=0$ corresponde ao estado de repouso.

4.2 FORMULAÇÃO GERAL DA SIMULAÇÃO DE ONDAS DIRECIONAIS

A hipótese básica de quase todos os modelos numéricos usados na simulação de ondas direcionais é que a elevação da superfície do mar real é um processo estocástico Gaussiano estacionário, ergódico e de média zero. Conforme descrito no Apêndice A deste trabalho, as suas propriedades estatísticas são independentes do tempo e das coordenadas no plano

horizontal. Segundo Berhault (1981), esta interpretação é aceitável quando a superfície estudada é de pequenas dimensões (< 25 milhas) e os períodos de tempo de medida limitada (1 a 2 horas). Estas restrições de tempo e espaço limitam a precisão do espectro obtido. Além disso, despreza-se as não linearidades como ondas quebrando e interações não lineares entre harmônicos.

A superfície do mar pode ser, então, considerada como o resultado da superposição linear de infinitas ondas regulares independentes de frequências ω_i , aproximando-se de todas as direções θ_j :

$$\eta(x, y, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \eta(\omega_i, \theta_j, t, x, y) \quad (4.2)$$

onde x e y são as coordenadas que definem a posição do sensor de ondas em relação a uma origem qualquer.

É comum caracterizar a condição de mar irregular direcional em termos do espectro direcional de ondas $S(\omega, \theta)$, que está relacionado com as componentes de onda pela relação:

$$\lim_{\Delta\theta, \Delta\omega \rightarrow 0} S(\omega_i, \theta_j) \Delta\omega \Delta\theta = \eta^2(\omega_i, \theta_j, t, x, y) \quad (4.3)$$

O modelo numérico das ondas direcionais é representado no domínio do tempo, com contribuições das diferentes direções, geralmente na forma de somatório discreto. A formulação básica é a seguinte:

$$\eta(x, y, t) = \sum_{j=1}^N \eta_j(x, y, t) \quad (4.4)$$

Em geral a componente irregular de onda $\eta_j(x,y,t)$ aproximando-se pela j -ésima direção pode ser gerada utilizando-se os mesmos métodos utilizados na geração de ondas irregulares unidirecionais. Um destes métodos é baseado no somatório discreto de componentes harmônicos (ondas regulares).

Uma realização de $\eta_j(x,y,t)$ pode ser obtida por somatórios discretos de dois tipos:

$$a) \eta_j(x,y,t) = \sum_{i=1}^N \eta_{ij} \cos[k_i(x\cos\theta_j + y\sin\theta_j) - \omega_i t + \epsilon_{ij}] \quad (4.5)$$

$$b) \eta_j(x,y,t) = \sum_{i=1}^N \{a_{ij} \cos[k_i(x\cos\theta_j + y\sin\theta_j) - \omega_i t] + b_{ij} \sin[k_i(x\cos\theta_j + y\sin\theta_j) - \omega_i t]\} \quad (4.6)$$

onde: $\eta_{ij} = \sqrt{2 S(\omega_i, \theta_j) \Delta\omega \Delta\theta}$

ϵ_{ij} = ângulo de fase aleatório uniformemente distribuído e a_{ij} e b_{ij} são obtidos de processo distribuído de forma Gaussiana com variância igual a:

$$\sigma_{ij}^2 = S(\omega_i, \theta_j) \Delta\omega \Delta\theta \quad (4.7)$$

Os valores de $\Delta\omega$ e $\Delta\theta$ podem ser tomados como:

$$\Delta\omega = \omega_c / N_w \quad (4.8)$$

$$\Delta\theta = 2\pi / N_\theta \quad (4.9)$$

onde ω_c é a frequência superior de corte, N_w e N_θ são respectivamente o número de frequências e o número de direções a serem simuladas. O número de onda k_i está relacionado com a frequência ω_i da seguinte forma:

$$\omega_i^2 = k_i g, \quad \text{para águas profundas} \quad (4.10)$$

$$\omega_i^2 = k_i g \tanh(k_i d), \quad \text{profundidade intermediária} \quad (4.11)$$

$$\omega_i^2 = k_i^2 g d, \quad \text{para águas rasas} \quad (4.12)$$

onde d é a profundidade e g é aceleração da gravidade.

Em ambos os modelos apresentados, as frequências são geralmente escolhidas equidistantes, isto é, $\Delta\omega$ é constante. A periodicidade nas realizações pode ser evitada utilizando frequências não equidistantes como sugerido por Pinkster (1984).

O primeiro modelo chamado de somatório duplo é o mais utilizado na geração de ondas direcionais e baseia-se na superposição de vários componentes de onda incidindo por diferentes direções como ilustrado na figura 4.1. A diferença básica entre eles é que o modelo a) resulta em realizações para $\eta(x,y,t)$ cuja densidade espectral é idêntica para todas as realizações enquanto que o espectro obtido pelo modelo b) é uma quantidade estocástica. Discussões sobre a validade do modelo e aplicações são apresentadas por Pinkster.

Vários outros modelos de simulação de ondas são disponíveis na literatura, alguns discutidos por Shinozuka (1972 e 1979), Barnouin e Olagnon (1981), e Miles e Funke (1987), poderiam ser utilizados dependendo de sua facilidade de aplicação e custo. Os modelos mais eficientes computacionalmente são os que simulam a superfície do mar a partir de um espectro conhecido utilizando algoritmos FFT (apresentados por Shinozuka e Barnouin).

Neste trabalho a simulação de onda é feita com o único objetivo de gerar dados de altura de onda para serem processados pelo método MLM que utiliza algoritmos FFT. Portanto, a geração de ondas via FFT poderia mascarar

possíveis erros no MLM. Optamos, então, por utilizar a geração de onda pelo método do duplo somatório (equação 4.5) que não utiliza algoritmo FFT e serve de base para a maioria das formulações descritas na literatura.

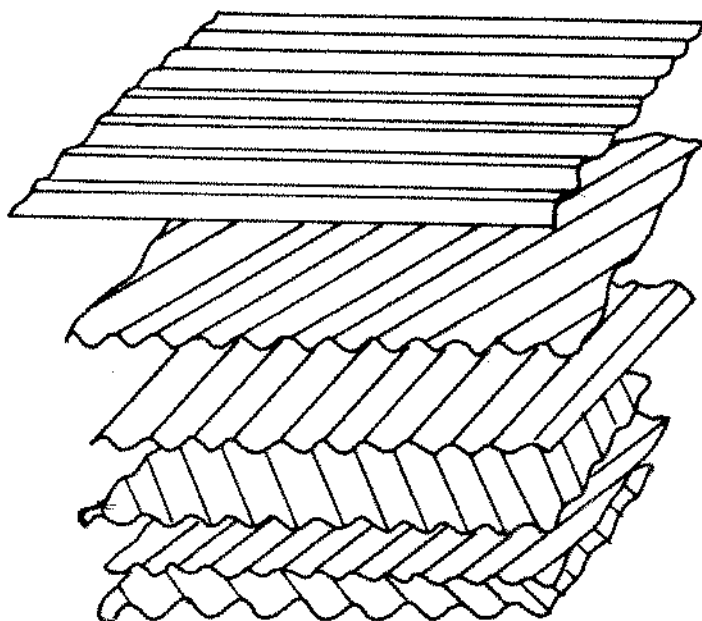


figura 4.1 - Composição de ondas direcionais

5 DINÂMICA DE ESTRUTURAS FLUTUANTES

Cada tipo de estrutura flutuante tem suas peculiaridades que podem facilitar ou dificultar a análise de seu comportamento dinâmico. Geralmente estas estruturas são tratadas como corpos rígidos com seis graus de movimento independentes (três de rotação e três de translação). Adotando um sistema de coordenadas adequado, OXYZ, no centro de gravidade da estrutura, os movimentos de translação são descritos como sendo os movimentos ao longo destes eixos. O movimento ao longo de X é chamado surge, ao longo de Y sway e ao longo de Z heave. Os movimentos angulares em torno de X, Y e Z são, respectivamente, roll, pitch e yaw, como mostrado na figura 5.1.

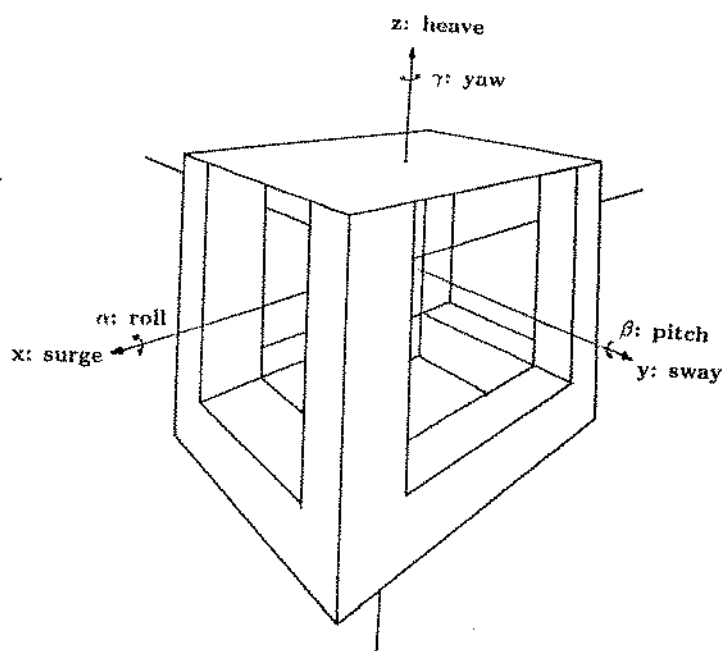


figura 5.1 - Movimentos de uma estrutura flutuante

Basicamente há dois métodos de análise da dinâmica de estruturas flutuantes: no domínio do tempo e no domínio da frequência. Solução linearizada pode ser obtida com a análise no domínio da frequência, geralmente através da solução de sistemas de equações diferenciais por técnica iterativa simples. Através da análise no domínio da frequência pode-se obter respostas do sistema devido a ondas aleatórias utilizando formulações espectrais.

A maior restrição da análise no domínio da frequência é que as não linearidades (por exemplo: amortecimento viscoso) das equações de movimento devem ser substituídas por aproximações lineares. Por outro lado o esforço computacional é menor do que na análise no domínio do tempo e os resultados são apresentados de forma de fácil interpretação e aplicação.

Os efeitos não lineares, como força devido ao amortecimento viscoso e forças de ancoragem não lineares, podem ser incluídas integralmente numa análise no domínio do tempo. Porém a integração numérica das equações de movimento aumenta significativamente o esforço computacional, e a complexidade dos resultados dificulta sua interpretação e aplicação.

As equações de movimento são as mesmas independentemente do método escolhido para a análise. Embora a análise no domínio do tempo seja mais complexa, seus resultados não são necessariamente melhores do que os da análise simplificada devido às incertezas envolvidas nos problemas de interação entre onda e estrutura. Assim, a análise no domínio da

frequência é mais comumente utilizada em projetos de estruturas marítimas.

Para uma estrutura marítima de grande porte como uma plataforma tipo semi-submersível, as equações de movimento (Apêndice E) podem ser escritas como:

$$\sum_{k=1}^6 [-\omega^2 (m_{jk} + M_{jk}) - i\omega (C_{jk} + \frac{8}{3\pi} \omega X_k C_{jk}^2 \delta_{jk}) + (K_{jk} + R_{jk})] X_k e^{i\beta_k} = F_j e^{i\delta_j} \quad j=1, 2, \dots, 6 \quad (5.1)$$

5.1 FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA

A solução das equações de movimento nos fornece os deslocamentos da estrutura flutuante para um dado período, e uma dada amplitude de onda incidente por uma direção determinada. Resolvendo estas equações para um conjunto de períodos (para uma mesma amplitude e mesma direção), obtém-se as chamadas funções de transferência dos movimentos (também conhecidas pela sigla RAO - response amplitude operator). Uma função de transferência é definida como razão da amplitude de movimento X_k pela amplitude da onda incidente em um ponto de referência (geralmente o centro de gravidade da estrutura). Um exemplo de função de transferência é mostrado na figura 5.2.

Para estudar a resposta em ondas direcionais é preciso obter funções de transferência direcionais resolvendo as equações de movimento para ondas de uma dada amplitude, para um conjunto de períodos e para um conjunto de direções de incidência entre 0° e 360°. Um exemplo de função de

transferência direcional é mostrado na figura 5.3.

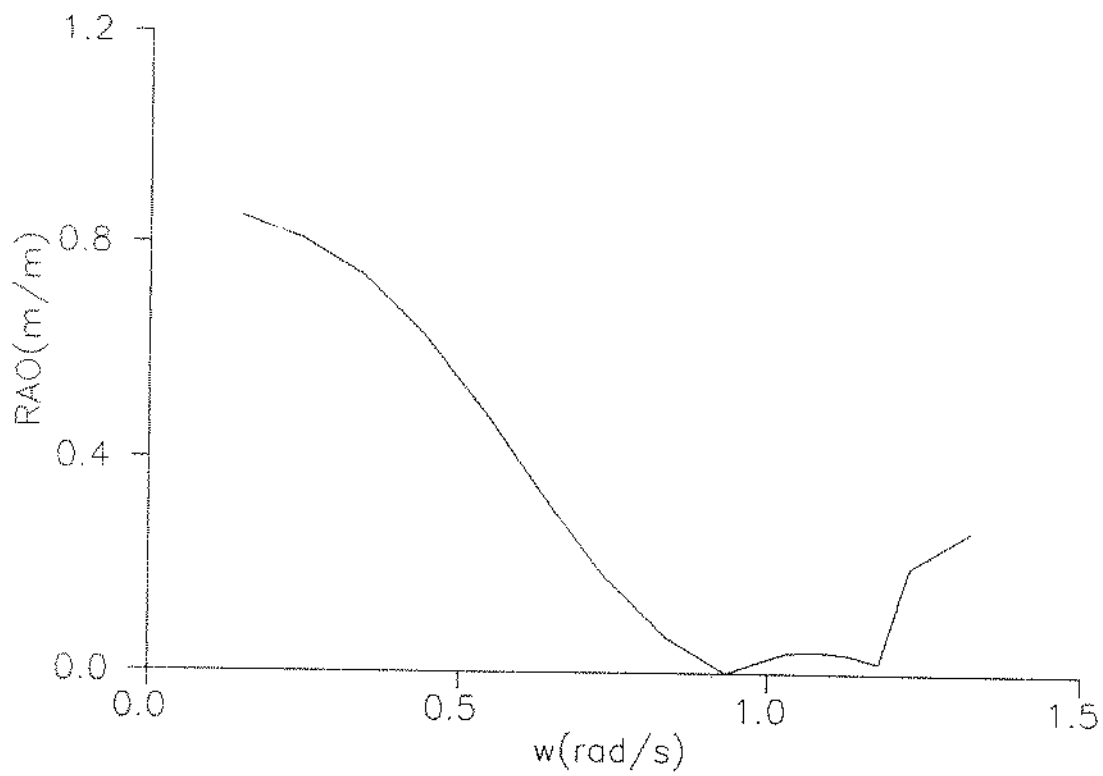


figura 5.2 - Exemplo de função de transferência

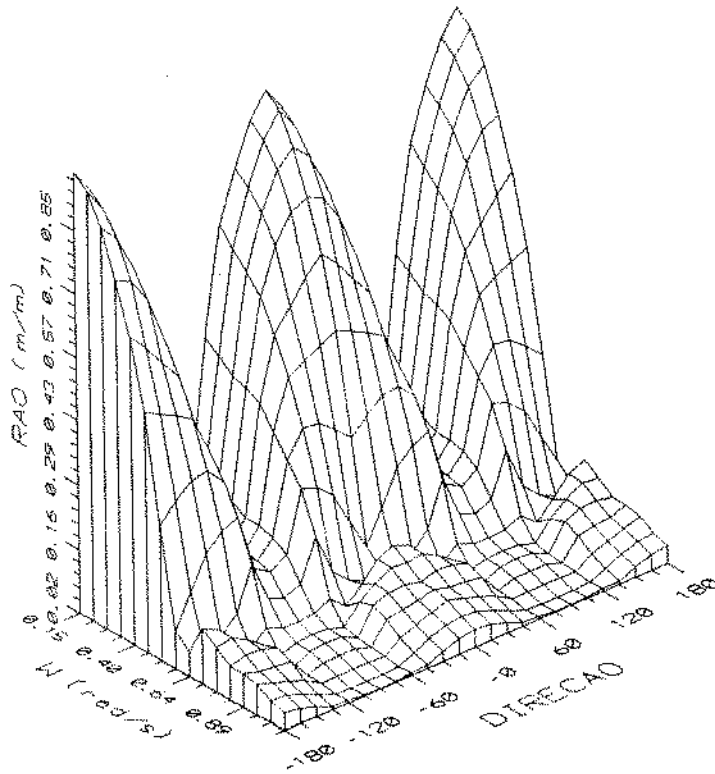


figura 5.3 - Exemplo de função de transferência direcional

5.3 RESPOSTA EM ONDAS IRREGULARES

Em ondas unidirecionais as funções de transferência $RAO_k(\omega)$ permitem, em teoria linear, estimar os movimentos em ondas irregulares. Na análise no domínio da frequência a onda real pode ser representada pelo espectro $S(\omega)$ descrito no Capítulo 2. A forma de se representar a resposta da estrutura em ondas irregulares é através de seu espectro de resposta $S_{Rk}(\omega)$ no grau de liberdade k , determinado a partir do espectro de onda e da função de transferência pela equação:

$$S_{Rk}(\omega) = S(\omega) [RAO_k(\omega)]^2 \quad (5.2)$$

Analogamente ao espectro de onda $S(\omega)$ (Apêndice C), o espectro de resposta $S_{Rk}(\omega)$ fornece diversas informações como: valor significativo, período de cruzamentos ascendentes por zero, período de pico, etc.

Como no mar real a energia das ondas é espalhada em torno de uma direção média de propagação, é conveniente, em certos casos, utilizar os espectros direcionais de onda $S(\omega, \theta)$ descritos no Capítulo 3. Utilizando estas funções de transferência direcionais $RAO_k(\omega, \theta)$ obtém-se os espectros de resposta direcionais:

$$S_{Rk}(\omega, \theta) = S(\omega, \theta) [RAO_k(\omega, \theta)]^2 \quad (5.3)$$

Para fins de comparação com os espectros unidirecionais pode-se integrar os espectros de resposta $S_{Rk}(\omega, \theta)$ em relação à direção θ , obtendo espectros $S_{Rk}(\omega)$:

$$S_{Rk}(\omega) = \int_0^{2\pi} S_{Rk}(\omega, \theta) d\theta \quad (5.4)$$

Assim os mesmos parâmetros obtidos dos espectros

unidirecionais podem ser obtidos a partir de espectros de resposta direcionais (Apêndice C).

6 METODOLOGIA E DADOS UTILIZADOS

Neste trabalho é feita uma análise de curto prazo no domínio da frequência dos movimentos de primeira ordem de uma plataforma petrolífera tipo semi-submersível. Os efeitos de direcionalidade de ondas são analisados em termos de espectros de resposta de movimento e de seus parâmetros estatísticos como momento de ordem zero e amplitude significativa. A seguir faremos uma descrição resumida do procedimento seguido na análise.

Inicialmente é feita uma simulação da elevação da superfície do mar, gerando registros no domínio do tempo para sensores de onda convenientemente posicionados. Os registros dos sensores são analisados pelo método da Máxima Verossimilhança (MLM) produzindo estimativas para os espectros de ondas direcionais.

Paralelamente são calculadas as funções de transferência da plataforma. Cruzando as informações dos espectros de ondas com as das funções de transferência obtemos os espectros de resposta de movimento da plataforma. Pode-se, então, obter informações dos espectros de resposta para serem utilizados na análise de resultados.

Nas próximas seções apresentamos uma descrição mais detalhada do procedimento seguido e os parâmetros utilizados nos cálculos.

6.1 SIMULAÇÃO DA ELEVAÇÃO DA SUPERFÍCIE DO MAR

A simulação de ondas é feita seguindo as hipóteses e formulações apresentadas no Capítulo 4 deste trabalho. A elevação da superfície do mar é obtida através da equação 4.5, gerando registros de ondas com a variação do tempo para sensores posicionados no plano horizontal. A disposição dos sensores é mostrada na figura 6.1. São utilizados seis sensores de onda distanciados entre 20 e 120 metros aproximadamente. As menores distâncias entre sensores têm a função de captar as componentes de onda de alta frequência enquanto que as maiores distâncias captam as componentes de baixa frequência. Portanto as distâncias entre sensores são determinadas através dos comprimentos das ondas incidentes.

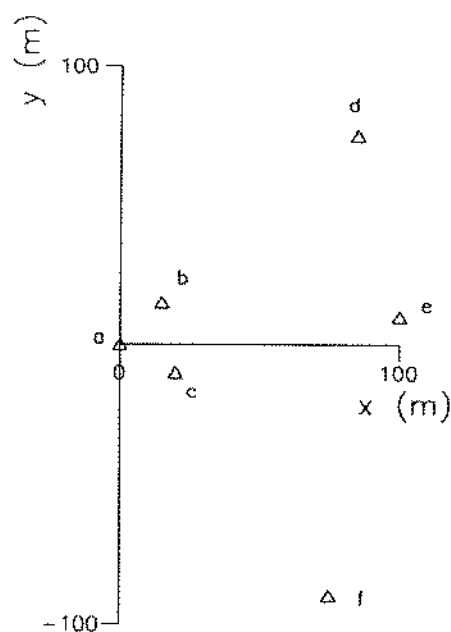


figura 6.1 - Posicionamento dos sensores de ondas

Para aplicar a equação do duplo somatório (equação 4.5) é necessário utilizar um espectro direcional conhecido $S(\omega, \theta)$, convenientemente discretizado em intervalos $\Delta\omega$ de frequência e $\Delta\theta$ de direção. O espectro direcional é calculado pela equação 3.3, onde o espectro unidirecional $S(\omega)$ é calculado pelo modelo ITTC dado pela equação 2.14 com parâmetros da tabela 2.1, a distribuição direcional $D(\theta)$ aplicada é a proposta por Mitsuyasu (1975) (equação 3.5). Neste trabalho chamaremos o espectro direcional obtido através da equação 3.3 de espectro calculado. No caso particular de geração de ondas unidirecionais basta considerar $D(\theta)=1$ e $\Delta\theta=1$ e aplicar o mesmo procedimento descrito acima.

Como sugerido por Pinkster (1984), a periodicidade das realizações é evitada utilizando-se intervalos $\Delta\omega$ não coincidentes, neste trabalho isto é obtido calculando-se os intervalos de frequência pela equação 4.8 e aplicando-se uma variação aleatória de até 20% em torno destes valores. Além disto a simulação de ondas é feita sem que haja componentes com frequências iguais propagando-se por direções diferentes. A não coincidência de frequências é adotada na tentativa de se obter registros de ondas que obedeçam a hipótese de ergodicidade do processo estocástico.

Na simulação de ondas direcionais os espectros foram discretizados em 40 intervalos de frequência e 73 intervalos de direção (5 em 5 graus). Na simulação de ondas unidirecionais os espectros foram discretizados em 200 intervalos de frequência.

Os espectros teóricos utilizados foram sempre definidos entre 0 e 1.52 rad/s. Então, assumindo a frequência de corte (frequência de Nyquist descrita na seção 2.1) $\omega_N=1.52$ rad/s, o intervalo máximo de tempo Δt que deve ser utilizado na simulação das ondas é de 2s. Neste trabalho utilizamos $\Delta t=0.5$ s. O comprimento total de cada registro é de 5120 segundos (aproximadamente 1 hora e 25 minutos), estando dentro dos limites aceitáveis de aplicação das hipóteses de ergodicidade (segundo Berhault (1981) os limites de tempo estão entre 1 e 2 horas).

Exemplos de trechos de registros dos sensores simulados para ondas direcionais e unidirecionais são apresentados nas figuras 6.2 e 6.3.

6.2 APLICAÇÃO DO MÉTODO DA MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

Os registros de elevação da superfície do mar são analisados aplicando-se o Método da Máxima Verossimilhança (MLM) descrito na seção 3.3.1. O espectro direcional é estimado através da equação 3.12 que exige utilização de Transformadas Rápidas de Fourier (FFT) na avaliação da matriz CPSD. A aplicação de algoritmos FFT exige a utilização de trechos finitos dos registros de onda no domínio do tempo. Os registros são então truncados em trechos de 1024 valores, $N=1024$, (deve ser 2^n), cada um destes trechos chamaremos de bloco. É utilizada uma superposição do trecho final de cada bloco com o trecho inicial do bloco seguinte, de forma que

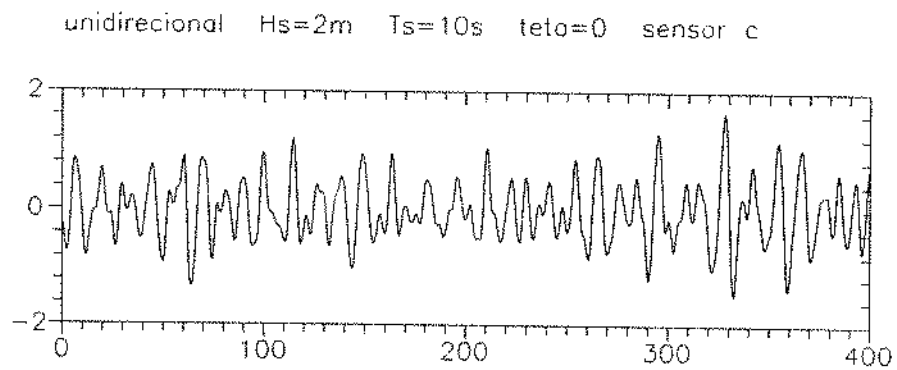
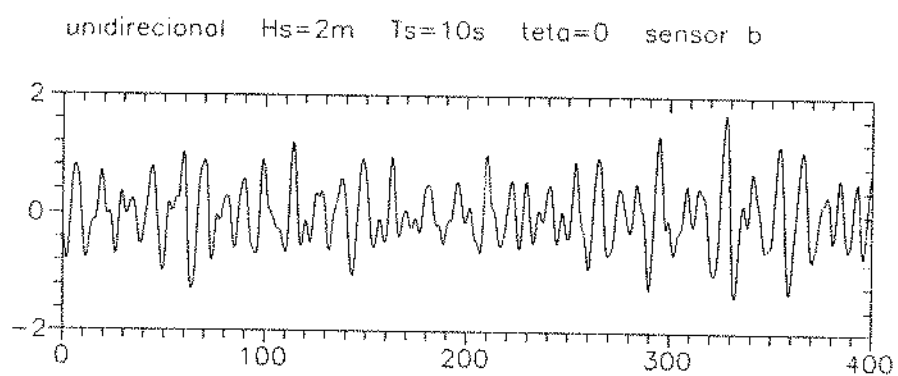
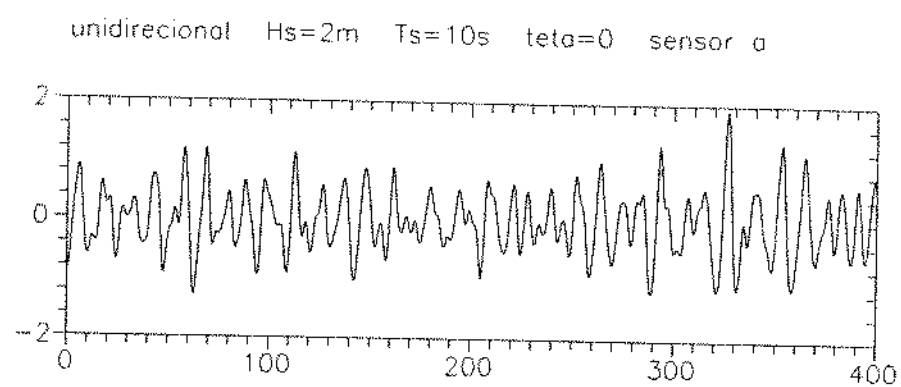
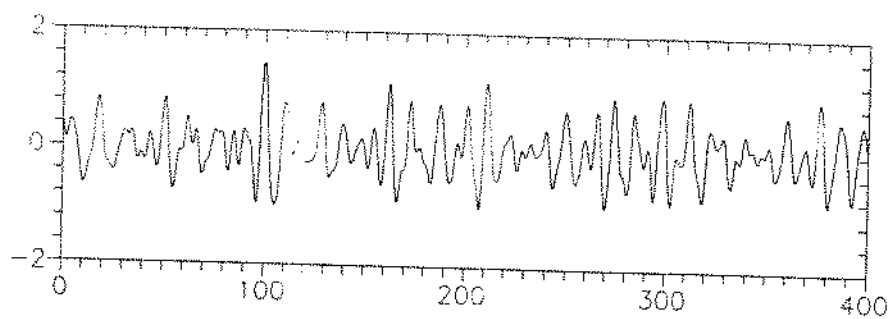
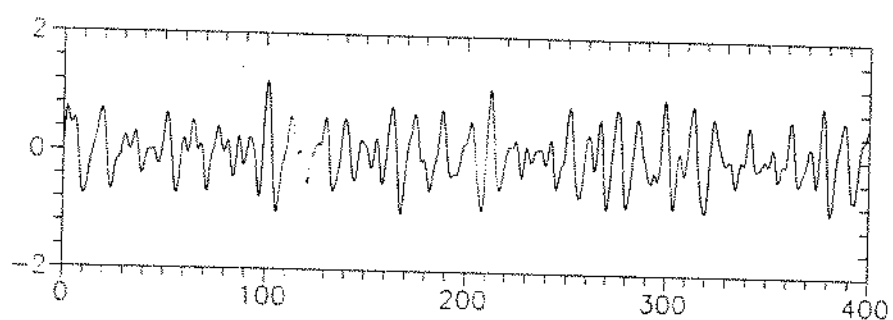


figura 6.2 - Exemplo de registros de sensores de ondas
(ondas unidirecionais)

Hs=2m Ts=10s teta=0 s=10 sensor a



Hs=2m Ts=10s teta=0 s=10 sensor b



Hs=2m Ts=10s teta=0 s=10 sensor c

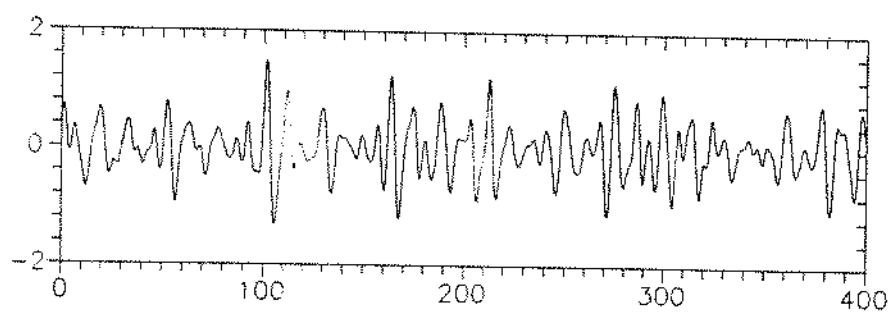


figura 6.3 - Exemplo de registros de sensores de ondas
(ondas direcionais)

nenhuma informação é perdida com o truncamento e ainda o número final de blocos utilizados é maior que o gerado na simulação. A simulação de 5120 segundos permitiria a utilização de 10 blocos nas FFT, com a superposição de meio bloco pode-se utilizar até 19 blocos. Foram utilizados 18 ($M=18$) blocos de 1024 valores, sendo descartados os valores restantes. Segundo Chakrabarti (1987) em geral deve-se utilizar $M \geq 8$ e N entre 512 e 2048 para garantir boa resolução e confiabilidade do espectro estimado.

Após a aplicação da FFT é utilizada uma rotina de suavização de espectros como descrito no Capítulo 2. É aplicada a janela espectral de Hamming (equação 2.13). Obtém-se então a estimativa da matriz CPSD, que deve ser invertida por uma rotina que utiliza números complexos. Em alguns casos, principalmente em espectros unidirecionais, no processo de inversão a matriz é singular. Este problema é contornado pela introdução de um ruído na parte imaginária da diagonal principal da matriz, da ordem de um milésimo do valor da parte real.

Finalmente a aplicação da equação 3.12 fornece uma estimativa do espectro direcional. Neste trabalho a estimativa é feita para 31 intervalos de 0.049 rad/s e 37 intervalos de 10 graus. Nota-se que os intervalos de frequência não coincidem com as discretizações na simulação de ondas pois a rotina MLM deve ser aplicável a quaisquer registros de ondas.

6.3 CÁLCULO DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA

As funções de transferência direcionais são calculadas para a plataforma petrolífera tipo semi-submersível da figura 6.4. Os principais dados do casco são apresentados na tabela 6.1.

tabela 6.1 - Principais dados do casco da plataforma

comprimento (m)	61
boca (m)	61
pontal (m)	27.5
calado (m)	16.5
volume deslocado (m ³)	17424
deslocamento (toneladas)	17859.6
KG (m)	20.37
KB (m)	5.27
KM (m)	22.91
BM (m)	17.64
GM (m)	2.54

Como mostrado na figura 6.4 trata-se de uma plataforma tipo semi-submersível de seção quadrada com quatro colunas e quatro flutuadores formando um anel fechado. Com os dados do casco calculamos os raios de giração, restaurações hidrostáticas e inércias da plataforma, que são mostrados na tabela 6.2.

Uma plataforma semi-submersível é normalmente uma

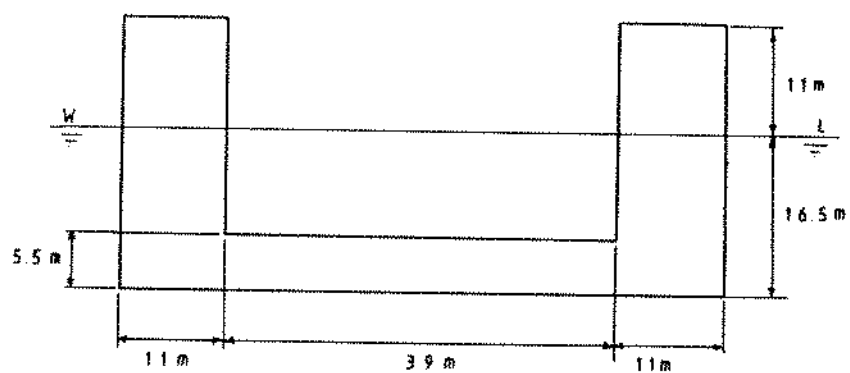
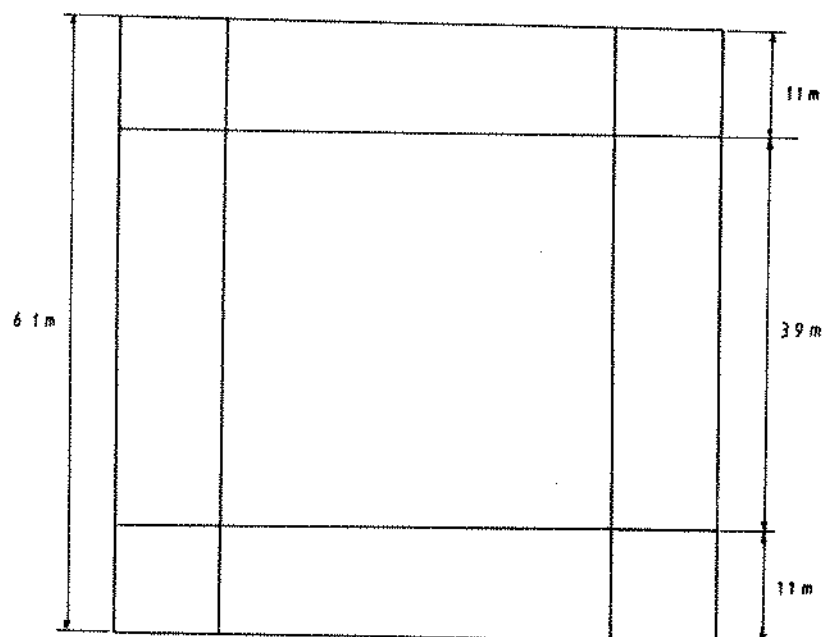


figura 6.4 - Vistas superior e frontal da plataforma semi-submersível

estrutura de grandes dimensões para a qual utiliza-se a teoria de difração para determinar os esforços de excitação devido às ondas do mar (Apêndice E). Na solução do problema, utilizamos uma rotina numérica disponível no Departamento de Engenharia de Petróleo (DEP) da UNICAMP, que se baseia no teorema de Green, para determinar as forças de excitação e os coeficientes hidrodinâmicos (massa adicional e amortecimento potencial) devido à interação entre a plataforma e um trem de

tabela 6.2 - Raios de giração, restaurações hidrostáticas e inércias da plataforma

raios de giração (m)	$i_{44} = 14.928$ $i_{55} = 14.928$ $i_{66} = 21.125$
restauração hidrostática	$C_{33} = 0.487e7 \text{ N/m}$ $C_{44} = 0.433e9 \text{ N*m}$ $C_{55} = 0.433e9 \text{ N*m}$
inércias	$I_{44} = 0.1079e11 \text{ Kg*m}^2$ $I_{55} = 0.1079e11 \text{ Kg*m}^2$ $I_{66} = 0.1768e11 \text{ Kg*m}^2$

onda regular incidindo por diversas direções. O casco da plataforma foi discretizado em uma malha de 72 pontos por

quadrante para a utilização da rotina de difração. A figura 6.5 mostra um quadrante da malha utilizada.

Com os dados das tabelas 6.1 e 6.2, as massas adicionais, os amortecimentos potenciais e os esforços externos, e ainda desprezando quaisquer efeitos de ancoragem, podemos resolver as equações de movimento para obter as respostas da estrutura e posteriormente as funções de transferência do problema linear.

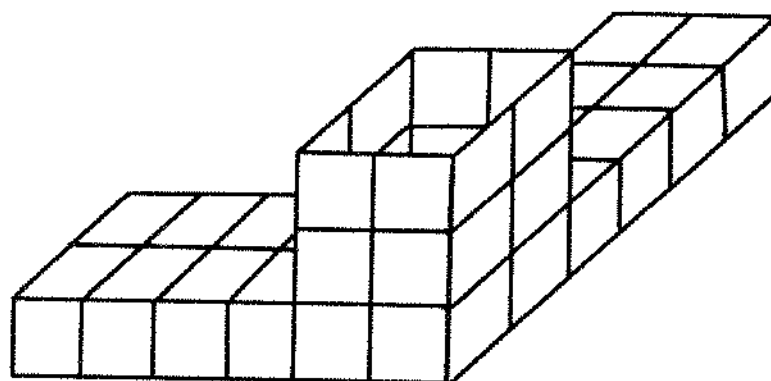


figura 6.5 - Malha utilizada para cálculos de coeficientes hidrodinâmicos e esforços de excitação (1/4)

6.3.1 INTRODUÇÃO DO AMORTECIMENTO VISCOSO NAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA

Para considerar os efeitos do amortecimento viscoso nas respostas de movimento torna-se necessário determinar coeficientes de arraste para a plataforma. Utilizamos, então, rotinas disponíveis no DEP/UNICAMP, baseadas no método de Faixas (Método de Strip) para determinar os amortecimentos viscosos. Dividindo o casco da plataforma em elementos tipo caixa podemos determinar os coeficientes de arraste e de inércia de cada elemento seguindo regras da DNV (1981). O casco foi dividido em quatro colunas, dois flutuadores laterais, flutuador de proa e flutuador de popa. Os coeficientes de arraste e de inércia calculados são apresentados na tabela 6.3.

tabela 6.3 - Coeficientes de arraste e de inércia

	direção x		direção y		direção z	
	Cd	Cm	Cd	Cm	Cd	Cm
colunas	1.3	1.54	1.3	1.54	1.2	1.26
flut. laterais	.825	1.1	2	1.39	1.7	2.46
flut. popa e proa	2	1.39	.825	1.1	1.7	2.46

Com os dados da tabela 6.3 utilizamos a rotina do método de Strip para determinar os coeficientes de amortecimento viscoso da plataforma. Os resultados são apresentados na tabela 6.4.

