

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

Dissertação apresentada à
Faculdade de Engenharia Mecânica
Como Requisito Parcial à Obtenção do
Título de Mestre em Engenharia de Petróleo

BRAGA

**ANÁLISE TRANSIENTE DE PRESSÃO
DO FLUXO LINEAR MULTIFÁSICO**

Este exemplar corresponde a redação final da Tese
defendida pela Engs. Sonia de Oliveira Braga e aprovada
pela comissão julgadora em 19/11/90

Prof. Dr. Fernando Rodríguez de la Garza

Autor : Sonia de Oliveira Braga
Orientador : Fernando Rodriguez de La Garza
Co-Orientador : Kelsen Valente Serra

45/90

novembro de 1990

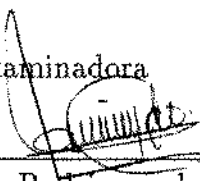


UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

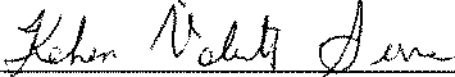
A dissertação "Análise Transiente de Pressão do Fluxo Linear Multifásico", elaborada por Sonia de Oliveira Braga e aprovada por todos os membros da Banca Examinadora foi aceita pela Sub-Comissão de Pós Graduação em Engenharia de Petróleo como requisito parcial a obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Petróleo.

Campinas, 19 de novembro de 1990.

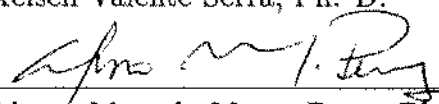
Banca Examinadora



Fernando Rodriguez de La Garza, Ph. D.



Kelsen Valente Serra, Ph. D.



Alvaro Marcelo Marco Peres, Ph. D.

AGRADECIMENTOS

Sou muito grata ao meu orientador Prof. Fernando Rodriguez, pelo seu apoio e atenção durante a elaboração deste trabalho.

Também sou grata ao Prof. Kelsen Serra pela sua colaboração e sugestões dadas.

Agradeço a todos os meus colegas de Mestrado, pelo incentivo e solidariedade, principalmente à colega Luciane Bonet, pelo grande auxílio prestado.

Agradeço à PETROBRÁS, pelo suporte financeiro, aos meus colegas da Região de Produção da Bahia, aos Eng. Nilton Pitombo e Eng. Walter Formosinho por terem me possibilitado um crescimento tanto profissional como pessoal através deste Curso.

Resumo

O fluxo transiente de fluidos em reservatórios lineares que produzem por mecanismo de gás em solução, é estudado neste trabalho. Efeitos gravitacionais e de capilaridade são assumidos como desprezíveis. Estocagem e dano não são considerados e a água é considerada como incompressível e imóvel. Em particular, suporte teórico é dado para análise de testes em poços com fraturas hidráulicas verticais de alta condutividade, em reservatórios que produzem, por mecanismo de gás em solução, durante o período de fluxo linear na formação.

O procedimento de análise é feito através de uma transformada, equivalente à transformada de Boltzman, que é obtida através da solução do problema do fluxo linear transiente monofásico, pelo método de Soluções Auto-Similares ("Self-Similar Solutions"). Esta transformada nos permite obter uma equação que calcula a saturação como uma função única da pressão e consequentemente definir uma função de pseudo-pressão.

O uso da pseudo-pressão nas equações do fluxo multifásico leva, sob certas circunstâncias, a formas lineares equivalentes às equações do fluxo monofásico. Verificou-se através de cálculos numéricos que a solução de pseudo-pressão para reservatórios lineares que produzem por mecanismo de gás em solução correlaciona com a solução de líquidos padrão, tanto para o período de fluxo como para o período de estática. Condições sob as quais, tais soluções se aplicam são analisadas.

Abstract

The transient flow of fluids in linear homogeneous solution gas-drive reservoirs is studied in this work. Gravity and capillary effects are assumed negligible. Wellbore storage and damage are not considered and water phase is assumed to be incompressible and immobile. In particular, theoretical support is provided for Well Test Analysis of hydraulic vertically-fractured wells of high conductivity during the linear formation flow period, for solution gas drive reservoirs.

Analysis is performed by means of a transform, equivalent to Boltzman Transform, which is obtained when solving the single phase transient flow problem with the method of Self-Similar Solutions. This transform allows us to obtain an equation to compute saturation as a function of pressure and therefore to define a pseudo-pressure function.

The use of pseudo-pressure in the multiphase flow equations lead, under certain conditions, to linearized forms equivalent to the single phase flow equations. It was found, by numerical computations that the pseudo-pressure solution for linear, solution gas drive reservoirs correlates with the standard liquid solution for both drawdown and buildup periods. Conditions under which such solutions apply are analyzed.

Índice

Lista de Figuras	vii
Lista de Tabelas	viii
1 Introdução e Revisão Bibliográfica	1
1.1 Introdução	1
1.2 Revisão Bibliográfica	2
1.3 Desenvolvimento do Trabalho	3
2 Formulação Física e Matemática do Problema	4
2.1 Problema Físico	4
2.2 Solução do Sistema Monofásico	5
2.3 Derivação da Relação entre Pressão e Saturação do Óleo	8
2.3.1 Casos Limite	10
2.4 Solução do Sistema Multifásico	11
2.5 Derivação da Equação Geral de Pressão e Análise das Não-Linearidades	13
3 Modelo Numérico e Casos Simulados	15
3.1 Modelo Numérico	15
3.2 Casos Analisados	17
3.2.1 Período de Fluxo	17
3.2.2 Período de Estática	18
4 Análise dos Resultados e Conclusões	19
4.1 Procedimento de Análise	19
4.2 Análise dos Resultados	54
4.3 Conclusões e Recomendações	57
Apêndice A: Dados das Propriedades de Rocha e Fluido	59
Apêndice B: Solução do Fluxo Transiente Linear Monofásico Através de Soluções Auto-Similares ("Self-Similar Solutions")	66
Apêndice C: Obtenção da Saturação de Óleo como Função Única da Pressão	70
Apêndice D: Solução do Fluxo Linear Multifásico	75
Apêndice E: Derivação da Equação Geral de Pressão	78
Nomenclatura	81
Bibliografia	83

Lista de Figuras

2.1	Modelo Físico do Sistema Reservatório-Fratura	5
3.1	Modelo Numérico	16
4.1	Gráfico de Pressão e Tempo - Casos 1, 2, 3 e 4.	21
4.2	Gráfico de Saturação de Óleo do Simulador x Tempo - Casos 1, 2, 3 e 4.	21
4.3	Gráfico de Pressão x Tempo - Casos 5 e 6.	22
4.4	Gráfico de Saturação de Óleo do Simulador x Tempo - Casos 5 e 6.	22
4.5	Gráfico de Saturação x Tempo adimensional - Caso 1.	30
4.6	Gráfico de Saturação x Tempo adimensional - Caso 2.	30
4.7	Gráfico de Saturação x Tempo adimensional - Caso 3.	31
4.8	Gráfico de Saturação x Tempo adimensional - Caso 4.	31
4.9	Gráfico de Saturação x Tempo adimensional - Caso 5.	32
4.10	Gráfico de Saturação x Tempo adimensional - Caso 6.	32
4.11	Gráfico de Saturação x Pressão - Caso 1.	33
4.12	Gráfico de Saturação x Pressão - Caso 3.	33
4.13	Gráfico de Saturação x Distância - Caso 1.	38
4.14	Gráfico de Saturação x Distância - Caso 3.	38
4.15	Gráfico de Saturação x Distância - Caso 2.	39
4.16	Gráfico de Saturação x Distância - Caso 4.	39
4.17	Gráfico de $P_{pD} / \sqrt{2t_D} \times 1/z_D$ - Caso 1.	40
4.18	Gráfico de $P_{pD} / \sqrt{2t_D} \times 1/z_D$ - Caso 2.	40
4.19	Gráfico de $P_{pD} / \sqrt{2t_D} \times 1/z_D$ - Caso 3.	41
4.20	Gráfico de $P_{pD} / \sqrt{2t_D} \times 1/z_D$ - Caso 4.	41
4.21	Gráfico de Pseudo-Pressão x $(1/z_D)^2$ - Casos 1, 2, 3 e 4.	47
4.22	Gráfico de Pseudo-Pressão x $1/z_D$ - Casos 1, 2 e 4.	48
4.23	Gráfico de Pseudo-Pressão x $1/z_D$ - Caso 3.	48
4.24	Gráfico $\eta_{pD} \times 1/z_D$ - Casos 1, 2, 3 e 4.	49
4.25	Gráfico de $C_D \times 1/z_D$ - Casos 1, 2, 3 e 4.	49
4.26	Gráfico de $dRr/dz_D \times 1/z_D$ - Casos 1, 2, 3 e 4.	50
4.27	Gráfico de $M_D \times 1/z_D$ - Casos 1, 2, 3 e 4.	50
4.28	Gráfico de Saturação x Pressão (no poço) - Caso 5.	51
4.29	Gráfico de Saturação x Pressão (no poço) - Caso 6.	51
4.30	Gráfico de Pseudo-Pressão ($B\phi e$) x Δt_D - Caso 5.	52

4.31 Gráfico de Pseudo-Pressão (Raghavan) x Δt_D - Caso 5.	52
4.32 Gráfico de Pseudo-Pressão ($B\phi e$) x Δt_D - Caso 6.	53
4.33 Gráfico de Pseudo-Pressão (Raghavan) x Δt_D - Caso 6.	53

Lista de Tabelas

4.1	Pressão e Saturação de Óleo no poço - Caso 1.	23
4.2	Pressão e Saturação de Óleo no poço - Caso 2.	24
4.3	Pressão e Saturação de Óleo no poço - Caso 3.	25
4.4	Pressão e Saturação de Óleo no poço - Caso 4.	27
4.5	Pressão e Saturação de Óleo no poço - Caso 5.	28
4.6	Pressão e Saturação de Óleo no poço - Caso 6.	29
4.7	Distribuição de Saturação no Reservatório - Caso 1.	34
4.8	Distribuição de Saturação no Reservatório - Caso 2.	35
4.9	Distribuição de Saturação no Reservatório - Caso 3.	36
4.10	Distribuição de Saturação no Reservatório - Caso 4.	37
4.11	Pseudo-Pressão e Não-Linearidades - Caso 1.	42
4.12	Pseudo-Pressão e Não-Linearidades - Caso 2.	43
4.13	Pseudo-Pressão e Não-Linearidades - Caso 3.	44
4.14	Pseudo-Pressão e Não-Linearidades - Caso 4.	46

Capítulo 1

Introdução e Revisão Bibliográfica

1.1 Introdução

A maior parte do trabalho teórico envolvendo análise de testes em poços verticalmente fraturados, tem sido feita com base no fluxo monofásico de fluido de pequena compressibilidade e viscosidade constante. O objetivo deste trabalho é fornecer suporte teórico para a análise de testes em poços com fratura de alta condutividade, quando se tem fluxo simultâneo de óleo e gás na formação.

Problemas não lineares de fluxo radial em poços que produzem por mecanismo de gás em solução, têm sido analisados em diversos trabalhos através de pseudo funções (ref.1,2,4,5), em que são consideradas as variações nas propriedades dos fluidos. O que se espera é que o mesmo tipo de análise possa ser estendido a outros regimes de fluxo. Na ref.3 é apresentada a utilização de pseudo-pressões para fluxo linear em reservatórios que produzem por mecanismo de gás em solução.

Na análise de testes em poços com fratura vertical de alta condutividade, observa-se, no período inicial do regime transiente, o fluxo linear na formação para a fratura. Como este problema, para uma só fase, tem solução conhecida (ref. 6), não nos deteremos no aspecto do estudo de fraturas, que por si só é bastante extenso, mas no que ocorre quando se tem óleo e gás fluindo simultaneamente; e a analogia que há com relação ao sistema monofásico.

O modelo adotado é de um reservatório infinito, horizontal, homogêneo e isotrópico, cuja fronteira interna é representada pelo plano da fratura também infinito. Assume-se produção com vazão constante na superfície. O fluido é descrito pelo modelo Beta e são usados grupos adimensionais para generalização das soluções encontradas.

O tratamento matemático dado a este problema se baseia em Soluções Auto-Similares ("Self Similar Solutions"), em que através de uma variável de similaridade, equivalente à transformada de Boltzman, obtém-se uma expressão da Saturação de Óleo como função única da Pressão. Esta relação é usada no poço para obter a pseudo pressão, mas pode ser aplicada para qualquer ponto do reservatório.

São analisados quatro casos de testes de fluxo, cujos dados de tempo e pressão no poço foram obtidos a partir de um simulador "Black-Oil", totalmente implícito. Tais

casos visam analisar as influências da vazão e de diferentes curvas de permeabilidade relativa. Inclui-se também dois testes de crescimento de pressão, cuja relação de pressão e saturação de óleo pode ser descrita como um caso particular da expressão derivada para o fluxo.

Com a equação do óleo e a do gás, é deduzida uma Equação Geral de Pressão, em que os termos não-lineares são analisados, verificando-se a influência que têm sobre o Sistema Multifásico.

1.2 Revisão Bibliográfica

É grande o número de publicações sobre testes em poços verticalmente fraturados, aqui nos deteremos no estudo de fraturas planares, isto é, fraturas cuja espessura é desprezível, e a vazão é constante ao longo de todo o plano. Nas soluções de curto tempo observa-se o fluxo linear da formação para a fratura. Gringarten, Ramey e Raghavan (ref. 6) apresentaram uma solução analítica para este tipo de problema. Uma revisão mais detalhada sobre análise de testes em poços com fraturas verticais poderá ser vista na (ref. 7).

O estudo do fluxo multifásico, na análise de testes, vem recebendo ultimamente maior atenção e vários trabalhos importantes têm sido publicados (ref. 1 a 5). Não será possível cobrir tudo o que existe sobre o tema, e uma revisão mais detalhada poderá ser encontrada na (ref. 4). Aqui nos restringiremos às publicações que mais determinaram a direção tomada por este trabalho.

Uma das primeiras tentativas de linearização das equações envolvidas na análise do fluxo multifásico foi feita por Perrine (ref. 8), que substitui a mobilidade e a compressibilidade do fluido (fluxo monofásico) pela soma das mobilidades e compressibilidades dos fluidos (fluxo multifásico). Martin (ref. 9) demonstrou teoricamente as substituições sugeridas por Perrine, desprezando os gradientes de saturação. Verifica-se que somente para valores de saturação de gás bem pequenos esta aproximação é válida.

A utilização da pseudo-função de pressão surgiu originalmente para análise de testes em poços de gás (ref. 10) e é função única da pressão. Fetkovich (ref. 11) estendeu, por analogia com o gás, este procedimento para o caso em que se tem mais de uma fase fluindo, onde a principal dificuldade está em estabelecer uma relação entre pressão e saturação.

Baseado nos trabalhos de Fetkovich (ref. 11) e de Evinger e Muskat (ref. 12) Raghavan utilizou a pseudo-pressão para correlacionar com a solução do sistema monofásico. Para calcular a pseudo-pressão ele utilizou o método de Turner que relaciona a saturação de óleo e pressão através da equação:

$$RGO = R_s + \frac{K_g \mu_o B_o}{K_o \mu_g B_g}$$

para o fluxo e para o período de estática é usada uma RGO constante e igual a do instante do fechamento.

Raghavan também estendeu (ref. 3) a aplicação do método para poços com fratura vertical com alta condutividade.

Com o objetivo de aplicar a pseudo-função de pressão para análise de testes em reservatórios do tipo gás em solução, Bøe et. al. (ref. 1) apresentaram uma análise detalhada da obtenção de uma relação analítica entre Saturação de Óleo e Pressão, a partir de dados de poço (tempo e pressão), através da aplicação da transformada de Boltzman.

Serra (ref. 4), Serra, Peres e Reynolds (ref. 13) e Al-Khalifah, Horne e Aziz (ref. 14) estudaram o fluxo multifásico através de pseudo-pressões, e apresentam métodos que não assumem o conhecimento prévio de curvas de permeabilidade relativa, indispensáveis nos dois métodos anteriores. Serra (ref. 4) calcula a permeabilidade efetiva ou relativa como função da pressão, diretamente de dados do poço: vazões e pressões. Em seu trabalho também é apresentada a derivação da Equação Geral de Pressão. A solução desta equação dá uma indicação qualitativa da contribuição do termo não-linear e as soluções de líquido e de gás são incluídas como casos particulares da solução encontrada.

A partir da equação geral de pressão que descreve o fluxo simultâneo de óleo e gás, Peres, Serra e Reynolds (ref. 5) fazem uma análise detalhada da influência dos termos não-lineares e a dependência da pseudo-pressão com relação à vazão e às propriedades rocha-fluido. Apresentam procedimento de análise com aplicação em testes de Interferência.

Através de uma forma generalizada do princípio de superposição, Serra, Peres e Reynolds (ref. 15) analisam o período de crescimento de pressão e em particular mostram que permeabilidades efetivas, com função da pressão podem ser estimadas diretamente dos dados de pressão do período de Estática.

1.3 Desenvolvimento do Trabalho

Após o capítulo 1, onde o estudo proposto é apresentado, bem como uma revisão bibliográfica, no capítulo 2, o primeiro item, fornece a solução para o fluxo linear monofásico através do método de soluções auto-similares ("Self-Similar Solutions") para a seguir deduzir uma expressão que relaciona a saturação como função da pressão. Esta relação possibilita resolver o sistema definido para o fluxo linear multifásico através de pseudo-pressões. Também neste mesmo capítulo é deduzida uma equação geral de pressão, na qual são identificados os termos não-lineares do sistema.

No capítulo 3 é mostrado o modelo numérico adotado, bem como as características dos simuladores utilizados. Além disso, são descritos os casos de fluxo e estática simulados.

No capítulo 4 é feita a análise dos resultados obtidos, através de gráficos e tabelas. São tecidos comentários e finalmente apresentadas conclusões e recomendações.

Nos Apêndices B,C,D e E as deduções das equações são reportadas de forma mais detalhada.

Capítulo 2

Formulação Física e Matemática do Problema

Neste capítulo faremos as principais considerações do modelo físico adotado, bem como seu equacionamento matemático. Inicialmente será resolvido o Sistema Monofásico, através do qual desejamos obter a variável de similaridade, que possibilitará o desenvolvimento da relação entre pressão e saturação de Óleo, para o Fluxo Multifásico.

2.1 Problema Físico

Considera-se um reservatório infinito, homogêneo, isotrópico, de espessura constante. A porosidade e a permeabilidade absoluta são constantes, os efeitos de capilaridade e gravitacionais são desprezados. Apenas a fase água imóvel está presente e a temperatura é constante.

No centro deste reservatório, um poço hidráulicamente fraturado produz com vazão constante na superfície. Esta fratura é totalmente penetrante na espessura do reservatório, e pode ser descrita como um plano infinito de espessura desprezível. Tem alta condutividade e a produção se dá de maneira uniforme (a vazão por unidade de área transversal é constante) por todo o plano da fratura. Por simplicidade na análise matemática considera-se apenas 1/4 do sistema (figura 2.1).

O fluido é descrito pelo modelo Beta, isto é, em termos de B_o , B_g , R_s , μ_o e μ_g . Com relação à transferência de massa, considera-se que existe gás dissolvido na fase óleo, mas não há óleo na fase gasosa.

As curvas de Permeabilidade Relativa são descritas por equações analíticas, como função da Saturação do Óleo. Na aplicação do Simulador foi necessário fornecer tabelas, que foram montadas seguindo as equações acima referidas, porém em função da Saturação total de Líquidos, que inclui a de óleo mais a de água. Embora a água seja imóvel e não exerça nenhuma influência na caracterização das propriedades da rocha.

Inicialmente todo o sistema está em repouso, e a Pressão Inicial, P_i , é igual à Pressão do Ponto de Bolha Inicial, P_{PB_i} .

Neste estudo não foram considerados os efeitos devidos a skin ou estocagem. As tabelas de dados do fluido e as equações de permeabilidade relativa estão descritas no Apêndice A.

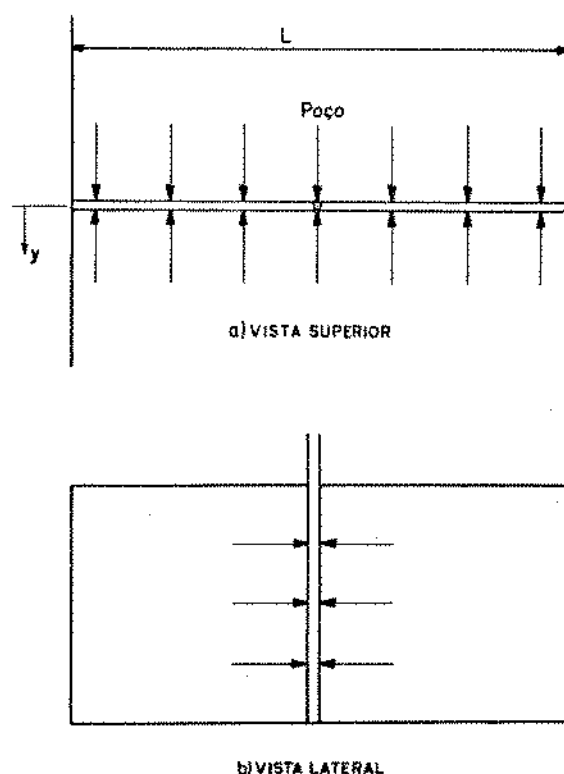


Figura 2.1: Modelo Físico do Sistema Reservatório-Fratura

2.2 Solução do Sistema Monofásico

Embora a solução para este problema, considerando somente uma fase, seja conhecida, aqui iremos abordar uma outra maneira de solucionar o problema matemático que representa o sistema físico anteriormente referido. Este problema, adimensionalizado, pode ser expresso como:

$$\frac{\partial^2 P_D(y_D, t_D)}{\partial y_D^2} = \frac{\partial P_D(y_D, t_D)}{\partial t_D} \quad \begin{matrix} t_D > 0 \\ 0 < y_D < \infty \end{matrix} \quad (2.2.1)$$

condição inicial:

$$P_D(y_D, 0) = 0 \quad (2.2.2)$$

condições de contorno:

$$\lim_{y_D \rightarrow \infty} P_D(y_D, t_D) = 0 \quad (2.2.3)$$

$$\left. \frac{\partial P_D}{\partial y_D} \right|_{y_D=0} = -\frac{\pi}{2} \quad (2.2.4)$$

os parâmetros adimensionais são definidos da seguinte forma:

$$y_D = \frac{y}{L} \quad (2.2.5)$$

$$t_{DM} = \frac{Kt}{\phi \mu_o c_t L^2} \quad (2.2.6)$$

$$P_D = \frac{2\pi Kh(P_i - P)}{q_o B_o \mu_o} \quad (2.2.7)$$

onde L = largura do reservatório = comprimento da fratura

A vantagem prática da aplicação das Soluções Auto-Similares ("Self-Similar Solutions") na solução de problemas com duas variáveis independentes é a redução do número de variáveis para uma só, e ao invés de se trabalhar com uma equação diferencial parcial, teremos uma equação diferencial ordinária. Estas soluções sintetizam uma família de soluções como função de duas variáveis em uma única função da variável de similaridade, que no caso chamamos de z_D . A forma adequada de transformação depende da equação e das condições inicial e de fronteira (ref. 16).

Os passos para encontrar esta variável são apresentados no Apêndice B. O que seria de se esperar era encontrar uma variável de similaridade equivalente a transformada de Boltzman, aplicada por Bøe (ref. 1) no fluxo radial multifásico; mas devido à condição de contorno interna, verificamos a necessidade de acrescentar uma função auxiliar, que nos permitisse resolver o sistema como um todo. Assim sendo a variável de similaridade e a função auxiliar foram definidas da seguinte forma:

$$z_D = \frac{y_D}{\sqrt{2t_D}} \quad (2.2.8)$$

$$P_D = \sqrt{2t_D} \cdot U(z_D) \quad (2.2.9)$$

Substituindo (2.2.8) e (2.2.9) em (2.2.1) a (2.2.4), o novo sistema fica:

Equação Diferencial Ordinária:

$$\frac{d^2 U(z_D)}{dz_D^2} + z_D \frac{dU(z_D)}{dz_D} - U(z_D) = 0 \quad (2.2.10)$$

Condições de Fronteira:

$$\lim_{z_D \rightarrow \infty} U(z_D) = 0 \quad (2.2.11)$$

$$\left. \frac{dU(z_D)}{dz_D} \right|_{z_D=0} = -\frac{\pi}{2} \quad (2.2.12)$$

De acordo com o procedimento descrito no Apêndice B, a solução do sistema (2.2.10) a (2.2.12) é dada por:

$$U(z_D) = \frac{\pi}{2} \left\{ \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \exp \left\{ -\frac{z_D^2}{2} \right\} - z_D \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{z_D}{\sqrt{2}} \right) \right\} \quad (2.2.13)$$

e portanto, a solução de pressão no poço ($z_D = 0$) é dada por:

$$P_D = \sqrt{\pi t_D} \quad (2.2.14)$$

2.3 Derivação da Relação entre Pressão e Saturação do Óleo

Para podermos avaliar o fluxo multifásico em termos de pseudo-pressão é necessário se estabelecer uma relação única entre Pressão e pressão e saturação de óleo. A pseudo-função de pressão é definida como:

$$P_p(y, t) = \int_p^{p_i} \left(\frac{Kr_o}{\mu_o B_o} \right) dp \quad (2.3.1)$$

Observamos que nesta expressão μ_o e B_o dependem da Pressão, enquanto Kr_o depende da Saturação do Óleo, e portanto a Saturação do Óleo será função única da Pressão se ambas forem funções únicas da variável de similaridade z (equivalente a z_D , em termos dimensionais).

Os termos da pseudo-pressão: permeabilidade relativa, viscosidade e fator volume formação poderiam ter sido definidos em função do gás, a depender das características da formação e do controle da vazão de gás na superfície, ao invés da do óleo.

