

Manfred Fritz Bedriñana Aronés

**Desenvolvimento de uma metodologia robusta e eficiente para fluxo
de carga da continuação ótimo multiobjetivo**

Tese de Doutorado apresentado à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Engenharia Elétrica.
Defesa em 21/12/2009

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto de Castro Jr.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Kátia Campos de Almeida – UFSC
Prof. Dr. Antonio Carlos Zambroni de Souza – UNIFEI
Prof. Dr. Secundino Soares Filho – UNICAMP
Prof. Dr. Luiz Carlos Pereira da Silva – UNICAMP

Campinas, SP
2009

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE -
UNICAMP

B744d Bedriñana Aronés, Manfred Fritz
Desenvolvimento de uma metodologia robusta e eficiente para fluxo de carga da continuação ótimo multiobjetivo / Manfred Fritz Bedriñana Aronés. -- Campinas, SP: [s.n.], 2009.

Orientador: Carlos Alberto de Castro Junior.
Tese de Doutorado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Otimização matemática. 2. Sistemas de energia elétrica. 3. Sistemas de energia elétrica - Estabilidade. 4. Métodos de continuação. 5. Colapso (Eletricidade). I. Castro Junior, Carlos Alberto de. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Título em Inglês: Development of a robust and efficient methodology for the multiobjective optimal continuation load flow

Palavras-chave em Inglês: Mathematical optimization, Electric power systems, Electric power systems stability, Continuation methods, Electric breakdown

Área de concentração: Energia Elétrica

Titulação: Doutor em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Kátia Campos de Almeida, Antonio Carlos Zambroni de Souza, Secundino Soares Filho, Luiz Carlos Pereira da Silva

Data da defesa: 21/12/2010

Programa de Pós Graduação: Engenharia Elétrica

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE DOUTORADO

Candidato: Manfred Fritz Bedriñana Aronés

Data da Defesa: 21 de dezembro de 2009

Título da Tese: "Desenvolvimento de uma Metodologia Robusta e Eficiente para Fluxo de Carga da Continuação Ótimo Multiobjetivo"

Prof. Dr. Carlos Alberto de Castro Júnior (Presidente): _____

Profa. Dra. Katia Campos de Almeida: _____

Prof. Dr. Antonio Carlos Zambroni de Souza: _____

Prof. Dr. Secundino Soares Filho: _____

Prof. Dr. Luiz Carlos Pereira da Silva: _____

Resumo

O objetivo deste trabalho de pesquisa é desenvolver uma metodologia robusta e eficiente para o fluxo de carga da continuação ótimo multiobjetivo. O fluxo de carga da continuação se presta à obtenção de um contínuo de pontos de operação da rede para carga e geração variáveis e a determinação do máximo carregamento do sistema. A associação do fluxo de carga da continuação com procedimentos de otimização leva em conta que, para cada ponto de operação da rede, as variáveis de controle disponíveis podem ser ajustadas em valores tais que otimizem algum critério. Na realidade, pode haver o interesse em otimizar mais de um critério, e o procedimento de otimização passa a ser multiobjetivo. No desenvolvimento do trabalho foi abordada a análise de estabilidade de tensão, para isto foram propostas técnicas para o cálculo rápido do ponto de máximo carregamento incorporando técnicas de corte de carga e fluxo de carga da continuação usando técnicas híbridas. Um fluxo de carga ótimo foi proposto para a análise de sistemas mal-comportados e singularidades usando métodos de pontos interiores e otimização de passo. O fluxo de carga da continuação ótimo proposto inclui um passo corretor que se mostra eficiente com a inclusão do fluxo de carga ótimo com otimização de passo, e permitiu o traçado correto da trajetória de soluções ótimas considerando os limites de factibilidade do sistema. Os métodos de otimização incorporando restrições de complementaridade foram introduzidos na análise para verificar o desempenho do método proposto. O fluxo de carga da continuação ótimo multiobjetivo proposto inclui as técnicas anteriores e métodos para a obtenção de soluções Pareto-ótimas uniformemente distribuídas. Esta ferramenta computacional permite uma análise detalhada do comportamento de uma rede elétrica de potência no que diz respeito a uma série de aspectos da sua operação, e particularmente ao despacho da geração e estabilidade de tensão. O monitoramento do perfil de tensão e da margem de segurança com relação à estabilidade de tensão é um aspecto crítico para a operação segura de sistemas de potência modernos, que operam estressados nos picos de carga ou em contingências.

Palavras-chave: Redes elétricas de potência; fluxo de carga da continuação; otimização; estabilidade de tensão; máximo carregamento; programação multiobjetivo.

Abstract

The goal of this research work is to propose a robust and efficient methodology for the multiobjective optimal continuation power flow. The continuation power flow is based on obtaining a continuum of power system operating points for variable load and generation, allowing the analysis of operation conditions for each point and the determination of the maximum loading possible for which the system is still stable. The merging of continuation power flow and optimization procedures takes into account that the available control variables can be adjusted for each operating point, so as to optimize the operating conditions according to some criterion. Actually, more than one criterion may be optimized, and the procedure becomes multiobjective, requiring multiobjective programming tools. This computational tool allows a detailed analysis of power systems' behavior regarding many operation aspects, including voltage stability. Tracking the voltage profile and the voltage stability security margins are critical aspects for the secure operation of modern power systems that are permanently stressed.

Keywords: Power systems, continuation power flow, optimization, voltage stability, maximum loading, multiobjective programming.

Agradecimentos

Ao meu orientador, Prof. Dr. Carlos A. Castro, ao qual serei eternamente grato pela brilhante orientação e dedicação.

A todos os colegas da pós-graduação da FEEC com os quais pude compartilhar do espírito acadêmico e cooperativo sem distinção, pois todos foram muito importantes pelas dicas, sugestões e críticas nesta gratificante caminhada.

A minha família pelo apoio, paciência e amor com que juntamente comigo participaram desta jornada.

Aos meus pais.

Sumário

| | |
|--|-------------|
| Glossário | vii |
| Lista de Símbolos | viii |
| Trabalhos Publicados Pelo Autor | ix |
| 1 Introdução | 1 |
| 1.1 A análise de estabilidade de tensão..... | 1 |
| 1.2 Fluxo de carga da continuação ótimo e multiobjetivo | 3 |
| 1.3 Objetivo do trabalho | 4 |
| 1.4 Organização do trabalho | 4 |
| 2 Conceitos Básicos | 7 |
| 2.1 Introdução à estabilidade de tensão | 7 |
| 2.1.1 Modelo dinâmico geral do sistema..... | 8 |
| 2.1.2 Modelo dinâmico de curto prazo..... | 9 |
| 2.1.3 Pontos de equilíbrio e estabilidade..... | 9 |
| 2.1.4 Análise de estabilidade de tensão..... | 10 |
| 2.2 Modelos para análise rápida da ET..... | 11 |
| 2.2.1 Modelos de equilíbrio reduzido à rede elétrica | 11 |
| 2.2.2 Modelo baseado nas equações de fluxo de potência | 11 |
| 2.2.3 Soluções das equações de FC e pontos de operação | 14 |
| 2.3 Análise de Bifurcações | 14 |
| 2.3.1 Bifurcações e análise rápida de ET | 15 |
| 2.3.2 Bifurcação sela-nó..... | 15 |
| 2.3.3 Bifurcação induzida por limites | 19 |
| 2.3.4 Fronteira de carregamento..... | 22 |
| 2.4 Tipos de problemas na análise rápida de ET | 26 |
| 2.4.1 O ponto de máximo carregamento | 26 |
| 2.4.2 Mínima distância ao colapso de tensão | 26 |
| 3 Fluxo de Carga com Otimização de Passo e o Cálculo do Ponto de Máximo Carregamento..... | 29 |
| 3.1 Modelo do sistema..... | 29 |
| 3.1.1 Modelo de acréscimos de carga e geração | 30 |
| 3.1.2 Equações de FC..... | 30 |
| 3.2 Métodos de FC tipo Newton e otimização de passo | 31 |
| 3.2.1 Método de FC tipo Newton ou convencional..... | 32 |
| 3.2.2 Desempenho do método de FC convencional | 32 |
| 3.2.3 FC tipo Newton com otimização de passo | 32 |
| 3.2.4 Evolução dos métodos de FCOP..... | 33 |
| 3.2.5 Método de FCOP em coordenadas polares | 33 |
| 3.2.6 Desempenho dos métodos de FC convencional e FCOP | 34 |
| 3.3 Método de FCOP e detecção da fronteira de carregamento..... | 37 |
| 3.3.1 Fronteira de factibilidade e de carregamento | 38 |
| 3.3.2 Detecção de pontos na fronteira Σ | 38 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 3.4 | Método proposto para o cálculo do PMC | 40 |
| 3.4.1 | Método FCOP e sequência de cortes de carga | 41 |
| 3.4.2 | Técnica eficiente de corte de carga | 42 |
| 3.4.3 | Controle de tensão/potência reativa dos geradores e BILs | 43 |
| 3.4.4 | Soluções na região factível | 44 |
| 3.4.5 | Algoritmo proposto | 45 |
| 3.5 | Resultados numéricos | 45 |
| 3.5.1 | Cálculo do PMC | 45 |
| 3.5.2 | Comparação com outras técnicas de corte de carga | 48 |
| 3.5.3 | Aplicações em sistemas reais de grande porte | 51 |
| 4 | Fluxo de Carga da Continuação, Métodos Diretos e Híbridos | 53 |
| 4.1 | Fluxo de carga da continuação | 53 |
| 4.1.1 | Modelo do sistema | 54 |
| 4.1.2 | Passo preditor | 55 |
| 4.1.3 | Passo corretor | 56 |
| 4.1.4 | Escolha do parâmetro da continuação | 58 |
| 4.1.5 | Controle de tensão/potência reativa dos geradores | 58 |
| 4.1.6 | Algoritmo básico de FCC | 59 |
| 4.2 | Desempenho do FCC | 59 |
| 4.2.1 | Controle de tamanho de passo tangente | 60 |
| 4.2.2 | Convergência do passo corretor | 61 |
| 4.3 | Métodos diretos e compensação de potência reativa ótima | 63 |
| 4.3.1 | Modelo geral | 63 |
| 4.3.2 | Maximização da margem de ET | 63 |
| 4.3.3 | Compensação de potência reativa ótima | 66 |
| 4.4 | Fluxo de carga da continuação híbrido | 69 |
| 4.4.1 | Método de índice do vetor tangente | 70 |
| 4.4.2 | Funções de detecção do colapso de tensão | 70 |
| 4.4.3 | Método de FCCH | 71 |
| 5 | Fluxo de Carga Ótimo, Análise de Singularidades e Métodos baseados em Otimização | 75 |
| 5.1 | Fluxo de carga ótimo e programação paramétrica | 75 |
| 5.1.1 | Programação paramétrica não-linear | 76 |
| 5.1.2 | Condições de estacionaridade | 76 |
| 5.1.3 | Trajetória de soluções ótimas | 77 |
| 5.2 | Análise de singularidade | 77 |
| 5.2.1 | Pontos singulares | 78 |
| 5.2.2 | Singularidades na trajetória de soluções ótimas | 78 |
| 5.3 | Método de PI e análise de singularidade | 79 |
| 5.3.1 | Método de PI PDBL | 80 |
| 5.3.2 | Algoritmo geral do método de PI PDBL | 83 |
| 5.3.3 | Pontos singulares | 83 |
| 5.3.4 | Singularidade na trajetória de soluções ótimas para métodos de PI | 84 |
| 5.4 | Metodologia proposta para análise de sistemas mal comportados | 85 |
| 5.4.1 | Técnicas para detecção de singularidade | 85 |
| 5.4.2 | Métodos de PI PDBL e técnica de otimização de passo | 86 |
| 5.4.3 | Aspectos de implementação do método proposto | 87 |
| 5.5 | O cálculo do PMC baseado em otimização | 87 |
| 5.5.1 | Métodos baseados em otimização para análise de ET | 88 |
| 5.5.2 | Modelo de otimização | 88 |
| 5.5.3 | Análise de soluções ótimas do sistema teste | 89 |
| 5.6 | Resultados numéricos | 93 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 5.6.1 | Sistema teste de 2 barras | 94 |
| 5.6.2 | Sistemas teste IEEE | 99 |
| 6 | Fluxo de Carga da Continuação Ótimo Robusto | 103 |
| 6.1 | Métodos de ET e pontos na fronteira de carregamento | 103 |
| 6.1.1 | Modelo geral dos métodos de ET..... | 103 |
| 6.1.2 | Características dos métodos de ET..... | 104 |
| 6.1.3 | Trajetória dos métodos de ET no espaço de parâmetros | 105 |
| 6.1.4 | Métodos de FCC e otimização | 107 |
| 6.2 | Trajetória de soluções ótimas e direções ótimas..... | 108 |
| 6.2.1 | Modelo geral do sistema | 108 |
| 6.2.2 | Direções ótimas e a fronteira de carregamento | 109 |
| 6.2.3 | Trajetória de soluções ótimas do sistema teste de 2 barras | 110 |
| 6.3 | Fluxo de carga da continuação ótimo robusto | 113 |
| 6.3.1 | O problema do fluxo de carga da continuação ótimo..... | 113 |
| 6.3.2 | Método de FCCO robusto | 114 |
| 6.3.3 | Algoritmo do FCCO robusto..... | 116 |
| 6.4 | Resultados numéricos | 118 |
| 6.4.1 | Sistema teste de 2 barras e 2 geradores | 118 |
| 6.4.2 | Sistema teste IEEE 57 barras | 121 |
| 7 | Fluxo de Carga da Continuação Ótimo Multiobjetivo..... | 125 |
| 7.1 | Programação multiobjetivo..... | 125 |
| 7.1.1 | Formulação matemática | 125 |
| 7.1.2 | Programação multiobjetivo para a análise de ET | 126 |
| 7.2 | Distribuição uniforme das soluções Pareto-ótimas..... | 128 |
| 7.2.1 | Conceitos básicos..... | 128 |
| 7.2.2 | Método da interseção contorno-normal (ou NBI)..... | 130 |
| 7.2.3 | Formulação NBI como um problema de PNL..... | 131 |
| 7.3 | Fluxo de carga da continuação ótimo multiobjetivo..... | 132 |
| 7.3.1 | Trajetórias de soluções Pareto-ótimas e fronteiras de Pareto..... | 132 |
| 7.3.2 | Regiões de pontos Pareto-ótimos e curvas de bifurcação | 133 |
| 7.3.3 | FCCOM com distribuição uniforme de soluções Pareto-ótimas..... | 134 |
| 7.3.4 | Algoritmo de FCCOM proposto | 135 |
| 7.4 | Resultados numéricos | 136 |
| 7.4.1 | Sistema teste de 2 barras e 2 geradores | 136 |
| 7.4.2 | Sistema teste IEEE 57 barras | 137 |
| 8 | Considerações Finais | 139 |
| 8.1 | Contribuições principais e conclusões..... | 139 |
| 8.2 | Propostas para trabalhos futuros | 141 |
| | Referências Bibliográficas | 143 |

Glossário

| | |
|--------|--|
| BDIL | – Bifurcação Dinâmica Induzida por Limites |
| BEIL | – Bifurcação Estática Induzida por Limites |
| BIL | – Bifurcação Induzida por Limites |
| BSN | – Bifurcação Sela-Nó |
| CC | – Condição de Complementaridade |
| CE | – Complementaridade Estrita |
| CRO | – Compensação Reativa Ótima |
| ET | – Estabilidade de Tensão |
| FACTS | – <i>Flexible AC Transmission System</i> |
| FC | – Fluxo de Carga |
| FCC | – Fluxo de Carga da Continuação |
| FCCH | – Fluxo de Carga da Continuação Híbrido |
| FCCO | – Fluxo de Carga da Continuação Ótimo |
| FCCOM | – Fluxo de Carga da Continuação Ótimo Multiobjetivo |
| FCO | – Fluxo de Carga Ótimo |
| FCOP | – Fluxo de Carga de Otimização de Passo |
| FD | – Factibilidade Dual |
| FP | – Factibilidade Primal |
| GRO | – Geração Reativa Ótima |
| HVDC | – <i>High-Voltage Direct Current</i> |
| IL | – Independência Linear |
| IPOPT | – <i>Interior Point OPTimizer</i> |
| IVT | – Índice de Vetor Tangente |
| KNITRO | – <i>Nonlinear Interior-point Trust Region Optimizer</i> |
| LTC | – <i>Load Tap-Changing</i> |
| MA | – Mínimo Autovalor |
| MDCT | – Mínima Distância ao Colapso de Tensão |
| MET | – Margem de Estabilidade de Tensão |
| MINOS | – <i>Modular In-core Nonlinear Optimization System</i> |
| MVS | – Mínimo Valor Singular |
| NBI | – <i>Normal-Boundary Intersection</i> |
| NC | – Número de Condicionamento |
| NNC | – <i>Normalized Normal Constraint</i> |
| PDBL | – Método Primal-Dual de Barreira Logarítmica |
| PI | – Pontos Interiores |
| PL | – Programação Linear |
| PMC | – Ponto de Máximo Carregamento |
| PMO | – Programacao MultiObjetivo |
| PNL | – Programação Não-Linear |
| PPNL | – Programação Paramétrica Não-Linear |
| QRIL | – Qualificação das Restrições de Independência Linear |
| SNOPT | – <i>Sparse Nonlinear OPTimizer</i> |

Lista de Símbolos

Operadores

Seja f uma função escalar e x um vetor n -dimensional.

$\nabla_x f$: Gradiente de f . Em forma matricial é o vetor coluna ($n \times 1$) de derivadas parciais com elementos $\partial f / \partial x_i$, onde $i = 1, 2, \dots, n$.

$\nabla_x^2 f$: Hessiana de f . Em forma matricial é uma matriz simétrica ($n \times n$) de segundas derivadas parciais com elementos $\partial^2 f / \partial x_i \partial x_j$, onde $i, j = 1, 2, \dots, n$.

Seja g uma função vetorial m -dimensional e x um vetor n -dimensional.

$\nabla_x g$: Jacobiano de g . Em forma matricial e compacta é uma matriz simétrica ($m \times n$) de derivadas parciais com elementos $\partial g_j / \partial x_i$, onde $j = 1, 2, \dots, m$, e $i = 1, 2, \dots, n$.

Subscritos

- o : Condições iniciais ou solução inicial.
- pe : Ponto de equilíbrio.
- tg : Sistema composto transmissão-geração.
- esp : Valor especificado.
- inj : Injeção (potência de injeção).
- c, g : Carga e geração, respectivamente.
- bsn : Bifurcação sela-nó.
- bil : Bifurcação induzida por limites.
- cb : Caso base.
- max : Valor máximo.
- min : Valor mínimo.
- lim : Valor limite (máximo ou mínimo).
- mp : Método proposto.
- cn : Método de componente normal.
- pn : Método de programação não-linear.
- bb : Método de busca binária.
- pr : Solução preditor.
- co : Solução corretor.
- hib : Método híbrido.
- red : Matriz reduzida.
- con : Restrições associadas aos controladores.
- ope : Restrições associadas aos limites operacionais.
- rc : Restrições de complementaridade.
- sp : Método da soma ponderada.

Trabalhos Publicados Pelo Autor

Artigos publicados em anais de eventos (congressos)

1. **Manfred F. Bedriñana**, Duvier Bedoya, Carlos A. Castro, “Hybrid Method for Calculating the Maximum Loading Point using Continuation Load Flow and Nonlinear Programming Techniques”, *In Proc. of 2007 IEEE Lausanne Power Tech*, Lausanne, Switzerland, 1–5 Julho 2007.
2. **Manfred F. Bedriñana**, João A. Bosco, Carlos A. F. Murari, Carlos A. Castro, “Decisions in Power System Operation based on Fuzzy Economic and Environmental Dispatch”, *In Proc. of 2007 IEEE Lausanne Power Tech*, Lausanne, Switzerland, 1–5 Julho 2007.
3. **Manfred F. Bedriñana**, Carlos A. Castro, D. Zocimo Ñaupari, “Evaluación Estática de la Estabilidad de Tensión usando Análisis Modal aplicado al Sistema Interconectado Sur Peruano SIS – SEIN”, *Memorias del XVII CONIMERA (Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica, Eléctrica y Ramas Afines)*, Lima, Perú, 2–6 Julho 2007.
4. **Manfred F. Bedriñana**, V. Leonardo Paucar, Roberto Ramírez, “Método Directo basado en Funciones de Energía para Análisis de Estabilidad Transitoria del Sistema Eléctrico Interconectado SEIN”, *Memorias del XVII CONIMERA (Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica, Eléctrica y Ramas Afines)*, Lima, Perú, 2–6 Julho 2007.
5. D. Zocimo Ñaupari, **Manfred F. Bedriñana**, V. Leonardo Paucar, “Evaluación de la Operación del Generador Síncrono basado en la Formulación Matemática de la Curva de Capabilidad”, *Memorias del XVII CONIMERA (Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica, Eléctrica y Ramas Afines)*, Lima, Perú, 2–6 Julho 2007.
6. **Manfred F. Bedriñana**, V. Leonardo Paucar, Carlos A. Castro, “Transient Stability using Energy Function Method in Power Systems Close to Voltage Collapse”, *In Proc. of IEEE 2007 Large Engineering Systems Conference on Power Engineering (LESCOPE 2007)*, Montreal, Quebec, Canada, pp. 226-228, 10-12 Outubro 2007.
7. Duvier Bedoya, Carlos A. Castro, **Manfred F. Bedriñana**, “Obtenção da Margem Mínima de Segurança de Estabilidade de Tensão de Sistemas Elétricos de Potência”, *XIX SNPTEE (Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica)*, Rio de Janeiro, Brasil, 14-17 Outubro 2007.
8. **Manfred F. Bedriñana**, Duvier R. Bedoya, D. Zocimo Ñaupari, Carlos A. Castro, “Metodología para Evaluación del Impacto de la Compensación Reactiva en Redes de Distribución de Baja Tensión”. *SICEL 2007 – IV Simposio Internacional sobre Calidad de la Energía Eléctrica*, Manizales, Colombia, 19–22 Novembro 2007.

9. Duvier R. Bedoya, **Manfred F. Bedriñana**, Carlos A. Castro, “Modal analysis for computing power systems critical areas at different operating points”, *SICEL 2007 – IV Simposio Internacional sobre Calidad de la Energía Eléctrica*, Manizales, Colombia, 19–22 Novembro 2007.
10. **Manfred F. Bedriñana**, Carlos A. Castro, Duvier R. Bedoya, “Maximization of Voltage Stability Margin by Optimal Reactive Compensation”, *In Proc. of 2008 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, Pittsburgh, PA, USA, 20–24 Julho 2008.
11. **Manfred F. Bedriñana**, Carlos A. Castro, “Maximum Loading Point Computation based on Load Flow with Step Size Optimization”, *In Proc. of 2008 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, Pittsburgh, PA, USA, 20–24 Julho 2008.
12. Duvier Bedoya, **Manfred F. Bedriñana**, Carlos A. Castro, L. C. Pereira da Silva, “Power system critical areas by using sensitivities and participation factors for online applications”, *2008 IEEE PES Transmission and Distribution Conference and Exposition*, Bogotá, Colômbia, 13-15 Agosto, 2008.
13. **Manfred F. Bedriñana**, Carlos A. Castro, “Step Size Optimization Based Interior Point Algorithm: Applications and Treatment of Ill-conditioning in Optimal Power Flow Solutions”, *In Proc. of 2009 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, Calgary, Alberta, Canada, 26–30 Julho 2009.
14. **Manfred F. Bedriñana**, Marcos J. Rider, Carlos A. Castro, “Ill-conditioned Optimal Power Flow Solutions and Performance of Non-Linear Programming Solvers”, *In Proc. of 2009 IEEE Bucharest Power Tech Conference*, Bucharest, Romania, 28 Junho – 2 Julho, 2009.
15. Beatriz L. Tavares, **Manfred F. Bedriñana**, Carlos A. Castro, “New Method Based on Load Flow with Step Size Optimization for Calculating the Maximum Loading Point”, *In Proc. of 2009 IEEE Bucharest Power Tech Conference*, Bucharest, Romania, 28 Junho – 2 Julho, 2009.

Artigos publicados em periódicos

16. **Manfred F. Bedriñana**, Carlos A. Castro. “Maximum Loading Point Computation based on Load Flow with Step Size Optimization”. *IEEE Transactions on Power Systems*, submetido em 2009.
17. **Manfred F. Bedriñana**, Carlos A. Castro, Duvier Bedoya. “Maximization of Voltage Stability Margin by Optimal Reactive Compensation”. *IET Generation, Transmission & Distribution*, submetido em 2009.

Capítulo 1

Introdução

Atualmente, muitos sistemas de potência são operados próximos de seus limites de estabilidade, como é demonstrado pelos diversos eventos de colapso de tensão por todo o mundo. O colapso de tensão é geralmente provocado por perturbações no sistema, tais como as variações da carga, contingências, ou ambas. É bem conhecido o fato que nos sistemas de potência existe uma relação entre o controle de tensão e a potência reativa, porém a potência ativa também contribui na instabilidade de tensão [1]. A instabilidade de tensão é um processo caracterizado pela queda monotônica de tensão, ocorre quando o sistema não pode atender a demanda e experimenta perda de controle das tensões nas barras. Os estudos de colapso de tensão formam parte da análise de estabilidade de tensão (ET) de sistemas de potência e têm grande importância no planejamento e operação dos sistemas de potência [2]. Atualmente as ferramentas de estabilidade de tensão estão sendo melhoradas para seu uso na operação a tempo real [3].

1.1 A análise de estabilidade de tensão

A ET é essencialmente um fenômeno dinâmico e o comportamento do sistema depende dos modelos das cargas e de outros componentes do sistema. No entanto, algumas vantagens práticas são encontradas na análise baseada em técnicas estáticas no lugar das técnicas dinâmicas, pois elas podem reproduzir o fenômeno com aceitável exatidão e menor demanda computacional [4]. Comumente as técnicas estáticas estão associadas à análise de modelos de equilíbrio, como as equações de fluxo de carga (FC), onde se assume que todas as dinâmicas alcançam um ponto de equilíbrio.

A teoria de bifurcações levou à proposta de ferramentas que permitem classificar, estudar e fornecer informação qualitativa e quantitativa acerca do comportamento do sistema não linear perto dos pontos de equilíbrio “críticos” em função da mudança dos parâmetros do sistema [5]. Comumente, para simplificar, esta mudança é definida usando diferentes trajetórias de variação de parâmetros as quais são chamadas de “diagramas de bifurcação”. A bifurcação sela-nó [6] e a bifurcação induzida pelos limites [7],[8] têm sido associadas aos problemas de ET em sistemas de potência.

Métodos para a análise de ET

Comumente os algoritmos de FC podem divergir quando aplicados a sistemas mal-comportados e isto ocorre quando: *i*) a solução encontra-se próxima do seu limite de factibilidade, ou *ii*) não existe solução

para o sistema. O método de FC com otimização de passo foi desenvolvido para resolver estes problemas, tentando melhorar o desempenho dos algoritmos básicos e garantindo a convergência em alguma solução [9],[10]. Uma primeira aplicação deste método na análise de ET foi realizada em [11] usando a fronteira de carregamento que corresponde ao limite de factibilidade das equações algébricas do sistema. Desde então, outras técnicas foram propostas com o fim de calcular o ponto de máximo carregamento (PMC) [12].

O fluxo de carga da continuação (FCC) é um método robusto para a análise de ET, o qual permite desenhar completamente os diagramas de bifurcação, ou seja, a partir do ponto de operação do caso base são desenhados os pontos de operação seguintes considerando o aumento no nível de carregamento (ou parâmetro de bifurcação) até alcançar a fronteira de carregamento. O parâmetro de bifurcação é tipicamente definido como o fator de carregamento ρ , para modelar as mudanças na demanda do sistema [13], [14].

Os métodos diretos, também conhecidos como “métodos de colapso de tensão”, foram inicialmente propostos em [15] para o cálculo das bifurcações sela-nó de sistemas não-lineares. Os métodos diretos podem ser aplicados aos modelos de equilíbrio usando as equações de transversalidade [5]. Outras técnicas foram propostas para melhorar o desempenho destes métodos usando formulações associadas ao autovetor à esquerda do autovalor nulo do Jacobiano do sistema [16].

Comumente deseja-se gerar os diagramas de bifurcação e obter exatamente o PMC com o menor número de passos preditor-corretor. Para isto podem-se usar valores grandes no controle de tamanho de passo tangente, porém, isto provoca dificuldades quando se está próximo do PMC. Algumas propostas híbridas foram feitas para resolver estas dificuldades usando índices de detecção do ponto de colapso de tensão [17].

Métodos baseados em otimização para a análise de ET

A aplicação das técnicas de otimização nos problemas de planejamento e operação de sistemas de potência tem sido uma área de atividade de pesquisa muito ativa nas últimas décadas. O fluxo de carga ótimo (FCO) representa uma classe ampla de problemas de programação não-linear (PNL) no qual procura-se otimizar uma função objetivo específica enquanto são satisfeitas restrições definidas pelas características físicas e de operação dos sistemas de potência. As soluções ótimas obtidas pela mudança de parâmetros do sistema nos problemas de FCO podem ser estudadas com a programação paramétrica não-linear. A análise completa do comportamento da trajetória de soluções ótimas quando os parâmetros variam pode ser realizada usando a teoria de singularidades [18].

Em [19] é proposto o método de pontos interiores (PI) e as implementações atuais usando este método permitiu a obtenção de ferramentas de otimização sofisticadas capazes de resolver problemas de FCO de grandes dimensões. O método de PI primal-dual barreira logarítmica (PDBL) tem demonstrado um desempenho computacional superior em muitos problemas de FCO [20]. Por outro lado, as técnicas de otimização podem ser aplicadas na análise de ET, assim métodos baseados em otimização foram propostos para o cálculo do PMC usando a condição da máxima margem de carregamento em uma direção de acréscimo de carga [21] ou considerando o problema no espaço de parâmetros de carga [22]. Os métodos de PI PDBL foram aplicados à solução da condição de máximo carregamento com muito sucesso [23].

1.2 Fluxo de carga da continuação ótimo e multiobjetivo

A aplicação dos métodos baseados em otimização no cálculo das bifurcações induzidas por limites foi discutida em [24], e a superfície fronteira de carregamento deste tipo de bifurcação foi estudada em [25]. O método de FCC inclui o controle de tensão/potência reativa dos geradores em forma completa. No entanto, nos métodos baseados em otimização as tensões e potências reativas dos geradores podem mudar dentro dos seus limites, assim o processo não alcança o maior carregamento possível. Portanto, estes métodos podem levar a diferentes soluções pois não é considerada a perda de controle de tensão nos modelos dos controladores. Para resolver estes problemas algumas melhoras foram propostas nos modelos das barras PV usando as restrições de complementaridade [26].

Uma vantagem importante dos métodos de FCC é que permitem obter os pontos de operação a partir do caso base até o colapso de tensão. Estes métodos realizam uma análise completa do fenômeno de ET levando em conta as bifurcações da fronteira de carregamento. Por outro lado, os métodos baseados em otimização possuem formulações flexíveis que permitem: modelar os limites operacionais, ajustar os parâmetros controláveis u para melhorar a margem de ET (MET) do sistema, e incorporar novas funções objetivo. Estes dois métodos apresentam vantagens que podem ser aproveitadas com o fim de desenvolver ferramentas completas para a análise de ET.

Fluxo de carga da continuação ótimo

Em [27] foi proposto o método de fluxo de carga da continuação ótimo (FCCO) o qual considera o passo preditor e escolha do parâmetro da continuação do algoritmo original de FCC. Neste caso o passo corretor é modelado usando um problema de PNL visando otimizar uma dada função objetivo ajustando os parâmetros controláveis no processo.

Existem poucas publicações que tratam o problema de FCCO, em alguns casos estes são desenvolvidos como uma classe de métodos baseados em otimização. Em [28] é proposto um método de FCCO que calcula pontos que cumprem com as condições de otimalidade de primeira ordem do problema modificado de PNL associado aos algoritmos de PI primal-dual.

Em geral, os métodos de FCCO são semelhantes aos métodos de FCC, porém a diferença principal está no tipo de solução que é obtida. O método de FCC calcula o ponto de operação do sistema para cada valor de carregamento, considerando que as variáveis de controle foram já definidas. No entanto, o método de FCCO calcula uma solução ótima ajustando os valores das variáveis de controle. Ambos dos passos preditores calculam soluções aproximadas para o aumento do carregamento usando as características da superfície que contem as soluções do sistema.

Fluxo de carga da continuação ótimo multiobjetivo

A programação multiobjetivo (PMO) é um ramo da programação matemática que se ocupa da caracterização de soluções e do desenvolvimento de métodos de otimização para problemas que envolvam mais de uma função objetivo. Os problemas de planejamento constituem as principais aplicações da programação multiobjetivo [29].

Em aplicações de sistemas de potência, podem ser incluídos objetivos como o custo total de geração, perdas de potência ativa, emissão total de poluentes, entre outras, sendo alguns deles objetivos conflitantes dependendo das condições do problema. As principais aplicações da PMO em sistemas de potência são

apresentadas em [30]. Para a análise de ET foram propostos diferentes modelos de FCO baseados em PMO levando em conta a otimização de índices de segurança de ET e custo de geração [31]. O método da soma ponderada foi usado para determinar o custo da segurança com relação aos limites de tensão [32] e para a minimização do custo de total de geração e maximização da MET do sistema. [33].

O método da soma ponderada pode gerar soluções Pareto-ótimas não uniformemente distribuídas. Para superar esta deficiência foi introduzido o método da Interseção Contorno-Normal (NBI - *Normal-Boundary Intersection*) [34].

Não existe uma definição formal na literatura do problema de FCCO multiobjetivo (FCCOM). Neste trabalho define-se o problema de FCCOM como aquele que calcula as soluções Pareto-ótimas do problema FCCO considerando mais de um objetivo. As técnicas de distribuição uniforme de soluções podem ser incluídas nesta nova ferramenta.

1.3 Objetivo do trabalho

Os principais objetivos deste trabalho são explicitados a seguir.

- Estabelecer-se-á a relação das bifurcações e a fronteira de carregamento, bem como as técnicas para sua análise considerando a teoria de bifurcações e conceitos de programação não linear.
- Serão propostas técnicas para calcular o ponto de máximo carregamento para uma direção dada de acréscimo de carga usando as características da fronteira de carregamento e o FC com otimização de passo. Esta ferramenta adquire um enorme potencial na análise de estabilidade de tensão.
- Serão propostas técnicas usando os métodos diretos para a otimização de objetivos simples usando variáveis de controle, isto pode permitir obter condições de maximização da margem de ET. Outras técnicas de cálculo do colapso de tensão serão estudadas e metodologias híbridas podem ser propostas usando os métodos de FCC e funções de detecção de bifurcações sela-nó.
- Será estudado o comportamento das soluções ótimas de problemas de FCO em torno de pontos singulares. Para isto será proposto um método PI PDBL incorporando a técnica de otimização de passo para analisar sistemas mal comportados e infactíveis.
- Será incluído o método PI PDBL no passo corretor do FCCO incorporando o modelo completo do controle de tensão/potência reativa das barras PV. Outros modelos podem ser considerados usando as restrições de complementaridade.
- Será proposto um método de FCCOM considerando as premissas definidas para o FCCO e as técnicas para a obtenção de um conjunto uniformemente distribuído de soluções Pareto-ótimas.

1.4 Organização do trabalho

Os demais capítulos deste trabalho são organizados da forma descrita a seguir.

Capítulo 2: Apresenta uma revisão dos conceitos básicos associados à análise de estabilidade de tensão, modelos de equilíbrio, teoria de bifurcações e problemas comuns em ET.

- Capítulo 3:** Descreve as características principais do método de FC com otimização de passo considerando sistemas bem e mal comportados bem como sistemas infactíveis. Analisa-se sua aplicação para o cálculo do PMC usando a fronteira de carregamento, e é proposta uma técnica de corte de carga implementada sobre o FC com otimização de passo.
- Capítulo 4:** Apresenta o método de FCC considerando as principais características, como o controle de tamanho de passo e problemas de convergência. Em seguida, são introduzidos os métodos diretos considerando sua formulação matemática básica. É proposto o método de compensação reativa ótima como uma aplicação destes métodos. São introduzidos os métodos de colapso de tensão, a partir disto é proposto um método de FCC híbrido considerando funções de detecção do ponto de colapso de tensão.
- Capítulo 5:** Descreve os principais conceitos da PPNL e sua relação com os pontos singulares. As características dos métodos PI PDBL são apresentadas considerando os problemas de singularidade presentes nesta formulação. São introduzidos os métodos baseados em otimização para a análise de ET. É proposto um método FCO com otimização de passo para a análise de sistemas mal comportados e problemas de infactibilidade.
- Capítulo 6:** São comparadas as características dos métodos de ET anteriormente descritos para a obtenção de pontos na fronteira de carregamento. Apresenta o problema de FCCO considerando direções ótimas de acréscimo de geração no espaço de parâmetros. É definido o problema de FCCO e é proposto um FCCO robusto para análise da programação de geração. São introduzidas as restrições de complementaridade para a análise das soluções de FCCO obtidas pelo método proposto.
- Capítulo 7:** Apresenta os principais conceitos da programação multiojetivo bem como as técnicas de distribuição uniforme de soluções Pareto-ótimas. É definido o problema de FCCOM e é proposto um método para sua análise considerando aplicações do método FCCO descrito no Capítulo 6 incorporando a técnica de NBI.
- Capítulo 8:** Ressalta as contribuições e conclusões da tese bem como indica trabalhos futuros decorrentes do trabalho de pesquisa realizado.

Capítulo 2

Conceitos Básicos

A estabilidade de tensão (ET) é uma área que tem grande importância no planejamento e operação de sistemas de potência. Assim, seu entendimento e suas ferramentas analíticas associadas formam a parte principal deste capítulo. Apresentam-se os conceitos básicos de estabilidade de tensão em relação aos modelos dinâmicos, pontos de equilíbrio e análise de ET. Para a análise rápida de ET são definidos os modelos estáticos os quais estão compostos pelas equações de pontos de equilíbrio dos modelos dinâmicos. Em sua forma mais simples, estes modelos representam as equações de fluxo de carga. É apresentado o embasamento teórico para a análise de bifurcações, considerando as bifurcações sela-nó e induzidas por limites. É definida a fronteira de carregamento no espaço de parâmetros usando dois sistemas de potência simples considerando formulação analítica. Com relação à análise rápida de ET encontram-se dois tipos de problemas típicos: a determinação do ponto de máximo carregamento e da mínima distância ao colapso de tensão, que serão brevemente discutidos.

2.1 Introdução à estabilidade de tensão

Em geral, o comportamento dos sistemas de potência é representado como um sistema dinâmico não linear complexo, e para a análise da sua estabilidade são necessários modelos matemáticos detalhados dos seus componentes e conhecimento de teoria de sistemas não lineares.

Comumente a estabilidade de sistemas de potência é classificada com base em dois critérios: a força que conduz à instabilidade e a escala do tempo [1]. A instabilidade provocada pela dinâmica eletromecânica dos geradores tem dois subtipos: estabilidade angular dos rotores (devido à carência de torque sincronizante e de amortecimento nos geradores, sendo analisada no curto prazo, ou seja, em poucos segundos) e estabilidade de frequência (devido ao desequilíbrio da geração e carga entre áreas conectadas, sendo analisada no longo prazo, ou seja, em vários minutos). A instabilidade provocada pela dinâmica das cargas está associada diretamente com a estabilidade de tensão, e pode analisar-se a curto e longo prazo.

A estabilidade de tensão (ET) está associada com a capacidade do sistema de potência de manter estáveis as tensões de todas as barras, não somente sob condições normais de operação, mas também depois

de sujeitar-se a perturbações [35]. É bem conhecido o fato de que o colapso de tensão¹ nos sistemas de potência está associado com o incremento da demanda além de certos limites, bem como com as limitações na transmissão e geração de potência reativa devido ao suporte deficiente desta no sistema. As contingências no sistema, tais como a saída inesperada de alguma linha ou gerador, se não são abertas podem produzir problemas de ET [2], [36].

2.1.1 Modelo dinâmico geral do sistema

Para compreender o fenômeno de estabilidade de tensão é necessário definir um modelo dinâmico geral o qual tipicamente é usado na simulação dinâmica de sistemas de potência. Para esse fim, o comportamento do sistema de potência pode ser representado por um conjunto de equações algébrico-diferenciais não lineares de tempo discreto-contínuo como:

$$\dot{x} = f(x, y, z_c, z_d, u, p), \quad (2.1a)$$

$$\dot{z}_c = h_c(x, y, z_c, z_d, u, p), \quad (2.1b)$$

$$z_d(k+1) = h_d(x, y, z_c, z_d(k), u, p), \quad (2.1c)$$

$$0 = g_{tg}(x, y, z_c, z_d, u, p), \quad (2.1d)$$

onde $u \in \mathfrak{R}^m$ é o vetor de parâmetros controláveis associados com as características de controle, e.g. os *set points* dos reguladores de tensão automáticos e potências ativas dos geradores; e $p \in \mathfrak{R}^{np}$ é o vetor de parâmetros não controláveis, e.g. as potência ativa e reativa das cargas. Considera-se que u e p sejam os únicos parâmetros.

Dinâmica de curto prazo

A dinâmica de curto prazo apresenta-se na escala de tempo da dinâmica eletromecânica dos geradores síncronos e seus reguladores (regulador de tensão automático e regulador de velocidade), motores de indução, componentes de HVDC (*High-Voltage Direct Current*) e FACTS (*Flexible AC Transmission System*), e leva tipicamente vários segundos depois de ocorrida uma perturbação. Esta dinâmica rápida é representada pela equação diferencial (2.1a), onde $x \in \mathfrak{R}^{nx}$ é o vetor de variáveis de estado dos geradores e motores de indução, e.g. ângulos e frequências dos rotores, escorregamento, entre outras; $f \in \mathfrak{R}^{nx}$ é um vetor de funções não lineares que descreve a evolução das variáveis de estado x .

Dinâmica de longo prazo

A dinâmica de longo prazo apresenta-se em diversos fenômenos (restabelecimento de carga termostática e agregada), nos controladores (controle de tensão secundário, frequência-carga, transformadores com tap variável ou LTC (*Load Tap-Changing*), chaveamento de reatores e capacitores shunt) e dispositivos de proteção (limitadores de sobreexcitação, limitadores de corrente de armadura) que atuam tipicamente em vários minutos depois de ocorrida uma perturbação. Esta dinâmica lenta é representada por equações contínuas e discretas no tempo (2.1b,c), onde $z_c \in \mathfrak{R}^{nzc}$ é o vetor de estado de

¹ O termo *colapso de tensão* é frequentemente usado na análise de ET. Define-se o mesmo como o processo pelo qual a sequência de eventos que acompanham a instabilidade de tensão leva ao blecaute ou a tensões baixas não normais em uma parte importante do sistema de potência [35].

resposta contínua, e.g. tensão do bloco de sobreexcitação do regulador de tensão automático; $z_d(k)$ é o vetor de estado de resposta discreta ($k = 0, 1, 2, \dots$), e.g. valor dos taps do modelo dos LTCs; $h_c \in \mathfrak{R}^{nzc}$ é o vetor de funções não lineares que representa a dinâmica contínua, e.g. equação de estado dos limitadores de sobreexcitação; e $h_d(k)$ é vetor de equações a diferenças que representa a dinâmica discreta, e.g. equação do modelo discreto dos LTC. Também, um pequeno passo de tempo Δt pode ser assumido para as equações de diferenças (2.1c), portanto todas as transições discretas são proporcionais a Δt (i.e. $t_k = k\Delta t$).

Resposta instantânea da rede elétrica

Assume-se que a rede elétrica apresenta uma resposta instantânea, pois seus transitórios do tipo eletromagnético são muito rápidos se comparados com a escala de tempo na análise da estabilidade de tensão. A rede elétrica é descrita pelo conjunto de equações algébricas (2.1d), onde $y \in \mathfrak{R}^{ny}$ é o vetor de variáveis algébricas do modelo de rede elétrica, e.g. módulos e ângulos das tensões nas barras; $g_{tg} \in \mathfrak{R}^{ny}$ é o vetor de funções não lineares que representa as equações não lineares da rede de transmissão, i.e. equações de fluxo de potência, e as equações associadas com o modelo de máquina síncrona dos geradores.

2.1.2 Modelo dinâmico de curto prazo

Para compreender os mecanismos da instabilidade de tensão é vantajoso separar o fenômeno de ET em função da suas escalas de tempo. Uma idéia é partir do princípio de que as dinâmicas rápidas podem ser analisadas considerando as variáveis lentas praticamente constantes durante os transitórios rápidos. Portanto, o modelo dinâmico de curto prazo é definido assumindo que z_c e z_d são constantes no sistema (2.1a-d):

$$\dot{x} = f(x, y, u, p), \quad (2.2a)$$

$$0 = g_{tg}(x, y, u, p). \quad (2.2b)$$

As equações (2.2) formam um sistema algébrico-diferencial e podem ser analisadas usando o teorema da função implícita. Dados os parâmetros iniciais u_o e p_o , considere-se o ponto (x, y) para o qual o Jacobiano $\nabla_y g_{tg}(x, y)$ é não singular. De acordo como o teorema da função implícita, existe uma função única e contínua F na forma:

$$\dot{x} = F(x, u_o, p_o), \quad (2.3)$$

onde as variáveis algébricas y são eliminadas [37]. Se F é contínua em todos os pontos onde $\nabla_y g_{tg}(x, y)$ é não singular, então de acordo com o teorema de existência e unicidade de soluções existe uma solução única do sistema de equações (2.2) no domínio do tempo para cada um destes pontos. Esta solução mantém-se única para todas as condições iniciais $x(0) = x_o$.

2.1.3 Pontos de equilíbrio e estabilidade

Sendo dados u_o e p_o , os pontos de equilíbrio x_{pe} do sistema (2.3) são obtidos pelas soluções das seguintes equações:

$$F(x, u_o, p_o) = 0. \quad (2.4)$$

Um ponto de equilíbrio x_{pe} é uma solução particular do sistema (2.3), i.e. para $x_o = x_{pe}$ é obtido um $x(t) = x_{pe}$ para todo o tempo. Isto dá uma idéia do ponto de regime permanente alcançado por todo sistema.

Tipos de pontos de equilíbrio

Para valores dados de u_o e p_o , a estabilidade do sistema não linear (2.2) pode ser determinada examinando o sistema linear em torno de um ponto de equilíbrio x_{pe} como:

$$\Delta \dot{x} = \left[\nabla_x f - \nabla_y f \cdot \nabla_y g_{tg}^{-1} \cdot \nabla_x g_{tg} \right] \Big|_{pe} \Delta x = F_x \Big|_{pe} \Delta x \quad (2.5)$$

onde F_x é chamada de Jacobiano reduzido. A estabilidade de um ponto de equilíbrio de (2.2) depende dos autovalores da matriz $F_x \Big|_{pe}$:

- Se todos os autovalores de $F_x \Big|_{pe}$ têm parte real negativa, x_{pe} é assintoticamente estável. Este ponto de equilíbrio é chamado de sumidouro ou nó estável.
- Se pelo menos um autovalor de $F_x \Big|_{pe}$ tem parte real positiva, x_{pe} é instável. Se todos os autovalores têm parte real positiva, x_{pe} é chamado de fonte ou nó instável. Se alguns autovalores têm parte real positiva e os outros têm negativa, x_{pe} é chamado de ponto de sela.

Definição de bifurcações

Geometricamente a trajetória descrita pelos pontos de equilíbrio pode ser vista como um *manifold*². O sistema (2.3) define diversos *manifolds* dos pontos de equilíbrio no espaço de variáveis y e parâmetros p com dimensão $(ny + np)$, e podem ser classificados como estáveis ou instáveis. Enquanto p varia o sistema pode experimentar bifurcações. O termo “bifurcação” origina-se quando diferentes *manifolds* de pontos de equilíbrio se encontram.

2.1.4 Análise de estabilidade de tensão

Usualmente a análise de ET consiste em determinar as condições do sistema para as quais os pontos de equilíbrio de um modelo dinâmico do sistema de potência se encontram e desaparecem. Em consequência, este fenômeno tem sido estudado de acordo com a teoria de bifurcações e a perda da condição de operação estável resulta em um estado transiente caracterizado pela diminuição dinâmica de tensões [2].

Formalmente, para analisar a ET, é necessário utilizar métodos de simulação no domínio do tempo para resolver o modelo dinâmico completo (considerando as dinâmicas rápidas e lentas), sistema (2.1), ou o modelo de curto prazo (considerando somente as dinâmicas rápidas), sistema (2.2). Este método oferece diversas vantagens, como a exatidão dos modelos detalhados, a possibilidade de estudar outros mecanismos de instabilidade, e a interpretação fácil dos resultados em termos de sequência de eventos dirigindo-se à instabilidade [1].

² O termo *manifold* é definido como uma hipersuperfície, superfície ou curva contínua a qual não se encontra com si mesma nem com outros pontos singulares do sistema.

2.2 Modelos para análise rápida da ET

A simulação no domínio do tempo do sistema geralmente demanda maior tempo de processamento e dados do sistema. Também, em estudos envolvendo transitórios muito lentos, assume-se que os parâmetros mudam “lentamente” (como ocorre de fato no perfil diário de carga ou despacho da geração). Assim, pode-se considerar que os sistemas (2.1) ou (2.2) movem-se de um ponto de equilíbrio para outro de acordo com estas mudanças (hipótese quase-estática). Por outro lado, a análise de bifurcações é usualmente associada ao estudo do modelo de equações não lineares dos pontos de equilíbrio do sistema [2]. Em consequência, neste trabalho usa-se o termo “análise rápida” da ET para referir-se aos métodos relacionados com modelos na forma de equações de equilíbrio onde se assume que todas as dinâmicas estão em equilíbrio.

2.2.1 Modelos de equilíbrio reduzido à rede elétrica

Considerando o sistema (2.2), as equações de equilíbrio são obtidas considerando as dinâmicas de curto prazo no equilíbrio, $f(x, y, u, p) = 0$. Se o Jacobiano da função f com relação a x é não singular, pode ser aplicado o teorema da função implícita para obter as variáveis x em função das variáveis y . Isto produz o seguinte modelo de equilíbrio reduzido à rede elétrica:

$$\tilde{g}_{ig}(y, u, p) = 0, \quad (2.6)$$

onde \tilde{g}_{ig} considera as equações não lineares da rede composta da transmissão-geração.

No modelo anterior $y \in \mathfrak{R}^{ny}$ contém os módulos e ângulos das tensões de todas as barras. O sistema (2.6) precisa de uma equação adicional para a referência angular. Isto adiciona uma nova variável ao sistema associada com a frequência angular do sistema em regime permanente, portanto a dimensão do sistema é igual a $2nb + 1$, onde nb é o número de barras.

2.2.2 Modelo baseado nas equações de fluxo de potência

As equações de fluxo de carga (FC), ou fluxo de potência, descrevem a operação em regime permanente dos sistemas de potência e estas são definidas para a rede elétrica de transmissão. Os programas computacionais para a resolução das equações de FC são usados para determinar os pontos de operação do sistema, bem como avaliar o impacto das contingências para a análise de segurança estática. Com o intuito de realizar a análise rápida de ET são usadas as equações de FC.

As nb barras do sistema de potência são classificadas como:

- Tipo PQ: nesta barra as injeções de potência ativa e reativa são especificadas, e.g. barra sem geração ou barra com gerador que atingiu algum limite de potência reativa.
- Tipo PV: nesta barra a injeção de potência ativa e o módulo da tensão são especificados, e.g. barra com gerador onde sua potência reativa está dentro dos seus limites especificados.
- Tipo Vθ: esta barra, chamada também *swing* ou *slack*, tem duas funções: *i*) define a referência angular do sistema e *ii*) realiza o balanço de potência ativa e reativa final do sistema considerando as perdas totais. Comumente representa um gerador, de rápida resposta e grande capacidade de geração

ativa, ou um sistema equivalente externo. Nesta barra o módulo e ângulo de tensão são especificados.

As equações de FC pertencem à família dos modelos de equilíbrio reduzido à rede e são definidas, em forma geral, como:

$$g(y, u, p) = 0, \quad (2.7)$$

onde $y \in \mathfrak{R}^{2nPQ+nPV}$ contém os ângulos de tensão das barras PQ e PV, e os módulos das tensões das barras PQ; nPQ e nPV são números de barras PQ e PV, respectivamente; $u \in \mathfrak{R}^m$ contém as tensões especificadas e potências ativas especificadas dos geradores, valor das susceptâncias dos capacitores/reatores shunt, entre outros; $p \in \mathfrak{R}^{np}$ representa, em geral, as potências ativa e reativa nas barras de carga. A dimensão do sistema diminui se comparado ao modelo anterior ($2nPQ + nPV < nb + 1$).

Especificamente em (2.7), as funções $g \in \mathfrak{R}^{2nPQ+nPV}$ representam os balanços de potência ativa e reativa entre os geradores, cargas e perdas nas barras do sistema da seguinte forma:

$$g(y, u, p) = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{esp}(u, p) - P_{inj}(y, u) \\ Q_{esp}(p) - Q_{inj}(y, u) \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

onde $P_{esp}, P_{inj} \in \mathfrak{R}^{nPQ+nPV}$ são as potências ativas especificadas e de injeção em todas as barras com exceção da barra *slack*; $Q_{esp}, Q_{inj} \in \mathfrak{R}^{nPQ}$ são as potências reativas especificadas e de injeção nas barras PQ, as quais podem conter barras de geração que atingiram algum limite reativo; o subscrito *esp* e *inj* denota o valor especificado e injeção, respectivamente. As potências especificadas P_{esp} e Q_{esp} são definidas como a diferença entre os valores de geração e carga especificados, os quais podem estar em função de u e p .

Potência de injeção e rede de transmissão

A potência de injeção é função dos elementos da rede de transmissão e das variáveis y do sistema, assim as potências de injeção ativa e reativa para cada barra k são [38]:

$$P_{inj,k} = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \delta_{km} + B_{km} \sin \delta_{km}), \quad (2.9a)$$

$$Q_{inj,k} = V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \delta_{km} - B_{km} \cos \delta_{km}), \quad (2.9b)$$

onde V_k e δ_k são o módulo e ângulo de tensão na barra k ; $\delta_{km} = \delta_k - \delta_m$; e K é o conjunto formado pela barra k e suas vizinhas. As quantidades G_{km} , B_{km} são as componentes real e imaginária da matriz admitância de barra Y , a qual está formada pelas condutâncias e susceptâncias série e paralelo dos modelos π dos componentes da rede elétrica de transmissão. As equações (2.9a-b) são usadas convenientemente para cada tipo de barra nas equações (2.8).

Modelos para a ação de controladores

A ação dos controladores é modelada usando estratégias de controle e limites, assim este modifica a dimensão do sistema (2.7) e adiciona limites nas variáveis. Isto comumente é realizado respeitando a consistência do sistema para o qual é introduzido um número igual de variáveis e equações algébricas.

Para modelar a ação do controlador de tensão/potência reativa nos geradores é considerada a relação entre as variáveis V_g e Q_g como observado no diagrama V-Q da Figura 2.1.

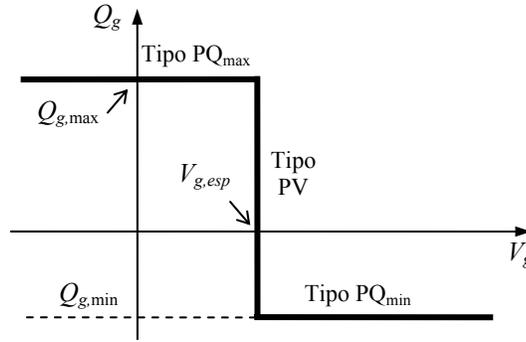


Figura 2.1: Diagrama V-Q do modelo para a ação do controlador tensão/potência reativa nos geradores.

Este controlador incorpora duas situações de operação na barra de geração:

- i) Tipo PV : o modelo é representado como segue:

$$Q_{g,\min} \leq Q_g \leq Q_{g,\max} \quad (2.10a)$$

$$V_g = V_{g,esp} \quad (2.10b)$$

onde $Q_{g,\min}$ e $Q_{g,\max}$ são os limites mínimo e máximo de potência reativa do gerador, respectivamente; Q_g é a potência reativa do gerador calculada a partir de uma solução do sistema (2.7); V_g é o módulo da tensão do gerador e $V_{g,esp}$ é a tensão especificada do gerador; e o subscrito g denota o gerador. Neste caso a potência reativa do gerador encontra-se dentro dos seus limites e a tensão do gerador é mantida no valor especificado.

- ii) Tipo PQ_{min}, PQ_{max}: o modelo é representado como segue:

$$V_g \text{ livre,} \quad (2.11a)$$

$$Q_g = Q_{g,\min} \text{ (tipo PQ}_{\min}\text{)} \text{ ou } Q_g = Q_{g,\max} \text{ (tipo PQ}_{\max}\text{)}. \quad (2.11b)$$

Neste caso a tensão é liberada (não é mantida fixa). Assim, dependendo da trajetória do processo de solução de (2.7), a potência reativa pode alcançar o limite mínimo (excesso de reativos no sistema) ou máximo (déficit de reativos no sistema), indicando que a tensão do gerador vai aumentar ou diminuir com respeito de $V_{g,esp}$, respectivamente.

Em ambos os casos mantêm-se a potência ativa do gerador em um valor especificado ($P_g = P_{g,esp}$). É importante destacar que o controle tensão/potência reativa pode também ser aplicado à barra *slack*, e esta pode transitar entre os tipos de barra V θ e Q θ considerando as equações (2.10)-(2.11). Neste caso o controlador mantém o ângulo da tensão de barra no valor especificado.

Comumente estes modelos são adicionados nos algoritmos de FC assumindo que a mudança de situação de operação provoca diferentes sistemas do tipo (2.7) no processo de resolução e a solução final depende da trajetória do método usado podendo existir mais de uma solução factível.

Modelos para limites operacionais

Diversos limites operacionais, que não pertencem à ação de controladores, podem ser levados em conta no sistema (2.7). Estes limites representam as restrições físicas dos componentes do sistema, bem como as restrições impostas para algumas variáveis, entre estes: limites de potência ativa dos geradores, limites de carregamento nas linhas e transformadores (expressos em MVA), limites de taps nos transformadores LTCs

e limites de tensões nas barras de carga. Outros limites operacionais descrevem regiões de atuação dos componentes, os quais podem ser incluídos considerando restrições com funções associadas às variáveis, entre estes: curva de capacidade dos geradores, curvas de relés, entre outras.

Alguns limites operacionais não perturbam a consistência do sistema e podem ser modelados nas equações de FC considerando a modificação da matriz Y , e.g. taps dos transformadores LTCs. Outros limites diminuem o espaço de soluções das variáveis, e.g. tensões nas barras de carga; estes podem ser analisados sem considerar sua incorporação explícita no problema, assim a solução do sistema (2.7) pode experimentar duas situações: *i*) que cumpra com os limites, então a solução é aceita, e *ii*) que viole algum dos limites, o que impõe que a variável y_i associada permaneça no valor do limite violado. Para manter a consistência do sistema em *ii*), é necessário eliminar igual número de equações g_i e limites violados, o que leva a definir uma estratégia de controle e limites. Por exemplo, na violação de alguma tensão de barra de carga pode-se eliminar a equação de potência reativa desta barra simulando a ação de um capacitor shunt variável. Podem-se eliminar outras equações, mas a estratégia de controle apresenta outro significado físico.

2.2.3 Soluções das equações de FC e pontos de operação

O sistema (2.7) tem um número de soluções não maior do que o valor do combinatório $C(2N, N) = 2N!/(N!)^2$, onde N é o número de barras do sistema exceto a barra *slack* ($N = n_b - 1$), e o valor máximo está associado aos sistemas de potência completamente conectados, i.e. qualquer barra está conectada a todas as outras barras [39]. Do ponto de vista prático, mais do que uma das soluções de (2.7) pode ser viável, porém apenas poucas delas (uma normalmente) respeita as restrições impostas pela ação dos controladores e limites operacionais. Em geral, estas soluções serão chamadas de “pontos de operação”.

2.3 Análise de Bifurcações

As equações de FC têm sido usadas na prática para os estudos de colapso de tensão, pois estas estão associadas com a definição dos pontos de operação do sistema [2]. No entanto, não se pode garantir que as soluções y^* das equações de FC (2.7) correspondam necessariamente a pontos de equilíbrio (x_{pe}, y_{pe}) do sistema dinâmico (2.3), pois $g(y^*) = 0$ não implica que $F(x_{pe}, y_{pe}) = 0$, e vice-versa, apesar de que isto não é um aspecto importante na prática.

Em [40] foram propostos modelos simples de sistemas dinâmicos para estudar o fenômeno de colapso de tensão em sistemas de potência. Em [41] é analisado o efeito do modelo de carga na estabilidade de tensão usando sistemas dinâmicos e estáticos, concluindo que os modelos estáticos como os usados nos estudos de FC, podem ser válidos para a análise do fenômeno de colapso de tensão. De acordo com [4], [42] para certos modelos de sistemas de potência, as bifurcações de (2.3) correspondem a bifurcações similares das equações de FC, fato que é muito usado em geral no setor elétrico. Neste trabalho assume-se que as soluções y^* representam os pontos de equilíbrio do sistema (2.7), os quais podem ser qualificados como estáveis ou instáveis de acordo com os autovalores do Jacobiano $\nabla_y g|_*$.

2.3.1 Bifurcações e análise rápida de ET

Como definido na seção 2.1.3, as interseções dos *manifolds* dos pontos de equilíbrio do sistema dinâmico (2.3) originam bifurcações. De igual forma, as bifurcações na análise rápida de ET são definidas como as interseções das “trajetórias” de pontos de equilíbrio das equações de FC (2.7). O termo *manifold* não é utilizado devido ao fato de que este é relacionado a modelos dinâmicos.

Em geral, a teoria de bifurcações produz ferramentas que permitem classificar, estudar e fornecer informação qualitativa e quantitativa acerca do comportamento do sistema não linear perto dos pontos de equilíbrio “críticos” em função da mudança dos parâmetros do sistema [5]. Comumente, para simplificar, esta mudança é definida usando diferentes trajetórias de variação de parâmetros. Assim, as bifurcações são analisadas usando o “diagrama de bifurcação”, o qual é definido desenhando a variação de alguma variável y_i com relação à variação de algum parâmetro p_i . Na análise de ET as trajetórias estão relacionadas aos “acréscimos de carga”. Assim, escolhem-se como variável y_i e parâmetro p_i o módulo da tensão V_i de alguma barra i e a potência de carga $P_{c,k}$ de alguma barra k , respectivamente. Esta curva de bifurcação é conhecida como “curva PV” [2].

Trajétoria de acréscimo de carga e geração

Em geral, acréscimo da carga pode ser qualquer trajetória onde as potências ativa e reativa das cargas aumentam progressivamente de valor no espaço de parâmetros de potências de carga. Na análise de ET, admite-se o acréscimo das potências ativas das cargas, e em consequência, existe um acréscimo da geração de potência ativa como parte das decisões na operação do sistema de potência. Nos modelos de FC é necessário definir estes acréscimos de geração em todas as barras de geração exceto a *slack*. Em outros tipos de problemas que incorporam ao despacho da geração (problemas baseados em otimização) não é necessário definir o acréscimo da geração.

Tipos de bifurcações e análise de ET

A bifurcação sela-nó e a bifurcação induzida pelos limites têm sido associadas aos problemas de ET em sistemas de potência e são caracterizados pela união e desaparecimento local das soluções de FC com certos parâmetros do sistema mudando lentamente, e.g. demanda do sistema. Outros tipos de bifurcações como a bifurcação de Hopf, associada com a instabilidade oscilatória [43], e a bifurcação de singularidade induzida, associada com o modelo dinâmico de equações algébrico-diferenciais [44], não são considerados pois estas não têm mostrado alguma relação com os principais problemas de ET [2].

2.3.2 Bifurcação sela-nó

As bifurcações sela-nó (BSN) ocorrem quando duas trajetórias diferentes de pontos de equilíbrio, um estável e o outro instável, se encontram e desaparecem de acordo com a variação lenta do parâmetro p . Para um dado u_o , matematicamente o ponto BSN para as equações de FC (2.7) é a solução (y_{bsn}, p_{bsn}) onde o Jacobiano $\nabla_y g$ tem um único autovalor nulo, com autovetores não nulos. As condições de transversalidade são usadas para caracterizar e detectar as BSNs [45]:

$$\nabla_y g \Big|_{bsn} v = \nabla_y^T g \Big|_{bsn} w = 0, \quad (2.12a)$$

$$\nabla_p g|_{bsn} w \neq 0, \quad (2.12b)$$

$$w^T \left[\nabla_y^2 g|_{bsn} v \right] v \neq 0, \quad (2.12c)$$

onde $v, w \in \mathfrak{R}^{2n_{PQ}+n_{PV}}$ são os autovetores à direita e à esquerda normalizados, respectivamente, correspondentes ao autovalor nulo do Jacobiano $\nabla_y g$; $\nabla_y^2 g$ é a matriz Hessiana de g . A equação (2.12a) representa as condições de singularidade da bifurcação e implica que o Jacobiano $\nabla_y g|_{bsn}$ é singular. As equações (2.12b) garantem que os autovetores v e w sejam não nulos. A equação (2.12c) representa a condição de segunda ordem do sistema, além disso, garante que não existam outros pontos de equilíbrio próximos de (y_{bsn}, p_{bsn}) .

Em sistemas de múltiplas variáveis, como os sistemas de potência, a bifurcação sela-nó é um ponto de equilíbrio com um simples autovalor nulo o qual satisfaz as condições de transversalidade [6]. Neste caso um ponto de equilíbrio tem um autovalor real positivo e um outro tem um autovalor real negativo, ambos vão para zero no ponto BSN.

Exemplo 2.1 – sistema de 2 barras

Sem perda da generalidade, um sistema exemplo simples de 2 barras é usado para explicar as BSNs. Este sistema é mostrado na Figura 2.2, onde a barra 1 (V θ) representa um gerador com tensão $E = 1$ p.u., a barra 2 (PQ) tem uma carga com potência ativa e reativa P_c e Q_c , respectivamente, e a linha de transmissão sem perdas 1-2 tem uma reatância $x = 0.25$ p.u. O gerador na barra 1 não tem limites de potência reativa (supõe-se alta reserva de potência reativa).

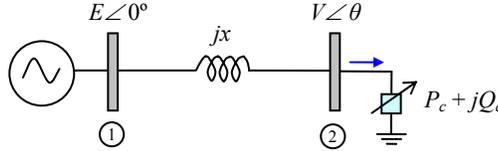


Figura 2.2: Sistema exemplo 2 barras.

Para um dado u_o , as equações de FC originam um sistema de duas dimensões definido pelos balanços de potência ativa e reativa na barra 2:

$$\Delta P_2(y, u_o, p) = P_{esp,2}(P_c) - P_{inj,2}(\theta, V, E) = 0, \quad (2.13a)$$

$$\Delta Q_2(y, u_o, p) = Q_{esp,2}(Q_c) - Q_{inj,2}(\theta, V, E) = 0, \quad (2.13b)$$

onde as variáveis do sistema são $y = (\theta, V)$, os parâmetros de controle são $u_o = E$, e os parâmetros não controláveis são $p = (P_c, Q_c)$. Também, $P_{esp,2} = -P_c$, $Q_{esp,2} = -Q_c$ e, de (2.9), as injeções de potências são:

$$P_{inj,2}(\theta, V, E) = \frac{VE}{x} \sin \theta, \quad Q_{inj,2}(\theta, V, E) = \frac{V}{x} (V - E \cos \theta).$$

As equações anteriores são substituídas em (2.13a-b) e obtém-se um polinômio de segunda ordem cujas soluções são:

$$V^* = \sqrt{\frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A}}, \quad (2.14a)$$

$$\theta^* = \sin^{-1} \left(-\frac{P_c x}{E} \sqrt{\frac{2A}{-B \pm \sqrt{\Delta}}} \right), \quad (2.14b)$$

onde $A = 1$, $B = 2xQ_c - E^2$, $C = x^2(P_c^2 + Q_c^2)$, $\Delta = B^2 - 4AC$. As expressões (2.14a-b) representam dois pontos de equilíbrio para cada par de valores das potências da carga P_c e Q_c . Assim, para todos os valores possíveis de carga é gerada uma superfície que encerra todos os pontos de equilíbrio do sistema no espaço da variável V e parâmetros p a qual é mostrada na Figura 2.3. Todas as trajetórias de acréscimo de carga (P_c, Q_c) estão contidas nesta superfície. Como exemplo, é considerada a trajetória $Q_c = P_c^2$, a qual é destacada na Figura 2.3. O lugar geométrico das BSNs é definido como a condição de máxima transferência de potência aplicada a qualquer trajetória de acréscimo de carga. No exemplo, cumpre-se $S_{c,bsn} = V_{bsn}^2/x$.

