

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO FÍSICA**

**ORIENTAÇÃO DO CORPO HUMANO COMO UM
TODO A PARTIR DO SEU ELIPSÓIDE CENTRAL DE
INÉRCIA**

LUCIANO ALLEGRETTI MERCADANTE

**CAMPINAS
Estado de São Paulo - Brasil
Fevereiro de 2000**

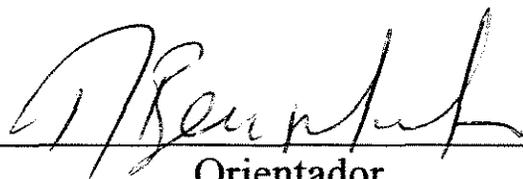
**UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL**

**UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL
SEÇÃO CIRCULANTE**

**ORIENTAÇÃO DO CORPO HUMANO COMO UM
TODO A PARTIR DO SEU ELIPSÓIDE CENTRAL DE
INÉRCIA**

**LUCIANO ALLEGRETTI MERCADANTE
ORIENTADOR: Prof. Dr. RENÉ BRENZIKOFER**

Este exemplar corresponde à redação final da
Tese de Doutorado, defendida por Luciano
Allegretti Mercadante e aprovada pela
Comissão Julgadora em 28 de fevereiro de 2000.


Orientador

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. René Brenzikofer
Prof. Dr. Euclides Custódio Lima Filho
Prof. Dr. Ricardo Machado Leite de Barros
Prof. Dr. Alberto Carlos Amadio
Prof. Dr. Milton Antônio Zaro

CAMPINAS
Estado de São Paulo – Brasil
Fevereiro de 2000

Dedico este trabalho a quem tenho dedicado toda a minha vida... meus
filhos, Ana Paula e Tiago

Agradecimentos

Agradeço ao amigo e mestre René por acreditar em minha capacidade e pela sua companhia amiga durante a orientação nestes últimos 13 anos, com a certeza de que nossa amizade será eterna.

Aos grandes e também eternos amigos Sérgio, Ricardo e Euclides, por tudo em colaboraram na minha formação e na minha vida.

Ao professor Amadio pela sua participação, sugestões, horas de convívio e por ser capaz de manter o texto da tese dentro da formalidade necessária.

Ao professor Zaro por ter vindo de tão longe e dar sua inestimável colaboração.

Ao Barreto pela sua impressionante disposição e alegria eternas.

Aos colegas do LIB Pedrão, Milton, Marques, Roberto, Paulo, Olival, Lúcia, Marta, Beto, Tiago, Henri, Douglas, André, Rodrigo e todos que por lá conviveram.

À Dulce e a todos os funcionários da biblioteca da FEF meu muito obrigado.

Agradeço especialmente à minha mãe pelas inúmeras horas de oração a mim dedicadas nesse período.

Ao professor Antônio Grando pelas correções no texto e pela confiança que depositou em mim.

Agradeço a Regina pela enorme disposição e colaboração nesta etapa final, a que retribuo com meu coração.

Se pudesse viver novamente a minha vida,...

Correria mais riscos, viajaria mais, contemplaria mais entardeceres,
subiria mais montanhas, nadaria em mais rios...

Se pudesse voltar a viver, começaria a nadar descalço no começo da
primavera e continuaria assim até o fim do outono...

Daria mais voltas de carrossel, contemplaria mais amanheceres e
brincaria com mais crianças...

Mas, se pudesse voltar a viver procuraria ter somente bons momentos.
Porque, se não sabem, disso é feita a vida, só de momentos; não
percam o agora...

Jorge Luiz Borges

Resumo

Esta pesquisa propõe uma metodologia para definir a orientação do corpo humano como um todo a partir do seu elipsóide central de inércia, determinado pelo seu tensor central de inércia, calculado a partir da sua distribuição de massa. Definimos um sistema de referência local somático, fixo ao corpo, de forma a apresentar origem no centro de massa deste corpo e eixos com direções coincidentes com as direções dos eixos principais do tensor central de inércia do corpo. Dessa forma, a movimentação do corpo humano é descrita pela translação realizada pelo centro de massa e pelas rotações do sistema local somático, em relação a um sistema inercial.

Para isso, o corpo humano é tratado como sendo um modelo físico formado por um conjunto de segmentos rígidos articulados entre si por juntas ideais fixas em relação aos segmentos adjacentes. Tais segmentos são considerados sólidos geométricos de densidade homogênea. O tensor central de inércia do corpo humano é determinado utilizando um conjunto de dados tridimensionais que permitem obter a localização e orientação dos segmentos do corpo; e dos parâmetros inerciais massa, localização do centro de massa e os três momentos principais de inércia dos segmentos, obtidos a partir do modelo antropométrico proposto por Zatsiorsky *et al.* (1983, 1985 e 1990). Os dados cinemáticos são obtidos por registro em vídeo do corpo durante o movimento, utilizando o sistema de aquisição e reconstrução tridimensional Dvideow, proposto por Barros *et al.* (1999).

Mostramos uma aplicação onde um sujeito realiza uma técnica da Capoeira chamada “parafuso”. O corpo humano é orientado e localizado em 45 imagens do movimento, nas quais determinamos a localização tridimensional do centro de massa; o sistema local somático fixo ao corpo; os ângulos de Euler entre o sistema local somático e um sistema inercial; o elipsóide central de inércia do corpo, que caracteriza a variação da distribuição de massa do corpo pela variação da forma do elipsóide de Legendre construído a partir dele.

Abstract

This research propose a methodology to define the orientation of the human body as a unit from its central ellipsoid of inertia, which is determined by its central tensor of inertia, calculated from the body mass distribution. A body local reference system was defined, fixed to the body, in a way that its origin is coincident to the body's center of mass and the axes are towards the same directions of that form the principal axes of the body's central tensor of inertia. The body movement is then described by the center of mass' translation and by the body local system's rotation, according to a inertial system.

To do soo, the human body is considered a physical model formed by rigid segments articulated by ideal joints fixed according to the adjacent segments. These segments are considered geometric solids with homogeneous density. The central tensor of inertia is determined by a group of three-dimensional data, which allow one to obtain the localization and orientation of the body's segments; and by the inertial parameters, which are mass, center of mass localization and the segments three principal momentum of inertia, obtained from the model proposed by Zatsiorsky *et al.* (1983, 1985 e 1990). The cinematic data are obtained by recording body movements in video, using the acquisition system and three-dimensional reconstruction Dvideow, proposed by Barros *et al.* (1999).

One application where a person performs a Capoeira technique called "screw" is shown. The human body is oriented and localized in 45 frames, in which the three-dimensional localization of the center of mass, the fixed body local system, the Euler angles between the body local system and the inertial system, the central ellipsoid of inertia of the body, which characterizes the variation of the body's mass distribution by the variation of the Legendre's ellipsoid shape constructed with it, are determined.

Sumário

Introdução	1
1. Apresentação	2
2. Objetivos	10
Capítulo I - Modelos teóricos	11
I. 1. Conceitos Estatísticos	11
I. 2. Elipsóide central de inércia do corpo humano	14
I. 3. Modelo físico do corpo humano	18
Capítulo II - Metodologia	21
II. 1. Modelo físico e antropométrico	22
II. 2. Aquisição dos dados cinemáticos	25
II. 3. Centro de massa e conjunto de massas pontuais	26
II. 3. 1. Determinação das massas pontuais dos segmentos	28
II. 3. 2. Conjunto de massas pontuais representativo do corpo	29
II. 3. 3. Centro de massa do corpo	29
II. 4. Tensor central de inércia e elipsóide central de inércia do corpo	30
II. 5. Autovetores do tensor central de inércia	31
II. 6. Orientação do corpo humano	32
II. 7. Visualização do elipsóide central de inércia do corpo	36
Capítulo III - Aplicação e resultados	39
III. 1. Aplicação	39
III. 2. Resultados	45
Conclusão	61
Referências bibliográficas	62

Introdução

1. Apresentação

O corpo humano é um sistema complexo e, estando em movimento, mais complexo ainda. Concordamos com Freire (1991, p.63) quando diz que: “A motricidade é o sintoma vivo do mais complexo de todos os sistemas: o corpo humano”. Uma indagação ou uma investigação sobre esse sistema corpo, em movimento, poucas vezes nos leva a uma resposta ou conclusão simples.

Na verdade, são muitos os aspectos enfocados durante uma indagação ou uma investigação sobre o corpo humano em movimento. Podem ser aspectos inerentes a outras áreas do conhecimento ligadas à Educação Física, tais como Fisiologia, Mecânica, Psicologia, Educação e Desenvolvimento Motor. Portanto, podemos pontuar que nem sempre o profissional de Educação Física que investiga um determinado aspecto da movimentação do corpo humano, encontra a solução para os problemas enfrentados durante sua prática profissional. Nesse sentido, novamente Freire (1991, p. 59), enfatiza:

“Quem investiga no plano da motricidade humana tem que começar por romper com quaisquer obstáculos a uma visão de complexidade. O fenômeno humano da motricidade foi sempre reduzido a particularidades extremamente simples, como se fosse possível explicar um fenômeno de tal magnitude apenas pela medição da gordura corporal, ou da circulação sanguínea, ou da resistência a uma corrida longa, da força de pernas e assim por diante”.

O profissional de Educação Física que lida com essa interdisciplinaridade, deve ser capaz de assimilar e utilizar informações de áreas afins, para planejar sua atuação profissional e tomar decisões frente aos problemas decorrentes dessa prática.

A descrição do movimento humano é uma informação de grande interesse para a Educação Física, tanto pela sua utilidade prática na reprodução e análise de movimentos, quanto para fins de investigação científica. Na Educação Física muitas descrições da movimentação do corpo humano são feitas utilizando conceitos criados a partir de um sistema anatômico de referência. Esse sistema é construído definindo-se três eixos coordenados, chamados longitudinal, transversal e sagital.

A partir desse sistema anatômico foram definidas e nomeadas as movimentações dos segmentos, como flexão, extensão, abdução entre outras. É comum encontrarmos descrições qualitativas de movimentações do corpo humano que informam o local, a atitude inicial e as movimentações dos segmentos desse corpo. Por exemplo, “no centro da quadra, deitado em decúbito ventral, realizar flexão do joelho” ou “na linha branca, de cócoras realizar extensão do ombro”. Podemos entender que estes conceitos criados para a descrição do movimento humano estão indicando-nos, qualitativamente, a localização do corpo, pelo local onde a movimentação será realizada, a sua atitude ou orientação do corpo, pela posição inicial, e as mudanças de atitude ou variações na orientação do corpo, pela movimentação dos seus segmentos durante o movimento realizado.

Imaginemos, por exemplo, utilizar essa metodologia para descrever um movimento a ser executado por dois praticantes. Suponha a seguinte descrição: “em pé em cima da linha, braços ao longo do corpo, flexão do tronco mantendo os joelhos em extensão”. Os dois praticantes realizarão o mesmo movimento a partir da descrição dada. Contudo, essa semelhança depende do nível de precisão da análise que desejamos fazer sobre as movimentações dos dois praticantes. Gostaríamos, por exemplo, comparar a amplitude de cada uma das flexões realizadas e, nesse caso, deveremos quantificar separadamente cada execução. Significa dizer que a descrição quantitativa passa a ser necessária em função do nível de precisão da análise desejada. É fácil imaginar que grau de dificuldade podemos enfrentar quando queremos investigar exercícios ou técnicas complexas realizadas pelo corpo humano, como uma corrida ou um salto ginástico, entre outros.

Para realizar essas análises com precisão, a Educação Física tem cada vez mais buscando ferramentas úteis já desenvolvidas em outras áreas do conhecimento, como a Matemática e a Física, entre outras. Assim, no que diz respeito a quantificar e analisar o movimento humano, são de grande valia as ferramentas desenvolvidas na Biomecânica. Barros (1997, p. 2) justifica nesse sentido afirmando que:

“A descrição quantitativa de movimentos humanos tem despertado grande interesse em diferentes áreas do conhecimento. Cada vez mais se faz necessário e torna-se possível que o movimento humano seja estudado em detalhes de maneira sistemática e como objeto de investigação científica”.

Neste contexto, entendemos a Biomecânica como uma área do conhecimento científico que atua dentro da Educação Física, utilizando metodologias próprias criadas a partir de

teorias e conceitos desenvolvidos principalmente pela Mecânica e pela Anatomia, fornecendo variáveis e descrições quantitativas da movimentação do corpo físico do ser humano.

Descrever quantitativamente a movimentação de um corpo rígido é objeto de estudo da Mecânica Clássica, mais especificamente da Cinemática. Essa descrição consiste em determinar a posição do corpo em função do tempo, definindo com exatidão sua localização e sua orientação, conforme cita Symon (1986, p. 238, tradução própria):

“Para descrever a posição de um corpo rígido no espaço, são necessárias seis coordenadas. (...) Existem muitas maneiras para se escolher seis coordenadas através das quais é possível especificar a posição de um corpo no espaço. Três delas são ordinariamente usadas na localização de um ponto no corpo. As três restantes determinam a orientação do corpo em relação a este ponto”.

Ressaltamos que um corpo rígido se caracteriza por não apresentar variação de forma durante um movimento e, pode ser definido como sendo um corpo que, durante qualquer movimentação, mantém fixas as distâncias entre as partículas que o compõem. O conceito de localização de um corpo rígido é bastante usual e define onde um corpo se encontra. Para definirmos essa localização podemos escolher um ponto desse corpo e determinar suas coordenadas espaciais em relação a esse referencial. Comumente o centro de massa do corpo é escolhido por apresentar características importantes. O centro de massa é único e invariante em relação ao sistema de referência escolhido e, além deste fato, associando-se ao centro de massa a massa total do corpo, conservamos as principais características mecânicas relativas às translações realizadas por esse corpo durante o movimento.

Entre as várias características complexas do corpo humano sabemos que ele não é rígido e, portanto, para utilizarmos esta metodologia desenvolvida na Mecânica devemos escolher um modelo para representar esse corpo. As metodologias encontradas na literatura (Braune & Fischer, 1887; Hay, 1981; Hall, 1993; Winter, 1979) consideram rígido cada um dos segmentos do corpo humano, passando a ser representado por um modelo formado por um conjunto de segmentos rígidos articulados entre si e, a esse modelo é aplicado o conceito de centro de massa, em cada instante da movimentação realizada pelo corpo humano, determinando sua localização em função do tempo.

Como exemplo para caracterizar o conceito de localização, imaginemos um corpo humano realizando um salto ornamental chamado “Um e meio com duplo parafuso”, conforme figura a seguir:

Figura 1

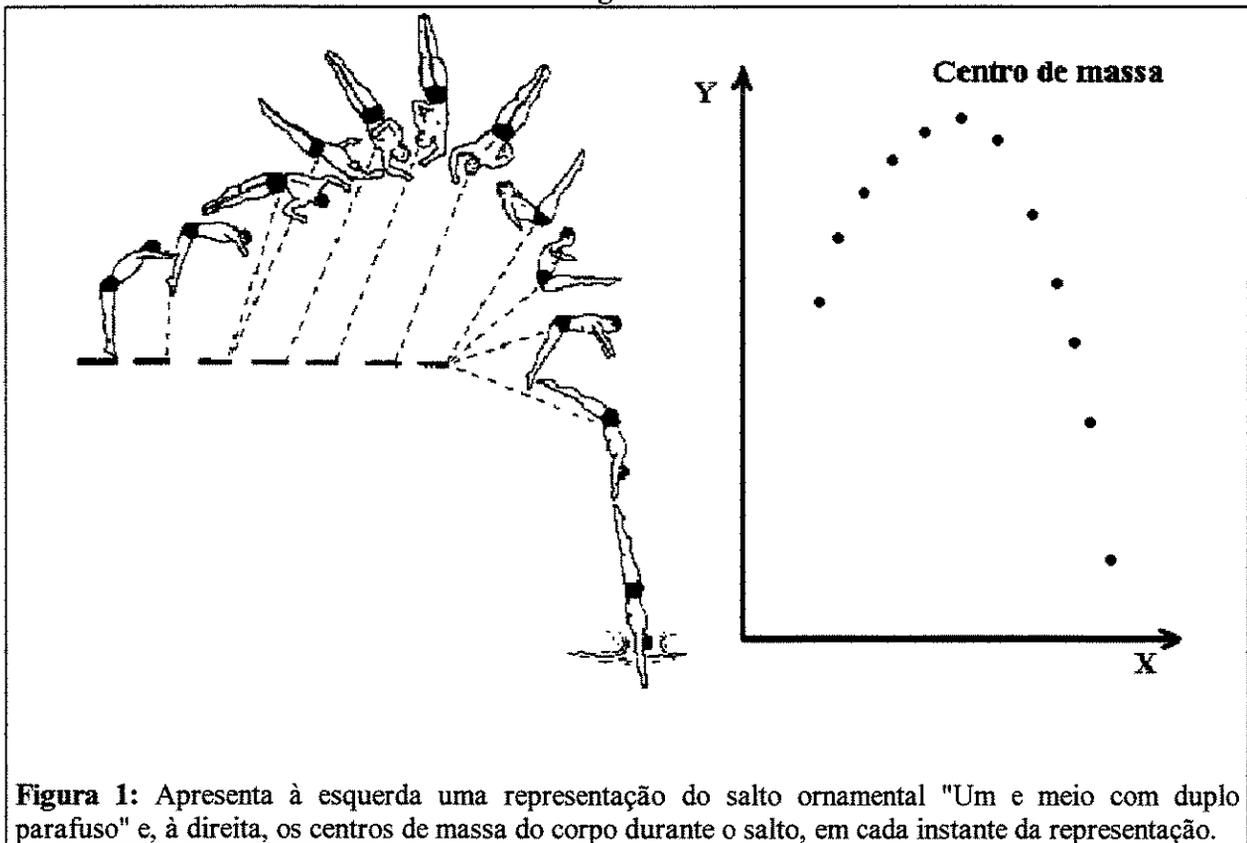


Figura 1: Apresenta à esquerda uma representação do salto ornamental "Um e meio com duplo parafuso" e, à direita, os centros de massa do corpo durante o salto, em cada instante da representação.

Podemos definir a localização do corpo humano, em cada instante da movimentação realizada e registrada, determinando a localização do seu centro de massa em relação a um referencial inercial, conforme mostrado à direita na figura 1. No exemplo apresentado, o movimento do corpo humano durante o salto é conhecida como queda livre e será igual para qualquer corpo partindo das mesmas condições iniciais. Portanto, uma representação baseada no conceito de centro de massa não apresenta as rotações realizadas. Descrever precisamente a movimentação do corpo humano durante o salto significa quantificar tanto sua translação quanto suas rotações. Ao olharmos a figura 1, podemos visualizar que o corpo humano durante o salto apresenta rotações que nos interessam quantificar e, para quantificá-las, é necessário definirmos a orientação do corpo humano durante o movimento.

Para compreendermos o conceito de orientação, imaginemos um corpo rígido no espaço localizado pelo seu centro de massa. Se fixarmos o centro de massa, percebemos que o corpo pode rodar em torno dele e assumir diferentes atitudes sem que sua localização varie. Cada uma dessas possíveis atitudes que o corpo pode assumir, mantendo a mesma localização,

é definida como uma diferente orientação do corpo. Portanto, devemos definir e determinar cada uma dessas possíveis atitudes ou orientação.

Uma maneira de definirmos a orientação de um corpo, citada por Marion & Thornton (1970), consiste em determinar a localização de mais pontos desse corpo rígido. Podemos escolher um segundo ponto do corpo e determinar sua localização em relação ao sistema de referência escolhido. Mesmo assim, sua orientação pode variar caso o corpo gire em torno do eixo que passa por esses dois pontos fixos. Escolhendo um terceiro ponto fixo no corpo, não colinear aos dois primeiros, e o localizando em relação ao sistema de referência escolhido anteriormente, teremos cada atitude ou orientação possível do corpo, precisamente definida.

Uma maneira mais eficiente e usual para obtermos a orientação de um corpo rígido em movimento é definindo um sistema de eixos fixo ao corpo. Durante uma movimentação desse corpo que inclua rotações, como, por exemplo, o salto “um e meio com duplo parafuso”, obteremos um sistema de referência para cada um dos instantes registrados. Determinando as rotações realizadas entre os sistemas de eixos fixo ao corpo e um sistema de referência inercial, obteremos as rotações realizadas pelo corpo durante o movimento. Neste caso, a questão principal da orientação de um corpo resume-se a como escolher um sistema fixo ao corpo para descrever sua orientação. Qual sistema de referência é mais apropriado para descrever a orientação de um corpo rígido?

Imagine um corpo rígido homogêneo tendo a forma de um paralelepípedo. Seu centro de massa corresponde ao centro geométrico do sólido em questão. Podemos encontrar três planos ortogonais entre si, que são planos de simetria do sólido. A intersecção desses planos determina um ponto que corresponde ao centro de massa do corpo. Além disso, as intersecções dos planos de simetria dois a dois definem três eixos, também ortogonais entre si, que são eixos de simetria do corpo. Em Mecânica dos corpos rígidos estes eixos são comumente escolhidos para construção do sistema de referência usado para definir a orientação do corpo, também por apresentarem características importantes, como no caso do centro de massa. A distribuição de massa do corpo é simétrica em relação a estes eixos. Além disso, dentre estes três eixos, se comparados a todos os eixos que passam pelo centro de massa, estão os dois que apresentam o maior e o menor valor de momento de inércia, e por isso, são chamados eixos principais centrais de inércia desse corpo. O sistema formado pelos eixos principais existe sempre e é único para qualquer corpo rígido. Uma vez definido o sistema fixo de referência desta maneira, podemos descrever as rotações gerais desse corpo rígido pelas rotações

realizadas por esse sistema em relação a um sistema inercial, caso sejam determinados em função do tempo.

Em se tratando do corpo humano, ou de qualquer corpo que apresente forma complexa, não podemos pensar em três planos de simetria geométrica, mas podemos propor a definição de um sistema fixo baseado em outras propriedades importantes. Zatsiorsky (1998) afirma ser necessário definir dois sistemas de referência para determinar a orientação do corpo humano no espaço. Um sistema inercial, denominado pelo autor como global, e um sistema fixo ao corpo com origem no seu centro de massa, denominado local. Dessa forma, a orientação do sistema local pode ser definida matematicamente em relação ao sistema global, por diferentes métodos propostos pela Mecânica Clássica.

Ao apresentar soluções para definir a posição do corpo humano, isto significa definir sua localização e orientação, novamente Zatsiorsky sugere que utilizemos dois sistemas locais, ambos com origem no centro de massa do corpo. Propõe um sistema local móvel com a mesma orientação do sistema global, isto é, apresentando eixos coordenados com direções coincidentes com as direções dos eixos do sistema global, e um sistema local somático que defina sua orientação determinada em comparação com o sistema local móvel. Dessa forma estaremos separando a translação entre os sistemas usados para determinamos as rotações realizadas. Zatsiorsky (1998, p. 8, tradução própria) explica essa opção da seguinte maneira:

“É conveniente que se use não um, mas dois sistemas de referência locais fixados ao corpo humano. O primeiro sistema de referência, chamado “sistema móvel”, é orientado de forma similar ao sistema global, e move-se com o corpo mantendo sua orientação no espaço. A origem desse sistema é usualmente o centro de massa do corpo. O segundo sistema de referência, chamado de “sistema somático”, está fixo no corpo e muda sua orientação no espaço quando a orientação do corpo se altera. (...) Uma vez definido o sistema local, o problema da orientação do corpo fica assim reduzido a descrição da atitude do sistema local em relação ao sistema global.”

Uma maneira sistematicamente usada na prática para orientar segmentos do corpo humano, utiliza o sistema anatômico como sendo o sistema de referência local somático do segmento, sendo fartamente encontrada na literatura (Berme *et al.*, 1990; Dapena, 1978; Huston & Passarello, 1971; Massion *et al.*; 1998; Wei *et al.*, 1993; Wo, 1997). O sistema anatômico apresenta origem no centro de massa do segmento e eixos ortogonais chamados longitudinal, transversal e sagital do segmento. Dessa maneira, podemos descrever a movimentação de todo o corpo humano, descrevendo a movimentação de cada um dos seus

segmentos considerados rígidos. Teremos com essa simplificação uma descrição que apresenta tabelas com centenas de variáveis em função do tempo, permitindo determinar a localização e a orientação desses segmentos através de sistemas de referência locais anatômicos, descritos em relação a um sistema global. Entretanto, muitos estudos necessitam de variáveis da movimentação geral do corpo humano e não de detalhes segmento a segmento e, essas informações não são diretamente encontradas neste conjunto de dados. Torna-se necessário extrair informações deste conjunto de dados para definir variáveis que possam caracterizar propriedades gerais do corpo humano, como a sua localização, sua orientação, a translação e as rotações gerais realizadas. Assim, somamos as contribuições de cada um dos segmentos do corpo para definir sua localização determinando o centro de massa do corpo, mas como somar essas contribuições para definir sua orientação geral?

