

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

Dissertação Apresentada à
Faculdade de Engenharia Mecânica
como Requisito Parcial à Obtenção do
Título de Mestre em Engenharia de Petróleo

LIMA
COMPORTAMENTO DE RESERVATÓRIOS
DE GÁS EM SOLUÇÃO SUBMETIDOS À
SEGREGAÇÃO GRAVITACIONAL

Este exemplar corresponde à redação final da tese defendida
pelo Enge. Paulo Neves de Lima e aprovada pela comissão
julgadora em 13/12/1990


Prof. Dr. Fernando Rodriguez de la Garza
Autor: Paulo Neves de Lima

67/90

Orientador: Prof. Dr. Fernando Rodriguez de la Garza

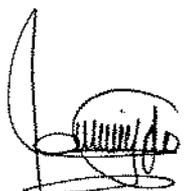
Dezembro de 1990

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

A dissertação "Comportamento de Reservatórios de Gás em Solução Submetidos à Segregação Gravitacional" elaborada por Paulo Neves de Lima e aprovada por todos os membros da Banca Examinadora foi aceita pela Sub-Comissão de Pós-Graduação em Engenharia de Petróleo como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 13 de dezembro de 1990.

Banca Examinadora



Fernando Rodriguez de la Garza, Ph.D



Osvaldo Vidal Trevisan, Ph.D



Antonio Cláudio de França Corrêa Ph.D

AGRADECIMENTOS

Manifesto meus sinceros agradecimentos:

ao Dr. Fernando Rodriguez de la Garza, pela proposição do tema deste trabalho, pela sua orientação, apoio e dedicação em todos os momentos;

ao Dr. Kelsen Valente Serra, pelo seu apoio e dedicação como orientador de programa durante a primeira fase deste mestrado;

aos professores e colegas que se mostraram solícitos nos momentos que deles precisei;

aos Engs. Walter Pereira Formosinho, Olavo Adolfo Hacker Rocha e Tarcício Magno Dias Braz que me proporcionaram esta oportunidade de realização profissional e pessoal;

ao Eng. Ivo Fernandez Lopez, pelos esclarecimentos na utilização dos recursos computacionais;

à Maria Conceição Romualdo, pela dedicação com que participou do trabalho de edição;

à minha esposa Regina e minha filha Juliana, pela paciência e compreensão nos momentos em que fiz falta à nossa convivência;

à minha sogra Helena e meu sogro Euphrates, pela ajuda valiosa;

aos meus pais Paulo e Neusa, meus primeiros orientadores e incentivadores;....

*Ao Senhor Deus,
Fonte da Sabedoria,
Rei da Glória.*

RESUMO

Este trabalho apresenta o estudo do comportamento de um reservatório de gás em solução submetido à segregação gravitacional durante sua depleção natural. O reservatório está inicialmente subsaturado. Contrafluxo de gás aparece após a pressão ficar abaixo de P_{sat} e a saturação de gás superar seu valor crítico.

O problema formulado é de um reservatório linear com escoamento unidimensional e vertical. O óleo é produzido com vazão constante através de sua fronteira inferior. Tal formulação tem a propriedade de isolar de uma forma simples, a depleção natural com contrafluxo.

Utilizou-se um simulador numérico para obter resultados sob diversas condições. Maior atenção foi dada na análise da influência das condições de operação e propriedades petrofísicas no comportamento do reservatório.

Constatou-se que o comportamento é dependente do parâmetro adimensional

$$\xi_r = \frac{q_{ow}(B_o\mu_o)P_{sat}}{C_S K A k_{ro}(S_{gc})\Delta\rho_{P_{sat}} \frac{g}{g_c}}$$

o qual caracteriza a competição entre as forças viscosas e gravitacionais. Verificou-se também, dois limites para o comportamento: 1) Um limite, para valores pequenos de ξ_r , onde ocorre o máximo aproveitamento das forças gravitacionais, 2) Um limite, para valores grandes de ξ_r , com comportamento se assemelhando a reservatórios de gás em solução. A evolução da pressão média no reservatório, \bar{P} , da saturação média de óleo, \bar{S}_o , e da razão gás óleo de produção, RGO, com o fator de recuperação, FR, é descrita por curvas envoltórias em todos os casos em que $\xi_r < 1$. O afastamento deste comportamento limite acontece no momento em que o gás segregado retorna à face produtora. O tempo de breakthrough depende de

ξ_r e o fator de recuperação neste momento é tão maior quanto menor o valor de ξ_r .

A análise dos perfis de saturação mostrou a existência de três regiões no reservatório: 1) Uma superior, onde o gás segregado constitui uma frente que avança em direção às partes inferiores do reservatório, 2) uma região intermediária, onde uma segunda frente é identificada no seu extremo inferior, e 3) uma região inferior, onde a saturação de gás é geralmente pequena. Ao longo da região intermediária encontra-se uma saturação uniforme de gás, S_{ga} , para um determinado tempo. Esta S_{ga} evolui com o tempo conforme as equações de Muskat para reservatórios de gás em solução. A frente da região intermediária, inicialmente recua a partir do poço e às vezes retorna em direção à face produtora. Em alguns casos esta frente atinge o poço antes da frente superior. Observou-se que estas frentes se movem conforme as equações de Buckley e Leverett, adaptadas para escoamento compressível. O valor de ξ_r interfere nas equações do fluxo fracionário e portanto nas movimentações destas duas frentes que delimitam a região intermediária, mas ξ_r não interfere na evolução de S_{ga} .

Os perfis de pressão apresentaram gradientes pequenos para $\xi_r < 1$, de sorte que a pressão em qualquer ponto para um dado tempo pode ser aproximada pela pressão média do reservatório.

Foram desenvolvidos modelos simplificados que descrevem o fenômeno de maneira clara e precisa. Estes modelos foram obtidos a partir das equações do escoamento multifásico. Introduziram-se simplificações nestas equações de acordo com o comportamento manifestado nas experimentações numéricas. Através do método das características obteve-se soluções para a movimentação das duas frentes. Com relação ao balanço de materiais, as equações desenvolvidas, "Muskat abreviado", são ainda mais simples que as apresentadas na literatura por Ambastha e Aziz. Com relação ao comportamento dos perfis de saturação, desenvolveram-se equações mais simples que as de Cook.

Os modelos simplificados são validados mediante a confrontação com soluções numéricas.

ABSTRACT

The behavior of reservoirs producing under gas gravity segregation during natural depletion is studied in this work. Linear vertical flow in the reservoir is considered with oil being produced at the lower end at constant rate. The reservoir is initially undersaturated with gas counterflow beginning at the time the pressure goes beyond the bubble-point pressure and the saturation reaches its critical value.

Results from a numerical reservoir simulator were analyzed under a variety of conditions to obtain a qualitative understanding of the evolution of saturation, pressure and flow rate profiles along the reservoir with time.

It was found that the gas gravity segregation mechanism can be described by a dimensionless parameter,

$$\xi_r = \frac{q_{ow}(B_o\mu_o)P_{nat}}{C_s K A K_{ro}(S_{gc})\Delta\rho P_{nat} \frac{h}{g_c}}$$

which is a relation between viscous and gravity forces. Two limiting reservoir behaviors were found to develop: 1) the full gas gravity segregation behavior, for small ξ_r , where gravity forces are fully acting and 2) the solution gas drive behavior, which happens when ξ_r is large. The evolution of the average reservoir pressure, \bar{P} , the average oil saturation, \bar{S}_o and the producing gas oil ratio, RGO, with oil recovery factor, FR is described by single envelope curves in all those cases in which $\xi_r < 1$. Departure from this limiting behavior happens at the time the segregated gas reaches the producing end. Breakthrough time depends on ξ_r , being the recovery factor at this time larger as ξ_r becomes smaller.

Analysis of saturation profiles showed that three regions develop in the reservoir: 1) the upper region where a gas front evolves and travels downwards, 2) an intermediate region where a second front is identified at the lower end, and 3)

a third region where gas saturations are in general small. Along the intermediate region a uniform gas saturation, S_{ga} , is found at a given time. The gas saturation, S_{ga} changes with time according to Muskat's model for solution gas drive reservoirs. The lower front moves initially in the upward direction and under some conditions it eventually comes back towards the producing end, reaching it in some cases before the upper front.

It was found that the two fronts move according to the Buckley-Leverett theory, as adapted for compressible flow. The parameter ξ , appears in the definition of fractional flow, and therefore affects the way in which the two fronts travel. It does not however affect the evolution of the gas saturation in the intermediate region.

Pressure profiles developed under gas gravity segregation showed small pressure gradients along the reservoir in such a way that pressure at any point at a given time could be approximated by the average reservoir pressure, \bar{P} .

Simplified models that describe the phenomenon in a clear and precise way were developed. These models were obtained from solutions of the multiphase flow equations by the method of characteristics, simplified after considering the behavior of the system, as shown by numerical experimentation. For material balance calculations, a simple equation was found to apply; such equation is a particular form of the Muskat equation and is simpler than a model recently presented by Ambastha and Aziz. For the modeling of the gas saturation profiles, equations simpler than those presented by Cook were developed.

The simplified models were validated against numerical solutions

ÍNDICE

	pág.
RESUMO.....	i
ABSTRACT.....	iv
LISTA DE FIGURAS.....	ix
LISTA DE TABELAS.....	xv
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	6
3. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA.....	17
3.1 Problema Físico.....	17
3.2 Formulação Matemática.....	20
4. SOLUÇÃO NUMÉRICA.....	22
4.1 O Modelo Numérico.....	22
4.2 Análise de Sensibilidade.....	24
4.3 Casos Estudados e Análise dos Resultados.....	32
5. DESENVOLVIMENTO DE MODELOS SIMPLIFICADOS.....	85
5.1 A Vazão Crítica e o Adimensional de Referência.....	86
5.2 Os Gradientes de Pressão.....	90
5.3 A Saturação de Gás na Fronteira Produtora e Modelo para RGO ..	93
5.4 Equações para o Balanço de Materiais.....	95
5.5 Modelagem para a Segregação Completa.....	99

5.6 Os Perfis de Vazões.....	103
5.7 Os Perfis de Saturação.....	107
5.8 O Comportamento da Agulha.....	112
5.9 Modelo para Comportamento com Curvas de K_r Lineares	117
5.10 O Problema do Fechamento	130
6. VALIDAÇÃO DOS MODELOS SIMPLIFICADOS.....	133
7. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	156
7.1 Conclusões	156
7.2 Recomendações.....	159
APÊNDICE A – PROPRIEDADES DAS ROCHAS E DOS FLUIDOS.....	160
APÊNDICE B – OBTENÇÃO DE EXPRESSÕES PARA $\frac{d\bar{S}_o}{dP}$, $\frac{d\bar{P}}{dt}$ e $\frac{d\bar{S}_o}{dt}$	171
APÊNDICE C – A COMPRESSIBILIDADE TOTAL DOS FLUIDOS.....	179
APÊNDICE D – OBTENÇÃO DE EXPRESSÕES PARA OS PERFIS DE VAZÃO.....	186
APÊNDICE E – APLICAÇÃO DO MÉTODO DAS CARAC- TERÍSTICAS	191
APÊNDICE F – O USO DE CURVAS DE K_r LINEARES.....	194

NOMENCLATURA 197

BIBLIOGRAFIA 202

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1.1 - Esquema típico do reservatório em estudo	19
Figura 4.1.1 - Malha de blocos utilizada na simulação numérica	23
Figura 4.2.1 - Influência da dimensão dos blocos no tempo de breakthrough	28
Figura 4.2.2 - Influência do número de blocos no tempo de breakthrough	29
Figura 4.3.1 - Fator de recuperação versus q_{ow}/KA para reservatórios vertical e horizontal, utilizando DADOS-1	35
Figura 4.3.2 - Fator de recuperação versus q_{ow}/KA nas condições de RGO_{max} e RGO_{min} , utilizando DADOS-1	37
Figura 4.3.3 - Fator de recuperação versus q_{ow}/KA nas condições de RGO_{max} e RGO_{min} , utilizando DADOS-2	39
Figura 4.3.4 - Fator de recuperação versus q_{ow}/KA nas condições de RGO_{max} e RGO_{min} , utilizando DADOS-3	40
Figura 4.3.5 - Relação entre saturação de gás no poço e saturação de gás média, em função de q_{ow}/KA , utilizando DADOS-1	42
Figura 4.3.6 - Evolução da RGO com o fator de recuperação em função de q_{ow}/KA , utilizando DADOS-2	44

Figura 4.3.7 - Relação entre a saturação de óleo média e a pressão média, em função de q_{ow}/KA , utilizando DADOS-1.....	45
Figura 4.3.8 - Evolução da pressão média com o fator de recuperação em função de q_{ow}/KA , utilizando DADOS-1.....	47
Figura 4.3.9 - Evolução da saturação de óleo média com o fator de recuperação em função de q_{ow}/KA , utilizando DADOS-2.....	48
Figura 4.3.10 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,08$, utilizando DADOS-1.....	50
Figura 4.3.11 - Perfis de saturação para $\xi_r = 4,79$, utilizando DADOS-1.....	52
Figura 4.3.12 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,60$, utilizando DADOS-1.....	53
Figura 4.3.13 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,50$, utilizando DADOS-1.....	55
Figura 4.3.14 - Perfis de saturação de diversos q_{ow}/KA , para $FR=0,102$, utilizando DADOS-1.....	56
Figura 4.3.15 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,02$, utilizando DADOS-2.....	57
Figura 4.3.16 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,316$, utilizando DADOS-2.....	59
Figura 4.3.17 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,264$, utilizando DADOS-2.....	60
Figura 4.3.18 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,226$, utilizando DADOS-2.....	61
Figura 4.3.19 - Perfis de saturação de diversos q_{ow}/KA , para $FR=0,186$, utilizando DADOS-2.....	62

Figura 4.3.20 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,461$, utilizando DADOS-3.....	63
Figura 4.3.21 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,461$, durante períodos curtos, utilizando DADOS-3.....	64
Figura 4.3.22 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,691$, utilizando DADOS-3.....	66
Figura 4.3.23 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,748$, utilizando DADOS-3.....	67
Figura 4.3.24 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,773$, utilizando DADOS-3.....	68
Figura 4.3.25 - Perfis de pressão para $\xi_r = 0,40$, utilizando DADOS-1.....	69
Figura 4.3.26 - Perfis de pressão para $\xi_r = 0,080$ e $FR=0,171$, utilizando DADOS-1.....	70
Figura 4.3.27 - Perfis de pressão para $\xi_r = 0,400$ e $FR=0,102$, utilizando DADOS-1.....	72
Figura 4.3.28 - Perfis de vazão de gás para $\xi_r = 0,461$, durante períodos curtos, utilizando DADOS-3.....	73
Figura 4.3.29 - Perfis de vazão de óleo para $\xi_r = 0,461$, durante períodos curtos, utilizando DADOS-3.....	75
Figura 4.3.30 - Perfis de vazão total para $\xi_r = 0,461$, durante períodos curtos, utilizando DADOS-3.....	77
Figura 4.3.31 - Perfis de vazão de gás para $\xi_r = 0,461$, utilizando DADOS-3.....	78

Figura 4.3.32 - Perfis de vazão de óleo para $\xi_r = 0,461$, utilizando DADOS-3 ...	79
Figura 4.3.33 - Perfis de vazão total para $\xi_r = 0,461$, utilizando DADOS-3	80
Figura 4.3.34 - Perfis de vazão de gás para $\xi_r = 0,600$, utilizando DADOS-1	81
Figura 4.3.35 - Perfis de vazão de óleo para $\xi_r = 0,600$, utilizando DADOS-1 ...	82
Figura 4.3.36 - Perfis de vazão total para $\xi_r = 0,600$, utilizando DADOS-1	83
Figura 5.5.1 - Esquema do perfil típico de fluidos na condição de segregação completa	100
Figura 5.8.1 - Esquema típico da distribuição de fluidos considerando o volume de controle que envolve a região intermediária, agulha	113
Figura 5.9.1 - Esquema representando o método das secantes utilizado no modelo para previsão de comportamento com curvas de K_r lineares.....	118
Figura 6.1 - Validação do modelo para segregação completa através do confronto com a envoltória de $\bar{S}_o \times \bar{P}$, utilizando DADOS-1	134
Figura 6.2 - Validação do modelo para segregação completa através do confronto com a envoltória de $\bar{S}_o \times \bar{P}$, utilizando DADOS-2	135
Figura 6.3 - Validação do modelo para segregação completa através do confronto com a envoltória de $\bar{S}_o \times \bar{P}$, utilizando DADOS-3	136
Figura 6.4 - Validação do modelo para segregação completa através do confronto com a envoltória de $\bar{P} \times FR$, utilizando DADOS-1	138

- Figura 6.5 - Validação do modelo para segregação completa através do confronto com a envoltória de $\overline{P} \times FR$, utilizando DADOS-2 139
- Figura 6.6 - Validação do modelo para segregação completa através do confronto com a envoltória de $\overline{S}_o \times FR$, utilizando DADOS-1 140
- Figura 6.7 - Validação do modelo para segregação completa através do confronto com a envoltória de $\overline{S}_o \times FR$, utilizando DADOS-2 141
- Figura 6.8 - Validação do modelo para segregação completa através do confronto com a envoltória de $RGO \times FR$, utilizando DADOS-1 142
- Figura 6.9 - Validação do modelo para segregação completa através do confronto com a envoltória de $RGO \times FR$, utilizando DADOS-2 143
- Figura 6.10 - Validação do modelo para segregação completa através do confronto com a envoltória de $S_{gw} \times \overline{S}_g$, utilizando DADOS-1 144
- Figura 6.11 - Validação do modelo para segregação completa através do confronto com a envoltória de $S_{gw} \times \overline{S}_g$, utilizando DADOS-3 145
- Figura 6.12 - Validação do modelo para segregação completa pelo confronto com a posição da frente de avanço fornecida pelo simulador numérico, para $\xi_r = 0.007$, utilizando DADOS-1 147
- Figura 6.13 - Validação do modelo para segregação completa pelo confronto com os perfis de saturação fornecidos pelo simulador numérico, para $\xi_r = 0.002$, utilizando DADOS-1 148
- Figura 6.14 - FR_{BT} versus ξ_r utilizando-se 100 e 999 blocos na simulação numérica e confrontando com resultados obtidos a partir do modelo combinado (secção 5.9) 150

- Figura 6.15 - FR_{BT} versus ξ_r utilizando-se 999 blocos na simulação numérica e confrontando com resultados obtidos a partir do modelo combinado e do modelo baseado nas equações para a agulha (secção 5.9) 151
- Figura 6.16 - Efeito de dispersão numérica dos resultados em função do número de blocos utilizado na simulação numérica para $\xi_r = 0.773$, utilizando DADOS-3 153
- Figura 6.17 - Validação do modelo para o problema do fechamento, após 300 dias de produção, $\xi_r = 0.773$, $h = 250 ft$, confrontando com o simulador numérico 154
- Figura A.1 - Curvas de permeabilidade relativa para DADOS-1 163
- Figura A.2 - Curvas de permeabilidade relativa para DADOS-2 168
- Figura A.3 - Curvas de permeabilidade relativa para DADOS-3 170

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.2.1 - Comparação de resultados para diferentes dimensões dos blocos da malha numérica.....	26
Tabela 6.1 - Comparação de resultados para diferentes valores de h	155
Tabela i -Valores para as constantes de transformação de unidades.....	201

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Uma das mais importantes tarefas do engenheiro de reservatórios é a previsão do comportamento de um reservatório de hidrocarbonetos sob a ação do correspondente mecanismo de produção (gás em solução, capa de gás, influxo de água, segregação gravitacional). As informações obtidas a partir desta previsão fornecem subsídios para uma análise econômica a fim de se determinar a condição de operação mais atrativa.

A previsão do comportamento é obtida através da utilização de modelos cuja concepção é altamente dependente da correta compreensão das leis que governam o mecanismo considerado, bem como da dinâmica própria que o identifica.

A correta caracterização dos mecanismos, portanto, deve ser objeto de contínua pesquisa com o intuito de melhorar a compreensão dos seus diversos aspectos, desenvolver a sensibilidade para com os mesmos e fornecer elementos para a elaboração de modelos cada vez mais eficazes na previsão de comportamento de reservatórios.

O objetivo principal deste trabalho é o estudo de um reservatório de gás em solução submetido ao mecanismo de segregação gravitacional durante sua depleção natural (ausência de fonte externa de energia). O reservatório está inicialmente subsaturado e contrafluxo de gás aparece após a pressão ficar abaixo de P_{sat} e a saturação de gás superar a saturação crítica, de maneira que o gás adquira mobilidade.

Como resultado deste estudo, pretendemos apresentar uma caracte-

rização deste mecanismo de forma a fornecer uma maior compreensão de sua dinâmica, uma maior sensibilidade com relação aos parâmetros que o influenciam e as leis que o governam, bem como apresentar modelos simplificados que o descrevam e proporcionem a previsão do seu comportamento.

A força da gravidade está sempre presente no reservatório. Vários experimentos de laboratório⁽¹⁻³⁾ e estudos teóricos⁽³⁻¹¹⁾ tem sido publicados, os quais consideram a influência das forças gravitacionais. Vários modelos foram desenvolvidos^(5,8,12-18) para previsão de comportamento de reservatórios, sendo em alguns casos confrontados com observações de campo. De posse destes estudos teóricos e modelos, também foram desenvolvidas análises da sensibilidade dos resultados para com os parâmetros envolvidos^(8-10,18-22). Estas análises embora tenham ajudado a compreensão dos mecanismos, possuem limitações introduzidas na própria concepção dos modelos. De uma maneira geral porém, alguns aspectos sempre se mostraram de significativa consideração quando do estudo do mecanismo de segregação gravitacional.

Entre os aspectos de mais significativa consideração, temos:

- As características estruturais do reservatório.
- As condições de operação (histórico de produção/ injeção de fluidos).
- A diferença de densidades entre as fases envolvidas.
- As permeabilidades verticais ou na direção de inclinação do reservatório.
- O formato das curvas de permeabilidade relativa .

Os modelos consideram o aproveitamento das forças gravitacionais nos casos de: 1) injeção de fluidos, aumentando a eficiência de deslocamento. 2) drenagem gravitacional, onde o reservatório contém o gás em tão baixa pressão que a gravidade é a única força que impele o óleo em direção às zonas produtoras. 3) depleção natural, onde o gás liberado de solução segrega (contrafluxo) para as

partes mais altas do reservatório, conservando parcialmente a energia enquanto o óleo é produzido nas partes mais baixas com baixos valores de RGO.

Outro aspecto bastante importante é que o aproveitamento das forças gravitacionais na sua máxima potencialidade proporciona elevadíssimos fatores de recuperação. Recuperações de até 80% ou mais tem-se registrado^(8,16,23,24), muito embora nem sempre seja econômico tal procedimento.

Modernamente, com o avanço da tecnologia nas áreas de hardware e software da ciência de computação, o desenvolvimento de simuladores numéricos de comportamento de reservatórios tem fornecido resultados para a previsão de comportamento ou estudos de reservatórios sob condições as mais diversas. Entretanto, embora possível, a utilização dos simuladores pode se tornar dispendiosa em termos de disponibilidade e tempo de utilização de máquina, e neste caso, o desenvolvimento de modelos simplificados pode ser útil a título de estudos preliminares que podem selecionar opções e fornecer diretrizes para os estudos definitivos. Com relação ao mecanismo a ser estudado por este trabalho, estas considerações são ainda mais pertinentes porque a simulação de reservatórios de gás em solução envolvendo contrafluxo por segregação gravitacional é um problema numericamente difícil com equações de diferenças finitas altamente não lineares^(18,25,26) e o tratamento totalmente implícito conduz a se ter bastante cuidado com os erros de truncamento⁽²⁵⁾.

Um último argumento que colocaremos como justificativa na continuidade da pesquisa com relação à caracterização da dinâmica própria do mecanismo de segregação com contrafluxo, está no aprofundamento da compreensão do mesmo, que pode fornecer subsídios para o desenvolvimento de modelos simples cada vez mais eficazes, formar um espírito crítico em relação aos diferentes modelos propostos e despertar a sinergia de idéias com outras áreas de pesquisa. Como pequeno exemplo vemos a utilização da solução de Martin⁽⁹⁾ para o contrafluxo com fronteiras fechadas ser utilizada por Coats⁽²⁷⁾ na proposição de um

grupo adimensional, cujo valor é proporcional ao grau de validade do VE (Vertical Equilibrium) que tem consequências interessantes para a própria simulação numérica. Em ciência não se pode regredir em riqueza, nem perder de vista a busca da essência, que são sempre fontes para a contínua criação.

Neste trabalho, nós apresentamos no Capítulo 2 uma breve revisão bibliográfica do estado da arte conforme nós encontramos durante o desenvolvimento da pesquisa e passamos, no Capítulo 3, à formulação do problema que nos propomos a estudar, e que tem a propriedade de isolar de uma forma simples a depleção natural com contrafluxo. No Capítulo 4 apresentamos vários resultados obtidos a partir da simulação numérica do problema proposto utilizando o simulador comercial SIMBEST, e procuramos fazer uma identificação qualitativa das diversas características que se manifestaram. Previamente a estas simulações, foram feitas análises de sensibilidade para reduzir os erros de truncamento, cujos resultados também apresentamos. No Capítulo 5 são desenvolvidos modelos simplificados que procuram contemplar todas as características observadas nos resultados do capítulo anterior. O desenvolvimento de tais modelos está fundamentado nas equações da continuidade, na lei de Darcy, nas equações do fluxo fracionário e na equação do avanço frontal. São apresentados modelos simplificados para o balanço de materiais, para o comportamento da RGO, para a evolução de saturações, pressões e velocidades, ou vazões, com a posição e com o tempo, além de uma análise de sensibilidade através de parâmetros adimensionais que agrupam diferentes casos e auxiliam na caracterização do mecanismo. No Capítulo 6 submetemos à validação os diversos modelos, desenvolvidos no Capítulo 5, confrontando-os com diversos casos simulados e analisando e discutindo os resultados. No capítulo 7, apresentamos as conclusões sobre tudo o que foi proposto e analisado, consideramos as limitações e acrescentamos recomendações e sugestões de temas para posterior prosseguimento da pesquisa.

Muitas idéias e dificuldades encontradas ao longo deste estudo ainda pre-

cisam de um maior aprofundamento e de um tratamento mais adequado, embora julgemos ter contribuído com elementos que despertam e motivam outros projetos ao mesmo tempo que auxiliam na compreensão deste complexo mecanismo.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Um grande número de estudos do comportamento de reservatórios de gás em solução submetidos a diferentes condições tem sido publicados.

Muskat⁽²⁸⁾ e Turner⁽²⁹⁾ propuseram métodos para a previsão de comportamento de reservatórios de gás em solução com ausência de fonte externa de energia e efeitos gravitacionais desprezíveis. Em suas equações utilizaram as propriedades das rochas e dos fluidos nas condições médias assumindo pequenos gradientes de pressão e saturação ao longo do reservatório. Como consequência, ambos os métodos tratam o reservatório como se fosse um tanque, e os resultados são os mesmos ao se realizar uma simulação numérica em que o reservatório é constituído de um único bloco. Craft e Hawkins⁽²³⁾ descrevem com mais detalhes ambos os métodos. Uma das consequências deste tratamento é que o comportamento é totalmente insensível à vazão de produção e à permeabilidade absoluta do reservatório quando se trata de associar os valores médios de pressão e saturação com o fator de recuperação. Com as definições de compressibilidade apresentadas neste trabalho (apêndice C) aplicadas às condições médias do reservatório, pode-se facilmente demonstrar que a equação de Muskat fornecida pela equação 7.35 de Craft e Hawkins⁽²³⁾ é idêntica à:

$$\frac{d\bar{S}_o}{dP} = \bar{C}_t \frac{\bar{\lambda}_o}{\lambda_t} + \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{dP} \quad (2.1)$$

Uma equação semelhante é obtida por Martin⁽³⁰⁾ para todos os pontos

do reservatório, desde que se assumam gradientes pequenos de saturação e pressão.

Outra equação⁽²³⁾ que provém de Muskat é transformada em:

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = -\frac{q_{ow}\bar{B}_o}{V_p C_t} \left[1 + \frac{\lambda_g}{\lambda_o} \right] \quad (2.2)$$

Com o intuito de melhorar a qualidade das previsões deste modelo tipo tanque, vários autores tem trabalhado na remoção da condição de gradientes pequenos de pressão e saturação ao longo do reservatório.

El-Khatib⁽³¹⁾ assumindo estar o reservatório no regime pseudo-permanente (escoamento radial) apresentou um método para se relacionar as pressões e saturações médias com as pressões e saturações no poço. A partir destes valores no poço, ele determinou a razão gás óleo de produção, RGO. Com este modelo ele apresentou os efeitos da vazão de produção, mais especificamente do grupo $\left[\frac{q_{tw}}{Kh} \right]$, no comportamento do reservatório e conclui haver uma sensibilidade dos resultados com relação a este grupo, indicando que os reservatórios de gás em solução sob severos gradientes de pressão e saturação são sensíveis à vazão de produção. Ele acrescenta que através da simulação numérica de reservatórios esta sensibilidade também aparece para os gradientes elevados de pressão e saturação.

As conclusões dos trabalhos apresentados até aqui, embora correspondam a estudos em que foram desprezados os efeitos gravitacionais, foram úteis durante a evolução do nosso trabalho, pois entre outras informações forneceu-nos sensibilidade para identificar os casos em que os efeitos gravitacionais não foram significativos.

Um outro trabalho de inestimável valor na compreensão e modelagem do comportamento de reservatórios foi o estudo do deslocamento de óleo por uma fase imiscível desenvolvido por Buckley e Leverett⁽⁴⁾. Fazem parte deste modelo a Equação do Fluxo Fracionário,

$$f_g = \frac{1 + \frac{K K_{ro}}{\mu_o u_t} \left[\frac{\partial P_c}{\partial L} - \Delta \rho g \sin \alpha \right]}{1 + \frac{K_{ro}}{\mu_o} \cdot \frac{\mu_g}{k_{rg}}} \quad (2.3)$$

$$\text{onde } f_g = \frac{u_g}{u_t}, \quad f_o = \frac{u_o}{u_t} = 1 - f_g, \quad u_t = u_o + u_g \quad (2.4)$$

e a Equação da Taxa de Avanço Frontal,

$$\left(\frac{dL}{dt} \right)_{S_g} = \frac{q_i}{A \phi} \left(\frac{df_g}{dS_g} \right)_{S_g} \quad (2.5)$$

Welge⁽⁵⁾ introduziu interpretações que tornaram ainda mais fácil a solução deste problema.

Estes estudos forneceram elementos que contribuíram para o desenvolvimento de muitos outros trabalhos^(1,2,6, 8-13,17,24), inclusive nas considerações de contrafluxo^(1,6,9,13). Observe-se que nestas equações já aparece o termo relativo à influência da gravidade que pode interferir na eficiência de deslocamento.

Terwilliger *et alii*⁽²⁾ realizaram experimentos de laboratório com drenagem vertical em que a modelagem dos resultados baseou-se na equação da avanço frontal com considerações sobre o efeito das forças capilares sobre o formato da frente de avanço. Ele também mostrou a sensibilidade dos resultados à vazão de produção. Durante os experimentos, o fluido deslocante mantinha a pressão constante no sistema.

Hagoort⁽⁸⁾ desenvolveu um método para determinação de permeabilidades relativas baseado no deslocamento do óleo por gás pela ação da força centrífuga em pequenas amostras. Ele mostrou que a permeabilidade relativa do óleo é um fator importante nos processos de deslocamento com participação da gravidade e que estes processos podem apresentar alta recuperação final.

Shreve e Welch⁽¹³⁾ trabalharam as equações de Darcy com os termos gravitacionais e geraram funções dependentes de saturação análogas às que aparecem na equação do fluxo fracionário. Desenvolveram um método para previsão de comportamento de reservatórios submetidos à drenagem gravitacional onde a pressão é mantida constante por injeção de gás nos altos estruturais do reservatório. O método envolve a divisão do reservatório em uma série de blocos na direção da estrutura, porém com fronteiras horizontais. Um caso interessante abordado é a possibilidade de injeção de gás nos baixos estruturais onde são considerados alguns aspectos do contrafluxo.

Martin⁽¹⁰⁾ desenvolveu um estudo teórico para descrever o comportamento de reservatórios mantidos à pressão constante através da injeção de gás nos altos estruturais do reservatório. Ele supôs completa segregação dos fluidos na direção vertical e mostrou que as características do escoamento são diferentes daquelas previstas por teorias baseadas na distribuição uniforme dos fluidos.

Cardwell e Parsons⁽³⁾ apresentaram uma nova abordagem considerando a ação da gravidade. Eles executaram experimentos e desenvolveram uma teoria em que a vazão de produção é determinada pela ação exclusiva da gravidade e só é interferida pela ação das forças capilares quando significativas.

Dykstra⁽¹⁹⁾ estendeu a teoria de Cardwell e Parsons⁽³⁾ considerando uma saturação crítica de gás no início da drenagem e a existência de uma saturação residual de óleo à medida que a drenagem evolui. Ele obteve uma equação para a evolução do fator de recuperação com o tempo, e usou suas equações para determinar propriedades da rocha em experimentos de laboratório e para confrontar com alguns históricos de reservatório. As análises são baseadas em operações à pressão constante, isto é, o gás é injetado no topo da estrutura para compensar o vazio deixado pelo óleo produzido.

Richardson e Blackwell⁽¹⁵⁾ desenvolveram um modelo simples em que utilizam o cálculo de avanço do contacto gás-óleo de acordo com Buckley e Leverett⁽⁴⁾

e Welge⁽⁵⁾ e a drenagem vertical do óleo remanescente na região invadida pelo gás sendo calculada de acordo com Cardwell e Parsons⁽³⁾.

Richardson *et alii*⁽¹⁶⁾ mostraram ser muito importante a correta determinação da permeabilidade vertical e da permeabilidade relativa ao óleo nos casos de pequenas saturações para a aplicações do modelo desenvolvido em⁽¹⁵⁾ pois os resultados podem ter profundas implicações inclusive para se definir se é a injeção de gás ou a de água que pode proporcionar maiores recuperações de óleo.

Matthews e Lefkovits⁽⁷⁾ desenvolveram equações para o comportamento de reservatórios no estágio em que o gás está em tão baixa pressão que a gravidade é a causa exclusiva da evolução da produção. O fenômeno equacionado é análogo ao de Cardwell e Parsons⁽³⁾, entretanto, neste caso, o escoamento é radial. Este equacionamento mostrou um considerável ajuste com os experimentos de laboratório e com alguns resultados de campo, fornecendo um razoável fundamento para a previsão de declínio de produção do reservatório na condição estudada.

Dos trabalhos revisados até aqui, embora a maioria considere os efeitos da gravidade, nenhuma abordagem foi feita para os casos onde ocorre contrafluxo, exceto uma análise de Shreve e Welch⁽¹³⁾ considerando a injeção de gás nos baixos estruturais.

Martin⁽⁹⁾ forneceu soluções para problemas de segregação gravitacional com contrafluxo, considerando reservatório fechado e sem fontes ao longo do mesmo. Nesta condição, ele estudou a solução para o caso de fluidos inicialmente distribuídos e também para o caso de fluidos inicialmente separados, com a fase mais pesada no topo. Além disso, forneceu soluções para a condição de uma única fase estar escoando com velocidade constante através das fronteiras. Nesta condição ele considerou o caso de somente o óleo estar escoando para baixo e instantaneamente a saturação de gás é aumentada na fronteira inferior. Considerou também o caso de somente gás estar escoando para cima e instantaneamente a saturação de óleo é aumentada na fronteira superior. Em todos os casos, a pressão

é mantida constante pelas próprias condições de fronteiras, e os fluidos se comportam como incompressíveis durante todo o processo. Este trabalho entretanto é valioso para a compreensão da dinâmica própria do contrafluxo.

Sheldon, Zondek e Cardwell⁽⁶⁾ resolveram a equação diferencial apresentada por Buckley e Leverett⁽⁴⁾ (equação 2.5) pelo método das características e o conceito ondas de choque. Através deste método, eles apresentaram uma solução para o problema do contrafluxo no caso de dois fluidos inicialmente distribuídos e em desequilíbrio gravitacional no reservatório com fronteiras fechadas. Nesta situação os fluidos são tratados como incompressíveis pois a pressão é constante. Este problema é análogo a um dos resolvidos por Martin⁽⁹⁾.

Templeton, Nielsen e Stahl⁽¹⁾ realizaram experimentos de laboratório para os casos de contrafluxo com o intuito de testar a teoria. Os resultados indicaram que as equações de Darcy, são geralmente válidas para o contrafluxo devido à diferença de densidades e que o método usual para prever as mudanças de saturação, o qual envolve a equação da continuidade e a eliminação dos gradientes de pressão das equações do escoamento, pode ser aplicado. Entretanto, os cálculos mostraram que as funções de saturação, pressão capilar e provavelmente as curvas de K_r , modificam-se durante a segregação pois temos parte do escoamento governado pelo processo de drenagem e parte pelo processo de embebição.

Os três últimos trabalhos consideraram contrafluxo em condições de manutenção de pressão em que as fases se comportaram como incompressíveis. Revisaremos, agora, trabalhos que consideraram a depleção natural com contrafluxo do gás liberado de solução.

Burtchaell⁽¹⁴⁾, baseado em históricos de comportamento de vários campos com características estruturais que favoreciam a segregação gravitacional afirmou que um estudo do histórico de RGO nos poços poderia indicar se estaria ocorrendo segregação gravitacional ou não. Os poços localizados nos baixos estruturais exibiriam uma tendência de RGO declinante enquanto os poços nas partes

altas da estrutura apresentariam RGO prematuramente elevadas. Isto poderia ser interpretado por uma manutenção de altas saturações de óleo nas partes baixas, ocorrendo o contrário nas partes altas, perfeitamente explicado pela segregação gravitacional. Afirmou também que quando controlada, a RGO permanece baixa, apresentando uma contínua redução à medida que a pressão declina.

Pirson⁽¹⁷⁾ afirmou que um dos métodos para se detectar a existência de segregação gravitacional está na observação de uma RGO declinante com valores abaixo dos previstos para depleção natural sem segregação. Afirmou também, que quando as condições forem favoráveis, a segregação gravitacional com contrafluxo pode se tornar o mais econômico e o mais eficiente processo de recuperação de óleo. Ele desenvolveu um modelo simplificado para a previsão de comportamento. Tal modelo divide o reservatório em duas zonas: uma zona de óleo invadida pela capa de gás e outra zona de óleo puro. A medida que a pressão declina, parte do gás liberado de solução segrega para o topo e parte é produzida. O gás segregado vai auxiliar o avanço da capa de gás para dentro da zona de óleo, o que é calculado pela equação do avanço frontal. O processo de cálculo é um método de tentativa e erro onde para cada decremento de pressão estipulado se determina o valor da saturação de gás na zona de óleo, S_{go} , suficiente para produzir e segregar uma quantidade de gás que seja consistente com o balanço de materiais, que considera a expansão dos fluidos no reservatório e a produção naquele decremento de pressão. Uma das limitações deste método está no fato de que como só se tem duas zonas, o escoamento do gás liberado para o topo não fica bem descrito pois uma vez determinado S_{go} , o modelo exige que todo o gás liberado e não produzido seja completamente segregado para a capa (exceto S_{go} que garante a mobilidade). O método assim, não permite caracterizar qualquer perfil intermediário de saturação evoluindo para o topo nem qualquer acumulação do gás antes de chegar na capa. Nós sabemos que a fonte de gás para o contrafluxo está distribuída em todo o reservatório onde se contém fase óleo (que libera o gás). Em função disto, a

quantidade de gás segregando deve apresentar um perfil de crescimento na direção vertical na medida da contínua acumulação de gás liberado de solução e que está segregando. O que se pretende dizer é que sob este aspecto o modelo só pode ser comparado a um simulador de apenas duas células. A fórmula apresentada para se calcular a quantidade de gás segregado só se aproxima da realidade quando considerarmos a velocidade total nula em qualquer ponto do reservatório, $u_t(z, t) = 0$, e quando uma das mobilidades significativamente é menor que a outra, mas isso nem sempre é verdade. O fato de considerar, $u_t(z, t) = 0$ é singularmente grave, pois garante sempre haver segregação de parte do gás liberado independente da vazão de produção.

Sandrea e Nielsen⁽²⁴⁾ apresentam um método similar ao de Pirson, basicamente com as mesmas limitações exceto que o tratamento para as mobilidades é mais adequado embora ainda permaneça a condição, $u_t(z, t) = 0$.

Abib⁽²²⁾ adaptou o modelo desenvolvido por Pirson para estudar a sensibilidade dos resultados com relação à diversos fatores. Embora o modelo tenha as limitações discutidas, uma das conclusões importantes foi a sensibilidade dos resultados à vazão de produção.

Hall⁽¹²⁾ afirmou que o problema de modelagem da segregação gravitacional nos casos com pressão declinante é muito mais complexo que os casos onde a pressão é mantida constante. Ele desenvolveu um método para prever o comportamento de reservatórios de gás em solução submetidos ao mecanismo de segregação gravitacional durante depleção natural. Ele representou o reservatório por uma série de blocos e separou o tratamento da solução em três regiões: 1) blocos acima do bloco contendo o contacto gás-óleo, 2) bloco contendo o contacto gás-óleo e 3) blocos abaixo deste. Aplicou as equações do balanço de materiais para as fases óleo e gás na zona inferior e somente para a fase óleo na zona superior, pois considerou não haver variação das pressões com a posição na capa de gás. Usou a lei de Darcy para descrever o escoamento dos fluidos através das fronteiras dos blocos e

utilizou o método de Shreve e Welch⁽¹³⁾ para calcular o avanço do contacto gás-óleo. A solução que ele apresentou para a modelagem proposta é obtida pelo uso de numerosos processos iterativos interrelacionados, aplicados aos diversos blocos. Com a disponibilidade de modernos simuladores de reservatórios, parece-nos não haver justificativa para o uso de uma técnica tão complicada e ainda limitada⁽¹⁸⁾.

Morse e Whiting⁽²¹⁾, através de resultados obtidos mediante um modelo numérico de secção transversal, realizaram estudos dos efeitos gravitacionais e da vazão de produção no comportamento de um reservatório de gás em solução. O reservatório era dividido em quatro camadas horizontais, havendo comunicação de todas elas ao poço. Estudaram várias combinações de vazão de produção e permeabilidade vertical, com a contribuição de cada camada na vazão de produção total proporcional às suas mobilidades ao óleo. Entre as conclusões mais importantes apresenta-se a sensibilidade dos resultados à vazão de produção, porém de forma inversa àquela apresentada pelos outros trabalhos, pois neste caso o gás segregado para as camadas superiores escoava rapidamente para a face produtora devido às altas mobilidades encontradas em tais camadas. Como consequência, temos um crescimento da RGO e uma despressurização de maneira prematura em relação aos casos em que os efeitos gravitacionais não são considerados. Constatou-se porém que tais efeitos podem ser reduzidos com o aumento da vazão de produção e que para altos valores desta vazão os resultados se aproximam do resultado para gás em solução sem efeitos gravitacionais.

Cook⁽¹¹⁾ desenvolveu soluções semi-analíticas e com elas estudou a influência da taxa de depleção, geometria do reservatório e da distribuição de fontes (poços produtores) ao longo do reservatório durante a depleção natural. Também considerou os casos de fluidos totalmente distribuídos e de fluidos totalmente segregados, através de modificações nas curvas de permeabilidades relativas. Ele concentrou-se nos casos de fontes uniformemente distribuídas, de forma que $u_1(z, t) = 0$, o que simplifica as equações. Ele considerou a importância de se

reconhecer a existência da condição totalmente segregada, o que facilitaria o controle e aproveitamento do mecanismo. Em quase todos os casos, ele constatou o aparecimento de duas descontinuidades na distribuição de saturação com a posição e mostrou a influência da taxa de depleção na evolução das mesmas. Ele também analisou um caso de fontes concentradas na parte inferior do reservatório. Infelizmente, no desenvolvimento dos cálculos, ele introduziu simplificações tais, que tornam confusa a interpretação dos resultados do ponto de vista do balanço de materiais, prejudicando também alguns aspectos da dinâmica do mecanismo. Com relação à condição de produção concentrada, o caso apresentado também limitou a análise, uma vez que com a taxa de depleção utilizada, o gás teve pouca chance de segregar, ficando retido na própria zona de produção. Cook⁽¹¹⁾ associou a dependência do mecanismo como um todo, principalmente a evolução das descontinuidades de saturação, à taxa de depleção. Entretanto nenhuma consideração foi feita com relação a outros parâmetros que também são importantes na dinâmica do mecanismo, tais como a permeabilidade vertical ou na direção principal do reservatório, a diferença de densidades entre as fases, as permeabilidades relativas e viscosidades. No nosso entender, nas equações utilizadas poder-se-iam introduzir simplificações mais coerentes. Com uma análise de sensibilidade adequada, escolher-se-iam casos mais interessantes e obter-se-iam resultados mais abrangentes. Apesar dos comentários aqui colocados, este trabalho trouxe à luz importantes elementos para a compreensão e modelagem do mecanismo.

Ambastha e Aziz⁽¹⁸⁾ desenvolveram um método de previsão de comportamento de reservatórios de gás em solução durante a depleção natural com os poços produtores concentrados na fronteira inferior do reservatório. A geometria e formulação típica dos casos é a mesma de McCreary⁽³²⁾ e do problema teste nº 2 de Aziz e Settari⁽²⁵⁾. Eles apresentaram um método simplificado de balanço de materiais que tem como incógnitas principais a pressão e a saturação de gás na face produtora para determinar a RGO de produção. Para a obtenção destas

incógnitas propuseram perfis de saturação e pressão simplificados empiricamente ao longo do reservatório. Para o gás, propuseram a segregação instantânea para o topo do reservatório, constituindo uma capa secundária com perfil de saturação linear e que contém todo o gás livre do reservatório, restando para as regiões inferiores e inclusive o poço, uma saturação de gás levemente superior à crítica ($S_{gc} + \varepsilon$). Para a pressão, determinaram um perfil linear a partir da base da capa de gás, e os valores no poço são obtidos através de um procedimento iterativo. Eles afirmaram que desde que se garantisse que:

$$q_{ow} < q_{ocrit} = C_5 K A \left[\frac{K_{rc} \Delta \rho}{\mu_o B_o} \right]_w \frac{g}{g_c} \quad (2.6)$$

os resultados do modelo seriam satisfatórios. Eles encontraram RGO declinante até o breakthrough. Como fonte de informações e resultados, eles utilizaram um simulador comercial. Observamos que nos casos estudados, q_{ow} era muitas vezes menor que q_{ocrit} . Uma das principais incoerências deste método é que desde que se satisfaça a relação (2.6) todos os casos irão apresentar o mesmo histórico, inclusive o mesmo fator de recuperação final quando se atinge o breakthrough descaracterizando a sensibilidade do comportamento à vazão de produção sugerido por vários outros trabalhos. Uma das prováveis causas desta insensibilidade mostrada pelos exemplos de Ambastha e Aziz⁽¹⁸⁾ está no fato de terem utilizado $q_{ow} \ll q_{ocrit}$ o que torna os casos próximos à solução limite de segregação completa com comportamento específico, conforme será apresentado em nosso trabalho.

Em nosso trabalho o problema que estudaremos é de formulação análoga ao de Ambastha e Aziz⁽¹⁸⁾ além de outros^(25,32). Utilizamos o simulador comercial SIMBEST⁽³⁵⁾ como fonte de informações para a concepção de modelos simplificados, e na simulação dos casos para a validação de tais modelos.

CAPÍTULO 3

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Neste capítulo apresentamos as considerações físicas e geométricas bem como a formulação matemática do problema que pretendemos estudar.

3.1 PROBLEMA FÍSICO

Estudaremos o mecanismo de segregação gravitacional e sua influência no comportamento de um reservatório de gás em solução durante sua depleção natural (Fig. 3.1.1) com as seguintes características:

- Reservatório linear de altura h e secção transversal com área A constante, produzindo com vazão constante, q_{ow} , em condições de superfície, através de sua fronteira inferior, sendo fechada a fronteira superior.
- Escoamento unidimensional, vertical, isotérmico, multifásico com contrafluxo gerado pela segregação gravitacional.
- Dinâmica do escoamento governada pela lei de Darcy.
- Ausência de fonte externa de energia.
- Meio poroso homogêneo.
- Fluidos são descritos pelo modelo tipo β , isto é, em termos de B_o , B_g , R_s , μ_o e μ_g .

- Desprezam-se os efeitos capilares, $P_o = P_g = P$.
- Água conata imóvel e incompressível.
- Rocha incompressível.
- Fluido inicialmente acima de P_{sat} , ou seja, não há capa de gás inicial.

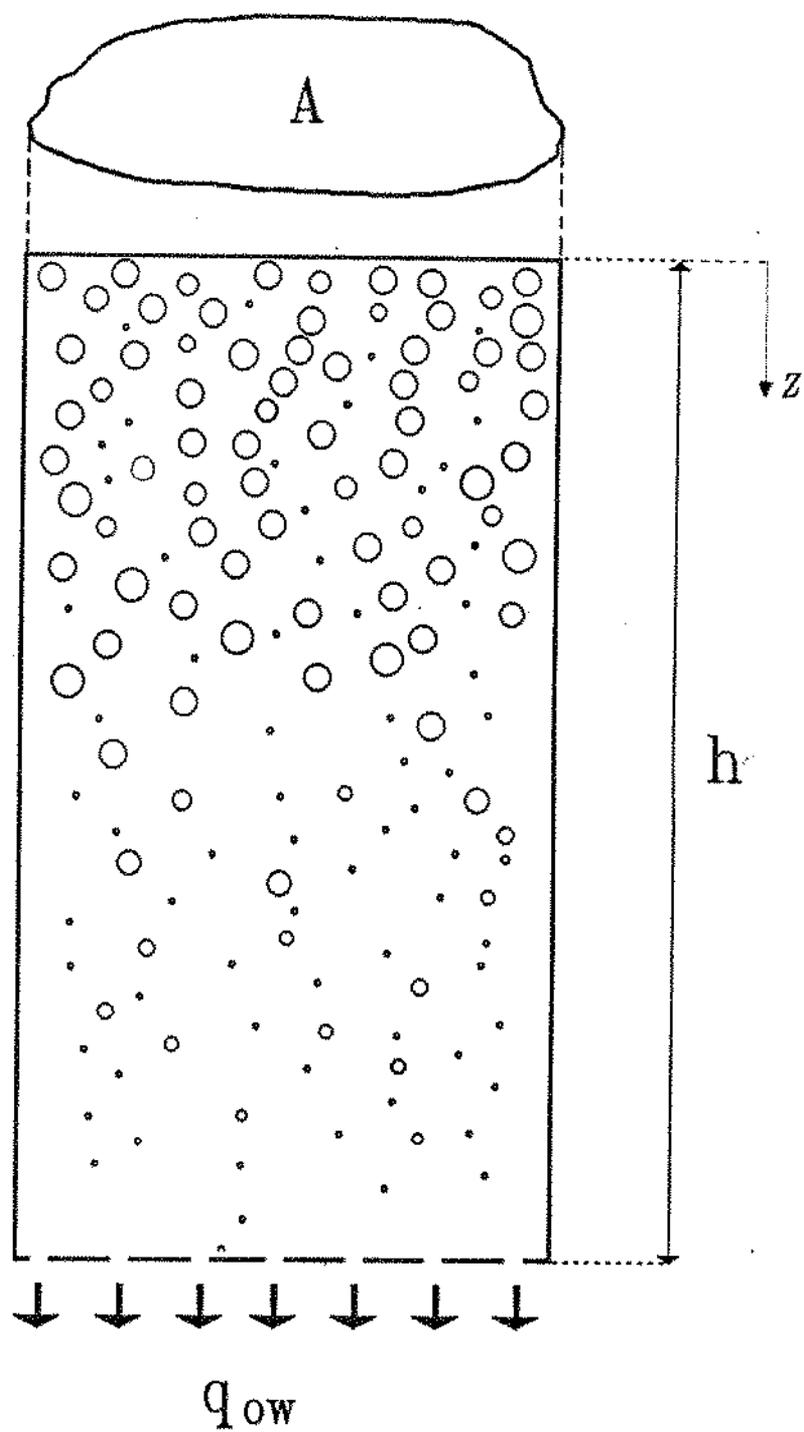


Figura 3.1.1 - Esquema típico do reservatório em estudo

3.2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Nesta seção apresentamos a formulação matemática, em termos das equações governantes do escoamento dos fluidos e das condições iniciais e de contorno, que caracterizam o problema físico proposto na seção anterior.

• EQUAÇÃO DO ÓLEO

$$C_1 \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{K K_{ro}}{\mu_o B_o} \left(\frac{\partial P}{\partial z} - C_2 \rho_o \frac{g}{g_c} \right) \right] = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) \quad (3.2.1)$$

• EQUAÇÃO DO GÁS

$$\begin{aligned} C_1 \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{K K_{ro}}{\mu_o B_o} R_s \left(\frac{\partial P}{\partial z} - C_2 \rho_o \frac{g}{g_c} \right) \right] + C_1 \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{K K_{rg}}{\mu_g B_g} \left(\frac{\partial P}{\partial z} - C_2 \rho_g \frac{g}{g_c} \right) \right] = \\ = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{R_s S_o}{B_o} \right) + \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_g}{B_g} \right) \end{aligned} \quad (3.2.2)$$

• EQUAÇÃO ADICIONAL

$$S_o + S_g + S_{wi} = 1 \quad (3.2.3)$$

equações válidas para $0 \leq z \leq h$ e $t \geq 0$

• CONDIÇÕES INICIAIS

Inicialmente temos somente óleo subsaturado e água conata no reservatório, isto é $P(z, 0) > P_{sat}$, sendo:

$$P(z, 0) = P_i + \int_{h/2}^z C_2 \rho_{oi}(z, 0) \frac{g}{g_c} dz \quad (3.2.4)$$

$$S_o(z, 0) = 1 - S_{wi} \quad (3.2.5)$$

• CONDIÇÕES DE FRONTEIRA

Vazão de óleo q_{ow} constante em condições de superfície, na fronteira inferior (poço).

$$-C_3 K A \left\{ \frac{K_{ro}}{\mu_o B_o} \left[\frac{\partial P}{\partial z} - C_2 \rho_o \frac{g}{g_c} \right] \right\}_{z=h} = q_{ow} = \text{constante} \quad (3.2.6)$$

Fronteira superior fechada, isto é:

não flui óleo

$$-C_3 K A \left\{ \frac{K_{ro}}{\mu_o B_o} \left[\frac{\partial P}{\partial z} - C_2 \rho_o \frac{g}{g_c} \right] \right\}_{z=0} = 0 \quad (3.2.7)$$

e não flui gás

$$-C_3 K A \left\{ \frac{K_{rg}}{\mu_g B_g} \left[\frac{\partial P}{\partial z} - C_2 \rho_g \frac{g}{g_c} \right] \right\}_{z=0} = 0 \quad (3.2.8)$$

Estas equações são resolvidas numericamente no simulador SIMBEST⁽³⁵⁾.

Soluções foram geradas para diversos casos, que serão apresentados a se-

guir.

CAPÍTULO 4

SOLUÇÃO NUMÉRICA

Neste capítulo, nós apresentamos soluções para diversos casos nas condições do problema formulado, sendo tais soluções obtidas através da simulação numérica de reservatórios. O modelo numérico utilizado é descrito na secção 4.1. Previamente à simulação dos casos apresentados, uma série de simulações preliminares foram realizadas, secção 4.2, com o intuito de se determinar a sensibilidade dos resultados às dimensões dos blocos e ao tamanho máximo do passo de tempo usado na simulação. Na secção 4.3, apresentamos os casos estudados e uma análise detalhada dos resultados obtidos, com a finalidade de descrever e formar elementos para caracterizar o mecanismo em estudo.

4.1 O MODELO NUMÉRICO

A simulação numérica foi conduzida utilizando-se o simulador comercial SIMBEST⁽³⁶⁾.

No problema formulado, como já foi discutido, o reservatório é linear, o escoamento é unidimensional e vertical, sendo que os fluidos são produzidos através da fronteira inferior do reservatório. Em função disto, a simulação foi conduzida dividindo-se o reservatório em NZ blocos na direção vertical, sendo o bloco inferior o único a produzir, ver a figura 4.1.1.

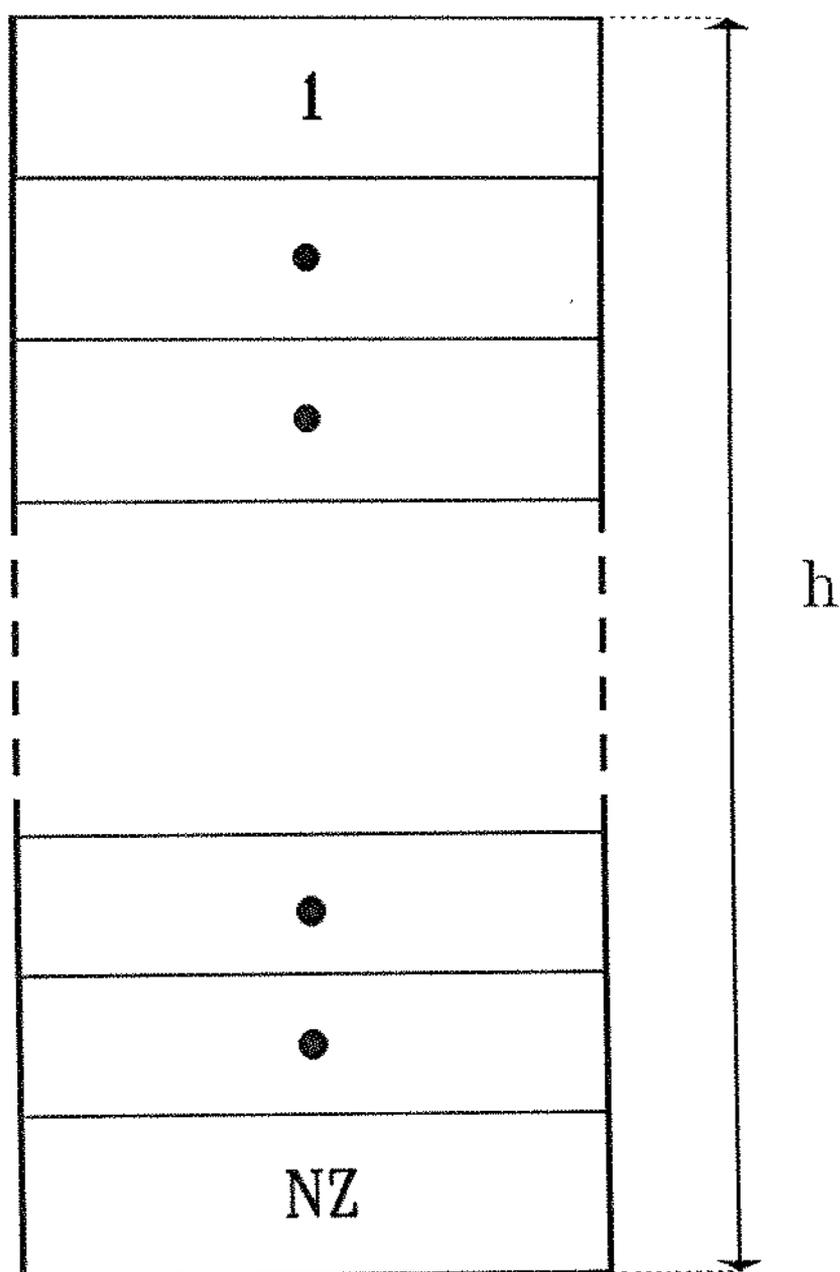


Figura 4.1.1 - Malha de blocos utilizada na simulação numérica .

Durante as primeiras simulações utilizou-se a opção de implicitude auto-controlada oferecida pelo SIMBEST. Porém, como resposta o simulador mostrava a exigência de uma implicitude quase total, ao que decidiu-se pela utilização da opção totalmente implícito para todos os casos simulados. Constatou-se ser esta decisão coerente com a evolução da solução do problema do ponto de vista da simulação numérica. Coats⁽³³⁾ e MacCreary⁽³²⁾ já tinham considerado a especificidade do problema da simulação do contra-fluxo devido à segregação gravitacional. Mais tarde, Settari e Aziz⁽³⁴⁾ mostraram que a melhor maneira para resolver o problema da percolação de gás é pelo tratamento implícito das transmissibilidades. Ambastha e Aziz⁽¹⁸⁾ afirmaram que equações de diferenças finitas altamente não lineares aparecem na simulação do contrafluxo e utilizaram tratamento totalmente implícito para a solução de um problema análogo ao formulado em nosso trabalho.

O tratamento para calcular as pressões no poço é de forma explícita e os critérios de parada são valores de RGO ou de pressão no poço.

A pressão inicial P_i é atribuída à altura média do reservatório e a distribuição inicial de pressões ao longo dos blocos é calculada pelo próprio SIMBEST.

4.2 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Conforme discutido na secção anterior, as simulações foram conduzidas com a opção de implicitude total fornecida pelo SIMBEST. Aziz e Settari⁽²⁵⁾ afirmam que à medida que se avança em implicitude, ocorre ganho de estabilidade, porém os erros de truncamento também crescem. Ambastha e Aziz⁽¹⁸⁾ também mostraram em seu estudo, que apesar da estabilidade, resultados confiáveis somente podem ser obtidos por escolha cuidadosa do tamanho do passo de tempo, Δt , e das dimensões dos blocos, Δz .

O principal objetivo desta secção é selecionar um caso em que a percolação

de gás seja severa e realizar uma análise da sensibilidade dos resultados para com as dimensões dos blocos da malha numérica, Δz , e o tamanho do passo de tempo, Δt , com a finalidade de se determinar as dimensões ideais a serem utilizadas durante a simulação dos diversos casos desejados. Consideramos também que outras limitações, não relacionadas com razões numéricas, são utilizadas.

Antes de se tornar possível a utilização do SIMBEST, uma série de análises preliminares haviam sido feitas a partir dos resultados gerados com um mini-simulador de duas células⁽⁴²⁾. Apesar das suas limitações, este simulador forneceu elementos para a escolha de casos posteriores. Algumas das principais informações deste simulador, foram a dependência dos resultados com relação à q_{ow} , K e A e a constatação de uma tendência para ocorrerem casos limites cujos resultados poderiam ser previstos com razoável aproximação. Conhecendo-se estas aproximações, foi possível prever a ordem de grandeza do intervalo em que iriam variar os resultados.

