

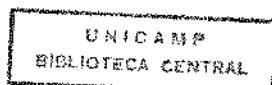
Este exemplar da tese corresponde  
a Redação final da tese defendida  
por Ricardo Fortes de Oliveira e aprovada  
pela comissão julgadora em 18/04/90

Kel Sip

DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA  
A ANÁLISE LOCAL DO DESEMPENHO DE TUBOS DE  
CALOR, COM ROTAÇÃO EM SEU EIXO AXIAL

MIRANDA

58/89



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA A ANÁLISE  
LOCAL DO DESEMPENHO DE TUBOS DE CALOR, COM  
ROTAÇÃO EM SEU EIXO AXIAL

AUTOR: Ricardo Fortes de Miranda

ORIENTADOR: Kamal A.R. Ismail

Dedico esta obra a minha esposa  
Mariluci e aos meus filhos Ra  
fael Augusto e João Gabriel.

## AGRADECIMENTOS

Quero deixar meus inefáveis agradecimentos a todos os meus colegas e técnicos que direta e indiretamente estiveram envolvidos neste trabalho, me apoiando em todos os momentos.

Agradeço a paciência e compreensão que minha esposa e meus filhos tiveram no decorrer do desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Kamal, que não só orientou este trabalho, mas também deu-me o mais irrestrito apoio em todos os momentos, alongando o horizonte com nossas infináveis discussões e estreitando nossa amizade.

Com especial carinho e dedicação quero agradecer, por todos os anos que me acompanha, sempre como um pai ajudando o meu nino a crescer, ao meu querido Mestre Chamaliel.

## CONTEÚDO

INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO I	7
1. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	7
1.1. Formulação Matemática para Tubos de Calor com Estrutura Porosa	7
1.1.1. Análise da Região Porosa	7
1.1.1.1. Análise das Condições de Contorno	15
1.1.2. Análise da Região de Vapor	17
1.1.2.1. Análise das Condições de Contorno	18
1.1.3. Equação de Acoplamento entre a Região Poresa e de Vapor	20
1.2. Formulação Matemática para Tubos de Calor, com Condensadores Cônicos e Sem Estrutura Porosa	20
1.2.1. Análise da Região de Filme Líquido	21
1.2.1.1. Análise das Condições de Contorno na Região de Filme Líquido (Condensador)	29
1.2.2. Análise da Região de Vapor	31
1.2.2.1. Análise das Condições de Contorno na Região de Vapor	31
CAPÍTULO II	33
2. TRATAMENTO NUMÉRICO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES	33
2.1. Adimensionalização das Equações Governantes	35
2.2. Transformação das Equações Governantes para a Forma Conservativa	37

2.3. Determinação dos Termos Fontes das Equações de Quantidade de Movimento de Energia	38
2.4. Discretização das Equações Governantes	41
2.4.1. Estudo Relativo aos Termos Fontes Dependentes para a Componente de Velocidade	47
2.5. Discretização do Campo de Pressão	48
2.6. Geração da Malha para um Tubo de Calor Cilíndrico com Estrutura Porosa	51
2.7. Geração da Malha para um Tubo de Calor com Condensador Cônico e Sem Estrutura Porosa	54
2.8. Aplicação das Condições de Contorno nas Equações Discretizadas	57
2.8.1. Condições de Contorno da Equação Discretizada para Tubos de Calor Cilíndricos	62
2.8.2. Condições de Contorno da Equação Discretizada para Tubos de Calor com Condensadores Cônicos	62
2.9. Método de Cálculo das Equações Discretizadas	65
2.9.1. Critério de Convergência	66
<b>CAPÍTULO III</b>	<b>67</b>
3. ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS	67
3.1. Análise dos Resultados para Tubos de Calor Cilíndricos com Estrutura Porosa	67
3.1.1. Gráficos do Tubo de Calor com Estrutura Porosa	68
3.1.2. Análise do Efeito de Rotação no Tubo de Calor.	136
3.1.3. Análise do Efeito do Aumento do Fluxo de Calor.	141

3.1.4. Análise do Efeito da Gravidade sobre o Tubo de Calor	144
3.2. Análise dos Resultados para Tubos de Calor com Condensador Cônico	145
3.2.1. Gráfico do Tubo de Calor com Condensador Cônico	145
3.2.2. Análise do Efeito da Rotação para a Região de Vapor	164
3.2.3. Análise do Efeito da Rotação para a Região Líquida	164
 CAPÍTULO IV	169
4. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS	169
 CAPÍTULO V	172
5. CONCLUSÃO	
5.1. Tubos de Calor Cilíndricos	172
5.2. Tubos de Calor com Condensadores Cônicos	173
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	174

## RESUMO

Neste trabalho é apresentado um modelo analítico, bi-dimensional e em regime permanente para a análise do desempenho de tubos de calor cilíndricos com estrutura porosa e tubos que possuem o condensador cônico sem estrutura porosa.

O modelo proposto é baseado nas equações de conservação. As equações são resolvidas numericamente empregando-se diferenças finitas, utilizando-se o método da "Lei de potências" juntamente com o algoritmo "SIMPLE" sugerido por Patankar e Spalding.

Os resultados apresentados neste trabalho mostram a distribuição de velocidade, pressão e temperatura tanto para a região de vapor quanto para a região porosa ou líquida, bem como o desempenho global destes tubos de calor.

São apresentados e discutidos os efeitos de fluxo de calor e rotação, e o ângulo de inclinação de eixo para os dois tipos de tubos de calor.

## ABSTRACT

A steady state two-dimensional analytical model is proposed to predict the local performance of rotating cylindrical heat pipes with porous structure or heat pipes with a slight taper along its condenser. The model is based upon the conservation for mass, momentum and heat equations. These are solved numerically by the finite volume technique. The results show the velocity, pressure and temperature profiles in both the vapour and liquid regions as well as the global performance. The effects of rotation, heat flux as well as the longitudinal axis inclination are presented and discussed.

## NOMENCLATURA

$c_p$  = Calor específico do fluido

$Dr_x$  = Número de fricção

$Da$  = Número de Darcy

$F_D'''$  = Força de arraste por unidade de volume

$g$  = Aceleração da gravidade

$h_{ev}$  = Calor latente de vaporização

$K$  = Permeabilidade do meio poroso

$k_e$  = Condutividade efetiva da estrutura porosa

$k$  = Condutividade do fluido

$L$  = comprimento do tubo de calor

$L_{ev}$  = Comprimento do evaporador

$L_{co}$  = Comprimento do condensador

$m$  = Massa de fluido condensador ou evaporador

$p$  = Pressão

$Pe$  = Número de Peclet

$q$  = Fluxo de calor

$Re$  = Número de Reynolds

$Re_{v_x}$  = Número de Reynolds bi-fásico

$r_e$  = Raio externo

$r_i$  = Raio da região de vapor

$Sh_x$  = Número de Sherwood

$S_\phi$  = Termo fonte

$S_a$  = Termo fonte dependente

$S_b$  = Termo fonte independente

T = Temperatura

$T_{sat}$  = Temperatura de saturação do fluido

$v_r$  = Velocidade radial

$v_z$  = Velocidade axial

$v_\theta$  = Velocidade tangencial

vel = Velocidade de referência

$v_i$  = Velocidade de injeção

$v_D$  = Velocidade que existiria se o fluido ocupasse todo o domínio

$v_f$  = Velocidade média das partículas sólidas em uma seção transversal do "tubo capilar"

$v_s$  = Velocidade média das partículas sólidas na seção considerada

$\alpha$  = Difusividade térmica

$\alpha_e$  = Difusividade térmica efetiva da estrutura porosa

$\beta$  = Ângulo de inclinação do condensador cônico

$\delta$  = Espessura do filme líquido

$\varepsilon$  = porosidade

$\theta_s = T_{sat} - T_{parede}$

$\mu$  = Viscosidade dinâmica

$\rho$  = Massa específica

$\tau$  = Tensão de cisalhamento

$\tau_v$  = Tensão de cisalhamento do vapor na interface líquido-vapor

$\phi$  = Variável dependente genérica

$\Omega$  = Rotação do tubo de calor

#### Superescritos

\* - Adimensional

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA	DESCRÍÇÃO	PÁG.
1.1	Desenho esquemático de um tubo de calor <u>cílindrico</u> , com estrutura porosa, com rotação em seu eixo axial	8
1.2	Desenho esquemático de uma secção qualquer de um tubo de calor, mostrando o perfil de velocidade axial considerado	16
1.3	Desenho esquemático de um tubo de calor <u>rotativo</u> com condensador cônico	21
1.4	Representação das forças atuantes sobre um volume de controle na região de filme líquido, no condensador cônico	22
1.5	Desenho esquemático de um tubo de calor <u>rotativo</u> sem estrutura porosa, mostrando o perfil de filme líquido tanto na região de evaporador quanto na de condensação	26
1.6	Representação das coordenadas na região do condensador	28
2.1	Volume de controle simétrico em coordenadas cilíndricas para um ponto P	42
2.2	Esquema construtivo da malha alternada. Note que os termos convectivos coincidem com a interface do volume de controle do ponto	49
2.3	Disposição da malha no tubo de calor	52

FIGURA	DESCRÍÇÃO	PÁG.
2.4	Esquema de indexação das variáveis na malha	54
2.5	Geração da malha para a região de vapor do tubo de calor rotativo com condensador cônico	56
2.6	Disposição da malha principal em relação a uma fronteira	58
2.7	Detalhe da malha na região de condensador cônico e posicionamento das condições de contorno	63
3.1	Perfil da velocidade axial na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	69
3.2	Perfil da velocidade axial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	70
3.3	Perfil da velocidade radial na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	71
3.4	Perfil da velocidade radial na direção radial, para região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	72
3.5	Perfil da velocidade tangencial na direção axial, para região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	73

FIGURA	DESCRIÇÃO	PÁG.
3.6	Perfil da velocidade tangencial na direção radial, para região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	74
3.7	Perfil da pressão na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	75
3.8	Perfil da pressão na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	76
3.9	Perfil da velocidade axial na direção axial, para a região porosa, com: Rotação= 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	77
3.10	Perfil da velocidade axial na direção radial, para a região porosa, com: Rotação= 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	78
3.11	Perfil da velocidade radial na direção axial, para a região porosa, com: Rotação= 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	79
3.12	Perfil da velocidade radial na direção radial, para a região porosa, com: Rotação= 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	80
3.13	Perfil da velocidade tangencial na direção axial, para a região porosa, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	81
3.14	Perfil da velocidade tangencial na direção radial, para a região porosa, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	82

FIGURA	DESCRÍÇÃO	PÁG.
3.15	Perfil da pressão na direção axial, para a região porosa, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	83
3.16	Perfil da pressão na direção radial, para a região porosa, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	84
3.17	Perfil da temperatura na direção axial, para a região porosa, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	85
3.18	Perfil da temperatura na direção radial, para a região porosa, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	86
3.19	Perfil da velocidade axial na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	87
3.20	Perfil da velocidade axial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	88
3.21	Perfil da velocidade radial na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	89
3.22	Perfil da velocidade radial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	90
3.23	Perfil da velocidade tangencial na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	91

FIGURA	DESCRIÇÃO	PÁG.
3.24	Perfil da velocidade tangencial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	92
3.25	Perfil da pressão na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	93
3.26	Perfil da pressão na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	94
3.27	Perfil da velocidade axial na direção axial, para a região porosa, com: Rotação= 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	95
3.28	Perfil da velocidade axial na direção radial, para a região porosa, com: Rotação= 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	96
3.29	Perfil da velocidade radial na direção axial, para a região porosa, com: Rotação= 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	97
3.30	Perfil da velocidade radial na direção radial, para a região porosa, com: Rotação= 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	98
3.31	Perfil da velocidade tangencial na direção axial, para a região porosa, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	99
3.32	Perfil da velocidade tangencial na direção radial, para a região porosa, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	100

FIGURA	DESCRIÇÃO	PÁG.
3.33	Perfil da pressão na direção axial, para a região porosa, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	101
3.34	Perfil da pressão na direção radial, para a região porosa, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	102
3.35	Perfil da temperatura na direção axial , para a região porosa, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	103
3.36	Perfil da temperatura na direção radial, para a região porosa, com: Rotação = 600 rpm e 50.000 W/m <sup>2</sup>	104
3.37	Perfil da velocidade axial na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	105
3.38	Perfil da velocidade axial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	106
3.39	Perfil da velocidade radial na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	107
3.40	Perfil da velocidade radial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	108

FIGURA	DESCRIÇÃO	PÁG.
3.41	Perfil da velocidade tangencial na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	109
3.42	Perfil da velocidade tangencial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	110
3.43	Perfil da pressão na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	111
3.44	Perfil da pressão na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	112
3.45	Perfil da velocidade axial na direção axial, para a região porosa, com: Rotação= 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	113
3.46	Perfil da velocidade radial na direção <u>a</u> xial, para a região porosa, com: Rotação= 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	114
3.47	Perfil da velocidade radial na direção <u>r</u> adial, para a região porosa, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	115
3.48	Perfil da velocidade tangencial na direção radial, para a região porosa, com: <u>R</u> otação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	116
3.49	Perfil da pressão na direção axial, para a região porosa, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	117

FIGURA	DESCRIÇÃO	PÁG.
3.50	Perfil da pressão na direção radial, para a região porosa, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	118
3.51	Perfil da temperatura na direção axial , para a região porosa, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	119
3.52	Perfil da velocidade axial na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	120
3.53	Perfil da velocidade axial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	121
3.54	Perfil da velocidade radial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	122
3.55	Perfil da velocidade radial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	123
3.56	Perfil da velocidade tangencial na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	124
3.57	Perfil da velocidade tangencial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	125

FIGURA	DESCRÍÇÃO	PÁG.
3.58	Perfil da pressão na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	126
3.59	Perfil da pressão na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	127
3.60	Perfil da velocidade axial na direção axial, para a região porosa, com: Rotação= 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	128
3.61	Perfil da velocidade radial na direção radial, para a região porosa, com: Rotação= 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	129
3.62	Perfil da pressão na direção axial, para região porosa, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	130
3.63	Perfil da pressão na direção radial, para a região porosa, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	131
3.64	Perfil da temperatura na direção axial , para a região porosa, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m <sup>2</sup>	132
3.65	Tubo de calor na vertical com o evaporador posicionado na região inferior	133
3.66	Tubo de calor na vertical com o evaporador posicionado na região inferior	134
3.67	Tubo de calor na vertical com o evaporador posicionado na região inferior	135

FIGURA	DESCRIÇÃO	PÁG.
3.68	Representação esquemática das linhas de corrente de escoamento de vapor para um tubo de calor cilíndrico. A) Tubo de calor estático. B) Tubo de calor com rotação elevada. C) Tubo de calor com rotação crítica.	137
3.69	Perfil da velocidade axial na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	146
3.70	Perfil da velocidade axial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	147
3.71	Perfil da velocidade radial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	148
3.72	Perfil da velocidade tangencial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	149
3.73	Perfil da pressão na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	150
3.74	Perfil da velocidade axial na direção radial, para a região líquida, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	151

FIGURA	DESCRIÇÃO	PÁG.
3.75	Perfil da velocidade radial na direção radial, para a região líquida, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	152
3.76	Perfil da pressão na direção axial, para a região líquida, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	153
3.77	Perfil da temperatura na direção axial , para a região líquida, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	154
3.78	Perfil da velocidade axial para direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	155
3.79	Perfil da velocidade axial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	156
3.80	Perfil da velocidade radial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	157
3.81	Perfil da velocidade tangencial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	158
3.82	Perfil da pressão na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	159

FIGURA	DESCRIÇÃO	PÂG.
3.83	Perfil da velocidade axial na direção radial, para a região líquida, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	160
3.84	Perfil da velocidade radial na direção radial, para a região líquida, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	161
3.85	Perfil da pressão na direção axial, para a região líquida, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	162
3.86	Perfil da temperatura na direção axial , para a região líquida, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m <sup>2</sup>	163

# DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA A ANÁLISE LOCAL DO DESEMPENHO DE TUBOS DE CALOR, COM ROTAÇÃO EM SEU EIXO AXIAL

## INTRODUÇÃO

Os tubos de calor são dispositivos de transferência de calor, já bem conhecidos da comunidade científica, que possuem amplo espectro de utilização nos processos de transferência de calor, principalmente naqueles em que a área disponível para a troca de calor é exígua, devido à sua alta eficiência no transporte de calor. Um emprego mais específico dos tubos de calor é em sistemas rotativos, podendo ser utilizado tubos com secção transversal constante, com ou sem estrutura porosa, ou tubos cônicos em que a força centrífuga tem uma componente atuando sobre a parede inclinada, devido à rotação, bombeando o condensado para o evaporador, sem a necessidade, portanto, de estrutura porosa. Estes tubos podem sofrer rotações de várias formas, sobre seu eixo longitudinal: paralelo, inclinado ou ainda transversal a este eixo.

Nos países do leste-europeu tem-se desenvolvido tubos de calor com a finalidade de resfriamento de máquinas rotativas e motores elétricos. O Instituto de Pesquisas da Indústria Elétrica em Budapeste desenvolveu tubos de calor de cobre (com água como fluido de trabalho) para o resfriamento de geradores

termoelétricos. Ainda nesta linha foi desenvolvido tubos de calor de cobre para o resfriamento de estator de motores elétricos [1].

Na Europa Ocidental [2] muitos trabalhos foram desenvolvidos utilizando-se tubos de calor com o objetivo de resfriamento de máquinas elétricas; o Instituto de Máquinas Elétricas (IEM), da Universidade de AACHEN, desenvolveu quatro tubos de calor para o resfriamento de motores de Indução de 75 KW e 150 KW. No motor de 150 KW tubos de calor do tipo ranhurados foram instalados no estator, não sofrendo, portanto, efeitos da rotação. Este mesmo instituto desenvolveu outro motor com tubos de calor, do mesmo modo do motor anterior e posicionou mais um tubo de calor no eixo do rotor.

Nas Américas [3] são poucos os trabalhos desenvolvidos na área de tubos de calor e a maioria destes trabalhos não tem ampla divulgação. Estes raros trabalhos se concentram em dados experimentais e com modelos matemáticos muito distantes da verificação experimental.

Um dos poucos trabalhos divulgados, que podemos considerar como um clássico na investigação de tubos de calor rotativos, é o apresentado por T.C. Daniels e K. AL - Jumaily [4]. Neste trabalho é analisado o comportamento de um tubo de calor com a configuração de um tronco de cone, onde a componente da força centrífuga atuante sobre a parede inclinada do tubo de calor bombeia o condensado de volta da região do condensador de menor diâmetro para a região do evaporador de maior diâmetro, completando o ciclo. Neste caso, não é necessário, portan-

to, a utilização de estrutura porosa. É proposto uma análise teórica de transferência de calor global para a região de condensado, através de um número de Nusselt onde é considerado o efeito de arraste na superfície do filme líquido devido ao escoamento de vapor em contra-corrente. Estes resultados são comparados com os resultados experimentais para os fluidos de trabalho "ARCTON 113 e 21". Daniels apresentou mais alguns trabalhos sobre tubos de calor rotativos [5], [6], onde estes trabalhos são uma extensão dos dados experimentais do trabalho citado anteriormente.

O Oslezsek e F. Polasek [7] apresentam modos de melhorar o resfriamento de máquinas elétricas rotativas através de vários tipos de tubos de calor, tanto estáticos, abrigados no estator, quanto rotativos, colocados no eixo do rotor. São apresentadas várias possibilidades construtivas, de máquinas elétricas aplicando basicamente três tipos de tubos de calor:

a) Gravitacional - são termosifões, onde não há necessidade de estrutura porosa para o bombeamento do condensado para a região do evaporador, sendo este efeito produzido pela força da gravidade.

b) Tubos Rotativos - tubos de calor com rotação sobre o seu eixo axial, também sem estrutura porosa.

c) Tubos Capilares - tubos de calor com estrutura porosa.

As vantagens e possibilidades de aplicação são apresentados mas não é fornecido um modelo matemático para nenhum dos três tipos de tubo de calor utilizados.

J. Jakes et alii [8] fazem uma análise global das resistências térmicas no eixo do rotor de uma máquina elétrica, com e sem tubo de calor. As resistências térmicas são obtidas analiticamente para ambos os casos, sendo que para o tubo de calor rotativo esta resistência térmica é obtida em função da espessura do filme líquido na parede do tubo e da quantidade ótima de enchimento do tubo com o fluido de trabalho.

Nenhum dos trabalhos citados anteriormente apresenta um modelo matemático em que se possa fazer uma análise teórica do comportamento local dos tubos de calor rotativos, principalmente tubos com estrutura porosa. Existem algumas análises, neste sentido, para tubos de calor estáticos, mas, mesmo assim, para a região de vapor, sendo pouca coisa encontrada em relação a região porosa.

C.L. Tien e A.R. Rohani [9], neste trabalho são analisados os efeitos da variação de pressão e distribuição de temperatura na região de vapor, tanto na secção de evaporador quanto na de condensador, como também é apresentado o desempenho global do tubo de calor. As equações elípticas de quantidade de movimento e conservação de energia, juntamente com a relação termodinâmica de equilíbrio com as condições de contorno propriadas são resolvidas numericamente para um tubo de calor com evaporador, condensador e região adiabática.

N. Murcia [10] apresenta um modelo analítico para a região de vapor de um tubo de calor estático, utilizando a aproximação de camada limite. É apresentado também um balanço global de transferência de calor e estes resultados são comparados

dos com resultados experimentais, para várias condições de operação e vários tipos de tubos de calor.

Quanto à região porosa, existe um trabalho de K. Vafai e C.L. Tien [11], em que é analisado o efeito de uma condição de contorno sólido juntamente com o efeito das forças inerciais do escoamento e transferência de calor em um meio poroso. É utilizada a técnica da média volumétrica local para se determinar as equações governantes. As condições de contorno e os efeitos inerciais são caracterizados através de três grupos adimensionais. É dada uma formulação para o problema geral e é aplicada esta formulação para o caso bidimensional de um escoamento através de um meio poroso confinado por uma camada sólida.

Recentemente foi apresentado por Kamal A.R. Ismail e Maurício A. Zanardi [12]; [15], um modelo analítico e numérico para tubos de calor estáticos com estrutura porosa, onde são mostradas as distribuições de velocidades, pressão e temperatura para ambas as regiões.

O nosso objetivo, neste trabalho, é desenvolver um modelo analítico bidimensional, já que a aproximação de camada limite não é adequada por se tratar de um problema essencialmente do tipo elíptico, que permita a análise local do tubo de calor, com rotação em seu eixo axial, tanto para a região de vapor quanto para a região porosa ou de filme líquido. Este modelo está baseado nas equações de conservação de massa, de quantidade de movimento e de energia, sendo que para a região porosa é aplicada a técnica da média volumétrica local juntamente

com a relação empírica de Darcy nas equações de conservação de quantidades de movimento e de energia. Obtem-se, deste modo, as equações governantes semi-empíricas para esta região.

São desenvolvidos dois modelos analíticos: um para tubos de calor cilíndricos com estrutura porosa e outro para tubos de calor com o condensador apresentando uma pequena conicidade, portanto, sem necessidade de conter uma estrutura porosa.

Os modelos apresentados são resolvidos numericamente, utilizando-se o método de diferenças finitas proposto por Patankar [3] e aplicado o algoritmo "SIMPLE" de solução. Ainda neste método é aplicado o esquema da lei de potências, que substitui a exponencial contida nos coeficientes das equações discretizadas por um polinômio, evitando-se, deste modo, os inconvenientes numéricos na operação de termos com exponenciais.

# CAPÍTULO I

## 1. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Neste capítulo é desenvolvido um modelo matemático e suas condições de contorno, para dois tipos de tubos de calor, sendo que ambos apresentam rotação em torno de seu eixo axial.

O primeiro tubo de calor é de configuração cilíndrica e contém em seu interior uma estrutura porosa, o outro tubo de calor apresenta a região de condensador na forma de tronco de cone e não contém em seu interior uma estrutura porosa.

### 1.1. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA TUBOS DE CALOR COM ESTRUTURA POROSA.

A análise está dividida em duas regiões distintas do tubo de calor, a região de vapor e a região porosa.

#### 1.1.1. ANÁLISE DA REGIÃO POROSA

Para simplificar a análise, é substituído o sistema verdadeiro, constituído pelas partículas sólidas e fluido, por um modelo idealizado formado por passagens cilíndricas, capilares, dispostas lado a lado, produzindo os mesmos efeitos de transfe-

rênciam de massa, de quantidade de movimento e de calor. O volume destes tubos capilares é igual ao volume de vazios do sistema verdadeiro, o que é válido, uma vez que não foi feito nenhuma limitação de tamanho ou de área da secção transversal destes tubos capilares.

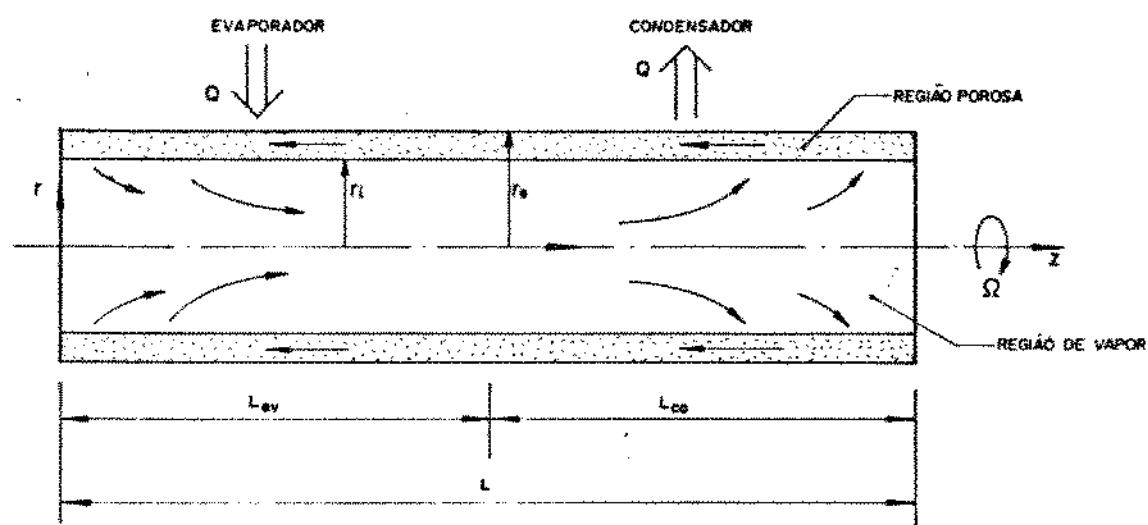


Fig. 1.1. Desenho esquemático de um tubo de calor cilíndrico, com estrutura porosa, com rotação em seu eixo axial.

Podemos definir a fração de vazios ou porosidade ( $\epsilon$ ) pela relação:

$$\epsilon = \frac{\text{volume de vazios}}{\text{volume total}} \quad (1.1)$$

A área de escoamento por unidade de área total, para o fluido é dada por:

$$A_f = \epsilon$$

Com estas considerações podemos escrever as equações de conservação, em função de uma velocidade relativa ( $v_{rel}$ ).

$$v_{rel} = v_f - v_s \quad (1.2)$$

onde:

$v_f$  = velocidade média do fluido em uma secção transversal do "tubo capilar"

$v_s$  = velocidade média das partículas sólidas na secção considerada. Para o caso dos tubos de calor,  
 $v_s = 0$ .

A equação de conservação de massa para um "tubo capilar" pode ser escrita como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{rel}) \quad (1.3)$$

Fazendo as mesmas considerações, podemos escrever a e-

equação de conservação do momento linear como:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_{rel}) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_{rel}^2) = - \frac{\partial p}{\partial z} - \rho g - F_D''' \quad (1.4)$$

Note que esta equação nos fornece valores médios e não valores locais, uma vez que o sistema não é um meio contínuo.

$F_D'''$  é a força de arraste por atrito por unidade de volume.

Para deduzirmos uma expressão para a força de arraste, podemos aplicar o modelo de Hagen-Poiseuilli no escoamento em cada "tubo capilar", mas para isso é necessário supor uma dimensão para estes "tubos" e também a quantidade destes.

Um método mais conveniente é usarmos a relação empírica, obtida por Darcy, que nos fornece, para o escoamento laminar a expressão:

$$F_D''' = - \frac{\mu}{K} (v_D) \quad (1.5)$$

onde:

$v_D$  = velocidade que existiria se o fluido ocupasse sozinho todo o domínio

$\mu$  = viscosidade dinâmica do fluido

$K$  = permeabilidade do meio poroso.

A velocidade superficial ( $v_D$ ) do fluido pode ser expres-

sa pela lei de Darcy, como:

$$v_D = - \frac{K}{\mu} \left( \frac{dp}{dy} + \rho g \right) \quad (1.6)$$

Observações experimentais [11], indicam que a queda de pressão em um meio poroso é proporcional à combinação linear da velocidade do escoamento e um termo elevado ao quadrado que se deve aos efeitos inerciais causados pela estrutura porosa. Podemos, portanto, formular para um escoamento permanente e incompressível, como:

$$F_D''' = \frac{\mu}{K} v_D + \frac{f(K, R_{eK}, \text{geometria})}{\sqrt{K}} \rho v_D^2 \quad (1.7)$$

onde:

$$R_{eK} = \frac{\rho v_D \sqrt{K}}{\mu}$$

Entretanto, uma quantidade mais descriptiva para o campo de escoamento em meio poroso é a velocidade no poro ( $v_p$ ) que representa a velocidade média local do fluido nos poros. A relação entre  $v_p$  e  $v_D$  pode ser rapidamente obtida através das considerações de continuidade no escoamento. Deste modo:

$$v_D = \epsilon v_p \quad (1.8)$$

onde:

$\epsilon$  = porosidade da estrutura porosa

Introduzindo este conceito na equação (1.7), obtemos:

$$\nabla F_D''' = -\frac{\mu \epsilon}{K} \vec{V}_p + f \rho \epsilon^{3/2} \sqrt{\epsilon/K} (\vec{V}_p \cdot \vec{V}_p) \quad (1.9)$$

Aplicando o processo da média volumétrica local e fazendo  $V_p = V$ , podemos escrever as equações governantes para o escoamento em uma estrutura porosa como:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1.10)$$

$$\rho \cdot (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\nabla \cdot P + \nabla \cdot \mu V \cdot \vec{V} + \nabla F_D''' \quad (1.11)$$

$$\rho C_p \cdot \vec{V} - \nabla \cdot T = -\nabla \left( -\frac{k_e}{\epsilon} \nabla \cdot T \right) \quad (1.12)$$

onde:

$k_e$  = condutividade efetiva da estrutura porosa

Para um tubo de calor com rotação em seu eixo axial, iremos considerar um referencial não inercial, ou seja, o referencial considerado estará rodando juntamente com o tubo. Considerando, ainda, que no termo de tensão de cisalhamento, devido à viscosidade ( $F_D'''$ ) sejam desprezados os termos convectivos, podemos escrever as equações (1.10) a (1.12) como:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1.13)$$

$$\rho \left( \vec{V} \cdot \nabla \right) \vec{V} = - \nabla \epsilon \left( p \right)^f + \nabla \cdot \mu \nabla \vec{V} + \\ + 2 \vec{\Omega} \times \left( \nabla \right) + \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{R}) - \frac{\mu \epsilon}{k} \left( \vec{V} \right) \quad (1.14)$$

$$\rho C_p \left( \vec{V} \right) \cdot \nabla \left( T \right) = - \nabla \left( - \frac{k_e}{\epsilon} \nabla \left( T \right) \right) \quad (1.15)$$

onde:

$\left( p \right)^f$  = pressão manométrica do fluido na estrutura porosa

Para tubos de calor, considerando que a estrutura porosa seja formada por esferas compactadas, podemos correlacionar a condutividade efetiva [14] como:

- Para coordenadas cartesianas:

$$k_e = \frac{k \cdot k_s}{\epsilon k_s + k(1-\epsilon)} \quad (1.16)$$

- Para coordenadas cilíndricas:

$$k_e = \frac{k[(k + k_s) - (1 - \epsilon)(k - k_s)]}{[(k + k_s) + (1 - \epsilon)(k + k_s)]} \quad (1.17)$$

onde:

$k$  = condutividade do líquido

$k_s$  = condutividade do material constituinte da estrutura porosa

$\epsilon$  = porosidade

Considerando que o problema tenha simetria azimutal, que o escoamento seja laminar e em regime permanente e de propriedades constantes, podemos escrever as equações governantes de (1.13) a (1.15), em coordenadas cilíndricas, como:

- Equação da continuidade:

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (1.18)$$

- Equação de quantidade de movimento:

$$\begin{aligned} r : \rho(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z}) &= - \epsilon \frac{\partial p}{\partial r} + \mu (\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \\ &+ \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2}) - \frac{\mu \epsilon}{k} v_r + \\ 2 \rho \Omega v_\theta + \rho \Omega^2 r \end{aligned} \quad (1.19a)$$

$$\begin{aligned} \theta : \rho(v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z}) &= \mu (\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \\ &+ \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2}) - \frac{\mu \epsilon}{k} v_\theta - 2 \rho \Omega v_r \end{aligned} \quad (1.19b)$$

$$\begin{aligned} z : \rho(v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z}) &= - \epsilon \frac{\partial p}{\partial z} + \mu (\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \\ &+ \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}) - \frac{\mu \epsilon}{k} v_z + \rho g_z \end{aligned} \quad (1.19c)$$

- Equação da energia

$$v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha_e \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (1.20)$$

onde:

$$\alpha_e = \frac{k_e}{\epsilon \rho C_p}$$

Note que na equação da energia devido as baixas velocidades envolvidas, é desprezado o termo de dissipação viscosa.

### 1.1.1.2. ANÁLISE DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO

Considerando que as extremidades do tubo de calor sejam isoladas e observando as condições de não escorregamento sobre estas superfícies, podemos escrever:

para  $z = 0$

$$v_r = v_\theta = v_z = 0 \quad \text{e}$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad (1.21a)$$

para  $z = L$

$$v_r = v_\theta = v_z = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad (1.21b)$$

Considerando que tanto a condensação como a evaporação, no tubo de calor, ocorra na superfície da estrutura porosa e, como o escoamento axial na estrutura porosa se contrapõe ao escoamento axial da região de vapor, conforme esquematizado na Fig. (1.2), podemos considerar que o ponto de inflexão deste perfil esteja sobre a superfície da estrutura porosa.

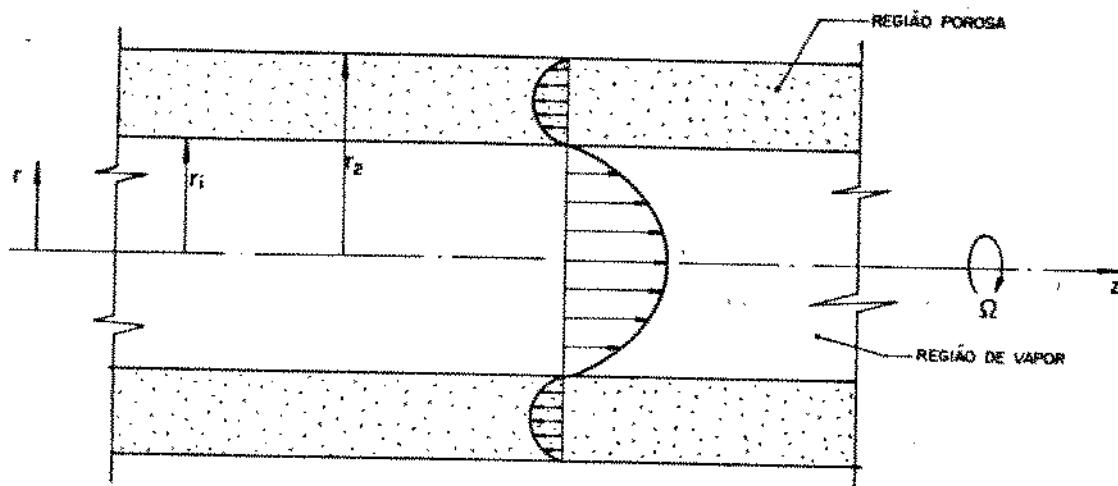


Fig. 1.2. Desenho esquemático de uma secção qualquer de um tubo de calor, mostrando o perfil de velocidade axial considerado.

Considerando ainda que na superfície interna do tubo de calor temos a condição de não escorregamento e condição de fluxo de calor constante tanto na região do evaporador quanto de condensador, podemos escrever:

$$\text{para } r = r_e$$

$$v_r = v_\theta = v_z = 0$$

$$k_e \frac{\partial T}{\partial r} = \text{cte} \quad (1.21c)$$

para  $r = r_i$

$$v_r = v_i(z)$$

$$v_\theta = v_z = 0 \quad (1.21d)$$

$$T = T_{\text{sat}}(P_i)$$

onde

$v_i(z)$  é a velocidade de injeção ou succão que ocorre na superfície da estrutura porosa e a temperatura de saturação é obtida através da pressão determinada nesta superfície.

### 1.1.2. ANÁLISE DA REGIÃO DE VAPOR

Na região de vapor, considerando também que haja simetria em relação ao eixo circunferencial, podemos escrever as equações de conservação em coordenadas cilíndricas, para um escoamento laminar incompressível, como:

- Equação da continuidade

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (1.22)$$

- Equação de quantidade de movimento

$$r : \rho (v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z}) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu (\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} - \frac{v_r}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2}) + 2 \rho \Omega v_\theta + \rho \Omega^2 r \quad (1.23a)$$

$$\theta : \rho (v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z}) = \mu (\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2}) - 2 \rho \Omega v_r \quad (1.23b)$$

$$z : \rho (v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z}) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu (\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}) + \rho g_z \quad (1.23c)$$

- Equação da energia

Desprezando o efeito de dissipação viscosa, temos:

$$v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha (\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}) \quad (1.24)$$

### 1.1.2.1. ANÁLISE DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO

Fazendo as mesmas considerações já feitas para a região porosa e considerando condição de simetria em relação ao cen-

tro do tubo, podemos escrever:

Para  $z = 0$

$$v_r = v_\theta = v_z = 0 \quad (1.25a)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0$$

Para  $z = L$

$$v_r = v_\theta = v_z = 0 \quad (1.25b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0$$

Para  $r = 0$

$$v_r = v_\theta = 0 \quad (1.25c)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$$

Para  $r = r_i$

$$v_r = v_i(z)$$

$$v_\theta = v_z = 0 \quad (1.25d)$$

$$T = T_{\text{sat}}(P_i)$$

### 1.1.3. EQUAÇÃO DE ACOPLAMENTO ENTRE A REGIÃO POROSA E DE VAPOR.

É necessário termos uma relação que acople a região de vapor e porosa. Esta relação pode ser obtida através de um balanço de energia para um volume de controle, situado na interface líquido vapor, e considerando que o fluido vaporize na superfície da estrutura porosa. A taxa de vaporização ou condensação é dada por:

$$q(z) + k_e \frac{\partial T}{\partial r} = \rho v_i(z) h_{ev} \quad (1.26)$$

onde:

$h_{ev}$  = calor latente de vaporização

$q$  = fluxo de calor

$\rho$  = massa específica de fluido

A velocidade de injeção ou sucção é dada por:

$$v_i(z) = (q(z) + k_e \frac{\partial T}{\partial r}) / \rho h_{ev} \quad (1.27)$$

A temperatura de saturação sobre a interface líquido-vapor é obtida através do campo de pressão nesta superfície.

## 1.2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA TUBOS DE CALOR, COM CONDENSADORES CÔNICOS E SEM ESTRUTURA POROSA.

A análise aqui apresentada é para tubos rotativos com o condensador com a configuração cônica, conforme Fig.(1.3). Mas podemos fazer a mesma analogia para tubos rotativos cilíndricos sem estrutura porosa.

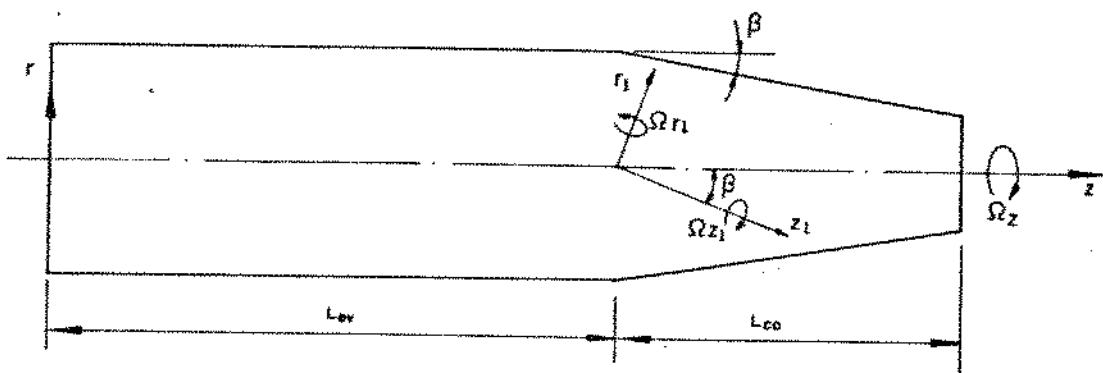


Fig. 1.3. Desenho esquemático de um tubo de calor rotativo com condensador cônicos.

Como no problema anterior, o desenvolvimento do modelo matemático proposto será subdividido em duas regiões, a de vapor e a de líquido.

### 1.2.1. ANÁLISE DA REGIÃO DE FILME LÍQUIDO.

Para esta região os maiores problemas consistem em deter-

minar a espessura do filme líquido e o posicionamento das coordenadas.

A determinação do filme líquido será efetuada através do método proposto por Daniels [4], onde a análise da região líquida no condensador de um tubo de calor rotativo, com geometria cônica, é desenvolvida considerando-se:

- a) escoamento laminar do filme condensado.
- b) distribuição radial de temperatura no filme é linear.
- c) existência de simetria circumferencial.
- d) região de vapor à pressão constante.

Usando estas considerações e fazendo um balanço de forças, no volume de controle, conforme está mostrado na Fig. (1.4).

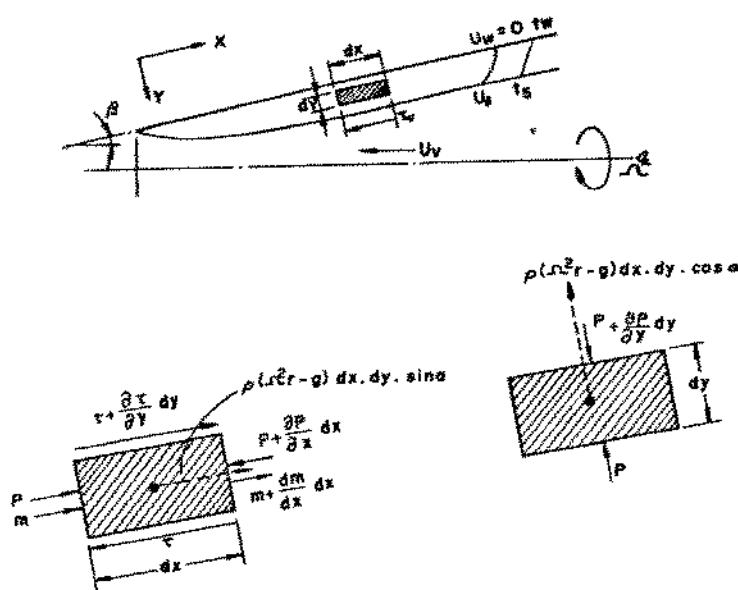


Fig. 1.4. Representação das forças atuantes sobre um volume de controle na região de filme líquido, no condensador cônico.

a equação de quantidade de movimento na direção x é dada por:

$$\sum F_x = \frac{\partial \tau}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial x} + \rho(\Omega^2 r - g) \sin \beta = 0 \quad (1.28)$$

A equação na direção y, desprezando a força centrífuga na região de vapor, já que  $\rho \gg \rho_v$ , é:

$$\sum F_y = - \frac{\partial P}{\partial y} - \rho(\Omega^2 r - g) \cos \beta = 0 \quad (1.29)$$

As condições de contorno utilizadas são:

$$\text{em } y = 0 \quad \Rightarrow \quad u = 0$$

$$\text{em } y = \delta$$

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = - \tau_v \cos \beta - \frac{dm}{dx} (u_v \cos \beta + u_\delta)$$

Através destas equações e suas condições de contorno Daniels obteve uma equação para o filme líquido no condensador, como:

$$Sh_x \left[ \frac{\delta}{x} \right]^4 - \frac{1}{4} Dr_x \left[ \frac{\delta}{x} \right]^3 - \frac{1}{4} Re_{ev_x} \left[ \frac{\delta}{x} \right]^2 - 1 = 0 \quad (1.30)$$

onde:

$$Sh_x = \frac{\rho^2 (\Omega^2 r - g) \sin \beta h_{ev} x^3}{3 \mu K \theta_s} \approx \text{tipo de Número de Sherwood}$$

$$Dr_x = \frac{\rho \tau_v h_{\bar{e}v} x^2 \cos \beta}{\mu K \theta_s} \equiv \text{Número de fricção}$$

$$Re_{vx} = \frac{\rho u_v x \cos \beta}{\mu} \equiv \text{Número de Reynolds bi-fásico}$$

onde é considerado, neste problema, que  $u_v$  seja constante na região de vapor.

Considerando a mudança de fase e fazendo com que  $\bar{h}_{ev}$  seja a entalpia média de condensação mais a entalpia média da camada de líquido sub-resfriada, tem-se que:

$$\bar{h}_{ev} = h_{ev} + 0,35 C_p \theta_s \quad (1.31)$$

onde:

$$\theta_s = T_{sat} - T_{parede}$$

Ainda, através destas relações, o perfil de velocidade axial ( $u$ ) foi obtido como:

$$v_z = u = \frac{\rho}{\mu} (\Omega^2 r - g) \sin \beta \left( y_\delta - \frac{y^2}{2} \right) - \frac{\tau_v \cos \beta}{\mu} y - \frac{k \theta_s u_v \cos \beta}{\mu h_{\bar{e}v} \delta} y \quad (1.32)$$

Podemos fazer as mesmas considerações e aplicar estas equações para a região de evaporador.

Desenvolvendo as equações, e considerando que o ângulo

de inclinação seja zero, podemos escrever o perfil de velocidam de axial como:

$$\begin{aligned} v_z = u &= \frac{\rho w^2 r}{\mu} \frac{d\delta}{dx} \left( -\frac{y^2}{2} - y \delta \right) - \frac{\tau_v}{\mu} y - \\ &- \frac{k \theta_s u_v}{\mu h_{ev} \delta} y \end{aligned} \quad (1.33)$$

Supondo que a distribuição de massa nesta região seja uma função linear do fluxo de calor, podemos escrever uma relação, conforme a Fig. (1.5), da seguinte forma:

$$\dot{m} = \frac{k \theta_s}{\delta h_{ev}} x \quad (1.34)$$

O fluxo mássico em uma determinada região de evaporam é dada por:

$$\dot{m} = \int_0^\delta \rho u dy \quad (1.35)$$

Substituindo a equação (1.33) em (1.35) temos:

$$\begin{aligned} \dot{m} &= - \frac{\rho^2 w^2 r}{3\mu} \frac{d\delta}{dx} [\delta^3] - \frac{\rho \tau_v}{2\mu} [\delta^2] - \\ &- \frac{\rho k \theta_s u_v}{2 \mu h_{ev}} [\delta] \end{aligned} \quad (1.36)$$

Substituindo esta relação na equação (1.34) obtemos:

$$\begin{aligned}
 - Sh_x \frac{d\delta}{dx} \left[ \frac{\delta^4}{x^4} \right] - \frac{1}{2} Dr_x \left[ \frac{\delta^3}{x^3} \right] - \\
 - \frac{1}{2} Re_x \left[ \frac{\delta^2}{x^2} \right] - 1 = 0 \quad (1.37)
 \end{aligned}$$

onde:

$$Sh_x = \frac{\rho^2 \Omega^2 r h_{ev} x^3}{3 K \theta_s \mu} \equiv \text{tipo de Número de Sherwood}$$

$Dr_x$  e  $Re_x$  são os mesmos definidos anteriormente.

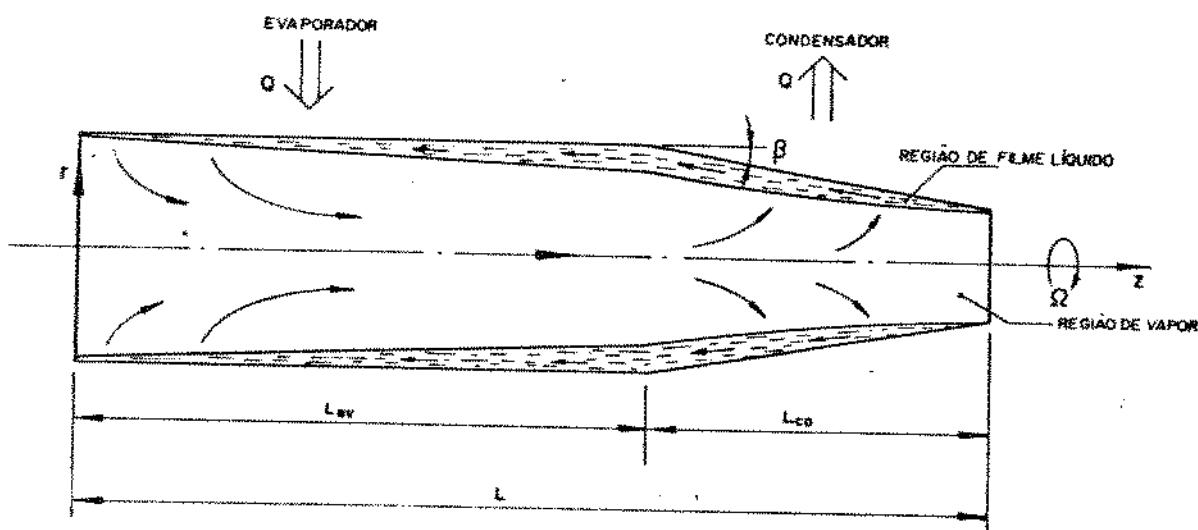


Fig. 1.5. Desenho esquemático de um tubo de calor rotativo sem estrutura porosa, mostrando o perfil de filme líquido tanto na região de evaporador quanto na de condensação.

A equação (1.37) se assemelha à equação (1.30) aparecen-

do o termo adicional  $\frac{d\delta}{dx}$ . Portanto, podemos calcular o perfil na região de evaporador de maneira semelhante, fazendo a consideração inicial que  $\frac{d\delta}{dx} = 1$ ; calculando o perfil  $\delta$  podemos calcular a sua derivada em relação à  $x$  utilizando diferenças finitas e reintroduzindo esta variável na equação, recalculando até convergir para um limite determinado.

Com as equações (1.30), (1.32), (1.33) e (1.37), obtemos o perfil do filme líquido tanto na região de condensador como do evaporador e também o perfil de velocidade na região de transição entre o evaporador e condensador. Com estas condições conhecidas, aplicamos o nosso modelo matemático.

A solução do modelo matemático da região de filme líquido em um tubo de calor rotativo, com condensador cônico, implica em dividirmos o problema em duas regiões distintas. Note que, Fig. (1.5), devido a coordenada estar fixada no centro do tubo, com origem no início do evaporador, cria-se uma dificuldade no modelo matemático na região do condensador, devido à sua conicidade, portanto, para esta região representaremos o modelo do escoamento do filme líquido, através de uma coordenada onde o eixo axial localiza-se paralelo à geratriz do cone. E, já que o tubo foi dividido em dois setores, é necessário impormos a condição do perfil de velocidade axial no início do condensador.

Na região do condensador as coordenadas são representadas conforme Fig. (1.6). Apresentando um rotação  $\beta$  em relação às coordenadas da região de evaporador, consequentemente o vetor rotação  $\Omega_{iz}$  irá apresentar duas componentes neste novo referencial, podemos representar estas componentes como:

$$\Omega_{iz} = \Omega_{1iz_1} + \Omega_{2iz_1} \quad (1.38)$$

onde:

$$\Omega_1 = \Omega \cos \beta$$

$$\Omega_2 = \Omega \operatorname{sen} \beta$$

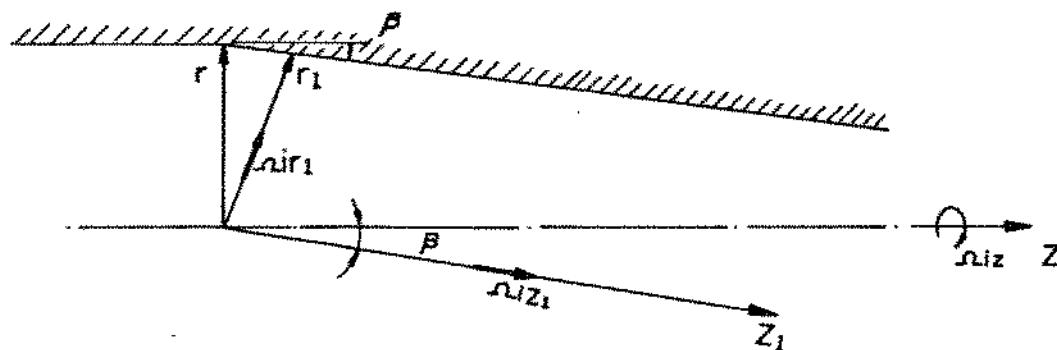


Fig. 1.6. Representação das coordenadas na região do condensador.

Portanto, as equações de conservação para este novo referencial serão dadas por:

- Equação da continuidade

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (1.39)$$

- Equação de quantidade de movimento

$$\begin{aligned}
 r : \rho(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z}) &= - \frac{\partial p}{\partial r} + \\
 + \mu(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} - \frac{v_r}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2}) + \\
 + 2 \rho \Omega v_\theta \cos \beta + \rho \Omega^2 r \cos^2 \beta - \rho \Omega^2 z^2 \cos \beta \sin \beta \quad (1.40a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \theta : \rho(v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z}) &= \mu(\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \\
 + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2}) + 2 \rho \Omega v_z \sin \beta - \\
 - 2 \rho \Omega^2 v_r \cos \beta \quad (1.40b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z : \rho(v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z}) &= - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \\
 + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}) - 2 \rho \Omega v_\theta \sin \beta + \\
 - \rho \Omega^2 z \sin \beta - \rho \Omega^2 r \cos \beta \sin \beta + \rho g \sin (\theta - \beta) \quad (1.40c)
 \end{aligned}$$

- Equação da energia

$$v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}) \quad (1.41)$$

### 1.2.1.1. ANÁLISE DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO NA REGIÃO DE FILME LÍQUIDO (CONDENSADOR),

Supondo que as extremidades deste tubo de calor são iso-

ladas, considerando a condição de não escorregamento nas paredes laterais do tubo e que no início do condensador o perfil de velocidade axial seja o dado pela equação (1.38), podemos escrever:

Para  $z = L$

$$v_z = v_\theta = v_r = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (1.42a)$$

Para  $z = L - L_c$

$$v_z = u(r)$$

$$v_r = v_\theta = 0 \quad (\text{suposição}) \quad (1.42b).$$

Esta suposição é válida se considerarmos que o ponto do início do condensador seja uma região adiabática, portanto a velocidade radial será zero e como a velocidade tangencial sofre grande influência da velocidade radial, portanto é justo supor que ela também será igual a zero.

Considerando, como anteriormente, que a velocidade axial sobre a superfície do filme líquido seja igual a zero e na superfície do tubo temos condição de não escorregamento, podemos escrever:

$$r = r_e - \delta$$

$$v_\theta = v_z = 0$$

$$v_r = v_i$$

$$T = T_{\text{sat}}(P)$$

(1.42c)

Para  $r = r_e$

$$\begin{aligned} v_r &= v_\theta = v_z = 0 \\ k \frac{\partial T}{\partial r} &= Cte \end{aligned} \quad (1.42d)$$

### 1.2.2. ANÁLISE DA REGIÃO DE VAPOR.

Para esta região não é necessário separar o tubo de calor em dois setores ou alterar as coordenadas devido a inclinação na região de condensador. Portanto, as equações governantes são as mesmas utilizadas para a região de filme-líquido, fazendo  $\beta = 0$ .

#### 1.2.2.1. ANÁLISE DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO NA REGIÃO DE VAPOR.

Fazendo as mesmas suposições já feitas anteriormente temos:

Para  $z = 0$

$$v_r = v_\theta = v_z = 0 \quad (1.43a)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0$$

Para  $z = L$

$$v_r = v_\theta = v_z = 0 \quad (1.43b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0$$

Para  $r = 0$

$$v_r = v_\theta = 0$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial r} = 0 \quad (1.43c)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$$

Para  $r = r_i(z)$

$$v_r = v_\theta = v_z = 0 \quad (1.43d)$$

$$T = T_{sat}(P)$$

Note que estamos supondo que o raio interno, para a região de vapor, é coincidente com o raio físico do tubo de calor, esta aproximação é válida, uma vez que a espessura do filme-líquido é desprezível em relação ao raio do tubo, ou seja:

$$r_i(z) = r_e(z) - \delta(z) \approx r_e(z) \quad (1.44)$$

onde:

$r_e(z)$  = raio do tubo de calor na seção considerada.

$\delta(z)$  = espessura do filme-líquido na seção considerada.

## CAPÍTULO II

### 2. TRATAMENTO NUMÉRICO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES

O modelo numérico utilizado para a solução das equações governantes é o método de diferenças finitas proposto por Patankar [13], junto com o esquema da lei de potências, e o algoritmo "SIMPLE".