As seguintes equações do óleo e do gás (no nosso caso temos apenas água conata imóvel) são:

$$\text{Gás: } \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{R_{so} Kr_o}{\mu_o B_o} + \frac{Kr_g}{\mu_g B_g} \right) \frac{\partial P}{\partial y} \right] = \frac{\phi}{K} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{R_{so} S_o}{B_o} + \frac{S_g}{B_g} \right) \quad (2.3.2)$$

$$\text{Óleo: } \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{Kr_o}{\mu_o B_o} \right) \frac{\partial P}{\partial y} \right] = \frac{\phi}{K} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{S_o}{B_o} \right) \quad (2.3.3)$$

Podemos juntar (2.3.2) e (2.3.3), de acordo com o procedimento descrito no Apêndice C, e daí tirarmos uma expressão que relacione a pressão e a saturação (considere-se a saturação como função única da pressão, ou seja, $S = S(P)$):

$$\frac{dS}{dP} = \frac{\left(a \frac{\partial \alpha}{\partial P} - \alpha \frac{\partial a}{\partial P} \right) \left(\frac{(\partial P / \partial y)^2}{(\partial P / \partial t)} \right) \frac{K}{\phi} + \left(\alpha \frac{\partial b}{\partial P} - a \frac{\partial \beta}{\partial P} \right)}{\left(\alpha \frac{\partial a}{\partial S} - a \frac{\partial \alpha}{\partial S} \right) \left(\frac{(\partial P / \partial y)^2}{(\partial P / \partial t)} \right) \frac{K}{\phi} + \left(a \frac{\partial \beta}{\partial S} - \alpha \frac{\partial b}{\partial S} \right)} \quad (2.3.4)$$

onde:

$$a = \frac{R_{so} Kr_o}{\mu_o B_o} + \frac{Kr_g}{\mu_g B_g} \quad (2.3.5)$$

$$\alpha = \frac{Kr_o}{\mu_o B_o} \quad (2.3.6)$$

$$b = \frac{R_{so} S_o}{B_o} + \frac{S_g}{B_g} \quad (2.3.7)$$

$$\beta = \frac{S_o}{B_o} \quad (2.3.8)$$

$$S = S_o \quad (2.3.9)$$

A variável de similaridade z , em termos dimensionais é dada por:

$$z = \sqrt{\frac{\phi}{K}} \cdot \frac{y}{\sqrt{2t}} \quad (2.3.10)$$

Aplicando (2.3.10) à expressão (2.3.4), obtemos:

$$\frac{dS}{dP} = \frac{\left(\alpha \frac{\partial a}{\partial P} - a \frac{\partial \alpha}{\partial P} \right) \left(\frac{1}{z} \frac{dP}{dz} \right) + \alpha \frac{\partial b}{\partial P} - a \frac{\partial \beta}{\partial P}}{\left(a \frac{\partial \alpha}{\partial S} - \alpha \frac{\partial a}{\partial S} \right) \left(\frac{1}{z} \frac{dP}{dz} \right) + a \frac{\partial \beta}{\partial S} - \alpha \frac{\partial b}{\partial S}} \quad (2.3.11)$$

Para podermos resolver a equação (2.3.11) é necessária uma aproximação através da Lei de Darcy para avaliar o termo $\frac{1}{z} \frac{dP}{dz}$ (ver Apêndice C):

$$\frac{1}{z} \frac{dP}{dz} = \frac{4q_o}{\phi A y_1} \frac{t}{\alpha} \quad (2.3.12)$$

onde y_1 é a espessura aproximada da fratura, e em termos numéricos equivale ao comprimento da primeira célula.

Um ponto importante é que nosso sistema matemático assume y_1 igual a zero e para aplicação da variável de similaridade z este é um aspecto básico, já que a teoria das Soluções Auto-Similares ("Self-Similar Solutions") pressupõe sistema sem dimensão, isto

é, reservatório infinito e um plano fonte de espessura zero.

Como veremos adiante, esta aproximação pode levar a problemas numéricos, quando se calcula a saturação de óleo na parede da fratura (ver Apêndice C).

2.3.1 Casos Limite

Da relação entre pressão e saturação obtida, podemos fazer aproximações para tempos curtos ($z \rightarrow \infty$) e tempos longos ($z \rightarrow 0$).

a. Período inicial, $t \rightarrow 0$ e $z \rightarrow \infty$

O termo $\frac{1}{z} \frac{dP}{dz}$ se anula e a expressão (2.3.11) fica reduzida a:

$$\frac{dS}{dP} = \frac{\alpha \frac{\partial b}{\partial P} - a \frac{\partial \beta}{\partial P}}{a \frac{\partial \beta}{\partial S} - \alpha \frac{\partial b}{\partial S}} \quad (2.3.13)$$

que de acordo com o Apêndice C, equivale à expressão obtida por Martin, ou seja:

$$\frac{dS}{dP} = \frac{\lambda_o}{\lambda_t} c_t + \frac{S_o}{B_o} \frac{dB_o}{dP} \quad (2.3.14)$$

onde:

$$\lambda_o = \frac{K r_o}{\mu_o} \quad (2.3.15)$$

$$\lambda_g = \frac{K r_g}{\mu_g} \quad (2.3.16)$$

$$\lambda_t = \lambda_o + \lambda_g \quad (2.3.17)$$

$$c_t = S_o \left\{ \frac{B_g}{B_o} \frac{dR_{so}}{dP} - \frac{1}{B_o} \frac{dB_o}{dP} \right\} - \frac{S_g}{B_g} \frac{dB_g}{dP} \quad (2.3.18)$$

Este resultado era esperado, já que para tempos curtos os gradientes de Saturação são muito pequenos.

b. Tempos longos ($t \rightarrow \infty$) e ($z \rightarrow 0$)

O termo $\frac{1}{z} \frac{dP}{dz}$ tende a ser muito grande fazendo com que as parcelas de dS/dP sem estes termos possam ser desprezadas, ficando (2.3.13) da seguinte forma:

$$\frac{dS}{dP} = \frac{\alpha \frac{\partial a}{\partial P} - a \frac{\partial \alpha}{\partial P}}{a \frac{\partial \alpha}{\partial S} - \alpha \frac{\partial a}{\partial S}} \quad (2.3.19)$$

c. Para o período de fechamento ($q=0$)

No poço, temos que os gradientes de pressão ficam reduzidos a zero e a equação (2.3.13) pode ser simplificada de forma análoga à solução para tempos curtos, isto é, ($\frac{1}{z} \frac{dP}{dz} = 0$):

$$\frac{dS}{dP} = \frac{\alpha \frac{\partial b}{\partial P} - a \frac{\partial \beta}{\partial P}}{a \frac{\partial \beta}{\partial S} - \alpha \frac{\partial b}{\partial S}} \quad (2.3.20)$$

Deve se ressaltar que a expressão (2.3.20) só é válida no poço, isto é, onde há gradiente nulo de pressão.

2.4 Solução do Sistema Multifásico

Com a relação entre pressão e saturação definida pelas equações (2.3.11), para o período de fluxo, e (2.3.20), para o período de estática, podemos então, a partir de dados de tempo e pressão medidos no poço, e conhecendo a pressão e a saturação de óleo inicial do reservatório, na parede da fratura - para o período de fluxo, e pressão e saturação de óleo do instante do fechamento - para o período de estática, preparar uma tabela que fornece a pressão e saturação como funções da variável de similaridade z_D .

Definimos a pseudo-pressão adimensionalizada, para o período de fluxo, como:

$$P_{pD} = \frac{2\pi K h}{q_o} \int_p^{p_i} \alpha_f dp \quad (2.4.1)$$

e

$$t_D = \frac{K t}{\phi L^2 (c/\lambda)_i^*} \quad (2.4.2)$$

para o período de fechamento:

Bøe (ref. 1):

$$P_{SpD} = \frac{2\pi K h}{q_o} \int_{p_{wfs}}^{p_{ws}} \alpha_s dp \quad (2.4.3)$$

Raghavan (ref. 3):

$$P_{SpD} = \frac{2\pi K h}{q_o} \int_{p_{wfs}}^{p_{ws}} \alpha_f dp \quad (2.4.4)$$

e

$$\Delta t_D = \frac{K \Delta t}{\phi L^2 (c/\lambda)_i^*} \quad (2.4.5)$$

onde P_{wfs} representa a pressão no instante do fechamento. Aqui deve-se ressaltar a diferença entre os dois procedimentos: o caminho de integração sugerido por Bøe utiliza os dados de pressão e saturação obtidos durante o fechamento, enquanto no método de Raghavan utiliza-se a RGO do instante do fechamento para obter a relação de pressão e saturação para o cálculo da integral, que é um caminho mais próximo do referente ao período de fluxo.

Para o fluxo linear multifásico temos então o seguinte sistema adimensionalizado:

$$\frac{\partial^2 P_{pD}}{\partial y_D^2} = \frac{(c/\lambda)^*}{(c/\lambda)_i^*} \frac{\partial P_{pD}}{\partial t_D} \quad (2.4.6)$$

condição inicial:

$$P_{pD}(y_D, 0) = 0 \quad (2.4.7)$$

e de contorno:

$$\lim_{y_D \rightarrow \infty} P_{pD}(y_D, t_D) = 0 \quad (2.4.8)$$

$$\left. \frac{\partial P_{pD}}{\partial y_D} \right|_{y_D=0} = -\frac{\pi}{2} \quad (2.4.9)$$

Onde $(c/\lambda)^*$ é a razão entre a compressibilidade e a mobilidade do sistema, que é dada por:

$$\left(\frac{c}{\lambda} \right)^* = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{\partial \beta}{\partial S} \frac{dS}{dP} + \frac{\partial \beta}{\partial P} \right) \quad (2.4.10)$$

Se considerarmos que $(c/\lambda)^*$ varie pouco com relação a $(c/\lambda)^*$ nas condições iniciais, $(c/\lambda)_i^*$, temos então um sistema análogo ao monofásico, e portanto com a mesma solução, porém em termos de pseudo-pressão, assim:

$$P_{pD} = \frac{\pi}{2} \left\{ \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp \left\{ -\frac{z_D^2}{2} \right\} - z_D \operatorname{erfc} \left(\frac{z_D}{\sqrt{2}} \right) \right\} \quad (2.4.11)$$

e no poço:

$$P_{pD} = \sqrt{\pi t_D} \quad (2.4.12)$$

2.5 Derivação da Equação Geral de Pressão e Análise das Não-Linearidades

Para análise da influência dos termos não-lineares presentes na equação do fluxo linear multifásico foi derivada, a partir da combinação das equações do óleo e do gás uma equação geral de pressão, que em termos adimensionais pode ser expressa da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial y_D} \left(\frac{\partial P_{PD}}{\partial y_D} \right) + \frac{\lambda_o}{B_o} \frac{B_g}{\lambda_t} \frac{\partial R_r}{\partial y_D} \frac{\partial P_{PD}}{\partial y_D} = \frac{c_t}{\lambda_t} \frac{\lambda_{ti}}{c_{ti}} \frac{\partial P_{PD}}{\partial t_D} \quad (2.5.1)$$

onde:

$$R_r = R_s + \frac{K r_g \mu_o B_o}{K r_o \mu_g B_g} \quad (2.5.2)$$

Aplicando a variável de similaridade na equação (2.5.1), obtém-se a expressão:

$$\frac{d^2 U(z_D)}{dz_D^2} + C_D z_D \frac{dU(z_D)}{dz_D} - \eta_{PD} U(z_D) = 0 \quad (2.5.3)$$

onde C_D e η_{PD} são os termos não-lineares que representam os desvios que podem se esperar da solução do fluxo multifásico com relação ao sistema monofásico, e a equação (2.2.10) pode ser vista como um caso particular da equação (2.5.3) onde C_D e η_{PD} são iguais a unidade.

$$C_D = M_D^* + \eta_{PD} \quad (2.5.4)$$

$$M_D = \frac{\lambda_o}{B_o} \frac{B_g}{\lambda_t} \frac{dR_r}{dz_D} \quad (2.5.5)$$

$$M_D^* = \frac{1}{z_D} M_D \quad (2.5.6)$$

$$\eta_{PD} = \frac{(c/\lambda)^*}{(c/\lambda)_i^*} \quad (2.5.7)$$

Nas ref. 5 e 17, para o caso do fluxo radial se mostra que a equação do óleo e a equação geral de pressão são idênticas, isto é, as equações 2.5.1 e 2.4.6 apresentam a mesma informação, já que a segunda está relacionada com a expressão obtida para dS/dP

Capítulo 3

Modelo Numérico e Casos Simulados

Para gerar dados de testes, foram usados neste trabalho dois simuladores do tipo “Black-Oil”: para o período de fluxo utilizou-se o simulador desenvolvido na ref.13, que foi adaptado para o modelo em estudo: escoamento unidimensional bifásico (com fluxo de óleo e gás apenas). O simulador utiliza o método de diferenças finitas com malha do tipo bloco centrado em conjunto com uma formulação totalmente implícita. Este simulador, entretanto, não leva em conta a variação do Ponto de Bolha e esta limitação impediu sua utilização para gerar dados do período de estática. Neste caso, foi utilizado um simulador comercial, o SIMBEST (ref. 19), disponível através do Convênio UNICAMP - PETROBRÁS.

3.1 Modelo Numérico

Nosso modelo, por simetria, corresponde a 1/4 do sistema total e pode ser representado como uma figura geométrica retangular vista em planta, e com espessura h constante ao longo de todo reservatório (figura 3.1).

A fronteira interna é representada por um plano de fratura que se estende por um dos lados do retângulo, o outro lado, paralelo ao primeiro, é considerado fechado, representando a fronteira externa do sistema. O fluxo é linear e a produção se dá uniformemente através do plano de fratura. O reservatório é horizontal e tem largura e espessura constantes. As linhas de fluxo são perpendiculares ao plano de fronteira interna.

Assim sendo, construiu-se uma malha de espaçamento irregular no eixo Y, isto é, a largura das células (eixo X) é constante e igual à largura do reservatório, enquanto o comprimento de cada célula (eixo Y) varia de acordo com a proximidade ou afastamento da fronteira. Também não houve refinamento no eixo Z, e a espessura de cada célula é igual à do reservatório.

Para obtenção desta malha, adequada aos nossos objetivos, inicialmente aplicou-se um dos modelos sugeridos por Bennett (ref. 7), em que se tem perto do plano da fratura um refinamento muito maior que para pontos mais distantes, e portanto próximos

do limite externo do reservatório. Mas, tentando obter uma melhor resolução nos pontos próximos do limite interno, empiricamente, foram testadas outras alternativas no número e tamanho de células nesta região, chegando-se a um número final de 22 células, distribuídas de acordo com o modelo apresentado no Apêndice A.

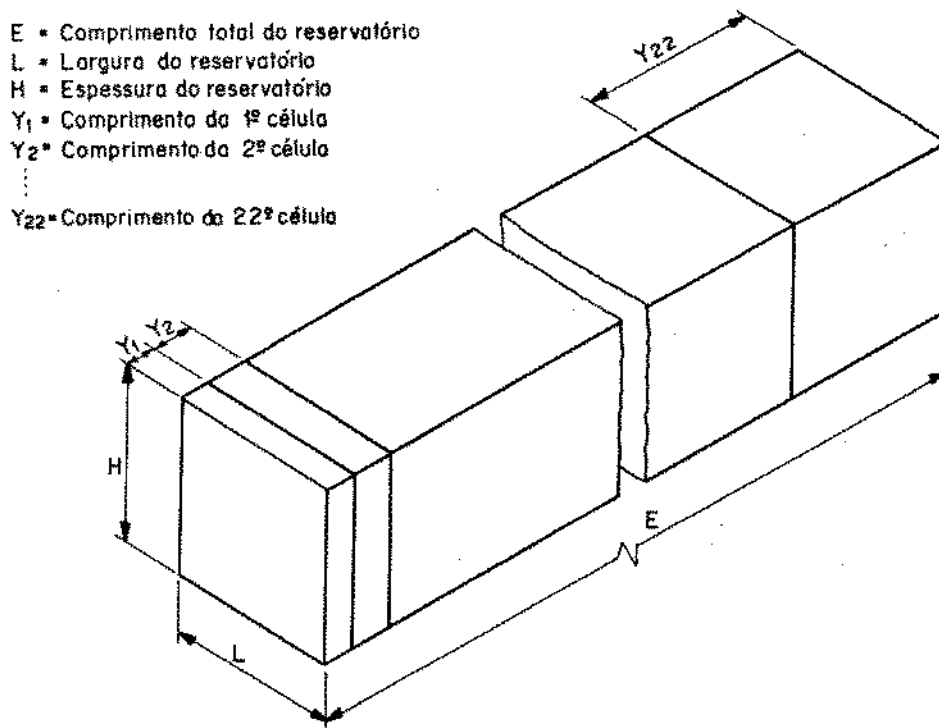


Figura 3.1: Modelo Numérico

Aqui devemos ressaltar um aspecto importante: os simuladores utilizados têm o poço localizado na primeira célula (que representa o plano fonte) e portanto incorporando uma dimensão, que embora muito pequena, pode causar influência nos resultados, já que nosso modelo teórico assume um plano fonte de espessura zero.

Na utilização dos dados, considerou-se a Pressão Média e a Saturação de Óleo na primeira célula, como uma aproximação para a Pressão e a Saturação no plano de fratura.

Com relação à discretização no tempo, definiu-se o intervalo de tempo inicial bem pequeno ($\Delta t_{inicial} = 10^{-6} dia$), crescendo gradativamente ao longo do tempo até o valor final de $\Delta t_{final} = 10^{-2} dia$, correspondente ao tempo total de simulação de 1 dia. Procedimento equivalente para o teste de crescimento de pressão, que no instante de fechamento ($t = 0.5 dia$), o intervalo de tempo volta ao valor inicial ($\Delta t_{inicial} = 10^{-6} dia$).

Em nenhum dos casos simulados foi atingido o regime Pseudo-Permanente, não se verificando alteração na Pressão ou Saturação das últimas células.

3.2 Casos Analisados

No total foram analisados seis casos, sendo quatro para o período de fluxo e dois para o período de estática, sendo utilizado o mesmo conjunto de dados de propriedades de fluido e duas curvas de permeabilidade relativa (através de equações). Os dados de reservatório e propriedades rocha-fluido são fornecidos no Anexo A.

3.2.1 Período de Fluxo

Seguindo a orientação da ref. 4, foram simulados os seguintes casos para o período de fluxo:

Caso 1: $q_o = 15.9m^3/d$
 $K = 0.9869e^{-2}\mu m^2(10mD)$
 Curva de Permeabilidade Relativa 1

Caso 2: $q_o = 31.8m^3/d$
 $K = 0.9869e^{-2}\mu m^2(10mD)$
 Curva de Permeabilidade Relativa 1

Caso 3: $q_o = 159.0m^3/d$
 $K = 0.4935e^{-1}\mu m^2(50mD)$
 Curva de Permeabilidade Relativa 1

Caso 4: $q_o = 31.8m^3/d$
 $K = 0.9869e^{-2}\mu m^2(10mD)$
 Curva de Permeabilidade Relativa 2

Os casos: 2, 3 e 4 têm a mesma relação $Q_o/K = 20$.

Os casos: 2 e 4 diferem entre si pelas Curvas de Permeabilidade Relativa.

Os casos: 1 e 2 diferem na vazão, mantendo iguais os demais parâmetros.

3.2.2 Período de Estática

Para complemento da análise também foram simulados os seguintes casos para o período de estática:

Caso 5: q_o (antes do fechamento) = $159.0 \text{ m}^3/d$

$$K = 0.4935e^{-1} \mu m^2(50mD)$$

Curva de Permeabilidade Relativa 1

tempo de fluxo antes do fechamento = 0.5 dia

tempo de fechamento = 1.0 dia

Caso 6: q_o (antes do fechamento) = $31.8 \text{ m}^3/d$

$$K = 0.9869e^{-2} \mu m^2(10mD)$$

Curva de Permeabilidade Relativa 1

tempo de fluxo antes do fechamento = 1.0 dia

tempo de fechamento = 1.0 dia

Capítulo 4

Análise dos Resultados e Conclusões

4.1 Procedimento de Análise

A partir dos dados fornecidos pelo simulador (tempo, pressão e saturação de óleo), que são vistos nas figuras 4.1 e 4.2, para os casos de fluxo, e figuras 4.3 e 4.4, para os casos de estática, foram geradas tabelas que incluem a saturação calculada pela relação obtida no item 2.3, tabelas 4.1 a 4.4 para os casos 1 a 4 ,respectivamente e as tabelas 4.5, para o caso 5 e 4.6, para o caso 6. Estes resultados são comparados na forma gráfica através das figuras 4.5 a 4.8, para os casos de fluxo e figuras 4.9 e 4.10 para os casos de fechamento. Nas figuras 4.5 a 4.8 também são incluídas as curvas que fornecem a solução aproximada de saturação de óleo, que é obtida da composição das equações 2.3.13 e 2.3.19 .

Com o objetivo de se verificar se a saturação pode ser expressa como função única da pressão foram feitos, a partir de dados do simulador, gráficos para os casos 1 e 3 em que se tem representada a relação entre saturação e pressão em cada célula, para diferentes tempos de simulação, figuras 4.11 e 4.12.

A seguir, baseando-se no fato de que para o período de fluxo a saturação é função da variável de similaridade z_D , e que portanto a partir de valores de saturação obtidos no poço, pode-se calcular a distribuição de saturação ao longo do reservatório, tendo-se dados de pressão em diferentes pontos do reservatório. Nas figuras 4.13 a 4.16 e nas tabelas 4.7 a 4.10 são comparados os valores de saturação fornecidos pelo simulador com os calculados dos resultados obtidos no poço.

Para verificação do comportamento da função $U(z_D)$ com relação a z_D , ou quais as limitações da aplicação de z_D em termos de tempo e distância foram feitos os gráficos das figuras 4.17 a 4.20, onde são comparadas duas formas de obtenção de z_D e sua relação com $U(z_D)$ que é expresso como , com a solução para o monofásico.

Para os casos 1,2,3 e 4 foram feitos os gráficos correspondentes às figuras 4.21 a 4.23 em que se tem a pseudo-pressão graficada com relação ao inverso de z_D e à $(1/z_D)^2$. Estes resultados são comparados com a solução do fluxo linear monofásico, representada pela linha tracejada.

Com o objetivo de se analisar os termos não-lineares obtidos no item 2.5 foram

geradas as tabelas 4.11 a 4.14 e as figuras 4.24 a 4.14 em que estes termos são apresentados em função de $1/z_D$.

Para possibilitar a análise do período de estática, através de pseudo-pressões, nos termos definidos no item 2.4, inicialmente foram feitos gráficos (figuras 4.28 e 4.29) de saturação de óleo x pressão, onde são comparados os diferentes caminhos de integração possíveis das relções obtidas. A seguir, para cada caso são gerados gráficos de pseudo-pressão em função do tempo adimensional e as figuras 4.30 a 4.33 comparam os resultados dos métodos de Bøe e Raghavan com a solução do monofásico.

Estes resultados apresentados na forma gráfica e tabular são objeto de análise no próximo item.

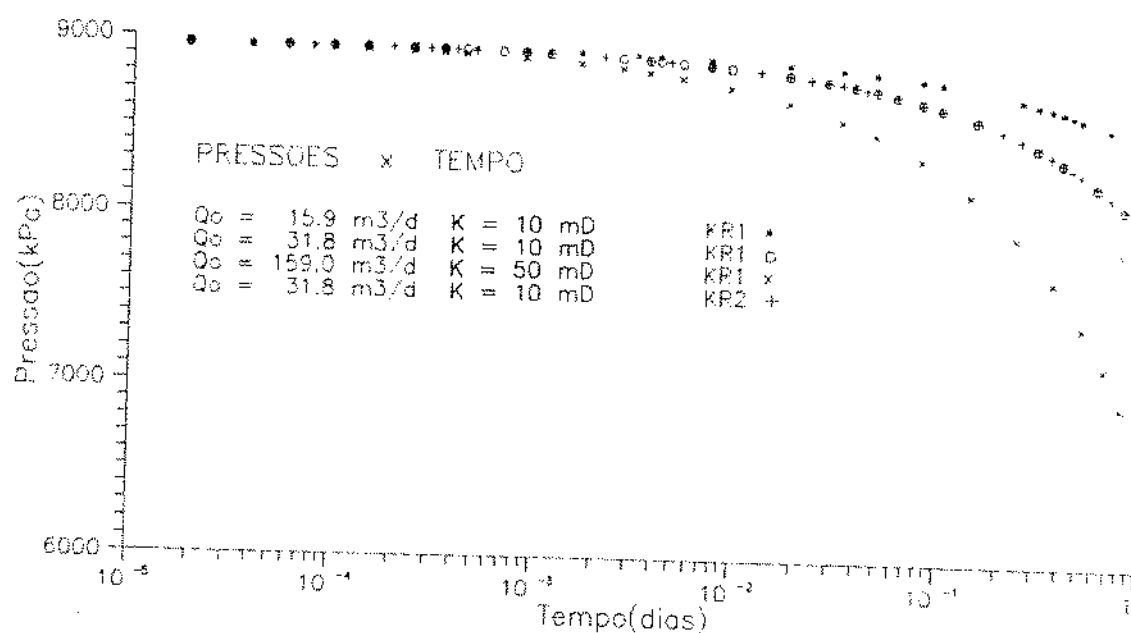


Figura 4.1: Gráfico de Pressão e Tempo - Casos 1, 2, 3 e 4.

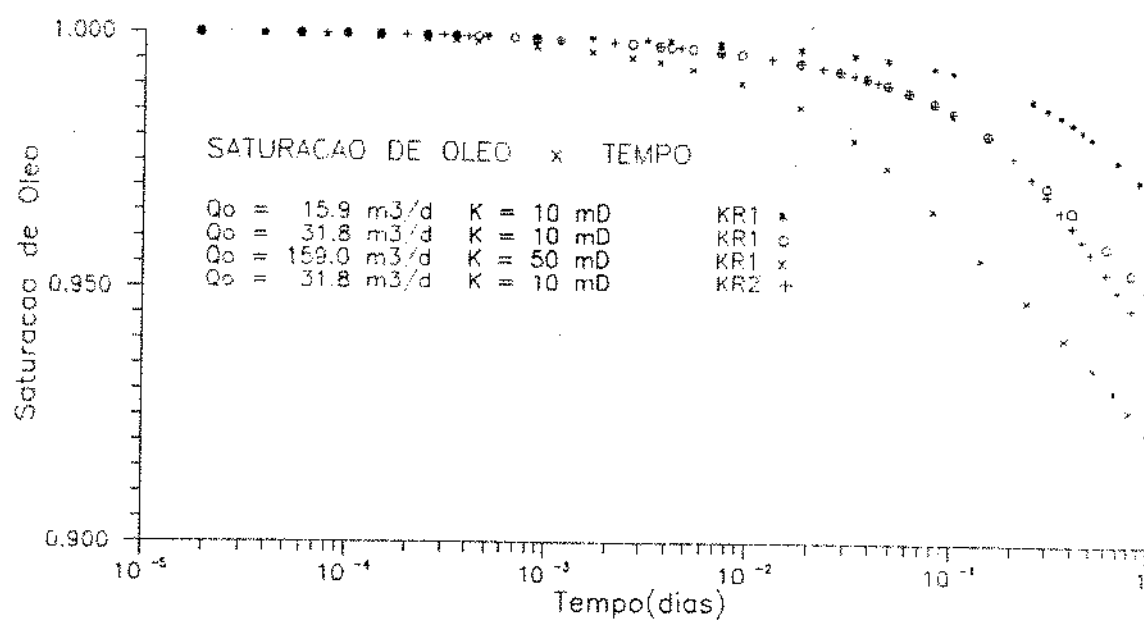


Figura 4.2: Gráfico de Saturação de Óleo do Simulador x Tempo - Casos 1, 2, 3 e 4.