Um dos critérios para comparação dos diversos casos simulados é o tempo em que a RGO atinge um determinado valor. Com o conhecimento do intervalo aproximado em que este tempo iria variar nos diversos casos, estipulou-se uma variação máxima no passo de tempo, Δt_{max} , de maneira a não se perder em continuidade nas curvas que descrevem o comportamento do reservatório com o tempo. No nosso caso Δt_{max} foi igual a 5 dias.

O reservatório de referência para esta análise, contém as seguintes características:

$$\begin{aligned} q_{ow} &= 125000 \text{ STB/D} \\ A &= 78.54 \times 10^6 \text{ ft}^2 \\ K &= 150 \text{ mD} \\ h &= 240 \text{ ft} \end{aligned}$$

As demais informações podem ser obtidas no apêndice A, no conjunto de dados DADOS-1. Este caso corresponde a uma segregação severa, $\xi_r = 0.08$, onde o contrafluxo é bastante dominante. A definição e significado de ξ_r são dados no

Capítulo 5. Este caso foi escolhido para a análise de sensibilidade de maneira a estabelecer o tamanho de bloco adequado ΔZ e correspondentemente o número adequado de células $NZ = h/\Delta Z$ que consiga representar o fenômeno em estudo com o mínimo de erro de truncamento. A mesma abordagem é utilizada para a definição do Δt ideal do ponto de vista numérico.

Conforme afirmado por vários autores^(14,17) a RGO tem comportamento declinante nos problemas em que o contrafluxo é dominante. Ambastha e Aziz⁽¹⁸⁾ constatarem este fato no problema análogo ao deste trabalho, desde que se satisfizesse a relação $q_{ow} < q_{ocrit}$ fornecida pela equação 2.6. Também encontramos este comportamento, além do fato que para produção à vazão constante, q_{ow} , existe um tempo em que ocorrem o breakthrough, t_{BT} , e a razão gás óleo produzida atinge um valor mínimo, RGO_{min} . A partir deste tempo, a RGO começa a crescer rapidamente. Em função deste fato, associaremos RGO_{min} com RGO_{BT} , ao longo do trabalho. Utilizou-se este tempo, t_{BT} , além do tempo para a RGO atingir o valor 5000 cf/cf , t_{5000} , como referência para comparar os vários casos. Este valor elevado de RGO, 5000 cf/cf , foi considerado critério de parada para a simulação deste caso. Associaremos portanto, o conceito de RGO_{max} , ao critério de parada para a simulação.

Para o caso de referência, ao analisarmos os diversos resultados variando-se ΔZ , foi utilizado $\Delta S_{vmax} = 0.05$, $\Delta P_{max} = 10$ psi e $\Delta t_{max} = 5$ dias. A tabela 4.2.1 seguinte mostra estes resultados.

Tabela 4.2.1

ΔZ (ft)	NZ	RGO_{min} scf/stb	t_{BT} (dias)	P_{BT} (psi)	t_{5000} (dias)
10	24	478	1174	1387	1227
5	48	467	1233	1354	1259
2.5	96	462	1262	1337	1277
1	240	459	1281	1327	1288

Analisando esta tabela, constatamos diferentes resultados para diferentes

tamanhos dos blocos, caracterizando a sensibilidade do mecanismo com a forma de discretização utilizada. Observamos também, que à medida que se vai reduzindo o tamanho dos blocos, os resultados vão convergindo para um valor limite que poderíamos associar a um bloco com ΔZ tendendo a zero, o que eliminaria os erros de truncamento. Não sendo possível trabalhar com este bloco ideal, escolhemos uma dimensão que tenha condições práticas de se trabalhar e os resultados sejam o mais próximo possível do valor ideal. Com as tendências mostradas por ΔZ tendendo a zero e NZ crescente, figuras 4.2.1 e 4.2.2, vemos que os blocos com $\Delta Z = 2.5ft$ se afastam pouco do caso ideal e que a partir deste valor um grande aumento no número de blocos pouco acréscimo traz na precisão dos resultados, muito embora ainda haja diferenças. Decidiu-se portanto, como regra geral, utilizar $\Delta Z = 2.5ft$ nos casos estudados, para que possam ser comparados em um mesmo nível de precisão quanto aos efeitos numéricos, considerando que mesmo num caso com contrafluxo bastante severo, os resultados foram considerados aceitáveis para este ΔZ escolhido. Durante o desenvolvimento do trabalho, em alguns casos julgou-se interessante utilizar ΔZ menores ainda e nestes casos citamos o fato e esclarecemos as razões deste procedimento.

Um outro aspecto a respeito do ΔZ , é que utilizamos blocos de dimensões iguais ao longo de todo o reservatório com o objetivo de melhor descrever a evolução dos perfis de saturações, pressões e, velocidades, condição necessária para melhor compreensão da dinâmica do escoamento e para futura caracterização do mecanismo.

Com relação à discretização no tempo, Δt , algumas investigações também foram feitas, porém algumas limitações prévias foram colocadas, o que comentaremos a seguir.

Como o objetivo principal de todas essas simulações era estudar a evolução do mecanismo da forma mais rigorosa possível, de maneira que houvessem muitas informações, considerou-se as observações preliminares e estipulou-se:

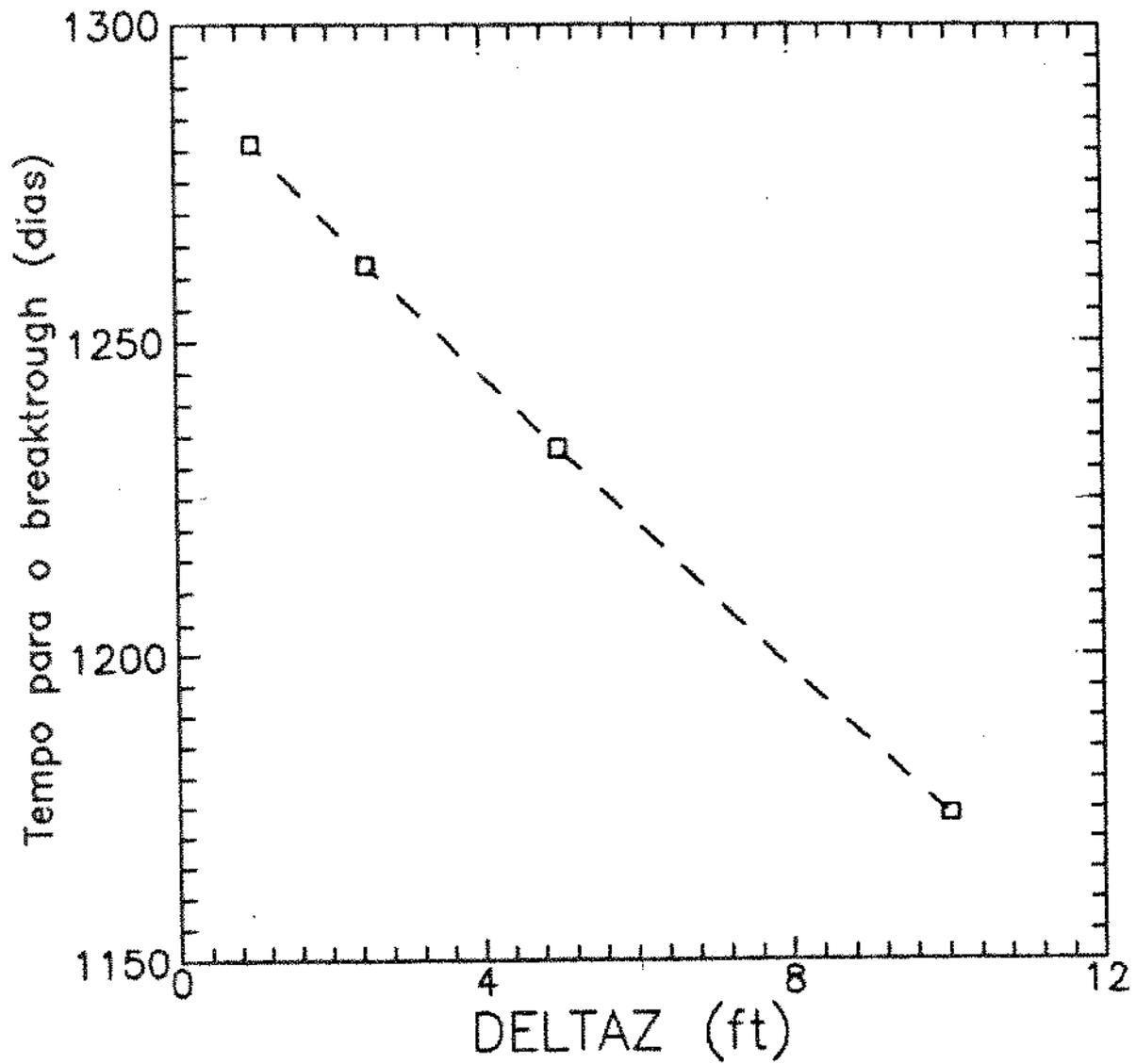


Figura 4.2.1 - Influência da dimensão dos blocos no tempo de breakthrough .

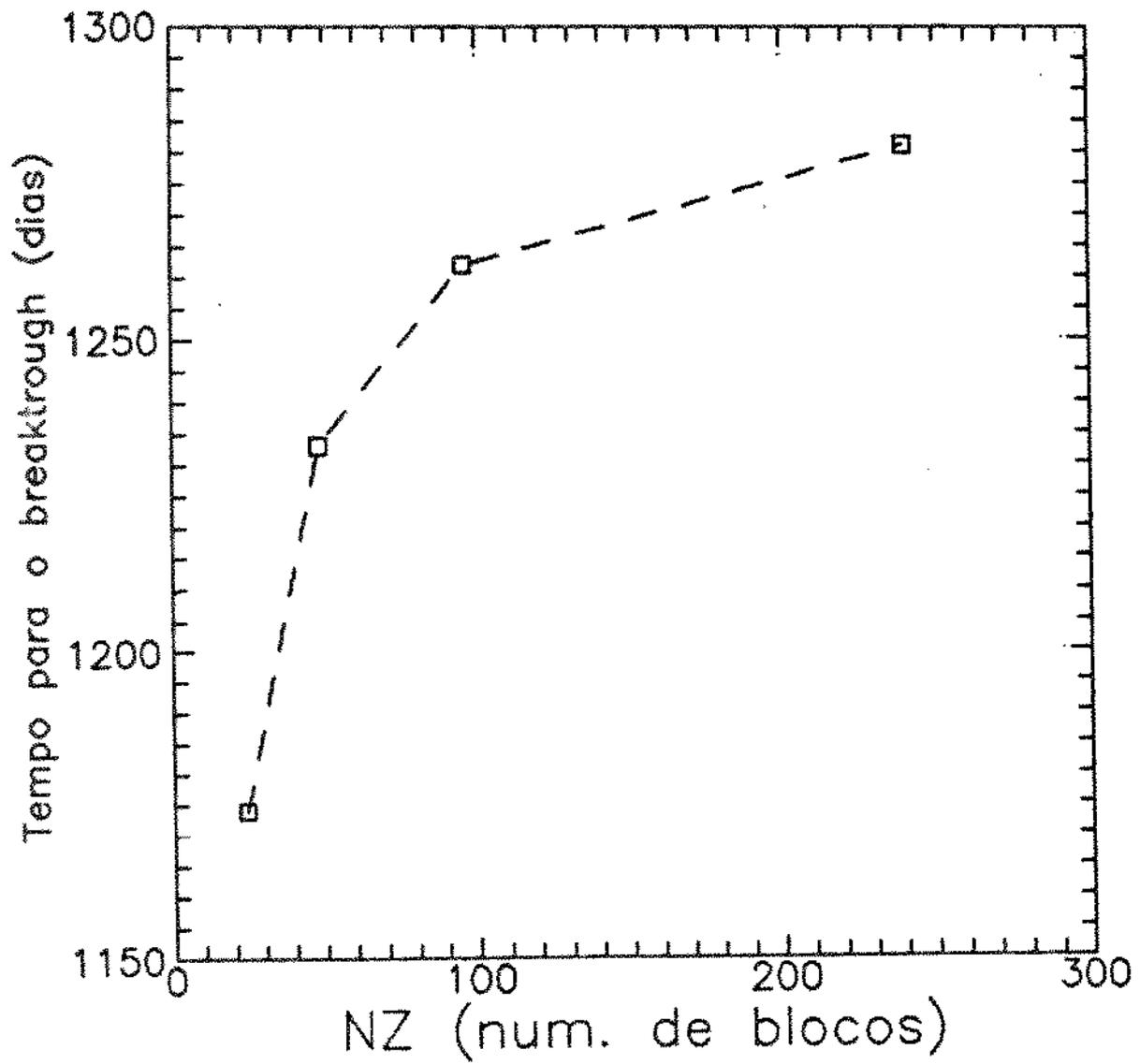


Figura 4.2.2 - Influência do número de blocos no tempo de breakthrough .

- a. Uma variação máxima de pressão, ΔP_{\max} , de 10 *psi* por cada passo de tempo, de forma a acompanhar o declínio de pressão principalmente nos períodos em que ele é mais intenso, o que acontece no início de produção devido à baixa compressibilidade total do sistema e no final devido às elevadas RGO;
- b. Uma variação máxima de saturação, $\Delta S_{o\max}$, de 0.05 pois detectou-se haver regiões do reservatório com grande variação de saturação para um único passo de tempo, causada pelas movimentações de prováveis descontinuidades de saturação, e pretendíamos que essas movimentações envolvessem da forma mais confiável possível;
- c. Uma variação máxima do passo de tempo, Δt_{\max} , de 5 dias, pois preliminarmente prevíamos um intervalo de evolução dos casos entre 200 e 1500 dias e desta forma garantíamos uma boa definição na solução.

Para o caso de referência desta secção e para vários outros, constatou-se que: 1) quem controla o tamanho do passo de tempo é o ΔP_{\max} no início e no final da simulação, 2) o $\Delta S_{o\max}$ exerce o controle durante a maior parte do período intermediário, e 3) praticamente não ocorrem diferenças nos resultados no caso de reduzirmos Δt_{\max} . Simulamos o caso de referência com Δt_{\max} de 0.2 dias. Neste caso, foi o Δt_{\max} que controlou o passo de tempo durante toda a simulação. O SIMBEST informou o número de passos de tempo praticamente igual a $t_{\text{final}}/\Delta t_{\max}$, e os resultados foram os mesmos quando usou-se Δt_{\max} igual a 5 dias. Portanto, concluímos que devido às limitações introduzidas pela natureza da pesquisa, o valor de Δt_{\max} de 5 dias era mais que suficiente para fornecer bons resultados.

Repetiu-se a análise com mais dois casos menos severos quanto à percolação de gás, $\xi_r = 0.598$ e $\xi_r = 4.7$, e constatou-se que as dimensões adotadas foram satisfatórias do ponto de vista numérico.

Como conclusão, temos que a maior parte dos casos estudados foram simulados sob as condições:

$$\begin{aligned}\Delta Z &= 2.5 \text{ ft} \\ \Delta t_{\max} &= 5 \text{ dias} \\ \Delta S_{e\max} &= 0.05 \\ \Delta P_{\max} &= 10 \text{ psi}\end{aligned}$$

As excessões serão particularmente citadas.

4.3 CASOS ESTUDADOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nesta secção, elaboramos uma análise dos resultados, apresentados em forma gráfica, para diversos casos simulados. Preliminarmente, apresentamos as condições gerais (físicas e numéricas) que caracterizam o intervalo de opções utilizado. Posteriormente, selecionamos os casos mais significativos e elaboramos uma análise detalhada dos resultados.

Em função do que foi discutido na secção anterior, adotamos um reservatório com $h = 250\text{ft}$ e dividido em 100 blocos de maneira que $\Delta Z = 2.5\text{ft}$. No Capítulo 6, faremos algumas experiências com h variando até 1000ft para verificar as possíveis limitações das simplificações introduzidas nos modelos propostos no Capítulo 5. Também, conforme a secção anterior, adotou-se Δt_{\max} de 5 dias, $\Delta S_{o\max} = 0.05$ e ΔP_{\max} de 10psi em cada passo da simulação numérica. Utilizamos os conjuntos de dados apresentados no apêndice A, que para efeito de identificação, foram nomeados DADOS-1, DADOS-2 e DADOS-3. Com relação aos demais dados não disponíveis naquele apêndice, q_{ow} , K , A , inicialmente fixou-se q_{ow} e A e variou-se K observando os resultados, e após isso selecionou-se experiências com variações de q_{ow} e A a fim de conferir diversas sugestões provindas daquelas observações, além de investigar outros aspectos. Maior atenção se deu aos casos em que a segregação gravitacional teve efeito significativo.

A análise dos resultados tem a finalidade de identificar as características do mecanismo em estudo, de maneira que possamos descrever com propriedade o seu comportamento além de sugerir fundamentos para os modelos simplificados propostos no Capítulo 5. Três aspectos norteiam esta análise:

- a busca da caracterização do mecanismo em grupos de parâmetros que o identifiquem;
- a descrição do mecanismo do ponto de vista do balanço de materiais, isto é a

evolução de \bar{P} e \bar{S}_o e RGO com FR.

- a descrição do mecanismo do ponto de vista da evolução dos perfis de saturações, pressões e vazões com a posição e com o tempo.

Iniciemos portanto a análise desses resultados.

Constatou-se desde o princípio uma significativa dependência dos resultados com relação aos parâmetros q_{ow} , K e A . Observou-se que os efeitos gravitacionais tinham predominância em relação aos efeitos viscosos numa dependência direta da permeabilidade vertical, K , da área aberta ao fluxo, A , e inversa da vazão de produção, q_{ow} . Em algumas poucas experiências introduziu-se $\Delta\rho$ diferentes e também constatou-se que os efeitos gravitacionais eram favorecidos por $\Delta\rho$. Entretanto como $\Delta\rho$ variava com a pressão, optou-se em toda esta primeira fase do trabalho dirigir as investigações sobre uma considerável quantidade de combinações dos parâmetros q_{ow} , K e A que poderiam ser mantidos constantes ao longo do período depletivo. Considere-se que a cada combinação destes três valores corresponde a uma utilização do SIMBEST⁽³⁵⁾. Mais tarde, no Capítulo 5, abrangeremos todos os parâmetros envolvidos em grupos adimensionais que procuram caracterizar o mecanismo.

Uma segunda constatação que emergiu da contínua observação dos resultados foi o interrelacionamento entre os parâmetros de maneira que fazendo-se diversas combinações de q_{ow} , K e A e conservando-se $\frac{q_{ow}}{KA}$ constante, o fator de recuperação final permanece inalterado para um pré-estabelecido critério de parada. Observou-se também que existe uma dependência inversa do fator de recuperação final para com o grupo $\frac{q_{ow}}{KA}$.

No problema em estudo neste trabalho, as forças viscosas e as gravitacionais competem, estas favorecendo a segregação do gás para as partes mais altas do reservatório, longe da face produtora, enquanto aquelas dificultando ou até mesmo impossibilitando a segregação do gás. Da maneira como está apresentado este grupo,

ele fornece uma primeira idéia da intensidade das forças viscosas ao passo que a relação $\frac{q_{ow}}{KA\Delta\rho}$ proporciona uma idéia melhor da competição.

Quando ocorre predomínio das forças gravitacionais, a segregação de gás torna-se mais intensa, proporcionando um maior armazenamento de gás no reservatório uma vez que longe da face produtora este gás não pode ser produzido. Em função disto, a RGO permanece baixa e ocorre uma maior manutenção de pressão devido à energia proveniente da alta compressibilidade do gás armazenado. Produzindo-se em condições tão favoráveis, RGO baixa e lento declínio de pressão, o mecanismo termina proporcionando uma maior recuperação final.

A figura 4.3.1 apresenta-nos os fatores de recuperação final em função do grupo $\frac{q_{ow}}{KA}$, utilizando-se DADOS-1, para os dois tipos de reservatórios lineares, horizontal e vertical, sendo o critério de parada RGO=5000 cf/cf.

No reservatório horizontal, observa-se que o parâmetro $\frac{q_{ow}}{KA}$ só tem influência sobre a recuperação final a partir de valores altos. Isto pode ser explicado porque no caso horizontal não existem condições de se manifestar os efeitos gravitacionais, sendo caracterizado o mecanismo de gás em solução simplesmente. Para este mecanismo, os valores pequenos de $\frac{q_{ow}}{KA}$ significam gradientes pequenos de pressão o que nos conduz à solução de Muskat⁽¹⁾ em que o reservatório é tratado como um tanque e os resultados são insensíveis à vazão de produção. Entretanto, para valores altos de $\frac{q_{ow}}{KA}$ os gradientes de pressão já não são mais pequenos e o comportamento passa a ser sensível à vazão de produção, com conclusão semelhante à de El-Khatib⁽³¹⁾ para reservatórios cilíndricos. Naquele trabalho, o grupo era $\frac{qt}{Kh}$.

Quanto ao reservatório vertical, constata-se uma grande sensibilidade dos resultados para com o parâmetro $\frac{q_{ow}}{KA}$, sendo que o predomínio das forças gravitacionais e correspondente maior fator de recuperação final se obtém para valores pequenos de $\frac{q_{ow}}{KA}$, uma vez que é este parâmetro que dirige a magnitude das forças viscosas. Entretanto, à medida que se vai reduzindo $\frac{q_{ow}}{KA}$, a partir de certo ponto pouco ganho se tem de recuperação final, o que sugere um limite para $\frac{q_{ow}}{KA}$ abaixo

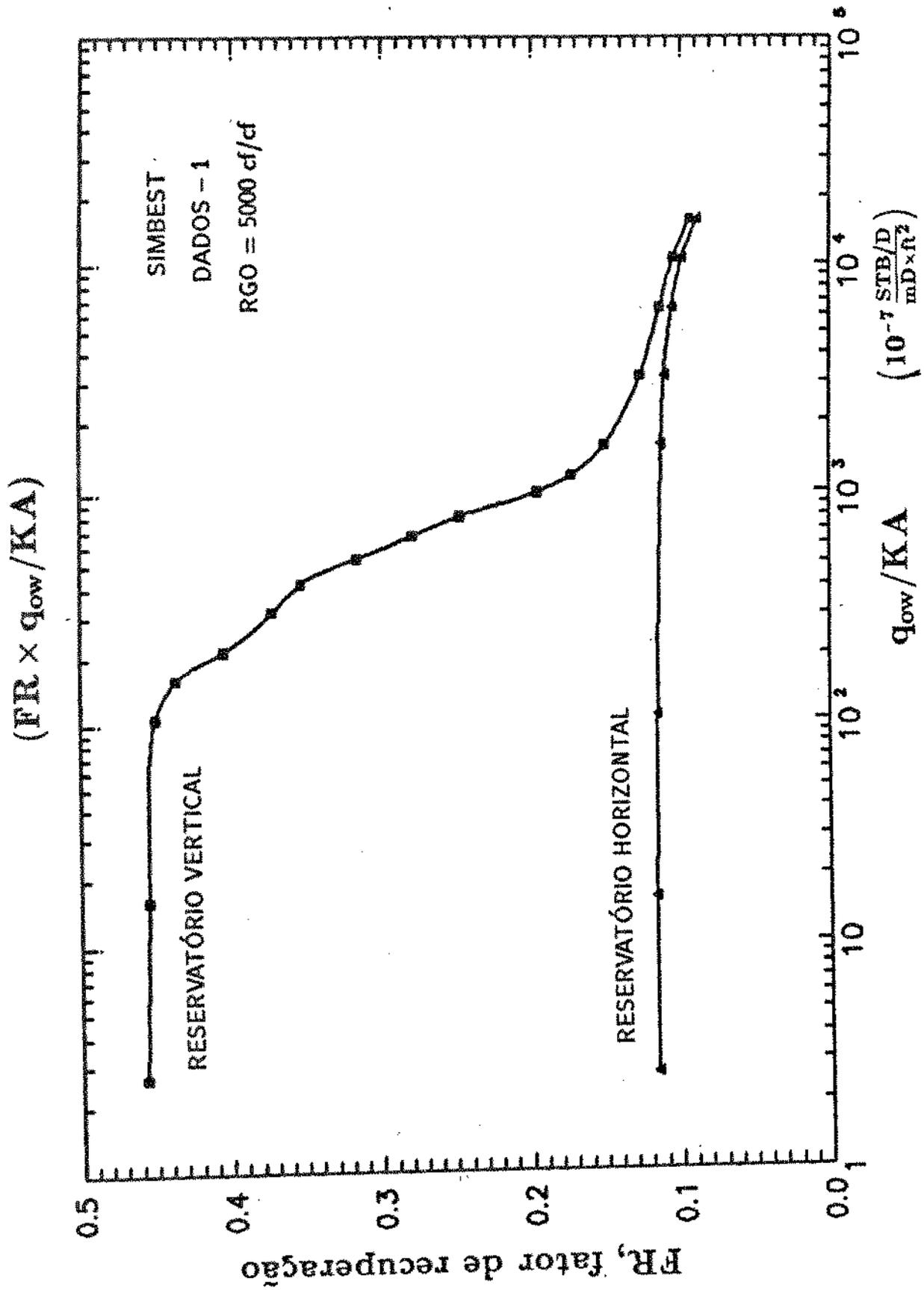


Figura 4.3.1 - Fator de recuperação versus q_{ow}/KA , para reservatórios vertical e horizontal, utilizando DADOS-1.

do qual não se consegue maior recuperação de óleo. A ocorrência deste limite se justifica pelo fato de que para haver segregação do gás, também é necessário haver condições do óleo se mover de maneira que “troquem” de posição no reservatório, dependendo portanto da mobilidade do óleo, onde surge a influência da viscosidade do óleo e das curvas de K_r . Associaremos este limite ao conceito de segregação completa, que só atinge o breakthrough quando se completa a recuperação de todo o óleo móvel. No outro extremo, para valores de $\frac{q_{ow}}{KA}$ altos, ocorre o predomínio das forças viscosas e os efeitos gravitacionais perdem a eficácia, conduzindo os resultados para um limite que se aproxima do comportamento do reservatório de gás em solução em que se desprezam os efeitos gravitacionais. Observa-se na Figura 4.3.1 que para valores altos de $\frac{q_{ow}}{KA}$ a curva do reservatório vertical tende assintoticamente para a curva do reservatório horizontal inclusive mostrando a sensibilidade à vazão de produção análogo ao descrito por El-khatib⁽³¹⁾. Entre estes dois limites, numa faixa não desprezível encontra-se a região de valores intermediários de $\frac{q_{ow}}{KA}$, região esta que se identifica por um carácter altamente sensível dos resultados para com o parâmetro $\frac{q_{ow}}{KA}$. Nesta região, o formato da curva de FR versus $\frac{q_{ow}}{KA}$ deve depender das curvas de K_r .

Fica portanto constatado a sensibilidade à vazão de produção do comportamento do reservatório de gás em solução submetido ao mecanismo de segregação gravitacional, além da observação de existirem condições limites para este comportamento, que denominaremos segregação completa, no limite de máximo aproveitamento das forças gravitacionais, e a identidade do outro limite com o comportamento de reservatório de gás em solução para o caso das forças gravitacionais terem um efeito desprezível.

Na figura 4.3.2, observam-se os fatores de recuperação obtidos para o mesmo reservatório vertical comentado anteriormente, em duas condições diferentes: quando se atinge a RGO_{\min} e quando se atinge a RGO_{\max} , 5000 cf/cf. Verifica-se que para $\frac{q_{ow}}{KA}$ pequenos, forças gravitacionais dominando, a RGO_{\min} só é atingida

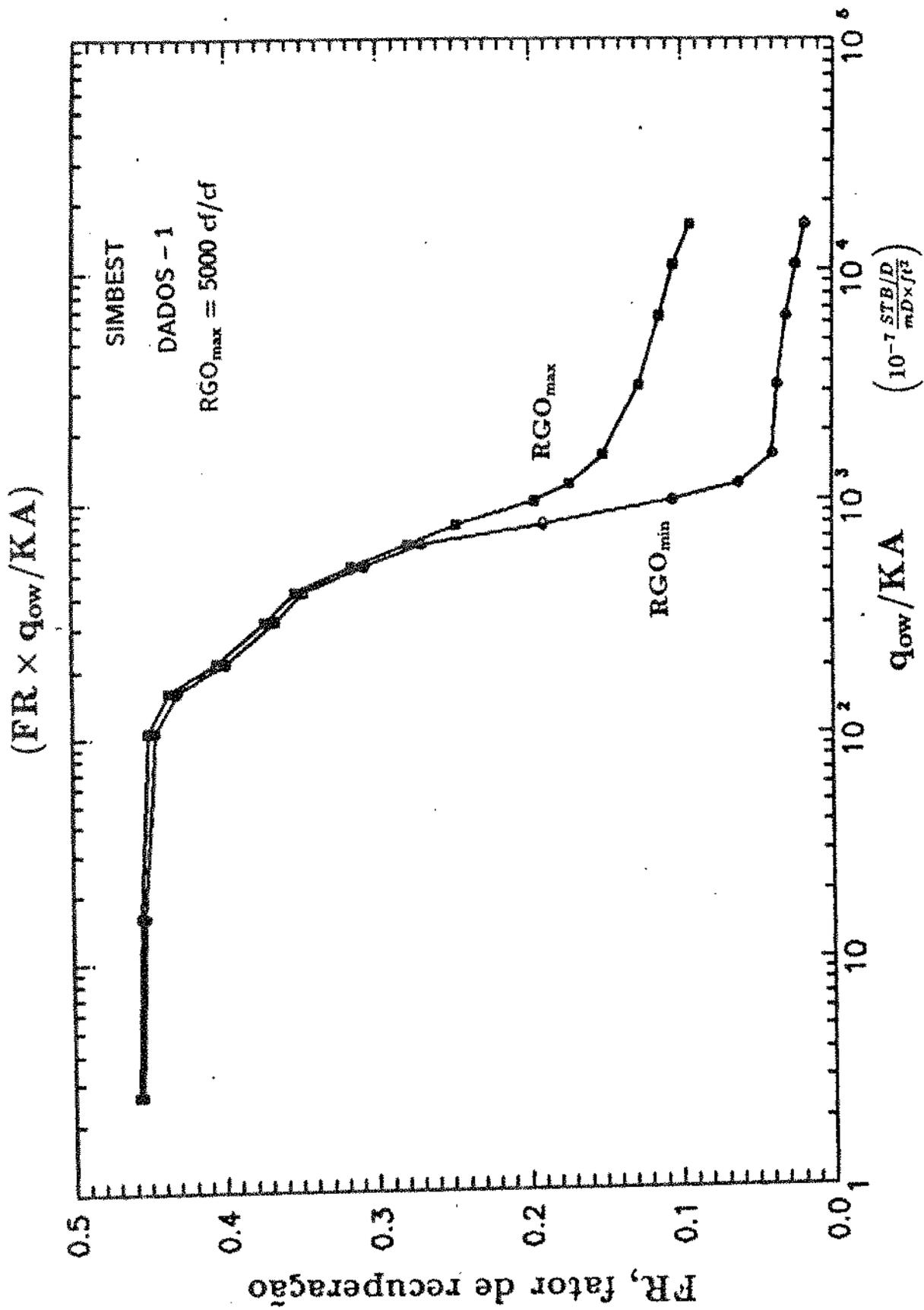


Figura 4.3.2 - Fator de recuperação versus q_{ow} / KA , nas condições de RGO_{max} e RGO_{min} , utilizando DADOS-1.

após um longo período de produção, caracterizando o comportamento de RGO declinante durante grande parte do período produtivo conforme afirmado por vários autores^(14,17,18). Também, para valores pequenos de $\frac{q_{ow}}{KA}$, observa-se que o fator de recuperação aumenta muito pouco entre RGO_{\min} e RGO_{\max} caracterizando um altíssimo crescimento de RGO após se atingir a RGO_{\min} . Isto sugere que após longo período com baixas quantidades de gás livre nas vizinhanças da face produtora, em período bastante curto essas mesmas vizinhanças são invadidas por uma grande quantidade de gás, identificando o breakthrough do gás e um comportamento semelhante ao deslocamento de um fluido por outro com grande descontinuidade na saturação de gás. Entre estes casos, a ordem de grandeza de RGO_{\min} é de $100cf/cf$. Com relação à $\frac{q_{ow}}{KA}$ grandes, ocorre um período de recuperação de óleo significativo entre a RGO_{\min} e a RGO_{\max} com comportamento semelhante do reservatório de gás em solução em que a RGO_{\min} é normalmente atingida quando o gás livre adquire mobilidade, isto é $S_g > S_{gc}$, e a RGO cresce à medida que cresce a mobilidade do gás nas vizinhanças da face produtora.

Na fig. 4.3.3 apresentam-se resultados de FR versus $\frac{q_{ow}}{KA}$ gerados a partir da utilização de DADOS-2. As mesmas observações anteriores podem ser consideradas, porém alguns aspectos merecem comentários. O limite de segregação completa não chegou a ser atingido pelos casos estudados, muito embora a curva indique tendência para isto. A explicação está provavelmente na curva de K_r pois o óleo mesmo com $S_o > S_{or}$ tem permeabilidade relativa pequeníssima (ver tabela no apêndice A). O limite inferior, gás em solução, foi perfeitamente atingido.

Na figura 4.3.4 apresenta-se o mesmo tipo de gráfico, gerado com DADOS-3. Neste caso ocorre o oposto, simplesmente porque mudou-se a curva de K_r pois a PVT é a mesma de DADOS-2, e o limite segregação completa é atingido com mais facilidade. Veja que ficou menor o intervalo em que há dependência de $\frac{q_{ow}}{KA}$, inclusive $\frac{q_{ow}}{KA}$ aqui é apresentado num eixo linear para facilitar a visualização deste mesmo intervalo. É interessante também notar que nos casos com $\frac{q_{ow}}{KA}$ grandes, com

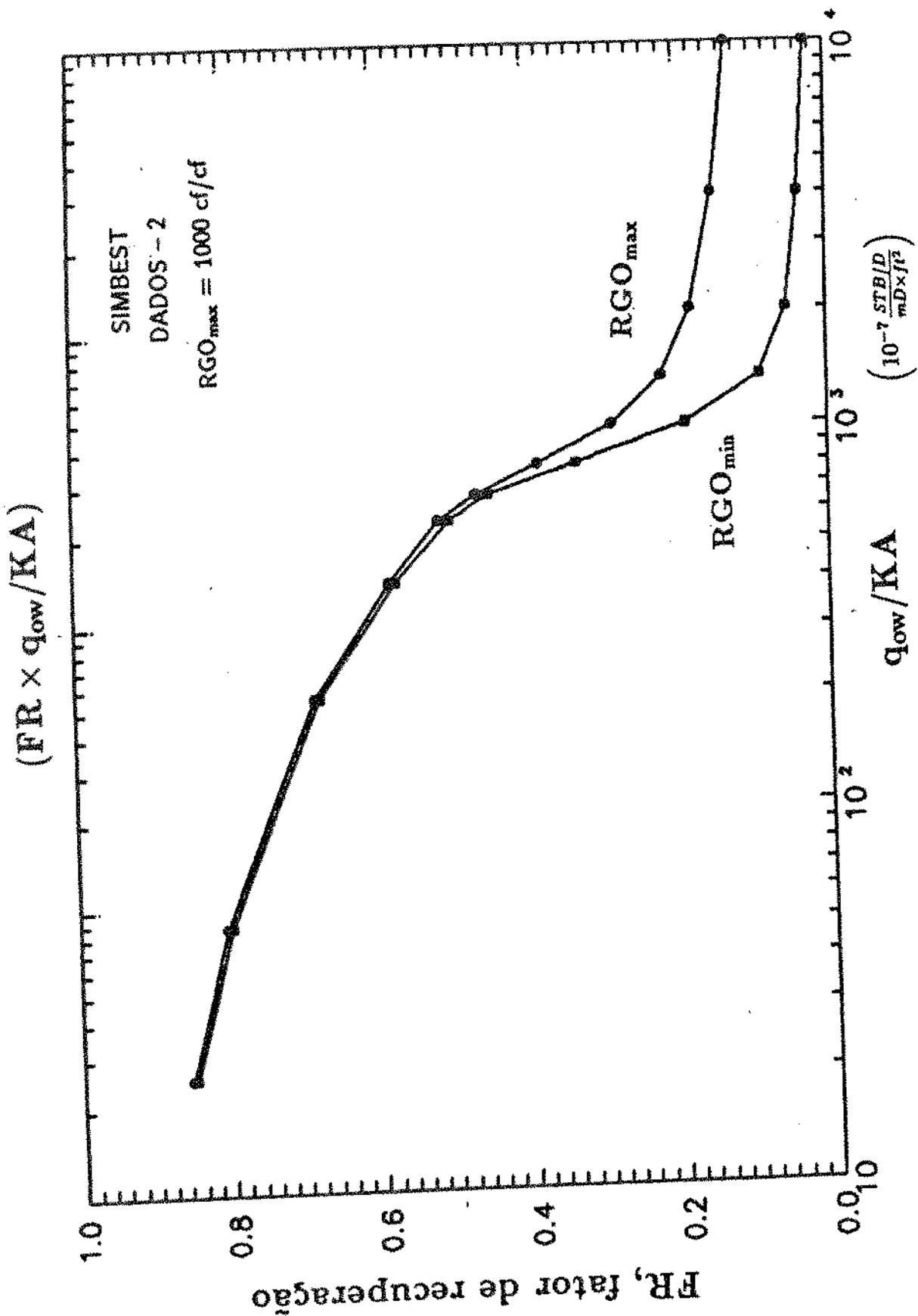


Figura 4.3.3 - Fator de recuperação versus q_{ow}/KA , nas condições de RGO_{max} e RGO_{min} , utilizando DADOS-2.

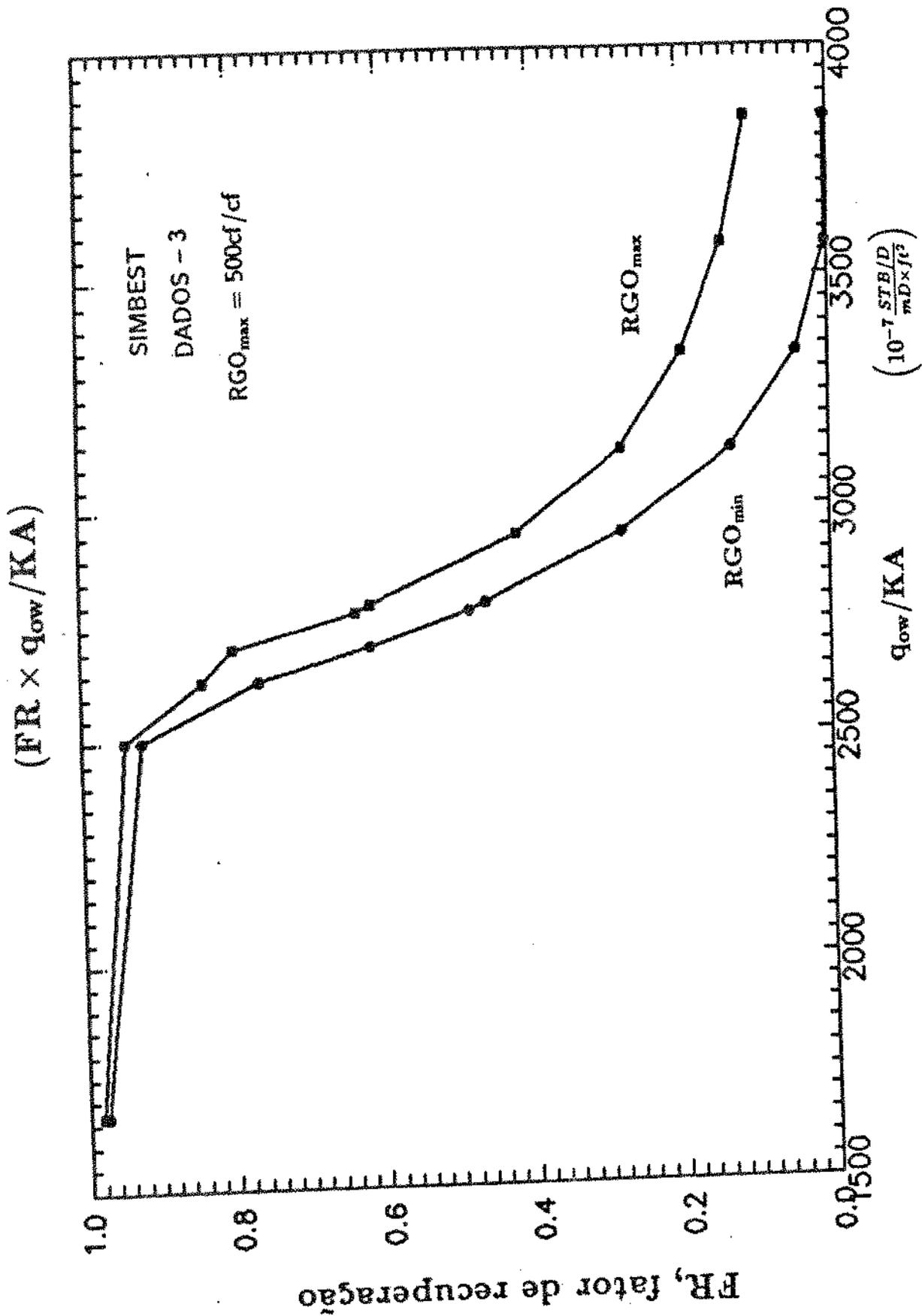


Figura 4.3.4 - Fator de recuperação versus q_{ow} / KA , nas condições de RGO_{max} e RGO_{min} , utilizando DADOS-3.

comportamento similar a gás em solução, a RGO_{\min} é atingida logo que começa a aparecer o gás no reservatório, pois $S_{gc} = 0$ e a mobilidade do gás cresce significativamente com S_g para a curva de K_r utilizada. O limite inferior aqui também foi perfeitamente atingido.

Os resultados discutidos até aqui mostram a dependência do fator de recuperação com relação ao grupo $\frac{q_{ow}}{KA}$ e às curvas de K_r . Com relação a estas últimas, mais tarde iremos interpretar a dinâmica do escoamento de acordo com as equações do fluxo fracionário, que depende significativamente das curvas de K_r .

Na figura 4.3.5 apresenta-se a evolução da saturação de gás na célula produtora (poço), S_{gw} , versus saturação média de gás no reservatório, \bar{S}_g , para os diferentes casos de $\frac{q_{ow}}{KA}$. Estes resultados foram gerados usando DADOS-2. Observa-se que inicialmente existe quase uma igualdade entre os dois valores até se atingir a saturação de gás crítica, pois embora o gás esteja sendo liberado, ainda não adquiriu mobilidade, ficando quase uniformemente distribuído no reservatório, com pequena diferença, pois com diferentes pressões em todos os pontos, a quantidade liberada e acumulada em cada ponto é diferente, muito embora as diferenças de pressões não sejam tão grandes como veremos mais tarde. Quando as saturações superam o valor crítico, então é que começa a se definir a sensibilidade dos resultados, pois o gás forma fase contínua, adquire mobilidade e em função das condições envolvidas ele pode segregar para o topo do reservatório ou mover-se em direção à face produtora. Constata-se que para $\frac{q_{ow}}{KA}$ pequenos, predomínios das forças gravitacionais sobre as viscosas, a saturação de gás na célula produtora permanece aproximadamente igual à saturação crítica durante um longo período, sugerindo que durante este período todo o gás liberado nas vizinhanças da face produtora segrega para as partes mais altas do reservatório não permitindo acumular gás na célula produtora. Após este período, para um valor diferente de \bar{S}_g para cada $\frac{q_{ow}}{KA}$, ocorre um crescimento rápido de S_{gw} sem haver quase variação de \bar{S}_g sugerindo a chegada quase instantânea de uma grande quantidade de gás. Para valores intermediários de $\frac{q_{ow}}{KA}$ também se

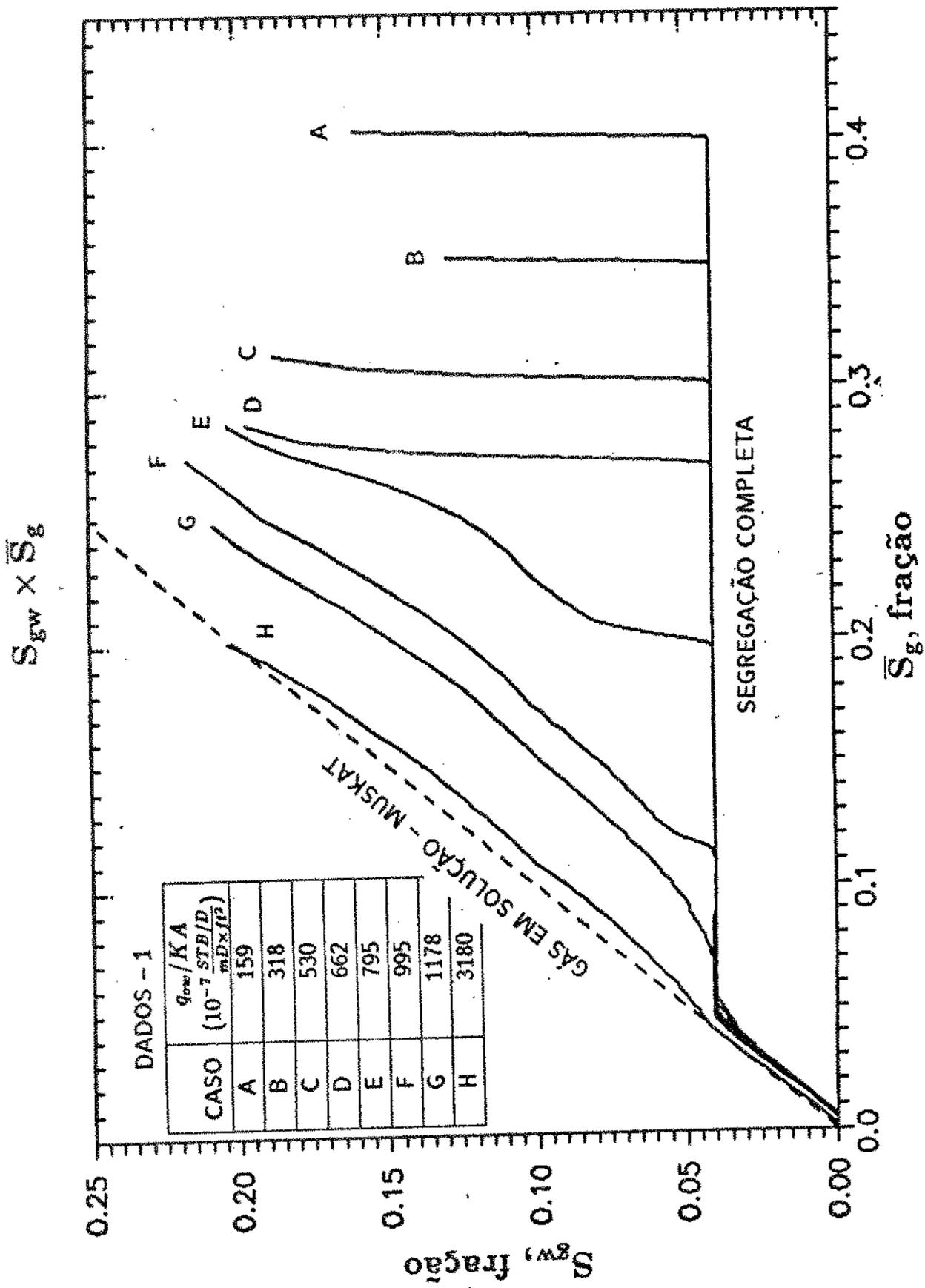


Figura 4.3.5 - Relação entre saturação de gás no poço e saturação de gás média, em função de q_{ow}/KA , utilizando DADOS-1.

confirma que $S_{gw} \simeq S_{gc}$, embora durante um período menor, e após isto, S_{gw} cresce mas não de forma instantânea. Para valores grandes de $\frac{q_{ow}}{KA}$, não ocorre período algum em que $S_{gw} \simeq S_{gc}$ após ele ser atingido, significando desde o princípio uma contínua acumulação de gás na célula produtora. Neste gráfico está colocado, com linha descontínua a condição de validade das equações de Muskat⁽²⁸⁾, gradientes pequenos de saturação e pressão, para reservatórios de gás em solução em que assume-se $S_{gw} = \bar{S}_g$ e constata-se que para $\frac{q_{ow}}{KA}$ grandes, predomínios das forças viscosas, mais próxima fica a relação S_{gw} versus \bar{S}_g daquela igualdade.

Na figura 4.3.6 apresenta-se o comportamento da RGO com o FR para diversos $\frac{q_{ow}}{KA}$ utilizando-se DADOS-2. Constata-se que para todos os casos apresentados a RGO declina permanecendo próxima à R_s no poço até um certo tempo onde atinge a RGO_{\min} e passa a crescer a partir daí. Caso não houvessem os efeitos gravitacionais a RGO começaria a crescer assim que o gás livre adquirisse mobilidade, o que permitiria a sua produção. Entretanto, quanto menores os valores de $\frac{q_{ow}}{KA}$, maior se torna o período de declínio de RGO, pois as forças gravitacionais predominantes conduzem o gás que vai sendo liberado de solução para as partes mais altas do reservatório dificultando a sua produção que fica praticamente limitada ao gás em solução que declina com a pressão. Após atingir o valor mínimo, a RGO cresce rapidamente de acordo com a idéia da chegada de uma grande quantidade de gás quase instantânea conforme analisado anteriormente.

A evolução de RGO apresentada, sugere para o caso de segregação completa um comportamento de RGO também declinante, acompanhando a mesma envoltória que está associada à produção de gás em solução e de praticamente nenhum gás livre.

Na figura 4.3.7 apresenta-se o relacionamento entre a pressão média, \bar{P} , e a saturação média de óleo, \bar{S}_o , para diferentes valores de $\frac{q_{ow}}{KA}$, utilizando-se DADOS-1. Observa-se que inicialmente \bar{S}_o permanece constante até se atingir P_{sat} , e enquanto não se atinge S_{gc} , por volta de 2550psi, todos os casos se comportam de maneira

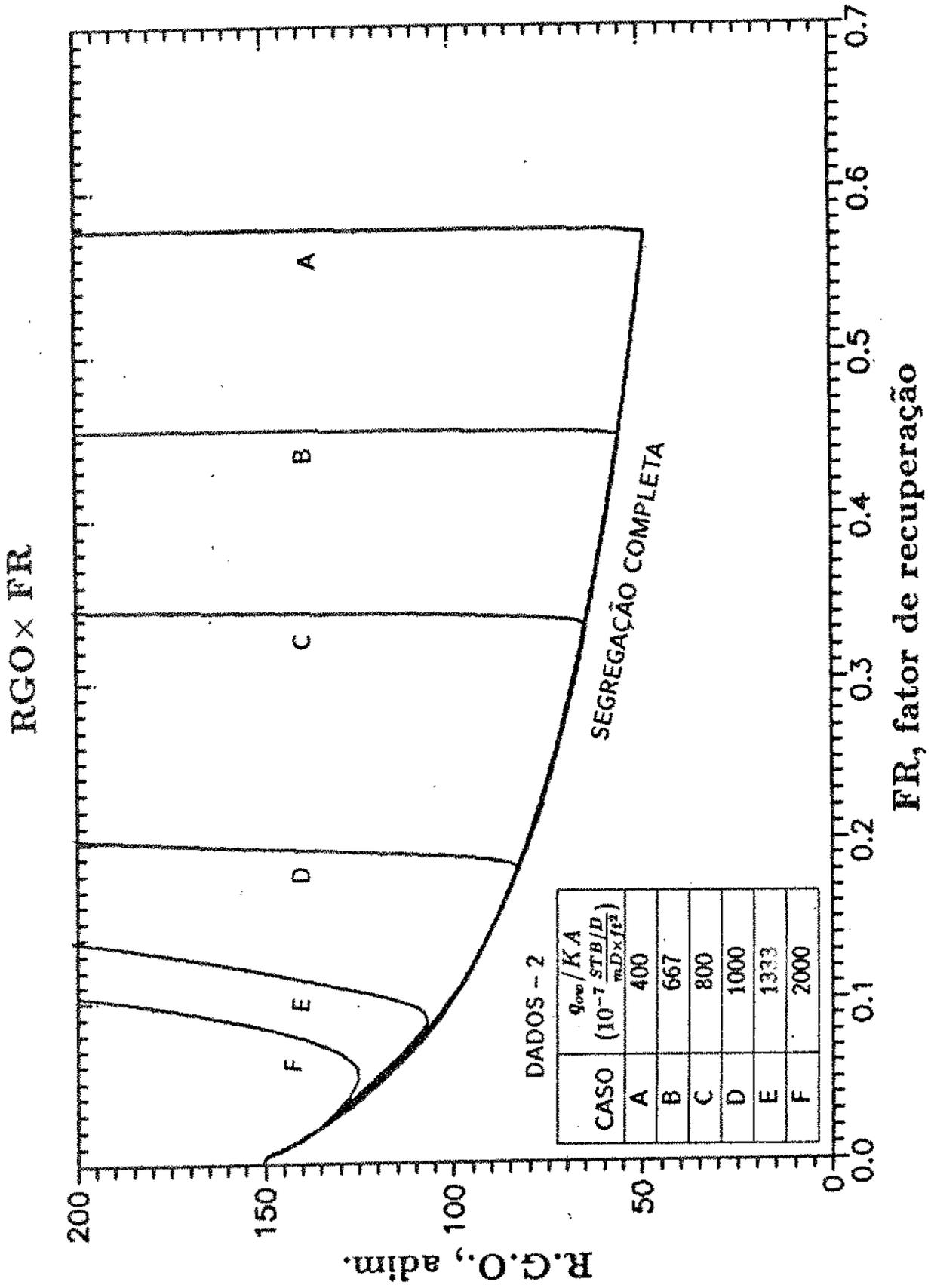


Figura 4.3.6 - Evolução da RG0 com o fator de recuperação em função de q_{ow}/KA , utilizando DADOS-2.

$\bar{S}_o \times \bar{P}$

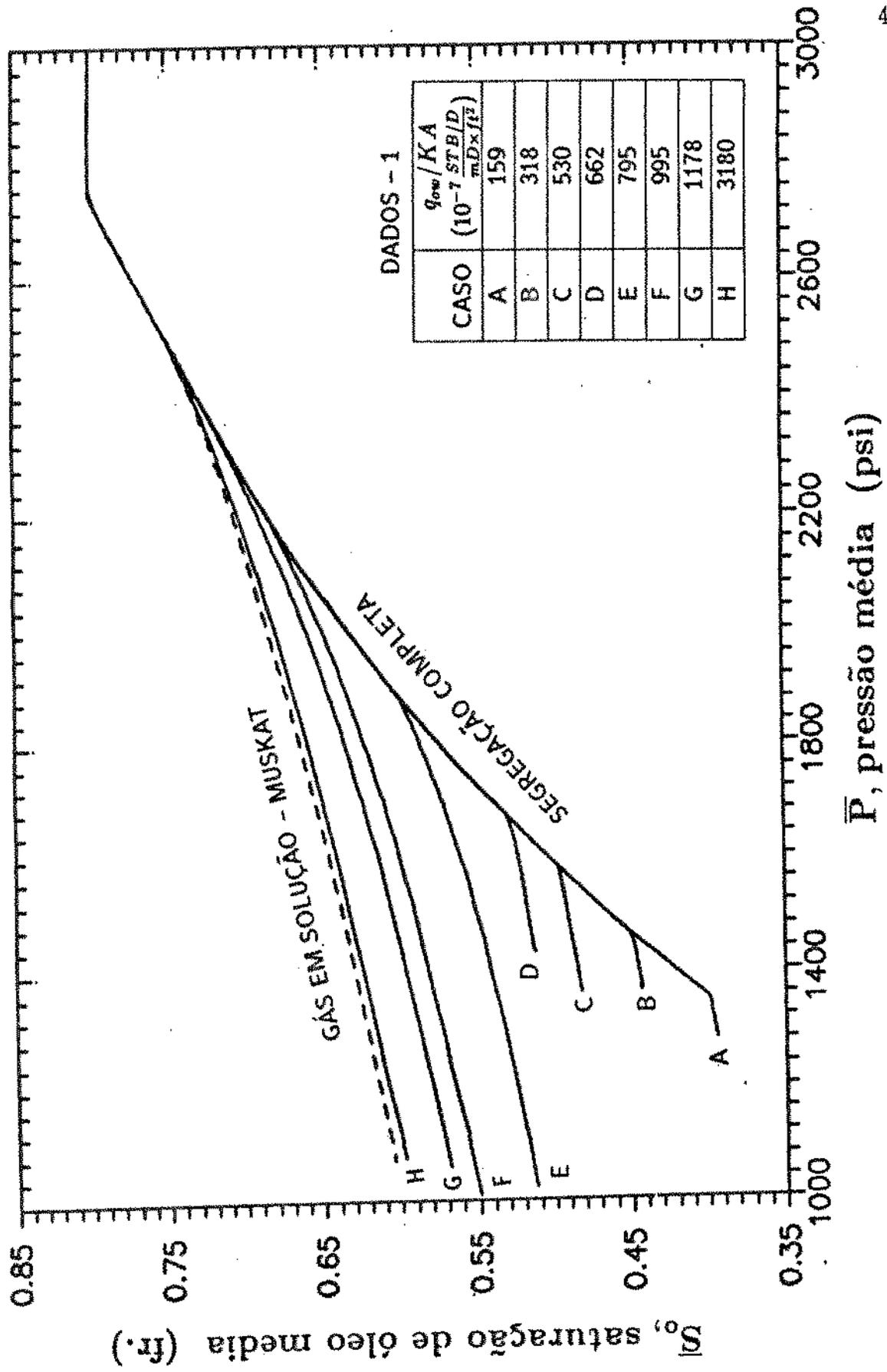


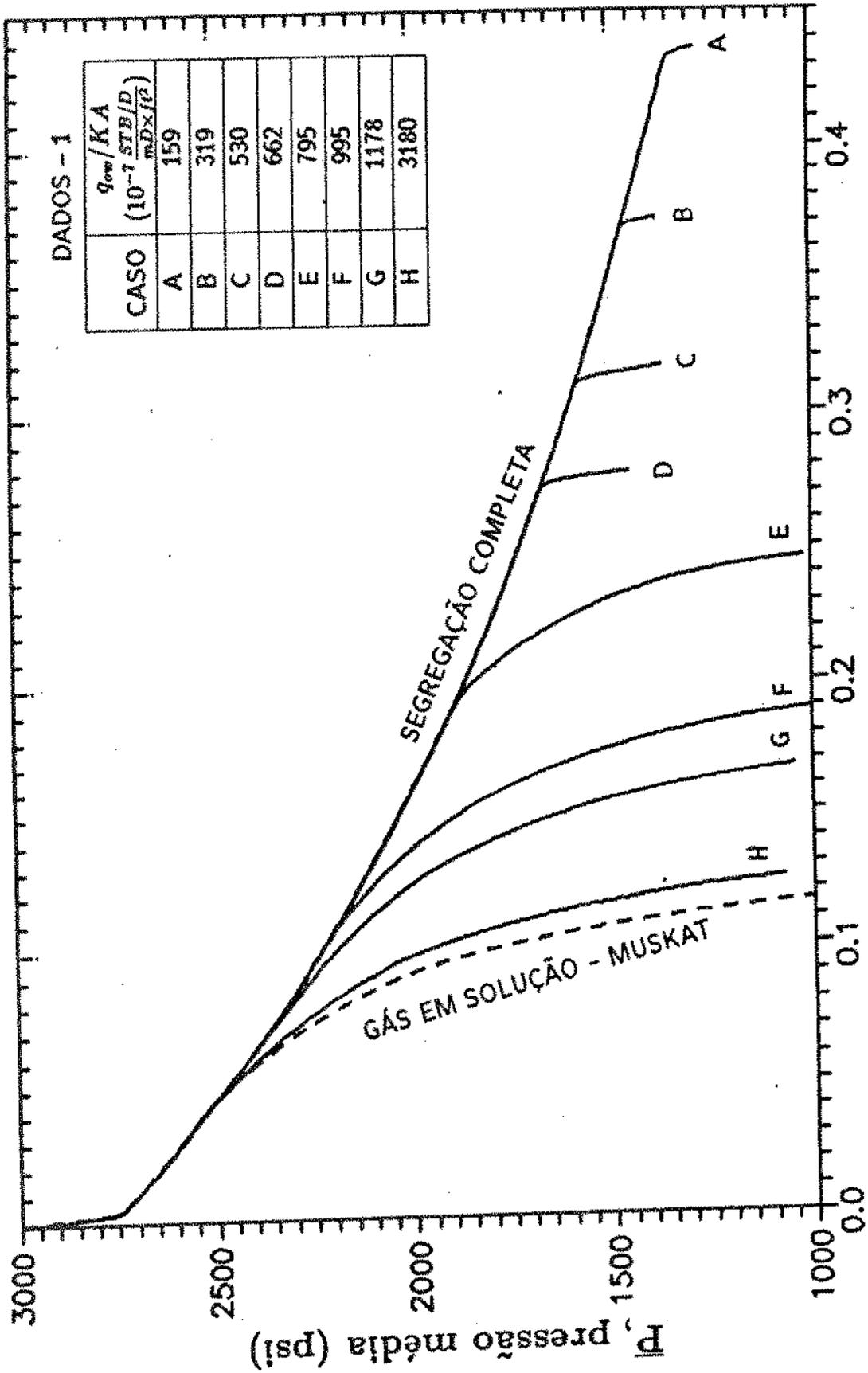
Figura 4.3.7 - Relação entre a saturação de óleo média e a pressão média, em função de q_{ow}/KA , utilizando DADOS-1.

idêntica com excessão para os casos com $\frac{q_{ow}}{KA}$ elevadíssimos com a possibilidade de se ter $\bar{S}_g < S_{gc}$ e $S_{gw} > S_{gc}$. Verificamos novamente uma envoltória limite que é acompanhada por diversos casos até uma certa pressão. Quanto menores os valores de $\frac{q_{ow}}{KA}$, mais prolongado é o acompanhamento daquela envoltória, que corresponde ao limite de segregação completa. Isto indica uma relação entre \bar{S}_o e \bar{P} do tipo $\bar{S}_o = f(\bar{P}, \frac{q_{ow}}{KA})$, diferente da relação $\bar{S}_o = f(\bar{P})$ obtida por Muskat⁽²⁸⁾ para o caso de reservatório de gás em solução. Apresentamos também neste gráfico a relação $\bar{S}_o = f(\bar{P})$ obtida a partir de Muskat e constatamos que para valores crescentes de $\frac{q_{ow}}{KA}$, predomínio das forças viscosas, mais próximos os resultados ficam desta relação. Para $\frac{q_{ow}}{KA}$ bastante elevados, embora não apareça no gráfico, a curva de $\bar{S}_o = f(\bar{P})$ correspondente ultrapassa o limite da curva de gás em solução.