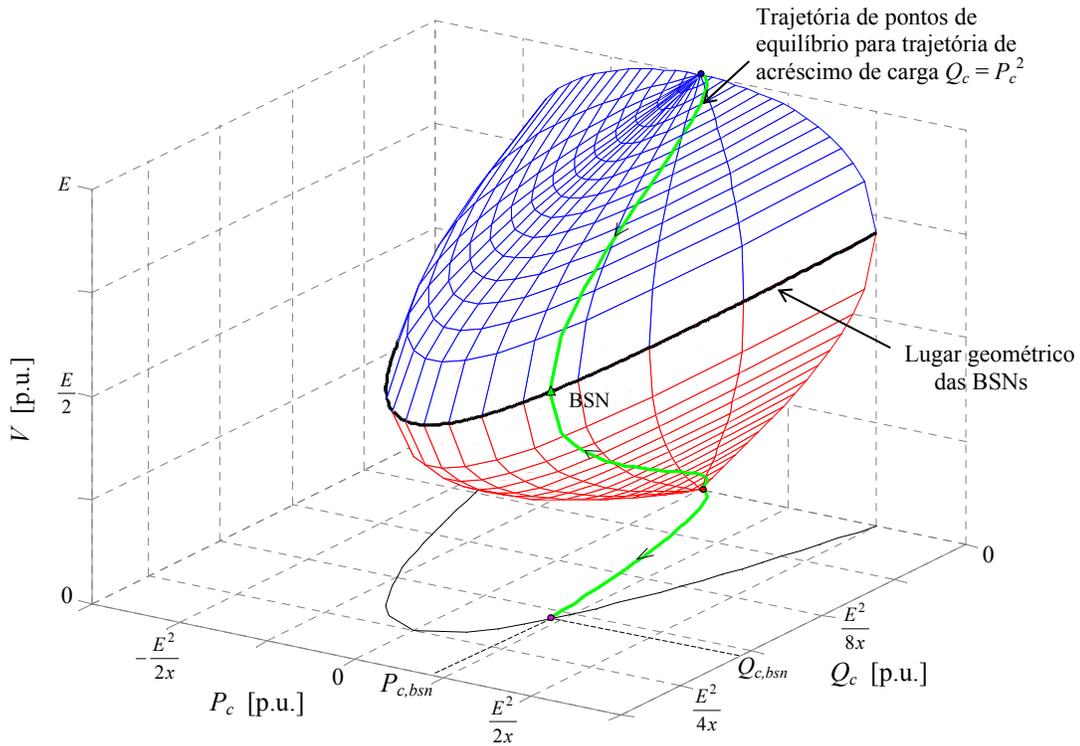


Figura 2.3: Lugar geométrico das BSN e trajetórias de pontos de equilíbrio dentro do espaço da variável V e parâmetros p , sistema 2 barras.

A trajetória de pontos de equilíbrio é estável ou instável se está acima ou embaixo, respectivamente, da curva descrita pelo lugar geométrico das BSNs. Para uma trajetória definida de acréscimo de carga os dois pontos de equilíbrio estável e instável se unem e desaparecem na BSN. O diagrama de bifurcação pode ser definido para qualquer parâmetro P_c ou Q_c considerando a variação da variável V , e alguns destes são mostrados na Figura 2.4 assumindo a trajetória de acréscimo de carga $Q_c = P_c^2$.

O lugar geométrico das BSNs projetado no espaço de parâmetros p é definido diretamente quando $\Delta = 0$ obtendo-se a seguinte equação de segunda ordem:

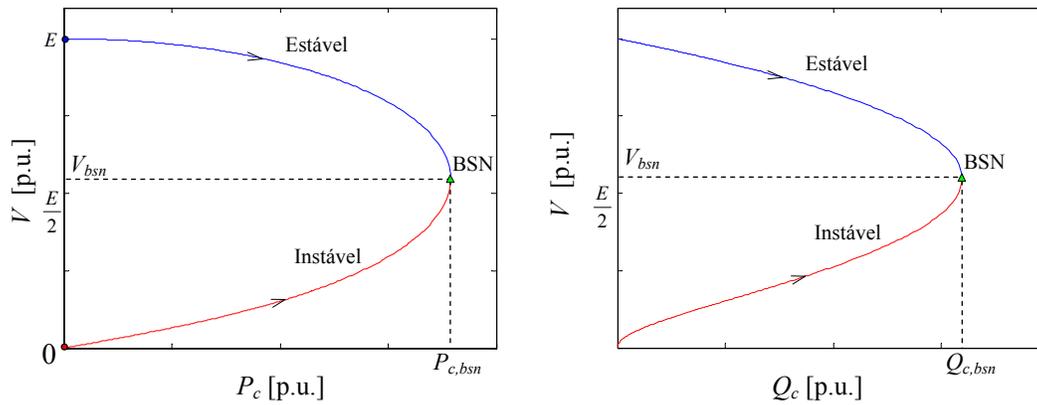


Figura 2.4: Diagramas de bifurcação PV e QV para a trajetória de acréscimo de carga $Q_c = P_c^2$, sistema 2 barras.

$$4x^2 P_{c,bsn}^2 + 4xE^2 Q_{c,bsn} - E^4 = 0, \quad (2.15)$$

a qual representa uma parábola, como mostrado na Figura 2.5. As duas trajetórias de pontos de equilíbrio (estável e instável) projetadas neste espaço estão contidas na trajetória de acréscimo de carga como observado na Figura 2.5.

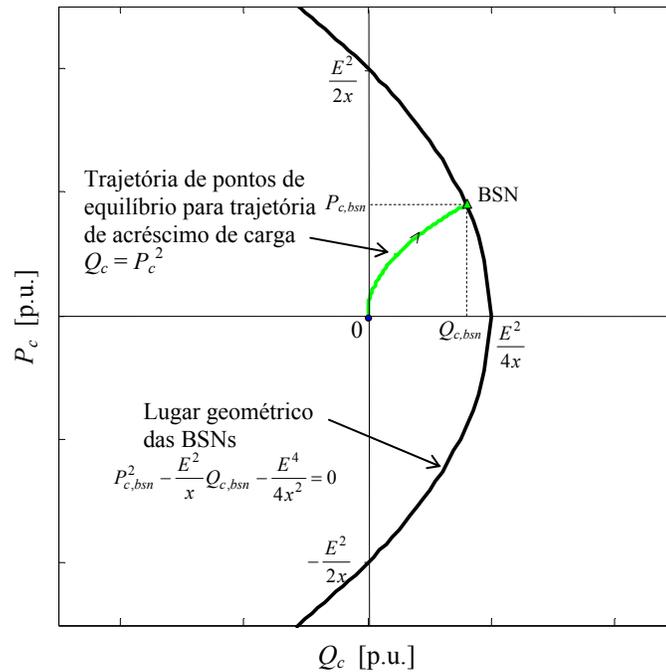


Figura 2.5: Lugar geométrico das BSN e trajetória de acréscimo de carga $Q_c = P_c^2$ no do espaço de parâmetros p , sistema 2 barras.

O lugar geométrico das BSNs projetado no espaço de variáveis y é definido como o conjunto de pontos y_{bsn} onde cumpre-se que $\det(\nabla_y g|_{bsn}) = 0$, assim tem-se:

$$V_{bsn} = \frac{E}{2 \cos \theta_{bsn}} \quad (2.16)$$

Na Figura 2.6 é mostrado o lugar geométrico das BSNs e as trajetórias de pontos de equilíbrio para o acréscimo de carga $Q_c = P_c^2$, no espaço de variáveis y .

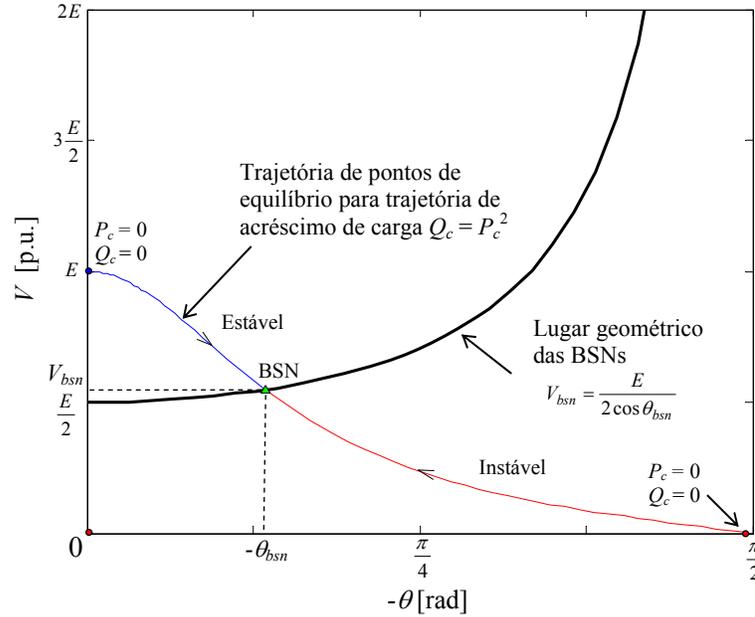


Figura 2.6: Lugar geométrico das BSN e trajetórias de pontos de equilíbrio para a trajetória de acréscimo de carga $Q_c = P_c^2$ no do espaço de variáveis y , sistema 2 barras.

2.3.3 Bifurcação induzida por limites

As bifurcações induzidas por limites (BIL) em sistemas de potência foram estudadas em detalhe pela primeira vez em [7]. As BILs ocorrem tipicamente em sistemas de potência em função do aumento de carga, considerando que a demanda de potência reativa aumenta também, assim os limites de potência reativa dos geradores ou outros dispositivos de regulação de tensão são atingidos. Estas bifurcações resultam na redução das margens de ET e em alguns casos os pontos de operação desaparecem causando o colapso de tensão [2]. Para um dado u_o , matematicamente o ponto BIL para as equações de FC (2.7) é a solução (y_{bil}, p_{bil}) onde dois pontos de equilíbrio colidem e todos os autovalores do Jacobiano $\nabla_y g$ desse ponto têm parte real não nula e, i.e. o Jacobiano $\nabla_y g|_{bil}$ é não singular [8].

Estas bifurcações são divididas em dois tipos: *i*) bifurcações dinâmicas induzidas por limites (BDIL) e *ii*) bifurcações estáticas induzidas por limites (BEIL). No caso das BDILs, duas trajetórias de pontos de equilíbrio estáveis encontram-se e, uma vez atingida a bifurcação, continuam existindo pontos de equilíbrio conforme os parâmetros p aumentam de valor. Por outro lado, no caso das BEILs duas trajetórias de pontos de equilíbrio, uma estável e outra instável, encontram-se e os pontos de equilíbrio, coalescem e desaparecem. Também, as BEILs estão definidas como à interseção de duas trajetórias de pontos de equilíbrio estáveis, porém não existem mais pontos de equilíbrio para o acréscimo de parâmetros p . Esta situação pode acontecer na presença de limites mínimos de potência reativa de geração.

Exemplo 2.2 – sistema de 2 barras com compensador síncrono

Um sistema de 2 barras com compensador síncrono é usado para explicar as BILs. Este sistema é mostrado na Figura 2.7, resultado da adição de um compensador síncrono ao sistema de 2 barras do exemplo 2.1. O compensador síncrono é um gerador que injeta potência reativa Q_g com limites mínimo e máximo de potência reativa $Q_{g,\min}$ e $Q_{g,\max}$, respectivamente.

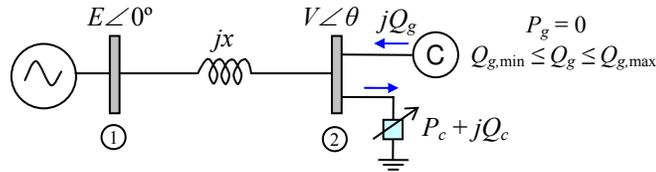


Figura 2.7: Sistema de 2 barras com compensador síncrono.

Compensador síncrono com controle de tensão

A ação de controle do compensador síncrono é manter a tensão V no valor especificado V_{esp} injetando ($Q_g > 0$) ou absorvendo ($Q_g < 0$) potência reativa necessária na barra 2. Inicialmente considera-se o compensador síncrono sem limites de potência reativa ($Q_{g,\min} \rightarrow -\infty$, $Q_{g,\max} \rightarrow +\infty$), assim o controle de tensão é garantido para qualquer potência reativa da carga Q_c , e a barra 2 será sempre do tipo PV.

Para um dado u_o , as equações de FC originam um sistema unidimensional definido somente pelo balanço de potência ativa na barra 2, equação (2.13a), onde as variáveis do sistema são $y = \theta$, os parâmetros de controle são $u_o = (E, V_{esp})$, e os parâmetros não controláveis são $p = P_c$. Neste caso $P_{esp,2} = -P_c$, pois $P_g = 0$, então os pontos de equilíbrio estão definidos por:

$$\theta^* = \sin^{-1} \left(-\frac{P_c x}{V_{esp} E} \right). \quad (2.17)$$

A equação (2.17) apresenta duas soluções $y_{1,2}$ para cada valor da potência da carga P_c . Em comparação ao exemplo 2.1, os pontos de equilíbrio deste sistema são definidos somente com a variável θ e dependem unicamente do parâmetro P_c . Na Figura 2.8 apresenta-se a curva que encerra todos os pontos de equilíbrio no espaço da variável θ e parâmetros P_c , a qual coincide com o único diagrama de bifurcação do sistema (diagrama P θ).

Na Figura 2.8 pode-se observar uma BSN definida da condição de máxima transferência de potência, e que neste caso cumpre-se $P_{c,bsn} = V_{bsn} E / x$, sendo este ponto chamado de BSN-1.

Compensador síncrono com perda de controle de tensão

A potência reativa da carga Q_c aumenta de forma que se perde o controle de tensão no compensador síncrono, pois a potência reativa gerada pelo compensador atinge seu valor máximo. Portanto a barra 2 muda do tipo PV para PQ $_{\max}$, onde Q_g é mantido no limite $Q_{g,\max}$ e V aparece no sistema (2.7) como uma nova variável y_i . Neste caso a tensão é livre e diminui com o aumento de Q_c .

Para um dado $u_o = E$, as equações de FC deste sistema são similares ao exemplo 2.1, porém a Q_{esp} é igual a $-Q_c + Q_{g,\max}$, assim os pontos de equilíbrio ficam definidos como nas equações (2.14a-b) considerando $A = 1$, $B = 2x(Q_c - Q_{g,\max}) - E^2$, $C = x^2[P_c^2 + (Q_c - Q_{g,\max})^2]$. Portanto, a superfície que encerra os pontos de equilíbrio do sistema é idêntica à Figura 2.3, porém com uma translação do eixo Q_c no valor de $Q_{g,\max}$. As bifurcações deste sistema são chamadas de BSN-2.

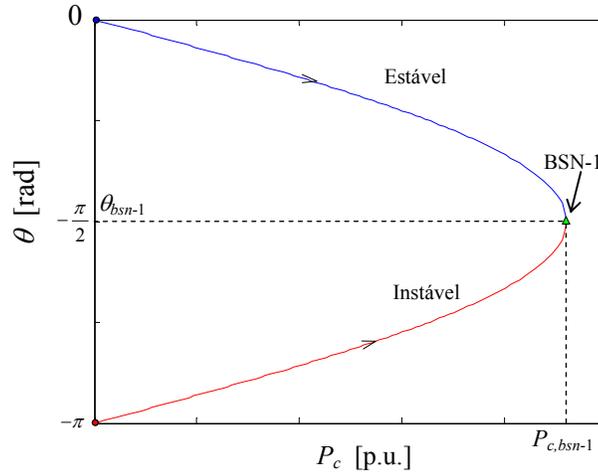


Figura 2.8: Diagrama de bifurcação $P\theta$, sistema 2 barras com compensador síncrono mantendo o controle de tensão sem limites de potência reativa.

Interpretação das BILs

Uma BIL representa a condição limite da perda de controle de tensão, a qual é definida pela transição do tipo de barra PV a PQ_{max} , ou seja, exatamente quando Q_g está no seu limite máximo $Q_{g,max}$ e a tensão ainda está no valor especificado V_{esp} . O lugar geométrico das BILs é definido como a interseção das superfícies de pontos de equilíbrio das situações com controle (barra PV) e sem controle de tensão (barra PQ_{max}), como observado na Figura 2.9, usando o espaço de variável θ e parâmetros p . Observa-se que somente a superfície dos pontos de equilíbrio estáveis do sistema com controle de tensão intercepta as superfícies dos pontos de equilíbrio estáveis e instáveis do sistema sem controle de tensão. Isto gera BDILs (interseção entre superfícies estáveis) e BEILs (interseção entre superfície estável e instável). A transição entre as BDILs e BEILs localiza-se na interseção entre os BSNs-2 e os BILs. Este ponto apresenta os dois tipos de bifurcações e será chamado como BSN-BIL.

Para fins de análise, consideram-se diferentes trajetórias de acréscimo de carga definidas em direções com fator de potência constante (f.p.= $\cos\phi$), então em cada trajetória as potências de carga são tais que $\phi = \tan^{-1}(P_c/Q_c)$ permaneça constante. O lugar geométrico das BSNs-2 projetado no espaço y é idêntico ao exemplo 2.1, definido pela equação (2.16) e independente da carga reativa, e as BSNs-1 estão contidas na reta $\theta = -\pi/2$.

Na Figura 2.10 são apresentadas as BSNs-1 e BSNs-2 junto com diferentes trajetórias de pontos de equilíbrio para acréscimo de carga com fator de potência constante associados ao sistema sem controle de tensão. No caso com controle todas as trajetórias de pontos de equilíbrio estão contidas na reta $V = V_{esp}$. A interseção das trajetórias dos pontos de equilíbrio (estáveis e instáveis) do sistema sem e com controle de tensão representa algum destes casos: *i*) uma BDIL (para ϕ_a), *ii*) o ponto BSN-BIL (para ϕ_b), e *iii*) uma BEIL (para ϕ_c).

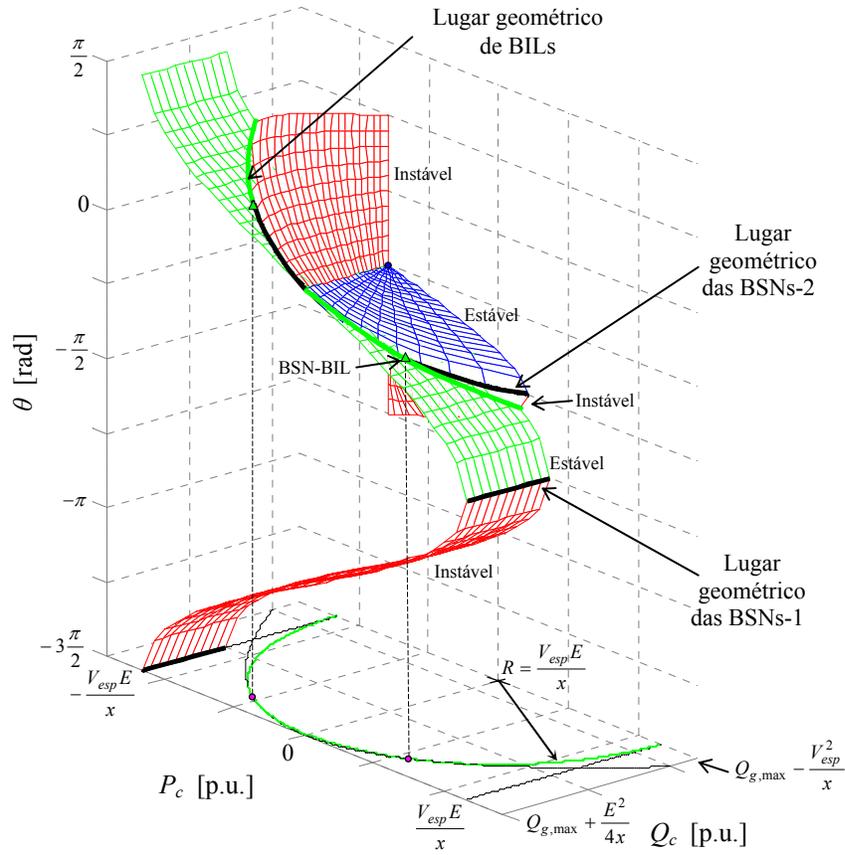


Figura 2.9: Lugar geométrico das BILs, BSNs-1 e BSNs-2, e superfícies de pontos de equilíbrio, sistema 2 barras com compensador síncrono.

2.3.4 Fronteira de carregamento

A projeção das BSNs do sistema no espaço de parâmetros p é uma hipersuperfície de dimensão $np - 1$, que forma a fronteira da região factível ou região onde os pontos de equilíbrio existem [8]. Também, diferentes trajetórias de acréscimo da carga alcançam sua condição limite no ponto de máximo carregamento (PMC) na hipersuperfície das BSNs, e que neste caso pode ser chamada de fronteira de carregamento.

A interseção das diferentes regiões factíveis projetadas no espaço p origina hipersuperfícies das BILs com dimensão $(np - 1)$, que provoca a diminuição da região factível e modifica a fronteira de carregamento. As hipersuperfícies das BILs dividem-se em BDILs e BEILs, que se originam da interseção das superfícies das BSNs e das BILs, e estas podem ser classificadas usando os diagramas das bifurcações. Em geral, a fronteira de carregamento está formada especificamente pelas hipersuperfícies das BSNs e BEILs.

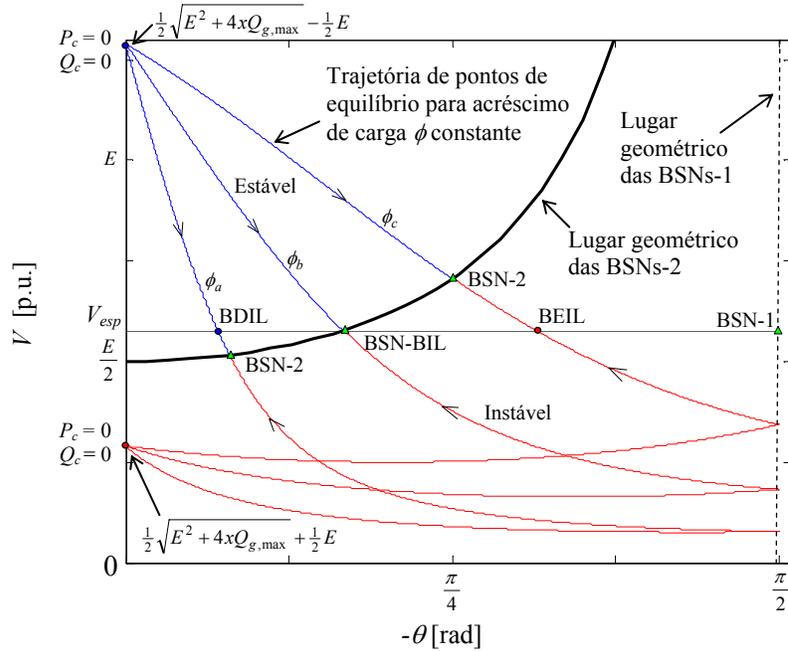


Figura 2.10: Lugar geométrico das BILs, BSNs-1 e BSNs-2, e superfícies de pontos de equilíbrio no espaço de variáveis y , sistema 2 barras com compensador síncrono.

Exemplo 2.3 – sistema 2 barras com compensador síncrono (continuação)

Neste exemplo é usado o sistema 2 barras com compensador síncrono definido anteriormente. Na Figura 2.11 são mostrados os diagramas de bifurcações no espaço de PV e $P\theta$ para as três direções de acréscimo de carga explicitadas no exemplo 2.2, destacando a condição de perda de controle de tensão e máximo carregamento. Em cada trajetória de acréscimo de carga, desde a condição de carga nula, o compensador síncrono começa realizando o controle de tensão, e conforme vai aumentando a carga alcança-se à condição de perda de controle de tensão, que representa uma BIL.

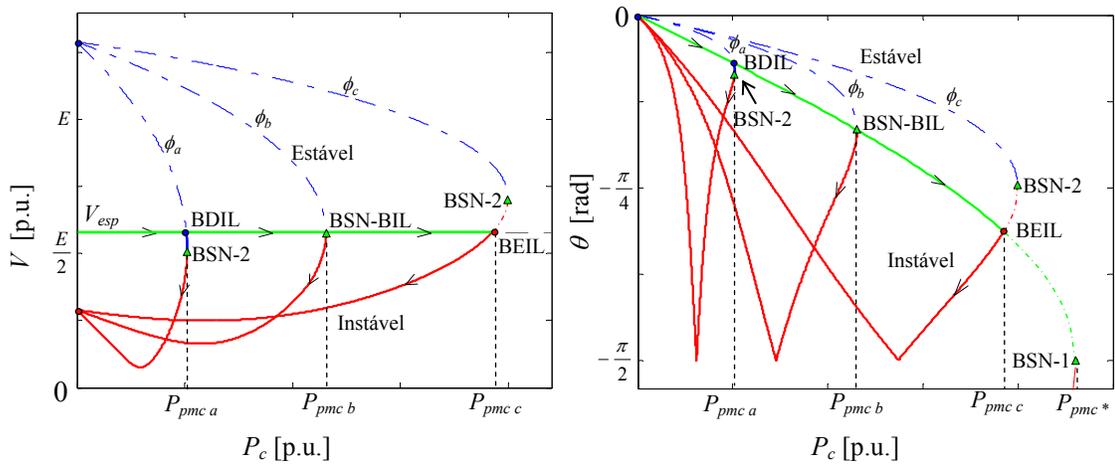


Figura 2.11: Diagramas de bifurcações PV para os três casos de perda de controle de tensão, sistema 2 barras com compensador síncrono.

No caso *i*) é alcançada a BDIL e existe possibilidade de aumentar a carga até a BSN-2, que representa o PMC para a direção de acréscimo de carga ϕ_a . No caso *iii*) o PMC é alcançado na BEIL para a direção de carga ϕ_c , ou seja, não existem soluções mais longe desde ponto. O caso *ii*) é o caso intermediário entre *i*) e *iii*) e somente existe para uma direção particular de carga ϕ_b . É importante ressaltar que o melhor PMC poderia ser alcançado nas BSNs-1, as quais estão associadas ao sistema sem limites de potência reativa, isto porque esses pontos correspondem aos maiores carregamentos para todas as direções de carga.

O lugar geométrico das BSNs-2 projetado no espaço de parâmetros p é igual à equação (2.15), porém isto resulta da translação em potência reativa, resultando na expressão:

$$4x^2P_{c,bsn-2}^2 + 4xE^2Q_{c,bsn-2} - E^2(E^2 - 4xQ_{g,max}) = 0, \quad (2.18)$$

que representa uma parábola. As BSNs-1 estão contidas nas retas $P_{c,bsn-1} = \pm V_{esp}E/x$. Também, as BILs são definidas quando nas equações de FC é substituída a condição $V = V_{esp}$, resultando na expressão:

$$P_{c,bil}^2 + (Q_{c,bil} - Q_{g,max} + \frac{V_{esp}^2}{x})^2 = R^2, \quad (2.19)$$

que representa uma circunferência com raio $R = V_{esp}E/x$ e centro em $(0, Q_{g,max} - V_{esp}^2/x)$.

Na Figura 2.12 são mostrados os lugares geométricos das BSNs-1, BSNs-2 e BILs, e as trajetórias de acréscimo de carga (retas definidas com ϕ constante) projetado no espaço de parâmetros p para os três casos de perda de controle de tensão anteriores.

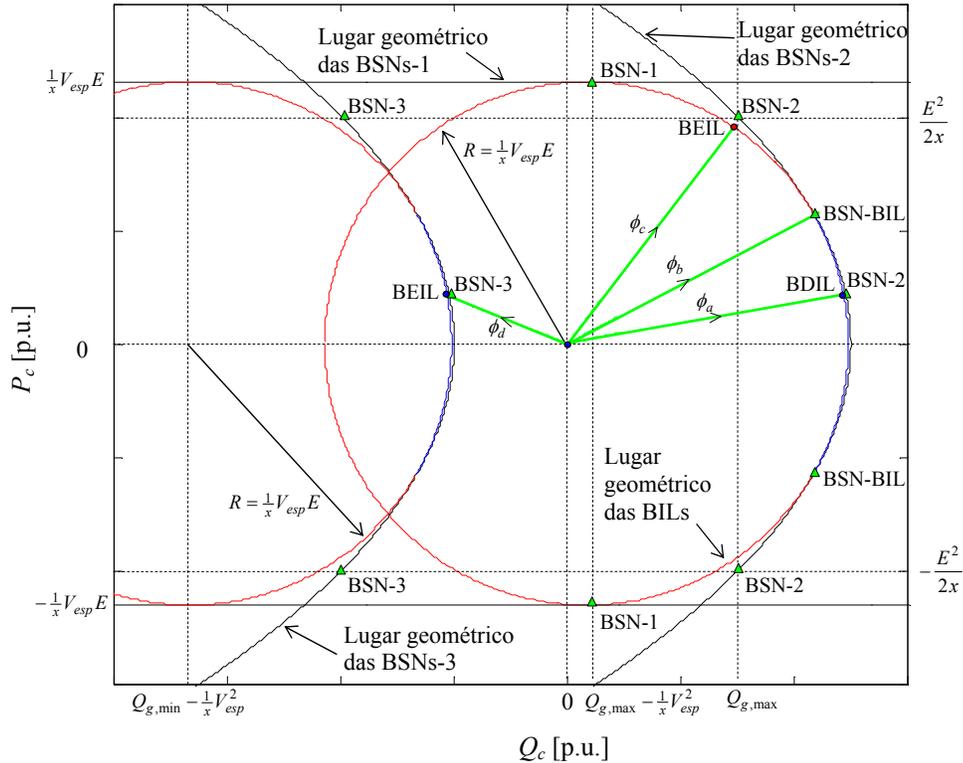


Figura 2.12: Lugar geométrico das BILs, BSNs-1 e BSNs-2, e trajetórias de acréscimo de carga no espaço de variáveis p , sistema 2 barras com compensador síncrono.

Classificação das BILs e fronteira de carregamento

Agora, a perda de controle de tensão pode ser provocada pelo limite mínimo de potência reativa do compensador síncrono originando novas bifurcações do tipo BSN, que serão chamadas de BSNs-3. Analogamente ao caso anterior, o lugar geométrico das BSNs-3 no espaço de parâmetros p será representado pela equação (2.18), porém substituindo $Q_{g,max}$ por $Q_{g,min}$. A interseção dos pontos de equilíbrio da situação com o controle de tensão e sem controle de tensão assumindo Q_g igual a $Q_{g,min}$ define novas BILs as quais estão representadas pela equação (2.19), substituindo $Q_{g,max}$ por $Q_{g,min}$. Na Figura 2.12 foram incluídas as BSNs-3 e as novas BILs associadas ao sistema com perda de controle de tensão por limite mínimo de potência reativa.

A informação das BSNs e BEILs do sistema projetadas no espaço de parâmetros é suficiente para definir completamente a fronteira de carregamento. Na presença de limites de geração de potência reativa, as BILs podem ser classificadas usando a informação dos diagramas de bifurcações, especificamente das curvas VQ. Na Figura 2.13 são mostradas as curvas VQ para diferentes direções de acréscimo de carga considerando as trajetórias de pontos de equilíbrio dos sistemas representando os distintos estados de controle de tensão (barra PV, PQ_{max} e PQ_{min}).

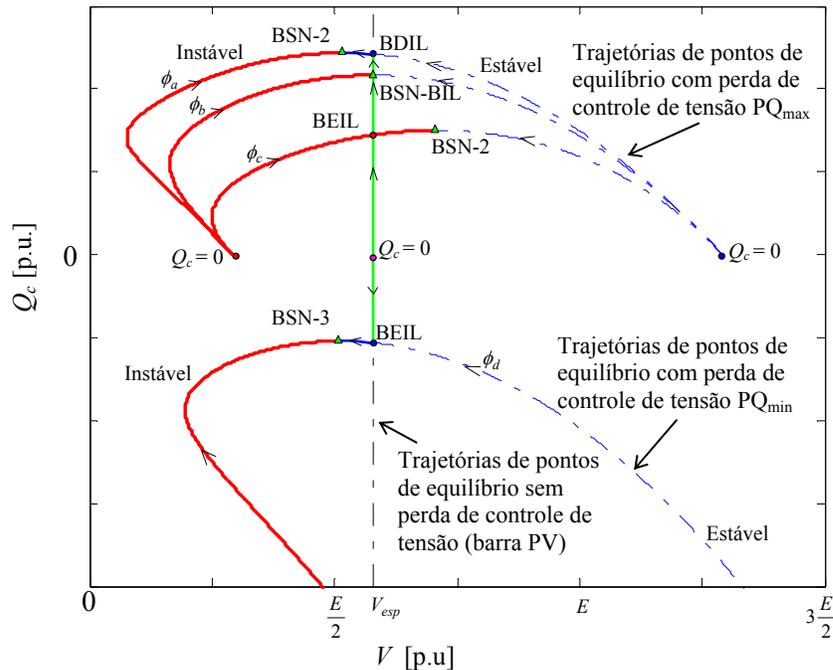


Figura 2.13: Diagramas VQ e trajetórias de acréscimo de carga no espaço de variáveis p , sistema 2 barras com compensador síncrono.

Para a direção de acréscimo de carga ϕ_a , o ponto BIL tem uma derivada dQ_c/dV menor que zero indicando que se a carga aumenta a tensão vai diminuir (situação estável da condição na perda de controle de tensão PQ_{max}) então pode aumentar-se a carga e esta BIL é classificada como BDIL. ϕ_b é a condição limite, onde dQ_c/dV é zero (BSN-BIL). Para ϕ_c , o ponto BIL tem uma derivada dQ_c/dV maior que zero, então o ponto está em uma situação instável de controle de tensão PQ_{max} , portanto esta BIL é classificada como BEIL. Por outro lado, para ϕ_d o ponto BIL tem uma derivada dQ_c/dV menor que zero e está na situação estável no controle PQ_{min} não podendo aumentar a carga (neste caso diminuir a potência reativa),

portanto esta BIL é classificada como BEIL. Usando a informação dos diagramas de bifurcação se podem classificar as BILs e, em consequência, definir a fronteira de carregamento como ressaltada na Figura 2.12.

2.4 Tipos de problemas na análise rápida de ET

Para sistemas de potência com múltiplas cargas e geradores, em geral, pode-se concluir que dependendo da trajetória de carga o sistema alcança a fronteira de carregamento em alguma BSN ou BEIL associada a uma combinação de estados na ação dos seus controladores.

Baseado no conceito de fronteira de carregamento, a análise estática de ET considera dois tipos de problemas: *i)* o ponto de máximo carregamento, e *ii)* a mínima distância ao colapso de tensão. Ambos problemas estão definidos segundo um tipo particular de modelo dos parâmetros. Em geral, estes problemas calculam um ponto de operação do sistema (2.7), considerando a ação dos controladores e limites operacionais, correspondente à condição limite do acréscimo de carga, ou seja, a interseção da alguma trajetória de acréscimo de carga com a fronteira de carregamento.

Para uma melhor representação dos problemas os vetores de parâmetros $p \in \mathcal{R}^{np}$ são considerados contidos em um espaço de parâmetros multidimensional e cada um deles representa uma direção definida de acréscimo de carga e geração desde a condição de carga e geração nula (ou origem do espaço de variáveis p).

2.4.1 O ponto de máximo carregamento

Comumente o PMC é calculado para uma direção desejada de acréscimo de carga e geração considerando um fator de potência constante proporcional ao caso base p_o . Esta hipótese será usada permanentemente neste trabalho. O PMC foi definido anteriormente usando o conceito de fronteira de carregamento. Do ponto de vista da teoria de bifurcações qualquer PMC resulta, em geral, em algum tipo de BSN ou BEIL, como visto no exemplo 2.3. É importante ressaltar que o fenômeno real de estabilidade de tensão considera acréscimos de carga repentinos que nem sempre são conhecidos, porém por simplicidade pode-se sempre considerar uma direção definida com os estudos de previsão de demanda.

2.4.2 Mínima distância ao colapso de tensão

O problema da mínima distância ao colapso de tensão (MDCT) consiste em obter um vetor de direção de acréscimo de carga e geração p para o qual a distância euclidiana de um ponto de carga inicial, dado pelo vetor p_o , até a fronteira de carregamento seja a menor. Isto pode ser escrito como:

$$\text{Min } \|p - p_o\|_2 = \sum_{k=1}^{np} (p_k - p_{o,k})^2, \quad (2.20)$$

onde p_o é um vetor dado que define a direção inicial de carga e geração do sistema.

A superfície fronteira de carregamento associada às BSNs tem algumas propriedades geométricas que estão relacionadas aos autovetores. Uma delas é a propriedade de ortogonalidade, segundo a qual em

qualquer BSN o autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo do Jacobiano $\nabla_y g$ define uma direção normal à superfície fronteira de carregamento. Neste caso a solução de (2.20) é obtida quando o vetor $\Delta p = p - p_o$ é colinear ao vetor normal à superfície fronteira no ponto BSN para a direção de acréscimo de carga p . Alguns algoritmos para a resolução deste tipo de problema são gerados a partir da propriedade de ortogonalidade na fronteira de carregamento [46]-[47].

A solução do problema de MDCT depende muito da forma da superfície fronteira de carregamento, que pode ser contínua e convexa. No entanto, estas características somente são encontradas nas fronteiras de carregamento associadas as BSNs. Assim, as BILs provocam descontinuidades na superfície fronteira e a solução p pode não ser necessariamente uma BSN.

Exemplo 2.3 – sistema de 2 barras com compensador síncrono (continuação)

Na Figura 2.14 apresenta-se a representação gráfica da solução do problema do MDCT no espaço de parâmetros p aplicado ao sistema 2 barras com compensador síncrono considerando dois pontos iniciais de carga p_{o1} e p_{o2} . Para p_{o1} a solução cai em uma BSN-2, onde o autovetor à esquerda w_{o1} associado ao autovalor nulo é colinear a $\Delta p_1 = p - p_{o1}$. Assim, graficamente a solução é o ponto tangente entre a parábola (fronteira de carregamento) e a circunferência de centro em p_{o1} e raio Δp_1 . Para p_{o2} a solução cai em uma BEIL, onde o vetor normal w_{o2} na fronteira de carregamento associada as BILs é colinear a $\Delta p_2 = p - p_{o2}$, e graficamente a solução é o ponto tangente entre as circunferências das BEILs (fronteira de carregamento) e a circunferência de centro em p_{o2} e raio Δp_2 . Neste caso w_{o2} não é um autovetor do Jacobiano $\nabla_y g$ e seu cálculo deve ser realizado usando a informação dos sistemas (2.7) para os dois estados de transição no controle de tensão relacionado com a BEIL.

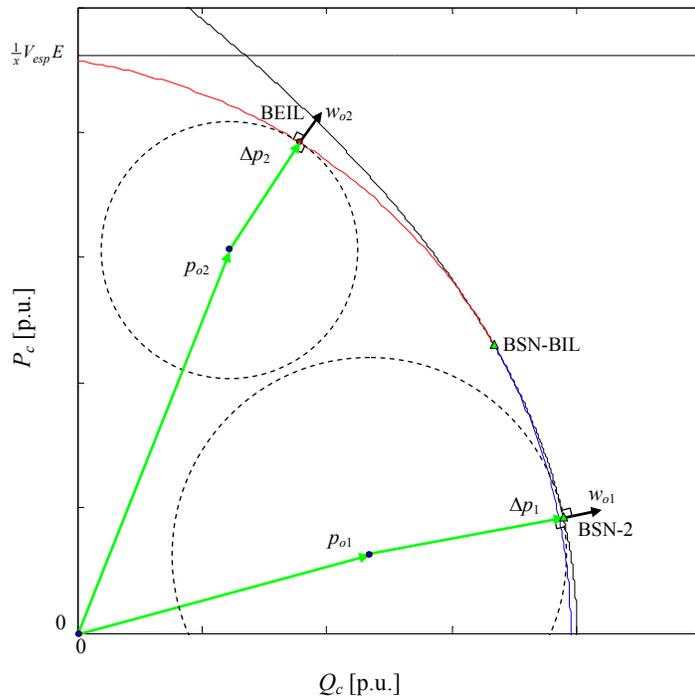


Figura 2.14: Representação do problema da MDCT no espaço de parâmetros p .

Capítulo 3

Fluxo de Carga com Otimização de Passo e o Cálculo do Ponto de Máximo Carregamento

Comumente os algoritmos de FC podem divergir quando aplicados a sistemas mal-comportados e isto ocorre quando: *i*) a solução encontra-se próxima do seu limite de factibilidade, ou *ii*) não existe solução para o sistema. O FC com otimização de passo foi desenvolvido para resolver estes problemas, tentando melhorar o desempenho dos algoritmos básicos de FC e garantindo a convergência em alguma solução. Para *i*) a solução é alcançada ajustando o tamanho de passo e evitando a infactibilidade, e para *ii*) o tamanho de passo tende a zero devido à não existência de solução, porém a última solução cai em algum ponto da fronteira de factibilidade. Para a análise de ET, um carregamento grande o suficiente para tornar o sistema infactível, a solução do FC com otimização de passo é um PMC situado sobre da fronteira de factibilidade. Este PMC pode ser classificado como uma BSN ou BEIL, em função do comportamento do tamanho de passo e da trajetória do processo. A partir dessa ideia, uma técnica eficiente de corte de carga (e geração) é proposta usando os resíduos de potência, o vetor normal à superfície fronteira de carregamento e propriedades geométricas no espaço de parâmetros de carga e geração. Esta técnica é utilizada como o ponto central de um método iterativo com o objetivo de calcular o PMC de sistemas de potência para uma direção desejada de acréscimo de carga (e geração). Os resultados em sistemas teste IEEE e reais mostram eficiência e precisão do método proposto comparado com outros existentes na literatura. O método é comparado com outras técnicas de cortes de carga, e também é analisada a sua aplicação para introduzir melhoras na margem de ET.

3.1 Modelo do sistema

Com o objetivo de calcular o PMC, neste capítulo é usado um modelo do sistema que representa uma direção predefinida de acréscimo de carga e geração, considerando um fator de potência constante proporcional ao caso base.

3.1.1 Modelo de acréscimos de carga e geração

O acréscimo de carga pode ser definido para uma direção de potências das cargas como:

$$P_c = P_{c,cb} + (\rho - 1)P_D,$$

$$Q_c = Q_{c,cb} + (\rho - 1)Q_D,$$

onde $P_c, P_{c,cb} \in \mathfrak{R}^{nPQ+nPV}$ são os vetores de potência ativa das cargas no ponto de operação atual e caso base, respectivamente; $Q_c, Q_{c,cb} \in \mathfrak{R}^{nPQ}$ são os vetores de potência reativa das cargas no ponto de operação atual e caso base, respectivamente; $\rho \in \mathfrak{R}^+$ representa o fator de carregamento do sistema; o subscrito *cb* denota o caso base ($\rho = 1$); P_D e Q_D são vetores que representam a variação da potência ativa e reativa na carga, respectivamente. O fator de potência de cada barra pode ser mantido igual ao caso base fazendo $P_D = P_{c,cb}$ e $Q_D = Q_{c,cb}$, e obtendo-se finalmente:

$$P_c = \rho P_{c,cb}, \quad Q_c = \rho Q_{c,cb}. \quad (3.1)$$

A direção de acréscimo de geração comumente usa o modelo de barra *slack* distribuída:

$$P_g = P_{g,cb} + (\rho - 1 + K_G)P_G,$$

onde $P_g, P_{g,cb} \in \mathfrak{R}^{ng}$ são os vetores de potência ativa dos geradores no ponto de operação atual e caso base, respectivamente; *ng* é o número de geradores; $K_G \in \mathfrak{R}^+$ é uma variável usada no modelo; e P_G o vetor que representa a variação da potência ativa dos geradores. O acréscimo de geração pode ser definido como sendo proporcional ao caso base e ao fator de carregamento, o qual é obtido com $K_G = 0$ e $P_G = P_{g,cb}$. Assim, tem-se:

$$P_g = \rho P_{g,cb}. \quad (3.2)$$

3.1.2 Equações de FC

Neste modelo o vetor de parâmetros do sistema $p = (P_c, Q_c, P_g)$, que representa a variação lenta da carga e geração, possui um grau de liberdade (unidimensional) e é descrito completamente usando o parâmetro escalar ρ . As equações de FC (2.7) são reescritas como:

$$g(y, \rho, u) = 0, \quad (3.3)$$

onde $y \in \mathfrak{R}^{2nPQ+nPV}$ contém os ângulos de tensão nas barras PQ e PV, e os módulos das tensões nas barras PQ; $u \in \mathfrak{R}^{nu}$ são as variáveis de controle contendo as tensões especificadas; as funções $g \in \mathfrak{R}^{2nPQ+nPV}$ representam os resíduos de potência ativa e reativa das barras. Sem perda da generalidade, o vetor u é considerado predefinido $u = u_0$.

Considerando o controle tensão/potência reativa dos geradores o sistema (3.3) muda de dimensão, e assim, o conjunto de barras PQ é assumido como o conjunto de barras de carga originais PQ mais as barras de geração com perda de controle de tensão (tipo PQ_{\max} ou PQ_{\min}). Também, o conjunto de barras PV é definido como as barras de geração onde não existe perda de controle de tensão ($Q_{g,\min} \leq Q_g \leq Q_{g,\max}$).

Em geral, os resíduos de potência ativa e reativa de uma barra *i* são:

$$\Delta P_i = P_{esp,i}(\rho) - P_{inj,i}(y, u_0) = 0, \quad (3.4a)$$

$$\Delta Q_i = Q_{esp,i}(\rho) - Q_{inj,i}(y, u_0) = 0, \quad (3.4b)$$

onde $P_{esp,i}$ e $Q_{esp,i}$ são as potências ativa e reativa especificadas na barra i , respectivamente; $P_{inj,i}$ e $Q_{inj,i}$ são as potências ativa e reativa de injeção na barra i , respectivamente. Para as barras de carga originais PQ, as potências especificadas são:

$$P_{esp,i} = -\rho P_{c,cb,i}, \quad (3.5a)$$

$$Q_{esp,i} = -\rho Q_{c,cb,i}, \quad (3.5b)$$

onde $P_{c,cb,i}$ e $Q_{c,cb,i}$ são as potências ativa e reativa de carga do caso base ($\rho = 1$) na barra de carga i , respectivamente. Para as barras de geração do tipo PQ_{max} ou PQ_{min} as potências especificadas são:

$$P_{esp,i} = \rho(P_{g,cb,i} - P_{c,cb,i}), \quad (3.6a)$$

$$Q_{esp,i} = Q_{g,lim,i} - \rho Q_{c,cb,i}, \quad (3.6b)$$

onde $P_{g,cb,i}$ é a potência ativa de geração no caso base na barra de geração i , respectivamente; $Q_{g,lim,i}$ é a potência reativa limite de geração (para tipo PQ_{max} ou PQ_{min} é potência máxima ou mínima, respectivamente) alcançada na barra de geração i . Para as barras de geração do tipo PV, a potência ativa especificada é calculada com a equação (3.6a).

Em presença do controle de tensão/potência reativa de geradores, o método de FC convencional realiza uma trajetória de convergência conduzida pelas seguintes situações: *a*) o gerador, que inicialmente é representado como uma barra PV, alcança algum limite de potência reativa (máximo ou mínimo) que resulta na perda de controle de tensão e na mudança do tipo de barra para PQ_{max} ou PQ_{min}, e *b*) o gerador que alcançou algum limite (barra PQ_{max} ou PQ_{min}) pode voltar a controlar a sua tensão (barra PV) caso esta atinja valores maiores ou menores do que o valor especificado, respectivamente. Algumas técnicas podem ser utilizadas para melhorar o desempenho do método de FC quando há geradores com controle de tensão/potência reativa. Por exemplo, pode-se executar os primeiros passos do processo de cálculo com os controles das barras PV bloqueados, ou seja, assume-se que as barras PV podem fornecer ou absorver toda a potência reativa necessária para manter os níveis de tensão especificada. Esses primeiros passos podem ser definidos em termos de número de iterações ou do valor dos mismatches de potência reativa. Uma alternativa consiste em resolver o problema todo com os controles bloqueados. Após a convergência, ativam-se os controles e busca-se a solução final. As diferentes estratégias resultam em diferentes trajetórias de convergência, mas em princípio chegam à mesma solução para o estado de operação da rede.

3.2 Métodos de FC tipo Newton e otimização de passo

O FC é uma ferramenta muito usada na análise de sistemas de potência e sua formulação matemática é incorporada a diversas aplicações pois representa a operação do sistema em regime permanente. O método de Newton é amplamente usado na resolução de sistemas de equações não lineares devido a sua robustez e eficiência. Em [48] este método foi aplicado pela primeira vez nas equações de fluxo de carga (3.3) e desde então tem sido adotado pelos programas de FC convencionais.

3.2.1 Método de FC tipo Newton ou convencional

Para um dado ρ_o , o método de Newton transforma o problema não linear (3.3) em uma sequência de problemas lineares, cujas soluções tendem a aproximarem-se da solução do sistema. Se for assumido o ponto inicial y_o , a correção de Δy é definida como:

$$\Delta y = -\nabla_y g(y_o)^{-1} g(y_o), \quad (3.7)$$

onde $\nabla_y g$ é a matriz de derivadas primeiras parciais (ou matriz Jacobiana) de g . O sistema (3.7) é resolvido obtendo-se Δy , e este é usado como correção de y_o de acordo com $y_1 = y_o + \Delta y$. Este processo é usado em forma iterativa até que o sistema (3.3) seja satisfeito dentro de uma tolerância desejada.

O método de Newton tem convergência quadrática, ou seja, o erro em qualquer iteração é proporcional ao quadrado do erro da iteração anterior. Isto é verdade quando y_o é suficientemente próximo da solução y^* e $\nabla_y g(y^*) \neq 0$. No entanto o processo iterativo pode divergir, ou pode convergir para outra solução quando y_o não está dentro da região de convergência da solução y^* .

3.2.2 Desempenho do método de FC convencional

Em sistemas bem-comportados, os métodos de FC convencionais comumente encontram a solução correta dependendo do ponto inicial usado. Ao aplicar o método de FC convencional em sistemas mal-comportados, pode ocorrer que o processo iterativo divirja ou oscile, apesar de existir solução, levando às seguintes dúvidas:

- i) O processo iterativo diverge devido a problemas numéricos;
- ii) As equações (3.3) podem não ter solução a partir de uma estimativa inicial.

Para responder estas interrogantes foi introduzida a técnica de otimização de passo nos métodos de FC tipo Newton.

3.2.3 FC tipo Newton com otimização de passo

O método de FC tipo Newton com otimização de passo (FCOP) teve sua origem nos métodos quase-Newton do tipo de minimização irrestrito onde o problema principal era achar o mínimo local de uma função custo sem usar as derivadas segundas. Desde uma estimativa inicial y_o , um novo ponto y_1 é calculado como:

$$y_1 = y_o + \mu \Delta y_o, \quad (3.8)$$

onde μ é o tamanho de passo e Δy_o é a correção de tensões no ponto y_o . Para calcular μ é resolvido um problema de programação não linear (PNL) irrestrito chamado de esquema de minimização Fletcher-Powell [49], que é definido como:

$$\min_{\mu} F_c(\mu) = \sum_{i \in \Omega_g} g_i(y_o, \Delta y_o, \mu)^2, \quad (3.9)$$

onde $F_c(\mu)$ é a função custo de (3.3) que está em função dos resíduos de potência ativa e reativa; e Ω_g é o conjunto de índices de g . Portanto, a correção Δy_o é calculada como:

$$\Delta y_o = -H \nabla_y F_c(y_o). \quad (3.10)$$

onde H é uma matriz unitária no início do processo que vai atualizando-se pela formulação em [49], a qual precisa armazenar os valores de y_1 e $\nabla_y g(y_1)$ das iterações anteriores. Em cada iteração $F_c(\mu)$ é minimizada ao longo de Δy_o até alcançar um valor dentro de uma tolerância desejada.

3.2.4 Evolução dos métodos de FCOP

Na referência [50], a minimização de $F_c(\mu)$ na direção Δy_o foi colocada como um problema unidimensional usando a técnica de interpolação cúbica como em [49], porém é usado o passo Newton Δy_o , como calculado em (3.7). A principal vantagem deste método foi determinar dois pontos, tal que a raiz da equação cúbica esteja situada entre eles. Além disso, a convergência do método é próxima da quadrática, porém com uma demanda computacional maior que o método de Newton original devido ao cálculo de H .

Em [9] são explorados dois fatos importantes. O primeiro, a expansão em série de Taylor das equações de FC (3.3) em coordenadas cartesianas (componente real e imaginária das tensões), que é um conjunto de equações quadráticas. O segundo, os termos associados às derivadas de segunda ordem podem ser colocados de forma simples com a mesma estrutura que os primeiros termos. Este método tem um bom desempenho, porém as tensões aparecem em coordenadas retangulares, o que não é uma característica comum aos algoritmos usados pelos programas comerciais de FC. Outra desvantagem é o tratamento do controle de tensão nas barras V θ e PV.

Diversas técnicas foram propostas baseadas na formulação das equações de FC (3.3) em coordenadas polares dentre elas [51]. Em [10] mostra-se as vantagens em comparação a outras técnicas incluindo situações onde são levados em conta os limites de potência reativa. Recentemente, em [52] os autores compararam diversas técnicas de otimização de passo, em particular, eles recomendaram a implementação do algoritmo descrito em [51] (usar coordenadas polares em vez de coordenadas retangulares) pois apresenta maior rapidez e robustez levando em consideração a factibilidade e tamanho do sistema.

3.2.5 Método de FCOP em coordenadas polares

O método usado neste trabalho é o da referência [51], onde as variáveis y que representam as tensões do sistema são definidas em coordenadas polares (módulos e ângulos das tensões). O cálculo de μ é realizado segundo o problema de minimização seguinte [9]:

$$\min_{\mu} F_c(\mu) = \frac{1}{2} \|g_{st}(y_o, \Delta y_o, \mu)\|_2^2 = \frac{1}{2} \sum_{i \in \Omega_g} g_{st,i}^2, \quad (3.11)$$

onde $\|\cdot\|_2$ é a norma euclidiana, que aplicada a um vetor resulta no seu módulo; e g_{st} é a expansão em série de Taylor até os termos de segunda ordem da função original g , de acordo com:

$$g_{st}(y_o, \Delta y_o, \mu) = g(y_o) + \mu \nabla_y g(y_o) \Delta y_o + \mu^2 T(y_o, \Delta y_o), \quad (3.12)$$

O vetor $T(y_o, \Delta y_o)$ representa os termos das segundas derivadas parciais de g definido como:

$$T(y_o, \Delta y_o) = \frac{1}{2} \left(\sum_{i \in \Omega_g} \Delta y_{o,i} \frac{\partial}{\partial y_i} \right)^2 g(y), \quad (3.13)$$

onde cada componente T_i é igual a $\Delta y_o^T \nabla_y^2 g_i(y_o) \Delta y_o$, e $\nabla_y^2 g_i(y_o)$ é a matriz Hessiana do componente g_i com relação às variáveis y avaliado em y_o .

Seguindo o mesmo procedimento de [9], a equação (3.12) pode ser colocada como:

$$g_{st}(\mu) = a + \mu b + \mu^2 c, \quad (3.14)$$

onde $a = g(y_o)$, $b = -a$ (devido ao passo de Newton da equação (3.12)) e $c = T(y_o, \Delta y_o)$.

Para calcular μ , se aplica a condição de mínimo local ao problema de minimização (3.11) usando (3.14), então obtém-se a seguinte equação cúbica:

$$\frac{\partial F_c}{\partial \mu} = 0 \Rightarrow k_0 + k_1 \mu + k_2 \mu^2 + k_3 \mu^3 = 0, \quad (3.15)$$

onde $k_0 = \sum_{i \in \Omega_g} (a_i b_i)$; $k_1 = \sum_{i \in \Omega_g} (b_i^2 + 2a_i c_i)$; $k_2 = 3 \sum_{i \in \Omega_g} (b_i c_i)$; e $k_3 = 2 \sum_{i \in \Omega_g} c_i^2$.

Pode ser observado que (3.15) é uma equação cúbica escalar em função de μ . Assim, a equação pode ser facilmente resolvida analiticamente pela fórmula de Cardan. A solução desta equação pode fornecer:

- Três raízes reais, o que indica que há soluções múltiplas ou,
- Uma raiz real e um par de raízes complexas conjugadas, o que indica que apenas uma solução real pode ser encontrada.

3.2.6 Desempenho dos métodos de FC convencional e FCOP

Em geral, o ponto de operação do sistema de potência que se deseja calcular pode ser classificado como uma solução de um sistema bem comportado ou mal comportado. Em algumas situações pode não existir um ponto de operação devido ao sistema ser infactível.

Sistemas bem comportados

Ao aplicar o método de FC convencional para sistemas bem comportados, obtém-se uma solução, que pode ser a desejada, caso o ponto inicial usado esteja dentro da sua região de convergência. Para isto, normalmente é usado como ponto inicial uma solução anterior, que é um ponto de operação do sistema, ou a condição *flat start* (energia mínima).

Ao aplicar o método de FCOP, o processo iterativo é caracterizado por apresentar valores de μ próximos a 1, o que não afeta de maneira importante a trajetória de convergência, porém obtém-se na maioria dos casos um número de iterações menor comparado ao método de FC convencional. Quando existe mudança de tipo de barra de geração, o sistema (3.3) muda bruscamente entre iterações, o que pode resultar em μ com valores baixos. Quando existe estabilização dos controles, μ volta a apresentar valores próximos de 1 até a convergência.

Os métodos de FC convencional e FCOP foram aplicados à solução do sistema IEEE 118 barras considerando o controle de tensão/potência reativa e $\rho = 1.8$, que corresponde a um sistema bem

comportado. A tolerância nos resíduos de potência ε_s foi fixada em 10^{-2} MW/MVAr e os primeiros passos dos métodos são mantidos sem controles até a convergência (usando a tolerância ε_s), e logo depois é ativado o controle de tensão/potência reativa nos geradores. Na Figura 3.1 são apresentados os valores da função custo F_c , equação (3.11), do número de condicionamento da matriz Jacobiana $\nabla_{y,g}$ ou J , denotado como $cond(J)$, e do multiplicador ótimo μ em função do número de iterações do processo. Ambos os métodos apresentam uma redução dos valores de F_c nos dois processos (sem e com controles) conforme é atingida a tolerância ε_s . A solução do sistema (3.3) foi alcançada pelos métodos FC e FCOP em 7 e 6 iterações, respectivamente, e verifica-se que ambos atingiram o mesmo conjunto de geradores com perda de controle de tensão. O $cond(J)$ atinge valores baixos, por exemplo menores que 10^4 , indicando que a matriz J não é singular. O μ atua como um controle de tamanho de passo no FCOP, que aumenta e diminui para melhorar o processo de convergência. No caso do FC convencional o valor de μ é sempre 1.

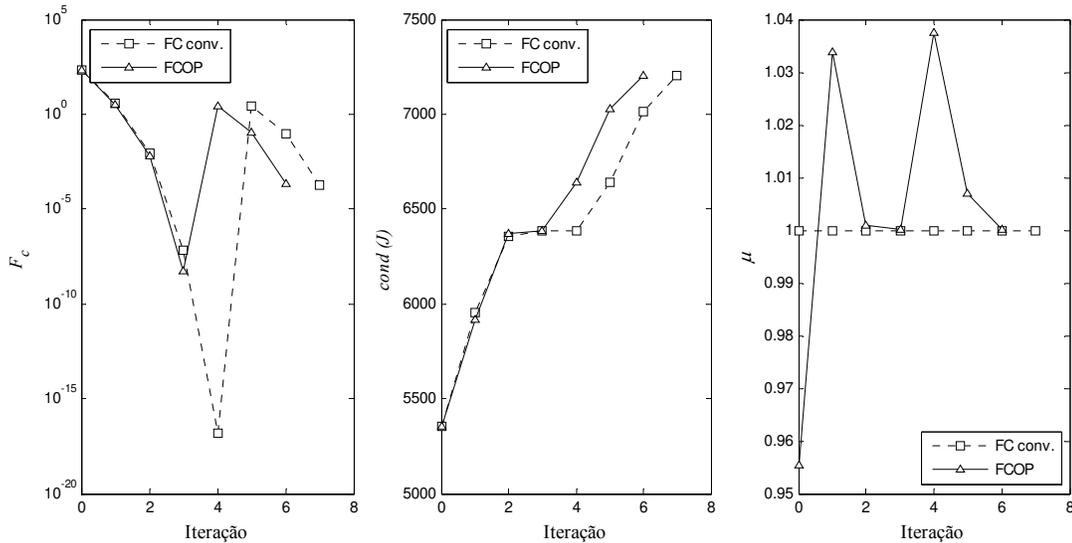


Figura 3.1: Análise de convergência dos métodos FC e FCOP para o sistema IEEE 118 barras com $\rho = 1.8$ (sistema bem comportado).

Sistemas mal comportados

O controle de tensão/potência reativa dos geradores muda o sistema (3.3) e cada uma destas mudanças gera uma fronteira de factibilidade diferente, definida por um conjunto de estados de controle dos geradores. No caso de divergência *i*) mencionado na seção 3.2.2, a solução pode-se encontrar próxima de alguma fronteira de factibilidade do sistema (3.3), assim o Jacobiano $\nabla_{y,g}$ aproxima-se da singularidade, Δy aumenta rapidamente e o método FC convencional diverge. No caso *ii*) o Jacobiano $\nabla_{y,g}$ é não singular em toda a trajetória de convergência, porém, o processo pode oscilar usando o FC convencional porque este não consegue entrar na região de convergência da solução. Este caso pode acontecer quando a trajetória cai entre regiões de convergência de soluções distintas muito próximas.

Os métodos foram aplicados ao sistema IEEE 118 barras considerando o controle de tensão/potência reativa e $\rho = 2.115$. Para este carregamento, o ponto de operação está próximo de alguma fronteira de factibilidade, o que torna o sistema mal comportado. A Figura 3.2 mostra que o método FC convencional diverge na iteração 15 (valores altos de F_c), porém o FCOP converge na iteração 17. Os pontos da trajetória do método FC convencional originam $cond(J)$ altos (singularidade de J) nas últimas iterações demonstrando

que a solução está próxima de alguma fronteira de factibilidade. No entanto o FCOP consegue entrar na região de convergência correta mantendo o valor $cond(J)$ em valores baixos e diminuindo o tamanho de passo μ nos passos finais, assim que a solução seja alcançada.

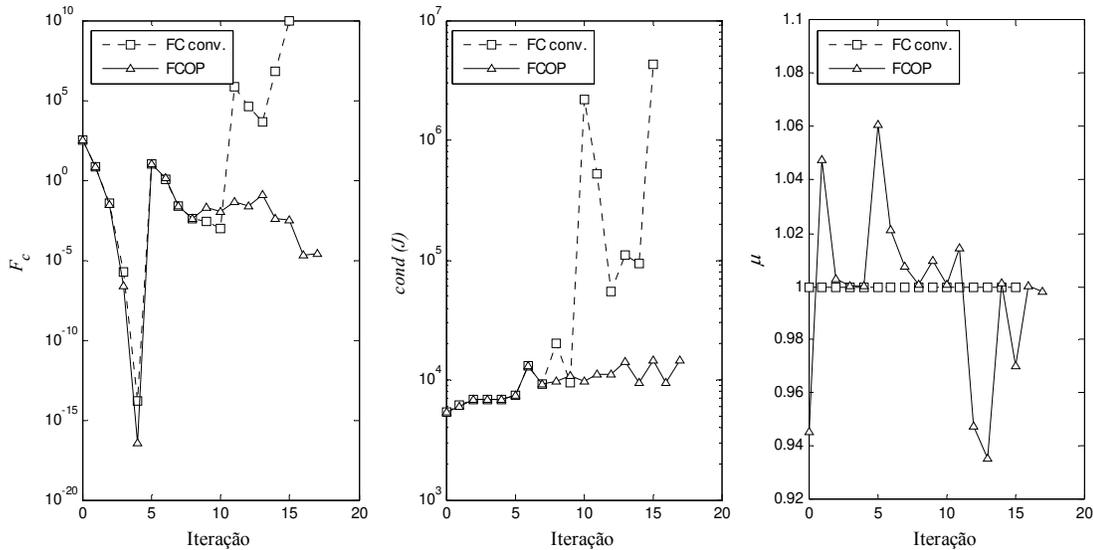


Figura 3.2: Análise de convergência dos métodos FC e FCOP para o sistema IEEE 118 barras com $\rho = 2.115$ (sistema mal comportado).

É importante destacar que o exemplo anterior representa os casos *i*) e *ii*) em conjunto, isto é, a região de convergência da solução e alguma fronteira de factibilidade estão próximas. As oscilações experimentadas devem-se ao fato do processo tentar entrar na região de convergência mudando constantemente o tipo de barra no controle de tensão dos geradores, e assim duas estimativas podem ser observadas: uma relacionada com valores baixos de μ , o que indica proximidade de alguma fronteira de factibilidade, e outro relacionada com valores próximos de 1 de μ , que indica que o processo entrou na região de convergência.

Sistemas infactíveis

Um sistema infactível é aquele que não apresenta solução. Para sistemas de potência, um sistema infactível é aquele que não possui um ponto de operação (estável ou instável), por exemplo, pela aplicação de um carregamento excessivo ou pela ocorrência de alguma contingência severa no sistema.

Ao aplicar o método de FC convencional em sistemas infactíveis o Jacobiano $\nabla_y g$ gera uma sequência de passos Δy que aumentam rapidamente e o método não converge. Realmente, como não existe interseção entre as superfícies geradas por cada equação de (3.3) a trajetória do processo se afasta do ponto inicial sem encontrar um caminho de convergência.

Ao aplicar o método de FCOP para sistemas infactíveis, este reduzirá F_c tanto quanto for possível e o processo finalizará indicando a não existência de solução. Esta condição é detectada por $\mu \rightarrow 0$, então o processo cai em uma solução y^* que está sobre alguma fronteira de factibilidade. A trajetória do método pode gerar passos Δy que aumentam rapidamente pois neste ponto a matriz Jacobiana $\nabla_y g$ é singular. Porém, isto não impede que o processo alcance o ponto sobre a fronteira de factibilidade porque μ decresce mais rápido que Δy (i.e. $\mu \Delta y \rightarrow 0$). O controle de tensão/potência reativa dos geradores pode gerar

problemas de ciclagem quando existem fronteiras de factibilidade muito próximas na trajetória realizada pelo processo e esta depende do ponto inicial usado.

Os métodos foram aplicados ao sistema IEEE 118 barras considerando o controle de tensão/potência reativa e $\rho = 3$. Para este carregamento não existe ponto de operação do sistema e o sistema é infactível. A Figura 3.3 mostra que o método FC convencional diverge desde a iteração 9, devido aos valores altos do $cond(J)$ e F_c . No entanto o método FCOP obtém um ponto sobre alguma fronteira de factibilidade na iteração 19, quando um tolerância mínima no tamanho de passo μ_{min} é atingida, neste caso o valor de μ_{min} foi 10^{-2} . Conforme o número de iterações vai aumentando, a função custo converge a um valor finito (aproximadamente no valor de 16.5) e $cond(J)$ aumenta indicando que o sistema aproxima-se à infactibilidade, porém o efeito de diminuição de μ consegue amenizar esse aumento.

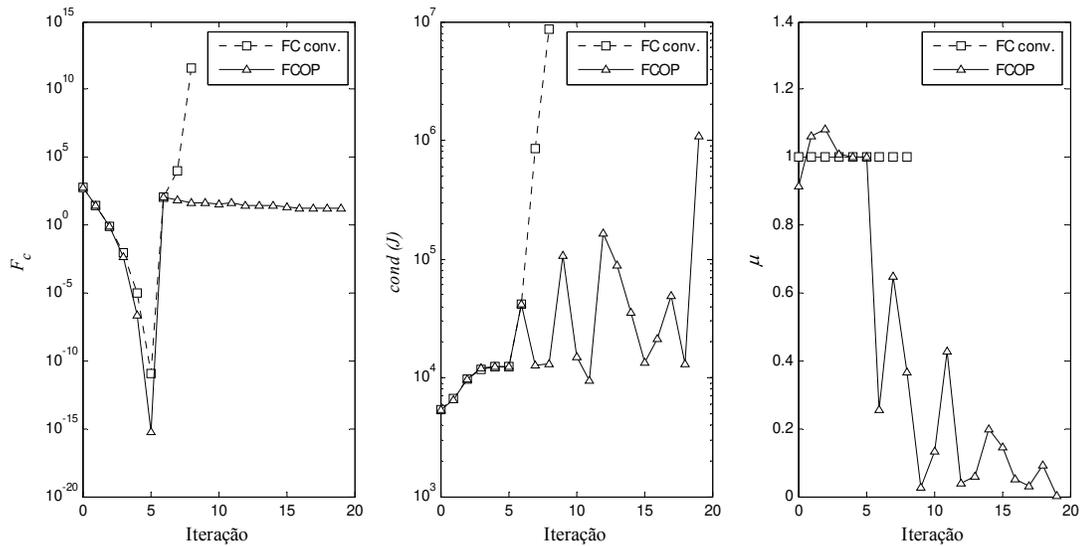


Figura 3.3: Análise de convergência dos métodos FC e FCOP para o sistema IEEE 118 barras com $\rho = 3$ (sistema infactível).

3.3 Método de FCOP e detecção da fronteira de carregamento

O FCOP obtém a solução correta do sistema, ainda que esta esteja na proximidade da fronteira de factibilidade, e quando aplicado a sistemas infactíveis pode detectar alguma das fronteiras de factibilidade. Em [53] foi estudado o comportamento caótico e oscilatório do método FCOP quando aplicado a sistemas mal comportados, em particular, quando o sistema está próximo de alguma fronteira de factibilidade sob condição de carga pesada. Nesta seção será esclarecido este fenômeno a partir da definição da fronteira de carregamento e algumas experiências obtidas com o uso do FCOP em um sistema simples.

3.3.1 Fronteira de factibilidade e de carregamento

No Capítulo 2 a fronteira de carregamento Σ foi definida como uma hipersuperfície de dimensão $np - 1$ contida no espaço de parâmetros p , onde np é o número de parâmetros de p . Em geral, esta fronteira pode conter BSNs e BEILs.

Considerando o sistema (3.3) e sem a presença de controles, existe uma única fronteira de factibilidade que é equivalente à fronteira de carregamento Σ . Para uma direção predefinida de acréscimo de carga e geração o sistema tem um PMC que é sempre uma BSN.

Em geral, a fronteira de carregamento Σ pode ser vista como a interseção de todas as regiões factíveis associadas às diferentes fronteiras de factibilidade do sistema (3.3), em relação a um conjunto de estados de controle dos geradores. Para uma direção predefinida de acréscimo de carga e geração, o sistema tem um PMC que pode ser uma BSN ou BEIL associada com dois conjuntos de estados de controle dos geradores.

3.3.2 Detecção de pontos na fronteira Σ

Para a análise de ET a condição de infactibilidade do FCOP é aproveitada, especificamente quando a solução cai na fronteira de carregamento Σ . Esta solução pode ser classificada como uma BSN ou BEIL somente analisando o comportamento do tamanho de passo e a trajetória do processo.

