

Universidade Estadual de Campinas

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

Departamento de Sistemas e Controle

de Energia

UMA CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DO EFEITO DA SATURAÇÃO MAGNÉTICA EM MÁQUINAS SÍNCRONAS

Este exemplar corresponde a redação final da tese
defendida por Francisco Liszt Nunes
Junior e aprovada pela Comissão
Julgada em 13 / 07 / 2000.

Orientador

Francisco Liszt Nunes Junior.

Orientador: Prof. Dr. Ernesto Ruppert Filho.

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL
SECÃO CIRCULANTE

Banca examinadora:

Prof. Dr. Carlos Rodrigues de Souza.
Prof. Dr. Ernesto Ruppert Filho.
Prof. Dr. Francisca Ap. de Camargo Pires.
Prof. Dr. Jocélio Souza de Sá.

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Campinas, 13 de julho de 2000

UNICAMP

2000 17 193

JMIDADE BC
N.º CHAMADA:
TI UNICAMP
N922c
V. _____ Ex. _____
TOMBO BC/ 43035
PROC. 96.278100
C D
PREC. RS 11,00
DATA 08/12/100
N.º GPD _____



CM-00153666-2

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

N922c

Nunes Jr., Francisco Liszt

Uma contribuição ao estudo do efeito da saturação magnética em máquinas síncronas. / Francisco Liszt Nunes Jr. -- Campinas, SP: [s.n.], 2000.

Orientador: Ernesto Ruppert Filho.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Máquinas elétricas síncronas – Modelos matemáticos. I. Ruppert Filho, Ernesto. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Resumo

Este trabalho discute o problema de saturação magnética em máquinas síncronas através de dois diferentes modelos matemáticos dinâmicos que utilizam as curvas de magnetização de eixo direto e de eixo em quadratura. O primeiro deles é um modelo linear quanto à característica magnética, onde as curvas de magnetização de eixo direto e de eixo em quadratura são aproximadas por retas passando pela origem no plano fluxo de magnetização e corrente de excitação, enquanto que o segundo deles é um modelo não linear quanto à característica magnética onde as curvas de magnetização de eixo direto e de eixo em quadratura são obtidas de acordo com as normas técnicas nacionais e internacionais.

Abstract

This Thesis argues the synchronous machine magnetic saturation problem through two different dynamic mathematical models using the d - axis and q - axis magnetization curves. The first one is a linear model referred to the magnetic characteristic where d - axis and q - axis magnetization curves are approximated by two straight lines passing through the origin of the magnetization flux and magnetization current plane while the second one is a non-linear model referred to the magnetic characteristic where the d - axis and q - axis magnetization curves are constructed based on national and international standards.

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL
SEÇÃO CIRCULANTE

Agradecimentos

Em primeiro plano agradeço a Deus pela oportunidade sem par de desenvolvimento pessoal e acadêmico, por cada amizade gerada nesse período, pelas lutas travadas ao longo desses anos de trabalho, e pela visão renovada a cada manhã na fé e na esperança.

Agradeço ao professor Dr. Ernesto Ruppert Filho pela paciência, amizade, experiência e pelas portas e perspectivas que me abriu não apenas como professor, mas como amigo pessoal e educador vocacionado.

Aos colegas que se transformaram em amigos: Victor Armando Bravo Sanchez (*em memória*), Salimar, Eliane, Isaías, Rodolfo, Ivo Fontes, e tantos outros que marcaram minha trajetória na convivência e no compartilhar experiências de vida.

Aos demais professores minha consideração e respeito pelos projetos e disciplinas desenvolvidas ao longo desse curso.

À Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação e à Universidade Estadual de Campinas pela aceitação e estruturas de trabalho permitidas.

A CAPES e FAPESP pelo apoio e suporte financeiro para o desenvolvimento de meu trabalho em nível profissional.

Índice:

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL
SECÇÃO CIRCULANTE

Simbologia e unidades

7

1 – Introdução

1.1 - Apresentação	13
1.2 - Motivação para o estudo da saturação em máquinas síncronas	13
1.3 - Métodos e técnicas para representar a saturação em máquinas síncronas	14
1.4 - Conteúdo da tese	14
1.5 - Estrutura da tese	15

2 - Modelamento matemático dinâmico da máquina síncrona

2.1 - Introdução	17
2.2 - Equações de tensões em variáveis naturais da máquina	19
2.3 - Equações de tensões em variáveis qdo de um sistema de referência fixo no rotor	21
2.4 - Equações de tensões na forma de vetores espaciais	28
2.5 - Conjugado eletromagnético instantâneo	31
2.6 - Equação mecânica da máquina síncrona	33
2.7 - Modelo matemático dinâmico da máquina síncrona	33
2.8 - Um exemplo de aplicação do modelo linear sem efeitos de saturação	35

3 - Modelamento estático da máquina síncrona

3.1 - Introdução	42
3.2 - Equações de tensões em regime permanente	42
3.3 - Determinação do ponto de operação da máquina síncrona em regime permanente	47
3.4 - Determinação da corrente de campo em vazio para tensão nominal da máquina síncrona	48

4 - Saturação magnética em máquinas síncronas

4.1 - Introdução	49
4.2 - Fluxos de magnetização e curvas de magnetização de eixos direto e em quadratura	49
4.3 - Obtenção das curvas de magnetização de eixo direto e em quadratura	52
4.4 - Reatâncias de magnetização não saturadas e saturadas	54
4.5 - Efeito da saturação magnética sobre o ponto de operação de uma máquina síncrona	54
4.6 - Simulações para a máquina síncrona considerando fatores de saturação constantes	55

5 - Modelamento dinâmico da máquina síncrona com saturação magnética

5.1 - Introdução	62
5.2 - Modelamento matemático dinâmico usando as curvas de magnetização	62
5.3 - Expressão geral das equações diferenciais	66
5.4 - Equações dos fluxos de magnetização	66

5.5 - Simulação dinâmica da de uma máquina síncrona considerando a saturação magnética com curvas d e q.	67
6 – Discussão dos resultados e conclusões	74
Apêndice	
Dados do hidrogerador utilizado nas simulações	77
Bibliografia	80
Publicações realizadas	83

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL
SECÃO CIRCULANTE

Simbologia

Descrição dos símbolos utilizados	Unidade
a Operador fasorial equivalente a e^{j120° .	
as Fase a referida ao estator.	
bs Fase b referida ao estator.	
cs Fase c referida ao estator.	
C_e Conjugado eletromagnético	[Nm]
C_a Conjugado de carga mecânica	[Nm] [Nm]
d Eixo direto.	
δ Ângulo de carga	[rad]
dW_{elet} Diferencial de energia elétrica.	[J]
dW_p Diferencial de energia gasta em perdas.	[J]
dW_{arm} Diferencial de energia magnética armazenada.	[J]
dW_{mec} Diferencial de energia mecânica no movimento do rotor.	[J]
e_c Tensão instantânea de campo	[V]
E_a Tensão de reação de armadura em regime permanente.	[V]
f Frequência de rede elétrica.	[Hz]
\underline{i} Vetor de correntes correspondente ao estado da máquina no rotor.	[A]
\underline{i}_e Vetor espacial de corrente de estator.	[A]
\underline{i}_r Vetor espacial de corrente de rotor.	[A]
\underline{i}_{abc} Vetor de correntes nos enrolamentos de fase do estator.	[A]
\underline{i}_{qdo} Vetor de correntes nos enrolamentos de fase do estator em coordenadas qd0.	[A]

\vec{i}_{qdr}	Vetor de correntes nos enrolamentos do rotor.	[A]
i_{as}	Corrente no enrolamento da fase a do estator.	[A]
i_{bs}	Corrente no enrolamento da fase b do estator.	[A]
i_{cs}	Corrente no enrolamento da fase c do estator.	[A]
i_q	Corrente instantânea de eixo em quadratura do estator.	[A]
i_d	Corrente instantânea de eixo direto do estator.	[A]
i_o	Corrente instantânea de seqüência zero do estator.	[A]
i_{aq}	Corrente instantânea de enrolamento amortecedor no eixo em quadratura referida ao estator.	[A]
i_{ad}	Corrente instantânea de enrolamento amortecedor no eixo direto referida ao estator.	[A]
i_c	Corrente no enrolamento de campo referida ao estator.	[A]
i_m	Corrente de magnetização total.	[A]
i_{md}	Corrente de magnetização de eixo direto.	[A]
i_{mq}	Corrente de magnetização de eixo em quadratura.	[A]
j	Unidade complexa imaginária.	
V^*	Conjugado do vetor V .	[V]
K	Matriz de transformação do sistema de referência abc para qd0.	
L_e	Matriz de indutâncias do estator.	[H]
L_{er}	Matriz de indutâncias mútuas entre enrolamentos de estator e rotor vista pelo estator.	[H]
L_r	Matriz de indutâncias dos enrolamentos de rotor vista pelo estator.	[H]
L_{le}	Indutância de dispersão do enrolamento de fase do estator.	[H]
L_{lo}	Indutância de dispersão de seqüência zero do enrolamento de fase do estator.	[H]

L_{1aq}	Indutância de dispersão do enrolamento amortecedor em quadratura vista pelo estator.	[H]
L_{1ad}	Indutância de dispersão do enrolamento amortecedor direto vista pelo estator.	[H]
L_{1c}	Indutância mútua de dispersão do enrolamento de campo vista pelo estator.	[H]
L_{md}	Indutância de magnetização de eixo em direto.	[H]
L_{mq}	Indutância mútua de eixo em quadratura.	[H]
L_1	Amplitude da segunda harmônica da indutância própria de cada enrolamento de estator.	[H]
L_2	Indutância que depende do entreferro e das características construtivas da máquina.	[H]
$\underline{\lambda}_{abc}$	Vetor de fluxos concatenados com os enrolamentos de estator em coordenadas abc.	[Wb]
$\underline{\lambda}_{q\dot{a}o}$	Vetor de fluxos concatenados com os enrolamentos de estator em coordenadas qd0.	[Wb]
$\underline{\lambda}_{q\dot{d}r}$	Vetor de fluxos concatenados com os enrolamentos de rotor em coordenadas qd0.	[Wb]
$\underline{\lambda}_e$	Vetor espacial de fluxos concatenados de estator.	[Wb]
λ_{as}	Fluxo concatenado com o enrolamento na fase a.	[Wb]
λ_{bs}	Fluxo concatenado com o enrolamento na fase b.	[Wb]
λ_{cs}	Fluxo concatenado com o enrolamento na fase c.	[Wb]
λ_{ie}	Fluxo concatenado de dispersão de armadura.	[Wb]
λ_{io}	Fluxo concatenado de seqüência zero.	[Wb]
λ_{1aq}	Fluxo concatenado de dispersão do enrolamento amortecedor em quadratura.	[Wb]

λ_{lad}	Fluxo concatenado de dispersão do enrolamento amortecedor direto.	[Wb]
λ_{lc}	Fluxo concatenado de dispersão do enrolamento de campo.	[Wb]
λ_{aq}	Fluxo concatenado mutuo de eixo em quadratura.	[Wb]
λ_{ad}	Fluxo concatenado mutuo de eixo direto.	[Wb]
λ_q	Fluxo total concatenado do estator de eixo em quadratura.	[Wb]
λ_d	Fluxo total concatenado do estator de eixo direto.	[Wb]
λ_c	Fluxo total concatenado do enrolamento de campo.	[Wb]
ψ_{le}	Fluxo concatenado por segundo de dispersão de armadura.	[Wb/s]
ψ_{lo}	Fluxo concatenado por segundo de dispersão de seqüência zero.	[Wb/s]
ψ_{laq}	Fluxo concatenado por segundo de dispersão do enrolamento amortecedor em quadratura.	[Wb/s]
ψ_{lad}	Fluxo concatenado por segundo de dispersão do enrolamento amortecedor direto.	[Wb/s]
ψ_{lc}	Fluxo concatenado por segundo mutuo de dispersão do enrolamento de campo.	[Wb/s]
ψ_{aq}	Fluxo concatenado por segundo mutuo de eixo em quadratura.	[Wb/s]
ψ_{ad}	Fluxo concatenado por segundo mutuo de eixo direto.	[Wb/s]
ψ_q	Fluxo total concatenado por segundo do estator de eixo em quadratura.	[Wb/s]
ψ_d	Fluxo total concatenado por segundo do estator de eixo direto.	[Wb/s]
ψ_c	Fluxo total concatenado por segundo do enrolamento de campo.	[Wb/s]
p	Operador de derivada de primeira ordem.	
P	Numero de pólos.	

P_e	Potência instantânea trifásica.	[VA]
P_t	Potência elétrica total de estator e rotor.	[VA]
R_e	Matriz de resistências elétricas dos enrolamentos de fase do estator.	[Ω]
R_r	Matriz de resistências elétricas dos enrolamentos do rotor.	[Ω]
r_e	Resistência elétrica por fase do enrolamento de estator.	[Ω]
r_{aq}	Resistência elétrica do enrolamento amortecedor em quadratura.	[Ω]
r_{ad}	Resistência elétrica do enrolamento amortecedor de eixo direto.	[Ω]
r_c	Resistência elétrica do enrolamento de campo.	[Ω]
θ_r	Posição angular do eixo magnético do enrolamento de campo em relação à fase a do estator.	[Ω]
\underline{V}	Vetor de tensões dos enrolamentos da máquina.	[V]
\underline{V}_{abc}	Vetor de tensões de fase dos enrolamentos de estator em coordenadas abc.	[V]
\underline{V}_{iabc}	Vetor de quedas de tensões na parcela indutiva dos enrolamentos de estator em coordenadas abc.	[V]
\underline{V}_e	Vetor espacial de tensão de estator.	[V]
\underline{V}_{qdo}	Vetor de tensões de enrolamentos de estator em coordenadas qd0.	[V]
\underline{V}_{qdr}	Vetor de tensões de enrolamentos de rotor em coordenadas qd0.	[V]
\underline{V}_r	Vetor espacial de tensão referido ao rotor.	[V]
v_{as}	Tensão de fase a do enrolamento de armadura.	[V]
v_{bs}	Tensão de fase b do enrolamento de armadura.	[V]
v_{cs}	Tensão de fase c do enrolamento de armadura.	[V]
v_q	Componente de tensão de estator no eixo em quadratura.	[V]
v_d	Componente de tensão de estator no eixo direto.	[V]

v_o	Componente de tensão de seqüência zero.	[V]
v_{aq}	Componente de tensão de enrolamento amortecedor no eixo em quadratura.	[V]
v_{ad}	Componente de tensão de enrolamento amortecedor no eixo direto.	[V]
v_c	Componente de tensão de enrolamento de campo.	[V]
x_{le}	Reatância de dispersão do enrolamento de fase do estator.	[Ω]
x_{lo}	Reatância de dispersão de seqüência zero do enrolamento do estator.	[Ω]
x_{laq}	Reatância de dispersão do enrolamento amortecedor de eixo em quadratura.	[Ω]
x_{lad}	Reatância de dispersão do enrolamento amortecedor de eixo direto.	[Ω]
x_{lc}	Reatância de dispersão do enrolamento de campo.	[Ω]
x_{aaq}	Reatância mútua de eixo em quadratura.	[Ω]
x_{aad}	Reatância mútua de eixo direto.	[Ω]
ω_b	Velocidade angular elétrica de base na qual são calculadas as reatâncias.	[rad/s]
ω_e	Velocidade angular do campo eletromagnético girante da máquina de dois pólos.	[rad/s]
ω_r	Velocidade angular de rotor referida a uma máquina de dois pólos.	[rad/s]
α_1, α_2	Constantes construtivas de entreferro.	
l	Comprimento axial do entreferro.	[m]
r	raio médio do entreferro.	[m]
$(\alpha_1 - \alpha_2)^{-1}$	Comprimento máximo de entreferro.	[m]
$(\alpha_1 + \alpha_2)^{-1}$	Comprimento mínimo de entreferro.	[m]
μ_0	Permeabilidade magnética do ar ($4\pi 10^{-7}$).	[H/m]

CAPÍTULO 1

Introdução

1.1 - Apresentação

As máquinas síncronas são utilizadas, em larga escala, para fins de geração de energia elétrica devido às suas características de ótima regulação de tensão e de freqüência, além disso, são robustas e eficientes em suas aplicações como motor em laminadores, refinadores de papel, bombas, moinhos e grandes ventiladores onde ocorrem altas potências de trabalho. Para o controle de potência ativa e de potência reativa requerem reguladores de velocidade e de tensão que, para um funcionamento otimizado, necessitam de modelos matemáticos da máquina, tão precisos quanto possível.

Em geral as máquinas síncronas trabalham na região de saturação por motivos técnicos e econômicos [8]-[30], o que torna seus parâmetros sensíveis às variações de carga. Assim, é necessário um modelo matemático que represente corretamente a máquina, trabalhando na região de saturação, seja para projeto do sistema de controle ou para simulação de seu comportamento em regime permanente ou regime transitório.

1.2 - Motivação para o estudo da saturação em máquinas síncronas

O uso de um determinado modelo de máquina elétrica prende-se às necessidades e objetivos propostos. Na fase de projeto, por exemplo, exige-se mais precisão na determinação e análise da densidade de fluxo magnético em cada ponto do estator, rotor e entreferro, onde métodos como o das “diferenças finitas” ou o dos “elementos finitos” são utilizados e permitem considerar a saturação magnética.

Estes métodos exigem um grande esforço computacional e problemas considerados simples podem consumir horas de simulação numa estação de trabalho.

Porém, para estudos de operação da máquina, há a necessidade de modelos matemáticos dinâmicos para simulação do comportamento em regime transitório e

permanente de tal modo que diversos autores [4]-[35] propuseram métodos mais diretos e simples para considerar o efeito da saturação.

1.3 - Métodos e técnicas para representar a saturação em máquinas síncronas

Os primeiros modelos de máquinas, como o de Park [1], eram magneticamente lineares, não considerando o efeito da saturação magnética.

Porém, considerações de ordem econômica e técnica tem elevado a potência instalada por unidade geradora nos últimos trinta anos, usando-se novos materiais e sistemas de refrigeração para os geradores, permitindo-se maiores faixas de potência por unidade de volume e massa. Isso levou a valores maiores de densidade de fluxo magnético, acentuando os efeitos de aquecimento e saturação que afetam o comportamento dinâmico das máquinas síncronas. Autores como Thomas [4] trabalharam adicionando funções de saturação às equações lineares das máquinas síncronas, mais recentemente de Mello e outros [14] também utilizaram essa metodologia. Outro método conhecido é o das reatâncias saturadas onde se corrige o valor das reatâncias de magnetização por fatores médios constantes ou variáveis [33], utilizam-se também as equações de estado que permitem a correção devida à saturação por meio dos termos de fluxo magnetizante mas usando-se as correntes como variáveis de estado [15].

Muitos outros modelos foram discutidos na literatura a respeito [9-35], porém, a maioria deles se baseia em ajustar reatâncias síncronas de eixo d e eixo q, reatâncias transitórias e subtransitórias. Uns tem sido utilizados na prática e outros foram abandonados e esquecidos com o tempo.

1.4 – Conteúdo da tese

Neste trabalho obteve-se, juntando-se as idéias de tratamento de saturação em máquinas de indução em regime transitório apresentadas em [15] com as idéias de tratamento de saturação em máquinas síncronas em regime permanente apresentadas em [28] e [32], um modelo matemático dinâmico para a máquina síncrona considerando a saturação magnética

segundo os eixos direto (d) e em quadratura (q). Trata-se de um aperfeiçoamento do modelo dinâmico apresentado em [21].

Inicialmente apresenta-se o modelo conhecido da máquina síncrona, ou o modelo linear quanto à saturação magnética como é conhecido na literatura de máquinas elétricas e conversão eletromecânica de energia [21].

Entretanto, como o propósito principal dessa tese é obter um modelo que permita o estudo detalhado do efeito de saturação nas máquinas síncronas, tanto em regime permanente quanto em regime transitório, utiliza-se um modelo considerando a saturação no fluxo de magnetização de eixo direto e no fluxo de magnetização de eixo em quadratura. Considera-se que não há saturação nos fluxos de dispersão.

E, por fim, estabelece-se o modelo dinâmico de máquina síncrona que considera o efeito da saturação magnética em termos de fluxos magnetizantes nos eixos direto e em quadratura. Compara-se essa nova metodologia com a metodologia em que se usa o modelo linear quanto à saturação magnética juntamente com reatâncias não saturadas e saturadas, muito utilizadas pelos profissionais que trabalham em análise de sistemas de energia elétrica.

1.5 - Estrutura da tese

No Capítulo 1, há uma apresentação geral e a motivação desse trabalho com uma breve discussão bibliográfica.

Através do Capítulo 2, estabelece-se o modelo linear quanto à saturação magnética, utilizando-se as equações clássicas da máquina síncrona [21] e, a seguir, desenvolve-se as equações na forma de vetores espaciais generalizados [15], detalhando-se as expressões e variáveis de estado da máquina síncrona. Em seguida desenvolve-se simulações para a máquina exemplo apresentada no Apêndice.

No Capítulo 3 apresenta-se o modelamento estático da máquina desenvolvendo-se as equações em regime permanente na forma de fluxos, tensões e correntes, o que permite ainda estabelecer os critérios para a determinação do ponto de operação e as bases de corrente e tensão adotadas.

No Capítulo 4 apresenta-se a maneira de construir as curvas de magnetização de eixo direto e em quadratura, discute-se os conceitos de reatâncias de magnetização não saturadas e saturadas e os efeitos da saturação sobre o ponto de operação da máquina através de

resultados de simulações feitas com o modelo linear apresentado no Capítulo 2, utilizando as reatâncias de magnetização saturadas.

No Capítulo 5 estabelece-se um modelamento matemático dinâmico da máquina síncrona considerando-se a saturação no fluxo de magnetização (a saturação no fluxo de dispersão é desprezada) através das curvas de magnetização de eixos direto e em quadratura, obtendo-se um modelo matemático magneticamente não linear constituído de um sistema de equações diferenciais não lineares, para representar a máquina, com coeficientes variáveis ajustados, a cada passo de integração.

No Capítulo 6 delinea-se as conclusões da tese e as propostas de novos trabalhos.

O Apêndice apresenta os dados da máquina em estudo, bibliografia e publicações realizadas.

CAPÍTULO 2

Modelamento matemático dinâmico da máquina síncrona

2.1 - Introdução

Em [21], é mostrado como obter, a partir da suposição de que os enrolamentos são distribuídos de forma que as forças magnetomotrizes resultem senoidais, as equações de tensões dos diversos enrolamentos de estator e de rotor, em variáveis naturais da máquina.

As variáveis naturais de uma máquina síncrona são as tensões, correntes elétricas e fluxos concatenados nos três enrolamentos de fases do estator, no enrolamento de campo, no enrolamento amortecedor de eixo direto e no enrolamento amortecedor de eixo em quadratura como mostrado na figura 2.1.

Apresentam-se as indutâncias próprias e mútuas entre os diversos enrolamentos e escrevem-se as equações de tensões para todos os enrolamentos mencionados bem como a equação de conjugado, equação mecânica ou equação de conservação de energia em variáveis naturais da máquina.

Obtém-se seis equações diferenciais não lineares onde os coeficientes das variáveis naturais e de suas derivadas são funções do ângulo θ , que o eixo em quadratura (eixo q) do enrolamento do rotor forma com o eixo magnético do enrolamento da fase a do estator, como mostrado na figura 2.1.

Devido às dificuldades de resolução das equações diferenciais de tensões dos enrolamentos, mostradas do item 2.2 em diante, por métodos analíticos ou numéricos e, para obter equações mais simples que permitissem tirar conclusões físicas e executar cálculos mais rapidamente, pesquisou-se, durante anos, transformações de variáveis para simplificar as equações diferenciais, obtendo-se as suas soluções com maior facilidade.

Utilizando um sistema de referência constituído de dois eixos ortogonais denominados eixo em quadratura (q) e eixo direto (d), fixos no rotor, obtém-se, para a máquina síncrona [21] as equações simplificadas mencionadas acima conforme se mostra no item 2.4 deste capítulo.

O sistema de referência mencionado é denominado sistema de referência qd0. fixo no rotor, girando, portanto com a mesma velocidade angular do rotor.

As equações diferenciais incluem uma componente de seqüência zero que se anula para um sistema trifásico balanceado mas que não se anula quando o sistema trifásico não for equilibrado e tiver um terminal neutro.

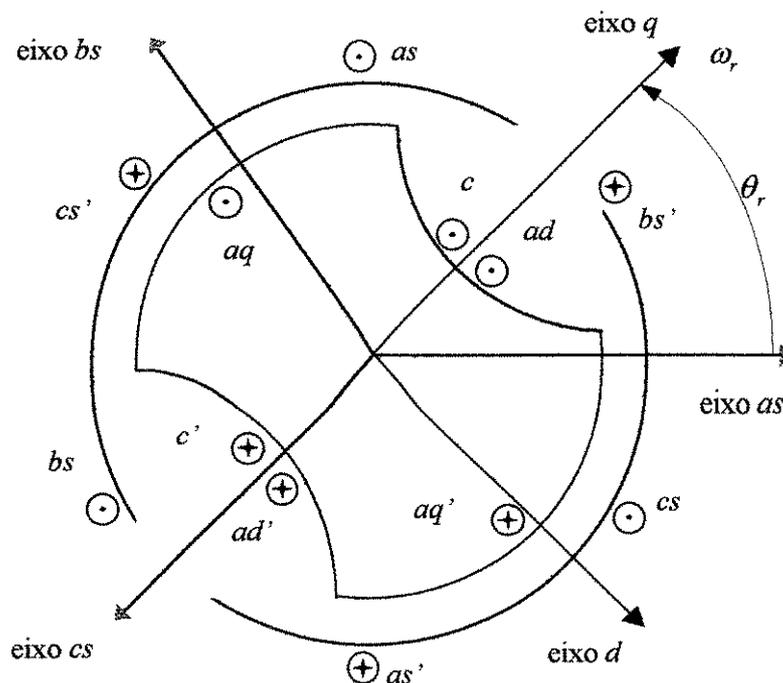


Figura 2.1 - Desenho esquemático da máquina síncrona trifásica com 2 pólos salientes mostrando os eixos magnéticos dos enrolamentos das fases a, b e c do estator e os eixos (q) e (d) dos enrolamentos de rotor conforme [21].

Os termos as , bs , cs correspondem aos enrolamentos das fases a,b e c do estator, o termo c corresponde ao enrolamento de campo, o termo ad ao enrolamento amortecedor de eixo d e o termo aq o enrolamento amortecedor de eixo q.

As equações a seguir permitem obter a modelagem da máquina síncrona em variáveis naturais.

2.2 - Equações das tensões em variáveis naturais da máquina síncrona

As equações das tensões de um gerador síncrono podem ser escritas como mostrado em [21], da seguinte maneira:

$$\underline{v}_{abc} = -R_e \dot{\underline{i}}_{abc} + p \underline{\lambda}_{abc} \quad (2.1)$$

$$\underline{v}_{qdr} = R_r \dot{\underline{i}}_{qdr} + p \underline{\lambda}_{qdr} \quad (2.2)$$

Com:

$$\underline{v}_{abc} = [v_a \ v_b \ v_c]^T$$

$$\underline{v}_{qdr} = [v_{aq} \ v_c \ v_{ad}]^T$$

$$\underline{\lambda}_{abc} = [\lambda_a \ \lambda_b \ \lambda_c]^T$$

$$\underline{\lambda}_{qdr} = [\lambda_{aq} \ \lambda_c \ \lambda_{ad}]^T$$

$$R_e = \begin{bmatrix} r_e & 0 & 0 \\ 0 & r_e & 0 \\ 0 & 0 & r_e \end{bmatrix}$$

$$R_r = \begin{bmatrix} r_{aq} & 0 & 0 \\ 0 & r_c & 0 \\ 0 & 0 & r_{ad} \end{bmatrix}$$

Onde v_a, v_b, v_c , são as tensões de fase dos enrolamentos do estator; v_{aq}, v_c, v_{ad} , são as tensões do enrolamento amortecedor em quadratura, de campo e do enrolamento amortecedor de eixo direto, r_e, r_{aq}, r_c, r_{ad} são as resistências elétricas por fase correspondentes; $\underline{\lambda}_{abc}$ e $\underline{\lambda}_{qdr}$, são os vetores dos fluxos concatenados com os enrolamentos de estator e de rotor constituídos, respectivamente, pelos fluxos concatenados com o enrolamento de cada fase do estator ($\lambda_a, \lambda_b, \lambda_c$) e pelos fluxos concatenados com o enrolamento amortecedor de eixo q,

enrolamento de campo e enrolamento amortecedor d respectivamente $(\lambda_{aq}, \lambda_c, \lambda_{ad})$ e p é o

operador diferencial $\left(\frac{d}{dt}\right)$.

