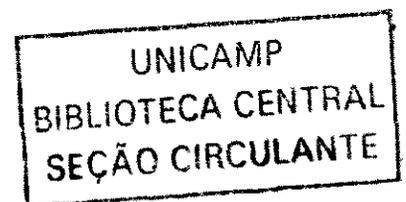


**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO FÍSICA**

**FUNDAMENTOS GEOMÉTRICOS E ALGÉBRICOS DA
CALIBRAÇÃO E RECONSTRUÇÃO TRIDIMENSIONAL.
APLICAÇÃO NA ANÁLISE CINEMÁTICA DE MOVIMENTOS
HUMANOS**

Olival Cardoso do Lago

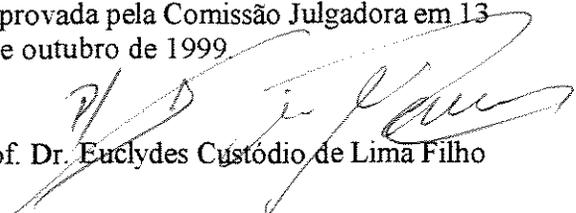
**CAMPINAS
1999**



**FUNDAMENTOS GEOMÉTRICOS E ALGÉBRICOS DA
CALIBRAÇÃO E RECONSTRUÇÃO TRIDIMENSIONAL.
APLICAÇÃO NA ANÁLISE CINEMÁTICA DE MOVIMENTOS
HUMANOS**

Olival Cardoso do Lago

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação de mestrado, defendida por Olival Cardoso do Lago e aprovada pela Comissão Julgadora em 13 de outubro de 1999


Prof. Dr. Euclides Custódio de Lima Filho

UNIDADE	Be
Nº CHAMADA	UNICAMP
	L1377
V	EX
TOMBO BC/	54581
PROC.	16-124103
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	12/10/03
Nº CPD	

CM00186361-2

BIB ID 295008

**FICHA CATALOGÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA - FEF-
UNICAMP**

L1377f Lago, Olival Cardoso do
Fundamentos Geométricos e Algébricos da Calibração e
Reconstrução tridimensional. Aplicados na análise cinemática de
movimentos humanos / Olival Cardoso do Lago. – Campinas, SP:
[s.n.], 1999.

Orientador: Euclides Custódio de Lima Filho
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas,
Faculdade de Educação Física.

1. Calibração. 2. Biomecânica. 3. Processamento de imagens. 4.
Geometria projetiva. I. Lima Filho, Euclides Custódio de. II.
Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação Física.
III. Título.

E não vos conformeis com este mundo,
mas transformai-vos pela renovação do vosso entendimento ...
Rm 12-2

*"Se eu consegui enxergar mais longe, foi apenas
porque eu pude me apoiar nos ombros de gigantes"*
Isaac Newton

Obrigado Prof. Euclides pelos ombros de gigante

AGRADECIMENTOS

Ao meu paciente orientador Prof. Dr. Euclides Custódio de Lima
Aos companheiros do LIB: Pedro, Antonio (Junior), Lu & Lu,
Pascual, Luciano, Milton, Tiago, Prof. René, Prof. Ricardo, Prof.
Sérgio, Prof. Barreto. Igualmente Josefa, Ana.
Mais que especial para Márcia e meus pais.
A todos que direta ou indiretamente, colaboraram na execução
deste trabalho

SUMÁRIO

RESUMO

SUMMARY

INTRODUÇÃO	1
1 Representação dos Sistemas para Análise Cinemática	2
2 O Problema	3
2.1 Calibração das Câmeras de Filmagem	5
2.2 Reconstrução Tridimensional	8
3 Objetivos	8
4 Modelo	9
Capítulo I FUNDAMENTOS GEOMÉTRICOS	
1.1 Conceitos Básicos da Geometria Projetiva	13
1.1.1 Perspectividade	14
1.1.2 Teorema Fundamental da Geometria Projetiva	16
Capítulo II FUNDAMENTOS ALGÉBRICOS	
2.1 Grupos de Transformações Lineares	20
2.2 Coordenadas Homogêneas	20
2.3 Razão do Produto Cruzado	21
2.4 Expressão Algébrica da Projetividade	22

**Capítulo III CALIBRAÇÃO E RECONSTRUÇÃO
TRIDIMENSIONAL**

3.1	Calibração das Câmeras de Filmagem	27
3.1.1	Parâmetros de Calibração Externos	29
3.1.2	Parâmetros de Calibração Internos	30
3.1.3	Procedimentos para Calibrar as Câmeras	31
3.2	Reconstrução das Coordenadas Tridimensionais	33
3.2.1	Interpretação Geométrica da Reconstrução	35

**Capítulo IV GEOMETRIA E OTIMIZAÇÃO DOS PONTOS DE
CONTROLE**

4.1	Geometria da Matriz de Calibração	41
4.2	Configuração dos Pontos de Controle	42
4.3	Procedimento Matemático	43

Capítulo V SELEÇÃO OTIMAL DOS PONTOS DE CONTROLE

5.1	Procedimentos Metodológicos	48
5.2	Apresentação e Discussão dos Resultados	50
5.3	Conclusões	52

CONCLUSÕES	54
-------------------------	----

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	57
---	----

**FUNDAMENTOS GEOMÉTRICOS E ALGÉBRICOS DA
CALIBRAÇÃO E RECONSTRUÇÃO TRIDIMENSIONAL. APLICAÇÃO NA
ANÁLISE CINEMÁTICA DE MOVIMENTOS HUMANOS.**

Olival Cardoso do Lago
Orientador: Prof. Dr. Euclides Custódio de Lima Filho

RESUMO

Obter informações tais como, posição, orientação e tamanho do objeto de interesse através de medidas realizadas na sua imagem, é o princípio básico da análise cinemática do movimento humano. Frequentemente são utilizadas para esta finalidade câmeras filmadoras. O objetivo desta dissertação é estudar conceitos Geométricos e Algébricos dos procedimentos de calibrar as câmeras filmadoras e da reconstrução das coordenadas tridimensionais, aplicados na análise cinemática dos movimentos humanos. Fundamentalmente, a calibração das câmeras consiste em estabelecer a relação geométrica entre o objeto de interesse e a sua imagem. Uma vez conhecido o operador para esta relação, em duas ou mais câmeras, pode-se obter as coordenadas espaciais do objeto estudado a partir das imagens pela reconstrução tridimensional. Desta forma as transformações objeto-imagem e vice-versa assumem um papel de destaque nestes sistemas. O operador projetivo que atua nestas transformações fundamenta-se no Teorema Fundamental da Geometria Projetiva. A estrutura algébrica deste teorema é formulada pela equação da Projetividade, de onde obtemos a matriz do operador projetivo, cujos elementos são os parâmetros de calibração das câmeras de filmagem. Considerando as características da transformação de objetos tridimensionais em imagens bidimensionais a reconstrução das coordenadas tridimensionais deste objeto necessita das imagens de pelo menos duas câmeras. Para estimar os parâmetros de calibração de cada câmera são necessários pelo menos seis pontos de referências, com coordenadas conhecidas no espaço 3D e na imagem 2D. Estes pontos de referências são utilizados em um sistema de equações normais e estimados pela técnica dos quadrados mínimos. A questão da seleção dos pontos de referência para a calibração, segundo alguns autores, ainda não está suficientemente resolvida. A fim de otimizar a seleção dos pontos de controle, apresentamos um algoritmo o qual foi utilizado em um experimento para determinar explicitamente a configuração ótima dos pontos de controle relativos à posição das câmeras. O conjunto de procedimentos propostos permite classificar os pontos de controle em função da contribuição que cada um traz à qualidade da calibração das câmeras.

GEOMETRIC AND ALGEBRAIC BASIS FOR CALIBRATION AND THREE-DIMENSIONAL RECONSTRUCTION. APPLICATION IN THE KINEMATIC ANALYSIS OF HUMAN MOVEMENTS.

Olival Cardoso do Lago
Supervisor: Prof. Dr. Euclides Custódio de Lima Filho

SUMMARY

To get information such as position, orientation and size of the object of interest by measuring its image are the basis of the kinematic analysis of the human movement. Video cameras are frequently used for this purpose. The aim of this work is to study Geometric and Algebraic concepts of the procedures used to calibrate the video cameras and of the reconstruction of the three-dimensional coordinates, applied in the kinematic analysis of the human movements. The calibration of the cameras consists basically of establishing the geometric relationship between the object of interest and its image. Once the operator for this relationship is known, in two or more cameras, the space coordinates of the studied object can be achieved from the images through three-dimensional reconstruction. This way the object-image, and vice versa, transformations assume a role of prominence in these systems. The projective operator that acts in these transformations is based on the Basic Theorem of Projective Geometry. The algebraic structure of this theorem is formulated by the projective equation, from where we get the matrix of the projective operator, whose elements are the calibration parameters of the video cameras. Considering the characteristics of the three-dimensional object transformation into bi-dimensional images, the reconstruction of the three-dimensional coordinates of this object needs the images of at least two cameras. At least six control points with known coordinates in the 3D space and in the 2D image are necessary to estimate the calibration parameters of each camera. These control points are used in a system of normal equations and estimated by the least-squares technique. The question of the selection of the calibration control points, according to some authors, is still not sufficiently resolved. In order to optimize the selection of the control points we present an algorithm, which was used in an experiment to determine the optimal configuration of the control points relative to the position of the cameras. The set of procedures considered allows us to classify the control points as a function of the contribution that each one brings to the quality of the calibration of the cameras.

INTRODUÇÃO

A biomecânica do movimento humano, segundo WINTER (1979) tem característica interdisciplinar, com interesses voltados para a descrição, análise e avaliação de movimentos realizados por seres humanos, de maneira que as informações quantitativas e qualitativas obtidas possam ser utilizadas nas diversas áreas de investigação do movimento humano.

O movimento realizado pelo ser vivo, particularmente o homem, vem sendo objeto de investigações desde a Grécia antiga até os nossos dias. Na revisão realizada por PAUL (1995) intitulado "*Cem anos de medidas do movimento humano*", tem-se uma visão da evolução das investigações sobre o movimento humano.

O autor aponta que os primeiros estudos, realizados sobre a mecânica do corpo humano tiveram início na Grécia antiga, com as investigações sobre a contração muscular e os movimentos por ela gerados; dentre os principais investigadores desta época estão: Hipócrates em 460 AC, Aristóteles em 350 AC e Arquimedes em 250 AC. Avançando o tempo, estudos envolvendo análises da mecânica corporal foram efetuados por Leonardo da Vinci em 1500 DC, Galileu em 1638, Borelli em 1675 (que propõe um método para medir a posição do centro de gravidade do corpo humano) e Baglivi em 1700, que deu continuidade aos trabalhos de Borelli.

Ainda segundo PAUL (1995), no século XVIII os principais eventos foram a descoberta do fenômeno da estimulação elétrica do músculo, e dos potenciais elétricos dos nervos e músculos; entre os investigadores nesta área temos: Haller em 1740, Whytt em 1740 e Galvani em 1791.

No século XIX, PAUL (1995) cita Weber e Weber em 1836, que publicaram um tratado sobre a locomoção humana com apresentação de análises matemáticas de alguns aspectos da marcha e Meyer em 1853 que utilizando várias posturas padronizadas, determinou as coordenadas para localização do centro de massa.

Neste mesmo século tem-se o primeiro registro da locomoção humana através do uso de '*câmeras fotográficas*'. Para WINTER (1979), os registros da marcha

humana foram primeiramente realizados por Marey em 1885 e, na mesma época, por Muybridge. Entretanto PAUL (1995) aponta que Muybridge já havia em 1882 investigado as características da marcha, inicialmente em animais e posteriormente em humanos. Ainda segundo este autor, Carlet em 1872 e Marey em 1887, publicaram investigações sobre o caminhar humano usando um sistema de registro pneumático.

Conforme apontado por PAUL (1995), o primeiro a realizar uma ampla análise do movimento de partes do corpo humano em três dimensões foi Fischer em 1898, que utilizando quatro câmeras em um ambiente escuro, registrou o deslocamento de um sujeito vestindo uma roupa escura, sobre a qual eram fixados 'tubos luminosos' para que pudessem representar partes do corpo em sucessivas posições. As informações sobre a descrição do movimento humano, obtido pelos estudos realizados por Fischer, bem como a metodologia utilizada por ele, foram utilizadas como referência pelos investigadores subsequentes.

Considerando-se os equipamentos utilizados por estes pesquisadores pioneiros, é notável o rápido desenvolvimento dos sistemas utilizados para a descrição e análise da biomecânica do movimento humano. Ainda assim, de uma maneira ou de outra, estes sistemas permanecem baseados na utilização de câmeras para registrar o movimento de interesse.

1 REPRESENTAÇÃO DOS SISTEMAS PARA ANÁLISE CINEMÁTICA

Em síntese, alguns dos sistemas para análise cinemática do movimento humano, estão baseados na obtenção de dados do objeto de interesse através das medidas realizadas nas suas imagens. São partes destes sistemas os equipamentos que viabilizam a aquisição das imagens (vídeo e cinematográficos, entre outros), o armazenamento e as medidas de interesse nas seqüências de imagens, quase sempre, realizadas em um ambiente computacional. Sistemas como estes permitem análise de diversos parâmetros cinemáticos, obtendo desta forma uma ampla possibilidade de aplicação.

Como nosso interesse principal está direcionado para o procedimento de captura das imagens e da sua reconstrução, nos limitaremos a abordar os aspectos relacionados com este processo.

Admitiremos o equipamento utilizado para a captura de imagem (aparelho fotográfico ou vídeo) como um instrumento que consiste essencialmente de uma câmara escura munida de uma lente ou combinação de lentes com centro focal na parte anterior, para onde convergem os raios luminosos do objeto situado a sua frente, e uma película ou sensor onde se imprime a imagem projetada dos objetos de interesse.

