

Este exemplar corresponde a Redaçã
Final da Tese defendida por Waldo Dugue
Santo e aprovada pela Comissão Julgadora
em 21/07/89



ESTUDO DA MODELAGEM MATEMÁTICA
PARA A OTIMIZAÇÃO DAS CONDIÇÕES
DE USINAGEM

33-1989

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE FABRICAÇÃO

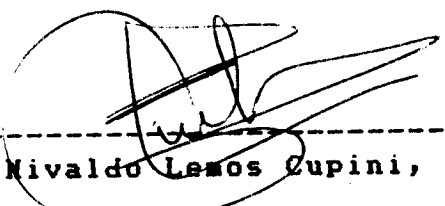
Tese de DOUTORADO

Título da tese: "ESTUDO DA MODELAGEM MATEMÁTICA PARA A
OTIMIZAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE USINAGEM"

Autor: WALDO DUQUE SANTA *n.t.*

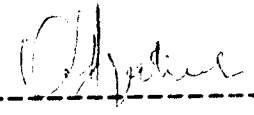
Orientador: NIVALDO LENOS CUPINI *n.t.*

Aprovado por:

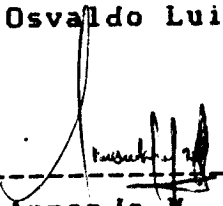


Prof. Dr. Nivaldo Lemos Cupini,

Presidente



Prof. Dr. Osvaldo Luiz Agostinho



Prof. Dr. Armando N. Infante

Dr. Lamartine Bezerra da Cunha



Prof. Dr. Benedito de Moraes Purquerio

Campinas, 21 de Julho de 1989

DEDICATORIA

A mi esposa Stella ...

por su madurez al enfrentar sola y ejemplarmente
los compromisos familiares y profesionales.
Ella fué mi mayor estímulo.

A mis hijos Patricio y Tatiana ...

por su paciencia durante estos cuatro años de
ausencia.

A mis padres y hermanos ...

por el calor que siempre me brindan.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Dr. Nivaldo Lemos Cupini pela orientação, amizade e otimismo que sempre me transmitiu.

Ao Professor Dr. Armando M. Infante pela colaboração e exemplares aulas de Métodos Estatísticos.

Aos professores e funcionarios do Departamento de Engenharia de Fabricação.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

La América Latina y el Caribe ...parecen condenados a la servidumbre del presente: los desmadres telúricos, los cataclismos políticos y sociales, las urgencias inmediatas de la vida diaria, las dependencias de toda índole, la pobreza y la injusticia, no nos han dejado mucho tiempo para asimilar las lecciones del pasado ni pensar en el futuro.

Gabriel García Márquez. Segundo Encuentro de Intelectuales, 1985.

ESTUDO DA MODELAGEM MATEMÁTICA PARA OTIMIZAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE USINAGEM

Resumo

O trabalho faz um estudo das funções objetivas e das restrições usadas na modelagem matemática para otimização das condições de usinagem. Analisa as funções objetivas baseadas em custos e propõe uma função objetiva de caráter linear em termos de variáveis tecnológicas usando como critério de otimização o critério de máxima produção.

Desenvolve as equações das restrições como funções lineares e formula um modelo matemático de otimização que pode ser resolvido aplicando técnicas de programação linear.

As restrições de caráter probabilístico são determinadas como modelos estatísticos lineares usando delineamentos fatoriais fracionados, o que permite otimizar o próprio processo de experimentação.

São determinados experimentalmente os modelos matemáticos das restrições correspondentes ao desgaste e vida da ferramenta aplicando-os na obtenção das condições ótimas de usinagem pelo modelo de otimização proposto, para o processo de torneamento num torno à comando numérico computadorizado.

A STUDY OF MATHEMATICAL MODELING FOR OPTIMIZATION OF MACHINING CONDITIONS

Abstract

This work studies the target functions and their restrictions used in the mathematical modeling to machining optimization. It analyses these target functions and proposes a linear function using technologic variables having the criterion of maximum production as the criterion of optimization.

It develops the restriction equations as linear functions and makes a mathematical model of optimization that can be resolved using linear programming.

The probabilistic restrictions are determined as linear statistic functions using fractional factorial design of experiments, what permits the optimization of the experimental research itself.

The mathematical model of the restrictions corresponding to the tool wear and tool life are experimentally determined and they are used in the attainment of the optimum machining by the proposed model of optimization in the turning operations in a computerized numerical control lathe.

Í N D Í C E

Página

RESUMO

ABSTRACT

CAPÍTULO I

ASPECTOS GERAIS E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	1
I.1.-INTRODUÇÃO.....	1
I.1.1.- Sistema de Base de Dados.....	7
I.1.2.- Sistema de Modelamento matemático.....	7
I.2.-EVOLUÇÃO DOS ESTUDOS ECONÔMICOS E DE OTIMIZAÇÃO DA USINAGEM.....	14

CAPÍTULO II

MODELAGEM MATEMÁTICA PARA A OTIMIZAÇÃO DO PROCESSO DE USINAGEM.....	21
II.1.-Otimização do processo de usinagem.....	21
II.2.-Modelos de otimização interna ou adaptativa...	23
II.2.1.-Controle Adaptativo Restrito.....	23
II.2.2.-Controle Adaptativo de Otimização.....	24
II.3.-Modelos de otimização externa.....	28
II.4.-Análise das Funções Objetivas.....	33

II.5.-Comparação analítica dos critérios de máxima produção e mínimo custo.....	36
II.5.1.-Ciclos, tempos de usinagem e velocidade de máxima produção.....	36
II.5.2.-Custos de produção.....	40
II.5.3.-Análise da relação entre vida ótima da ferramenta e a função de custos.....	43
II.5.4.-Análise da função de produção.....	48
II.6.-Justificação da seleção do critério de máxima produção ou mínimo tempo como critério de otimização.....	51

CAPITULO III

FORMULAÇÃO DO MODELO MATEMATICO DE OTIMIZAÇÃO DA USINAGEM

III.1.-Sistema de restrições.....	58
III.2.-Formulação matemática das restrições em torneamento.....	61
III.2.1.-Relação de vida da ferramenta.....	61
III.2.2.-Rugosidade Superficial.....	63
III.2.3.-Força de corte principal ou tangencial.....	64
III.2.4.-Restrições cinemáticas da máquina-ferramenta.....	64
III.3.-Função Objetiva.....	65
III.4.-Modelo matemático proposto.....	66

9

IV.1.-Introdução.....	69
IV.2.-Delineamento Experimental para o ajuste de modelos de primeiro grau.....	71
IV.3.-Delineamentos Fatoriais.....	72
IV.3.1.-Delineamentos Fatoriais a dois níveis.....	72
IV.3.1.1.-Delineamentos 2.....	72
IV.3.1.2.-Delineamentos 2.....	73
IV.4.-Análise comparativa dos experimentos que variam um fator de cada vez com os experimentos fatoriais.....	81
IV.5.-Experimentos Fracionais Fatoriais.....	85
IV.6.-Fracionamento de um Fatorial 2.....	86
IV.7.-Experimentos Fracionais com replicações centrais.....	91
IV.8.-Aplicação desta metodologia aos modelos de usinação.....	91

MODELO MATEMATICO PARA DETERMINAR A RUGOSIDADE
SUPERFICIAL

V.1.-Introdução.....	95
V.1.1.-Modelos do desvio aritmético medio Ra...	95
V.1.2.-Modelos do desvio quadrático medio Rq...	97

VI.3.-Execução da primeira fração.....	117
VI.4.-Cálculo da validade do modelo para a primeira fração.....	119
VI.5.-Cálculo do intervalo de confiança para a primeira fração.....	121
VI.6.-Execução da segunda fração para a vida de ferramenta.....	122
VI.7.-Cálculo da validade do modelo para a segunda fração.....	124
VI.8.-Cálculo do intervalo de confiança para a segunda fração.....	125
VI.9.-Equação combinada de regressão com os resultados das duas frações.....	126
VI.10.-Cálculo do intervalo de confiança para a equação de regressão combinada.....	127
VI.11.-Equação de vida da ferramenta ajustada pela equação de regressão combinada.....	128

CAPITULO VII

APLICAÇÃO E INTERPRETAÇÃO GRÁFICA DO MODELO

CAPITULO VIII

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

VIII.1.-Conclusões.....	134
VIII.2.-Sugestões para trabalhos futuros.....	135

CAPITULO I

ASPECTOS GERAIS E REVISÃO BIBLIOGRAFICA

I.1-INTRODUÇÃO.-

A partir da década dos anos sessenta os processos de produção discretos (ou de formas) tem sofrido uma profunda transformação devida a introdução da microeletrônica e das tecnologias computacionais.

Esta transformação caracteriza-se pela passagem de um paradigma tecno-econômico de produção em massa com produtos energético-intensivos e de automação rígida para um paradigma de produção em pequenos lotes com produtos informático-intensivos e de automação flexível [1].

O caminho percorrido vai desde as Máquinas Transfer, a Tecnologia de Grupo, o Comando Numérico, o Comando Numérico Computadorizado, o Projeto Assistido por Computador (CAD), até a Manufatura Assistida por Computador (CAM); e tem como objetivo final a Manufatura Integrada por Computador (CIM), sistema de manufatura que integra aos estágios anteriores a Manipulação Automática de Peças (MAH), a Robótica e o Planejamento Assistido por Computador (CAPP).

"A automação flexível da manufatura de bens deverá ser obtida pela aplicação dos computadores na automação do sistema total de manufatura - um sistema que parte

diretamente do projeto e modelação geométrica de produto e envolve todos os estágios da sua produção. Este conceito genérico da Automação Flexível de Manufatura deverá ser conhecido como Manufatura Integrada por Computador. Dentro deste conceito de vários desenvolvimentos recentes nas áreas de engenharia auxiliada por computador passam a fazer parte do cotidiano das empresas :

- 1.- Projeto Assistido por Computador (Computer Aided in Design - CAD).
- 2.- Planejamento de Processo e Processo Assistido por Computador (Computer Aided in Process and Production Planning - CAPP).
- 3.- Programação e Controle da Produção assistido por Computador (Computer Aided Production Scheduling and Control-CAPSC).
- 4.- Automação de Fábrica (Shop Floor Automation) e,
- 5.- Integração (Integration)[2].

O Planejamento Assistido por Computador é " O subsistema responsável pela transformação dos dados de projeto em instruções de trabalho " [3] e exige uma elevada cultura tecnológica que se inicia com uma apurada documentação destes processos (esquemas de usinagem, roteiros de fabricação, tempos e custos de produção, etc.) e o estabelecimento de um Banco de Dados de usinagem, visando a otimização do processo.

Nos processos de usinagem o Planejamento Assistido por Computador compreende as seguintes etapas:

a).-Determinação do método e dispositivo de fixação.-

A automação deste estágio é complexa e exige a padronização de métodos e meios de fixação baseada em famílias de peças, para um amplo espectro de peças e de características construtivas e tecnológicas das máquinas.

b).-Determinação automática da sequência de operações.-

Neste estágio determinam-se diferentes graus de decisão segundo o processo: torneamento, fresamento, furação, etc.

c).-Seleção automática das ferramentas .-

Exige, também, uma detalhada padronização das ferramentas e a elaboração dos respectivos arquivos. Existem neste estágio diferentes níveis de dificuldades que dependem se se trata de ferramentas usadas em operações com dimensões fixas tais como furação, rosqueamento, alargamento ou de operações com dimensões variáveis: torneamento, fresamento, etc. A seleção automática no primeiro caso é simples e universal, no segundo é feita na empresa a partir de uma análise das operações.

d).-Seleção automática das condições de usinagem.-

é a seleção da combinação apropriada de velocidade e avanço para uma operação específica. Pode ser feita a partir de arquivos de dados ou a partir de modelos matemáticos.

e).-Cálculo dos tempos de fabricação .-

O cálculo dos tempos de usinagem não apresenta dificuldades, já os tempos de manobra são calculados por

métodos analíticos a partir de tempos elementares ou por métodos estatísticos.

A tabela 1.1 mostra os múltiplos parâmetros a serem levados em conta para a referida seleção [4].

Existem, segundo Groover e Zimmer [4] três métodos que permitem obter a combinação ótima de parâmetros de usinagem:

A.-Experiência e parecer do planejador do processo, supervisor ou operador da máquina.-

Confiar na experiência e parecer individual acarreta um grande risco. O risco encontra-se na perda potencial do indivíduo com a experiência acumulada através de muitos anos na oficina.

B.-Manuais de usinagem.-

As recomendações dos manuais são obtidas a partir da experiência de várias pessoas e são geralmente desenvolvidas depois de uma análise sistemática de uma grande quantidade de dados. O mais conhecido desses manuais é o Machining Data Handbook [5].

A pesar de que esses manuais oferecem uma informação aperfeiçoada da experiência de várias pessoas, não são recomendados para serem aplicados num ambiente fabril.

Tabela I.1 -Características das operações de usinagem [4].

=====

1.-TIPO DE OPERAÇÃO.-

- a).- Tipo de processo: torneamento, faceamento, furação, fresamento, retífica, etc.
- b).- Operações de desbaste ou operações de acabamento.

2.-PARAMETROS DA MAQUINA FERRAMENTA.-

- a).- Tamanho e rigidez.
- b).- Potência.
- c).- Velocidades de rotação e avanços.
- d).- Máquina convencional ou com Controle Numérico.
- e).- Capabilidade e precisão.
- d).- Tempo de operação.

3.-PARAMETROS DA FERRAMENTA DE CORTE.-

- a).- Material da ferramenta (aço rápido, metal duro, cerâmica).
- b).- Composição química do material da ferramenta.
- c).- Propriedades físicas e mecânicas (dureza, resistência ao desgaste, etc.).
- d).- Tipo de ferramenta (monocortante, broca, fresa).
- e).- Geometria (raio de ponta, ângulo de incidência, número de dentes, etc.).
- f).- Custo da ferramenta.

4.-CARACTERISTICAS DA PEÇA.-

- a).- Material: tipo básico ou de grau específico.
- b).- Dureza e resistência do material.
- c).- Dimensões e forma.
- d).- Tolerâncias.
- e).- Acabamento superficial.
- f).- Condições superficiais iniciais.

5.-PARAMETROS DA OPERAÇÃO DIFERENTES DA VELOCIDADE DE CORTE E DO AVANÇO.-

- a).- Profundidade de corte.
 - b).- Fluido de corte, se necessário.
 - c).- Rigidez da peça.
 - d).- Dispositivos e meios de fixação usados.
- =====

Pesquisas realizadas na EMBRAER com materiais próprios da indústria aeronáutica como alumínio aeronáutico e suas ligas, aços especiais e ligas de titânio, mostram que " 84% dos avanços e rotações utilizados nos programas C.N. liberados eram diferentes de aqueles calculados através dos parâmetros recomendados pelo Machining Data Handbook " [6].

Groover e Zimer, ainda, assinalam as seguintes desvantagens dos manuais de usinagem:

- a).-Suas recomendações tendem a ser conservadoras porque são obtidas para condições críticas.
- b).-Devem ser considerados como um guia geral e podem não coincidir com uma particular linha de produção e máquinas ferramentas numa determinada fábrica.
- c).-Os manuais não são compatíveis com a automação do planejamento do processo auxiliado por uma base de dados computadorizada.

C.-Sistema Computadorizado de dados de usinagem .-

Para evitar as dificuldades acima mencionadas todos os esforços devem-se dirigir à obtenção de um sistema computadorizado de dados de usinagem .

Alguns desses sistemas foram desenvolvidos por empresas particulares com necessidades específicas e a importância deles tem crescido muito com o incremento das máquinas ferramenta com comando numérico e a necessidade de operar essas máquinas eficientemente .

A importância desses sistemas, ainda é maior com o surgimento dos Sistemas de Informação Integrados à Manufatura.

Pressman e Williams [7] classificam os sistemas computadorizados de dados em dois tipos, a saber:

I.1.1.- SISTEMA DE BASE DE DADOS.-

Este sistema exige a coleta e armazenamento de uma grande quantidade de dados obtidos em laboratórios o em condições produtivas. A base de dados é mantida em arquivos computadorizados e pode ser acessada por intermédio de um terminal remoto ou fornecer permanentemente edições de recomendações para usinagem. Para cada conjunto de operações o sistema calcula os custos de operação e seus componentes.

I.1.2.- SISTEMA DE MODELAMENTO MATEMATICO.-

Estes sistemas vão além da base de dados e seu objetivo é tomar a informação armazenada na base de dados e através da aplicação de modelos matemáticos de otimização apropriados prever e fornecer as condições ótimas de usinagem para cada operação. A definição das condições ótimas é feita ora com o objetivo de minimizar custos, ora com o objetivo de maximizar a produção.

As características gerais de projeto de um Banco de Dados foram descritas por M. Y. Friedman, M. Field e J. K. Kalhes. Segundo esses autores um sistema de Banco de Dados consiste de tres módulos principais, como é mostrado na figura 1.1[8].

a)- Módulo de arquivo de dados de usinagem .-

é o arquivo básico e contem dados numéricos de usinagem para varias condições (durabilidade da ferramenta, acabamento superficial, forças de corte, potência de corte) agrupados segundo o material da peça e a operação de usinagem. As fontes de esses dados são os Centros de Dados, as proprias fábricas, os experimentos realizados em laboratórios e a literatura.

b)- Módulo gerador de modelos -

Consiste em rotinas destinadas a estimar as relações matemáticas entre as variáveis do processo e as condições de corte. A construção e estimação dos parâmetros dos modelos é feita a partir dos dados obtidos no módulo de arquivos.

c)- Módulo de otimização-

Os dados gerados no módulo anterior entram neste módulo com fins de otimização. O módulo construi a função objetiva e as equações de restrição do sistema, maximizando ou minimizando a referida função sob as restrições .

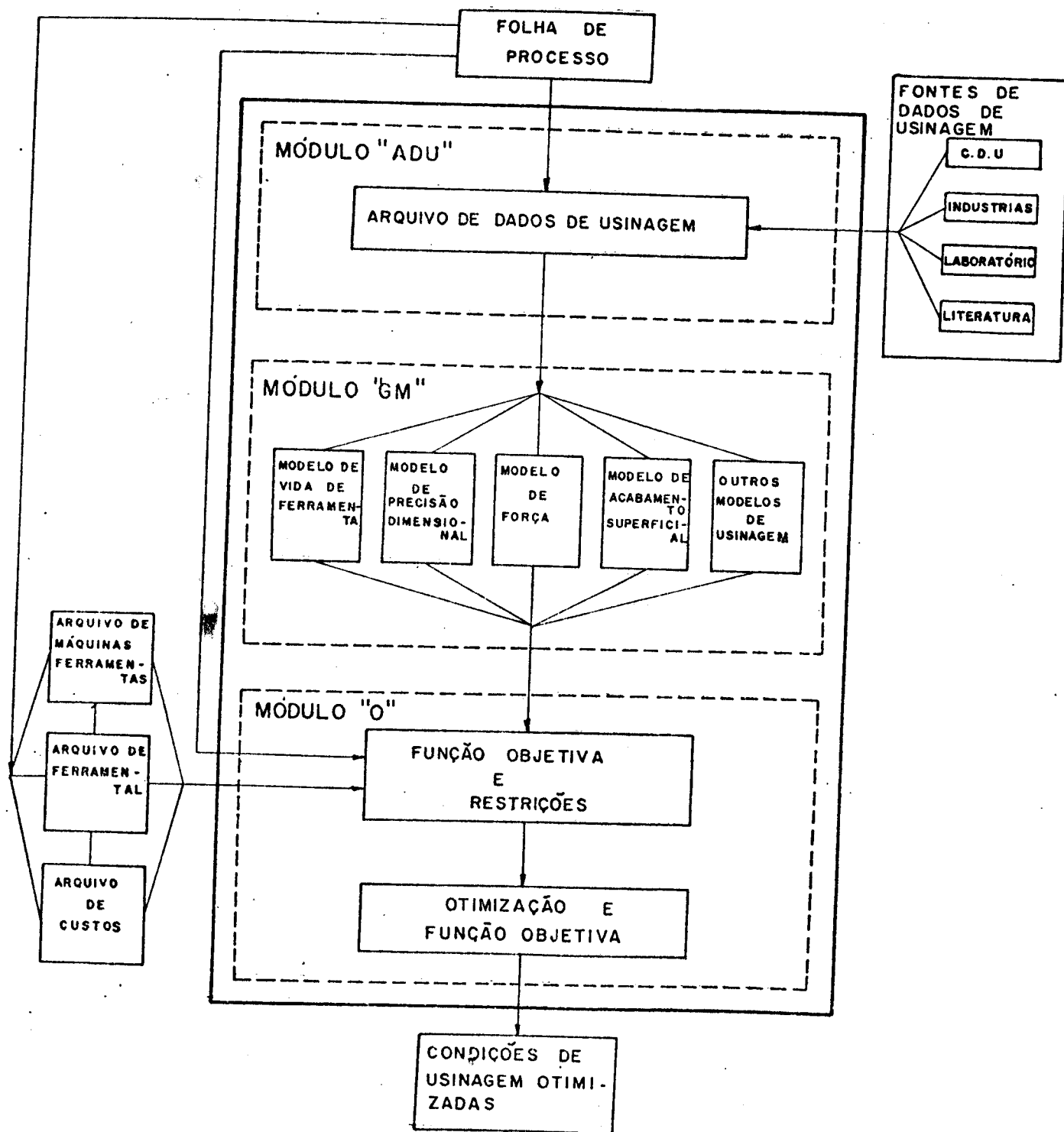


Figura I.1 .- Características do Banco de Dados de Usinagem [8].

Os autores destacam duas características fundamentais dos sistemas computadorizados de dados para usinagem : a confiabilidade e a modularidade.

A confiabilidade dos dados depende da fonte de procedência. Estabelecendo-se uma ordem hierárquica decrescente em confiabilidade dos dados, tem-se: dados obtidos na própria empresa, dados obtidos em laboratórios (da empresa ou externos), dados fornecidos por Centros de Dados e analisados por especialistas e finalmente os dados extraídos da literatura sem qualquer análise.

A modularidade é necessária para facilitar a implementação progressiva (modular) da automação do processo de planejamento da produção e cada módulo deve possuir a propriedade de ser autônomo, isto é, pode funcionar independentemente da implementação ou não dos demais módulos.

No Brasil concebeu-se em 1982 pelo grupo de pesquisa e treinamento em Comando Numérico da Universidade Federal de Santa Catarina (Grucon), a criação de um Banco de Dados de usinagem denominado CINFUS [9]. A figura 1.2 mostra a arquitetura funcional do CINFUS.

O CINFUS atualmente oferece dados que são processados nos módulos (a) e (b) do esquema de Friedman, fornecendo condições de usinagem semiotimizadas. Os dados são fornecidos da forma indicada na figura 1.3 e segundo Lourival Bohes [9] " não apresentam qualquer análise de

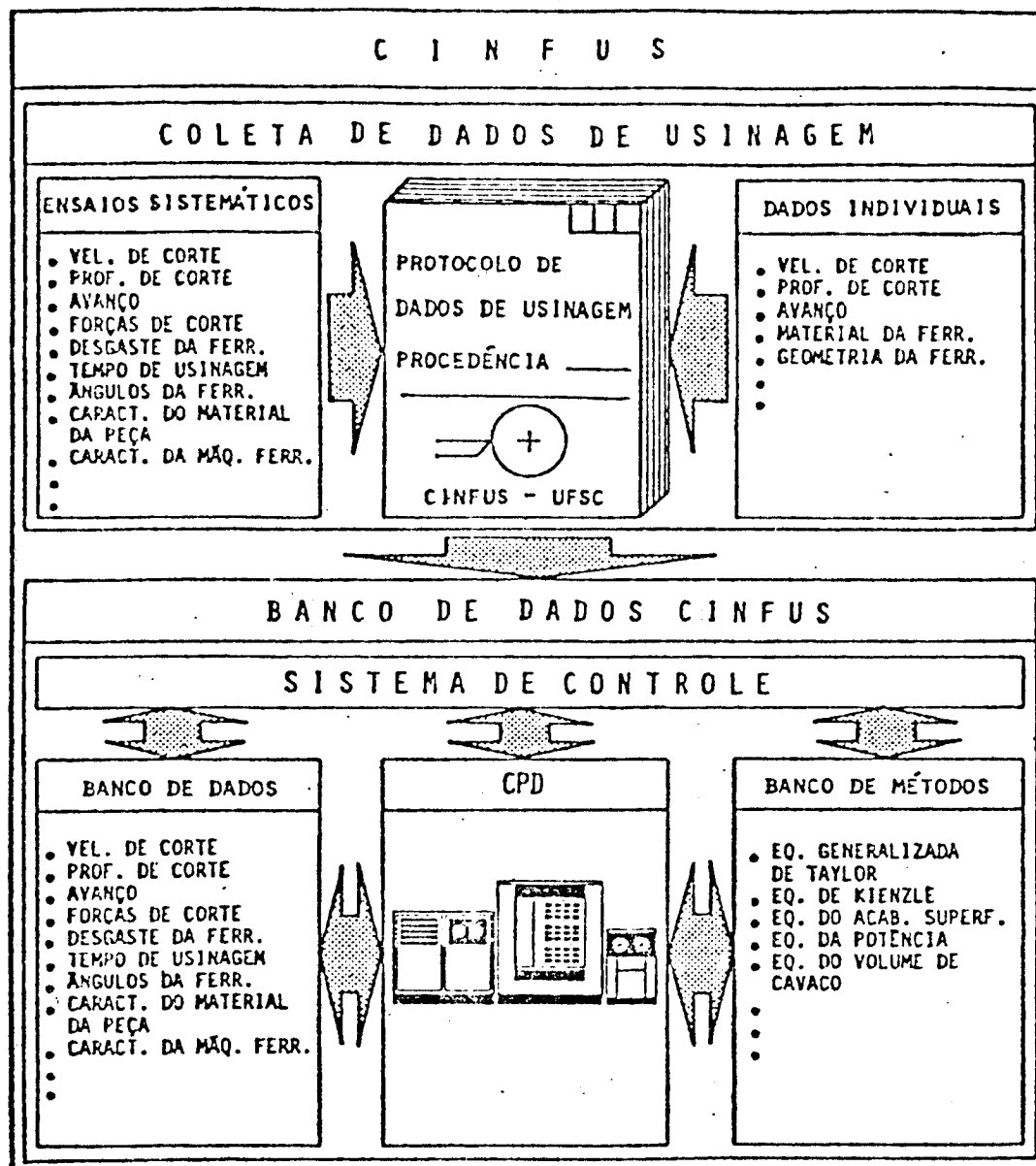


Figura I.2 .- Arquitectura funcional do CINFUS [9].

```
*****
*
*      *****          *      *      *****
*      *              **   *      *      *
*      *              * * *      *      *****
*      *              *   **     *      *
*      *****        *      *      *****
*
*****
* DADOS DE CORTE PARA O PROCESSO DE TORNEAMENTO EXTERNO
* LONGITUDINAL
*
*****
*
*      PEGA                      FERRAMENTA
* MATERIAL=ABNT(FC-100)         CLASSE=K10
* FABRICANTE=WEG S.A.           FABRICANTE=BRASSINT
* DUREZA=82 HB                  FORMA=SNUN 12040B
* RES.TRACAO=79 N/MM2           RAIO= 0.80mm
* TRAT.TERM=EST.FORN.           X= 75.
* SUPERFICIE=PRE-USINADA
*
*      TAYLOR                     INF.DIVERSAS
* C= 529.1                       KC1.1(N/mm2)= 664
* E= -.181                       1-MC= 0.75
* F= -.144                       VCMAX(m/min)= 250
* G= -.199                       VCMIN(m/min)= 140
* H= .299                        REND.DA MAQ.= .8
*
*****
*****
*      F(mm)=0.056
*****
* AP(mm)      * VC(m/min) FC(N) PC(Kw) PA(Kw) V(cm3/min)*
*****
* 1.0          * 250.0    77.1  0.3   0.40   14.0
* 2.0          * 250.0    154.2 0.6   0.80   28.0
*****
*      F(mm)=0.100
*****
* AP(mm)      * VC(m/min) FC(N) PC(Kw) PA(Kw) V(cm3/min)*
*****
* 1.0          * 250.0    119.1 0.5   0.62   25.0
* 2.0          * 250.0    238.2 1.0   1.24   50.0
* 3.0          * 243.0    357.3 1.4   1.81   72.9
* 4.0          * 233.1    476.4 1.9   2.31   93.2
* 5.0          * 225.7    595.5 2.2   2.80  112.9
* 6.0          * 219.9    714.6 2.6   3.27  131.9
* 7.0          * 215.1    833.7 3.0   3.74  150.5
* 8.0          * 211.0    952.8 3.4   4.19  168.8
*****
*      VB(mm)= 0.300
*      T(min)= 30.0
```

Figura 1.3 .- Folha de dados de corte do CINFUS [9].

otimização em função de uma máxima produção ou mínimo custo de usinagem , a qual é possível somente mediante o conhecimento dos custos do local de trabalho de cada empresa" .