O sinal negativo no vetor de correntes da equação (2.1) significa que as correntes de estator saem da máquina quando ela funciona como gerador, ao contrário das correntes de rotor que entram na máquina quando ela funciona como gerador ou como motor. Nas equações já se supõe que variáveis e parâmetros dos enrolamentos de rotor estão referidos ao enrolamento de estator. O vetor dos fluxos concatenados com os enrolamentos de estator e de rotor pode ser escrito como em [21], como sendo:

$$\begin{bmatrix} \underline{\lambda}_{abc} \\ \underline{\lambda}_{qdr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_e & L_{er} \\ \frac{2}{3}(L_{er})^T & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\underline{i}_{abc} \\ \underline{i}_{qdr} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Onde:

$$L_e = \begin{bmatrix} L_{le} + L_1 - L_2 \cos(2\theta_r) & -\frac{1}{2}L_1 - L_2 \cos[2(\theta_r - \frac{\pi}{3})] & -\frac{1}{2}L_1 - L_2 \cos[2(\theta_r + \frac{\pi}{3})] \\ -\frac{1}{2}L_1 - L_2 \cos[2(\theta_r - \frac{\pi}{3})] & L_{le} + L_1 - L_2 \cos[2(\theta_r - \frac{2\pi}{3})] & -\frac{1}{2}L_1 - L_2 \cos[2(\theta_r + \pi)] \\ -\frac{1}{2}L_1 - L_2 \cos[2(\theta_r + \frac{\pi}{3})] & -\frac{1}{2}L_1 - L_2 \cos[2(\theta_r + \pi)] & L_{le} + L_1 - L_2 \cos 2[(\theta_r + \frac{2\pi}{3})] \end{bmatrix}$$

$$L_{er} = \begin{bmatrix} L_{mq} \cos(\theta_r) & L_{md} \text{sen}(\theta_r) & L_{md} \text{sen}(\theta_r) \\ L_{mq} \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & L_{md} \text{sen}(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & L_{md} \text{sen}(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) \\ L_{mq} \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & L_{md} \text{sen}(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & L_{md} \text{sen}(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

$$L_r = \begin{bmatrix} (L_{laq} + L_{mq}) & 0 & 0 \\ 0 & (L_{lc} + L_{md}) & L_{md} \\ 0 & L_{md} & (L_{lad} + L_{md}) \end{bmatrix}$$

$$\underline{i}_{abc} = [i_a \ i_b \ i_c]^T$$

$$\underline{i}_{qdr} = [i_{aq} \ i_c \ i_{ad}]^T$$

O termo $\frac{2}{3}(L_{er})^T$ aparece em (2.3) devido à definição de relação de espiras que é feita em [21].

Nestas equações, L_1 e L_2 , são constantes que dependem das dimensões da máquina e do número de espiras dos enrolamentos de fase do estator, do comprimento do entreferro e da permeabilidade do ar, sendo que $L_1 > L_2$ onde L_2 é nula para máquinas de rotor liso, $L_{1e}, L_{1aq}, L_{1ad}, L_{1c}$, são as indutâncias de dispersão dos enrolamentos de estator, amortecedor do eixo em quadratura, amortecedor de eixo direto e de campo respectivamente. O vetor $\underline{\dot{i}}_{abc}$ é o vetor das correntes nos enrolamentos de fase de estator (i_a, i_b, i_c), enquanto que o vetor $\underline{\dot{i}}_{qdr}$ é o vetor das correntes no enrolamento amortecedor de eixo em quadratura, corrente de campo e corrente no enrolamento amortecedor de eixo direto (i_{aq}, i_c, i_{ad}).

As indutâncias de magnetização de eixo direto (L_{md}) e em quadratura (L_{mq}), são definidas por:

$$L_{md} = \frac{3}{2}(L_1 + L_2) \qquad L_1 = \left(\frac{N_e}{2}\right)^2 \pi \mu_o r l \alpha_1$$

onde:

$$L_{mq} = \frac{3}{2}(L_1 - L_2) \qquad L_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{N_e}{2}\right)^2 \pi \mu_o r l \alpha_2$$

2.3 - Equações de tensões em variáveis qd0 de um sistema de referência fixo no rotor

A figura 2.1 permite que se escreva para o sistema trifásico de enrolamentos do estator a seguinte transformação de variáveis abc para qd0:

$$\underline{v}_{abc} = K \underline{v}_{qdo} \qquad (2.4)$$

$$K = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta_r) & \sin(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$K^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \sin(\theta_r) & 1 \\ \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix}$$

Sendo: $\theta_r = \int_0^t \omega_r(t) dt + \theta_{r(o)}$

Onde ω_r é a velocidade angular elétrica do sistema de referência.

Considerando-se equação (2.1), tem-se:

$$\underline{v}_{abc} = -R_e \underline{i}_{abc} + p \underline{\lambda}_{abc}$$

A parcela de queda de tensão devida à variação do fluxo concatenado com as fases a , b e c , permite escrever:

$$\underline{v}_{labc} = p \underline{\lambda}_{abc}$$

Aplicando-se (2.4), pode-se estabelecer:

$$K \underline{v}_{labc} = \underline{v}_{lqdo} = Kp(\underline{\lambda}_{abc}) = Kp(K^{-1} \underline{\lambda}_{qdo})$$

$$K^{-1} R_e K = K R_e K^{-1} = R_e$$

$$Kp(\underline{\lambda}_{abc}) = Kp(K^{-1} \underline{\lambda}_{qdo}) = Kp(K^{-1}) \underline{\lambda}_{qdo} + KK^{-1} p(\underline{\lambda}_{qdo})$$

Sendo:

$$\underline{i}_{qdo} = [i_q \ i_d \ i_o]^T \quad \text{e} \quad \underline{\lambda}_{qdo} = [\lambda_q \ \lambda_d \ \lambda_o]^T$$

Onde (i_q, i_d, i_o) e $(\lambda_q, \lambda_d, \lambda_o)$, são respectivamente, as correntes e os fluxos concatenados com os enrolamentos de estator em coordenadas qd0.

Substituindo os termos obtidos na equação (2.1), tem-se:

$$K^{-1} K \underline{v}_{qdo} = -K K^{-1} R_e K K^{-1} \underline{i}_{qdo} + K p(K^{-1} \underline{\lambda}_{qdo})$$

Dessa forma tem-se a expressão em coordenadas qd0:

$$\underline{v}_{qdo} = -R_e \underline{i}_{qdo} + Kp(K^{-1}) \underline{\lambda}_{qdo} + p(\underline{\lambda}_{qdo})$$

Onde:

$$Kp(K^{-1}) = \omega_r \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Desse modo as equações de tensões de estator ficam escritas em variáveis qd0 de um sistema de referência fixo no rotor como:

$$\begin{aligned} v_q &= -r_e i_q + \omega_r \lambda_d + p \lambda_q \\ v_d &= -r_e i_d - \omega_r \lambda_q + p \lambda_d \\ v_o &= -r_e i_o + p \lambda_o \end{aligned} \quad (2.5)$$

As equações de tensão do rotor já estão em variáveis qd0 de um sistema fixo no rotor e podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} v_{aq} &= r_{aq} i_{aq} + p \lambda_{aq} \\ v_c &= r_c i_c + p \lambda_c \\ v_{ad} &= r_{ad} i_{ad} + p \lambda_{ad} \end{aligned} \quad (2.6)$$

As equações (2.3) podem ser também escritas totalmente em variáveis qd0 através da transformação mostrada a seguir:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qdo} \\ \lambda_{qdr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} KL_e K^{-1} & KL_{er} \\ \frac{2}{3} (L_{er})^T K^{-1} & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\dot{i}_{qdo} \\ \dot{i}_{qdr} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Efetuada-se os cálculos mostrados em (2.7) chega-se a:

$$KL_e K^{-1} = \begin{bmatrix} (L_{le} + L_{mq}) & 0 & 0 \\ 0 & (L_{le} + L_{md}) & 0 \\ 0 & 0 & (L_{le}) \end{bmatrix}$$

$$KL_{er} = \begin{bmatrix} L_{mq} & 0 & 0 \\ 0 & L_{md} & 0 \\ 0 & L_{md} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{2}{3} (L_{er})^T K^{-1} = \begin{bmatrix} (L_{mq} + L_{laq}) & 0 & 0 \\ 0 & (L_{md} + L_{lac}) & 0 \\ 0 & L_{md} & (L_{md} + L_{lad}) \end{bmatrix}$$

Dessa forma as equações (2.7) podem ser escritas como:

$$\begin{aligned}
 \lambda_q &= -L_{le}i_q + L_{mq}(-i_q + i_{aq}) \\
 \lambda_d &= -L_{le}i_d + L_{md}(-i_d + i_c + i_{ad}) \\
 \lambda_o &= -L_{lo}i_o \\
 \lambda_{aq} &= L_{laq}i_{aq} + L_{mq}(-i_q + i_{aq}) \\
 \lambda_c &= L_{lc}i_c + L_{md}(-i_d + i_c + i_{ad}) \\
 \lambda_{ad} &= L_{lad}i_{ad} + L_{md}(-i_d + i_c + i_{ad})
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

As equações (2.8) mostram que cada fluxo concatenado com o eixo direto ou em quadratura é composto por dois fluxos concatenados, um de dispersão, e outro de magnetização. Pode-se então escrever as equações em (2.8) como:

$$\begin{aligned}
 \lambda_q &= -L_{le}i_q + \lambda_{mq} \\
 \lambda_d &= -L_{le}i_d + \lambda_{md} \\
 \lambda_o &= -L_{lo}i_o \\
 \lambda_{aq} &= L_{laq}i_{aq} + \lambda_{mq} \\
 \lambda_c &= L_{lc}i_c + \lambda_{md} \\
 \lambda_{ad} &= L_{lad}i_{ad} + \lambda_{md}
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

Os fluxos concatenados de magnetização de eixo direto (λ_{md}) e de eixo em quadratura (λ_{mq}) são funções das correntes de magnetização de eixo direto (i_{md}) e em quadratura (i_{mq}), respectivamente.

$$\begin{aligned}
 \lambda_{mq} &= f_q(i_{mq}) \\
 \lambda_{md} &= f_d(i_{md})
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Onde:

$$i_{mq} = (-i_q + i_{aq}) \tag{2.11}$$

$$i_{md} = (-i_d + i_c + i_{ad})$$

As equações (2.5), (2.6), e (2.9) estão escritas em termos de fluxos magnéticos e de indutâncias de dispersão porém, podem ser escritas também em termos de tensões e reatâncias de dispersão como:

$$\begin{aligned}
 v_q &= -r_e i_q + \frac{\omega_r}{\omega_b} \psi_d + \frac{p}{\omega_b} \psi_q \\
 v_d &= -r_e i_d - \frac{\omega_r}{\omega_b} \psi_q + \frac{p}{\omega_b} \psi_d \\
 v_o &= -r_e i_o + \frac{p}{\omega_b} \psi_o \\
 v_{aq} &= r_{aq} i_{aq} + \frac{p}{\omega_b} \psi_{aq} \\
 v_c &= r_c i_c + \frac{p}{\omega_b} \psi_c \\
 v_{ad} &= r_{ad} i_{ad} + \frac{p}{\omega_b} \psi_{ad}
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

Para os fluxos tem-se:

$$\begin{aligned}
 \psi_q &= -x_{le} i_q + \psi_{mq} \\
 \psi_d &= -x_{le} i_d + \psi_{md} \\
 \psi_o &= -x_{lo} i_o \\
 \psi_{aq} &= x_{laq} i_{aq} + \psi_{mq} \\
 \psi_c &= x_{lc} i_c + \psi_{md} \\
 \psi_{ad} &= x_{lad} i_{ad} + \psi_{md}
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

As variáveis denotadas por ψ são fluxos magnéticos por segundo ou volts e ω_b é a frequência elétrica de base, ou seja, é a frequência na qual as reatâncias em questão foram calculadas. Para os fluxos magnetizantes tem-se as expressões:

$$\psi_{mq}(i_{mq}) = f'_q(i_{mq}) = x_{mq}i_{mq} = x_{mq}(-i_q + i_{aq}) \quad (2.14)$$

$$\psi_{md}(i_{md}) = f'_d(i_{md}) = x_{md}i_{md} = x_{md}(-i_d + i_c + i_{ad})$$

É conveniente definir e usar uma tensão de campo (e_c), tal que:

$$e_c = v_c \frac{x_{md}}{r_c} = \frac{x_{md}}{r_c} (r_c i_c + \frac{P}{\omega_b} \psi_c) \quad (2.15)$$

A equação (2.15) passa a substituir a equação de tensão de campo em (2.12). Substituindo-se a equação (2.14) em (2.13) e finalmente (2.13) em (2.12), pode-se escrever as equações:

$$\begin{aligned} v_q &= -r_e i_q + \frac{\omega_r}{\omega_b} [-x_{le} i_d + x_{md}(-i_d + i_c + i_{ad})] + \frac{P}{\omega_b} [-x_{le} i_q + x_{mq}(-i_q + i_{aq})] \\ v_d &= -r_e i_d - \frac{\omega_r}{\omega_b} [-x_{le} i_q + x_{mq}(-i_q + i_{aq})] + \frac{P}{\omega_b} [-x_{le} i_d + x_{md}(-i_d + i_c + i_{ad})] \\ v_o &= -r_e i_o + \frac{P}{\omega_b} [-x_{le} i_o] \\ v_{aq} &= r_{aq} i_{aq} + \frac{P}{\omega_b} [x_{laq} i_{aq} + x_{mq}(-i_q + i_{aq})] \\ e_c &= x_{md} i_c + \frac{P}{\omega_b} \left\{ \frac{x_{md}}{r_c} [x_{lc} i_c + x_{md}(-i_d + i_c + i_{ad})] \right\} \\ v_{ad} &= r_{ad} i_{ad} + \frac{P}{\omega_b} [x_{lad} i_{ad} + x_{md}(-i_d + i_c + i_{ad})] \end{aligned} \quad (2.16)$$

As equações em (2.16), podem ser escritas na forma vetorial da seguinte maneira:

$$\underline{v} = R \underline{i} + \frac{\omega_r}{\omega_b} A \underline{i} + \frac{P}{\omega_b} (B \underline{i}) \quad (2.17)$$

Onde:

$$\underline{v} = [v_q \quad v_d \quad v_o \quad v_{aq} \quad e_c \quad v_{ad}]^T$$

$$\underline{\dot{i}} = [i_g \quad i_d \quad i_o \quad i_{aq} \quad i_c \quad i_{ad}]^T$$

$$R = \begin{bmatrix} -r_e & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -r_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_{aq} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_{ad} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -(x_{le} + x_{md}) & 0 & 0 & x_{md} & x_{md} \\ (x_{le} + x_{mq}) & 0 & 0 & -x_{mq} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\omega_b}{\omega_r} x_{md} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -(x_{le} + x_{mq}) & 0 & 0 & x_{mq} & 0 & 0 \\ 0 & -(x_{le} + x_{mq}) & 0 & 0 & x_{md} & x_{md} \\ 0 & 0 & -x_{le} & 0 & 0 & 0 \\ -x_{mq} & 0 & 0 & (x_{laq} + x_{mq}) & 0 & 0 \\ 0 & -\left(\frac{x_{md}^2}{r_c}\right) & 0 & 0 & \left(\frac{x_{md}^2 + x_{md}x_{lc}}{r_c}\right) & \left(\frac{x_{md}^2}{r_c}\right) \\ 0 & -x_{md} & 0 & 0 & x_{md} & (x_{lad} + x_{md}) \end{bmatrix}$$

Pode-se definir reatâncias síncronas de enrolamentos de estator de eixo direto e de eixo em quadratura e as reatâncias dos enrolamentos amortecedores de eixo direto e em quadratura e de campo conforme as expressões a seguir:

$$\begin{aligned}
x_d &= x_{le} + x_{md} \\
x_q &= x_{le} + x_{mq} \\
x_{aq} &= x_{laq} + x_{mq} \\
x_c &= x_{lc} + x_{md} \\
x_{ad} &= x_{lad} + x_{md}
\end{aligned}
\tag{2.18}$$

2.4 - Equações de tensões na forma de vetores espaciais

As equações (2.16) podem também ser obtidas utilizando-se o conceito de vetores espaciais. Esta técnica será aqui mostrada e utilizada na determinação do conjugado eletromagnético que será feita nos itens a seguir.

Define-se vetores espaciais de tensão e de corrente de estator de uma máquina trifásica [15], como sendo:

$$\begin{aligned}
\underline{i}_e &= \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\
\underline{v}_e &= \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{2.19}$$

Onde i_a , i_b , i_c e v_a , v_b , v_c , são respectivamente, as correntes e as tensões nas fases a,b,c. Os operadores a e a^2 , são:

$$\begin{aligned}
a &= e^{j120^\circ} \\
a^2 &= e^{j240^\circ} = e^{-j120^\circ}
\end{aligned}$$

Usando (2.1) pode-se escrever:

$$\begin{aligned}
\frac{2}{3}(v_a + av_b + a^2v_c) &= -\frac{2}{3}(i_a + ai_b + a^2i_c)r_e + \frac{2}{3}p(\lambda_a + a\lambda_b + a^2\lambda_c) \\
\underline{v}_e &= -r_e \underline{i}_e + p \underline{\lambda}_e
\end{aligned}
\tag{2.20}$$

A potência instantânea num sistema trifásico é dada por:

$$P_e = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (2.21)$$

Pode-se demonstrar, usando-se (2.19) que :

$$P_e = \frac{3}{2} \text{Re}(\underline{V}_e \underline{i}_e) \quad (2.22)$$

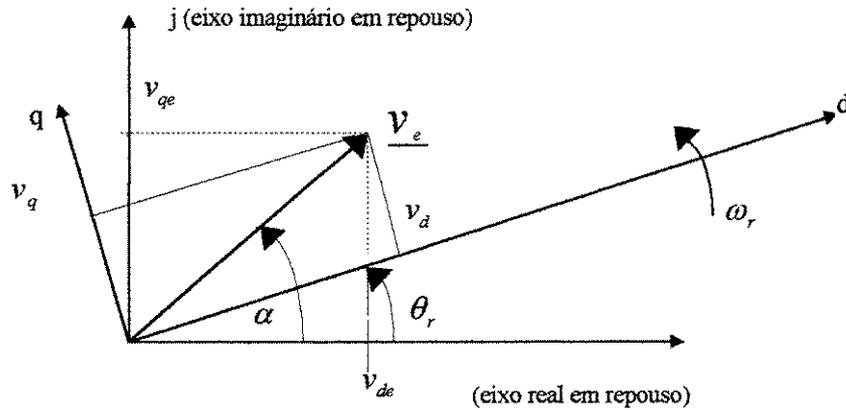


Figura 2.2 - Vetor espacial \underline{V}_e em coordenadas qd0, de um sistema de referência fixo no rotor.

Os vetores espaciais podem ser escritos em coordenadas qd0, de um sistema de referência fixo no rotor de acordo com a figura 2.2, podendo-se concluir que o vetor espacial \underline{V}_e , pode ser escrito, em relação ao estator, referencial fixo, como em (2.23) e, em relação ao sistema de referência qd0, fixo no rotor de acordo com as expressões a seguir.

$$\underline{V}_e = V_e e^{j\alpha} \quad (2.23)$$

$$\underline{V}_e^r = V_e e^{j(\alpha - \theta_r)} = \underline{V}_e e^{-j\theta_r} \quad (2.24)$$

$$\omega_r = \frac{d\theta_r}{dt} \quad (2.25)$$

Dessa maneira:

$$\begin{aligned} \underline{V}_e &= \underline{V}_e^r e^{j\theta_r} \\ \underline{i}_e &= \underline{i}_e^r e^{j\theta_r} \\ \underline{\lambda}_e &= \underline{\lambda}_e^r e^{j\theta_r} \end{aligned} \quad (2.26)$$

Substituindo-se (2.26) em (2.20), pode-se escrever:

$$\underline{v}_e^r e^{j\theta_r} = -r_e \underline{\dot{i}}_e^r e^{j\theta_r} + p(\underline{\lambda}_e^r e^{j\theta_r}) = -r_e \underline{\dot{i}}_e^r e^{j\theta_r} + (p\underline{\lambda}_e^r) e^{j\theta_r} + j\omega_r \underline{\lambda}_e^r e^{j\theta_r}$$

Com isso, tem-se:

$$\underline{v}_e^r = -r_e \underline{\dot{i}}_e^r + j\omega_r \underline{\lambda}_e^r + (p\underline{\lambda}_e^r) \quad (2.27)$$

A expressão geral em (2.27) é a equação de tensões na forma de vetores espaciais em relação a um sistema de referência fixo ao rotor da máquina síncrona. Sabendo disto, pode-se omitir o sobrescrito r e escrever (2.27) como em (2.28) na forma:

$$\underline{v}_e = -r_e \underline{\dot{i}}_e + j\omega_r \underline{\lambda}_e + p\underline{\lambda}_e \quad (2.28)$$

A presença do termo $j\omega_r \underline{\lambda}_e$ na equação (2.28) já indica que o sistema de referência está fixo no rotor. Além disso, da figura (2.2) depreende-se que, em coordenadas de um sistema de referência no rotor:

$$\begin{aligned} \underline{v}_e &= v_d + jv_q \\ \underline{\dot{i}}_e &= i_d + ji_q \\ \underline{\lambda}_e &= \lambda_d + j\lambda_q \end{aligned} \quad (2.29)$$

Substituindo-se as equações (2.29) em (2.28), obtém-se:

$$\begin{aligned} v_d + jv_q &= -r_e(i_d + ji_q) + j\omega_r(\lambda_d + j\lambda_q) + p(\lambda_d + j\lambda_q) \\ v_q &= -r_e i_q + \omega_r \lambda_d + p\lambda_q \\ v_d &= -r_e i_d - \omega_r \lambda_q + p\lambda_d \end{aligned} \quad (2.30)$$

As equações (2.30), obtidas da equação de tensões na forma de vetores de estado (2.28), são as mesmas obtidas em (2.5) onde se utilizou a matriz de transformação K.

Como o rotor da máquina síncrona, por sua própria natureza, tem seus enrolamentos com eixos magnéticos sobre os eixos (d) e (q) as equações (2.6) se repetem podendo-se escrever as equações de tensões de rotor na forma de vetores espaciais, com o referencial no rotor como:

$$\underline{v}_r = r_r \underline{i}_r + p \underline{\lambda}_r \quad (2.31)$$

Onde:

$$\underline{v}_r = [v_{ad} \quad v_c]^T + j[v_{aq}]$$

$$\underline{i}_r = [i_{ad} \quad i_c]^T + j[i_{aq}]$$

$$\underline{\lambda}_r = [\lambda_{ad} \quad \lambda_c]^T + j[\lambda_{aq}]$$

$$\underline{v}_r = \begin{bmatrix} r_c & 0 \\ 0 & r_{ad} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_c \\ i_{ad} \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} \lambda_c \\ \lambda_{ad} \end{bmatrix} + j[r_{aq} i_{aq} + p \lambda_{aq}]$$

Considerando-se dois enrolamentos no eixo direto e um em quadratura e substituindo os termos de tensão, corrente e fluxo concatenado em (2.31), e separando-se as partes real e imaginária em cada enrolamento tem-se as seguintes equações de rotor:

$$v_{aq} = r_{aq} i_{aq} + p \lambda_{aq}$$

$$v_c = r_c i_c + p \lambda_c$$

$$v_{ad} = r_{ad} i_{ad} + p \lambda_{ad}$$

2.5 - Conjugado eletromagnético instantâneo

Para calcular o conjugado eletromagnético instantâneo da máquina síncrona em termos de variáveis (d) e (q) de um sistema de referência fixo no rotor, usa-se a equação básica da conversão eletromecânica de energia que relaciona a energia elétrica absorvida pela máquina da fonte de energia elétrica (W_{elet}), a energia magnética armazenada no campo magnético (W_{arm}), a energia mecânica envolvida no movimento do rotor (W_{mec}) e as perdas (W_p) na forma diferencial (2.32).

$$dW_{elet} = dW_p + dW_{arm} + dW_{mec} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned}
dW_{elet} &= P_{elet} dt = \frac{3}{2} R_{eal} [(\underline{v}_e \dot{i}_e) dt + (\underline{v}_r \dot{i}_r) dt] = \\
&= \frac{3}{2} R_{eal} [(-r_e \dot{i}_e^* - j\omega_r \underline{\lambda}_e^* + p \underline{\lambda}_e^*) \dot{i}_e dt + (r_r \dot{i}_r^* + p \underline{\lambda}_r^*) \dot{i}_r dt] \\
&= \frac{3}{2} (-r_e \dot{i}_e^* \dot{i}_e + r_r \dot{i}_r^* \dot{i}_r) dt + \frac{3}{2} R_{eal} [(p \underline{\lambda}_e^* \dot{i}_e + p \underline{\lambda}_r^* \dot{i}_r) dt] + \frac{3}{2} R_{eal} (-j\omega_r \underline{\lambda}_e^* \dot{i}_e) dt
\end{aligned}$$

Portanto :

$$dW_p = \frac{3}{2} (-r_e \dot{i}_e^* \dot{i}_e + r_r \dot{i}_r^* \dot{i}_r) dt$$

$$dW_{arm} = \frac{3}{2} R_{eal} [(p \underline{\lambda}_e^* \dot{i}_e + p \underline{\lambda}_r^* \dot{i}_r) dt]$$

$$dW_{mec} = \frac{3}{2} R_{eal} (-j\omega_r \underline{\lambda}_e^* \dot{i}_e) dt$$

Conclui-se que :

$$dW_{mec} = \frac{3}{2} R_{eal} (-j\omega_r \underline{\lambda}_e^* \dot{i}_e) dt = C_e \omega_r dt$$

O conjugado eletromagnético C_e da máquina é dado então por:

$$\begin{aligned}
C_e &= \frac{3}{2} R_{eal} (-j \underline{\lambda}_e^* \dot{i}_e) = \frac{3}{2} I_m (\underline{\lambda}_e^* \dot{i}_e) \\
C_e &= \frac{3}{2} I_m (\lambda_d + j\lambda_q)^* (i_d + j i_q) = \frac{3}{2} (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d)
\end{aligned} \tag{2.33}$$

A expressão (2.33) foi deduzida para uma máquina de 2 pólos. Para uma máquina de P pólos, usando-se ψ_q e ψ_d ao invés de λ_q e λ_d , tem-se:

$$C_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{1}{\omega_b} (\psi_d i_q - \psi_q i_d) \tag{2.34}$$

2.6 - Equação mecânica da máquina síncrona

Considerando-se a máquina como gerador tendo um momento de inércia J_g , movida por um acionador (turbina ou motor) com momento de inércia J_a que lhe impõe no eixo um conjugado C_a , pode-se escrever, para a máquina de P pólos [21] :

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{P}{2J}(C_a - C_e) \quad (2.35)$$

$$J = J_g + J_a$$

2.7 - Modelo matemático dinâmico da máquina síncrona

As tensões v_q e v_d , referidas a um referencial no rotor, girando com velocidade angular ω_r , podem ser calculadas utilizando a expressão (2.4).

Dadas as tensões trifásicas balanceadas a seguir:

$$\begin{aligned} v_a &= \sqrt{2}V_e \cos(\theta_e) \\ v_b &= \sqrt{2}V_e \cos(\theta_e - 120^\circ) \\ v_c &= \sqrt{2}V_e \cos(\theta_e + 120^\circ) \end{aligned} \quad (2.38)$$

Pode-se escrever:

$$\underline{v}_{qdo} = K^{-1} \underline{v}_{abc} = \begin{bmatrix} \sqrt{2}V_e \cos(\theta_e - \theta_r) \\ -\sqrt{2}V_e \sin(\theta_e - \theta_r) \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Definindo o ângulo de rotor como o ângulo δ , denominado ângulo de carga, entre o eixo (q) (que referencia o rotor) e o eixo do máximo valor positivo da tensão fundamental da fase (a) do estator (figura 2.3), tem-se:

$$\delta = \theta_r - \theta_e \quad (2.40)$$

Consequentemente, de (2.38), (2.39) e (2.40) obtém-se (2.41)

$$\begin{bmatrix} v_q \\ v_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2}V_e \cos(\theta_e - \theta_r) \\ -\sqrt{2}V_e \sin(\theta_e - \theta_r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2}V_e \cos(\delta) \\ \sqrt{2}V_e \sin(\delta) \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

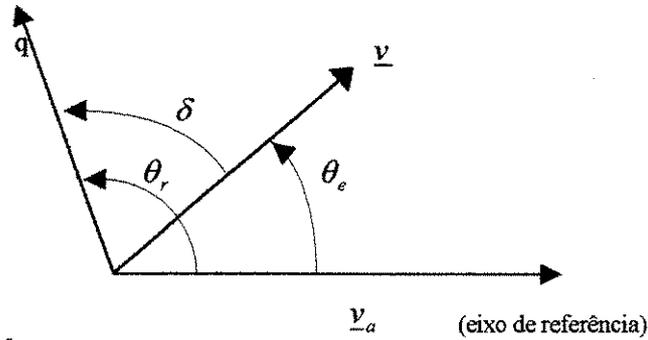


Figura 2.3 – Ângulo de carga δ .