Será usado como exemplo o sistema de 2 barras com compensador síncrono apresentado no Capítulo 2. Neste caso, o valor da tensão da barra slack E é igual a 1 p.u., a tensão especificada na barra de carga V é igual a 0.6 p.u., a reatância da linha x é igual a 0.25 p.u., e os limites mínimo e máximo de potência reativa do compensador síncrono $Q_{g,\min}$ e $Q_{g,\max}$, são iguais a -1.5 p.u. e $+1.5$ p.u., respectivamente. Qualquer direção de acréscimo de carga é representada pelo vetor $p = (P_c, Q_c)$, e, considerando esta proporcional às potências de carga do caso base $P_{c,cb}$ e $Q_{c,cb}$ tem-se: $p = (\rho P_{c,cb}, \rho Q_{c,cb})$. A Figura 3.4 apresenta duas direções de carga p_1 e p_2 no espaço de parâmetros de carga. Também as BSN-1s e BSN-2s correspondem a pontos em que a barra 2 é do tipo PV e PQ_{max}, respectivamente. A direção p_1 é definida para $P_{c,cb} = 0.5$ p.u. e $Q_{c,cb} = 2$ p.u., e a direção p_2 para $P_{c,cb} = 0.5$ p.u. e $Q_{c,cb} = 0.3$ p.u., e estas direções intersectam com a fronteira de carregamento Σ em uma BSN-2 e BEIL, respectivamente.

Detecção das BSNs

Sobre a direção p_1 , o método FCOP é aplicado ao sistema 2 barras com compensador síncrono usando dois fatores carregamento: $\rho = 1.2$ e $\rho = 1.3$ que representam um sistema factível e infactível, respectivamente. A Figura 3.5 apresenta os pontos da trajetória de convergência para ambos carregamentos e a fronteira Σ . Para $\rho = 1.2$, o método atinge um ponto de operação na região factível na iteração 3, ao cruzar o lugar geométrico das BDILs (ou limite máximo de potência reativa da geração) o compensador síncrono perde o controle de tensão e o sistema converge mantendo $Q_g = Q_{g,\max}$. Para $\rho = 1.3$, o método cruza o lugar geométrico das BDILs, porém devido a não existir solução a trajetória de processo alcança um ponto BSN-2 qualquer (diferente do BSN-2 na direção p_1) da fronteira Σ na iteração 4, onde μ é próximo de zero.

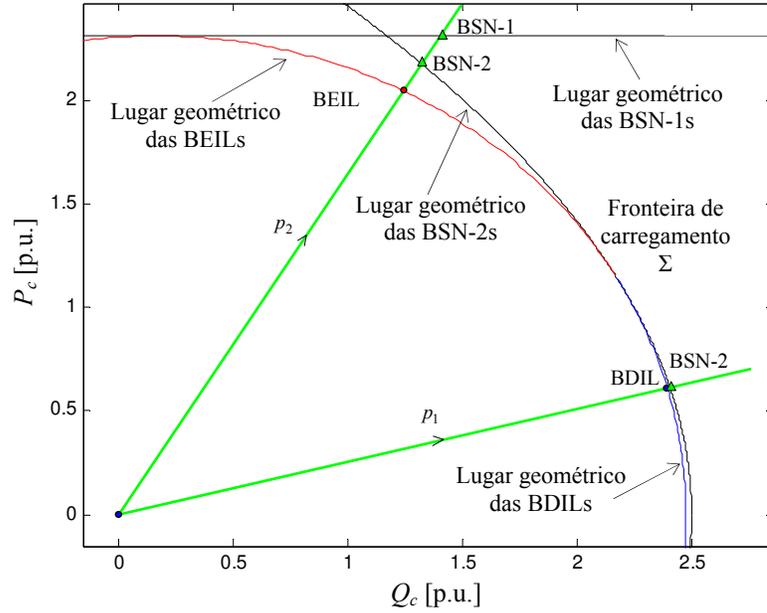


Figura 3.4: Direções de acréscimo de carga p_1 , p_2 e fronteira de carregamento Σ dentro do espaço de parâmetros de carga, sistema de 2 barras com compensador síncrono.

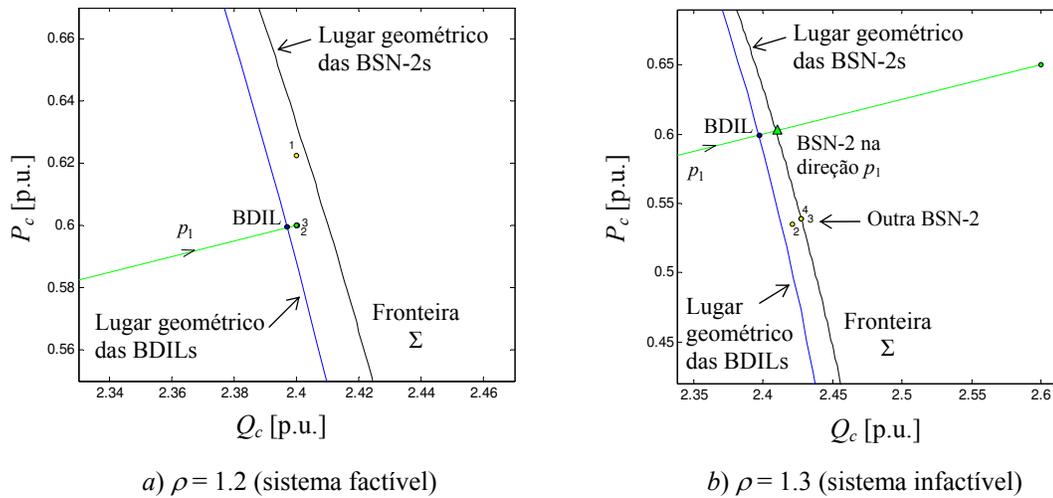


Figura 3.5: Bifurcações para direção p_1 e método de FCOP, sistema 2 barras com compensador síncrono.

Detecção das BEILs

Em geral, na presença de controles e quando aplicado em sistemas infactíveis, o método de FCOP pode apresentar oscilações entre duas soluções, pois a trajetória está passando por uma região de BEILs, portanto as fronteiras de factibilidade estão muito próximas.

A ciclagem do método deve-se a que a BEIL está no meio de duas ou mais regiões de factibilidade associadas a diferentes conjuntos de estados de controle dos geradores. Então o processo FCOP tenta alcançar o valor de potências especificadas usando uma região factível de um conjunto de estados de controle e termina caindo na região infactível de outro conjunto, assim as rotinas de controle mudam o sistema (3.3) provocando a ciclagem no método. Neste caso μ diminui pela ação dos controles, porém não se aproxima a zero.

Quando o carregamento é suficientemente grande pode ocorrer que o método tenha que alcançar algumas fronteiras de factibilidade dos estados de controle escolhidos pela trajetória do processo, e estes pontos terminam caindo na região infactível de outros estados de controle e provocando a ciclagem do método. Neste caso μ é próximo de zero em alguns pontos envolvidos com a ciclagem.

O método FCOP é aplicado ao sistema anterior (2 barras) para a direção p_2 e usando dois fatores de carregamento: $\rho = 4.2$ e $\rho = 5$. A Figura 3.6 apresenta os pontos da trajetória de convergência para ambos os carregamentos e a fronteira Σ . Para $\rho = 4.2$, o processo apresenta ciclagem provocada pela BEIL, assim existem dois estados: barra 2 PV ou com controle de tensão, e PQ_{\max} ou com perda de controle de tensão. O valor de μ se mantém próximo de 1 nos dois estados porque não existe singularidade na matriz Jacobiana $\nabla_y g$. Para $\rho = 5$, o processo apresenta ciclagem provocada pela BEIL entre os mesmos estados, porém o carregamento é alto o suficiente para mandar a trajetória fora da fronteira de factibilidade de cada estado de controle. Um grupo de pontos da trajetória está próximo de algum ponto BSN-1 e o outro grupo está próximo do ponto BSN-2. Ambos tem valores de μ próximos de zero.

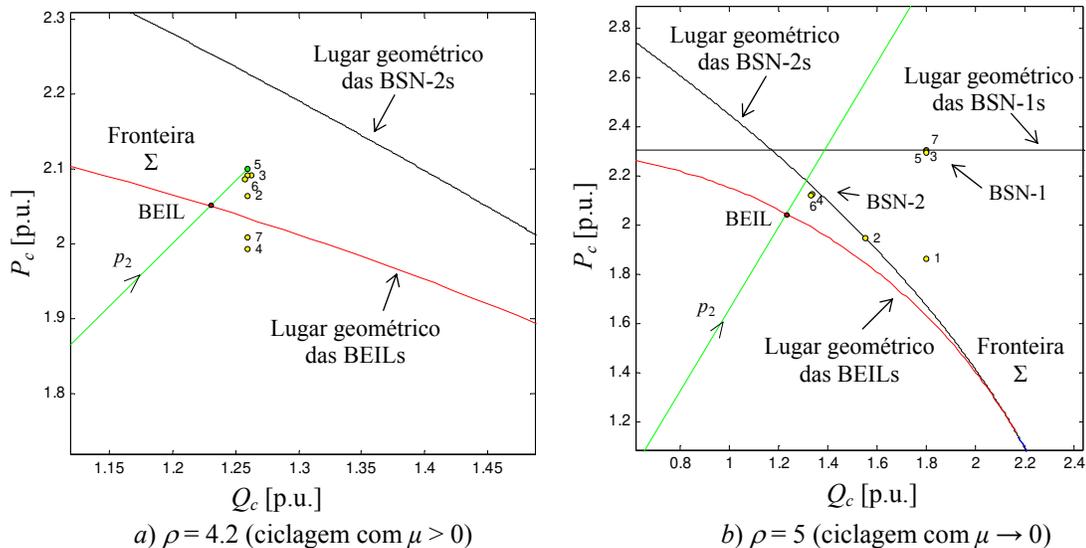


Figura 3.6: Bifurcações para direção p_2 e método de FCOP, sistema 2 barras com compensador síncrono.

Para sistemas infactíveis de grande porte surgem duas alternativas: a) se o FCOP não apresenta ciclagem, então μ diminui próximo de zero e o ponto na fronteira Σ é uma BSN, e b) se o FCOP apresenta ciclagem entre duas ou mais soluções, então existe uma BEIL passando pela trajetória do processo, neste caso em alguma solução μ diminui para zero e então esta solução é uma BSN para algum conjunto de estados de controles associado com a BEIL.

3.4 Método proposto para o cálculo do PMC

A obtenção de soluções alternativas em sistemas infactíveis motivou o estudo dos métodos FCOP para sua aplicação na análise de ET. Uma primeira aplicação foi realizada por Overbye [11], onde se calcula a mínima distância ao colapso de tensão entre um ponto de operação infactível e a fronteira de carregamento Σ , isto usando propriedades geométricas no espaço de parâmetros p aplicadas no ponto sobre a fronteira de

carregamento Σ quando é alcançada a condição $\mu \rightarrow 0$. Em [12] é definida uma etapa de acréscimo de carga, desde uma condição base, a partir de técnicas de otimização não linear e para calcular o ponto de operação dentro da região factível é usado o FCOP. Ao estar próximo da fronteira Σ o acréscimo de carga pode levar a solução à região infactível. Para evitar isto é usado o FCOP, assim um ponto sobre a fronteira Σ é obtido e uma técnica de corte de carga é aplicada. O problema do cálculo do PMC consiste em encontrar o ponto de intersecção da direção desejada de acréscimo de carga e geração, e a fronteira Σ . Um método é proposto para obter o PMC baseando-se nos pontos que serão discutidos a seguir.

3.4.1 Método FCOP e sequência de cortes de carga

Sem perda da generalidade, a direção desejada de acréscimo de carga e geração pode ser representada completamente usando o vetor s_{esp} , que é o vetor unitário das potências especificadas de $S_{esp} = (P_{esp}, Q_{esp})$. Ao aplicar um fator de carregamento ρ grande o suficiente para tornar o sistema infactível, o método FCOP alcança uma solução sobre a fronteira Σ quando $\mu \rightarrow 0$, e esta solução é um PMC (ou uma BSN de alguma fronteira de factibilidade) com uma direção de acréscimo de carga e geração diferente da desejada s_{esp} .

A Figura 3.7 mostra que o processo FCOP alcança PMCs com direções de acréscimo s_1 e s_2 considerando um ponto inicial *flat start* e algum outro, respectivamente. O ponto *flat start* representa a origem do espaço de parâmetros S_{esp} . Desde um fator de carregamento ρ_1 grande, uma sequência de fatores de carregamento decrescentes ρ_2 pode ser aplicada, assim novos PMCs são alcançados, os quais convergem no PMC desejado quando ρ_2 se aproxima ao fator de carregamento desejado ρ^* . Em resumo, para $\rho > \rho^*$, o FCOP alcança algum PMC e para $\rho < \rho^*$, alcança um ponto de operação.

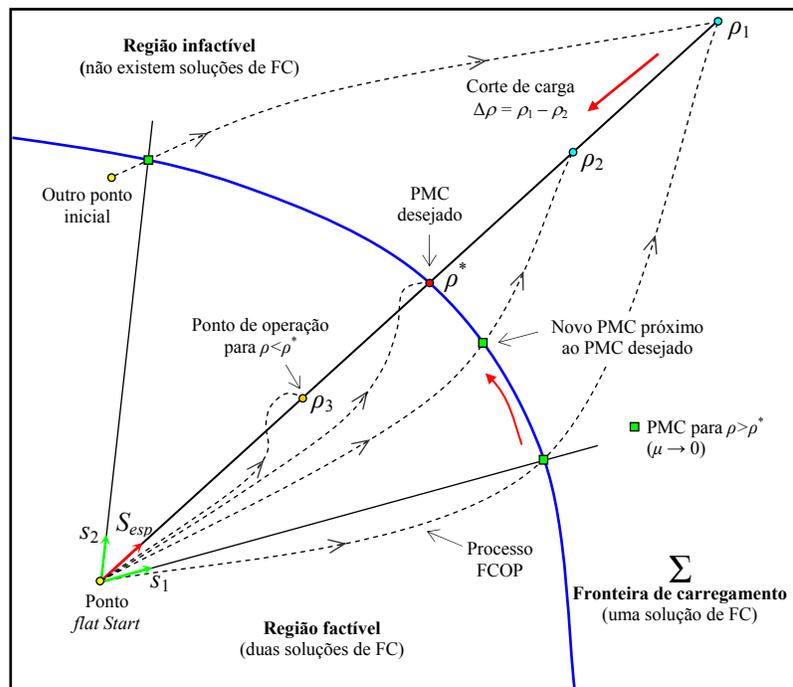


Figura 3.7: Características do processo FCOP para diferentes pontos iniciais e diferentes ρ no espaço de parâmetros p .

3.4.2 Técnica eficiente de corte de carga

No caso de um carregamento excessivo, FCOP alcança um PMC que é uma BSN ou oscila entre duas o mais BSNs. Em [6] demonstra-se que nas BSNs o autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo do Jacobiano $\nabla_y g$ define uma direção normal à superfície fronteira Σ . Esta propriedade geométrica é usada em aplicações para análise de ET, como por exemplo no cálculo das mínimas margens de segurança relativa à ET. Em [46], um método iterativo é proposto para o cálculo do PMC mais próximo à fronteira Σ (distância mínima) a partir do ponto de operação conhecido. Portanto, as características da fronteira Σ , como continuidade e convexidade, podem ser reproduzidas de forma aceitável usando o vetor w no espaço de parâmetros p .

O autovetor à esquerda w no ponto de BSN pode ser calculado com as equações (2.12). Normalmente, usa-se somente as condições de singularidade (2.12a), assim, um vetor unitário w é definido como:

$$\nabla_y^T g \Big|_{bsn} w = 0, \quad (3.16a)$$

$$\|w\| = 1. \quad (3.16b)$$

Para o cálculo do autovetor w pode ser usado o método de iteração simultânea como em [54].

A Figura 3.8 apresenta os resíduos de potência $\Delta S = (\Delta P, \Delta Q)$ obtidos pelo método FCOP no último PMC usando o ponto inicial *flat start*. ΔS representa a distância (em MVA) entre o último PMC e S_{esp} . Realmente o processo FCOP tenta alcançar o ponto de mínimo $\|\Delta S\|_2$, porém, termina capturado pela fronteira Σ antes que isso de fato aconteça.

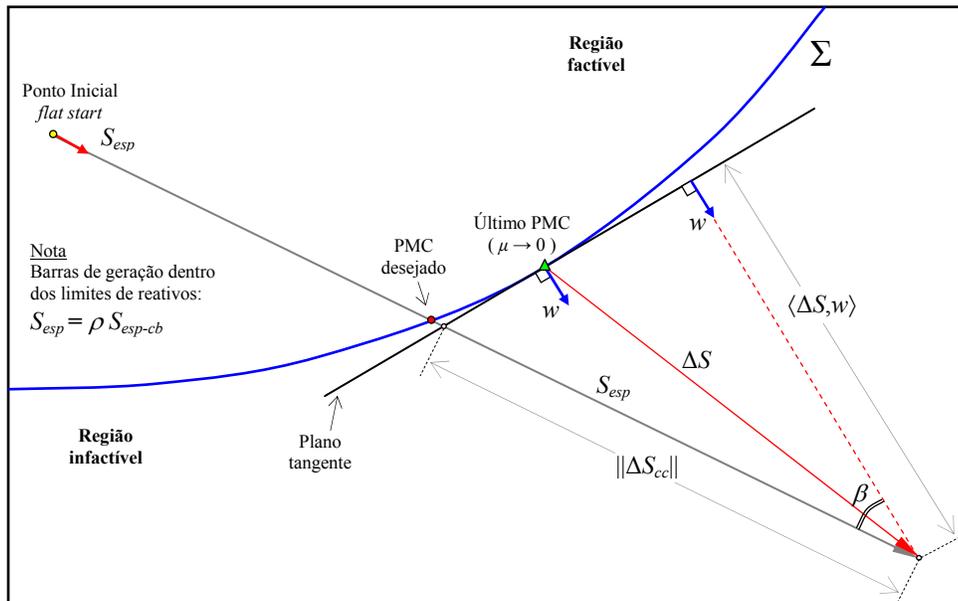


Figura 3.8: Técnica de corte de carga, o último PMC cai na região infactível no espaço de parâmetros p (fronteira Σ é contínua e convexa)

Um corte de carga eficiente ΔS_{cc} é definido sobre uma superfície fronteira Σ contínua e convexa, assim ΔS_{cc} é definida pela interseção do plano tangente à superfície fronteira Σ no último PMC e a linha com direção S_{esp} (veja Figura 3.8).

Usando ΔS , w e propriedades geométricas no espaço de parâmetros S_{esp} , ΔS_{cc} é calculado como

$$\Delta S_{cc} = \frac{\langle \Delta S, w \rangle}{\cos \beta} s_{esp}, \quad (3.17)$$

onde $\langle \Delta S, w \rangle$ é o produto escalar de ΔS e w (projeção de ΔS na direção de w); β é o ângulo entre s_{esp} e w , assim $\cos \beta = \langle s_{esp}, w \rangle$. A variação do fator de carregamento $\Delta \rho$ é calculado como

$$\Delta \rho = \frac{\|\Delta S_{cc}\|_2}{\|S_{esp-cb}\|_2} = \frac{\langle \Delta S, w \rangle}{\cos \beta} \frac{1}{\|S_{esp-cb}\|_2} = \frac{\langle \Delta S, w \rangle}{\langle S_{esp-cb}, w \rangle}. \quad (3.18)$$

A nova estimativa de ρ é definida como $\rho_{novo} = \rho - \Delta \rho$. É importante destacar que em (3.18) assumiu-se que todos os geradores estão dentro dos limites de potência reativa, então $P_{esp-cb} = P_{g-cb} - P_{c-cb}$ e $Q_{esp-cb} = -Q_{c-cb}$.

3.4.3 Controle de tensão/potência reativa dos geradores e BILs

Caso alguma barra de geração viole algum limite de potência reativa, esta terá seu tipo mudado para PQ_{min} ou PQ_{max} e sua geração de potência reativa será igual a Q_{g-min} ou Q_{g-max} , respectivamente. Então, o sistema (3.3) muda e o vetor S_{esp} não é proporcional ao caso base pois a condição de carregamento nulo ($\rho = 0$) não coincide com a origem do espaço de parâmetros p . Também, o ponto *flat start* (ou $\rho = 0$) é trasladado com a adição de um vetor Q_{lim} , o qual representa a potência reativa dos geradores com perda de controle de tensão. O controle de tensão/potência reativa faz com que diferentes geradores alcancem o limite de potência reativa no PMC, e em consequência, a fronteira Σ será contínua por partes [1]. Neste caso, a fronteira Σ contém BSNs e BEILs. Considerando o controle de tensão/potência reativa dos geradores, na Figura 3.9 apresenta-se a fronteira Σ , a qual é formada por dois contornos BSNs e um contorno BIL. Realmente o contorno BIL é resultado da interseção das regiões factíveis associadas aos contornos BSNs. Considerando o contorno BIL conformado por BDILs, o PMC desejado está fora da região original definida pelo contorno (ver Figura 3.9), assim o processo FCOP alcança uma PMC_1 ou PMC_2 sobre os contornos BSN_1 e BSN_2 , respectivamente.

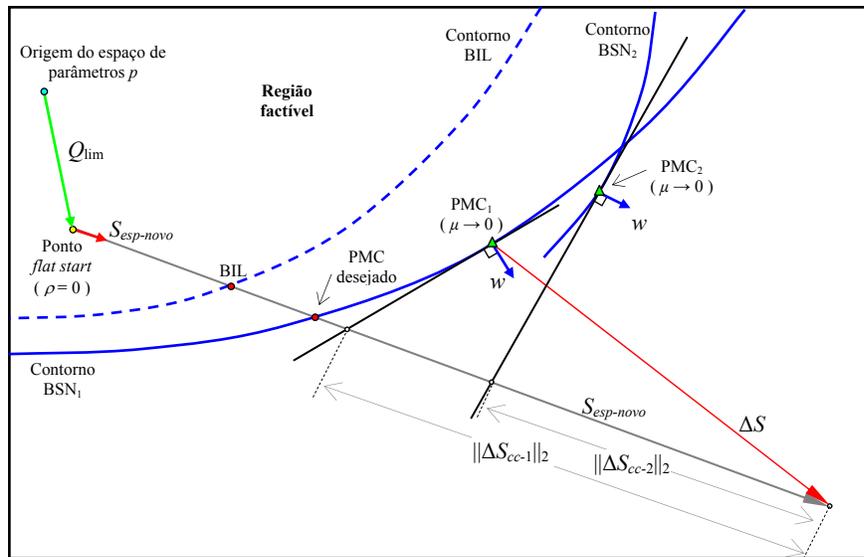


Figura 3.9: Técnica de corte de carga considerando o controle de tensão potência reativa, o último PMC cai na região infactível no espaço de parâmetros p (fronteira Σ é contínua por partes e tem BSNs e BIL)

Em ambos os casos (PMC_1 ou PMC_2), a técnica de corte de carga proposta pode ser usada, porém algumas considerações devem ser levadas em conta. Assumindo que a fronteira Σ é convexa em cada contorno BSN, o corte de carga ΔS_{cc} é calculado com (3.17), porém s_{esp} é substituído por $s_{esp-novo}$, onde $s_{esp-novo}$ é um vetor unitário das potências especificadas na direção $S_{esp-novo}$. Também, $S_{esp-novo} = (P_{esp}, Q_{esp-novo})$ onde $Q_{esp-novo} = -\rho Q_{c-cb}$. Analogamente, a variação de $\Delta\rho$ pode ser calculada com (3.18). Na Figura 3.9 são obtidos dois cortes de carga $\|\Delta S_{cc-1}\|_2$ e $\|\Delta S_{cc-2}\|_2$, um para cada contorno BSN. Neste caso será melhor que o processo alcance o contorno BSN_1 , assim o próximo PMC calculado estará muito próximo do PMC desejado. Isto pode acontecer dependendo do ponto inicial e da estratégia de inicialização.

É importante destacar que uma BEIL pode aparecer antes que alguma BSN. Para um carregamento excessivo, o FCOP apresenta ciclagem de soluções, onde cada uma delas é uma diferente BSN onde a condição $\mu \rightarrow 0$ é mantida, como demonstrado anteriormente. Este problema pode ser resolvido escolhendo a solução cíclica com o menor μ , garantindo que o último PMC esteja em algum contorno BSN.

3.4.4 Soluções na região factível

Como a fronteira Σ pode não ser localmente convexa no último PMC, é possível que o corte de carga calculado em (3.18) caia dentro da região factível. Neste caso uma estratégia de busca binária é aplicada entre os fatores de carregamento mais recentes ρ_{ri} (ri : região infactível) e ρ_{rf} (rf : região factível). Se ρ_{ri} e ρ_{rf} são armazenados, uma nova estimativa de ρ será definida como:

$$\rho_{novo} = \frac{1}{2}(\rho_{rf} + \rho_{ri}) . \tag{3.19}$$

Na Figura 3.10 é apresentada a estratégia de busca binária e a fronteira Σ não convexa.

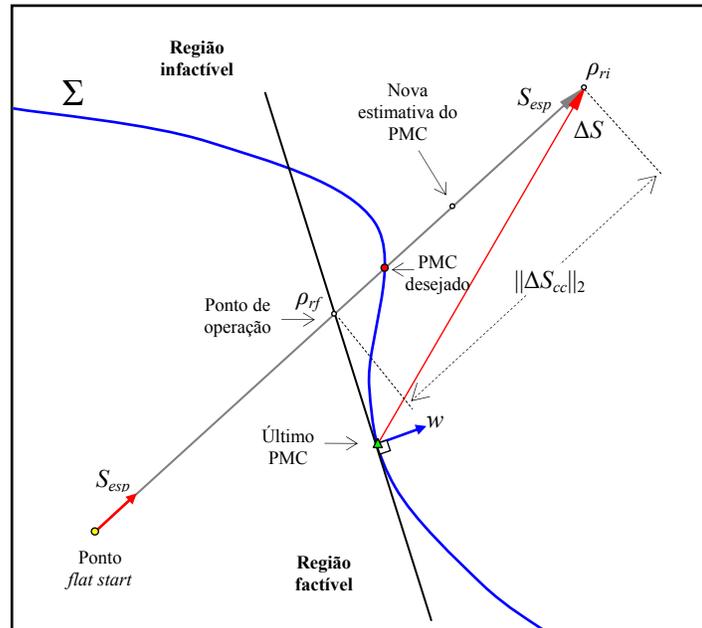


Figura 3.10: Técnica de corte de carga, o último PMC cai na região factível no espaço de parâmetros p (fronteira Σ é não convexa)

3.4.5 Algoritmo proposto

O método proposto pode ser resumido como o seguinte:

- Passo 1:** Inicializar $k = 0$, considerar um carregamento inicial $\rho^{(0)}$ com valor alto e o ponto inicial como *flat start* ou a solução do caso base. Sugere-se $\rho^{(0)}$ entre 3 e 5. Armazenar $\rho_{rf} = 1$ e $\rho_{ri} = \rho^{(0)}$.
- Passo 2:** Resolver o método FCOP para $\rho^{(k)}$. Se o processo apresenta ciclagem, escolher a solução com menor valor de μ . O processo iterativo converge na r -ésima iteração e apresentam-se as seguintes duas situações:
- 2-A: Se $\mu^{(r)} < \mu_{\min}$; então, o sistema é infactível. O processo FCOP converge para um PMC (ou BSN). Calcular $\Delta\rho^{(k)}$ usando (3.18) e armazenar $\rho_{ri} = \rho^{(k)}$.
- 2-B: Se os resíduos de potência forem menores que uma tolerância de potência ε_s , considerando $\max\{|\Delta S^{(r)}|\} < \varepsilon_s$; então, o sistema tem uma solução na região factível. Então, calcular $\Delta\rho^{(k)}$ com (3.19) e armazenar $\rho_{rf} = \rho^{(k)}$.
- Passo 3:** Verificar se $\Delta\rho^{(k)}$ é menor que uma tolerância do fator de carregamento ε_ρ . Se $\Delta\rho^{(k)} < \varepsilon_\rho$; então, o PMC mais recente é assumido como o PMC desejado. Senão, calcular $\rho^{(k+1)} = \rho^{(k)} - \Delta\rho^{(k)}$, fazer $k \rightarrow k + 1$ e retornar ao **Passo 2**.

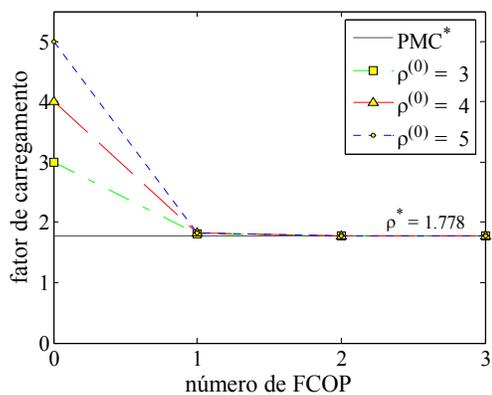
O valor inicial de ρ deve ser suficientemente grande para garantir que o primeiro ponto de operação caia na região infactível. Desde as primeiras iterações a informação dos geradores próximos dos seus limites de potência reativa está disponível, podendo ser reutilizada nas seguintes iterações reduzindo tempo de CPU. Exaustivas simulações recomendam que para melhorar a trajetória de convergência do método FCOP até alcançar a fronteira Σ deve-se usar como ponto inicial a solução do caso base no lugar do ponto *flat start*, e os controles devem entrar sempre desde a primeira iteração.

3.5 Resultados numéricos

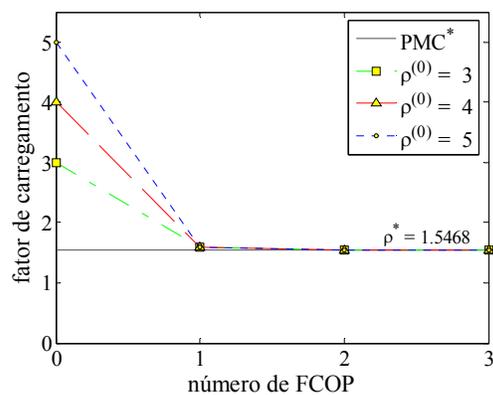
O método proposto foi aplicado aos sistemas teste IEEE 14, 30, 57, 118 e 300 barras [55], e um sistema real brasileiro de 1081 barras. O método FCOP usado foi implementado em coordenadas polares como em [51]. A tolerância nos resíduos de potência ε_s foi 10^{-2} MW/MVAr. A tolerância no fator de carregamento ε_ρ foi 10^{-2} . O controle de tensão/potência reativa dos geradores é levado em conta. A tolerância mínima do tamanho de passo μ_{\min} foi 10^{-2} , isto garante que a solução alcance a fronteira Σ .

3.5.1 Cálculo do PMC

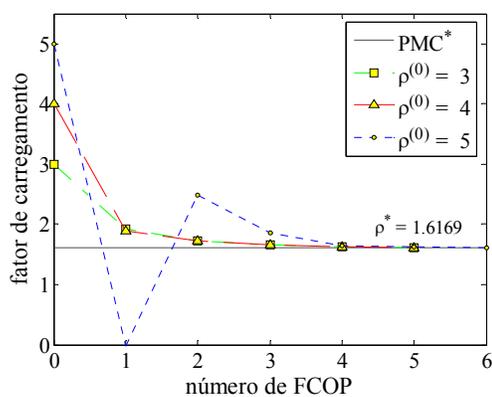
As simulações mostradas na Figura 3.11 foram realizadas usando fatores de carregamento inicial $\rho^{(0)}$ altos, como 3, 4 e 5, que garantiram que o sistema fosse infactível na primeira iteração. Nesta figura apresenta-se a evolução dos fatores de carregamento ρ , resultado da aplicação do método proposto aos diferentes sistemas teste IEEE.



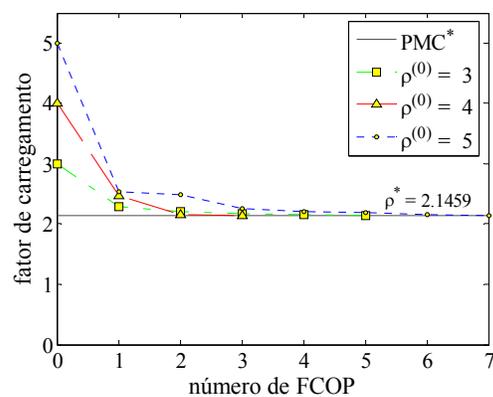
a) sistema IEEE 14 barras



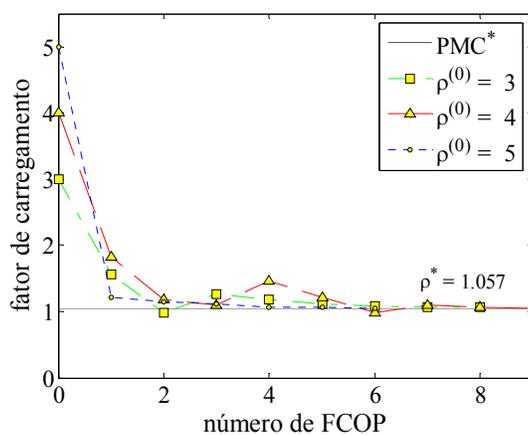
b) sistema IEEE 30 barras



c) sistema IEEE 57 barras



d) sistema IEEE 118 barras



e) sistema IEEE 300 barras

Figura 3.11: Evolução do fator de carregamento usando o método proposto para o cálculo do PMC, sistemas teste IEEE.

Depois de várias simulações, foi possível dizer que o método fornece resultados muito bons para diferentes valores de $\rho^{(0)}$. No entanto, quando $\rho^{(0)}$ é muito maior que ρ^* , a convergência será afetada e algumas iterações adicionais podem ser necessárias. Observando as simulações da Figura 3.11 c), para $\rho^{(0)} = 5$ o sistema IEEE 57 fornece uma iteração adicional pois o primeiro PMC cai na região factível. Por outro lado, para $\rho^{(0)}$ próximo do ρ^* , a precisão do método poderia ser perdida porque o processo depende da exatidão no cálculo do último PMC, que por sua vez depende do μ_{\min} , e neste caso o vetor normal w poderia levar o processo à divergência ou produzir oscilações. A referência [10] recomenda o valor de μ_{\min} em 10^{-1} para a detecção de sistemas inactíveis. A experiência em estudos com o FCOP demonstraram que em alguns casos o tamanho de passo μ poderia diminuir a valores até menores de 10^{-1} quando existe mudança brusca do sistema (3.3) devido aos controles. Neste caso, recomendou-se o uso de μ_{\min} em 10^{-2} que garantiu a detecção de soluções na fronteira Σ .

A Tabela 3.1 mostra o desempenho global do método proposto para cada um dos sistemas teste IEEE. Contabilizou-se separadamente os cálculos de FCOP que resultaram em pontos factíveis e inactíveis. O número de FCOP dos sistemas IEEE 118 e 300 barras aumentou porque o processo detectou diversos contornos na fronteira Σ , apesar do problema ser resolvido em poucas iterações, ainda considerando o grande número de geradores destes sistemas (53 e 68 geradores mais a barra *slack*, respectivamente).

Tabela 3.1: Resultados do cálculo do PMC do método proposto e comparação com os resultados obtidos com o método de FCC, sistemas teste IEEE.

| Sistemas IEEE | Método proposto | | | | Método FCC | |
|---------------|-----------------|----------------|----|-------|------------------|-----------------|
| | ρ inicial | Número de FCOP | | | ρ calculado | ρ desejado |
| | | RF | RI | Total | | |
| 14 | 3 | 0 | 3 | 3 | 1.7780 | 1.7780 |
| | 4 | 0 | 3 | 3 | 1.7780 | |
| | 5 | 0 | 3 | 3 | 1.7780 | |
| 30 | 3 | 0 | 3 | 3 | 1.5468 | 1.5467 |
| | 4 | 0 | 3 | 3 | 1.5468 | |
| | 5 | 0 | 3 | 3 | 1.5468 | |
| 57 | 3 | 0 | 5 | 5 | 1.6169 | 1.6168 |
| | 4 | 0 | 5 | 5 | 1.6169 | |
| | 5 | 1 | 5 | 6 | 1.6169 | |
| 118 | 3 | 0 | 5 | 5 | 2.1458 | 2.1459 (*) |
| | 4 | 0 | 3 | 3 | 2.1459 | |
| | 5 | 0 | 7 | 7 | 2.1459 | |
| 300 | 3 | 1 | 7 | 8 | 1.0571 | 1.057 |
| | 4 | 1 | 8 | 9 | 1.0570 | |
| | 5 | 0 | 6 | 6 | 1.0566 | |

RF: região factível, RI: região inactível.

(*) PMC para barra de geração 73 como PQmax.

É importante destacar que o sistema IEEE 118 barras apresenta fronteiras de factibilidade associadas aos estados de controle dos geradores muito próximas no PMC desejado, podendo ser demonstrado observando as diferentes curvas PV para este sistema justamente antes do nariz. Cada curva PV está associada a um conjunto de estados de controle dos geradores. Por exemplo, próximo do nariz pode ser alcançado o limite máximo de potência reativa do gerador 10 ou 73, cada um deles gerando um PMC com valor de fator de carregamento ρ^* de 2.1088 e 2.1459, respectivamente. O método proposto alcança o valor de 2.1459.

O método de Fluxo de Carga da Continuação (FCC), como será visto no Capítulo 4, proposto em [13] é considerado como o método mais robusto para análise de ET, e comumente usado para traçar as curvas PVs. Também pode ser usado para calcular o PMC de forma muito precisa. A precisão alcançada do método proposto pode ser determinada pela comparação do ρ^* com o obtido através do método FCC (veja Tabela 3.1). Comparando os resultados, pode-se dizer que o método proposto apresenta a mesma precisão do método FCC, porém este último requer um esforço computacional maior, pois para alcançar a precisão de 10^{-2} no ρ foram necessários dezenas de processos equivalentes a FCs, para garantir que se alcançasse a sequência correta de estados de controle dos geradores. Em conclusão, o método proposto é mais rápido e eficiente comparado com o FCC considerando o cálculo do PMC.

A implementação do método proposto no algoritmo original de FCOP é simples. As simulações com diferentes sistemas de potências mostraram que o desempenho do método considerando o controle de tensão/potência reativa dos geradores é similar ao caso sem controles, apesar dos possíveis problemas de ciclagem do método FCOP.

3.5.2 Comparação com outras técnicas de corte de carga

A técnica de corte de carga do método proposto será comparada com outras técnicas de corte de carga mostradas na literatura. Para estabelecer esta comparação será usado o mesmo algoritmo proposto, porém somente serão mudados os valores de corte de carga com as propostas que são definidas a seguir.

Primeiro, o corte de carga do método proposto (mp) pode ser simplificado como:

$$\Delta\rho_{mp} = K \frac{\cos \theta}{\cos \beta}, \quad (3.20)$$

onde θ é o ângulo entre ΔS e w , assim $\cos \theta = \langle \Delta S, w \rangle / \|\Delta S\|_2$, e K é um fator calculado como:

$$K = \frac{\rho \|\Delta S\|_2}{\|S_{esp-novo}\|_2},$$

Considerando o processo de cálculo de PMCs em [11], uma técnica de corte de carga é gerada a partir da componente normal (cn) do vetor ΔS , isto de acordo com:

$$\Delta\rho_{cn} = \frac{\langle \Delta S, w \rangle \rho}{\|S_{esp-novo}\|_2} = K \cos \theta. \quad (3.21)$$

Em [12] foi proposto um corte de carga baseado em técnicas de programação não-linear (pn) o qual pode ser representado como:

$$\Delta\rho_{pn} = \frac{1}{2} \frac{\|\Delta S\|_2^2}{\langle S_{esp-bc}, \Delta S \rangle}. \quad (3.22)$$

A equação (3.22) é usada para situações com e sem controle de tensão/potência reativa dos geradores. Simulações exaustivas demonstraram que este método pode apresentar oscilações ao redor do PMC ou no pior dos casos pode convergir em uma outra solução. Um caminho para estabelecer uma correta comparação é usar a seguinte formulação de corte de carga considerando o vetor $S_{esp-novo}$:

$$\Delta\rho_{pn} = \frac{1}{2} \frac{\|\Delta S\|_2^2 \rho}{\langle S_{esp-novo}, \Delta S \rangle} = \frac{K}{2 \cos \gamma}, \quad (3.23)$$

onde γ é o ângulo entre os vetores $S_{esp-novo}$ e ΔS , assim $\cos \gamma = \langle S_{esp-novo}, \Delta S \rangle / (\|S_{esp-novo}\|_2 \times \|\Delta S\|_2)$.

Outro caminho simples para gerar um corte de carga é usando a busca binária (*bb*). O algoritmo proposto considera parte desta estratégia, realmente propõe uma nova solução no caso do sistema ser factível (passo 2-B). Neste caso o corte de carga será definido entre um ponto factível e outro infactível:

$$\Delta\rho_{bb} = \frac{1}{2} (\rho_{ri} - \rho_{rf}), \quad (3.24)$$

onde ρ_{ri} e ρ_{rf} correspondem aos últimos pontos calculados na região infactível e factível, respectivamente.

Qualquer dos cortes de carga ($\Delta\rho_{mp}$, $\Delta\rho_{cn}$, $\Delta\rho_{pn}$ e $\Delta\rho_{bb}$) podem ser usados no passo 2-A do algoritmo proposto. As simulações os cortes de carga anteriores foram realizadas usando o ponto inicial $\rho^{(0)} = 4$. As Figuras 3.12 e 3.13 apresentam a evolução do fator de carregamento para os sistemas IEEE 30 e 118 barras.

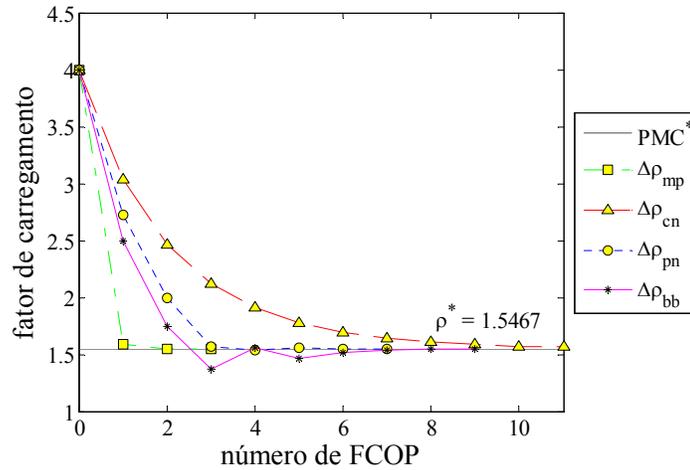


Figura 3.12: Evolução do fator de carregamento usando diferentes técnicas de corte de carga, sistemas IEEE 30 barras.

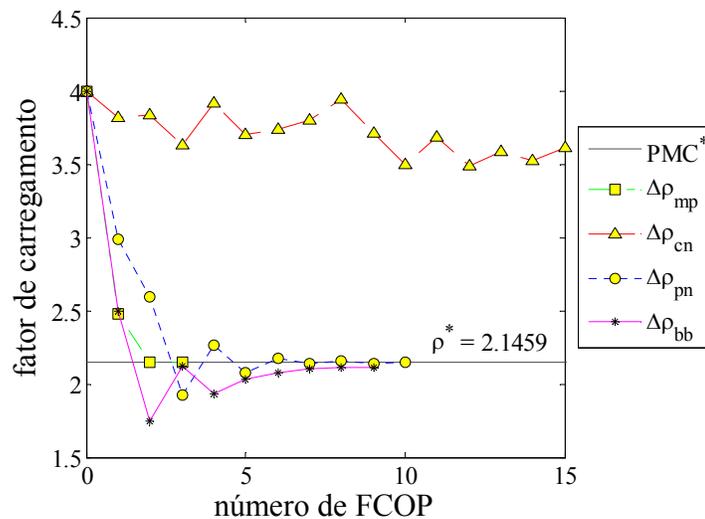


Figura 3.13: Evolução do fator de carregamento usando diferentes técnicas de corte de carga, sistemas IEEE 118 barras.

50 Cap.3 Fluxo de Carga com Otimização de Passo e o Cálculo do Ponto de Máximo Carregamento

As Tabelas 3.2 e 3.3 mostram em detalhe a informação associada do processo FCOP e alguns parâmetros para o cálculo de todos os cortes de carga em cada iteração, para os sistemas IEEE 30 e 118 barras, respectivamente.

Tabela 3.2: Processo iterativo e comparação das técnicas de métodos de corte de carga, sistema IEEE 30 barras.

| FCOP k | Método proposto | | | | | Componente normal | | | | Programação não-linear | | | | Busca binária | | |
|-------------|-----------------|---------|-----------------|-----------|-----|-------------------|-----------------|-----------|-----|------------------------|-----------------|-----------|-----|-----------------|-----------|-----|
| | θ | β | Corte de Carga | | I/F | θ | Corte de Carga | | I/F | γ | Corte de Carga | | I/F | Corte de Carga | | I/F |
| | (deg) | (deg) | $\Delta\rho(k)$ | $\rho(k)$ | | (deg) | $\Delta\rho(k)$ | $\rho(k)$ | | (deg) | $\Delta\rho(k)$ | $\rho(k)$ | | $\Delta\rho(k)$ | $\rho(k)$ | |
| 0 | | | 4 | | I | | 4 | | I | | 4 | | | 4 | | I |
| 1 | 66.6 | 66.5 | 2.408 | 1.592 | I | 66.6 | 0.960 | 3.040 | I | 18.7 | 1.278 | 2.722 | I | 1.50 | 2.500 | I |
| 2 | 75.9 | 69.1 | 0.045 | 1.547 | I | 67.7 | 0.575 | 2.465 | I | 32.5 | 0.725 | 1.997 | I | 0.75 | 1.750 | I |
| 3 | 75.5 | 69.5 | 0.000 | 1.547 | I | 69.5 | 0.347 | 2.118 | I | 49.7 | 0.425 | 1.572 | I | 0.38 | 1.375 | I |
| 4 | | | | | | 71.6 | 0.212 | 1.907 | I | 58.9 | 0.038 | 1.534 | I | -0.19 | 1.563 | F |
| 5 | | | | | | 73.2 | 0.131 | 1.775 | I | | -0.019 | 1.553 | F | 0.09 | 1.469 | I |
| 6 | | | | | | 74.1 | 0.082 | 1.693 | I | 62.0 | 0.011 | 1.542 | I | -0.05 | 1.516 | F |
| 7 | | | | | | 74.6 | 0.052 | 1.641 | I | | -0.006 | 1.548 | F | -0.02 | 1.539 | F |
| 8 | | | | | | 75.0 | 0.033 | 1.607 | I | | | | | -0.01 | 1.551 | F |
| 9 | | | | | | 75.5 | 0.021 | 1.586 | I | | | | | 0.01 | 1.545 | I |
| 10 | | | | | | 76.1 | 0.014 | 1.572 | I | | | | | | | |
| 11 | | | | | | 76.8 | 0.009 | 1.563 | I | | | | | | | |

I: infactível, F: factível.

Tabela 3.3: Processo iterativo e comparação das técnicas de métodos de corte de carga, sistema IEEE 118 barras.

| FCOP k | Método proposto | | | | | Componente normal | | | | Programação não-linear | | | | Busca binária | | |
|-------------|-----------------|---------|-----------------|-----------|-----|-------------------|-----------------|-----------|-----|------------------------|-----------------|-----------|-----|-----------------|-----------|-----|
| | θ | β | Corte de Carga | | I/F | θ | Corte de Carga | | I/F | γ | Corte de Carga | | I/F | Corte de Carga | | I/F |
| | (deg) | (deg) | $\Delta\rho(k)$ | $\rho(k)$ | | (deg) | $\Delta\rho(k)$ | $\rho(k)$ | | (deg) | $\Delta\rho(k)$ | $\rho(k)$ | | $\Delta\rho(k)$ | $\rho(k)$ | |
| 0 | | | 4 | | I | | 4 | | I | | 4 | | | 4 | | I |
| 1 | 81.0 | 83.1 | 1.526 | 2.474 | I | 81.0 | 0.184 | 3.816 | I | 54.3 | 1.012 | 2.988 | I | 1.50 | 2.500 | I |
| 2 | 92.8 | 93.5 | 0.323 | 2.151 | I | 90.9 | -0.021 | 3.837 | I | 50.7 | 0.391 | 2.598 | I | 0.75 | 1.750 | I |
| 3 | 69.3 | 79.3 | 0.005 | 2.146 | I | 80.7 | 0.204 | 3.633 | I | 71.3 | 0.669 | 1.928 | I | -0.38 | 2.125 | F |
| 4 | | | | | | 107.2 | -0.283 | 3.916 | I | | -0.335 | 2.263 | F | 0.19 | 1.938 | I |
| 5 | | | | | | 72.2 | 0.217 | 3.699 | I | 79.5 | 0.186 | 2.077 | I | -0.09 | 2.031 | F |
| 6 | | | | | | 91.6 | -0.037 | 3.736 | I | | -0.093 | 2.170 | F | -0.05 | 2.078 | F |
| 7 | | | | | | 93.6 | -0.059 | 3.795 | I | 80.0 | 0.035 | 2.134 | I | -0.02 | 2.102 | F |
| 8 | | | | | | 96.3 | -0.148 | 3.942 | I | | -0.018 | 2.152 | F | -0.01 | 2.113 | F |
| 9 | | | | | | 77.1 | 0.231 | 3.711 | I | 80.9 | 0.010 | 2.142 | I | 0.01 | 2.107 | I |
| 10 | | | | | | 81.3 | 0.217 | 3.494 | I | | -0.005 | 2.147 | F | | | |
| 11 | | | | | | 104.8 | -0.191 | 3.685 | I | | | | | | | |
| 12 | | | | | | 76.7 | 0.197 | 3.488 | I | | | | | | | |
| 13 | | | | | | 96.7 | -0.094 | 3.582 | I | | | | | | | |
| 14 | | | | | | 85.0 | 0.063 | 3.519 | I | | | | | | | |
| 15 | | | | | | 97.0 | -0.093 | 3.612 | I | | | | | | | |
| 16 | | | | | | 112.7 | -0.309 | 3.920 | I | | | | | | | |
| 17 | | | | | | 81.2 | 0.109 | 3.811 | I | | | | | | | |
| 18 | | | | | | 86.2 | 0.014 | 3.797 | I | | | | | | | |
| 19 | | | | | | 91.2 | -0.015 | 3.812 | I | | | | | | | |
| 20 | | | | | | 92.6 | -0.052 | 3.864 | I | | | | | | | |

I: infactível, F: factível.

As tabelas anteriores mostram que todos os métodos produzem uma sequência de valores do fator de carregamento, os quais podem estar na região factível (F) ou infactível (I). O corte de carga do método proposto apresenta melhores resultados (menos iterações) quando comparado com os outros. Todos os resultados deste método encontram-se em [56]. O método de corte de carga de componente normal apresenta o pior desempenho devido a projeção dos ΔS na direção de acréscimo manter sempre o processo afastado da fronteira Σ . Este fato pode ser positivo ao utilizá-lo para gerar um acréscimo de carga quando o processo cai na região factível, isto é, para substituir a busca binária no passo 2-B do algoritmo proposto. Os resultados desta idéia encontram-se em [57].

3.5.3 Aplicações em sistemas reais de grande porte

O método proposto foi aplicado a um sistema real brasileiro correspondente a um determinado dia do ano de 2004. Este sistema consiste de 1081 barras, 1654 ramos e 147 geradores, com uma carga total no caso base igual a 22.576 GW e 5.683 GVar. A Figura 3.14 apresenta as simulações realizadas para fatores de carregamento inicial $\rho^{(0)}$ altos como 2, 3 e 4, que garantem que o sistema seja infactível na primeira iteração. A evolução do fator de carregamento converge na solução do sistema em 4 iterações e todo o processo mantém-se na região infactível. A solução deste sistema, assumindo um acréscimo em todas as cargas, apresenta um carregamento de 0.51%, o qual significa que podem ser adicionados 115.13 MW e 28.98 MVar ao caso base sem chegar ao colapso de tensão.

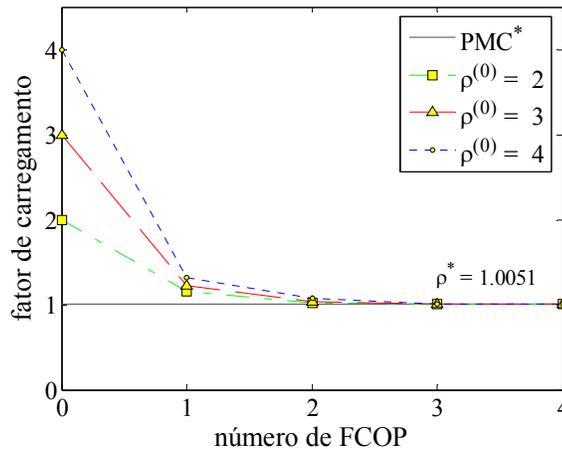


Figura 3.14: Evolução do fator de carregamento usando o método proposto para o cálculo do PMC, sistemas brasileiro de 1081 barras.

Em cada iteração do processo realizado pelo método proposto é calculado um PMC que possui uma direção de acréscimo de carga e geração diferente da direção desejada, e representam carregamentos sempre maiores e próximos de ρ^* . Estas direções podem ser usadas para alocação de cargas pelos planejadores que desejem aumentar o carregamento máximo do sistema no planejamento da expansão da transmissão. Por exemplo, a Tabela 3.4 apresenta os resultados do processo para um carregamento inicial de $\rho^{(0)} = 1.5$, assim os carregamentos obtidos em cada iteração representam boas direções para este objetivo. Para obter um carregamento de 8% (iteração 1) será necessário alocar nova geração na barra de carga ALCANTAR130, pois a variação de carga é negativa, e as outras cargas podem ser aumentadas ainda mais, permitindo margens de ET maiores. Outras barras de carga podem requerer nova geração para garantir o aumento nas margens.

Tabela 3.4: Aplicações do método proposto ao planejamento da transmissão, sistema brasileiro de 1081 barras.

| Fator de carregamento % | Barra de Carga (nome) | Caso base | | Planejamento | | Variação | |
|-------------------------|-----------------------|-----------|-------------------------|--------------|-------------------------|----------|-------------------------|
| | | P (MW) | Q (MVA _r) | P (MW) | Q (MVA _r) | P (MW) | Q (MVA _r) |
| iteração 1 8% | ALCANTAR130 | 383.7 | 139.6 | 102.6 | 55.7 | -281.2 | -83.9 |
| | BLUMENAU130 | 382.7 | 168.9 | 391.9 | 190.9 | 9.2 | 21.9 |
| | B.JARDIM 80 | 368.1 | 65.6 | 447.1 | 80.2 | 79.0 | 14.6 |
| | P.CALDAS130 | 364.4 | 49.7 | 448.1 | 61.3 | 83.8 | 11.6 |
| | JOINVILL130 | 235.7 | 44.3 | 236.9 | 47.2 | 1.2 | 2.9 |
| | TAUBATE 130 | 220.3 | 13.4 | 267.0 | 16.3 | 46.7 | 2.9 |
| | UBERABA 230 | 171.3 | 48.3 | 194.3 | 60.1 | 23.0 | 11.7 |
| iteração 2 0.89% | ALCANTAR130 | 383.7 | 139.6 | 397.4 | 145.6 | 13.7 | 6.1 |
| | BLUMENAU130 | 382.7 | 168.9 | 400.2 | 176.8 | 17.5 | 7.9 |
| | B.JARDIM 80 | 368.1 | 65.6 | 385.5 | 68.7 | 17.5 | 3.1 |
| | P.CALDAS130 | 364.4 | 49.7 | 381.8 | 52.1 | 17.4 | 2.4 |
| | JOINVILL130 | 235.7 | 44.3 | 246.4 | 46.3 | 10.8 | 2.0 |
| | TAUBATE 130 | 220.3 | 13.4 | 230.7 | 14.0 | 10.4 | 0.6 |
| | UBERABA 230 | 171.3 | 48.3 | 179.3 | 50.7 | 8.0 | 2.3 |

Capítulo 4

Fluxo de Carga da Continuação, Métodos Diretos e Híbridos

O fluxo de carga da continuação é o método mais amplamente usado na análise estática e permite desenhar os diagramas de bifurcação de forma robusta. Neste capítulo é introduzido o embasamento teórico do método, destacando o processo preditor-corretor, a escolha do parâmetro da continuação e o controle de tensão/potência reativa dos geradores. Com relação ao desempenho do método, são encontrados problemas associados à mudança do parâmetro da continuação e à convergência do passo corretor. Os métodos diretos são introduzidos para o cálculo rápido do ponto de colapso de tensão. Estes baseiam-se nas equações de transversalidade das BSNs, em particular da condição de singularidade. Estes métodos permitiram analisar a otimização de parâmetros com o fim de melhorar as margens de ET. A partir disto foi proposto o método de compensação reativa ótima, que define a condição de máxima margem quando as componentes do autovetor à esquerda no colapso de tensão associado às potências reativas são nulas. Este método foi aplicado a sistemas testes IEEE e seus resultados mostraram potencial para diversas aplicações no planejamento de sistemas de potência. Os métodos da continuação podem ser usados para o cálculo do ponto de colapso de tensão com uma precisão requerida, porém o tamanho de passo tangente deve ser diminuído de forma considerável, o que demanda muito esforço computacional. Para isto algumas técnicas para controle de tamanho de passo podem ser introduzidas nos métodos da continuação a partir de índices e funções de detecção do ponto de colapso de tensão. Neste caso, é proposto um método da continuação híbrido baseado em funções de detecção correspondentes à potência ativa da barra *slack*. Isto permitiu obter um tamanho de passo automático que é incorporado no passo preditor. Os resultados obtidos da aplicação deste método em sistemas teste IEEE mostraram sua eficiência e exatidão no cálculo do ponto de colapso de tensão em comparação aos métodos da continuação.

4.1 Fluxo de carga da continuação

O método da continuação é usado para calcular uma trajetória de pontos associados às soluções de um sistema de equações não lineares considerando um intervalo de valores do parâmetro do sistema [5]. Este método aplicado às equações de fluxo de carga é chamado de Fluxo de Carga da Continuação (FCC).

O FCC é o método mais amplamente usado na análise estática, permitindo desenhar completamente os diagramas de bifurcação, ou seja, a partir do ponto de operação do caso base são desenhados os pontos de operação seguintes considerando o aumento no nível de carregamento (ou parâmetro de bifurcação) até alcançar a fronteira de carregamento. Como explicitado no Capítulo 2, esta fronteira pode conter BSNs e BILs (especificamente os BEILs). É importante ressaltar que uma das características do FCC é a detecção das BSNs e BILs (BEILs e BDILs). O parâmetro de bifurcação é tipicamente definido como o fator de carregamento ρ , para modelar as mudanças na demanda do sistema [13], [14].

4.1.1 Modelo do sistema

Considera-se que a direção de aumento de carga e geração seja proporcional às potências do caso base, usada no Capítulo 3. No sistema (3.3) define-se ρ como o parâmetro do sistema. Assim, para um dado ρ_o , as variáveis y são calculadas. No entanto, no FCC ρ não é considerado explicitamente como o parâmetro do sistema. Neste caso é definido o vetor de variáveis $\hat{y}=(y,\rho)$ e o sistema (3.3) é reformulado:

$$g(\hat{y}, u) = 0, \quad (4.1)$$

onde $y \in \mathfrak{R}^{2nPQ+nPV}$ contém os ângulos de tensão nas barras PQ e PV, e os módulos das tensões nas barras PQ; $\rho \in \mathfrak{R}$ é o fator de carregamento; $g \in \mathfrak{R}^{2nPQ+nPV}$ são as equações de FC, considerando o controle tensão/potência reativa dos geradores, definidas para as barras de carga originais PQ, barras de geração PQ_{max} ou PQ_{min}, e PV de acordo com as equações (3.4), (3.5) e (3.6). Sem perda da generalidade, o vetor de variáveis de controle u é considerado predefinido $u = u_o$. No caso da perda de controle de tensão de alguma barra de geração, o sistema (4.1) muda de dimensão, como explicitado no Capítulo 3.

Para um dado u_o , em geral, o vetor de parâmetros p representa uma direção de acréscimo de carga e geração proporcional ao caso base, portanto o sistema (4.1) possui um grau de liberdade, definido pelo escalar ρ (unidimensional), e suas soluções representam uma trajetória curva no espaço de variáveis \hat{y} .

Sistema de 2 barras (diagramas de bifurcação)

Para interpretar graficamente a trajetória de soluções é usado o sistema de 2 barras apresentado no Capítulo 2. Usando as equações (2.13), o sistema (4.1) é definido como:

$$\Delta P_2(y, u_o) = -\rho P_{c,cb} - \frac{VE}{x} \sin \theta = 0, \quad \Delta Q_2(y, u_o) = -\rho Q_{c,cb} - \frac{V}{x} (V - E \cos \theta) = 0,$$

onde as variáveis do sistema são $\hat{y} = (\theta, V, \rho)$ e o parâmetro de controle é $u_o = E$. A mudança da carga é representada como $P_c = \rho P_{c,cb}$ e $Q_c = \rho Q_{c,cb}$, onde $P_{c,cb}$ e $Q_{c,cb}$ são as potências ativa e reativa da carga no caso base, respectivamente. Na Figura 4.1 apresentam-se as superfícies geradas para $\Delta P_2 = 0$ e $\Delta Q_2 = 0$ por separado no espaço de variáveis \hat{y} . A interseção dessas gera a trajetória das soluções de (4.1).

Em geral, os métodos da continuação usam as características geométricas destas trajetórias para desenhar completamente os diagramas de bifurcações. O método de FCC consiste de dois passos: *i*) no passo preditor é calculada uma solução aproximada das equações (4.1), e *ii*) esta solução aproximada é corrigida ou determinada exatamente no passo corretor. O passo preditor é função de algum parâmetro

$\hat{y}_k \in \mathfrak{R}$ (chamado de parâmetro da continuação). No entanto, o passo corretor é função do tipo de parametrização.

4.1.2 Passo preditor

No passo preditor é calculada uma solução aproximada \hat{y}_{pr} usando alguma técnica como o método da secante, polinomial ou tangente [5], porém comumente no FCC é preferido o método da tangente [2]. Assumindo um ponto de operação inicial \hat{y}_o a solução aproximada \hat{y}_{pr} é calculada como:

$$\hat{y}_{pr} = \hat{y}_o + \sigma d\hat{y}_o \quad (4.2)$$

onde $d\hat{y}_o \in \mathfrak{R}^{2n_{PQ}+n_{PV}+1}$ é o vetor tangente no ponto de operação \hat{y}_o ; $\sigma \in \mathfrak{R}$ é o tamanho de passo preditor.

Para o sistema de 2 barras, na Figura 4.1 os gradientes ∇P_2 e ∇Q_2 são os vetores normais às superfícies $\Delta P_2 = 0$ e $\Delta Q_2 = 0$, respectivamente, portanto o vetor tangente à trajetória de soluções do sistema (4.1) pode ser definido como $\nabla P_2^T d\hat{y} = 0$ e $\nabla Q_2^T d\hat{y} = 0$. Para sistemas de múltiplas barras o vetor $d\hat{y}$ é calculado da propriedade de ortogonalidade $\nabla_{\hat{y}} g d\hat{y} = 0$, onde $\nabla_{\hat{y}} g$ é a matriz Jacobiana de g com respeito de \hat{y} .

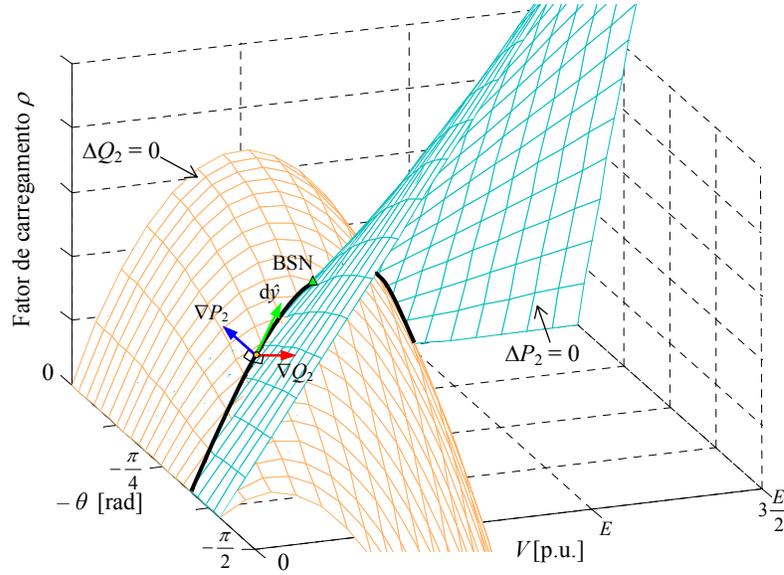


Figura 4.1: Trajetória de soluções no espaço de variáveis \hat{y} , sistema de 2 barras.

Para evitar a solução trivial é assumida a mudança $\Delta\hat{y}_k$ na componente $d\hat{y}_k$, então uma equação é adicionada na equação (4.1) na seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \nabla_{\hat{y}} g|_o \\ e_k \end{bmatrix} d\hat{y}_o = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta\hat{y}_k \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \nabla_{\hat{y}} g|_o & \nabla_{\rho} g \\ e_k & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\hat{y}_o \\ d\rho_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta\hat{y}_k \end{bmatrix}, \quad (4.3)$$

onde $\nabla_{\hat{y}} g|_o$ é a matriz Jacobiana de g com relação a \hat{y} avaliada em \hat{y}_o ; $\nabla_{\rho} g$ é a matriz Jacobiana de g com relação a ρ ; e_k é um vetor de elementos nulos exceto na k -ésima posição, cujo valor é 1. É importante ressaltar que a variável \hat{y}_k é o parâmetro da continuação do processo de FCC. O vetor tangente $d\hat{y}_o$ representa as mudanças das variáveis \hat{y} com respeito a uma pequena mudança no parâmetro \hat{y}_k , portanto $\Delta\hat{y}_k$

pode ser escolhido como +1 ou -1 quando \hat{y}_k aumenta ou diminui de valor no processo de FCC, respectivamente. Simplificando o sistema (4.3), uma matriz T é definida como:

$$T = \begin{bmatrix} \nabla_y \mathcal{G}|_o & \nabla_\rho \mathcal{G} \\ e_k \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -H & -N & P_{esp,cb} \\ -M & -L & Q_{esp,cb} \\ \hline & & e_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\theta_o \\ dV_o \\ d\rho_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta\hat{y}_k \end{bmatrix}, \quad (4.4)$$

onde H, N, M, L são as matrizes de derivadas de primeira ordem de P_{inj} e Q_{inj} com respeito às variáveis y ; $P_{esp,cb}$ e $Q_{esp,cb}$ são os vetores de potências especificadas definidos das equações (3.3) e (3.4) como:

$$P_{esp,cb} = P_{g,cb} - P_{c,cb},$$

$$Q_{esp,cb} = -Q_{c,cb},$$

$P_{c,cb}$ e $Q_{c,cb}$ são os vetores das potências ativa e reativa de carga do caso base; e $P_{g,cb}$ é o vetor de potência ativa de geração no caso base. Nas barras de carga originais ocorre que $P_{g,cb} = 0$.

Soluções próximas às BSNs e BILs

Para soluções \hat{y}_o próximas às BSNs a matriz $\nabla_y \mathcal{G}|_o$ torna-se singular e o comportamento do vetor tangente $d\hat{y}$ está relacionado com a escolha do parâmetro da continuação \hat{y}_k :

- Para $\hat{y}_k = \rho$: a matriz T da equação (4.4) torna-se singular, se $d\rho = +1$ então dy alcança valores altos.
- Para $\hat{y}_k \neq \rho$: a matriz T da equação (4.4) é não singular, se $dy_k = -1$ então dy alcança valores finitos, porém $d\rho \rightarrow 0$.

Para soluções \hat{y}_o próximas às BILs, em geral, a matriz $\nabla_y \mathcal{G}|_o$ é não singular e para qualquer parâmetro da continuação $d\hat{y}$ alcança valores finitos. Em particular, quando o ponto de BIL está perto da BSN o comportamento é similar a soluções próximas à BSN.

4.1.3 Passo corretor

A solução aproximada \hat{y}_{pr} encontrada no passo preditor é melhorada no passo corretor. Existem diferentes métodos para determinar a solução corretor \hat{y}_{co} (ou novo ponto de operação) e cada um deles possui uma parametrização particular [5]. Todas estas técnicas baseiam-se na solução do seguinte:

$$G(\hat{y}, u) = \begin{bmatrix} \mathcal{G}(\hat{y}_{co}, u_o) \\ \mathcal{A}(\hat{y}_{pr}, \hat{y}_{co}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

onde $\mathcal{A}(\cdot)$ é uma função escalar que relaciona a solução preditor com a solução exata do novo ponto de operação. A função $\mathcal{A}(\cdot)$ pode ser escolhida tal que o novo ponto de operação é determinado pela interseção entre o plano perpendicular ao vetor tangente (preditor) e a trajetória de pontos de operação.

Para o método do FCC é escolhida a parametrização local, então no sistema (4.5) é substituída a função $\mathcal{A}(\cdot)$ pela equação que especifica o valor de uma das variáveis \hat{y} . O passo corretor é definido como a solução do seguinte sistema [13]:

$$G(\hat{y}, u) = \begin{bmatrix} \mathcal{G}(\hat{y}_{co}, u_o) \\ \hat{y}_{co,k} - \hat{y}_{pr,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

onde $\hat{y}_{pr,k}$ e $\hat{y}_{co,k}$ é o valor do componente k -ésimo do passo preditor e corretor, respectivamente. A consistência do sistema (4.6) é garantida desde que G e \hat{y} possuam a mesma dimensão, igual a $2nPQ+nPV+1$. O sistema (4.6) pode ser resolvido usando um algoritmo de fluxo de carga modificado tipo Newton onde é adicionada uma equação e a variável ρ . A estratégia de controle de tensão/potência reativa dos geradores do algoritmo de fluxo de carga convencional pode ser reaproveitada.

Para o sistema de 2 barras, na Figura 4.2 é apresentado o processo preditor-corretor no espaço de variáveis \hat{y} considerando ρ como parâmetro da continuação. A projeção da trajetória de soluções nos planos $\rho - V$ e $\rho - \theta$ resulta em diferentes diagramas de bifurcação. Para sistemas de múltiplas barras o processo preditor-corretor é estudado sob os diagramas de bifurcação.