Podemos compreender que a definição de um sistema anatômico, usado para orientação de segmentos, é de difícil aplicação ao corpo humano como um todo, em muitas das inúmeras movimentações diferentes que o corpo humano pode executar. Existem muitas situações onde os eixos anatômicos desse corpo são difíceis de serem identificados.

Na literatura, poucas metodologias propõem uma solução para a orientação do corpo humano como um todo. Zatsiorsky (1998, p. 15) cita que existem três maneiras diferentes para definir o sistema local somático do corpo humano. Podem ser metodologias baseadas em marcas anatômicas, ou em pontos mecânicos, ou uma metodologia mista baseada em ambos.

As metodologias baseadas em marcas anatômicas definem um sistema fixo em um determinado segmento do corpo humano (Ramey & Yang, 1981; Dapena, 1981, Yeadon, 1990). O segmento escolhido normalmente é o tronco, por representar boa parte da massa corporal total. Porém, é um segmento que apresenta movimentação relativa entre suas partes, em função do grande número de articulações da coluna vertebral. Um sistema misto é proposto por Gervais & Marino (1983), definido com origem no seu centro de massa do corpo, apresenta a direção do eixo longitudinal definida a partir de dois centros de massa, superior (tronco, cabeça e membros superiores) e inferior (pelve e membros inferiores) e, utiliza o trocanter maior direito e a direção longitudinal para definir a direção transversal, definida pela direção perpendicular ao eixo longitudinal que passa pelo trocanter. Com essas direções define a direção sagital e, assim, o sistema de referência que orienta o corpo humano.

Definindo a orientação do corpo humano a partir de marcas anatômicas, ou mesmo a partir de um sistema misto, um determinado segmento não ligado ao sistema de referência

usado, pode se movimentar sem que a sua orientação varie. Significa dizer que estas metodologias são limitadas, ou pouco sensíveis às variações na distribuição de massa do corpo humano, no que diz respeito a determinar sua orientação geral.

Uma metodologia para definição do sistema local somático baseada em pontos mecânicos, ainda segundo Zatsiorsky (1998), tem como principal vantagem descrever matematicamente as equações de movimento do corpo humano de maneira simples e direta. Ressaltamos que, ao determinarmos esse sistema em função do tempo durante uma movimentação do corpo humano, podemos manter suas características mecânicas relativas às rotações realizadas. Como produto de nossa pesquisa de mestrado (Mercadante, 1994), apresentada em congresso da área (Mercadante *et al.* 1995), propusemos uma metodologia bidimensional para orientação do corpo humano a partir do seu elipsóide central de inércia, citada por Zatsiorsky (1998), como exemplo de metodologia baseada em pontos mecânicos. Não encontramos outro exemplo desse tipo na literatura disponível.

Propomos aqui apresentar uma solução para a orientação tridimensional do corpo humano como um todo durante um movimento, determinada em função da distribuição de sua massa, portanto sensível às variações dessa distribuição. Para tanto, iremos orientar o corpo humano, por um sistema de referência local somático ortogonal, com origem no centro de massa desse corpo, separadamente em cada instante registrado, onde as direções dos eixos desse sistema local somático, que irá definir a orientação do corpo humano como um todo, correspondem as direções dos eixos principais centrais de inércia desse corpo. Estaremos analisando separadamente cada postura ou situação do corpo correspondente a cada instante registrado da movimentação realizada, não considerando os efeitos dinâmicos dessa movimentação.

No próximo capítulo iremos mostrar como são determinadas as direções dos eixos do sistema local somático escolhido para orientar o corpo humano, a partir do conceito de autovalor e autovetor de um conjunto de pontos representativos do corpo humano, e o modelo físico construído para aplicarmos a metodologia proposta nesta pesquisa. Mostraremos, também, como as direções dos eixos do sistema local somático, determinadas desta forma, correspondem às direções dos eixos principais do elipsóide central de inércia do corpo humano.

Para descrevermos as rotações realizadas pelo corpo humano durante um movimento, uma vez determinadas sua localização e orientação em instantes sucessivos, iremos determinar

cada uma das rotações realizadas entre um sistema local somático de um determinado instante e o mesmo sistema do instante anterior. Para essa descrição encontramos diferentes formas disponíveis na literatura, utilizando três ângulos independentes. As metodologias mais utilizadas são conhecidas como ângulo de Cardan e ângulos de Euler. Os ângulos de Cardan são obtidos diretamente entre os eixos dos dois sistemas em questão. Em nossa pesquisa utilizaremos a metodologia proposta por Euler uma vez que ela é baseada em uma decomposição da rotação realizada, facilitando estudo dinâmicos posteriores. A descrição desta decomposição será apresentada adiante.

Assim, uma vez apresentada a proposta desta pesquisa, passaremos aos objetivos gerais e específicos do trabalho.

2. Objetivos

Nesta pesquisa, propomos desenvolver uma metodologia capaz de determinar a orientação do corpo humano como um todo durante um movimento, definindo um sistema de referência com origem no centro de massa do corpo, e eixos com direções coincidentes com as direções dos seus eixos principais centrais de inércia, obtidos em função da distribuição instantânea da massa do corpo em torno de seu centro de massa. Esse sistema será chamado de sistema local somático.

Descreveremos a translação realizada pelo corpo humano a partir da localização do seu centro de massa, e as rotações do corpo como um todo pelos ângulos de Euler determinados entre o sistema local somático e o sistema local móvel. A localização do centro de massa e os ângulos de Euler estarão definidos em função do tempo.

A fim de tornar possível a aplicação da metodologia proposta nesta pesquisa apresentaremos, ainda, um modelo físico para representar os segmentos do corpo humano, de forma que mantenha os mesmos parâmetros inerciais do corpo representado em cada instante.

Por fim, iremos caracterizar e visualizar a variação da distribuição de massa do corpo humano pela variação da forma do seu elipsóide central de inércia.

Para tanto, o texto da pesquisa foi estruturado em capítulos, definidos como se segue: O primeiro capítulo foi destinado à descrição dos modelos teóricos adotados. O segundo capítulo apresenta a metodologia desenvolvida, mostrando como determinamos o centro de massa e o sistema local somático, definindo sua localização e orientação. Uma aplicação da metodologia em uma técnica da capoeira chamada “parafuso” é mostrada no terceiro capítulo, bem como os resultados obtidos, juntamente com a discussão sobre a aplicação realizada. Por fim, apresentamos separadamente as conclusões deste estudo.

Capítulo I

Modelos teóricos

Este capítulo trata dos modelos teóricos adotados na pesquisa. Inicialmente consideramos conveniente descrever os conceitos estatísticos usados para definirmos o centro de massa do corpo humano, o qual irá localizá-lo, e as direções dos eixos do sistema local somático, o qual irá orientá-lo. No segundo tópico, mostraremos que as direções encontradas dos eixos do sistema local somático coincidem com as direções dos eixos principais instantâneos do elipsóide central de inércia do corpo congelado, definidos em cada instante da movimentação. No terceiro tópico, apresentaremos o modelo físico escolhido para simplificar o corpo humano, a fim de aplicarmos a metodologia desenvolvida, e o modelo antropométrico utilizado para a construção do modelo físico.

I. 1. Conceitos estatísticos

Para apresentarmos os conceitos estatísticos usados, iremos visualizar o corpo humano como um conjunto de n partículas de massas iguais, onde cada uma delas apresenta localização definida em relação a um sistema de referência inercial, no espaço tridimensional. Dessa forma, escolheremos uma base para o nosso conjunto de dados, formada pelos versores que definem os eixos coordenados do sistema de referência. Determinamos a matriz A , de dimensão $n \times 3$, onde as colunas representam as coordenadas relativas às localizações das n partículas que representam o corpo humano, no espaço real.

Determinamos a localização do centro de massa G do conjunto de partículas, dada por:

$$G_j = \sum_{i=1}^n \frac{A_{ij}}{n} \quad (1)$$

Onde:

G_j = coordenada j do centro de massa G do conjunto de n partículas que representam o corpo humano;

j = número da coordenada, sendo 1,2 ou 3, para o espaço tridimensional.

Uma vez determinada a localização do centro de massa do sistema, é conveniente utilizarmos esse ponto como origem de um novo sistema de referência, local, orientado de forma que as direções dos eixos coordenados permaneçam as mesmas do sistema global, determinando, assim, a translação entre os sistemas.

Iremos mostrar a seguir os conceitos usados para encontrar o sistema de referência que definirá a orientação do corpo humano. Para isto, descrevemos as localizações das partículas do mesmo conjunto de dados definido anteriormente para determinar o centro de massa do corpo, porém, em relação ao sistema local com origem no centro de massa do corpo. Definimos o tensor B dos momentos de segunda ordem, ou do produto interno de A, dado por:

$$B = A^t \cdot A \quad (2)$$

Onde:

A^t = matriz transposta da matriz A.

Definida dessa maneira, podemos afirmar que o tensor B é uma matriz 3x3, não singular, simétrica, positiva e definida, propriedades essas que são importantes e serão usadas adiante.

Iremos utilizar a equação que determina o polinômio característico do tensor B, dado por:

$$| B - \lambda \cdot I | = 0 \quad (3)$$

Onde λ corresponde ao conjunto de autovalores do tensor B;

I = matriz identidade.

O conjunto solução da equação 3, chamada polinômio característico da matriz B, é dado pelo conjunto λ , e seus elementos são denominados autovalores do tensor B. Sabemos que os valores de λ são reais, pelas propriedades descritas acima tensor B.

Para cada autovalor λ_j , corresponde um vetor coluna P_j , definido na forma:

$$B \cdot P_j = \lambda_j \cdot P_j \quad (4)$$

O conjunto de vetores P_i forma uma base ortonormal, no espaço tridimensional. Quando definimos os autovetores, associados a cada um dos autovalores do tensor B, estamos realizando uma decomposição desse tensor em uma matriz diagonal, formada pelos autovalores λ_j , e uma matriz de autovetores, onde as colunas são formadas pelos autovetores associados a cada um dos autovalores do tensor B. Dessa maneira, estamos escolhendo uma nova base para descrever o nosso tensor B, formada pelos autovetores determinados. Descrito

em relação a essa nova base, o tensor B passa a ser uma matriz diagonal, que é a matriz dos autovalores de B. Ambos são mostrados nas equações 5 e 6 a seguir:

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Onde:

$\lambda_{1,2 \text{ e } 3}$ = autovalores do tensor B.

$$\begin{pmatrix} P_{1x} & P_{2x} & P_{3x} \\ P_{1y} & P_{2y} & P_{3y} \\ P_{1z} & P_{2z} & P_{3z} \end{pmatrix} \quad (6)$$

Onde as colunas correspondem:

$P_{1x,y \text{ e } z}$ = coordenadas x, y e z do primeiro autovetor do tensor B;

$P_{2x,y \text{ e } z}$ = coordenadas x, y e z do segundo autovetor do tensor B;

$P_{3x,y \text{ e } z}$ = coordenadas x, y e z do terceiro autovetor do tensor B.

A base formada pelos autovetores apresenta características que devem ser destacadas. Primeiramente, o tensor B descrito nesta base de autovetores passa a apresentar-se na forma diagonal. Estamos assim, tornando nulos os produtos cruzados do tensor, que são os elementos fora da diagonal principal. Esse sistema formado pelos autovetores do tensor é chamado de sistema natural do conjunto de partículas n, descrito pela matriz A, pois otimiza a distribuição de massa desse conjunto. Isso quer dizer que a direção do autovetor associado ao maior autovalor maximiza essa distribuição de partículas, bem como a direção do menor autovetor minimiza essa mesma distribuição. Essa afirmação é conhecida como “teorema mini-max”, e pode ser encontrada, por exemplo, em Johnson (1985, p. 179).

Utilizando a localização do centro de massa, determinamos a origem do sistema local somático que iremos construir para localizar nosso conjunto de partículas que representam o corpo humano e, portanto, determinando a localização desse corpo. Também determinamos as direções dos eixos coordenados desse sistema pelas direções dos autovetores encontrados.

I. 2. Elipsóide central de inércia do corpo humano

Além da visão algébrica que apresentamos sobre o problema, podemos visualizá-lo geometricamente, o que faremos neste tópico. Voltemos ao tensor B. Sabemos que a todo tensor de segunda ordem corresponde uma figura geométrica na forma quadrática. Por ser esse tensor B positivo e definido, propriedades essas determinadas pela maneira como foi construído, a figura geométrica quadrática associada corresponde a um elipsóide. Utilizando o tensor B podemos escrever esse elipsóide correspondente na forma:

$$(x \ y \ z) \cdot \mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 1 \quad (7)$$

Onde:

x, y e z = coordenadas de um ponto qualquer da superfície do elipsóide.

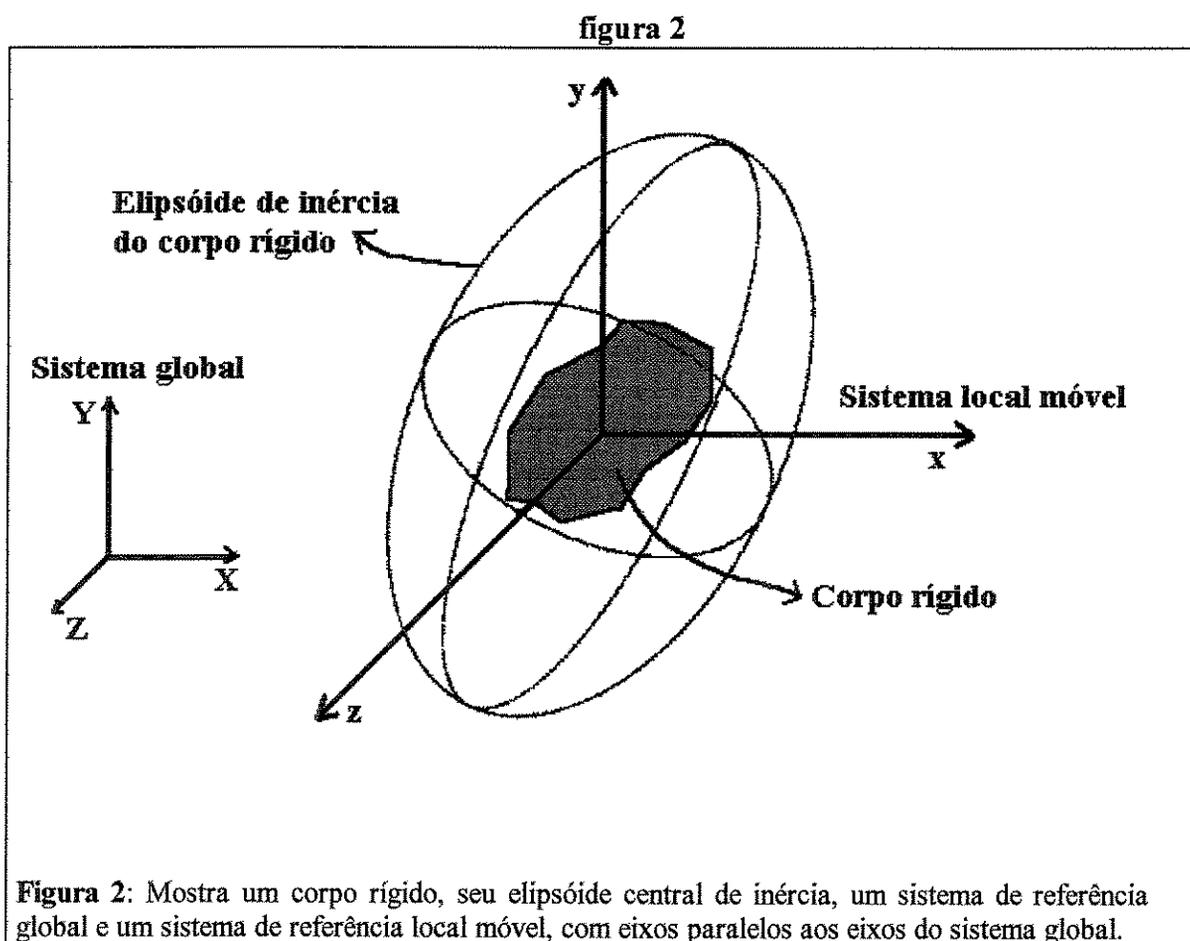
Em Mecânica o tensor B do produto interno, ou dos momentos de segunda ordem, aqui apresentado, é chamado de tensor de inércia de um corpo rígido. Esse tensor é utilizado para definir o elipsóide de inércia do corpo. Lembramos que ao construirmos nosso conjunto de partículas representativas do corpo humano, consideramos que todas as partículas apresentavam a mesma massa. Assim, o tensor B caracterizava a distribuição espacial dessas partículas, sendo utilizado para determinar direções que maximizavam e minimizavam essa distribuição espacial, corresponde ao tensor de inércia do corpo, definido na Mecânica.

Devemos salientar que o conceito de momento de inércia, e conseqüentemente de elipsóide de inércia, é definido para corpos sólidos rígidos. Por isso, aplicamos esses conceitos ao corpo humano utilizando um modelo que considera esse corpo separadamente em cada situação registrada da sua movimentação, portanto sem os possíveis efeitos dinâmicos, e formado por um conjunto de segmentos rígidos articulados entre si por juntas ideais.

Segundo Marion & Thornton (1995), o conceito de elipsóide de inércia foi proposto por Cauchy em 1827 e foi utilizado por Poinsot em 1834 para representar um corpo rígido qualquer em movimento. Em Mecânica o elipsóide de inércia de um corpo rígido pode ser definido em função dos momentos de inércia desse corpo em relação a todos os eixos que passam por um mesmo ponto, conforme descreveremos a seguir. Portanto, para cada ponto no espaço existe um elipsóide de inércia do corpo, representando sua distribuição de massa em relação ao ponto escolhido.

Suponha que calculemos os momentos de inércia I_L de um corpo em relação a todos os eixos L que passam por um ponto qualquer no espaço. Imagine escolhermos uma escala e marcarmos em cada eixo o valor correspondente a $1/\sqrt{I_L}$, de cada lado da origem. Os pontos marcados em todos os eixos formarão sempre a superfície de um elipsóide. Esse elipsóide imaginário é definido como o elipsóide de inércia do corpo em relação ao ponto escolhido, e caracteriza a distribuição da massa do corpo em torno desse ponto.

O elipsóide de inércia de um corpo rígido obtido em relação ao seu centro de massa, é chamado de elipsóide central de inércia. Imaginemos um corpo rígido no espaço e um sistema de referência inercial qualquer, com eixos X, Y, Z , e um sistema local com origem no centro de massa desse corpo, e eixos x, y, z , paralelos aos eixos X, Y e Z , conforme figura abaixo:



Podemos determinar o elipsóide central de inércia do corpo, descrito em relação ao sistema global, pela equação geral na forma matricial, dada por:

$$(x, y, z) \cdot \begin{pmatrix} \bar{I}_{xx} & \bar{P}_{xy} & \bar{P}_{xz} \\ \bar{P}_{xy} & \bar{I}_{yy} & \bar{P}_{yz} \\ \bar{P}_{xz} & \bar{P}_{yz} & \bar{I}_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 1 \quad (8)$$

Onde:

x, y, z = coordenadas de um ponto qualquer da superfície do elipsóide central de inércia, em relação ao sistema local móvel;

$\bar{I}_{xx}, \bar{I}_{yy}, \bar{I}_{zz}$ = momentos centrais de inércia do corpo em relação aos eixos do sistema local móvel;

$\bar{P}_{xy}, \bar{P}_{xz}, \bar{P}_{yz}$ = produtos centrais de inércia do corpo em relação aos eixos do sistema local móvel.

Nos momentos e produtos de inércia determinados em relação aos eixos do sistema local móvel, usados acima, a barra horizontal indica que tratamos de momentos e produtos centrais de inércia, isto é, calculados em relação ao centro de massa. A matriz três por três dessa equação é chamada de tensor central de inércia. Podemos perceber que trata-se do mesmo tensor B , construído anteriormente pois, as definições de momento e produto de inércia de um corpo rígido apresentam somatórias em da massa de cada uma das partículas que compõem o corpo, e de produtos das coordenadas destas partículas. Essas definições podem ser encontradas na literatura específica, por exemplo, em Symon, 1986, Wells, 1967 ou Beer & Johnston Jr, 1980.

Determinar os autovetores do tensor central de inércia do corpo e encontrar as direções dos seus eixos principais de inércia nos possibilita definir um novo sistema de referência, sistema também chamado de natural do corpo. Podemos descrever o elipsóide central de inércia de um corpo rígido em relação a esse sistema natural, aqui tratado como sistema local móvel, o qual apresenta origem no centro de massa desse corpo, e eixos com direções coincidentes com as direções dos seus eixos principais. A figura 3 a seguir ilustra essa situação.

Figura 3

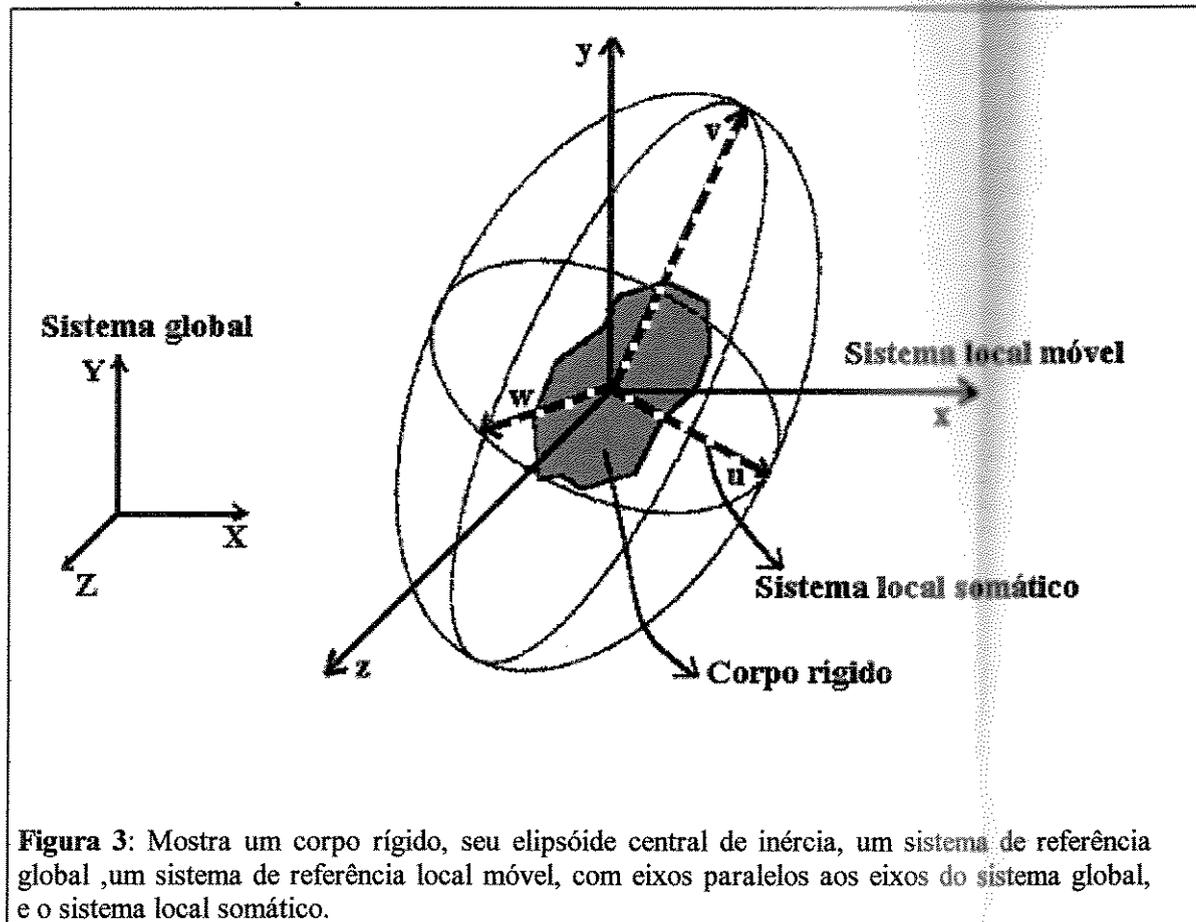


Figura 3: Mostra um corpo rígido, seu elipsóide central de inércia, um sistema de referência global, um sistema de referência local móvel, com eixos paralelos aos eixos do sistema global, e o sistema local somático.