Outra importante experiência Brasileira de otimização da usinagem a partir de Banco de Dados esta sendo desenvolvida na EMBRAER. Nesta empresa esta-se implementando um sistema Gerenciador de Dados Práticos de Usinagem (G.D.P.U.). O sistema [6], realiza otimização dos parâmetros de corte em duas etapas: na primeira através da predeterminação de coeficientes de correção que prevêm as diferenças nas condições de usinagem com aquelas fornecidas pelo Machining Data Handbook e na segunda, através da obtenção dos valores de avanço e rotação já testados e corrigidos dos programas C.N. liberados.

Finalmente " o G.D.P.U. faz um tratamento estatístico dos valores de avanço e rotação levantados a partir dos programas C.N. liberados . Esse tratamento consiste em eliminar os valores isolados, arranjar os dados desse Banco sob diversos criterios (sort), agrupando-os em cadeias de dados com características semelhantes, descrever comportamentos desses dados através de gráficos demonstrativos ,e determinar os valores medios para cada um desses grupos " [6].

A tabela I.2 mostra uma informação comparada dos sistemas computadorizados de dados desenvolvidos por cinco categorias de organizações [10], a saber :

- .- Universidades e institutos de pesquisa.
- .- Associações de produtores de máquinas-ferramentas e ferramentas de corte.
- .- Fornecedores de linguagens de programação de comando numérico e processadores, e
- .- Firmas de consultoria e empresas usuárias.

Segundo a tabela, estes sistemas podem-se classificar em três tipos:

- Sistemas de armazenamento e recuperação da informação.
- Sistemas que usam equações empíricas, e
- Sistemas que usam modelos matemáticos.

Vê-se da tabela que somente seis instituições utilizam sistemas com modelos matemáticos, esses sistemas são:

- .-INFOS, da Universidade Técnica de Aachen, na República Federal Alemã.
- .-TRI, do Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Japão
- .-TECHNION, do Instituto Technion de Israel
- .-APPAS, da Universidade de Purdue dos E.E.U.U.
- .-AUTOAP, da Universidade Técnica de Aachen, na República Federal Alemã.
- .-EXAPT, da Exapt Verein, na República Federal Alemã.

I.2- EVOLUÇÃO DOS ESTUDOS ECONOMICOS E DE OTIMIZAÇÃO DA USINAGEM.-

A análise econômica da usinagem inicia-se com o trabalho de F. W. Taylor "On the art of cutting metals "[11] publicado

SISTEMA DESENVOLVIDO POR		CLASSE		INTEGRADO			TIPO			USOS		
		INDEPENDENTE	INTEGRADO	PLANEJAMENTO DE PROCESSO	NC	CAD	ARMAZENAMENTO E RECUPERAÇÃO DE DADOS	EQUAÇÃO EMPÍRICA	MODELO MATEMÁTICO	TORNEAMENTO	FURACÃO	FREZAMENTO
CARBOLOY	GENERAL ELECTRIC (USA)	X						X		X		
WICKMAN	WICKMAN WIMET (UK)	X						X		X		
SANDVIK	SANDVIK COROMANT (SWEDEN)	X						X		X		
ABEX	ABEX CORP (USA)	X					X			X	X	X
INFOS	TECHNICAL UNIV. AACHEN (FRG)	X					X		X	X	X	X
PERA	PRODUCTION ENGRG RSCH ASSN (UK)	X					X			X	X	X
TRI	TECHNICAL RESEARCH INST (JAPAN)	X					X		X	X	X	X
GM	GENERAL MOTORS (USA)	X						X		X		
COMAD	WARNER SWASEY (USA)	X						X		X		
MACHDA	H.B MAYNARD CO (USA)	X					X			X	X	X
AML	RATH STRONG (USA)	X					X			X	X	X
CUTTECH	METCUT RESEARCH (USA)	X					X					X
TECHNION	TECHNION (ISRAEL)	X					X		X			X
APPAS	PURDUE UNIV. (USA)		X	X					X		X	X
ACAPS	PENNSYLVANIA STATE UNIV. (USA)		X	X			X			X	X	X
CNPP	UNITED TECHNOLOGY RSCH (USA)		X	X			X			X		
AUTOAP	TECHNICAL UNIV. AACHEN (FRG)		X	X	X	X	X		X	X	X	X
CIMS/PRO	KOBE UNIV. (JAPAN)		X	X			X			X	X	X
AUTOPLAN	METCUT RESEARCH (USA)		X	X			X			X		
IBM	IBM CORP (USA)		X		X		X				X	
EXAPT	EXAPT VEREIN (FRG)		X		X		X		X	X	X	X
MMP	MACOTECH CORP (USA)		X		X		X				X	X
ROUND/CUBIC	TWENTE UNIV. OF TECHNOLOGY (NETH)		X		X		X			X	X	X
MITURN	METAL INSTITUTE TNO (NETH)		X		X		X			X		

Tabela I.2 .- Sistemas computadorizados de Bancos de
Dados de Usinagem [10].

nos E.E.U.U. em 1907 e cujo resultado é a conhecida equação de Taylor que relaciona o desgaste da ferramenta com a velocidade de corte. Os estudos posteriores baseados nesta equação se orientam a determinar as velocidades de mínimo custo, máxima produção e máximo lucro.

E. A. Forsberg em 1929 [12], Leyensseter em 1933 [13] e Withoff em 1947 [14] encontraram equações de custos e dados de usinagem econômica.

Em 1945, O. Svahn [15] estudou as velocidades de mínimo custo e máxima produção para furação e torneamento. Nos anos 50 W. W. Gilbert [16], R. C. Brewer [17], e B. Colding [18] desenvolveram equações e nomogramas que estabelecem as componentes de custos, as curvas de mínimo custo, a vida da ferramenta para mínimo custo e os custos da ferramenta para máxima produção.

Em 1964 K. Okushima e K. Hitomi [19] apresentaram uma análise das condições econômicas de usinagem obtendo a velocidade de corte de máximo lucro. O critério de máximo lucro foi posteriormente estudado por S. M. Wu e D. S. Ermer [20], fornecendo uma análise da sensibilidade da resposta de máximo lucro para diversas combinações de curvas de demanda, avanços, custos e tempos de produção.

No ano 1966 E. J. Armarego e J. K. Russel [21] desenvolveram analiticamente as equações para máximo lucro e concluíram que os critérios de máximo lucro e mínimo custo conduzem a resultados muito similares.

Em 1968 Koenig e Depiereux [22] propuseram uma equação de custos que considera a curvatura da equação de Taylor.

Velikanof K. M. e Novojilov V. I. [23] em 1972 apresentaram uma interpretação gráfica do caráter da variação das componentes de custo por operação no domínio $n.a/p$, isto é expressando em uma coordenada o produto da rotação pelo avanço e na outra a profundidade de corte.

Vários autores realizaram estudos orientados a considerar o caráter estocástico do processo de desgaste da ferramenta, entre eles cabe mencionar os trabalhos de Gillman et alli, [24], Rosseto e Levi [25], Ramalingam e Watson [26], Ramalingam [27], Pandit [28], Sheik, Kendall e Pandit [29], Zdeblik [30], Sekulic [31], Wilson e Yetin [32], P. G. Katsev [33][34], Billatos, Bayoumi, Kendall, e Sanders [35].

Em termos gerais estas pesquisas foram orientadas a formulação de modelos matemáticos de confiabilidade, funções de densidade de probabilidade da vida da ferramenta e determinação das diferenças do coeficiente de variação em condições de laboratório e em condições industriais.

O enfoque clássico da otimização da usinagem utiliza as técnicas de cálculo diferencial para calcular as velocidades de mínimo custo e máxima produção definindo o intervalo de máxima eficiência.

Brewer em 1966 [36] propôs o Método dos Multiplicadores Indeterminados de Lagrange o qual foi posteriormente aplicado por R. Faria Gonzales e Inyong Han [37].

Walvekar A.G. e Lambert B.K. [38] 1970, Phillips D. e C. Beighter [39] 1970, D. S. Ermer [40] 1971 e Petro G. Petropolis [36] 1973 resolveram o problema de otimização aplicando a nova técnica de Programação Geométrica, considerando a função objetiva e as equações de restrição como funções posinomiais.

Clarence L. Hough Jr e Ramon E Goforth [41] 1981 desenvolveram uma extensão da teoria da Programação Geométrica para as funções com expoentes logarítmicos e formularam o conceito dos posiloginômios quadráticos (QPL) [42]. Estes pesquisadores aplicaram o referido conceito na otimização da usinagem utilizando as equações de vida da ferramenta de segunda ordem desenvolvidas por Friedman e Tipnis [43] estabelecendo a condição necessária e suficiente para a existência do ótimo no domínio $R - T$; taxa de remoção do material - vida da ferramenta.

Nos modelos matemáticos acima mencionados baseiam-se alguns métodos conhecidos para otimização. O método da Metcut (Metcut Research Association) e o da Carboloy G. E. [22] utilizam a metodologia do cálculo diferencial. O CRIF de Bruxelas utiliza o método dos Multiplicadores Indeterminados de Lagrange [44].

As outras pesquisas baseadas nos estudos econômicos e de otimização da usinagem estão orientadas à formulação de modelos matemáticos para determinar as estratégias de auto-otimização em máquinas ferramenta com Controle Adaptativo. Nelas se apresentam os métodos para definir o Indicador de desempenho (IP - Index of Performance) que serve como critério de otimização [45],[46],[47],[48],[49],[50].

1.3 .- OBJETIVOS.-

O presente trabalho tem como objetivo estudar os modelos matemáticos de otimização das condições de usinagem, analisar as funções objetivas e formular as relações matemáticas das restrições, propondo finalmente um modelo matemático que considere as dificuldades da indústria metal-mecânica Brasileira. Estas dificuldades encontram-se fundamentalmente na elaboração dos arquivos de custos, já que os sistemas de custos destas empresas não estão projetados para tal fim.

Perante o fato do processo de otimização ter como ponto de partida as condições operacionais atuais, ou os dados fornecidos por um banco, seja da empresa ou seja externo; o trabalho faz uma análise dos delineamentos ou estratégias experimentais que fornecem maior informação com o mínimo de ensaios e portanto, com menor custo. Formula-se uma metodologia experimental que visa obter os modelos matemáticos das restrições com caráter probabilístico, na forma de modelos estatísticos lineares, nas próprias

condições produtivas ou em laboratórios , a partir de dados reais.

Na literatura consultada não se encontrou informação sobre a aplicação desta metodologia na pesquisa da usinagem em Brasil. Ela é de especial importância na pesquisa da usinagem de novos materiais tais como fibra de carbono, materiais cerâmicos e materiais compostos. Pesquisas de caracterização e trabalhos aplicativos com estes materiais encontram-se em curso na Faculdade de Engenharia de Campinas e no Centro de Tecnologia da Unicamp.

C A P I T U L O I I

MODELAGEM MATEMATICA PARA A OTIMIZAÇÃO DO PROCESSO DE USINAGEM

II.1.- OTIMIZAÇÃO DO PROCESSO DE USINAGEM.-

A modelagem matemática propõe o desenvolvimento de um modelo matemático ou descrição matemática, o qual com a precisão necessária representa as leis que regem o processo em estudo. Geralmente apresenta-se na forma de uma função de uma ou diversas variáveis ou na forma de um sistema de equações e desigualdades. A essência da modelagem encontra-se no estabelecimento, durante o processo de pesquisa, dos indicadores predominantes na determinação das relações funcionais fundamentais. Por isso, a modelagem do processo de usinagem consiste em um sistema de equações e inequações entre os indicadores de qualidade do processo, tais como precisão, rugosidade, propriedades físico-mecânicas da superfície usinada ,etc.; e os parâmetros tecnológicos do mesmo: avanço, profundidade e velocidade de corte.

Estas relações devem refletir as mais importantes leis do processo e suas interações. No caso as propriedades não fundamentais e os indicadores não dominantes são excluídos e, portanto, o modelo desenvolvido não representa uma cópia fiel do processo real .

Os modelos matemáticos são elaborados através de um estudo analítico-experimental que conjuga as leis do processo de usinagem (ou estado de conhecimento teórico do mesmo), com as informações obtidas na produção. Os modelos são, então, uma combinação de teoria com a experiência produtiva acumulada e sistematizada. Daqui desprende-se o fato de ser necessária uma abrangente quantidade de observações do processo, criteriosamente organizada na forma de manuais de usinagem ou na sua versão mais recente: os Bancos de Dados.

Em termos gerais o problema de otimização consiste em um problema de programação matemática que pode ser formulado da seguinte maneira: achar o valor das variáveis $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ as quais minimizam (ou maximizam) uma determinada função das variáveis mencionadas $Q = (Q_1, X_2, \dots, X_n)$ denominada função objetiva. Para tal fim as variáveis e as funções que as implicam devem estar submetidas às restrições (vínculos) do tipo:

$$a_i \leq X_i \leq b_i$$

onde: $i = 1, 2, 3, \dots, n$

A solução deste problema conduz, então, a extremar a função objetiva através de uma adequada manipulação das variáveis denominadas Variáveis de Controle. Neste sentido deve-se estabelecer a seguinte sequência metodológica :

- a).- Definir com precisão as variáveis que intervêm no processo.
- b).- Formular adequadas relações matemáticas dos vínculos

e das restrições do sistema.

- c).- Propor uma função objetiva que represente a qualidade (indicador de desempenho) do processo. Dita função é chamada de Critério de Otimização.

Existem dois tipos de programação matemática para abordar a solução do problema: quando a função Q e todas as variáveis dependem linearmente das variáveis de controle X , estamos perante uma programação linear; se pelo menos uma depende não - linearmente das variáveis X , então estamos perante um caso de programação não-linear.

As técnicas matemáticas de otimização existentes podem-se resumir nas seguintes [4]:

- Cálculo diferencial,
- Método dos Multiplicadores indeterminados de Lagrange,
- Programação Linear,
- Programação Geométrica,
- Programação Dinâmica,
- Cálculo Variacional,
- Método do Princípio Ótimo.

Do ponto de vista da estratégia de otimização, os modelos podem ser classificados em modelos de otimização interna ou adaptativa e em modelos de otimização externa.

II.2.- MODELOS DE OTIMIZAÇÃO INTERNA OU ADAPTATIVA .-

Na otimização interna faz-se o acompanhamento em processo do indicador de desempenho e o processo de usinagem adequa-se constantemente através da manipulação das variáveis de

controle para atingir valores ótimos do referido indicador; encontra-se um compromisso entre uma alta taxa de remoção de material e uma baixa taxa de custos.

Este tipo de otimização executa-se nas máquinas - ferramenta com controle adaptativo. O objetivo do Controle Adaptativo nos processos de manufatura é o incremento da taxa de produção (rate of output) de aceitável qualidade e custos reduzidos [50]. O Controle Adaptativo está dividido em duas áreas:

- Controle Adaptativo Tecnológico, e
- _Controle Adaptativo Geométrico.

Os sistemas de controle adaptativo podem ser divididos ainda em dois subsistemas:

II.2.1.- CONTROLE ADAPTATIVO RESTRITO (ADAPTIVE CONTROL CONSTRAINT - A.C.C.).

Neste tipo de controle o objetivo é manter as condições de operação ótimas sob alguma restrição física do sistema. Estas restrições podem ser a carga máxima, o torque máximo, a máxima ou mínima velocidade de corte, o máximo ou mínimo avanço, o desgaste da ferramenta, a temperatura de corte, o nível de vibrações, etc.

II.2.2.- CONTROLE ADAPTATIVO DE OTIMIZAÇÃO (ADAPTIVE CONTROL OPTIMIZATION - A.C.O.).

Neste tipo o controle é feito otimizando-se o indicador de desempenho (I.P.), baseado nos custos de produção de cada peça. A figura II.1 indica a classificação dos sistemas de controle adaptativo [51].

Vijay A. Tipnis [52] indicam que os principais problemas a serem superados para a implementação destes sistemas de otimização encontram-se nas seguintes áreas:

- a).- Sensoriamento em processo do desgaste da ferramenta,
- b).- Sistemas de controle por retroalimentação,
- c).- Algoritmos e modelos matemáticos.

Nas máquinas-ferramenta que usam essa estratégia de auto-otimização, faz-se mister a implementação de um complexo e custoso sistema de sensoriamento para fornecer "a priori" a informação necessária à otimização do processo.

Segundo M.M. Tverskoy [53] o primeiro sistema de otimização adaptativa de usinagem baseado num algoritmo de busca foi criado pela firma Bendix dos Estados Unidos para uma fresadora de comando numérico. Nesse sistema usou-se o método dos gradientes conjugados como algoritmo de otimização e como indicador do desempenho (critério de otimização) a expressão:

$$H = \frac{\mu}{[a + (a\tau + b)(V/W_0)]}$$

Este indicador mede a eficiência instantânea da usinagem e expressa o custo unitário da quantidade de material removido na unidade de tempo. Na referida expressão temos:

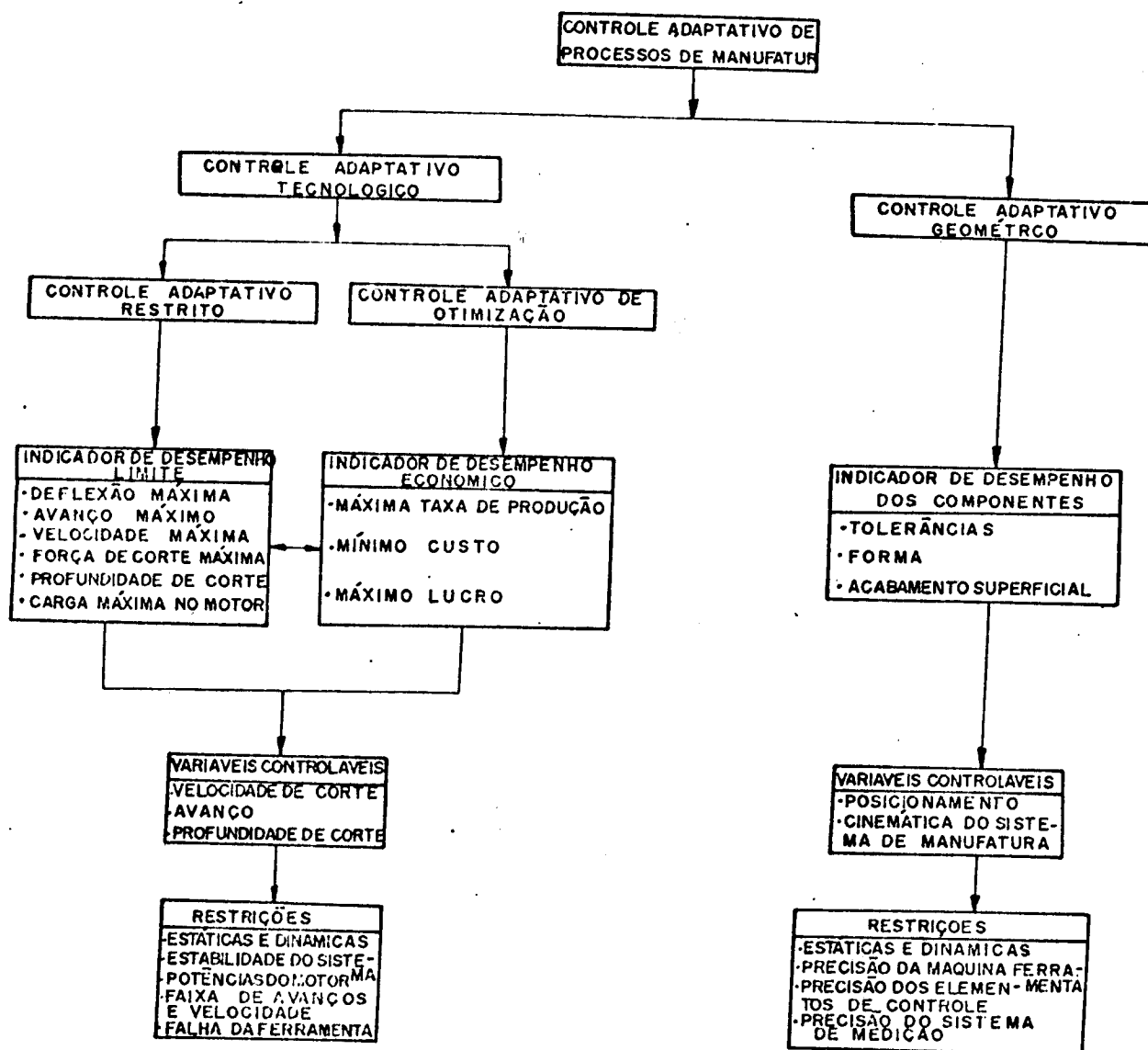


Figura II.1.- Classificação dos sistemas de controle adaptativo de processos de manufatura [51].

μ = Taxa de remoção do material [L3/T]

ν = Taxa de desgaste da ferramenta [L3/T]

a = Taxa de gastos gerais [custo unitario/T]

b = Taxa de depreciação da ferramenta [custo unitario / tempo de troca da ferramenta]

W_0 = Máximo comprimento da faixa de desgaste [mm]

τ = Tempo de troca da ferramenta [min]

Dada a dificuldade na medição da intensidade de desgaste da ferramenta, esta é medida indiretamente através de variáveis mais acessíveis como força de corte, momento torsor, temperatura na zona de corte. Centner [54], desenvolveu um controlador adaptativo que emprega um modelo matemático da forma:

$$\nu = K_1 \mu + K_2 \theta + K_3 \frac{dT}{dt}$$

No qual:

θ = Temperatura instantânea na ponta da ferramenta.

$\frac{dT}{dt}$ = Taxa de variação do momento torsor de corte

K_1, K_2, K_3 - constantes experimentalmente determinadas

Em termos de controle automático um sistema de controle adaptativo fica constituído com tres blocos: um dispositivo decodificador, um dispositivo para o cálculo da eficiência instantânea da usinagem e um controlador adaptativo.

Segundo B. Porter e R.D.M.J. Summers [55] a parte crítica do sistema é o projeto e implementação do controlador

adaptativo. No caso mais simples, quando é usada a equação de Taylor para derivar o modelo matemático da taxa de desgaste instantâneo, a superfície de resposta resultante não é unimodal. Além das dificuldades da natureza geométrica das superfícies de resposta, o controlador deve ter um desempenho satisfatório em presença dos seguintes fenômenos:

- i) .- Transdutor de ruído .
- ii) .- Deslocamento aleatório da superfície de resposta ao redor da posição média.
- iii) .- Tendências da superfície de resposta.
- iv) .- Rapidez da resposta aos ajustes do sistema .

No referido trabalho, foi realizada uma simulação computadorizada do desempenho das diferentes estratégias de auto-otimização usando três modelos matemáticos da relação de vida da ferramenta: a equação de Brewer, a equação desenvolvida pelo Curtis Wright Report da American Air Force e o modelo de Colding.

Foram empregadas as seguintes estratégias de otimização:

- Método do Gradiente
- Método de tentativa e erro
- Método de Muehle e
- Método de Rosenbrock.

Achou-se que a estratégia de Rosenbrock é a de melhor desempenho e por tanto a mais indicada para ser usada no controlador em processo dos sistemas de controle adaptativo de máquinas-ferramenta.

A otimização adaptativa, é o mais alto grau de otimização, e representa um pré-requisito básico na implementação de um sistema de Manufatura Assistida por Computador. A figura II.2 mostra o esquema de Otimização Adaptativa no qual o processo de otimização é constantemente retroalimentado com as informações obtidas durante a usinagem pelo sistema de sensoriamento e os valores ótimos atualizados em processo.

II.3.- MODELOS DE OTIMIZACAO EXTERNA.-

Na otimização externa os valores ótimos das variáveis de controle são determinados fora do processo com ajuda dos modelos matemáticos apropriados e tais valores permanecem constantes durante a usinagem.

O CRIF (Centre de Recherches Scientifiques et Techniques de L'Industrie de Fabrications Metalliques), de Bruxelas, desenvolveu um método de otimização externa utilizando um modelo matemático baseado no método dos Multiplicadores Indeterminados de Lagrange [43].

Matematicamente o método consiste na busca do mínimo de uma função de três variáveis tais que, satisfaçam simultaneamente as relações funcionais das restrições. A função objetiva e a função $Q(X_1, \dots, X_n) = 0$ cujas variáveis devem satisfazer as restrições:

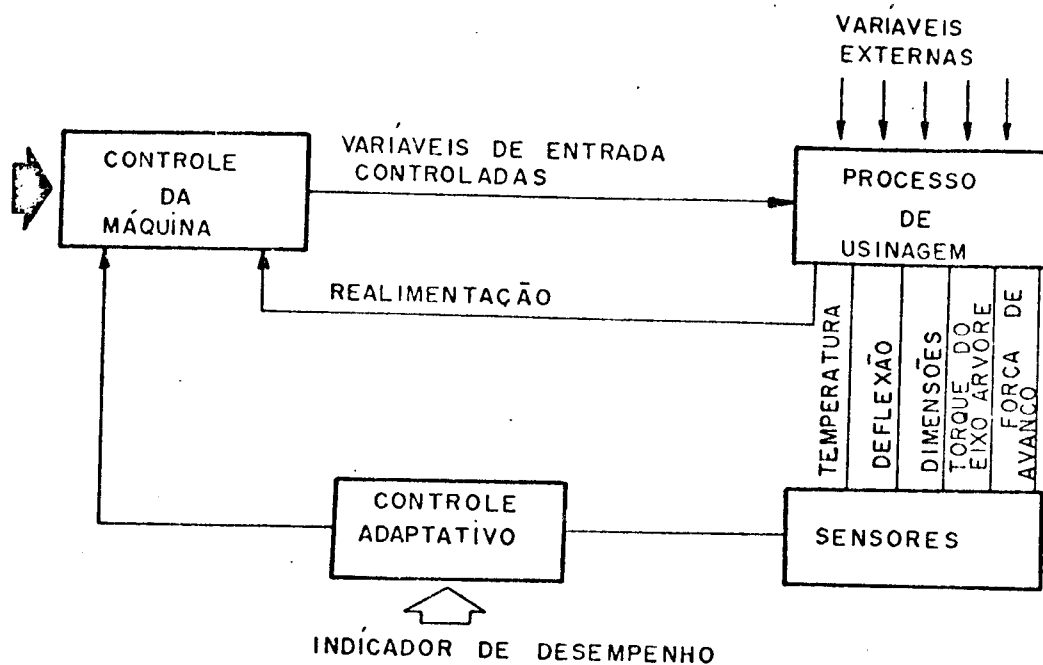


Figura II.2.- Esquema de blocos de um sistema de controle adaptativo de processos de manufatura [51].

$$\phi_1 (X_1, \dots, X_n) = 0$$

$$\phi_2 (X_1, \dots, X_n) = 0$$

.