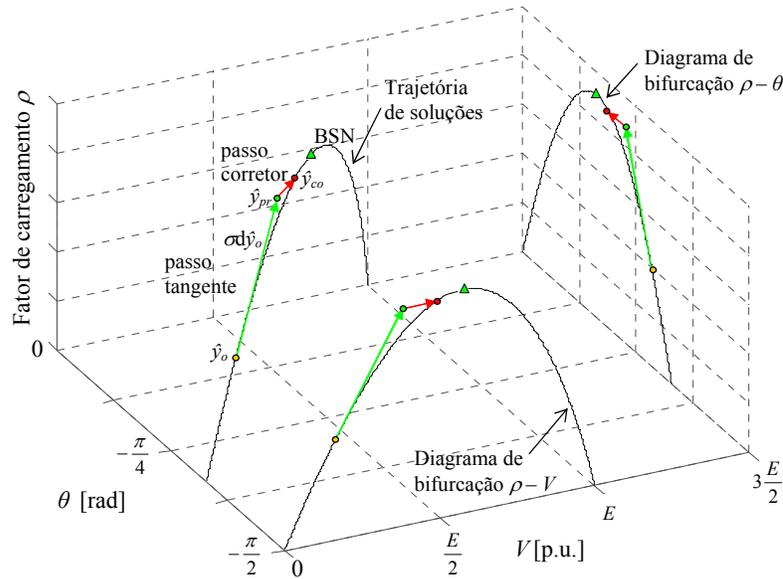


Figura 4.2: Processo preditor-corretor e diagramas de bifurcação no espaço de variáveis \hat{y} , sistema de 2 barras.

Soluções próximas às BSNs

No fluxo de carga tipo de Newton modificado, o sistema (4.6) é linearizado, obtendo-se a matriz $\nabla_{\hat{y}}G$. Especificamente na parametrização local, esta matriz é idêntica à matriz T do passo preditor. Portanto, em soluções próximas às BSNs a matriz $\nabla_{\hat{y}}G$ torna-se singular ou não dependente da escolha do parâmetro da continuação. Assim, o processo de convergência do algoritmo de fluxo de carga modificado tipo Newton possui as seguintes características em relação à escolha do parâmetro da continuação:

- Para $\hat{y}_k = \rho$: a matriz $\nabla_{\hat{y}}G$ torna-se singular, então o sistema (4.6) é mal comportado, o método Newton apresenta pobre desempenho (as iterações aumentam conforme $\nabla_{\hat{y}}G$ aproxima-se à singularidade), e em alguns casos a convergência não é garantida.
- Para $\hat{y}_k \neq \rho$: a matriz $\nabla_{\hat{y}}G$ é não singular então o sistema (4.6) é bem-comportado e o processo Newton apresenta bom desempenho, similar aos casos onde a solução está afastada da BSN.

A performance do método de FCC é similar ao problema convencional de FC quando é escolhido o parâmetro da continuação $\hat{y}_k = \rho$. Portanto, obtêm-se sistemas mal comportados quando a solução está próxima das BSNs.

4.1.4 Escolha do parâmetro da continuação

Como visto anteriormente, o comportamento do vetor tangente e o processo de convergência do algoritmo de fluxo de carga modificado tipo Newton dependem da escolha do parâmetro da continuação. Inicialmente, no caso base, o parâmetro pode ser escolhido como $\hat{y}_k = \rho$. Para soluções próximas às BSNs é conveniente que o parâmetro da continuação \hat{y}_k seja diferente de ρ . Para garantir o anterior em cada passo a escolha do parâmetro da continuação é definido como [13]:

$$\hat{y}_k : |\hat{d}\hat{y}_k| = \max \left\{ |\hat{d}\hat{y}_1|, |\hat{d}\hat{y}_2|, \dots, |\hat{d}\hat{y}_{n\hat{y}}| \right\}, \quad (4.7)$$

onde $n\hat{y}$ é a dimensão do vetor tangente $\hat{d}\hat{y}$ igual a $2nPQ+nPV+1$; e o índice k -ésimo corresponde ao componente do vetor tangente com maior valor absoluto.

Quando o parâmetro da continuação é escolhido, o valor de $\Delta\hat{y}_k$ do seguinte cálculo do vetor tangente pode ser definido como +1 ou -1 quando a componente $\hat{d}\hat{y}_k$ aumenta ou diminui, respectivamente.

4.1.5 Controle de tensão/potência reativa dos geradores

Em cada passo preditor-corretor o algoritmo de FCC leva em conta a ação de controle de tensão/potência reativa dos geradores. Em geral, no processo de FCC os geradores alcançam o limite máximo de potência reativa para diferentes valores de carregamento, então o sistema (4.1) pode considerar dois tipos de barra (PV ou PQ_{\max}) em cada gerador. Portanto, o número total de trajetórias de soluções possíveis do sistema (4.1) resulta igual a 2^{ng} , onde ng é o número de geradores, porém somente muito poucas destas trajetórias formam parte do processo de colapso de tensão.

Na Figura 4.3 apresentam-se os diagramas de bifurcação $\rho - V$ associados às combinações de tipos de barra nos geradores (PV ou PQ_{\max}) dentro do processo de colapso de tensão do sistema IEEE 57 barras.

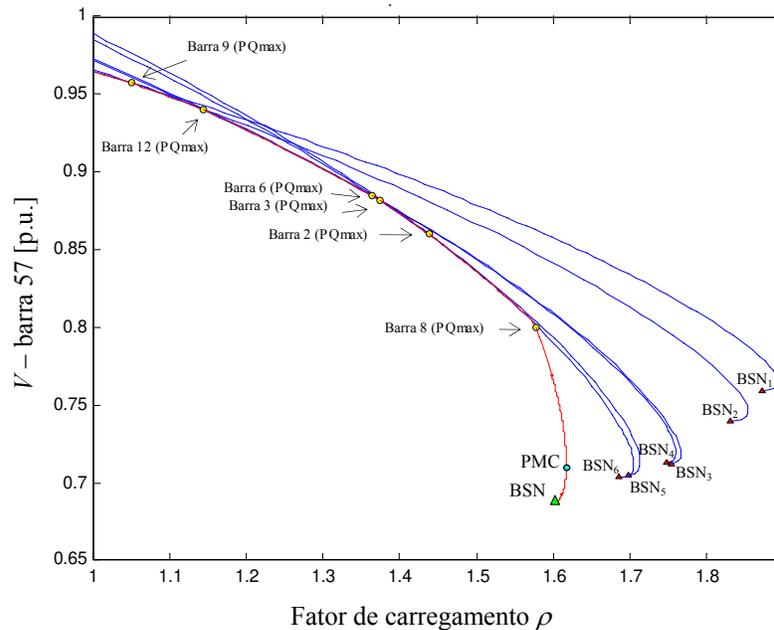


Figura 4.3: Diagramas de bifurcação $\rho - V$ associados às combinações de tipos de barra nos geradores (PV ou PQ_{\max}) dentro do processo de colapso de tensão, sistema IEEE 57 barras.

Em cada passo corretor são obtidos os geradores que mudam o tipo de barra de PV para PQ_{\max} , então desde o caso base até proximidade da BSN pode-se observar uma sequência de geradores ordenada de acordo com a perda de controle de tensão. Na Figura 4.3 a sequência de geradores para o sistema IEEE 57 barras é: 9, 12, 6, 3, 2 e 8. Também, cada ponto de quebra é uma BDIL definida pela interseção das trajetórias de soluções associadas a dois estados do sistema, por exemplo, a BDIL originada pela perda de tensão no gerador da barra 12 é definida pela interseção da trajetória do sistema com perda de tensão no gerador 9 e a trajetória com perda de tensão nos geradores 9 e 12. Para cada combinação de geradores da sequência está associada uma BSN, então a trajetória do sistema com perda de controle de tensão nos geradores 9 e 12 está associada à BSN_3 . Como observado na Figura 4.3, a BSN do sistema será aquela considerando toda a sequência de geradores e esta nem sempre coincide com a condição de máximo carregamento. Este fato é típico em sistemas de potência, também os valores dos carregamentos são muito próximos. Neste caso o PMC é 1.6168 e a BSN do sistema é 1.603.

4.1.6 Algoritmo básico de FCC

O algoritmo básico de FCC é modificado da referência [13] considerando as BSNs e BILs.

- Passo 0: Iteração $i = 0$. Calcular o ponto de operação do caso base \hat{y}_o , usar o algoritmo de fluxo de carga convencional aplicado à equação (4.1) com $\rho = 1$. Fazer $\hat{y}^{(i)} = \hat{y}_o$.
- Passo 1: Escolher como parâmetro da continuação $\hat{y}_k^{(i)} = \rho$, com $\Delta\hat{y}_k^{(i)} = +1$ (assume-se aumento do fator de carregamento).
- Passo 2: Calcular o vetor tangente $d\hat{y}^{(i)}$ no ponto de operação $\hat{y}^{(i)}$, usar a equação (4.3) ou (4.4) com o valor $\Delta\hat{y}_k^{(i)}$ calculado anteriormente.
- Passo 3: Se $d\rho^{(i)} > 0$, ir ao Passo 4. Senão, fim do processo e a solução é uma BSN ou BEIL.
- Passo 4: Escolher parâmetro da continuação $\hat{y}_k^{(i+1)}$ para o seguinte passo tangente, usar equação (4.7). O valor de $\Delta\hat{y}_k^{(i+1)}$ é definido em +1 ou -1 quando a componente $d\hat{y}_k^{(i)}$ aumenta ou diminui.
- Passo 5: Calcular solução preditor \hat{y}_{pr} , e usar a equação (4.2) com um tamanho de passo predefinido σ .
- Passo 6: Calcular a solução corretor \hat{y}_{co} , usar o algoritmo de fluxo de carga modificado tipo Newton aplicado à equação (4.6) usando como ponto inicial a solução aproximada \hat{y}_{pr} com valor do parâmetro da continuação $\hat{y}_{pr,k}$.
- Se em alguma barra de geração existe perda de controle de tensão em relação à iteração anterior (e.g. novas barras PQ_{\max}), então a solução corretor \hat{y}_{co} é uma BDIL.
- Passo 7: Fazer $i = i + 1$ e $\hat{y}^{(i)} = \hat{y}_{co}$. Ir ao Passo 2.

4.2 Desempenho do FCC

O FCC é robusto, e seu bom desempenho é função de algumas características próprias, como a de manter o sistema (4.6) bem-comportado em todo o processo de construção da curva de bifurcação, mesmo na proximidade das BSNs, onde a matriz $\nabla_{y,g}$ torna-se singular. No entanto, os algoritmos de fluxo de carga

convencionais tipo Newton apresentam problemas numéricos quando o sistema (4.6) torna-se mal comportado na vizinhança das BSNs.

O FCC apresenta bom desempenho pois: *i*) em soluções próximas das BSNs escolhe-se um parâmetro da continuação \hat{y}_k adequado (diferente de ρ) através da equação (4.7), garantindo que $\nabla_y G$ seja não singular, e *ii*) a solução predictor é uma boa aproximação por estar dentro do raio de convergência da solução corretor [13]. Em geral, ambas situações são obtidas quando é escolhido um tamanho de passo tangente σ adequado. Às vezes é necessário escolher um σ muito pequeno.

Em algumas situações não se tem sucesso em *i*) devido que o algoritmo básico não realiza um controle de tamanho de passo eficiente para garantir a mudança do parâmetro da continuação. Adicionalmente a isto, a situação *ii*) pode não ocorrer, por exemplo quando as trajetórias de soluções estão muito próximas e a solução corretor pode ficar oscilando nos passos seguintes.

4.2.1 Controle de tamanho de passo tangente

O algoritmo básico de FCC, com tamanho de passo tangente fixo, foi aplicado ao sistema IEEE 30 barras. Na Figura 4.4 apresenta-se o diagrama de bifurcação $\rho - V$ na proximidade da BSN e os processos predictor-corretor para distintos valores de σ . É importante destacar que todos os geradores perderam o controle de tensão antes de $\rho = 1.2$. Para $\sigma = 0.05$, o parâmetro da continuação consegue mudar de ρ para θ_{30} , por tanto o sistema (4.6) é bem-comportado convergindo em aproximadamente 4 iterações. No entanto, para $\sigma = 0.1$ o parâmetro da continuação permanece em ρ em todo o processo, assim próximo da BSN o sistema (4.6) é mal-comportado pois não existe solução corretor.

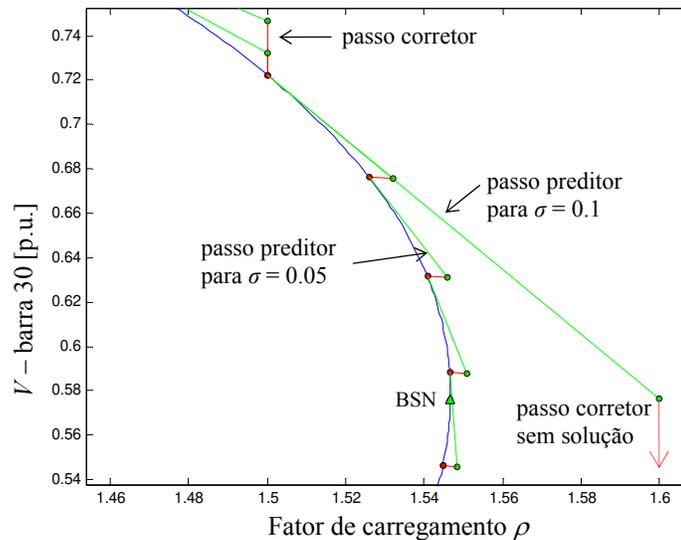


Figura 4.4: Diagrama de bifurcação $\rho - V$ e processo predictor-corretor no FCC com tamanho de passo fixo para distintos valores de σ , sistema IEEE 30 barras.

Pode-se obter uma melhora do desempenho do FCC usando a informação do vetor tangente. Na referência [14] é definido o controle de tamanho de passo tangente seguinte:

$$\sigma = \frac{k}{d\rho \|dy\|_1}, \quad (4.8)$$

onde $\|\cdot\|_1$ é a norma L1, quando aplicado a um vetor dá como resultado a soma dos valores absolutos dos componentes; k é um escalar predefinido. Originalmente a referência [14] usa a norma euclidiana $\|\cdot\|_2$ na equação (4.8), porém simulações exaustivas demonstraram que norma $\|\cdot\|_1$ resulta em melhores resultados para diferentes sistemas de potência teste. A eficiência do controle de passo depende do valor de k , o qual depende do sistema de potência usado.

O método de FCC com controle de tamanho de passo, equação (4.8), foi aplicado ao sistema teste IEEE 30 barras. Na Figura 4.5 a) apresenta-se o diagrama de bifurcação $\rho - V$ e o processo predictor-corretor com controle de tamanho de passo e $k = 1$.

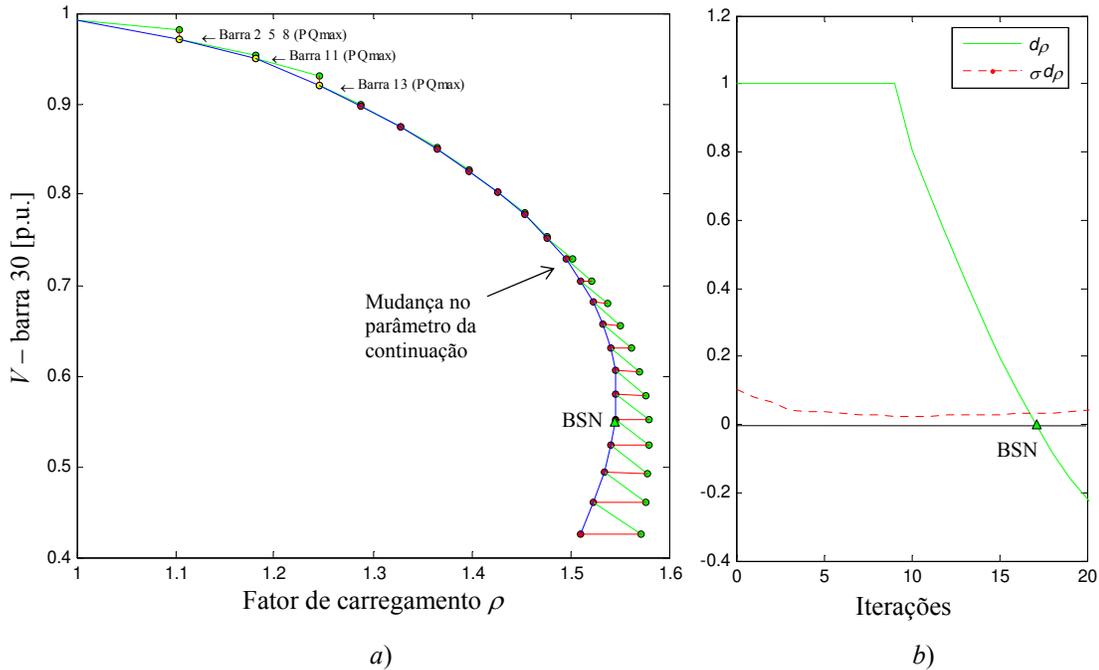


Figura 4.5: Diagramas de bifurcação $\rho - V$ e processo predictor-corretor com controle de tamanho de passo σ , sistema IEEE 30 barras.

Ao aproximar-se à BSN $\nabla_y g$ torna-se singular e se o parâmetro da continuação permanece em ρ então $d\rho = +1$ e o termo $\|dy\|_1$ aumentaria rapidamente. Realmente $\|dy\|_1$ aumenta o suficiente para garantir a mudança do parâmetro da continuação, de ρ para θ_{30} na iteração 9; nas iterações seguintes o termo $d\rho$ diminui para ser igual a zero na BSN (iteração 18), como pode ser visto na Figura 4.5 b). O termo $\sigma d\rho$ permanece em um valor baixo, porém não muito pequeno, para forçar o processo a ultrapassar a BSN.

4.2.2 Convergência do passo corretor

Existem problemas de convergência do método FCC quando existem trajetórias de soluções associadas a diferentes estados de controle muito próximas. Ainda que o processo de FCC consiga escolher um parâmetro da continuação \hat{y}_k adequado, o passo tangente pode afastar o ponto inicial para fora do raio de

convergência da solução corretor, isto devido às contínuas mudanças do tipo de barra. A Figura 4.6 mostra o diagrama de bifurcação $\rho-V$ do sistema IEEE 118 barras destacando a sequência de perda de controle de tensão dos geradores até alcançar a BSN. O processo é bem-comportado até a proximidade da BSN, daí apresenta problemas de convergência próximo da BSN.

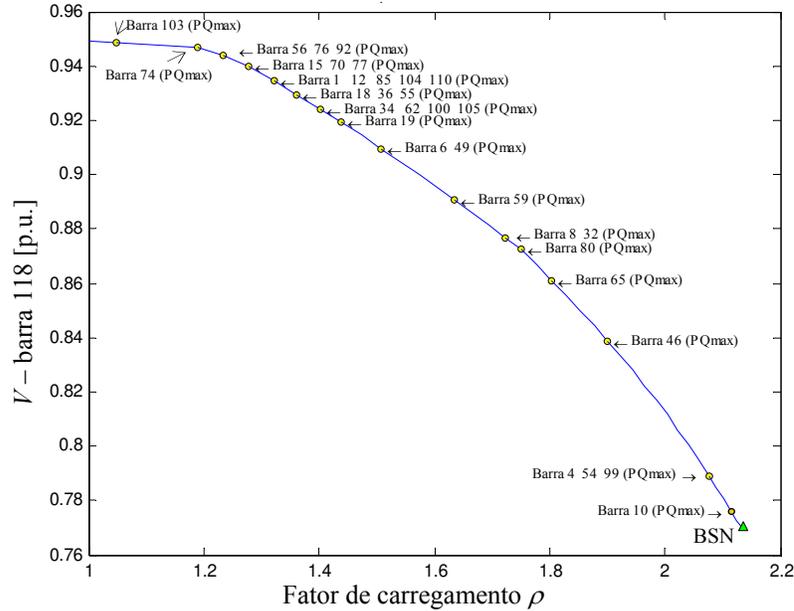


Figura 4.6: Diagrama de bifurcação $\rho-V$, sistema IEEE 118 barras.

A Figura 4.7 apresenta o diagrama de bifurcação $\rho-V$ usando como parâmetro da continuação a variável ρ para diferentes valores de k . Para $k = 0.1$, o processo faz com que o gerador 10 perca seu controle de tensão, assim o processo caminha através de uma trajetória de soluções que alcança a BSN₁. Para $k = 0.5$ ocorre a perda de controle de tensão do gerador 73 e o processo alcança a BSN₂ do sistema. Em ambos dos casos a precisão numérica é diferente e as duas trajetórias de soluções estão muito próximas.

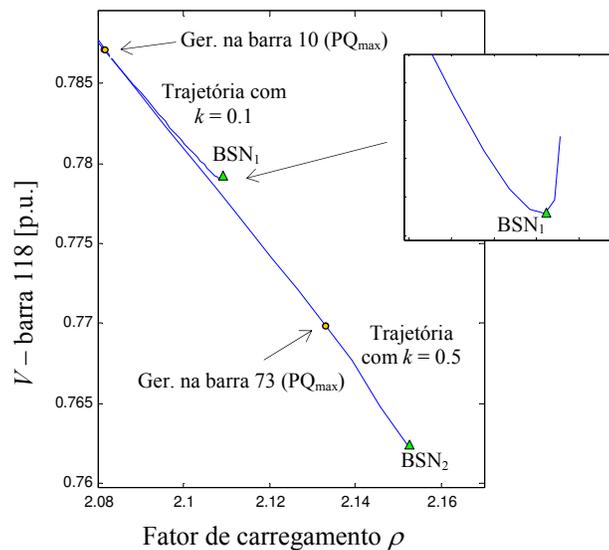


Figura 4.7: Diagrama de bifurcação $\rho-V$ com problemas de convergência no passo corretor, sistema IEEE 118 barras.

4.3 Métodos diretos e compensação de potência reativa ótima

Os métodos diretos, também conhecidos como “métodos de colapso de tensão”, foram inicialmente propostos em [15] para o cálculo das BSNs de sistemas não-lineares, que representam as equações algébricas-diferenciais do sistema. Estes métodos calculam “diretamente” o ponto de BSN do sistema sem obter pontos de operação intermediários na trajetória de solução. Em [58] foi adaptado o método direto em sistemas testes AC/DC usando modelos dinâmicos dos elos HVDC.

4.3.1 Modelo geral

Sem perda da generalidade, os métodos diretos podem ser aplicados aos modelos de equilíbrio, como as equações de FC (3.3). Para valores dados das variáveis de controle u_o e considerando que o parâmetro escalar ρ representa completamente a variação lenta da carga e geração, o método do ponto de colapso de tensão seguindo a formulação em [15] é representado usando o seguinte sistema de equações:

$$g(y, \rho, u_o) = 0, \quad (4.9a)$$

$$\nabla_y g(y, \rho, u_o)v = 0, \quad (4.9b)$$

$$\|v\|_2 \neq 0, \quad (4.9c)$$

onde as variáveis do sistema são (y, ρ, v) , y representa os módulos e ângulos das tensões de barras, e v é um vetor que na solução do sistema (4.9) é igual ao autovetor à direita do autovalor nulo do sistema (4.9a) no colapso de tensão. A equação (4.9a) representa as equações de FC, (4.9b) representa as condições de singularidade do ponto de colapso de tensão, e (4.9c) representa a condição de não-nulidade do autovetor à direita v .

Em [16] é usado o conjunto de equações (4.9) considerando o autovetor à esquerda w como:

$$g(y, \rho, u_o) = 0, \quad (4.10a)$$

$$\nabla_y^T g(y, \rho, u_o)w = 0, \quad (4.10b)$$

$$\|w\|_2 \neq 0. \quad (4.10c)$$

As equações (4.9) ou (4.10) podem ser resolvidas usando o método de Newton. Do ponto de vista prático, as equações (4.10) são mais vantajosas porque produzem matrizes de segundas derivadas parciais simétricas quando é usado o método de Newton para resolver o conjunto de equações. Em [16] é demonstrado que a formulação (4.10) apresenta melhores resultados para sistemas maiores em comparação da formulação (4.9). As formulações (4.9) e (4.10) não levam em conta o controle de tensão/potência reativa e suas soluções sempre alcançam a BSN do sistema.

4.3.2 Maximização da margem de ET

A margem de ET (MET) é um indicador que representa a distância entre a solução do caso base e do colapso de tensão. Considerando que o ponto de colapso de tensão é equivalente a uma BSN e usando uma

formulação que inclua o fator de carregamento, a MET é definida por: $MET = \rho_{bsn} - \rho_{cb}$. Para melhorar a segurança do sistema podem ser aplicadas ações preventivas. Uma delas é a compensação de potência reativa, que consiste em localizar dispositivos de controle de potência reativa no sistema com o fim de atingir alguns objetivos como: aumento da MET, melhora do perfil de tensão, diminuição de perdas de potência ativa, entre outras.

A compensação reativa pode ser modelada de forma simples com a inclusão de capacitores/indutores shunt B_c nas barras de carga do sistema. Isto é modelado no vetor de variáveis de controle como $u = (B_{c,1}, B_{c,2}, \dots, B_{c,nPQ})$. Neste caso as componentes de u são incluídas como variáveis nas equações (4.10).

Sistema de 2 barras com capacitor shunt variável

A título de exemplo será usado o sistema teste de 2 barras com capacitor shunt variável como mostrado na Figura 4.8. Neste sistema a barra 1 (V θ) representa um gerador com tensão $E = 1$ p.u.; a barra 2 (PQ) tem uma carga proporcional ao caso base representada como $P_c = \rho P_{c,cb}$ e $Q_c = \rho Q_{c,cb}$, onde as potências ativa $P_{c,cb}$ e reativa $Q_{c,cb}$ são 50 MW e 30 MVar, respectivamente; e a linha de transmissão 1-2 tem uma reatância $x = 0.25$ p.u. e uma resistência $r = 0.1$ p.u. O gerador na barra 1 não apresenta limites de injeção de potência reativa (supõe-se alta reserva de reativos). A compensação reativa está representada pelo capacitor shunt B_c conectado à barra de carga, assim $u = B_c$.

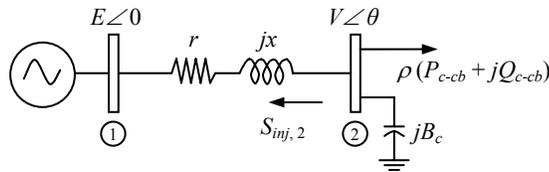


Figura 4.8: Sistema exemplo 2 barras com capacitor shunt variável.

B_c é aumentado gradualmente e ρ_{bsn} é calculado das equações (4.10), assim θ , V , ρ , w_1 (associada a ΔP_2) e w_2 (associada a ΔQ_2) são as variáveis do sistema. Para o ângulo de potência $\phi = \tan^{-1}(0.3/0.5) = 30.96^\circ$ e $B_c = 0$ o ponto de colapso de tensão tem uma MET igual a 0.773. A Figura 4.9 mostra os MET em função do B_c para diferentes ângulos ϕ . ρ_{bsn} alcança seu máximo valor para B_c^* , então para $\phi = 30.96^\circ$ tem-se $B_c^* = 4.276$ p.u. e $MET^* = 4$.

A Figura 4.10 mostra w e a fronteira de carregamento Σ no espaço de parâmetro de carga para diversos B_c e para $\phi = 30.96^\circ$. O componente w_2 (associada a ΔQ_2) diminui a zero na condição de MET máxima. Se $B_c > B_c^*$, $w_2 < 0$ e a MET diminui. Portanto, além do autovetor w ser normal à superfície Σ , este aponta na direção de aumento da MET pois w é equivalente ao gradiente da função que representa a superfície Σ no espaço de variáveis P_c e Q_c . Uma estratégia prática pode ser gerada forçando $w_2 = 0$ para obter-se a MET máxima. Esta condição é chamada de Compensação Reativa Ótima (CRO).

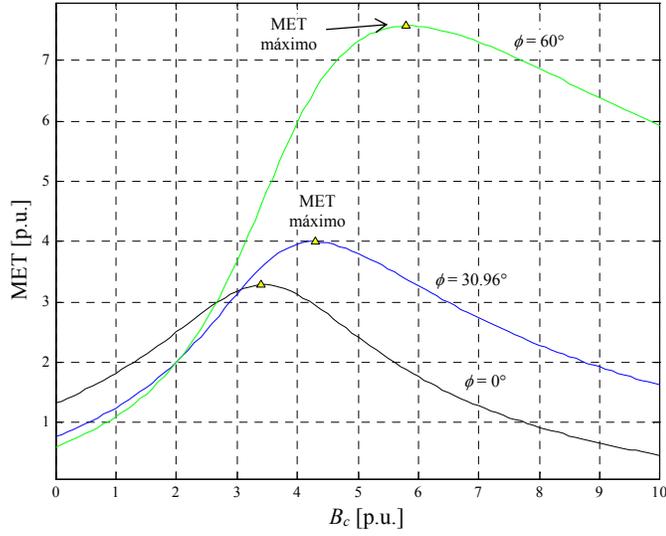


Figura 4.9: MET versus B_c para diferentes ϕ , sistema exemplo 2 barras com capacitor shunt variável.

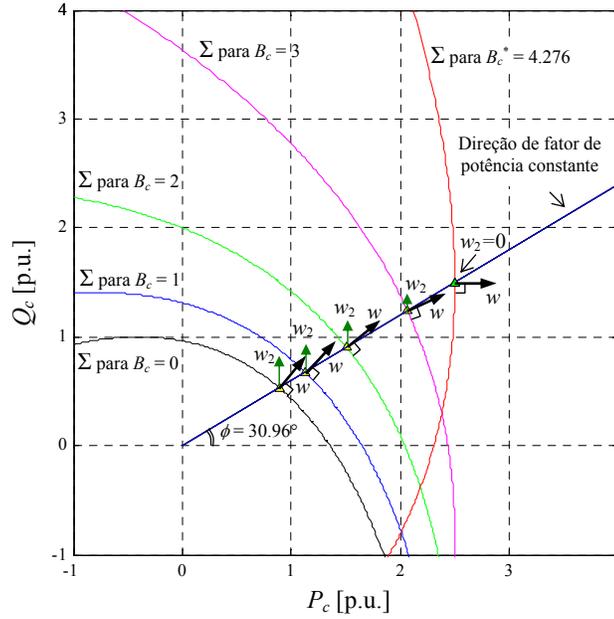


Figura 4.10: Autovetor w e superfície fronteira Σ no espaço de parâmetros de carga B_c para $\phi = 30.96^\circ$ e diferentes B_c , sistema exemplo 2 barras com capacitor shunt variável.

Usando as equações (4.10), a condição de CRO para o sistema de 2 barras e capacitor é definida como:

$$g(\theta, V, \rho, B_c) = \begin{bmatrix} -\rho P_{c-cb} - P_{inj, 2}(\theta, V) \\ -\rho Q_{c-cb} - Q_{inj, 2}(\theta, V, B_c) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$w_2 = 0 \Rightarrow \|w\|_\infty = w_1 = 1,$$

$$\nabla_y^T g(\theta, V, \rho) \begin{bmatrix} w_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial P_{inj, 2}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \theta}{\partial P_{inj, 2}} \\ -\frac{\partial P_{inj, 2}}{\partial V} \end{bmatrix} w_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

onde θ , V , ρ , w_1 , w_2 e B_c são as variáveis do novo sistema. As equações anteriores podem ser resolvidas em forma analítica assim a solução de CRO é dada por:

$$y_{cro} = \begin{bmatrix} \theta_{cro} \\ V_{cro} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tan^{-1}(b/g) \\ \frac{E}{2\sqrt{rg}} \end{bmatrix},$$

$$\rho_{cro} = \frac{E^2}{4rP_{c-cb}} \Rightarrow \begin{cases} P_{c-cro} = \frac{E^2}{4r}, \\ Q_{c-cro} = \frac{E^2}{4r} \tan \phi, \end{cases}$$

$$B_c^* = -b + g \tan \phi,$$

onde $g = r/\|z\|^2$, $b = -x/\|z\|^2$.

A solução anterior pode ser obtida da condição de maximização do fator de carregamento $d\rho/dB_c = 0$. Esta solução pode também ser interpretada usando a teoria de circuitos, substituindo a carga como uma admitância equivalente igual a $g(1 - j \tan \phi)$. Neste caso a carga somada como jB_c^* produz uma impedância equivalente de $r - jx$ (conjugada da impedância da linha de transmissão). Portanto, na condição de CRO as potências máximas de transferência dependem unicamente do valor de r .

4.3.3 Compensação de potência reativa ótima

Para um sistema de n barras a condição de CRO não pode ser obtida com a teoria de circuitos, porém pode-se usar os métodos diretos conjuntamente com a condição $w_q = 0$, onde w_q é um vetor com elementos de w associados às potências reativas das cargas. Em geral, esta condição busca obter os melhores valores de B_c , localizadas em todas as barras de carga, com o fim de maximizar a MET do sistema.

Em [59] é analisada a otimização de parâmetros do sistema para a melhora das METs, isto baseado na relação dos métodos diretos com as técnicas de otimização. Pode ser demonstrado que o método proposto é equivalente ao proposto em [59], porém aqui é analisada a variação das componentes do vetor w e as propriedades da superfície Σ para a maximização das METs, o que resulta uma condição geométrica particular do sistema e uma generalização para sistemas de n barras.

Formulação desacoplada

As equações (4.10) em conjunto com a condição $w_q = 0$ são organizadas em dois subsistemas, os quais tornam possível de forma simples o cálculo das variáveis da solução de CRO.

Subsistema I

$$\Delta P(y, \rho) = 0, \quad (4.11a)$$

$$\left[\nabla P_1(y) \quad \nabla P_2(y) \quad \cdots \quad \nabla P_{(nP_Q+nP_V)}(y) \right] w_p = 0, \quad (4.11b)$$

$$\|w_p\|_{\infty} = 1, \quad (4.11c)$$

onde w_p é um vetor com elementos de w associados às potências ativas das cargas. A equação (4.11c) mantém a não nulidade do vetor w .

Subsistema II

$$\Delta Q(u) \Big|_{\substack{x=x_{cro} \\ \rho=\rho_{cro}}} = 0. \tag{4.12}$$

As variáveis do subsistema I são (x, ρ, w_p) com $(3n_{PQ} + 2n_{PV} + 1)$ equações. Ao resolver o subsistema I são obtidos (x_{cro}, ρ_{cro}) , o quais são usados para o subsistema II. Cada equação de (4.12) está associada a um único valor de $B_{c,k}$, onde $k \in \Omega_{PQ}$, e Ω_{PQ} é o conjunto de barras PQ.

Algoritmo proposto

As seguintes hipóteses foram assumidas:

- i) A compensação de potência reativa é representada por capacitores $B_{c,k}$, $k \in \Omega_{PQ}$, conectados a todas as barras PQ.
- ii) É considerada uma direção de acréscimo de carga e geração constante, proporcional ao caso base como definido em (3.1) e (3.2).
- iii) O controle de tensão é mantido em todas as barras PVs ainda na condição de CRO.

O algoritmo proposto para obter a condição de CRO é como segue.

Passo 1: Resolver o subsistema I (4.11) usando o método de Newton, e obter x_{cro} e ρ_{cro} .

Passo 2: Resolver o subsistema II (4.12) usando x_{cro} e ρ_{cro} , cada equação de (4.12) calcula um $B_{c,k}$, para $j \in \Omega_{PQ}$. A solução da condição de CRO é obtida, assim para $B_{c,k}^* > 0$ (capacitivo) e $B_{c,k}^* < 0$ (indutivo) a barra k deve injetar ou absorver potência reativa, respectivamente.

Passo 3: Calcular para todas as barras PV as potências reativas de geração como:

$$Q_{g-gro,m} = \rho_{cro} Q_{c-cb,m} + Q_{inj,m}(y_{cro}), \tag{4.13}$$

onde $m \in \Omega_{PV}$, e Ω_{PV} é o conjunto de barras PV. As potências reativas (4.13) são chamadas de geração reativa ótima (GRO). Nos casos em que as potências da GRO violem os limites de potência reativa dos geradores, deve-se adicionar dispositivos de compensação reativa nas barras PV para suprir a deficiência em reativos.

Sistema teste de 3 barras com compensação de potência reativa ótima

O método proposto foi aplicado ao sistema teste de 3 barras com compensação de potência reativa da Figura 4.11. Este é uma extensão do sistema de 2 barras onde a linha 2-3 tem uma reatância $x_{2,3} = 0.25$ p.u. e uma resistência $r_{2,3} = 0.05$ p.u. No caso base, as potências cargas das barras 2 e 3 são $P_{c-cb,2} = P_{c-cb,3} = 25$ MW e $Q_{c-cb,2} = Q_{c-cb,3} = 15$ MVar. A compensação reativa está representada por $B_{c,1}$ e $B_{c,2}$ nas barras 2 e 3, respectivamente.

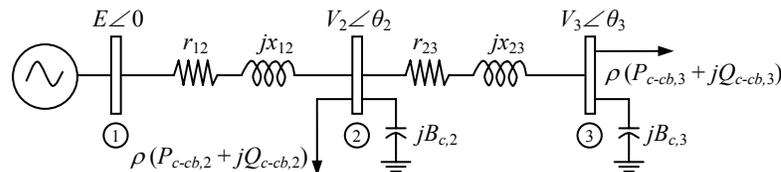


Figura 4.11: Sistema exemplo 3 barras com compensação reativa nas barras 2 e 3.

A Tabela 4.1 apresenta os resultados do sistema de 3 barras sem compensação de potência reativa e com CRO, considerando as variáveis (x, ρ, u) e as METs alcançadas em cada caso.

Tabela 4.1: Resumo de resultados sem compensação reativa e com CRO, sistema teste de 3 barras.

| Sistema teste | Tipo de solução | Variáveis do sistema | | | ρ |
|--|----------------------|--------------------------------|---------------|--------------------|--------|
| | | $y: \theta$ (rad.), V (p.u.) | | u (p.u.) | |
| 3 barras (barra 3 PQ) | sem comp. reativa | $\theta_2 = -0.189,$ | $V_2 = 0.650$ | $B_{c,2} = 0$ | 1.372 |
| | | $\theta_3 = -0.427,$ | $V_3 = 0.492$ | $B_{c,3} = 0$ | |
| | CRO | $\theta_2 = -1.190,$ | $V_2 = 1.371$ | $B_{c,2} = 3.840$ | 4.912 |
| | | $\theta_3 = -1.364,$ | $V_3 = 1.345$ | $B_{c,3} = 0.527$ | |
| Variação da margem Δ MET | | | | | 3.540 |
| 3 barras (barra 3 PQ) com $r_{23} = 0$ | sem comp. reativa | $\theta_2 = -0.188,$ | $V_2 = 0.632$ | $B_{c,2} = 0$ | 1.425 |
| | | $\theta_3 = -0.474,$ | $V_3 = 0.499$ | $B_{c,3} = 0$ | |
| | CRO | $\theta_2 = -1.190,$ | $V_2 = 1.346$ | $B_{c,2} = 4.972$ | 5 |
| | | $\theta_3 = -1.425,$ | $V_3 = 1$ | $B_{c,3} = -0.488$ | |
| Variação da margem Δ MET | | | | | 3.575 |
| 3 barras modificado (barra 3 PV) | sem comp. reativa | $\theta_2 = -0.691,$ | $V_2 = 0.686$ | $B_{c,2} = 0$ | 2.866 |
| | | $\theta_3 = -1.078,$ | $V_3 = 1$ | | |
| | CRO | $\theta_2 = -1.190,$ | $V_2 = 1.248$ | $B_{c,2} = 4.613$ | 4.789 |
| | | $\theta_3 = -1.407,$ | $V_3 = 1$ | | |
| Variação da margem Δ MET | | | | | 1.923 |

O processo proposto pode resultar em infinitas soluções quando existem ramos com resistências zero, pois as equações (4.11) resultam redundantes e torna a matriz de derivadas parciais do método de Newton em posto incompleto. Para evitar isto, elimina-se uma equação do sistema (4.11) e alguma variável, θ_3 ou V_3 , é mantida constante. No sistema de 3 barras a linha 2-3 tem uma resistência $r_{23} = 0$ e é escolhido $V_3 = 1$ p.u.. O sistema de 3 barras é modificado adicionando um gerador na barra 3 e a tensão V_3 é mantida em 1 p.u., a carga no caso base na barra 3 é definida como $P_{g-cb,3} = 50$ MW e $Q_{c-cb,3} = 15$ MVar, a potência de geração é $P_{g-cb,3} = 25$ MW. A compensação reativa consiste de adicionar um $B_{c,2}$ somente na barra 2. Todos os resultados desta simulação são também mostrados na Tabela 4.1.

Resultados para sistemas teste IEEE

O método proposto foi aplicado aos sistemas IEEE 14, 30 e 118 barras. A tolerância no método de Newton foi definida em 10^{-3} . Para evitar problemas numéricos, foram atribuídas resistências $r_{km} = 0.001$ p.u. para os ramos com resistência nula, assim uma única solução é encontrada. Os resultados da solução de CRO são resumidos na Tabela 4.2. Para realizar uma comparação, os resultados sem compensação reativa foram obtidos usando o método de FCC como mostrado em [13]. Todos os resultados mostrados a seguir podem ser encontrados em [60].

Tabela 4.2: Resumo de resultados sem compensação reativa e com CRO, sistemas teste IEEE.

| Sistema teste IEEE | Fator de carregamento $-\rho$ | | Variação da margem Δ MET |
|-----------------------|-------------------------------|------------|------------------------------------|
| | sem comp. Reativa | CRO | |
| 14 barras | 1.7781 | 5.6678 (5) | 3.8897 |
| 30 barras | 1.5463 | 5.5161 (7) | 3.9698 |
| 118 barras | 2.11 | 3.32 (10) | 1.17 |

O número de iterações do método proposto é mostrado entre parênteses e as soluções apresentam altos ganhos de margem Δ METs. Os valores da CRO são mostrados na Tabela 4.3. A maioria dos valores de B_c são positivos (solução capacitiva) e poucos são negativos (solução indutiva), o que indica que os sistemas

precisam de fontes de reativos para melhorar a MET. É importante ressaltar que a solução de CRO leva a valores altos de tensões nas barras de carga, porém a informação obtida pelo método permite observar o espectro de valores B_c que podem ser adicionados no sistema com o fim de maximizar a MET.

Tabela 4.3: Resumo de resultados sem compensação reativa e com CRO, sistemas teste IEEE.

| IEEE 14 barras | | IEEE 30 barras | | | | IEEE 118 barras | | | | | |
|----------------|---------------------|----------------|---------------------|--------------|---------------------|-----------------|---------------------|--------------|---------------------|--------------|---------------------|
| Barra k | $B_{c,k}$ (p.u.) | Barra k | $B_{c,k}$ (p.u.) | Barra k | $B_{c,k}$ (p.u.) | Barra k | $B_{c,k}$ (p.u.) | Barra k | $B_{c,k}$ (p.u.) | Barra k | $B_{c,k}$ (p.u.) |
| 4 | 3.222 | 3 | 8.100 | 19 | 0.064 | 2 | 0.386 | 22 | -0.674 | 44 | 0.701 |
| 5 | 10.265 | 4 | 1.545 | 20 | 0.018 | 3 | 1.039 | 23 | 2.275 | 45 | 2.477 |
| 7 | 1.063 | 6 | 1.157 | 21 | 0.209 | 5 | 4.690 | 28 | 0.179 | 47 | 5.056 |
| 9 | 0.037 | 7 | 1.080 | 22 | 0.008 | 7 | 0.156 | 29 | 0.100 | 48 | 0.901 |
| 10 | 0.286 | 9 | 1.314 | 23 | 0.033 | 9 | 8.617 | 30 | -6.492 | 50 | -0.207 |
| 11 | 0.106 | 10 | 1.673 | 24 | 0.083 | 11 | 1.606 | 33 | 0.776 | 51 | -0.181 |
| 12 | 0.141 | 12 | 4.103 | 25 | 0.002 | 13 | 0.620 | 35 | 0.381 | 52 | 0.144 |
| 13 | 0.442 | 14 | 0.036 | 26 | 0.045 | 14 | 0.018 | 37 | -19.665 | 53 | 0.482 |
| 14 | 0.388 | 15 | 0.065 | 27 | 0.963 | 16 | 0.338 | 38 | 27.808 | 57 | -0.444 |
| | | 16 | 0.036 | 28 | -1.476 | 17 | 4.058 | 39 | 0.426 | 58 | -0.062 |
| | | 17 | 0.108 | 29 | 0.024 | 20 | -0.416 | 41 | 0.457 | 60 | -1.158 |
| | | 18 | 0.020 | 30 | 0.049 | 21 | -0.447 | 43 | 0.189 | 63 | -1.533 |

A Tabela 4.4 mostra os resultados da GRO e limites de geração de potência reativa. Em muitos casos a potência reativa da GRO viola algum limite dos geradores. Esta informação pode ser usada no planejamento da geração com o fim de melhorar as METs.

Tabela 4.4: Resultados da GRO e limites de geração de potência reativa, sistemas teste IEEE.

| Sistema teste IEEE | Barra k | Geração de potência reativa (p.u.) | | | Limite violado |
|--------------------|--------------|------------------------------------|------------------------------|-----------------------------|----------------|
| | | GRO $Q_{g-gro,k}$ | Limite max. $Q_{g-max,k}$ | Limite min $Q_{g-min,k}$ | |
| 14 barras | 2 | 12.41 | 0.50 | -0.40 | Max. |
| | 3 | 3.42 | 0.40 | 0.00 | Max. |
| | 6 | -0.72 | 0.24 | -0.06 | Min. |
| | 8 | -0.56 | 0.24 | -0.06 | Min. |
| 30 barras | 2 | 13.89 | 0.50 | -0.40 | Max. |
| | 5 | 4.53 | 0.40 | -0.40 | Max. |
| | 8 | -1.14 | 0.40 | -0.10 | Min. |
| | 11 | -2.35 | 0.24 | -0.06 | Min. |
| 118 barras | 13 | -5.54 | 0.24 | -0.06 | Min. |
| | 1 | 0.72 | 0.15 | -0.05 | Max. |
| | 4 | -2.28 | 3.00 | -3.00 | --- |
| | 6 | 0.76 | 0.50 | -0.13 | Max. |
| | 8 | -0.29 | 3.00 | -3.00 | --- |
| | 10 | -1.00 | 2.00 | -1.47 | --- |
| | 12 | 0.61 | 1.20 | -0.35 | --- |
| | 15 | 0.04 | 0.30 | -0.10 | --- |
| 18 | 0.44 | 0.50 | -0.16 | --- | |
| 19 | 2.21 | 0.24 | -0.08 | Max. | |
| 24 | 0.43 | 3.00 | -3.00 | --- | |

4.4 Fluxo de carga da continuação híbrido

Comumente deseja-se gerar os diagramas de bifurcação e obter exatamente o PMC com o menor número de passos preditor-corretor. Para isto podem-se usar valores grandes de k no controle de tamanho de

passo tangente, equação (4.8), porém, isto provoca as seguintes dificuldades quando se está próximo do PMC: *i*) não se garante a mudança do parâmetro da continuação, provocando a infactibilidade do sistema, *ii*) ainda que o sistema mude o parâmetro da continuação, o PMC é ultrapassado sem obter a precisão requerida. Algumas propostas foram feitas para resolver estas dificuldades, e serão descritas a seguir.

4.4.1 Método de índice do vetor tangente

Na referência [17] é apresentado um método para o cálculo do ponto de colapso de tensão usando o método de FCC, isto baseado na introdução de um índice de detecção das BSNs chamado de índice de vetor tangente (IVT). O IVT é definido como:

$$IVT_i = \left| \frac{dV_i}{d\rho} \right|^{-1}, \quad (4.14)$$

onde $dV_i/d\rho$ é o componente do vetor tangente dy correspondente ao módulo da tensão na barra i dividido pela componente do vetor tangente correspondente a ρ . No ponto de colapso de tensão observa-se que $dV_i/d\rho$ tende a infinito, e então $IVT_i \rightarrow 0$.

Este índice apresenta uma forma quadrática em torno do ponto de colapso de tensão. Quando dois passos do método de FCC são disponíveis, uma equação quadrática pode ser construída para ρ em função do IVT_i , onde i corresponde a uma das barras críticas do sistema:

$$\rho = aIVT_i^2 + c. \quad (4.15)$$

Uma estimacão de ρ pode ser calculada no ponto de colapso de tensão desde que $IVT_i \rightarrow 0$ então $\rho_{pr} = c$. Este valor de ρ_{pr} pode ser usado no passo predictor para calcular as variações de Δy e $\Delta \rho$ da seguinte forma:

$$\Delta \rho = c - \rho_o, \quad (4.16a)$$

$$\Delta y = \Delta \rho \left. \frac{dy}{d\rho} \right|_o. \quad (4.16b)$$

onde y_o e ρ_o é um ponto de operação calculado no último passo corretor. Esta técnica produz um processo de FCC acelerado para o cálculo do ponto de colapso de tensão.

4.4.2 Funções de detecção do colapso de tensão

Em geral, o termo $d\rho/dy_i \rightarrow 0$ (derivada total de ρ em relação a y_i), para y_i variável do problema (4.1), no ponto de colapso de tensão. Esta propriedade pode ser usada para desenvolver funções de detecção do colapso de tensão. Usando a direção de acréscimo de carga e geração constante, as potências de injeção ativa $P_{inj,k}$, para $k \in \Omega_{PQ+PV}$, e potências de injeção de potência reativa $Q_{inj,k}$, para $j \in \Omega_{PQ}$, são proporcionais a ρ e suas derivadas em relação a y_i são:

$$P_{inj,k} = \rho(P_{g-cb,k} - P_{c-cb,k}) \quad \Rightarrow \quad \frac{dP_{inj,k}}{dy_i} = \frac{d\rho}{dy_i}(P_{g-cb,k} - P_{c-cb,k}), \quad (4.17a)$$

$$Q_{inj,j} = Q_{g-lim,j} + \rho(-Q_{c-cb,j}) \Rightarrow \frac{dQ_{inj,j}}{dy_i} = \frac{d\rho}{dy_i}(-Q_{c-cb,j}). \quad (4.17b)$$

De (4.17a) e (4.17b), no ponto de colapso de tensão obtém-se $dP_{inj,k}/dy_i, dQ_{inj,j}/dy_i \rightarrow 0$. Por simples inspeção, verifica-se que estes termos estão presentes na matriz Jacobiana $\nabla_y g$.

A combinação destes termos pode gerar outras funções de detecção, por exemplo usando as potências da barra *slack*. Em geral, as potências na barra *slack* podem ser obtidas da seguinte forma:

$$\sum_{k \in \Omega_{PQ+PV}} P_{inj,k} = \rho \sum_{k \in \Omega_{PQ+PV}} (P_{g-cb,k} - P_{c-cb,k}) = P_{slack} - P_{perdas}, \quad (4.18a)$$

$$\sum_{k \in \Omega_{PQ}} Q_{inj,j} = \rho \sum_{k \in \Omega_{PQ}} (-Q_{c-cb,j}) = Q_{slack} - Q_{perdas}. \quad (4.18b)$$

De (4.18a) e (4.18b), no ponto de colapso de tensão obtém-se $(dP_{slack}/dy_i - dP_{perdas}/dy_i) \rightarrow 0$, analogamente para a potência reativa na barra *slack*. Em [12] foi usada a função de detecção $N(s,s) = dP_s/dV_s$, onde N é uma matriz dP/dV da Jacobiana e s é a barra *slack*. Esta função pode ser usada para a detecção do ponto de colapso de tensão em toda a curva de bifurcação, porque a potência da barra *slack* não está associada aos limites de controle de tensão/potência reativa dos geradores. É importante ressaltar que esta função de detecção não é equivalente à expressão (4.18a), o que significa que seu uso deve ser limitado para sistemas sem resistências nos ramos. Isto pode ser demonstrado a partir de (4.18a) para $P_{perdas} = 0$ e $y_i = V_s$. No entanto, pode resultar em uma aceitável aproximação para diversos propósitos.

4.4.3 Método de FCCH

Com o objetivo de acelerar o processo de FCC e alcançar precisão no ponto de colapso de tensão propõe-se um método de FCC híbrido (FCCH). Este método incorpora a função de detecção (4.18a) dentro do passo predictor.

Controle automático de tamanho de passo

Seja a função de detecção do colapso de tensão $f(y)$ e y_o o ponto de operação calculado no último passo corretor. A correção da variável y_i pode ser estimada como:

$$\Delta y_i = \left. \frac{df}{dy_i} \right|_o^{-1} \Delta f = \left. \frac{df}{dy_i} \right|_o^{-1} (f(y_i) - f(y_o)). \quad (4.19)$$

onde df/dy_i é derivada da função de detecção com relação a y_i . Com o fim de acelerar o processo que leva ao ponto de colapso de tensão desde qualquer iteração, supõe-se que y_i está no ponto de colapso de tensão, então $f(y_i) = 0$.

Supondo que $f = dP_{slack}/dy_i - dP_{perdas}/dy_i$, então se pode estimar o valor de df/dy_i da seguinte forma:

$$\frac{df}{dy_i} = dy^T \nabla_y^2 P_{slack} dy - dy^T \nabla_y^2 P_{perdas} dy, \quad (4.20)$$

onde dy é o vetor tangente e $\nabla_y^2 P_{slack}$ é a matriz Hessiana da P_{slack} . De (4.19) e (4.20) tem-se:

$$\Delta y_i = \frac{-f(y_o)}{dy_o^T \nabla_y^2 P_{slack} \Big|_o dy_o - dy_o^T \nabla_y^2 P_{perdas} \Big|_o dy_o}. \quad (4.21)$$

Dentro do processo de FCC a variação de y_i pode ser incluída diretamente no controle de tamanho de passo (4.8) da seguinte forma:

$$\sigma_{hib} = \frac{\Delta y_i}{dy_i}, \quad (4.22)$$

onde dy_i é a componente y_i do vetor tangente e Δy_i é calculado de (4.21). O controle de tamanho de passo híbrido σ_{hib} não depende de parâmetros heurísticos, portanto este tamanho de passo realiza o controle de forma automática.

Para garantir que o processo não caia na infactibilidade é recomendada a escolha do parâmetro da continuação como:

$$\hat{y}_k : |d\hat{y}_k| = \max \left\{ |d\hat{y}_1|, |d\hat{y}_2|, \dots, |d\hat{y}_{n\hat{y}-1}| \right\}, \quad (4.23)$$

onde o índice k corresponde ao k -ésimo componente do vetor tangente com maior valor absoluto. Em (4.23) não é considerado ρ como escolha do parâmetro da continuação.

Algoritmo do método de FCCH

O algoritmo do método de FCCH é como segue.

- Passo 0:** Iteração $i = 0$. Calcular o ponto de operação do caso base \hat{y}_o , usar o algoritmo de fluxo de carga convencional aplicado à equação (4.1) com $\rho_o = 1$. Fazer $\hat{y}^{(i)} = \hat{y}_o$.
- Passo 1:** Escolher como parâmetro da continuação $\hat{y}_k^{(i)}$ diferente de ρ , então $\Delta \hat{y}_k^{(i)} = -1$ (assume-se diminuição de \hat{y}_k).
- Passo 2:** Calcular o vetor tangente $d\hat{y}^{(i)}$ no ponto de operação $\hat{y}^{(i)}$, usar a equação (4.3) ou (4.4) com o valor $\Delta \hat{y}_k^{(i)}$ calculado anteriormente.
- Passo 3:** Se $\max \{ |dy^{(i)}| \} < \Delta_y$, onde Δ_y é uma tolerância das variáveis y , ir ao Passo 4. Senão, fim do processo e a solução do ponto de colapso de tensão é alcançada.
- Passo 4:** Escolher parâmetro da continuação $\hat{y}_k^{(i+1)}$ para o passo tangente seguinte, usar equação (4.23). O valor de $\Delta \hat{y}_k^{(i+1)}$ é definido em +1 ou -1 quando a componente $d\hat{y}_k^{(i)}$ aumenta ou diminui.
- Passo 5:** Calcular solução do preditor \hat{y}_{pr} , usar a equação (4.2) com um tamanho de passo σ_{hib} calculado da equação (4.22).
- Passo 6:** Calcular a solução corretor \hat{y}_{co} , usar algoritmo de fluxo de carga modificado tipo Newton aplicado à equação (4.6) usando como ponto inicial a solução aproximada \hat{y}_{pr} com valor do parâmetro da continuação $\hat{y}_{pr,k}$.
- Passo 7:** Fazer $i = i + 1$ e $\hat{y}^{(i)} = \hat{y}_{co}$. Ir ao Passo 2.

Resultados numéricos

O método proposto foi aplicado ao sistema teste de 2 barras (V θ -PQ) usado no Capítulo 2, e o sistema teste IEEE 14 barras. A Figura 4.12 apresenta o diagrama de bifurcação V_2 - ρ e processo preditor-corretor do método de FCCH para o sistema de 2 barras (iterações I-IV). Neste caso é alcançado o ponto de colapso de tensão em 4 iterações, o método de FCCH mostra eficiência ao redor da solução, e as soluções do passo corretor alcançam a curva de bifurcação sem apresentar problemas de infactibilidade.

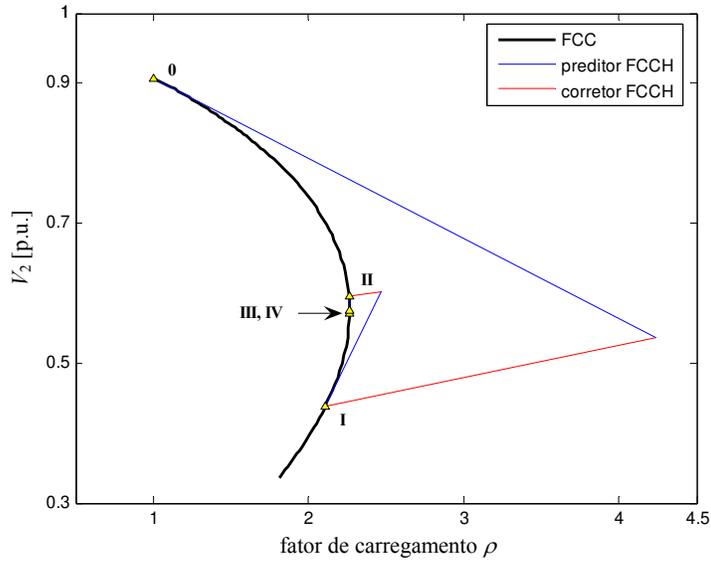


Figura 4.12: Diagrama de bifurcação V_2 - ρ e processo preditor-corretor do método de FCCH, sistema teste de 2 barras.

A Figura 4.13 apresenta o diagrama de bifurcação V_{14} - ρ e processo preditor-corretor dos métodos de FCC (iterações 0-7) e FCCH (iterações I-VI) para o sistema teste IEEE 14 barras. Neste caso o método de FCC para $k = 5$ realizou 7 iterações para se aproximar ao colapso de tensão, no entanto o método de FCCH realizou 6 iterações alcançando uma exatidão de 10^{-4} em comparação à solução exata.

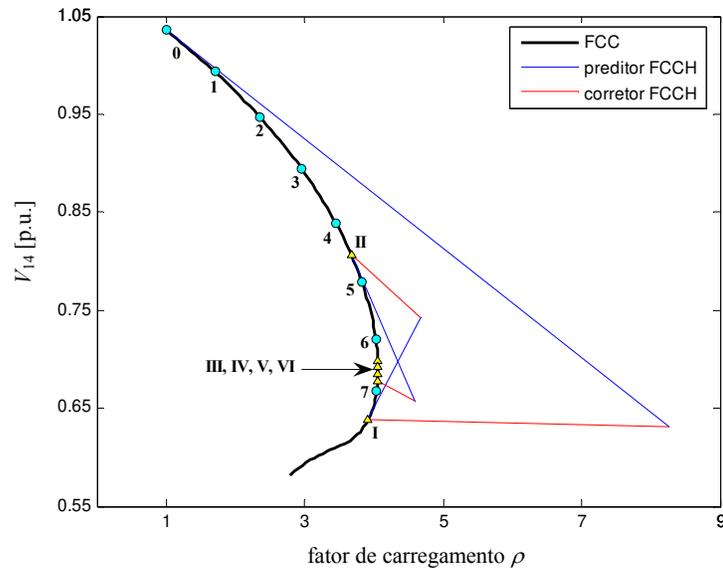


Figura 4.13: Diagrama de bifurcação V_{14} - ρ e processo preditor-corretor dos métodos de FCC e FCCH, sistema teste IEEE 14 barras.

A Tabela 4.5 mostra a comparação dos métodos de FCCH e FCC convencional, este último para diferentes valores do tamanho de passo k . Nos casos 3 (FCC) e 6 (FCCH), ambos dos métodos apresentam o mesmo número de iterações, porém o erro (medido em MVA) é muito maior no FCC. Os casos 5 (FCC) e

6 (FCCH), correspondem à maior exatidão alcançada por ambos dos métodos, neste caso o FCC realizou muito mais iterações que o método FCCH.

Tabela 4.5: Comparação dos métodos de FCCH e FCC, sistema teste IEEE 14 barras.

| Caso | Método | Tamanho de passo (k) | Iterações P-C | Número de FC (Passo corretor) | ρ Estimado | Erro (MVA) Exato $\rho = 4.06025$ |
|------|--------|--------------------------|---------------|-------------------------------|-----------------|-----------------------------------|
| 1 | FCC | 5 | 2 | 7 | 3.6345 | 42.575 |
| 2 | | 2 | 4 | 9 | 4.0038 | 5.645 |
| 3 | | 1 | 7 | 14 * | 4.0393 | 2.095 |
| 4 | | 0.5 | 13 | 26 | 4.0599 | 0.035 |
| 5 | | 0.1 | 64 | 64 | 4.0601 ** | 0.015 |
| 6 | FCCH | Automático | 7 | 14 * | 4.0602 ** | 0.005 |

P-C: Preditor-Corretor

* Ambos dos métodos apresentam a mesma demanda computacional

** Corresponde aos valores de ρ com mesma exatidão

O método de FCCH híbrido demonstrou uma maior eficiência para o cálculo do ponto de colapso de tensão comparado ao método de FCC convencional. Todos os resultados mostrados podem ser encontrados em [61].

Capítulo 5

Fluxo de Carga Ótimo, Análise de Singularidades e Métodos baseados em Otimização

Neste capítulo discute-se o problema de programação paramétrica não-linear, que aparecerá constantemente no decorrer deste trabalho. Sistemas bem e mal comportados são usados na análise de singularidade sobre a trajetória de soluções ótimas, e assim são explicadas as singularidades seguintes: violação das restrições de complementaridade, perda da independência linear do sistema e perda da otimalidade. Um algoritmo de pontos interiores primal-dual com barreira logarítmica é proposto usando a técnica de otimização de passo, permitindo-se analisar problemas de singularidade e infactibilidade. O mecanismo de detecção do tipo de singularidade ou infactibilidade é definido com as matrizes do modelo de pontos interiores. Os métodos diretos para análise de ET são apresentados de acordo com sua relação com os métodos baseados em otimização. O algoritmo proposto foi usado para a análise do problema de máximo carregamento, especificamente quando alguns pontos da trajetória de soluções ótimas encontram-se próximos da singularidade e quando o sistema é infactível. Os resultados apresentados foram comparados aos obtidos com os principais *solvers* usados na atualidade, concluindo que o algoritmo proposto pode fornecer informação suficiente para a detecção de singularidade e infactibilidade dos sistemas.

5.1 Fluxo de carga ótimo e programação paramétrica

A aplicação das técnicas de otimização nos problemas de planejamento e operação de sistemas de potência tem sido uma área de atividade de pesquisa muito desenvolvida nas últimas décadas. O Fluxo de Carga Ótimo (FCO) é o termo genérico que representa uma classe ampla de problemas no qual procura-se otimizar uma função objetivo específica enquanto são satisfeitas restrições definidas pelas características físicas e de operação dos sistemas de potência. O problema de FCO sujeito a restrições de igualdade e desigualdade foi formulado em 1962 [62]. Novos métodos de otimização rápidos e precisos têm surgido, permitindo tornar possível a resolução do FCO eficientemente para sistemas reais de grande porte.

Os sistemas mal comportados têm sido estudados sob diferentes cenários de análise de sistemas de potência como: fluxo de carga [10], estimação de estado [63] e fluxo de carga ótimo [64], entre outros. O

principal interesse deste capítulo é a análise de sistemas mal comportados relacionados às soluções de FCO. Em sistemas mal comportados, uma pequena mudança em algum parâmetro do sistema produz grandes mudanças nas variáveis, podendo ocorrer diferentes problemas durante o processo de solução como: não convergência (processo oscilatório) e divergência, principalmente devido ao ponto estimado estar próximo da condição de singularidade, o que pode ser detectado com as matrizes de sensibilidades.

A melhor maneira de explicar os sistemas de FCO mal comportados é através da análise de sensibilidade aplicada à programação não-linear paramétrica.

5.1.1 Programação paramétrica não-linear

Em [64] é usado um FCO parametrizado que consiste em acrescentar na função objetivo um termo linear e quadrático em função de um parâmetro unidimensional ε . Para a condição $\varepsilon = 0$ o sistema é relaxado e uma solução trivial é alcançada, e para $\varepsilon = 1$ o sistema volta à forma original. A trajetória de soluções determinadas por este método passa por pontos críticos que são classificados segundo as informações obtidas das condições de estacionaridade Karush-Kuhn-Tucker (KKT).

A formulação usada para o FCO será aquela da programação paramétrica não-linear (PPNL), onde ε representa os parâmetros controláveis e não controláveis. A PPNL segue o comportamento da solução parametrizada do correspondente problema PNL. A forma padrão do problema de PPNL é como segue:

$$\min_x f(x, \varepsilon) \quad (5.1a)$$

$$\text{sujeito a } g_k(x, \varepsilon) = 0, \quad k \in K, \quad K = \{1, \dots, m\}, \quad (5.1b)$$

$$h_i(x, \varepsilon) \leq 0, \quad i \in I, \quad I = \{1, \dots, l\}, \quad (5.1c)$$

onde $x \in \mathfrak{R}^n$ é o vetor de variáveis de decisão; $\varepsilon \in \mathfrak{R}^d$ é o vetor de parâmetros, f , g_k e h_i são funções contínuas com derivadas de até segunda ordem contínuas. Em (5.1a) f representa a função objetivo do problema de otimização. As equações (5.1b) e (5.1c) representam as restrições de igualdade e desigualdade, respectivamente. A função de Lagrange ou Lagrangeano de (5.1) é dado por:

$$L(x, \lambda, \pi, \varepsilon) = f(x, \varepsilon) + \sum_{k \in K} \lambda_k g_k(x, \varepsilon) + \sum_{i \in I} \pi_i h_i(x, \varepsilon), \quad (5.2)$$

onde λ_k e π_i são os multiplicadores de Lagrange (ou variáveis duais) correspondentes às restrições de igualdade g_k e desigualdade h_i , respectivamente.

5.1.2 Condições de estacionaridade

Um ponto x^* que é o mínimo local de (5.1) satisfaz as condições de estacionaridade KKT de primeira ordem (ou condições necessárias) seguintes:

$$\nabla_x L(x^*, \lambda, \pi, \varepsilon) = \nabla_x f(x^*, \varepsilon) + \sum_{k \in K} \lambda_k \nabla_x g_k(x^*, \varepsilon) + \sum_{i \in I_0} \pi_i \nabla_x h_i(x^*, \varepsilon) = 0, \quad (5.3a)$$

$$\pi_i h_i(x^*, \varepsilon) = 0, \quad i \in I, \quad (5.3b)$$

$$\pi_i \geq 0, \quad i \in I_0, \quad (5.3c)$$

$$g_k(x^*, \varepsilon) = 0, \quad k \in K, \quad (5.3d)$$

$$h_i(x^*, \varepsilon) \leq 0, \quad i \in I. \quad (5.3e)$$

I_o é o conjunto de índices das restrições de desigualdade ativas no ponto x^* definido como: $I_o = \{i \in I / h_i(x^*, \varepsilon) = 0\}$. Adicionalmente às condições KKT, os gradientes das restrições ativas no ponto x^* formam um conjunto de vetores linearmente independentes, o que é uma suposição conhecida como qualificação das restrições de independência linear (QRIL). Estas asseguram a unicidade dos multiplicadores de Lagrange no ponto x^* .

As condições estacionárias (5.3a) e (5.3b) combinadas com a relação de factibilidade (5.3d) constituem um conjunto de equações não-lineares parametrizadas. Como os multiplicadores de Lagrange que correspondem às desigualdades inativas π_i ($i \notin I_o$) são iguais a zero, então o conjunto de equações apresenta a seguinte forma:

$$F(x, \lambda, \pi, \varepsilon) = \begin{bmatrix} \nabla_x L(x, \lambda, \pi, \varepsilon) \\ g(x, \varepsilon) \\ h_A(x, \varepsilon) \end{bmatrix} = 0, \quad (5.4)$$

onde g é um vetor com elementos g_k , $k \in K$; h_A é um vetor de restrições de desigualdade ativas com elementos h_i , $i \in I_o$.

As condições suficientes para a otimalidade requer que a matriz

$$\frac{\partial^2 L}{\partial x^2} = \nabla_{xx}^2 L(x) + \nabla_{xx}^2 g(x) \lambda + \nabla_{xx}^2 h(x) \pi$$

seja definida positiva no subespaço definido pelo conjunto $T^g = \left\{ y \mid \frac{\partial g(x)}{\partial x} y = 0, \frac{\partial h_A(x)}{\partial x} y = 0 \right\} \quad y \neq 0$.

Para obter soluções do sistema (5.1) requer-se que: $m + l \leq n$. No entanto, o número de equações do sistema (5.4) é igual a $(n + m + r)$, onde $r \leq l$ é o número de restrições de desigualdade ativas, e as variáveis do sistema $(x, \lambda, \pi, \varepsilon)$ chegam a um total de $(n + m + r + d)$.

5.1.3 Trajetória de soluções ótimas

Para diferentes valores do vetor de parâmetros ε o conjunto de pontos de estacionaridade de (5.1) é obtido resolvendo (5.4) conjuntamente com a condição de complementaridade estrita (5.3c), que requer que os multiplicadores de Lagrange correspondentes às restrições de desigualdade ativas π_i ($i \in I_o$) sejam positivos. Este conjunto de pontos pode ser visto como uma trajetória de soluções ótimas e envolve pontos de mínimo e máximo local, pontos selas ou limites da região factível de (5.1).