A equação abaixo descreve esse elipsóide central de inércia do corpo rígido descrito em relação ao sistema local móvel:

$$(x, y, z) \cdot \begin{pmatrix} \bar{I}^p_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{I}^p_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{I}^p_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 1 \quad (9)$$

Onde:

\bar{I}^p_{xx} , \bar{I}^p_{yy} e \bar{I}^p_{zz} = momentos principais centrais de inércia do corpo em relação aos eixos do sistema local móvel, dados pelos autovalores do tensor central de inércia.

Os momentos \bar{I}^p_{xx} , \bar{I}^p_{yy} e \bar{I}^p_{zz} são chamados momentos principais centrais de inércia por serem definidos em relação aos eixos principais do elipsóide central de inércia, indicados pelo índice p. O tensor central de inércia do corpo aparece, nesse caso, na forma diagonal. Os produtos de inércia apresentam-se nulos e os eixos do elipsóide central de inércia

do corpo estão alinhados com os eixos do sistema local somático em relação ao qual foi descrito.

O sistema local somático fica assim determinado a partir do centro de massa, da distribuição da massa e do elipsóide central de inércia do corpo. Do ponto de vista matemático, esse sistema é o sistema natural do elipsóide. As direções dos eixos deste sistema otimizam a distribuição de massa do corpo em questão. Por isso, “As equações matemáticas da movimentação do corpo são escritas de forma simples e direta.”, conforme afirma Zatsiorsky (1998).

Esse sistema de referência usado para definir a orientação do corpo humano durante um movimento, é determinado em cada instante desta movimentação, bem como o centro de massa do corpo. Os procedimentos para determinarmos as variáveis citadas acima serão descritos na metodologia deste trabalho. Resta-nos, ainda, apresentarmos as simplificações necessárias ao aplicarmos os conceitos descritos a um modelo físico que representa o corpo humano.

I. 3. Modelo físico do corpo humano

Aplicar teorias desenvolvidas pela Mecânica ao corpo humano, na maioria das vezes não é simples ou direto. Os conceitos mecânicos centro de massa, momentos e elipsóide de inércia referem-se a corpos rígidos. Um corpo rígido se caracteriza por não apresentar variação de forma durante o movimento. Pode ser definido como sendo um corpo que, durante uma movimentação, mantém fixas as distâncias entre as partículas que o compõem.

O corpo humano não é rígido. Pode ser visto como um sistema de natureza biológica que apresenta alta complexidade. É diferente de indivíduo para indivíduo, podendo este ser alto ou baixo, gordo ou magro etc. O corpo de um mesmo indivíduo apresenta variação da forma em função do tempo, tanto pela movimentação dos segmentos possibilitada pelas articulações, quanto pela variação de volume desses mesmos segmentos, em função da contração muscular ou flacidez da pele.

Essas características deixam clara a necessidade de criarmos um modelo mecanicamente mais simples para o corpo humano a ser analisado, adotando certas simplificações, descritas a seguir, que diminuem significativamente o número de graus de

liberdade da descrição do sistema corpo, permitindo localizar e orientar cada um dos segmentos em função do tempo, a partir de dados cinemáticos e parâmetros inerciais dos segmentos do corpo.

Em cada instante da movimentação, definimos um modelo físico para o corpo humano formado por um conjunto de segmentos rígidos articulados entre si, onde as articulações são juntas ideais e os centros de rotação dessas juntas são fixos e de localização conhecida em relação às estruturas adjacentes. Esse modelo é construído utilizando um modelo antropométrico completo, que define o número de segmentos e caracteriza o início e fim de cada um deles, determinando a posição dos centros de rotação das articulações. Um modelo antropométrico completo fornece, ainda, os valores dos parâmetros inerciais, massa, posição do centro de massa e os três momentos principais centrais de inércia de cada segmento.

A escolha de um modelo antropométrico a ser usado em uma pesquisa deve ser feita em função dos objetivos a serem alcançados. Nesta pesquisa, passamos a tratar o corpo humano por um modelo físico construído a partir de considerações adotadas que iremos especificar a seguir.

No modelo físico proposto o corpo humano passa a ser representado por um conjunto de segmentos rígidos articulados entre si. Além de considerarmos os segmentos rígidos, estamos limitando o número de articulações e tratando-as como juntas esféricas ideais, fixas em relação aos segmentos adjacentes.

Um modelo foi definido para cada instante da movimentação do corpo, para o qual determinamos o elipsóide central de inércia. Portanto, a orientação foi obtida de maneira discreta no tempo. É possível acontecer, em um determinado instante, de obtermos valores iguais para os momentos principais do elipsóide central de inércia. Por exemplo, é possível ocorrer um salto grupado, onde a distribuição de massa apresente simetria esférica. Nessa situação, não teríamos um eixo principal maior e outro menor, pois todos seriam iguais e, assim, a orientação do corpo ficaria indefinida. Este problema é apontado por Zatsiorsky (1998, p. 17), onde cita Mercadante *et al.* (1995). Porém, devemos lembrar que a orientação que estamos definindo refere-se ao corpo humano durante um movimento. Significa dizer que, caso ocorra esta indefinição em um instante qualquer durante uma movimentação, teremos a orientação definida nas situações anterior e posterior à esse instante, permitindo-nos determinar a orientação por interpolação, por exemplo.

A obtenção dos parâmetros inerciais, massa, posição do centro de massa e momentos principais de inércia, relativos a todos os segmentos do corpo humano, deve ser feita a partir de modelos antropométricos disponíveis na literatura. Porém, a disponibilidade existente é bastante limitada. Chamamos os modelos que oferecem todos os parâmetros inerciais de todos os segmentos modelos antropométricos completos.

Mercadante & Brenzikofer (1992) apresentam um levantamento sobre estes modelos disponíveis na literatura, e destacam dois modelos antropométricos completos, propostos por Hatze (1980) e Zatsiorsky & Seluyanov (1983). Em Winter (1979) encontramos um modelo antropométrico completo, entretanto não destacado no trabalho citado. Escolhemos o modelo antropométrico proposto por Zatsiorsky & Seluyanov (1983) para definição da segmentação do modelo físico e obtenção dos parâmetros inerciais. O detalhamento e utilização deste modelo serão descritos na metodologia exposta no próximo capítulo.

Capítulo II

Metodologia

A metodologia proposta para esta pesquisa é apresentada, inicialmente, por um diagrama de blocos, com o objetivo de mostrar uma visão geral facilitando a compreensão. A seguir, descrevemos como foram obtidas as variáveis necessárias para determinarmos o centro de massa e o sistema local somático, que definem, respectivamente, a localização e a orientação do corpo humano. Indicamos as ferramentas utilizadas das áreas da Matemática e Física, apresentando as fundamentações e demonstrações pertinentes. Cabe lembrar ainda, que os procedimentos utilizados são aplicados a cada um dos instantes definidos na coleta de dados cinemáticos.

Figura 4

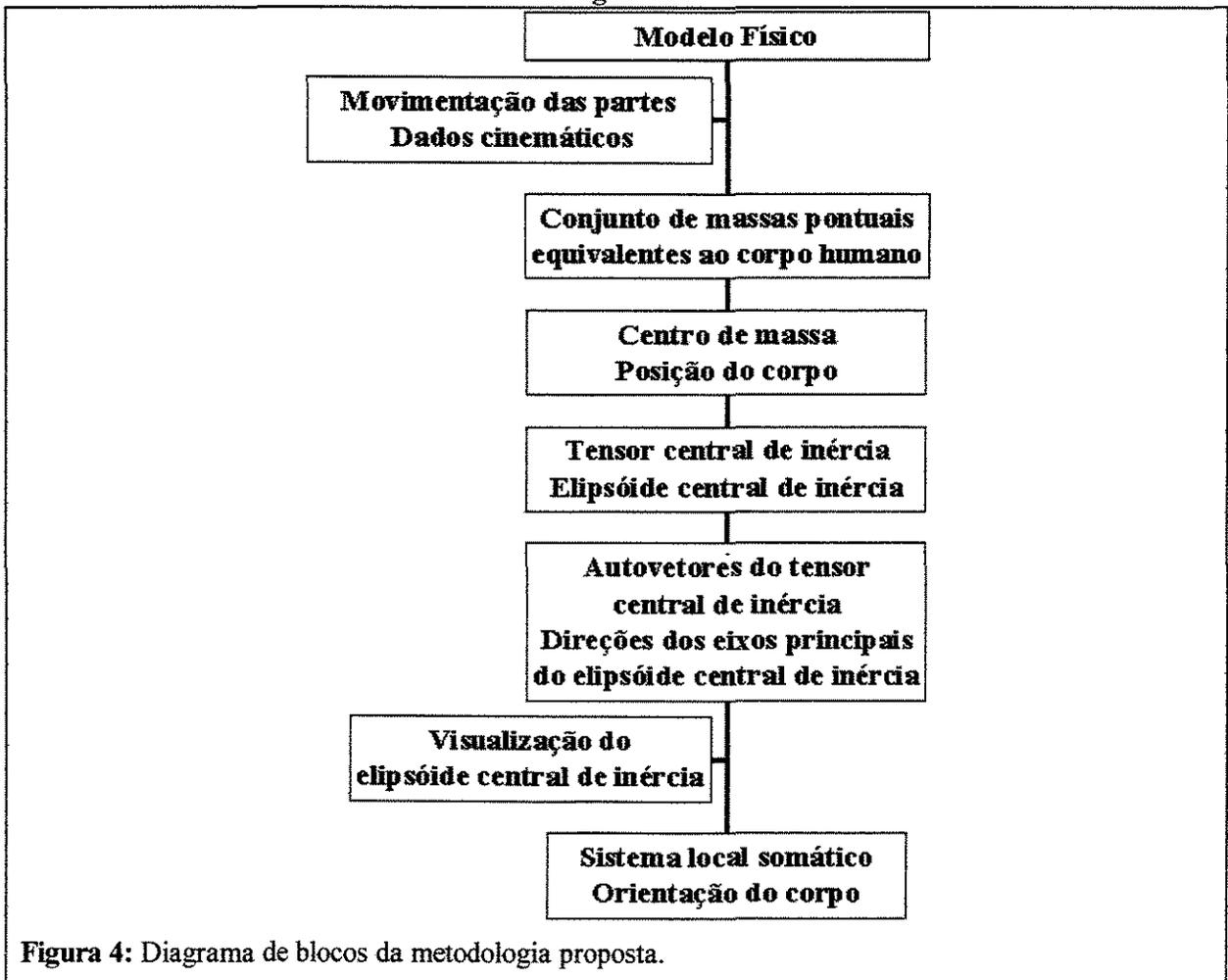


Figura 4: Diagrama de blocos da metodologia proposta.

A obtenção de cada um dos tópicos acima será descrita, separadamente, como subitens desse capítulo.

II. 1. Modelo físico e antropométrico

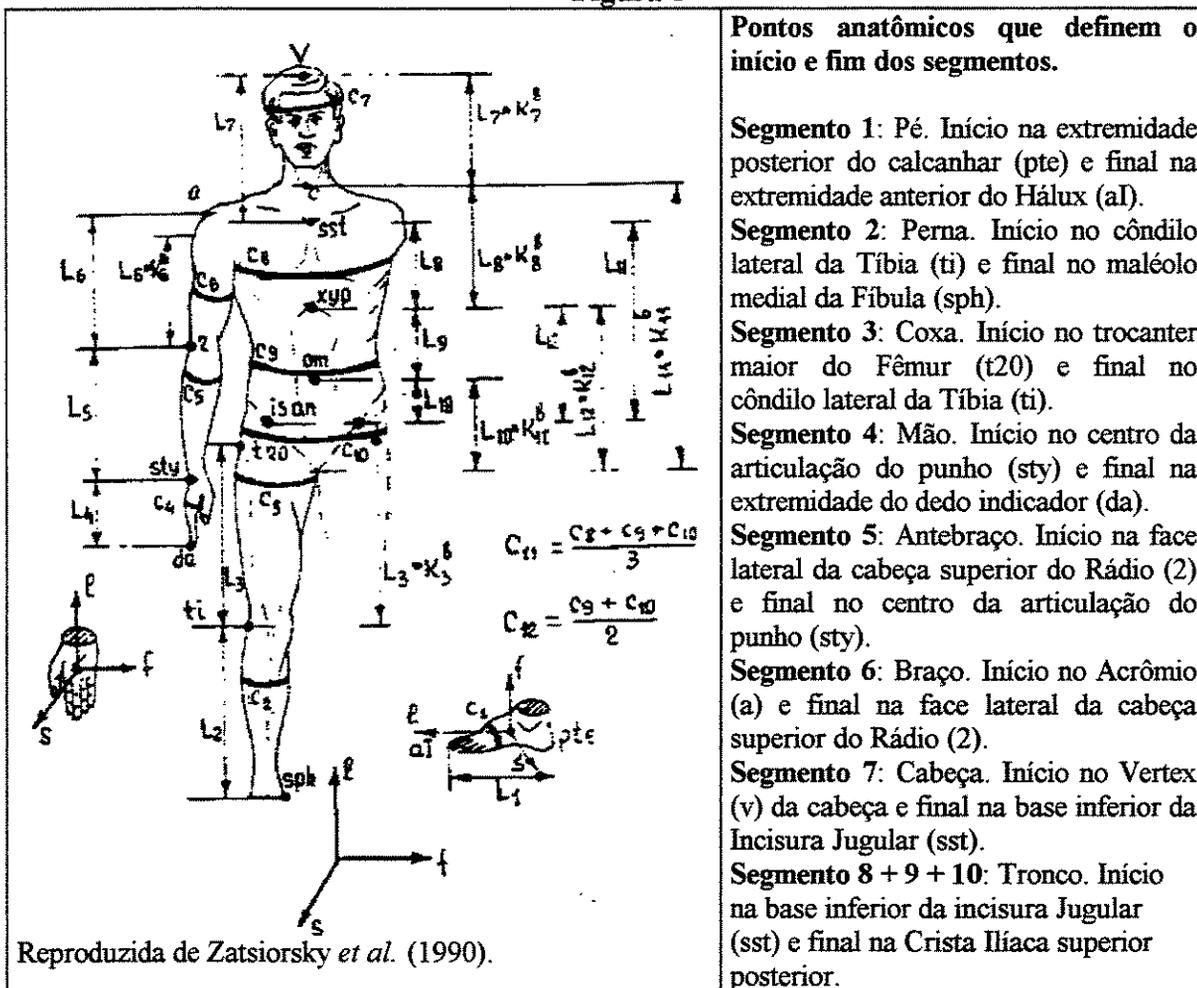
Escolhemos o modelo antropométrico proposto por Zatsiorsky & Seluyanov (1983) para definição da segmentação do modelo físico e obtenção dos parâmetros inerciais. O modelo oferece a opção de segmentação do corpo humano em 14, 15 ou 16 segmentos, caso o tronco seja dividido em 1, 2 ou 3 partes. No trabalho acima citado, os valores dos parâmetros inerciais foram obtidos para 100 voluntários analisados na pesquisa, a partir da absorção de raios Gamma pelos tecidos do corpo destes voluntários. Foram propostas equações de regressão múltipla, a fim de ser possível a utilização em diferentes populações. Contudo, o modelo apresenta a posição do centro de massa de cada segmento sempre localizada sobre seu eixo longitudinal, portanto, não considerando as assimetrias desses segmentos em relação a este eixo, realizando uma aproximação onde os segmentos são visivelmente assimétricos.

Posteriormente, Zatsiorsky & Seluyanov (1985), propuseram equações de regressão para determinação dos parâmetros inerciais do sujeito de interesse, a partir da sua massa total e da sua altura. Tais equações de regressão foram obtidas utilizando os dados da pesquisa apresentada em Zatsiorsky & Seluyanov (1983).

Ainda a partir da mesma coleta de dados, Zatsiorsky *et. al.* (1990), consideram os segmentos como sólidos geométricos de densidade homogênea para determinação dos seus momentos principais de inércia, em relação aos três eixos anatômicos. Os parâmetros inerciais necessários foram calculados a partir de 22 medidas de comprimentos e circunferências dos membros ou partes do corpo do sujeito da pesquisa, além da sua massa total. Em seguida, os comprimentos medidos foram ajustados para “comprimentos biomecânicos”, remetendo o início e fim de cada segmento aos centros de rotação de cada articulação. Esta metodologia possibilita, também, um ajuste nos valores dos parâmetros inerciais, através de um coeficiente obtido em função da soma das massas calculadas dos segmentos e da massa total medida diretamente no sujeito.

A seguir, na figura 5, apresentamos: o modelo segmentado proposto por Zatsiorsky *et al.* (1983, 1985, 1990), a definição dos pontos anatômicos propostos para definir o início e o fim de cada segmento e os comprimentos (L) e circunferências (C) necessários.

Figura 5



A tabela 1, abaixo, apresenta, para cada segmento do modelo: a localização do centro de massa em porcentagem do comprimento L em relação ao eixo longitudinal, sentido céfalo-caudal (coluna 2); o coeficiente k_b usado para ajuste dos comprimentos medidos para comprimentos biomecânicos (coluna 3); o coeficiente k_i usado para calcular as massas dos segmentos (coluna 4); o coeficiente k_s usado para calcular os momentos de inércia dos segmentos em relação ao seu eixo sagital (coluna 5); o coeficiente k_t usado para calcular os momentos de inércia dos segmentos em relação ao seu eixo transversal (coluna 6) e o coeficiente k_l usado para calcular os momentos de inércia dos segmentos em relação ao seu eixo longitudinal (coluna 7).

Tabela 1

Segmento	CM	k_b	$k_i \cdot 10^{-5}$	$k_s \cdot 10^{-2}$	$k_r \cdot 10^{-2}$	$k_l \cdot 10^{-2}$
Pé	55.85	1.000	6.14	7.86	7.14	1.60
Perna	40.47	1.000	5.85	8.77	8.44	1.44
Coxa	45.49	1.083	6.64	7.18	7.18	1.33
Mão	63.09	1.000	5.54	6.65	4.86	2.29
Antebraço	57.26	1.000	6.26	7.55	7.03	1.51
Braço	55.02	0.730	9.67	10.81	9.71	2.06
Cabeça	50.02	0.760	6.37	8.68	9.38	1.25
Tronco superior	50.66	1.456	5.72	21.83	9.35	1.35
Tronco médio	45.02	1.035	8.49	20.65	12.60	1.43
Tronco inferior	35.41	2.305	3.60	10.90	8.92	0.76
Tronco sup+med	43.70	1.470	5.59	7.80	6.73	1.08
Tronco todo	39.20	1.465	5.64	6.23	5.27	1.18

Tabela 1: Dados reproduzidos de Zatsiorsky *et al.* (1990).

Os parâmetros inerciais: massa m_i do segmento i ; momento de inércia I_{si} do segmento i em relação ao eixo sagital; momento de inércia I_{fi} do segmento i em relação ao eixo frontal ou transversal; e momento de inércia I_{li} do segmento i em relação ao eixo longitudinal, foram determinados pelas equações 10 abaixo:

$$\begin{aligned}
 m_i &= k_i \cdot L_i \cdot C_i^2 & (10) \\
 I_{si} &= k_{si} \cdot m_i \cdot L_i^2 \\
 I_{fi} &= k_{fi} \cdot m_i \cdot L_i^2 \\
 I_{li} &= k_{li} \cdot m_i \cdot C_i^2
 \end{aligned}$$

Neste modelo proposto, apesar de obtermos valores de todos os parâmetros inerciais, os segmentos foram definidos por apenas dois pontos, inicial e final, determinando apenas sua direção longitudinal. Por isso, a localização do centro de gravidade dos segmentos é dada em relação à essa direção longitudinal, determinada pelo comprimento L em cada segmento da figura 5. Partindo do modelo acima, devemos definir as direções transversal e sagital de cada segmento, e a localização do centro de massa em relação a estas direções.

Alguns protocolos para definição de um sistema de referência local de determinados segmentos do corpo, principalmente dos membros inferiores, estão disponíveis na literatura

(Krabbe,1994; Siebertz, 1994; Cappello *et al.*, 1995; Zatsiorsky, 1998). Porém, não encontramos nenhum modelo antropométrico que ofereça dados do corpo inteiro e as direções de todos os eixos anatômicos.

Apesar das limitações descritas, o modelo escolhido (Zatsiorsky *et al.*, 1990) pôde ser utilizado de maneira completa, conhecidas as considerações envolvidas. Entendemos que este modelo não é ideal, porém apresentou-se como o mais apropriado entre os modelos encontrados, tendo sido complementado para fornecer todos os parâmetros inerciais necessários.

II. 2. Aquisição dos dados cinemáticos

Ao modelo físico associamos a movimentação das partes, conforme medido na movimentação do corpo humano real. A descrição desta movimentação foi obtida a partir de um conjunto de dados cinemáticos tridimensionais de marcadores que estimavam a posição de pontos anatômicos definidos pelo modelo antropométrico. Por estes pontos determinamos a localização e a orientação espacial dos segmentos do modelo físico. As coordenadas dos pontos que compõem esse conjunto de dados, foram dadas em relação ao sistema de referência global, fixo no laboratório.

Existem muitos sistemas disponíveis no mercado para a aquisição de dados cinemáticos e reconstrução tridimensional de coordenadas. Essa escolha deve ser feita em função das possibilidades e necessidades da pesquisa a ser realizada. Utilizamos, nesta metodologia, o sistema Dvideow, desenvolvido por Barros *et al.* (1999). Este sistema é baseado em filmagem estereoscópica do corpo em movimento; digitalização das imagens e reconstrução tridimensional das coordenadas dos pontos de interesse. Cada movimentação do corpo apresenta características variadas, que implicam em procedimentos diferentes durante a filmagem, tais como o número de câmeras necessárias, o posicionamento destas câmeras, as dimensões do volume de calibração e a frequência de aquisição de dados. Por estas razões, as descrições detalhadas desses procedimentos são expostas juntamente com a aplicação realizada, no capítulo III.

II. 3. Centro de massa e conjunto de massas pontuais

Após a definição do modelo físico, mostrada no item 1 do capítulo II, associamos a cada segmento sua localização 3D e sua orientação. Em seguida, localizamos o centro de massa do corpo humano e calculamos o seu tensor central de inércia, a partir das definições mecânicas desses conceitos e do modelo antropométrico. Contudo, o cálculo do tensor central de inércia envolve os conceitos mecânicos de momento produto de inércia, que são apresentados por equações que envolvem integrais em função dos elementos de massa do corpo, e do vetor posição desses elementos de massa. As soluções dessas integrais de volume são complicadas em função da forma dos segmentos, fato que dificulta consideravelmente os cálculos necessários. Optamos por escolher uma nova representação para cada segmento, a fim de facilitarmos esses cálculos. A opção da mudança da distribuição de massa dos segmentos do modelo físico baseia-se em afirmações como, por exemplo, encontrada em Marion & Thornton (1995, p. 438, tradução própria):

“O movimento de um corpo rígido depende da estrutura desse corpo somente através de três parâmetros, que são os momentos principais de inércia. Assim, dois corpos quaisquer que apresentem a mesma massa e os mesmos momentos principais de inércia, irão se movimentar exatamente da mesma maneira, estando sob ação das mesmas forças, apesar de apresentarem formas diferentes.”

Representamos cada um dos segmentos do modelo físico por um conjunto de seis massas pontuais iguais m_k , distribuídas de forma a apresentar mesma massa, a mesma localização do centro de massa e os mesmos três momentos principais de inércia do segmento representado. Assim, cada uma das seis massas m_k é definida tendo massa igual a 1/6 da massa do segmento, sendo posicionada duas a duas simétricas em relação ao centro de massa, sobre cada um dos eixos coordenados do sistema anatômico, conforme mostra a figura 6. Escolhemos seis massas pontuais por formarem um conjunto simétrico centrado no centro de massa do segmento, por mantém certa similaridade com a sua forma.