.

.

$$\phi_m (X_1, \dots, X_n) = 0$$

Usando a condição de diferenciabilidade das funções encontra-se o valor extremo de uma função de $(n+m)$ variáveis sem restrições, isto é:

$$F(X_1, \dots, X_n, \lambda_1, \dots, \lambda_m) = Q(X_1, \dots, X_m) + \lambda_1 \phi_1(X_1, \dots, X_m) + \lambda_2 \phi_2(X_1, \dots, X_m) + \dots + \lambda_m \phi_m(X_1, \dots, X_m).$$

As novas variáveis $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ são os chamados Multiplicadores Indeterminados de Lagrange e os valores extremos da função são determinados pelo método clássico de igualar a zero as derivadas parciais com respeito as diferentes variáveis e estabelecer um sistema de $(n+m)$ equações com $(n+m)$ incógnitas.

No caso das restrições estarem expressas em forma de desigualdades, estas devem ser transformadas em igualdades com ajuda de variáveis fictícias.

Como foi dito os valores extremos da função são determinados, fazendo-se iguais a zero as derivadas e resolvendo o sistema:

$$\frac{\partial F}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_2} = 0$$

⋮

$$\frac{\partial F}{\partial x_n} = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda_1} = 0 \quad \text{-----} \rightarrow \phi_1 (x_1, \dots, x_n) = 0$$

⋮

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda_n} = 0 \quad \text{-----} \rightarrow \phi_m (x_1, \dots, x_n) = 0$$

que fornecerá as soluções $x_1, \dots, x_m$.

A função objetiva utilizada no método do CRIF é a função

$$K_{vd} = (K_1 + C_{mt}) \cdot \frac{1}{bhv} + \frac{K_g}{T} \cdot \frac{1}{bhv}$$

onde:

K_{vd} = Custo da usinagem de 1 cm³ de material

K_1 = Salário por minuto

C_{mt} = Custo da máquina por minuto

K_g = Custo do dispositivo por vida da ferramenta

T = Vida da ferramenta

h = Espessura de corte

b = Comprimento de corte

v = Velocidade de corte.

Esta função fornece os custos por unidade de material removido em função dos parâmetros de usinagem b, h e v .

Os dois exemplos de otimização acima expostos utilizam como função objetiva uma relação matemática expressa em termos de custos o qual exige uma apurada determinação dos componentes de custos.

II.4.- ANÁLISE DAS FUNÇÕES OBJETIVAS.-

A função objetiva estabelece uma relação matemática entre o critério de otimização e as variáveis que caracterizam o processo a ser otimizado. As funções objetivas podem ser classificadas em três tipos [56] :

- Económicas
- Técnico-económicas e
- Tecnológicas.

A figura II.3 mostra o esquema classificatório das funções objetivas segundo os tipos acima referidos.

Na seleção do critério de otimização deve-se estabelecer um objetivo económico a atingir dando-se preferência ao compromisso entre custos e tempo de usinagem.

Os critérios de otimização mais usados em processos de usinagem são:

- Custo unitário.....mínimo
- Tempo unitário.....mínimo
- Consumo energético.....mínimo

- Produtividade.....máxima
- Lucro.....máximo
- Rentabilidade.....máxima
- Vida da ferramenta.....máxima
- Quantidade de material removido
por unidade de desgaste.....máxima

Em condições de produção em série e pequenas séries somente dois critérios de otimização atingem fundamental importância: mínimo custo e máxima produção .

Na maioria dos casos para a determinação das condições ótimas de usinagem em máquinas-ferramenta ou em linhas de produção, dá-se preferência ao critério de custo mínimo de uma operação ou o custo mínimo de fabricação de uma peça na procura de condições ótimas; mas a prática de trabalhar com centros de custos não permite chegar a um controle acurado do processo ao pé da máquina-ferramenta. O critério de consumo energético praticamente não é usado.

O critério de vida de ferramenta sempre pode ser usado, em algumas situações é necessário utilizar-se um critério indireto, relacionado com a vida da ferramenta como quebra da ferramenta por desgaste exagerado, qualidade da superfície, tolerância dimensional , nível de acréscimo da força ou momento torsor de corte ocasionado pela evolução de desgaste, etc.

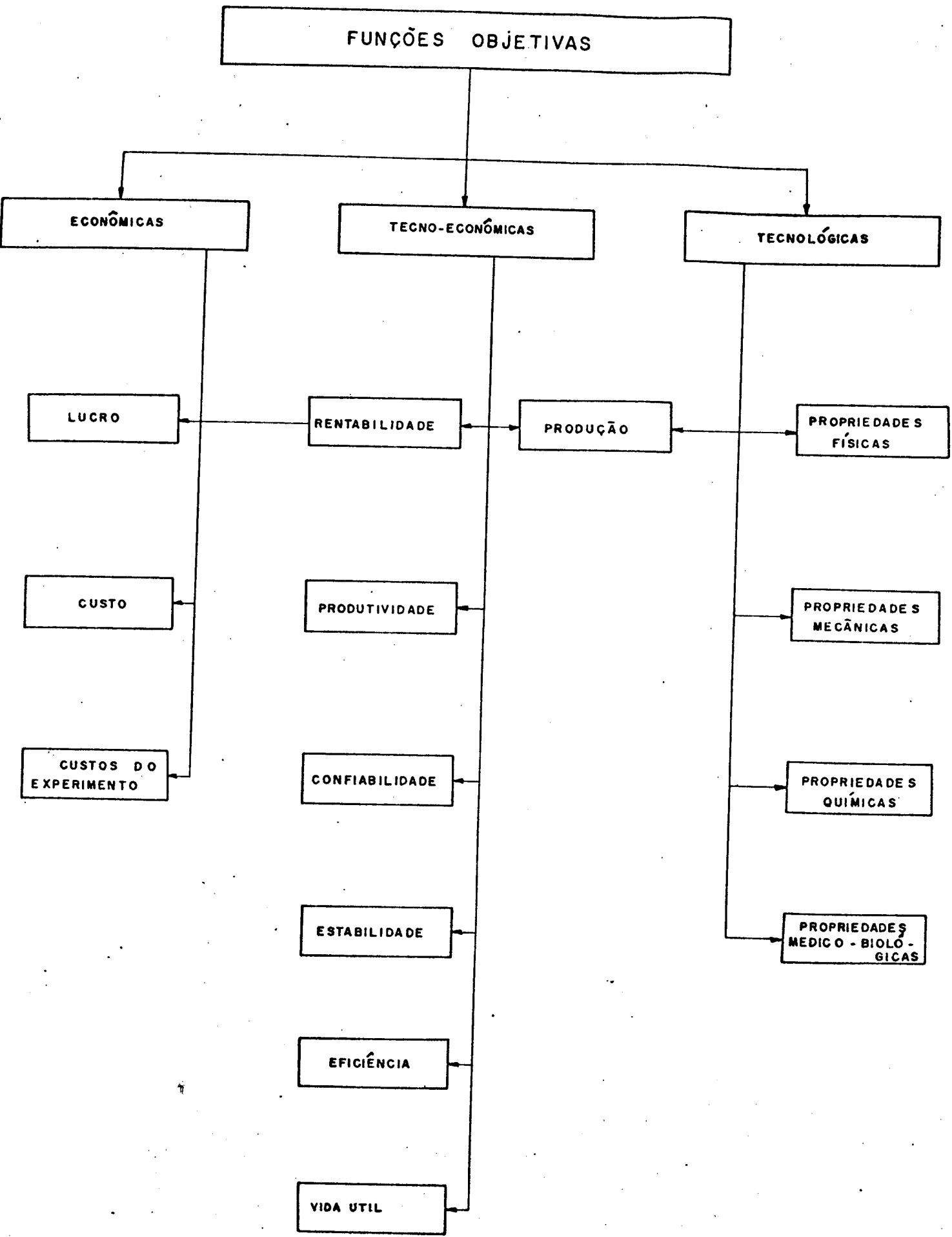


Figura II.3.- Classificação das funções objetivas [56].

Qualquer que seja o critério de otimização selecionado a função objetiva deve ser uma função dos elementos do regime de corte : avanço a, profundidade p, e velocidade v.

II.5.-COMPARAÇÃO ANALITICA DOS CRITÉRIOS DE MAXIMA PRODUÇÃO E MINIMO CUSTO.

II.5.1.- CICLOS , TEMPOS DE USINAGEM E VELOCIDADE DE MAXIMA PRODUÇÃO.

O ciclo de usinagem de uma peça pertencente a um lote de z peças é composto das seguintes etapas [57] :

- a- Colocação e fixação da peça na máquina-ferramenta
- b- Aproximação da ferramenta
- c- Corte
- d- Afastamento da ferramenta
- e- Inspeção e retirada
- f- Preparação da máquina- ferramenta
- g- Retirada da ferramenta
- h- Afiação da ferramenta
- i- Recolocação da ferramenta

Para o cálculo do tempo real que a peça permanece dentro da máquina-ferramenta, no caso de uma máquina com apenas uma ferramenta, temos a expressão:

$$t = t_c + t_s + t_a + \frac{t_p}{Z} + \frac{nt}{Z} \quad (t_{ft} + t_{fa}) \quad \text{II-1}$$

onde:

t_c - tempo de corte (etapa c)
 t_s - tempos secundarios (etapas a, e)
 t_a - tempo de aproximação e afastamento (etapas b,d)
 t_p - tempo de preparação (etapa f)
 t_{ft} - tempo de troca da ferramenta (etapas g,i;)
 t_{fa} - tempo de afiação da ferramenta (etapa h)
 n_t - número de trocas da ferramenta
 z - número de peças do lote

A expressão acima ,no entanto, pode ser simplificada para:

$$t = t_c + t_s + \frac{t_c}{T} (t_{ft}) \quad \text{II-2}$$

onde, t_a está incluído nos tempos secundários e T é a vida da ferramenta.

Tal simplificação é válida para lotes medios e grandes, em máquinas-ferramentas que utilizam suportes com pastilhas intercambiáveis ($t_{af} = 0$).

O termo T , que expressa a vida da ferramenta, é dado pela equação de Taylor :

$$T = k V^{-x} \text{ [min]} \quad \text{II-3}$$

onde:

v - velocidade de corte [m/min]
 x, k - constantes da Equação de Taylor

Para o torneamento cilíndrico , t_c pode ser expresso por:

$$t_c = \frac{L_a \cdot \pi \cdot d}{1000 \cdot a \cdot v}$$

II-4

onde:

L_a - percurso de avanço [mm]

d - diâmetro usinado [mm]

a - avanço [mm]

Então, substituindo-se t_c de II-4 e T de II-3 na equação II-2, tem-se :

$$t = \frac{L_a \cdot \pi \cdot d}{1000 \cdot a \cdot v} + t_s + \frac{L_a \cdot \pi \cdot d \cdot v}{1000 \cdot a \cdot k} \quad t_{ft} \quad \text{II-5}$$

Numa análise quantitativa da equação II-5 pode-se ver que a redução do tempo total (t) pode ser obtida através da redução dos tempos secundários (t_s) e do tempo de troca da ferramenta (t_{ft}), e que o aumento da velocidade de corte nem sempre leva a redução do tempo total (t) devido ao efeito negativo da velocidade de corte na vida (T) da ferramenta.

Desta forma, para obter-se o mínimo tempo de usinagem, deve-se fazer a diferenciação total da equação II-5. O tempo mínimo é encontrado para o valor da velocidade que anula a expressão:

$$dt = \frac{\partial t}{\partial v} dv + \frac{\partial t}{\partial a} da + \frac{\partial t}{\partial p} dp \quad \text{II-6}$$

fazendo a e p constantes,

$$t = \frac{-La \cdot \pi \cdot d}{1000 \cdot a \cdot v} + \frac{(x-1) \cdot La \cdot \pi \cdot d \cdot v^{x-2}}{1000 \cdot a \cdot k} \quad t_{ft} = 0 \quad \text{II-7}$$

De II-7 pode-se obter a velocidade de máxima produção, conforme mostra a figura II.4.

$$V_{mxp} = \sqrt[x]{\frac{k}{(x-1) \cdot t_{ft}}} \quad \text{II-8}$$

Como pode-se observar na equação II-8, para o cálculo da Velocidade de Máxima Produção é necessário a obtenção de:

- Tempo de troca da ferramenta (tft)
- Expoentes da Equação de Taylor (x, k)

A equação II-8, apesar de obtida para o caso do torneamento cilíndrico, pode ser utilizada para outros processos desde que sejam aplicados os conceitos de equivalência ou que a máquina-ferramenta possa trabalhar com velocidade de corte constante.

A obtenção dos expoentes x e k da equação de Taylor em condições de laboratório normalmente induzem a erros quando extrapolados às condições de produção, devido aos seguintes fatores [58] :

- Variação da velocidade de deformação e cisalhamento do metal na região de corte.
- Variação da forma da secção de corte, devido aos valores da profundidade de corte e avanço ao longo do perfil usinado influírem no valor e na localização das áreas onde, instantaneamente, a velocidade de desgaste da ferramenta é maior.

- A ferramenta é afetada pelos sucessivos aquecimentos e resfriamentos, devido a variação das condições de usinagem, fluxo do fluido de corte, ou então pelas periódicas entradas e saídas da ferramenta na peça usinada.
- As vibrações possuem amplitudes e frequências variáveis ao longo do perfil usinado .

II.5.2- CUSTOS DE PRODUÇÃO.-

O custo de produção de uma peça pode ser dividido nas seguintes partes [57]:

kp - custo total de fabricação

km - custo da materia prima

kmi - custo indireto da materia prima

ku - custo de usinagem

kus - custo da mão-de-obra de usinagem

kuf - custo das ferramentas

kum - custo da máquina

kcq - custo do controle de qualidade

kif - custo indireto de fabricação, independente das condições de usinagem.

kif - custo proporcional as variações de custo

Pode-se dizer, no entanto, que somente kus, kum e kuf dependem das condições de usinagem, ou seja :

$$kus = f(tc) ; kum = g(tc) ; kuf = h(tc)$$

Então:

$$kp(tc) = C1 + f(tc) + g(tc) + h(tc)$$

II-9

onde:

- C1 - Constante de custo independente de v [NCz\$/peça]
- Custo da mão-de-obra por peça.-

$$kus = \frac{t \cdot Sh}{60} \quad [\text{NCz\$}]$$

II-10

onde:

Sh - salário do operador [NCz\$/hora]

- Custo máquina por peça.-

$$kum = \frac{t}{H \cdot 60} \left[\left(Vmi - Vmi \frac{m}{M} \right) j + \frac{Vmi}{M} + kme + Em \cdot ke \cdot j \right] \quad \text{II-11}$$

ou,

$$kum = \frac{t \cdot Sm}{60} \quad [\text{NCz\$}]$$

II-12

onde:

Vmi - valor inicial de aquisição da máquina [NCz\$]

m - idade da máquina [anos]

M - vida prevista para a máquina em anos

j - taxa anual de juros

kmc - custo anual de conservação da máquina [NCz\$]

Em - espaço ocupado pela máquina [m3]

ke - custo do espaço ocupado [NCz\$/m3-ano]

Sm - custo total da máquina [NCz\$/hora]

h - horas de trabalho/ano

- Custo da ferramenta por peça.-

$$K_{uf} = \frac{1}{Z_t} \cdot k_{ft}$$

II-13

onde:

Z_t - número de peças usinadas durante a vida T de uma ferramenta

k_{ft} - custo da ferramenta por vida [NCz\$]

$$k_{ft} = \frac{1}{n_{ft}} \cdot V_{si} + \frac{k_s}{n_s}, \text{ para pastilhas intercambiáveis}$$

onde:

n_{ft} - vida média do porta-ferramentas

k_s - custo de aquisição da pastilha intercambiável

n_s - número de arestas de corte da pastilha

- Velocidades de Mínimo Custo para uma máquina-ferramenta com uma única ferramenta de corte (a e p constantes).-

$$k_p = C_1 + \frac{t_c \cdot C_2}{60} + \frac{t_c \cdot C_3}{T} =$$

$$k_p = C_1 + C_2 (S_m + S_h) \cdot \frac{t_c}{60} + \frac{t_c \cdot C_3}{T} \quad \text{II-14}$$

onde:

C_2 - Soma das despesas totais de mão-de-obra e salário máquina [NCz\$/peça]

C_3 - constante de custo relativa a ferramenta [NCz\$]

No caso de torneamento cilíndrico:

$$K_p = C_1 + \frac{\pi \cdot d \cdot L \cdot a}{60 \cdot 1000 \cdot a \cdot v} C_2 + \frac{\pi \cdot d \cdot L \cdot a \cdot v^{x-1}}{1000 \cdot a \cdot k} C_3 \quad \text{II-15}$$

Como admite-se a e p constantes, pode-se calcular a velocidade de mínimo custo por (vide Figura II.5):

$$dkp = \frac{\pi \cdot d \cdot L_a}{60 \cdot 1000 \cdot a \cdot v} C2 + \frac{(x-1) \cdot \pi \cdot d \cdot L_a \cdot v^{x-1}}{1000 \cdot a \cdot k} C3 = 0 \quad \text{II-16}$$

logo:

$$V_o = \sqrt[x]{\frac{C2 \cdot k}{60 \cdot (x-1) \cdot C3}} \quad \text{II-17}$$

onde :

$$C2 = Sh + Sm$$

$$C3 = kft + \frac{tft}{60} (Sh + Sm)$$

II.5.3 .- ANALISE DA RELAÇÃO ENTRE VIDA ÓTIMA DA FERRAMENTA E A FUNÇÃO DE CUSTOS.

A relação entre a vida ótima ou vida para mínimo custo da ferramenta e a componente variável dos custos, dependente das condições de usinagem é desenvolvida a partir da equação :

$$Kv = tm \cdot Khm + \frac{Kf}{Z} \quad \text{II-18}$$

onde:

Kv = Componente variável de custos

tm = tempo de máquina em minutos

Khm = custo do minuto homem-máquina

Kf = Soma de todos os custos durante a vida da ferramenta

Z = número de peças usinada durante a vida da ferramenta

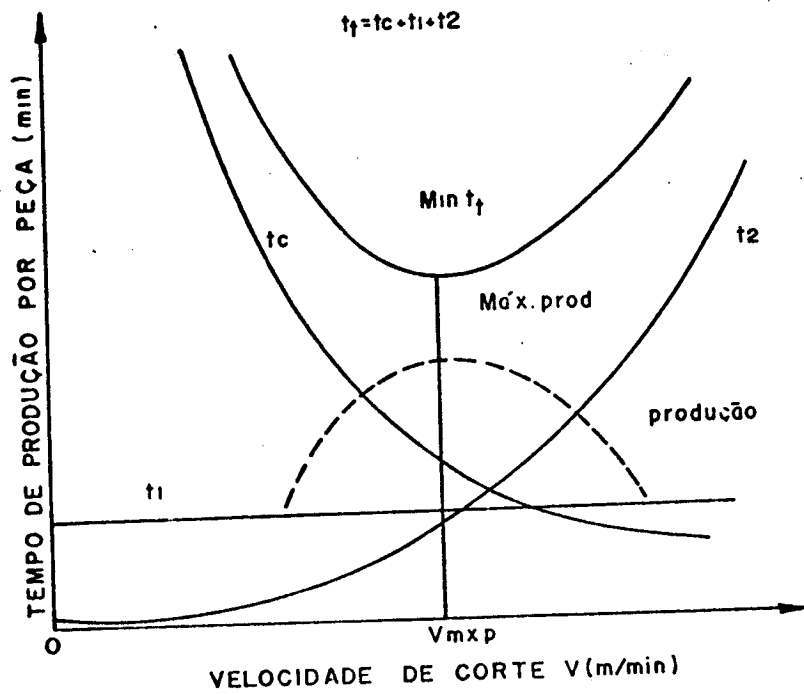


Figura II.4.- Velocidade de máxima produção [57].

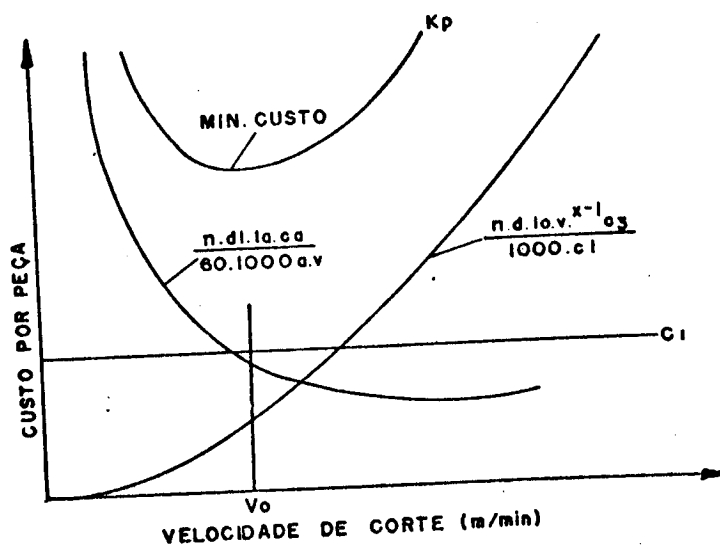


Figura II.5.- Velocidade de mínimo custo [57].

O tempo de máquina t_m está relacionado com o tempo de corte t_c pelo Coeficiente de corte:

$$\lambda = \frac{t_c}{t_m} \quad \text{II-19}$$

O tempo de corte está determinado pela relação:

$$t_c = \frac{L_a}{n \cdot a} \quad \text{II-20}$$

onde:

L_a = percurso do avanço

a = avanço da ferramenta

n = voltas por minuto da peça

$$n = \frac{1000 \cdot v}{\pi \cdot d} \quad \text{II-21}$$

d = diâmetro da peça

v = velocidade de corte

A velocidade de corte está relacionada com a vida da ferramenta segundo a expressão:

$$v = \frac{K_1}{T^m} \quad \text{II-22}$$

onde:

K_1 = Coeficiente que caracteriza o material e as condições de usinagem

m = expoente de T

$$m = \frac{1}{x}$$

x = expoente na relação $T = \frac{K_2}{v^x}$

O expoente x caracteriza a intensidade de desgaste da ferramenta.

Substituindo em II-19 os valores de n e v das equações II-21 e II-22 temos:

$$t_m = \frac{La}{n \cdot a} \cdot \frac{1}{\lambda}$$

$$t_m = \frac{La \cdot \pi \cdot d}{1000 \cdot a \cdot v} \cdot \frac{1}{\lambda}$$

$$t_m = \frac{La \cdot \pi \cdot d}{1000 \cdot a \cdot k_1/T} \cdot \frac{1}{\lambda}$$

$$t_m = \frac{La \cdot \pi \cdot d \cdot T^m}{1000 \cdot a \cdot k_1} \cdot \frac{1}{\lambda}$$

$$t_m = \frac{\alpha}{\lambda} T^m$$

$$\frac{\alpha}{\lambda} = \frac{La \cdot \pi \cdot d}{1000 \cdot a \cdot k_1}$$

A quantidade de peças usinadas por vida da ferramenta é:

$$Z = \frac{T}{t_m} = \frac{T \lambda}{t_c} = \frac{T \lambda}{\alpha T} =$$

$$Z = \frac{\lambda}{\alpha} T^{1-m}$$

Substituindo em II-18 os valores de p e Z temos :

$$Kv = \frac{\alpha}{\lambda} T^m \cdot Khm + \frac{Kf \cdot \alpha}{\lambda \cdot T}$$

$$Kv = \frac{\alpha}{\lambda} T^m \cdot Khm + \frac{Kf \cdot \alpha \cdot T^{m-1}}{\lambda}$$

diferenciando Kv com respeito a T e igualando a zero temos:

$$\frac{m \cdot \alpha \cdot Khm}{\lambda} T^{m-1} + \frac{(m-1) Kf \cdot \alpha}{\lambda} T^{m-2} = 0$$

dividindo por $\frac{\alpha T^{m-1}}{\lambda}$ obtemos:

$$m \cdot Khm \cdot T + (m-1) \cdot Kf = 0$$

$$T = \frac{1-m}{m} \cdot \frac{Kf}{Khm}$$

II-23

Substituindo o valor de m, temos :

$$T = (x-1) \cdot \frac{Kf}{Khm}$$

II-24

Substituindo os valores de tm e Z na equação da componente variável de custos, temos:

$$Kv = \frac{\alpha}{\lambda} T^m \cdot Khm + \frac{Kf}{\lambda/\alpha \cdot T}$$

$$Kf = \frac{T \cdot Khm}{(x-1)}$$

$$Kv = \frac{\alpha}{\lambda} T^m \cdot Khm + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \frac{Kf}{T}$$

$$Kv = \frac{\alpha}{\lambda} T^m \cdot [Khm + \frac{T \cdot Khm}{T(x-1)}]$$

$$Kv = \frac{\alpha}{\lambda} T^m \cdot Khm (1 + \frac{1}{x-1})$$

$$Kv = \frac{\alpha}{\lambda} T^m \cdot Khm (\frac{x}{x-1})$$

$$\alpha = \frac{tm}{T}$$

$$Kv = \frac{tm}{T \cdot \lambda} \lambda \cdot T^{1/x} (\frac{x}{x-1}) \cdot Khm$$

$$tm = \frac{La}{n \cdot a} \frac{1}{\lambda}$$

$$Kv = La \cdot Khm (\frac{x}{x-1}) \frac{1}{n \cdot a} \frac{1}{\lambda}$$

$$J = \frac{La \cdot Khm}{\lambda} \frac{1}{x-1}$$

$$Kv = \frac{J}{n \cdot a} \frac{1}{\lambda}$$

$$F(c) = \frac{J}{n \cdot a}$$

II-25

II.5.4 - ANALISE DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO.-

A análise da função de produção permite estabelecer a sua semelhança com a função de custos desenvolvida no parágrafo acima. Os índices de produtividade normalmente usados em máquinas-ferramenta são mostrados na tabela II.1, [2].

Tabela II.1.- Índices de produtividade para máquinas
ferramenta [2].

