

Universidade Estadual de Campinas

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO E  
AUTOMAÇÃO INDUSTRIAL



Este exemplar corresponde a redação final da tese  
defendida por Franciraldo Loureiro Cavalcante Jr.  
e aprovada pela Comissão  
Julgada em 14/05/02  
Wagner  
Orientador

## CONTROLE PREDITIVO UTILIZANDO UM MODELO NEBULOSO

Autor: Franciraldo Loureiro Cavalcante Júnior

Orientador: Prof. Dr. Wagner Caradori do Amaral

Banca:

Prof. Dr. Rubens Maciel Filho (FEQ/UNICAMP)

Prof. Dr. Akebo Yamakami (FEEC/UNICAMP)

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Campinas  
Abril, 2000

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL  
SEÇÃO CIRCULANTE

UNICAMP

00101935

UNIDADE BC  
N.º CHAMADA:  
UNICAMP  
C314c  
V. Ex.  
TOMBO BC/ 43686  
PROC. 16-392101  
C  D   
PREC. R\$ 11,00  
DATA 09/02/01  
N.º CPD



CM-00153266-7

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

C314c Cavalcante Júnior, Franciraldo Loureiro  
Controle preditivo utilizando um modelo nebuloso /  
Franciraldo Loureiro Cavalcante Júnior.--Campinas, SP:  
[s.n.], 2000.

Orientador: Wagner Caradori do Amaral.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de  
Computação.

1. Controle preditivo. 2. Controle de processo. 3.  
Sistemas difusos. I. Amaral, Wagner Caradori. II.  
Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de  
Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

## Resumo

Neste trabalho é apresentado o controle preditivo de sistemas não-lineares utilizando um modelo nebuloso de Takagi-Sugeno. Esta técnica de modelagem permite representar o sistema não-linear a partir da interpolação de modelos lineares locais. São apresentadas duas metodologias para o cálculo do sinal do controlador preditivo: a partir da linearização do modelo em cada instante de amostragem ou linearização do modelo ao longo do horizonte de previsão da saída do processo. Os algoritmos são utilizados para o controle do pH em um tanque de neutralização de um ácido forte com uma base forte, em presença de um *buffer*.

## Abstract

This work presents the predictive control of nonlinear systems using a Takagi-Sugeno fuzzy model. This modeling method allows the representation of a nonlinear system as a interpolation of local linear models. Two methods of control signal calculation are presented: by linearizing the model at each time instant and by linearizing the model through the process' output prediction horizon. The algorithms are applied to pH control in a neutralization tank of a strong acid and a strong base, in presence of a buffer.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Controle Preditivo . . . . .	1
1.2	Modelagem Não-linear . . . . .	4
1.3	Determinação dos Parâmetros do Modelo Não-linear . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Modelagem Nebulosa</b>	<b>8</b>
2.1	Sistemas Nebulosos . . . . .	9
2.1.1	Modelo Nebuloso Linguístico . . . . .	11
2.1.2	Modelo Nebuloso Relacional . . . . .	15
2.1.3	Modelo Nebuloso de Takagi-Sugeno . . . . .	16
2.2	Identificação do Modelo Nebuloso de Takagi-Sugeno . . . . .	18
2.2.1	Determinação dos Parâmetros Lineares . . . . .	19
2.2.2	Estrutura do Regressor . . . . .	23
2.2.3	Determinação das Regiões de Validade . . . . .	24
2.3	Determinação da Estrutura do Modelo Nebuloso Baseada em Gradiente . . . . .	25
2.4	Determinação da Estrutura do Modelo Nebuloso por Particionamento em Árvore . . . . .	30
2.5	Determinação da Estrutura do Modelo Nebuloso por <i>Clustering</i> . . . . .	32
2.6	Aplicação à Modelagem do Nível de Líquido em um Tanque .	33
2.7	Conclusão . . . . .	36
<b>3</b>	<b>Controle Preditivo</b>	<b>39</b>
3.1	Controle Preditivo Linear . . . . .	40
3.1.1	Previsão das Saídas Futuras . . . . .	41
3.1.2	Introdução de Restrições . . . . .	43
3.1.3	Determinação do sinal de controle . . . . .	44

3.2	Controle Preditivo com Modelo Nebuloso	
	Takagi-Sugeno . . . . .	45
3.2.1	Revisão de Resultados em Controle Preditivo Baseado em Redes Neurais e Sistemas Nebulosos . . . . .	45
3.2.2	Linearização do modelo de Takagi-Sugeno . . . . .	46
3.2.3	Controle Baseado na Linearização do Modelo Nebuloso de Takagi-Sugeno a cada Instante . . . . .	47
3.2.4	Controle Preditivo Baseado na Linearização do Modelo Nebuloso de Takagi-Sugeno ao Longo da Trajetória . . . . .	47
3.3	Determinação dos Parâmetros do Controlador . . . . .	49
3.4	Conclusão . . . . .	51
<b>4</b>	<b>Aplicação ao Controle de pH</b>	<b>52</b>
4.1	Descrição do Sistema de Controle de pH . . . . .	52
4.2	Identificação do Modelo do Processo . . . . .	54
4.3	Controle Preditivo . . . . .	59
4.3.1	Controle Preditivo Adaptativo Linear . . . . .	59
4.3.2	Controle baseado na Linearização do Modelo de Takagi-Sugeno em $t = k$ . . . . .	61
4.3.3	Controle por Linearização do Modelo de Takagi-Sugeno ao Longo da Trajetória Futura . . . . .	62
4.4	Conclusão . . . . .	63
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>64</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>67</b>

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL  
SEÇÃO CIRCULANTE

# Capítulo 1

## Introdução

Com o aumento do nível de automação industrial, demanda por maior desempenho dos processos industriais e por operação mais segura em relação a questões ambientais, faz-se necessária a utilização de novas técnicas de controle, que garantam uma operação adequada das plantas. Para garantir uma operação econômica, segura e eficiente, têm sido desenvolvidas novas técnicas de controle, análise de falhas e diagnóstico.

Para a aplicação dos métodos modernos de controle é necessária a obtenção de um modelo do sistema a ser otimizado. Com modelos adequados, pode-se otimizar a qualidade e produtividade dos processos industriais.

O desenvolvimento dos sistemas microprocessados também tem permitido que sejam implementados controladores mais complexos e eficientes que os controladores PID tradicionais. Assim, controladores que utilizem modelos e algoritmos complexos podem ser implementados digitalmente com relativa facilidade.

### 1.1 Controle Preditivo

Os controladores preditivos baseados em modelo (MBPC - *Model Based Predictive Controllers*) têm tido destaque na literatura entre os controladores baseados em modelo. Os conceitos básicos desses controladores foram introduzidos com os trabalhos de Richalet et al. (1978) e Cutler e Ramaker (1980). Nesses trabalhos, o modelo do sistema, na forma de resposta ao degrau, é usado para prever o efeito das variações futuras das variáveis de saída. Os valores de sinal de controle futuros são determinados pela otimização de uma função de custo, sujeita a restrições.

Clarke desenvolveu um modelo de controle preditivo que impulsionou as pesquisas na área (Clarke et al., 1987; Clarke e Mohtadi, 1989). Utilizou-se o modelo CARIMA (*Controlled Autoregressive Integrated Moving Average*) do processo, e o nome dado à metodologia de cálculo do sinal de controle é GPC (*Generalized Predictive Control*).

As características gerais dos controladores preditivos são:

1. Utilização de um modelo do processo na previsão da saída futura durante um horizonte de previsão determinado, usando os dados de entrada e saída do sistema.
2. Determinação de um critério de otimização. O desempenho do sistema é especificado com base em uma função de custo, obtida a partir da referência futura do sistema, saída prevista e uma ponderação dos esforços futuros de controle. No critério de otimização podem ser introduzidas restrições no sinal de controle.
3. Otimização de uma função de custo em relação aos incrementos futuros de controle, para cada instante de amostragem.
4. Aplicação da primeira variação do sinal de controle projetado. Essa estratégia é conhecida como controle de horizonte deslizando (*Receding Horizon Control*).

Nas distintas formulações de controle preditivo, geralmente são utilizados modelos lineares dos processos. Essa situação é dificilmente encontrada na prática, devido às não-linearidades e dinâmicas não-modeladas dos processos industriais. Isso pode levar a um desempenho distinto do especificado, ou até à instabilidade do processo.

Outra alternativa, para o controle de processos não-lineares, é a utilização de um modelo não-linear do processo na determinação das saídas futuras do sistema (Henson, 1998). Duas alternativas de determinação do modelo são possíveis: modelagem pela física do processo ou modelagem a partir de experimentos.

Na modelagem pela física do processo, podem ser utilizados princípios físicos na obtenção do modelo do processo, como equações de conservação de massa, energia e quantidade de movimento, ou relações constitutivas. Como o controle é formulado em tempo discreto, as equações diferenciais que determinam o comportamento do sistema precisam ser discretizadas.

Quando não se tem informação completa do modelo a partir de considerações físicas ou o modelo é complexo para ser implementado no sistema, pode-se obter um modelo empírico do processo, a partir de dados de entrada e saída. Uma dificuldade fundamental nesse caso é a determinação da estrutura do modelo. Os tipos de modelos obtidos a partir de dados de entrada e saída usados em controle preditivo de processos incluem:

- Modelos de Wiener e Hammerstein. Consistem de uma função de transferência linear antecedida (Hammerstein) ou seguida (Wiener) por uma não-linearidade estática;
- Modelos de Volterra;
- Redes Neurais Artificiais;
- Sistemas Nebulosos.

Neste trabalho será apresentado o controle preditivo não-linear baseado em um modelo nebuloso de Takagi-Sugeno do processo (Takagi e Sugeno, 1985). Essa técnica de modelagem permite a representação de um sistema não-linear a partir da interpolação entre modelos lineares locais. O sinal de controle a cada instante de amostragem é calculado baseado na linearização do modelo de Takagi-Sugeno do processo. Dessa maneira, o problema do cálculo do sinal de controle preditivo torna-se um problema quadrático de otimização.

Assim, na sequência desse capítulo, a modelagem de sistemas não-lineares é apresentada em um contexto geral.

No Capítulo 2, é apresentada a modelagem de processos a partir de sistemas nebulosos. Algumas técnicas de identificação de um modelo nebuloso de Takagi-Sugeno a partir de dados de entrada e saída, presentes na literatura, são apresentadas e comparadas.

O Capítulo 3 apresenta o controle preditivo de processos baseado em linearização do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno. São apresentadas duas técnicas de linearização do modelo: linearização a cada instante de amostragem e linearização ao longo da trajetória.

No Capítulo 4, os métodos de controle por linearização do modelo nebuloso são comparados ao controle preditivo adaptativo através da aplicação ao controle de um sistema de neutralização de pH (Hall e Seborg, 1989; Henson e Seborg, 1994).

O problema de modelagem de um sistema não-linear a partir de dados de entrada e saída do sistema pode ser apresentado de uma forma geral, o que simplifica a comparação entre os vários métodos existentes na literatura e a apresentação da identificação dos parâmetros dos modelos (Sjöberg et al., 1995; Ljung, 1999; Lindskog, 1996). As próximas duas seções descrevem o problema de modelagem não-linear e a determinação dos parâmetros do modelo.

## 1.2 Modelagem Não-linear

Considere-se o problema de identificação de um sistema dinâmico não-linear a partir de dados discretos de entrada e saída. O problema pode ser descrito como a seguir.

Dadas as entradas e saídas do sistema, respectivamente,

$$\begin{aligned} u^k &= [u(1), u(2), \dots, u(k)] \\ y^k &= [y(1), y(2), \dots, y(k)], \end{aligned}$$

onde  $y(k) \in \mathbb{R}^m$ ,  $u(k) \in \mathbb{R}^r$ , procura-se obter um modelo que represente a saída do processo a partir das medidas realizadas nos instantes anteriores  $Z^{k-1} = [u^{k-1}, y^{k-1}]$ , isto é,

$$y(k) = f(u^{k-1}, y^{k-1}) + e(k) \quad (1.1)$$

onde  $e(k)$  representa uma perturbação aditiva.

A equação (1.1) é capaz de representar uma classe ampla de sistemas não-lineares, em forma discreta (Aguirre et al., 1998).

No caso presente, a função  $f(\cdot)$  será procurada entre determinadas famílias de funções, e será parametrizada por um vetor de dimensão finita  $\theta$ . Explicitando-se a dependência de  $\theta$  e a forma de preditor da saída:

$$\hat{y}(k|\theta) = f(u^{k-1}, y^{k-1}; \theta). \quad (1.2)$$

A função  $f$  é, na verdade, uma composição entre dois mapeamentos. O primeiro mapeia o número crescente de observações passadas  $Z^{k-1}$  no vetor  $\varphi(k)$  e o segundo mapeia esse vetor no espaço das saídas

$$\hat{y}(k|\theta) = f(Z^{k-1}; \theta) = f(\varphi(k); \theta), \quad (1.3)$$

onde  $\varphi(k) = \varphi(u^{k-1}, y^{k-1})$  é denominado vetor de regressão ou regressor.

Podem-se considerar dois problemas:

1. Seleção dos termos do regressor, dados os valores passados de entrada e saída do processo.
2. Determinação do mapeamento  $f(\varphi)$ , que mapeia o espaço regressor no espaço de saída.

A representação de sistemas indicada acima é geral e abrange uma classe ampla de modelos. Neste trabalho o mapeamento  $f(\varphi)$  será obtido a partir de um modelo nebuloso do processo (Capítulo 2).

Antes da descrição dos sistemas nebulosos, apresenta-se a metodologia para a determinação dos parâmetros do modelo não-linear, por ser independente da forma específica escolhida para o mapeamento  $f(\varphi)$ .

### 1.3 Determinação dos Parâmetros do Modelo Não-linear

A partir de uma estrutura determinada para o preditor (1.2), o próximo passo é determinar os parâmetros do modelo a partir dos dados de entrada e saída. Estes parâmetros são ajustados de maneira a otimizar o critério de desempenho dado por

$$V_N(\theta; Z_e^N) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N \|y(k) - \hat{y}(k, \theta)\|^2, \quad (1.4)$$

onde

$$Z_e^N = \{(y(k), \varphi(k)); k = 1, \dots, N\}$$

é o conjunto de dados de estimação, e  $\theta$  é um vetor com os parâmetros do modelo utilizado.

A estimativa dos parâmetros é dada por:

$$\hat{\theta}_N = \arg \min_{\theta} V_N(\theta; Z_e^N).$$

Este problema pode ser resolvido iterativamente por métodos baseados em gradiente. Nesse caso, tem-se:

$$\hat{\theta}_N^{i+1} = \hat{\theta}_N^i - \mu_i R_i^{-1} V'_N(\theta), \quad (1.5)$$

onde  $\hat{\theta}_N^i$  representa a  $i$ -ésima iteração da estimativa dos parâmetros em  $\theta$ ,  $\mu_i$  é o comprimento do passo,  $V'_N(\theta)$  é o gradiente de  $V_N(\theta)$  e  $R_i^{-1}$  é a matriz que determina a direção de descida.

Na minimização do critério (1.4) podem-se fazer duas distinções quanto ao uso da informação disponível:

1. Utilizar todo o conjunto  $Z_e^N$  na atualização dos parâmetros de  $\mu_i R_i^{-1} V'_N(\theta)$ , o que será denominado aprendizado *off-line*.
2. Utilizar apenas a informação disponível até a  $i$ -ésima amostra  $Z_e^i$  na atualização de  $\mu_i R_i^{-1} V'_N(\theta)$ , o que será denominado aprendizado *on-line*.

Para aplicações que não demandam ajuste dos parâmetros do modelo em tempo real, métodos de aprendizado *off-line* são preferíveis (Sjöberg et al., 1995). Neste trabalho será considerada a determinização dos parâmetros de (1.2) por aprendizado *off-line*.

O gradiente da função de custo no caso de aprendizado *off-line* é:

$$V'_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y(k) - \hat{y}(k, \theta)) \frac{\partial \hat{y}(k; \theta)}{\partial \theta}, \quad (1.6)$$

dado que as derivadas em (1.6) existam.

O valor ideal para a matriz  $R_i$ , para problemas convexos, é a matriz de segundas derivadas  $V''_N(\theta)$ . Como não se pode garantir que essa matriz seja definida positiva em pontos distantes do ponto mínimo, outras alternativas podem ser utilizadas na escolha de  $R_i$  (Sjöberg et al., 1995):

1. Método do gradiente.

$$R_i = I \quad (1.7)$$

2. Método de Gauss-Newton.

$$R_i = H_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\partial \hat{y}(k; \theta)}{\partial \theta} \frac{\partial \hat{y}(k; \theta)}{\partial \theta}^T \quad (1.8)$$

3. Método de Levenberg-Marquardt.

$$R_i = H_i + \delta I \quad (1.9)$$

O método do gradiente geralmente apresenta baixa taxa de convergência perto do ponto mínimo.

O método de Gauss-Newton é preferível na maioria das aplicações (Dennis e Schnabel, 1996). Para esse método, o valor ideal do tamanho de passo é  $\mu_i = 1$ , correspondendo a um critério quadrático de otimização. Como em geral o problema não é quadrático, podem-se considerar vários valores decrescentes desde 1 e adotar o comprimento de passo que diminua o critério (1.4). Essa estratégia é conhecida como método de Gauss-Newton amortecido.

No método de Levenberg-Marquardt, o comprimento do passo não é determinado por  $\mu$ , e sim pelo termo  $\delta$ . Um valor grande de  $\delta$  corresponde à direção do gradiente. Um valor pequeno corresponde à direção de Gauss-Newton. Com a introdução de  $\delta$ , pode-se melhorar o condicionamento da inversão de  $R_i$ , mantendo a convergência do método de Gauss-Newton próximo ao ponto de mínimo.

Em (Dennis e Schnabel, 1996) podem-se encontrar mais informações sobre os métodos de otimização não-linear. Em (Lindskog, 1996) mostra-se como se pode aplicar a decomposição em valores singulares (SVD) ao gradiente do custo, de maneira a melhorar o condicionamento da inversão  $R_i^{-1}$  no método de Gauss-Newton.

Até esse ponto não foi considerada a forma do mapeamento  $f(\varphi)$ . O próximo capítulo apresenta o mapeamento  $f(\varphi)$  por sistemas nebulosos, bem como a justificativa para essa escolha.

## Capítulo 2

# Modelagem Nebulosa

Neste capítulo será considerada a identificação de sistemas utilizando modelos nebulosos. Esses modelos representam um sistema, tomando como base regras do tipo

$$\text{Se } x \text{ é } A \text{ então } y \text{ é } B, \quad (2.1)$$

onde a proposição “ $x$  é  $A$ ” é o antecedente da regra, e a proposição “ $y$  é  $B$ ” é o conseqüente da regra.

Inicialmente, é apresentada uma breve descrição de sistemas nebulosos. Podem-se distinguir três classes de modelos nebulosos aplicados a modelagem de sistemas (Babuška e Verbruggen, 1996):

- Sistemas nebulosos linguísticos,
- Sistemas nebulosos relacionais e
- Sistemas nebulosos de Takagi-Sugeno.

Os métodos de identificação do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno serão apresentados em detalhe. O modelo nebuloso de Takagi-Sugeno foi escolhido porque são possíveis expressões simples para a linearização do modelo a cada instante de amostragem, o que permite a simplificação do cálculo do sinal de controle preditivo.

Na identificação do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno, a saída do modelo depende de parâmetros lineares e também de parâmetros não-lineares, além da estrutura do regressor. Podem-se considerar os subproblemas:

1. Determinação da estrutura do regressor;

2. Determinação das regiões de operação, associadas às regras do sistema nebuloso;
3. Determinação dos parâmetros do modelo.

São apresentadas técnicas de estimação do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno levando em consideração os três itens acima. Geralmente essas questões não são independentes, e os métodos as enfocam em conjunto.

## 2.1 Sistemas Nebulosos

Considerem-se variáveis de entrada escalares, representadas por  $x$ . Um conjunto nebuloso é definido por um rótulo linguístico “ $A$ ” e uma função de pertinência  $\mu_A : x \in X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mu_A(x) \in [0, 1]$ . A função de pertinência  $\mu_A(x)$  determina o significado matemático da expressão “ $x$  é  $A$ ”, para cada valor de  $x \in X$ .  $X$  é chamado universo de discurso de  $A$ .