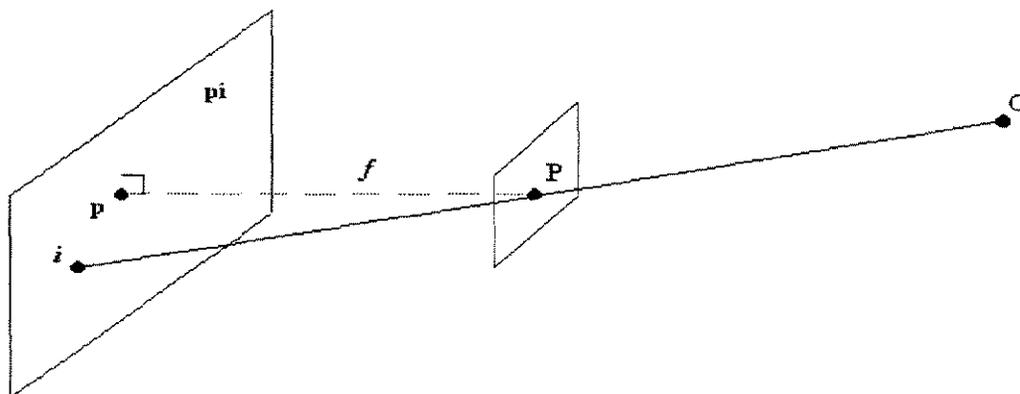


Figura 1 Modelo simplificado do sistema de captura de imagens, sendo: **O**, objeto; **P**, centro focal; **pi**, plano da imagem; **i**, imagem do objeto; **f**, eixo ótico e **p**, ponto principal. (ROGERS 1990).

A figura 1 representa um modelo simplificado do instrumento de captura de imagem. Neste desenho esquemático temos: o local denominado plano imagem **pi**, no qual esta projetada a imagem **i** do objeto **O** localizado no denominado espaço objeto, tal projeção é efetuada pelo centro focal **P**.

Temos ainda a distância entre o plano da imagem e o centro focal, denominado distância principal (também conhecida como distância focal), a qual é medida no eixo principal **f**, sendo **p** denominado ponto principal, formado pela intersecção perpendicular deste eixo com plano imagem **pi**.

O processo de captura da imagem por projeção tal como em uma câmara de filmagem pode ser idealizada matematicamente utilizando-se como modelo os fundamentos da Geometria Projetiva.

2 O PROBLEMA

Segundo PEDOTTI (1990), os primeiros sistemas para medição do movimento humano utilizando câmeras filmadoras, foram desenvolvidos na metade dos

anos setenta, e estão baseados no conceito geral de detecção de marcadores. Dentre os sistemas que utilizam este princípio podemos citar: *VICON*[®], *MOTION ANALYSIS*[®], *PEAK PERFORMANCE*[®], e o *ELITE*[®].

Para WOOD & MARSHALL (1986) o procedimento básico destes sistemas envolvem, quase sempre, uma filmagem inicial de uma estrutura de referência para estimar os parâmetros internos e orientação das câmeras e, sem interferir nas câmeras, o movimento de interesse é filmado no local da estrutura de referência, para posterior reconstrução das suas coordenadas, utilizando-se para isto uma combinação dos parâmetros estimados em pelo menos duas câmeras. Conforme mostra o diagrama da figura 2.

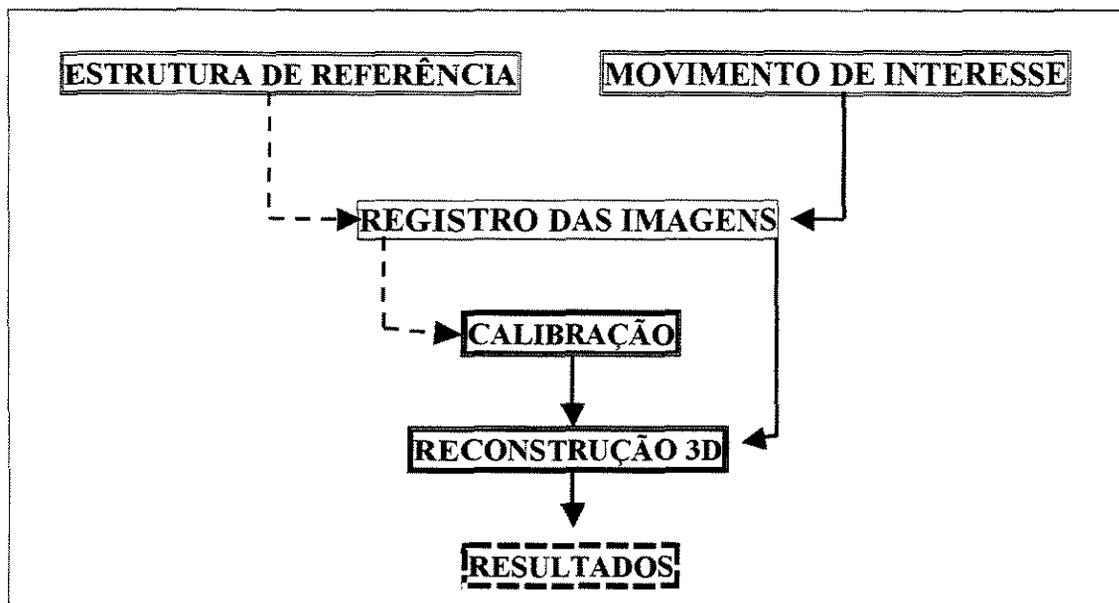


Figura 2: Diagrama básico dos procedimentos utilizados nos sistemas de análise do movimento humano.

A estrutura de referência é um aparato onde estão os denominados pontos ou marcas de referência ou pontos de controle, com coordenadas relativas conhecidas. Esta estrutura é colocada no denominado espaço de referência, onde se deseja filmar os movimentos de interesse.

Uma vez que são conhecidas as coordenadas das marcas de referência, e por projeção pode-se medir suas coordenadas no plano imagem, estas são utilizadas em um sistema de equações para calibrar as câmeras.

Dividiremos os procedimentos utilizados para a análise cinemática do movimento humano em duas etapas: na primeira temos a Calibração das câmeras de

filmagem e na segunda a Reconstrução em três dimensões das coordenadas do objeto estudado.

2.1 CALIBRAÇÃO DAS CÂMERAS DE FILMAGEM

Fundamentalmente os registros obtidos por meio das câmeras filmadoras, estabelecem uma relação geométrica entre o objeto de interesse e a sua imagem, por meio de um sistema de coordenadas conhecidas.

Entretanto segundo HATZE (1988), as coordenadas reais do objeto são observadas na sua imagem com a presença sistemática de erros devido a deformação provocada pela lente, a não ortogonalidade dos eixos óticos em relação ao plano imagem (em dispositivos óptico-eletrônico e vídeo) e também, devido as distorções assimétricas das lentes do aparelho de filmagem, e outros erros inerentes ao equipamento.

Segundo FRYER (1996), as alterações na imagem apresentadas em relação aos modelos teóricos podem ser agrupados em duas categorias:

- As que reduzem a qualidade da imagem;
- As que alteram a localização na imagem.

Na primeira categoria as perdas da qualidade da imagem podem ser minimizadas, por exemplo, alterando o foco.

Na segunda categoria estão as alterações ligadas as distorções radiais e de centralização das lentes, sendo que estas distorções podem ser corrigidas (ou minimizadas) por meio de equações que descrevem seus efeitos na localização da imagem.

Considerando as distorções como desvios em relação à trajetória ideal que o raio de luz sofre ao atravessar o sistema ótico da câmera de filmagem, elas degradam geometricamente a qualidade das imagens adquiridas, deslocando os pontos da sua localização teórica no plano imagem (LICHTI, 1997), portanto existe a necessidade de conhecer a correspondência entre o objeto e a imagem, para que se possa estimar estas distorções.

Além dos desvios relacionados ao equipamento utilizado, COOPER e ROBSON (1996), apontam a necessidade de se conhecer a posição e orientação espacial das câmeras em relação à estrutura de referência.

Desta forma, Calibrar as câmeras é tentar identificar os coeficientes da transformação Objeto-Imagem, para tanto uma série de procedimentos são utilizados para estimar os parâmetros de orientação interna da câmera - distância principal, ponto principal e a curva de distorção óptica; e os parâmetros de orientação externa da câmera - a localização e orientação da câmera no espaço de referência em relação ao movimento estudado (WOLTRING, 1990)

As técnicas de calibração que utilizam como referência uma estrutura com marcas conhecidas são as mais utilizadas, e dentre as que trabalham com este princípio, temos o método de calibração por Transformação Linear Direta (DLT) desenvolvido por ABDEL-AZIZ e KARARA (1971), frequentemente citado na literatura especializada.

Fundamentalmente o método DLT resolve por transformação direta e simultânea a relação entre as coordenadas da estrutura de referência e da sua imagem, medidas no plano imagem. Esta transformação leva em conta a orientação da câmera relativo ao sistema de coordenadas do espaço objeto, entretanto não equaciona os parâmetros não lineares, tais como as distorções das lentes entre outras.

Após uma série de interações, chega-se a equação básica proposta pelo método DLT, sendo que cada ponto do espaço de referência gera duas equações:

$$x + \frac{l_1X + l_2Y + l_3Z + l_4}{l_9X + l_{10}Y + l_{11}Z + 1} = 0 \quad (1a)$$

$$y + \frac{l_5X + l_6Y + l_7Z + l_8}{l_9X + l_{10}Y + l_{11}Z + 1} = 0 \quad (1b)$$

onde x e y são as coordenadas do plano imagem, X , Y e Z as coordenadas da estrutura de referência e $l_1 \dots l_{11}$ os coeficientes de calibração, que são as incógnitas da equação.

Para resolver este sistema de equações, e assim determinar os onze parâmetros de calibração pelo método DLT, são necessários às coordenadas de pelo menos seis pontos no espaço de referência, sendo este um sistema dito superdimensionado onde a solução será dada por estimativa indireta dos parâmetros, conforme veremos nos capítulos posteriores.

Para CHEN et al. (1994), a acurácia na calibração pelo método DLT melhora com a utilização de um número maior de pontos de controle, devido as seguintes razões:

1. O aumento no número de pontos de controle geralmente resulta em uma distribuição mais uniforme destes na região de controle;
2. Por outro lado quando o número mínimo de pontos de controle é usado, os parâmetros do DLT ficam vulneráveis aos erros aleatórios ("*random*") em cada ponto.
3. Pontos de controles adicionais ajudam a reduzir a influência de erros sistemáticos não lineares. Contudo, segundo o autor, além de um certo limite, a inclusão de mais pontos não melhora proporcionalmente a calibração.

Baseados nos resultados obtidos por CHEN et al. (1994), o número de pontos recomendado para uma calibração adequada está entre 16 e 20. Entretanto é relevante observar que para eficiência do método DLT, existe uma influência muito grande quanto a localização dos pontos de controle, maior até do que o número total de pontos utilizados.

Quando o objeto de interesse está próximo ao limite da região controlada pela calibração ou fora dessa região, o método DLT reduz sensivelmente sua precisão, provavelmente devido às distorções não lineares (HATZE, 1988; CHEN et al., 1994).

Na tentativa de corrigir os erros sistemáticos não lineares, que não são estimados pelo método DLT, CHEN et al. (1994), sugerem duas abordagens:

1. Incluir mais parâmetros no método DLT para considerar o aparecimento de fenômenos não lineares. Nesta abordagem temos a técnica utilizada por HATZE (1988), que acrescenta parâmetros não lineares ao método DLT, sendo este método chamado de DLT modificado (MDLT) não linear.
2. Usar o método DLT, como primeira aproximação e posteriormente, acrescentar parâmetros para modificações não lineares.

Contudo, levando-se em consideração diversos estudos realizados, e por sua simplicidade e correção, o método DLT, desde que se mantenham sob controle alguns procedimentos, pode ser utilizado com segurança para calibrar as câmeras de filmagem.

2.2 RECONSTRUÇÃO TRIDIMENSIONAL

A Reconstrução em três dimensões das coordenadas do ponto de interesse é o procedimento realizado após a calibração, ou seja, uma vez filmado o objeto de interesse por pelo menos duas câmeras, pode-se reconstruir suas coordenadas, utilizando os parâmetros obtidos na calibração de cada câmera.

Para a reconstrução das coordenadas tridimensionais do objeto de interesse utiliza-se o mesmo sistema de equações do método DLT. Sendo que as incógnitas são as coordenadas espaciais do objeto de interesse, uma vez que são conhecidos os parâmetros de calibração da câmera e suas coordenadas no plano imagem.

Desta forma, as relações de correspondência na transformação OBJETO \leftrightarrow IMAGEM, são estabelecidas quando são conhecidos inicialmente as coordenadas espaciais e do plano imagem das marcas de referência e posteriormente quando são conhecidos os parâmetros de calibração das câmeras e as coordenadas do plano imagem do movimento de interesse

Portanto nos sistemas para análise cinemática do movimento humano as transformações Objeto-Imagem e vice versa, assumem um papel fundamental, o que nos leva a propor este estudo, onde são abordados os fundamentos Geométricos e Algébricos, tendo em vista sua aplicação nos procedimentos de calibração das câmeras de filmagem e de reconstrução das coordenadas tridimensionais.

3. OBJETIVOS

A proposta desta dissertação é apresentar os fundamentos Geométricos e Algébricos da Calibração e Reconstrução Tridimensional de coordenadas, aplicados nos sistemas para análise do movimento humano, que utilizam a câmera filmadora para aquisição das imagens, e viabilizar a utilização destes conceitos como fonte de consulta e orientação para o público interessado no assunto.

Apresentaremos também uma proposta para otimizar a escolha dos pontos de controle, a partir das equações básicas usadas na calibração.

4. O MODELO

As transformações Objeto \leftrightarrow Imagem intermediadas por um operador dito projetivo, conforme representação da figura 3, é o modelo básico adotado. Através deste modelo Calibrar as câmeras de filmagem pode ser redefinida como sendo encontrar o Operador Projetivo que atua na correspondência entre pontos no espaço objeto e no plano imagem.

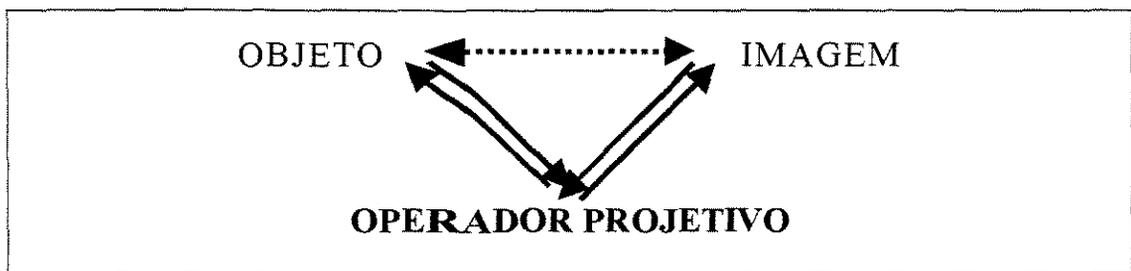


Figura 3: Esquema representativo da relação objeto - imagem, intermediado por um operador projetivo.

