

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

DEPARTAMENTO DE SISTEMAS E CONTROLE DE ENERGIA

UNICAMP

BIBLIOTECA CENTRAL

SEÇÃO CIRCULANTE

**Obtenção do Ponto de Máximo Carregamento em Sistemas Elétricos  
de Potência Utilizando Novas Técnicas de Parametrização para o  
Método de Continuação**

Por: MSc. Dilson Amancio Alves

Orientador: Prof. Dr. Vivaldo Fernando da Costa

Co-orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto de Castro Jr.

Tese submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas, para preenchimento dos pré-requisitos parciais para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Vivaldo Fernando da Costa  
Prof. Dr. Geraldo Roberto Martins da Costa  
Prof. Dr. Carlos Márcio Vieira Tahan  
Prof. Dr. Carlos Alberto Favarin Murari  
Prof. Dr. Anésio dos Santos Jr  
Prof. Dr. Takaaki Ohishi

Este exemplar corresponde a redação final da tese defendida por DILSON AMANCIO ALVES e aprovada pela Comissão Julgada em 30/06/2000  
*Vivaldo Fernando da Costa*  
Orientador

Campinas, 30 de Junho de 2000

2000/11/15



DATA 8e  
CHAMADA: UNICAMP  
AL 878  
Es.  
MBO BC/ 43008  
OC. 16-278100  
C  D   
REC# R\$ 11,00  
DATA 07/11/00  
\* CPD

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

AL87o Alves, Dilson Amancio

Obtenção do ponto de máximo carregamento em sistemas elétricos de potência utilizando novas técnicas de parametrização para o método de continuação. / Dilson Amancio Alves. --Campinas, SP: [s.n.], 2000.

Orientadores: Vivaldo Fernando da Costa; Carlos Alberto de Castro Jr.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Sistemas de energia elétrica. 2. Estabilidade. 3. Teoria da bifurcação. I. Costa, Vivaldo Fernando da. II. Castro Jr., Carlos Alberto de. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. IV. Título.

CM-00147194-3

## RESUMO

Neste trabalho são apresentadas as características de novos métodos obtidos com simples modificações nos métodos convencionais de Newton e desacoplado rápido. As modificações introduzidas têm por objetivo eliminar os problemas de mal condicionamento dos métodos convencionais quando da determinação do ponto de máximo carregamento e da avaliação da margem de colapso de tensão.

São propostos novos esquemas de parametrização para o método da continuação utilizando o método de Newton e um nova forma de parametrização para o método da continuação baseado no fluxo de carga desacoplado rápido. O desempenho destes métodos são comparados entre si com o propósito de explicitar suas características, bem como a influência dos limites de *tap* e potência reativa. Os resultados dos estudos mostram que além de evitar a singularidade local, as vantagens inerentes dos métodos convencionais não só são preservadas, como também a região de convergência ao redor da singularidade é aumentada.

## ABSTRACT

This work presents the features of new methods obtained with small modifications of the conventional Newton and fast decoupled methods. With the proposed modifications the problems caused by ill conditioning of the conventional methods for the determination of the maximum loading point and voltage stability margin calculation are avoided.

New parameterization schemes for continuation method based on the Newton method are proposed, along with a new parameterization schemes for the continuation method based on the fast decoupled load flow. These new methods are compared to each other with the purpose of pointing out their characteristics, as well as the influence of the reactive power and tap limits. The results obtained show that, in addition to avoid local singularity, the inherent advantages of conventional methods are preserved, and the convergence region around the singularity is enlarged.

## AGRADECIMENTOS

- Aos Prof. Dr. Vivaldo Fernando da Costa e Prof. Dr. Carlos Alberto Castro pela excelente orientação, por todo o conhecimento transmitido sobre diversos assuntos e principalmente pela amizade e confiança.
- Ao meu grande amigo Luiz Carlos Pereira da Silva pelos importantes comentários ao longo do trabalho e pela leitura do manuscrito.
- Aos amigos pelo carinho e apoio fundamental para a realização desse trabalho e, em particular à Maria Elisabete Tavares Ranzani e Edson Righeto.
- À CAPES pelo apoio financeiro, e a UNESP e aos professores de Ilha Solteira pela confiança em mim depositada.
- À minha família por me incentivar em todos os momentos e, em particular, ao meu irmão Divino e sua esposa, e aos meus pais, pela acolhida em seus lares.

*“O Eterno tudo criou sem exceção ...*

*Quem será capaz de relatar suas obras?*

*Quem poderá compreender as suas maravilhas? ...*

*Nada há a subtrair, nada a acrescentar às maravilhas de Deus; elas são incompreensíveis.*

*Quando o homem tiver acabado, então estará no começo; e quando cessar a pesquisa, ficará perplexo.” Eclo 18.*

*“A ação nada vale sem a oração; a oração valoriza-se com o sacrifício”*

*Caminho, Josémaria Escrivá*

*Dedico esse trabalho à minha esposa Sônia e aos meus filhos Priscila, Patrícia e Júnior.*

# ÍNDICE

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	1
<b>2</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b>	4
2.1	Introdução	4
2.2	Motivação	4
2.3	Estabilidade de Tensão	8
2.4	Ferramentas e Técnicas	8
2.4.1	Análises Dinâmicas no Domínio do Tempo	9
2.4.2	Análises de Pequenas Perturbações	9
2.4.3	Teoria das Bifurcações	11
2.4.4	Análises Estáticas	13
2.4.4.1	Índices de Estabilidade	15
2.4.4.2	Margem de Carregamento (MC)	15
2.4.4.3	Curvas PV	17
2.4.4.4	Critérios de Avaliação do Colapso de Tensão Baseados na Curva PV	17
2.4.4.5	Métodos Utilizados para a Obtenção da Margem de Carregamento	22
A	Fluxo de Carga Convencional	22
B	Técnicas de Sensibilidade	24
C	Método da Continuação	25
D	Métodos Diretos	26
D.1	Ponto de Colapso	26
D.2	Métodos de Otimização	28
E	Outras Abordagens	29
<b>3</b>	<b>Diagramas de Carregamento e Métodos da Continuação</b>	31
3.1	Introdução	31
3.2	Expressões Analíticas para um Sistema Simples	31
3.2.1	Equações Características da Curva PV	34
3.2.1.1	Singularidade da matriz Jacobiana	36
3.2.2	Equações Características da Curva QV	37

3.2.3	Equações Características da Curva SV .....	38
3.2.4	Traçado das Curvas PV, QV e SV .....	39
3.3	Curvas QV, PV e SV para uma Única Barra Obtidas pelo Método de Newton .....	40
3.3.1	Curva QV .....	40
3.3.2	Curva PV .....	42
3.3.3	Exemplos Ilustrativos .....	43
•	Fluxo de Carga Convencional .....	44
•	Singularidade da Matriz Jacobiana ( $J$ ) .....	45
•	Métodos Modificados .....	46
3.3.4	Curva SV .....	48
3.4	Curvas QV, PV e SV para uma Única Barra Obtidas pelo Método Desacoplado Rápido .....	50
3.4.1	Fluxo de Carga Desacoplado Rápido Convencional .....	50
3.4.2	Fluxo de Carga Desacoplado Rápido Modificado .....	51
3.4.3	Curvas QV e PV .....	51
•	Versão XB para a Obtenção da Curva QV .....	52
•	Versão BX para a Obtenção da curva PV .....	53
•	Versões XB e BX para a Obtenção das Curvas PV e QV .....	54
3.4.4	FCDRM para a Obtenção das Curvas SV .....	56
3.5	Métodos da Continuação .....	58
3.5.1	Preditor .....	61
3.5.2	Controle do Passo Preditor $\sigma$ .....	64
3.5.3	Passo Corretor e Parametrização .....	65
3.5.4	Comentários Gerais .....	69
3.5.4.1	Efeitos dos Limites .....	69
<b>4</b>	<b>Novas Técnicas de Parametrização do Fluxo de Carga para resolução via Método da Continuação .....</b>	<b>72</b>
4.1	Introdução .....	72
4.2	Base Teórica dos Métodos Propostos .....	72
4.2.1	Parametrização .....	73

4.2.2	Passo Preditor .....	77
4.2.3	Passo Corretor e Controle de Passo .....	77
4.2.4	Resultado dos Testes .....	78
4.2.5	Comentários Gerais .....	87
4.3	FCDR Parametrizado .....	88
4.3.1	Métodos de Newton Parametrizados .....	88
4.3.2	Métodos Desacoplados Parametrizados .....	90
4.3.2.1	Versão BX Parametrizada por $V$ .....	90
4.3.2.2	Versão XB Parametrizada por $\theta$ .....	92
4.3.3	Resultados dos Testes .....	93
4.3.4	Comentários Gerais .....	101
<b>5</b>	<b>Conclusões</b> .....	<b>103</b>
5.1	Introdução .....	103
5.2	Contribuições .....	103
5.2.1	Novas Técnicas de Parametrização para o Método da Continuação .....	104
5.2.2	Método da Continuação Utilizando Fluxo de Carga Desacoplado Rápido Modificado (FCDRM) .....	104
5.3	Trabalhos Futuros .....	105
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>106</b>
	<b>ANEXO I</b> .....	<b>111</b>
A.1	Obtenção das Matrizes $MH^{-1}$ e $Leq$ .....	112
A.2	Obtenção da Matriz $Leq$ da Versão BX do FCDR Parametrizado por $V$ .....	115

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Critérios para estabelecimento de margem em estudos de estabilidade de tensão .....	21
Tabela 4.1	Desempenho dos diferentes métodos .....	84
Tabela 4.2	Valores do PMC obtidos pelos diferentes métodos .....	87
Tabela 4.3	Ponto de Máximo Carregamento (PMC) .....	93
Tabela 4.4	Desempenho de diferentes versões próximo ao PMC .....	97
Tabela 4.5	Resultados de simulações com inicialização <i>flat start</i> para o IEEE-118 .....	98
Tabela 4.6	Influência do tamanho do passo nas versões FCDR .....	99

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Definição da margem de carregamento segura de pré e pós-contingência .....	18
Figura 2.2	Definição do limite de operação usando curvas PV .....	19
Figura 2.3	Curvas PV de pré e pós-contingência .....	25
Figura 3.1	Sistema de duas barras .....	32
Figura 3.2	Varição da magnitude de tensão $V_2$ em função de $P_2$ , com $Q_2 = 0 =$ constante, para a rede da figura 3.1 .....	33
Figura 3.3	Efeitos da compensação de reativos sobre o PMC e a $V_{cr}$ .....	36
Figura 3.4	Curvas PV utilizando FC convencional .....	44
Figura 3.5	Singularidade das matrizes .....	45
Figura 3.6	Método de Newton modificado .....	47
Figura 3.7	Sistema de três barras .....	51
Figura 3.8	Método da continuação com preditor tangente .....	61
Figura 3.9	Comparação entre os métodos da continuação com preditor tangente e com preditor secante .....	63
Figura 3.10	Métodos da continuação com preditor tangente: (a) $V_3$ como parâmetro, (b) $\theta_3$ como parâmetro .....	67
Figura 3.11	Sistema de três barras para verificar efeito de limites no método da continuação .....	70
Figura 3.12	Efeito dos limites e do passo na trajetórias de soluções (curva PV) .....	71
Figura 4.1	(a) Diagrama unifilar do sistema de 3 barras e 2 ramos, (b) magnitudes de tensão, (c) ângulos da tensão, (d) perdas ativas do sistema $P_{Pativa}$ , potência ativa na barra <i>slack</i> $P_{Slack}$ , e potência reativa na barra PV $Q_{PV}$ , (e) determinantes normalizados .....	74
Figura 4.2	(a) magnitudes de tensão, (c) perdas ativas nas LT do sistema $P_{LT}$ , (c) determinantes normalizados, (d) perdas reativas nas LT do sistema $Q_{LT}$ e perda total potência reativa $P_{Reat}$ , (e) determinantes normalizados .....	76
Figura 4.3	(a) magnitude da tensão na barra crítica, (b) ângulo da tensão na barra crítica, (c) efeito dos limites, (d) número de iterações, (e) perdas de potência ativa do sistema $P_{Pativa}$ , (f) fator de carregamento em função de $k_{Pa}$ , (g) magnitude da tensão em função de $k_{Pa}$ .....	79

Figura 4.4	(a) magnitude da tensão na barra crítica, (b) ângulo da tensão na barra crítica, (c) efeito dos limites, (d) número de iterações, (e) perdas de potência reativa do sistema $Q_{Reat}$ , (f) fator de carregamento em função de $k_{Qrea}$ , (g) magnitude da tensão em função de $k_{Qrea}$ .....	81
Figura 4.5	(a) magnitude da tensão, (b) detalhe da magnitude da tensão junto ao PMC, (c) número de iterações $k_{Psb}$ e $k_{Pa}$ , (d) número de iterações $k_{Qsb}$ e $k_{Qrea}$ , (e) número de iterações $k_{Psb}$ e $k_{Pa}$ para tamanho de passo duplicados, (f) número de iterações $k_{Qsb}$ e $k_{Qrea}$ para tamanho de passo duplicados .....	83
Figura 4.6	Método de Newton parametrizado pelas perdas de potência ativa na LT .....	85
Figura 4.7	Métodos da continuação para várias funções $W$ , aplicado ao IEEE-118: (a) potência reativa na barra $PV$ (barra 116), (b) potência reativa na barra $PV$ (barra 40), (c) perdas de potência ativa do sistema, (d) potência ativa da barra $slack$ , (e) perdas de potência reativa do sistema, (f) perdas de potência ativa na LT .....	86
Figura 4.8	(a) Diagrama unifilar do sistema de 3 barras e 2 ramos, (b) magnitudes de tensão, (c) ângulos da tensão, (d) determinantes normalizados .....	89
Figura 4.9	(a) Efeito dos limites sobre a curva PV, (b) magnitude de tensão, (c) magnitudes de tensão nas barras PV, (d) ângulo da tensão .....	94
Figura 4.10	Desempenho da versão XB do método desacoplado para o IEEE-57 .....	95
Figura 4.11	Desempenho dos métodos desacoplados para o IEEE-57 .....	96
Figura 4.12	Desempenho dos métodos desacoplados para o IEEE-118, utilizando $V_{52}$ como parâmetro .....	97
Figura 4.13	Magnitudes e ângulos da tensão da barra 52 .....	98
Figura 4.14	Efeito do chaveamento de parâmetro no método do FCDR considerando os limites de tap e de potência reativa: (a) magnitude de tensão, (b) número de iterações $P\theta$ , (c) número de iterações $QV$ , (d) número de iterações $QV$ para tamanho dobrado do passo, (e) número de iterações $QV$ para tamanho quadruplicado do passo .....	100
Figura 4.15	Efeito do chaveamento de parâmetro no método de Newton sem considerar os limites de tap e de potência reativa: (a) magnitude de tensão, (b) ângulo da tensão, (c) número de iterações .....	101
Figura A1	Sistema de quatro barras .....	112

# CAPÍTULO 1

## Introdução

Historicamente, os sistemas de potência eram projetados e operados de forma conservadora. Era comparativamente fácil atender ao crescimento da demanda com novos equipamentos de geração e transmissão. Até então, os sistemas operavam normalmente numa região de baixo carregamento (região linear), onde o perfil de tensão era praticamente plano, isto é, as tensões permaneciam muito próximas de 1 p.u.. Ocasionalmente eram forçados a operar em condições extremas, onde as não-linearidades poderiam começar a ter algum efeito significativo. Com a atual política de desregulamentação do setor de energia elétrica, o sistema passa a operar num mercado de livre acesso para compra e venda de energia, as estratégias operacionais tornam-se praticamente imprevisíveis. Também, com as recentes tendências de otimizar a utilização dos recursos e equipamentos dos sistemas de potência, estes começaram a operar muito próximo de seus limites de carregamento.

Com o crescente aumento do carregamento dos sistemas, também aumentam as perdas reativas nas linhas de transmissão. Nestes sistemas, mesmo aqueles que operam com tensões muito próximas de 1 p.u., as pequenas variações nas magnitudes das tensões pouco afetarão os suportes de reativos dos elementos *shunts*, inclusive os de linha. Por outro lado, as pequenas variações na diferença de tensão entre os extremos de uma linha de transmissão, associadas às grandes diferenças angulares, podem causar alterações substanciais nas perdas série de potência reativa. Nestas condições de operação, as barras do tipo *PV* têm um papel decisivo no controle da tensão, quando comparado ao controle desempenhado pelos elementos *shunt* e pelos *tap* de transformadores. A progressiva exaustão das reservas de reativos, provenientes destas barras, na tentativa de manter-se um perfil adequado de tensão, tem como consequência a perda de controle da tensão por parte dos geradores. Isto resultará numa queda contínua da tensão que, por sua vez, causará um sensível aumento da diferença angular entre os extremos da linha de transmissão, a fim de manter a transmissão de potência ativa. O aumento da diferença angular, somado à queda de tensão e consequente redução compulsória do suporte de reativos por parte dos bancos de capacitores,

causará um novo aumento nas perdas reativas das linhas de transmissão que levará o sistema a operar numa região na qual não há mais o controle de tensão.

O fenômeno de instabilidade de tensão está associado a esse decaimento rápido da tensão em sistemas muito carregados. Ao se aproximar do limite de estabilidade de tensão, as tensões em algumas barras reduzem rapidamente, mesmo para pequenos incrementos na carga. Nesta situação, as ações dos controles ou dos operadores pouco ou nada podem fazer para prevenir tal decaimento. O colapso de tensão é o processo pelo qual a instabilidade de tensão conduz a um perfil de tensão muito baixo numa parte significativa do sistema [Kun93-1, IEEE90].

Embora o colapso de tensão seja essencialmente um fenômeno dinâmico, sua análise tem sido intensamente realizada através de métodos estáticos [FTCT99, RRWG98]. Isto porque os análises dinâmicas no domínio do tempo, além de consumir tempos enormes de CPU e de engenharia necessários (antes que as conclusões sejam tiradas a respeito da estabilidade, pode ser necessário monitorar e examinar cuidadosamente muitos parâmetros), não fornecem informações em relação à sensibilidade ou ao grau de estabilidade [PSP98, Kun93-1, Cut98]. Estas limitações tornam o uso da abordagem dinâmica inviável tanto para a monitoração *on-line* do sistema quanto para a análise de grandes sistemas para os quais se necessita avaliar um grande número de condições e de contingências. Nestes casos, os métodos estáticos, tal como a análise das características da curva PV da rede em torno no ponto de operação e que requerem muito menos tempo de CPU, podem efetivamente ser usados não só para prover uma melhor compreensão do fenômeno como também para a aplicação *on-line*, objetivando a monitoração, a prevenção e o controle do fenômeno, antes da ocorrência de distúrbios que possam levar à instabilidade de tensão e conduzir o sistema para o colapso. Outro aspecto importante, conforme observado em [Cãn93], está associado com o fato de ainda existir muita controvérsia com relação ao modelo de carga mais apropriado para a análise do fenômeno de colapso de tensão.

Este fenômeno está intimamente relacionado à singularidade do Jacobiano do Fluxo de Carga (FC). Entretanto, na vizinhança do ponto de instabilidade, a divergência do método de Newton-Raphson, usado na solução do FC, pode ser causada ou por problemas numéricos ou pelo fato de ter-se atingido a condição de instabilidade. Portanto, sempre será necessário ponderar se os problemas de não convergência são devidos aos problemas numéricos ou às limitações físicas do sistema. Em geral, as diferenças não são óbvias.

Os objetivos da pesquisa são o de contribuir para uma melhor compreensão dos muitos aspectos relacionados ao problema e à obtenção de uma ferramenta mais adequada para a avaliação da estabilidade de tensão.

O capítulo 2 tem por objetivo dar uma idéia geral a respeito da importância do estudo da estabilidade de tensão, bem como situar o trabalho a ser apresentado no contexto geral do assunto. Procura-se ao longo do capítulo criar os subsídios necessários não só para o entendimento do problema em si, mas também das técnicas utilizadas em sua análise. Dentre as diversas técnicas existentes na literatura correspondente, foram escolhidas apenas algumas, com o intuito de mostrar a diversidade das análises utilizadas. Entre estas, muitas foram apenas comentadas por não se tratarem da técnica adotada no presente trabalho.

O capítulo 3 introduz os conceitos básicos sobre os métodos que são apresentados no presente trabalho. Primeiramente os conceitos são explicados a partir de equações analíticas obtidas para um sistema simples de duas barras. A seguir, estas expressões são usadas para convalidar os resultados obtidos pelos métodos modificados de Newton e desacoplado-rápido, existentes e modificados, utilizados para o traçado das curvas PV, QV, e SV, considerando as variações de cargas numa única barra. Finalmente, é feita a apresentação dos métodos da continuação existentes para o traçado das curvas PV, QV, e SV, considerando variações de carga por todo o sistema.

O capítulo 4 apresenta os métodos propostos, assim como os resultados das simulações obtidos por meio destes métodos, para os sistemas do IEEE (14, 30, 57, e 118 barras). São apresentados vários esquemas de parametrização para o método da continuação, e duas versões do método da continuação, utilizando o fluxo de carga desacoplado rápido .

O capítulo 5 apresenta as conclusões gerais deste trabalho, bem como sugestões para possíveis continuações.

## CAPÍTULO 2

### Revisão Bibliográfica

#### 2.1 Introdução

O objetivo deste capítulo é dar uma idéia geral a respeito da importância do estudo da estabilidade de tensão, bem como situar o trabalho a ser apresentado no contexto geral do assunto. Procura-se ao longo deste capítulo criar os subsídios necessários não só para o entendimento do problema em si, mas também das técnicas utilizadas em sua análise. Dentre as diversas técnicas existentes na literatura correspondente, foram escolhidas apenas algumas, com o intuito de mostrar a diversidade das análises utilizadas. Entre estas, muitas foram apenas comentadas por não se tratarem da técnica adotada no presente trabalho.

#### 2.2 Motivação

Até meados da década de 70, os problemas operacionais dos sistemas de potência eram em sua essência devidos a sobrecargas térmicas. Durante a operação dos sistemas procurava-se atender as restrições operacionais: normal e de emergência. Na condição normal, o carregamento dos equipamentos deveria ser mantido abaixo de seu valor nominal, enquanto que, imediatamente após qualquer mau funcionamento ou contingência, este deveria ser mantido abaixo de seu valor de emergência (limite térmico). Para atender a estas restrições bastava que o perfil de tensão fosse mantido em uma faixa considerada aceitável. Com isso, durante a monitoração do sistema, a condição usual era a verificação do perfil de tensão [Reed87].

Quanto ao aspecto dinâmico, a principal preocupação era a de manter o sincronismo entre os geradores síncronos, condição necessária para a operação estável. Este tipo de estabilidade, denominada recentemente por estabilidade de ângulo [Tay94], é regida pela dinâmica dos rotores das máquinas síncronas. Neste caso, a estabilidade pode ser definida em função do nível de perturbação grande ou pequena, sendo conhecida por estabilidade transitória ou estabilidade de pequenas perturbações [Kun93-1], respectivamente.

Portanto, a capacidade de transmissão de potência era limitada ou pela capacidade térmica de carregamento ou pela estabilidade de ângulo. Os sistemas de potência operavam numa condição de baixo carregamento e conseqüentemente o perfil de tensão era razoavelmente plano (região linear de operação). Posteriormente à década de 70, uma série de incidentes evidenciou que a tensão também poderia afetar a estabilidade do sistema. Diversos fatores contribuíram para esta situação:

- A transmissão de grandes blocos de potências por longas distâncias, em virtude da dificuldade de disponibilidade de locais para a instalação de usinas próximos aos grandes centros de consumo;
- As transações de energia entre concessionárias pertencentes a um sistema interligado, as quais provocam uma mudança no padrão do fluxo de potência em função de alterações de custo de combustível e disponibilidade de geração, como foi o caso do sistema PJM (Pennsylvania – New Jersey – Maryland). Nesse sistema a mudança de fluxo se deu em virtude da substituição da geração à base de óleo combustível, localizada a oeste, pela à base de carvão, localizada a leste [Reed87];
- As dificuldades em se construir novas linhas de transmissão (restrições ecológicas e/ou econômicas);
- A desregulamentação do setor energético que leva a um aumento do carregamento das linhas existentes em conseqüência da concorrência de preços, aumento este que não foi considerado durante o estágio de planejamento. A conseqüência imediata é que as linhas passam a operar muito próximas das suas condições limites, com altas correntes e baixo perfil de tensão, afastando-se assim das condições para as quais foram inicialmente projetadas. Também, o baixo perfil de tensão pode resultar em perda de estabilidade e desligamentos em cascata dos equipamentos do sistema.

A análise de alguns incidentes que levaram a problemas de estabilidade de tensão pode auxiliar na compreensão do fenômeno, bem como auxiliar em sua identificação e prevenção. Das análises posteriores aos incidentes foram constatadas algumas características até então não observadas:

- Em muitos casos o fenômeno apresenta uma dinâmica relativamente lenta (até 30 minutos) e ocorre em consequência de uma pequena perturbação (Japão em 1987 [Tay94] e Brasil em 1997 [Fer99]), ou devido a uma contingência ( Suécia em 1983 [Tay94]). O caso do Japão é considerado como o pior uma vez que evoluiu sem qualquer contingência. Este evento ocorreu quando a carga aumentou subitamente de um montante relativamente pequeno num sistema que já se encontrava altamente carregado (região não linear de operação). As tensões no sistema de 500 kV chegaram a 370 kV (0,72 p.u.), apesar da conexão de todos os capacitores *shunt* disponíveis. Um estudo recente do sistema Sul do Brasil (RS e SC) mostrou que os recursos de geração e transmissão estão próximos de seus limites e as margens têm diminuído nos últimos anos [Soa97]. A experiência com a operação deste sistema, mostrou algumas perturbações em que o fenômeno de instabilidade de tensão se manifestou. A análise mostrou os mecanismos envolvidos nos afundamentos de tensão sem distúrbio prévio, observados no Sul, e deu uma idéia da proximidade dos limites de estabilidade no Sistema Sul atual. Também mostrou que, mesmo sem um grande distúrbio, há registro de ocorrências de afundamento de tensão durante o crescimento da carga na ponta, logo após o horário de verão, e algumas vezes nas rampas de carga, entre 09:00 e 16:00h, nos meses de verão. Em 02.04.96 ocorreu a menor tensão no sistema de 525kV em SC: em Blumenau525, 0,757 p.u., em Xanxerê230/138, 0,823/0,891 p.u. e em Palhoça230, 0,80 p.u., às 19:00h. Verificou-se, dos estudos realizados, que, de acordo com a estimativa de limite pela curva VQ, nesta ocasião operava-se com margem de estabilidade muito pequena, já que para valores em torno de 0,70-0,71 p.u. o comportamento da tensão em relação ao reativo começa a ser contrário ao esperado. A conclusão sobre os afundamentos foi a de que tem ocorrido muitas vezes uma estabilização da tensão num valor bem baixo. Alguns chamam de colapso parcial de tensão, no qual o desempenho do sistema é inaceitável porque o risco de *blackout* é grande, já que as tensões estão muito baixas e as correntes, muito altas. Nos geradores, usualmente, a tensão terminal está muito baixa; já estão sem reserva de reativos; e só um corte de carga melhora as condições. Um colapso a zero é mais difícil de ocorrer.

- Em alguns casos o fenômeno pode não estar associado ao aumento de carga do sistema e, sim, ao aumento do carregamento das interligações após a ocorrência de alguma contingência interna, como é o caso do sistema finlandês (parte do sistema Nordel – Nordic Power System que inclui a Finlândia, Suécia, Noruega e parte da Dinamarca) [Bas94], ou à transferência de potência pelo sistema pertencente a uma determinada concessionária devido à contingência numa outra concessionária, como no caso do sistema PJM [Reed87].
- No período que precede o fenômeno, a frequência mantém-se normal ou ligeiramente maior. Os ângulos das barras também mantêm-se praticamente constantes. É o caso do *blackout* da França (dezembro de 78) no qual se dizia não ter havido problema de estabilidade entre as máquinas (estabilidade de ângulo). Conseqüentemente, em muitos casos o fenômeno pode ser tratado em separado da instabilidade de ângulo. Tais casos têm se tornado mais freqüentes com o aumento generalizado das interligações que tornam os sistemas mais robustos ao déficit de potência e conseqüentemente menos susceptíveis a desvios de frequência.
- Um caso considerado muito interessante por suas características atípicas, foi o ocorrido na França (janeiro de 87). A estabilização da tensão deu-se a níveis muito baixos (0,5 a 0,8 p.u.) ao invés de o sistema entrar em colapso, e após 6 minutos a rejeição de carga restabeleceu novamente as tensões. Durante o período de operação em baixa tensão, a adição de mais carga (talvez pelo efeito de cargas controladas por termostatos) teria resultado em redução de potência, situação equivalente à operação na parte inferior da curva PV [Tay94].

As descrições e as características de alguns destes e de outros eventos de instabilidade de tensão, que conduziram ou não ao colapso total do sistema, bem como uma classificação quanto ao tempo (transitória ou de longa duração), podem ser encontradas de forma resumida em [Tay94] e detalhada em [IEEE90].

### **2.3 Estabilidade de Tensão**

A partir da ocorrência dos eventos mencionados na seção 2.2, a análise da estabilidade de tensão veio ganhando destaque com o subsequente aumento no volume de pesquisa e interesse por parte dos engenheiros e das empresas ligadas ao setor de energia elétrica. A instabilidade de tensão ocorrerá quando houver um declínio progressivo e descontrolado da tensão do sistema após este ter sido submetido a um distúrbio, aumento da carga ou mudanças nas suas condições (tais como a perda de uma Linha de Transmissão - LT). O principal fator responsável pela instabilidade de tensão é a incapacidade do sistema em atender a demanda de potência reativa [Kun93-1]. O colapso de tensão é o processo pelo qual a instabilidade de tensão conduz a um perfil de tensão muito baixo numa parte significativa do sistema. Da mesma forma que a estabilidade de ângulo, a estabilidade de tensão é classificada em duas categorias: grandes e pequenas perturbações. Uma classificação mais detalhada dos tipos de estabilidade e suas respectivas características pode ser vista em [Kun93-1].

Uma vez que os sistemas têm operado sob uma crescente condição de alto carregamento, a instabilidade de tensão passou a ser considerada como mais um fator limitante na transmissão de potência e o colapso de tensão, a principal preocupação no planejamento e operação dos sistemas de potência. A rápida determinação dos limites de transferência de potência e de carregamento do sistema tornou-se um dos principais objetivos da operação. Vários grupos de trabalho foram criados com o objetivo de apresentar os procedimentos, estabelecer técnicas de modelagem e de simulação, bem como as diretrizes para o planejamento e a operação do sistema [CIGRÉ86; CIGRÉ87; CIGRÉ93; CIGRÉ98; Man93; RRWG98; PSP98; VST98; FTCT99].

### **2.4 Ferramentas e Técnicas**

As análises do desempenho do sistema quanto à estabilidade de tensão são realizadas principalmente para atender a necessidades tais como: identificar os pontos fracos do sistema de transmissão e estabelecer as ações objetivando reforçar o desempenho do sistema para os futuros aumentos da demanda; prover estratégias para assegurar a estabilidade nos casos de contingências, durante a variação da demanda e das condições operacionais do sistema.

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL  
SEÇÃO CIRCULANTE

A identificação clara do mecanismo que leva ao colapso de tensão é muito difícil devido às constantes de tempo e ao grande número de componentes envolvidos no fenômeno. O fenômeno do colapso de tensão é dinâmico, ainda que freqüentemente evolua muito lentamente do ponto de vista de estabilidade transitória [PSP98]. O estudo da estabilidade de tensão pode basicamente ser classificado em duas categorias: análises dinâmicas e análises estáticas. O principal objetivo da análise dinâmica é esclarecer os mecanismos envolvidos no fenômeno de instabilidade de tensão, através do detalhamento dos efeitos de todos os equipamentos de controle. Já a análise estática destina-se a avaliar a margem de estabilidade de tensão.

#### **2.4.1 Análises Dinâmicas no Domínio do Tempo [Kun93-1, Cut98, PSP98]**

De todos os métodos de análise disponíveis, a simulação não linear no domínio do tempo é a que provê a réplica mais fiel da dinâmica real do colapso de tensão, capturando a seqüência cronológica dos eventos que causaram o fenômeno. Entretanto, o processo, além de consumir tempos enormes de CPU e de engenharia necessários à sua análise (antes que as conclusões sejam tiradas a respeito da estabilidade, pode ser necessário monitorar e examinar cuidadosamente muitos parâmetros), não fornece informações em relação à sensibilidade ou ao grau de estabilidade. Estas limitações tornam o uso desta abordagem inviável tanto para a monitoração *on-line* do sistema quanto para a análise de grandes sistemas para os quais se necessita avaliar um grande número de condições e de contingências. Nestes casos, os métodos estáticos, tal como a análise das características da curva PV da rede em torno do ponto de operação e que requerem muito menos tempo de CPU, podem efetivamente ser usados não só para prover uma melhor compreensão do fenômeno como também para a aplicação *on-line*, objetivando a monitoração, a prevenção e o controle do fenômeno, antes da ocorrência de distúrbios que possam levar à instabilidade de tensão e conduzir o sistema para o colapso.

#### **2.4.2 Análises de Pequenas Perturbações [Kun93-1, Cut98, Sil97]**

Tal análise é efetuada em sucessivos pontos ao longo da trajetória do sistema no domínio do tempo apesar de o colapso de tensão estar associado com a perda de estabilidade do sistema em

regime permanente. A estabilidade em regime permanente refere-se à resposta dinâmica do sistema a pequenos distúrbios que ocorrem continuamente durante a operação de um sistema. Um sistema é considerado estável em regime para uma determinada condição de operação se, após um pequeno distúrbio qualquer, atingir um nova condição em regime. Isto pode ser estudado por meio das equações linearizadas do sistema num ponto de operação. Por se tratar de um sistema dinâmico, o sistema de potência pode ser representado por um sistema de equações diferenciais e algébricas, não lineares, dependente de um parâmetro, da forma:

$$\begin{aligned} \dot{y} &= F(y, x, \lambda) \\ 0 &= G(y, x, \lambda) \end{aligned} \quad (2.1)$$

onde a função  $F$  descreve a dinâmica das cargas e dos geradores síncronos (com seus dispositivos de controle de tensão e velocidade) e a função  $G$  representa a rede do sistema;  $y$  representa o vetor das variáveis de estado;  $x$  o vetor das variáveis algébricas (p.ex. as variáveis do Fluxo de Carga - FC, ângulos e tensões de barras); e  $\lambda$  o parâmetro ou conjunto de parâmetros que conduzirá o sistema ao colapso de tensão (p.ex. carga total do sistema).

Nas análises de estabilidade de pequenas perturbações, o sistema de equações (2.1) é linearizado em torno de um ponto de operação em regime permanente, e todas as equações algébricas são eliminadas para obter a matriz de estado  $A$  do sistema linearizado. A eliminação das variáveis algébricas  $x$  é feita sob a hipótese de que a Jacobiana das equações algébricas ( $D_x G(y, x, \lambda)$ ) é não singular, e a matriz  $A$ , obtida através da aplicação da fórmula de Schur à matriz Jacobiana completa do sistema (2.1)

$$J_c = \begin{bmatrix} D_y F & D_x F \\ D_y G & D_x G \end{bmatrix},$$

é dada por  $A = D_y F - D_x F (D_x G)^{-1} D_y G$ . Pelo fato de esta matriz ser obtida a partir da matriz  $J_c$  completa (não reduzida), freqüentemente é chamada, na literatura, por matriz Jacobiana *reduzida* em contraposição a matriz Jacobiana *não reduzida*  $J_c$  [Cut98].

Em geral, as condições iniciais das variáveis algébricas  $x$  são obtidas por um programa de fluxo de carga. Cargas do tipo potência constante são usadas somente para obter as tensões de barra da rede, uma vez que cargas de qualquer tipo consomem um quantidade especificada de potência. As condições iniciais das variáveis de estado ( $y$ ) do sistema para um dado ponto de operação são avaliadas fazendo as derivadas das equações de estado iguais a zero. À medida que o parâmetro

$\lambda$  estiver variando “lentamente” com o tempo, o sistema caminhará de um ponto de equilíbrio (pontos de equilíbrio são definidos pelas soluções das equações  $F(y, x, \lambda) = 0$  e  $G(y, x, \lambda) = 0$ ) para outro, até atingir o ponto de colapso. A estabilidade do sistema é avaliada em cada ponto de operação através dos autovalores da matriz de estado reduzida  $A$  do sistema (2.1) e assim, se todas as partes reais dos autovalores do sistema linearizado forem negativas, o sistema será estável, caso contrário, será instável. Uma revisão bibliográfica mais detalhada do uso de análise modal para estudo de pequenas perturbações pode ser vista em [Sil97].

### 2.4.3 Teoria das Bifurcações [Kwa86, Kwa95, Sey88, Dob89, Dob92]

A teoria da bifurcação presta-se a predizer como um sistema tipicamente se torna instável. A idéia principal é a de estudar o sistema de potência no limiar da instabilidade. Independentemente do tamanho ou da complexidade do modelo do sistema de potência, só há uns poucos modos pelos quais o sistema torna-se instável e a teoria da bifurcação descreve esses modos e os respectivos cálculos associados. As análises de bifurcação requerem que o modelo do sistema de potência seja especificado na forma de equações que contenham dois tipos de variáveis: de estado e parâmetros, como as do sistema (2.1). A escolha conveniente do estado do sistema de potência varia consideravelmente, dependendo do modelo que está sendo utilizado.

Das diversas formas de abordagem usadas para analisar o fenômeno do colapso de tensão, uma das mais ricas é relacioná-lo à bifurcação do tipo sela-nó do sistema (2.1). À medida que o parâmetro  $\lambda$  variar, vários pontos de equilíbrio  $(y(\lambda), x(\lambda))$  podem aparecer. O valor de  $\lambda$  ( $\lambda = \lambda^*$ ) onde o comportamento qualitativo da resposta no tempo do sistema (2.1) muda, é chamado “valor de bifurcação”, e  $(y(\lambda^*), x(\lambda^*))$  é chamado de “ponto de bifurcação” [PSP98]. A mudança qualitativa do comportamento do sistema pode ser causada por diferentes tipos de bifurcações.

As bifurcações sela-nó e de Hopf são reconhecidas como as principais responsáveis pela instabilidade de tensão de sistemas de potência. Quando a matriz  $A$  apresenta um autovalor simples igual a zero tem-se a bifurcação sela-nó, também conhecida como bifurcação estática [Kwa86], e que é a mais comum em sistemas de potência, correspondendo ao desaparecimento de um equilíbrio estável do sistema. Quando  $A$  tem um simples par de autovalores complexos que atravessam o eixo imaginário do plano complexo, tem-se a bifurcação de Hopf. Neste caso o comportamento dinâmico

do sistema muda, passa do equilíbrio a uma oscilação. Observa-se que outros tipos de eventos, tais como o encontro de limites de reativo dos geradores e/ou dos *taps* de transformadores, e aberturas de LT por sobrecarga, são responsáveis pela mudança qualitativa do comportamento do sistema. A ocorrência de qualquer um destes eventos requer mudanças nas equações ou nas hipóteses que modelam o sistema de potência.

Gráficos de incidentes relacionados com o colapso de tensão contém um declínio monotônico, inicialmente lento, mas acelerado do estado do sistema. Outros eventos encontram-se frequentemente superpostos a este declínio que, na prática, não progredem, em virtude da atuação do sistema de proteção. A bifurcação sela-nó é considerada como uma idealização útil para explicar como o ponto de equilíbrio desaparece e para prever que no transitório subsequente existirá um declínio monotônico lento, mas acelerado, no estado do sistema. Mesmo em casos de distúrbios que fazem com que o ponto de equilíbrio do sistema desapareça subitamente sem passar gradualmente por uma bifurcação sela-nó como é o caso de contingência em linhas de transmissão, pode-se analisar parte da seqüência dos eventos supondo artificialmente que o evento ocorreu lentamente, e que este teria passado pela bifurcação sela-nó [PSP98, Dob89]. Uma vez que bifurcações sela-nó podem causar um colapso de tensão, é útil estudar este tipo de bifurcação de sistemas de potência, a fim de melhor entender e evitar o colapso de tensão. A bifurcação sela-nó também é conhecida por outras denominações tais como: bifurcação ou ponto singular, ponto crítico, ponto de colapso de tensão, ponto de inflexão (*turning point*), ponto de máximo carregamento, e ponto de máxima transferência de potência.