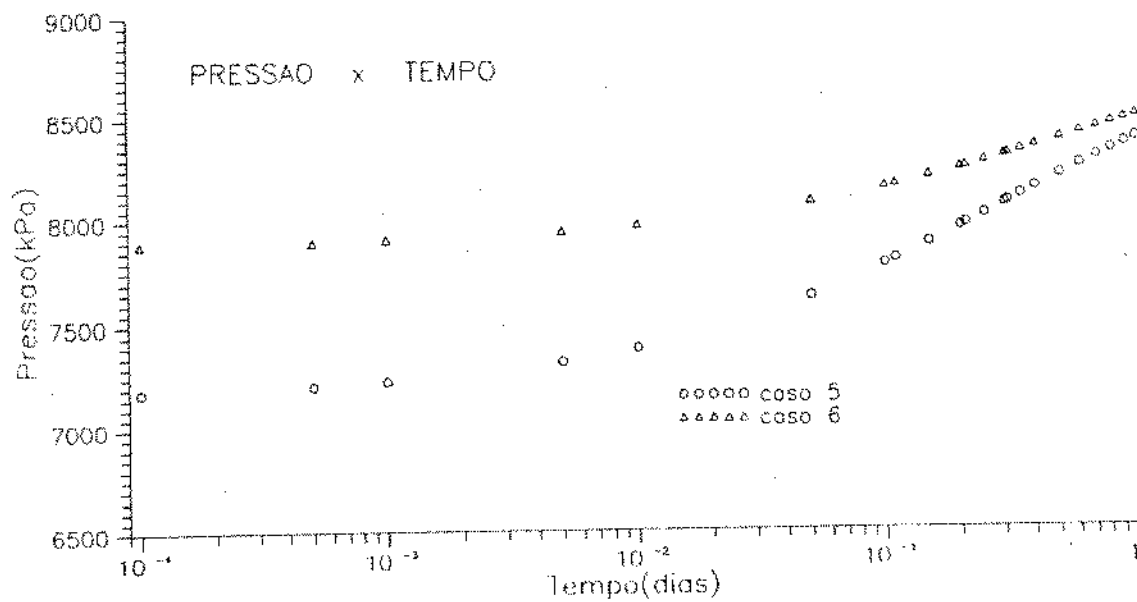


Figura 4.3: Gráfico de Pressão x Tempo - Casos 5 e 6.

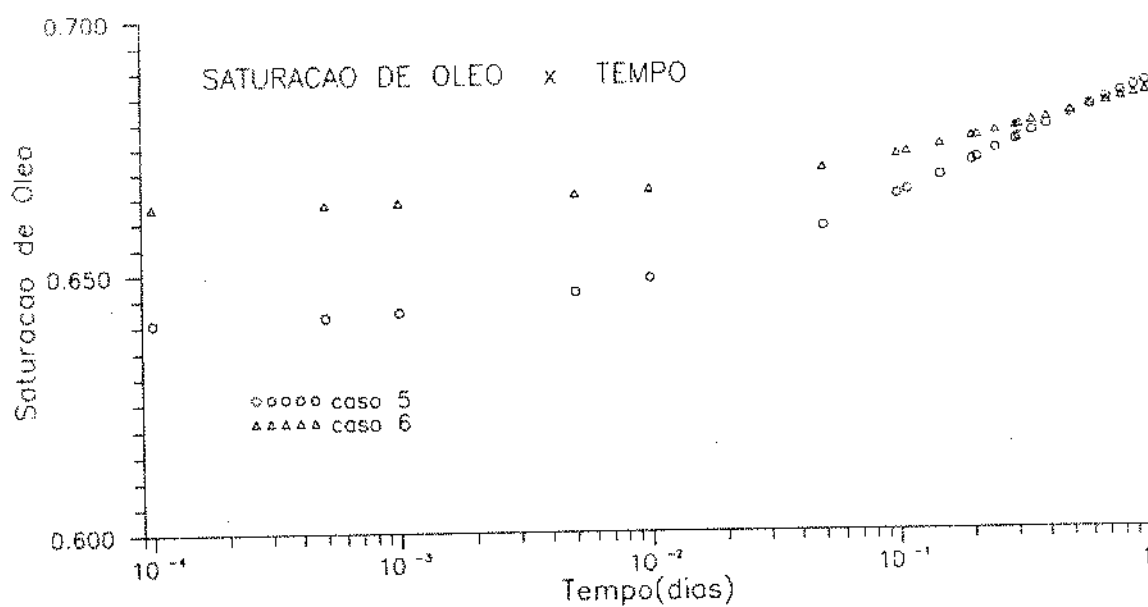


Figura 4.4: Gráfico de Saturação de Óleo do Simulador x Tempo - Casos 5 e 6.

Tabela 4.1: Pressão e Saturação de Óleo no poço - Caso 1.

Vazao de Oleo = 15.9 m3/dia
 Permeabilidade = .9869E-01 1e-6 m2
 Tempo de Fluxo = 1.00 dia

Tempo	*	Pressao	*
(dias)	*	(kPa)	*

		Sat.Oleo	Sat.Oleo
		calculada	simulador

.190000E-04		8962.494	.999970
.390000E-04		8962.219	.999957
.590000E-04		8961.943	.999945
.790000E-04		8961.667	.999933
.990000E-04		8961.391	.999922
.145000E-03		8960.771	.999896
.195000E-03		8960.150	.999870
.245000E-03		8959.599	.999844
.295000E-03		8959.047	.999821
.345000E-03		8958.495	.999798
.395000E-03		8958.013	.999776
.445000E-03		8957.530	.999755
.495000E-03		8957.047	.999735
.670000E-03		8955.531	.999669
.870000E-03		8954.014	.999603
.115000E-02		8952.152	.999520
.165000E-02		8949.187	.999393
.215000E-02		8946.705	.999282
.265000E-02		8944.430	.999183
.315000E-02		8942.362	.999093
.365000E-02		8940.431	.999009
.415000E-02		8938.638	.998930
.465000E-02		8936.984	.998856
.535000E-02		8934.777	.998758
.735000E-02		8929.124	.998510
.935000E-02		8924.228	.998291
.130500E-01		8916.368	.997939
.180500E-01		8907.336	.997529
.230500E-01		8899.476	.997168
.280500E-01		8892.375	.996840
.330500E-01		8885.963	.996537
.380500E-01		8879.864	.996252
.430500E-01		8874.310	.995983
.480500E-01		8869.070	.995726
.610500E-01		8856.522	.995104
.810500E-01		8839.561	.994236
.101050E+00		8824.599	.993437
.150050E+00		8793.366	.991664
.200050E+00		8766.270	.990005
.250050E+00		8742.414	.988441
.300050E+00		8720.833	.986945
.350050E+00		8700.907	.985505
.400050E+00		8682.429	.984116
.450050E+00		8664.986	.982777
.500050E+00		8648.507	.981488
.690050E+00		8592.660	.977069
.890050E+00		8541.432	.973178
.101005E+01		8513.370	.971177

caso 1

Tabela 4.2: Pressão e Saturação de Óleo no poço - Caso 2.

Vazao de Oleo = 31,8 m3/dia
 Permeabilidade = .9869E-01 1e-6 m2
 Tempo de Fluxo = 1,00 dia

Tempo (dias)	* *	Pressao (kPa)	* *	Sat,Oleo calculada	* *	Sat,Oleo simulador
.190000E-04		8961.943		.999947		.999977
.390000E-04		8961.391		.999923		.999952
.590000E-04		8960.840		.999898		.999928
.790000E-04		8960.288		.999875		.999904
.990000E-04		8959.736		.999852		.999881
.145000E-03		8958.564		.999800		.999830
.195000E-03		8957.392		.999747		.999777
.245000E-03		8956.220		.999697		.999727
.295000E-03		8955.117		.999649		.999679
.345000E-03		8954.083		.999603		.999633
.395000E-03		8953.049		.999560		.999589
.445000E-03		8952.083		.999517		.999547
.495000E-03		8951.118		.999477		.999507
.670000E-03		8948.153		.999346		.999377
.870000E-03		8945.120		.999213		.999244
.115000E-02		8941.327		.999047		.999079
.165000E-02		8935.467		.998791		.998824
.215000E-02		8930.434		.998568		.998604
.265000E-02		8925.883		.998369		.998406
.315000E-02		8921.746		.998186		.998226
.365000E-02		8917.954		.998017		.998059
.415000E-02		8914.369		.997858		.997903
.465000E-02		8910.891		.997707		.997755
.535000E-02		8906.578		.997509		.997561
.735000E-02		8895.339		.997002		.997068
.935000E-02		8885.480		.996554		.996636
.130500E-01		8869.829		.995827		.995943
.180500E-01		8851.765		.994973		.995144
.230500E-01		8838.045		.994212		.994446
.280500E-01		8821.910		.993514		.993817
.330500E-01		8809.017		.992862		.993241
.380500E-01		8797.089		.992245		.992705
.430500E-01		8785.851		.991657		.992202
.480500E-01		8775.302		.991091		.991727
.610500E-01		8750.274		.989704		.990596
.810500E-01		8716.420		.987732		.989059
.101050E+00		8686.497		.985892		.987690
.150050E+00		8623.962		.981785		.984808
.200050E+00		8569.838		.978053		.982285
.250050E+00		8521.988		.974746		.980037
.300050E+00		8478.689		.971835		.977985
.350050E+00		8438.838		.969280		.976083
.400050E+00		8401.606		.967030		.974300
.450050E+00		8366.581		.965040		.972614
.500050E+00		8333.417		.963265		.971009
.600050E+00		8271.640		.960241		.968005
.700050E+00		8214.551		.957726		.965213
.800050E+00		8161.117		.955583		.962591
.970050E+00		8077.001		.952556		.958450
.101005E+01		8058.247		.951928		.957524

caso 2

Tabela 4.3: Pressão e Saturação de Óleo no poço - Caso 3.

Vazao de Oleo = 159.0 m3/dia
 Permeabilidade = .4935 1e-6 m2
 Tempo de Fluxo = 1.00 dia

Tempo	*	Pressao	*	Sat,Oleo	*	Sat,Oleo
(dias)	*	(kPa)	*	calculada	*	simulador

.190000E-04		8958.358		.999790		.999898
.390000E-04		8956.013		.999688		.999796
.590000E-04		8953.876		.999595		.999703
.790000E-04		8951.876		.999509		.999618
.990000E-04		8950.084		.999430		.999539
.145000E-03		8946.361		.999268		.999377
.185000E-03		8942.775		.999112		.999222
.245000E-03		8939.604		.998972		.999083
.295000E-03		8936.708		.998845		.998956
.345000E-03		8934.019		.998727		.998839
.395000E-03		8931.468		.998616		.998729
.445000E-03		8929.124		.998511		.998625
.495000E-03		8926.848		.998411		.998527
.670000E-03		8919.747		.998096		.998216
.870000E-03		8912.576		.997779		.997904
.115000E-02		8903.820		.997387		.997520
.165000E-02		8890.513		.996782		.996934
.215000E-02		8878.999		.996255		.996428
.265000E-02		8868.795		.995779		.995976
.315000E-02		8859.418		.995340		.995563
.365000E-02		8850.799		.994929		.995181
.415000E-02		8842.732		.994542		.994824
.465000E-02		8835.148		.994172		.994486
.535000E-02		8825.220		.993681		.994043
.735000E-02		8799.985		.992399		.992915
.935000E-02		8777.922		.991233		.991925
.130500E-01		8742.690		.989275		.990334
.180500E-01		8702.217		.986871		.988492
.230500E-01		8666.985		.984647		.986875
.280500E-01		8635.338		.982560		.985416
.330500E-01		8606.380		.980593		.984072
.380500E-01		8579.560		.978738		.982820
.430500E-01		8554.394		.976990		.981641
.480500E-01		8530.676		.975346		.980523
.610500E-01		8474.277		.971560		.977853
.810500E-01		8398.021		.966844		.974201
.101050E+00		8330.314		.963136		.970929
.121050E+00		8268.744		.960136		.967932
.141050E+00		8211.862		.957639		.965143
.161050E+00		8158.566		.955509		.962523
.186050E+00		8096.099		.953229		.959442
.211050E+00		8037.356		.951262		.956539
.236050E+00		7981.508		.949530		.953785
.261050E+00		7928.212		.947964		.951160
.286050E+00		7877.604		.946421		.948436
.311050E+00		7828.858		.945014		.945838
.356050E+00		7745.018		.942757		.941442

Continuação da tabela 4.3

Tabela de Pressao e Saturacao de Oleo no POCO

Vazao de Oleo = 159,0 m3/dia
 Permeabilidade = .4935 1e-6 m2
 Tempo de Fluxo = 1.00 dia

```

*****
  Tempo      *  Pressao      *  Sat.Oleo      *  Sat.Oleo
  (dias)     *  (kPa)        *  calculada    *  simulador
*****
.406050E+00  7656.421  .940552  .936917
.456050E+00  7571.477  .938582  .932717
.506050E+00  7489.499  .936796  .928813
.556050E+00  7409.795  .935151  .925155
.606050E+00  7332.160  .933624  .921721
.656050E+00  7255.835  .932189  .918467
.706050E+00  7181.165  .930840  .915398
.756050E+00  7107.529  .929558  .912472
.806050E+00  7034.445  .928329  .909723
.856050E+00  6961.912  .927144  .907131
.906050E+00  6890.041  .926002  .904648
.956050E+00  6818.639  .924897  .902251
.100105E+01  6754.773  .923933  .900165
*****

```

caso 3

Tabela 4.4: Pressão e Saturação de Óleo no poço - Caso 4.

Vazao de Oleo = 31,8 m3/dia
 Permeabilidade = .9869E-01 1e-6 m2
 Tempo de Fluxo = 1,00 dia

Tempo (dias)	Pressao (kPa)	Sat.Oleo calculada	Sat.Oleo simulador
.190000E-04	8961.943	.999947	.999977
.390000E-04	8961.391	.999923	.999952
.590000E-04	8960.840	.999898	.999928
.790000E-04	8960.288	.999875	.999904
.990000E-04	8959.736	.999852	.999881
.145000E-03	8958.564	.999800	.999830
.195000E-03	8957.392	.999747	.999777
.245000E-03	8956.220	.999697	.999727
.295000E-03	8955.117	.999649	.999679
.345000E-03	8954.083	.999603	.999633
.395000E-03	8953.049	.999560	.999589
.445000E-03	8952.083	.999517	.999547
.495000E-03	8951.118	.999477	.999507
.670000E-03	8948.153	.999346	.999377
.870000E-03	8945.120	.999213	.999244
.115000E-02	8941.327	.999047	.999079
.165000E-02	8935.467	.998791	.998824
.215000E-02	8930.434	.998569	.998604
.265000E-02	8925.883	.998369	.998407
.315000E-02	8921.746	.998187	.998226
.365000E-02	8917.954	.998017	.998060
.415000E-02	8914.369	.997858	.997903
.465000E-02	8910.991	.997708	.997756
.535000E-02	8906.578	.997510	.997562
.735000E-02	8895.408	.997004	.997070
.935000E-02	8885.549	.996556	.996638
.130500E-01	8869.898	.995830	.995947
.180500E-01	8851.902	.994978	.995150
.230500E-01	8836.182	.994219	.994453
.280500E-01	8822.117	.993522	.993827
.330500E-01	8809.293	.992871	.993252
.380500E-01	8797.365	.992255	.992718
.430500E-01	8786.195	.991667	.992218
.480500E-01	8775.646	.991101	.991744
.610500E-01	8750.756	.989713	.990618
.810500E-01	8717.110	.987728	.989089
.101050E+00	8687.394	.985863	.987730
.150050E+00	8625.341	.981613	.984868
.200050E+00	8571.768	.977597	.982366
.250050E+00	8524.539	.973868	.980138
.300050E+00	8481.792	.970434	.978106
.350050E+00	8442.492	.967295	.976224
.400050E+00	8405.950	.964444	.974459
.450050E+00	8371.545	.961860	.972791
.500050E+00	8339.070	.959518	.971203
.600050E+00	8278.672	.955466	.968231
.700050E+00	8223.032	.952065	.965467
.800050E+00	8171.183	.949160	.962870
.970050E+00	8089.894	.945073	.958761
.101005E+01	8071.761	.944229	.957840

Tabela 4.5: Pressão e Saturação de Óleo no poço - Caso 5.

Vazao de Oleo antes do Fechamento = 159.0 m3/dia
 Permeabilidade = .4935E+0 1e-6 m2
 Tempo de Producao antes do Fechamento = .50 dia
 Tempo de Total de Fechamento = 1.00 dia

Tempo	*	Pressao	*
(dias)	*	(kPa)	*

		Sat.Oleo	*
		calculada	*
			Sat.Oleo
			simulador

.100000E-05		7167.031	.640006
.500000E-05		7167.651	.640031
.100000E-03		7179.234	.640508
.500000E-03		7207.572	.641672
.100000E-02		7228.946	.642555
.500000E-02		7318.509	.646271
.100000E-01		7381.527	.648900
.500000E-01		7622.223	.658952
.100000E+00		7776.045	.665300
.110000E+00		7799.763	.666270
.150000E+00		7879.466	.669501
.200000E+00		7956.411	.672423
.210000E+00		7969.718	.672892
.250000E+00		8017.706	.674579
.300000E+00		8068.382	.676353
.310000E+00		8077.483	.676672
.350000E+00		8111.337	.677849
.400000E+00		8148.430	.679134
.500000E+00		8209.794	.681244
.600000E+00		8258.815	.682918
.700000E+00		8299.288	.684289
.800000E+00		8333.348	.685439
.900000E+00		8362.651	.686422
.100000E+01		8388.161	.687273
			.687100

caso 5

Tabela 4.6: Pressão e Saturação de Óleo no poço - Caso 6.

Tabela de Pressao e Saturacao de Oleo no POCO				
Vazao de Oleo antes do Fechamento	=	31.8	m3/dia	
Permeabilidade	=	.9869E-12	m2	
Tempo de Producao antes do Fechamento	=	1.00	dia	
Tempo de Total de Fechamento	=	1.00	dia	

Tempo	*	Pressao	*	Sat,Oleo
(dias)	*	(kPa)	*	calculada

0.00001		7881.741		.6631
0.00010		7884.913		.6632
0.00050		7895.255		.6636
0.00100		7904.149		.6640
0.00500		7943.311		.6655
0.01000		7971.580		.6665
0.05000		8084.033		.6705
0.10000		8157.118		.6730
0.15000		8208.553		.6748
0.20000		8248.749		.6762
0.25000		8281.775		.6773
0.30000		8309.837		.6783
0.35000		8334.106		.6791
0.40000		8355.549		.6798
0.50000		8391.884		.6810
0.60000		8421.945		.6820
0.70000		8447.387		.6829
0.80000		8469.381		.6836
0.90000		8488.687		.6843
1.00000		8505.786		.6848

caso 6				

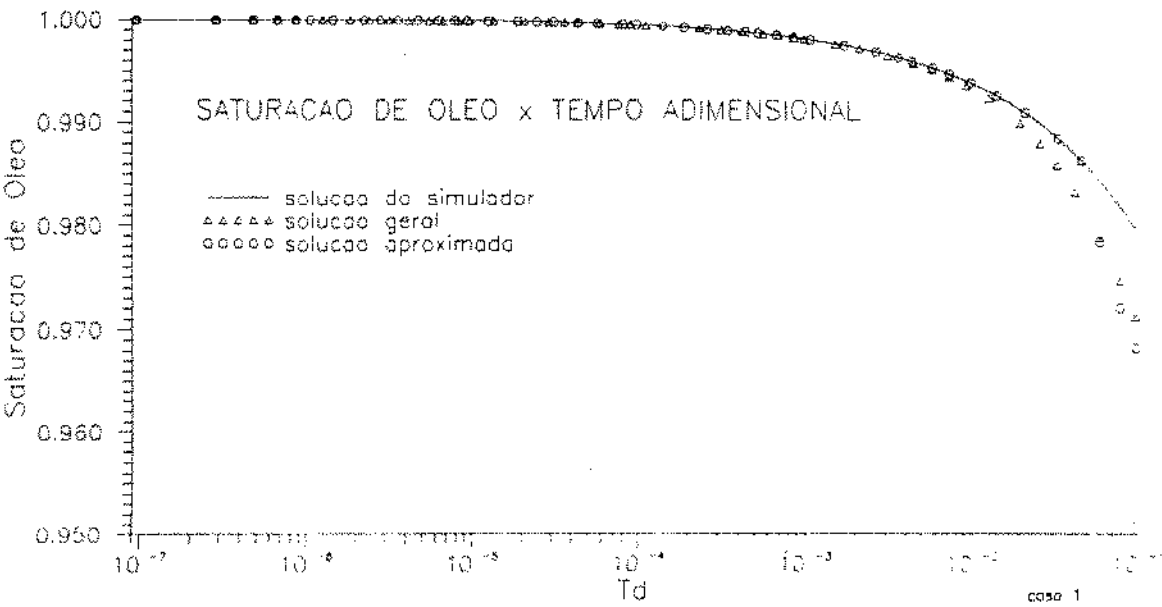


Figura 4.5: Gráfico de Saturação x Tempo adimensional - Caso 1.

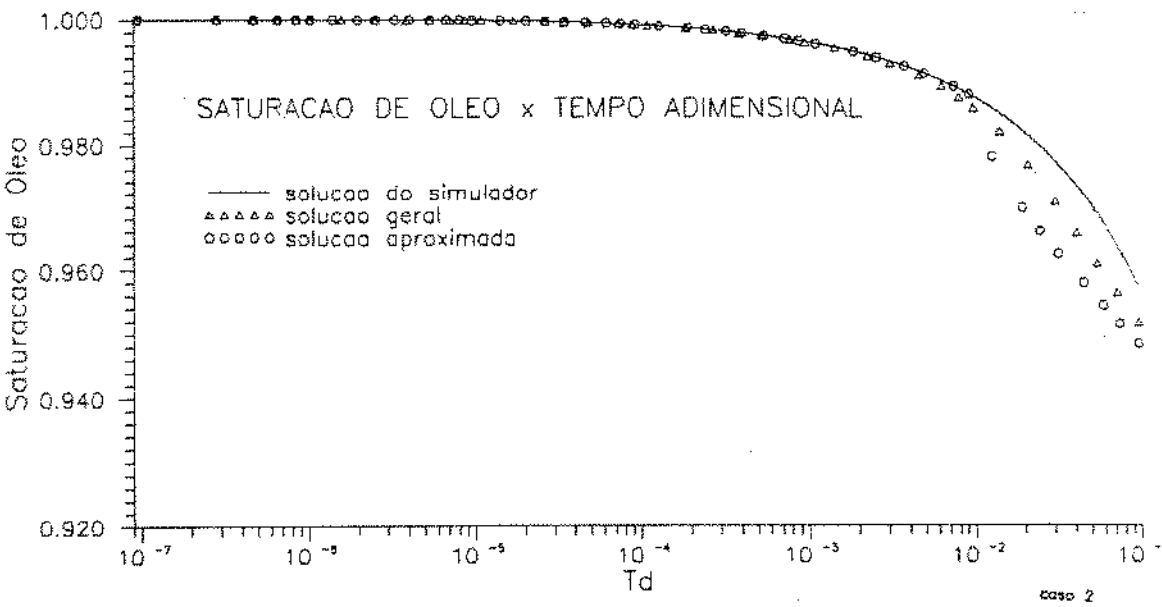


Figura 4.6: Gráfico de Saturação x Tempo adimensional - Caso 2.

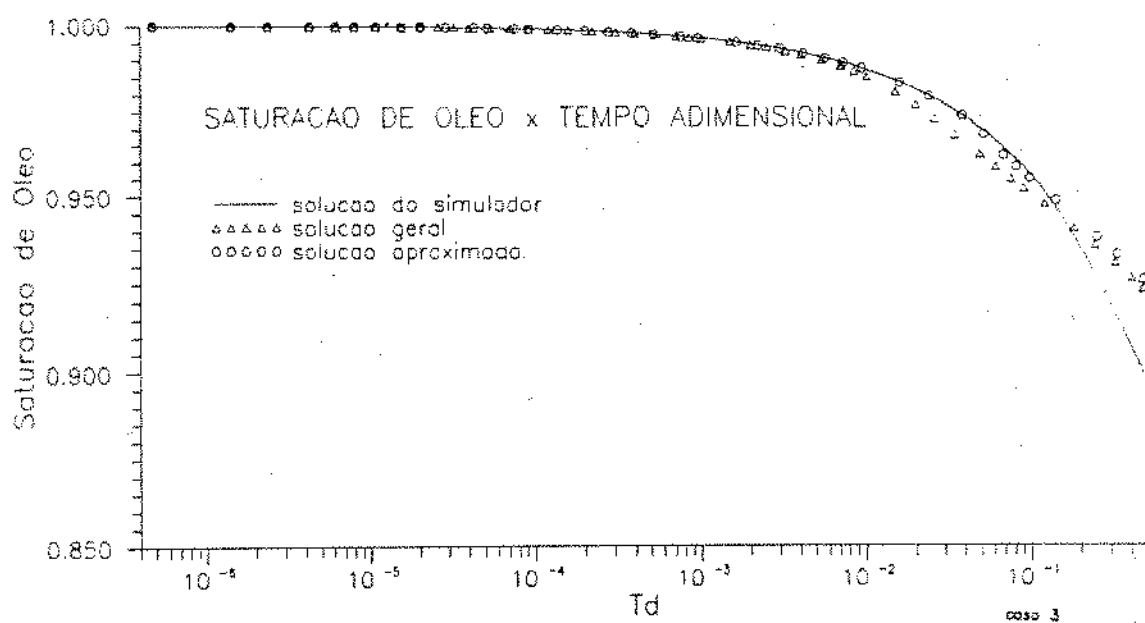


Figura 4.7: Gráfico de Saturação x Tempo adimensional - Caso 3.

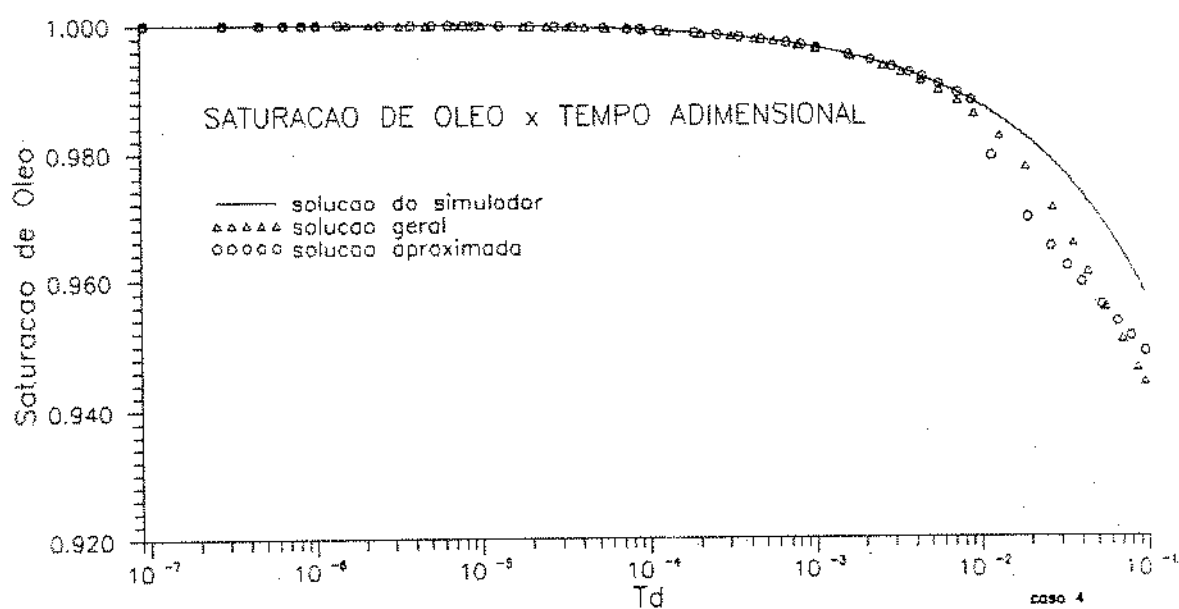


Figura 4.8: Gráfico de Saturação x Tempo adimensional - Caso 4.