Conjuntos nebulosos podem ser combinados a partir dos conectivos lógicos “e” e “ou”. Sejam  $\mu_A(x)$ , definida no universo de discurso  $X$ , e  $\mu_B(y)$ , definida no universo de discurso  $Y$ . As funções de pertinência para as proposições “ $x$  é  $A$  e  $y$  é  $B$ ”, representada por  $A \text{ e } B$ , e “ $x$  é  $A$  ou  $y$  é  $B$ ”, representada por  $A \text{ ou } B$ , são definidas em  $X \times Y$  como:

$$\begin{aligned}\mu_{A \text{ e } B}(x, y) &= \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) \\ \mu_{A \text{ ou } B}(x, y) &= \max(\mu_A(x), \mu_B(y)).\end{aligned}\quad (2.2)$$

Existem outras definições para os conectivos lógicos (Lee, 1990; Driankov et al., 1996). É frequente na literatura a definição do operador “e” como o produto das funções de pertinência. Nesse caso,

$$\begin{aligned}\mu_{A \text{ e } B}(x, y) &= \mu_A(x) \cdot \mu_B(y) \\ \mu_{A \text{ ou } B}(x, y) &= \mu_A(x) + \mu_B(y) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(y).\end{aligned}\quad (2.3)$$

A proposição “ $x$  não é  $A$ ”, representada por não  $A$ , é definida em  $X$  por

$$\mu_{\text{não } A}(x) = 1 - \mu_A(x).\quad (2.4)$$

Em termos gerais, pode-se definir uma relação nebulosa  $R$  a partir de um conjunto de pares ordenados:

$$R : (x, y) \in X \times Y \mapsto \mu_R(x, y) \in [0, 1].\quad (2.5)$$

A partir das definições (2.2) e (2.4), pode-se definir a implicação “Se  $x$  é  $A$  então  $y$  é  $B$ ”, representada por  $A \Rightarrow B$ , a partir da equivalência  $(A \Rightarrow B) \equiv ((\text{não } A) \text{ ou } B)$  usada na lógica tradicional.

A função de pertinência de  $A \Rightarrow B$ , é definida em  $X \times Y$ , como

$$\mu_{A \Rightarrow B}(x, y) = \max(1 - \mu_A(x), \mu_B(y)). \quad (2.6)$$

Uma definição usada com mais frequência para a regra “Se  $x$  é  $A$  então  $y$  é  $B$ ” é obtida interpretando-a como “ $x$  é  $A$  e  $y$  é  $B$  simultaneamente”, ou seja,  $A \Rightarrow B \equiv (A \text{ e } B)$ :

$$\mu_{A \Rightarrow B}(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)). \quad (2.7)$$

A partir da interpretação (2.6) ou (2.7) para a regra (2.1), é possível definir a conclusão de uma regra a partir dos antecedentes. Esse mecanismo é conhecido como *modus-ponens generalizado*. Pode-se escrever:

$$\begin{array}{l} \text{Fato:} \quad \quad \quad x \text{ é } A' \\ \text{Regra:} \quad \quad \text{Se } x \text{ é } A \text{ então } y \text{ é } B \\ \hline \text{Conclusão:} \quad \quad y \text{ é } B' \end{array} \quad (2.8)$$

A conclusão da regra (2.8) é definida a partir da regra composicional da inferência, determinada pela expressão  $B' = A' \circ (A \Rightarrow B)$ , onde o operador de composição é definido como composição *max-min*. A expressão para a conclusão em (2.8) fica:

$$\mu_{B'}(y) = \max_x \{ \min(\mu_{A'}(x), \mu_{A \Rightarrow B}(x, y)) \}. \quad (2.9)$$

Na generalização de (2.8), considera-se que a regra única que representa as  $M$  regras individuais é dada pela união, ou seja,

$$(A \Rightarrow B) \equiv ((A_1 \Rightarrow B_1) \text{ ou } (A_2 \Rightarrow B_2) \text{ ou } \dots \text{ ou } (A_M \Rightarrow B_M)).$$

Portanto, a conclusão  $B'$  será

$$\begin{aligned} B' &\equiv A' \circ (A \Rightarrow B) \\ &\equiv A' \circ ((A_1 \Rightarrow B_1) \text{ ou } (A_2 \Rightarrow B_2) \text{ ou } \dots \text{ ou } (A_M \Rightarrow B_M)) \\ &\equiv (A' \circ (A_1 \Rightarrow B_1)) \text{ ou } \dots \text{ ou } (A' \circ (A_M \Rightarrow B_M)). \end{aligned}$$

Nesse caso, a expressão (2.9) torna-se:

$$\mu_{B'}(y) = \max_{j=1, \dots, M} \left\{ \max_x \{ \min(\mu_{A'}(x), \mu_{A_j \Rightarrow B_j}(x, y)) \} \right\}. \quad (2.10)$$



Considere-se disponível uma descrição linguística, na forma (2.13), do comportamento de um sistema dinâmico. Através da interpretação indicada na seção anterior, para uma determinada escolha de método de inferência, obtém-se um preditor numérico da saída do sistema a partir das funções de pertinência dos conjuntos nebulosos de entrada e da base de regras fornecidas. Este modelo será chamado modelo nebuloso linguístico, por fazer uso direto da representação linguística das regras (Babuška e Verbruggen, 1996; Babuška et al., 1999).

Para sistemas com entradas e saídas numéricas, o problema de identificação do modelo consiste no ajuste dos parâmetros das funções de pertinência a partir dos dados de entrada e saída.

Apresenta-se um exemplo, baseado em (Ljung, 1999), de representação do comportamento de um sistema por regras linguísticas.

### Exemplo 2.1

Considere-se um motor elétrico com tensão  $x_1$  e velocidade angular  $x_2$ . Deseja-se relacionar a velocidade  $x_2(k)$  a  $x_1(k-1)$  e  $x_2(k-1)$ . As funções de pertinência para os termos  $x_1(k-1)$  e  $x_2(k-1)$  são apresentadas na Figura 2.1. As funções de pertinência para  $y(k) = x_2(k)$  são apresentadas na Figura 2.2. Obtém-se uma base de regras que descrevem o funcionamento do motor:

$$\begin{array}{llll}
 \text{Se } x_1 \text{ é baixa e } x_2 \text{ é baixa} & \text{então} & y \text{ é baixa} & \\
 \text{Se } x_1 \text{ é baixa e } x_2 \text{ é alta} & \text{então} & y \text{ é média} & \\
 \text{Se } x_1 \text{ é alta e } x_2 \text{ é baixa} & \text{então} & y \text{ é média} & \\
 \text{Se } x_1 \text{ é alta e } x_2 \text{ é alta} & \text{então} & y \text{ é alta} & 
 \end{array} \tag{2.14}$$

O sistema de inferência nebuloso baseado nas regras (2.14) é ilustrado na Figura 2.3. As definições para os conectivos lógicos são as indicadas em (2.2). A definição de implicação é a indicada em (2.7). A saída é determinada por (2.11) e pelo centro de massa do conjunto nebuloso de saída (2.12).

□

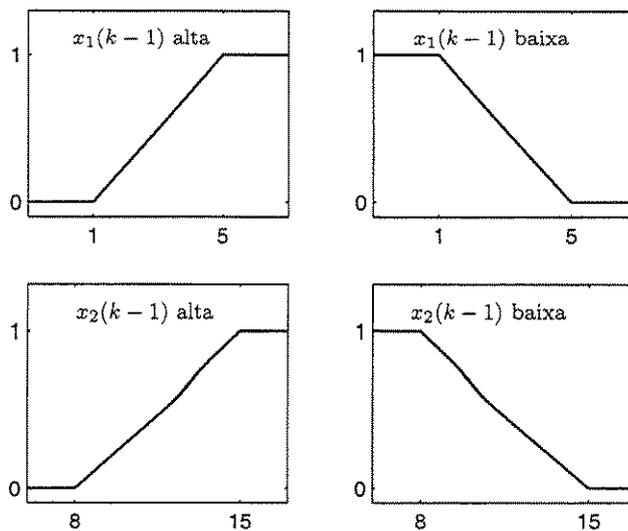


Figura 2.1: Funções de pertinência para tensão  $x_1$  (V) e velocidade angular  $x_2$  (rad/s) para um motor CC.

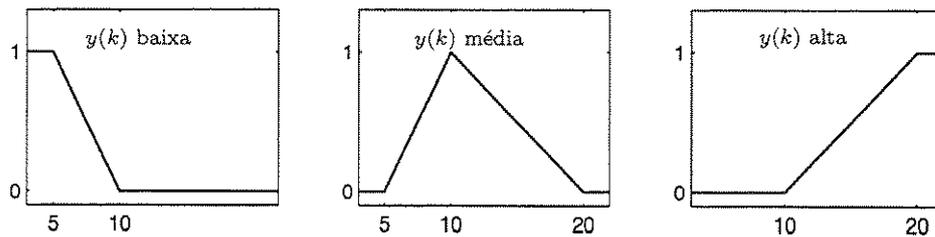


Figura 2.2: Funções de pertinência para a velocidade  $y(k)$  (rad/s) para um motor CC.

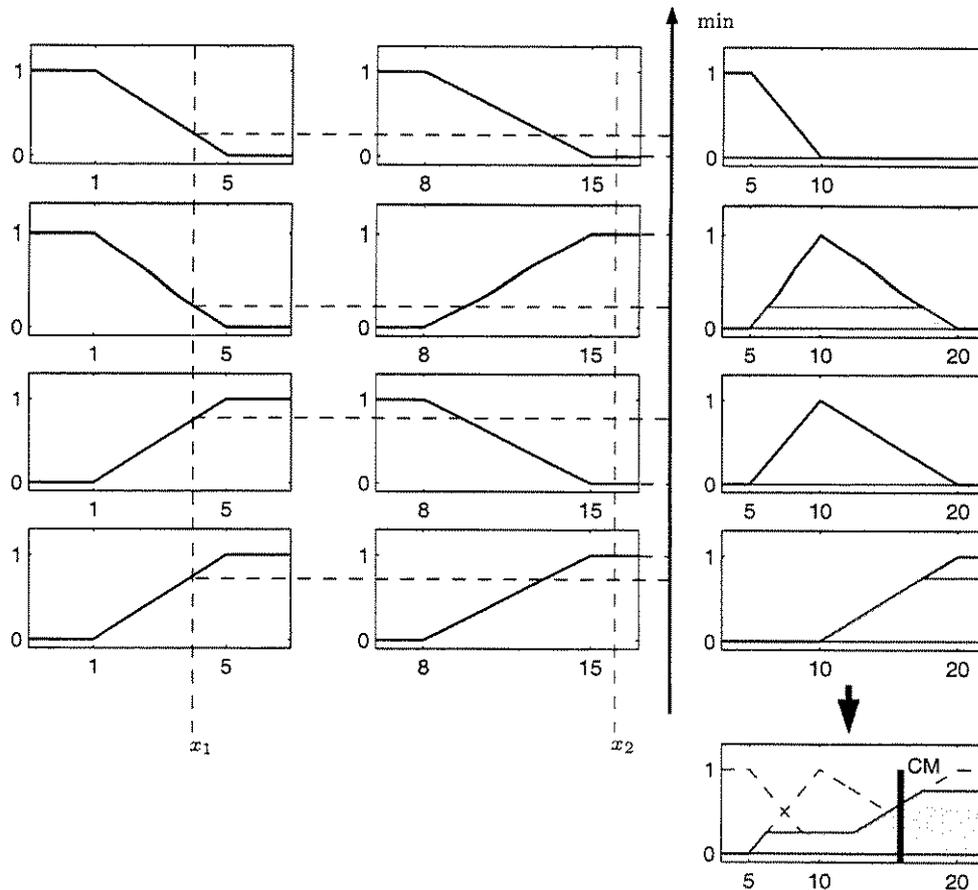


Figura 2.3: Representação do modelo nebuloso linguístico para um motor CC. A primeira coluna representa a tensão  $x_1(k - 1)$  (V), a segunda coluna representa a velocidade angular  $x_2(k - 1)$  (rad/s) e a terceira coluna representa a saída  $y(k)$  (rad/s) do sistema nebuloso.

### 2.1.2 Modelo Nebuloso Relacional

Modelos relacionais representam o mapeamento entre os conjuntos nebulosos de entrada e de saída através de uma relação nebulosa (Pedrycz, 1993). Como exemplo, sejam  $A_{j,k}, k = 1, \dots, N_j$  os conjuntos nebulosos da  $j$ -ésima entrada ( $j = 1, \dots, n_x$ ), definidos em um mesmo domínio  $X$  e  $B_k, k = 1, \dots, n_y$  os conjuntos nebulosos de saída.

Seja  $\mathcal{A}_j$  o conjunto dos termos linguísticos de entrada, definidos em  $X_j$  e  $\mathcal{B}$  o conjunto dos termos linguísticos de saída, definido em  $Y$ :

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_j &= \{A_{j,1}, \dots, A_{j,N_j}\}, \quad j = 1, \dots, n_x \\ \mathcal{B} &= \{B_1, \dots, B_{n_y}\}\end{aligned}\quad (2.15)$$

O produto cartesiano das entradas pode ser representado por  $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 \times \mathcal{A}_2 \times \dots \times \mathcal{A}_{n_x}$ . O modelo linguístico, apresentado na seção anterior, pode ser representado por uma relação  $R : \mathcal{A} \times \mathcal{B} \mapsto \{0, 1\}$ . O modelo relacional nebuloso é definido generalizando  $R$  para a relação:

$$R : \mathcal{A} \times \mathcal{B} \mapsto [0, 1] \quad (2.16)$$

Nesse modelo, cada regra contém todos os possíveis consequentes, cada um com um fator de ponderação, dado pelo elemento respectivo na relação nebulosa. A Figura 2.4 ilustra um modelo relacional com uma entrada e uma saída. A cada função de pertinência de entrada (5 no total), há 4 possíveis termos de saída. Portanto, a relação nebulosa é representada por uma matriz  $5 \times 4$ , com termos entre zero e um.

O valor da saída do modelo a partir das entradas pode ser obtido através de:

1. Cálculo do grau de ativação das regras antecedentes:

$$\beta_i = \min \{ \mu_{A_{i,1}}(x_1), \dots, \mu_{A_{i,n_x}}(x_{n_x}) \}, \quad i = 1, 2, \dots, M.$$

2. Aplicação da composição  $w = \beta \circ R$ :

$$w_j = \max_{i=1, \dots, M} \{ \min(\beta_i, r_{i,j}) \} \quad j = 1, \dots, n_y.$$

3. Defuzificação do conjunto nebuloso consequente:

$$\hat{y} = \frac{\sum_{j=1}^{n_y} b_j w_j}{\sum_{j=1}^{n_y} w_j},$$

onde  $b_j$  é o centro de gravidade do conjunto nebuloso  $B_j$ .



das entradas:

$$f_j(x_1, \dots, x_{n_x}) = w_{j,0} + w_{j,1}x_1 + \dots + w_{j,n_x}x_{n_x}, \quad j = 1, 2, \dots, M.$$

A saída do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno é definida como (Takagi e Sugeno, 1985):

$$y(x, \theta) = \sum_{j=1}^M (w_{j,0} + w_{j,1}x_1 + \dots + w_{j,n_x}x_{n_x}) \Phi(x; \theta_j), \quad (2.18)$$

onde

$$\Phi(x; \theta_j) = \frac{\mu_j(x; \theta_j)}{\sum_{i=1}^M \mu_i(x; \theta_i)}, \quad j = 1, \dots, M \quad (2.19)$$

são as regiões de validade dos modelos lineares locais (Johansen, 1994), e  $\mu_j(x; \theta_j)$  são as funções de pertinência de entrada, definidas no espaço produto das entradas.

O modelo (2.18) pode ser interpretado como a interpolação entre os modelos lineares locais  $f_j(x) = w_{j,0} + w_{j,1}x_1 + \dots + w_{j,n_x}x_{n_x}$ . A função  $\Phi(x; \theta_j)$  determina, para cada valor  $x$  de entrada, o grau de ponderação da  $j$ -ésima regra na interpolação.

As funções de pertinência de entrada (ou graus de ativação dos termos antecedentes) são definidas como:

$$\mu_j(x, \theta_j) = \mu_{A_{j,1}}(x_1) \cdot \mu_{A_{j,1}}(x_2) \cdot \dots \cdot \mu_{A_{j,n_x}}(x_{n_x}), \quad j = 1, 2, \dots, M. \quad (2.20)$$

Em (2.18), (2.19) e (2.20), o vetor  $\theta_j$  contém os parâmetros da função de pertinência de entrada da  $j$ -ésima regra ( $j = 1, \dots, M$ ) e  $\theta = [\theta_1 \dots \theta_M]$  contém todos os parâmetros das funções de pertinência.

A Figura 2.5 apresenta um sistema nebuloso de Takagi-Sugeno com duas entradas e duas regras. Na figura,  $\mu_1(x^*)$  e  $\mu_2(x^*)$  são os graus de ativação das regras 1 e 2 para a entrada  $x^* = [x_1^* \ x_2^*]$ . As saídas de cada regra são os termos  $y_1$  e  $y_2$ , e a saída do modelo é  $y$ .

As funções de pertinência podem assumir várias formas. É frequente na literatura o uso de funções de pertinência gaussianas:

$$\begin{aligned} \mu_j(x; \theta_j) &= \mu_j\left(x; [c_j \ \sigma_j]^T\right) \\ &= \prod_{k=1}^{n_x} \exp\left(-\frac{(x_k - c_{j,k})^2}{\sigma_{j,k}^2}\right) \end{aligned} \quad (2.21)$$

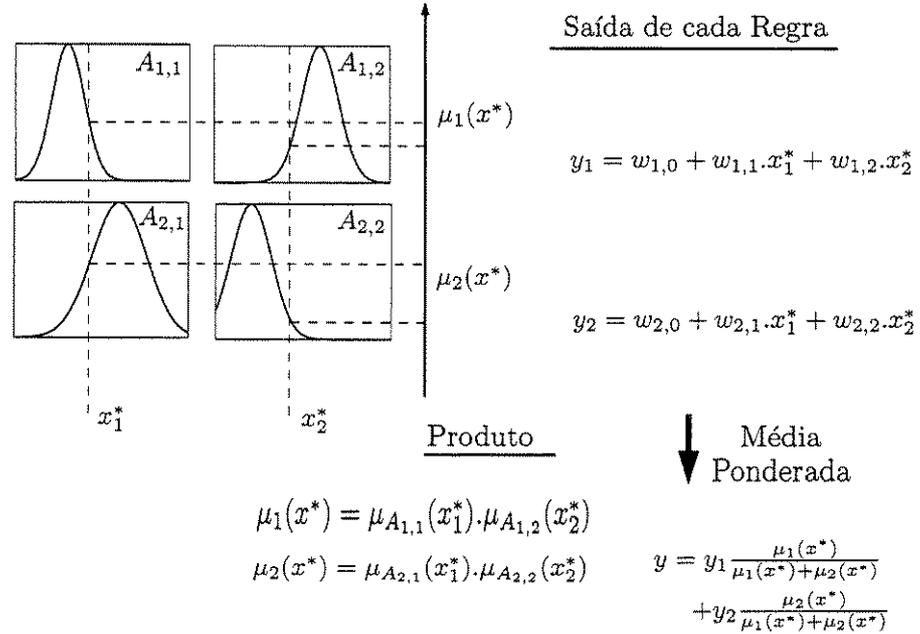


Figura 2.5: Representação de um sistema nebuloso de Takagi-Sugeno com duas entradas e duas regras.

Os centros  $c_j = [c_{j,1} \dots c_{j,n_x}]$ , as variâncias  $\sigma_j = [\sigma_{j,1} \dots \sigma_{j,n_x}]$  e o vetor de entradas  $x = [x_1 \dots x_{n_x}]$  definem as funções de pertinência  $\mu_j(x; \theta_j)$ . As funções gaussianas possuem expressões simples para suas derivadas em relação aos parâmetros  $c_j$  e  $\sigma_j$ , que serão utilizadas na Seção 2.3.