Observa-se ainda que eventos dinâmicos, tais como grandes distúrbios, podem tornar o sistema instável, sem a ocorrência de qualquer tipo de bifurcação. No caso da bifurcação associada ao colapso de tensão, a hipótese considerada é a de que os parâmetros no sistema estão mudando quase-estaticamente, ou seja, assume-se que os parâmetros (no caso as cargas) estão variando lentamente quando comparados com a dinâmica do resto do sistema, permitindo assim que somente as características de operação em regime permanente sejam representadas. O termo quase-estática também é citado algumas vezes como justificativa para a utilização das equações do FC convencional, as quais assumem que as tensões e correntes são senóides de frequência constante. Uma restrição ao desenvolvimento de novas metodologias dinâmicas, é a limitação das técnicas

não-lineares e a complexidade da modelagem do sistema, principalmente no que se refere à modelagem da carga.

#### 2.4.4 Análises Estáticas [Man93, Kun93-1, Cut98, PSP98]

A intenção das análises estáticas é reproduzir as características mais importantes do fenômeno, sem recorrer à complexidade numérica e à carga computacional associada à simulação no domínio do tempo. A análise *qualitativa* do comportamento do sistema através de análises matemáticas, ao invés do uso de métodos *quantitativos* (análise no domínio do tempo), é importante pois possibilita construir conceitos para controles e métodos computacionais eficientes.

A base do planejamento e da operação do sistema de potência com respeito à estabilidade de tensão é o de assegurar uma margem de estabilidade de tensão adequada e segura. Deste ponto de vista, as análises estáticas representam as bases do estudo da estabilidade de tensão e quando houver indicação de dificuldades no atendimento desta margem, ou uma antecipação da instabilidade de tensão, torna-se necessária a realização de simulações no domínio do tempo com o intuito de confirmar as expectativas.

Para um determinado  $\lambda$ , o ponto de equilíbrio  $(y(\lambda^*), x(\lambda^*))$  para o qual a matriz Jacobiana do sistema (2.1) é singular, é matematicamente conhecido como ponto de bifurcação sela-nó (bifurcação singular), e tem sido freqüentemente associado ao fenômeno de colapso de tensão [PSP98, Dob89]. Ou seja, o colapso de tensão acontece como uma consequência dinâmica da bifurcação sela-nó e portanto, assumindo que os parâmetros do sistema estão variando lentamente, pode-se usar um modelo estático durante todo o período que precede o instante no qual a bifurcação ocorre.

A compreensão da bifurcação sela-nó requer um modelo dinâmico para explicar porque as tensões caem dinamicamente. Entretanto, é possível estimar o ponto de bifurcação sela-nó através da utilização de um modelo estático. As referências [Dob89, Sau90, Mor93, Cañ95-2] mostram que, sob certas condições, a análise do colapso de tensão pela abordagem dinâmica e estática conduzem a resultados similares, com preferência pela última devido aos menores requisitos de tempo computacionais envolvidos. Assim sendo, muitos trabalhos foram apresentados, nos quais se procura determinar a singularidade do Jacobiano associado ao sistema (2.1). Além disso, a despeito da relação direta entre a singularidade da matriz Jacobiana do FC e a da matriz completa do sistema

(2.1), sempre será de interesse a determinação das condições do sistema para as quais o FC é insolúvel, visto que a maioria das atuais decisões operativas feitas *on-line* são baseadas na solução do FC. Ademais, não seria uma boa prática operar o sistema real numa condição para a qual não exista a solução do FC.

Existem diversas indicações úteis de uma bifurcação sela-nó. Todas as condições seguintes ocorrem neste tipo de bifurcação e, portanto, podem ser usadas para detectá-la ou caracterizá-la [Sei94, PSP98]:

- Dois pontos de equilíbrio coalescem, sendo que um deles deve ser instável.
- A sensibilidade com relação ao parâmetro de carregamento de uma variável de estado típica é infinita. Isto resulta da inclinação infinita do diagrama de bifurcação no ponto de bifurcação (“nariz” da curva).
- A matriz Jacobiana do sistema tem um autovalor nulo.
- A matriz Jacobiana do sistema tem um valor singular nulo.
- O determinante da matriz Jacobiana do sistema é nulo.
- As dinâmicas do colapso na bifurcação são tais que o estado do sistema muda monotonicamente e a taxa de mudança é inicialmente lenta e posteriormente rápida.

Um aspecto importante que deve ser ressaltado é que, dependendo do modelo estático de carga utilizado para representar a carga agregada do sistema, a localização do ponto de sela-nó muda significativamente. No caso de modelo de cargas como sendo do tipo PQ constante, a bifurcação sela-nó corresponderá ao ponto de máxima transferência de potência ou ponto de máximo carregamento, e também corresponde à extremidade ou “nariz” da curva PV [Cañ95-1, Cañ95-2]. Estes pontos pertencem à superfície (no espaço das cargas ou dos parâmetros de controle) que define a fronteira da região de solubilidade do FC. Fora desta região, o FC não tem solução real. Observa-se que cargas que exibem características de impedância ou corrente constante não causam a instabilidade de tensão [Pal92]. Esta é ditada essencialmente pelas cargas que exibem características de potência constante. Um estudo mais detalhado dos modelos de carga e a sua influência na estabilidade de tensão pode ser encontrado em [Sil97].

#### 2.4.4.1 Índices de Estabilidade

Uma vez que num sistema estressado, a instabilidade de tensão pode ocorrer quando a carga total sofre um aumento súbito e relativamente pequeno, seria útil ao operador se houvesse um índice que lhe mostrasse o *status* referente à instabilidade de tensão e a margem, ou seja, o valor máximo que a demanda total poderia ter sem causar a instabilidade de tensão.

Muitos dos métodos estáticos utilizados para avaliar a proximidade do colapso de tensão podem ser enquadrados em duas categorias. Uma propõe índices que apresentem um valor definido no ponto de colapso enquanto que a outra determina o ponto de bifurcação estático e em seguida determina alguma margem para o colapso de tensão.

Das diversas técnicas para obtenção de índices que foram propostas, muitas delas são baseadas nas características acima mencionadas: múltiplas soluções do FC [Par79, Tam83, Yor97, El-K97]; sensibilidade [Lee98]; autovalor [Gao92, Xu93, Man94, Fen99]; mínimo valor singular [Tir88, Löf93-1, Löf93-2]; determinante da matriz Jacobiana do FC [Pra91, Pra93, Zam94]. O objetivo destes índices é o de definir uma grandeza escalar que possa ser monitorada à medida que os parâmetros mudem. Deveriam ter forma previsível de modo que predições aceitáveis possam ser realizadas. O comportamento linear também é desejável, pois permite que as sensibilidades de primeira ordem com relação à variação do parâmetro sejam suficientes para se decidir sobre as ações de controle necessárias para aliviar e/ou prevenir os problemas de tensão. Entretanto, muitos desses índices apresentam um comportamento normal (variações muito pequenas numa ampla faixa de carregamento) até que uma brusca variação é observada muito próxima ao ponto de colapso. Este comportamento é perigoso porque não mostrará qualquer sinal de alerta para que em tempo real uma ação seja praticada. Também, a distância ao ponto de colapso estimada por estes índices pode não ser tão precisa quanto às obtidas por outros métodos os quais calculam a margem a partir da determinação da bifurcação sela-nó.

#### 2.4.4.2 Margem de Carregamento (MC)

O operador de sistemas de potência monitora usualmente um número de determinantes fluxos de potência ativa e reativa juntamente com níveis de tensão, topologia da rede, bem como fluxos de intercâmbio, transações externas, e cargas em barras internas. Estas grandezas são monitoradas para assegurar sua permanência dentro de limites aceitáveis na atual configuração, ou em qualquer outra

das possíveis configurações subseqüentes a uma contingência predefinida. A noção de capacidade de transmissão estará sempre presente para o operador, mas de uma forma indireta, intimamente relacionada às grandezas anteriormente mencionadas. Uma quantificação mais direta e explícita da capacidade de transmissão é a margem de estabilidade, que definitivamente determina o que estas grandezas representam e a que distância se encontram de seu limite.

A definição da margem dependerá da aplicação a que se destina. De uma forma geral procura-se estabelecer a margem em função da diferença entre o valor de um parâmetro correspondente a um evento e o seu atual valor. Dessa forma, dependendo da aplicação, a margem pode ser medida no espaço dos parâmetros com relação a nível de carga, nível de transferência de potência, temperatura, ou tempo. A margem de estabilidade mede a distância a um evento que cause a instabilidade e deve ser definida de forma a ser facilmente compreendida pelo operador. A margem de carregamento é o índice mais básico e amplamente aceito e para um dado padrão de evolução da carga e um ponto particular de operação, a margem de carregamento para o colapso de tensão é definida como o maior aumento de carga que o sistema pode ter, sem provocar o colapso de tensão. Existem várias escolhas para medir a mudança no carregamento, sendo uma delas a soma das variações absolutas na potência da carga. Frequentemente as cargas são consideradas como tendo fator de potência constante e, assim, a variação no carregamento pode ser medida somente pelas mudanças na potência ativa. A margem de potência é útil na indicação da robustez do sistema em termos de se lidar com condições não previstas, incluindo crescimentos de cargas maiores que o previsto, combinado com contingências críticas. Algumas das vantagens do uso da margem de carregamento como um índice de colapso de tensão são [PSP98]:

- É direta, bem aceita e facilmente entendida.
- Não é baseada num modelo particular do sistema, requerendo apenas um modelo estático do sistema.
- É um índice preciso que leva plenamente em conta as não linearidades e limites (limites de potência reativa e de *tap*) do sistema. Uma vez que os limites já são considerados em seu cálculo, estes não se refletem diretamente como variações bruscas na margem de carregamento.
- Uma vez obtida, é fácil calcular sua sensibilidade com relação a qualquer parâmetro ou controle do sistema de potência.

Entre as desvantagens está o fato de que esta requer o cálculo de pontos além do ponto de operação atual e requer que uma direção de crescimento de carga seja definida. Um modo de diminuir a dependência da margem de carregamento com relação à direção, é recalculá-la para diferentes padrões de crescimento ou calcular a sua sensibilidade com relação ao padrão assumido. A referência [Scot97] mostra como calcular estimativas quadráticas e lineares da margem de carregamento com relação a diversos parâmetros ou controles do sistema após ter sido obtida a margem de carregamento para os parâmetros nominais. São apresentados os efeitos sobre a margem de carregamento, dos seguintes parâmetros: alívio de carga em emergência; suporte de potência reativa; capacitância *shunt*; variação na direção do crescimento de carga; redespacho entre áreas e de geradores; mudanças no modelo e na composição da carga; e variação da susceptância da LT, dispositivos FACTS. O intuito é evitar que o ponto de máximo carregamento seja recalculado de forma exaustiva, para cada mudança de parâmetro.

#### **2.4.4.3 Curvas PV**

Os primeiros estudos do colapso de tensão estavam principalmente preocupados com a máxima potência que podia ser suprida a uma carga, mantendo a tensão dentro de limites operacionais. A linha principal destas pesquisas era dedicada a encontrar uma relação entre a potência e a tensão nas barras de carga. Um dos resultados mais importantes destes primeiros estudos é a tradicional e já conhecida curva PV, que representa uma relação quadrática entre a potência e a tensão, numa determinada barra da rede. Esta curva tem sido extensivamente utilizada nos estudos operacionais e de planejamento de sistemas de potência e tornou-se o principal instrumento de estudo até os dias atuais [CIGRÉ86; CIGRÉ87; Reed87; CIGRÉ93; Man93; Xu93; Bast94; Chao95; CIGRÉ98; PSP98; RRWG98; Abe99; Fen99; FTCT99]. Uma descrição do uso das curvas PV na monitoração da segurança da tensão em tempo real, implementada pela Companhia de Eletricidade de Tóquio, pode ser encontrada na referência [Suz92].

#### **2.4.4.4 Critérios de Avaliação do Colapso de Tensão Baseados na Curva PV**

Nas figuras 2.1 e 2.2 estão apresentadas as curvas PV e alguns dos critérios preventivos de avaliação do colapso de tensão utilizados em diversas concessionárias, bem como as definições dos termos envolvidos.

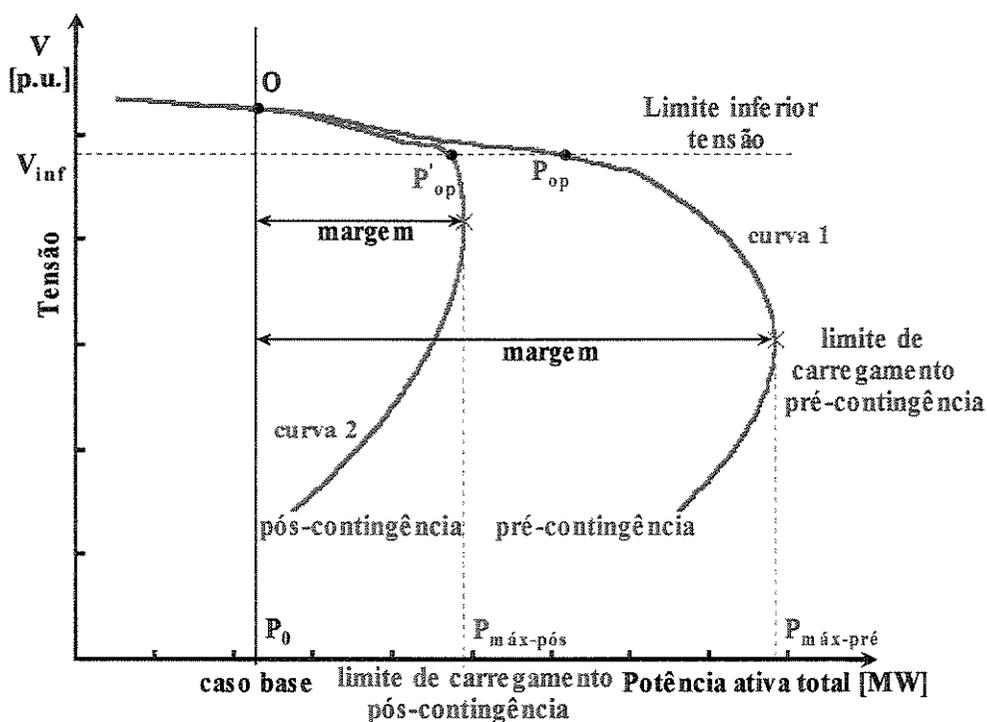


Figura 2.1 – Definição da margem de carregamento segura de pré e pós-contingência.

Considere um ponto de operação estável (O) denominado de caso base. Este ponto pode ter sido obtido através do estimador de estado ou por meio de um programa de FC. O método da curva PV determinará a capacidade do sistema através do aumento gradual da carga total do sistema, de acordo com uma previsão de carga de curto prazo ou, caso contrário, com um padrão predeterminado. Geralmente, conforme a carga aumenta, a tensão do sistema tenderá a diminuir, como mostrado na figura 2.1. Existe um limite para este aumento de carga após o qual o sistema entrará em colapso e que, conforme foi comentado anteriormente, corresponderá ao limite de carregamento de pré-contingência ( $P_{m\acute{a}x-pr\acute{e}}$ ) ou também denominado ponto de máximo carregamento (PMC). O carregamento pode ser interpretado num sentido mais amplo, isto é, não somente como um aumento de carga, mas também como um aumento da transferência de potência entre áreas, da carga de determinadas áreas (A), ou da carga de barras específicas (B). Também, o aumento pode ser definido em termos de potência ativa (P), potência reativa (Q), ou potência aparente (S) [Xu93, Cut98]. No caso da combinação do aumento de carga de barras específicas em termos de Q por exemplo, obter-se-ia a curva VQ.

O mais usual dos limites é o denominado de limite de carregamento de pós-contingência ( $P_{m\acute{a}x-p\acute{o}s}$ ), utilizado para medir a robustez do sistema após contingências [CIGRÉ98]. Em alguns casos

também se costuma usar o critério de mínima tensão ( $V_{inf} = 0,9$  p.u.) [GRID98]. Neste caso, a máxima carga operacional para cada condição será a carga para a qual a tensão cai ao nível de tensão aceitável ( $V_{inf}$ ), como indicado na figura 2.1 por  $P_{op}$  (caso base) e  $P'_{op}$  (para contingência). A margem do sistema seria medida por [ESBI98]:

$$\text{Margem Máxima [MW]} = P_{\text{máx-pré}} - P_0, \text{ ou}$$

$$\text{Margem Máxima (\%)} = (P_{\text{máx-pré}} / P_0 - 1) \times 100, \text{ para os casos sem contingências, e}$$

$$\text{Margem Máxima [MW]} = P_{\text{máx-pós}} - P_0, \text{ ou}$$

$$\text{Margem Máxima (\%)} = (P_{\text{máx-pós}} / P_0 - 1) \times 100, \text{ para os casos com contingências.}$$

No caso de se considerar o nível mínimo de tensão [GRID98]:

$$\text{Margem Operacional} = P_{op} - P_0, \text{ para os casos sem contingência, e}$$

$$\text{Margem Operacional} = P'_{op} - P_0, \text{ para os casos com contingência.}$$

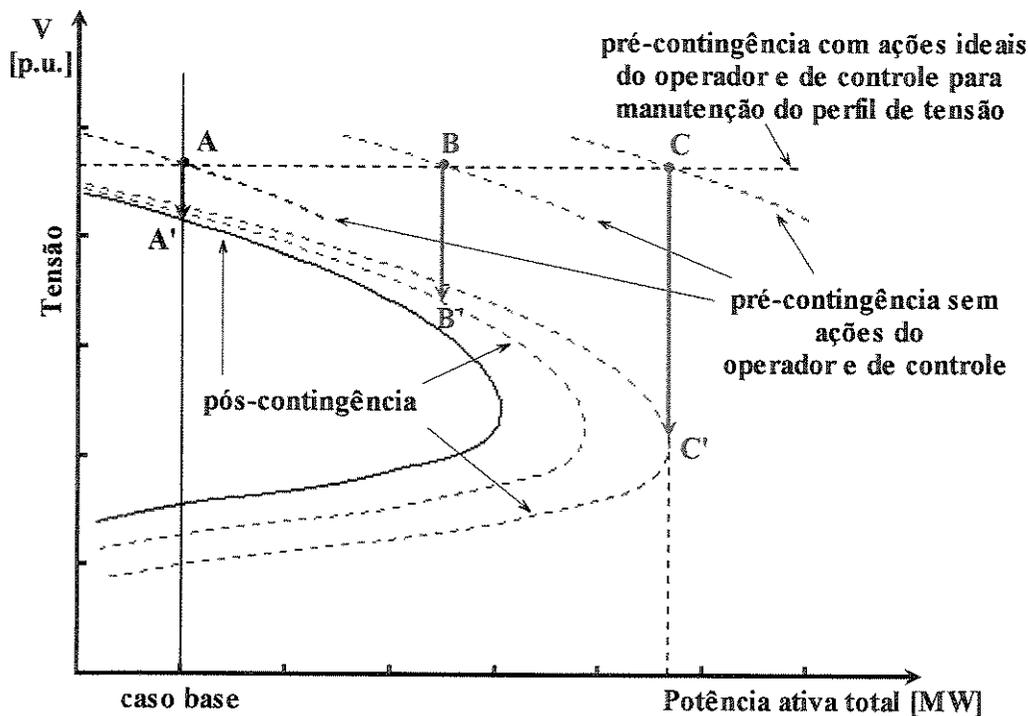


Figura 2.2 – Definição do limite de operação usando curvas PV.

O limite de operação segura (ver figura 2.2) corresponde à restrição para o carregamento do sistema nas condições de pré-contingência tal que o sistema possa suportar uma dada contingência.

Mais precisamente, dada uma direção de carregamento previamente definida, as ações realizadas pelo operador e pelos controles durante o carregamento do sistema, e uma contingência, o objetivo é determinar o quanto a configuração de pré-contingência pode ser carregada sem que a contingência cause instabilidade [CIGRÉ98]. Usualmente, as ações do operador e dos controles consistem na manutenção do perfil de tensão dentro de limites e/ou em maximizar as reservas rápidas de reativos objetivando fazer frente aos incidentes, o que pode ser alcançado por meio de chaveamento de compensação *shunt*, controle secundário de tensão e controle de *taps*. A figura apresenta a situação ideal, na qual as ações manteriam um perfil de tensão pré-contingência perfeitamente plano. O ponto C seria o limite de operação segura, isto é, o máximo carregamento nas condições de pré-contingência para o qual ainda existe um ponto de operação de pós-contingência.

Os critérios de avaliação da estabilidade de tensão definidos pelo WSCC (*Western Systems Coordinating Council* e que abrange 86 sistemas membros da região oeste da América do Norte – Canadá, México e Estados Unidos) [RRWG98; Abe99], também recomendados pela FTCT (Força Tarefa “Colapso de Tensão”) [FTCT99], são especificados em termos de margens mínimas de potência ativa (MP) e reativa (MQ). Os valores mínimos variam de acordo com quatro categorias de desempenho (A, B, C e D), vide tabela 2.1. Para o nível A,  $MP > 5\%$  e para o nível C (contingências duplas n-2),  $MP > 2,5\%$ . Recomenda-se a aplicação de ambas as metodologias PV e VQ para avaliar a margem e não apenas uma; outros métodos (simulações dinâmicas de longo termo, técnicas rápidas de simulação dinâmica - métodos quase-estático, análise modal, fluxo de carga ótimo com restrições de segurança) podem ser usados, mas apenas com caráter exploratório, com o intuito de obter-se maior compreensão do fenômeno.

Uma metodologia muito recomendada é a utilização da curva PV associada à análise modal [Kun93-2; Xu-93; Man94; Feng99]. Primeiramente, determina-se o ponto crítico e as margens utilizando as curvas PV, e a seguir aplica-se a análise modal. Embora a análise modal possa ser realizada para qualquer estado do sistema, é neste ponto que ela é útil para a identificação das áreas e elementos críticos do sistema. O modo crítico é o modo associado ao menor autovalor. A maior entrada no autovetor direito corresponde à barra crítica do sistema, e a maior entrada do autovetor esquerdo indica a direção mais sensível às variações de injeção de potência [Gao92].

As margens pós-contingência são usualmente utilizadas para caracterizar a severidade das contingências: quanto menor a margem, mais vulnerável o sistema após a contingência; uma margem

**Tabela 2.1 – Critérios para estabelecimento de margem em estudos de estabilidade de tensão.**

Nível de Desempenho	Distúrbio <sup>(1),(2),(3)</sup> iniciado por: Com ou sem falta; Distúrbio em CCAT	Margem <sup>(4),(5),(6)</sup> em MW (Método PV)	Margem <sup>(5),(6)</sup> em MVar (Método VQ)
A	Qualquer elemento: Gerador, circuito, transformador, fonte de reativos, monopólo CC	≥ 5 %	Cenário do pior caso <sup>(7)</sup>
B	Seção do barramento	≥ 2,5 %	50% da margem requerida no nível A
C	Qualquer combinação de dois ou mais elementos: LT + Gerador, LT + fonte de reativos, dois geradores, duas LT, bipólo CC, etc.	≥ 2,5 %	50% da margem requerida no nível A
D	Qualquer combinação de três ou mais elementos: Subestação, usina, etc.	≥ 0 %	≥ 0 %

- (1) A tabela se aplica igualmente a sistemas com todos os elementos em serviço (normal) e a sistemas com um elemento removido (sob contingência simples:  $n - 1$ ) e o sistema reajustado. Os ajustes do sistema, após a remoção de um elemento no caso base (para os níveis A - D), incluem todos os ajustes que podem ser realizados dentro de um período de 60 minutos para levar o sistema para a próxima condição de operação estável de regime posteriormente à remoção do elemento, por exemplo: redespacho da geração, ajustes de *taps* e de intercâmbios, etc.
- (2) Para aplicação destes critérios por membros pertencentes ao sistema, são permitidos esquemas de alívio de carga para se atender o nível A.
- (3) A margem para a condição do caso base deverá ser maior que a do desempenho de nível A.
- (4) O ponto de máxima operação no eixo P precisa ter uma margem igual ou maior que os valores da tabela, sendo medida da ponta do “nariz” da curva PV para cada nível de desempenho.
- (5) As técnicas de análise pós-transitória devem ser utilizadas na aplicação dos critérios. Estudos deveriam ser conduzidos para se verificar se o sistema é transitoriamente e dinamicamente estável; este procedimento é importante para confirmar se nenhuma instabilidade de ângulo é a responsável pelo colapso de tensão.
- (6) Para determinar a margem requerida por seu sistema, cada membro do sistema deveria considerar, conforme apropriado, as incertezas tais como: cargas ativas e reativas maiores que a prevista, bem como variações nas características da carga especialmente nos fatores de potência da carga; reservas de potência reativa em tempo real que não estão disponíveis; limites de potência reativa nos geradores internos mais restritivos que o planejado; com relação aos sistemas vizinhos: restrições de potência reativa maiores que o planejado, saídas de elementos não rotineiramente estudadas, variações nos despachos; etc.
- (7) A barra com maior deficiência de reativo precisa ter uma margem adequada de potência reativa para a pior contingência simples de modo a satisfazer uma das seguintes condições (a que for pior): i – 5% de aumento além da máxima carga prevista; ii – 5% de aumento além do máximo intercâmbio permitido. A pior contingência é aquela que causa a maior diminuição na margem de potência reativa.

negativa implica que o colapso de tensão ocorrerá imediatamente após a contingência se nenhuma ação rápida de controle for ativada.

A referência [Feng99] questiona este critério, afirmando que as menores margens podem afetar apenas pequenas áreas do sistema. A proposta é de que a severidade da contingência deveria ser medida não só pela margem de pós-contingência, mas também pelo número de barras afetadas. Como proposição final sugere-se identificar as contingências com a menor margem e classificá-las pelo seu impacto (o nível local afeta somente os ramos vizinhos, o de área afeta uma ou mais áreas e o de sistema afeta as tensões de barra por todo o sistema), através dos fatores de participação de

barra obtidos por meio da análise modal. A referência também exemplifica a dificuldade de se identificar o modo crítico meramente baseado na magnitude do valor modal; são necessárias informações adicionais com relação à variação dos autovalores durante o crescimento da carga, o que é uma tarefa muito difícil, dado o pequeno número de autovalores acessíveis e a dificuldade de associar os autovalores de diferentes níveis de carga.

#### 2.4.4.5 Métodos Utilizados para a Obtenção da Margem de Carregamento

##### A. Fluxo de Carga Convencional

Existem vários métodos propostos para a obtenção da margem de carregamento, sendo que a idéia mais natural e imediata é a utilização das técnicas de FC convencional [Gup90, Bast94, Chao95] uma vez que estas estão prontamente disponíveis e fáceis de usar. Para isso considere as equações do FC na forma mais geral:

$$G(x, \lambda) = 0 \quad x \in \mathfrak{R}^n, G \in \mathfrak{R}^n, \lambda \in \mathfrak{R} \quad (2.2)$$

Note que  $x$  nesta equação não é o mesmo do sistema (2.1). Aqui  $x$  representa o vetor correspondente aos módulos ( $V$ ) e aos ângulos de fase ( $\theta$ ) das tensões das barras do sistema, e o parâmetro  $\lambda$  representa o fator de carregamento do sistema. Na formulação usual do problema do FC, as dimensões de  $G$  e  $x$  são as mesmas e com a inclusão de  $\lambda$  passam a representar um conjunto de  $n$  equações de  $n + 1$  variáveis que definem uma curva unidimensional  $x(\lambda)$ , curva PV, passando através dos pontos de operação do sistema de potência  $(x_i, \lambda_i)$ . O problema é irrestrito porque existe uma variável a mais que o número de equações. Entretanto, pode ser resolvido através da especificação de um valor para  $\lambda$ . Assim, para cada valor fornecido ao parâmetro  $\lambda$ , um ponto de solução pode ser obtido. Dessa forma, a curva PV é gerada realizando uma série de soluções de FC e as tensões são plotadas em função do parâmetro  $\lambda$ . Observa-se que, conforme comentado na seção 2.4.4.4, o parâmetro  $\lambda$  pode representar qualquer um dos parâmetros do espaço de parâmetros ( $P$ ,  $Q$ ,  $S$ , ou mesmo o próprio  $\lambda$ ), e, conseqüentemente, a curva obtida será genericamente denominada por curva PV (ou, também curvas do FC) ou, especificamente, curva  $\lambda V$ ,  $QV$ ,  $SV$ , dependendo do parâmetro utilizado. As curvas obtidas com a variável no eixo vertical e o parâmetro no eixo horizontal, também é conhecida por diagrama de bifurcação ou curva *nose* [PSP98]. A aceitação das curvas PV por parte dos profissionais da área de sistemas de potência ainda é muito limitada, muito embora este quadro já

venha se alterando em função dos estudos relacionados à área de colapso de tensão. Algumas das aplicações para estas curvas são:

- Levantar o perfil de tensão do sistema em diversas condições de carregamento;
- Investigar a sensibilidade do estado do sistema com relação à variação do parâmetro;
- Encontrar o ponto de máximo carregamento, PMC, (ou ponto de bifurcação sela-nó) numa direção particular;
- Encontrar pontos de múltiplas soluções.

O algoritmo iterativo mais utilizado para a solução das equações algébricas não-lineares (2.2) é o de Newton-Raphson, cuja  $i$ -ésima iteração, para um dado valor de  $\lambda = \lambda_0$ , é dada por:

$$\begin{aligned}\Delta x_i &= -(J(x_{i-1}))^{-1} G(x_{i-1}, \lambda_0) \\ x_i &= x_{i-1} + \mu_i \Delta x_i\end{aligned}\tag{2.3}$$

onde  $J$  é a Jacobiana do FC, isto é,  $J = \partial G / \partial x$  e  $\mu_i$  é um multiplicador escalar usado para controlar a atualização das variáveis a cada iteração. Para o método de Newton convencional  $\mu_i$  é mantido igual a 1 durante todo o processo de cálculo. Para FC usando a técnica de controle de passo,  $\mu_i$  será reduzido, por exemplo, sempre que a soma dos quadrados dos *mismatches* aumentar após uma correção do vetor de tensão ( $\Delta V$ ) [Chao95], ou um valor otimizado lhe será atribuído para assegurar que a atualização das variáveis a cada iteração convirja de maneira (localmente) ótima para a solução [Iwa81].

É habitual nas análises de sistema de potência, a obtenção das informações de sensibilidade em torno de um ponto de operação, efetuando a variação dos parâmetros manualmente. Este procedimento também é usado para se obter o PMC. Enquanto o sistema é progressivamente carregado, as soluções (pontos da curva PV) são obtidas pelo algoritmo (2.3) até que ocorra a divergência do FC. Neste ponto  $J$  é singular e, conseqüentemente, o ponto corresponde ao PMC. Isto pode ser enganoso porque, embora a singularidade esteja relacionada com a divergência do FC, esta também ocorre em conseqüência de uma má condição inicial, devido ao algoritmo em particular, ou à própria condição de operação da rede.

Outros métodos que usam técnicas antidivergência [Chao95] ou de otimização de passo [Iwa81], utilizadas para melhorar a convergência na região mais não linear (de maior carregamento),

também não eliminam a singularidade. Embora na prática o uso destes métodos permita o cálculo de pontos muito próximos do PMC [Man93], sempre será necessário ponderar se a divergência se deu como consequência de problemas numéricos ou da limitação física do sistema (PMC), tarefa nem sempre óbvia. Uma vez que a matriz  $J$  é singular ( $\text{rank}(J) < n$ ) no PMC, este só poderá ser estimado por estas técnicas de forma aproximada. Observa-se que isto não significa que o ponto não é bem definido ou calculável, mas que este simplesmente requer que se acrescente por meio de uma equação, a informação perdida com a redução do rank da matriz  $J$ .

## B. Técnicas de Sensibilidade

A margem de carregamento também pode ser calculada empregando métodos de sensibilidade [Fos92]. Estes métodos baseiam-se no aumento gradativo da carga até que o estado do sistema atinja ponto de operação suficientemente próximo do ponto de colapso, no caso o ponto em que não há mais soluções do FC. O ponto de partida é a solução de um FC base. A cada iteração, o aumento de carga é definido como aquele que resulta em algum gerador atingindo o seu limite de potência reativa. O aumento de carga também pode ser obtido por análise de sensibilidade em intervalos específicos, pois a cada novo perfil de tensão e com um conjunto reduzido de barras de tensão controlada, as novas sensibilidades são calculadas das equações linearizadas do FC. Este procedimento é repetido; a demanda é aumentada em estágios enquanto mais geradores atingem o limite até que finalmente o ponto de colapso de tensão é atingido. Assume-se que há duas possibilidades deste ponto ocorrer: (i) por uma mudança no sinal (de negativo para positivo) da sensibilidade da tensão em relação à potência reativa em qualquer barra de carga, ou (ii) caso se esgote a reserva de reativo do sistema. A margem para o colapso de tensão é dada pelo aumento de carga em função do perfil de tensão estimado naquele ponto. A linearização é a principal desvantagem destes métodos, pois ao se aproximar da singularidade, o problema se torna cada vez mais não linear, os fatores de sensibilidade que definem o aumento de carga são cada vez menos precisos, e pode ser definido um aumento de carga tal que o estado da rede saia da região de solução do FC.

Outros métodos foram propostos para melhorar a eficiência destes métodos por meio do uso de um FC especial com otimização do tamanho do passo e a adição de procedimentos heurísticos ao algoritmo, fazendo uso de características particulares do sistema a fim de diminuir o tempo de

computação [Tog97]. Entretanto, em nenhum dos casos se elimina a singularidade da matriz Jacobiana.

Para se obter resultados confiáveis próximos ao PMC, o método convencional de Newton precisa ser modificado para se eliminar a singularidade da matriz  $J$ . Dois métodos têm sido aplicados a sistemas de potência com esse objetivo: o da continuação (ou homotopia), e o direto, também conhecido como método do Ponto de Colapso. Estes métodos são descritos a seguir.

### C. Método da Continuação

A figura 2.3 mostra o perfil de tensão, ou curva PV, para a barra crítica do sistema teste de 14 barras do IEEE, na condição normal de operação (curva 1) e sob contingência (curva 2). Estas curvas são utilizadas atualmente por algumas concessionárias para a determinar a proximidade do colapso de tensão [Suz92], a fim de que o operador possa tomar a tempo as medidas corretivas necessárias. Observa-se que não é uma boa prática monitorar apenas a variação da tensão para se detectar a proximidade do colapso, ou os efeitos dos limites ou contingências sobre o carregamento [Man93].

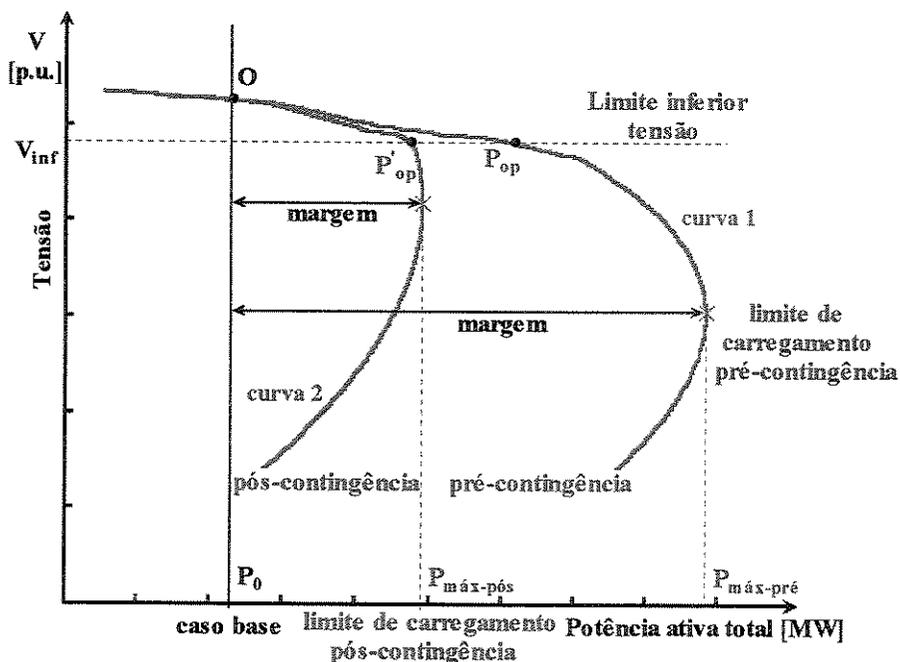


Figura 2.3 – Curvas PV de pré e pós-contingência.

Como se pode ver na figura, o perfil de tensão é praticamente o mesmo até a proximidade do ponto  $P'_{op}$ . Entretanto, pouco além deste (p. ex., ponto  $P_{op}$ ), não mais será possível operar o sistema

em condições de contingência. O mesmo ocorrerá, também, caso o sistema se encontre no ponto  $P'_{op}$  e um subsequente pequeno aumento de carga ocorrer no sistema. Somado a isso pode-se verificar que a tensão encontra-se acima do valor mínimo permitido ( $V_{inf}$ ). Nestas condições é mais seguro obter o perfil de tensão completo, isto é, até o ponto de colapso, em ambas condições de operação, utilizando-se para isso sucessivas soluções do FC, ou métodos da continuação. Os métodos da continuação permitem o traçado completo do perfil de tensão variando automaticamente o parâmetro  $\lambda$ , sem a preocupação com a singularidade da matriz  $J$ . Por se tratar da metodologia utilizada por este trabalho, o método da continuação é abordado com maiores detalhes no próximo capítulo.

#### D. Métodos Diretos

Estes métodos foram assim denominados por possibilitarem o cálculo direto do PMC, sem a determinação dos demais pontos existentes entre o caso base e o PMC. Nesse sentido, os métodos de otimização também podem ser chamados métodos diretos, posto que a margem de carregamento é calculada diretamente, sem determinação da trajetória entre o caso base e o PMC.

##### D.1 Ponto de Colapso

O método direto foi proposto inicialmente em [Alva88] e posteriormente adaptado em [Cañ92, Cañ93]. Este método é baseado na teoria da bifurcação e na singularidade da matriz  $J$ , e é usado para detectar uma bifurcação sela-nó para uma certa direção de crescimento de carga. Uma bifurcação do tipo sela-nó (ou em particular PMC) é caracterizada por um Jacobiano que tenha um autovalor simples e único igual a zero, com os autovetores direito  $v$  e esquerdo  $w$  não nulos. Este ponto portanto, deve satisfazer um dos seguintes sistemas de equações[Sey94, Zam95]:

$$\begin{aligned} G(x, \lambda) &= 0 \\ D_x G(x, \lambda)v &= 0 \\ \|v\| &\neq 0 \end{aligned} \tag{2.4}$$

ou

$$\begin{aligned} G(x, \lambda) &= 0 \\ w^T D_x G(x, \lambda) &= 0 \\ \|w\| &\neq 0 \end{aligned} \tag{2.5}$$

onde a primeira equação de cada um dos sistemas acima (equação  $G(x,\lambda)=0$ , cuja dimensão é igual a  $n$ ) assegura que as soluções satisfaçam as equações do FC. As outras duas equações de cada sistema, com dimensões iguais a  $n$  e 1, respectivamente, exigirão que a matriz Jacobiana ( $D_x G(x,\lambda)$ ) seja singular e assegurarão que os autovetores ( $v$  e  $w$ ) sejam não nulos. A dimensão total dos sistemas de equações acima é de  $2n + 1$ , o dobro da matriz convencional  $J$ , o que impõe maiores requisitos de memória e de tempo de CPU. A referência [Bast99] apresenta uma comparação entre o método de Newton-Raphson e outros métodos, buscando reduzir os requisitos de memória e de tempo de CPU, bem como melhorar a robustez do método do Ponto de Colapso em relação à condição inicial.

Uma vantagem deste método é que o autovetor esquerdo ou o direito correspondente ao autovalor nulo da matriz  $J$  pode ser obtido como um subproduto de seu próprio cálculo. Estes métodos têm-se mostrado eficientes na localização do ponto de sela-nó quando o sistema se encontra muito perto deste ponto de bifurcação, e quando o sistema se encontra longe do ponto de bifurcação, e especialmente quando todos os limites e controles são considerados, o método tende a falhar [Cañ93]. Os autovalores e autovetores são responsáveis pelos problemas de convergência quando o sistema se encontra longe do ponto de bifurcação, uma vez que mudam muito conforme o sistema se aproxima do ponto de colapso, principalmente quando os limites são encontrados ao longo da trajetória de solução. Se os limites são desconsiderados, o processo de solução é rápido, porém não realista. Uma alternativa para superar a dificuldade e obter uma boa estimativa para  $v$  ou  $w$  é calcular esses vetores a partir de um ponto de operação inicial, ou seja, obter o autovetor correspondente ao menor autovalor de  $J$  no caso base. De acordo com a referência [Cañ93], das experiências obtidas com o uso deste método, constatou-se que o uso das equações correspondentes ao autovetor esquerdo (equação 2.5) produzem resultados melhores que os alcançados com o uso das equações correspondentes ao autovetor direito (equação 2.4). Também, a utilização da norma infinita na terceira equação do sistema (2.5), ou seja,  $\|w\|_\infty = \max\{w_i\} = 1$ , provê o modo mais confiável para encontrar o ponto de colapso de tensão. O método não provê informações a respeito do mecanismo do colapso de tensão, nem do modo como o sistema se aproxima do ponto de bifurcação, mas apenas possibilita o cálculo do ponto de colapso.