Na figura 4.3.8 apresenta-se o comportamento de $(\bar{P}$ versus FR para diversos $\frac{q_{ow}}{KA}$ quando da utilização de DADOS-1. Verifica-se que inicialmente ocorre um alto declínio de pressão até se atingir P_{sat} . Após isso o declínio de pressão começa a diminuir com a acumulação do gás imóvel até que este mesmo gás forme uma fase contínua e adquira mobilidade ao se atingir S_{gc} . A partir de então, para valores grandes de $\frac{q_{ow}}{KA}$, a produção de gás passa a ser significativa. As forças viscosas predominantes dirigem o gás para o poço, e para estes casos a depressurização é relativamente maior. Entretanto, para $\frac{q_{ow}}{KA}$ cada vez menores as forças gravitacionais favorecem a segregação, dificultando a produção do gás livre. Este armazenamento do gás livre proporciona uma maior capacidade de manutenção de pressão do sistema devido à alta compressibilidade do gás. Observa-se também aqui uma envoltória que diversos casos acompanham até uma certa pressão sendo a duração deste acompanhamento tanto maior quanto menores os valores $\frac{q_{ow}}{KA}$. Pode-se portanto associar também esta envoltória à segregação completa ao passo que para $\frac{q_{ow}}{KA}$ crescentes, as soluções tendem à solução de Muskat, também apresentada nesta figura.

A figura 4.3.9 obtida a partir do conjunto de dados DADOS-2, apresenta o comportamento de \bar{S}_o com FR, para diversos $\frac{q_{ow}}{KA}$. O declínio de \bar{S}_o é devido a

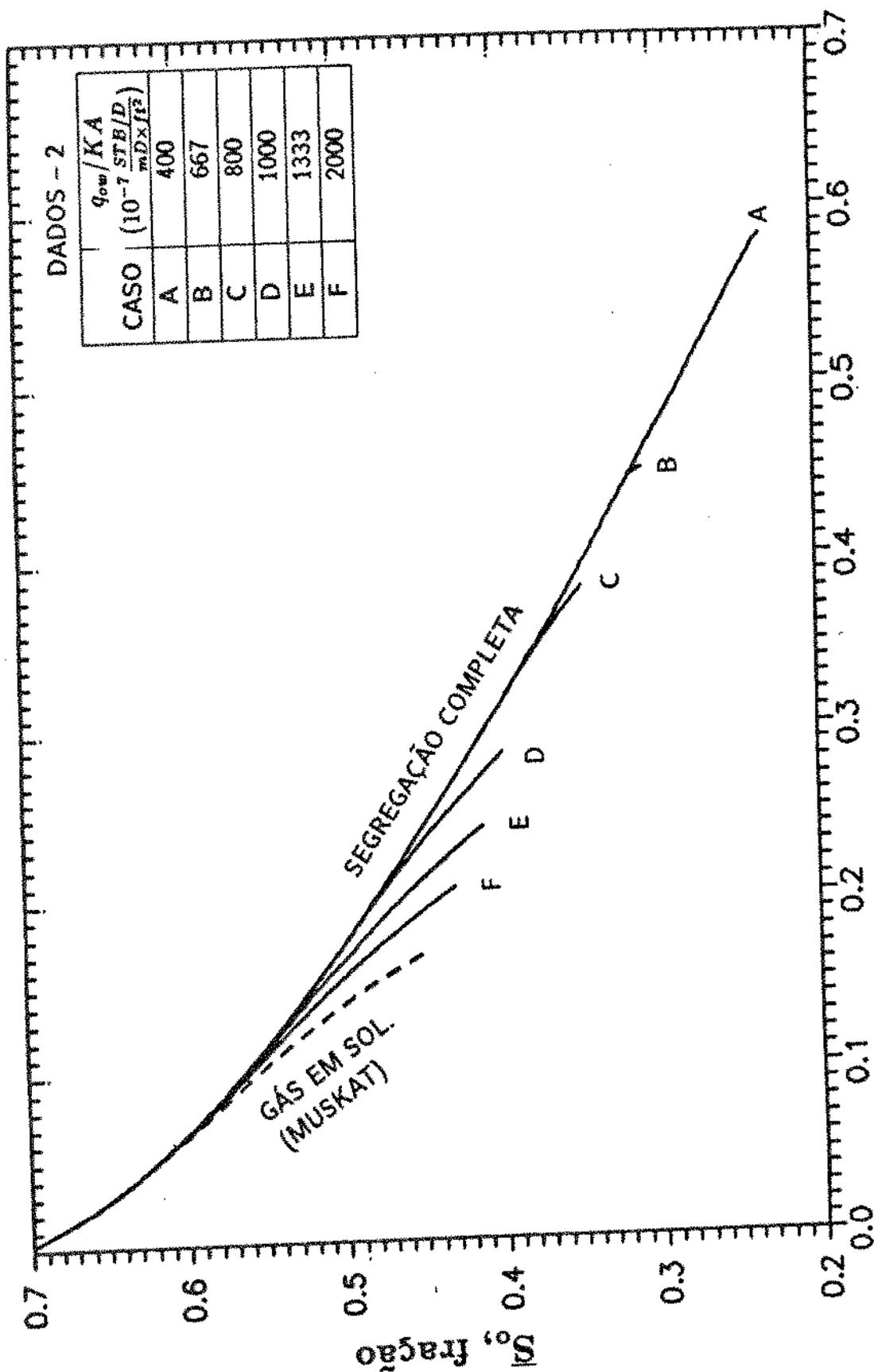
$\bar{P} \times FR$



FR, fator de recuperação

Figura 4.3.8 - Evolução da pressão média com o fator de recuperação em função de q_{ow}/KA , utilizando DADOS-1.

$\bar{S}_o \times FR$



FR, fator de recuperação

Figura 4.3.9 - Evolução da saturação de óleo média com o fator de recuperação em função de q_{ow}/KA , utilizando DADOS-2.

dois fatores: a produção do óleo e o seu encolhimento devido à despressurização. Constata-se que o efeito do encolhimento é menor para $\frac{q_{ow}}{KA}$ pequenos. Nestas condições ocorre retenção do gás no reservatório por segregação gravitacional e correspondente manutenção de pressão, de maneira que a taxa de declínio de \bar{S}_o diminui. Aparece também aqui a curva envoltória correspondente ao caso de segregação completa e cuja argumentação é respaldada no fato de que quanto menores os valores de $\frac{q_{ow}}{KA}$, por um período mais longo o comportamento de \bar{S}_o acompanha tal envoltória, ao passo que para $\frac{q_{ow}}{KA}$ crescente, mais próxima a solução se encontra do reservatório de gás em solução obtida por Muskat⁽²⁸⁾.

Após esta análise constatamos: 1) a dependência dos resultados para com o grupo $\frac{q_{ow}}{KA}$, 2) um limite para o máximo aproveitamento das forças gravitacionais caracterizado pelas curvas envoltórias, 3) um limite de referência correspondente ao caso de gás em solução – Muskat, em que os efeitos gravitacionais são desprezíveis e 4) a idéia de que a partir de determinado valor de $\frac{q_{ow}}{KA}$, quanto menor $\frac{q_{ow}}{KA}$ mais tempo permanece o comportamento nas curvas envoltórias detectadas.

Faremos agora uma análise que envolve principalmente a evolução dos perfis de vazão, ($q_l(z, t)$), saturação, $S_g(z, t)$, e pressão, $P(z, t)$), através do período de interesse para os diversos casos.

As figuras 4.3.10 à 4.3.14 descrevem perfis de saturação obtidos ao longo do período depletivo, caracterizado por FR, para alguns valores de $\frac{q_{ow}}{KA}$ utilizados com o conjunto de DADOS-1.

A figura 4.3.10 apresenta o caso $\frac{q_{ow}}{KA} = 106 \times 10^{-7} \frac{B/D}{mDft^2}$ que é o mesmo caso de severas condições de contrafluxo utilizado na análise de sensibilidade da secção 4.2. Observa-se durante os instantes apresentados, que praticamente não há acumulação de gás nas partes inferiores do reservatório depois de se atingir S_{gc} , e o gás liberado durante a depleção segrega rapidamente para as partes mais altas, dando origem à capa de gás secundária que avança para baixo na forma de um pistão sem vazamento. A este tipo de perfil podemos associar o conceito de segregação

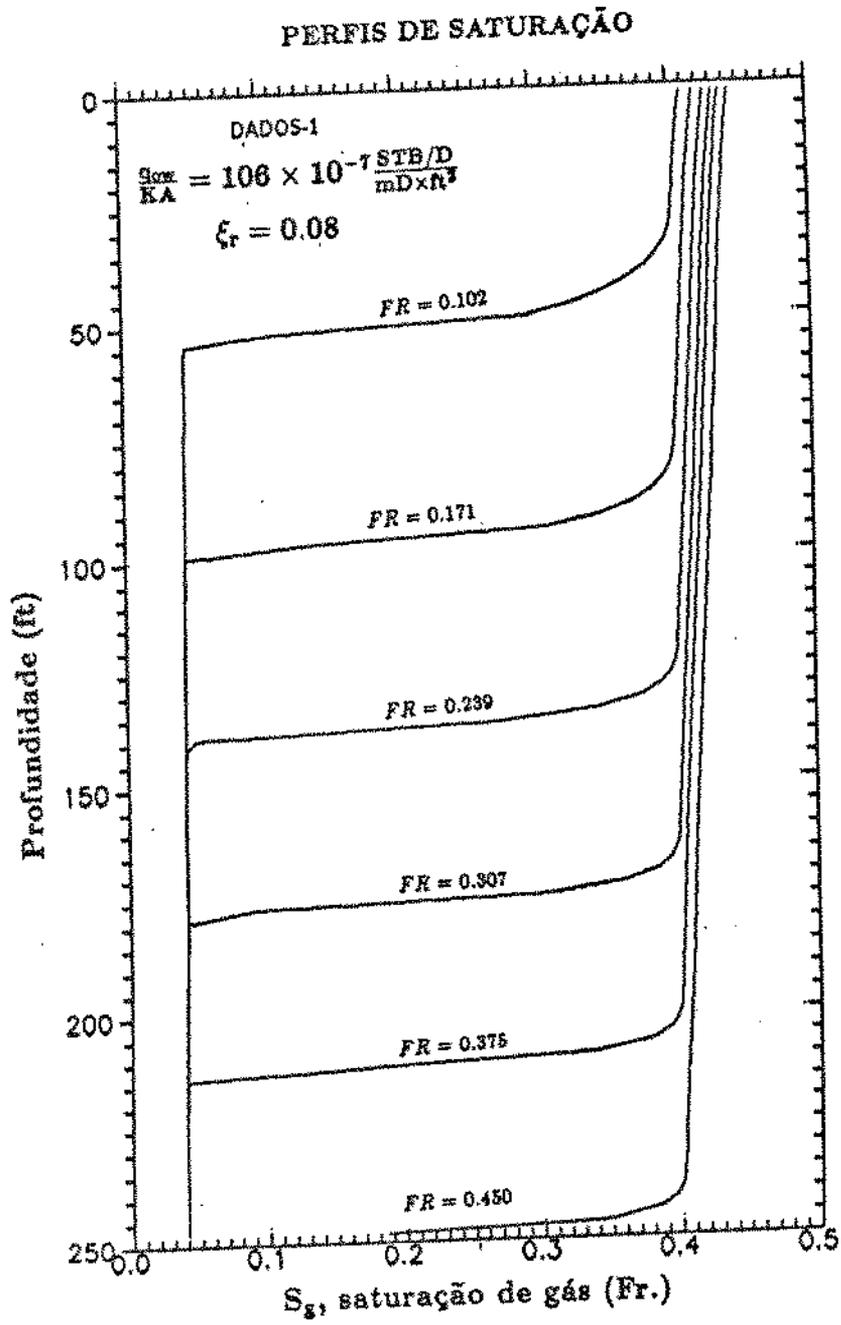


Figura 4.3.10 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,08$, utilizando DADOS-1.

completa. Constata-se também, que o óleo residual, $S_{or} = 0.40$, retido à pressões altas durante a fase inicial, encolhe à medida que acontece a despressurização do reservatório, significando que parte daquele volume imobilizado correspondia ao gás em solução. Este fato acaba proporcionando uma recuperação de óleo ainda maior que o próprio volume móvel. Com este comportamento tipo pistão, justifica-se para o instante final uma grande invasão de gás na célula produtora acarretando um crescimento quase instantâneo de RGO conforme comentado anteriormente.

Na figura 4.3.11 apresenta-se um caso com $\frac{q_{ow}}{KA}$ elevado e verifica-se desde o princípio um acumulo de gás em todas as partes do reservatório o que pode ser explicado pela ação pouco eficiente das forças gravitacionais com caracter aproximado do gás em solução de Muskat⁽²⁸⁾ com gradientes pequenos de saturação ao longo do reservatório.

Na figura 4.3.12 observamos um caso com $\frac{q_{ow}}{KA}$ intermediário e a competição entre as forças viscosas e gravitacionais começa a se evidenciar. A segregação aqui ocorre, mas não em forma tão eficaz como na segregação completa e a capa secundária avança na forma de um pistão com vazamento caracterizando uma menor eficiência de deslocamento. Observa-se o avanço da capa secundária em forma de diferentes frentes de avanço. Isto se deve ao efeito da curva fluxo fracionário que tem diversas descontinuidades na sua derivada como consequência de curvas de K_{rs} pouco definidas, como é o caso de DADOS-1. Constate-se que estas frentes correspondem à $S_g = 0.20$ e 0.30 que são pontos em que mudam as derivadas das curvas de K_r . Um último resultado muito importante é a formação de uma frente inferior que evolui de uma forma bem definida independente das descontinuidades citadas e com um patamar com valor de S_g praticamente constante ao longo do reservatório para um determinado tempo. O patamar contido entre as duas frentes se denominará doravante "agulha". Esta agulha tem uma S_g que cresce com o tempo ao mesmo tempo que sua fronteira inferior recua da face produtora para depois avançar novamente. Neste caso, $\frac{q_{ow}}{KA} = 795 \times 10^{-7} \frac{B/D}{mDft^2}$, é a agulha que atinge a face

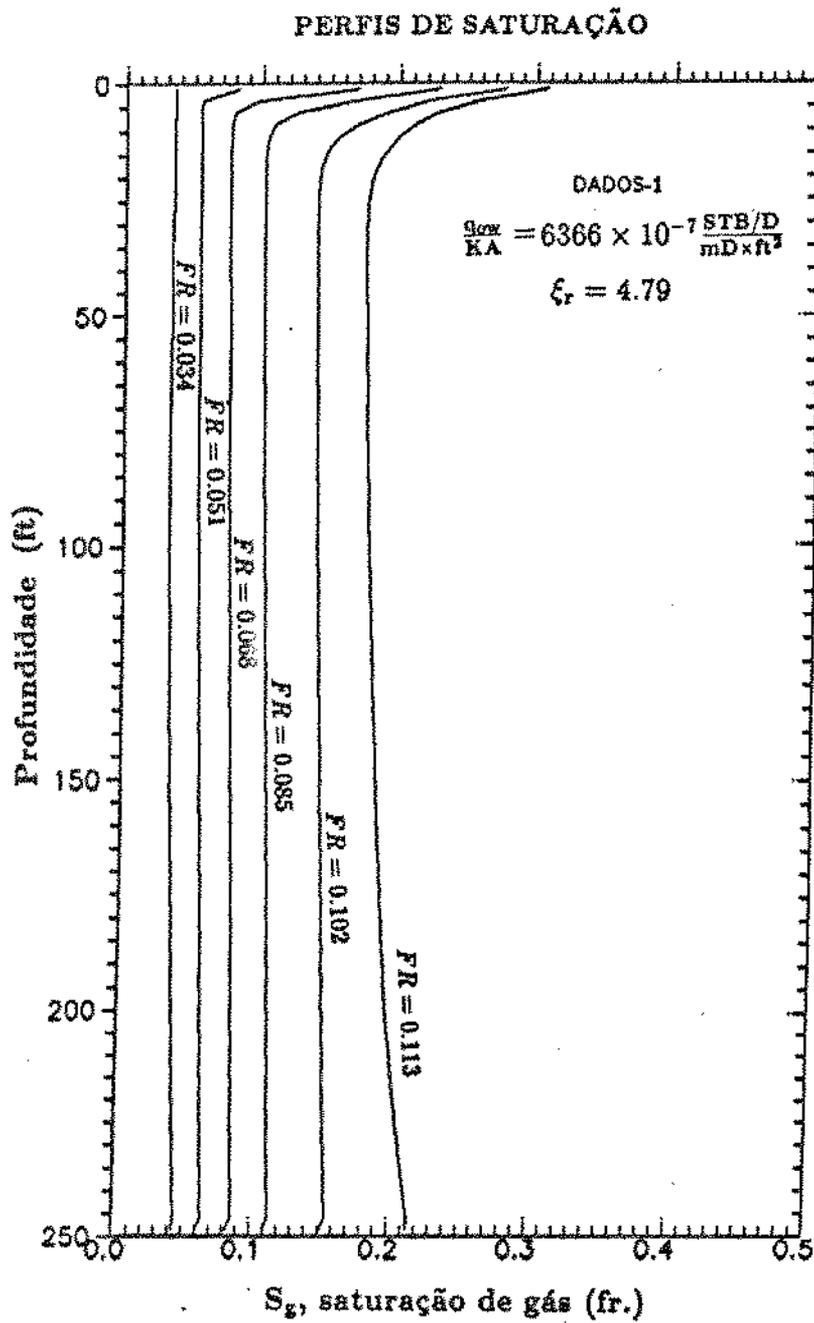


Figura 4.3.11 - Perfis de saturação para $\xi_r = 4,79$, utilizando DADOS-1.

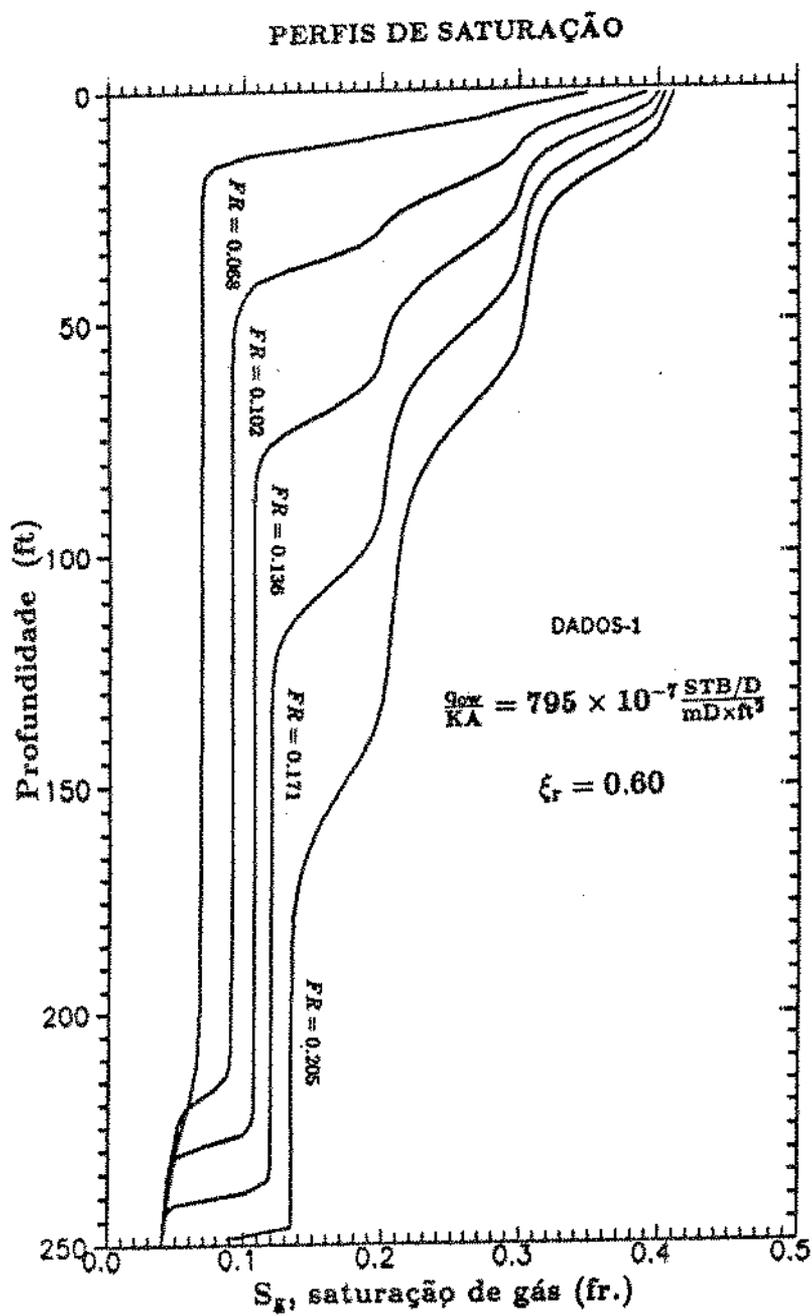


Figura 4.3.12 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,60$, utilizando DADOS-1.

produtora no momento de breakthrough, e a partir daí, a RGO começa a crescer de forma significativa. Note-se que antes da chegada da agulha, o valor de S_g na célula produtora permanece em torno de S_{gc} , o que indica que não há produção de gás livre e portanto todo o gás liberado fica retido no reservatório.

Utilizaremos doravante o conceito de breakthrough correspondendo à chegada de uma das frentes, pistão ou agulha, caracterizando também o momento em que se atinge a RGO_{\min} . A movimentação destas duas frentes será mais tarde descrita em função das equações do fluxo fracionário e de sua interpretação adequada.

Na figura 4.3.13 encontramos um comportamento semelhante à figura anterior, exceto que o recuo da agulha é maior e embora a mesma tenha principiado retornar para o poço ela é "engolida" pelo pistão que quase sempre tem velocidade maior. Nota-se o recuo maior da agulha para o caso que tem $\frac{q_{ow}}{KA}$ menor.

Na figura 4.3.14 observam-se três resultados interessantes após esta primeira análise. Para um mesmo fator de recuperação, a agulha é detectada em quatro dos cinco casos de $\frac{q_{ow}}{KA}$ apresentados. O recuo da agulha é tanto maior quanto menor o valor de $\frac{q_{ow}}{KA}$ sugerindo ter havido o engolimento da mesma para o primeiro caso. A dilatação da agulha independe de $\frac{q_{ow}}{KA}$ obtendo o mesmo patamar para todos os casos em que ela é detectada. Uma última observação diz respeito às áreas hachuradas: para $\frac{q_{ow}}{KA} = 106 \times 10^{-7}$ e $530 \times 10^{-7} \frac{B/D}{mD ft^2}$, como a saturação de gás no poço permanece em torno de S_{gc} , poderíamos dizer que todo gás liberado segregou correspondendo conseqüentemente a um mesmo valor de \bar{S}_g nos dois casos para o mesmo FR . Entretanto este gás está distribuído de forma diferente no reservatório em função da competição distinta entre as forças viscosas e gravitacionais. Como resultado deve haver um equilíbrio entre as áreas divididas a partir do ponto de cruzamento dos dois perfis, em $S_g \sim 17\%$ e profundidade $\sim 52 ft$.

As figuras 4.3.15 à 4.3.19 descrevem os perfis de saturações para alguns casos simulados com os DADOS-2.

Na figura 4.3.15 encontramos um caso de $\frac{q_{ow}}{KA}$ bastante pequeno com

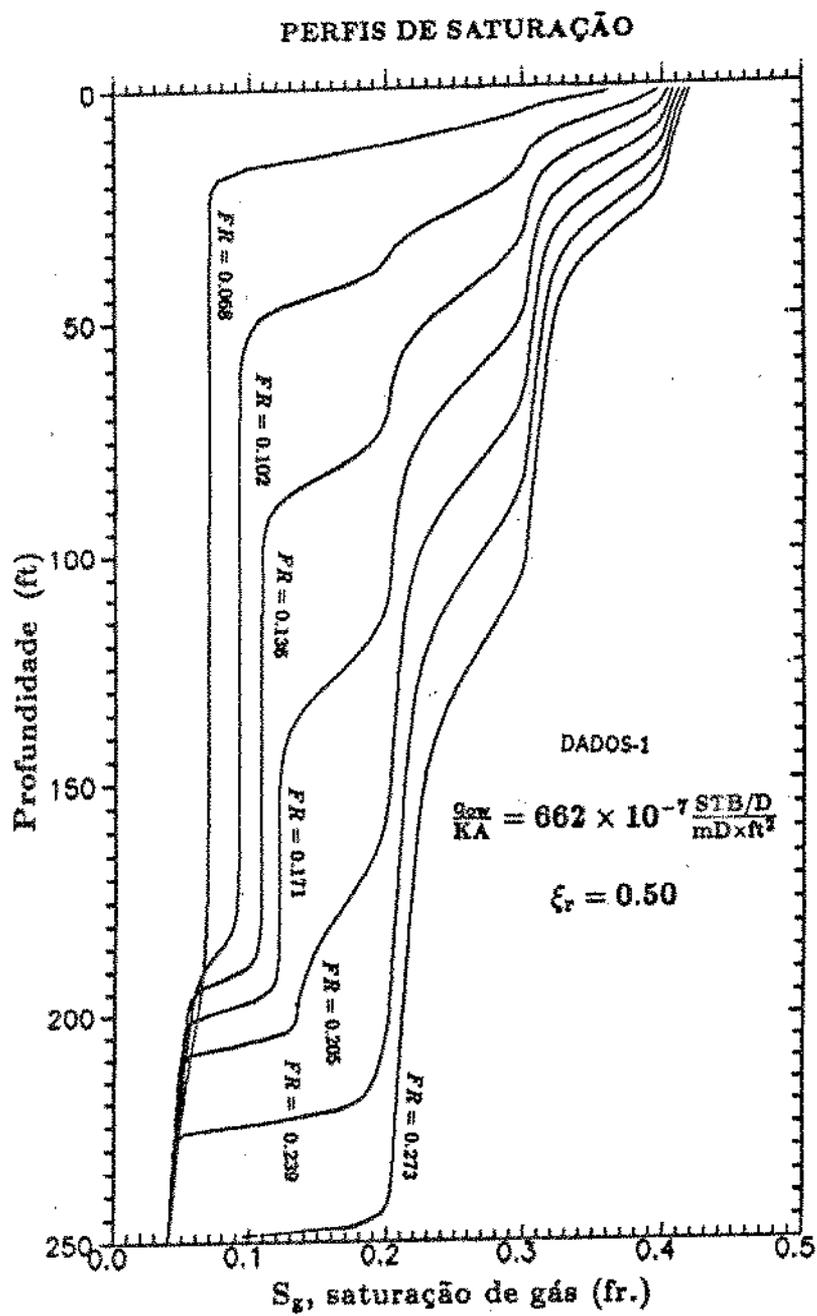


Figura 4.3.13 - Perfis de saturação para $\xi_c = 0,50$, utilizando DADOS-1.

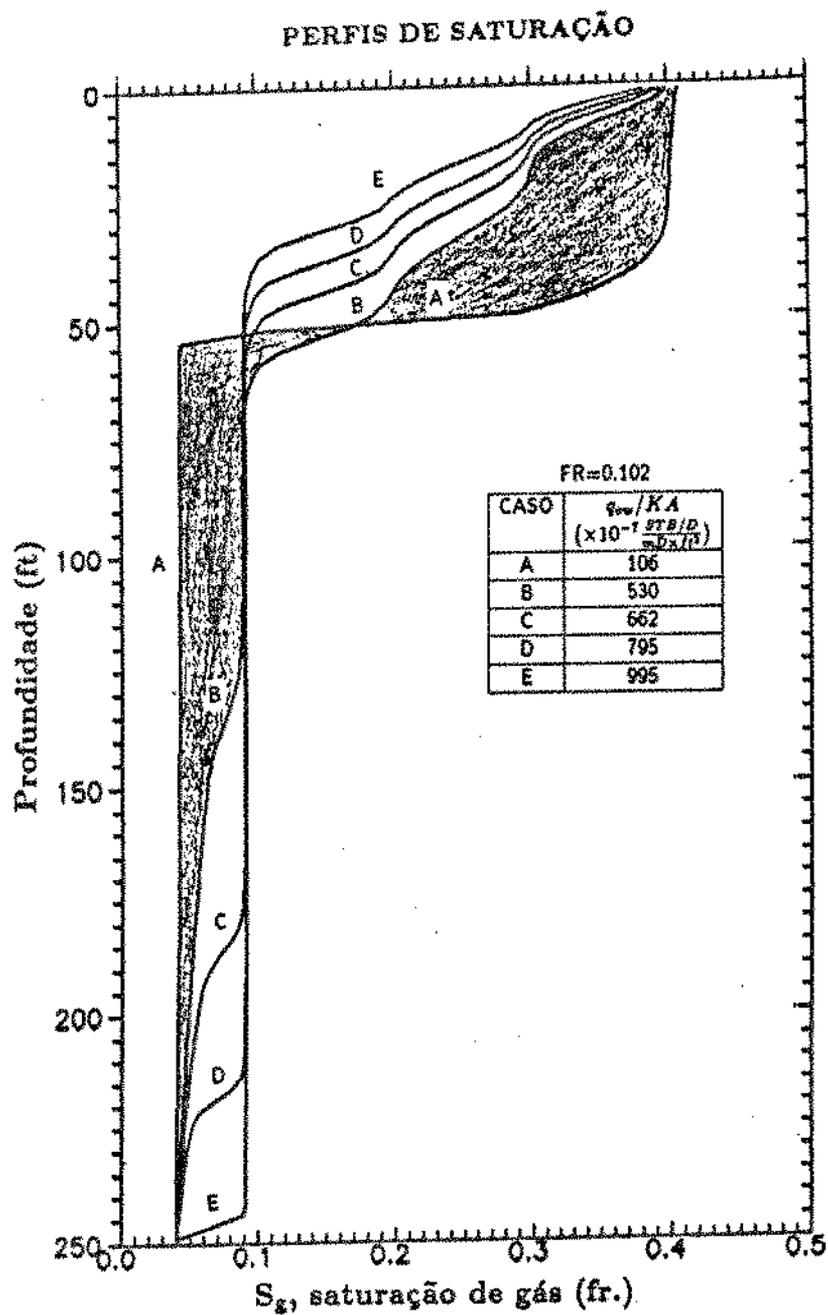


Figura 4.3.14 - Perfis de saturação de diversos q_{ow}/KA , para $FR=0,102$, utilizando DADOS-1.

PERFIS DE SATURAÇÃO

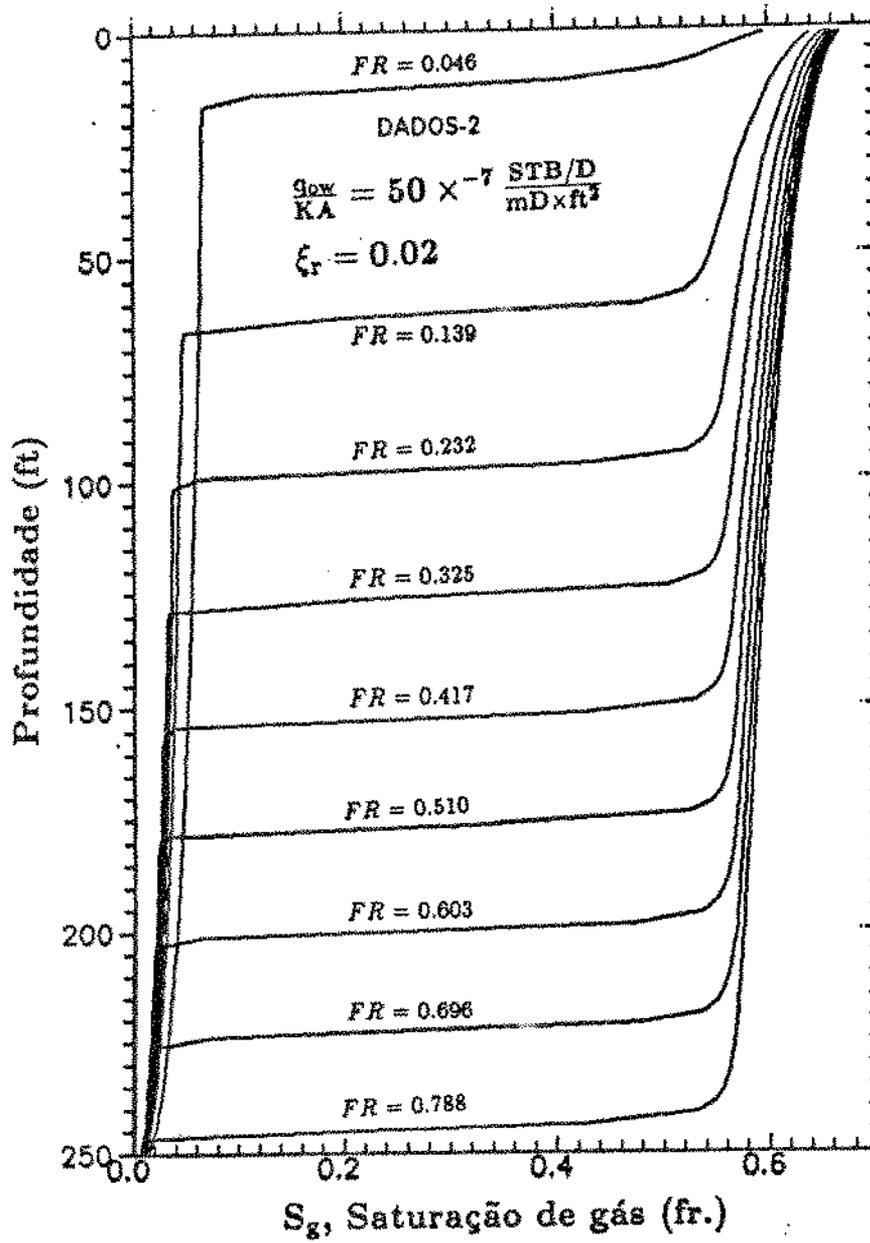


Figura 4.3.15 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,02$, utilizando DADOS-2.

segregação severa, podendo ser feita comparação com a análise da figura 4.3.10 para os DADOS-1. Entretanto uma consideração adicional deve ser feita sobre a influência da curva de K_r . Embora neste caso $S_{gc} = 0$, $S_{or} = 0$ e apenas $S_{wi} = 0.30$, uma parcela de gás não consegue segregar velozmente pela sua pequeníssima mobilidade. Pela mesma razão é bem mais difícil produzir todo o óleo móvel, apesar das forças gravitacionais serem totalmente predominantes. Este fato traz novamente à luz o argumento de que a mobilidade do óleo pode dificultar um máximo aproveitamento das forças gravitacionais.

A figura 4.3.16, para um $\frac{q_{ow}}{KA}$ intermediário, mostra o recuo e posterior avanço da agulha, sendo a velocidade da capa secundária incapaz de alcançá-la.

Na figura 4.3.17, para um $\frac{q_{ow}}{KA}$ menor constata-se a agulha recuar e avançar, entretanto, a capa secundária avança bem mais veloz e “engole” a agulha resultando numa frente única avançando em direção ao poço.

Na figura 4.3.18 para um $\frac{q_{ow}}{KA}$ ainda menor observa-se um recuo ainda maior da agulha e o seu engolimento antes que principie o retorno em direção ao poço.

Na figura 4.3.19 nova analogia pode ser feita com a figura 4.3.14 no que diz respeito ao movimento e dilatação da agulha.

As figuras 4.3.20 à 4.3.24 descrevem alguns perfis de saturações para os DADOS-3.

Na figura 4.3.20 observamos novamente o caso de segregação completa. Entretanto consegue-se detectar a agulha para $FR = 0.108$ e não mais em $FR = 0.216$. Este fato sugere a existência da agulha mesmo em casos de segregação severa embora a mesma seja engolida em períodos curtos após o início de produção. Com a finalidade de se esclarecer isto, foi construída a figura 4.3.21 para o mesmo caso porém a tempos curtos. No gráfico, a escala de saturação está ampliada para melhor descrever as curvas. Observa-se que até $FR = 0.216$ existe o desenvolvimento da agulha que recua velozmente ao mesmo tempo que dilata, sendo engolida pouco

PERFIS DE SATURAÇÃO

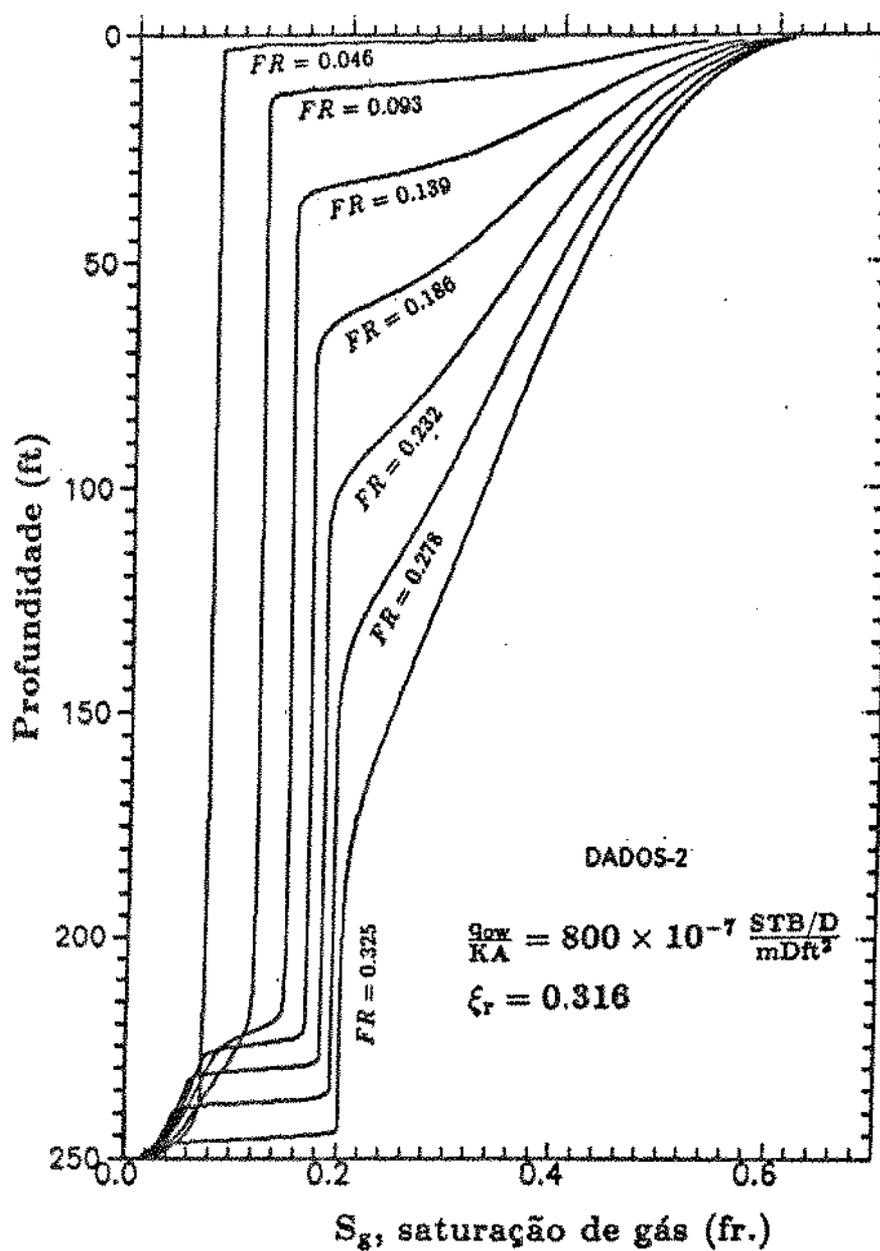


Figura 4.3.16 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,316$, utilizando DADOS-2.

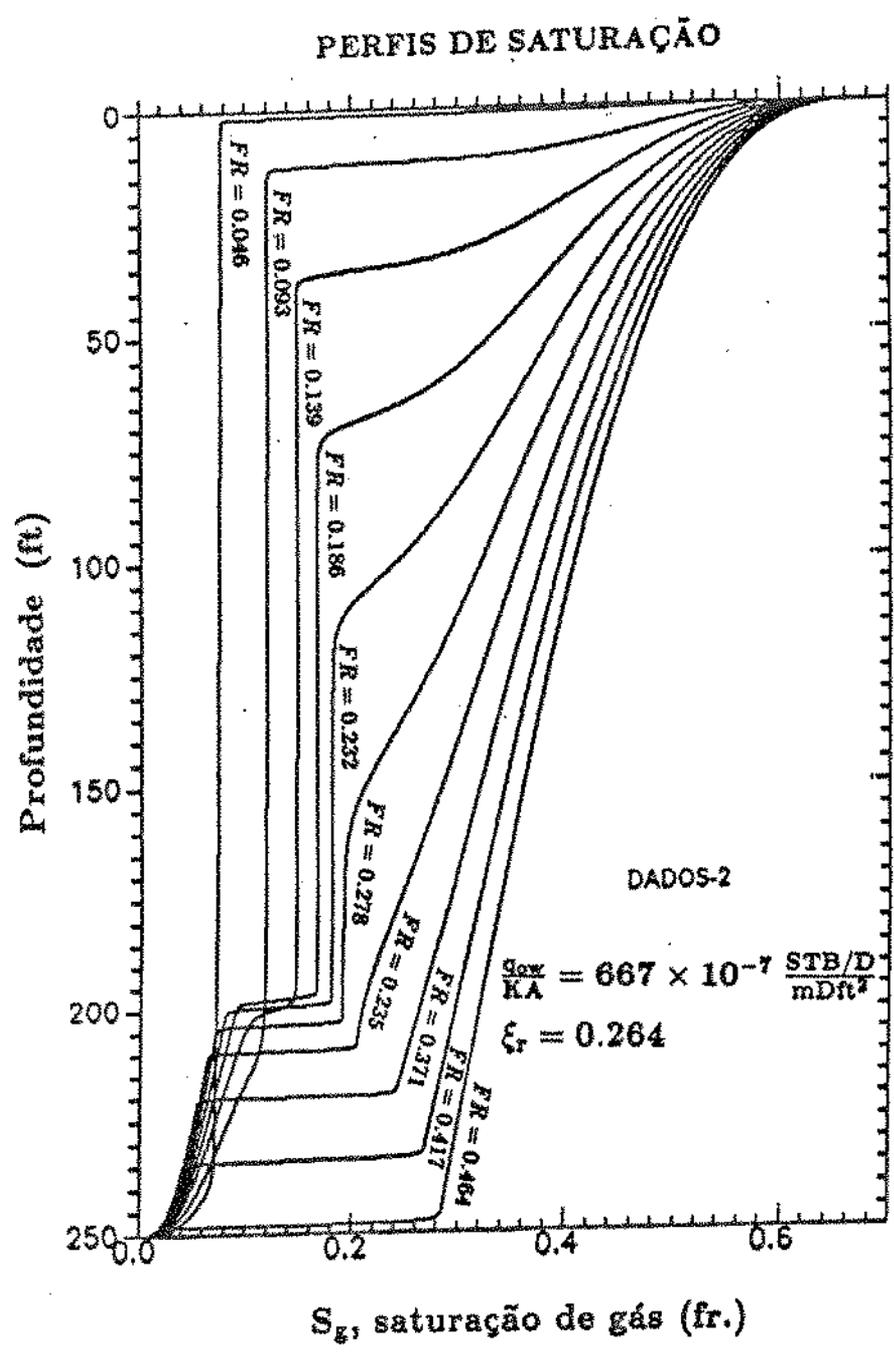


Figura 4.3.17 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,264$, utilizando DADOS-2.

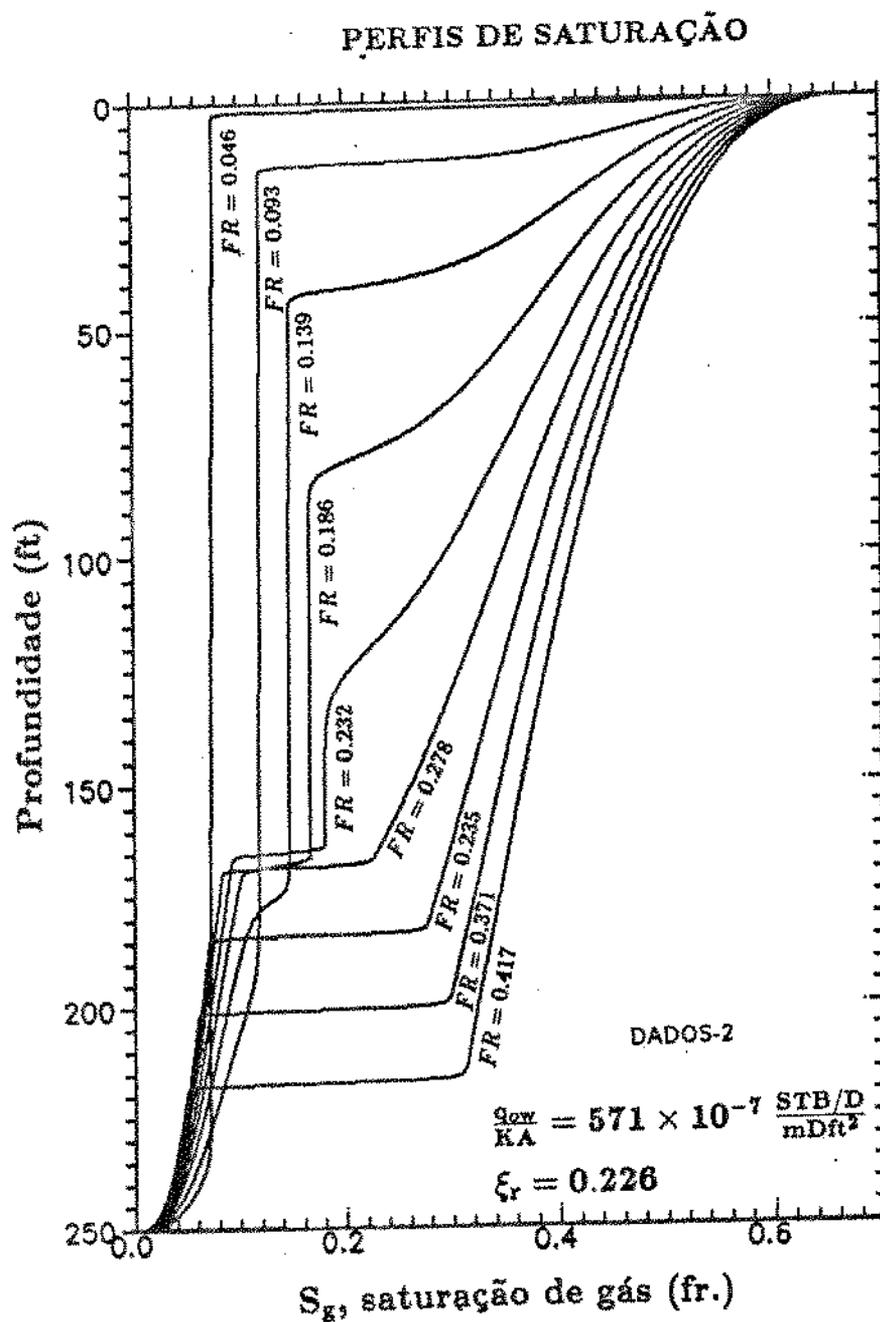


Figura 4.3.18 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,226$, utilizando DADOS-2.

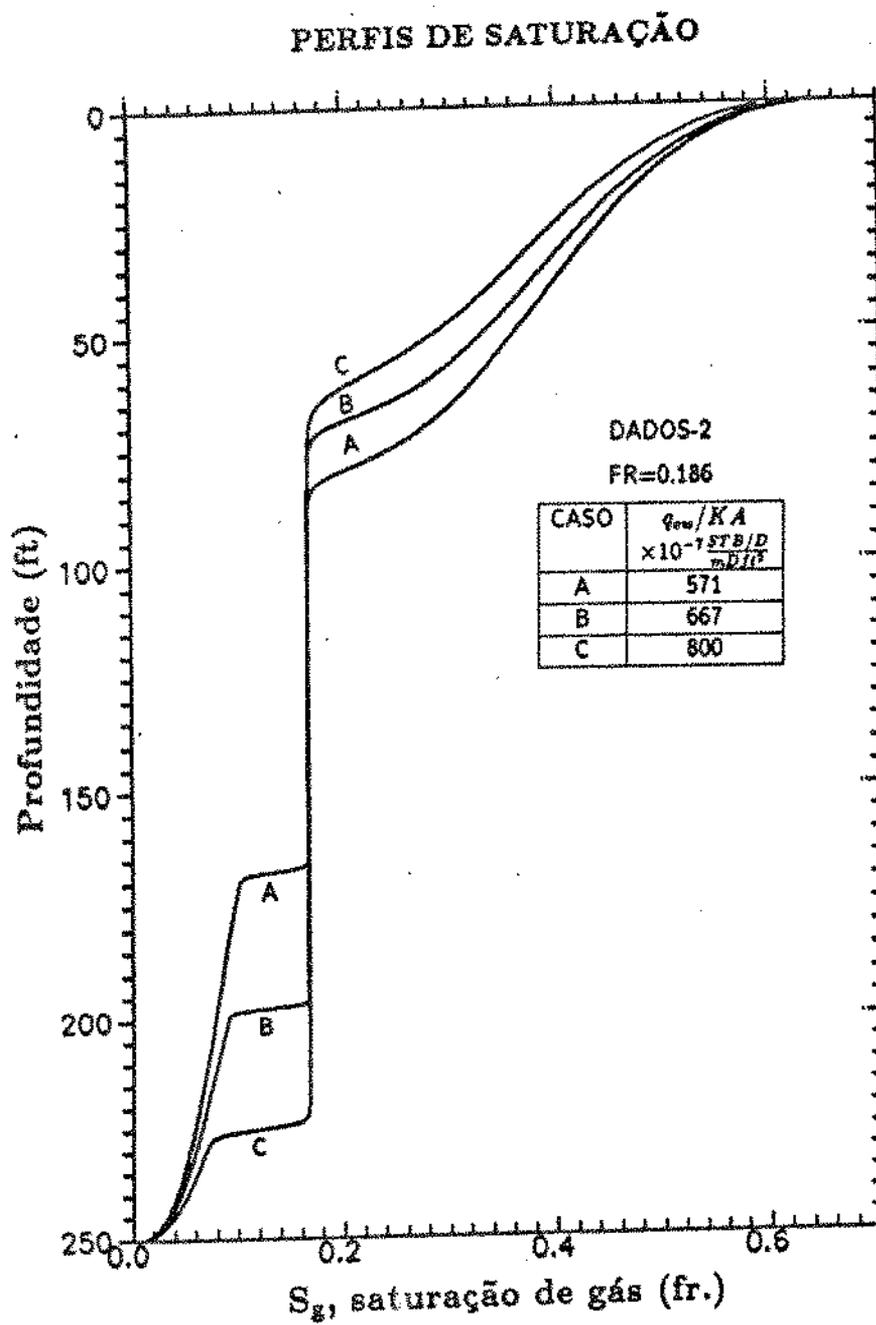


Figura 4.3.19 - Perfis de saturação de diversos q_{ow}/KA , para $FR=0,186$, utilizando DADOS-2.

PERFIS DE SATURAÇÃO

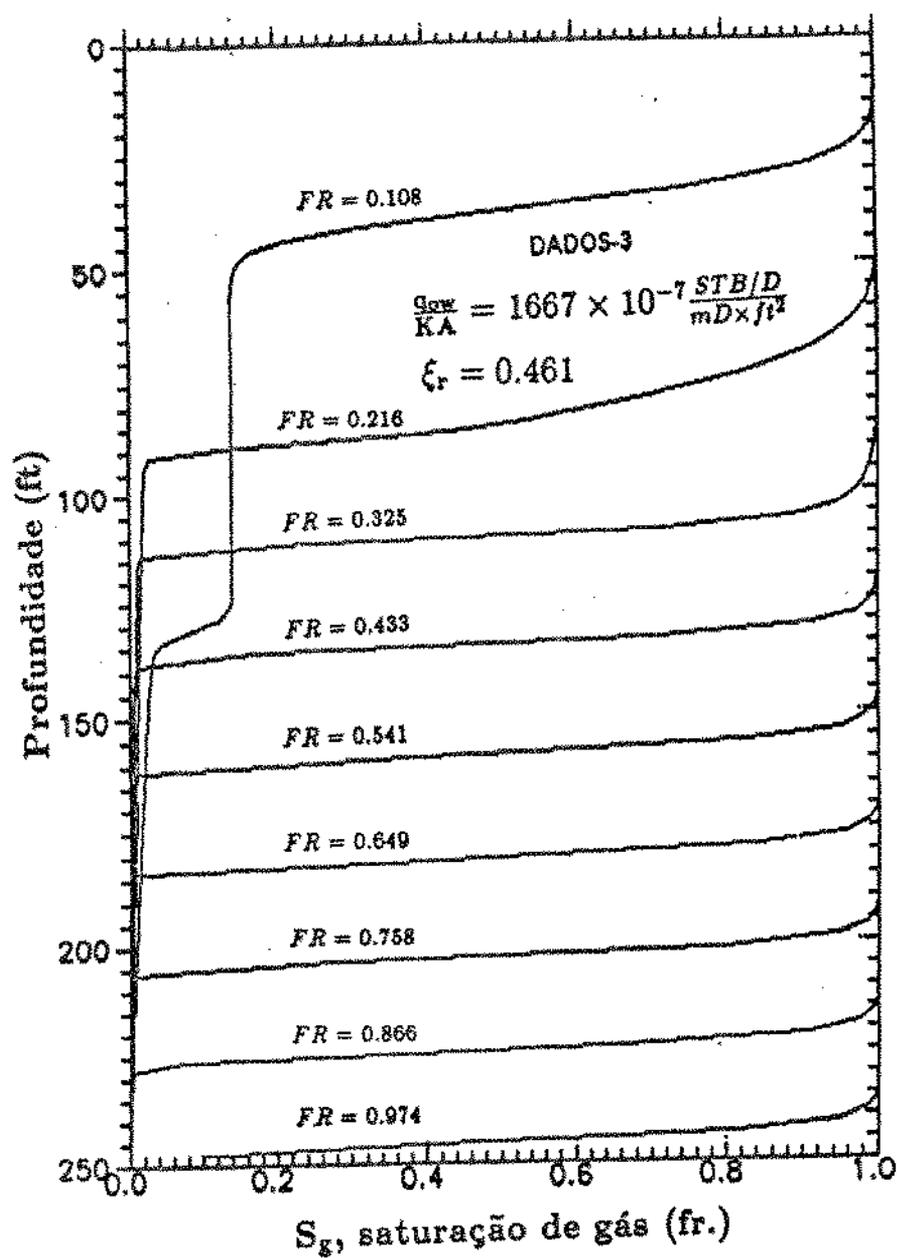


Figura 4.3.20 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,461$, utilizando DADOS-3.

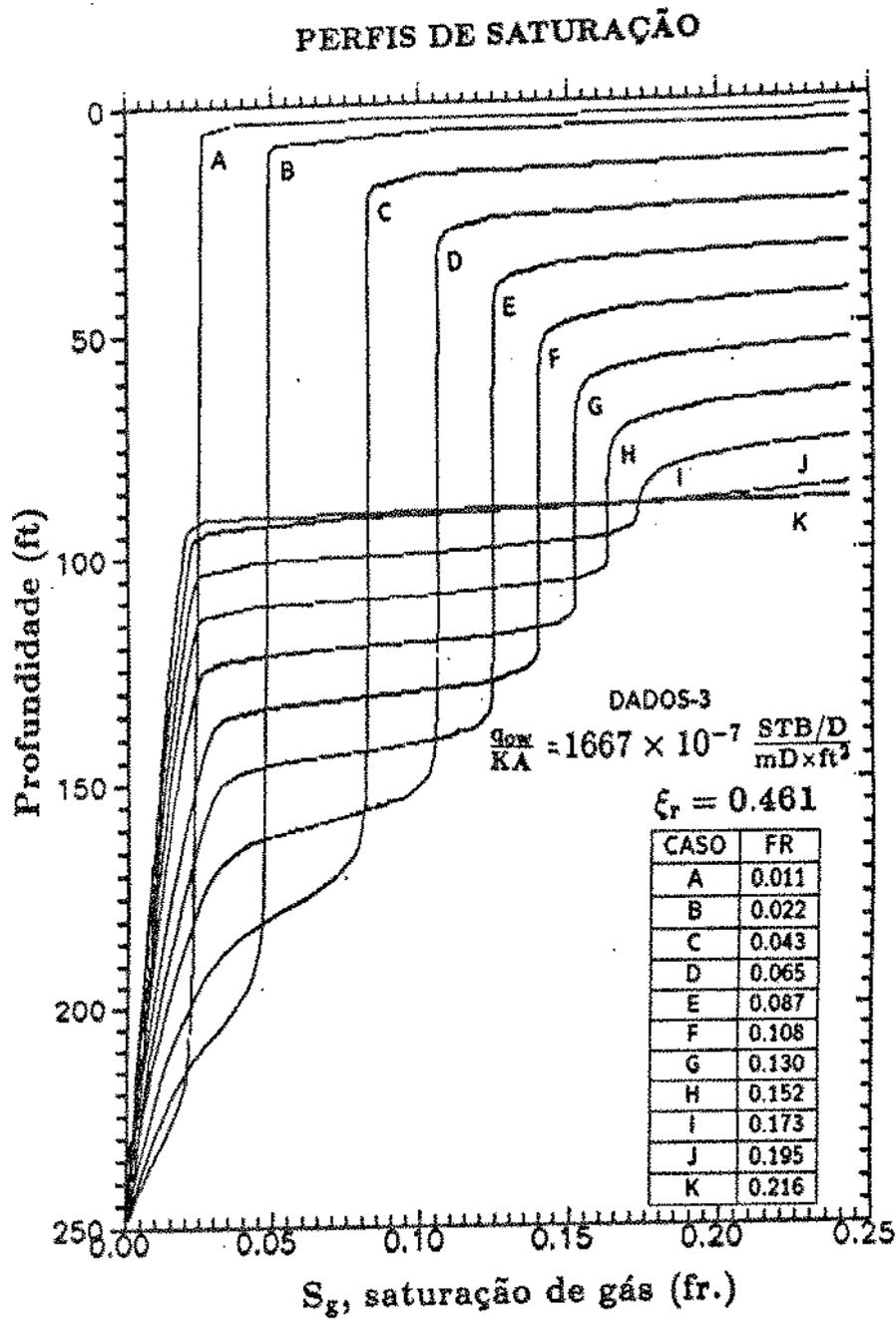


Figura 4.3.21 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,461$, durante periodos curtos, utilizando DADOS-3.

antes de $FR = 0.216$.

As figuras 4.3.23 e 4.3.24 mostram a evolução das duas frentes para dois casos distintos em que é a agulha quem atinge primeiro a face produtora, ao passo que a figura 4.3.22 mostra um caso em que a agulha após um período inicial de recuo, volta a avançar sendo entretanto engolida antes de chegar à face produtora.

A análise dos perfis de saturação mostra de uma maneira geral a existência de três regiões distintas dentro do reservatório. Uma superior onde o gás segregado constitui uma capa secundária que avança em direção às partes inferiores do reservatório na forma de um pistão com vazamento. Uma intermediária, onde se desenvolve uma segunda frente além de apresentar uma saturação de gás uniforme com a posição, que denominou-se agulha. O extremo superior da agulha está na frente do pistão e o extremo inferior inicialmente recua a partir do poço e às vezes retorna em direção à face produtora podendo inclusive atingir o poço antes do pistão. O patamar da agulha, embora constante com a posição, dilata com o tempo de forma independente do caso $\frac{q_{ow}}{KA}$ ao passo que a movimentação da frente da agulha é totalmente dependente de $\frac{q_{ow}}{KA}$. A dinâmica é tal, que a velocidade de recuo da agulha pode ser alta, para $\frac{q_{ow}}{KA}$ pequenos, ao passo que o seu avanço é normalmente mais lento que o pistão, chegando às vezes a ser engolido por este. A terceira região é a inferior, localizada abaixo da frente da agulha e caracterizada por saturações de gás que em geral são pequenas, variam pouco e em forma declinante, não apresentando acumulação de gás como no caso da agulha, e a quantidade de gás aí contida parece significar tão somente o suficiente para dar mobilidade ao gás liberado de solução para que possa segregar.

A figura 4.3.25 mostra os diversos perfis de pressão à medida que evolui a depleção para $\frac{q_{ow}}{KA} = 530 \times 10^{-7} \frac{B/D}{mDft^2}$, um caso intermediário. Observa-se de maneira geral uma pequena variação da pressão com a posição, entretanto uma escala ampliada esclarecerá melhor esta afirmação.

A figura 4.3.26 descreve o perfil da pressão para o caso $\frac{q_{ow}}{KA} = 106 \times 10^{-7}$

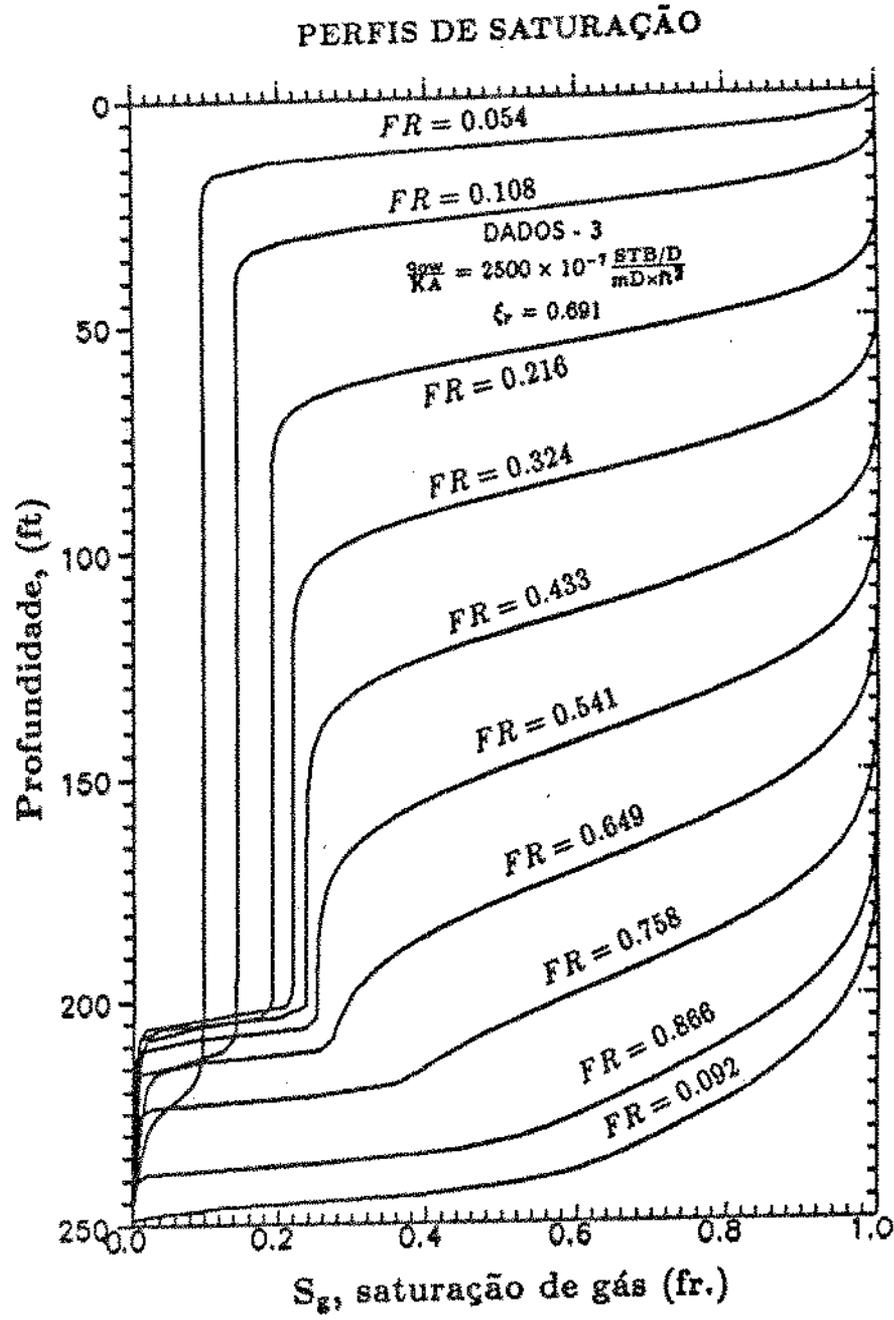


Figura 4.3.22 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,691$, utilizando DADOS-3.