As características básicas deste modelo serão estudadas segundo duas estruturas matemáticas que se complementam.

A primeira delas, será apresentada no Capítulo I desta dissertação, e enfoca as relações Geométricas sintéticas, onde o principal fundamento é a projeção de pontos do espaço tridimensional sobre um plano (*'plano de projeção'*). A correspondência entre um ponto no objeto e sua respectiva imagem é dada pela reta projetiva que passa pelo centro de perspectiva ou de projeção. O conceito básico que fundamenta esta estrutura é denominado teorema fundamental da Geometria Projetiva.

No Capítulo II teremos um encaminhamento puramente Algébrico para este modelo, o ponto no espaço tridimensional e sua imagem são dotados de um sistema de coordenadas. Estudaremos a relação objeto-imagem sob o ponto de vista das transformações lineares e das coordenadas homogêneas. A equação da Projetividade, que permite operar algebricamente a estrutura apresentada no Capítulo I, é o conceito básico destas transformações.

O Capítulo III será dedicado à apresentação do processo de calibrar as câmeras de filmagem e de reconstrução tridimensional das coordenadas do objeto de interesse, bem ao estudo das equações envolvidas neste processo.

No quarto Capítulo estudaremos as localizações dos pontos de controle segundo a geometria que estes apresentam em relação às câmeras de filmagem

Por fim no Capítulo V teremos a apresentação da proposta para otimizar a escolha dos pontos de controle, bem como a apresentação de um exemplo onde será aplicada esta metodologia.

CAPÍTULO I

FUNDAMENTOS GEOMÉTRICOS

Nas artes plásticas reconhece-se que através dos pintores do período da Renascença houve uma mudança significativa na descrição do mundo tridimensional em seus quadros.

Pintores deste período tais como, Mantegna, Botticelli, Leonardo da Vinci, Dürer, Michelangelo, Raffaello, Tiziano e outros, abandonaram a técnica tradicional, e procuraram produzir uma ilusão mais convincente de objetos tridimensionais em seus quadros, utilizando a técnica do desenho perspectivo.

Estes artistas usavam com muita habilidade, entre outras estruturas os pontos de fuga em suas pinturas, desenvolvendo para isto regras básicas para sua aplicação.

Eles observaram que retas paralelas no espaço poderiam ser representadas em seus quadros por retas que parecem se encontrar no horizonte, além disto, a proporção entre segmentos e o ângulo entre eles não são preservados no desenho, mas sim transformados segundo regras rigorosas, obtendo desta forma a noção de profundidade desejada.

A aplicação e o estudo das regras do desenho perspectivo levou a fundamentação de um novo braço da geometria, chamado de Geometria Projetiva, a qual estudaremos neste capítulo, através de alguns de seus axiomas e teoremas sem a introdução dos conceitos de coordenadas.

Utilizaremos, de maneira sistemática as definições e teoremas apresentadas por: CHISINI (1954) e HARLE (s.d.), entretanto para um maior aprofundamento além destes, recomendamos consultar entre outros ARTZY (1974) *Linear Geometry*, BERGER (1980) *Geometry I*, GEMIGNANI (1971) *Axiomatic Geometry* e SAMUEL (1986) *Projective Geometry*.

A Geometria Euclidiana é bem utilizada quando queremos descrever nosso mundo tridimensional. Nesta Geometria, temos um conceito importante, deve ser levado em conta, segundo este conceito duas retas são ditas paralelas se elas estão no mesmo plano e nunca se encontram.

Entretanto, quando se considera a imagem tal qual a de uma fotografia, fica claro que a Geometria Euclidiana é insuficiente para descrevê-la. Na imagem as distâncias e ângulos entre retas não são preservados e retas paralelas podem se intersectar. Para sobrepor este impasse utiliza-se como modelo a Geometria Projetiva, inventada pelo matemático francês Desargues (1591-1661).

Admitindo-se uma hierarquia entre os conceitos geométricos, pode-se considerar a Geometria Euclidiana como um subconjunto da Geometria Projetiva, sendo então utilizados os elementos e alguns dos axiomas e postulados da Geometria Euclidiana.

1.1 CONCEITOS BÁSICOS DA GEOMETRIA PROJETIVA

Apresentaremos em primeiro lugar os axiomas da geometria projetiva para o espaço bidimensional, e em seguida generalizaremos para o espaço tridimensional.

Na Geometria Projetiva temos os elementos denominados de Pontos, Retas e Planos, as quais são figuras puramente abstratas. Com estes elementos podemos construir o Plano Projetivo, o qual pode ser definido como um conjunto de pontos e uma classe de subconjuntos de pontos que chamaremos de retas, e as relações de incidência entre estes conjuntos, que satisfazem os seguintes axiomas (HARLE, s.d.):

- P1. Dados dois pontos distintos, existe uma e uma única reta que passa por estes pontos;
- P2. Em quaisquer duas retas distintas, existe um e um único ponto que as intersectam;
- P3. Toda reta possui pelo menos três pontos, dois a dois distintos;
- P4. Dado uma reta, existe pelo menos um ponto que não pertence a ela;
- P5. Existem quatro pontos, três dos quais não pertencem à mesma reta;

A propriedade P2 é a natureza fundamental do Plano Projetivo, a qual distingue-o, pelo fato de não existirem paralelismo entre retas na Geometria Projetiva.

Outro aspecto importante é a colinearidade de pontos (propriedade P3), ou seja, são ditos colineares os pontos que estão na mesma reta (HARLE, s.d.).

Com os axiomas apresentados temos caracterizado o plano projetivo, podemos agora generalizar estas definições para o espaço projetivo tridimensional acrescentando o seguinte axioma:

P6. Dado um plano e uma reta fora deste plano, esta intersecta o plano em um único ponto.

Portanto, dados quatro pontos p_1, p_2, p_3, p_4 , três deles p_2, p_3, p_4 pertencem ao plano Φ , ao conjunto de todos os pontos da reta que passa por p_1 e intersecta os pontos do plano e ao conjunto das retas formadas por estes pares de pontos, são ditos espaços projetivos de dimensão três, determinados por p_1 e Φ .

No espaço projetivo temos ainda uma classe especial de pontos e retas denominados de impróprios ou também conhecidos como ideais, que surgem da intersecção de duas retas ou dois planos paralelos, os quais somente se intersectam no infinito.

1. 1. 1 PERSPECTIVIDADE

O processo geométrico para a formação da imagem em um quadro foi muito bem registrado pelo pintor renascentista alemão Albrecht Dürer. Baseado em sua obra, podemos imaginar o seguinte experimento, para exemplificar o conceito de perspectividade.

Tomaremos um ponto (P) qualquer para representar o olho do observador e, no seu campo de visão, um objeto qualquer (O). Consideraremos a existência de um anteparo transparente (V) entre o observador e o objeto. Quando o observador olhar para um determinado ponto no objeto, teremos um raio de luz partindo do objeto e chegando aos seus olhos (a simplificação se faz necessária neste momento). Este raio cruza o anteparo no ponto de intersecção (O'), o qual será marcado apropriadamente, desta forma, o ponto (O) torna-se invisível para o observador. A reta P O', resultante, irá ter o mesmo efeito aos olhos do observador que a reta P O original. Pintando

apropriadamente no anteparo todos os pontos observáveis no objeto, teremos a imagem do objeto formada neste plano tal qual a percebida pelos olhos do observador.

Utilizando este conceito, podemos dizer que a perspectividade está associada à idéia de correspondência entre pontos por projeção e da sua relação biunívoca, tal qual na representação objeto imagem obtida em uma fotografia.

Esta representação da perspectividade pode ser modelada matematicamente como uma função do tipo:

$$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}'$$

onde, um ponto \mathbf{A} na reta \mathbf{R} estará em correspondência com outro ponto \mathbf{A}' na reta \mathbf{R}' através de f , utilizaremos para tal enunciado, a notação $\mathbf{A}' = f(\mathbf{A})$. Por outro lado, se admitirmos g como função de correspondência do ponto \mathbf{A}' na reta \mathbf{R}' com o ponto \mathbf{A} na reta \mathbf{R} , que notaremos como $\mathbf{A} = g(\mathbf{A}')$, fica claro que esta função inverte a ação de f e assim, admite-se que f tem uma inversa (f^{-1})

$$f^{-1} = g: \mathbf{R}' \rightarrow \mathbf{R}$$

Desta forma, diz-se que os pontos de \mathbf{R} e \mathbf{R}' estão em correspondência biunívoca estabelecida pela perspectividade f (MOISE, 1974).

Para toda composição finita de perspectividade, que após sucessivas transformações, conserva a correspondência biunívoca entre pontos, diz-se que é uma **Projetividade**.

Ao operador biunívoco entre espaços projetivos, que opera pontos em pontos, e retas em retas e preserva as relações de incidência, dá-se o nome de **Colineação**.

Para ilustrar as definições anteriores, utilizaremos a figura 1.1, na qual está representada uma assim chamada **colineação** ou também conhecida como **transformação projetiva**. Para sua construção tomaremos o ponto \mathbf{O} no plano π que se intersecta com o plano π' formando a reta s . Sendo \mathbf{P}_1 e \mathbf{P}_2 dois pontos quaisquer, fora destes planos, colineares com \mathbf{O} . Por projeção de \mathbf{P}_1 , o ponto \mathbf{A} no plano π é relacionado ao ponto \mathbf{A}_1 no plano π' . E por projeção de \mathbf{P}_2 , o ponto \mathbf{A}_1 no plano π' é relacionado ao ponto \mathbf{A}' no plano π . Por estas duas projeções **Perspectivas** temos definida uma **Projetividade**, que associa o ponto \mathbf{A} com o ponto \mathbf{A}' .

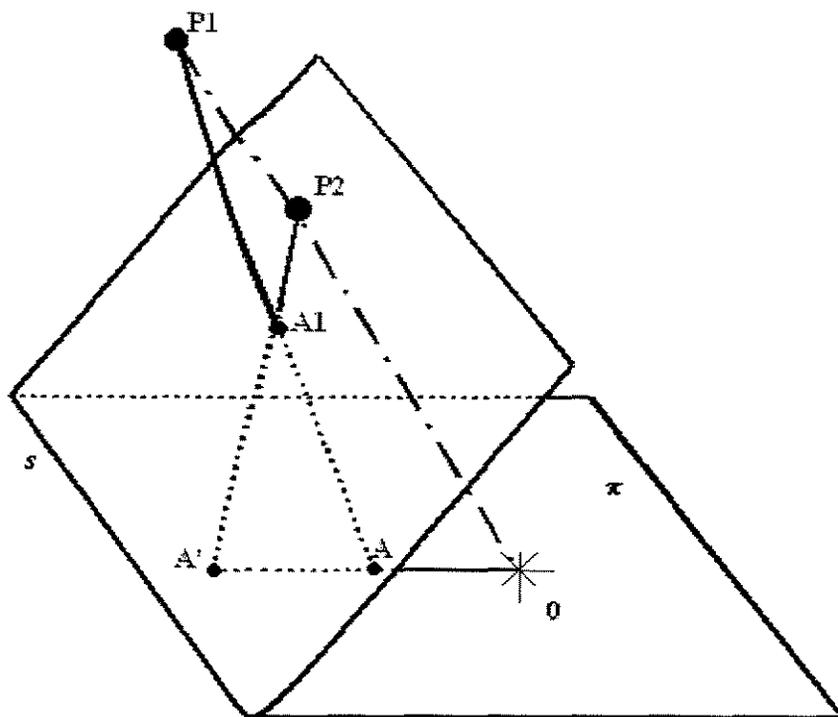


Figura 1.1 Transformações Perspectivas, segundo HORADAM, 1970.

Denomina-se Colineação Central quando está fixo no plano o ponto O e a reta s . Por sua vez, se o ponto O pertencer a reta s esta colineação é chamada de Elação, a qual deixa invariante todos os pontos da reta s e todas as retas que passam por O ; por outro lado, quando o ponto O estiver fora da reta s esta colineação é uma Homologia, a qual deixa invariantes o ponto O , todos os pontos da reta s e as retas que passam por O . Sendo o ponto O comum à reta $P_1 P_2$ e ao plano π , considerado o centro desta homologia, e a reta s comum aos dois planos o eixo da homologia.

1.1.2 TEOREMA FUNDAMENTAL DA GEOMETRIA PROJETIVA

Utilizando a propriedade Projetiva da correspondência biunívoca entre pontos em duas ou mais retas distintas, e o axioma P3 apresentado anteriormente, o qual estabelece a existência na reta de pelo menos três pontos, dois a dois distintos, podemos formular o Teorema Fundamental da Geometria Projetiva:

Existe e é única, uma Projetividade que associa três pontos distintos de uma reta, com três outros pontos igualmente distintos de outra reta diferente da primeira.

Para evidenciar este teorema, introduziremos a seguinte proposição: Seja \mathbf{R} e \mathbf{R}' duas retas distintas, e os pontos $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ e $\mathbf{A}', \mathbf{B}', \mathbf{C}'$ igualmente distintos em \mathbf{R} e \mathbf{R}' respectivamente. O teorema fundamental preconiza que existe e é única uma projetividade $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}'$, tal que:

$$\mathbf{A}' = f(\mathbf{A}) ; \quad \mathbf{B}' = f(\mathbf{B}) ; \quad \mathbf{C}' = f(\mathbf{C})$$

Na associação biunívoca entre os pontos $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ com os respectivos pontos $\mathbf{A}', \mathbf{B}', \mathbf{C}'$ temos definido as retas projetivas entre estes pontos e o Centro de Projeção.

O Teorema Fundamental da Geometria Projetiva dá uma descrição da colineação. Considerando que a inversa de uma colineação e a composição de colineações (se definida), são igualmente colineação, formando assim um grupo de colineação, a qual será discutida na sua forma algébrica no capítulo seguinte.