## D.2 Métodos de Otimização

Técnicas de otimização também têm sido propostas para obter diretamente a margem de carregamento [Cut98]. Uma das vantagens desses métodos é que o PMC pode ser precisamente calculado. O problema do cálculo da margem de carregamento pode ser transformado no seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} \max \quad & \lambda \\ \text{sujeito a} \quad & G(x, \lambda) = 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

O Lagrangeano, associado ao problema (2.6) é dado por:

$$L(x, \lambda, w) = \lambda - w^T * G(x, \lambda) \quad (2.7)$$

sendo  $w$  o vetor de multiplicadores de Lagrange associado ao conjunto de restrições  $G(x, \lambda)$ .

As condições de otimalidade de Karush-Khun-Tucker (KKT), associadas ao problema (2.6) são obtidas diretamente do Lagrangeano (2.7) da seguinte forma:

$$\begin{aligned} D_w L(x, \lambda, w) &= G(x, \lambda) = 0 \\ D_x L(x, \lambda, w) &= -w^T D_x G(x, \lambda) = 0 \\ \partial L(x, \lambda, w) / \partial \lambda &= 1 - w^T \partial G(x, \lambda) / \partial \lambda = 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

ou seja,

$$\begin{aligned} G(x, \lambda) &= 0 \\ w^T D_x G(x, \lambda) &= 0 \\ w^T \partial G(x, \lambda) / \partial \lambda &= 1 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Este sistema é basicamente o mesmo que (2.5), com exceção da última equação que é outra forma de garantir um  $w$  não nulo, e com isso a matriz Jacobiana ( $D_x G(x, \lambda)$ ) terá que ser singular. Neste método, portanto, o autovetor esquerdo, que contém informações úteis sobre o modo de instabilidade, também é obtido como um subproduto. Da mesma forma que o método anterior, a convergência dependerá de uma boa inicialização da variável  $w$ . Os principais problemas com o método estão relacionados com a manipulação das restrições de desigualdades. Dependendo do modo como as restrições de desigualdade são consideradas, situações de infactibilidade física podem ocorrer, por exemplo, quando um gerador atinge o limite máximo de potência reativa e a tensão do gerador sobe, ao invés de cair [Cut98]. Um método de otimização especialmente atraente neste caso

é o de pontos interiores, devido à sua capacidade de manipulação de limites [ Gran96-1, Gran96-2, Iris97].

Além do uso tradicional de métodos associados com a análise modal [Kun93-1, Kun93-2, Xu93, Soa97, Gran96-1], alguns métodos têm sido propostos, nos quais se procura unir metodologias distintas, de forma a obter um melhor desempenho global, aproveitando-se para isso das vantagens inerentes de cada abordagem em particular. Entre estas pode-se citar [Wan99], que une as vantagens da rapidez de cálculo da técnica de sensibilidade com a alta precisão da técnica de otimização, e [Glav97], que utiliza o método da continuação como uma ferramenta plena para traçar o comportamento em regime do sistema de potência, devido às variações de carga e geração; à análise modal para as informações sobre o mecanismo da perda de estabilidade; e à teoria da bifurcação para calcular a bifurcação sela-nó mais próxima.

#### **E. Outras Abordagens**

Diversos outros trabalhos foram realizados para eliminar a singularidade da matriz  $J$  através da modificação do método convencional de Newton. Na referência [Sem91] foi proposta a utilização de um parâmetro de carregamento diferente do parâmetro de carga. Escolheu-se aumentar o carregamento, aumentando a admitância da carga, e conseqüentemente, as cargas individuais não permanecerão proporcionais ao vetor de carregamento original, uma vez que elas serão afetadas pelas tensões locais, e que por sua vez diferem de barra para barra. Esta limitação foi superada em [Kat92], fazendo com que o parâmetro de carregamento dependa de uma única tensão de barra (denominada barra piloto). Logo, todas as cargas comportam-se como cargas de admitância constante, assegurando assim a eliminação da singularidade de  $J$  no ponto de singularidade ou o seu deslocamento para além do PMC. A convergência do método é dependente da barra piloto selecionada sendo que a principal dificuldade está na sua escolha a fim de que o ponto crítico seja deslocado o mais além possível do PMC.

Muitos métodos propostos para determinar algumas (ou todas) múltiplas soluções do FC também permitem o traçado da curva PV inclusive para sistemas mal condicionados ou altamente carregados. Note-se que, a despeito das soluções da parte inferior da curva PV terem ou não algum significado prático, um par destas soluções, isto é, a solução de alta tensão e a sua respectiva solução de baixa tensão, provê informações a respeito da estabilidade relativa do respectivo ponto de

operação. Diversos índices utilizados para avaliar a estabilidade de tensão são baseados na existência destas duas soluções. Estes métodos permitem um cálculo aproximado da margem de carregamento mais próxima, através do par de soluções do FC. As informações disponíveis incluem a margem de carregamento total ou de uma barra em particular, pontos críticos do sistema, perfil crítico de tensão, etc. Alguns dos problemas relacionados com esta metodologia são: a dificuldade na obtenção da solução de baixa tensão e a não consideração do controle de limites, o que pode ser minimizado através da consideração das barras PV como PQ, quando do cálculo da solução de baixa tensão.

## CAPÍTULO 3

### Diagramas de Carregamento e Métodos da Continuação

#### 3.1 Introdução

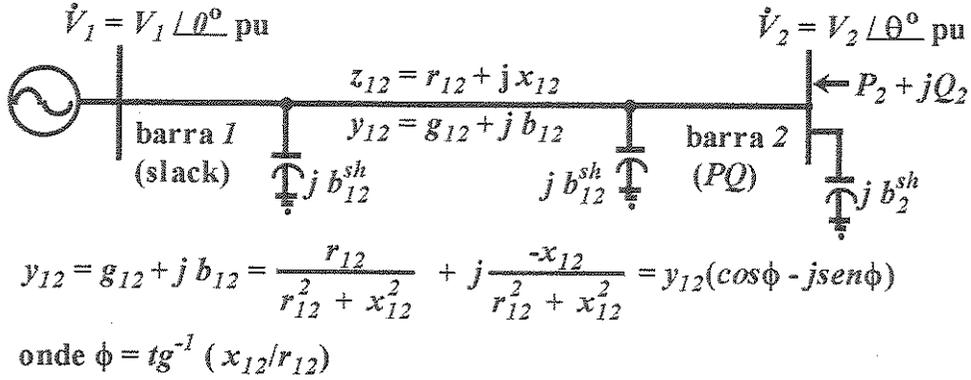
Os objetivos deste capítulo são introduzir os conceitos básicos dos métodos que são apresentados no presente trabalho e demonstrar que, uma vez adequadamente equacionados, qualquer um dos métodos convencionais de solução de fluxo de carga (FC) pode ser usado para a obtenção do ponto de máximo carregamento (PMC) de um sistema de potência. Para alcançar tal objetivo, os métodos estão separados por grupos: analítico, Newton, e desacoplado rápido. Estes, por sua vez, estão subdivididos de acordo com as curvas a serem traçadas: PV, QV, e SV. Ao final de cada grupo demonstra-se que os métodos utilizados no traçado das curvas PV e QV podem ser considerados como casos particulares do usado para o traçado da curva SV. Assim, primeiramente o traçado das curvas e os conceitos serão explicados a partir de equações analíticas obtidas para um sistema simples de duas barras. A seguir, as expressões analíticas são usadas para convalidar os resultados obtidos pelos métodos modificados de Newton e desacoplado rápido, existentes e propostos, considerando as variações de cargas numa única barra. Finalmente, é feita a apresentação dos métodos da continuação existentes para o traçado das curvas PV, QV, e SV, considerando variações de carga por todo o sistema. Conforme verificar-se-á no final deste capítulo, todos os métodos aqui apresentados são casos particulares do método da continuação.

#### 3.2 Expressões Analíticas para um Sistema Simples

O intuito dessa seção é introduzir alguns conceitos básicos relacionados ao colapso de tensão utilizando, para isso, apenas expressões analíticas. Considere inicialmente um sistema simples de duas barras, interligadas por uma linha de transmissão (LT), como mostrado na figura 3.1. Posteriormente, quando da apresentação dos métodos da continuação propriamente ditos, as expressões aqui desenvolvidas poderão ser utilizadas para convalidar os resultados obtidos para o mesmo sistema. Vários trabalhos propostos na literatura foram desenvolvidos a partir de um sistema simples como este [ Kess86, Cheb92, Haq95, El-K97, El-As97].

UNICAMP

BIBLIOTECA CENTRAL  
SEÇÃO CIRCULANTE



**Figura 3.1 – Sistema de duas barras**

As injeções de potência ativa ( $P_2$ ) e reativa ( $Q_2$ ) na barra 2 do sistema da figura 3.1 são dadas por:

$$P_2 = P_{g2} - P_{c2} = G_2 V_2^2 - V_2 V_1 (g_{12} \cos\theta_{21} + b_{12} \text{sen}\theta_{21}) \quad (3.1)$$

$$Q_2 = Q_{g2} - Q_{c2} = -B_2 V_2^2 - V_2 V_1 (g_{12} \text{sen}\theta_{21} - b_{12} \cos\theta_{21}) \quad (3.2)$$

onde  $G_2 = g_{12}$ ,  $B_2 = (b_{12} + b_{12}^{sh} + b_2^{sh})$ ,  $\theta_{21} = \theta_2 - \theta_1$ ,  $P_{g2}$  e  $P_{c2}$ ,  $Q_{g2}$  e  $Q_{c2}$ , são as potências ativa e reativa geradas e consumidas, respectivamente, especificadas para a barra 2. Adotando-se a barra 1 como referência angular ( $\theta_1 = 0$ ), as equações (3.1) e (3.2) podem ser colocadas nas seguintes formas:

$$P_2 - G_2 V_2^2 = -V_2 V_1 (g_{12} \cos\theta_2 + b_{12} \text{sen}\theta_2) = -y_{12} V_2 V_1 (\cos\theta_2 \cos\phi - \text{sen}\phi \text{sen}\theta_2) = -y_{12} V_2 V_1 \cos(\theta_2 + \phi) \quad (3.3)$$

$$Q_2 + B_2 V_2^2 = -V_2 V_1 (g_{12} \text{sen}\theta_2 - b_{12} \cos\theta_2) = -y_{12} V_2 V_1 (\text{sen}\theta_2 \cos\phi + \text{sen}\phi \cos\theta_2) = -y_{12} V_2 V_1 \text{sen}(\theta_2 + \phi) \quad (3.4)$$

Dividindo-se a equação (3.3) pela (3.4) obtém-se:

$$\theta_2 = -\phi + \text{tg}^{-1} \left[ \frac{Q_2 + B_2 V_2^2}{P_2 - G_2 V_2^2} \right] \quad (3.5)$$

Elevando ambos os lados das equações (3.4) e (3.5) ao quadrado, e somando-as a seguir, obtém-se:

$$(P_2 - G_2 V_2^2)^2 + (Q_2 + B_2 V_2^2)^2 = V_2^2 V_1^2 (g_{12}^2 + b_{12}^2) = V_2^2 V_1^2 y_{12}^2, \quad (3.6)$$

de onde se pode obter o módulo da tensão na barra 2 da seguinte equação biquadrática em  $V_2$ :

$$(G_2^2 + B_2^2)V_2^4 - (2(G_2P_2 - B_2Q_2) + y_{12}^2V_1^2)V_2^2 + (P_2^2 + Q_2^2) = 0, \quad (3.7)$$

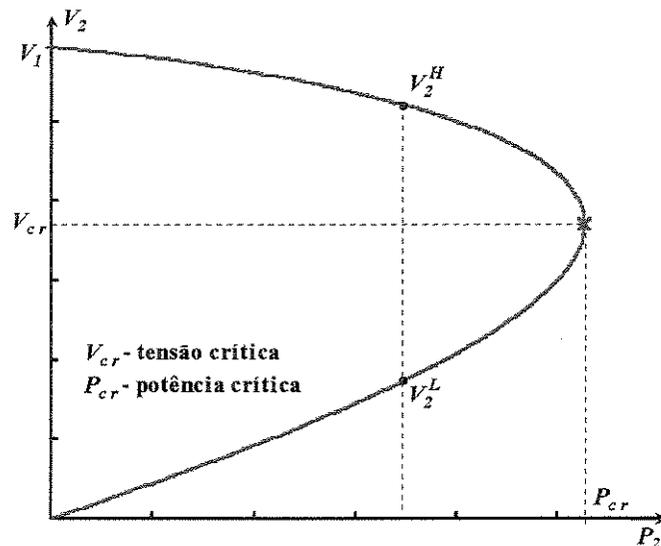
a qual apresentará solução real sempre que:

$$\Delta = (2(G_2P_2 - B_2Q_2) + y_{12}^2V_1^2)^2 - 4(G_2^2 + B_2^2)(P_2^2 + Q_2^2) \geq 0. \quad (3.8)$$

Sempre que os valores especificados para  $P_2$ ,  $Q_2$  e  $V_1$  forem tais que a condição acima seja obedecida, o módulo da tensão na barra 2 será calculado por:

$$V_2^2 = \left[ (2(G_2P_2 - B_2Q_2) + y_{12}^2V_1^2) \pm \sqrt{\Delta} \right] / 2(G_2^2 + B_2^2), \quad (3.9)$$

de onde se verifica que podem existir dois valores positivos para  $V_2$ . O valor obtido utilizando o sinal positivo na equação (3.9) corresponde à solução de alta tensão ou solução estável ( $V_2^H$ ). Já, o valor obtido utilizando o sinal negativo corresponde à solução de baixa tensão ou solução instável ( $V_2^L$ ). Para o sistema sem carga ( $P_2 = Q_2 = 0$ ), e  $B_2 = b_{12}$  (elementos *shunt* de barra e de linha desprezados), as soluções serão  $V_1$  e zero, respectivamente. À medida que a carga da barra 2 aumentar, o valor de  $V_2^H$  diminuirá, enquanto o de  $V_2^L$  aumentará. Quando as duas soluções se igualarem (condição em que  $\Delta = 0$  na equação (3.8)) ter-se-á atingido o ponto de máxima transferência de potência ou potência crítica ( $P_{cr}$ ). A tensão correspondente a este ponto é conhecida como tensão crítica ( $V_{cr}$ ). A figura 3.2 ilustra as grandezas  $P_{cr}$  e  $V_{cr}$  de forma genérica. Em particular, a curva mostra a variação da magnitude de tensão na barra 2 da rede da figura 3.1 em função da variação de potência  $P_2$ .



**Figura 3.2 – Variação da magnitude de tensão  $V_2$  em função de  $P_2$ , com  $Q_2 = 0 = \text{constante}$ , para a rede da figura 3.1.**

### 3.2.1 Equações Características da Curva PV

Considere um caso um pouco mais simples, para o qual os elementos *shunts* de linha e de barra são desprezados, ou seja, um caso em que  $B_2 = b_{12}$ . Obtêm-se os valores críticos para a potência ativa e a tensão (módulo e ângulo), colocando as equações (3.8) e (3.9) nas seguintes formas:

$$\Delta = \left( \frac{V_1^2}{2} + (r_{12}P_2 + x_{12}Q_2) \right)^2 - z_{12}^2 (P_2^2 + Q_2^2) \geq 0, \quad (3.10)$$

$$V_2^2 = \left( \frac{V_1^2}{2} + r_{12}P_2 + x_{12}Q_2 \right) \pm \sqrt{\Delta}. \quad (3.11)$$

Considerando-se uma potência injetada ativa apenas ( $P_2 = Pg_2 - Pc_2$  e  $Q_2 = 0$ ), pode-se obter os valores máximos para as potências gerada ( $Pg_{2cr}$ ) e consumida ( $Pc_{2cr}$ ) fazendo o  $\Delta = 0$  na equação (3.10), obtendo-se a seguinte equação:

$$P_{2cr}^2 - \frac{r_{12}}{x_{12}^2} V_1^2 P_{2cr} - \frac{V_1^4}{4x_{12}^2} = 0 \quad (3.12)$$

de onde tem-se:

$$Pg_{2cr} = \frac{1}{z_{12} - r_{12}} \frac{V_1^2}{2} \quad (3.13)$$

$$Pc_{2cr} = \frac{1}{z_{12} + r_{12}} \frac{V_1^2}{2} \quad (3.14)$$

A substituição das equações (3.13) e (3.14) em (3.11) fornece as seguintes tensões críticas:

$$Vg_{2cr} = \sqrt{\frac{z_{12}}{z_{12} - r_{12}} \frac{V_1^2}{2}} = \frac{V_1}{2 \sin(\phi/2)} \quad (3.15)$$

$$Vc_{2cr} = \sqrt{\frac{z_{12}}{z_{12} + r_{12}} \frac{V_1^2}{2}} = \frac{V_1}{2 \cos(\phi/2)} \quad (3.16)$$

Nestas equações considerou-se apenas o sinal positivo da raiz por se tratar do módulo da tensão. O módulo da impedância da carga ( $z_c$ ) no ponto crítico, é dada por  $V_{cr}^2/P_{cr}$ . Com isso, fica fácil

verificar, utilizando-se as quatro últimas equações, que a máxima transferência de potência ocorrerá quando o módulo da impedância da carga for igual ao módulo da impedância da linha.

O ângulo crítico pode ser obtido da equação (3.5), colocando-a na seguinte forma:

$$\operatorname{tg}(\theta_2 + \phi) = \left[ \frac{-x_{12}/z_{12}^2}{P_2/V_2^2 + r_{12}/z_{12}^2} \right] = \left[ \frac{-x_{12}/z_{12}^2}{I/(\mp z_{12}) + r_{12}/z_{12}^2} \right] = \left[ \frac{-x_{12}}{r_{12} \mp z_{12}} \right].$$

Como  $P_2 = Pg_2 - Pc_2$ , o sinal negativo para  $z_{12}$  no denominador corresponderá à carga, enquanto que o positivo à geração. O segundo termo da equação acima pode ser colocado ou na forma  $(\sqrt{(1 - \cos \phi)/(1 + \cos \phi)} = \operatorname{tg}(\phi/2))$ , ou na forma  $(-\sqrt{(1 + \cos \phi)/(1 - \cos \phi)} = \operatorname{cot} g(-\phi/2))$ , e assim o ângulo crítico é dado por:

$$\theta g_{2cr} = 90^\circ - \phi/2 \quad (3.17)$$

$$\theta c_{2cr} = -\phi/2 \quad (3.18)$$

As equações (3.13) e (3.14) mostram que tanto a potência consumida quanto a gerada numa barra são limitadas, e em geral será possível gerar um pouco mais potência do que consumi-la. Por outro lado, como pode ser observado nas equações (3.15) e (3.16), a tensão crítica para injeção de potência será maior do que a de consumo de potência. Uma característica desejada para um sistema é que a tensão crítica se mantenha a um nível, de preferência, o mais baixo quanto possível da tensão normal de operação, sem que isso, conseqüentemente, venha a prejudicar o perfil geral de tensão [Tay94].

Uma forma de aumentar a máxima transferência de potência, é através da injeção de potência reativa. Para fornecer a compensação *shunt* necessária, pode-se utilizar de banco de capacitores ou compensadores estáticos. O uso de capacitores é atrativo do ponto de vista econômico, especialmente quando o suporte de reativos necessário é muito grande. A utilização de compensadores estáticos tem se tornado menos atrativa com o advento da tecnologia de chaveamento de alta velocidade (0,15 a 0,75 segundos) de bancos de capacitores controlados por tiristores, os quais podem ser operados por meio de relés de subtensão [Tay94, Cut98].

Entretanto, na figura 3.3 pode-se observar uma característica indesejável do uso de compensação *shunt* por meio de capacitor. À medida que se aumenta a margem de estabilidade do sistema através do aumento da compensação, a tensão crítica se aproximará cada vez mais da faixa de operação normal do sistema (faixa sombreada:  $0,9 \leq V \leq 1,1$  p.u.), ou seja, o perfil de tensão tende a tornar-se cada vez mais plano. Conseqüentemente, o sistema fica mais propenso ao colapso

de tensão. Dessa forma, em alguns casos, a despeito dos maiores custos iniciais e operacionais, o uso dos compensadores síncronos tem sido preferido ao invés de banco de capacitores *shunts* ou de compensadores estáticos, como por exemplo, no caso da Companhia Elétrica de Tóquio [Tay94]. As razões desta escolha, conforme pode-se constatar na figura, são a de que estes além de não possuírem a característica de queda de potência reativa com o quadrado da tensão, possibilitam um aumento da margem de reativos com menores valores de tensão crítica.

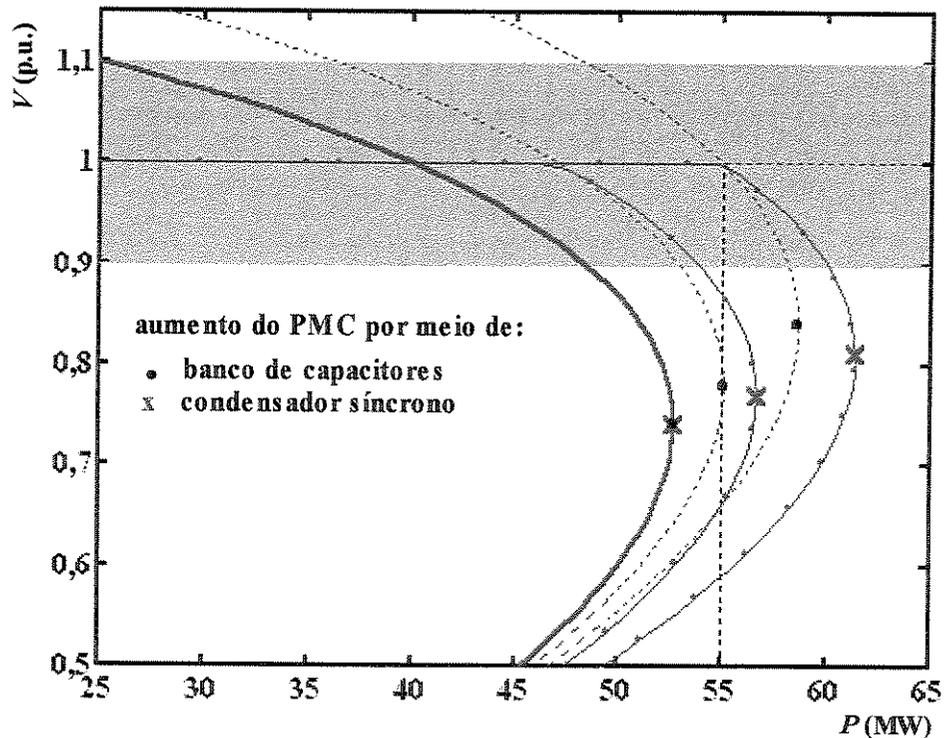


Figura 3.3 – Efeitos da compensação de reativos sobre o PMC e a  $V_{cr}$ .

Uma outra observação refere-se ao valor da resistência ( $r_{12}$ ) da LT. Como pode-se verificar das equações, à medida que  $r_{12}$  tender para zero, as máximas potências injetada e consumida tenderão para o mesmo valor  $V_1^2 / (2x_{12})$  (em módulo) e que é igual à metade da potência de curto-circuito da rede; os ângulos críticos tenderão para  $\pm 45^\circ$ , e as tensões tenderão para o mesmo valor  $V_1 / \sqrt{2}$ .

### 3.2.1.1 Singularidade da Matriz Jacobiana

As equações linearizadas do FC, de acordo com o método de Newton-Raphson, são:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

onde  $J$ , como foi definida no capítulo 2, é a matriz Jacobiana e  $H$ ,  $N$ ,  $M$  e  $L$  são submatrizes que correspondem às derivadas de potência com relação às tensões.  $\Delta P$  e  $\Delta Q$  correspondem aos *mismatches* de potências ativas e reativas, respectivamente, enquanto  $\Delta V$  e  $\Delta \theta$  correspondem às correções das magnitudes e ângulos das tensões. Conforme foi comentado no capítulo anterior, a matriz Jacobiana ( $J$ ) é singular (determinante nulo) no ponto de máximo carregamento. Isto pode ser demonstrado para as condições estabelecidas pelas equações (3.13) a (3.18). Para o caso do exemplo da figura 3.1 a matriz Jacobiana será dada por:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial V_2} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} \end{bmatrix}, \quad (3.20)$$

cujo determinante é:

$$\det|J| = \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} - \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_2} \frac{\partial P_2}{\partial V_2}, \quad (3.21)$$

Após obter-se as derivadas parciais das equações (3.3) e (3.4) e substituí-las na equação (3.21) obtém-se:

$$\det|J| = [-y_{12}V_1V_2 \text{sen}(\theta_2 + \phi)][y_{12}V_1 \text{sen}(\theta_2 + \phi) + 2b_{12}V_2] - [y_{12}V_1V_2 \text{cos}(\theta_2 + \phi)][y_{12}V_1 \text{cos}(\theta_2 + \phi) - 2g_{12}V_2],$$

a qual pode ser simplificada para a forma:

$$\det|J| = 2y_{12}^2V_1V_2(V_2 \text{cos} \theta_2 - V_1/2)$$

Agora, utilizando-se as equações (3.15) e (3.17) no caso de geração de potência, ou (3.16) e (3.18) no caso de consumo, comprova-se que o termo entre parênteses se anula, e, conseqüentemente o  $\det|J|$ .

### 3.2.2 Equações Características da Curva QV

Equações similares podem ser desenvolvidas para o caso em que  $G_2 = g_{12} \neq 0$ ,  $B_2 = b_{12}$  e  $P_2 = 0$  (curva QV). Nestas condições as equações (3.13) a (3.16) serão as mesmas bastando trocar  $r_{12}$  por  $x_{12}$ , observando somente que a última simplificação feita nas equações (3.15) e (3.16) não é mais a mesma e sim:

$$V_{g_{2cr}} = \sqrt{\frac{z_{12}}{z_{12} - x_{12}} \frac{V_1^2}{2}} = \frac{V_1}{\sqrt{2(1 - \text{sen} \phi)}}, \quad \text{e} \quad (3.22)$$

$$V_{c_{2cr}} = \sqrt{\frac{z_{12}}{z_{12} + x_{12}} \frac{V_1^2}{2}} = \frac{V_1}{\sqrt{2(I + \sin\phi)}}. \quad (3.23)$$

Por outro lado, o ângulo crítico é dado por:

$$\theta_{g_{2cr}} = -(90 + \phi)/2, \text{ e} \quad (3.24)$$

$$\theta_{c_{2cr}} = (90 - \phi)/2. \quad (3.25)$$

### 3.2.3 Equações Características da Curva SV

Para o caso genérico de potência injetada na barra 2 (curva SV) considerando um ângulo de fator de potência qualquer ( $\varphi$ ), a potência aparente crítica gerada ( $S_{g_{2cr}}$ ) e consumida ( $S_{c_{2cr}}$ ) são, respectivamente:

$$S_{g_{2cr}} = \frac{I}{z_{12}(1 - \cos(\varphi - \phi))} \frac{V_1^2}{2} \quad (3.26)$$

$$S_{c_{2cr}} = \frac{I}{z_{12}(1 + \cos(\varphi - \phi))} \frac{V_1^2}{2} \quad (3.27)$$

para o caso em que  $G_2 = g_{12} \neq 0$ ,  $B_2 = b_{12}$ . As correspondentes tensões críticas serão dadas por:

$$V_{g_{2cr}} = \sqrt{\frac{I}{1 - \cos(\varphi - \phi)} \frac{V_1^2}{2}} \quad (3.28)$$

$$V_{c_{2cr}} = \sqrt{\frac{I}{1 + \cos(\varphi - \phi)} \frac{V_1^2}{2}} \quad (3.29)$$

Enquanto que os ângulos críticos são dados por:

$$\theta_{g_{2cr}} = 90 + (\varphi - \phi)/2, \text{ e} \quad (3.30)$$

$$\theta_{c_{2cr}} = (\varphi - \phi)/2. \quad (3.31)$$

Observe que estas equações estão na forma geral, e uma vez sendo válidas para qualquer fator de potência, as equações anteriores passam a ser uma particularidade destas.

### 3.2.4 Traçado das Curvas PV, QV e SV

O traçado da curva PV pode ser realizado através da seguinte equação:

$$P_2 = G_2 V_2^2 \pm \sqrt{V_2^2 V_1^2 y_{12}^2 - (Q_2 + B_2 V_2^2)^2} \quad (3.32)$$

a qual foi obtida da equação (3.6). Dados os valores de  $Q_2$  e  $V_1$ , para cada valor de  $V_2$  obtém-se diretamente os valores de  $P_2$ . Da mesma forma que a equação para a tensão, esta equação mostra que há dois valores para  $P_2$ , e que ambos serão iguais quando  $V_2^2 V_1^2 y_{12}^2 - (Q_2 + B_2 V_2^2)^2 = 0$ . Um outro aspecto importante sobre esta equação, quando comparada às equações (3.1) ou (3.3), é que nesta  $P_2$  é função apenas de  $V_2$ , enquanto que naquelas é função também de  $\theta_2$ , e que por sua vez, também variará com  $V_2$ . Portanto,  $dP_2/dV_2$  obtida a partir da equação (3.32) será nula no ponto de máxima transferência de potência, enquanto que naquelas ter-se-á apenas  $\partial P_2/\partial V_2$ , e que é obtida considerando-se  $\theta_2$  constante, a qual será diferente de zero no ponto crítico  $(\partial P_2/\partial V_2)|_{V_{2cr}, \theta_{2cr}} = V_1 \text{sen}^2(\phi/2)/z_{12} \cos(\phi/2) \neq 0$ . Para o caso particular em que  $B_2 = b_{12}$  e  $Q_2 = 0$ , ao se igualar  $dP_2/dV_2$  a zero chega-se uma equação biquadrática em  $V_2$ , de onde se obtém as equações (3.15) e (3.16).

Já o traçado da curva QV pode ser realizado através da seguinte equação:

$$Q_2 = -B_2 V_2^2 \pm \sqrt{V_2^2 V_1^2 y_{12}^2 - (P_2 - G_2 V_2^2)^2}, \quad (3.33)$$

a qual também foi obtida da equação (3.6). Dados os valores de  $P_2$  e  $V_1$ , para cada valor de  $V_2$  obtém-se diretamente o valor de  $Q_2$ . Comentários similares aos feitos para a equação (3.32) também podem ser feitos para esta equação.

Já a equação a seguir, também obtida a partir da equação (3.6), fornece a curva SV para o caso particular em que  $G_2 = g_{12} \neq 0$ ,  $B_2 = b_{12}$ :

$$|S_2| = y_{12} V_2^2 \left( \cos(\varphi - \phi) \pm \sqrt{(V_1/V_2)^2 - \text{sen}^2(\varphi - \phi)} \right), \quad (3.34)$$

para a qual, uma vez conhecidos os valores de  $V_1$  e do ângulo do fator de potência  $\varphi$ , é possível traçar a curva SV variando  $V_2$ . Aqui também cabem comentários similares aos feitos com relação à

equação (3.32). Outro fato importante agora, é que nesta equação se tem o módulo de  $S_2$ , devendo-se tomar o cuidado com relação ao sinal da função módulo:

$$|S_2| = S_2, \text{ se } S_2 = Sg_2 \text{ e } |S_2| = -S_2, \text{ se } S_2 = Sc_2.$$

### 3.3 Curvas QV, PV e SV para uma Única Barra Obtidas pelo Método de Newton [Kun93-1, Tay94, Cut98]

A seguir apresentam-se os métodos de Newton-Raphson utilizados para o traçado das curvas QV, PV, e SV, para o caso de variação de potência em apenas uma única barra. O entendimento destes métodos aplicados a um sistema simples facilitará a análise de casos mais gerais e mais próximos da realidade, nos quais a potência é variada ao longo de todo o sistema.

#### 3.3.1 Curva QV

As curvas QV expressam a relação entre o suporte de reativos ( $Q_r$ ) numa dada barra e a tensão naquela barra [Cut98]. Trata-se de um método clássico de análise estática da estabilidade de tensão, no qual uma fonte fictícia de potência ativa nula e de potência reativa variável (por esta razão denominada como condensador síncrono, sem limite de reativos), é colocada numa barra especificada (para a qual se deseja obter a máxima potência reativa ou a margem de reativo) e a tensão é variada para obter a curva QV. Nos termos de FC, a barra é simplesmente redefinida como barra tipo PV, sendo uma de suas principais vantagens pois é de fácil implementação. Dessa forma, para cada tensão especificada executa-se um programa de FC e obtém-se a potência reativa necessária para se manter o nível preestabelecido de tensão. A redefinição da barra se faz necessária para a eliminação da singularidade da matriz  $J$ , que como foi visto se torna singular no ponto de máxima potência. Com a especificação da tensão  $V_k$  eliminam-se a linha e a coluna  $k$  da matriz  $J$  correspondente a  $\partial Q_k / \partial V_k$ ; procedimento similar ao utilizado ao se adotar uma determinada barra como referência angular para eliminar a singularidade de  $J$ , no FC convencional. Por fazer uso do FC esse método permite levar em conta as não linearidades relacionadas aos limites de geradores e de tap de transformadores, bem como a dependência da carga com relação à tensão. Outra vantagem do uso da curva QV é que as características de compensadores *shunts* de potência reativa (capacitores, e compensadores estáticos ou síncronos) podem ser representadas no mesmo gráfico,

sendo o ponto de operação a interseção das duas curvas. O procedimento utilizado para se obter a curva QV é o seguinte [RRWG98]:

1. Execute um FC para a condição de operação desejada (geralmente a condição se refere a uma situação de pós – contingência). Observa-se que a não convergência do FC para o caso base pode ser devida ao déficit de potência reativa. Neste caso o procedimento mais apropriado seria ir para o passo seguinte. O montante de potência reativa fornecido pelo condensador após a convergência corresponderá ao déficit de reativos.
2. Após a escolha da barra para a qual se deseja obter a curva, conecte um compensador síncrono com potência ativa nula.
3. Varie a tensão especificada para o condensador (usualmente são utilizados passos de 0,01 p.u. ou menos).
4. Resolva o FC.
5. Registre os valores da tensão ( $V$ ) e da potência reativa ( $Q$ ) do condensador.
6. Repita os passos de 3 a 5 até obter um número suficiente de pontos.
7. Plote a curva QV.

Uma outra forma de se obter as curvas QV, seria através da especificação do ângulo ( $\theta_k$ ) da barra  $k$  ao invés da tensão ( $V_k$ ). Às vezes essa opção pode ser útil como se verá posteriormente. Com a especificação do ângulo  $\theta_k$  eliminam-se a linha e a coluna  $k$  da matriz  $J$  correspondente à  $\partial Q_k / \partial \theta_k$ ; a barra é redefinida como sendo do tipo  $P\theta$  e não mais  $PV$ . Para que isso seja possível, o sistema matricial correspondente ao sistema da figura 3.1 por exemplo (equação (3.20)), deve ser colocado na seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_2 \\ \Delta P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial Q_2 / \partial \theta_2 & \partial Q_2 / \partial V_2 \\ \partial P_2 / \partial \theta_2 & \partial P_2 / \partial V_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix}, \quad (3.35)$$

onde, após a eliminação da linha e da coluna correspondente à  $\partial Q_2 / \partial \theta_2$ , para cada valor fixado de  $\theta_2$  obtém-se o respectivo valor de  $Q_2$ . Neste caso não mais ocorrerão problemas numéricos posto que a matriz Jacobiana da equação (3.35) não é singular no ponto crítico, uma vez que nesse ponto  $\partial P_2 / \partial V_2 \neq 0$ , conforme visto no item 3.2.4 durante os comentários referentes à equação (3.32). Observa-se que embora o parâmetro seja a variável  $\theta_2$ , pode-se traçar a curva QV com as tensões

( $V_2$ ) e potências reativas ( $Q_2$ ) obtidas para cada valor de  $\theta_2$  especificado. Esta curva será exatamente a mesma curva obtida pela especificação de  $V_2$ . É bom lembrar aqui que num FC convencional, para uma barra  $k$  qualquer, existem a princípio quatro variáveis:  $P_k$ ,  $Q_k$ ,  $V_k$  e  $\theta_k$ . Quando a barra é uma barra de carga as potências  $P_k$  e  $Q_k$  são conhecidas *a priori* e, portanto, são especificadas e tratadas como variáveis independentes, deixando as outras duas como variáveis dependentes. Como no caso se procura a máxima potência reativa  $Q_{max}$  numa barra em que  $P_k$  é mantida constante, ou seja, se deseja obter a margem de potência reativa ainda disponível,  $P_k$  deverá ser especificada enquanto  $Q_k$  deverá ser tratada como variável dependente. Assim restam ainda as duas outras variáveis,  $V_k$  e  $\theta_k$ , a serem definidas como variável dependente ou independente. Em função do número de equações possíveis para cada barra ser igual a 2, deve-se especificar ainda mais uma variável. Assim, pode-se definir tanto  $V_k$  quanto  $\theta_k$  como variável dependente.

Uma observação com relação às curvas é quanto à terminologia usada, por exemplo, no caso da curva QV que usa  $Q$  como variável dependente (eixo das ordenadas) e  $V$  como variável independente (eixo das abscissas), e que portanto deveria ser denominada por curva VQ ao invés de QV. Por outro lado, apesar de haver uma convergência na literatura para o uso da terminologia QV, neste trabalho é adotada uma ou outra terminologia conforme a conveniência. No caso do uso de  $\theta$  como variável independente a curva deveria ser denominada por  $\theta Q$ , entretanto, como se verá mais a frente, o objetivo da mudança de variável ( $V$  para  $\theta$ ) é para possibilitar o traçado da curva QV e não  $\theta Q$ . Sendo assim, embora se use  $\theta$  como variável independente, o que se obtém é a curva QV.

### 3.3.2 Curva PV

A curva PV é a curva de máxima transferência de potência como função da tensão para um dado fator de potência. A relação entre as curvas PV e QV indica que a curva PV é a linha sobre a qual não existe, por todo o sistema, desequilíbrios de potência reativa. As curvas QV devem ser obtidas para cada nível de carga de interesse para encontrar a margem de MW ou MVar, ou seja, as curvas QV são calculadas ao longo da curva PV testando a robustez do sistema para vários níveis de carregamento. Além disso, as curvas PV são úteis para análises conceituais de estabilidade de tensão e para estudo de sistemas radiais, sendo usadas também, para sistemas malhados onde  $P$  representa a carga total do sistema ou a potência de intercâmbio. O benefício desta metodologia de análise é que

esta provê uma indicação da proximidade do colapso ao longo de toda uma faixa de variação de carga, para a rede em análise.

Uma das formas de se obter a curva PV é através do uso de um FC convencional, o qual será executado para cada  $P$  especificado. Entretanto, como foi visto, este procedimento tem por inconveniência o fato de não eliminar a singularidade da matriz  $J$ . As curvas PV fornecem a variação (sensibilidade) da tensão da barra (ou de outras variáveis) com relação à carga, a margem de estabilidade de tensão, e a tensão para a qual a instabilidade ocorre. Ao invés de se usar um FC convencional pode-se conseguir uma boa estabilidade numérica com pequenas mudanças, similares às feitas para a obtenção da curva QV. Pode-se especificar tanto o ângulo  $\theta_k$  quanto a tensão  $V_k$ . No primeiro caso elimina-se a linha e a coluna  $k$  correspondente à  $\partial P_k/\partial \theta_k$  (o que é feito simplesmente colocando-se um número muito grande na diagonal); a barra é redefinida como sendo do tipo  $Q\theta$ . No segundo caso elimina-se a linha e a coluna  $k$  correspondente à  $\partial P_k/\partial V_k$ , a barra é redefinida como sendo do tipo  $QV$ . Para que isso seja possível, o sistema matricial correspondente ao sistema da figura 3.1 por exemplo (equação (3.20)), deve ser colocado na seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_2 \\ \Delta P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial Q_2/\partial \theta_2 & \partial Q_2/\partial V_2 \\ \partial P_2/\partial \theta_2 & \partial P_2/\partial V_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix}, \quad (3.36)$$

onde, após a eliminação da linha e da coluna correspondente à  $\partial P_2/\partial V_2$ , para cada valor fixado de  $V_2$  obtém-se o respectivo valor de  $P_2$ . Neste caso não mais ocorrerão problemas numéricos posto que a singularidade foi removida, uma vez que no ponto crítico  $\partial Q_2/\partial \theta_2 \neq 0$  ( $(\partial Q_2/\partial \theta_2)|_{V_{2cr}, \theta_{2cr}} = y_{12}V_1^2 \neq 0$ ). No que se refere à terminologia adotada para a curva PV, valem os mesmos comentários feitos para as curvas QV.