Figura 6

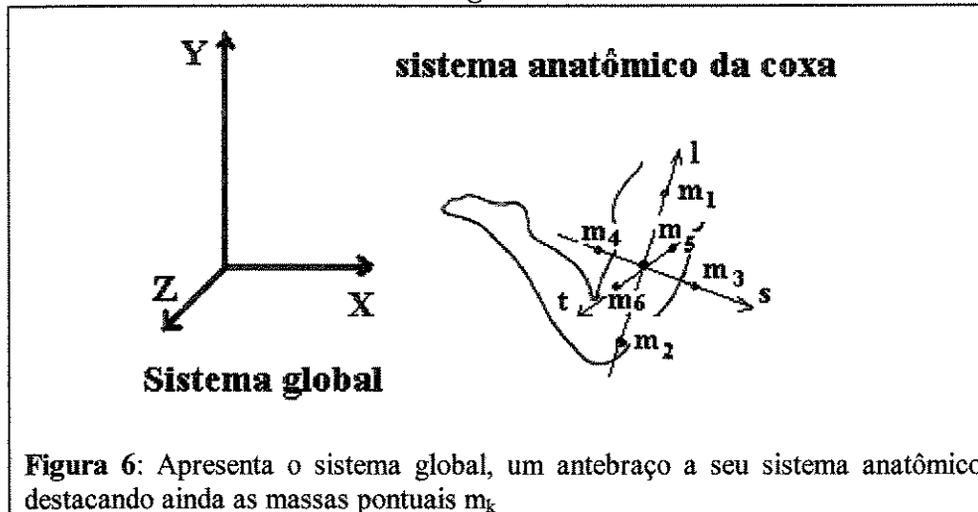


Figura 6: Apresenta o sistema global, um antebraço a seu sistema anatômico, destacando ainda as massas pontuais m_k

O corpo humano que estava representado pelo modelo físico, passa assim, a ser representado pelo conjunto m_j de todas as seis massas pontuais de cada segmento. Desta forma, o conjunto de massas pontuais m_j e o modelo físico apresentam a mesma localização do centro de massa e o mesmo tensor central de inércia, pois estamos mantendo os valores das variáveis em função das quais os conceitos de centro de massa e tensor de inércia são determinados.

Podemos obter, de maneira simples, o centro de massa do corpo humano e os momentos e produtos de inércia, que definem o tensor de inércia desse corpo, por somatórias aplicadas às massas pontuais m_j e suas respectivas coordenadas espaciais, conforme mostraremos nos tópicos seguintes.

Para determinarmos as coordenadas das massas m_k em relação ao sistema anatômico de cada segmento, chamamos de d_k a distância entre a origem do sistema anatômico e a massa pontual m_k . A distância d_k determina a coordenada da massa m_k em relação ao eixo sobre o qual está posicionada. Pela forma como foram dispostas, sabemos que as outras coordenadas em relação aos outros dois eixos do sistema de referência valem zero.

As distâncias d_k são calculadas a partir dos momentos principais centrais de inércia dos segmentos em relação aos eixos coordenados do sistema anatômico, valores esses fornecidos pelo modelo antropométrico. Vamos mostrar a seguir como estas distâncias d_k foram obtidas em relação ao sistema anatômico e como transformamos todas as coordenadas de cada segmento, do sistema anatômico para o sistema global.

II. 3. 1. Determinação das massas pontuais dos segmentos

Os momentos principais centrais de inércia dos segmentos em relação aos eixos do sistema anatômico podem ser calculados a partir de suas definições, aplicadas ao conjunto das seis massas m_k em relação aos eixos t , l , s , que correspondem aos eixos transversal, longitudinal e sagital do segmento, na seguinte forma:

$$I_t^P = \sum_{k=1}^6 m_k \cdot (l_k^2 + s_k^2) ; \quad I_l^P = \sum_{k=1}^6 m_k \cdot (s_k^2 + t_k^2) ; \quad I_s^P = \sum_{k=1}^6 m_k \cdot (t_k^2 + l_k^2) \quad (11)$$

Onde:

m_k = massa pontual k ;

t_k, l_k, s_k = coordenadas da massa pontual k em relação ao sistema anatômico;

I_t^P, I_l^P, I_s^P = momentos principais de inércia do segmento em relação aos eixos do sistema anatômico.

Ao escolhermos as massas m_k posicionadas duas a duas simétricas em relação à origem, sobre cada um dos eixos coordenados do sistema anatômico, temos que $d_1=d_2$, $d_3=d_4$ e $d_5=d_6$. Portanto, as coordenadas das massas m_k em relação ao sistema anatômico podem ser dadas por:

$$\begin{aligned} m_{1(A)} &= (d_1, 0, 0) ; m_{2(A)} = (-d_1, 0, 0) ; m_{3(A)} = (0, d_3, 0) ; \\ m_{4(A)} &= (0, -d_3, 0) ; m_{5(A)} = (0, 0, d_5) ; m_{6(A)} = (0, 0, -d_5) \end{aligned} \quad (12)$$

Assim sendo, as equações 11 dos momentos principais centrais de inércia dos segmentos são escritas como:

$$I_t^P = (M/3) \cdot (d_3^2 + d_5^2) ; \quad I_l^P = (M/3) \cdot (d_5^2 + d_1^2) ; \quad I_s^P = (M/3) \cdot (d_1^2 + d_3^2) \quad (13)$$

Desta forma, obtemos um sistema de três equações e três incógnitas, e sua solução nos fornece os valores das distâncias d_1 , d_3 , d_5 dados por:

$$d_1^2 = (3/2.M) \cdot (-I_t^P + I_l^P + I_s^P) ; \quad d_3^2 = (3/2.M) \cdot (I_t^P - I_l^P + I_s^P) ; \quad d_5^2 = (3/2.M) \cdot (I_t^P + I_l^P - I_s^P) \quad (14)$$

Com os valores das distâncias d_1 , d_3 e d_5 obtemos, pelas equações 12, as coordenadas das massas m_k em relação ao sistema anatômico.

II. 3. 2. Conjunto de massas pontuais representativo do corpo

O conjunto das massas pontuais m_j que representa o modelo físico é formado pelas massas m_k de todos os segmentos, descritas em relação ao sistema global. Esse conjunto é composto por um total de q massas pontuais, onde q é dado por seis vezes o número de segmentos que compõem o modelo físico. As coordenadas das massas m_k descritas em relação ao sistema anatômico, foram transformadas em coordenadas descritas em relação ao sistema global. Essa transformação é composta de uma translação, dada pela localização do segmento e uma rotação a qual devemos determinar a partir dos dados cinemáticos. A matriz de rotação do sistema anatômico para o sistema global, pode ser determinada a partir dos vetores básicos dos dois sistemas. A partir da matriz de rotação, determinamos a matriz mudança de coordenadas, e obtemos as coordenadas das massas m_j , dadas pela equação 15 abaixo. O procedimento para determinar essa matriz de mudança de coordenadas pode ser encontrado em Boldriní *et al.* (1980, p. 103).

$$\begin{pmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} t_k \\ l_k \\ s_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} \quad (15)$$

Onde:

X_j, Y_j, Z_j = coordenadas das massas m_k em relação ao sistema global;

t_k, l_k, s_k = coordenadas das massas m_k em relação ao sistema anatômico;

X_A, Y_A, Z_A = coordenadas do centro de massa do segmento em relação ao sistema global;

$[a_{ij}]$ = matriz mudança de base do sistema anatômico para o sistema global.

II. 3. 3. Centro de massa do corpo

A localização do corpo humano é determinada pelo vetor posição do ponto centro de massa C do corpo todo, descrito em relação ao sistema global, aplicada ao conjunto de massas pontuais que representam o modelo físico, identificadas pelo índice j . O vetor posição do ponto C é calculado pela definição abaixo:

$$\vec{C} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^q (m_j \cdot \vec{r}_j) \quad (16)$$

Onde:

q = número total de massas pontuais representativas do modelo físico;

m_j = massa pontual representativa;

\vec{r}_j = vetor posição da massa pontual representativa descrito em relação ao sistema global;

M = massa total do corpo.

II. 4. Tensor central de inércia e elipsóide central de inércia do corpo

Para determinarmos o tensor central de inércia do corpo, que define o seu elipsóide central de inércia, aplicamos as definições de momento e produto de inércia, ao conjunto das massas pontuais m_j descritas em relação ao sistema local móvel, conforme equações abaixo:

$$\bar{I}_{xx} = \sum_{j=1}^q m_j \cdot (y_j^2 + z_j^2) \quad ; \quad \bar{I}_{yy} = \sum_{j=1}^q m_j \cdot (z_j^2 + x_j^2) \quad ; \quad \bar{I}_{zz} = \sum_{j=1}^q m_j \cdot (x_j^2 + y_j^2) \quad (17)$$

$$\bar{P}_{xy} = \sum_{j=1}^q m_j \cdot x_j \cdot y_j \quad ; \quad \bar{P}_{yz} = \sum_{j=1}^q m_j \cdot y_j \cdot z_j \quad ; \quad \bar{P}_{zx} = \sum_{j=1}^q m_j \cdot z_j \cdot x_j \quad (18)$$

Onde:

x_j, y_j, z_j = coordenadas da massa m_j em relação ao sistema local móvel;

$\bar{I}_x, \bar{I}_y, \bar{I}_z$ = momentos centrais de inércia do corpo em relação aos eixos do sistema local móvel;

$\bar{P}_{xy}, \bar{P}_{yz}, \bar{P}_{zx}$ = produtos centrais de inércia do corpo em relação aos eixos do sistema local móvel.

Assim sendo, obtemos as coordenadas das massas pontuais m_j em relação ao sistema local móvel, a partir das coordenadas das mesmas massas pontuais m_j descritas em relação ao sistema global. O sistema local móvel foi definido localizado no centro de massa do corpo, tendo eixos paralelos aos eixos do sistema global, existindo apenas uma translação entre os dois sistemas, dada pela localização do centro de massa do corpo descrita em relação ao sistema global. A equação abaixo mostra essa transformação de coordenadas:

$$\begin{pmatrix} x_j \\ y_j \\ z_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \end{pmatrix} \quad (19)$$

Onde:

x_j, y_j, z_j = coordenadas da massa m_j em relação ao sistema local móvel;

X_j, Y_j, Z_j = coordenadas da massa m_j em relação ao sistema global;

X_C, Y_C, Z_C = coordenadas do centro de massa do corpo em relação ao sistema global.

A partir dos momentos e produtos de inércia calculados acima, o tensor central de inércia $T_{(C)}$ do corpo, fica dado por:

$$T_{(C)} = \begin{pmatrix} \bar{I}_{xx} & \bar{P}_{xy} & \bar{P}_{zx} \\ \bar{P}_{xy} & \bar{I}_{yy} & \bar{P}_{yz} \\ \bar{P}_{zx} & \bar{P}_{yz} & \bar{I}_{zz} \end{pmatrix} \quad (20)$$

Com o tensor $T_{(C)}$ escrevemos a equação matricial do elipsóide central de inércia na forma:

$$(x, y, z) \cdot \begin{pmatrix} \bar{I}_{xx} & \bar{P}_{xy} & \bar{P}_{zx} \\ \bar{P}_{xy} & \bar{I}_{yy} & \bar{P}_{yz} \\ \bar{P}_{zx} & \bar{P}_{yz} & \bar{I}_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 1 \quad (21)$$

Onde:

x, y, z = coordenadas de um ponto da superfície do elipsóide central de inércia, em relação ao sistema local móvel.

II. 5. Autovetores do tensor central de inércia

Uma vez determinado o elipsóide central de inércia do corpo, descrito em relação ao sistema local móvel, procuramos o sistema de referência onde esse mesmo elipsóide seja definido por um tensor diagonal, isto é, onde os valores que correspondem aos produtos de inércia sejam todos nulos. Como já vimos anteriormente, na situação descrita os eixos do novo sistema de referência apresentam direções coincidentes com as direções dos eixos principais do elipsóide central de inércia do corpo e, por isso, definido como o sistema local somático que determina a orientação do corpo em questão.

As direções do sistema local somático, sistema esse que diagonaliza o tensor central de inércia, foram determinadas a partir do conceito de autovetores de uma matriz aplicado a esse tensor.

Segundo, a Álgebra Linear, uma das maneiras de diagonalizarmos o tensor central de inércia do corpo é denominada por “decomposição por valor singular”. Essa decomposição fornece uma matriz diagonalizada, onde os elementos não nulos da matriz, são chamados autovalores do tensor, e outra matriz, a qual chamamos de U , onde os vetores dados pelas suas colunas são chamados de autovetores, definindo um novo sistema de referência em relação ao qual o tensor de inércia apresenta-se na forma diagonal. As definições de autovalor e autovetor de uma matriz, bem como a decomposição por valor singular, podem ser encontrados em Boldrini *et al.* (1980).

Realizamos a decomposição por valor singular do tensor central de inércia do corpo e determinamos a matriz U , que representa a nova base do sistema local somático. A matriz mudança de base do sistema global para o sistema U é dada pela matriz U , uma vez que a base do sistema global é representada pela matriz identidade.

II. 6. Orientação do corpo humano

O sistema de referência local somático que determina a orientação do corpo humano, fica definido pela sua origem e pela direção de seus eixos. A origem do sistema local somático é determinada pela localização do centro de massa do corpo, e os eixos desse sistema são versores definidos pelas direções dos eixos principais centrais do elipsóide, direções essas dadas pelos autovetores do tensor central de inércia do corpo.

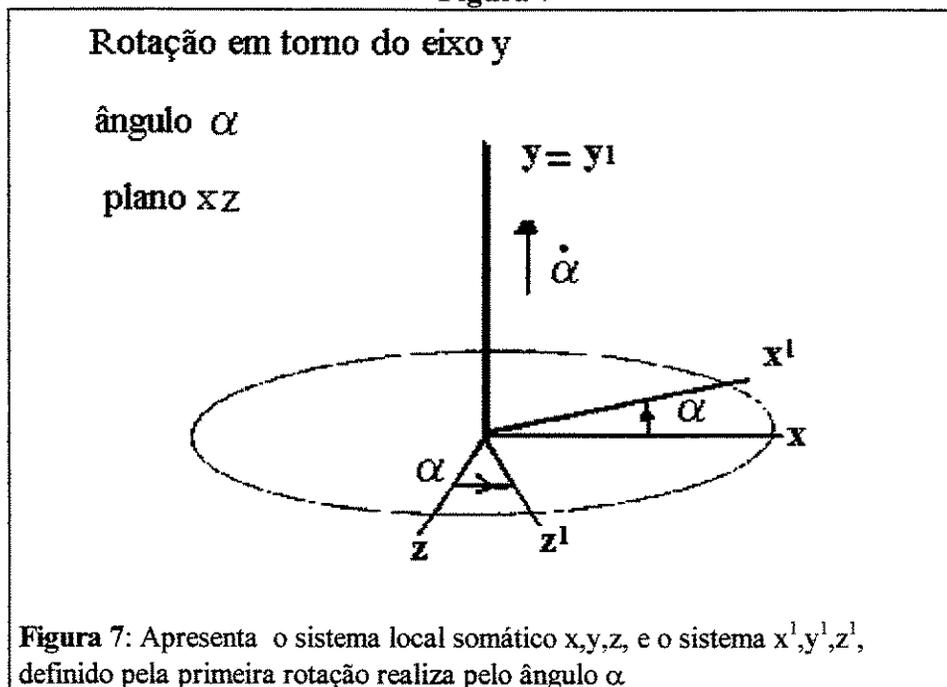
É importante colocarmos que um sistema de referência pode apresentar duas orientações diferentes, denominadas positiva e negativa. Essas orientações dependem das direções dos versores que compõem o sistema. Chamemos de $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ os versores que formam a base de um sistema de referência. Um sistema de orientação positiva é definido quando \hat{z} é o resultado do produto vetorial (\hat{x}, \hat{y}) . Em nossa pesquisa, determinamos que todos os sistemas de referência usados tem orientação positiva.

Uma maneira de verificar a orientação do sistema de referência local somático é através do determinante da matriz U . Uma matriz de rotação, como a matriz U , segundo

Boldrini *et al.*(1986), apresenta sempre um determinante igual a +1. Caso o determinante seja igual a -1, significa que a matriz U representa uma rotação associada a uma reflexão, que determina a orientação contrária em relação ao sistema anterior, no caso o sistema global. Realizamos essa verificação e, caso o determinante seja negativo, mudamos a orientação do sistema trocando de posição o primeiro e o segundo vetor básico da matriz U. Realizada esta mudança, teremos um sistema local somático positivo, baseado nos mesmos versores básicos, obtendo assim, uma orientação mecânica para o corpo humano.

Uma vez definido o sistema local somático do corpo humano, podemos encontrar a matriz de rotação entre este sistema e o sistema global, e determinar os ângulos de Euler, ângulos esses que irão quantificar as rotações realizadas pelo corpo humano como um todo. Para determiná-los, realizamos uma decomposição da matriz de rotação, em três matrizes de rotação diferentes, dadas em torno de eixos definidos. Encontramos muitas maneiras de realizar esta decomposição. A decomposição da rotação entre os sistemas pode ser feita de diferentes maneiras. Optamos pela maneira proposta em Marion & Thornton (1970), por expor claramente quais os eixos de rotação escolhidos, os quais descrevemos nas figuras 7, 8 e 9, a seguir. Em nosso trabalho utilizaremos duas rotações em torno do eixo vertical, dado por y, e uma rotação em torno da linha de nodos. Dessa forma, as matrizes R_α , R_β e R_γ apresentam-se da seguinte forma:

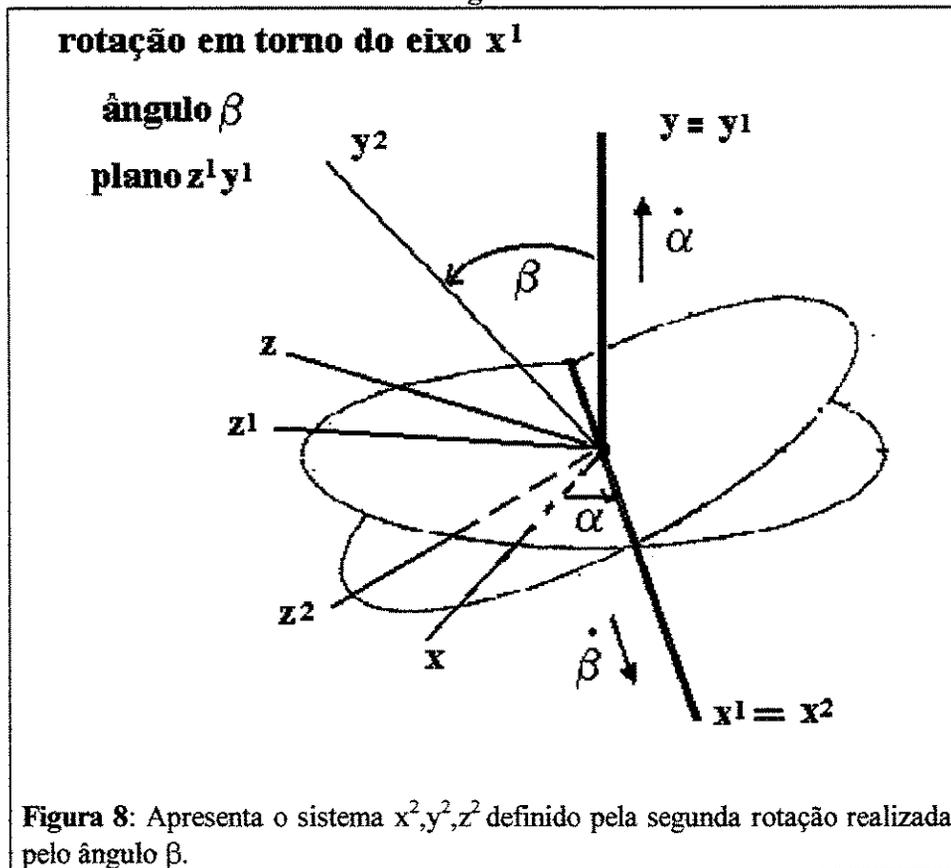
Figura 7



A matriz da primeira rotação R_α é dada por:

$$R_\alpha = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & \text{sen } \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen } \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (22)$$

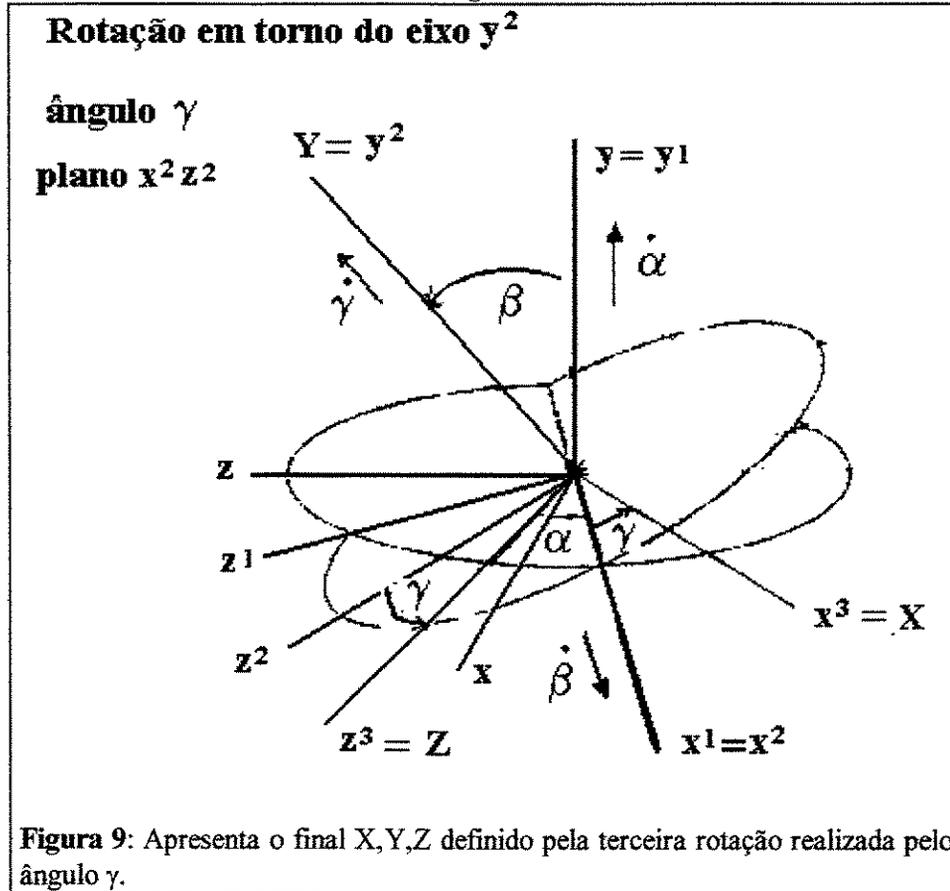
Figura 8



A matriz da segunda rotação R_β é dada por:

$$R_\beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & -\text{sen } \beta \\ 0 & \text{sen } \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \quad (23)$$

Figura 9



A matriz da terceira rotação R_γ é dada por:

$$R_\gamma = \begin{pmatrix} \cos \gamma & 0 & \text{sen } \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen } \gamma & 0 & \cos \gamma \end{pmatrix} \quad (24)$$

Assim, a matriz de rotação geral R_{CG} do sistema local somático para o sistema global, é dada por:

$$R_{CG} = R_\gamma \cdot R_\beta \cdot R_\alpha \quad (25)$$

Obtendo a matriz de rotação a partir das bases dos sistemas global e local somático, podemos determinar os ângulos de Euler α , β e γ , que, juntamente com coordenadas da localização do corpo, referentes ao seu centro de massa, definem a posição do corpo utilizando seis coordenadas, para cada instante separadamente.

A matriz R_{CG} de rotação será dada por:

$$R_{CG} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix} \quad (26)$$

Onde:

$$a_1 = \cos\alpha \cdot \cos\gamma - \sin\alpha \cdot \cos\beta \cdot \sin\gamma$$

$$a_2 = \sin\beta \cdot \sin\gamma$$

$$a_3 = \sin\alpha \cdot \cos\gamma + \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \cos\gamma$$

$$b_1 = \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$b_2 = \cos\beta$$

$$b_3 = -\cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$c_1 = -\cos\alpha \cdot \sin\gamma - \sin\alpha \cdot \cos\beta \cdot \cos\gamma$$

$$c_2 = \sin\beta \cdot \cos\gamma$$

$$c_3 = -\sin\alpha \cdot \sin\gamma + \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \cos\gamma$$

II. 7. Visualização do elipsóide central de inércia do corpo

O elipsóide central de inércia do corpo é um objeto imaginário. Se olharmos as equações 7 e 8, anteriormente definidas, veremos que o elipsóide geométrico apresenta eixos a , b e c que são medidas de comprimento, enquanto no elipsóide de inércia, os tamanhos dos semi-eixos são determinados por $1/\sqrt{I_L}$, sendo I_L o momento de inércia do corpo em relação a um eixo L qualquer. Associamos uma unidade a esse valor que define os tamanhos dos semi-eixos nas direções L , ficando o elipsóide definido.

Portanto, o elipsóide de inércia não pode ser visto como um objeto real. Para visualizá-lo, utilizamos o conceito de elipsóide de Legendre, conforme Beghin (1967, p. 80). Construímos um elipsóide geométrico a partir da massa do corpo e dos seus momentos principais centrais de inércia, o qual é chamado de elipsóide de Legendre. Esse elipsóide com semi-eixos a , b e c alinhados com os eixos do sistema de referência em relação ao qual está descrito, apresenta seus momentos principais centrais de inércia dados por:

$$\bar{I}^p_{xx} = M \cdot \frac{(b^2 + c^2)}{5} \quad (27)$$

$$\bar{I}^p_{yy} = M \cdot \frac{(c^2 + a^2)}{5}$$

$$\bar{I}^p_{zz} = M \cdot \frac{(a^2 + b^2)}{5}$$

Onde:

a, b, c = semi-eixos principais do elipsóide de Legendre;

\bar{I}^p_{xx} ; \bar{I}^p_{yy} ; \bar{I}^p_{zz} = momentos principais centrais de inércia do corpo;

M = massa total do sujeito.