Com os dados de amortecimento viscoso, juntamente com os

esforços de excitação, coeficientes de massa adicional,

tabela 6.4 - Coeficientes de amortecimento viscoso

adimensionalização ρL^2			adimensionalização ρL^4		
C_{11}^2	C_{22}^2	C_{33}^2	C_{44}^2	C_{55}^2	C_{66}^2
.2719	.2719	.2198	.8061	.8061	1.323

amortecimento potencial e restauração estrutural, determinamos as respostas de movimento da plataforma através da equação 5.1. Podemos então calcular as funções de transferência com efeito viscoso. A introdução do amortecimento viscoso torna o problema não linear com a amplitude de onda incidente (Apêndice E). O efeito do amortecimento viscoso com a variação da amplitude de onda incidente é mostrado na figura 6.6. Para o movimento de heave apresentamos a função de transferência do problema linear e as funções de transferência com amortecimento viscoso para ondas de amplitude de 2, 5 e 7.5 metros.

Por simplicidade, neste trabalho utilizaremos as funções de transferência calculadas para amplitude de 2m para todos os casos simulados, pois corresponde a um valor próximo à média das ondas simuladas. As figuras 6.7 a 6.12 apresentam as funções de transferência utilizadas e seus respectivos ângulos de fase para direções de incidência de 0, 30, 60 e 90 graus.

As funções de transferência são calculadas entre -180 e 180 graus, em intervalos de 10 graus, assim o movimento de yaw

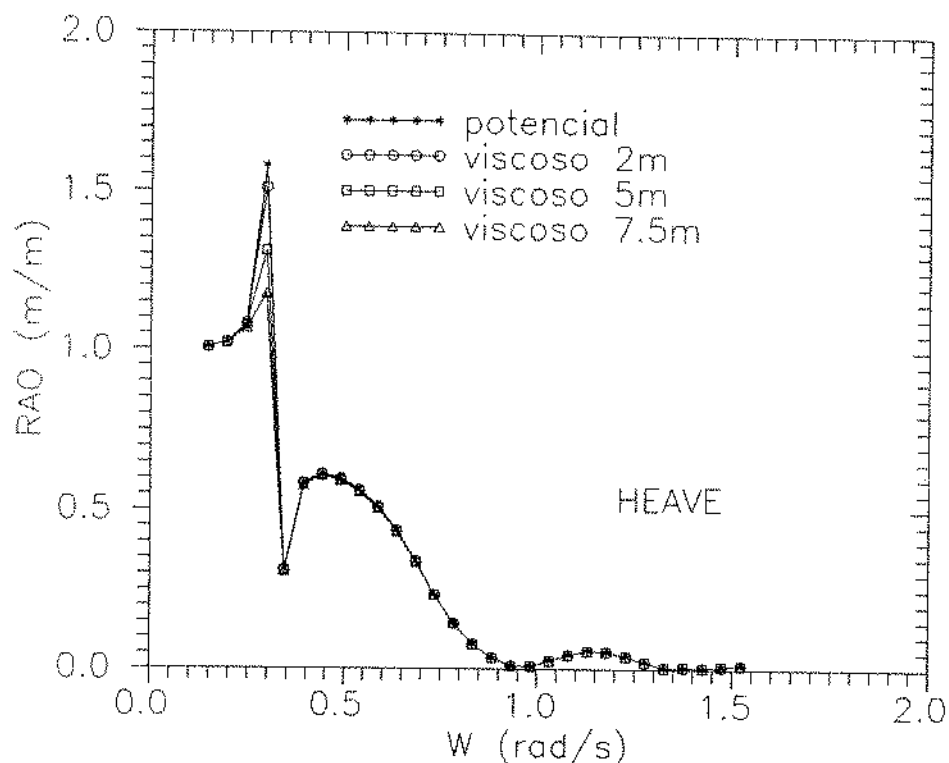


figura 6.6 - Funções de transferência de heave para sistema linear e casos com amortecimento viscoso

da plataforma não é perfeitamente avaliado pois tem valor máximo em 22.5 graus e mínimo em 45 graus, direções que não são calculadas.

6.3.2 ESPECTROS DE RESPOSTA

Com os espectros de onda e as funções de transferência direcionais determinamos os espectros de resposta direcionais através da equação 5.16. Para fins de comparação de resultados integramos os espectros de resposta direcionais através da equação 5.17 e determinamos os momentos dos espectros de

resposta e os movimentos significativos da plataforma
(Apêndice C)

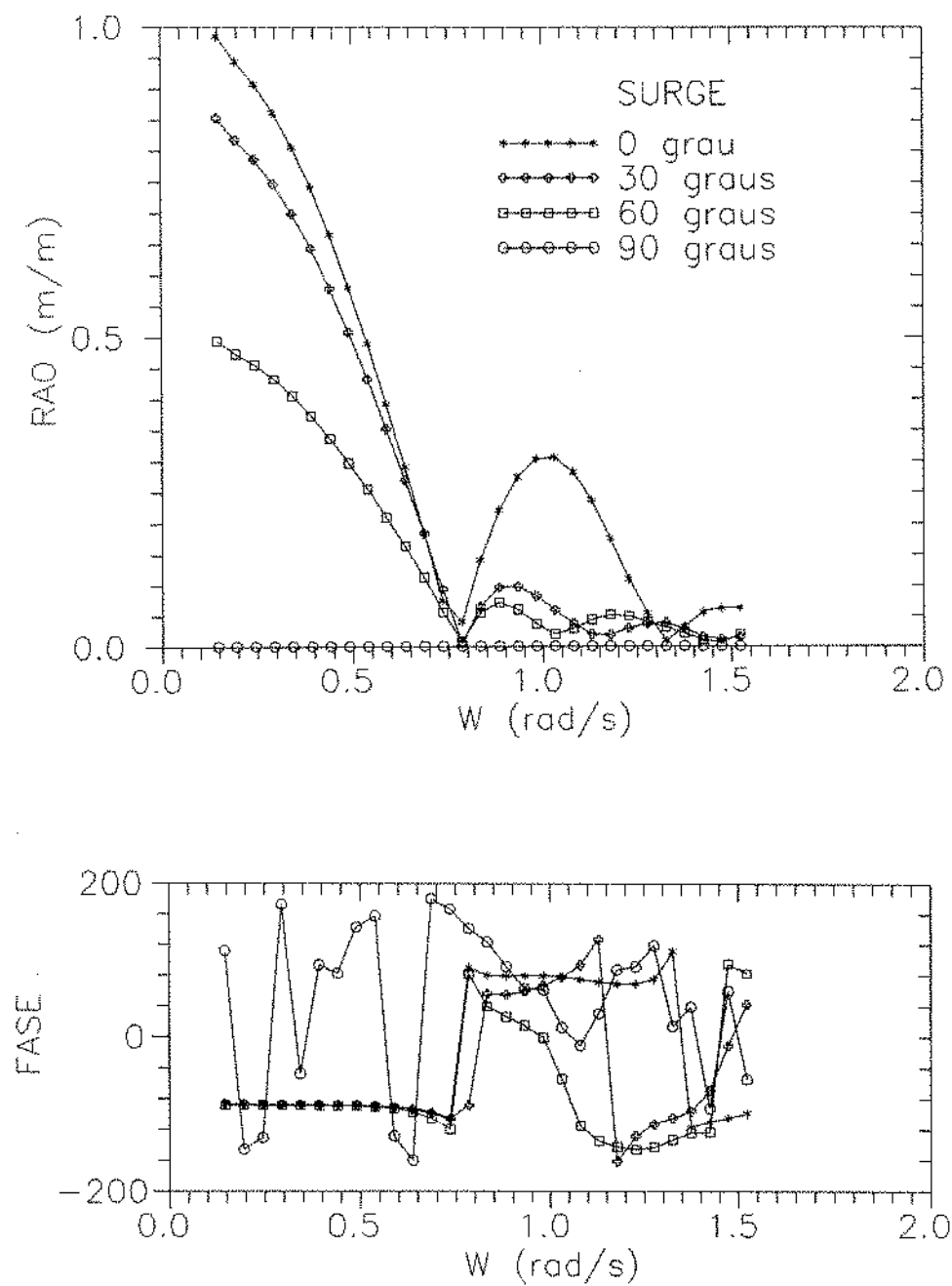


figura 6.7 - Funções de transferência de surge

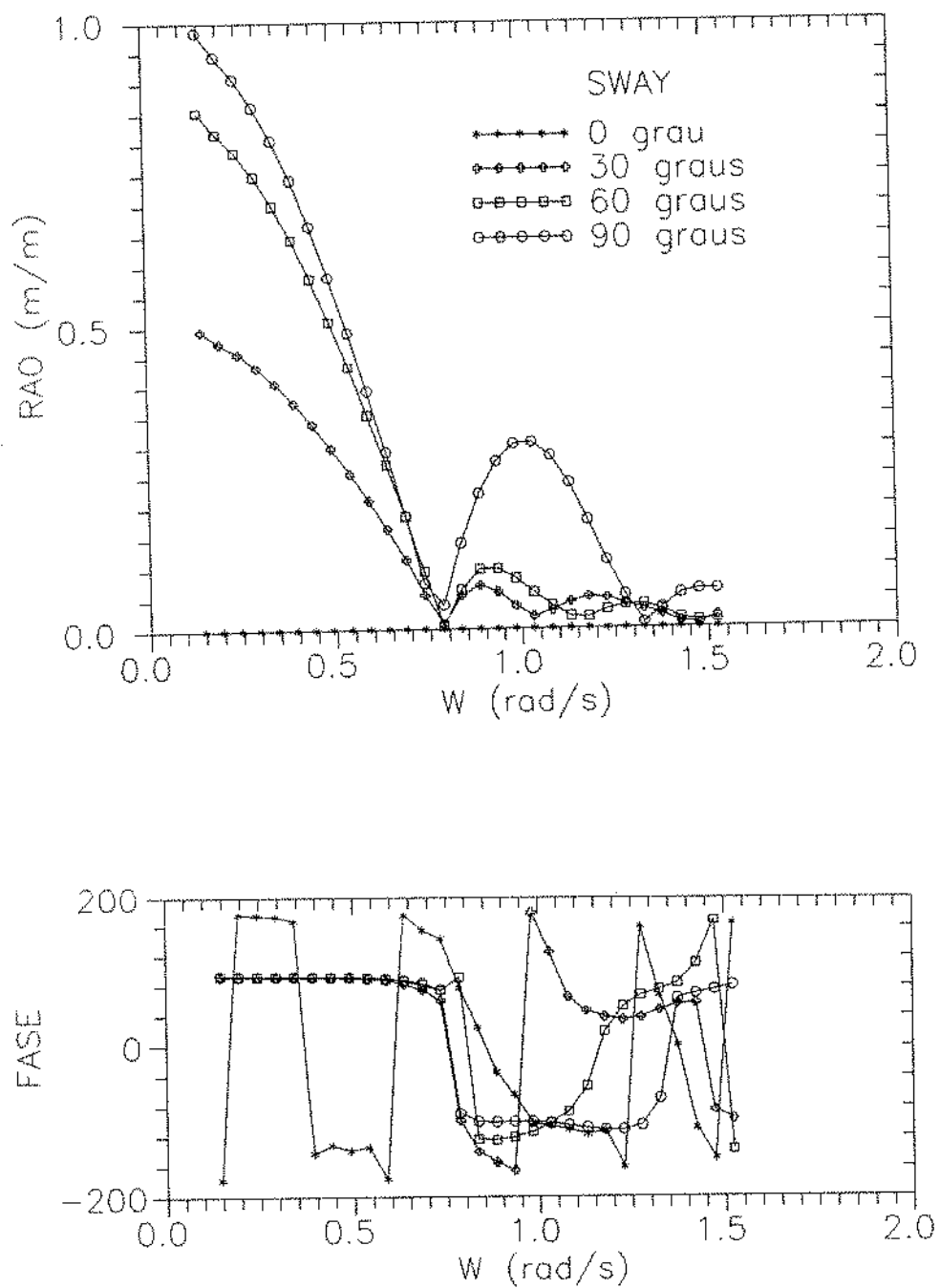


figura 6.8 - Funções de transferência de sway

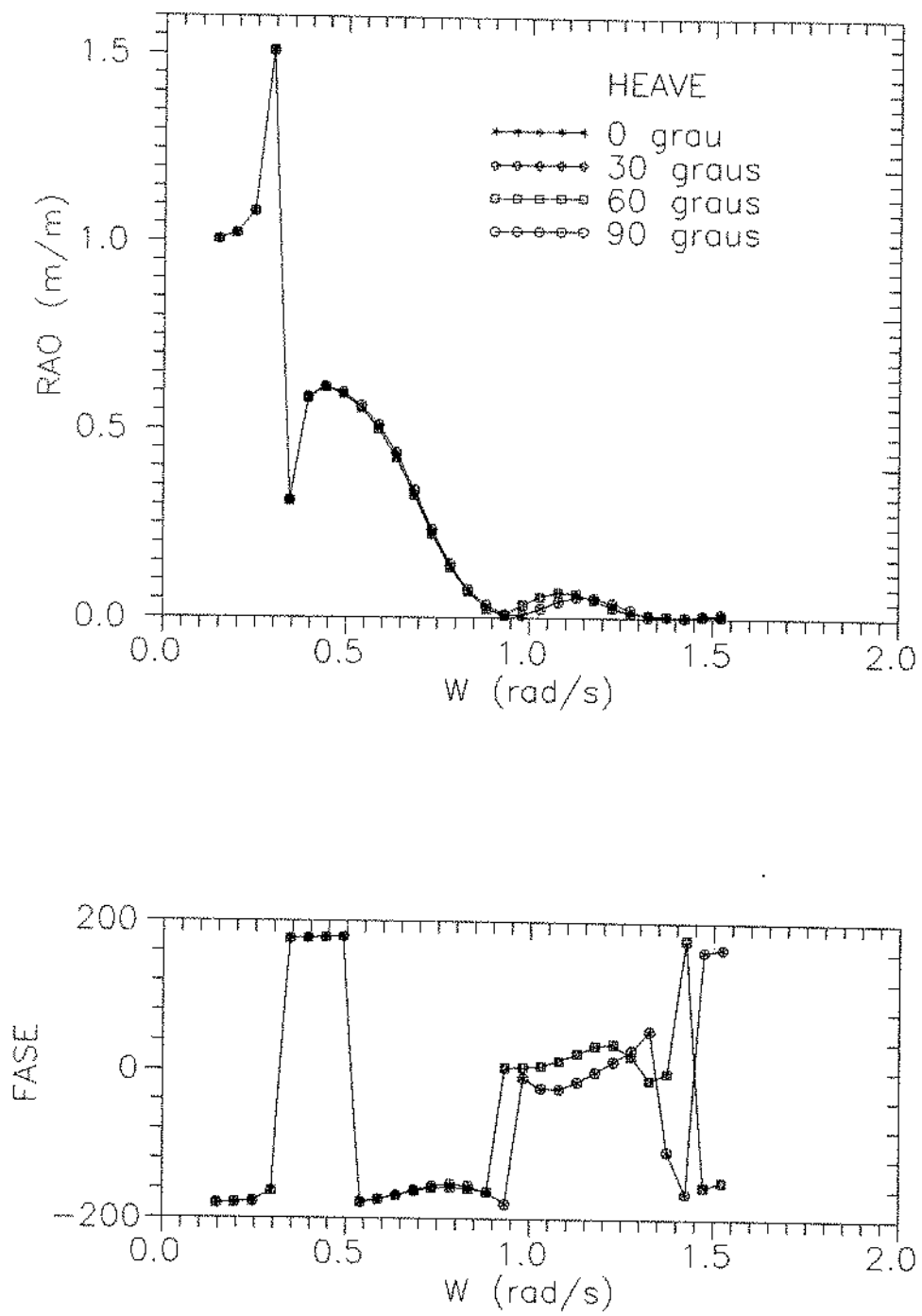


figura 6.9 - Funções de transferência de heave

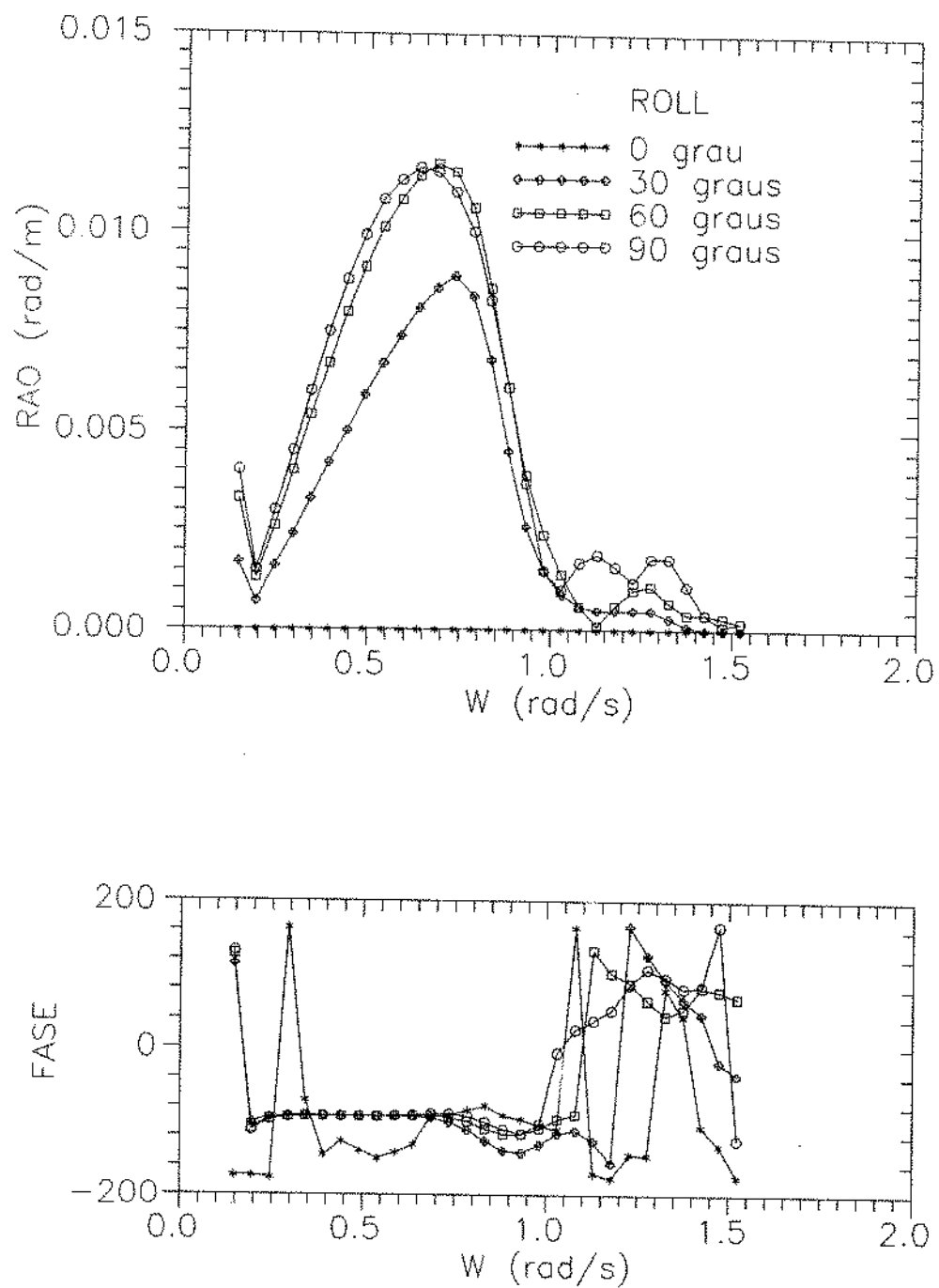


figura 6.10 - Funções de transferência de roll

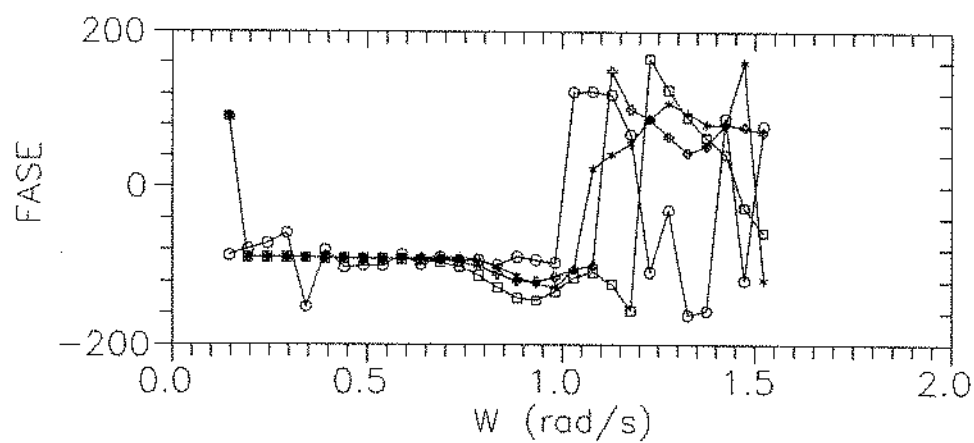
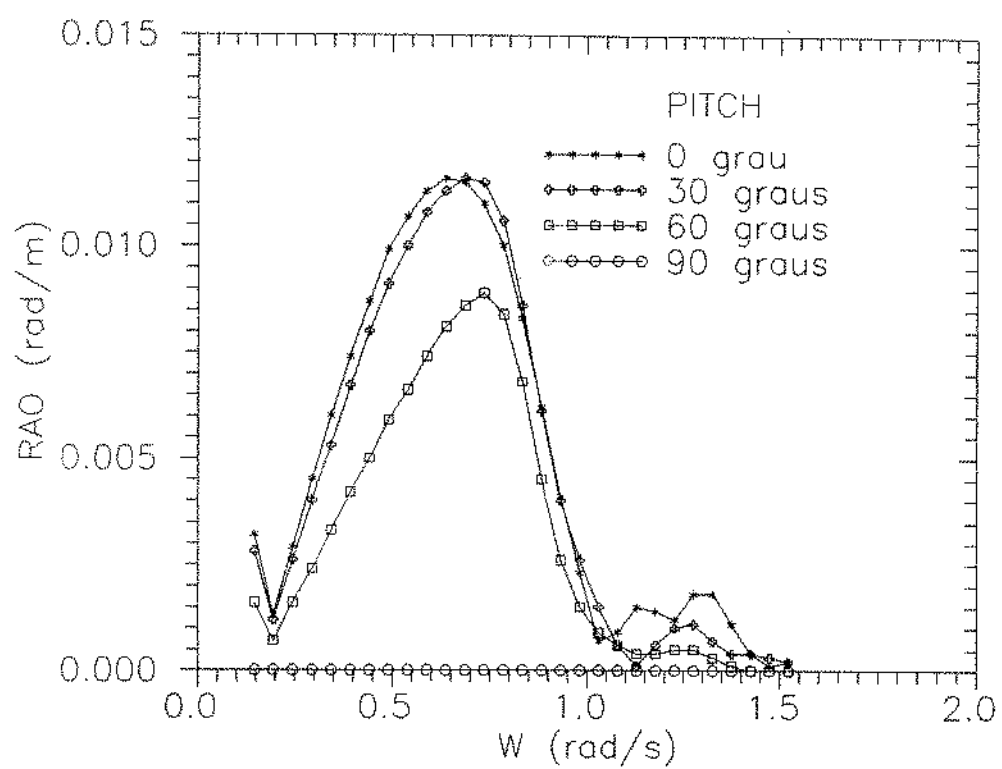


figura 6.11 - Funções de transferência de pitch

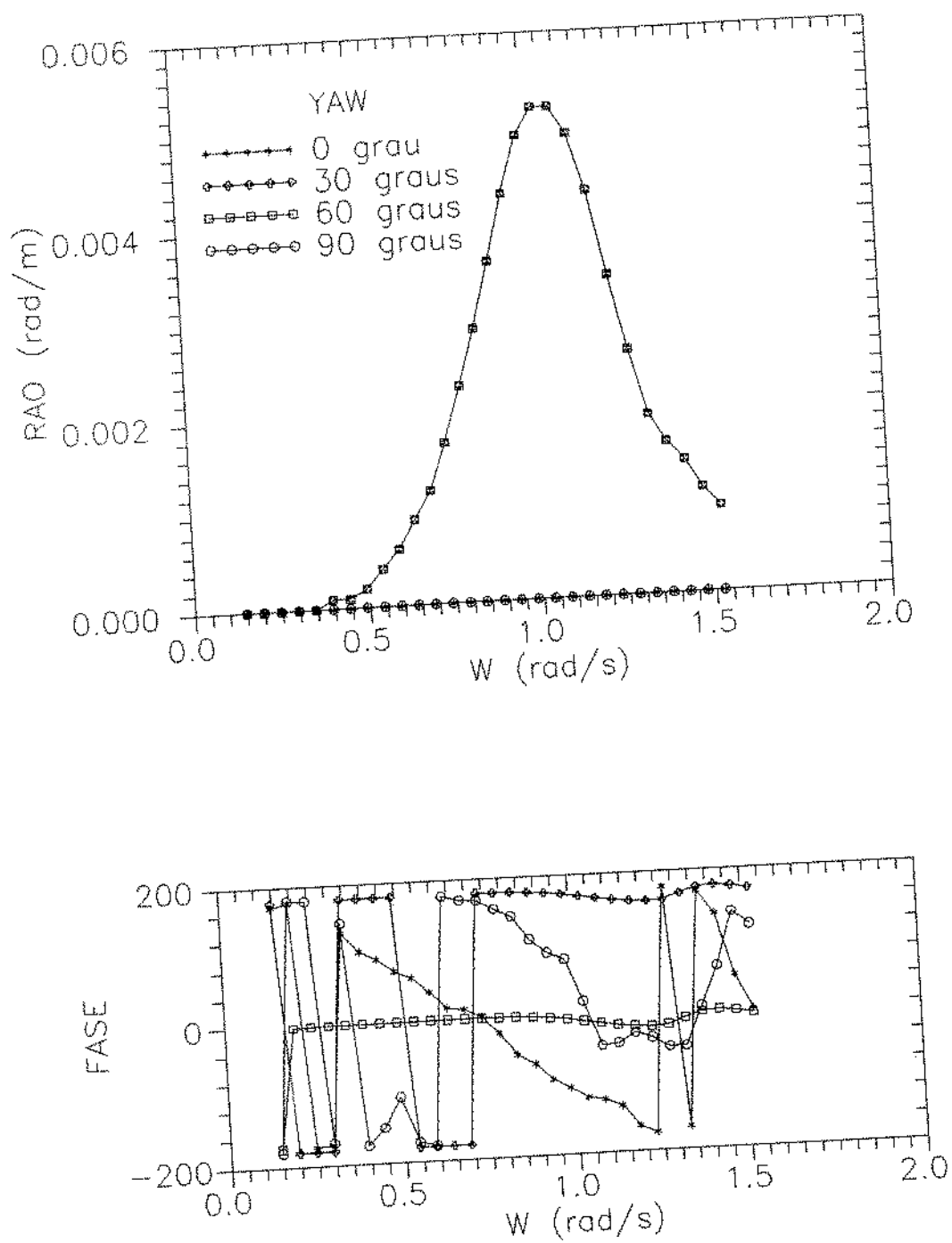


figura 6.12 - Funções de transferência de yaw

7 RESULTADOS

Seguindo a metodologia e utilizando os dados apresentados no Capítulo 6 foram simulados vários espectros direcionais que inicialmente foram comparados com os espectros calculados para avaliar a margem de erro das simulações. Em seguida foram obtidos espectros de resposta da plataforma para diversos casos de incidência de ondas direcionais. Casos com variação do parâmetro de espalhamento de ondas (s) foram simulados e comparados com os resultados de simulações com ondas unidirecionais. O efeito da variação do ângulo de incidência foi avaliado para casos direcionais e unidirecionais. Finalmente foram simuladas condições de mares cruzados para avaliar os efeitos de interferência de trens de ondas incidindo simultaneamente por diferentes direções. Os parâmetros de comparação dos efeitos de ondas foram os momentos de ordem zero e os movimentos significativos (Apêndice C).

A figura 7.1 mostra um espectro de ondas simulado para $H_s=2m$, $T_s=10s$, $s=1$ e $\theta=0$. O procedimento utilizado nos cálculos de movimentos significativos é ilustrado nas figuras 7.2 a 7.19 para os seis movimentos da plataforma. As figuras 7.2 a 7.7 mostram as funções de transferência utilizadas. O cruzamento do espectro de ondas com as funções de transferência produzem os espectros direcionais de movimento apresentados nas figuras 7.8 a 7.13. Integrando estas superfícies obtém-se os espectros de resposta mostrados nas

figuras 7.14 a 7.19. Finalmente calcula-se os momentos dos espectros de resposta e os movimentos significativos da plataforma.

É interessante notar que as componentes de ondas têm fases aleatórias, possibilitando infinitas combinações de registros de ondas. Assim, a cada simulação pode-se obter diferentes estimativas para os espectros de ondas simulados a partir dos mesmos parâmetros H_s , T_s , θ e s . Além disto, as diferentes combinações de fases das componentes levam, em geral, a espectros de ondas não simétricos em relação à direção principal de propagação, como pode ser observado na figura 7.1. Assim, mesmo com funções de transferência simétricas em relação à direção principal de incidência de ondas (figuras 7.2 a 7.7), obtém-se espectros de resposta não simétricos como pode ser notado nas figuras 7.8 a 7.13.

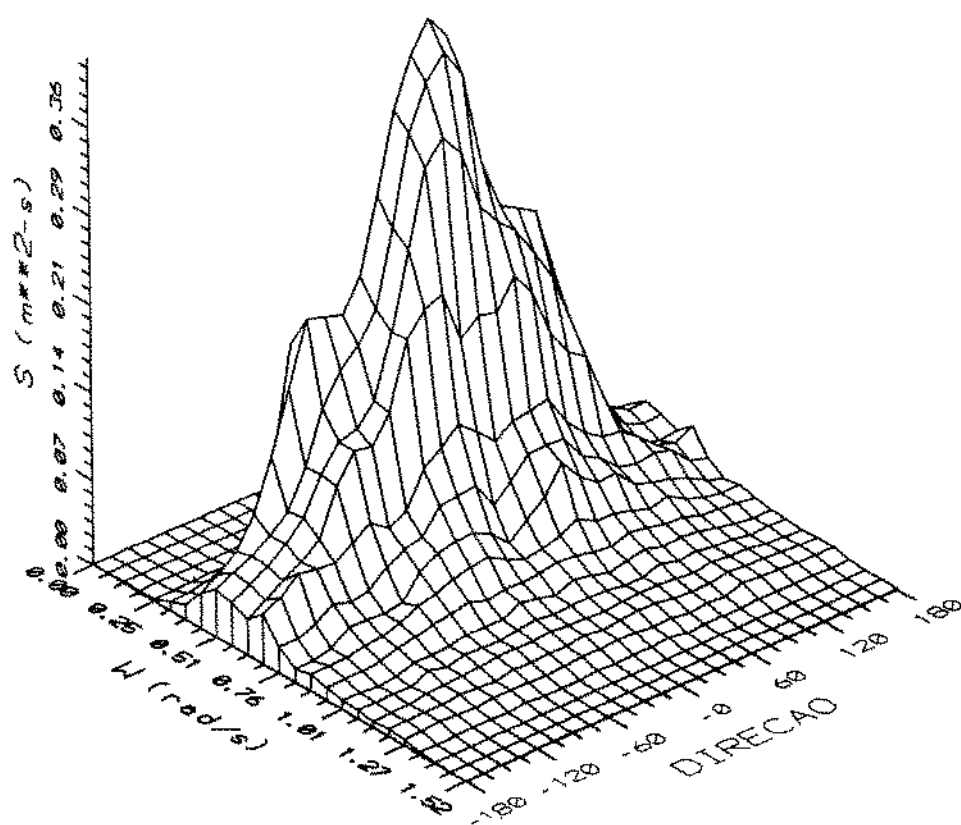


figura 7.1 - Espectro de ondas simulado
($H_s=2\text{m}$, $T_s=10\text{s}$, $s=1$, $\theta=0$)