A identificação dos parâmetros do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno a partir de dados de entrada e saída será detalhada nas próximas seções deste capítulo.

## 2.2 Identificação do Modelo Nebuloso de Takagi-Sugeno

No contexto de identificação de sistemas, as variáveis  $x_1, \dots, x_{n_x}$  em (2.17) e (2.18) representam os termos do vetor regressor  $\varphi(k)$ , definido na Seção 1.2.

A equação do preditor da saída do sistema, baseada no modelo (2.18), é dada por:

$$\hat{y}(k; \theta) = \sum_{j=1}^M \{ [1 \ \varphi(k)^T] \cdot w_j \} \Phi(\varphi(k); \theta_j), \quad (2.22)$$

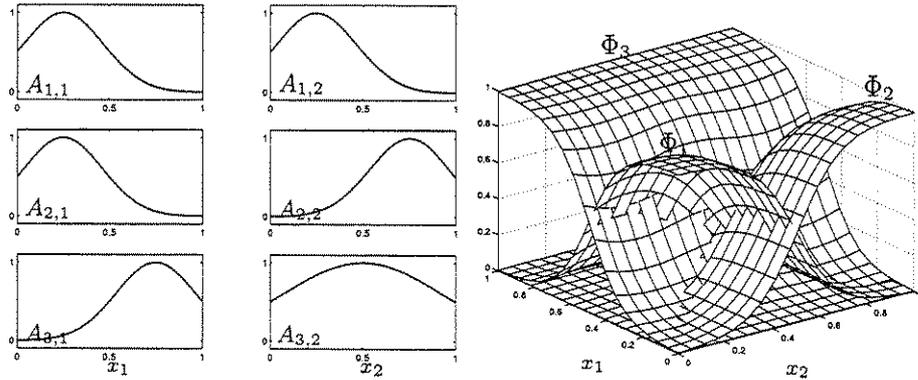


Figura 2.6: Funções de Pertinência e Regiões de Validade para um modelo Takagi-Sugeno.

onde  $w_j = [w_{j,0} \ w_{j,1} \ \dots \ w_{j,n_x}]^T$  é o vetor com os parâmetros lineares da  $j$ -ésima regra e  $[1 \ \varphi(k)^T] = [1 \ x_1 \ \dots \ x_{n_x}]$ .

O modelo nebuloso de Takagi-Sugeno (2.22) apresenta uma forma equivalente às redes de modelos locais apresentadas em (Johansen e Foss, 1993; Johansen, 1994; Murray-Smith, 1994). Para as redes de modelos locais, é dada ênfase à determinação das regiões de validade dos modelos lineares locais e não às funções de pertinência das variáveis de entrada.

A Figura 2.6 ilustra as regiões de validade dos modelos locais e as funções de pertinência das variáveis de entrada correspondentes, para um sistema nebuloso de Takagi-Sugeno com duas entradas e três regras. As funções de pertinência na Figura 2.6 não foram determinadas por informação linguística, e sim, para parametrizar as regiões de validade dos modelos lineares locais indicados.

Da equação (2.22), pode-se verificar que, para a solução do problema de identificação do modelo de Takagi-Sugeno, devem-se determinar: a estrutura do regressor  $\varphi(k)$ , as regiões de validade dos modelos lineares locais  $\Phi(\varphi(k); \theta_j)$  e os parâmetros lineares  $w_j$ .

### 2.2.1 Determinação dos Parâmetros Lineares

Os parâmetros lineares em (2.22) podem ser obtidos utilizando-se métodos de estimação linear, como o método dos mínimos quadrados. Para tanto, inicialmente, consideram-se conhecidas as regiões de validade  $\Phi(\cdot, \theta_j)$ .

### Otimização Global dos Parâmetros Lineares Locais

A partir do erro de estimação  $\varepsilon(k; \theta) = y(k) - \hat{y}(k; \theta)$ , pode-se utilizar o seguinte critério de otimização:

$$V_N(\theta) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N \varepsilon(k; \theta)^T \varepsilon(k; \theta). \quad (2.23)$$

O vetor de custos (2.23) pode ser reescrito na forma vetorial

$$V_N(w) = \frac{1}{2N} \|Y - \Psi w\|^2, \quad (2.24)$$

onde  $Y = [y(1) \ y(2) \ \dots \ y(N)]^T$  é o vetor de saídas do sistema,  $w = [w_1^T \ w_2^T \ \dots \ w_M^T]^T$  é um vetor coluna com os termos lineares para cada regra e a matriz  $\Psi_{N \times (M \cdot (n_x + 1))}$  é:

$$\begin{aligned} \Psi &= [\psi_{kj}]_{\substack{k=1,2,\dots,N \\ j=1,2,\dots,M}} \\ \psi_{kj} &= [1 \ \varphi(k)^T] \cdot \Phi(\varphi(k); \theta_j). \end{aligned} \quad (2.25)$$

O mínimo da equação (2.24) é obtido para:

$$\hat{w} = [\Psi^T \Psi]^{-1} \Psi^T Y \quad (2.26)$$

A inversão em (2.26) representa um problema de complexidade  $O([M(n_x + 1)]^3)$  (Fischer et al., 1998), cuja solução poderá representar um esforço computacional elevado quando o número de regras  $M$  é elevado.

### Otimização Local dos Parâmetros Lineares Locais

Os parâmetros lineares também podem ser determinados a partir de  $M$  estimadores de mínimos quadrados independentes. Isso pode ser feito porque modelos lineares locais têm pouca interação, devido à estrutura local das regiões de validade (Murray-Smith, 1994). Pode-se observar na Figura 2.6 que em regiões do espaço de entradas onde  $\Phi_{j_0} \approx 1$ , tem-se que  $\Phi_{j \neq j_0}$  são aproximadamente zero.

A partir do erro de estimação em relação ao  $j$ -ésimo modelo linear local:

$$\varepsilon_j(k) = y(k) - [1 \ \varphi(k)^T] w_j,$$

podem-se definir as funções de custo dos modelos locais, para cada região de validade:

$$V_j(w_j) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N \varepsilon_j(k)^T \Phi(\varphi(k); \theta_j) \varepsilon_j(k). \quad (2.27)$$

Os termos  $\Phi(\varphi(k); \theta_j)$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$  são introduzidos como termos de ponderação na otimização do critério (2.27). Assim, vetores de entrada  $\varphi(k)$  que estejam mais próximos aos centros de uma região de validade são mais ponderados na conclusão da regra correspondente a essa região.

Os parâmetros lineares da  $j$ -ésima regra, considerando o critério (2.27) são dados por (Ljung, 1999):

$$\hat{w}_j = [\Psi^T \Lambda_j \Psi]^{-1} \Psi^T \Lambda_j Y, \quad (2.28)$$

onde

$$\Psi = \begin{bmatrix} [1 \ \varphi(1)^T] \\ [1 \ \varphi(2)^T] \\ \vdots \\ [1 \ \varphi(N)^T] \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

e

$$\Lambda_j = \text{diag} [\Phi(\varphi(1); \theta_1) \ \Phi(\varphi(2); \theta_2) \ \dots \ \Phi(\varphi(N); \theta_N)]. \quad (2.30)$$

As inversas em (2.28) representam um problema de complexidade  $O(M(n_x + 1)^3)$ , menor que no caso de otimização dos modelos lineares locais com um critério global. A otimização local dos parâmetros lineares apresenta melhores resultados quando os antecedentes das regras estão sobreparametrizados (número grande de regiões de validade), devido a problemas numéricos na resolução do problema de mínimos quadrados com o critério global (Murray-Smith, 1994). Para parâmetros lineares determinados com critério local, os modelos lineares locais associados a cada região de validade são forçados a ajustar localmente os dados, o que não ocorre para a otimização dos parâmetros lineares com um critério global. Trabalhos recentes (Johansen et al., 2000; Shorten et al., 1999) discutem a interpretação dos modelos locais como aproximações locais na modelagem de Takagi-Sugeno e propõem condições sobre a identificação para garantir uma aproximação local adequada.

No exemplo adiante, compara-se a otimização com um critério global e com critério local dos parâmetros lineares do modelo.

### Exemplo 2.2

Considere-se o problema de aproximar a função  $y = \sin(x)$ ,  $x \in [0, 2\pi]$ . A Figura 2.7 ilustra a aproximação da função por um modelo com cinco regras.

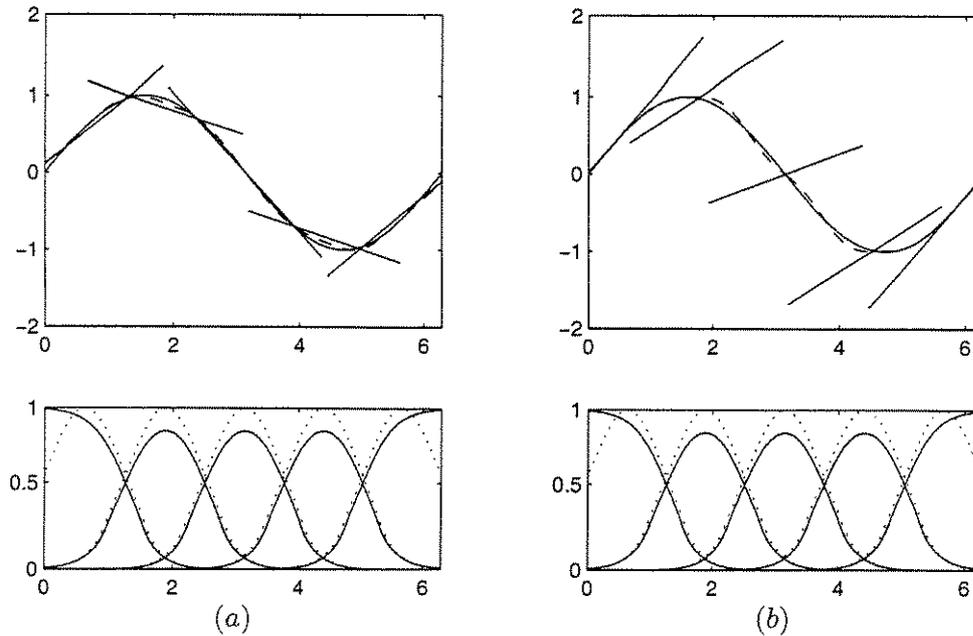


Figura 2.7: Aproximação de uma senóide por um modelo de Takagi-Sugeno. Otimização dos parâmetros lineares com critério local (a) e com critério global (b). A linha tracejada representa a saída do modelo, enquanto a linha contínua representa a função. Note-se que as regiões lineares no método global não apresentam boa aproximação local, como ocorre na determinação do parâmetros lineares por critério local.

São ilustradas as funções de pertinência (linha pontilhada) e as regiões de validade (linha contínua) dos modelos lineares locais. As retas representam os modelos lineares locais para cada regra. A saída do modelo é apresentada em tracejado.

Na Figura 2.7(a), os parâmetros lineares são determinados de acordo com o critério local (2.27). O Erro médio quadrático<sup>1</sup> ( $E_{RMS}$ ) nesse caso é  $E_{RMS} = 0.0370$ .

Na Figura 2.7(b), é utilizado o critério global na determinação dos parâmetros lineares do modelo. Nesse caso, ( $E_{RMS}=0.0328$ ).

□

---

<sup>1</sup> $E_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y(k) - \hat{y}(k; \theta))^2}$

**Estimador recursivo**

A solução recursiva para o estimador (2.28), considerando um fator de esquecimento  $\lambda$ , é dada por (Ljung, 1999):

$$\begin{aligned} w_j(k) &= w_j(k-1) + \gamma_j(k)(y(k) - \varphi^T(k)w_j(k)) \\ \gamma_j(k) &= \frac{P_j(k-1)\varphi(k)}{\varphi(k)^T P_j(k-1)\varphi(k) + \frac{\lambda}{\Phi(\varphi(k); \theta_j)}} \\ P_j(k) &= \frac{1}{\lambda}(I - \gamma_j(k)\varphi^T(k))P_j(k-1), \end{aligned} \quad (2.31)$$

onde

$$w_j(k) = [w_{j,0}(k) \ w_{j,1}(k) \ \dots \ w_{j,n_x}(k)]^T$$

representam os termos lineares para cada regra, a cada instante  $t = k$ .

Para atualizar apenas os modelos representativos no ponto de operação atual, adota-se um valor mínimo (limiar) para as regiões de validade  $\Phi$ . Os parâmetros lineares do modelo serão atualizados em  $t = k$  apenas se  $\Phi(\varphi(k), \theta_j) > \Phi_{min}$ . Isso simplifica o esforço computacional, principalmente quando o número de regras  $M$  é elevado.

**2.2.2 Estrutura do Regressor**

Em (2.22), o vetor regressor  $\varphi(k)$  determina a estrutura dos consequentes das regras e também a dimensão do espaço de entradas. Como a dimensão do espaço de entradas influencia acentuadamente a complexidade do problema de otimização do modelo nebuloso, pode-se considerar separadamente os termos do regressor associado aos parâmetros lineares e os associados às regiões de validade.

O exemplo adiante apresenta mais detalhes sobre a questão.

**Exemplo 2.3**

Seja o problema de modelar o sistema dinâmico definido a partir da equação:

$$y(k+1) = y(k) + u(k)e^{-y(k)}.$$

Note-se que a não-linearidade do sistema está associada apenas à variável  $y(k)$ . Caso essa informação seja disponível, pode-se utilizar um modelo de Takagi-Sugeno simplificado, com regras na forma:

$$\text{Se } y(k) \text{ é } A_j \quad \text{então} \quad y(k+1) = -a_j y(k) + b_j u(k) + c_j$$

Para esse modelo a forma do preditor será:

$$\hat{y}(k; \theta) = \sum_{j=1}^M \{ [1 \ y(k-1) \ u(k-1)] \cdot w_j \} \Phi(y(k); \theta_j),$$

onde  $w_j = [c_j \ -a_j \ b_j]^T$ .

□

Os termos constituintes do regressor  $\varphi(k)$  são usualmente determinados a partir de informação prévia sobre a estrutura do sistema. Considerando-se separadamente os termos do regressor associados às regiões de validade e os associados aos parâmetros lineares, pode-se simplificar o problema de determinação do modelo. Em (Fischer et al., 1998), os termos do regressor associados aos parâmetros lineares do modelo de Takagi-Sugeno são obtidos a partir de mínimos quadrados ortogonais (Chen et al., 1991).

### 2.2.3 Determinação das Regiões de Validade

Na literatura são apresentados vários métodos de determinação das regiões de validade dos modelos lineares locais (Babuška e Verbruggen, 1996).

As primeiras referências que trataram o problema de identificação do modelo Takagi-Sugeno consideraram as funções de pertinência das variáveis de entrada determinadas a partir de conhecimento linguístico do sistema (Takagi e Sugeno, 1985). A cada entrada são associados termos linguísticos, como Pequeno, Médio e Grande. Neste caso, as regiões de validade são determinadas pelas regiões no espaço produto das entradas. A Figura 2.8(a) ilustra o método no caso de duas variáveis de entrada, com três funções de pertinência por entrada.

Uma divisão como a indicada na Figura 2.8(a) sofre o problema de “maldição da dimensionalidade”, conhecido na área de redes neurais (Haykin, 1999). O problema consiste no aumento pronunciado da complexidade numérica com o aumento do número de variáveis de entrada. Esse problema ocorre devido à natureza local das funções de pertinência. Seja um sistema com três entradas e a cada entrada associadas cinco funções de pertinência. Neste caso, tem-se  $M = 5^3 = 125$  regiões de validade definidas no espaço produto.

Para otimizar a distribuição dos conjuntos nebulosos, outros métodos de partição do conjunto de entrada foram propostos (Jang e Sun, 1995). A Figura 2.8 ilustra outras duas estratégias de partição do espaço de entradas.

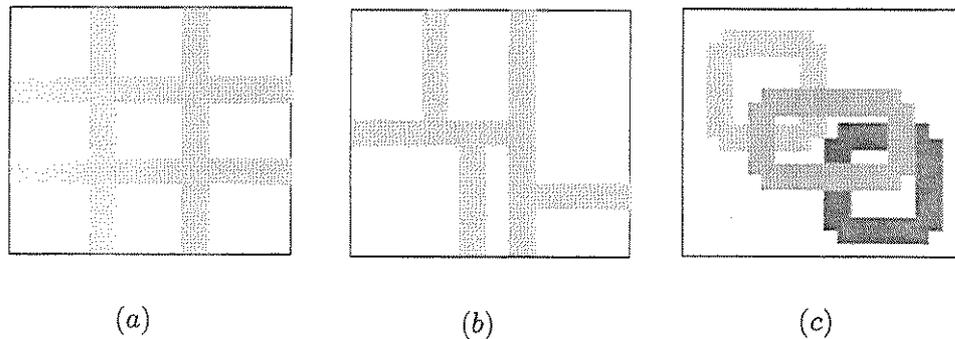


Figura 2.8: Métodos de partição do espaço de entradas. (a) Partição em malha; (b) Partição em árvore; (c) Partição por *clusters*.

Na Figura 2.8(b) é apresentada uma partição em árvore. Nesse caso, cada região é especificada a partir de uma árvore de decisão, reduzindo o problema de explosão exponencial do número de regras. Na Figura 2.8(c) é ilustrada uma partição do espaço de entrada por *clustering*, que considera as regiões onde é mais frequente a ocorrência dos dados de entrada.

Nas próximas seções são apresentadas a determinação dos parâmetros não-lineares do sistema nebuloso baseada em gradiente, determinação da estrutura dos antecedentes por busca em árvore e, finalmente, a determinação da estrutura dos antecedentes por *clustering*.

### 2.3 Determinação da Estrutura do Modelo Nebuloso Baseada em Gradiente

Na otimização dos parâmetros não-lineares do modelo (2.22), pode-se utilizar métodos de treinamento de redes neurais e otimização não-linear. Esses métodos são conhecidos na literatura como modelagem Neuro-Fuzzy (Jang, 1993; Jang e Sun, 1995; Brown e Harris, 1994).

Seja o sistema nebuloso (2.22), com as regiões de validade definidas no espaço produto cartesiano das  $n$  entradas. Supondo-se  $N_l$ ,  $l = 1, \dots, n$  funções de pertinência por entrada, tem-se  $M = \prod_{l=1}^n N_l$  regiões de validade definidas no espaço produto das entradas.

A saída do sistema nebuloso, será:

$$\hat{y}(k; \theta) = \sum_{i_1=1}^{N_1} \cdots \sum_{i_n=1}^{N_n} f_{j(i_1, \dots, i_n)}(\varphi(k)) \frac{\mu_{i_1 \dots i_n}(\varphi(k); \theta_{j(i_1, \dots, i_n)})}{\sum_{i'_1=1}^{N_1} \cdots \sum_{i'_n=1}^{N_n} \mu_{i'_1 \dots i'_n}(\varphi(k); \theta_{j(i'_1, \dots, i'_n)})} \quad (2.32)$$

onde

$$j(i_1, \dots, i_n) = (i_1 - 1)N_2 + \dots + (i_{n-1} - 1)N_n + i_n$$

é o índice das regras,

$$f_{j(i_1, \dots, i_n)}(\varphi(k)) = [w_{j(i_1, \dots, i_n), 0} \cdots w_{j(i_1, \dots, i_n), n_x}] \cdot [1 \ \varphi(k)^T]^T, \quad (2.33)$$

e

$$\mu_{i_1 \dots i_n}(\varphi(k); \theta_{j(i_1, \dots, i_n)}) = \prod_{l=1}^n \mu_l(x_l(k); \theta_{i_l}). \quad (2.34)$$

Para funções de pertinência gaussianas (2.21), os parâmetros não-lineares são  $\theta_{l, i_l} = [c_{l, i_l} \ \sigma_{l, i_l}]$  e

$$\theta_{j(i_1, \dots, i_n)} = [\theta_{1, i_1} \ \dots \ \theta_{n_x, i_n}]^T. \quad (2.35)$$

A equação (2.34) no caso de funções de pertinência gaussianas fica:

$$\begin{aligned} \mu_{i_1 \dots i_n}(\varphi(k); \theta_{j(i_1, \dots, i_n)}) &= \prod_{l=1}^n \exp\left(-\left(\frac{x_l(k) - c_{l, i_l}}{\sigma_{l, i_l}}\right)^2\right) \\ &= \exp\left(-\sum_{l=1}^n \left(\frac{x_l(k) - c_{l, i_l}}{\sigma_{l, i_l}}\right)^2\right) \end{aligned} \quad (2.36)$$

Os parâmetros não-lineares do modelo (2.32) podem ser determinados pelo método indicado nas Seções 1.2 e 1.3. Os parâmetros lineares podem ser determinados pelos métodos indicados na Seção 2.2.1.