CAPÍTULO I I

FUNDAMENTOS ALGÉBRICOS

Neste capítulo, apresentaremos os fundamentos algébricos para as transformações projetivas estudadas anteriormente, e apresentaremos algebricamente o Teorema Fundamental da Geometria Projetiva.

Estudaremos as Projetividades através das propriedades que definem a noção de grupo de transformações, utilizaremos principalmente a idéia de Grupos de Colinações apresentada por HORADAM (1970) em seu livro *Undergraduate Projective Geometry*.

A necessidade de dar uma interpretação numérica para a estrutura geométrica, exige adotar um sistema de coordenadas, cujos fundamentos básicos podem ser encontrados com mais detalhes em livros, tais como CHISINI (1954) *Lezioni di Geometria Analitica e Proiettiva*.

2.1 GRUPOS DE TRANSFORMAÇÕES LINEARES

A idéia de *grupo de transformação* é uma estrutura importante para a Geometria Projetiva. O conceito da conexão entre a Geometria com a Teoria de Grupos foi elaborado, pelo matemático alemão Félix Klein em 1872.

As colineações projetivas (ou transformações projetivas) apresentadas no capítulo anterior, quando estudadas segundo a estrutura de grupo das transformações lineares, devem satisfazer as seguintes propriedades:

1. *A inversa de uma transformação projetiva é também uma transformação projetiva*
2. *Composições sucessivas de um número finito de transformações projetivas é equivalente a uma única transformação projetiva.*

Entretanto para as soluções algébricas que se pretende dar às transformações projetivas, introduziremos o sistema de coordenadas homogêneas.

2.2 COORDENADAS HOMOGÊNEAS

No espaço projetivo temos a coleção de todos os pontos, impróprios ou não, e os elementos por eles formados, denominados retas e planos. Um ponto com n -dimensão no espaço euclidiano é representado por $(n+1)$ -dimensão no espaço projetivo.

A existência dos pontos impróprios presentes no espaço projetivo impossibilita descrevê-los analiticamente em um sistema de coordenadas tal como o Cartesiano. Entretanto para trabalhar com os pontos impróprios foi introduzido no espaço projetivo o sistema de coordenadas homogêneas.

A representação do ponto no espaço projetivo 3D dá-se pelas coordenadas homogêneas através da quadrupla ordenada (x, y, z, h) , nem todos zeros – fica excluído a coordenada $(0,0,0,0)$. Ao multiplicarmos estas quatro coordenadas por um mesmo número diferente de zero, por exemplo $k(x, y, z, h)$ que é igual a (kx, ky, kz, kh) , ainda assim, obtemos as coordenadas Homogêneas deste mesmo ponto. Portanto, neste sistema de coordenadas todos os pontos em uma dada direção são relevantes.

São assim chamados homogêneos, uma vez que qualquer ponto representado neste sistema, depende somente da razão das coordenadas, e o produto por qualquer escalar $k \neq 0$ resulta no mesmo valor.

Para os pontos não impróprios, temos uma quadrupla de números $(x, y, z, 1)$ e todas as quadruplas (x_1, y_1, z_1, h) proporcionais a ela, de tal forma que:

$$x_1 : y_1 : z_1 : h = k(x : y : z : 1)$$

onde: $x_1 = kx$; $y_1 = ky$; $z_1 = kz$; $h = k$; com $k \neq 0$.

Para as coordenadas homogêneas dos pontos impróprios, temos:

$$x_1 : y_1 : z_1 : h = k(x : y : z : 0)$$

onde: $x_1 = kx$; $y_1 = ky$; $z_1 = kz$; $h = 0$

Portanto, dada uma reta e sua direção, qualquer ponto nesta direção é dito Homogêneo, de tal forma que o ponto impróprio fica determinado através da quadrupla ordenada $k(x, y, z, 0)$ para qualquer valor de $k \neq 0$.

As coordenadas Homogêneas (x, y, z, h) do ponto no espaço projetivo, relacionam-se com as coordenadas Cartesianas (X, Y, Z) , através da seguinte estrutura:

$$X = \frac{kx}{kh}; \quad Y = \frac{ky}{kh}; \quad Z = \frac{kz}{kh} \quad (k \neq 0)$$

No estudo de grupos de transformações, temos os invariantes projetivos. Um invariante é uma propriedade que não se altera por dadas transformações. As relações de incidência, colinearidade e a razão do produto cruzado, são propriedades invariantes por transformações projetivas.

Estudaremos a seguir um destes invariantes, a razão do produto, o qual é extremamente importante para as operações algébricas da projetividade.

2.3 RAZÃO DO PRODUTO CRUZADO

Dado sobre uma reta, quatro pontos A, B, C, D dois a dois distintos ou em coordenadas (a, b, c, d) , por definição a razão do produto cruzado dos quatro pontos escreve-se:

$$A B C D = \frac{A B C}{A B D} = \frac{(c-a)}{(c-b)} : \frac{(d-a)}{(d-b)} = \frac{(a-c)(b-d)}{(a-d)(b-c)} = \frac{a b c}{a b d} = a b c d$$

Esta razão assim definida não se transforma através de uma projetividade sendo, portanto o invariante desta geometria (HORADAM, 1970).

A razão do produto cruzado pode ser vista como a coordenada de um quarto ponto na base dos três primeiros. Desta forma podemos aplicá-la para operar algebricamente uma projetividade.

2.4 EXPRESSÃO ALGÉBRICA DA PROJETIVIDADE

Consideremos as retas r e r' , sobre r toma-se os pontos A, B, C e X , distintos, a esses pontos correspondem, pela razão do produto cruzado, outros pontos distintos A', B', C' e X' sobre r' , tal como:

$$(A, B; C, X) = (A', B'; C', X').$$

ou:

$$\frac{AC}{BC} : \frac{AX}{BX} = \frac{A'C'}{B'C'} : \frac{A'X'}{B'X'}$$

em coordenadas:

$$\frac{c-a}{c-b} : \frac{x-a}{x-b} = \frac{c'-a'}{c'-b'} : \frac{x'-a'}{x'-b'}$$

substituindo na equação acima a razão $\frac{c-a}{c-b}$ e $\frac{c'-a'}{c'-b'}$ por λ e λ' respectivamente, esta pode ser desenvolvida para:

$$\lambda (x-b)(x'-a') - \lambda' (x'-b')(x-a) = 0$$

onde temos:

$$(\lambda - \lambda') xx' + (\lambda'b' - \lambda a') x + (\lambda'a - \lambda b) x' + (\lambda a'b - \lambda'a b') = 0$$

Substituindo os coeficientes $(\lambda - \lambda')$, $(\lambda'b' - \lambda a')$, $(\lambda'a - \lambda b)$ e $(\lambda a'b - \lambda'a b')$ por α , β , γ e δ respectivamente, a expressão analítica da Projetividade assume a forma:

$$\alpha xx' + \beta x + \gamma x' + \delta = 0 \quad (2.1)$$

onde os parâmetros α , β , γ e δ são todos diferentes de zero para o caso geral.

Algumas considerações sobre a expressão analítica da Projetividade:

- É uma equação bilinear.
- Conserva a razão do produto cruzado
- É inteiramente determinada quando são conhecidos os valores dos parâmetros α , β , γ e δ .
- Ao dividir a equação por qualquer um de seus parâmetros, por exemplo, α temos:
 $(\alpha/\alpha)xx' + (\beta/\alpha)x + (\gamma/\alpha)x' + (\delta/\alpha) = 0$ ou $xx' + Qx + Rx' + S = 0$, onde resulta que, dado três pares de valores para x_i e x'_i ($i = 1,2,3$), resolvemos esta equação, obtendo algebricamente a solução para o Teorema Fundamental da Projetividade .

Para destacar a correspondência entre os pontos $x \rightarrow x'$ ou $x' \rightarrow x$, escreveremos a expressão analítica da projetividade como:

$$x' = - \frac{\beta x + \delta}{\alpha x + \gamma} \quad \text{ou} \quad x = - \frac{\gamma x' + \delta}{\alpha x' + \beta} \quad (2.2a \text{ e } 2.2b)$$

Como os objetos apresentados nesta dissertação estão no espaço tridimensional, ampliaremos a equação 2.2a para esta dimensão, cuja representação será dada em coordenadas homogêneas, sendo $\rho \neq 0$ o fator de equivalência projetiva. Desta forma temos:

$$\frac{\rho x'}{\rho h'} = - \frac{\beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 z + \delta_4 h}{\alpha_{13} x + \alpha_{14} y + \alpha_{15} z + \gamma_{16} h} \quad (2.3a)$$

$$\frac{\rho y'}{\rho h'} = - \frac{\beta_5 x + \beta_6 y + \beta_7 z + \delta_8 h}{\alpha_{13} x + \alpha_{14} y + \alpha_{15} z + \gamma_{16} h} \quad (2.3b)$$

$$\frac{\rho z'}{\rho h'} = - \frac{\beta_9 x + \beta_{10} y + \beta_{11} z + \delta_{12} h}{\alpha_{13} x + \alpha_{14} y + \alpha_{15} z + \gamma_{16} h} \quad \rho \neq 0 \quad (2.3c)$$

Separando numerador e denominador do sistema de equações acima (para facilitar a visualização, substituiremos as letras gregas por a), temos:

$$\begin{aligned} \rho x' &= a_1 x + a_2 y + a_3 z + a_4 h \\ \rho y' &= a_5 x + a_6 y + a_7 z + a_8 h \\ \rho z' &= a_9 x + a_{10} y + a_{11} z + a_{12} h \\ \rho h' &= a_{13} x + a_{14} y + a_{15} z + a_{16} h \end{aligned} \quad (2.4)$$

Tomaremos a equação (2.4) na forma matricial e incorporaremos o fator de equivalência projetiva $\rho \neq 0$ aos coeficientes a_{ij} , tal como $\frac{a_{ij}}{\rho}$, com $\rho = a_{14}$.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ h' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ h \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

ou

$$y = AX$$

O sistema (2.4) e a matriz dos coeficientes A apresentam algumas propriedades interessantes, entre elas temos:

- A matriz A é não singular, portanto, existe a inversa de A ($X = A^{-1}y$).
- Os coeficientes a_{13} , a_{14} , a_{15} e a_{16} da equação (2.4) todos nulos, representam o ponto impróprio.
- Identificando os 15 coeficientes da matriz de transformação homogênea A , podemos utilizá-la para estabelecer a correspondência um-a-um entre os pontos (x', y', z', h') e (x, y, z, h) .
- Na matriz A organizamos *sub-matrizes* que operam as seguintes transformações:
 - Sub-matriz A_{ij} para $i = j = 1:3$, opera as transformações do tipo reflexão, rotação, escala local e cisalhamento.
 - Sub-matriz A_{ij} para $i = 1:3$ e $j = 4$, opera as translações.
 - Sub-matriz A_{ij} para $i = 4$ e $j = 1:3$, opera o *ponto de fuga* (vanish point)
 - Sub-matriz A_{ij} para $i = j = 4$, opera a escala geral da matriz.

Nestes dois capítulos foram apresentados alguns conceitos da Geometria Projetiva, que é a estrutura matemática apropriada para modelar o processo de formação da imagem nas câmeras de filmagem.

Apresentaremos no próximo capítulo os procedimentos de calibração e reconstrução 3D aplicados aos sistemas de análise cinemática do movimento humano.

CAPÍTULO I I I

CALIBRAÇÃO E RECONSTRUÇÃO TRIDIMENSIONAL

Os sistemas de análise cinemática de movimentos humanos, são dotados de equipamentos para aquisição de imagens (cinematográficos e vídeo, entre outros), transmissão e armazenamento de seqüências de imagens, associados a um ambiente computacional. Tem-se ainda integrados a este sistema os procedimentos de sincronização das imagens, de medição, de calibração das câmeras e reconstrução tridimensional das coordenadas do objeto de interesse.

Neste capítulo nosso objetivo concentra-se no processo de calibração das câmeras e na reconstrução tridimensional das coordenadas do objeto de interesse.

Algumas considerações gerais:

- Chamaremos de pontos de controle as marcas em uma estrutura de referência de formato qualquer que delimita a região que se deseja calibrar e onde ficará o objeto de interesse.
- Os pontos de controle têm coordenadas conhecidas em relação ao sistema de referência do laboratório.
- O objeto de interesse quase sempre é um sujeito com marcas contrastantes sobre o seu corpo, que denominaremos pontos de identificação, realizando movimentos variados de acordo com o objetivo do estudo.
- O procedimento de reconstrução permite obter as coordenadas espaciais de cada marca fixada sobre o objeto de interesse ao longo do tempo.

Utilizaremos entre outros, algumas das definições apresentas no livro editado por K.B. ATKINSON (1996) intitulado *Close Range Photogrammetry and Machine Vision*.

Obter do objeto de interesse informações tais como, posição e orientação no espaço tridimensional, tamanho, entre outras, é o princípio básico da análise cinemática do movimento humano. São necessárias para esta finalidade, pelo menos duas câmeras de filmagens sincronizadas para registrar o objeto de interesse e posterior reconstrução das coordenadas 3D deste mesmo objeto.

Para alcançar tal resultado, são necessários dois procedimentos distintos. O primeiro deles é calibrar as câmeras de filmagem utilizadas, ou seja, estimar os parâmetros internos e externos que orientam as câmeras de filmagem. O segundo procedimento é a reconstrução das coordenadas 3D do objeto de interesse, utilizando pelo menos duas câmeras devidamente calibradas.

3.1 CALIBRAÇÃO DAS CÂMERAS DE FILMAGEM

Para determinar a relação entre o objeto projetado no plano imagem e sua localização no espaço 3D (figura 3.1), definiremos primeiramente seus referenciais. Cada referencial será orientado por uma base ordenada sinistroyera i, j, k , para a qual, respectivamente, adotaremos as coordenadas cartesianas.

No espaço de referência onde está o objeto O , temos o sistema de coordenadas X_0, Y_0 e Z_0 , para referendá-lo, que também orientam as câmeras de filmagem.

Na câmera de filmagem temos o sistema de coordenadas $C_c = (X_c, Y_c, Z_c)$, cuja origem é o centro ótico da câmera. Sendo o eixo Z_c paralelo ao eixo principal (eixo ótico).