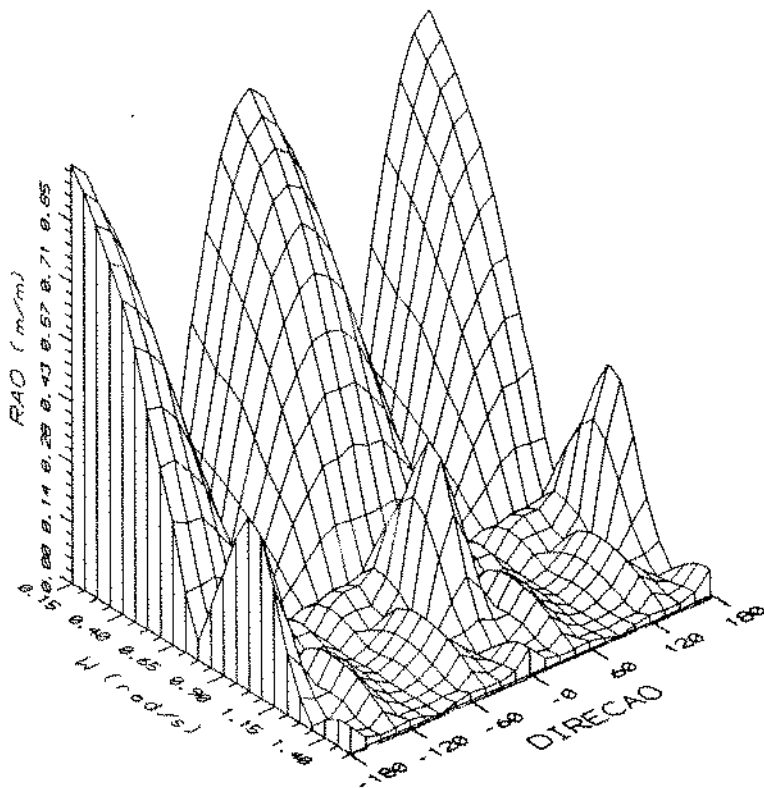


figura 7.2 - Função de transferência direcional de surge

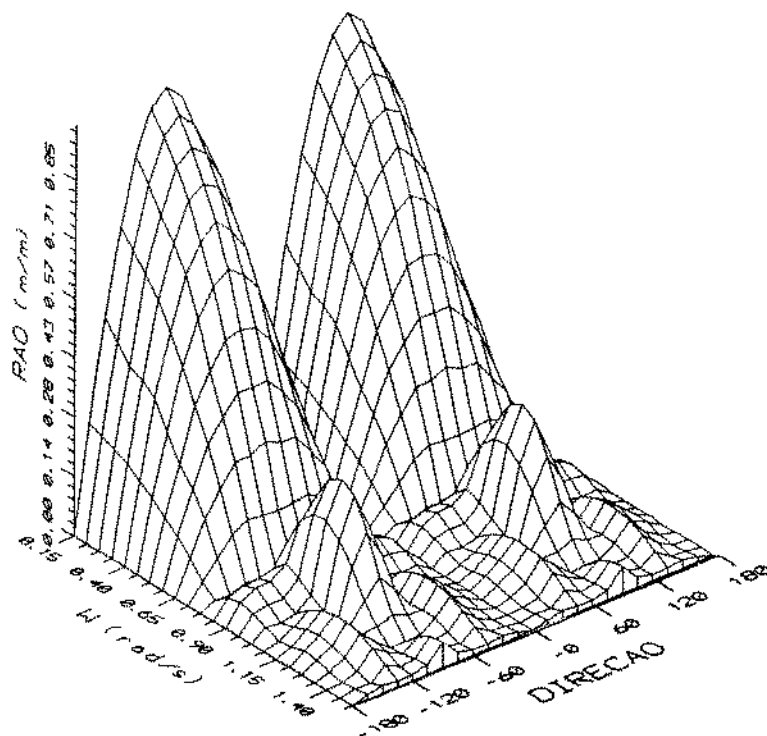


figura 7.3 - Função de transferência direcional de sway

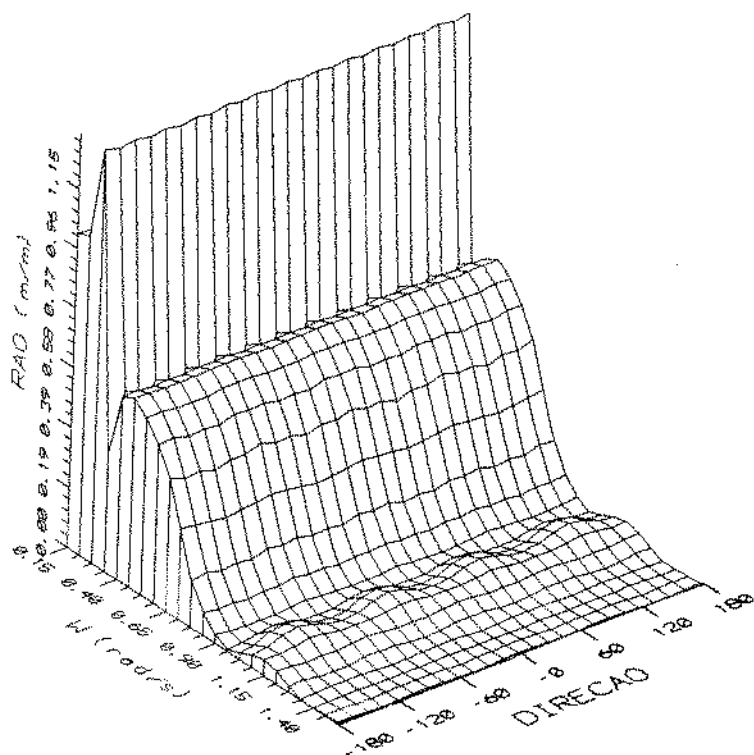


figura 7.4 - Função de transferência direcional de heave

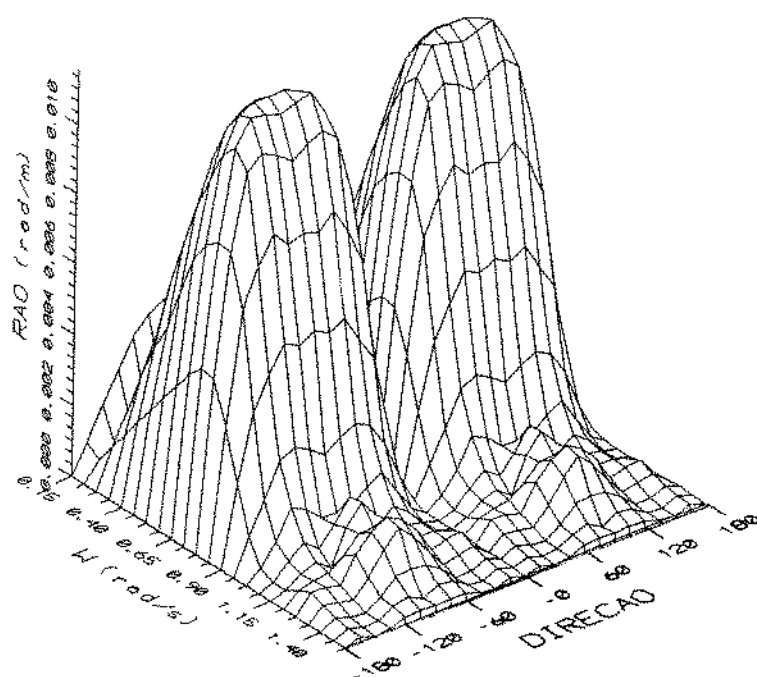


figura 7.5 - Função de transferência direcional de roll

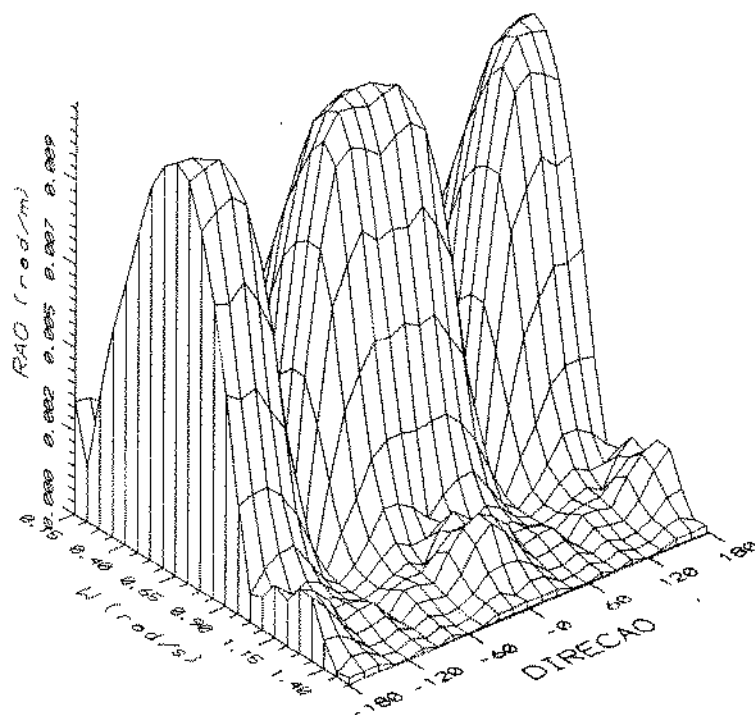


figura 7.6 - Função de transferência direcional de pitch

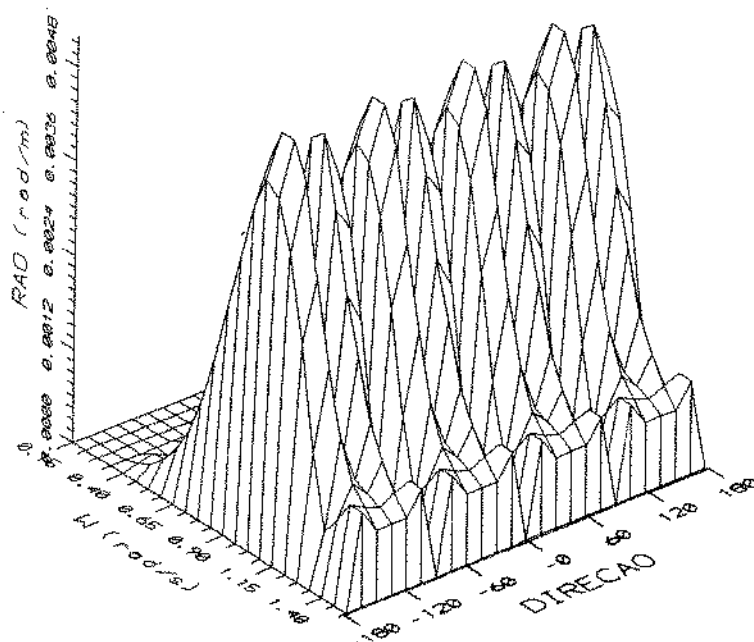


figura 7.7 - Função de transferência direcional de yaw

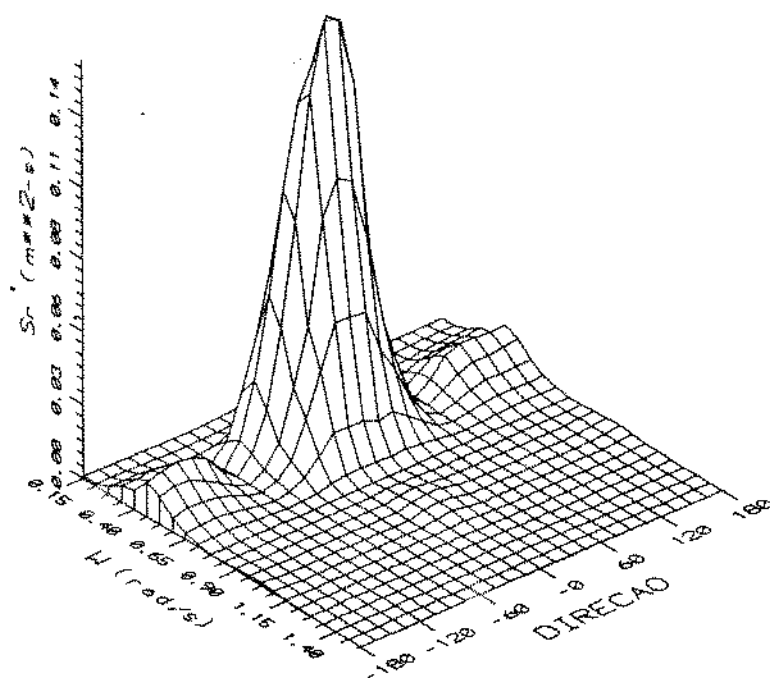


figura 7.8 - Espectro direcional de resposta de surge

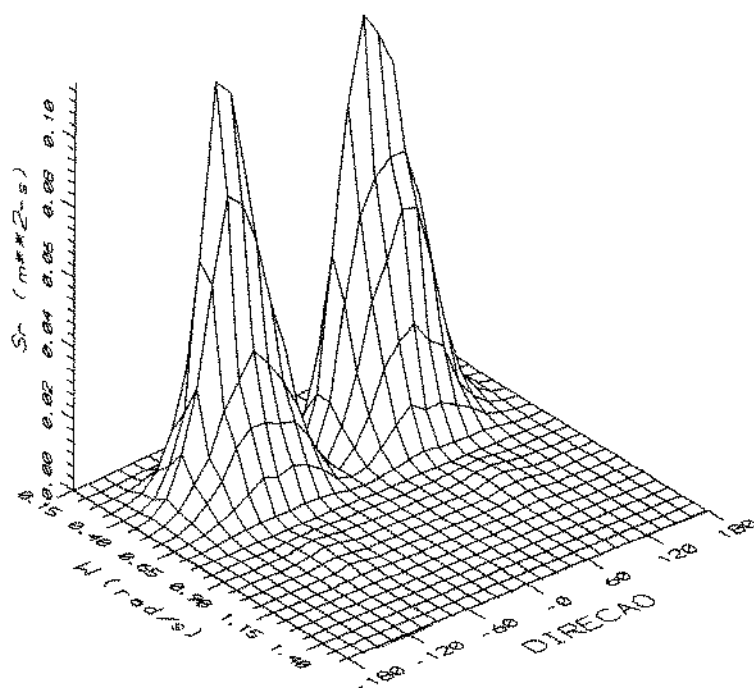


figura 7.9 - Espectro direcional de resposta de sway

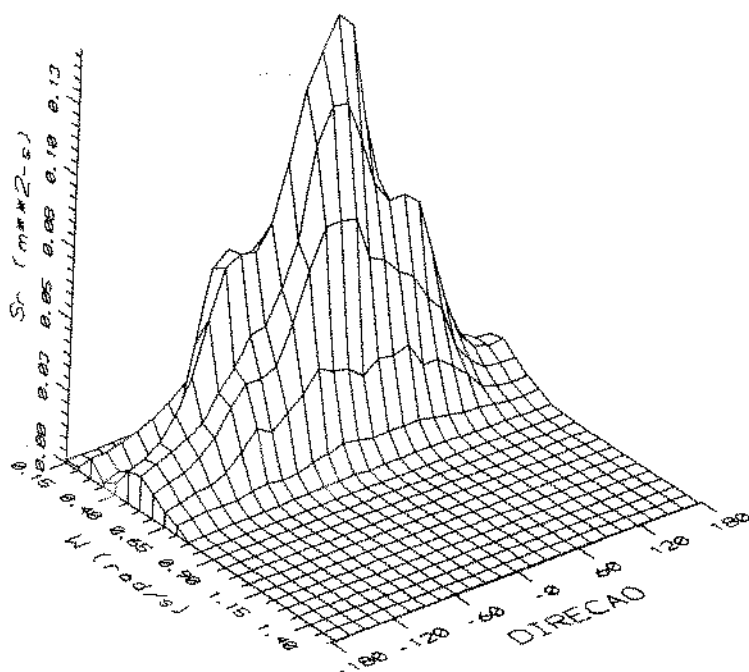


figura 7.10 - Espectro direcional de resposta de heave

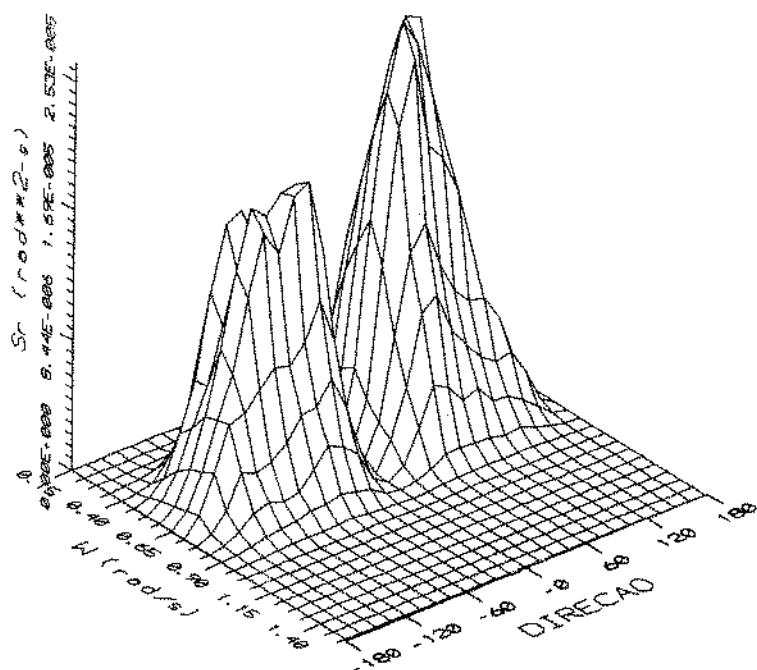


figura 7.11 - Espectro direcional de resposta de roll

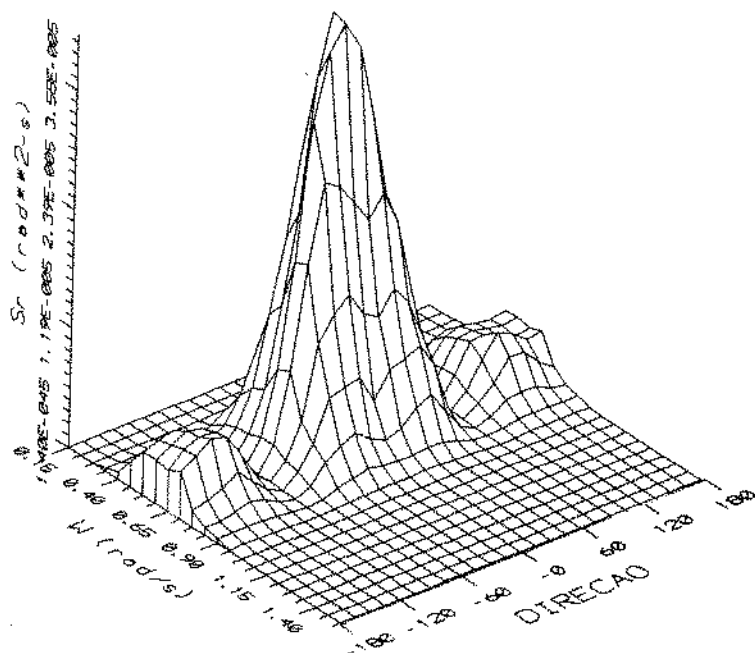


figura 7.12 - Espectro direcional de resposta de pitch

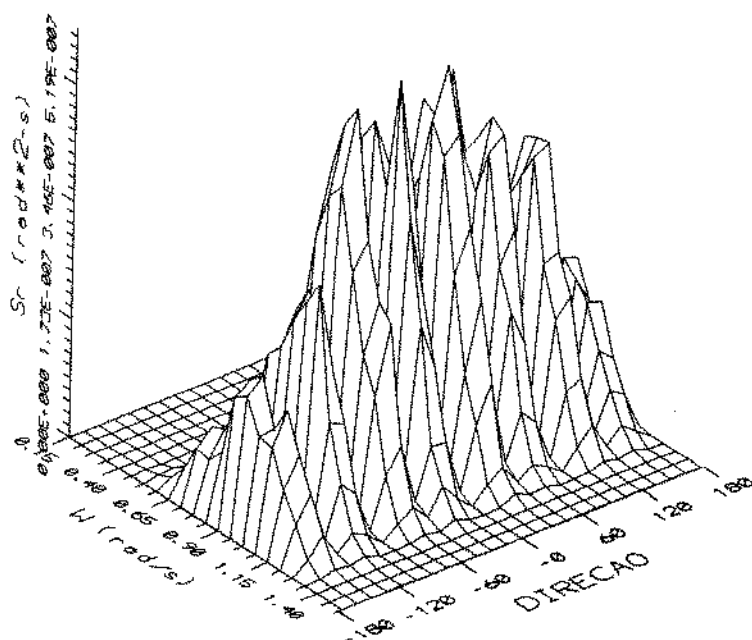


figura 7.13 - Espectro direcional de resposta de yaw

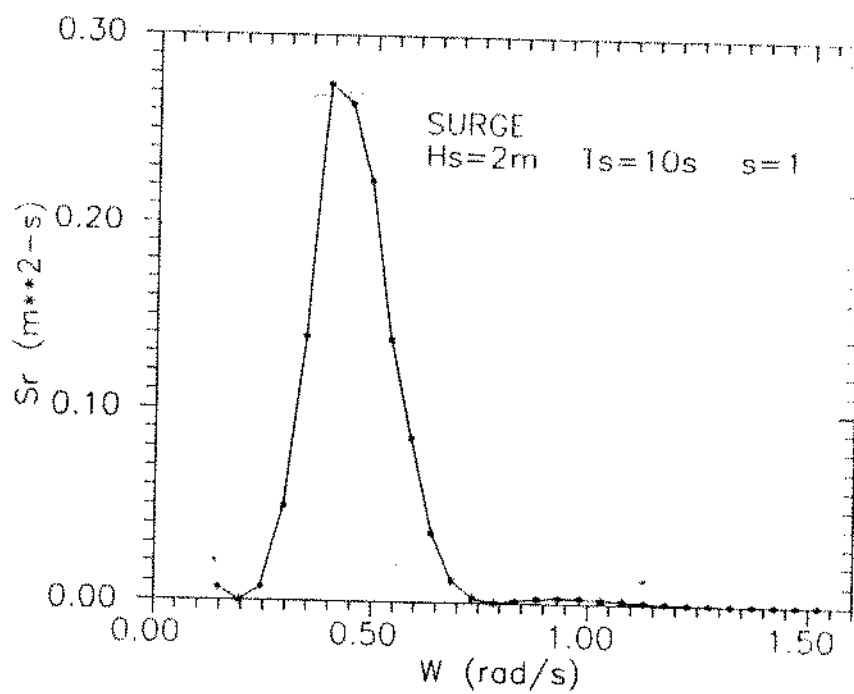


figura 7.14 - Espectro de resposta de surge

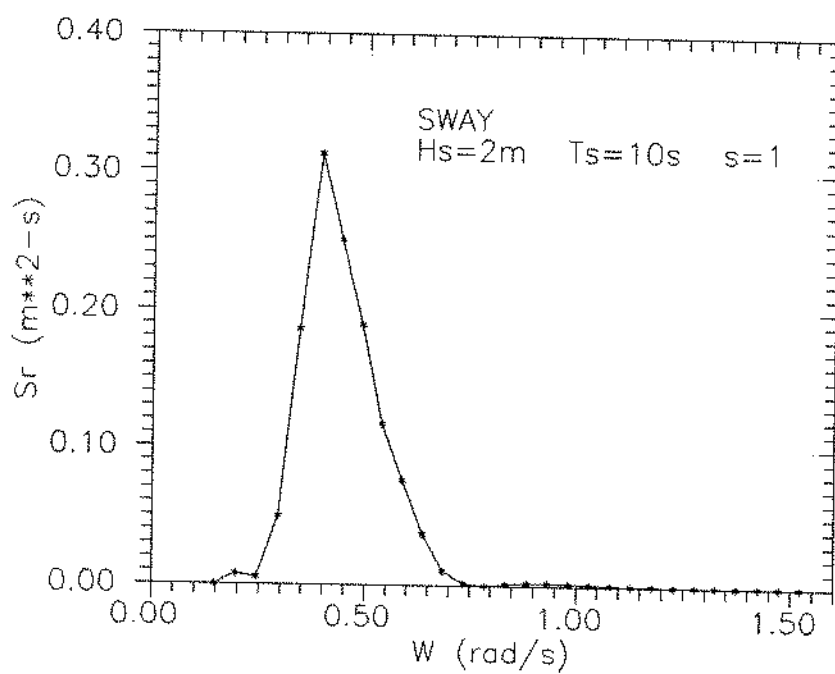


figura 7.15 - Espectro de resposta de sway

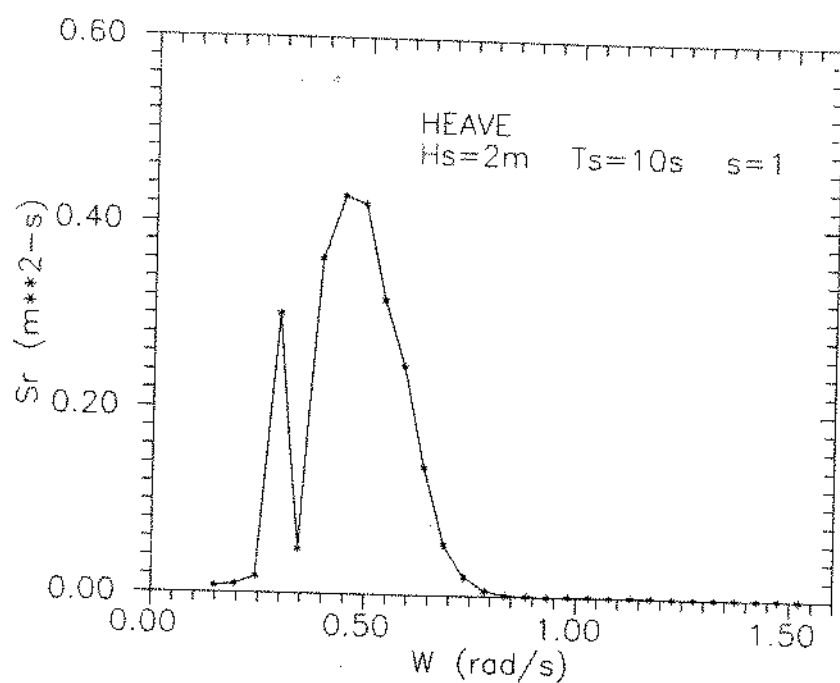


figura 7.16 - Espectro de resposta de heave

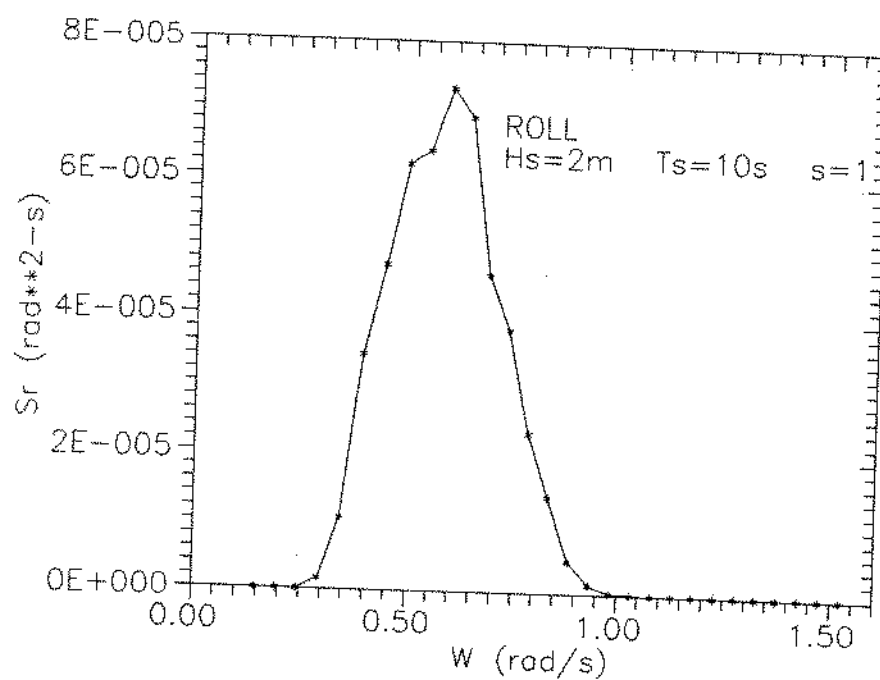


figura 7.17 - Espectro de resposta de roll

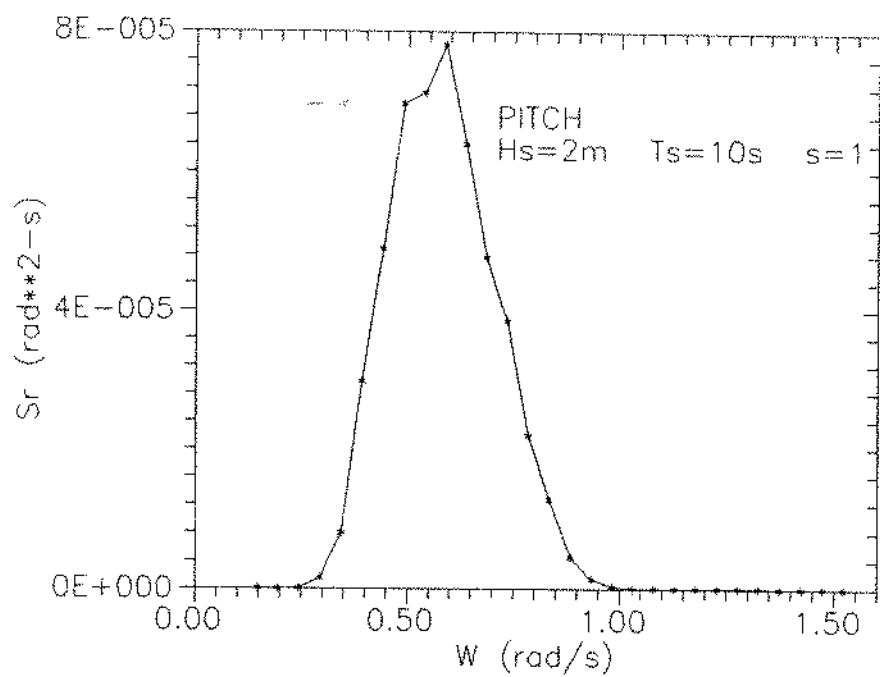


figura 7.18 - Espectro de resposta de pitch

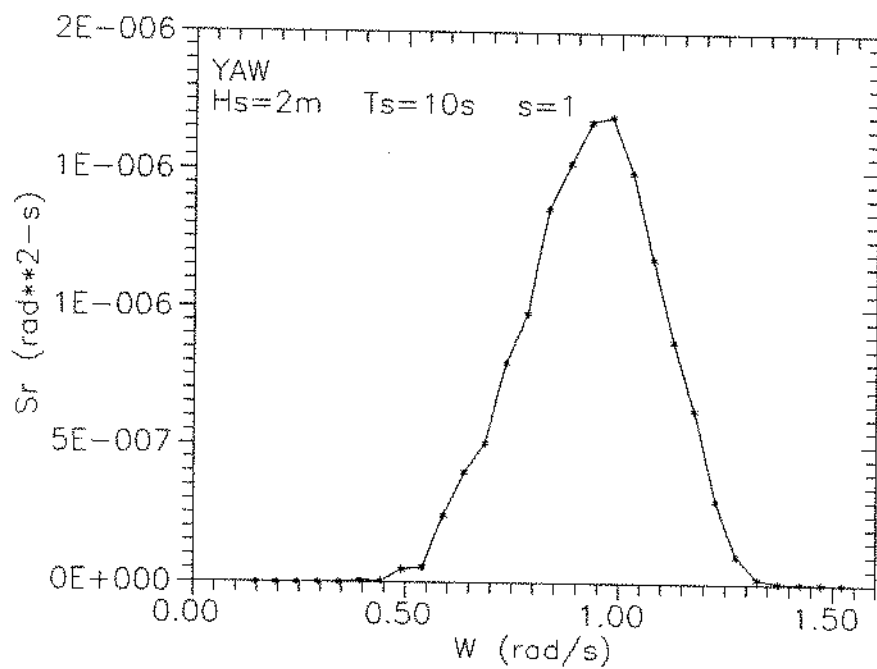


figura 7.19 - Espectro de resposta de yaw

7.1 COMPARAÇÕES ENTRE ESPECTROS CALCULADOS E SIMULADOS

A precisão dos resultados obtidos nas simulações de espectros de ondas, quando comparados com os espectros calculados, foi bastante variada. Casos com parâmetros s elevados (entre 8 e 12) apresentaram bons resultados, enquanto que casos unidirecionais e de grande espalhamento (s pequeno) apresentaram grandes diferenças nos espectros simulados. A seguir apresentaremos alguns exemplos que ilustram vários tipos de resultados obtidos.

A figura 7.20 mostra espectros de ondas unidirecionais simulado e calculado ($H_s=2m$, $T_s=10s$, $\theta=0$) (exemplo 1). Nota-se que o resultado simulado superestimou o espectro. Em termos de altura significativa H_s do espectro a diferença foi de 25.7%. Uma média com dez simulações de espectros unidirecionais incidindo por diferentes direções levou a uma superestimativa média de 26.4% nas alturas significativas.

Espectros direcionais calculado e simulado ($H_s=2m$, $T_s=10s$, $\theta=0$ e $s=1$) (exemplo 2) são mostrados na figura 7.21. Cortes nas frequências 0.49 e 0.686 rad/s mostrados na figura 7.22 ilustram as diferenças apresentadas na distribuição direcional. A altura significativa de ondas do espectro simulado é 33% maior do que a do espectro calculado, sendo o caso que apresentou a maior diferença entre cerca de 60 espectros simulados. Simulações com 10 espectros de parâmetros de espalhamento $s=1$ levaram a uma média de 27.2% de diferença nas alturas significativas.

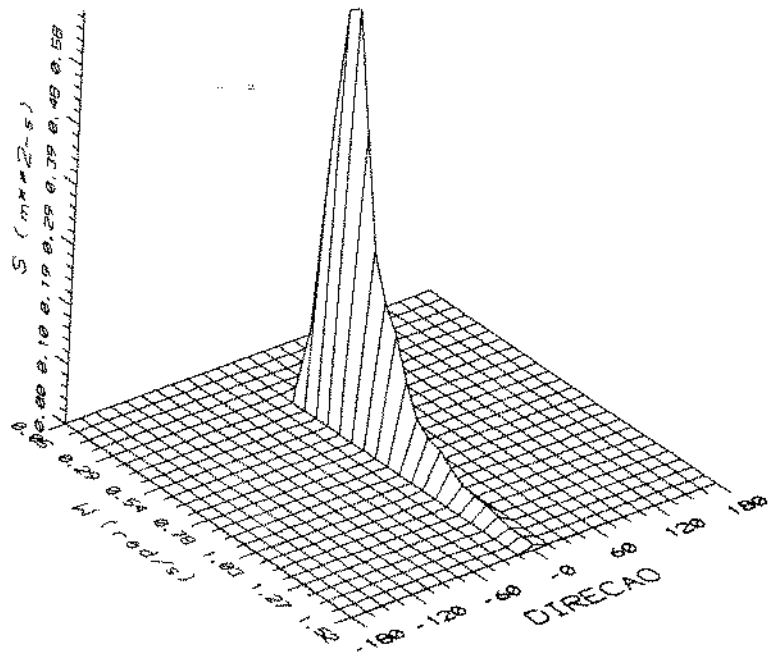
As figuras 7.23 e 7.24 apresentam espectros direcionais calculado e simulado ($H_s=2m$, $T_s=10s$, $\theta=0$ e $s=5$) (exemplo 3). A diferença na altura significativa do caso simulado em relação ao calculado é de 17.3%. A diferença média de 13 simulações realizadas foi de 14.7%.

Nas figuras 7.25 e 7.26 é mostrado um caso com espectros calculado e simulado ($H_s=3m$, $T_s=10s$, $\theta=0$ e $s=10$) (exemplo 4) com diferença de 6% na altura significativa. As figuras 7.27 e 7.28 mostram espectros calculado e simulado ($H_s=2m$, $T_s=10s$, $\theta=0$ e $s=10$) (exemplo 5) com diferença de 7.5% na altura significativa. A diferença média de 18 simulações com espectro de $s=10$ foi de 7.4%.

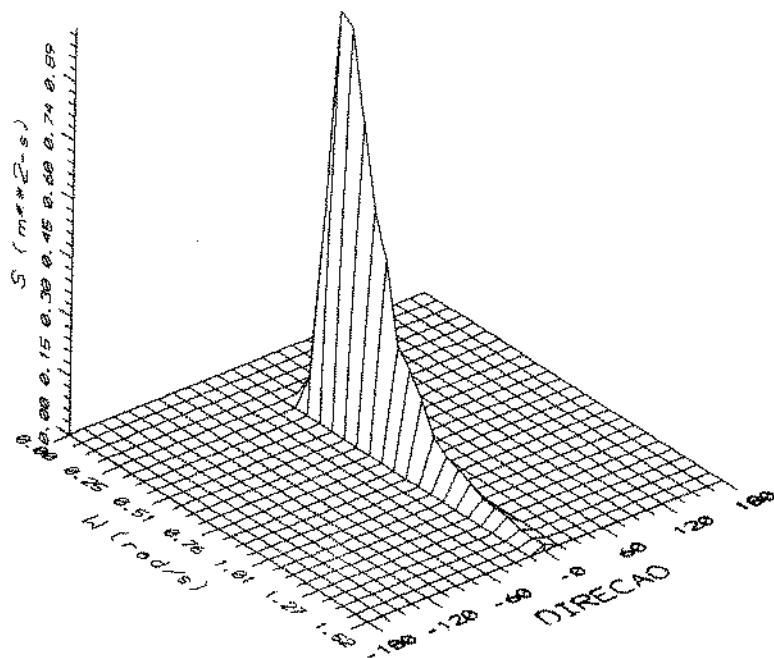
A tabela 7.1 mostra o resumo das diferenças entre os casos calculados e simulados para diferentes espalhamentos de ondas.

tabela 7.1 - Diferenças entre alturas significativas de casos calculados e simulados

	casos simulados	diferença média
unidir.	10	25.7%
s=1	10	27.2%
s=5	13	14.7%
s=10	18	7.4%

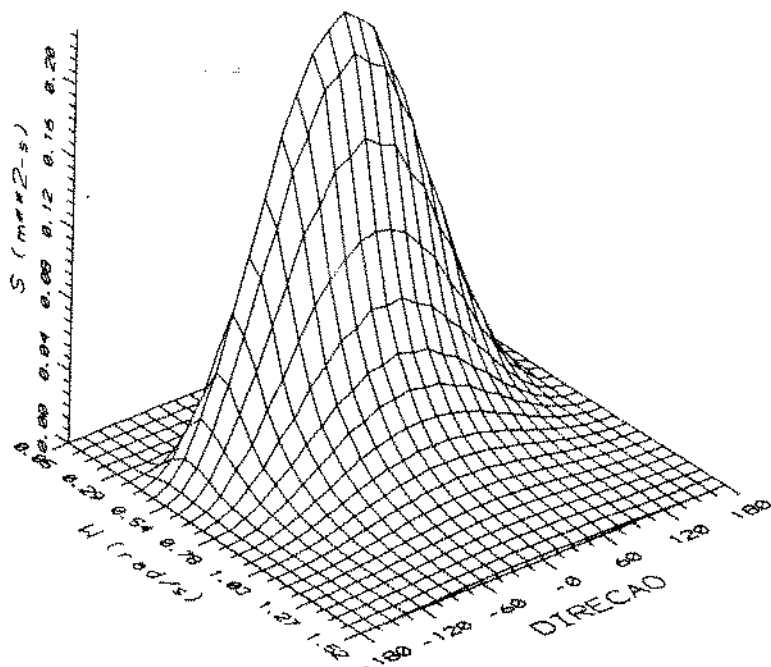


a) espectro calculado

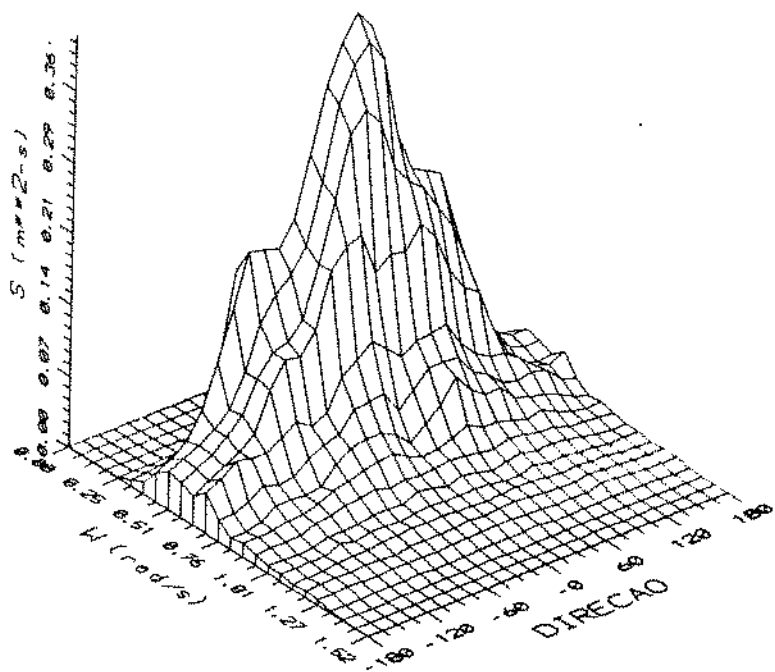


b) espectro simulado

figura 7.20 - Espectros unidirecionais (exemplo 1)



a) espectro calculado



b) espectro simulado

figura 7.21 Espectros direcionais (exemplo 2)

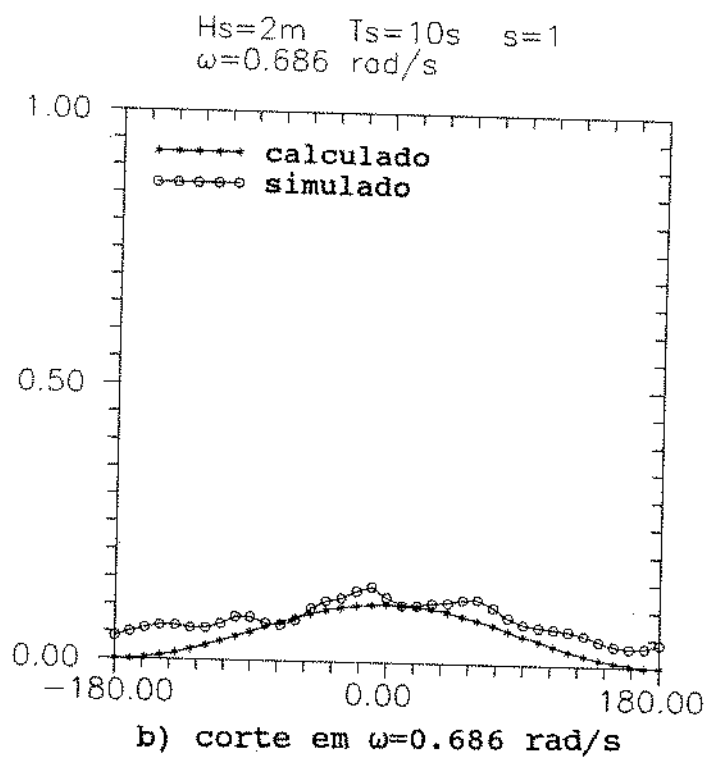
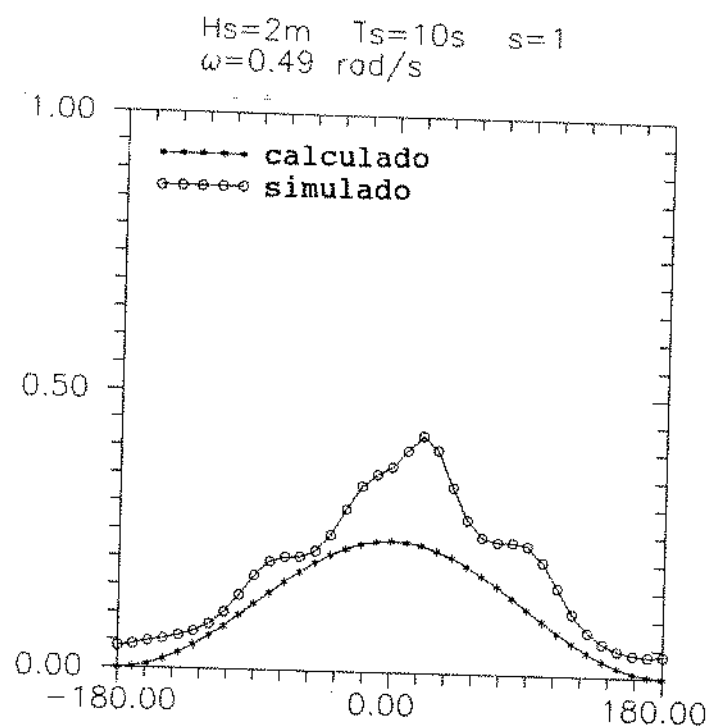
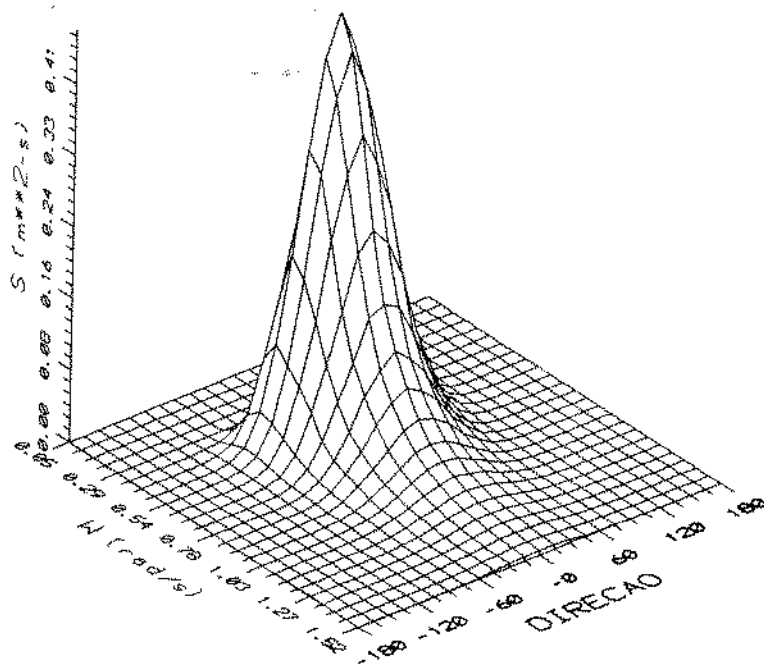
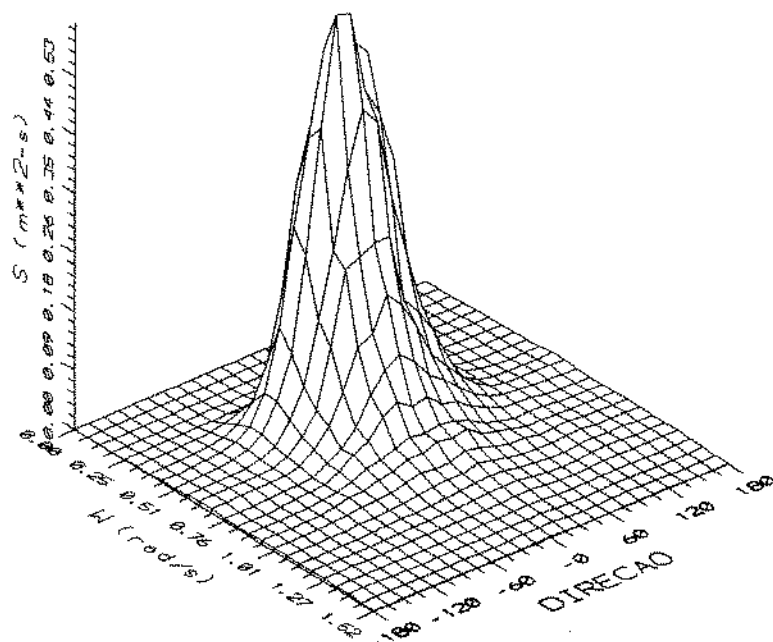


figura 7.22 - Comparação entre espectros direcionais
(exemplo 2)



a) espectro calculado



b) espectro simulado

7.23 - Espectros direcionais (exemplo 3)