Os parâmetros do modelo (2.32) são, portanto, determinados através de um procedimento em duas etapas, como indicado adiante.

1. São fornecidos valores iniciais de  $\theta_{l, i_l} = [c_{l, i_l} \ \sigma_{l, i_l}]$ .
2. Para os valores atuais de  $\theta_{l, i_l} = [c_{l, i_l} \ \sigma_{l, i_l}]$ , são determinados os parâmetros lineares  $w_j$ ,  $j = 1, \dots, M$ , utilizando-se o estimador de mínimos quadrados.

3. Calculam-se os parâmetros  $\theta_{l,i_l} = [c_{l,i_l} \ \sigma_{l,i_l}]$  pelo método indicado nas Seções 1.2 e 1.3.
4. Volta-se ao passo 2., até que se atinja um determinado critério de parada.

Deve-se observar que para a determinação dos parâmetros  $\theta_{l,i_l}$ , indicada acima, é necessário o cálculo das derivadas do modelo em relação aos parâmetros  $\theta_{l,i_l}$ . O cálculo das derivadas do modelo é descrito a seguir.

### Derivadas do Modelo

As derivadas do modelo (2.32) são<sup>2</sup>:

$$\frac{\partial \hat{y}(k; \theta)}{\partial \theta_{li_l^*}} = \sum_{i_1 \dots i_n} f_j(i_1, \dots, i_n)(\varphi(k)) \frac{\partial}{\partial \theta_{li_l^*}} \Phi(\mu_{i_1 \dots i_n}(\varphi(k); \theta_j)), \quad (2.37)$$

onde  $\theta_{li_l^*}$  representa um parâmetro da  $i_l$ -ésima função de pertinência, na  $l$ -ésima entrada do sistema nebuloso.

As derivadas das regiões de validade podem ser obtidas considerando-se

$$\frac{\partial}{\partial \theta_{li_l^*}} \Phi(\mu_{i_1 \dots i_n}(\varphi(k); \theta_j)) = \begin{cases} \frac{\frac{\partial}{\partial \theta_{li_l^*}} \mu_{i_1 \dots i_l^* \dots i_n}(\varphi(k); \theta_j)}{\sum_{i'_1 \dots i'_n} \mu_{i'_1 \dots i'_n}(\varphi(k); \theta_j)} - \frac{\mu_{i_1 \dots i_l^* \dots i_n}(\varphi(k); \theta_j) \sum_{i'_1 \dots i'_n} \frac{\partial}{\partial \theta_{li_l^*}} \mu_{i'_1 \dots i'_n}(\varphi(k); \theta_j)}{\left( \sum_{i'_1 \dots i'_n} \mu_{i'_1 \dots i'_n}(\varphi(k); \theta_j) \right)^2}, & \text{se } i_l = i_l^* \\ \frac{\mu_{i_1 \dots i_n}(\varphi(k); \theta_j) \sum_{i'_1 \dots i'_n} \frac{\partial}{\partial \theta_{li_l^*}} \mu_{i'_1 \dots i'_n}(\varphi(k); \theta_j)}{\left( \sum_{i'_1 \dots i'_n} \mu_{i'_1 \dots i'_n}(\varphi(k); \theta_j) \right)^2}, & \text{se } i_l \neq i_l^* \end{cases} \quad (2.38)$$

A soma em (2.37) pode ser reescrita, substituindo a expressão (2.38), como:

<sup>2</sup>Será adotada a notação  $\sum_{i_1 \dots i_n}$  para os somatórios encadeados  $\sum_{i_1=1}^{N_1} \dots \sum_{i_n=1}^{N_n}$ .

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{y}(k; \theta_j)}{\partial \theta_{li_j^*}} &= \frac{\sum_{i_1 \dots i_{l-1} i_{l+1} \dots i_n} f_j(i_1, \dots, i_l^*, \dots, i_n)(\varphi(k)) \frac{\partial}{\partial \theta_{li_j^*}} \mu_{i_1 \dots i_l^* \dots i_n}(\varphi(k); \theta_j)}{\sum_{i_1' \dots i_n'} \mu_{i_1' \dots i_n'}(\varphi(k); \theta_j)} \\ &\quad - \frac{\sum_{i_1 \dots i_n} f_j(i_1, \dots, i_n)(\varphi(k)) \mu_{i_1 \dots i_n}(\varphi(k); \theta)}{\left( \sum_{i_1' \dots i_n'} \mu_{i_1' \dots i_n'}(\varphi(k); \theta_j) \right)^2} \frac{\partial}{\partial \theta_{li_j^*}} \sum_{i_1' \dots i_n'} \mu_{i_1' \dots i_n'}(\varphi(k); \theta_j) \end{aligned} \quad (2.39)$$

Note-se que no segundo termo do lado direito da equação está o valor de  $\hat{y}(k; \theta)$ . Outra simplificação está na forma da derivada da soma das funções de pertinência:

$$\frac{\partial}{\partial \theta_{li_j^*}} \sum_{i_1' \dots i_n'} \mu_{i_1' \dots i_n'}(\varphi(k); \theta_j) = \sum_{i_1' \dots i_{l-1}' i_{l+1}' \dots i_n'} \frac{\partial \mu_{i_1' \dots i_l^* \dots i_n'}(\varphi(k); \theta_j)}{\partial \theta_{li_j^*}}. \quad (2.40)$$

Com essas modificações, a equação (2.37) fica:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{y}(k; \theta)}{\partial \theta_{li_j^*}} &= \frac{\sum_{i_1 \dots i_{l-1} i_{l+1} \dots i_n} b_j(i_1, \dots, i_l^*, \dots, i_n)(k) \frac{\partial}{\partial \theta_{li_j^*}} \mu_{i_1 \dots i_l^* \dots i_n}(\varphi(k); \theta)}{\sum_{i_1' \dots i_n'} \mu_{i_1' \dots i_n'}(\varphi(k); \theta)} \\ &\quad - \frac{\hat{y}(k; \theta)}{\sum_{i_1' \dots i_n'} \mu_{i_1' \dots i_n'}(\varphi(k); \theta)} \sum_{i_1' \dots i_{l-1}' i_{l+1}' \dots i_n'} \frac{\partial \mu_{i_1' \dots i_l^* \dots i_n'}(k; \theta)}{\partial \theta_{li_j^*}} \end{aligned} \quad (2.41)$$

#### Exemplo 2.4

Seja o problema de aproximar a função  $y = \sin(x)$  apresentado no Exemplo 2.2. Os valores iniciais dos parâmetros das regiões de validade e dos parâmetros lineares são os indicados na Figura 2.7. A Figura 2.9 apresenta os modelos após o treinamento dos parâmetros pelo procedimento em duas etapas descrito.

Nos resultados ilustrados na Figura 2.9(a), os parâmetros lineares do modelo de Takagi-Sugeno são ajustados de acordo com o critério local de

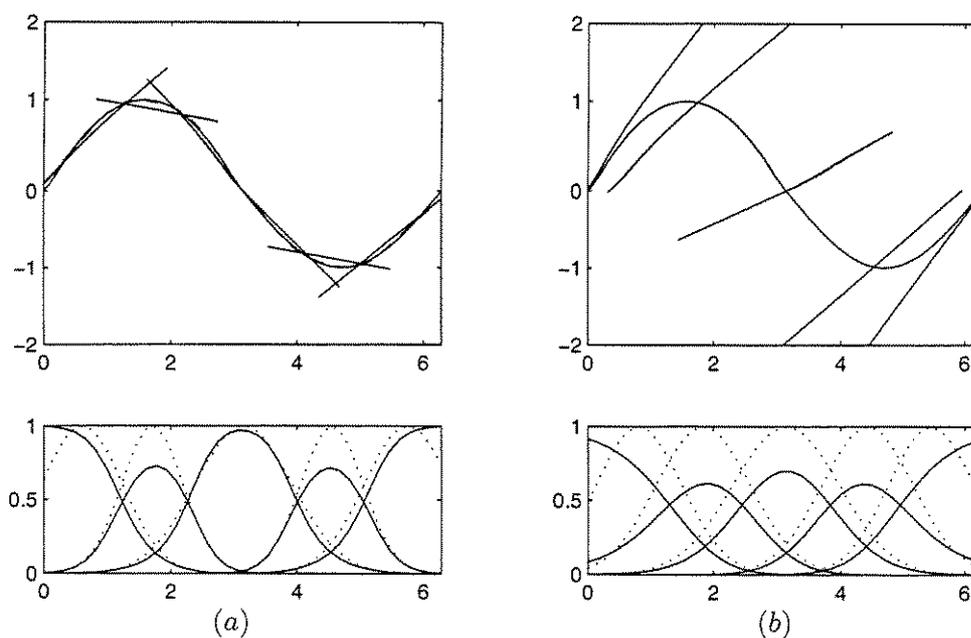


Figura 2.9: Aproximação de uma senóide por um modelo nebuloso de Takagi-Sugeno, após ajuste utilizando o gradiente. Os parâmetros das regiões de validade são obtidos pelo método descrito na Seção 2.3. Os parâmetros lineares são determinados por otimização com critério local (a) e por critério global (b).

otimização (2.27) e os parâmetros não-lineares do modelo são ajustados para minimizar o critério global - Erro médio quadrático - definido na Seção (1.4). Com o critério misto, foi possível melhorar a aproximação global do modelo, sem perda da aproximação local ( $E_{RMS} = 0.0288$ ). Yen et al. (1998) discutem o intercâmbio entre aproximação global e local para o modelo nebuloso de Takagi-Sugeno e utilizam um critério misto semelhante ao apresentado.

Nos resultados ilustrados na Figura 2.9(b), os parâmetros lineares do modelo de Takagi-Sugeno são ajustados de acordo com o critério global (2.23) e os parâmetros não-lineares foram ajustados de acordo com o critério (1.4). □

## 2.4 Determinação da Estrutura do Modelo Nebuloso por Particionamento em Árvore

A estrutura das regiões de validade dos modelos lineares locais pode ser determinada a partir do particionamento sucessivo das regiões de entrada, como indicado em (Sugeno e Kang, 1988; Johansen e Foss, 1995; Fischer et al., 1998).

Nesse método, particiona-se o espaço de entradas em hiper-retângulos ortogonais aos eixos. Cada modelo linear local corresponde a uma regra do sistema nebuloso. O centro das regiões de validade, definidas a partir de funções de pertinência gaussianas (2.21), é localizado no centro dos hiper-retângulos e os parâmetros de abertura são proporcionais às dimensões do hiper-retângulo.

A construção do modelo nebuloso é iniciada com um modelo linear global, equivalente a apenas uma regra nebulosa. A cada nova iteração, uma nova regra é adicionada ao modelo, até atingir o desempenho especificado através de um determinado critério de parada. Cada nova regra é obtida pela divisão da região com o pior desempenho em duas partes. O desempenho é medido utilizando-se medidas locais de erro, ponderadas pelos valores das regiões de validade dos modelos locais. São testados, a cada iteração, cortes ortogonais aos eixos, em todas as dimensões do espaço de entradas. A Figura 2.10 ilustra algumas iterações do método, para um espaço de entradas bidimensional.

A cada iteração, apenas o modelo com pior desempenho é considerado para divisão, mantidos os modelos nas outras regiões. Para  $n_x$  variáveis

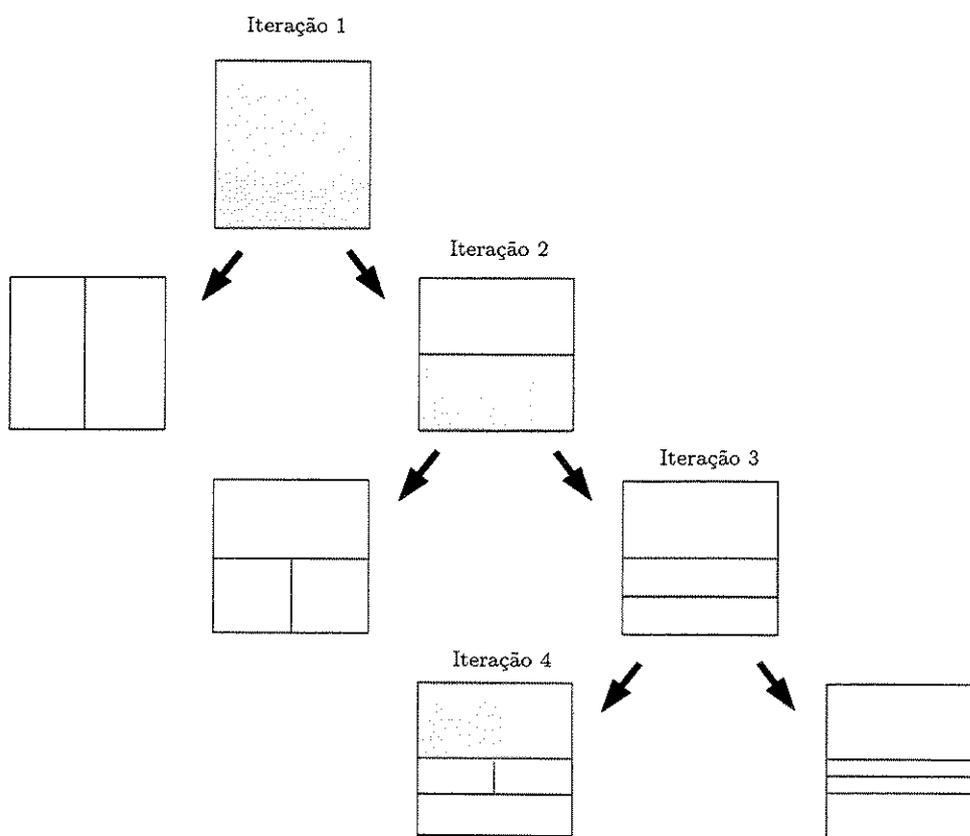


Figura 2.10: Partição do espaço de entradas em árvore

de entrada, a cada iteração são atualizados  $2n_x$  termos, com os termos nas outras regiões sendo mantidos nos valores anteriores. Na Figura 2.10 são apresentadas quatro iterações do algoritmo. A região considerada para partição é destacada em cada iteração.

## 2.5 Determinação da Estrutura do Modelo Nebuloso por *Clustering*

Nesta seção, as regiões de validade dos modelos lineares locais são determinadas a partir de “clustering” dos dados de entrada no espaço produto. Para um dado conjunto de dados de entrada, são determinados pontos que representam as regiões do espaço de entradas. Nesses pontos são centralizadas as regiões de validade dos modelos lineares locais. Métodos semelhantes de determinação das regiões de validade são apresentados em (Cao et al., 1997; Babuška et al., 1998).

Para a determinação das regiões de validade dos modelos locais, é implementado o método *fuzzy C-means*, que extrai funções de pertinência em formato de “C”, a partir dos dados de entrada do sistema nebuloso, representados por  $\varphi(k)$ . O método *fuzzy C-means* foi aplicado à modelagem de sistemas em (Sugeno e Yasukawa, 1993). As funções de pertinência são determinadas pela minimização do critério:

$$J(\mu, \bar{\varphi}) = \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^M \mu_j(k)^p \|\varphi(k) - \bar{\varphi}_j\|^2,$$

$$\text{sujeito a } \sum_{j=1}^M \mu_j(k) = 1. \quad (2.42)$$

Note-se que, devido à restrição  $\sum_{j=1}^M \mu_j(k) = 1$ , as regiões de validade  $\Phi_j = \frac{\mu_j(k)}{\sum_{j=1}^M \mu_j(k)}$  são iguais às funções de pertinência  $\mu_j(k)$ . Em (2.42),  $N$  é o número de dados,  $M$  é o número de regras,  $\bar{\varphi}_j, j = 1, \dots, M$  são os centros dos *clusters* e  $\|\cdot\|$  é a norma  $L_2$ . O parâmetro  $p$  determina o grau de decaimento das regiões de validade dos modelos locais.

A partir do Lagrangeano do custo  $J(\mu, \bar{\varphi})$ , pode-se determinar os valores

de  $\bar{\varphi}_j$  e  $\mu_j(k)$  que minimizam o critério (2.42):

$$\bar{\varphi}_j = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_j(k)^p \varphi(k)}{\sum_{k=1}^N \mu_j(k)^p}, \quad j = 1, \dots, M, \quad (2.43a)$$

$$\mu_j(k) = \left\{ \sum_{l=1}^M \frac{\|\varphi(k) - \bar{\varphi}_l\|^{\frac{2}{p-1}}}{\|\varphi(k) - \bar{\varphi}_j\|^{\frac{2}{p-1}}} \right\}^{-1}, \quad j = 1, \dots, M. \quad (2.43b)$$

Como (2.43a) e (2.43b) são interdependentes, os *clusters* são determinados a partir de um processo iterativo (Sugeno e Yasukawa, 1993). O critério de parada para o processo iterativo é a convergência das funções de pertinência.

Em (Sugeno e Yasukawa, 1993), é apresentado um método de determinação do número de regras nebulosas a partir dos dados de entrada. Para este propósito é definido o critério:

$$S(M) = \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^M \mu_j(k)^p \{ \|\varphi(k) - \bar{\varphi}_j\|^2 - \|\bar{\varphi}_j - \bar{\varphi}\|^2 \}, \quad (2.44)$$

onde  $\bar{\varphi} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varphi(k)$ .

O número de *clusters* determinado pelo critério (2.44) é  $M^* = \arg \min_M (S(M))$ . O primeiro termo em (2.44) é a variância dos dados em um *cluster* e o segundo é a variância dos *clusters*. O critério considera a minimização da variância em cada *cluster* e maximização da variância entre *clusters*.

## 2.6 Aplicação à Modelagem do Nível de Líquido em um Tanque

Será considerada a modelagem do nível de líquido em um tanque, a partir dos dados de entrada e saída de um sistema real apresentados em (Lindskog, 1996). O processo consiste em um recipiente onde é medido o nível de líquido  $y(k)$ , e a entrada é a tensão  $u(k)$  aplicada a um motor elétrico que bombeia a água para o tanque. A vazão de saída do líquido é  $Q(t)$ . A taxa de amostragem é  $T_s = 1.0s$  e são consideradas 1000 medições de entrada e saída para estimação e um outro conjunto de mesmo tamanho para a validação do modelo. A Figura 2.11 apresenta um digrama do processo, bem como os dados de entrada e saída utilizados para estimação do modelo.

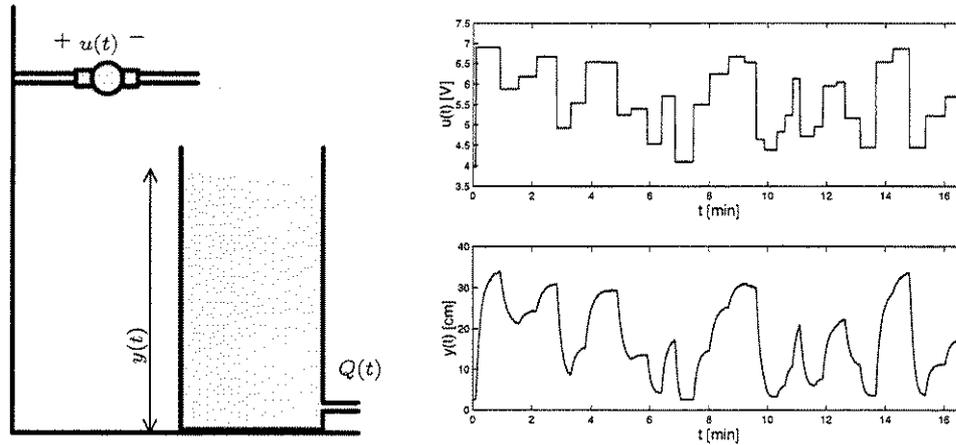


Figura 2.11: Diagrama do tanque e dados de entrada e saída usados para estimação do modelo.

