



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

DEPARTAMENTO DE MICROONDA E ÓPTICA

UNICAMP-FEEC-DMO
C.P. 6101
13083-970 CAMPINAS SP, BRASIL

MÉTODO VETORIAL DA PROPAGAÇÃO DE FEIXES ÓPTICOS BASEADO EM ELEMENTOS FINITOS

Helder Fleury Pinheiro

Orientador: Prof. Dr. Hugo Enrique Hernández Figueroa

*Tese apresentada à Faculdade de Engenharia
Elétrica e de Computação da Universidade
Estadual de Campinas como parte dos re-
quisitos exigidos para obtenção do título de
Doutor em Engenharia Elétrica.*

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL
SEÇÃO CIRCULANTE

Este exemplar corresponde à versão final da tese defendida por.....
.....
Julgada em 17 / 02 / 2000.
Orientador

Campinas-SP

Janeiro de 2000

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

758000

UNIDADE BC
N.º CHAMADA: UNICAMP
P655m
41597
278/00
R\$ 11,00
DATA 14-07-00
R.º CPU

CM-00142257-B

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

P655m Pinheiro, Helder Fleury
Método vetorial da propagação de feixes ópticos
baseado em elementos finitos / Helder Fleury Pinheiro.--
Campinas, SP: [s.n.], 2000.

Orientador: Hugo Enrique Hernández Figueroa.
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação.

1. Ótica integrada. 2. Métodos dos elementos finitos.
3. Guias de ondas dielétricos. 4. Anisotropia. 5. Fibras
ópticas. I. Hernández Figueroa, Hugo Enrique. II.
Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de
Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.



UNICAMP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

DEPARTAMENTO DE MICROONDA E ÓPTICA

UNICAMP-FEEC-DMO

C.P. 6101

13083-970 CAMPINAS SP, BRASIL

MÉTODO VETORIAL DA PROPAGAÇÃO DE FEIXES ÓPTICOS BASEADO EM ELEMENTOS FINITOS

Helder Fleury Pinheiro

Orientador: Prof. Dr. Hugo Enrique Hernández Figueroa

Banca Examinadora:

Hugo Enrique Hernández Figueroa, Dr., Presidente
FEEC-UNICAMP

Ricardo Teixeira de Carvalho, Dr.,
CTA/São José dos Campos,

Ben-Hur Viana Borges, Dr.,
USP/São Carlos

Rui Fragassi Sousa, Dr.,
FEEC-UNICAMP

Edson Moshim, Dr.
FEEC-UNICAMP

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL
SEÇÃO CIRCULANTE

Tese de doutorado

Campinas – SP
Janeiro de 2000

RESUMO

Uma nova formulação baseada no método dos elementos finitos para simular a propagação de feixes ópticos em estruturas onde o elemento básico constitutivo é o guia de onda dielétrico, é apresentada.

Esta formulação apresenta a solução da equação de onda vetorial escrita apenas em termos das componentes transversais do campo magnético, o que diminui drasticamente o esforço computacional uma vez que as dimensões das matrizes reduzem em aproximadamente 45% com relação a formulação que utiliza as três componentes de campo magnético. Os modos espúrios não estão presentes devido a inclusão implícita do divergente do campo magnético igual a zero. O método desenvolvido, uma vez que leva em conta a natureza vetorial dos campos eletromagnéticos, pode ser empregado para modelar a dependência da polarização e o acoplamento mútuo entre as componentes do campo devido ao material e a geometria. A formulação foi desenvolvida para incluir dielétricos anisotrópicos com elementos do tensor permissividade fora da diagonal, considerando o perfil de índice de refração variando arbitrariamente na seção transversal do guia de onda. Os resultados foram obtidos para fibras ópticas e uma variedade de estruturas de guiamento de onda, de grande interesse prático, particularmente para o desenvolvimento de óptica integrada. Os resultados têm mostrado boa concordância com aqueles obtidos usando-se outros métodos e com dados experimentais disponíveis na literatura.

ABSTRACT

A new vectorial formulation based on Finite Element Method to simulate optical beam propagation in structures, having the dielectric waveguide as the basic element, is presented here.