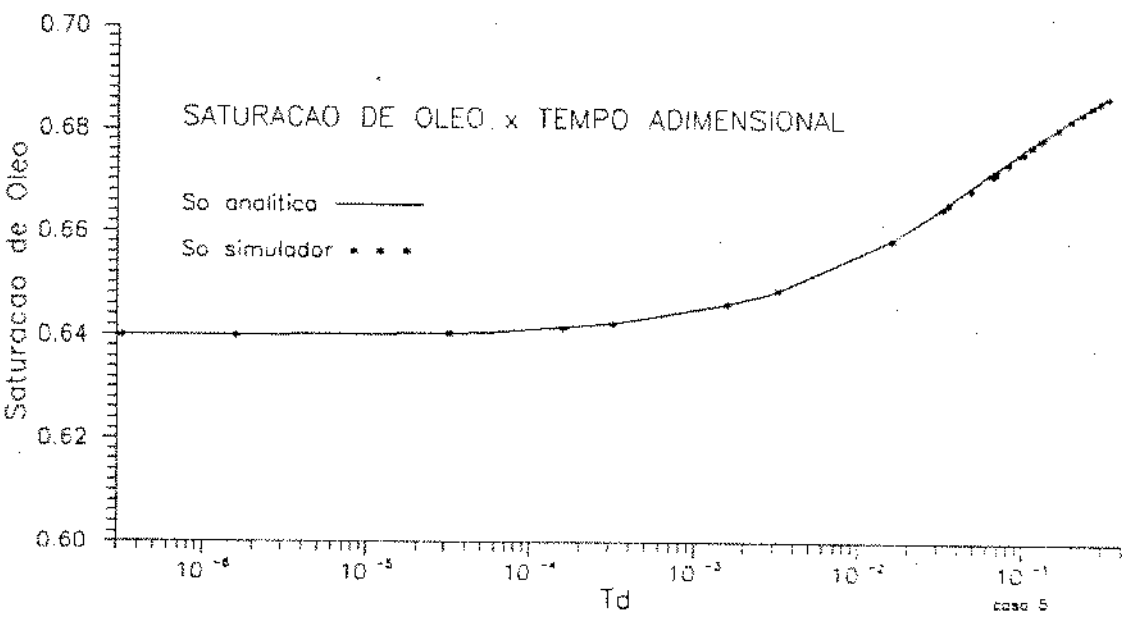


Figura 4.9: Gráfico de Saturação x Tempo adimensional - Caso 5.

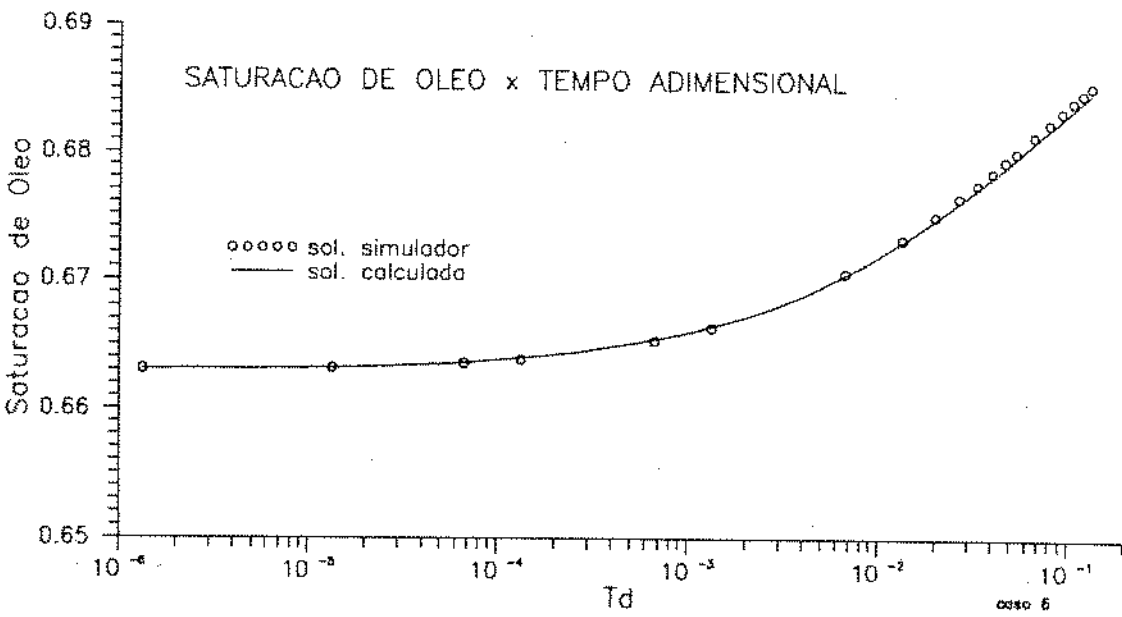


Figura 4.10: Gráfico de Saturação x Tempo adimensional - Caso 6.

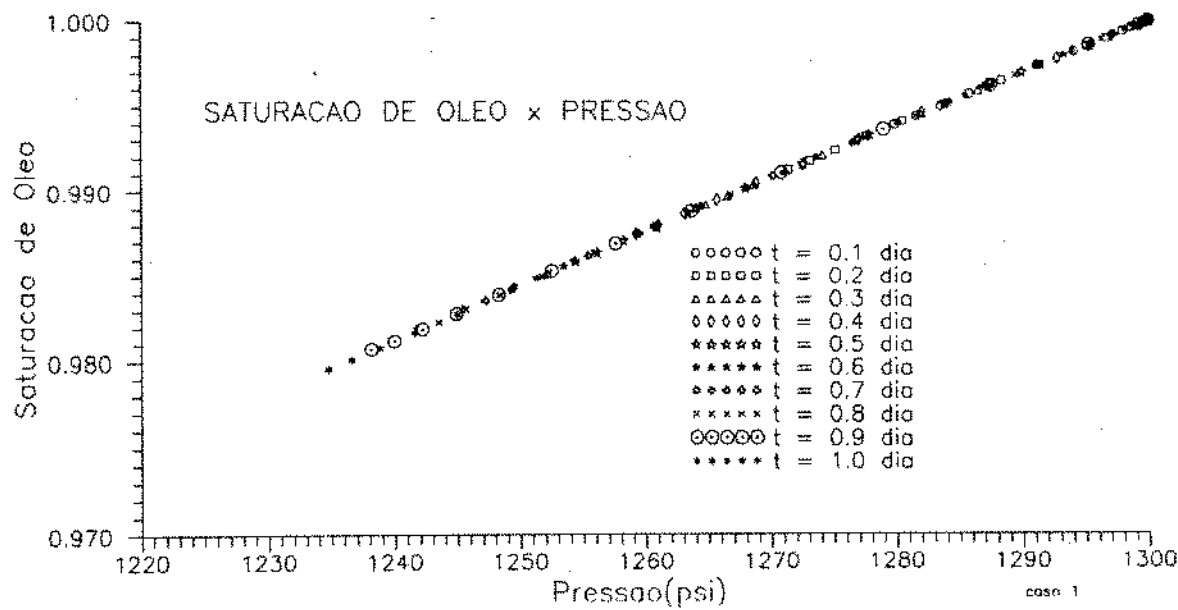


Figura 4.11: Gráfico de Saturação x Pressão - Caso 1.

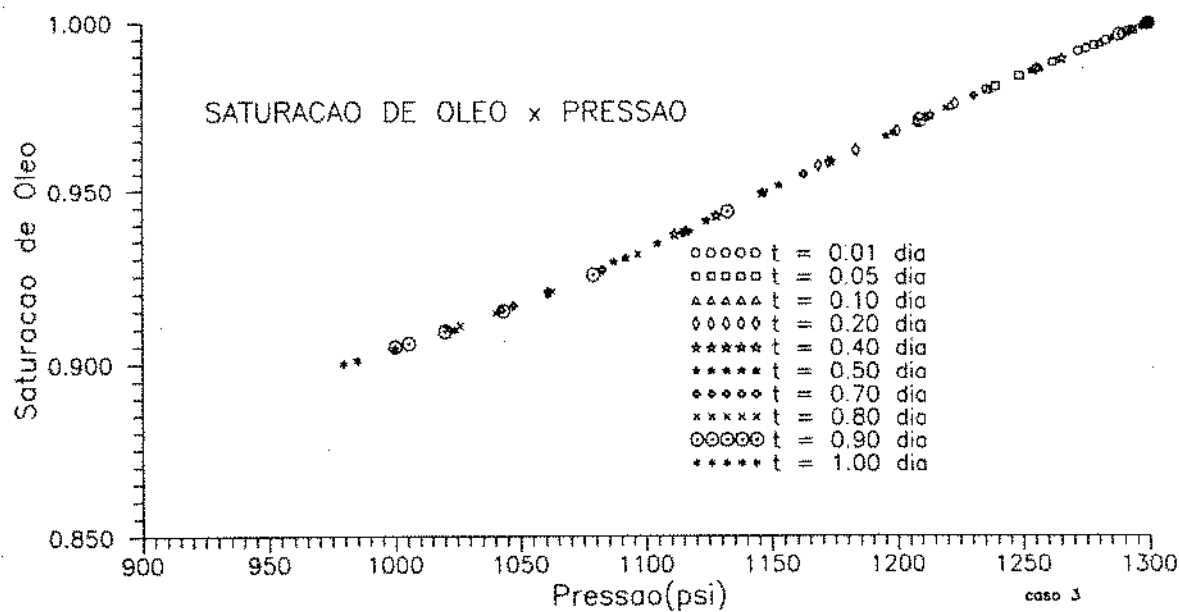


Figura 4.12: Gráfico de Saturação x Pressão - Caso 3.

Tabela 4.7: Distribuição de Saturação no Reservatório - Caso 1.

Vazao de Oleo = 15.9 m3/dia
 Permeabilidade = .9869E-01 1e-6 m2
 Tempo de Fluxo = 1.00 dia

```

*****
Distancia * Pressao * Sat.Oleo * Sat.Oleo
(m) * (kPa) * calculada * simulador
*****
.12 8513.37 .971177 .979600
.40 8526.02 .976598 .980100
.74 8541.45 .978855 .980800
1.17 8560.39 .980476 .981700
1.74 8583.99 .982008 .982800
2.48 8613.29 .983650 .984200
3.44 8648.94 .985491 .985900
4.72 8691.68 .987594 .987900
6.48 8742.70 .990023 .990200
8.93 8801.01 .992731 .992800
12.50 8863.14 .995558 .995600
18.29 8922.62 .998215 .998200
28.95 8956.30 .999699 .999700
45.72 8962.65 .999977 1.000000
78.63 8962.99 1.000000 1.000000
140.20 8963.00 1.000000 1.000000
243.83 8963.00 1.000000 1.000000
377.02 8963.00 1.000000 1.000000
515.39 8963.00 1.000000 1.000000
653.76 8963.00 1.000000 1.000000
792.14 8963.00 1.000000 1.000000
930.51 8963.00 1.000000 1.000000
*****

```

caso 1

Tabela 4.8: Distribuição de Saturação no Reservatório - Caso 2.

Vazao de Oleo = 31.8 m3/dia
 Permeabilidade = .9869E-01 1e-6 m2
 Tempo de Fluxo = 1.00 dia

```

*****
  Distancia *   Pressao   *   Sat.Oleo   *   Sat.Oleo
    (m)      *   (kPa)    *   calculada *   simulador
*****
    .12      8058.22      .951929      .957500
    .40      8086.04      .955163      .958500
    .74      8119.76      .957595      .960100
    1.17      8160.85      .960115      .962200
    1.74      8211.58      .963009      .964700
    2.48      8273.81      .966417      .967800
    3.44      8348.46      .970387      .971500
    4.72      8436.41      .974941      .975800
    6.48      8539.29      .980123      .980700
    8.93      8654.33      .985748      .986100
   12.50      8774.25      .991428      .991600
   18.29      8887.01      .996602      .996700
   28.35      8950.40      .999437      .999500
   45.72      8962.36      .999964      1.000000
   78.63      8962.99      .999992      1.000000
  140.20      8963.00      1.000000      1.000000
  243.83      8963.00      1.000000      1.000000
  377.02      8963.00      1.000000      1.000000
  515.39      8963.00      1.000000      1.000000
  653.76      8963.00      1.000000      1.000000
  792.14      8963.00      1.000000      1.000000
  930.51      8963.00      1.000000      1.000000
*****
                                     caso 2
  
```

Tabela 4.9: Distribuição de Saturação no Reservatório - Caso 3.

Vazao de Oleo = 159.0 m3/dia
 Permeabilidade = .4935E+00 1e-6 m2
 Tempo de Fluxo = 1.00 dia

Distancia *	Pressao *	Sat.Oleo *	Sat.Oleo *
(m) *	(kPa) *	calculada *	simulador

.12	6754.77	.923933	.900200
.40	6792.47	.923501	.901100
.74	6838.82	.922824	.902600
1.17	6896.33	.922325	.904400
1.74	6969.01	.922219	.906700
2.48	7060.87	.922731	.909800
3.44	7175.38	.924181	.914100
4.72	7316.75	.927009	.919800
6.48	7492.48	.931936	.927600
8.93	7705.81	.939789	.938200
12.50	7957.54	.951329	.951800
18.29	8265.05	.966028	.967300
28.35	8601.88	.982880	.983700
45.72	8860.87	.995329	.995500
78.63	8955.03	.999637	.999700
140.20	8962.85	.999985	1.000000
243.83	8963.00	1.000000	1.000000
377.02	8963.00	1.000000	1.000000
515.39	8963.00	1.000000	1.000000
653.76	8963.00	1.000000	1.000000
792.14	8963.00	1.000000	1.000000
930.51	8963.00	1.000000	1.000000

			caso 3

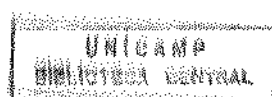
Tabela 4.10: Distribuição de Saturação no Reservatório - Caso 4.

Vazao de Oleo = 31,8 m3/dia
 Permeabilidade = .9869E-01 1e-6 m2
 Tempo de Fluxo = 1,00 dia

Distancia *	Pressao *	Sat.Oleo *	Sat.Oleo
(m) *	(kPa) *	calculada *	simulador

.12	8071.77	.944229	.957800
.40	8098.42	.950997	.958700
.74	8130.77	.955248	.960400
1.17	8170.25	.958824	.962400
1.74	8219.15	.962348	.964900
2.48	8279.35	.966113	.967900
3.44	8351.90	.970258	.971600
4.72	8437.87	.974875	.975800
6.48	8539.14	.980064	.980700
8.93	8653.20	.985680	.986100
12.50	8773.03	.991370	.991600
18.29	8886.42	.996575	.996600
28.35	8950.31	.999433	.999400
45.72	8962.36	.999964	1.000000
78.63	8962.99	1.000000	1.000000
140.20	8963.00	1.000000	1.000000
243.83	8963.00	1.000000	1.000000
377.02	8963.00	1.000000	1.000000
515.39	8963.00	1.000000	1.000000
653.76	8963.00	1.000000	1.000000
792.14	8963.00	1.000000	1.000000
930.51	8963.00	1.000000	1.000000

			caso 4



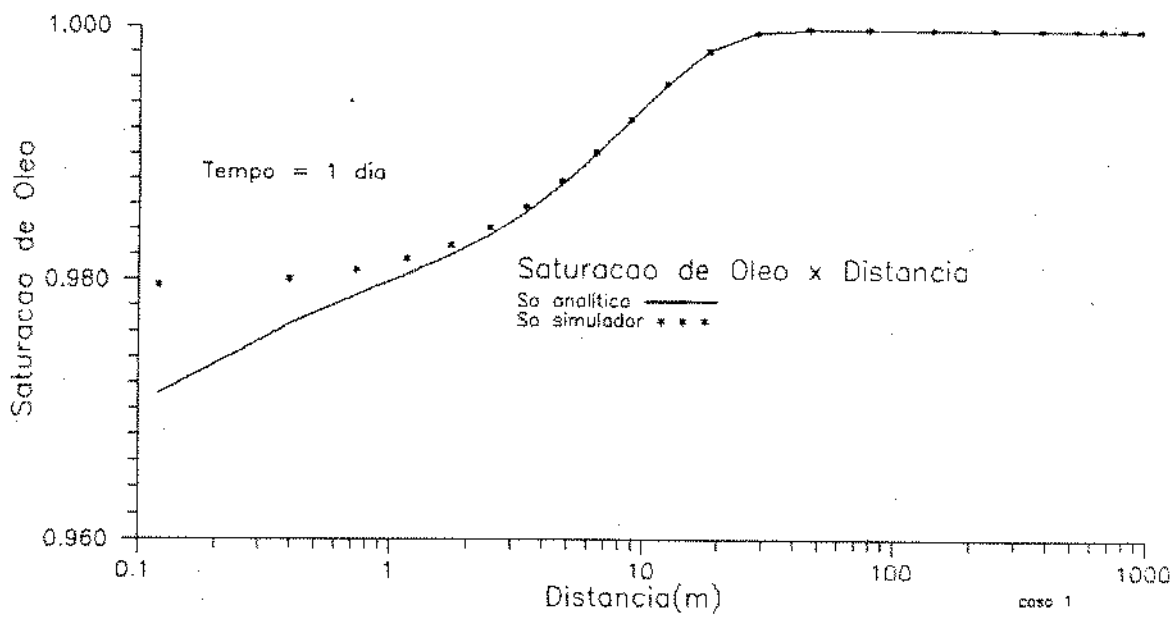


Figura 4.13: Gráfico de Saturação x Distância - Caso 1.

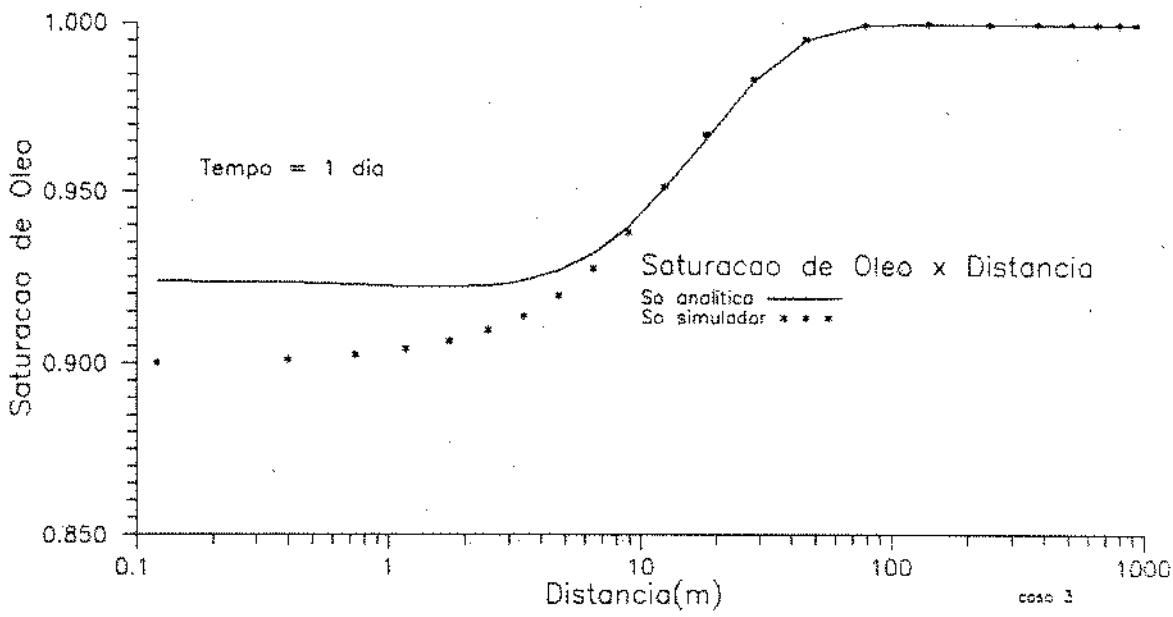


Figura 4.14: Gráfico de Saturação x Distância - Caso 3.

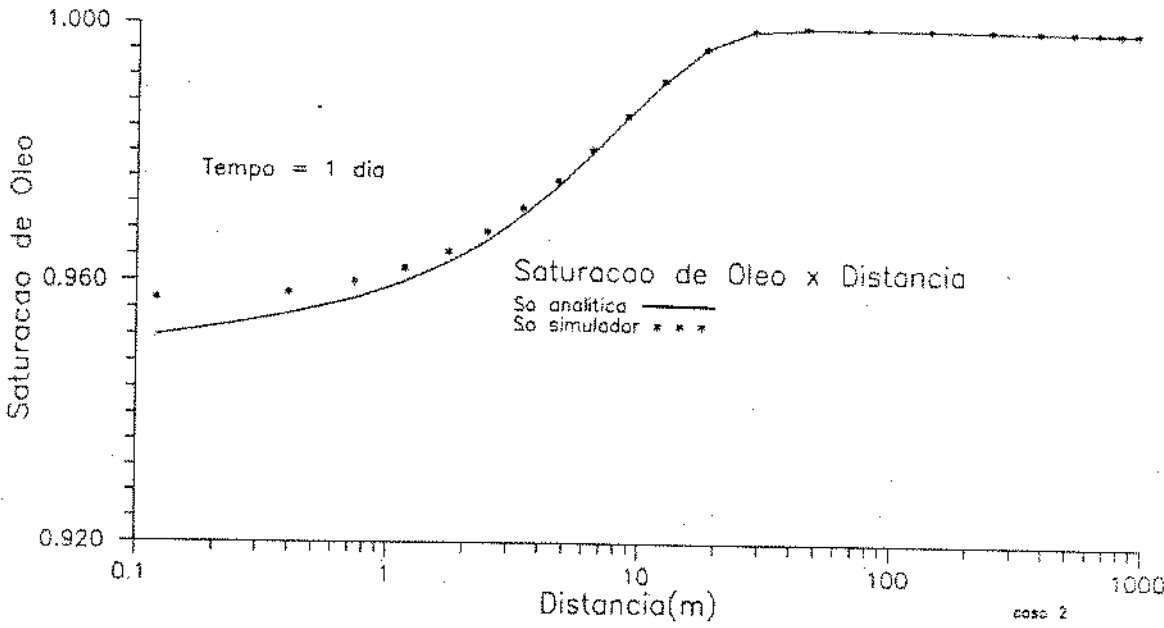


Figura 4.15: Gráfico de Saturação x Distância - Caso 2.

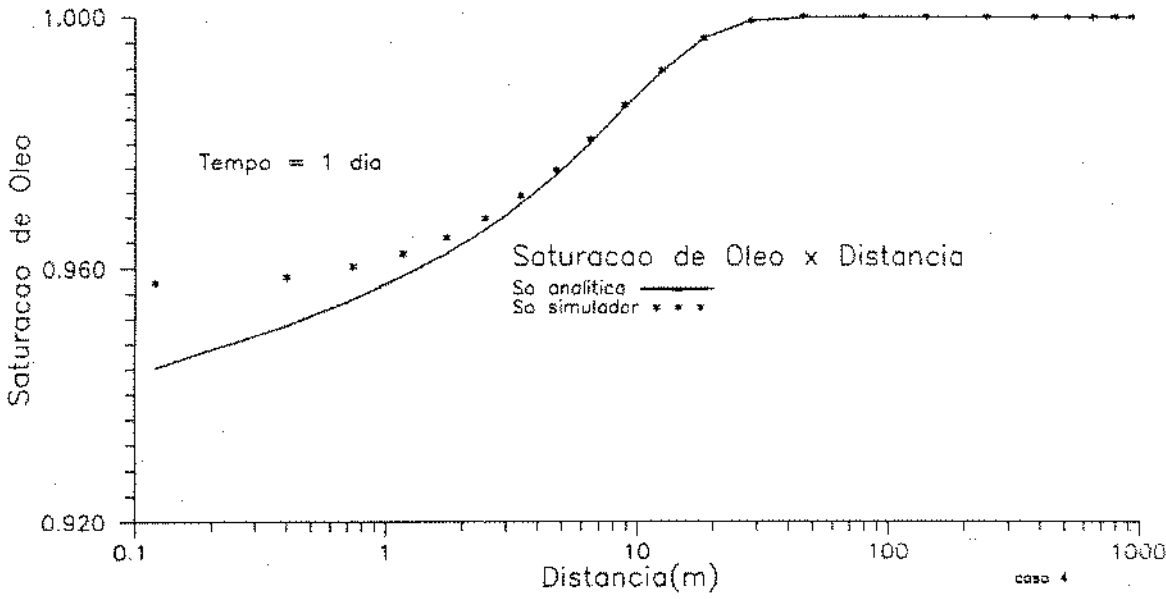


Figura 4.16: Gráfico de Saturação x Distância - Caso 4.

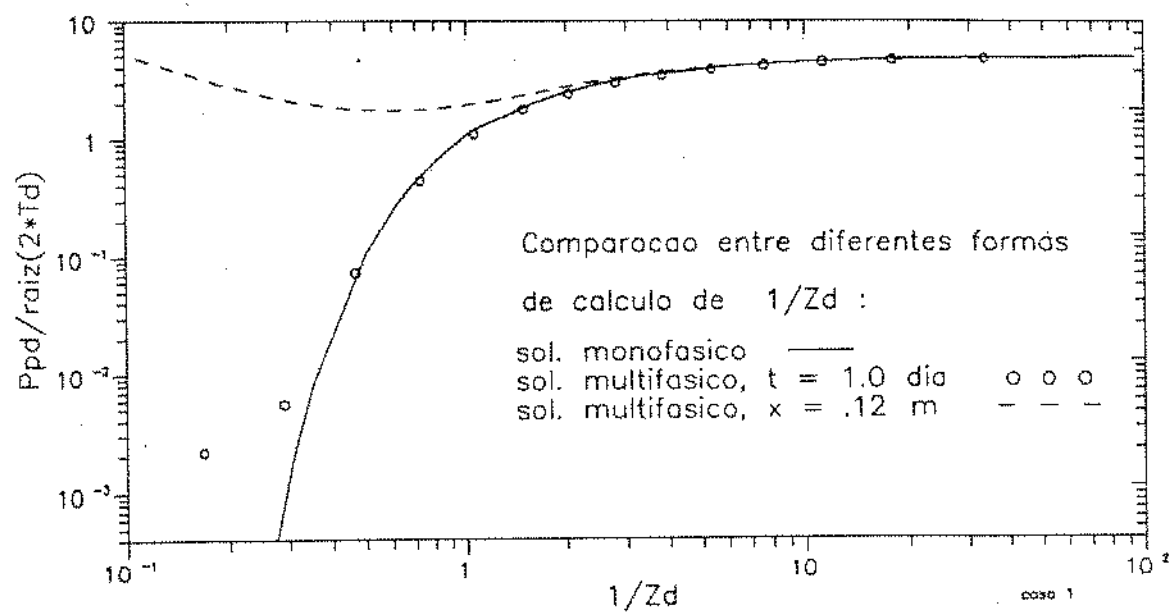


Figura 4.17: Gráfico de $P_{pD} / \sqrt{2t_D} \times 1/z_D$ - Caso 1 .