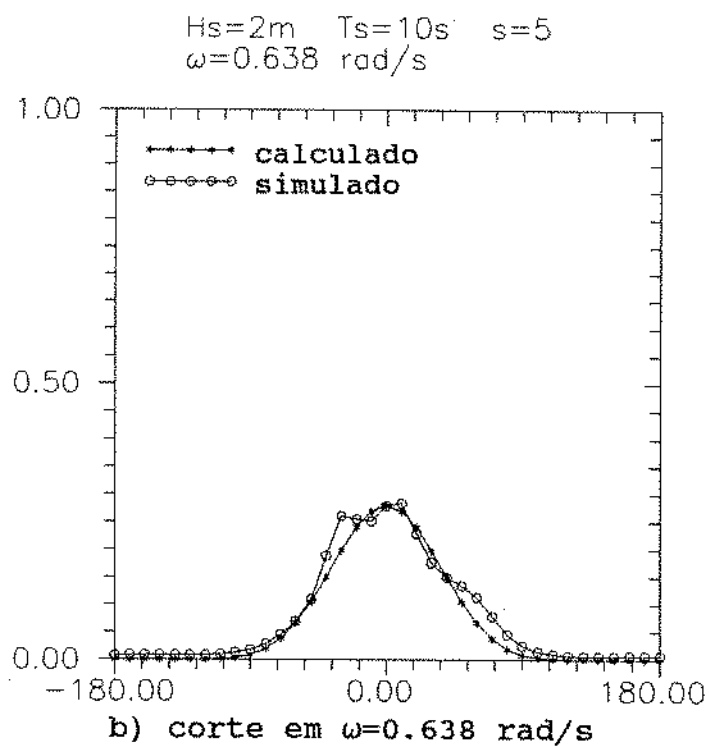
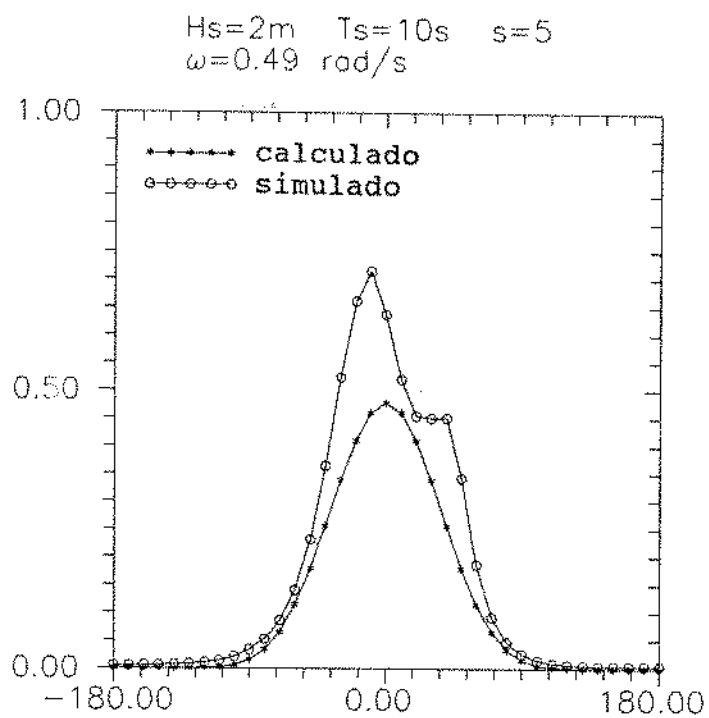
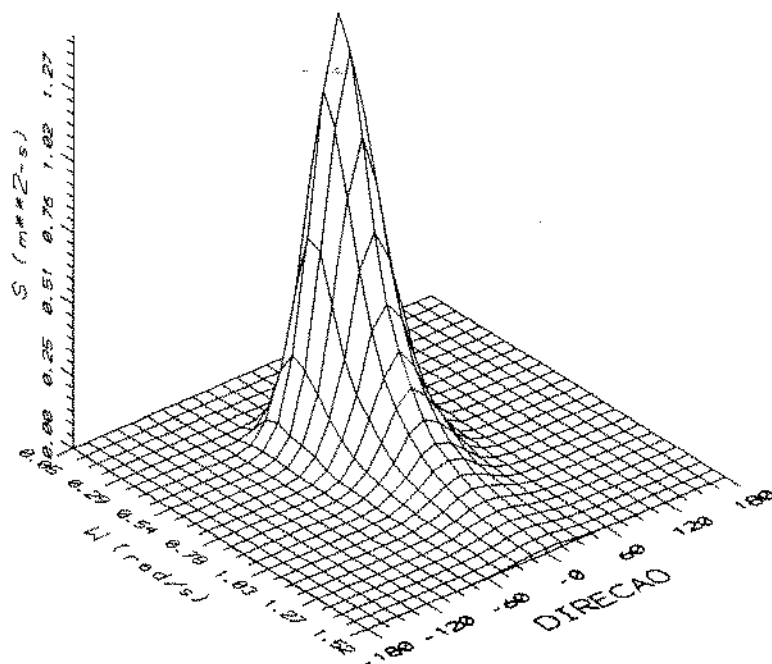
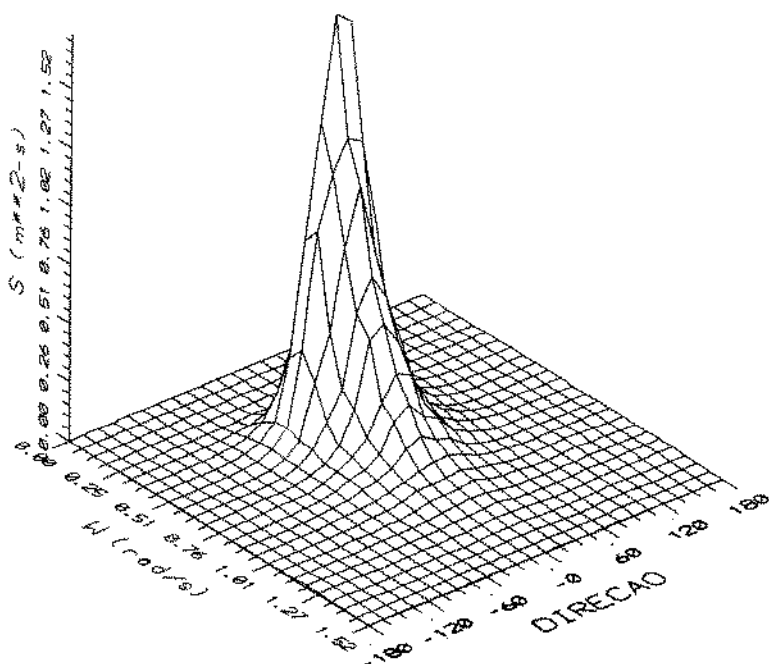


figura 7.24 - Comparação entre espectros direcionais
(exemplo 3)



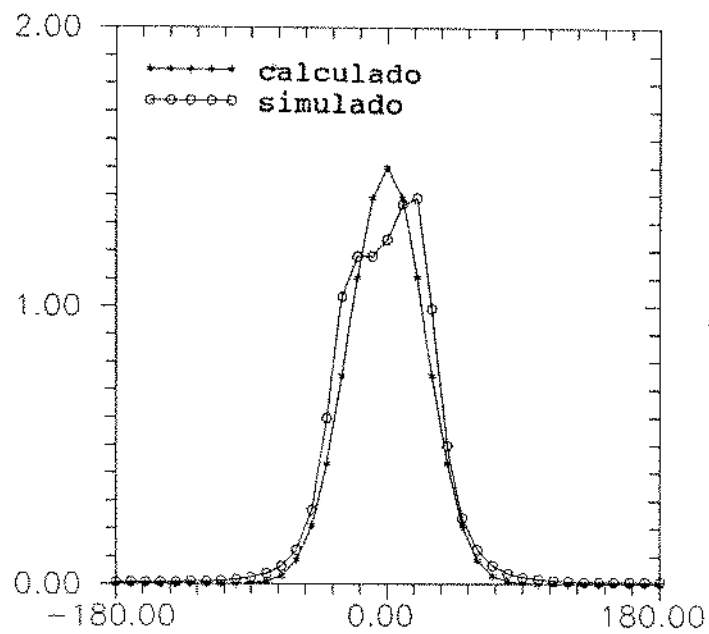
a) espectro calculado



b) espectro simulado

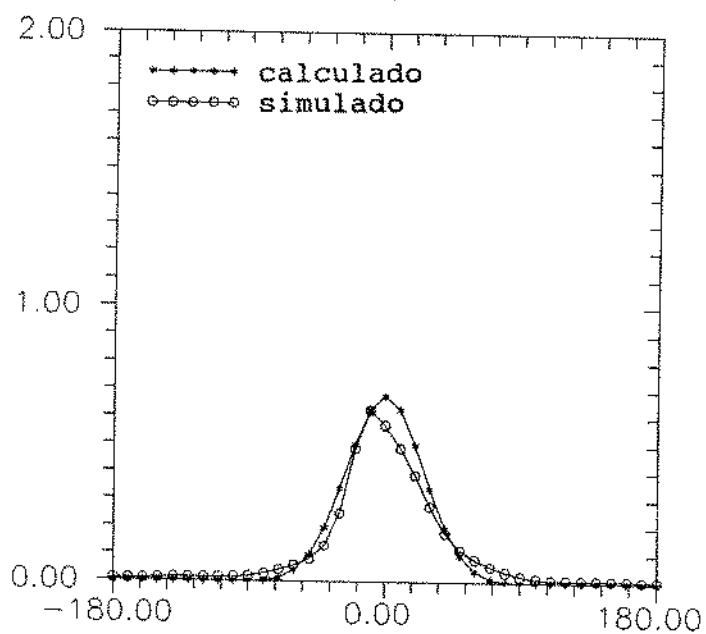
figura 7.25 - Espectros direcionais (exemplo 4)

$H_s=3m$ $T_s=10s$ $s=10$
 $\omega=0.49$ rad/s



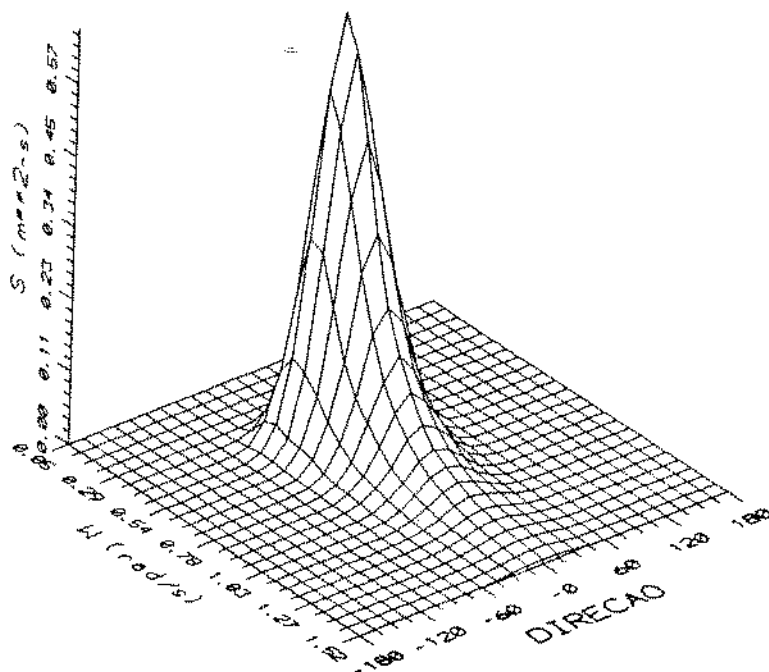
a) corte em $\omega=0.49$ rad/s

$H_s=3m$ $T_s=10s$ $s=10$
 $\omega=0.686$ rad/s

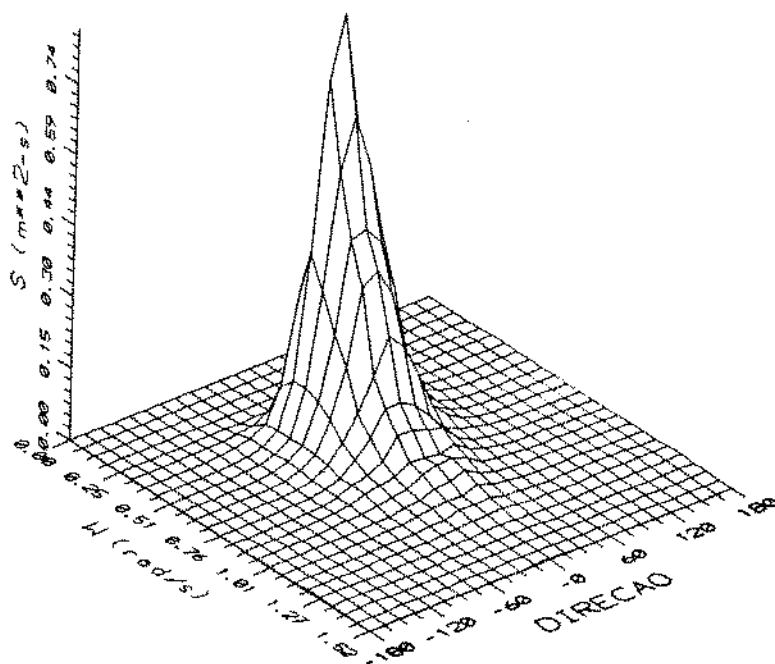


b) corte em $\omega=0.686$ rad/s

figura 7.26 - Comparação entre espectros direcionais
(exemplo 4)

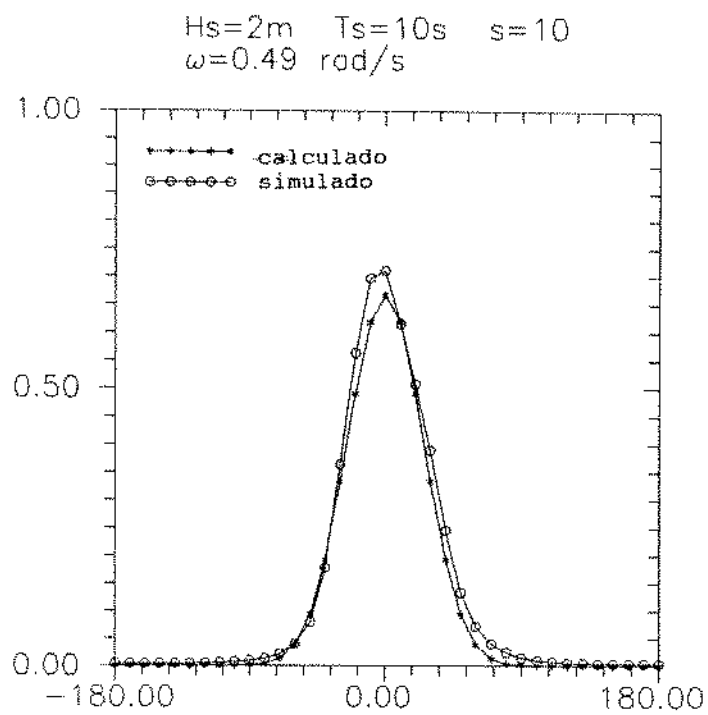


a) espectro calculado

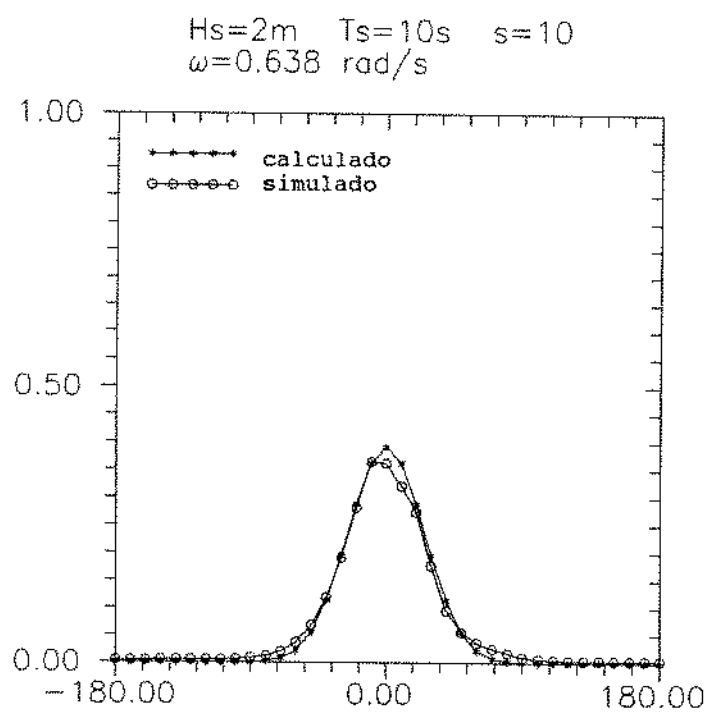


b) espectro simulado

figura 7.27 - Espectros direcionais (exemplo 5)



a) corte em $\omega=0.49 \text{ rad/s}$



b) corte em $\omega=0.638 \text{ rad/s}$

figura 7.28 - Comparação entre espectros direcionais
(exemplo 5)

7.2 EFEITOS DA VARIAÇÃO DO ESPALHAMENTO DAS ONDAS

Com o objetivo de avaliar os efeitos da variação do espalhamento de ondas, foram simulados casos com ângulo de incidência igual a zero grau para vários valores do parâmetro s . Os resultados obtidos são comparados com os casos unidirecionais através dos movimentos significativos da plataforma.

Na seção 7.1 verificamos que as diferenças entre alturas significativas de ondas dos espectros simulados e calculados variam numa larga faixa, dependendo do parâmetro s . Estas diferenças refletem-se também nos espectros de resposta, produzindo valores diferentes de movimentos significativos nos casos simulados e calculados. Avaliando os efeitos de espalhamento através da razão movimento significativo/altura significativa de onda (X_s/H_s) normaliza-se os valores. Esta normalização permite comparar os valores obtidos pela simulação com aqueles obtidos através dos espectros calculados.

As figuras 7.29 a 7.34 mostram os resultados obtidos pelas simulações e através dos espectros calculados do parâmetro (X_s/H_s) para $s=1, 2, 3, 5, 7.5, 10$ e 12 , e para o caso unidirecional, obtidos para ondas de $H_s=2m$, $\theta=0$, $T_s=10s$ e $T_s=7s$. Pela figura 7.31 nota-se que o movimento de heave praticamente não se altera com o espalhamento das ondas. As figuras 7.30, 7.32 e 7.34 mostram que o espalhamento de ondas induz movimentos de sway, roll e yaw que não aparecem no caso

unidirecional. Nota-se ainda que os movimentos de sway e roll aumentam com o aumento do espalhamento das ondas (diminuição do parâmetro s). Enquanto que o movimento de yaw (figura 7.34) é nulo no caso unidirecional, e não nulo mas de valor praticamente constante nos casos com espalhamento de ondas.

As figuras 7.29 e 7.33 indicam que o espalhamento das ondas provoca uma diminuição nos movimentos de surge e pitch. Isto é, o aumento do espalhamento de ondas (diminuição do parâmetro s) provoca uma atenuação nos movimentos de surge e pitch da plataforma. Nas tabelas 7.2 e 7.3 apresentamos os fatores de redução da razão (X_s/H_s) dos movimentos de surge e pitch em relação ao caso unidirecional. Para $s=1$ verificamos que o fator de redução chega à ordem de 40% em movimento de surge e 20% em movimento de pitch.

tabela 7.2 - Fator de redução de movimento de surge

	Ts=10s		Ts=7s	
	simulado	calculado	simulado	calculado
s=	0.7591	0.7066	0.5775	0.6293
s=	0.8009	0.7644	0.6868	0.6841
s=	0.8353	0.8058	0.6958	0.7245
s=	0.8914	0.8588	0.7474	0.7770
s=5	0.9072	0.8944	0.7808	0.8215
s=	0.9541	0.9217	0.7702	0.8406
s=	0.9490	0.9275	0.7920	0.8553
unir	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Tabela 7.3 - Fator de redução de movimento de pitch

	Ts=10s		Ts=7s	
	simulado	calculado	simulado	calculado
s=1	0.7728	0.7885	0.8043	0.8290
s=2	0.7971	0.8405	0.8490	0.8764
s=3	0.8314	0.8775	0.8608	0.9130
s=5	0.8788	0.9226	0.8867	0.9545
s=7.5	0.8919	0.9499	0.9197	0.9882
s=10	0.9095	0.9645	0.9191	0.9899
s=12	0.9136	0.9718	0.9301	0.9947
unidir	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

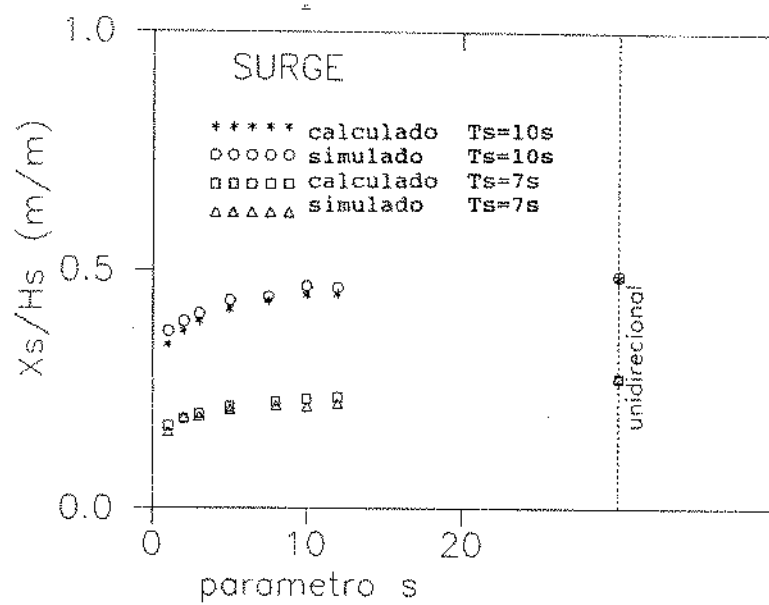


figura 7.29 - Movimento de surge com variação do espalhamento de ondas

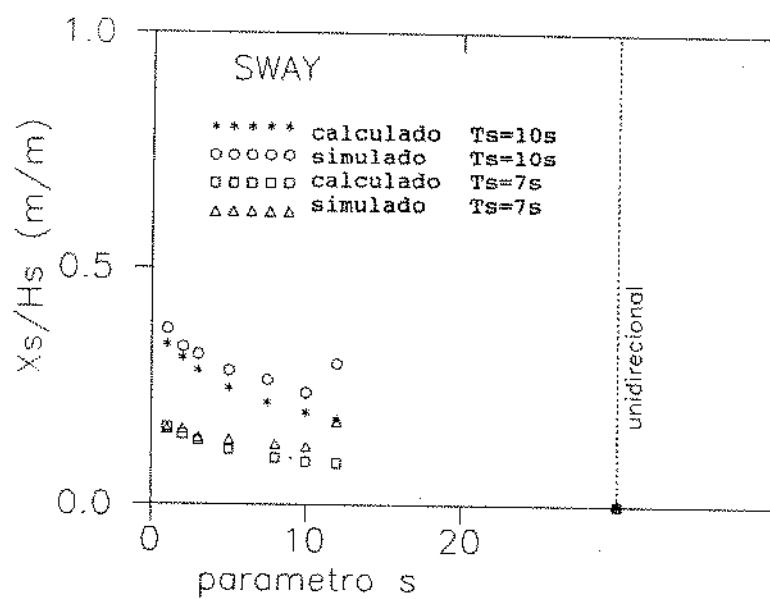


figura 7.30 - Movimento de sway com variação do espalhamento de ondas

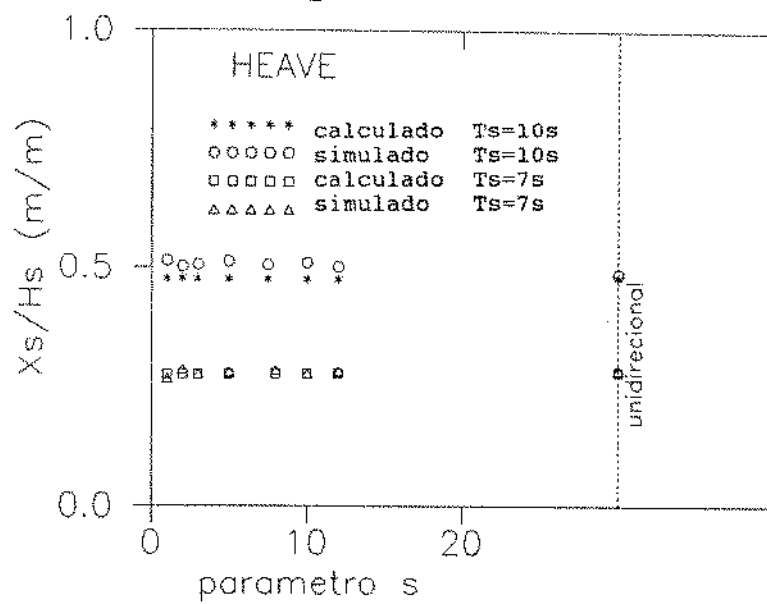


figura 7.31 - Movimento de heave com variação do espalhamento de ondas

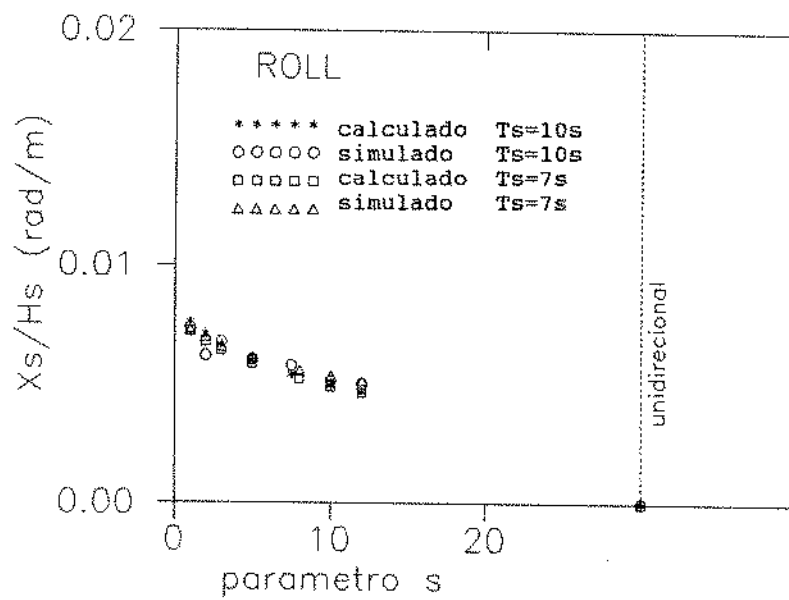


figura 7.32 - Movimento de roll com variação do espalhamento de ondas

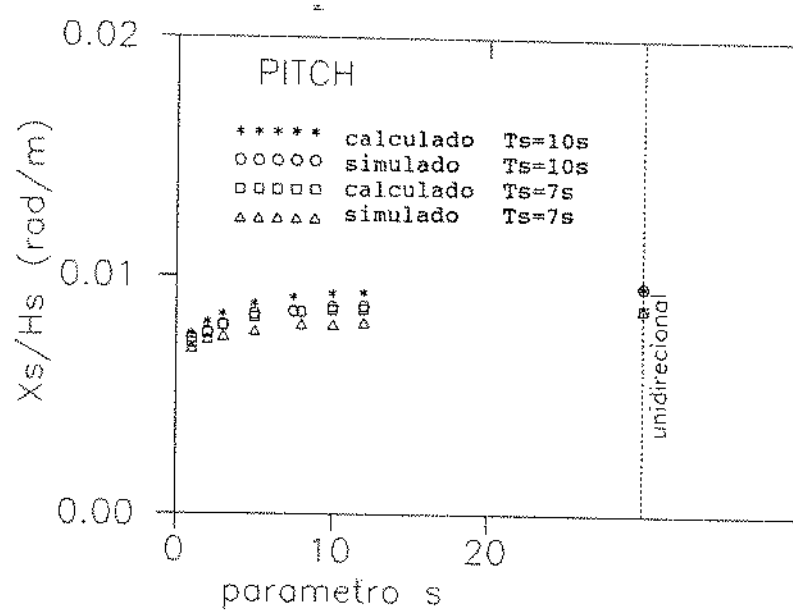


figura 7.33 - Movimento de pitch com variação do espalhamento de ondas

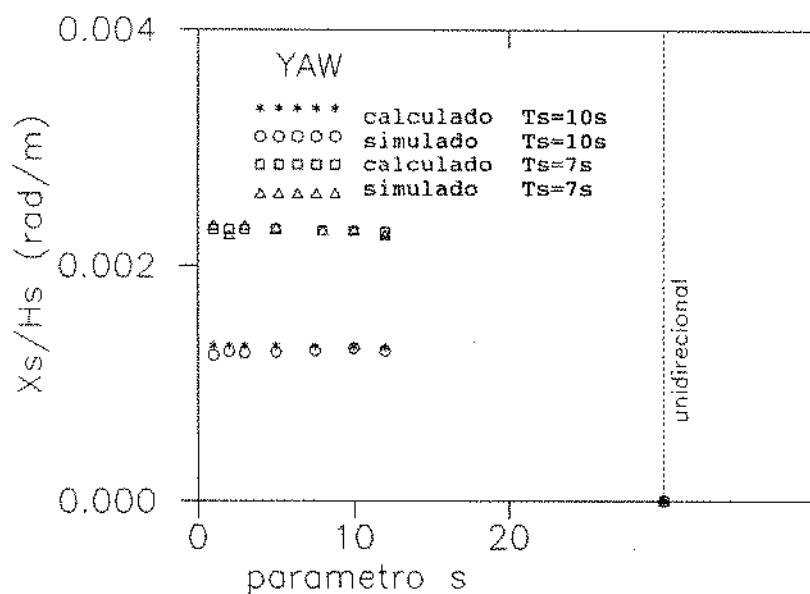


figura 7.34 - Movimento de yaw com variação do espalhamento de ondas

7.3 EFEITOS DA VARIAÇÃO DO APROAMENTO DA PLATAFORMA

Para avaliar os efeitos da variação do ângulo de incidência dos trens de ondas sobre a plataforma, foram simulados diversos casos com ângulos de incidência variando a cada 10 graus. Foram simulados casos unidirecionais e para $s=5$ e $s=10$. Os resultados obtidos em termos da razão movimento significativo/altura significativa de ondas são apresentados nas figuras 7.35 a 7.40, somente para ângulos entre 0 e 90 graus devido às características de simetria da plataforma.

A figura 7.35 mostra que o movimento de surge diminui com o aumento do ângulo de incidência das ondas. Além disto, nota-se que para aproamentos menores do que 45 graus as ondas unidirecionais produzem movimentos maiores do que as ondas com espalhamento. Porém a partir de 45 graus as ondas com espalhamento produzem movimentos de surge maiores do que as ondas unidirecionais. Para os movimentos de sway a situação é inversa devido às características de simetria, como mostrado na figura 7.36. A figura 7.37 mostra que os movimentos de heave pouco se alteram com a variação do ângulo de incidência e com o espalhamento direcional das ondas.

Pela figura 7.38 verificamos que os movimentos de roll aumentam com o ângulo de incidência, e que para altos ângulos (aproximadamente $\theta > 30$) os movimentos de roll devido a ondas unidirecionais superam os movimentos devido a ondas com espalhamento. A figura 7.39 indica que os movimentos de pitch diminuem com o aumento do ângulo do ângulo de incidência, e

que a partir de aproximadamente 60 graus as ondas com espalhamento produzem movimentos maiores do que as ondas unidirecionais.

Pela figura 7.40 observamos que os movimentos de yaw praticamente não se alteram com a variação dos ângulos de aproamento nos casos de ondas com espalhamento, diferenciando-se bastante do comportamento sob ação de ondas unidirecionais. Lembrando que as funções de transferência de yaw não foram calculadas para 22.5, 45 e 67.5 graus, observamos que a figura 7.40 deveria apresentar valores máximos em 22.5 e 67.5 graus e valor nulo em 45 graus. Observamos ainda que aparentemente esta distorção na função de transferência não altera significativamente os resultados em ondas com espalhamento, pois o movimento significativo para ângulo de incidência de 20 graus (próximo ao pico da RAO) é praticamente igual ao movimento significativo com ângulo de incidência igual a zero (valor nulo na RAO).