Por fim, temos o sistema de coordenadas u e v para o plano imagem. A origem deste sistema de coordenadas é a intersecção ortogonal do eixo principal com o plano imagem. Os eixos u e v são paralelos aos eixos X_c e Y_c , respectivamente.

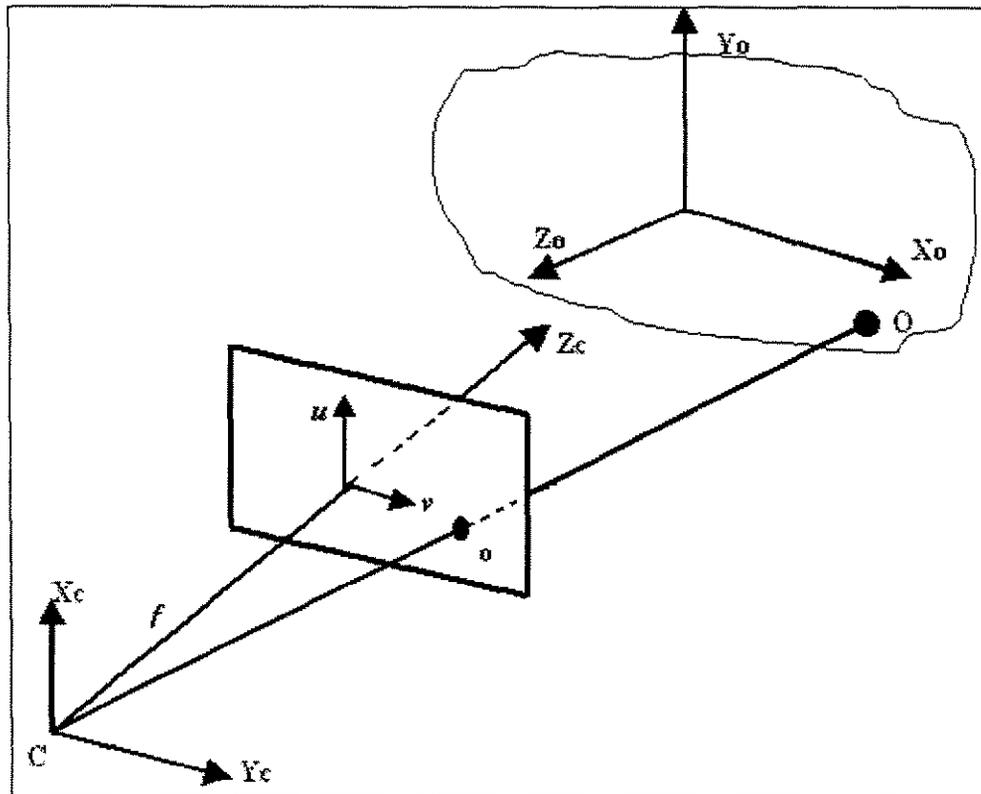


Figura 3.1 Sistema de coordenadas envolvidas no processo de calibrar as câmeras.

Como já estudado nos capítulos anteriores, a formação da imagem envolve a projeção de pontos no espaço projetivo P^3 (nesta aplicação, espaço de referência) para pontos no espaço projetivo P^2 (nesta aplicação, plano imagem).

Utilizando as coordenadas homogêneas, representaremos esta projeção perspectiva pela matriz:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \\ H_0 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Nesta equação, u , v e h são as coordenadas homogêneas do ponto o no plano imagem e X_0 , Y_0 , Z_0 e H_0 são as coordenadas homogêneas do ponto O no espaço de referência. A equação acima será indicada na forma $o = T O$, onde T é a matriz 3×4 da equação 3.1.

Podemos apontar como principal propriedade deste modelo a relação linear entre as coordenadas do espaço de referência e as do plano projetivo, ou seja, independe da escolha do sistema de coordenadas do plano imagem ou do espaço de referência, além disto, a matriz T é definida por um fator de escala (considerado uma quantidade projetiva) e de rank 3.

Entretanto, para o processo de calibrar as câmeras filmadoras, aplicados em sistemas tal qual o estudado aqui, existe a necessidade de definir além da projeção perspectiva as propriedades que orientam as câmeras de filmagem, chamados de parâmetros de calibração externos e parâmetros de calibração internos, ou seja, relacionar (X_0, Y_0, Z_0) com (X_c, Y_c, Z_c) .

3.1.1 PARÂMETROS DE CALIBRAÇÃO EXTERNOS

Em geral, as coordenadas tridimensionais do ponto \mathbf{O} no objeto é especificada em relação ao sistema de coordenadas do espaço de referência e não no sistema de coordenadas do centro de projeção (centro ótico). Sendo este último mais conveniente pelo fato do eixo Z_c ser paralelo ao eixo principal, o qual orienta os parâmetros internos das câmeras.

Neste caso, temos que efetuar uma mudança de coordenadas, do espaço de referência para as coordenadas da câmera, ou seja, aplicar uma rotação, representada pela matriz de rotação $R_{(3 \times 3)}$ e uma translação, representada pela matriz $t_{(3 \times 1)}$, utilizando a matriz que chamaremos de C_{ext} .

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ H_c \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} R & t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \\ H_0 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

A submatriz $R_{3 \times 3}$ é uma matriz de rotação que orienta a câmera em relação ao sistema de coordenadas da estrutura de referência; na coluna final temos o vetor homogêneo $t_{3 \times 1}$, que translada o sistema de coordenadas da estrutura de referência para a câmera. A matriz C_{ext} tem seis graus de liberdade, três para os ângulos de rotação nos eixos X, Y e Z e três para translação nos eixos X, Y e Z.

3.1.2 PARÂMETROS DE CALIBRAÇÃO INTERNOS

Os parâmetros internos descrevem especificamente a geometria da câmera independente da sua posição e orientação no espaço.

Usualmente são representados por uma matriz triangular superior C_{int} :

$$C_{int} = \begin{pmatrix} a & b & u_0 \\ 0 & c & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Os coeficientes desta matriz indicam os cinco parâmetros físicos internos das câmeras a serem estimados. As inter-relações entre estes parâmetros são complexas e fogem ao escopo deste trabalho.

Os coeficientes u_0 e v_0 representam as coordenadas do ponto principal, definido pela intersecção do eixo principal com o plano imagem. Estes parâmetros devem ser estimados, uma vez que nem sempre a origem do sistema de coordenadas do plano imagem coincide, como desejado, com o ponto principal.

O ponto o no plano imagem é medido em "*pixel*¹". Considerando que estas coordenadas não correspondem com as coordenadas do plano imagem u e v , a relação entre elas, juntamente com o deslocamento do centro ótico, definido pela distância focal f , serão descritos pelos coeficientes a e c .

O coeficiente b leva em conta a não ortogonalidade entre os eixos do sistema de coordenadas do plano imagem, e as linhas e colunas que identificam um ponto nas imagens digitais.

Portanto, o processo de projeção da imagem aqui estudado inclui uma matriz de projeção perspectiva e as matrizes com os parâmetros de calibração interna C_{int} e externa C_{ext} :

$$A = \begin{pmatrix} a & b & u_0 \\ 0 & c & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} R & t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

¹ *pixel*, podemos definir como elementos cujos índices de linhas e colunas identificam um ponto na imagem.

Combinando estas matrizes em uma única expressão, é possível obter parâmetros que calibrem as câmeras em suas estruturas internas e externas.

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ h \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \\ H_0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

ou em uma notação reduzida:

$$o = A O$$

A matriz $A_{3 \times 4}$ chamada matriz de calibração da câmera de filmagem, têm 11 graus de liberdade, sendo o 12º coeficiente (a_{34}) o fator de escala projetivo. Esta matriz, assim como a matriz T (equação 3.1), tem rank 3.

Utilizando o sistema 3.5, podemos escrever as coordenadas da imagem de um ponto no espaço de referência.

$$u = \frac{a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}Z + a_{14}}{a_{31}X + a_{32}Y + a_{33}Z + a_{34}} \quad (3.6)$$

$$v = \frac{a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}Z + a_{24}}{a_{31}X + a_{32}Y + a_{33}Z + a_{34}} \quad (3.7)$$

Estas duas equações descrevem a reta projetiva que passa pelo centro de projeção e o ponto projetado (u, v) , no sistema de referência do plano imagem (figura 3.1). Portanto, para qualquer ponto $O=(X_0, Y_0, Z_0)$ projetado em $o=(u, v)$ teremos duas equações.

Como este sistema de equações é um sistema homogêneo, dividiremos todos os coeficientes da matriz A por a_{34} , portanto o fator de escala projetiva a_{34} assume o valor 1.

3. 1. 3 PROCEDIMENTOS PARA CALIBRAR AS CÂMERAS

Para estimar a matriz A , necessitamos conhecer as coordenadas do ponto O localizado no espaço de referência e do seu correspondente ponto o no plano imagem.

Quase sempre, utiliza-se uma estrutura rígida com marcas de identificação, que chamaremos de pontos de controle, cujas coordenadas são conhecidas em relação a um sistema de referência do laboratório.

Uma vez filmada a estrutura de referência, podemos medir no plano imagem, as coordenadas dos pontos de controle. Temos então, as coordenadas dos pontos de controle no espaço de referência e respectivamente suas coordenadas no plano imagem, podemos estimar os coeficientes da matriz de calibração A .

Para este objetivo, reescreveremos as equações 3.6 e 3.7 como uma combinação linear:

$$(a_{11} - a_{31} u)X + (a_{12} - a_{32} u)Y + (a_{13} - a_{33} u)Z + a_{14} = u \quad (3.8)$$

$$(a_{21} - a_{31} v)X + (a_{22} - a_{32} v)Y + (a_{23} - a_{33} v)Z + a_{24} = v \quad (3.9)$$

Desta forma, obteremos $2n$ equações para n pontos. Escreveremos estas equações na forma matricial, sendo que os índices indicam o tamanho das matrizes:

$$M_{2n \times 11} \mathbf{a}_{11 \times 1} = \mathbf{p}_{2n \times 1} \quad (3.10)$$

que na forma expandida fica:

$$\begin{pmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_1 X_1 & -u_1 Y_1 & -u_1 Z_1 \\ \vdots & \vdots \\ X_n & Y_n & Z_n & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_n X_n & -u_n Y_n & -u_n Z_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & -v_1 X_1 & -v_1 Y_1 & -v_1 Z_1 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_n & Y_n & Z_n & 1 & -v_n X_n & -v_n Y_n & -v_n Z_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ \vdots \\ a_{34} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \\ v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

onde (u_i, v_i) e (X_i, Y_i, Z_i) , são respectivamente as coordenadas do espaço de referência e do plano imagem do i -ésimo ponto de controle.

Como mencionado anteriormente, necessitaremos de pelo menos 6 pontos de controle para estimar os 11 parâmetros a_{ij} de calibração incógnitos. Quanto mais pontos forem utilizados, mais linhas serão acrescentadas neste sistema.

Para este sistema de equações lineares dito supradimensionado, temos por definição 11 vetores colunas da matriz \mathbf{M} linearmente independentes, portanto ela terá igualmente 11 linhas linearmente independentes.

Resolver problemas desta natureza, com maior número de equações (linhas) do que incógnitas, significa encontrar um vetor \mathbf{a} tal que $\mathbf{M}\mathbf{a}$ seja a "melhor" aproximação para o vetor \mathbf{p} .

Entre as maneiras possíveis para obter a "*melhor*" aproximação, uma escolha freqüentemente utilizada é a dos quadrados mínimos lineares, que minimiza a soma de quadrados dos resíduos. Portanto é equivalente a resolver o seguinte sistema de equações normais:

$$(\mathbf{M}' \mathbf{M}) \mathbf{a} = \mathbf{M}' \mathbf{p} \quad (3.12)$$

Como as colunas da matriz \mathbf{M} são linearmente independentes, $(\mathbf{M}' \mathbf{M})$ tem inversa, então o vetor \mathbf{a} solução para este sistema é dado por:

$$\mathbf{a} = (\mathbf{M}' \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}' \mathbf{p} \quad (3.13)$$

Portanto as equações normais nos possibilita estimar os elementos da matriz de calibração \mathbf{A} (equação 3.5), o que equivale dizer que são obtidos os valores dos parâmetros de orientação interna e externa de cada câmera de filmagem em relação ao espaço de referência.

Temos desta forma, a matriz de calibração \mathbf{A} :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12} & \mathbf{a}_{13} & \mathbf{a}_{14} \\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22} & \mathbf{a}_{23} & \mathbf{a}_{24} \\ \mathbf{a}_{31} & \mathbf{a}_{32} & \mathbf{a}_{33} & \mathbf{a}_{34} \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Uma vez estimados os coeficientes da matriz de calibração iremos utilizá-los para a reconstrução das coordenadas do objeto de interesse.

3.2 RECONSTRUÇÃO DAS COORDENADAS TRIDIMENSIONAIS

O nosso objetivo final é obter informações sobre a posição do objeto de interesse. Uma vez registrado o seu movimento, a localização espacial de um ponto qualquer ligado ao objeto, pode ser obtida através da reconstrução tridimensional de suas coordenadas em cada instante.

Como cada câmera de filmagem registra a projeção do ponto no plano imagem, para descrever tal ponto no espaço, existe a necessidade de utilizar pelo menos duas câmeras de filmagem calibradas e sincronizadas, registrando o mesmo ponto.

Uma vez medido no plano imagem, de pelo menos duas câmeras, as coordenadas de um ponto no objeto de interesse, e conhecendo os valores dos parâmetros de calibração para cada câmera de filmagem, podemos obter as coordenadas tridimensionais deste ponto.

Para chegar a tal resultado, ou seja, reconstruir as coordenadas tridimensionais do objeto de interesse os coeficientes de calibração de pelo menos duas câmeras deverão ser combinados em uma única equação.

Uma vez que estas câmeras estão calibradas, segundo o procedimento descrito anteriormente, teremos pelos menos duas matrizes A cujos coeficientes indicam as relações geométricas dos referenciais nos planos de projeção com o referencial no espaço de filmagem para cada câmera.