This formulation presents the solution of the vectorial wave equation written in terms of the transverse components of the magnetic field, reducing drastically computational efforts since the matrices size are decreased by roughly 45% compared to when one considers the three components of magnetic field. Spurious modes are suppressed due to the implicit inclusion of the divergence of the magnetic field equal to zero. The new formulation developed takes into account the vectorial nature of the electromagnetic fields and can be used to model the polarization and mutual coupling between fields components dependence on material and geometric parameters. This formulation permits the analysis of anisotropic dielectrics with off-diagonal elements in the permittivity tensor considering arbitrary refractive index profiles over the waveguide cross section. Results were obtained for optical fibers and a variety of guiding wave structures of strong practical interest, particularly for integrated optics applications. The results agree with those available from other methods and from experimental published data.

Aos meus pais, Sebastião Sales e Maria de Lourdes,
razão de minha existência.

AGRADECIMENTOS

A realização deste trabalho só foi possível graças à colaboração direta ou indireta de muitas pessoas. Manifestamos nossa gratidão a todas elas e de forma particular:

- ao prof. Dr. Hugo Enrique Hernández Figueroa pela orientação;
- ao prof. Dr. Atílio José Giarola pelo exemplo de dedicação;
- ao prof. Dr. Andrés Pablo López Barbero da Universidade Federal Fluminense (UFF), pela constante troca de idéias, sugestões e, sobretudo, pela amizade;
- ao grande mestre prof. Antônio Manoel Frasson da Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), pela amizade e pelas valiosas lições sobre a técnica numérica dos elementos finitos;
- aos colegas da Pós-Graduação, pela boa convivência e experiências compartilhadas.
- a todos funcionários da Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação (FEEC/UNICAMP) e da Biblioteca Central (BAE/UNICAMP) por toda atenção e gentileza;
- ao CNPq-Conselho Nacional do desenvolvimento Científico e Tecnológico, pelo suporte financeiro;
- aos meus pais, pelo amor e carinho;
- aos meus irmãos Andiará, Willer, Hertz, Andely, Iara, Maria de Lourdes e Tânia;
- aos sobrinhos...
- aos amigos que, espalhados pelo mundo e pelo tempo, ficam aqui anônimos.

CONTEÚDO

RESUMO	iii
ABSTRACT	iv
AGRADECIMENTOS	v
LISTA DE FIGURAS	x
LISTA DE SÍMBOLOS	xiv
1- INTRODUÇÃO	
1.1 INTRODUÇÃO.....	1
1.2 AS ESTRUTURAS DOS GUIAS ÓPTICOS USADAS NESTE TRABALHO...4	
1.3 OBJETIVOS E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	8
2- FORMULAÇÃO DO PROBLEMA PELO MÉTODO VETORIAL DA PROPAGAÇÃO DO FEIXE ÓPTICO	
2.1 INTRODUÇÃO.....	12
2.2 EQUAÇÃO DE ONDA VETORIAL.....	16
2.3 EQUAÇÃO DE ONDA VETORIAL PARAXIAL PARA A SIMULAÇÃO DA PROPAGAÇÃO DE FEIXES ÓPTICOS.....	23
2.4 APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	26
2.4.1 EMPREGO DO MÉTODO DE GALERKIN.....	28
2.5 LIMITAÇÃO DO DOMÍNIO COMPUTACIONAL.....	33
2.6 ANÁLISE DAS INTEGRAIS DE LINHA.....	34
2.7 DISCRETIZAÇÃO.....	39

3 – SIMULAÇÃO DA PROPAGAÇÃO DE FEIXES ÓPTICOS EM MEIOS DIELÉTRICOS ISOTRÓPICOS

3.1 INTRODUÇÃO.....	47
3.2 VERIFICAÇÃO DA NATUREZA VETORIAL DA FORMULAÇÃO.....	48
3.3 PROPAGAÇÃO DO FEIXE ÓPTICO EM UMA FIBRA MONOMODO COM ÍNDICE DE REFRAÇÃO DEGRAU.....	55
3.4 ANÁLISE DA PROPAGAÇÃO DO FEIXE ÓPTICO EM GUIA DIELÉTRICO COSTELA.....	60
3.5 PROPAGAÇÃO DO FEIXE ÓPTICO EM GUIAS DE ONDAS ACOPLADOS.....	64
3.6 ANÁLISE DA PROPAGAÇÃO DO FEIXE ÓPTICO EM GUIA DE ONDA COSTELA EM FORMA DE JUNÇÃO Y.....	67
3.7 CONCLUSÕES.....	70