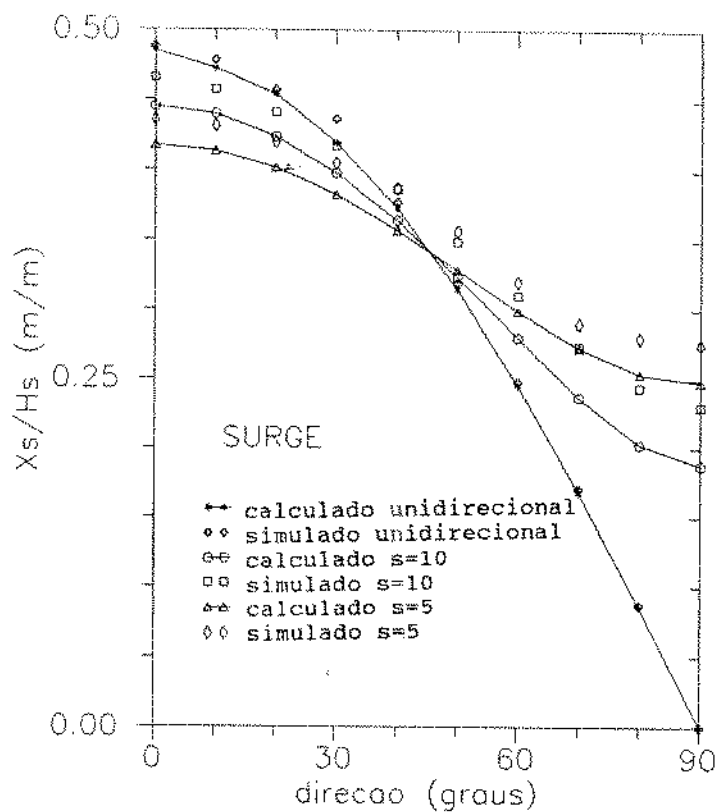


figura 7.35 - Movimento de surge com variação do ângulo de incidência das ondas

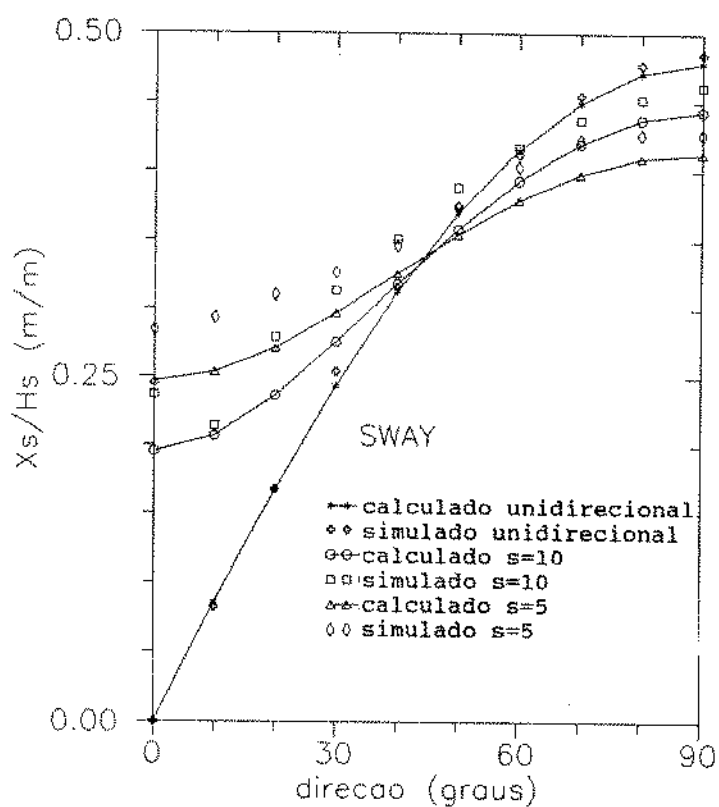


figura 7.36 - Movimento de sway com variação do ângulo de incidência das ondas

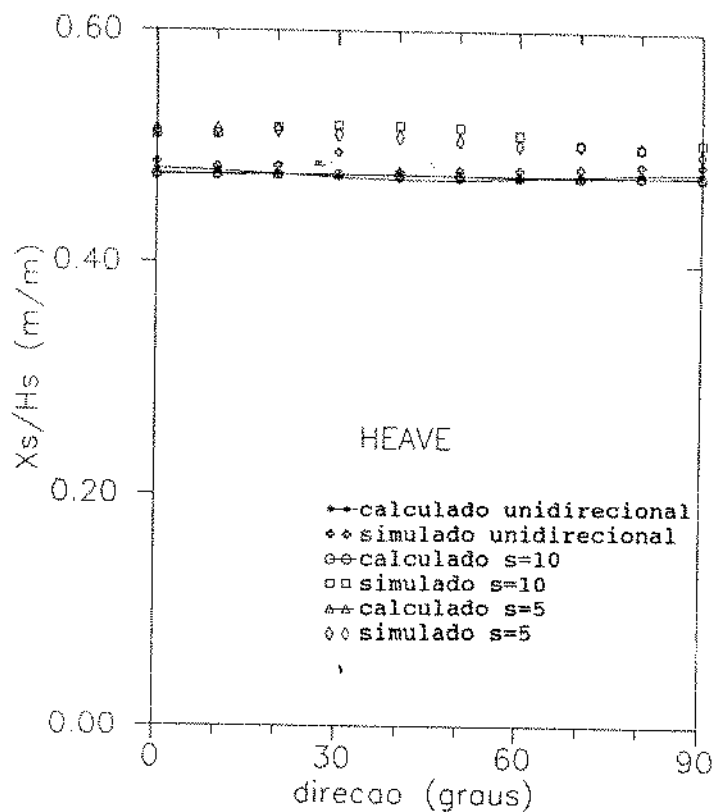


figura 7.37 - Movimento de heave com variação do ângulo de incidência das ondas

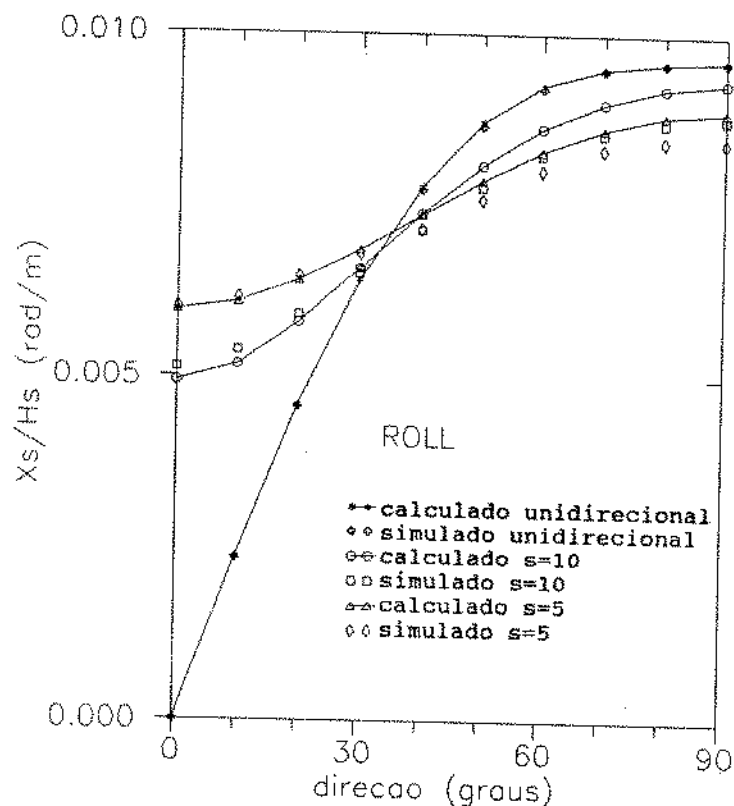


figura 7.38 - Movimento de roll com variação do ângulo de incidência das ondas

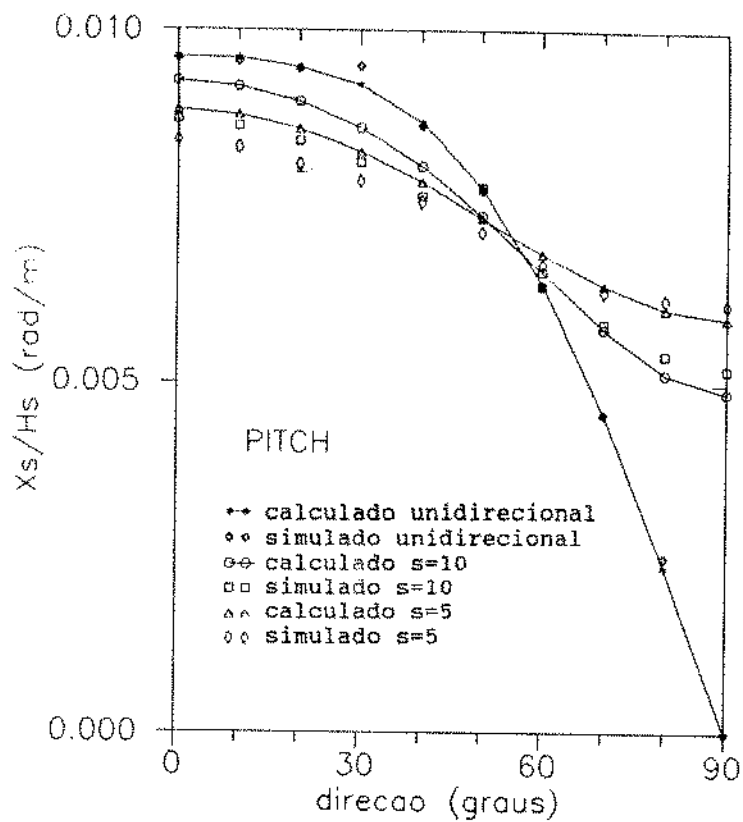


figura 7.39 - Movimento de pitch com variação do ângulo de incidência das ondas

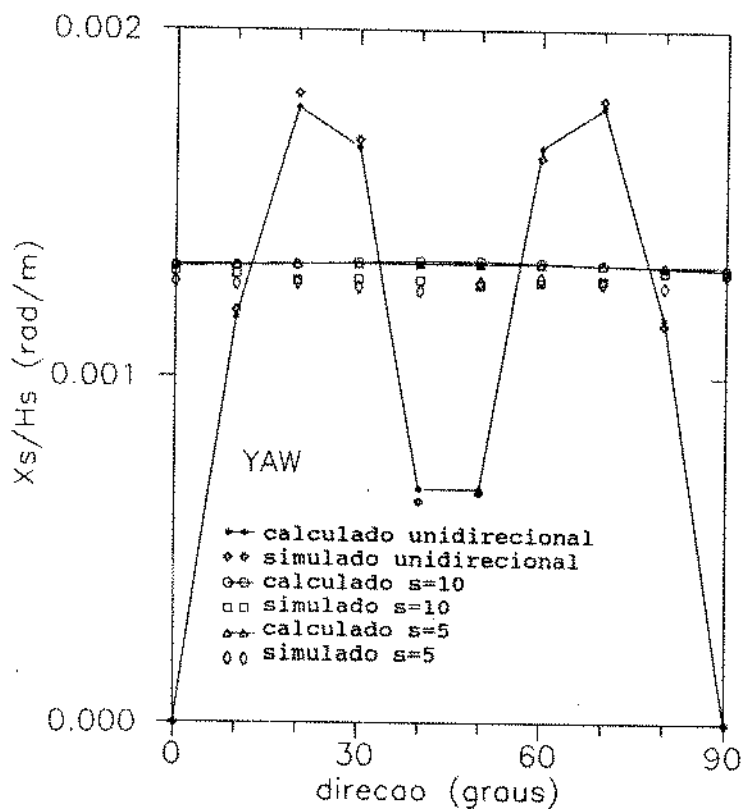


figura 7.40 - Movimento de yaw com variação do ângulo de incidência das ondas

7.4 RESPOSTA EM ONDAS MULTIDIRECIONAIS SEM ESPALHAMENTO

Com o objetivo de avaliar o comportamento da plataforma em mares cruzados, foram simuladas situações de incidência simultânea de mais de um trem de ondas incidindo por diferentes direções. Os resultados foram comparados com aqueles obtidos com as simulações de cada trem de ondas incidindo separadamente sobre a plataforma. Esta comparação tem o objetivo de avaliar a validade da superposição linear dos movimentos da plataforma em mares cruzados.

7.4.1 DOIS TRENS DE ONDAS UNIDIRECIONAIS

A figura 7.41 mostra o espectro de dois trens de ondas unidirecionais de $H_s=2m$ e $T_s=10s$ (caso 1) incidindo simultaneamente por zero e 60 graus. As figuras 7.42 a 7.47 mostram os espectros de resposta obtidos para os seis graus de movimentos da plataforma, apresentando os resultados obtidos para a incidência de cada trem de ondas individualmente, a soma dos dois resultados, e finalmente os resultados obtidos pela incidência simultânea dos dois trens de ondas unidirecionais. Observa-se que as duas últimas curvas são praticamente coincidentes, podendo ser admitido que as diferenças entre elas devem-se às imprecisões envolvidas nos processos numéricos de simulação de ondas, MLM e integrações dos espectros direcionais de resposta. Na tabela 7.4 são mostrados os momentos de ordem zero dos espectros de ondas e

de resposta.

tabela 7.4 - Momentos dos espectros de ondas e de resposta no cruzamento de dois trens de ondas unidirecionais

	0 grau	60 graus	superpos.	simult.
surge ($\times 10^{-1}$)	0.9386	0.2469	1.1855	1.1920
sway ($\times 10^{-1}$)	0.0	0.7092	0.7092	0.7036
heave ($\times 10^{-1}$)	0.9309	0.9256	1.8565	1.8580
roll ($\times 10^{-5}$)	0.0	3.4010	3.4010	3.3860
pitch ($\times 10^{-5}$)	3.6220	1.6200	5.2420	5.3090
yaw ($\times 10^{-6}$)	0.0	1.0625	1.0625	1.1018
ondas ($\times 10^{-1}$)	3.9357	3.9985	7.9342	8.0220

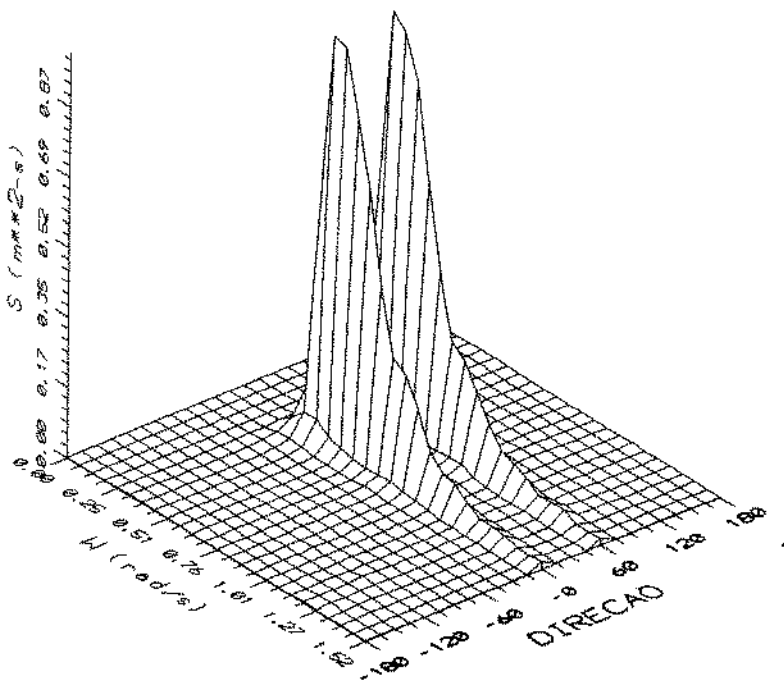


figura 7.41 - Espectro de ondas multidirecionais (caso 1)

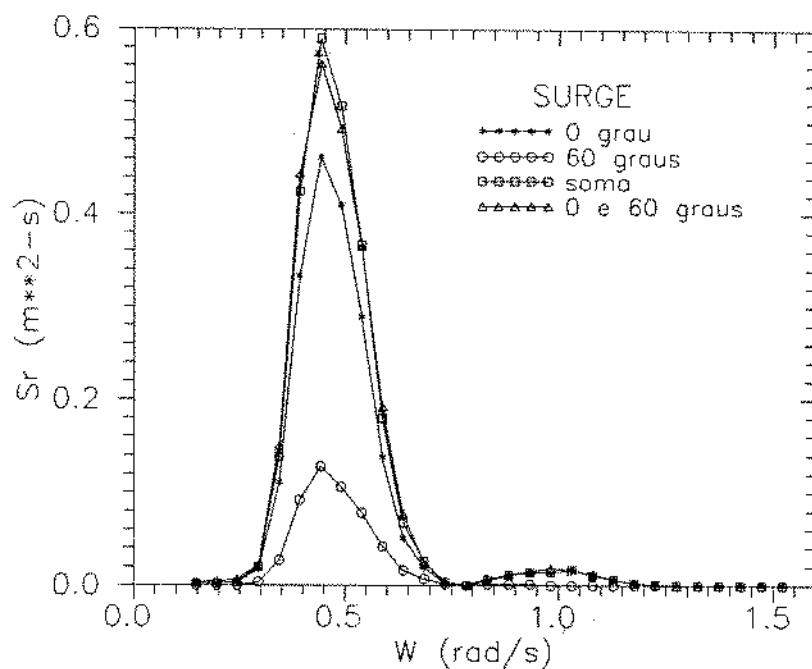


figura 7.42 - Espectro de movimento de surge em ondas multidirecionais (caso 1)

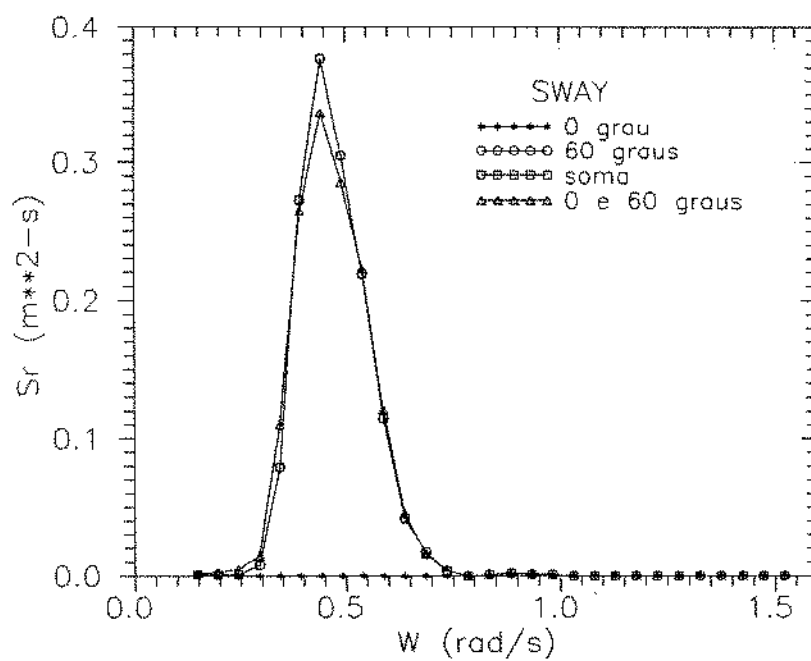


figura 7.43 - Espectro de movimento de sway em ondas multidirecionais (caso 1)

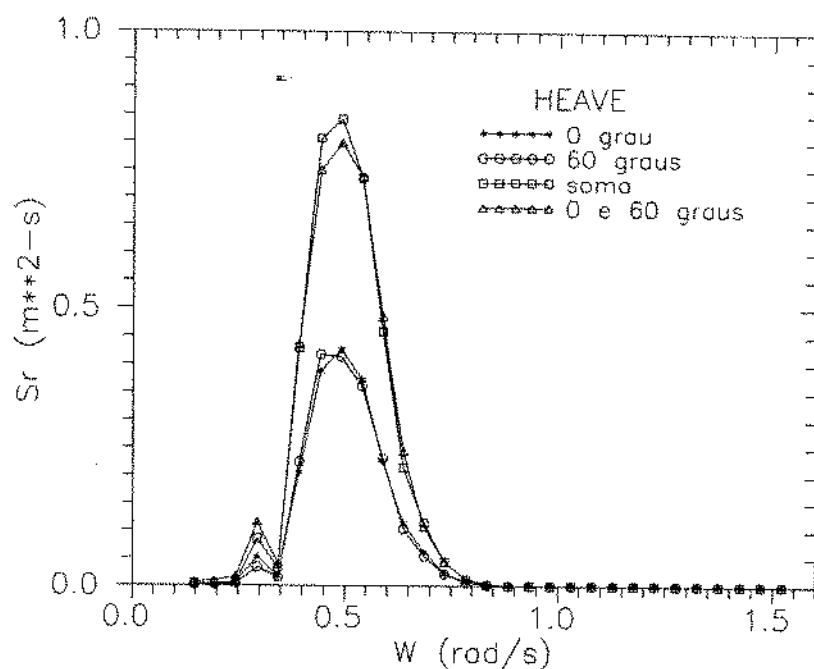


figura 7.44 - Espectro de movimento de heave em ondas multidirecionais (caso 1)

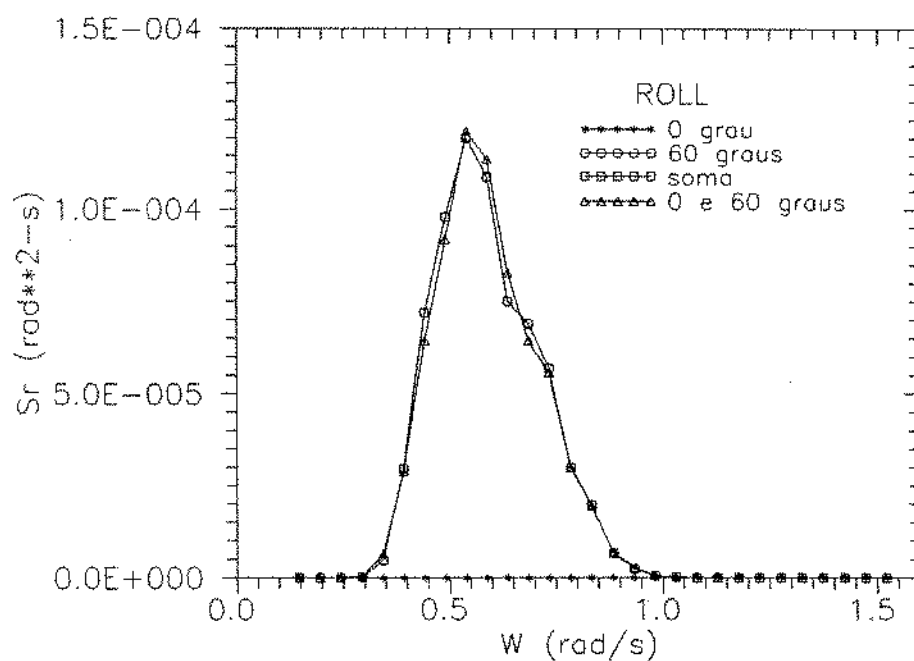


figura 7.45 - Espectro de movimento de roll em ondas multidirecionais (caso 1)

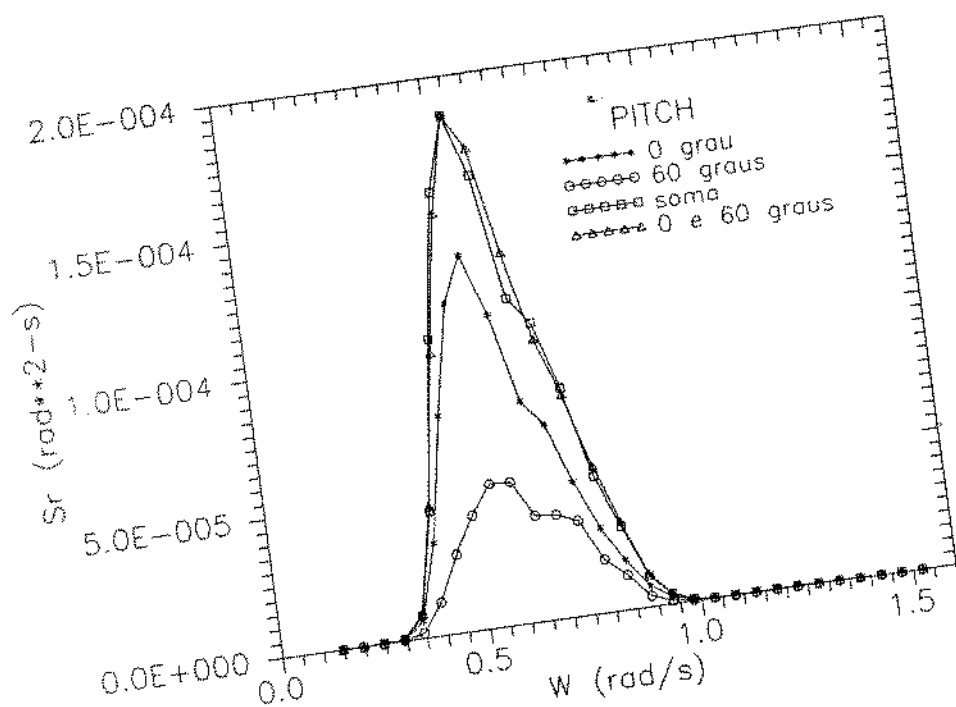


figura 7.46 - Espectro de movimento de pitch em ondas multidirecionais (caso 1)

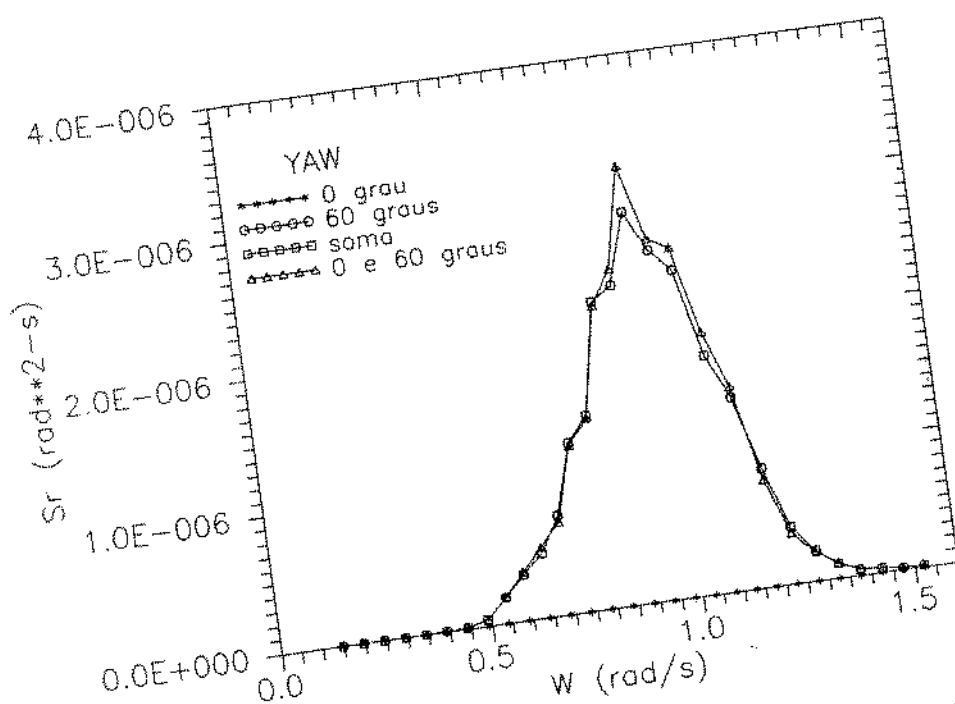


figura 7.47 - Espectro de movimento de yaw em ondas multidirecionais (caso 1)

7.4.2 TRÊS TRENS DE ONDAS UNIDIRECIONAIS

Foi simulado um caso com incidência simultânea de três trens de ondas unidirecionais (caso 2): o primeiro com ($H_s=2\text{m}$, $T_s=7\text{s}$, $\theta=0$), o segundo com ($H_s=2\text{m}$, $T_s=10\text{s}$, $\theta=90$), e o terceiro com ($H_s=3\text{m}$, $T_s=7\text{s}$, $\theta=-150$). O espectro simulado é mostrado na figura 7.48 e os espectros de respostas nas figuras 7.49 a 7.54. Novamente as diferenças entre as curvas que representam as somas dos resultados de cada trem de ondas são muito próximas daquelas que representam a incidência simultânea dos três trens de ondas. Confirma-se, então, a validade da superposição linear dos movimentos de primeira ordem da plataforma em ondas unidirecionais.

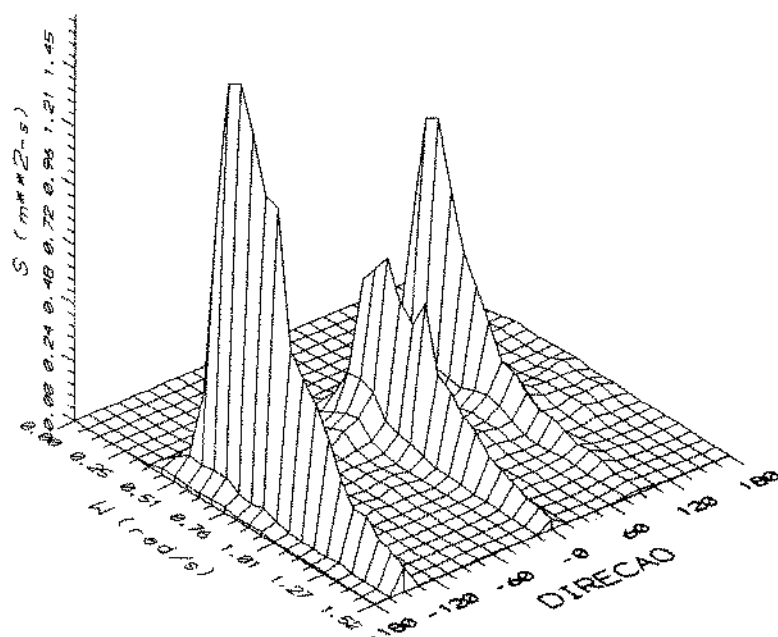


figura 7.48 - Espectro de ondas multidirecionais (caso 2)

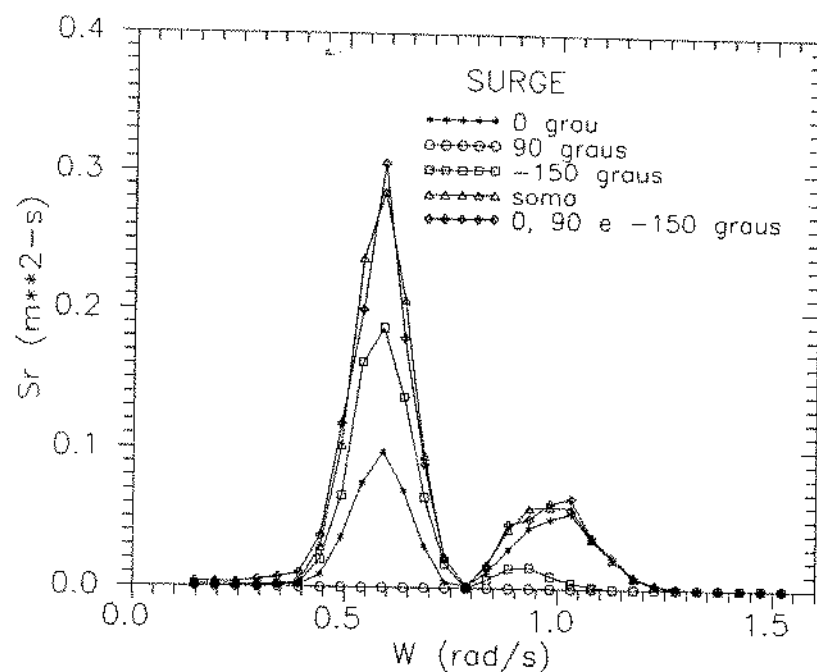


figura 7.49 - Espectro de movimento de surge em ondas multidirecionais (caso 2)

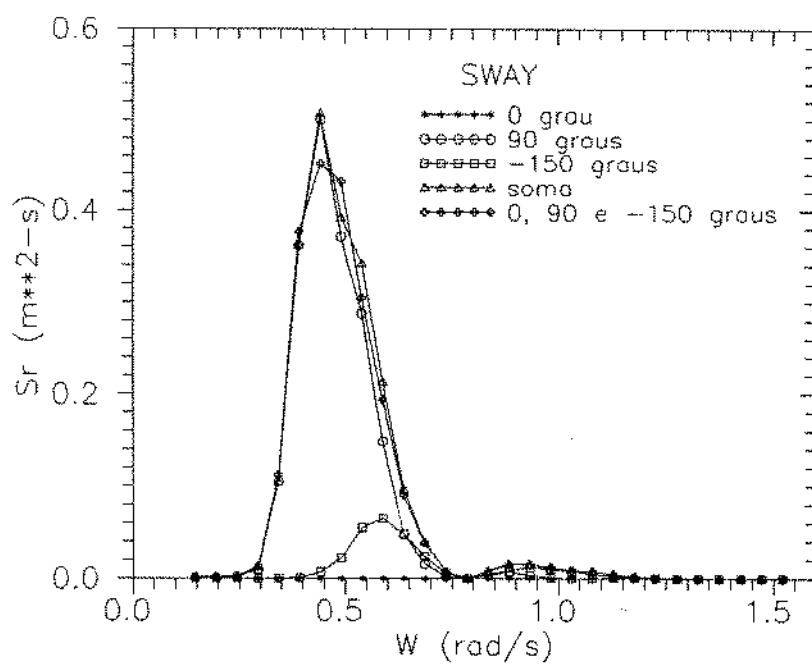


figura 7.50 - Espectro de movimento de sway em ondas multidirecionais (caso 2)

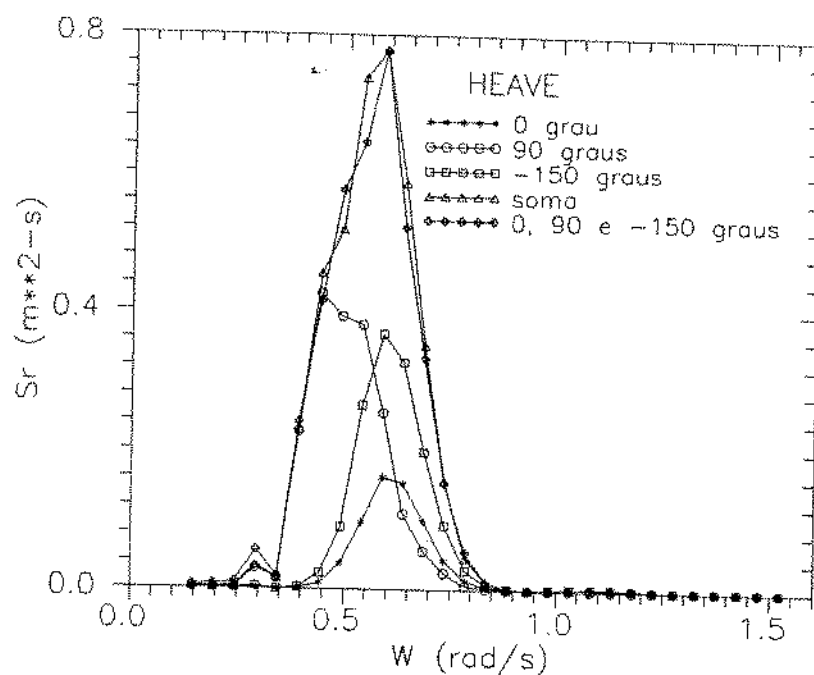


figura 7.51 - Espectro de movimento de heave em ondas multidirecionais (caso 2)

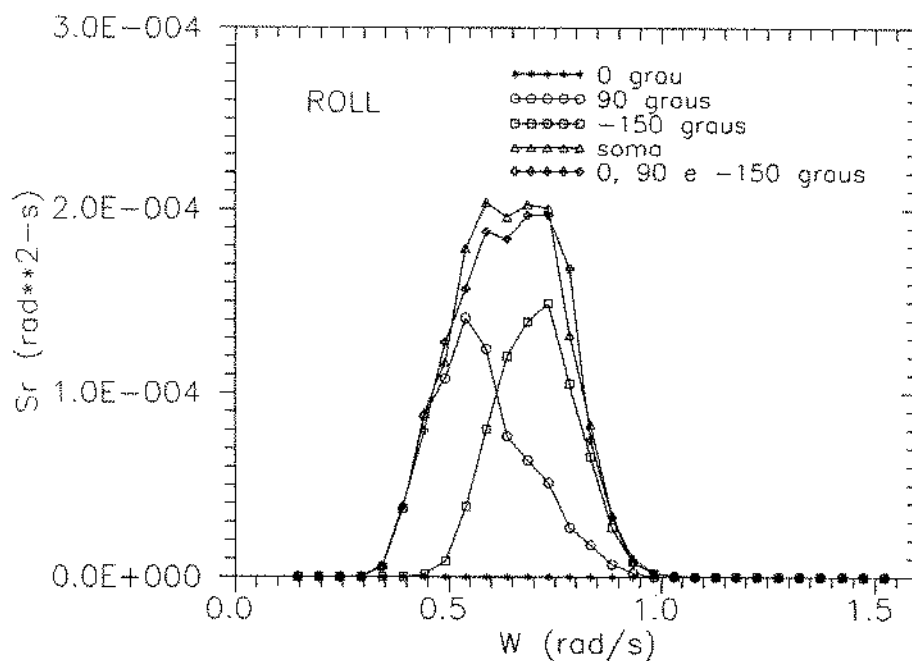


figura 7.52 - Espectro de movimento de roll em ondas multidirecionais (caso 2)

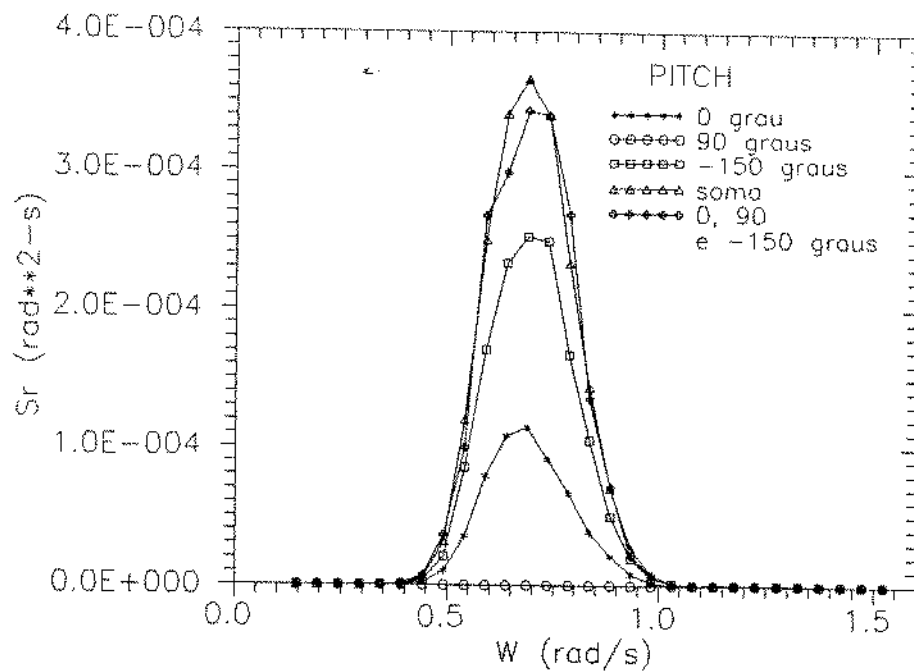


figura 7.53 - Espectro de movimento de pitch em ondas multidirecionais (caso 2)

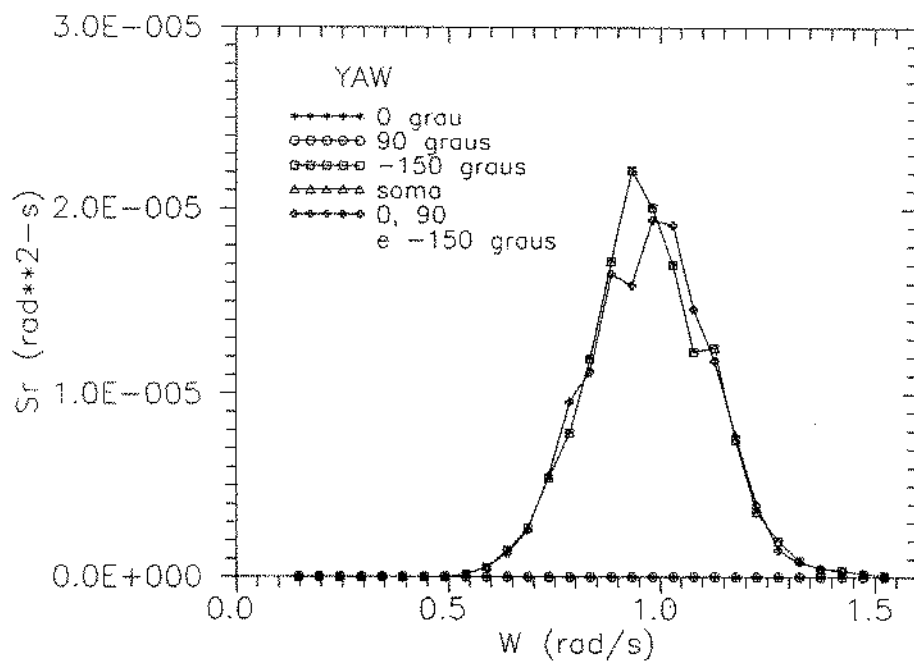


figura 7.54 - Espectro de movimento de yaw em ondas multidirecionais (caso 2)

7.5 RESPOSTA EM ONDAS MULTIDIRECIONAIS COM ESPALHAMENTO

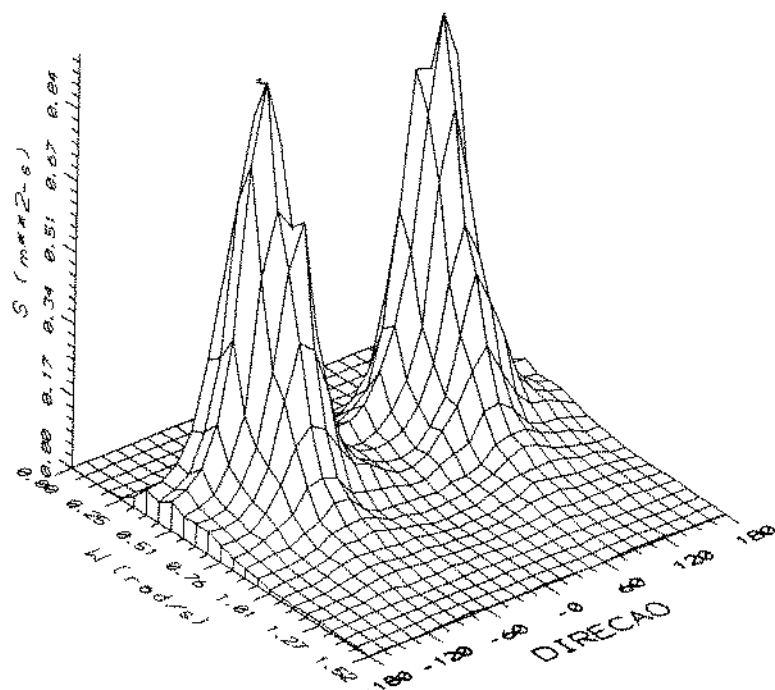
Foram simuladas situações com incidência simultânea de dois trens de ondas com diferentes espalhamentos. Foram simuladas ondas multidirecionais a partir de dois espectros separados (superposição da elevação da superfície do mar, no domínio do tempo) e a partir de um espectro resultante (superposição de espectros de ondas, no domínio da frequência). Os casos simulados foram divididos em dois grupos:

a) espectros de ondas sem intersecção (espectros que não possuem valores não nulos num mesmo par (ω, θ));

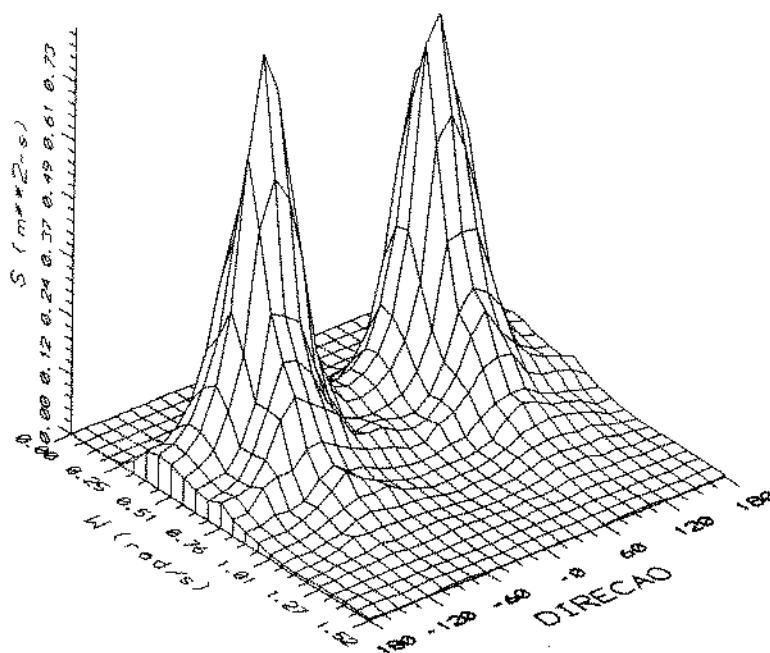
b) espectros de ondas com intersecção (espectros que possuem valores não nulos num mesmo par (ω, θ)).