### 3.3.3 Exemplos Ilustrativos

Para ilustrar os métodos de traçado das curvas QV e PV apresentados até aqui considere o sistema da figura 3.1 para o qual foram adotados os seguintes valores  $V_1 = 1,19/0^\circ$  p.u. (barra *slack*),  $z_{12} = 0,3 + j 1,0$  p.u., e  $b_{12}^{sh} = b_2^{sh} = 0$ . Os objetivos das figuras apresentadas a seguir são o de convalidar os resultados obtidos com o traçado das curvas com as equações desenvolvidas no item 3.2, e o de comparar os desempenhos dos métodos modificados e o convencional.

• Fluxo de Carga Convencional

A figura 3.4 a seguir apresenta as curvas PV obtidas pelo método convencional considerando apenas variações de potência ativa na barra 2. A curva foi obtida através de incrementos sucessivos de potência ativa na barra 2. Os dois casos considerados, aumento de geração e de carga, foram plotados na mesma figura por conveniência, já que pela convenção utilizada as potências apresentam sinais opostos. Inicialmente os incrementos foram de 5 MW, para cada um dos quais foi resolvido um FC, sendo que o número de iterações gasta em cada um foi de 2 (o limite máximo de iterações adotado foi de 10). Para o primeiro ponto em que o FC divergiu foi feita uma redução de passo de 1/10, retornou-se ao passo anterior e aplicou-se o novo incremento, o qual passou a ser de 0,5 MW. O mesmo procedimento foi usado para o ponto de divergência subsequente, enquanto que no seguinte o procedimento foi finalizado. Como pode-se ver nos detalhes da figura 3.4, o PMC, ponto A ou B, não foi alcançado. Os valores exatos para a máxima potência (95,164 e 5,681 MW) e tensão crítica (0,997 e 0,742) podem ser obtidos das respectivas equações, (3.13) e (3.14) para  $P_{g_{cr}}$  e  $P_{c_{cr}}$ , e (3.15) e (3.16) para  $V_{g_{cr}}$  e  $V_{c_{cr}}$ .

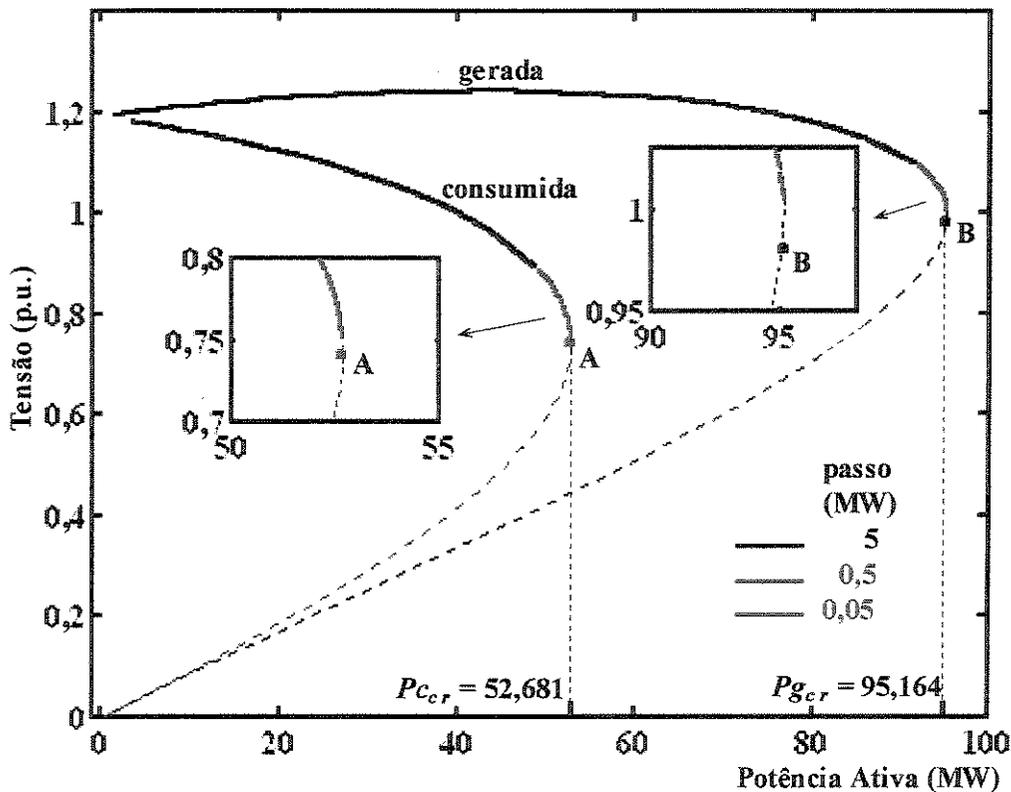


Figura 3.4 – Curvas PV utilizando FC convencional.

• **Singularidade da Matriz Jacobiana ( $J$ )**

Conforme já mencionado, o método convencional começa a apresentar problemas numéricos na vizinhança de PMC, pois neste ponto a matriz  $J$  torna-se singular. As figuras 3.5(a) e (b) apresentam os valores do determinante de  $J$  juntamente com os determinantes de outras matrizes que são apresentadas a seguir. Ambas as figuras foram obtidas especificando-se vários valores para a tensão da barra 2, ou seja, redefinindo o tipo da barra como  $QV$  e  $PV$ , respectivamente. Foram realizadas 2 iterações por ponto da curva, considerando passo de  $0,01$  p.u. na tensão, observando-se ainda que o FC para a obtenção de um novo ponto da curva é iniciado a partir do FC convergido para o ponto anterior. Os objetivos destas figuras são ilustrar o método de identificação da barra crítica apresentado nas referências [Pra93, Gom93], e confirmar a singularidade da matriz ( $J$ ) no PMC (ponto A na figura 3.5(a), e A' na figura 3.5(b)). Nas figuras é mostrado também o determinante da matriz Jacobiana modificada ( $J_m$ ), utilizando a tensão na barra 2 como parâmetro. Nota-se que  $J_m$  não é singular em A e A' quando do uso das modificações anteriormente sugeridas.

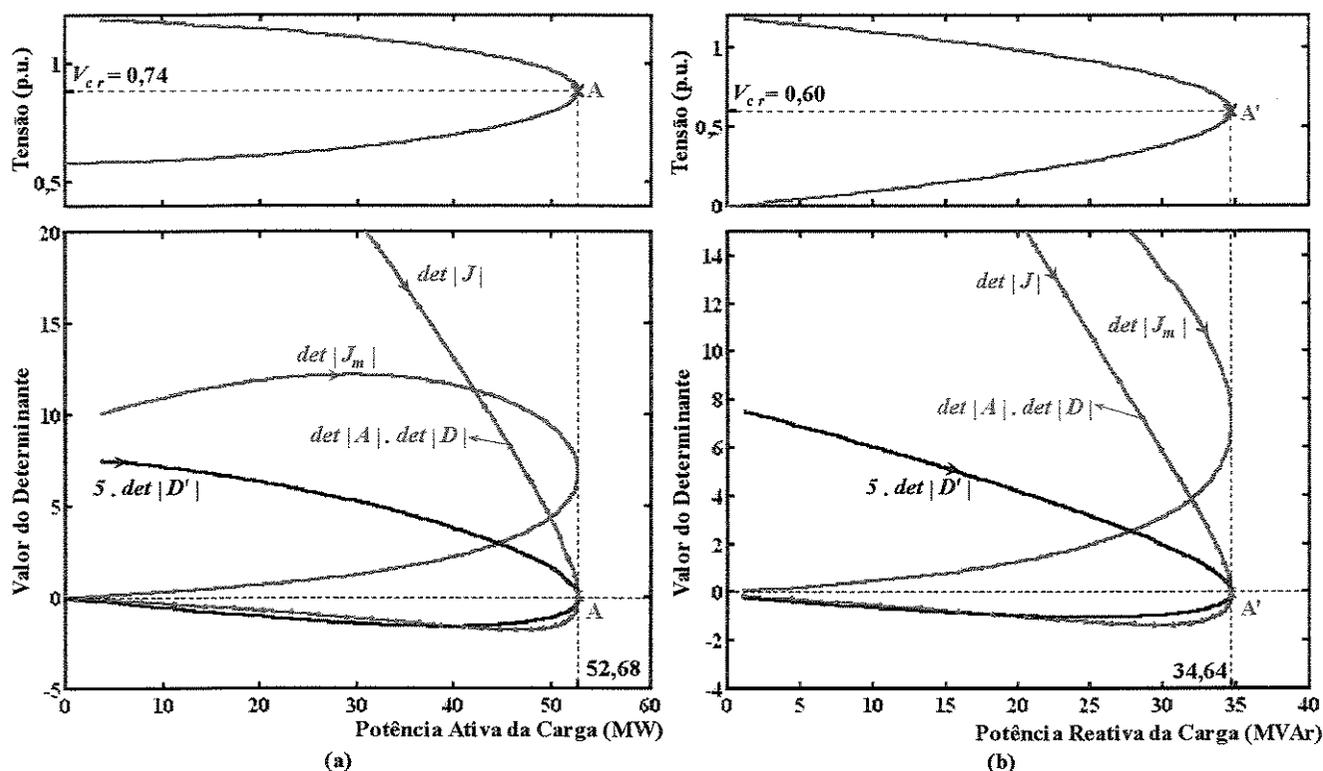


Figura 3.5 – Singularidade das matrizes.

fazendo-se  $dP_2/dV_2 = \infty$ , o que leva à condição  $\sqrt{V_2^2 V_1^2 y_{12}^2 - b_{12}^2 V_2^4} = 0$ , de onde se obtém o valor crítico para a tensão  $V_{g_{2Vcr}} = z_{12} V_1 / x_{12} = 1,243$  p.u., o qual após a substituição na equação (3.26) fornece a respectiva potência crítica  $P_{g_{2Vcr}} = r_{12} V_1 / x_{12}^2 = 42,483$  MW. Quanto ao ângulo crítico, pode-se obtê-lo, por exemplo, da condição de que o  $\det | J_m | = 0$ , ou seja,  $\partial Q_2 / \partial \theta_2 = y_{12} V_1 V_2 \cos(\theta_2 + \phi) = 0$ , de onde se obtém  $\theta_{g_{2Vcr}} = 90^\circ - \phi = 16,70^\circ$ . Observa-se que partindo do *flat-start* (estimativa inicial onde todos os ângulos são assumidos iguais a zero e as tensões iguais a 1,0 p.u. [El-Ab83]) e incrementando a tensão de 0,01 em 0,01 p.u., é possível aproximar-se do ponto E, mas não ultrapassá-lo. Se após aproximar-se de E, com sucessivas reduções no valor do incremento do passo, tentar-se diminuir a tensão, retornar-se-á pelo mesmo caminho. A solução seria, por exemplo, ou partir de um ponto convergido que se encontra além deste ponto obtido por um FC convencional, como foi o caso (ponto D), ou ao aproximar-se do ponto, e em função do aumento do número de iterações, mudar de método. Esta última opção é apresentada posteriormente. Observa-se que estas mesmas curvas foram obtidas com a equação (3.32).

- Quanto ao uso do ângulo como parâmetro, pode-se verificar da condição de que o  $\det | J_m | = 0$ , isto é,  $\partial P_2 / \partial \theta_2 = -y_{12} V_1 V_2 \sin(\theta_2 + \phi) = 0$  implica em  $\theta_{g_{2Acr}} = -\phi = -73,30^\circ$ , e que portanto este não apresenta singularidade na região de interesse. Assim, pode-se traçar inteiramente ambas as curvas sem a necessidade de mudar de método. Isto já era esperado por se tratar de aumento de potência ativa, o qual é conseguido, principalmente, às custas do aumento da abertura angular e, consequentemente, do aumento de  $\theta_2$ .

### 3.3.4 Curvas SV

Pode-se também traçar a curva SV, isto é, traçar a curva de crescimento da carga para um dado fator de potência ( $f_p = \cos\phi$ ), o qual é mantido constante. Uma vez conhecido o ângulo do fator de potência, torna-se possível colocar tanto a potência ativa ( $P_k = S_k \cos\phi$ ) quanto a reativa ( $Q_k = S_k \sin\phi$ ) em função da potência aparente  $S_k$  e do ângulo  $\phi$ . Pode-se agora especificar tanto o

ângulo  $\theta_k$  quanto a tensão  $V_k$ . No entanto, nestes casos as respectivas linha e coluna  $k$  não mais seriam eliminadas, mas sim seriam trocadas as suas diferenciais em relação à variável anterior,  $V_k$  ou  $\theta_k$ , e que agora é especificada, pelas diferenciais em relação à nova variável  $S_k$ . Outro modo mais interessante no entanto, seria o de considerar um fator de carregamento  $\lambda$  e dois outros fatores pré-especificados,  $K_p$  e  $K_q$ , os quais possibilitam a generalização do processo para o aumento de carga numa barra  $k$  específica. As potências ativas e reativas escritas em função destes novos fatores seriam  $P_k = \lambda \times K_p \times S_k \cos \varphi$  e  $Q_k = \lambda \times K_q \times S_k \sin \varphi$ , respectivamente. Com isso, qualquer uma das curvas anteriores (PV: com  $K_q = 0$ ; ou QV: com  $K_p = 0$ ) inclusive agora a curva SV (incluindo também ângulos de fatores de potência diferentes de  $\varphi$ ), pode ser obtida através da especificação ou da tensão ( $V_k$ ) ou do ângulo ( $\theta_k$ ) da barra  $k$ . As curvas são obtidas considerando agora a nova variável  $\lambda$  e assim, na nova matriz  $J$ , denominada por  $J_m$ , não são eliminadas as respectivas linha e coluna  $k$ , mas sim conforme já comentado, substituem-se as respectivas diferenciais com relação a variável escolhida como parâmetro (a tensão  $V_k$  ou o ângulo  $\theta_k$ ) pelas diferenciais com relação à nova variável  $\lambda$ . Assim sendo, para o sistema de duas barras por exemplo, no caso de usar-se a tensão da barra 2 ( $V_2$ ) como parâmetro a equação resulta:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial P_2 / \partial \theta_2 & \partial P_2 / \partial \lambda \\ \partial Q_2 / \partial \theta_2 & \partial Q_2 / \partial \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial P_2 / \partial \theta_2 & -K_p S_2 \cos \varphi \\ \partial Q_2 / \partial \theta_2 & -K_q S_2 \sin \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

e no caso de usar-se o ângulo da tensão da barra 2 ( $\theta_2$ ) como parâmetro tem-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial P_2 / \partial \lambda & \partial P_2 / \partial V_2 \\ \partial Q_2 / \partial \lambda & \partial Q_2 / \partial V_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \lambda \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_p S_2 \cos \varphi & \partial P_2 / \partial V_2 \\ -K_q S_2 \sin \varphi & \partial Q_2 / \partial V_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \lambda \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Observe que agora as curvas PV ( $f_p = 1$ , isto é,  $K_p = 1$  e  $K_q = 0$ , figuras 3.5(a)) e QV ( $f_p = 0$ , isto é,  $K_p = 0$  e  $K_q = 1$ , figuras 3.5(b)) passam a ser casos particulares da metodologia empregada para traçar a curva SV. Os valores críticos para potência, tensão e ângulo, podem ser obtidos pelas respectivas equações de (3.26) a (3.31), enquanto que os traçados das curvas podem ser obtidos pela equação (3.34).

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL  
SEÇÃO CIRCULANTE

### 3.4 Curvas QV, PV e SV para uma Única Barra Obtidas pelo Método Desacoplado Rápido

A seguir são apresentados os métodos desacoplados rápidos modificados utilizados para o traçado das curvas QV, PV, e SV, para o caso de variação de potência em apenas uma única barra.

#### 3.4.1 Fluxo de Carga Desacoplado Rápido Convencional

As simplificações introduzidas por Stott e Alsac [Sto74] na matriz Jacobiana do fluxo de carga pelo método de Newton deram origem ao método de FC Desacoplado Rápido (FCDR), descrito por:

$$\begin{aligned} B'\Delta\theta &= \Delta P/V \\ B''\Delta V &= \Delta Q/V \end{aligned} \quad (3.40)$$

A versão proposta em [Sto74] é atualmente conhecida como versão XB. Outras versões foram implementadas e testadas por Van Amerongen [Ame88], sendo uma delas a versão BX. A diferença básica entre as versões está nos elementos das matrizes  $B'$  e  $B''$ . As matrizes são constantes e de dimensões diferentes em virtude da exclusão das barras do tipo  $PV$  da matriz  $B''$ . Monticelli *et al* [Mont90] apresentaram uma justificativa analítica e unificada, que possibilitou uma melhor compreensão do bom desempenho dos métodos desacoplados rápidos (BX e XB), a qual era até então desconhecida. Em [Mont90] mostra-se que os algoritmos das versões BX e XB podem ser deduzidos a partir da equação do método de Newton (equação (3.19)), considerando-se  $V = 1$  e  $\theta = 0$ , e assumindo que o sistema seja constituído por ramos com a mesma razão  $r/x$  ou seja radial. Mesmo quando o sistema não apresenta uma destas características, os algoritmos BX e XB continuam a ser uma boa aproximação para fins práticos. No geral, a versão BX apresenta melhor desempenho que a XB, em virtude das aproximações extras (desconsideração dos efeitos das barras  $PVs$  e dos elementos *shunts* na matriz de sensibilidade  $P-\theta$ ) necessárias para a obtenção da última.

O FCDR foi utilizado para o traçado da mesma curva PV da figura 3.4, utilizando o mesmo sistema da figura 3.1 e o mesmo procedimento usado no caso do método de Newton. Os resultados mostram que, embora seja possível obter os mesmos pontos, o número de meias iterações necessárias é muito alto, em torno de 100, enquanto que para o método de Newton tem-se 10 iterações. Interrompendo o processo de cálculo com um número menor de iterações a potência máxima alcançada será proporcionalmente menor. Por exemplo, para 15 meia iterações o valor máximo de  $P_{g2}$  foi de 94,15 MW pelo FCDR usando a versão XB, enquanto que pelo método de Newton  $P_{g2}$  foi de 95,15 MW para 3 iterações.

### 3.4.2 Fluxo de Carga Desacoplado Rápido Modificado

Os métodos FCDR modificados (FCDRM) foram obtidos a partir dos respectivos métodos de Newton modificados usando o mesmo procedimento mostrado em [Mont90]. O sistema considerado para a obtenção dos FCDRM pode ser visto na figura 3.7 a seguir.

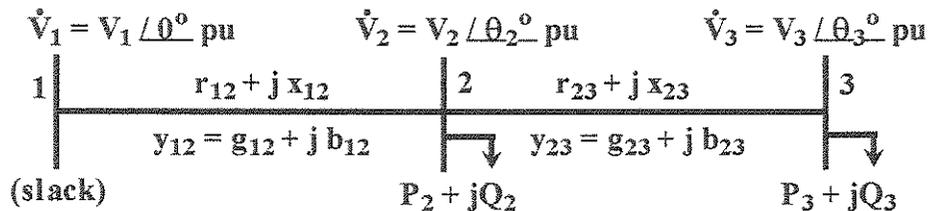


Figura 3.7 – Sistema de três barras

Os valores numéricos adotados para os componentes deste sistema foram os seguintes:  $\dot{V}_1 = 1,19 \angle 0^\circ$  p.u.,  $z_{12} = (1/3) \times (0,3 + j 1,0)$  p.u.,  $z_{23} = (2/3) \times (0,3 + j 1,0)$  p.u., e  $P_2 + jQ_2 = 0 + j 0$ . Estes valores, bem como a tolerância de  $10^{-5}$  p.u. adotada para a convergência dos *mismatches* e o esquema de iteração padrão, são usados em todos os exemplos que se seguem para os métodos desacoplados, excetuando os casos para os quais for especificado de forma diferente. Entende-se por esquema de iteração padrão aquele que, após a convergência de um dos subproblemas, iterações sucessivas podem ser realizadas no outro subproblema, até que ambos atinjam a convergência ou, o que pode ocorrer, o subproblema convergido diverja [Sto74].

### 3.4.3 Curvas QV e PV

Para se obter as curvas QV e PV segue-se o mesmo procedimento do item 3.3.1. No caso da curva QV, com a especificação da tensão  $V_k$  eliminam-se a linha e a coluna  $k$  da matriz  $B''$ , procedimento similar ao utilizado para as barras PV. Para cada tensão especificada  $V_k$  executa-se um programa de FCDRM e obtém-se a potência reativa  $Q_k$  necessária para se manter o nível preestabelecido de tensão. Da mesma forma, para se obter a curva PV pode-se especificar o ângulo da tensão da barra  $k$ . A barra é redefinida como sendo do tipo  $Q\theta$ . Com isso,  $\theta_k$  deixa de ser uma variável dependente e, conseqüentemente, pode-se eliminar as respectivas linha e coluna  $k$  da matriz  $B'$ . Para cada valor especificado de  $\theta_k$  obtém-se a respectiva potência ativa  $P_k$ . Nestes dois casos,

excetuando a eliminação da linha ou da coluna  $k$  em função do parâmetro ( $V_k$  ou  $\theta_k$ ) do método considerado, não há alterações nas leis de formação das matrizes  $B'$  e  $B''$ , e ambas as versões BX e XB podem ser utilizadas em suas formas convencionais.

Entretanto, a obtenção das curvas QV e PV por meio da especificação de  $\theta_k$  e  $V_k$ , respectivamente, conduzem a leis de formação para as matrizes  $B'$  e  $B''$  um pouco diferentes das da convencional. A seguir é apresentado o desenvolvimento da versão XB para a obtenção da curva QV com  $\theta$  como parâmetro, e BX para a obtenção da curva PV com  $V$  como parâmetro. A equação correspondente de Newton para o sistema da figura 3.7, considerando  $V_2 = V_3 = 1$  p.u. e  $\theta_2 = \theta_3 = 0$ , torna-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{cc|cc} -(b_{12} + b_{23}) & b_{23} & (g_{12} + g_{23}) & -g_{23} \\ b_{23} & -b_{23} & -g_{23} & g_{23} \\ \hline -(g_{12} + g_{23}) & g_{23} & -(b_{12} + b_{23}) & b_{23} \\ g_{23} & -g_{23} & b_{23} & -b_{23} \end{array} \right] \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix}. \quad (3.41)$$

#### • Versão XB para a Obtenção da Curva QV

Para a obtenção das matrizes  $B'$  e  $B''$  da versão XB, para o caso da curva QV, utilizando  $\theta_3$  como variável independente, o sistema (3.41) deverá ser posto na seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta P_3 \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{cc|cc} -(b_{12} + b_{23}) & b_{23} & (g_{12} + g_{23}) & -g_{23} \\ \hline g_{23} & -g_{23} & b_{23} & -b_{23} \\ \hline -(g_{12} + g_{23}) & g_{23} & -(b_{12} + b_{23}) & b_{23} \\ b_{23} & -b_{23} & -g_{23} & g_{23} \end{array} \right] \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix}, \quad (3.42)$$

o qual após a eliminação da linha e coluna correspondente à  $\theta_3$  conduz a:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta P_3 \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{cc|cc} -(b_{12} + b_{23}) & (g_{12} + g_{23}) & -g_{23} & \\ \hline -(g_{12} + g_{23}) & -(b_{12} + b_{23}) & b_{23} & \\ b_{23} & -g_{23} & g_{23} & \end{array} \right] \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_\theta & N_\theta \\ M_\theta & L_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix}, \quad (3.43)$$

e que corresponde ao sistema da equação (3.35) para  $V_2 = V_3 = 1$  p.u. e  $\theta_2 = \theta_3 = 0$ . Usando o mesmo procedimento da referência [Mont90], obtém-se a matriz *Heq*:

$$Heq_\theta = H_\theta - N_\theta \times L_\theta^{-1} \times M_\theta, \quad (3.44)$$

a qual após a substituição e devidas manipulações conduz a:

$$Heq_{\theta} = \left[ \frac{I}{x_{12}} + \frac{I}{x_{23}} + g_{23} \left( \frac{g_{23}}{b_{23}} - \frac{g_{12}}{b_{12}} \right) + b_{23} \left( \frac{g_{12}}{b_{12}} \frac{b_{23}}{g_{23}} - I \right) \right]. \quad (3.45)$$

Para sistemas com topologia radial e relação  $r/x$  idênticas tem-se:

$$Heq_{\theta} = \left[ \frac{I}{x_{12}} + \frac{I}{x_{23}} \right]. \quad (3.46)$$

Observa-se que a matriz  $Heq_{\theta} = B'$  da versão XB do método convencional, e, conseqüentemente, a mesma lei de formação. Observa-se que neste caso, a matriz  $B'$  não apresentará a linha e a coluna da variável ( $\theta_3$ ) que foi escolhida como parâmetro. Já a matriz  $B''$  terá a lei de formação diferente da correspondente do método convencional apenas na linha correspondente a  $V_3$ , cujos elementos não diagonais correspondentes a  $b_{3i}$  devem ser substituídos pelos respectivos  $-g_{3i}$ , enquanto que o elemento da diagonal  $B_{33} = \Sigma(-b_{3i})$  deverá ser substituído por  $G_{33} = \Sigma(g_{3i})$ . Uma outra observação importante é que agora, no cálculo de  $V_3$ , é usado o *mismatch* de  $P_3$  e não o de  $Q_3$ .

#### • Versão BX para a Obtenção da Curva PV

Para obter as matrizes  $B'$  e  $B''$  da versão BX, usada no traçado da curva PV, considerando  $V_3$  como variável independente, parte-se da mesma matriz do sistema (3.42). Entretanto, a linha e coluna eliminadas são as correspondentes a  $V_3$ , ou seja, a última linha e a última coluna. O sistema matricial resultante será:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{cc|c} -(b_{12} + b_{23}) & b_{23} & (g_{12} + g_{23}) \\ g_{23} & -g_{23} & b_{23} \\ \hline -(g_{12} + g_{23}) & g_{23} & -(b_{12} + b_{23}) \end{array} \right] \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{c|c} H_V & N_V \\ \hline M_V & L_V \end{array} \right] \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix}, \quad (3.47)$$

e que corresponde ao sistema da equação (3.36) para  $V_2 = V_3 = 1$  p.u. e  $\theta_2 = \theta_3 = 0$ . Conforme a referência [Mont90], a matriz  $Leq_V$  é dada por:

$$Leq_V = L_V - M_V \times H_V^{-1} \times N_V, \quad (3.48)$$

e que após as substituições e manipulações algébricas produzem exatamente a mesma expressão da obtida para a matriz  $Heq_{\theta}$  da equação (3.45). Com as mesmas considerações feitas para a equação (3.45), pode-se obter:

$$Leq_V = \left[ \frac{I}{x_{12}} + \frac{I}{x_{23}} \right], \quad (3.49)$$

correspondente a  $\theta_k$  cujos elementos não diagonais correspondentes a  $b_{ki}$  são substituídos pelos respectivos  $g_{ki}$ , enquanto que o elemento da diagonal  $B_{kk} = \Sigma(-b_{ki})$  é substituído por  $G_{kk} = \Sigma(-g_{ki})$ . Aqui também observa-se que agora é usado o *mismatch* de  $Q_k$ , e não o de  $P_k$ , no cálculo de  $\theta_k$ .

### 3.4.4 FCDRM para a Obtenção das Curvas SV

Da mesma forma que foi feito no item 3.3.4 para o método de Newton, pode-se obter um algoritmo mais geral para o FCDR, sendo que os anteriores passam a ser uma particularidade. Assim sendo, para o sistema de três barras da figura 3.7 por exemplo, no caso de usar-se a tensão da barra 3 ( $V_3$ ) como parâmetro a equação ficaria:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{cc|cc} -(b_{12} + b_{23}) & b_{23} & (g_{12} + g_{23}) & 0 \\ b_{23} & -b_{23} & -g_{23} & -K_p S_3 \cos \varphi \\ \hline -(g_{12} + g_{23}) & g_{23} & -(b_{12} + b_{23}) & 0 \\ g_{23} & -g_{23} & b_{23} & -K_q S_3 \sin \varphi \end{array} \right] \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta V_2 \\ \Delta \lambda \end{bmatrix}. \quad (3.52)$$

Procedendo como nos casos anteriores pode-se obter a matriz  $Leq$ , a qual terá a seguinte forma:

$$Leq = \begin{bmatrix} \left( \frac{1}{x_{12}} + \frac{1}{x_{23}} \right) & -K_p S_3 \cos \varphi \left( \frac{g_{12}}{b_{12}} - \frac{g_{23}}{b_{23}} \right) \\ -\frac{1}{x_{23}} & -K_q S_3 \sin \varphi + \frac{g_{23}}{b_{23}} K_p S_3 \cos \varphi \end{bmatrix}, \quad (3.53)$$

a qual, nos casos em que a rede do sistema apresentar a relação  $r/x$  idêntica para todas as linhas, se reduz a:

$$Leq = \begin{bmatrix} \left( \frac{1}{x_{12}} + \frac{1}{x_{23}} \right) & 0 \\ -\frac{1}{x_{23}} & -K_q S_3 \sin \varphi + \frac{G_{33}}{B_{33}} K_p S_3 \cos \varphi \end{bmatrix}, \quad (3.54)$$

onde os termos  $G_{33}$  e  $B_{33}$  correspondem aos elementos diagonais da matriz  $H$  e  $N$  calculadas na condição  $V_2 = V_3 = 1$  p.u. e  $\theta_2 = \theta_3 = 0$ , vide a matriz da equação (3.41). Portanto, as aproximações consideradas são as mesmas feitas para um sistema não radial conforme a referência [Mont90], reproduzidas no anexo I. O algoritmo da versão BX é o mesmo do apresentado em [Mont90], exceto

que a na formação da matriz  $B''$  as diferenciais correspondentes à variável  $V_3$ , e que agora é um uma variável independente (especificada), são substituídas pelas diferenciais com relação à nova variável  $\lambda$ , ou seja, todos os elementos da coluna 3 são nulos a menos do elemento diagonal  $L_{22}$  que é igual a  $[-K_q S_3 \text{sen}\varphi + (G_{33}/B_{33}) K_p S_3 \text{cos}\varphi]$ .

No caso de usar o ângulo da tensão da barra 3 ( $\theta_3$ ) como parâmetro a equação resulta:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{cc|cc} -(b_{12} + b_{23}) & 0 & (g_{12} + g_{23}) & -g_{23} \\ b_{23} & -K_p S_3 \text{cos}\varphi & -g_{23} & g_{23} \\ \hline -(g_{12} + g_{23}) & 0 & -(b_{12} + b_{23}) & b_{23} \\ g_{23} & -K_q S_3 \text{sen}\varphi & b_{23} & -b_{23} \end{array} \right] \begin{bmatrix} \Delta\theta_2 \\ \Delta\lambda \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix}. \quad (3.55)$$

Analogamente, como no caso anterior pode-se obter a matriz  $Heq$ :

$$Heq = \begin{bmatrix} \left( \frac{1}{x_{12}} + \frac{1}{x_{23}} \right) & -K_q S_3 \text{sen}\varphi \left( \frac{g_{12}}{b_{12}} - \frac{g_{23}}{b_{23}} \right) \\ -\frac{1}{x_{23}} & -K_p S_3 \text{cos}\varphi - \frac{g_{23}}{b_{23}} K_q S_3 \text{sen}\varphi \end{bmatrix}, \quad (3.56)$$

a qual, nos casos em que a rede do sistema apresentar a relação  $r/x$  idêntica para todos as linhas, se reduz a:

$$Heq = \begin{bmatrix} \left( \frac{1}{x_{12}} + \frac{1}{x_{23}} \right) & 0 \\ -\frac{1}{x_{23}} & -K_p S_3 \text{cos}\varphi - \frac{G_{33}}{B_{33}} K_q S_3 \text{sen}\varphi \end{bmatrix}, \quad (3.57)$$

onde os termos  $G_{33}$  e  $B_{33}$  correspondem aos elementos diagonais da matriz  $H$  e  $N$  calculadas na condição  $V_2 = V_3 = 1$  p.u. e  $\theta_2 = \theta_3 = 0$ , vide a matriz da equação (3.41). O algoritmo da versão XB é o mesmo do apresentado em [Mont90], exceto que a formação da matriz  $B'$  deve levar em conta a nova variável  $\lambda$ , ao invés de  $\theta_3$ , e com isso, a correspondente coluna tem todos os seus elementos iguais a zero excetuando o elemento diagonal  $H_{22}$  que é igual a  $[-K_p S_3 \text{cos}\varphi - (G_{33}/B_{33}) K_q S_3 \text{sen}\varphi]$ .

Observe que da mesma forma que no caso do método de Newton, item 3.3.4, as curvas PV ( $f_p = 1$ , isto é,  $K_p = 1$  e  $K_q = 0$ , figuras 3.5(a)) e QV ( $f_p = 0$ , isto é,  $K_p = 0$  e  $K_q = 1$ , figuras 3.5(b)) passam a ser casos particulares da metodologia empregada para traçar a curva SV.

### 3.5 Métodos da Continuação

Como foi visto nos itens anteriores, com relação ao traçado das curvas PV, QV e SV para uma única barra, a solução do FC dependerá: da existência da solução, das múltiplas soluções existentes, do método utilizado na resolução das equações algébricas não lineares, da existência de bifurcações (PMC), da estimativa inicial, etc. Todas estas características são comuns aos processos de solução de equações algébricas não lineares em geral. Os métodos da continuação, também conhecidos como *path following*, têm sido utilizados por longa data na análise de sistemas de equações algébricas não lineares [Sey94], e mais recentemente para a obtenção do ponto de colapso de tensão de sistemas de potência [Iba91, Ajja92, Cañ93, Ajja94, Kun94, Chia95, Arya96, Bijwe97, Chia99] e, em função de sua crescente utilização na análise de sistemas elétricos, como parte de livros textos [Man93, Kun93-1, Cut98, PSP98].

Os métodos da continuação podem ser implementados com qualquer conjunto de equações de equilíbrio (ou de regime permanente) de um sistema de potência, embora, nas análises de estabilidade de tensão, têm sido empregados mais especificamente para o cálculo da trajetória de soluções. A denominação de fluxo de carga da continuação (do inglês: *continuation power flow*) advém do uso das equações padrões do FC como modelo das redes elétricas [Kun93-1, Cut98]. A idéia básica consiste na obtenção de sucessivas soluções de FC objetivando traçar os perfis de tensão a partir de um caso base, até o ponto de colapso (ou PMC). Obtém-se, com isso, não só a margem de carregamento, mas também, informações adicionais a respeito do comportamento das tensões das barras do sistema em análise. Em geral, a inicialização a partir de um caso base se deve à existência de múltiplas soluções. Por isso, o processo iterativo a ser utilizado tem que ser cuidadosamente inicializado para assegurar que uma solução apropriada seja obtida, uma vez que, uma inicialização inadequada poderá resultar em não convergência, ou convergência para soluções não desejadas. Portanto, uma das características desejadas para o método a ser utilizado, seria a de possuir uma região de convergência tão ampla quanto possível, evitando assim a possibilidade de erros de convergência. Uma outra informação importante fornecida pelos métodos da continuação diz respeito à geometria do espaço de soluções do FC. Embora esta ainda não tenha causado interesse no setor de energia elétrica, tem motivado uma intensa pesquisa no meio acadêmico, isto porque o conhecimento de múltiplas soluções é importante para a obtenção de índices de proximidade de colapso de tensão. Assim, o conhecimento da geometria do espaço de soluções do

FC pode conduzir não só às melhores técnicas para a obtenção de múltiplas soluções mas também, de índices melhores.

Tradicionalmente, a obtenção de sucessivas soluções do FC tem sido feita através da variação manual do carregamento ( $\lambda$ ) do sistema. Este procedimento é realizado até que o processo iterativo deixe de convergir. Para fins práticos, este ponto é considerado como sendo o PMC, embora se saiba que ele está suficientemente próximo do PMC. O método da continuação supera as dificuldades de obtenção de sucessivas soluções do FC possibilitando o traçado completo do perfil de tensão variando automaticamente o valor do parâmetro  $\lambda$ , sem preocupação com as singularidades das equações do sistema de potência. Para entender melhor como isto se sucede faz-se a seguir, a descrição dos passos envolvidos no método da continuação. Antes disso entretanto, considere-se um sistema de potência para o qual se deseja obter as curvas PV, QV ou SV, considerando que a carga varia não em apenas uma única barra, mas por todo o sistema, e que a variação de potência ativa das cargas é assumida não somente pela barra *slack*, mas por todas as barras de geração disponíveis. O conjunto das equações do FC, em sua forma mais geral, apresenta a seguinte forma:

$$G(V, \theta, \lambda) = 0, \quad (3.58)$$

a qual pode ser rescrita como:

$$\begin{aligned} \lambda P^{esp} - P(V, \theta) &= 0 \quad \text{para barras } PQ \text{ e } PV \\ \lambda Q^{esp} - Q(V, \theta) &= 0 \quad \text{para barras } PQ, \end{aligned} \quad (3.59)$$

onde  $P^{esp} = P_g^{esp} - P_c^{esp}$  é a diferença entre as potências ativas gerada e consumida nas barras de carga (PQ) e de geração (PV),  $Q^{esp} = Q_g^{esp} - Q_c^{esp}$  para as barras PQ, e  $\lambda = 1$  corresponde ao carregamento do caso base. Para uma barra  $k$  qualquer,  $P(V, \theta)$  e  $Q(V, \theta)$  são dados por:

$$\begin{aligned} P_k(V, \theta) &= G_k V_k^2 - V_k \sum_{l \in \Omega_k} V_l (g_{kl} \cos \theta_{kl} + b_{kl} \sin \theta_{kl}), k \in PQ, PV \\ Q_k(V, \theta) &= -B_k V_k^2 - V_k \sum_{l \in \Omega_k} V_l (g_{kl} \sin \theta_{kl} - b_{kl} \cos \theta_{kl}), k \in PQ. \end{aligned} \quad (3.60)$$

sendo que a definição dos termos para a barra  $k$  é similar à feita na figura 3.1 e para as equações 3.1 e 3.2, e  $\Omega_k$  é o conjunto de todas as barras diretamente conectadas à barra  $k$ .

O sistema de equações (3.59) pressupõe que o carregamento do sistema é proporcional ao do caso base e considera o fator de potência constante. Com relação ao que foi definido no item 3.3.4, aqui também  $P^{esp}$  e  $Q^{esp}$  poderiam ser definidos como sendo iguais a  $K_p^{esp} \times S^{esp} \cos \phi^{esp}$  e  $K_q^{esp} \times S^{esp} \sin \phi^{esp}$ , respectivamente. Assim, é possível realizar uma variação de carregamento individual, isto é, para cada barra do sistema, considerando para cada uma, um crescimento de carga com fatores de potência diferentes aos do caso base. Tradicionalmente, entretanto, assume-se que o aumento de carga de uma determinada área é feito com fator de potência constante e proporcional ao carregamento do caso base [Tay94, RRWG98]. Com relação aos três tipos de representação de carga (potência constante, corrente constante, e impedância constante) para análises com curva PV, a representação por potência constante resulta, tipicamente, em PMC mais pessimistas, ou seja, resultam nas menores distâncias ao colapso de tensão [Chia99]. Além disso, a representação por potência constante aproxima o efeito das ações dos dispositivos de regulação de tensão do sistema de distribuição e portanto, deve ser usada, a menos que representações mais detalhadas da carga sejam conhecidas [RRWG98]. Assim, a representação da carga por potência constante serve muito bem aos propósitos de determinação dos diversos limites do sistemas tais como o limite de carregamento e o limite de estabilidade de tensão. Se a segurança do sistema é avaliada através da manutenção de uma mínima margem com relação ao colapso de tensão, a representação da carga por potência constante fornecerá a condição operacional mais segura para o sistema [Flat90, Chia99].