Para efeito de simplificação vamos considerar como equação governante, para tubos de calor rotativos, tanto paralelos com estrutura porosa como com condensadores cônicos sem estrutura porosa como:

#### - Equação da continuidade

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$

#### - Equação de quantidade de movimento

$$r : \rho(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_0^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z}) = - \epsilon \frac{\partial P}{\partial r} + \\ + \mu(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} - \frac{v_r}{r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2}) - \frac{\mu \epsilon}{k} v_r +$$

$$+ 2 \rho \Omega v_\theta \cos \beta + \rho \Omega^2 r \cos^2 \beta - \rho \Omega^2 z \cos \beta \sin \beta \quad (2.2a)$$

$$\theta : \rho (v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z}) = \mu (\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} +$$

$$+ \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta^2}{r^2} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2}) - \frac{\mu \epsilon}{k} v_\theta +$$

$$+ 2 \rho \Omega v_z \sin \beta - 2 \rho \Omega v_r \cos \beta \quad (2.2b)$$

$$z : \rho (v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z}) = - \epsilon \frac{\partial P}{\partial z} + \mu (\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} +$$

$$+ \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}) - \frac{\mu \epsilon}{k} v_z - 2 \rho \Omega v_\theta \sin \beta +$$

$$+ \rho \Omega^2 z \sin^2 \beta - \rho \Omega^2 r \cos \beta \sin \beta + \rho g \sin(\theta - \beta) \quad (2.2c)$$

- Equação da energia

$$v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha (\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}) \quad (2.3)$$

Para se utilizar estas equações na região de vapor, em qualquer um dos tubos considerados basta fazermos:

$$\epsilon = 1 \quad (2.4a)$$

$$k \rightarrow \infty \quad (2.4b)$$

$$\beta = 0 \quad (2.4c)$$

Para a região porosa consideramos apenas a condição dada pela relação (2.4c), e a aplicação destas equações na região de filme líquido, na seção de condensador cônico, devemos considerar as relações (2.4a) e (2.4b).

## 2.1. ADIMENSIONALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES.

Definindo as variáveis adimensionais:

$$\begin{aligned} v_r^* &= \frac{v_r}{vel}, & v_\theta^* &= \frac{v_\theta}{vel}, & v_z^* &= \frac{v_z}{vel}, & p^* &= \frac{p}{0,5 \rho vel^2} \\ r^* &= \frac{r}{R}, & z^* &= \frac{z}{R}, & g^* &= \frac{\rho g}{vel^2/R}, & \Omega^* &= \frac{\Omega R}{vel} \end{aligned} \quad (2.5)$$

E os parâmetros adimensionais

$$\begin{aligned} Re &= \frac{\rho vel 2R}{\mu}, & Pr &= \frac{C_p \mu}{K} \\ Pe &= Re Pr, & Da &= \frac{k}{R^2} \end{aligned} \quad (2.6)$$

onde,  $vel$  = velocidade de referência

Substituindo estas relações nas equações governantes gerais obtemos:

- Equação da continuidade

$$\frac{\partial v_r^*}{\partial r^*} + \frac{v_r^*}{r^*} + \frac{\partial v_z^*}{\partial z^*} = 0 \quad (2.7)$$

- Equação de quantidade de movimento

$$\begin{aligned}
 r : & (v_r^* \frac{\partial v_r^*}{\partial r^*} - \frac{v_\theta^{*2}}{r^*} + v_z^* \frac{\partial v_r^*}{\partial z^*}) = - \frac{\epsilon}{2} \frac{\partial p^*}{\partial r^*} + \\
 & + \frac{2}{R_e} \left( \frac{\partial^2 v_r^*}{\partial r^{*2}} - \frac{v_r^{*2}}{r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial v_r^*}{\partial r^*} + \frac{\partial^2 v_r^*}{\partial z^{*2}} \right) - \frac{2 \epsilon}{R_e Da} v_r^* + \\
 & + 2 \Omega^* v_\theta^* \cos \beta + \Omega^{*2} r^* \cos^2 \beta - \Omega^{*2} z^* \cos \beta \sin \beta \quad (2.8a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \theta : & (v_r^* \frac{\partial v_\theta^*}{\partial r^*} + \frac{v_r^* v_\theta}{r^*} + v_z^* \frac{\partial v_\theta^*}{\partial z^*}) = - \frac{2}{R_e} \left( \frac{\partial^2 v_\theta^*}{\partial r^{*2}} \right. + \\
 & \left. + \frac{1}{r^*} \frac{\partial v_\theta^*}{\partial r^*} - \frac{v_\theta^{*2}}{r^{*2}} + \frac{\partial^2 v_\theta^*}{\partial z^{*2}} \right) - \frac{2 \epsilon}{R_e Da} v_\theta^* + \\
 & + 2 \Omega^* v_z^* \sin \beta - 2 \Omega^* v_r^* \cos \beta \quad (2.8b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z : & (v_r^* \frac{\partial v_z^*}{\partial r^*} + v_z^* \frac{\partial v_z^*}{\partial z^*}) = - \frac{\epsilon}{2} \frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \frac{2}{R_e} \left( \frac{\partial^2 v_z^*}{\partial r^{*2}} \right. \\
 & \left. + \frac{1}{r^*} \frac{\partial v_z^*}{\partial r^*} + \frac{\partial^2 v_z^*}{\partial z^{*2}} \right) - \frac{2 \epsilon}{R_e Da} v_z^* - 2 \Omega^* v_\theta^* \sin \beta + \\
 & + \Omega^{*2} r^* \cos \beta \sin \beta + g^* \sin(\theta - \beta) \quad (2.8c)
 \end{aligned}$$

- Equação da energia

$$v_r^* \frac{\partial T}{\partial r^*} + v_z^* \frac{\partial T}{\partial z^*} = \frac{2}{P_e} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial T}{\partial r^*} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^{*2}} \right) \quad (2.9)$$

## 2.2. TRANSFORMAÇÃO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES PARA A FORMA CONSERVATIVA.

As equações de quantidade de movimento e energia podem ser escritas como apenas uma equação geral de convecção - difusão na forma conservativa, do seguinte modo:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* v_r^* \phi) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial z^*} (r^* v_z^* \phi) &= \\ = \frac{2}{Pe} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* \frac{\partial \phi}{\partial r^*}) + \frac{2}{Pe} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial z^*} (r^* \frac{\partial \phi}{\partial z^*}) + S_\phi^* & \quad (2.10) \end{aligned}$$

onde:

$\phi = v_r^*, v_\theta^*, v_z^*, T, \text{etc}$  = representam as variáveis dependentes

$$Pe \left\{ \begin{array}{l} = R_e = \text{Equação de movimento} \\ = R_e Pr = \text{Equação de energia} \end{array} \right.$$

$S_\phi^*$  = termo fonte adimensional, para a variável dependente considerada.

Agrupando os termos com a mesma variável independente obteremos:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} [r^* v_r^* \phi - \frac{2}{Pe} (r^* \frac{\partial \phi}{\partial r^*})] + \\ + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial z^*} [r^* v_z^* \phi - \frac{2}{Pe} (r^* \frac{\partial \phi}{\partial z^*})] = S_\phi^* & \quad (2.11) \end{aligned}$$

Integrando esta equação sobre um volume de controle, onde:

$$dv^* = r^* dr^* dz^*$$

obtemos:

$$\begin{aligned} [v_r^* \phi - \frac{2}{Pe} \frac{\partial \phi}{\partial r^*}] r^* \Delta z^* + [v_z^* \phi - \frac{2}{Pe} \frac{\partial \phi}{\partial z^*}] r^* \Delta r^* &= \\ = S_\phi^* r^* \Delta r^* \Delta z^* & \end{aligned} \quad (2.12)$$

Denominando:

$$J_r^* = v_r^* \phi - \frac{2}{Pe} \frac{\partial \phi}{\partial r^*} \quad (2.13)$$

$$J_z^* = v_z^* \phi - \frac{2}{Pe} \frac{\partial \phi}{\partial z^*}$$

e substituindo estas relações na equação (2.12), obtemos:

$$J_r^* \left[ \int_1^2 r^* \Delta z + J_z^* \right] \int_1^2 r^* \Delta r^* = S_\phi^* r^* \Delta r^* \Delta z^* \quad (2.14)$$

Esta equação satisfaz, implicitamente, a equação da continuidade, pois ela é o resultado da integração da equação de convecção - difusão na forma conservativa.

### 2.3. DETERMINAÇÃO DOS TERMOS FONTES DAS EQUAÇÕES DE QUANTIDADE DE MOVIMENTO E DE ENERGIA.

Quando as equações governantes são escritas na forma conservativa, sobram alguns termos e estes são adicionados ao termo fonte.

Escrevendo as equações (2.1) a (2.3) na forma da equação (2.14), obtemos:

- Equação de movimento

$$\begin{aligned} r : J_r^* \left|_1^2 r^* \Delta z^* + J_z^* \left|_1^2 r^* \Delta r^* \right. = \frac{-\delta}{2} \frac{\partial P^*}{r^*} - \frac{2}{R_e} \frac{v_r^*}{r^{*2}} + \right. \\ \left. + \frac{v_\theta^{*2}}{r^*} - \frac{2 \delta}{R_e Da} + 2 \Omega^* v_\theta^* \cos \beta + \Omega^{*2} r^* \cos^2 \beta - \right. \\ \left. \Omega^{*2} z^* \cos \beta \sin \beta \right. \end{aligned} \quad (2.15a)$$

$$\begin{aligned} \theta : J_r^* \left|_1^2 r^* \Delta z^* + J_z^* \left|_1^2 r^* \Delta r^* \right. = - \frac{2}{R_e} \frac{v_\theta^*}{r^{*2}} - \right. \\ \left. - \frac{v_r^* v_\theta^*}{r^*} - \frac{2 \delta}{R_e Da} v_\theta^* + 2 \Omega^* v_z^* \sin \beta - \right. \\ \left. - 2 \Omega^* v_r^* \cos \beta \right. \end{aligned} \quad (2.15b)$$

$$\begin{aligned} z : J_r^* \left|_1^2 r^* \Delta z^* + J_z^* \left|_1^2 r^* \Delta r^* \right. = - \frac{\delta}{2} \frac{\partial P}{\partial z^*} - \frac{2 \delta}{R_e Da} v_z^* - \right. \\ \left. - 2 \Omega^* v_\theta^* \sin \beta + \Omega^{*2} r^* \cos \beta \sin \beta + \right. \\ \left. + g^* \sin (\theta - \beta) \right. \end{aligned} \quad (2.15c)$$

- Equação da energia

$$J_r^* \int_1^2 r^* \Delta z^* + J_z^* \int_1^2 r^* \Delta r^* = 0 \quad (2.16)$$

Antes de escrevermos os termos fontes para cada direção, vamos linearizá-lo da seguinte forma:

$$S_\phi^* = S_a \phi + S_b \quad (2.17)$$

Substituindo o termo fonte nas equações acima, obtemos:

- Equação de movimento

Para a direção  $r$ :

$$\begin{aligned} S_a &= -\frac{2 \delta}{R_e Da} - \frac{2}{R_e} \frac{1}{r^{*2}} \\ S_b &= -\frac{\delta}{2} \frac{\partial P^*}{\partial r^*} + \frac{v_\theta^{*2}}{r^*} + 2 \Omega^* v_\theta^* \cos \beta + \\ &+ \Omega^{*2} r^* \cos^2 \beta - \Omega^{*2} z^* \cos \beta \sin \beta \end{aligned} \quad (2.18)$$

Para a direção  $\theta$ :

$$\begin{aligned} S_a &= -\frac{2}{R_e} \frac{1}{r^{*2}} - \frac{v_r^*}{r^*} - \frac{2 \delta}{R_e Da} \\ S_b &= 2 \Omega^* v_z^* \sin \beta - 2 \Omega^* v_r^* \cos \beta \end{aligned} \quad (2.19)$$

Para a direção z:

$$S_a = - \frac{2 \delta}{R_e Da} \quad (2.20)$$

$$S_b = - \frac{\delta}{2} \frac{\partial P^*}{\partial z^*} - 2 \Omega^* v_0^* \sin \beta + \Omega^{*2} r^* \cos \beta \sin \beta + g^* \sin (\theta - \beta)$$

- Equação da energia

$$S_a = 0$$

$$S_b = 0$$

## 2.4. DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES.

A equação diferencial

$$v_\phi = \tau \frac{d\phi}{dh} \quad (2.21)$$

onde:

$v$  = componente de velocidade em uma determinada direção.

$h$  = variável independente qualquer

$\tau$  = termo difusivo

e considerando como condição de contorno

$$\begin{aligned} h = 0 &\rightarrow \phi = \phi_O \\ h = L &\rightarrow \phi = \phi_L \end{aligned} \quad (2.22)$$

obtemos:

$$\phi = \frac{e^{Pe \cdot x/L} - 1}{e^{Pe} - 1} (\phi_L - \phi_0) + \phi_0 \quad (2.23)$$

onde:

$$Pe = \frac{\rho v L}{T}$$

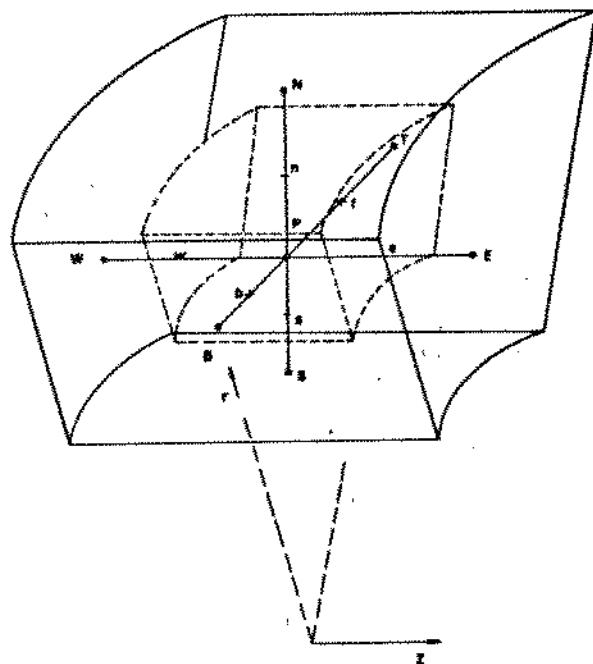


Fig. 2.1. Volume de controle simétrico em coordenadas cilíndricas para um ponto P.

Note que a equação (2.21) é o que foi definido como J e, portanto, podemos aplicar a solução desta equação nas equações conservativas, governantes do problema [13].

Substituindo  $J$  por sua solução e substituindo os limites de integração 1 e 2 pelos limites conforme o volume de controle da Fig. (2.1) temos que:

$$(J_r^*)_s^n r^* \Delta z^* + (J_z^*)_w^e r^* \Delta r^* = S_\phi^* r^* \Delta r^* \Delta z^* \quad (2.24)$$

onde:

$$(J_r^*)_n = (v_r^*)_n [\phi_p^* + \frac{\phi_p^* - \phi_n^*}{e^{\frac{(Pe)_n}{2}} - 1}] \quad (2.25a)$$

$$(Pe)_n = \frac{Pe}{2} (v_r^* \delta r^*)_n$$

$$(J_r^*)_s = (v_r^*)_s [\phi_s^* + \frac{\phi_s^* - \phi_p^*}{e^{\frac{(Pe)_s}{2}} - 1}] \quad (2.25b)$$

$$(Pe)_s = \frac{Pe}{2} (v_r^* \delta r^*)_s$$

$$(J_z^*)_e = (v_z^*)_e [\phi_p^* + \frac{\phi_p^* - \phi_e^*}{e^{\frac{(Pe)_e}{2}} - 1}] \quad (2.25c)$$

$$(Pe)_e = \frac{Pe}{2} (v_z^* \delta z^*)_e$$

$$(J_z^*)_w = (v_z^*)_w [\phi_w^* + \frac{\phi_w^* - \phi_p^*}{e^{\frac{(Pe)_w}{2}} - 1}] \quad (2.25d)$$

$$(Pe)_w = \frac{Pe}{2} (v_z^* \delta z^*)_w$$

Substituindo J's na equação (2.24) e escrevendo esta equação na forma discretizada, temos:

$$A_p \phi_p^* = A_E \phi_E^* + A_W \phi_W^* + A_N \phi_N^* + A_S \phi_S^* + S_b r^* \Delta r^* \Delta z^* \quad (2.26)$$

onde:

$$A_E = \frac{F_e^*}{\text{Exp}(Pe)-1} r^* \Delta r^* + F_e^* = (v_z^*)_e$$

$$A_W = \frac{F_w^* \text{Exp}(Pe)_w}{\text{Exp}(Pe)-1} r^* \Delta r^* + F_w^* = (v_z^*)_w$$

$$A_N = \frac{F_n^*}{\text{Exp}(Pe) - 1} r^* \Delta z^* + F_n^* = (v_r^*)_s$$

$$A_S = \frac{F_s \text{Exp}(Pe)_s}{\text{Exp}(Pe)_s - 1} r^* \Delta z^* + F_s^* = (v_r^*)_s$$

$$A_p = A_E + A_W + A_N + A_S + (F_e^* - F_w^*) r^* \Delta r^* + (F_n^* - F_s^*) r^* \Delta z^* - S_a r^* \Delta r^* \Delta z^*$$

Para que não haja divergência na solução numérica da equação (2.26) os coeficientes devem ser positivos, mas mesmo sendo todos os coeficientes vizinhos de  $A_p$  positivos, este coeficiente pode ser negativo devido ao termo fonte dependente ( $S_a$ ) e aos termos ( $F_e^* - F_w^*$  e  $F_n^* - F_s^*$ ), portanto devemos mani-

pular estes termos para evitar este problema.

Verificamos que a relação

$$(F_n^* - F_s^*) r^* \Delta z^* + (F_e^* - F_w^*) r^* \Delta r^* \quad (2.27)$$

é exatamente a equação da continuidade, integrada no volume de controle considerado. Analiticamente é igual a zero, mas como o processo de solução é iterativo, este termo em alguma interação pode não satisfazer a condição de zero, mas se analisarmos a equação (2.14), verificamos que esta satisfaaz implicitamente a equação da continuidade, pois ela é o resultado da integração da equação na forma conservativa, podemos, portanto escrever esta equação de outro modo, como:

$$(J_n^* - J_s^*) r^* \Delta z^* + (J_e^* - J_w^*) r^* \Delta r^* - \phi [(F_n^* - F_s^*) + (F_e^* - F_w^*)] = S_\phi r^* \Delta r^* \Delta z^* \quad (2.28)$$

então os termos da continuidade em  $A_p$  se anulam naturalmente.

Estes coeficientes definem o esquema exponencial que garante solução exata para um problema unidimensional e regime permanente, para qualquer valor de número de Peclet e para qualquer número de pontos na malha.

Mas a utilização deste esquema deve ser evitada devido aos problemas computacionais advindos da exponencial, o que pode ser contornado substituindo a função exponencial por uma função equivalente. No nosso caso, optou-se pela substituição por um polinômio; este método foi sugerido por Patankar [13] e é

denominado de "lei das potências". Podemos, portanto, escrever os coeficientes como:

Para  $Pe < -10$

$$A_N = - \frac{2}{Pe(\delta r^*)_n} (\overset{\circ}{Pe})_n \quad (2.29)$$

Para  $-10 \leq Pe < 0$

$$A_N = \frac{2}{Pe(\delta r^*)_n} [1 + 0,1(Pe)_n]^5 - (\overset{\circ}{Pe})_n \quad (2.30)$$

Para  $Pe > 10$

$$A_N = 0 \quad (2.31)$$

Um modo compacto de se escrever este esquema para todos os outros coeficientes é dado por:

$$A = D[[0, (1 - 0,1|Pe|)^5]] + [[-F, 0]] \quad (2.32)$$

onde:

$$D = \frac{2}{Pe(\delta^*)}$$

$$F = v^*$$

e o simbolo  $[[\ ]]$  representa que será tomado o maior valor con-

tido dentro dele.

#### 2.4.1. ESTUDO RELATIVO AOS TERMOS FONTES DEPENDENTES PARA A COMPONENTE DE VELOCIDADE.

- Linearização do Termo Fonte como já visto anteriormente:

$$S_\phi = S_b + S_a \phi_p$$

onde o termo  $S_a$  deve ser sempre negativo para que haja convergência. Portanto, na equação de quantidade de movimento na direção  $\phi$  temos o termo já adimensionalizado:

$$\frac{v_r^* v_\phi^*}{r^*} \quad (2.33)$$

que é introduzido no termo fonte

$$S_a = - \frac{(v_r^*) \text{ médio}}{r^*} \quad (2.34)$$

Mas note que se  $v_r$  for negativo o termo  $S_a$  pode ser positivo e com isso levar o método computacional à não convergência.

Como vimos anteriormente  $S_a$  deve ser sempre negativo, portanto, vamos linearizar o termo fonte para que  $S_a$  fique sempre negativo, assim fazemos que:

$$S_b = \left[ \left[ -\frac{v_r^*}{r^*}, 0, 0 \right] \right] v_\phi^*$$

$$S_a = \left[ \left[ \frac{v_r^*}{r^*}, 0, 0 \right] \right]$$
(2.35)

## 2.5. DISCRETIZAÇÃO DO CAMPO DE PRESSÃO.

A dificuldade principal em se calcular o campo de velocidade está no desconhecimento do campo de pressão. O gradiente de pressão forma uma parte do termo fonte da equação de quantidade de movimento discretizada. Podemos verificar que, com a discretização destas equações, utilizando-se uma malha única para todas as variáveis dependentes, podemos obter resultados absurdos devido, exatamente, ao campo de pressão. Para contornar esta dificuldade adotamos, na discretização, o método da malha alternada. Esta técnica consiste em deslocarmos as malhas dos termos convectivos de tal modo que eles coincidam com a interface do volume de controle dos termos escalares, como podemos ver na Fig. (2.2).

O volume de controle está deslocado em relação ao volume de controle dos pontos e, portanto, os pontos indicados na Figura (2.2) estão sobre a superfície do volume de controle dos termos convectivos. Assim, por exemplo, a diferença de pressão  $P_E - P_p$  pode ser utilizada para calcular a força que atua sobre o volume de controle para a velocidade  $(v_z)_E$ . A equação de quantidade de movimento para este caso pode ser escrita da seguinte forma:

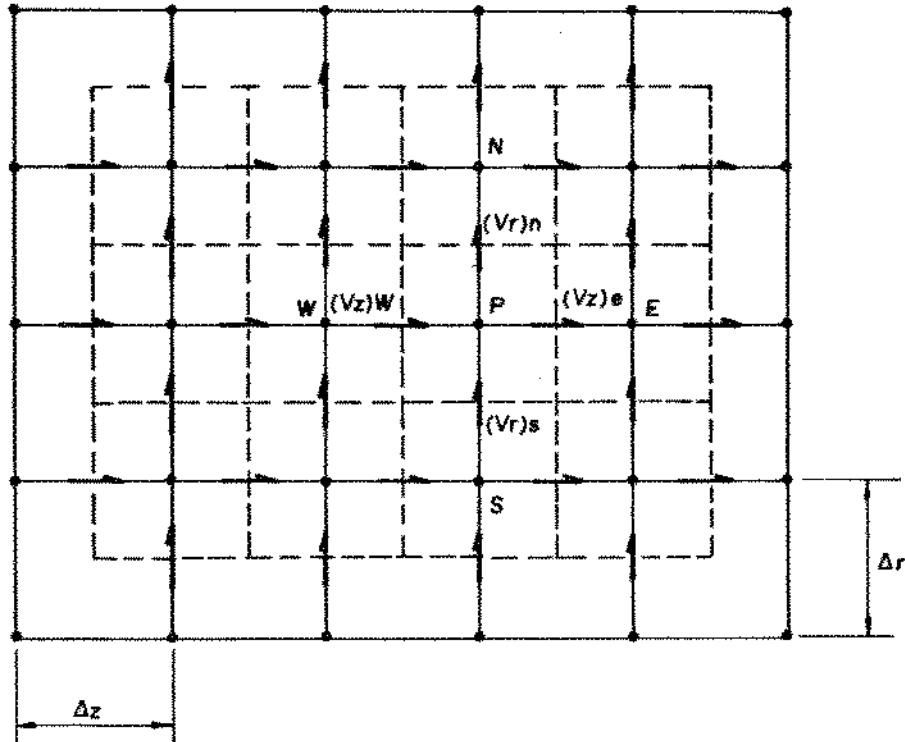


Fig. 2.2. Esquema construtivo da malha alternada. Note que os termos convectivos coincidem com a interface do volume de controle do ponto.

$$A_e (v_z)_e = \sum A_{viz} (v_z)_{viz} + S_b + (p_p - p_E) a_e \quad (2.36)$$

onde:

$a_e$  = área transversal da superfície do v.c.

Escrevendo na forma adimensionalizada, temos:

$$A_e^* v_e^* = \sum A_{viz}^* v_{viz}^* + S_b^* + \frac{1}{2} (p_p^* - p_E^*) a_e^* \quad (2.37)$$

Temos portanto, como fórmula de recorrência que:

$$(v_r^*)_n = (v_r^*)_n + d_n^* (P_p^{**} - P_N^{**}) \quad (2.38a)$$

$$(v_r^*)_s = (v_r^*)_s + d_s^* (P_S^{**} - P_p^{**}) \quad (2.38b)$$

$$(v_z^*)_e = (v_z^*)_e + d_e^* (P_p^{**} - P_E^{**}) \quad (2.38c)$$

$$(v_z^*)_w = (v_z^*)_w + d_w^* (P_w^{**} - P_p^{**}) \quad (2.38d)$$

onde:

$v^*$  = valor anterior da velocidade adimensional.

$P^{**}$  = pressão de correção

$$d = \frac{A}{a} = \frac{\text{Coeficiente}}{\text{área transv. v.c}}$$

Necessitamos, agora de uma equação para  $P^{**}$ , que pode ser obtida utilizando a equação da continuidade.

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* v_r^*) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial z^*} (z^* v_z^*) = 0 \quad (2.39)$$

Integrando no volume de controle, temos:

$$[(v_r^*)_n - (v_r^*)_s] r^* \Delta z^* + [(v_z^*)_e - (v_z^*)_w] r^* \Delta r^* = 0 \quad (2.40)$$

Substituindo esta equação nas equações de recorrência, ob

temos:

$$\begin{aligned}
 & [(v_r^*)_n + dn^*(P_p^{**} - P_N^{**})] (r^* \Delta z^*)_n - [(v_r^*)_s + \\
 & + ds^*(P_S^{**} - P_p^{**})] (r^* \Delta z^*)_s + [(v_z^*)_e + de^*(P_p^{**} - \\
 & - P_E^{**})] (r^* \Delta r^*)_e - [(v_z^*)_w + dw^*(P_p^{**} - P_w^{**})] (r^* \Delta r^*) = 0 \quad (2.41)
 \end{aligned}$$

Escrevendo esta equação na forma

$$A_p P_p^{**} = A_N P_N^{**} + A_S P_S^{**} + A_E P_E^{**} + A_W P_W^{**} + S_b^* \quad (2.42)$$

temos que:

$$\begin{aligned}
 A_N &= dn^* (r^* \Delta z^*)_n \\
 A_S &= ds^* (r^* \Delta z^*)_s \\
 A_E &= de^* (r^* \Delta r^*)_e \\
 A_W &= dw^* (r^* \Delta r^*)_w \\
 A_p &= A_N + A_S + A_E + A_W \\
 - S_b^* &= (v_r^*)_n (r^* \Delta z^*)_n (r^* \Delta z^*)_n - (v_z^*)_s (r^* \Delta z^*)_s + \\
 &+ (v_z^*)_e (r^* \Delta r^*)_e - (v_z^*)_w (r^* \Delta r^*)_w
 \end{aligned} \quad (2.43)$$

## 2.6. GERAÇÃO DA MALHA PARA UM TUBO DE CALOR CILÍNDRICO COM ESTRUTURA POROSA.

Como já falamos anteriormente é necessário definirmos uma malha para cada variável dependente, e o objetivo desta seção é analisar estas variáveis em suas malhas para determinarmos as variáveis nas interfaces de cada volume de controle e a própria disposição desta malha no tubo de calor considerado.

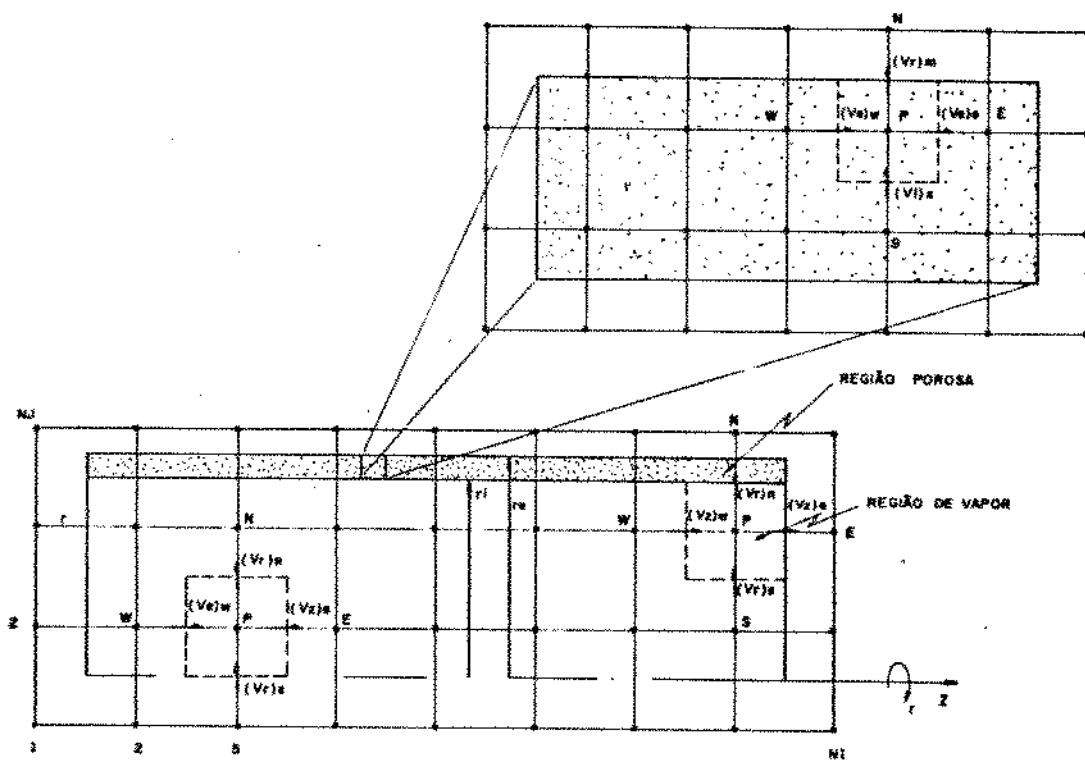


Fig. 2.3. Disposição da malha no tubo de calor.

Na Figura (2.3) a disposição da malha é feita de modo que as componentes de velocidade na direção  $r$  e  $z$  coincidam com a fronteira do domínio em sua respectiva direção.

No volume de controle da componente de velocidade na direção z, para determinarmos a velocidade  $(v_z^*)_P$ , necessitamos conhecer os termos convectivos que atravessam este v.c., onde para termos que coincidam com a interface do volume de controle ele é obtido através de uma média aritmética, assim podemos verificar que:

$$(v_r^*)_n = \frac{(v_r^*)_{NP} + (v_r^*)_{NW}}{2}$$

$$(v_r^*)_s = \frac{(v_r^*)_{SP} + (v_r^*)_{SW}}{2} \quad (2.44)$$

$$(v_z^*)_w = \frac{(v_z^*)_W + (v_z^*)_P}{2}$$

$$(v_z^*)_e = \frac{(v_z^*)_E + (v_z^*)_P}{2}$$

Fazendo o mesmo para o volume de controle da componente da velocidade na direção r, obtemos:

$$(v_r^*)_n = \frac{(v_r^*)_P + (v_r^*)_N}{2}$$

$$(v_r^*)_s = \frac{(v_r^*)_P + (v_r^*)_S}{2} \quad (2.45)$$

$$(v_z^*)_e = \frac{(v_z^*)_{EP} + (v_z^*)_{EN}}{2}$$

$$(v_z^*)_w = \frac{(v_z^*)_{WP} + (v_z^*)_{WN}}{2}$$

As variáveis temperatura, pressão e a componente de velocidade tangencial são coincidentes com a mesma malha, ou seja, estão colocadas sobre os pontos da malha principal e, portanto, os termos convectivos são coincidentes com a interface do volume de controle, não necessitando nenhuma interpolação.

Na geração da malha alternada a indexação dos termos segue o procedimento mostrado na Fig. (2.4.).

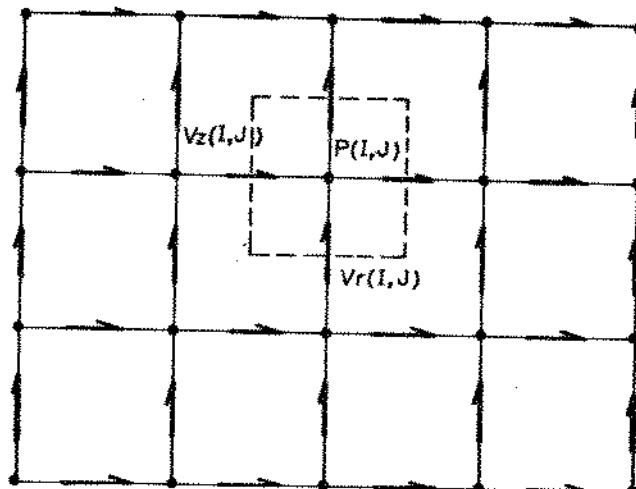


Fig. 2.4. Esquema de indexação das variáveis na malha.

Para a região porosa é seguido o mesmo procedimento, mudando apenas o espaço da malha.

## 2.7. GERAÇÃO DA MALHA PARA UM TUBO DE CALOR COM CONDENSADOR CÔNICO E SEM ESTRUTURA POROSA.

Não existe alteração quanto a determinação dos termos so-

bre as superfícies do volume de controle para nenhuma das malhas, portanto as considerações anteriores são válidas também para este caso. Mas, para a geração da malha, neste caso, deve-se levar em conta a inclinação do tubo na região do condensador.

Para analisarmos este caso dividiremos o problema em duas regiões.

#### - Região de vapor

Nesta região consideramos as mesmas coordenadas utilizadas para o tubo de calor cilíndrico com estrutura porosa e geramos a malha da mesma forma anterior. Mas, como na região do condensador a superfície do tubo de calor é cônica, a representação desta superfície é feita através de uma malha escalonada e o cuidado adicional desta consideração irá aparecer no tratamento das condições de contorno.

O escalonamento desta malha pode ser obtido através da seguinte relação:

$$r(z) = \frac{r_e}{L} (L - z) + r_o \quad (2.46)$$

Conhecido  $r(z)$  na posição desejada e dividindo este valor por  $\Delta r$ , a parte inteira deste resultado nos dá a informação do número de pontos que a malha escalar possui nesta posição, truncando a malha neste ponto. Para o nosso caso  $r(z)$  deve ser adicionado de 0,5  $\Delta r$ , pois o raio está deslocado deste valor em relação à malha dos pontos escalares.

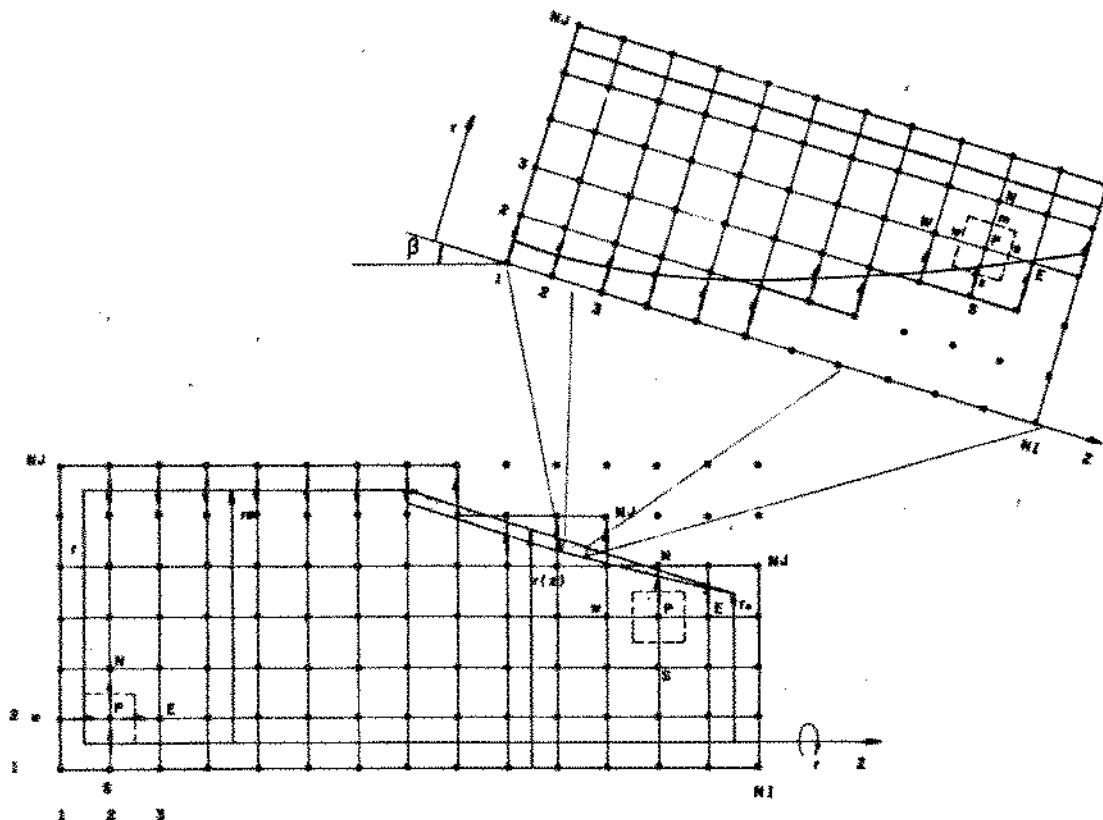


Fig. 2.5. Geração da malha para a região de vapor do tubo de calor rotativo com condensador cônico.

#### - Região de filme líquido

Para esta região as coordenadas sofrem uma rotação de um ângulo equivalente ao ângulo de inclinação do cone, relativo às coordenadas anteriores. Da mesma forma como foi considerado na região de vapor, a superfície do filme líquido é representada por uma malha escalonada, só que agora esta malha é truncada em sua parte inferior.

O escalonamento desta malha pode ser obtido através de:

$$r_i(z) = r_e - \delta(z) \quad (2.47)$$

onde:

$r_i(z)$  = é a distância do centro do tubo até a superfície do filme líquido

$r_e$  = raio do tubo na parte cilíndrica, corrigido devido a coordenada

$\delta(z)$  = espessura do filme líquido nesta posição.

A espessura do filme líquido é obtida, como já vimos, através da equação (1.30). Dividindo-se  $r_i(z)$  por  $\Delta r$  podemos determinar o ponto de truncamento da malha.

## 2.8. APLICAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO NAS EQUAÇÕES DISCRETIZADAS.

Como vimos anteriormente a disposição da malha, tanto na região de vapor quanto na região porosa ou de filme líquido, será de tal modo que os termos convectivos sejam coincidentes com a interface do domínio.

Pode haver três casos de condição conhecida no domínio:

1 - Termos convectivos conhecidos nas fronteiras.

2 - Termos escalares conhecidos nas fronteiras.

3 - Termo convectivo ou escalar em um determinado ponto no meio do domínio.

A Fig. (2.6) mostra o caso em que é conhecido o termo convectivo sobre o volume de controle da malha escalar. Note que estes contornos também são sólidos para as malhas dos termos

convectivos, no nosso caso,  $v_x$  e  $v_z$ .

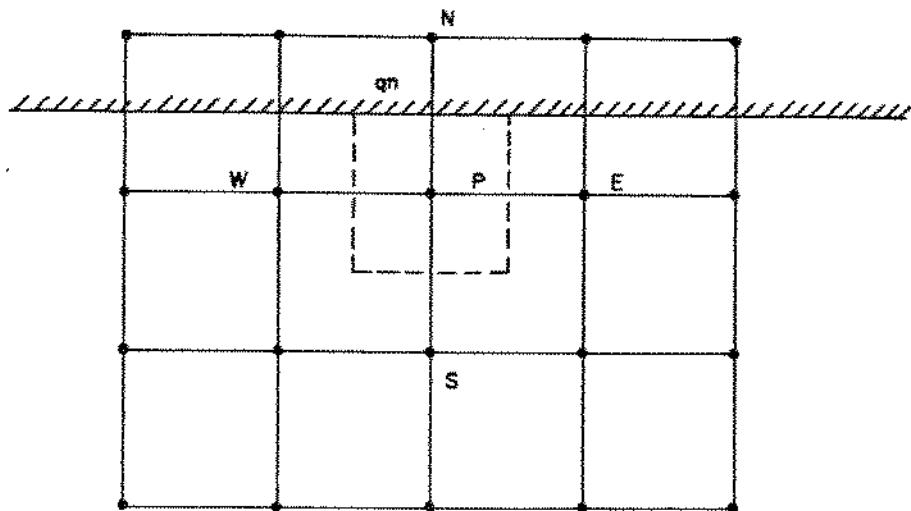


Fig. 2.6. Disposição da malha principal em relação à uma fronteira.

A análise é feita para a malha escalar, onde os pontos desta malha coincidem com as variáveis discretizadas de pressão, temperatura e velocidade tangencial.

Esta análise pode ser estendida para as malhas dos termos convectivos.

#### - Caso 1

$$A_p \phi_p = A_N \phi_N + A_S \phi_S + A_W \phi_W + A_E \phi_E + S_\phi \quad (2.48)$$

fazendo:

$$A_N = 0$$

Desligamos este termo da equação, mas, na realidade, o termo  $A_N \phi_N$  não é zero e sim o valor convectivo nesta posição. Para suprir este desligamento consideramos que  $q_n$  seja considerado um termo fonte.

Assim:

$$q_n = A \phi_p + C \quad (2.49)$$

e para o caso considerado temos:

$$\begin{aligned} A &= 0 \\ C &= q_n \end{aligned} \quad (2.50)$$

Introduzindo esta relação na equação (2.46) obtemos:

$$A_p \phi_p = A_S \phi_S + A_E \phi_E + A_W \phi_W + S_\phi \quad (2.51)$$

onde:

$$S_\phi = S_a \phi_p + S_b$$

$$S_b = (\text{termo fonte independente}) + C$$

#### - Caso 2

Neste caso é conhecido  $\phi_N$ , mas na posição da fronteira, ou seja, no lugar de  $q_n$  na Fig. (2.6).

Podemos ainda escrever  $\phi_n$  como termo fonte:

$$\phi_n = A'_N (\phi_N - \phi_p) \quad (2.52)$$

Note que esta discretização é idêntica à obtida para as equações de convecção - difusão do problema e a única diferença consiste no ponto N, que estará deslocado para a posição de q<sub>n</sub>, portanto A'\_N é semelhante ao termo A\_N

$$A_N = f (\overset{\circ}{Pe})$$

$$\overset{\circ}{Pe} = \frac{Pe}{2} v^* \delta x$$

onde:

$\delta x$  = distância entre dois pontos da malha

Já que  $\delta x$  mudou, Pe irá mudar na mesma proporção. Deste modo temos que:

$$S_b = (\text{termo fonte independente}) + A'_N \phi_N$$

$$S_a = (\text{termo fonte independente}) + A'_N$$

### - Caso 3

Para este caso  $\phi_p$  é conhecido. Uma das propostas sugeridas por Patankar [13] é definirmos um termo fonte nesta posição de modo que os outros termos não interfiram em  $A_p$ .

Temos que:

$$\begin{aligned} A_p &= \sum_e A v_z + S_a \\ A_p \phi_p &= \sum_e A v_{viz} \phi v_{viz} + S_b \end{aligned} \quad (2.53)$$

se fizermos:

$$s_a = 10^{30}$$

$$s_b = 10^{30} \phi_p$$

temos:

$$\phi_p = \phi_p(\text{dados})$$

Neste caso deve se ter cuidado com o termo de pressão, já que ela é quem corrige os termos de velocidade. Esta condição deve ser imposta também ao termo de pressão para mantermos a condição de velocidade inalterada. Ainda devemos analisar a condição de simetria no centro do tubo. Nesta posição temos para algumas variáveis que:

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0 \quad (2.54)$$

e

$$J_o = 0$$

temos da equação (2.13):

$$J_o = v_o \phi_o - \frac{2}{Pe} \frac{\partial \phi_o}{\partial r} = 0$$

mas  $v$  pode ser diferente de zero, assim o coeficiente equivalente a esta posição deve ser igual à zero.

As condições de contorno para as malhas das componentes de velocidade  $v_r$  e  $v_z$  seguem o mesmo procedimento, mudando apenas suas posições em relação às condições de contorno.

### 2.8.1. CONDIÇÕES DE CONTORNO DA EQUAÇÃO DISCRETIZADA PARA TUBOS DE CALOR CILÍNDRICOS.

Para este caso a aplicação das condições de contorno é imediata, não havendo nenhuma necessidade de manipulação destas condições, à não ser a necessidade da obtenção de uma correlação da temperatura de saturação e pressão na interface líquido - vapor do tubo de calor.

Esta correlação varia de acordo com o fluido de trabalho empregado e para o vapor d'água fizemos uma regressão polinomial dos dados obtidos das tabelas termodinâmicas de vapor saturado.

### 2.8.2. CONDIÇÕES DE CONTORNO DA EQUAÇÃO DISCRETIZADA PARA TUBOS DE CALOR COM CONDENSADORES CÔNICOS.

Da mesma forma do caso anterior é necessário, aqui também, conhecermos uma correlação entre a temperatura de saturação e a pressão na interface vapor - líquido, além disto, devemos tratar as condições de contorno na região da malha escalonada.

A construção da malha é feita na forma retangular até o ponto NJ, Fig. (2.7). O truncamento da malha ocorre na realida de fazendo com que os termos externos à malha truncada não par-

ticipem do problema. Isto é possível, por exemplo, fazendo com que os termos convectivos destes pontos sejam iguais a zero, o mesmo significa que as variáveis nestes pontos são conhecidas e, portanto, deixam de ser uma condição de contorno para ser uma condição no meio do domínio.

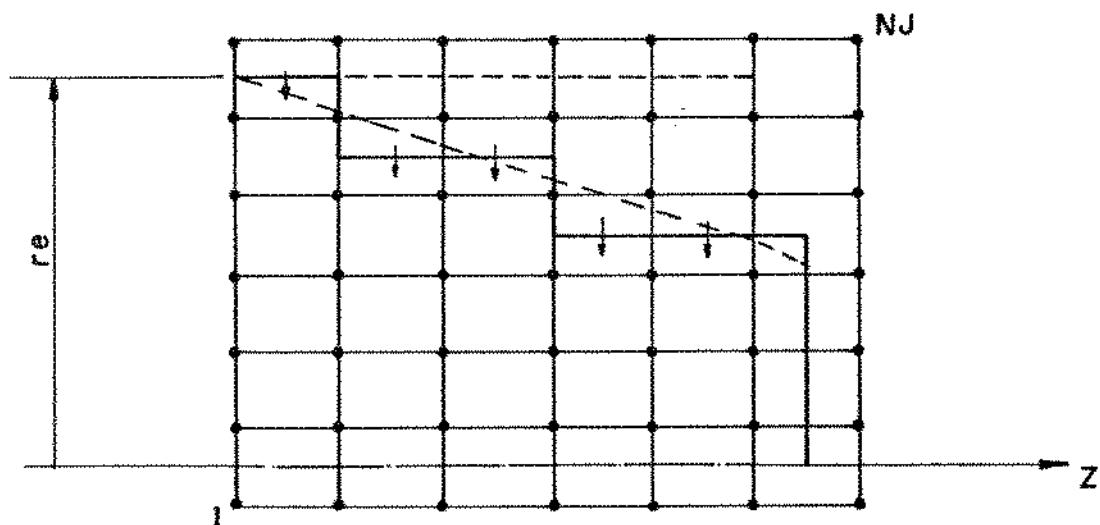


Fig. 2.7. Detalhe da malha na região de condensador cônico e posicionamento das condições de contorno.

A condição de contorno de fluxo de calor constante não pode ser imposta para a região cônica, pois isto implicaria em uma velocidade de condensação constante e consequentemente a

condição de conservação de massa no tubo de calor não seria satisfeita.

Como:

$$\dot{Q}_{ev} = \dot{Q}_{co} = \dot{m} h_{ev} \quad (2.55)$$

onde:

$\dot{Q}_{ev}$  = taxa de calor no evaporador

$\dot{Q}_{co}$  = taxa de calor no condensador

e

$$\dot{m} = \rho A v_i \quad (2.56)$$

onde:

$$A = \int 2\pi R(z) dz \quad (2.57)$$

Podemos escrever esta integral na forma discretizada, como:

$$\dot{m} = \sum_{n=1}^N \rho v_i R(z) \Delta z \quad (2.58)$$

A velocidade no inicio do condensador, onde a seção transversal é igual a do evaporador, pode ser determinada, neste ponto, através da seguinte equação:

$$v_{co_1} = \frac{v_{ev} L_{ev}}{L_{co}} \quad (2.59)$$

onde:

$v_{co_1}$  = velocidade de condensação no início do condensador;  
primeiro ponto da malha.

$v_{ev}$  = velocidade de evaporação.

$L_{ev}$  = comprimento do evaporador.

$L_{co}$  = comprimento do condensador.

Por simplificação vamos supor que a taxa de massa que atravessa cada volume de controle sobre a superfície do condensador seja constante, para cada volume de controle na superfície do condensador.

## 2.9. MÉTODO DE CÁLCULO DAS EQUAÇÕES DISCRETIZADAS.

A solução destas equações se processa através de um método iterativo, já que estas equações não são lineares e o método aplicado é o de linha a linha. Este método consiste em calcular o sistema de equações de uma linha da malha, e através do processo da matriz tri-diagonal (TDMA) e pontos das linhas imediatamente anterior e posterior entram nas equações como termo fonte.

O fato da solução deste problema ser iterativo significa que as variáveis devem ser relaxadas. Se introduzirmos  $\phi_{1p}$  como o valor suposto, podemos escrever:

$$\phi_p = \phi_{1p} + \left( \frac{\sum A v_{viz} \phi v_{viz} + S_\phi}{A_p} - \phi_{1p} \right) \quad (2.61)$$

onde o termo entre parênteses representa a variação de  $\phi_p$  produzida pela iteração atual. Esta alteração pode ser modificada através da introdução de um fator de relaxação  $\beta$ , assim:

$$\phi_p = \phi_{1p} + \beta \left( \frac{\sum Q_{viz} \phi_{viz} + S_\phi}{A_p} - \phi_{1p} \right) \quad (2.62)$$

O valor  $\beta$  depende de cada problema, onde este permite a convergência do problema e também a redução do tempo de computação.

### 2.9.1. CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA.

Se escrevermos a equação de resíduo, como:

$$\epsilon_p = A_p \phi_p - [\sum A_{viz} \phi_{viz} + b_0] \quad (2.63)$$

esta equação dará o resíduo para cada ponto da malha e dará também maior segurança no resultado obtido, já que um critério de comparação direta com o valor anterior poderá induzir a convergência para um valor errôneo, uma vez que a solução do problema se processa por iterações.

Podemos, ainda, tomar como critério um valor residual médio na malha, assim temos:

$$\epsilon_{\text{médio}} = \frac{\sum \epsilon_p}{\text{Nº n\'os}} \quad (2.64)$$

## CAPÍTULO III

### 3. ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS

#### 3.1. ANÁLISE DOS RESULTADOS PARA TUBOS DE CALOR CILÍNDRICOS COM ESTRUTURA POROSA.

A simulação para este caso foi efetuada com um tubo de calor com as seguintes características:

comprimento total: 1,0 m

comprimento do evaporador: 0,5 m

comprimento do condensador: 0,5 m

raio do tubo de calor: 0,020 m

raio até a superfície porosa: 0,0127 m

região porosa: sinterizado de bronze

porosidade: 0,446

permeabilidade:  $3,58 \times 10^{-9} \text{ m}^2$

fluído de trabalho: água

pressão de referência:  $1,0197 \times 10^5 \text{ N/m}^2$

A porosidade é definida como:

$$\epsilon = \frac{\text{volume de vazios}}{\text{volume do meio}} \quad (3.1)$$

A permeabilidade pode ser calculada, aproximadamente, pe  
la equação de Blake - Kozeny [14], para um leito de esferas:

$$K = \frac{r_s^2 \epsilon^3}{37,5 (1-\epsilon)^2} \quad (3.2)$$

onde:

$r_s$  = raio médio da esfera.

Existem duas regiões distintas no tubo de calor, uma de vapor e outra porosa, e estas duas regiões influenciam no de sempenho do tubo de calor de modo diferente, portanto vamos a analisar estas regiões separadamente em função do fluxo de calor e da rotação do tubo.