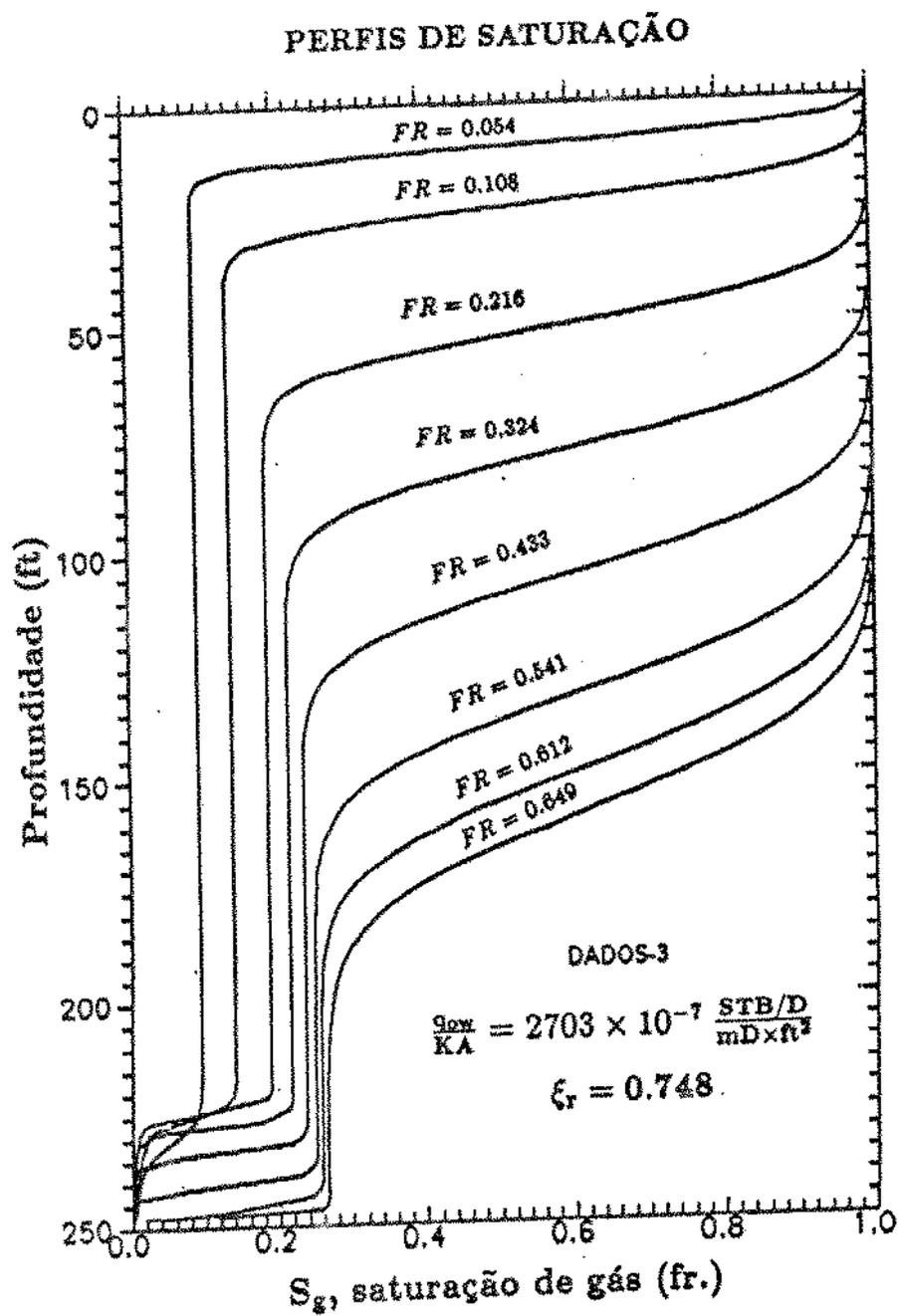


Figura 4.3.23 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,748$, utilizando DADOS-3.

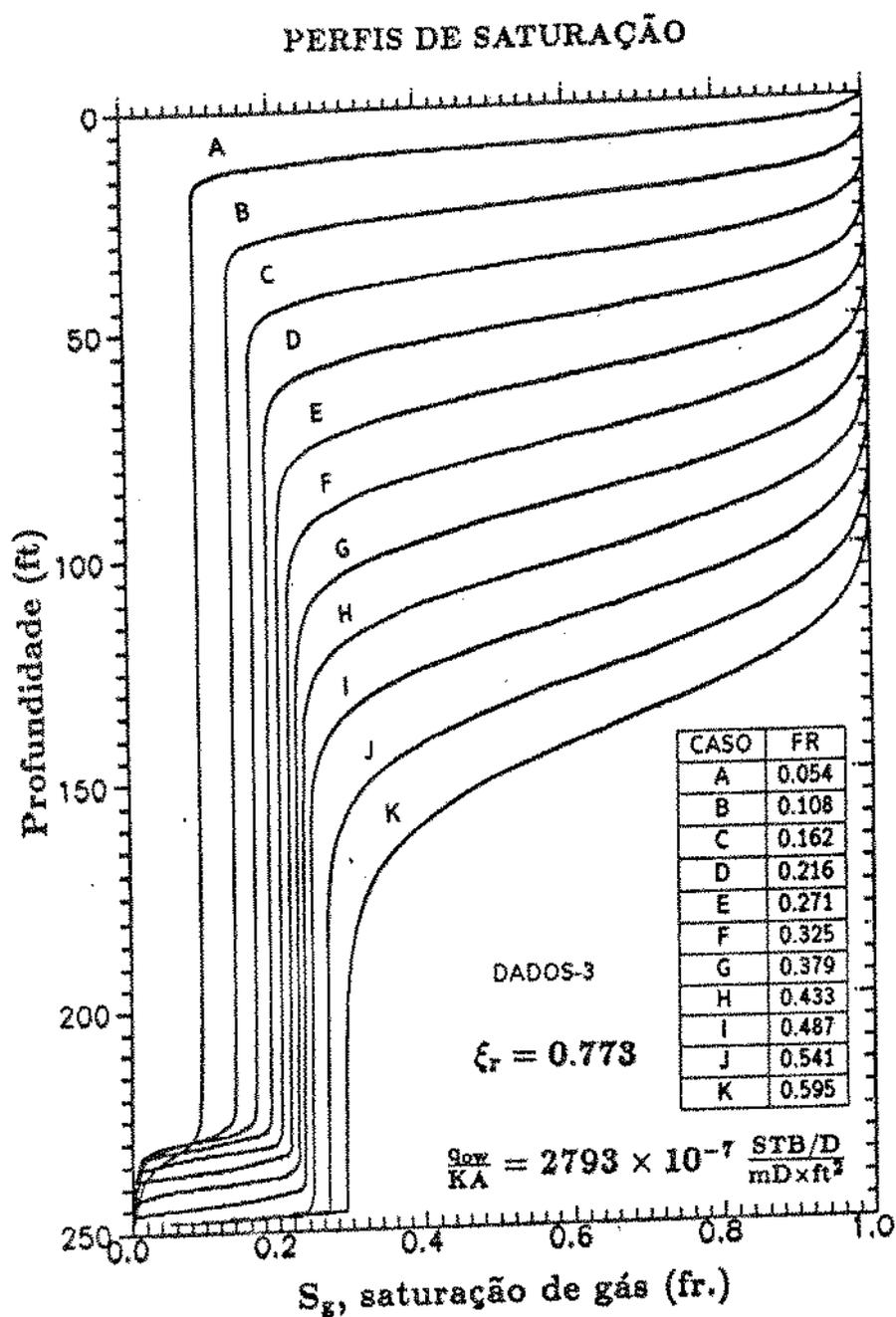


Figura 4.3.24 - Perfis de saturação para $\xi_r = 0,773$, utilizando DADOS-3.

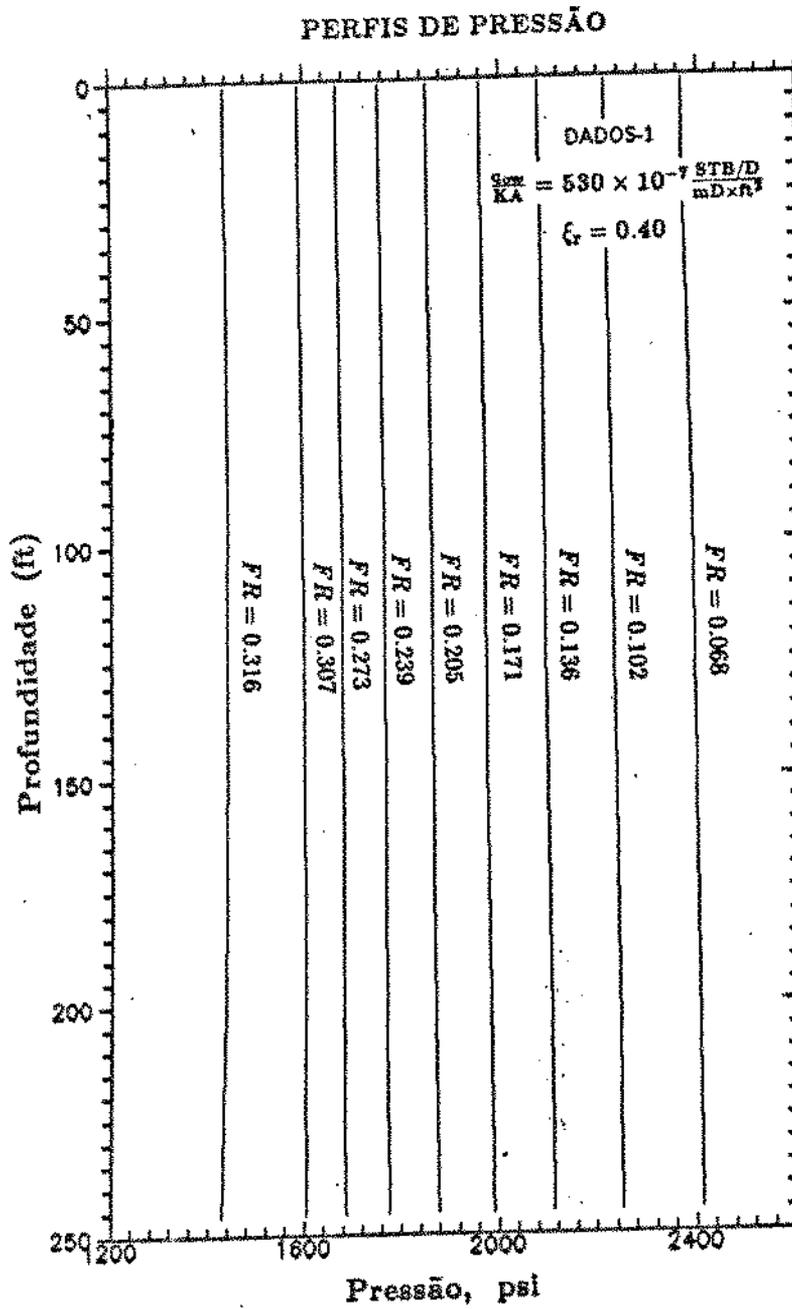


Figura 4.3.25 - Perfis de pressão para $\xi_s = 0,40$, utilizando DADOS-1.

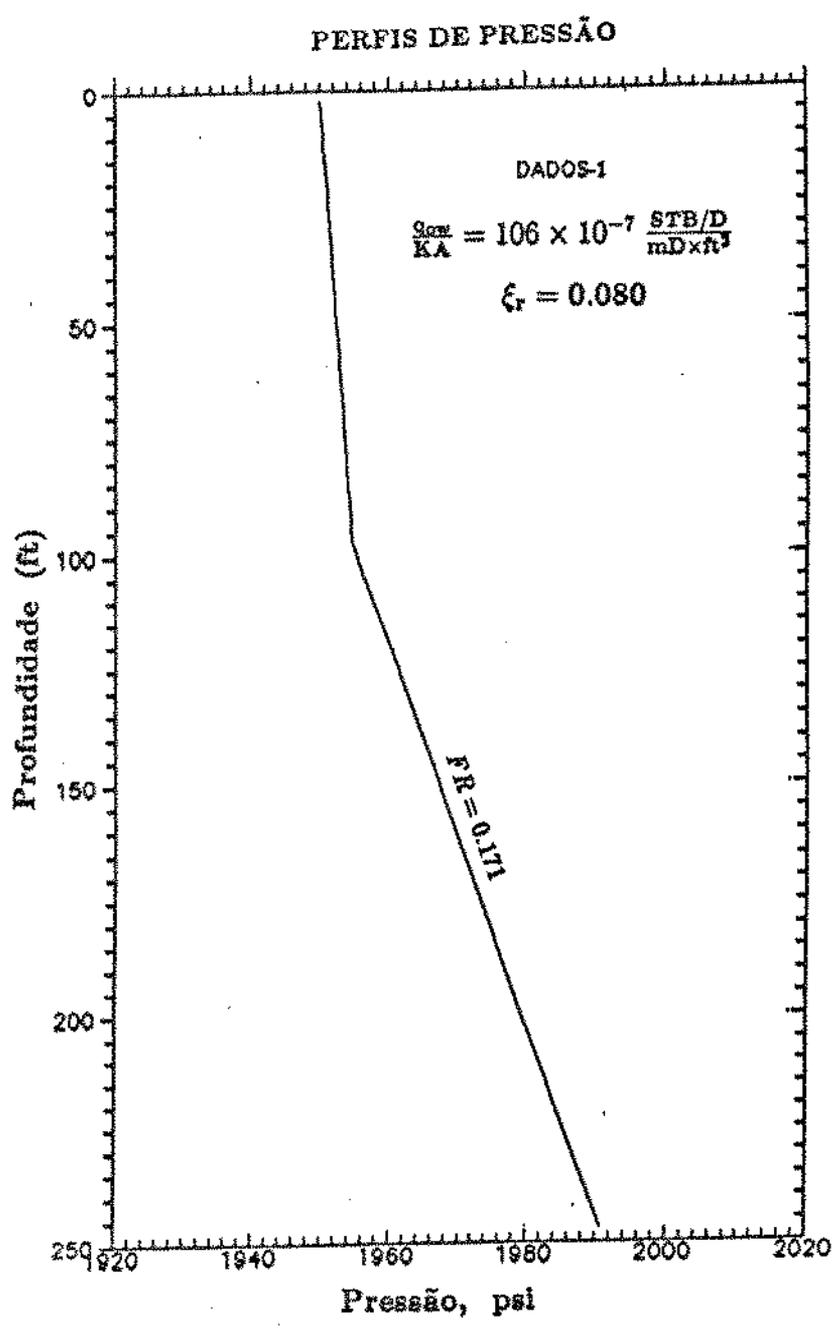


Figura 4.3.26 - Perfis de pressão para $\xi_r = 0,080$ e $FR=0,171$, utilizando DADOS-1.

quando $FR = 0.171 \frac{B/D}{mDft^2}$. Observa-se uma variação total de 40 *psi* ao longo do reservatório com gradientes próximos à densidade do gás na parte superior (capa secundária) e próximos à densidade do óleo na zona inferior. Este caso é aquele típico de segregação completa. Como neste caso as forças viscosas são relativamente pequenas, a distribuição de pressão aproxima-se do equilíbrio hidrostático.

Na figura 4.3.27, a distribuição de pressão tem evolução mais suave devido à uma distribuição menos segregada dos fluidos e à influência não tão desprezível das forças viscosas de sorte que observa-se uma variação total de 30 *psi* ao longo do reservatório, apresentando entretanto gradientes maiores próximo ao poço, onde predomina a fase óleo.

O que fica marcante nesta análise é a pequena variação de pressão ao longo do reservatório sempre que se esteja analisando efeitos gravitacionais significativos.

As figuras 4.3.28 à 4.3.36 apresentam diversos perfis de vazões de fluidos ao longo de reservatório. De acordo com a orientação do eixo vertical utilizada neste trabalho, a vazão positiva corresponde ao caso de fluido escoando em direção ao poço. Esta consideração é importante para o caso da vazão de gás livre, pois os valores negativos de q_g correspondem à segregação enquanto os positivos correspondem ao avanço em direção ao poço.

Na figura 4.3.28, observamos os perfis de vazões de gás livre para o mesmo caso e mesmas condições dos perfis de saturação de gás apresentados na figura 4.3.21, caso de segregação severa. Constata-se para cada FR uma correspondência entre duas posições onde ocorrem grandes variações de vazão e grandes variações de saturação. Mais tarde iremos abordar estas posições como se houvessem verdadeiras descontinuidades de saturações e vazões de gás, porém não apresentadas pelo modelo numérico pela ocorrência de dispersão numérica. Fora das posições de descontinuidade, observamos para a região inferior um comportamento quase linear da vazão de gás correspondente à segregação tanto do gás que se expande e ganha mobilidade como do gás liberado de solução com a contínua despressurização do reservatório.

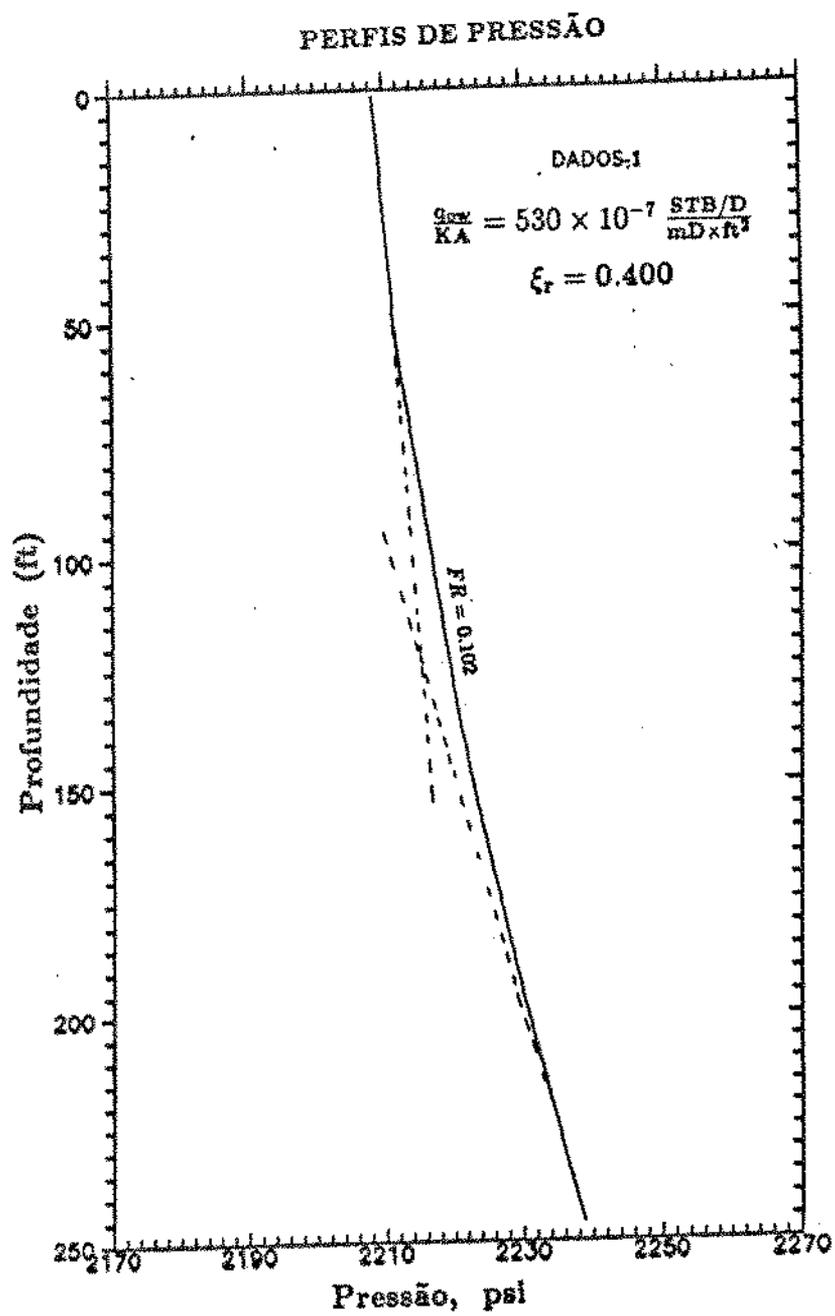


Figura 4.3.27 - Perfis de pressão para $\xi_r = 0,400$ e $FR=0,102$, utilizando DADOS-1.

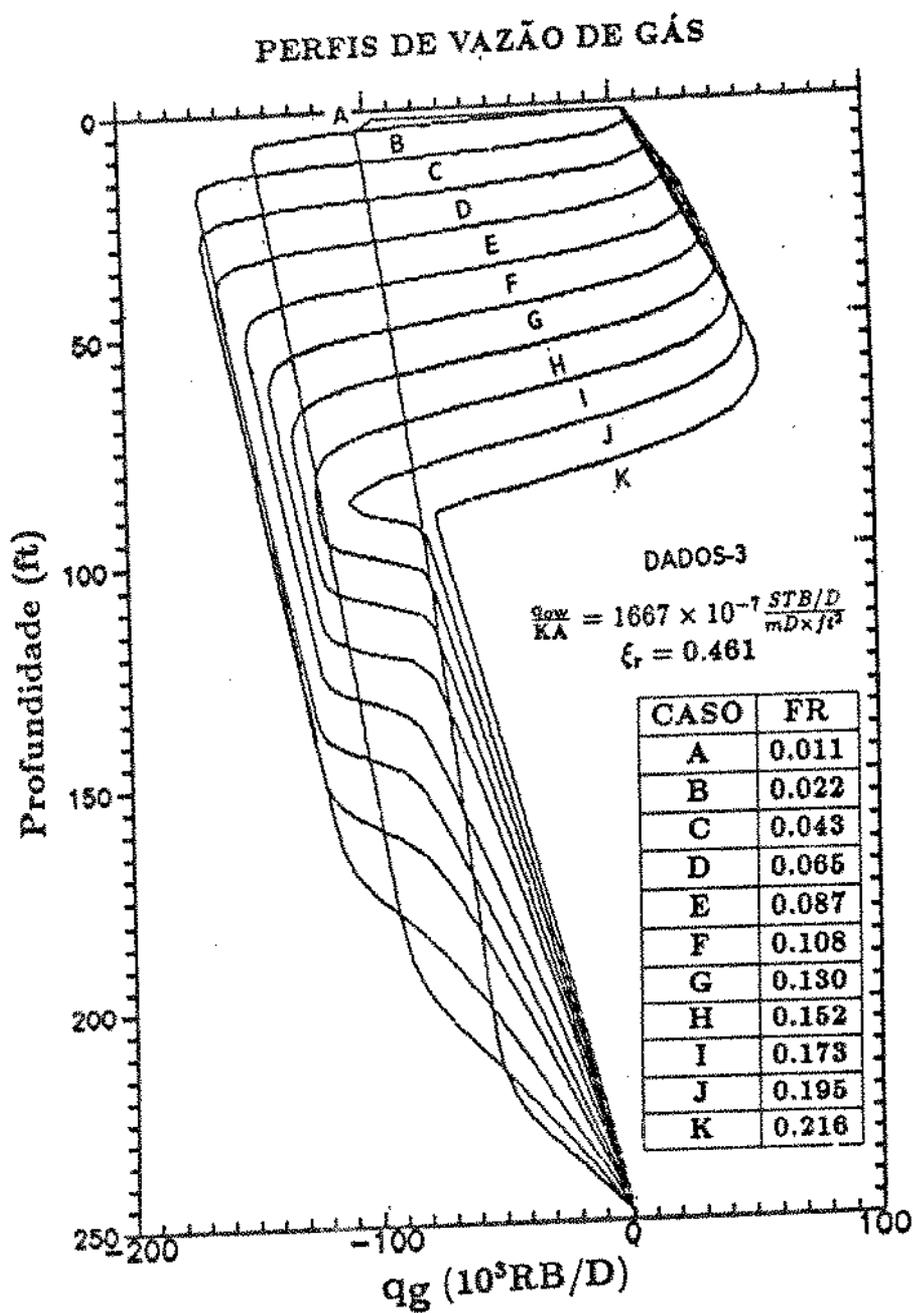


Figura 4.3.28 - Perfis de vazão de gás para $\xi_r = 0,461$, durante períodos curtos, utilizando DADOS-3.

Essa expansão e liberação funcionam como uma fonte de gás distribuída no reservatório cujas quantidades vão se somando a partir da contínua segregação do gás na direção vertical. Como as saturações de gás são bastante pequenas nesta região e como a pressão varia muito pouco com a posição, poderíamos imaginar que esta fonte tem uma distribuição aproximadamente uniforme na região e daí obtermos uma explicação para o crescimento quase linear da vazão de gás. Na região intermediária, agulha, observamos um perfil bastante linear da vazão de gás, porém com uma taxa de crescimento menor que da zona inferior, o que sugere que parcela do gás liberado e expandido não segrega mas fica acumulada na região o que proporciona a dilatação da agulha. O carácter linear sugere uma proporção constante entre a liberação, expansão, segregação e acumulação ao longo da agulha. Observa-se que as duas descontinuidades citadas anteriormente são fronteiras entre as três regiões detectadas, delimitando-as. Na região superior, pistão, a descontinuidade leva-nos a valores positivos de vazão de gás significando que o gás está descendo, o que está em concordância com a idéia de que a capa secundária se expande em direção à face produtora. Constata-se por último que q_g é aproximadamente zero na face produtora indicando uma produção de gás livre praticamente nula neste período.

Na figura 4.3.29, mesmo caso anterior, observa-se que para o perfil de vazão de óleo também se constata as descontinuidades apresentadas no perfil de vazão de gás livre. Acrescenta-se o aspecto que na face produtora a vazão de óleo varia com a pressão, $q_o = q_{ow}B_o(P)$. Outro carácter interessante são os valores de q_o ainda maiores que $q_{ow}B_o$ em boa parte do reservatório. Isto caracteriza o efeito da segregação do gás que proporciona um movimento adicional do óleo de maneira que "troquem" de posição e conservem o balanço de materiais. Em outras palavras, o óleo tem uma parcela a mais de movimento com o objetivo de preencher o espaço deixado pelo gás segregado. Observamos que na região inferior, q_o cresce pelas razões discutidas acima e atinge o máximo na fronteira com a agulha passando, então a decrescer pois boa parte do espaço deixado pelo gás segregado é então ocupada pela

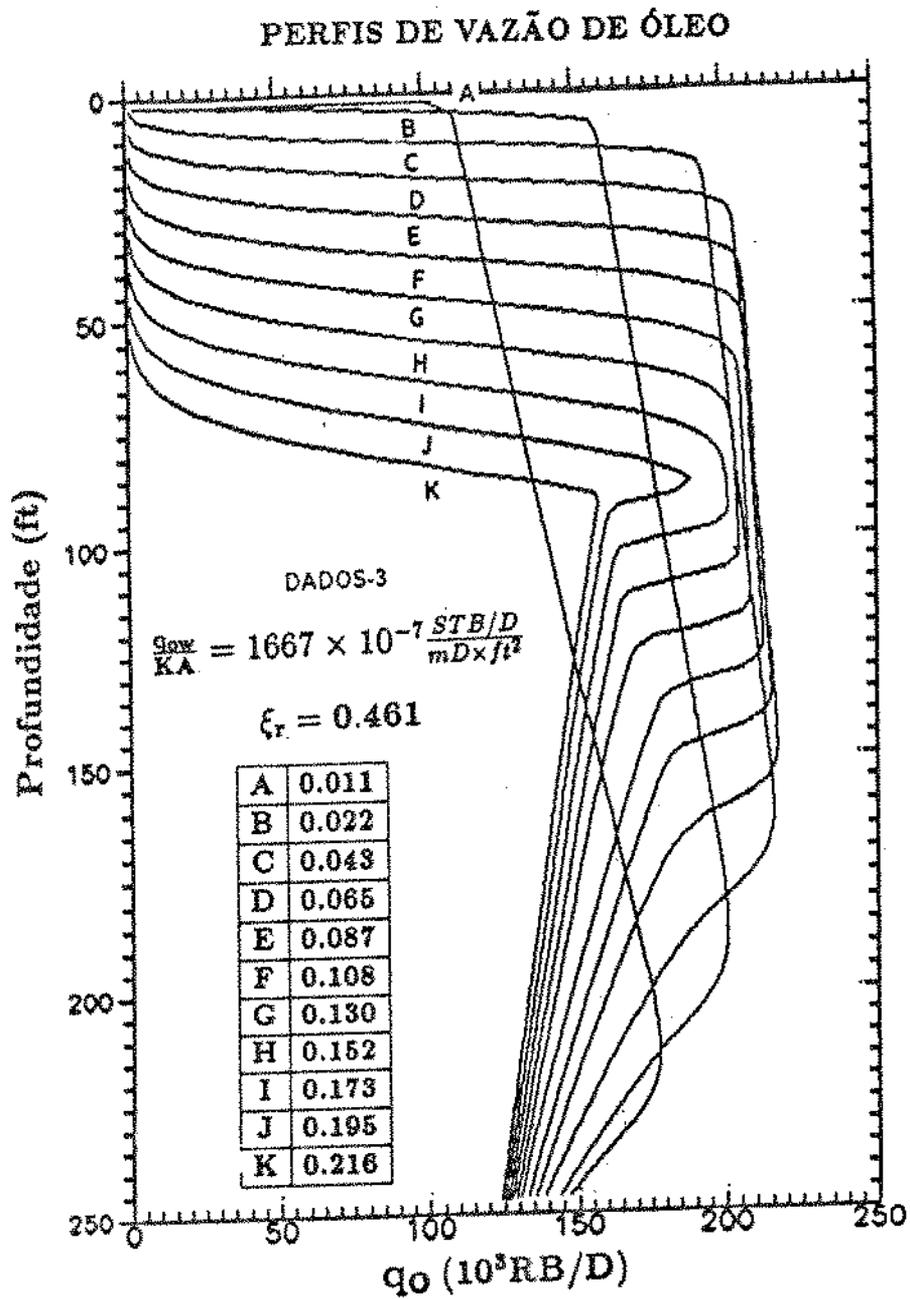


Figura 4.3.29 - Perfis de vazão de óleo para $\xi_r = 0,461$, durante períodos curtos, utilizando DADOS-3.

própria expansão dos fluidos, veja que parcela do gás é retida e a agulha se dilata. Na zona superior temos um q_o bem pequeno devido à pequena mobilidade do óleo aí deixado. Neste caso, DADOS-3, q_o é nulo na região superior pois a capa secundária avança como um pistão sem vazamento como veremos mais tarde.

Na figura 4.3.30 observa-se o perfil de $q_t = q_o + q_g$ das duas figuras anteriores. A primeira constatação é que q_t é sempre positivo e monótono crescente em direção ao poço. Além disso, as descontinuidades apresentadas nos perfis de q_o e q_g se eliminaram de maneira que q_t apresenta um perfil contínuo. Uma provável descontinuidade aparece somente nas derivadas e nas mesmas posições que apresentam descontinuidades em q_g , q_o e S_g . Isto sugere que independente da dinâmica interna entre as fases, a vazão total resultante, q_t , reflete uma expansão contínua e acumulada em direção ao poço. Por último constatamos que $q_t = q_{ow}B_o$ na face produtora levando novamente à idéia de praticamente não haver produção de gás livre.

Na figura 4.3.31 observa-se novamente q_g em uma fase posterior para aquele mesmo caso apresentado na figura 4.3.28. Aqui a agulha foi engolida pelo pistão, porém permanecem os comentários para as regiões superior e inferior acrescentando-se que q_g na região inferior tem um comportamento ainda mais próximo do linear devido às saturações de gás cada vez menores correspondendo a uma fonte de gás liberado praticamente uniformemente distribuída na zona inferior.

Na figura 4.3.32, mesmo caso de 4.3.31, encontramos uma vazão de óleo sem a região da agulha e os comentários podem ser feitos de forma análoga aos da figura 4.3.29 para as regiões superior e inferior.

Na figura 4.3.33, mesmo caso anterior, observamos q_t agora com somente uma descontinuidade na derivada após o engolimento da agulha. Neste caso só temos uma descontinuidade de saturação. Os outros aspectos são similares aos da figura 4.3.30.

Nas figuras 4.3.34 à 4.3.36 apresentamos os resultados de q_g , q_o e q_t para o

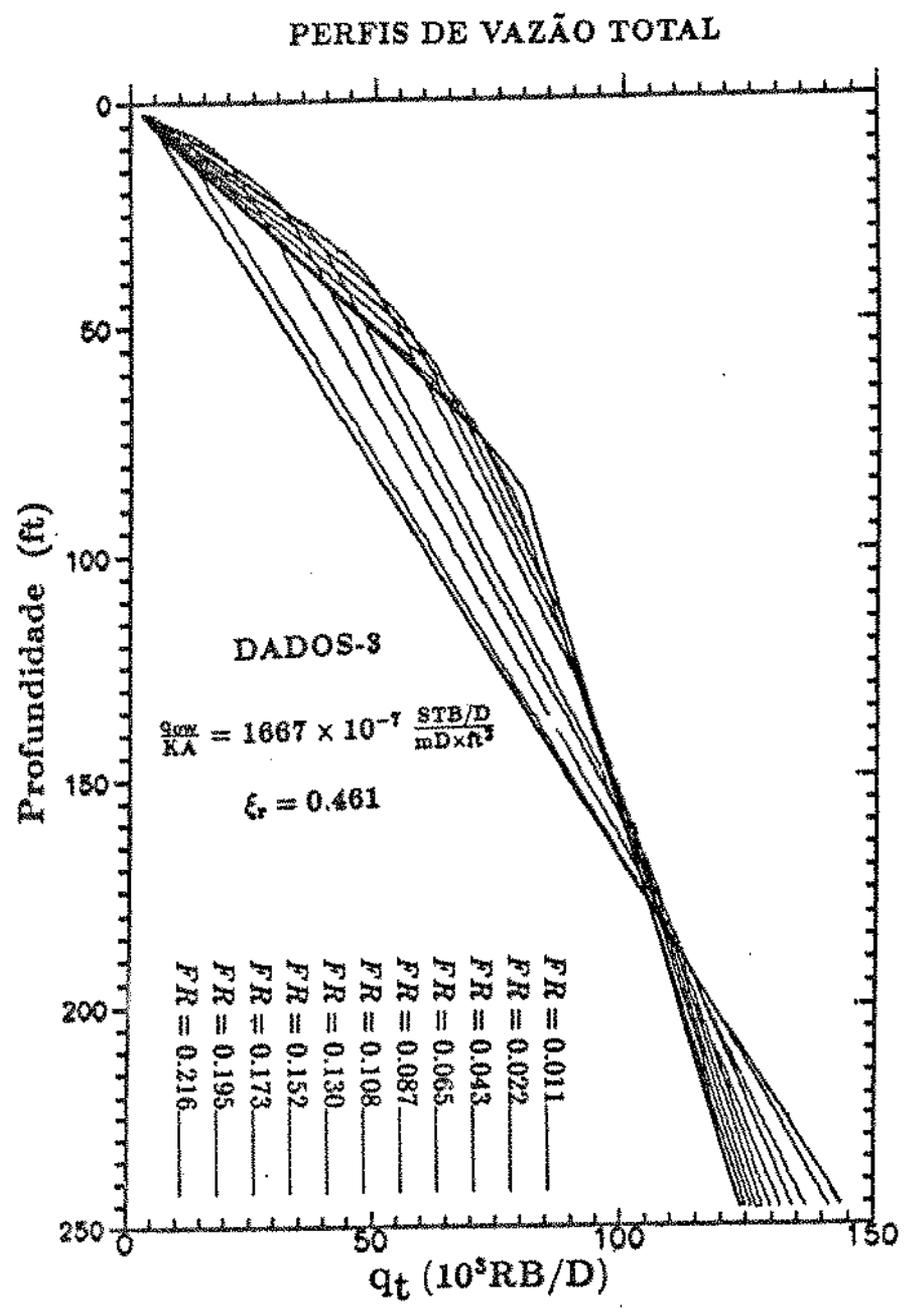


Figura 4.3.30 - Perfis de vazão total para $\xi_s = 0,461$, durante períodos curtos, utilizando DADOS-3.

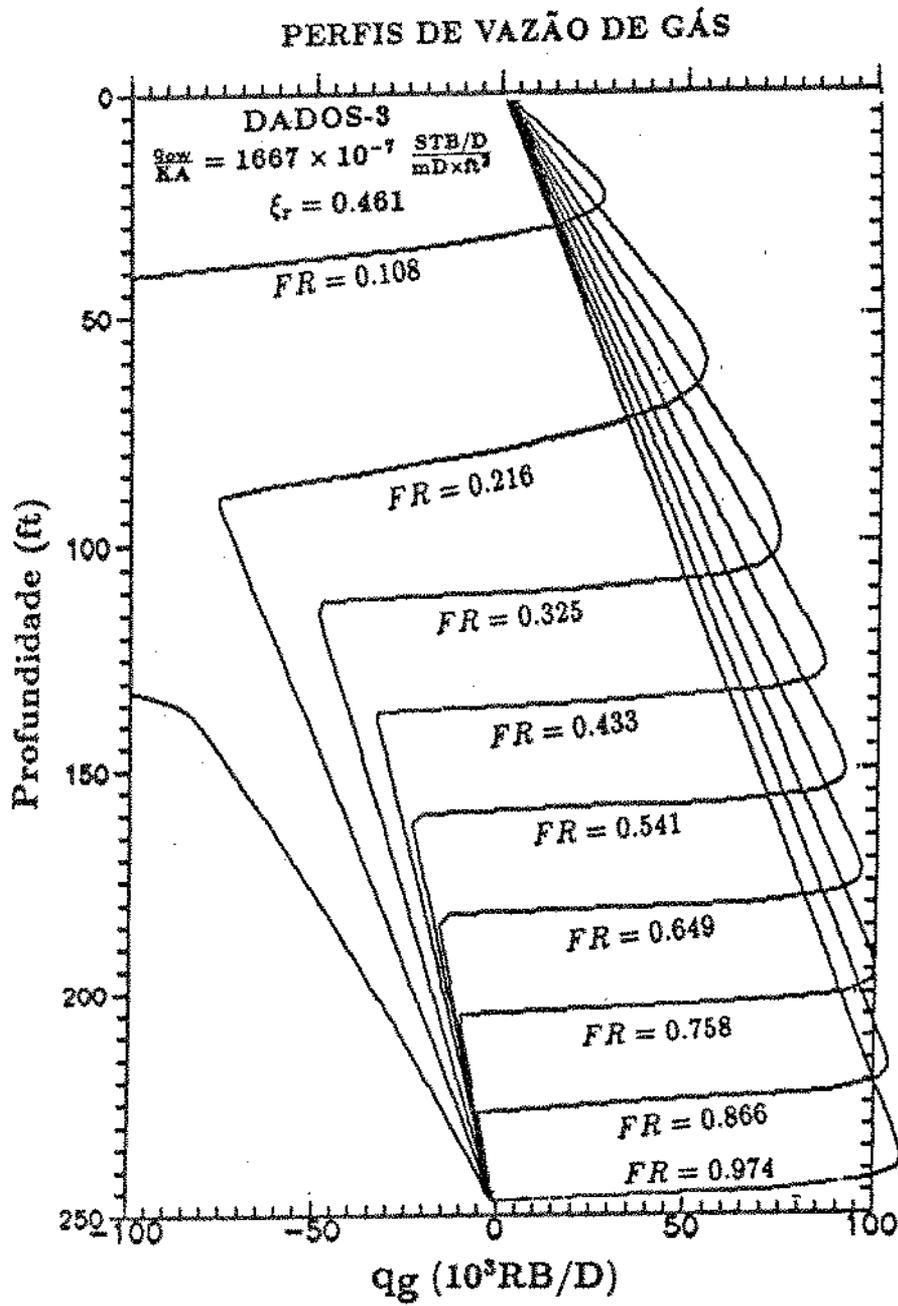


Figura 4.3.31 - Perfis de vazão de gás para $\xi_r = 0,461$, utilizando DADOS-3.

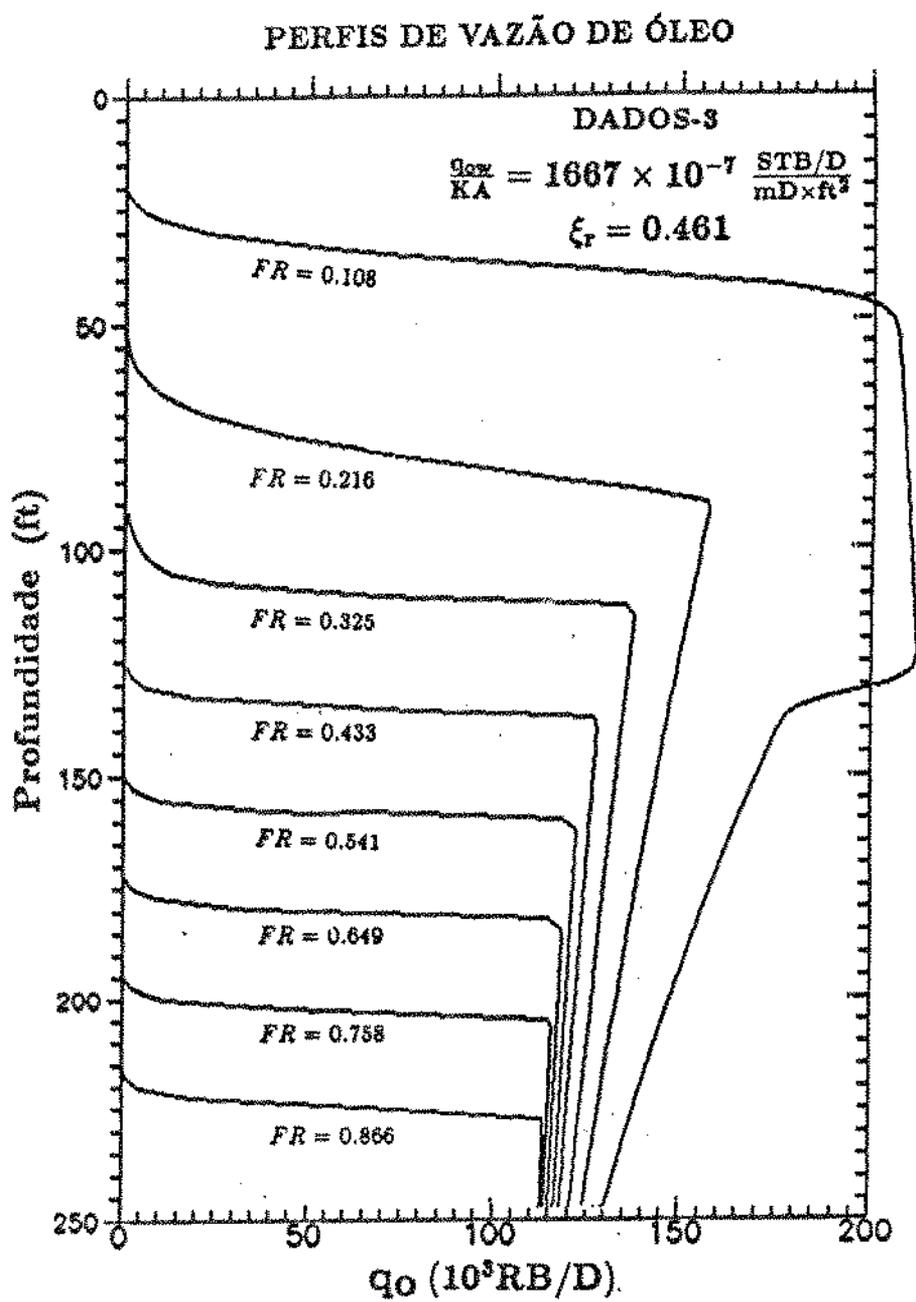


Figura 4.3.32 - Perfis de vazão de óleo para $\xi_r = 0,461$, utilizando DADOS-3.

PERFIS DE VAZÃO TOTAL

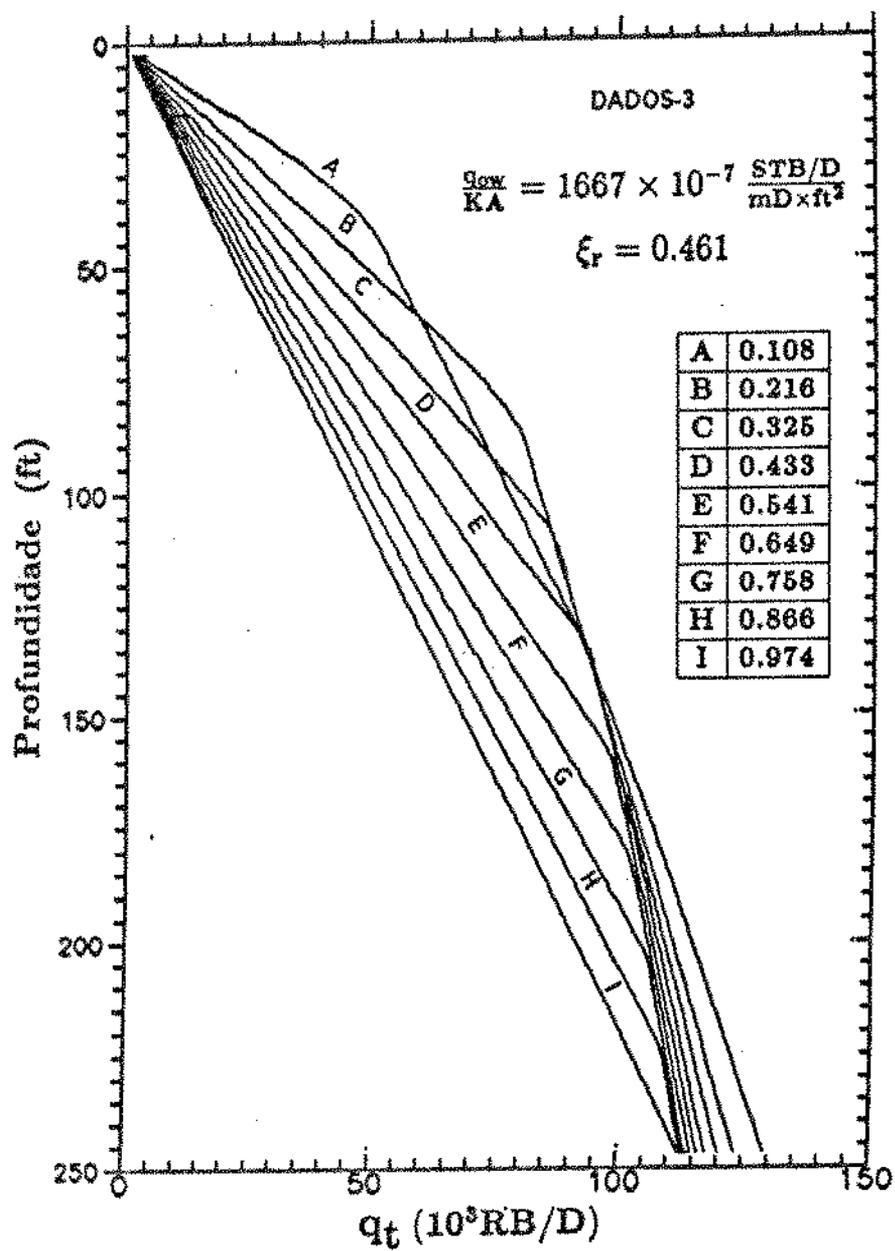


Figura 4.3.33 - Perfis de vazão total para $\xi_r = 0,461$, utilizando DADOS-3.

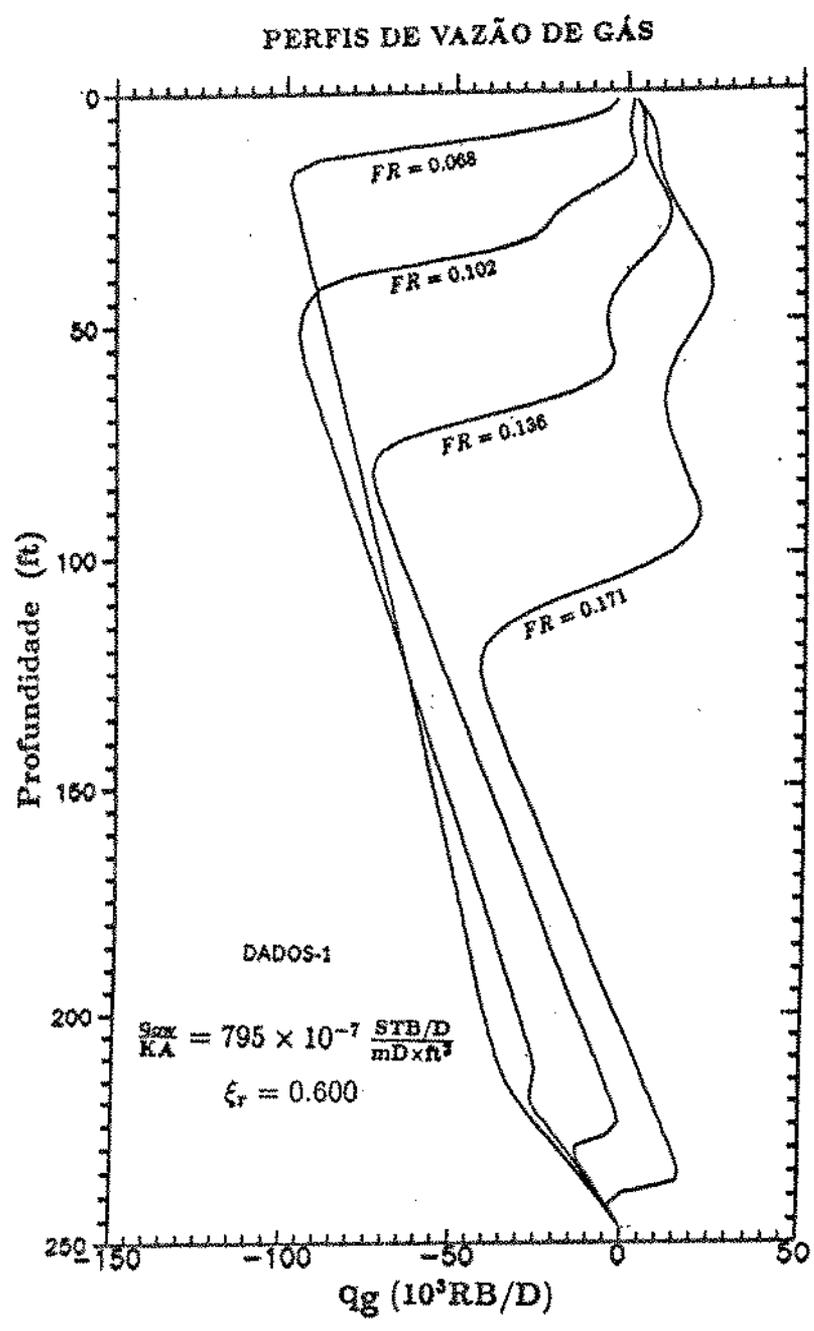


Figura 4.3.34 - Perfis de vazão de gás para $\xi_r = 0,600$, utilizando DADOS-1.

PERFIS DE VAZÃO DE ÓLEO

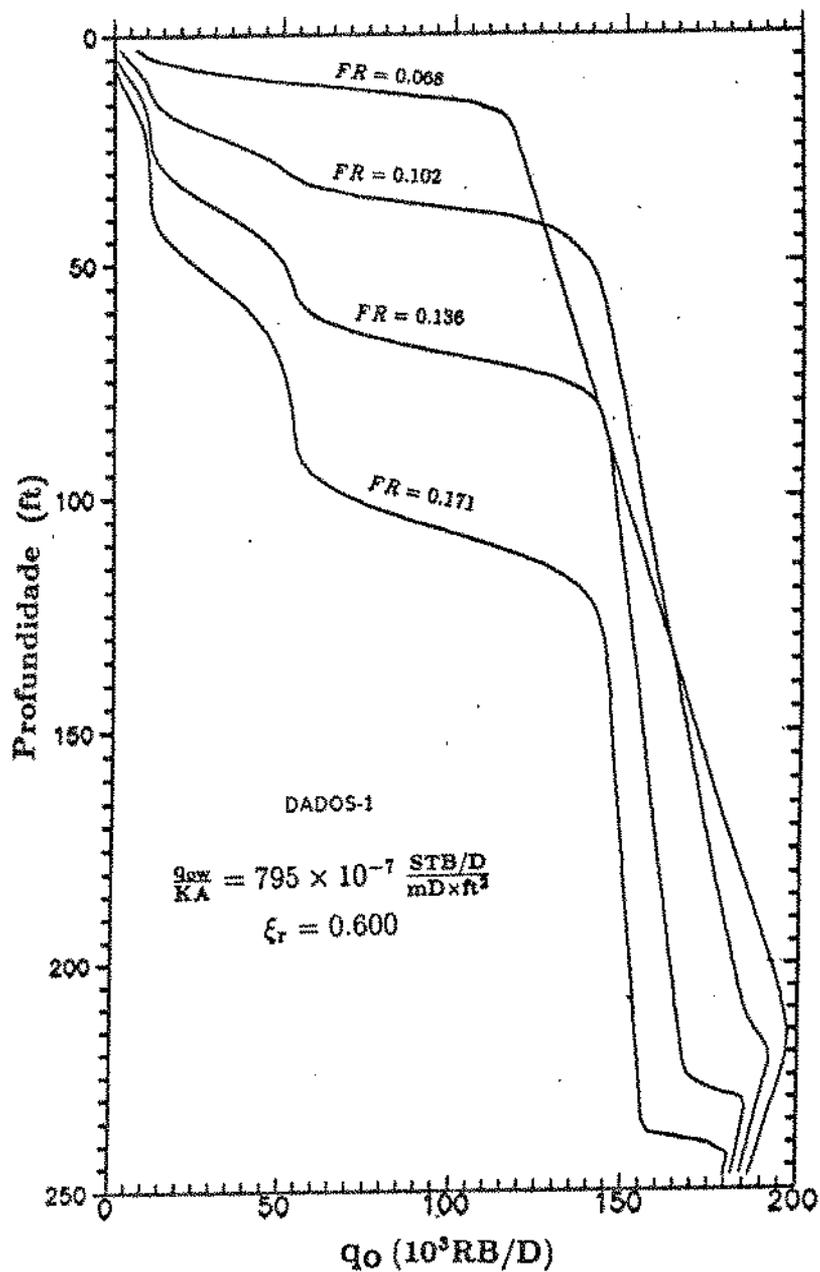


Figura 4.3.35 - Perfis de vazão de óleo para $\xi_r = 0,600$, utilizando DADOS-1.

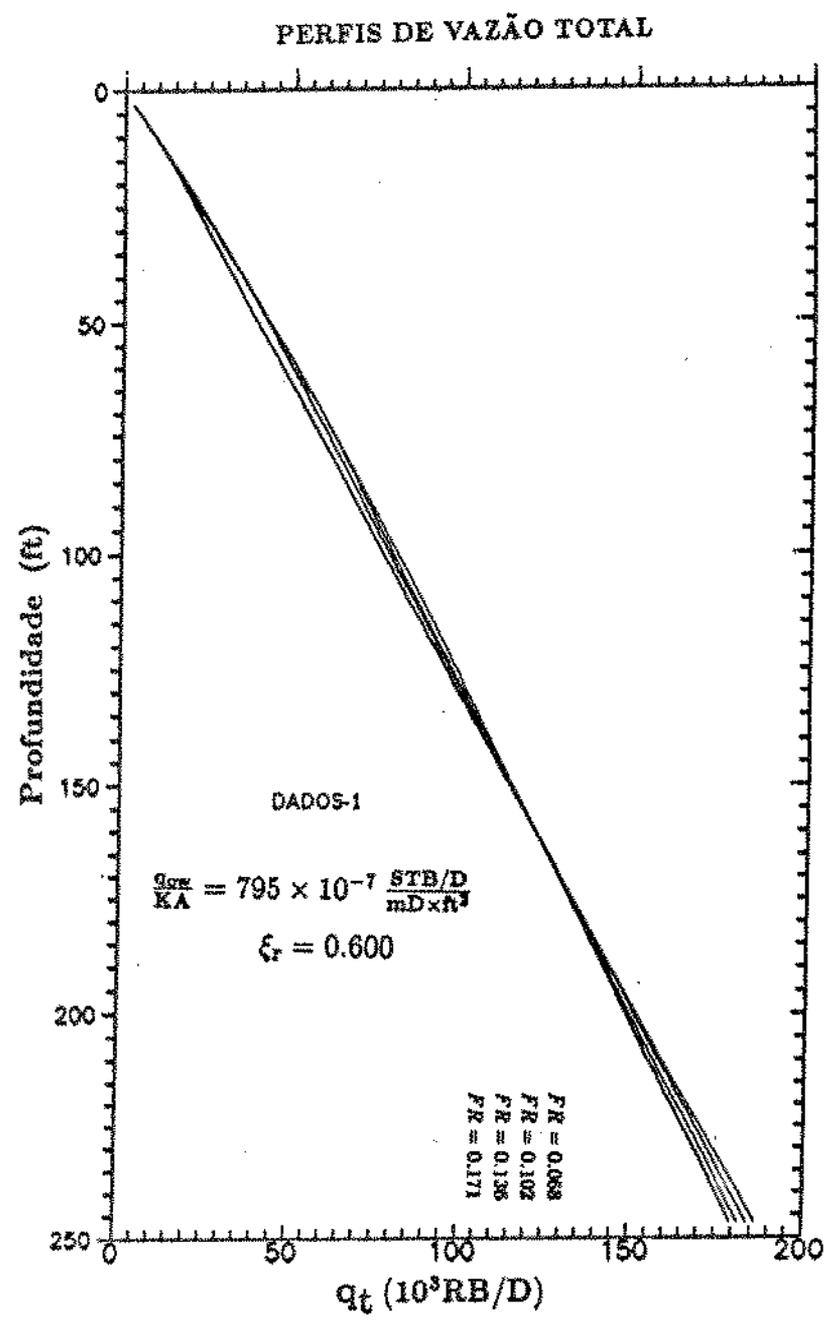


Figura 4.3.36 - Perfis de vazão total para $\xi_r = 0,600$, utilizando DADOS-1 .

caso $\frac{q_{ew}}{KA} = 795 \times 10^{-7} \frac{E/D}{mDft^2}$, valor intermediário para os DADOS-1, com perfis de saturação mostrados na figura 4.3.12. Observa-se pouca suavidade nos perfis de q_o e q_g na região superior, causado pelas curvas de K_r , entretanto, isto é absorvido no perfil de q_t reforçando a idéia de que as discontinuidades se anulam e q_t confirma um comportamento contínuo monótono crescente. As demais características conciliam com os comentários das figuras anteriores acrescentando-se que q_t agora tem um comportamento ainda mais suave devido às fases estarem menos separadas do que naqueles casos próximos à segregação completa. Outros aspectos podem ser melhor compreendidos ao se confrontar os perfis de vazão de gás, figura 4.3.34, como os perfis de saturação de gás, figura 4.3.12. Um fato interessante é que quando a agulha está avançando em direção ao poço, q_g pode ter valores negativos, isto é segregando ($FR = 0.136$), ou positivos, isto é, gás descendo na parte inferior da agulha ($FR = 0.171$), muito embora esteja sempre segregando na parte superior da mesma. Outro aspecto interessante é que neste caso, a discontinuidade que delimita a parte inferior da agulha corresponde a uma redução localizada da quantidade de gás segregando. Todo este gás que localmente deixa de segregar, acaba se incorporando à frente da agulha justificando o comportamento de avanço da agulha observado. Um raciocínio semelhante justifica os casos em que ocorre o aumento localizado de q_g segregando, pois a agulha recuando tem, na sua fronteira inferior, o efeito de uma fonte localizada de gás, que se adiciona ao gás que está segregando proveniente da zona inferior.

CAPÍTULO 5

DESENVOLVIMENTO DE MODELOS SIMPLIFICADOS

Neste capítulo, desenvolveremos modelos simplificados para previsão de comportamento do mecanismo em estudo. Abordaremos preliminarmente alguns aspectos que caracterizam o mecanismo e que sugerem simplificações para as equações a serem desenvolvidas. Proporemos então uma modelagem simplificada para o Balanço de Materiais antes do breakthrough. Com as equações desta modelagem, apresentaremos uma solução para o caso de segregação completa. Numa segunda parte, estudaremos a dinâmica do mecanismo e proporemos modelos para os perfis de vazões e de saturação baseados nas simplificações abordadas ao longo do capítulo. No caso das saturações, utilizaremos o método das características para a determinação de equações que descrevem a evolução das mesmas. Estes modelos individuais serão utilizados para estruturar um modelo global de previsão de comportamento com curvas de permeabilidades relativas lineares. Por último, acrescentaremos o problema do fechamento do poço depois de um período de depleção.