Na reconstrução das coordenadas tridimensionais, utiliza-se a combinação dos coeficientes de calibração de pelo menos duas câmeras, que são organizados a partir das equações 3.6 e 3.7 de cada câmera, as quais reorganizaremos como:

$$(a_{11}^k - a_{31}^k u^k)X + (a_{12}^k - a_{32}^k u^k)Y + (a_{13}^k - a_{33}^k u^k)Z + a_{34}^k - u^k = 0 \quad (3.14)$$

$$(a_{21}^k - a_{31}^k v^k)X + (a_{22}^k - a_{32}^k v^k)Y + (a_{23}^k - a_{33}^k v^k)Z + a_{34}^k - v^k = 0 \quad (3.15)$$

o índice superior k indica o número de câmera de filmagem utilizada. Temos para cada ponto no objeto de interesse as coordenadas u e v , medidas no plano imagem das câmeras, e temos também os parâmetros de calibração a_{ij} para cada câmera. Sendo X , Y e Z as coordenadas do ponto, o qual desejamos reconstruir.

Das equações 3.14 e 3.15, montamos o sistema $C P = q$, que na forma matricial aparece como:

$$\begin{pmatrix} (a_{11}^1 - a_{31}^1 u^1) & (a_{12}^1 - a_{32}^1 u^1) & (a_{13}^1 - a_{33}^1 u^1) \\ (a_{21}^1 - a_{31}^1 v^1) & (a_{22}^1 - a_{32}^1 v^1) & (a_{23}^1 - a_{33}^1 v^1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ (a_{11}^k - a_{31}^k u^k) & (a_{12}^k - a_{32}^k u^k) & (a_{13}^k - a_{33}^k u^k) \\ (a_{21}^k - a_{31}^k v^k) & (a_{22}^k - a_{32}^k v^k) & (a_{23}^k - a_{33}^k v^k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u^k - a_{14}^k \\ v^k - a_{24}^k \\ u^{k+1} - a_{14}^{k+1} \\ v^{k+1} - a_{24}^{k+1} \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

O índice superior k indica o número de câmeras utilizadas, sendo necessário, como apontado anteriormente pelo menos duas câmeras de filmagem calibradas e sincronizadas registrando o mesmo ponto.

Como é necessário utilizar pelo menos duas câmeras para registrar o objeto de interesse, teremos um sistema de equações lineares superdimensionado, com pelo menos quatro equações para três incógnitas que são as coordenadas do ponto a serem reconstruídas.

A solução para este sistema de equações lineares superdimensionado será dado por aproximação por quadrados mínimos lineares, e as coordenadas X , Y , Z estimadas pelas equações normais.

3.2.1 INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA RECONSTRUÇÃO

Podemos notar na matriz C do sistema de equações (3.16) para reconstrução das coordenadas 3D do ponto no objeto de interesse, que seus coeficientes são combinações lineares dos vetores básicos que definem um plano no \mathbf{R}^3 .

Para tal averiguação, escreveremos a decomposição da matriz C do sistema (3.16) como:

$$\begin{pmatrix} (a_{11}^k \ a_{12}^k \ a_{13}^k) - u^k (a_{31}^k \ a_{32}^k \ a_{33}^k) \\ (a_{21}^k \ a_{22}^k \ a_{23}^k) - v^k (a_{31}^k \ a_{32}^k \ a_{33}^k) \\ (a_{11}^{k+1} \ a_{12}^{k+1} \ a_{13}^{k+1}) - u^{k+1} (a_{31}^{k+1} \ a_{32}^{k+1} \ a_{33}^{k+1}) \\ (a_{21}^{k+1} \ a_{22}^{k+1} \ a_{23}^{k+1}) - v^{k+1} (a_{31}^{k+1} \ a_{32}^{k+1} \ a_{33}^{k+1}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u^k - a_{14}^k \\ v^k - a_{24}^k \\ u^{k+1} - a_{14}^{k+1} \\ v^{k+1} - a_{24}^{k+1} \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Neste sistema de equações para a câmera k , temos os vetores $\mathbf{V}_1 = (a_{11} \ a_{12} \ a_{13})$, $\mathbf{V}_2 = (a_{21} \ a_{22} \ a_{23})$ e $\mathbf{V}_3 = (a_{31} \ a_{32} \ a_{33})$ que definem uma base no \mathbf{R}^3 , como apresentado na figura 3.2.

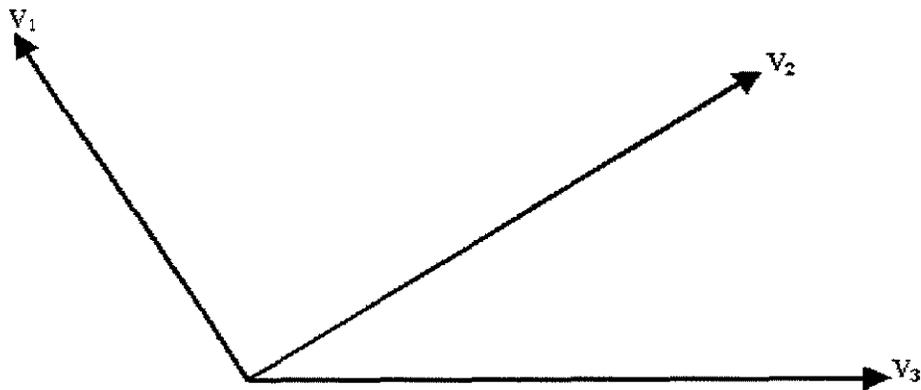


Figura 3.2 Base no \mathbf{R}^3 definida pelos vetores \mathbf{V}_1 , \mathbf{V}_2 e \mathbf{V}_3 de uma câmera calibrada.

A posição relativa dos vetores V_1 , V_2 e V_3 , os quais são formados pelos coeficientes da matriz de calibração, depende dos pontos escolhidos para calibrar as câmeras de filmagem. Para cada diferente conjunto de pontos e câmera, temos uma nova disposição dos vetores que formam esta base.

A partir da posição relativa dos vetores V_1 , V_2 e V_3 , e das coordenadas u e v medidas no plano imagem, obtemos os vetores básicos $(V_1 - uV_3)$ e $(V_2 - vV_3)$ que definem um plano no R^3 , representados na figura 3.3.

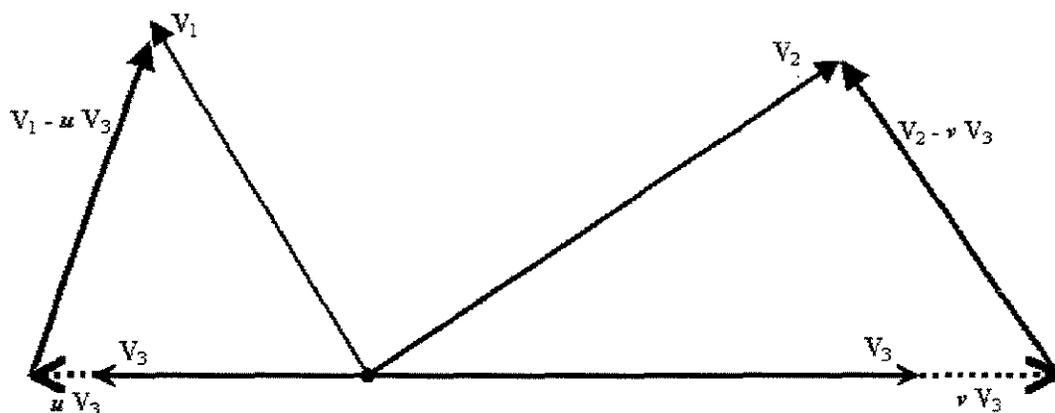


Figura 3.3 Vetores básicos que definem um plano no R^3 . $(V_1 - uV_3)$ para a coordenada u e $(V_2 - vV_3)$ para a coordenada v

Tomando-se o vetor normal ao plano formado pelos vetores básicos, em cada câmera utilizada, temos na interseção dos vetores normais que orientam estes planos, o ponto reconstruído (figura 3.4).

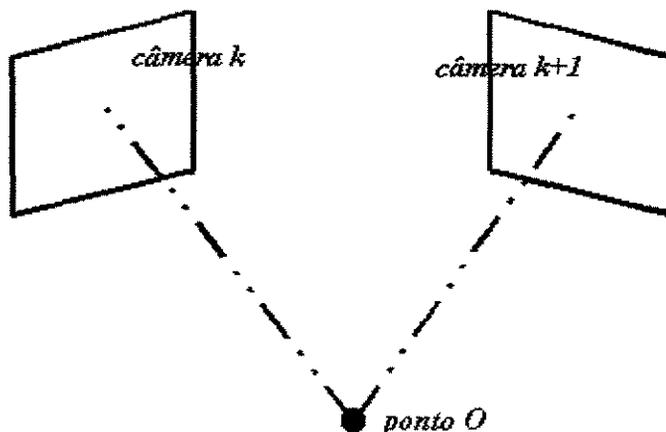


Figura 3.4 Interseção no ponto O dos vetores normais aos planos formados pelos vetores básicos das câmeras k e $k+1$.

Desta forma, fica evidente que a qualidade da reconstrução das coordenadas tridimensionais do objeto de interesse depende de como são estimados os parâmetros de calibração. Sobretudo na escolha dos pontos de controle utilizados na calibração, porque esta escolha irá definir a posição relativa dos vetores formados pelos coeficientes da matriz de calibração.

A relação ortogonalidade e comprimento dos vetores V_1 , V_2 e V_3 , é um fator que pode gerar um maior volume da base formada pelos vetores dos coeficientes. Este fato, e a colocação no sistema de equações das coordenadas do plano imagem u e v , do ponto a ser reconstruído, influenciam o volume gerado pelos vetores básicos.

Podemos especular que o maior volume gerado pelos vetores básicos tenham alguma relação com qualidade da reconstrução das coordenadas tridimensional do ponto no objeto de interesse.

Considerando a escolha dos pontos de controle no espaço de referência e sua relação com as câmeras de filmagem um fator determinante para a qualidade dos parâmetros de calibração, que por extensão melhora a acurácia das coordenadas do objeto reconstruído, estudaremos no próximo capítulo os procedimentos na escolha dos pontos de calibração.

CAPÍTULO I V

GEOMETRIA E OTIMIZAÇÃO DOS PONTOS DE CONTROLE

Quando utilizamos sistemas de videometria para investigar movimentos no âmbito da biomecânica, um dos pontos críticos ligados a acurácia das medidas, diz respeito à calibração das câmeras de filmagem.

Em grande parte dos sistemas de calibração, utiliza-se uma estrutura onde estão localizados pontos de controles com coordenadas conhecidas, que são referências para estimar os parâmetros de calibração das câmeras de filmagem.

Quase sempre, existem nesta estrutura muitos pontos de controle, permitindo utilizar, por questões práticas, uma seleção destes pontos. Entretanto, os critérios para a escolha dos pontos que serão utilizados, são poucos abordados pela literatura especializada pesquisada.

Alguns estudos apontam para a necessidade de se ter uma distribuição uniforme dos pontos de controle que envolva a maior parte do espaço que se deseja calibrar (CHEN, et al. 1994, WOOD, et al. 1986, BORGHESE, et al. 1997).

As soluções apresentadas, geralmente consistem em aumentar o número de pontos utilizados, na tentativa de obter uma distribuição aceita como "ideal". Entretanto, segundo CHEN, et al. (1994) a configuração "ideal" dos pontos de controle não pode ser definida claramente, pois irá depender de uma particular localização das câmeras em relação ao espaço de referência.

Desta forma, estudaremos neste capítulo as configurações dos pontos de controle segundo a geometria que estes apresentam na relação com as câmeras de filmagem a serem calibradas. Tendo como objetivo, procurar uma particular geometria dos pontos de controle que otimize os parâmetros de calibração.

Como já apresentado, a calibração das câmeras de filmagem tem por finalidade identificar os coeficientes da matriz da transformação projetiva, utilizando como referência às medidas das coordenadas dos pontos de controle no espaço de referência e plano de projeção, obtendo desta forma, a orientação e posição das câmeras em relação ao ambiente onde serão realizados os movimentos de interesse.

A escolha dos pontos de controle para a calibração é realizada livremente segundo a posição de cada câmera em relação a estes pontos, o que implica que um determinado ponto pode ser uma escolha adequada para uma câmera e inadequada para outra câmera.

Segundo alguns autores (WOOD, et. all., 1986; CHEN, et. all., 1994; BORGHESE, et. all., 1997) para uma escolha adequada dos pontos de controle deve-se levar em conta sua posição em relação aos outros escolhidos, de tal forma, que se obtenha uma distribuição homogênea dos pontos utilizados.

Contudo, embora desejável, não é possível distinguir claramente qual a melhor distribuição dos pontos de controle. Para contornar esta dificuldade utiliza-se, quando possível, um grande número de pontos.

Entretanto, há um limite para tal procedimento, pois além de um determinado número, a inclusão de mais pontos de controle não melhora significativamente a acurácia na calibração (CHEN, 1994).

Assim, podemos supor que existe uma particular posição para alguns pontos de controle em relação as câmeras filmadoras onde os parâmetros de calibração são ótimos.

Portanto, pode-se pensar na possibilidade de otimizar a escolha dos pontos de controle, de tal forma que são escolhidos somente aqueles pontos que são verdadeiramente significativos, e assim melhorar a acurácia dos parâmetros de calibração.

Desta forma, apresentaremos neste capítulo um procedimento para otimizar a escolha dos pontos de controle, controlando a distribuição e quantidade de pontos utilizados.

4.1 GEOMETRIA DA MATRIZ DE CALIBRAÇÃO

Conforme apresentado no capítulo III, a calibração das câmeras de filmagem envolve o registro cinematográfico ou vidiográfico, dos pontos de referência cujas coordenadas são conhecidas.

Utilizando pelo menos seis destes pontos de referência, é possível estimar os coeficientes da matriz de calibração para cada câmera.

Assim, para cada diferente conjunto de 6 pontos obtemos, para a mesma câmera, uma nova matriz de calibração. Utilizando este procedimento para muitos pontos de controle (>6), é possível obter várias matrizes de calibração. Podemos supor que entre as diversas matrizes de calibração obtidas desta forma, existe aquela que pode ser considerada ótima.

Portanto precisaremos estabelecer alguns critérios para avaliar qual das matrizes de calibração, em uma mesma câmera, pode ser eleita como ótima.