Pode-se escrever também as equações:

$$\frac{d\theta_r}{dt} = \omega_r$$

$$\frac{d\theta_e}{dt} = \omega_e \quad (2.42)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = (\omega_r - \omega_e)$$

As equações (2.17) juntamente com (2.35) e (2.42) constituem o modelo matemático dinâmico de um gerador síncrono ligado a um barramento infinito e são repetidas a seguir na forma de variáveis de estado:

$$p\mathbf{i} = B^{-1} [\omega_b(\mathbf{v} - R\mathbf{i}) - \omega_r A\mathbf{i}]$$

$$p\omega_r = \frac{P}{2J}(C_a - C_e)$$

$$p\theta_r = \omega_r \quad (2.43)$$

$$p\theta_e = \omega_e$$

$$p\delta = (\omega_r - \omega_e)$$

$$C_e = \frac{3P}{2} \frac{1}{\omega_b} (\psi_d i_q - \psi_q i_d)$$

2.8 - Um exemplo de aplicação do modelo

Considere-se o hidrogerador apresentado no Apêndice, ligado a um barramento infinito de tensão igual à tensão nominal do gerador, girando na velocidade nominal, em carga nominal, excitado pela tensão de campo de $21,222 \text{ kV}$, vista do lado do estator. Num dado instante ($t = 0$) aplica-se ao gerador a carga nominal com fator de potência 0,9 indutivo. A aplicação da carga se faz através do acionamento do gerador com um conjugado de valor nominal como se segue abaixo:

$$C_a = \frac{S_n \cos \phi}{\omega_r} = 32,944297 \times 10^6 \text{ Nm}$$

Sendo :

$$S_n = 345 \text{ MVA}, \cos \phi = 0,90, \omega_r = 9,42478 \text{ rad/s}$$

As figuras 2.4 a 2.12, mostram diversas grandezas da máquina sob condição de operação em regime transitório e permanente. Neste caso usou-se as reatâncias não saturadas x_{md} e x_{mq} (Apêndice) nas equações 2.7. Pode-se observar na figura 2.8 que a corrente da fase (a) da armadura apresenta defasagem de $25,84^\circ$ atrasada em relação à tensão da fase (a) o que configura o fator de potência 0,9 indutivo para a carga. A corrente de campo em regime permanente como se vê na figura 2.12 assume o valor de $36,927 \text{ kA}$ vista do estator. O ângulo de carga δ , em regime permanente, figura 2.11, assume o valor de $23,88^\circ$. No Capítulo 2 será mostrado, como obter os valores de ângulo de carga e de corrente de campo, em regime permanente, fixada a tensão, para cada valor de carga (corrente de armadura e fator de potência), usando o modelo estático convencional da máquina síncrona [21]. A figura 2.13 mostra a curva V da máquina para a condição de potência nominal ($S_n = 345 \text{ MVA}$, $\cos \phi = 0,9$ em carga indutiva), as figuras 2.14 e 2.15 mostram o comportamento do hidrogerador quando submetido a um acréscimo súbito de carga (conjugado de acionamento) de 15% do valor nominal a partir do ponto de equilíbrio obtido para as condições nominais. Observam-se oscilações amortecidas tanto na velocidade quanto no ângulo de carga.

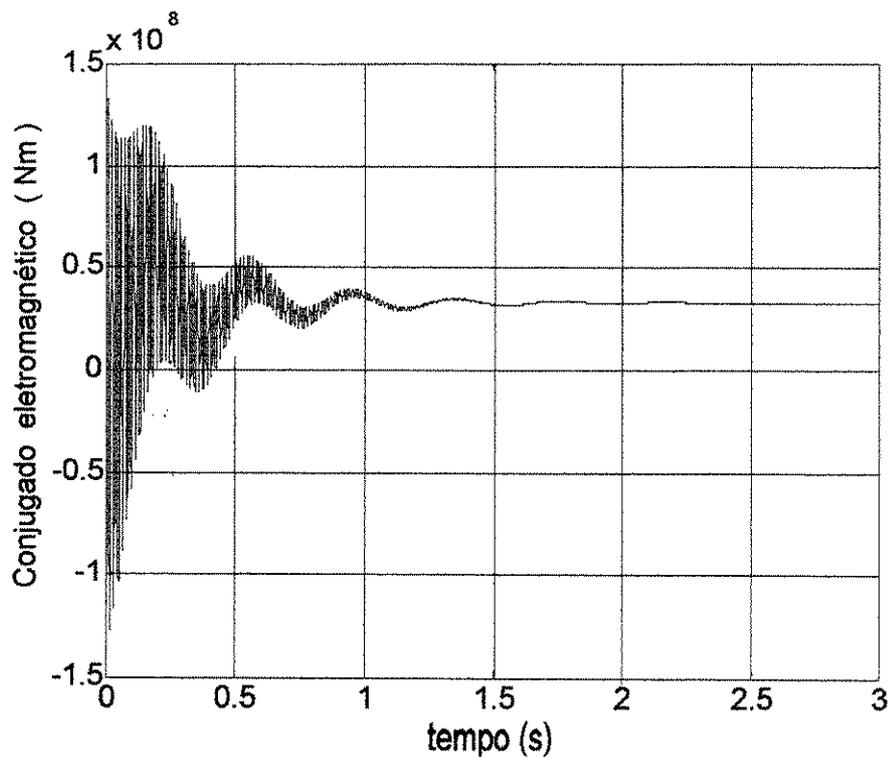


Figura 2.4 - Conjugado eletromagnético em função do tempo.

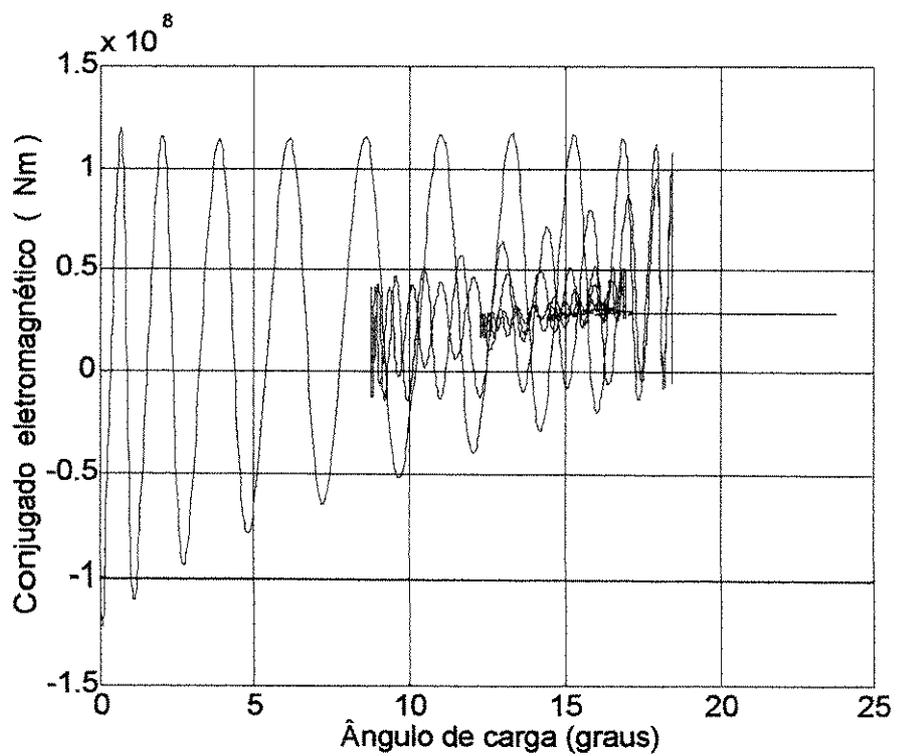


Figura 2.5 - Conjugado eletromagnético em função do ângulo de carga.

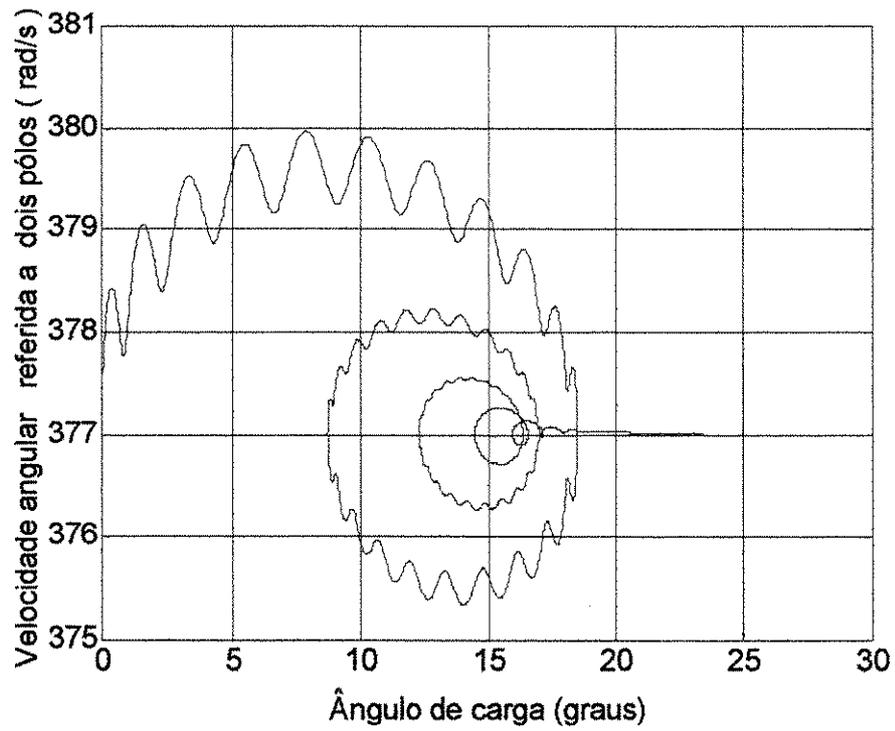


Figura 2.6 - Velocidade angular referida a dois pólos em função do ângulo de carga.

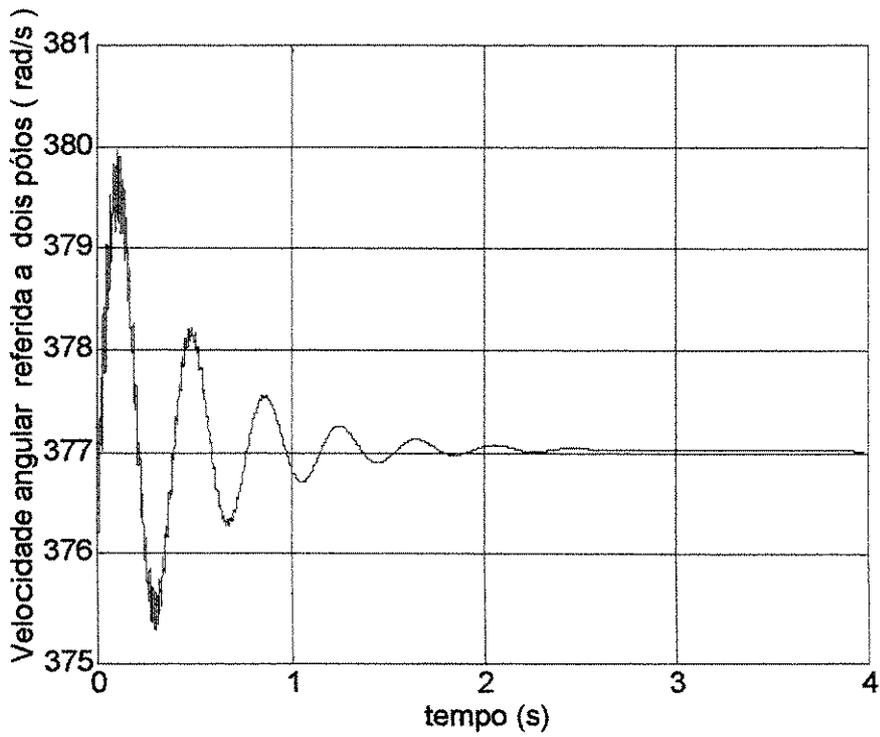


Figura 2.7 - Velocidade angular referida a dois pólos em função do tempo.

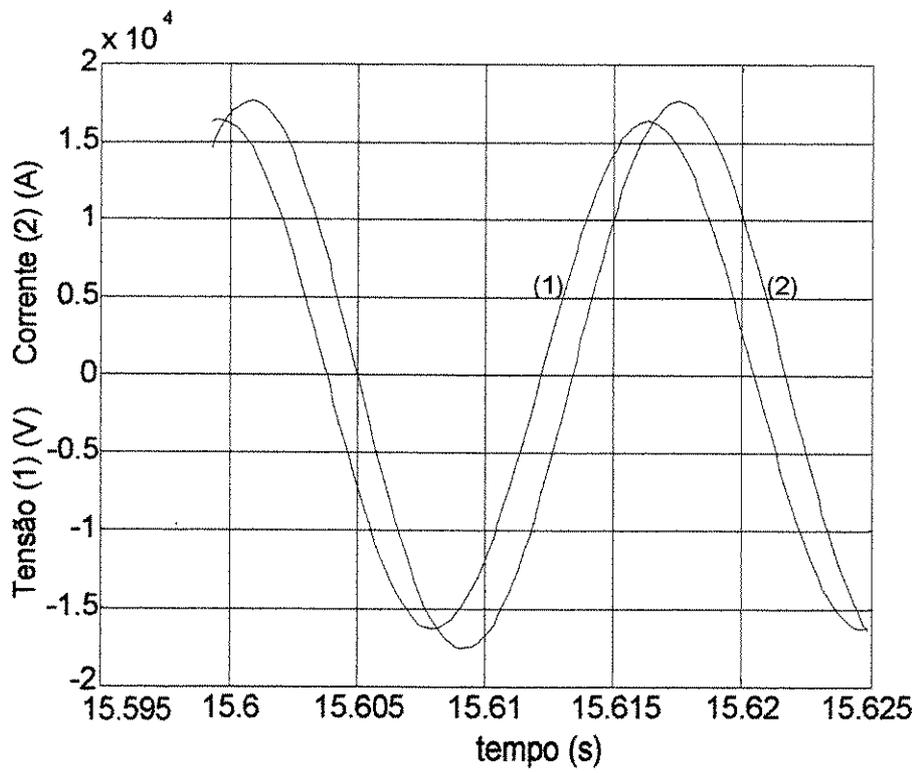


Figura 2.8 - Tensão na fase α e corrente de fase na armadura em regime permanente.

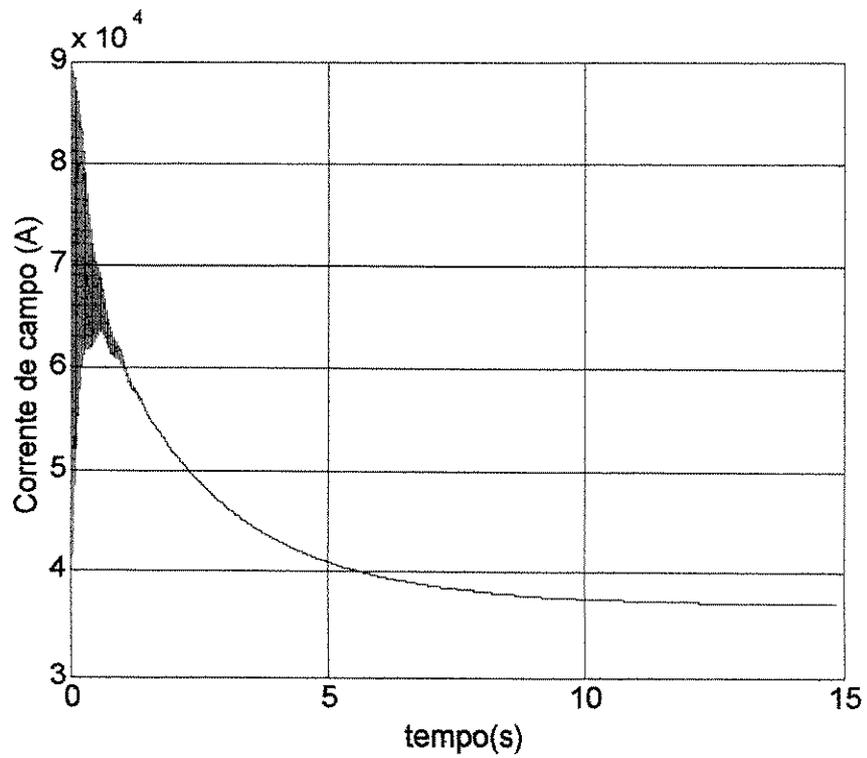


Figura 2.9 - Corrente de campo em função do tempo.

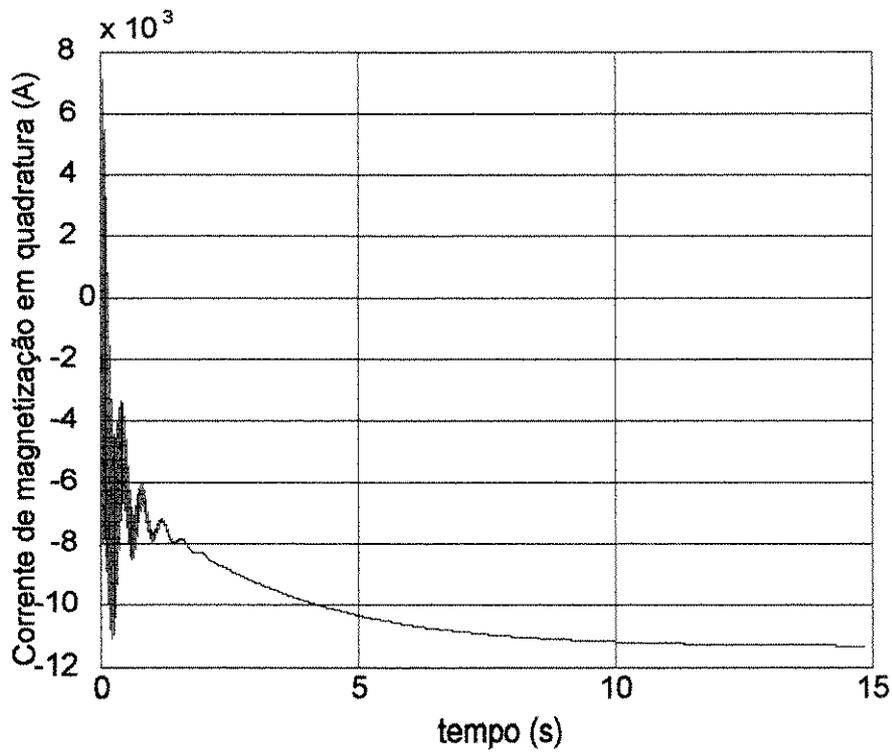


Figura 2.10 - Corrente de magnetização em quadratura em função do tempo.

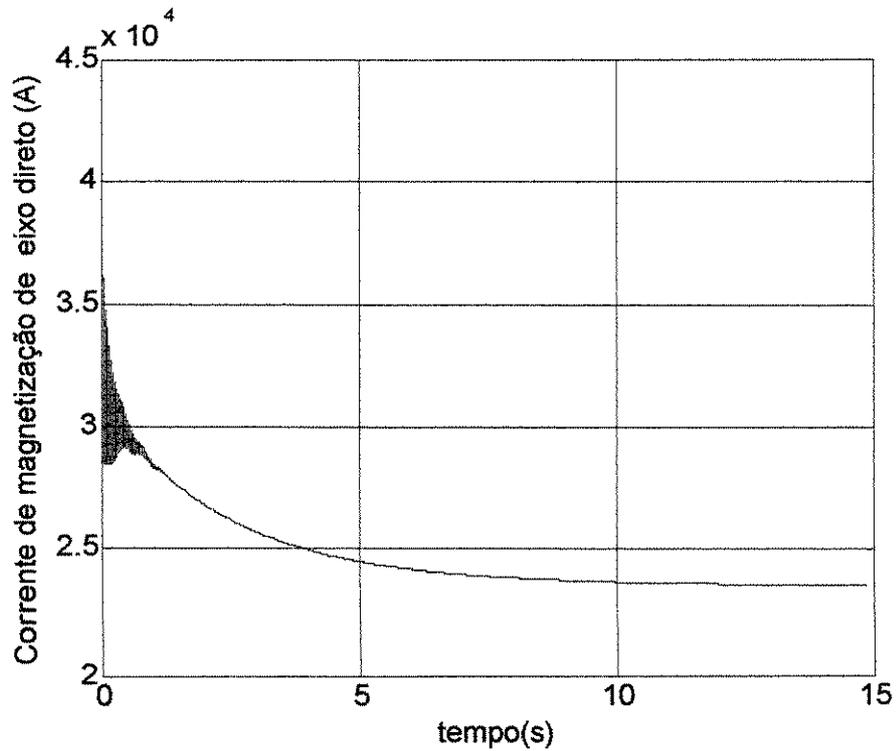


Figura 2.11 - Corrente de magnetização de eixo direto em função do tempo.

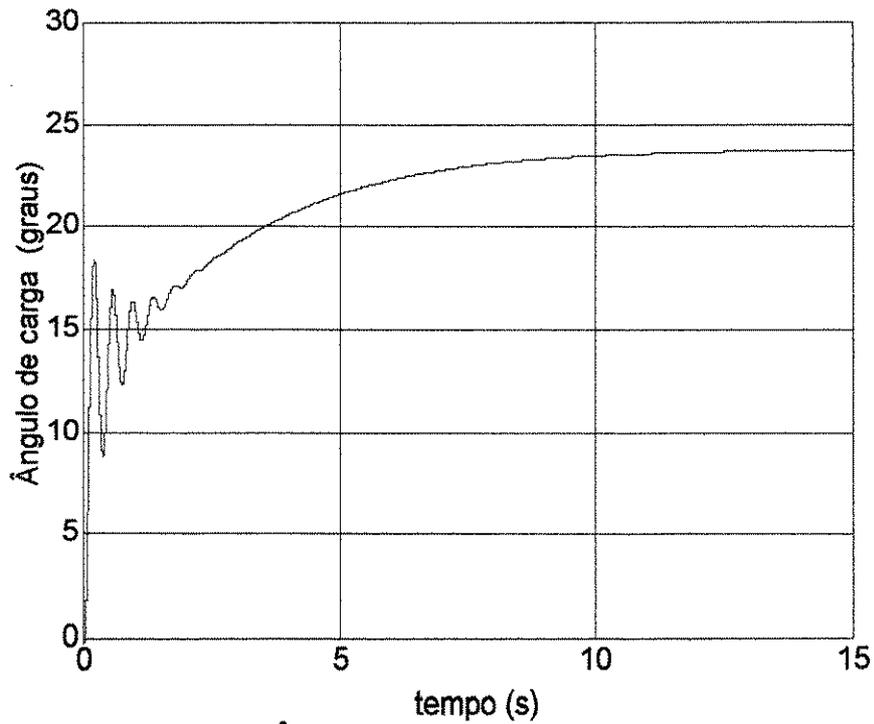


Figura 2.12 - Ângulo de carga em função do tempo.

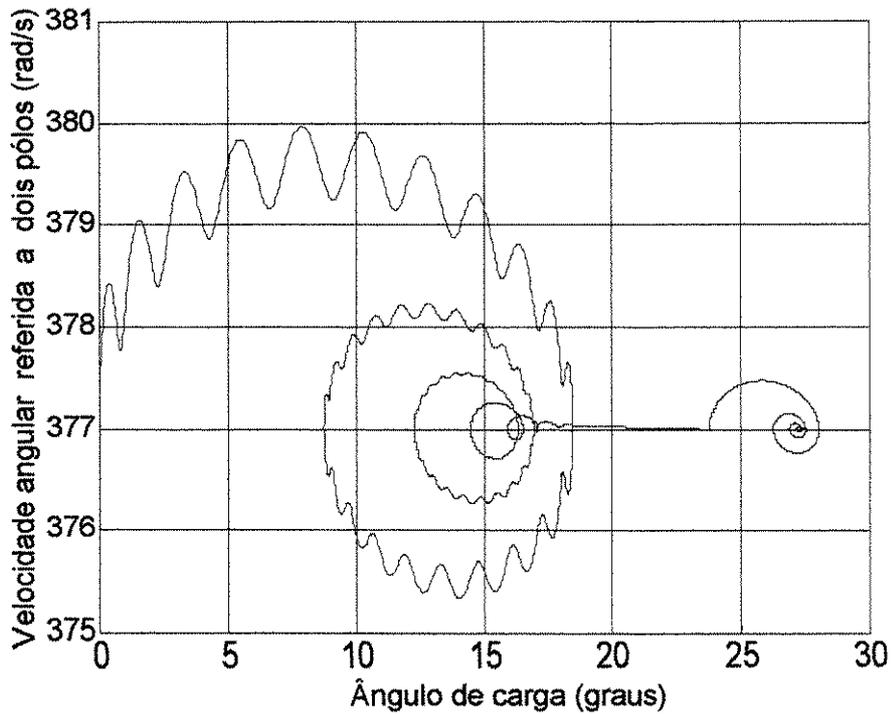


Figura 2.13 - Velocidade referida a dois pólos em função do ângulo de carga com acréscimo de 15% de carga após a estabilização em regime permanente.

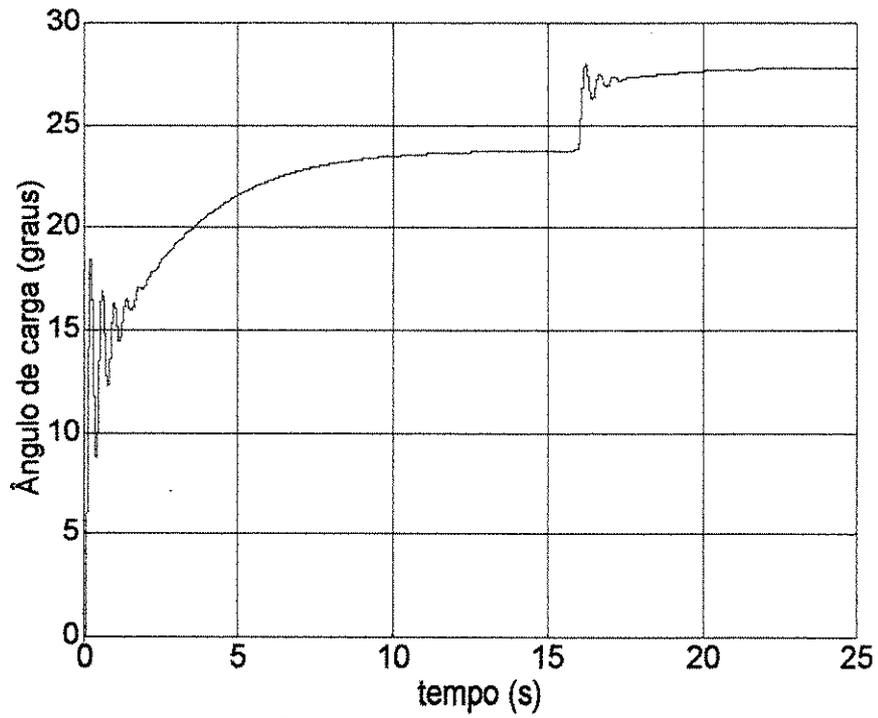


Figura 2.14 - Ângulo de carga em função do tempo após acréscimo de 15% de carga após a estabilização em regime permanente.

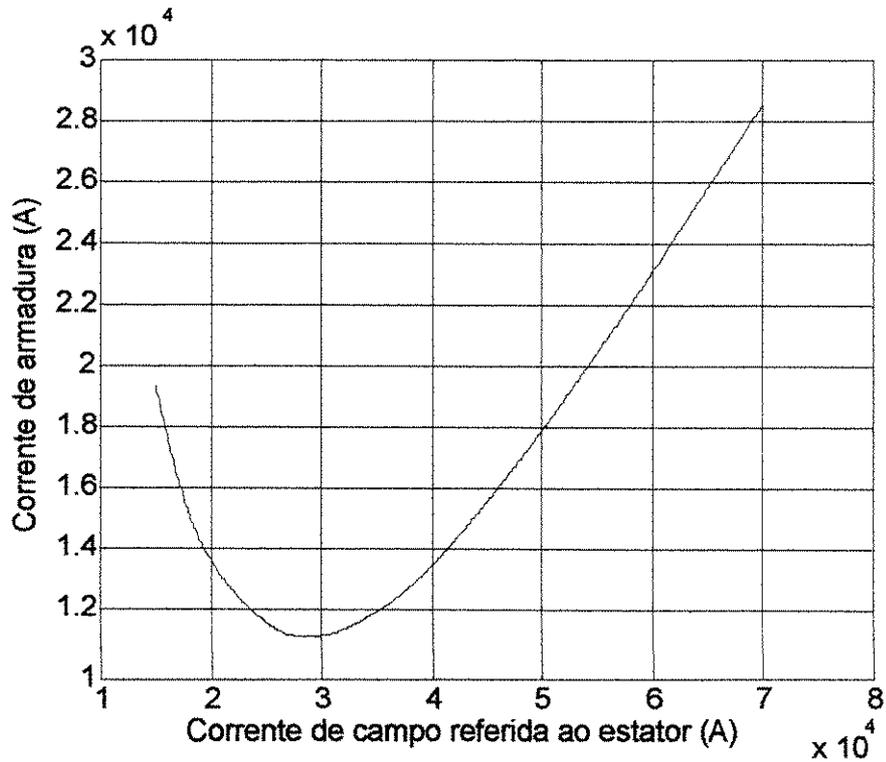


Figura 2.15 - Curva "V" da máquina síncrona para o modelo linear quanto à saturação porém com reatância de magnetização não saturada.

CAPÍTULO 3

Modelamento estático da máquina síncrona

3.1 – Introdução

Como caso particular do modelo dinâmico da máquina síncrona apresentado no capítulo 2, apresenta-se neste capítulo um modelo estático da máquina síncrona para estudo de seu comportamento em regime permanente.