4 – SIMULAÇÃO DA PROPAGAÇÃO DE FEIXES ÓPTICOS EM MEIOS DIELÉTRICOS ANISOTRÓPICOS

4.1 INTRODUÇÃO.....	71
4.2 PROPAGAÇÃO DO FEIXE ÓPTICO EM UM GUIA DE ONDA CANAL DIELÉTRICO ANISOTRÓPICO DIFUNDIDO EM LiNbO_3	72
4.3 ANÁLISE DA PROPAGAÇÃO DO FEIXE ÓPTICO EM FIBRA ALTAMENTE BIRREFRINGENTE.....	75
4.4 ANÁLISE DA PROPAGAÇÃO DO FEIXE ÓPTICO EM UM GUIA DE	

ONDA DIELETRICO ANISOTRÓPICO EMBEBIDO EM MEIO DIELETRICO E COM DESALINHAMENTO DOS EIXOS ÓPTICOS.....	81
4.5 ANÁLISE DA PROPAGAÇÃO DO FEIXE ÓPTICO EM UMA FIBRA DE ALTA BIRREFRINGÊNCIA COM EIXOS ÓPTICOS DESALINHADOS.....	86
4.6 CONCLUSÕES.....	91
5 – CONCLUSÕES	92
APÊNDICE A - OBTENÇÃO DA RELAÇÃO (2.25).....	96
APÊNDICE B - INTEGRAÇÃO POR PARTES	97
APÊNDICE C - CÁLCULO DAS INTEGRAIS ELEMENTARES.....	100
REFERÊNCIAS.....	106

LISTA DE FIGURAS

1.1 - Estruturas que serão analisadas neste trabalho: (a) guia de onda dielétrico embebido em material dielétrico; (b) fibra óptica; (c) guia de onda tipo isotrópico costela; (d) acoplamento direcional entre dois guias de ondas ópticos idênticos embebidos; (e) guia de onda dielétrico z variante em forma de junção Y.....	5
2.1 – Seção do guia de onda dielétrico anisotrópico imerso em um meio dielétrico.....	13
2.2 – Exemplo de malha utilizada em elementos finitos para a análise de um guia de onda com seção quadrada.....	15
2.3 – Funções interpolações lineares para o elemento triangular. (a) ψ_1^e , (b) ψ_2^e , (c) ψ_3^e . As superfícies planares das funções estão hachuradas.....	16
2.4 – Seção transversal do guia dielétrico anisotrópico imerso em meio dielétrico e limitado por paredes magnéticas perfeitas (PMC) ou elétricas perfeitas (PEC).	34
2.5 – Representação de dois elementos vizinhos pertencentes a diferentes meios. As curvas com as setas indicam o sentido de integração para as integrais de linha.	36
2.6 – (a) Elemento triangular linear, (b) Elemento triangular quadrático.....	39
3.1 – Seção reta do guia dielétrico isotrópico com $\epsilon_1=2,25$ e embebido em material dielétrico isotrópico com $\epsilon_2=2,56$	49
3.2 – Variação do valor das componentes transversais do campo magnético \mathbf{h} em função das coordenadas x e y obtida por intermédio da análise modal para os modos: (a) E_{21}^y , (b) E_{12}^y , (c) E_{12}^x , (d) E_{21}^y do guia da Figura 3.1.....	50
3.3 – Valores absolutos das componentes do campo magnético \mathbf{h} para $z = 0 \mu\text{m}$ (a) e $z = 120 \mu\text{m}$ (b)	53