7.5.1 ESPECTROS SEM INTERSECÇÃO

A figura 7.55 a) mostra o espectro de onda resultante da simulação a partir de dois espectros de ondas com $(H_s=2m, T_s=10s, s=12, \theta=-90)$ e $(H_s=2m, T_s=10s, s=12, \theta=90)$ (caso 3). A figura 7.55 b) mostra o espectro resultante da simulação a partir da superposição dos dois espectros anteriores. Visualmente observa-se boa concordância entre os dois espectros simulados. As figuras 7.56 e 7.61 mostram os espectros de resposta da plataforma para os dois casos. Nota-se uma boa concordância entre as curvas.



a) simulado a partir de dois espectros separados



b) simulado a partir da soma de espectros

figura 7.55 - Espectros de ondas multidirecionais (caso 3)

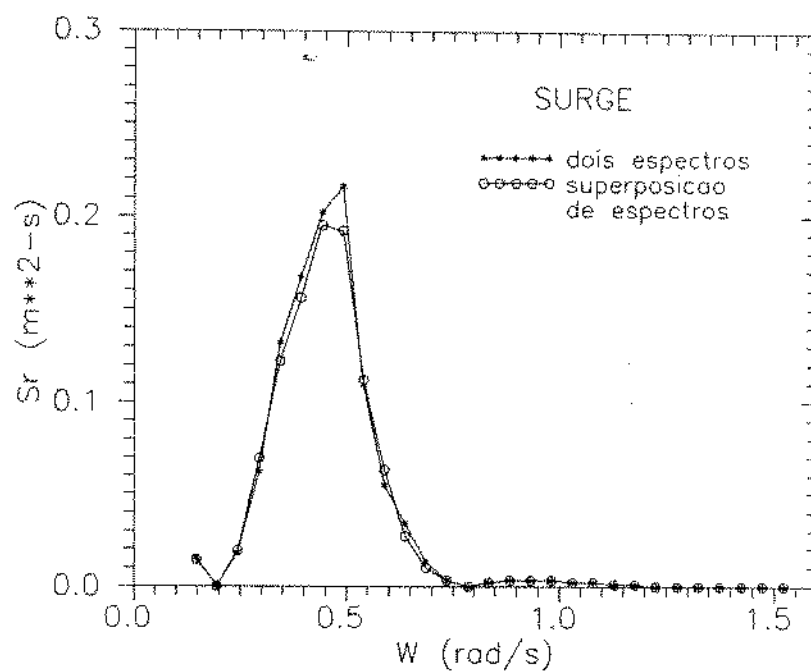


figura 7.56 - Espectro de movimento de surge em ondas multidirecionais (caso 3)

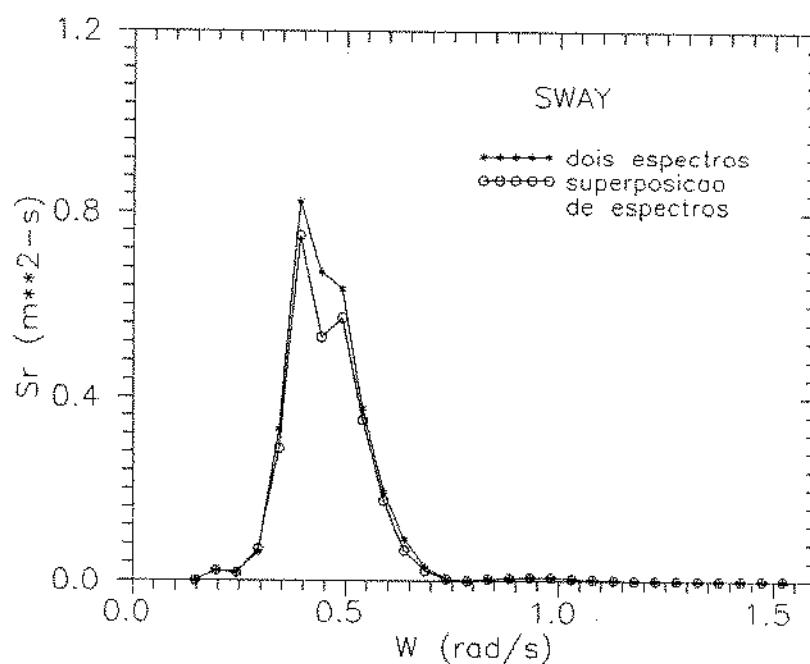


figura 7.57 - Espectro de movimento de sway em ondas multidirecionais (caso 3)

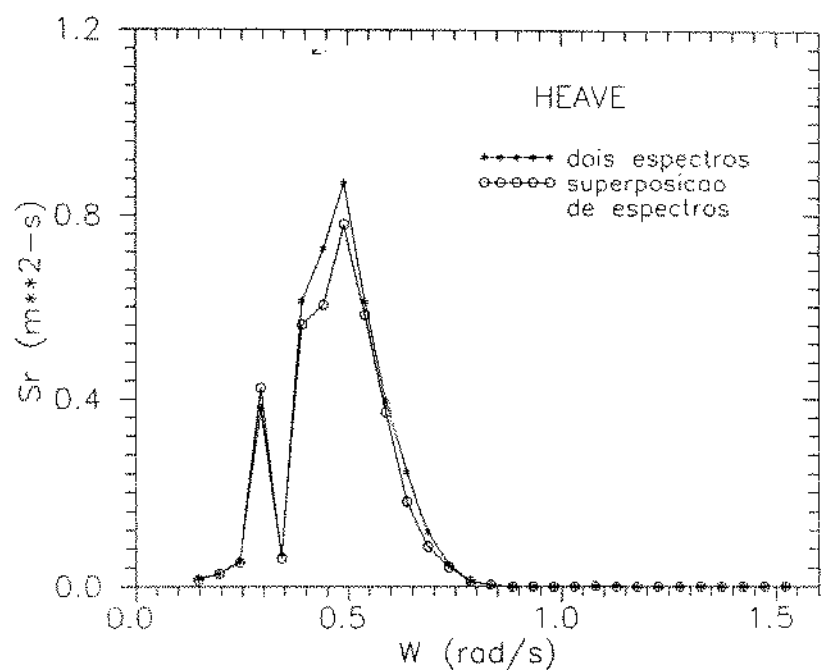


figura 7.58 - Espectro de movimento de heave em ondas multidirecionais (caso 3)

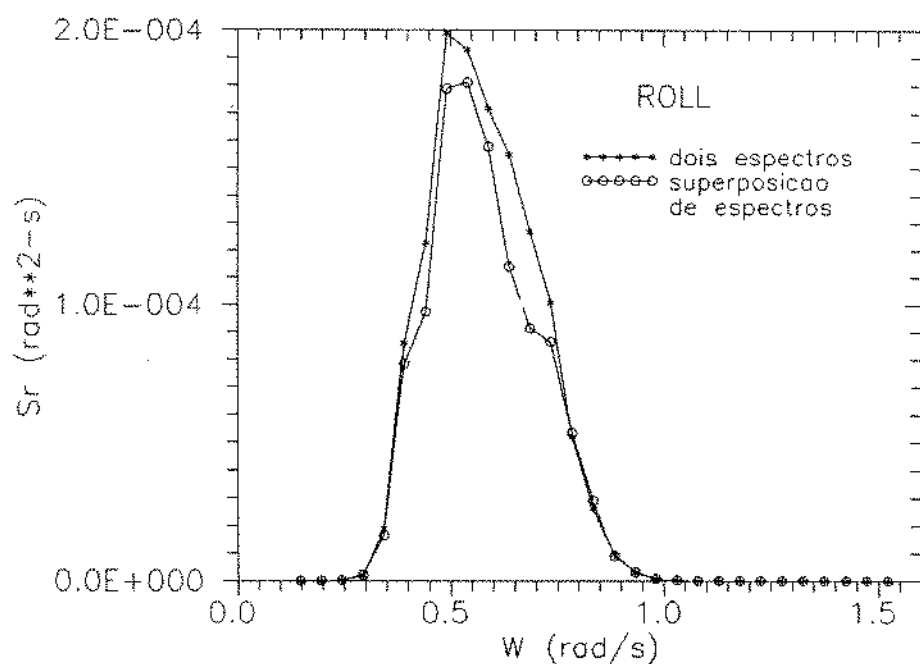


figura 7.59 - Espectro de movimento de roll em ondas multidirecionais (caso 3)

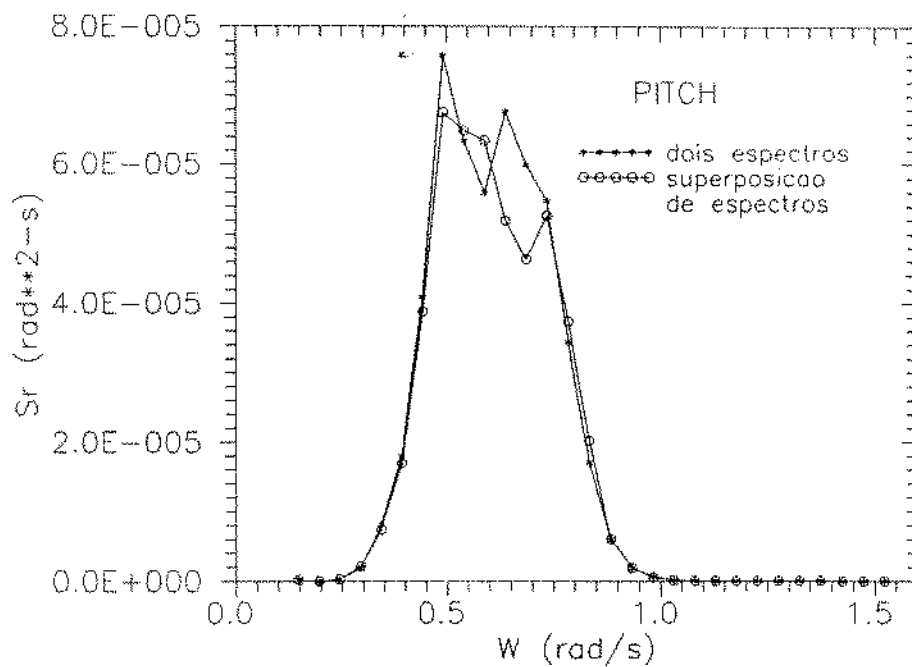


figura 7.60 - Espectro de movimento de pitch em ondas multidirecionais (caso 3)

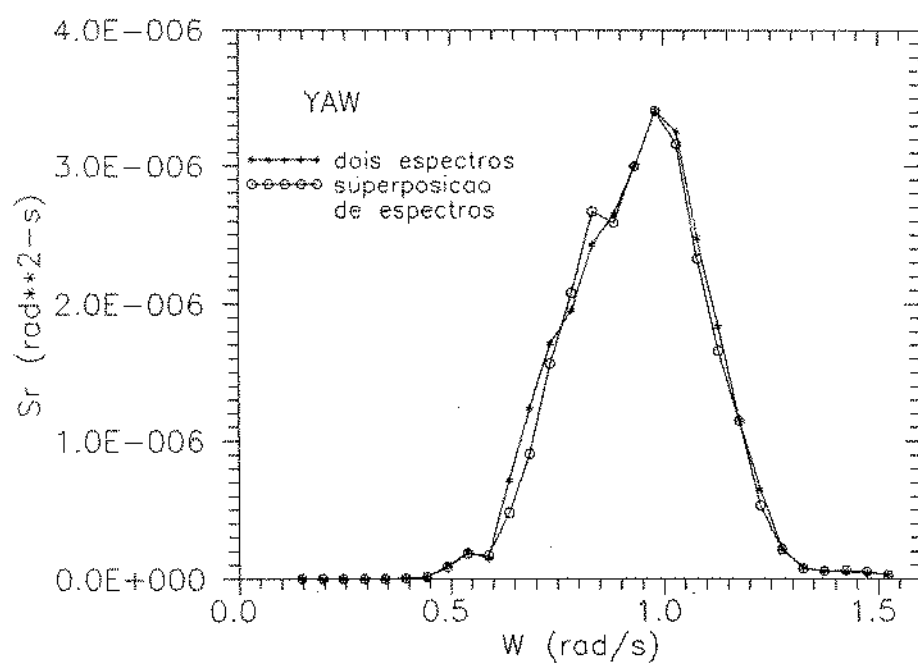
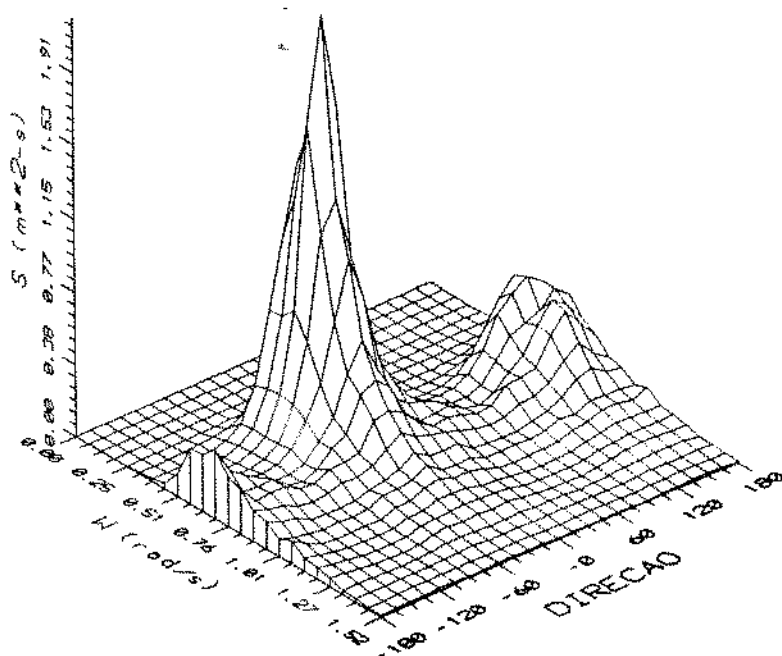
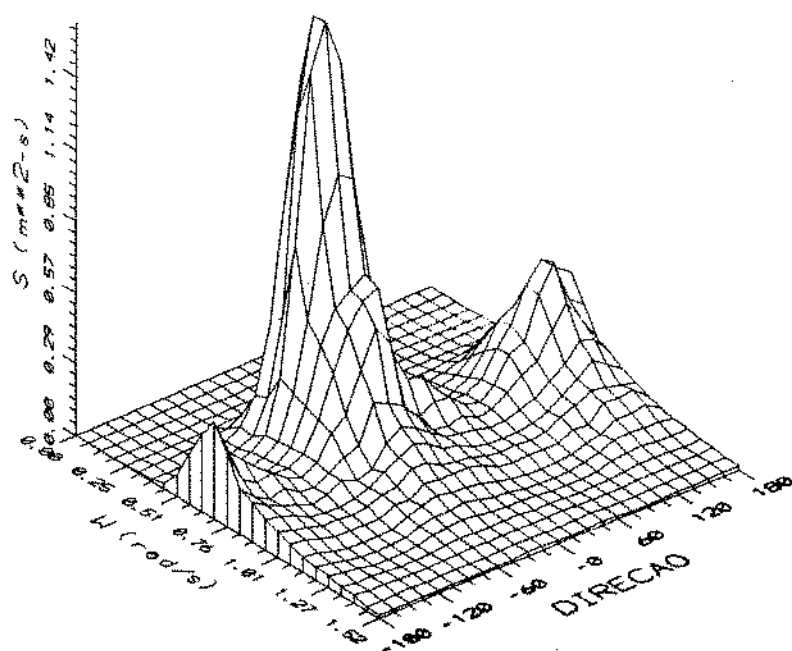


figura 7.61 - Espectro de movimento de yaw em ondas multidirecionais (caso 3)

Outra situação simulada é mostrada na figura 7.62, com espectros de ondas com ($H_s=3m$, $T_s=10s$, $s=12$, $\theta=-30$), e ($H_s=2m$, $T_s=7s$, $s=10$, $\theta=150$) (caso 4). A figura 7.62 a) mostra o espectro resultante da superposição da elevação da superfície do mar e a figura 7.62 b) mostra o espectro resultante da superposição de espectros. As figuras 7.63 a 7.68 mostram os espectros de resposta da plataforma. Novamente nota-se uma boa concordância entre as curvas, confirmando a validade da superposição de espectros sem intersecção.



a) simulado a partir de dois espectros separados



b) simulado a partir da soma de espectros

figura 7.62 - Espectros de ondas multidirecionais (caso 4)

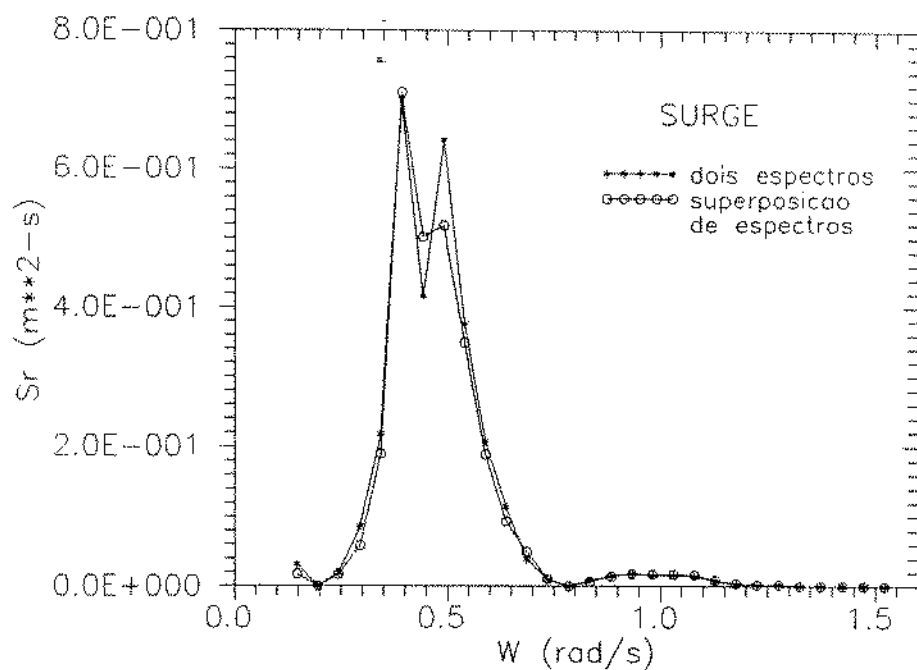


figura 7.63 - Espectro de movimento de surge em ondas multidirecionais (caso 4)

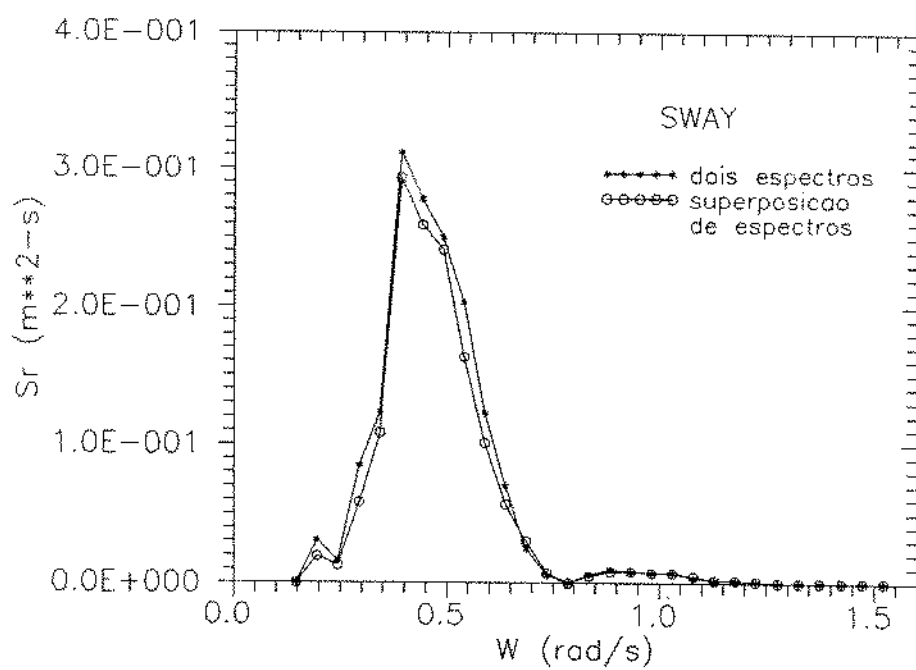


figura 7.64 - Espectro de movimento de sway em ondas multidirecionais (caso 4)

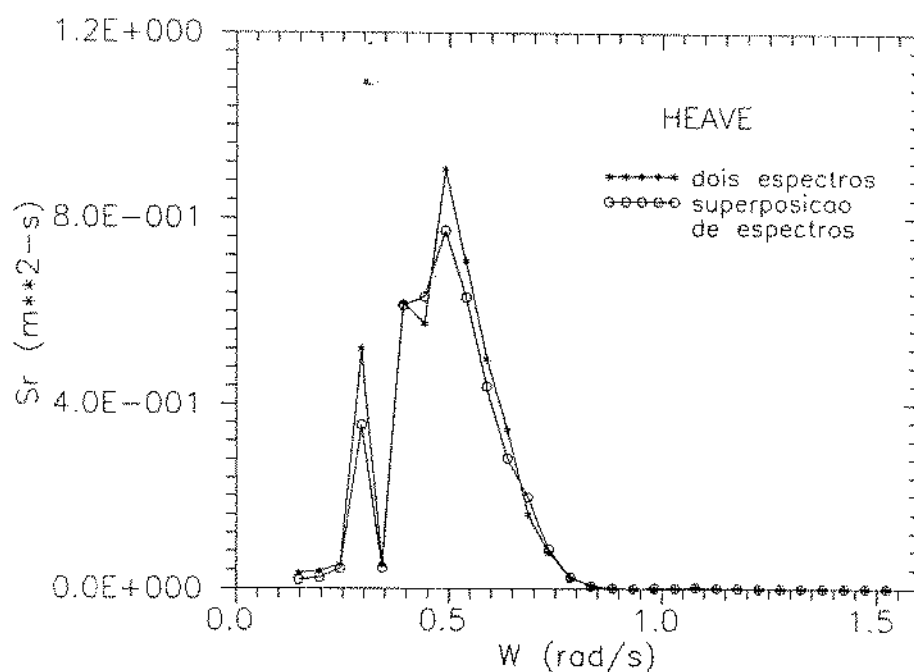


figura 7.65 - Espectro de movimento de heave em ondas multidirecionais (caso 4)

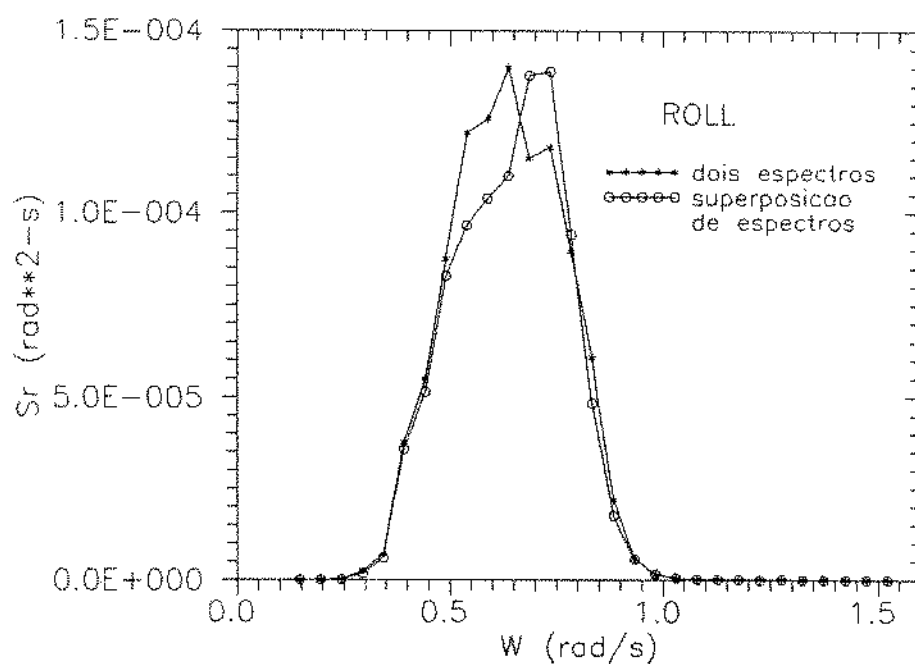


figura 7.66 - Espectro de movimento de roll em ondas multidirecionais (caso 4)

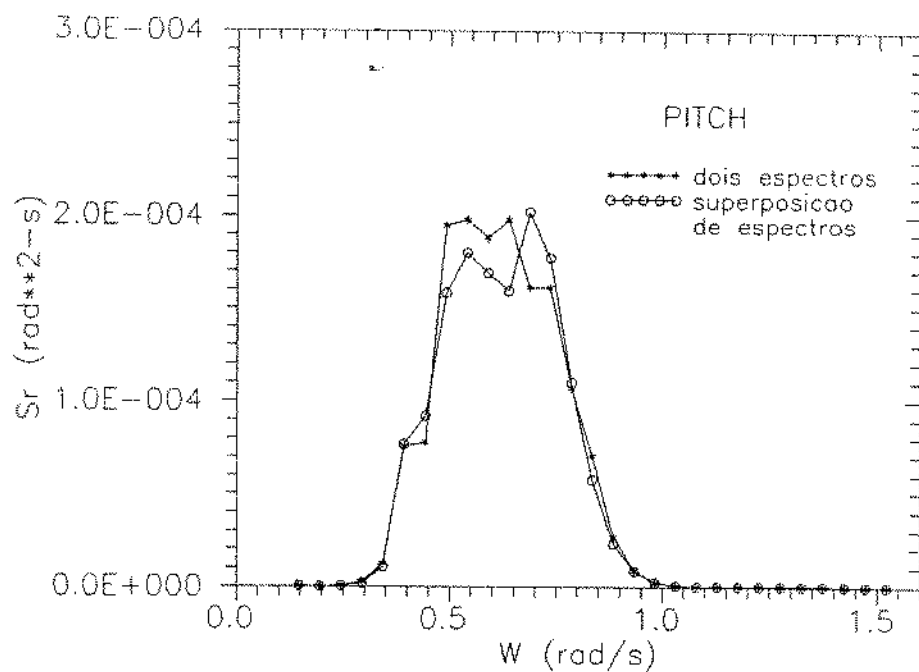


figura 7.67 - Espectro de movimento de pitch em ondas multidirecionais (caso 4)

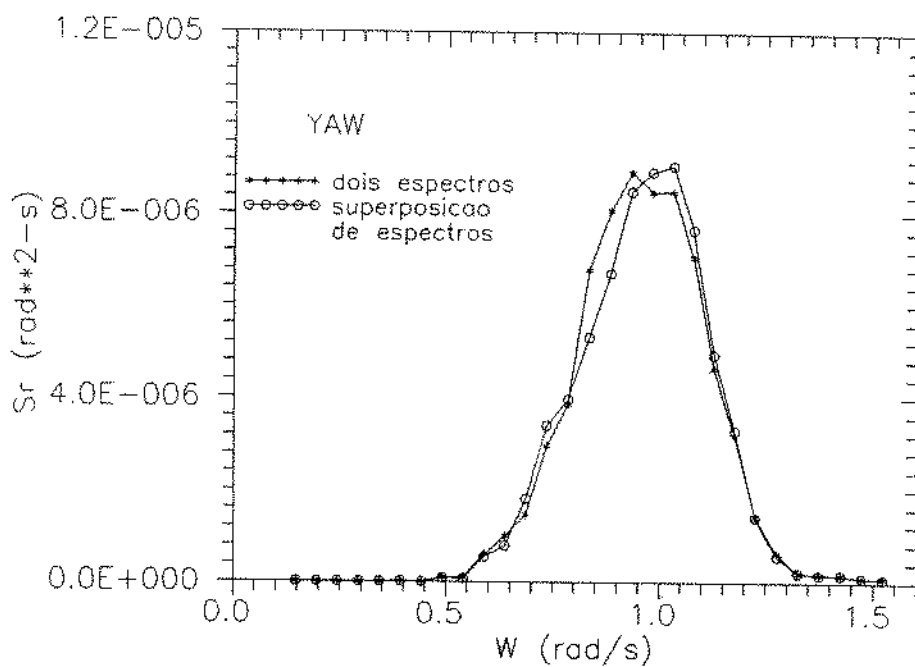
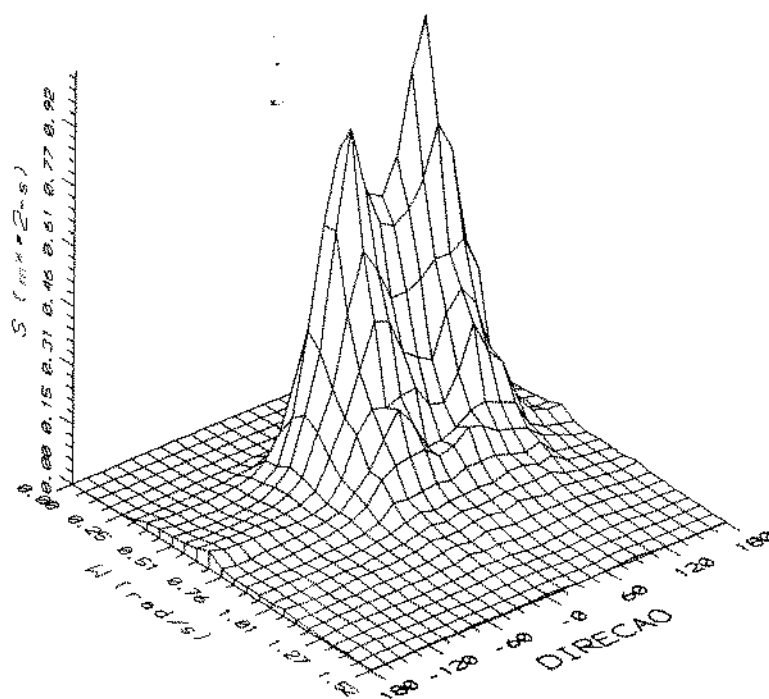


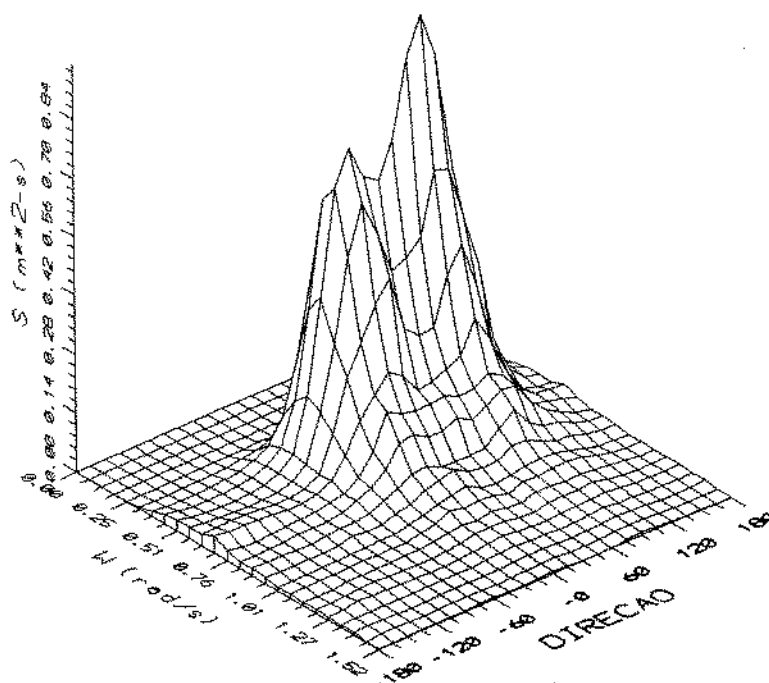
figura 7.68 - Espectro de movimento de yaw em ondas multidirecionais (caso 4)

7.5.2 ESPECTROS COM INTERSECÇÃO

A figura 7.69 apresenta os espectros resultantes da simulação com espectros de ondas de ($H_s=2m$, $T_s=10s$, $s=10$, $\theta_1=0$) e ($H_s=2m$, $T_s=10s$, $s=10$, $\theta=90$) (caso 5). A figura 7.69 a) mostra o espectro resultante da simulação com superposição da elevação da superfície do mar e a figura 7.69 b) mostra o resultado da superposição de espectros. As figuras 7.70 a 7.75 mostram os espectros de resposta da plataforma, apresentando boa concordância entre as curvas.



a) simulado a partir de dois espectros separados



b) simulado a partir da soma de espectros

figura 7.69 - Espectros de ondas multidirecionais (caso 5)

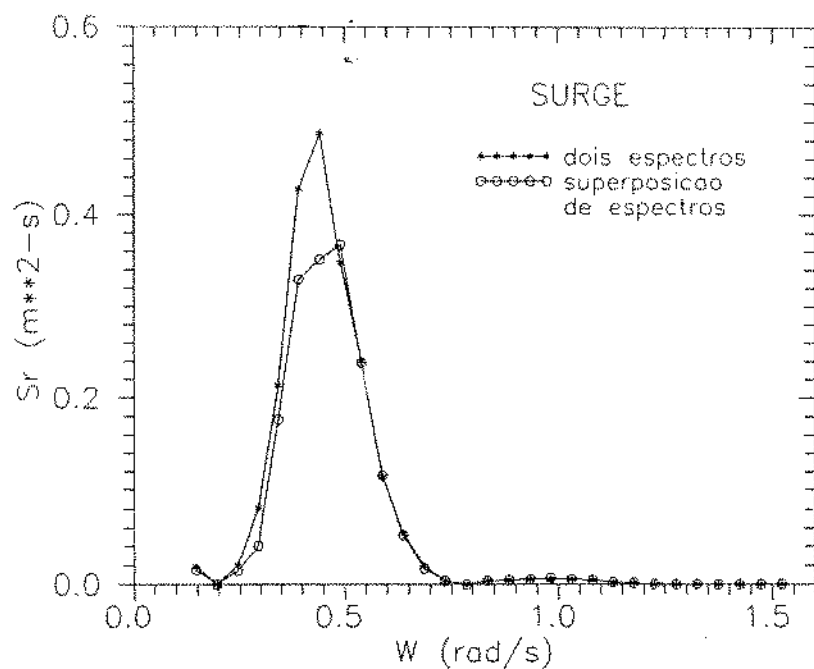


figura 7.70 - Espectro de movimento de surge em ondas multidirecionais (caso 5)

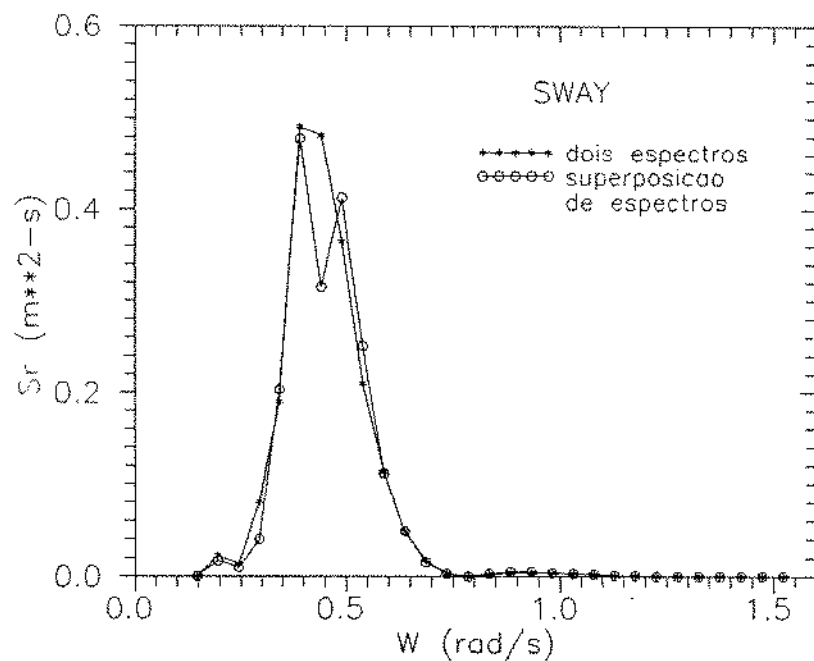


figura 7.71 - Espectro de movimento de surge em ondas multidirecionais (caso 5)

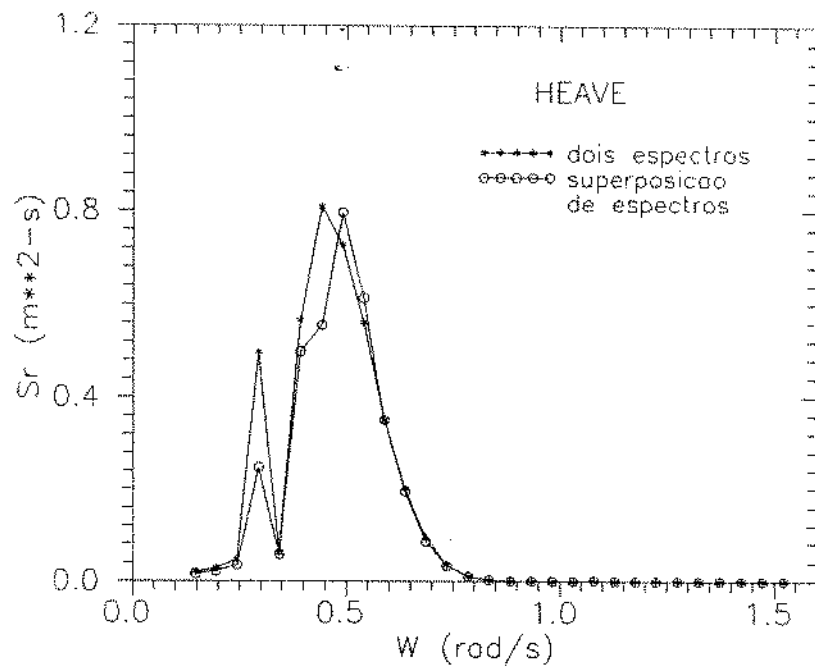


figura 7.72 - Espectro de movimento de heave em ondas multidirecionais (caso 5)