5.2 Análise de singularidade

A deformação contínua da trajetória de soluções ótimas pode ser estudada através de perturbações dos parâmetros e para entender seu comportamento alguns dos pontos são classificados como singulares.

5.2.1 Pontos singulares

Considerando valores dados dos parâmetros ε_o , se o ponto $z_o = (x_o, \lambda_o, \pi_o)$ é a solução de (5.4) e tem uma matriz Jacobiana de F em relação a z ($\nabla_z F$) singular, então z_o é chamado de ponto “singular” de F .

Em geral, o Jacobiano $\nabla_z F$ pode ser simplificado na seguinte forma:

$$W = \nabla_z F = \begin{bmatrix} H & J^T \\ J & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.5)$$

onde H é a matriz Hessiana do Lagrangeano, $H = \nabla_x^2 L(x, \lambda, \pi, \varepsilon)$, e J é a matriz Jacobiana das restrições de igualdade e desigualdade ativas. A matriz H é definida como:

$$H = \nabla_x^2 L(x, \lambda, \pi, \varepsilon) = \nabla_x^2 f(x, \varepsilon) + \sum_{k \in K} \lambda_k \nabla_x^2 g_k(x, \varepsilon) + \sum_{i \in I_o} \pi_i \nabla_x^2 h_i(x, \varepsilon), \quad (5.6)$$

onde $\nabla_x^2 g_k$ e $\nabla_x^2 h_i$ são matrizes Hessianas de funções g_k e h_i , respectivamente. A matriz J é definida como:

$$J = \begin{bmatrix} \nabla_x g(x, \varepsilon) \\ \nabla_x h_A(x, \varepsilon) \end{bmatrix}. \quad (5.7)$$

O estudo do comportamento da trajetória de soluções ótimas quando estão ao redor dos pontos singulares é realizada para o sistema (5.4) usando a matriz W de (5.5). É importante ressaltar que a matriz Hessiana H demanda o maior esforço computacional neste sentido.

A análise completa do comportamento da trajetória de soluções ótimas quando o vetor de parâmetros ε varia é realizada usando seguinte teorema [18]:

Teorema: Seja (z_o, ε_o) uma solução de (5.4) e assume-se que f , h , e g são duas vezes contínuas e diferenciáveis em uma vizinhança de (x_o, ε_o) . Então para que $\nabla_z F$ seja não singular é necessário e suficiente que cada uma das seguintes três condições sejam mantidas:

- C1 : Condição de complementaridade estrita; $\pi_i > 0$, para $i \in I_o$.
- C2 : $\{\nabla_x g_k(x_o, \varepsilon_o), k \in K \cup \nabla_x h_i(x_o, \varepsilon_o), i \in I_o\}$ são vetores linearmente independentes; (condição QRIL).
- C3 : A matriz Hessiana reduzida do Lagrangiano $H_{red} = Z^T \nabla_x^2 L Z$ é não singular em (z_o, ε_o) , onde Z é o espaço nulo da matriz $\nabla_+ h_A = \{\nabla_x h_i(x_o, \varepsilon_o), i \in I_o \text{ e } \pi_i > 0\}$.

5.2.2 Singularidades na trajetória de soluções ótimas

O estudo do comportamento da trajetória de soluções ótimas quando estão ao redor dos pontos singulares pode ser realizado considerando um parâmetro ε unidimensional. O tipo de singularidade alcançada na trajetória de soluções ótimas depende de qual condição C1-C3 é violada. Assim, apresentam-se os seguintes casos:

Perda da independência linear

Seja o ponto (z_o, ε_o) a solução das equações (5.4), nesse ponto J tem posto incompleto e igual a $(m + r - 1)$, e então de acordo com (5.5) W torna-se singular. Neste caso a trajetória de soluções ótimas de (5.1) apresenta um ponto de quebra ou de inflexão neste ponto [65]. Os multiplicadores de Lagrange que

correspondem às restrições que causam o posto incompleto tendem ao infinito quando a condição de independência linear (IL) é violada. Como consequência, a solução ótima poderia ser impossível de ser calculada com os métodos de otimização convencionais. Este tipo de singularidade é chamado de perda de factibilidade.

Singularidade da matriz Hessiana reduzida

Assume-se que as condições C1 e C2 são mantidas e exatamente um autovalor da matriz Hessiana do Lagrangiano H desaparece no ponto (z_o, ϵ_o) . A trajetória de soluções ótimas apresenta um ponto de inflexão quadrático no ponto (z_o, ϵ_o) com um autovalor da matriz Hessiana reduzida H_{red} que muda de sinal [65]. Portanto, um ramo de soluções que consiste em uma sequência de mínimos locais pode mudar para um ramo de pontos de sela. Isto é equivalente à perda da condição de otimalidade de segunda ordem e o conjunto de restrições ativas permanece inalterável. Este tipo de singularidade é chamado de perda de otimalidade.

Violação da condição de complementaridade estrita

A condição de complementaridade estrita (CE) é violada no ponto (z_o, ϵ_o) . Existem dois tipos distintos de violação neste caso: (a) envolve a situação onde um multiplicador de Lagrange correspondente a uma restrição de desigualdade ativa π_i tende a zero; (b) ocorre quando uma restrição de desigualdade inativa começa a ser inactivável. As referências [18]-[66] estudaram extensivamente o comportamento das trajetórias de soluções ótimas ao redor de pontos críticos quando a condição de CE é violada.

Em [67], para que W seja singular considerando a situação de violação da condição de CE deve ocorrer o seguinte: (a) quando a restrição de desigualdade ativa com π_i zero é relaxada, existe perda de otimalidade; e (b) quando a restrição de desigualdade inativa começa a ser ativa ($h_i = 0$) e esta é introduzida no conjunto h_A , existe perda de factibilidade. Em alguns casos pode ser identificado o conjunto de restrições violadas, e então estas são relaxadas do conjunto original de equações.

A Tabela 5.1 apresenta o resumo das principais características das singularidades do problema PPNL (5.1) usando os multiplicadores de Lagrange, factibilidade das funções e componentes da matriz W (5.5).

Tabela 5.1: Resumo das características de singularidade do problema PPNL.

| Mecanismo da singularidade | | | | Consequência | | |
|----------------------------|--|-------------------------------------|--|-----------------------------------|---------------------|---------------------------------------|
| Condição violada | Multiplicadores de $h_i = 0 (i \in I_0)$ | Restrições $h_j < 0 (j \notin I_0)$ | Condição adicional | Tipo de problema do sistema (5.1) | Posto da matriz J | Hessiana reduzida $H_{red} = Z^T H Z$ |
| C1-(a) | algum $\pi_i \rightarrow 0$ | factível | Ao relaxar h_i há perda de otimalidade | perda de otimalidade | completo | singular |
| C1-(b) | $\pi_i > 0$ | algum $h_j \rightarrow 0$ | Ao introduzir h_j em h_A há perda de factibilidade | perda de factibilidade | incompleto | não singular |
| C2 | $\pi_i > 0$ | factível | --- | perda de factibilidade | incompleto | não singular |
| C3 | $\pi_i > 0$ | factível | --- | perda de otimalidade | completo | singular |

5.3 Método de PI e análise de singularidade

Muitas técnicas de otimização foram aplicadas para resolver os problemas de FCO. Estas técnicas podem ser classificadas como [68]: programação não-linear (PNL), programação quadrática, soluções baseadas no método de Newton usando as condições de otimalidade, programação linear (PL), versões

híbridas, e métodos de pontos interiores (PI). Agora, mais de vinte anos depois da publicação de Karmarkar [19], os métodos de PI são mais bem entendidos na sua teoria e aplicação. As implementações atuais são ferramentas de otimização sofisticadas capazes de resolver problemas de PL de grandes dimensões. Além disso, os métodos PI têm provado ser significativamente mais eficientes que as melhores implementações disponíveis do método simplex para problemas de PL [69].

O desempenho dos métodos de PI para resolver problemas de PL tem levado a muitas aplicações destes algoritmos nos problemas de PNL. Diversas variantes no método de PI do Karmarkar foram propostas e implementadas. Nas referências [70]-[71] foi apresentado o embasamento teórico do método de PI primal-dual, sendo adicionado neste a técnica de barreira logarítmica. O método primal-dual de barreira logarítmica (PDBL) foi considerado em [72] como o melhor método PI, ainda tendo grande complexidade computacional. Um avanço importante foi dado com os métodos de PI de alta ordem, dentre eles o método de Mehrotra (predictor-corretor) que é um dos mais usados devido à redução do número de iterações e melhora do tempo computacional em comparação aos outros [73].

As características mais importantes dos métodos de PI são a sua eficiência para encontrar a solução ótima e a forma efetiva para o tratamento das restrições de desigualdade. Os métodos de PI nas suas versões não lineares foram aplicados ao problema de FCO em sistemas de potência de grande porte com relativo sucesso, por exemplo, no planejamento de reativos [20], o cálculo do PMC [23], coordenação hidrelétrica [74] e a operação baseada em restrições de estabilidade transitória [75], entre outros.

O método de PDBL é usado neste trabalho para a análise de diferentes soluções de FCO. Este método foi usado por primeira vez por Granville [20] e tem demonstrado um desempenho computacional superior em muitos problemas de FCO.

5.3.1 Método de PI PDBL

A forma padrão do problema de PPNL (5.1) é modificada adicionando variáveis de folga não negativas s_i nas restrições de desigualdade ($s_i \geq 0, i \in I$) para transformar as restrições de desigualdade em igualdade. Também, uma função barreira logarítmica é adicionada na função objetivo para manter a condição de não negatividade das variáveis de folga. O PPNL é reformulado como segue:

$$\min f(x, \varepsilon) - \sigma \sum_{i=1}^l \ln(s_i) \quad (5.8a)$$

$$\text{sujeito a } g_k(x, \varepsilon) = 0, \quad k \in K, \quad K = \{1, \dots, m\}, \quad (5.8b)$$

$$h_i(x, \varepsilon) + s_i = 0, \quad i \in I, \quad I = \{1, \dots, l\}, \quad (5.8c)$$

O problema (5.8) depende do parâmetro de barreira $\sigma \in \mathfrak{R}$ e dos parâmetros ε . É importante ressaltar que σ tende a zero ao final do processo de otimização. O Lagrangiano modificado de (5.8) é dado por:

$$L_1(x, s, \lambda, \pi, \sigma, \varepsilon) = f(x, \varepsilon) - \sigma \sum_{i=1}^l \ln(s_i) + \sum_{k \in K} \lambda_k g_k(x, \varepsilon) + \sum_{i \in I} \pi_i h_i(x, \varepsilon). \quad (5.9)$$

Um ponto x^* que é um mínimo local de (5.8) satisfaz às seguintes condições estacionárias KKT de primeira ordem.

$$\nabla_x L_1(x^*, \lambda, \pi, \sigma, \varepsilon) = \nabla_x f(x^*, \varepsilon) + \sum_{k \in K} \lambda_k \nabla_x g_k(x^*, \varepsilon) + \sum_{i \in I} \pi_i \nabla_x h_i(x^*, \varepsilon) = 0, \quad (5.10a)$$

$$-\sigma + \pi_i s_i = 0, \quad i \in I, \quad (5.10b)$$

$$s_i, \pi_i > 0, \quad i \in I, \quad (5.10c)$$

$$g_k(x^*, \varepsilon) = 0, \quad k \in K, \quad (5.10d)$$

$$h_i(x^*, \varepsilon) + s_i = 0, \quad i \in I. \quad (5.10e)$$

As equações (5.10d,e) e a condição de não negatividade (5.10c), onde $s_i > 0$ para $i \in I$, garantem a factibilidade primal. A equação (5.10a) e a condição de não negatividade (5.10c), onde $\pi_i > 0$ para $i \in I$, garantem a factibilidade dual. A equação (5.10b) representa as condições de complementaridade ($s_i \pi_i = 0$) perturbadas pelo parâmetro de barreira σ .

Método de Newton

Considerando que $s_i > 0$ e $\pi_i \geq 0$, o conjunto de equações não-lineares parametrizadas é formado pelas equações (5.8a,b,d,e) e apresenta a seguinte forma:

$$F_1(x, s, \lambda, \pi, \sigma, \varepsilon) = \begin{bmatrix} \nabla_x^T L_1(x, \lambda, \pi, \varepsilon) \\ -\sigma + \pi_i s_i \\ g_k(x, \varepsilon) \\ h_i(x, \varepsilon) + s_i \end{bmatrix} = 0, \quad k \in K, \quad i \in I. \quad (5.11)$$

Considerando o ponto $z = (x, s, \lambda, \pi)$, o método de PI PDBL consiste na aplicação do método de Newton a (5.11), assim a correção $\Delta z^{(r)}$ na r -ésima iteração é calculada como:

$$\Delta z^{(r)} = -W_1(z^{(r)}, \varepsilon)^{-1} F_1(z^{(r)}, \varepsilon), \quad (5.12)$$

onde W_1 é a matriz Jacobiana de F_1 , $W_1 = \nabla_z F_1$.

O Jacobiano $\nabla_z F_1$ pode ser simplificado na seguinte forma:

$$W_1 = \nabla_z F_1 = \begin{bmatrix} H_1 & J_2^T \\ J_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.13)$$

onde H_1 é uma matriz que contém a Hessiana H de (5.6) J_1 e J_2 são matrizes que contém a matriz Jacobiana J de (5.7). As matrizes H_1 , J_1 e J_2 são definidas como [76]:

$$H_1 = \begin{bmatrix} \nabla_x^2 L_1 & 0 \\ 0 & \Pi \end{bmatrix}, \quad (5.14)$$

$$J_1 = \begin{bmatrix} \nabla_x g & 0 \\ \nabla_x h_A & Id \end{bmatrix}, \quad (5.15)$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} \nabla_x g & 0 \\ \nabla_x h_A & S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla_x g & 0 \\ \nabla_x h_A & Id \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Id & 0 \\ 0 & S \end{bmatrix} = J_1 C, \quad (5.16)$$

onde S e Π são matrizes diagonais que contém elementos s_i e π_i ($i \in I$), respectivamente; e Id é a matriz identidade. A matriz Hessiana $\nabla_x^2 L_1$ é similar a (5.6), porém é calculada como:

$$\nabla_x^2 L_1(x, \lambda, \pi, \varepsilon) = \nabla_x^2 f(x, \varepsilon) + \sum_{k \in K} \lambda_k \nabla_x^2 g_k(x, \varepsilon) + \sum_{i \in I} \pi_i \nabla_x^2 h_i(x, \varepsilon). \quad (5.17)$$

Atualização das variáveis primais e duais

Os tamanhos de passos primal α_p e dual α_d são introduzidos para manter as condições $s > 0$ e $\pi > 0$ ao resolver (5.12). α_p e α_d são calculados como [77]:

$$\alpha_p = \min \left\{ \gamma \min_{\Delta s_i < 0} \frac{s_i}{|\Delta s_i|}, 1 \right\}, \quad (5.18a)$$

$$\alpha_d = \min \left\{ \gamma \min_{\Delta \pi_i < 0} \frac{\pi_i}{|\Delta \pi_i|}, 1 \right\}, \quad (5.18b)$$

onde γ é o fator de segurança que assegura que o ponto seguinte satisfaça as condições de não negatividade. Comumente γ é fixado em 0.99995.

Considerando (5.18), o novo ponto $z^{(r+1)}$ é calculado como:

$$\begin{bmatrix} x^{(r+1)} \\ s^{(r+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^{(r)} \\ s^{(r)} \end{bmatrix} + \alpha_p \begin{bmatrix} \Delta x^{(r)} \\ \Delta s^{(r)} \end{bmatrix}, \quad (5.19a)$$

$$\begin{bmatrix} \lambda^{(r+1)} \\ \pi^{(r+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda^{(r)} \\ \pi^{(r)} \end{bmatrix} + \alpha_d \begin{bmatrix} \Delta \lambda^{(r)} \\ \Delta \pi^{(r)} \end{bmatrix}. \quad (5.19b)$$

Redução do parâmetro de barreira

O valor residual das condições de complementaridade, chamado de *gap* de complementaridade, é calculado no ponto $z^{(r)}$ como:

$$gap^{(r)} = (s^{(r)})^T \pi^{(r)}. \quad (5.20)$$

A sequência de $\{gap^{(r)}\} \rightarrow 0$ determina que $\{x^{(r)}\} \rightarrow x^*$, onde x^* é a solução do sistema. Assim, a relação entre $gap^{(r)}$ e o parâmetro de barreira $\sigma^{(r)}$ de (5.11) sugere que $\sigma^{(r)}$ pode ser reduzido baseado no decréscimo do valor do *gap* como [77]:

$$\sigma^{(r)} = \beta^{(r)} \frac{gap^{(r)}}{2(n+1)}, \quad (5.21)$$

onde $\beta^{(r)} \in (0,1)$ é o decréscimo esperado de $\sigma^{(r)}$, chamado de parâmetro de centralização. Para a redução de $\sigma^{(r)}$ e melhora da centralização, $\beta^{(r)}$ é escolhido como: $\beta^{(r)} = \max \{0.95\beta^{(r-1)}, 0.1\}$, com $\beta^{(0)} = 0.2$.

Crítérios de convergência

O processo iterativo dos métodos PI PDBL termina quando os seguintes critérios de convergência são atingidos [77]:

- Factibilidade primal:

$$FP = \max \{ \|g\|_\infty, \|h + s\|_\infty \} \leq \Delta_f, \quad (5.22a)$$

- Factibilidade dual:

$$FD = \frac{\|\nabla f + \nabla g^T \lambda + \nabla h^T \pi\|_\infty}{1 + \|x\|_2} \leq \Delta_f, \quad (5.22b)$$

- Condição de complementaridade:

$$CC = \frac{gap}{1 + \|x\|_2} \leq \Delta_c. \quad (5.22c)$$

Adicionalmente pode ser verificada a condição $\sigma \leq \Delta_\sigma$. Tipicamente são usadas as seguintes tolerâncias: $\Delta_f = 10^{-4}$, $\Delta_c = 10^{-2}$, e $\Delta_\sigma = 10^{-12}$.

5.3.2 Algoritmo geral do método de PI PDBL

Para parâmetros definidos $\varepsilon = \varepsilon_o$, o algoritmo geral do método de PI PDBL pode ser resumido como o seguinte:

- Passo 1:** Inicializar o parâmetro $\sigma^{(0)}$ e escolher um ponto inicial $z^{(0)} = (x^{(0)}, s^{(0)}, \lambda^{(0)}, \pi^{(0)})$ que satisfaça as condições de não-negatividade. Somente no início, calcular $\sigma^{(0)} = \beta^{(0)} gap^{(0)} / 2(n + l)$ usando $\beta^{(0)} = 0.2$ e $gap^{(0)}$ de (5.20).
- Passo 2:** Calcular os vetores $\nabla f(x^{(0)})$, $g(x^{(0)})$ e $h(x^{(0)})$, e as matrizes $\nabla g(x^{(0)})$ e $\nabla h(x^{(0)})$. Calcular $F_1(z^{(0)})$ de (5.11). Fazer $r \rightarrow 0$.
- Passo 3:** Utilizando as tolerâncias Δ_f , Δ_c e Δ_σ , verificar os critérios de convergência (5.22a-c) e $\sigma \leq \Delta_\sigma$:
- 3-A: Se critérios são atendidos, terminar o processo. $x^{(r)}$ é uma boa aproximação do mínimo local x^* do problema PPNL original (5.1).
 - 3-B: Senão, ir para o Passo 4.
- Passo 4:** Calcular a matriz $\nabla_x^2 L_1(z^{(r)})$ de (5.17). Montar H_1 , J_1 e J_2 de (5.14), (5.15) e (5.16), respectivamente. Montar W_1 de (5.13). Resolver (5.12), obter as direções Newton: $\Delta x^{(r)}$, $\Delta s^{(r)}$, $\Delta \lambda^{(r)}$, $\Delta \pi^{(r)}$.
- Passo 5:** Calcular o máximo tamanho de passo primal $\alpha_p^{(r)}$ e dual $\alpha_d^{(r)}$ usando (5.18). Atualizar as variáveis primais $(x^{(r+1)}, s^{(r+1)})$ e duais $(\lambda^{(r+1)}, \pi^{(r+1)})$ de (5.19a) e (5.19b), respectivamente.
- Passo 6:** Calcular os vetores $\nabla f(x^{(r+1)})$, $g(x^{(r+1)})$ e $h(x^{(r+1)})$, e as matrizes $\nabla g(x^{(r+1)})$ e $\nabla h(x^{(r+1)})$. Calcular $F_1(z^{(r+1)})$ de (5.11).
- Passo 7:** Calcular os parâmetros $gap^{(r+1)}$ de (5.20). $\beta^{(r+1)}$ é calculado dinamicamente em cada iteração como: $\beta^{(r+1)} = \max \{0.95\beta^{(r)}, 0.1\}$. Depois, calcular $\sigma^{(r+1)}$ de (5.21).
- Passo 8:** Fazer $r \rightarrow r + 1$ e ir ao Passo 3.

5.3.3 Pontos singulares

A definição de ponto singular da seção 5.2.1 pode ser aplicado ao ponto $z_o = (x_o, s_o, \lambda_o, \pi_o)$. Portanto, se z_o é a solução de (5.11) considerando valores dados dos parâmetros ε_o , e tem uma matriz Jacobiana de F_1 em relação de z ($\nabla_z F_1$) singular, então z_o é chamado de ponto singular de F_1 .

A análise completa do comportamento da trajetória de soluções ótimas para o problema de PPNL modificado é baseada no teorema em [18] usando as componentes da matriz W_1 :

Teorema: Seja (z_o, ε_o) uma solução de (5.11) e assumase que f , h , e g são duas vezes contínuas e diferenciáveis em uma vizinhança de (x_o, ε_o) . Então para que $\nabla_z F$ seja não singular é necessário e suficiente que cada uma das seguintes três condições sejam mantidas:

- R1 : Condição de complementaridade estrita; $\pi_j > 0$ para as restrições $s_j = 0$ ($j \in I$).
- R2 : A matriz J_2 tem posto completo.
- R3 : A matriz Hessiana reduzida do Lagrangeano modificado $H_{1-red} = Z_1^T \nabla_x^2 L_1 Z_1$ é não singular, onde Z é a matriz cujas colunas formam uma base do espaço nulo de J_2 .

5.3.4 Singularidade na trajetória de soluções ótimas para métodos de PI

Analogamente ao problema (5.1), o tipo de singularidade alcançada na trajetória de soluções ótimas depende de qual condição R1-R3 é violada, e assim apresentam-se os seguintes casos:

Perda da independência linear

As condições C2 e R2 são equivalentes desde que a matriz J_2 tenha posto completo quando J tem o posto completo. Isto pode ser demonstrado desde que a condição C2 seja detectada quando J tem posto incompleto e para o problema modificado (5.8) as restrições que provocam a violação da IL tem $s_i = 0$, para $j \in I$, então a partir de (5.16) J_2 tem posto incompleto. É importante destacar que a matriz J_1 não é usada para a detecção da violação na condição R2, como é realizado em [76].

Singularidade da matriz Hessiana reduzida

Assume-se que as condições R1 e R2 são mantidas, a Hessiana reduzida do Lagrangiano modificado (5.9) é não singular quando a Hessiana reduzida do Lagrangiano (5.2) é não singular, e então as condições (C3) e (R3) são equivalentes. Isto pode ser demonstrado de (5.14) desde que a Hessiana reduzida H_{1-red} possa ser representada em função da H_{red} .

Violação da condição de complementaridade estrita

As condições C1 e R1 são equivalentes desde que ao final do processo de otimização σ tenda a zero e se a solução ótima de (5.6) tem restrições $\pi_j > 0$, restrições de desigualdade ativas do problema original (5.1), então $s_j = 0$, para $j \in I$; isto apesar da barreira logarítmica do método de PI tentar manter $s_i > 0$.

As singularidades da violação da condição de CE que originam a perda de factibilidade e otimalidade no problema original podem originar singularidades no problema modificado. A violação da condição R1-(a) leva diretamente à perda de otimalidade no problema modificado ainda quando a matriz Hessiana reduzida do Lagrangiano original é não singular, isto é, na equação (5.14) a matriz H_{red} não é alterada e quando $\pi_j \rightarrow 0$ então H_{1-red} é singular. Neste tipo de violação o ponto singular encontra-se na fronteira de factibilidade.

A violação de R1-(b) está associada à perda de factibilidade do problema original, porém para o problema modificado algumas características particulares são vistas. Em geral, o processo de convergência

do método de PI PDBL caracteriza-se por manter em cada passo a factibilidade do problema modificado (5.8). Para sistemas inactíveis o processo PI PDBL tentará manter a factibilidade das restrições violadas com $\pi_j = 0$ para $j \in I$, restrições de desigualdade inativas do problema original (5.1), usando o tamanho de passo primal e dual (5.18), e como consequência a solução alcança um ponto da fronteira de factibilidade onde $s_j = 0$.

A Tabela 5.2 apresenta o resumo das principais características das singularidades do problema PPNL modificado (5.8) usando os multiplicadores de Lagrange, factibilidade das funções e componentes da matriz W_1 de (5.13).

Tabela 5.2: Resumo das características de singularidade do problema PPNL modificado.

| Mecanismo da singularidade | | Consequência | | |
|----------------------------|---|-----------------------------------|-----------------------|---|
| Condição violada | Multiplicadores π_i com $s_i = 0$ ($i \in I$) | Tipo de problema do sistema (5.8) | Posto da matriz J_2 | Hessiana reduzida $H_{1-red} = Z_1^T H_1 Z_1$ |
| R1-(a) | algum $\pi_i \rightarrow 0$ | perda de otimalidade | completo | singular |
| R1-(b) | $\pi_i > 0$ | perda de factibilidade | incompleto | não singular |
| R2 | $\pi_i > 0$ | perda de factibilidade | incompleto | não singular |
| R3 | $\pi_i > 0$ | perda de otimalidade | completo | singular |

5.4 Metodologia proposta para análise de sistemas mal comportados

Como explicado no Capítulo 2, os sistemas mal comportados são aqueles que: *i*) apresentam soluções próximas de um ponto singular, o que torna a matriz Jacobiana do sistema singular; ou *ii*) as soluções estão alocadas em regiões de convergência tão pequenas que os métodos convencionais não conseguem entrar. No problema modificado de PPNL, o sistema (5.11) é resolvido e pode apresentar problemas de mau comportamento em quaisquer das situações *i*) ou *ii*).

Neste trabalho é estudada principalmente a situação *i*) pois esta relaciona-se com a análise de singularidades. Portanto, um método de PI PDBL é proposto para análise de sistemas mal comportados baseando-se nos pontos que serão discutidos a seguir.

5.4.1 Técnicas para detecção de singularidade

Existem diferentes técnicas para a detecção da singularidade do problema original (5.1). Em [66] é sugerida a adição de uma restrição no sistema (5.4) que envolve os multiplicadores de Lagrange de maneira a detectar a singularidade de W quando existe violação da condição de IL. Neste caso as condições de estacionaridade são modificadas ao introduzir um multiplicador μ no gradiente da função objetivo como:

$$\nabla_x L_{IL}(x, \lambda, \pi, \varepsilon, \mu) = \mu \nabla_x f(x, \varepsilon) + \sum_{k \in K} \lambda_k \nabla_x g_k(x, \varepsilon) + \sum_{i \in I_o} \pi_i \nabla_x h_i(x, \varepsilon) = 0, \tag{5.23}$$

Nos pontos que satisfazem as condições de estacionaridade KKT, μ é assumido igual a 1.

O sistema (5.4) é reformulado introduzindo uma restrição como:

$$F_{IL}(x, \lambda, \pi, \varepsilon, \mu) = \begin{bmatrix} \nabla_x L_{IL}(x, \lambda, \pi, \varepsilon, \mu) \\ g(x, \varepsilon) \\ h_A(x, \varepsilon) \\ \mu^2 + \lambda^T \lambda + \pi^T \pi - \varphi^2 \end{bmatrix} = 0, \quad (5.24)$$

onde φ^2 é uma constante escalar igual à soma dos quadrados dos multiplicadores de Lagrange incluindo μ^2 calculado em pontos anteriores ao ponto singular.

A solução do sistema (5.24) é equivalente a (5.4) quando $\mu = 1$. Os multiplicadores de Lagrange deste sistema, λ_k' e π_i' , estão relacionados com os multiplicadores do sistema (5.1) de acordo com: $\lambda_k = \lambda_k' / \mu$, para $k \in K$; e $\pi_i = \pi_i' / \mu$, para $i \in I_o$. Quando $\mu = 0$, a matriz J é singular, porém os multiplicadores λ_k' e π_i' são não nulos, e quando $\mu \neq 0$ a matriz J é não singular.

Este é um teste simples usado para verificar a singularidade de W , podendo ser aplicado nos métodos de PI PDBL, apesar de ser limitado para a detecção da perda da IL.

5.4.2 Métodos de PI PDBL e técnica de otimização de passo

Com o propósito de analisar sistemas mal comportados, incluindo os sistemas infactíveis, serão estudadas as condições R1-R3 usando um método proposto de PI PDBL, que usa a técnica de otimização de passo descrita no Capítulo 2.

Sem perda da generalidade, para valores dados ε_o , a técnica de otimização de passo é aplicada ao sistema (5.11), e então a nova estimativa da r -ésima iteração é definida como:

$$z^{(r+1)} = z^{(r)} + \mu \Delta z^{(r)}, \quad (5.25)$$

onde μ é o tamanho do passo que multiplica as variáveis de correção do vetor $\Delta z^{(r)}$ em cada iteração. O cálculo de μ é realizado segundo o problema de minimização seguinte [9]:

$$\min_{\mu} F_c(\mu) = \frac{1}{2} \left\| F_{1-st}(z^{(r)}, \Delta z^{(r)}, \mu, \varepsilon_o) \right\|_2^2 = \frac{1}{2} \sum_{i \in \Omega_F} F_{1-st,i}^2, \quad (5.26)$$

onde Ω_F é o conjunto de índices de F_1 , e F_{1-st} é a expansão em serie de Taylor até os termos de segunda ordem da função original F_1 , de acordo com:

$$F_{1-st}(z^{(r)}, \Delta z^{(r)}, \mu, \varepsilon_o) = F_1(z^{(r)}, \varepsilon_o) + \mu \nabla_z F_1(z^{(r)}, \varepsilon_o) \Delta z^{(r)} + \mu^2 T(z^{(r)}, \Delta z^{(r)}, \varepsilon_o), \quad (5.27)$$

O vetor $T(z^{(r)}, \Delta z^{(r)})$ representa os termos das segundas derivadas parciais de F_1 definido como:

$$T(z^{(r)}, \Delta z^{(r)}, \varepsilon_o) = \frac{1}{2} \left(\sum_{i \in \Omega_F} \Delta z_i \frac{\partial}{\partial z_i} \right)^2 F(z^{(r)}, \varepsilon_o), \quad (5.28)$$

onde cada componente T_i é igual a $\Delta z^T \nabla_z^2 F_1(z) \Delta z$, e $\nabla_z^2 F_1(z)$ é a matriz Hessiana do componente F_1 com relação às variáveis z avaliado em $z^{(r)}$.

Seguindo o mesmo procedimento de [9], a equação (5.24) pode ser colocada como:

$$F_{1-st}(\mu) = a + \mu b + \mu^2 c, \quad (5.29)$$

onde $a = F_1(z^{(r)})$, $b = -a$ (que é o passo de Newton) e $c = T(z^{(r)}, \Delta z^{(r)})$. Para calcular μ , se aplica a condição de mínimo local (3.15), obtendo-se uma equação cúbica que é resolvida pela fórmula de Cardan.

Para sistemas (5.11) bem comportados, μ assume valores em torno de 1 e não afeta o processo iterativo de forma significativa. Para sistemas (5.11) mal comportados e inactíveis, μ assume inicialmente valores baixos com o objetivo de melhorar a convergência do processo. Conforme a trajetória de convergência se aproxima do ponto singular, ou o sistema viole alguma das condições R1-R3, a matriz W_1 aproxima-se à singularidade e o valor do tamanho de passo μ tende a zero.

5.4.3 Aspectos de implementação do método proposto

Alguns aspectos devem ser mencionados para a implementação do método proposto dentro dos algoritmos convencionais usados para métodos de PI PDBL.

Técnica de otimização de passo

A técnica de otimização de passo usada foi como na referência [10] que usa as variáveis de tensão das barras em coordenadas polares, isto é, os módulos e ângulos das tensões. Dentro da dedução dos termos de (5.27), a matriz $\nabla_z F_1$ contém as matrizes Hessiana H e a matriz Jacobiana J e o vetor T é resultado de operar matrizes do tipo $\nabla_z^2 F_{1,i}$, para $i \in \Omega_F$. Estas matrizes contêm elementos associados às terceiras derivadas parciais na forma: $\partial^3 q / \partial x_j x_m x_l$, para $j, m, l = 1, 2, \dots, n$; e q é qualquer das seguintes funções: f , g_k , e h_i , para $k \in K$ e $i \in I$.

Tamanho de passo e variáveis primais e duais

Para manter as condições $s > 0$ e $\pi > 0$ foram introduzidos os tamanhos de passo primal α_p e dual α_d . Em (5.18a,b), o valor de 1 refere-se ao passo Newton, que pode ser executado somente quando a seguinte estimativa de Newton cai dentro da região de factibilidade, isto é $\alpha_p, \alpha_d > 1$. O tamanho de passo μ somente poderá ser usado se garantir-se que a estimativa seguinte permaneça na região de factibilidade, propondo-se assim os seguintes novos tamanhos de passo primal e dual:

$$\alpha_p = \min \left\{ \min_{\Delta s_i < 0} \frac{s_i}{|\Delta s_i|}, \mu \right\}, \quad \alpha_d = \min \left\{ \min_{\Delta \pi_i < 0} \frac{\pi_i}{|\Delta \pi_i|}, \mu \right\}, \quad (5.30)$$

onde o tamanho do passo μ é calculado a cada iteração resolvendo a condição de mínimo local.

Na r -ésima iteração, o novo ponto $z^{(r+1)}$ é dado por (5.19), onde a correção $\Delta z^{(r)}$ é calculada de (5.12); α_p e α_d são calculadas de (5.30). Este processo é substituído no PASSO 5 do algoritmo geral.

5.5 O cálculo do PMC baseado em otimização

Seguindo com o estudo da PPNL, o método PI PDBL proposto será aplicado ao problema do cálculo do PMC modelado como um FCO considerando a variação de parâmetros ε . Este tipo de problema pertence à classe dos métodos baseados em otimização para análise de ET.

5.5.1 Métodos baseados em otimização para análise de ET

Em geral, os métodos baseados em otimização usam às equações de FC (2.7) como modelos de equilíbrio, as quais são repetidas aqui:

$$g(y, u, p) = \begin{bmatrix} \Delta P(y, u, p) \\ \Delta Q(y, u, p) \end{bmatrix} = 0, \quad (5.31)$$

onde y representam os ângulos de tensão das barras de carga e geração, e os módulos das tensões das barras de carga; u representa os parâmetros controláveis, como o valor das susceptâncias dos capacitores/reatores shunt; e p representa, em geral, as potências ativa e reativa nas barras de carga; e g contém os resíduos de potência ativa ΔP das barras de carga e geração, e os resíduos de potência reativa ΔQ das barras de carga. O controle de tensão/potência reativa é modelado adicionalmente como:

$$h(y, u, p) = \begin{bmatrix} Q_g(y, u, p) - Q_{g,\max} \\ Q_{g,\min} - Q_g(y, u, p) \end{bmatrix} \leq 0, \quad (5.32)$$

onde h representa os limites de potência reativa dos geradores, incluindo a barra *slack*. As tensões dos geradores são mantidas nos valores especificados já que este modelo não leva em conta a perda de controle de tensão.

Modelos usados em métodos baseados em otimização

Em [21] é proposto um método para o cálculo do PMC de (5.31) para a condição de máxima margem de potência reativa considerando os limites de potência reativa dos geradores (5.32). Este método é representado como um problema de otimização tendo como objetivo a maximização da diferença entre a potência reativa da carga e geração total do sistema. Também é usado um modelo de equilíbrio orientado a potência reativa e módulos das tensões. Neste caso os parâmetros u não são considerados.

Na referência [22] é considerado p em um espaço multidimensional para calcular a BSN mais próxima medida a partir de um ponto de operação conhecido, similar ao problema de MDCT da seção 2.4.2, porém não são levados em conta os limites de potência reativa dos geradores (5.32) e nem os parâmetros u .

A variação dos parâmetros controláveis u para a maximização da distância ao colapso de tensão foi proposto em [59], onde é considerado p sobre uma direção predefinida de acréscimo de carga e geração (unidimensional) e no espaço multidimensional.

Comparados com os métodos de FCC, os métodos baseados em otimização são mais eficientes, porém não são muito atraentes quando o interesse é o cálculo da trajetória de pontos de operação do sistema ou quando se deve incorporar a ação completa de controladores, como a perda de controle de tensão no controle de tensão/potência reativa dos geradores. No entanto, os métodos de otimização podem incluir restrições nas variáveis de tensão e potência reativa, tornando o problema mais restrito.

5.5.2 Modelo de otimização

O problema do cálculo do PMC foi abordado nos Capítulos 3 e 4 usando os métodos baseados em FC, FCC e métodos diretos. O modelo de otimização para o cálculo do PMC é definido para o modelo de equilíbrio (5.31) e limites (5.32) usando uma direção predefinida de acréscimo de carga e geração proporcional ao caso base e ao fator de carregamento ρ :

$$\min_{y,\rho} -\rho \tag{5.33a}$$

$$\text{sujeito a } g(y, \rho, u) = 0, \tag{5.33b}$$

$$h(y, \rho, u) \leq 0, \tag{5.33c}$$

onde $y = (\theta, V)$; $\theta \in \mathfrak{R}^{nPQ+nPV}$ contém os ângulos de tensão das barras PQ e PV; $V \in \mathfrak{R}^{nPQ}$ contém os módulos de tensão das barras PQ; nPQ e nPV são números de barras PQ e PV, respectivamente. A solução do problema (5.33), ou PMC, pode ser uma BSN ou BIL (BEILs ou BDILs) dependendo da direção de acréscimo de carga. Como não existe perda de controle de tensão, a solução alcança uma BDIL no lugar de uma BSN.

Considerando o modelo PPNL padrão (5.1), as variáveis são $x = (y, \rho)$, os parâmetros do sistema são $\varepsilon = u$, e a função objetivo é $f(x) = -\rho$. Para obter soluções ao problema (5.33) requer-se que: $m + l \leq n$, assim tem-se:

$$(2nPQ + nPV) + l \leq 2nPQ + 2nPV + 1 \Rightarrow l \in [0,1].$$

Portanto, uma restrição de desigualdade (5.33c) estará ativa na solução do problema.

Em [78] é discutido o uso de diversas técnicas de PNL para calcular o PMC resolvendo problemas de otimização como (5.33). Os métodos de PI têm sido aplicados com sucesso para o cálculo do PMC, isto devido a sua capacidade de tratamento de sistemas de grande porte [79],[23].

Relação com os métodos diretos

Para um dado u_o e considerando o problema (5.33a,b), sem (5.33c), o Lagrangiano é definido como:

$$L(y, \rho, u_o) = -\rho + \sum_{k \in K} \lambda_k g_k(y, \rho, u_o) = -\rho + \lambda^T g(y, \rho, u_o), \tag{5.34}$$

onde λ é o vetor de multiplicadores de Lagrange. As condições de otimalidade de primeira-ordem, ou necessárias, são obtidas como:

$$\nabla_{\lambda} L = 0 \Rightarrow g(y, \rho, u_o) = 0, \tag{5.35a}$$

$$\nabla_y L = 0 \Rightarrow \nabla_y^T g(y, \rho, u_o) \lambda = 0, \tag{5.35b}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \rho} = 0 \Rightarrow \lambda^T \frac{\partial g}{\partial \rho}(y, \rho, u_o) - 1 = 0, \tag{5.35c}$$

Os métodos diretos para o cálculo de BSNs de sistemas de potência representados com modelos de equilíbrio, como as equações de FC, foram apresentados no Capítulo 4. Comparando as equações (5.35) com as equações (4.10), estas são basicamente equivalentes pois λ representa o autovetor à esquerda no ponto de colapso de tensão. A equação (5.35c) representa uma outra forma de garantir a não-nulidade de w e corresponde à condição de transversalidade (2.12b) [59].

5.5.3 Análise de soluções ótimas do sistema teste

Sem perda da generalidade, a formulação (5.33) é usada para analisar o comportamento da trajetória de soluções ótimas com a variação de um parâmetro escalar ε . Neste caso ε representa a compensação reativa realizada por um capacitor com susceptância B_c em alguma das barras de carga do sistema.

Sistema teste de 2 barras com capacitor shunt variável

O sistema teste de duas barras com capacitor shunt variável é apresentado na Figura 5.1. Este sistema tem uma linha de transmissão sem perdas 1-2 com uma reatância $x = 0.25$ p.u. A barra 1 (*slack*) tem $E = 1$ p.u.; os limites de geração de potência reativa mínimo e máximo da barra 1 são $Q_{g-\min} = -100$ e $Q_{g-\max} = +100$ MVar, respectivamente. A barra 2 (carga) tem $P_{c-bc} = 50$ MW e $Q_{c-bc} = 30$ MVar. A compensação reativa na barra 2 é variável, sendo capacitivo quando B_c é positivo e indutivo quando B_c é negativo.

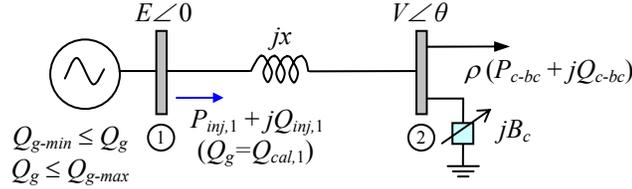


Figura 5.1: Sistema teste de 2 barras com capacitor shunt variável.

O problema de otimização para o sistema de 2 barras com capacitor shunt variável é definido por:

$$\min_{\theta, V, \rho} -\rho \quad (5.36a)$$

$$\text{sujeito a} \quad g(\theta, V, \rho, B_c) = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = 0, \quad (5.36b)$$

$$h(\theta, V, \rho, B_c) = \begin{bmatrix} Q_{g,1} - Q_{g-\max} \\ Q_{g-\min} - Q_{g,1} \end{bmatrix} \leq 0. \quad (5.36c)$$

As equações de FC (5.31) originam um conjunto de pontos de operação para cada valor de B_c , e estas são definidas para barra 2 como:

$$\Delta P_2(\theta, V, \rho) = P_{esp,2}(\rho) - P_{inj,2}(\theta, V) = 0, \quad (5.37a)$$

$$\Delta Q_2(\theta, V, \rho, B_c) = Q_{esp,2}(\rho) - Q_{inj,2}(\theta, V, B_c) = 0. \quad (5.37b)$$

As injeções de potências especificadas são:

$$P_{inj,2}(V, \theta) = -VEb \sin \theta, \quad P_{sch,2} = -\rho P_{l-bc},$$

$$Q_{inj,2}(V, \theta, B_c) = -V^2(b + B_c) + VEb \cos \theta, \quad Q_{sch,2} = -\rho Q_{l-bc},$$

onde a susceptância da linha é $b = -1/x$. A potência de geração na barra 1 é definida como:

$$Q_{g,1}(\theta, V, \rho, B_c) = -E^2 b + VEb \cos \theta, \quad (5.38)$$

Considerando o modelo PPNL padrão (5.1), as variáveis são $x = (\theta, V, \rho)$ e o parâmetro $\varepsilon = B_c$.

Pontos BSNs e BDILs

A região factível associada a $h \leq 0$ é delimitada pelos limites de geração de potência reativa, ou equações (5.36c). A solução do problema (5.36), ou PMC, será uma BSN quando esta cair dentro da região factível $h \leq 0$. Por outro lado, se a BSN sai fora desta região então o PMC é uma BDIL definida pela interseção da trajetória de pontos de operação do sistema e o limite violado. A representação gráfica dos PMCs do problema (5.36) para diferentes B_c é mostrada na Figura 5.2.

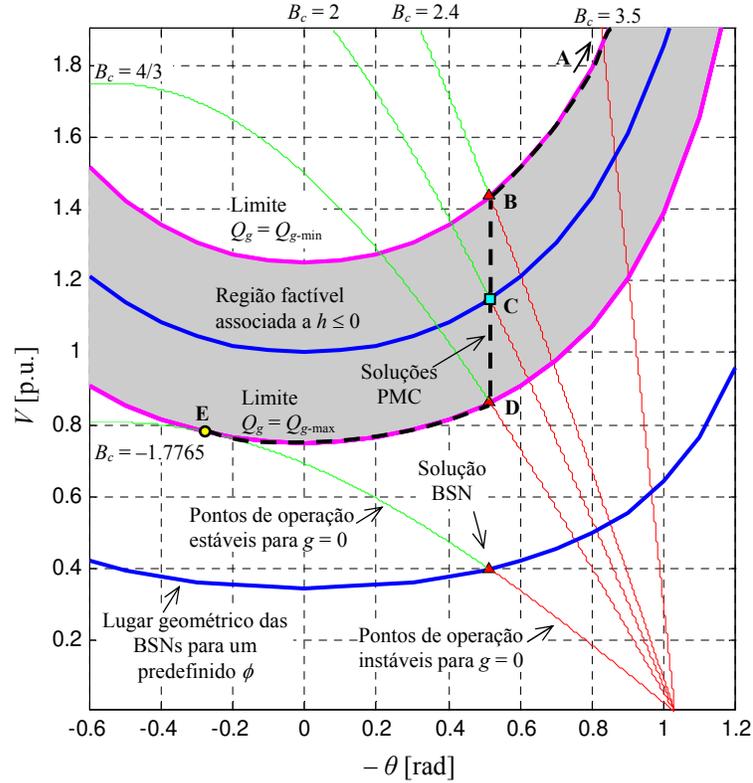


Figura 5.2: Representação gráfica das soluções do problema de cálculo do PMC usando diferentes B_c no espaço V - θ , sistema teste de 2 barras com capacitor shunt variável.

Nos pontos de BSNs o Jacobiano de g com relação a (θ, V) é singular, porém o Jacobiano de g com relação a x , V , e ρ é não singular. As BSNs para cada valor de fator de potência da carga são definidos como:

$$\theta_{bsn} = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1 + \sin\phi}\right), \quad (5.39a)$$

$$V_{bsn} = \frac{Eb}{\sqrt{2}(b + B_c)\sqrt{1 + \sin\phi}}, \quad (5.39b)$$

$$\rho_{bsn} = V_{bsn}^2 (b + B_c) / S_{c-bc}, \quad (5.39c)$$

onde $S_{c-bc} = \sqrt{P_{c-bc}^2 + Q_{c-bc}^2}$, e o ângulo de potência é $\phi = \tan^{-1}(Q_{c-bc} / P_{c-bc})$.

Neste caso o lugar geométrico das BSNs é definido para valores predeterminados de ϕ e B_c como:

$$V_{bsn} = \frac{Eb}{2(b + B_c)\cos\theta_{bsn}}, \quad (5.40)$$

A Figura 5.2 mostra que para cada fator de potência as trajetórias de pontos de operação estáveis e instáveis coalescessem em algum ponto do lugar geométrico de BSN representado em (5.41).

O ramo B-D é definido quando as soluções PMCs são BSNs. Os pontos B e D representam a condição extrema neste caso e são definidas quando:

$$B_c = \frac{-bQ_{g\text{-lim}} - \frac{1}{2}E^2b^2}{Q_{g\text{-lim}} + E^2b}, \quad (5.41)$$

onde $Q_{g\text{-lim}}$ é igual a $Q_{g\text{-min}}$ ou $Q_{g\text{-max}}$ para o ponto B ou D, respectivamente. No exemplo o ramo B-D é definido por: $1.33 \leq B_c \leq 2.4$ p.u., e as soluções PMC são dadas por (5.39).

O ramo D-E é definido quando as soluções PMCs são BDILs associadas ao limite máximo de potência reativa. As soluções PMC são pontos de operação estáveis definidos como a interseção entre limite máximo de potência reativa e os pontos de operação estáveis (ver Figura 6.2). O ponto E é definido quando:

$$B_c = \frac{1}{2} \frac{E^2b^2(1 + \sqrt{1+k^2})}{Q_{g\text{-max}} + E^2b} - b, \quad (5.42)$$

onde $k = -Q_{c-bc}/P_{c-bc}$. Este ponto está sobre a fronteira de factibilidade do problema (5.36) e representa um ponto de tangência entre as restrições associadas a ΔP_2 , ΔQ_2 e $Q_{g\text{-max}}$. Portanto, o ramo D-E é definido para $-1.7765 \leq B_c \leq 1.33$, e para $B_c \leq -1.7765$ o problema (5.36) é infactível.

Analogamente, o ramo A-B é definido quando as soluções PMCs são BDILs associadas ao limite mínimo de potência reativa. As soluções PMC são pontos de operação instáveis definidos como a interseção entre limite mínimo de potência reativa e os pontos de operação instáveis (ver Figura 5.2). O ponto A é definido da condição de compensação reativa ótima da seção 4.3.2, assim neste caso $B_c = -b$. Portanto, o ramo A-B é definido para $2.4 \leq B_c \leq 4$, e para $B_c \leq -1.7765$ o problema (5.36) é infactível.

Os lugares geométricos das BDILs para os ramos A-B e D-E são obtidos diretamente de (5.38) e definidos como:

$$V_{bil} = \frac{Q_{g\text{-lim}} + E^2b}{Ebc \cos \theta_{bil}} \quad (5.43)$$

onde $Q_{g\text{-lim}}$ é igual a $Q_{g\text{-min}}$ ou $Q_{g\text{-max}}$ para os ramos A-B ou D-E, respectivamente.

Trajetória de soluções ótimas

O ramo A-B é definido quando a restrição de desigualdade h_2 (associada com $Q_{g\text{-min}}$) é ativa; analogamente o ramo D-E quando a restrição de desigualdade h_1 (associada com $Q_{g\text{-max}}$) é ativa. No ramo B-D nenhuma restrição de desigualdade é ativa. A Figura 5.3 mostra a trajetória de soluções ótimas para diferentes valores de B_c do problema de cálculo do PMC.

No ponto B ($\varepsilon = 2.4$) o multiplicador Lagrange que corresponde à restrição h_2 se torna zero ($\pi_2 = 0$) analogamente no ponto D ($\varepsilon = 4/3$) π_1 se torna zero. Os pontos B e D resultam em uma singularidade R1.

No ponto E ($\varepsilon = -1.7765$) o posto de J é incompleto (igual a 2), em torno deste ponto é igual a 3, o qual resulta que W se torne singular. A trajetória de soluções ótimas apresenta um ponto de quebra quadrático no ponto E, isto é, na interseção dos ramos de mínimos e máximos locais. Também o ponto E é um ponto de sela de W .

O ramo contínuo A-B-D-E representa a região factível das soluções PMC. Para as regiões definidas por $B_c \leq -1.7765$ e $B_c \geq 4$ não existem soluções e o sistema é infactível.

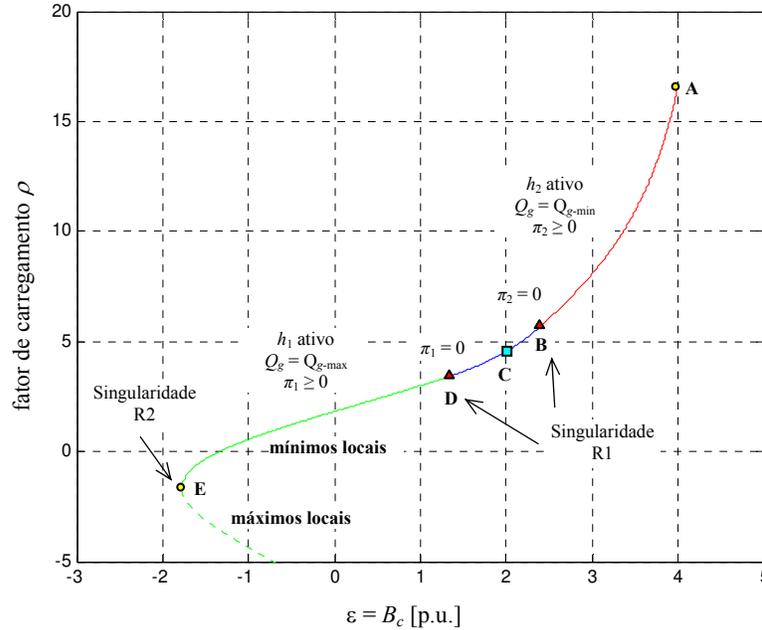


Figura 5.3: Trajetória de soluções ótimas para diferentes valores de B_c do problema de cálculo do PMC, sistema teste de 2 barras com capacitor shunt variável.

Problema de PMC modificado

A função objetivo do problema do cálculo de PMC (5.36) foi modificada para tentar colocar a solução do problema exatamente acima de um ponto de sela na trajetória de soluções ótimas, assim obtive-se a seguinte função:

$$f_{novo}(V, \theta, \rho) = -\rho + k_V V + k_\theta \theta, \tag{5.44}$$

onde k_V e k_θ são constantes predefinidas. Para nosso objetivo, k_V e k_θ são ajustados em 32.4742 e -65.9109 para que no valor $B_c = 2$ a solução do problema de PMC modificado seja equivalente ao problema original e a matriz Hessiana reduzida H_{red} seja singular.

A solução cai no ponto C (ver Figura 5.3), similar ao problema PMC original (solução BSN), porém com outra trajetória de soluções ótimas. Esta situação resulta em uma matriz Hessiana reduzida do Lagrangiano modificado singular, provocando a perda de otimalidade, portanto a trajetória de soluções do sistema apresenta um ponto de quebra exatamente no ponto C.

5.6 Resultados numéricos

Os métodos PI PDBL original e proposto são usados no problema de cálculo do PMC (5.36) aplicados ao sistema de teste de 2 barras com capacitor shunt variável e sistemas teste IEEE, em todos eles o parâmetro ε é definido como o valor de capacitor shunt B_c alocado em alguma barra de carga do sistema analisado. A redução do parâmetro de barreira $\sigma^{(r)}$ do método PI PDBL na r -ésima iteração é definida usando (5.21) e gap de complementaridade calculado de (5.20). Como recomendado em [77], os parâmetros e tolerâncias foram definidas como: $\beta^{(0)} = 0.2, \Delta_f = 10^{-4}, \Delta_c = 10^{-2}, \text{ e } \Delta_\sigma = 10^{-12}$.

5.6.1 Sistema teste de 2 barras

Para a análise são definidos os seguintes casos: sistema bem comportado, sistemas mal comportados (para os tipos de singularidades R1, R2 e R3) e sistema infactível. O ponto inicial é definido como *flat start* ($\theta^{(0)} = 0, V^{(0)} = 1$) com $\rho^{(0)} = 1$.

Sistema bem comportado

Este caso é definido para o problema (5.36) com $B_c = 2$ (ponto C da Figura 5.3), resultando em um sistema factível. A Tabela 5.3 mostra as informações do processo de otimização (tamanhos de passo, critérios de convergência, variáveis, multiplicadores de Lagrange, variáveis de folga) dos métodos. Adicionalmente é introduzido o teste de mau comportamento do sistema que inclui: o mínimo valor singular (MVS) do J_2 , o mínimo autovalor (MA) do Hessiano reduzido H_{1-red} e o número de condicionamento (NC) da matriz W_1 . A Figura 5.4 apresenta a trajetória de convergência dos métodos PI PDBL no espaço de variáveis $V-\theta$. Os multiplicadores de Lagrange λ_1 e λ_2 correspondem a restrições de igualdade associadas com ΔP_2 e ΔQ_2 , respectivamente; π_1 e π_2 correspondem a restrições de desigualdade associadas com Q_{g-max} (adicionando as variáveis de folga s_1) e Q_{g-min} (adicionando s_2), respectivamente.

Tabela 5.3: Resultados do processo de otimização dos métodos PI PDBL para $B_c = 2$ (sistema bem comportado), sistema teste de 2 barras com capacitor shunt variável.

| Iter | Tamanho de passo | | | Critérios de convergência | | | | Variáveis x | | | Multiplicadores de Lagrange | | | | Var. folga | | Teste de mau comportamento | | |
|---|------------------|------------|-------|---------------------------|----------|----------|----------|----------------|-----------|--------------|-----------------------------|-------------|---------|---------|------------|-------|----------------------------|----------------|----------|
| | α_p | α_d | μ | FP | FD | CC | σ | $\theta = x_1$ | $V = x_2$ | $\rho = x_3$ | λ_1 | λ_2 | π_1 | π_2 | s_1 | s_2 | MVS J_2 | MA H_{1-red} | NC W_1 |
| Método IP PDBL | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1.70E+00 | 4.14E-01 | 8.28E-02 | 1.00E-01 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0.1 | 0.1 | 1 | 1 | 3.0E-01 | 9.7E-02 | 5.9E+01 |
| 1 | 0.679 | 0.679 | 1 | 1.31E+00 | 1.27E+00 | 2.57E-02 | 3.80E-03 | -0.8333 | 1 | 6.6664 | 0.000 | -3.330 | 0.100 | 0.100 | 1 | 1 | 5.6E-01 | 1.7E-01 | 1.4E+02 |
| 2 | 1 | 0.322 | 1 | 6.40E-01 | 3.80E-01 | 2.80E-06 | 3.61E-07 | -0.4687 | 1.3013 | 5.983 | -0.762 | -2.060 | 0.000 | 0.200 | 2.000 | 0.000 | 5.1E-01 | 2.0E-01 | 1.0E+02 |
| 3 | 1 | 0.022 | 1 | 1.59E-02 | 3.79E-01 | 2.19E-04 | 2.09E-05 | -0.4095 | 1.3567 | 4.3526 | -0.827 | -1.950 | 0.001 | 0.000 | 1.981 | 0.019 | 4.9E-01 | 1.8E-04 | 2.5E+03 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | 7.85E-02 | 1.79E-01 | 1.11E-04 | 1.06E-05 | -0.5088 | 1.1685 | 4.7104 | -0.830 | -1.950 | 0.001 | 0.000 | 1.073 | 0.927 | 5.1E-01 | 2.1E-01 | 6.2E+01 |
| 5 | 1 | 1 | 1 | 5.54E-04 | 2.24E-03 | 1.44E-05 | 1.27E-06 | -0.5149 | 1.1498 | 4.5309 | -0.969 | -1.720 | 0.000 | 0.000 | 1.003 | 0.997 | 5.1E-01 | 2.1E-01 | 5.9E+01 |
| 6 | 1 | 1 | 1 | 6.76E-07 | 1.01E-06 | 3.75E-06 | 3.14E-07 | -0.5152 | 1.1492 | 4.5295 | -0.971 | -1.710 | 0.000 | 0.000 | 1.000 | 1.000 | 5.1E-01 | 2.1E-01 | 5.9E+01 |
| Método IP PDBL + otimização de passo (proposto) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0.246 | 0.246 | 0.246 | 1.70E+00 | 4.14E-01 | 8.28E-02 | 1.00E-01 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0.1 | 0.1 | 1 | 1 | 3.0E-01 | 9.7E-02 | 5.9E+01 |
| 1 | 0.466 | 0.466 | 0.466 | 1.20E+00 | 2.09E-01 | 5.55E-02 | 3.80E-03 | -0.2051 | 1.0000 | 2.3947 | 0.0000 | -0.8200 | 0.100 | 0.100 | 1.000 | 1.000 | 3.9E-01 | 1.9E-01 | 4.0E+01 |
| 2 | 1.029 | 1.006 | 1.029 | 5.48E-01 | 1.80E-01 | 4.11E-02 | 3.60E-03 | -0.4081 | 1.0390 | 3.6918 | -0.3700 | -1.3700 | 0.105 | 0.095 | 0.948 | 1.052 | 4.7E-01 | 2.5E-01 | 3.7E+01 |
| 3 | 1 | 1 | 1 | 9.88E-02 | 4.45E-02 | 1.03E-03 | 1.03E-04 | -0.5431 | 1.1457 | 4.6563 | -0.9710 | -1.7200 | 0.000 | 0.006 | 0.980 | 1.020 | 5.1E-01 | 2.1E-01 | 5.9E+01 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | 1.34E-03 | 5.49E-04 | 1.29E-03 | 1.20E-04 | -0.5151 | 1.1496 | 4.5331 | -0.9710 | -1.7200 | 0.004 | 0.004 | 1.003 | 0.997 | 5.1E-01 | 2.1E-01 | 5.8E+01 |
| 5 | 1 | 1 | 1 | 3.68E-07 | 5.89E-08 | 3.63E-05 | 3.20E-06 | -0.5152 | 1.1492 | 4.5295 | -0.9710 | -1.7100 | 0.000 | 0.000 | 1.000 | 1.000 | 5.1E-01 | 2.1E-01 | 5.9E+01 |

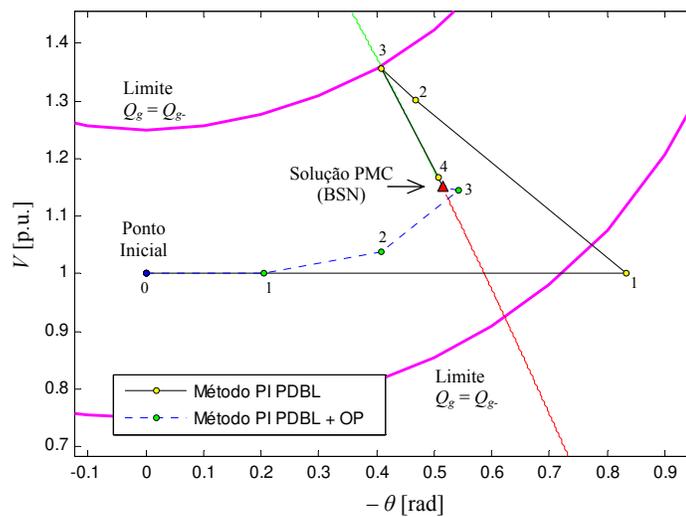


Figura 5.4: Trajetórias de convergência dos métodos PI PDBL no espaço $V-\theta$ para $B_c = 2$ (sistema bem comportado), sistema teste de 2 barras com capacitor shunt variável.

A Tabela 5.3 mostra que o método proposto apresenta menos iterações com a mesma precisão. O teste de mau comportamento mostra que o MSV do J_2 e ME do H_{1-red} mantém-se pequenos (menor de 1) porém não representa casos de singularidade, isto é W_1 não é singular resultando em um sistema bem comportado. O método proposto não afeta o processo iterativo de forma significativa. A Figura 5.4 mostra que a trajetória de convergência do método proposto não experimenta desvios grandes nas variáveis, mantendo um caminho fechado até a convergência em comparação ao método original. Isto assegura a convergência do método pois o processo aproxima-se da região de atração da solução.

Sistema mal comportado com singularidade R1

Este caso é definido para o problema (5.36) com $B_c = -4$ p.u., para o qual o sistema não tem solução, sendo um sistema infactível. A Tabela 5.4 apresenta as informações do processo de otimização e o teste de mau comportamento do sistema. A Figura 5.5 mostra a trajetória de convergência dos métodos PI PDBL no espaço de variáveis $V-\theta$.

Tabela 5.4: Resultados do processo de otimização dos métodos PI PDBL para $B_c = -4$ p.u. (sistema infactível e singularidade R1), sistema teste de 2 barras com capacitor shunt variável.

| Iter | Tamanho de passo | | | Critérios de convergência | | | | Variáveis x | | | Multiplicadores de Lagrange | | | | Var. folga | | Teste de mau comportamento | | |
|---|------------------|------------|-------|---------------------------|----------|----------|----------|----------------|-----------|--------------|-----------------------------|-------------|---------|---------|------------|-------|----------------------------|----------------|----------|
| | α_p | α_d | μ | FP | FD | CC | σ | $\theta = x_1$ | $V = x_2$ | $\rho = x_3$ | λ_1 | λ_2 | π_1 | π_2 | s_1 | s_2 | MVS J_2 | MA H_{1-red} | NC W_1 |
| Método IP PDBL | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0.02 | 0.02 | | 1.430E+00 | 4.14E-01 | 8.28E-02 | 1.00E-01 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0.1 | 0.1 | 1 | 1 | 9.1E-01 | 1.9E-03 | 6.9E+03 |
| 1 | 1 | 1 | | 1.667E+00 | 8.30E-02 | 1.69E-06 | 3.80E-07 | -1.2166 | 0.75 | 10.713 | 0.000 | -0.067 | 0.200 | 0.000 | 0 | 2 | 5.7E-01 | 2.0E-01 | 9.1E+01 |
| 2 | 0.23 | 0.408 | | 1.135E+00 | 8.89E-01 | 3.57E-02 | 2.34E-03 | -0.2700 | 0.6029 | 2.5538 | -1.590 | -0.676 | 0.110 | 0.050 | 0.500 | 1.500 | 5.1E-01 | 2.7E-01 | 6.7E+01 |
| 3 | 1 | 1 | | 1.106E+00 | 6.47E-01 | 3.31E-06 | 1.97E-07 | -0.3216 | 0.5519 | 2.3936 | -1.460 | -0.899 | 0.260 | 0.000 | 0.000 | 2.000 | 3.9E-01 | 2.6E-01 | 2.3E+02 |
| 4 | 0.206 | 0.979 | | 1.660E-01 | 3.11E+00 | 1.44E-02 | 5.92E-04 | 0.3926 | 0.6615 | -1.319 | -0.662 | -2.230 | 3.920 | 0.001 | 0.009 | 1.991 | 1.0E-01 | 3.9E+00 | 2.2E+03 |
| 5 | 1 | 1 | | 1.605E-01 | 4.90E+00 | 4.83E-06 | 1.27E-07 | 0.1668 | 0.6288 | -0.261 | 6.470 | -14.100 | 18.700 | 0.000 | 0.000 | 2.000 | 4.9E-02 | 1.9E+01 | 3.2E+05 |
| 6 | 1 | 0.029 | | 1.805E+00 | 7.82E+02 | 7.62E-04 | 1.72E-04 | 2.7163 | 1.0305 | -14.02 | 290.000 | -487.000 | 727.000 | 0.000 | 0.000 | 2.000 | 1.1E-01 | 7.3E+02 | 5.0E+07 |
| 7 | 1E-04 | 0.251 | | 1.255E+01 | 4.04E+02 | 1.40E-05 | 8.30E-06 | -2.1538 | 1.4498 | -41.36 | 373.000 | -625.000 | 0.036 | 0.000 | 0.001 | 1.999 | 4.1E-01 | 3.6E-02 | 3.0E+07 |
| 8 | 1 | 0.14 | | 1.255E+01 | 3.51E+02 | 7.13E-08 | 4.02E-08 | -2.1538 | 1.4497 | -41.36 | 319.000 | -535.000 | 112.000 | 0.000 | 0.000 | 2.000 | 4.1E-01 | 1.1E+02 | 1.6E+06 |
| 9 | 1 | 0 | | 1.631E+00 | 5.22E+02 | 1.00E-07 | 1.50E-08 | -1.2091 | 0.7145 | 10.801 | 302.000 | -507.000 | 0.006 | 0.000 | 0.000 | 2.000 | 5.7E-01 | 5.6E-03 | 1.6E+08 |
| 10 | 0.012 | 0.689 | | 1.115E+00 | 8.61E+02 | 3.33E-07 | 1.42E-08 | -0.3768 | 0.5557 | 2.4752 | 302.000 | -507.000 | 0.000 | 0.000 | 0.011 | 1.989 | 4.1E-01 | 1.4E-02 | 2.0E+06 |
| 20 | 0.002 | 1 | | 1.481E+00 | 1.49E+04 | 7.65E-15 | 6.13E-16 | 1.6337 | 0.3508 | 6.821 | 158.000 | -267.000 | 1.690 | 0.000 | 0.000 | 2.000 | 1.9E-01 | 1.7E+00 | 4.4E+10 |
| 30 | 1 | 0 | | 1.838E-01 | 1.74E+03 | 4.30E-14 | 1.05E-15 | -0.2072 | 0.5851 | 1.2995 | -431.000 | 715.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 2.000 | 3.1E-01 | 9.2E-05 | 5.4E+10 |
| 40 | 1 | 0 | | 1.163E+00 | 5.14E+00 | 4.96E-17 | 2.18E-18 | 0.9029 | 0.7441 | -3.195 | -4.300 | 3.840 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 2.000 | 3.2E-01 | 6.6E-08 | 3.3E+09 |
| Método IP PDBL + otimização de passo (proposto) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 3E-04 | 3E-04 | | 0.430E+00 | 4.14E-01 | 8.28E-02 | 1.00E-01 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0.1 | 0.1 | 1 | 1 | 9.1E-01 | 1.9E-03 | 6.9E+03 |
| 1 | 5E-04 | 5E-04 | | 0.430E+00 | 4.00E-01 | 7.99E-02 | 3.80E-03 | -0.0155 | 0.9968 | 1.1238 | 0.0000 | -0.0008 | 0.101 | 0.099 | 0.987 | 1.013 | 9.1E-01 | 2.6E-03 | 5.1E+03 |
| 2 | 9E-04 | 9E-04 | 0.001 | 4.30E+00 | 3.81E-01 | 7.61E-02 | 3.61E-03 | -0.0361 | 0.9925 | 1.2871 | -0.0001 | -0.0021 | 0.103 | 0.097 | 0.969 | 1.031 | 9.1E-01 | 3.5E-03 | 3.7E+03 |
| 3 | 0.002 | 0.002 | 0.002 | 4.30E+00 | 3.56E-01 | 7.12E-02 | 3.42E-03 | -0.0644 | 0.9862 | 1.5088 | -0.0007 | -0.0041 | 0.106 | 0.094 | 0.939 | 1.061 | 8.9E-01 | 5.1E-03 | 2.6E+03 |
| 4 | 0.004 | 0.004 | 0.004 | 4.29E+00 | 3.25E-01 | 6.48E-02 | 3.24E-03 | -0.1047 | 0.9768 | 1.8198 | -0.0022 | -0.0074 | 0.111 | 0.090 | 0.892 | 1.108 | 8.5E-01 | 7.9E-03 | 1.7E+03 |
| 5 | 0.012 | 0.012 | 0.012 | 4.28E+00 | 2.85E-01 | 5.65E-02 | 3.04E-03 | -0.1660 | 0.9613 | 2.2786 | -0.0065 | -0.0138 | 0.122 | 0.082 | 0.805 | 1.195 | 7.7E-01 | 1.4E-02 | 9.8E+02 |
| 6 | 0.059 | 0.059 | 0.059 | 4.26E+00 | 2.36E-01 | 4.49E-02 | 2.75E-03 | -0.2694 | 0.9319 | 3.0118 | -0.0212 | -0.0288 | 0.148 | 0.069 | 0.623 | 1.377 | 6.1E-01 | 3.7E-02 | 4.4E+02 |
| 7 | 0.139 | 0.56 | 0.56 | 4.11E+00 | 1.71E-01 | 1.94E-02 | 1.47E-03 | -0.4802 | 0.8553 | 4.3043 | -0.1000 | -0.0882 | 0.260 | 0.040 | 0.117 | 1.883 | 4.0E-01 | 2.5E-01 | 1.1E+02 |
| 8 | 0.491 | 0.491 | 0.491 | 3.55E+00 | 8.17E-02 | 3.36E-03 | 2.22E-04 | -0.4577 | 0.8155 | 3.8612 | -0.8380 | -0.5810 | 1.170 | 0.008 | 0.000 | 2.000 | 3.8E-01 | 1.2E+00 | 6.2E+01 |
| 9 | 0.181 | 0.181 | 0.181 | 1.97E+00 | 2.74E-01 | 3.60E-03 | 1.32E-04 | -0.2275 | 0.7333 | 1.7430 | -0.9770 | -1.0200 | 2.010 | 0.005 | 0.001 | 1.999 | 2.8E-01 | 2.0E+00 | 1.4E+02 |
| 10 | 0.087 | 0.087 | 0.087 | 1.63E+00 | 4.12E-01 | 3.68E-03 | 1.01E-04 | -0.1252 | 0.7225 | 1.0627 | -0.8400 | -1.3700 | 2.700 | 0.004 | 0.000 | 2.000 | 2.2E-01 | 2.7E+00 | 2.8E+02 |
| 20 | 0.005 | 0.005 | 0.005 | 1.27E+00 | 6.19E-01 | 3.72E-03 | 6.47E-05 | 0.0683 | 0.7241 | -0.1312 | 0.3160 | -3.4200 | 6.650 | 0.003 | 0.000 | 2.000 | 9.2E-02 | 6.7E+00 | 6.3E+03 |
| 30 | 0.002 | 0.002 | 0.001 | 1.23E+00 | 5.99E-01 | 3.46E-03 | 6.29E-05 | 0.1052 | 0.7272 | -0.3540 | 1.0800 | -4.7100 | 9.110 | 0.003 | 0.000 | 2.000 | 6.7E-02 | 9.1E+00 | 2.1E+04 |
| 40 | 7E-04 | 7E-04 | 0.001 | 1.22E+00 | 5.84E-01 | 3.33E-03 | 6.22E-05 | 0.1228 | 0.7289 | -0.4602 | 1.7000 | -5.7400 | 11.100 | 0.003 | 0.000 | 2.000 | 5.5E-02 | 1.1E+01 | 4.6E+04 |

A Tabela 5.4 mostra que o multiplicador π_1 da restrição ativa associada com Q_{g-max} tende a zero, isto provoca a singularidade R1-(b) (ou perda de factibilidade devido à violação da condição de CE). O teste de mau comportamento detecta um MA de H_{1-red} muito baixo resultando que W_1 seja singular. Para o método proposto o tamanho de passo μ diminui para valores muito próximos de zero ao longo das iterações. Isto permite que o processo alcance uma solução na fronteira de factibilidade. A Figura 5.5 mostra que desde as primeiras iterações do método original o processo começa a oscilar e divergir, no entanto no método proposto o processo cai na fronteira de factibilidade. Este fato é importante para a detecção de soluções em sistemas infactíveis. A fronteira de factibilidade pode ser imaginada como aquela formada pela superfície no espaço de variáveis que atende as equações (5.11).