3.4 – Valores absolutos das componentes do campo magnético \mathbf{h} para $z = 306 \mu\text{m}$ (a) e $z = 612 \mu\text{m}$ (b)	54
3.5 – Seção transversal da fibra com $R = 1 \mu\text{m}$, $n_{\text{co}} = 1,6$ e $n_{\text{cl}} = 1,5$	55
3.6 – Vista parcial da malha que cobre a seção da fibra de raio igual a $1 \mu\text{m}$ com $n_{\text{co}} = 1,6$ e $n_{\text{cl}} = 1,5$	56
3.7 – Valor absoluto das distribuições das componentes do campo magnético \mathbf{h} para $z = 0 \mu\text{m}$ (a) e $z = 500 \mu\text{m}$ (b).....	58
3.8 – Valor absoluto das distribuições das componentes do campo magnético \mathbf{h} para $z = 1500 \mu\text{m}$ (a) e o modo HE_{11}^x obtido através da análise modal (b).....	59
3.9 – Seção transversal do guia costela.....	60
3.10 – Curvas de contorno da componente h_x do modo quase TM para: $z = 0 \mu\text{m}$, $z = 1 \mu\text{m}$, $z = 3 \mu\text{m}$, $z = 6 \mu\text{m}$, $z = 9 \mu\text{m}$, $z = 12 \mu\text{m}$, $z = 15 \mu\text{m}$ e $z = 100 \mu\text{m}$	62
3.11 – Curvas de contorno da componente h_y do modo quase TE para: $z = 0 \mu\text{m}$, $z = 1 \mu\text{m}$, $z = 3 \mu\text{m}$, $z = 6 \mu\text{m}$, $z = 9 \mu\text{m}$, $z = 12 \mu\text{m}$, $z = 15 \mu\text{m}$, $z = 100 \mu\text{m}$	63
3.12 – Curvas de Contornos para componente h_x para: a) $z = 0 \mu\text{m}$, b) $z = 5 \mu\text{m}$ c) $z = 15 \mu\text{m}$, d) $z = 25 \mu\text{m}$, e) $z = 30 \mu\text{m}$, f) $z = 33,1 \mu\text{m}$	66
3.13 – Guia de onda costela em forma de junção Y.....	68
3.14 – Evolução da componente principal do modo fundamental com polarização Y de um guia costela; Os campos são traçados (do topo para baixo) para $z = 0 \mu\text{m}$, $z = 20 \mu\text{m}$, $z = 24 \mu\text{m}$ e $z = 40 \mu\text{m}$	69
4.1 – Guia de onda canal dielétrico anisotrópico integrado.....	73
4.2 – Valores das componentes do campo \mathbf{h} para $z = 860 \mu\text{m}$ (a) e o valor absoluto do	

campo \mathbf{h} obtido através da análise modal (b).....	74
4.3 – Seção reta de uma fibra óptica birrefringente que possui elementos internos que produzem campos de tensões através do núcleo.....	76
4.4 – Valores absolutos das componentes do campo magnético \mathbf{h} para $z = 0 \mu\text{m}$ e $z = 1000 \mu\text{m}$	77
4.5 – Evolução das fases das componentes transversais do campo magnético \mathbf{h} ao longo da direção de propagação, z	78
4.6 – Distribuição axial do estado de polarização (SOP).....	80
4.7 – Representação do guia de onda dielétrico anisotrópico considerando o desalinhamento dos eixos ópticos de um ângulo α	83
4.8 – Evolução das amplitudes, das componentes h_x e h_y , ao longo da direção z	85
4.9 – As colunas a) e b) mostram os módulos das distribuições das componentes de campos h_x e h_y para as posições A e B (ver Figura 4.8), respectivamente.....	85
4.10 – As colunas a) e b) mostram os módulos das distribuições das componentes de campos h_x e h_y para as posições C e D (ver Figura 4.8), respectivamente.....	86
4.11 – Força externa sendo aplicada a uma fibra de alta birrefringência provocando rotação dos eixos principais de polarização.....	88
4.12 – Resultado da simulação referentes a localização dos eixos de birrefringência de uma fibra óptica. A linha sólida representa a curva obtida pela simulação numérica e a curva com x mostra os dados experimentais colhidos na literatura especializada [48].....	89