=====	
Índice de produção	= $\frac{\text{Horas de produção reportadas}}{\text{Horas totais previstas}}$
Índice de avaliação	= $\frac{\text{Horas totais prestadas-horas de manutenção reportadas}}{\text{Horas totais previstas}}$
Índice de utilização	= $\frac{\text{Horas de produção reportadas-horas de manutenção reportadas}}{\text{Horas totais no período considerado}}$
Relação de ciclo	= $\frac{\text{Tempo de corte de máquina}}{\text{Tempo total de ciclo incluindo montagem, carga, descarga, troca da ferramenta.}}$
Capacidade de expansão	= $\frac{\text{Horas de produção reportadas}}{\text{Max. horas produtivas disponíveis}}$
Relação de manutenção	= $\frac{\text{Custo de manutenção das máquinas}}{\text{Horas disponíveis da máquina}}$
Produção diária	= $\frac{\text{Número de peças produzidas}}{\text{Horas de operação da máquina}}$
Índice de rejeição	= $\frac{\text{Número de peças rejeitadas}}{\text{Número total de peças produzidas}}$
Índice de remoção	= $\frac{\text{Quantidade de material removido}}{\text{Tempo de corte total}}$
Relação de ferramental	= $\frac{\text{Custo de ferramenta e dispositivo}}{\text{Custo total de produção}}$
=====	

Tomando como índice de produtividade o número de peças por unidade de tempo, temos:

$R = \text{Número de peças-hora}$

$$R = \frac{60}{t_{cl}}$$

$$t_{cl} = t_c + t_s$$

onde:

$t_{cl} = \text{tempo de ciclo}$

$t_c = \text{tempo de corte}$

$t_s = \text{tempo secundario}$

$R \xrightarrow{\text{-----}} \text{max, quando } \frac{1}{R} \xrightarrow{\text{-----}} \text{minimo, logo:}$

$$R = \frac{60}{t_c + t_s} = \frac{60}{t_c} + \frac{60}{t_s}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{t_c}{60} + \frac{t_s}{60}$$

$$\frac{1}{R} - \frac{t_s}{60} = \frac{t_c}{60}$$

Denominando a expressão $\frac{1}{R} - \frac{t_s}{60}$ como a função de produção $F(p)$ e substituindo o valor do tempo de corte t_c , temos:

$$F(p) = \frac{L_a}{n \cdot a \cdot 60} = \frac{L_a}{60} \cdot \frac{1}{n \cdot a}$$

$$f' = \frac{L_a}{60}, \text{ logo:}$$

$$F(p) = \frac{f'}{n \cdot a}$$

As funções de custo $F(c)$ e produção $F(p)$ assim definidas somente se diferenciam nas constantes γ e γ' e as duas assumem a forma geral da equação de tempo de corte:

$$F(tc) = \frac{La}{n.a}$$

Em termos de otimização a diferença entre as constantes não é relevante, já que nestas funções a condição extrema encontra-se maximizando o produto $n.a$ do denominador. Da análise pode-se, então concluir que:

"QUANDO USAMOS NOS CALCULOS DE OTIMIZAÇÃO O VALOR DA VIDA ÓTIMA DA FERRAMENTA OS CRITÉRIOS DE MINIMO CUSTO E MAXIMA PRODUÇÃO (MINIMO TEMPO DE PRODUÇÃO) SÃO EQUIVALENTES".

II.6. - JUSTIFICAÇÃO DA SELEÇÃO DO CRITÉRIO DE MAXIMA PRODUÇÃO OU MINIMO TEMPO COMO CRITÉRIO DE OTIMIZAÇÃO.

Como já foi exposto os modelos de otimização que aparecem na literatura utilizam como função objetiva o critério de mínimo custo o qual é representado por uma função não linear e apresenta muitas dificuldades devido a impossibilidade de obter uma detalhada análise de custos

Segundo Rodrigues, Diniz e Cupini [59] a relação:

$$D = \frac{V_{max}}{V_o}$$

sempre é $D > 1$ e a velocidade de mínimo custo será menor que a de máxima produção. Na análise feita pelos autores mencionados conclui-se que " considerando que V_o depende

entre outros parâmetros do salário máquina, que é de difícil determinação por depender de fatores como produtividade, horas disponíveis, critérios de depreciação, salários indiretos, etc., e também que para sua aplicação seria necessário mudar-se constantemente os parâmetros de operação, evidencia-se que é muito mais adequado ter-se um conhecimento preciso da condição de máxima produção.

Além disso a utilização da velocidade de mínimo custo só teria aplicação quando se tem ociosidade ocasionada por baixa de mercado ou desbalanceamento na sequência de produção. Nestas condições deve-se considerar que as equações de custo não levam em consideração os tempos improdutivos devido à falta de serviço. Este fato leva a valores de salário máquina altos que tenderiam a levar a relação D para o valor unitário.

Em vista desta consideração o conhecimento preciso das condições de mínimo custo é bastante inócuo para otimizar as condições de operação da fábrica como um todo.

Evidencia-se, assim, que o conhecimento preciso da velocidade de máxima produção, aliado ao fato que a velocidade de mínimo custo é sempre inferior a esta, é uma ferramenta necessária e suficiente para a definição dos parâmetros operacionais, principalmente nos gargalos, não enumerados aqui como parâmetros operacionais, mas sim adequados para aplicações práticas.

N. M. Kapustin [60] comprovou que na medida que os custos da máquina aumentam o intervalo de máxima eficiência se restringe observando-se uma tendência à convergência dos critérios de máxima produção e mínimos custos para as máquinas de maior grau de automação. Na figura II.6 mostra-se os resultados por ele obtidos comparando ditos intervalos para um torno automático modelo 1K282 e para um torno universal modelo 1K62.

Da figura pode-se observar que intervalo de máxima eficiência para a máquina mais cara (curvas 1 e 2) é menor do que o intervalo de máxima eficiência para a máquina de menor preço (curvas 3 e 4). Daqui infiere-se que o critério de máxima produção é o apropriado quando se opera com equipamento de alto grau de automação.

As análises realizadas em uma indústria de autopeças do Estado de São Paulo [61] mostram que em operações de torneamento e considerando apenas os custos variáveis com as condições de usinagem, em um torno CNC e com valores válidos para 1987 (1 US \$ = 87 Cz\$); verificam as formulações feitas anteriormente no sentido de utilizar como critério de otimização a velocidade de máxima produção e concordam com os resultados de Kapustin da tendência dos critérios de máxima produção e mínimo custo convergirem quando os custos da máquina aumentam. Consequentemente quanto maior é o grau de automação da máquina.

Os valores empregados foram:

$S_h = \text{Cz\$ } 10,00$

$K_{ft} = \text{Cz\$ } 100,00$

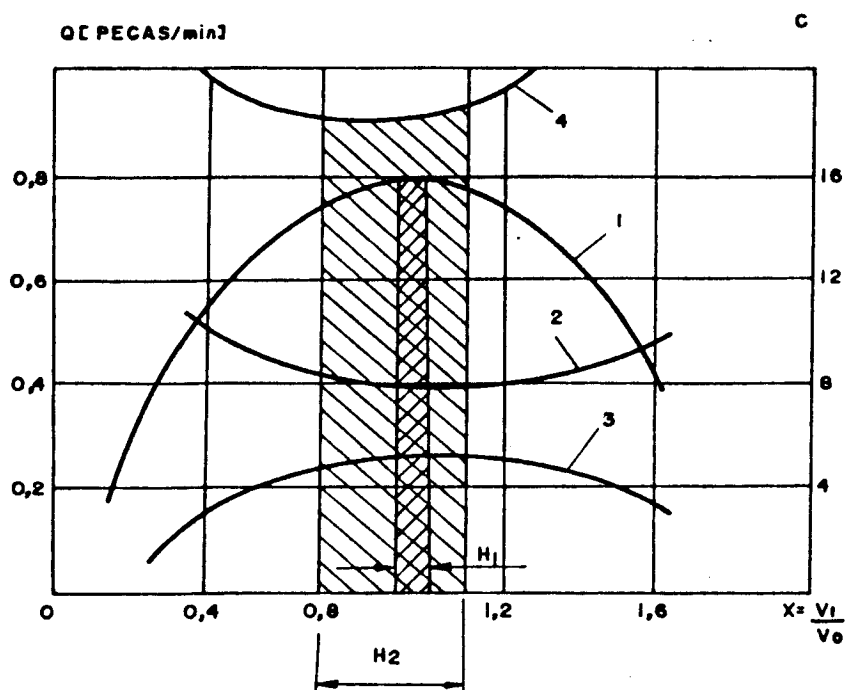


Figura II.6.- Intervalos de máxima eficiência para um torno automático (curvas 1 e 2) e um torno universal (curvas 3 e 4). [60]

$$L_a = 150 \text{ mm}$$

$$a = 0.3 \text{ mm}$$

$$x = 3.8$$

$$S_m = C_z \$ 1.500,00$$

$$t_{ft} = 0.5 \text{ min}$$

$$d = 50 \text{ mm}$$

$$K = 10E10$$

A tabela II.2 mostra os valores obtidos da velocidade de máxima produção, da velocidade de mínimo custo e o valor do respectivo intervalo de máxima eficiência. A figura II.7 mostra a tendência do intervalo de máxima eficiência a diminuir com o acréscimo dos custos da máquina e por tanto a convergência das velocidades de máxima produção e mínimo custo.

Do ponto de vista da ferramenta é interessante o fato de que com o uso de ferramentas de material cerâmico, o custo por peça tem uma tendência assintótica em função da velocidade de corte e os custos de produção por peça diminuem substancialmente quando comparados com ferramentas de metal duro [62]. Isto indica que o aumento da velocidade de corte praticamente não afeta os custos de ferramenta por peça quando usa-se material cerâmico. A figura II.8 ilustra esta característica.

Salário máquina	V _m x _p	V _o	I M E V _m x _p - V _o
1500	392	225	167
2000	392	239	153
2500	392	250	142
3000	392	259	133
3500	392	267	125
4000	392	274	118
4500	392	280	112
5000	392	286	106
5500	392	290	102
6000	392	295	97

Tabela II.2.- Intervalo de máxima eficiência e velocidades de máxima produção e mínimo custo.

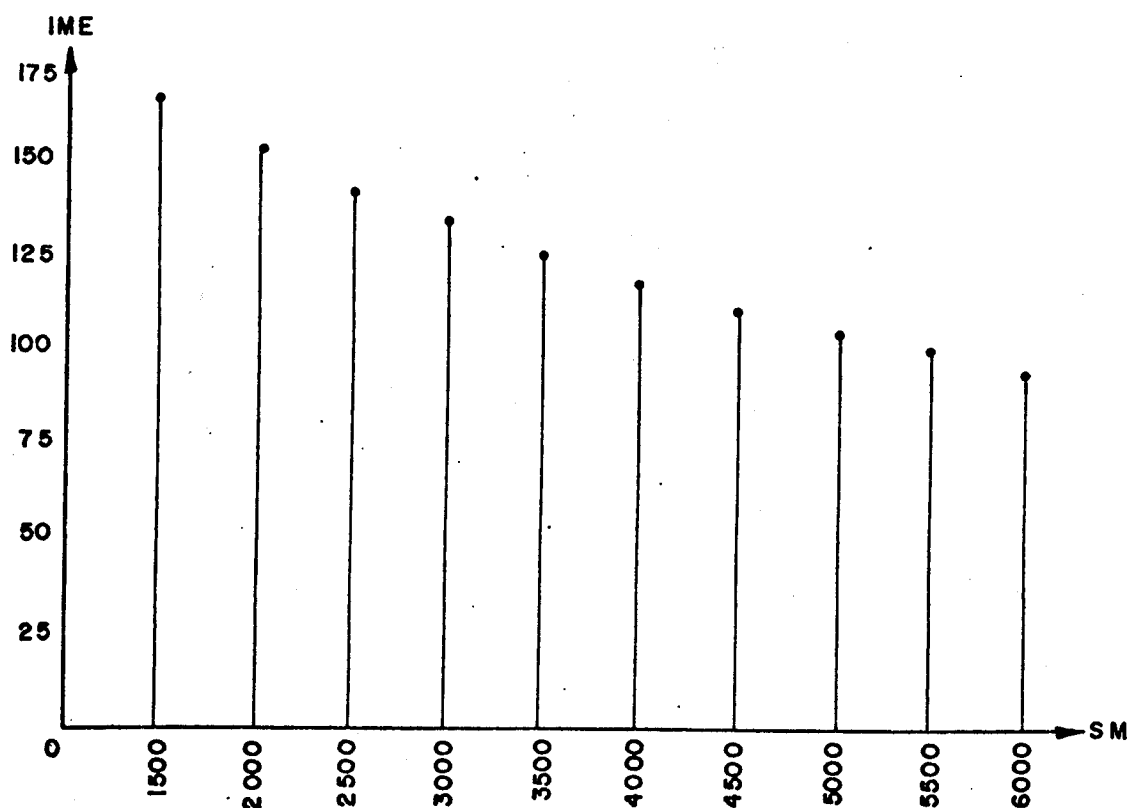


Figura II.7.- Variação do intervalo de máxima eficiência em função do salário máquina.

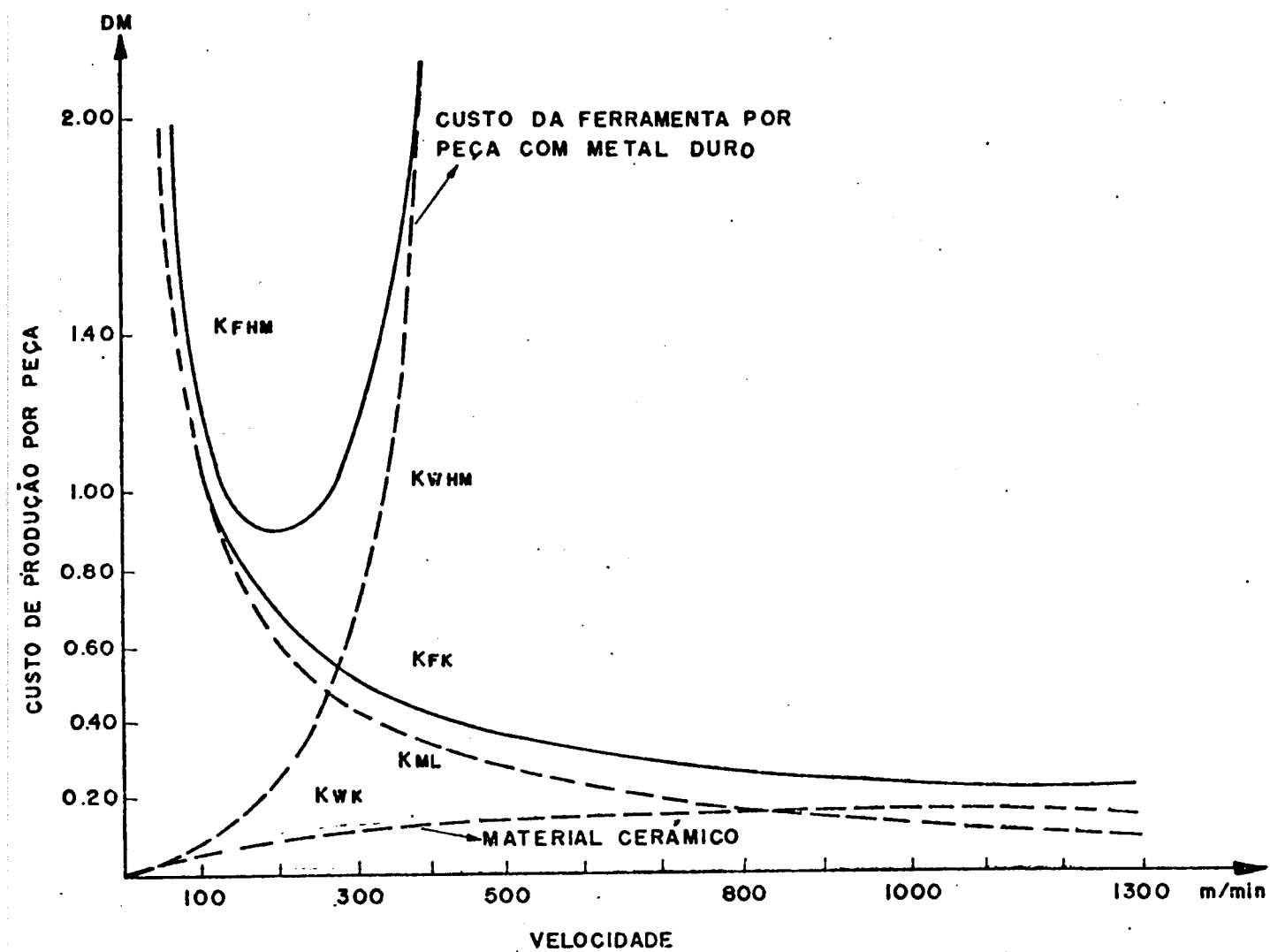


Figura II.8 .- Comparação dos custos de ferramenta por peça com ferramentas de metal duro e material cerâmico [62].

C A P Í T U L O I I I

FORMULAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO DE OTIMIZAÇÃO DA USINAGEM

III.1.- SISTEMA DE RESTRIÇÕES.-

Na formulação de um modelo matemático de otimização devem ser identificadas as variáveis de controle, estabelecida a família de restrições e selecionada a função objetiva .

As restrições representam as relações analíticas entre as condições tecnológicas e o processo a ser otimizado .Elas podem ser diferentes elementos do processo relacionadas com a máquina-ferramenta, com a peça, com a ferramenta de corte, com o dispositivo de fixação, com a dinâmica do próprio processo ou com exigências de caráter econômico de organização.

Porquanto a presença de restrições , na maioria dos casos diminuem a eficiência do processo, é necessário, na medida das possibilidades, eliminá-las, introduzindo melhoras de tipo construtivo e tecnológico no projeto e manufatura das máquinas-ferramentas. Algumas dessas medidas podem ser:

- Aumentar a resistência e rigidez da máquina.
- Aumentar a estabilidade dinâmica dos novos conjuntos a serem projetados.

- Aumentar a rigidez da peça através de um projeto racional do dispositivo de fixação.
- Aumentar o intervalo e particularmente os limites máximos de velocidade de corte e avanço.
- Aumentar a rigidez do sistema porta-ferramenta.
- Otimizar a geometria da ferramenta, etc.

Do ponto de vista do equacionamento matemático, as restrições podem ser divididas em dois tipos:

- A).- Restrições que se formulam como funções dependentes somente do avanço ou somente da rotação.

Cada uma de estas restrições se reduz aos limites numéricos superiores e inferiores separadamente para o avanço ou para a rotação.

Devido a que elas atuam simultaneamente o avanço e a rotação devem satisfazer todas as restrições. Isto será efetuado se se toma como avanço comum o mínimo dos avanços máximos e como avanço mínimo o máximo dos avanços mínimos permitidos. De igual forma procede-se com a rotação.

- B).- Restrições que se formulam como funções do avanço e da rotação.-

Estas restrições tem um carater mais complexo e são as que geram mais dificuldades na solução do problema de otimização.

Não é possível estabelecer uma classificação ou divisão estrita das restrições, porém, para facilitar seu estudo as classificaremos do ponto de vista de sua procedência, assim [63]:

- Restrições induzidas pelo sistema Máquina-ferramenta-dispositivo-peça.-
 - Relação de durabilidade ou desgaste da ferramenta .
 - Estabilidade dinâmica.
- Restrições induzidas pela máquina-ferramenta.-
 - Cinemáticas: Avanço mínimo, avanço máximo, rotação mínima e rotação máxima.
 - Dinâmicas: Força de corte, momento torsor no eixo arvore e potência de corte.
 - Rigidez da máquina.
 - Deformações térmicas.
- Restrições induzidas pelo sistema de fixação da peça.-
 - Rigidez da peça.
- Restrições induzidas pela peça.-
 - Rugosidade superficial.
 - Precisão dimensional , de forma e de posição.
- Restrições induzidas por considerações econômicas e de organização.

Na otimização da usinagem deve-se incluir somente aquelas restrições dominantes, pois a inclusão de muitas restrições

conduz a um modelo matemático complexo, não econômico e de pouca aplicação prática [64] [65].

III.2.-FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DAS RESTRIÇÕES EM TORNEAMENTO.-

Nas operações de torneamento as restrições dominantes são:

- Relação de durabilidade.
- Potência de corte .
- Momento torsor.
- Força de corte.
- Rugosidade Superficial.
- Precisão dimensional.
- Avanço máximo.
- Avanço mínimo.
- Máxima rotação.
- Mínima rotação.

O conjunto de restrições permite formular um sistema de desigualdades que junto com a função objetiva formam o modelo matemático de otimização.

III.2.1.- RELAÇÃO DE VIDA DA FERRAMENTA.-

Esta relação está definida pela equação expandida de Taylor na forma:

$$a^y \cdot p^z \cdot v^x \cdot T = K$$

onde:

a .- avanço
 p .- profundidade de corte
 v .- velocidade de corte
 T .- vida da ferramenta
 y, z, x, K .- constantes

esta equação pode ser escrita da forma :

$$v^x = \frac{K}{T^y a^z p}$$

$$v = \frac{K1}{T^{1/x} a^{z/x} p^{z/x}}$$

$$v = \frac{K1}{T^m a^n p^q}$$

A velocidade de corte é:

$$v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{1000} \quad , \text{ logo:}$$

$$v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{1000} = \frac{K1}{T^m a^n p^q}$$

Expresando esta equação como uma restrição em termos das variáveis controláveis avanço e rotação temos:

$$n \cdot a^h = \frac{318 \cdot K_1}{T^m \cdot P^q \cdot d}$$

III.2.2.- RUGOSIDADE SUPERFICIAL .-

A rugosidade superficial pode ser expressa também como uma função do avanço, a profundidade de corte e a velocidade de corte na seguinte forma:

$$Ra = K_2 \cdot a^r \cdot p^s \cdot v^t$$

$$\frac{r}{a} \cdot \frac{t}{v} = \frac{Ra}{K_2 \cdot p^s}$$

$$\frac{r/t}{a} \cdot v = \frac{Ra}{K_2 \cdot \frac{1/t}{p} \cdot \frac{s/t}{p}}$$

$$\frac{r/t}{a} \cdot \frac{11 \cdot d \cdot n}{1000} = \frac{Ra \cdot \frac{1/t}{K_2 \cdot \frac{1/t}{p} \cdot \frac{s/t}{p}}}{1000}$$

expresando esta restrição em termos de avanço e rotação temos:

$$\frac{r/t}{a} \cdot n = \frac{318 \cdot Ra \cdot \frac{1/t}{K_2 \cdot \frac{1/t}{p} \cdot \frac{s/t}{p} \cdot d}}{1000}$$

III.2.3.- FORÇA DE CORTE PRINCIPAL OU TANGENCIAL .-

A componente principal ou tangencial da força de corte pode ser expressa pela equação:

$$F_z = K_3 \cdot a \cdot P$$

de onde :

$$a = \frac{F_z}{K_3 \cdot P}$$

3.2.4.-RESTRIÇÕES CINEMATICAS DA MAQUINA-FERRAMENTA.-

Os avanços máximo e mínimo são características cinemáticas da máquina definidas sob o conjunto de restrições mencionadas no parágrafo III.1 .

$$a < a_{\max}$$

$$a > a_{\min}$$

As rotações máxima e mínima são definidas diante de características geométricas da peça, do material da peça e das propriedades da ferramenta de corte.

Estas considerações nos permitem selecionar as velocidades de corte para toda a gama de materiais e dimensões a usinar em uma determinada máquina e calcular as respectivas rotações:

$$n_{\max} = \frac{1000 \cdot V_{\max}}{\pi \cdot d_{\min}}$$

$$n_{\min} = \frac{1000 \cdot v_{\min}}{\pi \cdot d_{\max}}$$

onde: $d_{\min}$ = diâmetro mínimo da peça

$d_{\max}$ = diâmetro máximo da peça

III.3 .-FUNÇÃO OBJETIVA.-

Como foi analisado no parágrafo III.1 a função objetiva será formulada em termos das variáveis de controle avanço e rotação utilizando como critério de otimização o mínimo tempo de produção por peça . Este tempo está dado pela expressão:

$$t = \frac{L_a}{n \cdot a}$$

A minimização desta expressão equivale a maximização do produto no denominador , $n \cdot a$, logo:

$$t = \frac{L_a}{n \cdot a} \quad \text{----> min quando}$$

$$n \cdot a \quad \text{----> max}$$

Desta forma a função objetiva será a função ,

$$f = n \cdot a$$

III.4.- MODELO MATEMATICO PROPOSTO.-

Executando-se transformações logarítmicas nas equações de restrição e na função objetiva temos:

$$\ln n + h \cdot \ln (100 a) = \ln \frac{318 \cdot K1}{T^m \cdot p^q \cdot d}$$

$$\ln n + r/t \cdot \ln (100 a) = \ln \frac{318 \cdot Ra^{1/t}}{K2^{1/t} \cdot p^{s/t} \cdot d}$$

$$\ln (100 a) = \ln \frac{Fz}{K3 \cdot p}$$

$$\ln (100 a) > \ln (100 a)_{\min}$$

$$\ln (100 a) < \ln (100 a)_{\max}$$

$$\ln n < \ln n_{\max}$$

$$\ln n > \ln n_{\min}$$

$$f = \ln n + \ln (100 a) = \max.$$

Os valores de T, Ra, Fz são fornecidos como constantes restrictivas e por tanto podemos fazer as seguintes transformações:

$$b1 = \frac{318 \cdot K1}{T^m \cdot p^q \cdot d}$$

$$b2 = \frac{318 \cdot Ra^{1/t}}{K2^{1/t} \cdot p^{s/t} \cdot d}$$

$$X1 = \ln (100 a)$$

$$X2 = \ln n$$

Temos, assim um sistema de 7 restrições lineares que definem a zona de factíveis soluções e uma função objetiva linear:

$$h \cdot X_1 + X_2 = b_1$$

$$r/t \cdot X_1 + X_2 = b_2$$

$$X_1 = b_3$$

$$X_1 > b_4$$

$$X_1 < b_5$$

$$X_2 > b_6$$

$$X_2 < b_7$$

S I S T E M A D E

R E S T R I Ç O E S

F U N Ç Ã O

$$f = X_1 + X_2 \text{ ----> max --->}$$

O B J E T I V A

A solução deste problema de otimização pode ser encontrada geometricamente ou aplicando as técnicas de programação linear.

C A P Í T U L O I V

METODOLOGIA PARA A DETERMINAÇÃO DOS MODELOS MATEMATICOS DAS RESTRIÇÕES PROBABILISTICAS

IV.1.- INTRODUÇÃO.-

A seleção das condições de usinagem implica o conhecimento e avaliação dos efeitos de uma grande quantidade de variáveis (avanço, profundidade de corte, velocidade de corte, propriedades físicas e mecânicas do material usinado, propriedades químicas do material da peça e da ferramenta, rigidez da máquina, nível de vibrações, etc.)

Os trabalhos de Taylor [11] e suas pesquisas foram desenvolvidas com base no método experimental de variar um fator de cada vez (one-at-a-time) mantendo constantes os demais fatores. Este método não permite detectar nem medir as interações das variáveis e consome muito tempo e recursos, não sendo portanto recomendável para a pesquisa e experimentação em condições industriais.

A otimização da usinagem deve iniciar-se pela otimização das estratégias de experimentação de tal maneira que "a própria metodologia experimental seja convertida numa técnica de otimização onde o esforço e os custos podem ser

minimizados e os resultados efetivos podem ser maximizados " [66].

A Estatística fornece uma potente ferramenta metodológica para a pesquisa tecnológica denominada Planejamento ou Delineamento Experimental. Esta técnica foi criada e aplicada inicialmente por Fisher na pesquisa agrícola [67],[68] e posteriormente aplicada na pesquisa industrial e biomédica [69].