A resolução do sistema de equações (3.59) pelo método de Newton convencional é feita através da especificação do valor de  $\lambda$ , e subsequente resolução; neste caso  $\lambda$  não é tratado como variável dependente no processo iterativo de Newton. Entretanto, no procedimento utilizado pelos métodos da continuação em geral,  $\lambda$  é considerado como variável dependente e, portanto, variado automaticamente. Dessa forma, o sistema de equações (3.59), cuja dimensão era  $n = 2 \times n_{PQ} + n_{PV}$ , onde  $n_{PQ}$  e  $n_{PV}$  correspondem ao número de barras PQ e PV, respectivamente, passa a ter  $n + 1$  incógnitas. A diferença entre os métodos da continuação está na forma de tratar esta nova variável e em como contornar a singularidade da matriz Jacobiana  $J$ . No contexto do traçado de diagramas de carregamento, a adição de equações parametrizadas ou normalizadas é um procedimento padrão nas análises numéricas [PSP98, Sey94]. Entre os diversos métodos da continuação descritos na literatura da área de sistemas de potência, o mais amplamente utilizado consiste de quatro elementos básicos:

um passo preditor, um controle de passo, um passo corretor, e um procedimento de parametrização. A descrição destas etapas segue a forma proposta por Ajjarapu e Christy em [Ajja92].

### 3.5.1 Preditor

Uma vez que a solução de (3.58) para o caso base tenha sido encontrada ( $\theta_0, V_0, \lambda_0 = 1$ ) pelo método convencional de FC (embora isto nem sempre seja necessário), o método da continuação pode ser usado para calcular as soluções adicionais, até que o PMC seja alcançado. Primeiro, um passo preditor é executado para encontrar uma estimativa para a próxima solução. Entre as diversas técnicas de previsão diferentes encontradas na literatura o método da tangente [Ajja92, Ajja94] e o da secante [Chia95, Chia99] são os mais populares.

A figura 3.8, obtida para o sistema da figura 3.7, será usada aqui para ilustrar os passos do método da continuação com preditor tangente [Ajja92, Ajja94]. Neste método, a estimativa da próxima solução pode ser encontrada dando um passo, de tamanho apropriadamente escolhido, na direção do vetor tangente à curva PV calculado na solução atual.

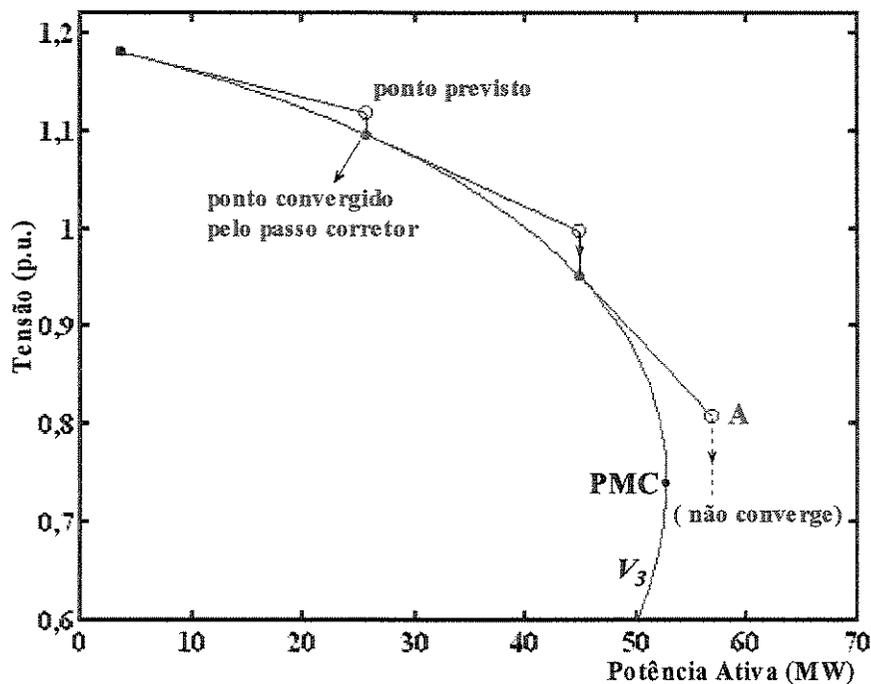


Figura 3.8 – Método da continuação com preditor tangente.

O cálculo do vetor tangente é obtido tomando a diferencial do sistema (3.58), e que posto na forma matricial fornece:

Chiang *et alii* [Chia95 e Chia99] propuseram um preditor que usa a equação da secante e uma parametrização na qual o comprimento do arco ( $s$ ) é o parâmetro. Nesta técnica ao invés de se acrescentar a equação  $e_k \times t \pm I = 0$ , a equação a ser acrescida à equação (3.61) do passo preditor passa a ser:

$$\left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dV}{ds}\right)^2 + \left(\frac{d\lambda}{ds}\right)^2 = I, \quad (3.64)$$

A equação (3.64), usada para assegurar que o parâmetro  $s$  seja o comprimento do arco sobre a curva de solução, juntamente com a equação (3.61), formam um conjunto  $n + 1$  equações a  $n + 1$  incógnitas. Entretanto, devido ao fato da equação (3.64) não ser linear, um método especial de solução deverá ser utilizado para se obter a solução [Chian95]. Este método especial implica na resolução de um conjunto de equações algébricas lineares e, devido ao conseqüente incremento de tempo, a utilização deste preditor tangente fica restrita apenas à obtenção de dois pontos, após a qual passa-se a utilizar o preditor secante. A estimativa para a próxima solução é obtida da equação (3.63), onde  $\sigma$  representará o passo do comprimento de arco  $s$ .

### 3.5.2 Controle do Passo Preditor $\sigma$

Nas condições de carga leve uma variação de carga resultará numa pequena mudança no ponto de operação. Portanto, o tamanho do passo poderia ser maior. Por outro lado, uma pequena mudança na carga resultaria em grandes variações do ponto de operação no caso do sistema estar estressado (altamente carregado), e nesse caso o passo deveria ser menor. Para se obter um bom desempenho global, o tamanho do passo deveria se adaptar às condições reais de convergência, a qual estará particularmente relacionada com o algoritmo específico em uso. Portanto, a flexibilidade do controle de passo é decisiva quanto ao desempenho do algoritmo. Um método simples de controle de passo é baseado no número de iterações do passo corretor. Se o número de iterações é pequeno, o sistema ainda está sob condições de carga leve ou normal e o tamanho do passo para a próxima iteração pode ser maior. Se o número de iterações é grande, o sistema está estressado e o tamanho do passo para a próxima iteração deve ser menor. Entretanto, este procedimento pode falhar na identificação da proximidade do maior carregamento já que o aumento do número de iterações também pode ser conseqüência da atuação de diversos limites. Uma opção interessante é o uso da tensão ( $V$ ) como parâmetro durante todo o traçado da curva PV, pois isto acarretará em um

controle automático do passo de  $\lambda$ . Isto ocorre porque, em geral, um passo fixo na tensão corresponde a passos grandes na variável  $\lambda$  durante a carga leve e normal, onde a tensão varia pouco, e em passos reduzidos para altos carregamentos, uma vez que nesta região a tensão estará variando bastante. Deve-se observar que a argumentação acima refere-se ao uso da variável  $V$  como parâmetro, quando da determinação do *nose* de  $\lambda$ . Para sistemas altamente compensados, por exemplo, a utilização da variável  $V$  pode fazer com que a matriz Jacobiana modificada apresente singularidade (*nose*) na parte superior da curva PV (figura 3.3), isto é, antes do *nose* da variável  $\lambda$ . Portanto, esta será provavelmente a principal razão do aumento do número de iterações. Isto exigirá uma redução do passo ou, o que seria mais eficiente, a troca de parâmetro. Outro aspecto que deve ser lembrado é que dependendo da análise que está sendo realizada, por exemplo em caso de contingência, o *nose* de  $\lambda$  poderá ocorrer para baixos carregamentos (figura 2.1).

Outro método de controle do tamanho do passo é baseado no vetor tangente normalizado [Zamb97]. O tamanho do passo é definido como:

$$\sigma = \sigma^0 / \|t\|_2 \quad (3.65)$$

onde  $\|t\|_2$  é a norma Euclidiana do vetor tangente  $[d\theta \ dV \ d\lambda]^T$ , e  $\sigma^0$  é um escalar predefinido. Conforme o sistema torna-se carregado, a magnitude do vetor tangente aumenta e  $\sigma$  diminui. A eficiência do processo depende da boa escolha de  $\sigma^0$ . Seu valor dependerá do sistema. Entretanto, bons resultados foram alcançados para sistemas de vários tamanhos assumindo  $\sigma^0 = 1$ , juntamente com a redução de passo quando limites foram atingidos ou ocorreram problemas de convergência [PSP98]. A equação 3.65 também pode ser utilizada na técnica de previsão pelo vetor secante, para obter um controle de passo. Encontrar um valor ótimo para  $\sigma^0$  está além do escopo deste trabalho.

### 3.5.3 Passo Corretor e Parametrização

Uma vez feita a previsão, torna-se necessário realizar a correção da solução aproximada para obter-se a solução correta, evitando que esse erro se acumule. Uma vez que o ponto obtido por um bom preditor encontra-se muito próximo da solução correta, poucas iterações serão necessárias para alcançar-se a próxima solução dentro da precisão desejada. O método de Newton é o mais usado no passo corretor, embora qualquer outro método numérico possa ser utilizado. Neste passo uma equação do tipo  $y - y^e = 0$ , onde  $y$  e  $y^e$  correspondem à variável escolhida como parâmetro de

continuação e seu respectivo valor estimado, obtido pelo passo preditor, é acrescentada ao sistema de equações (3.58). Assim, o sistema de equações da etapa de correção passa a ser:

$$\begin{aligned} G(V, \theta, \lambda) &= 0 \\ y - y^e &= 0, \end{aligned} \quad (3.66)$$

o qual é resolvido por um método de Newton ligeiramente modificado devido inclusão da última equação. O número de iterações necessárias nesta etapa é muito pequeno. Geralmente são necessárias apenas 2 iterações para uma tolerância de  $10^{-5}$ . Também pode-se observar na figuras 3.8 e 3.9, que no ponto “A”, o passo corretor não encontrará solução se  $\lambda$  for o parâmetro utilizado. Além disso, o uso deste parâmetro não eliminará a singularidade da matriz  $Ja$  no PMC, tanto no passo preditor quanto no corretor. Assim, para obter-se o PMC com maior precisão, o passo terá que ser reduzido à medida que os pontos se aproximam do PMC. Uma forma de se contornar esse problema é usar em ambos os passos, preditor e corretor, uma técnica muito simples conhecida por parametrização local [Ajja92, Ajja94, Sey94], que consiste na troca de parâmetro próximo ao PMC. No método do vetor tangente a variável escolhida é aquela que apresentar a maior variação [Ajja92, Sey94], sendo que  $\lambda$  passa a ser, a partir daí, tratado como variável dependente, enquanto que a variável escolhida passa a ser o novo parâmetro  $p$ , isto é, do conjunto de  $n + 1$  variáveis, o novo parâmetro  $p$  será dado por:

$$p \leftarrow \max\{|t_1|, |t_2|, \dots, |t_{n+1}|\}, \quad (3.67)$$

enquanto que no método baseado no preditor secante,  $p$  é escolhido como sendo a componente que apresentar a máxima variação relativa [Sey94]:

$$p \leftarrow \max\left\{\left(\frac{|\theta^{j+1} - \theta^j|}{|\theta^{j+1}|}\right), \left(\frac{|V^{j+1} - V^j|}{|V^{j+1}|}\right), \left(\frac{|\lambda^{j+1} - \lambda^j|}{|\lambda^{j+1}|}\right)\right\} \quad (3.68)$$

onde  $j$  refere-se ao ponto da curva. A expectativa é de que a escolha de  $p$  com base nestas duas últimas equações impliquem no bom desempenho do algoritmo. Este procedimento enfatiza a confiabilidade, mas não garante que o parâmetro  $p$  conduza a um processo mais rápido [Sey94]. A experiência com o método do vetor tangente utilizando a equação (3.67) tem demonstrado que ao aproximar-se do *nose*,  $p$  muda de  $\lambda$  para a tensão que apresenta a maior variação, retornando

novamente para  $\lambda$  após alguns pontos. O uso deste método para a escolha automática de  $p$  não tem apresentado dificuldades mesmo para sistemas altamente compensados [Cañ93].

As figuras 3.10(a) e 3.10(b) mostram o uso das variáveis  $V_3$  e  $\theta_3$  como parâmetro, respectivamente. Como pode-se observar da figura, agora é possível traçar a curva completa gastando apenas 2 iterações para cada ponto, isto porque estes parâmetros não apresentam *nose*, ou seja, singularidade ao longo da trajetória de soluções, particularmente no PMC. Também, uma vez ultrapassado o PMC, o que é verificado pela troca de sinal na variável  $\lambda$ , esta poderá novamente ser utilizada como parâmetro, bastando para isso, tomar o devido cuidado com relação ao sinal usado na

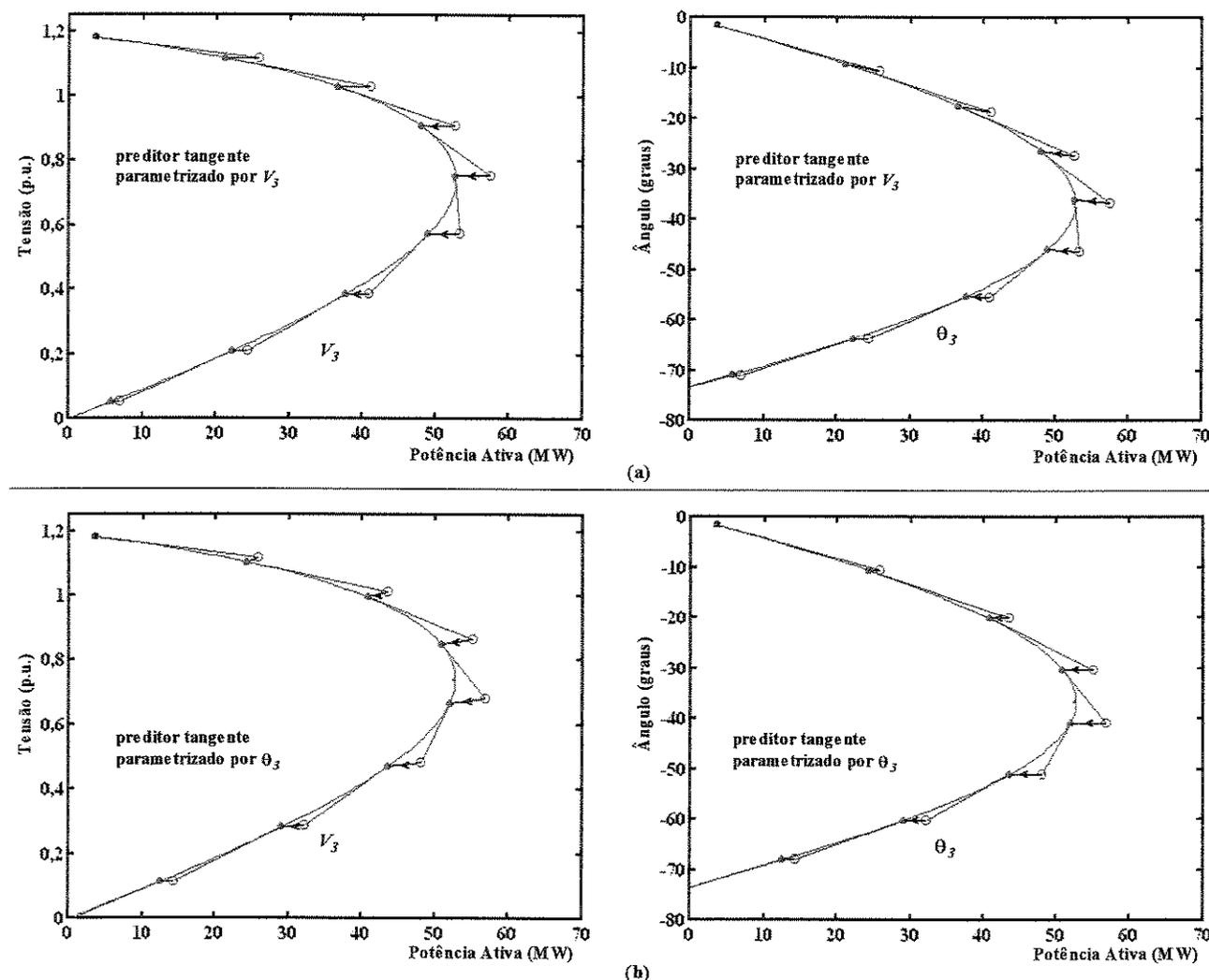


Figura 3.10 – Métodos da continuação com preditor tangente: (a)  $V_3$  como parâmetro, (b)  $\theta_3$  como parâmetro

equação  $e_k \times t \pm 1 = 0$  utilizada no passo preditor, que deverá ser o sinal negativo, já que agora,  $\lambda$  estará diminuindo de valor. Para obter o PMC com maior precisão, basta após ter-se ultrapassado o

PMC, o que como foi comentado é identificado pela troca de sinal da variável  $\lambda$ , retornar ao ponto anterior e reduzir o passo. Agora não ocorrerão problemas numéricos devido a singularidade da matriz  $J$ .

Uma outra técnica usada para contornar a singularidade sem a necessidade de parametrização foi utilizada primeiramente por Iba *et alii* [Iba91] e posteriormente, associada a um controle de passo, aplicada com sucesso em vários sistemas em [Cañ92]. A técnica consiste em definir um vetor perpendicular ao vetor tangente ao ponto  $(\theta_j, V_j, \lambda_j)$  da curva, e que passe pelos pontos previsto subsequente  $(\theta^e, V^e, \lambda^e)$  e um outro que se encontra sobre a curva da trajetória de soluções  $(\theta, V, \lambda)$  [Sey94]; a equação de parametrização a ser acrescida ao sistema (3.58) será dada pelo produto escalar:

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_j \\ \Delta V_j \\ \Delta\lambda_j \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} \theta - \theta_j - \Delta\theta_j \\ V - V_j - \Delta V_j \\ \lambda - \lambda_j - \Delta\lambda_j \end{bmatrix} = 0,$$

ou,

$$\Delta\theta_j (\theta - \theta_j - \Delta\theta_j) + \Delta V_j (V - V_j - \Delta V_j) + \Delta\lambda_j (\lambda - \lambda_j - \Delta\lambda_j) = 0, \quad (3.69)$$

onde  $(\Delta\theta_j, \Delta V_j, \Delta\lambda_j)^T = (\theta^e - \theta_j, V^e - V_j, \lambda^e - \lambda_j)$ . Partindo da solução fornecida pelo passo preditor, o sistema resultante da expansão em série de Taylor do sistema (3.58), acrescido da equação acima, converge para o ponto  $(\theta, V, \lambda)$ .

No caso do método proposto por Chiang *et alii* [Chia95 e Chia99], no passo corretor a equação:

$$(\lambda - \lambda(s_j))^2 + \sum_{i=1}^n ((\theta_i - \theta_i(s_j))^2 + (V_i - V_i(s_j))^2) - (s - s_j)^2 = 0. \quad (3.70)$$

é adicionada ao sistema (3.58), onde  $(\theta_i(s_j), V_i(s_j), \lambda(s_j))$  é a solução previamente calculada. Nesta metodologia a singularidade é removida tanto no passo preditor, utilizando a equação (3.64), quanto no corretor, com o uso da equação (3.70). O sistema resultante, composto pelo sistema (3.58) e pela equação (3.70), é expandido em série de Taylor até os termos de primeira ordem, e resolvido considerando a estimativa obtida pelo passo preditor.

### 3.5.4 Comentários Gerais

Uma observação que se pode fazer com relação aos métodos descritos anteriormente nos itens 3.3 e 3.4, é que eles são casos especiais do método da continuação. Por exemplo pode-se citar o caso da técnica usada para o traçado da curva QV, que é um exemplo do uso da técnica de parametrização local. No caso,  $\lambda = Q_k$  (potência reativa da barra  $k$ ) e a tensão do gerador fictício  $V_k$  era utilizada como parâmetro. Dessa forma, os casos anteriores podem ser considerados como uma particularidade do método da continuação [Cut98].

Como anteriormente comentado, ao incluir-se  $\lambda$  como variável o sistema (3.58) passa a ter  $(n + I)$  variáveis para  $n$  equações. Assim, pode-se definir qualquer uma das  $n + I$  variáveis como parâmetro. O valor deste parâmetro ( $\theta$ ,  $V$  ou até mesmo  $\lambda$ ) pode ser especificado e, portanto, este pode ser removido do sistema. Com isso, o sistema passa a ser novamente de  $n$  equações a  $n$  incógnitas. Portanto, não é necessariamente preciso, acrescentar-se uma equação. A escolha do parâmetro em função daquele que apresentar a maior variação no vetor tangente elimina a singularidade da matriz Jacobiana. Esta característica de troca de variáveis corresponde à rotação de  $90^\circ$  do diagrama  $\theta$  versus  $\lambda$ , ou  $V$  versus  $\lambda$ .

#### 3.5.4.1 Efeitos dos Limites

O tratamento de limites nos métodos da continuação é considerado como um problema muito difícil (discussão da referência [Chia95]). Isto porque as equações do FC mudam quando algum limite é atingido, um exemplo é o limite de reativo nas barras  $PV$  com a mudança do tipo da barra de  $PV$  para  $PQ$ , acarretando num acréscimo do número de equações, bem como da dimensão do espaço de soluções. O exemplo que segue visa apresentar um argumento informal para demonstrar a unicidade da trajetória de soluções, bem como da robustez do método da continuação quando da consideração de limites, no caso de limites de reativos. Escolheu-se como exemplo o método parametrizado por  $V$ , no caso a tensão da barra 3 do sistema da figura 3.11. Na metodologia usada especifica-se  $V_3$ , enquanto  $\lambda$  é considerado como variável dependente, e eliminam-se as respectivas linhas e colunas da matriz Jacobiana, ao invés de se incluir mais uma equação.

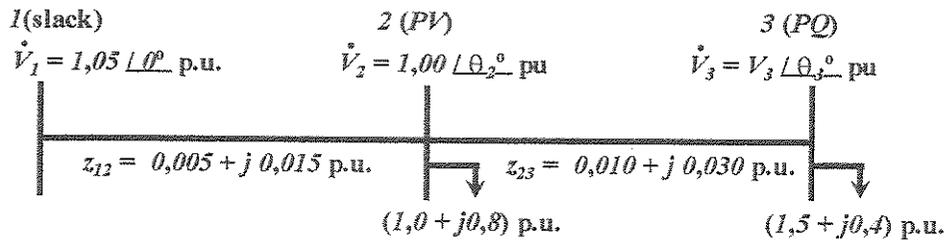


Figura 3.11 – Sistema de três barras para verificar efeito de limites no método da continuação.

A figura 3.12 mostra as curvas PV (das barras 2 e 3) obtidas para o sistema da figura 3.11, considerando as seguintes condições:

- limites de reativos na barra 2:  $-2,0 < Q_2 < 2,0$  p.u., a curva em preto,
- potência reativa gerada na barra 2 ( $Q_{g2}$ ) igual a  $-2,0$  p.u., a curva em azul,
- potência reativa gerada na barra 2 ( $Q_{g2}$ ) igual a  $+2,0$  p.u., a curva em magenta,
- sem limites de reativos na barra 2.

Como pode-se ver pela figura 3.12(a), à medida que se traça a curva PV, variando-se a tensão da barra 3 de  $0,01$  em  $0,01$  p.u., a trajetória de soluções será única, e caminhará pelas curvas correspondentes à condição imposta pela barra PV. As soluções serão únicas, o que será garantido pelo Teorema da Função Implícita, enquanto a matriz Jacobiana for não singular. As demais figuras mostram que mesmo para passos maiores ( $0,8$  p.u. de tensão), isto é, embora o conjunto de equações altere-se durante o processo iterativo, as soluções finais ainda permanecerão sobre a trajetória de soluções.

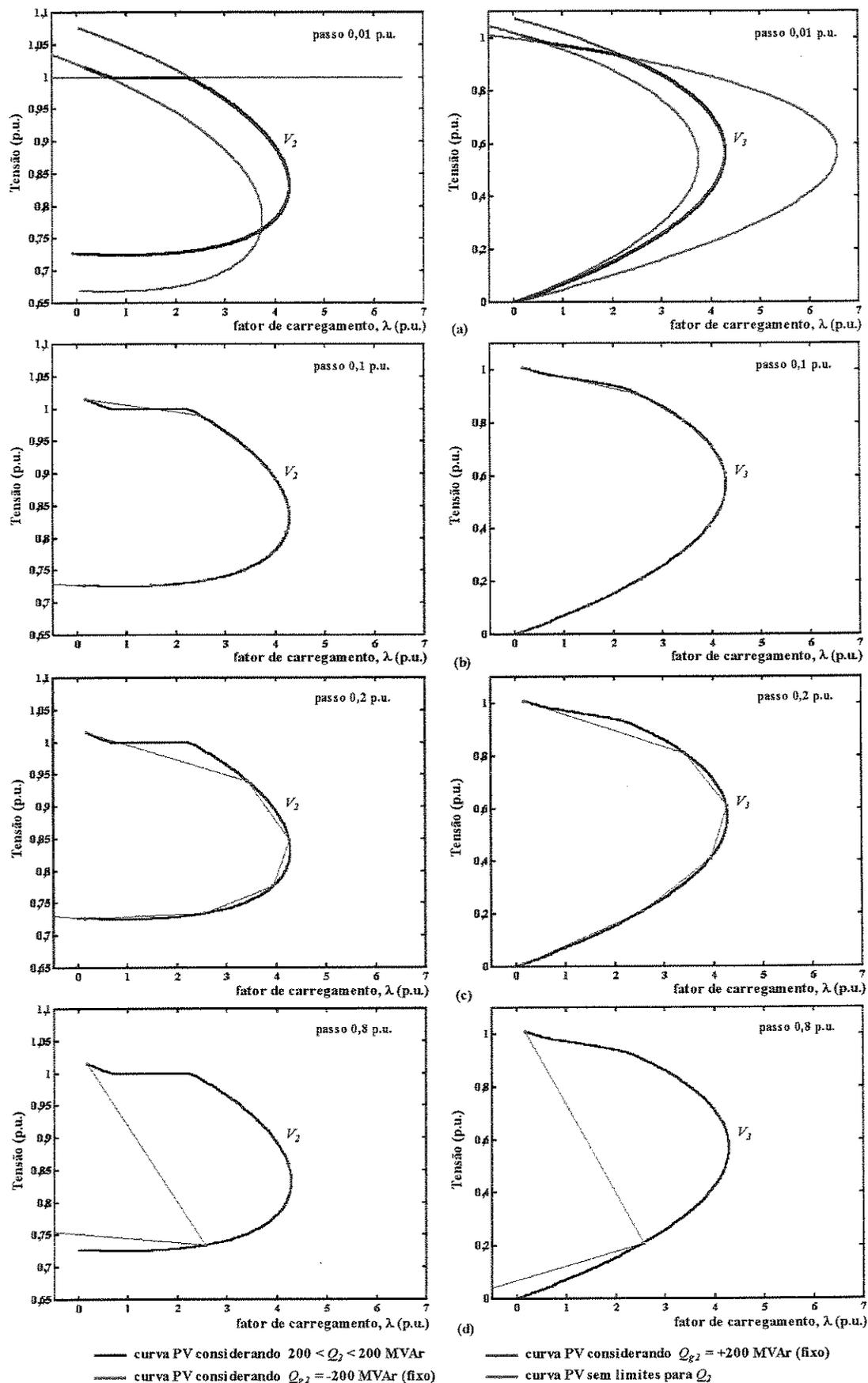


Figura 3.12 – Efeito dos limites e do passo na trajetórias de soluções (curva PV).

## CAPÍTULO 4

### Novas Técnicas de Parametrização do Fluxo de Carga para resolução via Método da Continuação

#### 4.1 Introdução

Neste capítulo são apresentadas as novas técnicas de parametrização, objetivando evitar os problemas de mal condicionamento dos métodos convencionais de fluxo de carga quando da obtenção do PMC. Todas as técnicas que aqui serão desenvolvidas, fazem parte dos novos métodos propostos pelo presente trabalho. Inicialmente serão apresentados os esquemas de parametrização para o método de Newton e posteriormente o desenvolvimento de um método da continuação utilizando um FCDR modificado. No caso do método de Newton os novos parâmetros utilizados são a perda total de potência ativa ou reativa, a potência ativa ou reativa na barra slack, a potência reativa das barras de geração (barras do tipo *PV*), e a perda de potência ativa ou reativa das linhas de transmissão (LT) [Alves99-2, Alves99-3, Alves99-4, Alves99-6]. Para o FCDR, os parâmetros são as magnitudes de tensão e os ângulos de fase nodais [Alves99, Alves99-1, Alves99-5]. Os resultados obtidos com as novas metodologias para os sistemas testes do IEEE (14, 30, 57, e 118 barras) mostram que as características dos métodos convencionais não somente são preservadas, mas também melhoradas. Também, mostra-se que durante o traçado das curvas PV, o chaveamento entre os métodos, convencionais e o proposto, possibilita a determinação eficiente de todos os pontos, com poucas iterações.

#### 4.2 Base Teórica dos Métodos Propostos

No capítulo 3 foram apresentados os métodos para o traçado das curvas PV para uma única barra. A principal desvantagem desta metodologia é a de que o incremento de carga é realizado apenas numa barra e conseqüentemente as barras vizinhas podem estar sendo inadequadamente estressadas. Em um sistema real o carregamento do sistema ocorre simultaneamente em diversas barras, o qual é acompanhado simultaneamente por um aumento de geração. O cálculo da condição de máximo carregamento pode ser realizado ao longo de diferentes trajetórias de incrementos de carga, obtendo-se assim diferentes valores para o PMC. No desenvolvimento que se segue a

demanda será expressa em função do fator de carregamento  $\lambda$ , como no caso da equação (3.58), sendo maximizada segundo uma determinada direção fixa de incremento de carga, ou seja, a carga será considerada como sendo do tipo potência constante e crescerá proporcionalmente à do caso base. Também, a distribuição dos incrementos de carga entre os geradores será proporcional à do caso base, ou seja, utilizando-se o mesmo parâmetro ( $\lambda$ ) de incremento de carga.

A figura 4.1(a) mostra o diagrama unifilar de um sistema de 3 barras e 2 ramos. A barra 3 é uma barra PV sem limites de reativos, cuja tensão foi especificada em  $1,0$  p.u.. À medida que  $\lambda$  variar, o ponto de operação do sistema mudará como mostrado na figura 4.1(b) e 4.1(c). O ponto A corresponde ao PMC, para o qual a matriz  $J$  torna-se singular. A figura 4.1(e) mostra o determinante de  $J$  conforme  $\lambda$  varia. Conforme já comentado nos capítulos anteriores, calculando as soluções de (3.58) para diferentes valores de  $\lambda$ , é possível obter quase todos os pontos da parte superior da curva PV. Pontos muito próximos ao PMC podem ser obtidos com o uso de um bom controle de passo. Ainda assim, ocorrerão dificuldades numéricas na vizinhança do PMC, sendo que o grau de dificuldades dependerá do sistema e do método numérico.

#### 4.2.1 Parametrização

O procedimento padrão utilizado por praticamente quase todos os métodos da continuação, visando possibilitar a determinação precisa do PMC sem qualquer dificuldade numérica, é a adição de equações parametrizadas para se eliminar a singularidade da matriz  $J$ , ou seja, acrescentar por meio de uma equação a informação perdida com a redução do *rank* da matriz  $J$  no PMC. Para isso considere o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} G(V, \theta, \lambda) &= 0 \\ W(V, \theta, \lambda, \mu) &= \mu W^0 - F(V, \theta, \lambda) = 0, \end{aligned} \tag{4.1}$$

onde  $G$  é o conjunto básico de equações do FC (idênticas às da equações 3.58),  $W^0$  é a perda total de potência ativa no caso base, e  $F$  é a equação para a perda total de potência ativa. Um novo parâmetro  $\mu$  é adicionado ao problema. Agora, como uma equação é adicionada,  $\lambda$  pode ser tratado como uma variável dependente e  $\mu$  é considerado como um parâmetro. Para  $\mu = 1$ , a solução convergida deverá resultar em  $\lambda = 1$ . Em (4.1) pode se especificar o valor desejado para a perda total de potência ativa, e a sua solução fornecerá o ponto de operação, incluindo o fator de carregamento para o qual as perdas especificadas ocorrem.

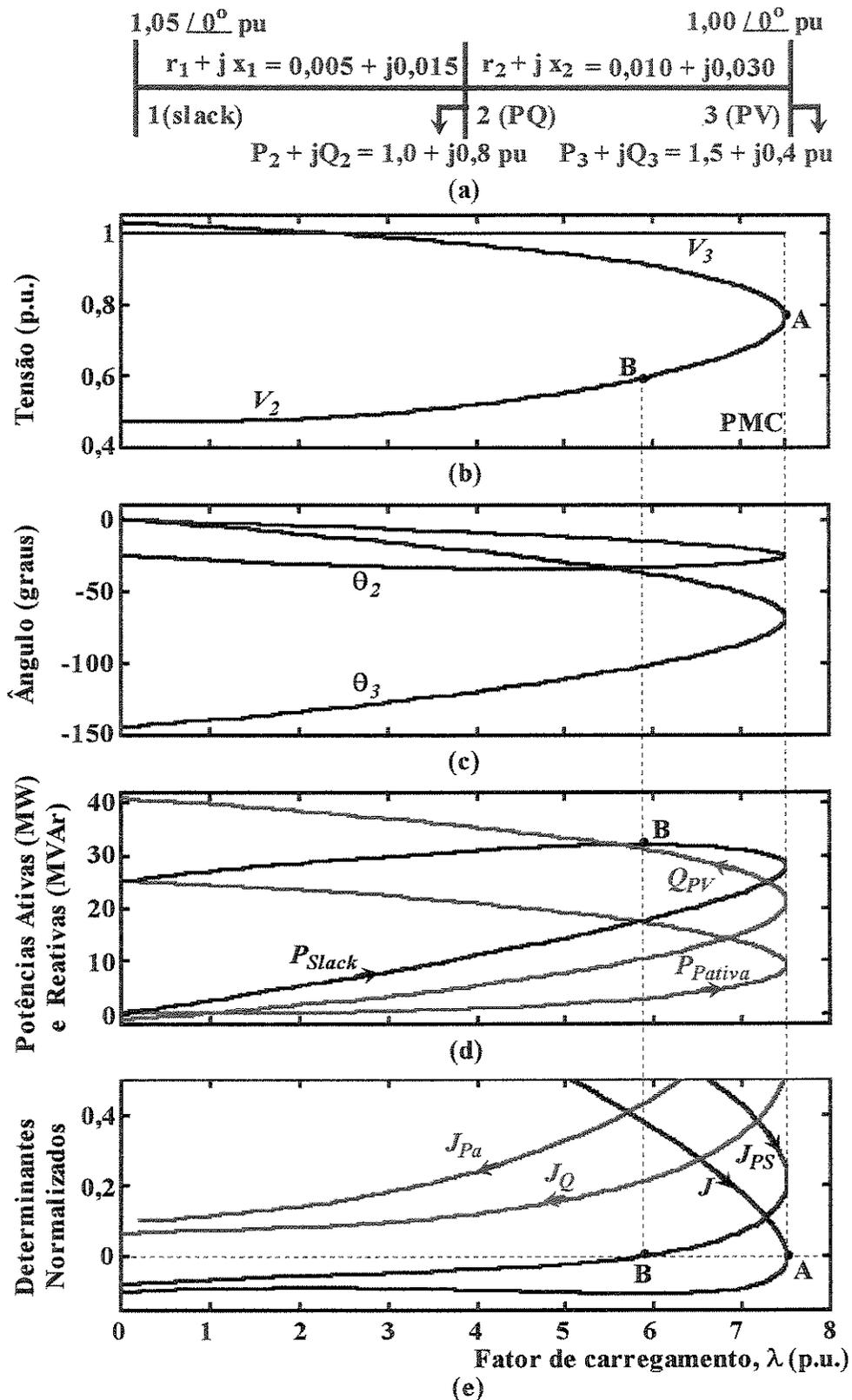


Figura 4.1 – (a) Diagrama unifilar do sistema de 3 barras e 2 ramos, (b) magnitudes de tensão, (c) ângulos da tensão, (d) perdas ativas do sistema  $P_{Pativa}$ ; potência ativa na barra *slack*  $P_{Slack}$ ; e potência reativa na barra PV  $Q_{PV}$ , (e) determinantes normalizados.

A figura 4.1(d) apresenta a perda total de potência ativa  $P_{Pativa}$  em função de  $\lambda$ , enquanto a figura 4.1(e) mostra o determinante normalizado da matriz Jacobiana  $J_{Pa}$  correspondente a (4.1). É evidente que  $J_{Pa}$  não será singular, independentemente do valor assumido por  $\lambda$ . Portanto, os problemas de mal condicionamento são evitados pela adição de uma equação apropriada. Variando-se  $\mu$ , é possível obter a curva PV completa. Analogamente, a potência reativa na barra PV ( $Q_{PV}$ ) como função do carregamento somente poderia ser usada como parâmetro se seu valor encontrar-se entre os seus limites. Uma barra PV com uma ampla faixa de variação de reativos permite a sua utilização como parâmetro numa grande parte do traçado da curva PV; no caso deste sistema em particular, ao longo de toda a curva PV.

$W^0$  poderia também ser considerado como sendo a potência ativa da barra *slack* (e  $F$  a respectiva equação). O parâmetro  $\mu$  neste caso corresponderia ao valor da potência ativa desejada na barra *slack*. A figura 4.1(d) apresenta a potência ativa na barra *slack*  $P_{Slack}$  em função do fator de carregamento. A figura 4.1(e) apresenta o determinante normalizado da matriz Jacobiana  $J_{PS}$  correspondente a (4.1) utilizando  $P_{Slack}$ . A matriz  $J_{PS}$  torna-se singular no ponto B, o qual está localizado na parte inferior da curva PV. Portanto, a singularidade da matriz Jacobiana ( $J$ ) no ponto A é evitada uma vez mais. Neste caso, não seria possível obter a curva PV completa usando (4.1). Contudo, após o PMC ter sido alcançado, poder-se-ia retornar à utilização de (3.58) e obter os pontos restantes da curva.

A figura 4.2 foi obtida para o mesmo sistema da figura 4.1(a). Desta figura pode-se verificar que a definição de  $W^0$  como sendo ou a perda de potência ativa ( $P_{LT}$ , figuras 4.2(b) e 4.2(c)) ou reativa ( $Q_{LT}$ , figuras 4.2(d) e 4.2(e)) numa linha de transmissão, ou a perda total de potência reativa ( $P_{Reat}$ , figuras 4.2(d) e 4.2(e)), também permite a obtenção do PMC sem qualquer dificuldade numérica, já que as suas respectivas matrizes Jacobianas  $JP_{LT}$ ,  $JQ_{LT}$ , e  $JQ_r$  ou não são singulares, ou apresentam a singularidade após o PMC. Observa-se que a coincidência da singularidade das matrizes Jacobianas  $JP_{LT}$  e  $JQ_{LT}$  se deve a uma particularidade deste sistema, para o qual se desconsiderou os *shunts* das LT. Análise similar pode ser realizada pela definição de  $W^0$  como sendo a potência reativa da barra *slack*.