3.2 - Equações de tensões em regime permanente

Com o sistema de referência no rotor, a máquina é alimentada por tensões alternadas senoidais balanceadas de velocidade angular ω_e . Em regime permanente, com $\omega_r = \omega_e$, os fluxos concatenados de eixo d e de eixo q são constantes no tempo como se vê nas figuras 2.9 e 2.10 e não circulam correntes nos enrolamentos amortecedores. Dessa maneira, nessa situação, pode-se fazer nas equações (2.12), as seguintes simplificações:

$$\begin{aligned} p\Psi_q &= p\Psi_d = p\Psi_{aq} = p\Psi_{ad} = p\Psi_c = 0 \\ i_{aq} &= i_{ad} = 0 \end{aligned}$$

Sendo assim as equações (2.12) podem ser escritas, em regime permanente senoidal como:

$$\begin{aligned} V_q &= -r_e I_q + \frac{\omega_e}{\omega_b} \Psi_d \\ V_d &= -r_e I_d - \frac{\omega_e}{\omega_b} \Psi_q \end{aligned} \tag{3.1}$$

$$\begin{aligned} V_c &= r_c I_c \\ \Psi_q &= -x_{le} I_q + x_{mq} (-I_q + I_{aq}) = -x_q I_q \\ \Psi_d &= -x_{le} I_d + x_{md} (-I_d + I_c + I_{aq}) = -x_d I_d + x_{md} I_c \end{aligned} \tag{3.2}$$

Substituindo-se (3.2) em (3.1), obtém-se:

$$\begin{aligned}
 V_q &= -r_e I_q - \frac{\omega_e}{\omega_b} x_d I_d + \frac{\omega_e}{\omega_b} x_{md} I_c \\
 V_d &= -r_e I_d + \frac{\omega_e}{\omega_b} x_q I_q \\
 V_c &= r_c I_c
 \end{aligned}
 \tag{3.3}$$

É bom sempre lembrar que todas as variáveis de (3.3) estão referidas a um sistema de referência qdo no rotor, portanto girando em regime permanente com velocidade angular $\omega_r = \omega_e$. Dessa forma as tensões V_q e V_d podem ser obtidas de (2.41) como:

$$\begin{aligned}
 V_q &= \sqrt{2} V_e \cos \delta \\
 V_d &= \sqrt{2} V_e \sin \delta
 \end{aligned}
 \tag{3.4}$$

Pode-se também escrever:

$$\begin{aligned}
 V_q &= R_{eal}(\sqrt{2} V_a e^{j\delta}) \\
 V_d &= I_{mag}(\sqrt{2} V_a e^{j\delta})
 \end{aligned}$$

Sendo $V_a = V_e$ o valor eficaz da tensão na fase a do estator.

$$\begin{aligned}
 \sqrt{2} V_a e^{-j\delta} &= R_{eal}[\sqrt{2} V_a e^{j\delta}] - j I_{mag}[\sqrt{2} V_a e^{j\delta}] \\
 &= V_q - j V_d
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

Define-se \dot{V}_a como o fasor que representa a tensão na fase a. Este fasor está alinhado com o eixo de referência para medição de ângulos (figura 2.3) e a figura 3.1 pode ser desenhada mostrando a posição dos eixos q e d utilizando-se as equações 3.4.

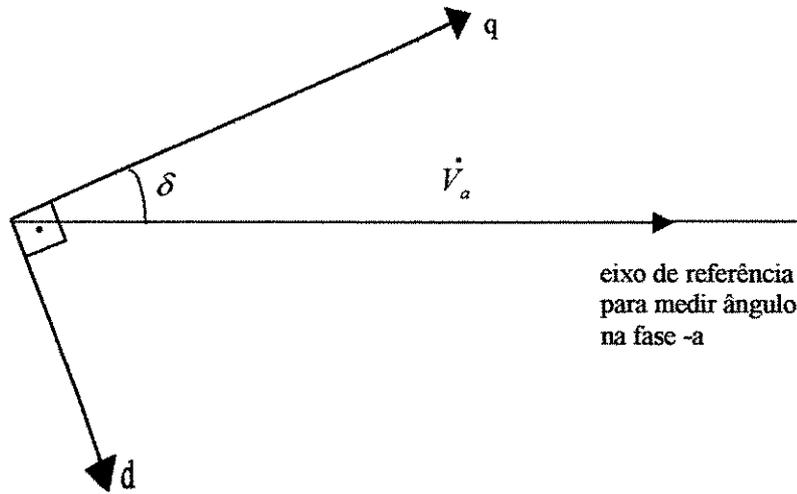


Figura 3.1 - Posicionamento dos eixos q e d.

Substituindo (3.3) em (3.5) e fazendo $\omega_b = \omega_e$ tem-se:

$$\sqrt{2} V_a e^{-j\delta} = -r_e I_q - x_d I_d + x_{md} I_c + j(r_e I_d - x_q I_q) \quad (3.6)$$

Somando e subtraindo $x_q I_d$ a (3.6) e utilizando a expressão (2.5) escrita para a corrente de armadura \dot{I}_a , como se pode ver em (3.7), obtém-se a equação (3.8) que expressa a tensão de armadura \dot{V}_a do gerador síncrono em função das componentes de eixo direto e em quadratura das correntes de armadura e da corrente de campo.

$$\sqrt{2} \dot{I}_a e^{-j\delta} = I_q - jI_d \quad (3.7)$$

Expandindo (3.6) e reordenando os termos, tem-se:

$$\begin{aligned} \sqrt{2} V_a e^{-j\delta} &= -r_e I_q - x_d I_d + x_{md} I_c + j(r_e I_d - x_q I_q) + (x_q I_d - x_d I_d) \\ \sqrt{2} V_a e^{-j\delta} &= -r_e (I_q - jI_d) + (-jx_q)(I_q - jI_d) + x_{md} I_c + (x_q I_d - x_d I_d) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Substituindo a equação (3.7) em (3.8), tem-se :

$$\sqrt{2}V_a e^{-j\delta} = -(r_e + jx_q)\sqrt{2}\dot{I}_a e^{-j\delta} + [-(x_d - x_q)\dot{I}_d + x_{md}I_c]$$

Dididindo -se por $\sqrt{2}e^{-j\delta}$, tem-se:

$$\dot{V}_a = -(r_e + jx_q)\dot{I}_a + \frac{1}{\sqrt{2}}[-(x_d - x_q)\dot{I}_d + x_{md}I_c]e^{j\delta}$$

O segundo termo da expressão (3.9), frequentemente denominado de tensão de excitação pode ser escrito como:

$$\dot{E}_a = \frac{1}{\sqrt{2}}[-(x_d - x_q)\dot{I}_d + x_{md}I_c]e^{j\delta} \quad (3.10)$$

Dessa forma pode-se escrever para um gerador síncrono:

$$\dot{V}_a = -(r_e + jx_q)\dot{I}_a + \dot{E}_a \quad (3.11)$$

A tensão de excitação \dot{E}_a têm ângulo δ e, portanto, está alinhada com o eixo q de forma que se \dot{E}_a for calculada, a partir de (3.11), o eixo q fica definido quanto à posição angular em relação ao eixo de referência para medição de ângulo, conforme a figura 3.2.

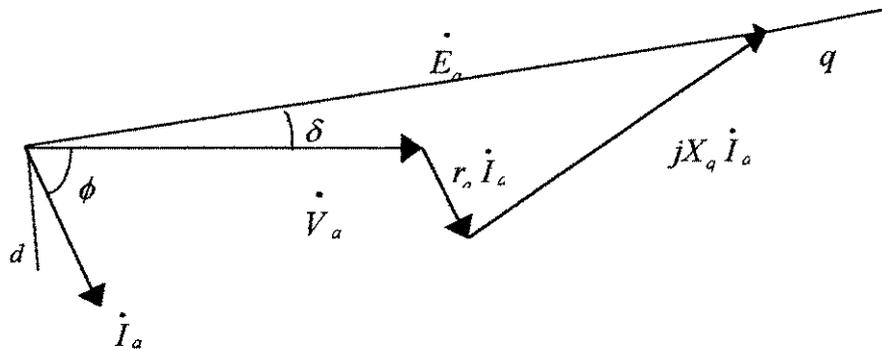


Figura 3.2 - Determinação gráfica da tensão de excitação \dot{E}_a e da posição do eixo (q) a partir do conhecimento de r_e, x_q, I_a, ϕ e V_a .

A equação (2.16) mostra que:

$$e_c = v_c \frac{x_{md}}{r_c} = x_{md}i_c$$

Para a operação em regime permanente pode-se escrever:

$$E_c = x_{md} I_c \quad (3.12)$$

De (3.9) pode-se escrever:

$$\dot{E}_a = \dot{V}_a + (r_e + jx_q) \dot{I}_a = E_d e^{j\delta} \quad (3.13)$$

De (3.10) pode-se escrever:

$$\dot{E}_a = \frac{1}{\sqrt{2}} [(x_q - x_d) I_d + E_c] e^{j\delta} \quad (3.14)$$

E portanto:

$$E_c = \sqrt{2} E_a + (x_d - x_q) I_d \quad (3.15)$$

$$I_c = \frac{E_c}{x_{md}} \quad (3.16)$$

O diagrama fasorial do gerador pode ser desenhado como visto na figura 3.3.

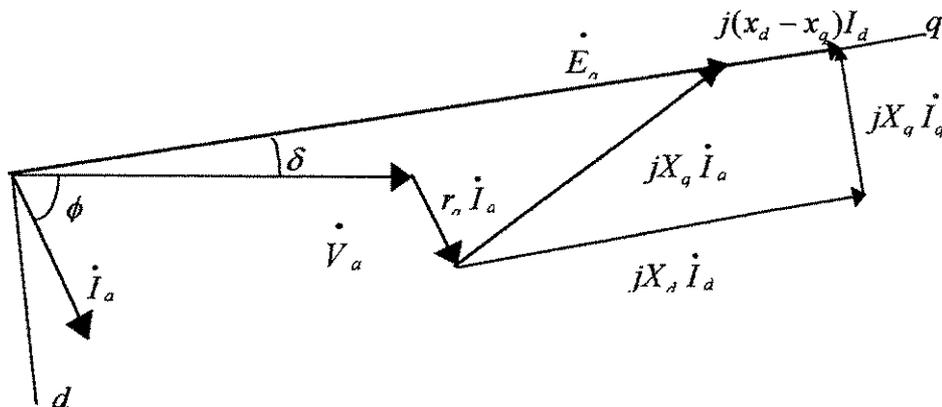


Figura 3.3 - Diagrama fasorial para um gerador síncrono de pólos salientes.

$$I_q = \sqrt{2} I_a \cos(\phi + \delta) \quad (3.17)$$

$$I_d = \sqrt{2} I_a \sin(\phi + \delta)$$

3.3 - Determinação do ponto de operação da máquina síncrona em regime permanente

O cálculo a seguir utiliza os dados do hidrogenador apresentados no texto do Apêndice. Obtém-se a corrente de campo necessária para excitar o hidrogenador na tensão nominal em carga e velocidade nominal. Em regime permanente o gerador opera com carga de fator de potência 0.9 indutivo, conforme já visto já visto no item 2.6. Desse modo tem-se:

$$|\dot{V}_a| = \frac{16 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} = 9,2376 \text{ kV}$$

$$|\dot{I}_a| = \frac{S}{3|\dot{V}_a|} = 12,449 \text{ kA}$$

$$\dot{E}_a = \dot{V}_a + (r_e + jx_q)\dot{I}_a = 12,895 e^{j23,88^\circ} \text{ kV}$$

Portanto $\delta = 23,88^\circ$, logo:

$$I_d = \sqrt{2} I_a \sin(\phi + \delta) = 13,432 \text{ kA}$$

$$E_c = \sqrt{2} \left| \dot{E}_a \right| + (x_d - x_q) I_d = 21,222 \text{ kV}$$

$$I_c = \frac{E_c}{x_{md}} = 36,927 \text{ kA}$$

Para que o gerador síncrono do exemplo opere, gerando potência ativa nominal para uma carga de 345 MVA, $fp = 0,90$ indutivo, $I_a = 12,449 \text{ kA}$, é necessário que ele seja excitado com uma corrente de campo de 36,927 kA, vista pelo estator, considerando-se que $x_{md} = 0,5747 \Omega$ e $x_{mq} = 0,3524 \Omega$.

3.4 - Determinação da corrente de campo em vazio para tensão nominal da máquina

Neste caso $\dot{I}_a = 0$, então de acordo com (3.13), tem-se:

$$\dot{E}_a = \dot{V}_a .$$

Ou seja:

$$E_a = \frac{V_l}{\sqrt{3}} = \frac{16 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} = 9,2376 \text{ kV}$$

$$E_c = \sqrt{2} E_a = 13,0639 \text{ kV}$$

$$I_c = \frac{E_c}{x_{md}} = 22,732 \text{ kA}$$

Esta corrente de campo será considerada a corrente de base de campo daqui para frente.

A tensão de base de armadura correspondente, será a tensão de pico por fase:

$$V_{ba} = \sqrt{2} \frac{16 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} = 13,0639 \text{ kV}$$

E a corrente de base de armadura vista pelo lado do estator será:

$$I_{ba} = \frac{345 \cdot 10^6}{\sqrt{3} (16 \cdot 10^3)} = 12,449 \text{ kA}$$

CAPÍTULO 4

Saturação magnética em máquinas síncronas

4.1 – Introdução

Entre os diversos fatores que podem influir nas características de operação de uma máquina síncrona está o efeito de saturação do circuito magnético. Os circuitos magnéticos das máquinas síncronas industriais são consideravelmente saturados por questões econômicas de tal modo que os parâmetros da máquina não são constantes mas dependem fortemente das condições de operação da mesma. Desta forma, é necessário utilizar sistemas de excitação com capacidades maiores em máquinas síncronas saturadas do que em máquinas síncronas não – saturadas pois, para se ter o campo magnético adequado para que a máquina opere na tensão de armadura nominal, potência ativa nominal, fator de potência nominal e corrente de armadura nominal necessita-se de correntes de campo maiores. Conseqüentemente, modelos matemáticos mais precisos para representar efeitos da saturação são essenciais para previsão do comportamento em regime permanente e também para adequada escolha do sistema de excitação.

Nesse capítulo, o efeito da saturação magnética é introduzido no modelo matemático da máquina síncrona utilizando reatâncias saturadas de magnetização de eixo direto (x_{md}) e de eixo em quadratura (x_{mq}). Utiliza-se, nesses casos, para simulação, o mesmo modelo linear quanto à saturação magnética da máquina, desenvolvido no Capítulo II, porém com as reatâncias saturadas de magnetização definidas neste capítulo em lugar das reatâncias não - saturadas de magnetização utilizadas no Capítulo 2.

4.2 - Fluxos de magnetização e curvas de magnetização de eixos direto e em quadratura.

As expressões (2.9) mostram os fluxos concatenados com cada enrolamento da máquina enquanto (2.13) mostram as mesmas expressões anteriores em unidades de fluxo por segundo

ou volts. Os fluxos concatenados com cada enrolamento são constituídos de duas partes: a primeira é um fluxo de dispersão, enquanto a segunda é um fluxo de magnetização. O fluxo de dispersão para máquinas síncronas operando como gerador está associado às linhas de força que não percorrem todo o circuito magnético da máquina, ficando circunscritas a uma parte do enrolamento, fechando-se pelo ar. A maioria dos trabalhos publicados sobre saturação magnética de máquinas síncronas supõe que não haja saturação no fluxo de dispersão e os poucos trabalhos que consideram a saturação nesse fluxo não chegaram a resultados consideráveis [33]. Dessa maneira, o fluxo de dispersão apresenta variação linear com a corrente elétrica no enrolamento considerado. A constante de proporcionalidade entre fluxo no enrolamento de ordem (j) e a corrente é a indutância de dispersão (L_{ij}), enquanto a constante de proporcionalidade entre o fluxo por segundo e a corrente é a reatância de dispersão (x_{ij}) do enrolamento (j).

$$\lambda_j = L_{ij} i_j \quad (4.1)$$

$$\psi_j = x_{ij} i_j \quad (4.2)$$

Os fluxos de magnetização de eixo direto (λ_{md}) e de eixo em quadratura (λ_{mq}), bem como os fluxos por segundo de eixo direto (ψ_{md}) e de eixo em quadratura (ψ_{mq}) são funções das correntes de magnetização de eixo direto (i_{md}) e de eixo em quadratura (i_{mq}), respectivamente. Essas funções, expressas por (2.10) e (2.14), representam as curvas de magnetização de eixo direto e de eixo em quadratura da máquina.

As correntes de magnetização de eixo direto e de eixo em quadratura são dadas pela soma das correntes de eixo d e q respectivamente de cada enrolamento como se vê nas expressões dadas em (2.11).

As curvas características de magnetização da máquina utilizada como exemplo neste trabalho são vistas na figura 4.1 e comentadas no Apêndice. Suas expressões contém um termo em tangente hiperbólica e outro termo linear.

Há outra opção de implementação dessas funções de saturação, tais como polinômios, mas a apresentação em tangente hiperbólica permite uma melhor aproximação do fluxo em

todo o domínio da corrente de magnetização. Além disso, é uma função contínua e diferenciável.

As curvas da figura 4.1 mostram uma parte linear, ao longo das retas de entreferro d e q e uma parte não linear que apresenta um caráter de saturação, ou seja, à medida que a corrente de magnetização aumenta consideravelmente a tensão (fluxo/tempo) dada em [Wb/s] aumenta pouco.

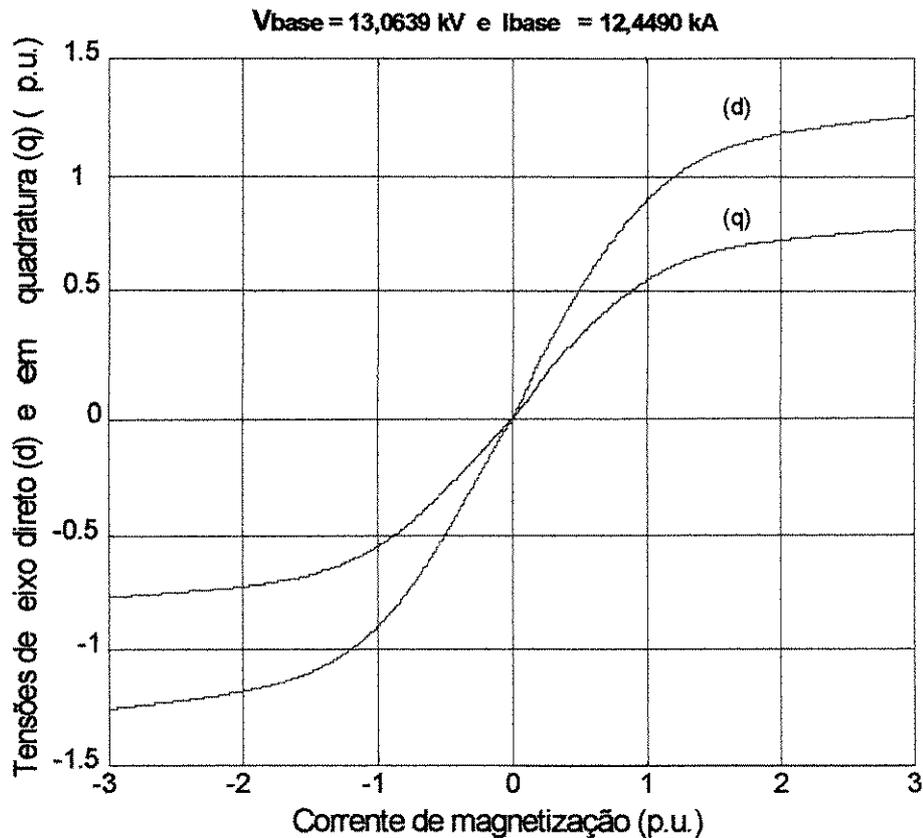


Figura 4.1 - Curvas de magnetização de eixos d e q da máquina síncrona trifásica.

Para as partes lineares é possível escrever:

$$\psi_{md} = x_{md} i_{md} \tag{4.3}$$

$$\psi_{mq} = x_{mq} i_{mq} \tag{4.4}$$

onde x_{md} e x_{mq} são as reatâncias não saturadas de magnetização de eixos direto e quadratura. As curvas de magnetização podem ser descritas por expressões como em (4.5)

$$\psi_{md} = \psi'_{md}(i_{md}) \quad (4.5)$$

$$\psi_{mq} = \psi'_{mq}(i_{mq})$$

No caso da máquina exemplo (Apêndice) essas funções são dadas em (p.u.) por:

$$\psi_{md} = c_d [\operatorname{tgh}(\alpha_d i_{md}^2 S_{\operatorname{ign}}(i_{md})) + b_d i_{md}] + k_d i_{md} \quad (4.6)$$

$$\psi_{mq} = c_q [\operatorname{tgh}(\alpha_q i_{mq}^2 S_{\operatorname{ign}}(i_{mq})) + b_q i_{mq}] + k_q i_{mq} \quad (4.7)$$

4.3 - Obtenção das curvas de magnetização de eixo direto e em quadratura

As curvas de magnetização de eixo direto e de eixo em quadratura podem ser obtidas através de procedimentos especificados em normas técnicas, como mostrado em [32] e [33] e são curvas características de circuito aberto de eixo direto e de quadratura, respectivamente.

A curva de magnetização de eixo direto $\psi_{md} = \psi'_{md}(i_{md})$ é uma curva de tensão terminal de armadura em circuito aberto, quando a máquina opera na velocidade síncrona, como gerador, em função da corrente de campo. Nessa situação de velocidade síncrona, como o gerador está sem carga, as correntes de estator de eixo d e q são nulas bem como as correntes nos enrolamentos amortecedores.

Dessa maneira as correntes de magnetização de eixo direto e de eixo em quadratura, conforme (2.1), ficam:

$$\begin{aligned} i_{md} &= i_c \\ i_{mq} &= 0 \end{aligned} \quad (4.8)$$

Nessa situação, só há fluxo magnético de eixo direto e, portanto, a tensão terminal da máquina fica alinhada com o eixo q e é igual à força eletromotriz de indução E_c , como visto no Capítulo I2. A curva de magnetização de eixo em quadratura $\psi_{mq} = \psi'_{mq}(i_{mq})$ é obtida

fazendo-se que só haja fluxo magnético de eixo de quadratura e portanto a tensão terminal da máquina fique alinhada com o eixo direto.

Para obter a curva de magnetização de eixo em quadratura é necessário realizar o ensaio de excitação negativa ou “maximum lagging current method”, como mostrado em [32] e [33].

Neste ensaio, opera-se a máquina em vazio em paralelo com a rede elétrica através de um transformador com variação de “taps”. Reduz-se progressivamente a corrente de excitação a zero, a partir de seu valor nominal, inverte-se a polaridade e aumenta-se o seu valor até a máquina, saindo de sincronismo com a rede, atingir um escorregamento de um passo polar, ou seja, até que a máquina pule um pólo.

A corrente do enrolamento de armadura, quando a máquina está no seu limite de estabilidade, ou seja, no instante em que ela pula um pólo, será a componente q dessa corrente, enquanto a componente d será nula. A aproximação será tão melhor quanto mais próximo do ponto de instabilidade for possível medir.

Nesse ponto, desprezando-se a resistência do enrolamento do estator, pode-se escrever:

$$V = E_i + x_l I \quad (4.9)$$

Onde E_i é a tensão interna (força eletromotriz) da máquina por fase, que representa o fluxo no entreferro no limite de estabilidade, V é a tensão terminal por fase aplicada à máquina, I é corrente do enrolamento de estator e x_l é a reatância de dispersão do enrolamento de estator. Com isso, pode-se traçar a curva $E_i = f(I)$ que é a curva de magnetização de eixo em quadratura. De posse das curvas de magnetização correspondentes aos eixos direto e em quadratura, pode-se obter as funções analíticas, de acordo com as expressões em (4.6 e 4.7).

4.4 – Reatâncias de magnetização não saturadas e saturadas

Como já mencionado anteriormente, as reatâncias de magnetização não saturadas de eixo direto e de eixo em quadratura são os coeficientes angulares das retas de entreferro sobre as curvas de magnetização de eixo direto e em quadratura (x_{md} e x_{mq}). Dessa maneira, as reatâncias síncronas não saturadas de eixo direto e de eixo em quadratura são dadas por:

$$x_d = x_{ls} + x_{md}$$

$$x_q = x_{ls} + x_{mq}$$

4.5 – Efeito da saturação magnética sobre o ponto de operação de uma máquina síncrona

Normalmente os fabricantes de geradores apresentam nas listas de dados das máquinas valores para x_d e x_q não saturadas e saturadas. Os valores não saturados são calculados pela inclinação das retas de entreferro das curvas de magnetização de eixos (d) e (q). O valor de x_d saturado é calculado em (p.u.), pelo inverso da relação de curto – circuito, a qual é calculada no projeto da máquina como:

$$R_{cc} = \frac{I_{cn}}{I_{cc}}$$

Onde I_{cn} é a corrente de campo para a tensão e frequência nominais do gerador sem carga (saturado) e I_{cc} é a corrente de campo correspondente à corrente de curto – circuito trifásico mantida na máquina igual à corrente nominal de armadura.

A reatância síncrona saturada de eixo (d) é dada por:

$$x_{ds} = \frac{1}{R_{cc}} \quad (\text{p.u.})$$

A reatância saturada de eixo (q) para máquinas grandes conforme [33] em geral é dada por:

$$x_{qs} \cong 0,95x_q$$

Define-se como fator de saturação os valores:

$$F_{sq} = \frac{x_{qs}}{x_q}$$

$$F_{sd} = \frac{x_{ds}}{x_d}$$

Os valores mais comuns de fatores de saturação para máquinas grandes, no porte do exemplo, são: $0,80 < F_{sd} < 0,90$. e $0,85 < F_{sq} < 0,95$.

4.6 – Simulações para a máquina síncrona considerando os fatores de saturação constantes

As simulações, figuras 4.2 a 4.13, foram feitas considerando-se o seguinte procedimento: determinou-se a corrente de campo necessária para que o hidrogerador do Apêndice operasse, em regime permanente, com carga nominal de 345 MVA, fator de potência 0,9 com carga indutiva, 16 kV (tensão de linha), e 12,449 kA de corrente de linha, obtendo-se o valor de $I_c = 40,312 \text{ kA}$ para a corrente de campo. As reatâncias de magnetização utilizadas foram $x_{md} = 0,5000 \Omega$ e $x_{mq} = 0,3312 \Omega$.

Nessa situação, usando-se o modelo matemático desenvolvido no Capítulo II, considerou-se a saturação magnética dos fluxos nos enrolamentos, por meio de fatores de saturação sobre as reatâncias de magnetização de eixo direto e em quadratura e simulou-se o comportamento da máquina durante a sua partida e tomada de carga (regime transitório) até que o regime permanente nas condições nominais fosse alcançado.

Simulou-se, em seguida, o comportamento transitório da máquina, quando, a partir das condições nominais de operação, ela é submetida a um aumento de carga de 15% com corrente de campo mantida em $I_c = 40,312 \text{ kA}$.

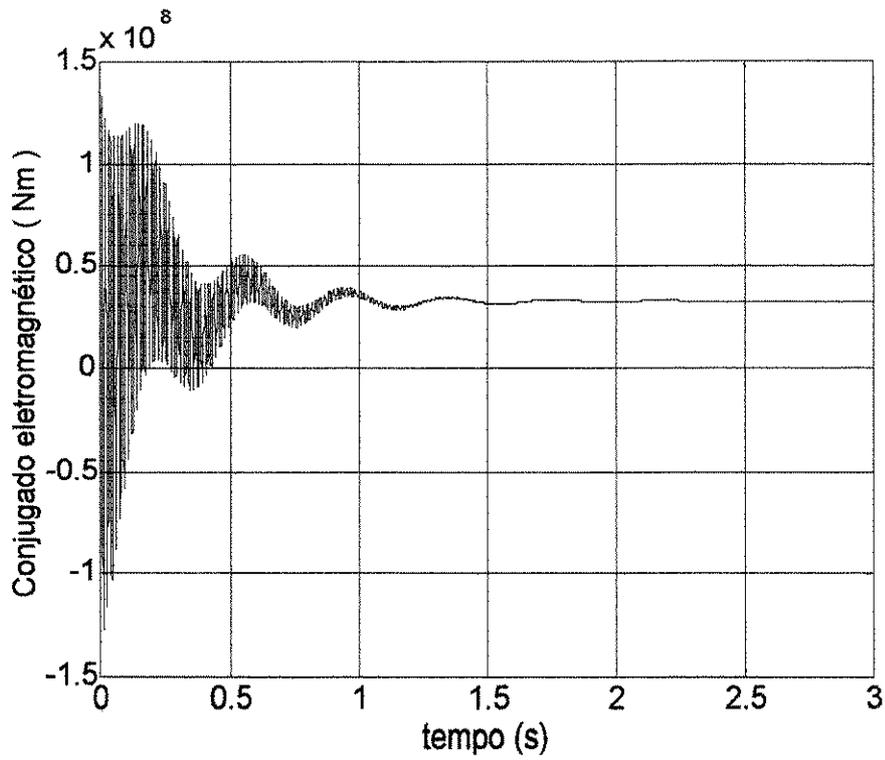


Figura 4.2 - Conjugado eletromagnético em função do tempo.

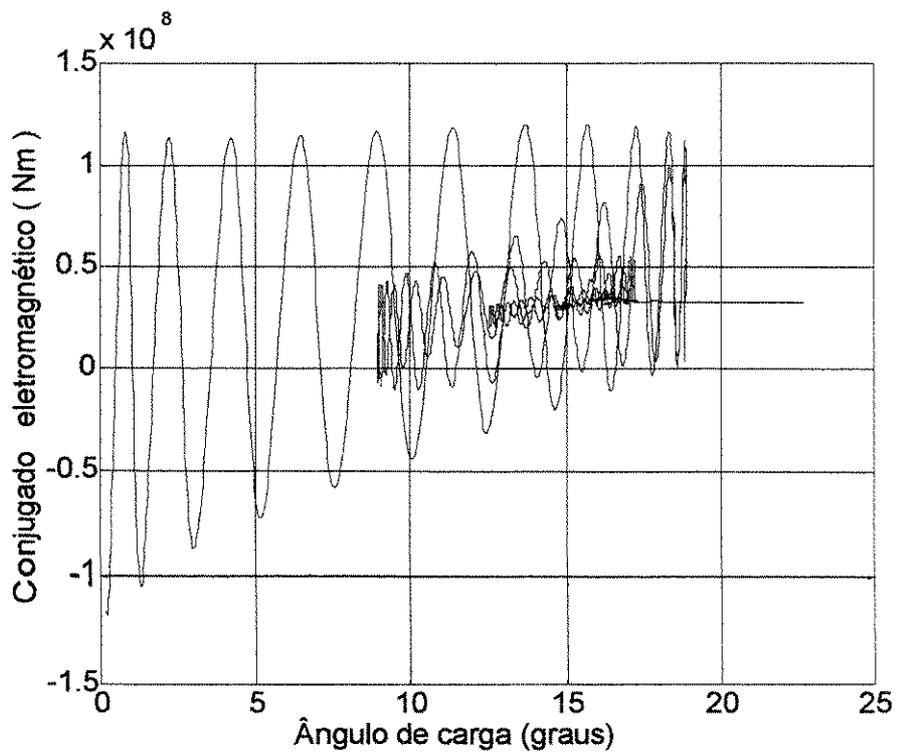


Figura 4.3 - Conjugado eletromagnético em função do ângulo de carga.