Serão considerados modelos na forma:

$$y(k) = f(y(k-1), u(k-1))$$

e serão obtidos modelos pelos métodos apresentados nas seções anteriores.

### Modelo Linear

Inicialmente é obtido um modelo linear para o sistema, pelo método de mínimos quadrados:

$$y(k) = a_1 y(k-1) + b_1 u(k-1) + c_1$$

Esse modelo serve para inicializar os métodos de estimação do modelo não-linear de Takagi-Sugeno e para comparação.

O Erro médio quadrático para os dados de validação com o modelo linear foi  $E_{RMS} = 1.356$ . Um aumento na ordem do modelo linear não implicou em melhoria apreciável da saída do modelo, indicando que o comportamento inadequado do modelo linear não é devido à ordem do modelo, e sim, às não-linearidades do sistema.

### Modelo de Takagi-Sugeno: Ajuste por gradiente

Obtém-se um modelo nebuloso com seis regras, correspondentes a duas funções de pertinência gaussianas para a variável  $y(k-1)$  e três para  $u(k-1)$ ,

igualmente espaçadas. O erro médio quadrático para os dados de validação foi  $E_{RMS} = 0.665$ .

As funções de pertinência do modelo foram ajustadas usando o gradiente, como na Seção 2.3. A cada nova estimativa dos dados, o erro médio quadrático em relação aos dados de validação é calculado. Quando já não é possível diminuir o erro de validação, encerram-se as iterações do método, para evitar que os dados sejam “superajustados” aos dados de estimação, com mau ajuste nos dados de validação. Esse problema é chamado de *over-training* no contexto de redes neurais (Sjöberg et al., 1995).

O ajuste por gradiente a partir da estimativa fornecida para as regiões de validade melhorou pouco a qualidade do modelo após o ajuste, como se pode observar pelo valor do erro RMS após o ajuste -  $E_{RMS} = 0.658$ . A saída do modelo após o ajuste é indicada na Figura 2.12. Poder-se-á observar adiante que uma distribuição mais adequada das regiões de validade dos modelos locais é muito distinta de uma distribuição uniforme, como a usada na inicialização do método de treinamento por gradiente.

#### Modelo de Takagi-Sugeno: *Clustering*

Na determinação das regiões de validade do modelo do processo por *clustering*, inicialmente foi determinado o número de regras pelo critério (2.44). O valor obtido foram 7 regras.

Na Figura 2.13, são apresentadas as regiões de validade e a saída do modelo é comparada à saída do processo para os dados de validação. O Erro médio quadrático de estimação obtido foi  $E_{RMS} = 0.591$ .

#### Modelo de Takagi-Sugeno: Particionamento em Árvore

O método de particionamento em árvore indicado na Seção 2.4 foi aplicado à modelagem do tanque. Foram obtidas 7 regiões de validade. A partir desse valor, as novas iterações do método não levaram a diminuição considerável do Erro médio quadrático - o valor do erro médio quadrático obtido foi de  $E_{RMS} = 0.590$ . A partição final do conjunto de entradas do sistema nebuloso é indicada na Figura 2.14, bem como as saídas do modelo e do processo para os dados de validação.

### Modelo de Takagi-Sugeno: Utilização de informação sobre o regime permanente do sistema

Pode-se observar na Figura 2.11 que os valores da saída do sistema para os dados de estimação tendem aos valores de regime permanente. Essa informação foi utilizada para estimar a curva dos valores de regime e, a partir desta, particionar o espaço de entradas.

A curva de regime estimada é indicada na Figura 2.15. As mudanças de declividade da curva serviram como base para o particionamento dos conjuntos de entrada. Foram determinadas 9 regras, e o valor do erro médio quadrático obtido foi  $E_{RMS} = 0.514$ .

## 2.7 Conclusão

Apresentou-se uma breve descrição dos modelos nebulosos aplicados a modelagem de sistemas. A identificação do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno a partir dos valores de entrada e saída de um processo foi apresentada em maior detalhe. Os métodos de identificação do modelo de Takagi-Sugeno apresentados foram comparados a partir da modelagem de um tanque com base em medições de entrada e saída do processo.

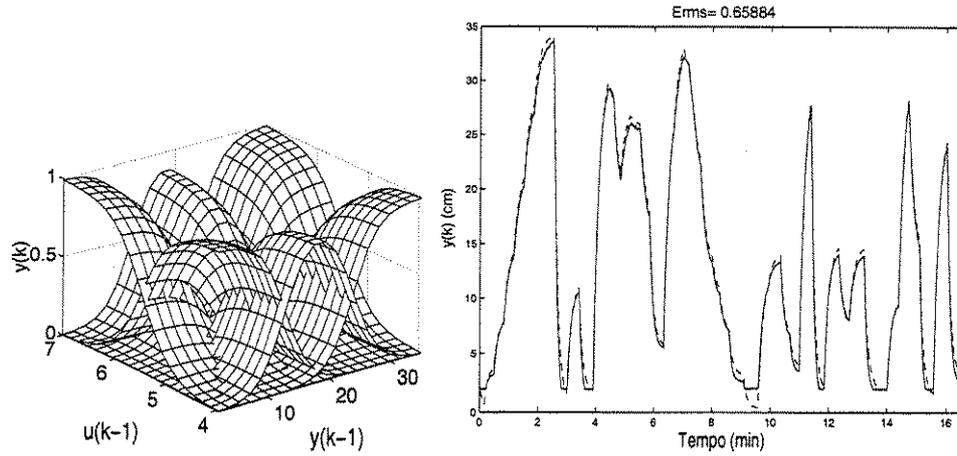


Figura 2.12: Modelagem de um tanque: Ajuste por Gradiente. Regiões de validade das regras nebulosas (a). Saída do modelo e saída do processo para os dados de validação (b).

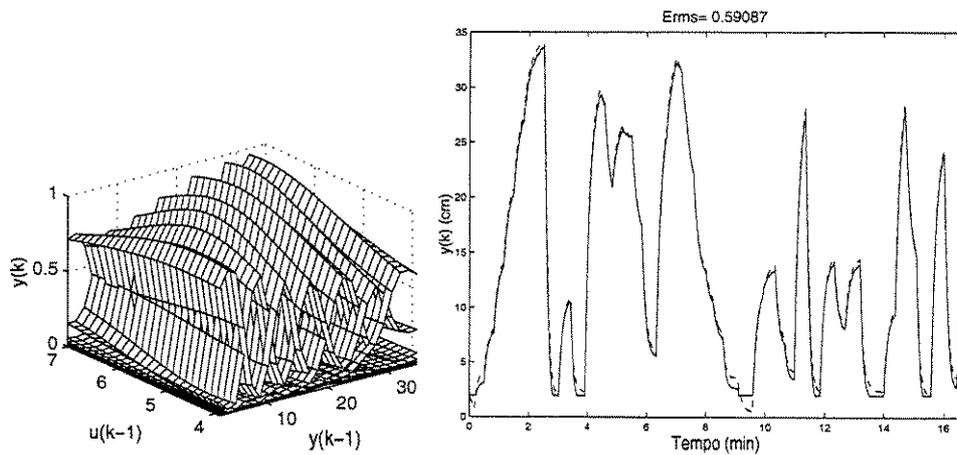


Figura 2.13: Modelagem de um Tanque: Determinação das regiões de validade por *clustering*. Regiões de validade das regras nebulosas (a). Saída do modelo e saída do processo para os dados de validação (b).

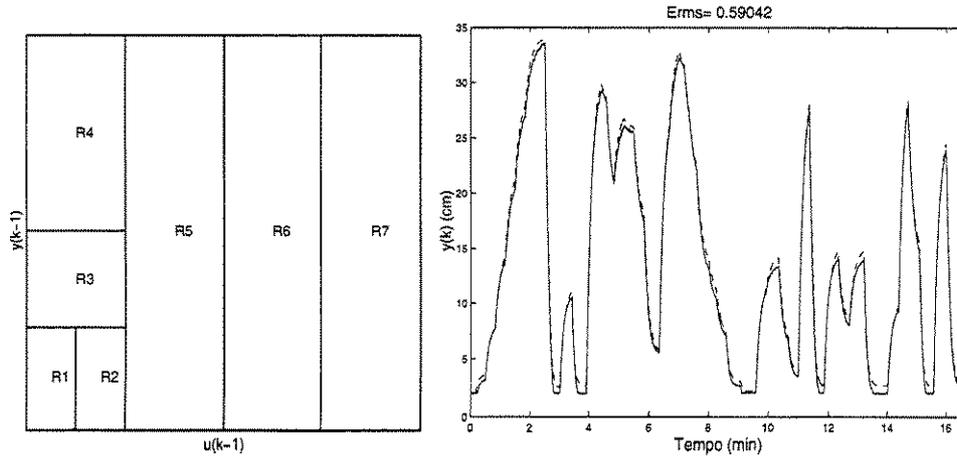


Figura 2.14: Modelagem de um Tanque: Determinação das regiões de validade por particionamento em árvore. Partição final das entradas (a). Saída do modelo e saída do processo para os dados de validação (b).

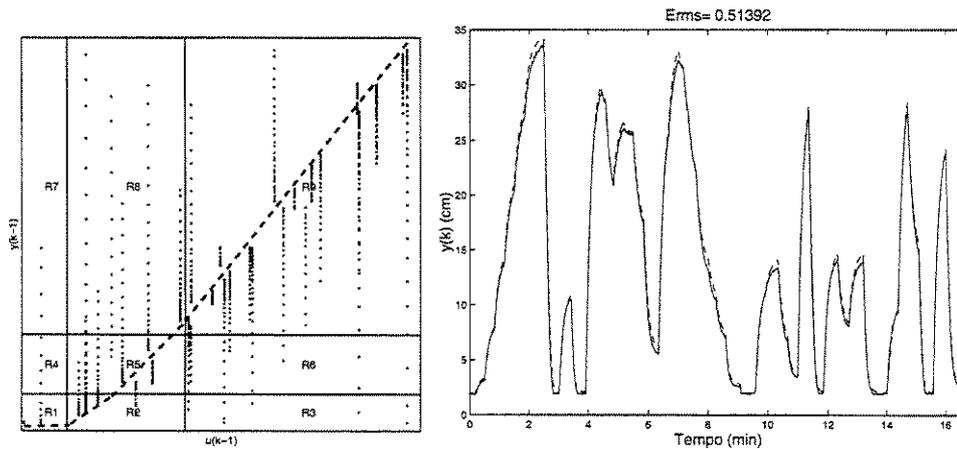


Figura 2.15: Modelagem de um Tanque: Determinação das regiões de validade a partir de informação sobre o regime permanente do sistema. Estimativa da curva de regime estacionário a partir dos dados de estimação e partição estimada de entradas (a). Saída do modelo e saída do processo para os dados de validação (b).

## Capítulo 3

# Controle Preditivo

Nesse capítulo será apresentado o controle preditivo de sistemas representados por um modelo de Takagi-Sugeno.

Serão consideradas três estratégias de determinação do sinal de controle:

1. Controle baseado na linearização do modelo Nebuloso.

O modelo nebuloso é linearizado em  $t = k$ , e o modelo resultante é utilizado na previsão das saídas futuras do sistema. Esses valores são usados na determinação do sinal de controle atual.

2. Controle baseado na linearização do modelo ao longo da trajetória determinada pelas referências futuras.

Lineariza-se o sistema a cada instante  $t = k + i$ , onde  $i = 1, \dots, N_2$ , utilizando o modelo nebuloso, de acordo com a metodologia indicada na Seção 3.2.2. As estimativas dos estados em  $t = k + i$  dependem das estimativas nos instantes anteriores.

3. Controle por otimização não-linear do modelo nebuloso.

Vários métodos de controle preditivo por otimização não-linear baseada no modelo nebuloso são apresentadas na literatura. Esses métodos geralmente não apresentam garantia de convergência para o cálculo do sinal de controle em um número finito de passos e não garantem convergência global para o mínimo do critério de custo cuja otimização define o sinal de controle.

Neste capítulo apresenta-se o controle preditivo pela linearização do modelo nebuloso. Inicialmente é revisado o controle preditivo linear. Uma

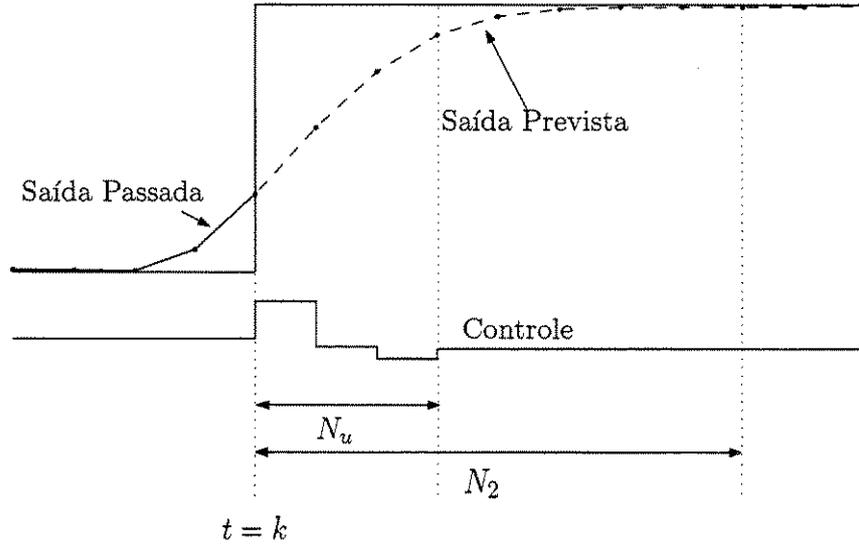


Figura 3.1: Controle Preditivo

técnica de linearização do modelo nebuloso é, então, apresentada, o que permite a determinação do sinal de controle pelo algoritmo de controle linear. Outra estratégia de linearização, efetuada ao longo da trajetória futura do sistema, também permite a determinação do sinal de controle por otimização convexa. Comentários sobre o controle por otimização não-linear e indicações sobre a sintonia dos controladores encerram o capítulo.

### 3.1 Controle Preditivo Linear

Os algoritmos de controle preditivo determinam o sinal de controle a partir da otimização de uma função de custo, que representa os objetivos de controle do sistema (Clarke et al., 1987) (García et al., 1989). Os sinais futuros de controle (controles projetados) são determinados pela otimização da função de custo (3.1) em cada instante de amostragem, utilizando para isso um modelo para a previsão das saídas futuras.

$$Q = \sum_{j=N_1}^{N_2} \{\hat{y}(k+j) - r(k+j)\}^2 + \sum_{j=0}^{N_u-1} \beta \{\Delta u(k+j)\}^2 \quad (3.1)$$

Em (3.1),  $N_1$  e  $N_2$  são os horizontes inicial e final de previsão,  $N_u$  é o horizonte de controle e  $\beta$  representa uma ponderação nos valores projetados futuros de variação do sinal de controle  $\Delta u(k+j)$ ,  $j = 0, \dots, N_u - 1$ , conforme ilustrado na Figura 3.1.

Assume-se que  $N_u \leq N_2$  e que o sinal de controle não varia entre  $t+N_u+1$  e  $t+N_2$ , isto é, faz-se  $\Delta u(k+j) = 0$ , se  $N_u < j \leq N_2$ .

Minimizado-se o critério (3.1), obtém-se a sequência futura de sinais de controle. O sinal de controle em  $t = k$  é dado por:

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u(k) \quad (3.2)$$

Em Clarke et al. (1987), é utilizado o modelo CARIMA (*Controlled AutoRegressive Integrated Moving Average*) do processo (3.3). Essa forma de representação de um sistema linear, associada à formulação (3.1), permite ao controlador a rejeição de perturbações em degrau e garante erro nulo em regime permanente. O modelo CARIMA tem a forma:

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k-1) + C(q^{-1})\frac{\xi(k)}{\Delta}, \quad (3.3)$$

onde  $A$ ,  $B$  e  $C$  são polinômios definidos no operador  $q^{-1}$ :

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{n_a}q^{-1} \\ B(q^{-1}) &= 1 + b_1q^{-1} + \dots + b_{n_b}q^{-1} \\ C(q^{-1}) &= 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{n_c}q^{-1}, \end{aligned}$$

e  $\Delta = 1 - q^{-1}$ .  $\xi(k)$  apresenta uma perturbação.

O modelo (3.3) é utilizado para a previsão da saída futura do modelo, ao longo do horizonte de previsão da saída  $N_2$ .

### 3.1.1 Previsão das Saídas Futuras

Para simplificar o desenvolvimento, será considerado  $C(q^{-1}) = 1$ . Clarke et al. (1987) apresentam uma metodologia de projeto para o caso mais geral de  $C$ .

As saídas futuras do sistema podem ser obtidas a partir do modelo na forma

$$\tilde{A}(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})\Delta u(k-1) + \xi(k), \quad (3.4)$$

onde  $\tilde{A}(q^{-1}) = A(q^{-1})\Delta$  e da identidade (Åström e Wittenmark, 1997):

$$1 = \tilde{A}(q^{-1})E_j(q^{-1}) + q^{-j}F_j(q^{-1}). \quad (3.5)$$

Substituindo-se (3.5) em (3.4), tem-se:

$$y(k+j) = B(q^{-1})E_j(q^{-1})\Delta u(k+j-1) + F_j(q^{-1})y(k) + E_j(q^{-1})\xi(k+j) \quad (3.6)$$

O preditor da saída considerando uma perturbação aleatória decorrelacionada e usando a informação medida até  $t = k$  é:

$$\hat{y}(k+j) = B(q^{-1})E_j(q^{-1})\Delta u(k+j-1) + F_j(q^{-1})y(k) \quad (3.7)$$

A matriz  $B(q^{-1})E_j(q^{-1})$  pode ser particionada na forma:

$$B(q^{-1})E_j(q^{-1}) = G_j(q^{-1}) + q^{-j}\tilde{G}_j(q^{-1}) \quad (3.8)$$

E, assim, a equação (3.7) fica:

$$\hat{y}(k+j) = G_j(q^{-1})\Delta u(k+j-1) + \hat{y}_l(k+j), \quad (3.9)$$

onde

$$\hat{y}_l(k+j) = \tilde{G}_j(q^{-1})\Delta u(k-1) + F_j(q^{-1})y(k)$$

representa as saídas livres do sistema, independentes dos controles projetados. O polinômio  $G_j(q^{-1})$  representa a resposta do modelo linear ao degrau.

Introduzindo a notação:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}} &= [\hat{y}(k+1) \quad \hat{y}(k+2) \quad \dots \quad \hat{y}(k+N_2)]^T \\ \Delta \mathbf{u} &= [\Delta u(k) \quad \Delta u(k+1) \quad \dots \quad \Delta u(k+N_u-1)]^T \\ \hat{\mathbf{y}}_l &= [\hat{y}_l(k) \quad \hat{y}_l(k+1) \quad \dots \quad \hat{y}_l(k+N_u-1)]^T, \\ \mathbf{G} &= \begin{bmatrix} g_1 & 0 & \dots & 0 \\ g_2 & g_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N_2} & g_{N_2-1} & \dots & g_{N_2-N_u+1} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

a equação (3.9) pode ser reescrita como

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\Delta \mathbf{u} + \hat{\mathbf{y}}_l \quad (3.10)$$

e o custo (3.1) fica

$$Q(\Delta \mathbf{u}) = \|\mathbf{r} - \hat{\mathbf{y}}\|^2 + \beta \|\Delta \mathbf{u}\|^2, \quad (3.11)$$

onde

$$\mathbf{r} = [r(k+1) \quad r(k+2) \quad \dots \quad r(k+N_2)]^T$$

é o vetor das referências futuras.

No caso em que não haja restrições ao sinal de controle, a sequência de controle pode ser obtida igualando o gradiente de (3.11) a zero e resolvendo para  $\Delta \mathbf{u}$ :

$$\Delta \mathbf{u} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \beta I)^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{r} - \hat{\mathbf{y}}_l). \quad (3.12)$$

Caso haja restrições no sinal de controle ou suas variações, o problema de controle não pode ser resolvido por (3.12), tornando-se um problema de programação quadrática.