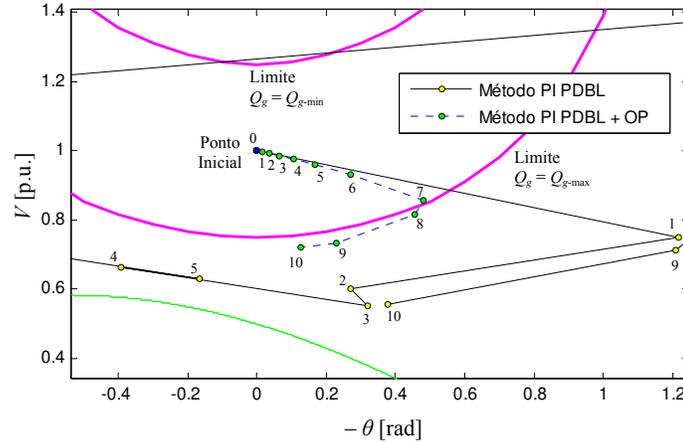


Figura 5.5: Trajetórias de convergência dos métodos PI PDBL no espaço $V-\theta$ para $B_c = -4$ p.u. (sistema infactível e singularidade R1), sistema teste de 2 barras com capacitor shunt variável.

Sistema mal comportado com singularidade R2

Este caso é definido para o problema (5.36) com $B_c = -1.7765$ p.u. (ponto E da Figura 5.3), resultando em um sistema mal comportado com singularidade R2 (ou perda de factibilidade devido à violação da IL). A Tabela 5.5 apresenta as informações do processo de otimização e o teste de mau comportamento do sistema. A Figura 5.6 mostra a trajetória de convergência dos métodos PI PDBL no espaço de variáveis $V-\theta$.

Tabela 5.5: Resultados do processo de otimização dos métodos PI PDBL para $B_c = -1.7765$ p.u. (sistema mal comportado com singularidade R2), sistema teste de 2 barras com capacitor shunt variável.

| Iter | Tamanho de passo | | | Critérios de convergência | | | | | Variáveis x | | | Multiplicadores de Lagrange | | | | Var. folga | | Teste de mau comportamento | | |
|---|------------------|------------|-------|---------------------------|----------|----------|----------|----------------|---------------|--------------|-------------|-----------------------------|----------|---------|-------|------------|-----------|----------------------------|----------|---------|
| | α_p | α_d | μ | FP | FD | CC | σ | $\theta = x_1$ | $V = x_2$ | $\rho = x_3$ | λ_1 | λ_2 | π_1 | π_2 | s_1 | s_2 | MVS J_2 | MA H_{1+red} | NC W_1 | |
| Método IP PDBL | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0.032 | 0.032 | | 1 | 2.08E+00 | 4.14E-01 | 8.28E-02 | 1.00E-01 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0.1 | 0.1 | 1 | 1 | 8.2E-01 | 4.7E-03 | 2.0E+03 |
| 1 | 1 | 1 | | 1 | 3.20E+00 | 1.19E-01 | 2.45E-06 | 3.80E-07 | -0.7632 | 0.75 | 7.0739 | 0.000 | -0.106 | 0.200 | 0.000 | 0 | 2 | 5.5E-01 | 2.0E-01 | 6.7E+01 |
| 2 | 0.429 | 0.563 | | 1 | 5.69E-01 | 1.45E+00 | 1.64E-01 | 7.17E-03 | -0.1028 | 0.737 | 1.212 | -1.370 | -1.050 | 0.645 | 0.050 | 0.500 | 1.500 | 4.6E-01 | 4.5E-01 | 5.9E+01 |
| 3 | 1 | 1 | | 1 | 3.49E-01 | 6.93E-01 | 1.37E-05 | 5.69E-07 | -0.1615 | 0.677 | 1.2466 | -1.070 | -1.560 | 1.130 | 0.000 | 0.000 | 2.000 | 3.2E-01 | 1.1E+00 | 1.3E+02 |
| 4 | 0.471 | 0.993 | | 1 | 9.33E-02 | 1.18E+00 | 1.52E-02 | 4.47E-04 | 0.0760 | 0.7353 | -0.324 | -0.262 | -2.900 | 3.220 | 0.004 | 0.006 | 1.994 | 1.4E-01 | 3.2E+00 | 1.1E+03 |
| 5 | 1 | 1 | | 1 | 5.29E-02 | 1.72E-01 | 1.26E-06 | 3.88E-08 | 0.1203 | 0.7449 | -0.647 | 1.550 | -5.920 | 6.810 | 0.000 | 0.000 | 2.000 | 1.1E-01 | 6.8E+00 | 7.0E+03 |
| 6 | 0.539 | 1 | | 1 | 1.13E-02 | 6.22E-01 | 4.60E-04 | 1.64E-05 | 0.1969 | 0.7624 | -1.185 | 3.290 | -8.810 | 10.200 | 0.000 | 0.000 | 2.000 | 5.2E-02 | 1.0E+01 | 6.2E+04 |
| 7 | 1 | 1 | | 1 | 5.96E-03 | 4.22E-02 | 3.78E-08 | 1.34E-09 | 0.2168 | 0.7667 | -1.315 | 7.730 | -16.200 | 18.900 | 0.000 | 0.000 | 2.000 | 3.8E-02 | 1.9E+01 | 3.9E+05 |
| 8 | 0.544 | 1 | | 1 | 1.42E-03 | 5.58E-01 | 1.52E-05 | 5.42E-07 | 0.2437 | 0.7725 | -1.49 | 12.600 | -24.300 | 28.300 | 0.000 | 0.000 | 2.000 | 1.9E-02 | 2.8E+01 | 3.5E+06 |
| 9 | 1 | 1 | | 1 | 7.52E-04 | 1.35E-02 | 1.60E-09 | 5.54E-11 | 0.2509 | 0.7741 | -1.537 | 24.800 | -44.600 | 52.000 | 0.000 | 0.000 | 2.000 | 1.4E-02 | 5.2E+01 | 2.2E+07 |
| 10 | 0.545 | 1 | | 1 | 1.86E-04 | 5.37E-01 | 4.84E-07 | 1.62E-08 | 0.2606 | 0.7762 | -1.6 | 38.100 | -66.900 | 78.000 | 0.000 | 0.000 | 2.000 | 6.7E-03 | 7.8E+01 | 2.0E+08 |
| 20 | 0.546 | 1 | | 1 | 7.45E-09 | 5.25E-01 | 5.94E-15 | 1.70E-16 | 0.2702 | 0.7782 | -1.662 | 6.3E+03 | -1.1E+04 | 1.2E+04 | 0.000 | 0.000 | 2.000 | 4.3E-05 | 1.2E+04 | 1.2E+17 |
| Método IP PDBL + otimização de passo (proposto) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 8E-04 | 8E-04 | 0.001 | 1 | 2.08E+00 | 4.14E-01 | 8.28E-02 | 1.00E-01 | 0 | 1.0000 | 1.0000 | 0 | 0 | 0.1 | 0.1 | 1 | 1 | 8.2E-01 | 4.7E-03 | 2.0E+03 |
| 1 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 1 | 2.08E+00 | 3.96E-01 | 7.93E-02 | 3.80E-03 | -0.0190 | 0.9938 | 1.1511 | 0.0000 | -0.0026 | 0.102 | 0.098 | 0.975 | 1.025 | 8.2E-01 | 6.2E-03 | 1.5E+03 |
| 2 | 0.002 | 0.002 | 0.002 | 1 | 2.07E+00 | 3.74E-01 | 7.49E-02 | 3.60E-03 | -0.0436 | 0.9854 | 1.3437 | -0.0004 | -0.0064 | 0.106 | 0.094 | 0.940 | 1.060 | 8.1E-01 | 8.4E-03 | 1.1E+03 |
| 3 | 0.005 | 0.005 | 0.005 | 1 | 2.07E+00 | 3.47E-01 | 6.92E-02 | 3.41E-03 | -0.0765 | 0.9737 | 1.5970 | -0.0017 | -0.0123 | 0.112 | 0.089 | 0.887 | 1.113 | 7.8E-01 | 1.2E-02 | 7.9E+02 |
| 4 | 0.011 | 0.011 | 0.011 | 1 | 2.07E+00 | 3.13E-01 | 6.20E-02 | 3.20E-03 | -0.1224 | 0.9564 | 1.9379 | -0.0054 | -0.0221 | 0.122 | 0.082 | 0.805 | 1.195 | 7.2E-01 | 1.9E-02 | 5.2E+02 |
| 5 | 0.036 | 0.036 | 0.036 | 1 | 2.06E+00 | 2.72E-01 | 5.27E-02 | 2.94E-03 | -0.1909 | 0.9282 | 2.4194 | -0.0158 | -0.0413 | 0.142 | 0.071 | 0.661 | 1.339 | 6.1E-01 | 3.9E-02 | 2.9E+02 |
| 6 | 0.122 | 0.194 | 0.194 | 1 | 2.02E+00 | 2.21E-01 | 3.75E-02 | 2.36E-03 | -0.3064 | 0.8736 | 3.1423 | -0.0540 | -0.0937 | 0.201 | 0.053 | 0.364 | 1.636 | 4.5E-01 | 1.4E-01 | 1.1E+02 |
| 7 | 0.499 | 0.499 | 0.499 | 1 | 1.81E+00 | 1.67E-01 | 1.06E-02 | 6.78E-04 | -0.3973 | 0.8043 | 3.4551 | -0.2710 | -0.3440 | 0.485 | 0.024 | 0.000 | 2.000 | 4.2E-01 | 4.9E-01 | 5.0E+01 |
| 8 | 0.355 | 0.355 | 0.355 | 1 | 9.61E-01 | 1.58E-01 | 9.13E-03 | 3.74E-04 | -0.2461 | 0.7584 | 1.9347 | -0.6770 | -0.9330 | 1.110 | 0.013 | 0.002 | 1.998 | 3.5E-01 | 1.1E+00 | 6.6E+01 |
| 9 | 0.289 | 0.289 | 0.289 | 1 | 6.33E-01 | 2.37E-01 | 7.28E-03 | 2.24E-04 | -0.1558 | 0.7463 | 1.2173 | -0.6710 | -1.4000 | 1.640 | 0.008 | 0.001 | 1.999 | 3.0E-01 | 1.6E+00 | 1.2E+02 |
| 10 | 0.249 | 0.249 | 0.249 | 1 | 4.56E-01 | 2.78E-01 | 6.13E-03 | 1.52E-04 | -0.0932 | 0.7426 | 0.7597 | -0.5620 | -1.8100 | 2.120 | 0.006 | 0.000 | 2.000 | 2.6E-01 | 2.1E+00 | 2.0E+02 |
| 20 | 0.108 | 0.108 | 0.108 | 1 | 7.57E-02 | 1.57E-01 | 1.02E-03 | 2.09E-05 | 0.1227 | 0.7532 | -0.7040 | 1.3600 | -5.5200 | 6.420 | 0.001 | 0.000 | 2.000 | 1.1E-01 | 6.4E+00 | 6.5E+03 |
| 30 | 0.069 | 0.069 | 0.069 | 1 | 3.06E-02 | 9.13E-02 | 3.67E-04 | 8.49E-06 | 0.1769 | 0.7608 | -1.0572 | 3.3900 | -8.9500 | 10.400 | 0.000 | 0.000 | 2.000 | 6.7E-02 | 1.0E+01 | 4.1E+04 |
| 40 | 0.051 | 0.051 | 0.051 | 1 | 1.67E-02 | 6.41E-02 | 1.90E-04 | 4.65E-06 | 0.2016 | 0.7649 | -1.2177 | 5.3800 | -12.3000 | 14.300 | 0.000 | 0.000 | 2.000 | 4.9E-02 | 1.4E+01 | 1.4E+05 |

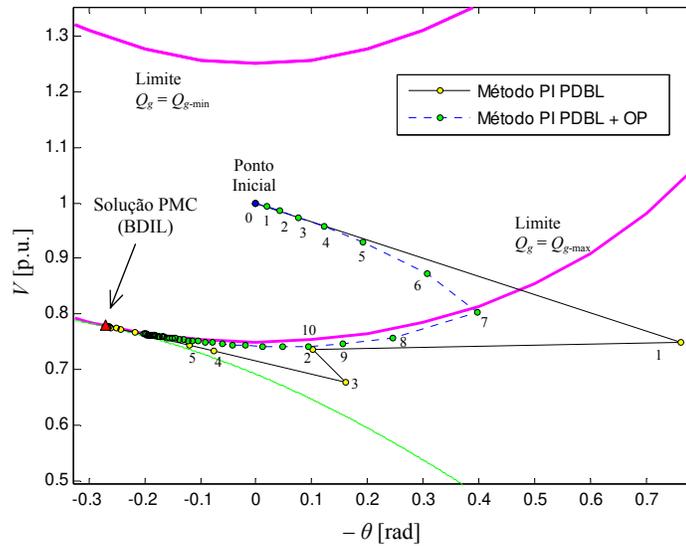


Figura 5.6: Trajetórias de convergência dos métodos PI PDBL no espaço V - θ para $B_c = -1.7765$ p.u. (sistema mal comportado com singularidade R2), sistema teste de 2 barras com capacitor shunt variável.

A Tabela 5.5 mostra que os multiplicadores de Lagrange λ_1 , λ_2 e π_1 tendem para o infinito quando a condição de IL é violada, as restrições associadas a estes multiplicadores produzem o posto incompleto de J_2 . Ambos dos métodos detectam a singularidade de diferentes formas. Para o método original o teste de mau comportamento mostra que na iteração 20 o MVS de J_2 é próximo do zero apresentando problemas numéricos nas iterações seguintes pois W_1 torna-se singular. Para o método proposto o tamanho de passo μ diminui ao final das iterações conforme o sistema alcança a singularidade, o que pode levar mais iterações porém evita-se os problemas numéricos vistos no método original, como visto na Figura 5.6.

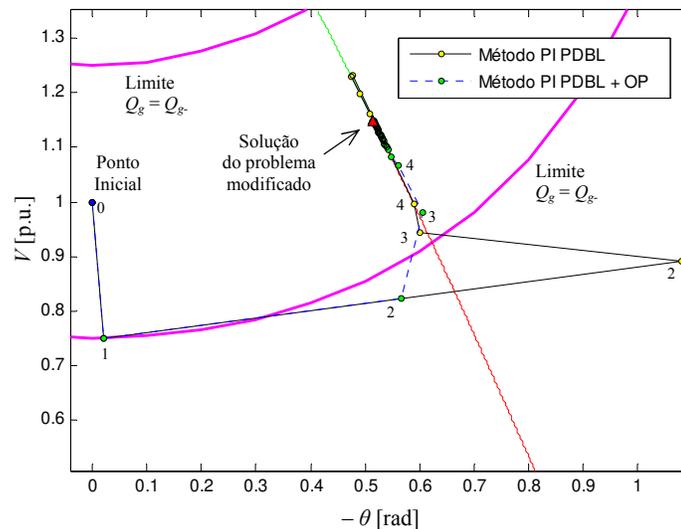
Sistema mal comportado com singularidade R3

Este caso é definido para o problema (5.36) usando uma nova função objetivo (5.44) com $B_c = 2$ p.u. (ponto E da Figura 5.3). Como explicitado anteriormente, esta função resulta em um ponto de sela na superfície de soluções exatamente para $B_c = 2$ p.u., resultando em um sistema mal comportado com singularidade R3 (ou perda de otimalidade devido a singularidade da matriz H_{1-red}). A Tabela 5.6 apresenta as informações do processo de otimização e o teste de mau comportamento do sistema. A Figura 5.7 mostra a trajetória de convergência dos métodos PI PDBL no espaço de variáveis V - θ .

O teste de mau comportamento da Tabela 5.6 detecta valores de MA de H_{1-red} muito baixos nas últimas iterações, levando W_1 a se aproximar da singularidade. Em comparação à singularidade do tipo R1, este caso não apresenta restrições ativas com π_i próximo de zero. O método proposto apresenta tamanhos de passo μ baixos conforme as iterações vão aumentando porque o processo aproxima-se da singularidade. A Figura 5.6 mostra que o método original vai direto à solução porém apresenta problemas numéricos ao redor desta. O método proposto alcança a solução do sistema porém com um número maior de iterações.

Tabela 5.6: Resultados do processo de otimização dos métodos PI PDBL para $B_c = 2$ p.u. (sistema mal comportado com singularidade R3), sistema teste de 2 barras com capacitor shunt variável.

| Iter | Tamanho de passo | | | Critérios de convergência | | | | Variáveis x | | | Multiplicadores de Lagrange | | | | Var. folga | | Teste de mau comportamento | | |
|---|------------------|------------|-------|---------------------------|----------|----------|----------|----------------|-----------|--------------|-----------------------------|-------------|---------|---------|------------|--------|----------------------------|----------------|----------|
| | α_p | α_d | μ | FP | FD | CC | σ | $\theta = x_1$ | $V = x_2$ | $\rho = x_3$ | λ_1 | λ_2 | π_1 | π_2 | s_1 | s_2 | MVS J_2 | MA H_{1-red} | NC W_1 |
| Método IP PDBL | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0.025 | 0.025 | 1 | 1.70E+00 | 2.73E+01 | 8.28E-02 | 1.00E-01 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0.1 | 0.1 | 1 | 1 | 3.0E-01 | 9.7E-02 | 5.9E+01 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1.53E+00 | 2.74E+01 | 8.46E-06 | 3.80E-07 | -0.0205 | 0.75 | 1.1396 | -0.406 | 0.594 | 0.200 | 0.000 | 0 | 2 | 2.9E-01 | 2.0E-01 | 6.6E+01 |
| 2 | 1 | 0.878 | 1 | 1.85E+00 | 1.62E+01 | 9.95E-01 | 1.37E-01 | -1.0794 | 0.8906 | 6.4984 | -21.100 | 31.900 | 15.200 | 0.050 | 0.496 | 1.504 | 5.4E-01 | 1.2E+01 | 1.7E+03 |
| 3 | 1 | 0.987 | 1 | 3.91E-01 | 4.34E+00 | 3.48E-01 | 3.68E-02 | -0.5999 | 0.9433 | 5.0416 | -11.900 | 16.400 | 7.490 | 0.000 | 0.287 | 1.713 | 4.9E-01 | 7.1E+00 | 9.0E+02 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | 4.52E-03 | 3.18E-02 | 2.40E-02 | 2.18E-03 | -0.5901 | 0.9958 | 4.4364 | -10.500 | 14.100 | 0.000 | 0.079 | 0.309 | 1.691 | 5.0E-01 | 8.7E-03 | 1.8E+04 |
| 5 | 1 | 0.993 | 1 | 1.06E-01 | 5.50E-01 | 3.46E-02 | 3.17E-03 | -0.4769 | 1.2324 | 4.737 | -8.630 | 11.000 | 0.118 | 0.070 | 1.347 | 0.653 | 5.1E-01 | 7.7E-02 | 2.9E+03 |
| 6 | 1 | 1 | 1 | 3.38E-05 | 6.53E-03 | 7.59E-04 | 6.35E-05 | -0.4749 | 1.23 | 4.4993 | -9.030 | 11.700 | 0.000 | 0.007 | 1.375 | 0.625 | 5.1E-01 | 4.3E-03 | 2.9E+04 |
| 7 | 1 | 0.835 | 1 | 2.18E-03 | 7.58E-03 | 9.56E-04 | 7.62E-05 | -0.4913 | 1.1975 | 4.5238 | -9.190 | 12.000 | 0.002 | 0.003 | 1.223 | 0.777 | 5.1E-01 | 4.5E-03 | 5.3E+04 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 2.79E-03 | 5.37E-02 | 1.28E-04 | 9.69E-06 | -0.5097 | 1.1605 | 4.5353 | -9.350 | 12.200 | 0.001 | 0.000 | 1.051 | 0.949 | 5.1E-01 | 5.8E-04 | 6.0E+05 |
| 9 | 1 | 1 | 1 | 7.67E-04 | 3.67E-03 | 3.69E-05 | 2.65E-06 | -0.5193 | 1.1408 | 4.531 | -9.490 | 12.500 | 0.000 | 0.000 | 0.961 | 1.039 | 5.1E-01 | 1.7E-03 | 2.2E+05 |
| 10 | 1 | 1 | 1 | 2.76E-05 | 1.04E-04 | 3.23E-06 | 2.21E-07 | -0.5175 | 1.1445 | 4.5295 | -9.470 | 12.500 | 0.000 | 0.000 | 0.978 | 1.022 | 5.1E-01 | 8.6E-04 | 4.3E+05 |
| Método IP PDBL + otimização de passo (proposto) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0.025 | 0.025 | 0.038 | 1.70E+00 | 2.73E+01 | 8.28E-02 | 1.00E-01 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0.1 | 0.1 | 1 | 1 | 3.0E-01 | 9.7E-02 | 5.9E+01 |
| 1 | 0.516 | 0.516 | 0.516 | 1.53E+00 | 2.74E+01 | 8.46E-06 | 3.80E-07 | -0.0205 | 0.7500 | 1.1396 | -0.4060 | 0.5940 | 0.2000 | 0.0000 | 0.0000 | 2.0000 | 2.9E-01 | 2.0E-01 | 6.6E+01 |
| 2 | 0.904 | 0.896 | 0.904 | 4.81E-01 | 3.86E+00 | 4.13E-01 | 3.75E-02 | -0.5672 | 0.8226 | 3.9064 | -11.1000 | 16.8000 | 7.9400 | 0.0260 | 0.2560 | 1.7440 | 4.6E-01 | 7.5E+00 | 1.2E+03 |
| 3 | 0.313 | 0.313 | 0.313 | 6.22E-02 | 1.43E-01 | 9.59E-04 | 9.23E-05 | -0.6069 | 0.9803 | 4.4693 | -10.6000 | 14.4000 | 0.0000 | 0.0030 | 0.2830 | 1.7170 | 5.0E-01 | 8.6E-03 | 2.0E+04 |
| 4 | 1.005 | 0.946 | 1.005 | 3.87E-02 | 6.67E-02 | 6.96E-03 | 6.50E-04 | -0.5615 | 1.0681 | 4.5783 | -9.8700 | 13.2000 | 0.0410 | 0.0100 | 0.6540 | 1.3460 | 5.1E-01 | 5.1E-02 | 9.5E+03 |
| 5 | 0.336 | 0.336 | 0.336 | 7.60E-04 | 2.30E-03 | 1.96E-04 | 1.72E-05 | -0.5480 | 1.0818 | 4.5103 | -9.8500 | 13.1000 | 0.0000 | 0.0010 | 0.6930 | 1.3070 | 5.1E-01 | 8.5E-03 | 4.4E+04 |
| 6 | 0.193 | 0.193 | 0.193 | 8.41E-04 | 9.29E-04 | 2.11E-04 | 1.76E-05 | -0.5416 | 1.0951 | 4.5179 | -9.7700 | 13.0000 | 0.0000 | 0.0010 | 0.7530 | 1.2470 | 5.1E-01 | 8.0E-03 | 4.9E+04 |
| 7 | 0.159 | 0.159 | 0.159 | 7.32E-04 | 6.60E-04 | 1.72E-04 | 1.36E-05 | -0.5391 | 1.1003 | 4.5201 | -9.7400 | 12.9000 | 0.0000 | 0.0010 | 0.7770 | 1.2230 | 5.1E-01 | 7.5E-03 | 5.2E+04 |
| 8 | 0.148 | 0.148 | 0.148 | 6.45E-04 | 6.65E-04 | 1.45E-04 | 1.10E-05 | -0.5372 | 1.1042 | 4.5216 | -9.7100 | 12.9000 | 0.0000 | 0.0010 | 0.7950 | 1.2050 | 5.1E-01 | 7.1E-03 | 5.6E+04 |
| 9 | 0.145 | 0.145 | 0.145 | 5.71E-04 | 6.63E-04 | 1.25E-04 | 8.94E-06 | -0.5356 | 1.1075 | 4.5228 | -9.6900 | 12.8000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.8100 | 1.1900 | 5.1E-01 | 6.7E-03 | 5.9E+04 |
| 10 | 0.145 | 0.145 | 0.145 | 5.06E-04 | 6.45E-04 | 1.07E-04 | 7.31E-06 | -0.5341 | 1.1106 | 4.5237 | -9.6700 | 12.8000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.8230 | 1.1770 | 5.1E-01 | 6.3E-03 | 6.2E+04 |

Figura 5.7: Trajetórias de convergência dos métodos PI PDBL no espaço V - θ para $B_c = 2$ p.u. (sistema mal comportado com singularidade R3), sistema teste de 2 barras com capacitor shunt variável.

Conclusões

O método PI PDBL proposto pode detectar o tipo de singularidade R1-R3 observando a diminuição do tamanho de passo μ e observando a informação do teste de mau comportamento. Os métodos convencionais, como o método PI PDBL original, apresentam problemas numéricos quando são aplicados a sistemas infactíveis e quando a solução cai próxima a algum tipo de singularidade. Como visto nos exemplos, para os métodos PI PDBL o caso de infactibilidade cai em sistemas mal comportados com singularidade do tipo R1. Neste caso o método proposto pode fornecer informação de algum ponto de fronteira de factibilidade. Todos o resultados obtidos pelo método proposto encontram-se em [80].

5.6.2 Sistemas teste IEEE

Alguns *solvers* de uso acadêmico foram usados para resolver o problema (5.33) aplicado aos sistemas testes IEEE 14 e 57 barras. Algumas mudanças foram realizadas nos dados originais para obter soluções próximas de singularidades. Neste caso é analisada a singularidade R2 (perda de factibilidade).

Solvers para PNL

Diversos *solvers* eficientes para PNL foram desenvolvidos recentemente, a maioria deles são baseados em métodos de PI, algoritmo *simplex* e algoritmos de programação quadrática sequencial. Existem diversas empresas de desenvolvimento de *solvers* comerciais bem como diferentes *solvers* de uso acadêmico, alguns deles de domínio público. Alguns *solvers* foram usados neste capítulo.

- **MINOS (Modular In-core Nonlinear Optimization System)**. Este software usa uma implementação estável do método simplex primal para resolver problemas de PL. Para problemas com restrições lineares é usado o método do gradiente reduzido com aproximações quase-Newton da Hessiana reduzida. Para restrições não-lineares resolve-se uma sequência de subproblemas no qual as restrições são linearizadas e a função objetivo é um Lagrangiano aumentado. O controle de passo é heurístico porém é alcançada convergência linear [81].
- **IPOPT (Interior Point OPTimizer)**. Este software inclui o algoritmo PI primal-dual com filtragem baseada em métodos de busca linear, isto para assegurar a convergência global. Em [82] é apresentada uma descrição completa do algoritmo, incluindo a etapa de restauração da factibilidade, correções de segunda ordem, e correção da matriz KKT.
- **KNITRO (Nonlinear Interior-point Trust Region Optimizer)**. Este software fornece três algoritmos para resolver problemas PNL: *a*) algoritmo direto de PI, *b*) algoritmo gradiente conjugado PI, *c*) algoritmo do conjunto ativo. É possível o uso de cada um deles em forma independente ou usar um procedimento de chaveamento entre quaisquer deles. A referência técnica deste *solver* é encontrada em [83].
- **LOQO**. Este software é baseado no método PI primal-dual infactível e resolve problemas de otimização convexa e não-convexa, incluindo problemas PNL restrito. Para problemas convexos encontra a solução ótima global, por outro lado para problemas não-convexos encontra uma solução ótima local próxima do ponto inicial [84].
- **SNOPT (Sparse Nonlinear OPTimizer)**. Este software usa algoritmos de programação quadrática sequencial. As direções de busca são obtidas a partir de subproblemas de programação quadrática que minimizam um modelo quadrático da função de Lagrange sujeito a restrições lineares. Uma função de mérito baseada no Lagrangeano aumentado é reduzida ao longo da direção de busca para assegurar a convergência a partir de qualquer ponto inicial [85].

Todos o resultados obtidos pelos *solvers* nos sistemas teste IEEE encontram-se em [86].

Sistema IEEE 14 barras

A compensação reativa representada pelo parâmetro $\varepsilon = B_c$ foi aplicada na barra de carga 5. Os limites mínimos de potência reativa nas barras de geração 3 e 66 são mudados para -50 e -10 MVar, respectivamente. Os resultados de desempenho dos *solvers* de PNL, norma dos multiplicadores de Lagrange e iterações do processo em função de B_c são mostrados na Figura 5.8.

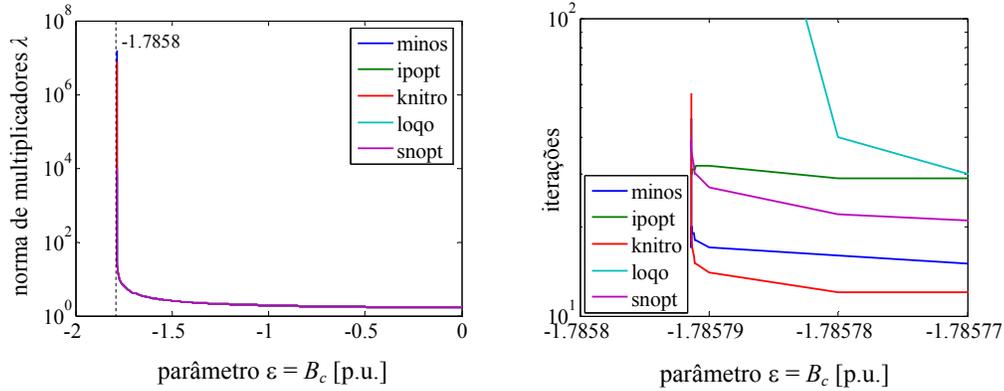


Figura 5.8: Desempenho dos solvers de PNL para a variação de B_c , sistema teste IEEE 14 barras.

Para o valor de $B_c = -1.7858$ p.u. o sistema apresenta singularidade do tipo R2 (perda de factibilidade), os multiplicadores de Lagrange associados às restrições que provocam o posto incompleto da matriz J tendem a infinito. O número de iterações aumenta consideravelmente para todos os solvers, alguns deles possuem mecanismo de parada do processo nestes casos. Realmente o sistema apresenta solução, porém as matrizes usadas pelos solvers aproximam-se da singularidade. Considerando as soluções ótimas de sistemas bem-comportados os solvers SNOPT, MINOS e KNITRO mantêm o número de iterações menor que 10^2 . O solver LOQO apresenta o pior desempenho para uma mesma tolerância. Já os solvers KNITRO e MINOS apresentam os melhores desempenhos. O solver IPOPT resulta em um número um pouco menor de iterações em torno da singularidade, porém isto é devido ao critério de parada do processo.

Os métodos PI PDBL original e proposto foram aplicados para $B_c = -1.7858$ p.u. A Tabela 5.7 apresenta os resultados do processo de otimização dos métodos. O teste de mau comportamento mostra que o MVS da matriz J_2 tende a zero, o que confirma o caso de singularidade R2. O método original torna-se instável quando o sistema aproxima-se da singularidade e o processo não atende o critério de convergência FP. No entanto, o método proposto detecta a singularidade R2 pela diminuição do tamanho de passo μ . Para iterações maiores que 20 o método original diverge.

Tabela 5.7: Resultados do processo de otimização dos métodos PI PDBL para $B_c = -1.7858$ p.u. na barra 5, caso de singularidade do tipo R2 (perda de factibilidade), sistema teste IEEE 14 barras.

| Iter | Tamanho de passo | | | Critérios de convergência | | | | Variáveis x | | Teste de mau comportamento | | | |
|---|------------------|------------|-------|---------------------------|----------|----------|----------|------------------------|-------------------|----------------------------|----------------|----------|----------|
| | α_p | α_d | μ | FP | FD | CC | σ | $\theta_{14} = x_{13}$ | $V_{14} = x_{22}$ | MVS J_2 | MA H_{1-cod} | NC W_1 | |
| Método IP PDBL | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0.853 | 0.284 | | 1 | 1.28E+00 | 1.33E+00 | 2.40E-01 | 1.00E-01 | 0 | 1 | 6.1E-02 | 9.2E-01 | 3.2E+03 |
| 1 | 0.467 | 0.382 | | 1 | 2.20E-01 | 1.05E+00 | 1.92E-01 | 2.30E-03 | -0.0300 | 1.05921 | 5.8E-02 | 2.0E-01 | 7.4E+03 |
| 2 | 0.843 | 0.342 | | 1 | 3.62E-01 | 6.19E-01 | 2.47E-01 | 2.86E-03 | 0.1474 | 1.09203 | 1.9E-02 | 1.2E+00 | 1.8E+04 |
| 3 | 0.002 | 0.286 | | 1 | 2.29E-01 | 4.14E-01 | 7.82E-02 | 8.99E-04 | 0.2615 | 1.11159 | 3.0E-04 | 2.4E+00 | 4.7E+05 |
| 4 | 4E-06 | 0.843 | | 1 | 2.31E-01 | 3.64E-01 | 8.66E-02 | 9.46E-04 | 0.2634 | 1.11186 | 1.0E-05 | 5.2E-01 | 7.7E+09 |
| 5 | 5E-05 | 1 | | 1 | 2.31E-01 | 3.11E+00 | 1.54E+00 | 1.60E-02 | 0.2634 | 1.11186 | 9.8E-06 | 1.2E+05 | 1.7E+18 |
| 6 | 3E-09 | 1 | | 1 | 2.31E-01 | 2.35E+00 | 1.44E+00 | 1.42E-02 | 0.2634 | 1.11186 | 4.9E-10 | 2.3E+09 | 6.9E+29 |
| 7 | 1E-13 | 0.262 | | 1 | 2.31E-01 | 5.02E+04 | 2.68E+04 | 2.51E+02 | 0.2634 | 1.11186 | 2.4E-14 | 8.7E+17 | 1.4E+38 |
| 8 | 2E-14 | 1 | | 1 | 2.31E-01 | 6.20E+16 | 3.21E+12 | 2.86E+10 | 0.2634 | 1.11186 | 1.4E-17 | 2.1E+30 | 1.2E+66 |
| 9 | 0.642 | 8E-14 | | 1 | 2.31E-01 | 4.87E+30 | 8.46E+21 | 7.16E+19 | 0.2634 | 1.11186 | 1.7E-18 | 1.1E+44 | 7.1E+80 |
| 10 | 5E-13 | 6E-13 | | 1 | 6.96E-01 | 1.25E+39 | 3.23E+30 | 2.62E+28 | 0.1629 | 1.13915 | 4.6E-10 | 5.5E+39 | 3.7E+76 |
| 20 | 3E-08 | 0.012 | | 1 | 6.19E+01 | 4.19E+59 | 3.43E+53 | 1.88E+52 | 0.3634 | 1.12134 | 4.4E-07 | 4.5E+60 | 3.7E+113 |
| Método IP PDBL + otimização de passo (proposto) | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0.853 | 0.284 | 0.912 | 1 | 1.28E+00 | 1.33E+00 | 2.40E-01 | 1.00E-01 | 0 | 1 | 6.1E-02 | 9.2E-01 | 3.2E+03 |
| 1 | 0.467 | 0.382 | 0.573 | 1 | 2.20E-01 | 1.05E+00 | 1.92E-01 | 2.30E-03 | -0.0300 | 1.0592 | 5.8E-02 | 2.0E-01 | 7.4E+03 |
| 2 | 0.843 | 0.342 | 0.96 | 1 | 3.62E-01 | 6.19E-01 | 2.47E-01 | 2.86E-03 | 0.1474 | 1.0920 | 1.9E-02 | 1.2E+00 | 1.8E+04 |
| 3 | 0.002 | 0.007 | 0.007 | 1 | 2.29E-01 | 4.14E-01 | 7.82E-02 | 8.99E-04 | 0.2615 | 1.1116 | 3.0E-04 | 2.4E+00 | 4.7E+05 |
| 4 | 9E-06 | 1E-04 | 1E-04 | 1 | 2.31E-01 | 4.10E-01 | 7.82E-02 | 8.55E-04 | 0.2634 | 1.1119 | 1.0E-05 | 1.3E-02 | 8.6E+08 |
| 5 | 4E-05 | 4E-05 | 4E-05 | 1 | 2.31E-01 | 4.10E-01 | 7.82E-02 | 8.12E-04 | 0.2634 | 1.1119 | 8.8E-06 | 1.8E+00 | 8.4E+08 |
| 6 | 5E-06 | 5E-06 | 5E-06 | 1 | 2.31E-01 | 4.10E-01 | 7.82E-02 | 7.71E-04 | 0.2634 | 1.1119 | 2.0E-06 | 3.8E+00 | 1.2E+10 |
| 7 | 2E-06 | 2E-06 | 2E-06 | 1 | 2.31E-01 | 4.10E-01 | 7.82E-02 | 7.33E-04 | 0.2634 | 1.1119 | 1.1E-06 | 5.7E+00 | 4.1E+10 |
| 8 | 1E-06 | 1E-06 | 1E-06 | 1 | 2.31E-01 | 4.10E-01 | 7.82E-02 | 6.96E-04 | 0.2634 | 1.1119 | 7.9E-07 | 7.7E+00 | 9.9E+10 |
| 9 | 6E-07 | 6E-07 | 6E-07 | 1 | 2.31E-01 | 4.10E-01 | 7.82E-02 | 6.61E-04 | 0.2634 | 1.1119 | 6.0E-07 | 9.6E+00 | 2.0E+11 |
| 10 | 4E-07 | 4E-07 | 4E-07 | 1 | 2.31E-01 | 4.10E-01 | 7.82E-02 | 6.28E-04 | 0.2634 | 1.1119 | 4.9E-07 | 1.2E+01 | 3.4E+11 |
| 20 | 6E-08 | 6E-08 | 6E-08 | 1 | 2.31E-01 | 4.10E-01 | 7.82E-02 | 5.25E-04 | 0.2634 | 1.1119 | 1.7E-07 | 3.1E+01 | 6.5E+12 |

Sistema IEEE 57 barras

A compensação reativa foi aplicada na barra de carga 15. Os limites de potência reativa nas barras de geração 2, 6, 8 e 9 foram alterados para +300/-300, +200/-200, +300/-300 e +300/-300 MVar, respectivamente. Os desempenhos dos solvers de PNL para a variação do B_c são mostrados na Figura 5.9.

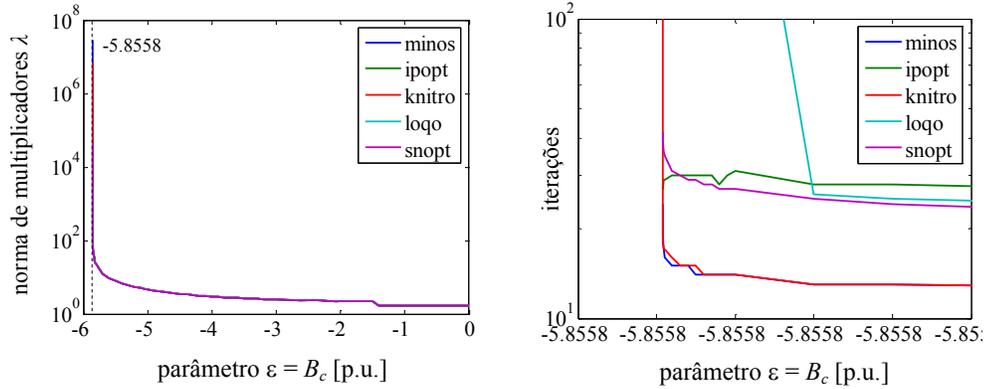


Figura 5.9: Desempenho dos solvers de PNL para a variação de B_c , sistema teste IEEE 57 barras.

Analogamente, para o valor de $B_c = -5.8582$ p.u. o sistema apresenta singularidade do tipo R2 (perda de factibilidade), os multiplicadores de Lagrange associados às restrições que provocam o posto incompleto da matriz J tendem a infinito. O número de iterações aumenta consideravelmente para todos os solvers, da mesma forma que para o sistema IEEE 14 barras. Para soluções ótimas de sistemas bem comportados os solvers SNOPT, MINOS e KNITRO mantêm o número de iterações menor que 10^2 .

Os métodos PI PDBL original e proposto foram aplicados para $B_c = -5.8582$ p.u. A Tabela 5.8 apresenta os resultados do processo de otimização dos métodos. O teste de mau comportamento mostra que o MVS da matriz J_2 tende a zero o que confirma o caso de singularidade R2. Neste caso o método original apresenta problemas numéricos desde as primeiras iterações não conseguindo alcançar a solução do problema. O método proposto detecta a singularidade pela diminuição do tamanho de passo μ e alcança a solução do problema em um caminho estável.

Tabela 5.8: Resultados do processo de otimização dos métodos PI PDBL para $B_c = -5.8582$ p.u. na barra 15, caso de singularidade do tipo R2 (perda de factibilidade), sistema teste IEEE 57 barras.

| Iter | Tamanho de passo | | | Critérios de convergência | | | | | Variáveis x | | | Teste de mau comportamento | | |
|---|------------------|------------|-------|---------------------------|----------|----------|----------|----------------------|------------------|-----------|----------------|----------------------------|--|--|
| | α_p | α_d | μ | FP | FD | CC | σ | $\theta_{S1=x_{56}}$ | $V_{S1=x_{100}}$ | MVS J_2 | MA H_{1+rel} | NC W_1 | | |
| Método IP PDBL | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0.561 | 0.761 | | 1.612E+00 | 1.18E+00 | 1.72E-01 | 1.00E-01 | 0 | 1 | 1.5E-01 | 3.9E-01 | 1.7E+03 | | |
| 1 | 0.109 | 0.142 | | 1.285E+00 | 4.90E-01 | 1.21E-01 | 7.93E-04 | 0.0780 | 1.05865 | 2.5E-02 | 1.3E+00 | 3.1E+04 | | |
| 2 | 0.01 | 2E-04 | | 1.262E+00 | 4.57E-01 | 1.07E-01 | 7.14E-04 | 0.2946 | 1.14029 | 3.9E-03 | 1.1E-02 | 8.6E+06 | | |
| 3 | 0.261 | 0.298 | | 1.259E+00 | 4.72E-01 | 1.01E-01 | 6.41E-04 | 0.2967 | 1.14097 | 1.2E-04 | 6.7E+00 | 6.8E+06 | | |
| 4 | 0.436 | 0.229 | | 1.224E+00 | 4.75E+00 | 8.77E-02 | 4.85E-04 | -0.1308 | 1.00001 | 2.0E-05 | 1.9E+01 | 2.8E+08 | | |
| 5 | 5E-04 | 1E-05 | | 1.155E+00 | 2.25E+00 | 9.97E-02 | 5.75E-04 | 0.2942 | 1.16436 | 4.8E-06 | 4.6E+01 | 3.4E+09 | | |
| 6 | 0.227 | 0.361 | | 1.155E+00 | 2.26E+00 | 9.96E-02 | 5.46E-04 | 0.2933 | 1.16407 | 1.9E-04 | 4.9E+01 | 4.7E+07 | | |
| 7 | 0.005 | 2E-05 | | 1.201E+00 | 6.39E+01 | 3.60E-02 | 1.73E-04 | -0.1411 | 1.02004 | 1.6E-05 | 4.1E+02 | 1.3E+10 | | |
| 8 | 0.437 | 0.498 | | 1.199E+00 | 6.30E+01 | 3.57E-02 | 1.63E-04 | -0.1365 | 1.02163 | 3.4E-03 | 4.2E+02 | 1.8E+08 | | |
| 9 | 0.006 | 9E-06 | | 1.147E+00 | 2.09E+01 | 1.09E-02 | 5.13E-05 | 0.2806 | 1.16634 | 3.9E-06 | 7.7E+02 | 6.3E+10 | | |
| 10 | 0.151 | 0.171 | | 1.141E+00 | 1.64E+01 | 1.09E-02 | 4.86E-05 | 0.2662 | 1.16157 | 2.1E-03 | 7.7E+02 | 1.8E+10 | | |
| 20 | 0.017 | 0.002 | | 1.134E+00 | 7.30E+21 | 1.11E-01 | 4.06E-04 | 0.2129 | 1.14662 | 6.1E-04 | 2.5E+24 | 4.9E+64 | | |
| Método IP PDBL + otimização de passo (proposto) | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 0.561 | 0.761 | 0.914 | 1.612E+00 | 1.18E+00 | 1.72E-01 | 1.00E-01 | 0 | 1 | 1.5E-01 | 3.9E-01 | 1.7E+03 | | |
| 1 | 0.041 | 0.041 | 0.041 | 1.285E+00 | 4.90E-01 | 1.21E-01 | 7.93E-04 | 0.0780 | 1.0587 | 2.5E-02 | 1.3E+00 | 3.1E+04 | | |
| 2 | 0.004 | 0.004 | 0.004 | 1.275E+00 | 4.69E-01 | 1.19E-01 | 7.59E-04 | 0.1597 | 1.0895 | 6.9E-03 | 2.7E+00 | 5.1E+05 | | |
| 3 | 0.001 | 0.001 | 0.001 | 1.274E+00 | 4.67E-01 | 1.18E-01 | 7.17E-04 | 0.1716 | 1.0937 | 4.4E-03 | 3.8E+00 | 1.9E+06 | | |
| 4 | 6E-04 | 6E-04 | 6E-04 | 1.273E+00 | 4.66E-01 | 1.18E-01 | 6.80E-04 | 0.1767 | 1.0955 | 3.4E-03 | 4.7E+00 | 4.1E+06 | | |
| 5 | 4E-04 | 4E-04 | 4E-04 | 1.273E+00 | 4.65E-01 | 1.18E-01 | 6.46E-04 | 0.1797 | 1.0966 | 2.9E-03 | 5.5E+00 | 7.2E+06 | | |
| 6 | 3E-04 | 3E-04 | 3E-04 | 1.273E+00 | 4.65E-01 | 1.18E-01 | 6.13E-04 | 0.1817 | 1.0973 | 2.5E-03 | 6.2E+00 | 1.1E+07 | | |
| 7 | 2E-04 | 2E-04 | 2E-04 | 1.273E+00 | 4.64E-01 | 1.17E-01 | 5.82E-04 | 0.1832 | 1.0978 | 2.2E-03 | 6.9E+00 | 1.6E+07 | | |
| 8 | 1E-04 | 1E-04 | 1E-04 | 1.273E+00 | 4.64E-01 | 1.17E-01 | 5.53E-04 | 0.1844 | 1.0982 | 2.0E-03 | 7.6E+00 | 2.3E+07 | | |
| 9 | 1E-04 | 1E-04 | 1E-04 | 1.273E+00 | 4.64E-01 | 1.17E-01 | 5.25E-04 | 0.1853 | 1.0986 | 1.8E-03 | 8.3E+00 | 3.0E+07 | | |
| 10 | 1E-04 | 1E-04 | 1E-04 | 1.273E+00 | 4.64E-01 | 1.17E-01 | 4.99E-04 | 0.1861 | 1.0988 | 1.7E-03 | 8.9E+00 | 3.9E+07 | | |
| 20 | 3E-05 | 3E-05 | 3E-05 | 1.273E+00 | 4.63E-01 | 1.17E-01 | 4.16E-04 | 0.1900 | 1.1002 | 9.9E-04 | 1.5E+01 | 2.1E+08 | | |

Capítulo 6

Fluxo de Carga da Continuação Ótimo Robusto

Neste capítulo são mostradas as características dos métodos de ET quando calculam pontos na fronteira de carregamento e a relação entre os métodos de FCC e as técnicas de otimização. A combinação desses dois métodos permite o traçado de uma trajetória de soluções ótimas quando o carregamento é aumentado. Cada solução ótima está associada a uma direção ótima de geração que pode ser representada no espaço de parâmetros junto com a fronteira de carregamento. A partir disto são estudados os métodos de fluxo de carga da continuação ótimo (FCCO) encontrados na literatura. Reconheceu-se que uns dos principais problemas dos métodos FCCO é o tratamento das BILs e os limites operacionais. O controle de tensão/potência reativa pode ser introduzido de várias formas nos métodos FCCO e sua modelagem pode ser realizada em forma alternada dentro das restrições de igualdade e desigualdade. Os limites de controle de tensão e os limites operacionais foram classificados em limites rígidos e não rígidos. Para propósito da tese foi proposto um método de FCCO robusto usando o método PI PDBL proposto no Capítulo 5, a fim de reconhecer as soluções ótimas próximas à singularidade ou detectar se o sistema é inactível provocado por algum limite rígido. O método proposto foi aplicado na solução do despacho da geração de sistemas teste para verificar sua eficiência, e um método de FCCO com restrições de complementaridade foi usado para realizar comparações.

6.1 Métodos de ET e pontos na fronteira de carregamento

Nesta seção são estudados os métodos de ET apresentados neste trabalho. Isto permitiu analisar a relação destes com os pontos da fronteira de carregamento Σ .

6.1.1 Modelo geral dos métodos de ET

Sem perda da generalidade, os métodos de ET usam as equações de FC como modelos de equilíbrio. Estas equações são representadas como:

$$g(y, u, p) = \begin{bmatrix} g_1(y, u, p) \\ g_{con}(y, u, p) \end{bmatrix} = 0, \quad (6.1)$$

onde y representa os ângulos de tensão das barras de carga e geração, e os módulos das tensões das barras de carga; u representa os parâmetros controláveis, e.g. tensões especificadas dos geradores; e p representa os parâmetros não controláveis, como as potências ativa e reativa nas barras de carga e geração; e g contém os resíduos de potência ativa ΔP e reativa ΔQ das barras.

Em geral, as ações de todos os controladores podem ser modeladas usando as componentes g_{con} dentro das equações (6.1), onde g_1 representam o modelo do sistema sem controladores. Os limites dos controladores e limites operacionais podem ser modelados usando o seguinte conjunto de equações:

$$h(y, u, p) = \begin{bmatrix} h_{con}(y, u, p) \\ h_{ope}(y, u, p) \end{bmatrix} \leq 0, \quad (6.2)$$

onde h_{con} representa aos limites dos controladores modelados no sistema, e.g. controle de tensão/potência reativa dos geradores; e h_{ope} representa os limites operacionais, e.g. limites de sobrecarga nas linhas.

Como explicitado no Capítulo 2, o modelo dos controladores basicamente tem como fim o controle de uma variável y_i do sistema usando uma variável de controle x_i . A variável y_i é controlada e mantida em um valor especificado quando não existe violação dos limites da variável x_i , modelado como $h_{con} \leq 0$. Se existir violação dos limites, o controlador perde o controle de y_i (libera y_i) e inclui a restrição $g_{con} = 0$ no modelo para fixar x_i ao limite atingido.

6.1.2 Características dos métodos de ET

Os métodos baseados em FCOP e métodos de FCC são usados para calcular o PMC do sistema. Estes consideram um conjunto predefinido de parâmetros controláveis u_o e os parâmetros p sobre uma direção predefinida de acréscimo de carga e geração s_o . Neste caso p possui um grau de liberdade e é considerado proporcional a s_o , para isto é introduzida uma variável ρ chamada de fator de carregamento, a qual representa completamente as mudanças de p . Os métodos baseados em FCOP resolvem as equações (6.1) e (6.2) para um sistema infactível $S_o = \rho s_o$ usando y como variáveis do sistema, depois com técnicas de corte de carga é ajustado ρ para corrigir a direção p para a direção predefinida. Os métodos de FCC resolvem as equações (6.1) e (6.2) usando as variáveis $\hat{y} = (y, \rho)$, para isto é usado um processo preditor-corretor baseados na parametrização local do sistema. Estes métodos incluem os modelos dos controladores em forma completa, isto é, incorporam em forma alternada as restrições $g_{con} = 0$ e $h_{con} \leq 0$, dependendo do estado dos controles. Estes métodos não incluem o modelo dos limites operacionais.

Por simplicidade os métodos diretos são considerados como um subtipo dos métodos baseados em otimização. No caso de um dado u_o , os métodos baseados em otimização buscam ajustar os parâmetros não controláveis p com o objetivo de atingir a seguinte condição:

$$\min_{y, u, p} f(y, u_o, p), \quad (6.3)$$

onde f é a função objetivo do problema de otimização. Este problema de otimização considera (6.1) e (6.2) como restrições. Dependendo do modelo dos parâmetros p pode-se resolver o problema do PMC ou MDCT. Para o problema do PMC, f é definido como $f = -\rho$, e ρ substitui ao parâmetro p na definição das variáveis

do problema. Para o problema MDCT, as restrições de singularidade das BSNs são adicionadas ao modelo e considera-se $f = \|p - p_o\|_2$, onde p_o é uma direção inicial do vetor de parâmetros. Em ambos os tipos de problemas podem ser incorporados os parâmetros controláveis u com o objetivo de aumentar as METs. Comumente os métodos baseados em otimização incluem os modelos dos controladores em forma parcial, isto é, não incluem o modelo de perda de controle da variável y_i e garantem se atendam as restrições $h_{con} \leq 0$, sem modificar (6.1). Estes métodos podem incluir facilmente os modelos dos limites operacionais.

A Tabela 6.1 mostra as características principais dos métodos de ET mencionados anteriormente em relação a sua formulação matemática, variáveis, modelo de controladores e dos limites operacionais.

Tabela 6.1: Características dos métodos de ET para o cálculo de pontos na fronteira de carregamento Σ .

| Métodos de ET | Variáveis do sistema | Modelo do sistema | | | | Processo iterativo | | |
|-----------------------|----------------------|-------------------|----------------|------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|---------------|--------------|
| | | Problema PNL | Equações de FC | Modelo de controladores Tipo | Eq. dos limites operacionais | Ponto convergido em cada iteração | Solução final | |
| Baseado em FCOP | y | --- | $g_1 = 0$ | completo | $g_{con} = 0$ ou $h_{con} \leq 0$ | --- | BSNs | BSN, BEIL |
| FCC | y, ρ | --- | $g_1 = 0$ | completo | $g_{con} = 0$ ou $h_{con} \leq 0$ | --- | PE, BDILs | BSN, BEIL |
| Baseado em otimização | y, ρ, u | $\min f$ | $g_1 = 0$ | parcial | $h_{con} \leq 0$ | $h_{ope} \leq 0$ | --- | BDIL ou BEIL |

PE: pontos de equilíbrio

6.1.3 Trajetória dos métodos de ET no espaço de parâmetros

Considera-se as mudanças dos parâmetros p sobre a direção predefinida s_o , e a fronteira Σ formada por um contorno de BSNs. Os métodos de ET mencionados anteriormente caracterizam-se por alcançar pontos da fronteira de carregamento Σ usando diferentes trajetórias no espaço de parâmetros p . A Figura 6.1 mostra estas trajetórias e a relação entre o vetor normal w à superfície fronteira Σ e o vetor de parâmetros p .

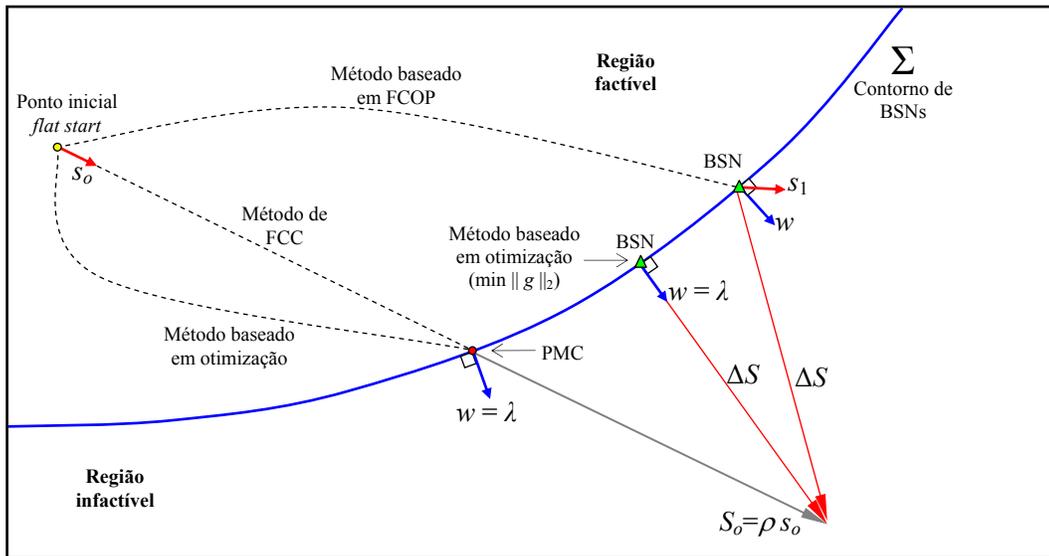


Figura 6.1: Trajetórias dos métodos e fronteira de carregamento Σ composta por um contorno de BSNs no espaço de parâmetros p .

O método baseado em FCOP na primeira iteração realiza uma trajetória de convergência que alcança um ponto na fronteira Σ com uma direção de acréscimo de carga e geração distinta a s_o , conforme vai progredindo o método alcança a direção s_o . O método de FCC em cada iteração obtém pontos na direção s_o .

e conforme o processo vai progredindo alcança-se um ponto na fronteira Σ que é o PMC do sistema. Os métodos baseados em otimização realizam trajetórias de convergência que atingem o PMC do sistema em forma direta e dependem do método de otimização usado. Em qualquer ponto da fronteira Σ pode-se calcular w que é o vetor normal à superfície fronteira Σ . Uma situação particular pode ser observada nos métodos baseados em otimização, isto é, o vetor de multiplicadores de Lagrange λ é equivalente ao vetor normal w no PMC do sistema.

Assumindo a função objetivo $f = \|g\|_2$, as restrições como (6.1) e (6.2), e definindo y como variáveis do sistema (mantendo ρ como um valor dado) este novo problema de otimização resulta equivalente ao FC convencional para valores de ρ menores a ρ^* (carregamento no PMC). Para carregamentos altos este resulta equivalente ao FCOP, porém alcança um ponto na fronteira Σ com um vetor normal w igual ao vetor de multiplicadores de Lagrange λ e na direção dos resíduos de potência ΔS . Este último se deve ao fato de que este problema de otimização busca a distância mínima entre o ponto com carregamento alto e a fronteira Σ .

Agora, considera-se que a fronteira Σ é formada por dois contornos de BSNs e, em consequência, um contorno de BILs. Também, supõe-se que o contorno de BILs é formado por BDILs, então os métodos de ET alcançarão pontos de BSNs e BDILs na fronteira de carregamento Σ usando diferentes trajetórias no espaço de parâmetros p . A Figura 6.2 mostra as trajetórias obtidas pelos métodos de ET.

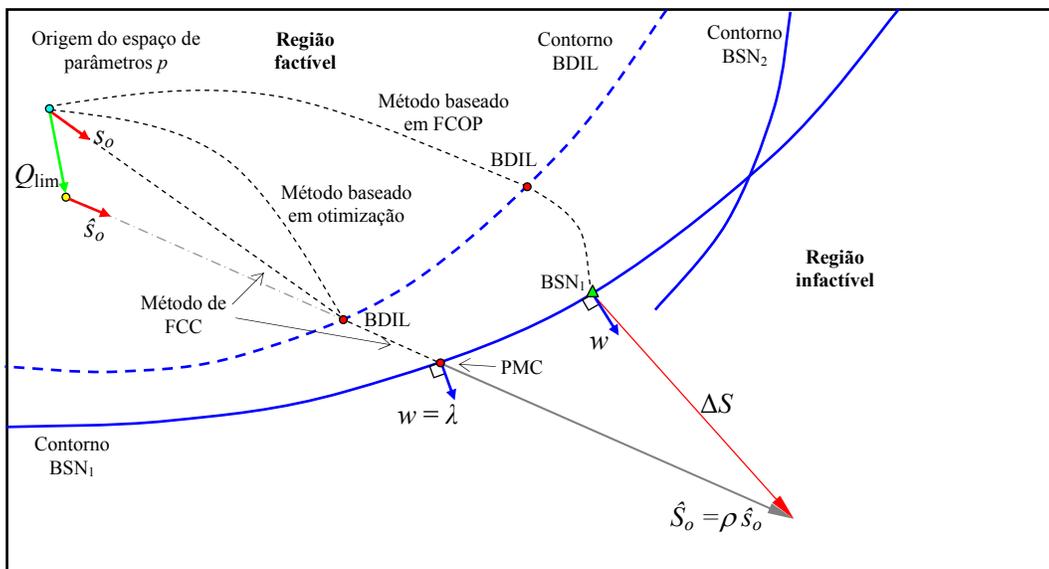


Figura 6.2: Trajetórias dos métodos e fronteira de carregamento Σ composta por dois contornos de BSNs e um contorno de BDILs no espaço de parâmetros p .

A trajetória de convergência do método de FCOP detecta uma BDIL e muda o sistema (6.1) segundo o limite atingido pela variável de controle, assim a trajetória converge em um ponto de BSN da fronteira Σ . O método de FCC detecta a BDIL do sistema, diferente do detectado pelo método de FCOP, muda o sistema (6.1) e prossegue na trajetória com direção \hat{s}_o até alcançar à BSN. Os métodos baseados em otimização realizam uma trajetória de convergência que termina na BDIL obtida pelo método FCC. Neste caso, pode ser mudado o sistema (6.1) e um novo processo de otimização é realizado até convergir na BSN do sistema.

6.1.4 Métodos de FCC e otimização

Método de FCC versus métodos baseados em otimização

Como explicitado anteriormente, o método de FCC inclui o controle de tensão/potência reativa dos geradores em forma completa. No entanto, nos métodos baseados em otimização as tensões e potências reativas dos geradores podem mudar dentro dos seus limites, assim o processo converge para uma BDIL. Portanto, estes métodos podem levar a diferentes soluções pois não é considerada a perda de controle de tensão nos modelos dos controladores [23].

Diversas publicações têm mostrado que os métodos baseados em otimização podem ser usados para o cálculo das BSNs em sistemas de potência usando diferentes modelos de carga. Estes são basicamente equivalentes às técnicas conhecidas já que ambas abordagens consideram as equações das BSNs. Em [59] é demonstrado que o método de FCC é equivalente à técnica do gradiente reduzido generalizado para o problema de maximização do carregamento. A aplicação dos métodos baseados em otimização no cálculo das BILs foi discutida em [24], e a superfície fronteira de carregamento deste tipo de bifurcação foi estudada em [25].

Métodos baseados em otimização e restrições de complementaridade

O objetivo do problema de PNL com restrições de complementaridade é encontrar um vetor $y \in \mathfrak{R}^n$ que atenda as seguintes condições [87]:

$$0 \leq y \perp F(y) \geq 0, \quad (6.4)$$

onde $F(\cdot) \in \mathfrak{R}^n$. A equação (6.4) é chamada de forma padrão, outras versões são usadas dependendo do tipo de problema. O operador “ \perp ” significa “perpendicular” ou “complementar”, e define a seguinte condição:

$$y^T F(y) = 0. \quad (6.5)$$

As restrições de complementaridade podem ser incluídas em diferentes modelos de otimização, e também foram aplicadas em diferentes áreas como engenharia, física e economia, entre outras.

Estas restrições aplicadas à análise de ET permitem a correta modelagem do controle de tensão/potência reativa dos geradores. Em [26] é apresentado e discutido um modelo usando métodos baseados em otimização, o qual produz resultados similares aos métodos de FCC, onde as barras PV são modeladas usando as restrições de complementaridade. As restrições de complementaridade são incluídas no sistema (6.1) e (6.2). Por exemplo, para o caso de um gerador é encontrada a potência reativa de geração Q_g e a variação da tensão de barra ΔV atendendo a seguinte condição:

$$Q_{g-\min} \leq Q_g \leq Q_{g-\max} \perp \Delta V, \quad (6.6a)$$

$$V_g = V_{g,esp} + \Delta V, \quad (6.6b)$$

onde $V_{g,esp}$ representa as tensões especificadas dos geradores. As equações (6.6) representam os dois estados de controle dos geradores, portanto, para a perda do controle de tensão ΔV é livre, e Q_g é mantido no limite violado. Para o controle de tensão, $\Delta V = 0$ e Q_g permanece dentro de seus limites.

Na referência [88] é feita a demonstração formal de que as soluções obtidas pelos métodos baseados em otimização usando restrições de complementaridade para representar o controle de tensão/potência reativa dos geradores correspondem a BSNs e BILs do sistema.

6.2 Trajetória de soluções ótimas e direções ótimas

Nesta seção é analisado um problema de PNL que considera a otimização de algum objetivo ajustando os parâmetros controláveis u e mudando a direção de acréscimo de geração do sistema. A trajetória de soluções ótimas e direções alcançadas por este modelo permitiram a interpretação do processo de fluxo de carga da continuação ótimo no espaço de parâmetros.

6.2.1 Modelo geral do sistema

O modelo do sistema usado neste trabalho é definido como um problema de PNL considerando como restrições as equações (6.1) e (6.2), onde uma função escalar f é otimizada ajustando os valores das variáveis de controle u . É considerada uma direção predefinida de acréscimo de carga δ_o , para isto é introduzido o fator de carregamento ρ como variável do problema. Considerando o vetor de variáveis $\hat{y}=(y,\rho)$ o modelo do sistema é definido por:

$$\min f(\hat{y}, u), \quad (6.7a)$$

$$\text{sujeito a } g(\hat{y}, u) = 0, \quad (6.7b)$$

$$h(\hat{y}, u) \leq 0, \quad (6.7c)$$

onde $y \in \mathbb{R}^{2n_{PQ}+n_{PV}}$ contém os ângulos de tensão nas barras PQ e PV, e os módulos das tensões nas barras PQ; $\rho \in \mathbb{R}$ é o fator de carregamento; $u \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de variáveis de controle e representa uma direção formada pelas potências ativas de geração. Em (6.7a) a função objetivo f é definida para representar algum modelo de despacho da geração. As equações (6.7b) representam as restrições de igualdade do sistema e são equivalentes a (6.1), isto é, consideram o modelo de controle de tensão/potência reativa dos geradores. Também, as relações (6.7c) representam às restrições de desigualdade do sistema e são equivalentes a (6.2). Neste caso as relações (6.7c) incluem os limites de potência reativa dos geradores (limites do modelo de controladores) e os limites de potência ativa dos geradores (limites operacionais).

Modelo de despacho da geração

Considerando um modelo genérico de despacho da geração, os parâmetros de controle u representam as potências ativas de geração P_g , incluído o gerador da barra *slack* ($nu = n_{PV} + 1$), então as restrições de igualdade g representam os resíduos de potência ativa de todas as barras, incluída a barra *slack*. As restrições de desigualdade h consideram os limites máximo e mínimo de cada gerador, portanto, os resíduos de potência reativa de g serão definidos somente para as barras PQ.

Cabe ressaltar que no problema de PNL (6.7) o controle de tensão/potência reativa pode resultar na perda do controle de tensão em alguns geradores. Portanto, o conjunto de barras *PV* representa as barras de geradores sem perda de controle de tensão, e o conjunto de barras *PQ* representa as barras de carga (*PQ* originais) mais as barras de geradores com perda de controle de tensão (PQ_{\max} ou PQ_{\min}).