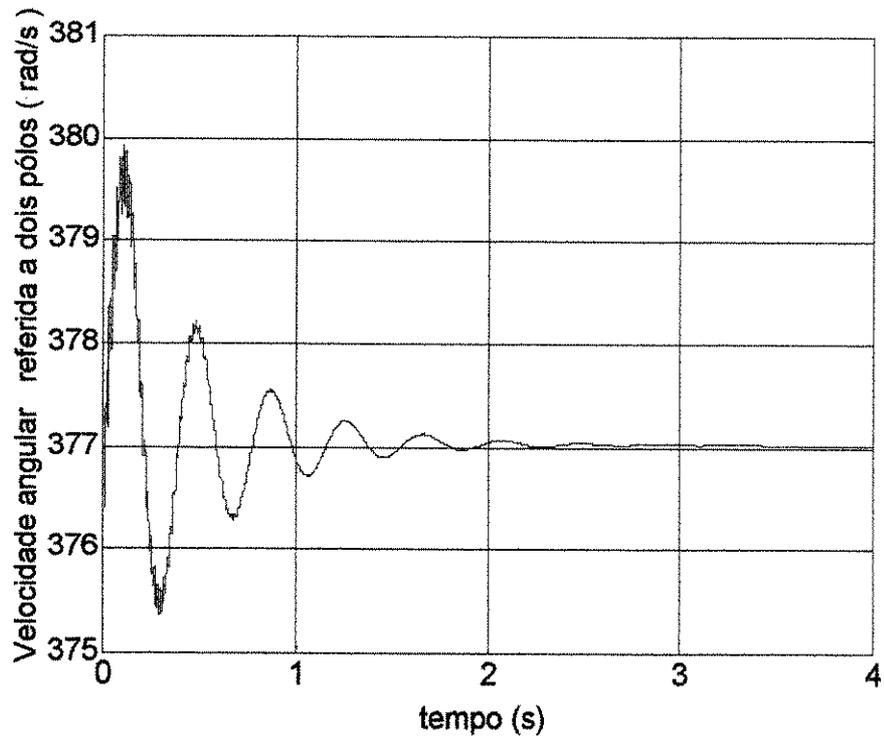


Figura 4.4 - Velocidade angular referida a dois pólos em função do tempo.

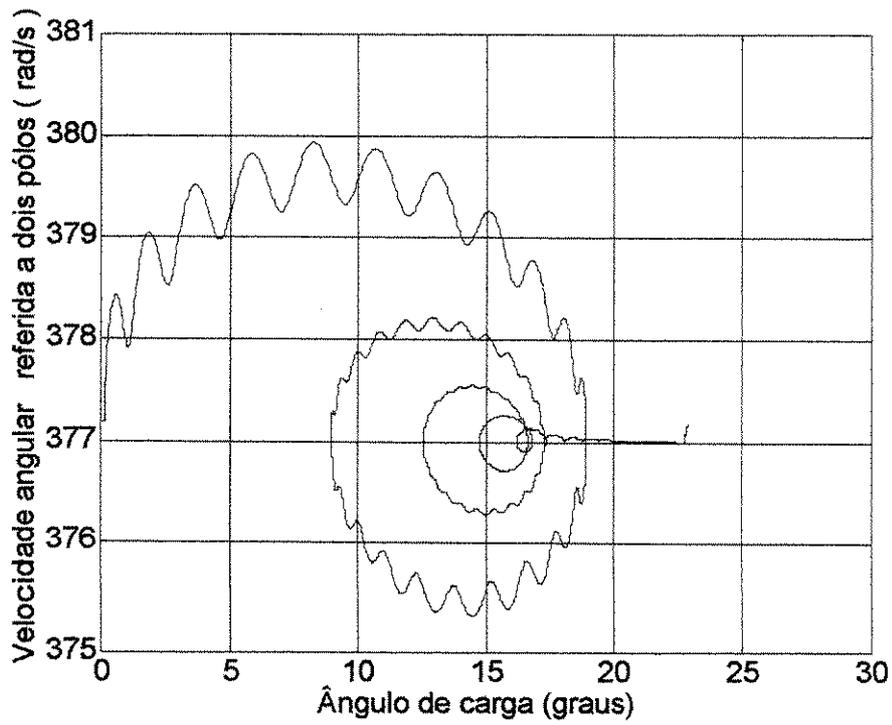


Figura 4.5 - Velocidade angular referida a dois pólos em função do ângulo de carga.

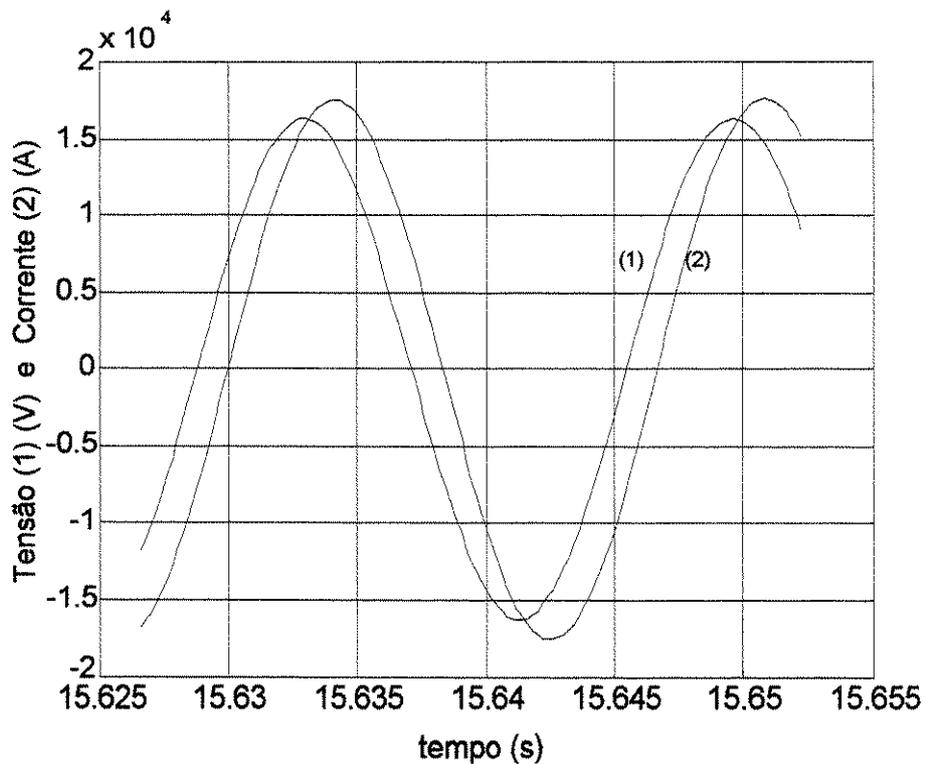


Figura 4.6 - Tensão na fase *a* (1) e corrente na fase *a* (2) da armadura em regime permanente.

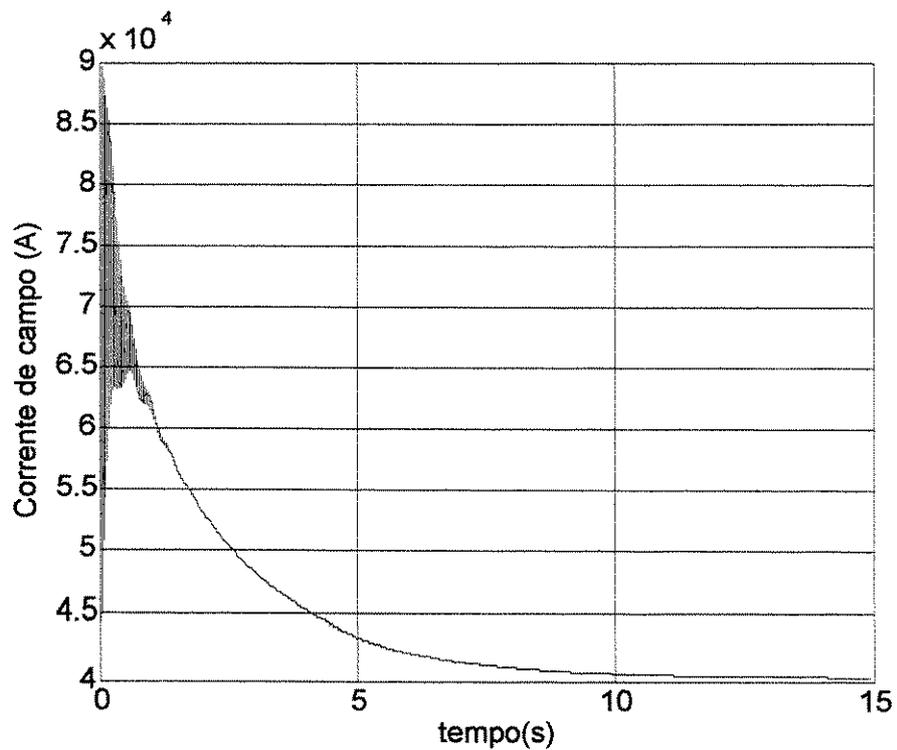


Figura 4.7 - Corrente de campo em função do tempo.

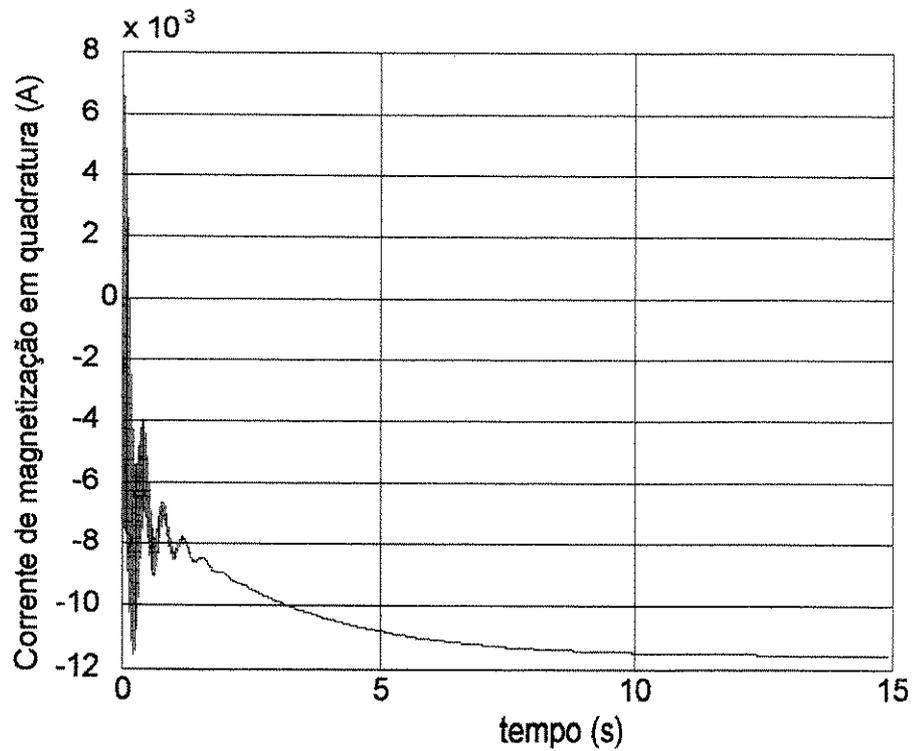


Figura 4.8 - Corrente de magnetização em quadratura em função do tempo.

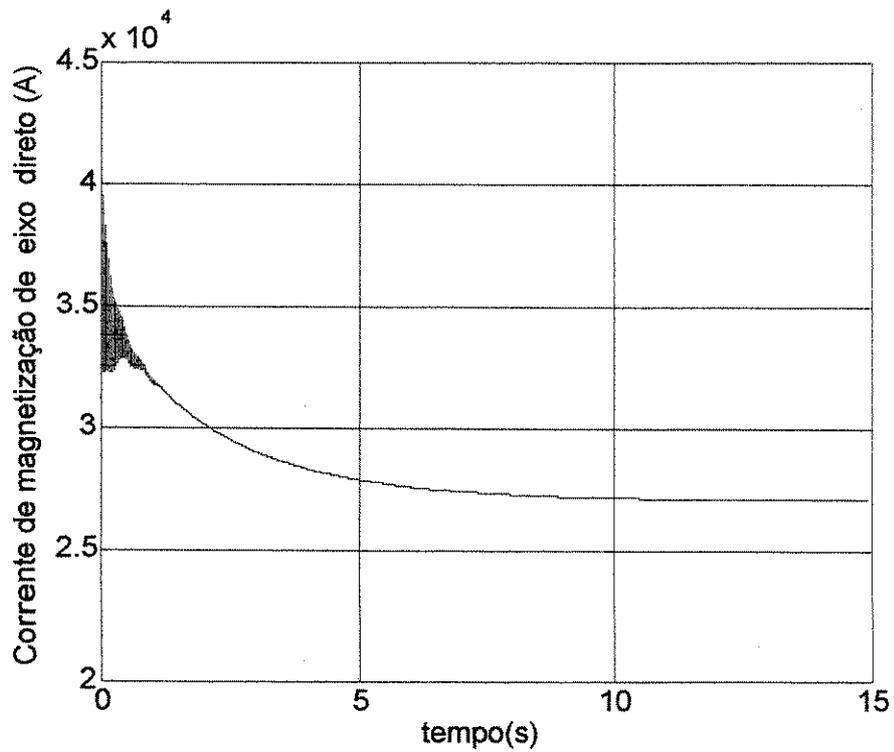


Figura 4.9 - Corrente de magnetização de eixo direto em função do tempo.

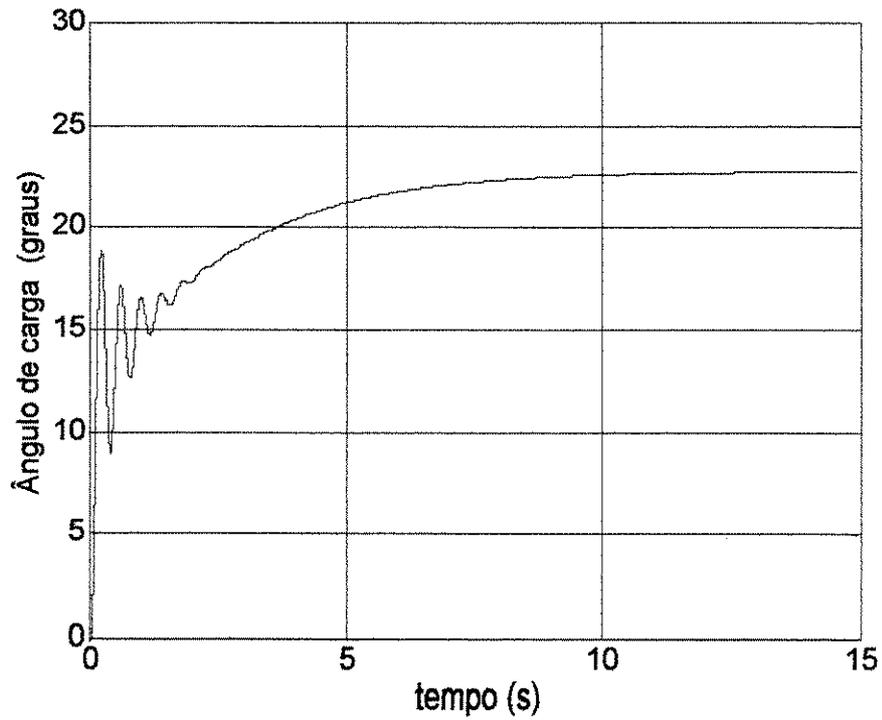


Figura 4.10 - Ângulo de carga em função do tempo.

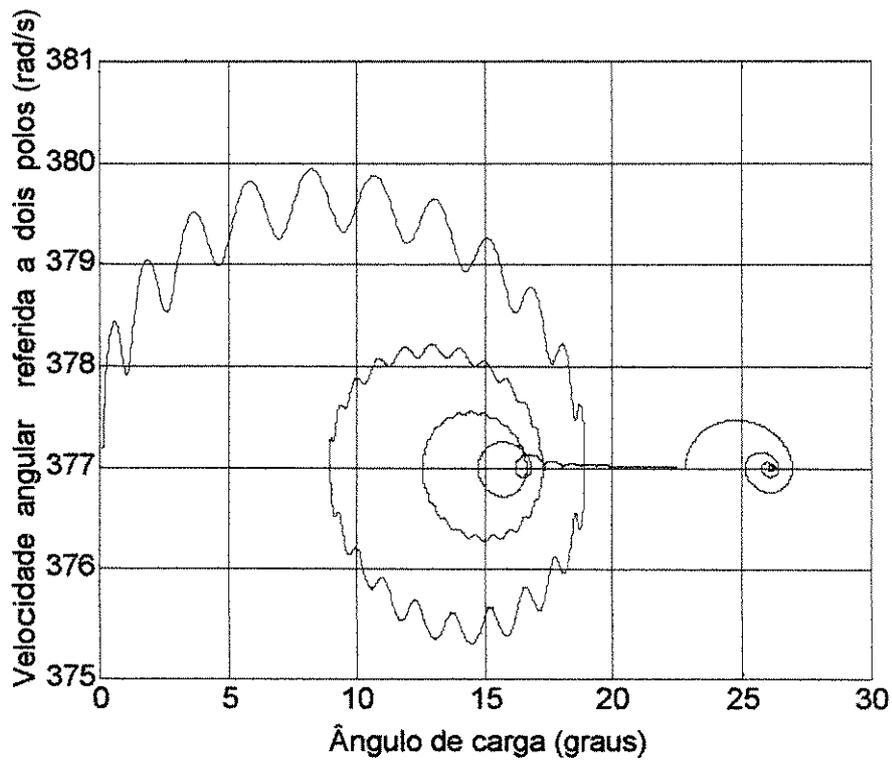


Figura 4.11 - Velocidade referida a dois polos em função do ângulo de carga com acréscimo de 15% de carga após estabilização em regime permanente.

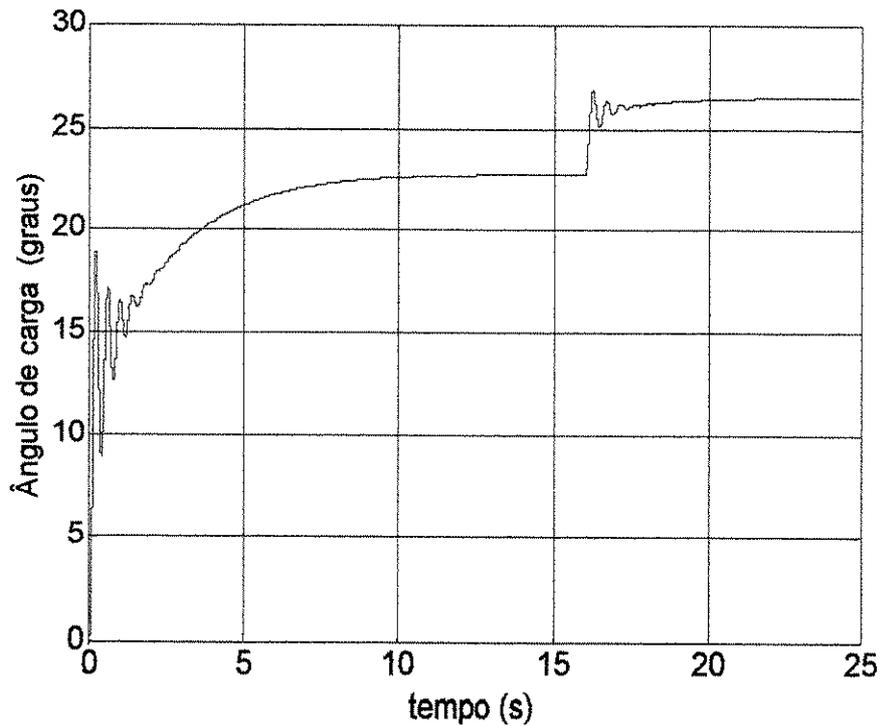


Figura 4.12 - Ângulo de carga em função do tempo com um acréscimo de carga de 15% após a estabilização em regime permanente.

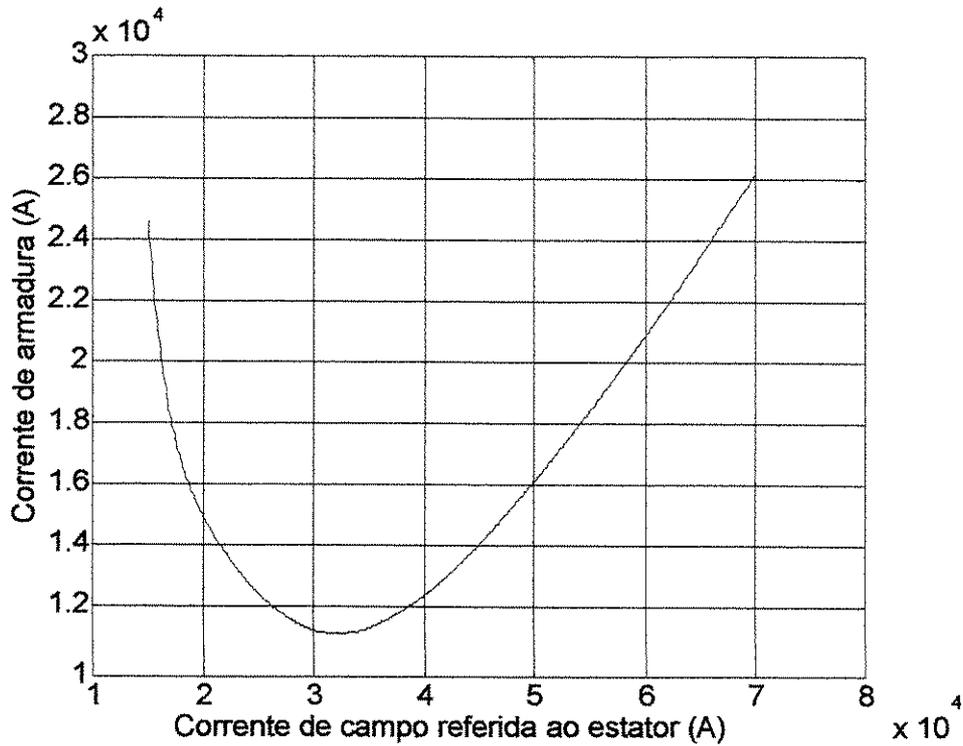


Figura 4.13 - Curva "V" da máquina síncrona para o modelo linear quanto à saturação porém com reatâncias de magnetização saturadas.

CAPÍTULO 5

Modelamento dinâmico da máquina síncrona com saturação magnética

5.1 - Introdução

O sistema de equações no Capítulo 4 considera fatores de saturação dados por funções lineares em relação às correntes de magnetização, mas na realidade essas funções não são lineares. Diversos autores tem proposto métodos de correção considerando a saturação magnética [15, 21] nos eixos direto e em quadratura. Alguns elaboram as equações em variáveis $qd0$ e reatâncias e outros diretamente com os fluxos magnéticos. Neste capítulo optou-se pela formação das equações dinâmicas da máquina considerando-se variáveis $qd0$ e o uso das curvas de magnetização de eixo direto e em quadratura para determinar o efeito de saturação, obtendo-se um conjunto de equações, que representa com maior precisão o comportamento da a máquina síncrona.

5.2 - Modelamento matemático dinâmico usando as curvas de magnetização

As equações (2.12) podem ser escritas, usando-se (2.13), na seguinte forma operacional:

$$\begin{aligned}\omega_b v_q &= -\omega_b r_e i_q + \omega_r (-x_{le} i_d + \psi_{md}) + p(-x_{le} i_q + \psi_{mq}) \\ \omega_b v_d &= -\omega_b r_e i_d - \omega_r (-x_{le} i_q + \psi_{mq}) + p(-x_{le} i_d + \psi_{md}) \\ \omega_b v_{aq} &= \omega_b r_{aq} i_{aq} + p(x_{laq} i_{aq} + \psi_{mq}) \\ \omega_b v_c &= \omega_b r_c i_c + p(x_{lc} i_c + \psi_{md}) \\ \omega_b v_{ad} &= \omega_b r_{ad} i_{ad} + p(x_{lad} i_{ad} + \psi_{md})\end{aligned}\tag{5.1}$$

Como neste trabalho serão tratados apenas casos de máquinas em operação elétrica balanceada, a equação de seqüência zero foi eliminada.

Uma vez que se conhecem as equações de tensões da máquina, é desejável colocá-las na forma de equações de estado:

$$p\mathbf{x} = f(\mathbf{x}, t) \quad (5.2)$$

onde o vetor \mathbf{x} é o vetor de estado, t é o tempo, e $p\mathbf{x}$ é o vetor de derivadas das variáveis de estado.

Esse formato das equações diferenciais é necessário para a solução numérica de softwares como o Matlab.

Reorganizando as equações, tem-se:

$$\begin{aligned} x_{le} p i_q &= -\omega_b v_q - \omega_b r_e i_q + \omega_r (-x_{le} i_d + \psi_{md}) + p \psi_{mq} \\ x_{le} p i_d &= -\omega_b v_d - \omega_b r_e i_d - \omega_r (-x_{le} i_q + \psi_{mq}) + p \psi_{md} \\ x_{laq} p i_{aq} &= +\omega_b v_{aq} - \omega_b r_{aq} i_{aq} - p \psi_{mq} \\ x_{lc} p i_c &= +\omega_b v_c - \omega_b r_c i_c - p \psi_{md} \\ x_{lad} p i_{ad} &= +\omega_b v_{ad} - \omega_b r_{ad} i_{ad} - p \psi_{md} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Desenvolvendo-se as derivadas $p\psi_{mq}$ e $p\psi_{md}$ e juntando-se as demais equações de (2.43) tem-se:

$$\begin{aligned} p i_q &= -\frac{\omega_b}{x_{le}} v_q - \frac{\omega_b r_e}{x_{le}} i_q - \omega_r i_d + \frac{\omega_r}{x_{le}} \psi_{md} + \frac{1}{x_{le}} \frac{d\psi_{mq}}{di_{mq}} \frac{di_{mq}}{dt} \\ p i_d &= -\frac{\omega_b}{x_{le}} v_d - \frac{\omega_b r_e}{x_{le}} i_d + \omega_r i_q - \frac{\omega_r}{x_{le}} \psi_{mq} + \frac{1}{x_{le}} \frac{d\psi_{md}}{di_{md}} \frac{di_{md}}{dt} \\ p i_{aq} &= \frac{+\omega_b}{x_{laq}} v_{aq} - \frac{\omega_b r_{aq}}{x_{laq}} i_{aq} - \frac{1}{x_{laq}} \frac{d\psi_{mq}}{di_{mq}} \frac{di_{mq}}{dt} \\ p i_c &= \frac{+\omega_b}{x_{lc}} v_c - \frac{\omega_b r_c}{x_{lc}} i_c - \frac{1}{x_{lc}} \frac{d\psi_{md}}{di_{md}} \frac{di_{md}}{dt} \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned}
pi_{ad} &= \frac{+\omega_b}{x_{lad}} v_{ad} - \frac{\omega_b r_{ad}}{x_{ad}} i_{aq} - \frac{1}{x_{lad}} \frac{d\psi_{md}}{di_{md}} \frac{di_{md}}{dt} \\
p\omega_r &= \frac{P}{2J} (C_a - C_e) \\
p\delta &= \omega_r - \omega_e \\
p\theta_r &= \omega_r \\
p\theta_e &= \omega_e \\
C_e &= \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{1}{\omega_e} (\psi_d i_q - \psi_q i_d)
\end{aligned} \tag{5.4}$$

Para as correntes de magnetização, tem-se:

$$\begin{aligned}
pi_{md} &= -pi_{ds} + pi_{ad} + pi_c \\
pi_{mq} &= -pi_{qs} + pi_{aq}
\end{aligned} \tag{5.5}$$

Utilizando-se as expressões analíticas para os fluxos magnetizantes dados por funções contínuas e diferenciáveis (curvas de magnetização de eixos d e q) pode-se escrever as seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
f_q &= \frac{1}{x_{le}} \frac{d\psi_{mq}}{di_{mq}} \\
f_d &= \frac{1}{x_{le}} \frac{d\psi_{md}}{di_{md}} \\
f_{aq} &= \frac{1}{x_{laq}} \frac{d\psi_{mq}}{di_{mq}}
\end{aligned} \tag{5.6}$$

$$f_c = \frac{1}{x_{lc}} \frac{d\psi_{md}}{di_{md}} \quad (5.6)$$

$$f_{ad} = \frac{1}{x_{lad}} \frac{d\psi_{md}}{di_{md}}$$

Finalmente o sistema na forma (5.4) pode ser escrito através das equações dadas em (5.7):

$$M \underline{p} \underline{i} = \omega_b A \underline{v}_{qdo} - \omega_b B \underline{i} + \omega_r \underline{\psi}_m \quad (5.7)$$

Onde:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-1}{x_{le}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{x_{le}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{x_{laq}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{x_{lc}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{x_{lad}} \end{bmatrix} e \quad B = \begin{bmatrix} \frac{r_e}{x_{le}} & \frac{\omega_r}{\omega_b} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\omega_r}{\omega_b} & \frac{r_e}{x_{le}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r_{aq}}{x_{laq}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{r_c}{x_{lc}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{r_{ad}}{x_{lad}} \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} (1+f_{qs}) & 0 & -f_{qs} & 0 & 0 \\ 0 & (1+f_{ds}) & 0 & -f_{ds} & -f_{ds} \\ -f_{aq} & 0 & (1+f_{aq}) & 0 & 0 \\ 0 & -f_c & 0 & (1+f_c) & f_c \\ 0 & -f_{ad} & 0 & f_{ad} & (1+f_{ad}) \end{bmatrix}$$

$$\underline{\psi}_m = \begin{bmatrix} \frac{\psi_{md}}{x_{le}} \\ -\frac{\psi_{mq}}{x_{le}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{v}_{qdo} = \begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ v_{aq} \\ v_c \\ v_{ad} \end{bmatrix} \quad \underline{i} = \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{aq} \\ i_c \\ i_{ad} \end{bmatrix}$$

5.3 – Expressão geral das equações diferenciais

Obtém-se, dessa forma, um sistema com coeficientes variáveis no tempo que pode ser escrito:

$$\begin{aligned}
 p\underline{i} &= M^{-1} [\omega_b A \underline{v}_{qdo} - \omega_b B \underline{i} + \omega_r \underline{\psi}_m] \\
 p\omega_r &= \frac{P}{2J} (C_a - C_e) \\
 p\delta &= \omega_r - \omega_e \\
 p\theta_r &= \omega_r \\
 p\theta_e &= \omega_e \\
 C_e &= \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{1}{\omega_e} (\psi_d i_q - \psi_q i_d)
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

5.4 – Equações dos fluxos de magnetização

Para representar matematicamente com precisão as funções $(\psi_{md} \times i_{md})$ e $(\psi_{mq} \times i_{mq})$ da figura 4.1, adotou-se as funções mostradas em (4.6) e (4.7) e no Apêndice.