O Delineamento Experimental garante uma seleção orientada das condições experimentais visando sua otimização e fornecendo a possibilidade de experimentação ativa. Em alguns processos industriais a participação ativa do experimentador não é possível, mas nos processos de usinagem o é.

A determinação experimental da influência das variáveis de entrada nas variáveis de saída pode ser efetuada de duas formas [70]:

a).- Experimentação passiva.-

Este tipo de experimentação conduz ao processamento do resultado das observações do desempenho de um sistema; sob variações estocásticas, não controladas pelo experimentador, das variáveis de entrada.

b).- Experimentação ativa.-

Neste tipo de experimentação o pesquisador faz parte do processo e executa experimentos planejados "a priori" sob determinados critérios, variando as

IV.2.- DELINEAMENTOS EXPERIMENTAIS PARA O AJUSTE DE MODELOS DE PRIMEIRO GRAU.-

Existem varios tipos de delineamento para a formulação deste tipo de modelos, a saber: [71]

- a).-Delineamentos de Plackett e Burman ,
- b).-Delineamentos de Koshal,
- c).-Delineamentos Simplex,
- d).-Delineamentos Fatoriais,
- e).-Delineamentos Fatoriais Fracionais.

Segundo Box e Draper [71], os delineamentos de Plackett e Burman são usados como blocos iniciais para delineamentos pequenos na determinação de modelos de segundo grau. Os delineamentos de Koshal e Simplex usam-se quando e preciso uma extrema economia experimental.

Os autores mencionados assinalam ,ainda que, os delineamentos de maior valor na otimização de processos industriais (metodologia das superficies de resposta) são os delineamentos fatoriais e fatoriais fracionados.

IV.3.- DELINEAMENTOS FATORIAIS.-

Um delineamento fatorial é aquele onde todos os níveis de um dado fator são combinados com todos os níveis dos outros fatores no experimento [72].

Os delineamentos fatoriais são os mais eficientes quando é necessário determinar o efeito de vários fatores e de suas interações na resposta. O efeito de um fator é definido como a mudança produzida na resposta pela mudança nos níveis dos fatores; este efeito é denominado efeito principal. As interações são o resultado das mudanças conjuntas de vários fatores.

IV.3.1.- DELINEAMENTOS FATORIAIS A DOIS NÍVEIS - 2^n .-

Quando se tem vários n fatores a serem pesquisados, os delineamentos 2^n são os mais usados. Eles fornecem o menor número de tratamentos (combinação de fatores) com os quais n fatores podem ser estudados num arranjo fatorial completo.

IV.3.1.1.- DELINEAMENTOS 2^2 .-

O delineamento fatorial mais simples é o 2^2 , nele somente dois fatores A e B são analisados em dois níveis, chamados convencionalmente de nível "alto" e nível "baixo".

Os níveis podem ser quantitativos, por exemplo, alta ou baixa velocidade de corte, alto ou baixo avanço; ou qualitativos, por exemplo, aplicação ou não de fluido de corte.

Considere-se como exemplo, a influência da velocidade e o avanço na componente tangencial da força de corte F_z .

A velocidade de corte é o fator V e o avanço é o fator A. Denomine-se convencionalmente cada fator com letras maiúsculas, assim:

V .- fator velocidade,

A .- fator avanço,

VA.- Interação velocidade-avanço.

Designa-se por "+1" o nível alto de cada fator e por "-1" o nível baixo. Na figura IV.1 vê-se a representação gráfica dos tratamentos num experimento fatorial no plano v-a (velocidade-avanço). No eixo v, tem-se os níveis alto e baixo da velocidade e no eixo a, os níveis alto e baixo do avanço.

As coordenadas dos vértices do quadrado representam os quatro tratamentos codificados da seguinte maneira: a presença da correspondente letra em minúscula significa o nível alto deste fator e a ausência dela o nível baixo. O tratamento com todos os fatores em nível baixo é denominado por **T1**), o tratamento v é a combinação da velocidade em nível alto com o avanço em nível baixo, o tratamento a é a combinação da velocidade em nível baixo com o avanço em nível alto, o tratamento av é a combinação de velocidade e avanço, ambos em nível alto. A tabela IV.1 ilustra a codificação destes tratamentos e os seus respectivos níveis.

IV.3.1.2.- DELINEAMENTOS ³ 2 .-

Com três fatores em dois níveis ter-se-á oito tratamentos. Sendo os fatores a velocidade de corte, o avanço e a

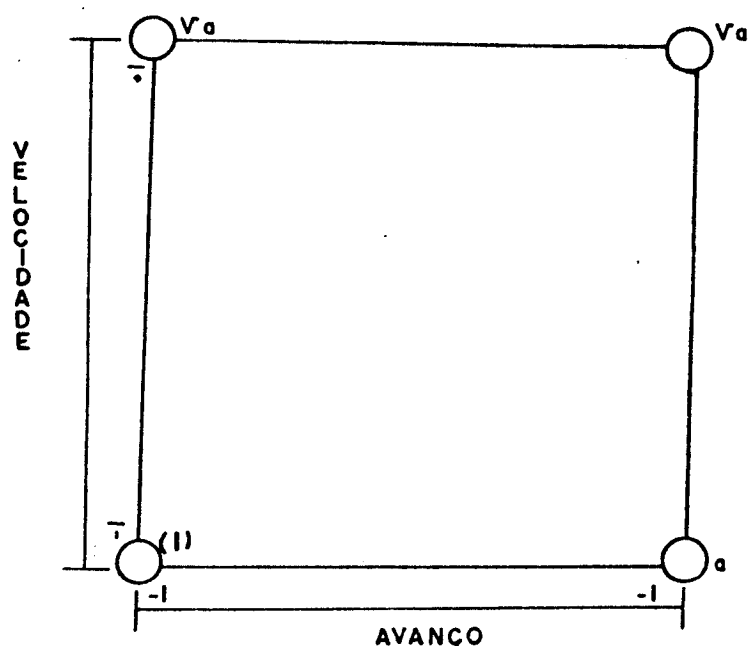


Figura IV.1.-Representação gráfica dos tratamentos num plano
fatorial 2².

CODIGO DOS TRATAMENTOS	NIVEIS DOS FATORES	CODIGO DOS NIVEIS		RESPOSTA
		V	A	
(1)	V(BAIXO), A(BAIXO)	-1	-1	Y ₁
V	V(ALTO), V(BAIXO)	+1	-1	Y ₂
a	V(BAIXO), A(ALTO)	-1	+1	Y ₃
Va	V(ALTO), A(ALTO)	+1	+1	Y ₄

Tabela IV.1.-Codificação e níveis dos tratamentos num plano
fatorial 2².

profundidade de corte e usando a notação acima referida teríamos os tratamentos indicados na tabela IV.2 e representados na figura IV.2.

Com estes oito tratamentos podemos estimar os efeitos principais V, A, e P, as interações VA, VP, e AP e a interação entre os três fatores VAP.

O efeito de V quando A e P estão no nível baixo é:

$$[v - (1)]$$

O efeito de V quando A está no nível alto e P no nível baixo é:

$$[v_a - a]$$

O efeito de V quando P está no nível alto e A no nível baixo é:

$$[v_p - p]$$

O efeito de V quando A e P estão no nível alto é:

$$[v_{ap} - ap]$$

Assim, o efeito principal de V é a média desses quatro efeitos, ou seja :

$$V = 1/4 [v - (1) + v_a - a + v_p - p + v_{ap} - ap] \quad \text{IV-1}$$

Esta equação pode ser desenvolvida como um contraste entre os quatro tratamentos na face direita do cubo, onde V está em nível alto (vide figura IV.2) e os quatro tratamentos da face esquerda, onde V está em nível baixo; portanto temos a equação:

$$V = 1/4 [v + v_a + v_p + v_{ap} - (1) - a - p - ap] \quad \text{IV-2}$$

que é idêntica à equação IV-1.

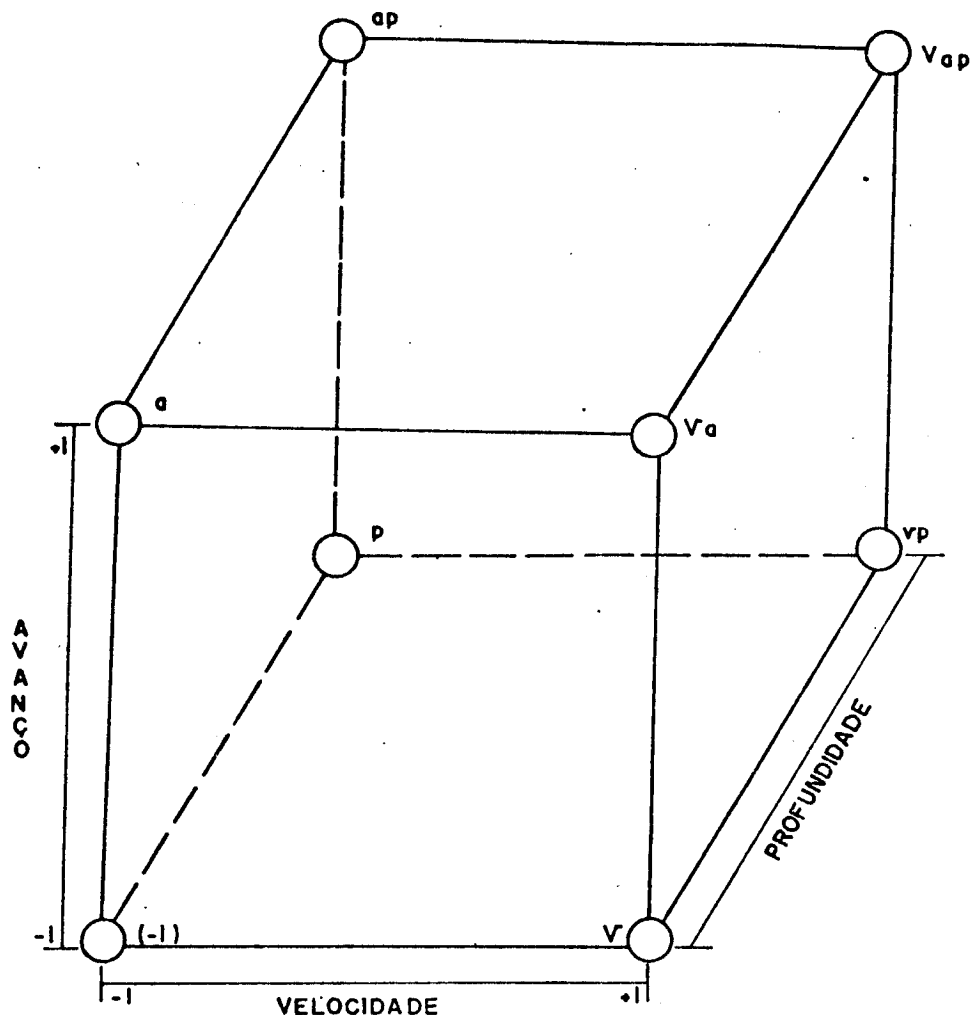


Figura IV.2.-Representação gráfica dos tratamentos num plano
fatorial 2.³

CODIGO DOS TRATAMENTO	NIVEIS DOS FATORES	CODIGO DOS NIVEIS			RESPOSTA
		V	A	P	
(1)	V,A,P EM NIVEL BAIXO	-1	-1	-1	Y ₁
V	V ALTO, A BAIXO, P BAIXO	+1	-1	-1	Y ₂
a	V BAIXO, A ALTO, P BAIXO	-1	+1	-1	Y ₃
P	V BAIXO, A BAIXO, P ALTO	+1	-1	+1	Y ₄
Va	V ALTO, A ALTO, P BAIXO	-1	+1	-1	Y ₅
VP	V ALTO, A BAIXO, P ALTO	+1	-1	+1	Y ₆
aP	V BAIXO, A ALTO, P ALTO	-1	+1	+1	Y ₇
Vap	V,A,P EM NIVEL ALTO	+1	+1	+1	Y ₈

Tabela IV.2.-Codificação dos tratamentos num plano
fatorial 2.³

De igual maneira podem ser calculados os efeitos principais de A e P:

$$A = 1/4 [a + va + ap + vap - (1) - v - p - vp] \quad \text{IV-3}$$

$$P = 1/4 [p + vp + ap + vap - (1) - v - a - va] \quad \text{IV-4}$$

Quando P está no nível baixo o efeito da interação VA é a média da diferença do efeito V nos dois níveis de A, isto é:

$$1/2 [[va - a] - [v - (1)]].$$

Quando P está no nível alto o efeito da interação VA é:

$$1/2 [(vap - ap) - (vp - p)].$$

O efeito médio de VA é justamente a média de esses dois efeitos, ou seja:

$$VA = 1/4 [va - a - v + (1) + vap - ap - vp + p] \quad \text{IV-5}$$

e similarmente:

$$VP = 1/4 [(1) - v + a - va - p + vp - ap + vap] \quad \text{IV-6}$$

$$AP = 1/4 [(1) + v - a - va - p - vp + ap + vap] \quad \text{IV-7}$$

Finalmente o efeito da interação tripla VAP é definido como a diferença média entre a interação VA para os dois diferentes níveis de P, ou seja:

$$VAP = 1/4 [[vap - ap] - [vp - p] - [va - a] + [v - (1)]].$$

$$VAP = 1/4 [vap - ap - vp + p - va + a + v - (1)] \quad \text{IV-8}$$

As equações dos efeitos principais e interações acima desenvolvidos são contrastes ortogonais dos tratamentos. Uma tabela de sinais " mais " e sinais " menos " pode ser desenvolvida a partir destes contrastes como indica a

tabela IV.3. Os sinais dos efeitos principais são determinados associando-se um " mais " ao nível alto e um " menos " ao nível baixo, os sinais restantes podem ser facilmente obtidos pela multiplicação das respectivas colunas. A coluna identidade I possui todos os sinais positivos.

TRATAMENTOS	EFEITOS FATORIAIS							
	I	V	A	VA	P	VP	AP	VAP
(I)	+	-	-	+	-	+	+	-
v	+	+	-	-	-	-	+	+
a	+	-	+	-	-	+	-	+
va	+	+	+	-	-	-	-	-
p	+	-	-	+	+	-	-	+
vp	+	+	-	+	+	+	-	-
ap	+	-	+	-	+	-	+	-
vap	+	+	+	+	+	+	+	+

Tabela IV.3.-Matriz de sinais para a codificação dos tratamentos.

A tabela fornece a seguinte matriz de delineamento :

	Xo	X1	X2	X3		
X =	1	-1	-1	-1	----->	(1)
	1	1	-1	-1	----->	v
	1	-1	1	-1	----->	a
	1	1	1	-1	----->	va
	1	-1	-1	1	----->	p
	1	1	-1	1	----->	vp
	1	-1	1	1	----->	ap
	1	1	1	1	----->	vap

A codificação das variáveis representando-se por "-1" o nível baixo e por "+1" o nível alto corresponde as seguintes transformações:

Para a velocidade de corte:

$$X1 = 2 \cdot \frac{V - V_{\max}}{V_{\max} - V_{\min}} = +1 \quad \text{IV-9}$$

$$X1 = 2 \cdot \frac{V - V_{\min}}{V_{\max} - V_{\min}} = -1 \quad \text{IV-10}$$

Para o avanço:

$$X2 = 2 \cdot \frac{A - A_{\max}}{A_{\max} - A_{\min}} = +1 \quad \text{IV-11}$$

$$X2 = 2 \cdot \frac{A - A_{\min}}{A_{\max} - A_{\min}} = -1 \quad \text{IV-12}$$

Para a profundidade de corte :

$$X3 = 2 \cdot \frac{P - P_{\max}}{P_{\max} - P_{\min}} = +1 \quad \text{IV-13}$$

$$X3 = 2 \cdot \frac{P - P_{\min}}{P_{\max} - P_{\min}} = -1 \quad \text{IV-14}$$

A matriz de delineamento X e as variáveis codificadas X1, X2, e X3 nos fornecem as ferramentas para o ajuste de um modelo linear da forma :

$$Y = \beta_0 + \beta_1.X1 + \beta_2.X2 + \beta_3.X3 + \beta_{12}.X1.X2 + \beta_{23}.X2.X3 + \\ + \beta_{13}.X1.X3 + \beta_{123}.X1.X2.X3 + e$$

onde:

X1, X2 e X3 - variáveis codificadas

$\tilde{Y}$ - vetor de observações :

$$\tilde{Y} = \begin{bmatrix} Y1 \\ Y2 \\ Y3 \\ Y4 \\ Y5 \\ Y7 \\ Y8 \end{bmatrix}$$

e - erro , e ---> NID (0, σ^2)

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_{12}, \beta_{23}, \beta_{13}, \beta_{123}$ ----> parâmetros a estimar

Os estimadores $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3, \hat{\beta}_{12}, \hat{\beta}_{23}, \hat{\beta}_{13}, \hat{\beta}_{123}$ são obtidos pelo método de mínimos quadrados segundo a expressão [73]

$$\hat{\beta}_i = (X' X)^{-1} X' \tilde{Y}$$

onde:

- $\hat{\beta}_i$ - vetor de parâmetros estimados
- X - matriz de delineamento
- X' - matriz transposta de X
- $(X' X)$ - matriz de variâncias e covariâncias das estimativas dos parâmetros.
- $\tilde{Y}$ - vetor de observações.

IV-4.- ANÁLISE COMPARATIVA DOS EXPERIMENTOS QUE VARIAM UM FATOR DE CADA VEZ COM OS EXPERIMENTOS FATORIAIS

Agora será apresentada uma análise das vantagens dos experimentos fatoriais perante os experimentos onde se varia um fator de cada vez.

Para tal fim será estudada a influência do avanço e da profundidade de corte na componente tangencial da força de corte F_z , isto é $F_z = f(a, p)$; pela aplicação dos dois tipos de experimentação.

No caso experimentos que variam um fator de cada vez, fixamos o valor do avanço a e variamos a profundidade de corte p ; posteriormente se fixa a profundidade de corte e varia-se o avanço. Figura IV.3.

Para avanço fixo e profundidade de corte variável temos os seguintes valores para a esperança E de Fz e a variância V de Fz :

$$\begin{aligned} E(Fz_1) &= \xi_1 & V(Fz_1) &= \sigma^2 \\ E(Fz_2) &= \xi_2 & V(Fz_2) &= \sigma^2 \end{aligned}$$

Objetiva-se estimar a diferença $\xi_2 - \xi_1 = \delta_p$ entre os valores esperados ξ_1 e ξ_2 da força tangencial de corte causada pela variação da profundidade p .

$$\begin{aligned} V(Fz_2 - Fz_1) &= E[(Fz_2 - Fz_1) - E(Fz_2 - Fz_1)]^2 \\ &= E[Fz_2 - Fz_1 - E(Fz_2) + E(Fz_1)]^2 \\ &= E[Fz_2 - E(Fz_2) - (Fz_1 - E(Fz_1))]^2 \\ &= E[(Fz_2 - E(Fz_2))^2 + (Fz_1 - E(Fz_1))^2 - \\ &\quad - 2(Fz_1 - E(Fz_1))(Fz_2 - E(Fz_2))] \\ &= E[(Fz_2 - E(Fz_2))^2] + E[(Fz_1 - E(Fz_1))^2] - \\ &\quad - 2E[(Fz_1 - E(Fz_1))(Fz_2 - E(Fz_2))] \\ &= V(Fz_2) + V(Fz_1) - \text{Cov}(Fz_1, Fz_2) \end{aligned}$$

onde: $\text{Cov}(Fz_1, Fz_2) = 0$, logo:

$$V(Fz_2 - Fz_1) = 2\sigma^2$$

Para profundidade de corte fixa e avanço variável (figura IV.4), temos:

$$\begin{aligned} E(Fz_3) &= \eta_3 & V(Fz_3) &= \sigma^2 \\ E(Fz_4) &= \eta_4 & V(Fz_4) &= \sigma^2 \\ E(Fz_4 - Fz_3) &= \delta_a \end{aligned}$$

Fazendo cálculos similares ao caso anterior temos:

$$V(Fz_4 - Fz_3) = V(Fz_4) + V(Fz_3) = 2\sigma^2$$

No caso do experimento fatorial, variando simultaneamente as duas variáveis temos (figura IV.5) :

Efeito da profundidade :

$$e_p = \frac{Fz_3 + Fz_4}{2} - \frac{Fz_1 + Fz_2}{2}$$

Efeito do avanço :

$$e_a = \frac{Fz_4 + Fz_2}{2} - \frac{Fz_3 + Fz_1}{2}$$

As variâncias destes efeitos seriam:

$$V(e_p) = V \left(\frac{Fz_3 + Fz_4}{2} - \frac{Fz_1 + Fz_2}{2} \right)$$

$$V(e_p) = V \left(\frac{Fz_3 + Fz_4}{2} \right) + V \left(\frac{Fz_1 + Fz_2}{2} \right)$$

$$V(e_p) = \frac{V(Fz_3) + V(Fz_4)}{2} + \frac{V(Fz_1) + V(Fz_2)}{2}$$

Tal como:

$$V(Fz_1) = \sigma^2$$

$$V(Fz_2) = \sigma^2$$

$$V(Fz_3) = \sigma^2$$

$$V(Fz_4) = \sigma^2$$

então:

$$V(e_p) = \frac{2\sigma^2}{2} + \frac{2\sigma^2}{2}$$

$$V(e_p) = \sigma^2$$

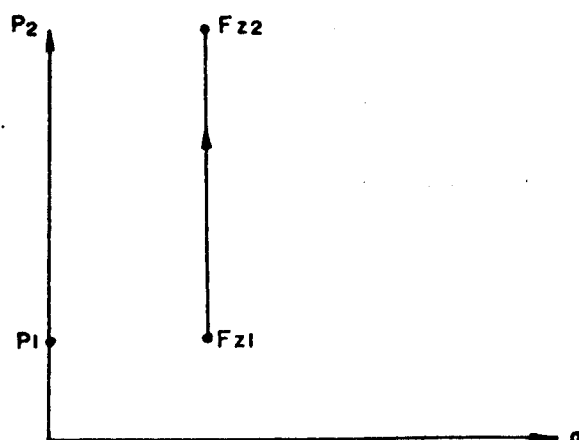


Figura IV.3.-Variação da profundidade com avanço fixo.

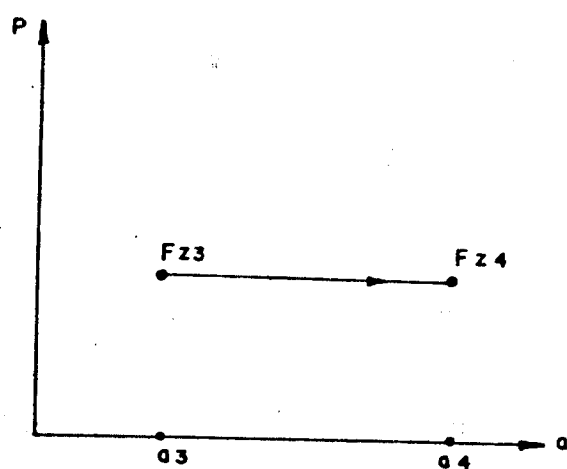


Figura IV.4.-Variação do avanço com profundidade fixa.

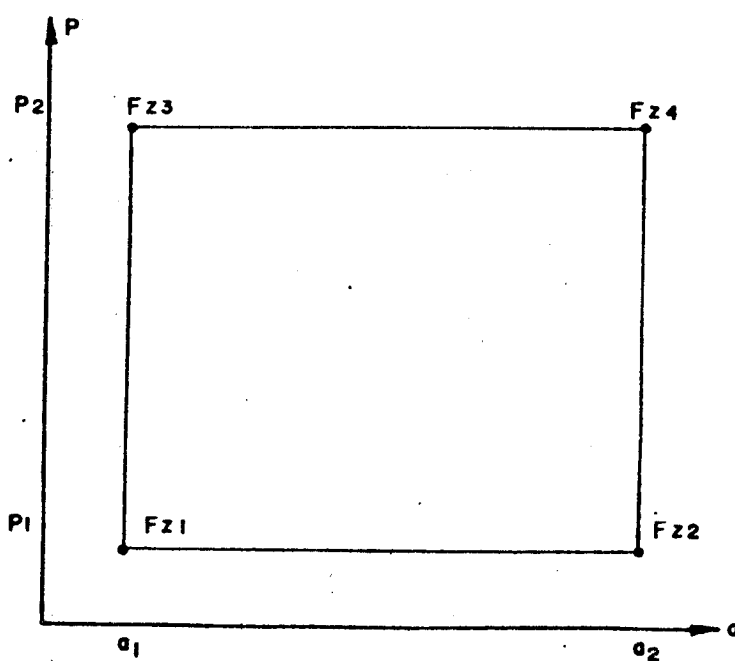


Figura IV.5.-Variação simultanea de avanço e velocidade.

Conclui-se portanto, que com um número menor de observações tem-se uma maior precisão; já que o experimento fatorial tem uma variância duas vezes menor daquela que se obtém com experimentos que variam um fator de cada vez.

O experimento fatorial tem, por tanto as seguintes vantagens

- a).- Estima os dois parâmetros simultaneamente.
- b).- Para a mesma quantidade de experimentos a variância é a metade.
- c).- Permite estimar as interações.
- d).- Possui a propriedade de ortogonalidade, a qual permite separar os efeitos principais e diagonalizar a matriz de variâncias e covariâncias e por tanto facilitar o cálculo das estimativas dos parâmetros.
- e).- Possui a propriedade de A-otimalidade. Esta propriedade garante a seleção de um plano experimental tal, que o traço da matriz de variâncias e covariâncias das estimativas dos parâmetros é mínimo; fornecendo a variância mínima dos estimadores do modelo, já que cada elemento C_{ii} da diagonal principal da matriz de variâncias e covariâncias é proporcional à variância do estimador do i -ésimo parâmetro.

IV-5 EXPERIMENTOS FRACIONAIS FATORIAIS.-

Quando o pesquisador conhece "a priori" algumas características do modelo e está interessado somente nos efeitos principais, é usado um tipo de planejamento denominado "Experimento Fatorial Fracional". Este tipo de delineamento experimental permite estimar os parâmetros de

um modelo matemático, linear nos parâmetros e nas variáveis, que representa uma superfície de resposta "planar". Box e Wilson [74] denominaram este delineamento como delineamento tipo A.

Os modelos matemáticos usados na usinagem de metais são geralmente formulados em termos de efeitos principais, isto é, em termos da influencia somente das variáveis velocidade de corte, avanço, profundidade de corte, geometria da ferramenta, dureza do material, etc. No parágrafo seguinte, indica-se a metodologia para a obtenção das replicações fracionais de um experimento fracional de três variáveis a dois níveis.

IV.6.- FRACIONAMENTO DE UM FATORIAL 2^3 .-

Uma meia fração de um experimento fatorial 2^3 é denominada como 2^{3-1} e tem portanto, 2^2 tratamentos. O método para construir um delineamento fatorial fracional usa como ponto de partida a matriz de delineamento ou tabela de sinais "mais" e "menos". Um dos vetores desta matriz é tomado como contraste definidor para efetuar a partição dos oito pontos experimentais em dois blocos de quatro experimentos cada um.