### 3.1.2 Introdução de Restrições

A formulação do problema de determinação do sinal de controle através da otimização de uma função de custo permite a introdução das restrições diretamente no problema de otimização da função de custo (3.11).

Considerem-se as restrições ao sinal de controle e suas variações:

$$\begin{aligned} u_{min} \leq u(k+j-1) \leq u_{máx}, \quad \forall j = 1, 2, \dots, N_u \\ \Delta u_{min} \leq \Delta u(k+j-1) \leq \Delta u_{máx}, \quad \forall j = 1, 2, \dots, N_u \end{aligned} \quad (3.13)$$

As restrições indicadas em (3.13) podem ser reescritas em função apenas de  $\Delta \mathbf{u}$ :

$$\mathcal{A} \Delta \mathbf{u} \leq v \Rightarrow \begin{bmatrix} \mathcal{A}_{\Delta u} \\ \mathcal{A}_u \end{bmatrix} \Delta \mathbf{u} \leq \begin{bmatrix} v_{\Delta u} \\ v_u \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Para as restrições em  $\Delta u(k)$ , tem-se:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\Delta u} \Delta \mathbf{u} \leq v_{\Delta u} \Rightarrow \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -1 \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_u-1) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} -\Delta u_{min} \\ \Delta u_{máx} \\ -\Delta u_{min} \\ \Delta u_{máx} \\ \vdots \\ -\Delta u_{min} \\ \Delta u_{máx} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Para as restrições em  $u(k)$ , tem-se:

$$\mathcal{A}_u \Delta \mathbf{u} \leq v_u \Rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & -1 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & -1 & \dots & -1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_u-1) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} -u_{\min} + u(k-1) \\ u_{\max} - u(k-1) \\ -u_{\min} + u(k-1) \\ u_{\max} - u(k-1) \\ \vdots \\ -u_{\min} + u(k-1) \\ u_{\max} - u(k-1) \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

### 3.1.3 Determinação do sinal de controle

O problema de otimização do custo (3.11), com a introdução das restrições, torna-se um problema de programação quadrática (QP), para o qual estão disponíveis métodos de solução eficientes (Camacho, 1993). A forma vetorial do problema é obtida a partir da definição (3.11) para a função de custo

$$Q(\Delta \mathbf{u}) = \Delta \mathbf{u}^T (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \beta I) \Delta \mathbf{u} + 2 \mathbf{G}^T (\hat{\mathbf{y}}_l - \mathbf{r})^T \Delta \mathbf{u} + (\hat{\mathbf{y}}_l - \mathbf{r})^T (\hat{\mathbf{y}}_l - \mathbf{r}). \quad (3.17)$$

Como o último termo em (3.17) é independente de  $\Delta \mathbf{u}$ , a sequência de controles projetados é:

$$\Delta \mathbf{u}^* = \arg \min_{\Delta \mathbf{u}} (\Delta \mathbf{u}^T H \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}^T \Delta \mathbf{u}) \quad (3.18) \\ \text{s.a } \mathcal{A} \Delta \mathbf{u} \leq v$$

onde  $H = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \beta I)$  e  $\mathbf{f} = 2 \mathbf{G}^T (\hat{\mathbf{y}}_l - \mathbf{r})$ .

Assim, o sinal de controle em  $t = k$  é dado por:

$$u(k) = u(k-1) + [1 \ 0 \ \dots \ 0] \Delta u(k)^* \quad (3.19)$$

Obtém-se a versão adaptativa do controlador preditivo linear estimando-se os parâmetros do modelo (3.3) através de um estimador recursivo de mínimos quadrados.

Na próxima seção será apresentado o controle preditivo a partir da linearização do modelo de Takagi-Sugeno, utilizando as expressões do controle preditivo com modelo linear.

## 3.2 Controle Preditivo com Modelo Nebuloso Takagi-Sugeno

No caso de modelos não-lineares de previsão da saída futura do sistema, o problema de determinação do sinal de controle pela otimização do critério (3.1) torna-se no caso geral um problema de otimização não convexo.

Nessa seção, são apresentados alguns resultados em controle preditivo utilizando sistemas nebulosos e redes neurais para a modelagem do processo.

### 3.2.1 Revisão de Resultados em Controle Preditivo Baseado em Redes Neurais e Sistemas Nebulosos

Em (Tan e DeKaiser, 1994), uma rede neural multicamadas é treinada recursivamente e a sequência de controles projetados é determinada pela otimização do critério de custo a partir do gradiente do custo em relação às variações futuras do sinal de controle.

Pottmann e Seborg (1997) resolvem o problema de otimização do sinal de controle preditivo treinando uma rede RBF para aproximar a saída determinada pela otimização não-linear do custo. As saídas futuras do processo são simuladas através de outra rede RBF treinada *off-line*.

Em (Sousa et al., 1997), é obtido um modelo de Takagi-Sugeno para o sistema. O problema de otimização do sinal de controle é efetuada por otimização "Branch and Bound", considerando um espaço discreto de valores possíveis para o controle.

Otimização não linear baseada no gradiente da função de custo em relação aos controles é apresentada em (Hu e Rose, 1999; Oliveira e Lemos, 1998; Oliveira e Lemos, 1995). Nas duas primeiras referências, a modelagem do processo é efetuada a partir de um modelo nebuloso simplificado, semelhante às redes RBF. Em (Oliveira e Lemos, 1995) é utilizado um modelo nebuloso relacional.

Para evitar as dificuldades impostas pela otimização não-quadrática da função de custo, utiliza-se neste trabalho a linearização do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno. Em contraste com outros métodos de modelagem não-linear, a expressão do modelo linearizado é simples, facilitando sua utilização para a previsão das saídas futuras do sistema. No caso de modelo linearizado, o problema de otimização não-linear é substituído por um problema de programação quadrática (QP). Pode-se distinguir entre duas maneiras de

utilizar a linearização do Modelo Nebuloso de Takagi-Sugeno:

**Linearização Local** A cada instante de amostragem, lineariza-se o modelo de Takagi-Sugeno, determinando um modelo entrada-saída. As equações do GPC, indicadas na seção 3.1, são utilizadas para a determinação do sinal de controle. (Fischer et al., 1998)

**Linearização de Trajetória** São usados modelos linearizados a cada instante do horizonte de previsão da saída. A linearização do modelo do sistema a cada instante do horizonte de previsão é apresentada em (Gattu e Zafiriou, 1992). Nessa referência, considera-se conhecido um modelo na forma  $\dot{x} = f(x, u)$ . O modelo é linearizado pelo método de Taylor a cada instante do horizonte de predição e o sinal de controle é obtido usando o modelo linearizado.

O método de linearização do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno e as aplicações para o controle preditivo são apresentadas nas próximas subseções.

### 3.2.2 Linearização do modelo de Takagi-Sugeno

Seja a expressão da saída do modelo de Takagi-Sugeno (2.22). Para o vetor regressor na forma

$$\varphi(k) = \begin{bmatrix} u(k-1) & \dots & u(k-nb) & y(k-1) & \dots & y(k-na) \end{bmatrix},$$

os parâmetros lineares para cada regra podem ser escritos como

$$w_j = \begin{bmatrix} c_j & b_{j,1} & \dots & b_{j,n_b} & a_{j,1} & \dots & a_{j,n_a} \end{bmatrix}.$$

Nesse caso, a equação (2.22) pode ser escrita como

$$\hat{y}(k; \theta) = a_1 y(k-1) + \dots + a_{n_a} y(k-n_a) + b_1 u(k-1) + \dots + b_{n_b} u(k-n_b) + c, \quad (3.20)$$

onde:

$$a_i = a_i(\varphi(k)) = \left( \sum_{j=1}^M a_{j,i} \Phi(\varphi(k); \theta_j) \right) \quad \forall i = 1, 2, \dots, n_a \quad (3.21a)$$

$$b_i = b_i(\varphi(k)) = \left( \sum_{j=1}^M b_{j,i} \Phi(\varphi(k); \theta_j) \right) \quad \forall i = 1, 2, \dots, n_b \quad (3.21b)$$

$$c = c(\varphi(k)) = \left( \sum_{j=1}^M c_j \Phi(\varphi(k); \theta_j) \right). \quad (3.21c)$$

Esse método de linearização é diferente do método usual, baseado no desenvolvimento em série de Taylor da função não-linear que define o modelo. No desenvolvimento em série de Taylor do modelo (2.22), aparecem as derivadas das regiões de validade, o que torna a aproximação inadequada em pontos distantes aos pontos em que é feita a linearização. O problema não ocorre com a linearização baseada em (3.20) e (3.21) (Fischer et al., 1998).

### 3.2.3 Controle Baseado na Linearização do Modelo Nebuloso de Takagi-Sugeno a cada Instante

As equações do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno podem ser linearizadas a partir das equações (3.20) e (3.21), fornecendo um modelo linearizado a cada instante  $t = k$ . Dessa maneira, pode-se utilizar o algoritmo de controle preditivo linear indicado na seção 3.1.

A vantagem desse método é obter, a cada instante  $t = k$  um modelo linearizado, sem a necessidade de ajustar os termos por mínimos quadrados, como no GPC adaptativo.

O algoritmo de determinação do sinal de controle, baseado nas equações indicadas na seção 3.1 é sumarizado na Tabela 3.1.

### 3.2.4 Controle Preditivo Baseado na Linearização do Modelo Nebuloso de Takagi-Sugeno ao Longo da Trajetória

No método proposto na seção anterior, o comportamento previsto para as saídas do processo é determinado com base na linearização do modelo nebuloso, obtida no instante  $t = k$ . Considera-se que o modelo linearizado neste instante é válido ao longo do intervalo  $t = k, \dots, k + N_2$ .

- 
1. Lineariza-se o modelo nebuloso em  $t = k$ , a partir das equações (3.20) e (3.21).
- 
2. Calcula-se a resposta do modelo ao degrau:
 
$$g_{-k} = 0, \forall k \geq 0$$
 for  $j = 1$  to  $N_2$ 

$$g_j = -\sum_{l=1}^j a_l g_{j-l} + \sum_{l=1}^j b_l$$
 end
- 
3. Calcula-se a resposta livre do sistema  $\hat{\mathbf{y}}_l$ , a partir das condições iniciais. Assume-se  $u(k + N_2) = \dots = u(k) = u(k - 1)$ .
- 
4. Determina-se a sequência futura de controle (3.18) :
 
$$\Delta \mathbf{u}^*(k) = \arg \min_{\Delta \mathbf{u}} (\Delta \mathbf{u}^T H \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}^T \Delta \mathbf{u}),$$
 s.a.  $\mathcal{A} \Delta \mathbf{u} \leq v$ 
  
 onde
 
$$H = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \beta I)$$

$$\mathbf{f} = 2 \mathbf{G}^T (\hat{\mathbf{y}}_l - \mathbf{r}).$$
- 
5. Aplica-se o primeiro termo da sequência futura de controle:
 
$$u(k) = [1 \ 0 \ \dots \ 0] \Delta \mathbf{u}^*(k)$$
- 

Tabela 3.1: Cálculos do GPC por linearização do Modelo Nebuloso a cada instante de amostragem  $t = k$ .

Essa consideração não é válida em geral, uma vez que, quando o sinal de controle é aplicado, o estado do processo modificará, representando diferentes propriedades dinâmicas.

Uma solução para esse problema é a obtenção de modelos linearizados a cada instante no horizonte  $t = k, \dots, k + N_2$ , na determinação do sinal de controle em  $t = k$ . Esses modelos linearizados podem ser obtidos a partir de uma sequência inicial de controles projetados  $\Delta \mathbf{u}(k)^0$ . O valor inicial dos controles projetados pode ser obtido da interação anterior do sinal de controle ou usando o mesmo método indicado na seção anterior.

O algoritmo de determinação do sinal de controle com linearização da trajetória é sumarizado na Tabela 3.2. Deve-se observar que neste caso,  $\{a^{[i]}, b^{[i]}\}_{i=k, \dots, k+N_2}$  representam os modelos linearizados em cada instante de tempo no horizonte de previsão da saída.

A matriz  $\mathbf{G}$ , que contém os termos da resposta ao degrau, no caso de linearização de trajetória fica:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_1^{[1]} & 0 & \dots & 0 \\ g_2^{[2]} & g_1^{[2]} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N_2}^{[N_2]} & g_{N_2-1}^{[N_2]} & \dots & g_{N_2-N_u+1}^{[N_2]} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

### 3.3 Determinação dos Parâmetros do Controlador

Os parâmetros  $(N_1, N_2, N_u, \beta)$  do critério de custo (3.1) devem ser ajustados para proporcionar um desempenho adequado e assegurar a estabilidade do sistema. Em (Clarke et al., 1987) e (Clarke e Mohtadi, 1989) são fornecidas indicações sobre a determinação desses parâmetros no caso linear.

Algumas das indicações podem ser transferidas para o caso não-linear:

- $N_1$  deve ser maior ou igual ao atraso do sistema.
- $N_2$  deve ser ajustado em um valor próximo ao tempo de subida do processo.
- O ajuste do horizonte de controle  $N_u$  deve considerar o esforço de controle e o esforço de computação, observando-se que valores maiores de  $N_u$  implicam em um sinal de controle mais intenso.

- 
1. Lineariza-se o modelo nebuloso em  $t = k, \dots, N_2$ , a partir de (3.20) e (3.21), considerando uma sequência inicial de controle  $\Delta \mathbf{u}(k)^0$ .
- 
2. Calcula-se a resposta do modelo ao degrau:
 

```

for  $i = 1$  to  $N_2$ 
   $g_{-k}^{[i]} = 0, \forall k \geq 0$ 
  for  $j = 1$  to  $N_2$ 
     $g_j^{[i]} = - \sum_{l=1}^j a_l^{[i]} g_{j-l}^{[i-1]} + \sum_{l=1}^j b_l^{[i]}$ 
  end
end

```
- 
3. Calcula-se a resposta livre do sistema  $\hat{\mathbf{y}}_l$ , a partir das condições iniciais. Assume-se  $u(k + N_2) = \dots = u(k) = u(k - 1)$ .
- 
4. Determina-se a sequência futura de controle (3.18) :
 
$$\Delta \mathbf{u}^*(k) = \arg \min_{\Delta \mathbf{u}} (\Delta \mathbf{u}^T H \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}^T \Delta \mathbf{u}),$$
 s.a.  $\mathcal{A} \Delta \mathbf{u} \leq v$ 

onde

$$H = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \beta I)$$

$$\mathbf{f} = 2 \mathbf{G}^T (\hat{\mathbf{y}}_l - \mathbf{r}).$$
- 
5. Aplica-se o primeiro termo da sequência futura de controle:
 
$$u(k) = [ 1 \ 0 \ \dots \ 0 ] \Delta \mathbf{u}^*(k)$$
- 

Tabela 3.2: Cálculos do controlador preditivo por linearização do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno ao longo do horizonte de previsão.

- O parâmetro  $\beta$  permite controlar variações excessivas do sinal de controle.

No caso de sistemas não-lineares, o valor adequado de  $\beta$  em uma região pode não ser adequado em outro ponto de operação. Para resolver esse problema, o termo de ponderação das variações do sinal de controle no custo é ajustado de acordo com o ganho atual do processo  $K_p(k)$  (Fischer et al., 1998). A função de custo(3.1) é modificada conforme:

$$Q = \sum_{j=N_1}^{N_2} (\hat{y}(k+j) - r(k+j))^2 + \sum_{j=0}^{N_u-1} \beta K_p(k)^2 (\Delta u(k+j))^2 \quad (3.23)$$

Para regiões de operação em que o ganho é menor, o sinal de controle não é tão penalizado como em regiões de ganhos elevados.

Para um sistema estável em malha aberta, pode-se calcular o ganho  $K_p(k)$  a partir da equação linearizada (3.21), como:

$$K_p(k) = \frac{\sum_{i=1}^{n_b} b_i(\varphi(k))}{1 - \sum_{i=1}^{n_a} a_i(\varphi(k))} \quad (3.24)$$

### 3.4 Conclusão

Este capítulo apresentou o controle preditivo utilizando dois métodos de linearização do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno: linearização em cada instante de amostragem e linearização ao longo da trajetória de previsão da saída.

## Capítulo 4

# Aplicação ao Controle de pH

Utiliza-se o algoritmo preditivo para o controle de pH em um tanque onde ocorre a neutralização de um ácido forte com uma base forte, em presença de um “buffer”. O controle preditivo adaptativo baseado em um modelo linear é comparado ao controle preditivo baseado em linearização do modelo de Takagi-Sugeno, através das duas estratégias de linearização do modelo nebuloso.

O controle de pH é importante em várias áreas de biotecnologia e indústria de processos químicos, além de ser essencial no tratamento de águas. Os sistemas de controle de pH representam um desafio para o projeto de controladores, por apresentarem não-linearidades e incertezas.

Diversas técnicas de controle moderno têm sido aplicadas no controle desses processos. Têm sido utilizados controladores simples de ganho fixo (como PI), controle baseado em linearização não-linear da planta e novas técnicas baseadas em modelo, como redes neurais e sistemas nebulosos (Henson e Seborg, 1994; Lee et al., 1994; Nie et al., 1996; Pottmann e Seborg, 1997; Kavšev-Biasizzo et al., 1997).

### 4.1 Descrição do Sistema de Controle de pH

O processo, indicado em (Hall e Seborg, 1989; Henson e Seborg, 1994), consiste em um tanque alimentado pelos fluxos de um ácido ( $Q_1$ ), um “buffer” ( $Q_2$ ) e uma base ( $Q_3$ ), conforme ilustrado na Figura 4.1.

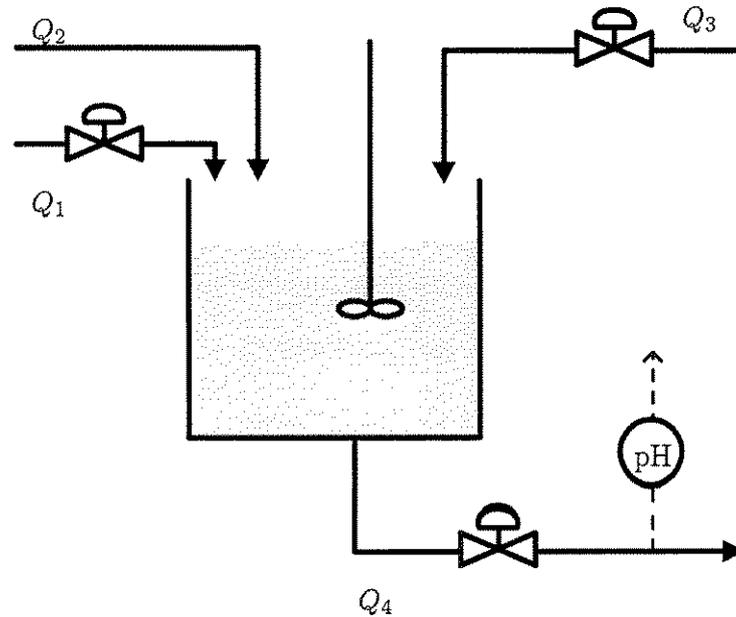
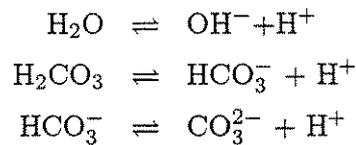


Figura 4.1: Tanque de controle de pH

As seguintes reações químicas ocorrem no tanque:



As equações de equilíbrio correspondentes são:

$$\begin{aligned} K_{a1} &= [\text{HCO}_3^-][\text{H}^+][\text{H}_2\text{CO}_3]^{-1} \\ K_{a2} &= [\text{CO}_3^{2-}][\text{H}^+][\text{HCO}_3^-]^{-1} \\ K_w &= [\text{H}^+][\text{OH}^-] \end{aligned}$$

Os invariantes químicos das reações para o processo são:

$$\begin{aligned} W_a &= [\text{H}^+] - [\text{OH}^-] - [\text{HCO}_3^-] - 2[\text{CO}_3^{2-}] \\ W_b &= [\text{H}_2\text{CO}_3] + [\text{HCO}_3^-] + [\text{CO}_3^{2-}] \end{aligned}$$

Das equações de equilíbrio e invariantes químicos, encontra-se uma relação para  $[\text{H}^+]$ :

$$W_a = [\text{H}^+] - \frac{K_w}{[\text{H}^+]} - W_b \frac{\frac{K_{a1}}{[\text{H}^+]} + \frac{2K_{a1}K_{a2}}{[\text{H}^+]^2}}{1 + \frac{K_{a1}}{[\text{H}^+]} + \frac{K_{a1}K_{a2}}{[\text{H}^+]^2}}$$

Resolvendo a equação implícita para  $[H^+]$ , tem-se  $\text{pH} = -\log_{10}[H^+]$ .