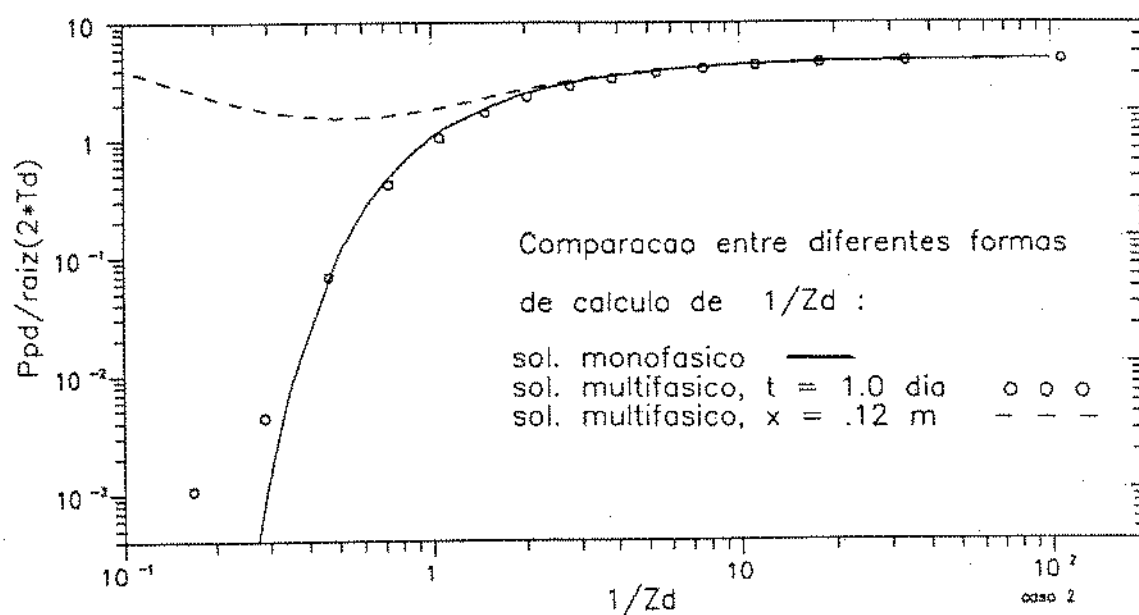


Figura 4.18: Gráfico de $P_{pD} / \sqrt{2t_D} \times 1/z_D$ - Caso 2.

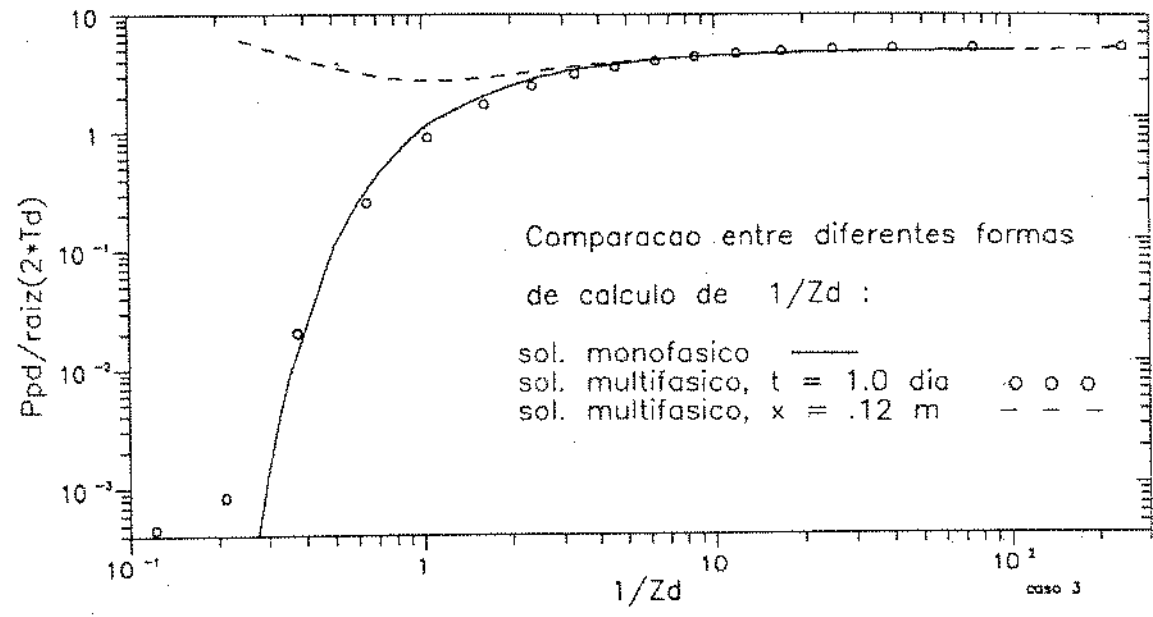


Figura 4.19: Gráfico de $P_{pD}/\sqrt{2t_D} \times 1/z_D$ - Caso 3.

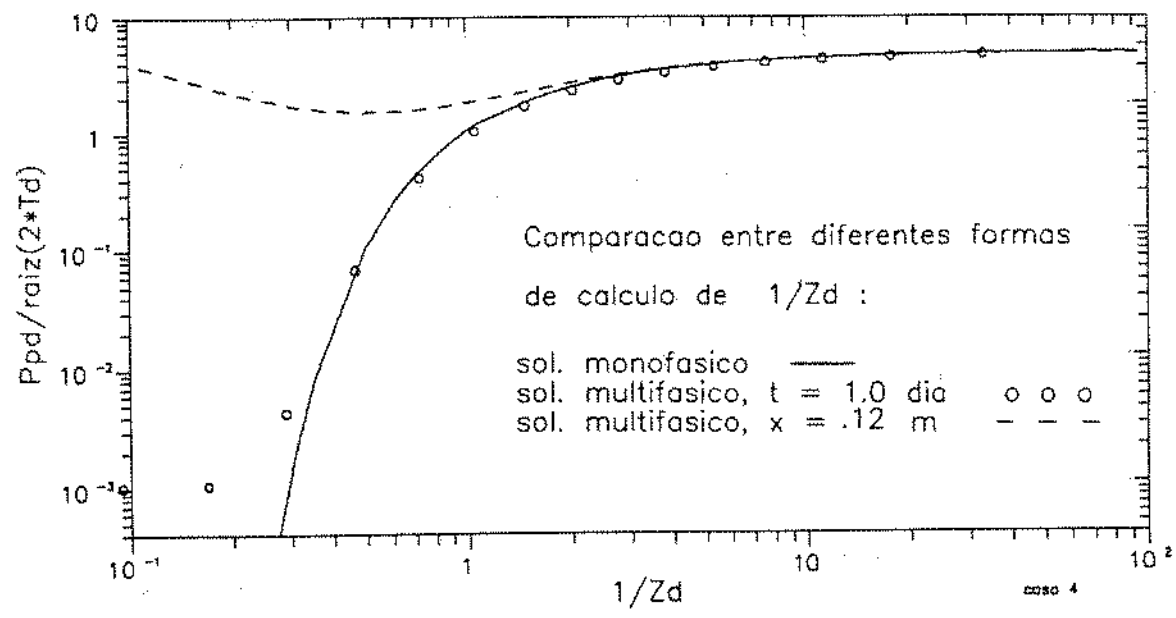


Figura 4.20: Gráfico de $P_{pD}/\sqrt{2t_D} \times 1/z_D$ - Caso 4.

Tabela 4.11: Pseudo-Pressão e Não-Linearidades - Caso 1.

Vazao de Oleo = 15.9 m3/dia
 Permeabilidade = .9869E-01 1e-6 m2
 Tempo de Fluxo = 1.00 dia

1/Zd	* Ppd	* Etad	* Md	* Cd

.473293E+00	.0033	.10004E+01	-.539225E-05	.100034E+01
.678088E+00	.0047	.10005E+01	-.247760E-04	.100052E+01
.834026E+00	.0061	.10007E+01	-.582595E-04	.100066E+01
.965089E+00	.0074	.10009E+01	-.105848E-03	.100078E+01
.108037E+01	.0087	.10011E+01	-.167534E-03	.100089E+01
.130749E+01	.0115	.10014E+01	-.296635E-03	.100114E+01
.151625E+01	.0144	.10019E+01	-.278500E-03	.100157E+01
.169956E+01	.0172	.10022E+01	-.846763E-03	.100139E+01
.186494E+01	.0198	.10026E+01	-.122751E-02	.100139E+01
.201680E+01	.0224	.10030E+01	-.857694E-03	.100213E+01
.215800E+01	.0248	.10034E+01	-.220114E-02	.100115E+01
.229052E+01	.0271	.10037E+01	-.279349E-02	.100091E+01
.241577E+01	.0293	.10040E+01	-.175445E-02	.100230E+01
.281055E+01	.0365	.10052E+01	-.399580E-02	.100116E+01
.320268E+01	.0438	.10064E+01	-.534190E-02	.100104E+01
.368215E+01	.0530	.10080E+01	-.834652E-02	.999683E+00
.441058E+01	.0670	.10107E+01	-.153818E-01	.995308E+00
.503469E+01	.0791	.10132E+01	-.227390E-01	.980431E+00
.558954E+01	.0900	.10155E+01	-.297611E-01	.985719E+00
.609410E+01	.0999	.10178E+01	-.420585E-01	.975711E+00
.655994E+01	.1090	.10200E+01	-.472549E-01	.972735E+00
.699484E+01	.1176	.10221E+01	-.610672E-01	.961083E+00
.740423E+01	.1257	.10243E+01	-.761685E-01	.948102E+00
.794201E+01	.1363	.10272E+01	-.910950E-01	.936125E+00
.930888E+01	.1632	.10352E+01	-.143668E+00	.891542E+00
.104993E+02	.1868	.10429E+01	-.216424E+00	.826466E+00
.124039E+02	.2245	.10566E+01	-.337508E+00	.719082E+00
.145879E+02	.2678	.10744E+01	-.553272E+00	.521158E+00
.164850E+02	.3055	.10918E+01	-.787949E+00	.303841E+00
.181853E+02	.3393	.11088E+01	-.105837E+01	.504455E-01
.197396E+02	.3702	.11256E+01	-.138950E+01	-.263904E+00
.211802E+02	.3989	.11422E+01	-.173642E+01	-.594241E+00
.225289E+02	.4258	.11586E+01	-.196360E+01	-.805003E+00
.238013E+02	.4511	.11749E+01	-.243975E+01	-.126487E+01
.268285E+02	.5111	.12167E+01	-.347986E+01	-.226320E+01
.309122E+02	.5922	.12797E+01	-.529166E+01	-.401195E+01
.345161E+02	.6639	.13415E+01	-.107445E+02	-.940304E+01
.420602E+02	.8134	.14873E+01	-.129133E+02	-.114260E+02
.485649E+02	.9427	.16269E+01	-.194173E+02	-.177904E+02
.542959E+02	1.0569	.17550E+01	-.264931E+02	-.247381E+02
.594772E+02	1.1601	.18691E+01	-.331806E+02	-.313115E+02
.642419E+02	1.2551	.19672E+01	-.391981E+02	-.372309E+02
.686770E+02	1.3435	.20478E+01	-.456586E+02	-.436108E+02
.728424E+02	1.4266	.21104E+01	-.508390E+02	-.487286E+02
.767822E+02	1.5051	.21551E+01	-.808045E+02	-.786494E+02
.901974E+02	1.7717	.21869E+01	-.639344E+02	-.617475E+02
.102438E+03	2.0159	.20719E+01	-.602272E+02	-.581553E+02
.109125E+03	2.1495	.19741E+01	-.554011E+02	-.534270E+02

caso 1				

Tabela 4.12: Pseudo-Pressão e Não-Linearidades - Caso 2.

Vazao de Oleo = 31.8 m3/dia
 Permeabilidade = .9869E-01 1e-6 m2
 Tempo de Fluxo = 1.00 dia

1/Zd	*	Ppd	*	Etad	*	Md	*	Cd

.473293E+00		.0029		.10006E+01	-	.740190E-05		.100062E+01
.678088E+00		.0043		.10010E+01	-	.536845E-04		.100094E+01
.834026E+00		.0056		.10014E+01	-	.122781E-03		.100123E+01
.965089E+00		.0069		.10017E+01	-	.220083E-03		.100148E+01
.108037E+01		.0082		.10020E+01	-	.178037E-03		.100186E+01
.130749E+01		.0110		.10028E+01	-	.593427E-03		.100221E+01
.151625E+01		.0140		.10036E+01	-	.794505E-03		.100282E+01
.169956E+01		.0167		.10044E+01	-	.125758E-02		.100314E+01
.186494E+01		.0194		.10052E+01	-	.182646E-02		.100333E+01
.201680E+01		.0219		.10059E+01	-	.250136E-02		.100341E+01
.215800E+01		.0243		.10066E+01	-	.220221E-02		.100443E+01
.229052E+01		.0266		.10073E+01	-	.279494E-02		.100454E+01
.241577E+01		.0289		.10080E+01	-	.521451E-02		.100281E+01
.281055E+01		.0361		.10103E+01	-	.792671E-02		.100240E+01
.320268E+01		.0434		.10128E+01	-	.119838E-01		.100081E+01
.368215E+01		.0525		.10160E+01	-	.177060E-01		.998304E+00
.441058E+01		.0665		.10214E+01	-	.307986E-01		.990551E+00
.503469E+01		.0786		.10264E+01	-	.457616E-01		.980598E+00
.558954E+01		.0894		.10311E+01	-	.595936E-01		.971536E+00
.609410E+01		.0993		.10357E+01	-	.842251E-01		.951515E+00
.655994E+01		.1085		.10402E+01	-	.103472E+00		.836738E+00
.699484E+01		.1170		.10446E+01	-	.121829E+00		.922741E+00
.740423E+01		.1251		.10489E+01	-	.153004E+00		.895846E+00
.794201E+01		.1357		.10547E+01	-	.182370E+00		.872350E+00
.930888E+01		.1626		.10709E+01	-	.286649E+00		.784221E+00
.104993E+02		.1861		.10864E+01	-	.417752E+00		.668688E+00
.124039E+02		.2237		.11142E+01	-	.673607E+00		.440573E+00
.145879E+02		.2669		.11503E+01	-	.110111E+01		.491758E-01
.164850E+02		.3046		.11853E+01	-	.164075E+01	-	.455423E+00
.181853E+02		.3383		.12195E+01	-	.214538E+01	-	.925847E+00
.197396E+02		.3692		.12530E+01	-	.273410E+01	-	.148108E+01
.211802E+02		.3978		.12859E+01	-	.329805E+01	-	.201219E+01
.225289E+02		.4246		.13181E+01	-	.407905E+01	-	.276097E+01
.238013E+02		.4499		.13497E+01	-	.472943E+01	-	.337975E+01
.268285E+02		.5097		.14288E+01	-	.661129E+01	-	.518245E+01
.309122E+02		.5906		.15415E+01	-	.972217E+01	-	.818066E+01
.345161E+02		.6621		.16415E+01	-	.187872E+02	-	.171458E+02
.420602E+02		.8113		.18224E+01	-	.198000E+02	-	.179776E+02
.485649E+02		.9403		.19073E+01	-	.240868E+02	-	.221795E+02
.542959E+02	1.0542			.19063E+01	-	.254343E+02	-	.235280E+02
.594772E+02	1.1573			.18482E+01	-	.246328E+02	-	.227846E+02
.642419E+02	1.2522			.17604E+01	-	.215074E+02	-	.197469E+02
.686770E+02	1.3406			.16619E+01	-	.169948E+02	-	.153329E+02
.728424E+02	1.4238			.15635E+01	-	.120754E+02	-	.105119E+02
.767822E+02	1.5026			.14706E+01	-	.835927E+01	-	.688867E+01
.841100E+02	1.6492			.13084E+01		.306746E+01		.437591E+01
.908486E+02	1.7846			.11765E+01		.131431E+02		.143196E+02
.971208E+02	1.9111			.10694E+01		.207334E+02		.218028E+02
.106943E+03	2.1102			.92958E+00		.341387E+02		.350683E+02
.109125E+03	2.1547			.90252E+00		.401388E+02		.410413E+02

Caso 2

Tabela 4.13: Pseudo-Pressão e Não-Linearidades - Caso 3.

Vazao de Oleo = 159.0 m3/dia
 Permeabilidade = .4935 1e-6 m2
 Tempo de Fluxo = 1.00 dia

1/Zd	* Ppd	* Etad	* Md	* Cd

.105832E+01	.0116	.10027E+01	-.218972E-03	.100245E+01
.151625E+01	.0172	.10042E+01	-.929724E-03	.100327E+01
.186494E+01	.0224	.10057E+01	-.184312E-02	.100386E+01
.215800E+01	.0271	.10071E+01	-.330453E-02	.100382E+01
.241577E+01	.0314	.10085E+01	-.429841E-02	.100418E+01
.292363E+01	.0404	.10114E+01	-.813172E-02	.100331E+01
.339044E+01	.0489	.10144E+01	-.134336E-01	.100096E+01
.380033E+01	.0566	.10172E+01	-.190223E-01	.998168E+00
.417013E+01	.0635	.10199E+01	-.246020E-01	.995248E+00
.450971E+01	.0700	.10224E+01	-.293528E-01	.993077E+00
.482544E+01	.0760	.10249E+01	-.385008E-01	.986429E+00
.512176E+01	.0817	.10274E+01	-.488882E-01	.978472E+00
.540184E+01	.0871	.10297E+01	-.519852E-01	.977705E+00
.628457E+01	.1042	.10378E+01	-.873484E-01	.950412E+00
.716141E+01	.1213	.10465E+01	-.133897E+00	.912583E+00
.823356E+01	.1422	.10582E+01	-.201645E+00	.856515E+00
.986235E+01	.1742	.10781E+01	-.346701E+00	.731368E+00
.112579E+02	.2017	.10972E+01	-.506942E+00	.590248E+00
.124986E+02	.2262	.11158E+01	-.718317E+00	.397453E+00
.136268E+02	.2486	.11340E+01	-.909357E+00	.224603E+00
.146685E+02	.2692	.11518E+01	-.112536E+01	.264803E-01
.156409E+02	.2885	.11694E+01	-.139344E+01	-.223992E+00
.165564E+02	.3066	.11868E+01	-.159305E+01	-.406221E+00
.177589E+02	.3304	.12108E+01	-.197910E+01	-.768286E+00
.208153E+02	.3908	.12774E+01	-.318009E+01	-.190267E+01
.234771E+02	.4436	.13415E+01	-.448250E+01	-.314096E+01
.277360E+02	.5277	.14535E+01	-.724995E+01	-.579649E+01
.326195E+02	.6244	.15892E+01	-.111902E+02	-.960102E+01
.368616E+02	.7086	.17036E+01	-.151828E+02	-.134791E+02
.406636E+02	.7840	.17939E+01	-.184411E+02	-.166472E+02
.441391E+02	.8531	.18585E+01	-.216384E+02	-.187799E+02
.473605E+02	.9171	.18980E+01	-.240631E+02	-.221651E+02
.503762E+02	.9770	.19145E+01	-.251408E+02	-.232263E+02
.532212E+02	1.0336	.19115E+01	-.254003E+02	-.234888E+02
.599904E+02	1.1678	.18401E+01	-.242296E+02	-.223896E+02
.691218E+02	1.3492	.16531E+01	-.169011E+02	-.152480E+02
.771804E+02	1.5100	.14637E+01	-.679498E+01	-.533125E+01
.844736E+02	1.6561	.13029E+01	.410958E+01	.541247E+01
.911854E+02	1.7910	.11720E+01	.126020E+02	.137740E+02
.974359E+02	1.9172	.10657E+01	.229361E+02	.240018E+02
.104726E+03	2.0650	.95942E+00	.351931E+02	.361525E+02
.111540E+03	2.2040	.87458E+00	.436700E+02	.445446E+02
.117962E+03	2.3359	.80541E+00	.544285E+02	.552339E+02
.124051E+03	2.4618	.81348E+00	.115312E+03	.116126E+03
.129855E+03	2.5811	.75725E+00	.854099E+02	.861671E+02
.135411E+03	2.6958	.70942E+00	.906401E+02	.913496E+02
.144875E+03	2.8926	.63904E+00	.102099E+03	.102738E+03
.154713E+03	3.0999	.57736E+00	.120935E+03	.121512E+03

Continuação da tabela 4.13.

Vazao de Oleo = 159.0 m3/dia
 Permeabilidade = .4935 1e-6 m2
 Tempo de Fluxo = 1.00 dia

```

*****
1/Zd * Ppd * Etad * Md * Cd
*****
.163963E+03 3.2982 .52752E+00 .140686E+03 .141214E+03
.172717E+03 3.4889 .48618E+00 .159898E+03 .160384E+03
.181049E+03 3.6737 .45104E+00 .190954E+03 .191405E+03
.189014E+03 3.8535 .42067E+00 .206732E+03 .207153E+03
.196656E+03 4.0295 .39395E+00 .214534E+03 .214928E+03
.204012E+03 4.2014 .37027E+00 .267180E+03 .267550E+03
.211113E+03 4.3704 .34898E+00 .282612E+03 .282961E+03
.217982E+03 4.5376 .33136E+00 .269630E+03 .269962E+03
.224641E+03 4.7032 .31555E+00 .252703E+03 .253019E+03
.231108E+03 4.8668 .30096E+00 .362662E+03 .362963E+03
.237399E+03 5.0287 .28739E+00 .349421E+03 .349708E+03
.242922E+03 5.1732 .27595E+00 .348401E+03 .348677E+03
*****
                                     caso 3

```

Tabela 4.14: Pseudo-Pressão e Não-Linearidades - Caso 4.

Vazao de Oleo = 31.8 m3/dia
 Permeabilidade = .9869E-01 1e-6 m2
 Tempo de Fluxo = 1.00 dia

1/Zd	* Ppd	* Etad	* Md	* Cd

.473293E+00	.0029	.10006E+01	-.740190E-05	.100057E+01
.678088E+00	.0043	.10009E+01	-.536846E-04	.100087E+01
.834026E+00	.0056	.10013E+01	-.122781E-03	.100113E+01
.965089E+00	.0069	.10016E+01	-.220084E-03	.100135E+01
.108037E+01	.0082	.10019E+01	-.178039E-03	.100172E+01
.130749E+01	.0110	.10026E+01	-.583433E-03	.100201E+01
.151625E+01	.0140	.10034E+01	-.784522E-03	.100257E+01
.169956E+01	.0167	.10041E+01	-.125761E-02	.100284E+01
.186494E+01	.0194	.10048E+01	-.182653E-02	.100299E+01
.201680E+01	.0219	.10055E+01	-.250146E-02	.100301E+01
.215800E+01	.0243	.10062E+01	-.220238E-02	.100399E+01
.229052E+01	.0266	.10069E+01	-.279520E-02	.100405E+01
.241577E+01	.0289	.10075E+01	-.521485E-02	.100229E+01
.281055E+01	.0361	.10097E+01	-.782756E-02	.100174E+01
.320268E+01	.0434	.10120E+01	-.119857E-01	.100000E+01
.368215E+01	.0525	.10150E+01	-.177102E-01	.997330E+00
.441058E+01	.0665	.10201E+01	-.308109E-01	.989309E+00
.503469E+01	.0786	.10249E+01	-.457869E-01	.979113E+00
.558954E+01	.0894	.10295E+01	-.596397E-01	.969820E+00
.609410E+01	.0993	.10339E+01	-.842978E-01	.949572E+00
.655994E+01	.1084	.10382E+01	-.943320E-01	.943828E+00
.699484E+01	.1170	.10424E+01	-.121985E+00	.920375E+00
.740423E+01	.1250	.10465E+01	-.138116E+00	.908364E+00
.794201E+01	.1356	.10521E+01	-.177881E+00	.874249E+00
.930888E+01	.1625	.10678E+01	-.287393E+00	.780357E+00
.104993E+02	.1860	.10829E+01	-.419164E+00	.663686E+00
.124039E+02	.2235	.11099E+01	-.689972E+00	.419888E+00
.145879E+02	.2666	.11452E+01	-.110964E+01	.355774E-01
.164850E+02	.3042	.11797E+01	-.162097E+01	-.441242E+00
.181853E+02	.3378	.12136E+01	-.217438E+01	-.960759E+00
.197396E+02	.3686	.12470E+01	-.277977E+01	-.153274E+01
.211802E+02	.3971	.12800E+01	-.347433E+01	-.219430E+01
.225289E+02	.4238	.13127E+01	-.404513E+01	-.273247E+01
.238013E+02	.4489	.13449E+01	-.470046E+01	-.335552E+01
.268285E+02	.5085	.14272E+01	-.681875E+01	-.539151E+01
.309122E+02	.5889	.15492E+01	-.102368E+02	-.868758E+01
.345161E+02	.6599	.16647E+01	-.203509E+02	-.186862E+02
.420602E+02	.8079	.19120E+01	-.234770E+02	-.215650E+02
.485649E+02	.9356	.20986E+01	-.320893E+02	-.299907E+02
.542959E+02	1.0482	.22099E+01	-.387335E+02	-.365236E+02
.594772E+02	1.1499	.22509E+01	-.427877E+02	-.405368E+02
.642419E+02	1.2434	.22363E+01	-.430548E+02	-.408185E+02
.686770E+02	1.3304	.21837E+01	-.430325E+02	-.408487E+02
.728424E+02	1.4120	.21090E+01	-.403641E+02	-.382551E+02
.767822E+02	1.4892	.20236E+01	-.550365E+02	-.530129E+02
.841100E+02	1.6326	.18490E+01	-.284867E+02	-.266376E+02
.908486E+02	1.7645	.16890E+01	-.197946E+02	-.181057E+02
.971208E+02	1.8874	.15505E+01	-.978577E+01	-.823531E+01
.106943E+03	2.0798	.13617E+01	.411414E+01	.547583E+01
.109125E+03	2.1226	.13244E+01	.448431E+01	.580871E+01

caso 4

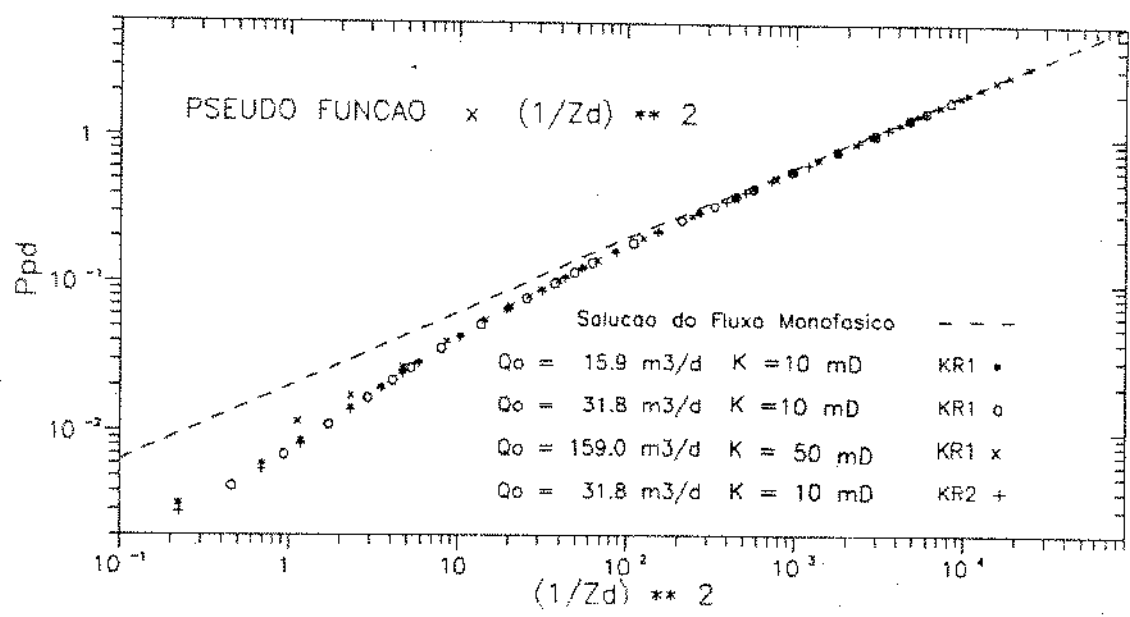


Figura 4.21: Gráfico de Pseudo-Pressão x $(1/z_D)^2$ - Casos 1, 2, 3 e 4.