Para as derivadas de (4.6) e (4.7) em relação às correntes de magnetização tem-se as expressões:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\psi_{md}}{di_{md}} &= c_d \{ [2a_d i_{md} s_{ign}(i_{md}) + b_d] \cdot \sec h^2 [(a_d i_{md}^2 s_{ign}(i_{md}) + b_d i_{md})] + k_d \} \\
 \frac{d\psi_{mq}}{di_{mq}} &= c_q \{ [2a_q i_{mq} s_{ign}(i_{mq}) + b_q] \cdot \sec h^2 [(a_q i_{mq}^2 s_{ign}(i_{mq}) + b_q i_{mq})] + k_q \}
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

A cada passo de integração das equações diferenciais, é necessário calcular essas derivadas e obter os respectivos fatores $(f_q, f_d, f_c, f_{ad}, f_{aq})$ conforme (5.6). Com isso, tem-se um conjunto completo de equações para simulação de uma máquina síncrona

considerando-se o efeito da saturação nos eixos direto e em quadratura. Esse conjunto é formado pelas equações (5.8) e (5.9).

5.5 - Simulação dinâmica de uma máquina síncrona considerando a saturação magnética

Utilizando-se o modelo matemático desenvolvido, que considera a saturação magnética dos fluxos de magnetização de eixo direto e em quadratura, portanto um modelo não linear quanto às características magnéticas, simulou-se o comportamento da máquina durante a sua partida e tomada de carga (regime transitório), até que o regime permanente nas condições nominais de carga fosse alcançado. Para a obtenção das condições nominais de carga de carga, ou seja, 345 MVA, fator de potência 0,90 indutivo, 16 kV (tensão de linha) e 12,449 kA de corrente de linha, foi necessário ajustar a corrente de campo para $I_c = 42,520 \text{ kA}$. Nessas condições, obteve-se as curvas das figuras 5.1 a 5.11 para o modelo com saturação nos eixos d e q, bem como a curva V para as mesmas condições do Capítulo 2 e 4. Simulou-se também o comportamento transitório da máquina, quando, a partir das condições nominais de operação em regime permanente, esta foi submetida a um aumento de carga de 15%, com a corrente de campo mantida em $I_c = 42,520 \text{ kA}$, como mostrado nas figuras 5.11 e 5.12.

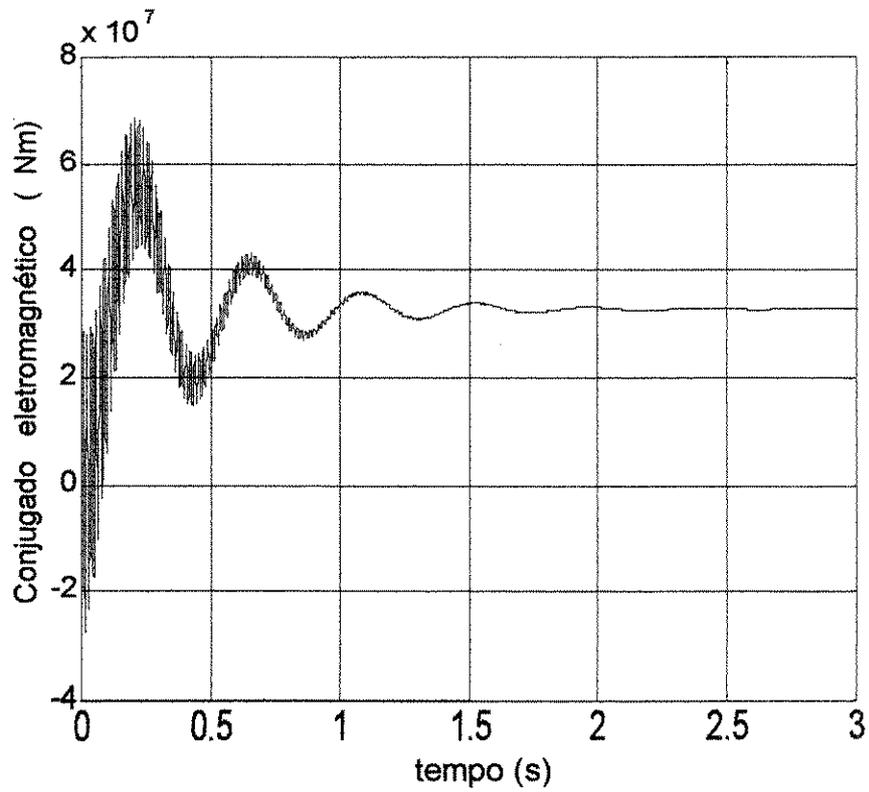


Figura 5.1 - Conjugado eletromagnético instantâneo em função do tempo.

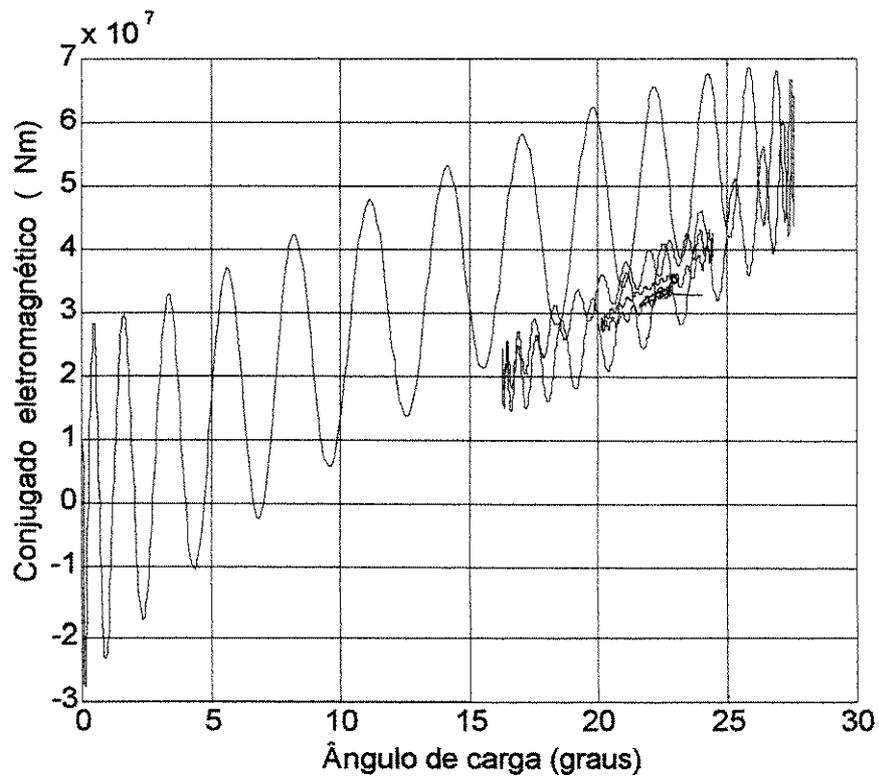


Figura 5.2 - Conjugado eletromagnético em função do ângulo de carga.

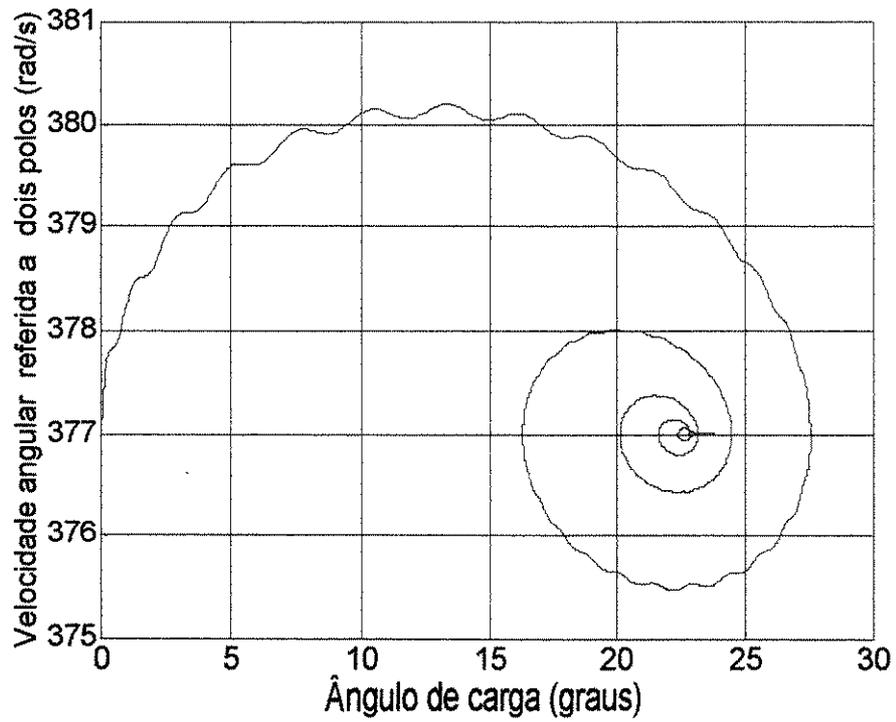


Figura 5.3 - Velocidade angular referida a dois pólos em função do ângulo de carga.

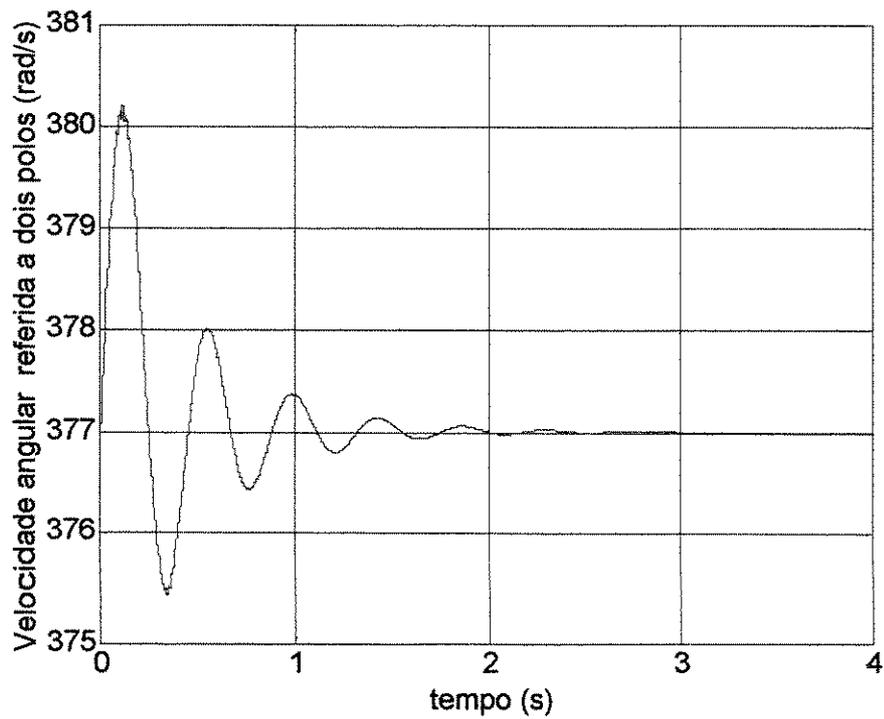


Figura 5.4 - Velocidade instantânea do rotor referida a dois pólos em função do tempo.

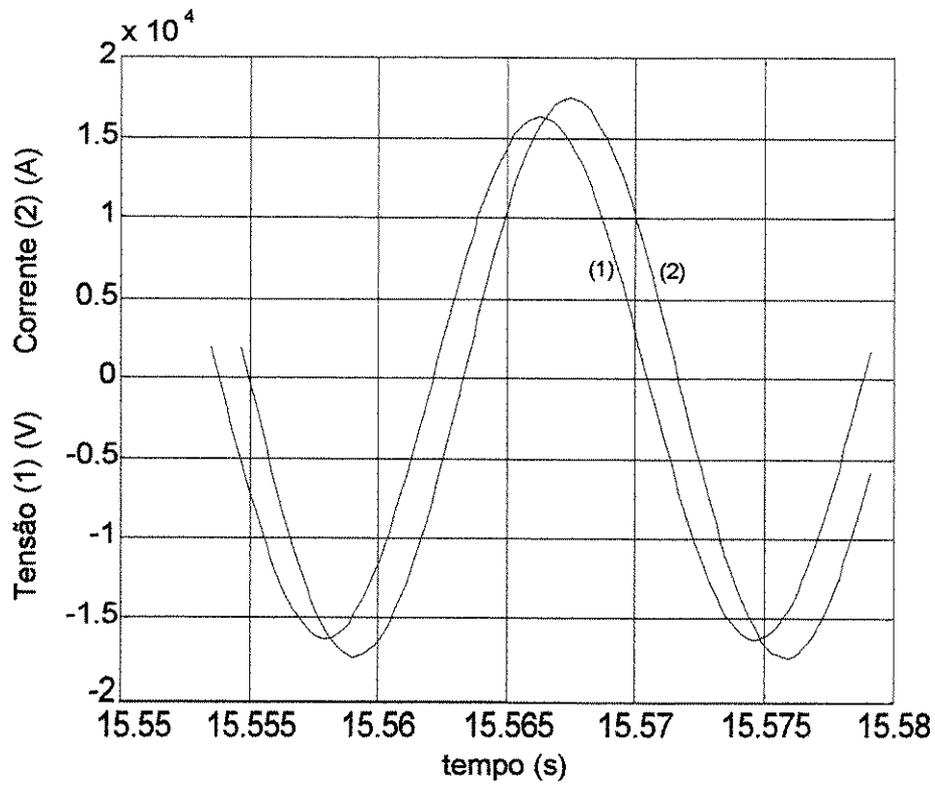


Figura 5.5 - Tensão da fase a , e corrente de fase a da armadura em regime permanente.

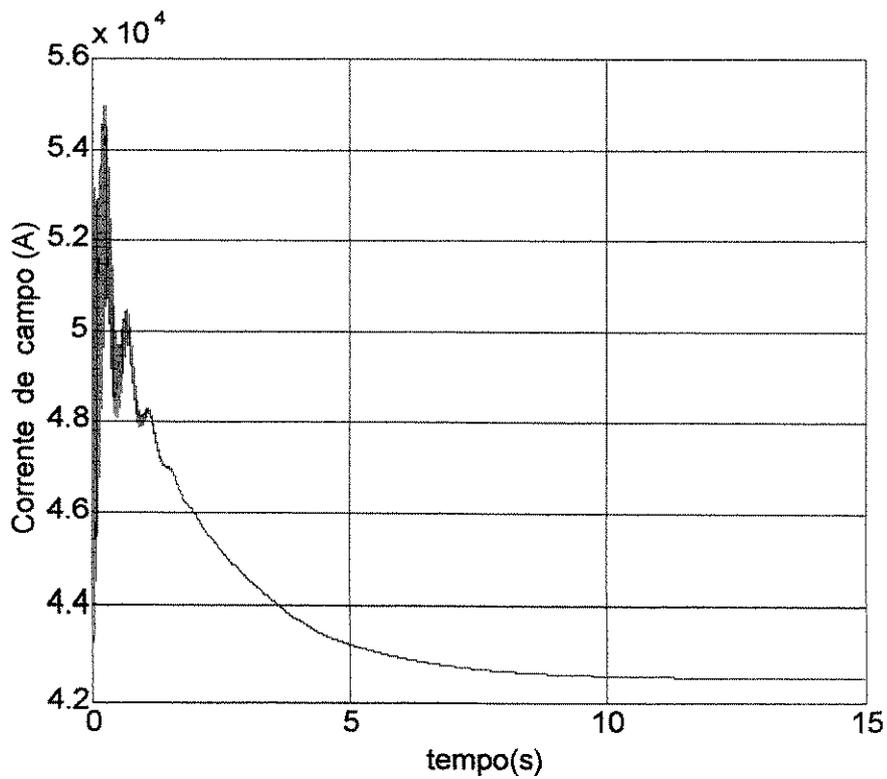


Figura 5.6 - Corrente de campo referida ao estator em função do tempo.

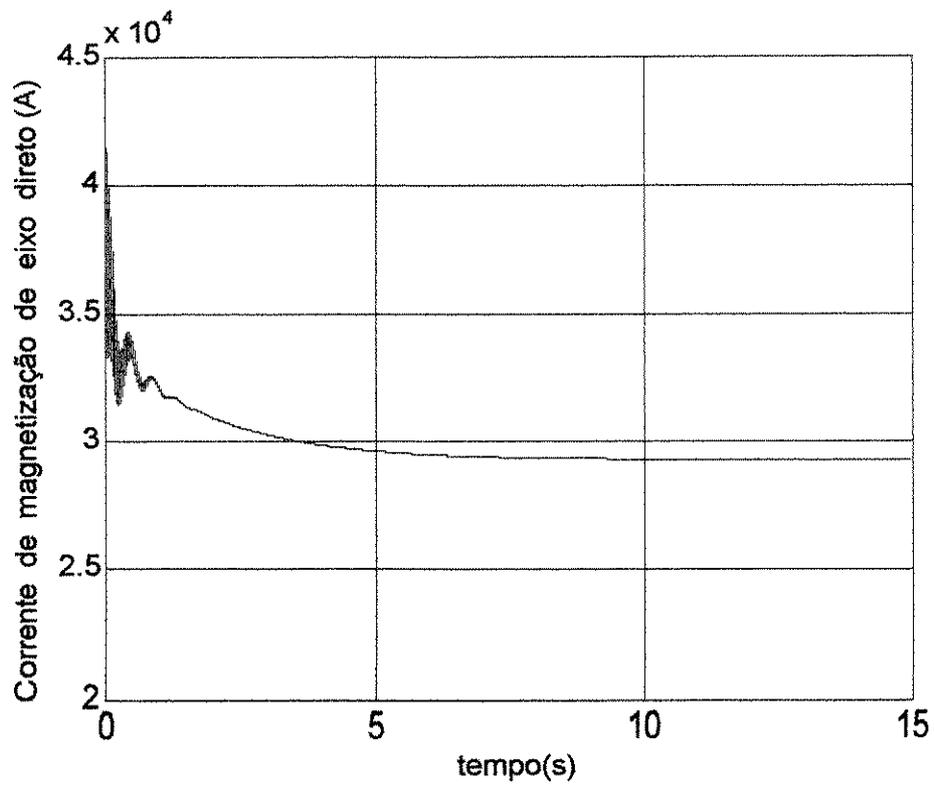


Figura 5.7 - Corrente de magnetização de eixo direto instantânea em função do tempo.

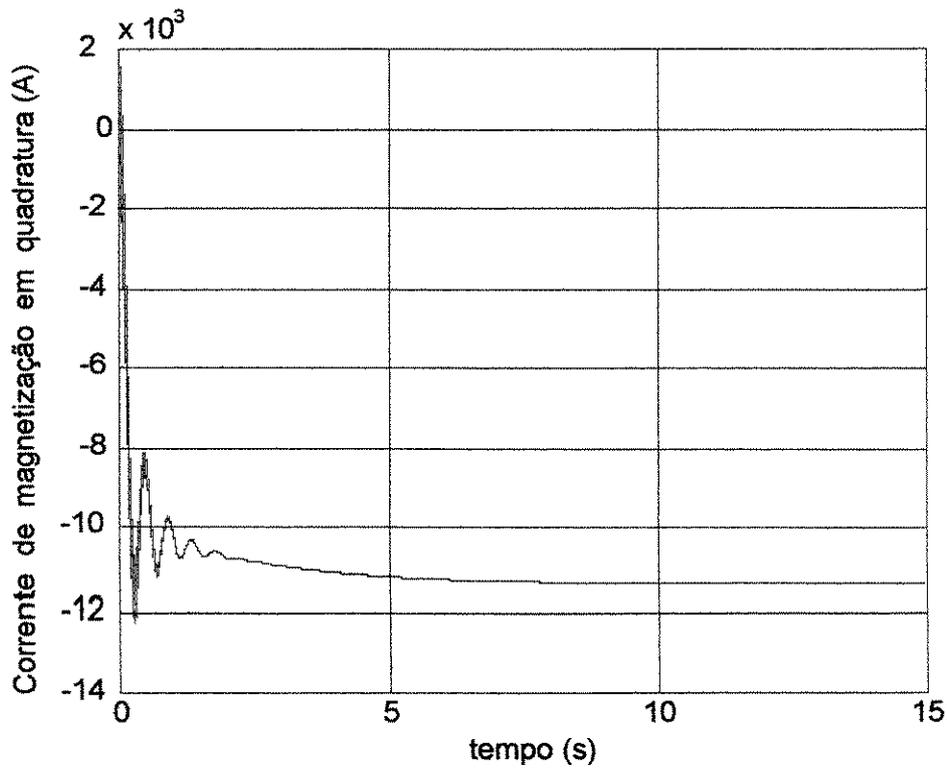


Figura 5.8 - Corrente de magnetização em quadratura instantânea em função do tempo.

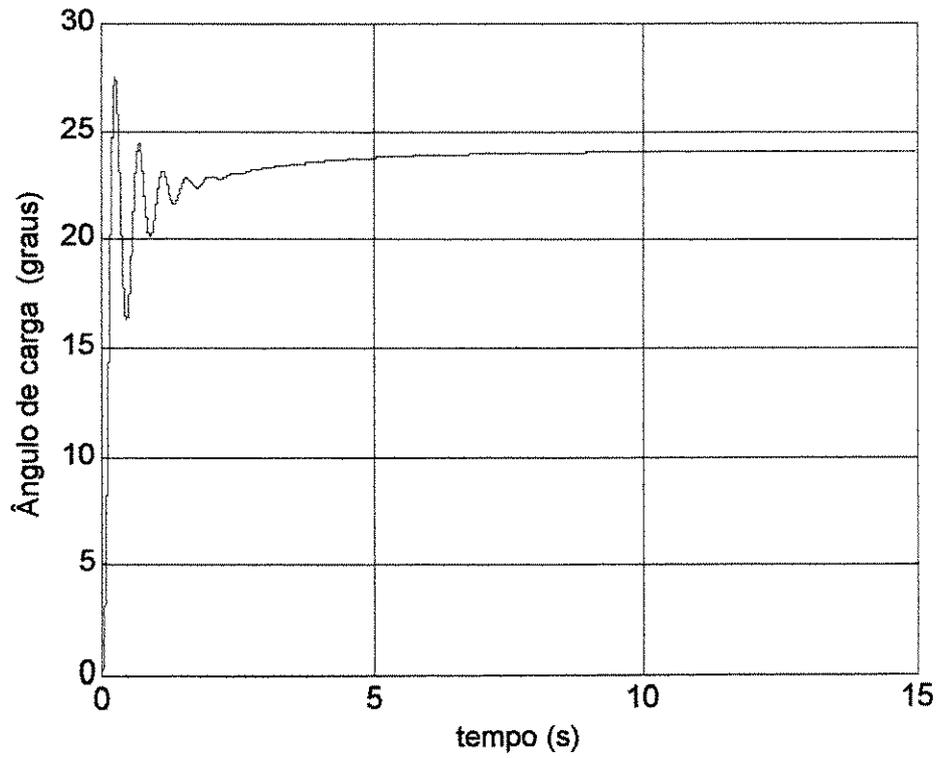


Figura 5.9 - Ângulo de carga em função do tempo.

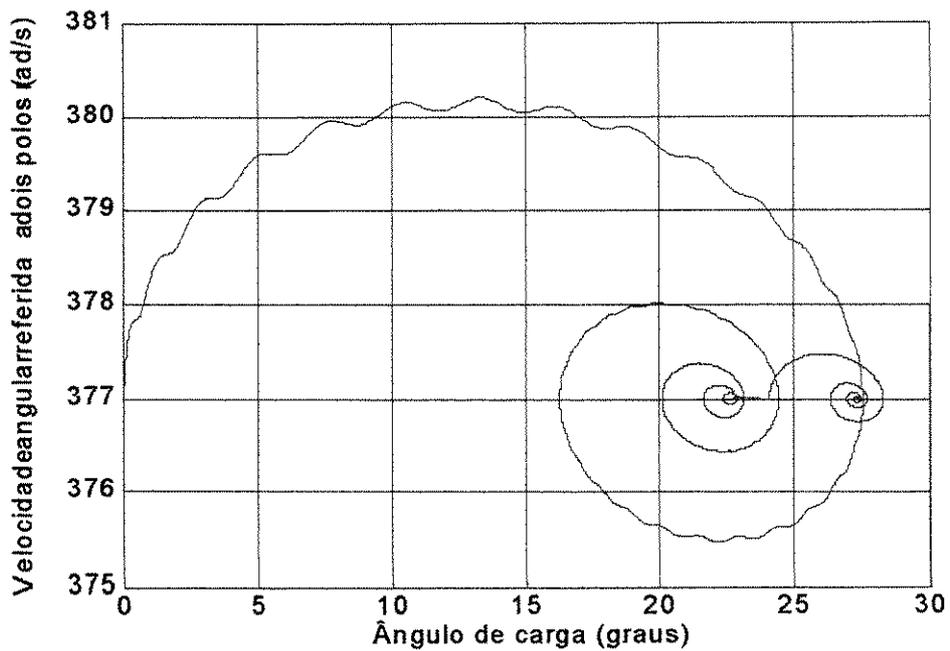


Figura 5.10 - Velocidade referida a dois pólos em função do ângulo de carga após uma variação de 15% na carga.

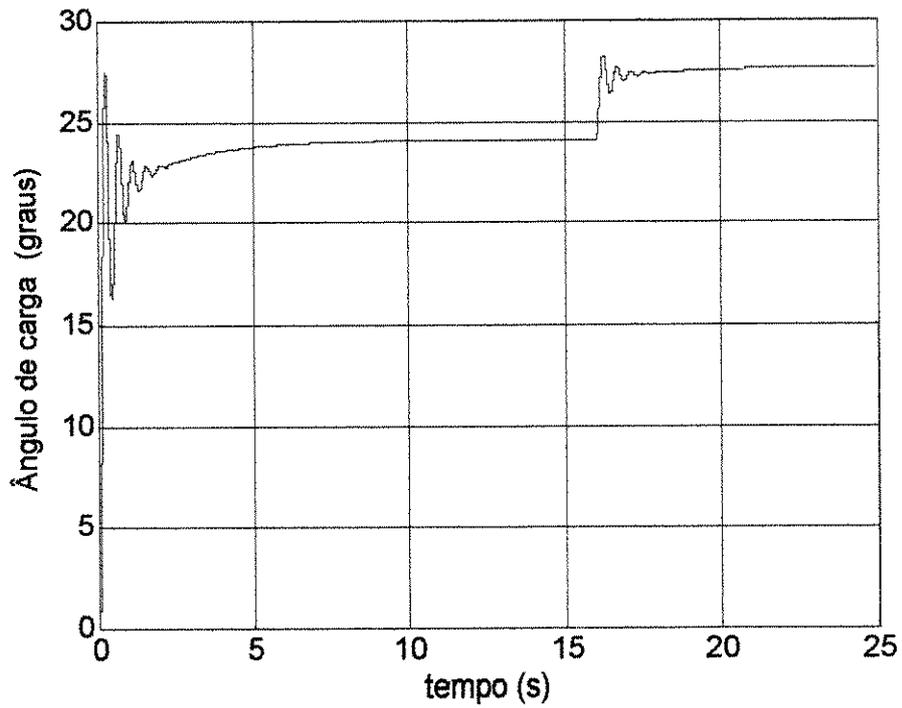


Figura 5.11 - Ângulo de carga em função do tempo após um acréscimo de 15% na carga.