4.13 - Transferência de energia entre as componentes transversais do campo \mathbf{h} para uma força externa aplicada com $\theta = 40^\circ$	90
C.1- Representação da mudança de sistema de coordenadas globais x e y para o sistema de coordenadas locais ξ e η	100

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Amplitude do pulso gaussiano.
B	Densidade de fluxo magnético.
[A] , [A^e]	Matrizes esparsas global e elementar.
[B] , [B^e]	Matrizes esparsas global e elementar.
B_{ext}	Birrefringência induzida pela aplicação da força externa F .
B_{in}	Birrefringência intrínseca da fibra.
a, b	Largura e altura do guia de onda canal difundido.
ar, cl, co	Usados como subscritos para indicar os índices de refrações do ar, da casca e do núcleo da fibra ou região de guiamento, respectivamente.
D	Vetor deslocamento.
d	Distância que separa dois guias de ondas embebidos.
E	Campo elétrico.
e_z	Componente do campo elétrico na direção u_z .
e	Elemento da malha discretizada.
f	Função excitação.
F	Força externa.
k₀	Número de onda para o espaço livre.
k_t	Inverso do tensor permissividade, ε_t .
H, h	Intensidade do campo magnético e sua envoltória.

h_{xi}, h_{yi}	Valores das componentes transversais do campo magnético \mathbf{h} nos nós dos elementos que formam a malha discretizada.
h_x, h_y, h_z	Componentes do campo magnético \mathbf{h} nas direções x , y e z , respectivamente.
$\mathbf{H}^1(\Omega), \mathbf{H}^2(\Omega)$	Espaço de Hilbert.
$\mathbf{H}_\xi^1(\Omega), \mathbf{H}_\xi^2(\Omega)$	Subespaços do espaço de Hilbert.
k	Razão entre Birrefringência induzida pela aplicação da força externa (B_{ext}) e a Birrefringência intrínseca da fibra (B_{in}).
ie	Pode ser 3 ou 6 para elementos triangulares de primeira ou segunda ordem, respectivamente.
i, j	Índices de somatório.
\mathbf{J}	Vetor densidade de corrente.
j	Constante complexa de valor $\sqrt{-1}$.
L_x, L_y	Largura e altura da janela computacional na qual está contido o guia de onda costela.
L	Comprimento do guia em forma de junção Y.
L_B	Comprimento de batimento entre dois modos de polarização.
L_C	Comprimento de acoplamento.
m	Número de elementos.
n_p	Número de incógnitas associadas aos nós da malha discretizada
n_{ref}	Índice de refração de referência.
n, \bar{n}	Número de incógnitas.
\mathbf{n}, \mathbf{n}^e	Vetores unitários normais às arestas do elemento e .

n_x, n_y	Componentes nas direções \mathbf{u}_x e \mathbf{u}_y , do vetor unitário, respectivamente.
\mathbf{Q}, \mathbf{R}	Matrizes esparsas.
r	Resíduo.
R	Raio da fibra óptica.
sub	Usado como subscrito para indicar o índices de refração do substrato
t	Instante de tempo.
t_1, t_2	Alturas das camadas superior e inferior que constituem o guia de onda costela.
t, z	Usados como subscritos para indicar componentes transversal e axial do campo magnético, respectivamente.
x	Os centros dos braços do guia em forma de junção Y.
x, y, z	Coordenadas retangulares.
$V(\Omega)$	O espaço das funções ϕ .
$W(\Omega)$	O espaço da função peso.
w_t	Função peso vetorial.
w	Largura do guia de onda costela costela.
α	Ângulo de rotação dos eixos principais do tensor com respeito aos eixos x e y do sistema de coordenadas do guia em torno do eixo comum z .
β_z	Constante de fase do modo propagante.
β_{ref}	Índice de refração de referência.
β_{SI}, β_{AS}	Constantes dos modos simétrico e assimétrico, respectivamente.