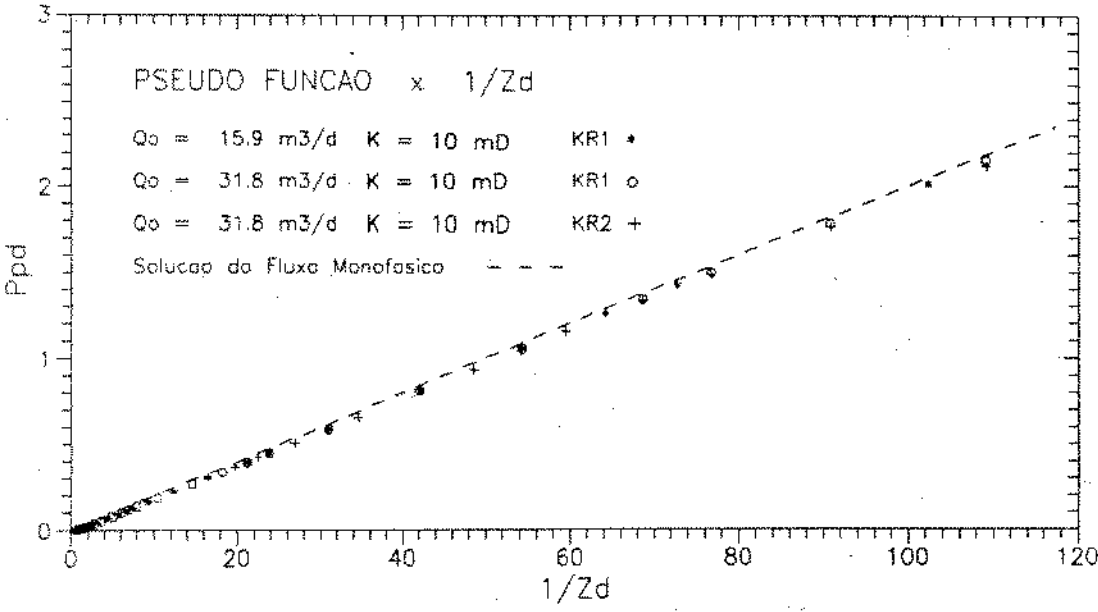


Figura 4.22: Gráfico de Pseudo-Pressão x $1/z_D$ - Casos 1, 2 e 4.

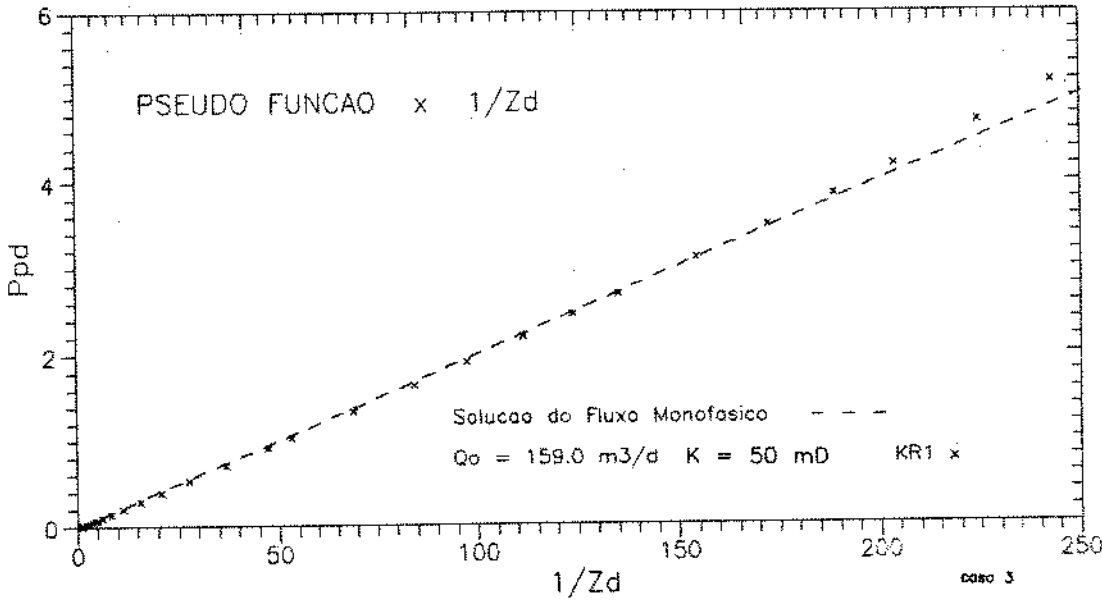


Figura 4.23: Gráfico de Pseudo-Pressão x $1/z_D$ - Caso 3.

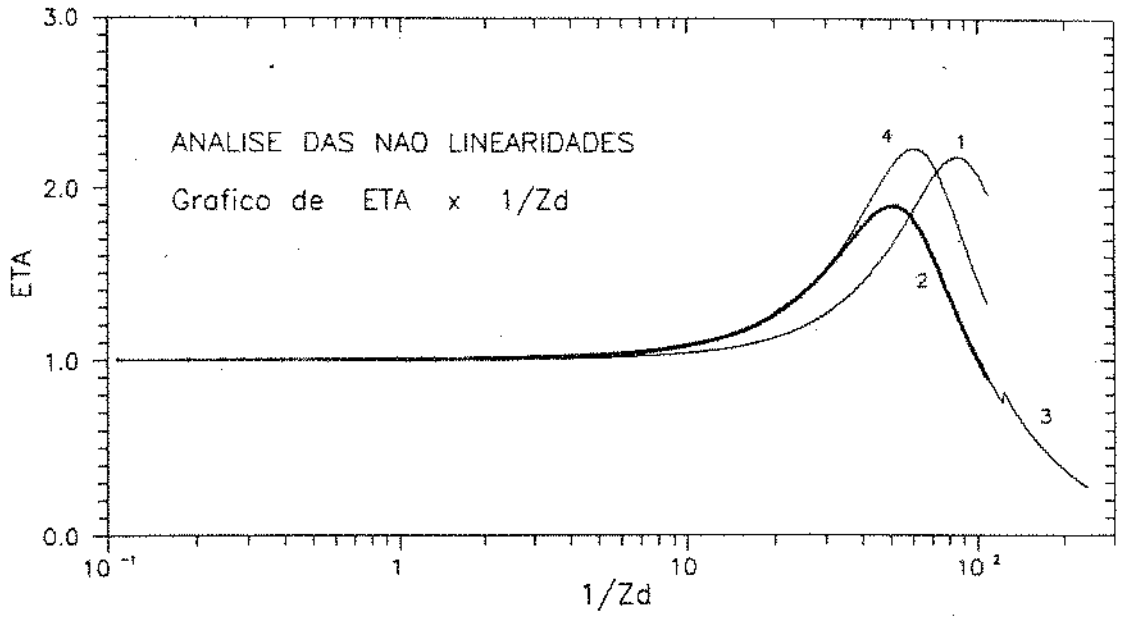


Figura 4.24: Gráfico $\eta_{pD} \times 1/z_D$ - Casos 1, 2, 3 e 4.

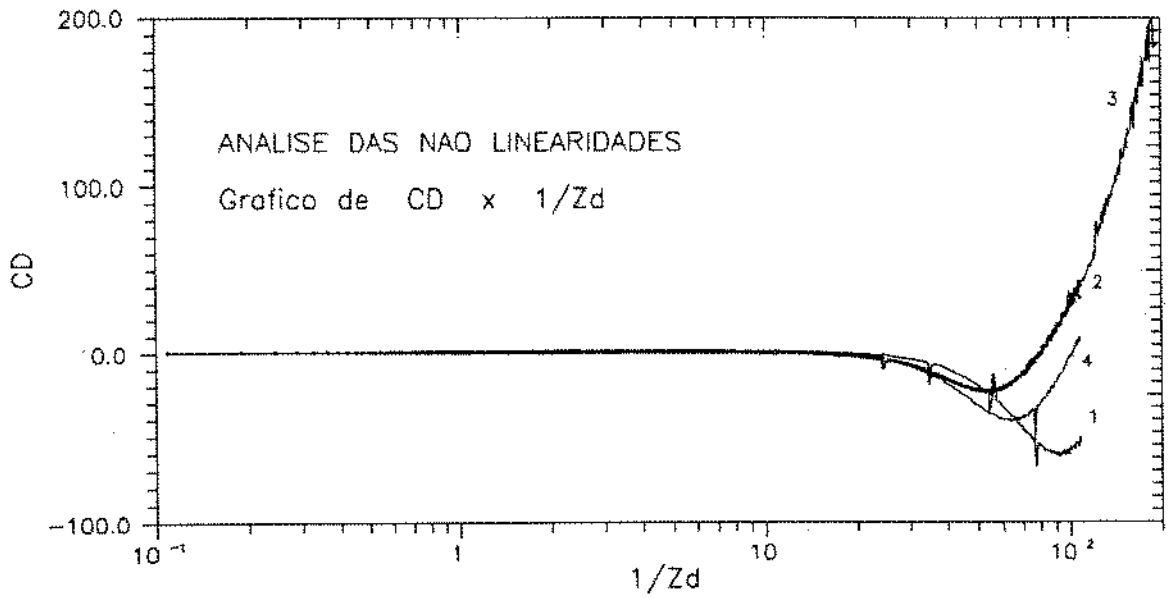


Figura 4.25: Gráfico de $C_D \times 1/z_D$ - Casos 1, 2, 3 e 4.

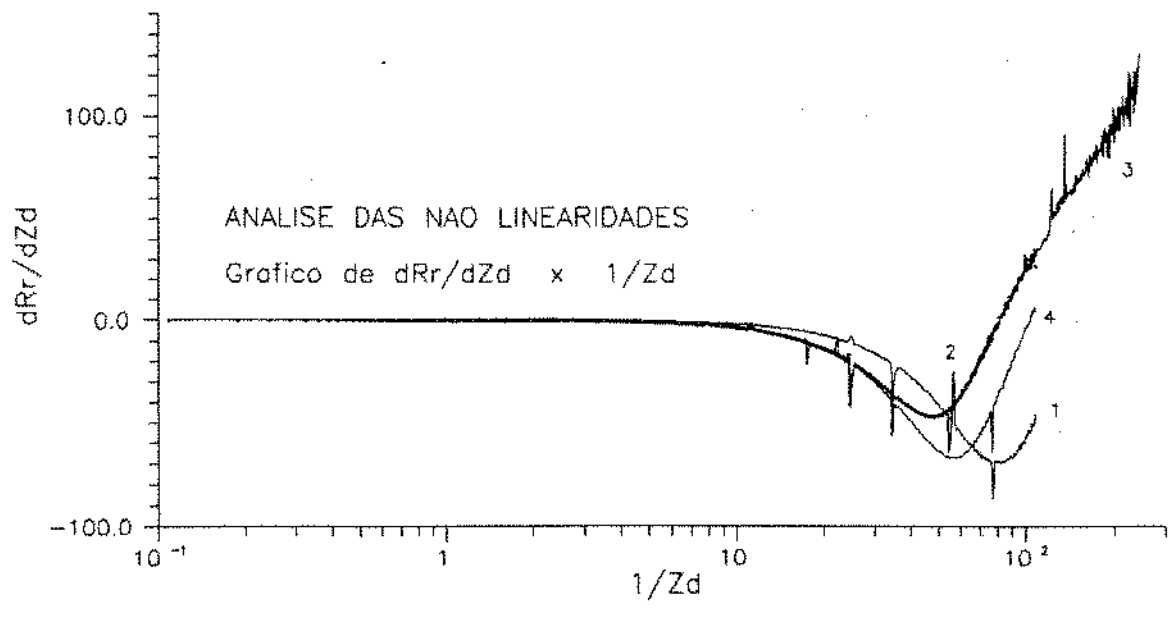


Figura 4.26: Gráfico de $dRr/dz_D \times 1/z_D$ - Casos 1, 2, 3 e 4.

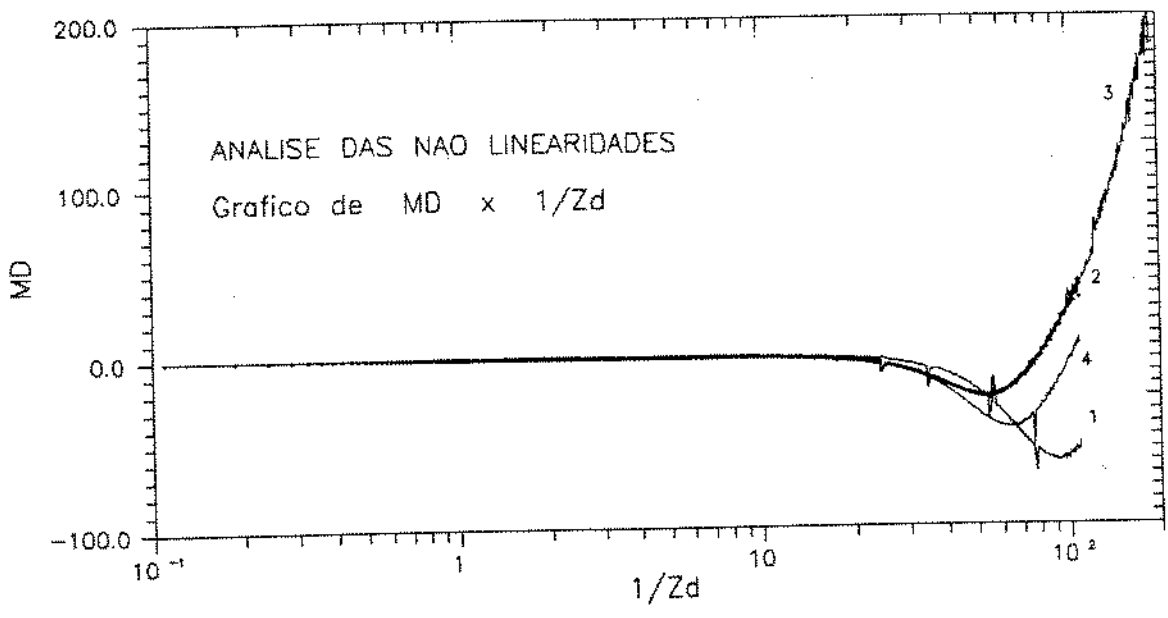


Figura 4.27: Gráfico de $M_D \times 1/z_D$ - Casos 1, 2, 3 e 4.

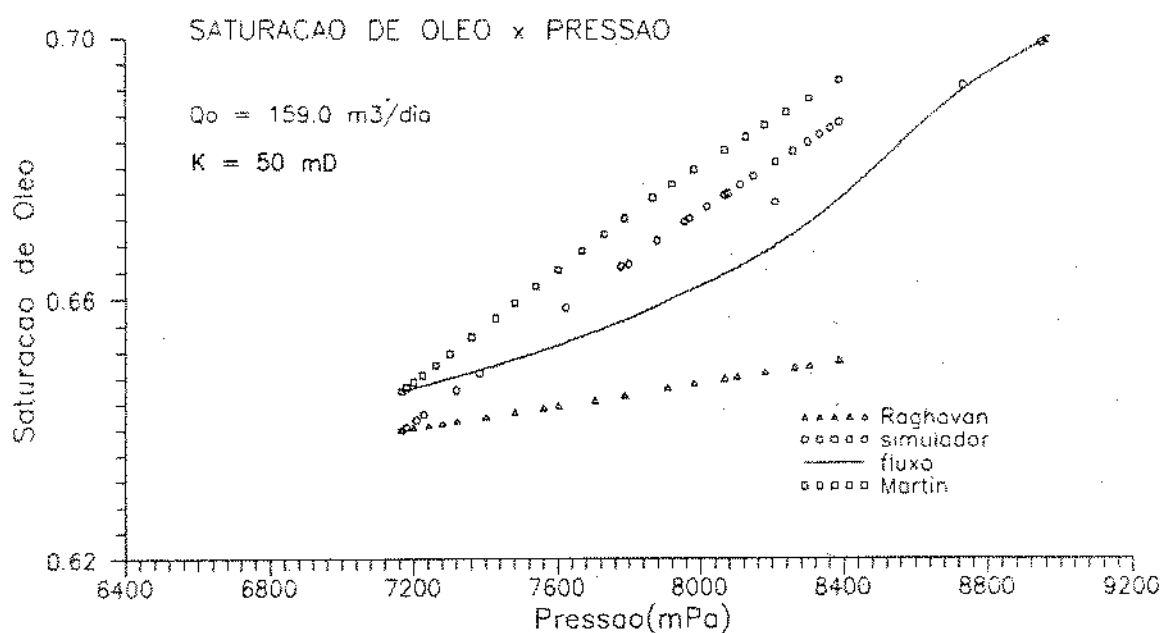


Figura 4.28: Gráfico de Saturação x Pressão (no poço) - Caso 5.

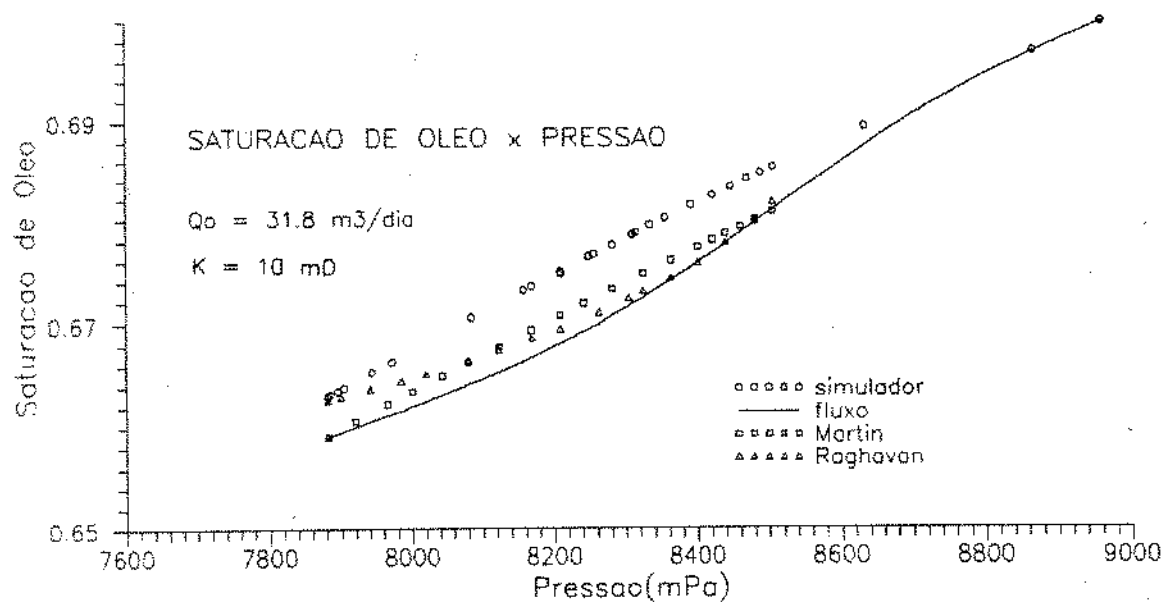


Figura 4.29: Gráfico de Saturação x Pressão (no poço) - Caso 6.

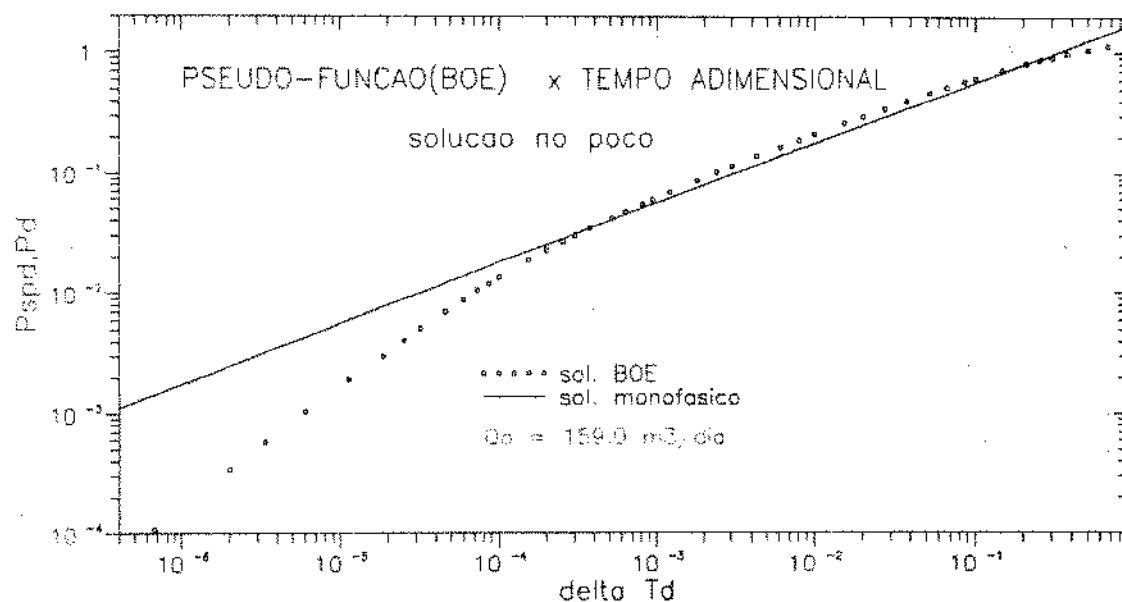


Figura 4.30: Gráfico de Pseudo-Pressão (BOE) x Δt_D - Caso 5.

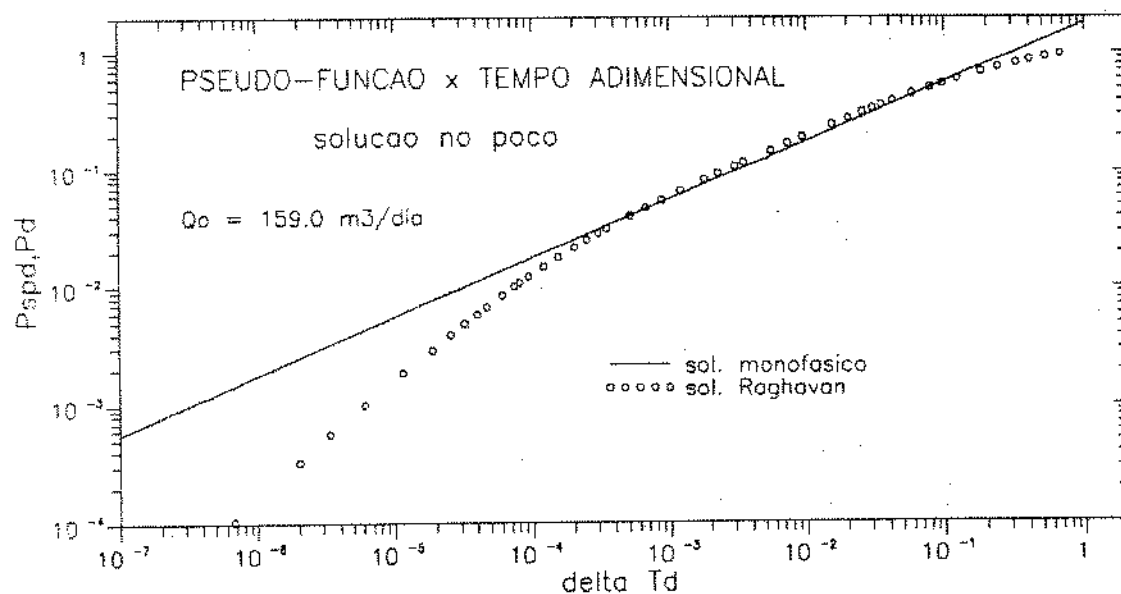


Figura 4.31: Gráfico de Pseudo-Pressão (Raghavan) x Δt_D - Caso 5.

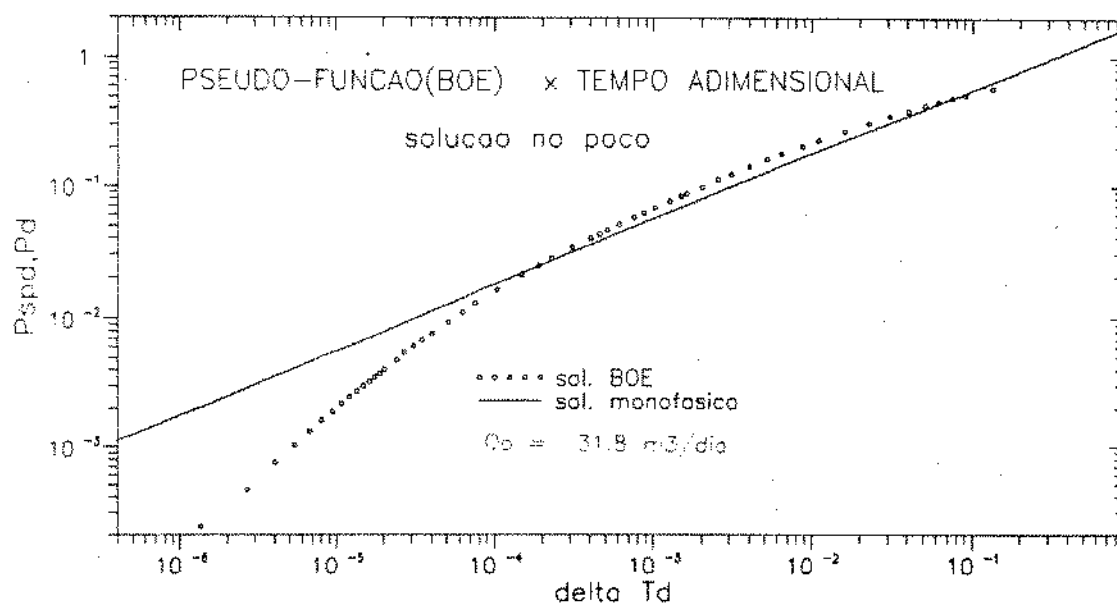


Figura 4.32: Gráfico de Pseudo-Pressão ($B\phi_e$) x Δt_D - Caso 6.

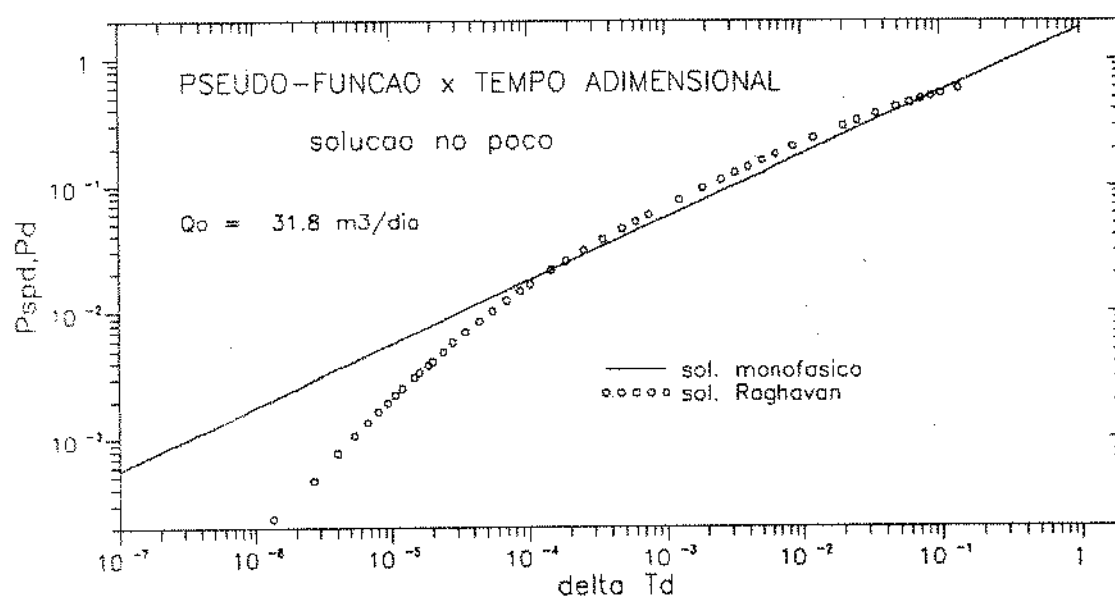


Figura 4.33: Gráfico de Pseudo-Pressão (Raghavan) x Δt_D - Caso 6.