5.1 A VAZÃO CRÍTICA E O ADIMENSIONAL DE REFERÊNCIA

A eficiência do mecanismo de segregação gravitacional se verifica fundamentalmente na maneira como se movimenta o gás livre. Esta eficiência é favorecida quão mais rápido o gás segrega para as partes mais altas do reservatório e quão maior o tempo que o mesmo demora para se acumular nas vizinhanças da face produtora. Por um outro lado, quando as forças viscosas predominam, as forças gravitacionais não conseguem impedir que o gás se desloque em direção ao poço.

A direção de movimentação do gás depende do gradiente de potencial do mesmo e poderíamos definir a condição crítica como aquela em que o gradiente de potencial é nulo. Nesta condição, o gás liberado não se movimenta nem para o topo do reservatório, nem em direção ao poço ($q_g = 0$), embora tenha mobilidade. Portanto, nesta condição temos:

$$\nabla\Phi_g = \frac{\partial\Phi_g}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial z} - C_2\rho_g \frac{g}{g_c} = 0 \quad (5.1.1)$$

que conduz à:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = C_2\rho_g \frac{g}{g_c} \quad (5.1.2)$$

isto é, o gradiente de pressão é igual ao peso específico do gás.

Independente da forma de movimentação do gás, o movimento do óleo é dado por:

$$q_o = -C_3 \frac{KK_{ro}A}{\mu_o} \left[\frac{\partial P}{\partial z} - C_2\rho_o \frac{g}{g_c} \right] \quad (5.1.3)$$

Admitindo estarmos na condição crítica, a vazão do óleo naquela condição pode ser obtida introduzindo 5.1.2 em 5.1.3, o que nos leva à:

$$q_{ocrit} = C_5 \frac{K K_{ro} A}{\mu_o} \Delta \rho \frac{g}{g_c} \quad (5.1.4)$$

Para as condições do poço, temos $q_{ow} = \left[\frac{q_o}{B_o} \right]_w$, o que nos conduz a:

$$q_{owcrit} = C_5 K A \left[\frac{K_{ro} \Delta \rho}{\mu_o B_o} \right]_w \frac{g}{g_c} \quad (5.1.5)$$

Uma dedução análoga a esta é apresentada por Elkins *et alii*⁽²⁰⁾ e utilizada por Ambasta e Aziz⁽¹⁸⁾ e Terwilliger *et alii*⁽²⁾. Neste último, porém, o fenômeno estudado não é exatamente o mesmo deste trabalho, e o significado de q_{owcrit} não fornece um sentido físico correto⁽³⁹⁾.

A expressão de q_{owcrit} foi obtida considerando um gradiente de potencial que equilibre as forças viscosas e gravitacionais de forma a impedir a movimentação do gás. Neste sentido poderíamos dizer que se mativermos uma vazão de produção $q_{ow} \leq q_{owcrit}$ todo gás liberado nas vizinhanças do poço não consegue ser produzido. Este gás segrega, no caso da desigualdade, ou acumula, no caso da igualdade. Através das equações anteriores pode-se verificar que $q_{ow} < q_{owcrit}$ conduz à $\left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)_w > \left(\rho_g \right)_w \frac{g}{g_c}$ e $\frac{\partial \Phi_g}{\partial z} > 0$ o que justifica a argumentação anterior.

Como no nosso trabalho a permeabilidade vertical K e a área aberta ao fluxo A são constantes poderíamos reagrupar os termos da equação 5.1.5 de forma a estabelecer:

$$\left[\frac{q_{ow}}{KA} \right]_{crit} = C_5 \left[\frac{K_{ro} \Delta \rho}{\mu_o B_o} \right]_w \frac{g}{g_c} \quad (5.1.6)$$

O valor de $\left[\frac{q_{ow}}{KA} \right]_{crit}$ fornecido pela equação 5.1.6 pode ser utilizado como referência para o nosso estudo. Entretanto, como aquela expressão contém termos que variam com o tempo, decidiu-se definir uma condição de referência a fim de

padronizar os diversos casos para um mesmo conjunto de dados. Para esta condição, estabeleceu-se o seguinte critério:

- K_{ro} é função da saturação dos fluidos; adotou-se o valor correspondente à saturação de gás crítica, S_{gc} , que corresponde ao momento em que o gás adquire mobilidade, $K_{ro} = K_{ro}(S_{gc}, S_{wi})$.
- $\frac{\Delta\rho}{\mu_o B_o}$ é função da pressão; adotou-se o valor correspondente à pressão de saturação P_{sat} que é o momento em que começa a aparecer gás no reservatório.

Constata-se que: 1) no poço a saturação de gás permanece próxima à S_{gc} até o breakthrough, sendo portanto $K_{ro}(S_{gc})$ um critério razoável, e 2) $\frac{\Delta\rho}{\mu_o B_o}$ não apresenta variações muito fortes com a pressão, pois com o declínio de pressão μ_o aumenta mas $\Delta\rho$ também aumenta.

A partir destes critérios definimos:

$$\left[\frac{q_{ow}}{KA} \right]_{critref} = C_5 K_{ro}(S_{gc}) \left[\frac{\Delta\rho}{\mu_o B_o} \right]_{P_{sat}} \frac{g}{g_c} \quad (5.1.7)$$

que é considerado referência para um conjunto de dados PVT e curvas de K_r .

No nosso caso temos:

Conjunto de DADOS-1

$$\left[\frac{q_{ow}}{KA} \right]_{critref} = 1329 \times 10^{-7} \frac{B/D}{mD \times ft^2} \quad (5.1.8)$$

Conjunto de DADOS-2

$$\left[\frac{q_{ow}}{KA} \right]_{critref} = 2530 \times 10^{-7} \frac{B/D}{mD \times ft^2} \quad (5.1.9)$$

Conjunto de DADOS-3

$$\left[\frac{q_{ow}}{KA} \right]_{critref} = 3615 \times 10^{-7} \frac{B/D}{mD \times ft^2} \quad (5.1.10)$$

Podemos afirmar, com uma certa aproximação, que para termos efeitos gravitacionais significativos precisamos de uma condição de operação que satisfaça a relação

$$\frac{q_{ow}}{KA} < \left[\frac{q_{ow}}{KA} \right]_{critref} \quad (5.1.11)$$

A partir da relação 5.1.11 se tem uma idéia de um dos critérios que nortearam a seleção de casos no capítulo 4.

Uma classificação dos casos ainda mais compacta é o que faremos através da definição de:

$$\xi_r = \frac{\frac{q_{ow}}{KA}}{\left[\frac{q_{ow}}{KA} \right]_{critref}} \quad (5.1.12)$$

Sendo ξ_r um número adimensional que caracteriza a fração da condição crítica em que se está produzindo um reservatório. Portanto, uma vez que queiramos estudar efeitos gravitacionais significativos, devemos produzir na condição $\xi_r < 1$. Isto se conclui observando-se as equações 5.1.11 e 5.1.12.

Introduzindo a definição de $\left[\frac{q_{ow}}{KA} \right]_{critref}$ fornecido pela equação 5.1.7, podemos apresentar uma nova definição de ξ_r :

$$\xi_r = \frac{q_{ow} \left(B_o \mu_o \right) P_{sat}}{C_5 K A K_{ro} (S_{gc}) \Delta \rho P_{sat} \frac{g}{g_c}} \quad (5.1.13)$$

que é um adimensional que pode ser interpretado pela relação

$$\xi_r = \frac{[\text{Forças viscosas}]}{[\text{Forças gravitacionais}]} \quad (5.1.14)$$

o que pode caracterizar a competição entre tais forças, associando um ξ_r pequeno ao predomínio das forças gravitacionais.

Apesar da definição de ξ_r ter sido apresentada para compactar e facilitar a identificação dos casos, nada nos impede a definição de um adimensional mais geral que pode ser útil para qualquer ponto do reservatório quando da análise da sua dinâmica

$$\xi = \frac{q_o \mu_o}{C_5 K A K_{ro} \Delta \rho \frac{g}{g_c}} \quad (5.1.15)$$

Sendo agora um adimensional que varia com a posição e com o tempo, podendo também ser definido a partir da equação 5.1.3 e da definição de potencial $\Phi_l = P - C_2 \frac{g}{g_c} \int_{z_{ref}}^z \rho_l dz^*$ da seguinte forma:

$$\xi = \frac{\nabla \Phi_o}{C_2 \Delta \rho \frac{g}{g_c}} \quad (5.1.16)$$

que mais uma vez descreve a competição entre forças viscosas e gravitacionais.

5.2 OS GRADIENTES DE PRESSÃO

Durante a análise dos resultados da simulação numérica, detectou-se gradientes pequenos de pressão ao longo do reservatório. Embora na dedução das equações do fluxo fracionário este gradiente, desconhecido, seja eliminado^(1,4,6,9,10,13) através de um tratamento adequado das equações de Darcy, nesta secção iremos isolá-lo através de um outro tratamento a partir das mesmas equações.

As equações de Darcy nos informam que:

$$q_o = -C_3 \frac{K K_{ro} A}{\mu_o} \left[\frac{\partial P}{\partial z} - C_2 \rho_o \frac{g}{g_c} \right] \quad (5.2.1)$$

$$q_g = C_3 \frac{K K_{rg} A}{\mu_g} \left[\frac{\partial P}{\partial z} - C_2 \rho_g \frac{g}{g_c} \right] \quad (5.2.2)$$

Somando-se as duas equações e rearranjando alguns termos, obtemos:

$$-\frac{q_t}{C_3 K A} = -C_2 \left(\lambda_o \rho_o + \lambda_g \rho_g \right) \frac{g}{g_c} + \left(\lambda_o + \lambda_g \right) \frac{\partial P}{\partial z} \quad (5.2.3)$$

e finalmente isolamos:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{C_2 \left(\lambda_o \rho_o + \lambda_g \rho_g \right) \frac{g}{g_c}}{\lambda_t} - \frac{q_t}{C_3 K A \lambda_t} \quad (5.2.4)$$

A partir da equação 5.2.4 observamos que o aumento de q_t diminui $\frac{\partial P}{\partial z}$ e para q_t altos $\frac{\partial P}{\partial z}$ muda de sinal.

Outro aspecto interessante é que para q_t pequeno ou nulo, $\frac{\partial P}{\partial z}$ pode ser apresentado como uma média ponderada entre ρ_g e ρ_o , tendo como pesos as suas respectivas mobilidades, isto é:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = C_2 \frac{\left(\lambda_o \rho_o \frac{g}{g_c} + \lambda_g \rho_g \frac{g}{g_c} \right)}{\lambda_o + \lambda_g} \quad (5.2.5)$$

A equação 5.2.5 nos informa que para q_t pequenos $\rho_g \frac{g}{g_c} \leq \frac{\partial P}{\partial z} \leq \rho_o \frac{g}{g_c}$, sendo próximo à $\rho_o \frac{g}{g_c}$ nas regiões em que a mobilidade do óleo é bem maior que a do gás e próximo à $\rho_g \frac{g}{g_c}$ nas regiões em que a mobilidade do gás é bem maior que a do óleo. Variando entre estes valores, vemos que na pior das hipóteses, a diferença entre a pressão média e a pressão em uma das extremidades não é maior do que 36psi para o conjunto de dados utilizados (com $h = 250 \text{ ft}$), e isto na distribuição inicial (só tem ρ_o). Com a evolução da produção e do mecanismo, vemos que a mobilidade do gás cresce por causa do aumento de S_g . Além disso, a formação da capa secundária desloca o ponto com pressão média mais para baixo reduzindo assim as diferenças de pressões entre a pressão média e as extremidades (o extremo superior fica mais

distante mas em compensação é constituído em grande parte pela fase gasosa com mobilidade maior).

Supondo q_t não desprezível, pela própria equação 5.2.4 se conclui que $\frac{\partial P}{\partial z}$ fica menor ainda, reduzindo a diferença entre a pressão média e as extremidades, a menos que q_t seja muito elevado e o sinal de $\frac{\partial P}{\partial z}$ inverta. Neste caso, estaríamos na condição de forças gravitacionais desprezíveis, o que foge aos objetivos principais deste trabalho. Observe que o máximo valor para q_t , dentro da faixa principal deste estudo, corresponde à $q_g = 0$ e $q_t = q_{ocrit}$ para o qual já foi demonstrado que $\frac{\partial P}{\partial z} = \rho_g \frac{q}{g_c}$.

O objetivo principal desta secção é considerar o quão pequenos permanecem os gradientes de pressão ao longo do reservatório ocasionando uma pequena diferença entre os valores das propriedades dos fluidos em qualquer ponto do reservatório. Isto sugere uma simplificação que utilizaremos mais tarde, na qual adotaremos um valor único ao longo de todo o reservatório para as propriedades dependentes somente de pressões B_o , B_g , R_s , μ_o , μ_g , ρ_o , ρ_g , e associaremos este valor à pressão média do reservatório. Obviamente, esta simplificação começa a deteriorar em vitalidade à medida que se aumenta h , e mais tarde, na validação dos resultados, estudaremos a influência de h em alguns resultados obtidos.

Constata-se que se estivéssemos estudando um reservatório inclinado, estas mesmas simplificações poderiam ser propostas pois a deterioração citada evoluiria com a projeção vertical das distâncias ao longo do reservatório, que neste caso estariam permitidas serem bem grandes para angulos pequenos de inclinação da estrutura. Entretanto, reconhecemos também, que estes ângulos pequenos dificultam a segregação gravitacional.

Acrescentamos o fato que caso estas simplificações não tivessem sido introduzidas em algumas equações, apareceriam parcelas extras em forma aditiva com outras de magnitude bem superior. Isto traria pouca diferença aos resultados, conforme algumas verificações feitas.

5.3 A SATURAÇÃO DE GÁS NA FRONTEIRA PRODUTORA E MODELO PARA RGO

A partir da análise dos resultados numéricos apresentada no Capítulo 4, constatou-se que quando ocorre predomínio das forças gravitacionais, não se acumula gás móvel na face produtora, pois o mesmo segrega. Coerentemente, verificou-se que a vazão de gás livre é nula naquela face até o momento do breakthrough.

Na secção 5.1, mostramos que as forças gravitacionais prevalecem nos casos em que $\xi_r < 1$.

Para um tratamento mais rigoroso, poderíamos utilizar o conceito de ξ fornecido pela equação 5.1.15 e aplicá-lo para as condições do poço (fronteira produtora), isto é:

$$\xi_w = \frac{q_{ow}}{KA} \left[\frac{B_o}{\Delta\rho\lambda_o} \right]_w \frac{1}{C_5} \frac{g}{g_c} \quad (5.3.1)$$

Desde que $\xi_w < 1$, o gradiente de potencial do gás na face produtora é tal que o gás liberado naquela posição segrega, sendo impossibilitado de produzir.

Em função destes comentários, e em concordância com os resultados numéricos, propomos que desde que $\xi_w < 1$, a saturação de gás na face produtora permanece no valor crítico até o momento do breakthrough, isto é:

$$S_{gw} = S_{gc} \quad \text{desde que} \quad FR < FR_{BT} \quad (5.3.2)$$

Em consequência desta proposição, $\left[K_{rg} \right]_w = 0$ e também $\lambda_{gw} = 0$ o que conduz à não produção de gás livre e modelaremos o valor de RGO como:

$$RGO = R_{gw} \quad (5.3.3)$$

De acordo com os comentários sobre gradientes de pressão abordados na secção 5.2, propomos que o valor de R_{sw} seja associado ao valor da pressão média do reservatório de maneira que:

$$RGO = R_{sw} = \bar{R}_s \text{ desde que } FR < FR_{BT} \quad (5.3.4)$$

No Capítulo 6, apresentaremos resultados de casos simulados comparando com resultados propostos pelas expressões 5.3.2 e 5.3.4. Além disso, as consequências das proposições desta secção serão utilizadas no desenvolvimento de outros modelos.

Ainda conforme os resultados do Capítulo 4 e os modelos desta secção, formamos desde já uma primeira idéia de que a segregação completa, $\xi_r \ll 1$, pode ser modelada através de uma depleção que considere uma produção desprezível de gás livre. Do mesmo modo, os demais casos, desde que satisfaçam $\xi_r < 1$, acompanham o comportamento da segregação completa até o momento do breakthrough. Isto pode ser constatado pelo acompanhamento das envoltórias de \bar{S}_o , \bar{P} , RGO e S_{gw} , que os diversos casos apresentam até o momento do breakthrough, conforme observado na secção 4.3.

5.4 EQUAÇÕES PARA O BALANÇO DE MATERIAIS

Devido à ausência de fonte externa de energia e à contínua produção de fluidos, o comportamento do sistema rocha-fluidos evolui na forma de uma depleção da massa de fluidos contidos no reservatório e do correspondente declínio de pressão. A este comportamento, associa-se a expansão dos fluidos retidos, para preencher o vazio deixado pelos fluidos produzidos.

Esta evolução em termos de valores médios de pressão, \bar{P} , e de saturação, \bar{S}_o , é apresentada através de equações para $\frac{d\bar{P}}{dt}$, $\frac{d\bar{S}_o}{dt}$ e $\frac{\bar{S}_o}{d\bar{P}}$ cuja forma mais geral é apresentada pelas equações B.22, B.23 e B.27 do apêndice B.

Introduzindo-se o conceito de ξ_w fornecido pela equação 5.3.1 naquelas equações, obtemos:

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = -\frac{C_4 q_{ow} \bar{B}_o}{V_p C_t} \left\{ 1 + \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \left[\frac{\lambda_g B_o}{\lambda_o B_g} \right]_w \left[1 - \xi_w^{-1} \right] + (R_{sw} - \bar{R}_s) \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \right\} \quad (5.4.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{S}_o}{dt} = -\frac{C_4 q_{ow} \bar{B}_o}{V_p C_t} \left\{ \bar{S}_o \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{R}_s}{d\bar{P}} + C_g \bar{S}_g + \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{p}} \left[\frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \left[\frac{\lambda_g B_o}{\lambda_o B_g} \right]_w \left[1 - \xi_w^{-1} \right] \right. \right. \\ \left. \left. + (R_{sw} - \bar{R}_s) \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \right] \right\} \end{aligned} \quad (5.4.2)$$

e

$$\frac{d\bar{S}_o}{d\bar{P}} = \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}} + \frac{C_t}{\left\{ 1 + \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \left[\frac{\lambda_g B_o}{\lambda_o B_g} \right]_w \left[1 - \xi_w^{-1} \right] + (R_{sw} - \bar{R}_s) \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \right\}} \quad (5.4.3)$$

Observamos aqui equações do balanço de materiais com a evolução dos valores médios dependendo de termos que descrevem a competição entre as forças viscosas e gravitacionais.

Vamos considerar a solução sobre dois limites, isto é, ξ_r grandes, correspondendo à $\frac{q_{ow}}{KA}$ grandes, e ξ_r pequenos, correspondendo à $\frac{q_{ow}}{KA}$ pequenos.

Primeiramente analisaremos ξ_r grandes, numa abordagem não muito rigorosa com o objetivo de indicar o caminho para o qual evolui o comportamento do reservatório com ξ_r grandes. Para ξ_r grandes, forças viscosas bastante dominantes, ocorre crescimento da saturação de gás na face produtora e a produção de gás livre torna-se significativa. Com isto, λ_{ow} decresce e temos ξ_w ainda mais elevados. Adotaremos para esta condição limite $\xi_w^{-1} = 0$. Um outro aspecto detectado nos casos de ξ_r grandes estudados é que o termo $(R_{sw} - \bar{R}_s) \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o}$ não ultrapassou em 3% do valor das parcelas com que é somado sugerindo desconsiderá-lo como aproximação. Em função disto, as equações 5.4.1, 5.4.2 e 5.4.3 podem ser simplificadas para nos fornecer:

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = \frac{C_4 q_{ow} \bar{B}_o}{V_p \bar{C}_t} \left\{ 1 + \left[\frac{\lambda_g B_o}{\lambda_o B_g} \right]_w \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \right\} \quad (5.4.4)$$

$$\frac{d\bar{S}_o}{dt} = -\frac{C_4 q_{ow} \bar{B}_o}{V_p \bar{C}_t} \left\{ \bar{S}_o \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{R}_s}{d\bar{P}} + C_g \bar{S}_g + \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}} \left[\frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \left[\frac{\lambda_g B_o}{\lambda_o B_g} \right]_w \right] \right\} \quad (5.4.5)$$

$$\frac{d\bar{S}_o}{d\bar{P}} = \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}} + \frac{\bar{C}_t}{\left\{ 1 + \left[\frac{\lambda_g B_o}{\lambda_o B_g} \right]_w \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \right\}} \quad (5.4.6)$$

Observando estas equações, pode-se fazer uma analogia com as desenvolvidas por Muskat⁽²⁸⁾ e Martin⁽³⁰⁾, considerando que se pudessemos assumir $B_l = \bar{B}_l$ e $\lambda_l = \bar{\lambda}_l$ aquelas equações estariam automaticamente satisfeitas.

Entretanto, a relação $X_l = \bar{X}_l$ só seria possível se ξ_r não fosse muito grande. O que se pretende apresentar com esta abordagem, é que para valores de ξ_r não muito grandes, o balanço de materiais fornece evolução de \bar{P} e \bar{S}_o semelhante ao comportamento tipo tanque de Muskat⁽²⁸⁾ e para ξ_r bastante elevados, as equações

5.4.4, 5.4.5 e 5.4.6 fornecem a evolução de \bar{S}_o e \bar{P} de uma maneira que consideram a existência de valores diferentes para as variáveis nas condições médias e nas condições do poço. Esta última consideração, lembra El-Khatib⁽³¹⁾ que estuda o efeito de gradientes não pequenos de pressão e saturação no comportamento de reservatórios de gás em solução sem efeitos gravitacionais. Fica portanto associado o LIMITE DE GÁS EM SOLUÇÃO para valores de ξ_r grandes que significa efeitos gravitacionais desprezíveis.

Trabalharemos agora as equações 5.4.1, 5.4.2 e 5.4.3 de maneira a estudar a condição de ξ_r pequenos onde as forças gravitacionais tem efeito significativo nos resultados o que é o objetivo principal do nosso trabalho. Para sermos mais rigorosos, trabalharemos na condição $\xi_w < 1$.

Para a condição $\xi_w < 1$ sabemos que $\lambda_{gw} = 0$ pois $S_{gw} = S_{gc}$ como se indica na equação 5.3.2. Também, a partir de 5.3.4, temos $R_{sw} = \bar{R}_s$. Como confirmação, constatou-se que $(R_{sw} - \bar{R}_s) \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \ll 1$ para $\xi_w < 1$. Introduzindo estas simplificações nas equações 5.4.1, 5.4.2 e 5.4.3 obtemos:

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = -\frac{C_4 q_{ow} \bar{B}_o}{V_p C_t} \quad (5.4.7)$$

$$\frac{d\bar{S}_o}{dt} = -\frac{C_4 q_{ow} \bar{B}_o}{V_p C_t} \left\{ \bar{C}_t + \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}} \right\} \quad (5.4.8)$$

$$\frac{d\bar{S}_o}{d\bar{P}} = C_t + \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}} \quad (5.4.9)$$

Estas equações são ainda mais simples que as equações de Muskat⁽²⁸⁾ e denominaremos "Muskat abreviado" pois se originam em um balanço de materiais em que a produção de gás livre é nula, isto é, todo gás liberado é segregado.

Estas equações caracterizam o LIMITE SEGREGAÇÃO COMPLETA.

Um resultado interessante da equação 5.4.9 é que a relação entre \bar{S}_o e \bar{P} é tal que independe das curvas de K_r , enquanto estivermos na condição de segregação completa.

Um outro aspecto é que as equações tem validade para todos os casos em que $\xi_r < 1$ e portanto definem as envoltórias do comportamento que aparecem nos gráficos de \bar{S}_o , \bar{P} , etc. Em função disto, estas equações valem para estes casos até o breaktrough, que ocorre em momentos diferentes para cada caso.

Vamos agora mudar as variáveis de tempo para fator de recuperação FR. Sabemos que:

$$FR(t) = \frac{C_4 B_{oi}}{V_p S_{oi}} \int_0^t q_{ow} dt \quad (5.4.10)$$

portanto:

$$dFR = \frac{C_4 q_{ow} B_{oi}}{V_p S_{oi}} dt \quad (5.4.11)$$

Introduzindo 5.4.11 em 5.4.7 e 5.4.8 obtemos respectivamente:

$$\frac{d\bar{P}}{dFR} = -\frac{S_{oi}}{B_{oi}} \frac{\bar{B}_o}{\bar{C}_t} \quad (5.4.12)$$

e

$$\frac{d\bar{S}_o}{dFR} = -\frac{S_{oi} \bar{B}_o}{B_{oi}} \left[1 + \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}} \right] \quad (5.4.13)$$

A partir da equação 5.4.12, como \bar{B}_o declina e \bar{C}_t cresce, fica caracterizado o declínio cada vez menor de pressão com FR devido à energia armazenada com o gás livre segregado e não produzido.

A partir da equação 5.4.13, como \bar{B}_o declina e \bar{C}_t é cada vez maior do que $\frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}}$, também fica caracterizado um declínio cada vez menor de \bar{S}_o com FR.

A expressão $\left(\frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{dP}\right) / \bar{C}_t$ pode ser interpretada como uma taxa de encolhimento de óleo cada vez menor devido à manutenção de pressão dada por \bar{C}_t . Outro fator que reduz o declínio de \bar{S}_o com FR é o declínio da vazão de produção de óleo em condições de reservatório, $q_{ow}\bar{B}_o$, devido ao declínio de \bar{B}_o .

5.5 MODELAGEM PARA A SEGREGAÇÃO COMPLETA

Uma vez obtidas as equações de balanço de materiais que caracterizam a envoltória de segregação completa, iremos agora desenvolver um modelo que corresponde a um ξ_r bastante pequeno de forma que a segregação para o topo é considerada rápida (a agulha é engolida tão rápido que não vamos considerá-la) e a capa secundária avança para baixo na forma de um pistão sem vazamento. O modelo inclui o encolhimento do óleo residual na zona invadida pela capa secundária à medida que vai ocorrendo a depleção do reservatório. Na figura 5.5.1, apresentamos um esquema que representa o perfil típico de fluidos na condição de segregação completa que auxilia na compreensão do modelo que apresentaremos a seguir:

MODELO

1. Reservatório inicialmente subsaturado.
2. Toda a evolução dos parâmetros médios é calculada pelas equações de Muskat abreviado 5.4.9 e 5.4.12.
3. A partir de P_{sat} , todo gás liberado se distribui uniformemente no reservatório até $\bar{S}_g = S_{gc}$.

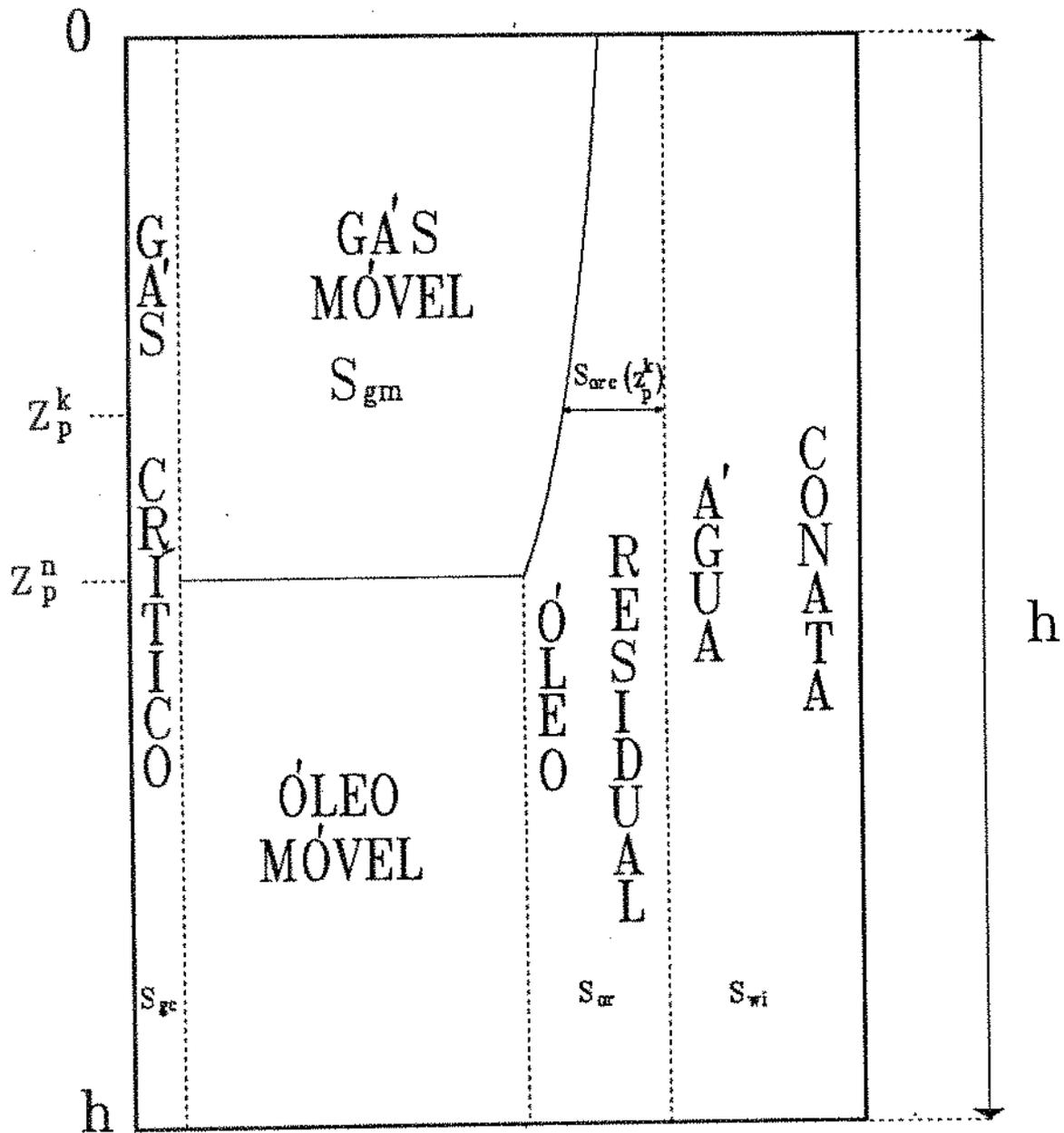


Figura 5.5.1 - Esquema do perfil típico de fluidos na condição de segregação completa.

4. Ao atingirmos $\bar{S}_g > S_{gc}$, definimos a saturação de gás móvel, $S_{gm} = \bar{S}_g - S_{gc}$. Assumimos que este gás segrega instantaneamente para o topo e passa a deslocar o óleo na forma de um pistão sem vazamento.
5. É admitido um encolhimento do óleo residual $S_{or}(z)$ com o declínio de pressão na zona invadida pelo pistão, $z < z_p$.
6. De posse de $\bar{S}_g(FR)$, Muskat abreviado, e de $S_{orc}(FR)$, calculamos o avanço da frente do pistão, sendo $S_{orc}(FR)$ o valor médio de S_{or} atrás do pistão considerando diferentes valores de encolhimento, relacionados com a pressão do momento em que este óleo ficou retido.

PROCEDIMENTO

1- Executa-se uma tabulação de (\bar{S}_o, \bar{P}, FR) a partir dos valores iniciais $\bar{P}^0 = P_i$, $\bar{S}_o^0 = S_{oi} = 1 - S_{wi}$ e $FR^0 = 0$ resolvendo as equações 5.4.9 e 5.4.12 numericamente, onde através de um decremento de pressão, $\Delta\bar{P}$, préfixado, calcula-se $\Delta\bar{S}_o$ e ΔFR da seguinte forma:

$$\Delta\bar{S}_o^{n+1} = \left[\frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}} + \bar{C}_t \right]^n \cdot \Delta\bar{P} \quad (5.5.1)$$

$$\Delta FR^{n+1} = -\frac{B_{oi}}{S_{oi}} \left[\frac{\bar{C}_t}{\bar{B}_o} \right]^n \cdot \Delta\bar{P} \quad (5.5.2)$$

Como o decremento de pressão é prefixado, avaliamos as variáveis dependentes de pressão na condição $n + 1/2$.

A partir das equações 5.5.1 e 5.5.2 obtemos:

$$\bar{P}^{n+1} = P_i + \sum_{K=0}^n \Delta\bar{P} \quad \text{para } n \geq 0, \quad (5.5.3)$$

$$\bar{S}_o^{n+1} = S_{oi} + \sum_{K=0}^n \Delta \bar{S}_o^{k+1} \quad \text{para } n \geq 0 \quad (5.5.4)$$

e

$$FR^{n+1} = \sum_{k=0}^n \Delta FR^{k+1} \quad \text{para } n \geq 0 \quad (5.5.5)$$

2 - A partir de \bar{S}_o^{n+1} , temos $\bar{S}_g^{n+1} = 1 - S_{wi} - \bar{S}_o^{n+1}$ e define-se a saturação de gás móvel S_{gm} como:

$$S_{gm}^{n+1} = \bar{S}_g^{n+1} - S_{gc}, \quad \text{se } \bar{S}_g^{n+1} > S_{gc} \quad (5.5.6)$$

e

$$S_{gm}^{n+1} = 0, \quad \text{se } \bar{S}_g^{n+1} \leq S_{gc} \quad (5.5.7)$$

3 - Calcula-se o avanço do contacto gás-óleo, z_p , ou seja, a frente do pistão:

$$z_p^{n+1} = \frac{S_{gm}^{n+1} \times h}{1 - S_{wi} - S_{gc} - \bar{S}_{orc}^{n+1}} \quad \text{para } S_{gm}^{n+1} > 0 \quad (5.5.8)$$

e

$$z_p^{n+1} = 0, \quad \text{para } S_{gm}^{n+1} = 0 \quad (5.5.9)$$

sendo:

$$\bar{S}_{orc}^{n+1} = \frac{1}{z_p^n} \sum_{k=1}^n S_{orc}^{n+1}(z_p^k) \cdot [z_p^k - z_p^{k-1}], \quad \text{com } z_p^0 = 0 \quad (5.5.10)$$

Sendo que enquanto $z_p^n = 0$, utilizamos $\bar{S}_{orc}^{n+1} = S_{or}$,

com:

$$S_{orc}^{n+1}(z_p^k) = S_{or} \frac{B_o(\bar{P}^{n+1})}{B_o(\bar{P}^k)} \quad (5.5.11)$$

4 - O processo evolui até que $z_p^{n+1} = h$, e temos portanto como resultado $\bar{S}_o(FR), \bar{P}(FR), z_p(FR)$ e $RGO(FR) = R_s(\bar{P}(FR))$.

No Capítulo 6 apresentamos resultados de um caso com ξ_r bem pequeno, tratado como segregação completa por este modelo, e confrontamos com resultados do SIMBEST.

Obs.: Nomenclatura utilizada nesta secção:

S_{gm} → Saturação de gás móvel, ou seja, fração do volume poroso que contém gás com mobilidade não nula.

z_p^k → Posição da frente do pistão no instante k , que corresponde ao contacto gás-óleo da capa secundária com a zona de óleo.

$S_{orc}^{n+1}(z_p^k)$ → Saturação de óleo residual na posição z_p^k corrigida para o instante $n + 1$ (com \bar{P}^{n+1}) uma vez que o óleo foi deixado imóvel no instante k (com \bar{P}^k).

\bar{S}_{orc}^{n+1} → Saturação de óleo residual média corrigida, que considera o encolhimento médio de todo o óleo deixado imóvel quando da passagem da frente do pistão.

5.6 OS PERFIS DE VAZÕES

No apêndice D desenvolvemos equações para os perfis da vazão sob condições de gradientes pequenos de pressão e onde valem os resultados para a segregação completa, $\xi_r < 1$, de maneira que podemos considerá-las válidas até o momento de breakthrough.

As equações na sua forma final foram:

$$\frac{\partial q_g}{\partial z} = \frac{q_{ow}\bar{B}_o}{h\bar{C}_t} \left[S_o \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{R}_g}{dP} + S_g \bar{C}_g \right] - \frac{A\phi}{C_4} \frac{\partial S_g}{\partial t}, \quad (D.14)$$

$$\frac{\partial q_o}{\partial z} = -\frac{q_{ow}\bar{B}_o}{h\bar{C}_t} \left[\frac{S_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{dP} \right] - \frac{A\phi}{C_4} \frac{\partial S_o}{\partial t}, \quad (D.17)$$

e

$$\frac{\partial q_t}{\partial z} = \frac{q_{ow}\bar{B}_o}{h} \frac{C_t(z,t)}{\bar{C}_t(t)} \quad (D.20)$$

A equação D.20 apresenta-nos q_t em contínuo crescimento com z , sendo este crescimento com intensidade variável com as compressibilidades locais. Esta interpretação caracteriza que os fluidos como um todo desenvolvem uma expansão acumulada a partir da fronteira fechada em direção à fronteira aberta. Outro aspecto a ser considerado é que como C_t é função das saturações locais, nas posições em que temos descontinuidades de saturações a equação D.20 propicia descontinuidade na derivada de q_t conforme analisado no Capítulo 4.

Vamos considerar também a existência de casos limites :

Se tivermos uma zona de gás e água conata ($S_g = 1 - S_{wi}$)

$$\frac{\partial q_g}{\partial z} = \frac{\partial q_t}{\partial z} = \frac{q_{ow}\bar{B}_o}{h} \frac{\bar{C}_g}{\bar{C}_t} (1 - S_{wi}) \quad (5.6.1)$$

e

$$\frac{\partial q_o}{\partial z} = 0 \quad (5.6.2)$$

Se tivermos uma zona de óleo e água conata ($S_o = 1 - S_{wi}$)

$$\frac{\partial q_t}{\partial z} = \frac{q_{ow} \bar{B}_o \bar{C}_o^*}{h \bar{C}_t} (1 - S_{wi}) \quad (5.6.3)$$

$$\frac{\partial q_g}{\partial z} = \frac{q_{ow} \bar{B}_o}{h} \frac{\bar{B}_g d\bar{R}_s}{\bar{B}_o d\bar{P}} (1 - S_{wi}) \quad (5.6.4)$$

$$\frac{\partial q_o}{\partial z} = -\frac{q_{ow} \bar{B}_o}{h} \frac{\left[\frac{1}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}} \right]}{\bar{C}_t} (1 - S_{wi}) \quad (5.6.5)$$

Observe-se que pela equação 5.6.4 temos variação da vazão de gás na própria zona de óleo devido à liberação ($\frac{d\bar{R}_s}{d\bar{P}}$) do gás em solução durante a depleção.

Das equações 5.6.1 e 5.6.5, concluímos respectivamente que a variação da vazão de gás na zona de gás é positiva devido à expansão do gás, ao passo que a variação da vazão de óleo na zona de óleo é negativa devido ao encolhimento do óleo.

Outro aspecto a ser constatado nas equações de 5.6.1 à 5.6.5 é que as derivadas de vazão naqueles casos só dependem de valores médios e não dependem de valores locais. Isto conduz a perfis de vazão lineares com a posição, com inclinação diferente para cada tempo, e dependentes das relações entre as compressibilidades individuais dos fluidos e a compressibilidade total do sistema.

Um outro detalhe interessante pode ser abordado à região intermediária, agulha. Conforme verificado no Capítulo 4, ao longo da agulha temos $\frac{\partial S_g}{\partial t}$, S_g e S_o constantes para cada tempo. Isto conduz pelo exame das equações D.14, D.17 e D.20, que os perfis de q_o , q_g e q_t são lineares ao longo da agulha.

As equações apresentadas estão em forma diferencial e portanto a solução ainda depende da introdução de condições de contorno.

Sabemos que nas fronteiras, temos:

no poço,

$$q_o = q_{ow}B_o, \quad q_g = 0 \quad \text{e} \quad q_t = q_{ow}B_o \quad (5.6.6)$$

e no topo,

$$q_o = q_g = q_t = 0 \quad (5.6.7)$$

Além disso, a modelagem de q_o e q_g ainda dependem do conhecimento de $\frac{\partial S_o}{\partial t}$ e $\frac{\partial S_g}{\partial t}$ além dos valores dos perfis de saturação, ao passo que a modelagem de q_t depende somente dos perfis de saturação.

Entretanto, considerando válidas, ou quase, a existência de uma região limite com somente gás e água conata além de outra com somente óleo e água conata, podemos obter respectivamente:

Na região de gás e água conata, isto é na parte superior:

$$q_t(z) = q_g(z) = \frac{q_{ow}\bar{B}_o}{h} \frac{\bar{C}_g}{\bar{C}_t} (1 - S_{wi})z \quad (5.6.8)$$

$$q_o(z) = 0 \quad (5.6.9)$$

Na região de óleo e água conata, isto é na parte inferior:

$$q_t(z) = q_{ow}\bar{B}_o \left[1 + \frac{\bar{C}_o^*}{\bar{C}_t} (1 - S_{wi}) \left(\frac{z}{h} - 1 \right) \right] \quad (5.6.10)$$

$$q_g(z) = q_{ow}\bar{B}_o \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{R}_g}{d\bar{P}} (1 - S_{wi}) \left(\frac{z}{h} - 1 \right) \quad (5.6.11)$$

$$q_o(z) = q_{ow}\bar{B}_o \left[1 - \frac{1}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}} (1 - S_{wi}) \left(\frac{z}{h} - 1 \right) \right] \quad (5.6.12)$$

5.7 OS PERFIS DE SATURAÇÃO

Durante a análise dos resultados numéricos, constatou-se a grande importância da modelagem adequada para os perfis de saturação, que tem influência decisiva nos resultados.

Na maioria dos casos, detectou-se a existência de duas frentes principais de saturação: uma superior correspondendo ao avanço da capa secundária como um pistão com vazamento, e uma na zona intermediária, agulha, cuja frente pode recuar e avançar em direção à face produtora e às vezes é engolida pelo pistão.

A zona intermediária possui um patamar que evolui com o tempo independente dos casos em estudo, porém o avanço e/ou recuo da sua frente, bem como a sua velocidade, depende de ξ_r .

Desenvolveremos a seguir equações de grande auxílio na modelagem dos perfis de saturação, através do tratamento conveniente das equações para os perfis de vazão, Apêndice D, e das equações para o balanço de materiais, secção 5.4, introduzindo-se as equações do fluxo fracionário⁽⁴⁾ e aplicando o método das características.

As equações D.14, D.20 e D.21 nos fornecem respectivamente:

$$\frac{\partial q_g}{\partial z} = \frac{q_{ow} \bar{B}_o}{h \bar{C}_t} \left[S_o \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{R}_s}{dP} + S_g \bar{C}_g \right] - \frac{A\phi}{C_4} \frac{\partial S_g}{\partial t} \quad (D.14)$$

$$\frac{\partial q_t}{\partial z} = \frac{q_{ow} \bar{B}_o}{h} \frac{C_t(z, t)}{\bar{C}_t(t)} \quad (D.20)$$

$$\frac{\partial q_t}{\partial z}(z, t) = \frac{q_{ow} \bar{B}_o}{h \bar{C}_t} \left[S_o \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{R}_s}{dP} - \frac{S_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{dP} + S_g \bar{C}_g \right] \quad (D.21)$$

Das equações do fluxo fracionário⁽⁴⁾, desprezando os efeitos capilares, temos:

$$f_g = \frac{\lambda_g}{\lambda_t} \left[1 - \frac{C_5 K K_{ro} A \Delta \rho g}{q_t \mu_o g_c} \right] \quad (5.7.1)$$

e

$$q_g = f_g q_t \quad (5.7.2)$$

Derivando-se a equação 5.7.2 em relação à posição, temos:

$$\frac{\partial q_g}{\partial z} = \frac{\partial f_g q_t}{\partial z} = f_g \frac{\partial q_t}{\partial z} + q_t \frac{\partial f_g}{\partial z} \quad (5.7.3)$$

Ora, da maneira como está expresso o nosso problema,

$$f_g = f_g(z, t) = f_g(S_g(z, t), q_t(z, t), P(z, t)) \quad (5.7.4)$$

Portanto:

$$\frac{\partial f_g}{\partial z} = \left[\frac{\partial f_g}{\partial S_g} \right]_{q_t, P} \frac{\partial S_g}{\partial z} + \left[\frac{\partial f_g}{\partial q_t} \right]_{S_g, P} \frac{\partial q_t}{\partial z} + \left[\frac{\partial f_g}{\partial P} \right]_{q_t, S_g} \frac{\partial P}{\partial z} \quad (5.7.5)$$

De acordo com o abordado na secção 5.2, os gradientes de pressão são pequenos ao longo do reservatório e pouco erro se introduz ao assumirmos que as variáveis dependentes de pressão não tem variação com a posição.

Em função disto

$$\left[\frac{\partial f_g}{\partial P} \right]_{q_t, S_g} \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (5.7.6)$$

Com relação à vazão total q_t , sabemos que tem variação significativa com a posição (secção 5.6).

Derivemos portanto a equação 5.7.1 em relação à q_t :

$$\left[\frac{\partial f_g}{\partial q_t} \right]_{S_g, P} = C_5 \frac{\lambda_o \lambda_g}{\lambda_t} \frac{K A \Delta \rho g}{q_t^2 g_c} \quad (5.7.7)$$

A partir de 5.7.6 e 5.7.7, a equação 5.7.5 fica:

$$\frac{\partial f_g}{\partial z} = \left[\frac{\partial f_g}{\partial S_g} \right]_{q_t} \frac{\partial S_g}{\partial z} + C_5 \frac{\lambda_o \lambda_g}{\lambda_t} \frac{K A \Delta \rho g}{q_t^2 g_c} \left(\frac{\partial q_t}{\partial z} \right) \quad (5.7.8)$$

introduzindo a equação 5.7.8 em 5.7.3, temos:

$$\frac{\partial q_g}{\partial z} = f_g \frac{\partial q_t}{\partial z} + q_t \left\{ \left[\frac{\partial f_g}{\partial S_g} \right]_{q_t} \frac{\partial S_g}{\partial z} + C_5 \frac{\lambda_o \lambda_g}{\lambda_t} \frac{K A \Delta \rho g}{q_t^2 g_c} \left(\frac{\partial q_t}{\partial z} \right) \right\} \quad (5.7.9)$$

o que nos leva à

$$\frac{\partial q_g}{\partial z} = q_t \left[\frac{\partial f_g}{\partial S_g} \right]_{q_t} \frac{\partial S_g}{\partial z} + \left[f_g + C_5 \frac{\lambda_o \lambda_g}{\lambda_t} \frac{K A \Delta \rho g}{q_t g_c} \right] \frac{\partial q_t}{\partial z} \quad (5.7.10)$$

ora, introduzindo 5.7.1 no coeficiente de $\frac{\partial q_t}{\partial z}$ chegamos à

$$\frac{\partial q_g}{\partial z} = q_t \left[\frac{\partial f_g}{\partial S_g} \right]_{q_t} \frac{\partial S_g}{\partial z} + \frac{\lambda_g}{\lambda_t} \frac{\partial q_t}{\partial z} \quad (5.7.11)$$

ora, introduzindo D.21 do lado direito de D.14, e 5.7.11 do lado esquerdo, chegamos à:

$$q_t \left[\frac{\partial f_g}{\partial S_g} \right]_{q_t} \frac{\partial S_g}{\partial z} + \frac{\lambda_g}{\lambda_t} \frac{\partial q_t}{\partial z} = \frac{\partial q_t}{\partial z} + \frac{q_{ow} \bar{B}_o}{h \bar{C}_t} \left[\frac{S_o d \bar{B}_o}{\bar{B}_o d \bar{P}} \right] - \frac{A \phi}{C_4} \frac{\partial S_g}{\partial t} \quad (5.7.12)$$

reagrupando os termos e lembrando que $\lambda_t = \lambda_g + \lambda_o$ chegamos à:

$$\frac{A\phi}{C_4} \frac{\partial S_g}{\partial t} + q_t \left[\frac{\partial f_g}{\partial S_g} \right]_{qt} \frac{\partial S_g}{\partial z} = \frac{\lambda_o}{\lambda_t} \frac{\partial q_t}{\partial z} + \frac{q_{ow} \bar{B}_o}{h C_t} \left[\frac{S_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{dP} \right] \quad (5.7.13)$$

Dividindo-se a equação 5.7.13 por $\frac{A\phi}{C_4}$, introduzindo-se a equação D.20 e a equação 5.4.7 do balanço de materiais na equação 5.7.13.

$$\text{Obs.: } \frac{d\bar{P}}{dt} = - \frac{C_4 q_{ow} \bar{B}_o}{V_p C_t} \quad (5.4.7)$$

chegamos à:

$$\frac{\partial S_g}{\partial t} + \frac{C_4 q_t}{A\phi} \left[\frac{\partial f_g}{\partial S_g} \right]_{qt} \frac{\partial S_g}{\partial z} = - \left[C_t \frac{\lambda_o}{\lambda_t} + \frac{S_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{dP} \right] \frac{d\bar{P}}{dt} \quad (5.7.14)$$

ora, a equação 5.7.14 é uma equação diferencial parcial, e utilizando-se o metodo das características (apêndice E) ela pode ser desdobrada em um sistema de duas equações diferenciais ordinárias:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{C_4 q_t}{A\phi} \left[\frac{\partial f_g}{\partial S_g} \right]_{qt} \quad (5.7.15)$$

$$\frac{dS_g}{dt} = - \left[C_t \frac{\lambda_o}{\lambda_t} + \frac{S_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{dP} \right] \frac{d\bar{P}}{dt} \quad (5.7.16)$$

A primeira consequência destas equações é que S_g é variável ao longo da característica como consequência dos fluidos serem compressíveis, conforme postulado por Sheldon *et alii*⁽⁶⁾. Além disso, a característica não é uma linha reta como o foi no trabalho de Sheldon *et alii*⁽⁶⁾, pelo fato de q_t e $\left[\frac{\partial f_g}{\partial S_g} \right]_{qt}$ variarem com o tempo e a posição.

As equações 5.7.14, 5.7.15 e 5.7.16 são semelhantes às desenvolvidas por Cook⁽¹¹⁾, embora aqui estejam apresentadas de uma forma mais simples e elegante em função do enfoque que estamos dando a este problema.

Poderíamos dizer que a partir de uma correta formulação para a distribuição inicial de saturações, ($S_{gi} = 1$ na fronteira superior e $S_{gi} = 0$ ao longo do reservatório), é possível calcular o movimento das saturações (5.7.15) e sua evolução com o tempo (5.7.16). Através de um tratamento apropriado do problema dos choques, (por exemplo, balanço de materiais), introduz-se as descontinuidades de saturações na oportunidade necessária.

Um resumo do que nos informa as equações 5.7.15 e 5.7.16 é que para uma determinada condição, a saturação “viaja” com uma velocidade dada por 5.7.15 mas também muda de valor ao longo da “viagem” na forma apresentada por 5.7.16. Constata-se aqui uma diferença dos problemas incompressíveis, Buckley e Leverett⁽⁴⁾, em que a saturação não varia enquanto “viaja”. A razão é que agora o escoamento é compressível.

Analisando a equação 5.7.15 observamos que, a derivada de f_g é tomada considerando q_t constante, isto é toda vez que se vai resolver 5.7.15 f_g é considerada naquele momento uma função dependente somente de S_g . Isto traz, de volta a idéia de se usar em cada momento, a curva do fluxo fracionário $f_g(S_g)$ para a determinação da velocidade com que “viaja” uma dada saturação. Isto inclui a utilização do método das tangentes ou secantes, Welge⁽⁵⁾, quando estivermos tratando das descontinuidades de saturação.

Portanto, estamos renovando a utilização do método original de Buckley e Leverett⁽⁴⁾, equação 2.5, otimizado por Welge⁽⁵⁾. A única diferença é que $f_g(S_g)$ agora varia com a posição e com o tempo, tendo de ser refeita a cada novo passo nos cálculos.

Trabalharemos agora a equação 5.7.16 de forma a darmos uma interpretação para a mesma

Dividindo-se 5.8.16 por $\frac{d\bar{P}}{dt}$, obtemos:

$$\frac{dS_g}{d\bar{P}} = C_t \frac{\lambda_o}{\lambda_t} - \frac{S_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}} \quad (5.7.17)$$

e como $S_o + S_g = 1 - S_{wi} = \text{constante}$, chegamos à:

$$\frac{dS_o}{d\bar{P}} = C_t \frac{\lambda_o}{\lambda_t} + \frac{S_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}} \quad (5.7.18)$$

Podemos observar que a equação 5.7.18 é a mesma de Muskat⁽²⁸⁾, equação 2.1, isto é, o crescimento de S_g , ao longo da característica, proposto em 5.7.16 é da mesma forma que se utilizássemos Muskat⁽²⁸⁾.

Fica caracterizado portanto, uma interpretação interessante e quiçá poderosa para o sistema de equações que resolve os perfis de saturação: “As saturações evoluem por Muskat e viajam por Buckley e Leveret”.

O fato das saturações evoluírem por Muskat não significa que todos os pontos devam acumular gás da mesma maneira, pois a “viagem” desloca estas saturações de posição e portanto podemos encontrar pontos em que a acumulação é maior, outros menor e ainda outros que reduzem a saturação com o tempo.

5.8 O COMPORTAMENTO DA AGULHA

Abordaremos agora, a região intermediária, agulha, de forma a interpretar o seu significado e comportamento singular.

Consideremos um volume de controle, com fronteiras móveis, que envolva a região intermediária, agulha, na forma apresentada na figura 5.8.1. Vamos estudar o que ocorre nesta região, partindo-se do fato de que ela exhibe um valor constante de S_g com a posição para um determinado tempo.

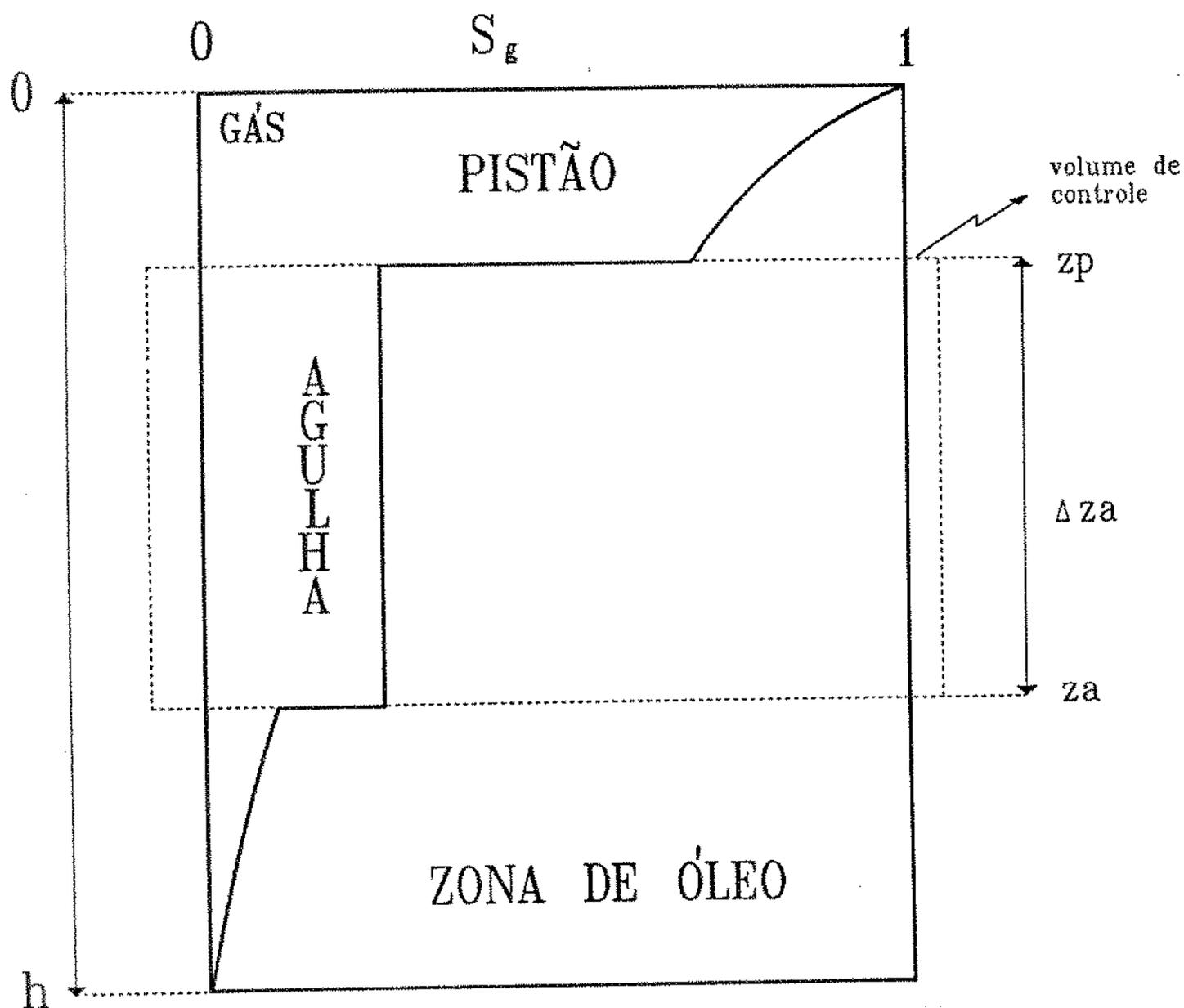


Figura 5.8.1 - Esquema típico da distribuição de fluidos considerando o volume de controle que envolve a região intermediária, agulha .

Das equações para os perfis de vazão, temos:

$$\frac{dq_g}{dz} = \frac{q_{ow}\bar{B}_o}{h\bar{C}_t} \left[S_o \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{R}_s}{d\bar{P}_s} + S_g \bar{C}_g \right] - \frac{A\phi}{C_4} \frac{\partial S_g}{\partial t} \quad (D.14)$$

e

$$\frac{dq_o}{dz} = -\frac{q_{ow}\bar{B}_o}{h\bar{C}_t} \left[\frac{S_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}} \right] - \frac{A\phi}{C_4} \frac{\partial S_o}{\partial t} \quad (D.17)$$

Na região da agulha diremos que as saturações S_{oa} , S_{ga} , e as compressibilidades C_{ga} , C_{oa}^* e C_{ta} são constantes para um dado tempo e portanto os perfis de vazões são lineares (conforme secção 5.6).

Vamos calcular o balanço de gás na agulha Δq_{ga} .

$$\Delta q_{ga} = \int_{z_p}^{z_a} \frac{\partial q_g}{\partial z} dz = \left\{ \frac{q_{ow}\bar{B}_o}{h\bar{C}_t} \left[S_{oa} \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{R}_s}{d\bar{P}} + S_{ga} C_{ga} \right] - \frac{A\phi}{C_4} \frac{dS_{ga}}{dt} \right\} \Delta z_a \quad (5.8.1)$$

Analogamente, o balanço de óleo na agulha é dado por:

$$\Delta q_{oa} = \left\{ -\frac{q_{ow}\bar{B}_o}{h\bar{C}_t} \left[\frac{S_{oa}}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}} \right] - \frac{A\phi}{C_4} \frac{dS_{oa}}{dt} \right\} \Delta z_a \quad (5.8.2)$$

Vamos introduzir:

$$\frac{dS_{ga}}{dt} = \frac{dS_{ga}}{d\bar{P}} \frac{d\bar{P}}{dt} \quad (5.8.3)$$

$$\frac{dS_{goa}}{dt} = \frac{dS_{goa}}{d\bar{P}} \frac{d\bar{P}}{dt} \quad (5.8.4)$$

e

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = -\frac{C_4 q_{ow} \bar{B}_o}{V_p C_t} \quad (5.4.7)$$

nas equações 5.8.1 e 5.8.2, e obteremos:

$$\Delta q_{ga} = \left[\frac{q_{ow} \bar{B}_o}{\bar{C}_t} \right] \left[S_{oa} \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{R}_s}{d\bar{P}} + S_{ga} C_{ga} + \frac{dS_{ga}}{d\bar{P}} \right] \Delta z_a \quad (5.8.5)$$

e

$$\Delta q_{oa} = \left[\frac{q_{ow} \bar{B}_o}{h \bar{C}_t} \right] \left[-\frac{S_{oa}}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}} + \frac{dS_{oa}}{d\bar{P}} \right] \Delta z_a \quad (5.8.6)$$

Usando a equação do fluxo fracionário, temos:

$$\begin{aligned} \Delta q_{ga} &= q_{gza} - q_{gzp} = f_{gza} q_{tza} - f_{gzp} q_{t zp} = \\ &= \frac{\lambda_{ga}}{\lambda_{ta}} q_{tza} - C_5 \frac{\lambda_{oa} \lambda_{ga}}{\lambda_{ta}} K A \Delta \rho \frac{g}{g_c} - \frac{\lambda_{ga}}{\lambda_{ta}} q_{t zp} + C_5 \frac{\lambda_{oa} \lambda_{ga}}{\lambda_{ta}} K A \Delta \rho \frac{g}{g_c} \end{aligned} \quad (5.8.7)$$

que resulta em: $\Delta q_{ga} = \frac{\lambda_{ga}}{\lambda_{ta}} \Delta q_{ta}$

Foi utilizado o fato de que λ_{oa} e λ_{ga} são constantes ao longo da agulha.

Analogamente,

$$\begin{aligned} \Delta q_{oa} &= q_{oza} - q_{ozp} = (1 - f_{gza}) q_{tza} - (1 - f_{gzp}) q_{t zp} = \\ &= \frac{\lambda_{oa}}{\lambda_{ta}} q_{tza} + C_5 \frac{\lambda_{oa} \lambda_{ga}}{\lambda_{ta}} K A \Delta \rho \frac{g}{g_c} - \frac{\lambda_{oa}}{\lambda_{ta}} q_{t zp} - C_5 \frac{\lambda_{oa} \lambda_{ga}}{\lambda_{ta}} K A \Delta \rho \frac{g}{g_c} \end{aligned}$$

que resulta em:

$$\Delta q_{oa} = \frac{\lambda_{oa}}{\lambda_{ta}} \Delta q_{ta} \quad (5.8.8)$$

De 5.8.7 e 5.8.8 podemos obter:

$$\Delta q_{ga} = \frac{\lambda_{ga}}{\lambda_{oa}} \Delta q_{oa} \quad (5.8.9)$$

5.9 MODELO PARA COMPORTAMENTO COM CURVAS DE K_r LINEARES

Nesta secção, desenvolveremos um modelo simplificado para previsão do comportamento do mecanismo em estudo, considerando a utilização de curvas de K_r lineares, $K_{rg} = S_g$ e $K_{ro} = (1 - S_g)$.

Utilizamos as idéias desenvolvidas ao longo deste capítulo, com especial destaque para as considerações quanto aos perfis de saturação, perfis de vazão e ao balanço de materiais.

No apêndice F, trabalhamos a função f_g para as curvas de K_r lineares e concluímos que para $\xi_r < 1$ a curva de f_g tem formato lembrando uma parábola com concavidade para cima, sem apresentar inflexões, isto é $\frac{\partial f_g}{\partial S_g}$ é uma função monótona crescente.