### 3.1.1. GRÁFICOS DO TUBO DE CALOR COM ESTRUTURA POROSA.

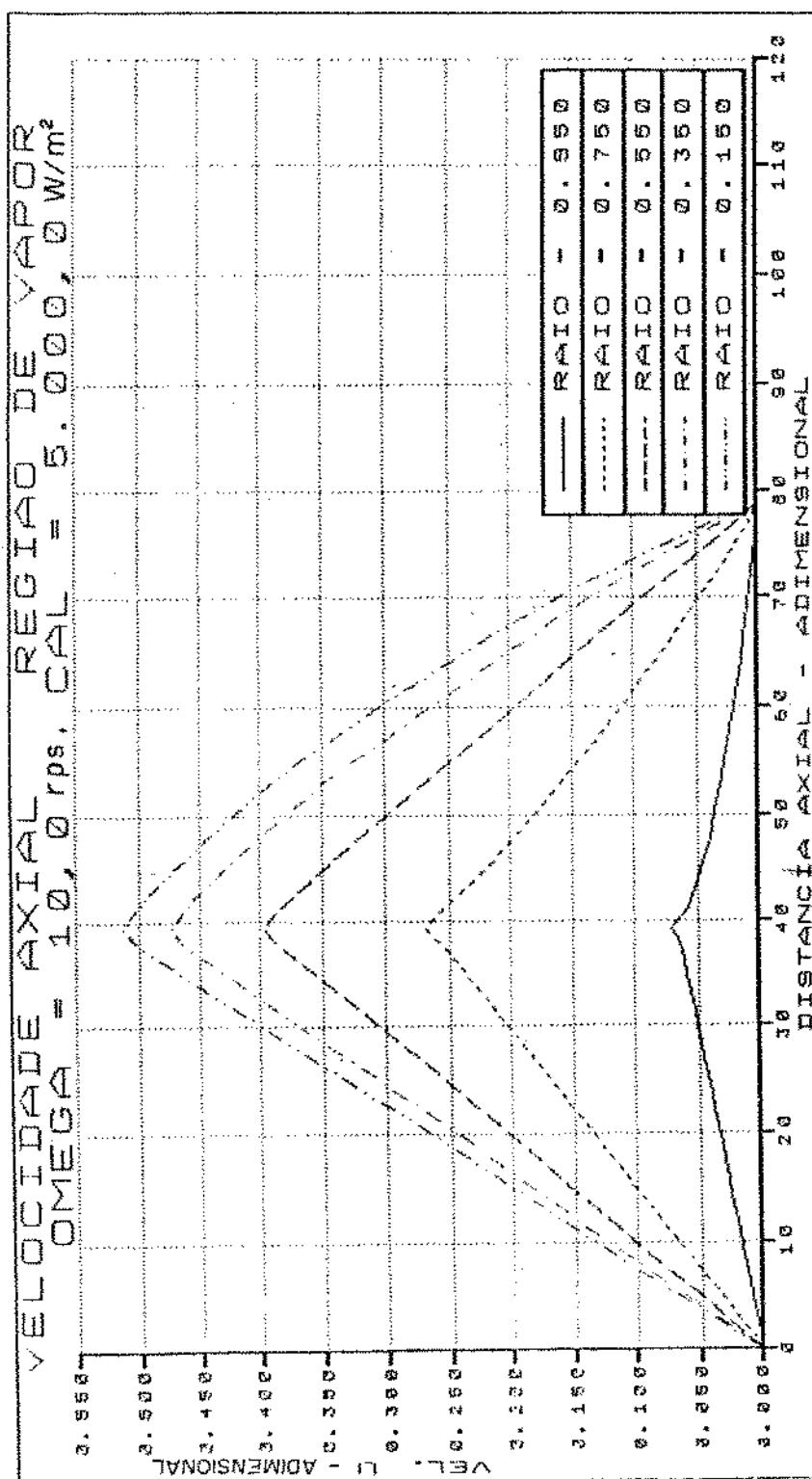


Fig.(31) - Perfil da velocidade axial na direção axial, para região de vapor, com:  
Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

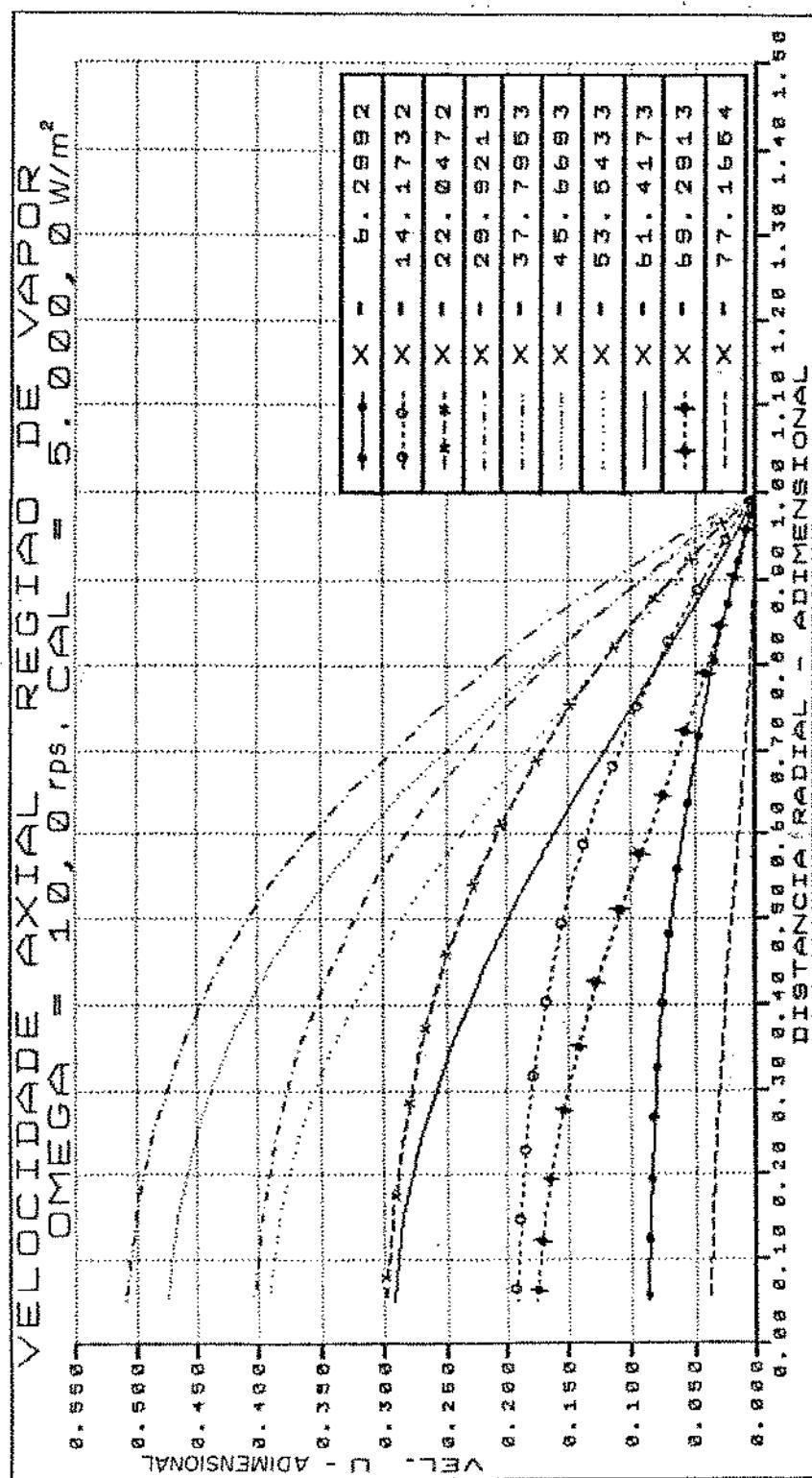


Fig. (3.2) - Perfil da velocidade axial na direção radial, para a região de vapor com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

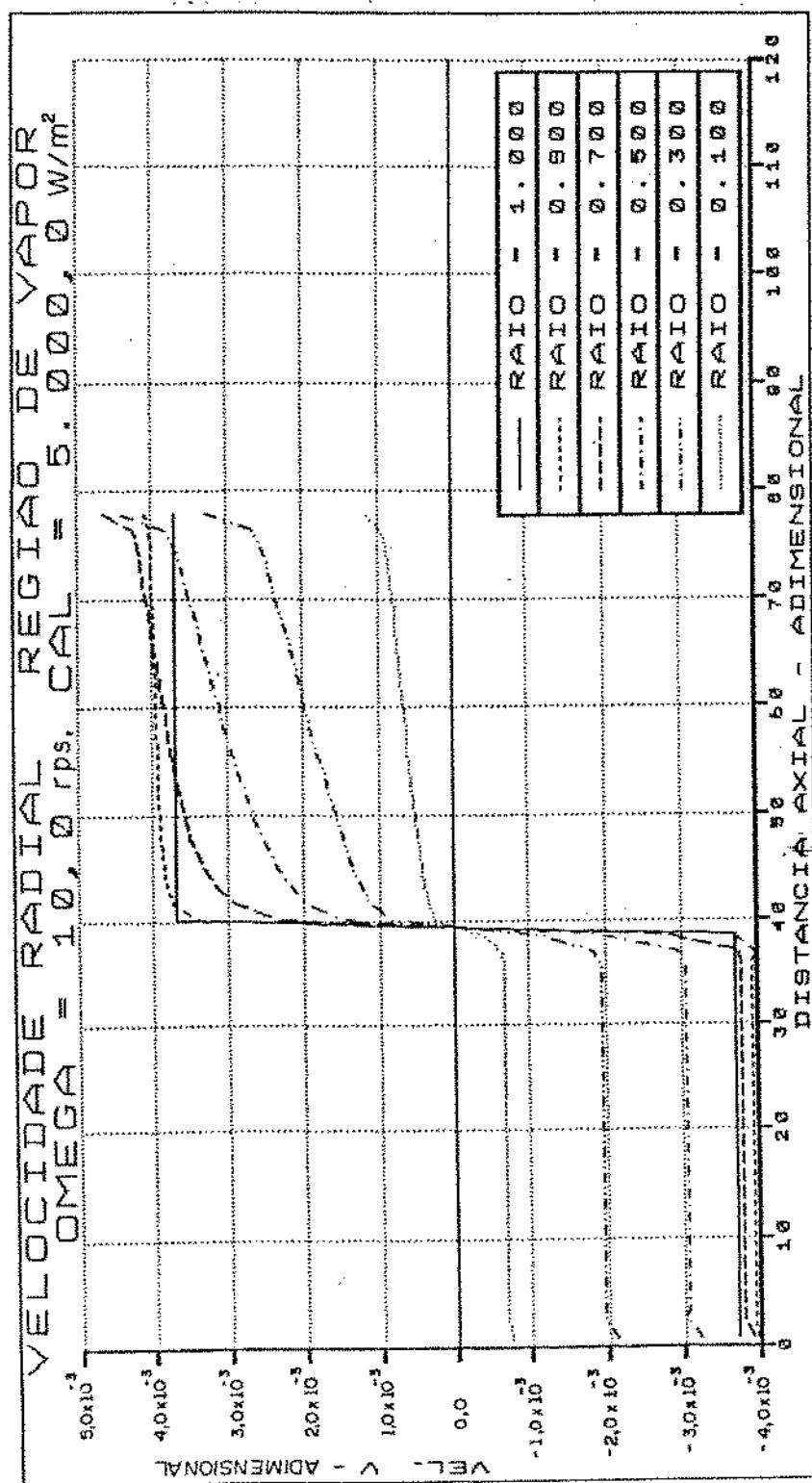


Fig.(3.3) — Perfil da velocidade radial na direção axial, para a região de vapor,  
com: Rotacão = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

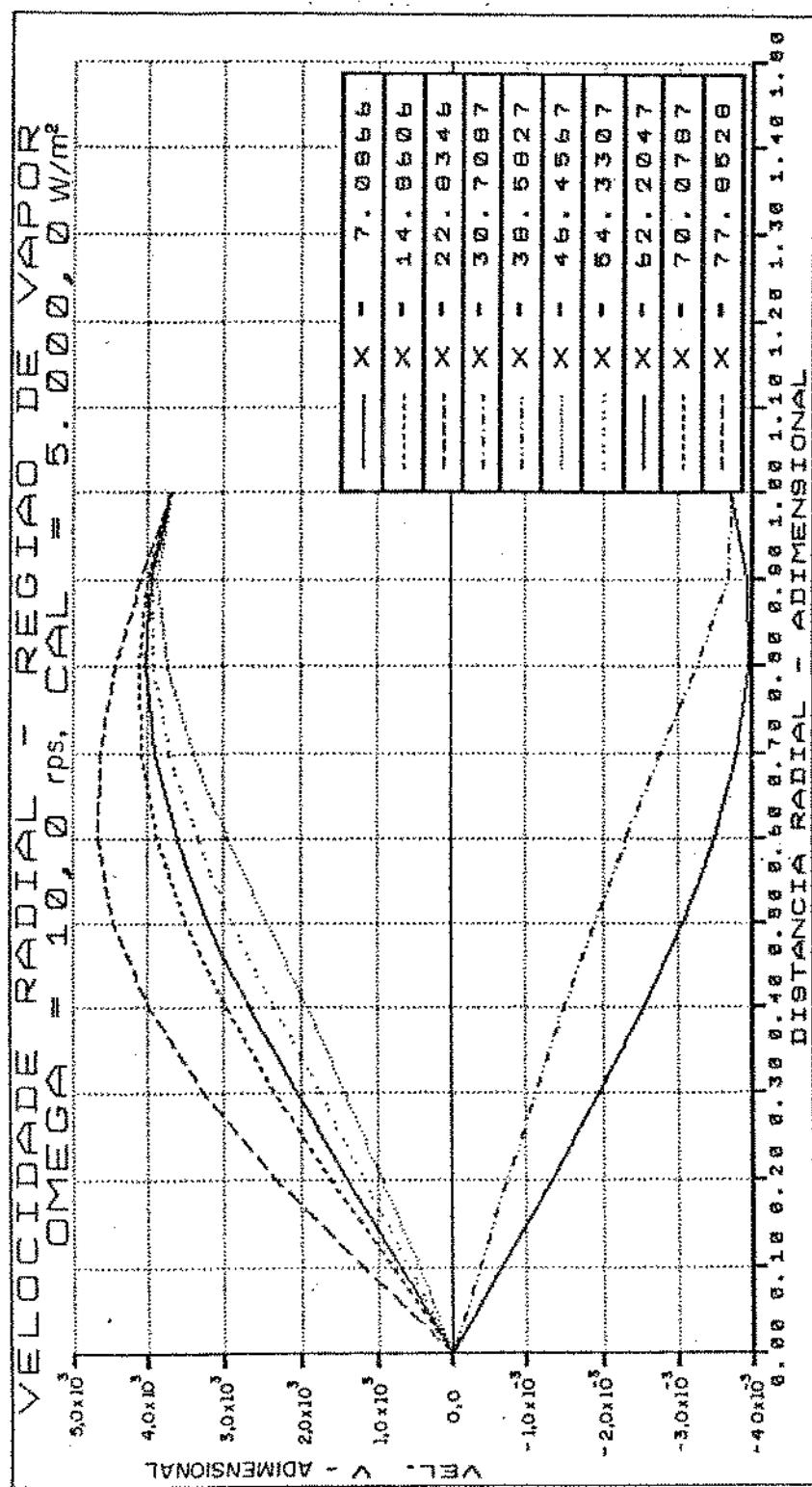


Fig. (3.4) - Perfil da velocidade radial na direção radial, para região de vapor,  
com: Rotacão = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

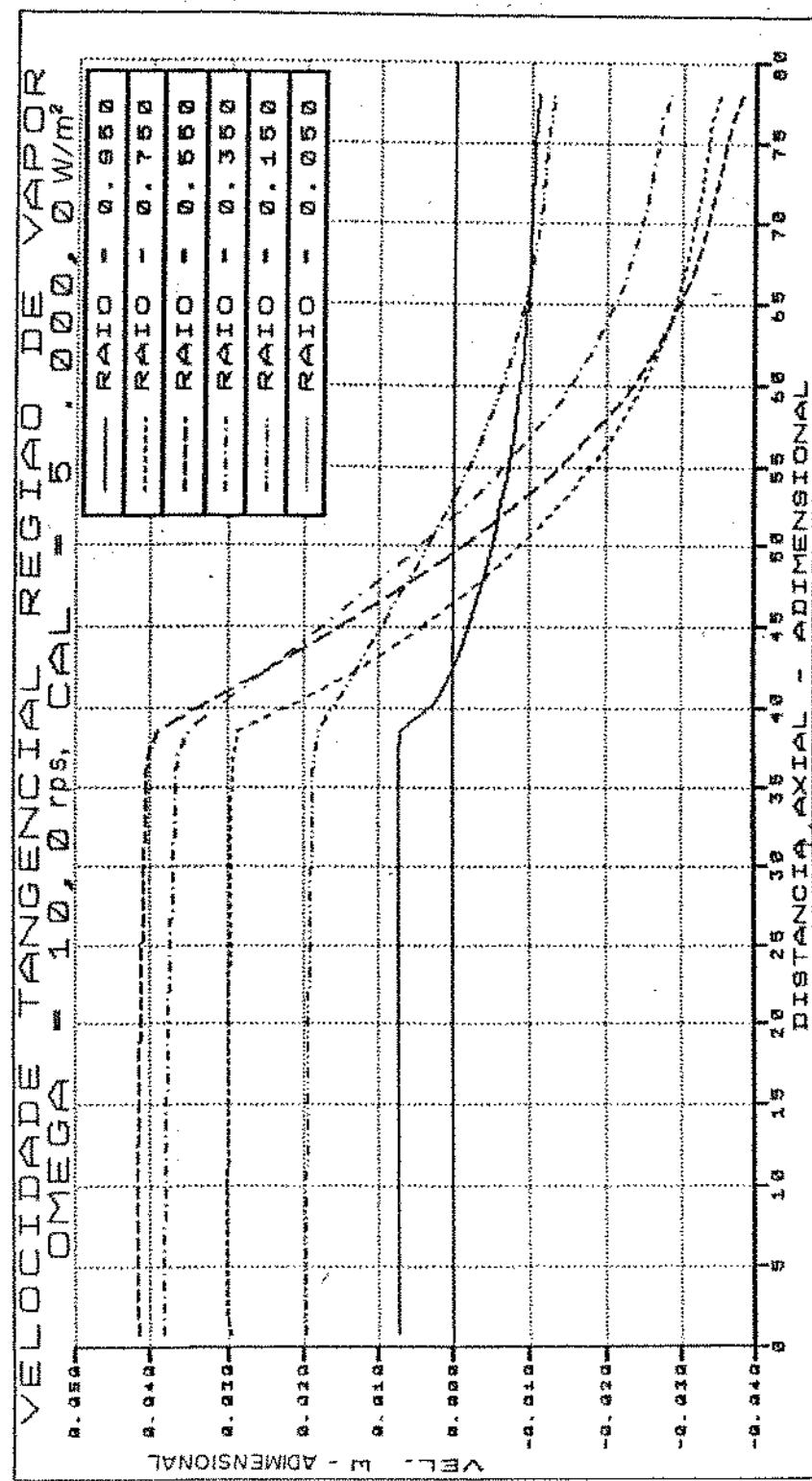


Fig.(3.5) — Perfil da velocidade tangencial na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

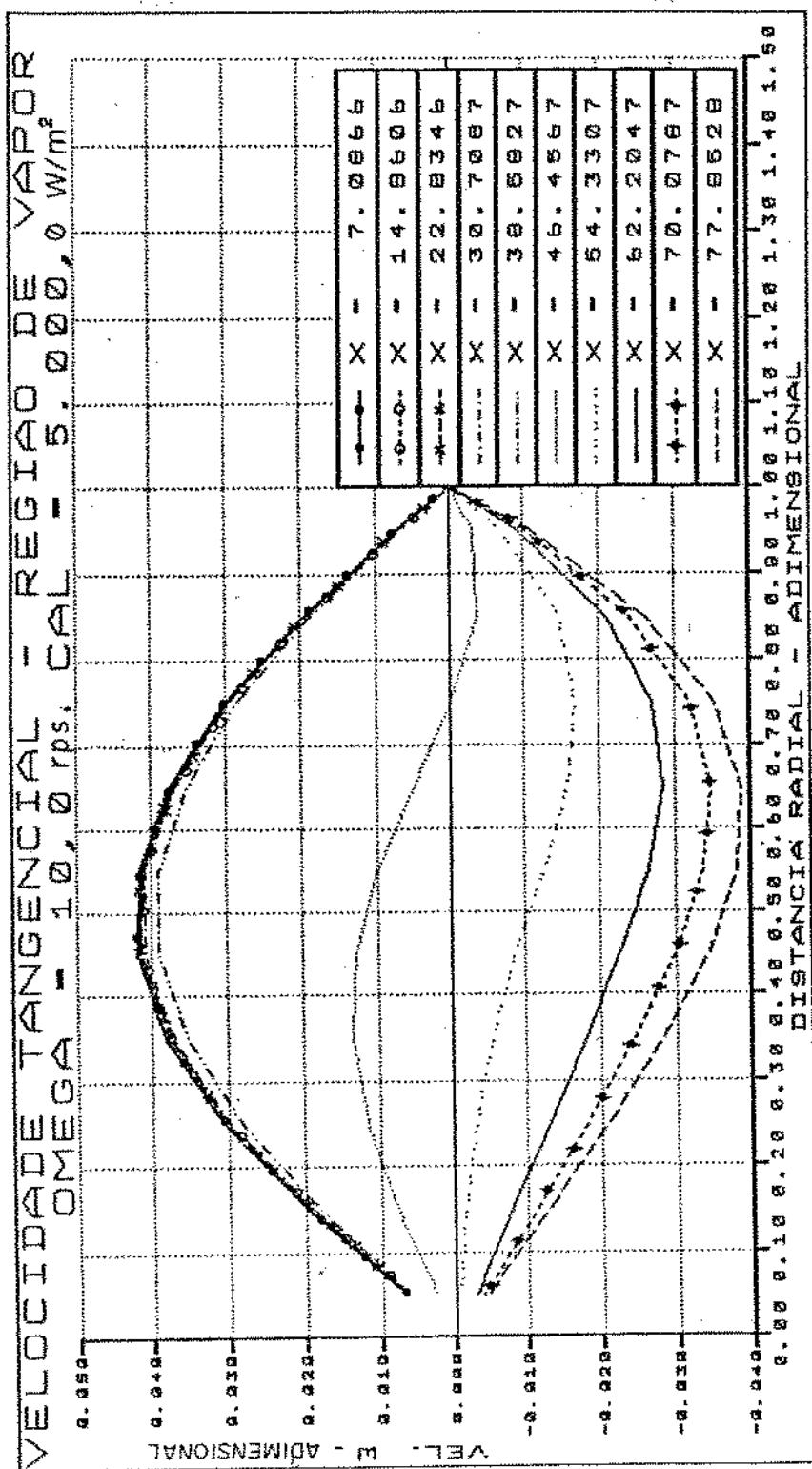


Fig. (3.6) - Perfil da velocidade tangencial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

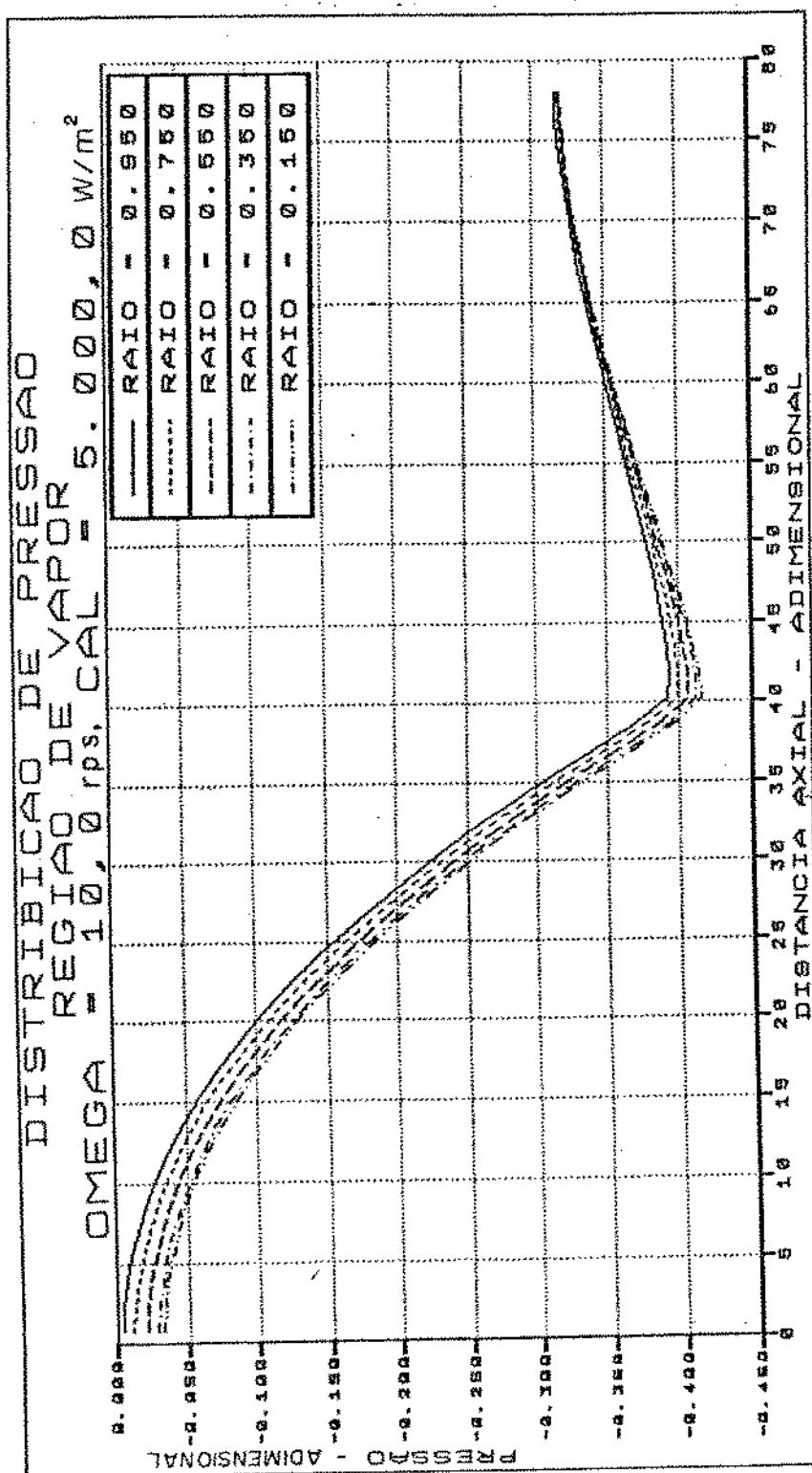


Fig. (3.7) - Perfil da pressão na direção axial, para a região de vapor, com:  $\text{Bo}_t = 600 \text{ rpm}$  e  $\text{Fluxo de Calor} = 5.000 \text{ W/m}^2$ .

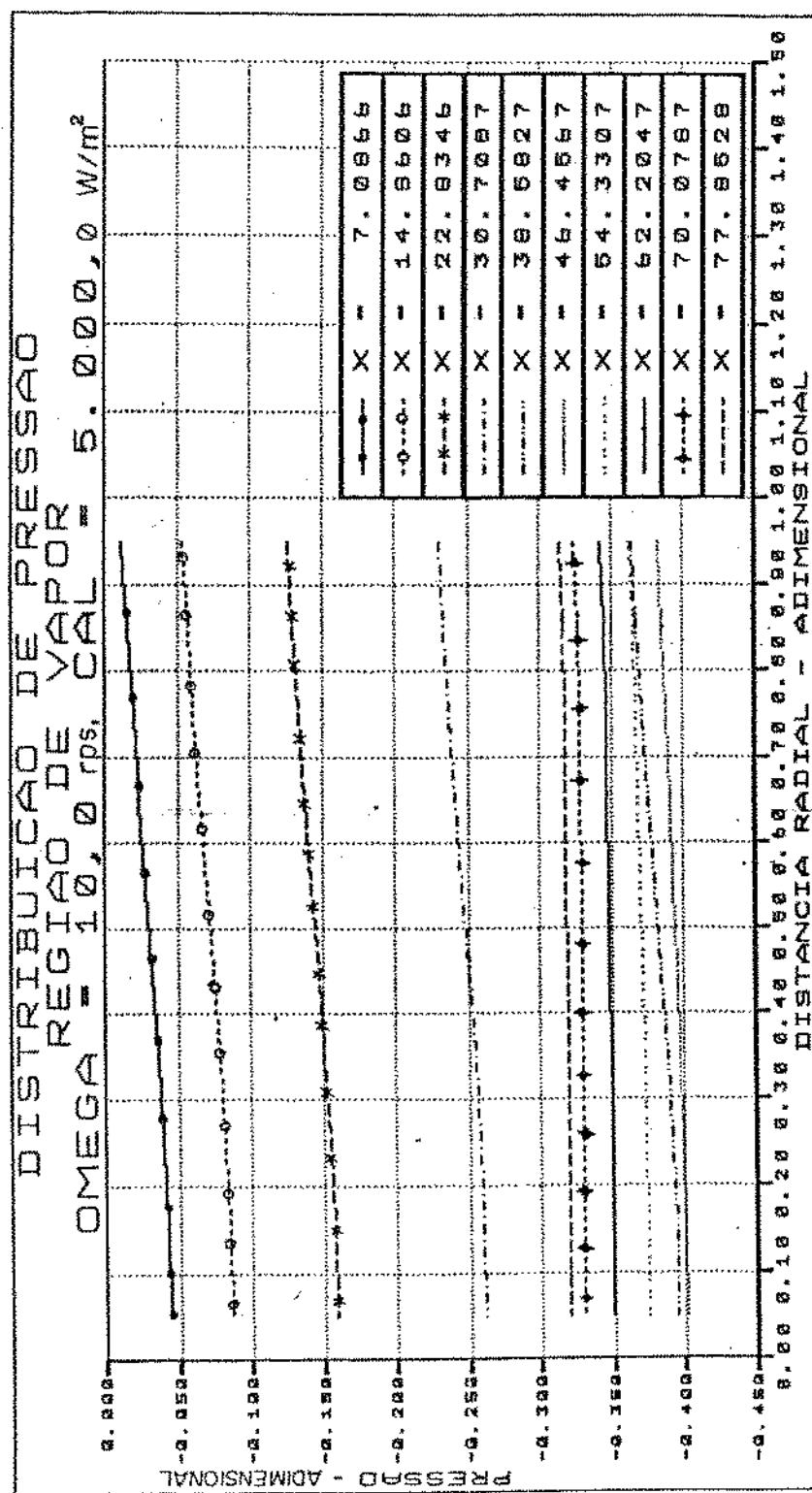


Fig.(3.8) - Perfil da pressão na direção radial, para a região de vapor, com:  $\underline{R_o} = 600$  rpm e Fluxo de Calor =  $5.000 \text{ W/m}^2$ .

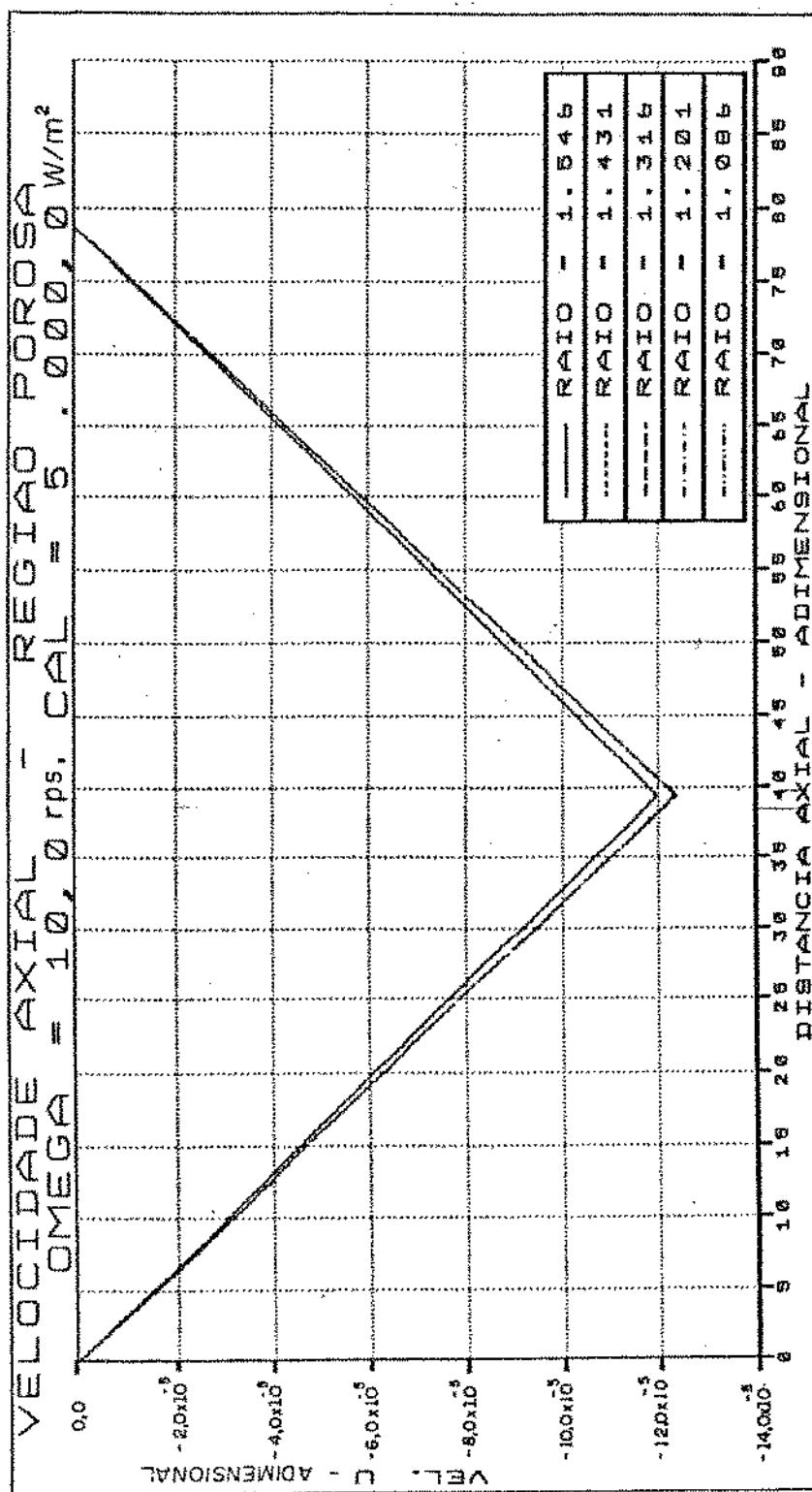


FIG.(3.9) - Perfil da velocidade axial na direção axial, para a região porosa,  
com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor =  $5.000 \text{ W/m}^2$ .

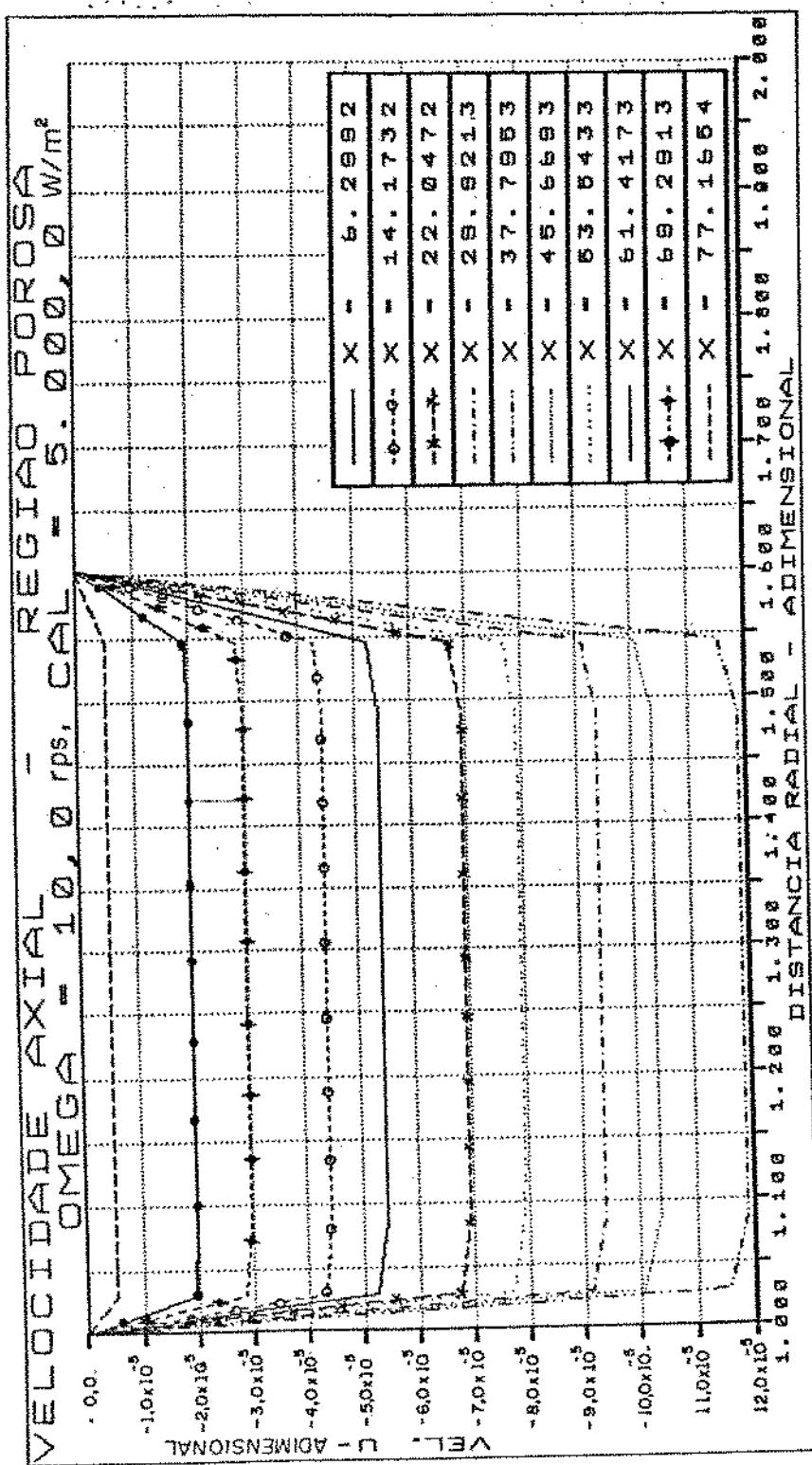


Fig. (3.10) - Perfil da velocidade axial na direção radial, para a região porosa,  
com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

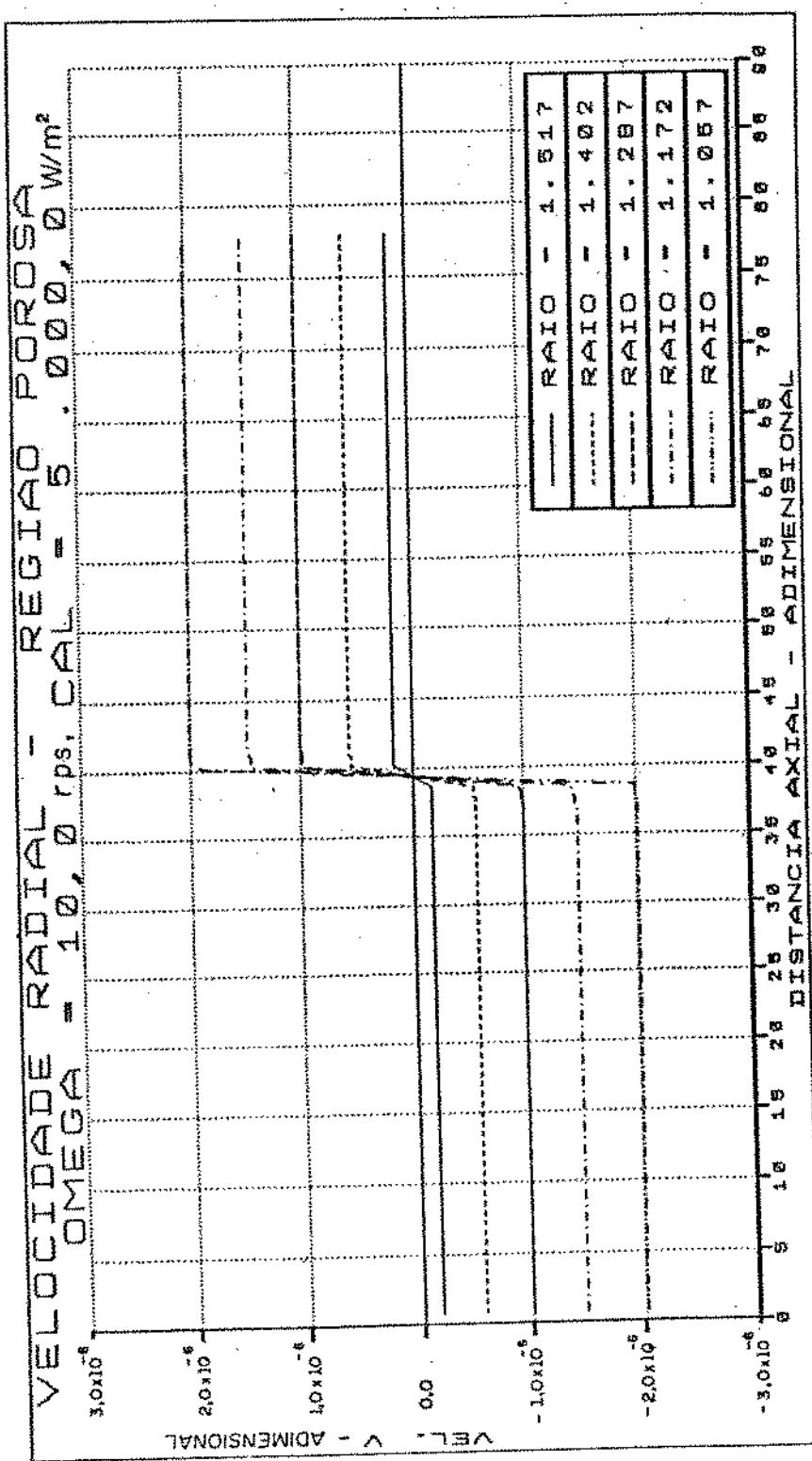


Fig. (3.11) - Perfil da velocidade radial na direção axial, para a região porosa,  
com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

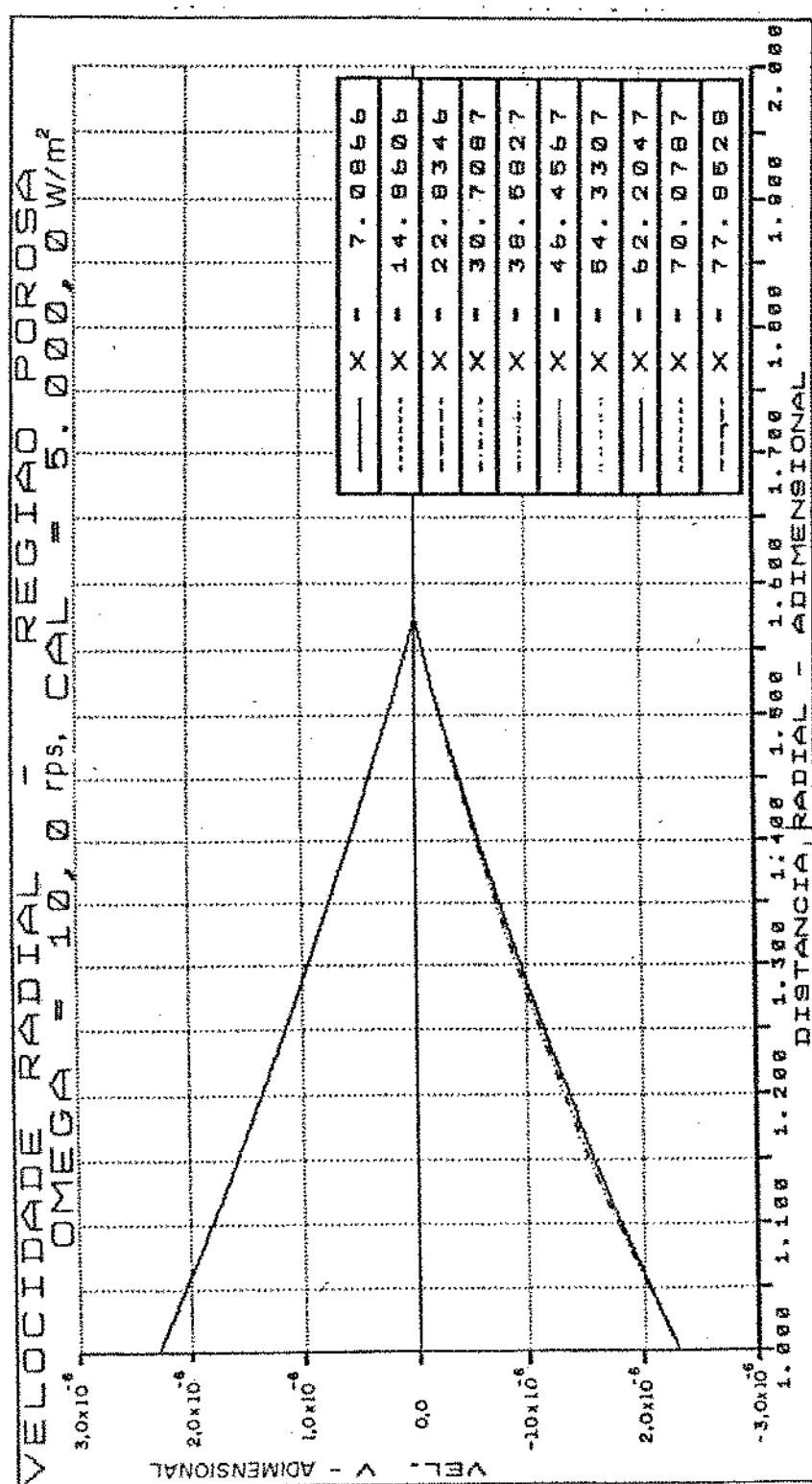


Fig. (3.12) - Perfil da velocidade radial na direção radial, para a região porosa,  
 com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor =  $5.000$  W/m $^2$ .

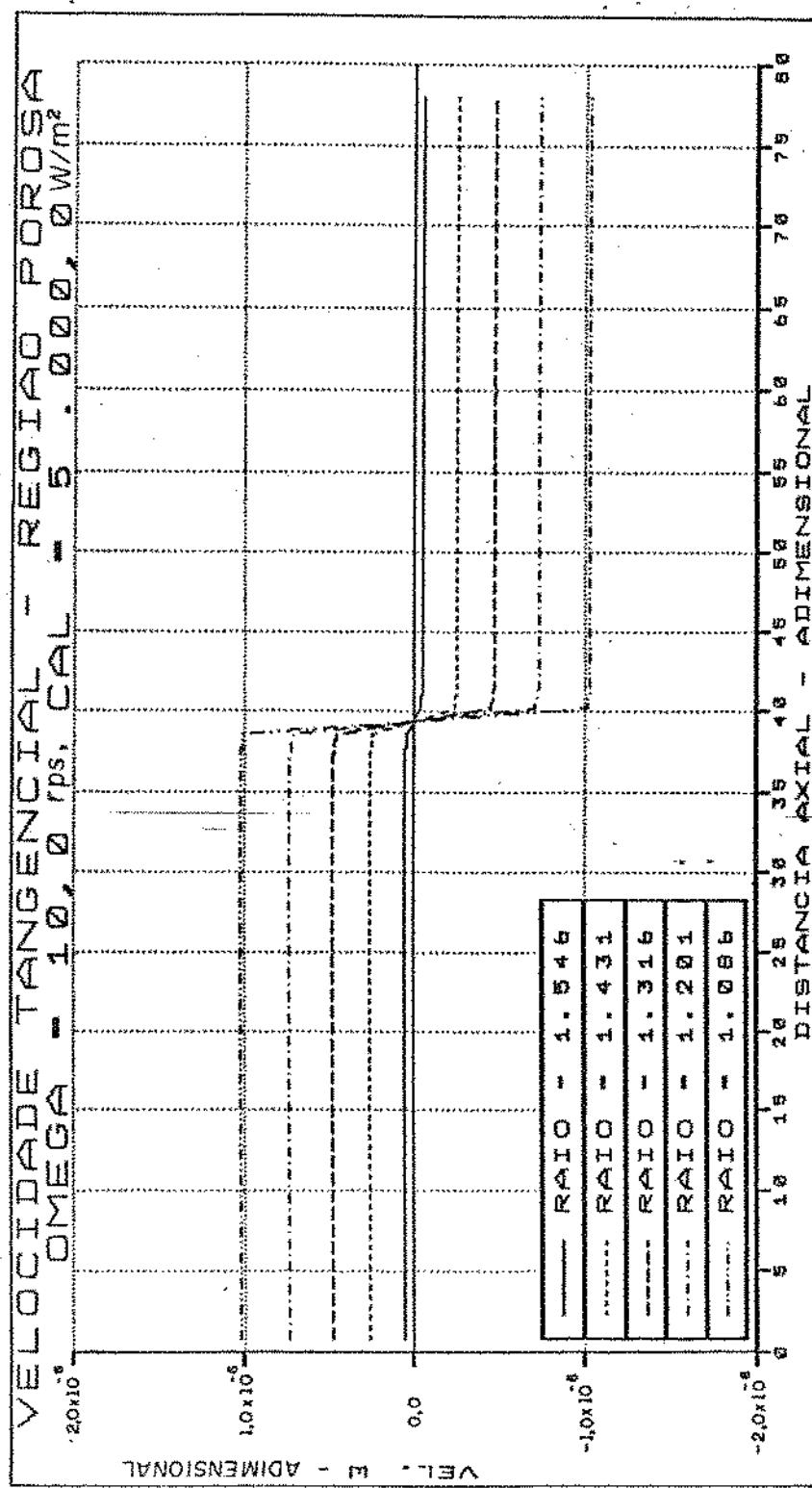


Fig. (3.13) - Perfil da velocidade tangencial na direção axial, para a região porosa, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

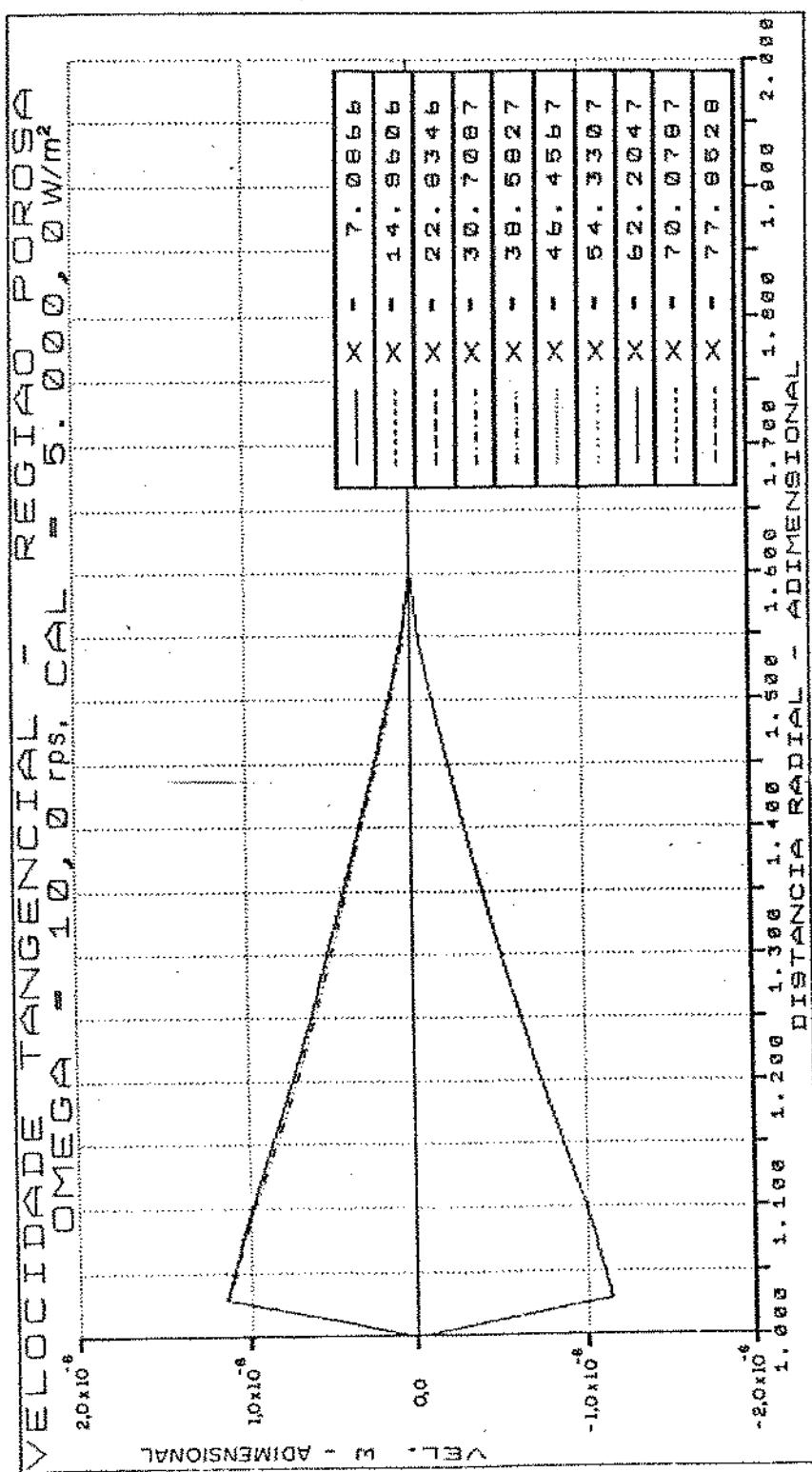


Fig. (3.14) - Perfil da velocidade tangencial na direção radial, para a região porosa, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

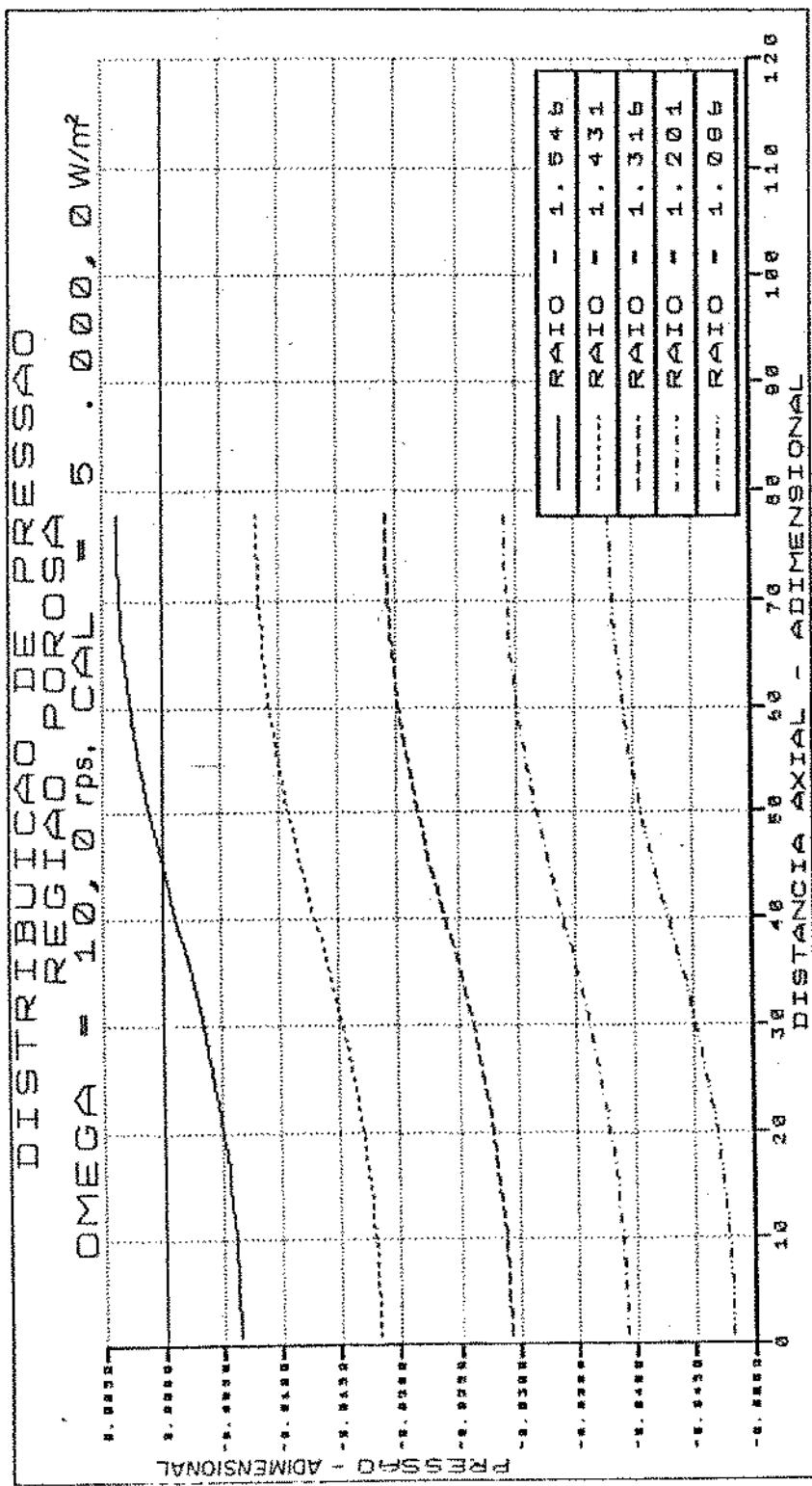


Fig. (3.15) - Perfil da pressão na direção axial, para a região porosa, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

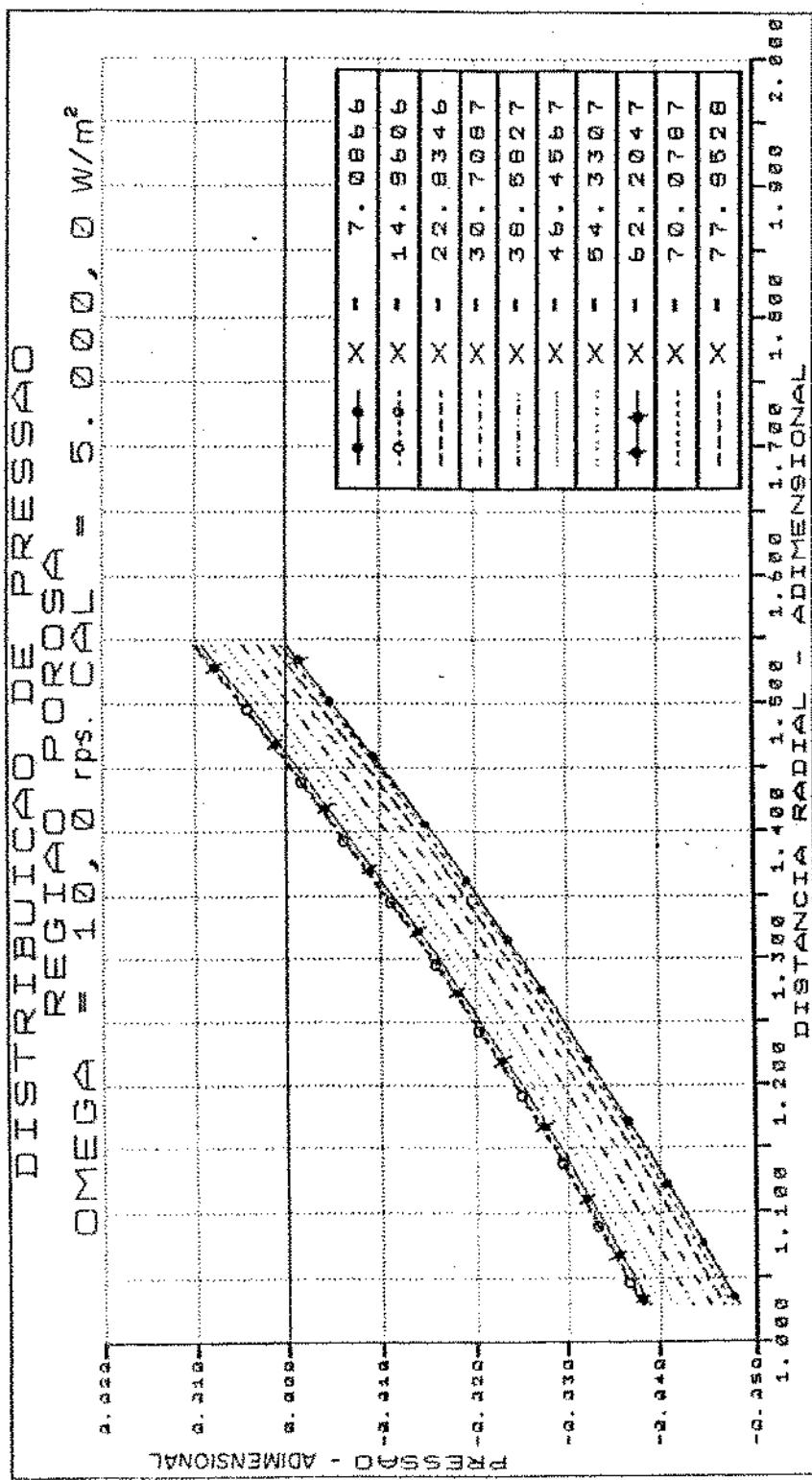


Fig. (3.16) — Perfil da pressão na direção radial, para a região porosa, com:  $\Omega_{MAG} = 600 \text{ rpm}$  e  $\text{Fluxo de Calor} = 5.000 \text{ W/m}^2$ .