4.2 Análise dos Resultados

Dos casos apresentados vemos que: o caso 1 difere dos demais na razão entre a vazão de óleo e a permeabilidade absoluta (caso 1: $q_o/K = 10$ e demais: $q_o/K = 20$), e na figura 4.5 verificamos que em termos adimensionais a solução de saturação fornecida pelo simulador só é a mesma para os demais casos; os casos 2 e 4 diferem entre si pela curva de permeabilidade relativa, notamos que no gráfico de Pressão contra o tempo as duas soluções coincidem, e no de Saturação tem pequenas diferenças no período final; os casos 2 e 3 diferem entre si apenas na vazão, e na análise das não-linearidades apresentam o mesmo comportamento, como será visto mais adiante.

Para permitir uma análise de forma generalizada, a maior parte dos resultados são apresentados na forma adimensional, e particularmente alguns deles, em função da variável de similaridade z_D , que na sua definição abrange as variáveis y_D e t_D .

Inicialmente são apresentadas graficamente as curvas de saturação, a solução dada pela fórmula geral 2.3.11 e a combinação das expressões 2.3.13 e 2.3.19, que dá a solução aproximada, são comparadas com a solução fornecida pelo simulador. O que se nota é que até quando a equação de Martin é válida as três curvas são praticamente coincidentes, e que a partir de então nota-se uma diferença entre elas, provavelmente devido à aproximação feita no item 2.3

Numa segunda etapa foram selecionados os casos 1 e 3 para verificar se é correta a afirmação que a saturação é função única da pressão. As figuras 4.11 e 4.12 mostram que tal pressuposto é correto. Apenas no caso 3 para tempos longos se observou um pequeno desvio.

Como foi visto no Capítulo 2, a aplicação das Soluções Auto-Similares ("Self-Similar Solutions") é bastante útil no aspecto de se conseguir reunir numa só solução, em função de uma única variável, (z_D), um conjunto de soluções dependentes de duas variáveis (y_D e t_D). Nos casos estudados, conseguiu-se obter uma relação entre pressão e saturação de óleo, a partir de dados medidos no poço (primeira célula), mas que através da variável z_D esta relação pode ser estendida a outros pontos do reservatório em que se saiba a pressão e que z_D seja válida. Para investigar o que representa e quais as limitações da variável z_D , no problema proposto foram preparadas as figuras 4.13 a 4.16, que são gráficos de saturação de óleo x distância, obtidos dos resultados da primeira célula (tabelas de pressão X saturação do óleo), juntamente com os dados de Pressão dos pontos centrais de cada célula (da 2 a 22) para um tempo pré-fixado, no caso após 1 dia. O que se vê é que nos primeiros pontos existe uma diferença entre a solução analítica e a solução fornecida pelo simulador, isto é, nas primeiras células, próximas à fronteira interna, a variável de similaridade z_D não apresenta o resultado desejado. Isto, de certa forma é de se esperar, já que a aplicação da variável de similaridade pressupõe um plano fonte de espessura zero, enquanto o modelo numérico assume um valor para a primeira célula. Apesar disto, a diferença máxima encontrada foi de 2.3% no caso 3, que tem o valor mais alto de vazão, estas diferenças, no entanto reduzem rapidamente conforme se afasta mais do limite interno.

Também é interessante comparar nas figuras 4.15 (caso 2) e 4.16 (caso 4), que di-

ferem apenas pelas curvas de permeabilidade relativa: verifica-se a grande diferença entre as soluções analíticas de uma e outra, enquanto a do simulador é a mesma. Desta observação vemos que a permeabilidade relativa tem grande influência no cálculo de dS/dP .

Um outro aspecto pode ser observado nas figuras 4.17 a 4.20. Estes gráficos apresentam uma comparação entre diferentes formas de se calcular z_D e o quanto isto afeta no cálculo da pseudo-função de pressão. Em cada um destes gráficos são vistas três soluções: a primeira, representada pela linha cheia, fornece a solução do Fluxo Linear Monofásico, em termos da função $U(z_D)$, calculada pela equação (2.2.13); a segunda, representada pelos círculos, fornece a solução de $P_{pD}/\sqrt{2t_D}$ (equivalente a $U(z_D)$ no monofásico) onde z_D é calculada para o tempo pré-fixado de 1 dia, variando-se y_D ; a terceira, representada pela linha tracejada, fornece a solução de $P_{pD}/\sqrt{2t_D}$, em que z_D desta vez é calculada na primeira célula, com o tempo variando de 10^{-6} dia até 1 dia. Vemos então que a segunda solução (t fixo) se aproxima muito mais da solução do monofásico, do que a terceira, que só a partir de um certo tempo, z_D na primeira célula passa a ser válida, no cálculo da pseudo-função ($z_D \leq 0,4$).

Isto também se observa nas figuras 4.21, 4.22 e 4.23, quando a pseudo-função de pressão calculada na primeira célula é graficada contra $(1/z_D)^2$ (figura 4.21) e $1/z_D$ (figuras 4.22 e 4.23), e é comparada com a solução do monofásico; nota-se um desvio entre elas para tempos curtos. Em termos dimensionais os valores de tempo encontrados foram realmente muito pequenos, da ordem de 10^{-4} dia. Na figura 4.23, caso 3, notamos um pequeno desvio da solução com relação ao monofásico, provavelmente pelo aumento das não-linearidades neste período final.

Tudo o que foi dito até agora só se refere aos casos 1, 2, 3 e 4, que usam dados de testes de fluxo. mas para os casos 5 e 6 (fechamento), algumas observações devem ser feitas:

No Capítulo 2 vimos que a relação entre a Pressão e a Saturação do Óleo dada pela equação (2.3.20) é restrita à primeira célula, onde consideramos o gradiente de pressão nulo, após o fechamento, e portanto não tendo o termo de dP/dz . Para outros pontos do reservatório é esta relação não é mais válida, pois até que seja atingida a pressão média do reservatório existem gradientes de pressão em pontos mais distantes do plano da fratura onde dP/dz assume valores diferentes de zero.

Como na obtenção da saturação no poço para o período de fechamento não são necessárias aproximações com relação ao modelo numérico, vemos através das figuras 4.9 e 4.10 a perfeita coincidência entre ela e o valor de saturação fornecida pelo simulador.

Para os casos de Fluxo verifica-se uma perfeita coincidência da pseudo-função com a solução do monofásico, após um curto período inicial, para o caso de solução no poço. Com relação ao cálculo da pseudo-pressão para os casos 5 e 6 apresentam um resultado satisfatório, tanto pelo método de Bøe (ref. 1) como pelo de Raghavan(ref.3) Estes resultados , entretanto não são bons e devem receber uma investigação em que um outro procedimento mais adequado seja estudados (ref.15).

Numa outra etapa nos deteremos na análise da equação geral de pressão e seus termos não-lineares. Embora não tenhamos conseguido uma solução exata para o problema de fluxo linear multifásico, algumas observações podem ser feitas através da

comparação com a solução do sistema monofásico. Se considerarmos apenas a equação do óleo (2.4.5):

$$\frac{\partial^2 P_{pD}}{\partial y_D^2} = \frac{(c/\lambda)^*}{(c/\lambda)_i^*} \frac{\partial P_{pD}}{\partial t_D}$$

onde chamamos $\eta_{PD} = \frac{(c/\lambda)^*}{(c/\lambda)_i^*}$ vemos que é necessário verificar-se o quanto $(c/\lambda)^*$ se afasta de $(c/\lambda)_i^*$, ou seja, o quanto a solução do sistema multifásico se afasta da solução do monofásico. Comparando as figuras 4.24 ($\eta_{PD} \times \left(\frac{1}{z_D}\right)$) e 4.21 ($P_{pD} \times \left(\frac{1}{z_D}\right)^2$), vemos que embora a partir de $1/z_D = 10$, η_{PD} desvia do valor 1 (sistema monofásico) isto aparentemente não provocou nenhuma alteração relevante na solução através de pseudo-funções, a não ser no caso 3 (figura 4.23), em que um pequeno afastamento se nota com relação à linha tracejada, para $1/z_D > 200$.

Para melhor visualização dos termos não-lineares envolvidos foi derivada no Capítulo 2, equação (2.5.3):

$$\frac{d^2 U(z_D)}{dz_D^2} + C_D z_D \frac{dU(z_D)}{dz_D} - \eta_{PD} U(z_D) = 0$$

O termo não-linear, C_D também é analisado:

$$C_D = \eta_{PD} + \frac{1}{z_D} \frac{\lambda_o}{B_o} \frac{B_g}{\lambda_l} \frac{dR_r}{dz_D} \quad (4.2.1)$$

C_D é uma composição de duas parcelas Não-Lineares, a primeira η_{PD} já foi vista anteriormente. Na segunda parcela, inicialmente foi feito um gráfico da derivada de R_r com relação a z_D , e vemos que a partir de $1/z_D = 10$ esta derivada deixa de ser zero, que é o valor esperado no caso do fluxo monofásico, pela equação (2.5.2):

$$R_r = R_s + \frac{Kr_g \mu_o B_o}{Kr_o \mu_g B_g} \quad (4.2.2)$$

$$(R_s = \text{constante}, Kr_g = 0)$$

Os valores que assume a derivada após $1/z_D = 10$ são bastante grandes, em módulo, e na figura ($M_D \times 1/z_D$) vemos que a segunda parcela da equação 4.2.2 é que

governa o comportamento de C_D . O aspecto das figuras 4.26 e 4.27 é basicamente o mesmo.

Um aspecto importante é que o comportamento destas parcelas não-lineares não depende somente da vazão ou das permeabilidades relativas, mas sim da razão q_o/K e curvas de permeabilidade relativa simultaneamente, que é o que aparece pela coincidência das curvas dos casos 2 e 3 nas figuras 4.24 a 4.27.

4.3 Conclusões e Recomendações

1. A aplicação da variável de similaridade é interessante no aspecto de que, permite obter uma relação de Saturação e Pressão, baseado no comportamento de pressão do poço, e que no caso de teste de fluxo, são obtidas soluções que podem ser estendidas a outros pontos do reservatório.
2. A relação de Pressão e Saturação obtida através da expressão (2.3.11) funciona bem, considerando que: a diferença máxima encontrada foi de 2.3% entre a solução analítica e a do simulador, para um valor de vazão alto e para o tempo final de um dia, e que o fluxo linear da formação para a fratura ocorre em tempos curtos de teste, quando as diferenças entre as duas soluções é praticamente nula.
3. No caso de testes de Crescimento de Pressão, a solução só pode ser obtida no poço, a relação entre Pressão e Saturação de Óleo não pode ser estendida para outros pontos do reservatório.
4. Também no caso de Crescimento de Pressão existe outra limitação, que é o conhecimento prévio da Saturação de Óleo no poço, no instante do fechamento.
5. Para os casos de teste defluxo vistos, a análise através de pseudo-funções apresenta boa analogia com a solução de líquido monofásico, excetuando-se um período muito curto no início, quando a aplicação da variável de similaridade não apresenta bom resultado na região próxima ao limite interno.
6. As Não-Linearidades inerentes ao sistema multifásico, embora aparentemente fortes, não pesam significativamente na análise de testes através das pseudo-funções. E embora uma solução analítica não tenha sido obtida, o paralelo que se faz através da comparação dos sistemas monofásico e multifásico possibilita ver a influência dos termos envolvidos.
7. O período de fechamento deve ser mais estudado, embora os resultados apresentados para os casos 5 e 6 tenham sido razoáveis, podem ser melhorados.
8. Neste trabalho não se conseguiu chegar a uma solução analítica para o fluxo multifásico, pela ref.5 isto poderia ser obtido pela teoria da perturbação. Fica como sugestão de continuidade deste estudo.

9. Os resultados obtidos não podem, a princípio, serem estendidos a fraturas de condutividade finita, onde ocorre o fluxo bilinear. Mas é de se esperar resultados semelhantes.
10. A análise também não pode ser estendida ao período em que se atinge o regime Pseudo-Permanente, quando a transformada proposta não é mais válida.

Apêndice A : Dados das Propriedades de Rocha e Fluido

• Parâmetros do Reservatório:

Espessura da formação, h	30,5 m
Comprimento do Reservatório, E	1000 m
Largura do Reservatório, L	30,5 m
Pressão inicial, P_i	8963,2 kPa
Pressão do ponto de bolha inicial, P_{bi}	8963,2 kPa (1300 psi)
Porosidade, ϕ	0,15
Permeabilidade absoluta, K	9,87e-3 μm^2 (10 mD)
(casos 1,2 e 4)	
Permeabilidade absoluta, K	49,35e-3 μm^2 (50 mD)
(casos 3 e 5)	
Saturação de Água Conata, S_{wc}	zero
(casos 1, 2, 3 e 4)	
Saturação de Água Conata, S_{wc}	0,30
(caso 5)	

Curvas de Permeabilidade Relativa Geradas através das seguintes equações:

$$Kr_o = 0,7(S_o^*)^{2+j}$$

$$Kr_g = 0,7(1 - S_o^*)^2 \left((1 - (S_o^*)^j) \right)$$

$$S_o^* = S_o / (1 - S_{wc})$$

Curvas de Permeabilidade Relativa 1 - j = 2

Curvas de Permeabilidade Relativa 2 - j = 1

As curvas de Permeabilidade Relativa estão representadas na figura A.1

CURVAS DE PERMEABILIDADE RELATIVA

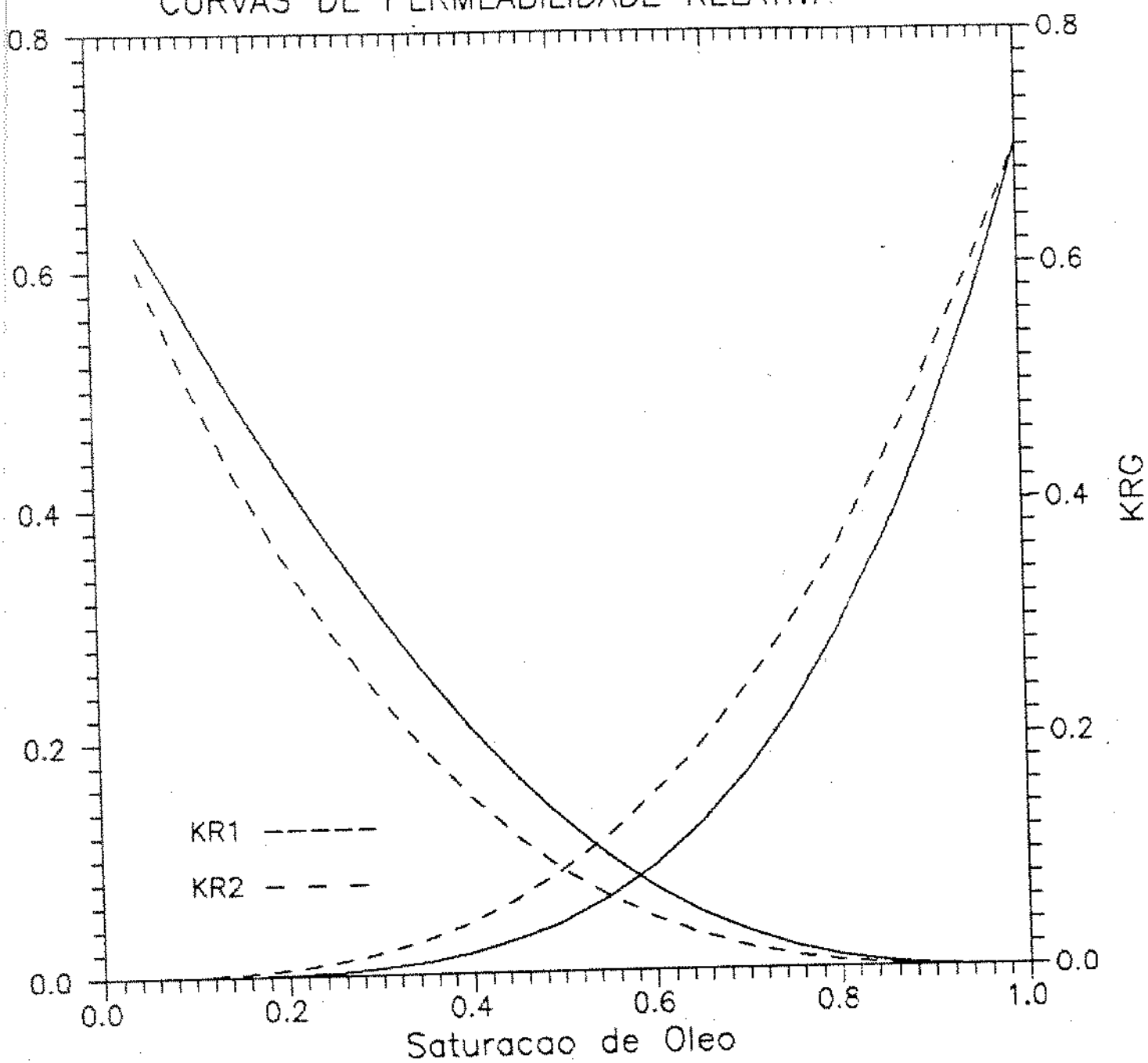


Figura A.1: Curvas de Permeabilidade Relativa

Dados do PVT

Pressão <i>kPa</i>	B_o $m^3/s\ddot{t}dm^3$	μ_o <i>Pa.s</i>	R_S m^3/m^3	B_g m^3/m^3	μ_g <i>Pa.s</i>
0,0	1,082	0,00220	0,000	0,07499	0,0115 E-3
2757,9	1,123	0,00176	18,169	0,04090	0,0122 E-3
3585,3	1,133	0,00165	22,620	0,03110	0,0120 E-3
4495,4	1,144	0,00155	27,599	0,02448	0,0128 E-2
5357,2	1,154	0,00147	32,061	0,02033	0,0130 E-3
6205,3	1,163	0,00140	36,331	0,01734	0,0133 E-3
7067,1	1,172	0,00134	40,249	0,01515	0,0135 E-3
7929,0	1,181	0,00129	44,346	0,01336	0,0138 E-3
8963,2	1,190	0,00126	48,830	0,01190	0,0142 E-3
12410,6	1,220	0,00120	62,000	0,00750	0,0156 E-3

Compressibilidade do Óleo acima do ponto de bolha: 1,45 E-6 *kPa*⁻¹

Inclinação da reta de viscosidade acima do ponto de bolha: 6,55 E-7 *Pa.s/kPa*

```

CMNT
TITLE      FLUXO LINEAR MULTIFASICO - FLUXO + BUILD UP
CMNT
CMNT----- DADOS INICIAIS E PROPRIEDADE DOS FLUIDOS
CMNT
GRID        22      1      1
GAUSS
ENGLISH      60.
IDATE        20 09 1990
ROCK         5.E-06      3000.
END
ROKTAB      1
SWTAB
CMNT        SW      KRW      KROW      PCOW
CMNT
F(SW)       0.3000    0.000000    0.700000    0.0
F(SW)       0.4000    0.000010    0.699990    0.0
F(SW)       0.9000    0.500000    0.020000    0.0
F(SW)       1.0000    1.000000    0.000000    0.0
CMNT
SLTAB
CMNT        SL      KRO      KRG
CMNT
F(SL)       0.3000    0.000    0.700000    0.0
F(SL)       0.7960    0.176    0.029600    0.0
F(SL)       0.8060    0.191    0.025600    0.0
F(SL)       0.8160    0.207    0.022000    0.0
F(SL)       0.8270    0.224    0.018700    0.0
F(SL)       0.8370    0.242    0.015700    0.0
F(SL)       0.8470    0.261    0.013000    0.0
F(SL)       0.8570    0.281    0.010700    0.0
F(SL)       0.8670    0.302    0.008630    0.0
F(SL)       0.8780    0.324    0.006840    0.0
F(SL)       0.8880    0.348    0.005310    0.0
F(SL)       0.8980    0.373    0.004020    0.0
F(SL)       0.9082    0.399    0.002950    0.0
F(SL)       0.9184    0.426    0.002090    0.0
F(SL)       0.9286    0.455    0.001410    0.0
F(SL)       0.9388    0.485    0.000896    0.0
F(SL)       0.9490    0.517    0.000522    0.0
F(SL)       0.9592    0.550    0.000269    0.0
F(SL)       0.9694    0.585    0.000115    0.0
F(SL)       0.9796    0.622    0.000034    0.0
F(SL)       0.9898    0.660    0.000004    0.0
F(SL)       1.0000    0.700    0.000000    0.0
CMNT
PUTTAB      1
CMNT        PRES      BO      CO SUBSAT.      RSO      MIO
CMNT
PUTO        0.0      1.0820    1.008E-05      0.00      2.2000
PUTO        400.0    1.1230      I      102.02      1.7600
PUTO      HON    520.0    1.1330      I      127.01      1.6500
PUTO        652.0    1.1440      I      154.97      1.5500
PUTO        777.0    1.1540      I      180.02      1.4700
PUTO        900.0    1.1630      I      204.00      1.4000
PUTO       1025.0    1.1720      I      226.00      1.3400
PUTO       1150.0    1.1810      I      249.00      1.2900
PUTO       1300.0    1.1900    1.008E-05      274.18      1.2600
CMNT

```

CMNT
OILP 35.000 9.5E-05
GASP 0.60 250.00

CMNT	PRES	BG	VISG
CMNT			
PVTG	0.0	0.075000	0.01150
PVTG	400.0	0.040900	0.01220
PVTG	520.0	0.031076	0.01250
PVTG	652.0	0.024145	0.01280
PVTG	777.0	0.020332	0.01300
PVTG	900.0	0.017345	0.01330
PVTG	1025.0	0.015155	0.01350
PVTG	1150.0	0.013358	0.01380
PVTG	1300.0	0.011898	0.01420

CMNT	BWT	DENSW	COMPW	UW
CMNT				
WATP	1.0010	62.40	4.98E-10	0.30

CMNT
END FINAL DE ARQUIVO DE DADOS EMPIRICOS

CMNT
CMNT DADOS DE FORMACAO DO GRID LINEAR

CMNT		
PVT	C	1.
ROK	C	1.
DIS	C	-1.

CMNT	NO.	DIST.
CMNT		(PES)
DX	1	0.00
DX	2	1.00
DX	3	1.25
DX	4	1.60
DX	5	2.10
DX	6	2.75
DX	7	3.60
DX	8	4.80
DX	9	6.70
DX	10	9.40
DX	11	14.0
DX	12	24.0
DX	13	42.0
DX	14	72.0
DX	15	144.0
DX	16	260.0
DX	17	420.0
DX	18	454.0
DX	19	454.0
DX	20	454.0
DX	21	454.0
DX	22	454.0

CMNT
CMNT LARGURA DO RESERVATORIO EM PES

CMNT	
DY	C 100.0
CMNT	
TOP	C 2500.
CMNT	
H	C 100.
CMNT	


```

CMNT
PHI      C      0.15
CMNT
KXY      C      50.
CMNT
POI      C      1300.
CMNT
BPT      C      1300.
CMNT
SGI      C      0.699999
CMNT
SGI      C      0.000001
CMNT
CMNT      FIM DOS DADOS REFERENTES AO GRID
END
CMNT      DADOS DO POÇO
CMNT
NAME      1      1      1      BA1      4000.0
QSET      BA1      1000.
CMNT
PRES      -2
SATQ      -2
SATG      -2
SATW      -2
TAPE      0
SIMOUT     2
OUTPUT     -2
MAPOUT     0
SOLN      3.0
CMNT      DTMIN      DTMAX      DSMAX      DPMAX
TIME      0.000001
AUTO      0.000001      0.00001      0.0005      10.0
TIME      0.0001
AUTO      0.000001      0.0001      0.0005      10.0
TIME      0.01
AUTO      0.000001      0.001      0.0005      10.0
TIME      0.1
AUTO      0.000001      0.01      0.0005      10.0
TIME      0.5
CMNTAUTO   0.000001      0.1      0.0005      10.0
CMNTTIME   1.0
CMNT
CMNT      INICIO DO PERIODO DE FECHAMENTO
CMNT
CMNT

```

```

CMNT
QSET      BA1      0.0
TIME      0.500001
TIME      0.500005
CMNT      DTMIN    DTMAX    DSMAX    DPMAX
AUTO      0.000001  0.00001  0.0005   10.0
TIME      0.5001
TIME      0.5005
AUTO      0.000001  0.0001   0.0005   10.0
TIME      0.5010
TIME      0.5050
AUTO      0.000001  0.001    0.0005   10.0
TIME      0.51
TIME      0.55
AUTO      0.000001  0.01    0.0005   10.0
TIME      0.60
TIME      0.61
TIME      0.65
TIME      0.70
TIME      0.71
TIME      0.75
TIME      0.80
TIME      0.81
TIME      0.85
TIME      0.90
TIME      1.00
TIME      1.10
TIME      1.20
TIME      1.30
TIME      1.40
TIME      1.50
END

```

Apêndice B : Solução do Fluxo Transiente Linear Monofásico pelo Método de Soluções Auto-Similares ("Self-Similar Solutions")

1. Modelo Matemático

$$\frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = \frac{\phi \mu c_t}{K} \frac{\partial P}{\partial t} \quad \begin{array}{l} t > 0 \\ 0 < y < \infty \end{array} \quad (\text{B.1})$$

Condição inicial:

$$P(y, 0) = P_i \quad (\text{B.2})$$

Condição de fronteira externa:

$$\lim_{y \rightarrow \infty} P(y, t) = P_i \quad (\text{B.3})$$

Condição de fronteira interna:

$$q_{sf} = q_o B_o \quad (\text{B.4})$$

Lei de Darcy, considerando 1/4 do sistema:

$$\frac{q_{sf}}{4} = \frac{K A}{\mu_o} \frac{\partial P}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (\text{B.5})$$

2. Adimensionais

$$y_D = \frac{y}{L} \quad (\text{B.6})$$

$$t_D = \frac{K t}{\phi \mu_o c_t L^2} \quad (\text{B.7})$$

$$P_D = \frac{2\pi K h (P_i - P)}{q_o B_o \mu_o} \quad (\text{B.8})$$

3. Sistema Adimensional

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial y_D^2} = \frac{\partial P_D}{\partial t_D} \quad \begin{array}{l} t_D > 0 \\ 0 < y_D < \infty \end{array} \quad (\text{B.9})$$

Condição inicial:

$$P_D(y_D, 0) = 0 \quad (\text{B.10})$$

Condições de fronteira:

$$\lim_{y_D \rightarrow \infty} (y_D, t_D) = 0 \quad (\text{B.11})$$

$$\left. \frac{\partial P_D}{\partial y_D} \right|_{y_D=0} = -\frac{\pi}{2} \quad (\text{B.12})$$