Desta forma, montamos um sistema composto por três equações e três incógnitas, que fornece os valores de a, b e c, como sendo:

$$a^2 = \frac{5}{2.M} \left(-\bar{I}^p_{xx} + \bar{I}^p_{yy} + \bar{I}^p_{zz} \right) \quad (28)$$

$$b^2 = \frac{5}{2.M} \left(\bar{I}^p_{xx} - \bar{I}^p_{yy} + \bar{I}^p_{zz} \right)$$

$$c^2 = \frac{5}{2.M} \left(\bar{I}^p_{xx} + \bar{I}^p_{yy} - \bar{I}^p_{zz} \right)$$

A partir das demonstrações apresentadas, construímos o elipsóide geométrico com fins de visualização, mantendo a posição do centro de massa do corpo humano coincidente com o centro do elipsóide; os momentos principais de inércia deste corpo e suas direções. É interessante notar que a orientação deste elipsóide de Legendre acompanha a orientação do corpo humano. Os momentos principais de inércia do corpo humano correspondem aos autovalores da matriz diagonal correspondente ao tensor central de inércia. A variação da forma do elipsóide de Legendre, construído em função do tempo, corresponde a variação na distribuição de massa do corpo humano durante a movimentação, visto que estamos definindo os semi-eixos principais do elipsóide a partir dos momentos de inércia e da massa do corpo.

Sabemos que a movimentação do corpo é um fenômeno contínuo e, baseado nesta continuidade, podemos manter relação entre os eixos x, y, z, respectivamente, de dois instantes

consecutivos. Para mantermos esta relação de continuidade, adotamos um critério baseado na distância entre os eixos possíveis, de sistemas em instantes consecutivos.

Dados os versores \hat{x} , \hat{y} , \hat{z} , definidos pela base U do primeiro instante da movimentação, determinamos para cada um deles, qual dos seis versores \hat{x} , \hat{y} , \hat{z} , $-\hat{x}$, $-\hat{y}$, $-\hat{z}$ está mais próximo. O versor mais próximo do versor \hat{x} que forma a base do sistema local somático do primeiro instante, é definido como o versor \hat{x} da base do segundo instante. Da mesma forma, determinamos os versores \hat{y} e \hat{z} que formam a base do sistema local somático do segundo instante. Repetimos este procedimento para todos os instantes da movimentação do corpo.

No próximo capítulo apresentaremos a implementação e aplicação desta metodologia em uma técnica de Capoeira chamada “parafuso”, como também os resultados obtidos.

Capítulo III

Aplicação e resultados

III. 1. Aplicação

A metodologia proposta por esse trabalho, descrita no capítulo anterior, foi implementada num software desenvolvido em ambiente Matlab[®] e testada em uma aplicação onde um sujeito executa uma técnica da Capoeira denominada “parafuso”. Esse movimento foi escolhido por apresentar marcantes características tridimensionais, onde aparecem translação e rotações do corpo como um todo e grande variação na distribuição de sua massa. O executor do “parafuso” é do sexo masculino, mestre de Capoeira, tem 25 anos de idade e massa corporal de 77,9 Kg.

O movimento teve a duração de aproximadamente dois segundos e os dados cinemáticos foram obtidos por filmagem do corpo durante o movimento, realizada com duas câmeras VHS Panasonic[®] numa frequência de aquisição de 30 Hz, fornecendo duas seqüências de 59 imagens, cada uma referente a uma das câmeras. Um volume de calibração de 3m x 2m x 2m foi utilizado para fins de quantificação. Posterior à filmagem, utilizamos o sistema Dvideow, desenvolvido por Barros *et al.* (1999), para marcação e reconstrução tridimensional das coordenadas de 21 pontos anatômicos definidos pelo modelo físico, segundo o modelo antropométrico, que determinam o início e fim de cada um dos 14 segmentos. A marcação dos pontos foi feita manualmente por estimativa visual, diretamente nas imagens projetadas na tela do computador.

Nessa aplicação, não foram consideradas as rotações em torno dos eixos longitudinais dos segmentos, pois os modelos antropométricos disponíveis não definem as direções transversal e sagital do sistema anatômico dos segmentos. Essa consideração é fundamentada em estudos como, por exemplo, apresentado por Winter (1979), que considerara pequenas as contribuições das rotações citadas durante a movimentação do corpo humano. Também nessa aplicação, o tronco foi tratado como um segmento único, portanto, o modelo físico foi definido com 14 segmentos, e os parâmetros inerciais obtidos pelo modelo proposto por Zatsiorsky *et al.* (1990), conforme descrito no item 1 do capítulo II.

Os 21 pontos necessários para definirmos os 14 segmentos do modelo antropométrico adotado, foram escolhidos a partir de pontos anatômicos, estimados visualmente e marcados diretamente no sistema de reconstrução tridimensional. Cada uma das três coordenadas destes pontos foi ajustada localmente, isto é, em cada um dos pontos separadamente, por um polinômio de grau 4 com uma janela móvel de quinze pontos. Foram descartados os sete primeiros e sete últimos quadros de cada seqüência, ficando cada uma com 45 quadros. O objetivo do ajuste foi suavizar a trajetória das coordenadas medidas, e a escolha do grau do polinômio foi feita por tentativa e análise de residuo das curvas. São três coordenadas para cada um dos 21 pontos medidos e, para exemplificar, mostraremos os valores medidos e ajustados da coordenada X do ponto inicial do tronco, da coordenada Y do ponto final do antebraço direito e da coordenada Z do ponto final da perna esquerda, todos em função do tempo, nos gráficos a seguir:

Gráfico 1

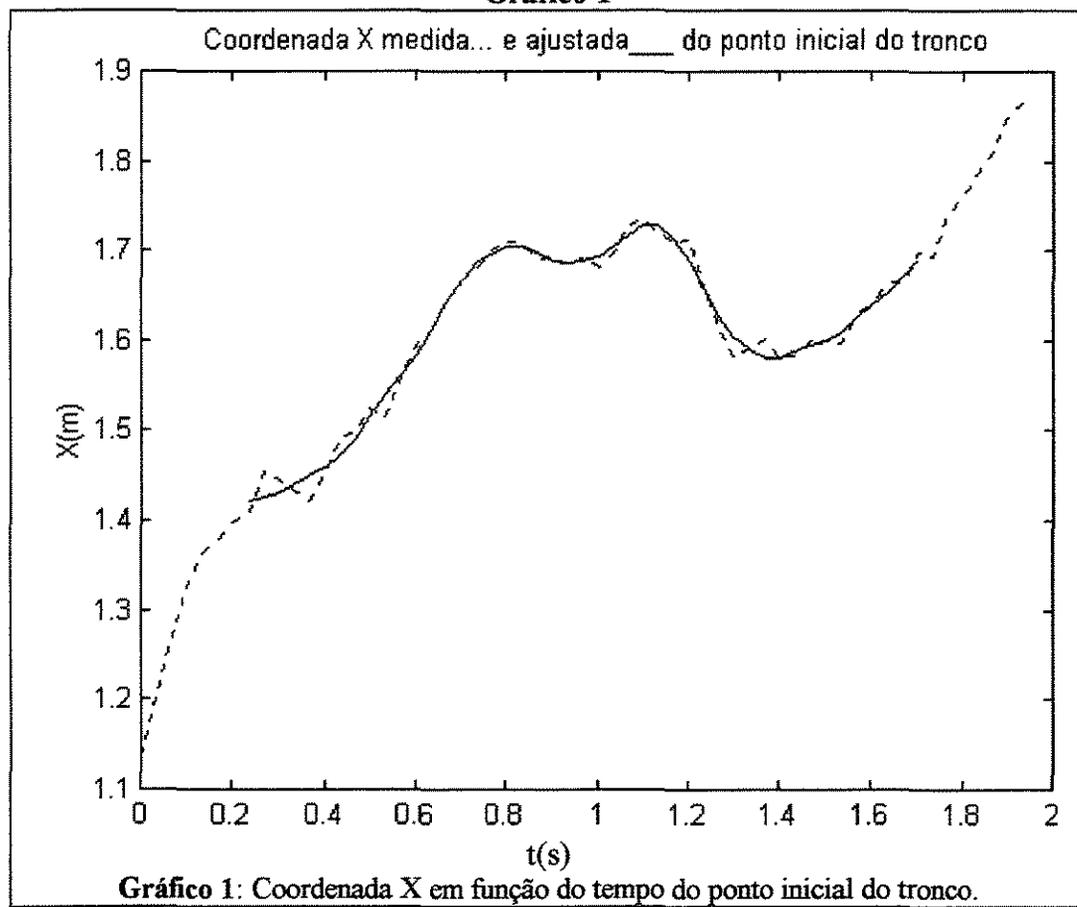


Gráfico 2

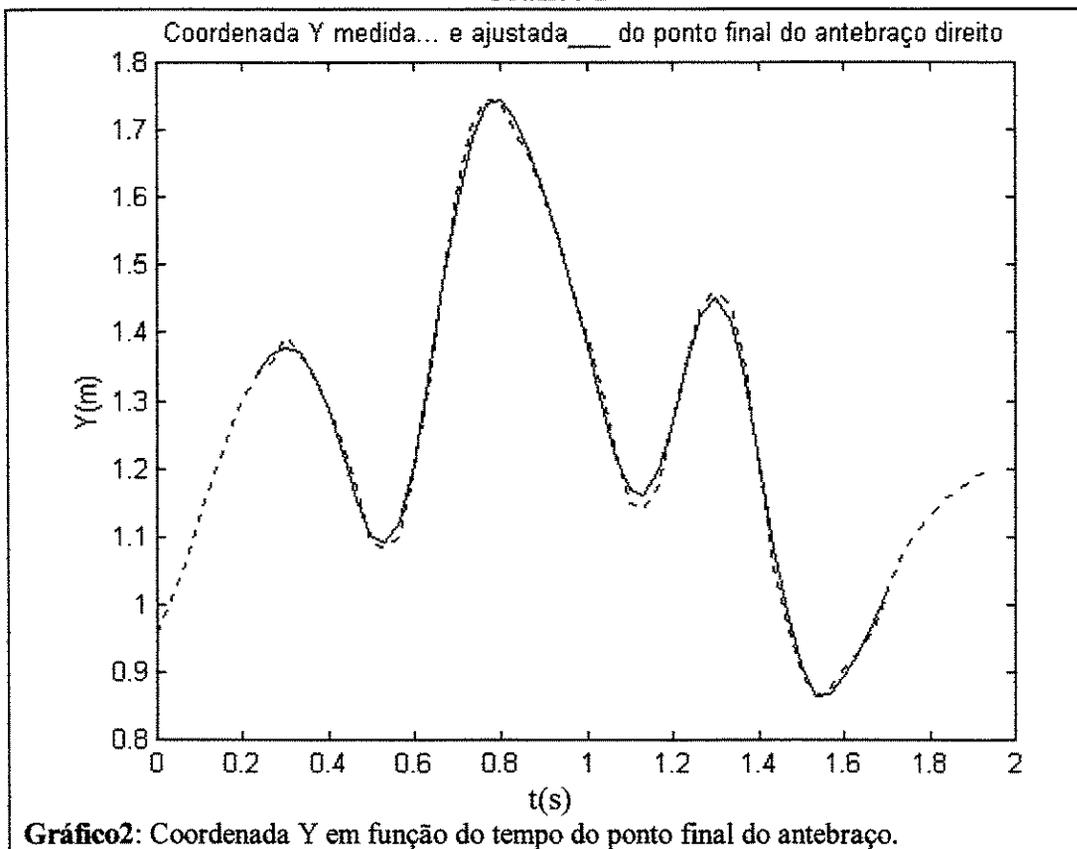
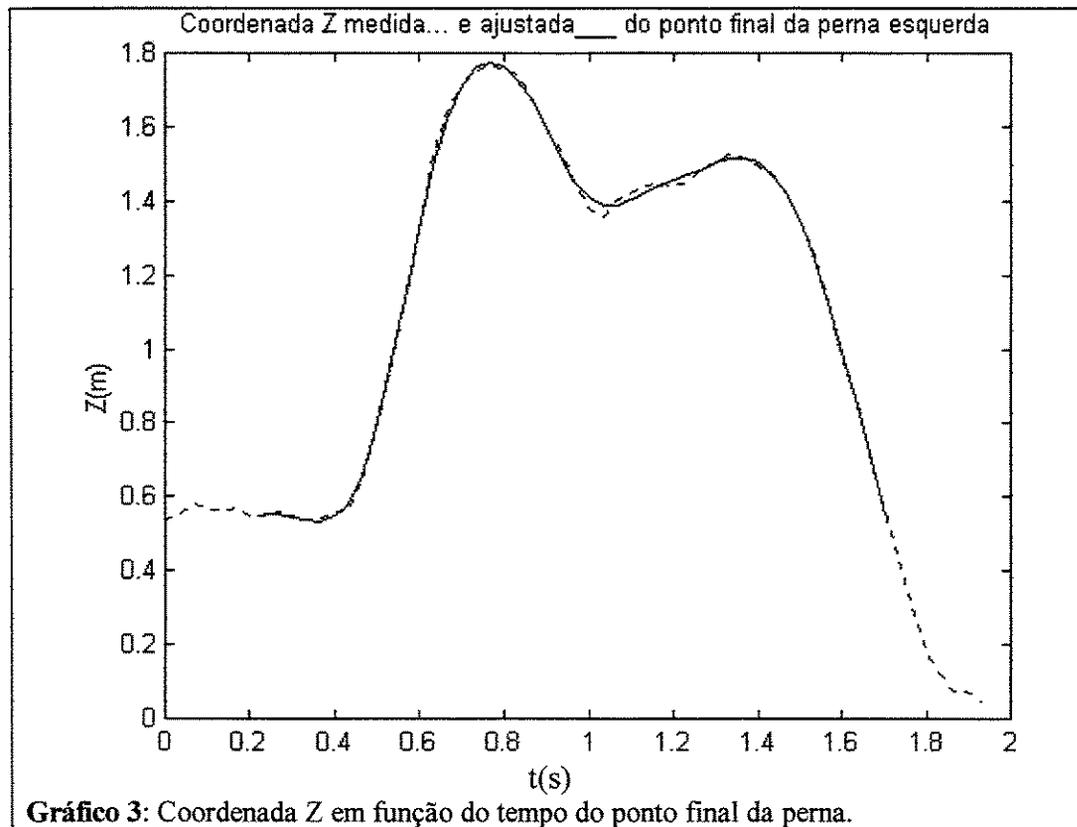


Gráfico 3



A posição do centro de massa de cada um dos segmentos do modelo do corpo todo foi determinada conforme propõe o modelo antropométrico, por porcentagem da distância entre o ponto inicial de final, portanto ao longo do eixo longitudinal, conforme tabela 1. Para determinar a orientação de cada segmento foi necessário definir a direção dos eixos transversal e sagital do sistema anatômico a partir de apenas dois pontos. Partimos da direção longitudinal do segmento, definindo assim o versor \hat{i} . Como não foram consideradas as rotações em torno do eixo longitudinal, quaisquer dois vetores, perpendiculares entre si e pertencentes ao plano perpendicular a \hat{i} , podem ser escolhidos. O versor \hat{t} foi obtido a partir do produto vetorial entre o versor \hat{i} e o vetor vertical $(0,1,0)$. Para finalizar, determinamos o versor \hat{s} pelo produto vetorial entre os versores \hat{i} e \hat{t} .

Para que pudéssemos visualizar o movimento escolhido, a figura 11 mostra uma seqüência de 18 imagens selecionadas de uma das câmeras, portanto, não alinhada com nenhum dos eixos coordenados do sistema de referência global.

Figura 11 – Parte 1 - Parafuso



Figura 11, parte 1: mostra as 3 primeiras imagens escolhidas para visualizar o “parafuso”.

Figura 11 – Parte 2 – Parafuso

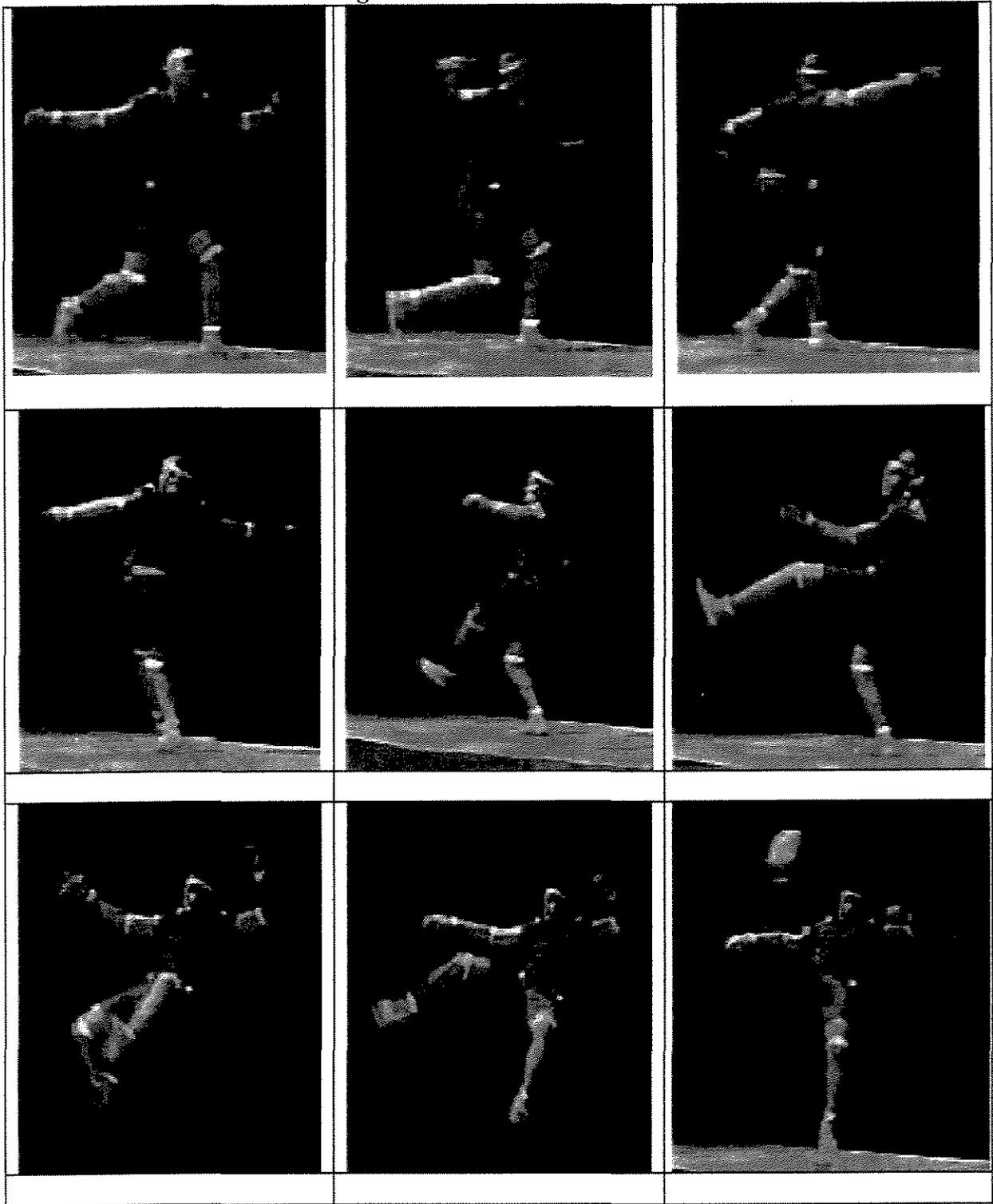


Figura 11, parte 2: mostra mais 9 imagens escolhidas para visualizar o “parafuso”, em seqüência com a parte 1.

Figura 11 – Parte 3 – Parafuso

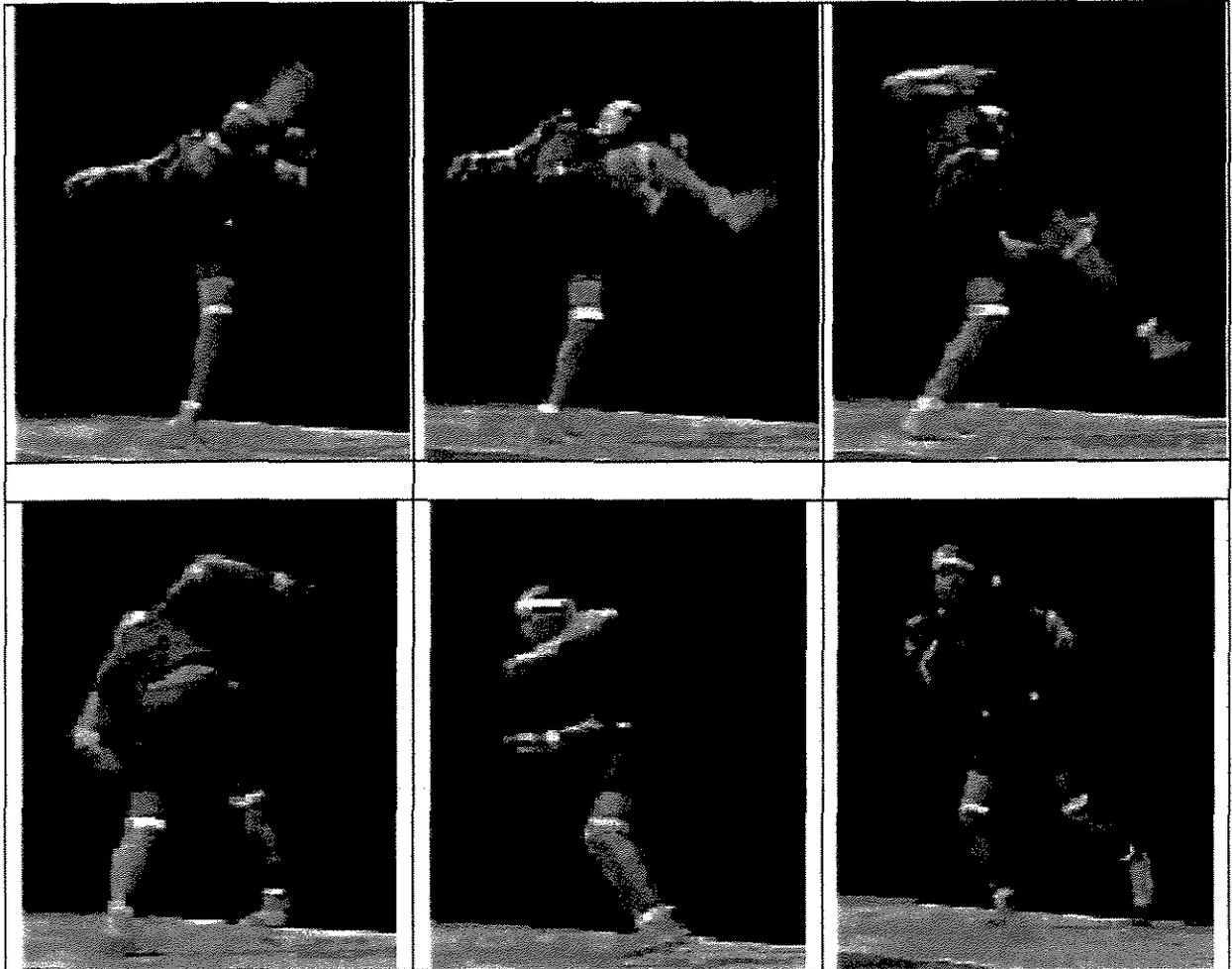


Figura 11, parte 3: mostra mais 6 imagens escolhidas para visualizar o “parafuso”, em seqüência com a parte 2.

Podemos notar que a técnica do parafuso apresenta rotações claramente visíveis. O corpo, durante o movimento realiza duas voltas completas em torno do eixo vertical, com uma fase aérea bem definida, onde podemos perceber uma inclinação posterior, em relação também ao eixo vertical. Essas características serão importantes quando discutirmos os resultados obtidos para a orientação do corpo.

Isto feito, aplicamos a metodologia desenvolvida e obtivemos os resultados apresentados no item seguinte.

III. 2. Resultados

Os resultados apresentados referem-se a descrição do corpo humano todo durante o “parafuso”, portanto, a sua posição em função do tempo, definida pela sua localização e orientação. A tabela 2 mostra a localização do corpo pela posição do seu centro de massa em função do tempo.