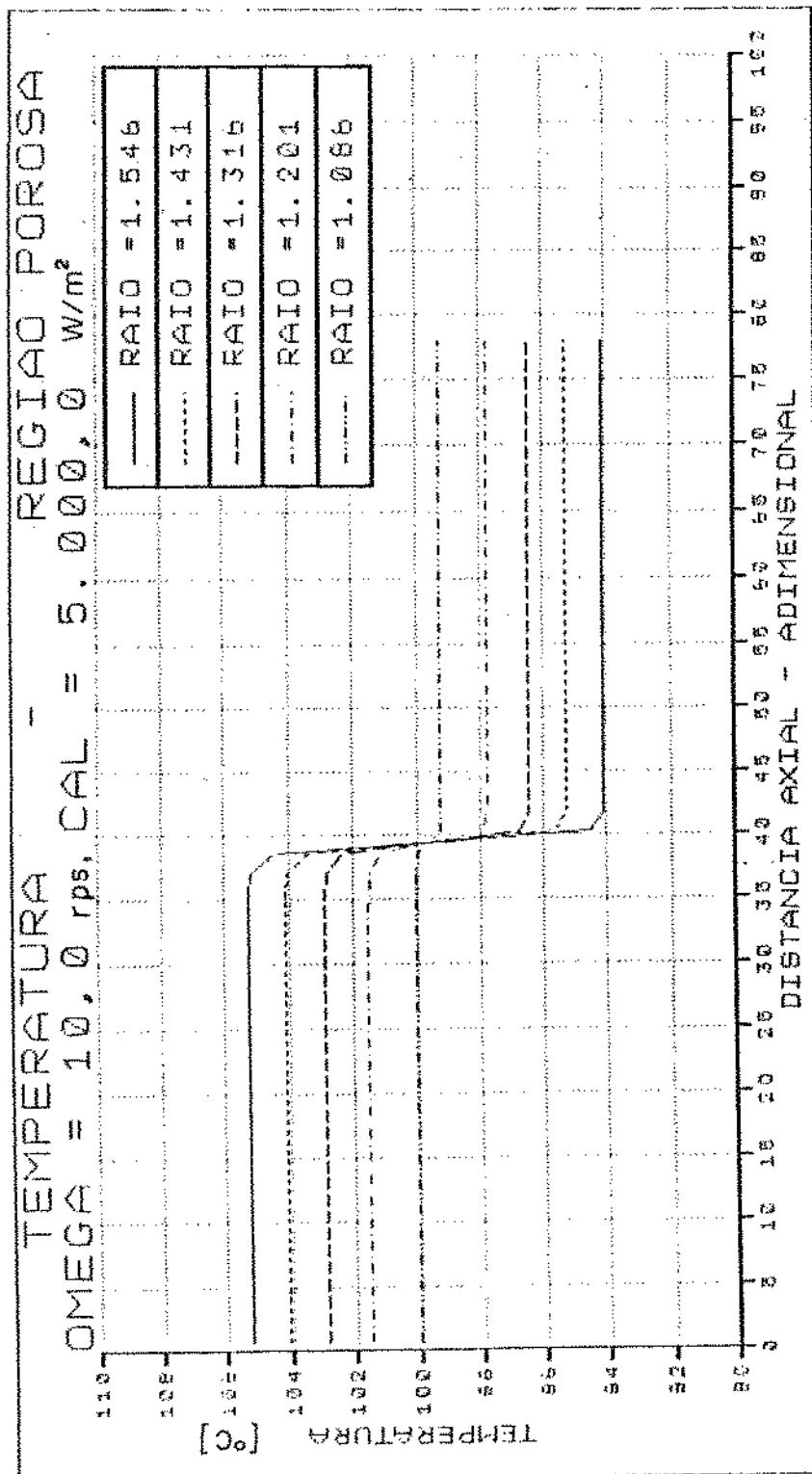


Fig. (3.17) - Perfil da temperatura na direção axial, para a região porosa, com:  
Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

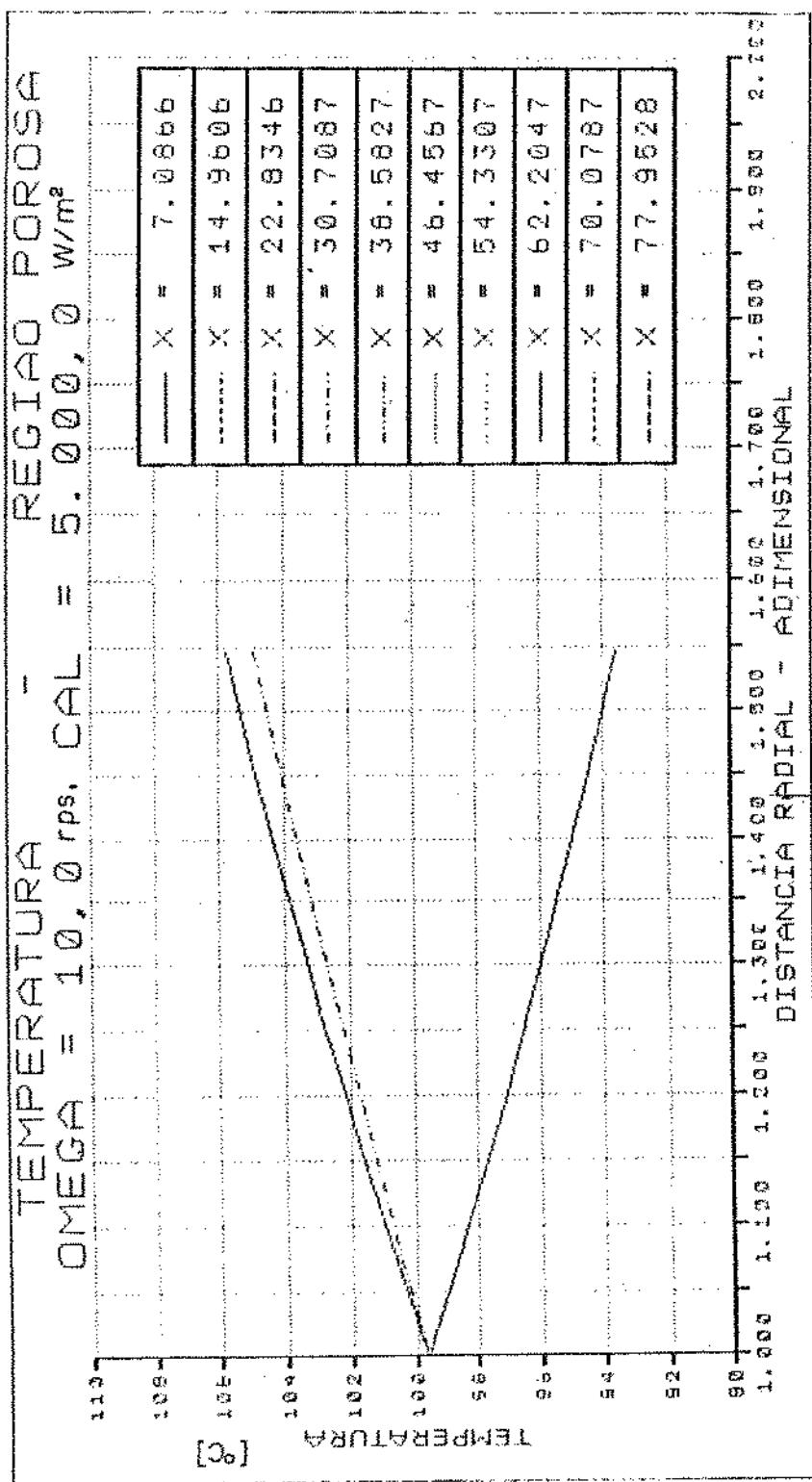


Fig. (3.18) - Perfil da temperatura na direção radial, para a região porosa, com:  
Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

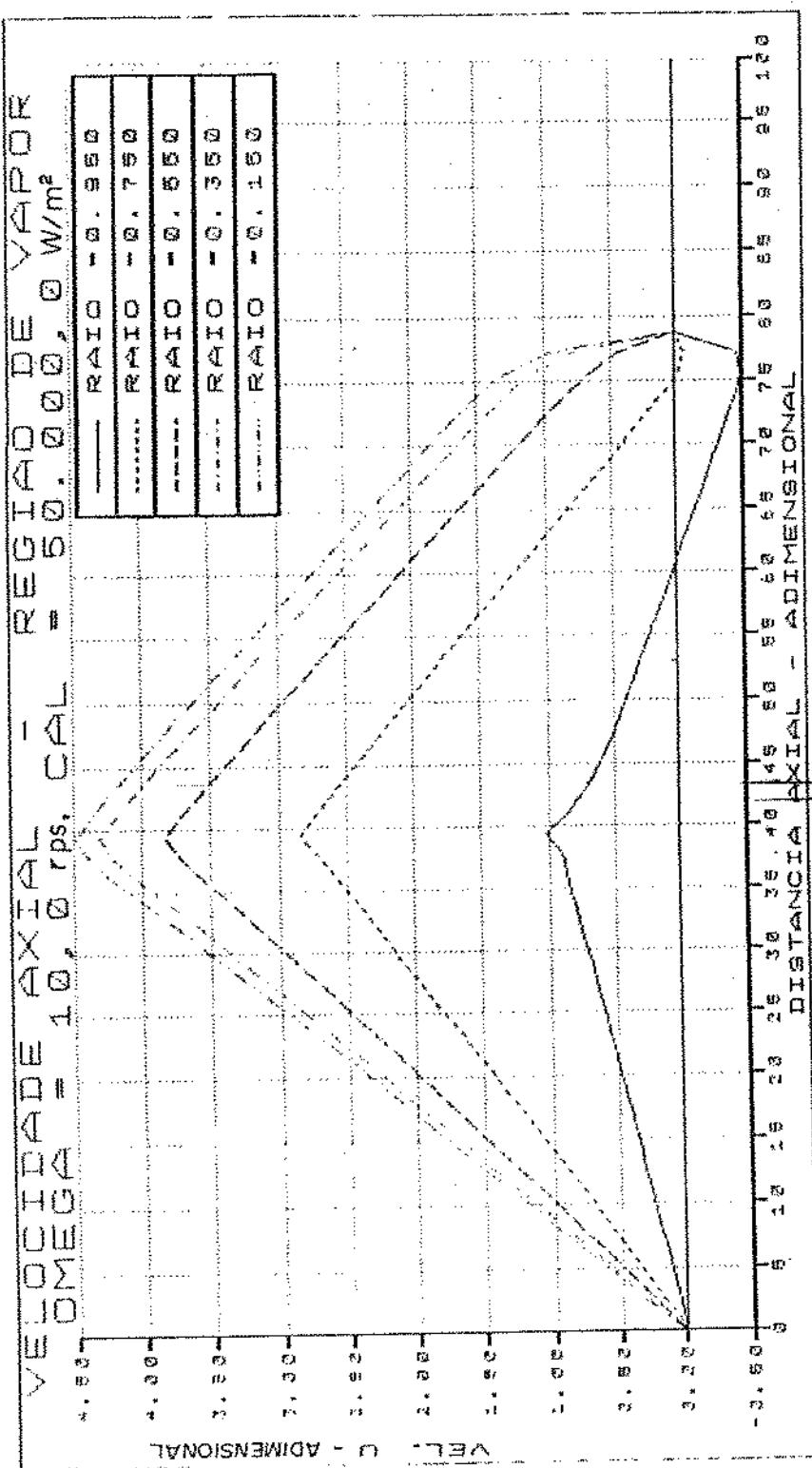


Fig. (3.19) - Perfil da velocidade axial na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

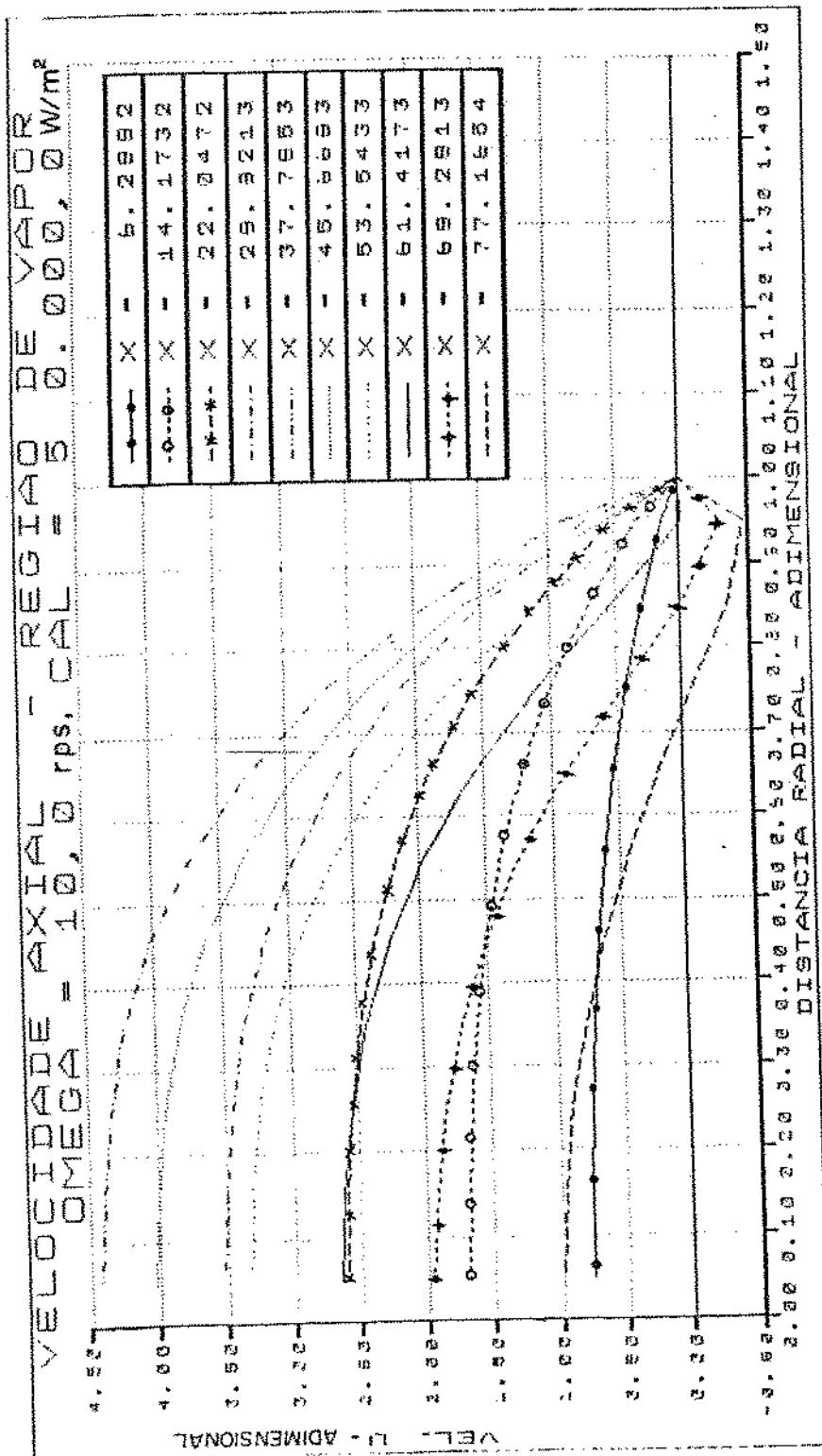


Fig.(3.20) - perfil da velocidade axial na direção radial, para a região de vapor,  
 com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

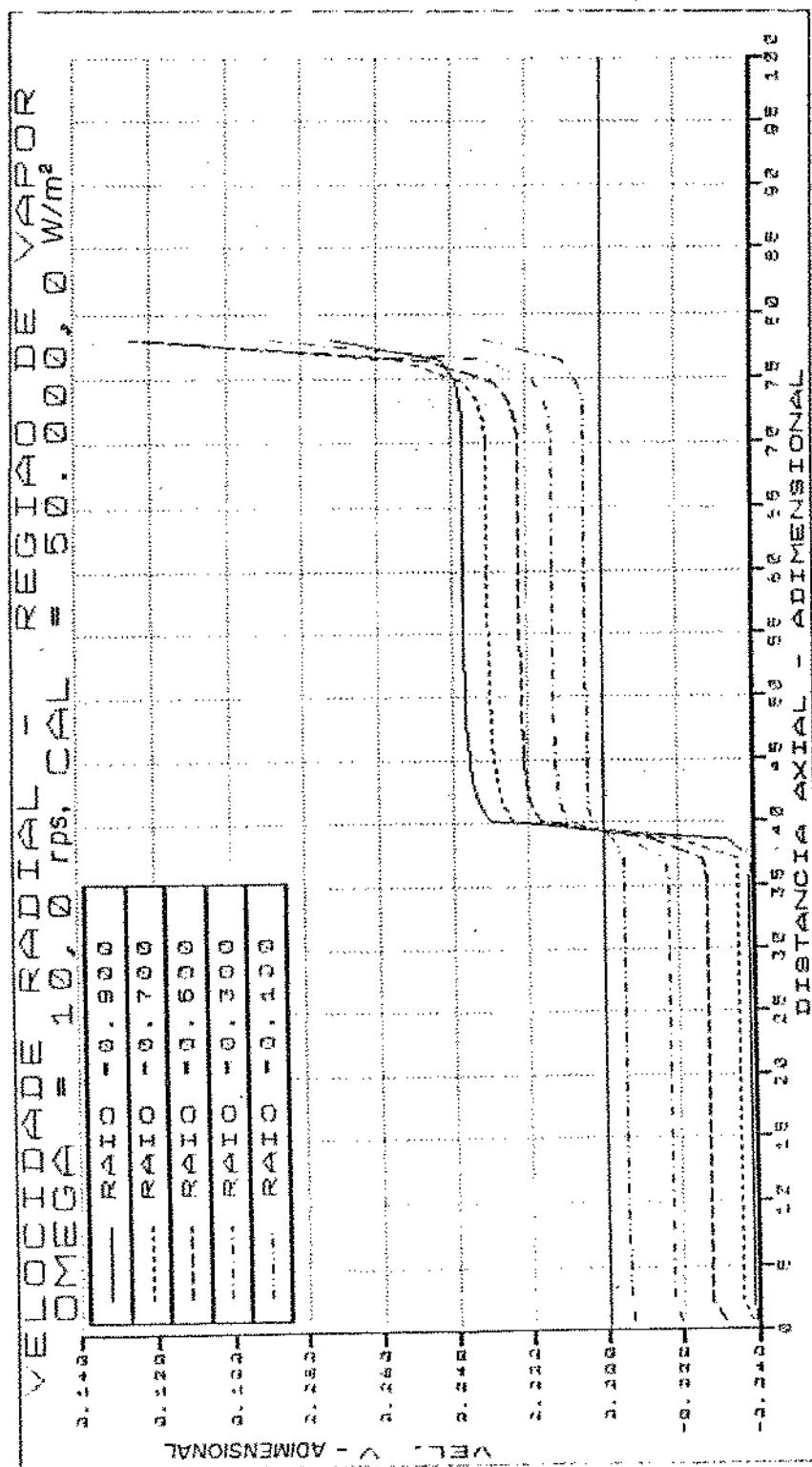


Fig. (3.21) - Perfil da velocidade radial na direcção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

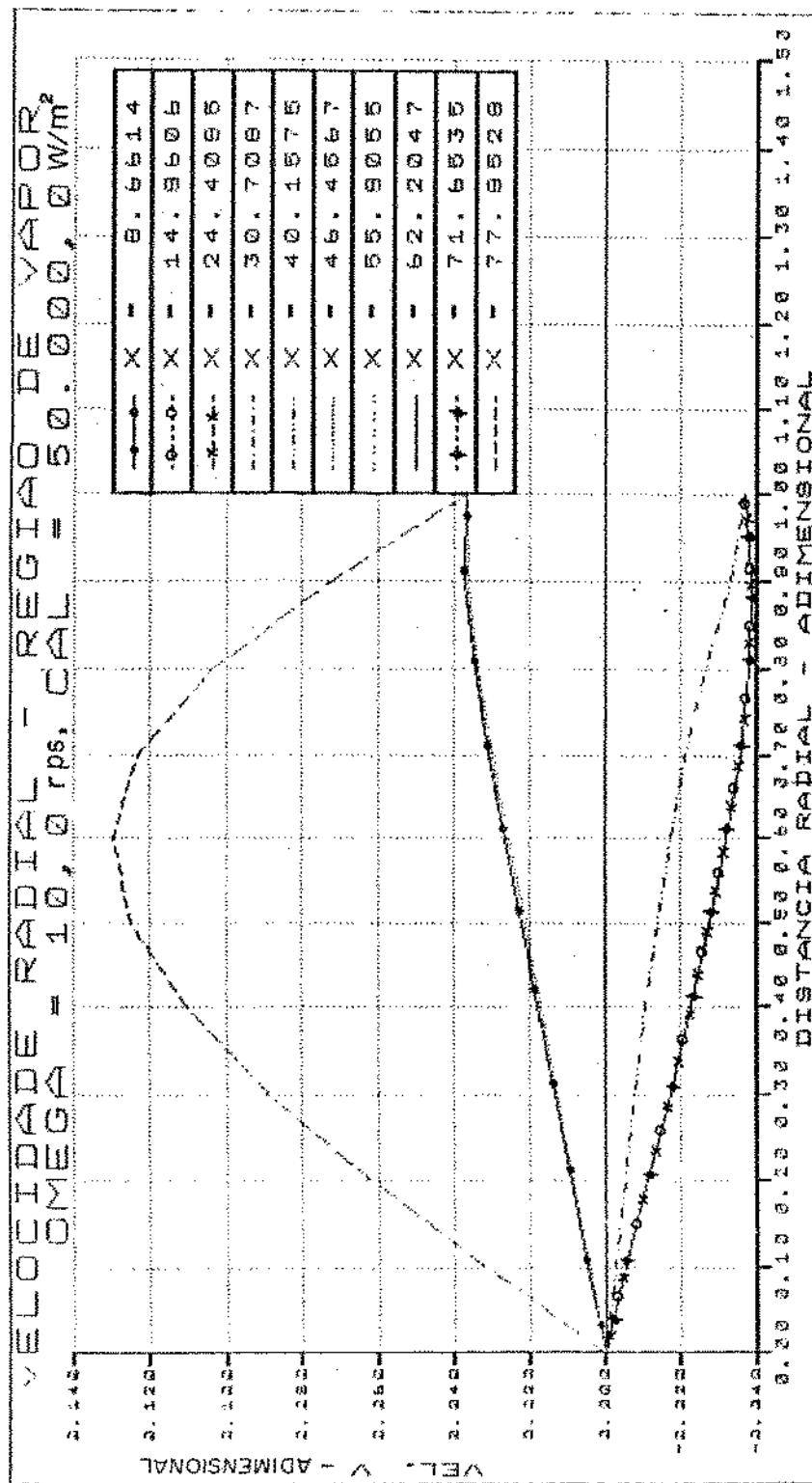


Fig.(3.22) – Perfil da velocidade radial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

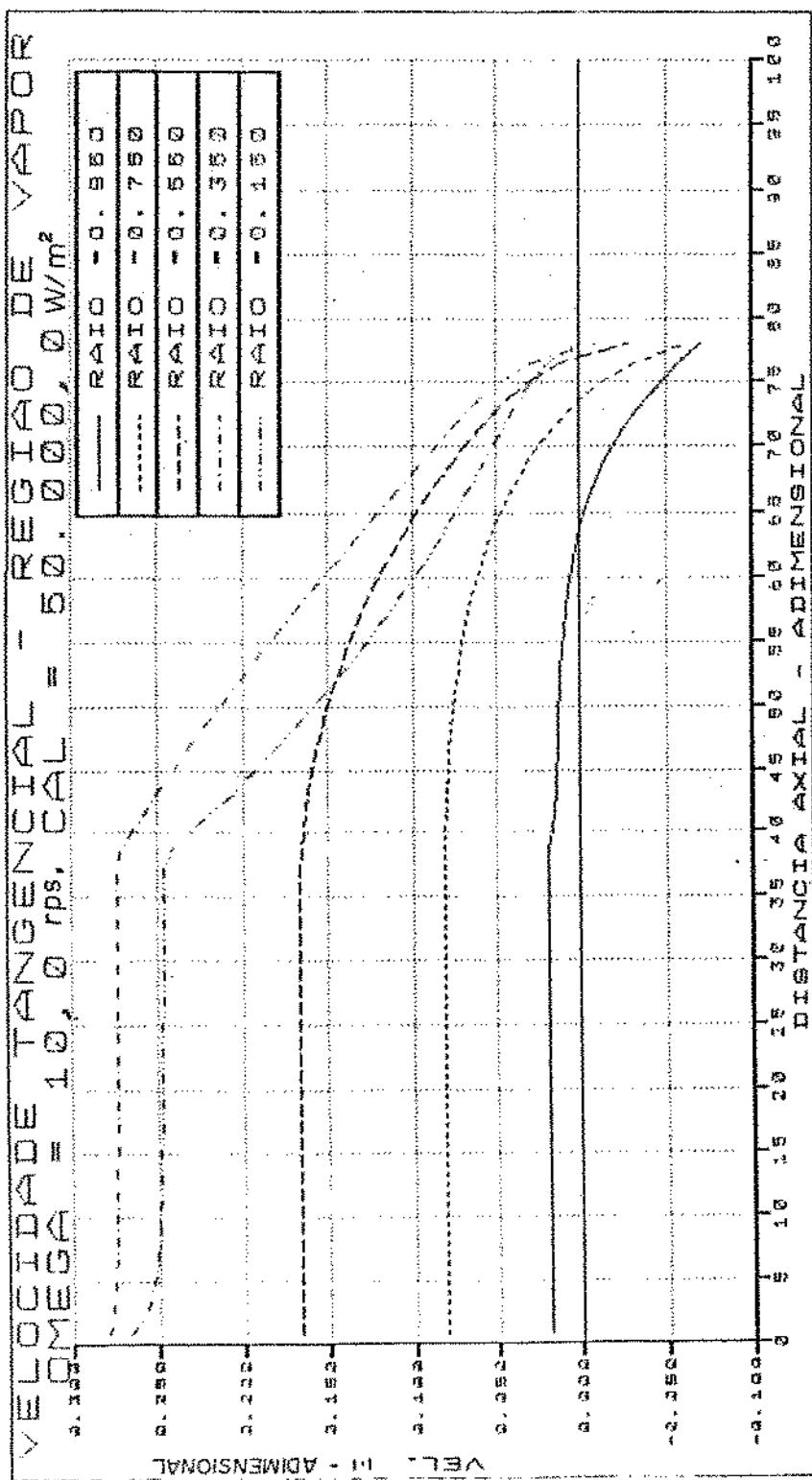


Fig. (3.23) - Perfil da velocidade tangencial na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

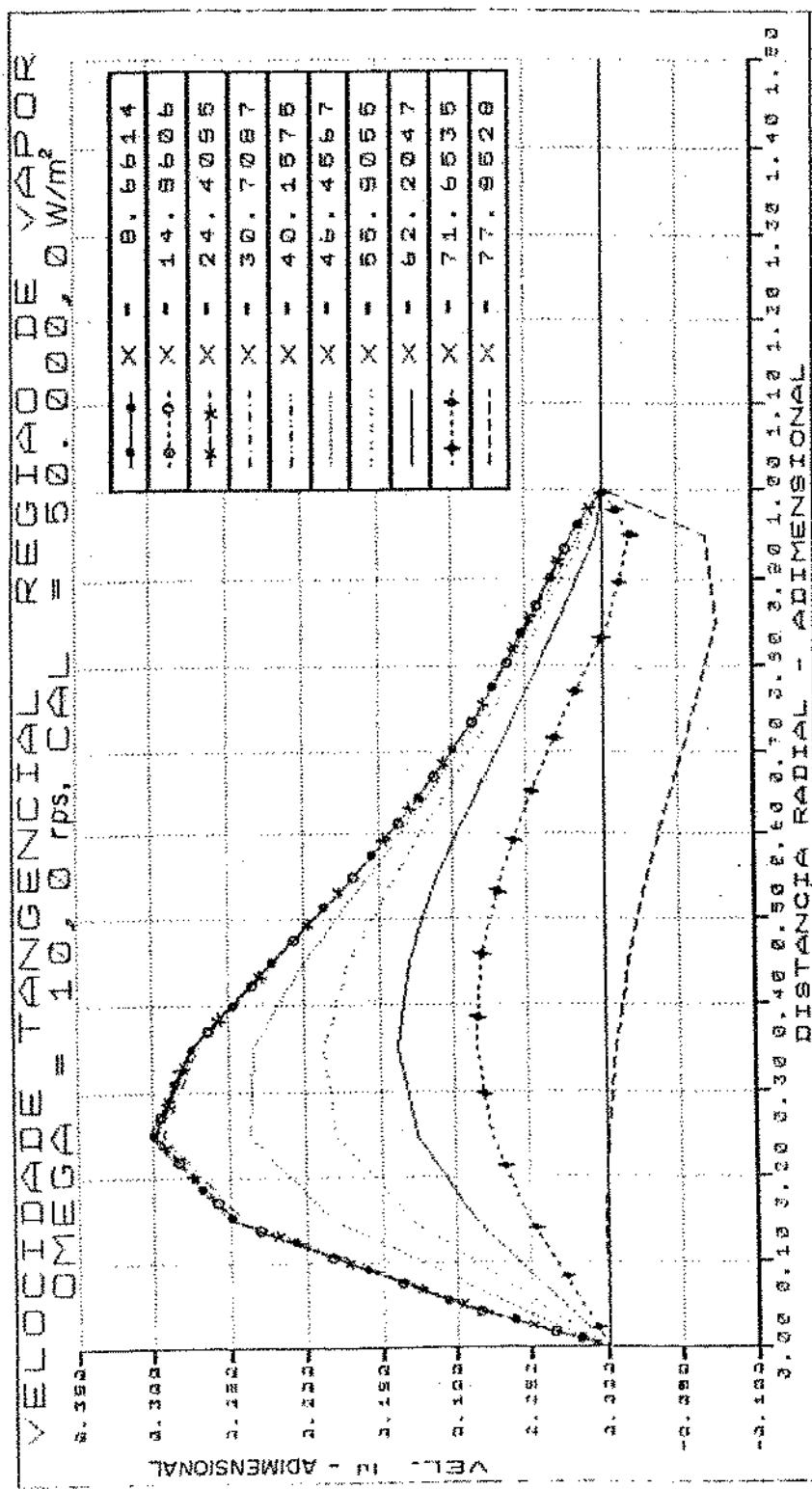


Fig.(3.24) - Perfil da velocidade tangencial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

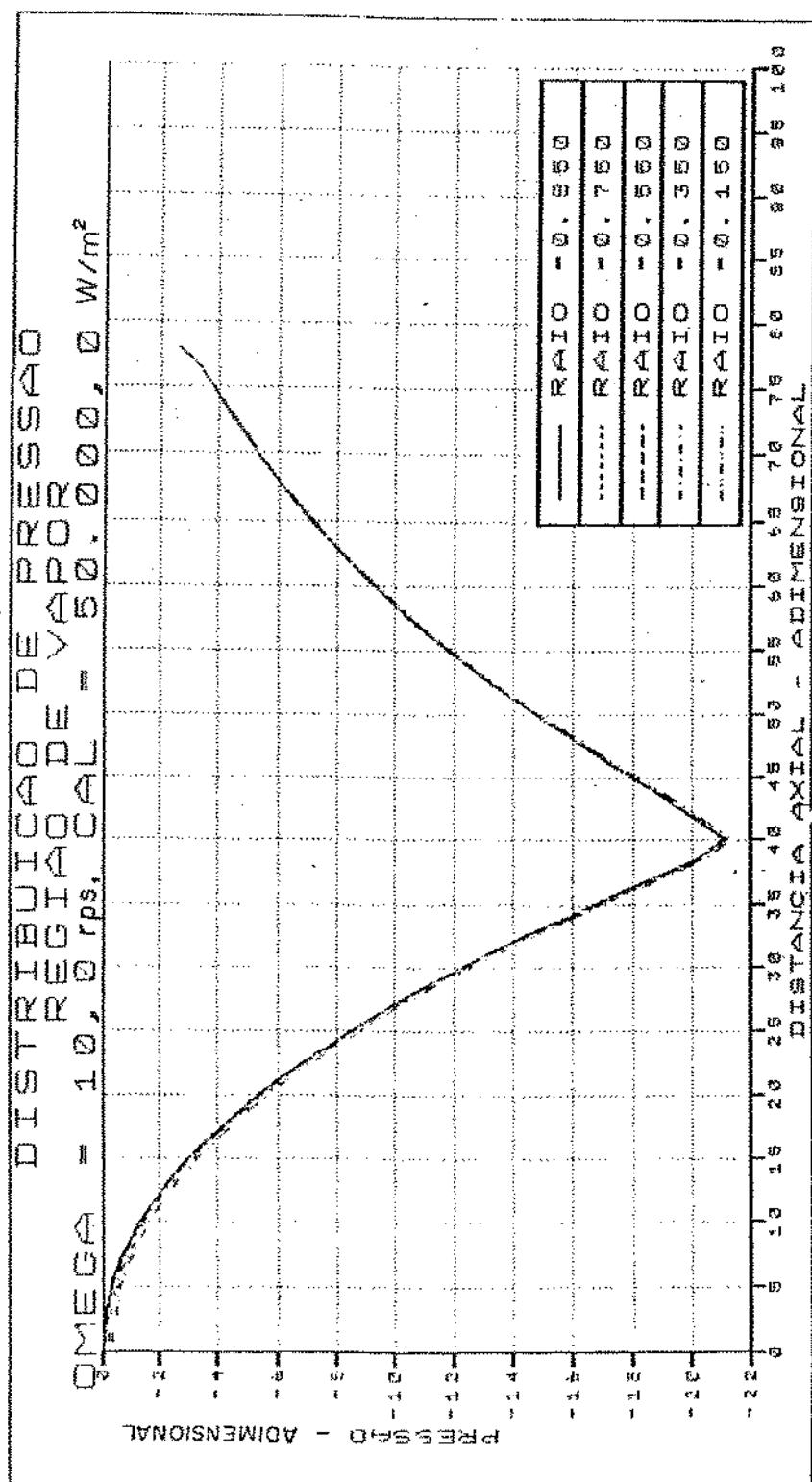


Fig.(3.25) – Perfil da pressão na direção axial, para a região de vapor, com:  
Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

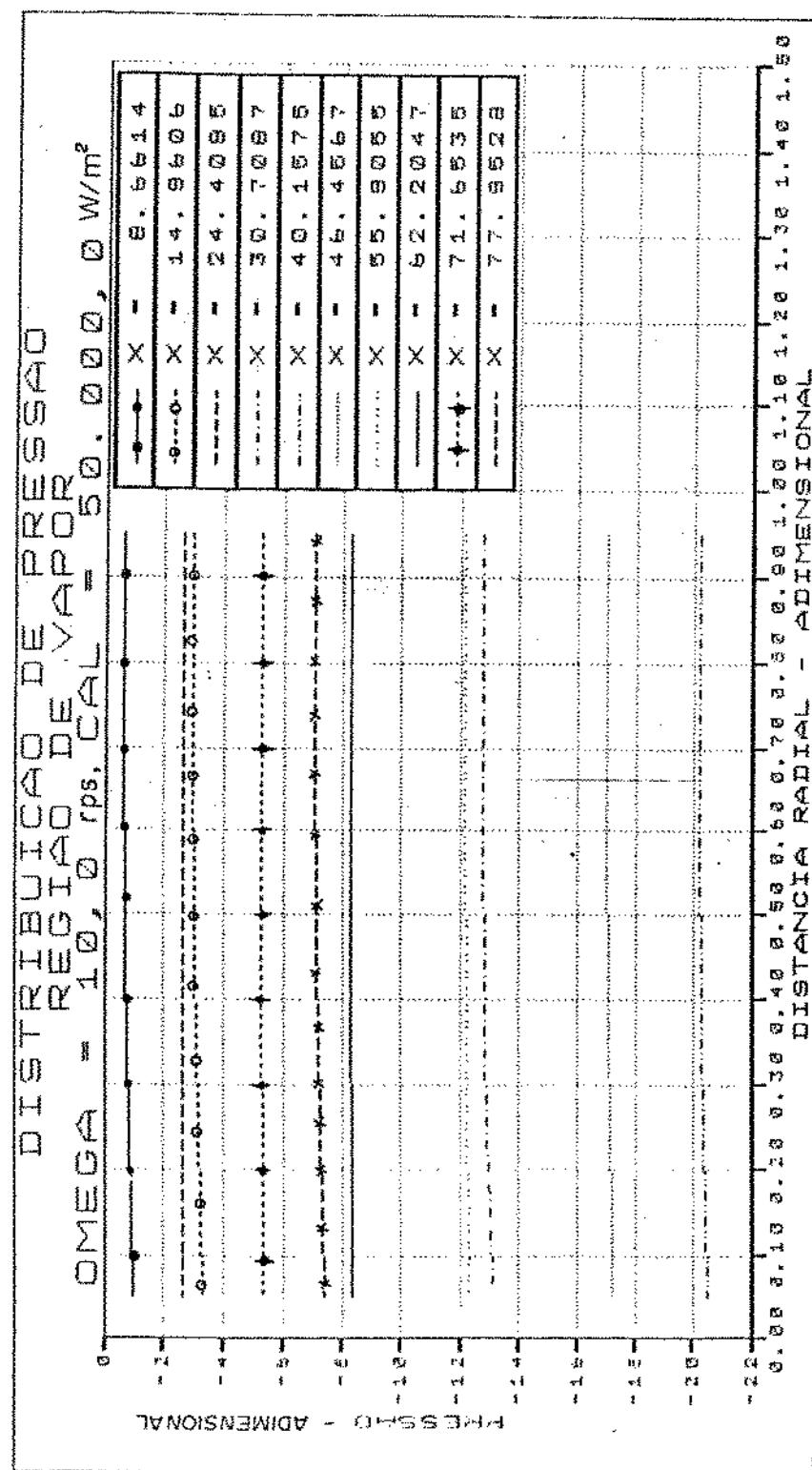


Fig. (3.26) – Perfil da pressão na direção radial, para a região de vapor, com:  
Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

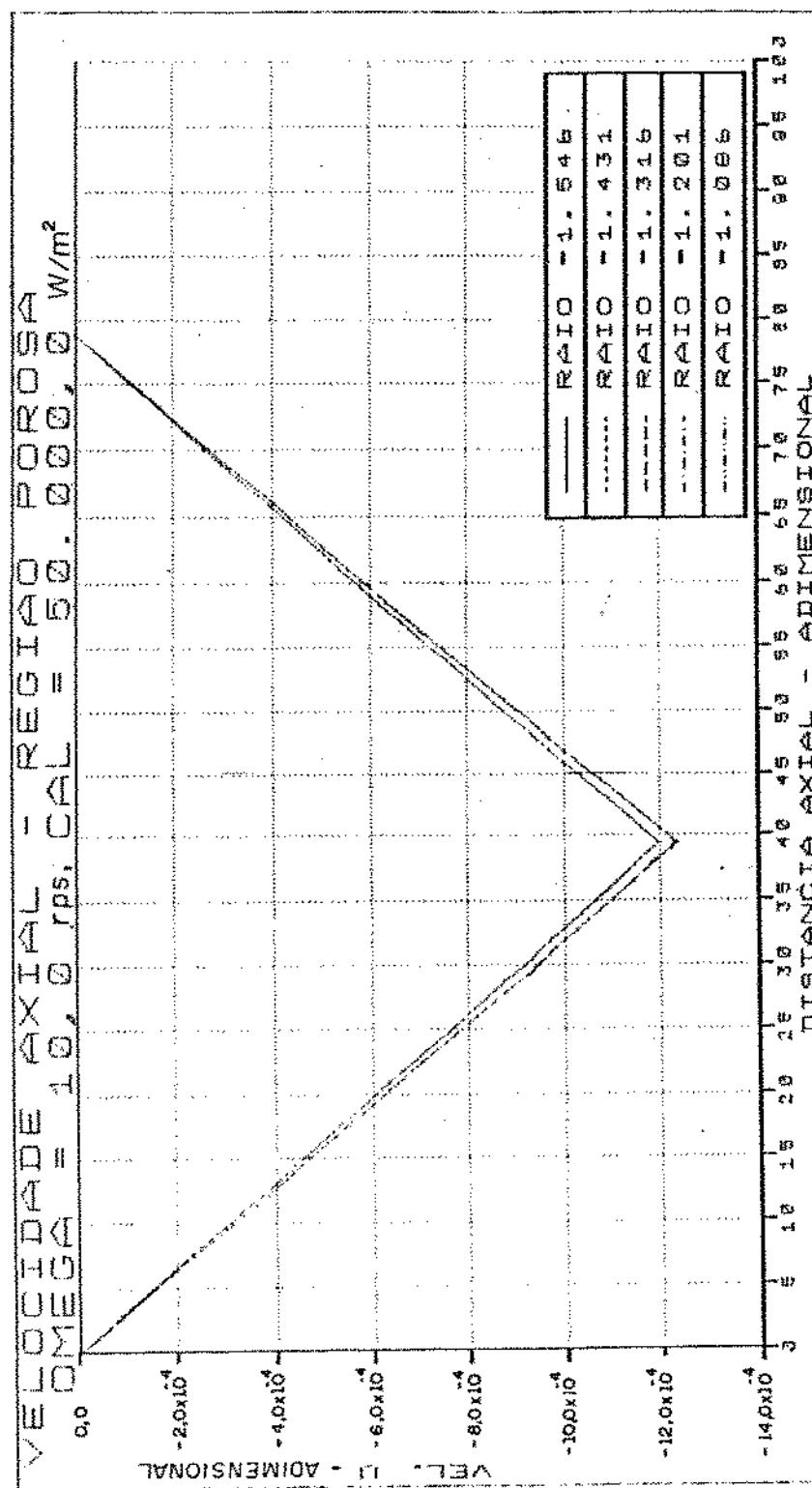


Fig. (3.27) — Perfil da velocidade axial na direção axial, para a região porosa,  
com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor =  $50.000 \text{ W/m}^2$ .

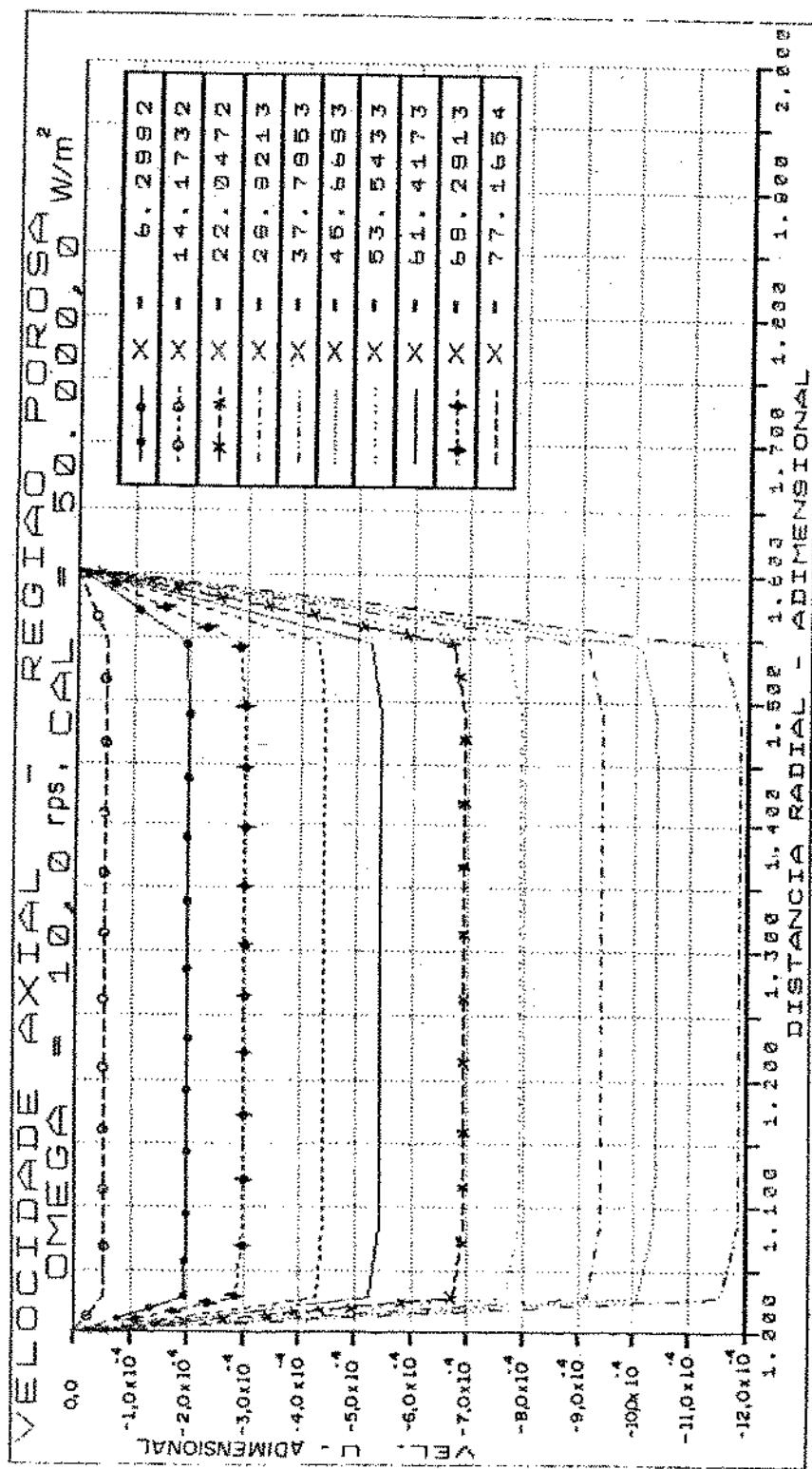


Fig. (3.28) - Perfil da velocidade axial na direção radial, para a região porosa, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

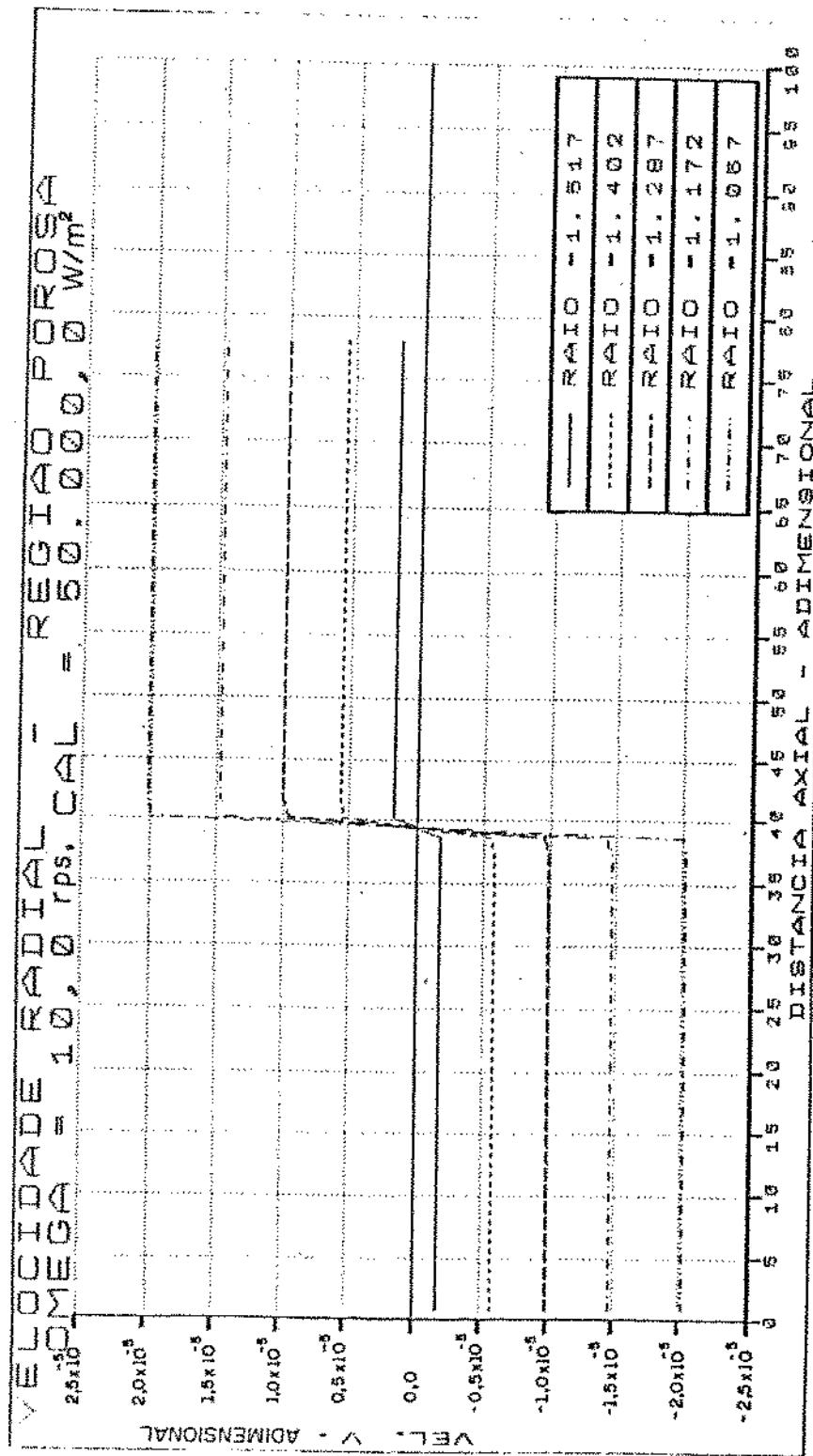


Fig. (3.29) – Perfil da velocidade radial na direção axial, para a região porosa, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

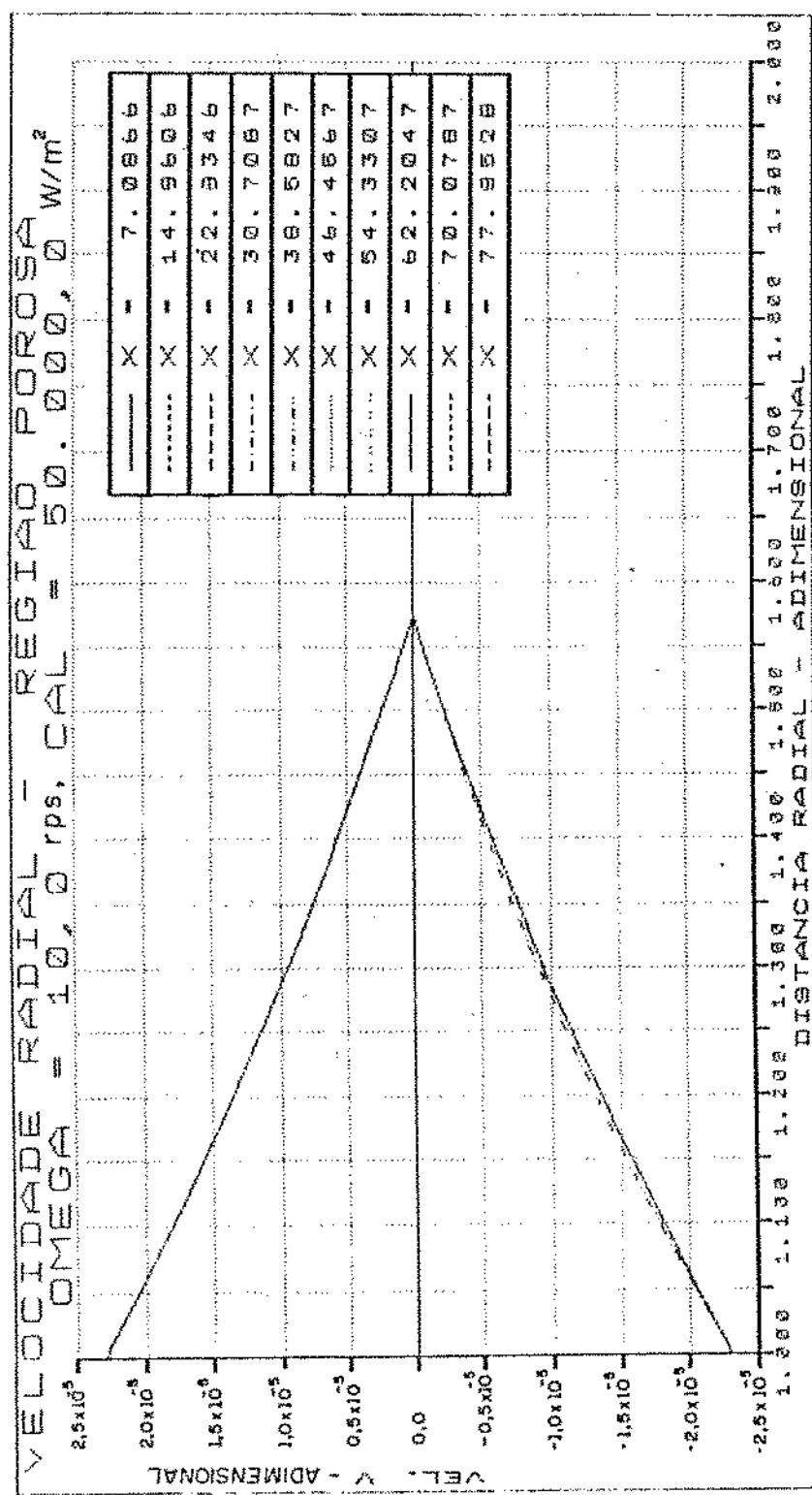


Fig. (3.30) – Perfil da velocidade radial na direção radial, para a região porosa, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

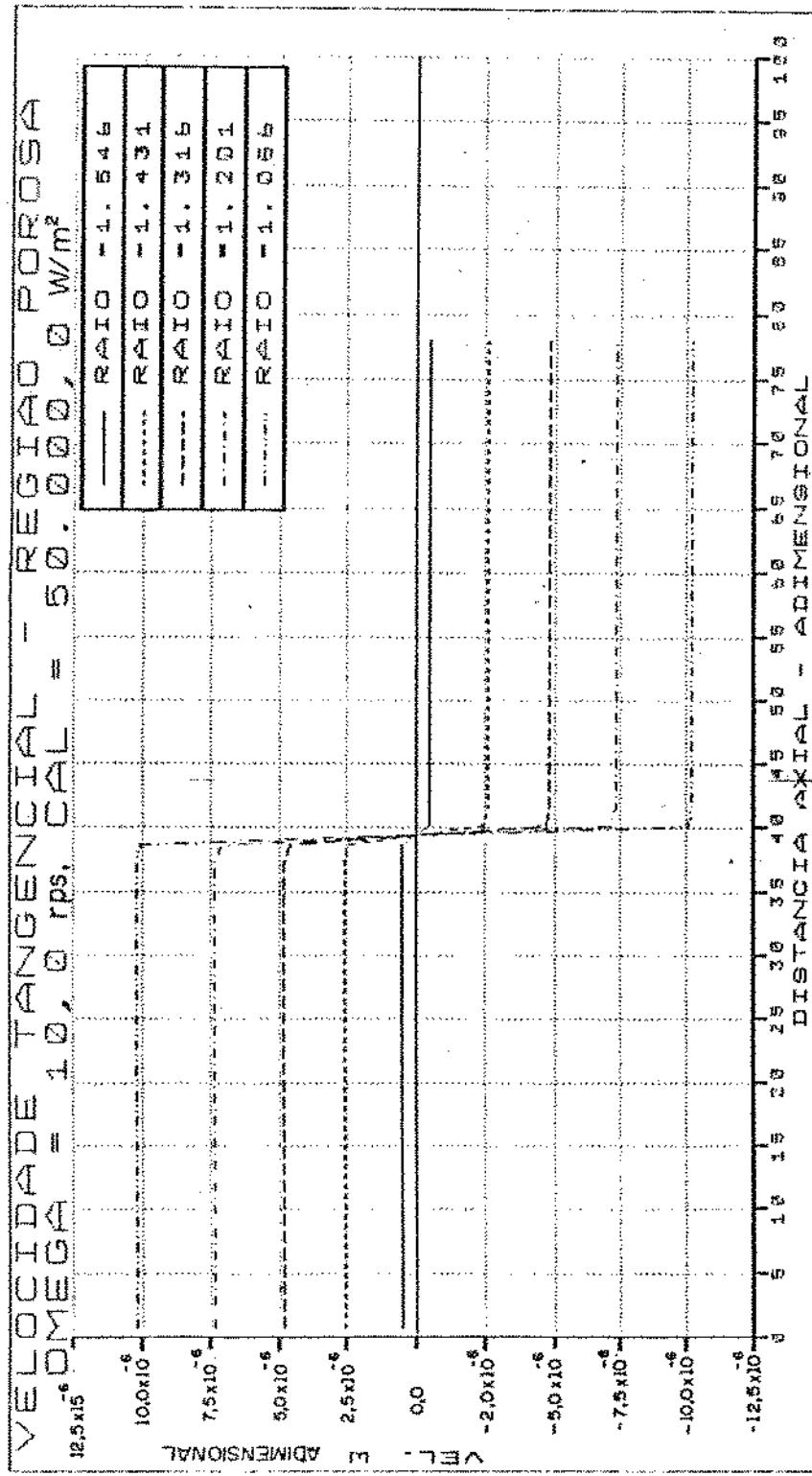


Fig. (3.31) - Perfil da velocidade tangencial na direção axial, para a região rosa, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor =  $50.000 \text{ W/m}^2$ .