Tomando como contraste definidor o vetor VAP podemos construir dois blocos igualando este contraste ao vetor identidade I. Um bloco está formado pelos tratamentos que

tem sinais positivos na relação definidora e o outro por os tratamentos que tem sinais negativos nesta relação. Assim, a relação:

$$I = V A P$$

fornece os tratamentos indicados na tabela IV-4, cuja localização no espaço experimental mostra-se na figura IV.6. E a relação:

$$I = - V A P$$

fornece os tratamentos indicados na tabela IV-5, cuja localização no espaço experimental mostra-se na figura IV.7.

Os efeitos principais são calculados pelas expressões:

$$V = 1/2 [v - a - p + vap]$$

$$A = 1/2 [-v + a - p + vap]$$

$$P = 1/2 [-v - a + p + vap]$$

As interações duplas são calculadas pelas expressões :

$$AP = 1/2 [v - a - p + vap]$$

$$VP = 1/2 [-v + a - p + vap]$$

$$VA = 1/2 [-v - a + p + vap]$$

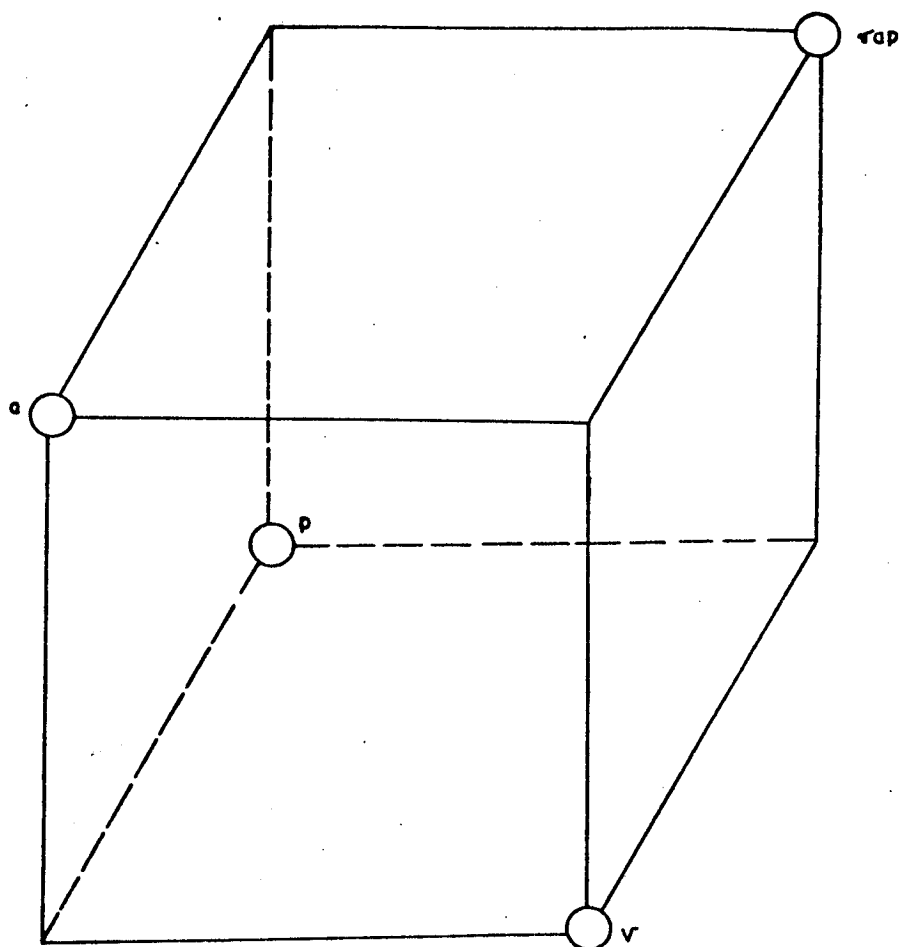


Figura IV.6-Representação gráfica da fração definida pela
relação $I = V A P$.

TRATAMENTOS	EFEITOS FATORIAIS							
	I	V	A	P	VA	VP	AP	VAP
v	+	+	-	-	-	-	+	+
a	+	-	+	-	-	+	-	+
p	+	-	-	+	+	-	-	+
vap	+	+	+	+	+	+	+	+

Tabela IV.4.-Codificação da fração definida pela
relação $I = V A P$.

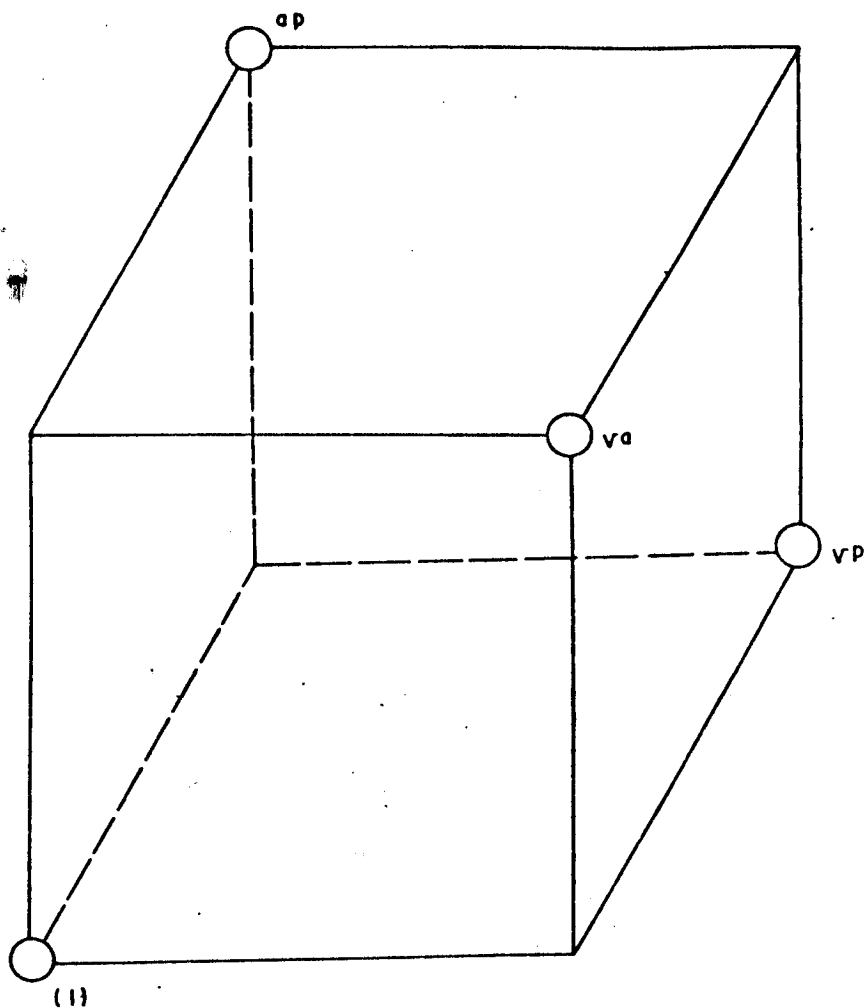


Figura IV.7.-Representação gráfica da fração definida pela relação $I = - V A P$.

TRATAMENTOS	EFEITOS FATORIAIS							
	I	V	A	P	VA	VP	AP	VAP
va	+	+	+	-	+	-	-	-
vp	+	+	-	+	-	+	-	-
ap	+	-	+	+	-	-	+	-
(I)	+	-	-	-	+	+	+	-

Tabela IV.5.-Codificação da fração definida pela relação $I = - V A P$.

Analisando os efeitos principais e as interações duplas vê-se que não é possível distinguir entre eles. Os efeitos principais estão "confundidos" com as duplas interações. A interação tripla de avanço, velocidade e profundidade está confundida com a média total.

Na realidade, não é possível estimar separadamente o efeito da velocidade e_v nem da interação avanço profundidade e_{vp} , estima-se sim a soma destes efeitos. Neste caso fala-se que o efeito da velocidade está intrinsecamente confundido (aliased) com a dupla interação avanço-profundidade. Temos assim:

[e_v , e_{vp}] -----> efeito da velocidade intrinsecamente confundido com a interação avanço - profundidade.

[e_a , e_{vp}] -----> efeito do avanço intrinsecamente confundido com a interação velocidade - profundidade.

[e_p , e_{va}] -----> efeito da profundidade intrinsecamente confundido com a interação velocidade - avanço.

[m , e_{vap}] -----> média intrinsecamente confundida com a interação velocidade - avanço - profundidade.

IV.7.- EXPERIMENTOS FATORIAIS COM REPLICAÇÕES CENTRAIS.-

Um procedimento útil para determinar a variância do erro experimental sem afetar a adequabilidade do modelo é aumentar o delineamento básico com varios pontos centrais.

O centro é adequado para fazer as replicações e obter informação adicional para o cálculo do erro pois, estes pontos nao afetam as estimativas dos efeitos. O centro do delineamento é o ponto onde as variáveis codificadas são iguais a zero, isto é:

$$(X_1, X_2, X_3) = (0, 0, 0)$$

Na figura IV.8 mostra-se o espaço experimental de um delineamento fracional fatorial com dois blocos ³⁻¹ e duas replicações centrais cada.

IV.8.- APLICAÇÃO DESTA METODOLOGIA AOS MODELOS DE USINAGEM.-

Os modelos propostos por diversos investigadores são modelos do tipo não-linear multiplicativos, da seguinte forma geral [75]:

$$R = C \left(\prod_{j=1}^q \xi_j^{\beta_j} \right) \epsilon$$

onde:

R = resposta medida

ξ_j = variáveis de usinagem naturais

C, β_j - parâmetros do modelo

q = número de variáveis independentes

ϵ = erro aleatório multiplicativo

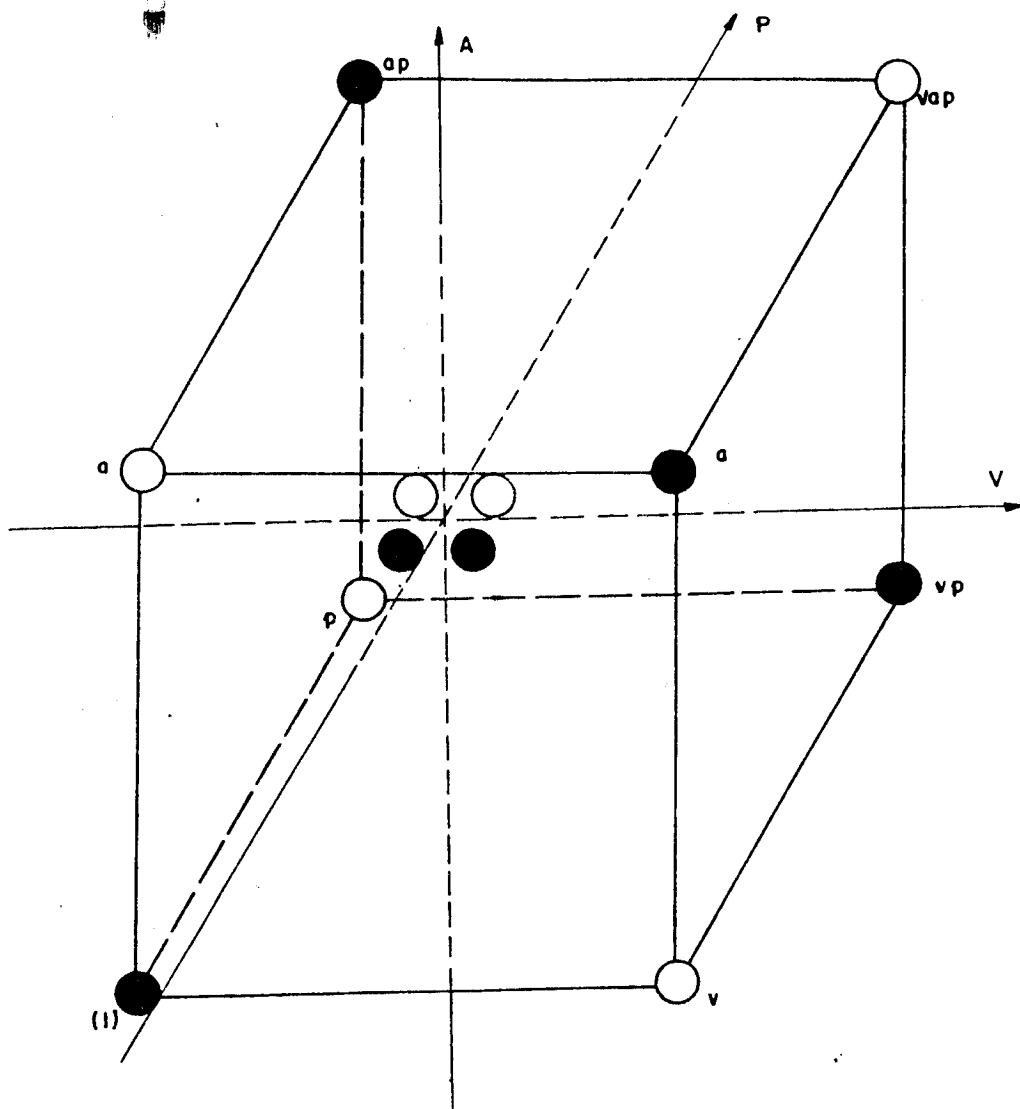


Figura IV.8.-Espaço experimental de um plano fatorial fracionado com replicações centrais.

Transformações logarítmicas convertem estes modelos nos seguintes modelos lineares :

$$\ln R = \ln C + \sum \beta_j \ln \xi_j + \ln \epsilon$$

os quais podem ser escritos da forma:

$$Y = \beta_0 + \sum_{j=1}^q \beta_j X_j + e$$

IV-15

onde:

$$Y = \ln R$$

$$\beta_0 = \ln C$$

$$X_j = \ln \xi_j$$

$$e = \ln \epsilon$$

Asume-se que o erro e é aleatório, normalmente distribuído, não correlacionado com média zero e variância constante.

A equação IV-15 é um modelo polinomial linear cujos parâmetros podem ser estimados com uma análise de regressão linear múltipla. A figura IV.9 mostra o diagrama de blocos ilustrativo desta metodologia.

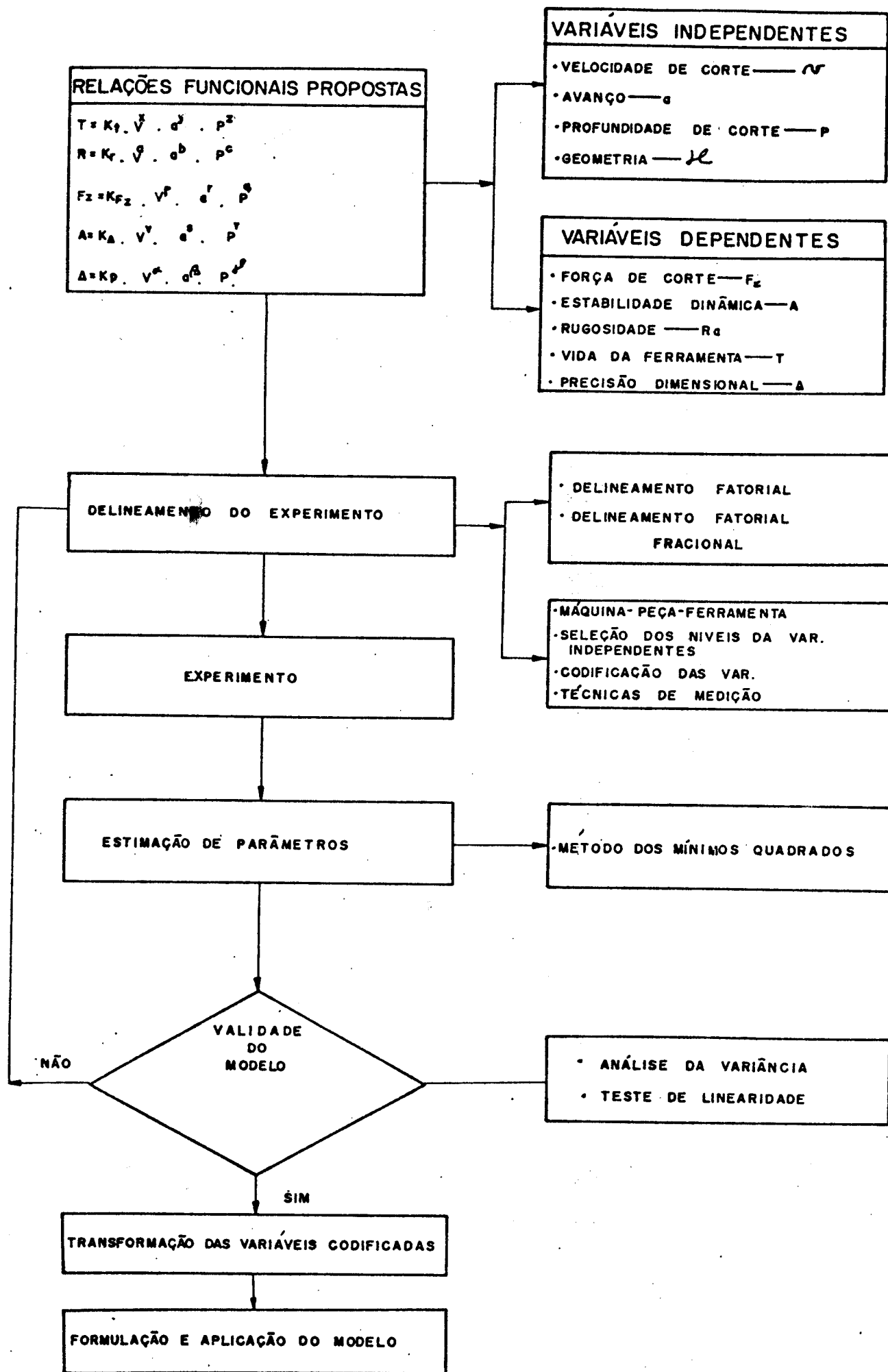


Figura IV.9.-Ilustração gráfica da metodologia para a determinação de modelos lineares em usinagem.

C A P I T U L O V

MODELO MATEMATICO PARA DETERMINAR A RUGOSIDADE SUPERFICIAL

V.1.- INTRODUÇÃO.-

Vários pesquisadores desenvolveram modelos matemáticos para a descrição da rugosidade superficial da peça, utilizando diferentes grandezas normalizadas para a medição da rugosidade ,a saber:

V.1.1.-MODELOS DO DESVIO ARITMÉTICO MÉDIO R_a .-

Foi determinado nos seguintes modelos:

.- Modelo de Taraman e Lambert [76],[77]

$$R_a = 872.467 \cdot v^{-0.366} \cdot a^{1.258} \cdot p^{0.185}$$

Material ensaiado: aço SAE 1018 , $r = 1/32$ "

Ferramenta de metal duro sem cobertura

.- Modelo de Bhattacharyya, Gonzales e Ham [36], obtido através de dados e contribuições de outras publicações:

$$R_a = 3,14 \cdot 10^8 \cdot a^{1.004} \cdot v^{-1.52} \cdot HB^{-0.323} \cdot (90-X)^{-0.35} \cdot r^{-0.714}$$

.- Modelo de Nassirpour e Wu [78]

$$R_a = 55,98 \cdot a^{0.84} \cdot r^{-0.85} \cdot v^{0.32}$$

Material ensaiado: aço SAE 1020, $p = 0.508$

Ferramenta de metal duro sem cobertura.

.-Modelos de Banerjee [79]

$$Ra = m \log V + C1$$

$$Ra = m \log Fc + C4$$

$$Ra = \frac{m \log [s \cdot \cos(C - 20)]}{(1 - \cos 20)} + C5$$

onde, m , C , $C1$, $C2$, $C4$, $C5$ são constantes do material.

Materiais ensaiados: AISI 1020 e 1116

.-Modelos de Mukherjee e Basu [80]

$$Ra = 18.92 \cdot a^{0.53} \cdot tc^{0.23} \cdot v^{-0.23} \cdot p^{-0.19}$$

Material ensaiado: EN-8

$$Ra = 26.92 \cdot a^{0.72} \cdot tc^{0.12} \cdot v^{-0.29} \cdot p^{-0.15}$$

Material ensaiado: EN 24

$$Ra = 34.67 \cdot a^{0.87} \cdot tc^{0.09} \cdot v^{-0.29} \cdot p^{-0.15}$$

Material ensaiado: EN 58B

$$Ra = 23.66 \cdot a^{0.79} \cdot tc^{0.01} \cdot v^{-0.05} \cdot p^{-0.04}$$

Material ensaiado: latão

$$Ra = 33.11 \cdot a^{0.82} \cdot tc^{0.07} \cdot v^{-0.35} \cdot p^{-0.34}$$

Material ensaiado: aluminio

V.1.2. MODELOS DO DESVIO QUADRATICO MÉDIO R_q .-

Foi determinado nos seguintes modelos de Sundaram e Lambert [81], [82]:

$$R_q = 2.3528 \cdot 10^{\frac{13}{v}} \cdot a^{-1.4887} \cdot p^{3.4015} \cdot tc^{0.1293} \cdot 0.0274$$

para $r = 1/64''$

$$R_q = 9.256 \cdot 10^{\frac{6}{v}} \cdot a^{-0.307} \cdot p^{2.3435} \cdot tc^{0.1293} \cdot 0.659$$

para $r = 1/32''$

Material ensaiado: Sae 4140

Ferramenta: pastilha recoberta com TiC

V.1.2.- MODELOS DA ALTURA MÁXIMA DAS RUGOSIDADES $R_{a_{max}}$.-

Foi determinada no seguinte modelo de Hasegawa, Seireg e Lindberg [83]:

$$R_{max} = 624.2432 \cdot v^{-0.4349} \cdot a^{0.8129} \cdot p^{0.0335} \cdot r^{-0.4680}$$

Material ensaiado: aço SAE 1020

Segundo Sundaram e Lambert [84] em 1965 Olsem foi o primeiro pesquisador em concluir que os valores da rugosidade superficial em torneamento seguem uma distribuição normal. Rakhit, Sankar e Osman [85] chegaram a conclusão similar.

V.2.- PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL PARA DETERMINAR O MODELO DE RUGOSIDADE SUPERFICIAL .-

O experimento foi desenvolvido num torno com comando numérico para peças cilíndricas de aço ABNT 1045 utilizando uma pastilha de metal duro KNUX 12. A rugosidade Ra foi medida em um rugosímetro Perth-o-meter. A tabela V-1 mostra as condições de usinagem selecionadas com seus respectivos níveis e as variáveis codificadas.

Nível	Condições de Usinagem			Variáveis codificadas		
	V	A	P	X1	X2	X3
Alto	340	0.29	1.12	+1	+1	+1
Medio	308	0.17	0.75	0	0	0
Baixo	280	0.10	0.50	-1	-1	-1

Tabela V.1.- Níveis das variáveis velocidade, avanço e profundidade de corte e sua codificação.

O experimento foi planejado visando a execução de duas frações blocos de seis ensaios cada, sendo quatro ensaios nos vértices e duas replicações no centro. A ordem de execução de cada fração bloco e dos tratamentos dentro dos blocos foi determinada aleatoriamente usando o programa gerados de números aleatórios. A respectiva matriz de planejamento mostra-se na tabela V.2.

No.	Trat.	Condições de usinagem			Níveis das variáveis		
		V	A	P	X1	X2	X3
1	(1)	280	0.10	0.50	-	-	-
2	v	340	0.10	0.50	+	-	-
3	a	280	0.29	0.50	-	+	-
4	va	340	0.29	0.50	+	+	-
5	p	280	0.10	1.12	-	-	+
6	vp	340	0.10	1.12	+	-	-
7	ap	280	0.29	1.12	-	+	+
8	vap	280	0.29	1.12	+	+	+
9	c	308	0.17	0.75	0	0	0
10	c	308	0.17	0.75	0	0	0
11	c	308	0.17	0.75	0	0	0
12	c	308	0.17	0.75	0	0	0

Tabela V.2.- Matriz de planejamento para o experimento fatorial.

V.3.- EXECUÇÃO DA PRIMEIRA FRAÇÃO ³⁻¹ 2 .-

Os resultados obtidos para este primeiro bloco são mostrados na tabela V.3.

Trat	Ra	$Y = \ln Ra$	$\hat{Y}$	$(Y - \hat{Y})$	$(Y - \hat{Y})^2$
1	1.82	0.5988	0.587	0.0118	0.000139
4	4.10	1.4109	1.3992	0.0118	0.000139
6	0.75	-0.2876	-0.2992	0.0118	0.000139
7	4.62	1.5303	1.5186	0.0118	0.000139
11	2.22	0.7975	0.8014	-0.0039	0.000015
12	2.13	0.7561	0.8014	-0.0453	0.002052

Tabela V.3.- Resultados do primeiro bloco experimental.

A matriz de variáveis para este primer bloco é:

$$X = \begin{array}{cccc} & X_0 & X_1 & X_2 & X_3 \\ \left[\begin{array}{cccc} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] & \begin{array}{l} \text{-----} \rightarrow Y_1 \\ \text{-----} \rightarrow Y_4 \\ \text{-----} \rightarrow Y_5 \\ \text{-----} \rightarrow Y_7 \\ \text{-----} \rightarrow Y_{11} \\ \text{-----} \rightarrow Y_{12} \end{array} \end{array}$$

A transposta da matriz de planejamento é:

$$X' = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

O produto da matriz transposta pela matriz de variáveis é:

$$X'X = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

A matriz inversa do produto da matriz transposta de planejamento pela matriz de planejamento, ou seja a matriz de variâncias e covariâncias das estimativas é:

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1/6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix}$$

A equação

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X' \tilde{Y}$$

pode ser escrita da forma :

$$\hat{\beta}_0 = 1/6 (Y_1 + Y_4 + Y_6 + Y_7 + Y_{11} + Y_{12})$$

$$\hat{\beta}_1 = 1/4 (-Y_1 + Y_4 + Y_6 - Y_7)$$

$$\hat{\beta}_2 = 1/4 (-Y_1 + Y_4 - Y_6 + Y_7)$$

$$\hat{\beta}_3 = 1/4 (-Y_1 - Y_4 + Y_6 + Y_7)$$

Onde os Y_i correspondem à resposta do i -ésimo ensaio.

E assim, obtemos os seguintes valores das estimativas:

$$\hat{\beta}_0 = 0.8014$$

$$\hat{\beta}_1 = -0.2514$$

$$\hat{\beta}_2 = 0.6575$$

$$\hat{\beta}_3 = -0.1917$$

e a equação de regressão é:

$$\hat{Y} = 0.8014 - 0.2514 X_1 + 0.6575 X_2 - 0.1917 X_3$$

4.4.- CALCULO DA VALIDADE DO MODELO PARA A PRIMEIRA
FRAÇÃO .-

A validade do modelo postulado pode ser estudada construindo uma tabela de Análise da Variância e usando a estatística F para testar a hipótese de linearidade. Para tal fim a soma de quadrados total é quebrada na soma de quadrados devida ao modelo, na soma de quadrados devida à falta de ajustamento e na soma de quadrados devida ao erro puro.

Essa última soma de quadrados calcula-se a partir das replicações centrais, e a soma de quadrados devida à falta de ajustamento é fornecida pela diferença entre a soma de quadrados residual e a soma de quadrados devida ao erro puro. Na tabela V- mostrase a Análise de Variância para este bloco experimental.