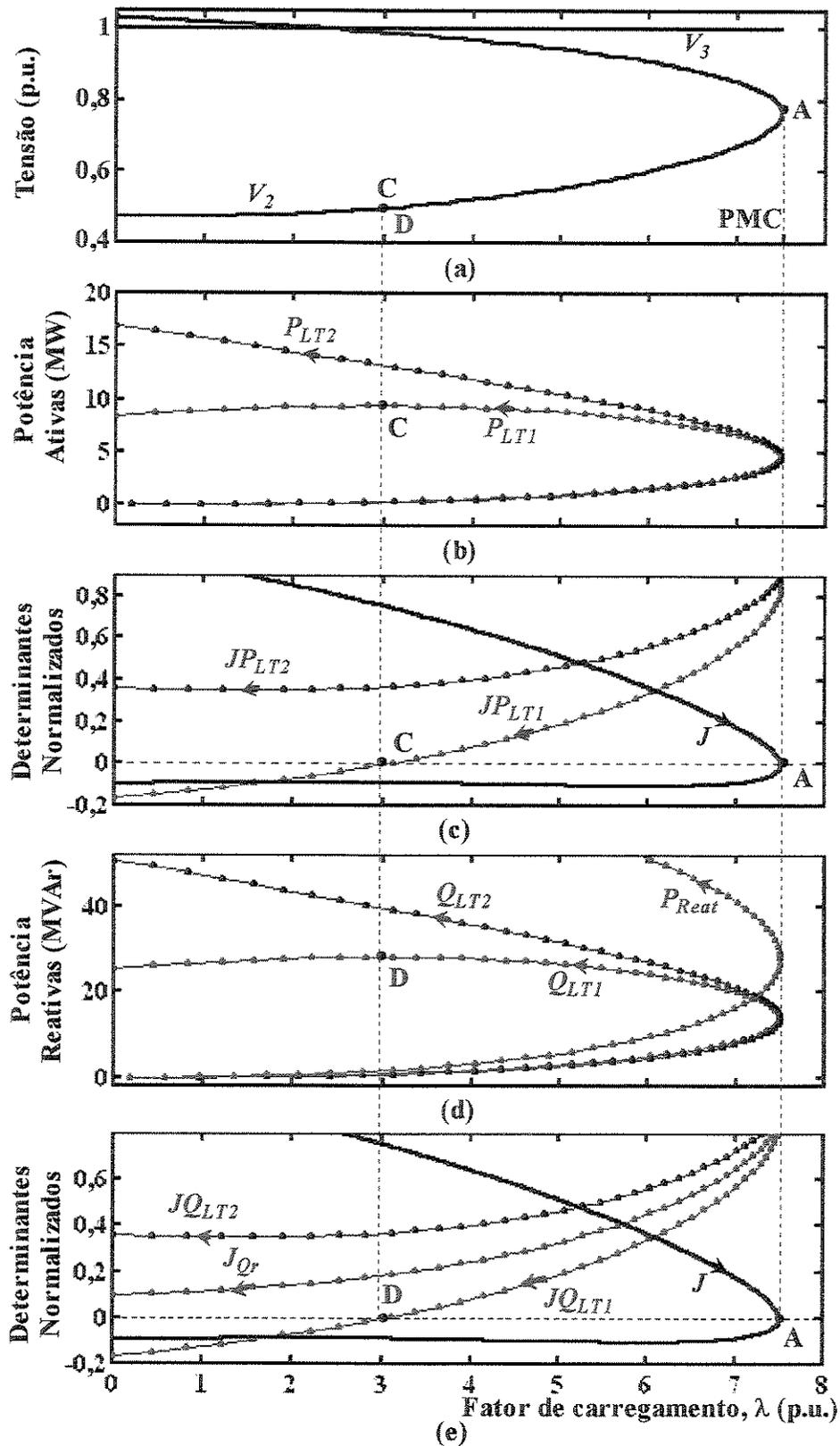


Figura 4.2 – (a) magnitudes de tensão, (b) perdas ativas nas LT do sistema  $P_{LT}$ , (c) determinantes normalizados, (d) perdas reativas nas LT do sistema  $Q_{LT}$  e perda total potência reativa  $P_{Reat}$ , (e) determinantes normalizados.

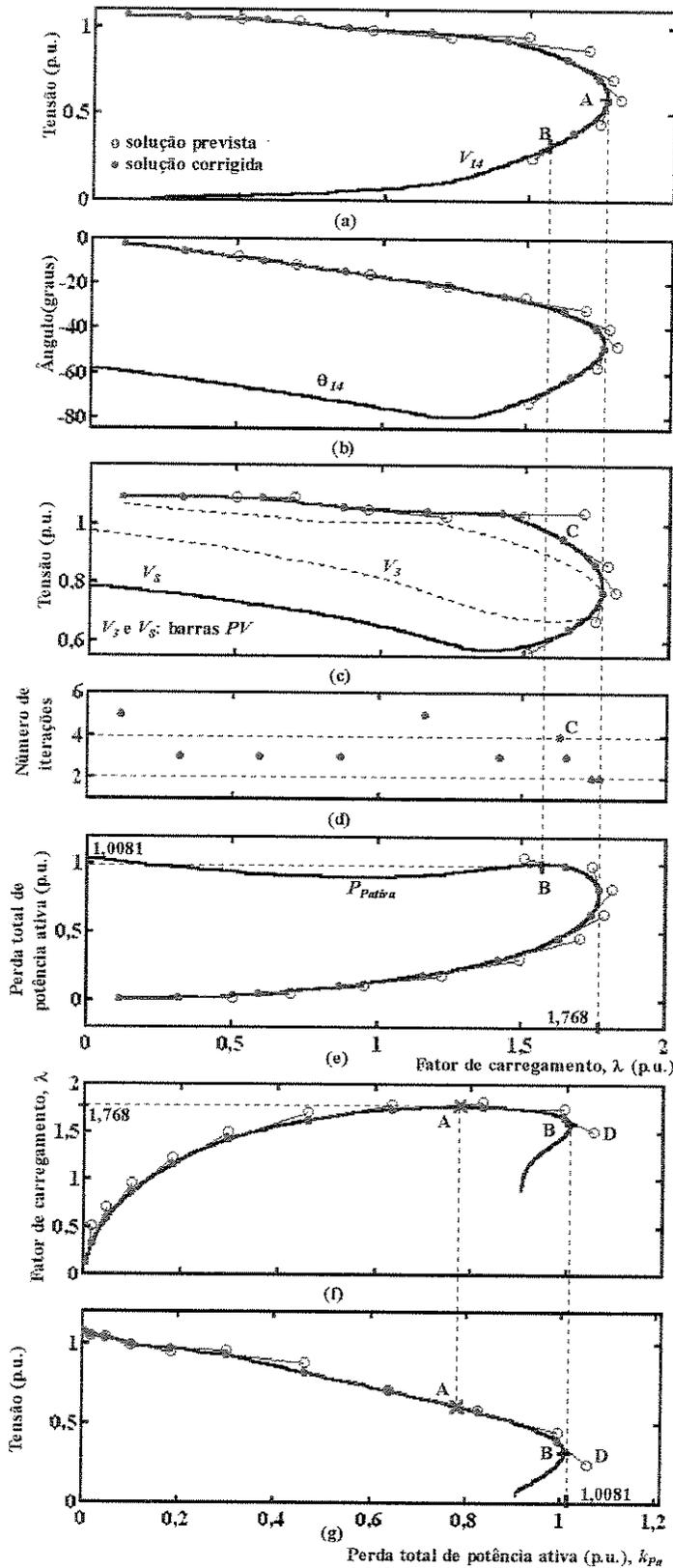


Figura 4.3 – (a) magnitude da tensão na barra crítica, (b) ângulo da tensão na barra crítica, (c) efeito dos limites, (d) número de iterações, (e) perdas de potência ativa do sistema  $P_{Pativa}$ , (f) fator de carregamento em função de  $k_{Pa}$ , (g) magnitude da tensão em função de  $k_{Pa}$ .

necessário uma mudança de parâmetro. Contudo, o ponto B está além do PMC (ponto A), o qual poderá ser determinado sem qualquer dificuldade numérica. Esta é uma vantagem do uso do novo parâmetro  $k_{Pa}$  ao invés do  $\lambda$ . A singularidade da matriz Jacobiana convencional é evitada, conforme pode ser visto nas figuras 4.3(f) e 4.3 (g), onde  $\lambda$  e  $V_{14}$  são plotados como função de  $k_{Pa}$ .

Os diagramas são traçados em função de  $\lambda$ , como no caso das figuras 4.3(a) a 4.3(e), uma vez que é para esse parâmetro que o PMC corresponde ao *nose* da curva. Entretanto, é bom lembrar que  $\lambda$  agora não é mais considerado como parâmetro, mas sim como variável dependente. Assim, o diagrama correto, isto é, aquele correspondendo às variáveis em função do novo parâmetro  $k_{Pa}$ , são apresentados nas figuras 4.3(f) e 4.3(g). Nestas podem ser verificadas que agora o *nose* ocorre para o novo parâmetro e não mais para  $\lambda$ . Este *nose* corresponderá a um ponto de singularidade do novo parâmetro  $k_{Pa}$ , e portanto, não mais para  $\lambda$ . No caso de  $\lambda$  ser usado como parâmetro, a singularidade (que corresponde ao PMC - ponto A) ocorre para  $\lambda = 1,768$ , enquanto esta ocorre para  $\lambda = 1,5836$  (ponto B) quando  $k_{Pa}$  é usado como parâmetro. O novo ponto de singularidade ocorre para  $k_{Pa} = 1,0081$ .

Com relação ao controle do passo, o ponto C nas figuras 4.3 (c) e 4.3(d) mostra que o número de iterações aumenta quando os limites (p.ex. de potência reativa nas barras PV) são atingidos. Visto que a matriz Jacobiana modificada está próxima da singularidade na vizinhança do ponto B, o ponto D previsto é infactível, ainda que perto do ponto de solução correto. Portanto, decréscimos adicionais no tamanho do passo serão necessários.

A figura 4.4 ilustra os resultados para o sistema IEEE-30. A função  $W$  neste caso foi a perda total de potência reativa. O traçado da curva PV seguiu um procedimento similar ao da figura 4.3. Observa-se que a singularidade da matriz Jacobiana, no ponto A, é evitada, conforme pode-se observar nas figuras 4.4(f) e 4.4(g), onde  $\lambda$  e  $V_{30}$  são plotados como função de  $k_{Qrea}$ . No caso de  $\lambda$  ser usado como a parâmetro, a singularidade (que corresponde a PMC - ponto A) ocorre para  $\lambda = 1,5335$ , enquanto esta ocorre para  $\lambda = 1,4481$  (ponto B) quando  $k_{Qrea}$  é usado como parâmetro. O novo ponto de singularidade ocorre para  $k_{Qrea} = 4,0285$ .

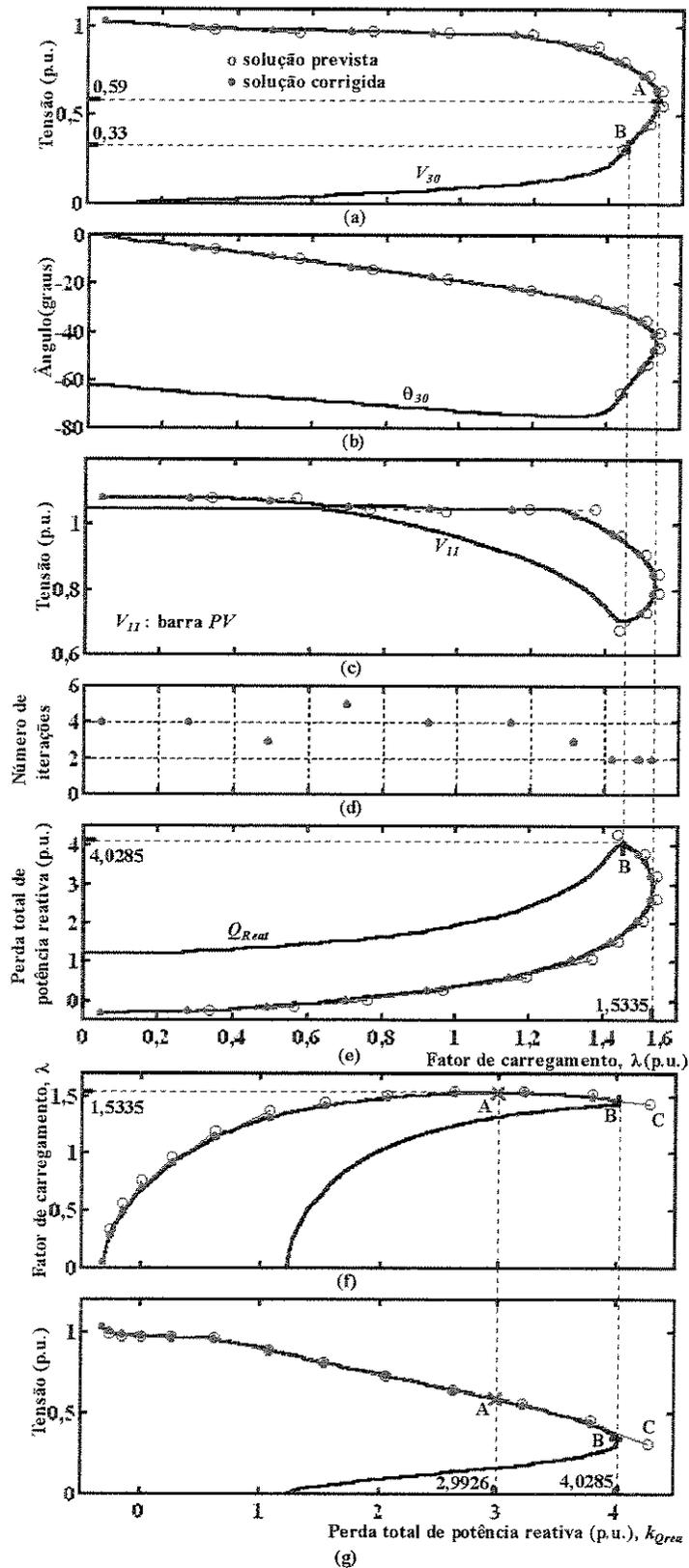


Figura 4.4 – (a) magnitude da tensão na barra crítica, (b) ângulo da tensão na barra crítica, (c) efeito dos limites, (d) número de iterações, (e) perdas de potência reativa do sistema  $Q_{Reat}$ , (f) fator de carregamento em função de  $k_{Q_{Reat}}$ , (g) magnitude da tensão em função de  $k_{Q_{Reat}}$ .

Observa-se que para  $\sigma^0 = 0,5$ , o valor obtido para  $\lambda$  foi de  $1,5304$ . Assim, para se obter o PMC com maior precisão, volta-se para a solução anterior à da mudança do sinal de  $\lambda$ , isto é, antes de seu valor começar a decrescer, e após uma redução adequada do passo calcula-se o PMC com maior precisão. Por exemplo, para  $\sigma^0 = 0,2$ ,  $\lambda$  foi de  $1,5332$ . Aqui também pode-se ver o aumento do número de iterações quando os limites são atingidos, figuras 4.4 (c) e 4.4(d). Da mesma forma que para  $k_{Pa}$ , a matriz Jacobiana modificada é singular no ponto B. Assim, o ponto C previsto é infactível, ainda que muito próximo da solução real. Portanto, reduções adicionais do passo seriam necessárias para se obter o ponto B com maior precisão. Entretanto, isto não será necessário uma vez que o ponto desejado é o PMC.

A figura 4.5 mostra os resultados para o sistema IEEE-118 para os seguintes parâmetros: a perda total de potência ativa ( $k_{Pa}$ ) ou reativa ( $k_{Qrea}$ ), a potência ativa ( $k_{Psb}$ ) ou reativa ( $k_{Qsb}$ ) na barra slack, a potência reativa das barras PV ( $k_{Qpv}$ ). O objetivo deste teste é o de comparar o desempenho (número de iterações) dos métodos entre si. Para isso, optou-se por fornecer os mesmos pontos para todos os métodos, isto é, fornecer os mesmos estados de forma a garantir que quando da mudança de um estado para outro, os desempenhos possam ser corretamente comparados. Os pontos foram obtidos através da parametrização pela tensão da barra 52 ( $V_{52}$ ) com passo de  $0,01$  p.u.. Uma vez obtidos todos os estados, os respectivos valores de cada parâmetro foi calculado e a seguir usados como pontos estimados por seus respectivos métodos. Dessa forma se garante que estes valores levarão o sistema de um mesmo estado inicial para o mesmo estado final. O valor estimado obtido na etapa de previsão pelo método da tangente para diferentes métodos conduziram a pontos distintos da curva.

De acordo com os resultados alcançados, todas as versões apresentaram praticamente o mesmo desempenho. Na vizinhança do PMC (ponto A) o método convencional apresenta dificuldades numéricas, enquanto os métodos propostos não só obtiveram êxito em encontrar a solução, mas também permitiram a obtenção de pontos além do PMC. A figura 4.5(a) e 4.5(b), e a tabela 4.1 mostram como a singularidade é deslocada para além do PMC (para a parte inferior da curva PV) quando as funções parametrizadas são adicionadas às equações do FC. Com esta metodologia, não é necessário uma redução significativa no tamanho do passo como pode ser confirmado pelas figuras 4.5(c) a 4.5(f). É importante notar que a parametrização resulta num desempenho de convergência excelente na vizinhança do PMC.

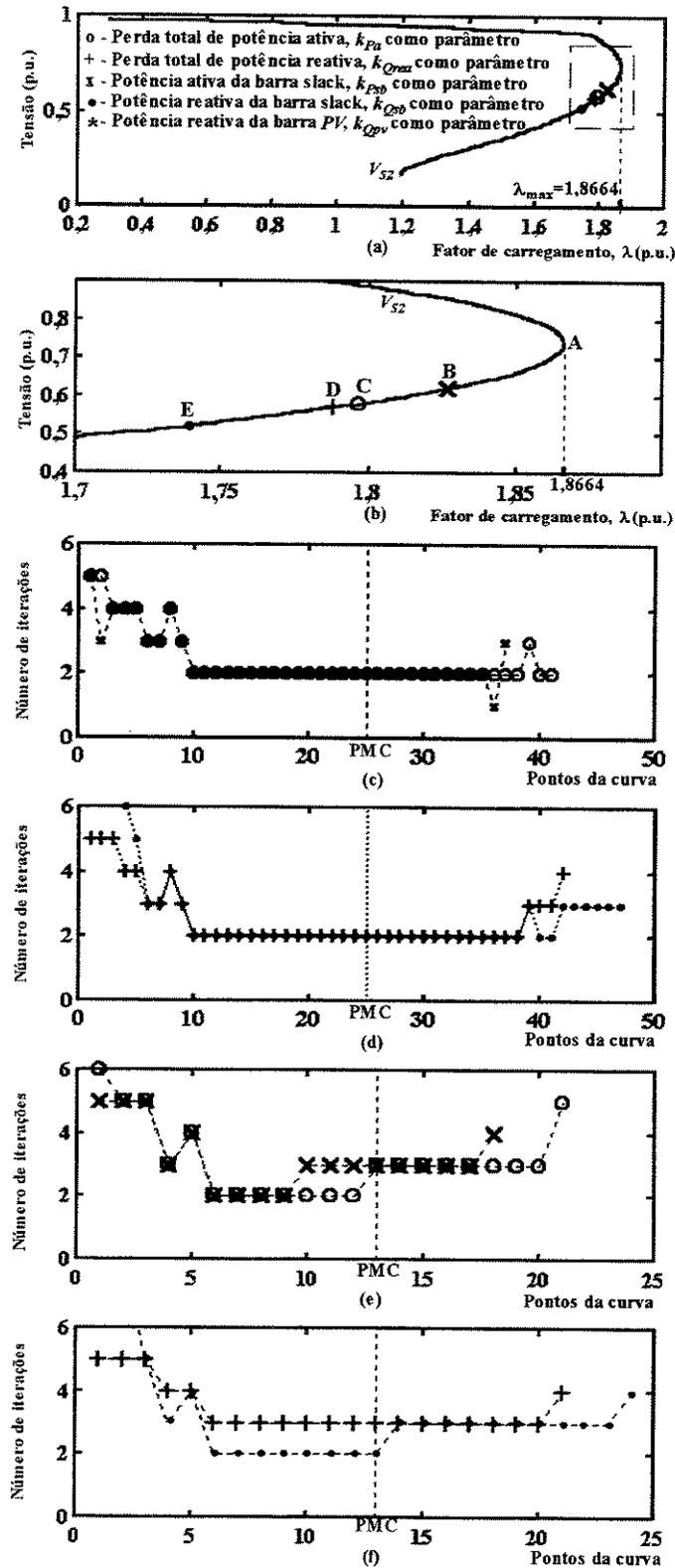


Figura 4.5 – (a) magnitude da tensão, (b) detalhe da magnitude da tensão junto ao PMC, (c) número de iterações  $k_{Psb}$  e  $k_{Pa}$ , (d) número de iterações  $k_{Qsb}$  e  $k_{Qrea}$ , (e) número de iterações  $k_{Psb}$  e  $k_{Pa}$  para tamanho de passo duplicados, (f) número de iterações  $k_{Qsb}$  e  $k_{Qrea}$  para tamanho de passo duplicados.

**Tabela 4.1 – Desempenho dos diferentes métodos**

Parâmetro	Ponto de Singularidade	Máximo valor do parâmetro	$\lambda$	$V_{52}$ (p.u.)
$\lambda$	A	1,8664	1,8664	0,74
$k_{psb}$	B	13,6113	1,8331	0,63
$k_{pa}$	C	6,8395	1,7968	0,58
$k_{Orea}$	D	27,0775	1,7880	0,57
$k_{Osb}$	E	5,5116	1,7372	0,52
$k_{Opv}$	F	7,0096	1,3589	0,29

A figura 4.6 apresenta o desempenho do sistema IEEE-118 quando da utilização da perdas de potência ativa da LT como parâmetro. Escolheu-se três LT para efeito de comparação. O procedimento utilizado no teste foi o mesmo do apresentado na figura 4.5, isto é, os valores dos parâmetros foram obtidos com a parametrização da tensão barra 52. Observe que o desempenho do método é muito bom para a maior parte da curva, deteriorando à medida que os pontos se aproximam do *nose* do respectivo parâmetro.

O objetivo da figura 4.7 é apresentar para o sistema IEEE118, o efeito da escolha do parâmetro de continuação na aplicação do método da continuação com preditor tangente. Nas figuras de 4.7(a) a 4.7(f) são apresentados os respectivos parâmetros e a tensão na barra crítica ( $V_{52}$ ), como função de  $\lambda$ . Podem ser vistos também, os pontos previstos, diferentes para cada parâmetro adotado, juntamente com o número de iterações gastas pelo passo corretor. Para cada curva, o ponto inicial foi fornecido por um FC convencional e o passo adotado para todos os parâmetros foi de  $\sigma^0 = 0,5$ . Observa-se a redução do número de iterações gastas pelo passo corretor, para todas os parâmetros, nas proximidades do PMC. Isto ocorre em virtude do método de controle do tamanho do passo, baseado no vetor tangente normalizado [Zamb97]. Observa-se que as duas barras *PV* (40 e 116) para as quais as respectivas potência reativa foram usadas como parâmetro da continuação, figuras 4.7(a) e 4.7(b), apresentam limites mínimos e máximos bem distintos:  $-3 \leq Q \leq 3$  e  $-10 \leq Q \leq 10$  p.u., respectivamente. Também, outras barras *PV* com limites iguais aos da 116 atingiram seus limites antes ou coincidentemente com o PMC. Isto mostra que as equações de potência reativa gerada pelas barras *PV* com a maior faixa de variação dos limites, nem sempre são as mais apropriadas para a obtenção do PMC. A princípio a equação de qualquer barra *PV* que se apresente com folga de reativos poderá ser usada. Entretanto, à medida que o sistema se aproxima do PMC várias barras terão alcançado seus respectivos limites de potência reativa. Portanto, será necessário monitorar as barras *PV*, o que já é feito normalmente durante o processo iterativo, e sempre escolher a que se apresente dentro de seus limites.

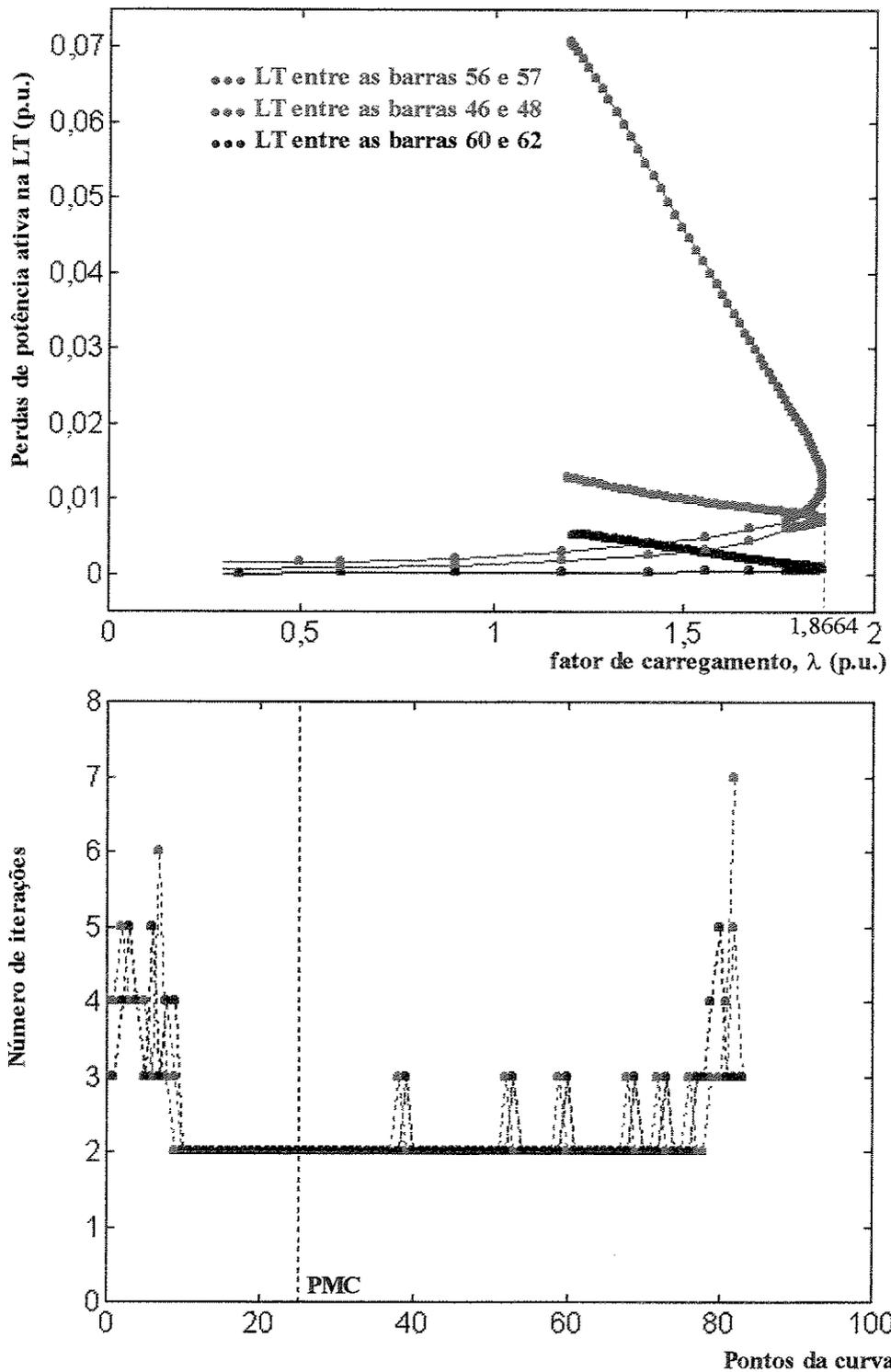
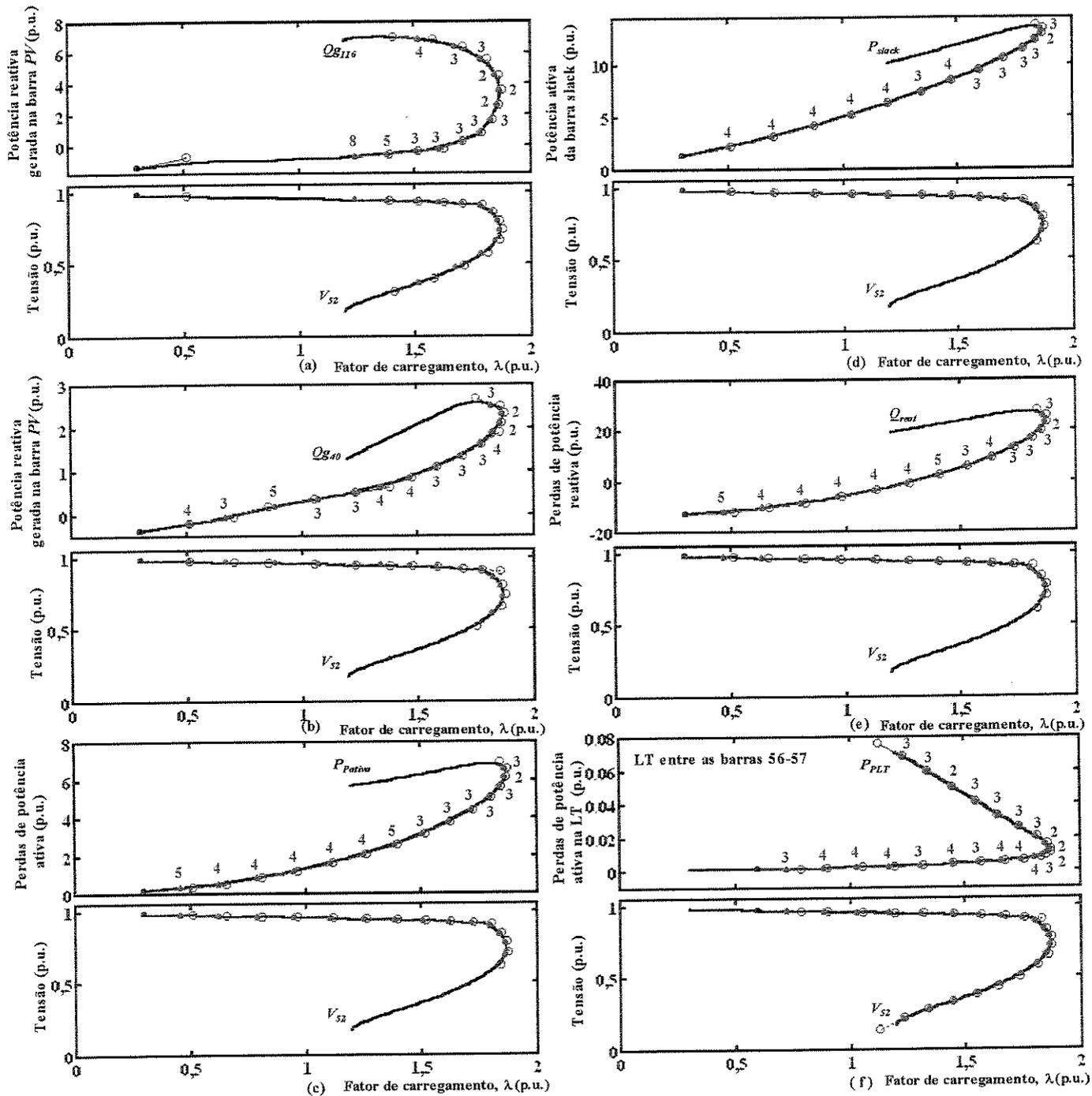


Figura 4.6 – Método de Newton parametrizado pelas perdas de potência ativa na LT.



**Figura 4.7 – Métodos da continuação para várias funções  $W$ , aplicado ao IEEE-118:**  
 (a) potência reativa na barra PV (barra 116), (b) potência reativa na barra PV (barra 40),  
 (c) perdas de potência ativa do sistema, (d) potência ativa da barra slack, (e) perdas de  
 potência reativa do sistema, (f) perdas de potência ativa na LT.

Um outro aspecto a ser observado é que o valor obtido para o PMC dependerá da função  $W$  e do passo  $\sigma^0$  adotado, ver a tabela 4.2. Se valores mais precisos forem exigidos, deve-se retornar para o ponto anterior ao da mudança de sinal de  $\lambda$ , e reduzir o passo.

Tabela 4.2 – Valores do PMC obtidos pelos diferentes métodos

Parâmetro	Valor do parâmetro	PMC	$V_{52}$ (p.u.)
$k_{Qpv116}$	3,5684	1,8663	0,735
$k_{Qpv40}$	2,3396	1,8658	0,726
$k_{Pa}$	6,1324	1,8631	0,774
$k_{Psb}$	12,9865	1,8610	0,784
$k_{Qrea}$	22,9678	1,8645	0,766
$K_{PLT}$	0,0130	1,8657	0,725

#### 4.2.5 Comentários Gerais

As matrizes Jacobianas usadas nos passos preditor e corretor tem a mesma estrutura.

A introdução de uma linha e uma coluna quase cheia na matriz Jacobiana deve ser levada em consideração durante o processo de fatoração para evitar a degradação da esparsidade da matriz. Isto pode ser feito colocando-as na última posição durante o processo de fatoração. Assim, as parametrizações propostas adicionam uma linha densa ao Jacobiano, mas isto não afeta a esparsidade da matriz Jacobiana original, muito embora ele apresente mais elementos não nulos.

No caso de algumas das novas parametrizações propostas tais como a perda total de potência ativa ou reativa, e a potência ativa na barra *slack*, a escolha de uma variável de estado ( $V, \theta$ ) como parâmetro não se mostrou necessária. As funções propostas  $W$  dependem de todas as variáveis de estado e de  $\lambda$ , e dependendo da função  $W$  escolhida, a matriz Jacobiana modificada também pode tornar-se singular. Entretanto, isto acontece após o PMC ter sido alcançado. Neste caso, poder-se-ia retornar ao uso do FC convencional, uma vez que as dificuldades numéricas já teriam desaparecido.

Observa-se que no caso de  $W$  ser a potência reativa numa barra  $PV$ , ou a perda de potência ativa ou reativa de uma  $LT$ , a respectiva matriz Jacobiana modificada poderá tornar-se singular antes mesmo que o PMC tenha sido alcançado. Com isso, outra barra  $PV$  ou outra  $LT$ , deverá ser usada. No caso de não existir nenhuma barra  $PV$  disponível, o que pode ocorrer quando se esgotam todos os recursos de potência reativa dos geradores, será necessário efetuar a mudança de parâmetro.

### 4.3 FCDR Parametrizado

A ampla utilização do método desacoplado rápido tradicional, no que diz respeito ao cálculo de FC, se deve às suas características de velocidade de convergência e pequeno espaço de memória necessário. Em função destas vantagens, há um interesse por parte das empresas na sua utilização nos algoritmos de continuação visando, com isso, a redução do tempo de CPU necessário para o traçado das curvas PV. A não utilização dos métodos desacoplados se deve ao fato de se acreditar que o desacoplamento não possa ser usado próximo ao PMC, e que somente as soluções de alta tensão podem ser obtidas. Em [Bijw97] é apresentado um método da continuação baseado no desacoplamento da matriz Jacobiana, onde os efeitos das submatrizes não diagonais são levados em conta por meio de subesquemas iterativos. Uma vez que para condições de alto carregamento estas submatrizes não podem ser completamente ignoradas, seus efeitos foram transferidos para os seus respectivos *mismatches*.

Nesta seção é apresentado uma nova forma de parametrização para o método da continuação obtido com simples modificações do método desacoplado rápido tradicional. Antes de iniciar o desenvolvimento dos métodos desacoplados propriamente ditos, serão apresentados os métodos de Newton parametrizados por  $V$  e por  $\theta$ . A partir destes serão apresentados os desenvolvimentos dos métodos desacoplados parametrizados por  $V$  e  $\theta$  [Alves99, Alves99-1, Alves99-5].

#### 4.3.1 Métodos de Newton Parametrizados

Quando  $\lambda$  é usado como parâmetro e seu valor é prefixado, a linearização do sistema (3.59) de acordo com o método de Newton fornece:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

e que corresponde à equação (3.19). Como foi comentado no item 3.5.4, o método de Newton com a prefixação de  $\lambda$  é um caso particular do método da continuação. Relembrando também que, conforme o exemplo que se pode observar na figura 4.8, com o cálculo das soluções de (4.5) para diferentes valores de  $\lambda$ , só é possível a obtenção de pontos da parte superior da curva PV até pontos muito próximo do PMC, ponto A. Dessa forma, para se superar as dificuldades numéricas devidas à singularidade de  $J$  no PMC, é necessário uma mudança de parâmetro de forma que a nova matriz

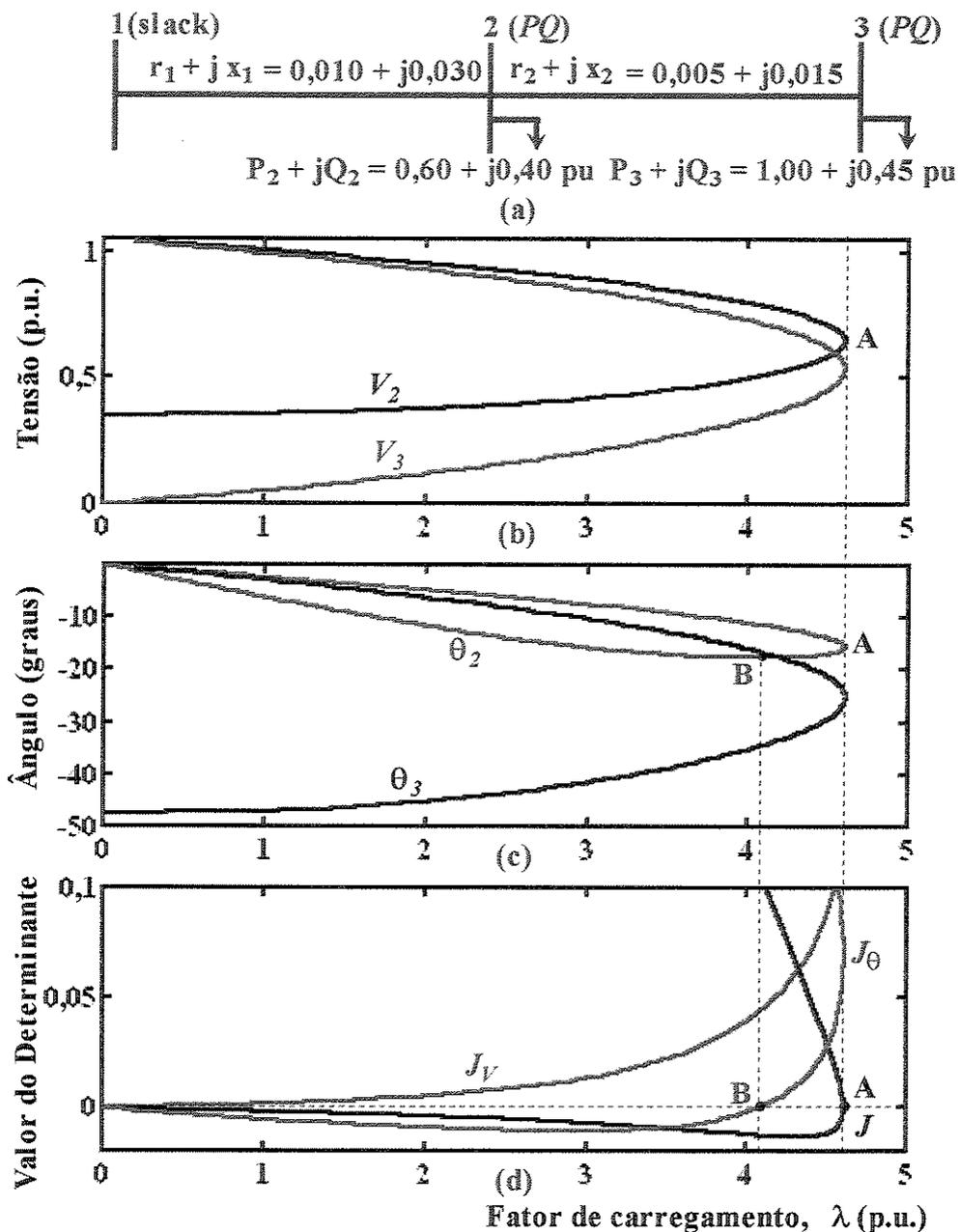


Figura 4.8 – (a) Diagrama unifilar do sistema de 3 barras e 2 ramos, (b) magnitudes de tensão, (c) ângulos da tensão, (d) determinantes normalizados.

Jacobiana não apresente singularidade no PMC, e de preferência em toda sua vizinhança. Para alcançar este objetivo, uma possibilidade seria a utilização da magnitude de tensão de uma barra  $k$ ,  $V_k$ , como parâmetro, e nesta condição a aplicação do método de Newton ao sistema (3.59) resultaria em:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{c|cc} H & N_1 & -P^{esp} \\ M & L_1 & -Q^{esp} \end{array} \right] \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V' \\ \Delta\lambda \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{c|c} H & N' \\ M & L' \end{array} \right] \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V' \\ \Delta\lambda \end{bmatrix} = J_V \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V' \\ \Delta\lambda \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

onde o vetor  $\Delta V'$  não contém o elemento  $\Delta V_k$ , o qual é substituído por  $\Delta\lambda$ . Também, as submatrizes  $N'$  e  $L'$  diferem das  $N$  e  $L$  do sistema (4.6) apenas na coluna  $k$  onde as derivadas de  $P$  e  $Q$  com relação a  $V_k$  foram substituídas pelas derivadas com relação à nova variável  $\lambda$ . Conforme pode-se ver na figura 4.8(d), procedendo desta forma a nova matriz Jacobiana  $J_V$  não apresentaria singularidade no ponto A, resultando num método robusto não só no ponto em questão, mas ao longo de toda a curva. Outra alternativa seria o uso do ângulo da tensão de uma barra  $k$ ,  $\theta_k$ , como parâmetro e neste caso, a aplicação do método de Newton ao sistema (3.59) resultaria em:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{cc|c} H_1 & -P^{esp} & N \\ M_1 & -Q^{esp} & L \end{array} \right] \begin{bmatrix} \Delta\theta' \\ \Delta\lambda \\ \Delta V \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{c|c} H' & N \\ M' & L \end{array} \right] \begin{bmatrix} \Delta\theta' \\ \Delta\lambda \\ \Delta V \end{bmatrix} = J_\theta \begin{bmatrix} \Delta\theta' \\ \Delta\lambda \\ \Delta V \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

onde o vetor  $\Delta\theta'$  não contém o elemento  $\Delta\theta_k$ , o qual é substituído por  $\Delta\lambda$ . Também, as submatrizes  $H'$  e  $M'$  diferem das  $H$  e  $M$  do sistema (4.6) apenas na coluna  $k$  onde as derivadas de  $P$  e  $Q$  com relação a  $\theta_k$  foram substituídas pelas derivadas com relação à nova variável  $\lambda$ . Conforme pode-se ver na figura 4.8(d), também neste caso a nova matriz Jacobiana  $J_\theta$  não seria singular no ponto A, mas somente no ponto B. Sendo este ponto localizado na parte inferior da curva, a singularidade de  $J$  no ponto A é evitada uma vez mais.