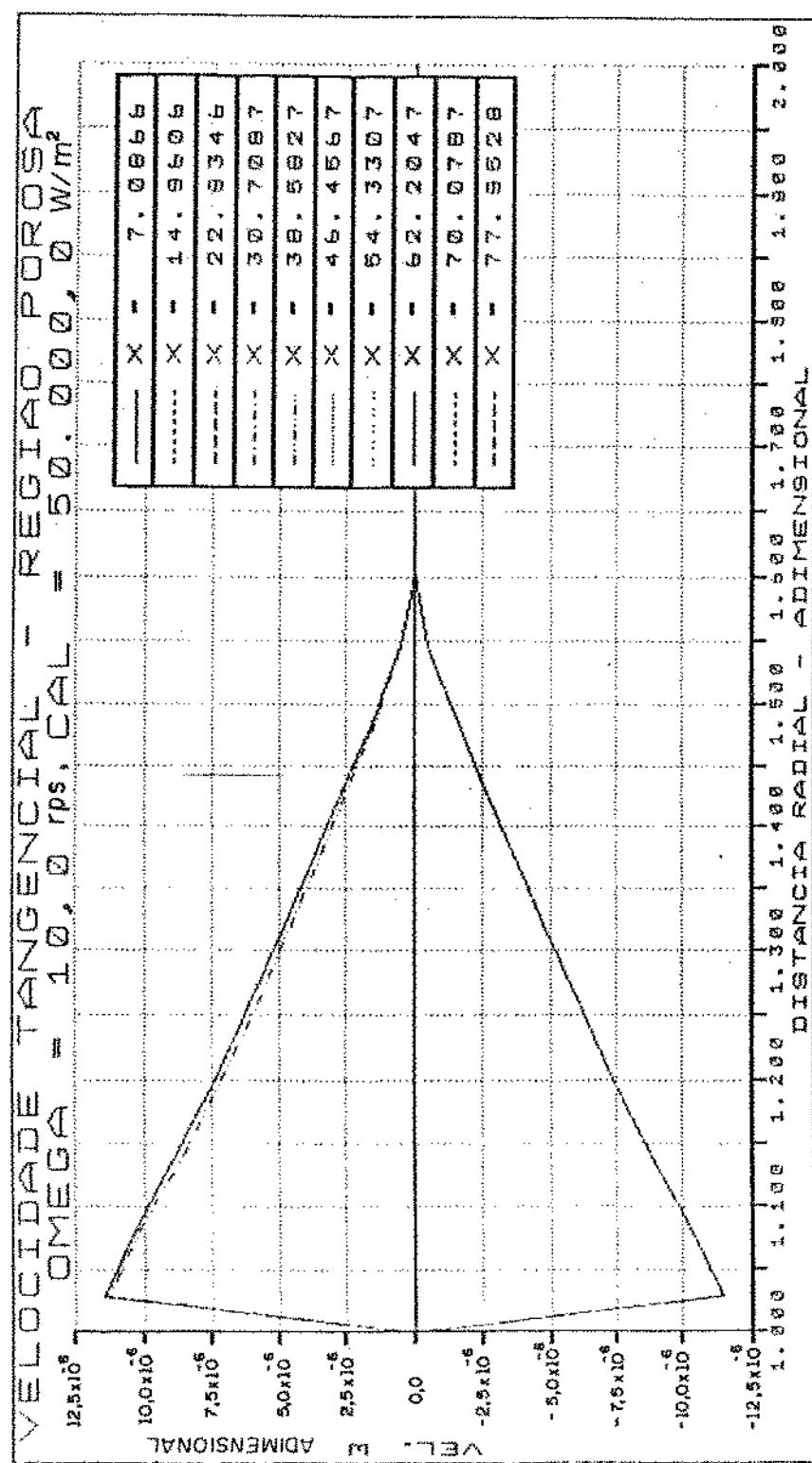


Fig.(3.32) - Perfil da velocidade tangencial na direção radial, para a região porosa, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

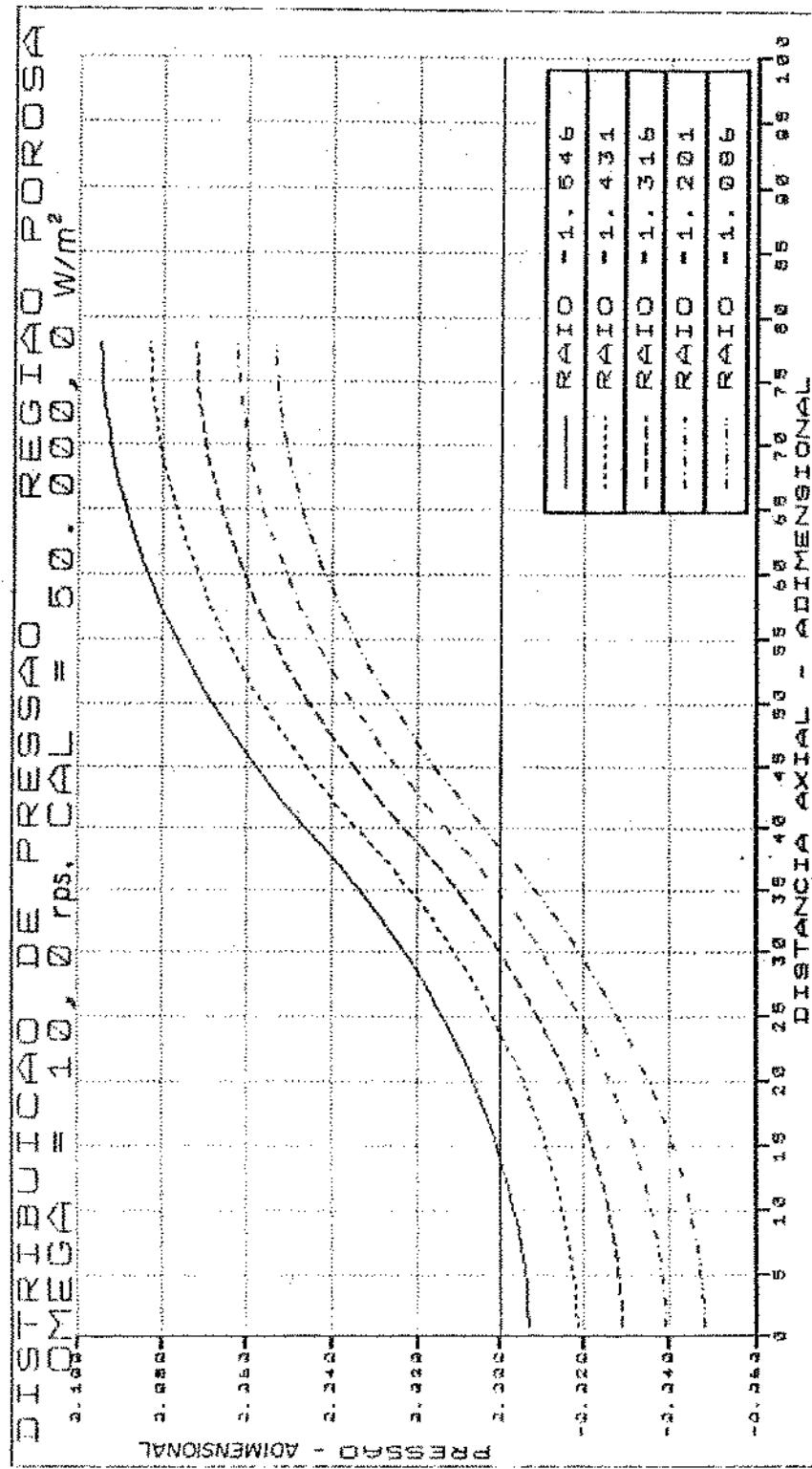


FIG. (3.33) – Perfil da pressão na direção axial, para a região porosa, com:  
Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

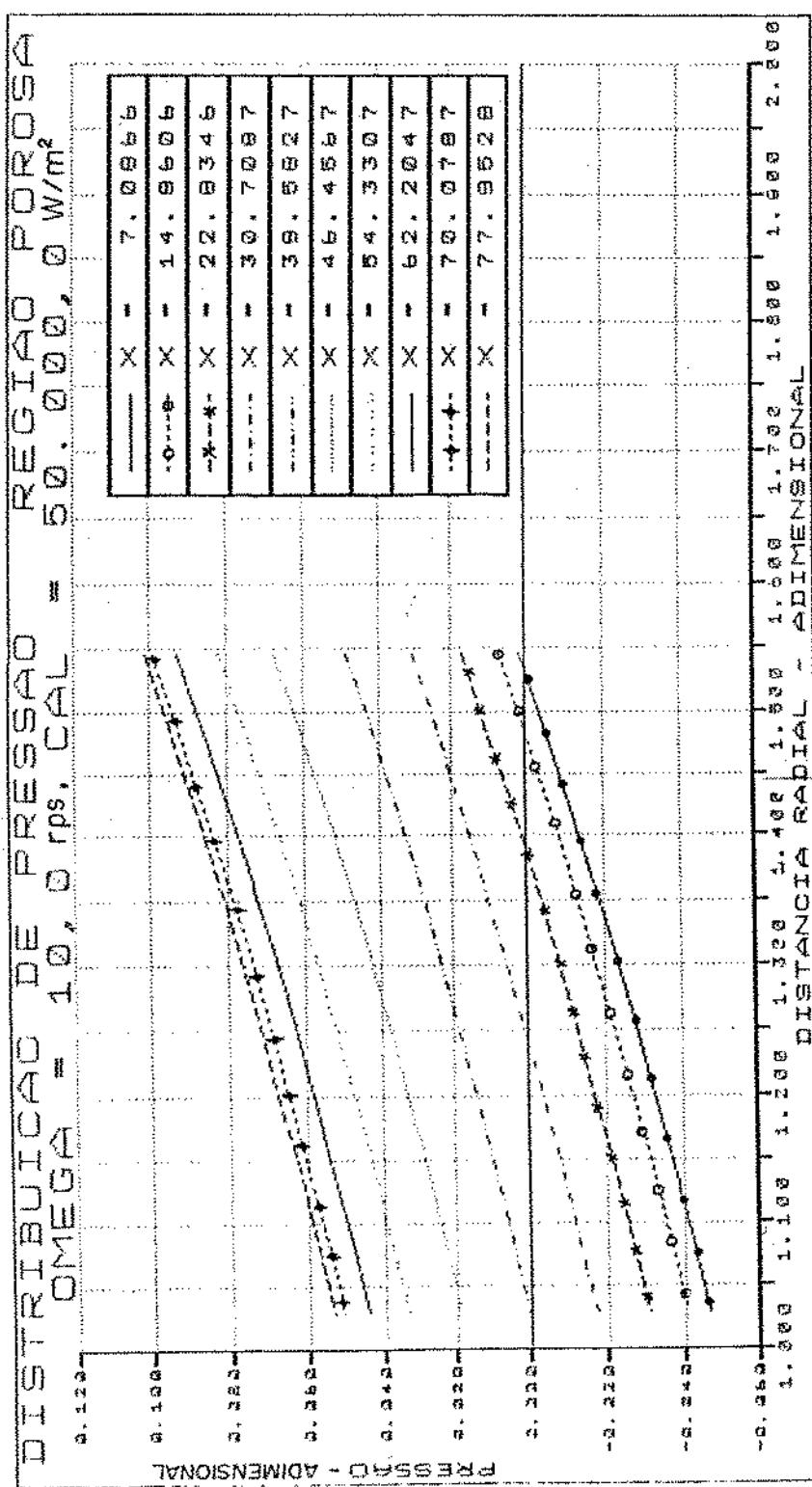


FIG.(3.34) - Perfil da pressão na direção radial, para a região porosa, com:  
Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

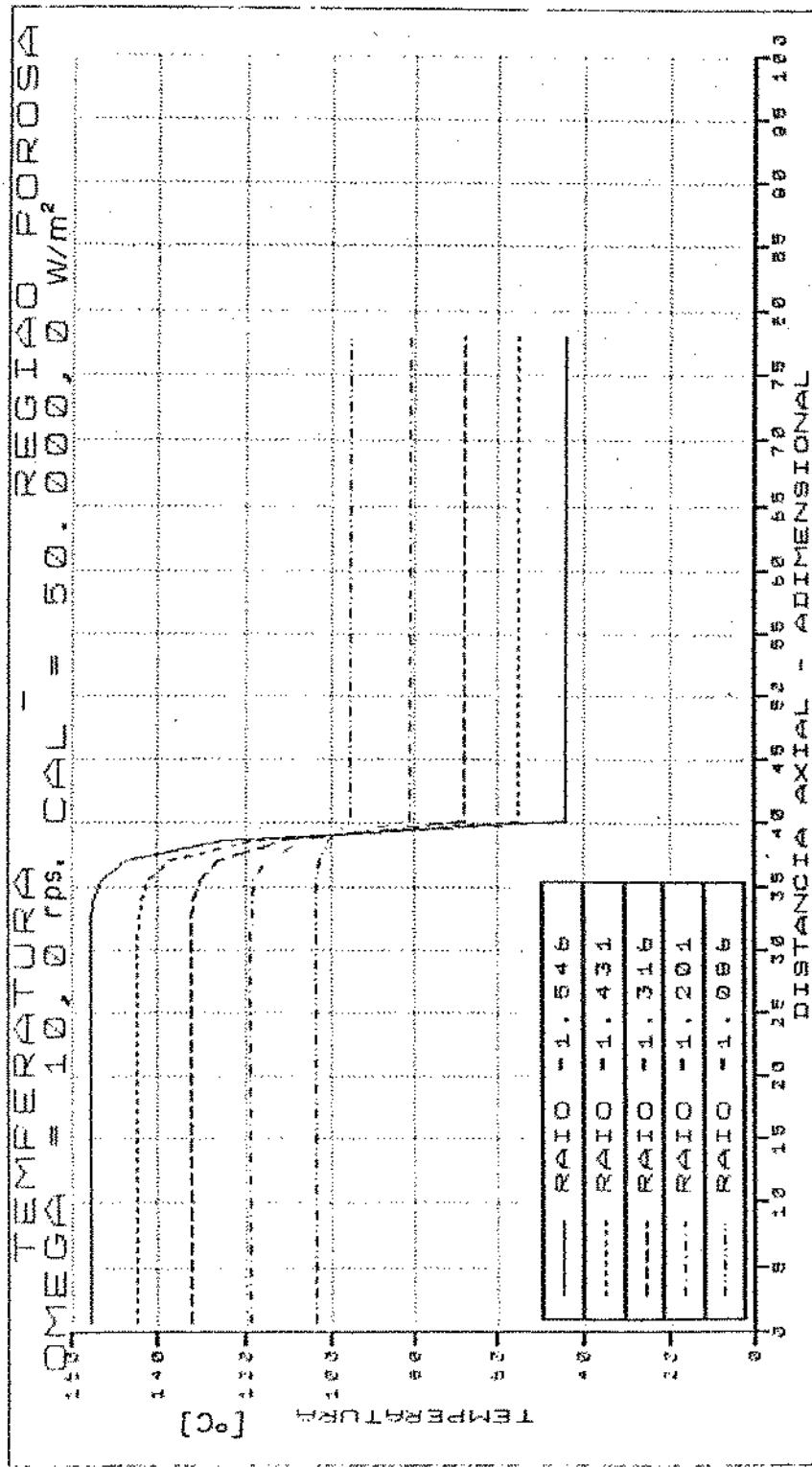


FIG (3.35) - Perfil da temperatura na direção axial, para a região porosa,  
com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

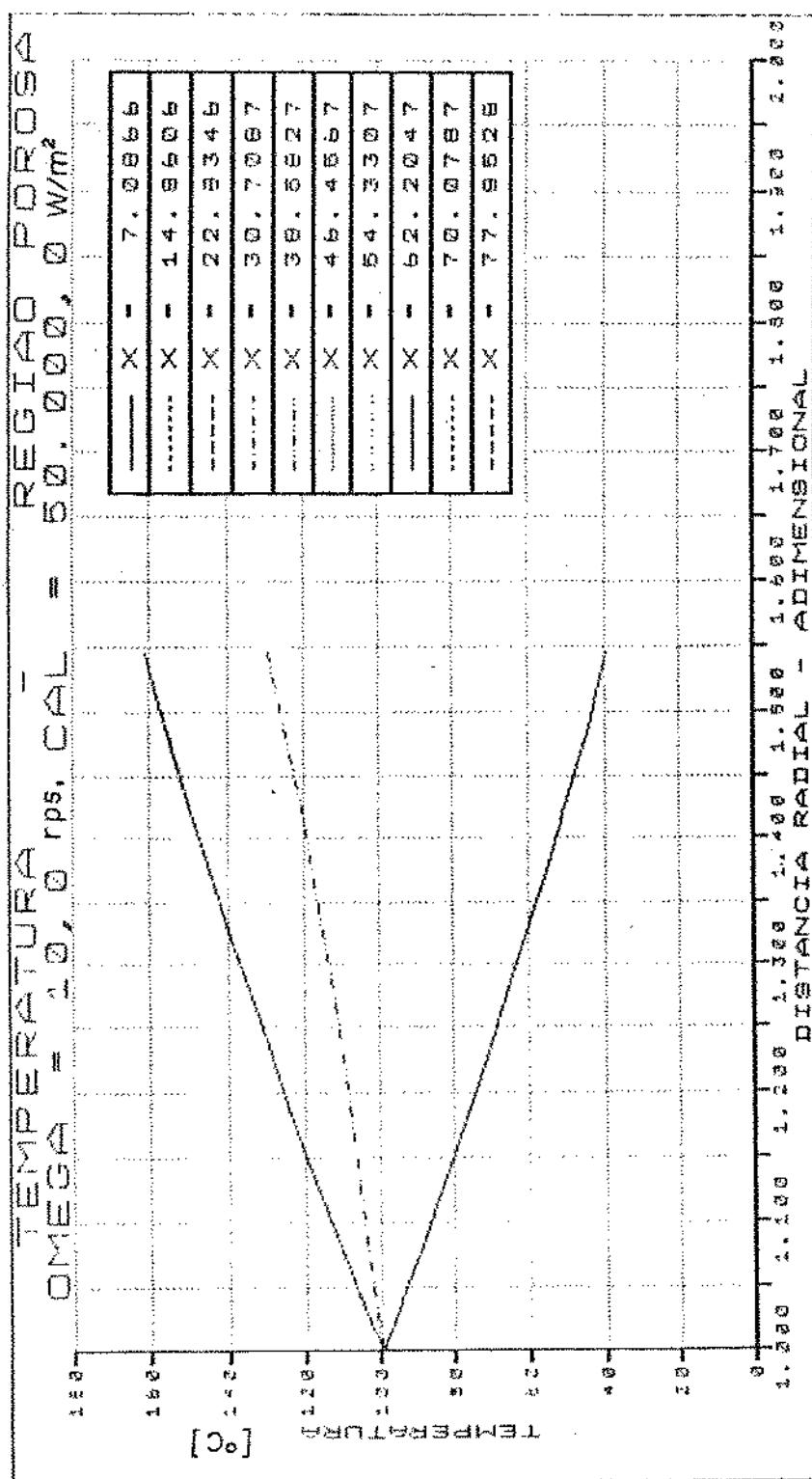


FIG. (3.36) - Perfil da temperatura na direção radial, para a região porosa,  
com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

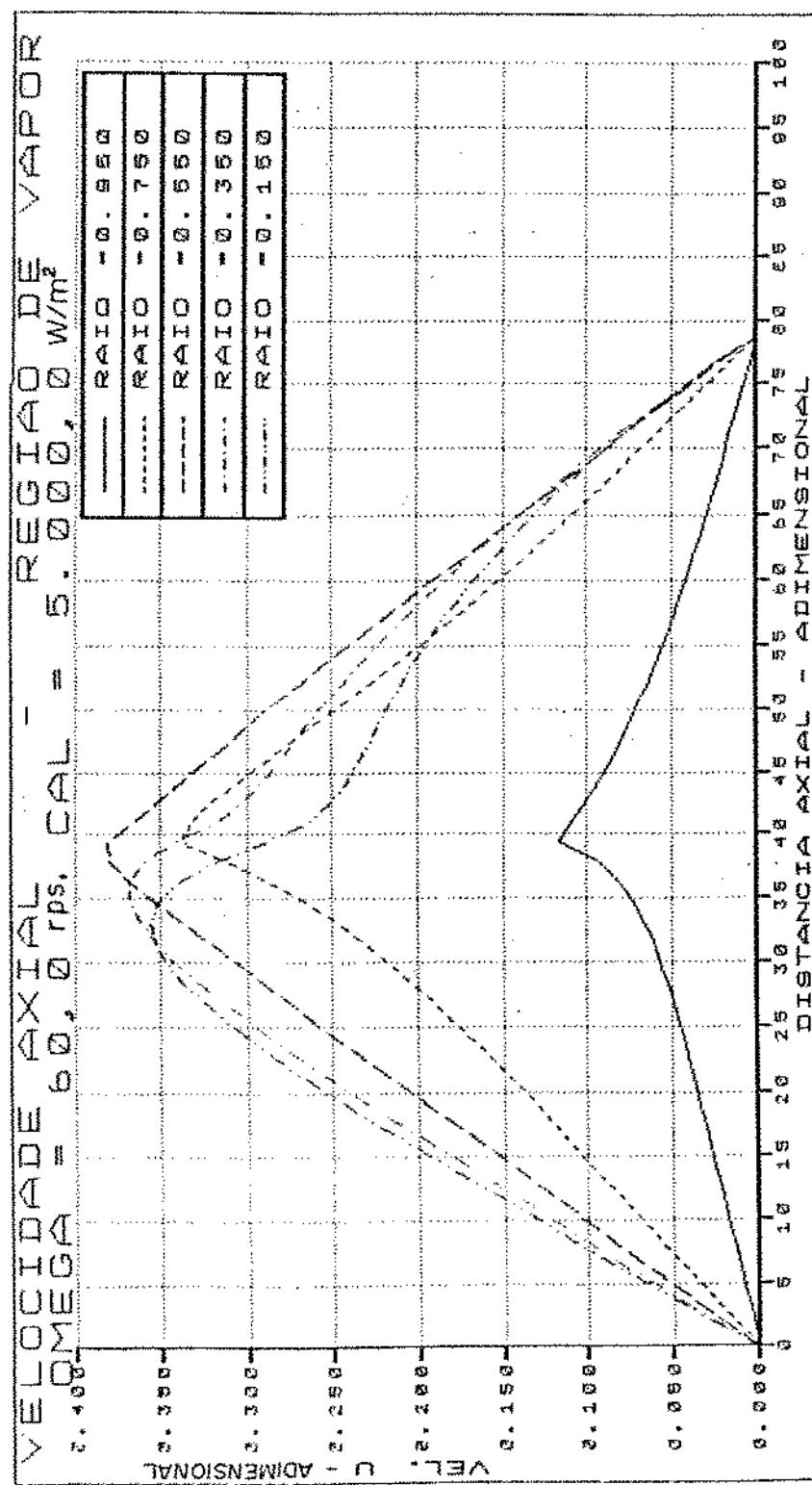


Fig. (3.37) - Perfil da velocidade axial na direção axial, para a região de vapor,  
com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

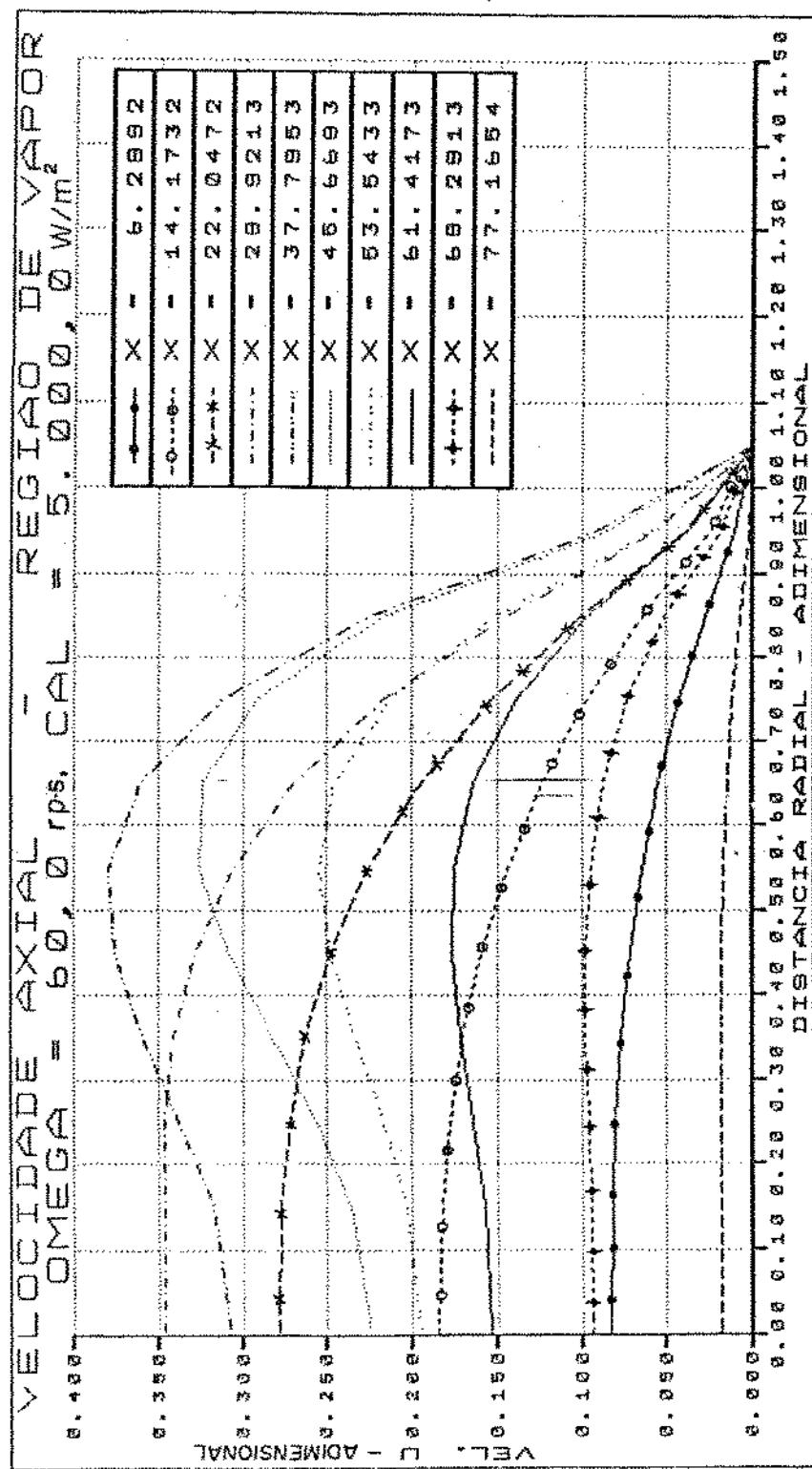


Fig. (3.38) - Perfil da velocidade axial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e fluxo de calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

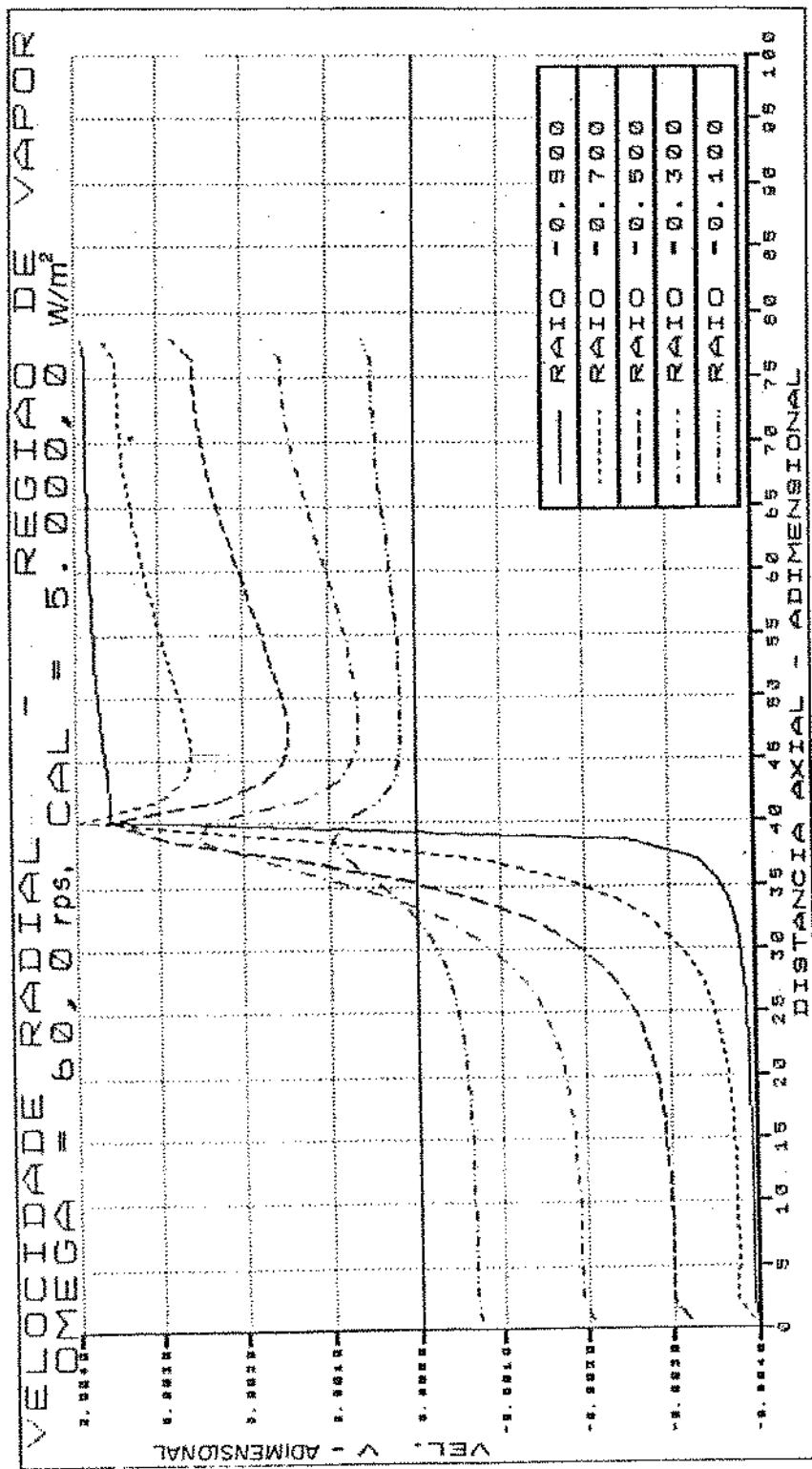


Fig. (3.39) - Perfil da velocidade radial na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

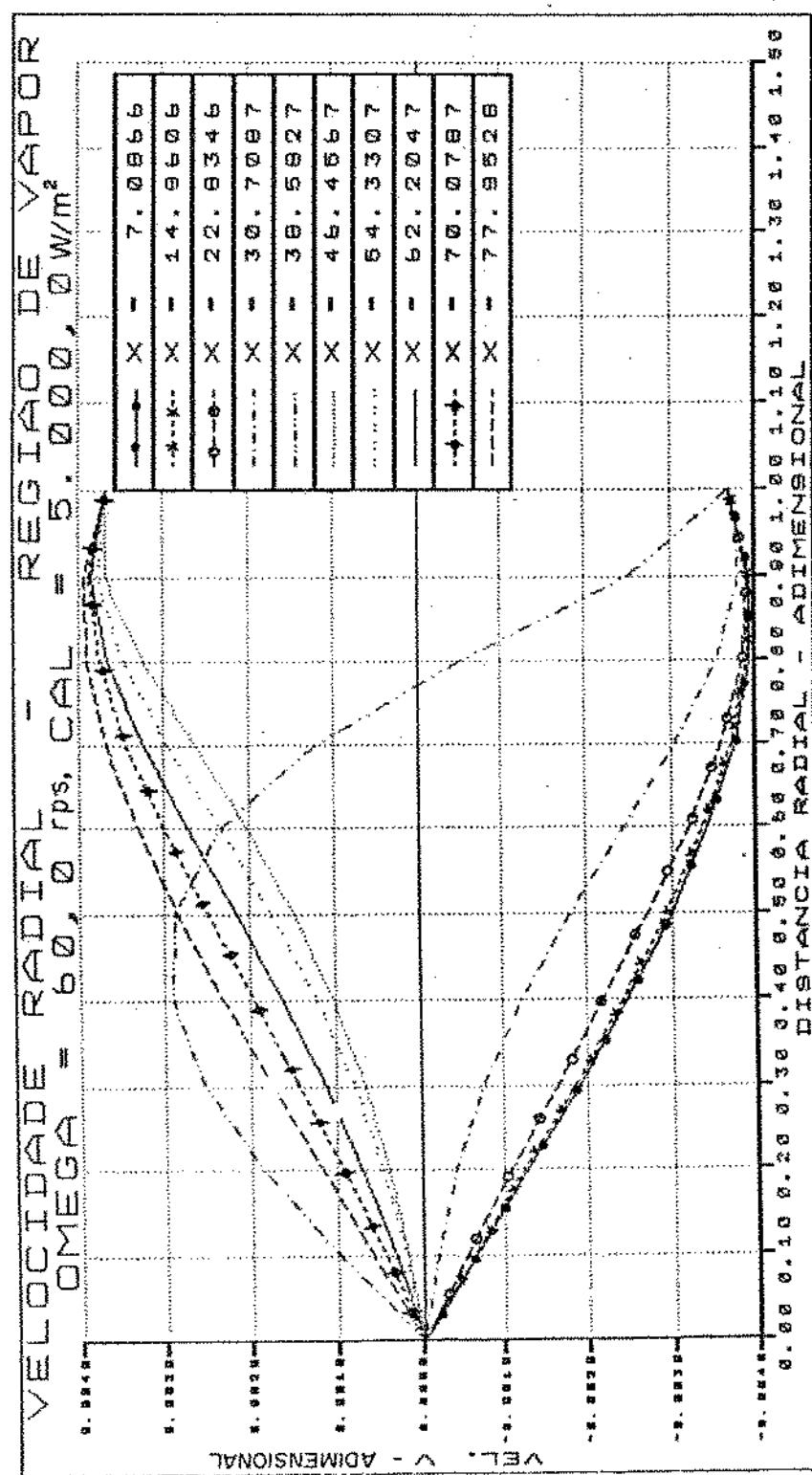


Fig. (3.40) - Perfil da velocidade radial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

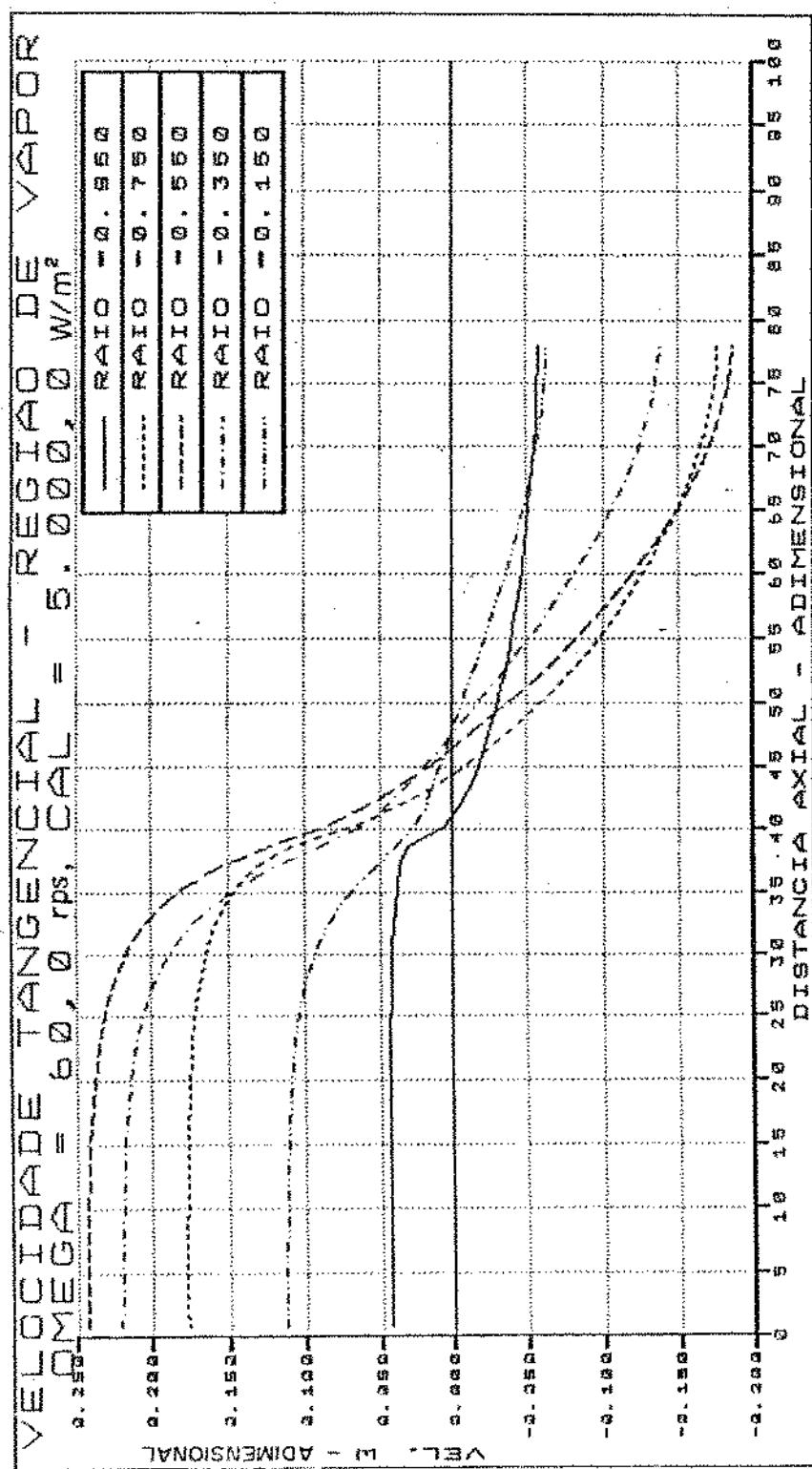


Fig. (3.41) - Perfil da velocidade tangencial na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

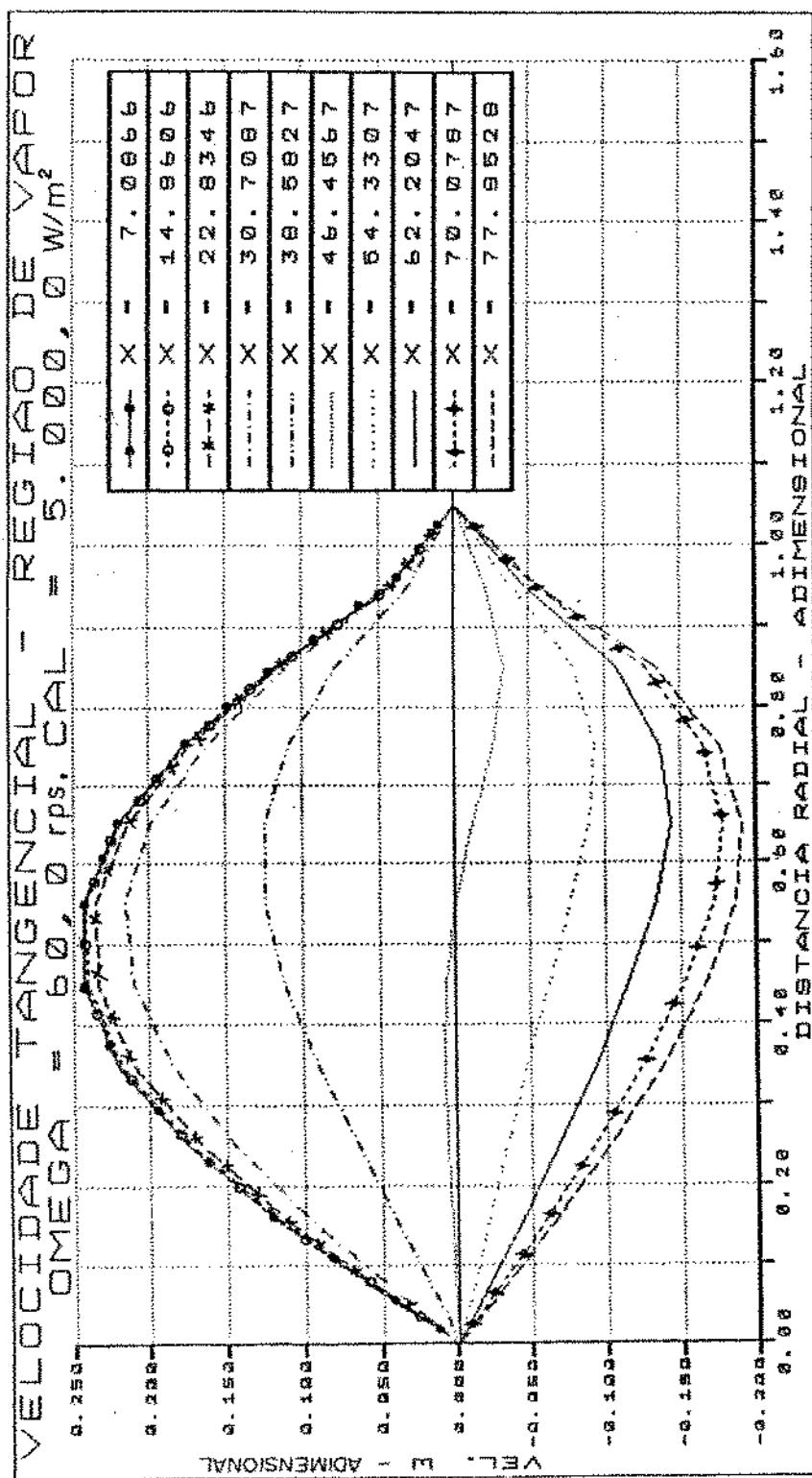


Fig. (3.42) - Perfil da velocidade tangencial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

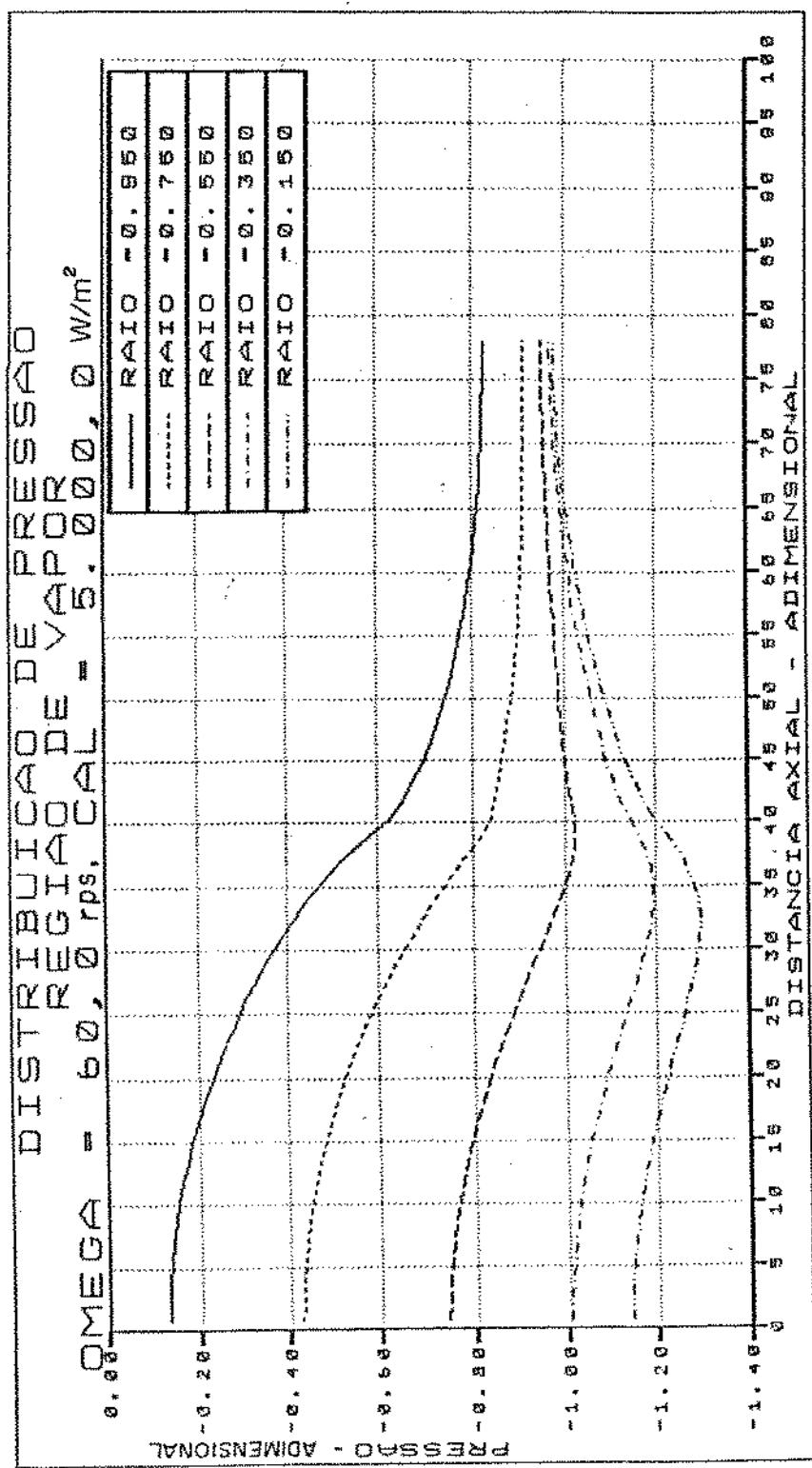
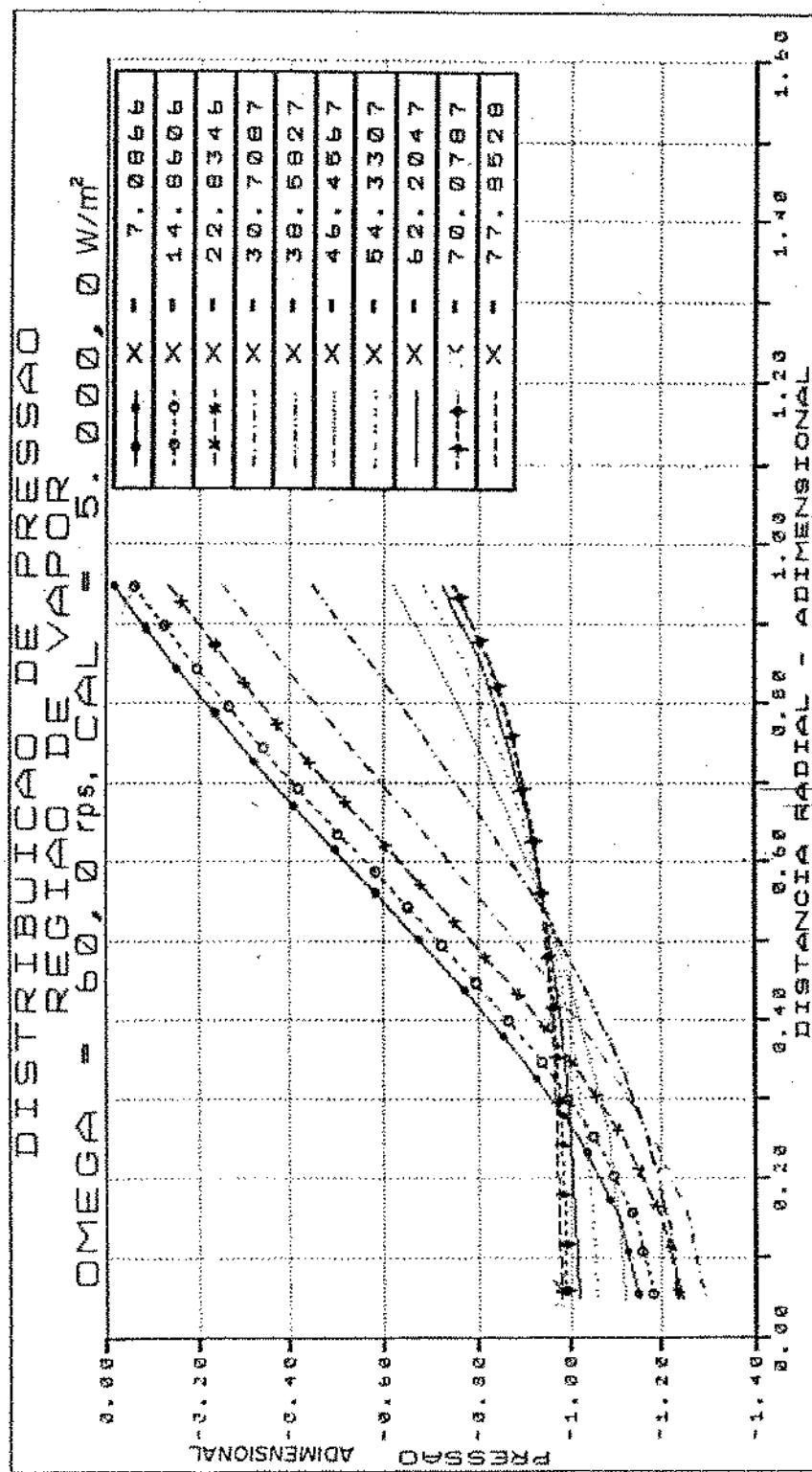


Fig.(3.43) - Perfil da pressão na direção axial, para a região de vapor, com:  
Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.



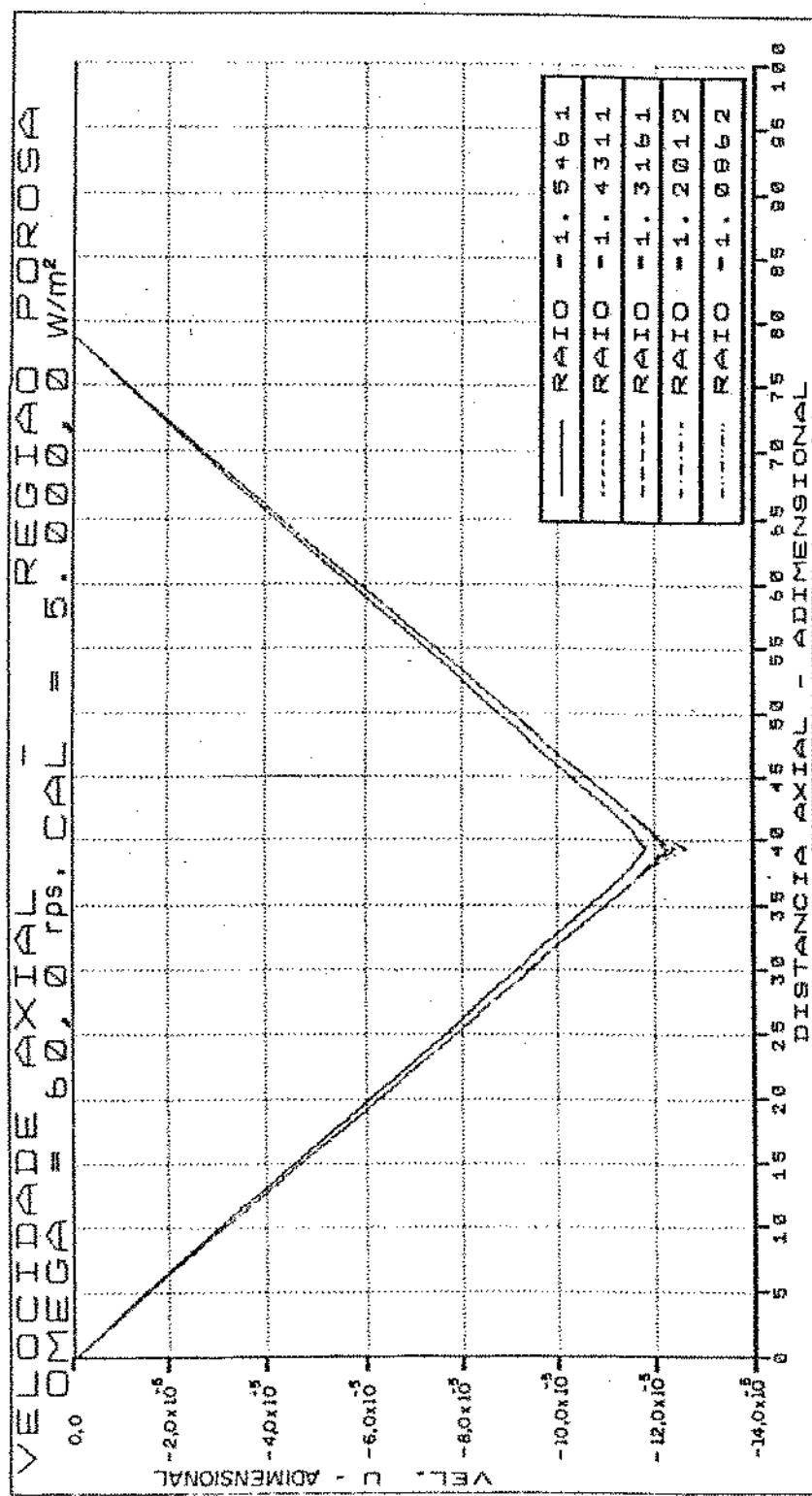


Fig. (3.45) – Perfil da velocidade axial na direção axial, para a região porosa,  
com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

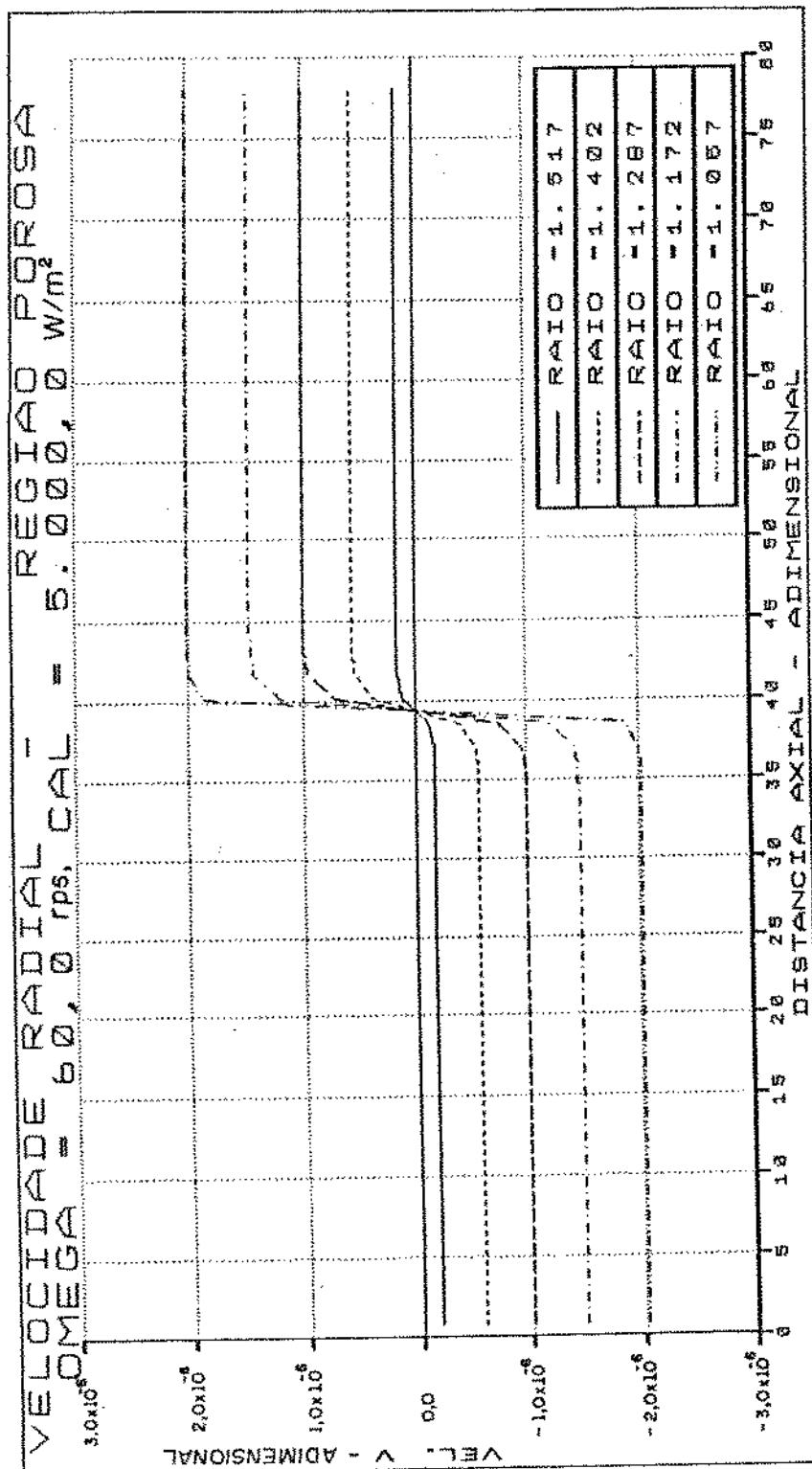


Fig. (3.46) - Perfil da velocidade radial na direção axial, para a região porosa, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

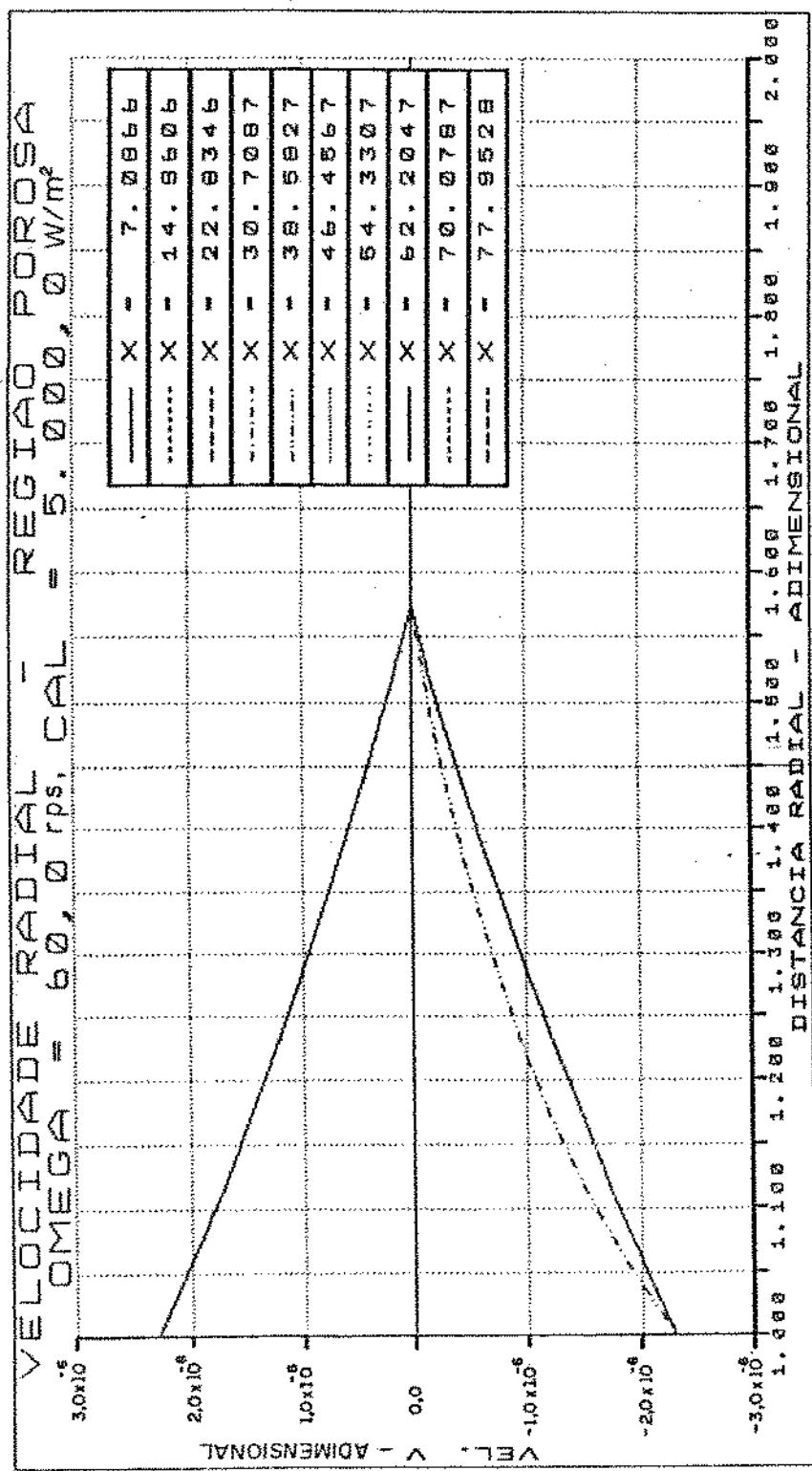


Fig.(3.47) - Perfil da velocidade radial na direção radial, para a região porosa, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