Sabemos, por experimentação numérica, que o problema desenvolve duas frentes de saturações. Uma superior, que avança para baixo na forma de um pistão, e uma na base da região intermediária, agulha, que se afasta da face produtora, podendo parar e retornar para o poço como também ser engolida pelo pistão.

A partir da secção 5.8, concluímos que a saturação de gás na agulha evolui por Muskat, equação 2.1, e a partir da secção 5.7 concluímos que as velocidades que podemos associar a qualquer saturação que evolui, podem ser obtidas a partir dos conceitos desenvolvidos por Buckley e Leverett⁽⁴⁾, inclusive utilizando-se os métodos das tangentes ou secantes introduzidos por Welge⁽⁵⁾.

Em função do desenvolvimento de duas frentes, vamos propor a utilização do método das secantes nas curvas de f_g de maneira a modelar o movimento das duas frentes.

A figura 5.9.1 nos auxilia a descrever o nosso modelo.

Considerando que o pistão avança tendo à sua frente a agulha com saturação de gás S_{ga} , a velocidade da frente do pistão é dependente da inclinação

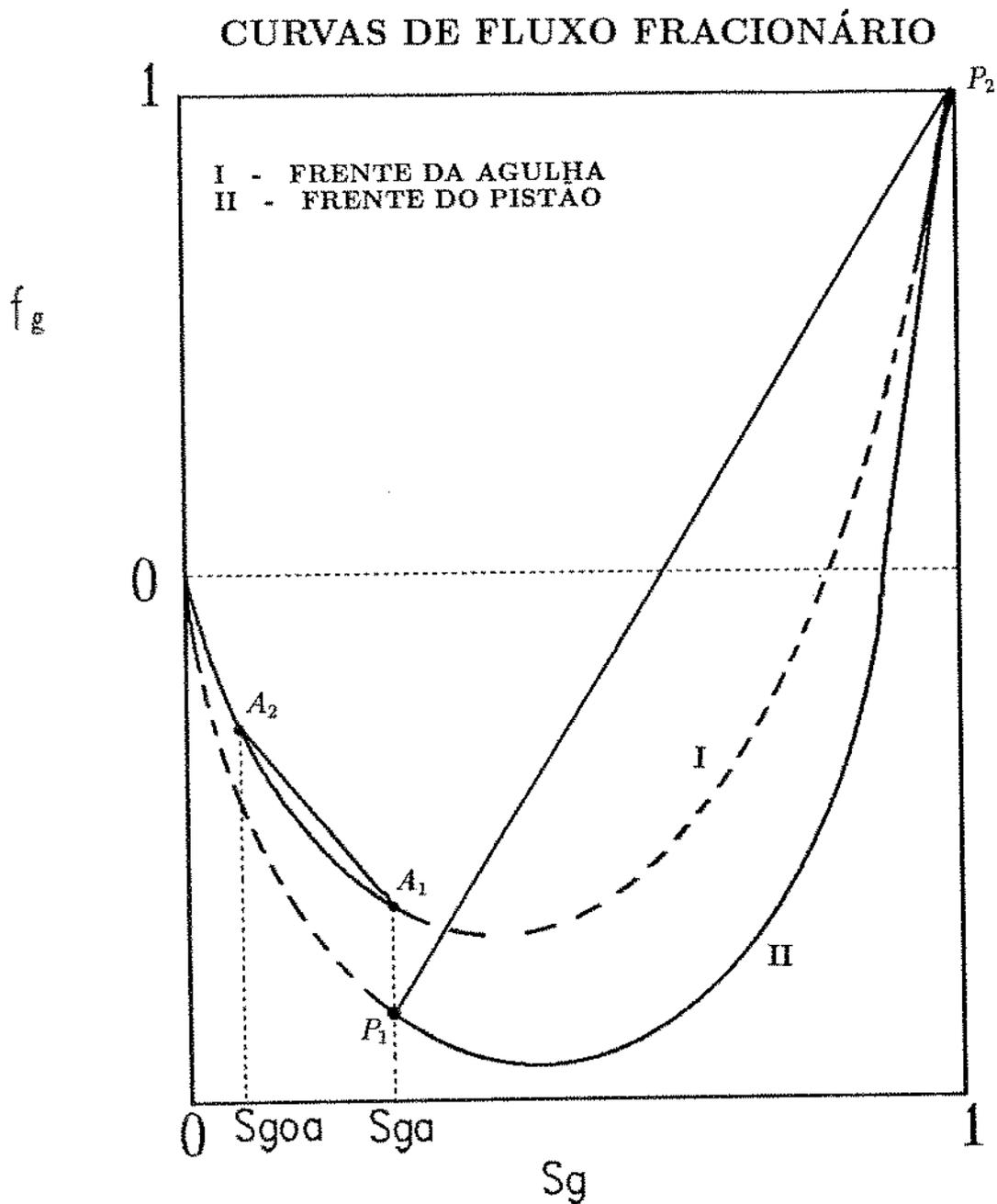


Figura 5.9.1 - Esquema representando o método das secantes utilizado no modelo para previsão de comportamento com curvas de K_r lineares.

da secante traçada entre o ponto P_1 e o ponto P_2 . O que se observa neste procedimento é a simplicidade do problema quando se utiliza curvas de K_r lineares. Uma vez que a curva de f_g não tem inflexões, a secante $\overline{P_1P_2}$ nos informa que o pistão avança com 100% de eficiência de deslocamento, isto é, um pistão sem vazamento.

Esta secante propõe uma solução para as condições de choque que aparecem na solução do método das características, de forma a eliminar a incoerência física de que saturações maiores tenham velocidades maiores que saturações menores.

Por outro lado, temos uma outra secante $\overline{A_1A_2}$, que nos descreve o movimento da frente da agulha, sendo S_{gaa} a saturação de gás na zona inferior logo à frente da agulha. Neste caso a inclinação é negativa, significando que a agulha está recuando. O mesmo princípio da coerência é agora aplicado de forma inversa, isto é, as saturações menores não podem recuar mais rápido que as saturações maiores.

O procedimento principal do nosso modelo, a cada passo de cálculo, consiste em: 1) atualizar o valor de S_{ga} através das equações de Muskat e o valor de S_{gaa} através de uma aproximação nas equações dos perfis de vazão, e 2) utilizar as curvas de f_g para as respectivas posições de interesse, traçando as secantes $\overline{A_1A_2}$ ou $\overline{P_1P_2}$, e com isso modelar o movimento das frentes.

Este procedimento considera portanto a evolução e “viagem” das saturações das duas frentes, condição suficiente para se determinar a disposição principal das saturações ao longo da depleção e se calcular o tempo de breakthrough.

Passemos portanto ao desenvolvimento das equações:

Conforme abordado na secção 5.7, para calcular a “viagem” das saturações, vamos utilizar Buckley e Leverett através da equação 5.7.15.

$$\left(\frac{dz}{dt}\right)_{S_g} = \frac{C_4 q_t}{A\phi} \left[\frac{\partial f_g}{\partial S_g}\right]_{q_t} \quad (5.7.15)$$

O valor de $\left[\frac{\partial f_g}{\partial S_g}\right]_{q_t}$ que utilizaremos é obtido pelo coeficiente angular das retas suportes para as secantes traçadas.

Portanto, para o pistão:

$$\left[\frac{\partial f_g}{\partial S_g} \right]_{q_t} = \frac{1 - f_g(S_{ga})}{1 - S_{ga}} \quad (5.9.1)$$

e para a agulha,

$$\left[\frac{\partial f_g}{\partial S_g} \right]_{q_t} = \frac{f_g(S_{ga}) - f_g(S_{goa})}{S_{ga} - S_{goa}} \quad (5.9.2)$$

ora, embora as equações sejam calculadas com a derivada parcial de f_g em relação à S_g considerando q_t constante, a cada passo de cálculo as frentes estão em posições diferentes e como f_g depende de q_t e $q_t = q_t(z, t)$ precisamos agora introduzir uma modelagem para q_t a partir das equações para os perfis de vazões.

Para determinarmos o valor de q_t na frente do pistão, vamos utilizar a equação 5.6.8 deduzida para a região de gás com água conata, que é o caso da região varrida por um pistão sem vazamento.

$$q_t(z) = \frac{q_{ow} \bar{B}_o}{h} \frac{\bar{C}_g}{\bar{C}_t} (1 - S_{wi}) z \quad (5.6.8)$$

Para o modelamento de q_t na frente da agulha, utilizaremos o fato que as saturações de gás na zona inferior são muito pequenas e aproximaremos a solução considerando uma região de óleo e água conata e utilizando a equação 5.6.10.

$$q_t(z) = q_{ow} \bar{B}_o \left[1 + \frac{\bar{C}_g^*}{\bar{C}_t} (1 - S_{wi}) \left(\frac{z}{h} - 1 \right) \right] \quad (5.6.10)$$

Utilizando a equação 5.7.15 para o pistão, associada à equação 5.9.1, podemos escrever:

$$\frac{dz_p}{dt} = \frac{C_4 q_t}{A \phi} \frac{1 - f_g(S_{goa})}{1 - S_{goa}} \quad (5.9.3)$$

introduzindo a equação 5.7.8, utilizando para este caso $S_{wi} = 0$, obtemos:

$$\frac{dz_p}{dt} = \frac{C_4 q_o \bar{B}_o \bar{C}_g}{A \phi h \bar{C}_t} z_p \frac{1 - f_g(S_{ga})}{1 - S_{ga}} \quad (5.9.4)$$

A partir de 5.4.7, Muskat abreviado, sabemos que:

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = - \frac{C_4 q_{ow} \bar{B}_o}{V_p \bar{C}_t} \quad (5.4.7)$$

introduzindo 5.4.7 em 5.9.4 chegamos à:

$$\frac{dz_p}{d\bar{P}} = - z_p \bar{C}_g \frac{1 - f_g(S_{ga})}{1 - S_{ga}} \quad (5.9.5)$$

dividindo por h os dois lados, obtemos:

$$\frac{dz_{Dp}}{d\bar{P}} = - z_{Dp} \bar{C}_g \frac{1 - f_g(S_{ga})}{1 - S_{ga}} \quad (5.9.6)$$

Utilizando a equação 5.7.15 para a agulha, associada à equação 5.9.2 temos:

$$\frac{dz_a}{dt} = \frac{C_4 q_t}{A \phi} \frac{f_g(S_{go}) - f_g(S_{ga})}{S_{ga} - S_{goa}} \quad (5.9.7)$$

introduzindo-se a equação 5.6.10, com $S_{wi} = 0$, e a equação 5.4.7 chegamos finalmente à:

$$\frac{dz_{Da}}{d\bar{P}} = - \left[\bar{C}_t - C_o^*(1 - z_{Da}) \right] \frac{f_g(S_{ga}) - f_g(S_{goa})}{S_{ga} - S_{goa}} \quad (5.9.8)$$

Nas equações 5.9.6 e 5.9.8 usou-se $z_D = \frac{z}{h}$

Falta-nos ainda determinar S_{goa} , saturação de gás da zona inferior na fronteira com a agulha, que tentaremos modelar de maneira aproximada.

Como não conhecemos o perfil de S_g na zona inferior mas sabendo que as saturações aí permanecem pequenas com uma variação também pequena com o tempo, vamos assumir possível considerar $S_g \sim 0$, $\frac{\partial S_g}{\partial t} \sim 0$ e $S_o \sim 1$. Tal hipótese caracteriza uma zona de óleo e gás em solução e a equação para o perfil da vazão de gás é dada por 5.6.11, com $S_{wi} = 0$, que em forma de posição adimensionalizada é dada na fronteira com a agulha por:

$$q_g(z_{Doa}) = \frac{q_{ow} \bar{B}_o \bar{B}_g}{C_t \bar{B}_o} \frac{d\bar{R}_s}{d\bar{P}} (z_{Doa} - 1) \quad (5.9.9)$$

Também para a fronteira da zona inferior com a agulha, podemos escrever a partir da equação 5.6.10, com $S_{wi} = 0$:

$$q_t(z_{Doa}) = q_{ow} \bar{B}_o \left[1 + \frac{\bar{C}_o^*}{C_t} (z_{Doa} - 1) \right] \quad (5.9.10)$$

Portanto, podemos obter uma aproximação para o valor $f_g(z_{Doa})$ na porção da zona inferior imediatamente próxima à fronteira com a agulha:

$$f_g(z_{Doa}) = \frac{q_g(z_{Doa})}{q_t(z_{Doa})} \quad (5.9.11)$$

e finalmente:

$$f_g(z_{Doa}) = \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{R}_s}{d\bar{P}} \cdot \frac{z_{Doa} - 1}{C_t + \bar{C}_o^* (z_{Doa} - 1)} \quad (5.9.12)$$

A partir da equação F.3 para f_g , (apêndice F),

$$f_g = \frac{\alpha S_g^2 + (1 - \alpha) S_g}{\beta + (1 - \beta) S_g} \quad (F.3)$$

podemos utilizar:

$$f_g(z_{D_{oa}}) = \frac{\alpha S_{goa}^2 + (1 - \alpha) S_{goa}}{\beta + (1 - \beta) S_{goa}} \quad (5.9.13)$$

e isolamos S_{goa} resolvendo-se uma equação do segundo grau,

$$S_{goa} = \frac{[\alpha - 1 + f_g(z_{D_{oa}})(1 - \beta)] - \sqrt{[\alpha - 1 + f_g(z_{D_{oa}})(1 - \beta)]^2 + 4\alpha\beta f_g(z_{D_{oa}})}}{2\alpha} \quad (5.9.14)$$

Após o desenvolvimento das equações necessárias, elaboraremos a seguir procedimentos para se resolver numericamente estas equações, de maneira a se obter a solução para a evolução das frentes de saturações.

Uma vez que muitas informações podem ser obtidas a partir destas equações, a solução pode ser conduzida de diferentes modos: A) a partir das equações para a agulha, B) a partir das equações para o pistão, C) a partir de uma solução combinada.

As vantagens e dificuldades destas soluções são comentadas para cada procedimento.

A) SOLUÇÃO PARA O COMPORTAMENTO DAS FRENTES DE SATURAÇÕES, NO CASO DE CURVAS DE K , LINEARES, A PARTIR DAS EQUAÇÕES PARA A AGULHA

Vamos partir da condição inicial: $\bar{S}_o^0 = S_{oi} = 1$, $\bar{S}_g^0 = S_{gi} = 0$, $FR^0 = 0$ e $\bar{P}^0 = P_i > P_{sat}$.

1 - Resolve-se a equação 5.4.12 numericamente com pequenos decrementos de pressão média $\Delta\bar{P}$ até atingir P_{sat} , sendo até então $\bar{S}_o = S_{oi} = 1$ e $\bar{S}_{gi} = 0$

$$FR^{n+1} = FR^n - \frac{B_{oi}}{S_{oi}} \left[\frac{\bar{C}_i}{\bar{B}_o} \right]^n \Delta\bar{P} \quad (5.9.15)$$

$$\bar{P}^{n+1} = \bar{P}^n + \Delta\bar{P} \quad (5.9.16)$$

2 - A partir de P_{sat} o problema toma nova forma. Aparece o gás que se move e o declínio de saturação de óleo. Aparece também o pistão, e a agulha, e teremos nova condição de partida: $\bar{S}_o^0 = 1, \bar{S}_g^0 = 0, \bar{P}^0 = P_{sat}, FR^0 = FR_{P_{sat}}, z_{Da}^0 = z_{D_{oa}}^0 = 1, z_{Dp}^0 = 0, S_{oa}^0 = 1, S_{ga}^0 = 0$

3 - Para pequenos decrementos de pressão $\Delta\bar{P}$, resolve-se simultâneamente as equações 5.4.12 para FR, 5.4.9 para \bar{S}_o , 2.1 para S_{oa} .

$$\bar{P}^{n+1} = \bar{P}^n + \Delta\bar{P} \quad (5.9.16)$$

$$FR^{n+1} = FR^n - \frac{S_{oi}}{B_{oi}} \left[\frac{\bar{C}_t}{\bar{B}_o} \right]^n \Delta\bar{P} \quad (5.9.17)$$

$$\bar{S}_o^{n+1} = \bar{S}_o^n + \left[\frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}} + \bar{C}_t \right]^n \Delta\bar{P} \quad (5.9.18)$$

$$S_{oa}^{n+1} = S_{oa}^n + \left[\frac{\lambda_{oa}}{\lambda_{ta}} C_{ta} + \frac{S_{oa}}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}} \right]^n \Delta\bar{P} \quad (5.9.19)$$

$$\text{Sendo } S_{ga}^{n+1} = 1 - S_{oa}^{n+1}$$

4 - Ao mesmo tempo, se calcula a nova posição da frente da agulha z_{Da}^{n+1} a partir do valor conhecido z_{Da}^n e utilizando-se a equação 5.9.8 na forma:

$$z_{Da}^{n+1} = z_{Da}^n - \Delta\bar{P} \left[\bar{C}_t^n - \bar{C}_o^{*n} (1 - z_{Da}^n) \right] \cdot \frac{f_g(S_{ga}^n) - f_g(S_{goa}^n)}{|S_{ga}^n - S_{goa}^n|} \quad (5.9.20)$$

onde $f_g(S_{ga}^n)$ é obtido a partir das equações F.3, F.4 e F.5 e de $q_t(z_{Da}^n)$ que é obtido a partir de 5.9.10.

isto é,

$$f_g(S_{ga}^n) = \left\{ \frac{\alpha S_{ga}^2 + (1 - \alpha) S_{ga}}{(1 - \beta) S_{ga} + \beta} \right\}^n \quad (5.9.21)$$

com

$$\alpha^n = C_5 K A \left[\frac{\Delta \rho}{q_t(z_{Da}) \mu_o} \right]^n \frac{g}{g_c} \quad (5.9.22)$$

e

$$\beta^n = \left[\frac{\mu_g}{\mu_o} \right]^n \quad (5.9.23)$$

além de

$$q_t(z_{Da}^n) = q_{ow} \bar{B}_o^n \left[1 - \frac{\bar{C}_o^*}{\bar{C}_t} (1 - z_{Da}) \right]^n \quad (5.9.24)$$

Por sua vez, $f_g(S_{goa}^n)$ é obtido a partir da equação 5.9.12, isto é:

$$f_g(S_{goa}^n) = \left[\frac{\bar{B}_g d\bar{R}_s}{\bar{B}_o d\bar{P}} \frac{(z_{Da} - 1)}{\bar{C}_t - \bar{C}_{o^*}(1 - z_{Da})} \right]^n \quad (5.9.25)$$

e S_{goa}^n é obtido a partir de 5.9.14 considerando $f_g(z_{D_{oa}}^n) = f_g(S_{goa}^n)$, além de se usar α^n e β^n fornecidos por 5.9.22 e 5.9.23 respectivamente.

Observação:

Na equação 5.9.20, a diferença $|S_{ga}^n - S_{goa}^n|$ aparece em módulo, de modo a "frear" o recuo da agulha. Uma vez que desprezou-se $\frac{\partial S_g}{\partial t}$ para se obter a equação 5.9.9 e 5.9.12, q_g ficou subestimado, levando a um recuo acelerado da agulha, uma vez que S_{goa}^n também ficou subestimado, aumentando a inclinação das tangentes utilizadas. Por outro lado, com o recuo acelerado, z_{Da} diminui mais rapidamente e

$f_g(S_{goa}^n)$ cresce, levando S_{goa}^n a crescer, chegando mesmo a acorrer a solução incoerente $S_{goa}^n > S_{ga}^n$, uma vez que pelo uso das equações de Muskat, as saturações menores não podem crescer mais rápido que as maiores. A utilização do módulo corrige este excesso de recuo de maneira que a agulha execute um pequeno avanço, na forma de um balanço de materiais, e S_{goa}^n permaneça sempre menor que S_{ga}^n . Apesar deste cuidado, este fato só ocorre em um único passo de cálculo que é logo após a primeira mudança de inclinação da tabela PVT. Com as mudanças instantâneas de $\frac{dR_s}{dP}$ e $\frac{dB_g}{dP}$, a solução é levada a apresentar esta incoerência, que fica automaticamente corrigida pelo pequeno avanço da agulha. Acreditamos que se houvesse uma modelagem mais adequada para $\frac{\partial S_g}{\partial t}$ na zona inferior, o recuo seria naturalmente "freado", impossibilitando aparecer esta incoerência. Entretanto, também devemos considerar que uma discretização adequada da tabela PVT deve dificultar o aparecimento de descontinuidades deste tipo.

5 - Da mesma maneira que as equações do item 4 descrevem o recuo, também descrevem o retorno da agulha em direção à face produtora e o problema se considera concluído quando $z_{Da}^{n+1} = 1$, correspondendo ao breakthrough da agulha, e neste momento temos $FR_{BT} = FR^{n+1}$, $\bar{S}_{oBT} = S_o^{n+1}$, $\bar{P}_{BT} = \bar{P}^{n+1}$ e $S_{oaBT} = S_{oa}^{n+1}$.

A solução anterior descreve o movimento da agulha, mas não descreve o movimento do pistão, sendo portanto utilizável para os casos em que não ocorre engolimento da agulha pelo pistão. Quando isto ocorre, precisamos de uma modelagem adequada para o avanço do pistão, que será o nosso próximo objetivo. Desde já, podemos informar que devido ao recuo excessivo da agulha, pelas razões comentadas anteriormente, o seu breakthrough ocorre com um atraso por volta de 3% no valor considerado exato para FR_{BT} conforme comentaremos no Capítulo 6.

B) SOLUÇÃO DO PROBLEMA A PARTIR DAS EQUAÇÕES DO PISTÃO

1 – Repetimos os procedimentos para a solução a partir das equações para a agulha até se concluir o terceiro passo onde se calcula \bar{P}^{n+1} , FR^{n+1} , \bar{S}_o^{n+1} , S_{ga}^{n+1} .

2 – Simultaneamente, se calcula a nova posição da frente do pistão z_{Dp}^{n+1} a partir do valor conhecido z_{Dp}^n e utilizando-se a equação 5.9.6 trabalhada algebricamente.

$$z_{Dp}^{n+1} = z_{Dp}^n - \frac{\Delta \bar{P}}{1 - S_{ga}^n} \left[z_{Dp} \bar{C}_g - \frac{\alpha_{mod} S_{ga}^2 + (z_{Dp} \bar{C}_g - \alpha_{mod}) S_{ga}}{\beta + (1 - \beta) S_{ga}} \right]^n \quad (5.9.26)$$

onde:

$$\alpha_{mod}^n = C_5 \frac{KA}{q_{ow}} \left[\frac{\Delta \rho \bar{C}_t}{B_o \mu_o} \right]^n \frac{g}{g_c} \quad (5.9.27)$$

que foi obtido utilizando-se a equação 5.7.8, na forma:

$$q_t^n(z_{Dp}) = q_{ow} \left[B_o \frac{\bar{C}_g}{C_t} z_{Dp} \right]^n \quad (5.9.28)$$

3 – Conhecido o valor de z_{Dp}^{n+1} , e, sabendo-se que a eficiência de deslocamento deste pistão é 100%, iremos assumir desprezível a quantidade de gás na frente da agulha, para modelarmos z_{Da}^{n+1} através de uma balanço de volume de gás, pois também é conhecido S_{ga}^{n+1} e $\bar{S}_g^{n+1} = 1 - \bar{S}_o^{n+1}$.

Em função disto,

$$z_{Da}^{n+1} = \left[\frac{\bar{S}_g - z_{Dp}(1 - S_{ga})}{S_{ga}} \right]^{n+1} \quad (5.9.29)$$

4 – O procedimento prossegue até que $z_{Da}^{n+1} = 1$ correspondendo ao breakthrough da agulha. Entretanto, durante os cálculos, uma verificação tem que ser

feita para se detectar o possível engolimento da agulha pelo pistão. Isto é feito considerando que se durante os cálculos ocorrer $z_{Da}^{n+1} \leq z_{Dp}^{n+1}$ assume-se o engolimento da agulha e o pistão passa a avançar com eficiência de 100% de modo que,

$$z_{Dp}^{n+1} = \bar{S}_g^{n+1} \quad (5.9.30)$$

e o procedimento prossegue até $z_{Dp}^{n+1} = 1$, correspondendo ao breakthrough do pistão.

Obs.: Nesta solução, os cálculos para o avanço do pistão foram feitos sem aproximação alguma (até o engolimento), entretanto a frente da agulha é calculada incorporando o gás da zona inferior. Em função disto o avanço do pistão apresenta uma solução de forma exata, até o engolimento, enquanto a agulha recua um pouco mais lento que o correto. Com relação ao momento de breakthrough, a quantidade de gás na frente da agulha é nula e, portanto, da forma como se calcula z_{Da}^{n+1} e z_{Dp}^{n+1} , obtemos uma solução exata para o tempo de breakthrough através deste modelo.

C) SOLUÇÃO COMBINADA

Nesta solução, resolvemos simultaneamente as duas equações, agulha e pistão, de forma a utilizar o que se tem de proveitoso em cada uma e se obter uma aproximação melhor.

O procedimento consiste em se utilizar o movimento do pistão fornecido pela equação do pistão (solução B), e se calcular a posição da frente da agulha considerando uma aproximação para S_{goa} , utilizando as equações para a frente da agulha (solução A).

A seqüência dos cálculos portanto, fica:

1 - A partir de $f_g(S_{goa}^n)$ obtido da equação 5.9.25 determinamos S_{goa}^n utilizando-se 5.9.14 com α^n e β^n , obtidos a partir de 5.9.22 e 5.9.23.

Assumimos que existe um perfil aproximadamente linear para a saturação de gás na zona inferior, de maneira que:

$$\bar{S}_{go} = \frac{S_{goa}}{2} \quad (5.9.31)$$

Em função disto, esta solução combinada se resolve, utilizando o valor de z_{Dp}^{n+1} fornecido por 5.9.26 e calculando z_{Da}^{n+1} através de um novo balanço para o volume de gás, que considera \bar{S}_{go} na zona inferior isto é:

$$\bar{S}_g^{n+1} = z_{Da}^{n+1} + S_{ga}^{n+1}(z_{Da}^{n+1} - z_{Dp}^{n+1}) + \bar{S}_{go}^n(1 - z_{Da}^{n+1}) \quad (5.9.32)$$

que leva a:

$$z_{Da}^{n+1} = \frac{\bar{S}_g^{n+1} - z_{Dp}^{n+1}(1 - S_{ga})^{n+1} - \bar{S}_{go}^n}{S_{ga}^{n+1} - \bar{S}_{go}^n} \quad (5.9.33)$$

2 - Fazendo a mesma consideração utilizada na solução B para o momento do engolimento, $z_{Da}^{n+1} \leq z_{Dp}^{n+1}$, o pistão resultante se move considerando agora $z_{Da}^{n+1} = z_{Dp}^{n+1}$ e obtendo-se S_{goa}^n na frente do pistão de modo que o movimento do pistão passa a ser dado por:

$$z_{Dp}^{n+1} = z_{Dp}^n - \frac{\Delta \bar{P}}{1 - S_{goa}^n} \left[z_{Dp} \bar{C}_g - \frac{\alpha_{mod} S_{goa}^2 + (z_{Dp} \bar{C}_g - \alpha_{mod}) S_{goa}}{\beta + (1 - \beta) S_{goa}} \right]^n \quad (5.9.34)$$

Esta última solução, tem o mérito de tentar aproximar melhor a frente da agulha, procurando evitar a lentidão ou o excesso do recuo, sem perder de vista a solução exata para o tempo de breakthrough, seja ele da agulha ou do pistão.

5.10 O PROBLEMA DO FECHAMENTO

O objetivo desta secção é obter equações, considerando curvas de K_r lineares, para a evolução das frentes, no caso de fechamento do poço em determinado momento. Pretende-se também calcular o tempo de encontro das frentes. Este modelo considera, que após o fechamento, a vazão total torna-se nula em todo o reservatório, $q_t(z, t) = 0$, e um tratamento apropriado para as equações deve se feito. Outro aspecto a se considerar, é que a evolução do problema não pode mais ser associada com \bar{P} ou com FR, pois não há mais depleção nem produção. Modelaremos portanto, a evolução do problema com o tempo, t , considerando agora como constantes os valores de $\bar{S}_g, \bar{S}_o, S_{oa}, S_{ga}, \bar{C}_g, \bar{C}_t$, havendo apenas movimentação das frentes. Uma última consideração, é que por não haver depleção, não aparece mais aquela fonte de gás liberado onde existe fase óleo, de maneira que vamos considerar desprezível a saturação de gás na zona inferior, $S_{goa} = 0$.

A partir das considerações acima, temos:

Para o pistão, a partir da equação 5.9.3:

$$\frac{dz_p}{dt} = \frac{C_4 q_t}{A\phi} \frac{1 - f_g(S_{ga})}{1 - S_{ga}} \quad (5.10.1)$$

e para a agulha, a partir da equação 5.9.7 com $S_{goa} = 0$:

$$\frac{dz_a}{dt} = \frac{C_4 q_t}{A\phi} \frac{f_g(S_{ga})}{S_{ga}} \quad (5.10.2)$$

ora, sabemos que $f_g(S_{ga})$ depende de q_t e tende a infinito quando q_t tende a zero. Temos portanto, nas duas equações um produto de q_t tendendo a zero por uma parcela tendendo à infinito e iremos tratar a solução na forma de limites:

Para o pistão,

$$\left[\frac{dz_p}{dt} \right]_F = \lim_{q_t \rightarrow 0} \left[\frac{C_4 q_t}{A\phi} \frac{1 - f_g(S_{ga})}{1 - S_{ga}} \right] = \frac{C_4}{A\phi(1 - S_{ga})} \lim_{q_t \rightarrow 0} q_t (1 - f_g(S_{ga})) \quad (5.10.3)$$

A partir de 5.8.1, temos:

$$f_g(S_{ga}) = \frac{\lambda_{ga}}{\lambda_{ta}} \left[1 - \frac{C_5 K A \lambda_{oa} \Delta \rho}{q_t} \right] \quad (5.10.4)$$

introduzindo 5.10.4 em 5.10.3, obtemos:

$$\left[\frac{dz_p}{dt} \right]_F = \frac{C_4}{A\phi(1-S_{ga})} \left\{ \lim_{q_t \rightarrow 0} q_t \left[1 + \frac{\lambda_{ga}}{\lambda_{ta}} \right] + \lim_{q_t \rightarrow 0} C_5 \frac{\lambda_{ga}\lambda_{oa}}{\lambda_{ta}} \Delta\rho K A \right\} \quad (5.10.5)$$

o primeiro limite é uma constante multiplicando q_t que tende a zero, portanto tende a zero. O segundo limite é uma constante que independe de q_t e portanto permanece constante.

Em função disto, obtemos:

$$\left[\frac{dz_p}{dt} \right]_F = C_6 \frac{\lambda_{ga}\lambda_{oa}}{\lambda_{ta}} \frac{\Delta\rho K}{\phi(1-S_{ga})} \quad (5.10.6)$$

Num tratamento análogo para a frente da agulha, obtemos:

$$\left[\frac{dz_a}{dt} \right]_F = C_6 \frac{\lambda_{ga}\lambda_{oa}}{\lambda_{ta}} \frac{\Delta\rho K}{\phi S_{ga}} \quad (5.10.7)$$

Se adimensionalizarmos a posição, temos:

$$\left[\frac{dz_{Dp}}{dt} \right]_F = C_6 \frac{\lambda_{ga}\lambda_{oa}}{\lambda_{ta}} \frac{\Delta\rho K}{\phi(1-S_{ga})h} \quad (5.10.8)$$

$$\left[\frac{dz_{Da}}{dt} \right]_F = C_6 \frac{\lambda_{ga}\lambda_{oa}}{\lambda_{ta}} \frac{\Delta\rho K}{\phi S_{ga}h} \quad (5.10.9)$$

Analizando as expressões 5.10.8 e 5.10.9, observamos que neste caso o movimento é governado principalmente pelo fluido de menor mobilidade, lembrando o que foi postulado por Pirson⁽¹⁷⁾. Observa-se também a importância da relação $\frac{\Delta\rho K}{\phi h}$, indicando agora que reservatórios mais altos levam mais tempo para que as frentes se encontrem, após o fechamento. Para um determinado FR de fechamento, as velocidades das duas frentes agora tornam-se iguais independente do caso, ξ_r , em

que estava produzindo, entretanto, as posições das frentes no momento de fechamento depende de ξ_r e portanto o tempo de encontro também depende de ξ_r , pois estabelece a condição de partida para a solução de 5.10.8 e 5.10.9.

Observamos também, através das equações 5.10.8 e 5.10.9 que as velocidades das duas frentes estão relacionadas na proporção $\frac{S_{ga}}{1 - \bar{S}_g}$, indicando uma coerência no balanço de materiais. Como \bar{S}_g é constante, o volume que avança uma frente, tem que ser exatamente o volume que recua a outra.

Por último, vamos determinar o tempo de encontro das duas frentes aproveitando mais um detalhe das equações 5.10.8 e 5.10.9. Como o reservatório está fechado, a pressão não varia e portanto permanecem constantes as variáveis dependentes da pressão, além de S_{ga} não evoluir. Em função disto, as frentes se movem com velocidade constantes até o momento do encontro.

Podemos dizer que no momento do encontro, todo gás livre está "dentro" do pistão, e portanto, na posição final $z_{Dp} = \bar{S}_g$.

A partir dos modelos da secção anterior podemos saber exatamente a posição da frente do pistão, z_{DpF} , no momento do fechamento, t_F . A partir destas considerações, utilizando a equação 5.10.8, obtemos o tempo de encontro das duas frentes após o fechamento:

$$t_E = t_F + \frac{(\bar{S}_g - z_{DpF})\phi h S_{ga}}{C_g \Delta \rho K} \cdot \frac{\lambda_{ta}}{\lambda_{oa} \lambda_{ga}} \quad (5.10.10)$$

CAPÍTULO 6

VALIDAÇÃO DOS MODELOS SIMPLIFICADOS

Apresentamos a seguir, o confronto entre os resultados previstos pelos modelos simplificados e os resultados obtidos a partir da simulação numérica.

MODELO PARA O BALANÇO DE MATERIAIS

Na figura 6.1 apresentamos através de linhas contínuas os resultados obtidos através do simulador numérico, que descrevem a relação entre \bar{S}_o e \bar{P} para diferentes valores de ξ_r , utilizando o conjunto de dados DADOS-1. Observa-se a definição da envoltória que caracteriza o limite de segregação completa e que é acompanhada pelos diversos casos até um determinado momento, sendo este acompanhamento mais prolongado para os casos que têm os menores valores de ξ_r . Para $\xi_r = 2.4$, a relação entre \bar{S}_o e \bar{P} mostra o acompanhamento da envoltória somente até o gás adquirir mobilidade, pois até então, tanto os limites de segregação completa como o limite de referência de gás em solução apresentam o mesmo comportamento. Observe que $\xi_r = 2.4$ acompanha bem de perto o comportamento de reservatórios de gás em solução (linha tracejada) proveniente das equações de Muskat⁽²⁸⁾. A linha tracejada e com círculos descreve a solução apresentada pelas equações de "Muskat abreviado" (secção 5.4) verificando-se a quase perfeita aproximação daquelas equações na modelagem do balanço de materiais para a segregação completa.

As figuras 6.2 e 6.3 apresentam as mesmas idéias discutidas na figura 6.1, utilizando-se respectivamente DADOS-2 e DADOS-3. Com relação à segregação

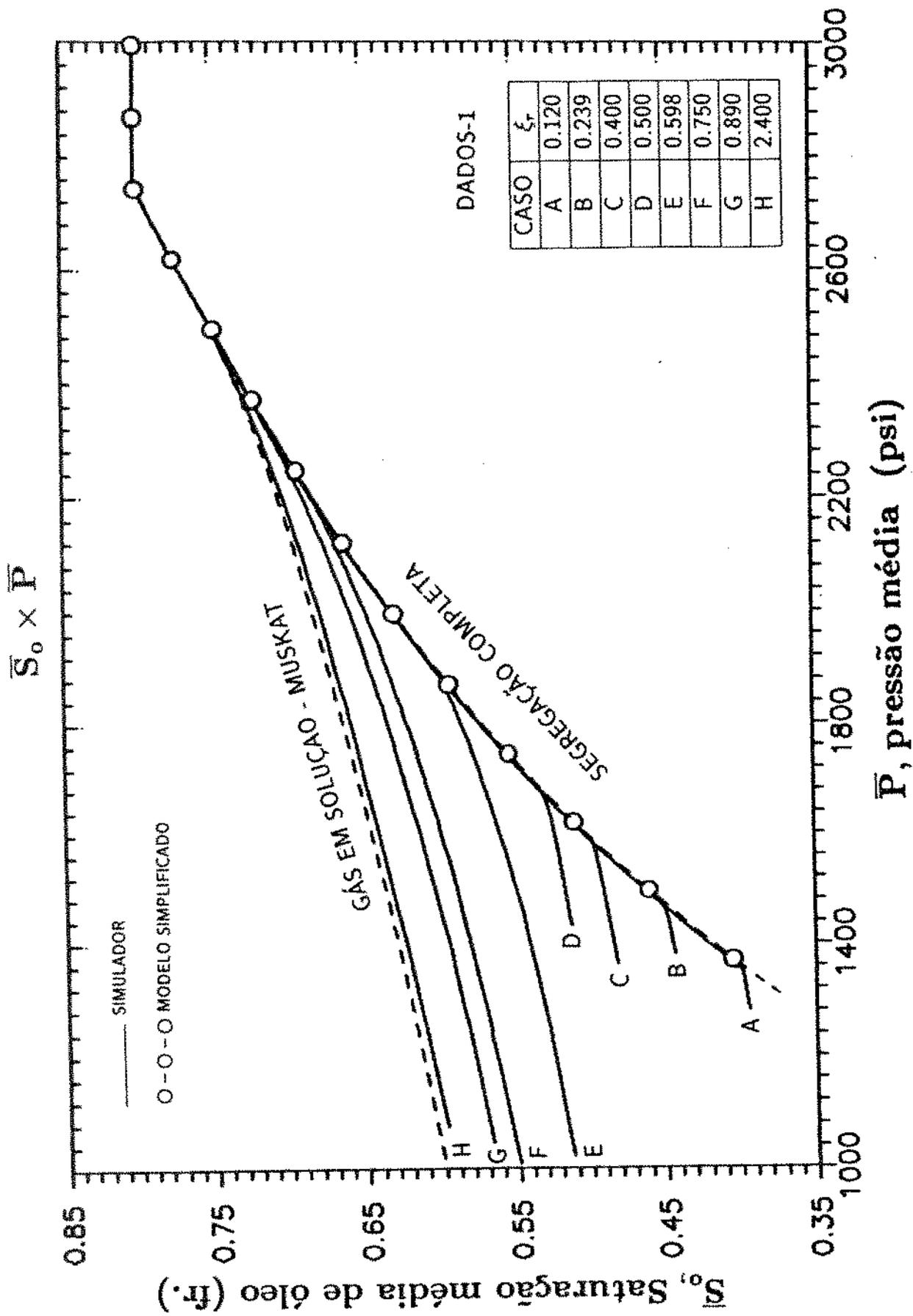


Figura 6.1 - Validação do modelo para segregação completa através do confronto com a envoltória de $\bar{S}_o \times \bar{P}$, utilizando DADOS-1.

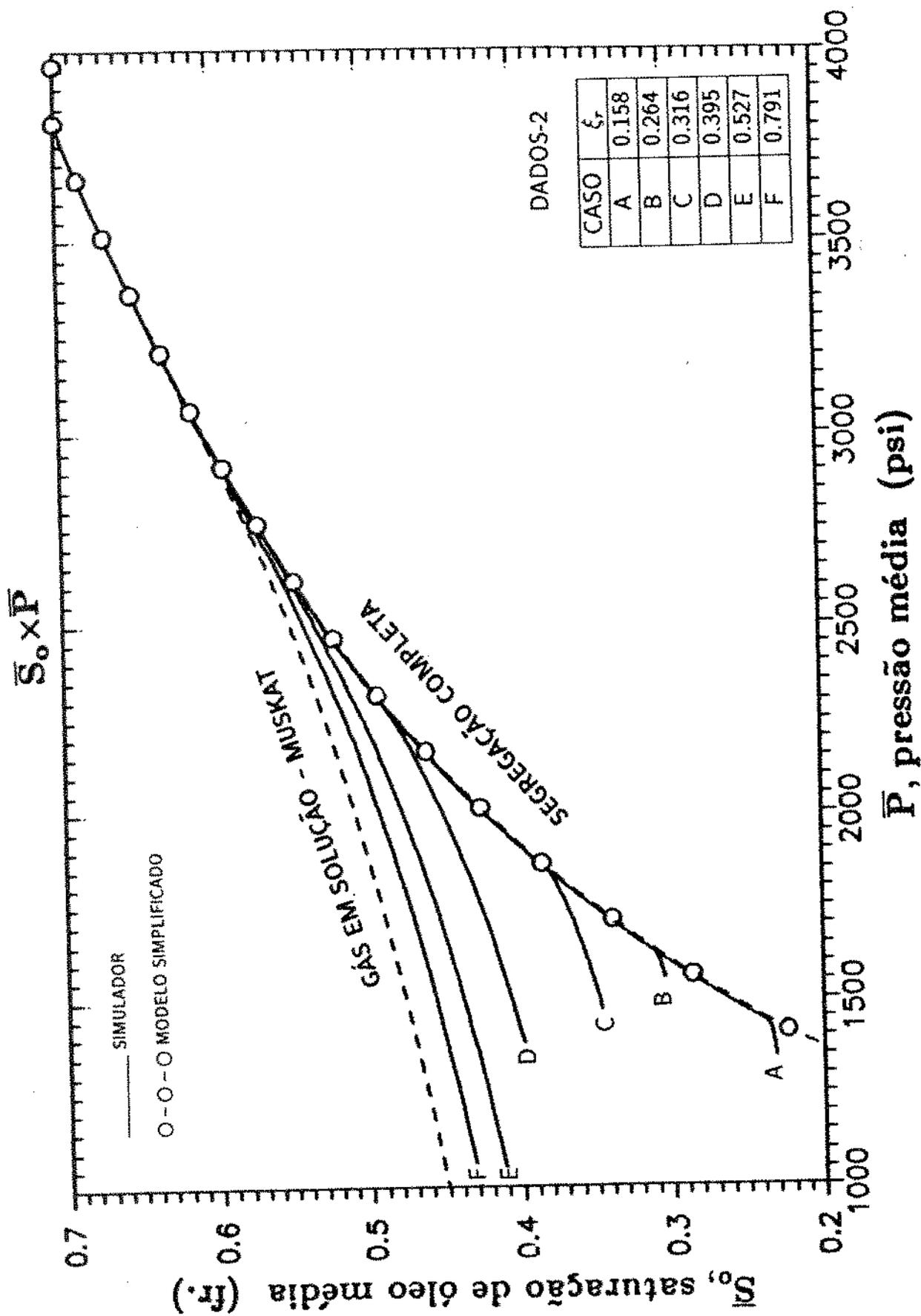


Figura 6.2 - Validação do modelo para segregação completa através do confronto com a envoltória de $\bar{S}_o \times \bar{P}$, utilizando DADOS-2.

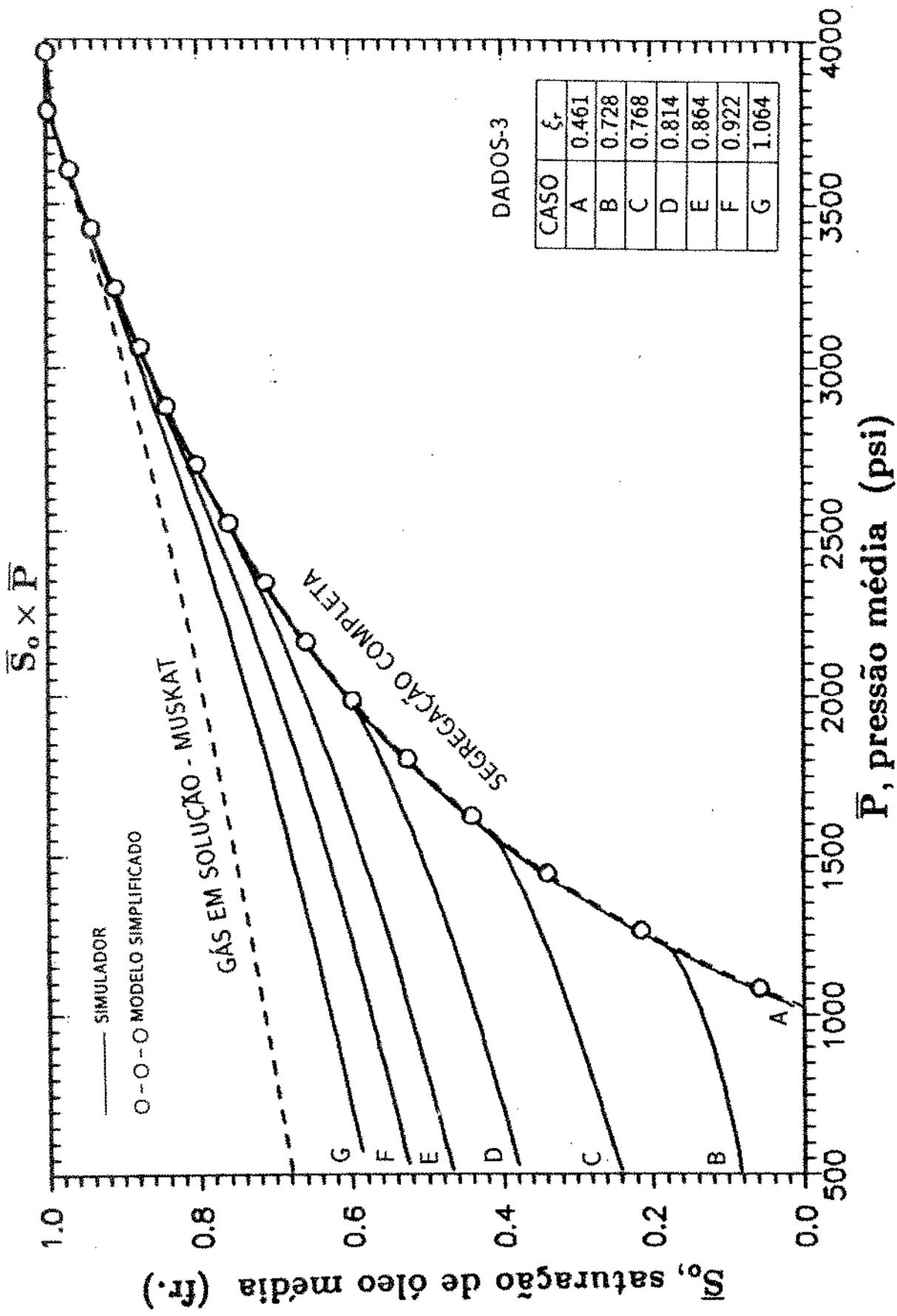


Figura 6.3 - Validação do modelo para segregação completa através do confronto com a envoltória de $\bar{S}_o \times \bar{P}$, utilizando DADOS-3.

completa, confirma-se a precisão dos resultados utilizando-se os modelos simplificados através das equações de "Muskat abreviado".

As figuras 6.4 e 6.5 descrevem a evolução da pressão média com o fator de recuperação em função de ξ_r para os conjuntos de dados DADOS-1 e DADOS-2 respectivamente. As linhas contínuas apresentam os resultados da simulação numérica, a linha tracejada apresenta a solução de Muskat, e a linha tracejada e com círculos apresenta a solução obtida a partir das equações da secção 5.4 correspondendo à "Muskat abreviado". Observa-se que esta última descreve corretamente a envoltória de segregação completa, validando o modelo desenvolvido.

As figuras 6.6 e 6.7 descrevem a evolução da saturação média de óleo com o fator de recuperação, para diversos valores de ξ_r e utilizando-se respectivamente DADOS-1 e DADOS-2. As linhas contínuas apresentam os resultados da simulação numérica, a linha tracejada apresenta a solução a partir das equações de Muskat e a linha tracejada e com círculos apresenta a solução para a segregação completa obtida a partir das equações de "Muskat abreviado" desenvolvidas na secção 5.4. Observa-se que esta última descreve corretamente a envoltória para os diversos casos de ξ_r , caracterizando portanto corretamente a segregação completa.

MODELO PARA A RGO E S_{gw}

As figuras 6.8 e 6.9 descrevem a evolução da RGO com o fator de recuperação para diferentes valores de ξ_r , utilizando o conjunto de dados DADOS-1 e DADOS-2 respectivamente. Em ambos os casos, observa-se uma razoável aproximação entre os valores de RGO obtidos pela simulação numérica (linhas contínuas) e os obtidos a partir dos modelos simplificados (linhas tracejadas e com círculos) até o momento do breakthrough. Constata-se uma diferença máxima de 3% entre os dois resultados.

As figuras 6.10 e 6.11 descrevem o relacionamento entre a saturação de gás na face produtora, S_{gw} , e a saturação média de gás no reservatório, \bar{S}_g , para diversos valores de ξ_r , utilizando-se respectivamente DADOS-1 e DADOS-3. Observa-se que

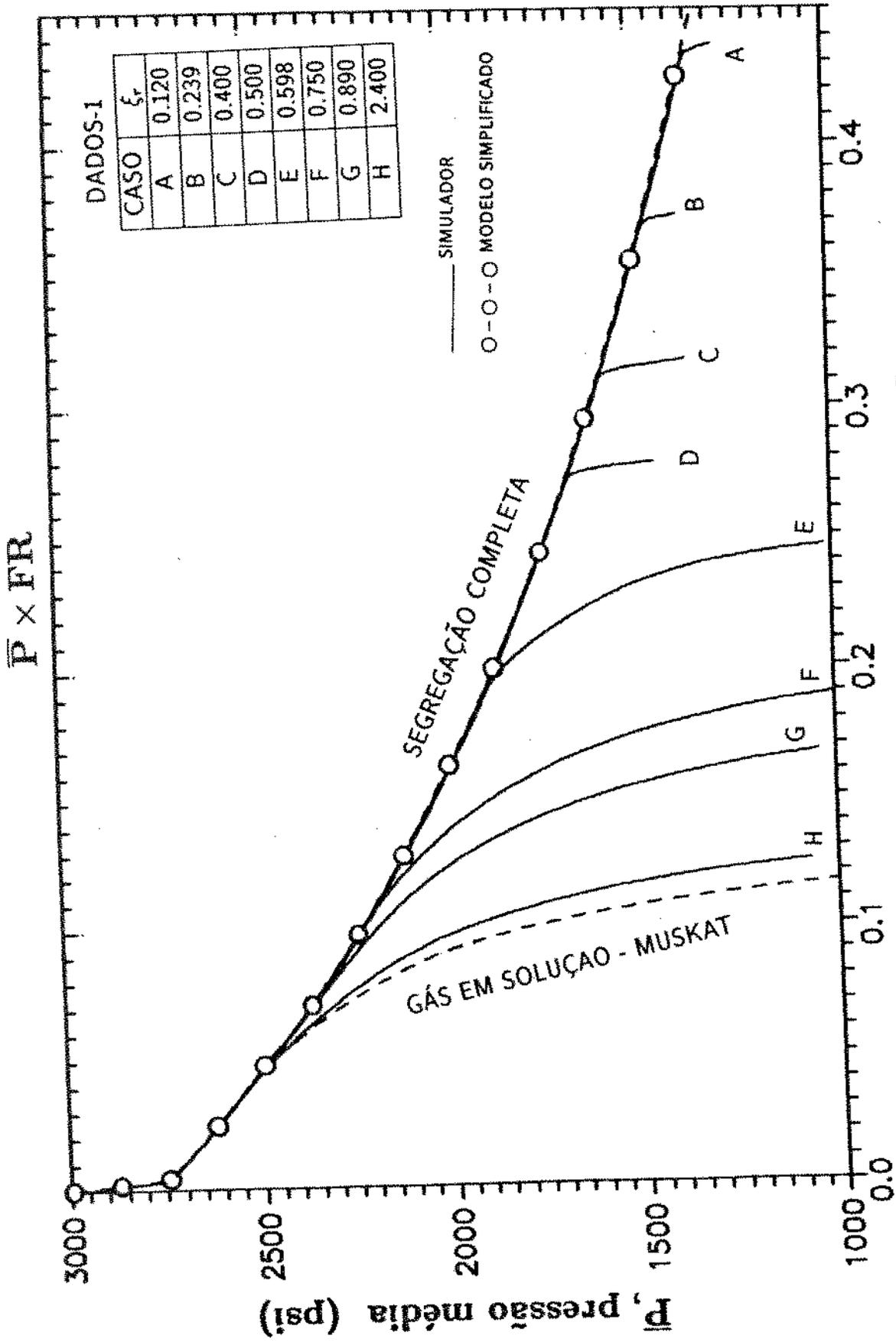


Figura 6.4 - Validação do modelo para segregação completa através do confronto com a envoltória de $\bar{P} \times FR$, utilizando DADOS-1.

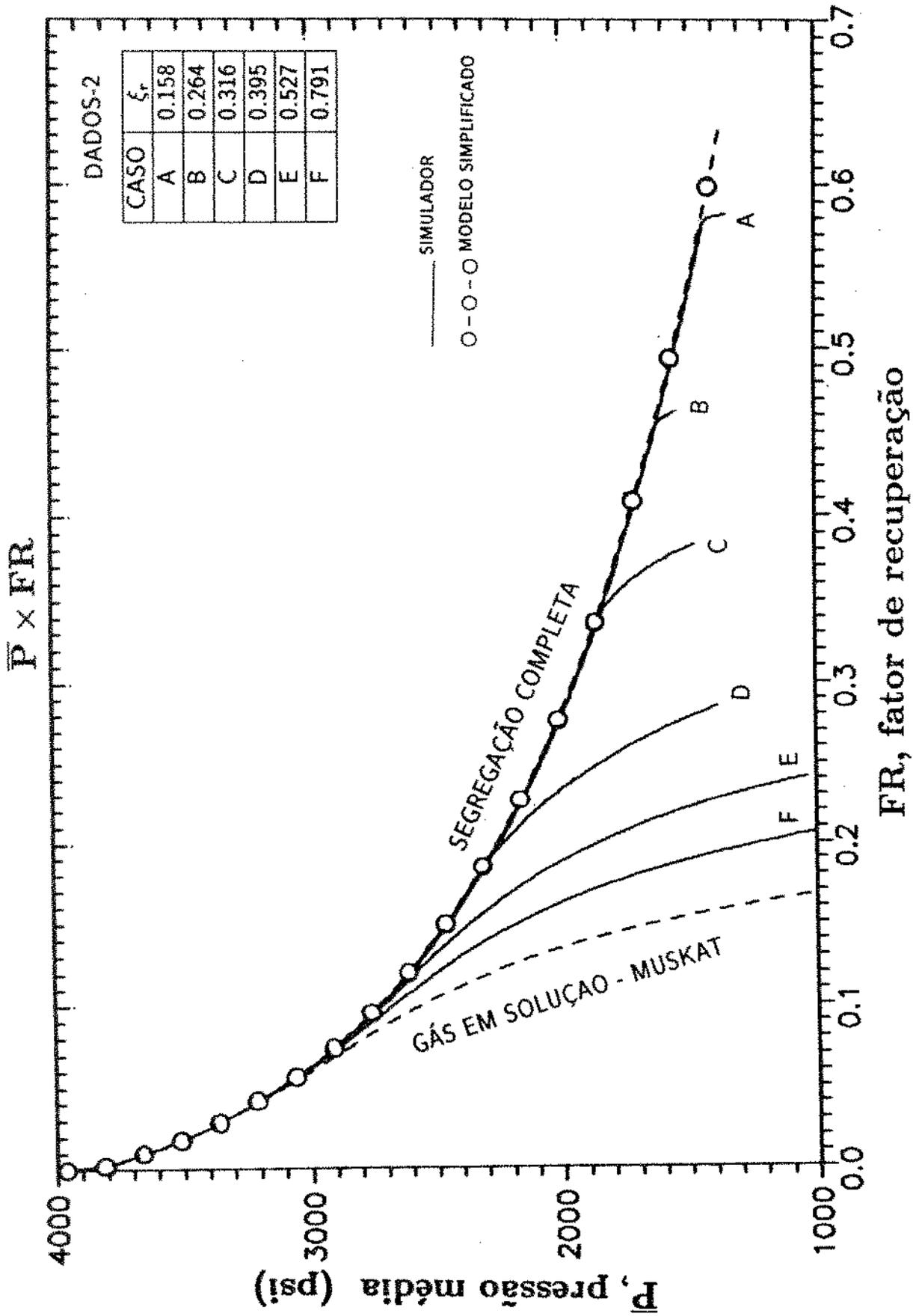


Figura 6.5 - Validação do modelo para segregação completa através do confronto com a envoltória de $\bar{P} \times FR$, utilizando DADOS-2.

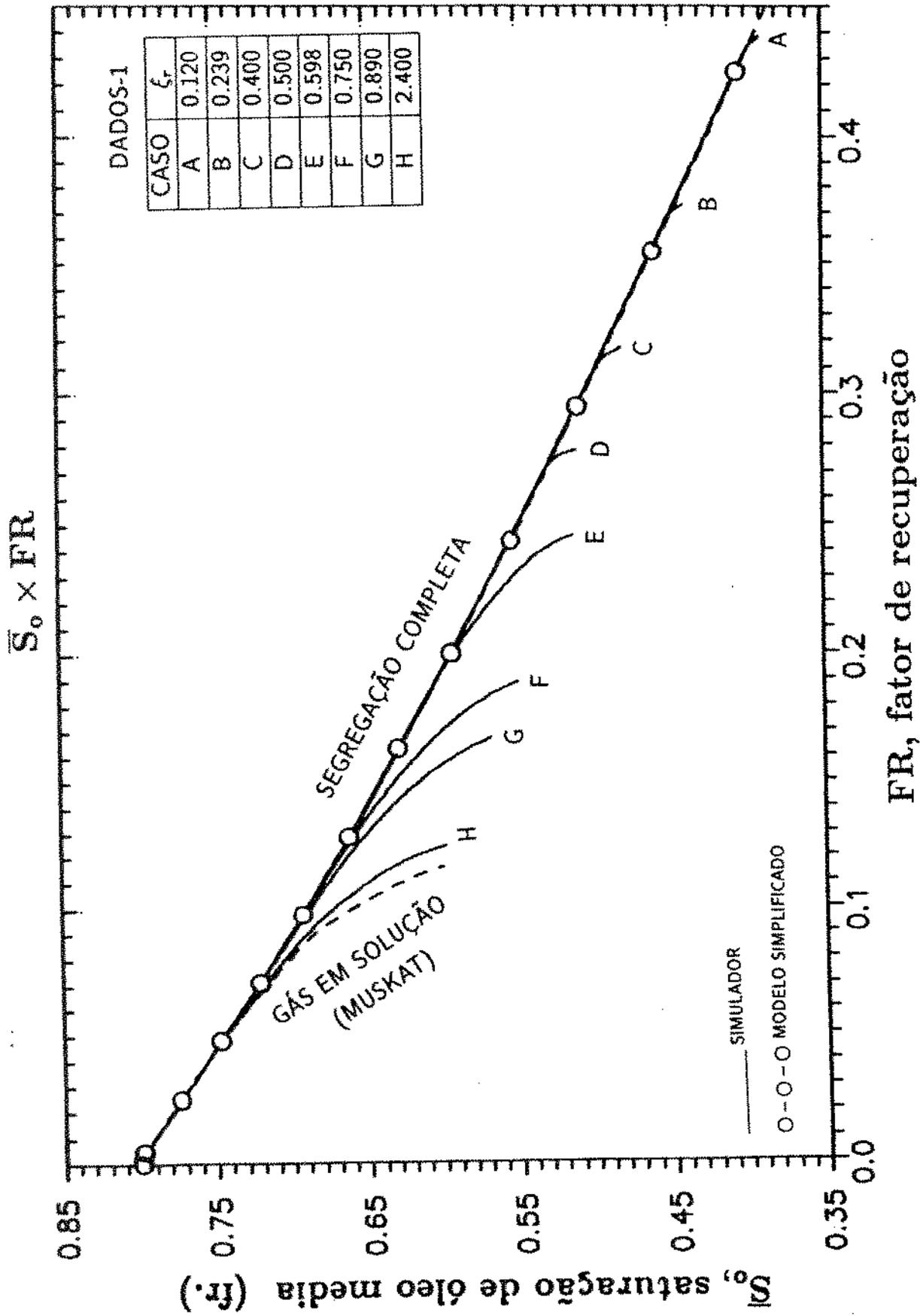


Figura 6.6 - Validação do modelo para segregação completa através do confronto com a envoltória de $\bar{S}_o \times FR$, utilizando DADOS-1.