Para que possamos melhor situar este problema, utilizaremos a matriz de calibração (equação 3.14) do Capítulo III:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix}$$

Tal qual apresentado anteriormente, mostraremos a figura 3.2 do capítulo III, a qual representa a geometria dos coeficientes da matriz A :

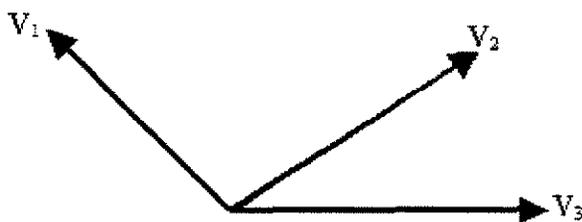


Figura 4.1: Geometria dos coeficientes da matriz A .

Os vetores V_1 , V_2 e V_3 representam respectivamente, as linhas $(a_{11} \ a_{12} \ a_{13})$, $(a_{21} \ a_{22} \ a_{23})$ e $(a_{31} \ a_{32} \ a_{33})$ da matriz A , as quais representam as equações que descrevem a reta projetiva entre o ponto no espaço de referência e sua imagem no plano imagem, passando pelo centro de projeção.

Baseado na figura 4.1. podemos quantificar o volume gerado pela posição geométrica dos vetores V_1 , V_2 e V_3 . Sendo que o máximo volume pode ser interpretado como resultado da melhor posição relativa destes vetores.

Sendo assim, podemos usar o volume como critério para classificar as diferentes matrizes de calibração em uma mesma câmera.

Portanto, é razoável supor que dentre as várias matrizes de calibração A , obtidas para mesma câmera, aquela com maior volume possa ser caracterizada como a otimal.

Entretanto, obter a matriz de calibração otimal através deste procedimento, pode em muitos casos não ser viável do ponto de vista computacional, uma vez que necessitaríamos de muitas operações, para chegar na escolha final. Contudo podemos simplificar os procedimentos, se selecionarmos diretamente o conjunto de pontos que determinam a matriz de calibração otimal, a partir da matriz do operador linear (M) do sistema de equações de calibração (3.11) apresentado no Capítulo III.

4.2 CONFIGURAÇÃO DOS PONTOS DE CALIBRAÇÃO

Conforme estudado anteriormente, os coeficientes da matriz de calibração são estimados usando a relação entre as coordenadas dos pontos distribuídos no espaço de referência e seus equivalentes medidos no plano imagem da câmera de filmagem a ser calibrada.

Segundo CHEN et al. (1994), embora seja desejável controlar a distribuição e localização dos pontos de controle, não é possível descobrir explicitamente qual é a melhor distribuição em relação as câmeras utilizadas.

Contudo, se considerarmos a localização e distribuição dos pontos de controle relativo a posição das câmeras de filmagem como configurações geométricas, podemos inferir que existe uma configuração otimal que possibilite obter os coeficientes da matriz de calibração, que pelo critério do volume, seja o maior deles.

Para a escolha dos pontos de controle a opção é por aqueles que preenchem o máximo possível toda a região que se deseja controlar, o que leva a uma tendência em obter um elevado número de pontos.

O aumento no número de pontos de controle, além da possibilidade de melhorar sua distribuição, reflete também nos parâmetros de calibração quando estes são estimados utilizando o método dos quadrados mínimos, sendo que este aumento pode reduzir a influência dos erros aleatórios dos pontos individuais.

Outro fato a considerar é o equacionamento do modelo adotado para obter os parâmetros de controle através da matriz do operador \mathbf{M} (equação 3.11, Capítulo III).

No modelo apresentado, os coeficientes da matriz \mathbf{M} são determinados por duas unidades de medida, uma para as coordenadas dos pontos de controle na estrutura de referência, quase sempre utiliza-se centímetros ou milímetros, e outra para as coordenadas dos pontos de controle no plano imagem, determinada em *pixel*.

Tal fato implica que, alguns dos coeficientes desta matriz irão ter valores elevados, enquanto outros terão valores pequenos quando comparados aos primeiros, além do que vários coeficientes serão nulos.

Nestas condições, a matriz \mathbf{M} é dita mal condicionada, apresentando número de condição grande. O cálculo numérico para resolver este sistema de equações pode gerar uma série de incertezas, o que leva a uma falta de precisão na estimativa dos parâmetros de calibração.

Portanto, parece adequado pensar em equacionar o modelo utilizado para calibrar as câmeras de filmagem, para desta forma tentar melhorar a acurácia das medidas apresentadas na reconstrução do movimento estudado.

Apresentaremos a seguir uma proposta para estudar a geometria dos pontos de controle e sua relação com as câmeras filmadoras, possibilitando identificar e classificar as qualidades de configurações de pontos de controle.

4.3 PROCEDIMENTO MATEMÁTICO

Como mostrado na equação 3.10 do Capítulo III, para calibrar as câmeras de filmagem precisamos escolher pelo menos 6 pontos de controle, sendo que cada um deles gera duas linhas, assim temos o sistema:

$$\mathbf{M}_{2n \times 11} \mathbf{a}_{11 \times 1} = \mathbf{p}_{2n \times 1} \quad (4.1)$$

onde $n \geq 6$.

Considerando que na matriz \mathbf{M} as coordenadas dos pontos de controle estão no espaço \mathbf{R}^{11} (relativo ao número de colunas linearmente independentes), podemos admitir como ideal e ótimo a configuração de pontos onde os eixos, representadas pelos vetores linhas da matriz \mathbf{M} , são ortogonais entre si, sendo esta condição o máximo volume da matriz \mathbf{M} .

Desta forma estamos associando a idéia de volume para caracterizar uma certa posição de determinado conjunto de pontos de controle no espaço de referência, em relação à câmara utilizada para filmagem.

Para uma interpretação geométrica de volume de uma matriz quadrada, podemos utilizar o valor do determinante de uma matriz quadrada. Iremos assim, considerar o valor absoluto do determinante da matriz $(\mathbf{M}^t \mathbf{M})_{(11 \times 11)}$, como sendo o volume gerado por uma determinada configuração de pontos de controle.

Por definição a matriz \mathbf{M} é retangular, com maior número linhas do que de colunas, ou seja, existem mais pontos de controle do que o número de parâmetros de calibração para serem estimados.

Assim podemos questionar o que ocorre com as $2n$ linhas de cada coluna da matriz \mathbf{M} quando tomamos $\mathbf{M}^t \mathbf{M}$, isto é, como $\mathbf{M}^t \mathbf{M}$ tem dimensão (11×11) , o produto interno mascara o conteúdo da matriz \mathbf{M} ($2n \times 11$) que é retangular.

Uma solução é examinar as componentes da matriz $\mathbf{M}^t \mathbf{M}$, utilizando para isto, subespaços \mathbf{V}_j de tamanho menores, digamos $(p \times 11)$ onde $p \geq 11$, através de projeções deste volume sobre todas as submatrizes obtidas quando escolhe-se por combinação p linhas de $\mathbf{M}_{(2n \times 11)}$.

Esta estrutura é dita determinante de Gram ou Grammiano (SHILOV, 1971, pg. 230). Assim, o quadrado do volume do hiperplano gerado pelas linhas da matriz \mathbf{M} , é igual a soma dos quadrados dos volumes de todos os subespaços p -dimensionais, tal enunciado é dado pela expressão:

$$\det(\mathbf{M}^t \mathbf{M}) = \sum \det^2 \mathbf{V}_j \quad (4.2)$$

Desta forma, são explicitadas as contribuições parciais de cada subespaço que estão ligados a $\mathbf{M}^t \mathbf{M}$, e portanto os subconjuntos de pontos que representam determinada configuração.

Temos agora que estabelecer uma relação de grandeza entre os volumes parciais de \mathbf{V}_j e o volume total de $\mathbf{M}^t \mathbf{M}$.

Para representar tal relação, utilizaremos a função peso w que expressa a razão entre os volumes parciais e totais, através da expressão:

$$w_j = \frac{\det^2 V_j}{\det(M'M)} \quad (4.3)$$

desta forma, os pesos w_j são os valores dos pesos da j -ésima submatriz, os quais representam os volumes parciais em relação ao geral, e por eles podemos classificar as submatrizes.

Resolvendo o sistema através das equações normais, obtêm-se os parâmetros de calibração a (equação 4.1) e a_j que são os subconjuntos de \mathbf{M} . Conforme BERG (1986), a é uma combinação convexa dos a_j associados aos pesos w_j (equação 4.3).

$$a = \sum w_j V_j^{-1} p_j \quad (4.4)$$

Sendo p_j as coordenadas no plano imagem do ponto o ligados aos subconjuntos V_j .

Desta forma, ao escolher o peso w_j de maior valor, identifica-se os parâmetros de calibração a_j mais próximos de a .

Portanto, ao identificar o subconjunto de maior peso, pode-se estimar os a_j relativo a este subconjunto, sendo esta solução considerada ótima, pois teremos encontrado aquele conjunto que dentre todos os disponíveis apresentam o maior volume e, portanto tem a "melhor" configuração para os pontos de controle.

Aplicaremos a seguir os procedimentos descritos acima, em um experimento idealizado para otimizar a escolha dos pontos de controle utilizados para calibrar as câmeras de filmagem.

CAPÍTULO V

SELEÇÃO OTIMAL DOS PONTOS DE CONTROLE

Neste capítulo apresentaremos um experimento onde será aplicado o algoritmo para seleção das configurações ótimas dos pontos de controle.

A noção de configurações ótimas aplicadas neste capítulo segue algumas considerações elaboradas por CHEN et. al. (1994), segundo o qual alguns critérios na escolha dos pontos devem ser observados para a acurácia na estimativa dos parâmetros de calibração:

- Distribuição uniforme dos pontos de controle
- Proporção dos pontos de controle no espaço de referência

O objetivo deste experimento é aplicar a metodologia proposta para selecionar os pontos de controle que serão utilizados para estimar os parâmetros de calibração de cada uma das câmeras de filmagem.

Consideraremos como ótima, uma determinada configuração de pontos de controle cujo volume, como definido no parágrafo 4.1 do capítulo IV seja o maior de todos e atenda os argumentos apontadas por CHEN et. al. (1994), o qual determina que para uma configuração ser aceita como ideal, ela deve assegurar que:

- Os pontos de controle terão uma distribuição uniforme no espaço de referência relativo às câmeras filmadoras;
- Exista um número proporcional de pontos de controle em toda a região do espaço de referência;

5.1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para aplicar a metodologia proposta, foi realizado um experimento, onde se utilizou uma estrutura de referência composta por quatro pêndulos, sendo que, em cada pêndulo foi fixado, a uma distância regular, marcadores esféricos cuja posição espacial é conhecida.

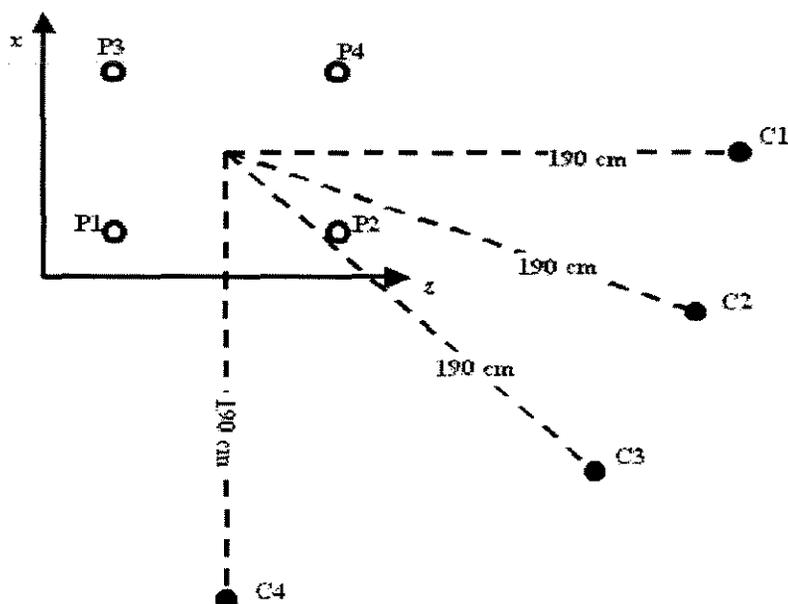


Figura 5.1: Posicionamento no plano x,z horizontal das 4 câmeras de vídeo (C1, C2, C3 e C4) utilizadas no experimento. P1, P2, P3 e P4 representam a posição relativa dos pêndulos.

Utilizou-se para filmar esta estrutura quatro câmeras² de vídeo digital JVC modelo GR-DVL9500 sincronizadas, elevada cerca de 100 cm do solo e distante cerca de 190 cm do centro desta estrutura (figura 5.1).

Para medir as coordenadas de tela dos marcadores, a imagem obtida (1 *frame*) foi digitalizada utilizando o programa DVIDEOOW (BARROS, 1999).

Escolhemos para testar a metodologia um conjunto inicial com 20 marcadores que chamaremos de pontos de controle (destacados na figura 5.2) distribuídos regularmente na estrutura de referência.

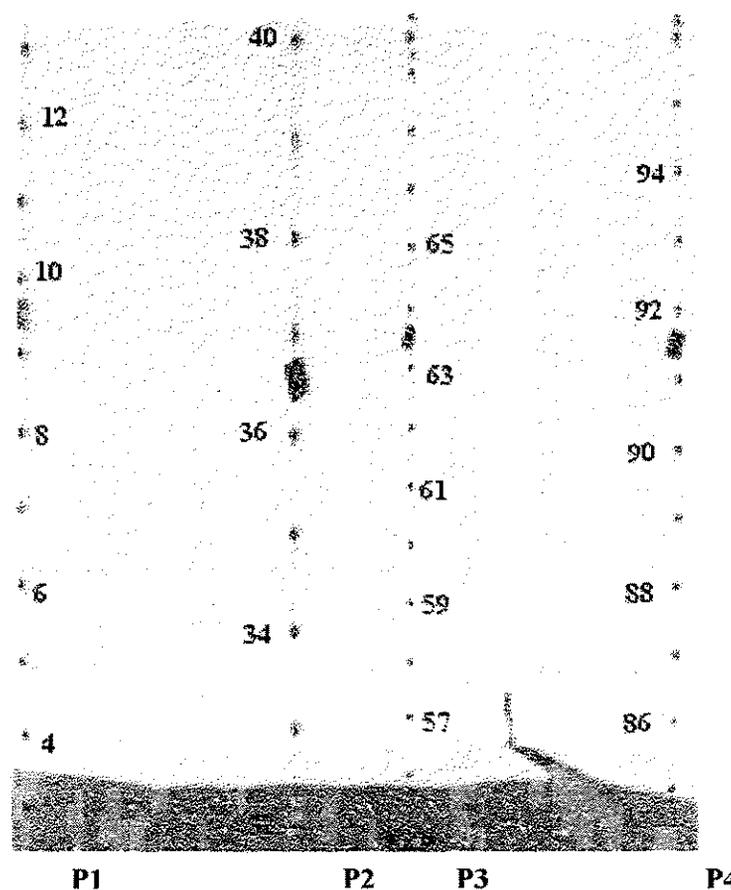


Figura 5.2: Estrutura de referência filmada pela câmera 3 (C3), com os pontos de controle utilizados inicialmente em destaque.