Fonte	Soma de Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado Medio	F
Modelo de grau "zero"	$\left(\sum_{i=1}^6 Y_i \right)^2 / 6 = 4.8262189$	1	4.8262189	
Modelo de primeiro grau	$4 \sum_{i=1}^3 \beta_i^2 = 4.69799$	3	1.56599	
Falta de ajuste	0.001764	1	0.001764	2.053
Erro puro	0.0008569	1	0.0008569	
Residual	$\sum (Y - \hat{Y})^2 = 0.002623$	2	0.0013115	
Total	$\sum_{i=1}^6 Y_i^2 = 5.4097384$	6		

Tabela V.4 .- Análise de Variância para o primeiro bloco experimental.

O percentil da distribuição F com um grau de liberdade no numerador e um grau de liberdade no denominador e nível 5% é igual a 161,4, enquanto que a estatística F calculada é inferior ($F = 2.053$), o qual indica que o modelo parece adequado, isto é, não existem evidências significativas para rejeitar a hipótese de linearidade.

V.5.- CALCULO DO INTERVALO DE CONFIANÇA PARA A PRIMEIRA FRAÇÃO.-

O intervalo de confiança é calculado segundo a expressão

$$\text{Estatística} + t_{g.l., \alpha/2} \sqrt{\frac{ii}{C} S^2}$$

onde :

t = estatística t de Student.

$\frac{ii}{C}$ = traço da matriz de variâncias e covariâncias das estimativas.

S^2 = estimador da variância.

Com esses limites pode-se formular o intervalo de confiança da seguinte forma :

$$P(\text{est} - t_{g.l., \alpha/2} \sqrt{\frac{ii}{C} S^2} < \text{parâmetro} < \text{est} + t_{g.l., \alpha/2} \sqrt{\frac{ii}{C} S^2}) = 1 - \alpha$$

O intervalo de confiança para a resposta ou seja para a rugosidade superficial pode-se calcular a partir dos limites do erro:

$$\hat{Y} = \pm t_{g.l., \alpha/2} \sqrt{V(\hat{Y})}$$

obtendo, assim o seguinte intervalo de confiança para a resposta

$$P(\hat{Y} - t_{g.l., \alpha/2} \sqrt{V(\hat{Y})} < \text{Resposta}(\hat{Y} + t_{g.l., \alpha/2} \sqrt{V(\hat{Y})}) = 1 - \alpha$$

A variância $V(\hat{Y})$ para os ensaios 1,4,6,7; localizados nos vértices, está dada pela expressão:

$$V(\hat{Y}) = V(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3)$$

$$V(\hat{Y}) = V(\beta_0) + X_1^2 \cdot V(\beta_1) + X_2^2 \cdot V(\beta_2) + X_3^2 \cdot V(\beta_3)$$

$$V(\hat{Y}) = (1/6 + 1/4 + 1/4 + 1/4) S^2$$

$$V(\hat{Y}) = 11/12 \cdot S^2$$

Portanto o intervalo de confiança para a resposta nestes pontos experimentais é:

$$IC = \hat{Y} \pm t_{2, 0.05/2} \cdot \sqrt{11/12 \cdot S^2}$$

$$t_{2, 0.05/2} = 4.303$$

$$S = 0.036214, \text{ logo:}$$

$$IC = \hat{Y} \pm 4.303 \cdot \sqrt{11/12 \cdot 0.036214^2} = 0.1491972$$

A variância $V(\hat{Y})$ para os ensaios 11 e 12 localizados no centro será:

$$V(\hat{Y}) = 1/6 \cdot S^2$$

Daqui :

$$IC = \hat{Y} \pm t_{2, 0.05/2} \cdot \sqrt{1/6 \cdot S^2}$$

Portanto o intervalo de confiança a nível 5% para a resposta nas replicações centrais é:

$$IC = \hat{Y} \pm 4.303 \cdot \sqrt{1/6} \cdot 0.0362146 = 0.0636179$$

A tabela V.5 mostra os valores dos referidos intervalos de confiança .

Tratamento	Y = Ln Ra	Ra [μ]
1	0.4378 - 0.7361	1.55 - 2.08
4	1.2500 - 1.5483	3.49 - 4.70
5	(-0.4483) - (-0.1500)	0.64 - 0.86
6	1.3694 - 1.6677	3.94 - 5.30
11	0.7377 - 0.8650	2.09 - 2.38

Tabela V.5 .- Intervalos de confiança para o primeiro bloco experimental.

Os resultados deste bloco indicam intervalos de confiança da rugosidade muito amplos para serem aplicados em condições industriais, procede-se, então a executar o segundo bloco com a finalidade de melhorar o intervalo de confiança.

V.6.- EXECUÇÃO DA SEGUNDA FRAÇÃO ³⁻¹ PARA A RUGOSIDADE
SUPERFICIAL.-

Os resultados da segunda fração são mostrados na tabela
V.6.

Trat	Ra	$Y = \ln Ra$	$\hat{Y}$	$(Y - \hat{Y})$	$(Y - \hat{Y})^2$
2	1.10	0.0953	0.1553	-0.06	0.0036
3	2.60	0.9555	1.0155	-0.06	0.0036
5	0.86	-0.0907	-0.0226	-0.06	0.0036
8	3.95	1.3737	1.4335	-0.06	0.0036
9	2.19	0.7839	0.6284	0.1555	0.0241
10	2.04	0.7129	0.6284	0.0845	0.0071

Tabela V.6.- Resultados do segundo bloco experimental.

A matriz de variáveis para esta segunda fração é:

$$X = \begin{matrix} & X_0 & X_1 & X_2 & X_3 \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} \text{-----} \rightarrow Y_2 \\ \text{-----} \rightarrow Y_3 \\ \text{-----} \rightarrow Y_5 \\ \text{-----} \rightarrow Y_8 \\ \text{-----} \rightarrow Y_9 \\ \text{-----} \rightarrow Y_{10} \end{matrix} \end{matrix}$$

A transposta da matriz de planejamento é:

$$X' = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

O produto da transposta da matriz de planejamento pela matriz de planejamento é:

$$(X'X) = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

E a matriz inversa da matriz produto da transposta da matriz de planejamento pela matriz de planejamento ou, matriz de variâncias e covariâncias das estimativas dos parâmetros é:

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1/6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix}$$

A equação :

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} \cdot X' \cdot \tilde{Y}$$

pode ser escrita da forma:

$$\hat{\beta}_0 = 1/6 (Y_2 + Y_3 + Y_5 + Y_8 + Y_9 + Y_{10})$$

$$\hat{\beta}_1 = 1/4 (Y_2 - Y_3 - Y_5 + Y_8)$$

$$\hat{\beta}_2 = 1/4 (-Y_2 + Y_3 - Y_5 + Y_8)$$

$$\hat{\beta}_3 = 1/4 (-Y_2 - Y_3 + Y_5 + Y_8)$$

onde os Y_i correspondem à resposta do respectivo i -ésimo ensaio.

Obtemos, assim as seguintes estimativas dos parâmetros :

$$\hat{\beta}_0 = 2.4516$$

$$\hat{\beta}_1 = -0.1855$$

$$\hat{\beta}_2 = -0.2522$$

$$\hat{\beta}_3 = -0.3638$$

e a equação de regressão é:

$$\hat{Y} = 2.4516 - 0.1855 X_1 - 0.2522 X_2 - 0.3638 X_3$$

V.7.- CALCULO DA VALIDADE DO MODELO OBTIDO A PARTIR
DA SEGUNDA FRAÇÃO .-

A validade do modelo é estudada da mesma forma exposta no parágrafo V.4.

Fonte	Soma de Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado Medio	F
Modelo de grau "zero"	$\left(\sum_{i=1}^6 Y_i\right)^2 / 6 = 14,673496$	1		
Modelo de primeiro grau	$4 \sum_{i=1}^3 \theta_i^2 = 0,921462$	3	0,305154	
Falta de ajuste	0,04308	1	0,04308	17,09
Erro puro	0,00252	1	0,00252	
Residual	$\sum (Y - \hat{Y})^2 = 0,0456$	2	0,0228	
Total	$\sum Y_i^2 = 3,9400661$	6		

Tabela V.7.- Tabela de Análise da Variância para o segundo bloco experimental.

O percentil da distribuição F com um grau de liberdade no numerador e um grau de liberdade no denominador e nível 5% é igual a 161,4 ; enquanto que a estatística F, calculada é inferior ($F = 17,09$), o qual indica que o modelo parece adequado, isto é, não existem evidências significativas para rejeitar a hipótese de linearidade.

V.8 .- CALCULO DO INTERVALO DE CONFIANÇA PARA O SEGUNDO

BLOCO .-

Para os ensaios 2,3,5,8, localizados nos vértices do cubo amostral e para as replicações centrais 9 e 10 do segundo bloco os intervalos de confiança calculados pelo procedimento explanado no parágrafo V.8, são mostrados na tabela V.8.

Tratamento	Y = Ln Ra	Ra [μ]
2	-0.4667 - 0.7773	1.59 - 2.18
3	0.3934 - 1.6375	1.48 - 5.14
5	-0.6446 - 0.5994	0.52 - 1.82
8	0.8114 - 2.0539	2.25 - 7.79
9	0.0006 - 1.2504	1.00 - 3.49
10	0.0006 - 1.2504	1.00 - 3.49

Tabela V.8 .- Intervalos de confiança para o segundo bloco experimental.

Os resultados do intervalo de confiança neste segundo bloco são, ainda, amplos para aplicações praticas, procede-se, então, a formular uma equação de regressão que combine os resultados dos dois blocos, o qual é válido, graças à condição de ortogonalidade do delineamento experimental.

V.9 .- EQUAÇÃO COMBINADA DE REGRESSÃO COM OS RESULTADOS DAS DUAS FRAÇÕES .-

A propriedade de ortogonalidade do planejamento nos permite obter a seguinte equação de regressão combinada calculando a media das equações obtidas no primeiro e segundo blocos:

$$Y = 0.7114 - 0.0427 X_1 + 0.6268 X_2 - 0.074 X_3$$

Os valores de Ra ajustados pela equação de regressão combinada são, mostrados na tabela V.9.

Trat	Ra	Y = ln Ra	$\hat{Y}$	Ra	(Y - $\hat{Y}$)	(Y - $\hat{Y}$) ²
1	1.82	0.5988	0.2013	1.22	0.3975	0.15800
4	4.10	1.4109	1.3695	3.93	0.0414	0.00171
6	0.75	-0.2876	-0.0321	0.96	-0.2555	0.06528
7	4.62	1.5303	1.3069	3.69	0.2234	0.04990
11	2.22	0.7975	0.7114	2.03	0.0861	0.00741
12	2.13	0.7561	0.7114	2.03	0.0447	0.00199
2	1.10	0.0953	0.1159	1.12	-0.0206	0.00042
3	2.60	0.9555	1.4549	4.28	-0.4999	0.24990
5	0.86	-0.0907	0.0533	1.05	-0.1440	0.02073
8	3.95	1.3737	1.2215	3.39	0.1522	0.02316
9	2.19	0.7839	0.7114	2.03	0.0725	0.00523
10	2.04	0.7129	0.7114	2.03	0.0015	0.0000021

Tabela V.9 .- Valores da rugosidade ajustados pela equação de regressão combinada.

V.10.- CALCULO DO INTERVALO DE CONFIANÇA COM A EQUAÇÃO DE REGRESSÃO COMBINADA .-

Para o cálculo dos intervalos de confiança com a equação de regressão combinada utiliza-se o estimador combinado da variância S_c^2 , o qual é obtido como a média dos estimadores da variância nos blocos I e II, com 4 graus de liberdade para os tratamentos nos vértices e 2 graus de liberdade para as replicações centrais. Assim:

$$S_c^2 = \frac{S_I^2 + S_{II}^2}{2}$$

Logo,

$$S_c = \frac{2 \cdot 0.0013115 + 0.0228}{2} = 0.0120557$$

O intervalo de confiança para os tratamentos nos vértices é:

$$IC = \hat{Y} \pm t_{4, 0.05/2} \sqrt{11/12 (0.01255)} = 0.2918$$

e para os tratamentos centrais:

$$IC = \hat{Y} \pm t_{2, 0.05/2} \sqrt{1/6 (0.1255)} = 0.1927$$

Os intervalos de confiança de nível 5% para a resposta nos doze tratamentos, ajustada pela equação de regressão combinada são mostrados na tabela V.10.

Tratamento	Y = Ln Ra	Ra [μ]
1	(-0.0905) - 0.4931	0.91 - 1.63
4	1.0777 - 1.6613	2.93 - 5.26
6	0.2597 - (-0.3239)	0.72 - 1.29
7	1.0159 - 1.5987	2.75 - 4.94
11	0.5187 - 0.9041	1.67 - 2.46
12	0.5187 - 0.9041	1.67 - 2.46
2	(-0.1759) - 0.4077	0.83 - 1.50
3	1.1631 - 1.7467	3.20 - 5.70
5	(-0.2385) - 0.3451	0.78 - 1.40
8	0.9297 - 1.5133	2.53 - 4.54
9	0.5187 - 0.9041	1.67 - 2.46
10	0.5187 - 0.9041	1.67 - 2.46

Tabela V.10 .- Intervalos de confiança da rugosidade calculados pela equação de regressão combinada.

V.11.- EQUAÇÃO DE RUGOSIDADE AJUSTADA PELA EQUAÇÃO DE REGRESSÃO COMBINADA .-

Substituindo os valores das variáveis codificadas calculados pelas equações IV-9, IV-10, IV-11, IV-12, IV-13 e IV-14:

$$X_1 = 10.31 \ln v - 59.1$$

$$X_2 = 1.9 \ln (100 a) - 5.323$$

$$X_3 = 2.5 \ln p + 0.72$$

na equação de regressão combinada obtemos:

$$Ra = 239.88 e^{-0.1546 v^{-0.44} a^{1.19} p^{-0.185}}$$

$$Ra = \frac{205.51 a^{1.19}}{v^{0.44} p^{0.185}}$$

V.12.- COMPARAÇÃO COM OUTROS MODELOS.-

Em comparação com o modelo teórico [86], qual seja :

$$Ra = \frac{a^2}{31.3 r}$$

tem-se que a influência do avanço é menor pois o expoente a que é elevado é menor que 2. Assim, o Ra real se aproxima do teórico a medida que o avanço cresce.

Com relação à influência da velocidade é semelhante ao modelo de Taraman e Lambert e ao modelo de Mukherjee e Basu, isto é, a velocidade tem influência negativa.

Com relação à profundidade de corte o modelo de Mukherjee e Basu coincide com o deste trabalho, isto é, a profundidade tem influência negativa. O comum com os outros modelos é o pequeno valor do expoente de p , o que tem como consequência a baixa influência de p na rugosidade.

CAPÍTULO VI

MODELO MATEMÁTICO PARA DETERMINAR A RELAÇÃO DE VIDA DA FERRAMENTA

VI.1.- INTRODUÇÃO.-

Varios modelos matemáticos para determinar a vida da ferramenta foram desenvolvidos depois do modelo de Taylor .

Modelo	Autor
$T = \frac{C_T}{V^\mu}$	Taylor 1905
$T = \frac{C_T}{e^{b\pi}}$	Safonov 1933
$T = \frac{C_T}{V^\mu + C/T_n}$	Temtchin 1957
$\frac{1}{b^2} (\log V - Y_0) + \frac{1}{c^2} (\log T - Z_0) = H$	Colding 1958
$T = \frac{C_T}{V(b_0 + b_1 V)}$	Wu 1963
$T = a_0 + a_1 \cos \gamma + a_2 \cos 2\gamma + \dots + a_n \cos n\gamma + b_1 \sin \gamma + b_2 \sin 2\gamma + \dots + b_n \sin n\gamma$	Granovski 1963
$IT = 100 \cdot e^{a [1 - \sqrt{1 - b (\ln v - \ln v_0)})]}$	Konyashov e Ksiunina 1964
$T = \frac{C_T - av + bv^2}{v}$	Metchizen 1965

Tabela VI.1 .- Relações de vida da ferramenta obtidas por diferentes autores [24].

Um resumo dos referidos modelos com seus respectivos autores é mostrado na tabela VI.1 [24], [87], [88].

VI.2.- PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL PARA DETERMINAR O MODELO DE VIDA DA FERRAMENTA.-

A relação de vida da ferramenta será obtida na forma geral da equação expandida de Taylor, isto é, na forma :

$$V^x \cdot a^y \cdot p^z \cdot T = K$$

onde:

V - velocidade de corte

a - avanço

p - profundidade de corte

x, y, z, K - constantes

Esta equação pode ser convertida através de transformações logarítmicas numa equação da forma :

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3$$

onde:

$$X_1 = x (V)$$

$$X_2 = x (a)$$

$$X_3 = x (p)$$

e β_0 , β_1 , β_2 , β_3 , são os parâmetros a estimar.

O experimento foi desenvolvido num torno com Comando Numérico Computadorizado utilizando como ferramenta de corte uma pastilha de metal duro tipo KNUX - 12 . Considerou-se como vida da ferramenta o tempo gasto em atingir um desgaste na superfície de folga VB de 0.2 mm. As condições experimentais foram as mesmas indicadas na tabela V.1

O planejamento experimental visou a execução de duas frações blocos de seis ensaios cada, sendo quatro ensaios nos vértices e duas replicações no centro. A matriz de planejamento é a mesma da tabela V.2.

VI.3.-EXECUÇÃO DA PRIMEIRA FRAÇÃO .-

Os resultados deste primeiro bloco são mostrados na tabela VI.2.

Trat	T	Y = Ln T	$\hat{Y}$	(Y - $\hat{Y}$)	(Y - $\hat{Y}$) ²
2	13	2.5649	2.6219	- 0.571	0.003260
3	19	2.9444	3.0015	- 0.571	0.003260
5	18	2.8903	2.9473	- 0.571	0.003260
8	5	1.6094	1.6665	- 0.571	0.003260
9	14	2.6390	2.5593	0.0797	0.006352
10	15	2.7080	2.5593	0.1487	0.022111

Tabela VI.2.- Resultados do primeiro bloco experimental para o modelo de vida da ferramenta.

A matriz de variáveis para este primeiro bloco é:

$$X = \begin{matrix} & \begin{matrix} X_0 & X_1 & X_2 & X_3 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} \text{-----} \rightarrow Y_2 \\ \text{-----} \rightarrow Y_3 \\ \text{-----} \rightarrow Y_5 \\ \text{-----} \rightarrow Y_8 \\ \text{-----} \rightarrow Y_9 \\ \text{-----} \rightarrow Y_{10} \end{matrix} \end{matrix}$$

A transposta desta matriz de planejamento é:

$$X' = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

O produto da matriz transposta pela matriz de variáveis é:

$$X'X = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

A matriz inversa do produto da matriz transposta de planejamento pela matriz de planejamento ou seja, a matriz de variâncias e covariâncias das estimativas é:

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1/6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix}$$

A equação

$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X' Y$ pode ser escrita da forma:

$$\hat{\beta}_0 = 1/6 (Y_2 + Y_3 + Y_5 + Y_8 + Y_9 + Y_{10})$$

$$\hat{\beta}_1 = 1/4 (Y_2 - Y_3 - Y_5 + Y_8)$$

$$\hat{\beta}_2 = 1/4 (-Y_2 + Y_3 - Y_5 + Y_8)$$

$$\hat{\beta}_3 = 1/4 (-Y_2 - Y_3 + Y_5 + Y_8)$$

Onde os Y_i correspondem à resposta do i -ésimo ensaio.
E assim, obtemos os seguintes valores das estimativas:

$$\hat{\beta}_0 = 2.5593$$

$$\hat{\beta}_1 = - 0.4151$$

$$\hat{\beta}_2 = 0.2253$$

$$\hat{\beta}_3 = - 0.2524$$

e a equação de regressão é:

$$\hat{Y} = 2.5593 - 0.4151 X_1 - 0.2253 X_2 - 0.2524 X_3$$

VI.4.- CALCULO DA VALIDADE DO MODELO PARA A PRIMEIRA FRAÇÃO.-

A validade do modelo postulado pode ser estudada construindo uma tabela de Análise da Variância e usando a estatística F para testar a hipótese de linearidade. Para tal fim a soma de quadrados total é quebrada na soma de quadrados devida ao modelo, na soma de quadrados devida à falta de ajustamento e na soma da quadrados devida ao erro puro.

Essa última soma de quadrados calcula-se a partir das replicações centrais, e a soma de quadrados devida à falta de ajustamento é fornecida pela diferença entre a soma de quadrados residual e a soma de quadrados devida ao erro puro . Na tabela VI.3 é mostrada a Análise de Variância para este bloco experimental.

Fonte	Soma de Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado Medio	F
Modelo de grau "zero"	$(\sum Y_i)^2 / 6 = 39.3011$	1	39.3011	
Modelo de primeiro grau	$4 \sum_{i=1}^3 \beta_i^2 = 1.14709$	3	0.38236	
Falta de Ajuste	0.039123	1	0.039123	
Erro puro	0.00238	1	0.00238	16.438
Residual	$\sum (Y - \hat{Y})^2 = 0.041503$	2	0.02075	
Total	$\sum_{i=1}^6 Y_i^2 = 40.4897$	6		

Tabela VI.3.- Análise da Variância para o primeiro bloco experimental.

O percentil da distribuição F com um grau de liberdade no numerador e um grau de liberdade no denominador e nível 5% é igual a 161.4 , enquanto que a estatística F calculada é inferior (F = 16.438), o qual indica que o modelo parece

adequado, isto é, não existem evidências significativas para rejeitar a hipótese de linearidade.

VI.5.- CALCULO DO INTERVALO DE CONFIANÇA PARA O PRIMEIRO BLOCO.-

Os resultados do intervalo de confiança calculado pelo procedimento exposto no parágrafo V.5 são mostrados na tabela VI.4

Tratamento	Y = Ln T	$\hat{T}$ [min]
2	2.0285 - 3.2153	7.6 - 24.9
3	2.4081 - 3.5949	11.2 - 36.4
5	2.3539 - 3.5407	10.5 - 34.5
8	1.0731 - 2.2599	2.9 - 9.5
9	2.3063 - 2.8123	10.0 - 10.0
10	2.3063 - 2.8123	10.0 - 10.0

Tabela VI.4.- Intervalo de confiança para o primeiro bloco experimental da vida da ferramenta.

Os resultados deste bloco indicam intervalos de confiança da vida da ferramenta muito amplos para serem aplicados em condições industriais, procede-se, então a executar o segundo bloco com a finalidade de melhorar o intervalo de confiança.

VI.6.- EXECUÇÃO DA SEGUNDA FRAÇÃO PARA A VIDA DA FERRAMENTA.-

A tabela VI.5 mostra os resultados da segunda fração.

Mat	T	Y = Ln T	$\hat{Y}$	$(Y - \hat{Y})$	$(Y - \hat{Y})^2$
1	24	3.1780	3.2531	- 0.0751	0.00564
4	10	2.3025	2.3777	- 0.0751	0.00564
6	8	2.0794	2.1545	- 0.0751	0.00564
7	7	1.9459	2.0211	- 0.0751	0.00564
11	13	2.5649	2.4516	0.1133	0.01283
12	14	2.6390	2.4516	0.1874	0.03511

Tabela VI.5 .- Resultados do segundo bloco experimental para o modelo de vida da ferramenta.

A matriz de variáveis para esta segunda fração é:

$$X = \begin{matrix} & X_0 & X_1 & X_2 & X_3 \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \begin{matrix} \text{-----} \rightarrow Y_1 \\ \text{-----} \rightarrow Y_4 \\ \text{-----} \rightarrow Y_6 \\ \text{-----} \rightarrow Y_7 \\ \text{-----} \rightarrow Y_{11} \\ \text{-----} \rightarrow Y_{12} \end{matrix}$$

A transposta da matriz de planejamento é:

$$X' = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

O produto da matriz transposta pela matriz de variâncias é:

$$X'X = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

A matriz inversa do produto da matriz transposta de planejamento pela matriz de planejamento, ou seja a matriz de variâncias e covariâncias das estimativas é:

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1/6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix}$$

A equação:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X' \tilde{Y}$$

pode ser escrita da forma:

$$\hat{\beta}_0 = 1/6 (Y_1 + Y_4 + Y_6 + Y_7 + Y_{11} + Y_{12})$$

$$\hat{\beta}_1 = 1/4 (-Y_1 + Y_4 + Y_6 - Y_7)$$

$$\hat{\beta}_2 = 1/4 (-Y_1 + Y_4 - Y_6 + Y_7)$$

$$\hat{\beta}_3 = 1/4 (-Y_1 - Y_4 + Y_6 + Y_7)$$

Onde os Y_i correspondem à resposta do i -ésimo ensaio.

E assim, obtemos os seguintes valores das estimativas:

∴

$$\hat{\beta}_0 = 2.4516$$

$$\hat{\beta}_1 = - 0.1855$$

$$\hat{\beta}_2 = - 0.2522$$

$$\hat{\beta}_3 = - 0.3638$$

e a equação de regressão é:

$$\hat{Y} = 2.4516 - 0.1855 X_1 - 0.2522 X_2 - 0.3638 X_3$$

VI.7.-CALCULO DA VALIDADE O MODELO PARA A SEGUNDA FRAÇÃO.-

A validade do modelo postulado pode ser estudada construindo uma tabela de Análise da Variância pelo procedimento já exposto. Na tabela VI.6 mostra-se a Análise de Variância para este bloco experimental.

Fonte	Soma de Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado Medio	F
Modelo de grau "zero"	$(\sum Y_i)^2 / 6 = 36.025$	1	36.0625	
Modelo de primeiro grau	$4 \sum \beta_i^2 = 0.921462$	3	0.307154	
Falta de ajuste	0.067755	1	0.067755	
Erro puro	0.002745	1	0.002745	24.78
Residual	$\sum (Y - \hat{Y})^2 = 0.0705$	2	0.03525	
Total	$6 \sum Y_i^2 =$	6		

Tabela VI.6.- Análise da Variância para o segundo bloco experimental.

O percentil da distribuição F com um grau de liberdade no numerador e um grau de liberdade no denominador e nível 5% é igual a 161.4, enquanto que a estatística F calculada é inferior ($F = 24.78$), o qual indica que o modelo parece adequado, isto é, não existem evidências significativas para rejeitar a hipótese de linearidade.

VI.8.-CALCULO DO INTERVALO DE CONFIANÇA PARA O SEGUNDO BLOCO.-

Os resultados do intervalo de confiança calculado pelo procedimento exposto no parágrafo V.5 são mostrados na tabela VI.7.

Tratamento	Y = Ln T	T [min]
1	2.0285 - 3.2153	7.6 - 24.91
4	2.4080 - 3.5949	11.11 - 36.41
6	2.3539 - 3.5407	10.52 - 34.49
7	1.0731 - 2.2599	2.92 - 9.58
11	2.3063 - 2.8123	10.03 - 16.64
12	2.3063 - 2.8123	10.03 - 16.64

Tabela VI.7.- Intervalos de confiança para o segundo bloco experimental da vida da ferramenta.

Os resultados do intervalo de confiança neste segundo bloco são, ainda, amplos para aplicações práticas, procede-se, então, a formular uma equação de regressão que combina os resultados dos dois blocos, o qual é válido graças à condição de ortogonalidade do delineamento experimental.