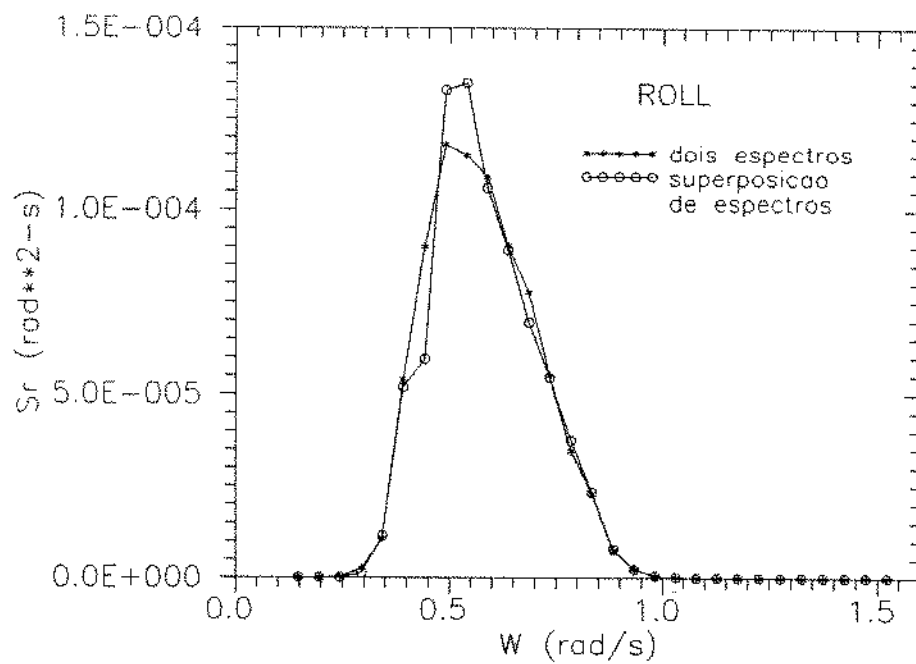


figura 7.73 - Espectro de movimento de roll em ondas multidirecionais (caso 5)

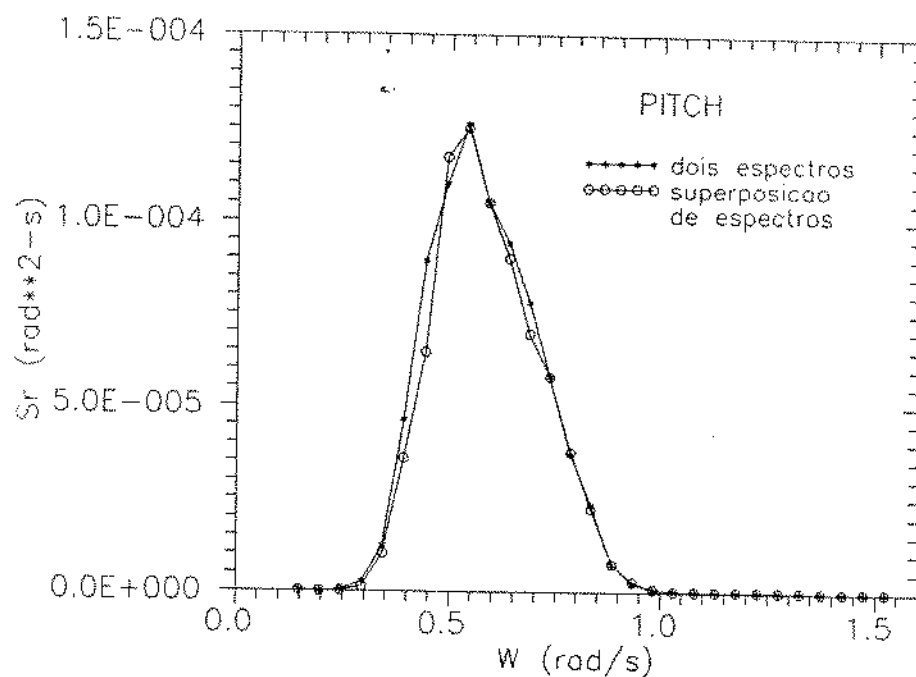


figura 7.74 - Espectro de movimento de pitch em ondas multidirecionais (caso 5)

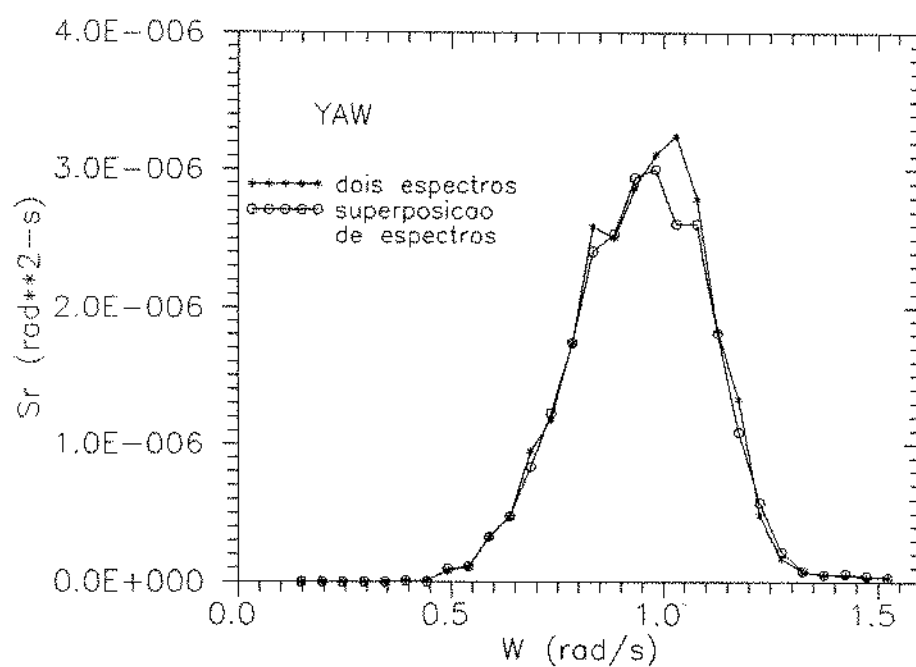


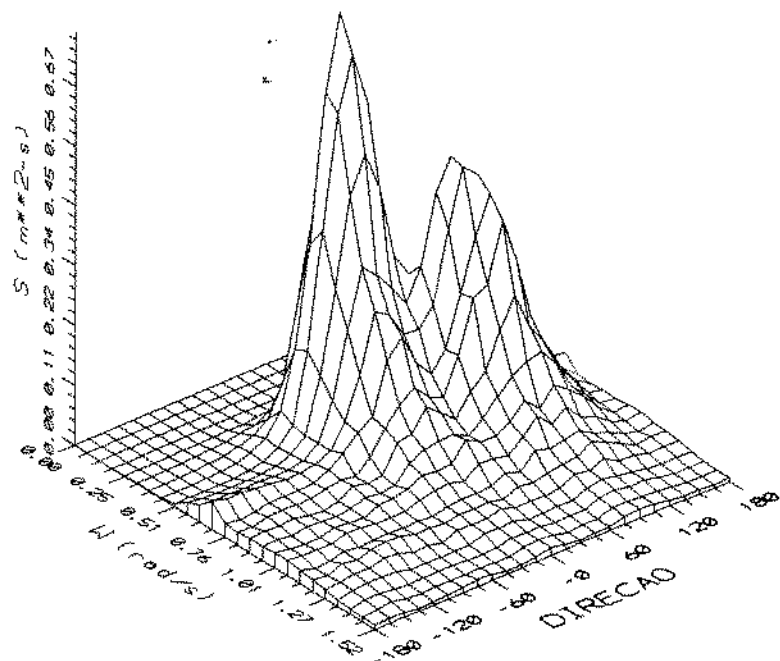
figura 7.75 - Espectro de movimento de yaw em ondas multidirecionais (caso 5)

A figura 7.76 apresenta os resultados da simulação com espectros de ondas de ($H_s=2m$, $s=10$, $T_s=10s$, $\theta=0$), ($H_s=2m$, $T_s=7s$, $s=10$, $\theta=90$) (caso 6) . As figuras 7.77 a 7.82 mostram os espectros de resposta dos movimentos da plataforma. Boa concordância entre as curvas pode ser observada levando a crer que é válida a superposição de espectros de movimentos mesmo com intersecção nos espectros de ondas.

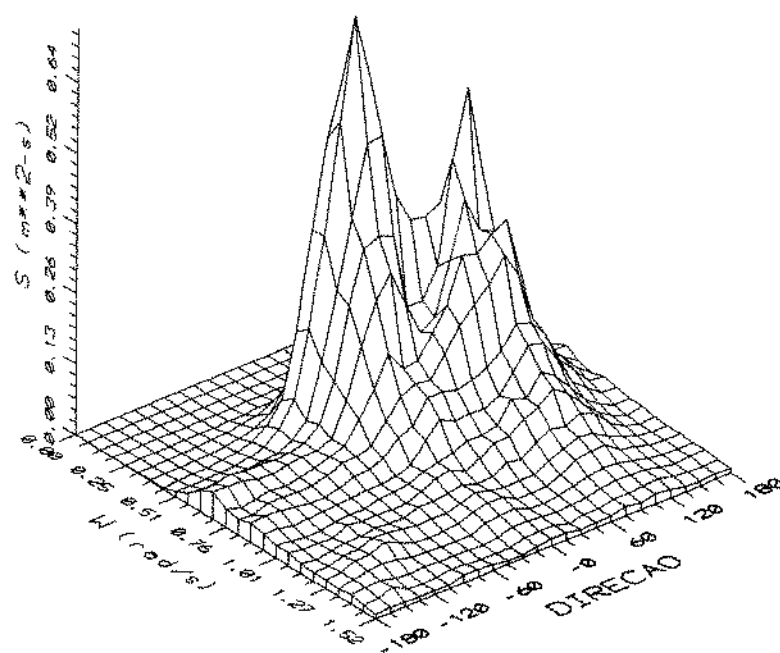
7.5.3 COMENTÁRIOS

A validade da superposição de espectros de resposta para movimentos de primeira ordem em ondas multidirecionais sem espalhamento foi confirmada por Maeda et alii (1988) através de experimentos com modelo de plataforma. Nos casos simulados neste trabalho foram utilizadas frequências não coincidentes, isto é, não há componentes de ondas com mesma frequência. Assim, mesmo em casos multidirecionais com espalhamento, não há interferência de componentes com mesma frequência. Neste caso a superposição de movimentos deve ser válida, como verificado nas simulações.

A hipótese de não coincidência de frequências de componentes de ondas incidentes por direções diferentes assumida no capítulo 4 é necessária para a validade do método de simulação de ondas utilizado. Assim, os resultados obtidos de superposição de espectros de resposta são confiáveis somente com a aplicação desta hipótese, não podendo ser extrapolados como resultados genéricos da teoria linear.



a) simulado a partir de dois espectros separados



b) simulado a partir da soma de espectros

figura 7.76 - Espectros de ondas multidirecionais (caso 6)

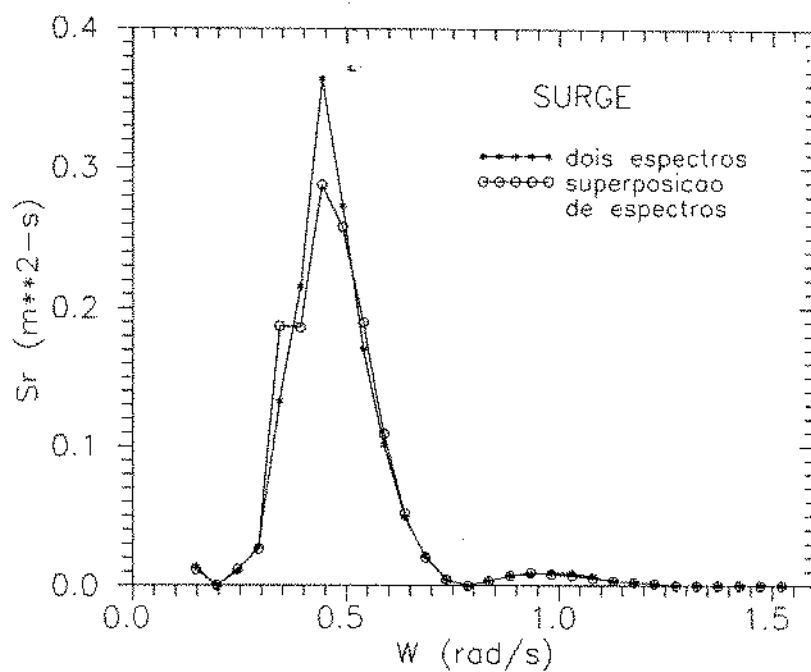


figura 7.77 - Espectro de movimento de surge em ondas multidirecionais (caso 6)

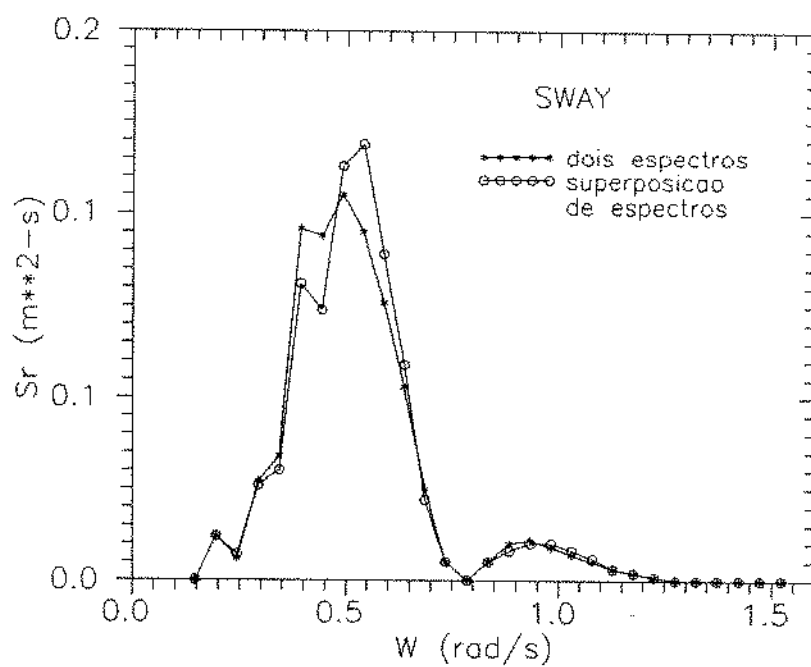


figura 7.78 - Espectro de movimento de sway em ondas multidirecionais (caso 6)

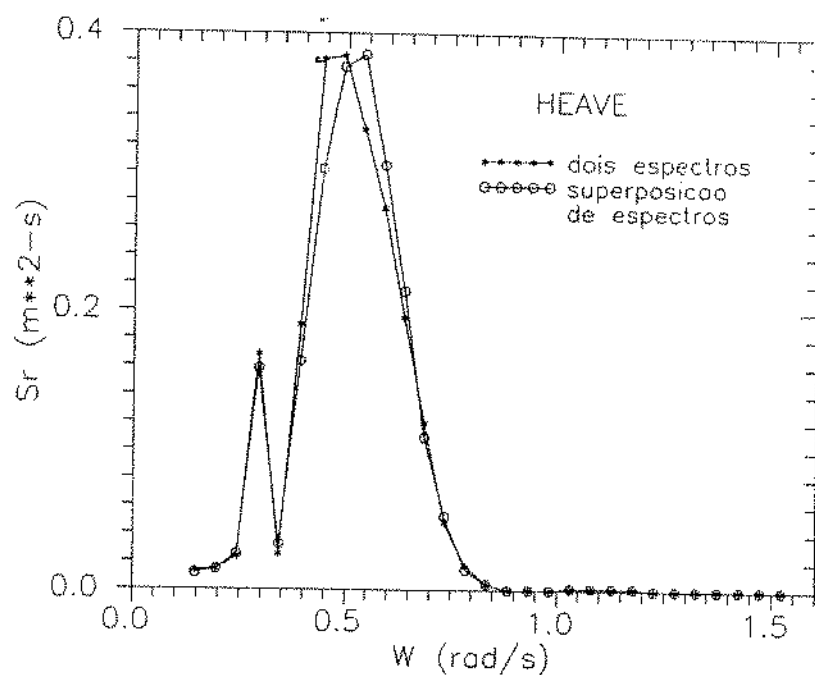


figura 7.79 - Espectro de movimento de heave em ondas multidirecionais (caso 6)

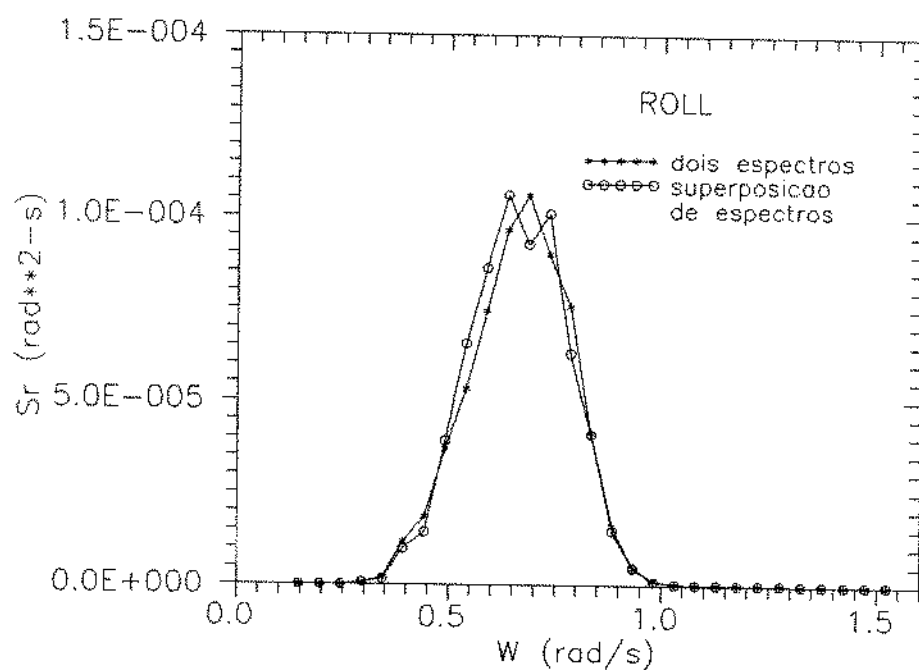


figura 7.80 - Espectro de movimento de roll em ondas multidirecionais (caso 6)

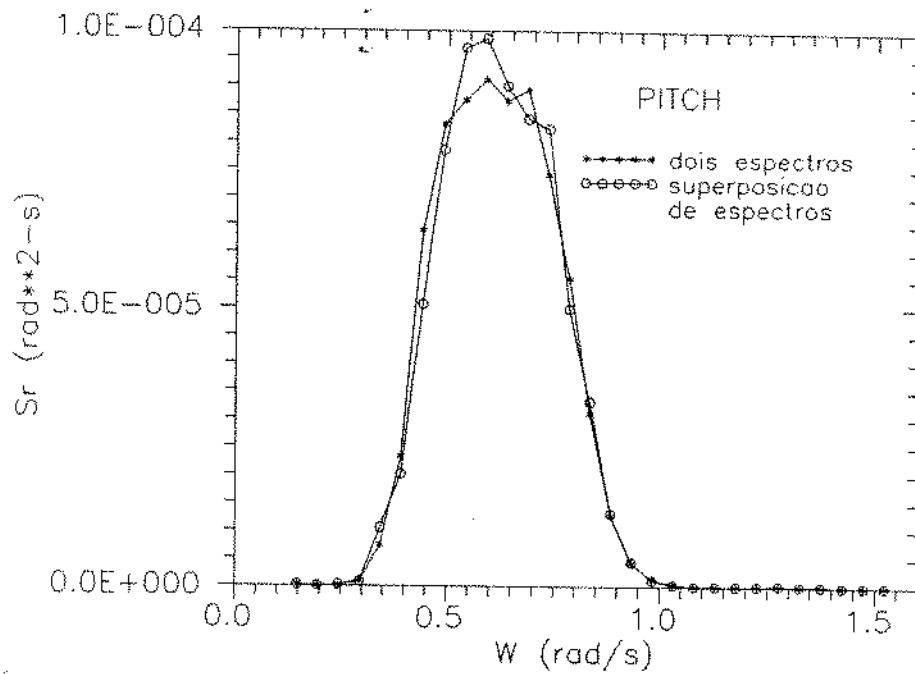


figura 7.81 - Espectro de movimento de pitch em ondas multidirecionais (caso 6)

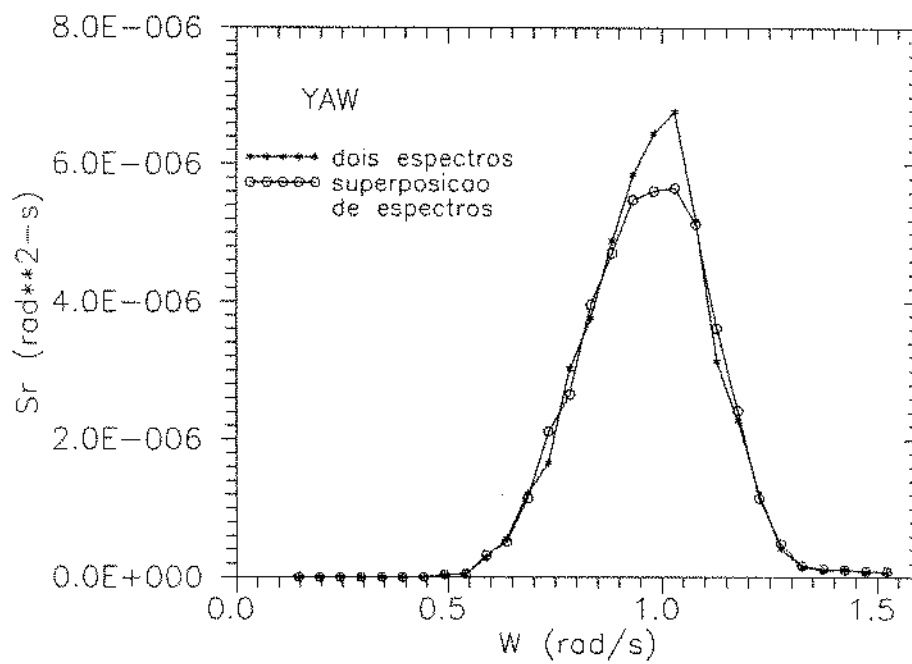


figura 7.82 - Espectro de movimento de yaw em ondas multidirecionais (caso 6)

8 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS

8.1 PRINCIPAIS CONCLUSÕES

Através da análise dos movimentos da plataforma chegamos às seguintes conclusões:

a) quando comparadas com ondas unidirecionais, as ondas com espalhamento direcional incidindo pela proa da plataforma provocam diminuição dos movimentos de surge e pitch, e induzem movimentos de sway, roll e yaw;

b) a mudança do aproamento da plataforma provoca grandes variações nas diferenças de movimentos devido a ondas unidirecionais e com espalhamento;

c) adotando a hipótese de não coincidência de frequências de componentes de ondas incidentes por diferentes direções, é válida a superposição linear dos movimentos de primeira ordem da plataforma em ondas multidirecionais.

8.2 SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS

A seguir apresentamos algumas sugestões para futuros trabalhos:

a) avaliar o efeito de mudança de posicionamento dos sensores de ondas;

b) utilizar métodos computacionalmente mais eficientes na simulação de ondas utilizando transformadas rápidas de

Fourier;

c) avaliar o efeito de interferência de ondas com componentes de mesma frequência sobre os movimentos de estruturas flutuantes;

d) estimar os movimentos de segunda ordem de estruturas flutuantes em ondas multidirecionais e com espalhamento direcional;

e) estudar o efeito da direcionalidade de ondas em sistemas complexos como, por exemplo, sistema de produção por mono-bóia.

9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barber, N.F. - "Finding the Direction of Travel of Sea Waves" - Nature, vol. 174, pp 1048-1050, Dec. 1954.
- Barnouin, B., Olagnon, M. - "Simulation of a Directional Wave Field" - Wave and Wind Directionality, Proc., pp 447-474, Paris 1981.
- Bennett, C.M., Pittman, E.P. e Austin, G.B. - "A Data Processing System for Multiple Time Series Analysis of Ocean Wave Induced Bottom Pressure Fluctuations" - Proceedings of First U.S. Navy Symposium on Military Oceanography, pp 379-415, June 1964.
- Berhault, C. - "Statistical Model of Sea States and its Applications" - Wave and Wind Directionality, Conf., pp 17-31, Paris 1981.
- Berhault, C e Molin, B. - "Hydrodynamique des Plates-formes Semi-submersibles" - Revue de l'Institut Français du Pétrole, vol. 43, num. 2, 1988.
- Borgman, L.E. - "Ocean Wave Simulation for Engineering Design" - Journal of Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division, Proc., ASCE, vol.95, num.WW4, Nov. 1969, pp 556-583.
- Borgman, L.E. e Panicker, N.N. - "Design Study for a Suggested Wave Gage Array of Point Mugu, California" - Technical Report HEL-1-14, Hydraylic Engineering Laboratory, University of California, Berkeley, January 1970.

- Brebbia, C.A. - "Dynamic Analysis of Offshore Structures" - Butterworth and Co. Ltd, London 1979.
- Capon, J., Greenfield, R.J. e Kolker, R.J. - "Multidimensional Maximum-Likelihood Processing of a Large Aperture Seismic Array" - Proc. of the IEEE, vol.55, num.2, February 1967.
- Capon, J. - "High Resolution Frequency-Wave Number Spectrum Analysis" - Proc. of the IEEE, vol. 57, num.8, pp 1408-1418, August, 1969.
- Chase, J., Cote, L.J., Marks, W., Mehr, E., Pierson, W.J., Ronne, F.C., Stephenson, G., Vetter, R.C. e Walden, R.G. - "The Directional Spectrum of a Wind Generated Sea as Determined from Data Obtained by the Stereo Wave Observation Project" - Technical Report, New York University, Department of Meteorology and Oceanography and Engineering Statistics Group, July 1957.
- Chakrabarti, S.K. - "Hydrodynamics of Offshore Structures" - Computational Mechanics Publications, Boston 1987.
- DNV - Det Norske Veritas - "Rules for Classification of Mobile Offshore Units", pp 77-78, Norway, 1981.
- Forristall, G.Z., Ward, E.G., Cardon, V.J. e Borgman, L.E. - "The Directional Spectra and Kinematics of Surface Gravity Waves in Tropical Storm Delia" - Journal of Physics Oceanography, vol.8, 1978.
- Grancini, G., Iovenitti, L.M. e Pastore, P. - "Moored Tanker Behaviour in Crossed Sea Field Experiences and Model Tests" - Symposium on Description and Modelling of Directional Seas, Denmark 1984.

- Hasselmann, D.E., Dunckel, M. e Ewing, J.A. - "Directional Wave Spectra Observed During JONSWAP 1973" - Journal of Physics Oceanography, 8, pp 1264-1280, 1980.
- Huntington, S.W. - "Wave Loading in Short-Crested Seas" - Wave and Wind Directionality, Proc., Paris 1981.
- Jefferys, E.R., Wareham, G.T., Ramsden, N.A. e Platts, M.J. - "Measuring Directional Spectra with the MLM" - Directional Wave Spectra Applications, Proc. of the Conf., Berkeley, California, pp 203-314, 1981.
- Longuet-Higgins, M.S., Cartwright, D.E. e Smith, N.D. - "Observations of Directional Spectrum of Sea Waves Using the Motions of a Floating Buoy" - Ocean Wave Spectra, Proc. of a Conf., National Academy of Sciences, pp 111-132, 1963.
- Maeda, H., Morooka, C.K. e Miyajima, S. - "Motions of Floating Offshore Structures in Multi-directional Waves" - Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE, Houston, Texas 1988.
- Miles, M.D. e Funke, E.R. - "A Comparison of Methods for Synthesis of Directional Seas" - Offshore Mechanics and Arctic Engineering Symposium - OMAE, 1987.
- Mitsuyasu, H., Tasai, F., Suhara, T., Mizuno, S., Ohkusu, M., Honda, T. e Rikiishi, K. - "Observations of the Directional Spectrum of Ocean Waves Using a Cloverleaf Buoy" - Journal of Physics Oceanography, vol.5, pp 750-760, 1975.
- Mobarek, I.E. - "Directional Spectra of Laboratory Wind Waves"

- Journal of the Waterways and Harbours Division, ASCE, vol. 91, num. WW3, pp 91-116, August 1965.
- Mynett, A.E., Bosma, J., Keuning, J.A. e Gerritsma, J. - "Laboratory Simulation of Ship Motions in Directional Seas" - Behaviour of Off-Shore Structure, Proc. of Conf., BOSS'88.
- Nagata, Y. - "Observations of the Directional Wave Properties" - Coastal Engineering in Japan, vol. 7, pp 11-30, 1964.
- Patel, M.H. - "Dynamics of Offshore Structures" - Butterworths and Co. Ltd, London 1989.
- Pinkster, J.A. - "Numerical Modelling of Directional Seas" - Symposium on Description and Modelling of Directional Seas, Denmark 1984.
- Pinkster, J.A. - "The Influence of Directional Spreading of Waves on Mooring Forces" - Offshore Technology Conference, OTC-5629, 1988.
- Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A. e Vetterling, W.T. - "Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing" - Cambridge University Press, 1986.
- Price, W.G. e Bishop, R.E.D. - "Probabilistic Theory of Ship Dynamics" - Chapman and Hall, London 1974.
- Sand, S.E. e Lundgren, H. - "Three-dimensional Structure of Waves" - Proc. of Second Int. Conf. on Behaviour of Off-Shore Structures (BOSS'79), London, UK, vol.1, pp 117-120.
- Sand, S.E., Brink-Kjaer, O. e Nielsen, J.B. - "Directional Numerical Models as Design Basis" - Wave and Wind

- Directionality, Proc., Paris 1981.
- Sand, S.E., Romeling, J. e Kirkegaard, J. - "Influence of Wave Directionality on Response of Semisubmersible" - Offshore Mechanics and Arctic Engineering Symposium, OMAE, pp 239-245, Tokyo 1986.
- Shinozuka, M. e Jam, C.M. - "Digital Simulation of Random Processes and Its Applications" - Journal of Sound and Vibration, vol.25, num.1, pp 111-128, 1972.
- Shinozuka, M. e Wai, P. - "Digital Simulation of Short-Crested Sea Surface Elevations" - Journal of Ship Research, vol. 23, num.1, pp 76-84, March 1979.
- Wollmann, D.M. - "Técnicas de Obtenção do Espectro Direcional da Agitação Marítima" - Tese de Mestrado em Engenharia Oceânica, COPPE, UFRJ, 1986.

APÊNDICE A

PROCESSOS ESTOCÁSTICOS

Uma simples observação da superfície do mar é suficiente para verificar que o comportamento de uma embarcação no mar deve ser descrita através de análise probabilística (e não determinística). A seguir mostramos uma breve descrição das características de interesse de uma variável que pode representar a elevação da superfície do mar, como apresentado por Price et alii (1974).

Seja então uma quantidade medida num instante t qualquer dada por $X^{(1)}(t)$. Como a quantidade medida é uma variável aleatória, $X^{(1)}(t)$ é apenas uma realização de um número infinito de possibilidades. A quantidade medida poderia ser outra qualquer, $X^{(2)}(t)$ por exemplo. O conjunto de todas as realizações individuais possíveis é chamado de processo estocástico $X(t)$.

O conceito de processo estocástico pode ser estendido de duas formas. Em primeiro lugar um dado fenômeno pode ser associado a mais de um processo estocástico. Além disso, pode-se introduzir mais variáveis independentes ao problema. Na análise de ondas do mar, a altura da superfície varia com a localização e com o tempo. Se a posição do observador em relação à origem é dada pelo vetor r , então a altura da superfície do mar na realização medida é representada por $X^{(1)}(r,t)$ e o processo estocástico por $X(r,t)$.

A.1 MEDIDAS ESTATÍSTICAS DE UM PROCESSO ESTOCÁSTICO

Um processo estocástico é determinado pelas probabilidades a ele associadas e algumas medidas ou grandezas estatísticas podem ser utilizadas para descrevê-lo.

A.1.1 VALOR MÉDIO E VALOR MÉDIO QUADRADO

A medida mais simples de um processo estocástico $X(t)$ no tempo $t=t_1$ é seu valor médio ou valor esperado:

$$\mu_X(t_1) = E[X(t_1)] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x; t_1) dx \quad (A.1)$$

onde $f_X(x; t_1)$ é a função densidade de probabilidade. Como indicado pela notação, $\mu(t_1)$ varia com t_1 .

O valor médio quadrado é obtido a partir da função densidade de probabilidade de primeira ordem pela relação:

$$E[X^2(t_1)] = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_X(x; t_1) dx \quad (A.2)$$

A.1.2 AUTOCORRELAÇÃO E AUTOCOVARIÂNCIA

Considerando uma função densidade de probabilidade de segunda ordem $f_{XX}(x_1; t_1; x_2; t_2)$, o valor estatístico mais simples é dado pela função autocorrelação:

$$R_{XX}(t_1, t_2) = E[X(t_1), X(t_2)] \quad (A.3)$$

Esta função pode também ser representada por $R(t_1, t_2)$ e é a média do produto do processo estocástico nos tempos t_1 e t_2 da mesma realização. A autocorrelação ajuda a estabelecer a

influência no processo estocástico no tempo t_2 ($>t_1$) dos valores do tempo anterior t_1 . Em termos de função densidade:

$$R_{xx}(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 f_{xx}(x_1; t_1; x_2; t_2) dx_1 dx_2 \quad (A.4)$$

A autocovariância de um processo estocástico $X(t)$ é a medida do produto dos desvios em relação ao valor médio nos tempos t_1 e t_2 na mesma realização:

$$C_{xx}(t_1, t_2) = E[\{X(t_1) - \mu_x(t_1)\} \{X(t_2) - \mu_x(t_2)\}] \quad (A.5)$$

$$C_{xx}(t_1, t_2) = R_{xx}(t_1, t_2) - \mu_x(t_1) \mu_x(t_2) \quad (A.6)$$

Se tivermos dois processos estocásticos, $X(t)$ no instante t_1 e $Y(t)$ no instante t_2 podemos definir a correlação cruzada e a covariância cruzada:

$$R_{xy}(t_1, t_2) = E[X(t_1)Y(t_2)] \quad (A.7)$$

$$C_{xy}(t_1, t_2) = R_{xy}(t_1, t_2) - \mu_x(t_1) \mu_y(t_2) \quad (A.8)$$

Estas funções descrevem a dependência de uma variável aleatória sobre a outra. Se os processos forem não correlacionados, para qualquer tempo, temos:

$$C_{xy}(t_1, t_2) = 0 \quad (A.9)$$

que implica em:

$$R_{xy}(t_1, t_2) = \mu_x(t_1) \mu_y(t_2) \quad (A.10)$$

Quando o processo estocástico é uma função da posição r , além do tempo t , o valor médio na localização r_1 e tempo t_1 é dado por:

$$\mu_x(r_1, t_1) = E[X(r_1, t_1)] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x; r_1, t_1) dx \quad (A.11)$$

e varia com r_1 e t_1 . Com a introdução da variável r as definições das outras grandezas estatísticas são transformadas de forma análoga ao valor médio.

A.2 TIPOS ESPECIAIS DE PROCESSOS ESTOCÁSTICOS

A descrição de um processo estocástico $X(t)$ ou $X(r,t)$ utilizando suas funções densidade de probabilidade associadas demandaria uma grande quantidade de informação. Felizmente é possível assumir que o processo é de uma forma especial. Pode ser estacionário, homogêneo e possivelmente ergódico. Estes conceitos são discutidos a seguir.

A.2.1 PROCESSO ESTACIONÁRIO

Processo estacionário é aquele cuja distribuição de probabilidade e funções densidade são inalteradas com um deslocamento na escala de tempo. São aplicáveis em qualquer instante, ou seja, são independentes do tempo decorrido desde o início do processo. Então os processos $X(r,t)$ e $X(r,t+T)$ são estacionários no tempo se eles tiverem as mesmas estatísticas para qualquer tempo T :

$$f_x(x;r,t) = f_x(x;r,t+T) \quad (\text{A.12})$$

Segue-se então que:

$$f_x(x;r,t) = f_x(x;r) \quad (\text{A.13})$$

A função densidade de segunda ordem será:

$$f_{xx}(x_1;r_1,t_1;x_2;r_2,t_2) = f_{xx}(x_1;r_1,t_1+T;x_2;r_2,t_2+T) \quad (\text{A.14})$$

para qualquer T . Isto não significa que o tempo possa ser omitido da função densidade, pois diferenças de tempo são relevantes. Seja $t_2 - t_1 = \tau$, então:

$$f_{xx}(x_1;r_1,t_1;x_2;r_2,t_2) = f_{xx}(x_1;r_1,0;x_2;r_2,\tau)$$

$$f_{xx}(x_1, r_1, -\tau; x_2, r_2, 0) \quad (A.15)$$

Como a função densidade de segunda ordem é uma função da diferença de tempo τ , conclui-se que a autocorrelação $R_{xx}(r_1, t_1; r_2, t_2)$ é dependente de τ e pode ser escrita como:

$$R_{xx}(r_1; r_2, \tau) = E[X(r_1, t_1)X(r_2, t_2)] = R_{xx}(r_1, -\tau; r_2) \quad (A.16)$$

Se o processo estocástico for função apenas do tempo, teremos:

$$E[X(t)] = \text{constante} \quad (A.17)$$

$$E[X(t_1)X(t_2)] = R_{xx}(\tau) = R_{xx}(-\tau) \quad (A.18)$$

indicando que a autocorrelação é uma função par de τ .

A.2.2 PROCESSO HOMOGÊNEO

Geralmente é assumido em análise da superfície do mar que o processo estocástico $X(r, t)$ não é apenas estacionário no tempo mas também homogêneo, ou estacionário no espaço. Isto significa que o processo não se alteraria se a origem a partir da qual r é medido fosse deslocada para um novo local.

Como os princípios fundamentais de estacionariedade no tempo e no espaço sugerem a mesma idéia, é comum referir-se a estes processos apenas como estacionários.

Para um processo estacionário tem-se:

$$f_x(x; r, t) = f_x(x; r+s, t+T) \quad (A.19)$$

para todo s e todo T . E:

$$f_x(x; r, t) = f_x(x) \quad (A.20)$$

independente de r e t . Para funções densidade de segunda ordem, fazendo $r_2 - r_1 = \rho$, temos:

$$f_{xx}(x_1; r_1, t_1; x_2; r_2, t_2) = f_{xx}(x_1; r_1 + s, t_1 + T; x_2; r_2 + s, t_2 + T) \quad (A.21)$$

para todo s e todo T . Então:

$$\begin{aligned} f_{xx}(x_1; r_1, t_1; x_2; r_2, t_2) &= f_{xx}(x_1; 0, 0; x_2; r_2 - r_1, t_2 - t_1) \\ &= f_{xx}(x_1; x_2, \rho, \tau) \end{aligned} \quad (A.22)$$

Para processos estacionários as medidas práticas tomam formas mais simples:

$$E[X(r, t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x) dx = \mu_x \quad (A.23)$$

$$E[X(r_1, t_1)X(r_2, t_2)] = R_{xx}(\rho, \tau) \quad (A.24)$$

É importante notar que para processos estacionários as medidas estatísticas são independentes de r e t mas são dependentes de ρ e τ .

A.2.3 PROCESSO ERGÓDICO

Um processo estocástico $X(t)$ é dito ergódico se ele for estacionário e se as suas medidas estatísticas forem iguais às correspondentes médias temporais tomadas ao longo de uma realização. Matematicamente:

$$E[X(t)] = \mu_x = \langle X^{(1)}(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} X^{(1)}(t) dt \quad (A.25)$$

onde o sinal $\langle \rangle$ representa média temporal e T é a duração da realização. E:

$$\begin{aligned} E[X(t)X(t+\tau)] &= R_{xx}(\tau) = \langle X^{(1)}(t)X^{(1)}(t+\tau) \rangle \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} X^{(1)}(t)X^{(1)}(t+\tau) dt \end{aligned} \quad (A.26)$$

Intuitivamente pode-se dizer que a realização $X^{(1)}(t)$ deve ser típica de todas as possíveis realizações se o processo for ergódico. Um processo estocástico ergódico $X(t)$ deve ser estacionário, mas um processo estacionário não

precisa ser ergódico.