Do balanço total de massa no tanque tem-se:

$$A\dot{h} = Q_1 + Q_2 + Q_3 - c\sqrt{h + h_0}$$

Onde  $c$  é uma constante associada à válvula,  $A$  é a área do tanque,  $h$  é o nível de líquido no tanque e  $h_0$  é a distância do fundo do tanque até a saída do efluente. As equações de balanço de componentes fornecem:

$$\begin{aligned} hA\dot{W}_a &= Q_1(W_{a1} - W_a) \\ &\quad + Q_2(W_{a3} - W_a) + Q_3(W_{a3} - W_a) \\ hA\dot{W}_b &= Q_1(W_{b1} - W_b) \\ &\quad + Q_2(W_{b3} - W_b) + Q_3(W_{b3} - W_b), \end{aligned}$$

onde  $W_{ai}$  e  $W_{bi}$  são invariantes químicos do  $i$ -ésimo fluxo de entrada.

O fluxo de base  $Q_3$  é utilizado para controlar o pH no tanque. Os fluxos  $Q_1$  e  $Q_2$  não são mensuráveis e serão considerados fixos. Os valores nominais dos parâmetros são indicados na Tabela 4.1. Para uma descrição mais detalhada do processo, pode-se consultar (Henson e Seborg, 1994).

## 4.2 Identificação do Modelo do Processo

Para a identificação do modelo do processo, foram obtidas curvas de pH do sistema em função da vazão da base  $Q_3$ . O sinal de referência para  $Q_3$  foi projetado de maneira a representar o comportamento transitório do sistema (variação rápida da referência) bem como o comportamento estacionário (variação lenta da referência). Os dados de entrada e saída do processo aplicados à estimação do modelo são indicados na Figura 4.2.

As entradas do modelo nebuloso foram determinadas com base em experiência prévia de controle do processo utilizando controle preditivo baseado em modelos lineares.

A forma utilizada para o modelo nebuloso foi:

$$\text{pH}(k) = f(\text{pH}(k-1), Q_3(k-1))$$

Símbolo	Variável	Valor nominal
$A$	Área do tanque	$207 \text{ cm}^2$
$h$	Nível do Tanque	$14 \text{ cm}$
$h_0$	Nível da saída do tanque	$5 \text{ cm}$
$Q_1$	Fluxo de ácido	$16.6 \text{ ml s}^{-1}$
$Q_2$	Fluxo do <i>buffer</i>	$0.55 \text{ ml s}^{-1}$
$Q_3$	Fluxo de base	$15.6 \text{ ml s}^{-1}$
$c$	Constante da válvula	$8 \text{ ml s}^{-1} \sqrt{\text{cm}}$
$pK_{a1}$	$-\log_{10} K_{a1}$	6.35
$pK_{a2}$	$-\log_{10} K_{a2}$	10.33
$pK_w$	$-\log_{10} K_w$	14.00
$W_{a1}$	$[\text{HNO}_3]_1$	0.003 molar
$W_{a2}$	$-\text{[NaHCO}_3]_2$	-0.03 molar
$W_{a3}$	$-\text{[NaHCO}_3]_3 - \text{[NaOH]}_3$	-0.00305 molar
$W_{b1}$		0
$W_{b2}$	$[\text{NaHCO}_3]_2$	0.03 molar
$W_{b3}$	$[\text{NaHCO}_3]_3$	0.00005 molar

Tabela 4.1: Valores nominais dos parâmetros do modelo do tanque de controle de pH.

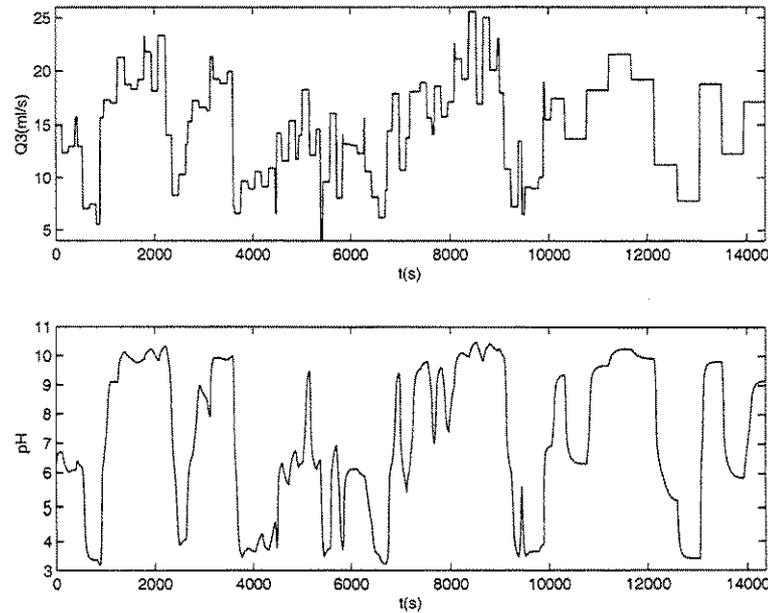


Figura 4.2: Dados de entrada (vazão de base  $Q_3(\text{ml/s})$ ) e saída (pH) usados na estimação do modelo do processo.

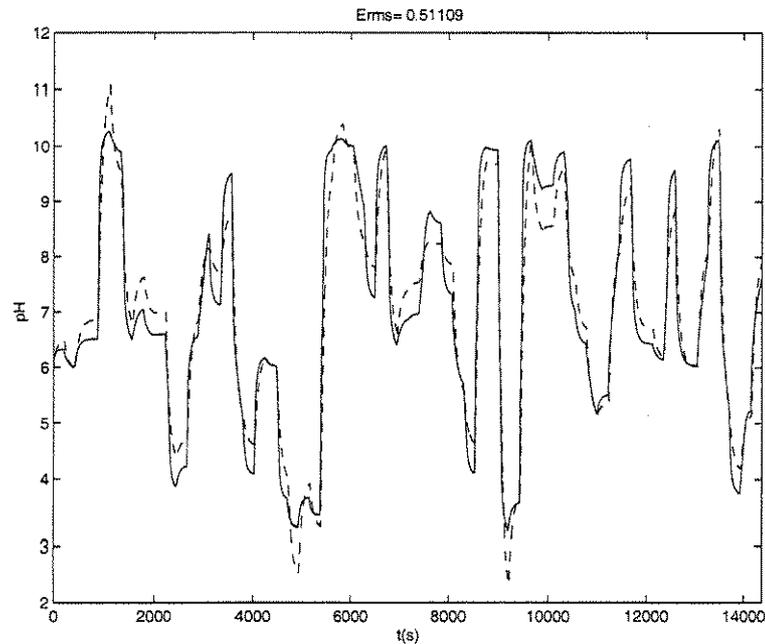


Figura 4.3: Saída do modelo linear (--) e pH (-) para os dados de validação.

### Modelo Linear

Inicialmente foi estimado um modelo linear para o processo, utilizando o método dos mínimos quadrados recursivos. O modelo obtido tem a forma:

$$y(k) = a_1y(k-1) + a_2y(k-2) + b_1u(k-1) + b_2u(k-2) + c_1$$

A saída do modelo é indicada na Figura 4.3. O erro médio quadrático de estimação obtido foi  $E_{RMS} = 0.511$ .

### Modelo Nebuloso de Takagi-Sugeno: Ajuste por Gradiente

Foram arbitradas 5 funções de pertinência, igualmente espaçadas, para cada entrada do sistema nebuloso. Dessa maneira, são definidas 25 regras. A entrada e saída do processo e a saída do modelo para os dados de validação são apresentados na Figura 4.4.

Utiliza-se o método do gradiente para o ajuste das regiões de validade. O modelo final foi obtido após 9 iterações do algoritmo descrito na Seção 2.3. A partir desse número de iterações, o erro para os dados de validação não decresce. A saída do modelo após o ajuste dos parâmetros das regiões de validade pelo método do gradiente é ilustrada na Figura 4.5. O erro médio

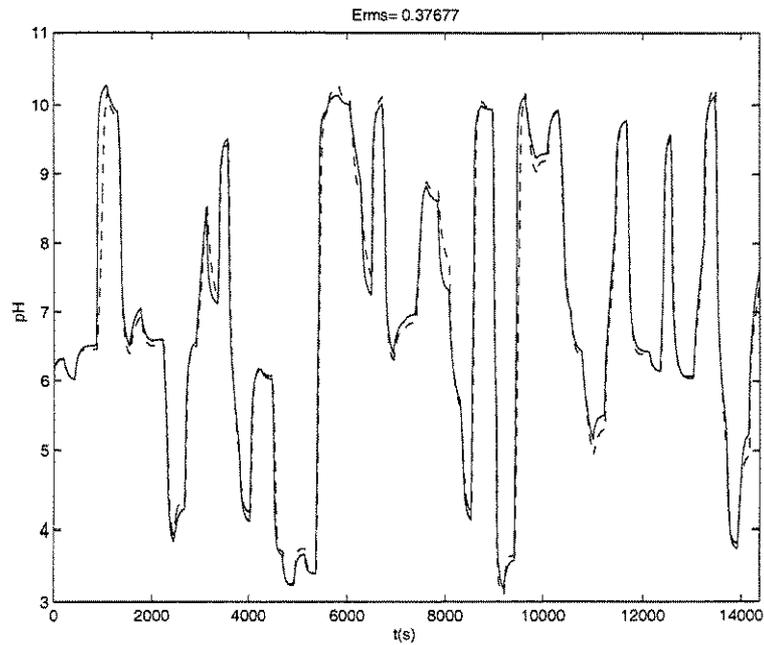


Figura 4.4: Saída do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno (--) e pH (-) para os dados de validação. Estimativa inicial para o ajuste dos parâmetros não-lineares.

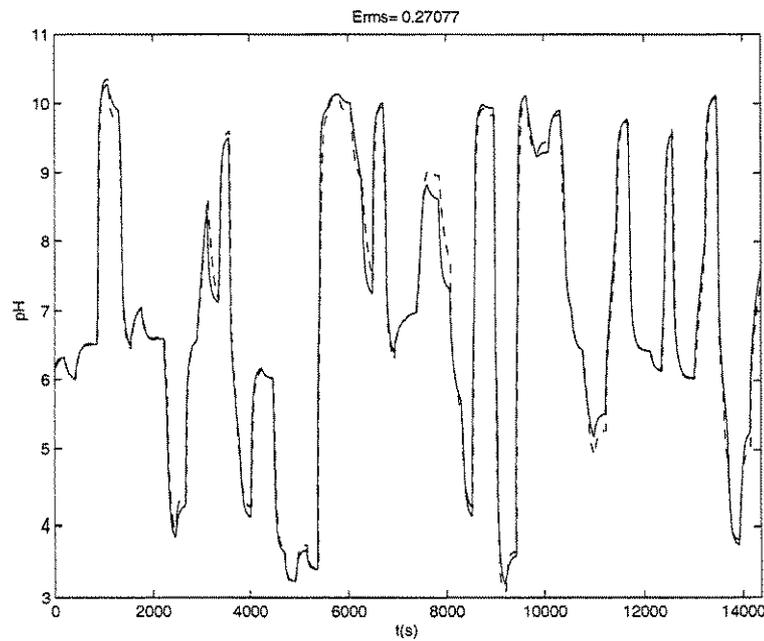


Figura 4.5: Saída do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno (--) e pH (-) para os dados de validação. Modelo ajustado por gradiente.

UNICAMP  
 BIBLIOTECA CENTRAL  
 SEÇÃO CIRCULANTE

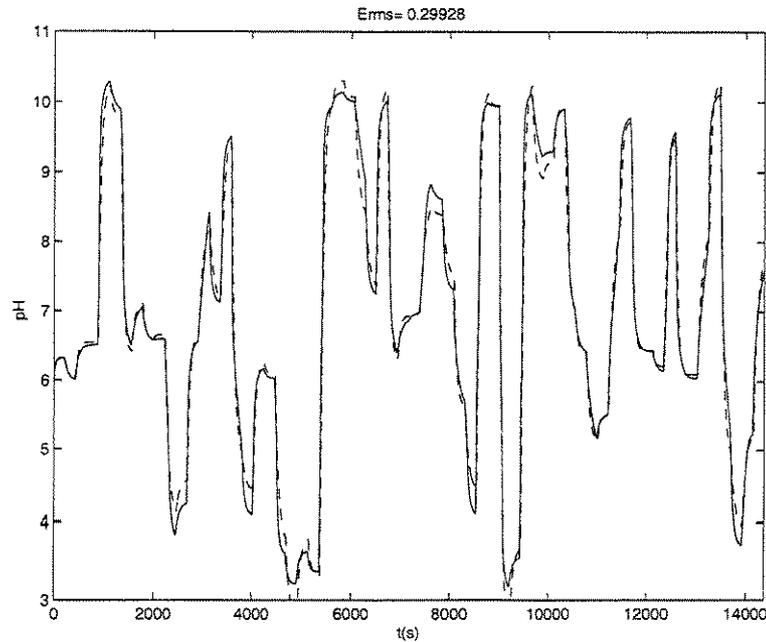


Figura 4.6: Saída do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno (--) e pH (-) para os dados de validação. Regiões de validade determinadas por Clustering, com nove regiões de validade.

quadrático diminuiu de 0.3768 para 0.2708 após o ajuste das regiões de validade.

#### Modelo Nebuloso de Takagi-Sugeno: *Clustering*

Também implementou-se o método de *clustering* para a determinação das regiões de validade. O valor do parâmetro  $p$ , que determina o grau de decaimento das regiões de validade, foi ajustado em  $p = 1.7$ , representando pouca superposição entre as regiões de validade.

Foram determinadas 7 regras, correspondentes a 7 *clusters* definidos no espaço  $pH(k-1) \times Q_3(k-1)$ . A saída do modelo e a saída do processo são indicadas na Figura 4.6. O erro médio quadrático nesse caso foi de  $E_{RMS} = 0.299$ .

#### Modelo Nebuloso de Takagi-Sugeno: Particionamento em Árvore

O método de particionamento em árvore foi aplicado à modelagem do processo. Foi obtido um sistema nebuloso com nove regras. A Figura 4.8

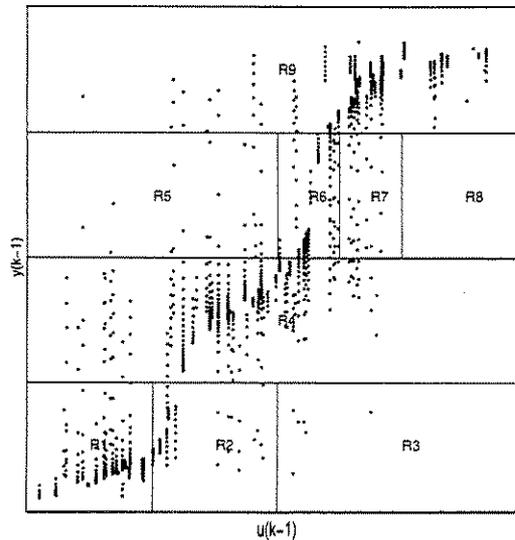


Figura 4.7: Regiões do espaço das entradas determinadas pelo método de particionamento em árvore.

ilustra os dados de entrada e saída usados na estimação do modelo. Foram determinadas as 9 regiões indicadas na Figura 4.7, onde também são representados os dados de entrada e saída do processo. Note-se que na região R8 não há dados de entrada, logo esta região pode ser reunida à Região R7.

### 4.3 Controle Preditivo

O modelo determinado a partir do particionamento em árvore (Figura 4.8) foi utilizado no controle preditivo do processo.

Para permitir a comparação entre os métodos, foi implementado um controlador preditivo adaptativo baseado em um modelo linear. Os resultados para o controlador utilizando o modelo linear ajustado por mínimos quadrados, o controle com linearização do modelo de Takagi-Sugeno em cada instante de tempo e o controle com linearização do modelo de Takagi-Sugeno ao longo do horizonte de previsão são apresentados.

#### 4.3.1 Controle Preditivo Adaptativo Linear

O controle preditivo adaptativo linear foi aplicado ao controle de pH no tanque. Para um modelo de primeira ordem, o desempenho apresentou-se inadequado. Modelos de segunda ordem apresentaram um desempenho

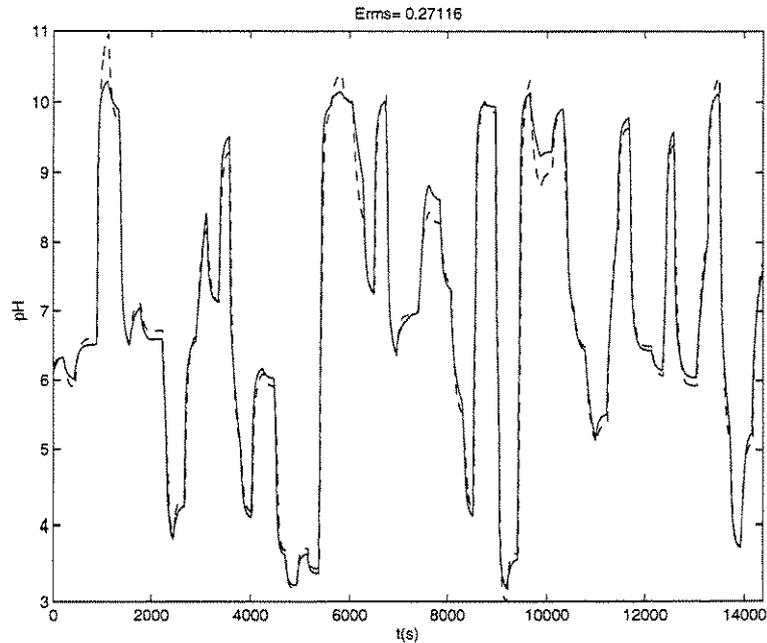


Figura 4.8: Saída do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno (--) e pH (—) para os dados de validação. Regiões de validade determinadas por Particionamento em árvore.

mais adequado. Não foram observadas melhorias acentuadas para modelos de ordem maior que dois.

O modelo utilizado para o controle preditivo adaptativo linear foi:

$$H(z^{-1}) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2}} \quad (4.1)$$

Os horizontes de previsão e de controle e a ponderação aos valores futuros do sinal de controle foram ajustados de acordo com os critérios indicados na Seção 3.3. Os valores utilizados são indicados na Tabela 4.2.

Valor	Variável
$N_1 = 1$	Horizonte inicial de previsão
$N_2 = 15$	Horizonte final de previsão
$N_u = 2$	Horizonte de controle
$\beta = 1$	Ponderação do ganho

Tabela 4.2: Parâmetros do controlador preditivo.