4. Solução do Sistema

Admitindo-se as seguintes funções:

$$z_D = \frac{Ay_D}{t_D^n} \quad (\text{B.13})$$

e

$$P_D = Bt_D^m U(z_D) \quad (\text{B.14})$$

Derivando (B.14) com relação a (B.13) e substituindo em (refB9:

$$\frac{A^2}{t_D^{2n-1}} \frac{d^2 U(z_D)}{dz_D^2} = mU(z_D) - nz_D \frac{dU(z_D)}{dz_D} \quad (\text{B.15})$$

Em (B.15) para $n = 1/2$, e aplicando (B.13) e (B.14) nas condições de contorno (B.10) a (B.12) obtém-se:

$$\frac{d^2 U(z_D)}{dz_D^2} = \frac{m}{A^2} U(z_D) - \frac{1}{2A^2} z_D \frac{dU(z_D)}{dz_D} \quad (\text{B.16})$$

$$\lim_{z_D \rightarrow \infty} U(z_D) = 0 \quad (\text{B.17})$$

$$Bt_d^m \left. \frac{dU(z_D)}{dz_D} \right|_{z_D=0} \frac{A}{t_D^n} = -\frac{\pi}{2} \quad (\text{B.18})$$

Fazendo: $m = n = 1/2$ e $A = 1/B$ em (B.18), então:

$$\left. \frac{dU(z_D)}{dz_D} \right|_{z_D=0} = -\frac{\pi}{2} \quad (\text{B.19})$$

Se $A = 1/\sqrt{2}$ então (B.15) fica:

$$\frac{d^2 U(z_D)}{dz_D^2} + z_D \frac{dU(z_D)}{dz_D} - U(z_D) = 0 \quad (\text{B.20})$$

cuja solução geral é dada por:

$$U(z_D) = C.z_D + D.z_D \int_{\infty}^{z_D} \frac{1}{r^2} \cdot \exp \left\{ \frac{-r^2}{2} \right\} dr \quad (\text{B.21})$$

onde C e D são constantes

Pela condição de contorno (B.17)

$$\lim_{z_D \rightarrow \infty} \left\{ C.z_D + D.z_D \int_{\infty}^{z_D} \frac{1}{r^2} \cdot \exp \left\{ \frac{-r^2}{2} \right\} dr \right\} = 0$$

portanto $C = 0$. Então (B.21) fica:

$$U(z_D) = D.z_D \int_{\infty}^{z_D} \frac{1}{r^2} \cdot \exp \left\{ \frac{-r^2}{2} \right\} dr \quad (\text{B.22})$$

Pela condição de contorno (B.19)

$$\left. \frac{dU(z_D)}{dz_D} \right|_{z_D=0} = D \int_{\infty}^0 \frac{1}{r^2} \cdot \exp \left\{ \frac{-r^2}{2} \right\} dr = -\frac{\pi}{2}$$

$$D = -\sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad (\text{B.23})$$

Usando (B.23) em (B.22):

$$U(z_D) = -\sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot z_D \int_{\infty}^{z_D} \frac{1}{r^2} \exp \left\{ \frac{-r^2}{2} \right\} dr \quad (\text{B.24})$$

onde:

$$\begin{aligned}
 \int_{\infty}^{z_D} \frac{1}{r^2} \cdot \exp \left\{ \frac{-r^2}{2} \right\} dr &= \\
 &= \frac{-1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\exp \left\{ \frac{-z_D^2}{2} \right\}}{z_D / \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{z_D}{\sqrt{2}}}^{\infty} \exp \left\{ -r^2 \right\} dr = \\
 &= \frac{-\exp \left\{ \frac{-z_D^2}{2} \right\}}{z_D} + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left(\frac{z_D}{\sqrt{2}} \right) \right\}
 \end{aligned} \tag{B.25}$$

(B.25) em (B.24) obtemos:

$$U(z_D) = \frac{\pi}{2} \left\{ \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \exp \left\{ \frac{-z_D^2}{2} \right\} - z_D \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{z_D}{\sqrt{2}} \right) \right\} \tag{B.26}$$

Apêndice C : Obtenção da Saturação de Óleo como Função Única da Pressão

Equação do Gás:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(a \frac{\partial P}{\partial y} \right) = \frac{\phi}{K} \frac{\partial b}{\partial t} \quad (\text{C.1})$$

Equação do Óleo:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha \frac{\partial P}{\partial y} \right) = \frac{\phi}{K} \frac{\partial \beta}{\partial t} \quad (\text{C.2})$$

Simbologia:

$$a = \frac{R_{so} \cdot Kr_o}{\mu_o \cdot B_o} + \frac{Kr_g}{\mu_g B_g} \quad (\text{C.3})$$

$$\alpha = \frac{Kr_o}{\mu_o B_o} \quad (\text{C.4})$$

$$b = \frac{R_{so} \cdot S_o}{B_o} + \frac{S_g}{B_g} \quad (\text{C.5})$$

$$\beta = \frac{S_o}{B_o} \quad (\text{C.6})$$

$$S = S_o \quad (\text{C.7})$$

De (C.1):

$$a \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial a}{\partial y} \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\phi}{K} \frac{\partial b}{\partial t} \quad (\text{C.8})$$

Supondo $S = S(P)$, saturação como função única da pressão, temos:

$$\frac{\partial a}{\partial y} = \frac{\partial a}{\partial S} \frac{dS}{dP} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial a}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial y} = \left(\frac{\partial a}{\partial S} \frac{dS}{dP} + \frac{\partial a}{\partial P} \right) \frac{\partial P}{\partial y} \quad (\text{C.9})$$

e

$$\frac{\partial b}{\partial t} = \left(\frac{\partial b}{\partial S} \frac{dS}{dP} + \frac{\partial b}{\partial P} \right) \frac{\partial P}{\partial t} \quad (\text{C.10})$$

Substituindo (C.10) e (C.9) em (C.8):

$$a \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \left(\frac{\partial a}{\partial S} \frac{dS}{dP} + \frac{\partial a}{\partial P} \right) \left(\frac{\partial P}{\partial y} \right)^2 = \frac{\phi}{K} \left(\frac{\partial b}{\partial S} \frac{dS}{dP} + \frac{\partial b}{\partial P} \right) \frac{\partial P}{\partial t} \quad (\text{C.11})$$

Analogamente para a equação do óleo (C.2):

$$\alpha \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial S} \frac{dS}{dP} + \frac{\partial \alpha}{\partial P} \right) \left(\frac{\partial P}{\partial y} \right)^2 = \frac{\phi}{K} \left(\frac{\partial \beta}{\partial S} \frac{dS}{dP} + \frac{\partial \beta}{\partial P} \right) \frac{\partial P}{\partial t} \quad (\text{C.12})$$

Multiplicando (C.11) por α e (C.12) por a , e a seguir subtraindo uma da outra:

$$\begin{aligned} & \left\{ \alpha \left(\frac{\partial a}{\partial S} \frac{dS}{dP} + \frac{\partial a}{\partial P} \right) - a \left(\frac{\partial \alpha}{\partial S} \frac{dS}{dP} + \frac{\partial \alpha}{\partial P} \right) \right\} \left(\frac{\partial P}{\partial y} \right)^2 = \\ & = \frac{\phi}{K} \left\{ \alpha \left(\frac{\partial b}{\partial S} \frac{dS}{dP} + \frac{\partial b}{\partial P} \right) - a \left(\frac{\partial \beta}{\partial S} \frac{dS}{dP} + \frac{\partial \beta}{\partial P} \right) \right\} \frac{\partial P}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{C.13})$$

Separando os termos em dS/dP de (C.13):

$$\frac{dS}{dP} = \frac{\left(a \frac{\partial \alpha}{\partial P} - \alpha \frac{\partial a}{\partial P} \right) \left(\frac{\partial P}{\partial y} \right)^2 + \frac{\phi}{K} \left(\alpha \frac{\partial b}{\partial P} - a \frac{\partial \beta}{\partial P} \right) \frac{\partial P}{\partial t}}{\left(\alpha \frac{\partial a}{\partial S} - a \frac{\partial \alpha}{\partial S} \right) \left(\frac{\partial P}{\partial y} \right)^2 + \frac{\phi}{K} \left(a \frac{\partial \beta}{\partial S} - \alpha \frac{\partial b}{\partial S} \right) \frac{\partial P}{\partial t}} \quad (\text{C.14})$$

Multiplicando o numerador e o denominador de (C.14) por $\left(\frac{K}{\phi} \frac{1}{\partial P / \partial t} \right)$ obtém-se:

$$\frac{dS}{dP} = \frac{\left(a \frac{\partial \alpha}{\partial P} - \alpha \frac{\partial a}{\partial P} \right) \left(\frac{(\partial P / \partial y)^2}{(\partial P / \partial t)} \right) \frac{K}{\phi} + \left(\alpha \frac{\partial b}{\partial P} - a \frac{\partial \beta}{\partial P} \right)}{\left(\alpha \frac{\partial a}{\partial S} - a \frac{\partial \alpha}{\partial S} \right) \left(\frac{(\partial P / \partial y)^2}{(\partial P / \partial t)} \right) \frac{K}{\phi} + \left(a \frac{\partial \beta}{\partial S} - \alpha \frac{\partial b}{\partial S} \right)} \quad (\text{C.15})$$

Admitindo que a pressão é função única da variável de transformação z (ref. 1), gerada na solução do problema transiente linear monofásico pelo método das Soluções Auto-Similares ("Self-Similar Solutions"):

$$z = \sqrt{\frac{\phi}{K}} \cdot \frac{y}{\sqrt{2t}} \quad (\text{C.16})$$

Substituindo em (C.15), obtém-se:

$$\frac{dS}{dP} = \frac{\left(\alpha \frac{\partial a}{\partial P} - a \frac{\partial \alpha}{\partial P}\right) \left(\frac{1}{z} \frac{dP}{dz}\right) + \alpha \frac{\partial b}{\partial P} - a \frac{\partial \beta}{\partial P}}{\left(a \frac{\partial \alpha}{\partial S} - \alpha \frac{\partial a}{\partial S}\right) \left(\frac{1}{z} \frac{dP}{dz}\right) + a \frac{\partial \beta}{\partial S} - \alpha \frac{\partial b}{\partial S}} \quad (\text{C.17})$$

Uma estimativa do termo $\left(\frac{1}{z} \frac{dP}{dz}\right)$ em (C.17), pode ser obtida procedendo-se de forma similar a (ref. 1):

Da Lei de Darcy:

$$q = KA\alpha \frac{dP}{dz} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} \quad (\text{C.18})$$

Na nossa análise:

$$\frac{1}{z} \frac{dP}{dz} = \frac{2q_o}{A \cdot y} \cdot \frac{t}{\alpha} \quad (\text{C.19})$$

Aproximando $y = y_1/2$, onde y_1 é o comprimento da primeira célula, (C.19) fica:

$$\frac{1}{z} \frac{dP}{dz} = \frac{4q_o}{\phi \cdot A \cdot y_1} \cdot \frac{t}{\alpha} \quad (\text{C.20})$$

Através de (C.17) e (C.20), sendo resolvidas iterativamente, obtém-se a partir de dados de pressão e tempo no poço, uma tabela de saturação de óleo como função da pressão.

Este procedimento por imbutir uma aproximação pode levar a problemas no cálculo da saturação na região perto do poço. Uma alternativa seria utilizar a lei de Darcy diretamente, ou seja:

$$\left(\frac{(\partial P / \partial y)^2}{(\partial P / \partial t)}\right) \frac{K}{\phi} = \left(\frac{q}{A\alpha}\right)^2 \frac{1}{K\phi} \frac{1}{(\partial P / \partial t)|_{y=0}} \quad (\text{C.21})$$

O termo pode ser calculado numericamente a partir dos dados de pressão medidos no poço. A limitação seria que a permeabilidade absoluta precisa ser conhecida previamente.

Casos Limite:

1. Período Inicial, $z \rightarrow \infty$ ($t \rightarrow 0$)

$$\frac{1}{z} \frac{dP}{dz} \rightarrow 0$$

A equação (C.17) fica reduzida a :

$$\frac{dS}{dP} = \frac{\alpha \frac{\partial b}{\partial P} - a \frac{\partial \beta}{\partial P}}{a \frac{\partial \beta}{\partial S} - \alpha \frac{\partial b}{\partial S}} \quad (\text{C.22})$$

Substituindo (C.3) a (C.6) em (C.22), obtemos:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dP} = \frac{1}{\lambda_t} \left\{ \lambda_o \left\{ S_o \left[\frac{B_g}{B_o} \frac{dR_{so}}{dP} - \frac{1}{B_o} \frac{dB_o}{dP} \right] - \frac{S_g}{B_g} \frac{dB_g}{dP} \right\} + \right. \\ \left. \frac{\lambda_o S_o}{B_o} \frac{dB_o}{dP} + \frac{S_o}{B_o} \frac{dB_o}{dP} \frac{K_{rg}}{\mu_g} \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.23})$$

ou seja:

$$\frac{dS}{dP} = \frac{\lambda_o}{\lambda_t} c_t + \frac{S_o}{B_o} \frac{dB_o}{dP} \quad (\text{C.24})$$

(C.24) é a equação de Martin. Então, podemos concluir que para tempos curtos a equação de Martin é equivalente à expressão (C.22)

2. Tempos longos, $z \rightarrow 0$ ($t \rightarrow \infty$)

Neste caso, os termos que estão multiplicados por $\frac{1}{z} \frac{dP}{dz}$ na equação (C.17) tendem a ser muito maiores que os demais, que podem ser desprezados, ficando (C.17) reduzida a:

$$\frac{dS}{dP} = \frac{\alpha \frac{\partial a}{\partial P} - a \frac{\partial \alpha}{\partial P}}{a \frac{\partial \alpha}{\partial S} - \alpha \frac{\partial a}{\partial S}} \quad (\text{C.25})$$

Note que a razão gás-óleo fica constante com o tempo (ref. 1) quando (C.25) é satisfeita, ou seja:

$$R = a/\alpha \quad (\text{C.26})$$

$$\frac{\partial R}{\partial S} dS + \frac{\partial R}{\partial P} dP = 0 \quad (\text{C.27})$$

3. Para o período de Crescimento de Pressão:

Após o fechamento, o gradiente de pressão no poço é zero, $\frac{1}{z} \frac{dP}{dz} = 0$

$$\frac{dS}{dP} = \frac{\alpha \frac{\partial b}{\partial P} - a \frac{\partial \beta}{\partial P}}{a \frac{\partial \beta}{\partial S} - \alpha \frac{\partial b}{\partial S}} \quad (\text{C.28})$$

A equação (C.28) é válida durante todo o período de crescimento da pressão, mas apenas no poço.

Apêndice D : Solução do Fluxo Linear Multifásico

Hipóteses:

- Fluxo de óleo e gás através de um meio poroso uniforme de espessura constante.
- Água conata, imóvel.
- Porosidade constante.
- Desprezados os efeitos gravitacionais e de capilaridade.
- Fluido descrito pelo modelo Beta.
- A caracterização da rocha é representada em termos de K_g , K_o e S_o .
- Não há estocagem, nem efeito de película (skin).

Solução para Regime Transiente, considerando produção com vazão constante na superfície:

• Período de Fluxo

A Pseudo Função de Pressão é definida por:

$$P_p = \int_p^{p_i} \alpha_f dp \quad (D.1)$$

onde $\alpha_f = k_{ro}/\mu_o B_o$ (fluxo)

As derivadas de (D.1) em relação a y e t , respectivamente são:

$$\alpha \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial P_p}{\partial y} \quad (D.2)$$

$$\alpha \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial P_p}{\partial t} \quad (D.3)$$

a equação do óleo para o fluxo de óleo e gás é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha \frac{\partial P}{\partial y} \right) = \frac{\phi}{K} \frac{\partial \beta}{\partial t} \quad (D.4)$$

pode ser expressa da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial P_p}{\partial y} \right) = \frac{\phi}{K} \left(\frac{c}{\lambda} \right)^* \frac{\partial P_p}{\partial t} \quad (D.5)$$

onde

$$\left(\frac{c}{\lambda} \right)^* = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{\partial \beta}{\partial S} \frac{dS}{dP} + \frac{\partial \beta}{\partial P} \right) \quad (D.6)$$

Variáveis adimensionais:

$$y_D = \frac{y}{L} \quad (D.7)$$

$$t_D = \frac{Kt}{\phi L^2 (c/\lambda)_i^*} \quad (D.8)$$

$$P_{pD} = \frac{2\pi K h}{q_o} \int_p^{p_i} \alpha_f dp \quad (D.9)$$

Substituindo (D.7), (D.8) e (D.9) em (D.5):

$$\frac{\partial}{\partial y_D} \left(\frac{\partial P_{pD}}{\partial y_D} \right) = \frac{(c/\lambda)^*}{(c/\lambda)_i^*} \frac{\partial P_{pD}}{\partial t_D} \quad (D.10)$$

e na condição inicial:

$$P_{pD}(y_D, 0) = 0 \quad (D.11)$$

nas condições de contorno:

$$\lim_{y_D \rightarrow \infty} P_{pD}(y_D, 0) = 0 \quad (D.12)$$

$$\left. \frac{\partial P_{pD}}{\partial y_D} \right|_{y_D=0} = -\frac{\pi}{2} \quad (D.13)$$

Admitindo-se que $(c/\lambda)^*$ varie pouco com relação a $(c/\lambda)_i^*$ a equação (D.10) fica:

$$\frac{\partial^2 P_{pD}}{\partial y_D^2} = \frac{\partial P_{pD}}{\partial t_D} \quad (D.14)$$

A equação (D.10) com as condições auxiliares (D.11), (D.12) e (D.13) resultam num sistema análogo ao monofásico, e portanto:

$$P_{pD} = \sqrt{2t_D} \cdot U(z_D) \quad (D.15)$$

$$z_D = \frac{y_D}{\sqrt{2t_D}} \quad (D.16)$$

$$U(z_D) = \frac{\pi}{2} \left\{ \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \exp \left\{ -\frac{z_D^2}{2} \right\} - z_D \operatorname{erfc} \left(\frac{z_D}{\sqrt{2}} \right) \right\} \quad (D.17)$$

Apêndice E : Derivação da Equação Geral de Pressão

A equação do gás é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(R_r \alpha \frac{\partial P}{\partial y} \right) = \frac{\phi}{K} \frac{\partial b}{\partial t} \quad (\text{E.1})$$

onde:

$$R_r = R_s + \frac{K_{rg} \mu_o B_o}{K_{ro} \mu_g B_g} \quad (\text{E.2})$$

Combinando (E.1) com a equação do óleo e as variáveis (D.7) a (D.9) chega-se à equação:

$$\frac{\partial}{\partial y_D} \left(\frac{\partial P_{pD}}{\partial y_D} \right) + \frac{\lambda_o}{B_o} \cdot \frac{B_g}{\lambda_t} \cdot \frac{\partial R_r}{\partial y_D} \cdot \frac{\partial P_{pD}}{\partial y_D} = \frac{c_t}{\lambda_t} \cdot \frac{\lambda_{ti}}{c_{ti}} \cdot \frac{\partial P_{pD}}{\partial t_D} \quad (\text{E.3})$$

onde:

$$\lambda_t = \lambda_o + \lambda_g \quad (\text{E.4})$$

$$\lambda_l = \frac{K r_l}{\mu_l} \quad l = o, g \quad (\text{E.5})$$

Aplicando (D.15) e (D.16) à equação (E.3), obtém-se:

$$\frac{d^2 U(z_D)}{dz_D^2} + C_D z_D \frac{dU(z_D)}{dz_D} - \eta_{PD} U(z_D) = 0 \quad (\text{E.6})$$

onde:

$$C_D = M_D^* + \eta_{PD} \quad (\text{E.7})$$

$$M_D^* = \frac{1}{z_D} M_D \quad (\text{E.8})$$

$$M_D = \frac{\lambda_o}{B_o} \cdot \frac{B_t}{\lambda_t} \cdot \frac{dR_r}{dz_D} \quad (\text{E.9})$$

$$\eta_{PD} = \frac{(c/\lambda)^*}{(c/\lambda)_i^*} \quad (\text{E.10})$$

A equação (E.6) pode então ser comparada com a equação geral do monofásico obtida no anexo B:

$$\frac{d^2 U(z_D)}{dz_D^2} + z_D \frac{dU(z_D)}{dz_D} - U(z_D) = 0 \quad (\text{E.11})$$

que é um caso particular de (E.6), em que $C_D = 1$ e $\eta_{P_D} = 1$ e, portanto, $M_D^* = 0$.

NOMENCLATURA

	a	=	função definida pela equação 2.3.5
	A	=	área da seção transversal aberta ao fluxo, m^2
	b	=	função definida pela equação 2.3.7
	B_g	=	FVF do gás, m^3/m^3std
	B_o	=	FVF do óleo, m^3/m^3std
	c_t	=	compressibilidade total, Pa^{-1}
	$(c/\lambda)^*$	=	razão compressibilidade / mobilidade generalizada
	C_D	=	termo não linear definido pela equação 2.5.4
	E	=	comprimento total do reservatório, m
	h	=	espessura do reservatório, m
	K	=	permeabilidade absoluta, m^2
	K_g	=	permeabilidade efetiva ao gás, m^2
	K_o	=	permeabilidade efetiva ao óleo, m^2
tocsection	Kr_g	=	permeabilidade relativa ao gás, m^2
	Kr_o	=	permeabilidade relativa ao óleo, m^2
	L	=	comprimento da fratura, m
	M_D	=	termo não linear definido pela equação 2.5.5
	M_D^*	=	termo não linear definido pela equação 2.5.6
	P_p	=	pseudo pressão, m^3stdPa/m^3
	P	=	pressão, Pa
	P_D	=	pressão adimensional, monofásico
	P_i	=	pressão inicial, Pa
	P_{pB}	=	pressão do ponto de bolha, Pa
	P_{pBi}	=	pressão do ponto de bolha inicial, Pa
	P_{pD}	=	pressão adimensional, período de fluxo
	P_{spD}	=	pseudo pressão adimensional no período de estát
	P_{ws}	=	pressão no período de fechamento, Pa

q_o	=	vazão da fase óleo, m^3/s
q_{sF}	=	vazão na face da formação, m^3/s
R_r	=	razão gás/óleo "in-situ", m^3/m^3std
$R_s = R_{so}$	=	razão do gás dissolvido no óleo, m^3std/m^3std
RGO	=	razão gás-óleo, m^3std/m^3std
$S = S_o$	=	saturação de óleo, fração
S_g	=	saturação de gás, fração
t	=	tempo, s
t_D	=	tempo adimensional, multifásico
t_{DM}	=	tempo adimensional, monofásico
t_p	=	tempo de produção antes do fechamento, s
t_{pD}	=	tempo de produção antes do fechamento, adimensional
U	=	função genérica de z_D
y	=	coordenada cartesiana, m
y_D	=	coordenada cartesiana adimensional
y_1	=	comprimento da primeira célula, m
z	=	variável de similaridade, $m/\sqrt{s}$
z_D	=	variável de similaridade adimensional
α	=	função definida pela equação 2.3.6
α_f	=	α para o período de fluxo
α_s	=	α para o período de estática
β	=	função definida pela equação 2.3.8
Δt_D	=	tempo adimensional para o período de estática
ϕ	=	porosidade, fração
μ_g	=	viscosidade do gás, $Pa.s$
μ_o	=	viscosidade do óleo, $Pa.s$
η_{PD}	=	pseudo difusividade adimensional
λ_g	=	mobilidade do gás, $(Pa.s)^{-1}$
λ_o	=	mobilidade do óleo, $(Pa.s)^{-1}$
λ_t	=	mobilidade total, $(Pa.s)^{-1}$

Subscritos:

D = adimensional

i = inicial

Bibliografia

- [1] Bøe, A., Skjaeveland, S. M. e Whiteon, C. H. : "Two-Phase Pressure Test Analysis", SPEFE (Dez. 1989) 604-10; Trans., AIME, 287
- [2] Raghavan, R. : "Well Test Analysis : Wells Producing by Solution Gas Drive", SPEJ (Ago. 1976) 196 - 208
- [3] Raghavan, R. : "Pressure Transient Analysis of a Vertically Fractured Well Produced by Solution Gas Drive", SPEJ (Out. 1977) 369-376
- [4] Serra, K. : "Well Testing for Solution Gas Drive Reservoirs", Dissertação de PhD, U. de Tulsa, OK (Jun. 1988)
- [5] Peres, A. M. M., Serra, K. e Reynolds, A. C. : "Toward a Unified Theory of Well Testing for Nonlinear-Radial-Flow Problems with Application to Interference Tests", SPEFE (Jun. 1990) 151-160
- [6] Gringarten, A. C., Ramey, H. J. Jr e Raghavan, R. : "Unsteady-State Pressure Distributions Created by a Well with a Single Infinite-Conductivity Vertical Fracture", SPEJ (Ago. 1974) 347-360; Trans. AIME, vol. 257
- [7] Bennett, C. O. : "Analysis of Fractured Wells", Dissertação de Ph. D., U. de Tulsa, OK (1982)
- [8] Perrine, R. L. : "Analysis of Pressure Build up Curves", Drill. and Prod. Prac., API (1956) , 482-509
- [9] Martin, J. C. : "Simplified Equations of Flow in Gas Drive Reservoirs and the Theoretical Foundation of Multiphase Flow Pressure Build up Analysis", J.P.T. (Out. 1959) 321-323; Trans., AIME, 216
- [10] Al-Hussainy, R., Ramey H.J. Jr. e Crawford, P.B. : "The Flow of Real Gases Through Porous Media", J.P.T. (Maio 1966) 624-36; Trans., AIME, 237
- [11] Fetkovich, M. : "The Isochronal Testing of Oil Wells", paper SPE 4529, apresentado no SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 1973, Las Vegas, 30/Set. - 03/Out.

- [12] Evinger, H. H. e Muskat, M. : "Calculation of Theoretical Productivity Factors", Trans., AIME (1942) vol.146,126-139
- [13] Serra, K., Peres, M. M. e Reynolds, A. C. : "Well Test Analysis for Solution-Gas-Drive Reservoirs : Part 1 - Determination of Relative and Absolute Permeabilities", artigo SPEFE (junho 1990)
- [14] Al-Kalifah, A.J., Horne, R.N. e Aziz, K. : "In-Place Determination of Reservoir Relative Permeability Using Well Test Analysis", SPEFE 16774
- [15] Serra, K., Peres, M. M. e Reynolds, A. C. : "Well Test Analysis for Solution-Gas-Drive Reservoirs : Part 2 - Buildup Analysis", artigo SPEFE (junho 1990) 133-140
- [16] Reynolds, W. C.: "Solution of Partial Differential Equations", Edição Preliminar do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Stanford, janeiro, 1979.
- [17] Peres, A. M. M., Serra, K. e Reynolds, A. C. : "Supplement to SPE 18113, Toward a Unified Theory of Well Testing for Non-Linear Radial Flow Problems with Applications to Interference Tests" ,artigo SPE 20402 disponível pelo SPE Book Order Dept., Richardson, TX.
- [18] Bonet, L. : "Simulação Numérica de Reservatórios Utilizando um Método de Implícitude Auto-Adaptável", Edição Preliminar da Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia de Petróleo, UNICAMP, (novembro, 1990).
- [19] SIMBEST, Black-Oil Simulator, versão 1.0, Scientific Software Intercomp Inc. (Julho, 1985).