Se o processo estocástico for função da posição, a hipótese de ergodicidade implica que a média deve ser tomada sobre o espaço, além do tempo. Isto requer que o processo seja homogêneo, além de estacionário no tempo. Por exemplo, se $X^{(1)}(r,t)$ for uma realização de um processo ergódico $X(r,t)$ medido sobre o espaço S e tempo T , então:

$$\begin{aligned} R_{xx}(\rho, \tau) &= \langle X^{(1)}(r, t) X^{(1)}(r+\rho, t+\tau) \rangle \\ &= \lim_{\substack{s \rightarrow \infty \\ T \rightarrow \infty}} \frac{1}{sT} \iint_{sT} X^{(1)}(r, t) X^{(1)}(r+\rho, t+\tau) dx dt \end{aligned} \quad (A.27)$$

Uma estimativa da função de autocorrelação é encontrada se os limites não forem tomados:

$$R_{xx}(\rho, \tau) = \frac{1}{sT} \iint_{sT} X^{(1)}(r, t) X^{(1)}(r+\rho, t+\tau) dr dt \quad (A.28)$$

Considerando agora que o processo estocástico $X(t)$ é a soma de dois processos ergódicos $u(t)$ e $v(t)$, isto é:

$$X(t) = u(t) + v(t) \quad (A.29)$$

A função de autocorrelação será:

$$\begin{aligned} R_{xx}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} (u(t) + v(t)) (u(t+\tau) + v(t+\tau)) dt \\ &= R_{uu}(\tau) + R_{uv}(\tau) + R_{vu}(\tau) + R_{vv}(\tau) \end{aligned} \quad (A.30)$$

O primeiro e o último termos são as funções autocorrelação dos processos $u(t)$ e $v(t)$, respectivamente. Os termos restantes são as funções de correlação cruzada que medem a dependência entre os processos estocásticos e são definidas por:

$$\begin{aligned} R_{uv}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) v(t+\tau) dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t-\tau) v(t) dt = R_{vu}(-\tau) \end{aligned} \quad (A.31)$$

Segundo Price et alii (1974) é possível demonstrar que a função autocorrelação é par em relação a τ e tem valor máximo em $\tau=0$. O mesmo não é válido para as correlações cruzadas.

APÊNDICE B

ANÁLISE DE PROCESSOS ESTOCÁSTICOS ERGÓDICOS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Na prática, a descrição de um processo estocástico $X(t)$ é feita através de seus valores estatísticos, como a função autocorrelação e a função covariância, que tomam as formas simplificadas $R_{xx}(\tau)$ e $C_{xx}(\tau)$, respectivamente, quando o processo é ergódico.

Geralmente é mais conveniente considerar a variação do tempo medida pela frequência. Este tipo de análise é conhecido como análise no domínio da frequência.

B.1 FUNÇÃO DENSIDADE ESPECTRAL

Seja $X^{(1)}(t)$ uma realização de um processo estocástico ergódico $X(t)$. A transformada de Fourier de $X^{(1)}(t)$ dada por $G_T(\omega)$ é:

$$G_T(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X_T(t) e^{-i\omega t} dt \quad (B.1)$$

Segundo Price et alii (1974) para que $G_T(\omega)$ exista e seja dada pela equação B.1 é necessário que $\int_{-\infty}^{\infty} |X^{(1)}(t)| dt$ seja finita. O artifício usado para cumprir esta exigência é truncar $X^{(1)}(t)$:

$$X_T(t) = \begin{cases} X^{(1)}(t), & \text{para } -T/2 < t < T/2 \\ 0, & \text{para qualquer outro valor de } t \end{cases}$$

Então, a média temporal de $X_T(t)$ é:

$$\langle X_T(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} X_T(t) dt = \frac{2\pi}{T} G_T(0) \quad (B.2)$$

então:

$$\langle X^{(1)}(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{2\pi}{T} G_T(0) \right\} \quad (B.3)$$

O valor médio quadrado da realização sobre o período T é:

$$\langle X_T^2(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} X_T^2(t) dt \quad (B.4)$$

que pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \langle X_T^2(t) \rangle &= \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} X_T(t) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} G_T(\omega) e^{i\omega t} d\omega \right\} dt \\ &= \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} G_T(\omega) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} X_T(t) e^{i\omega t} dt \right\} d\omega \\ &= \frac{2\pi}{T} \int_{-\infty}^{\infty} G_T(\omega) G_T^*(\omega) d\omega \end{aligned} \quad (B.5)$$

onde $G_T^*(\omega)$ é o conjugado complexo de $G_T(\omega)$. Então:

$$\begin{aligned} \langle X_T^{(1)2}(t) \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{2\pi}{T} |G_T(\omega)|^2 \right\} d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}''(\omega) d\omega \end{aligned} \quad (B.6)$$

onde a quantidade:

$$S_{xx}'' = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{2\pi}{T} |G_T(\omega)|^2 \right\} \quad (B.7)$$

é definida como a densidade espectral média quadrada, que é uma função real e par de ω , e descreve as componentes harmônicas do processo estocástico na faixa de frequência.

Pode-se ainda definir a função autocorrelação do processo estocástico truncado $R_T(\tau)$:

$$R_T(\tau) = \langle X_T(t) X_T(t+\tau) \rangle = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} X_T(t) X_T(t+\tau) dt \quad (B.8)$$

Seguindo procedimento idêntico ao do valor médio quadrado, temos:

$$R_T(\tau) = \frac{2\pi}{T} \int_{-\infty}^{\infty} G_T(\omega) G_T^*(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (B.9)$$

e:

$$\begin{aligned} R_{xx}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} R_T(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{2\pi}{T} |G_T(\omega)|^2 \right\} e^{i\omega\tau} d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}''(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \end{aligned} \quad (B.10)$$

Como as funções autocorrelação e densidade espectral são reais e pares (Press, 1986), podemos escrever:

$$R_{xx}(\tau) = \int_0^{\infty} 2 S_{xx}''(\omega) \cos\omega\tau d\omega = \int_0^{\infty} S_{xx}'(\omega) \cos\omega\tau d\omega \quad (B.11)$$

onde:

$$S_{xx}'(\omega) = S_{xx}(\omega) = \begin{cases} 2 S_{xx}''(\omega), & \text{para } \omega \geq 0 \\ 0, & \text{para } \omega < 0 \end{cases}$$

$S_{xx}(\omega)$ é a função densidade espectral fisicamente realizável. É a função que pode ser medida fisicamente. Uma forma possível para $S_{xx}''(\omega)$ e $S_{xx}(\omega)$ é mostrada na figura B.1. Nota-se que $S_{xx}(\omega)$ é fisicamente identificável na faixa $0 \leq \omega < \infty$ enquanto que $S_{xx}''(\omega)$ é usada na faixa $-\infty < \omega < \infty$ por conveniência matemática.

A transformada de Fourier de $R_{xx}(\tau)$ e sua inversa para um processo estacionário $X(t)$ são respectivamente:

$$S_{xx}''(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (B.12)$$

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}''(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (B.13)$$

Estas duas equações são as chamadas relações de Wiener-Khintchine. Nota-se que:

$$R_{xx}(0) = E[X^2(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}''(\omega) d\omega \quad (B.14)$$

Isto significa que a área sob a curva de $S_{xx}''(\omega)$ é igual ao valor médio quadrado do processo estocástico. Por isso $S_{xx}''(\omega)$ é chamado densidade espectral média quadrada ou densidade espectral de potência.

B.2 FUNÇÃO DENSIDADE ESPECTRAL CRUZADA

Representando processos estocásticos ergódicos truncados $X(t)$ e $Y(t)$ por:

$$X_T(t) = \begin{cases} X(t), & \text{para } -T/2 < t < T/2 \\ 0, & \text{para qualquer outro valor de } t \end{cases}$$

$$Y_T(t) = \begin{cases} Y(t), & \text{para } -T/2 < t < T/2 \\ 0, & \text{para qualquer outro valor de } t \end{cases}$$

com transformadas de Fourier $X_T(\omega)$ e $Y_T(\omega)$ respectivamente. A função correlação cruzada dos processos truncados é:

$$R_{XY_T}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} X_T(t) Y_T(t+\tau) dt \quad (\text{B.15})$$

Seguindo procedimento idêntico ao utilizado no item B.1 determinamos a função correlação cruzada do processo estocástico:

$$\begin{aligned} R_{XY}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} R_{XY_T}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} X_T(t) Y_T(t+\tau) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{2\pi}{T} X_T^*(\omega) Y_T(\omega) \right\} e^{i\omega\tau} d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{XY}''(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

onde $X_T^*(\omega)$ é conjugado complexo de $X_T(\omega)$, e:

$$S_{XY}''(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{2\pi}{T} X_T^*(\omega) Y_T(\omega) \right\} \quad (\text{B.17})$$

é definida como função densidade espectral cruzada dos processos estocásticos ergódicos $X(t)$ e $Y(t)$. A transformada inversa de Fourier é:

$$S_{XY}''(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{XY}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (\text{B.18})$$

Temos ainda que a função densidade espectral cruzada dos processos estocásticos ergódicos $Y(t)$ e $X(t)$ é:

$$S_{yx}''(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{2\pi}{T} Y_T^*(\omega) X_T(t) \right\} \quad (\text{B.19})$$

então:

$$S_{xy}''(\omega) = S_{yx}''^*(\omega) = S_{yx}(-\omega) \quad (\text{B.20})$$

formam um par de complexos conjugados e a correlação cruzada segue a relação:

$$R_{xy}(\tau) = R_{yx}(-\tau) \quad (\text{B.21})$$

Escrevendo a função densidade espectral cruzada em termos de suas partes real e imaginária, temos:

$$\begin{aligned} S_{xy}''(\omega) &= C_{xy}(\omega) - i Q_{xy}(\omega) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) (\cos \omega \tau - i \sin \omega \tau) d\tau \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

onde a função par de ω :

$$\begin{aligned} C_{xy}(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) \cos \omega \tau d\tau \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \left\{ R_{xy}(\tau) + R_{yx}(\tau) \right\} \cos \omega \tau d\tau = C_{xy}(-\omega) \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

é chamada de co-espectro e a função ímpar de ω :

$$\begin{aligned} Q_{xy}(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) \sin \omega \tau d\tau \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \left\{ R_{xy}(\tau) - R_{yx}(\tau) \right\} \sin \omega \tau d\tau = -Q_{xy}(-\omega) \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

é chamado de espectro de quadratura.

Enquanto que a densidade espectral representa a contribuição para o valor médio quadrado do processo estocástico, o co-espectro é a contribuição para o produto do processo estocástico devido às componentes que estão em fase entre si. O espectro de quadratura é a contribuição das

componentes que estão defasadas de 90 graus entre si. A relação de fases é uma parte inerente às funções densidade espectral cruzadas. Isto porque pode-se escrevê-las como:

$$S_{xy}''(\omega) = \sqrt{C_{xy}^2(\omega) + Q_{xy}^2(\omega)} e^{-i\delta_{xy}(\omega)} \quad (\text{B.25})$$

onde a relação de fase é dada por:

$$\delta_{xy}(\omega) = \tan^{-1} \left\{ \frac{Q_{xy}(\omega)}{C_{xy}(\omega)} \right\} \quad (\text{B.26})$$

Analogamente à densidade espectral, pode-se definir a função densidade espectral cruzada fisicamente realizável com a propriedade:

$$S_{xy}'(\omega) = S_{xy}(\omega) = \begin{cases} 2 S_{xy}''(\omega), & \text{para } 0 \leq \omega < \infty \\ 0, & \text{para } \omega < 0 \end{cases}$$

e o co-espectro e o espectro de quadratura são:

$$4 C_{xy}(\omega) = S_{xy}(\omega) + S_{yx}(\omega) \quad (\text{B.27})$$

$$4 Q_{xy}(\omega) = i \{ S_{xy}(\omega) - S_{yx}(\omega) \} \quad (\text{B.28})$$

para $0 \leq \omega < \infty$.

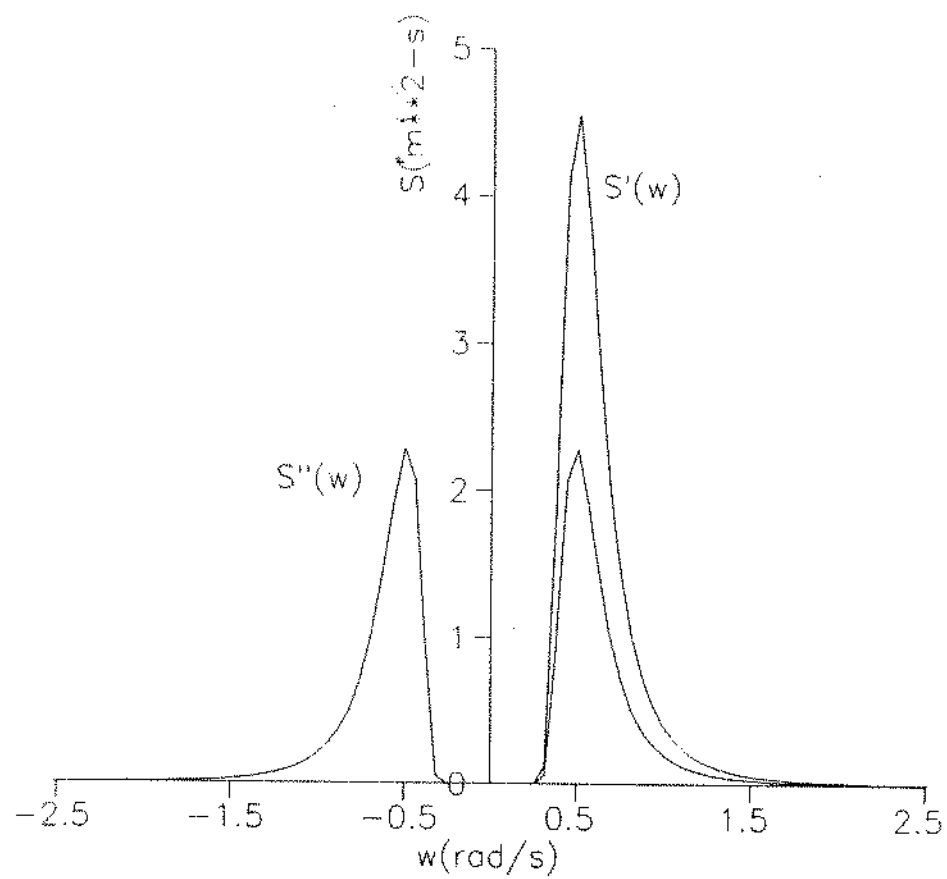


figura B.1 - Exemplo de função densidade espectral

APÊNDICE C

ESTATÍSTICAS DE CURTO PRAZO

Para determinar as propriedades estatísticas das ondas do mar parte-se de medidas realizadas durante um período finito de tempo, geralmente em torno de 30 minutos. As medidas são consideradas estacionárias e suas propriedades invariantes durante um período de algumas horas. Assume-se que estas medidas seguem as chamadas estatísticas de curto prazo.

As duas hipóteses básicas feitas na descrição de estatísticas de curto prazo são que as ondas do mar são processos estacionários e ergódicos (descritos no Apêndice A).

A figura C.1 mostra os principais parâmetros utilizados para descrever as ondas do mar. O comprimento da medida é T_s , a altura máxima é H_{max} , o período de cristas é T_c e o período de cruzamentos ascendentes por zero é T_z .

Há vários parâmetros de curto prazo usados para descrever as estatísticas das ondas do mar. Dois dos parâmetros mais importantes que quantificam o estado do mar são a altura característica e o período característico. Para descrever a altura das ondas existem várias diferentes quantidades (por exemplo: altura média, altura significativa, altura máxima, etc), sendo que a mais utilizada é a altura significativa H_s (ou $H_{1/3}$) definida como a média de um terço das ondas mais altas do registro. O período característico

pode ser representado pelo período médio, período médio de cruzamentos ascendentes por zero, período de pico, etc.

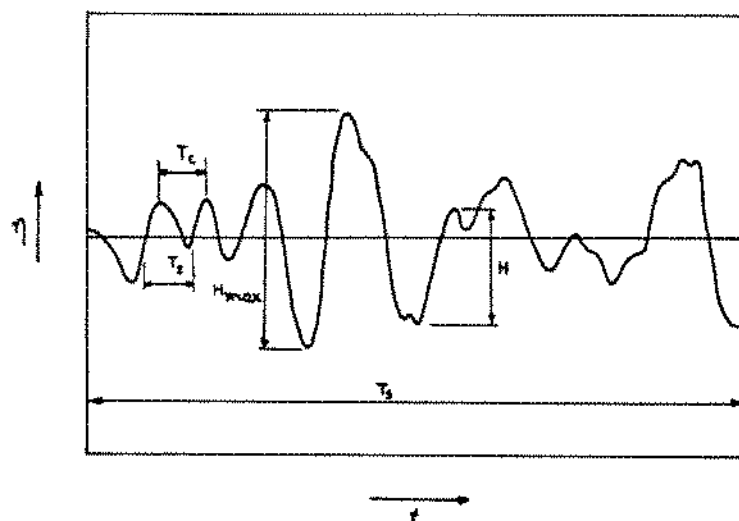


figura C.1 - Representação dos principais parâmetros de onda

Parâmetros estatísticos podem ser obtidos diretamente do registro de ondas no domínio do tempo ou de sua representação no domínio da frequência. No domínio da frequência é necessário utilizar os chamados momentos das densidades espectrais de energia para determinar os parâmetros estatísticos. O momento de ordem n de uma densidade espectral de energia é dado por:

$$m_n = \int_0^{\infty} \omega^n S(\omega) d\omega \quad (C.1)$$

Assim, o momento de ordem zero representa a área sob a curva da densidade espectral de energia:

$$m_0 = \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega \quad (C.2)$$

C.1 ALTURA SIGNIFICATIVA DE ONDA

A altura significativa de onda H_s (ou $H_{1/3}$) é definida como a média de um terço das ondas mais altas de um estado de mar. Chakrabarti (1987) descreve três formas de se calcular a altura significativa de um registro de ondas.

Seguindo a definição citada acima, o número de ondas (crista a vale precedente) é contado no registro e um terço das ondas mais altas são selecionadas. A média destas alturas é a altura significativa de onda:

$$H_{1/3} = \frac{3}{N} \sum_{i=1}^{N/3} H_i \quad (C.3)$$

onde N é número de alturas de onda do registro e H_i é o valor medido de vale a crista. Este método consome grande tempo de computação, outros métodos mais simples podem ser utilizados para estimar a altura significativa de ondas.

Sendo conhecidos a altura da maior crista a_c , a profundidade do vale mais baixo a_t , e o número total de ciclos de cruzamentos ascendentes por zero N_z . Teremos então:

$$H_s = \sqrt{2} C_1 (a_c + a_t) \quad (C.4)$$

onde:

$$C_1 = (\ln N_z)^{-1/2} [1 + 0.289 (\ln N_z)^{-1} - 0.247 (\ln N_z)^{-2}]^{-1} \quad (C.5)$$

Pode-se ainda estimar a altura significativa das ondas através da densidade espectral de energia:

$$H_s = 4 \sqrt{m_0} \quad (C.6)$$

onde m_0 é o momento de ordem zero do espectro de energia definido para $\omega \geq 0$. Segundo Chakrabarti esta estimativa geralmente produz resultado menor que os dois outros métodos apresentados.

C.2 VALOR MÉDIO QUADRADO

O valor médio quadrado (rms) das alturas de ondas calculado a partir de um registro é:

$$H_{rms} = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N H_i^2 \right]^{1/2} \quad (C.7)$$

No domínio da frequência pode ser calculado por:

$$H_{rms} = 2 \sqrt{2m_0} \quad (C.8)$$

Pode-se ainda determinar o valor rms da elevação da onda $\eta(t)$, isto é, o valor medido a cada incremento de tempo Δt (a altura de onda é definida como a distância entre a crista e o vale precedente). O valor rms da elevação da onda é dado por:

$$\sigma = \left[\frac{1}{T_s} \sum_{T_s} \eta^2(t) \right]^{1/2} \quad (C.9)$$

No domínio da frequência temos:

$$\sigma = \sqrt{m_0} \quad (C.10)$$

C.3 ALTURA MÁXIMA DE ONDA

A altura máxima de onda em um registro é o maior valor entre crista e vale precedente. Pode-se estimar o mais provável valor máximo de um registro pela equação:

$$H_{\max} = \left[\sqrt{\ln N} + \frac{0.2886}{\sqrt{\ln N}} \right] H_{\text{rms}} \quad (\text{C.11})$$

Esta fórmula foi proposta por Longuet-Higgins e assume que o registro possui espectro de banda estreita ("narrow band spectrum").

C.4 PERÍODOS DE ONDA

No domínio do tempo dois tipos de períodos são mais frequentemente utilizados: período médio de cruzamentos ascendentes por zero T_z e período médio de crista T_c , definidos como:

$$T_z = \frac{T_s}{N_z} \quad (\text{C.12})$$

$$T_c = \frac{T_s}{N_c} \quad (\text{C.13})$$

onde T_s é o intervalo de tempo total da medida, N_z é o número de cruzamentos ascendentes por zero e N_c é o número de cristas.

No domínio da frequência definem-se períodos médios em função dos momentos dos espectros m_n definidos pela equação C.1. Os dois períodos médios mais utilizados são:

$$T_{0,1} = \frac{m_0}{m_1} \quad (\text{C.14})$$

$$T_{0,2} = \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} \quad (\text{C.15})$$

É comum ainda utilizar-se o período de pico T_0 definido como o período de pico do espectro de energia, e o período significativo de onda T_s , definido como o período médio de um terço das ondas mais altas do registro.

APÊNDICE D

DENSIDADE ESPECTRAL DE ENERGIA DE ONDA

A forma mais simples de se representar uma onda de mar é uma oscilação senoidal da superfície. Uma onda senoidal simples (fig. D.1 a-b) de frequência ω pode ser representada por:

$$\eta(t) = (H/2) \cos(kx - \omega t) \quad (D.1)$$

Em $x=0$, temos:

$$\eta(t) = \eta_a \cos \omega t \quad (D.2)$$

onde a amplitude da onda $\eta_a = \frac{H}{2}$. Esta forma é aplicada quando o método de uma onda de projeto é utilizado.

Pode-se generalizar a forma da onda considerando-se um sinal com frequência fundamental ω e representá-lo como uma série de Fourier contendo componentes de múltiplos da frequência fundamental (fig. D.1 c):

$$\eta(t) = \sum_{n=1}^N a_n \cos(n\omega t + \epsilon_n) \quad (D.3)$$

que pode ser reescrito como:

$$\eta(t) = \sum_{n=1}^N (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \quad (D.4)$$

onde N é número de componentes de Fourier. No desenvolvimento desta forma é assumido que como a eq. D.1 é linear, o princípio da superposição pode ser aplicado. Os coeficientes a_n e b_n são coeficientes de Fourier dados por:

$$a_n = \frac{2}{T_s} \int_0^{T_s} \eta(t) \cos n\omega t \, dt \quad (D.5)$$

$$b_n = \frac{2}{T_s} \int_0^{T_s} \eta(t) \sin n\omega t \, dt \quad (D.6)$$

Segundo Chakrabarti (1987) esta representação do estado de mar dada por a_n , b_n e N finitos não é representativa de um estado de mar aleatório mas pode ser utilizada na simulação de ondas em computador ou em laboratório.

O estado de mar aleatório em análise de curto prazo mantém certas propriedades estatísticas e é melhor representado pelo espectro de densidade de energia. A energia da onda E (por unidade de área superficial) entre limites infinitos de tempo é dada por:

$$E = \frac{1}{2} \rho g \int_{-\infty}^{\infty} [\eta(t)]^2 dt \quad (D.7)$$

Generalizando a expressão para $\eta(t)$ da eq. (D.4) para que as frequências não sejam mais representadas por componentes de Fourier, e variem continuamente (fig. D.1 d) e os coeficientes a_n e b_n sejam generalizados como $a(\omega)$ e $b(\omega)$, escrevemos:

$$\eta(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [a(\omega) \cos \omega t + b(\omega) \sin \omega t] \, d\omega \quad (D.8)$$

onde $a(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \eta(t) \cos \omega t \, dt$ e $b(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \eta(t) \sin \omega t \, dt$. Com as equações

D.7 e D.8 a energia pode ser escrita como:

$$E = \frac{1}{2\pi} \rho g \int_{-\infty}^{\infty} \eta(t) \left[\int_{-\infty}^{\infty} [a(\omega) \cos \omega t + b(\omega) \sin \omega t] \, d\omega \right] dt \quad (D.9)$$

Trocando as integrais:

$$E = \frac{1}{2\pi} \rho g \int_{-\infty}^{\infty} \left[a(\omega) \int_{-\infty}^{\infty} \eta(t) \cos \omega t dt + b(\omega) \int_{-\infty}^{\infty} \eta(t) \sin \omega t dt \right] d\omega \quad (D.10)$$

ou

$$E = \frac{1}{2\pi} \rho g \int_{-\infty}^{\infty} [a^2(\omega) + b^2(\omega)] d\omega \quad (D.11)$$

que pode ser escrito como:

$$E = \frac{1}{2\pi} \rho g \int_{-\infty}^{\infty} A^2(\omega) d\omega \quad (D.12)$$

Com as equações (D.7) e (D.12) obtemos a igualdade do Teorema de Parseval:

$$\int_{-\infty}^{\infty} [\eta(t)]^2 dt = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [A(\omega)]^2 d\omega \quad (D.13)$$

que dá base ao conceito de espectro de energia de onda. A amplitude A tem unidade de comprimento-tempo e é uma função contínua da frequência ω . Se $[\overline{\eta(t)}]^2$ é o valor médio quadrado (variância) de $\eta(t)$ sobre uma determinada leitura de comprimento T_s , então:

$$[\overline{\eta(t)}]^2 = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} [\eta(t)]^2 dt \quad (D.14)$$

que pode ser escrito como energia média por unidade de área:

$$\overline{E} = \frac{1}{2\pi} \rho g \int_{-\infty}^{\infty} [A(\omega)]^2 / T_s d\omega \quad (D.15)$$

Definindo a densidade espectral de energia como:

$$S(\omega) = \frac{[A(\omega)]^2}{\pi T_s} \quad (D.16)$$

a energia total é obtida da área coberta pela densidade de energia como uma função de frequência.

$$\bar{E} = \frac{1}{2} \rho g \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega \quad (D.17)$$

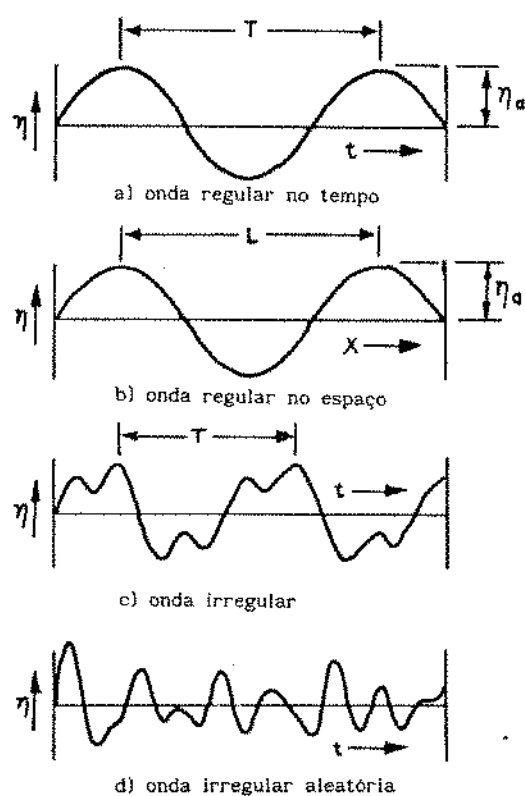


figura D.1 - Representação de diversos tipos de ondas

APÊNDICE E

CARREGAMENTOS DEVIDO A ONDAS

A determinação das forças das ondas sobre uma estrutura flutuante é uma tarefa difícil pois envolve a complexidade de interações entre ondas e estrutura. Dependendo do tipo de estrutura, diferentes formulações podem ser aplicadas baseando-se no tamanho dos membros estruturais, e na altura e comprimento da onda incidente. Estes parâmetros podem ser escritos na forma de duas razões: diâmetro do membro estrutural por comprimento de onda (D/λ), e altura de onda por diâmetro do membro estrutural (H/D).

Em função dos valores obtidos para estas razões pode-se escolher entre três formulações para estimar as forças de onda:

- a. Equação de Morison
- b. Teoria de Froude-Krylov
- c. Teoria da Difração

Segundo Patel (1989), para membros estruturais pequenos onde ($D/\lambda < 0.2$), a equação de Morison é utilizada para estimar as forças de onda com a hipótese implícita de que o diâmetro do membro estrutural é pequeno o suficiente em relação ao comprimento de onda para não alterar significativamente as características da onda incidente. A equação de Morison é baseada na hipótese de que as forças de

onda podem ser expressas como a soma da força viscosa proporcional à velocidade do fluido e a força de inércia proporcional à aceleração da onda. Em geral a equação de Morison é aplicada quando a força viscosa é significativa, o que geralmente ocorre quando a estrutura é pequena em relação ao comprimento da onda.

Quando a força viscosa é pequena mas a estrutura ainda é relativamente pequena, a teoria de Froude-Krylov pode ser aplicada. A força é calculada através integração da pressão da onda incidente na superfície da estrutura.

Para grandes estruturas ($D/\lambda > 0.2$) aplica-se a teoria de difração para considerar a reflexão e a radiação das ondas devido à presença da estrutura. Esta teoria potencial não considera a viscosidade.

A razão H/D tem importância baseada no fato de que as forças de atrito em estruturas em fluxo de ondas aleatórias são dominadas pela separação do fluxo em torno da estrutura com a formação de vórtices. Segundo Patel (1989), para pequenos H/D (< 1.5) não há separação nem desenvolvimento de vórtices. Neste caso as forças de atrito são pequenas, com a predominância das forças de inércia e a teoria de difração pode ser usada. Para H/D grandes (> 8) há formação de vórtices então as forças viscosas são grandes e a equação de Morison pode ser aplicada.

Para $1.5 < H/D < 8$ o regime de fluxo é muito complexo e difícil de determinar. Um outro parâmetro mais completo pode substituir a razão H/D , trata-se do adimensional número de

Keulegan-Carpenter:

$$KC = u_0 T / D \quad (E.1)$$

onde u_0 é a máxima velocidade horizontal da partícula d'água num fluxo de período T em torno de um corpo de dimensão característica D . O número KC é uma medida importante do efeito da força viscosa. Quando o número KC é grande há predominância das forças de atrito e o parâmetro D/λ (que mede a difração) é pequeno, e vice versa. Neste trabalho trataremos particularmente de estruturas de grandes dimensões, portanto com predominância das forças de inércia e a teoria de difração será usada para determinar as forças devido às ondas.

E.1 RESPOSTA EM ONDA REGULAR

Os deslocamentos de uma estrutura flutuante são obtidos pela aplicação de equações da Mecânica:

$$\frac{d}{dt} (M \vec{v}) = \vec{F} \quad (E.2)$$

onde M representa a massa da estrutura, $\vec{v}$ é o vetor velocidade e $\vec{F}$ é a força resultante da interação das ondas com a estrutura.

E.1.1 TEORIA LINEAR

Desprezando-se os termos de ε igual ou superior a 2 na equação 4.1, lineariza-se as equações do problema hidrodinâmico. A linearização permite a utilização do modelo de Airy descrito por Chakrabarti (1987), Patel (1989) e

Brebbia (1979).

Os movimentos são influenciados pelos efeitos de massa adicional e do amortecimento introduzidos pelo movimento da estrutura na água. Para estruturas de grandes dimensões aplica-se a teoria potencial de fluxo para determinar estes efeitos. É calculada a força de Froude-Krylov, a força de difração da estrutura em sua posição de equilíbrio e a força de radiação devido ao movimento da estrutura em torno de sua posição de equilíbrio. A última componente fornece os coeficientes hidrodinâmicos de massa adicional e amortecimento potencial da estrutura em seus seis graus de movimento.

Segundo Chakrabarti, o efeito de radiação pode ser descrito pelas seguintes equações. A força na direção k devido a um movimento da estrutura na direção j é determinada através da pressão p_j na superfície submersa da estrutura:

$$F_{jk} = \iint_S p_j n_k ds \quad j, k = 1, 2, \dots, 6 \quad (E.3)$$

onde n_k é uma função dos cossenos diretores, p_j tem forma complexa e F_{jk} é uma matriz complexa 6×6 . A componente de força em fase é tratada como força de massa adicional, enquanto que a componente fora de fase é a força de amortecimento linear. E:

$$\omega M_{jk} + i C_{jk} = \frac{F_{jk}}{\omega X_k} \quad (E.4)$$

onde X_k é a amplitude da oscilação da estrutura na direção k ,

M_{jk} é a matriz de massa adicional e C_{jk} é a matriz de amortecimento potencial.

A cada grau de movimento da estrutura está associado uma massa adicional e um amortecimento potencial. Além disso, há termos cruzados, isto é, movimentos em dada direção produzem massa adicional e amortecimento potencial em outras direções.

Para pequenos movimentos, a equação de movimento pode ser escrita como:

$$\sum_{k=1}^6 m_{jk} \ddot{x}_k + R_{jk} x_k = \int_{S_0} p_j n_j ds \quad j=1,2,\dots,6 \quad (E.5)$$

onde $m_{jk}=m\delta_{jk}$, $j,k=1,2,3$ e m é a massa deslocada pela estrutura flutuante, e $m_{jk}=I_{jk}$, $j,k=4,5,6$ onde I_{jk} são os momentos de inércia e δ_{jk} é a função delta de Kronecker. R_{jk} são as forças e momentos de restauração da posição deslocada até a posição de equilíbrio da estrutura por unidade de deslocamento. A integral é avaliada sobre a superfície molhada S_0 da estrutura em sua posição de equilíbrio. As pressões p_j na integral são compostas de três partes: pressões devido a ondas incidentes, difratadas e irradiadas. As forças devido às duas primeiras pressões fornecem as forças externas enquanto que a terceira fornece as força de inércia adicional e a força de amortecimento potencial.

Com as equações E.3 e E.4, rearranjando a equação E.5, e ainda introduzindo um termo de força de restauração devido a restrições ligadas à estrutura (por exemplo: ancoragem), a equação de movimento da estrutura é dada por:

$$\sum_{k=1}^6 [(m_{jk}+M_{jk}) \ddot{x}_k + C_{jk} \dot{x}_k + (K_{jk}+R_{jk}) x_k] = F_j e^{i(\delta_j - \omega t)} \quad , j=1, \dots, 6 \quad (E.6)$$

onde K_{jk} é a matriz de constantes de mola devido às restrições. As forças e momentos externos e correspondentes ângulos de fase são F_j e δ_j , respectivamente. Sob a hipótese de pequenas amplitudes de ondas e pequenos movimentos da estrutura o problema é linear. As características de tensão-deformação das linhas de ancoragem podem ser não lineares em certos casos, porém geralmente é possível aproximar estas características para lineares dentro de sua faixa de aplicação.

Para o sistema linear a excitação $F_j e^{i(\delta_j - \omega t)}$ produz solução na forma:

$$x_k = X_k e^{i(\beta_k - \omega t)} \quad (E.7)$$

onde X_k é a amplitude de movimento e β_k seu ângulo de fase, temos então:

$$\sum_{k=1}^6 [-\omega^2 (m_{jk}+M_{jk}) - i\omega C_{jk} + (K_{jk}+R_{jk})] X_k e^{i\beta_k} = F_j e^{i\delta_j} \quad , j=1, \dots, 6 \quad (E.8)$$

que pode ser resolvido para X_k e β_k por uma rotina de inversão de matriz.

E.1.2 EFEITO DO AMORTECIMENTO VISCOSO

A solução da equação E.7 geralmente leva a resultados satisfatórios para qualquer faixa de frequência exceto nas

proximidades da frequência natural do sistema. Segundo Chakrabarti, a teoria parece superestimar o movimento nesta área quando comparada com resultados experimentais, em parte devido aos baixos valores de amortecimento próximo à frequência natural.

De acordo com a equação de Morison, a força de amortecimento hidrodinâmico associada ao movimento da estrutura pode ser escrita como:

$$f_{Dj} = \frac{1}{2} \rho C_D A_j |\dot{x}_j| \dot{x}_j \quad (E.9)$$

onde f_{Dj} é a força ou momento de atrito devido à velocidade $\dot{x}_j$ da estrutura na direção j , num ponto da estrutura com área projetada A_j . A equação de movimento pode ser escrita como:

$$\sum_{k=1}^6 [(m_{jk} + M_{jk}) \ddot{x}_k + C_{jk}^1 \dot{x}_k + C_{jj}^2 |\dot{x}_j| \dot{x}_j + (K_{jk} + R_{jk}) x_k] = F_j e^{i(\delta_j - \omega t)} \quad j=1, 2, \dots, 6 \quad (E.10)$$

onde C_{jk}^1 é igual a C_{jk} na equação E.8 e C_{jj}^2 é o coeficiente de atrito integrado sobre a superfície molhada na direção j . Este último termo torna a equação de movimento não linear e uma solução em forma fechada não é possível. Uma solução no domínio do tempo pode ser utilizada para resolver estas equações de movimento.

No domínio da frequência é possível simplificar as equações de movimento através de uma linearização do termo de atrito não linear. Assumindo movimento harmônico na mesma forma da equação E.7 e linearizando o termo de atrito através

da aproximação:

$$|\dot{x}_j| \dot{x}_j = \frac{8}{3\pi} (\omega X_j) \dot{x}_j \quad (E.11)$$

a equação de movimento fica na forma:

$$\sum_{k=1}^6 [-\omega^2 (m_{jk} + M_{jk}) - i\omega (C_{jk} + \frac{8}{3\pi} \omega X_k C_{jk}^2 \delta_{jk}) + (K_{jk} + R_{jk})] X_k e^{i\beta_k} = F_j e^{i\delta_j} \quad j=1, 2, \dots, 6 \quad (E.12)$$

onde δ_{jk} é o delta de Kronecker. Para resolver o sistema de equações representado por E.12 utiliza-se um procedimento iterativo. Inicialmente assume-se C_{jk}^2 igual a zero e resolve-se o sistema linear para X_k e β_k , que são utilizados como valor de X_k na linearização do termo de atrito. Então novos valores de X_k e β_k são obtidos por inversão de matriz. O processo é repetido até que uma convergência numérica de X_k e β_k seja obtida. A solução encontrada para X_k não é linear com a amplitude da onda incidente.

Um outro termo de força de atrito, devido à velocidade da partícula fluida $\dot{u}_k$, pode ser definido como:

$$u_k = u_{0k} e^{i(kx - \omega t)} \quad (E.13)$$

onde u_{0k} é a amplitude de u_k definido pela teoria de Airy, descrita por Chakrabarti e por Brebbia. De forma análoga ao problema da força de atrito devido à velocidade da estrutura, pode-se aplicar a linearização:

$$|\dot{u}_k| \dot{u}_k = \frac{8}{3\pi} (\omega u_{0k}) \dot{u}_k \quad (E.14)$$

O termo de força de atrito devido à velocidade da partícula fluida pode ser somado ao lado direito da equação de movimento pois é independente de x_k , é portanto, uma força

externa. A solução do sistema pode ser obtida seguindo o mesmo procedimento descrito anteriormente.

Uma outra forma de se incluir o efeito de força de atrito devido à velocidade da partícula fluida é utilizar o modelo de velocidade relativa descrito por Chakrabarti e por Brebbia.