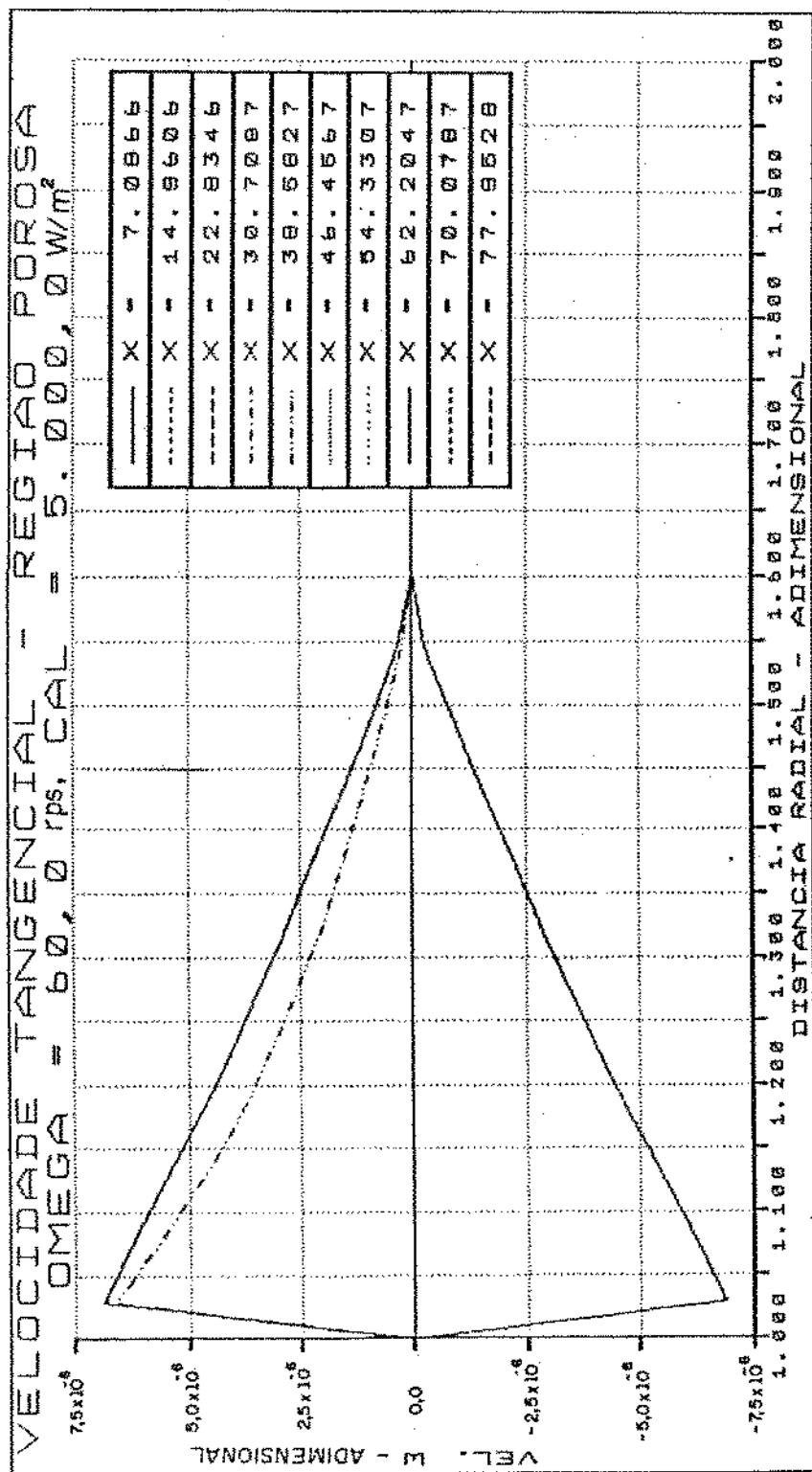


Fig. (3.48) - Perfil da velocidade tangencial na direção radial, para a região porosa, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

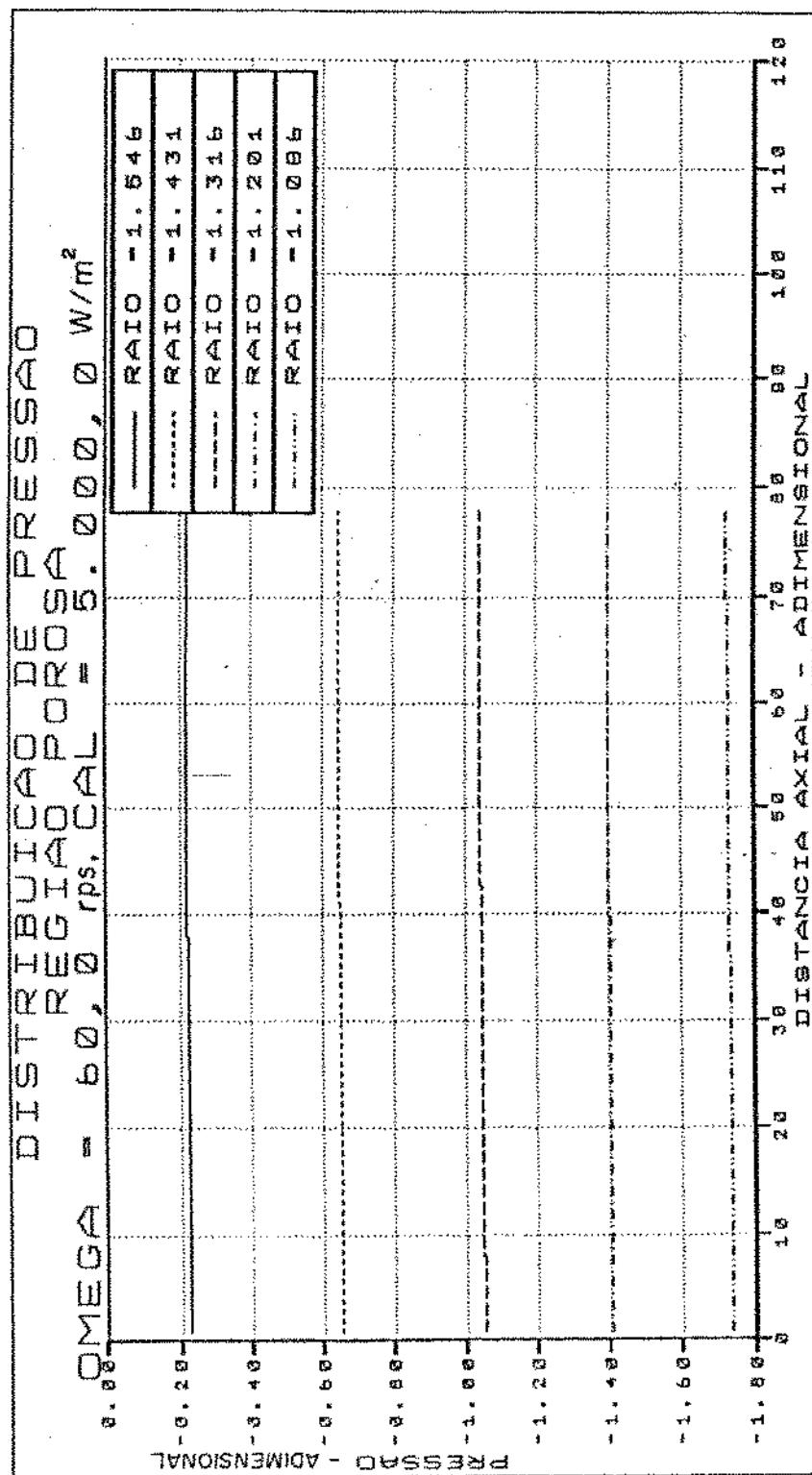


Fig. (3.49) - Perfil da pressão na direção axial, para a região porosa, com:  
 Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

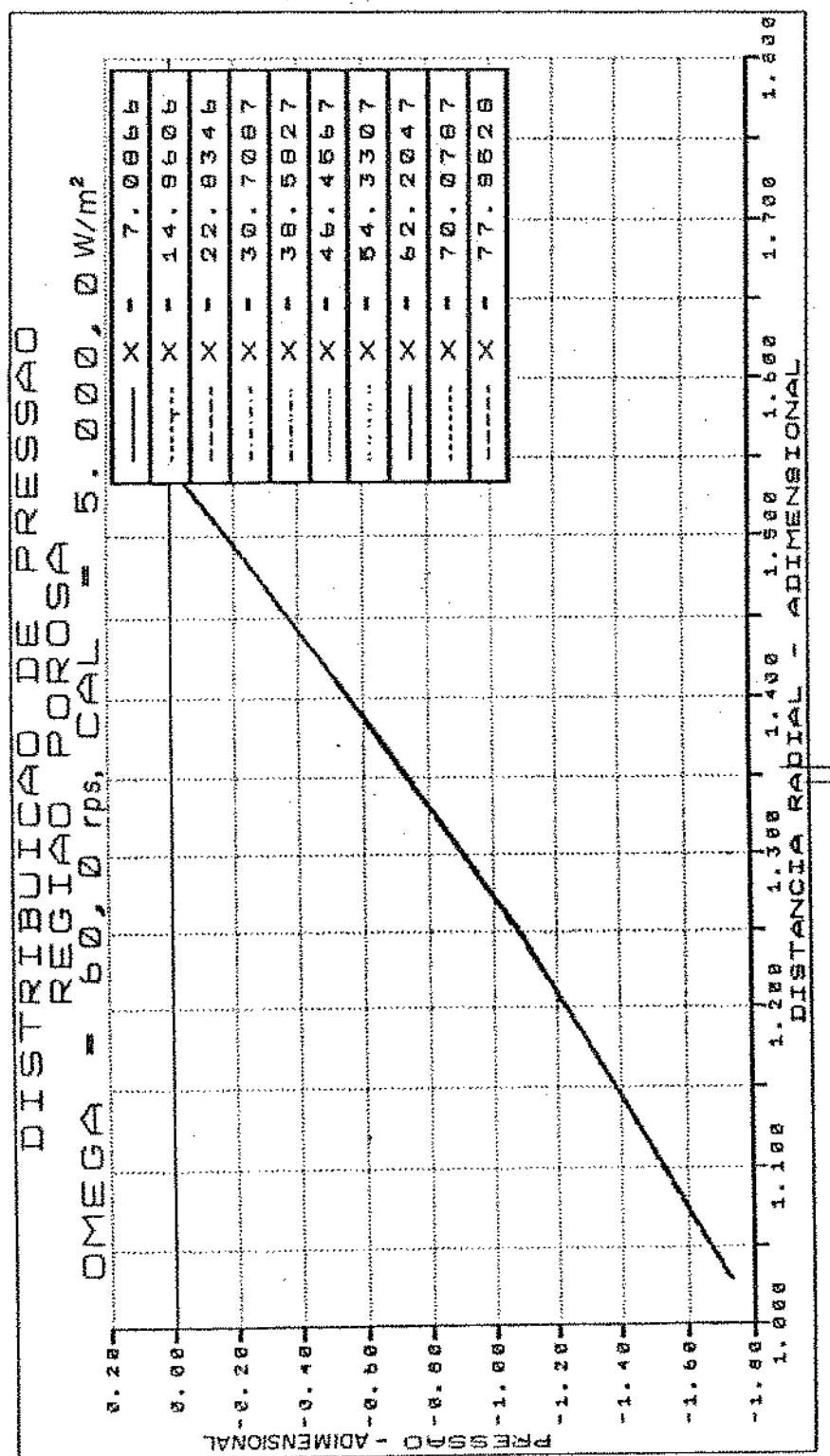


Fig.(3.50) – Perfil da pressão na direção radial, para a região porosa, com:  
Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

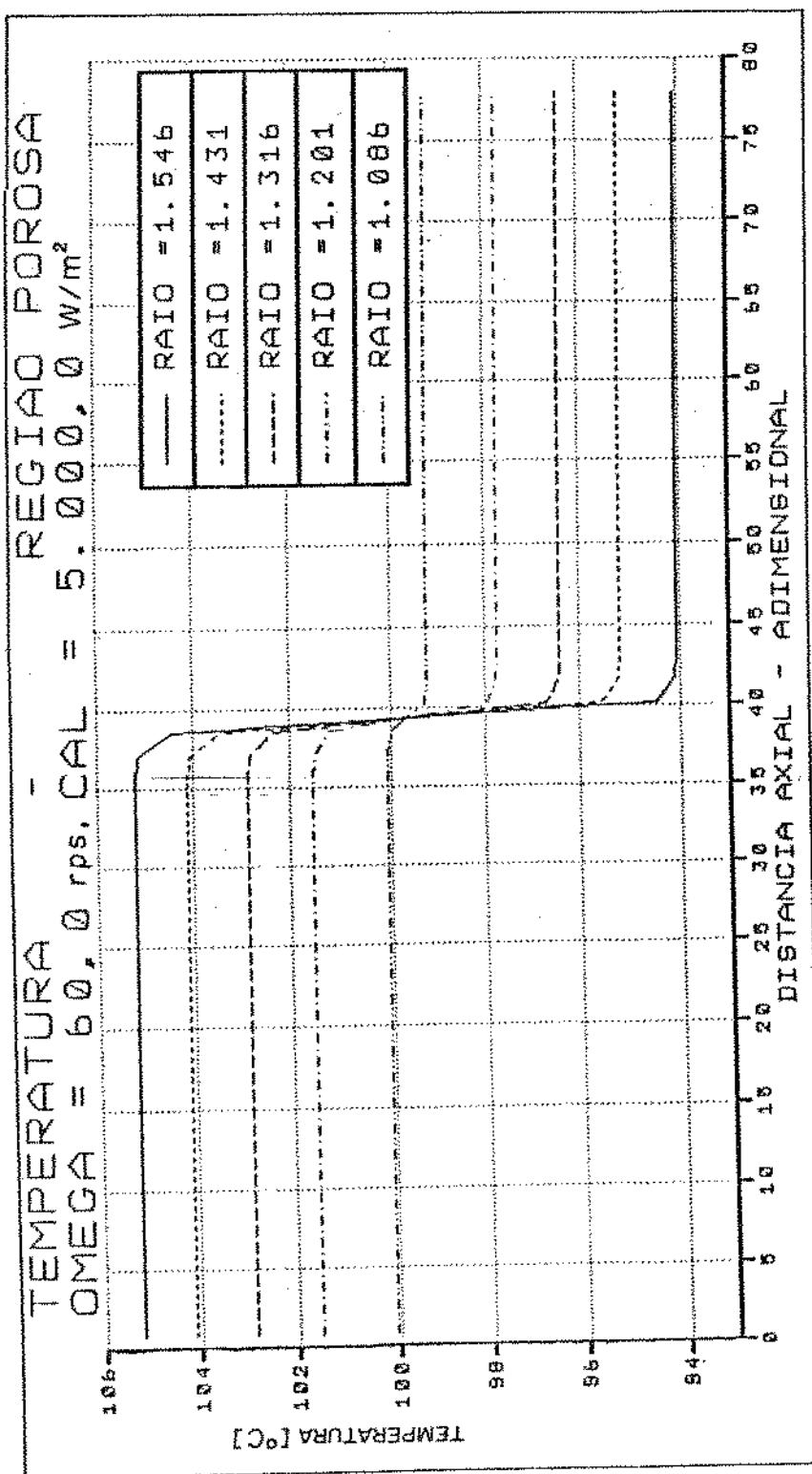


Fig.(351) - Perfil da temperatura na direção axial, para a região porosa, com:  
Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

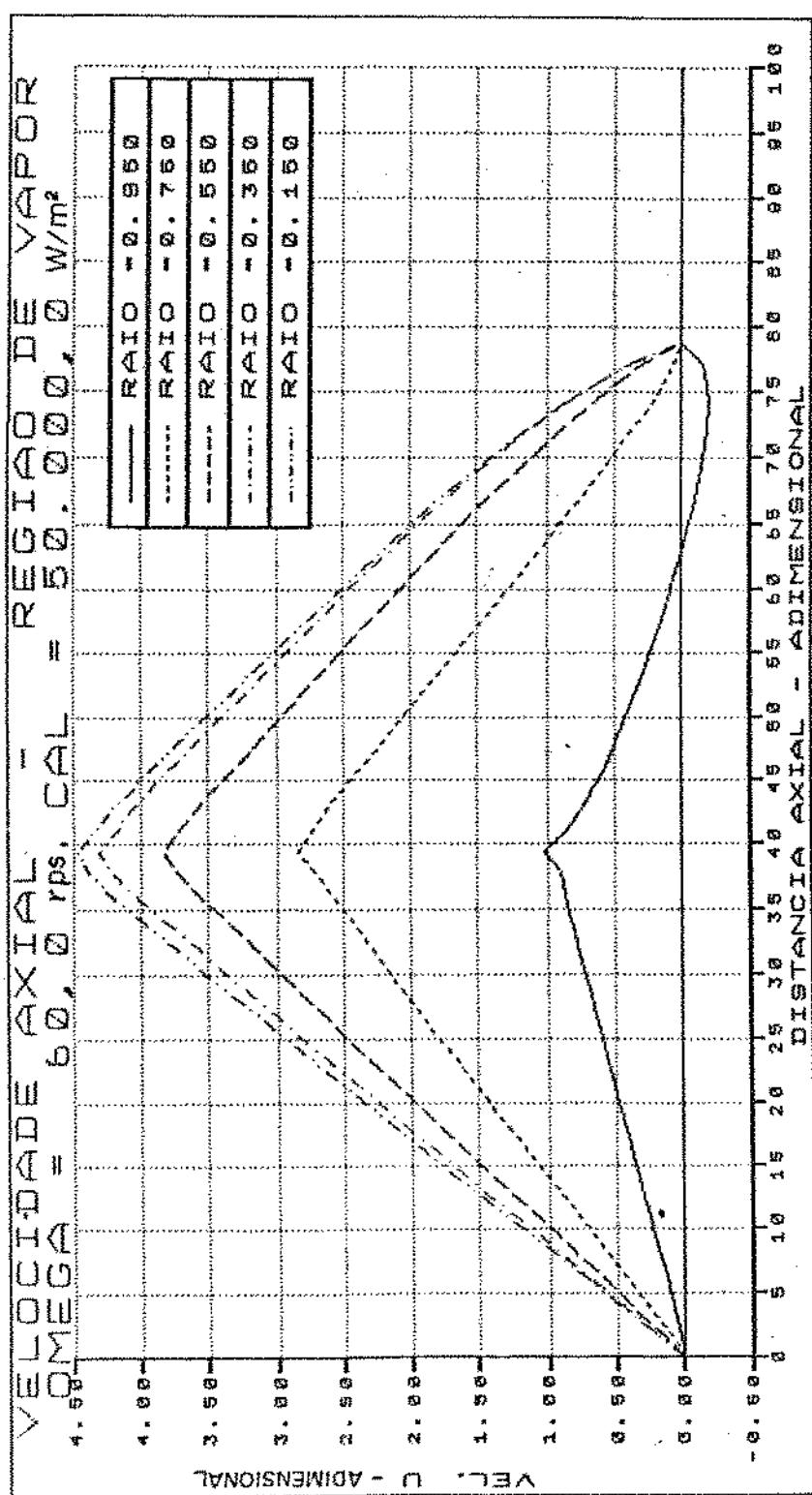


FIG.(3.52) - Perfil da velocidade axial na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

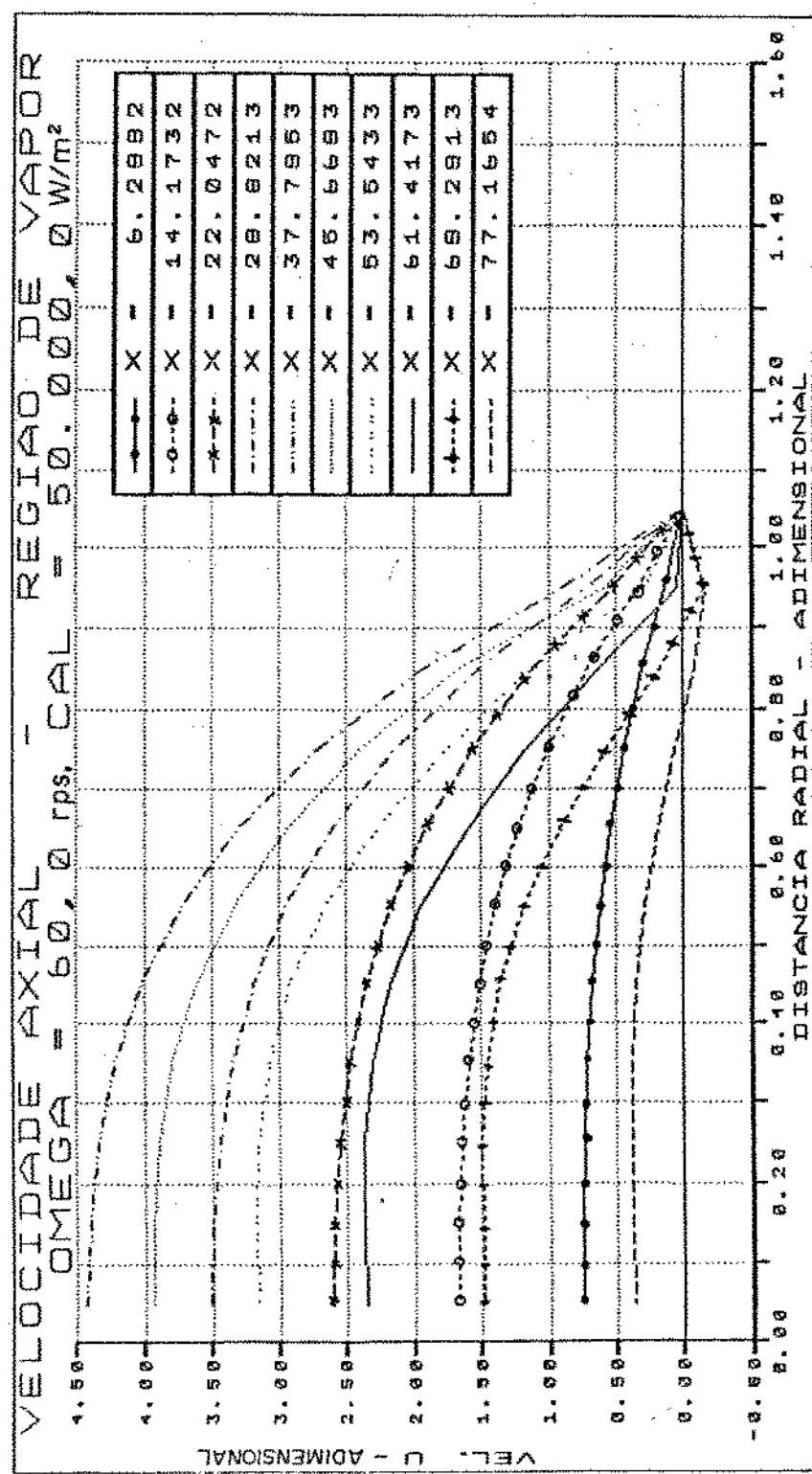


FIG. (3.53) - Perfil da velocidade axial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

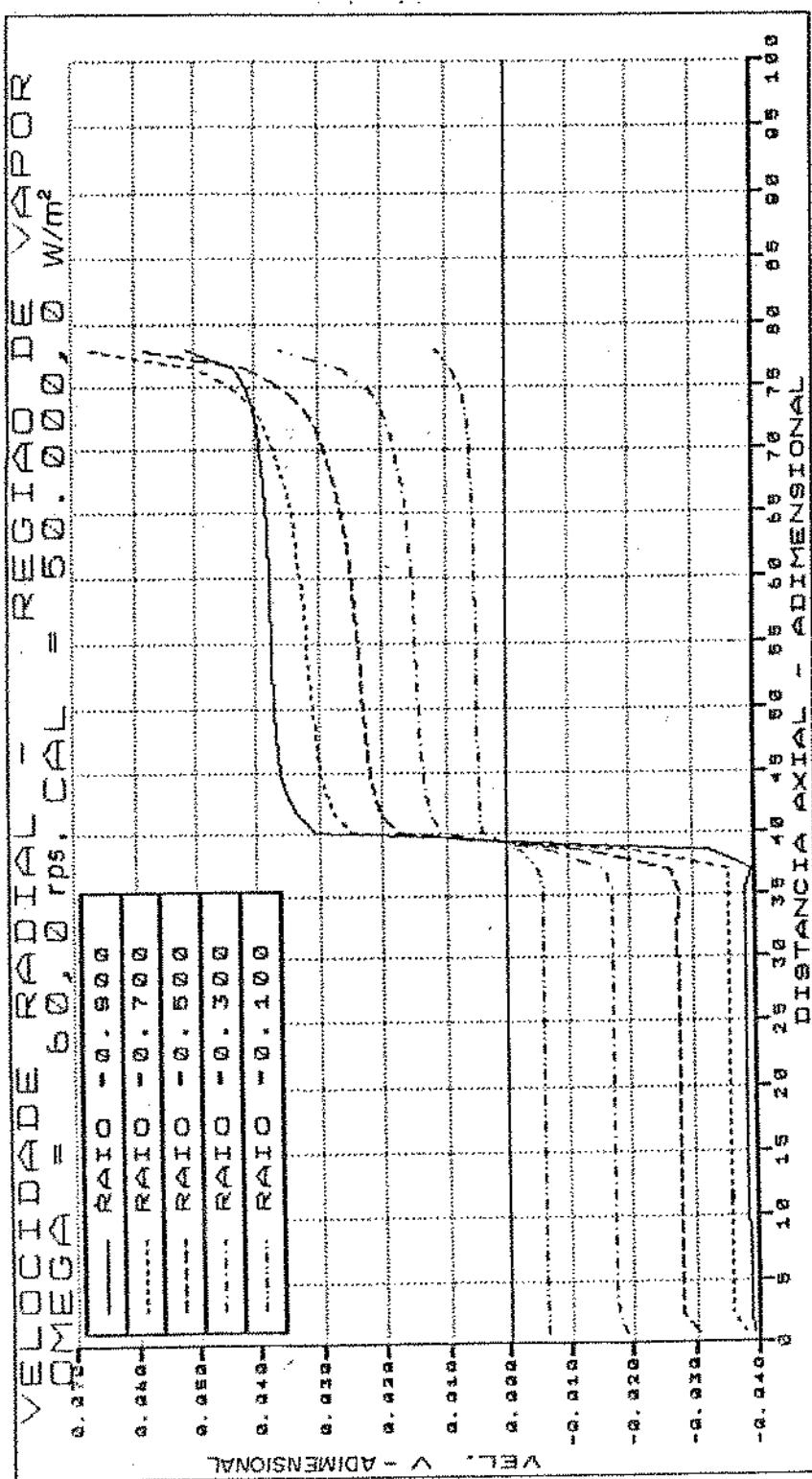


FIG. (3.54) — Perfil da velocidade radial na direção radial para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

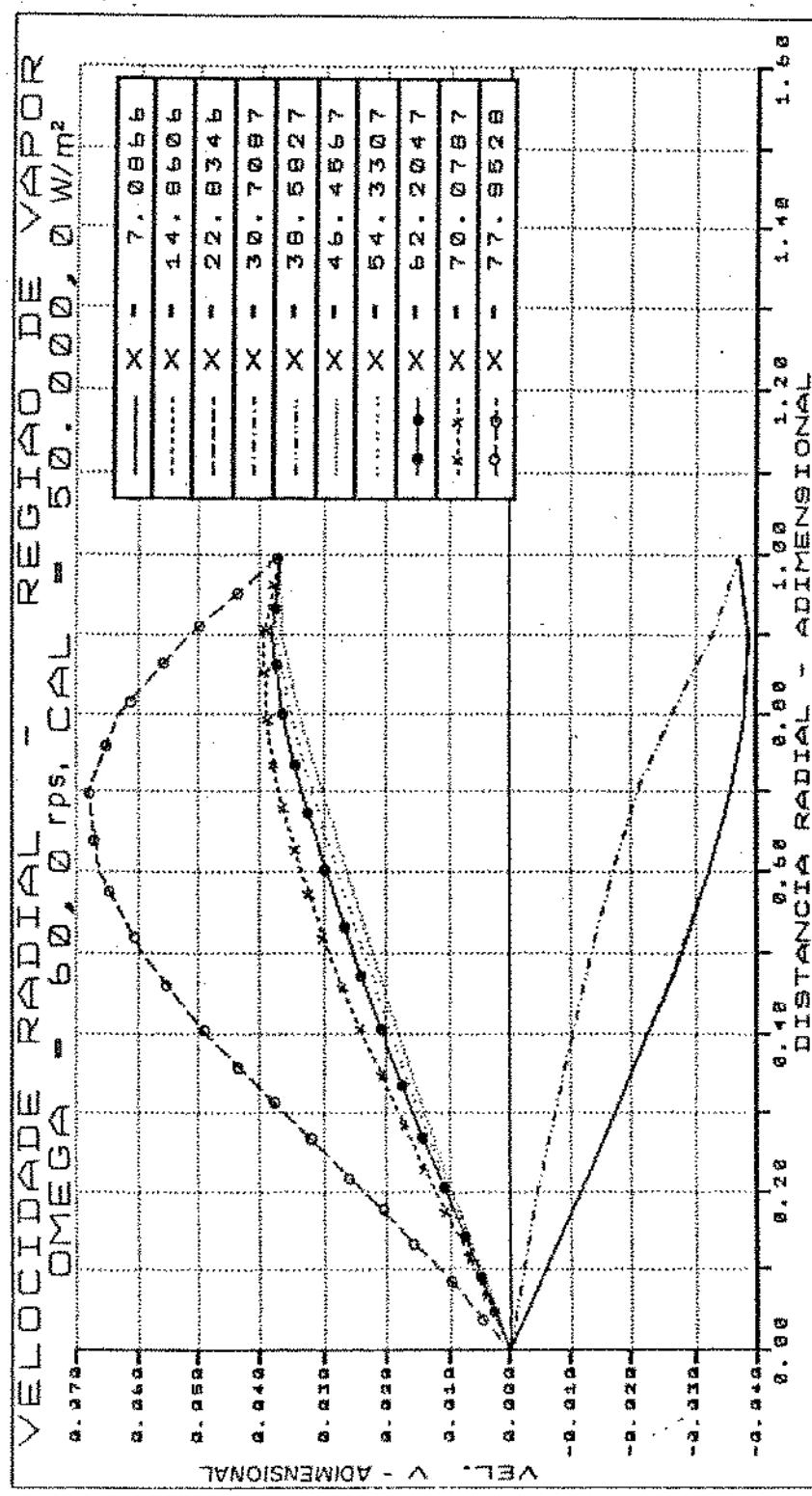


FIG. (3.55) - Perfil da velocidade radial na direção radial para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

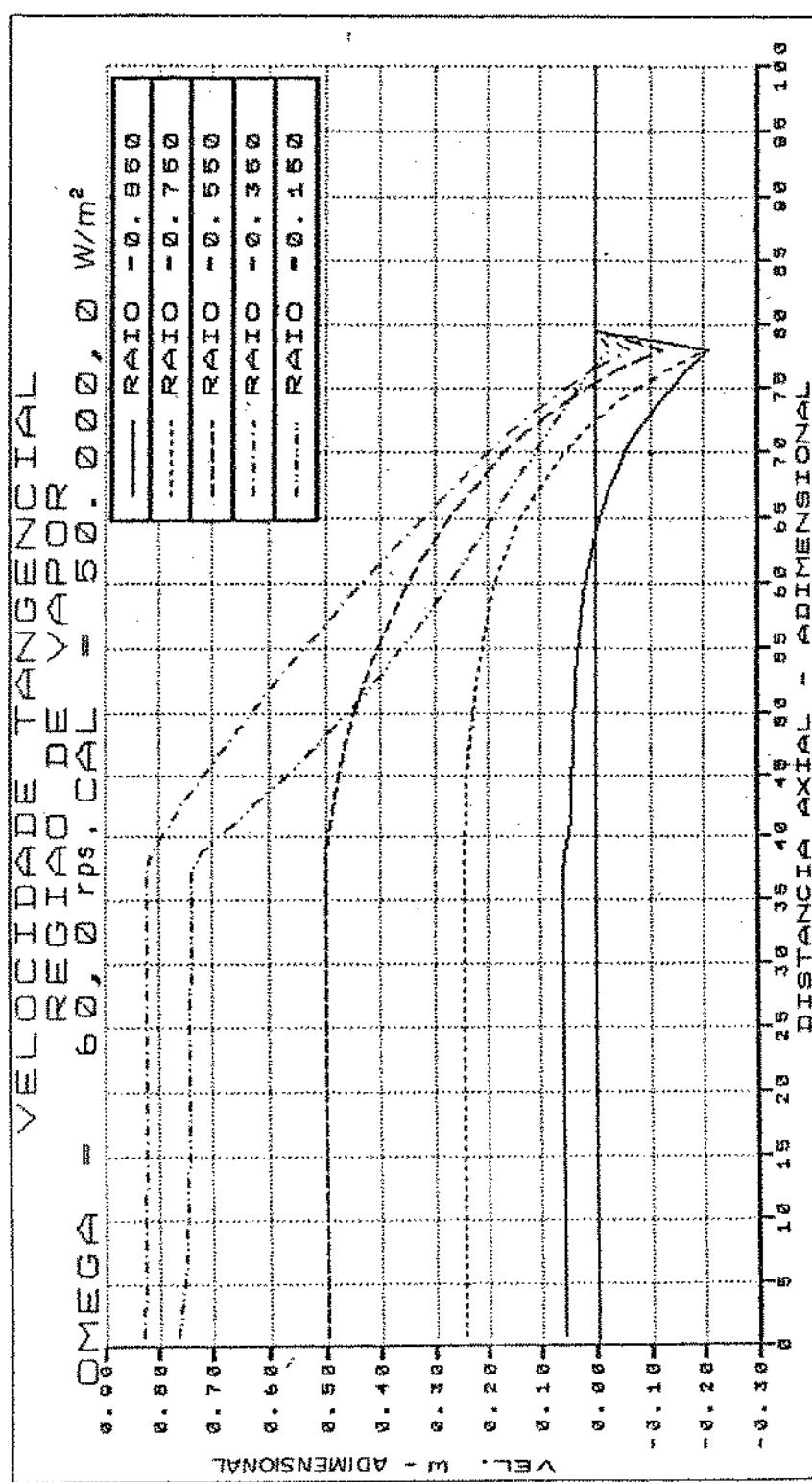


FIG. (3.56) - Perfil da velocidade tangencial na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>

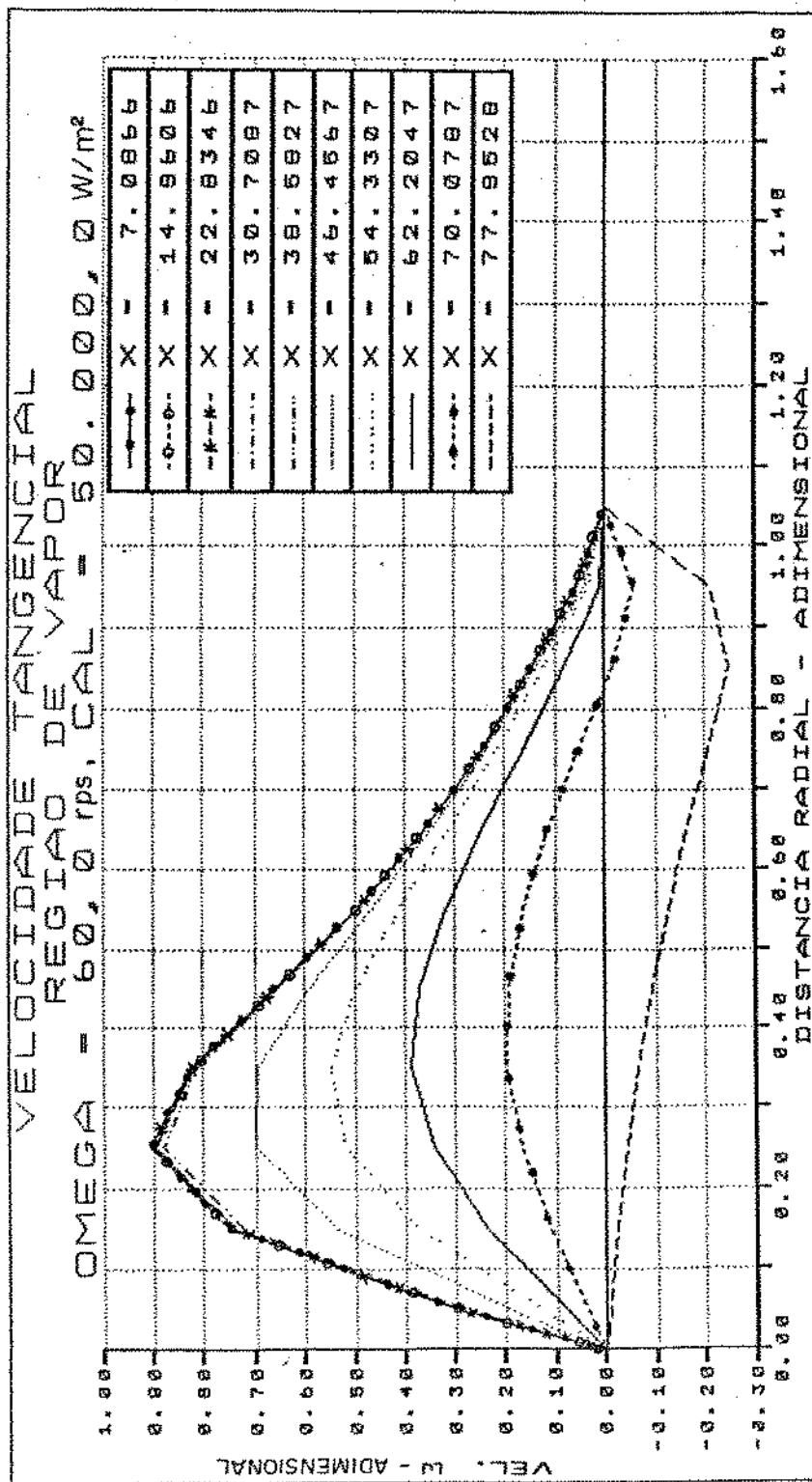


FIG.(3.57) - Perfil da velocidade tangencial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

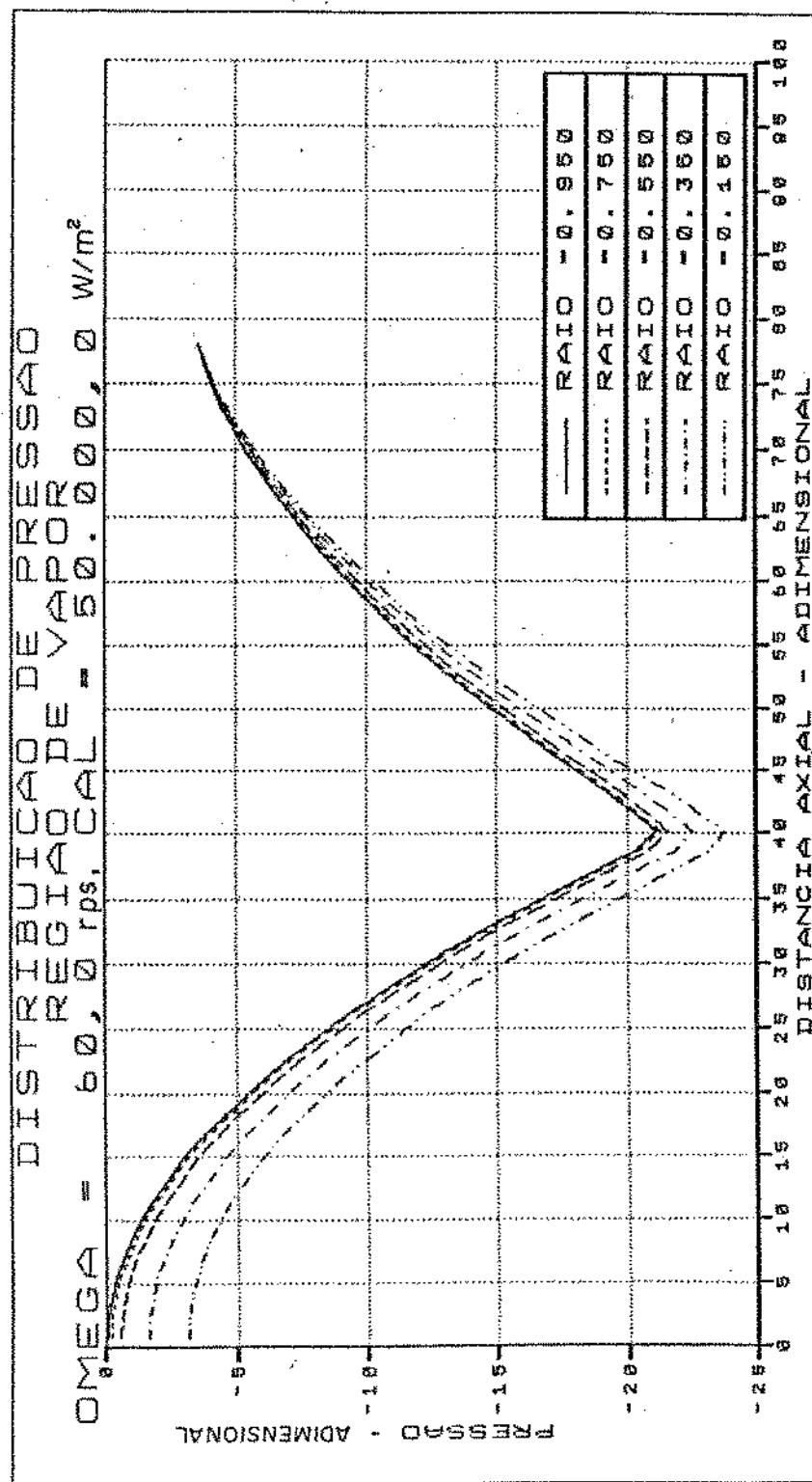


FIGURA (3.58) - Perfil da pressão na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

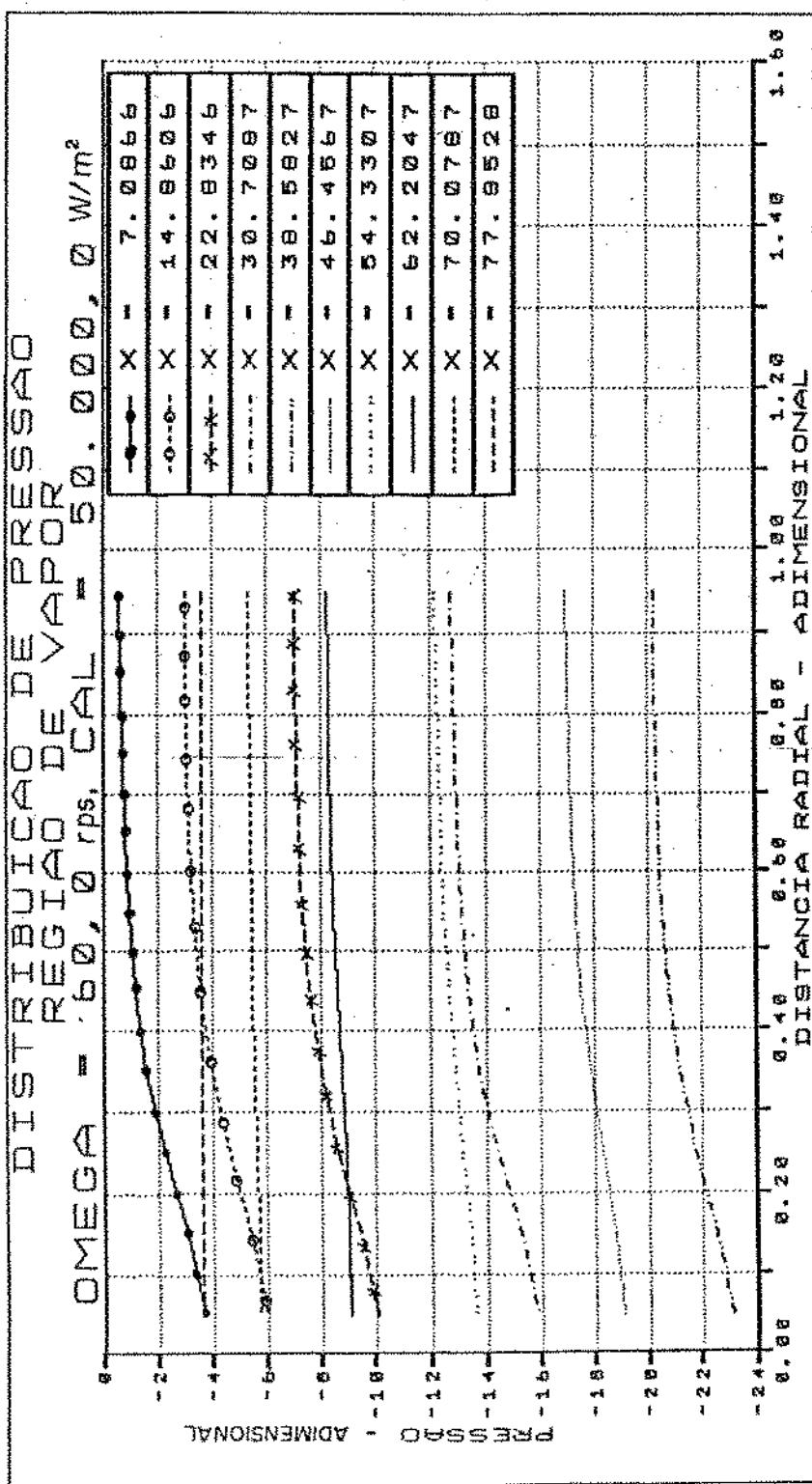


FIG. (3.59) - Perfil da pressão na direção radial, para a região de vapor, com:  
Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

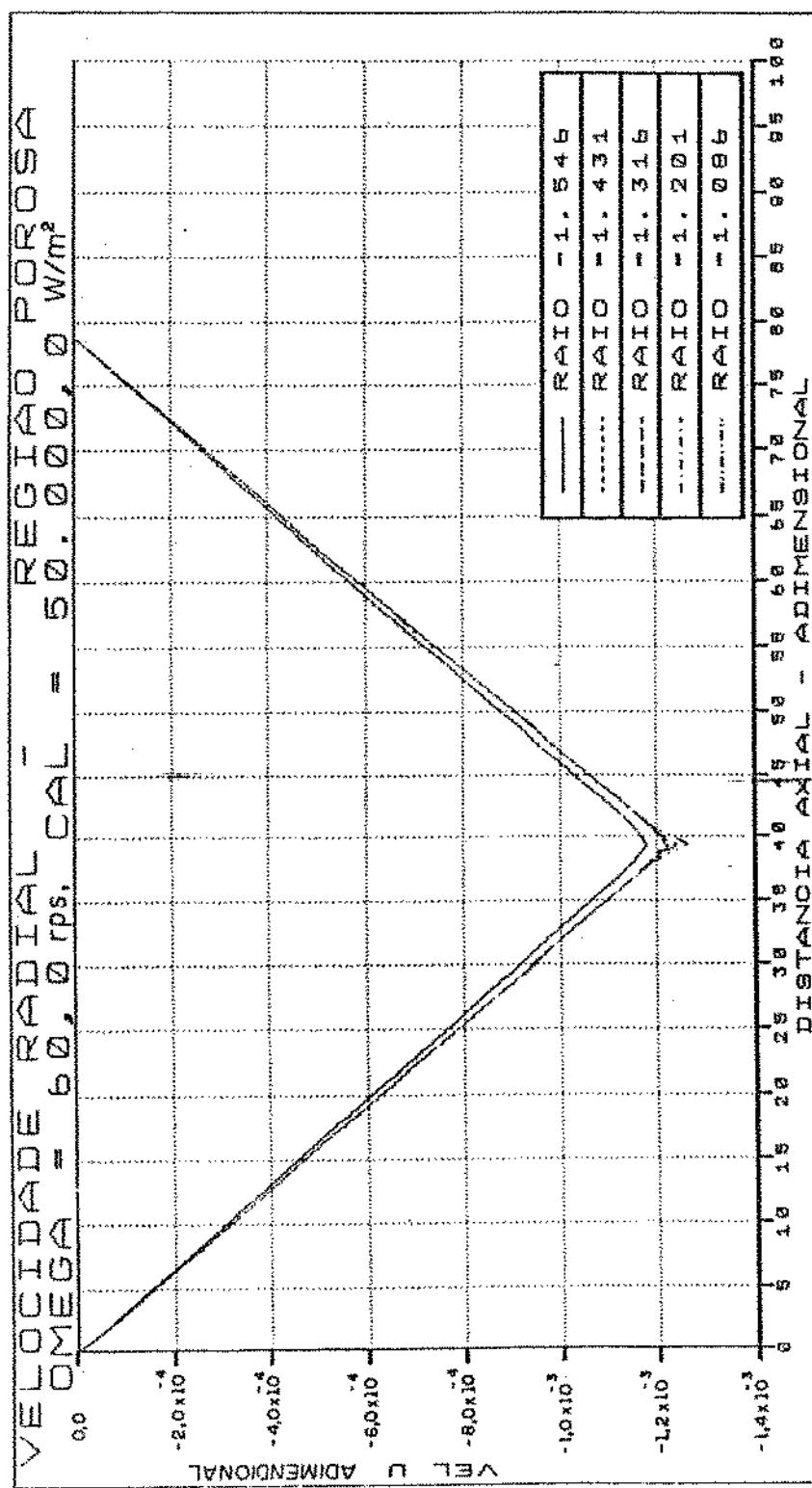


FIG. (3.60) - Perfil da velocidade axial na direção axial, para a região porosa,  
com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

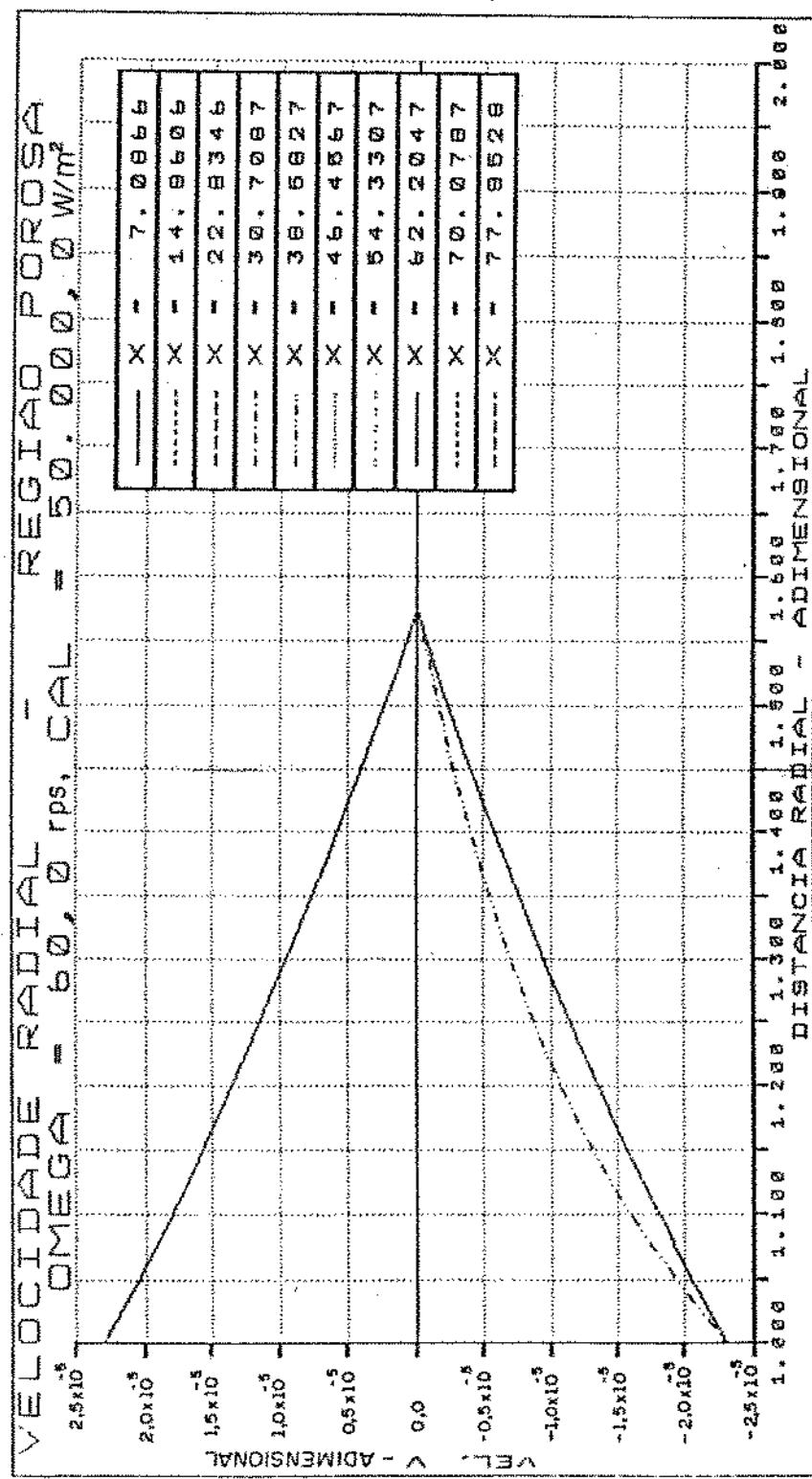
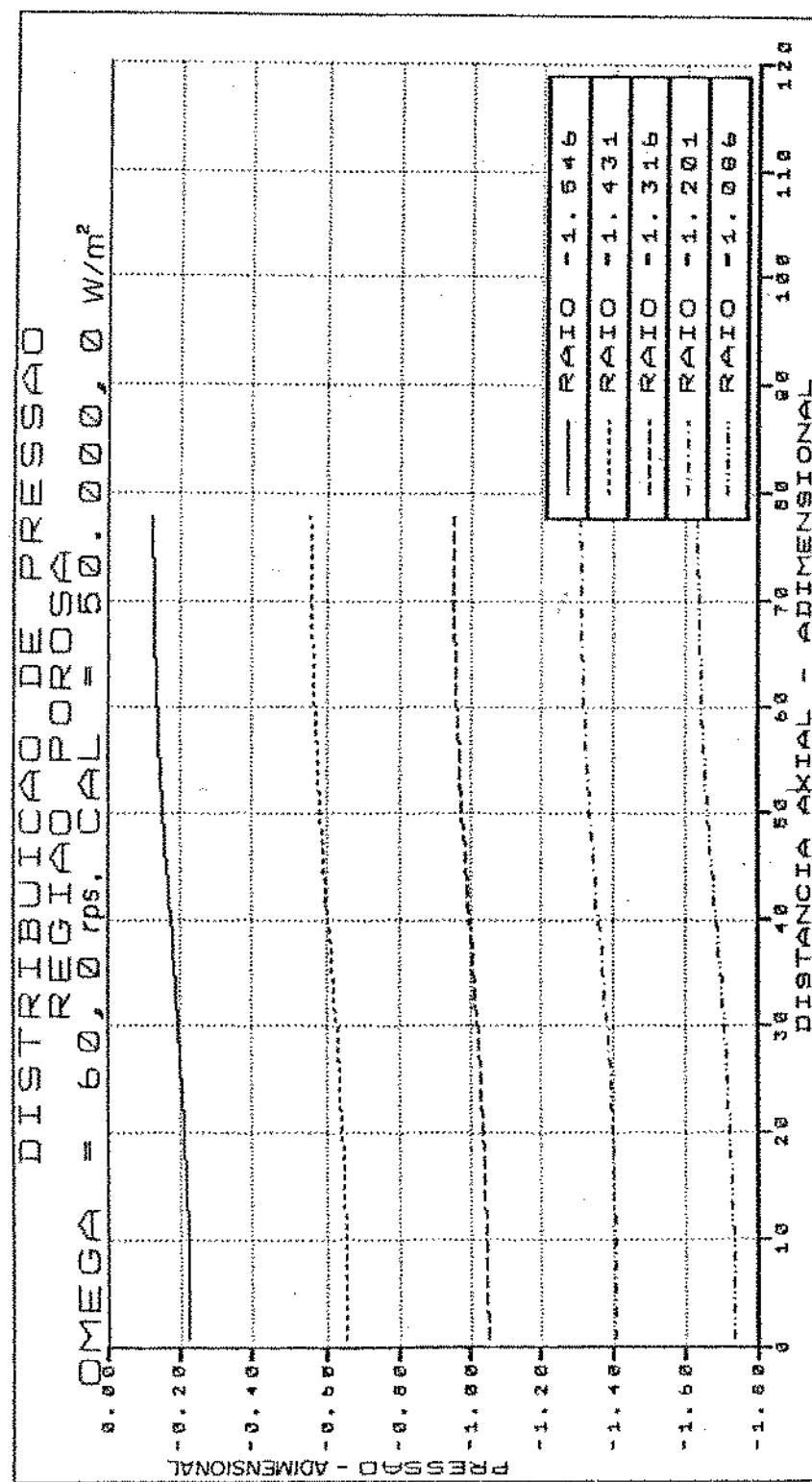


FIG. (3.61) - Perfil da velocidade radial na direção radial, para a região porosa, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.