VI.9.- EQUAÇÃO COMBINADA DE REGRESSÃO COM OS RESULTADOS DAS DUAS FRAÇÕES.-

A propriedade de ortogonalidade do planejamento nos permite obter a seguinte equação de regressão combinada calculando a média das equações obtidas no primeiro e segundo blocos:

$$\hat{Y} = 2.5054 - 0.3003 X_1 - 0.2387 X_2 - 0.3081 X_3$$

Os valores de T ajustados pela equação de regressão combinada são mostrados na tabela VI.8.

Trat	T	Y = ln T	$\hat{Y}$	$\hat{T}$	(Y - $\hat{Y}$)	(Y - $\hat{Y}$) ²
2	13	2.5649	2.7519	15.67	-0.187	0.034969
3	19	2.9444	2.8751	17.72	0.0693	0.004802
5	18	2.8903	2.7363	15.42	0.154	0.023716
8	5	1.6094	1.6583	5.29	-0.0489	0.002391
9	14	2.6390	2.5054	12.24	0.1336	0.017848
10	15	2.7080	2.5054	12.24	0.2026	0.042436
1	24	3.1780	3.3525	28.57	-0.1745	0.030450
4	10	2.3025	2.2745	9.72	0.028	0.000784
6	8	2.0794	2.1357	8.46	-0.0563	0.003169
7	7	1.9459	2.2589	9.57	-0.313	0.097969
11	13	2.5649	2.5054	12.24	0.0595	0.003540
12	14	2.6390	2.5054	12.24	0.1336	0.017848

Tabela VI.8.- Valores de T ajustados pela equação de regressão combinada.

VI.10.-CÁLCULO DO INTERVALO DE CONFIANÇA COM A EQUAÇÃO DE REGRESSÃO COMBINADA.-

Para o cálculo dos intervalos de confiança com a equação de regressão combinada utiliza-se o estimador combinado da variância S_c^2 , o qual é obtido como a média dos estimadores da variância nos blocos I e II, com 4 graus de liberdade para os tratamentos nos vértices e dois graus de liberdade para as replicações centrais. Assim,

$$S_c^2 = \frac{S_I^2 + S_{II}^2}{2}$$

Logo,

$$S_c^2 = \frac{0.03525 + 0.02075}{2} = 0.028$$

O intervalo de confiança para os tratamentos nos vértices é:

$$IC = \hat{Y} \pm t_{4, 0.05/2} \sqrt{11/12 (0.028)} = 0.44473$$

e para os tratamentos centrais :

$$IC = \hat{Y} \pm t_{2, 0.05/2} \sqrt{1/6 (0.028)} = 0.29395$$

Os intervalos de confiança de nível 5% para a resposta nos doze tratamentos, ajustada pela equação de regressão combinada são mostrados na tabela VI.9.

Tratamento	Y = Ln T	$\hat{T}$ [min]
2	2.7071 - 3.1966	10.04 - 24.44
3	2.4303 - 3.3198	11.36 - 27.65
5	2.2915 - 3.1777	9.89 - 23.99
8	1.2135 - 2.1030	3.36 - 8.19
9	2.2115 - 2.7993	9.12 - 16.43
10	2.2115 - 2.7993	9.12 - 16.43
1	2.9077 - 3.7972	18.30 - 44.57
4	1.8297 - 2.7192	6.23 - 15.16
6	1.6909 - 2.5804	5.42 - 13.20
7	1.8141 - 2.7036	6.13 - 14.93
11	2.2115 - 2.7993	9.12 - 16.43
12	2.2115 - 2.7993	9.12 - 16.43

Tabela VI.9 .- Intervalos de confiança de T calculados pela equação de regressão combinada.

VI.10 .- EQUAÇÃO DA VIDA DA FERRAMENTA AJUSTADA PELA EQUAÇÃO DE REGRESSÃO COMBINADA.

Substituindo os valores das variáveis codificadas calculados pelas equações IV-9, IV-10, IV-11, IV-12, IV-13 e IV-14 :

$$X_1 = 10.31 \ln v - 51.9$$

$$X_2 = 1.9 \ln (100 a) - 5.323$$

$$X_3 = 2.5 \ln p + 0.72$$

na equação combinada de regressão, obtemos:

$$T = \frac{21.25}{v^{3.1} \cdot (100 a)^{0.45} \cdot p^{0.77}}$$

$$v^{3.1} \cdot a^{0.45} \cdot p^{0.77} \cdot T = 1.9 \cdot 10^8$$

Os expoentes e coeficientes desta equação expandida de Taylor são similares aos encontrados nas pesquisas realizadas numa indústria automobilística do estado de São Paulo [61].

C A P Í T U L O V I I

APLICAÇÃO E INTERPRETAÇÃO GRÁFICA DO MODELO

O modelo foi aplicado no cálculo das condições ótimas de usinagem numa operação de acabamento em torneamento de aço 1045 num torno com comando numérico computadorizado com as seguintes restrições:

Avanço máximo	0.25 mm/v
Avanço mínimo	0.01 mm/v
Rotação máxima	3000 r.p.m.
Rotação mínima	65 r.p.m.
Profundidade de corte	1 mm
Vida da ferramenta	15 min.
Rugosidade superficial.....	2 microns

Substituindo nas equações de rugosidade superficial e vida da ferramenta determinadas nos capítulos V e VI estes valores obtemos as seguintes transformações :

Rugosidade superficial:.

$$n \cdot a^{-2.7} > 292.037.27$$

$$\ln n - 2.7 \ln a > \ln 292.037.27$$

$$X1_{\max} = \ln 3000$$

$$X1_{\max} = 8$$

$$X1_{\min} = \ln 65$$

$$X1_{\min} = 4.17$$

Os valores ótimos são :

$$X1_{\text{ótimo}} = \ln n_{\text{ótimo}} \longrightarrow n_{\text{ótimo}} = e^{X1_{\text{ótimo}}}$$

$$X2_{\text{ótimo}} = \ln (100 a_{\text{ótimo}}) \longrightarrow a_{\text{ótimo}} = \frac{1}{100} e^{X2_{\text{ótimo}}}$$

No exemplo :

$$X1_{\text{ótimo}} = 7.4$$

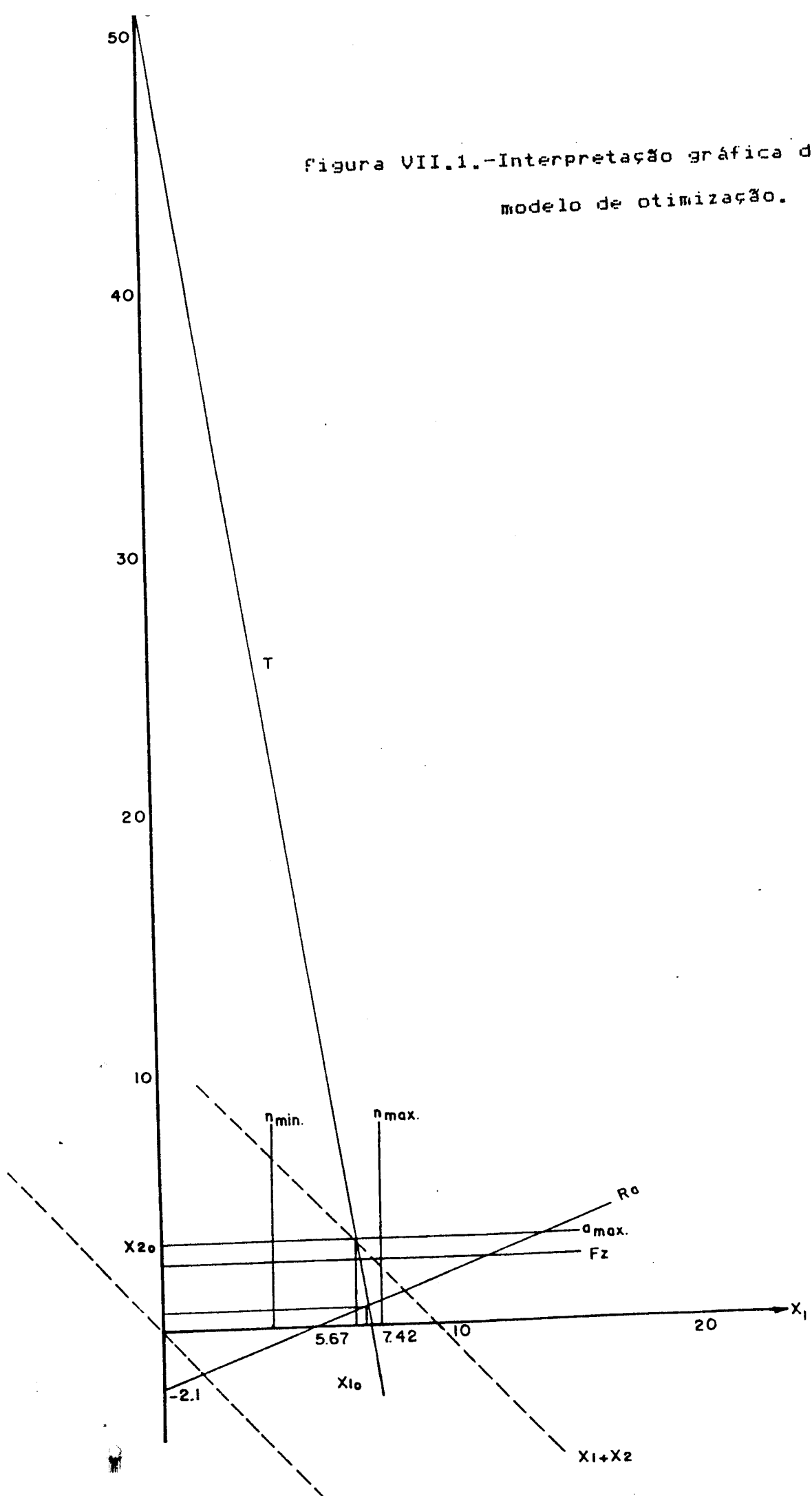
$$\ln n = 7.4 \longrightarrow n_{\text{ótimo}} = 1635 \text{ r.p.m.}$$

$$X2_{\text{ótimo}} = 3.21$$

$$a_{\text{ótimo}} = \frac{1}{100} e^{3.21} \longrightarrow a_{\text{ót}} = 0.24 \text{ mm/volta}$$

Na figura VII.1 mostra-se a respectiva interpretação gráfica do modelo.

Figura VII.1.-Interpretação gráfica do modelo de otimização.



C A P Í T U L O V I I I

VIII.1.- CONCLUSÕES.-

.- O modelo matemático da Rugosidade Superficial pode ser obtido com delineamentos experimentais do tipo fatorial fracionado chegando-se a modelos próximos dos modelos teóricos e a resultados similares aos obtidos em pesquisas anteriores.

.- O modelo matemático da Vida da Ferramenta pode igualmente ser obtido com delineamentos experimentais do tipo fatorial fracionado com valores dos coeficientes e expoentes da fórmula expandida de Taylor similares aos determinados em condições industriais.

.- Os modelos estatísticos lineares permitem otimizar as condições de usinagem aplicando estratégias experimentais que exigem mínimos recursos.

.- O critério de máxima produção é suficiente para obter as condições ótimas de usinagem.

.- O critério de máxima produção permite formular uma função objetiva linear e aplicar técnicas de Programação Linear para determinar as condições ótimas de usinagem.

VII.2.-SUGESTOES PARA TRABALHOS FUTUROS.-

- .- Fazer uma análise comparativa com resultados experimentais dos modelos matemáticos de otimização com Programação Linear e os modelos matemáticos que usam o Método dos Multiplicadores de Lagrange.
- .- Fazer uma análise comparativa com resultados experimentais dos modelos matemáticos de otimização com Programação Linear e os modelos que usam técnicas de Programação Geométrica.
- .- Desenvolver software que permita a seleção automática dos níveis das variáveis a partir de um Banco de Dados.
- .- Comparar os resultados dos modelos lineares das restrições com modelos não lineares e estimar o efeito da não linearidade.
- .- Estender esta técnica de otimização para operações de fresamento e retificação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] - Perez, C. - "Microelectrónica, Ondas largas y Cambio estructural Mundial". Science Policy Research Unit (SPRU), Universidade de Sussex. Julho 1984
- [2] - Agostinho O. L. - "Estudo da flexibilidade dos Sistemas Produtivos". Tese de Doutorado E.E.S.C -U.S.P. São Carlos, 1985.
- [3] - Weil, R., Spur, G., Eversheim, M. - "Survey of Computer Aided Process Planning Systems". Anais do C.I.R.P. Vol 32, 1982, pp 539-548.
- [4] - Groover P. M. - Automation, Production Systems and Computer Aided Manufacturing. Prentice Hall, New Jersey, 1980.
- [5] - Metcut Research Association. - Machining Data Handbook. Machinability Data Center, 3rd Edition. Cincinnati, Ohio, 1980.
- [6] - Nishizawa H., Sakakibara J. - "Métodos para seleccionar os parâmetros de corte ". Anais Primeiro Simposio Brasileiro sobre Tecnologia de Usinagem". São Paulo, Março 1989.
- [7] - Pressman, R. S. and Williams, J. - "Numerical Control and Computer Aided Manufacturing. John Wiley, New York, 1977.
- [8] - Friedman, M.Y., Field, N., Kallas, J.F. - "Machinability Data Bank Design". Anais do C.I.R.P. Vol. 23, 1974, pp 171-172.

- [9] - Boehs, L. - "Projeto e implantação de um Sistema Computadorizado de Banco de Dados de Usinagem". Tese de Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis. 1988.
- [10] - American Machinist. - "Computerized Machining Data System Compared". Agosto 1982, p 123.
- [11] - Taylor, F.W. - "On the art of Cutting Metals". Transactions ASME, vol, 28, 1907, pp 31 - 350
- [12] - Forsberg, A. A. - "Investigation as to cutting speeds for Swedish materials"-Ingeniorsveterskapsakademi Handlingar. n 95, Stocollma 1929. p108.
- [13] - Leyensseter, W.- "Die Wirtschaftliche Schinnitgeschwindigkeit". AWP. Mitteilungen, vol. 15, n 4. 1933.
- [14] - Witthof, J. - "Die rechnerische Ermittlung der gunstigsten Arbeitsbedingungen bei der Spanabhebenden Formung". WerkstattundBetrieb, 80, 77, 1947.
- [15] - Svahn, O. - "Ekonomiska synpunter pa borrhning" Affarsekonomi, Stocollma. 1946.
- [16] - Gilbert, W.W.,- Economics of Machining. Machining Theory and Practice. A.S.M. 1950. pp 465 - 485.
- [17] - Brewer, R. C. - "On the economics of the basic turning operation", Transations ASME .80. 1958 pp 1947 - 1949.
- [18] - Colding, B., Koning, W. - "Validity of the Taylor equation im metal cutting". Anais do C.I.R.P. vol. 18 , 1971, pp 793 -812.

- [19] - Okushima, K., Hitomi, K., - "A study of economical machining: an analysis of the maximum - profit cutting speed". International Journal of Production Research, vol. 3, N 1, 1964.
- [20] - Wu, S. M., Ermer, D.S., - "Maximum profit as the criterion in the determination of the optimum cutting conditions".
- [21] - Armarego, E. J. A., Russel J. K., - "Maximum profit as the criterion for the selection of machining conditions". International Journal of Machine-tool Design and Research. vol. Pergamon Press 1966.
- [22] - Micheletti, G.F., - "Mecanizado con Arranque de viruta" Editorial Blume. Barcelona 1980. p 383.
- [23] - Velikanov, K. M., Novojilov, V. I. "Ekonomitcheskije regimi rezanya metallov ". Izdatelstvo Mashinostroenie .Leningrado. 1972
- [24] - Gilman, A. M. - "Optimizatsiya regimov obrabotki na metallorejushikh stankakh ". Izdatelstvo Mashinostroenie. Moscou. 1972
- [25] - Rosseto, S. et alli - "Fracture and wear as factor affecting stochastic tool life models and machining economics". Journal of Engineering for Industry. 1977, pp 281-286.
- [26] - Ramalingam, S, et alli - "Tool life distributions- part 1: single-injury tool life model ". Journal of Engineering for Industry, 1977, pp 519- 522.
- [27] - Ramalingam, S. et alli - "Tool life distributions- part 2: multiple injury tool life model". Journal of Engineering for Industry. 1977, pp 523-531.

- [28] - Pandit, S. M. - "Data dependent system approach to stochastic tool life and reliability". Journal of Engineering for Industry, 1978
- [29] - Sheik, A. K. et alli - "Probabilistic optimization of multitool machining operations". Journal of Engineering for Industry, 1980, pp 239-246.
- [30] - Zdeblick, W. J. et alli - "A comprehensive machining cost model and optimization technique". Annals of the C.I.R.P. 1981, pp 405-408.
- [31] - Sekulic, S.S. - "Cost of cutting tools and total machining costs as a function of the cutting tool reliability in automatic flow lines". International Journal of Production Research, 1982, pp 187-200.
- [32] - Wilson, A.L., Yetin, A. O. - "Nadioshnosh instrumenta osnoshonovo plastinami iz sobremennikh materiallov" Stanki i Instrument, n 7 .1983. pp 22-23.
- [33] - Katsev, P. Y.-" Statitisticheskie metodi issledovanya reshushevo instrumenta". Mashinostroenie. Moscow 1974.
- [34] - Katsev, P. Y. - "Koeffitsient variatsi stoikosti instrumenta i ego primenenie".Stanki i Instrument, n9. 1984.
- [36] - Petropoulos, P. G.-"Optimal selection of machining rate variables by Geomtring Programming". International Journal of Production Research. Vol. II, n 4, 1973, pp 305 - 314.

- [37] - Bhattacharyya, A., Faria-Gonzalez, R., Ham, I. - "Regression Analysis for Predicting Surface Finish and his Application in the determination of the Optimum Machining Conditions". Journal of Engineering for Industry, Agosto 1970.
- [38] - Walvekar, A. G., Lambert, B. K. - "An Application of Geometric Programming to Machining Variable Selection". International Journal of Production Research, Vol. 8, n 3. 1970.
- [39] - Phillips, D. T., Beightler, CH. S. - "Optimization in Tool Engineering using Geometric Programming". AIIE Transactions, Vol II, n 4, 1970, pp 355-360.
- [40] - Ermer, D. S., - "Optimization of the Constrained Machining Economics Problem by Geometric Programming". Journal of Engineering for Industry. Novembre 1971, pp 1067 - 1072.
- [41] - Hough, CL. L., Goforth, R. E. - "Optimization of the Second Order Logarithmic Machining Economics Problem by Extended Geometric Programming". AIIE Transactions, Vol 13, n 3, 1981.
- [42] - Hough, CL. L., Goforth, R. E. - "Quadratic Posynomials : A Extension of Posynomial Geometric Programming ", AIIE Transactions, Março 1981.
- [43] - Friedman, M, Y., Tipnis, V. A. - "Cutting Rate-Tool life Characteristic Functions for Material Removal Processes". Journal of Engineering for Industry. Maio 1976.

- [44] - Pinte, J., Du Mong, W., - "Choix optimal des conditions de coupe en Tournage", Centre de Recherches Scientifiques et Techniques de L'Industrie Des Fabrications Metalliques", Agosto 1981.
- [45] - Kakazu, Y., Okino, N., Hosho, K. - "The Penalty Method of Determining Automatically a NC Cutter Path". Annals of the C.I.R.P., vol 23-1. 1974.
- [46] - Selim, I. H., Moisan, A. - Identification, Strategy and Simulation for the Adaptive Control of Machine-Tools ". Annals of C.I.R.P., vol 23-1. 1974.
- [47] - Wysk, R. A., Delbert, L. K., Davis, P. R - "Simulation of Adaptive Controlled Machining". Computer and Industrial Engineering vol 4, 1980. pp 69-74.
- [48] - Davis, P. R., Wysk, R. A. , Marvin H. S. and Klimber D. L., - "Optimizing Machining Parameters in a framework for Adaptive Computer Control". Computer and Industrial Engineering, vol 4 1980, pp 143-151.
- [49] - Yen, W. K., Wright, P. K. - "Adaptive Control in Machining: A new approach Based in the Physical Constrains of Tool Wear Mechanisms". Journal of Engineering for Industry vol. 105, Febereiro 1983.
- [50] - Bedini, P. Pinotti, P. C. - "Experiments on Adaptive Constrained Control of a CNC lathe ". Journal of Engineering for Industry , vol 104. 1982.
- [51] - Milner, D. A - "Adaptive Control of feed rate in the Milling Processes. International Journal of Machine Tool Design and Research". Vol. 14, 1974 pp 187-197.

- [52] - Vijay, A. T. - "Development of mathematical models for Adaptive Control Systems". Proceedings 13th Annual meeting of the Numerical Control Society. Cincinnati, Ohio. March 1976, pp 149-156.
- [53] - Golovinskiy, M. M. - "Automaticheskoe upravlenie regimami obrabotki detalei na stankakh. Mashinostroyeniye. Moscow, 1983.
- [54] - Centner R. M., Idelsonhn I. M. - "Adaptive controller for metal cutting processes". I. E. E. E. Transactions, n 72 - 83, 1964.
- [55] - Porter, B., Summers, R. D. M. J. - "The performance of the self-optimizing strategies in the metal cutting process". International Journal of Machine Tool Design and Research, Vol 8. Pergamon Press 1968, pp 217-237.
- [56] - Jartman, K., Leksi, Y., Shefer, V. - "Planirovanie eksperimenta b issledovaniy tekhnologicheskikh protsessov". Izdatelstvo Mir, Moscow 1977.
- [57] - Ferraresi, D. - "Fundamentos da usinagem dos metais". Editora Edgard Blucher Ltda. São Paulo 1978.
- [58] - Pallerosi, C. A., Cupini, N. L. - "Durabilidade das ferramentas de corte na usinagem dos metais". XXX Congresso Anual da ABM. 1975, pp 645-649.
- [59] - Rodriguez A.C, Cupini, N. L., Diniz A. E. - "Análise das condições operacionais visando a obtenção das condições de usinagem otimizadas". VII Seminário de Comando Numérico do Brasil. São Paulo, 1987.
- [60] - Kapustin, N. M. - "Rasrabotka tekhnologicheskikh protsessov obrabotki detalei na stankakh s pomoshi E.V.M. Mashinostroyeniye. Moscow 1976.

- [61] - Villela, R. - "Metodologia prática visando a otimização das condições de usinagem em células de fabricação". Tese de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas. Campinas, Agosto 1988.
- [62] - Ditrich, L. - "Usinagem com ferramentas de Cerâmica". 1o Simposio Brasileiro sobre Tecnologia de Usinagem. São Paulo, Março 1989.
- [63] - Jersy, S. - "Optimalizacja procesów skrawaniem z zastosowaniem maszyn cyfrowych". Wydawnictwa Naukowo-Techniczne. Warszawa. Varsovia 1978.
Tradução Russa. Moscou 1983.
- [64] - Bobrov, V. F. - "Osnobi teorii rezanya metallov". Mashstroenie. Moscou 1975.
- [65] - Jacobs, H., Jacob, E., Kochan, D. - "Spanungsoptimierung Verfahrensgestaltung durch technologische optimierung in der Spannungstechnik". VEB. Verlag Technik, Berlin 1977. Tradução Russa. Moscou 1981.
- [66] - Biles, W. E., Swain, J. J. - "Optimization and Industrial Experimentation". John Wiley. U.S.A. 1980.
- [67] - Fisher, R.A. - "The Design of Experiments". 8th Edition Edinburg, Oliver and Boyd. 1966.
- [68] - Box, G.E.P., Hunter, W.G., Hunter, J.S. - "Statistics for Experimenters. An Introduction to Design Data Analys, and Model Building". New York, John Wiley 1978.
- [69] - Infante, A.M. - "Teoria e Prática no Planejamento de Experimentos". Relatório Técnico No 13 / 88. IMECC. Universidade Estadual de Campinas. Junho 1988.

- [70] - Gratchiov, Y. P. - "Matematicheskie metody planirovaniya experimentov ". Moskovskii Tekhnologicheskii Institut Pishchevyy Promyshlennosti, Moscow 1971.
- [71] - Box, G.E.P., Draper, N. - "Empirical Model Building and Response Surfaces". John Wiley, U.S.A. 1987.
- [72] - Montgomery, D.C. - "Design and Analysis of experiments John Wiley, U.S.A. 1976.
- [73] - Bowerman, L.B., O'Connell, T.R., Dikey, A.D. - "Linear Statistical Models .An applied approach."
- [74] - Box, G.E.P., Wilson, K. B. - "On the experimental attainment of optimum conditions ". Journal of the Royal Stat. Society. B13, 1951, pp 1-38.
- [75] - Balakrishnan, P., DeVries, M. P. - "Sequential Estimation of Machinability Parameters for Adaptive Optimization of Machinability Data Base Systems". Journal of Engineering for Industry, Vol 10 Maio 1985 , pp 159-166.
- [76] - Taraman, K., Lambert, B. - "A Surface Roughness Model for a Turning Operation". International Journal of Production Research, vol. 12, 1974, pp 691-703.
- [77] - Taraman, K. - "Multi Machining Output- multi independent Variable Turning Research by Response Surface Methodology". International Journal of Production Research. vol. 12(2), 1974, pp 233-245.
- [78] - Nassirpur, F., Wu, S. M. - "Statistical Evaluation of Surface Finish and it Relationship to Cutting Parameters in Turning". International Journal of Machine Tool Design and Research. Vol. 17, 1977 pp 197-208.

- [79] - Banerjee, J. K. - "Some Aspects of the Workpiece Surface Finish during Turning". Annals of the 16th. International Machine Tool Design and Research Conference .pp 43-46.
- [80] - Mukerjee, P. K. , Basu, S. K. - "Surface Roughness - A Criterion for Machinability ". International Journal of Production Research . Vol 8 (4), 1977.
- [81] - Sundaram, R. M., Lambert, B. K. - "Mathematical Model to Predict Surface Finish in Fine Turning of Steel, Part I". International Journal of Production Research , vol. 19 1981, pp 19-22.
- [82] - Sundaram, R. M., Lambert, B. K. - "Mathematical Model to Predict Surface Finish in Fine Turning of Steel - Part II". International Journal of Production Research , vol. 19 (5) 1981, pp 557-64.
- [83] - Hasegawa, M., Seireg, A., Lindberg, R. - "Surface Roughness Model for Turning". Tribology International , Dezembro 1976.
- [84] - Sundaram, R.M., Lambert, B. K. - "Surface Roughness Variability of AISI 4140 Steel in Fine Turning Using Carbide Tools". International Journal of Production Research, vol. 17 (3), 1979, pp 249 - 258.
- [85] - Rakhit, A. K., Sankar, T. S., Osman, O. M. - "The Influence of Metal Cutting Forces of Surface Texture in Turning". International Journal of Machine Tool Design and Research, vol. 16 1976, pp 281-293.

- [86] - Petropoulos, P. G. - "Statistical basis for Surface Roughness assessment in Oblique Finish Turning of steel components". International Journal of Production Research, vol. 12 (3), 1974, pp 345-360.
- [87] - Wu, S. M. - "Tool Life Testing by Response Surface Methodology - Part I". Journal of Engineering for Industry of the ASME. May 1984, pp 105-110.
- [88] - Temtchin, G. I. - "Teoria i Rashot instrumentalnikh naladok" - "Mashguiz, Moscou 1957.
- [89] - Duque, S. W. - "Estudio de un Diseño Experimental de la forma 2 ³ aplicado a la potencia consumida en el mecanizado de un acero 1020 estirado en frio.". Revista A.C.I.E.M., Cali, Colombia, Octubre 1984.