O despacho da geração encerra dois tipos de problemas: *i*) o despacho econômico, que corresponde à minimização do custo total de operação; e *ii*) o despacho ambiental, que corresponde à minimização da emissão total de poluentes.

Para o despacho econômico $f(u)$ é definido como [89]:

$$f(u) = \sum_{i=1}^{nPV+1} C_i(P_{g,i}) = \sum_{i=1}^{nPV+1} (c_{2,i}P_{g,i}^2 + c_{1,i}P_{g,i} + c_{0,i}), \quad (6.8)$$

onde C_i é a função custo de combustível (gás, diesel, carvão, entre outros) do gerador i , em USD/h; $c_{2,i}$ é o termo quadrático, em USD/MW²-h; $c_{1,i}$ é o termo linear, em USD/MWh; $c_{0,i}$ é o termo independente ou custo fixo, em USD/h.

Para o despacho ambiental $f(u)$ é definido como [90]:

$$f(u) = \sum_{i=1}^{nPV+1} E_i(P_{g,i}) = \sum_{i=1}^{nPV+1} (e_{2,i}P_{g,i}^2 + e_{1,i}P_{g,i} + e_{0,i}), \quad (6.9)$$

onde E_i é a função de emissão de poluentes (CO₂, SO₂, NO_x, entre outros) do gerador i , em kg/h; $e_{2,i}$ é o termo quadrático, em kg/MW²-h; $e_{1,i}$ é o termo linear, em kg/MWh; $e_{0,i}$ é o termo independente ou emissão fixa, em kg/h.

As equações (6.8) e (6.9) foram usadas em [90] para realizar comparações entre diferentes estratégias de despacho econômico-ambiental. Os dados de custos de combustível e emissão de poluentes de geradores típicos foram obtidos em [91] e pertencem aos sistemas *New York Power Pool* e *New England Power Pool*.

6.2.2 Direções ótimas e a fronteira de carregamento

As soluções ótimas do problema PNL (6.7) podem ser representadas no espaço de parâmetros p , onde o vetor de parâmetros p é composto pelo vetor de acréscimo de carga $S_o = \rho s_o$ e o vetor de acréscimo de geração u , assim $p = (S_o, u)$. Ao resolver o problema PNL (6.7) considerando o aumento progressivo do fator de carregamento ρ sobre a direção predefinida de carga s_o , obtém-se uma trajetória de soluções ótimas no espaço de parâmetros p . Para cada valor de ρ é obtida uma solução ótima associada a uma direção de acréscimo de carga e geração p_i , como mostrado na Figura 6.3.

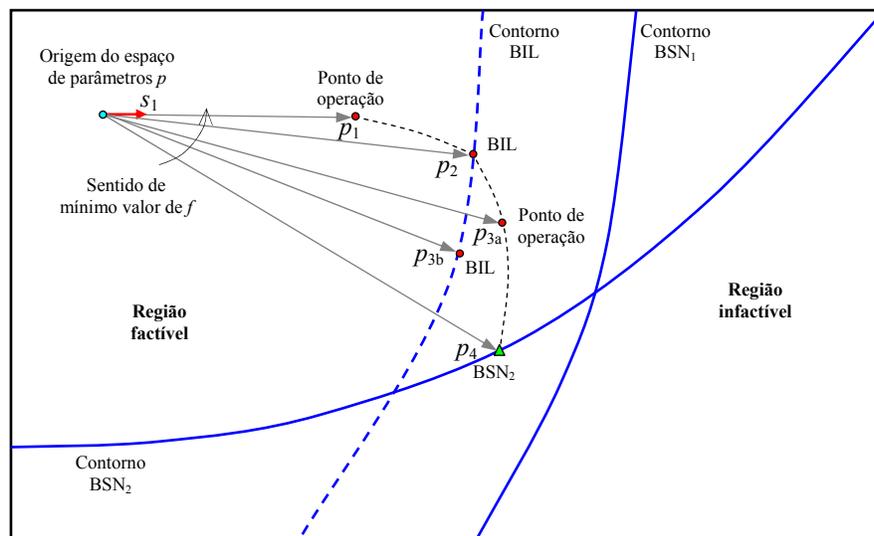


Figura 6.3: Trajetória de soluções ótimas e a fronteira de carregamento Σ composta por dois contornos de BSNs e um contorno de BDILs no espaço de parâmetros p .

A trajetória de soluções ótimas pode alcançar um ponto na fronteira de carregamento Σ , em particular, este é um ponto do contorno de BSNs ou BILs. Supondo que a trajetória de soluções ótimas alcança algum destes pontos, então existem dois casos:

- i) O contorno é formado por BILs. Se é mudado o estado de controle do controlador associado ao contorno BIL (barra PV \rightarrow PQ) a trajetória de soluções ótimas prossegue até alcançar o contorno das BSNs. Senão, esta permanece presa dentro do contorno de BILs.
- ii) O contorno é formado por BSNs, então a trajetória de soluções ótimas detém-se em uma BSN,

A Figura 6.3 mostra a trajetórias de soluções ótimas e a fronteira de carregamento Σ composta por dois contornos de BSNs e um contorno de BILs no espaço de parâmetros p . Para a direção p_1 a solução ótima alcançada é um ponto de operação. A trajetória de soluções ótimas alcança uma BIL na direção p_2 e a partir daí existem duas alternativas para as soluções ótimas seguintes, como explicitado em i). Para um mesmo valor de p existe uma solução ótima que é um ponto de operação com direção p_{3a} e outra em cima do contorno de BDILs com direção p_{3b} . A solução ótima associada à direção p_{3a} apresenta menor valor da função objetivo em comparação da direção p_{3b} . A trajetória de soluções ótimas detém-se no contorno de BSNs.

Em geral, os casos i) e ii) podem ocorrer na resolução do problema de PNL (6.7). Ao considerar os limites operacionais em (6.7c) a região de factibilidade diminui, assim a trajetória de soluções ótimas detém-se na fronteira de factibilidade originada pelo limite operacional atingido. Esta fronteira pode ser considerada como um novo contorno de BILs, similar ao caso i).

6.2.3 Trajetória de soluções ótimas do sistema teste de 2 barras

Um sistema de 2 barras com 2 geradores, como mostrado na Figura 2.4, é usado para obter a trajetória de soluções ótimas do problema de despacho econômico. A barra 1 (V θ) representa um gerador com tensão $E = 1$ p.u. e sem limites de potência reativa (supõe-se alta reserva de reativos). A barra 2 (PV) representa um gerador com tensão $V = 0.9$ p.u. com limites mínimo e máximo de potência reativa iguais a $Q_{g,\max,2} = 150$ MVar e $Q_{g,\min,2} = -100$ MVar, respectivamente. Este sistema tem uma linha de transmissão sem perdas 1-2 com uma reatância $x = 0.25$ p.u.

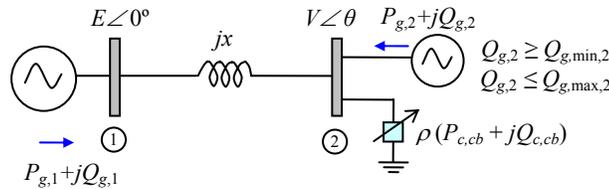


Figura 6.4: Sistema de 2 barras com 2 geradores.

Neste caso a função de custo total de combustível é definida como:

$$f(u) = C_1 + C_2 = (0.045P_{g,1}^2 + 14.96P_{g,1}) + (0.130P_{g,2}^2 + 22.31P_{g,2}),$$

onde f representa o custo total de operação do sistema (em \$/h); e $P_{g,1}$ e $P_{g,2}$ são as potências ativas dos geradores (em MW) que utilizam carvão e gás, respectivamente.

Trajatória de soluções ótimas e BILs

Uma direção de acréscimo de carga \hat{s}_1 é definida pelas potências ativa e reativa da carga no caso base $P_{c,cb} = 100$ MW e $Q_{c,cb} = 60$ MVar, respectivamente. A Figura 6.5 mostra a trajetória de soluções ótimas e a fronteira de carregamento Σ no espaço de parâmetros p desta direção de acréscimo de carga.

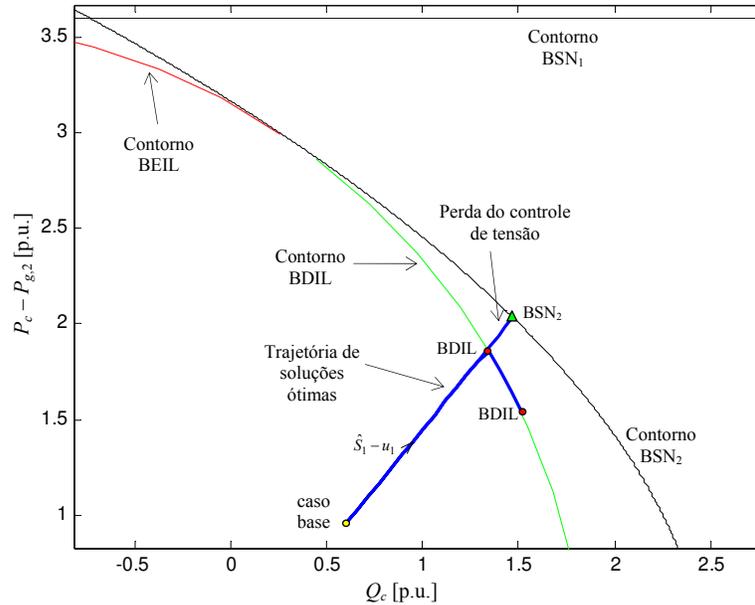


Figura 6.5: Trajetória de soluções ótimas e a fronteira de carregamento Σ no espaço de parâmetros p , para a direção de acréscimo de carga \hat{s}_1 , sistema de 2 barras e 2 geradores.

A trajetória de soluções ótimas alcança o contorno BDIL antes que o contorno BSN₂. Quando é incorporado o modelo de perda de controle de tensão é alcançado a BSN₂, e em torno deste ponto o processo de otimização é detido para evitar a infactibilidade do sistema. Por outro lado, se não é considerada a perda de controle de tensão a trajetória de soluções ótimas mantém-se dentro do contorno BDIL e o processo de otimização continua até alcançar outra BSN.

Uma outra direção de acréscimo de carga \hat{s}_1 é definida pelas potências ativa e reativa da carga no caso base $P_{c,cb} = 300$ MW e $Q_{c,cb} = -60$ MVar, respectivamente. A Figura 6.6 mostra a trajetória de soluções ótimas e a fronteira de carregamento Σ no espaço de parâmetros p desta direção de acréscimo de carga.

A trajetória de soluções ótimas alcança o contorno BEIL antes que o contorno BSN₂. Analogamente ao caso anterior, quando é incorporado o modelo de perda de controle de tensão é alcançado a BSN₂, e em torno deste ponto o processo de otimização é detido. É importante ressaltar que a solução do problema PNL (6.7) depois da BEIL pode ser um ponto de operação instável. Por outro lado, se não é considerada a perda de controle de tensão a trajetória de soluções ótimas mantém-se dentro do contorno BEIL.

Limites operacionais

Diversos limites operacionais podem ser incluídos nas equações (6.7c). Usando a direção de acréscimo de carga \hat{s}_1 foram adicionados os seguintes limites operacionais: a) $V_{\min} = 0.85$ p.u. (limite não rígido), e b) $P_{g,max,1} = 1.5$ p.u. e $P_{g,max,2} = 1.0$ p.u. (limite rígido). A Figura 6.7 mostra as trajetórias de soluções ótimas de cada um destes limites operacionais.

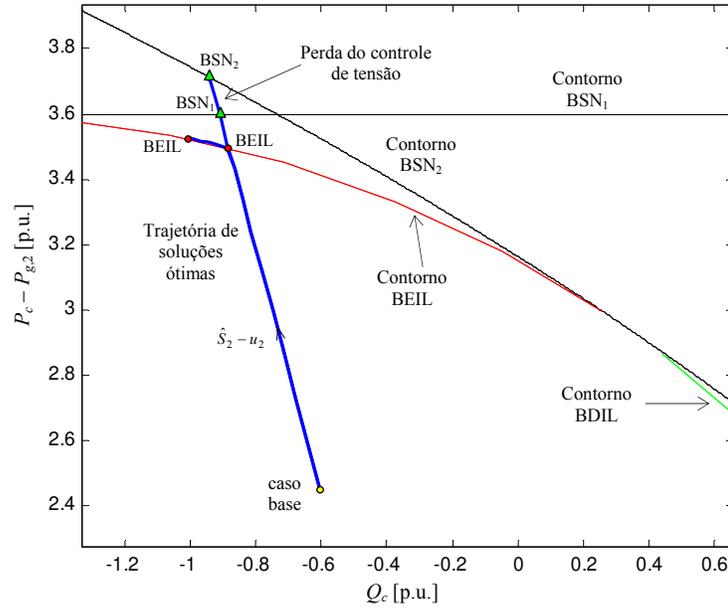
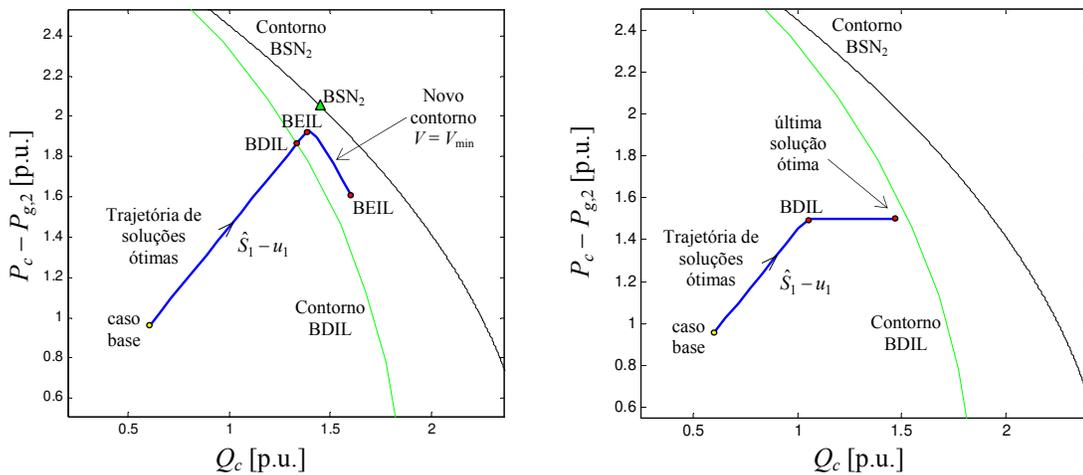


Figura 6.6: Trajetória de soluções ótimas e a fronteira de carregamento Σ no espaço de parâmetros p , para a direção de acréscimo de carga \hat{s}_2 , sistema de 2 barras e 2 geradores.

No caso de limite *a*), a trajetória de soluções ótimas inclui a perda de controle de tensão no modelo e alcança uma BEIL associada ao limite operacional atingido. De maneira similar ao caso ii), a trajetória está presa dentro deste novo contorno. No caso *b*), a trajetória de soluções ótimas encontra a primeira BDIL quando é atingido o limite máximo de potência ativa do gerador 1. Ao continuar aumentando ρ , a trajetória alcança um ponto de operação que corresponde à última solução ótima factível (quando o limite máximo de potência ativa do gerador 2 é atingido) e o processo de otimização é detido para evitar a entrada na infactibilidade.



a) $V_{\min} = 0.85$ p.u. (limite não rígido)

b) $P_{g,\max,1} = 1.5$ e $P_{g,\max,2} = 1.0$ (limite rígido)

Figura 6.7: Trajetória de soluções ótimas e a fronteira de carregamento Σ no espaço de parâmetros p , para a direção de acréscimo de carga \hat{s}_1 e limites operacionais, sistema de 2 barras e 2 geradores.

6.3 Fluxo de carga da continuação ótimo robusto

Como visto no Capítulo 4, o método de FCC traça os diagramas de bifurcação no espaço de variáveis e parâmetros de acordo com o aumento no fator de carregamento ρ , ou diminuição das variáveis y_i , assumindo uma direção predefinida de acréscimo de carga e geração s_o . Os métodos de FCC resolvem as equações (6.1) e (6.2) usando as variáveis $\hat{y} = (y, \rho)$ e considerando os seguintes aspectos: *i*) um passo preditor, *ii*) um passo corretor, e *iii*) a escolha do parâmetro da continuação \hat{y}_k . No passo preditor, uma solução aproximada \hat{y}_{pr} é calculada usando a direção do vetor tangente à trajetória de soluções de (6.1) e um adequado tamanho de passo. No passo corretor, uma solução corrigida \hat{y}_{co} é calculada do sistema (6.1) modificado, onde é adicionada a equação $\hat{y}_{co,k} - \hat{y}_{pr,k} = 0$ para representar a parametrização local. Neste caso, para um dado u_o o passo corretor é definido como a solução das seguintes equações:

$$G(\hat{y}, u) = \begin{bmatrix} g(\hat{y}_{co}, u_o) \\ \hat{y}_{co,k} - \hat{y}_{pr,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (6.10)$$

As equações (6.10) são resolvidas usando um algoritmo de fluxo de carga modificado tendo como ponto inicial a solução do preditor \hat{y}_{pr} . Ambos os passos dependem da boa escolha do parâmetro da continuação, que tenta garantir a factibilidade do sistema em todo o processo ainda na proximidade das BSNs.

Uma vantagem importante dos métodos de FCC é que permitem obter os pontos de operação a partir do caso base até o colapso de tensão. Estes métodos realizam uma análise completa do fenômeno de ET levando em conta as BSNs e BILs da fronteira de carregamento. Por outro lado, os métodos baseados em otimização possuem formulações flexíveis que permitem: modelar os limites operacionais, ajustar os parâmetros controláveis u para melhorar as METs do sistema, e incorporar novas funções objetivo. Esses métodos apresentam vantagens que podem ser aproveitadas com o fim de desenvolver ferramentas completas para a análise de ET.

6.3.1 O problema do fluxo de carga da continuação ótimo

Em [27] foi proposto o método de fluxo de carga da continuação ótimo (FCCO). Neste caso o algoritmo do FCCO considera o passo preditor e escolha do parâmetro da continuação do algoritmo original de FCC assumindo o modelo do sistema como as equações (6.1) e (6.2) para um dado u_o . O passo corretor é modelado usando o problema PNL (6.7) visando otimizar uma dada função objetivo ajustando os parâmetros controláveis u no processo. O problema PNL da referência [27] consiste na minimização do custo de operação do sistema considerando os parâmetros p sobre a direção de acréscimo de carga \hat{s}_o e o acréscimo de geração incorporado nas variáveis u . Em particular, a solução do problema PNL é alcançada com a técnica do gradiente reduzido, porém é usado um Jacobiano modificado das restrições de igualdade em relação a \hat{y} . Este Jacobiano é definido adicionando uma equação para manter fixo o fator de carregamento ρ_{pr} obtido no passo preditor.

Existem poucas publicações que tratam o problema de FCCO, em alguns casos estes são desenvolvidos como uma classe de métodos baseados em otimização. Em [28] é proposto um método de FCCO usando um modelo do sistema formado pelas condições de otimalidade de primeira ordem do problema modificado de PNL associado aos algoritmos de PI primal-dual. Este problema considera os parâmetros p sobre a direção predefinida de acréscimo de carga \hat{s}_o e as variáveis u são ajustadas para atender a minimização das perdas

totais e custo total de operação do sistema. Nesta formulação, além das variáveis do sistema \hat{y} e u são consideradas como variáveis os multiplicadores de Lagrange das restrições do problema de PNL. O passo predictor é baseado no vetor tangente à trajetória descrita pelas condições de otimalidade de primeira ordem do problema PNL. O vetor tangente é calculado de maneira similar ao método de FCC. O passo corretor é definido adicionando uma equação de parametrização local (similar ao método de FCC) às condições de otimalidade de primeira ordem de um problema de PNL. A solução corretor é obtida usando as técnicas usadas nos algoritmos de PI primal-dual.

6.3.2 Método de FCCO robusto

Em geral, os métodos de FCCO são semelhantes aos métodos de FCC, porém a diferença principal está na forma como é formulado o passo corretor, assim os métodos de FCC e de FCCO são definidos como problemas de PNL (6.7) considerando a parametrização local em alguma variável. Em cada iteração os métodos de FCCO calculam uma solução ótima do problema de PNL (6.7), então o processo iterativo do FCCO gera uma trajetória de soluções ótimas que atinge a condição de máximo de carregamento do sistema. Com o fim de desenvolver métodos de FCCO robustos é necessário analisar os seguintes pontos.

Uniformidade dos modelos de otimização

Os métodos baseados em otimização usam tipicamente modelos que incorporam os limites operacionais tais como: os limites de tensões nas barras de carga, limites de potência ativa dos geradores, limites de carregamento em linhas e transformadores, e limites de transferência de potência. Estas características podem ser incorporadas aos métodos FCCO, porém devem ser diferenciados os limites que são rígidos. Com o fim de uniformizar a análise, este trabalho considera como limites operacionais aos limites de potência ativa dos geradores, e utiliza o modelo completo de controle de tensão/potência reativa dos mesmos. Outros limites operacionais não rígidos podem ser incorporados dependendo do tipo de análise.

Passo predictor

No passo predictor, uma solução aproximada (\hat{y}_{pr}, u_{pr}) do problema PNL (6.7) pode ser calculada usando a direção do vetor tangente à trajetória de soluções ótimas e um tamanho de passo adequado. Para o cálculo do vetor tangente há duas alternativas: *i*) usar como modelo a equação (6.1) e considerar u_{pr} igual ao calculado no passo corretor anterior [27], ou *ii*) usar como modelo as condições de otimalidade de primeira ordem do problema de PNL (6.7) modificado [28].

Em *ii*) algum multiplicador de Lagrange das restrições de igualdade e desigualdade ativas pode ser escolhido como parâmetro da continuação, e no passo corretor faz-se necessário a parametrização local sobre esta variável e, em consequência, o modelo deve ser da forma do problema PNL modificado usando métodos de PI primal-dual. O vetor tangente calculado como *ii*) pode fornecer uma melhor estimativa considerando a informação das restrições de desigualdade ativas do sistema, porém este apresenta a mesma dificuldade que *i*) para estimar soluções aproximadas quando existe perda do controle no modelo dos controladores. Por outro lado, pode ser demonstrado que, em torno das BSNs, as curvas de bifurcações do modelo (6.1) são equivalentes às trajetórias de soluções ótimas do problema de PNL (6.7), assim o vetor tangente de *i*) pode ser utilizado para detectar as BSNs usando as mesmas recomendações dos métodos FCC convencionais.

O passo preditor usado neste trabalho é semelhante ao recomendado em [27]. Neste caso a solução aproximada (\hat{y}_{pr}, u_{pr}) é definida como:

$$\hat{y}_{pr} = \hat{y}_o + \sigma d\hat{y}_o, \quad (6.11a)$$

$$u_{pr} = u_o, \quad (6.11b)$$

onde (\hat{y}_o, u_o) é a solução ótima calculada no passo corretor anterior; $d\hat{y}_o$ é o vetor tangente na solução ótima (\hat{y}_o, u_o) ; e $\sigma \in \mathfrak{R}$ é o tamanho de passo preditor. O vetor $d\hat{y}_o$ é calculado como (4.3) e repetida aqui como:

$$\begin{bmatrix} \nabla_y g|_o & \nabla_\rho g \\ e_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dy_o \\ d\rho_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta\hat{y}_k \end{bmatrix}, \quad (6.12)$$

onde $\nabla_y g|_o$ é a matriz Jacobiana de g com relação a y avaliada em y_o e assumindo $u = u_o$; $\nabla_\rho g$ é a matriz Jacobiana de g com relação a ρ ; e_k é um vetor de elementos nulos exceto na k -ésima posição, cujo valor é 1. A variável \hat{y}_k é o parâmetro da continuação do processo de FCC e $\Delta\hat{y}_k$ pode ser escolhido como +1 ou -1 quando \hat{y}_k aumenta ou diminui de valor no processo de FCCO, respectivamente.

Passo corretor

É necessário que os métodos de FCCO levem em conta os modelos completos dos controladores (incorporando a perda de controle de variáveis), para uma apreciação completa do fenômeno de colapso de tensão (obtenção das BSNs e BILs) e para obter trajetórias de soluções ótimas com melhores estimativas (soluções com menores valores da função objetivo). Por outro lado, a inclusão do modelo completo pode ser realizada de duas formas: *a*) usando o problema de otimização (6.7) incorporando os estados de controle de forma alternada com as restrições $h_{con} \leq 0$ ou $g_{con} = 0$, e *b*) incorporar ao problema (6.7) as restrições de complementaridade (6.6) para representar o modelo de perda de controle de tensão dos geradores.

Do ponto de vista da robustez do método de FCCO, o modelo *a*) caracteriza-se por gerar uma sequência de perda de controle de tensão dos geradores para o aumento no carregamento, que é uma característica própria dos métodos de FCC, assumindo direções ótimas no processo. Simulações exaustivas mostraram que este modelo é mais robusto que o modelo *b*), pois este último introduz novas variáveis e aumenta a dimensão do sistema original, apesar de que são identificados os geradores com perda de controle de tensão nas iterações anteriores. O método *b*) poder ser usado para realizar comparações.

O passo corretor do método de FCCO proposto é definido como um problema de PNL (6.7) considerando a parametrização local do sistema, assim a solução ótima corretor (\hat{y}_{co}, u_{co}) é calculada de:

$$\min f(\hat{y}, u), \quad (6.13a)$$

$$G(\hat{y}, u) = \begin{bmatrix} g(\hat{y}, u) \\ \hat{y}_k - \hat{y}_{pr,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (6.13b)$$

$$h(\hat{y}, u) \leq 0, \quad (6.13c)$$

onde $\hat{y}_{pr,k}$ e \hat{y}_k são os valores do componente k -ésimo do passo preditor e corretor, respectivamente; as restrições f , g e h são definidas como no problema de PNL (6.7).

Para obter soluções do problema (6.13) requer-se que: $m + l \leq n$, onde m é o número de restrições de igualdade; l é o número de restrições de desigualdade ativas; e n é o número de variáveis do sistema. Para o sistema (6.13) tem-se:

$$(2nPQ + nPV + 2) + l \leq 2nPQ + 2nPV + 2 \Rightarrow l \in [0, nPV].$$

Portanto, no máximo nPV restrições de desigualdade (6.13c) estarão ativas na solução do problema.

O problema de PNL (6.13) é resolvido usando o método PI PDBL proposto no Capítulo 5. Para isto é definido um outro problema PNL adicionando variáveis de folga nas restrições de desigualdade e uma função barreira logarítmica é adicionada à função objetivo. Uma das vantagens que permite o uso da formulação de PI PDBL proposta é a identificação das soluções que se encontram em torno de singularidades, e também fornece informações da fronteira de factibilidade do problema de PNL (6.13) modificado quando o sistema é infactível.

Escolha do parâmetro da continuação

Para soluções ótimas próximas às BSNs é conveniente que o parâmetro da continuação \hat{y}_k seja diferente de ρ . Para garantir isso em cada passo a escolha do parâmetro da continuação é definido como nos métodos de FCC convencionais da seguinte forma:

$$\hat{y}_k : |\hat{d}\hat{y}_k| = \max \left\{ |\hat{d}\hat{y}_1|, |\hat{d}\hat{y}_2|, \dots, |\hat{d}\hat{y}_{n\hat{y}}| \right\}, \quad (6.14)$$

onde $n\hat{y}$ é a dimensão do vetor tangente $\hat{d}\hat{y}$; e o índice k -ésimo corresponde ao componente do vetor tangente com maior valor absoluto.

Estratégias para a obtenção de soluções ótimas

As técnicas de otimização aplicadas diretamente no problema de PNL (6.7) não distinguem se as soluções ótimas resultam em pontos de operação instáveis. Este aspecto é superado pelos métodos de FCCO desde que o vetor tangente na solução ótima (\hat{y} , u) dirige o processo sobre os pontos de operação estáveis, isto de acordo com a diminuição das variáveis y_k ao aumentar o carregamento. No caso em que a solução ótima esteja em torno de uma BSN a componente do vetor tangente $d\rho$ será negativa na iteração seguinte. O anterior também é aplicável quando a solução ótima está em torno de uma BEIL associada a algum limite não rígido.

A solução ótima pode provocar a ativação de alguma restrição de desigualdade associada aos limites de potência reativa dos geradores. Neste caso esta solução ótima é uma BDIL, e para evitar que a trajetória de soluções ótimas caia dentro do contorno BDIL é resolvido novamente o problema PNL (6.13) incorporando o modelo de perda de controle de tensão dos geradores para os limites atingidos. No passo preditor-corretor seguinte a nova solução ótima não ativa nenhuma restrição de desigualdade assim a trajetória de soluções ótimas continua até alcançar uma BSN.

Outro problema deve-se à inclusão de limites rígidos no modelo, neste caso o passo corretor pode cair na região infactível e o problema PNL (6.7) não apresenta solução levando o processo à divergência. Uma forma de detectar isto é usando o método de PI PDBL proposto, assim quando o tamanho de passo μ é menor que uma tolerância o processo é finalizado e uma solução (\hat{y}^* , u^*) sobre a fronteira de factibilidade do problema de PNL (6.13) modificado é alcançada.

6.3.3 Algoritmo do FCCO robusto

O algoritmo do FCCO robusto proposto neste trabalho é como segue:

- Passo 0:** Iteração $i = 0$. Calcular a solução ótima do caso base (\hat{y}_o, u_o) , resolvendo o problema PNL (6.7) com algum método de otimização e $\rho = 1$. Outra opção é resolver as equações (6.13) do passo corretor assumindo como parâmetro da continuação $\hat{y}_k = \rho$. Fazer $\hat{y}^{(i)} = \hat{y}_o$.
- Passo 1:** Escolher como parâmetro da continuação $\hat{y}_k^{(i)} = \rho$, com $\Delta\hat{y}_k^{(i)} = +1$ (assume-se aumento do fator de carregamento).
- Passo 2:** Calcular o vetor tangente $d\hat{y}^{(i)}$ na solução ótima $(\hat{y}^{(i)}, u^{(i)})$, usar a equação (6.12) com o valor $\Delta\hat{y}_k^{(i)}$ calculado anteriormente e parâmetros $u^{(i)}$ calculados do passo corretor anterior.
- Passo 3:** Se $d\rho^{(i)} > 0$, ir ao **Passo 4**. Senão, fim do processo e a solução ótima é uma BSN ou BEIL associada a algum limite não rígido.
- Passo 4:** Escolher parâmetro da continuação $\hat{y}_k^{(i+1)}$ para o seguinte passo tangente, usar equação (6.14). O valor de $\Delta\hat{y}_k^{(i+1)}$ é definido em $+1$ ou -1 quando a componente $d\hat{y}_k^{(i)}$ aumenta ou diminui.
- Passo 5:** Calcular solução aproximada predictor (\hat{y}_{pr}, u_{pr}) usando a equação (6.11) com um tamanho de passo σ . Outra opção é usar um controle de tamanho de passo definido em (4.8) com $k = 1$.
- Passo 6:** Calcular a solução ótima corretor (\hat{y}_{co}, u_{co}) usando o problema PNL (6.13). Resolver isto com o método de PI PDBL proposto, usando como ponto inicial a solução aproximada (\hat{y}_{pr}, u_{pr}) com valor do parâmetro da continuação $\hat{y}_{pr,k}$. O processo PI PDBL proposto converge na r -ésima iteração e apresentam-se as seguintes duas situações:
- 6-A: Se a solução ótima alcançada provoca a ativação de alguma restrição de desigualdade associada aos limites de potência reativa dos geradores, resolver novamente o problema PNL (6.13) incorporando o modelo de perda de controle de tensão dos geradores implicados. Neste caso, a nova solução ótima não deve ativar nenhuma restrição de desigualdade.
 - 6-B: Se o tamanho de passo no processo PI PDBL proposto é menor a uma tolerância: $\mu^{(i)} < \mu_{\min}$; então, o sistema é infactível devido a um limite rígido e é finalizado o processo. A última solução alcançada (\hat{y}^*, u^*) é usada para estimar uma solução ótima aproximada.
- Passo 7:** Fazer $i = i + 1$ e $(\hat{y}^{(i)}, u^{(i)}) = (\hat{y}_{co}, u_{co})$. Ir ao **Passo 2**.

Passo corretor com restrições de complementaridade

É útil o desenvolvimento de um método de FCCO com restrições de complementaridade. Neste caso, as restrições de complementaridade (6.6) são introduzidas em (6.13) na seguinte forma:

$$\min f(\hat{y}, u), \quad (6.15a)$$

$$G(\hat{y}, u) = \begin{bmatrix} g_1(\hat{y}, u) \\ \hat{y}_k - \hat{y}_{pr,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (6.15b)$$

$$h_{ope}(\hat{y}, u) \leq 0, \quad (6.15c)$$

$$Q_{g-\min} \leq Q_g \leq Q_{g-\max} \perp \Delta V, \quad (6.15d)$$

$$g_{rc}(\hat{y}, u) = 0, \quad (6.15e)$$

onde as variáveis \hat{y} são definidas como $\hat{y} = (y, \rho, \Delta V)$; $y \in \mathfrak{R}^{2nb-1}$ e contêm os ângulos de tensão nas barras PQ e PV, e os módulos das tensões de todas as barras; $\rho \in \mathfrak{R}$ é o fator de carregamento; $\Delta V \in \mathfrak{R}^{ng}$ é o vetor de variação dos módulos de tensão dos geração no modelo de restrições de desigualdade; $u \in \mathfrak{R}^{ng}$ é o vetor de variáveis de controle e representa uma direção de acréscimo de geração; $\hat{y}_{pr,k}$ e \hat{y}_k é o valor do componente

k -ésimo do passo preditor e corretor, respectivamente. g_1 contém os resíduos de potência ativa ΔP das barras dos geradores e cargas, e os resíduos de potência reativa ΔQ das barras de carga. h_{con} representa as restrições dos controladores que neste caso contém os limites (máximo e mínimo) de geração de potência reativa. h_{ope} representa aos limites operacionais, e.g. limites de geração de potência ativa.

As equações (6.15d) e (6.15e) representam as restrições de complementaridade (6.6). Neste caso, g_{rc} contém os resíduos de potência reativa ΔQ das barras de geração (g_{con}) e as equações (6.6b) contém a atualização das tensões das barras de geração. As equações h_{rc} são introduzidas para representar (6.15d) e são definidas como:

$$(Q_g - Q_{g-\max}) \Delta V \leq 0, \quad (6.16a)$$

$$(Q_g - Q_{g-\min}) \Delta V \leq 0. \quad (6.16b)$$

É importante ressaltar que o modelo (6.15) não precisa da representação da mudança do tipo de barra para a perda de controle de tensão dos geradores.

O algoritmo do método de FCCO com restrições de complementaridade é similar ao método de FCCO robusto, porém o passo corretor com restrições de complementaridade é introduzido no `PASSO 6`. A opção `6-A` no `PASSO 6` não é usada para este método.

6.4 Resultados numéricos

Os métodos de FCCO robusto e com restrições de complementaridade foram aplicados ao sistema de teste de 2 barras e 2 geradores, sistemas teste. No método de PI PDBL aplicado a (6.13), a redução do parâmetro de barreira $\sigma^{(r)}$ na r -ésima iteração é definida usando (5.21) e gap de complementaridade calculado de (5.20). Os parâmetros e tolerâncias foram definidas como: $\beta^{(0)} = 0.2$, $\Delta_f = 10^{-4}$ e $\Delta_c = 10^{-2}$.

6.4.1 Sistema teste de 2 barras e 2 geradores

Neste caso é considerado o sistema teste de 2 barras e 2 geradores usado anteriormente para o problema de despacho econômico, com uma direção de acréscimo de carga s_1 definida pelas potências ativa e reativa da carga no caso base $P_{c,cb} = 100$ MW e $Q_{c,cb} = 60$ MVar, respectivamente. O ponto inicial é definido como *flat start*.

Sistema com limite não rígido

Não são considerados os limites de geração de potência ativa, o que faz com que os limites sejam não rígidos. A Figura 6.8 mostra a curva de bifurcação $\theta_2 \times \rho$ da trajetória de soluções ótimas e outras curvas de bifurcação para as direções de acréscimo de geração u constante. Neste caso o controle de tamanho de passo preditor foi definido com $k = 0.5$.

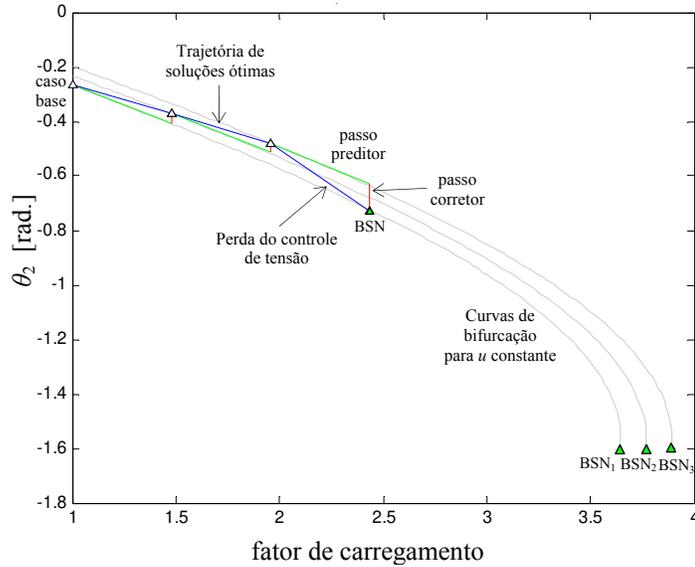


Figura 6.8: Curvas de bifurcação $\theta_2 \times \rho$ para a trajetória de soluções ótimas e para u constante, sistema de 2 barras e 2 geradores.

Em cada iteração o passo preditor segue a direção tangente à curva de bifurcação para u constante obtida no passo corretor anterior. A solução corretor é alcançada em outra curva de bifurcação com outro valor de u . Na terceira iteração se produz perda de controle de tensão no gerador 2 e neste ponto a solução preditor está mais afastada da solução ótima. Para o sistema de 2 barras pode ser demonstrado que as BSNs encontram-se alinhadas na reta $\theta_2 = -\pi/2$. A Figura 6.9 mostra as curvas de bifurcação $y_i \times \rho$ e $P_{g,i} \times \rho$ da trajetória de soluções ótimas considerando um controle de tamanho de passo preditor é diminuído a $k = 0.1$.

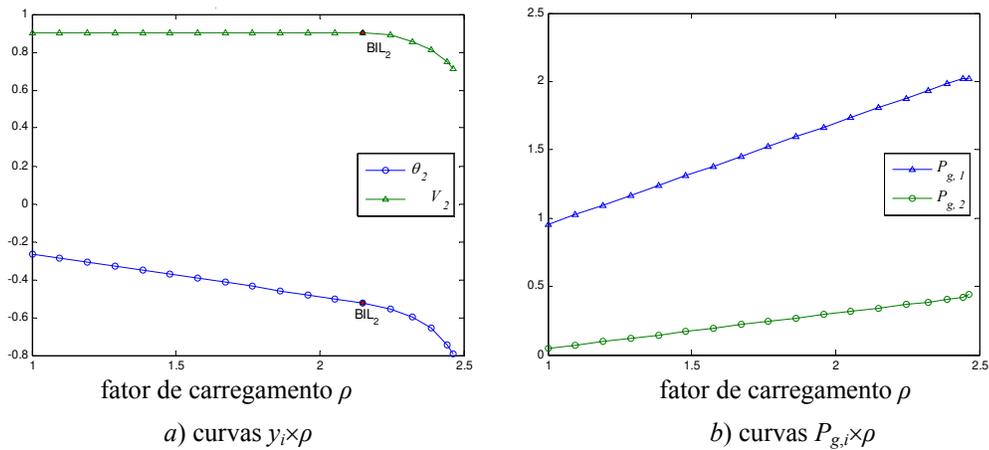


Figura 6.9: Curvas de bifurcação da trajetória de soluções ótimas para caso de limites não rígidos, sistema de 2 barras e 2 geradores.

A condição de máximo carregamento é alcançada em $\rho = 2.464$ e a tensão V_2 cai a 0.71 p.u. Como o gerador na barra 1 é o mais econômico (carvão), ele sempre gera a maior carga do sistema. A Tabela 6.2 mostra o desempenho do método FCCO robusto. Neste caso pode ser observado que o tamanho de passo permanece em torno de 1 e o teste de mau comportamento indica que a fronteira não tem problemas de singularidade no sistema.

Tabela 6.2: Desempenho do método FCCO robusto para caso de limites não rígidos, sistema de 2 barras e 2 geradores.

| # Iter | Tamanho de passo | | | Critérios de convergência | | | Variáveis | | Teste de mau comportamento | | |
|-----------|------------------|------------|-------|---------------------------|----------|----------|------------|--------|----------------------------|-----------------------|----------|
| | α_p | α_d | μ | FP | FD | CC | θ_2 | ρ | MVS J_2 | MA $H_{1-\text{red}}$ | NC W_1 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 1.90E-12 | 3.87E-05 | 3.86E-05 | -0.2679 | 1.0000 | 3.1E-01 | 7.7E+00 | 5.2E+06 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 7.87E-13 | 2.60E-05 | 3.55E-05 | -0.2885 | 1.0961 | 3.2E-01 | 1.8E+01 | 5.2E+06 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 4.23E-13 | 1.86E-05 | 3.36E-05 | -0.3092 | 1.1921 | 3.3E-01 | 3.2E+01 | 5.2E+06 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 2.62E-13 | 1.40E-05 | 3.22E-05 | -0.3301 | 1.2881 | 3.3E-01 | 4.9E+01 | 5.2E+06 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 1.78E-13 | 1.09E-05 | 3.09E-05 | -0.3511 | 1.3841 | 3.3E-01 | 7.0E+01 | 5.2E+06 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 1.29E-13 | 8.74E-06 | 2.97E-05 | -0.3723 | 1.4800 | 3.3E-01 | 9.4E+01 | 5.2E+06 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 9.95E-14 | 7.12E-06 | 2.87E-05 | -0.3936 | 1.5758 | 3.2E-01 | 1.2E+02 | 5.2E+06 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 7.97E-14 | 5.87E-06 | 2.77E-05 | -0.4151 | 1.6716 | 3.0E-01 | 1.5E+02 | 5.2E+06 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 6.75E-14 | 4.86E-06 | 2.67E-05 | -0.4368 | 1.7673 | 2.7E-01 | 1.7E+02 | 5.2E+06 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 5.96E-14 | 4.03E-06 | 2.59E-05 | -0.4587 | 1.8629 | 2.3E-01 | 1.9E+02 | 5.2E+06 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 5.82E-14 | 3.31E-06 | 2.50E-05 | -0.4808 | 1.9584 | 1.9E-01 | 2.0E+02 | 5.2E+06 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 6.75E-14 | 2.66E-06 | 2.43E-05 | -0.5031 | 2.0538 | 1.4E-01 | 1.6E+02 | 5.2E+06 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 1.31E-13 | 2.06E-06 | 2.35E-05 | -0.5257 | 2.1491 | 1.2E-01 | 6.0E+01 | 5.2E+06 |
| 10 | 1 | 1 | 1 | 6.15E-12 | 3.09E-05 | 1.25E-04 | -0.5406 | 2.2444 | 1.2E-01 | 1.4E+02 | 6.0E+07 |
| 13 | 1 | 1 | 1 | 1.35E-09 | 3.36E-05 | 8.49E-05 | -0.5526 | 2.2444 | 4.2E-01 | 3.5E+02 | 5.2E+06 |
| 19 | 0.995 | 0.995 | 0.995 | 6.75E-07 | 2.37E-05 | 6.73E-05 | -0.5997 | 2.3211 | 4.0E-01 | 3.6E+02 | 5.2E+06 |
| 29 | 0.912 | 0.912 | 0.912 | 2.01E-05 | 5.81E-05 | 9.10E-05 | -0.6575 | 2.3893 | 3.5E-01 | 3.6E+02 | 5.2E+06 |
| 60 | 0.811 | 0.811 | 0.811 | 8.97E-06 | 2.53E-05 | 2.48E-05 | -0.7429 | 2.4422 | 2.1E-01 | 1.8E+02 | 5.2E+06 |
| 83 | 0.994 | 0.994 | 0.994 | 9.16E-07 | 7.17E-05 | 6.69E-05 | -0.7909 | 2.4630 | 1.7E-01 | 2.6E+02 | 3.3E+07 |

Sistema com limites rígidos

Foram adicionados os limites operacionais de geração de potência ativa dos geradores, assumindo os valores de $P_{g,\max,1} = 1.5$ p.u. e $P_{g,\max,2} = 1.0$ p.u., tornando o limite rígido. A Figura 6.10 mostra as curvas de bifurcação $y_i \times \rho$ e $P_{g,i} \times \rho$ da trajetória de soluções ótimas considerando um controle de tamanho de passo preditor com $k = 0.1$.

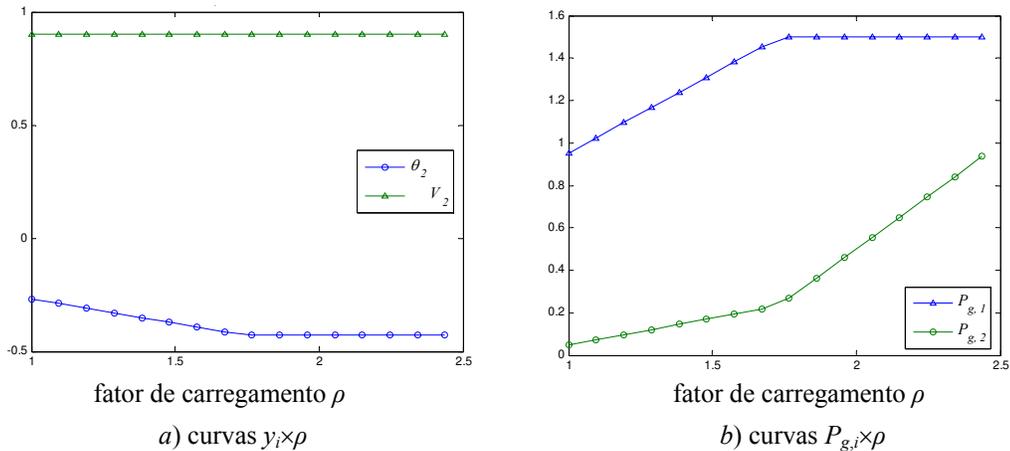


Figura 6.10: Curvas de bifurcação da trajetória de soluções ótimas para caso de limites rígidos, sistema de 2 barras e 2 geradores.

A condição de máximo carregamento é alcançada em $\rho = 2.437$ e a tensão V_2 permanece controlada. O gerador na barra 1 entrega potência ativa até alcançar seu limite máximo. Neste ponto o gerador 2 aumenta a entrega de potência ativa até alcançar seu limite máximo. A Tabela 6.3 mostra o desempenho do método FCCO robusto. Neste caso pode ser observado que o tamanho de passo permanece em torno de 1 em todo o processo exceto na última iteração, isto é, a última solução preditor torna o sistema infactível. O método consegue parar o processo ao detectar que o controle de tamanho tende a zero e o teste de mau comportamento indica esta condição de infactibilidade provoca problemas de singularidade no sistema e aumenta o número de iterações em torno deste ponto.

Tabela 6.3: Desempenho do método FCCO robusto para caso de limites rígidos, sistema de 2 barras e 2 geradores.

| # Iter | Tamanho de passo | | | Critérios de convergência | | | Variável | Teste de mau comportamento | | |
|-----------|------------------|------------|---------|---------------------------|----------|----------|----------|----------------------------|----------------|----------|
| | α_p | α_d | μ | FP | FD | CC | ρ | MVS J_2 | MA H_{1-red} | NC W_1 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 1.92E-12 | 3.06E-06 | 5.20E-05 | 1.0000 | 2.0E-01 | 7.7E+00 | 5.2E+06 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 8.28E-13 | 1.91E-06 | 4.94E-05 | 1.0961 | 1.8E-01 | 1.7E+01 | 5.2E+06 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 4.73E-13 | 8.29E-07 | 4.75E-05 | 1.1921 | 1.7E-01 | 3.0E+01 | 5.2E+06 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 3.23E-13 | 4.41E-07 | 4.55E-05 | 1.2881 | 1.5E-01 | 4.3E+01 | 5.2E+06 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 2.58E-13 | 4.76E-07 | 4.33E-05 | 1.3841 | 1.3E-01 | 5.3E+01 | 5.2E+06 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 2.44E-13 | 7.34E-07 | 4.10E-05 | 1.4800 | 1.1E-01 | 5.3E+01 | 5.2E+06 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 3.09E-13 | 1.07E-06 | 3.85E-05 | 1.5758 | 1.0E-01 | 3.5E+01 | 5.2E+06 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 8.90E-13 | 1.12E-06 | 3.65E-05 | 1.6716 | 9.7E-02 | 7.7E+00 | 5.2E+06 |
| 9 | 1 | 1 | 1 | 6.86E-12 | 3.93E-05 | 1.47E-04 | 1.7673 | 1.1E-01 | 8.0E+01 | 2.8E+07 |
| 9 | 1 | 1 | 1 | 3.49E-12 | 7.14E-05 | 3.85E-04 | 1.8629 | 1.4E-01 | 3.3E+02 | 2.8E+07 |
| 9 | 1 | 1 | 1 | 1.81E-12 | 4.21E-05 | 3.69E-04 | 1.9585 | 1.6E-01 | 5.8E+02 | 2.8E+07 |
| 9 | 1 | 1 | 1 | 1.14E-12 | 8.81E-06 | 2.70E-04 | 2.0542 | 1.5E-01 | 8.3E+02 | 2.8E+07 |
| 9 | 1 | 1 | 1 | 8.12E-13 | 1.26E-05 | 1.77E-04 | 2.1498 | 1.4E-01 | 1.1E+03 | 2.8E+07 |
| 9 | 1 | 1 | 1 | 6.11E-13 | 2.32E-05 | 1.10E-04 | 2.2454 | 1.1E-01 | 1.3E+03 | 2.8E+07 |
| 9 | 1 | 1 | 1 | 4.20E-13 | 2.84E-05 | 4.49E-05 | 2.3411 | 6.9E-02 | 1.6E+03 | 2.8E+07 |
| 9 | 1 | 1 | 1 | 2.47E-13 | 2.31E-05 | 3.05E-05 | 2.4367 | 2.8E-02 | 1.8E+03 | 2.8E+07 |
| 48 | 2.5E-05 | 5.9E-08 | 2.5E-05 | 1.09E-01 | 5.85E+00 | 5.77E-01 | 2.5217 | 7.6E-18 | 1.2E+10 | 1.4E+26 |

6.4.2 Sistema teste IEEE 57 barras

O método foi aplicado ao sistema teste IEEE 57 barras [55]. Este sistema tem carga total no caso base igual a 1250.8 MW e 336.4 MVar, e a soma das potências reativas máxima e mínima dos limites de todos os geradores é 499 e -328 MVar, respectivamente. É resolvido o problema de despacho econômico, com uma direção de acréscimo de carga definida pelo caso base. Os coeficientes de custos de geração são assumidos da referência [91]. As Figuras 6.11 e 6.12 mostram as curvas de bifurcação $V_i \times \rho$ e $P_{g,i} \times \rho$ da trajetória de soluções ótimas considerando um controle de tamanho de passo predictor é diminuído a $k = 0.1$.

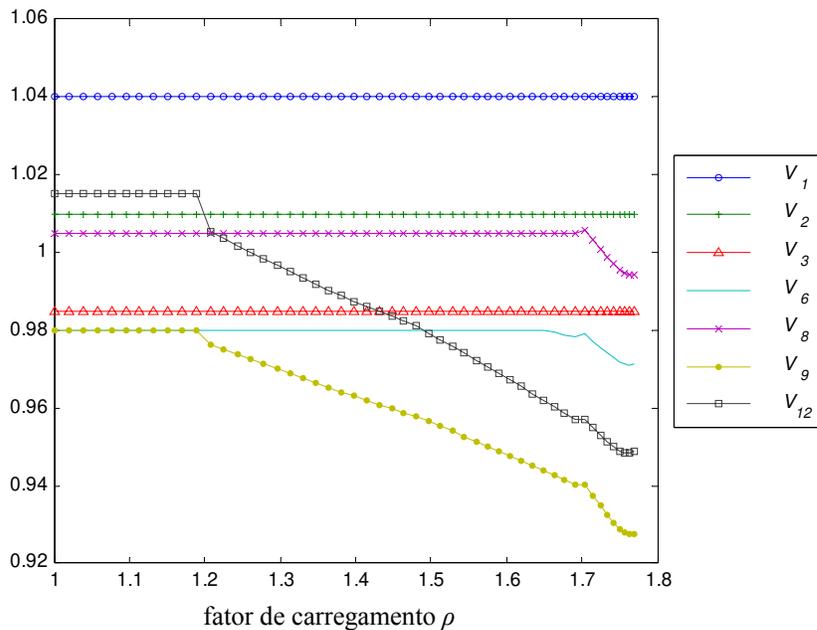


Figura 6.11: Curvas de bifurcação $y_i \times \rho$ da trajetória de soluções ótimas, sistema IEEE 57 barras.

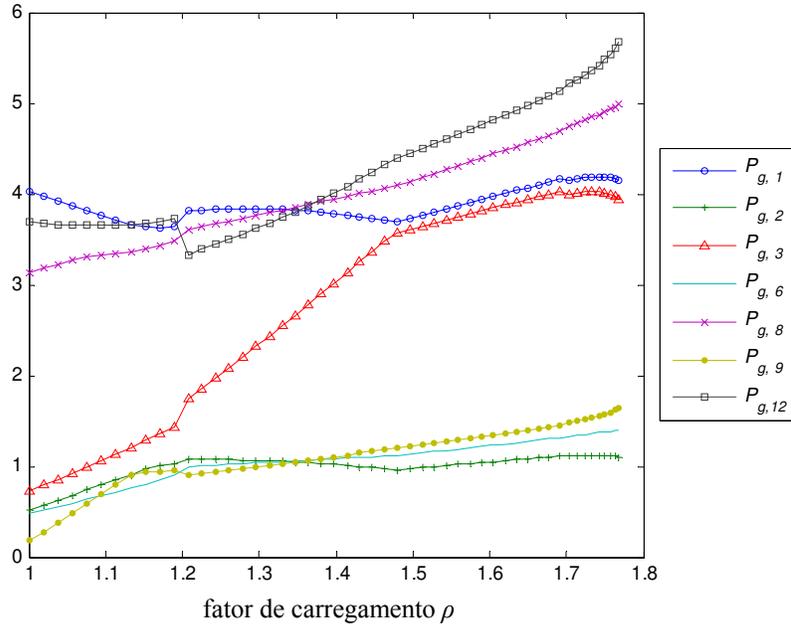


Figura 6.12: Curvas de bifurcação $P_{g,i} \times \rho$ da trajetória de soluções ótimas, sistema IEEE 57 barras.

A condição de máximo carregamento é alcançada em $\rho = 1.768$ e somente os geradores 2 e 3 conseguem manter o controle de tensão em toda a trajetória de soluções ótimas. Os geradores 1, 8, 12 e 3 conseguem atender a demanda do sistema com um custo mínimo, porém é necessário da geração de potência em outros pontos do sistema, e os geradores 2, 6 e 9 devem atender essas regiões. A Tabela 6.4 mostra o desempenho do método FCCO robusto. Pode ser observado que o tamanho de passo permanece em torno de 1 e o teste de mau comportamento indica que não há problemas de singularidade no sistema. Em alguns casos o tamanho de passo diminui para tentar acelerar o processo.

Todos os resultados anteriores foram verificados com o método de FCCO com restrições de complementaridade, o que permitiu estabelecer a validade dos resultados e a sequência correta de perda de controle de tensão dos geradores.

Tabela 6.4: Desempenho do método FCCO robusto para caso de limites rígidos, sistema IEEE 57 barras.

| # Iter | Tamanho de passo | | | Critérios de convergência | | | Variável | Teste de mau comportamento | | |
|-----------|------------------|------------|--------|---------------------------|----------|----------|----------|----------------------------|----------------|----------|
| | α_p | α_d | μ | FP | FD | CC | ρ | MVS J_2 | MA H_{1-red} | NC W_1 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 7.83E-12 | 5.86E-05 | 3.14E-04 | 1.0000 | 1.7E-02 | 4.7E+02 | 3.7E+11 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 7.53E-12 | 3.36E-05 | 2.74E-04 | 1.0191 | 2.3E-02 | 5.2E+02 | 3.8E+11 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 6.64E-12 | 2.11E-05 | 2.32E-04 | 1.0381 | 2.8E-02 | 4.9E+02 | 4.0E+11 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 5.39E-12 | 1.37E-05 | 1.90E-04 | 1.0571 | 3.2E-02 | 4.4E+02 | 4.1E+11 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 4.14E-12 | 8.91E-06 | 1.50E-04 | 1.0761 | 3.4E-02 | 3.8E+02 | 4.1E+11 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 2.74E-12 | 5.81E-06 | 1.13E-04 | 1.0950 | 3.6E-02 | 3.1E+02 | 4.2E+11 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 9.81E-13 | 3.78E-06 | 7.80E-05 | 1.1139 | 3.6E-02 | 2.3E+02 | 4.2E+11 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 6.54E-13 | 2.29E-06 | 5.08E-05 | 1.1328 | 3.7E-02 | 1.5E+02 | 4.1E+11 |
| 10 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 1.19E-09 | 1.22E-05 | 2.72E-04 | 1.1517 | 3.6E-02 | 1.6E+01 | 1.3E+11 |
| 10 | 1 | 1 | 1 | 9.22E-10 | 3.73E-06 | 2.81E-05 | 1.1705 | 3.7E-02 | 5.8E-01 | 1.0E+11 |
| 10 | 1 | 1 | 1 | 7.82E-12 | 7.90E-07 | 2.20E-05 | 1.1893 | 3.7E-02 | 1.6E-01 | 1.0E+11 |
| 10 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9993 | 5.58E-11 | 2.89E-06 | 4.96E-06 | 1.2080 | 3.6E-02 | 1.6E+01 | 1.5E+11 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 3.01E-11 | 5.36E-07 | 3.35E-06 | 1.2080 | 3.7E-02 | 1.2E+01 | 2.9E+11 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 3.37E-10 | 5.59E-06 | 5.10E-05 | 1.2080 | 4.5E-02 | 4.7E-01 | 8.3E+10 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 8.48E-12 | 6.64E-07 | 1.77E-05 | 1.2258 | 4.5E-02 | 8.7E+00 | 8.3E+10 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 1.77E-13 | 1.86E-07 | 6.44E-06 | 1.2435 | 4.5E-02 | 2.7E+01 | 8.2E+10 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 4.44E-09 | 7.80E-05 | 1.49E-04 | 1.2610 | 4.5E-02 | 5.3E+01 | 8.1E+10 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 3.53E-13 | 1.93E-07 | 6.00E-06 | 1.2785 | 4.5E-02 | 8.5E+01 | 7.8E+10 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 3.54E-11 | 3.30E-07 | 9.03E-06 | 1.2958 | 4.5E-02 | 1.2E+02 | 7.5E+10 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 7.01E-10 | 3.66E-06 | 1.45E-05 | 1.3131 | 4.5E-02 | 1.6E+02 | 7.1E+10 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 2.02E-09 | 1.19E-05 | 1.92E-05 | 1.3303 | 4.5E-02 | 1.9E+02 | 7.8E+10 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 3.72E-09 | 2.52E-05 | 2.32E-05 | 1.3473 | 4.5E-02 | 2.2E+02 | 9.7E+10 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 8.48E-09 | 6.84E-05 | 2.89E-05 | 1.3643 | 4.4E-02 | 2.5E+02 | 1.2E+11 |
| 9 | 1 | 1 | 1 | 1.29E-12 | 9.70E-08 | 2.82E-06 | 1.3811 | 4.4E-02 | 2.7E+02 | 1.5E+11 |
| 9 | 1 | 1 | 1 | 5.86E-12 | 1.37E-07 | 3.91E-06 | 1.3979 | 4.3E-02 | 2.8E+02 | 1.8E+11 |
| 9 | 1 | 1 | 1 | 3.77E-11 | 3.88E-07 | 6.00E-06 | 1.4145 | 4.3E-02 | 2.8E+02 | 2.1E+11 |
| 9 | 1 | 1 | 1 | 2.86E-10 | 2.52E-06 | 1.00E-05 | 1.4311 | 4.2E-02 | 2.7E+02 | 2.6E+11 |
| 9 | 1 | 1 | 1 | 2.25E-09 | 1.94E-05 | 1.73E-05 | 1.4475 | 4.1E-02 | 2.5E+02 | 3.1E+11 |
| 10 | 1 | 1 | 1 | 1.07E-12 | 7.89E-08 | 2.15E-06 | 1.4639 | 4.0E-02 | 2.3E+02 | 3.7E+11 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 7.28E-12 | 5.50E-07 | 1.28E-05 | 1.4801 | 3.9E-02 | 4.7E-01 | 1.0E+11 |
| 10 | 1 | 1 | 1 | 2.60E-09 | 3.69E-05 | 7.06E-05 | 1.4962 | 3.9E-02 | 1.9E+01 | 1.1E+11 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 2.26E-13 | 1.71E-07 | 5.27E-06 | 1.5122 | 3.9E-02 | 6.0E+01 | 1.2E+11 |
| 10 | 1 | 1 | 1 | 1.42E-09 | 3.59E-05 | 1.67E-04 | 1.5281 | 4.0E-02 | 9.9E+01 | 1.3E+11 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 5.51E-10 | 5.47E-05 | 6.04E-04 | 1.5438 | 4.0E-02 | 8.8E+01 | 1.5E+11 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 9.12E-10 | 1.64E-05 | 1.99E-04 | 1.5594 | 4.1E-02 | 6.7E+01 | 1.7E+11 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 1.05E-09 | 2.24E-05 | 3.18E-04 | 1.5748 | 4.1E-02 | 4.7E+01 | 1.9E+11 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 1.08E-09 | 2.38E-05 | 4.07E-04 | 1.5900 | 4.1E-02 | 2.9E+01 | 2.1E+11 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 1.04E-09 | 2.58E-05 | 4.68E-04 | 1.6051 | 4.0E-02 | 1.6E+01 | 2.4E+11 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 1.01E-09 | 2.79E-05 | 4.99E-04 | 1.6200 | 3.9E-02 | 6.1E+00 | 2.8E+11 |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 1.04E-09 | 3.19E-05 | 4.97E-04 | 1.6347 | 3.8E-02 | 1.2E+00 | 3.2E+11 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 5.83E-10 | 1.93E-06 | 5.51E-05 | 1.6492 | 3.6E-02 | 9.8E+01 | 4.5E+11 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 3.54E-13 | 4.23E-07 | 1.20E-05 | 1.6492 | 3.7E-02 | 2.0E+02 | 3.8E+11 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 2.24E-13 | 4.46E-07 | 1.25E-05 | 1.6633 | 3.5E-02 | 1.2E+02 | 4.6E+11 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 2.35E-13 | 4.88E-07 | 1.30E-05 | 1.6773 | 3.4E-02 | 4.6E+01 | 5.6E+11 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 1.70E-12 | 8.94E-07 | 2.46E-05 | 1.6909 | 3.2E-02 | 5.8E+00 | 7.1E+11 |
| 8 | 1.0001 | 1.0001 | 1 | 2.54E-09 | 3.11E-05 | 2.77E-04 | 1.7043 | 3.0E-02 | 2.3E+02 | 1.8E+12 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 3.51E-10 | 1.14E-05 | 5.34E-06 | 1.7043 | 3.1E-02 | 3.0E+02 | 1.3E+12 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 3.66E-09 | 9.12E-05 | 6.36E-06 | 1.7145 | 2.9E-02 | 2.8E+02 | 1.7E+12 |
| 12 | 1 | 1 | 1 | 1.60E-12 | 4.08E-08 | 6.97E-07 | 1.7243 | 2.7E-02 | 2.4E+02 | 2.4E+12 |
| 12 | 1 | 1 | 1 | 1.26E-11 | 2.81E-07 | 8.61E-07 | 1.7335 | 2.4E-02 | 1.9E+02 | 3.5E+12 |
| 12 | 1 | 1 | 1 | 8.82E-11 | 1.23E-06 | 1.12E-06 | 1.7420 | 2.2E-02 | 1.4E+02 | 5.3E+12 |
| 12 | 1 | 1 | 1 | 5.06E-10 | 4.15E-06 | 1.52E-06 | 1.7498 | 2.0E-02 | 9.9E+01 | 8.2E+12 |
| 12 | 1 | 1 | 1 | 1.62E-09 | 1.53E-05 | 2.01E-06 | 1.7568 | 1.8E-02 | 7.2E+01 | 1.3E+13 |
| 12 | 1 | 1 | 1 | 3.00E-09 | 5.93E-05 | 2.44E-06 | 1.7630 | 1.6E-02 | 5.7E+01 | 1.8E+13 |
| 13 | 1 | 1 | 1 | 2.25E-13 | 3.55E-08 | 1.28E-07 | 1.7684 | 1.5E-02 | 5.2E+01 | 2.5E+13 |

Capítulo 7

Fluxo de Carga da Continuação Ótimo Multiobjetivo

Neste capítulo são introduzidos os conceitos básicos da programação multiobjetivo e o método de soma ponderada. Uma desvantagem deste último método é que não realiza uma boa distribuição das soluções Pareto-ótimas na curva de *trade-off*. Para resolver isto é introduzido o método da interseção contornonormal (NBI - *Normal-Boundary Intersection*), a qual realiza uma distribuição uniforme das soluções Pareto-ótimas baseado na interseção entre as linhas com direções normais ao plano utópico e a fronteira de Pareto. O problema de FCCO multiobjetivo é definido como aquele que calcula as soluções Pareto-ótimas do problema FCCO considerando mais de um objetivo. Este tipo de problema gera uma região de pontos Pareto-ótimos conforme aumenta-se o carregamento em uma certa direção de acréscimo de carga. Esta região é equivalente à união de curvas de *trade-off* obtidas para cada carregamento. O método NBI é incorporado ao problema de FCCO multiobjetivo usando a formulação proposta do Capítulo 6. O método proposto foi aplicado a sistemas teste para resolver o problema de despacho econômico-ambiental. Os resultados obtidos demonstram a utilidade desta ferramenta para a tomada de decisões realizadas no planejamento de sistemas de potência.

7.1 Programação multiobjetivo

A programação multiobjetivo é um ramo da programação matemática que se ocupa da caracterização de soluções e do desenvolvimento de métodos de otimização para problemas que envolvam mais de uma função objetivo. Os problemas de planejamento constituem as principais aplicações da programação multiobjetivo, onde as características da solução final têm que ser decididas com base em diferentes graus de satisfação de critérios que estão em conflito.

7.1.1 Formulação matemática

O problema de programação multiobjetivo (PMO) é representado matematicamente como:

$$\min \{f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)\}, \quad (7.1a)$$

$$\text{sujeito a } g(x) = 0, \quad (7.1b)$$

$$h(x) \leq 0, \quad (7.1c)$$

onde $x \in \mathfrak{R}^n$ representa as variáveis do problema; as funções $f_i \in \mathfrak{R}$ (para $i = 1, \dots, k$) são os objetivos a serem minimizados simultaneamente; $g \in \mathfrak{R}^m$ e $h \in \mathfrak{R}^l$ representam as restrições de igualdade e desigualdade, respectivamente. Assume-se que as funções f_i , g e h são duas vezes diferenciáveis.

Matematicamente, os valores de x que satisfazem as restrições (7.1b) e (7.1c) definem o conjunto factível $X = \{x \in \mathfrak{R}^n: g(x) = 0, h(x) \leq 0\}$, chamado de espaço de decisões factíveis. Os valores que o vetor (f_1, \dots, f_m) pode tomar no espaço \mathfrak{R}^m para todo $x \in X$ define o espaço de objetivos factíveis.

O problema (7.1) não tem só uma única solução, mas um conjunto de pontos que definem uma superfície no espaço de objetivos. A porção desta superfície, onde a melhora de alguns objetivos provoca a deterioração de ao menos um outro objetivo representa uma região fronteira do espaço de objetivos chamada de fronteira de Pareto, e os pontos contidos nela são chamados de pontos Pareto-ótimos. Para $k = 2$ a fronteira Pareto é chamada de curva de *trade-off*.

Comumente os problemas em engenharia modelados como um PMO resolvem (7.1) usando o método da soma ponderada ou o método das ε -restrições. Estes métodos são normalmente usados para construir a fronteira de Pareto. Também, estes podem ser úteis para a tomada de decisões, como por exemplo em que região os valores dos objetivos devem ser localizados já que as soluções de (7.1) não necessariamente caem na fronteira de Pareto [29].

No método da soma ponderada, define-se uma função objetivo escalar composta determinada pela combinação convexa dos objetivos como:

$$f_{sp} = \sum_{i=1, \dots, k} \omega_i f_i(x), \quad (7.2)$$

onde ω_i representa o peso da função objetivo f_i , $\omega_i \in [0, 1]$ e $\sum_i \omega_i = 1$. A função objetivo (7.2) é substituída em (7.1a) obtendo-se um problema de PNL. Para cada conjunto de pesos ω_i uma solução é obtida sobre a fronteira de Pareto no espaço de objetivos.

7.1.2 Programação multiobjetivo para a análise de ET

Em aplicações de sistemas de potência, podem ser incluídos objetivos como: custo total de geração, benefícios sociais, perdas de potência ativa, custo de suporte de potência reativa, perfil de tensão, emissão de poluentes das usinas de geração, índices de segurança e margem de carregamento, entre outras. As principais aplicações da PMO em sistemas de potência são apresentadas em [30].

Para a análise de ET foram propostos diferentes modelos de FCO baseados em PMO. Em [31], como primeiro objetivo é usado algum índice de segurança de ET, como a MET ou o mínimo valor singular da matriz Jacobiana das equações de FC. O segundo objetivo, definido como a minimização do custo de geração, é combinado em uma função escalar usando o método da soma ponderada. Este método é usado em [32] para determinar o custo da segurança com relação aos limites de tensão. Em [33] é usado o método da soma ponderada e métodos de programação por metas para traçar as curvas de *trade-off* para a

minimização do custo total de geração e maximização da MET do sistema. Em todas as referências anteriores assume-se que não existe perda de controle de tensão nos modelos dos geradores.