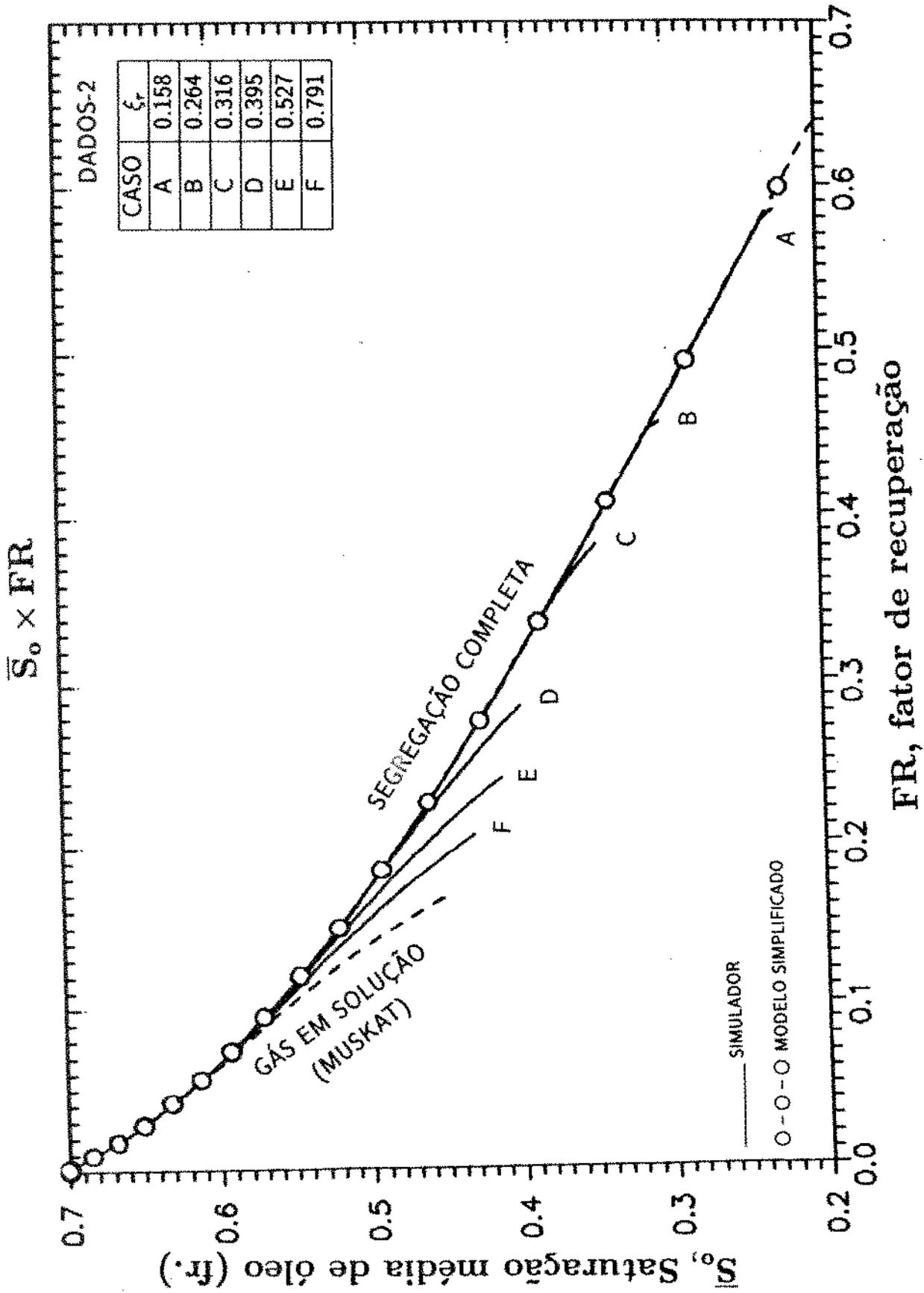
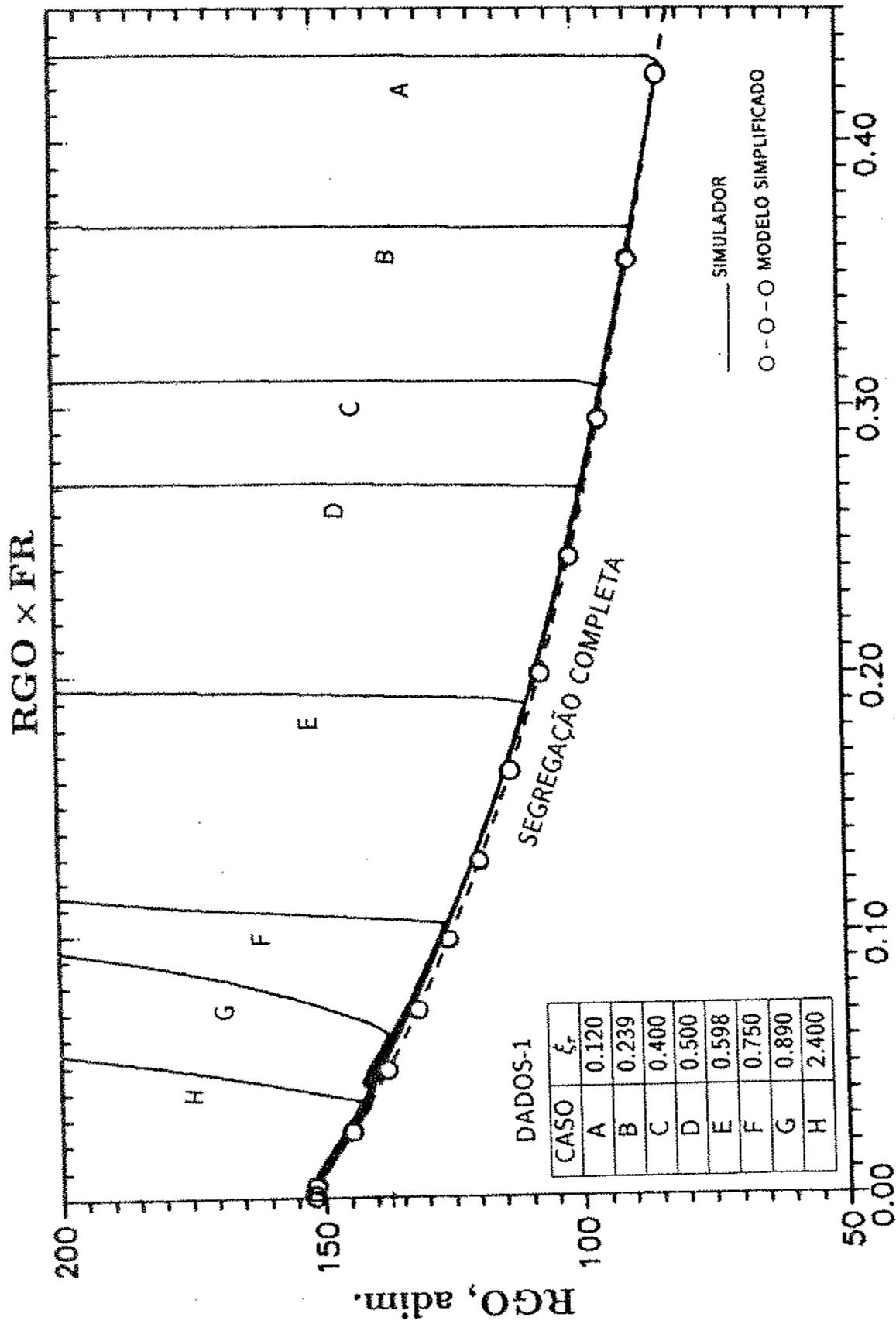


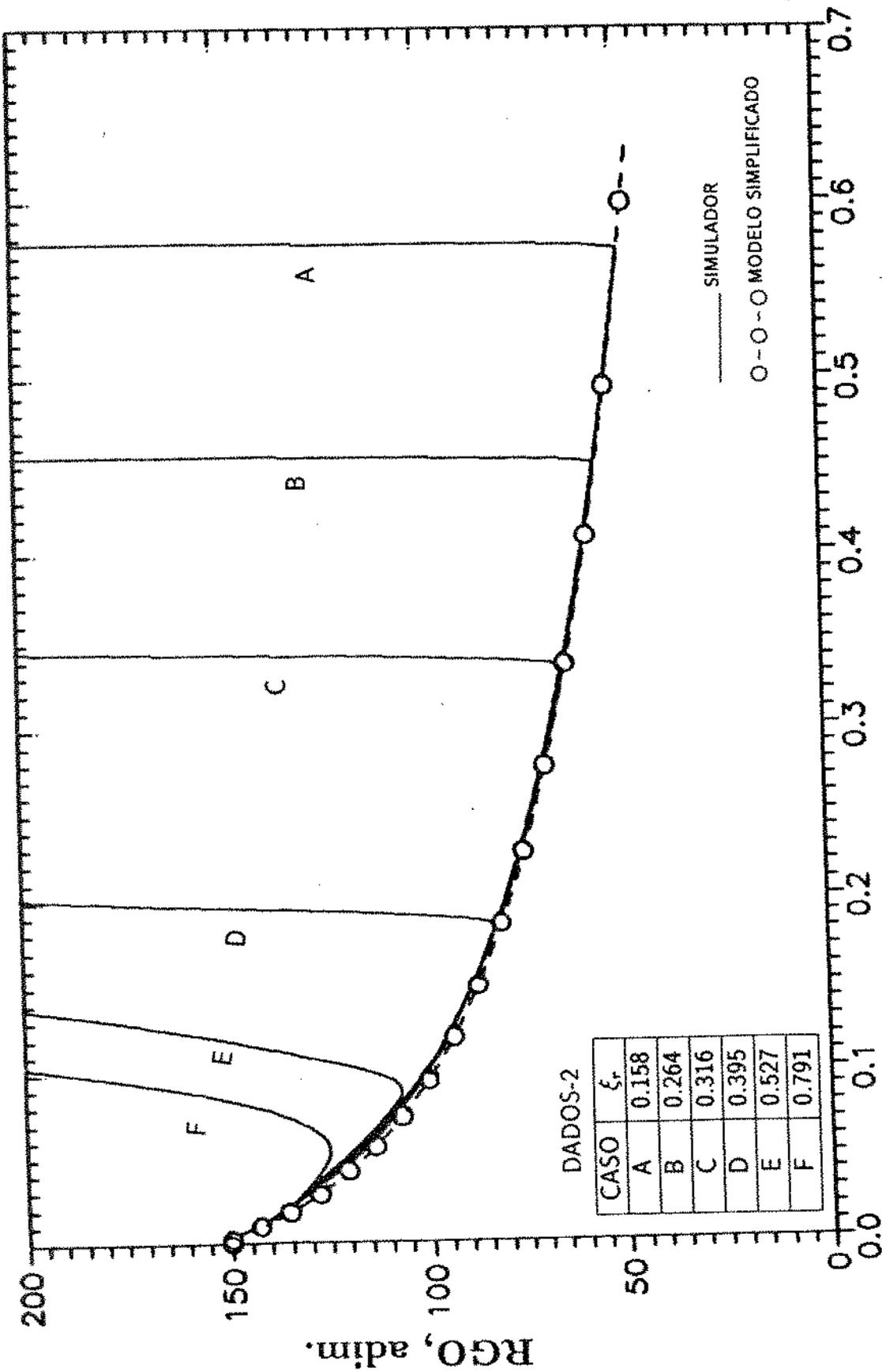
Figura 6.7 - Validação do modelo para segregação completa através do confronto com a envoltória de $\bar{S}_o \times FR$, utilizando DADOS-2.



ER, fator de recuperação

Figura 6.8 - Validação do modelo para segregação completa através do confronto com a envoltória de $RGO \times ER$, utilizando DADOS-1.

$RGO \times FR$



FR, fator de recuperação

Figura 6.9 - Validação do modelo para segregação completa através do confronto com a envoltória de $RGO \times FR$, utilizando DADOS-2.

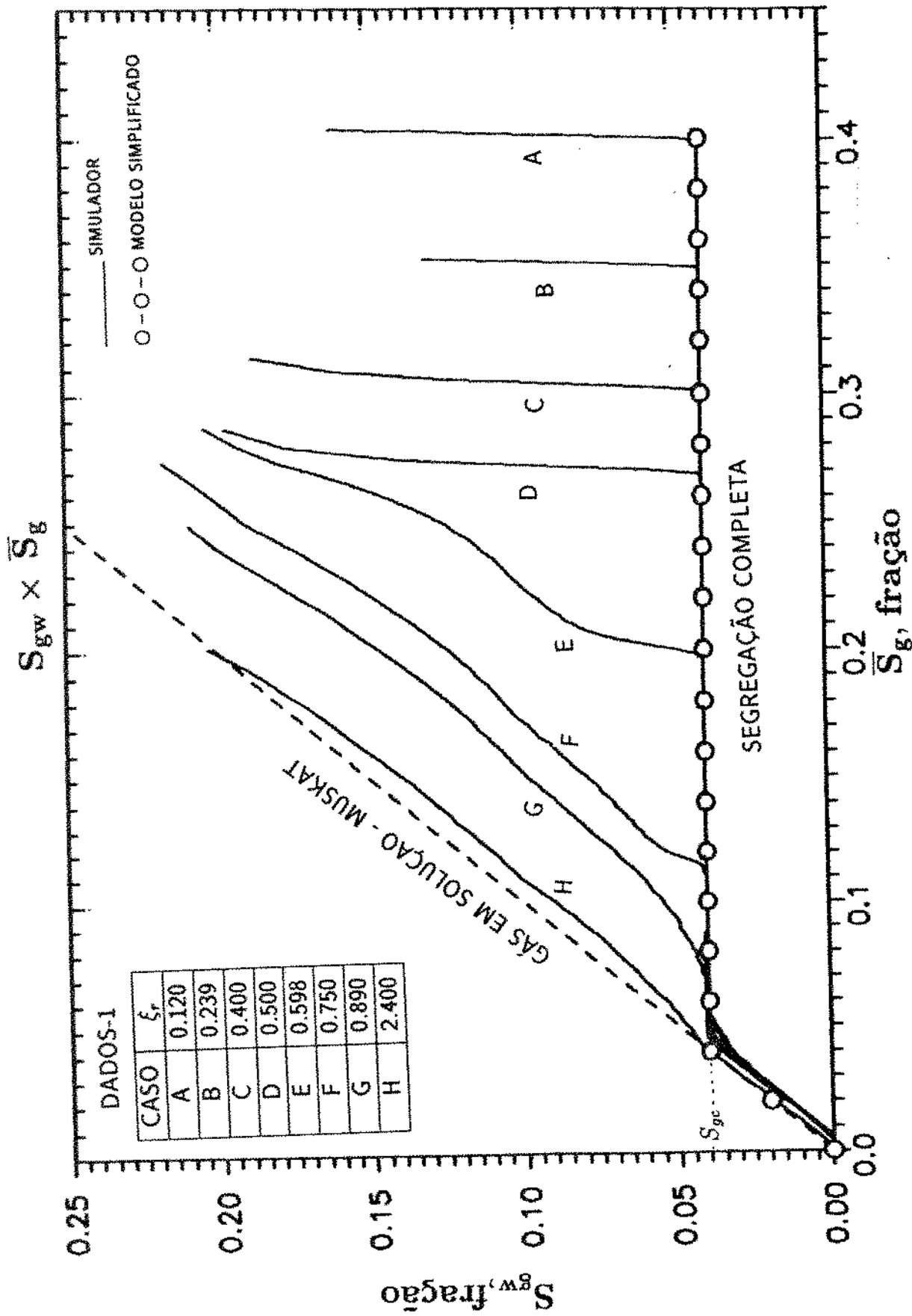


Figura 6.10 - Validação do modelo para segregação completa através do confronto com a envoltória de $S_{gw} \times \bar{S}_g$, utilizando DADOS-1.

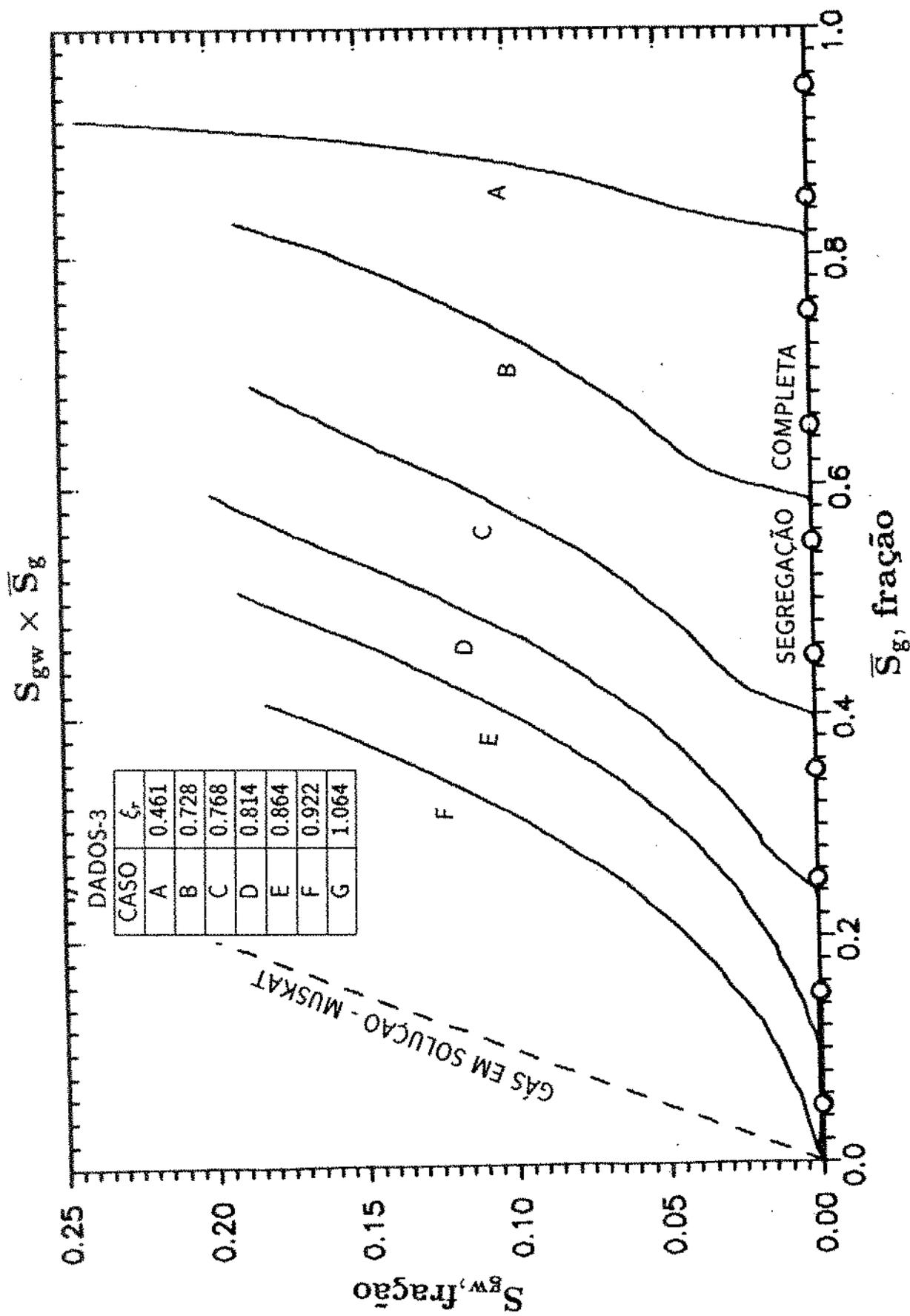


Figura 6.11 - Validação do modelo para segregação completa através do confronto com a envoltória de $S_{gw} \times \bar{S}_g$, utilizando DADOS-3.

quão menores os valores de ξ_r , por mais tempo a saturação de gás na face produtora permanece em torno da saturação de gás crítica após este valor ser atingido, justificando a modelagem para a segregação completa, onde se adotou $S_{gw} = S_{gc}$ até o breakthrough. Para DADOS-1, $S_{gc} = 0.04$ e para DADOS-3, $S_{gc} = 0.0$.

MODELO PARA A SEGREGAÇÃO COMPLETA

A validação do modelo para a segregação completa (MSC), considerou o comportamento de casos com segregação severa conforme requer o próprio modelo.

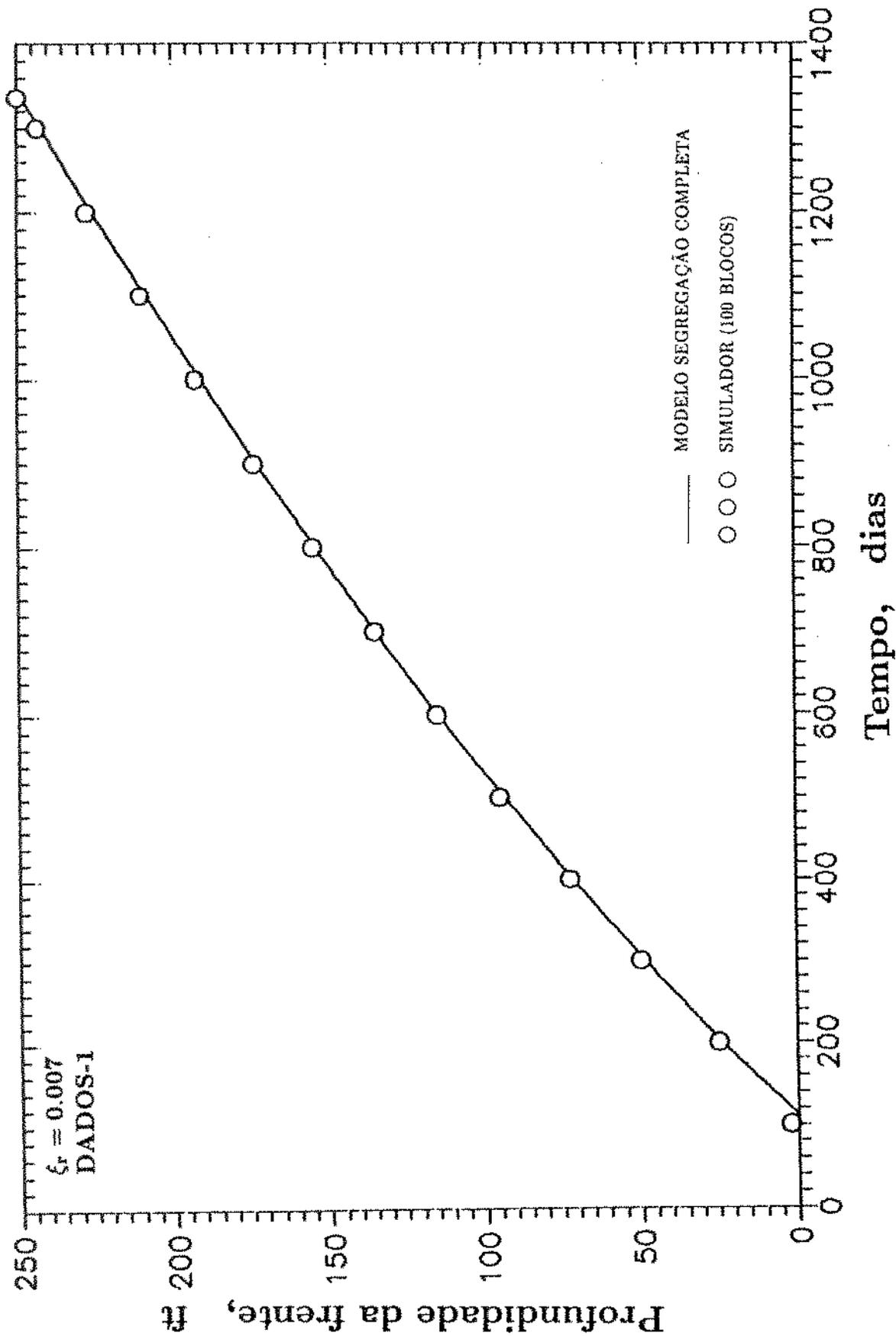
O caso selecionado tem a seguinte característica:

$$\begin{aligned} q_{ow} &= 125000 \text{ STB/D} \\ A &= 78.54 \times 10^6 \text{ ft}^2 \\ K &= 1800 \text{ mD} \\ h &= 250 \text{ ft} \\ \xi_r &= 0.007 \\ \text{NZ} &= 100 \text{ blocos} \\ \text{DADOS-1} \end{aligned}$$

A figura 6.12 apresenta, para o caso selecionado, a evolução da frente de avanço da capa secundária com o tempo. Em linha contínua encontramos o resultado obtido a partir do MSC proposto na secção 5.5. Os círculos correspondem aos resultados obtidos a partir da simulação numérica. Constata-se quase uma identidade entre os dois resultados, apesar do MSC utilizar um tempo de CPU muitas vezes menor. Para este caso, o t_{BT} obtido foi 1342 dias para o MSC e 1328 dias para o SIMBEST correspondendo a uma diferença de 1 %. É interessante registrar que ao se utilizar 999 blocos, a simulação numérica encontrou 1340 dias para o t_{BT} , reforçando a validade do MSC. A diferença de 1 % encontrada é atribuída à dispersão numérica que aparece na simulação da percolação de gás conforme mostraremos em outra figura.

A figura 6.13 foi obtida considerando $K = 6000 \text{ mD}$. Quanto aos demais dados, considerou-se os mesmos da figura 6.12. A linha contínua corresponde aos resultados obtidos a partir da simulação numérica e a linha tracejada corresponde

SEGREGAÇÃO COMPLETA



147

Figura 6.12 - Validação do modelo para segregação completa pelo confronto com a posição da frente de avanço fornecida pelo simulador numérico, para $\xi_r = 0.007$, utilizando DADOS-1 147

SEGREGAÇÃO COMPLETA

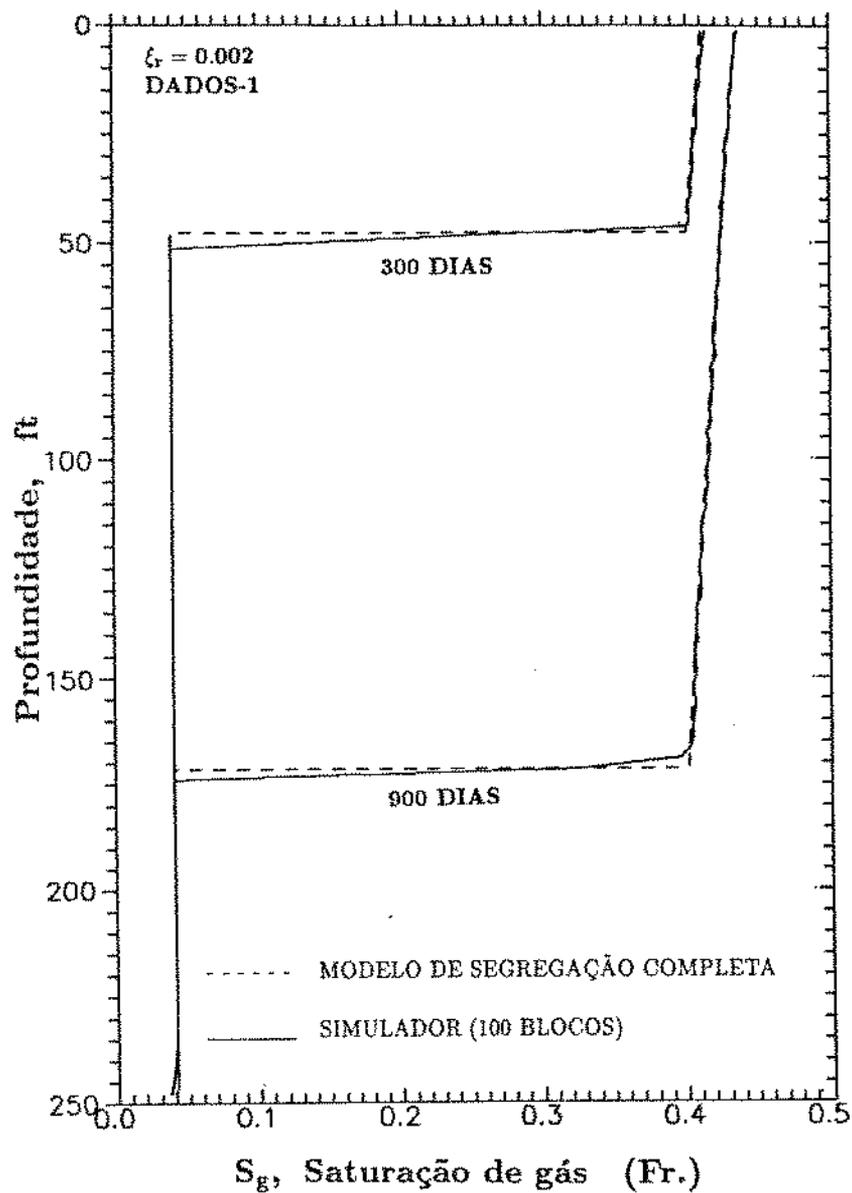


Figura 6.13 - Validação do modelo para segregação completa pelo confronto com os perfis de saturação fornecidos pelo simulador numérico, para $\xi_r = 0.002$, utilizando DADOS-1

aos resultados obtidos a partir do MSC. Observe-se que para as duas datas apresentadas, o MSC forneceu resultados com considerável precisão para os perfis de saturação de gás. Tanto a posição da frente como o encolhimento do óleo residual (S_{orc}) na zona invadida pela capa secundária foram satisfatoriamente modelados.

MODELO PARA COMPORTAMENTO COM CURVAS DE K_r LINEARES

A figura 6.14 apresenta resultados obtidos de diferentes maneiras para o relacionamento entre o fator de recuperação no momento do breakthrough, FR_{BT} , e ξ_r , utilizando-se DADOS-3. A linha contínua representa a solução obtida a partir do modelo combinado desenvolvido na secção 5.9 para curvas de K_r lineares. Os mesmos resultados também se obtêm utilizando-se o modelo desenvolvido a partir das equações para o pistão também desenvolvido na secção 5.9. Os círculos representam resultados da simulação numérica, utilizando-se uma malha com 999 blocos, enquanto os triângulos representam resultados da simulação numérica utilizando-se uma malha com 100 blocos. A diferença entre as duas soluções numéricas são atribuídas ao fenômeno de dispersão numérica que se manifestou significativo no problema estudado. Conforme Peaceman⁽²⁶⁾, este fenômeno pode ter seu efeito reduzido ao se reduzir ΔZ . Em função disto, consideramos que a solução de 999 blocos é mais precisa e verificamos que a solução apresentada pelo modelo simplificado desenvolvido está em excelente concordância com a mesma. Este resultado sugere que a solução do modelo simplificado estabelece o limite para a simulação numérica quando ΔZ tende a zero.

A figura 6.15, apresenta os resultados para o mesmo caso anterior, considerando os resultados obtidos para a simulação numérica com 999 blocos (círculos) além dos obtidos através das equações para o pistão (linha contínua), e dos obtidos através das equações para a agulha (linha tracejada). Neste caso observa-se o atraso para o breakthrough obtido através das equações para a agulha devido ao seu recuo acelerado conforme discutido na secção 5.9.

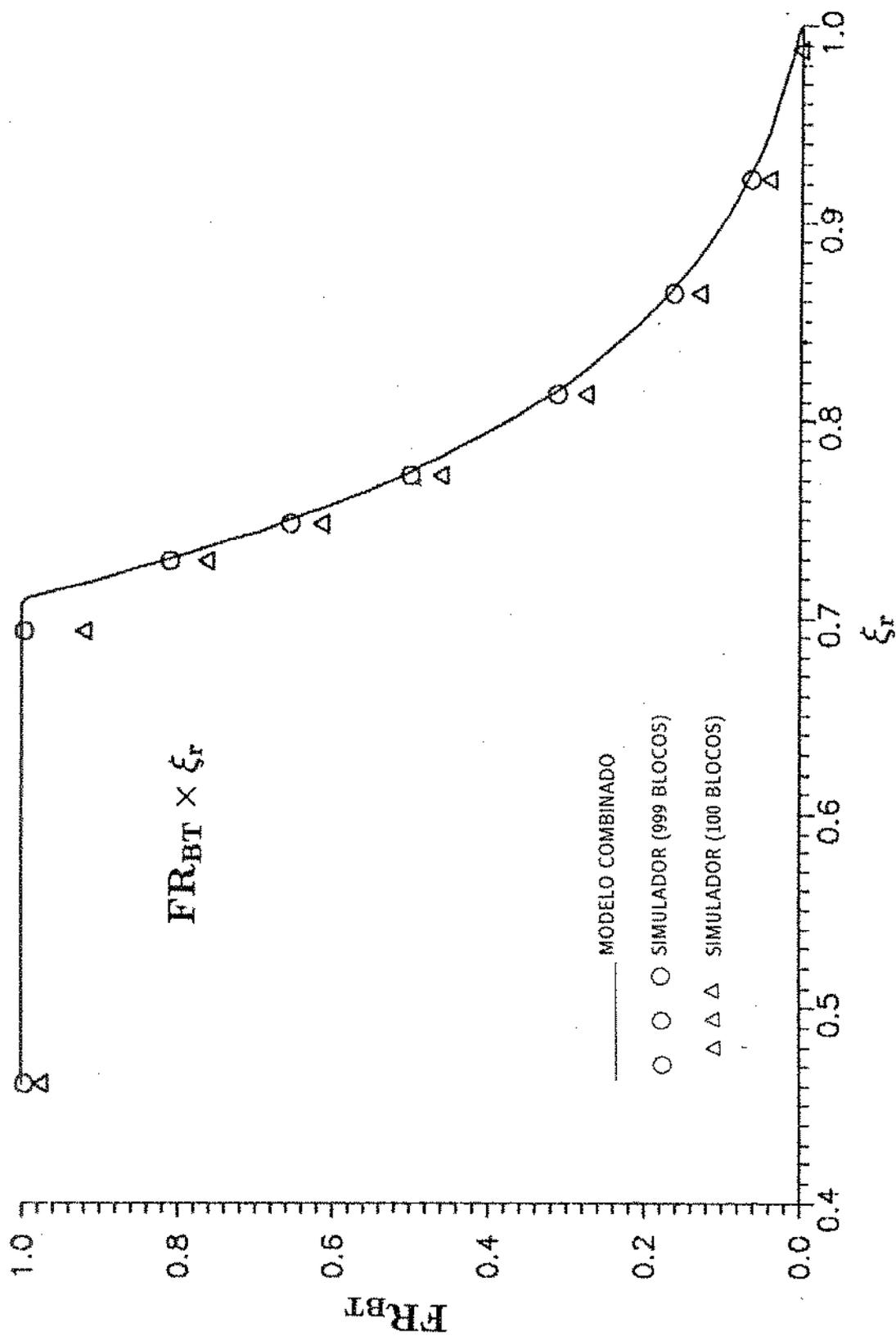


Figura 6.14 - FR_{BT} versus ξ_r utilizando-se 100 e 999 blocos na simulação numérica e confrontando com resultados obtidos a partir do modelo combinado (secção 5.9).

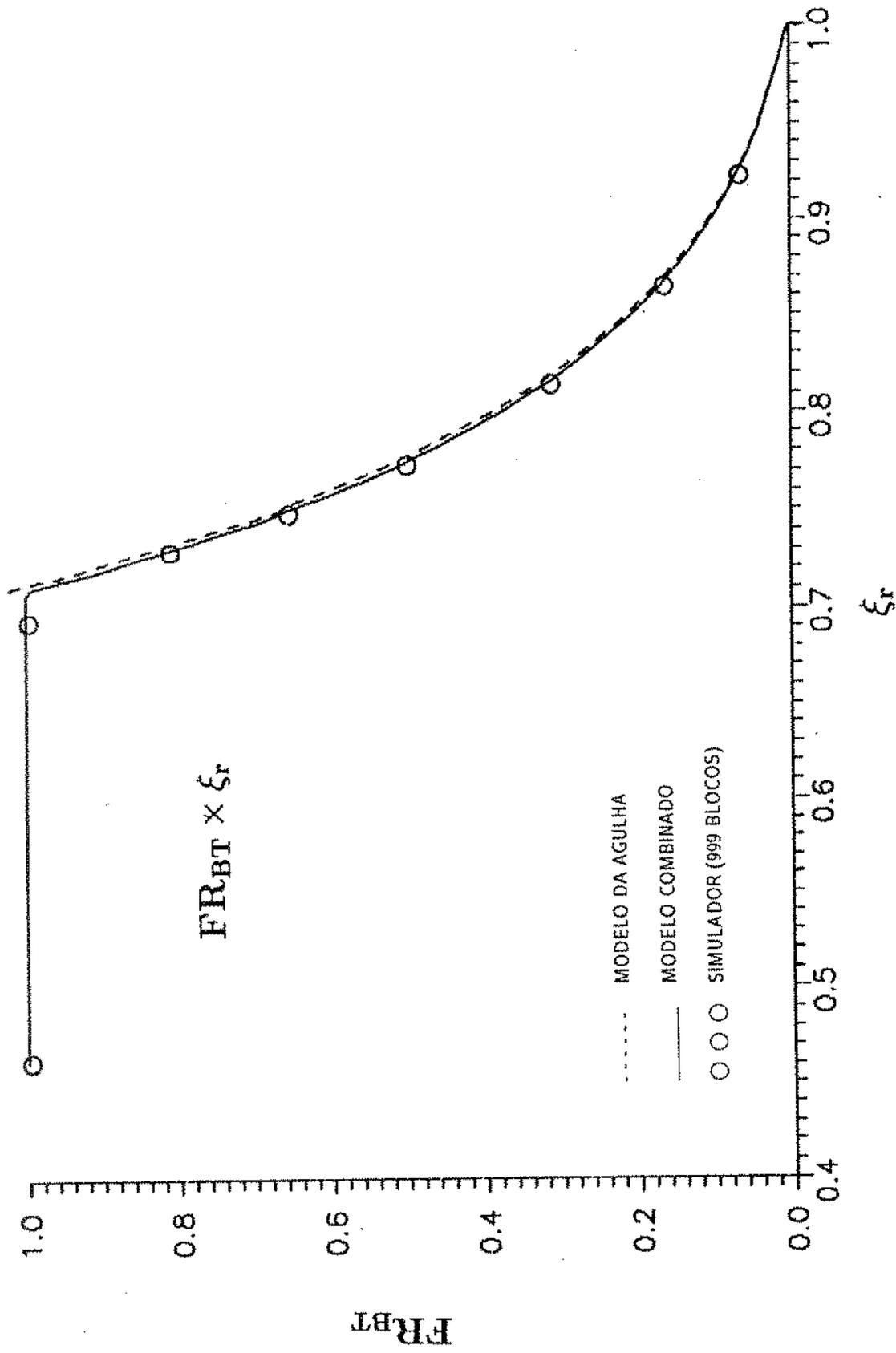


Figura 6.15 - FR_{BT} versus ξ_r , utilizando-se 999 blocos na simulação numérica e confrontando com resultados obtidos a partir do modelo combinado e do modelo baseado nas equações para a agulha (secção 5.9).

A figura 6.16 apresenta os resultados da simulação numérica para $\xi_r = 0.773$ e $FR = 0.216$ e 0.433 utilizando-se o conjunto de dados DADOS-3. As linhas contínuas apresentam os resultados da simulação com 100 blocos na malha numérica. As linhas tracejadas apresentam resultados obtidos ao se utilizar 200 blocos. O objetivo da figura é mostrar a dispersão numérica que aparece nos resultados da simulação deste problema. Nos locais com descontinuidade de saturação, a simulação numérica apresenta resultados melhores quanto maior o número de blocos. Para as curvas de K_r lineares (DADOS-3), a secção 5.9 mostra, através do método das tangentes, que a frente superior avança com 100% de eficiência de deslocamento. Observa-se também aqui, que o aumento do número de blocos na simulação numérica aproxima a eficiência de deslocamento do que foi previsto na secção 5.9.

O PROBLEMA DO FECHAMENTO

A validação das equações desenvolvidas para a solução do problema do fechamento (secção 5.10) foi feita através da simulação numérica do seguinte caso:

DADOS-1
 $\xi_r = 0.773$
 $K = 17.9 \text{ mD}$
 $h = 250 \text{ ft}$
 $NZ = 500 \text{ blocos}$
 $t_F = 300 \text{ dias (data do fechamento)}$

A figura 6.17 apresenta a evolução das frentes de saturação a partir do momento de fechamento da face produtora. As linhas contínuas correspondem aos resultados obtidos a partir da simulação numérica. Os círculos correspondem aos resultados obtidos a partir das equações para o movimento das frentes antes (secção 5.9) e após (secção 5.10) o fechamento. Observe que a posição das frentes no momento do fechamento só se obtém pelo equacionamento antes do fechamento. Esta posição é necessária para se equacionar o comportamento após o fechamento. O confronto da solução numérica com as equações demonstra a validade das mesmas.

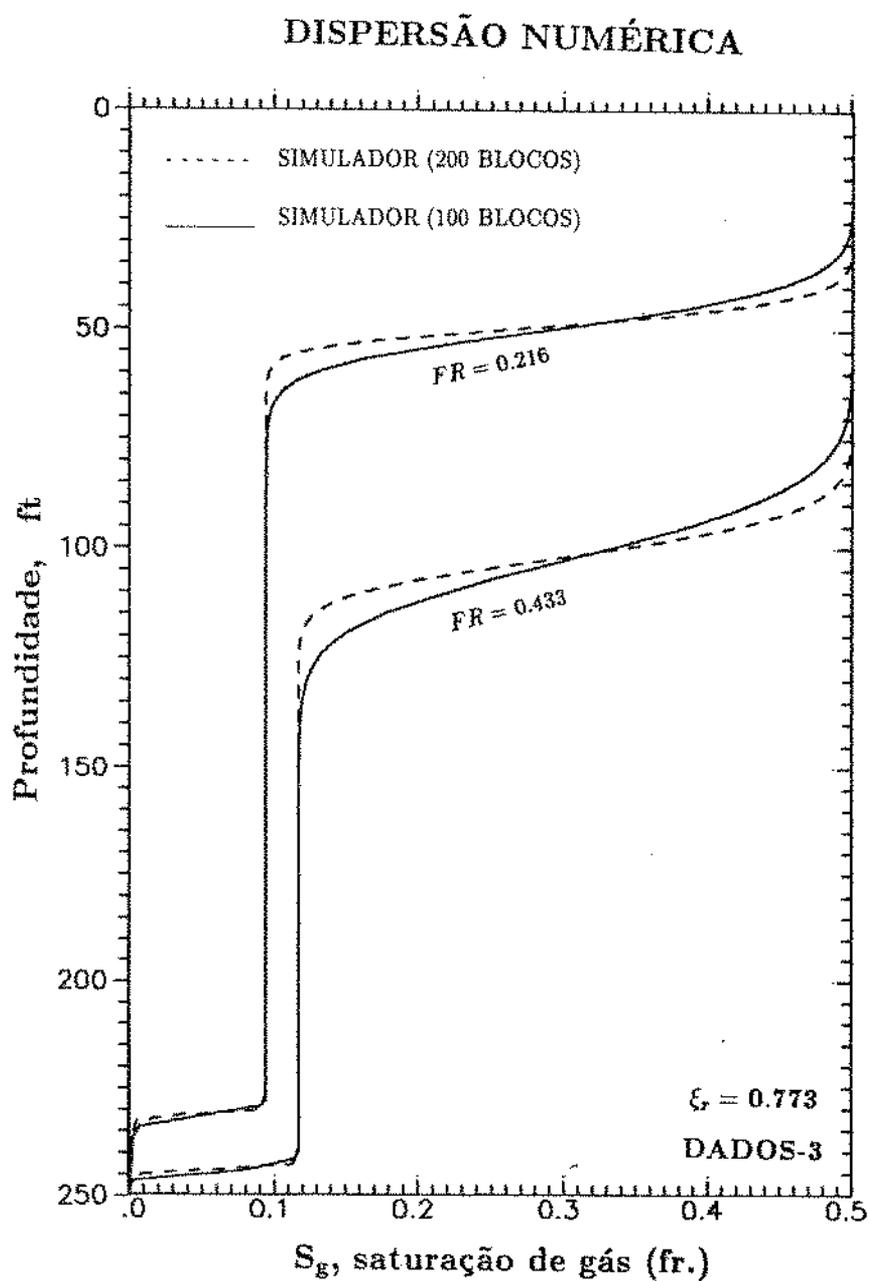


Figura 6.16 - Efeito de dispersão numérica dos resultados em função do número de blocos utilizado na simulação numérica para $\xi_r = 0.773$, utilizando DADOS-3.

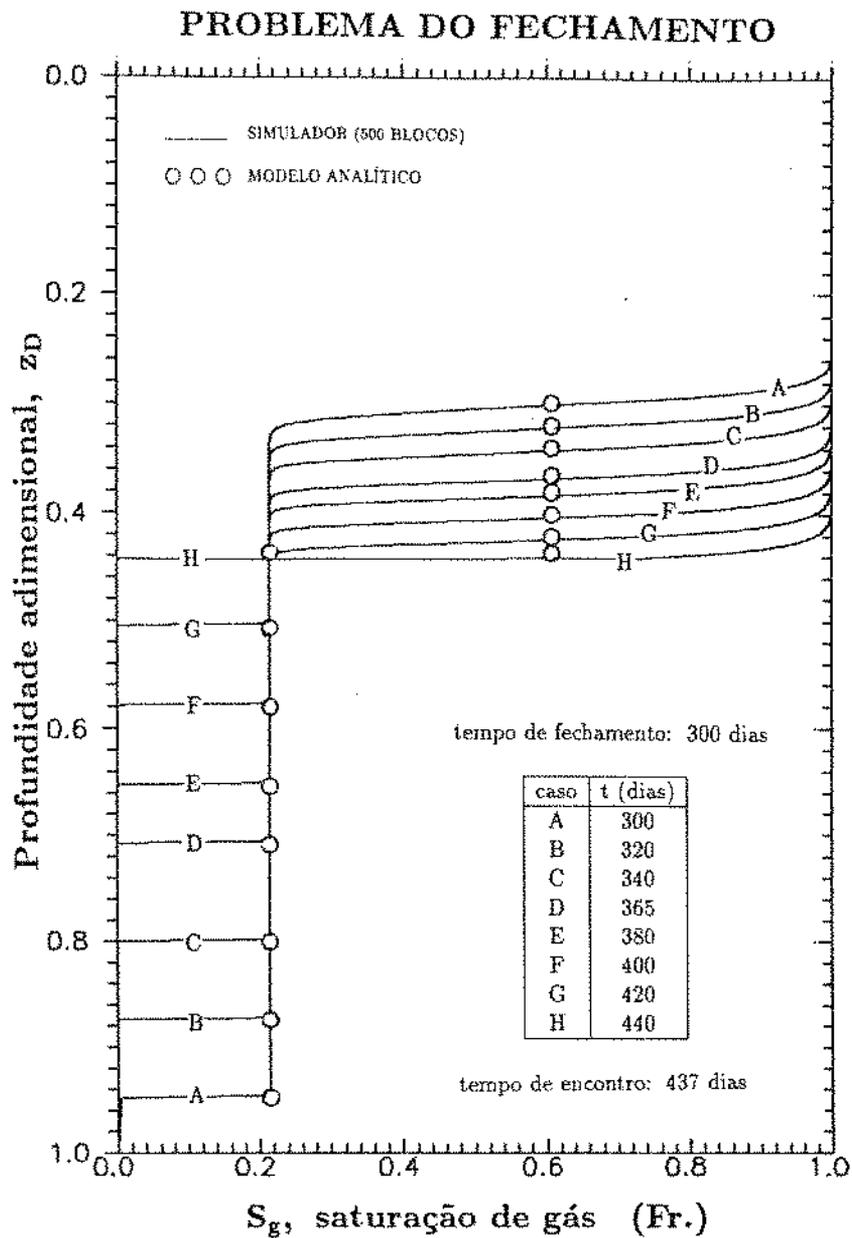


Figura 6.17 - Validação do modelo para o problema do fechamento, após 300 dias de produção, $\xi_r = 0.773$, $h = 250 \text{ ft}$, confrontando com o simulador numérico.

A INFLUÊNCIA DE h

A tabela seguinte apresenta os resultados obtidos a partir da simulação numérica, com 999 blocos, para um mesmo caso, $\xi_r = 0.772$, utilizando DADOS-3, porém com diferentes valores de h . O objetivo é se determinar os limites para as aproximações apresentadas no Capítulo 5, uma vez que, embora os gradientes de pressão sejam pequenos, as grandes distâncias (h) acabam por proporcionar diferenças nas propriedades dos fluidos.

h (ft)	RGO_{\min} SCF/STB	P_{BT} (psi)	FR_{BT}
250	296	1534	0.499
400	295	1548	0.500
500	295	1546	0.501
600	295	1543	0.502
800	294	1537	0.505
1000	294	1533	0.507

Tabela 6.1 - Comparação de resultados para diferentes valores de h

Embora haja diferenças, elas apresentam-se menores que 2%, de maneira que a modelagem que considera a adimensionalização da posição $z_D = z/h$ tem um considerável intervalo de utilização. Observe-se que o valor de h corresponde à direção vertical. Se estudássemos um reservatório inclinado, somente a componente vertical da posição é que importaria nesta análise.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste capítulo apresentamos as conclusões sobre este trabalho além de acrescentarmos recomendações para posterior pesquisa.

7.1 CONCLUSÕES

Em função da análise dos resultados numéricos obtidos, dos modelos simplificados desenvolvidos e dos casos validados, concluimos:

1. O comportamento de reservatórios de gás em solução submetidos ao mecanismo de segregação gravitacional pode ser descrito por um parâmetro adimensional,

$$\xi_r = \frac{q_{ow}(B_o\mu_o)P_{sat}}{C_5KAK_{ro}(S_{gc})\Delta\rho P_{sat} \frac{d}{g_c}}$$

o qual relaciona a competição entre as forças viscosas e gravitacionais.

2. Duas condições limites se manifestam: a) a segregação completa, para valores pequenos de ξ_r , onde as forças gravitacionais governam o comportamento e b) o comportamento de reservatório de gás em solução, para ξ_r grandes, onde as forças gravitacionais são desprezíveis.
3. O fator de recuperação no momento do breakthrough, FR_{BT} , é dependente de ξ_r . Para ξ_r pequenos, FR_{BT} se aproxima da recuperação máxima do óleo

móvel, enquanto para $\xi_r > 1$ não se caracteriza o breakthrough, pois o gás livre começa a ser produzido logo que se atinge a saturação crítica de gás. Para $\xi_r < 1$ mas não muito pequenos, o valor de FR_{BT} é altamente sensível à ξ_r , sendo que as curvas de permeabilidades relativas influenciam o intervalo de valores de ξ_r em que esta sensibilidade é intensa.

4. A segregação completa define uma envoltória para o comportamento de \bar{P} , \bar{S}_o , RGO e S_{gw} . Os casos em que $\xi_r < 1$ apresentam comportamento que acompanha esta envoltória até o momento do breakthrough. Este acompanhamento é tão mais prolongado, quanto menores os valores de ξ_r .
5. As análises dos perfis de saturação apresentaram três regiões distintas dentro do reservatório: a) uma região superior onde o gás segregado constitui uma capa secundária que avança em direção às partes inferiores do reservatório na forma de um pistão com vazamento b) uma região intermediária que apresenta uma segunda frente na sua extremidade inferior, e desenvolve uma saturação uniforme de gás entre os extremos, que denominou-se agulha c) uma região inferior que é caracterizada por saturações de gás pequenas e que variam pouco e em forma declinante.
6. A agulha recua inicialmente a partir da face produtora e às vezes retorna podendo inclusive atingir o poço antes do pistão.
7. O movimento das duas frentes pode ser previsto pela teoria de Buckley e Leverett⁽⁴⁾ adaptada ao escoamento compressível, e a saturação de gás ao longo da agulha evolui conforme as equações de Muskat⁽²⁸⁾.
8. Os perfis de pressão que se desenvolvem para os casos em que $\xi_r < 1$, apresentam pequenos gradientes de pressão, de maneira que os valores das variáveis dependentes de pressão podem ser aproximados para valores relativos à pressão média.

9. Os perfis de vazões de gás e de óleo, apresentam descontinuidades nas mesmas posições onde ocorrem descontinuidades de saturações, enquanto o perfil de vazão total apresenta um comportamento bem mais suave além de monótono crescente em direção face produtora.
10. Modelos simplificados são desenvolvidos os quais descrevem de maneira clara e precisa o fenômeno. Estes modelos estão fundamentados nas equações da continuidade, na lei de Darcy, nas equações do fluxo fracionário e na aplicação do método das características. Simplificações são introduzidas de acordo com as idéias desenvolvidas durante a análise dos resultados obtidos pelos simulador numérico.
11. As equações obtidas para o Balanço de materiais são uma forma particular das equações de Muskat ao que denominou-se “Muskat abreviado”. Estas equações são mais simples que as apresentadas na literatura por Ambastha e Aziz⁽¹⁸⁾.
12. As equações obtidas para os perfis de saturação são ainda mais simples que as desenvolvidas na literatura por Cook⁽¹¹⁾.
13. As equações para o movimento das frentes apresentaram excelentes resultados no modelo completo para curvas de K_r lineares. O momento do breakthrough é determinado com bastante precisão.
14. As equações mostram que o comportamento pode ser descrito por três parâmetros adimensionais: ξ_r , FR e z_D .
15. Os modelos são validados com novos casos simulados.

7.2 RECOMENDAÇÕES

1. Adaptar o equacionamento para quaisquer tipo de curvas de permeabilidades relativas.
2. Estudar o comportamento com vazão variável.
3. Modelar o comportamento após o breakthrough.
4. Estudar o histórico de produção ideal para o máximo aproveitamento das forças gravitacionais.
5. Estudar a influência dos efeitos gravitacionais nas curvas de declínio.
6. Estudar a influência dos efeitos gravitacionais na análise de testes.
7. Verificar a possibilidade de aproveitar os resultados para determinação de propriedades petrofísicas em experimentos de laboratório.
8. Ampliar os conceitos para mais de uma dimensão.

APÊNDICE A

PROPRIEDADES DAS ROCHAS E DOS FLUIDOS

Neste apêndice, nós apresentamos os conjuntos de dados de propriedades das rochas e dos fluidos que foram utilizados no desenvolvimento deste trabalho. Nós temos basicamente 3 conjuntos de dados, nomeados DADOS-1, DADOS-2 e DADOS-3. Os resultados apresentados referem-se a estes conjuntos de dados. Os dados referentes à geometria do reservatório (A, h), vazão de produção (q_{ow}) e permeabilidade absoluta (K) não são apresentados aqui devido ao grande número de opções utilizadas e ao tratamento apropriado que receberam, sendo portanto apresentados nos exemplos correspondentes.

DADOS - 1

1. Parâmetros Básicos do Reservatório

Pressão inicial, P_i	2968 psi
Pressão de Saturação, P_{sat}	2750 psi
Porosidade, ϕ	0.20
Saturação de água conata, S_{wi}	0.20
Saturação crítica de gás, S_{gc}	0.04
Saturação residual de óleo, S_{or}	0.40
Massa específica do óleo em c.s., ρ_{ocs}	46.24 lbm/ft ³
Massa específica do gás em c.s., ρ_{gcs}	0.065 lbm/ft ³

2. Propriedades Petrofísicas

S_o	K_{ro}	K_{rg}
0.40	0.000	0.340
0.50	0.020	0.240
0.60	0.100	0.100
0.70	0.330	0.022
0.76	0.600	0.000
0.80	1.000	0.000

3. Propriedades PVT

P (<i>psi</i>)	B_o (<i>RB/STB</i>)	μ_o (<i>cp</i>)	R_s (<i>SCF/STB</i>)	B_g (<i>RB/SCF</i>)	μ_g (<i>cp</i>)
0.0	1.0620	1.0400	1.0	0.166661	0.0080
250.0	1.1500	0.9750	90.5	0.012093	0.0096
500.0	1.2070	0.9100	180.0	0.006274	0.0112
1000.0	1.2950	0.8300	371.0	0.003197	0.0140
2000.0	1.4350	0.6950	636.0	0.001614	0.0189
2500.0	1.5000	0.6410	775.0	0.001294	0.0208
2750.0	1.5325	0.6175	852.5	0.001177	0.0218
3000.0	1.5267	0.6290	852.5	0.001080	0.0228
4000.0	1.5035	0.6750	852.5	0.000811	0.0268

Estes dados foram obtidos através das referências 38 e 42.

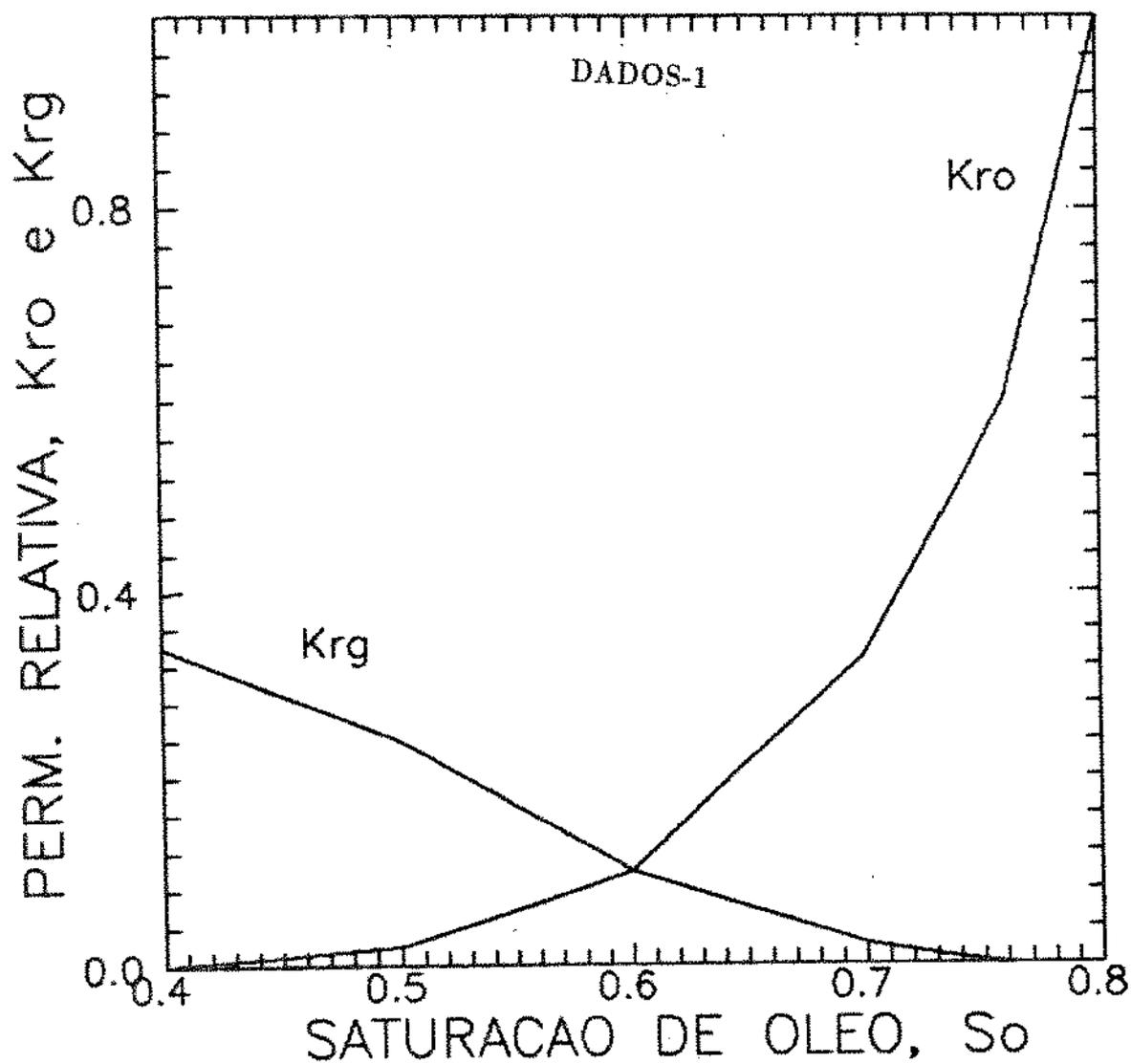


Figura A.1 - Curvas de permeabilidade relativa para DADOS-1

DADOS – 2

1. Parâmetros Básicos do Reservatório

Pressão inicial, P_i	3963 psi
Pressão de Saturação, P_{sat}	3800 psi
Porosidade, ϕ	0.20
Saturação de água conata, S_{wi}	0.30
Saturação crítica de gás, S_{gc}	0.00
Saturação de óleo residual, S_{or}	0.00
Massa específica do óleo em c.s., ρ_{ocs}	53.03 lbm/ft ³
Massa específica do gás em c.s., ρ_{gcs}	0.0572 lbm/ft ³
Inclinação da curva de B_o acima de P_{sat}	-1.6E-05 psi ⁻¹
Inclinação da curva de μ_o acima de P_{sat}	2.1E-05 c _p /psi

2. Propiedades Petrofísicas

S_o	K_{ro}	K_{rg}
.000	.000000E+00	.700000E+00
.020	.466472E-06	.660032E+00
.040	.746356E-05	.620254E+00
.060	.377843E-04	.580844E+00
.080	.119417E-03	.541970E+00
.100	.291545E-03	.503790E+00
.120	.604548E-03	.466449E+00
.140	.112000E-02	.430080E+00
.160	.191067E-02	.394808E+00
.180	.306052E-02	.360744E+00
.200	.466472E-02	.327988E+00
.220	.682962E-02	.296632E+00
.240	.967277E-02	.266752E+00
.260	.133229E-01	.238416E+00
.280	.179200E-01	.211680E+00
.300	.252293E-01	.180577E+00
.320	.305707E-01	.163176E+00
.340	.389602E-01	.141464E+00
.360	.489684E-01	.121464E+00
.380	.607911E-01	.103176E+00
.400	.746356E-01	.865889E-01
.420	.907200E-01	.716800E-01
.440	.109274E+01	.584159E-01
.460	.130538E+00	.467517E-01
.480	.154764E+00	.366316E-01
.500	.182216E+00	.279883E-01
.520	.213167E+00	.207436E-01
.540	.247903E+00	.148077E-01
.560	.286720E+00	.100800E-01
.580	.329927E+00	.644851E-02
.600	.377843E+00	.379009E-02
.620	.430797E+00	.197038E-02
.640	.489132E+00	.843848E-03
.660	.553199E+00	.253761E-03
.680	.623364E+00	.321866E-04
.700	.700000E+00	.000000E+00

As curvas de propriedades petrofísicas na realidade foram utilizadas com maior definição ($\Delta S_o = 0.005$) e seus valores podem ser obtidos através das fórmulas de Standing⁽³⁶⁾.

$$K_{ro} = K_r^0 \cdot (S_o^*)^{\frac{2+3\lambda}{\lambda}} \quad (\text{A.2.1})$$

$$K_{rg} = K_r^0 (S_g^*)^2 \left\{ 1 - (S_o^*)^{\frac{2+\lambda}{\lambda}} \right\} \quad (\text{A.2.2})$$

$$\text{com } S_o^* = \frac{S_o}{1 - S_{wi}} \quad (\text{A.2.3})$$

$$S_g^* = \frac{S_g - S_{gc}}{1 - S_{wi} - S_{gc}} \quad (\text{A.2.4})$$

Sendo utilizado $\lambda = 2$ e $K_r^0 = 0.70$,
 onde, λ é o índice da distribuição do tamanho de poros
 e $K_r^0 = K_{ro}(S_o = 1 - S_{wi})$

3. Propriedades PVT

P (psi)	B_o (RB/STB)	μ_o (c _p)	R_s (SCF/STB)	B_g (RB/SCF)	μ_g (c _p)
192.82	1.0580	1.3500	44.25	0.016896	0.0113
693.91	1.0935	1.3586	131.90	0.0044319	0.0127
1195.01	1.1336	1.9677	223.42	0.0024467	0.0143
1696.11	1.1805	1.8246	322.36	0.0016590	0.0159
2197.21	1.2333	0.7034	429.83	0.0012533	0.0176
2698.30	1.2931	0.6010	546.68	0.0010171	0.0193
3199.40	1.3600	0.5150	673.69	0.0008711	0.0210
3700.50	1.4340	0.4460	812.55	0.0007751	0.0228
4201.50	1.5160	0.3910	963.48	0.0007120	0.0246
4702.70	1.6050	0.3480	1127.44	0.0006589	0.0263
5203.79	1.7020	0.3170	1305.60	0.0006229	0.0281
5704.89	1.8061	0.2980	1499.15	0.0005879	0.0298

Estes dados foram obtidos através da Ref. 37.