Desta forma foi montado para cada câmera um sistema de equações lineares $\mathbf{M} \mathbf{a} = \mathbf{p}$ com 40 equações para estimar os 11 parâmetros de calibração. Chamaremos este sistema de global.

² As câmeras foram denominadas: Câmera 1 = C1, Câmera 2 = C2, Câmera 3 = C3 e Câmera 4 = C4.

5.2 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Para obter os pontos de controle ótimo, criamos um algoritmo computacional, que seleciona nas linhas da matriz \mathbf{M} e do vetor \mathbf{p} , submatrizes \mathbf{V}_j e vetores \mathbf{p}_j , relacionadas a um conjunto de pontos.

Iniciamos combinando os 20 pontos em grupos de 6 obtendo desta forma o conjunto básico. Optou-se pelo grupo de 6 pontos por este ser o mínimo necessário para resolver o sistema de equações lineares que estima os parâmetros de calibração.

Neste conjunto básico, foram calculados os valores dos pesos w_j - equação 4.3 - (figura 5.3) e estimados os parâmetros a_j para todas as submatrizes. Obtendo assim, os pontos de controle associados ao máximo valor dos pesos.

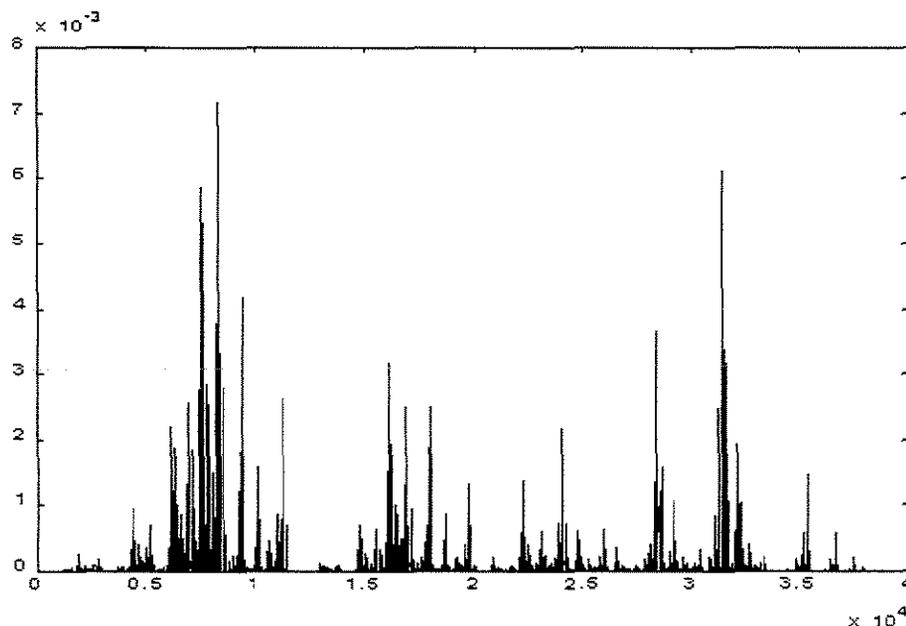


Figura 5.3: No eixo das abscissas temos os subconjuntos do grupo de 6 pontos em função dos valores dos pesos (câmera 3).

A partir do grupo básico gerou-se um total de 38760 subconjuntos, sendo que este número indica as diferentes possibilidades de combinar 20 pontos de controle em grupos de 6.

Na figura 5.3, temos os valores dos pesos w_j , dos subconjuntos do grupo básico para a câmera 3, sendo estes valores relacionados ao volume desta configuração de pontos de controle. Como critério de escolha optou-se pelo peso (w_j) de maior valor,

obtendo desta forma 6 pontos de controle cuja configuração é ótima, dentre todas as disponíveis.

Os seis pontos de controle selecionados pelo critério de maior peso foram: 4, 12, 40, 57, 86 e 94. Podemos observar sua localização em relação a câmera filmadora (C3) na figura 5.2.

Uma vez obtida esta configuração constituída por 6 pontos de controle, os 14 pontos restantes foram individualmente classificados segundo a ordem de grandeza de seu volume em relação ao conjunto já constituído, ou seja, compara-se através da razão de volume, o conjunto básico quando este recebe um novo ponto.

Após este procedimento, temos classificados os 14 pontos restantes por ordem de grandeza (figura 5.4), sendo possível desta forma observar quais pontos podem efetivamente melhorar a configuração inicial.

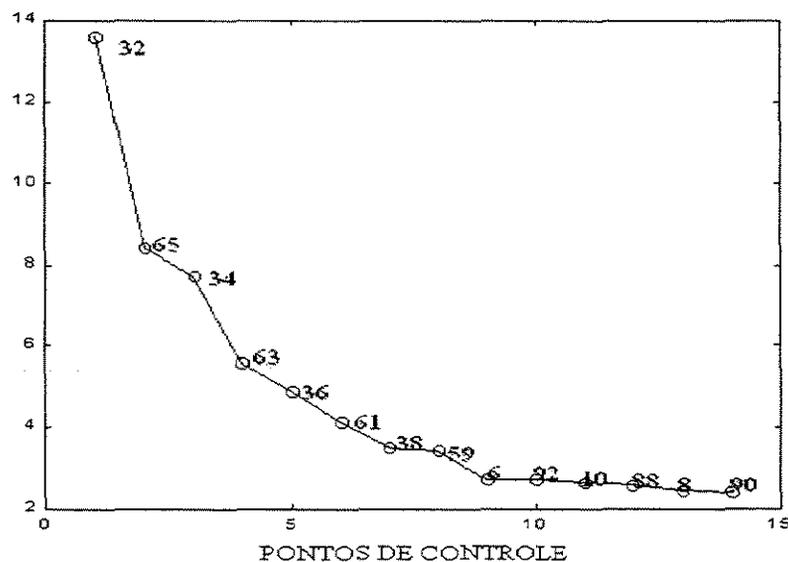


Figura 5.4: Representação dos 14 pontos de controle em função dos valores dos seus pesos no eixo das ordenadas (as grandezas dos pesos estão em escala apropriada), (Câmera 3).

Desta forma podemos considerar que os pontos 32, 65, 34 e 63, quando acrescentados ao conjunto básico, melhoram sua configuração inicial.

Assim dos 20 pontos disponíveis inicialmente, podemos selecionar apenas 10, os quais são: 4, 12, 32, 34, 40, 57, 63, 65, 86 e 94, e ter uma configuração ótima, para estimar os parâmetros de calibração da câmera 3.

5.3 CONCLUSÕES

O experimento apresentado mostrou que a aplicação do algoritmo possibilitou estimar os parâmetros de calibração das câmeras de filmagem através da escolha dos pontos otimais.

Os resultados apontam soluções para dois aspectos básicos do procedimento de calibração das câmeras de filmagem:

- Número de pontos utilizados
- Configuração dos pontos em relação as câmeras filmadoras.

Conforme mostrado, um fator importante a se considerar quando calibrar as câmeras de filmagem, é a relação geométrica entre os pontos no espaço de referência e câmera.

CONCLUSÕES

Entendemos que os objetivos estabelecidos foram atingidos, e estão apresentados nos diversos capítulos desta dissertação.

A apresentação dos fundamentos Geométricos (capítulo I) e Algébricos, (capítulo II), foi realizada de maneira tal, que possibilita ao leitor iniciante no tema entender minimamente seu significado.

Em alguns momentos, com o intuito de facilitar o entendimento do leitor não familiar com o tema, algumas considerações mais aprofundadas nos conceitos foram deixadas de lado, no entanto foram indicadas as referências onde o assunto pode ser retomado.

A perspectividade foi mostrada como a estrutura geométrica básica para a compreensão da formação da imagem no plano do filme ou outro plano no qual a imagem esta sendo projetada.

Este conceito, onde a correspondência entre pontos realizada por meio de uma projeção é o modelo matemático que representa a relação objeto-imagem obtida na fotografia.

Ainda no âmbito das ferramentas estruturais básicas, chamamos a atenção para o teorema fundamental da geometria projetiva que forma o grupo de colinação, o qual foi apresentado algebricamente através da estrutura de grupo de transformação linear.

Mostramos que a matriz de transformação projetiva, a qual foi explorada no decurso deste trabalho como modelo matemático largamente utilizado pelos métodos desenvolvidos para calibrar as câmeras de filmagem.

Quanto ao segundo objetivo deste trabalho que se refere a uma proposta para otimizar a escolha dos pontos de controle, podemos tirar proveito das estruturas assinaladas nos capítulos iniciais, sendo esta a primeira indicação da utilidade do tema escolhido, e assim apresentar uma proposta que abre caminhos para futuros estudos.

A literatura específica da área indicava uma séria dificuldade em estabelecer critérios para otimizar a escolha dos pontos de controle. Por este motivo os procedimentos apresentados no último capítulo são relevantes por dar uma nova perspectiva ao assunto.

Foi apresentado um algoritmo para calibrar as câmeras de filmagem escolhendo os pontos de referências ótimos. A metodologia mostrou-se satisfatória, apontando soluções para dois aspectos básicos do procedimento de calibração das câmeras de filmagem:

- o número mínimo de pontos escolhidos para calibrar,
- e sua melhor localização relativa as câmeras filmadoras.

O conjunto de procedimentos propostos permite classificar os pontos de controle em função da contribuição que cada um traz à qualidade da calibração das câmeras.

A discussão apresentada relativo ao experimento realizado para expor o método, mostra a eficiência e potencialidade do método, deixando em aberto um caminho para o seu aprimoramento e aplicação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABDEL-AZIZ, Y. I., KARARA, H. M. (1971) Direct linear transformation from comparator coordinates into object-space coordinates. In: **Proc. ASP/UI Symp. on Close-Range Photogrammetry**. Urbana, Illinois.
- ATKINSON, K.B. (1996) **Close Range Photogrammetry and Machine Vision**. Scotland, Whittles Publishing.
- BARROS, R.M.L., BRENZIKOFER, R.; LEITE, N.; FIGUEROA, P. J. Desenvolvimento e avaliação de um sistema para análise cinemática tridimensional de movimentos humanos. **Revista Brasileira de Engenharia Biomédica / Brazilian Journal of Biomedical Engineering**, v. 15, n. ½, p. 79-86, 1999.
- BERG, L. (1986) Three Results in Connection with Inverse Matrices. **Linear Algebra and its Applications**. Vol 84, p. 63-77.
- BORGHESE, N.A., CERVERI, P., FERRIGNO, G. C. (1997) Statistical Comparison of DLT Versus ILSSC in the Calibration of a Photogrammetric Stereo-System. **J.Biomechanics**, v.30, n. 4, p. 409-414.
- CHEN, L., ARMSTRONG, C. W., RAFTOPOULOS, D. D. (1994) An Investigation on the Accuracy of Three-Dimensional Space Reconstruction Using the Direct Linear Transformation Technique. **J. Biomechanics**, v. 27, n.4, p. 493-500.
- CHISINI, O. (1954) **Lezioni di Geometria Analitica e Proiettiva**. Bologna, Nicola Zanichelli.
- COOPER, M.A.R. ROBSON, S. (1996) **Theory of close range photogrammetry**. In: ATKINSON, K. B. **Close Range Photogrammetry and Machine Vision**. Scotland, Whittles Publishing.
- FRYER, J. G. (1996) **Camera calibration**. In: ATKINSON, K. B. **Close Range Photogrammetry and Machine Vision**. Scotland, Whittles Publishing.
- HARLE, C. E. (s.d.) **Introdução à Geometria Projetiva Clássica**. IME-USP. São Paulo.
- HATZE, H. (1988) High-precision Three-dimensional Photogrammetric Calibration and Object Space Reconstruction Using a Modified DLT-approach. **Journal of Biomechanics**, vol. 21, no. 7, p. 533-538.

- HORADAM, A. F. (1970) **Undergraduate Projective Geometry**. Australia, Pergamon Press
- LICHTI, D.D. e CHAPMAN, M.A. (1997) Constrained FEM Self-Calibration. **Photogrammetric Engineering & Remote Sensing**, Vol. 63 (9), pp. 1111-1119.
- MOISE, E.E. (1974) **Elementary Geometry from an Advanced Standpoint**. Massachusetts, Addison-Wesley.
- PAUL J.P. (1995) One hundred years of measurement of human motion, In: **XV Congress of the international society of Biomechanics, (Notes of a tutorial held in Jyvaskyla (Finland) – 3-D reconstruction of human motion, Theoretical and practical aspects**. Finland. July 2.
- PEDOTTI A. (1990) **Future perspectives in Europe for quantitative analysis of movement**. In: Boenick, U.; Näder M. (org) *Gangbildanalyse – Stand der Messtechnik und Bedeutung für die Orthopädie-Technik*, Berlin.
- SHILOV, G. E. (1971) **Linear Algebra**. New Jersey, Prentice-Hall.
- WINTER, D. A. (1979) **Biomechanics of human movement**. John Wiley & Sons. USA.
- WOLTRING H.J., HUISKES R. (1990) **Stereophotogrammetry**. In: BERME, N. e CAPPOZZO, A . *Biomechanics of Human Movement: Applications in Rehabilitation, Sports and Ergonomics*. Bertec, USA.
- WOOD G. A. e MARSHALL, R. N. (1986) The accuracy of DLT extrapolation in three-dimensional film analysis. **J. Biomechanics**, vol 19 (9), oo. 781-785.