Tabela 2

tempo			centro de massa			tempo			centro de massa		
(s)	X (m)	Y (m)	Z (m)	(s)	X (m)	Y (m)	Z (m)	(s)	X (m)	Y (m)	Z (m)
0	1.38	0.90	0.72	0.500	1.62	1.21	1.02	1.000	1.82	0.90	1.09
0.033	1.40	0.91	0.73	0.533	1.64	1.26	1.04	1.033	1.81	0.89	1.08
0.067	1.41	0.91	0.74	0.567	1.66	1.30	1.05	1.067	1.79	0.88	1.07
0.100	1.42	0.92	0.75	0.600	1.67	1.31	1.07	1.100	1.78	0.87	1.05
0.133	1.44	0.93	0.77	0.633	1.68	1.33	1.08	1.133	1.77	0.87	1.04
0.167	1.45	0.94	0.80	0.667	1.69	1.32	1.09	1.167	1.76	0.87	1.01
0.200	1.46	0.95	0.82	0.700	1.71	1.31	1.09	1.200	1.75	0.86	0.99
0.233	1.47	0.95	0.84	0.733	1.73	1.29	1.10	1.233	1.75	0.87	0.96
0.267	1.49	0.96	0.87	0.767	1.75	1.25	1.11	1.267	1.75	0.87	0.94
0.300	1.50	0.96	0.90	0.800	1.78	1.19	1.13	1.300	1.76	0.88	0.92
0.333	1.51	0.98	0.92	0.833	1.80	1.13	1.14	1.333	1.77	0.88	0.89
0.367	1.52	1.01	0.94	0.867	1.82	1.07	1.14	1.400	1.79	0.89	0.87
0.400	1.55	1.05	0.96	0.900	1.84	1.01	1.13	1.433	1.80	0.89	0.85
0.433	1.57	1.10	0.98	0.933	1.84	0.96	1.12	1.467	1.82	0.90	0.82
0.467	1.60	1.16	1.00	0.967	1.84	0.92	1.11	1.500	1.83	0.90	0.80

Tabela 2: Apresenta o tempo e as coordenadas X, Y, e Z do centro de massa do corpo em relação ao sistema global.

Para visualizarmos a localização do corpo, apresentamos três gráficos das projeções XY, XZ e ZY do centro de massa. O gráfico 4, a seguir, apresenta as coordenadas Y em função das coordenadas X do centro de massa, o que corresponde a uma visão frontal do movimento.

Gráfico 4

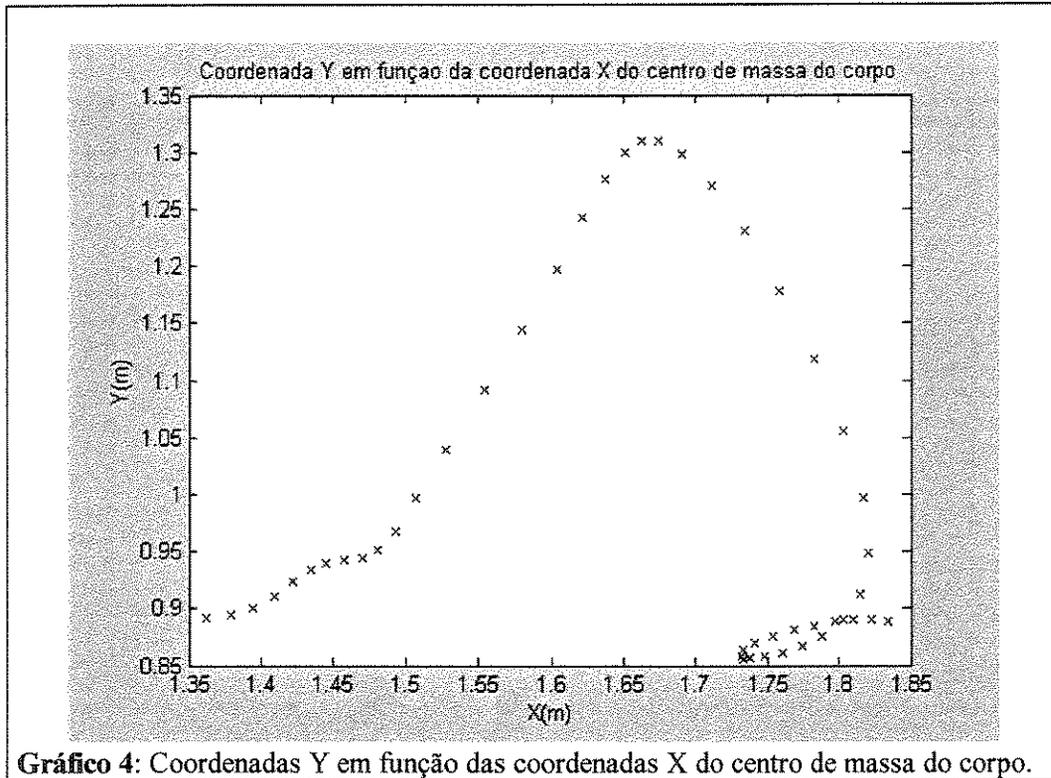


Gráfico 4: Coordenadas Y em função das coordenadas X do centro de massa do corpo.

O gráfico 5 apresenta as coordenadas Y em função das coordenadas Z do centro de massa, o que corresponde a uma visão superior do movimento.

Gráfico 5

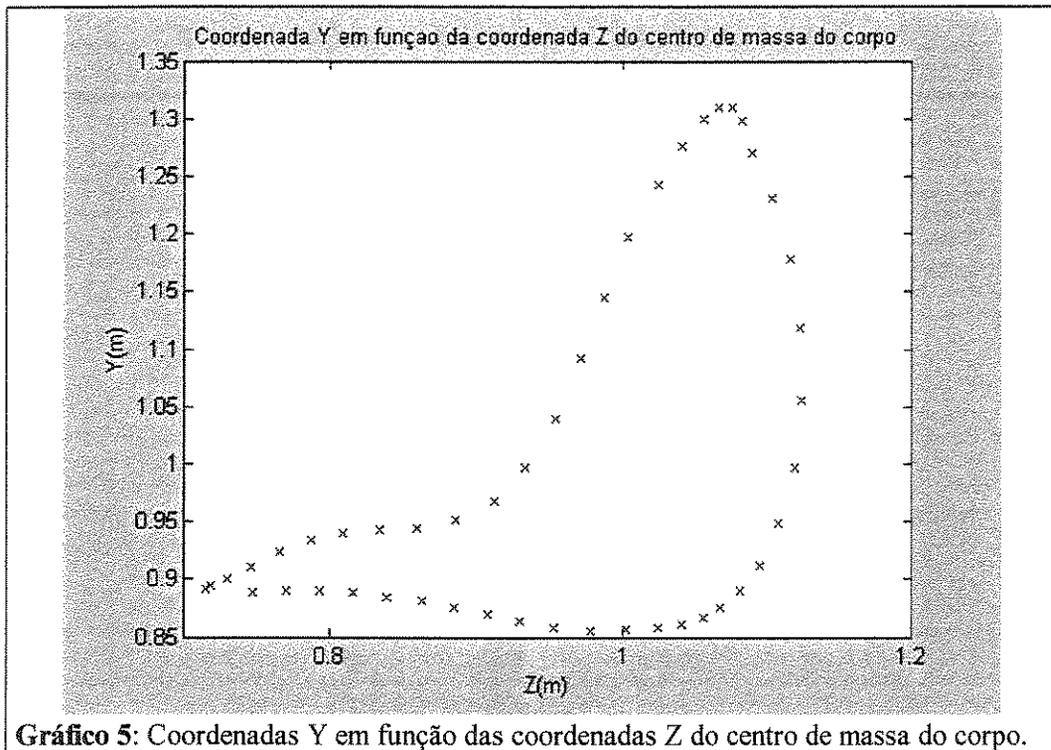


Gráfico 5: Coordenadas Y em função das coordenadas Z do centro de massa do corpo.

O gráfico 6 apresenta as coordenadas Z em função das coordenadas X do centro de massa, o que corresponde a uma visão lateral do movimento.

Gráfico 6

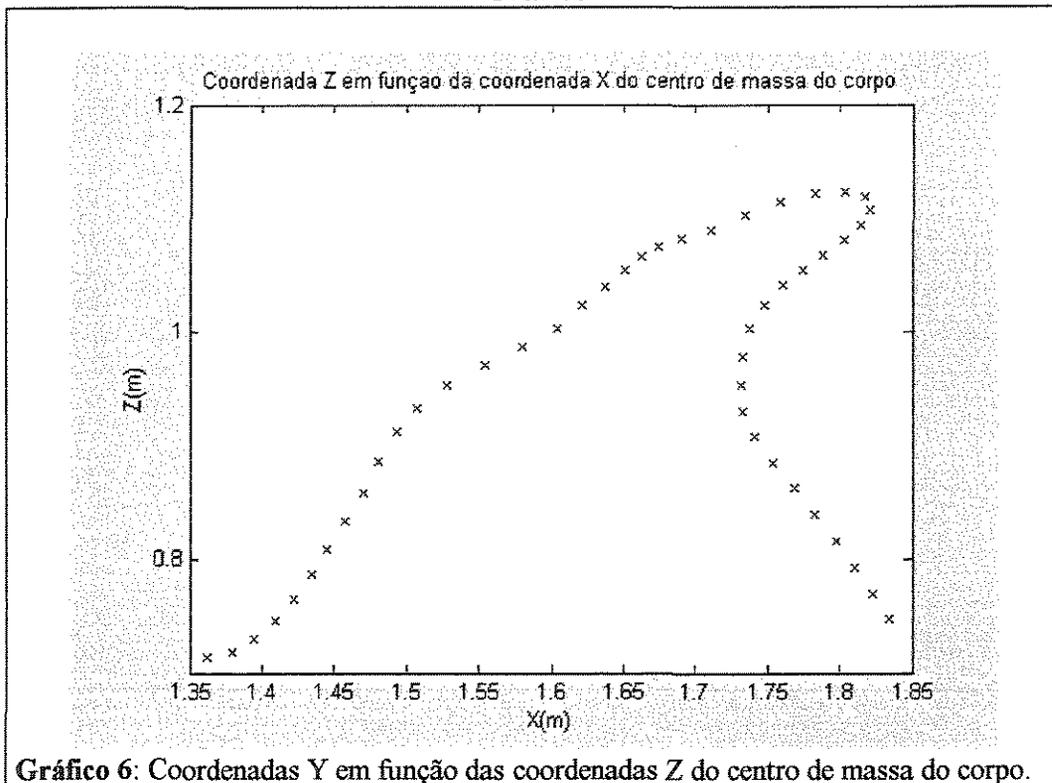


Gráfico 6: Coordenadas Y em função das coordenadas Z do centro de massa do corpo.

Na tabela 3, apresentamos o tempo e os tamanhos dos semi-eixos principais a, b e c do elipsóide de Legendre utilizado para visualização da orientação do corpo humano.

Tabela 3

tempo (s)	a (m)	b (m)	c (m)	tempo (s)	a (m)	b (m)	c (m)	tempo (s)	a (m)	b (m)	c (m)
0	0.22	0.43	0.83	0.500	0.34	0.44	0.75	1.000	0.23	0.40	0.72
0.033	0.22	0.41	0.84	0.533	0.36	0.43	0.72	1.033	0.23	0.39	0.73
0.067	0.22	0.39	0.84	0.567	0.35	0.44	0.69	1.067	0.24	0.39	0.74
0.100	0.21	0.38	0.84	0.600	0.29	0.50	0.67	1.100	0.25	0.38	0.75
0.133	0.21	0.39	0.85	0.633	0.24	0.52	0.67	1.133	0.27	0.37	0.76
0.167	0.21	0.39	0.85	0.667	0.26	0.48	0.70	1.167	0.26	0.39	0.76
0.200	0.23	0.39	0.85	0.700	0.31	0.46	0.71	1.200	0.23	0.41	0.76
0.233	0.25	0.39	0.84	0.733	0.31	0.48	0.71	1.233	0.19	0.43	0.77
0.267	0.29	0.38	0.82	0.767	0.30	0.50	0.71	1.267	0.19	0.42	0.78
0.300	0.33	0.36	0.79	0.800	0.30	0.50	0.70	1.300	0.20	0.39	0.79
0.333	0.33	0.39	0.77	0.833	0.26	0.50	0.69	1.333	0.21	0.37	0.80
0.367	0.31	0.43	0.75	0.867	0.24	0.49	0.68	1.400	0.22	0.34	0.80
0.400	0.32	0.45	0.74	0.900	0.22	0.477	0.68	1.433	0.21	0.33	0.81
0.433	0.33	0.45	0.75	0.933	0.22	0.44	0.69	1.467	0.16	0.35	0.82
0.467	0.33	0.45	0.75	0.967	0.23	0.41	0.70	1.500	0.06	0.39	0.82

Tabela 3: Apresenta os tamanhos dos eixos principais a, b e c do elipsóide de Legendre.

A orientação do corpo humano durante o movimento, apresentada no gráfico 7, foi definida pelos ângulos de Euler calculados entre o sistema local móvel e os sistemas locais somáticos de cada instante durante o parafuso, conforme descrito no capítulo metodologia.

Gráfico 7

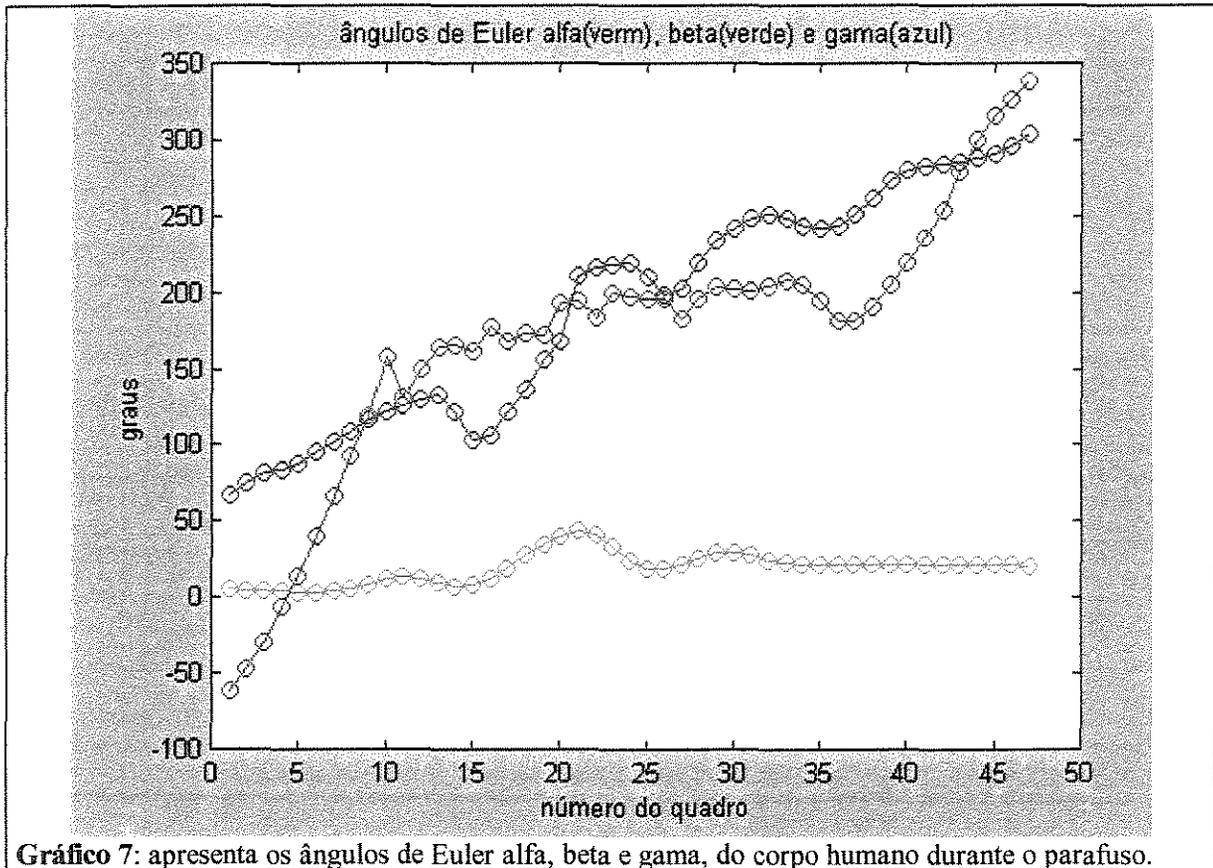


Gráfico 7: apresenta os ângulos de Euler alfa, beta e gama, do corpo humano durante o parafuso.

Para determinarmos os ângulos de Euler alfa, beta e gama, referentes a rotação, usaremos diferentes procedimentos. O ângulo beta corresponde ao ângulo entre o eixo Y do sistema global e o eixo y do sistema local somático, obtido, portanto, diretamente. Os valores dos ângulos alfa e gama foram determinados pelo ângulos entre a linha de nodos e os eixos X e x, respectivamente dos sistemas global e local somático. A linha de nodos corresponde a intersecção do plano xz do sistema local somático e do plano XZ do sistema global.

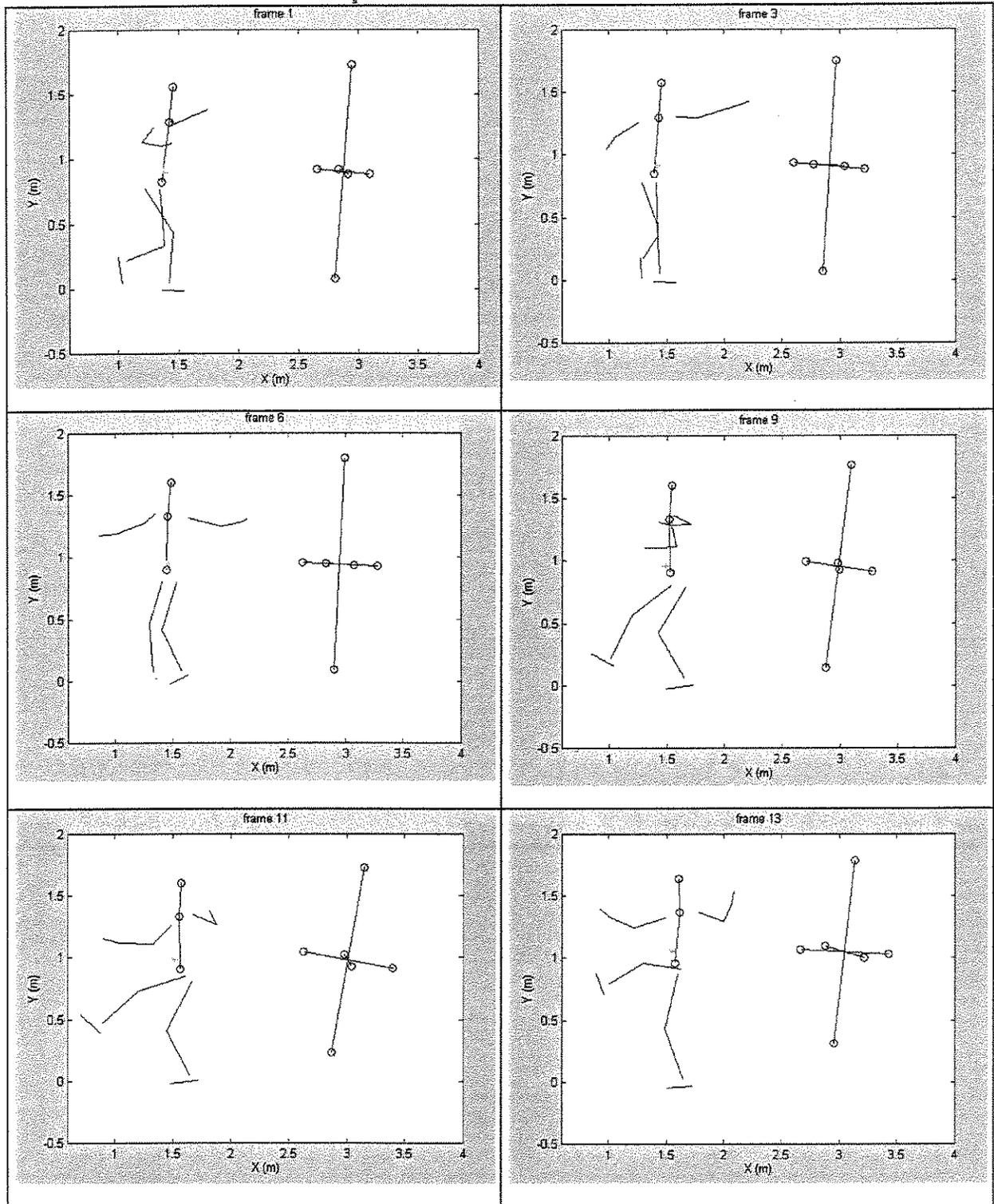
O movimento denominado "parafuso" foi escolhido por envolver aproximadamente duas rotações em torno do eixo longitudinal do corpo. Dessa forma, podemos relacionar os ângulos de Euler encontrados com o fenômeno observado.

Comparando os resultados obtidos com o fenômeno, veremos que dentre cada uma das três rotações escolhidas para decomposição da rotação realizada do sistema local móvel para o sistema local somático em cada instante, somente a segunda rotação pode ser diretamente visível, uma vez que o ângulo beta corresponde ao ângulo entre os eixos Y do sistema global, que corresponde a direção vertical, e o ângulo γ do sistema local somático. O ângulo beta apresenta uma curva acentuada entre os quadros 15 e 25, em relação restante da trajetória. Essa fase da curva corresponde ao período de vôo do sujeito durante o parafuso onde ocorre a passagem anterior dos membros inferiores. Podemos observar que neste intervalo o tronco encontra-se inclinado em relação à vertical e os membros inferiores, um a um, próximos da direção horizontal. Essa análise qualitativa justifica a inclinação do sistema local somático em relação ao eixo Y do sistema global, atingindo valor máximo de 45 graus. Durante o restante do movimento o corpo está apoiado no solo com pequenas inclinações de diferentes partes do corpo. Logo após a fase de vôo, entre os quadros 26 e 32, aparece novo aumento ângulo beta, o que deve-se a fase de recuperação do equilíbrio, onde o sujeito utiliza pequena inclinação do tronco à frente para isso.

Podemos compreender o que representam fisicamente os ângulos alfa e gama se olharmos as figuras de 7 a 9. A linha de nodos corresponde a intersecção do plano XZ do sistema global com o plano xz do sistema local somático. O ângulo alfa é determinado pela linha de nodos e o eixo Z do sistema global, e o ângulo gama entre a linha de nodos e o eixo z do sistema local somático. Assim, as duas rotações realizadas pelo corpo durante o parafuso estão ligadas a estes dois ângulos, e por isso apresentam conjuntamente valores que correspondem as duas rotações citadas.