**FIG. (3.62)** — Perfil da pressão na direção axial, para a região porosa, com:  
Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

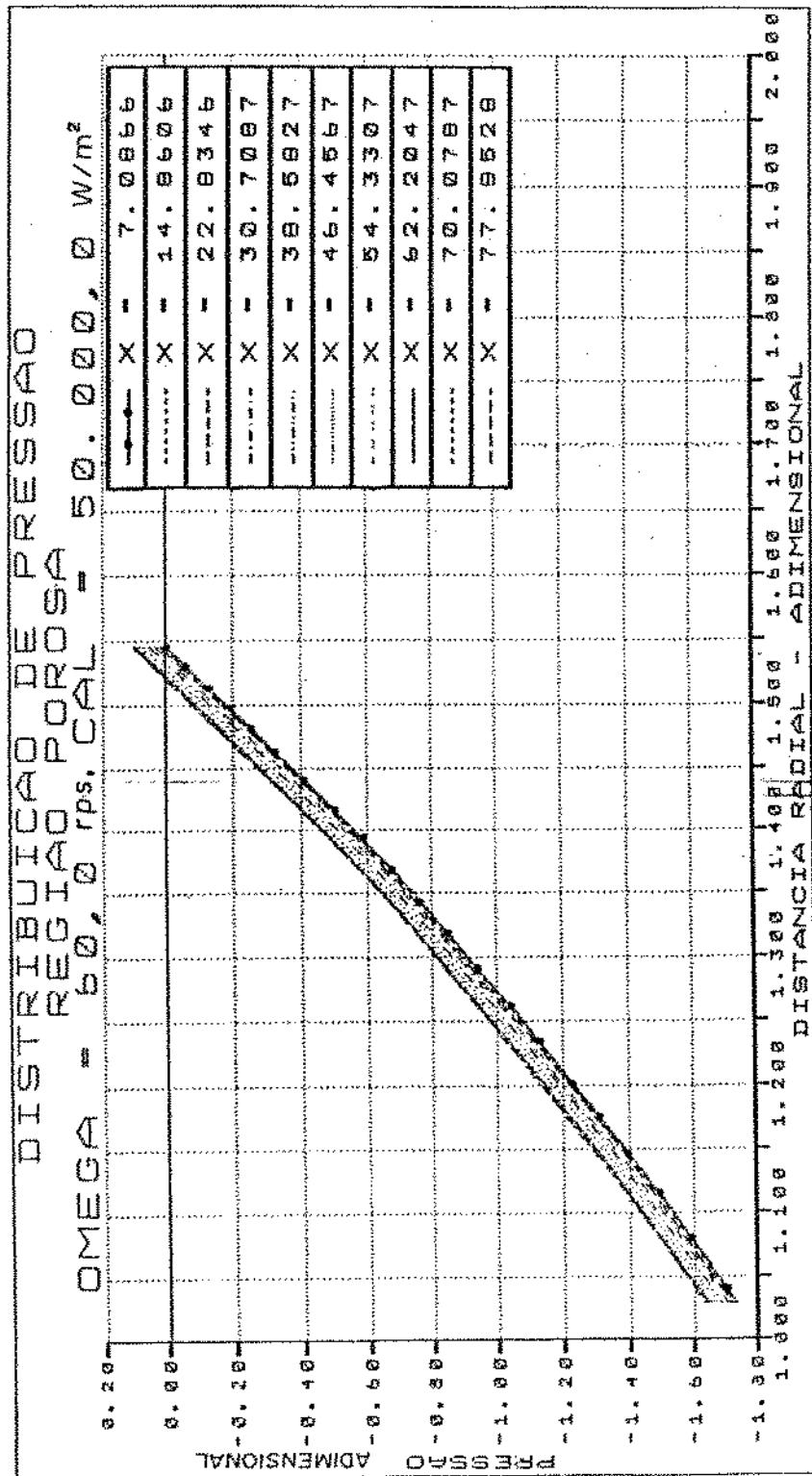


FIG (3.63) - Perfil da pressão na direção radial, para a região porosa, com:  
 Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

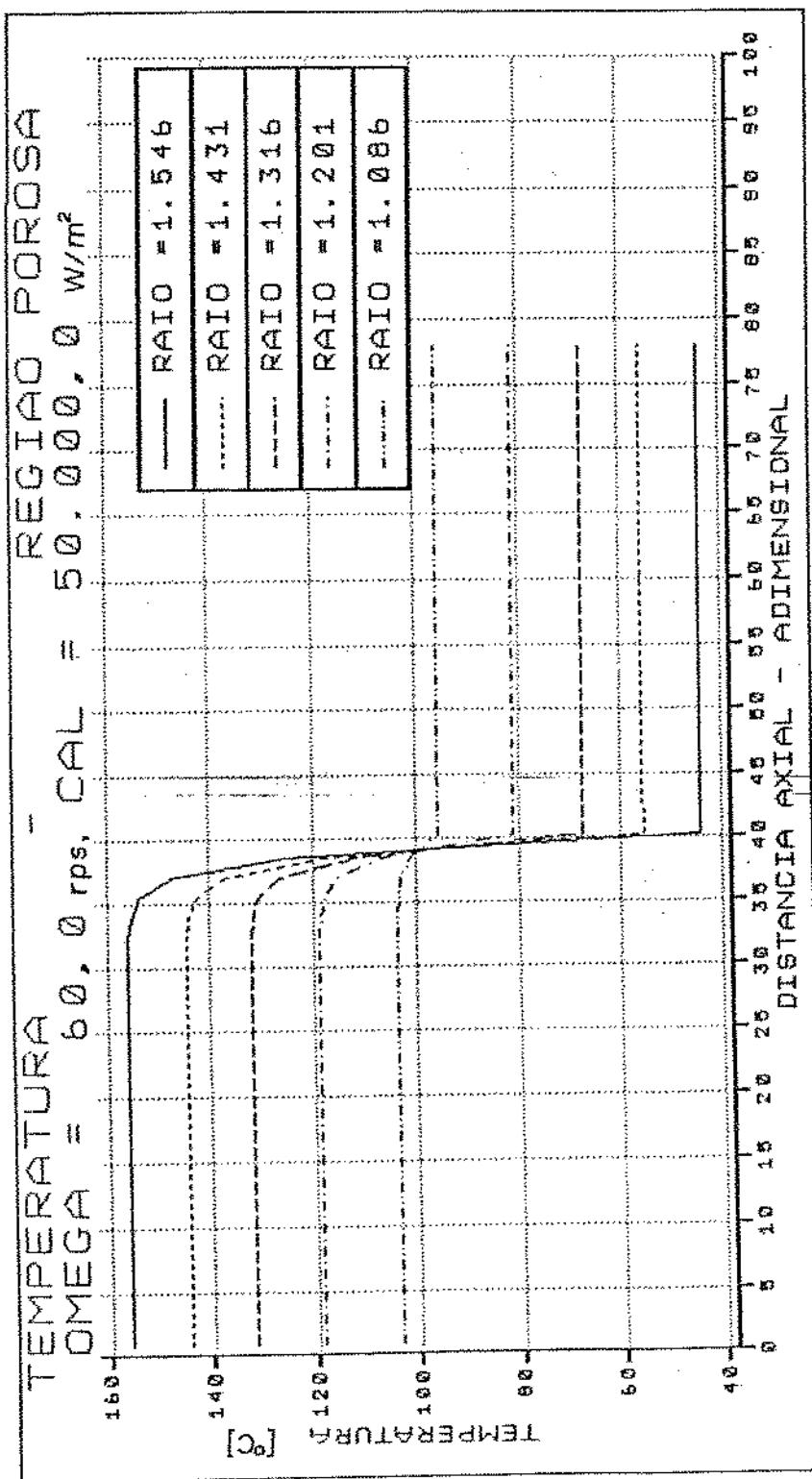


FIG. (3.64) - Perfil da temperatura na direção axial, para a região porosa, com:  
Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 50.000 W/m<sup>2</sup>.

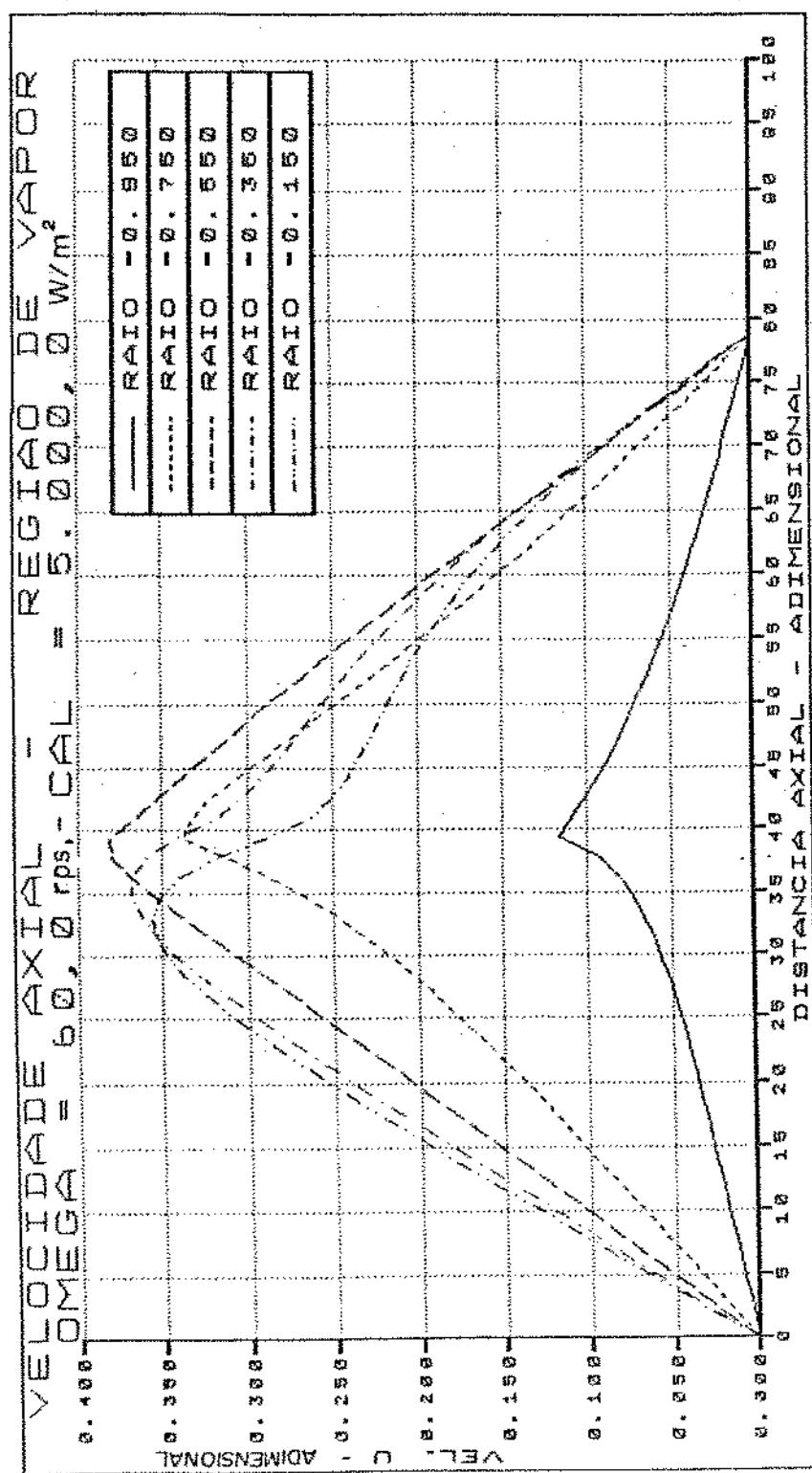


Fig. (3.65) TUBO DE CALOR NA VERTICAL COM O EVAPORADOR POSICIONADO NA REGIÃO INFERIOR.

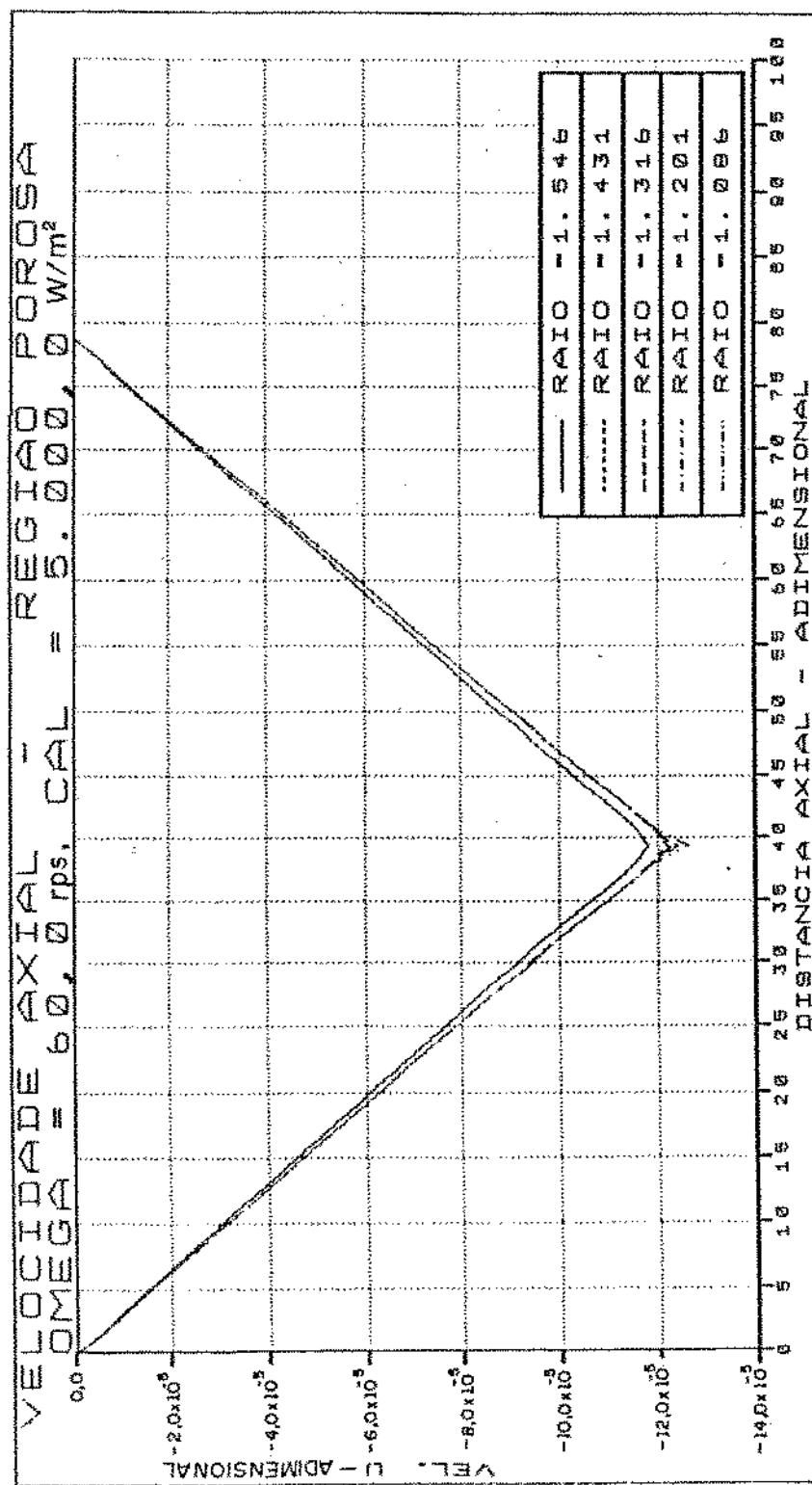


FIG. (3.66) TUBO DE CALOR NA VERTICAL COM O EVAPORADOR POSICIONADO NA REGIÃO INFERIOR

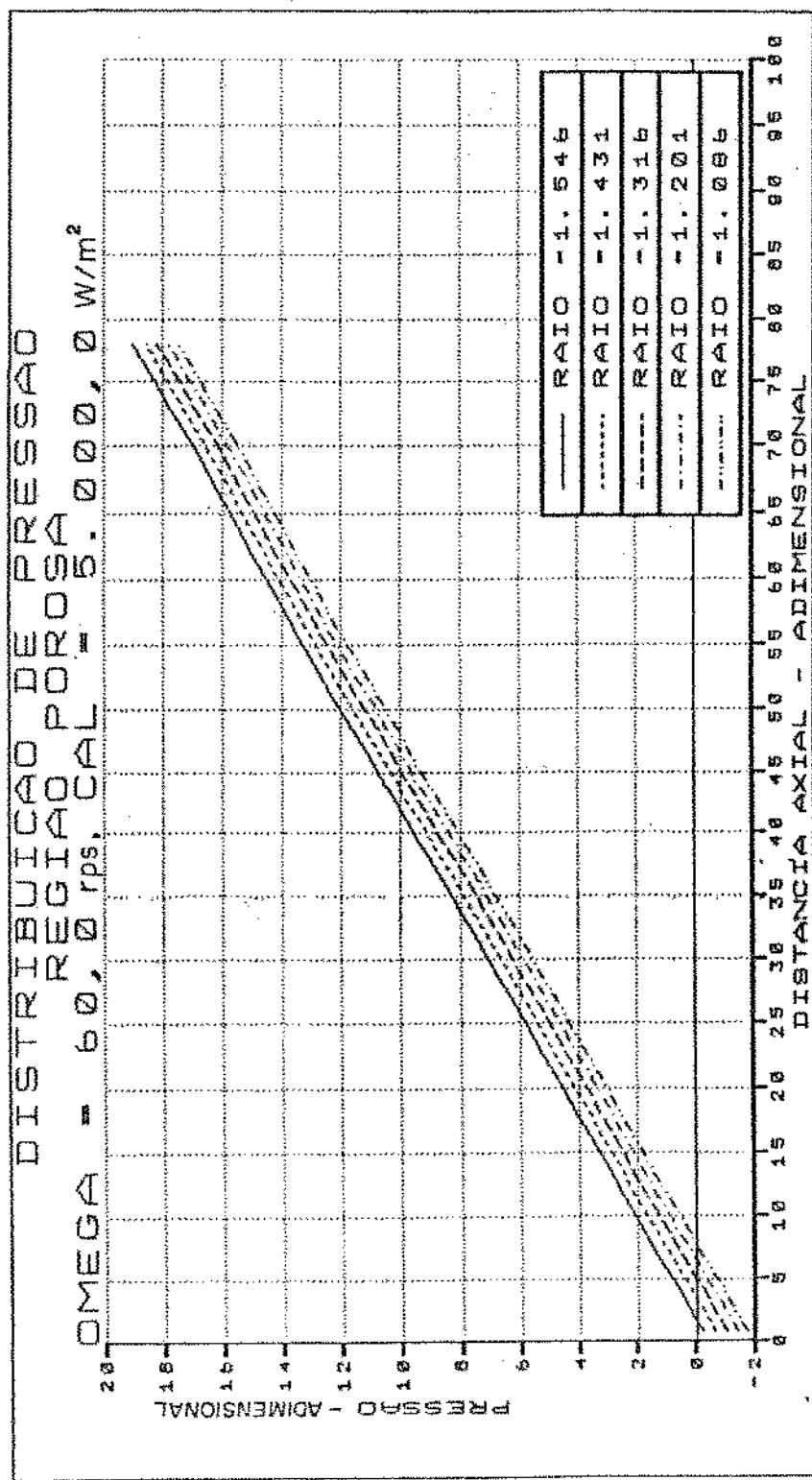


Fig.(3.67) TUBO DE CALOR NA VERTICAL COM O EVAPORADOR POSICIONADO NA REGIÃO INFERIOR

### 3.1.2. ANÁLISE DO EFEITO DA ROTAÇÃO NO TUBO DE CALOR.

Na região de vapor percebe-se que o aumento da rotação provoca uma perturbação na região de transição do evaporador para o condensador. As figuras (3.1) a (3.2) e (3.37) a (3.44), simulam a operação da região de vapor de um tubo de calor cilíndrico sem região adiabática. Para baixa rotação a velocidade axial no centro do tubo é máxima, figura (3.2), ao longo de todo tubo de calor, já o mesmo não ocorre quando a rotação é elevada, figura (3.38), percebe-se que na região do condensador a máxima velocidade axial não ocorre no centro do tubo de calor e, este efeito é mais acentuado próximo à zona de transição do evaporador para o condensador.

A velocidade radial, na região de vapor, tanto para baixa quanto para alta rotação, percebe-se uma leveira aceleração no sentido do centro do tubo de calor e, devido a própria condição de fluxo de calor constante imposta, nota-se que para baixa rotação, figura (3.3), a velocidade radial não sofre nenhuma alteração no sentido axial, ocorrendo uma inversão bem delineada na região de transição entre o evaporador e condensador. O aumento da rotação do tubo de calor provoca uma suavização na inversão da velocidade radial, na zona de transição e este efeito é mais acentuado na região do evaporador. Isto ocorre devido à força centrífuga que tende a provocar uma inversão da massa injetada na região do evaporador e, esta tendência ocorre inicialmente na região de transição do evaporador para o condensador e se propaga em direção ao evaporador com o aumento da rotação. O subsequente aumento da rotação este tu

bo poderá entrar em colapso devido a este efeito.

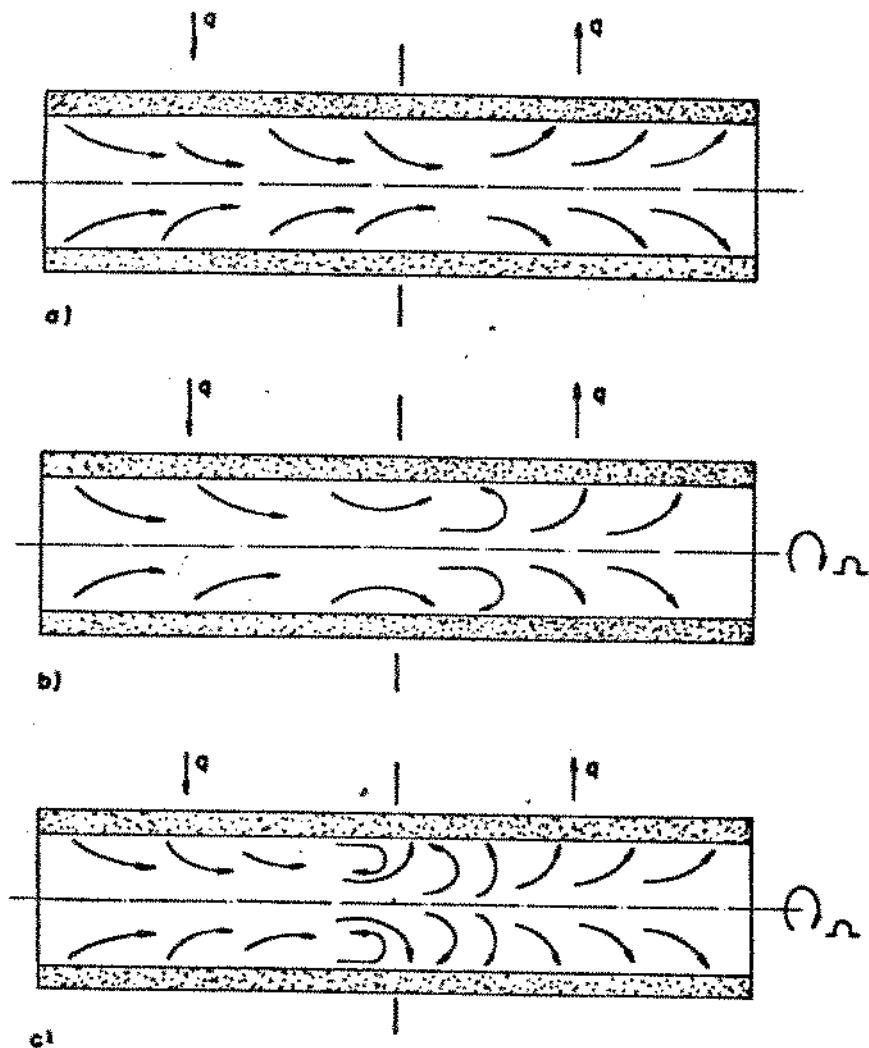


Fig. 3.68. Representação esquemática das linhas de corrente de escoamento de vapor para um tubo de calor cilíndrico. A) Tubo de calor estático. B) Tubo de calor com rotação elevada. C) Tubo de calor com rotação crítica.

A análise da distribuição de pressão na região de vapor,

Figs. (3.7), (3.8), (3.43) e (3.44), mostra que para rotação mais elevada, a mínima pressão não ocorre simultaneamente no mesmo ponto, trazendo uma tendência desta, a se deslocar para a região do evaporador no centro do tubo, mas a verificação que a velocidade axial tende a aumentar devido a rotação, próxima à interface líquido-vapor; sugere a tendência de aparecer uma recirculação, conforme Fig. (3.68 c), na região de transição. O consequente aumento da rotação, esta região de recirculação tende a se propagar na direção do evaporador e, esta região pode ser comparada a uma seção adiabática de tubo de calor, já que a força centrífuga não permite que haja injeção de massa nesta região. Esta tendência irá se propagar, com o aumento da rotação, até que em toda região do evaporador não haja injeção de massa, podendo ocorrer o total bloqueio do tubo de calor. Portanto, podemos afirmar que para o tubo de calor simulado, operando a 3.600 rpm e  $5.000 \text{ W/m}^2$ , está próximo à rotação crítica; já que está próximo da condição de começar a haver inversão de fluxo de massa na região do evaporador.

Quanto ao perfil de velocidade tangencial, Figs. (3.6) e (3.42), percebe-se que este sofre grande influência do perfil de velocidade radial, devido ao comportamento serem semelhantes, portanto os efeitos são semelhantes.

Na região porosa, os perfis de velocidades axial e radial, Figs. de (3.9) a (3.12) e de (3.45) a (3.47), não se alteram devido a rotação, nem mesmo em seus valores numéricos, apesar de apenas uma ligeira alteração no perfil da zona de transição. Aqui novamente aparece a tendência de suavização do per-

fil com o aumento da rotação e tendência de propagação desta alteração para a região do evaporador.

Quanto ao perfil de velocidade tangencial, Figs. (3.13) a (3.14) e (3.48), a velocidade aumenta com o aumento da velocidade de rotação e este perfil também é muito semelhante ao da velocidade radial.

A pressão permanece com a mesma característica no sentido radial, quanto ao sentido longitudinal percebe-se, Figs. (3.15) (3.16) (3.49) e (3.50), que o aumento de rotação provoca um ajuste tal no perfil da pressão que quase não há variação da pressão neste sentido; isto significa que, também para a região porosa, este tubo de calor está operando em seu limite, portanto, se aumentarmos um pouco mais sua rotação, para a mesma condição de fluxo de calor, este tubo de calor irá entrar em colapso.

A análise dos gráficos da região porosa nos mostra que o efeito da força centrífuga sobre esta região é quase imperceptível sobre os campos de velocidades, isto se deve ao fato da estrutura porosa, devido ao efeito de capilaridade, amenizar o efeito da força centrífuga. Podemos perceber que o escoamento nesta região é governado quase que exclusivamente pelo termo de Darcy, portanto, os termos convectivos são desprezíveis. Daí, o escoamento ocorre apenas devido a pressão de capilaridade desenvolvida pela estrutura porosa e que sofre pouca alteração devido a força centrífuga.

Para a mesma condição de fluxo de calor o perfil de temperatura, para a região porosa, não se altera devido a rotação,

nem mesmo próximo a zona de transição, e este perfil é constante na direção axial, isto sugere que o processo de transferência de calor, nesta região, ocorre basicamente por condução.

### 3.1.3. ANÁLISE DO EFEITO DO AUMENTO DO FLUXO DE CALOR.

Para a região de vapor o aumento do fluxo de calor, em um tubo de calor rotativo, tende a restabelecer as mesmas condições de um tubo operado em baixa rotação, só que, se o aumento deste fluxo de calor for muito acentuado haverá uma tendência de recirculação no final do condensador, como pode-se verificar pela análise das figuras de (3.19) a (3.22) e de (3.52) a (3.55), e a região de vapor torna-se quase insensível ao efeito do aumento da rotação. Note que nas Figs. (3.19) (3.24) (3.52) e (3.54) o perfil radial e axial de velocidade tornam-se pouco sensível ao aumento da rotação, mas é interessante observar que, mesmo para um fluxo de calor intenso, o efeito da rotação tende a amenizar o efeito de recirculação no final do condensador e se aumentarmos mais ainda a rotação, a tendência deste tubo é operar nas condições vistas anteriormente. Este efeito de recirculação também é verificado com baixos fluxos de calor, se o comprimento total do tubo de calor ou mesmo o comprimento da região de condensação forem diminuídos.

Quanto aos perfis de velocidade tangencial, Figs. (3.23) e (3.56), qualitativamente são idênticos, mudando somente sua intensidade devido à variação da rotação, isto significa que para um fluxo intenso de calor não haverá alteração nas condições de operação do tubo devido aos efeitos tangenciais, ou seja, o modelo bi-dimensional é válido para esta condição, o que também se verificou para a condição de fluxo de calor mais baixo.

Através das figuras de (3.25), (3.26), (3.58) e (3.59),

notamos que o perfil de pressão, para a condição de baixa rotação, a recuperação de pressão, Figs. (3.25) e (3.7), na região de condensador se torna mais intensa, quase recuperando-a totalmente, o que não ocorre para baixos fluxos de calor. Notamos também que o aumento do fluxo de calor causa uma diminuição acelerada da queda de pressão no sentido radial.

Note que, para a condição de fluxo de calor de 50.000 W/m<sup>2</sup> e 3.600 rpm, a região de vapor deste tubo de calor está bem abaixo da condição limite de operação verificada para a mesma condição de rotação e fluxo de calor de 5.000 W/m<sup>2</sup>.

A temperatura nesta região, com condição intensa de fluxo de calor, não se alterou em nenhuma posição, sendo igual à temepratura de saturação considerada na posição de pressão de referência. Podemos concluir que, para esta região, para este fluido, o processo de transferência de calor ocorre somente devido ao calor latente do fluido considerado.

Para a região porosa verificou-se que com o aumento do fluxo de calor os perfis de velocidade, qualitativamente, ficam inalterados e que o efeito, nestes perfis, devido ao aumento da rotação é exatamente o mesmo verificado anteriormente. O efeito mais perceptível, Figs. (3.15) e (3.33), é o aumento da queda de pressão nesta região, o que já era de se esperar, já que as velocidades, neste meio, aumentaram. Ainda, com o aumento de fluxo de calor, percebe-se que, para esta região, o processo de transferência de calor ocorre basicamente por condução.

Após a análise dos gráficos para o aumento do fluxo de

calor, verificamos que este aumento tem um efeito contrário ao da força centrífuga e isto é de percepção direta, pois as partículas fluidas que estão sendo injetadas tem maior energia e portanto maior condição de vencer as condições adversas impostas pela força centrífuga.

### 3.1.4. ANÁLISE DO EFEITO DA GRAVIDADE SOBRE O TUBO DE CALOR.

A simulação foi efetuada considerando um tubo de calor cilíndrico, com estrutura porosa, posicionando na vertical, com o evaporador na parte inferior. Foi considerado rotação de 3.600 rpm e fluxo de calor de 5.000 W/m<sup>2</sup>.

O que se verificou foi que a região de vapor ficou inalterada, Fig. (3.65), apresentando o mesmo comportamento, na horizontal, nas mesmas condições de operação.

Para a região porosa, os perfis de velocidade também permaneceram inalterados, Fig. (3.66), mas é perceptível uma alteração quanto ao perfil de pressão, onde verificou-se um aumento considerável na queda de pressão, Figs. (3.67) e (3.49), no sentido longitudinal.

Podemos concluir, portanto, que um tubo de calor posicionado em condição favorável, ou seja, com o evaporador na posição inferior, ele poderá operar um pouco além da condição crítica de operação, isto se a região de vapor não entrar em colapso primeiro, o que é bem provável, já que esta região não se altera quanto ao efeito da gravidade e verificamos que ela é mais sensível ao efeito da rotação. Mas podemos ainda concluir que o tubo em posição contrária, ou seja, com o evaporador na posição superior, entrará em colapso para estas mesmas condições de operação, já que a queda de pressão no sentido axial é quase imperceptível operado na horizontal e a tendência é termos uma condição adversa de pressão, este tubo, portanto, entrará em colapso ou estará bem mais próximo disto.

### 3.2. ANÁLISE DOS RESULTADOS PARA TUBOS DE CALOR COM CONDENSADOR CÔNICO.

O tubo de calor considerado possui as seguintes características:

comprimento total: 1,0 m

comprimento do evaporador: 0,7 m

comprimento do condensador: 0,3 m

ângulo de inclinação do condensador: 2°

raio do tubo de calor: 0,020 m

fluído de trabalho: água

pressão de referência:  $1,0197 \times 10^5$  N/m<sup>2</sup>

A análise para este caso é feita, também, em duas regiões distintas, a região de vapor e a região de líquido; sendo que a análise para a região de vapor abrange todo o tubo de calor e, para a região de líquido é restrita à seção de condensação. É analisado o desempenho deste tubo de calor em função da variação da rotação.

#### 3.2.1. GRÁFICO DO TUBO DE CALOR COM CONDENSADOR CÔNICO.

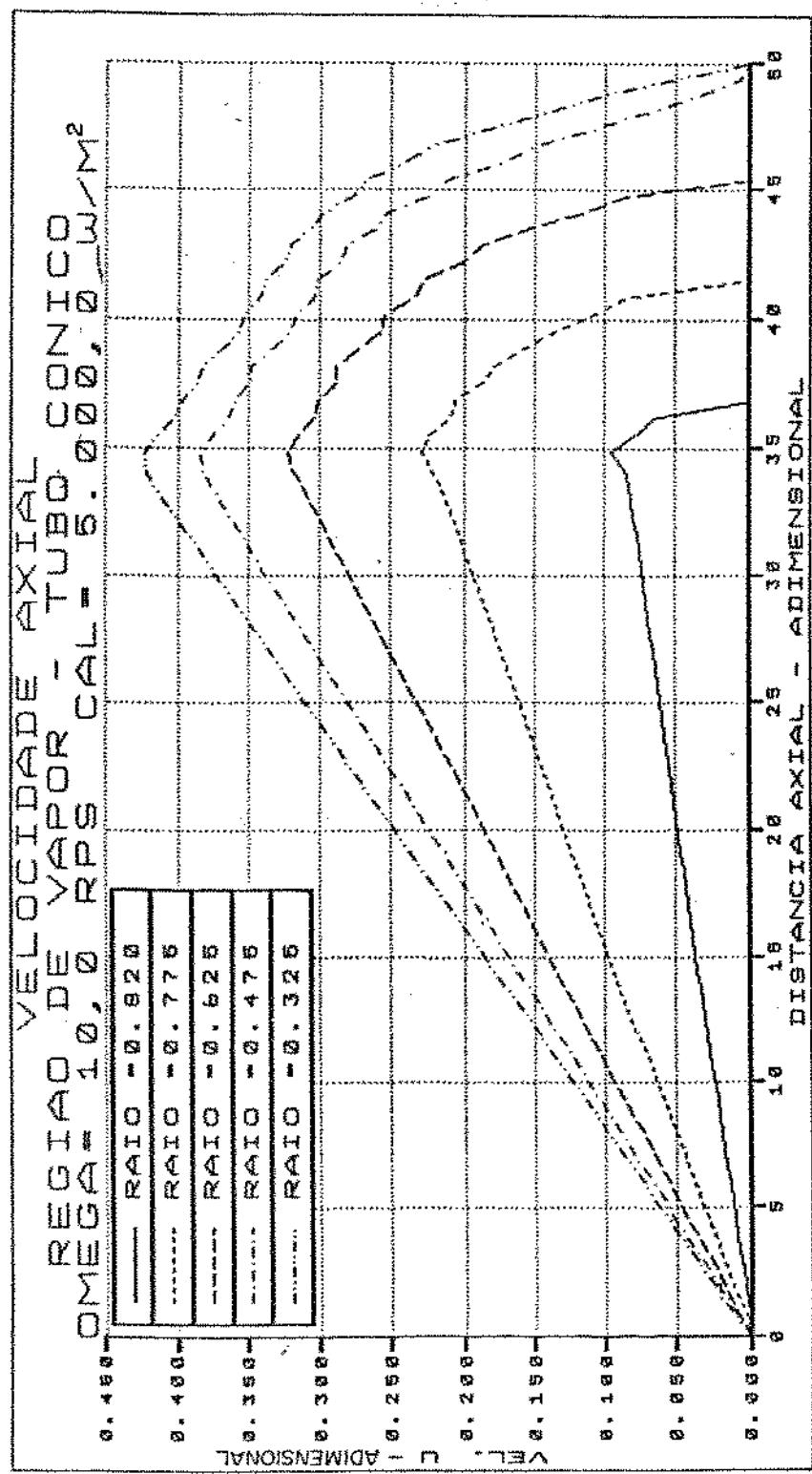


FIG. (3.69) - Perfil da velocidade axial na direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

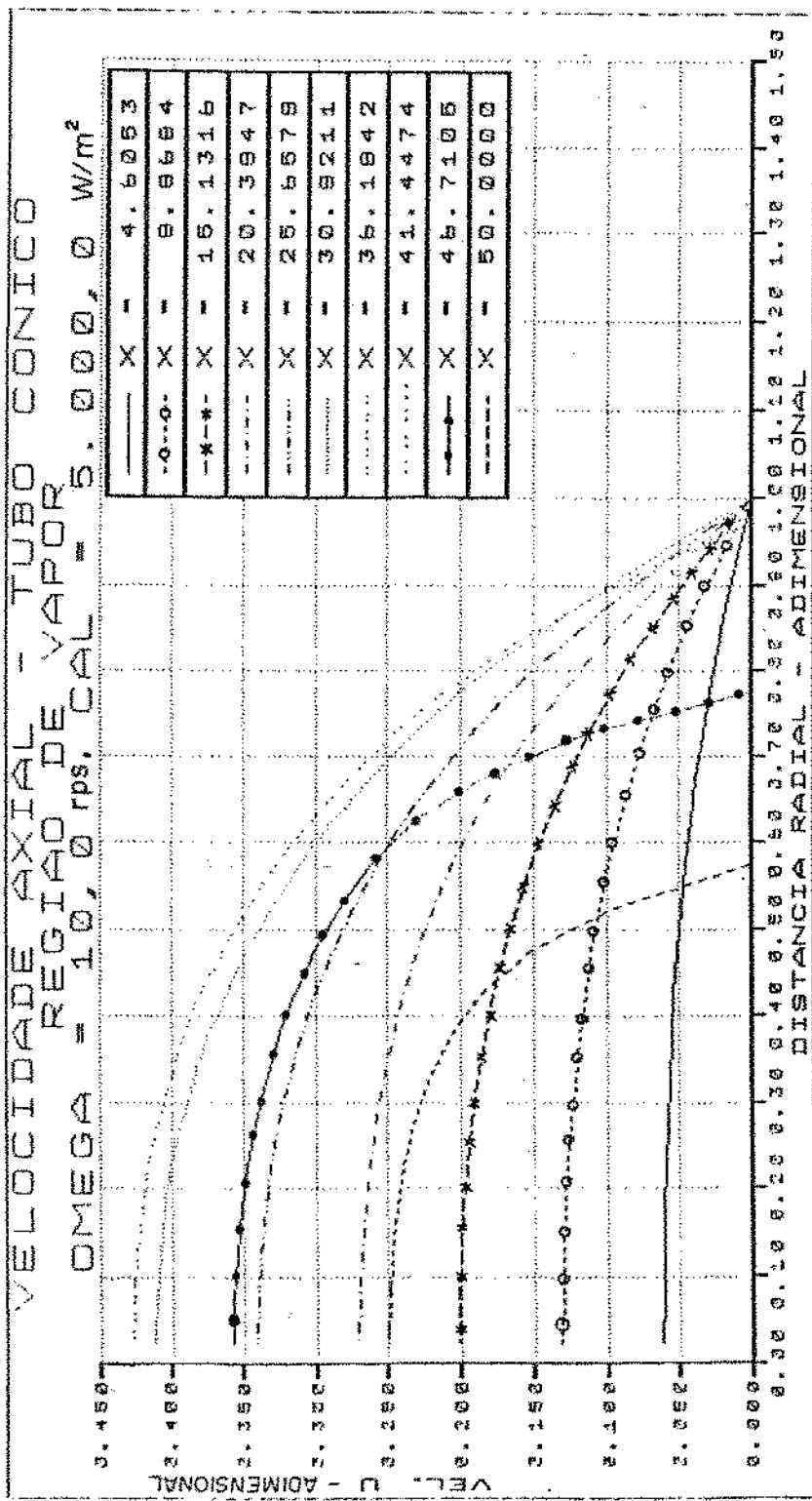


FIG.(3.70) - Perfil da velocidade axial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

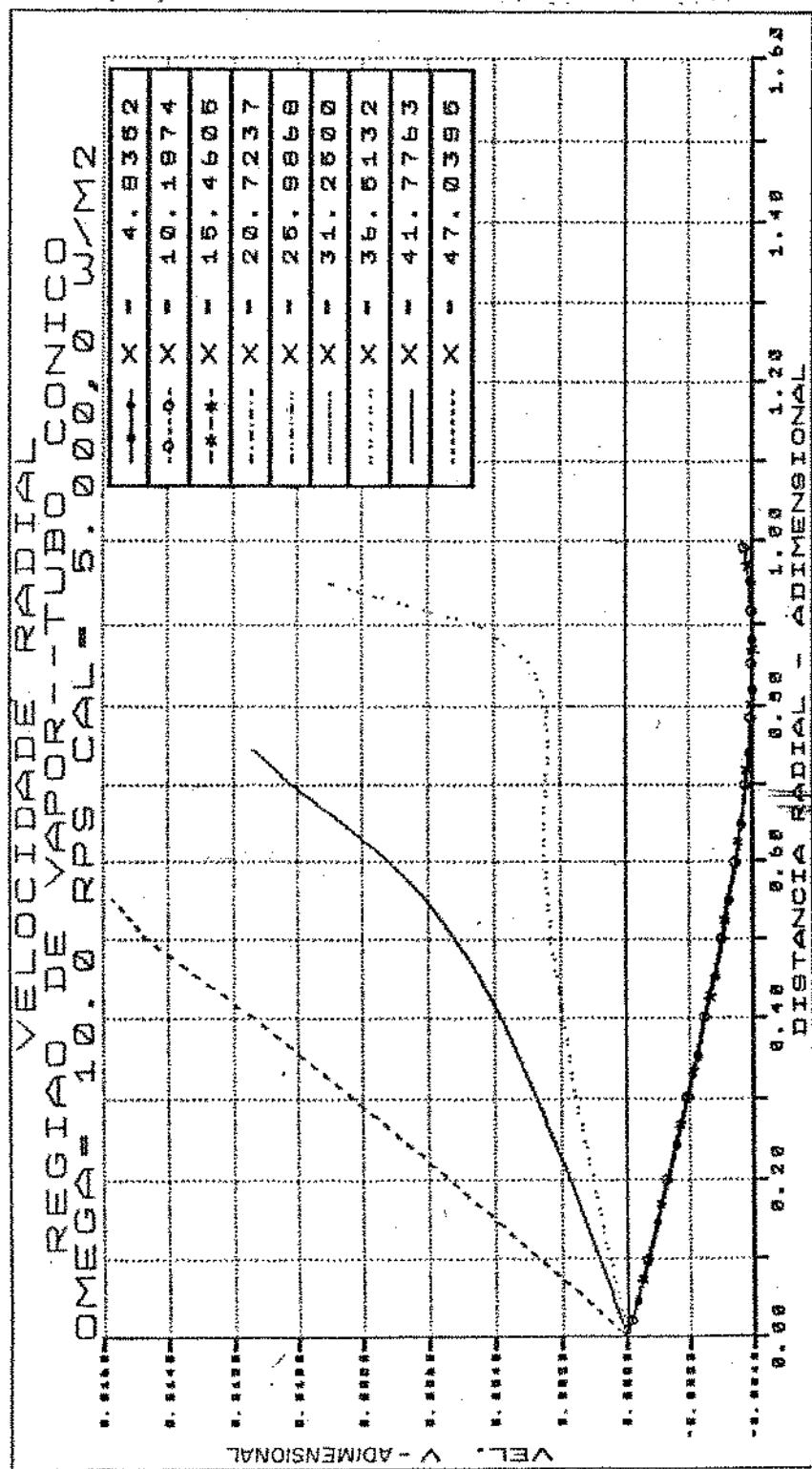


FIG (3.71) - Pérfil da velocidade radial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

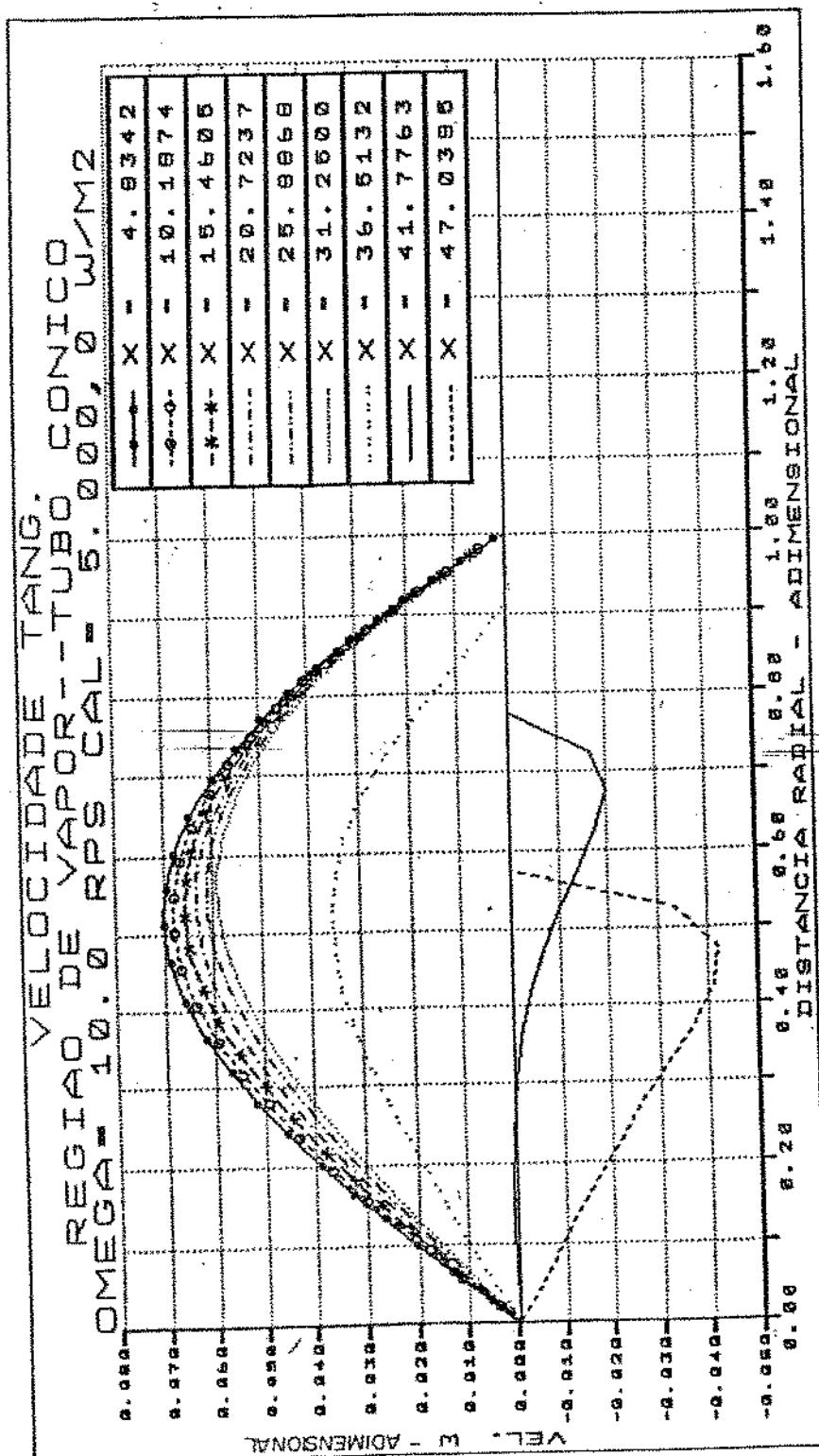


FIG.(3.72) - Perfil da velocidade tangencial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

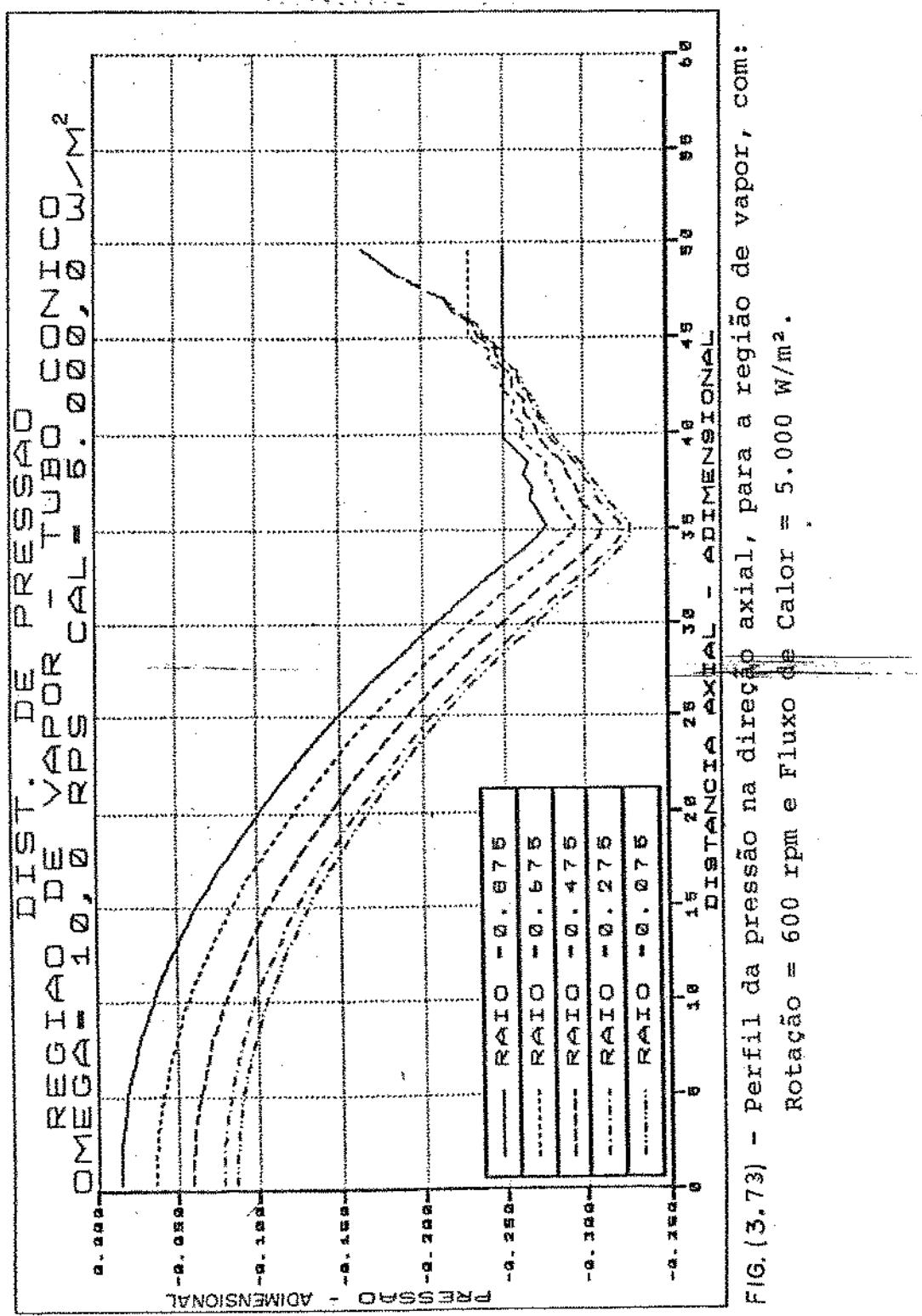


FIG. (3.73) - Perfil da pressão na direção axial, para a região de vapor, com:  
Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

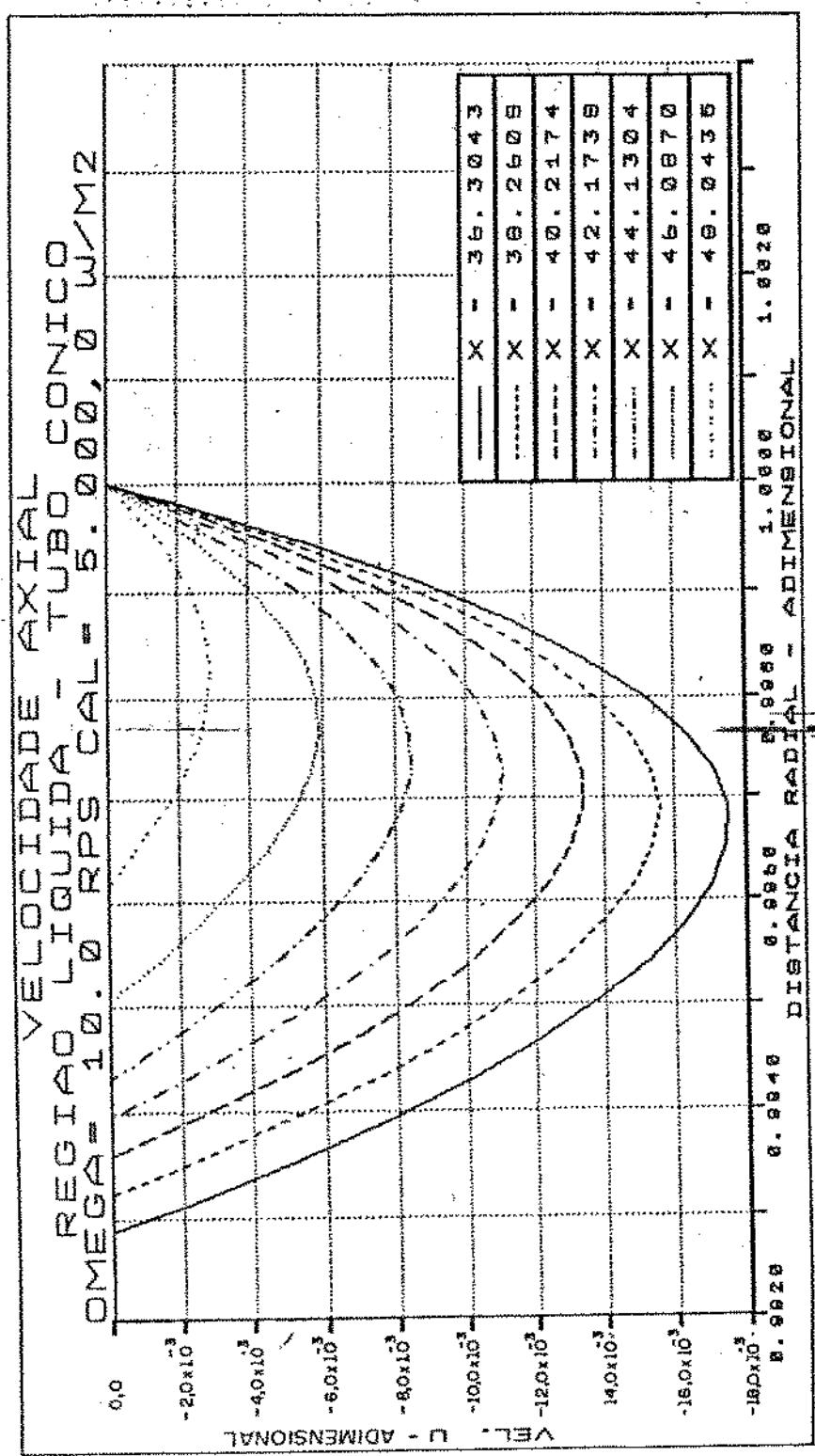


FIG.(3.74) - Perfil da velocidade axial na direção radial, para a região líquida, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000  $\text{W/m}^2$ .