β_s, β_f	Constantes efetivas de propagação para os modos de polarização lento e rápido.
δ	Usado para indicar variações ou tolerância.
ε	Tensor permissividade.
$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy},$	Elementos do tensor permissividade.
$\varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yx}, \varepsilon_{zz}$	
ε_t	Tensor permissividade transversal .
$\varepsilon_{xx}^{(0)}, \varepsilon_{yy}^{(0)}, \varepsilon_{zz}^{(0)}$	Termos da diagonal do tensor ε quando tem-se os eixos ópticos alinhados com os eixos do sistema de coordenadas ou então os índices de refração sem o efeito das tensões induzidas pela força F .
ϕ	Função a ser determinada.
$\tilde{\phi}$	Solução aproximada da equação diferencial.
ϕ_x, ϕ_y	Fases referentes às componentes h_x e h_y , respectivamente.
γ	Autovalor relacionado com a constante de fase do modo propagante.
$\{\varphi_i\}$	Conjunto de funções de base associada a certa malha.
ψ_i	Funções de base.
λ	Comprimento de onda.
μ	Permeabilidade do material .
μ_0	Permeabilidade do espaço livre .
π	Constante que é a relação entre a circunferência e o diâmetro de um círculo.

θ_{DF}	Valor que define o tipo de esquema de diferenças finitas.
θ	Ângulo de aplicação de força transversal externa e o eixo lento da fibra óptica de alta birrefringência.
ρ	Densidade de cargas.
σ	Largura do feixe gaussiano.
ξ, η	Coordenadas locais.
ω	Frequência angular.
Ω	Domínio do problema ou janela computacional.
Γ	Fronteira que limita o domínio Ω .
$\partial\Omega$	O contorno que inclui as interfaces entre elementos de diferentes materiais e as paredes artificiais que limitam o domínio computacional.
Δ	Usado para indicar variações ou diferenças.
Δz	Passo dado ao longo da direção z.
\mathcal{L}	Operador diferencial.
$\langle \cdot, \cdot \rangle$	Representa o produto interno.
\mathfrak{R}	Integral do peso residual .

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 INTRODUÇÃO

As ferramentas de cálculo numérico, aliadas ao enorme avanço tecnológico dos recursos computacionais, têm favorecido a utilização de análises numéricas como poderosas ferramentas no modelamento e caracterização de guias de ondas empregados na implementação de dispositivos integrados (acopladores, moduladores eletroópticos, filtros, chaves, isoladores, circuladores etc.) que operam na faixa de frequências de ondas milimétricas e ópticas [1]-[3]. Cálculos precisos das características de dispersão obtidas por intermédio da análise modal e o estudo rigoroso da propagação das ondas eletromagnéticas nos guias de ondas ópticos são primordiais na árdua tarefa de redução de custos e do tempo empregados no processo de fabricação e na otimização do desempenho dos dispositivos ópticos, por intermédio de correções e ajustes. Neste contexto, diversos métodos numéricos vêm sendo exaustivamente aprimorados e empregados, entre eles, destacamos o método da propagação de feixe óptico (BPM, Beam Propagation Method) que foi descrito primeiramente por Fleck e Feit, em 1977 [4], e é atualmente uma das técnicas numéricas mais difundidas para simular a propagação dos campos eletromagnéticos em fibras e em guias aplicados em óptica integrada [5]. Atualmente existe um grande número de versões do BPM que empregam as seguintes aproximações numéricas: Transformada Rápida de Fourier (FFT, Fast Fourier Transform) [6], Diferenças Finitas (FD, Finite Difference) [7]-[9] e Elementos Finitos

(FE, Finite Element) [8]-[10]. O método FE-BPM supera os métodos FD-BPM e FFT-BPM com relação ao uso das malhas discretizadas. Por meio do método FE-BPM podemos selecionar de forma arbitrária a ordem e o número de elementos de acordo com os recursos computacionais disponíveis e precisão desejada. Outras vantagens consistem na facilidade de modelar geometrias curvas utilizando elementos triangulares lineares e no uso de malhas não uniformes e arbitrárias que fornecem o grau exigido de discretização conveniente para cada uma das regiões que formam o domínio computacional [11]. As referidas malhas podem ainda ser adaptativas ao longo da direção de propagação aumentando ainda mais a eficiência computacional, sem introduzir qualquer tipo de erro ou degradação da precisão numérica [12]. Isso é particularmente interessante no estudo de guias variantes em z e meios não lineares. Os métodos FD-BPM e FFT-BPM não são tão eficientes com relação à discretização da seção transversal do guia, uma vez que os mesmos normalmente utilizam malhas formadas por elementos retangulares e uniformes. Assim sendo, essas técnicas, comparativamente com a técnica FE-BPM, demandam um enorme esforço computacional e dificuldades com relação ao modelamento de geometrias curvas, mesmo para uma das mais simples como a seção transversal de uma fibra.