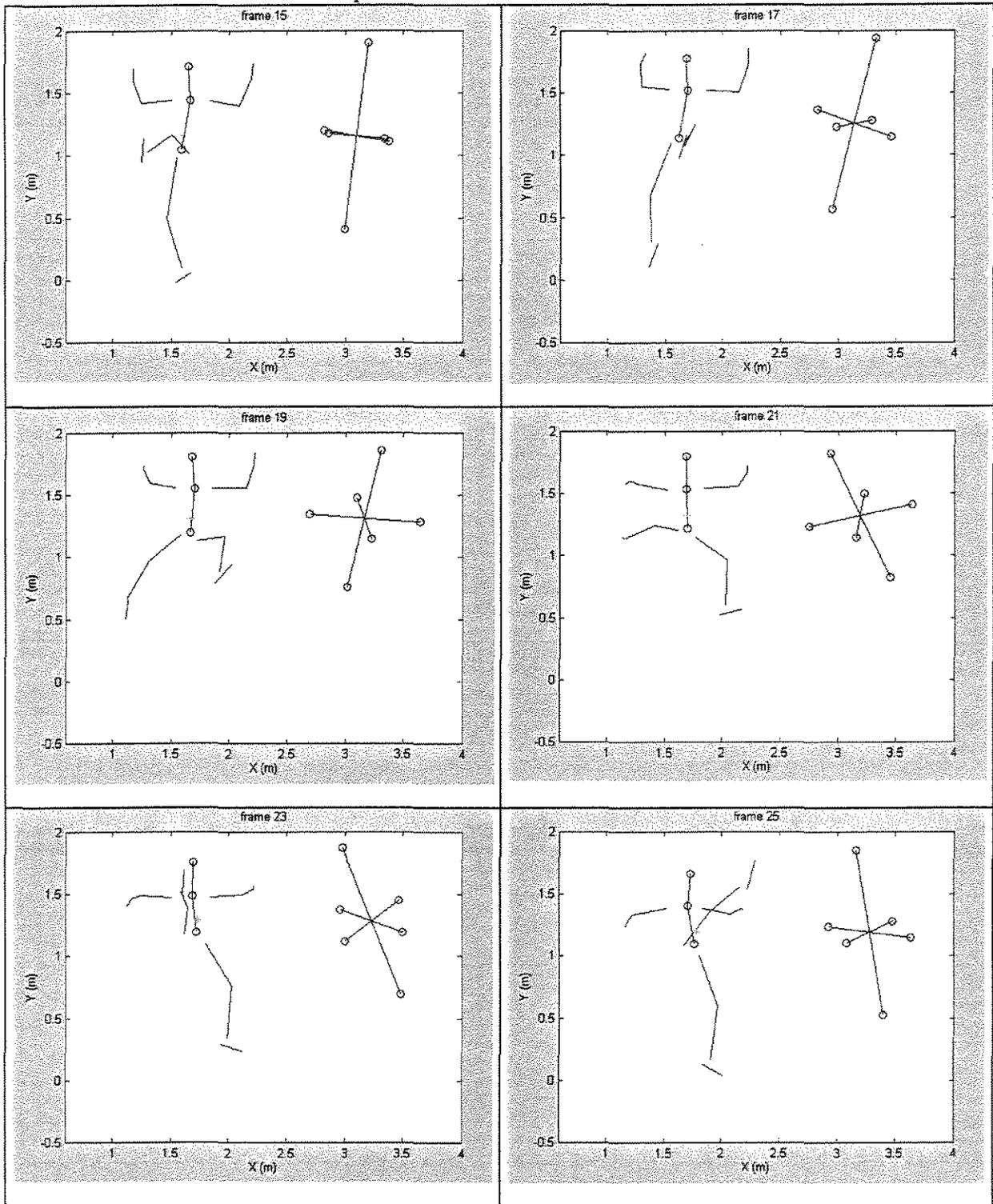
A visualização da orientação do corpo humano, que apresentaremos a seguir, é baseada no elipsóide de Legendre, construído conforme descrito no item 8 do capítulo I. Esta visualização é descrita em relação ao sistema de referência global, e apresenta as direções dos eixos definidas pelas direções dos eixos principais do elipsóide central de inércia do corpo, e tamanho destes eixos definido a partir dos momentos principais centrais de inércia e da massa do corpo. Apresentamos a seguir, três seqüências de gráficos, uma para cada projeção XY, YZ e ZX, onde aparecem o modelo segmentado e os eixos principais do elipsóide de Legendre. Os eixos principais do elipsóide estão deslocados para a direita, procurando facilitar a visualização.

Seqüência 1 – Parte 1 – Plano XY



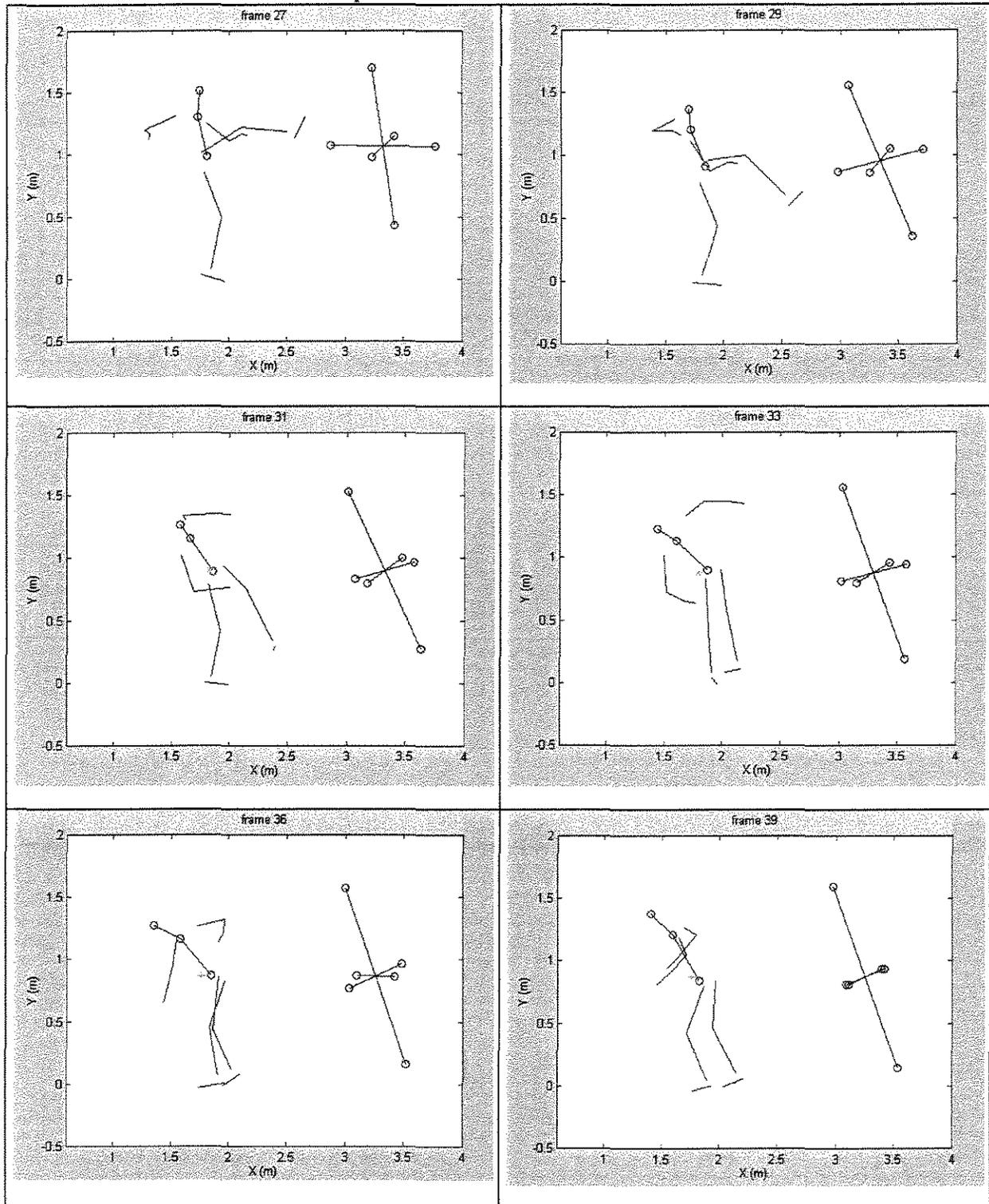
Seqüência 1, parte 1: mostra a projeção XY do modelo segmentado e os eixos principais do elipsóide de Legendre correspondentes, nos quadros 1, 3, 6, 9, 11 e 13.

Seqüência 1 – Parte 2 - Plano XY



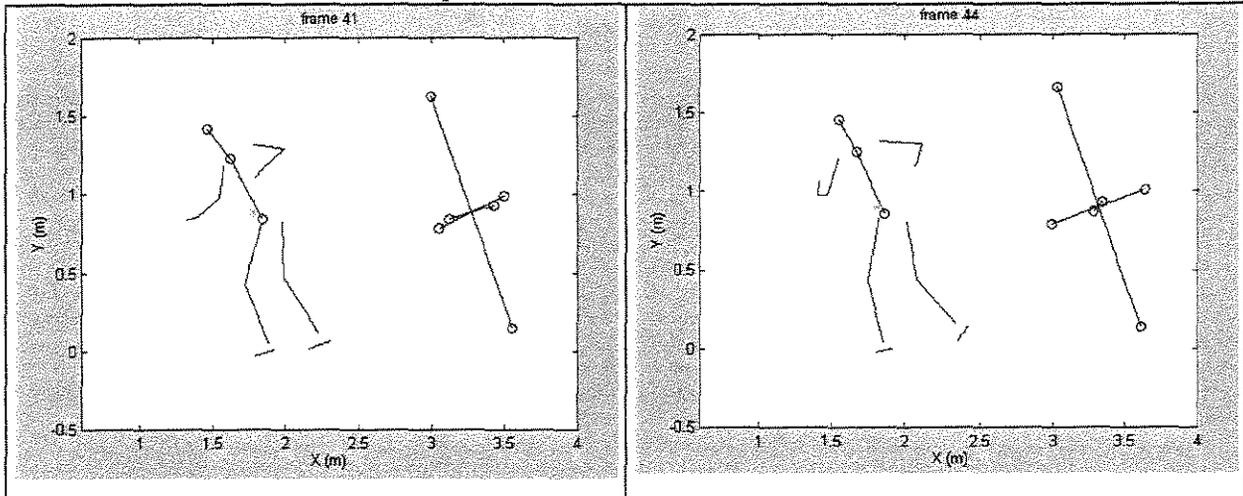
Seqüência 1, parte 2: mostra a projeção XY do modelo segmentado e os eixos principais do elipsóide de Legendre correspondente, nos quadros 15, 17, 19, 21, 23 e 25.

Seqüência 1 – Parte 3 - Plano XY



Seqüência 1, parte 3: mostra a projeção XY do modelo segmentado e os eixos principais do elipsóide de Legendre correspondente, nos quadros 27, 29, 31, 33, 36 e 39.

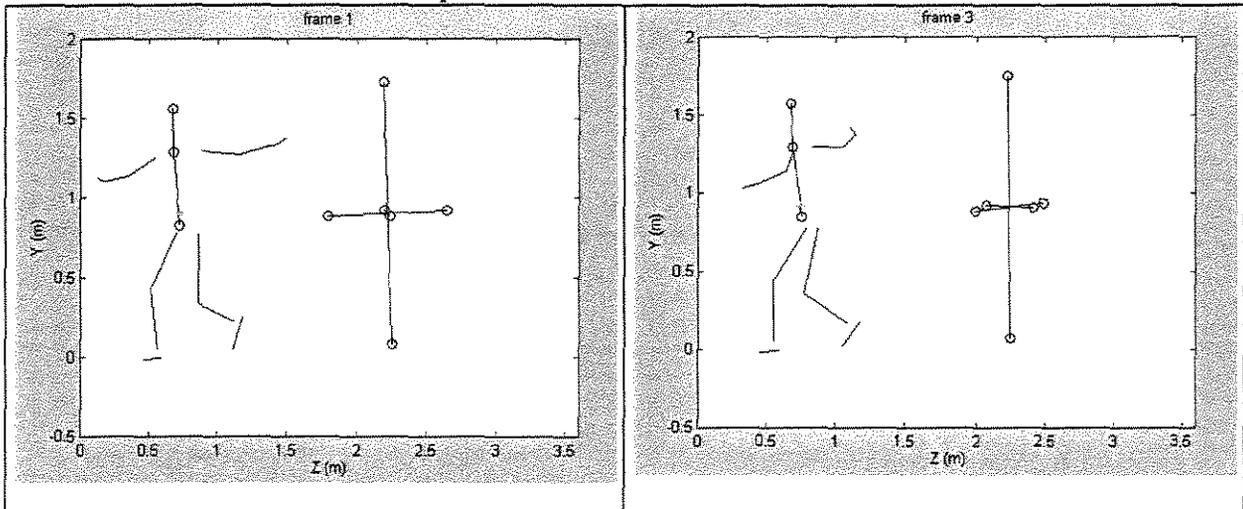
Seqüência 1 – Parte 4 - Plano XY



Seqüência 1, parte 4: mostra a projeção XY do modelo segmentado e os eixos principais do elipsóide de Legendre correspondente, nos quadros 41 e 44.

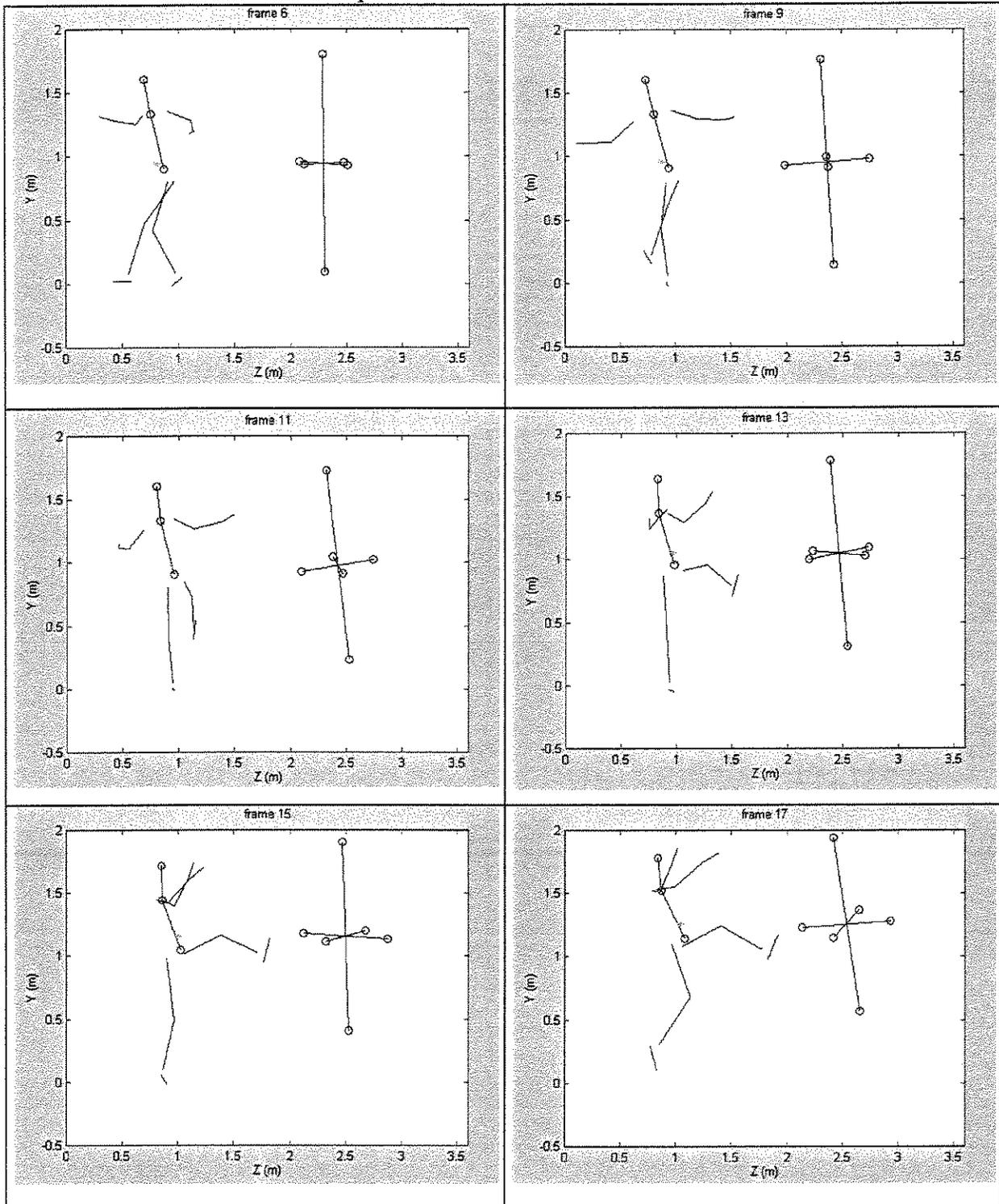
A seqüência 2 está dividida em 4 partes apresentando um total de 20 dos 45 gráficos, no plano YZ, portanto, uma visão lateral.

Seqüência 2 – Parte 1 – Plano YZ



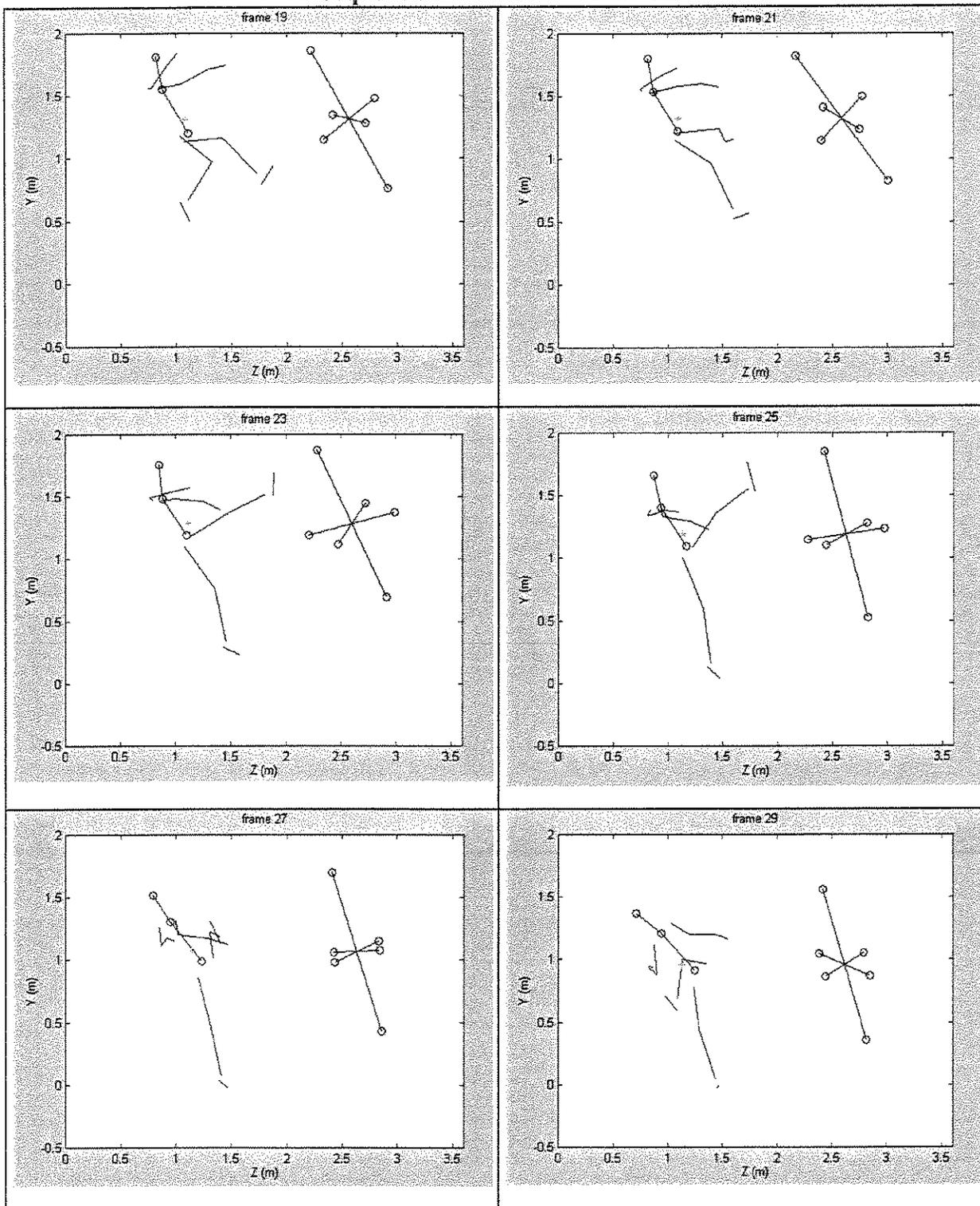
Seqüência 2, parte 1: mostra a projeção YZ do modelo segmentado, e os eixos principais do elipsóide de Legendre correspondente, nos quadros 1 e 3.

Seqüência 2 – Parte 2 - Plano YZ



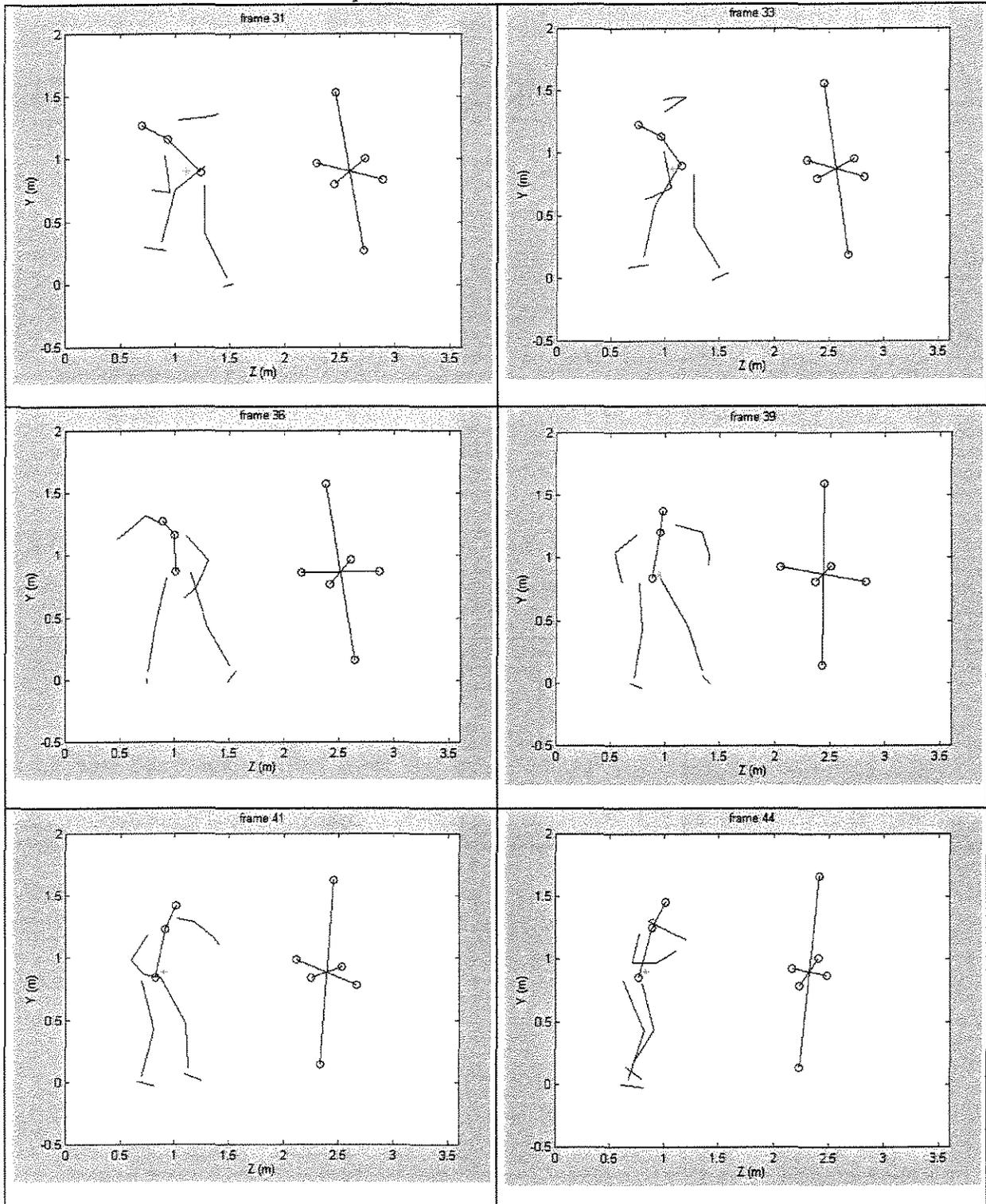
Seqüência 2, parte 2: mostra a projeção YZ do modelo segmentado, e os eixos principais do elipsóide de Legendre correspondente, nos quadros 6, 9, 11, 13, 15 e 17.

Seqüência 2 – Parte 3 - Plano YZ



Seqüência 2, parte 3: mostra a projeção YZ do modelo segmentado, e os eixos principais do elipsóide de Legendre correspondente, nos quadros 19, 21, 23, 25, 27 e 29.