Sistema de 2 barras e 2 geradores (despacho econômico-ambiental)

O sistema de 2 barras com 2 geradores apresentado na seção 6.2.3 é usado aqui para obter a curva de *trade-off* do problema de despacho econômico-ambiental. Neste caso a função de custo total de combustível f_1 é como definido no Capítulo 6, e a função de emissão total de poluentes f_2 é definida como:

$$f_2(u) = E_1 + E_2 = (P_{g,1}^2 + 959.9P_{g,1}) + (3P_{g,2}^2 + 414.16P_{g,2}) ,$$

onde f_2 representa a emissão total de poluentes do sistema (em kg-CO₂/h); $P_{g,1}$ e $P_{g,2}$ são as potências ativas dos geradores (em MW). Neste caso a função objetivo composta (7.2) é definida como:

$$f_{sp}(u) = \omega_1 f_1(u) + \omega_2 f_2(u) .$$

A solução de despacho econômico é obtida quando o gerador 1 (carvão) injeta a maior potência ativa ao sistema, assim o custo de operação é mínimo, porém com maior emissão de CO₂. No entanto no despacho ambiental o gerador 2 (gás) injeta a maior potência ativa, garantindo a mínima emissão de CO₂, porém com um maior custo. A Figura 7.1 mostra alguns pontos da curva de *trade-off* do problema de PMO para o caso de carregamento base ($\rho = 1$) usando o método da soma ponderada.

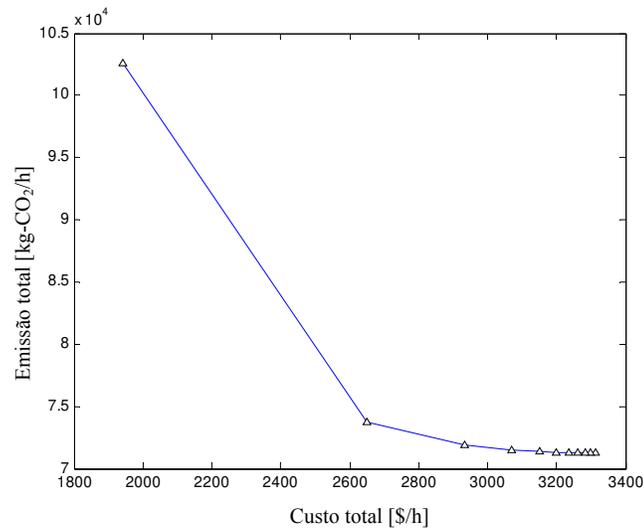


Figura 7.1: Curva de *trade-off* do problema de PMO de despacho econômico-ambiental para o caso de carregamento base ($\rho = 1$) usando o método da soma ponderada, sistema de 2 barras e 2 geradores.

Para traçar a curva de *trade-off* foram usados 10 conjuntos de pesos (ω_1, ω_2) uniformemente distribuídos. Devido à diferença de ordem de magnitude entre os objetivos conflitantes, a curva de *trade-off* não está uniformemente distribuída, o que pode gerar dificuldades na análise.

O método da soma ponderada considera as soluções Pareto-ótimas obtidas por pesos uniformemente distribuídos, porém estas não estão bem distribuídas na curva de *trade-off*. O método das ϵ -restrições pode obter uma melhor distribuição das soluções Pareto-ótimas na curva de *trade-off*, porém, depende da escolha do escalar ϵ , o que pode gerar um problema combinatorial.

7.2 Distribuição uniforme das soluções Pareto-ótimas

Para superar as deficiências do método da soma ponderada e o método das ε -restrições, são introduzidas ao problema de PMO as seguintes técnicas: a Interseção Contorno-Normal (NBI - *Normal-Boundary Intersection*) [34] e a Restrição Normal Normalizada (NNC - *Normalized Normal Constraint*) [92]. Estas técnicas foram recentemente propostas e transformam os problemas de PMO em problemas de otimização com objetivos simples que podem ser resolvidas usando técnicas de PNL.

7.2.1 Conceitos básicos

Alguns conceitos básicos são necessários para a abordagem das técnicas de distribuição uniforme.

Matriz de *payoff*

A matriz de *payoff* é uma ferramenta útil que fornece uma idéia geral da forma das funções objetivo do problema de PMO e a interação de cada uma delas com suas soluções ótimas. Nesta matriz, cada linha corresponde a um objetivo e cada coluna a uma solução ótima, assim seus elementos representam a avaliação de cada objetivo na solução ótima dos outros objetivos [29]. A matriz de *payoff* é definida como:

$$\Phi = \begin{bmatrix} f_1(x_1^*) & f_1(x_2^*) & \cdots & f_1(x_k^*) \\ f_2(x_1^*) & f_2(x_2^*) & \cdots & f_2(x_k^*) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_k(x_1^*) & f_k(x_2^*) & \cdots & f_k(x_k^*) \end{bmatrix}, \quad (7.3)$$

onde x_j^* é o vetor de variáveis que minimiza a função objetivo f_j individualmente, $f_j(x_j^*)$ é o mínimo valor da função objetivo f_j , e $f_i(x_j^*)$ é o valor da função objetivo f_i avaliada na solução que minimiza a função f_j .

A matriz de *payoff* é usada também para definir alguns pontos importantes no espaço de objetivos, como o ponto utópico, o ponto Nadir e os pontos âncora. A Figura 7.2 mostra estes pontos para o problema de PMO com dois objetivos.

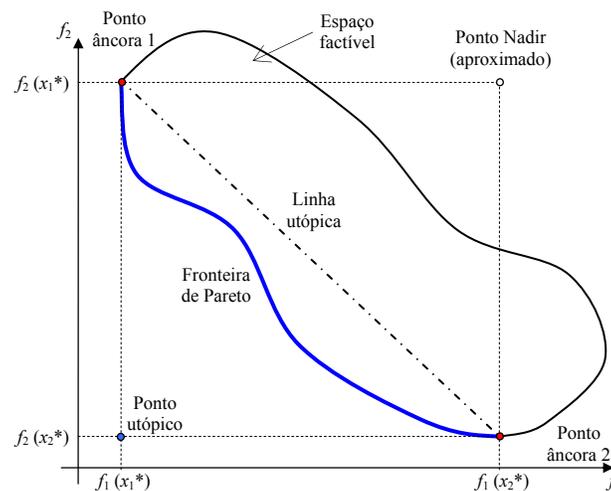


Figura 7.2: Curvas de *trade-off* no espaço de objetivos para o problema de PMO com dois objetivos.

Ponto utópico

O ponto utópico representa o ponto onde todos os objetivos têm seus valores ótimos quando resolvidos individualmente. Este ponto não pertence à fronteira de Pareto e os pontos utópicos para cada objetivo estão na diagonal principal da matriz de *payoff*. O ponto utópico, a^U é definido como:

$$a^U = (f_1(x_1^*), f_2(x_2^*), \dots, f_k(x_k^*)). \quad (7.4)$$

Ponto Nadir

O intervalo de variação de cada função objetivo está limitado por um valor Nadir e este é aproximado com o valor máximo de cada linha da matriz de *payoff*. Os valores Nadir representam as coordenadas do ponto Nadir a^N , no espaço objetivo este ponto é definido como:

$$a^N = \left(\max_i \{f_1(x_i^*)\}, \max_i \{f_2(x_i^*)\}, \dots, \max_i \{f_k(x_i^*)\} \right). \quad (7.5)$$

Pontos âncora

Existe um ponto âncora para cada objetivo no espaço de objetivos. O ponto âncora i tem como coordenadas os valores das funções objetivo avaliadas na melhor solução obtida quando a função f_i é otimizada individualmente. As coordenadas do ponto âncora i podem ser extraídas da coluna i da matriz de *payoff*. O ponto âncora é definido como:

$$a^{A_i} = (f_1(x_i^*), f_2(x_i^*), \dots, f_k(x_i^*)). \quad (7.6)$$

Plano utópico

O plano que passa através dos pontos âncora é conhecido como o plano utópico. Para um problema de PMO com dois objetivos, o plano utópico é uma linha reta. Qualquer ponto no segmento definido entre os pontos âncora da linha utópica pode ser representado como uma combinação convexa destes pontos. Por exemplo, este segmento tem pontos a^M definidos por:

$$a^M = \beta_1 a^{A_1} + \beta_2 a^{A_2}, \quad (7.7)$$

onde $\beta_1, \beta_2 \in [0,1]$, com $(\beta_1 + \beta_2) = 1$.

Normalização das funções objetivo

As funções objetivo normalmente têm diferentes significados físicos ou ordens de magnitude. Usualmente é desejável transformá-las de modo que o problema possa ser analisado em um espaço de objetivos normalizados. A normalização das funções objetivo é uma transformação que converte o intervalo da função objetivo ao intervalo $[0,1]$. Esta transformação é realizada para cada função objetivo f_i , considerando as coordenadas dos pontos Nadir e o ponto utópico:

$$\bar{f}_i(x) = \frac{f_i(x) - a_i^U}{a_i^N - a_i^U}. \quad (7.8)$$

A normalização é feita para cada elemento da matriz de *payoff*, assim a diagonal principal desta terá somente valores de 0 e os outros elementos terão valores entre 0 e 1. Neste caso, o ponto utópico normalizado \bar{a}^U e o ponto Nadir normalizado \bar{a}^N são definidos como: $\bar{a}^U = (0,0,\dots,0)$ e $\bar{a}^N = (1,1,\dots,1)$. O

problema de duas funções objetivos tem o ponto utópico normalizado $\bar{a}^U = (0,0)$, o ponto Nadir normalizado $\bar{a}^N = (1,1)$, os pontos âncora normalizados $\bar{a}^{A_1} = (0,1)$ e $\bar{a}^{A_2} = (1,0)$, com os pontos no segmento utópico normalizados dados por $\bar{a}^M = (\beta_2, \beta_1)$ com $\beta_1, \beta_2 \in [0,1]$ e $\beta_1 + \beta_2 = 1$.

7.2.2 Método da interseção contorno-normal (ou NBI)

Os métodos NBI e NNC têm o mesmo conceito básico: uma malha uniforme é gerada no plano utópico e os nós desta malha são projetados na fronteira de Pareto. Esta técnica de projeção gera soluções Pareto-ótimas bem distribuídas. A diferença entre os dois métodos é a maneira como expressam a projeção dos nós da malha do plano utópico na fronteira de Pareto. Neste trabalho será usado o método NBI, o qual será aplicado a problemas de PMO com dois objetivos conflitantes.

O método NBI traça a fronteira de Pareto através da solução de um conjunto de problemas de PNL que representam a interseção entre a fronteira de Pareto e a linha normal ao plano utópico em cada nó da malha. O princípio do método NBI para o problema de PMO com dois objetivos pode ser representado no espaço de objetivos normalizados, como mostrado na Figura 7.3.

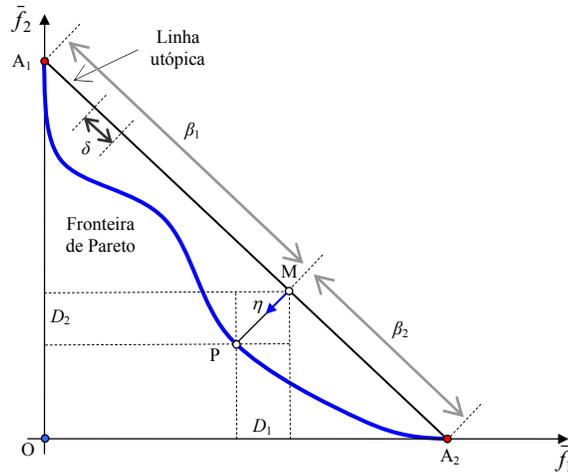


Figura 7.3: O princípio do método NBI no espaço de objetivos normalizados.

O ponto “O” é a origem do sistema de coordenadas e representa o ponto utópico do problema de PMO. Os pontos A_1 e A_2 são os pontos âncora com coordenadas \bar{a}^{A_1} e \bar{a}^{A_2} , respectivamente. Uma malha uniforme é gerada pela divisão do segmento A_1A_2 em q partes iguais com comprimento $\delta = |A_1A_2|/q$, onde $|A_1A_2|$ é o comprimento do segmento A_1A_2 . As coordenadas de cada nó da malha \bar{a}^M podem ser determinadas usando os pontos âncoras da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \bar{a}^M &= \bar{a}^{A_1} \beta_1 + \bar{a}^{A_2} \beta_2 = (\phi_{11}, \phi_{21})\beta_1 + (\phi_{21}, \phi_{22})\beta_2 \\ &= \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \Phi\beta, \end{aligned} \quad (7.9)$$

onde Φ é a matriz de *payoff* e $\beta = (\beta_1, \beta_2)$. Os elementos do vetor β são escolhidos a partir do conjunto $\{0, 1/q, 2/q, \dots, 1\}$ de modo que $\beta_1 + \beta_2 = 1$.

A projeção do segmento PM ao longo dos eixos de coordenadas do espaço de objetivos normalizados, denotada por D_1 e D_2 , é definida como:

$$-D_1 = \bar{a}_1^P - \bar{a}_1^M = \bar{f}_1^P(x) - (\beta_1 \bar{a}_1^{A_1} + \beta_2 \bar{a}_1^{A_2}), \quad (7.10a)$$

$$-D_2 = \bar{a}_2^P - \bar{a}_2^M = \bar{f}_2^P(x) - (\beta_1 \bar{a}_2^{A_1} + \beta_2 \bar{a}_2^{A_2}). \quad (7.10b)$$

No espaço de objetivos normalizados o triângulo A_1OA_2 tem os catetos iguais $A_1O = A_2O$, então o segmento PM atende $D_1 = D_2$. Portanto, qualquer ponto \bar{a} ao longo do segmento PM é definido como:

$$D\eta = \bar{a} - \bar{a}^M = \begin{bmatrix} \bar{f}_1(x) - (\beta_1 \bar{a}_1^{A_1} + \beta_2 \bar{a}_1^{A_2}) \\ \bar{f}_2(x) - (\beta_1 \bar{a}_2^{A_1} + \beta_2 \bar{a}_2^{A_2}) \end{bmatrix} = F(x) - \Phi\beta, \quad (7.11)$$

onde D é uma variável escalar de modo que $0 < D < D_1$, $F(x)$ é o vetor composto pelas funções objetivo normalizadas, e η é o vetor normal ao plano utópico no ponto \bar{a}^M . Para o problema de PMO e dois objetivos, a Figura 7.3 mostra que η pode ser definido como $\eta = (-1, -1)$.

7.2.3 Formulação NBI como um problema de PNL

As equações (7.11) definem o segmento PM, onde o ponto P é a interseção entre a linha normal no ponto M e a fronteira de Pareto quando $D = D_1 = D_2$. Se (7.11) é incorporado ao problema original de PMO (7.1), o espaço de solução começa a estar contido no segmento PM desde que o escalar D é uma variável no problema. O objetivo do método NBI é encontrar o ponto P, assim um novo problema é definido pela maximização do valor de D de maneira que a solução é alcançada na fronteira de Pareto. Neste caso não estabelecer um limite superior para D , porque depois da superfície Pareto não existe outra solução. A formulação do NBI como um problema de PNL é como segue:

$$\max D, \quad (7.12a)$$

$$\text{sujeito a } g(x) = 0, \quad (7.12b)$$

$$h(x) \leq 0, \quad (7.12c)$$

$$\Phi\beta + D\eta = F(x), \quad (7.12d)$$

O problema de PNL (7.12) representa a forma geral do método NBI. Para o problema de PMO com dois objetivos normalizados, a restrição (7.12d) pode ser expressa como:

$$\Phi\beta + D\eta = F(x) \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} + D \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{f}_1(x) \\ \hat{f}_2(x) \end{bmatrix},$$

$$\beta_2 - D = \hat{f}_1(x), \quad (7.13a)$$

$$\beta_1 - D = \hat{f}_2(x), \quad (7.13b)$$

A sequência de valores de $\beta_1 \in \{0, 1/q, 2/q, \dots, 1\}$ e $\beta_2 = 1 - \beta_1$, geram uma aproximação por partes da fronteira de Pareto.

Como exemplo, a Figura 7.4 mostra a curva de *trade-off* do problema de PMO de despacho econômico-ambiental do sistema de 2 barras e 2 geradores para o caso de carregamento base ($\rho = 1$) usando o método NBI. Para traçar a curva de *trade-off* foram usados 10 conjuntos de valores de (β_1, β_2) uniformemente

distribuídos. Neste caso não existe diferença de ordem de magnitude entre os objetivos pois estes são normalizados. Além disso, o método NBI captura os pontos da curva de *trade-off* usando a estratégia de interseção entre as linhas com direções normais ao plano utópico e a fronteira de Pareto. Isto resulta em uma curva de *trade-off* uniformemente distribuída.

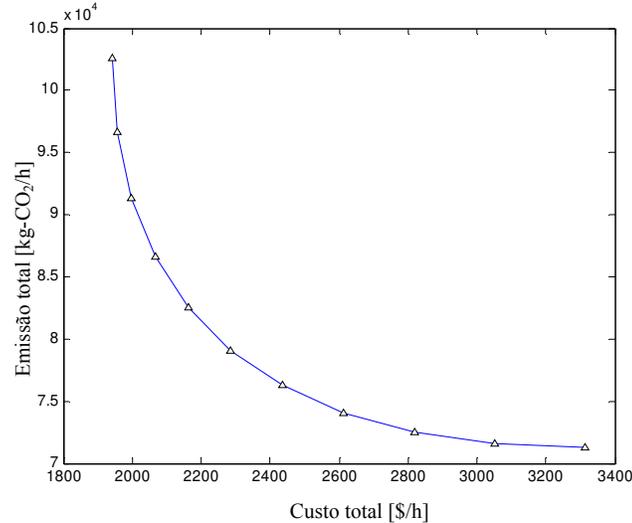


Figura 7.4: Curva de *trade-off* do problema de PMO de despacho econômico-ambiental para o caso de carregamento base ($\rho = 1$) usando o método NBI, sistema de 2 barras e 2 geradores.

7.3 Fluxo de carga da continuação ótimo multiobjetivo

Não existe uma definição formal na literatura do problema de FCCO multiobjetivo (FCCOM). Com o fim de realizar isto, neste trabalho é considerado o problema de FCCOM como aquele que calcula as soluções Pareto-ótimas do problema FCCO, visto no Capítulo 6, considerando mais de um objetivo. Por simplicidade, o problema do FCCOM considera dois objetivos que podem ser conflitantes.

7.3.1 Trajetórias de soluções Pareto-ótimas e fronteiras de Pareto

Considerando o método da soma ponderada, a função objetivo escalar composta (7.2) para dois objetivos é substituída na equação (6.13a) do passo corretor do método de FCCO. A função objetivo composta depende dos valores dos pesos $\omega_1, \omega_2 \in [0,1]$, assim para um conjunto de pesos (ω_1, ω_2) definido de forma que $\omega_1 + \omega_2 = 1$, obtém-se uma trajetória de soluções contendo pontos Pareto-ótimos.

Assumindo que as soluções ótimas desta trajetória foram definidas para uma direção predefinida de acréscimo de carga s_o , a trajetória pode ser representada no espaço de parâmetros p , onde o vetor de parâmetros p é composto pelo vetor de acréscimo de carga $S_o = \rho s_o$ e o vetor de acréscimo de geração u , assim $p = (S_o, u)$. A trajetória de soluções ótimas da função objetivo composta alcança uma BSN ou BEIL, associada a um limite de controle de tensão ou limite rígido, na fronteira de carregamento Σ como visto no Capítulo 6. A Figura 7.5 mostra as trajetórias de soluções ótimas para os conjuntos de pesos $(\omega_1, \omega_2) = (0,1)$

e $(\omega_1, \omega_2) = (1,0)$ assumindo uma fronteira de carregamento Σ composta por dois contornos de BSNs e um contorno de BDILs no espaço de parâmetros p .

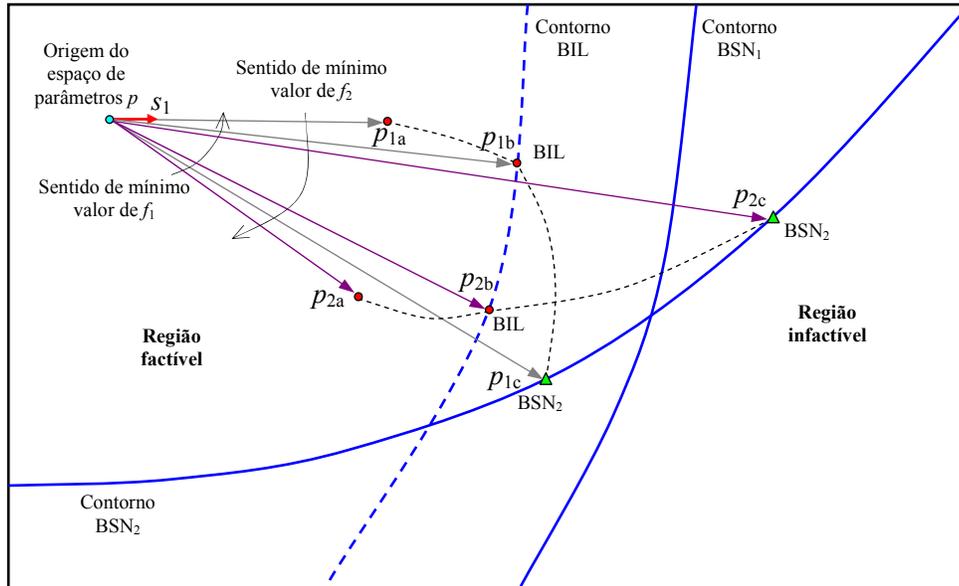


Figura 7.5: Trajetórias de soluções ótimas do problema de FCCOM e a fronteira de carregamento Σ composta por dois contornos de BSNs e um contorno de BDILs no espaço de parâmetros p .

Em geral, uma trajetória de soluções ótimas pode ser traçada para um conjunto de pesos (ω_1, ω_2) definidos por $0 \leq \omega_1, \omega_2 \leq 1$ e $\omega_1 + \omega_2 = 1$. Todas estas trajetórias formam parte da soluções do problema de FCCOM pois estas contêm pontos Pareto-ótimos. A Figura 7.5 mostra que para alguns valores de ω_1 (ou ω_2) é alcançado um BSN₂. Neste caso foi assumido que os limites rígidos não afetam a trajetória de soluções ótimas. Realmente, para alguns ω_1 (ou ω_2), é possível que a trajetória alcance algum limite rígido.

Como exemplo, a Figura 7.6 mostra as trajetórias de soluções ótimas para os conjuntos de pesos $(\omega_1, \omega_2) = (0,1)$ e $(\omega_1, \omega_2) = (1,0)$ com o aumento do carregamento para o problema de despacho econômico-ambiental do sistema de 2 barras e 2 geradores e a fronteira de carregamento Σ no espaço de parâmetros p .

7.3.2 Regiões de pontos Pareto-ótimos e curvas de bifurcação

Para cada valor de carregamento na direção de acréscimo de carga \hat{s}_o , pode ser gerada uma curva de *trade-off* de acordo com a variação de ω_1 . As trajetórias de soluções para os conjuntos $(\omega_1, \omega_2) = (0, 1)$ e $(\omega_1, \omega_2) = (1,0)$ contêm as soluções ótimas individuais de todas as curvas de *trade-off*.

As trajetórias de soluções ótimas obtidas para todos os conjuntos de pesos (ω_1, ω_2) formam uma região de pontos Pareto-ótimos. A região de pontos Pareto-ótimos é uma superfície multidimensional contida no espaço de variáveis. Na etapa de tomada de decisões pode-se ter que traçar as curvas de bifurcação para valores especificados de ω_1 . As curvas de bifurcação podem ser consideradas como contidas na região de pontos Pareto-ótimos. Uma vantagem do uso do método de NBI é que podem ser analisadas as curvas de *trade-off* no espaço de objetivos normalizados. Comumente na análise das curvas de *trade-off* é escolhido $\beta_1 = 0.5$, que é um ponto médio da linha utópica no espaço de objetivos normalizados.

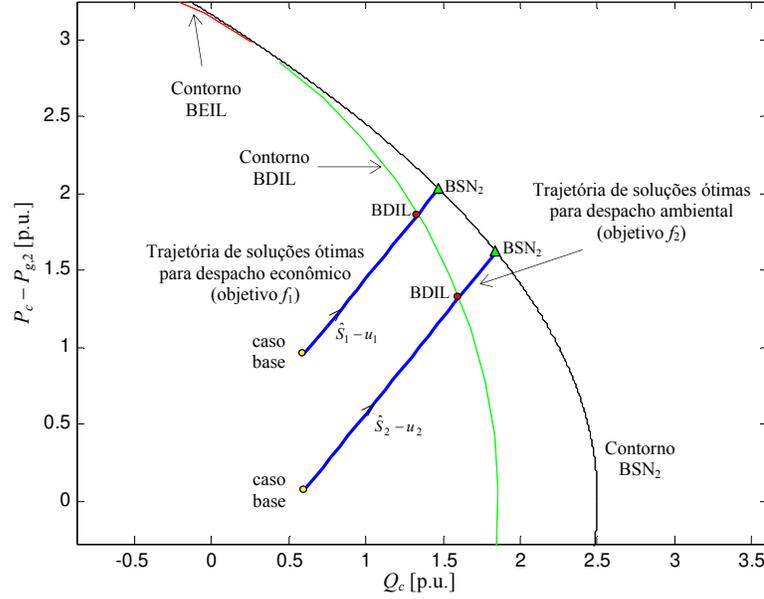


Figura 7.6: Trajetórias de soluções ótimas do problema de despacho econômico-ambiental e a fronteira de carregamento Σ no espaço de parâmetros p , sistema de 2 barras e 2 geradores.

7.3.3 FCCOM com distribuição uniforme de soluções Pareto-ótimas

Para o desenvolvimento do método de FCCOM foram consideradas as mesmas características do método de FCCO apresentado no Capítulo 6, porém, o passo corretor é modelado como um problema de PMO. Para considerar a distribuição uniforme de soluções Pareto-ótimas em cada curva de *trade-off*, a formulação do método NBI foi incorporada às equações (6.13). O método de FCCOM proposto é definido como segue.

$$\min -D, \quad (7.14a)$$

$$G(\hat{y}, u) = \begin{bmatrix} g(\hat{y}, u) \\ \hat{y}_k - \hat{y}_{pr,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (7.14b)$$

$$h(\hat{y}, u) \leq 0, \quad (7.14c)$$

$$\Phi\beta + D\eta = F(u), \quad (7.14d)$$

onde as variáveis \hat{y} são definidas como $\hat{y} = (y, \rho)$; $y \in \mathcal{R}^{2n_{PQ} + n_{PV}}$ e contém os ângulos de tensão nas barras PQ e PV, e os módulos das tensões das barras PQ; $\rho \in \mathcal{R}$ é o fator de carregamento; $u \in \mathcal{R}^{n_g}$ é o vetor de variáveis de controle e representa uma direção de acréscimo de geração; $\hat{y}_{pr,k}$ e \hat{y}_k é o valor do componente k -ésimo do passo preditor e corretor, respectivamente; D é uma variável escalar; $F(u)$ é o vetor composto pelas funções objetivo normalizadas; e η é o vetor normal definido como $\eta = (-1, -1)$. A equação (7.14d) é equivalente a (7.13). As equações (7.14) incluem o modelo de controle de tensão/potência reativa dos geradores considerando a perda de controle de tensão. Os limites operacionais são incorporados em (7.14c).

O problema de PNL (7.14) pode ser resolvido com qualquer método. Neste caso pode-se usar o método de PI PDBL proposto a fim de obter as vantagens explicitadas no Capítulo 6.

7.3.4 Algoritmo de FCCOM proposto

O algoritmo do FCCOM proposto neste trabalho resolve um problema de PMO com dois objetivos e gera a região de fronteiras de Pareto como resultado da união das curvas de *trade-off* que são obtidas para cada carregamento na direção de acréscimo de carga δ_o . O algoritmo do FCCOM é:

Passo 0: Iteração $i = 0$. Calcular as soluções do caso base ($\rho = 1$) que minimizam f_1 e f_2 individualmente, (\hat{y}_1^*, u_1^*) e (\hat{y}_2^*, u_2^*) , respectivamente. Para isto resolver o problema de PNL do passo corretor (7.14) para $(\beta_1, \beta_2) = (0,1)$ e $(\beta_1, \beta_2) = (1,0)$, assumindo o parâmetro da continuação $\hat{y}_k = \rho$, para ambos dos casos. Fazer $(\hat{y}_1^{(i)}, u_1^{(i)}) = (\hat{y}_1^*, u_1^*)$ e $(\hat{y}_2^{(i)}, u_2^{(i)}) = (\hat{y}_2^*, u_2^*)$.

Passo 1: Calcular os pontos da curva de *trade-off* para o caso base usando uma malha uniforme de nós gerados pela divisão da linha utópica em q partes iguais. Resolver o problema de PNL do passo corretor (7.14) para uma sequência de valores de $\beta_1 \in \{0, 1/q, 2/q, \dots, 1\}$ com $\beta_2 = 1 - \beta_1$, normalizar as funções objetivo $F(u)$ usando (7.8) com o ponto utópico $\bar{a}^U = (f_1(u_1^*), f_2(u_2^*))$ e ponto Nadir $\bar{a}^N = (f_1(u_2^*), f_2(u_1^*))$. Armazenar o caso com $\beta_1 = 0.5$, $(\hat{y}_3^{(i)}, u_3^{(i)})$, esta será a solução ótima da trajetória principal.

Passo 2: Para a trajetória principal de soluções ótimas fazer o seguinte:

2-A: Escolher como parâmetro da continuação $\hat{y}_{3,k}^{(i)} = \rho$, com $\Delta\hat{y}_{3,k}^{(i)} = +1$ (assume-se aumento do fator de carregamento).

2-B: Calcular o vetor tangente $d\hat{y}_3^{(i)}$ na solução ótima $(\hat{y}_3^{(i)}, u_3^{(i)})$, usar a equação (6.12) com o valor $\Delta\hat{y}_{3,k}^{(i)}$ calculado anteriormente e parâmetros $u_3^{(i)}$ calculados do passo corretor anterior.

2-C: Se $d\rho_3^{(i)} > 0$, ir para o Passo 2-D. Senão, fim do processo e alguma solução ótima é uma BSN ou BEIL associada a algum limite não rígido.

2-D: Escolher o parâmetro da continuação $\hat{y}_{3,k}^{(i+1)}$ para o passo tangente seguinte, usar a equação (6.14). O valor de $\Delta\hat{y}_{3,k}^{(i+1)}$ é definido em $+1$ ou -1 quando a componente $d\hat{y}_{3,k}^{(i)}$ aumenta ou diminui.

2-E: Calcular a solução aproximada preditor $(\hat{y}_{3,pr}, u_{3,pr})$ usando a equação (6.11) com um tamanho de passo σ . Outra opção é usar um controle de tamanho de passo definido em (4.8) com $k = 1$.

Passo 3: Para o nível de carregamento calculado no passo preditor ρ_3 , calcular as soluções que minimizam f_1 e f_2 individualmente, (\hat{y}_1^*, u_1^*) e (\hat{y}_2^*, u_2^*) , respectivamente. Resolver o problema de PNL do passo corretor (7.14) para $(\beta_1, \beta_2) = (0,1)$ e $(\beta_1, \beta_2) = (1,0)$, assumindo o parâmetro da continuação $\hat{y}_k = \rho$, para ambos dos casos. Fazer $(\hat{y}_1^{(i)}, u_1^{(i)}) = (\hat{y}_1^*, u_1^*)$ e $(\hat{y}_2^{(i)}, u_2^{(i)}) = (\hat{y}_2^*, u_2^*)$.

Passo 4: Calcular os pontos da curva de *trade-off* para o nível de carregamento ρ_3 usando uma malha uniforme de nós gerados pela divisão da linha utópica em q partes iguais. Resolver o problema de PNL (7.14) para uma sequência de valores de $\beta_1 \in \{0, 1/q, 2/q, \dots, 1\}$ com $\beta_2 = 1 - \beta_1$, normalizar as funções objetivo $F(u)$ usando (7.8) com o ponto utópico $\bar{a}^U = (f_1(u_1^*), f_2(u_2^*))$ e ponto Nadir $\bar{a}^N = (f_1(u_2^*), f_2(u_1^*))$. Armazenar o caso com $\beta_1 = 0.5$, $(\hat{y}_3^{(i)}, u_3^{(i)})$, esta será a solução ótima da trajetória principal.

Passo 5: Fazer $i = i + 1$. Ir ao Passo 2.

Na etapa de tomada de decisões pode-se requerer o traçado das curvas de bifurcações para outros valores especificados de β_1 diferentes 0.5. Para isto pode ser armazenado a solução ótima diretamente das curvas de *trade-off* calculadas no Passo 1 e Passo 4.

7.4 Resultados numéricos

O método de FCCOM foi aplicado ao sistema de teste de 2 barras e 2 geradores, e ao sistema teste IEEE 57 barras. Os coeficientes de custos e emissão de poluentes de geração são da referência [91].

7.4.1 Sistema teste de 2 barras e 2 geradores

Neste caso é considerado o sistema teste de 2 barras e 2 geradores usado anteriormente para o problema de despacho econômico, com uma direção de acréscimo de carga é definida pelas potências ativa e reativa da carga no caso base $P_{c,cb} = 100$ MW e $Q_{c,cb} = 60$ MVar, respectivamente. O ponto inicial é definido como *flat start*.

A Figura 7.7 mostra o comportamento das curvas de *trade-off* com o aumento do carregamento para o problema de PMO de despacho econômico-ambiental do sistema de 2 barras e 2 geradores usando o método FCCOM. As curvas de *trade-off* aumentam os valores das funções objetivo conforme aumenta ρ .

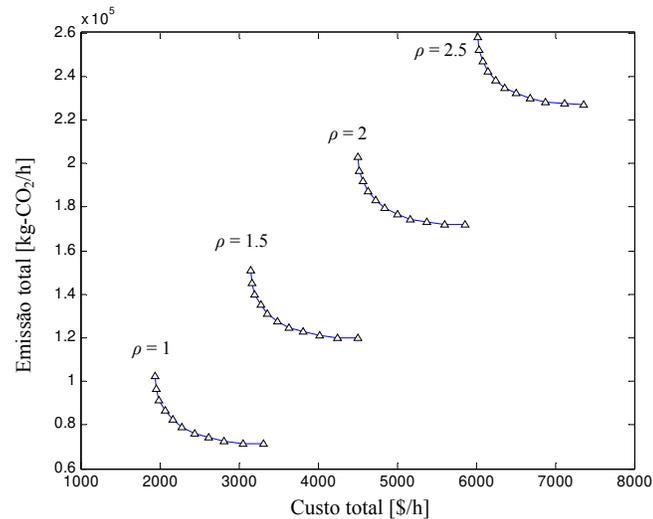


Figura 7.7: Comportamento das curvas de *trade-off* com o aumento do carregamento para o problema de PMO de despacho econômico-ambiental usando o método FCCOM, sistema de 2 barras e 2 geradores.

A Figura 7.8 mostra as curvas de bifurcação para $\beta_1 = 0, 0.5$ e 1 do problema de despacho ambiental (DA), despacho econômico-ambiental (DEA), despacho econômico (DE), respectivamente. A informação obtida das curvas de bifurcação para diferentes valores de β_1 pode ser interpretada para detectar a proximidade do colapso de tensão quando diferentes direções de geração são definidas. A perda de controle de tensão da barra 2 é visto somente no caso de despacho econômico até o carregamento de 2.7.

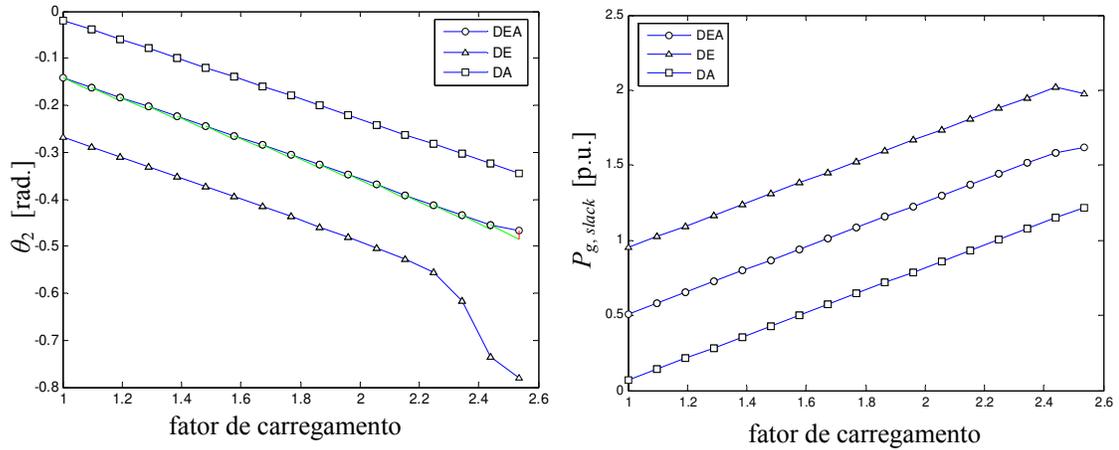


Figura 7.8: Curvas de bifurcação para $\beta_1 = 0, 0.5$ e 1 do problema de PMO de despacho econômico-ambiental usando o método FCCOM, sistema de 2 barras e 2 geradores.

7.4.2 Sistema teste IEEE 57 barras

O método foi aplicado ao sistema teste IEEE 57 barras [55]. A Figura 7.9 mostra o comportamento das curvas de *trade-off* com o aumento do carregamento para o problema de PMO de despacho econômico-ambiental usando o método FCCOM. As curvas de *trade-off* aumentam os valores das funções objetivo conforme aumenta ρ , porém são detectados problemas de perda de controle de tensão para os primeiros níveis de carregamento no despacho ambiental, como visto nas deformações das curvas *trade-off*. Isto traz como consequência que algumas soluções podem aumentar o valor do custo total de operação.

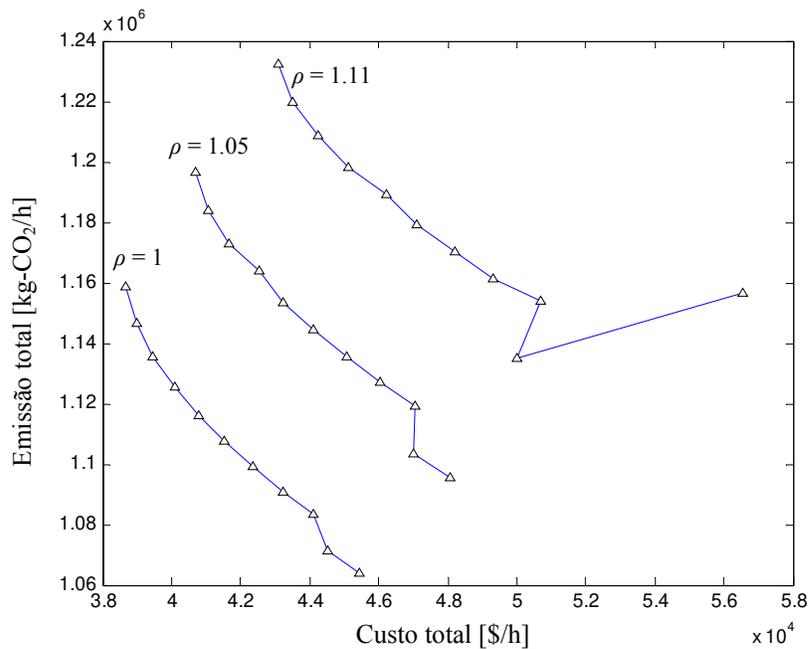


Figura 7.9: Comportamento das curvas de *trade-off* com o aumento do carregamento para o problema de PMO de despacho econômico-ambiental usando o método FCCOM, sistema IEEE 57 barras.

A Figura 7.10 mostra a curva de bifurcação $V_{57} \times \rho$ para o despacho econômico, ambiental e a trajetória principal do problema de PMO para $\beta_1 = 0.5$. Neste caso a tensão na barra 57 cai a valores abaixo de 0.9 para o despacho ambiental. A trajetória com $\beta_1 = 0.5$ está próxima do despacho econômico.

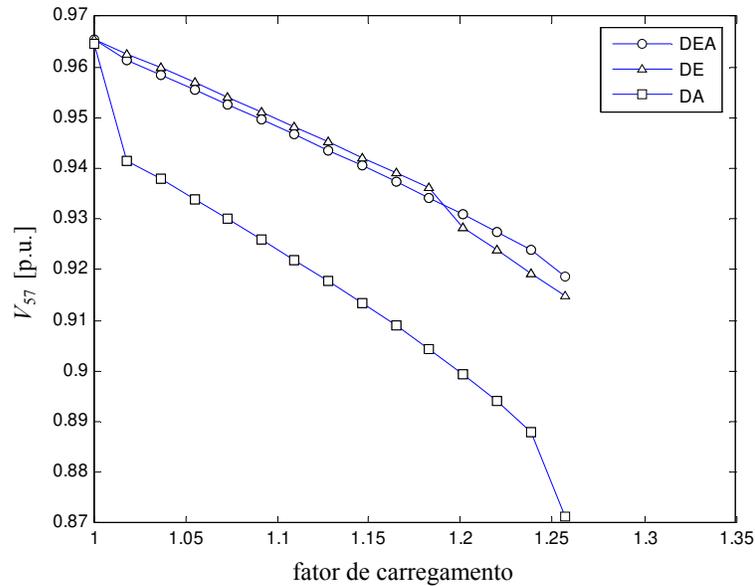


Figura 7.10: Curva de bifurcação $V_{57} \times \rho$ para $\beta_1 = 0, 0.5$ e 1 do problema de PMO de despacho econômico-ambiental usando o método FCCOM, sistema IEEE 57 barras.

A Figura 7.11 mostra a curva de bifurcação $P_{g,slack} \times \rho$ para o despacho econômico, ambiental e a trajetória principal do problema de PMO. Neste caso a potência fornecida pela barra *slack* diminui na condição de despacho econômico e ambiental o que pode suportar uma maior geração de outros geradores localizados nas regiões próximas da carga.

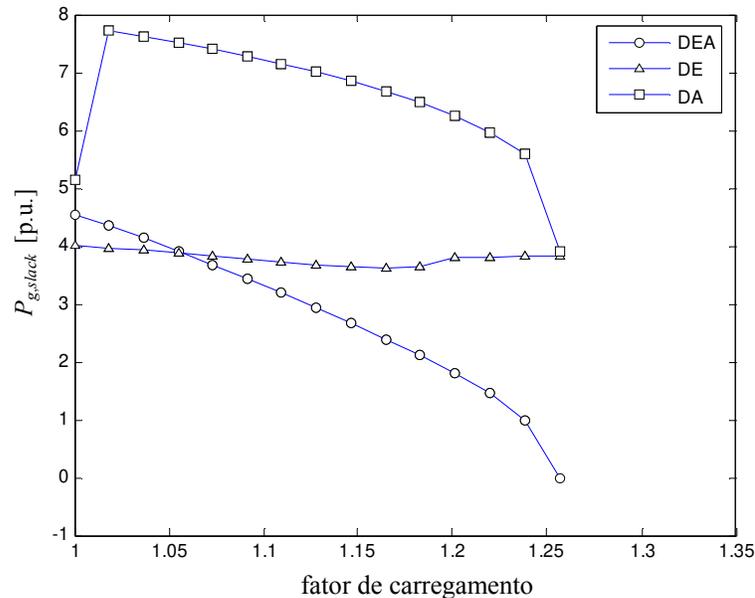


Figura 7.11: Curva de bifurcação $P_{g,slack} \times \rho$ para $\beta_1 = 0, 0.5$ e 1 do problema de PMO de despacho econômico-ambiental usando o método FCCOM, sistema IEEE 57 barras.

Capítulo 8

Considerações Finais

8.1 Contribuições principais e conclusões

Contribuição 1 – Método de FC com otimização de passo e técnicas de corte de carga

Esta técnica resultou em uma contribuição importante e uma nova linha de pesquisa foi criada a partir disto, já permitindo a integração de novos alunos para o estudo da mesma. Algumas conclusões podem ser colocadas a respeito desta contribuição:

- Em geral, a fronteira de carregamento é uma superfície multidimensional contínua por partes formada por contornos de BSNs e BEILs. Os pontos contidos nesta fronteira podem ser capturados a partir dos métodos de FC com otimização de passo, em particular, quando o tamanho de passo tende a zero. Os problemas de ciclagem são relacionados diretamente às BEILs, onde o método de FC com otimização de passo termina convergindo em uma BSN em torno da BEIL.
- A técnica de corte de carga baseada na interseção entre o plano tangente no ponto de BSN e a linha orientada na direção de acréscimo de carga mostrou ser muito eficiente para o cálculo rápido do PMC do sistema. Em poucas iterações pode ser alcançada uma exatidão muito boa comparada com outros métodos da literatura.
- Os PMCs obtidos em cada iteração são pontos com carregamento maior que o desejado, desde que o método captura pontos na fronteira de carregamento com direções de acréscimo de carga em torno da direção desejada. Estas informações podem ser usadas no planejamento do sistema para o aumento das METs.

Contribuição 2 – Método de compensação reativa ótima

Este método permitiu obter o espectro de valores de capacitores shunt para a condição de maximização da MET do sistema. Algumas conclusões podem ser colocadas a respeito desta contribuição:

- A condição de maximização da MET pode ser vista como equivalente à situação onde as componentes de potência reativa do autovetor à esquerda associado ao autovalor nulo do Jacobiano do sistema são nulos. Visto nas equações dos métodos diretos, esta condição cria um desacoplamento da formulação original e relaciona cada potência de carga com um valor ótimo do shunt localizado na mesma barra de carga.

- O método de Newton foi usado para resolver o primeiro subsistema e seu desempenho foi bom para distintos sistemas teste IEEE.
- A solução obtida é considerada não ideal e apresenta tensões altas, e que nem sempre correspondem à realidade, porém as informações fornecidas pelo método podem ser úteis para diversos propósitos.

Contribuição 3 – FCC híbrido

Este método permitiu obter um controle de tamanho de passo automático para alcançar em forma rápida o PMC a partir de funções de detecção do ponto de colapso de tensão. Algumas conclusões podem ser tiradas a respeito desta contribuição:

- Qualquer sensibilidade da potência de injeção em barra (diferente à barra *slack*) em relação com as variáveis do sistema pode ser usado como função de detecção do ponto de colapso de tensão, pois esta é sempre proporcional ao fator de carregamento. Em particular, a função de potência da carga total menos as perdas resulta ser uma função de detecção para múltiplos propósitos pois a barra *slack* permanece inalterável no sistema ainda que modelos de controladores sejam levados em conta.
- A função de detecção é incorporada no FCC para formar um tamanho de passo tangente eficiente. Para isto é necessário calcular a matriz Hessiana da potência da barra *slack* e das perdas totais. Realmente o método híbrido usa a informação das segundas derivadas da superfície de pontos de equilíbrio do sistema o que torna o método eficiente desde que a trajetória ao colapso pode ser considerada como uma função quadrática.

Contribuição 4 – FCO com otimização de passo

Este método apresenta características interessantes para a análise de soluções ótimas em torno de pontos singulares, em particular, em sistemas mal comportados e sistemas infactíveis. Algumas conclusões podem ser colocadas a respeito desta contribuição:

- As condições de singularidade foram revisadas e foram definidas novas condições para tratar o problema de PI PDBL. Neste caso apresentam-se os casos de singularidade provocados por: violação da condição de complementaridade estrita, perda de factibilidade e perda de otimalidade. Devido que os métodos de PI sempre mantêm a factibilidade do sistema, assim a solução alcançada para sistemas infactíveis esta sempre na fronteira de factibilidade das equações associadas às condições de otimalidade primeira ordem. Portanto, para casos de infactíveis o tipo de singularidade alcançado transforma-se a perda de otimalidade.
- Alguns *solvers* acadêmicos foram testados para a condição de singularidade da perda de factibilidade em aplicações de FCO para sistemas teste IEEE. Isto resultou em problemas de convergência, além que estes programas não fornecem informações para tentar restaurar a factibilidade do sistema. O método PI PDBL proposto fornece outras informações que podem ser aproveitadas para detectar pontos singulares ou restaurar a factibilidade do sistema.

Contribuição 5 – FCCO robusto e multiobjetivo

O método FCCO proposto permitiu o traçado de trajetórias de soluções ótimas de problemas de um ou mais objetivos considerando as BSNs e BILs do sistema. Algumas conclusões podem ser tiradas a respeito desta contribuição:

- Os modelos de controladores e limites operacionais geram diferentes contornos de BILs na fronteira de carregamento. Realmente o conceito inicial de fronteira de carregamento é generalizado para a inclusão de todo tipo de limite. Os modelos de controladores comumente geram contornos de BDILs onde a trajetória de soluções ótimas incorpora a perda de controle de alguma variável. Alguns limites operacionais definidos como rígidos não permitem que esta trajetória ultrapasse seu contorno.
- O método FCCO proposto incorpora as características do método PI PDBL com otimização de passo e permite a identificação dos contornos BEILs e BDILs inclusive levando em conta os limites rígidos. Os resultados são comparados com um FCCO com restrições de complementaridade verificando-se a exatidão do método proposto. Quando existe infactibilidade do sistema técnicas de restauração da factibilidade podem ser ativadas.
- O método FCCOM proposto incorpora a técnica NBI para o traçado das curvas de *trade-off* com soluções Pareto-ótimas distribuídas uniformemente. Este método permite a análise de mais de um objetivo usando as curvas de bifurcação obtidas nas regiões de soluções Pareto-ótimas.

8.2 Propostas para trabalhos futuros

- Para o FC com otimização de passo, podem ser analisados métodos de corte de carga que usem a informação das curvaturas principais da superfície fronteira de carregamento. Isto pode gerar um corte de carga de forma quadrática em cima da superfície fronteira.
- Para o método de compensação reativa ótima, podem ser propostos modelos de otimização usando as componentes de potência reativa do autovetor à esquerda. Os modelos de otimização podem incorporar facilmente os modelos de controladores usando as restrições de complementaridade. A condição de compensação reativa ótima pode ser relaxada para fins práticos.
- Para o método de FCC híbrido, podem ser estudadas novas funções de detecção, assim novos métodos de colapso de tensão são gerados. A condição de colapso de tensão pode ser vista como um ponto de singularidade de perda de factibilidade, assim outras formas de detecção do colapso de tensão podem ser estudadas.
- Para método PI PDBL com otimização de passo, podem ser estudadas as condições de singularidade para as formulações de PI PDBL com restrições de complementaridade. Isto pode permitir generalizar o conceito de perda de factibilidade para fins práticos como em aplicações de sistemas de potência.
- Para o método FCCOM, pode ser incorporada a técnica NCC e filtros de soluções Pareto-ótimas para obter curvas de *trade-off* de diferentes problemas de PMO. Comumente as funções custo e emissão dos geradores são contínuas por partes, devido à inclusão de diversos tipos de unidades nas usinas de geração, e podem gerar descontinuidades e soluções não Pareto-ótimas.

Referências Bibliográficas

- [1] T. Van Cutsem, C. Vournas, *Voltage Stability of Electric Power Systems*, Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [2] C. A. Cañizares, I. Dobson, N. Miller, V. Ajjarapu, and H. Hamadanizadeh, “Voltage Stability Assessment: Concepts, Practices and Tools”, *IEEE/PES Power Syst. Stability Subcommittee, Tech. Rep. SP101PSS*, Aug. 2002.
- [3] R. B. Prada, E. G. C. Palomino, J. O. R. dos Santos, A. Bianco and L. A. S. Pilotto, “Voltage Stability Assessment for Real Time Operation”, in *Proc. Generation, Transmission and Distribution*, Vol. 149, Issue 2, pp.175-180, March 2002.
- [4] I. Dobson, “The Irrelevance of Load Dynamics for the Loading Margin to Voltage Collapse and Its Sensitivities”, *In Proc. of the Bulk Power System Voltage Phenomena – III Seminar on Voltage Stability, Security & Control, ECC/NSF Workshop*, Davos, Switzerland, August 22-26, 1994.
- [5] R. Seydel, *Practical Bifurcation and Stability Analysis: From Equilibrium to Chaos*, 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 1994.
- [6] I. Dobson, “Observations on the geometry of saddle node bifurcation and voltage collapse in electrical power systems”, *IEEE Trans.Circuits Syst. I, Fundam. Theory Appl.*, vol. 39, no. 3, pp. 240–243, Mar. 1992.
- [7] I. Dobson and L. Lu, “Voltage collapse precipitated by the immediate change in stability when generator reactive power limits are encountered”, *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Fundam. Theory Appl.*, vol. 39, no. 9, pp. 762–766, Sep. 1992.
- [8] V. Venkatasubramanian, H. Schättler, and J. Zaborszky, “Dynamics of large constrained nonlinear systems – A taxonomy theory”, *Proc. IEEE*, vol. 83, no. 11, pp. 1530–1560, Nov. 1995.
- [9] S. Iwamoto, Y. Tamura, “A load flow calculation method for ill-conditioned power systems”, *IEEE Trans. Power App. and Syst.*, vol. PAS-100, pp. 1736 – 1743, Apr. 1981.
- [10] L. M. C. Braz, C. A. Castro and C. A. F. Murari, “A critical evaluation of step size optimization based load flow methods”, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 15, no. 1, pp. 202 – 207, Feb. 2000.
- [11] T. J. Overbye, “A power flow measure for unsolvable cases”, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 9, no. 3, pp. 1359–1365, Aug. 1994.
- [12] L. A. Zarate, C. A. Castro, J. M. Ramos, and E. R. Ramos, “Fast computation of voltage stability margins using nonlinear programming techniques”, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 21, no. 1, pp. 19–27, Aug. 2006.

- [13] V. Ajjarapu and C. Christy, "The continuation power flow: A tool for steady state voltage stability analysis", *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 1, no. 1, pp. 416–423, Feb. 1992.
- [14] C. A. Cañizares, A. Z. de Souza, and V. H. Quintana, "Improving continuation methods for tracing bifurcation diagrams in power systems", *In Proc. of the Bulk Power System Voltage Phenomena – III Seminar on Voltage Stability, Security & Control*, ECC/NSF Workshop, Davos, Switzerland, August 22-26, 1994.
- [15] F. L. Alvarado and T. H. Jung, "Direct detection of voltage collapse conditions", *In Proc. of Bulk Power System Voltage Phenomena – Voltage Stability and Security*, EL-6183, EPRI, Jan. 1989.
- [16] C. A. Cañizares and F. L. Alvarado, "Point of collapse and continuation methods for large ac/dc systems", *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 8, no. 1, pp. 1–8, Feb. 1993.
- [17] A. C. Z. Souza, C. A. Cañizares and V. H. Quintana, "New technique to speed up voltage collapse computations using tangent vector", *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 12, no. 3, pp. 1380–1387, Aug. 1997.
- [18] C. A. Tiaht and A. B. Poore, "A bifurcation analysis of the nonlinear parametric programming problem", *Math. Program*, no.47, pp. 117-141, 1990.
- [19] N. K. Karmarkar, "A polynomial-time algorithm for linear programming", *Combinatorica*, No.4, pp. 373-395, 1984.
- [20] S. Granville, "Optimal reactive dispatch through interior point methods", *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 9, No.1, pp. 136-146, 1994.
- [21] T. Van Cutsem, "A method to compute reactive power margins with respect to voltage collapse", *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 6, no. 1, pp. 145-156, Feb. 1991.
- [22] I. Dobson, L. Lu, and Y. Hu, "A direct method for computing a closest saddle node bifurcation in the load power parameter space of an electric power system", *In Proc. ISCAS*, pp. 3019–3022, 1991.
- [23] G. D. Irisarri, X. Wang, J. Tong, and S. Mokhtari, "Maximum loadability of power systems using interior point nonlinear optimization method", *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 12, no. 1, pp. 162–172, Feb. 1997.
- [24] C. D. Vournas, M. Karystianos, and N. G. Maratos, "Bifurcation points and loadability limits as solutions of constrained optimization problems", *In Proc. of IEEE PES Summer Meeting*, vol. 3, pp. 1883–1888, Jul. 2000.
- [25] M. E. Karystianos, N. G. Maratos, and C. D. Vournas, "Maximizing power-system loadability in the presence of multiple binding complementarity constraints", *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, Reg. Papers, vol. 54, no. 8, pp. 1775–1787, Aug. 2007.

- [26] W. D. Rosehart, C. Roman, and A. Schellenberg, “Optimal power flow with complementarity constraints”, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 20, no. 2, pp. 813–822, May 2005.
- [27] V. Ajjarapu, N. Jain, “Optimal continuation power flow”, *Electric Power Systems Research*, vol.35, pp.17-24, 1995.
- [28] K. C. Almeida and R. Salgado, “Optimal power flow solutions under variable load conditions”, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 15, no. 4, pp. 1204 – 1211, Nov. 2000.
- [29] K. Mittinen, *Nonlinear Multiobjective Optimization*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1999.
- [30] A. Berizzi, C. Bovo, and M. Innorta P. Marannino, “Multiobjective Optimization Techniques applied to Modern Power Systems”, *In Proc. of the IEEE Power Engineering Society Winter Meeting*, vol. 3, pp. 1503-1508, Jan. 2001.
- [31] C. A. Cañizares, W. D. Rosehart, A. Berizzi, and C. Bovo, “Comparison of Voltage Security Constrained Optimal Power Flow Techniques”, *In Proc. of the IEEE Power Engineering Society Summer Meeting*, Vancouver, vol. 2, pp. 1-6, Jul. 2001.
- [32] F. Milano, C. A. Cañizares, and M. Invernizzi, “Multi-objective optimization for pricing system security in electricity markets”, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 18, no. 2, pp. 596–604, May. 2003.
- [33] W. D. Rosehart, C. A. Cañizares, and V. H. Quintana, “Multiobjective optimal power flows to evaluate voltage security cost in power networks”, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 18, no. 2, pp. 578–587, May. 2003.
- [34] I. Das and J.E. Dennis, “Normal-Boundary Intersection: A New Method for Generating the Pareto Surface in Nonlinear Multicriteria Optimization Problems”, *SIAM Journal on Optimization*, vol. 8, no. 3, pp.631-657, Aug. 1998.
- [35] P. Kundur et al., “Definition and classification of power system stability”, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 19, no. 2, pp. 1387–1401, May. 2004.
- [36] P. Kundur, *Power System Stability and Control*, EPRI Power System Engineering Series. New York: McGraw-Hill, 1994.
- [37] D. J. Hill, I. M. Y. Mareels, “Stability theory for differential/algebraic systems with application to power systems”, *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. 37, no. 11, pp. 1416–1423, Nov. 1990.
- [38] A. Monticelli, *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*, Edgard Blucher, São Paulo, 1983.
- [39] S. X. Guo, F. M. A Salam, “Determining the solutions of the load flow of power systems: Theoretical results and computer implementation”, *In Proc. of the 29th Conference on Decision and Control Honolulu, Hawaii*, pp. 1561–1566, Dec. 1990.

- [40] I. Dobson and H. D. Chiang, "Towards a theory of voltage collapse in electric power systems", *Syst. Control Lett.*, vol. 13, no. 3, pp. 253–262, Sep. 1989.
- [41] C. A. Cañizares, "On bifurcations, voltage collapse and load modelling", *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 10, no. 1, pp. 512-522, February 1995.
- [42] C. A. Cañizares, "Conditions for saddle-node bifurcations in ac/dc power systems", *Int. J. Elect. Power Energy Syst.*, vol. 17, no. 1, pp. 61–68, Jan. 1995.
- [43] C. A. Cañizares, N. Mithulananthan, F. Milano, J. Reeve, "Linear performance indices to predict oscillatory stability problems in power systems", *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 19, no. 2, pp. 1104–1114, May. 2004.
- [44] W. Marszalek, Z. W. Trzaska, "Singularity-induced bifurcations in electrical power systems", *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 20, no. 1, pp. 312–320, Feb. 2005.
- [45] J. Guckenheimer and P. Holmes, *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*, New York: Springer-Verlag, 1986.
- [46] I. Dobson and L. Lu, "New methods for computing a closest saddle node bifurcation and worst case load power margin for voltage collapse", *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 8, no. 3, pp. 905-913, Aug. 1993.
- [47] F. L. Alvarado, I. Dobson, Y. Hu, "Computation of closest bifurcations in power systems", *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 9, no. 2, pp. 918-928, 1994.
- [48] W. F. Tinney and C. E. Hart, "Power flow solution by Newton's method", *IEEE Trans. Power App. and Syst.*, vol. PAS-86, no.11, pp. 1449–1460, 1967.
- [49] R. Fletcher. M. J. D. Powell, "A Rapidly Convergent Descent Method for Minimization", *Computer J.*, vol. 6, pp. 163-168, 1963.
- [50] A. M. Sasson, C. Trevino and F. Aboytes, "Improved Newton's load flow through a minimization technique", *IEEE Trans. Power App. and Syst.*, vol. PAS-90, pp. 1974-1981, no.5, Sept. 1971.
- [51] C. A. Castro and L. M. C. Braz, "A new approach to the polar Newton power flow using step size optimization", *In Proc. 29th North Amer. Power Symp.*, Laramie, WY, 1997.
- [52] J. E. Tate, T. J. Overbye, "A comparison of the optimal multiplier in polar and rectangular coordinates", *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 20, no. 4, pp. 1667 – 1674, Nov. 2005.
- [53] H. Mori, "Chaotic Behavior of the Newton-Raphson Method with the Optimal Multiplier for Ill-Conditioned Power Systems", *In Proc. of IEEE ISCAS 2000*, Vol.IV, pp. 237-240, Geneva, Switzerland, June 2000.

- [54] B. Gao, G.K. Morrison and P. Kundur, “Voltage stability evaluation using modal analysis”, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol.7, no. 4, pp. 1529–1542, Nov. 1992.
- [55] Power Systems Test Case Archive, University of Washington College of Engineering. [Online]. Disponível em: <http://www.ee.washington.edu/re-search/pstca/>.
- [56] M. F. Bedriñana and C. A. Castro, “Maximum Loading Point Computation based on Load Flow with Step Size Optimization”, *In Proc. of 2008 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, Pittsburgh, PA, USA, 20–24 Julho 2008.
- [57] B. L. Tavares, M. F. Bedriñana and C. A. Castro, “New Method Based on Load Flow with Step Size Optimization for Calculating the Maximum Loading Point”, *In Proc. of 2009 IEEE Bucharest Power Tech Conference*, Bucharest, Romania, 28 Junho – 2 Julho, 2009.
- [58] C. A. Cañizares, F. L. Alvarado, C. L. DeMarco, I. Dobson, and W. F. Long, “Point of collapse methods applied to ac/dc power systems”, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 7, no. 2, pp. 673–683, May. 1992.
- [59] C. A. Cañizares, “Calculating optimal system parameters to maximize the distance to saddle-node bifurcations”, *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Fundam. Theory Appl.*, vol. 3, no. 45, pp. 225–237, Mar. 1998.
- [60] M. F. Bedriñana, C. A. Castro and D. Bedoya, “Maximization of Voltage Stability Margin by Optimal Reactive Compensation”, *In Proc. of 2008 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, Pittsburgh, PA, USA, 20–24 Julho 2008.
- [61] M. F. Bedriñana, D. Bedoya and Carlos A. Castro, “Hybrid Method for Calculating the Maximum Loading Point using Continuation Load Flow and Nonlinear Programming Techniques”, *In Proc. of 2007 IEEE Lausanne Power Tech Proceedings*, Lausanne, Switzerland, 1–5 Julho 2007.
- [62] J. Carpentier, “Contribution to the economic dispatch problem” (in French), *Bull. Soc. Franç. Elect.*, vol. 8, pp. 431–447, Aug. 1962.
- [63] A. Gjelsvik, S. Aam and L. Holten, “Hachtel's Augmented Matriz Method - A Rapid Method Improving Numerical Stability in Power System Static State Estimation”, *IEEE Trans. on Power App. and Syst.*, Vol. PAS-104, No. 11, pp. 2987 – 2993, Nov. 1985.
- [64] K. C. Almeida, F. D. Galiana and S. Soares, “A general parametric optimal power flow”, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 9, No. 1, pp. 540–547, February 1994.
- [65] H. Jongen, P. Jonker and F. Twilt, “Critical sets in parametric optimization”, *Math. Program*, no. 34, pp. 333–353, 1986.
- [66] J. Guddat, F. Guerra, and H. Jongen, *Parametric Optimization: Singularities, Pathfollowing and Jumps*, John Wiley and Sons, 1990.

- [67] K. C. Almeida and F. D. Galiana, "Critical cases in the optimal power flow", *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 11, no. 3, pp. 509–1518, Aug. 1996.
- [68] J. A. Momoh, M. E. El-Hawary, and R. Adapa, "A review of selected optimal power flow literature to 1993: part I & II", *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 14, No. 1, pp. 96-104, Feb. 1999.
- [69] I. J. Lustig, R. E. Marsten, and D. F. Shanno, "Interior point methods for linear programming: Computational state of the art", *ORSA J. on Comput.*, Vol. 6, No. 1, pp. 1-15, 1994.
- [70] N. Meggido, "Progress in Mathematical Programming: Interior Point and Related Methods", Springer Verlag, New York, 1989. *Chapter: Pathway to the Optimal Set in Linear Programming*, pp. 131-158.
- [71] M. Kojima, S. Mizuno and A. Yoshise, "Progress in Mathematical Programming: Interior Point and Related Methods", Springer Verlag, New York, 1989. *Chapter: A Primal–Dual Interior Point Algorithm for Linear Programming*, pp. 29-47.
- [72] I. J. Lustig, R. E. Marsten, D. F. Shanno, "Computational experience with a primal–dual interior point algorithm for linear programming", *Linear Algebra and Its Applications*, vol. 152, pp. 191-222, 1991.
- [73] S. Mehrotra, "On the implementation of a primal–dual interior point method", *SIAM Journal on Optimization*, vol. 2, pp. 575-601, 1992.
- [74] H. Wei, H. Sasaki, J. Kubokawa, and R. Yokoyama, "Large scale hydrothermal optimal power flow problems based on interior point nonlinear programming", *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 15, no. 1, pp. 396 - 403, Feb. 2000.
- [75] Y. Yuan, J. Kubokawa, H. Sasaki, "A solution of optimal power flow with multicontingency transient stability constraints", *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 18, no. 3, pp. 1094 - 1102, Aug. 2003.
- [76] K. C. Almeida, "Um estudo sobre casos críticos de solução de fluxo de potência ótimo", *Revista de Controle & Automação da Sociedade Brasileira de Automática*, vol. 17 , no. 1, pp. 71-80, Mar. 2006.
- [77] V. H. Quintana and G. Leite Torres, "Introduction to Interior-Point Methods", *In Proc. of 1999 IEEE PICA*, Santa Clara, CA., May 16-21, 1999.
- [78] J. Lu, C. W. Liu, and J. S. Thorp, "New methods for computing a saddle-node bifurcation point for voltage stability analysis", *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 10, no. 2, pp. 978-989, May 1995.
- [79] C. J. Parker, I. F. Morrison, and D. Sutanto, "Application of an optimization method for determining the reactive margin from voltage collapse in reactive power planning", *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 11, no. 3, pp. 1473-1481, Aug. 1996.

- [80] M. F. Bedriñana, Carlos A. Castro, “Step Size Optimization Based Interior Point Algorithm: Applications and Treatment of Ill-conditioning in Optimal Power Flow Solutions”, *In Proc. of 2009 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, Calgary, Alberta, Canada, 26–30 Julho 2009.
- [81] B. A. Murtagh and M. A. Saunders, “MINOS 5.5 User's Guide, Report SOL 83-20R”, *Systems Optimization Laboratory*, Stanford University, revised July 1998.
- [82] A. Wächter and L. T. Biegler, “On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming”, *Math. Program.*, vol. 106, no. 1, pp. 25-57, 2006.
- [83] R. H. Byrd, J. Nocedal and R. A. Waltz, “KNITRO: An integrated package for nonlinear optimization”, *Large-Scale Nonlinear Optimization*, pp. 35-59, New York, Springer Verlag, 2006.
- [84] R. J. Vanderbei, “LOQO: An interior point code for quadratic programming”, *Optimization Methods and Software*, vol. 12, pp. 451-484, 1999.
- [85] P. E. Gill, W. Murray and M. A. Saunders, “SNOPT: An SQP algorithm for large-scale constrained optimization”, *SIAM J. Optim.*, vol. 12, pp. 979-1006, 2002.
- [86] M. F. Bedriñana, M. J. Rider, C. A. Castro, “Ill-conditioned Optimal Power Flow Solutions and Performance of Non-Linear Programming Solvers”, *In Proc. of 2009 IEEE Bucharest Power Tech Conference*, Bucharest, Romania, 28 Junho – 2 Julho, 2009.
- [87] M. C. Ferris and J.S. Pang, “Engineering and Economic Applications of Complementarity Problems”, *SIAM Review*, vol.39, no. 4, pp.669-713, 1997.
- [88] R. J. Avalos, C. A. Cañizares, F. Milano, and A. Conejo, “Equivalency of Continuation and Optimization Methods to Determine Saddle-node and Limit-induced Bifurcations in Power Systems”, *IEEE Trans. Circuits Syst. I, Fundam. Theory Appl.*, vol. 56, No. 1, pp. 210-223, January 2009.
- [89] A. J. Wood, B. F. Wollenberg, *Power Generation, Operation and Control*, John Wiley & Sons, Second Edition, New York, NY, 1996.
- [90] T. Gjengedal, S. Johansen and Oddbjorn Hansen, “A qualitative approach to economic-Environmental Dispatch – Treatment of Multiple Pollutants”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 7, No. 3, pp. 367-373, September, 1992.
- [91] S. Bernow, B. Biewald, D. Marron, “Full-cost dispatch: Incorporating environmental externalities in electric system operation”, *The Electricity Journal, Elsevier*, vol. 4, no.2, pp. 20-33, Mar. 1991.
- [92] A. Messac, A. Ismail-Yahaya, and C.A. Mattson, “The Normalized Normal Constraint Method for Generating the Pareto Frontier”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol.25, no.2, pp.86-98, Jun. 2003.