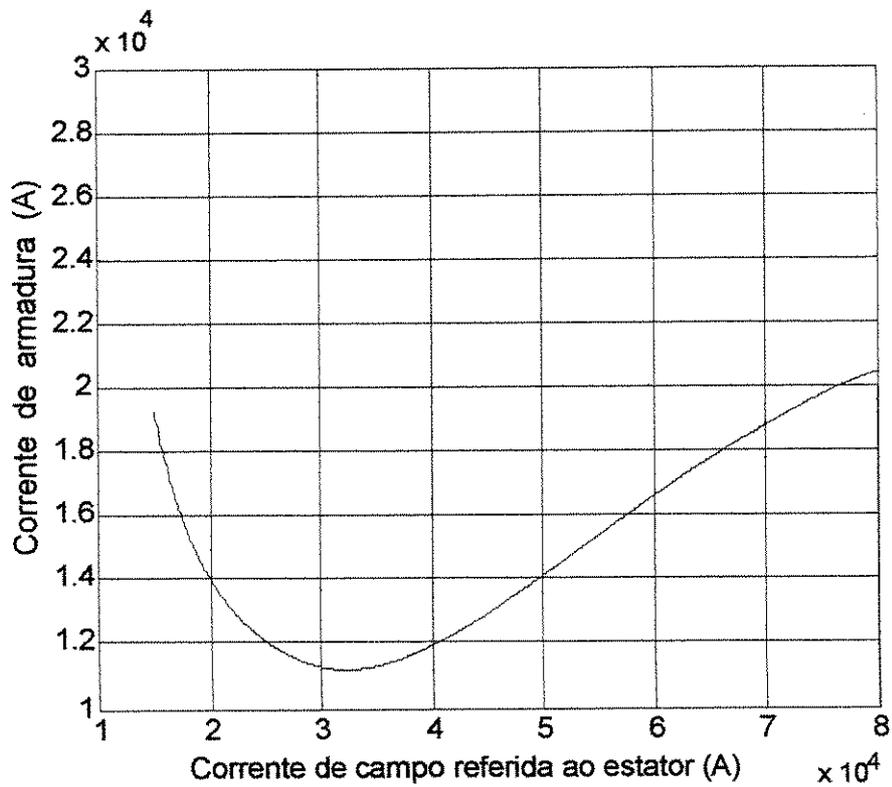


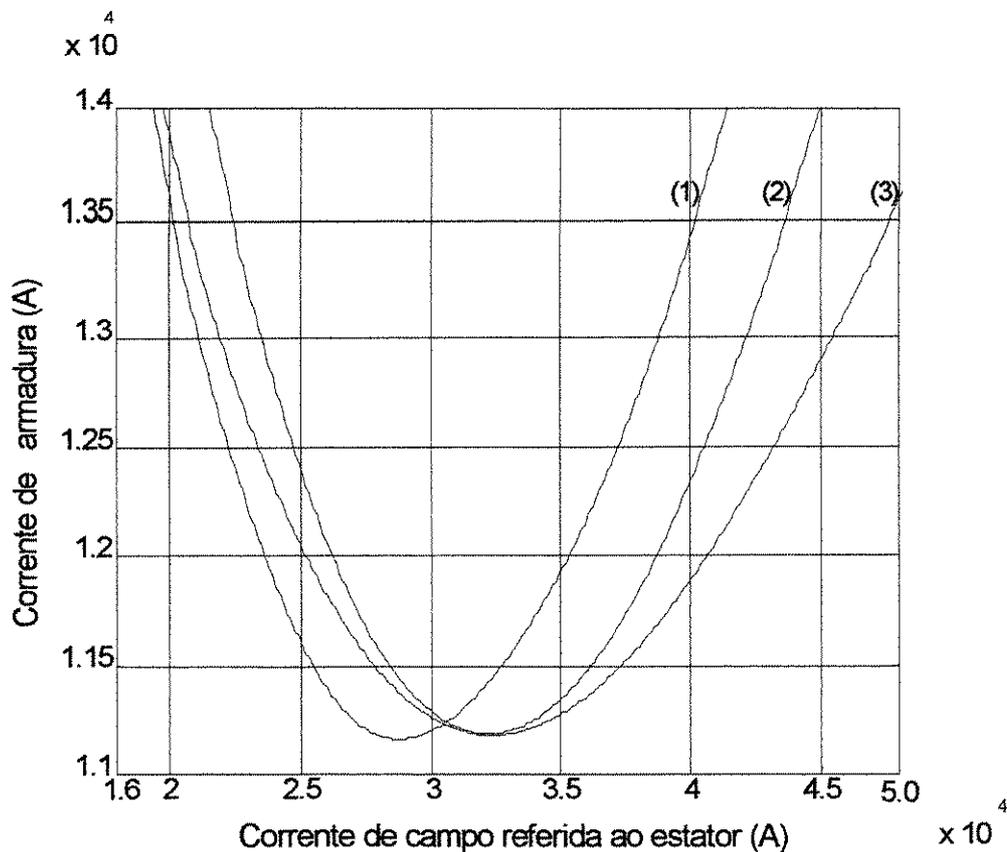
Figura 5.12 - Curva "V" da máquina síncrona com curvas de saturação d e q.

CAPÍTULO 6

Discussão dos resultados e conclusões

Na figura 6.1 apresenta-se as curvas V obtidas nos Capítulos 2, 4 e 5, as quais estão respectivamente marcadas pelos índices 1, 2 e 3 conforme o modelo que as geram.

Figura 6.1 – Curvas V da a máquina síncrona para os seguintes casos:



- 1 – Linear com reatâncias não saturadas.
- 2 – Linear com reatâncias saturadas.
- 3 - Com saturação representada por meio das curvas de magnetização d e q.

O modelo matemático utilizado para representar a máquina síncrona de pólos salientes incluindo o efeito de saturação nos eixos d e q, mostra, como se pode ver na figura 6.1, um comportamento da máquina em regime permanente totalmente diferente do obtido quando se considera o modelo linear, mesmo com reatâncias de magnetização saturadas.

Os valores de corrente de campo definem o ponto de operação da máquina. Para efeito de comparação e verificação da precisão de cada modelo, bem como para a visualização da ordem de grandeza, construiu-se a tabela 6.1 que mostra os valores da corrente de campo necessária para a obtenção das condições nominais da máquina usando cada um dos modelos matemáticos estudados.

Tabela 6.1 – Valores de corrente de campo para tensão e corrente de armadura e fator de potência nominais.

Casos de simulação	Corrente de campo referida ao estator (A)	Corrente de campo no rotor (A)
1	36927	1886
2	40312	2059
3	42520	2172

A tabela 6.1 mostra que os valores de corrente de campo obtidos para a tensão e corrente de armadura nominais com fator de potência nominal nas curvas V, são bem diferentes e crescem quando se considera a saturação, de alguma maneira, no modelo matemático.

Em ensaios no campo, verificou-se que a corrente de campo para obter a condição nominal de operação da máquina descrita no Apêndice é $I_c = 44858 A$, mostrando que o modelo com saturação nos eixos d e q é o que mais se aproxima do valor experimental medido.

Neste trabalho foram utilizados modelos matemáticos dinâmicos de máquinas síncronas magneticamente lineares e não lineares permitindo uma melhor visualização de implicações de uma modelagem mais rígida que levasse em conta o efeito da saturação magnética no desempenho da máquina.

Observou-se que a introdução das curvas de magnetização de eixo d e de eixo q no modelo dinâmico da máquina síncrona permitiu concluir que:

1. A determinação da corrente de campo usando o modelo proposto é bem mais precisa do que usando o modelo linear com reatâncias saturadas. As curvas V mostram esse fato e mostram também que o comportamento dos modelos que usam reatâncias é diferente do modelo apresentado (veja a inclinação das curvas).
2. Máquinas muito saturadas no eixo direto, (máquinas de pólos salientes) como é o caso do exemplo deste trabalho, apresentam diferenças consideráveis de comportamento em relação às máquinas não saturadas. Para ver isto, basta observar as características dinâmicas das variáveis nos Capítulos 2, 4 e 5. O conjugado eletromagnético obtido, no caso do modelo proposto, apresenta valores de regime transitório menores do que os apresentados nos modelos lineares.

Em trabalhos futuros pode-se estudar a inclusão de reguladores de tensão e de velocidade através de simulação usando o modelo apresentado.

Os conceitos e metodologias apresentados podem ser usados para uma melhor modelagem de inversores acoplados a motores síncronos de pólos salientes, pode-se ainda estudar em detalhes os efeitos da saturação em sistemas de energia elétrica e sua influência na estabilidade dinâmica do sistema elétrico bem como na estabilidade de tensão.

Apêndice

Dados do hidrogerador utilizado nas simulações

Gerador síncrono trifásico, 80 pólos, 60 Hz, 345 MVA, 16 kV, fator de potência 0,90 indutivo, velocidade síncrona de 90 rpm, ligação do estator em Y com os seguintes parâmetros por :

Tabela - 1 Parâmetros do gerador.

Descrição:	Parâmetro	Unidade	Valor
resistência elétrica do enrolamento de estator	r_e	Ω	0,0018050
resistência elétrica do enrolamento de campo	r_c	Ω	0,0002473
resistência elétrica do enrolamento amortecedor (d)	r_{ad}	Ω	0,0062260
resistência elétrica do enrolamento amortecedor (q)	r_{aq}	Ω	0,0053350
reatância de dispersão do enrolamento de estator	x_{le}	Ω	0,1144210
reatância de dispersão do enrolamento amortecedor (d)	x_{lad}	Ω	0,1175370
reatância de dispersão do enrolamento amortecedor (q)	x_{laq}	Ω	0,0787290
reatância de dispersão do enrolamento de campo	x_{lc}	Ω	0,091641
reatância síncrona de eixo direto	x_d	Ω	0,6891000
reatância síncrona de eixo em quadratura	x_q	Ω	0,4668000
reatância de magnetização de eixo direto	x_{md}	Ω	0,5747000
reatância de magnetização de eixo em quadratura	x_{mq}	Ω	0,3524000
reatância de magnetização saturada de eixo direto	$x_{m ds}$	Ω	0,5000
reatância de magnetização saturada de eixo em quadratura	$x_{m qs}$	Ω	0,3312
momento de inércia do gerador e turbina	J	Js^2	$28,8 \times 10^6$

As curvas de magnetização de eixo (d) e de eixo (q) e os dados de reatâncias e parâmetros mecânicos da máquina foram obtidos através de projeto do fabricante e considerou-se as curvas dadas a seguir para fins de simulação.

Essas curvas são apresentadas na figura -1 e, suas expressões analíticas são mostradas adiante e foram obtidas usando-se os comandos de ajuste de funções fitfun e a opção de minimização de funções fmins do ambiente Matlab.

As expressões analíticas dessas curvas em (p.u.) são:

$$\psi_{md} = c_d [tgh(a_d i_{md}^2 s_{ign}(i_{md}) + b_d i_{md}) + k_d i_{md}]$$

$$\psi_{mq} = c_q [tgh(a_q i_{mq}^2 s_{ign}(i_{mq}) + b_q i_{mq}) + k_q i_{mq}]$$

onde :

$$c_d = 1,07520000 \quad a_d = 0,1871595 \quad b_d = 0.8564000 \quad k_d = 0.05486000$$

$$c_q = 0.6593013 \quad a_q = 0,1871595 \quad b_q = 0.8564000 \quad k_q = 0.05595720$$

Vbase = 13,0639 kV e Ibase = 12,4490 kA

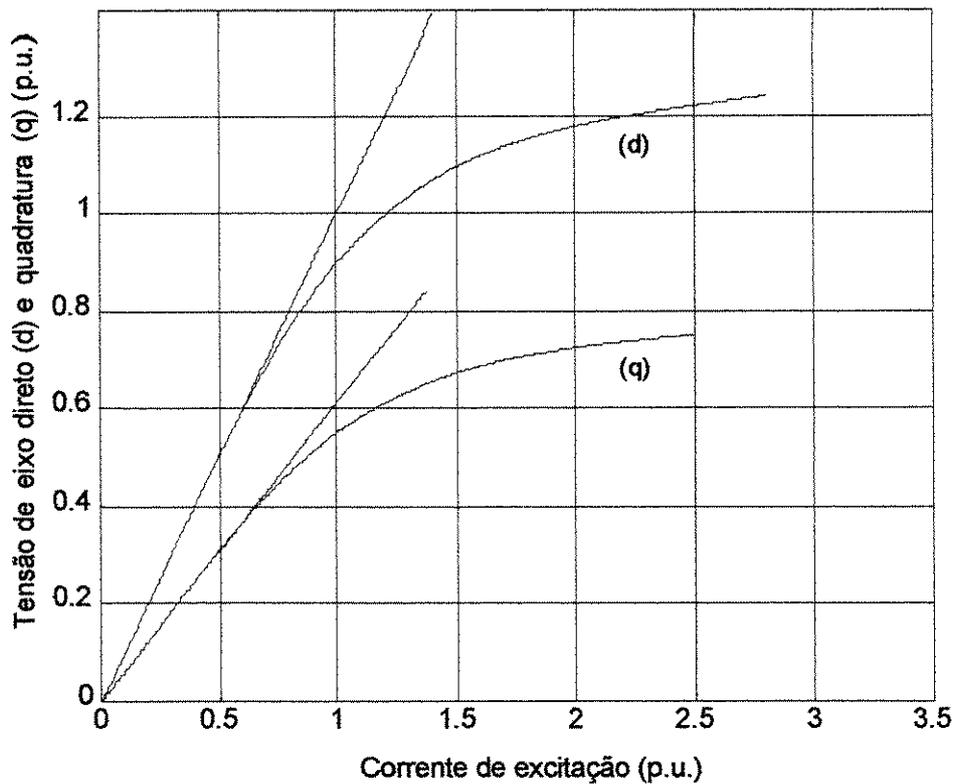


Figura - 1 - Curvas de magnetização da máquina e reatâncias de entreferro de eixo direto e quadratura.

As reatâncias de magnetização não saturadas podem ser obtidas através da inclinação das retas de entreferro, uma vez desenhadas suas curvas de magnetização de eixo direto e de eixo em quadratura.

No caso tem-se para as retas de entreferro $x_{md} = \frac{V_{base}}{I_{c\ base}} = 0,5747 \Omega$, analogamente,

para o eixo em quadratura, tem-se $x_{mq} = 0,3524 \Omega$.

Para o caso das reatâncias saturadas, tem-se: $x_{m\delta s} = 0,5000 \Omega$ e $x_{mq s} = 0,3312 \Omega$.

A relação entre a corrente de campo vista do lado do estator I_c' , e a corrente de campo do rotor I_c é mostrada em [21] e dada por:

$$\frac{I_c'}{I_c} = \frac{2}{3} \left(\frac{N_c}{N_e} \right)$$

onde:

N_c = número de espiras do enrolamento de campo.

N_e = número de espiras do enrolamento de estator por fase.

Para a máquina descrita neste apêndice tem-se: $\frac{2}{3} \left(\frac{N_c}{N_e} \right) = 29,37$,

Dessa forma: $\frac{I_c'}{I_c} = 19,58$.

BIBLIOGRAFIA

- [1] R. H. Park, "Two-reaction theory of synchronous machines generalized method of analysis - Part I", AIEE Trans., vol. 48, n° 3, July 1929, pp. 716-730.
- [2] C. Concordia, Synchronous Machine Theory and Performance, John Wiley and Sons, 1951.
- [3] M. Riaz, "Analogue computer representations of synchronous generators in voltage-regulation studies", AIEE Trans., vol. 75, n° 75, December 1956, pp. 1178-1184.
- [4] C.H Thomas, Discussion of "Analogue computer representations of synchronous generators in voltage-regulation studies", AIEE Trans., vol. 75, December 1956, pp. 1178-1184
- [5] F.P de Mello, "Dinâmica das máquinas elétricas - I ", Editado pela Eletrobrás em convenio com a Universidade Federal de Santa Maria. 1979.
- [6] D. W. Olive, "New techniques for the calculation of dynamic stability", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-85, n° 7, July 1966, pp. 767-777.
- [7] I. M. Canay, "Causes of discrepancies on calculation of rotor quantities and exact equivalent digrams of the synchronous machine", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-88, n° 7, July 1969.
- [8] G. R. Slemon, "Analytical models for saturated synchronous machines," IEEE Trans.on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-90, n° 2, March/April 1971, pp.409-417
- [9] C.C. Young, "Equipment and system modeling for large scale stability studies,"IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems. vol PAS-91, n° 1, Jan./Feb. 1972, pp.99-109.
- [10] P. L. Dandeno, R.L. Hauth and R.P. Sculz, "Effects of synchronous machine modeling in large scale system sutdies,"IEEE Trans. on Power Apparauts and Systems, vol. PAS-92, n° 2, Mr/Apr 1973, pp. 574-582.
- [11] E. F. Fuchs and E. A. Erdelyi, "Nonlinear theory of turbo alternators part II : load dependent synchronous reatances,"IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-92, n°2, Apr. 1973, pp.592-599.
- [12] P.L. Dandeno, P. Kundur and R. P. Sculz, "Recent trends and progress in synchronous machine modeling in the utility industry,"IEEE Proceedings, vol. 62, n°7, July 1974, pp. 941-950.
- [13] B. Adkins, The General Theory of Alternating Current Machines, Chapman and Hall, 1975.
- [14] F.P de Mello and J. R. Ribeiro, "Derivation of synchronous machine parameters from tests,"IEEE Trans. on Power Apparatus ans Systems, vol PAS-96, n° 4,July/ August 1977, pp. 1211-1218.

- [15] Pál K. Kovacs. "Transient Phenomena in Electrical Machines". Elsevier -Amsterdam Netherlands P.O. Box 211, 1000 AE ., 1984.
- [16] G. Shackshaft and P.B. Henser, "Model of generator saturation for use in power system studies,"Proc. IEE, vol. 126, n° 8, Aug. 1979, pp. 759-763.
- [17] N.A. Demerdash and M.R. Shah, "A practical approach to inclusion of electromagnetic field nonlinearities in dynamic modeling of large turbogenerators- Part-I: basic Principles for inclusion of instantaneous magnetic saturation," IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol.PAS-100, n° 1, Jan. 1981, pp. 14-24.
- [18] J. E. Brown, K. P. Kovacs and P. Vas, "A method of including the effects of main saturation flux path in the generalized equations of ac machines ," IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-100, n° 1, Jan. 1983, pp. 96-103.
- [19] T.A. Lipo and A. Consoli, "Modeling and simulation of induction motors with saturable leakage reactances,"IEEE Trans. on Industry Applications, vol. IA-20, n° 1, Jan. 1983, pp. 180-189.
- [20] R. S. Ramshaw and G. Xie, "Nonlinear model of nonsalient synchronous machines,"vol. PAS-103, n° 7, Jul. 1984, pp. 1809-1815.
- [21] P.C. Krause, Analysis of Elecrtic Machinery, Mc Graw Hill Book Co., New York, NY, 1986.
- [22] P.L. Dandeno, "Current usage and suggested practices in power system stability simulation for synchronous machines," IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. EC-1, n° 1, March 1986, pp. 77-93.
- [23] P. Vas, K. E. Hallenius and J. E. Brown, "Cross - saturation in smooth-air-gap electrical machines,"IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. EC-1, n° 1, March 1986, pp. 103-109.
- [24] G. Xie and R. S. Ramshaw, "Nonlinear model of synchronous machines with saliency,"IEEE Trans. on Energy Conversion, n° 3, Sept. 1986, pp. 198-203.
- [25] F. P. de Mello and L. N. Hannett, "Representation of saturation in synchronous machines,"IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol. PWRS-1, n° 4, Nov. 1986, pp. 8-18.
- [26] S. H. Minnich, R. P. Schulz, D. H. Baker, R. G. Farmer, D. K. Sarma and J. H. Fish, "Saturation functions for synchronous generators from finite elements,"IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. EC-2, n° 4, Dec. 1987, pp. 680-692.
- [27] A.W. Rankin, "Per-unit impedance of synchronous machines,"AIEE Trans., vol. 64, August 1945.

- [28] A. M. El-Serafi, A.S. Abdallah, M. K. El-Sherbiny and E. H. Badway, "Experimental of the saturation and the cross-magnetizing phenomenon in saturated synchronous machines," IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. 3, n° 4, Dec. 1988, pp. 815-823.
- [29] J. O. Ojo. A. Consolli and T. A. Lipo. "An improved model of saturated induction machines ," IEEE Trans. on Industry Applications, vol. 26, March/ April 1990, pp. 212-221.
- [30] R.D. Lorenz and D. W. Novotny, "Saturation effects in field-oriented induction machines," IEEE Trans. on Industry Applications, vol. 26, n° 2, March/ April 1990, pp. 283-289.
- [31] I. Iglesias L. Garcia and J. Tamarit. "A d-q model for the self-commutated synchronous machine considering the effects of magnetic saturation," IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. 7, n° 4. December 1992.
- [32] Jiwei Wu. "Theoretical and experimental investigations on the cross-magnetizing phenomena in saturated synchronous machines," Master degree Thesis. Saskatchewan University - Canada. 1989.
- [33] IEEE Guide: Test Procedures for Synchronous Machines, IEEE Std, 1983.
- [34] I. Boldea and S. A. Nasar. "A general equivalent circuit (GEC) of electric machines including crosscoupling saturation and frequency effects, " IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 3, n° 3, September 1988.
- [35] Gear, C. W. Numerical Initial Value Problems in Ordinary Differential Equations. Englewood Cliffs, N.J. : Prentice Hall, Inc., 1971.
- [36] ABB – ASEA BROWN BOVERI. Projeto de um Hidrogerador Síncrono de 345 MVA . 1999.

PUBLICAÇÕES RESULTANTES

[1] E. Ruppert Filho, F. L. Nunes Jr., “Modelo Matemático Dinâmico de Geradores Síncronos Incluindo o Efeito de Saturação nos Eixos d e q.” XIII SNPTE Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica , 1 a 5 de outubro de 1995,

Balneário Camboriú, Santa Catarina, páginas FL/GMR/20.

[2] E. F. Ruppert, F. L. Nunes Jr, S. O. Nunes, “Synchronous Generator Excitation Current Calculation Using a New Dynamic Mathematical Model Including Magnetic Saturation, ” Anais da " International Power Electronics Conference - IPEC - Tokyo 2000", 3 a 7 de abril de 2000, Tokyo, Japão. Submetida à publicação nos Transactions on Industry Applications Society (Section D) da IEEJ.

Synchronous Machine Dynamic Mathematical Model Including Magnetic Saturation

Ernesto Ruppert Filho, Francisco Liszt Nunes Jr., and Sidney Osses Nunes
Systems and Energy Control Department - Computer and Electrical Engineering School – Campinas University
DSCE-FEEC-UNICAMP
Phone : 55-19-7883744 / Fax : 55-19-7881395 / e-mail : ruppert@fee.unicamp.br
Address: P.O. Box: 6101, CEP: 13081-970 Campinas-SP-Brasil

Abstract

A synchronous machine dynamic mathematical model including the saturation effect is presented. The saturation modeling deals with the linkage flux mathematical model and uses the machine d-axis and q-axis magnetizing curves. Results are shown in the form of V curves and comparisons with calculations using non-saturated and saturated reactances are done showing a considerable difference in the excitation current values. Comparisons with experimental data are done.

Key words : synchronous machine – dynamic model – saturation model – magnetic saturation

1 Introduction

Synchronous machines are intensively used as generators due to its very good voltage and frequency regulation characteristics. To study the control of the generated real and reactive power it is necessary to have a very accurate mathematical dynamic model to implement efficient simulations.

A synchronous generator, connected to an infinite bus which voltage is the generator rated voltage, has its stable operating point defined by the following rated values: armature voltage, apparent power, speed, power factor and excitation voltage. This set of values defines the load angle, armature winding current and excitation current.

In general, due to economic reason, the synchronous generator operates in the saturated part of the magnetizing curve so that the variables are very sensitive to load and excitation current variations. So it is necessary to include magnetic saturation effects in the generator mathematical model to make it more accurate to represent the machine both in transient and steady-state operation.

The magnetic saturation plays an important role in the definition of the excitation current required for the generator operation when producing very well defined real and reactive power, that is, generator operating with a very well defined real power and power factor since it is fed by the rated bus voltage and driven by a mechanical torque corresponding to its real power (load).

The excitation current is very important to power system engineers for electrical energy system generators stability calculation initialization. The most realistic value of the excitation current is also very important to the excitation system design.

For these very reasons it is important that all the electrical energy system stability calculations, using simulation, include the saturation effects in the mathematical dynamic model.

Several methods to represent the magnetic saturation in synchronous machines have been presented in the literature like [1, 2, 3, 4] dealing, in general, with modifications in the d-axis and q-axis reactances. Generator manufacturers use to provide the machine d-axis and q-axis synchronous non-saturated and saturated reactances to the utility customers. These reactances are frequently used by the electrical energy system engineers to carry transient stability studies, system stability for small disturbances and other types of studies that depend fundamentally from generator variable values at the instant of a disturbance occurrence.

In this paper it is presented a generator dynamic mathematical model where the differential equations are written in terms of the d-axis and q-axis stator and rotor winding linkage fluxes and currents as seen in [5], including a submodel of magnetic saturation in the iron (saturation in the air is not considered) involving the d-axis and q-axis generator magnetizing curves.

In spite of the model be a dynamic model, in this paper it is presented only steady-state simulation results through the generator V curves obtained using non-saturated reactances, saturated reactances and the model mentioned above. The results for an hydrogenerator, which data are in the appendix, are compared and commented.

The authors would like to clarify that never came to them the knowledge of any paper showing this model and the results shown in this paper.

2 Synchronous Machine Mathematical Dynamic Model

A mathematical dynamic model of a synchronous machine operating as a generator is shown below [5]:

$$v_q = -r_s i_q + \frac{\omega_r}{\omega_b} \Psi_d + \frac{p}{\omega_b} \Psi_q,$$

$$v_d = -r_s i_d - \frac{\omega_r}{\omega_b} \Psi_q + \frac{p}{\omega_b} \Psi_d,$$

$$v_o = -r_s i_o + \frac{p}{\omega_b} \Psi_o,$$

$$0 = r_{aq} i_{aq} + \frac{p}{\omega_b} \Psi_{aq},$$

$$v_f = r_f i_f + \frac{p}{\omega_b} \Psi_f, \quad (1)$$

$$0 = r_{ad} i_{ad} + \frac{p}{\omega_b} \Psi_{ad},$$

$$p \omega_r = \frac{P}{2J} (T_o - T_e),$$

$$p \theta_r = \omega_r,$$

$$p \theta_e = \omega_e,$$

$$\delta = \theta_r - \theta_e,$$

$$\omega_m = \frac{2}{p} \omega_r,$$

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{1}{\omega_b} (\Psi_d i_q - \Psi_q i_d),$$

where: v_q and v_d are the q-axis and d-axis components of the stator winding phase voltage, v_f is the field winding voltage, i_q and i_d are the qd components of the stator winding current, i_f , i_{aq} and i_{ad} are respectively, the field winding, q-axis and d-axis damping winding currents, r_s is the stator winding phase electrical resistance, r_f , r_{aq} and r_{ad} are the field winding electrical resistance and q-axis and d-axis damping winding electrical resistances respectively, ω_r is the rotor electrical angular speed, ω_b is the base electrical angular speed (which is used to calculate reactances), Ψ_q and Ψ_d are the stator winding q and d-axis phase linkage fluxes per second (voltages), Ψ_f , Ψ_{aq} and Ψ_{ad} are respectively, the field winding and q-axis and d-axis damping winding linkage fluxes per second (voltages), p is the differential operator, P is the machine pole number, J is the inertia moment of the machine and turbine rotors, T_s is the driving torque (turbine torque), T_e is the machine electromagnetic torque, θ_r is the angular position of the q-axis referred to the stator winding phase-a magnetic field axis, θ_e is the angular position of the maximum value of the stator

winding phase-a voltage, ω_e is the stator winding voltage electrical angular speed (synchronous speed), ω_m is the mechanical angular speed and δ is the load angle of the machine.

The variables with subscript 0 are the corresponding zero sequence variables that are important when non-balanced studies need to be made.

The flux/second variables (Ψ) can be written as:

$$\Psi_q = -X_{\ell s} i_q + \Psi_{mq},$$

$$\Psi_d = -X_{\ell s} i_d + \Psi_{md},$$

$$\Psi_o = -X_{\ell s} i_o,$$

$$\Psi_{aq} = X_{\ell aq} i_{aq} + \Psi_{mq},$$

$$\Psi_f = X_{\ell f} i_f + \Psi_{md},$$

$$\Psi_o = X_{\ell ad} i_{ad} + \Psi_{md},$$

(2)

where: $X_{\ell s}$, $X_{\ell aq}$, $X_{\ell ad}$, $X_{\ell f}$ are the stator winding leakage reactance, q-axis and d-axis damping winding and the field winding leakage reactances respectively.

Ψ_{mq} and Ψ_{md} are the q-axis and d-axis magnetizing fluxes per second which are also the q-axis and d-axis magnetizing voltages.

If magnetic saturation is not considered it can be written:

$$\Psi_{mq} = X_{mq} i_{mq},$$

(3)

$$\Psi_{md} = X_{md} i_{md},$$

where X_{mq} and X_{md} are the non-saturated q-axis and d-axis magnetizing reactances while i_{mq} and i_{md} are the q-axis and d-axis magnetizing currents.

$$i_{mq} = -i_q + i_{aq},$$

(4)

$$i_{md} = -i_d + i_f + i_{ad}.$$

Using equations (2) and (4) it is possible to write:

$$\Psi_q = -X_q i_q + X_{mq} i_{aq},$$

$$\Psi_d = -X_d i_d + X_{md} i_{ad},$$

(5)

$$X_q = X_{\ell s} + X_{mq},$$

$$X_d = X_{\ell s} + X_{md},$$

where X_q and X_d are the q-axis and d-axis non-saturated synchronous reactances.