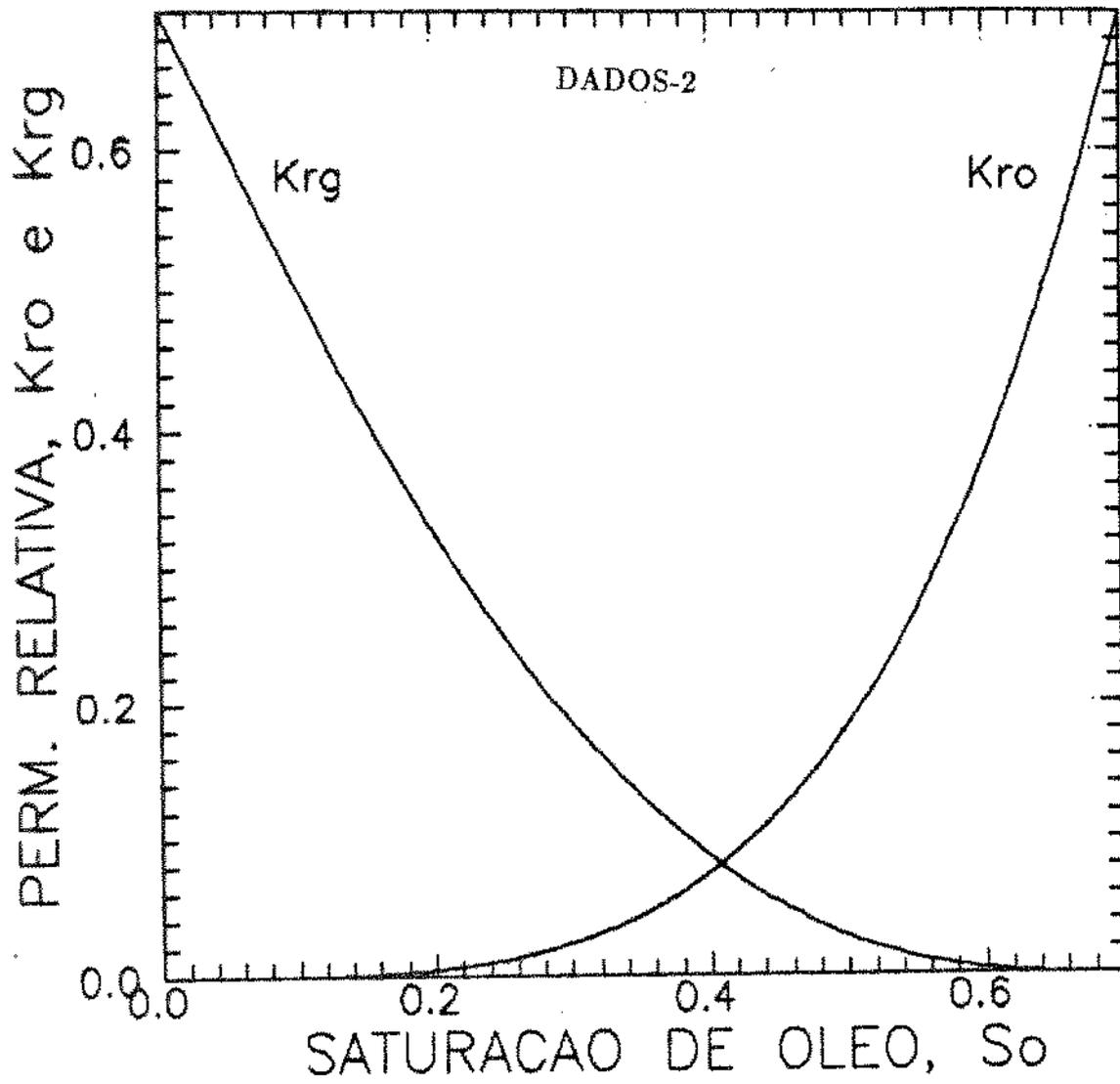


Figura A.2 - Curvas de permeabilidade relativa para DADOS-2

DADOS - 3

1. Parâmetros Básicos de Reservatório

Pressão inicial, P_i	4000 psi
Pressão de Saturação, P_{sat}	3800 psi
Porosidade, ϕ	0.15
Saturação de água conata, S_{wi}	0.00
Saturação crítica de gás, S_{gc}	0.00
Saturação de óleo residual, S_{or}	0.00
Massa específica do óleo em cs., ρ_{ocs}	53.03 lbm/ft ³
Massa específica do gás em cs., ρ_{gcs}	0.0552 lbm/ft ³

2. Propriedades Petrofísicas

S_o	K_{ro}	K_{rg}
0.0	0.0	1.0
1.0	1.0	0.0

3. Propriedades PVT

A mesma tabela de propriedades dos fluidos utilizada em DADOS-2.

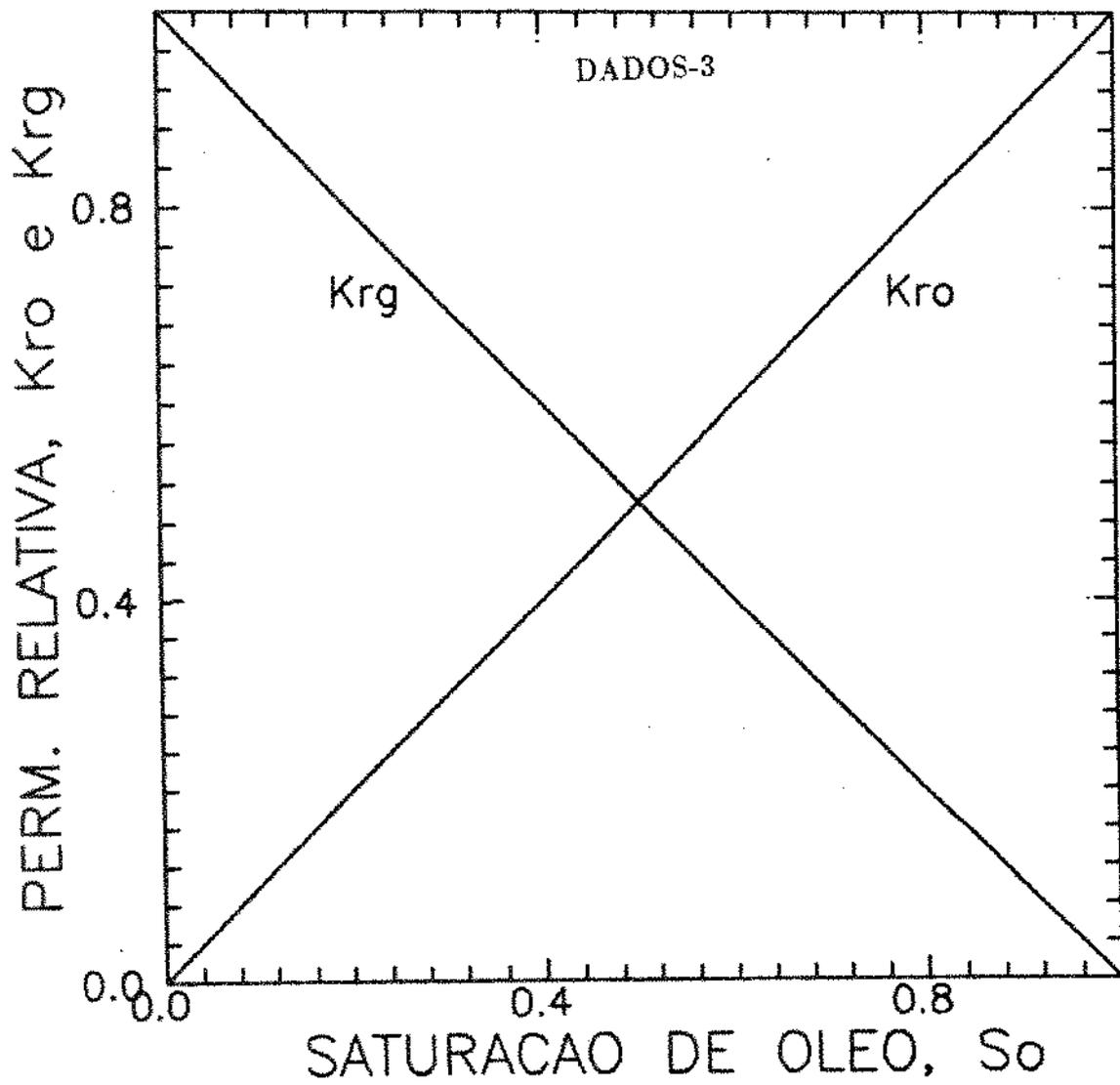


Figura A.3 - Curvas de permeabilidade relativa para DADOS-3

APÊNDICE B

OBTENÇÃO DE EXPRESSÕES PARA

$$\frac{d\bar{S}_o}{dP}, \frac{d\bar{P}}{dt} \text{ e } \frac{d\bar{S}_o}{dt}$$

Neste apêndice, nós trabalharemos as equações 3.2.1 e 3.2.2 de acordo com o problema formulado a fim de obtermos expressões de $\bar{P} = \bar{P}(t)$, $\bar{S}_o = \bar{S}_o(t)$ e finalmente $\bar{S}_o = \bar{S}_o(\bar{P})$ que serão de grande importância no desenvolvimento de modelos simplificados de comportamento do reservatório de gás em solução submetido ao mecanismo de segregação gravitacional.

Dentro das considerações físicas utilizadas neste trabalho, a formulação matemática fornece as seguintes equações para o escoamento dos fluidos:

Equação do óleo

$$C_1 \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{KK_{ro}}{\mu_o B_o} \left(\frac{\partial P}{\partial z} - C_2 \rho_o \frac{g}{g_c} \right) \right] = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) \quad (3.2.1)$$

Equação do gás

$$C_1 \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{KK_{ro}}{\mu_o B_o} R_s \left(\frac{\partial P}{\partial z} - C_2 \rho_o \frac{g}{g_c} \right) \right] + C_1 \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{KK_{rg}}{\mu_g B_g} \left(\frac{\partial P}{\partial z} - C_2 \rho_g \frac{g}{g_c} \right) \right] =$$

$$= \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{R_s S_o}{B_o} \right) + \phi \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_g}{B_g} \right) \quad (3.2.2)$$

Sendo $P = P(z, t)$, $S_o = S_o(z, t)$, $S_g = 1 - S_o - S_{wi}$,
 $K_{rg} = K_{rg}(S_g)$, $K_{ro} = K_{ro}(S_g, S_{wi})$ e
 $\rho_o, \rho_g, \mu_o, \mu_g, B_o, B_g, R_s$ funções da pressão P

Estas equações podem ser obtidas combinando-se as equações de conservação de massa com a lei de Darcy.

Integrando-se as equações 3.2.1 e 3.2.2 ao longo de z obtemos respectivamente

$$C_1 \frac{KK_{ro}}{\mu_o B_o} \left[\frac{\partial P}{\partial z} - C_2 \rho_o \frac{g}{g_c} \right]_{z=0}^{z=h} = \phi \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h \left[\frac{S_o}{B_o} \right] dz = h \phi \frac{d}{dt} \left[\frac{\bar{S}_o}{B_o} \right] \quad (B.1)$$

e

$$\begin{aligned} C_1 \frac{KK_{ro}R_s}{\mu_o B_o} \left[\frac{\partial P}{\partial z} - C_2 \rho_o \frac{g}{g_c} \right]_{z=0}^{z=h} + C_1 \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{KK_{rg}}{\mu_g B_g} \left(\frac{\partial P}{\partial z} - C_2 \rho_g \frac{g}{g_c} \right) \right]_{z=0}^{z=h} = \\ \phi \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h \frac{R_s S_o}{B_o} dz + \phi \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h \frac{S_g}{B_g} dz = \\ = h \phi \frac{d}{dt} \left[\frac{\bar{R}_s \bar{S}_o}{B_o} \right] + h \phi \frac{d}{dt} \left[\frac{\bar{S}_g}{B_g} \right] \quad (B.2) \end{aligned}$$

Obs.: Doravante usaremos a notação $\bar{X} = \bar{X}(t) = \frac{1}{h} \int_0^h X(z, t) dz$ para a média volumétrica de uma variável X , sendo $X = P, S_i, C_i$ etc. (B.2.1).

Vamos trabalhar agora as condições de contorno dadas pelas equações 3.2.6, 3.2.7 e 3.2.8.

Da condição dada por 3.2.6 chegamos à:

$$C_1 \frac{KK_{ro}}{\mu_o B_o} \left[\frac{\partial P}{\partial z} - C_2 \rho_o \frac{g}{g_c} \right]_{z=h} = -\frac{q_{ow} C_1}{AC_3} = -C_4 \frac{q_{ow}}{A} \quad (\text{B.3})$$

também, de 3.2.7 obtemos:

$$C_1 \frac{KK_{ro}}{\mu_o B_o} \left[\frac{\partial P}{\partial z} - C_2 \rho_o \frac{g}{g_c} \right]_{z=0} = 0 \quad (\text{B.4})$$

e, de 3.2.8:

$$C_1 \frac{KK_{rg}}{\mu_g B_g} \left[\frac{\partial P}{\partial z} - C_2 \rho_g \frac{g}{g_c} \right]_{z=0} = 0 \quad (\text{B.5})$$

Porém falta-nos uma última parcela da integração apresentada pela equação B.2, que é:

$$C_1 \frac{KK_{rg}}{\mu_g B_g} \left[\frac{\partial P}{\partial z} - C_2 \rho_g \frac{g}{g_c} \right]_{z=h} = -C_4 \frac{q_{gw}}{A} \quad (\text{B.6})$$

Notamos que esta parcela pode ser obtida através do conhecimento de q_{gw} , vazão de gás livre sendo produzida no poço, porém, q_{gw} é desconhecida.

O artifício que utilizaremos será análogo ao de Buckley e Leverett⁽⁴⁾, e vários outros autores^(1,6,9,10,13), o qual elimina o gradiente de pressão desconhecido e contido na lei de Darcy e obtem a equação do fluxo fracionário ou variantes da mesma. Entretanto, a solução aqui fica em termos de q_{ow} e não de q_t como naqueles trabalhos.

Desenvolvendo a equação B.6 e introduzindo a equação B.3, chega-se a:

$$-C_4 = \frac{q_{gw}}{A} C_1 \frac{KK_{rg}}{\mu_g B_g} \left[\frac{\partial P}{\partial z} - C_2 \rho_g \frac{g}{g_c} \right]_{z=h} = C_1 \frac{KK_{rg}}{\mu_g B_g} \left[\frac{\partial P}{\partial z} - C_2 \left(\rho_o - \Delta \rho_{og} \right) \frac{g}{g_c} \right]_{z=h} =$$

$$\begin{aligned}
&= C_1 \frac{K_{rg} \mu_o B_o}{K_{ro} \mu_g B_g} \left[-\frac{C_4 q_{ow}}{C_1 A} + \frac{C_2 K K_{ro}}{\mu_o B_o} \Delta \rho_{og} \frac{g}{g_c} \right]_{z=h} = \\
&= -C_4 \frac{q_{ow} \lambda_g B_o}{A \lambda_o B_g} \left[1 - \frac{C_5 \lambda_o \Delta \rho_{og} \frac{g}{g_c}}{\left(\frac{q_{ow}}{KA} \right) B_o} \right]_{z=h} \quad (B.7)
\end{aligned}$$

o que nos leva a reescrever a equação B.6 agora função de q_{ow} que é conhecido (constate-se que eliminamos a incógnita gradiente de pressão $\frac{\partial P}{\partial z}$):

$$C_1 \frac{K K_{rg}}{\mu_g B_g} \left[\frac{\partial P}{\partial z} - C_2 \rho_g \frac{g}{g_c} \right]_{z=h} = -C_4 \frac{q_{ow}}{A} \left[\frac{\lambda_g B_o}{\lambda_o B_g} \right]_w \left[1 - \frac{C_5 \lambda_o \Delta \rho_{og} \frac{g}{g_c}}{\left(\frac{q_{ow}}{KA} \right) B_o} \right]_w \quad (B.8)$$

onde foi utilizado:

$$\lambda_l = \frac{K_{rl}}{\mu_l} \quad , \quad l = o, g \quad (B.9)$$

sendo λ_l a mobilidade da fase l .

De posse das condições de contorno dadas por B.3, B.4, B.5 e B.8, introduziremos tais condições nas equações D.1 e D.2 e obteremos respectivamente:

$$-C_4 \frac{q_{ow}}{A} = h \phi \frac{d}{dt} \left[\frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \right] \quad (B.10)$$

e

$$\begin{aligned}
&-C_4 \frac{q_{ow}}{A} R_{sw} - C_4 \frac{q_{ow}}{A} \left[\frac{\lambda_g B_o}{\lambda_o B_g} \right]_w \left[1 - \frac{C_5 \lambda_o \Delta \rho_{og} \frac{g}{g_c}}{\left(\frac{q_{ow}}{KA} \right) B_o} \right]_w = \\
&= h \phi \frac{d}{dt} \left[\frac{\bar{R}_s \bar{S}_o}{\bar{B}_o} \right] + h \phi \frac{d}{dt} \left[\frac{\bar{S}_g}{\bar{B}_g} \right] \quad (B.11)
\end{aligned}$$

Expandindo o lado direito da equação B.11, chegamos à:

$$\begin{aligned}
 & -C_4 \frac{q_{ow}}{A} R_{sw} - C_4 \frac{q_{ow}}{A} \left[\frac{\lambda_g B_o}{\lambda_o B_g} \right]_w \left[1 - \frac{C_5 \lambda_o \Delta \rho_{og} \frac{g}{g_c}}{\left(\frac{q_{ow}}{KA} \right) B_o} \right]_w = \\
 & = h\phi \bar{R}_s \frac{d}{dt} \left[\frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \right] + h\phi \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{R}_s}{d\bar{P}} \frac{d\bar{P}}{dt} + h\phi \frac{d}{dt} \left[\frac{\bar{S}_g}{\bar{B}_g} \right]
 \end{aligned} \tag{B.12}$$

Multiplicando-se a equação B.10 por \bar{R}_s e subtraindo de B.12, obtemos:

$$\begin{aligned}
 & -C_4 \frac{q_{ow}}{A} (R_{sw} - \bar{R}_s) - C_4 \frac{q_{ow}}{A} \left[\frac{\lambda_g B_o}{\lambda_o B_g} \right]_w \left[1 - \frac{C_5 \lambda_o \Delta \rho_{og} \frac{g}{g_c}}{\left(\frac{q_{ow}}{KA} \right) B_o} \right]_w = \\
 & = h\phi \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{R}_s}{d\bar{P}} \frac{d\bar{P}}{dt} + h\phi \frac{d}{dt} \left[\frac{\bar{S}_g}{\bar{B}_g} \right]
 \end{aligned} \tag{B.13}$$

Expandindo por completo as equações B.10 e B.13, chegamos respectivamente à:

$$-C_4 \frac{q_{ow}}{V_p} = -\frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o^2} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}} \frac{d\bar{P}}{dt} + \frac{1}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{S}_o}{dt} \tag{B.14}$$

e

$$-C_4 \frac{q_{ow}}{V_p} \left\{ (R_{sw} - \bar{R}_s) + \left[\frac{\lambda_g B_o}{\lambda_o B_g} \right]_w \left[1 - \frac{C_5 \lambda_o \Delta \rho_{og} \frac{g}{g_c}}{\left(\frac{q_{ow}}{KA} \right) B_o} \right]_w \right\} =$$

$$= \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{R}_s}{d\bar{P}} \frac{d\bar{P}}{dt} - \frac{\bar{S}_g}{\bar{B}_g^2} \frac{d\bar{B}_g}{d\bar{P}} \frac{d\bar{P}}{dt} + \frac{1}{\bar{B}_g} \frac{d\bar{S}_g}{dt} \quad (\text{B.15})$$

onde V_p é o volume poroso total, expresso por:

$$V_p = Ah\phi \quad (\text{B.16})$$

Multiplicando-se a equação B.14 por \bar{B}_o e a equação B.15 por \bar{B}_g , chegamos à:

$$-C_4 \frac{q_{ow} \bar{B}_o}{V_p} = -\frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}} \frac{d\bar{P}}{dt} + \frac{d\bar{S}_o}{dt} \quad (\text{B.17})$$

e

$$\begin{aligned} -C_4 \frac{q_{ow} \bar{B}_o}{V_p} \left\{ (R_{sw} - \bar{R}_s) \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} + \left[\frac{\lambda_g B_o}{\lambda_o B_g} \right]_w \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \left[1 - \frac{C_5 \lambda_o \Delta \rho_{og} \frac{g}{g_c}}{\left(\frac{q_{ow}}{KA} \right) B_o} \right]_w \right\} = \\ = \bar{S}_o \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{R}_s}{d\bar{P}} \frac{d\bar{P}}{dt} - \frac{\bar{S}_g}{\bar{B}_g} \frac{d\bar{B}_g}{d\bar{P}} \frac{d\bar{P}}{dt} + \frac{d\bar{S}_g}{dt} \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

Vamos agora somar as equações B.17 e B.18 com a finalidade de eliminar as derivadas das saturações com relação ao tempo, uma vez que de acordo com a equação 3.2.3 podemos escrever:

$$\bar{S}_o(t) + \bar{S}_g(t) = 1 - S_{wi} = \text{constante} \quad (\text{B.19})$$

e portanto

$$\frac{d\bar{S}_o}{dt} + \frac{d\bar{S}_g}{dt} = 0 \quad (\text{B.20})$$

introduziremos também neste passo, a expressão C.10 para C_t que denotaremos \bar{C}_t pois todos os termos estão tomados em média volumétrica, isto é,

$$\bar{C}_t = \bar{S}_o \left[-\frac{1}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}} + \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{R}_s}{d\bar{P}} \right] - \frac{\bar{S}_g}{\bar{B}_g} \frac{d\bar{B}_g}{d\bar{P}} \quad (\text{B.21})$$

Com a soma de B.17 e B.18, a introdução de B.20 e B.21 e o rearranjo algébrico dos termos, obtemos uma expressão para $\frac{d\bar{P}}{dt}$:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{P}}{dt} = \frac{C_4 q_{ow} \bar{B}_o}{V_p \bar{C}_t} \left\{ 1 + \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \left[\frac{\lambda_g \bar{B}_o}{\lambda_o \bar{B}_g} \right]_w \left[1 - \frac{C_5 \lambda_o \Delta \rho_{og} \frac{K}{g_c}}{\left(\frac{q_{ow}}{KA} \right) \bar{B}_o} \right]_w + \right. \\ \left. + (\bar{R}_{sw} - \bar{R}_s) \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \right\} \quad (\text{B.22}) \end{aligned}$$

Introduzindo $\frac{d\bar{P}}{dt}$ dado pela equação B.22 na equação B.17 podemos isolar $\frac{d\bar{S}_o}{dt}$ após alguma algebra:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{S}_o}{dt} = -\frac{C_4 q_{ow} \bar{B}_o}{V_p \bar{C}_t} \left\{ \bar{S}_o \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{R}_s}{d\bar{P}} + C_g \bar{S}_g + \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}} \left[\frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \left[\frac{\lambda_g \bar{B}_o}{\lambda_o \bar{B}_g} \right]_w \left[1 - \frac{C_5 \lambda_o \Delta \rho_{og} \frac{K}{g_c}}{\left(\frac{q_{ow}}{KA} \right) \bar{B}_o} \right]_w + \right. \right. \\ \left. \left. + (\bar{R}_{sw} - \bar{R}_s) \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \right] \right\} \quad (\text{B.23}) \end{aligned}$$

Sendo que foi introduzido em B.23 a expressão C.5 para as condições médias na forma:

$$\bar{C}_g = -\frac{1}{\bar{B}_g} \frac{d\bar{B}_g}{d\bar{P}} \quad (\text{B.24})$$

Finalmente, vamos obter uma expressão para $\frac{d\bar{S}_o}{dP}$.

Da equação B.22 podemos tirar:

$$\frac{C_4 q_{ow} \bar{B}_o}{V_p} = \frac{d\bar{P}}{dt} \frac{\bar{C}_t}{\left\{ 1 + \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \left[\frac{\lambda_g \bar{B}_g}{\lambda_o \bar{B}_g} \right]_w \left[1 - \frac{C_5 \lambda_o \Delta \rho_{og} \frac{g}{g_c}}{(\frac{q_{ow}}{KA}) \bar{B}_o} \right]_w + (R_{sw} - \bar{R}_s) \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \right\}} \quad (B.25)$$

introduzindo-se B.25 no lado esquerdo de B.17 e sabendo-se que:

$$\frac{d\bar{S}_o}{dP} = \frac{\frac{d\bar{S}_o}{dt}}{\frac{dP}{dt}} \quad (B.26)$$

Chegamos à:

$$\frac{d\bar{S}_o}{dP} = \frac{\bar{S}_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{dP} + \frac{\bar{C}_t}{\left\{ 1 + \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \left[\frac{\lambda_g \bar{B}_g}{\lambda_o \bar{B}_g} \right]_w \left[1 - \frac{C_5 \lambda_o \Delta \rho_{og} \frac{g}{g_c}}{(\frac{q_{ow}}{KA}) \bar{B}_o} \right]_w + (R_{sw} - \bar{R}_s) \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \right\}} \quad (B.27)$$

APÊNDICE C

A COMPRESSIBILIDADE TOTAL DOS FLUIDOS

Neste apêndice daremos uma explicação das expressões utilizadas para as compressibilidades dos fluidos individuais e totais através dos fatores volume de formação (FVF) a partir da definição original. Estas expressões são bastante utilizadas em diversos capítulos e apêndices deste trabalho.

Por definição, a compressibilidade isotérmica de um fluido l é dada por:

$$C_l = -\frac{1}{V_l} \left(\frac{dV_l}{dP} \right)_T \quad (\text{C.1})$$

É bastante conhecida na literatura a expressão para a compressibilidade total de um sistema rocha-fluidos através de uma ponderação das compressibilidades das diferentes fases dada por:

$$C_t = S_o C_o + S_g C_g + S_w C_w + C_r \quad (\text{C.2})$$

Com relação à C_r , poderíamos dar a mesma interpretação fornecida por H.J. Ramey, Jr.⁽²³⁾ em que, uma vez que com o aumento de pressão o volume poroso também aumenta, deveríamos ter um C_r negativo se a analogia fosse feita com a equação (B-1). Entretanto, relativamente, um aumento no volume poroso

corresponderia a um efeito de encolhimento adicional dos fluidos. Daí a coêrencia na definição de C_r de tal forma a incrementar a compressibilidade total dos fluidos, isto é:

$$C_r = +\frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dP} \quad (C.3)$$

Cabe lembrar que neste trabalho consideramos a rocha incompressível ($C_r = 0$).

Com relação à ponderação apresentada em (C.2) podemos apresentar a seguinte demonstração:

Seja um sistema de N fluidos imiscíveis em contacto, à mesma pressão P , ocupando cada um o volume V_j e possuindo compressibilidade isotérmica C_j .

O volume total dos fluidos é dado por:

$$V_t = \sum_{j=1}^N V_j \quad (C.2.1)$$

Ao realizarmos um incremento de pressão dP , todos fluidos sofrerão uma modificação de volume fornecida por (C.1)

$$dV_j = -C_j V_j dP \quad (C.2.2)$$

O novo volume total será

$$V_t + dV_t = \sum_{j=1}^N V_j + dV_j = \sum_{j=1}^N V_j - C_j V_j dP \quad (C.2.3)$$

Da equação (C.2.3) combinada com (C.2.1) obtemos:

$$dV_t = \sum_{j=1}^N dV_j = \sum_{j=1}^N -C_j V_j dP \quad (C.2.4)$$

Como dP é um incremento infinitesimal de pressão, dV_j e dV_t também corresponderão à uma modificação infinitesimal em V_j e V_t respectivamente de maneira que podemos escrever:

$$V_t + dV_t \simeq V_t \quad (\text{C.2.5})$$

isto é, um elemento infinitesimal de nada altera na operação de adição com uma variável de valor significativo.

Finalmente, vamos aplicar a definição (C.1) para o sistema dos N fluidos para obtermos a compressibilidade total do mesmo:

$$C_t = -\frac{1}{(V_t + dV_t)} \frac{dV_t}{dp} = \frac{1}{V_t} \frac{\sum_{j=1}^N C_j V_j dP}{dP} \quad (\text{C.2.6})$$

Ao passarmos pela segunda igualdade da equação (C.2.6) introduzimos (C.2.5) e (C.2.4).

Como dP é constante na equação (C.2.6), podemos colocá-lo para fora do somatório e eliminá-lo com o denominador, ao passo que podemos introduzir V_t através da equação dada em (C.2.1)

$$C_t = \frac{\sum_{j=1}^N C_j V_j}{\sum_{j=1}^N V_j} \quad \text{ou} \quad C_t = \sum_{j=1}^n C_j \frac{V_j}{V_t} \quad (\text{C.2.7})$$

Através de (C.2.7) fica caracterizada a ponderação procurada, pois como sabemos que $S_l = \frac{V_j}{V_t}$, facilmente se pode tirar de (C.2.7) que:

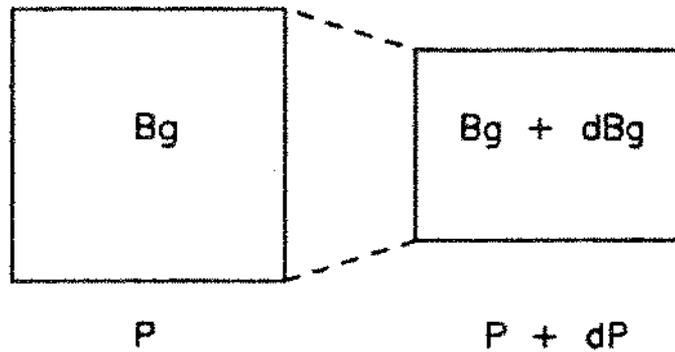
$$C_t = \sum_{j=1}^n C_j S_j \quad (\text{C.2.8})$$

E (C.2.6) é exatamente (exceto por C_r) a equação (C.2).

Vamos agora obter expressões para C_w , C_g e C_o em função dos FVF de maneira a introduzir-as em (C.2)

• Compressibilidade do gás

Vamos supor um volume unitário de gás em condições de superfície. De acordo com o modelo β para os fluidos, à pressão P , o gás deveria ocupar o volume B_g e à pressão $P + dP$, deveria ocupar o volume $B_g + dB_g$



Novamente aqui vamos aplicar a equação (C.1) para determinar C_g

$$C_g = -\frac{1}{(B_g + dB_g)} \frac{(B_g + dB_g) - B_g}{(P + dP) - P} \quad (C.4)$$

Veja que $B_g + dB_g \simeq B_g$

ao passo que $B_g + dB_g - B_g = dB_g$

e $P + dP - P = dP$

e, finalmente

$$C_g = -\frac{1}{B_g} \frac{dB_g}{dP} \quad (C.5)$$

- Compressibilidade da água

Analogamente ao desenvolvido para o gás

$$C_w = -\frac{1}{B_w} \frac{dB_w}{dP} \quad (C.6)$$

Neste trabalho, entretanto, consideraremos a água incompressível, ($C_w = 0$).

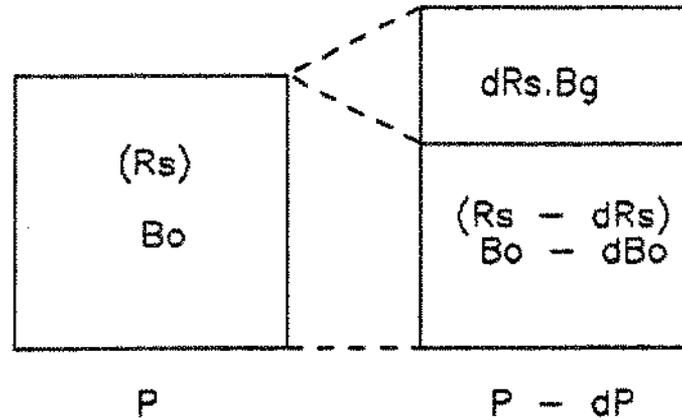
- Compressibilidade do óleo

Neste caso a situação é um pouco mais complicada principalmente abaixo da pressão de saturação onde há liberação do gás em solução. A maneira correta de apresentar a compressibilidade do óleo nestas condições é considerar que embora o óleo encolha para um decréscimo de pressão, o gás que estava em solução (e que não ocupava volume pelo modelo β) ao ser liberado vai ocupar um volume superior ao volume encolhido pelo óleo, de maneira que devemos considerar o conjunto (óleo encolhido e gás que saiu de solução naquele decréscimo de pressão).

Vamos considerar um volume unitário de óleo em condições de superfície. A ele está associado de maneira livre, um gás de volume R_s em condições de superfície.

De acordo com o modelo β para os fluidos, à pressão P , o óleo ocupa o volume B_o e o gás não ocupa volume algum estando totalmente dissolvido no óleo.

Já à pressão $P - dP$, o óleo ocupa o volume $B_o - dB_o$ e parte do gás (dR_s em condições de superfície) é liberado, passando a ocupar o volume $dR_s B_g$.



Novamente aqui, vamos aplicar a equação (C.1) para determinar C_o à pressão abaixo de P_{sat} que denominaremos C_o^* .

$$C_o^* = - \frac{1}{(B_o - dB_o + B_g dR_s)} \frac{(B_o - dB_o + B_g dR_s) - B_o}{(P - dP) - P} \quad (C.7)$$

ora, $B_o - dB_o + B_g dR_s = B_o$ (adição de números infinitesimais com um significativo)

$$\begin{aligned} B_o - dB_o + B_g dR_s - B_o &= -dB_o + B_g dR_s \\ P - dP - P &= -dP \end{aligned}$$

De maneira que finalmente chegamos à

$$C_o^* = - \frac{1}{B_o} \frac{dB_o}{dP} + \frac{B_g}{B_o} \frac{dR_s}{dP} \quad (C.8)$$

Veja que acima de P_{sat} , $\frac{dR_s}{dP} = 0$ e a equação (C.8) fornece como resultado a forma conhecida análoga à C_g e C_w

$$C_o^* = -\frac{1}{B_o} \frac{dB_o}{dP} = C_o \quad (C.9)$$

Lembrando que em nosso trabalho $C_w = 0$ e $C_r = 0$, finalmente vamos introduzir as equações (C.5) e (C.8) na equação (C.2) e obter

$$C_t = S_o \left[-\frac{1}{B_o} \frac{dB_o}{dP} + \frac{B_g}{B_o} \frac{dR_s}{dP} \right] - \frac{S_g}{B_g} \frac{dB_g}{dP} \quad (C.10)$$

equação esta que será de grande utilidade em todo o desenvolvimento do trabalho e que está em perfeita concordância com a forma para a compressibilidade total apresentada por Martin⁽¹⁶⁾, Ramey⁽²³⁾ e McCain et alii⁽²⁴⁾.

APÊNDICE D

OBTENÇÃO DE EXPRESSÕES PARA OS PERFIS DE VAZÃO

Desenvolveremos nesta seção, equações para modelagem dos perfis de vazão $q_o(z, t)$, $q_g(z, t)$ e $q_t(z, t)$ em condições de reservatório, como também perfis de velocidade aparente $u(z, t)$ pois a área A é constante. Elas serão de utilidade para os modelos a serem propostos no corpo principal do trabalho.

As equações de conservação de massa para o escoamento multifásico com ausência do termo fonte/sumidouro e com fluidos sendo descritos pelo modelo β são dadas por Aziz e Setari⁽²⁵⁾:

Equação do óleo

$$-\nabla \cdot \left[\frac{1}{B_o} \vec{u}_o \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{B_o} \phi S_o \right] \quad (D.1)$$

Equação do gás

$$-\nabla \cdot \left[\frac{R_s}{B_o} \vec{u}_o + \frac{1}{B_g} \vec{u}_g \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[\phi \left(\frac{R_s}{B_o} S_o + \frac{1}{B_g} S_g \right) \right] \quad (D.2)$$

Para o problema formulado no Capítulo 3 podemos reescrever as equações D.1 e D.2 da seguinte forma, respectivamente:

$$-C_s \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{q_o}{B_o} \right] = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{S_o}{B_o} \right] \quad (D.3)$$

$$-C_4 \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{R_s q_o}{B_o} + \frac{q_g}{B_g} \right] = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{R_s S_o}{B_o} + \frac{S_g}{B_g} \right] \quad (\text{D.4})$$

Na obtenção das equações D.3 e D.4 utilizou-se também

$$u_l = C_4 \frac{q_l}{A} \quad , \quad l = o, g \quad (\text{D.5})$$

As equações D.3 e D.4 consideram todas as variáveis como função da posição e do tempo com exceção de A e ϕ , isto é, $q_l = q_l(z, t)$, $S_l = S_l(z, t)$ e R_s, B_o, B_g são funções de P e $P = P(z, t)$.

Vamos introduzir agora uma hipótese simplificadora cuja argumentação está desenvolvida no corpo do trabalho e cujos resultados mostram-se bastante satisfatórios:

Considerando que a segregação ocorre sob gradientes de pressão pequenos, conforme capítulo 5, vamos assumir que todas as variáveis dependentes de pressão, $X(P)$, tenham derivadas desprezíveis em relação à posição, não porém com relação ao tempo, ou seja:

$$\frac{\partial X}{\partial z} = \frac{dX}{dP} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (\text{D.6})$$

Considerando o exposto acima, as equações D.3 e D.4 transformam-se respectivamente em:

$$-\frac{C_4}{AB_o} \frac{\partial q_o}{\partial z} = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{S_o}{B_o} \right] \quad (\text{D.7})$$

$$-\frac{C_4 R_s}{AB_o} \frac{\partial q_o}{\partial z} - \frac{C_4}{AB_g} \frac{\partial q_g}{\partial z} = \phi R_s \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{S_o}{B_o} \right] + \phi \frac{S_o}{B_o} \frac{\partial R_s}{\partial t} + \phi \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{S_g}{B_g} \right] \quad (\text{D.8})$$

Multiplicando-se a equação D.7 por R_s e subtraindo da equação D.8 obtemos:

$$-\frac{C_4}{AB_g} \frac{\partial q_g}{\partial z} = \phi \frac{S_o}{B_o} \frac{\partial R_s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_g}{B_g} \right) \quad (\text{D.9})$$

Expandindo-se as derivadas no tempo da equação D.9 chegamos à:

$$-\frac{\partial q_g}{\partial z} = \frac{A\phi}{C_4} \left[S_o \frac{B_g}{B_o} \frac{dR_s}{dP} - \frac{S_g}{B_g} \frac{dB_g}{dP} \right] \cdot \frac{dP}{dt} + \frac{A\phi}{C_4} \frac{\partial S_g}{\partial t} \quad (\text{D.10})$$

Voltaremos agora à hipótese simplificadora assumida em D.6 em que $\frac{\partial P}{\partial z} \sim 0$ o que nos conduz à $P(z, t) \simeq P(t)$, isto é, posições diferentes tem praticamente a mesma pressão para um determinado tempo.

Tomando-se a definição de \bar{P} de acordo com B.2.1,

$$\bar{P}(t) = \frac{1}{h} \int_0^h P(z, t) dz \quad (\text{D.11})$$

chegamos à:

$$\bar{P}(t) = \frac{1}{h} \int_0^h P(z, t) dz = \frac{1}{h} \int_0^h P(t) dz = P(t) \frac{1}{h} \int_0^h dz = P(t) \quad (\text{D.12})$$

e portanto podemos dizer $P = P(z, t) = P(t) = \bar{P}(t) = \bar{P}$, e conseqüentemente, para qualquer variável X dependente somente de P , $X(P)$, podemos escrever $X(P) = X(\bar{P})$.

De 5.4.7 (Muskat abreviado) e de D.12 temos:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{d\bar{P}}{dt} = -\frac{C_4 q_{ow} \bar{B}_o}{V_p C_t} \quad (\text{D.13})$$

Introduzindo-se as idéias desenvolvidas a partir de D.6, e as equações D.13, C.5, C.8 e C.10 na equação D.10 chegamos à:

$$\frac{\partial q_g}{\partial z} = \frac{q_{ow} \bar{B}_o}{h \bar{C}_t} \left[S_o \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{R}_s}{dP} + S_g \bar{C}_g \right] - \frac{A \phi}{C_4} \frac{\partial S_g}{\partial t} \quad (D.14)$$

ou

$$\frac{\partial q_g}{\partial z} = \frac{q_{ow} \bar{B}_o}{h} \frac{\left[C_t + \frac{S_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{dP} \right]}{\bar{C}_t} - \frac{A \phi}{C_4} \frac{\partial S_g}{\partial t} \quad (D.15)$$

Vamos agora trabalhar a equação D.7 e obter uma expressão para $\frac{\partial q_o}{\partial z}$.

$$-\frac{C_4}{AB_o} \frac{\partial q_o}{\partial z} = \phi \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{S_o}{B_o} \right] = \frac{\phi}{B_o} \frac{\partial S_o}{\partial t} - \frac{S_o}{B_o^2} \phi \frac{dB_o}{dP} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (D.16)$$

Rearranjando D.16, introduzindo D.13 e as idéias desenvolvidas a partir de D.6 chegamos a:

$$\frac{\partial q_o}{\partial z} = -\frac{q_{ow} \bar{B}_o}{h \bar{C}_t} \left[\frac{S_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{dP} \right] - \frac{A \phi}{C_4} \frac{\partial S_o}{\partial t} \quad (D.17)$$

Finalmente vamos obter $\frac{\partial q_t}{\partial z}$.

$$\text{como} \quad q_t = q_o + q_g \quad (D.18)$$

$$\text{então} \quad \frac{\partial q_t}{\partial z} = \frac{\partial q_o}{\partial z} + \frac{\partial q_g}{\partial z} \quad (D.19)$$

Somando-se as equações D.14 e D.17 e introduzindo em D.19, obtemos:

$$\frac{\partial q_t}{\partial z} = \frac{q_{ow} \bar{B}_o}{h} \frac{C_t(z, t)}{\bar{C}_t(t)} \quad (D.20)$$

ou

$$\frac{\partial q_t}{\partial z} = \frac{q_{ow} \bar{B}_o}{h \bar{C}_t} \left[S_o \frac{\bar{B}_g}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{R}_s}{dP} - \frac{S_o}{\bar{B}_o} \frac{d\bar{B}_o}{dP} + S_g \bar{C}_g \right] \quad (D.21)$$

onde foram introduzidas as equações C.5, C.8 e C.10 tanto para as condições médias como para as condições locais.

outra forma de D.20 é:

$$\frac{\partial q_t}{\partial z}(z, t) = \frac{q_{ow} \bar{B}_o(t)}{h} \frac{S_o(z, t) \bar{C}_o^*(t) + S_g(z, t) \bar{C}_g(t)}{\bar{S}_o(t) \bar{C}_o^*(t) + \bar{S}_g(t) \bar{C}_g(t)} \quad (D.22)$$

Note-se que fica bem claro no gradiente de vazão total a relação entre as compressibilidades local e total, e, a forma da equação D.22 recorda-nos que as variáveis médias volumétricas (\bar{X}) variam só com o tempo.

As equações desenvolvidas neste apêndice informam-nos sobre os gradientes de vazão com a posição, mas a solução completa ainda depende das condições de fronteira e de possíveis descontinuidades ao longo de z . Esta abordagem será desenvolvida no corpo do trabalho.

APÊNDICE E

APLICAÇÃO DO MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS

Ilustraremos a seguir a aplicação do método das características utilizado em 5.8.

Seja a equação diferencial parcial:

$$A \frac{\partial S}{\partial t} + B \frac{\partial S}{\partial z} = C \quad (\text{E.1})$$

$$\begin{aligned} \text{sendo } A &= A(S, z, t) \\ B &= B(S, z, t) \\ C &= C(S, z, t) \\ S &= S(z, t) \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

Podemos escrever a derivada total de S com relação a uma direção $u(z, t)$ como:

$$\frac{dS}{du} = \frac{\partial S}{\partial t} \frac{dt}{du} + \frac{\partial S}{\partial z} \frac{dz}{du} \quad (\text{E.3})$$

As equações (E.1) e (E.3) formam um sistema de equações diferenciais parciais.

Para se ter as características da equação (E.1), usamos o fato de que as equações (E-1) e (E-3) devem ser dependentes ao longo das características e portanto o determinante dos coeficientes ser nulo⁽⁴³⁾.

$$\det \begin{bmatrix} A & B \\ \frac{dt}{du} & \frac{dz}{du} \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{E.4})$$

daí,

$$A \frac{dz}{du} = B \frac{dt}{du} \quad (\text{E.5})$$

o que leva à equação para as linhas características de (E.1):

$$\frac{dz}{dt} = \frac{B}{A} \quad (\text{E.6})$$

também, ao longo das características, podemos usar:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial z} \frac{dz}{dt} = \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{B}{A} \frac{\partial S}{\partial z} \quad (\text{E.7})$$

dividindo-se a equação (E.1) por A, temos:

$$\frac{C}{A} = \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{B}{A} \frac{\partial S}{\partial z} \quad (\text{E.8})$$

A identidade entre as equações (E.7) e (E.8) nos conduz à

$$\frac{dS}{dt} = \frac{C}{A} \quad (\text{E.9})$$

No nosso problema original (equação 5.7.14),

$$S(z, t) = S_g(z, t) \quad (\text{E.10})$$

$$A = 1 \quad (\text{E.11})$$

$$B = \frac{C_A q_t}{A \phi} \left[\frac{\partial f_g}{\partial S_g} \right]_{g_t} = B(S_g, z, t) \quad (\text{E.12})$$

$$C = - \left[C_t \frac{\lambda_o}{\lambda_t} + \frac{S_o}{B_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}} \right] = C(S_g, z, t) \quad (\text{E.13})$$

e pertanto:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{C_A q_t}{A \phi} \left[\frac{\partial f_g}{\partial S_g} \right]_{g_t} \quad (\text{E.14})$$

$$\frac{dS_g}{dt} = - \left[C_t \frac{\lambda_o}{\lambda_t} + \frac{S_o}{B_o} \frac{d\bar{B}_o}{d\bar{P}} \right] \frac{d\bar{P}}{dt} \quad (\text{E.15})$$

APÊNDICE F

O USO DE CURVAS DE K_r LINEARES

Desenvolveremos a seguir expressões para f_g e $\frac{\partial f_g}{\partial S_g}$ considerando curvas de K_r lineares, que serão de utilidade na modelagem do comportamento proposto na secção 5.9.

Conforme 5.8.1, temos:

$$f_g = \frac{\lambda_g}{\lambda_t} \left[1 - \frac{C_5 K K_{ro} A \Delta \rho g}{q_t \mu_o g_c} \right] \quad (5.8.1)$$

Para o caso de curvas de K_r lineares, temos:

$$K_{rg} = S_g \quad (F.1)$$

e

$$K_{ro} = 1 - S_g \quad (F.2)$$

introduzindo F.1 e F.2 em 5.8.1, obtemos:

$$f_g = \frac{\alpha S_g^2 + (1 - \alpha) S_g}{(1 - \beta) S_g + \beta} \quad (F.3)$$

$$\text{Sendo } \beta = \frac{\mu_g}{\mu_o} \quad (F.4)$$

$$e \quad \alpha = C_s \frac{KA\Delta\rho g}{q_t \mu_o g_c} \quad (\text{F.5})$$

Derivando F.5 em relação à S_g obtemos:

$$\frac{\partial f_g}{\partial S_g} = \frac{\alpha S_g + (1 - \alpha)}{(1 - \beta)S_g + \beta} - \frac{S_g [1 - \alpha - \beta]}{[(1 - \beta)S_g + \beta]^2} \quad (\text{F.6})$$

Derivando-se F.6 em relação à S_g , obtemos:

$$\frac{\partial^2 f_g}{\partial S_g^2} = \frac{\beta [2(\alpha - 1) + \alpha(1 - \beta) + 2\beta]}{[(1 - \beta)S_g + \beta]^3} \quad (\text{F.7})$$

OBSERVAÇÕES:

- a) Para $S_g = 0$, $f_g = 0$ e $\frac{\partial f_g}{\partial S_g} = \frac{1 - \alpha}{\beta}$ o que leva-nos a concluir que para $\alpha > 1$ a curva de f_g tem derivada negativa na origem. Observando a definição de α dada por F.5 e de ξ_w dada por 5.3.1 e sabendo que $q_t \leq q_{ow} \bar{B}_o$ e que neste caso $K_{ro}(S_{gc}) = 1$, concluimos ser $\alpha \geq \xi_w^{-1}$. Recordemos que no nosso caso, $\xi_w^{-1} > 1$ até o breakthrough, e portanto $\alpha > 1$ até o breakthrough.
- b) Para $S_g = 1$, $f_g = 1$ e $\frac{\partial f_g}{\partial S_g} = \alpha + \beta > 0$, isto é, f_g tem derivada positiva no final.
- c) Para nossos casos, $\xi_r < 1 \rightarrow \xi_r^{-1} > 1$ e podemos afirmar como também foi verificado através de diversos gráficos de $f_g(S_g)$ que:

$$\left. \frac{\partial f_g}{\partial S_g} \right|_{S_g=0} < 0 \quad e \quad \left. \frac{\partial f_g}{\partial S_g} \right|_{S_g=1} > 0$$

- d) Constatou-se também através de diversos gráficos que $\frac{\partial f_g}{\partial S_g}$ é monótona crescente levando a f_g ter um ponto de mínimo mas não ter inflexões (aspecto

semelhante à uma parábola) de sorte que qualquer ponto ao longo da curva pode ser ligado com os extremos ($S_g = 0, f_g = 0$ ou $S_g = 1, f_g = 1$) sem interceptar a curva nem tangenciá-la em nenhum ponto. Isto terá consequências importantes na aplicação do método das tangentes e/ou secantes desenvolvido a partir de Welge⁽⁵⁾.

- e) Como $\alpha > 1$ e $0 < \beta < 1$, a equação F.7 é sempre positiva (para $0 \leq S_g \leq 1$) confirmando a concavidade para cima de f_g , o fato de $\frac{\partial f_g}{\partial S_g}$ ser monótona crescente e f_g não ter inflexões.

NOMENCLATURA

Apresentamos a seguir, a nomenclatura utilizada neste trabalho, considerando as unidades no sistema inglês e incluindo entre parênteses as unidades SI. No final da nomenclatura, colocamos os valores das constantes de transformação de unidades utilizadas no trabalho, lembrando que as mesmas tem valor unitário no SI.

- A = área da secção transversal aberta ao fluxo, $ft^2(m^2)$
- B_g = FVF do gás, $RB/SCF (m^3/m^3std)$
- B_o = FVF do óleo, $RB/STB (m^3/m^3std)$
- C_g = compressibilidade do gás, $psi^{-1} (Pa^{-1})$
- C_l = compressibilidade da fase l, $psi^{-1}(Pa^{-1})$
- C_o = compressibilidade do óleo subsaturado, $psi^{-1}(Pa^{-1})$
- C_o^* = compressibilidade do óleo saturado, considerando os efeitos da mudança na solubilidade do gás, definido no apêndice C pela equação C.8, $psi^{-1} (Pa^{-1})$
- C_r = compressibilidade da rocha, $psi^{-1} (Pa^{-1})$
- C_w = compressibilidade da água, $psi^{-1} (Pa^{-1})$
- FR = fator de recuperação, fração (fração)
- g = aceleração da gravidade, $ft/s^2 (m/s^2)$
- h = altura do reservatório, $ft (m)$
- K = permeabilidade absoluta na direção vertical, $mD (m^2)$
- K_{rg} = permeabilidade relativa ao gás, adim. (adim.)

- K_{ro} = permeabilidade relativa ao óleo, adim. (adim.)
 L = posição ft (m)
 N = número de fluidos imiscíveis em contacto, utilizado no apêndice C.
 NZ = número de blocos
 P = pressão, psi (Pa)
 P_c = pressão capilar, psi (Pa)
 P_l = pressão na fase l , psi (Pa)
 P_{sat} = pressão de saturação, psi (Pa)
 q_l = vazão da fase l nas condições de reservatório, RB/D (m^3/s)
 q_t = vazão total de fluidos nas condições de reservatório, RB/D (m^3/s)
 q_{ow} = vazão de óleo sendo produzida na fronteira inferior, nas condições de superfície, STB/D (m^3/s)
 q_{gw} = vazão de gás produzida na fronteira inferior, nas condições de superfície, SCF/D (m^3/s)
 R_s = razão de solubilidade do gás no óleo, SCF/STB (m^3/m^3)
 RGO = razão gás-óleo de produção, SCF/STB (m^3/pm^3)
 S_{ga} = saturação de gás na zona intermediária (agulha), fração (fração)
 S_{gc} = saturação de gás crítica, fração (fração)
 S_{gm} = saturação de gás móvel, fração (fração)
 S_{go} = saturação de gás na zona inferior, fração (fração)

- S_{goa} = saturação de gás da zona inferior na fronteira com a zona intermediária (agulha), fração (fração)
- S_l = saturação da fase l , fração (fração)
- S_{oa} = saturação de óleo na zona intermediária (agulha), fração, (fração)
- S_{or} = saturação de óleo residual, fração (fração)
- S_{orc} = saturação de óleo residual corrigida, definida pela equação 5.5.11, fração (fração)
- t = tempo, dia (s)
- t_E = tempo em que se encontram as duas frentes de saturações após o fechamento do poço, dia (s)
- t_f = momento em que é fechado o poço após um período de depleção, dia (s)
- t_{final} = tempo final da simulação, dia (s)
- T = temperatura, $^{\circ}F$ ($^{\circ}C$)
- u_l = velocidade aparente da fase l , ft/D (m/s)
- V = volume, ft^3 (m^3)
- V_p = volume poroso, ft^3 (m^3)
- X = variável genérica, exemplo P , S_l , C_l , etc.
- \bar{X} = $\bar{X}(t) = \frac{1}{h} \int_0^h X(z, t) dz$, média volumétrica de uma variável para um determinado tempo, t .
- z = posição na direção vertical, ft (m)
- z_a = posição da frente da agulha, ft (m)
- z_D = posição em forma adimensional, $z_D = z/h$
- z_p = posição da frente do pistão, ft (m)

- α = parâmetro definido no apêndice F pela equação F.3, adimensional
 α_{mod} = parâmetro definido pela equação 5.9.27, psi^{-1} (Pa^{-1})
 β = parâmetro definido no apêndice F pela equação F.4, adimensional
 ΔS_o = variação da saturação de óleo em um passo de cálculo, fração (fração)
 ΔP = variação da pressão em um passo de cálculo, psi (Pa)
 Δt = variação do tempo em um passo de cálculo, dias (s)
 ΔZ = dimensão dos blocos, ft (m)
 $\Delta \rho$ = diferença de densidades entre as fases óleo e gás, lbm/ft^3 (Kg/m^3)
 λ_l = mobilidade da fase l , definida no apêndice B pela equação B.9, c_p^{-1} ($(Pa.s)^{-1}$)
 λ_t = mobilidade total dos fluidos, cp^{-1} ($(Pa.s)^{-1}$)
 μ_l = viscosidade da fase l , cp ($Pa.s$)
 ξ = parâmetro adimensional, definido pela equação 5.1.15
 ξ_r = parâmetro adimensional definido pela equação 5.1.12
 ρ_l = densidade da fase l , lbm/ft^3 (Kg/m^3)
 ϕ = porosidade, fração (fração)
 Φ_l = potencial da fase l , psi (Pa)

SUBSCRITOS

- a = relativo à região da agulha
 ao = relativo à região inferior, na posição fronteira com a região da agulha
 l = relativo à fase l

D	= adimensional
i	= relativo às condições iniciais
g	= relativo à fase gás
crit	= na condição crítica
critref	= na condição crítica tomada como referência
max	= relativo à condição de máximo valor de uma variável
min	= relativo à condição de mínimo valor de uma variável
BT	= relativo ao momento do breakthrough
o	= relativo à fase óleo
p	= relativo ao pistão
t	= total
w	= nas condições da face produtora

CONSTANTES DE CONVERSÃO DE UNIDADES

	Sistema Inglês	SI
C_1	6.328×10^{-3}	1
C_2	6.944×10^{-3}	1
C_3	1.127×10^{-3}	1
C_4	5.615	1
C_5	7.826×10^{-3}	1
C_6	4.394×10^{-3}	1
g_c	32.174	1

BIBLIOGRAFIA

1. Templeton, E.E. Nielsen, R.F. and Stahl, C.D.: "A Study of Gravity Counterflow Segregation", *Soc. Pet. Eng. J.* (June, 1962) 185-193.
2. Terwilliger, P.L., Wilsey, L.E., Hall, H.N., Bridgs, P.M. and Morse, R.A.: "An Experimental and Theoretical Investigation of Gravity Drainage Performance", *Trans., AIME* (1951) **192**, 285.
3. Cardwell, W.T., and Parsons, R.L.: "Gravity Drainage Theory", *Trans., AIME* (1949) **179**, 199-215.
4. Buckley, S.E. and Leverett. M.C.: "Mechanism of Fluid Displacement in Sands", *Trans., AIME* (1942) **146**, 107.
5. Welge, H.J: "A Simplified Method for Computing Oil Recoveries by Gas or Water Drive", *Trans., AIME* (1952) **195**,
6. Sheldon, J.W., Zondek, B. and Cardwell, W.T.: "One-Dimensional, Incompressible, Noncapillary, Two-Phase Flow in a Porous medium", *Trans., AIME* (1959) Vol. 216, 290.
7. Matthews, C.S. and Lefkovits, H.C.: "Gravity Drainage Performance of Depletion-type Reservoirs in the Stripper Stage", *Trans., AIME* (1956) **207**, 265.
8. Hagoort, J.: "Oil Recovery by Gravity Drainage", *Soc. Pet. Eng. J.* (June 1980) 139-150.
9. Martin, J.C.: "Some Mathematical Aspects of Two-Phase Flow with Applications to Floodings and Gravity Segregation Problems", *Prod. Monthly* (April, 1958) 22.

10. Martin, J.C.: "Reservoir Analysis for Pressure Maintenance Operations Based on Complete Segregation of Mobile Fluids", *Trans.*, AIME (1958) **213**, 220.
11. Cook, R.E.: "Analysis of Gravity Segregation Performance During Natural Depletion", *Soc. Pet. Eng. J.* (Sept. 1962) 261-274.
12. Hall, H.N.: "Analysis of Gravity Drainage", *J. Pet. Tech.* (Sept. 1961) 927-936.
13. Shreve, D.R. and Welch, L.W., Jr.: "Gas Drive and Gravity Drainage Analysis for Pressure Maintenance Operation", *Trans.*, AIME (1956) **207**, 136.
14. Burtchaell, E.P.: "Reservoir Performance of a High Relief Pool", *Trans.*, AIME (1949) 171.
15. Richardson, J.G., and Blackwell, R.J.: "Use of Simple Mathematical Models for Predicting Reservoir Behavior", *J. Pet. Tech.* (Sept. 1971) 1145-54.
16. Richardson, J.G., Sangree, J.B. and Sneider, R.M.: "Oil Recovery by Gravity Segregation", *J.Pet.Tech.* (June 1989) 581-582.
17. Pirson, S.J.: *Oil Reservoir Engineering*, McGraw-Hill Book co., Inc., N.Y. (1958).
18. Ambastha, A.K. and Aziz, K.: "Material Balance Calculations for Solution-Gas-Drive Reservoirs With Gravity Segregation", paper presented in the 62nd Annual Conference and Exhibition of the SPE, Dallas, (September 1987).
19. Dykstra, H.: "The Prediction of Oil Recovery by Gravity Drainage", *J. Pet. Tech.* (May 1978) 818-830.

20. Elkins, L.F., French, R.W. and Glenn, W.E.: "Lance Creek Sundance Reservoir Performance - a Unitized Pressure-maintenance Project", *Trans., AIME* (1949) 179, 222.
21. Morse, R.A. and Whiting, R.L.: "A Numerical Model Study of Gravitational Effects and Production Rate on Solution Gas Drive Performance of Oil Reservoirs", *J. Pet. Tech.*, (May 1970) 525.
22. Abib, Osmar: "Analysis of the Factors Influencing the Performance of Segregation Drive Reservoir", dissertação de PhD, Un. of Texas, 1962.
23. Craft, B.C. and Hawkins, M.F.: *Applied Petroleum Reservoir Engineering*, Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, NJ, (1959).
24. Sandrea, R. and Nielsen, R.F.: *Dynamics of Petroleum Reservoirs Under Gas Injection*, Gulf Publishing Company, Texas 1974.
25. Aziz, K. and Settari, A.: *Petroleum Reservoir Simulation* Applied Science Publishers Ltd., London (1970) 169.
26. Peaceman, D.W.: *Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation*, Elsevier Scientific Publishing Company, N.Y., 1977.
27. Coats, K.H., Dempsey, J.R. and Henderson, J.H.: "The Use of Vertical Equilibrium in Two-Dimensional Simulation of Two-Dimensional Reservoir Performance", *Soc. Pet. Eng. J.* (March 1971) 63-71.
28. Muskat, M.: "The Production Histories of Oil Producing Gas-drive Reservoirs", *Journal of Applied Physics*, (1945) 16, 147.
29. Tarner, J.: "How Different Size Gas Caps and Pressure Maintenance Programs Affect Amount of Recoverable Oil", *Oil Weekly*, (June 12, 1944) 144, No 2, 32-34.

30. Martin, J.C.: "Simplified Equations of Flow in Gas Drive Reservoirs and the Theoretical Foundation of Multiphase Pressure Buildup Analysis", *Trans., AIME* (1959), **216** 309.
31. El-Khatib, N.A.F.: "The Effect of Drainage Area and Production Rate on the Performance of Depletion drive Oil Reservoir", Paper SPE 11019 presented at the 57th Annual Mtg. of SPE of AIME, New Orleans, LA (Sept. 26-29. 1982).
32. McCreary, J.G.: "A Simple Method for Controlling gas Percolation in Numerical Simulation of Solution Gas Drive Reservoir", *Soc. Pet. Eng. J.* (March 1971) 85-91.
33. Coats, K.H.: "A Treatment of the Gas Percolation Problem in Simulation of Three-Dimensional, Three-Phase Flow in Reservoirs", *Soc. Pet. Eng. J.* (Dec. 1968) 413-19.
34. Settari, A. and Aziz, K.: "Treatment of Nonlinear Terms in the Numerical Solution of Partial Differential Equations for Multiphase Flow in Porous Media", *Int. J. Multiphase Flow*, 1, 1975, 817-44.
35. SIMBEST, Black Oil Simulator, User's Guide, version 1.0, Scientific Software Intercomp Inc. (July, 1985).
36. Standing, M.B.: "Notes on Relative Permeability Relationships", Dep. of Pet. Eng., Stanford, CA, 1975.
37. Serra, K.V.: "Well Testing for Solution Gas Drive Reservoirs", dissertação de PhD., Un of Tulsa, Tulsa 1988.
38. PC-BOAST, Black Oil Simulator for the IBM-PC, User's Guide, Version 7.1, Petroland, Polo Alto, CA, (June, 1988).