Na Figura 4.9 são ilustradas a referência e a saída do processo para o

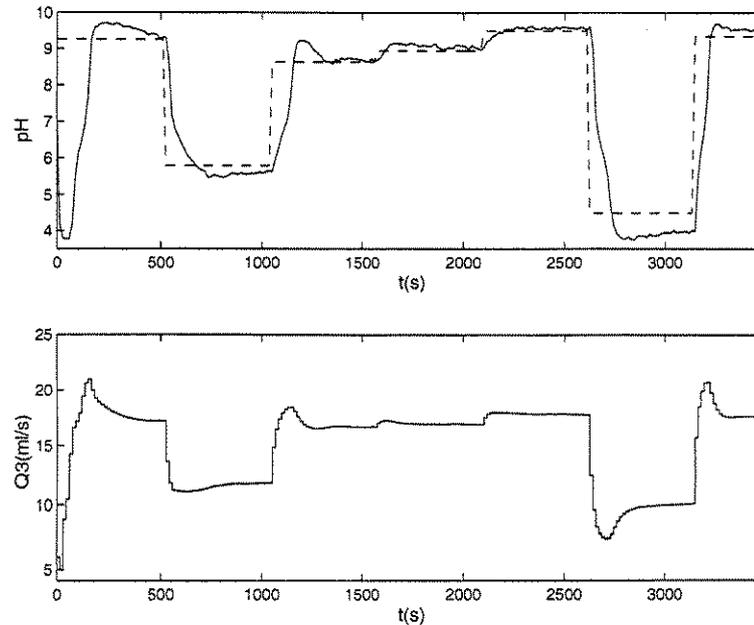


Figura 4.9: Controle preditivo adaptativo com modelo linear do processo. São indicados o sinal de referência (---), a saída do processo (—) e o sinal de controle  $Q_3$ .

controlador preditivo adaptativo com os parâmetros indicados na Tabela 4.2. Pode-se observar que a saída do processo apresenta uma oscilação acentuada entre os instantes  $t = 1000$  s e  $t = 1500$  s. Isto ocorre porque nesta região de operação a variação de pH é pronunciada e o modelo utilizado pelo controlador está sendo ajustado ao novo ponto de operação. A resposta do sistema ao degrau em  $t = 2625$  s apresenta um erro acentuado, devido ao desajuste do modelo em relação ao comportamento dinâmico do processo.

#### 4.3.2 Controle baseado na Linearização do Modelo de Takagi-Sugeno em $t = k$

O método de controle preditivo baseado na linearização do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno foi aplicado no controle de pH. Para permitir uma comparação adequada, foram utilizados os mesmos parâmetros de ajuste do controle preditivo adaptativo linear, indicados na Tabela 4.2.

Na Figura 4.10 são ilustrados o sinal de referência e a saída do sistema, além do sinal de controle  $Q_3$ . Note-se que o método apresenta uma resposta menos oscilatória entre os instantes  $t = 1000$  s e  $t = 1500$  s, sem a oscilação

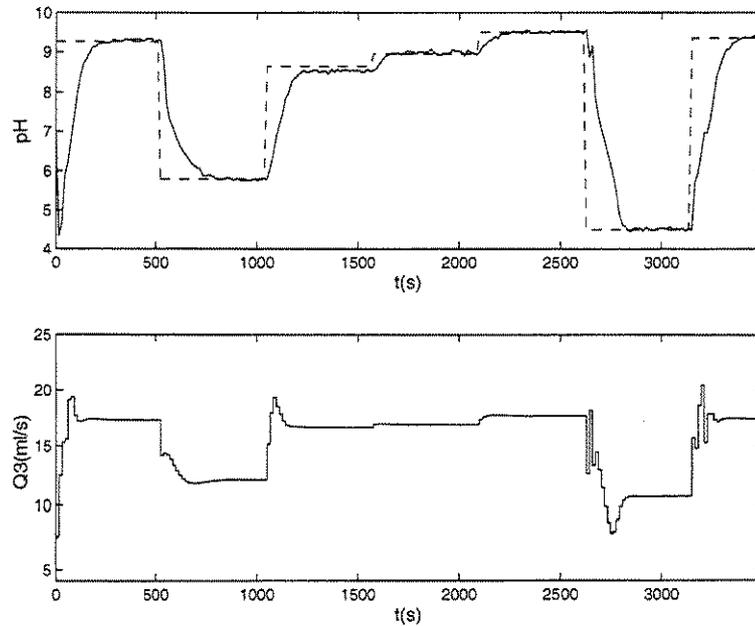


Figura 4.10: Controle com linearização do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno a cada instante  $t = k$ . São indicados o sinal de referência (--), a saída do processo (-) e o sinal de controle  $Q_3$ .

presente no controlador linear. A resposta ao degrau em  $t = 2625$  s também não apresenta erro de regime.

### 4.3.3 Controle por Linearização do Modelo de Takagi-Sugeno ao Longo da Trajetória Futura

O controle por linearização do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno ao longo da trajetória futura do processo foi implementado no controle de pH. São utilizados os mesmos parâmetros de sintonia dos dois métodos anteriores. Os resultados do controle do processo com esse controlador são indicados na Figura 4.11.

Para um horizonte de controle  $N_u = 1$ , com os outros parâmetros iguais aos indicados na Tabela 4.2, o método de controle por linearização a cada instante de amostragem não foi capaz de controlar o processo. Para os mesmos parâmetros, o controle baseado em linearização ao longo da trajetória futura apresentou um desempenho adequado.

Na Figura 4.11, pode-se observar que o controlador responde rápido para as variações na referência. Além disso, o sinal de controle nos instantes

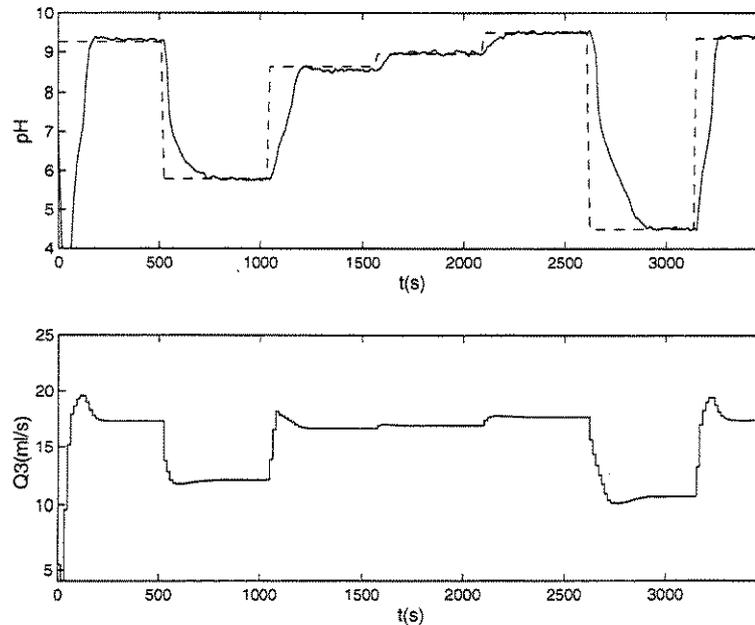


Figura 4.11: Controle com linearização do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno ao longo da trajetória futura. São indicados o sinal de referência (- -), a saída do processo (-) e o sinal de controle  $Q_3$ .

$t = 2625$  s e  $t = 3150$  s não apresenta as oscilações presentes no caso de controle baseado na linearização em  $t = k$ , como indicado na Figura 4.10.

#### 4.4 Conclusão

Neste capítulo os métodos de identificação do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno foram aplicados à modelagem de um sistema de neutralização de pH. O modelo nebuloso foi utilizado no controle preditivo do processo, de acordo com as estratégias de linearização apresentadas no Capítulo 4.

## Capítulo 5

# Conclusão

Neste trabalho foi apresentado um controlador preditivo de processos utilizando um modelo nebuloso de Takagi-Sugeno.

O modelo de Takagi-Sugeno representa um sistema não-linear como a interpolação de modelos lineares locais. O modelo depende de parâmetros lineares e de parâmetros não-lineares. Os parâmetros não-lineares são os termos que definem as regiões de validade dos modelos lineares no modelo nebuloso.

Os parâmetros lineares do modelo são determinados utilizando um critério de mínimos quadrados. Foram considerados os casos de determinação dos parâmetros lineares a partir de um critério local e de um critério global de otimização.

Os métodos de determinação dos parâmetros não-lineares consideram as regiões de validade dos modelos locais. Foram considerados os métodos de determinação dos parâmetros não-lineares através dos métodos:

- Gradiente do modelo em relação aos parâmetros não-lineares. A partir de uma estimativa inicial, os parâmetros de regiões de validade gaussianas são otimizados.
- *Clustering* no espaço produto das entradas. São determinadas as regiões do espaço de entradas onde os pontos são mais concentrados. O método “C-means” foi utilizado para determinar as regiões de validade nesse caso.
- Particionamento em árvore. São determinadas regiões de validade dos modelos locais a partir de particionamento sucessivo das regiões que apresentam maior erro, de acordo com um critério determinado.

Foi apresentado o controle preditivo utilizando a linearização do modelo nebuloso de Takagi-Sugeno. Foram estudadas duas situações: controle baseado na linearização a cada instante  $t = k$  e controle baseado na linearização do modelo ao longo do horizonte de previsão da saída do processo. Na primeira estratégia, o modelo é linearizado em cada instante de amostragem e o modelo é utilizado na previsão das saídas futuras utilizadas no cálculo do sinal de controle preditivo. Na segunda estratégia, a estimativa do estado em cada instante do horizonte de previsão, juntamente com uma estimativa inicial para os sinais de controle futuros são utilizadas para obter modelos lineares em cada instante ao longo do horizonte de previsão das saídas futuras.

Os métodos de identificação e controle de processos utilizando o modelo de Takagi-Sugeno foram aplicados ao problema de controle de pH. Os métodos desenvolvidos foram comparados com o controle preditivo adaptativo baseado em um modelo linear. Resultados de simulação apresentam bons resultados em relação a essa estratégia. A vantagem do controle utilizando o modelo nebuloso é que as não-linearidades presentes são consideradas diretamente no modelo utilizado, sem necessidade de adaptação do modelo.

A utilização do controle baseado na linearização do modelo nebuloso em sistemas variantes no tempo implica na necessidade de ajuste do modelo durante a operação do processo. Nesse caso, se as variações do processo não modificarem muito sua estrutura, pode-se ajustar apenas os parâmetros lineares do modelo de Takagi-Sugeno. Nesse caso, não há necessidade de ajustar os parâmetros de todas as regiões de validade. São ajustados apenas os parâmetros que representam a situação atual de operação.

Como sugestões para trabalhos futuros de aplicação do modelo de Takagi-Sugeno a controle preditivo de processos, podem-se sugerir os seguintes tópicos:

1. Estudar condições sobre os métodos de identificação do modelo de Takagi-Sugeno, para melhorar a qualidade do modelo (Johansen et al., 2000). Essas condições podem ser descritas como restrições ao problema de otimização que define os parâmetros, para que o modelo seja consistente com as propriedades desejadas. Outra alternativa é a introdução de informação prévia na identificação através de métodos de regularização. Esses métodos são implementados através da adição de uma função de penalidade ao critério dos mínimos quadrados.

2. Utilizar métodos complexos de otimização na determinação do sinal de controle. Uma maneira direta de obter a sequência de controles projetados é utilizar o gradiente da função de custo. Neste caso, não há garantia de convergência do cálculo do sinal de controle em um número finito de iterações para a maioria dos métodos propostos na literatura. Além disso, não há garantia de que a sequência de controle obtida seja um mínimo global (problema de otimização não-convexa). A utilização de métodos de otimização mais complexos poderia resolver alguns dos problemas indicados. Esses métodos estão além do escopo desse trabalho. Pode-se encontrar mais informações sobre controle preditivo não-linear em (Henson, 1998; Morari e Lee, 1999).
3. Comparar a linearização do modelo de Takagi-Sugeno através da metodologia apresentada na Seção 3.2.2 à linearização utilizando a expansão em série de Taylor da saída do modelo.
4. Considerar a aplicação do método a sistemas instáveis. Para o controle preditivo baseado em linearização do modelo não-linear, a consideração de restrições de contração como critério para introduzir informação sobre a estabilidade é uma direção recente de pesquisa e (de Oliveira, 1996) apresenta resultados promissores.

# Referências Bibliográficas

- Aguirre, L. A., Rodrigues, G. G. e Jácome, C. R. F. (1998). Identificação de sistemas não-lineares utilizando modelos NARMAX polinomiais: Uma revisão e novos resultados, *SBA Controle & Automação* **9**(2): 90–106.
- Åström, K. J. e Wittenmark, B. (1997). *Computer Controlled Systems: Theory and design*, 3rd edn, Prentice-Hall, Upper Sadle River, NJ.
- Babuška, R., Roubos, J. A. e Verbruggen, H. B. (1998). Identification of MIMO systems by Input-Output TS Fuzzy models, *Fuzz-IEEE*, Anchorage, Alaska, pp. 37–42.
- Babuška, R. e Verbruggen, H. B. (1996). An overview of fuzzy modeling for control, *Control Eng. Practice* **4**(11): 1593–1606.
- Babuška, R., Verbruggen, H. B. e Hellendoorn, H. (1999). Promising fuzzy modeling and control methodologies for industrial applications, *ESIT'99*, Crete, Greece.
- Brown, M. e Harris, C. (1994). *Neuro-Fuzzy Adaptive Modeling and Control*, Prentice Hall.
- Camacho, E. (1993). Constrained generalized predictive control, *IEEE Trans. on Automatic Control* **38**(2): 327–332.
- Cao, S. G., Rees, N. W. e Feng, G. (1997). Analysis and design for a class of complex control systems. Part I: Fuzzy modelling and identification, *Automatica* **33**(6): 1017.
- Chen, S., Cowan, C. F. N. e Grant, P. M. (1991). Orthogonal least squares learning algorithm for radial basis function networks, *IEEE Trans. on Neural Networks* **2**(2): 302–309.

- Clarke, D. W. e Mohtadi, C. (1989). Properties of generalized predictive control, *Automatica* **25**(6): 859–875.
- Clarke, D. W., Mohtadi, C. e Tuffs, P. S. (1987). Generalized Predictive Control - Parts I and II, *Automatica* **23**(2): 137–160.
- Cutler, C. R. e Ramaker, B. C. (1980). Dynamic matrix control: A computer control algorithm, *Proceedings of the American Control Conference*, San Francisco, USA, pp. 662–676.
- de Oliveira, S. L. (1996). *Model Predictive Control (MPC) for Constrained Nonlinear Systems*, Phd, California Inst. of Technology, Pasadena, California.
- Dennis, J. E. e Schnabel, R. B. (1996). *Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations*, SIAM, Philadelphia.
- Driankov, D., Hellendoorn, H. e Reinfrank, M. (1996). *An Introduction to Fuzzy Control*, 2nd edn, Springer, Heidelberg, Berlin.
- Fischer, M., Nelles, O. e Isermann, R. (1998). Predictive control based on local linear fuzzy models, *Int. Journal of Systems Science* **29**: 679–697.
- García, C. E., Prett, D. M. e Morari, M. (1989). Model predictive control: Theory and practice - A survey, *Automatica* **25**(3): 335–348.
- Gattu, G. e Zafriou, E. (1992). Nonlinear quadratic dynamic matrix control with state estimation, *Ind. Eng. Chem. Res.* **31**(4): 1096–1104.
- Hall, R. C. e Seborg, D. E. (1989). Modeling and self-tuning control of a multivariable pH neutralization process. Part I: Modeling and multiloop control, *Proceedings of the American Control Conference*, Pittsburg, USA, pp. 1822–1827.
- Haykin, S. (1999). *Neural Networks: A comprehensive foundation*, 2nd edn, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.
- Henson, M. A. (1998). Nonlinear model predictive control: Current status and future directions, *Computers and Chemical Engineering* **23**: 187–202.

- Henson, M. A. e Seborg, D. E. (1994). Adaptive nonlinear control of a pH neutralization process, *IEEE Trans. on Control Systems Technology* **2**(3): 169–182.
- Hu, J. Q. e Rose, E. (1999). Generalized predictive control using a neuro-fuzzy model, *International Journal of Systems Science* **30**(1): 117–122.
- Jang, J.-S. R. (1993). ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy inference system, *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics* **23**(3): 665–684.
- Jang, J.-S. R. e Sun, C.-T. (1995). Neuro-Fuzzy modeling and control, *Proceedings of the IEEE* **83**(3): 378–406.
- Johansen, T. A. (1994). *Operating regime based process modeling and identification*, PhD thesis, Norwegian Inst. of Technology, University of Trondheim.
- Johansen, T. A. e Foss, B. (1995). Identification on non-linear system structure and parameters using regime decomposition, *Automatica* **31**(2): 321–326.
- Johansen, T. A. e Foss, B. A. (1993). Constructing NARMAX models from ARMAX models, *Int. J. Control* **58**: 1125–1153.
- Johansen, T. A., Shorten, R. e Murray-Smith, R. (2000). On the interpretation and identification of dynamic Takagi-Sugeno fuzzy models, *IEEE Trans. Fuzzy Systems* (a ser publicado) .  
\*[http://www.itk.ntnu.no/ansatte/Johansen\\_Tor.Arne/off\\_eq\\_id6.ps](http://www.itk.ntnu.no/ansatte/Johansen_Tor.Arne/off_eq_id6.ps)
- Kavšev-Biasizzo, K., Škrjanc, I. e Matko, D. (1997). Fuzzy predictive control of highly nonlinear pH process, *Computers Chem. Engineering* **21**: 613–618.
- Lee, C. C. (1990). Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller - parts I and II, *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics* **20**(2): 404–435.
- Lee, S., Lee, J. e Park, S. (1994). Nonlinear self-tuning regulator for pH systems, *Automatica* **30**: 1579–1586.

- Lindskog, P. (1996). *Methods Algorithms and Tools for System Identification Based on Prior Knowledge*, PhD thesis, Linköping University, Linköping, Sweden.
- Ljung, L. (1999). *System Identification: Theory for the user*, 2nd edn, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Morari, M. e Lee, J. H. (1999). Model predictive control: Past, present and future, *Computers and Chemical Engineering* **23**: 667–682.
- Murray-Smith, R. (1994). *A Local Model Network Approach to Nonlinear Modeling*, PhD thesis, University of Strathclyde, U.K.
- Nie, J., Loh, A. P. e Hang, C. C. (1996). Modeling pH neutralization process using fuzzy-neural approaches, *Fuzzy Sets and Systems* **78**: 5–22.
- Oliveira, J. V. e Lemos, J. M. (1995). Long-range predictive adaptive fuzzy relational control, *Fuzzy Sets and Systems* **70**(2-3): 337–357.
- Oliveira, J. V. e Lemos, J. M. (1998). Improving adaptive fuzzy control performance by speeding up identification: Application to an electric furnace, *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems* **6**: 297–314.
- Pedrycz, W. (1993). *Fuzzy Control and Fuzzy Systems*, 2nd. ext. edn, Research Studies Press, Taunton, NY.
- Pottmann, M. e Seborg, D. E. (1997). A nonlinear predictive control strategy based on radial basis function models, *Computers Chem. Engng.* **21**(9): 965–980.
- Richalet, J., Rault, A., Testud, J. L. e Papon, J. (1978). Model predictive heuristic control: Applications to industrial process, *Automatica* **14**(5): 413–428.
- Shorten, R., Murray-Smith, R., Bjørgan, R. e Gollee, H. (1999). On the interpretation of local models in blended multiple model structures, *Int. Journal of Control* **72**: 620–628.
- Sjöberg, J., Zhang, Q., Ljung, L., Benveniste, A., Deylon, B., Glorennec, P., Hjalmarsson, H. e Juditsky, A. (1995). Nonlinear black box modeling in system identification: A unified overview, *Automatica* **31**(12): 1725–1750.

- Sousa, J. M., Babuška, R. e Verbruggen, H. B. (1997). Fuzzy predictive control applied to an air-conditioning system, *Control Eng. Practice* **5**(10): 1395–1406.
- Sugeno, M. e Kang, G. T. (1988). Structure identification of fuzzy model, *Fuzzy Sets and Systems* **28**(1): 15–33.
- Sugeno, M. e Yasukawa, T. (1993). A fuzzy-logic-based approach to qualitative modeling, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems* **1**(1): 7–31.
- Takagi, T. e Sugeno, M. (1985). Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control, *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.* **15**: 116–132.
- Tan, Y. e DeKaiser, R. (1994). Neural network based adaptive predictive control, in D.W. Clarke (ed.), *Advances in Model Based Predictive Control*, Oxford. Univ. Press.
- Yen, J., Wang, L. e Gillespie, C. W. (1998). Improving global learning of TSK fuzzy model by combining global learning and local learning, *IEEE Trans. Fuzzy Systems* **6**(4): 530–537.

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL  
SEÇÃO CIRCULANTE