Notice that all the rotor machine variables and parameters are referred to the stator winding.

3 Saturation Affecting Machine Steady-state Variables

Utilities use to use the non-saturated and the saturated values of the d-axis and q-axis synchronous reactances to perform electrical system dynamic studies and use to ask to synchronous machine manufacturers for the non-saturated and saturated values of the d-axis and q-axis synchronous reactances. That is the same as to provide the non-saturated and saturated values of the d-axis and q-axis magnetizing reactances because leakage reactance is considered constant and non-saturated.

The non-saturated values of X_{md} and X_{mq} are the slopes of the air-gap lines in the (Ψ_{md}, i_{md}) and (Ψ_{mq}, i_{mq}) magnetizing curves, respectively, as shown in the figure 2.

The saturated value of X_d is the inverse of the short-circuit ratio. The saturated d-axis magnetizing reactance can be calculated as $X_{mds} = X_d - X_{Ls}$.

The short-circuit ratio is the ratio between the no-load field current at rated voltage and frequency and the field current necessary to have the short-circuit rated current at rated frequency in the short-circuited machine armature winding.

The saturated value of X_q is taken normally as 95% of the non-saturated value for large hydrogenerators and the saturated q-axis magnetizing reactance can be calculated as $X_{mqS} = X_q - X_{Ls}$.

Using the steady-state mathematical model provided in [5], derived from the equations (1) to (5), it can calculate the values of the several variables involving the machine using magnetizing reactances X_{md} and also, X_d and X_q as shown in (6).

$$|\dot{V}_a| = \frac{V}{\sqrt{3}},$$

$$\text{angle } \dot{V}_a = 0 \text{ (reference),}$$

$$|\dot{I}_a| = \frac{S}{3|\dot{V}_a|},$$

$$\phi = \text{angle } \dot{I}_a = \cos^{-1} \text{ (power factor)}$$

$$\dot{E}_a = \dot{V}_a + (r_s + jX_q)\dot{I}_a = |\dot{E}_a| \text{ (angle } \delta),$$

$$I_d = \sqrt{2} I_a \sin(\phi + \delta),$$

$$E_f = \sqrt{2} |\dot{E}_a| + (X_d - X_q) I_d,$$

$$I_f = \frac{E_f}{X_{md}},$$

where: \dot{V}_a and V are respectively the phase armature voltage vector and the line to line armature voltage, \dot{I}_a is the armature current vector, S is the apparent power (VA), I_f is the field current and I_d is the peak d-axis armature current

Using these equations it is possible to plot the machine V curve which is the curve of $|i_a|$ against I_f for a fixed real power and variable power factor. These calculations were done for two different cases using the machine example data presented in the appendix.

In the case 1 the non-saturated magnetizing reactances X_{md} and X_{mq} are used in the equations (6) and in the case 2 the saturated values X_{mds} and X_{mqS} are used in the equations (6).

Figure 1 shows the V curves for the 2 cases above and for the machine rated real power ($P = 1$ pu). It is possible to see that to get the same stator winding current (armature current) it is necessary to increase the field current about 15% when machine is saturated (in the sense of using saturated values of the reactances X_{mds} and X_{mqS} to include the saturation effects). It can be seen also that the curves are almost parallel, mainly in the inductive load region.

Table 1 shows, for the case 1, the values of the steady-state field current (I_f) when the armature voltage is $V = 1$ pu for three different values of the apparent power S ($S = 1.00$ pu, $S = 1.10$ pu and $S = 1.15$ pu) and machine rated power factor.

Table 2 shows the same values for the case 2 where the saturation effect is included by considering X_{mds} and X_{mqS} .

It can be noticed that the field current in the case 2 (saturated in the sense of using saturated magnetizing reactances) is about 9% larger than the field current shown in case 1 (non-saturated).

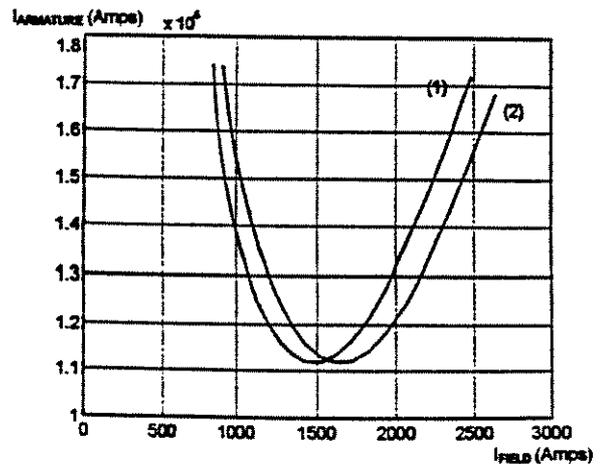


Figure 1. V curves for cases 1 and 2 (real power = 1.0 pu).

Table 1. Field current the case 1.

S (pu)	1.00	1.10	1.15
I_f (A)	1886	1976	2021

Table 2. Field current for the case 2.

S (pu)	1.00	1.10	1.15
I_f (A)	2059	2149	2194

4 Saturation Model Using d-axis and q-axis Magnetizing Curves

In this item a synchronous machine dynamic mathematical model is developed to included the saturation using the equations (1) to (5) and also the machine d-axis and q-axis magnetizing curves.

As it can be seen in the equations (1) and (2) the terms $p\Psi_q$ and $p\Psi_d$ transform themselves in $p\Psi_{mq}$ and $p\Psi_{md}$, respectively when the saturation in the air is neglected. To calculate them it is necessary to have the d-axis and q-axis magnetizing curves in a mathematical form.

Those curves can be provided by the machine manufacturer. The machine manufacturer can construct them in the machine design time or in its final tests according to the IEEE Standard [6]. A mathematical representation through hyperbolic functions is used in this paper for the machine example.

The curves for the machine used in this paper (appendix) are shown in figure 2 where Ψ_m and I_m are the magnetizing flux/s and magnetizing current respectively.

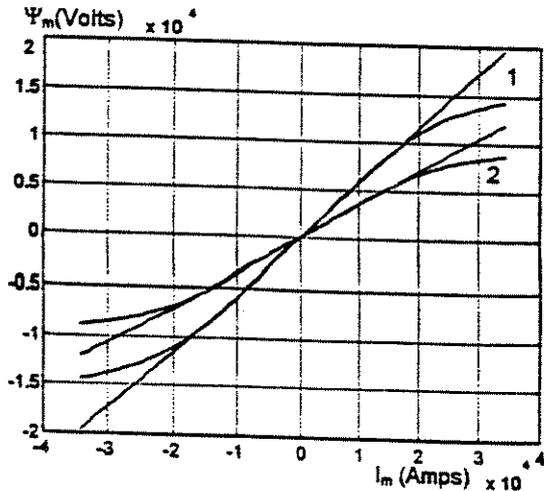


Figure 2. d-axis and q-axis magnetization curves.

In this paper unbalanced studies are not considered, so substituting equations (2) in (1), eliminating the zero sequence equation, and using the hyperbolic representation of (Ψ_{md}, i_{md}) and (Ψ_{mq}, i_{mq}) curves (appendix), it can be written:

$$p\Psi_{mq} = \frac{d\Psi_{mq}}{di_{mq}} \frac{di_{mq}}{dt},$$

$$p\Psi_{md} = \frac{d\Psi_{md}}{di_{md}} \frac{di_{md}}{dt},$$

$$p i_{mq} = -p i_q + p i_{aq},$$

$$p i_{md} = -p i_d + p i_f + p i_{ad},$$

$$f_q = \frac{1}{X_{\ell s}} \frac{d\Psi_{mq}}{di_{mq}},$$

$$f_d = \frac{1}{X_{\ell s}} \frac{d\Psi_{md}}{di_{md}},$$

$$f_{aq} = \frac{1}{X_{\ell aq}} \frac{d\Psi_{mq}}{di_{mq}},$$

$$f_q = \frac{1}{X_{\ell f}} \frac{d\Psi_{md}}{di_{md}},$$

$$f_{ad} = \frac{1}{X_{\ell ad}} \frac{d\Psi_{md}}{di_{md}}.$$

(7)

It is possible, after some simple algebraic calculations, to compact the six first equations (1) including the equations (7) in one matrix equation as below:

$$M p i = \omega_b A \underline{v} - \omega_b B i - \omega_r \underline{\Psi}_m,$$

where:

$$i = [i_q \ i_d \ i_{aq} \ i_f \ i_{ad}]^T,$$

$$\underline{v} = [v_q \ v_d \ 0 \ i_f \ 0]^T,$$

$$\underline{\Psi}_m = \begin{bmatrix} \frac{\Psi_{md}}{X_{\ell s}} & -\frac{\Psi_{mq}}{X_{\ell s}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T,$$

$$M = \begin{bmatrix} 1+f_q & 0 & -f_q & 0 & 0 \\ 0 & 1+f_d & 0 & -f_d & -f_d \\ f_{aq} & 0 & 1-f_{aq} & 0 & 0 \\ 0 & f_c & 0 & 1-f_c & f_c \\ 0 & f_{ad} & 0 & f_{ad} & 1-f_{ad} \end{bmatrix},$$

(8)

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{X_{ts}} & -\frac{1}{X_{ts}} & 0 & \frac{1}{X_{tf}} & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{r_s}{X_{ts}} & \omega_r & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_r & \frac{r_s}{X_{ts}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r_{aq}}{X_{taq}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{r_c}{X_{tf}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{r_{ad}}{X_{lad}} \end{bmatrix}.$$

The values of the factors f_q , f_d , f_{aq} , f_f , f_{ad} and the fluxes Ψ_{md} and Ψ_{mq} are calculated at each step of the differential equations numerical integration using the d-axis and q-axis magnetization curves (Ψ_{mq} , i_{mq}) and (Ψ_{md} , i_{md}) seen in the figure 2 and which algebraic equations are in the appendix.

5 Simulation Results Using the Presented Mathematical Model

The mathematical model represented by the equations (1) to (5) is a linear dynamic model so that it is possible to derive a steady-state model from it simply making the derivative of the fluxes equal to zero and the algebraic complex equations (6) can be found [5].

Due to the non-linear character of the equations (7) and (8) the presented mathematical model can not be worked to find algebraic equations to represent the steady-state operation. The steady-state must be reached by solving the differential equations and waiting for the end of the transient state.

So to get the V curve using this model it is necessary to solve the differential equations (7) and (8), for each field current or field voltage, and wait for the steady-state to find the armature current.

Figure 3 shows the V curves for the 3 cases studied in this paper: curve 1 corresponds to the case 1 where the non-saturated reactances X_{md} and X_{mq} were used with the linear model, curve 2 corresponds to the case 2 where the saturated reactances X_{mds} and X_{mqps} were used with the linear model and curve 3 corresponds to the case 3 where the non-linear model presented in this paper that takes into account the machine magnetizing curves were used. The real power in this case is the rated power.

For each armature current value there are different values of the generator excitation current. For the armature rated current (12450 A, rated power factor) it

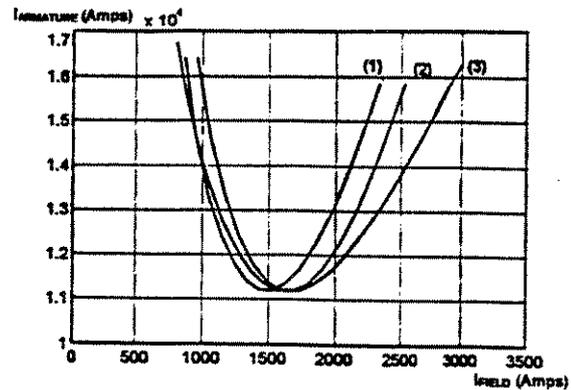


Figure 3. V curves for cases 1, 2 and 3 (real power = 1.0 pu).

Table 3. Field current for the new model.

S (pu)	1.00	1.10	1.15
I_f (A)	2184	2280	2329

has three different excitation currents, depending on the way the magnetic saturation is considered. For the way before named as 1 the excitation current is 1886 A, for the way named 2 it is 2059 A and for the third way it is 2184 A.

The same table shown before is shown now in table 3, for the new model. In this case a dynamic simulation was runned to find the steady-state operating point.

It can be seen that field current is about 15% larger than the field current of the non-saturated case and about 6% larger than the field current of the case 2 where it was used saturated reactances.

6 Experimental Result and Comparisons

Measurement carried out in the power plant where the generator is included, during the starting tests, had shown the excitation current of 2291 A for rated operation condition.

The errors can be calculated for the same operating conditions shown in the V curves of figure 3:

$$\varepsilon_1 = \left(\frac{2291 - 1886}{2291} \right) \times 100\% = 17,76\%$$

$$\varepsilon_2 = \left(\frac{2291 - 2059}{2291} \right) \times 100\% = 10,13\% \quad (9)$$

$$\varepsilon_3 = \left(\frac{2291 - 2184}{2291} \right) \times 100\% = 4,23\%$$

The experimental result shows that the presented non-linear model give a more accurate field current compared with the field current got from the linear model using non-saturated reactances or saturated reactances.

7 Conclusions

The linear model shown in the equations (1) to (5), with non-saturated or saturated reactances, despite to be frequently used by the engineers for steady-state and dynamic calculations, is not accurate. The errors in the steady-state field current are very high as it can be seen (items 5 and 6 (equations 8)).

The non-linear model presented in this paper, despite to spend more computational time to give the results, is more accurate to be used in electrical power system calculations.

Acknowledgment

Special thanks to Brazilian Research Council (CNPq) and São Paulo Research Foundation (FAPESP) for fund the authors Francisco Liszt Nunes Jr. and Sidney Osses Nunes.

References

- [1] G. Shaskshaft, and P. Henser, "Model of generator saturation for use in power system studies", IEE Proc., Vol. 126, No. 8, August 1979, pp. 759-763.
- [2] R.G. Harley, D.J.N. Limebeer, and E. Chirricizzi, "Comparative study of saturation methods in synchronous machine models", IEE Proc., Vol. 127, Pt. B, No. 1, Jan 1980, pp. 1-7.
- [3] A.M. El-Serafi, and A.S. Abdallah, "Effect of saturation on steady-state stability of synchronous machines connected to an infinity bus system", IEEE Trans. On Energy Conversion, Vol. 6, No. 3, Sept. 1991, pp. 514-521.
- [4] F.P. De Mello, and L.N. Hannett, "Representation of saturation in synchronous machines", IEEE

Trans. on Power Systems, Vol. PWRS-1, No. 4, Nov. 1986, pp. 8-18.

- [5] P.C. Krause, Analysis of Electric Machinery, McGraw Hill, 1986.
- [6] IEEE Std 115-1995, Guide: Test Procedures for Synchronous Machines, in IEEE Standards Collection Electric Machinery, Published by IEEE, 1997.

Appendix

In this appendix the data of the hydrogenerator used as example in the paper are presented. This machine is ready to start operation in the Brazilian Electrical System.

Rated values: 345 MVA – 16 kV – 60 Hz – 0.9 pf – 80 poles.

Parameters: $J = 28.8 \times 10^6 \text{ Js}^2$, $X_{\ell s} = 0.1144 \Omega$, $X_{\ell f} = 0.0916 \Omega$, $X_{\ell d} = 0.1175 \Omega$, $X_{\ell aq} = 0.0787 \Omega$, $X_{md} = 0.5747 \Omega$, $X_{mq} = 0.3524 \Omega$, $r_s(75^\circ\text{C}) = 0.00181 \Omega$, $r_f(75^\circ\text{C}) = 0.000247 \Omega$, $r_{ad}(75^\circ\text{C}) = 0.00247 \Omega$, $r_{aq}(75^\circ\text{C}) = 0.00533 \Omega$, $X_{m ds} = 0.5 \Omega$, $X_{mq s} = 0.3312 \Omega$ (all the rotor parameters are referred to the stator side).

Magnetizing curves presented in (figure 2) were provided by the manufacturer and can be represented by the following hyperbolic equations:

$$\psi_{md} = c_d [\tanh(a_d i_{md}^2 \text{Sign}(i_{md})) + b_d i_{md}] + k_d i_{md},$$

$$\psi_{mq} = c_q [\tanh(a_q i_{mq}^2 \text{Sign}(i_{mq})) + b_q i_{mq}] + k_q i_{mq},$$

where:

$$c_d = 1.0752 \quad a_d = 0.1872 \quad b_d = 0.8564 \quad k_d = 0.0549,$$

$$c_q = 0.6131 \quad a_q = 0.2013 \quad b_q = 0.9209 \quad k_q = 0.0591.$$



GRUPO XII
MÁQUINAS ROTATIVAS E CONSERVAÇÃO DE ENERGIA (GMR)

MODELO MATEMÁTICO DINÂMICO DE GERADORES SÍNCRONOS
INCLUINDO O EFEITO DE SATURAÇÃO NOS EIXOS d E q

Ernesto Ruppert Filho

Francisco Liszt Nunes Jr.

Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP

RESUMO

O objetivo deste trabalho é o de mostrar como a saturação nos eixos direto (d) e em quadratura (q) de um gerador síncrono pode ser incluída no seu modelo matemático dinâmico, convencionalmente apresentado na literatura como modelo de Park para geradores síncronos não saturados. As curvas de magnetização de eixo direto e de eixo em quadratura são utilizadas.

PALAVRAS-CHAVE

Saturação, Geradores síncronos, Máquinas síncronas

1.0 - INTRODUÇÃO

As características de um gerador síncrono podem ser afetadas por muitos fatores, entre os quais a saturação do fluxo no seu núcleo magnético. Devido a imposições econômicas os geradores síncronos são projetados para operarem saturados de modo que os seus parâmetros magnéticos tornam-se funções da carga da máquina (1).

Os sistemas de excitação devem ser capazes de fornecerem correntes de magnetização suficientes para produzir o fluxo adequado ao circuito magnético da máquina. Desta forma modelos matemáticos dinâmicos do gerador que levam em conta o efeito da saturação não só são necessários para estudos do comportamento em regime transitório do gerador como também são úteis na definição do sistema de excitação.

Um bom desempenho de um programa de cálculo de estabilidade de um sistema de energia elétrica também depende da consideração da saturação no núcleo dos geradores no seu modelo matemático.

2.0 - MODELO DE PARK DO GERADOR SÍNCRONO

As equações de Park para um gerador síncrono (2), são equações de tensão escritas a partir de um sistema de referência dq colocado no rotor, portanto girando com a velocidade angular do rotor (ω_r) em relação a um referencial inercial (2.1).

¹DSCE/FEE/UNICAMP, Caixa Postal 6101 - CEP 13081-970, Campinas-SP, Fone: 0192-397631, Fax: 0192-391395, Email: Ruppert@fee.unicamp.br

$$p\underline{\Psi} = \omega_s \underline{v} + \omega_r A \underline{\Psi} + B \underline{i} \quad (2.1)$$

Onde:

p é o operador diferencial (d/dt),

ω_s é a velocidade angular síncrona (rad/seg),

$\underline{\Psi} = [\Psi_{qe} \Psi_{de} \Psi_{kq} \Psi_{fd} \Psi_{kd}]^T$ é o vetor dos fluxos ligados/segundo com o eixo em quadratura do estator, com o eixo direto do estator, com o eixo em quadratura de campo e com o eixo direto do enrolamento amortecedor, respectivamente,

$\underline{v} = [v_{qe} v_{de} 0 v_{fd} 0]^T$ é o vetor das tensões em cada enrolamento acima mencionados,

$\underline{i} = [i_{qe} i_{de} i_{kq} i_{fd} i_{kd}]^T$ é o vetor das correntes elétricas em cada enrolamento acima mencionados.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & r_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_{kq} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_{fd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_{kd} \end{bmatrix}$$

r_s é a resistência elétrica do enrolamento do estator por fase, r_{kq} , r_{fd} e r_{kd} são, respectivamente, as resistências dos enrolamentos amortecedor de eixo q, de campo e amortecedor de eixo d.

As componentes do vetor de fluxo $\underline{\Psi}$ podem ser escritas como (2.2)

$$\begin{aligned} \Psi_{qs} &= -X_{le} i_{qe} + \Psi_{mq} \\ \Psi_{ds} &= -X_{le} i_{de} + \Psi_{md} \\ \Psi_{kq} &= X_{lkq} i_{kq} + \Psi_{mq} \\ \Psi_{fd} &= X_{lfd} i_{fd} + \Psi_{md} \\ \Psi_{kd} &= X_{lkd} i_{kd} + \Psi_{mq} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Onde:

X_{le} , X_{lkq} , X_{lfd} e X_{lkd} são as reatâncias de dispersão dos enrolamentos de estator, amortecedor de eixo q, campo e amortecedor de eixo d, respectivamente,

Ψ_{mq} e Ψ_{md} são os fluxos ligados de magnetização/segundo segundo os eixos q e d. Na máquina não saturada esses fluxos/segundo podem ser escritos como em (2.3).

$$\Psi_{mq} = \Psi_{mq} i_{mq} \quad (2.3)$$

$$\Psi_{md} = X_{md} i_{md}$$

Onde:

X_{mq} e X_{md} são as reatâncias de magnetização e as correntes de magnetização de eixo q e de eixo d respectivamente.

$$i_{mq} = -i_{qe} + i_{kq} \quad (2.4)$$

$$i_{md} = -i_{de} + i_{fd} + i_{kd}$$

Para simulação da dinâmica da máquina deve-se acrescentar ao conjunto de equações diferenciais (2.1) a equação de balanço de energia (2.5)

$$p\omega_r = \frac{2J}{P} (C_a - C_e) \quad (2.5)$$

Onde:

J e P são o momento de inércia total (gerador + turbina) e número de pólos do gerador respectivamente. C_a é o conjugado de acionamento, imposto pela turbina e C_e é o conjunto eletromagnético produzido pelo gerador e dado por (2.6).

$$C_e = \frac{3}{4} \frac{P}{\omega_s} (\Psi_{de} i_{qe} - \Psi_{qe} i_{de}) \quad (2.6)$$

3.0 - CURVAS DE MAGNETIZAÇÃO

As curvas de magnetização do eixo d e q são curvas respectivamente de Ψ_{md} em função de i_{md} e de Ψ_{mq} em função de i_{mq} . Essas curvas são obtidas de acordo com os itens a seguir.

3.1 - Curva de magnetização de eixo direto

A curva de magnetização de eixo direto ($\Psi_{md} \times i_{md}$) é obtida conforme prescrito no item 4.3.13 de (3) e é a curva de magnetização em vazio ou em circuito aberto.

3.2 - Curva de magnetização do eixo em quadratura

A curva de magnetização de eixo em quadratura ($\Psi_{mq} \times i_m$) é obtida conforme prescrito no item 8.5.3 de (3) e é chamada de curva de magnetização em vazio ou em circuito aberto de eixo q. O gerador é ligado a uma barra infinita e, para uma dada tensão, obtida através de um transformador de tap variável, a corrente de campo é reduzida de seu valor nominal em vazio para zero.

A seguir a corrente de campo tem sua polaridade invertida e é aumentada até que a máquina pule um pólo (isto é percebido por uma oscilação mecânica do rotor). Nesse ponto a corrente de armadura só terá componente q de modo que a corrente de excitação será I_{mq} .

Nesta situação tem-se a tensão aplicada ao estator (V) e mede-se a corrente I_{mq} . Obtém-se a força eletromotriz em vazio de eixo q (E) usando a expressão (3.1)

$$E = V - X_{\ell e} I_{mq} \quad (3.1)$$

3.3 - Características de magnetização do gerador

A Figura 1 mostra, num único gráfico, as curvas de magnetização de eixo direto e de eixo em quadratura.

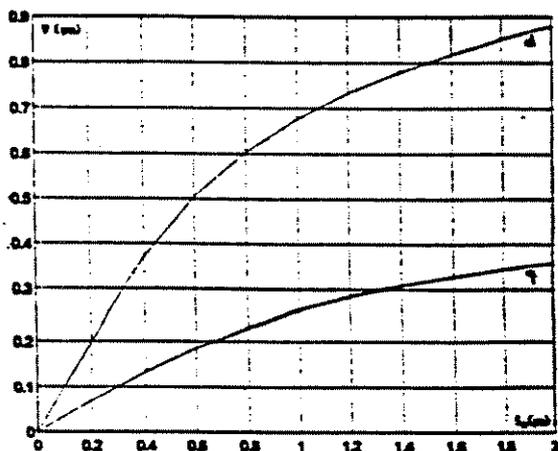


FIGURA 1

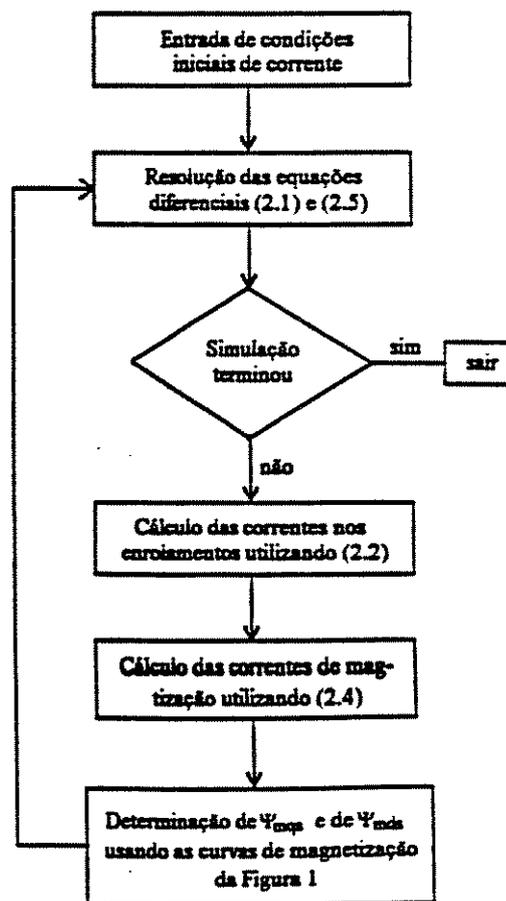
Curvas de magnetização de eixo d e de eixo q.

As curvas obtidas em laboratório representam força eletromotriz E em função da corrente de magnetização i_m . A força eletromotriz E, entretanto é igual ao fluxo ligado/segundo (Ψ_m) para cada eixo.

No caso da curva de magnetização de eixo d a fem $E_d = \Psi_{md}$ e a corrente de magnetização I_{md} é a corrente de campo. Na curva de magnetização de eixo q a fem $E_{mq} = \Psi_{mq}$ e a corrente de magnetização I_{mq} é a corrente de estator obtida conforme o item 3.2.

4.0 - MODELO MATEMÁTICO DINÂMICO DO GERADOR

O diagrama de blocos a seguir mostra como incluir as curvas de magnetização de eixos d e q nas equações diferenciais (2.1) que constituem o modelo matemático dinâmico do gerador.



5.0 - RESULTADOS

Apresenta-se na figura 2 as curvas dinâmicas de conjugado x ângulo do rotor ($T_e - N.m \times \delta$ -graus) para um gerador síncrono de 325MVA-64 pólos-20kV, obtidas usando o modelo apresentado, com o gerador submetido a cargas correspondentes a 0,5 pu, 1 pu e 1,45 pu respectivamente. Observa-se que para carga de 1 pu o ângulo de regime permanente é de cerca de 32° . O torque base é de $2,7 \times 10^7$ Nm.

Com modelo linear convencional obtém-se para essa máquina um ângulo em regime permanente de 37° .

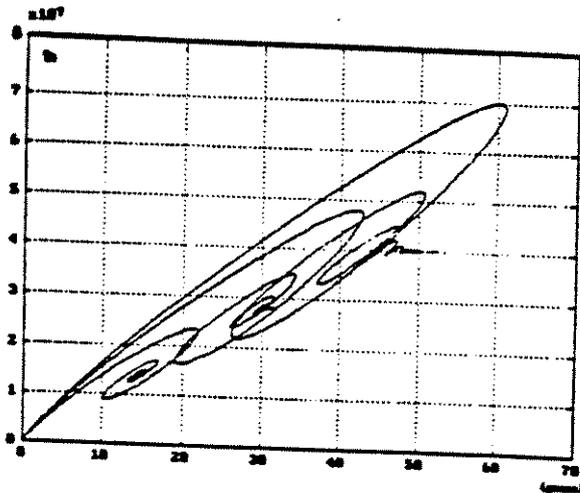


FIGURA 2
Curvas conjugado e ângulo de carga.

6.0 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

O modelo matemático apresentado, ainda em estudos e desenvolvimentos, mostra desempenho qualitativo satisfatório pois o ângulo da máquina em regime permanente é de 32° , portanto menor do que o obtido sem considerar a saturação magnética. Trabalhos experimentais estão sendo executados no momento.

A vantagem do modelo é que trabalhando com fluxos e usando as curvas de magnetiza-

ção evita-se fazer aproximações em reatâncias como costumeiramente é feito na literatura.

7.0 - BIBLIOGRAFIA

- (1) EL SERAFI, A.M., ABDALLAH, A.S., Effect of saturation on the steady-state stability of a synchronous machine connected to an infinite bus system, IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. 6, nº 3, sept. 1991.
- (2) KRAUSE, P.C., Analysis of electric machinery, McGraw Hill Book Company, NY, 1986.
- (3) IEEE GUIDE: Test procedure for synchronous machine, IEEE Std. 115-1983, NY, 1983.