### 4.3.2 Métodos Desacoplados Parametrizados

O procedimento usado para a obtenção dos métodos desacoplados será similar ao do 3.4.2. Serão consideradas duas versões: BX parametrizada por  $V$  e XB parametrizada por  $\theta$ .

#### 4.3.2.1 Versão BX Parametrizada por $V$

Considere inicialmente o sistema de 3 barras da figura 3.7. Utilizando  $V_3$  como parâmetro e considerando  $V_2 = 1$  p.u. e  $\theta_2 = \theta_3 = 0$ , (4.6) torna-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{cc|cc} -b_{12} - b_{23} & b_{23} & g_{12} + g_{23} & -P_2^{esp} \\ b_{23} & -b_{23} & -g_{23} & -P_3^{esp} \\ \hline -g_{12} - g_{23} & g_{23} & -b_{23} & -Q_2^{esp} \\ g_{23} & -g_{23} & b_{23} & -Q_3^{esp} \end{array} \right] \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta V_2 \\ \Delta \lambda \end{bmatrix}, \quad (4.9)$$

Usando o mesmo procedimento da referência [Mont90], obtém-se a matriz  $L_{eq} = L - MH^{-1}N$ :

$$L_{eq} = \begin{bmatrix} \frac{1}{x_{12}} + \frac{1}{x_{23}} & -Q_2^{esp} + \frac{g_{12}}{b_{12}} P_2^{esp} + \left( \frac{g_{12}}{b_{12}} - \frac{g_{23}}{b_{23}} \right) P_3^{esp} \\ -\frac{1}{x_{23}} & -Q_3^{esp} + \frac{g_{23}}{b_{23}} P_3^{esp} \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

Considerando uma relação  $r/x$  constante para todo o sistema:

$$B'' = \begin{bmatrix} \frac{1}{x_{12}} + \frac{1}{x_{23}} & -Q_2^{esp} + \frac{G_2}{B_2} P_2^{esp} \\ -\frac{1}{x_{23}} & -Q_3^{esp} + \frac{G_3}{B_3} P_3^{esp} \end{bmatrix}, \quad (4.11)$$

onde  $(G_2 + jB_2)$  e  $(G_3 + jB_3)$  são os elementos da diagonal da matriz admitância. No anexo I mostra-se que esta mesma condição é válida para um sistema não radial que apresente uma relação  $r/x$  constante.

Finalmente, a versão BX do FCDR utilizando  $V_k$  como parâmetro é dada por:

$$\begin{aligned} B' \Delta \theta &= \Delta P \\ B'' \begin{bmatrix} \Delta V' \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} &= \Delta Q, \end{aligned} \quad (4.12)$$

onde o elemento  $\Delta V_k$  do vetor  $\Delta V'$  é eliminado, sendo substituído por  $\Delta \lambda$ . A matriz  $B'$  é obtida pelo cálculo de  $H$  para  $V = 1,0$  e  $\theta = 0$ . A matriz  $B''$  é dada por  $L_{eq} = L' - MH^{-1}N'$  calculada para  $V = 1,0$  e  $\theta = 0$ . Além disso, os elementos *fill-in* são desprezados e  $b_{km}$  é substituído por  $1/x_{km}$ . A coluna  $k$  de  $B''$  é substituída pelo seguinte vetor  $B''_k$ .

$$B''_{ik} = -Q_i^{esp} + \frac{G_i}{B_i} P_i^{esp} \quad i \in \{\text{barras PQ}\} \quad (4.13)$$

#### 4.3.2.2 Versão XB Parametrizada por $\theta$

Considere novamente o sistema de 3 barras da figura 3.7. Utilizando  $\theta_3$  como parâmetro e considerando  $V_2 = V_3 = 1$  p.u. e  $\theta_2 = 0$ , o sistema (4.7) torna-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{cc|cc} -b_{12} - b_{23} & -P_2^{esp} & g_{12} + g_{23} & -g_{23} \\ b_{23} & -P_3^{esp} & -g_{23} & g_{23} \\ \hline -g_{12} - g_{23} & -Q_2^{esp} & -b_{12} - b_{23} & b_{23} \\ g_{23} & -Q_3^{esp} & b_{23} & -b_{23} \end{array} \right] \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \lambda \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix}, \quad (4.14)$$

Utilizando um procedimento similar ao da versão BX, para sistemas radiais e malhados com relação  $r/x$  constante, a versão XB parametrizada por  $\theta$  do FCDR será representada por:

$$\begin{aligned} B' \begin{bmatrix} \Delta \theta' \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} &= \Delta P \\ B'' \Delta V &= \Delta Q, \end{aligned} \quad (4.15)$$

onde a matriz  $B''$  é a submatriz  $L$  calculada para  $V = 1,0$  e  $\theta = 0$ . Já a matriz  $B'$  é dada pela matriz equivalente  $H_{eq} = H' - NL^{-1}M'$  calculada no *flat start*, com a hipótese adicionais propostas em [Mont90], isto é, desconsiderando os efeitos dos *shunts*, barras *PV* e *tap* de transformadores, que são representados na matriz  $L$ . Assim sendo, a coluna correspondente ao novo parâmetro escolhido,  $\theta_k$ , é substituída pelo vetor  $B'_k$ , cujos elementos são dados por:

$$\begin{aligned} B'_{ik} &= -P_i^{esp} - \frac{G_i}{B_i} Q_i^{esp} & i \in \{\text{barras PQ}\} \\ B'_{ik} &= -P_i^{esp} & i \in \{\text{barras PV}\} \end{aligned} \quad (4.16)$$

Observa-se que na versão XB parametrizada por  $V_k$ , o mesmo vetor  $B''_k$  apresentado na equação (4.13) foi usado. Da mesma forma, na versão BX parametrizada por  $\theta_k$ , foi utilizado o mesmo vetor  $B'_k$  apresentado na equação (4.16).

Todos os métodos apresentados no item 4.3 usam a técnica de previsão trivial ou polinomial modificada de ordem zero [Chia95], e que utiliza a solução atual e um incremento fixo no parâmetro ( $\lambda$ ,  $V_k$ , ou  $\theta_k$ ) como aproximação para a próxima solução.

### 4.3.3 Resultados dos Testes

Para todos os testes realizados para os sistemas do IEEE, a tolerância adotada para os *mismatches* foi de  $10^{-5}$  p.u.. O primeiro ponto de cada curva foi obtido a partir do *flat start* e considerando posição *tap* nominal. O esquema de iteração padrão foi o adotado [Mont90], ver item 3.4.2. As demais condições e procedimentos adotados com relação ao tratamento de limites foram os mesmos do item 4.2.4.

A tensão com a menor magnitude, ou aquela com a maior taxa de decréscimo foi escolhida como parâmetro. Os passos de 0,01 e 1grau foram adotados para a magnitude da tensão  $V_k$  e para o ângulo da tensão  $\theta_k$ , respectivamente.

A figura 4.9 ilustra os resultados dos testes para o sistema IEEE-30. Todas as curvas, exceto a da figura 4.9(d) foram obtidas usando a versão BX do FCDR parametrizado por  $V$ , usando  $V_{30}$  como parâmetro.

A figura 4.9(a) e a tabela 4.3 mostram o efeito dos limites de potência reativa e do *tap* sobre o valor do fator de carregamento no PMC. Destes resultados pode-se concluir que a inclusão dos limites no controle de potência reativa, ao contrário dos limites de controle do *tap*, ocasionam uma grande redução no máximo carregamento. As figuras 4.9(b) e 4.9(c) mostram as curvas PV para a barra crítica e para duas barras PV, respectivamente. O efeito do limite de controle de potência reativa é evidente. É importante notar na figura 4.9(b), que a escolha de um passo constante para o parâmetro ( $V_{30}$ ) resulta num passo variável para  $\lambda$ . Em particular, a variação diminui à medida que o carregamento se aproxima do PMC. Portanto, as parametrizações usando  $V_k$  ou  $\theta_k$  resultam num controle automático de passo para  $\lambda$ , de sorte que nenhum procedimento adicional com relação a este ajuste se faz necessário.

**Tabela 4.3 – Ponto de Máximo Carregamento (PMC)**

Sistema IEEE	Sem Limites	Com Limites de <i>tap</i>	Com Limites de <i>tap</i> e de Reativos
14	4,0448	4,0624	1,7668
30	2,8554	2,9990	1,5335
57	1,6564	1,8196	1,7252
118	3,1828	3,1822	1,8664

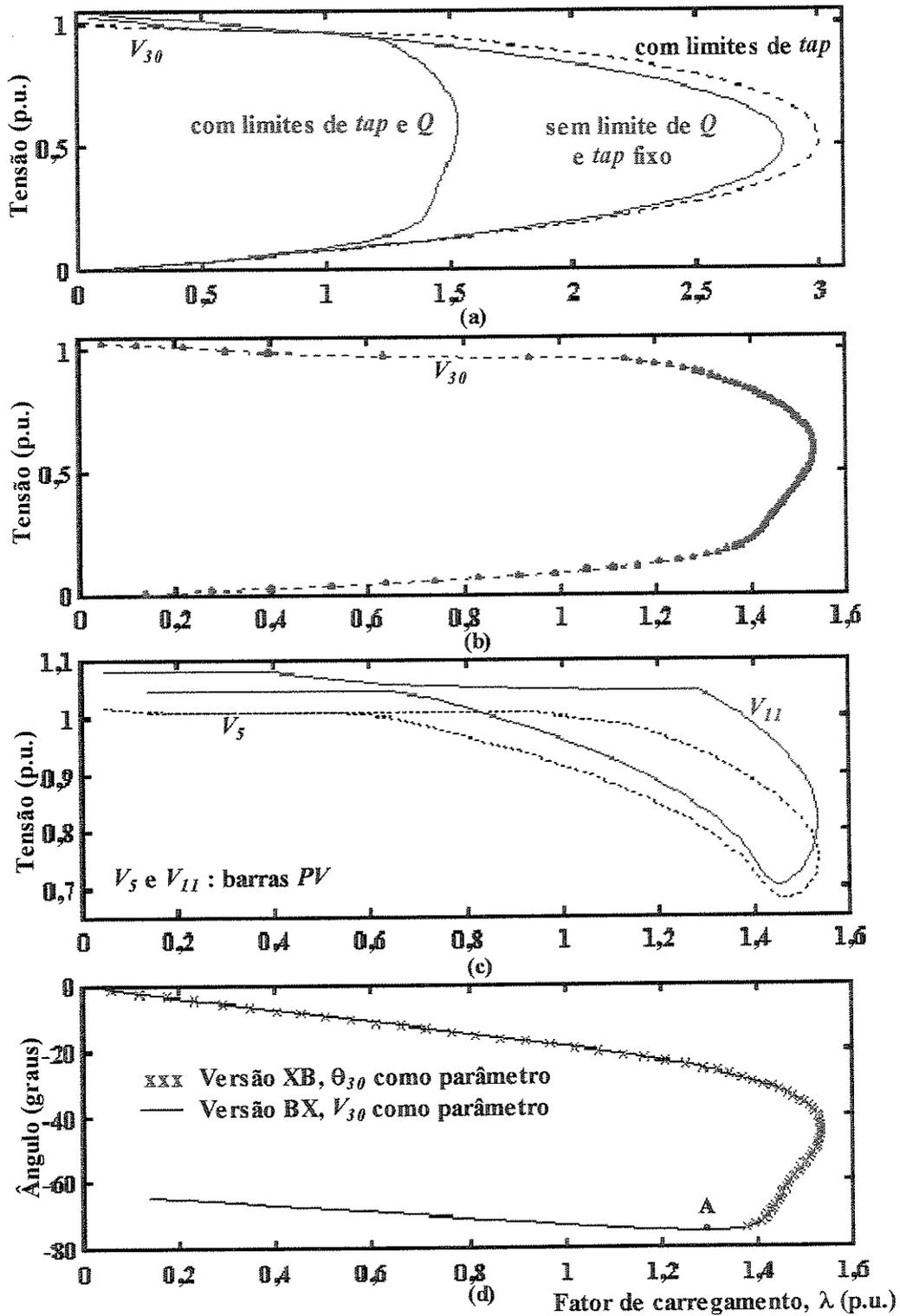


Figura 4.9 – (a) Efeito dos limites sobre a curva PV, (b) magnitude de tensão, (c) magnitudes de tensão nas barras PV, (d) ângulo da tensão.

A figura 4.9(d) mostra a curva P $\theta$  para a barra crítica obtida pela versão XB ( $\theta_{30}$  como parâmetro) e a versão BX ( $V_{30}$  como parâmetro). Quando  $\theta_{30}$  é utilizado como parâmetro, somente é possível obter a curva até a vizinhança do ponto A, onde a matriz Jacobiana modificada  $J_{\theta}$  torna-se singular. Neste ponto será necessária uma mudança de parâmetro se o objetivo for o de traçar a curva completa. Deve-se enfatizar que este problema também pode ocorrer quando se está usando  $V_{30}$  como parâmetro, isto é, a matriz  $J_V$ , da mesma forma que a  $J_{\theta}$ , pode ser singular ou na parte inferior ou na superior da curva PV, dependendo da barra escolhida para o parâmetro.

A figura 4.10 mostra o desempenho da versão XB para o sistema IEEE-57, considerando o vetor  $B'_k$  calculado de acordo com a equação (4.16), e desconsiderando o termo  $(G_i / B_i)Q_i^{esp}$ . O número de iterações necessárias para a convergência do fluxo de carga é plotado para cada ponto da curva. A linha vertical pontilhada indica o PMC. Pode-se observar que os dois procedimentos apresentam o mesmo desempenho para praticamente todos os pontos da curva. Portanto, a forma mais simples foi adotada. Com relação à versão BX, os testes mostraram que o seu desempenho é afetado fortemente pela definição do vetor  $B''_k$ , sendo que a melhor alternativa é usá-lo como foi definido na equação (4.13).

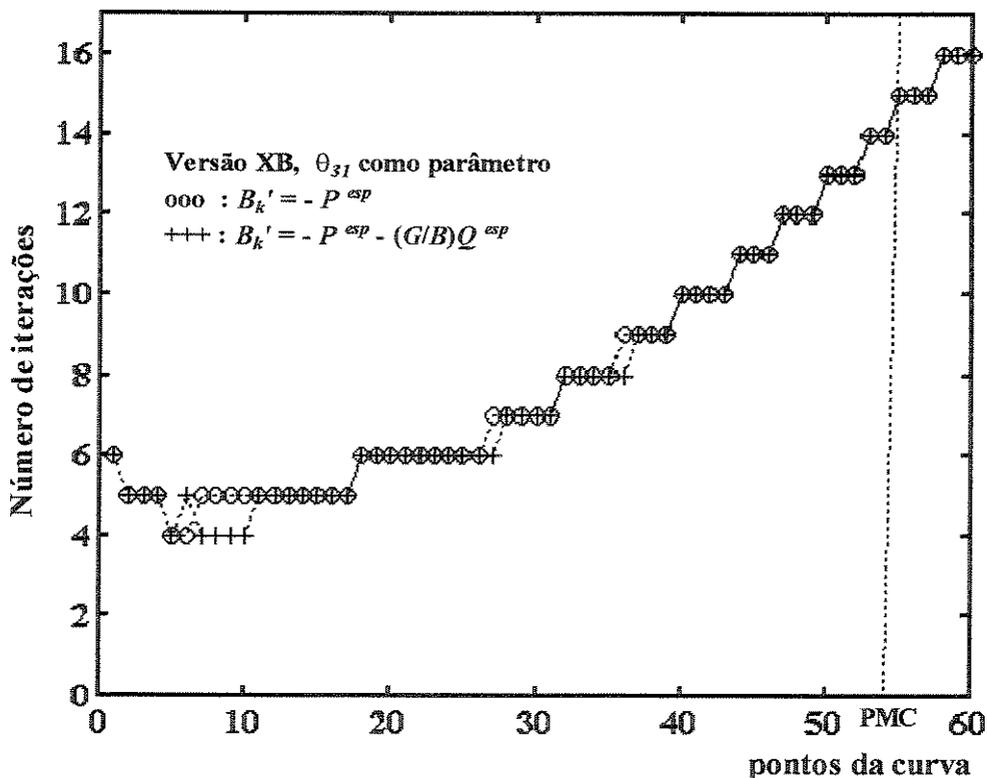


Figura 4.10– Desempenho da versão XB do método desacoplado para o IEEE-57.

A figura 4.11 ilustra os desempenhos dos FCDR modificados para o sistema IEEE-57. Pode-se observar desta figura que a versão BX tem um melhor desempenho quando comparado à versão XB, conforme pode-se verificar pelo número de iterações necessárias para a obtenção de cada ponto ao longo de toda curva.

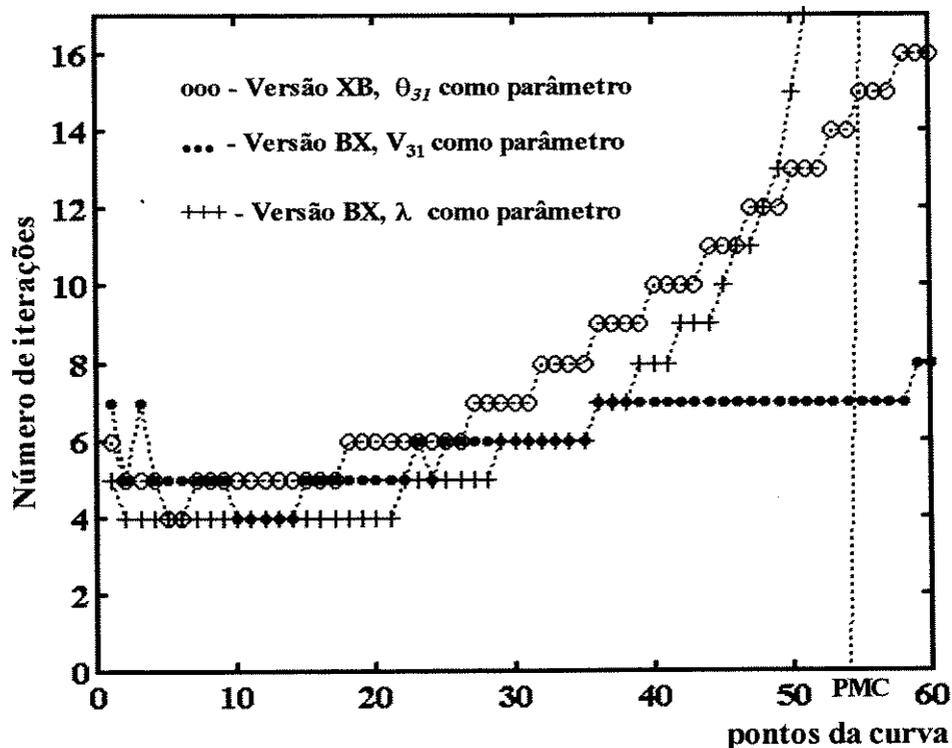


Figura 4.11 – Desempenho dos métodos desacoplados para o IEEE-57.

Testes também foram realizados para avaliar os efeitos da normalização dos mismatches ( $\Delta P/V$  e  $\Delta Q/V$ ) da mesma forma que o usado no FCDR convencional [Mont90]. Quando do uso deste procedimento, o vetor  $B''_k$  também deve ser normalizado. Os resultados apresentados na figura 4.12 mostram que esta prática reduz o número de iterações próximo ao PMC e na parte inferior da curva PV.

A versão BX proposta, requer apenas a fatoração da matriz  $B''$  em cada ponto da curva em virtude da normalização do vetor  $B''_k$ , enquanto na versão XB a matriz  $B'$  é mantida constante. Isto representa uma vantagem evidente das versões propostas para o FCDR sobre os métodos de Newton modificados, que requerem a fatoração da matriz Jacobiana a cada iteração.

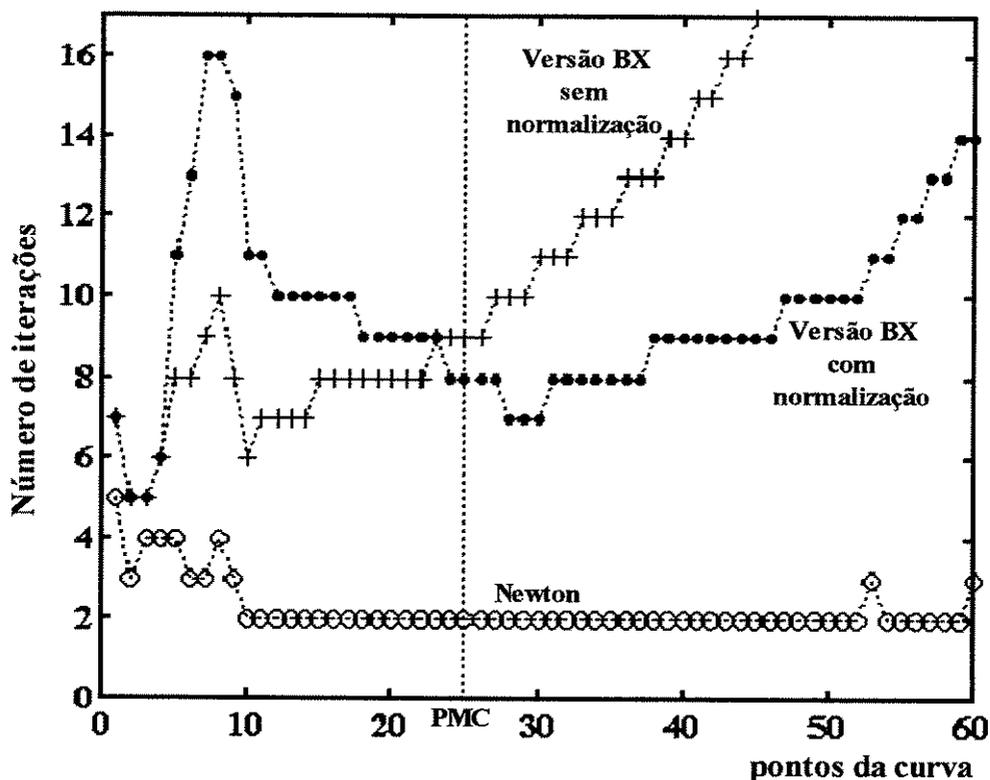


Figura 4.12 – Desempenho dos métodos desacoplados para o IEEE-118, utilizando  $V_{52}$  como parâmetro.

A tabela 4.4 ilustra alguns resultados para o sistema IEEE-14, onde um ponto ( $\lambda_{max}$ ) da curva muito próximo ao do PMC foi obtido usando como estado inicial o estado do ponto anterior. O desempenho (número de iterações) de diferentes versões podem ser comparadas, confirmando o melhor desempenho dos métodos modificados em relação ao dos convencionais. Da tabela também pode-se observar que os valores de  $\lambda_{max}$  e  $V_{critico}$  encontrado pelas diferentes versões são praticamente os mesmos.

Tabela 4.4 – Desempenho de diferentes versões próximo ao PMC

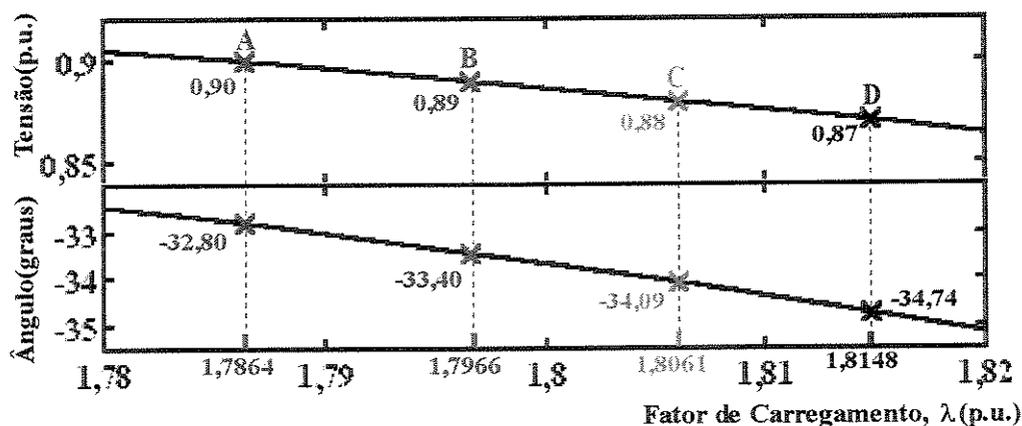
Métodos	Iterações $P\theta / QV$	$\lambda_{max}$ (p.u.)	$V_{critico}$ (p.u.)
Newton convencional	4	4,04480	0,689
Newton, $V_{14}$ como parâmetro	2	4,04476	0,690
Versão BX do FCDR convencional	227/227	4,04475	0,690
Versão XB do FCDR, $\theta_{14}$ como parâmetro	13/12	4,04475	0,690
Versão BX do FCDR, $V_{14}$ como parâmetro	12/13	4,04472	0,690

É fato conhecido que a solução de um conjunto de equações algébricas não-lineares com múltiplas soluções requer uma estimativa inicial suficientemente próxima de uma solução desejada. O objetivo da tabela 4.5 é o de explicitar a robustez da versão XB proposta, com relação à estimativa inicial. Todos os pontos da tabela 4.5 foram obtidos com inicialização *flat start*. O primeiro ponto da tabela corresponde à um ponto muito próximo do PMC ( $\lambda = 1,8664$  da tabela 4.3), enquanto que os demais correspondem à pontos da parte inferior da curva PV. Já a versão BX não apresentou o mesmo desempenho com relação a inicialização a partir do *flat-start*.

**Tabela 4.5 – Resultados de simulações com inicialização *flat start* para o IEEE-118**

$\theta_{52}$ (graus)	$V_{52}$ (p.u.)	$\lambda$	Número de Iterações $P\theta / QV$
-43	0,7456	1,8663	23 / 23
-45	0,7165	1,8647	24 / 24
-50	0,6458	1,8418	27 / 27
-60	0,5104	1,7261	43 / 42
-65	0,4460	1,6406	49 / 42

A figura 4.13 e a tabela 4.6 mostram a relação entre o tamanho do passo e o número de iterações para as diferentes versões do FCDR. As magnitude e o ângulo da tensão da barra 52 do sistema IEEE-118, para 4 pontos de operação (A a D) são mostrado na figura 4.13. Partindo do ponto A, é possível atingir o ponto B usando ou  $\lambda$  (método convencional), ou  $\theta$ , ou  $V$  como parâmetro. O mesmo se aplica para a obtenção dos demais pontos (B, C, e D).

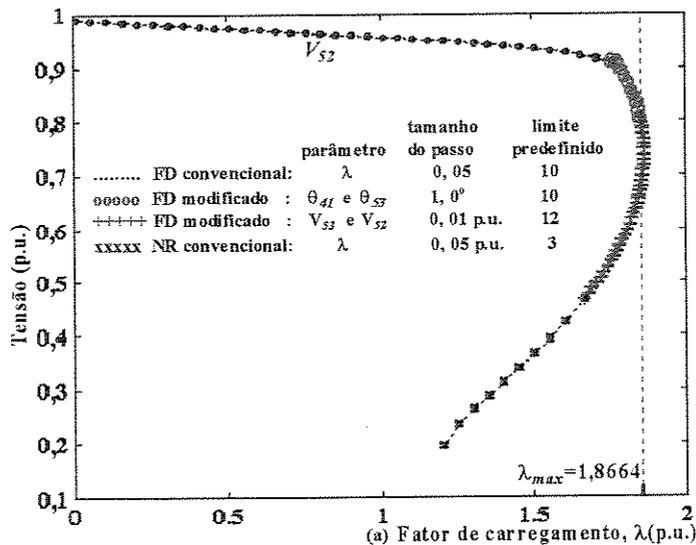


**Figura 4.13 – Magnitudes e ângulos da tensão da barra 52.**

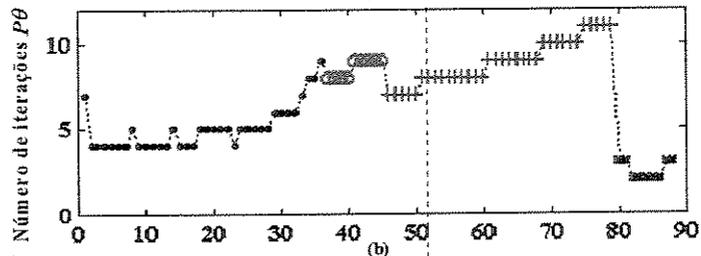
**Tabela 4.6 – Influência do tamanho do passo nas versões FCDR.**

Ponto	Convencional		$\theta_{52}$ como parâmetro		$V_{52}$ como parâmetro	
	$\lambda$	$P\theta/QV$	$\theta$ (°)	$P\theta/QV$	V(p.u.)	$P\theta/QV$
A	1,7864	-	-32,80	-	0,90	-
B	1,7966	14/13	-33,44	6/6	0,89	10/10
C	1,8061	15/14	-34,09	7/6	0,88	10/10
D	1,8148	16/15	-34,74	7/6	0,87	10/10

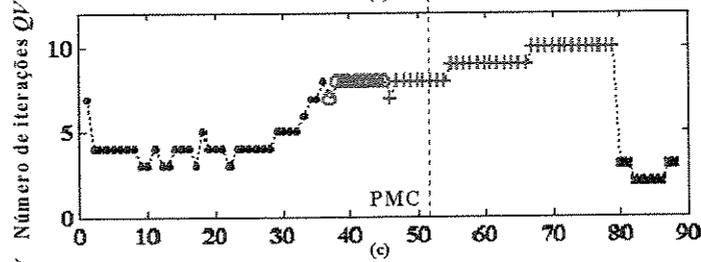
O número de iterações necessários para a obtenção de um ponto de operação a partir do ponto anterior (p.ex., o ponto C a partir do ponto B) estão apresentados na tabela 4.6. Para obter-se o ponto B a partir do ponto A, 14 iterações  $P\theta$  e 13  $QV$  são necessárias quando é utilizado como parâmetro, enquanto 6 iterações  $P\theta$  e 6  $QV$  e 10 iterações  $P\theta$  e 10  $QV$  são necessárias quando  $\theta_{52}$  e  $V_{52}$  são usados como parâmetros, respectivamente. Também pode-se observar que há uma diferença de 0,01 p.u. entre as tensões dos pontos de operação adjacentes. As diferenças entre os ângulos das tensões também são praticamente constantes. Contudo, as diferenças entre os fatores de carregamento são variáveis, e diminuem conforme o carregamento do sistema aumenta. Entretanto, a despeito da redução do passo, o número de iterações aumenta ao invés de diminuir, quando  $\lambda$  é usado como parâmetro. Assim, é possível deslocar-se de um ponto para outro mais eficientemente (com um número menor de iterações) através da mudança de parâmetro ao invés da redução do passo. A parametrização implica num controle de passo implícito em  $\lambda$ . A redução de passo é necessária no caso em que o “nariz” associado com todos os parâmetros coincidem. De fato esta é uma situação atípica. Portanto, o uso de um limite predefinido do número de iterações para estabelecer a mudança de parâmetro durante o traçado da curva PV, asseguraria que o método com o melhor desempenho seja escolhido em cada parte da curva. Assim procedendo evitar-se-ia uma redução excessiva do tamanho do passo e um número excessivo de iterações durante o traçado da curva. As figuras 4.14 e 4.15 mostram, respectivamente, os resultados de simulação obtidos com os métodos do FCDR e de Newton modificados, para o sistema IEEE-118. Com o objetivo de se obter todos os pontos da curva PV com poucas iterações, os métodos são chaveados durante o traçado da curva. Isto é feito sempre que o número de iterações excede um limite predefinido. Se o número de iterações excede o limite, a magnitude ou o ângulo da tensão com a maior taxa de decréscimo é usada como parâmetro. Como se pode ver, com este procedimento o desempenho será bom para todos os pontos da curva. Além disso, as figuras 4.14(d) e 4.14(e) mostram que o PMC não é tão susceptível ao tamanho do passo.



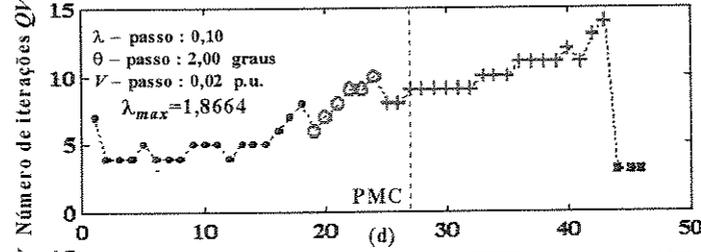
(a) Fator de carregamento,  $\lambda$ (p.u.)



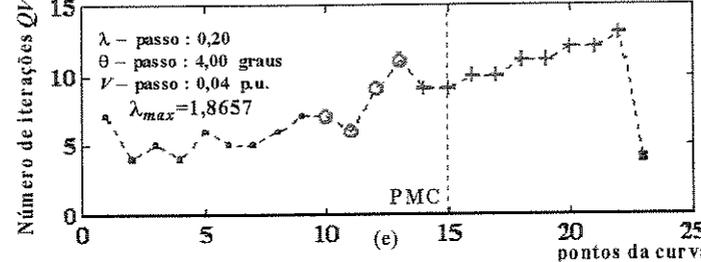
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 4.14 – Efeito do chaveamento de parâmetro no método do FCDR considerando os limites de tap e de potência reativa: (a) magnitude de tensão, (b) número de iterações  $P\theta$ , (c) número de iterações  $QV$ , (d) número de iterações  $QV$  para tamanho dobrado do passo, (e) número de iterações  $QV$  para tamanho quadruplicado do passo.

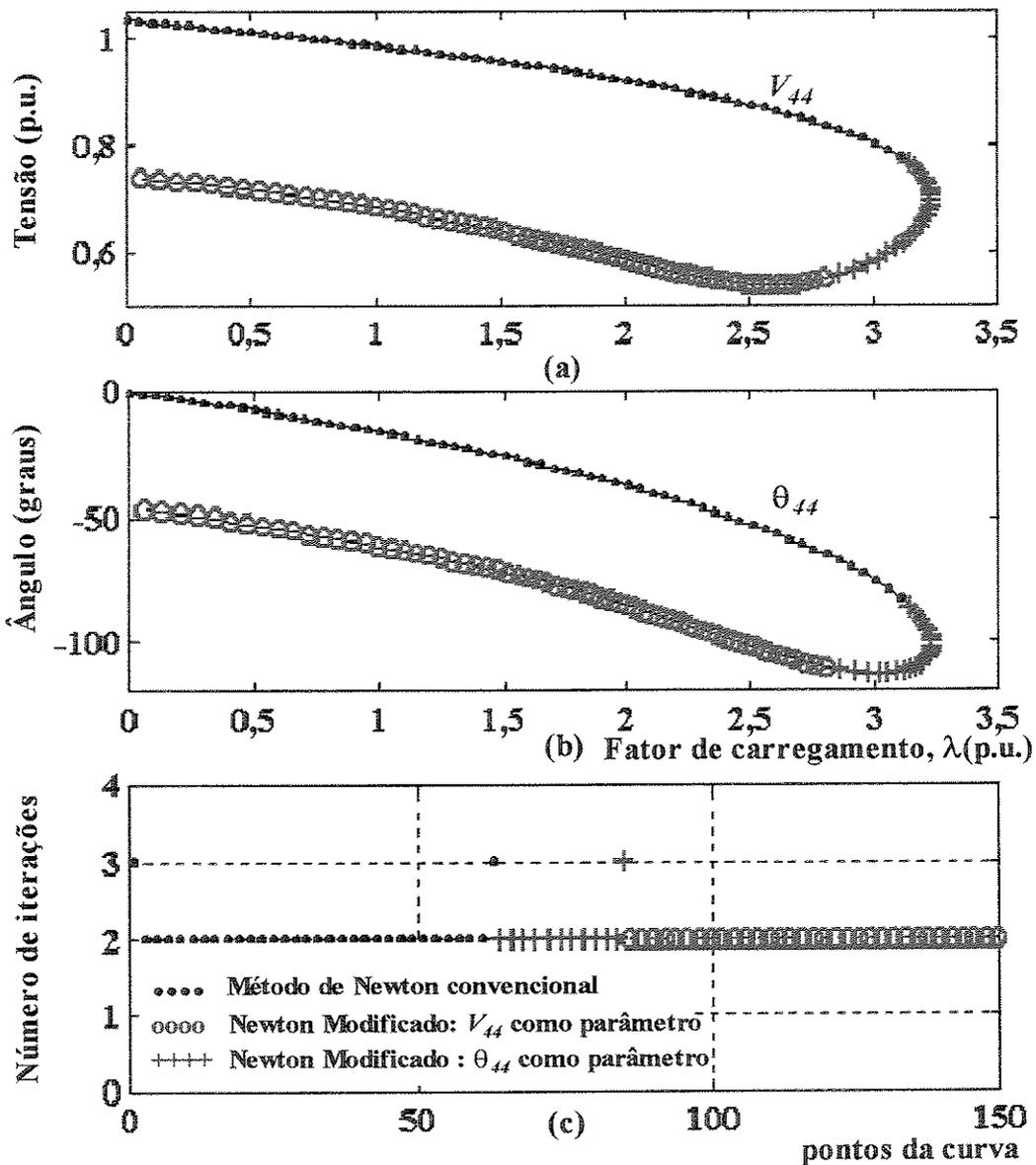


Figura 4.15 – Efeito do chaveamento de parâmetro no método de Newton sem considerar os limites de tap e de potência reativa: (a) magnitude de tensão, (b) ângulo da tensão, (c) número de iterações.

#### 4.3.4 Comentários Gerais

Os métodos apresentados permitem o traçado completo das curvas PV através de simples modificações dos métodos convencionais de Newton e FCDR. Além disso, mantêm suas vantagens características. Dos resultados dos testes pode-se concluir que a versão BX do método modificado é mais adequada para o traçado completo da curva PV. Por outro lado, a versão XB é mais robusta quando do cálculo de pontos individuais a partir do *flat start*. Além disso, as versões modificadas do

FCDR também permitem obter soluções na parte inferior da curva PV, contradizendo a noção de que as versões desacopladas sempre fornecem as soluções da parte superior da curva PV. O chaveamento entre as versões apresentadas, durante o traçado das curvas PV, possibilitam a determinação eficiente de todos os pontos da curva com o mínimo número de iterações e tempo computacional.

A sugestão com relação às versões XB e BX apresentadas é de que elas devem ser usadas quando as convencionais falham; enquanto que as versões de Newton modificadas podem ser usadas como último recurso. O custo de chaveamento para versões alternativas quando as outras falham é mínimo quando comparado ao chaveamento para o método de Newton modificado.

## CAPÍTULO 5

### Conclusões

#### 5.1 Introdução

Este trabalho apresenta novas ferramentas para a análise do colapso de tensão. Os objetivos principais foram o de contribuir para um melhor entendimento das ferramentas estáticas utilizadas nas análises do fenômeno, bem como da proposição de novas técnicas que possibilitem a redução da carga computacional necessária para o traçado das curvas PV, com os métodos da continuação.

#### 5.2 Contribuições

Os métodos da continuação são poderosas ferramentas de análise de fluxo de carga, podendo ser utilizados quando são encontradas dificuldades de convergência dos métodos convencionais. Esses métodos permitem a determinação do ponto de máximo carregamento e de transferência de potência, bem como de todas as possíveis soluções das equações de fluxo de carga (curva PV completa), constituindo-se a base para a avaliação da segurança e da estabilidade de tensão [Man93]. Entretanto, se por um lado estes métodos são considerados mais robustos que os métodos convencionais, por outro são mais lentos. Contudo, com uma implementação apropriada e uso de técnicas de esparsidade adequadas, estes métodos não são substancialmente mais lentos que os métodos convencionais, podendo até serem tão rápidos quanto os convencionais, mesmo nos casos de busca de soluções triviais, ou seja, soluções estáveis [Man93].