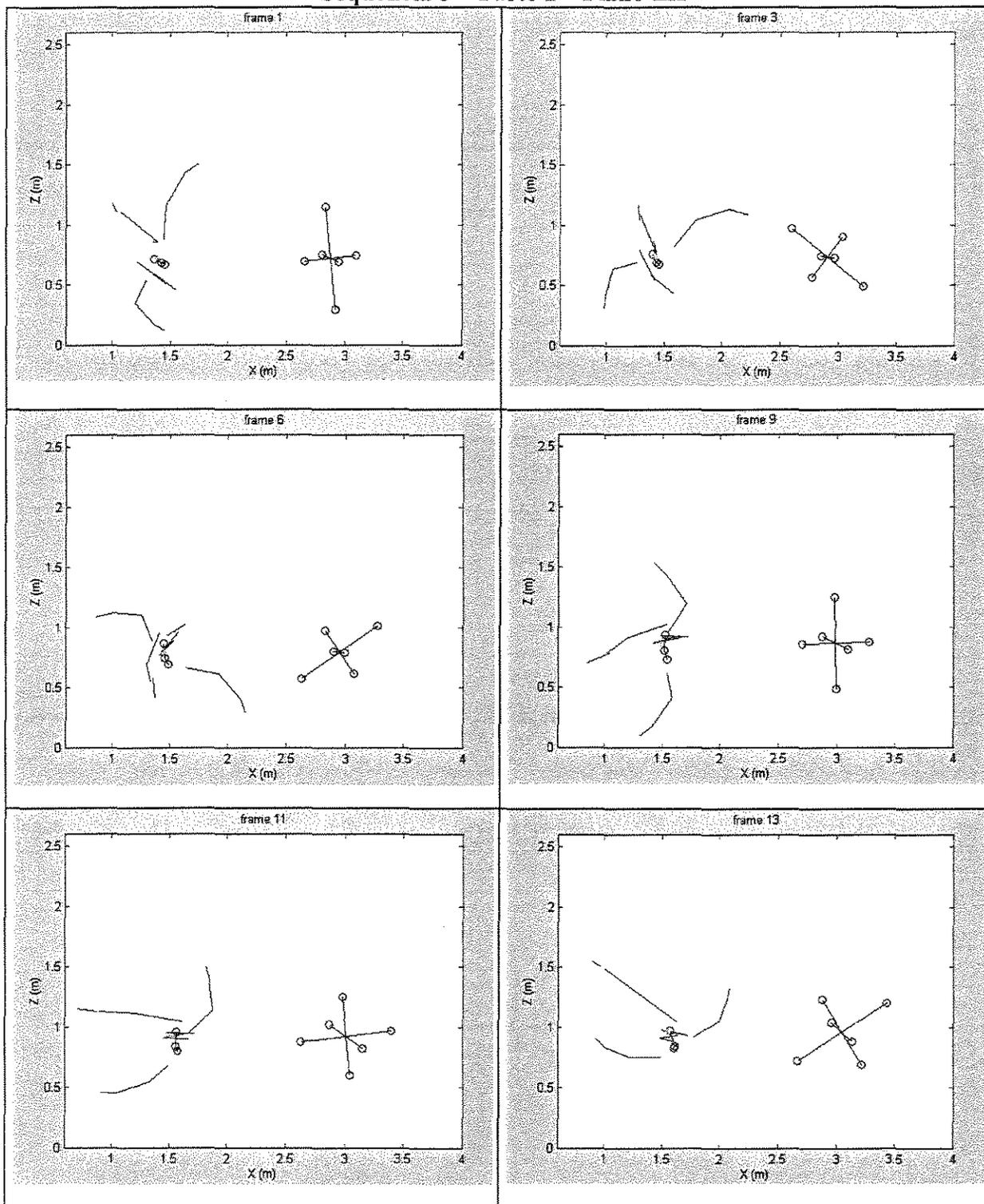
Seqüência 2 – Parte 4 - Plano YZ



Seqüência 2, parte 4: mostra a projeção YZ do modelo segmentado, e os eixos principais do elipsóide de Legendre correspondente, nos quadros 31, 33, 36, 39, 41 e 44.

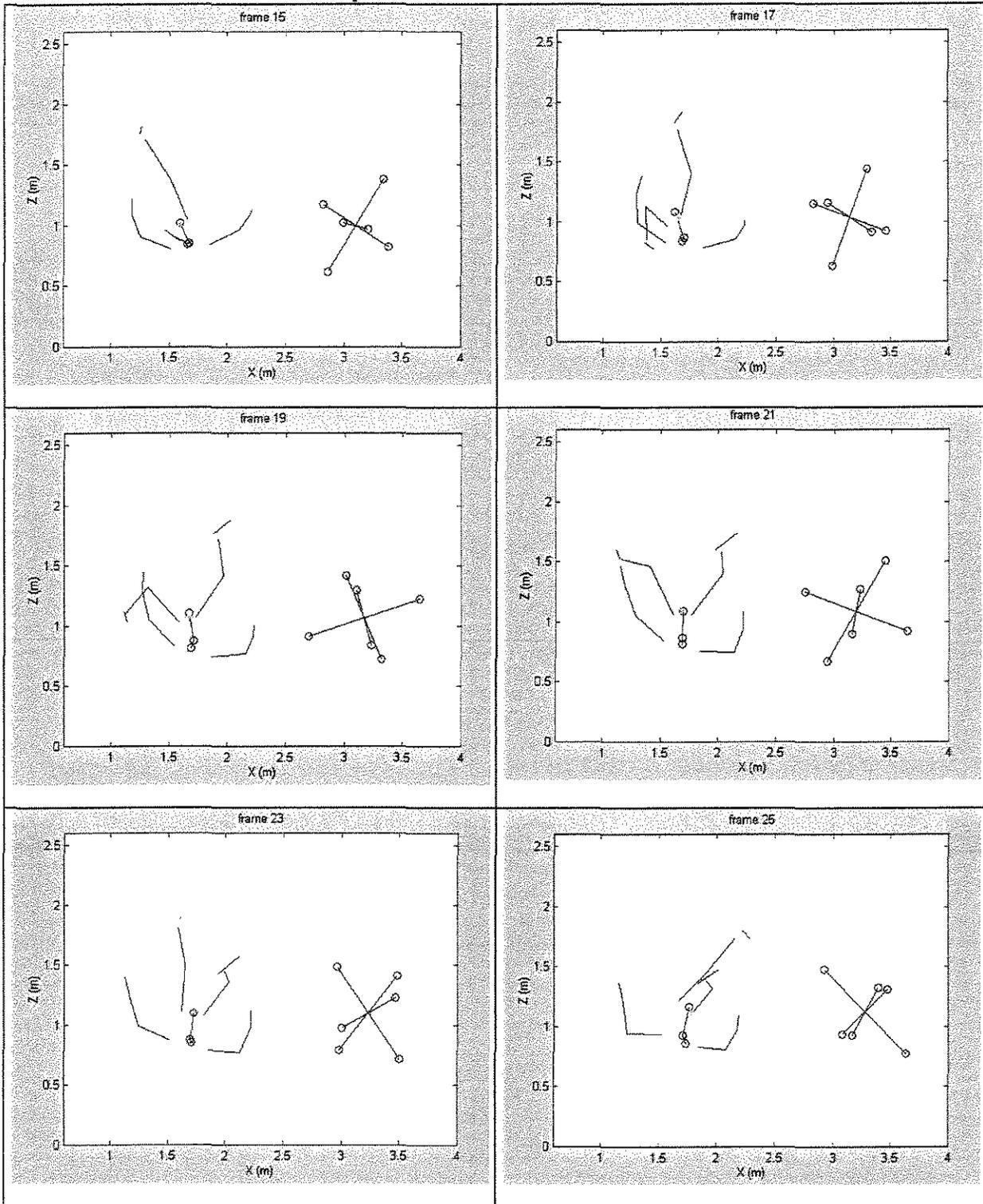
A seqüência 3 está dividida em 4 partes apresentando um total de 20 dos 45 gráficos, no plano ZX, portanto, uma visão superior.

Seqüência 3 – Parte 1 – Plano ZX



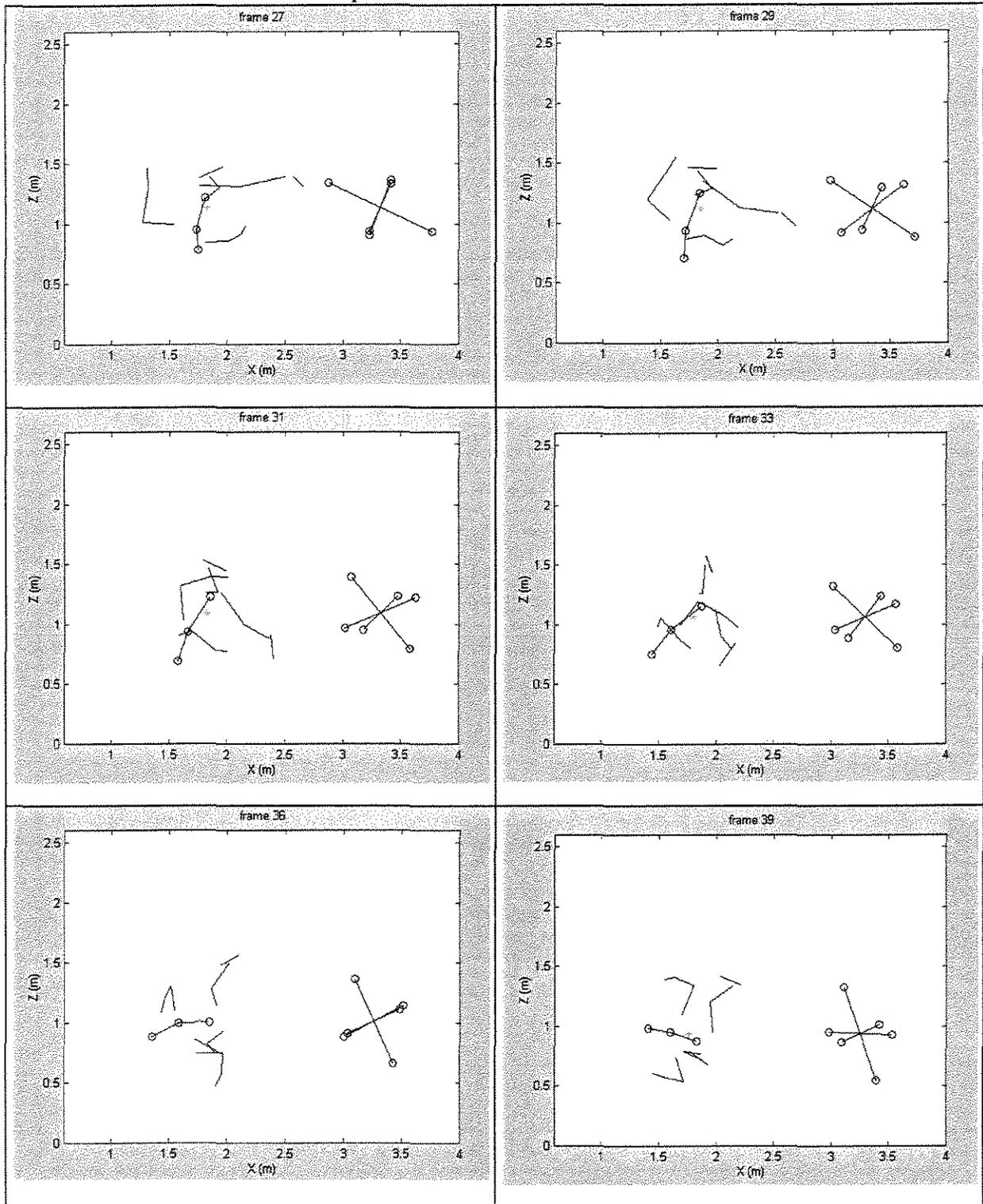
Seqüência 3, parte 1: mostra a projeção XZ do modelo segmentado, e os eixos principais do elipsóide de Legendre correspondente, nos quadros 1, 3, 6, 9, 11 e 13.

Seqüência 3 – Parte 2 - Plano ZX



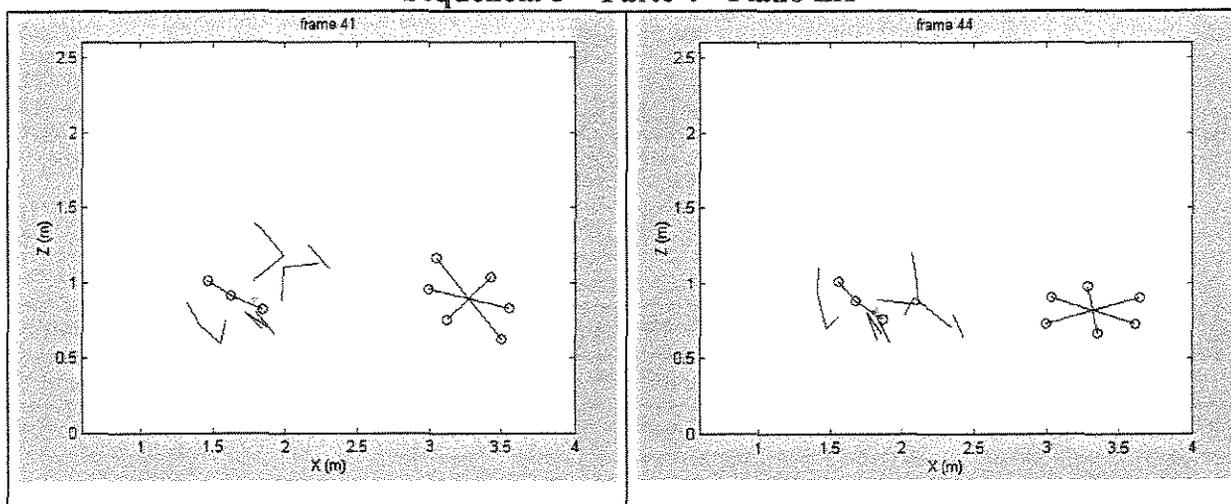
Seqüência 3, parte 2: mostra a projeção XZ do modelo segmentado, e os eixos principais do elipsóide de Legendre correspondente, nos quadros 15, 17, 19, 21, 23 e 25.

Seqüência 3 – Parte 3 - Plano ZX



Seqüência 3, parte 3: mostra a projeção XZ do modelo segmentado, e os eixos principais do elipsóide de Legendre correspondente, nos quadros 27, 29, 31, 33, 36 e 39.

Seqüência 3 – Parte 4 - Plano ZX



Seqüência 3, parte 4: mostra a projeção XZ do modelo segmentado, e os eixos principais do elipsóide de Legendre correspondente, nos quadros 41 e 44.

Podemos visualizar a correspondência da movimentação dos eixos principais do elipsóide construído e o modelo do corpo em movimento, como também a variação no comprimento desses eixos, sugerindo a variação de forma do corpo. O elipsóide construído pode, portanto, representar a movimentação do corpo humano, posicionado e orientado, diminuindo consideravelmente o número de graus de liberdade envolvidos no problema.

Conclusão

A ferramenta criada proposta neste trabalho é capazes de determinar a localização e orientação do corpo humano como um todo durante um movimento, com vantagens em relação às metodologias encontradas, citadas na introdução desse trabalho.

Ao orientarmos o corpo humano por um sistema local somático, baseado na distribuição de massa deste corpo, essa orientação mostrou-se sensível as variações na distribuição de massa causada pela movimentação dos segmentos. Consideramos, portanto, que esta orientação mecânica é de grande utilidade, pois conserva propriedades gerais do corpo humano relativas às rotações realizadas. Podemos verificar este fato, pela forma como os eixos do elipsóide de Legendre acompanham o corpo em movimento, nas seqüências 1, 2 e 3, apesar do corpo humano ter sido representado por um modelo físico que impôs considerações como, por exemplo, a rigidez dos segmentos, entre outras já mencionadas. Ainda em relação ao elipsóide de Legendre, a variação de sua forma, em função do tempo, mostrou-se eficiente ao representação a variação na distribuição de massa do corpo humano, durante o movimento escolhido. Podemos verificar, também pelas seqüências apresentadas.

Por esta razão, pudemos determinar os ângulos de Euler, obtendo os ângulos independentes que fornecem a posição do corpo, juntamente com as coordenadas do seu centro de massa, ambos obtidos em função do tempo. Tanto as coordenadas do centro de massa, quanto os ângulos de Euler, determinados para o corpo humano durante a execução do parafuso, mostraram-se correspondentes com o corpo em questão. A correspondência entre os ângulos de Euler e as rotações do corpo humano não é facilmente feita, pois os eixos de rotação pertencem a sistemas diferentes, como exposto na metodologia.

A utilização do modelo antropométrico proposto por Zatsiorsky *et al.* (1983, 1985, 1990), mostrou a possibilidade de aplicação em análises tridimensionais do corpo humano como um todo, porém, torna-se necessário definirmos um protocolo de obtenção de parâmetros inerciais que determine a posição 3D do centro de massa de cada segmento. O sistema Dvideow, utilizado para coleta de dados cinemáticos, mostrou-se perfeitamente adequado a nossa metodologia proposta.

Referências bibliográficas

- BARROS, R. M. L. **Concepção e implementação de um sistema para análise cinemática de movimentos humanos**. Campinas, 1997. 120 p. Tese (Doutorado) - Faculdade de Educação Física, Universidade Estadual de Campinas.
- BARROS, R. M. L.; BREZIKOFER, R.; LEITE, N. J.; FIGUEROA, P. J. Desenvolvimento e avaliação de um sistema para análise cinemática tridimensional de movimentos humanos. **Revista Brasileira de Engenharia Biomédica**. v. 15, n. 1-2, pp. 79-86, agosto, 1999.
- BEER, F. P.; JOHNSTON JR, E. R. **Mecânica vetorial para engenheiros**. v.2, Rio de Janeiro: Mc Graw-Hill. 1980. 545 p.
- BEGHIN, H. **Cours de mécanique théorique et appliquée**. v.1, Paris, França: Gauthier-Villars, 1967. 550 p.
- BERME, N.; CAPPOZZO, A.; MEGLAN, J. Rigid body mechanics as applied to human movement studies – Kinematics. In Berme, N.; Cappozzo, A. **Biomechanics of Human Movement: Applications in Rehabilitation, Sports and Ergonomics**. USA: Bertec, 1990. pp. 89-102.
- BRAUNE, W.; FISCHER, O. **The Human Gait**. Heidelberg, Berlin, Germany: Springer, 1987. 440 p.
- BOLDRINI, J. L.; COSTA, R. S.; FIGUEIREDO, V. L.; WETZLER, H. G. **Álgebra Linear**. 3 ed. São Paulo: Harbra, 1986. 411 p.
- CAPPELLO, A.; CAPPOZZO, A.; LEO, T.; PAUL, J. P. **3-D reconstruction of human motion - Theoretical and practical aspects**. Notes of tutorial held in Jyvaskyla prior to the XV Congress of the International Society of Biomechanics. 1995. 30 p.
- CAPPOZZO A.; CATANI, F.; DELLA CROCE, U.; LEARDINI, A. Position and orientation of bones during movement - Anatomical frame definition and determination. **Clinical Biomechanics**, v. 10, pp. 171-178, 1995.
- CHAO, E. Y.; MORREY, B. F. Three-dimensional rotation of the elbow. **Journal of Biomechanics**, v. 11, pp.57-73, 1978.

- DAPENA, J. A method to determine the angular momentum of a human body about three orthogonal axis passing through its center of gravity. **Journal Biomechanics**, v. 11, n. 1, pp. 251-256, janeiro, 1978.
- _____ Simulation of modified human airborne movements. **Journal Biomechanics**, v. 14, n. 1, pp. 81-89, janeiro, 1981.
- FREIRE, J. B. **De corpo e alma: O discurso da motricidade**. São Paulo: Summus, 1991. 153 p.
- GERVAIS, P.; MARINO, G. W. A procedure for determining angular positional data relative to the principal axes of the human body. **Journal Biomechanics**, v. 16, n. 2, pp. 109-113, fevereiro, 1983.
- HALL, S. J. **Biomecânica básica**. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1993. 320 p.
- HATZE, H. A mathematical model for the computational determination of parameter value of anthropomorphic segments. **Journal Biomechanics**, v. 13, pp. 833-843, 1980.
- HAY, J. G. **Biomecânica das técnicas desportivas**. 2 ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1981. 443 p.
- HUSTON, R. L.; PASSARELLO, C. E. On the dynamics of a human body model. **Journal of Biomechanics**, v. 4, n. 3, pp. 369-378, março, 1971.
- JOHANSSON, C. R.; HORN, R. A. **Matrix Analysis**. 4. ed. New York, USA: Cambridge University, 1990.
- KISLYUK, V. S. Orientation of the Moon's ellipsoid of inertia from crater position-angle measurements. **Soviet Astronomy Letters**, v. 11, n. 2, pp. 90-92, 1985.
- _____ Orientation of the Moon's ellipsoid of inertia. **Manuscripta Geodaetica**, v. 15, n. 4, pp. 179-186, 1990.
- KRABBE, B. **Zur belastung des bewegungsapparates beim laufen**. Colônia, 1994. 173 p. Tese (Doutorado) - Escola Superior de Esportes de Colônia.
- LEVA, P. Adjustments to Zatsiorsky-Seluyanov's segment inertia parameters. **Journal of Biomechanics**, v. 29, n. 9, pp.1223-1230, setembro, 1976.
- MASSION, J.; AMBLARD, B.; ASSAIANTE, C.; MOUCHNINO, L.; VERNAZZA, S. Body orientation and control of coordinated movements in microgravity. **Brain Research Reviews**, v. 28, pp. 83-91, 1998.
- MARION, J. B.; THORNTON, S. T. **Classical dynamics of particules and systems**. 4. ed. Fort Worth, USA: Saunders College Publishing, 1970. 573 p.

- McMINN, R. M. H.; HUTCHINGS, R. T., PEGINGTON, J.; ABRAHAMS, P. H. **Atlas colorido de anatomia humana**. 3 ed. Rio de Janeiro: Manole, 1995. 359 p.
- MERCADANTE, L. A. **Metodologia para descrição da orientação do corpo humano**. Campinas, 1994. 91 p. Tese (Mestrado) - Faculdade de Educação Física, Universidade Estadual de Campinas.
- MERCADANTE, L. A.; BREZIKOFER, R. À procura dos parâmetros inerciais do corpo humano. In Amadio, A. C. **Anais do IV Congresso Brasileiro de Biomecânica**. São Paulo: USP, 1992. pp. 86-91.
- MERCADANTE, L. A.; BREZIKOFER, R.; CUNHA, S. A. Methodology for tree-dimensional representation, orientation and position of the human body. In Häkkinen, K.; Keskinen, K. L.; Komi, P. V.; Mero, A. **Book of abstracts of the International Society of Biomechanics XVth Congress**. Jyväskylä, Finland: ISB, 1995. pp. 620.
- MERCADANTE, L. A.; BREZIKOFER, R.; LIMA F^o, E. C.; BARROS, R. M. L. 3-D attitude representation of the whole body in motion. In Herzog, W.; Jinha, A. **Book of abstracts of the International Society of Biomechanics XVIIth Congress**. Calgary, Canada: ISB, 1999. pp. 358.
- RAMEY, M. R.; YANG, A. T. A simulation procedure for human motion studies. **Journal Biomechanics**, V. 14, n. 4, pp. 203-213, abril, 1981.
- RAO, C. R. The use and interpretation of principal component analysis in applied research. **The Indian Journal of Statistics**. Series A, pp. 329-358, novembro, 1964.
- SYMON, K. R. **Mecânica**. 2 ed. Rio de Janeiro: Campus, 1986. 685 p.
- SIEBERTZ, K. M. **Biomechanische belastungsanalysen unter berücksichtigung der leichtbauweise des bewegungsapparates**. Aachen, 1994. 142 p. Tese (Doutorado) - Escola técnica Superior de Aachen.
- SOBOTTA, J. **Atlas de anatomia humana**. 18 ed. v. 1 e 2. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1984. 659 p.
- TIPLER, P. A. **Física 2**. Ed. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1985. 300 p.
- WEI, S. H.; McQUADE, K. J.; SMIDT, G. L. Three-dimensional joint range of motion measurements from skeletal coordinate data. **Journal of Orthopaedics and Sports Physical Therapy**, v. 18, pp. 687-691, 1993.
- WELLS, D. A. **Theory and problems of Lagrangian dynamics**. New York, USA: Mc Graw-Hill, 1967. 353 p.

- WINTER, D. A. **Biomechanics of human movement**. New York, USA: John Wiley & Sons, 1979. p.199.
- WO, G. The body orientation as a controlled variable in human upright stance. **Book of Abstracts of the XVIth ISB Tokyo Congress**. pp. 180. 1997.
- YEADON, M. R. The simulation of aerial movement-I. The determination of orientation angles from film data. **Journal Biomechanics**, v. 23, n.1, pp. 59-66, janeiro, 1990.
- ZATSIOSKY, V. M. **Kinematics of human motion**. Champaign, USA: Human Kinetics, 1998. 419 p.
- ZATSIORSKY V. M.; SELUYANOV, V. The mass and inertial characteristics of the main segments of the human body. In Matsui, H.; Kobayashi, K. **Biomechanics VII-B**, Champaign, USA: Human Kinetics, 1983. pp. 1153-1159.
-
- Estimation of the mass and inertia characteristics of the human body by means of the best predictive regressions equations. In Winter *et al.* **Biomechanics IX-B**, Champaign, USA: Human Kinetics, 1985. pp. 233-239.
- ZATSIORSKY V. M.; SELUYANOV, V.; CHUGUNOVA, L. In vivo body segment inertial parameters determination using a Gamma-scanner method. In Berme, N.; Cappozzo, A. **Biomechanics of human movement: Applications in rehabilitation, sports and ergonomics**. USA: Bertec, 1990. pp. 186-202.