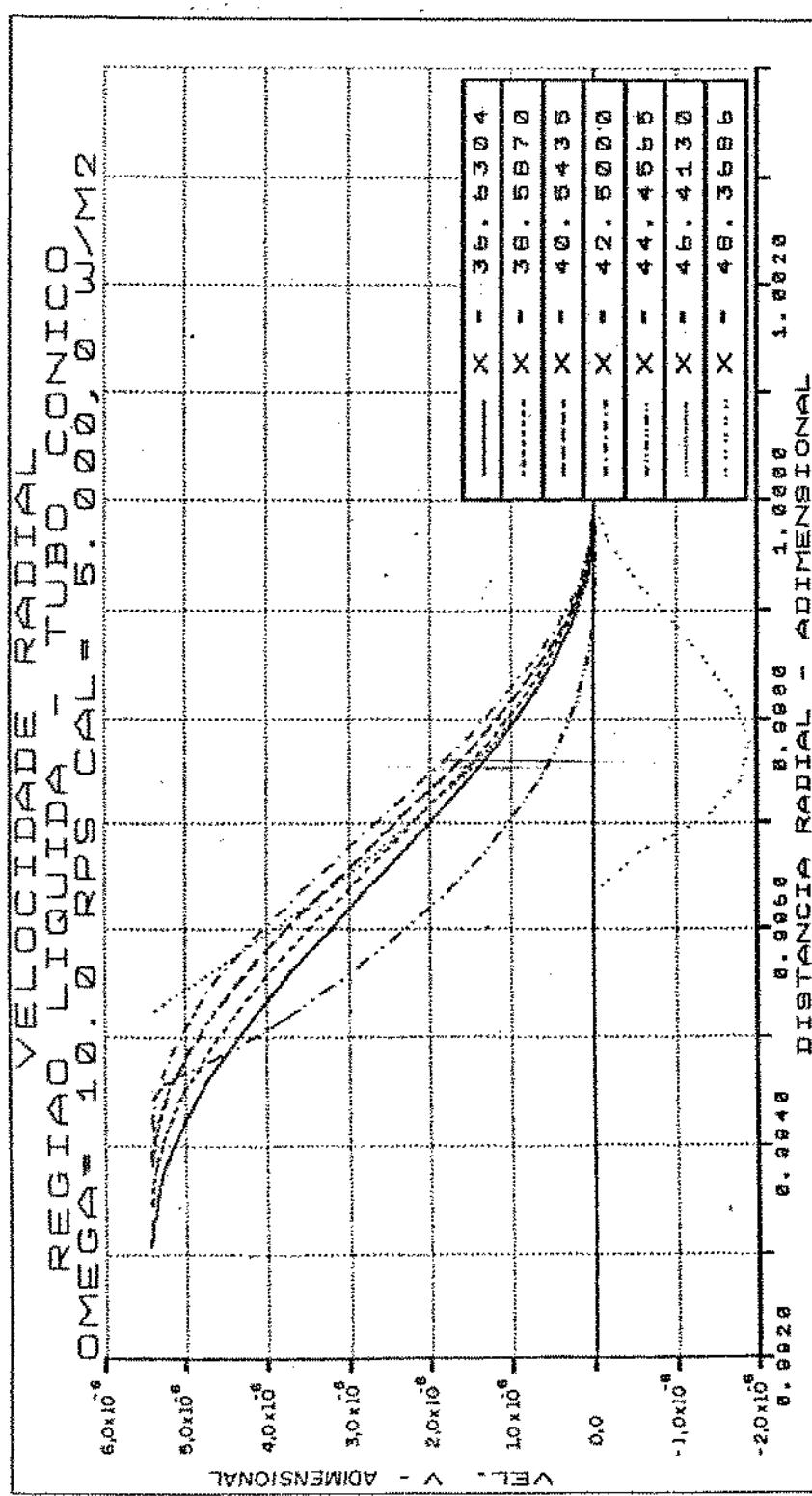


FIG. (3.75) – Perfil da velocidade radial na direção radial, para a região líquida, com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

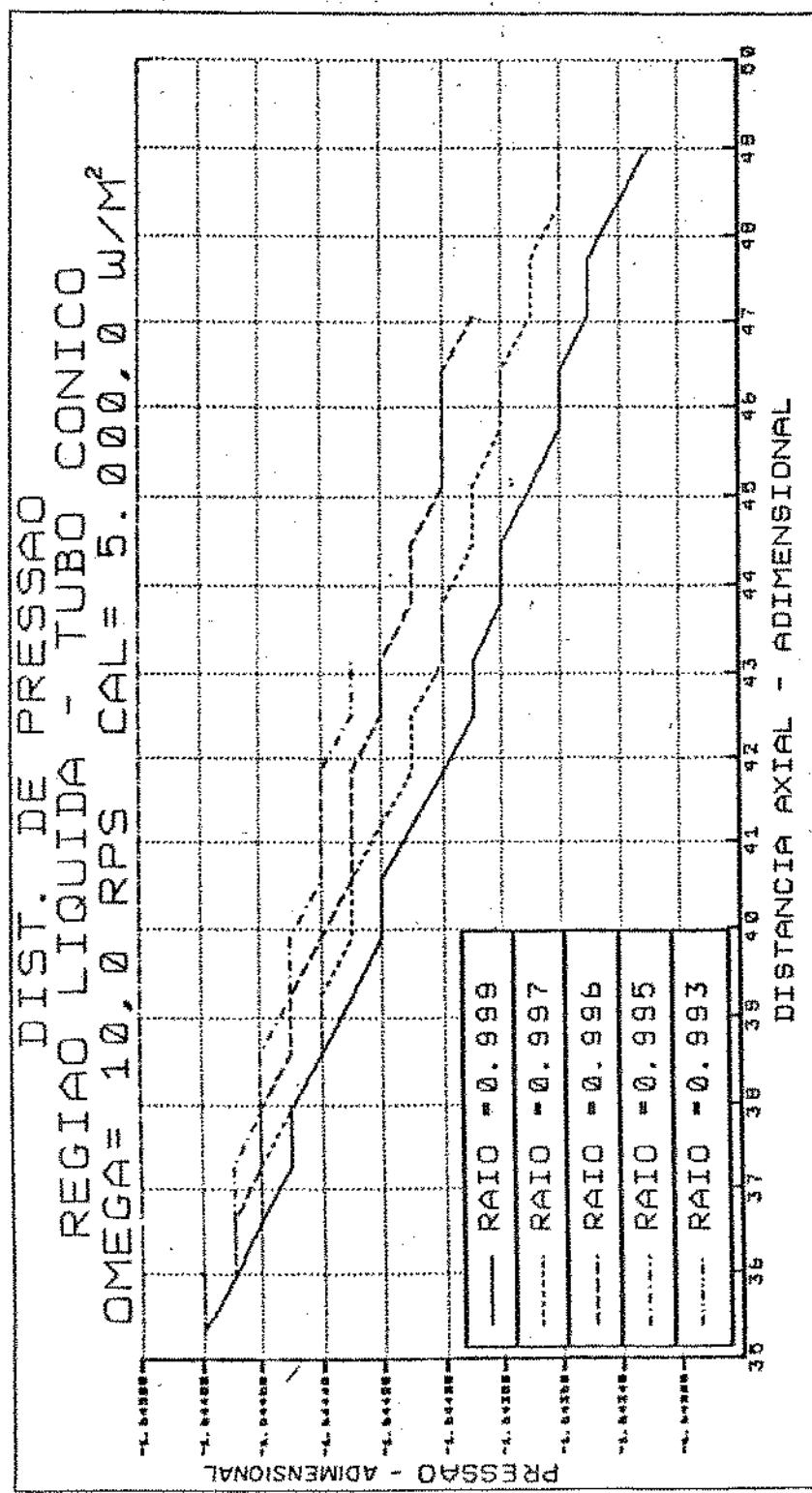


FIG. (3.76) - Perfil da pressão na direção axial, para a região líquida, com:  
Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000  $W/m^2$ .

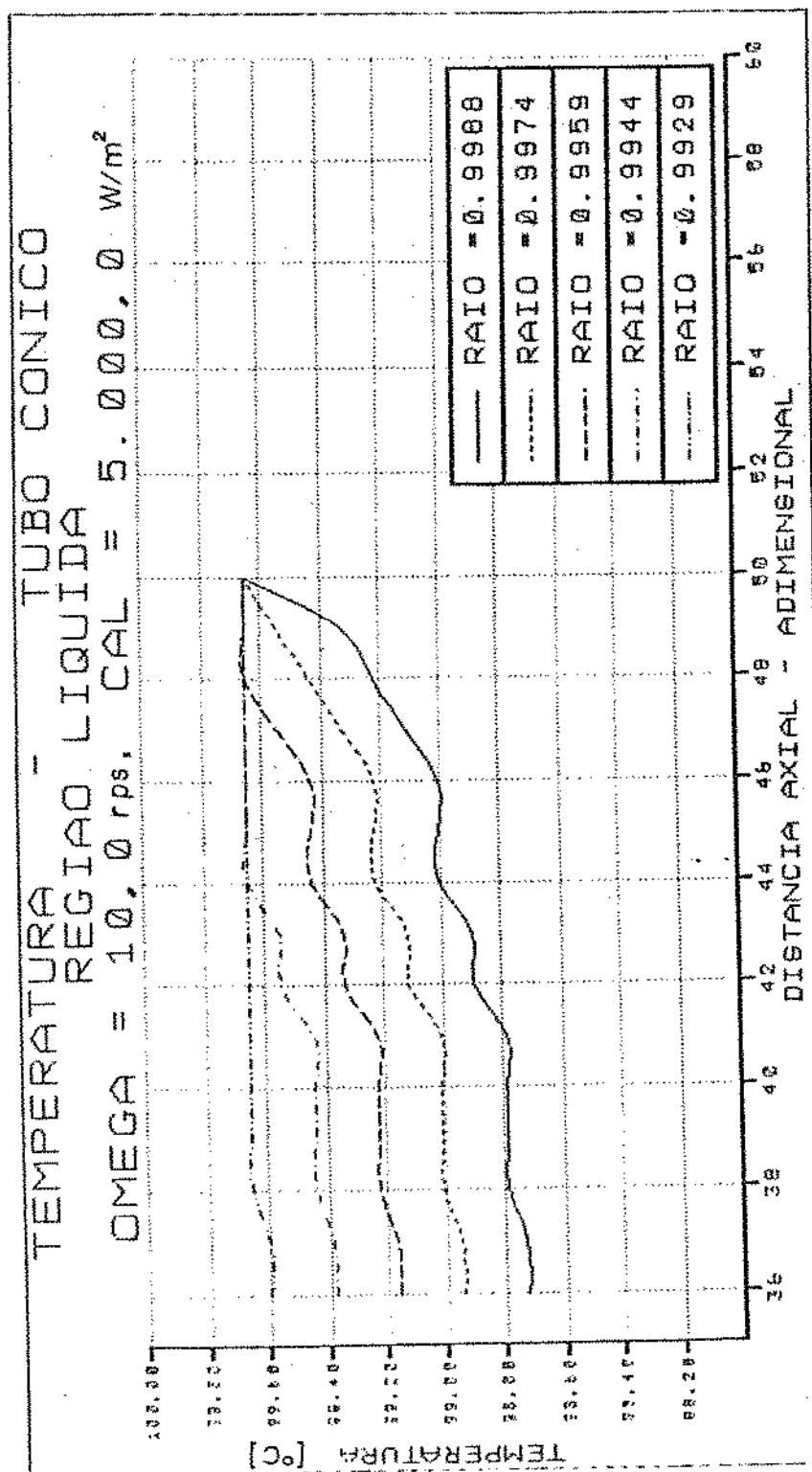


FIG.(3.77) - Perfil da temperatura na direção axial, para a região líquida,  
 com: Rotação = 600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

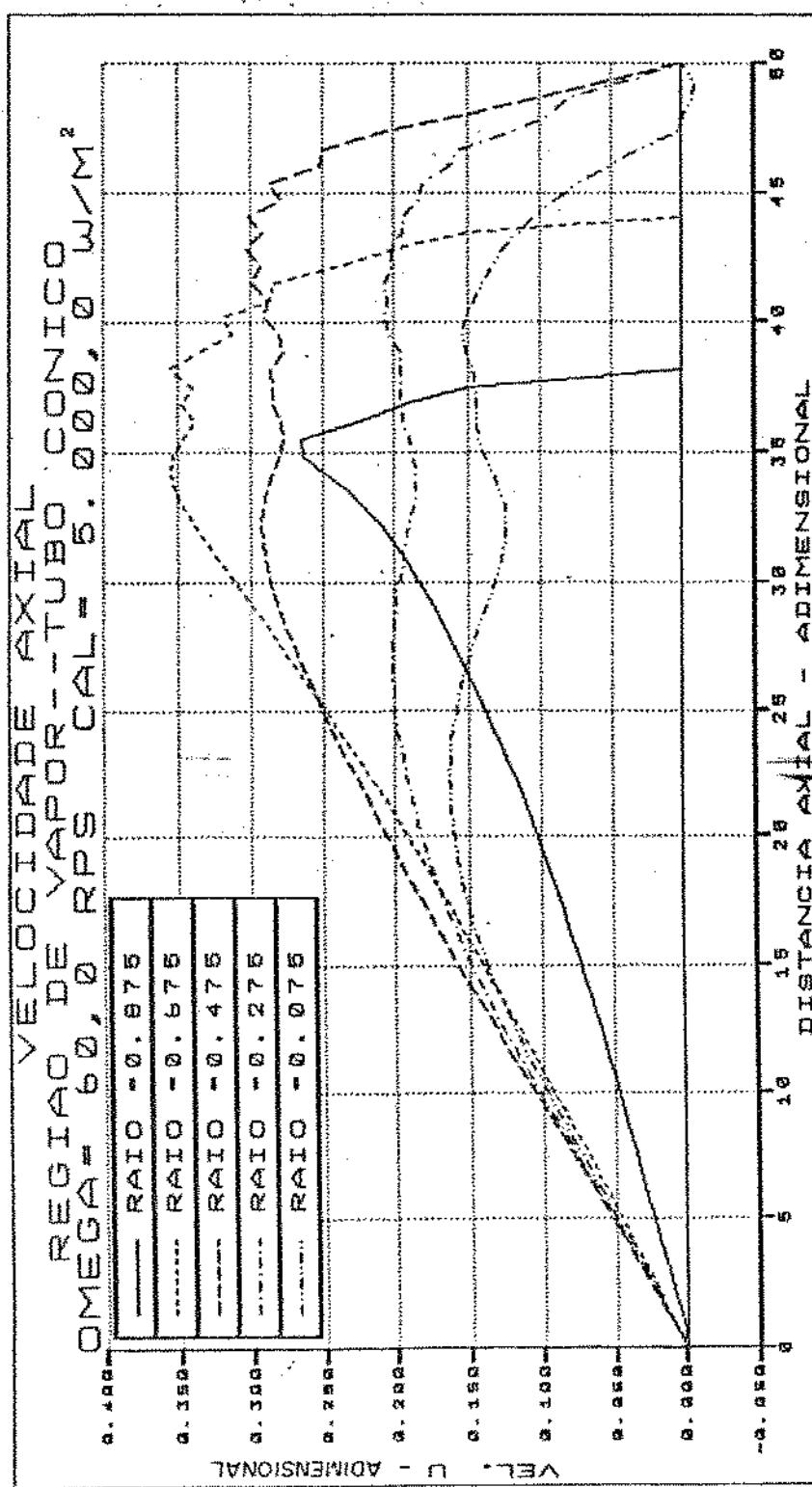


FIG. (3.78) - Perfil da velocidade axial para a direção axial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

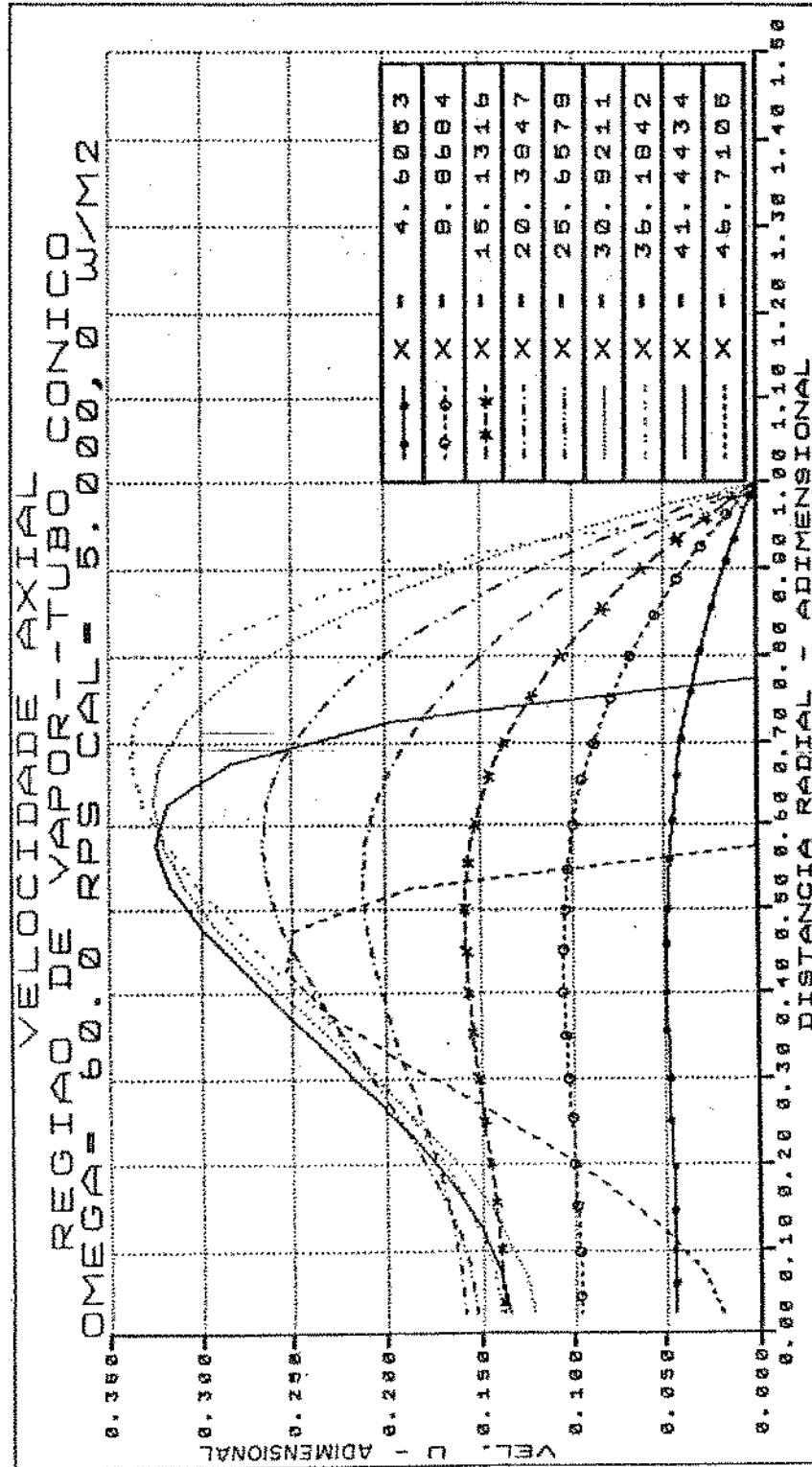


FIG. (3.79) - Perfil da velocidade axial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

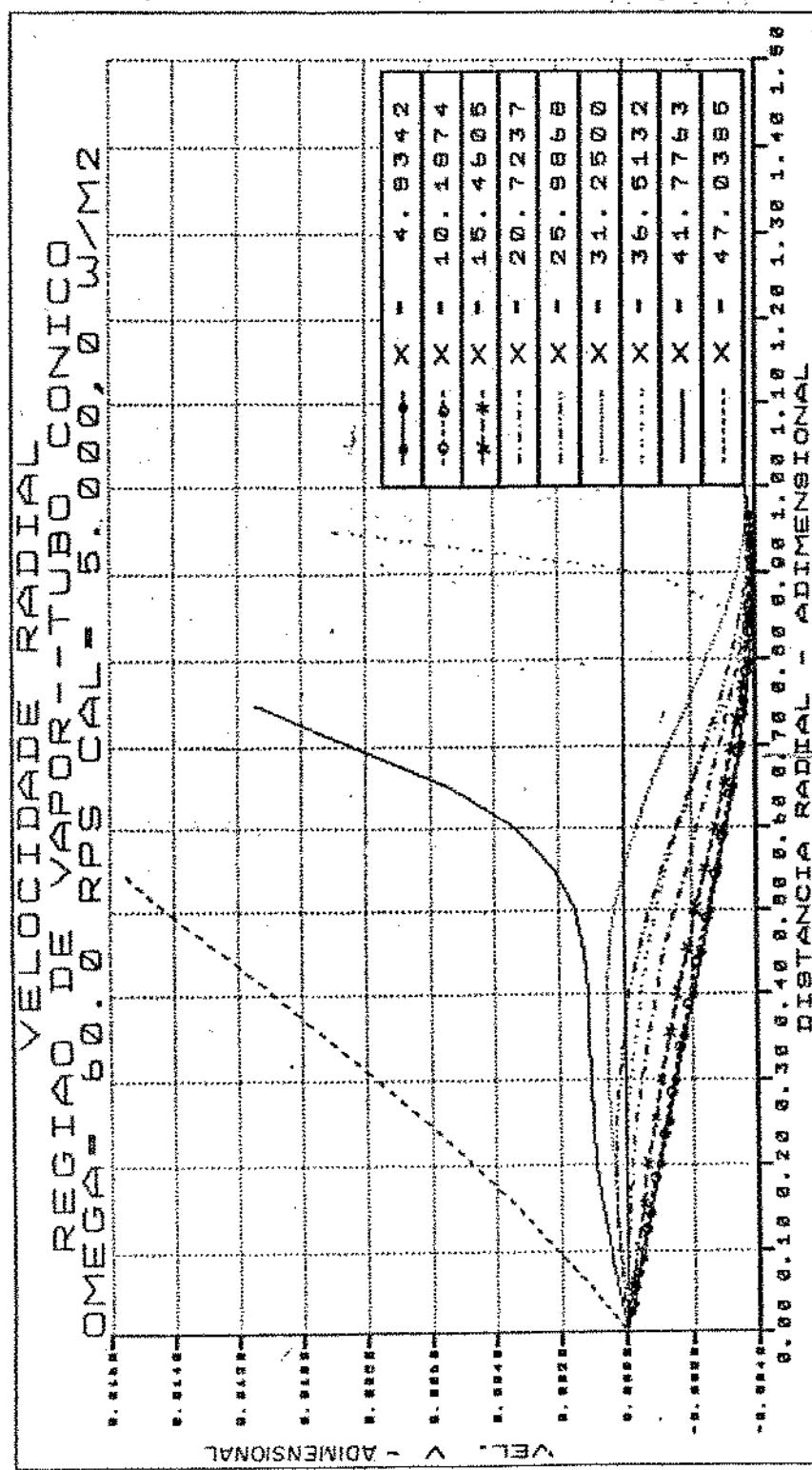


FIG. (3.80) - Perfil da velocidade radial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

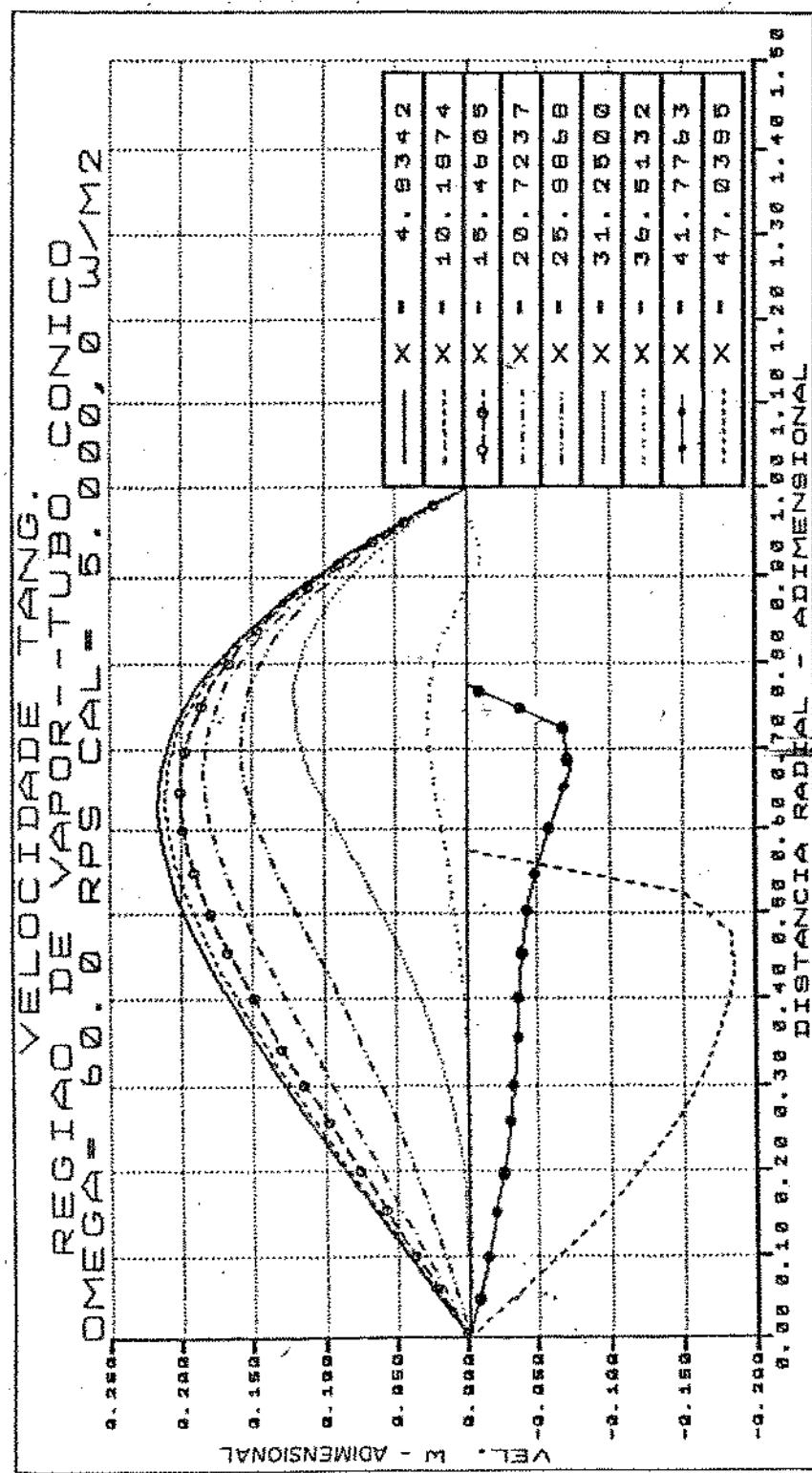


FIG.(3.81) - Perfil da velocidade tangencial na direção radial, para a região de vapor, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

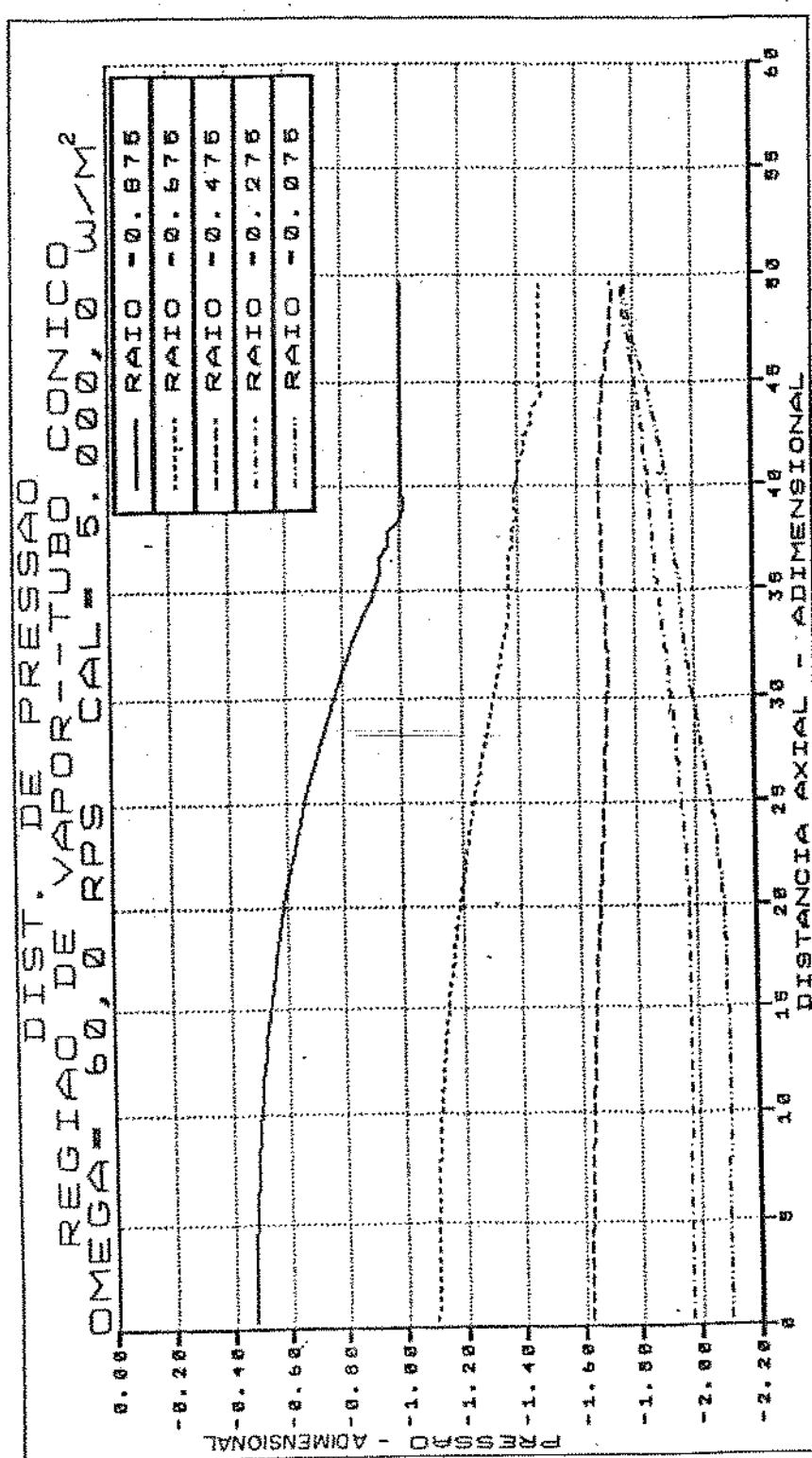


FIG. (3.82) – Perfil da pressão na direção axial, para a região de vapor, com:  
Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

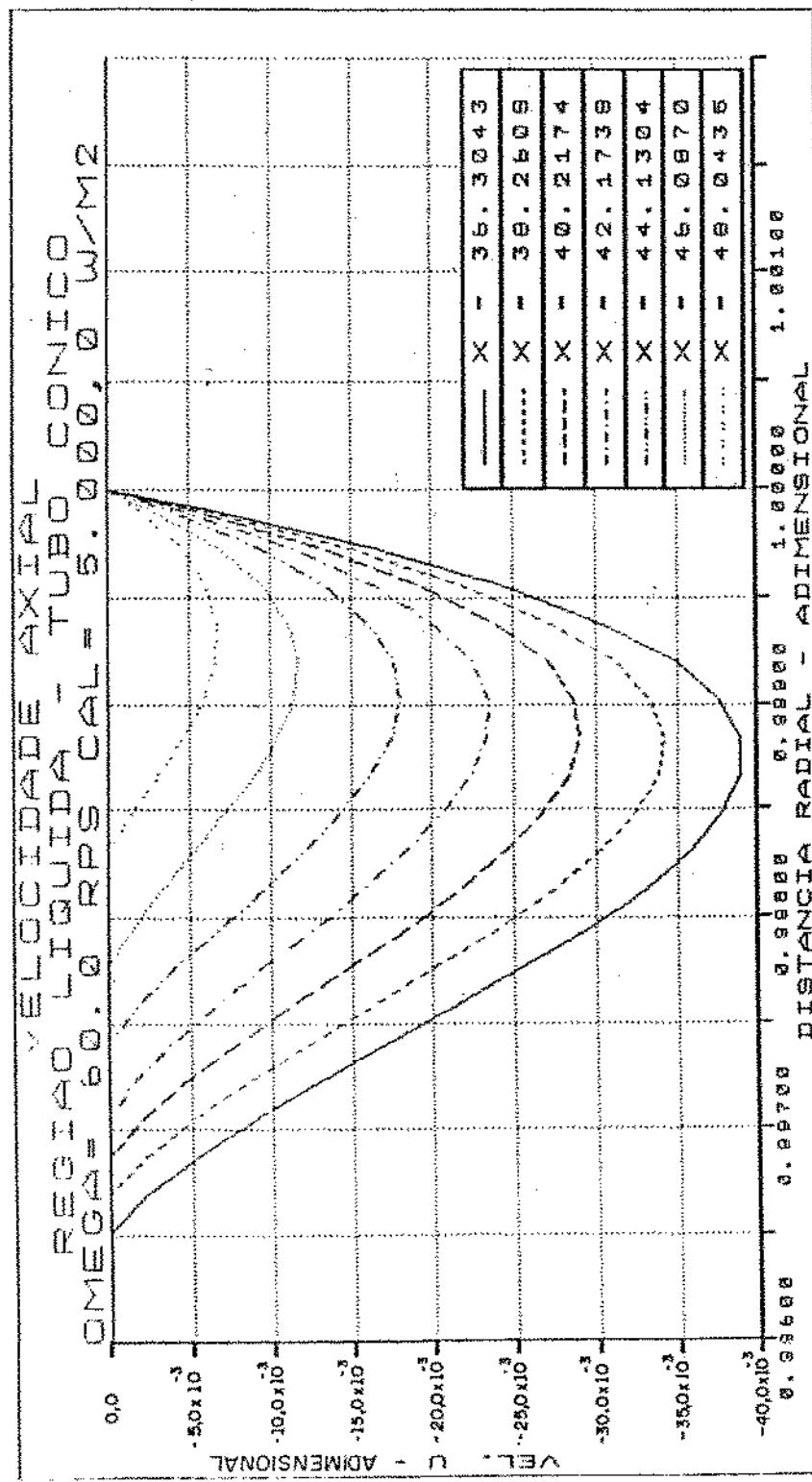


FIG.( 3.83 ) - Perfil da velocidade axial na direção radial, para a região líquida, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

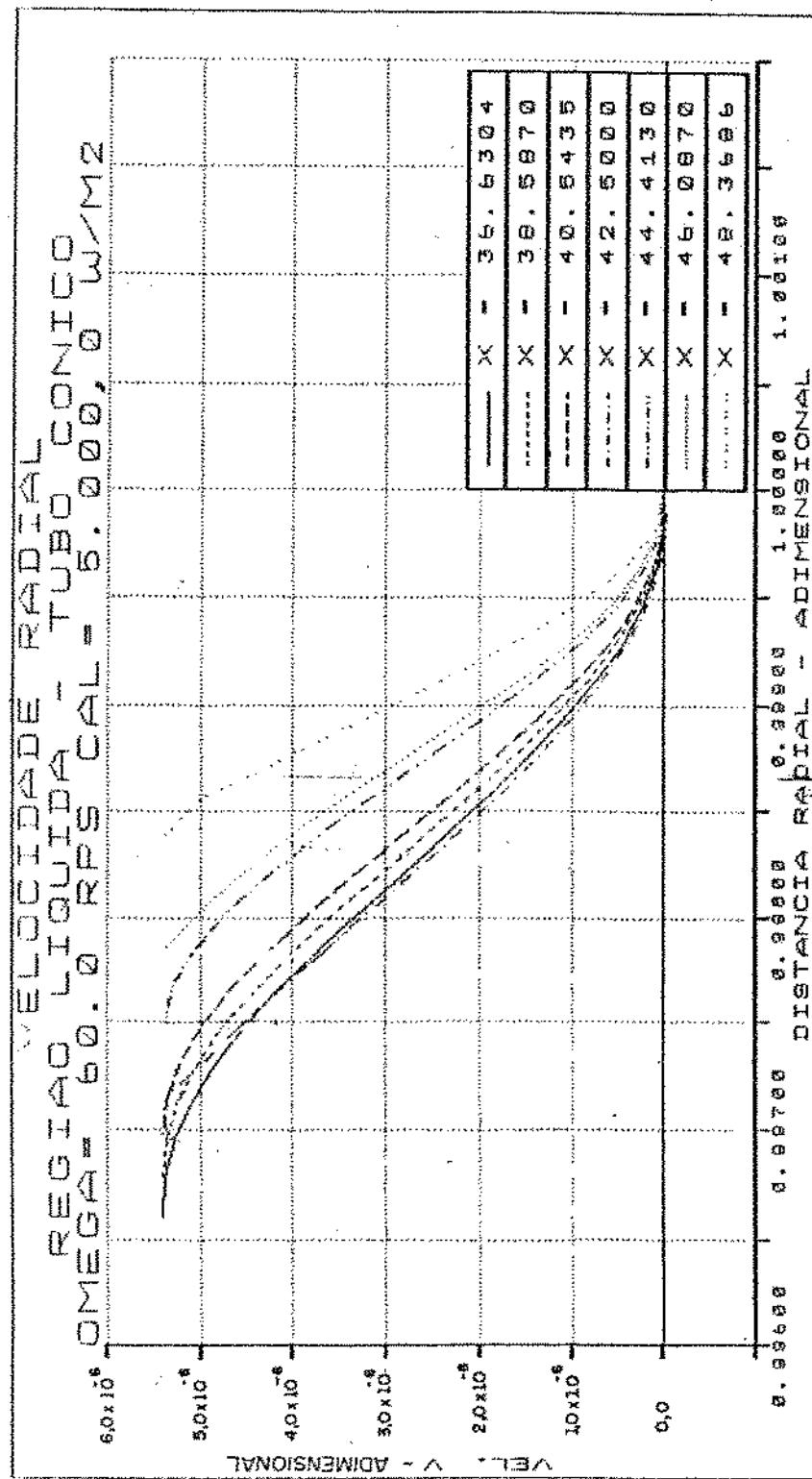


FIG. (3.84) - Perfil da velocidade radial na direção radial, para a região líquida, com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

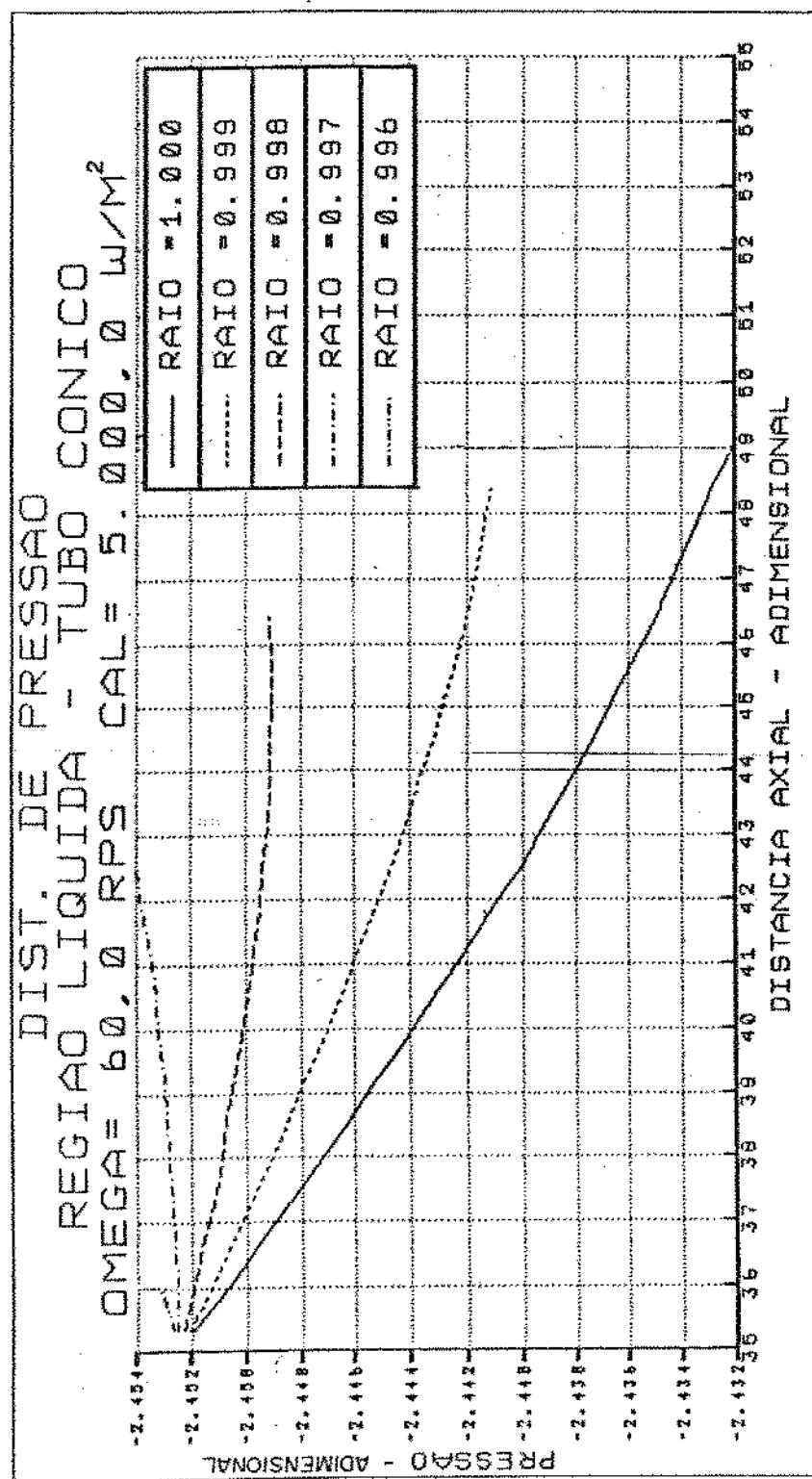


FIG. (3.85) - Perfil da pressão na direção axial, para a região líquida, com:  
Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

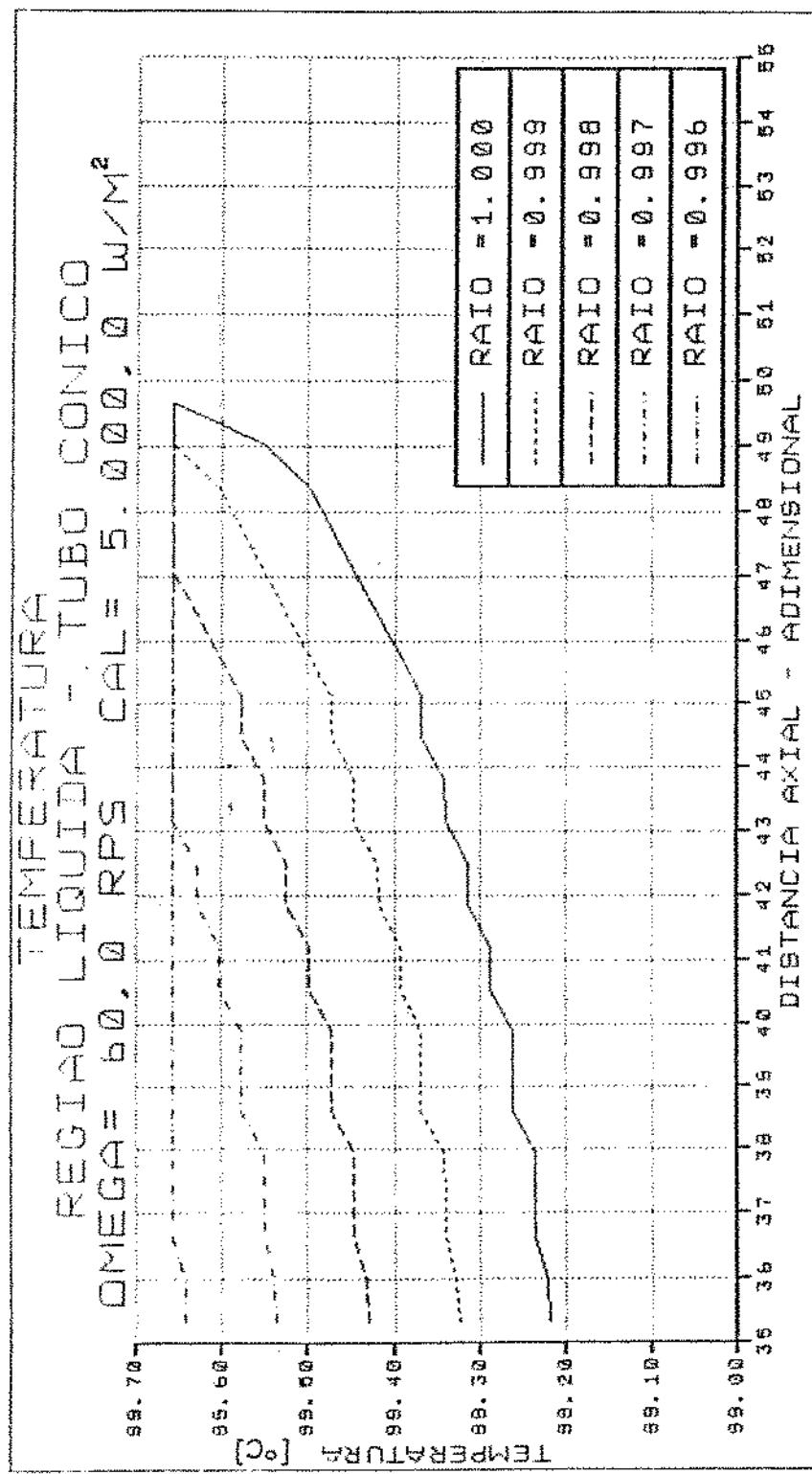


FIG. (3.86) - Perfil da temperatura na direção axial, para a região líquida,  
com: Rotação = 3.600 rpm e Fluxo de Calor = 5.000 W/m<sup>2</sup>.

### 3.2.2. ANÁLISE DO EFEITO DA ROTAÇÃO PARA A REGIÃO DE VAPOR.

Para baixas rotações, o perfil da velocidade axial, tanto para os tubos de calor paralelos, quanto para os cônicos, Figs. (3.68) e (3.1), tem um comportamento semelhante, ou seja, a máxima velocidade ocorre na região de transição do evaporador para o condensador. Contudo pode-se verificar que para o tubo cônico ocorre uma pequena diminuição nos valores desta velocidade. O aumento da rotação, Figs. (3.77) e (3.37), tende a causar uma recirculação na região de transição do evaporador para o condensador; para o tubo de calor cônico pode-se verificar que este efeito ocorre com maior intensidade e com maior propagação para a região do evaporador.

Através da análise das curvas obtidas o tubo de calor cilíndrico e para o tubo de calor cônico, da região de vapor, percebe-se que o comportamento desta região é muito semelhante, sofrendo os mesmo efeitos e, mesmo as grandezas observadas para ambos os tubos de calor são muito semelhantes e a pequena alteração percebida é devido à conicidade da região do condensador.

### 3.2.3. ANÁLISE DO EFEITO DA ROTAÇÃO PARA A REGIÃO LÍQUIDA.

Quanto ao perfil de velocidade, Figs. (3.73) e (3.82), pode-se perceber que o aumento da rotação diminui acentuadamente a espessura do filme líquido. Para 600 rpm a espessura máxima é de aproximadamente  $1,40 \times 10^{-4}$  m enquanto que para 3600 rpm esta espessura passa para  $7,00 \times 10^{-5}$  m, ou seja, duas vezes

menor. Consequentemente, como a conservação de massa deve ser mantida, a velocidade axial para a rotação de 3.600 rpm também é quase o dobro da mesma velocidade para o caso de 600 rpm e, devido à diminuição da espessura do filme líquido e o aumento da velocidade, o ponto de máxima velocidade tende a se deslocar em direção à superfície do tubo de calor, perdendo a simetria.

O comportamento do filme líquido parece ser mais estável com o aumento da rotação; note que, Figs. (3.74), (3.53), no final do condensador chega a haver uma inversão na velocidade radial para a rotação de 600 rpm e que este efeito desaparece por completo para o caso de 3.600 rpm; se verificarmos a distribuição de pressão, Figs. (3.75) e (3.84), verifica-se que o aumento da rotação provoca a suavização das curvas e também a queda de pressão é bem mais acentuada.

Como, para rotações elevadas, o filme líquido diminui e consequentemente, a velocidade axial deve aumentar é de se esperar que o filme líquido, para este caso, seja mais estável, na região do condensador.

O perfil de temperatura se assemelha ao próprio filme líquido, Figs. (3.76) e (3.85), e podemos verificar que o processo de transferência de calor, no sentido radial, ocorre basicamente por condução de calor, já que esta distribuição é quase que linear (note que os espaços entre uma curva para outra é quase equidistante). Mas podemos estimar um número de Nusselt médio para esta região, considerando que

$$\text{Nu} = \frac{\text{fluxo de calor por convecção}}{\text{fluxo de calor por condução}} \quad (3.3)$$

assim temos:

$$Nu = \frac{h \delta}{k} \quad (3.4)$$

Também temos que o fluxo de calor total deve ser igual à soma destes dois processos de transferência de calor, portanto:

$$q = q_{\text{cond}} + q_{\text{conv}} \quad (3.5)$$

O fluxo de calor por condução na região de espessura máxima do filme líquido pode ser obtido diretamente através das Figs. (3.76) e (3.85), conhecendo-se as propriedades termo-físicas do fluido de trabalho. Assim temos que:

- a) Para o tubo de calor com rotação de 600 rpm e fluxo de calor de 5.000 W/m<sup>2</sup>

$$q_{\text{cond}} = 4.565,714 \text{ W/m}^2 \quad (3.6)$$

Portanto, temos para o fluxo de calor por convecção o seguinte valor:

$$q_{\text{conv}} = 434,286 \text{ W/m}^2 \quad (3.7)$$

assim

$$Nu = 0,095 \quad (3.8)$$

b) Para o tubo de calor com rotação de 3.600 rpm e fluxo de calor de 5.000 W/m<sup>2</sup>

$$q_{\text{cond}} = 4.177,143 \text{ W/m}^2 \quad (3.9)$$

$$q_{\text{conv}} = 822,857 \text{ W/m}^2 \quad (3.10)$$

e

$$Nu = 0,197 \quad (3.11)$$

Portanto vemos que o efeito convectivo é realmente desprezível.

## CAPÍTULO IV

### 4. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS E PROPOSTA DE TRABALHOS FUTUROS

Os resultados obtidos neste trabalho são comparados, de modo indireto, com os resultados de outros autores, já que os resultados encontrados são, em sua maioria para tubos estáticos e os poucos resultados relacionados a tubos de calor rotativos são para tubos cônicos, e deste último, a equação fundamental empregada foi utilizada por nós como condição para a determinação da espessura do filme líquido.

Para tubos de calor estáticos com geometria cilíndrica, o nosso modelo apresentou os mesmos resultados apresentados por ZANARDI [12], Fig. (4.1). Portanto podemos considerar que o nosso modelo apresenta resultados confiáveis. Percebemos que os resultados obtidos para os tubos de calor rotativos com geometria cilíndrica apresentam características semelhantes aos tubos de calor estáticos.

Para tubos de calor rotativos com condensadores cônicos, o nosso trabalho apresenta uma solução para a condição de fluxo de calor constante e até o presente momento não foi encontrado nenhum outro trabalho com esta condição para efeito de

comparação. Para a condição de temperatura constante o cálculo da espessura do filme líquido como a taxa de calor local, recai exatamente ao modelo proposto por Daniels e portanto não há nenhuma modificação nos resultados, quanto a distribuição de temperatura e a taxa de calor.

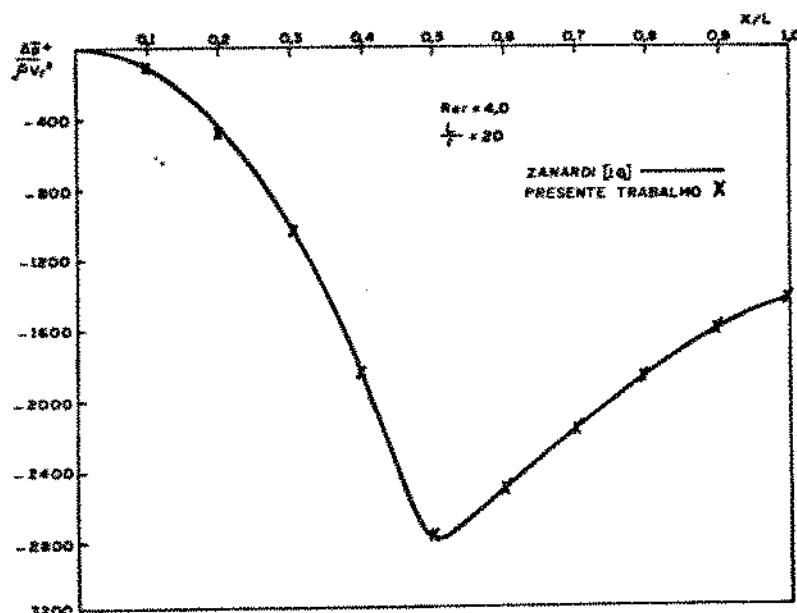


Fig. 4.1. Comparação da distribuição de pressão na relação de vapor (centro do tubo), para tubos de calor estáticos.

Como proposta de trabalhos futuros podemos enumerar os seguintes:

- 1 - Levantamento experimental das variáveis locais para os tubos de calor aqui estudados.
- 2 - Estudar o comportamento do filme líquido, para tubos de calor com condensadores cônicos, na região do evaporador, tanto analiticamente quanto experimentalmente.

- 3 - Estudar tubos de calor rotativos cilíndricos sem estrutura porosa.
- 4 - Estudar tubos de calor cilíndricos, com rotação paralela ao seu eixo axial.

## CAPÍTULO V

### 5. CONCLUSÃO

#### 5.1. TUBOS DE CALOR CILÍNDRICOS

O modelo matemático e numérico para tubos de calor cilíndricos parece representar bem o modelo físico, sendo necessário uma verificação experimental, principalmente com medidas locais das variáveis dependentes.

A rotação é crítica no desempenho do tubo de calor, apresentando uma correlação entre fluxos de calor e rotação e esta região crítica se encontra no evaporador, principalmente nas proximidades da faixa de transição entre a região de condensação e evaporação.

O processo de transferência de calor, na região de vapor, ocorre, para a maioria dos vapores, somente por calor latente. Na região porosa a transferência de calor se dá basicamente por condução.

Na região de vapor, o efeito da força centrífuga na seção do evaporador, pode desacelerar o fluxo massico injetado e até mesmo inverter o seu sentido. Este efeito se inicializa na região de transição e com o consequente aumento da rotação

ele vai se propagando na direção do evaporador até o ponto em que a força centrífuga é tão acentuada que não permitirá nenhuma injeção de massa provocando o total bloqueio deste tubo de calor.

## 5.2. TUBOS DE CALOR COM CONDENSADORES CÔNICOS

O modelo matemático e numérico para tubos de calor com condensadores cônicos, como ocorre para tubos de calor cilíndricos, também parecem representar bem o modelo físico, mas, neste caso, o modelo numérico apresentou o inconveniente de representar a inclinação do cone ou perfil do filme líquido através de uma malha escalonada, sendo, portanto, necessária a utilização de uma malha mais estreita.

A rotação é crítica, também para este caso, ocorrendo na zona de transição, mas com um efeito de propagação muito maior na região do evaporador.

O processo de transferência de calor ocorre nos mesmos princípios verificados para tubos de calor cilíndricos.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. POLASEK, F.; Heat Pipe Research and Development in East European Countries; Heat Recovery Systems e CHP; Vol 9 (1989)
2. GRALL, M.; Heat Pipe Research and Development in Western Europe; Heat Recovery Systems e CHP; Vol 9 (1989)
3. DOBRAN, F.; Heat Pipe Research and Development in the America; Heat Recovery Systems e CHP; Vol 9 (1989)
4. DANIELS, T.C.; AL-JUMAILY, F.K.; Investigations of the Factor Affecting the Performance of a Rotating Heat Pipe; Int. J. Heat Mass Transfer; Vol 18; pp. 961-973 (1975)
5. DANIELS, T.C.; WILLIAMS, R.J.; Experimental Temperature Distribuition and Heat Load Characteristics of Rotating Heat Pipes; Int. J. Heat Mass Transfer; Vol. 21; pp. 193-201 (1978)
6. DANIELS, T.C.; WILLIANS, R.J.; They Effect of Experimental Boundary Conditions on Condensation Heat Transfer in Rotating Heat Pipes; Int. Heat Mass Transfer; Vol 22; pp. 1237-1241 (1979)
7. OSLEJSEK, O.; POLASEK, F.; Cooling of Electrical Machines By Heat Pipes; Heat Pipes Report № 7632416, pp. 503-514 (1988)
8. JAKES, J.; OSLEJESEK, O.; JELINEK, F.; Reducing the Shaf-Thermal Resistence By Means of a Co-Axial Heat Pipe; pp. 249-260 (1988)
9. TIEN, C.L.; ROHANI, A.R.; Analysis of the Effects of Vapor

Pressure Drop on Heat Pipe Performance; Int. J. Heat Mass Transfer; Vol 17; pp. 61-66 (1974)

10. MÚRCIA, N.; Estudo Teórico e Experimental em Tubos de Calor; Tese de Doutorado; UNICAMP - Brasil (1982)
11. VAFAI, K.; TIEN, C.L.; Boundary and Inertia Effects on Flow and Heat Transfer in Porous Media; Int. J. Heat Mass Transfer; Vol 24; pp. 195-203 (1981)
12. ISMAIL, K.A.R.; ZANARDI, M.A.; Análise Hidrodinâmica e Térmica em Tubos de Calor Porosos; 1º Seminário de Transferência de Calor e Massa; CAMPINAS-SP; pp. 405-414 (1986)
13. POTANKAR, S.V.; Numerical Heat Transfer and Fluid Flow; Hemisphere Publishing Corporation (1980)
14. CHI, S.W.; Heat Pipe Theory and Practice (A Somcebook); Hemisphere Publishing Corporation; Rondon-V.R. (1976)
15. ISMAIL, K.A.R.; ZANARDI, M.A.; YU LIU, C.: "Two Dimensional Analysis of Flow and Heat Transfer in a Porous Heat Pipe"; 6th International Heat Pipe Conference; Grenoble - France (1986)
16. ZANARDI, M.A.; Análise Numérica e Experimental de Conjunto Concentrador com Tubo de Calor; Tese de Doutorado, UNICAMP Brasil (1989)
17. ISMAIL, K.A.R.; MIRANDA, R.F.; Theoretical Analysis of Rotating Heat Transfer; 3th International Heat Pipe Symposium, Tsukuba-Japan (1988).

REFERÊNCIAS ADICIONAIS:

1. MAEZAWA, S.; OKINA, T.K.; Heat Transfer Characteristics of Paralell Rotating Heat Pipe; 7<sup>th</sup> International Heat Pipe Conference; Minsk-URSS, May (1990)
2. VASILIEV, L.L.; Khrolensk, V.V.; Heat Transfer in Rotating Heat Pipes; 7<sup>th</sup> International Heat Pipe Conference, Minsk-URSS, May (1990)
3. REDDY, R.S.; WARLY, P.V.; SASTRI, V.M.K.; Effect of Inclination of rotating Heat Pipe; 7<sup>th</sup> International Heat Pipe Conference; Minsk-URSS, May (1990)
4. JIAN, C.; CHUANJING, TV; Investigation of Boiling Heat Transfer in Rotating Heat Pipe; 7<sup>th</sup> International Heat Pipe Conference, Minsk-URSS, May (1990)