As principais contribuições descritas nesta tese, estão relacionadas aos novos esquemas de parametrização propostas para o método da continuação baseado no método de Newton e a apresentação do método da continuação baseado no Fluxo de Carga Desacoplado Rápido.

### **5.2.1 Novas Técnicas de Parametrização para o Método da Continuação**

Novas técnicas de parametrização foram apresentadas para o método da continuação. Mostrou-se que com pequenas modificações do método de Newton convencional é possível realizar-se o traçado das curvas PV na sua totalidade. Comparações entre as características destas novas técnicas mostraram que é possível a determinação do PMC com a precisão desejada, sem qualquer dificuldade numérica. Isto tornou-se possível em virtude da remoção da singularidade da matriz Jacobiana no PMC. A remoção da singularidade foi obtida através do acréscimo de uma das seguintes equações: perdas de potência ativa (ou reativa) do sistema ou em uma linha de transmissão, potência ativa (ou reativa) da barra slack, e potência reativa gerada por uma barra PV. O uso destas equações tem como vantagem a introdução de parâmetros com fácil interpretação física. Entretanto, os métodos da continuação baseados em parâmetros físicos não são considerados bons, posto que, freqüentemente, estão sujeitos à singularidades [Man93]. Por outro lado, ao contrário destas expectativas, mostrou-se que quando do uso das perdas do sistema é possível obter-se o PMC, uma vez que a singularidade da Jacobiana do método modificado ocorre além deste. Portanto neste caso, não haverá a necessidade de mudança de parâmetro antes do PMC e sim, quando muito, uma redução do passo próximo ao PMC. Conforme os resultados alcançados, todos os métodos apresentaram um excelente desempenho na vizinhança do PMC.

Também, mostrou-se que as modificações propostas para o método convencional de Newton não só preservaram as características do método em si, mas também melhoraram-nas. Adicionalmente, mostrou-se que os métodos propostos e o convencional podem ser chaveados durante o traçado da curva PV com o intuito de determinar-se eficientemente todos os pontos da curva com um número mínimo de iteração.

### **5.2.2 Método da Continuação utilizando Fluxo de Carga Desacoplado Rápido Modificado (FCDRM)**

Nesta tese apresentou-se também um método eficiente de FCDRM que possibilita a determinação do PMC. A metodologia proposta mostrou que com pequenas modificações torna-se possível utilizar o FCDR para o traçado da curva PV, incluindo os pontos da parte inferior da curva, isto é, as soluções instáveis. O número de iterações é ligeiramente maior que os métodos de Newton,

mas não o suficiente para inviabilizar a sua utilização. As vantagens do FCDR tais como o menor uso de memória e o menor tempo computacional gasto para a obtenção da solução, foram preservadas. Somadas a essas tem-se agora as vantagens obtidas durante o traçado da curva PV, uma vez que apenas uma das matrizes é fatorada ao longo desta, o tempo global também será reduzido. Estas características tornam a utilização do FCDRM mais atraente do que o uso dos métodos de Newton. Estes últimos por sua vez, devem ser usados como última opção.

Outro aspecto importante a ser ressaltado é que o PMC obtido foi sempre o mesmo, independentemente da metodologia utilizada. Assim, mostra-se que, ao contrário de antes, a diferença do ponto de divergência dos métodos, quando da obtenção do PMC, se deve mais a sua inadequação para o cálculo do respectivo ponto, do que do método em si.

### 5.3 Trabalhos Futuros

Algumas sugestões para dar continuidade aos trabalhos iniciados por esta tese:

- A escolha do valor ótimo para o passo, para cada um dos métodos. A eficiência do processo de traçado da curva PV depende de uma boa escolha do passo ( $\sigma^0$ ). Seu valor é dependente do sistema e do método em uso.
- A evolução dos *mismatches* de alguns dos métodos (usando a potência ativa gerada pela barra *slack*), quando da inicialização do *flat-start*, indicaram a possibilidade de mal condicionamento. Acredita-se que nestes casos, medidas adicionais poderiam ser tomadas, tais como a otimização de passo utilizada nos cálculos de FC [Braz1999].
- Uma forma eficiente de escolha das linhas de transmissão cujas equações de perdas seriam as mais indicadas para o traçado completo da curva. A utilização das perdas nas linhas de transmissão mostraram ser parâmetros eficientes para o traçado das curvas PV. Entretanto, da mesma forma que o uso dos parâmetros  $\theta$  e  $V$ , e dependendo da linha escolhida, exigem muitas vezes uma troca de parâmetros.
- O uso dos métodos desacoplados em conjunto com o preditor secante, visando uma melhora do desempenho (redução do número de iterações) global.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Abe99] Abed, A. M., 1999, WSCC Voltage Stability Criteria, Undervoltage Load Shedding Strategy, and Reactive Power Reserve Monitoring Methodology, IEEE/PES Summer Meeting, Edmonton, Canada, pp. 191-197.
- [Ajja92] Ajjarapu, V. & Christy, C., 1992, The Continuation Power Flow: a Tool for Steady State Voltage Stability Analysis, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 7, N° 1, February, pp. 416-423.
- [Ajja94] Ajjarapu, V.; Lau, P. L. & Battula, S., 1994, An Optimal Reactive Power Planning Strategy Against Voltage Collapse, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 9, N° 2, May, pp. 906-917.
- [Alves99] Alves, D. A.; da Silva, L. C. P.; Castro, C. A. & da Costa, V. F., 1999, "Parameterized Fast Decoupled Load Flow for Tracing the Power Systems Bifurcation Diagrams", Proceedings of the IEEE Power Engineering Society Summer Meeting 1999, Edmonton, Canada, July, pp. 708-713.
- [Alves99-1] Alves, D. A.; da Silva, L. C. P.; Castro, C. A. & da Costa, V. F., 1999, "Modified Newton and Fast Decoupled Load Flows for Tracing the Power Systems Bifurcations Diagrams", Proceedings of the IEEE Power Tech'99, paper BPT99-139-16, Budapest, Hungary, August.
- [Alves99-2] Alves, D. A.; da Silva, L. C. P.; Castro, C. A. & da Costa, V. F., 2000, "Continuation Load Flow Method Parameterized by Power Losses", Proceedings of the IEEE Power Engineering Society Winter Meeting 2000, Singapore, January.
- [Alves99-3] Alves, D. A.; da Silva, L. C. P.; Castro, C. A. & da Costa, V. F., 2000, "New Parameterization Schemes for Continuation Load Flow Method", Proceedings of the IEEE-IEE International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring, and Power Technologies 2000 – DRPT 2000, City University, London, UK, April, pp. 179 – 184.
- [Alves99-4] Alves, D. A.; da Silva, L. C. P.; Castro, C. A. & da Costa, V. F., 2000, "Continuation Load Flow Method Parameterized by Transmission Line Power Losses", submitted to the IEEE-PES/CSEE – International Conference on Power System Technology – POWERCON 2000, Perth, Australia.
- [Alves99-5] Alves, D. A.; da Silva, L. C. P.; Castro, C. A. & da Costa, V. F., 2000, "Parameterized Fast Decoupled Load Flows for Obtaining the Maximum Loading of Power Systems", Anais do VII SEPOPE – Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica, Curitiba, Maio.
- [Alves99-6] Alves, D. A.; da Silva, L. C. P.; Castro, C. A. & da Costa, V. F., 2000, "Método da Continuação Parametrizado pelas Perdas de Potência", aceito para apresentação no XIII Congresso Brasileiro de Automática – CBA 2000, Florianópolis, Setembro.
- [Arya96] Arya, L. D. & Verma, H. K., 1996, A Method for Tracing PV Curve for Voltage Stability Analysis with Voltage Dependent Loads, Electric Machines and Power Systems, Vol. 24, pp.583-596.
- [Bast94] Bastman, J. et alii, 1994, The Prediction and Prevention of Voltage Collapse in the Finnish Power System, IV SEPOPE, IP6, Foz do Iguaçu, Brasil.
- [Bast99] Bastman, J.; Lakervi, E. & Repo, S., 1999, Comparison of Solution Algorithms in Point of Collapse Method, Proc. of 13th PSCC, Trondheim, June, pp. 451-455.
- [Bijwe97] Bijwe, P. R. & Tare, R. S., 1997, An Efficient Continuation Power Flow Method for Voltage Stability Analysis, Electric Machines and Power Systems, Vol. 25, pp.927-938.
- [Braz99] Braz, L. M. A.; Castro, C. A. & Murari, C. A. F., 1999, A Critical Evaluation of Step Size Optimization Based Load Flow Methods, to appear at the IEEE Trans. on Power Systems.

- [Cañ92] Cañizares, C. A.; Alvarado, F. L.; DeMarco, C. L.; Dobson, I. & Long, W. F., 1992, Point of Collapse Methods Applied to AC/DC Power Systems, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 7, N° 2, May, pp. 673-683.
- [Cañ93] Cañizares, C. A. & Alvarado, F. L., 1993, Point of Collapse and Continuation Methods for Large AC/DC Systems, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 8, N° 1, February, pp. 1-8.
- [Cañ95-1] Cañizares, C. A., 1995, On Bifurcations, Voltage Collapse and Load Modeling, IEEE Trans. on Power Systems, Vol.10, N° 1, February, pp. 512-522.
- [Cañ95-2] Cañizares, C. A., 1995, Conditions for a Saddle-Node Bifurcations in AC/DC Power Systems, Electric Power & Energy Systems, Vol.17, N° 1, pp. 61-68.
- [Chao95] Chao, X. Y. et alii, 1995, Practical Determination of Operating Transfer Limits, Proc. of PICA Conference, pp. 271-277.
- [Cheb92] Chebbo, A. M.; Irving, M. R. & Sterling, M. J. H., 1992, Voltage Collapse Proximity Indicator: Behaviour and Implications, IEE Proceedings-C, Vol. 139, N° 3, May, pp.241-252.
- [Chia95] Chiang, H. D.; Flueck, A.; Shah, K. S. & Balu, N., 1995, CPFLOW: A Practical Tool for Tracing Power System Steady State Stationary Behavior Due to Load and Generation Variations, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 10, N° 2, May, pp. 623-634.
- [Chia99] Chiang, H. D.; Li, H.; Yoshida, H.; Fukuyama, Y. & Nakanishi, Yosuke, 1999, The generation of ZIP-V Curves for Tracing Power System Steady State Stationary Behavior Due to Load and Generation Variations, Proc. IEEE PES Summer Meeting, Edmonton, Alberta – Canada, July, pp. 647-651.
- [CIGRÉ86] CIGRÉ Study Committee 38-01Task Force 03, 1986, Planning Against Voltage Collapse (extensive version with all appendix), October, 67p..
- [CIGRÉ87] CIGRÉ Task Force 38.01.03, 1987, Planning Against Voltage Collapse, Electra, N° 111, March, pp. 55-75.
- [CIGRÉ93] CIGRÉ Task Force 38.02.10, 1993, Modeling of Voltage Collapse Including Dynamic Phenomena, CIGRÉ Brochure, N° 75, (Summary in Electra, N° 147, April, pp. 71-77).
- [CIGRÉ98] CIGRÉ Working Group 34.08, 1998, Protection Against Voltage Collapse, CIGRÉ Technical Brochure, Summary in Electra, N° 179, August, pp. 110-126.
- [Cut98] Van Cutsem, T. & Vournas, C. , 1998, Voltage Stability of Electric Power System, Kluwer Academic Publishers, Boston, 376p.
- [Dob89] Dobson I., Chiang H.D., 1989, Towards a Theory of Voltage Collapse in Electric Power Systems, Systems & Control Letters, 13, North Holland.
- [Dob92] Dobson I., 1992, Computing an Optimum Direction in Control Space to Avoid Saddle Node Bifurcation and Voltage Collapse in Electric Power Systems, IEEE Trans. Automatic Control, Vol. 37, N° 10, October, pp.1616-1620.
- [El-Ab83] El-Abiad, A. H., 1983, Power Systems Analysis and Planning, McGraw - Hill, New York, 312p.
- [El-K97] El-Kateb, M. M.; Abdelkader, S. & Kandil, M. S., 1997, Linear Indicator for Voltage Collapse in Power Systems, IEE Proc. Gener. Transm. Distrib., Vol. 144, N° 2, March, pp.139-146.
- [El-Sa97] El-Sadek, M. Z.; Abdel-Salam, M. S. & Hussien A. A., 1997, Criteria for Detection of Steady-State Voltage Stability of Power Systems, Electric Machines and Power Systems, Vol. 25, pp.851-864.
- [ESBI98] ESBI Alberta Limited, 1998, Assessment of Reactive Power Constraints and Deficiencies of the Alberta Interconnected Electric Transmission System, Project Report, University of Alberta, November.

- [Fen99] Feng, Z., 1999, Experiences on Assessing Albert Power System Voltage Stability with Respect to the WSCC Reactive Power Criteria, IEEE/PES Summer Meeting, Edmonton, Canada, pp. 1297-1302.
- [Fer99] Ferreira, L. C. A.; Zamboni, A. C. & Granville, S., 1999, Medidas Operativas de Curto Prazo no Controle de Colapso de Tensão, XV SNPTEE, GOP-10, Outubro 17, Foz do Iguaçu, PR, Brasil.
- [Fla90] Flatabø, N.; Ognedal R. & Carlsen, T., 1990, Voltage Stability Condition in a Power Transmission System Calculated by Sensitivity Methods, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 5, Nº 4, November, pp. 1286-1293.
- [Fla93] Flatabø, N.; Fosso, O. B.; Carlsen, T. & Heggland, K. R., 1993, A Method for Calculation of Margins to Voltage Instability Applied on the Norwegian System for Maintaining Required Security Level, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 8, Nº 3, August, pp.920-928.
- [Fos92] Fosso, O. B.; Flatabø, N.; Carlsen, T.; Gjerd, O. & Jostad, M., 1992, Margins to Voltage Instability Calculated for Normal and Outage Conditions, CIGRE paper 38-209.
- [FTCT99] Força Tarefa "Colapso de Tensão", 1999, Critérios e Metodologias Estabelecidos no âmbito da Força - Tarefa "Colapso de Tensão" do GTAD/SCEL/GCOI para Estudos de Estabilidade de Tensão nos Sistemas Interligados Norte/Nordeste, Sul/Sudeste e Norte/Sul Brasileiros, XV SNPTEE, GAT-10, Foz do Iguaçu, PR, Brasil.
- [Gao92] Gao, B.; Morison, G.K. & Kundur, P., 1992, Voltage Stability Evaluation Using Modal Analysis, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 7, Nº 4, November, pp. 1529-1542.
- [Glav97] Glavic, M.; Kusljugic, M.; Tesnjak, S., 1997, An Integrated Methodology for Voltage Stability Analysis Due to Slow Load Variations, 29th North American Power Symposium, Laramie, Wyoming, USA, pp. 571-575.
- [Gom93] Gomes, P.; Santos, M. G. & Prada, R. B., 1993, Introdução aos Estudos sobre Estabilidade de Tensão no Planejamento da Operação Elétrica, GAT/09, XII SNPTEE, Recife - PE, Brasil.
- [Gran96-1] Granville, S.; Mello, J. C. O.; Melo, A. C. G.; Vieira Filho, X.; Pinto, H. J. C. P. & Martins N., 1996, Voltage Collapse Evaluation by Combining Interior Point Methods and Modal Analysis, Proc. of IV Sepope meeting, Recife, PE, Brasil, SP-22, pp. 445-453.
- [Gran96-2] Granville, S.; Latorre, M. L. & Ojeda, J. R., 1996, Colapso de Tensão e Fluxo de Potência Ótimo em Sistema de Potência, Rev. Eletroevolução, Outubro, pp. 47-53.
- [GRID98] GRIDCO, 1998, Evaluation of GRIDCO's RFP for Generation in the Grand Prairie Region on March 1998, Final Report.
- [Gup90] Gupta, R. K. et alii, 1990, Steady State Voltage Instability Operations Perspective, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 5, Nº 4, November, pp. 1345-1354.
- [Haq95] Haque, M. H., 1995, A Fast Method for Determining the Voltage Stability Limit of a Power System, Electric Power Systems Research, Vol. 32, Nº 1, January, pp.35-43.
- [Iba91] Iba K.; Suzuki, H.; Egawa, M. & Watanabe, T., 1991, Calculation of Critical Loading Condition with Nose Curve Using Homotopy Continuation Method, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 6, Nº 2, May, pp. 585-593.
- [IEEE90] IEEE Committee Report, 1990, Voltage Stability of Power System: Concepts, Analytical Tools, and Industry Experience, IEEE publication 90TH 0358-2-PWR.
- [Iris97] Irisarri, G. D.; Wang, X.; Tong, J. & Muktari, S., 1997, Maximum Loadability of Power System using Interior Point Non-Linear Optimization Method, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 12, Nº 1, February, pp. 162-172.
- [Iwa81] Iwamoto, S. & Tamura, Y., 1981, A Load Flow Calculation Method for Ill - Conditioned Power Systems, IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-100, April, pp. 1736-1743.

- [Kess86] Kessel, P. & Glavitsch, H., 1986, Estimating the Voltage Stability of a Power System, IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. PWRD-1, N° 3, July, pp. 346-354.
- [Kun93-1] Kundur, P., 1993, Power System Stability and Control, McGraw - Hill, New York, 1176p.
- [Kun93-2] Kundur, P.; Morison, K. & Gao, B., 1993, Practical Consideration in Voltage Stability Assessment, Electric Power & Energy Systems, Vol. 15, N° 4, pp.205-215.
- [Kun94] Kundur & Gao, B., 1994, Practical Consideration in Voltage Stability Assessment, IV SEPOPE, IP14, Foz do Iguaçu, Brasil.
- [Kwa86] Kwatny, H.G., Pasrija, A. K. & Bahar, 1986, L.Y., Static Bifurcations in Electric Power Networks: Loss of Steady State Stability and Voltage Collapse, IEEE Trans. on Circ. And Syst., Vol. CAS-33, pp.981-991.
- [Kwa86] Kwatny, H.G., Fischl, R. F., & Nwankpa, C.O., 1995, Local Bifurcation in Power Systems: Theory, Computation, and Application, Proc. of IEEE, Nov., pp.1456-1483.
- [Lee98] Lee, Y. & Ong C., 1998, Proximity Index for Predicting Voltage Collapse of a Local Voltage-Dependent Load with Var Limits on Generation, Electric Machines and Power Systems, Vol. 26, N° 2, Feb/March, pp.127-141.
- [Löf93-1] Löf, P. A.; Anderson, G. & Hill, D. J., 1993, Voltage Stability Indices for Stressed Power Systems, IEEE Trans. on Power Systems, Vol.8, N° 1, February, pp. 326-335.
- [Löf93-2] Löf, P. A.; Hill, D. J.; Arnborg, S. & Anderson, G., 1993, On the Analysis of Long-Term Voltage Stability, Electric Power & Energy Systems, Vol. 15, N° 4, pp. 229-237.
- [Man93] Mansour, Y., 1993, Suggested Techniques for Voltage Stability Analysis, *IEEE Power Engineering Society*, 93TH0620-5PWR, 142p.
- [Man94] Mansour, Y.; Xu, W.; Alvarado, F. & Rinzin, C., 1994, SVC Placement Using Critical Modes of Voltage Instability, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 9, N° 2, May, pp. 757-763.
- [Mont90] Monticelli, A.; Garcia, A. & Saavedra, O. R., 1990, Fast Decoupled Load Flow : Hypothesis, Derivations and Testing, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 5, N° 4, November, pp. 1425-1431.
- [Mor93] Morison, G.K., Gao, B. & Kundur, P., 1993, Voltage Stability Analysis Using Static and Dynamic Approaches, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 8, N° 3, August, pp. 1159-1171.
- [Par79] Park, T. & Sekine, Y., 1979, A Method for Analyzing Multisolutions in Power Flow Analysis, Electrical Engineering in Japan, Vol. 99, N° 2, pp. 95-103.
- [Pra91] Prada, R. B.; Zamboni de Souza A. C.; Xisto V. F.; Massaud, A. G. & Oliveira, J. C. C., 1991, Voltage Stability: Phenomena Characterization Based on Reactive Control Effects and System Critical Areas Identification, Proc. of III Sepope Meeting, Belo Horizonte, Brazil, SP-14.
- [Pra93] Prada, R. B. & Xisto V. F., 1993, Voltage Stability System Critical Area Identification Based on the Existence of Maximum Power Flow Transmission, Proc. of PSCC, August, pp. 315-320.
- [PSP98] Final Draft of IEEE/PES Power System Stability Subcommittee Special Publication, 1998, IEEE Special Publication on Voltage Stability Assessment-Procedures and Guides, available at <http://www.power.uwaterloo.ca/>, July.
- [Reed87] Reed, R. E. & Willson, J.D., 1987, The PJM Approach to Detect, Analyze, and Operate the System Considering Reactive Problems, pp. 28-34, in [Sheb87].
- [RRWG98] Reactive Power Reserve Work Group, 1998, Final Report, Voltage Stability Criteria, Undervoltage Load Shedding Strategy, and Reactive Power Reserve Monitoring Methodology, May, 154p.

- [Sau90] Sauer, P.W. & Pai, M. A., 1990, Power System Steady-State Stability and the Load-Flow Jacobian, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 5, N° 4, November, pp. 1374-1381.
- [Scot97] Scott, G.; Dobson, I. & Alvarado, F, 1997, Sensitivity of the Loading Margin to Voltage Collapse with Respect to Arbitrary Parameters, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 12, N° 1, February, pp. 262-272.
- [Sey94] Seydel, R., 1994, From Equilibrium to Chaos: Practical Bifurcation and Stability Analysis, 2<sup>a</sup> ed., Springer - Verlag, New York, 407p.
- [Sheb87] Sheblé, G. B., Tutorial IEEE Reactive Power: Basics, Problems and Solutions, 87 EH0262-6-PWR, 129p.
- [Sil97] Da Silva, L.C.P., 1997, Uma Formulação Analítica Alternativa para a Análise Modal da Estabilidade de Tensão em Sistema de Energia Elétrica, dissertação de Mestrado, UNICAMP.
- [Soa97] Soares, V. L. C. & Caldas, G. P., 1997, Estabilidade de Tensão – Estudo do Sistema Sul, GAT/04, XIV SNPTEE, Belém - PA, Brasil.
- [Sus92] Suzuki, M.; Wada, S.; Sato, M.; Asano, T. & Kudo, Y., 1992, Newly Developed Voltage Security Monitoring System, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 7, N° 3, August, pp. 965-973.
- [Stot74] Stott B. & Alsac, O., 1974, Fast Decoupled Load Flow, IEEE Trans. on PAS, Vol. 93, pp. 859-869.
- [Tam83] Tamura, Y.; Mori, H. & Iwamoto, S., 1983, Relationship Between Voltage Stability and Multiple Load Flow Solutions in Electric Power Systems, IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-102, N° 5, May, pp. 1115-1125.
- [Tay94] Taylor, C. W., 1994, Power System Voltage Stability, McGraw - Hill, New York, 273p.
- [Tir88] Tiranuchit, A. & Thomas, R. J., 1988, A Posturing Strategy Against Voltage Instabilities in Electric Power Systems, IEEE Trans. on Power Systems, Vol.3, N° 1, February, pp. 87-93.
- [Tog97] Tognete, A. & Castro, C. A., 1997, An Efficient Method for Calculating Load Margin to Voltage Collapse, Proc. of 29th North American Power Symposium, Laramie, Wyoming, USA, pp. 595-601.
- [Van88] Van Amerongen, R. A. M., 1988, A General-Purpose Version of the Fast Decoupled Load Flow, IEEE Trans. on PAS, Vol. 4, N° 2, pp. 760-770.
- [VST98] Voltage Stability Tutorial IEEE Power Engineering Society 1998, Summer Meeting – San Diego, CA – July.
- [Wan99] Wan, H. B. & Ekwue, A. O., 1999, Integrated Approach to Voltage Collapse Margin Calculation, Proc. of 13th PSCC, Trondheien, June, pp. 987-992.
- [Xu93] Xu, W.; Masour, Y. & Harrington, P. G., 1993, Planning Methodologies for Voltage Stability Limited Power Systems, Electric Power & Energy Systems, Vol. 15, N° 4, pp.221-228.
- [Yor97] Yorino, N. et alii, 1997, A Method to Approximate a Closest Loadability Limit Using Multiple Load Flow Solutions, IEEE Trans. on Power Systems, Vol.12, N° 1, February, pp. 424-429.
- [Zam94] Zamboni de Souza, A. C. & Quintana, V. H., 1994, New Technique of Network Partitioning for Voltage Collapse Margin Calculations, IEE Proc. Gener. Transm. Distrib., Vol. 141, N° 6, November, pp. 630-636.
- [Zam95] Zamboni de Souza, A. C., 1995, New Techniques to Efficiently Determine Proximity to Static Voltage Collapse, PhD thesis, University of Waterloo – Canada, 119 p.
- [Zam97] Zamboni de Souza, A. C.; Cañizares, C. A. & Quintana, V. H., 1997, New Techniques to Speed Up Voltage Collapse Computations Using Tangent Vectors. IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 12, N° 3, August, pp. 1380-1387.

## **ANEXO I**

## A.1 Obtenção das Matrizes $MH^{-1}$ e $Leq$

O objetivo deste anexo é o de ilustrar o tipo de aproximações que são feitas quando o sistema para o qual se deseja obter o método desacoplado não é um sistema radial, ou não apresenta a condição de que a relação  $r/x$  é constante. Para isso, será utilizado o mesmo sistema de quatro barras empregado como exemplo na referência [Mont90], o qual pode ser visto na figura A1.

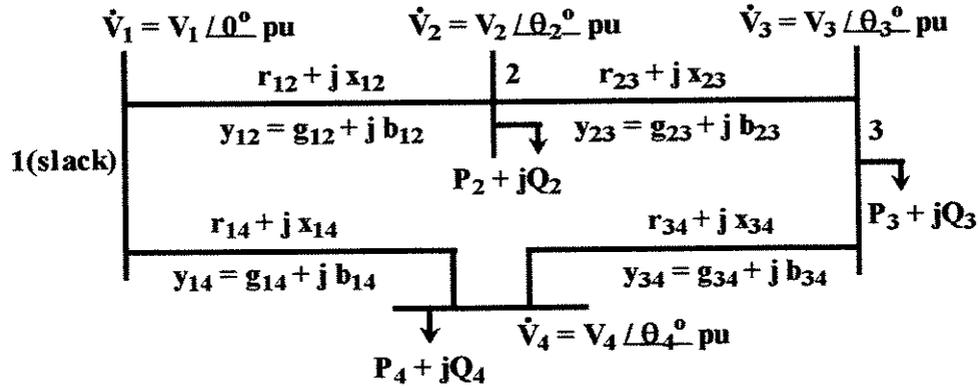


Figura A1 – Sistema de quatro barras.

Para este sistema, as impedâncias séries ( $z_{ij}$ ) escolhidas para as quatro linhas têm uma relação  $r_{ij}/x_{ij}$  na faixa de  $0 \leq r/x \leq 2$ , e seus valores são (em p.u.):  $LT_{14} = LT_{34} = 1 + j$ ,  $LT_{12} = 0 + j$ , e  $LT_{23} = 2 + j$ . A matriz Jacobiana calculada para  $V = 1$  p.u. e  $\theta = 0$  torna-se:

$$\begin{bmatrix} -(b_{12} + b_{23}) & b_{23} & 0 & (g_{12} + g_{23}) & -g_{23} & 0 \\ b_{23} & -(b_{23} + b_{34}) & b_{34} & -g_{23} & (g_{23} + g_{34}) & -g_{34} \\ 0 & b_{34} & -(b_{14} + b_{34}) & 0 & -g_{34} & (g_{14} + g_{34}) \\ -(g_{12} + g_{23}) & g_{23} & 0 & -(b_{12} + b_{23}) & b_{23} & 0 \\ g_{23} & -(g_{23} + g_{34}) & g_{34} & b_{23} & -(b_{23} + b_{34}) & b_{34} \\ 0 & g_{34} & -(g_{14} + g_{34}) & 0 & b_{34} & -(b_{14} + b_{34}) \end{bmatrix}. \quad (A.1)$$

Observa-se que nesta matriz as matrizes  $H$  e  $L$  são exatamente as mesmas, enquanto que as matrizes  $M$  e  $N$  são de sinais opostos. Em função disto as matrizes  $H^{-1}$  e  $L^{-1}$  serão as mesmas, enquanto que  $MH^{-1} = -NL^{-1}$  e  $MH^{-1}N = NL^{-1}M$ . Conseqüentemente,  $Heq = Leq$ . As matrizes  $MH^{-1}$  e  $NL^{-1}$  serão usadas posteriormente para a obtenção dos termos de  $Heq$  e  $Leq$  dos métodos modificados.

O determinante ( $\Delta_H$ ) da matriz  $H$  (ou da  $L$ ,  $\Delta_L$ ) será dado por:

$$\Delta_H = \Delta_L = b_{12} b_{14} b_{23} b_{34} [(1/b_{14} + 1/b_{34}) + (1/b_{12} + 1/b_{23})] = b_{12} b_{14} b_{23} b_{34} (K_1 + K_2). \quad (A.2)$$

Os termos da diagonal da matriz  $MH^{-1}$  serão calculados como segue:

$$\begin{aligned} (MH^{-1})_{11} &= \frac{1}{\Delta_H} \{b_{14}b_{34}(-g_{12}b_{23}K_1 - g_{12} - g_{23})\} = \frac{-b_{12}b_{14}b_{34}b_{23}}{\Delta_H} \left( \frac{g_{12}}{b_{12}}K_1 + \frac{g_{12}}{b_{12}}\frac{1}{b_{23}} + \frac{g_{23}}{b_{23}}\frac{1}{b_{12}} \right) \\ &= \frac{-1}{K_1 + K_2} \left( \frac{g_{12}}{b_{12}}(K_1 + K_2) - \frac{g_{12}}{b_{12}}K_2 + \frac{g_{12}}{b_{12}}\frac{1}{b_{23}} + \frac{g_{23}}{b_{23}}\frac{1}{b_{12}} \right), \end{aligned}$$

a qual após a substituição de  $K_2$ , se reduz a:

$$(MH^{-1})_{11} = -\frac{g_{12}}{b_{12}} - \frac{1}{K_1 + K_2} \left( \frac{1}{b_{12}} \left( \frac{g_{23}}{b_{23}} - \frac{g_{12}}{b_{12}} \right) \right) = -\frac{g_{12}}{b_{12}} - \frac{1}{K_{12}} \left( \frac{C_1}{b_{12}} \right). \quad (\text{A.3})$$

procedimento similar pode ser feito para os demais termos diagonais conduzindo a:

$$(MH^{-1})_{22} = -\left( \frac{g_{23}}{b_{23}} + \frac{g_{34}}{b_{34}} \right) + \frac{1}{K_{12}} \left( \frac{g_{23}}{b_{23}}K_2 + \frac{g_{34}}{b_{34}}K_1 \right), \quad (\text{A.4})$$

$$(MH^{-1})_{33} = -\frac{g_{14}}{b_{14}} - \frac{1}{K_1 + K_2} \left( \frac{1}{b_{14}} \left( \frac{g_{34}}{b_{34}} - \frac{g_{14}}{b_{14}} \right) \right) = -\frac{g_{14}}{b_{14}} - \frac{1}{K_{12}} \left( \frac{C_3}{b_{14}} \right). \quad (\text{A.5})$$

Quanto aos elementos fora da diagonal, estes serão obtidos como segue:

$$(MH^{-1})_{12} = \frac{K_1}{K_{12}} C_1, \quad (\text{A.6})$$

$$(MH^{-1})_{13} = \frac{1}{K_{12}} \frac{C_1}{b_{14}}, \quad (\text{A.7})$$

$$(MH^{-1})_{21} = \frac{1}{K_{12}} \frac{\left( \frac{g_{23}}{b_{23}} - \frac{g_{34}}{b_{34}} \right)}{b_{12}} = \frac{1}{K_{12}} \frac{C_2}{b_{12}}, \quad (\text{A.8})$$

$$(MH^{-1})_{23} = -\frac{1}{K_{12}} \frac{C_2}{b_{14}}, \quad (\text{A.9})$$

$$(MH^{-1})_{31} = \frac{1}{K_{12}} \frac{C_3}{b_{12}}, \quad (\text{A.10})$$

$$(MH^{-1})_{32} = \frac{K_2}{K_{12}} C_3, \quad (\text{A.11})$$

A matriz  $MH^{-1}$  será dada por:

$$MH^{-1} = -\frac{1}{K_{12}} \begin{bmatrix} -\frac{g_{12}}{b_{12}}K_{12} - \frac{C_1}{b_{12}} & K_1C_1 & \frac{C_1}{b_{14}} \\ \frac{C_2}{b_{12}} & \left(-\frac{g_{23}}{b_{23}} - \frac{g_{34}}{b_{34}}\right)K_{12} + \left(\frac{g_{23}}{b_{23}}K_2 + \frac{g_{34}}{b_{34}}K_1\right) & -\frac{C_2}{b_{14}} \\ \frac{C_3}{b_{12}} & K_2C_3 & -\frac{g_{14}}{b_{14}}K_{12} - \frac{C_3}{b_{14}} \end{bmatrix} \quad (A.12)$$

Calculando agora os termos da diagonal da matriz  $MH^{-1}N$ , tem-se:

$$\begin{aligned} (MH^{-1}N)_{11} &= \frac{-1}{K_{12}} \left\{ (g_{12} + g_{23}) \left( -\frac{g_{12}}{b_{12}}K_{12} - \frac{C_1}{b_{12}} \right) - g_{23}K_1C_1 \right\} = \left( \frac{g_{12}^2}{b_{12}} + \frac{g_{23}^2}{b_{23}} \right) + \\ &\quad -\frac{C_1}{K_{12}} \left( g_{23}(K_1 + K_2) - \frac{g_{12}}{b_{12}} - \frac{g_{23}}{b_{12}} - g_{23}K_2 \right) = \left( \frac{g_{12}^2}{b_{12}} + \frac{g_{23}^2}{b_{23}} \right) - \frac{C_1^2}{K_{12}}, \end{aligned} \quad (A.13)$$

procedendo de forma análoga pode-se obter os demais termos da diagonal:

$$(MH^{-1}N)_{22} = \left( \frac{g_{23}^2}{b_{23}} + \frac{g_{34}^2}{b_{34}} \right) - \frac{C_2^2}{K_{12}}, \quad (A.14)$$

$$(MH^{-1}N)_{33} = \left( \frac{g_{14}^2}{b_{14}} + \frac{g_{34}^2}{b_{34}} \right) - \frac{C_3^2}{K_{12}}. \quad (A.15)$$

Quanto aos termos não diagonais da matriz  $MH^{-1}N$ , estes não serão aqui desenvolvidos por serem mais simples de se obter. A forma analítica final da matriz  $Leq$  será dada por:

$$Leq = \begin{bmatrix} \left( \frac{1}{x_{12}} + \frac{1}{x_{23}} \right) + \frac{C_1^2}{K_{12}} & -\frac{1}{x_{23}} - \frac{C_1C_2}{K_{12}} & \frac{C_1C_3}{K_{12}} \\ -\frac{1}{x_{23}} - \frac{C_1C_2}{K_{12}} & \left( \frac{1}{x_{23}} + \frac{1}{x_{34}} \right) + \frac{C_2^2}{K_{12}} & -\frac{1}{x_{34}} + \frac{C_2C_3}{K_{12}} \\ \frac{C_1C_3}{K_{12}} & -\frac{1}{x_{34}} + \frac{C_2C_3}{K_{12}} & \left( \frac{1}{x_{14}} + \frac{1}{x_{34}} \right) + \frac{C_3^2}{K_{12}} \end{bmatrix}. \quad (A.16)$$

A título de convalidar a equação considere o caso da figura A1, onde para os valores das impedâncias de linha fornecidos obtém-se, após a substituição na matriz acima, a seguinte matriz  $Leq$ :

$$Leq = \begin{bmatrix} (2)+(-0.4) & (-1)-(-0.2) & (0.0) \\ (-1)-(-0.2) & (2)+(-0.1) & (-1)+(0.0) \\ (0.0) & (-1)+(0.0) & (2)+(0.0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.6 & -0.8 & 0.0 \\ -0.8 & 1.9 & -1.0 \\ 0.0 & -1.0 & 2.0 \end{bmatrix},$$

de onde se pode ver que a matriz  $B''$  (primeiros termos entre parênteses de cada elemento da primeira matriz) esta mais próxima da matriz  $Leq$  do que a matriz  $L$ :

$$L = \begin{bmatrix} 1.2 & -0.2 & 0.0 \\ -0.2 & 0.7 & -0.5 \\ 0.0 & -0.5 & 1.0 \end{bmatrix}.$$

## A.2 Obtenção da Matriz $Leq$ da Versão BX do FCDR Parametrizado por $V$

O objetivo deste item é o de ilustrar o tipo de aproximações que são feitas quando o sistema para o qual se deseja obter o método desacoplado parametrizado por  $V$ , não é um sistema radial, ou não apresenta a condição de que a relação  $r/x$  é constante. Para isso considere o sistema da figura A1 cuja matriz Jacobiana modificada obtida usando  $V_4$  como parâmetro,  $J_V$ , e calculada para  $V = 1$  p.u. e  $\theta = 0$  é dada por:

$$\left[ \begin{array}{ccc|ccc} -(b_{12} + b_{23}) & b_{23} & 0 & (g_{12} + g_{23}) & -g_{23} & -P_2^{esp} \\ b_{23} & -(b_{23} + b_{34}) & b_{34} & -g_{23} & (g_{23} + g_{34}) & -P_3^{esp} \\ 0 & b_{34} & -(b_{14} + b_{34}) & 0 & -g_{34} & -P_4^{esp} \\ \hline -(g_{12} + g_{23}) & g_{23} & 0 & -(b_{12} + b_{23}) & b_{23} & -Q_2^{esp} \\ g_{23} & -(g_{23} + g_{34}) & g_{34} & b_{23} & -(b_{23} + b_{34}) & -Q_3^{esp} \\ 0 & g_{34} & -(g_{14} + g_{34}) & 0 & b_{34} & -Q_4^{esp} \end{array} \right]. \quad (A.17)$$

Observa-se que nesta matriz as matrizes  $H$  e  $M$  são exatamente as mesmas da equação (A1), enquanto que as matrizes  $N$  e  $L$  diferem apenas nos elementos da coluna 4, os quais agora, corresponde às derivadas em relação à nova variável  $\lambda$ . Assim sendo, a matriz  $MH^{-1}$  será exatamente a mesma da equação (A.12). Portanto, excetuando os elementos da coluna 3, todos os demais elementos da matriz  $Leq$  também serão os mesmos. Calculando os termos da coluna 3 da matriz  $Leq$ , obtém-se:

$$Leq(1,3) = -Q_2^{esp} + \frac{G_2}{B_2} P_2^{esp} - \frac{K_1 C_1}{K_{12}} \left( \frac{P_2^{esp}}{b_{12} K_2} + P_3^{esp} + \frac{P_4^{esp}}{b_{14} K_1} \right) \quad (A.18)$$

$$Leq(2,3) = -Q_3^{esp} + \frac{G_3}{B_3} P_3^{esp} - \frac{C_2}{K_{12}} \left( \frac{P_3^{esp}}{\left( \frac{1}{b_{23}} + \frac{1}{b_{34}} \right)} \left( \frac{K_2}{b_{34}} - \frac{K_1}{b_{23}} \right) + \frac{P_2^{esp}}{b_{12}} - \frac{P_4^{esp}}{b_{14}} \right) \quad (A.19)$$

$$L_{eq}(3,3) = -Q_4^{esp} + \frac{G_4}{B_4} P_4^{esp} - \frac{K_2 C_3}{K_{12}} \left( \frac{P_2^{esp}}{b_{12} K_2} + P_3^{esp} + \frac{P_4^{esp}}{b_{14} K_1} \right) \quad (A.20)$$

A forma analítica final da matriz  $L_{eq}$  será igual a da equação (A.16), exceto pelos termos correspondente à coluna 3 os quais devem ser substituídos pelos respectivos termos dados pelas equações de (A.18) a (A.20). Para sistemas que apresentam a relação  $r/x$  constante as constantes  $C_1 = C_2 = C_3 = 0$ , e os termos da coluna  $k$  (coluna correspondente ao novo parâmetro  $V_k$ ) acima ficam reduzidos a:

$$L_{eq}(i,k) = -Q_i^{esp} + \frac{G_i}{B_i} P_i^{esp} \quad i \in \{\text{barras } PQ\}. \quad (A.21)$$

UNICAMP  
BIBLIOTECA CENTRAL  
SEÇÃO CIRCULANTE