O uso do FE-BPM ainda hoje está concentrado sobretudo na análise da propagação de feixes ópticos em guias de onda dielétricos isotrópicos [13]-[17]. A maior parte dos trabalhos presentes na literatura tratam os campos como sendo desacoplados e descritos pela equação de onda escalar. As formulações escalares admitem a condição de guiamento fraco, ou seja, $\nabla \varepsilon_t / \varepsilon \ll 1$ (ε_t é a permissividade transversal do guia de

onda). Desse modo, as componentes dos campos são consideradas desacopladas e os modos são puramente TE ou TM. Assim sendo, as formulações escalares estão restritas praticamente ao estudo de guias homogêneos ou não-homogêneos isotrópicos. Mais recentemente, surgiram formulações FE-BPM aplicadas em guias de ondas com anisotropia arbitrária, porém limitadas aos guias planares [18].

Devido ao confinamento do feixe óptico nas duas direções transversais, na realidade os dispositivos sustentam distribuições de campos híbridos que só podem ser rigorosamente analisados através de formulações que consideram as propriedades vetoriais das ondas eletromagnéticas. A partir dos esforços com o objetivo de obter formulações vetoriais, surgiram as aproximações semi-vetoriais. Embora elas descrevam os efeitos das polarizações, ainda desprezam o acoplamento da menor componente transversal do campo magnético ou elétrico. Desta forma na formulação semivetorial temos apenas uma componente transversal do campo de acordo com a polarização considerada das componentes dos campos [19]-[22]. Sergey V. Polstyanko et al. apresentaram um dos trabalhos pioneiros sobre a propagação vetorial do feixe em guias ópticos, baseado na técnica dos elementos finitos (FE-VBPM) [23]. Eles utilizaram um método híbrido que consiste na expansão da componente axial do campo elétrico, usando elemento nodal, e nas expansões das componentes transversais do campo elétrico, empregando elementos vetoriais conhecidos como elementos de aresta [24]. Este formalismo foi aplicado na análise de guias planares não lineares. Mais recentemente, Zoboli et al. desenvolveram um propagador vetorial para meios isotrópicos usando elementos nodais e considerando as três componentes do campo magnético \mathbf{H} [25].

Atualmente, várias aproximações numéricas são empregadas com o objetivo de propiciar análises precisas da propagação dos feixes ópticos em guias de ondas. Além da anisotropia e do aspecto vetorial, procuram-se esquemas eficientes para aumentar o ângulo espectral (ondas planas) de validade (não-paraxialidade) [26], incluir as reflexões provocadas por fortes discontinuidades ao longo da propagação [27], investigar perdas por curvatura [28] e limitar o domínio computacional de modo a não introduzir reflexões não físicas [29].

1.2 AS ESTRUTURAS DOS GUIAS ÓPTICOS USADAS NESTE TRABALHO

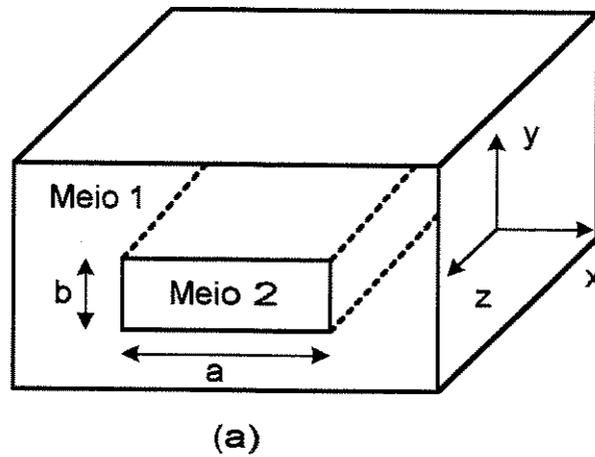
Para demonstrar a validade e a estabilidade do método FE-VBPM (método vetorial da propagação do feixe óptico baseado na técnica numérica dos elementos finitos), usado neste trabalho, selecionamos o seguinte conjunto de estruturas, que são elementos básicos na construção de dispositivos integrados, na faixa de frequências ópticas:

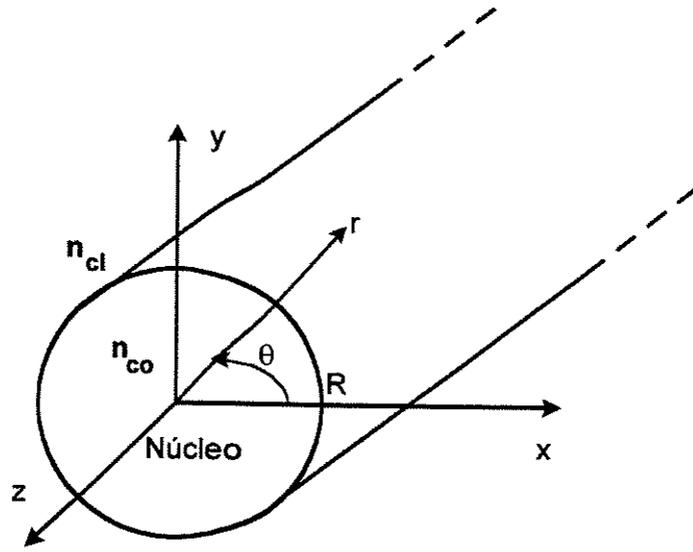
- a) guia de onda dielétrico isotrópico ou anisotrópico em forma de canal ou enterrado em meio dielétrico isotrópico;
- b) acoplador direcional formado por dois guias de ondas isotrópicos idênticos;
- c) guia de onda costela (ridge waveguide) constituído por material isotrópico;

d) guia de onda isotrópico variante ao longo de z (direção da propagação), em forma de junção Y;

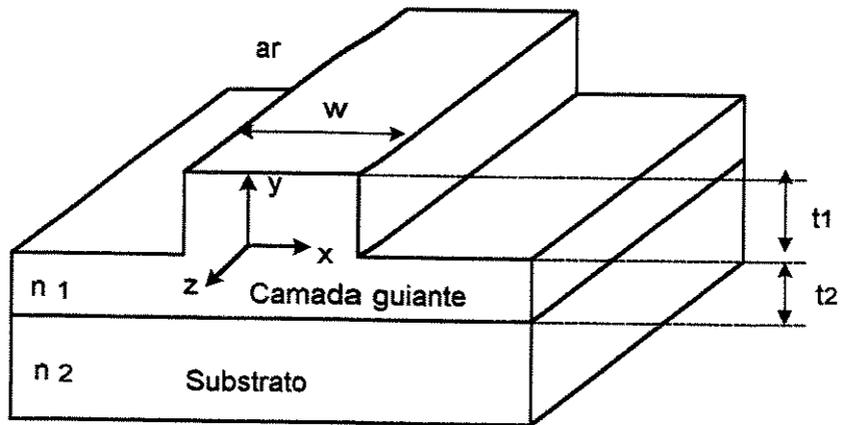
e) fibra óptica com perfil do índice de refração em degrau e fibra altamente birrefringente;

A Figura 1.1 mostra as configurações dos guias de ondas ópticos utilizadas no presente trabalho.

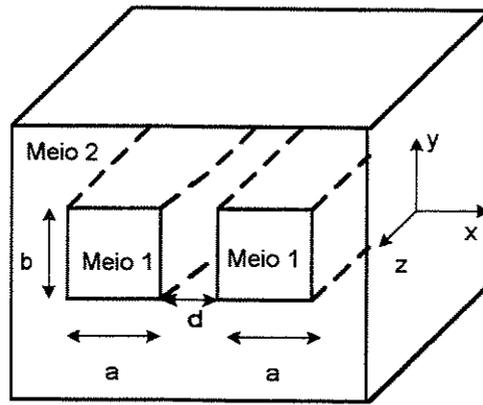




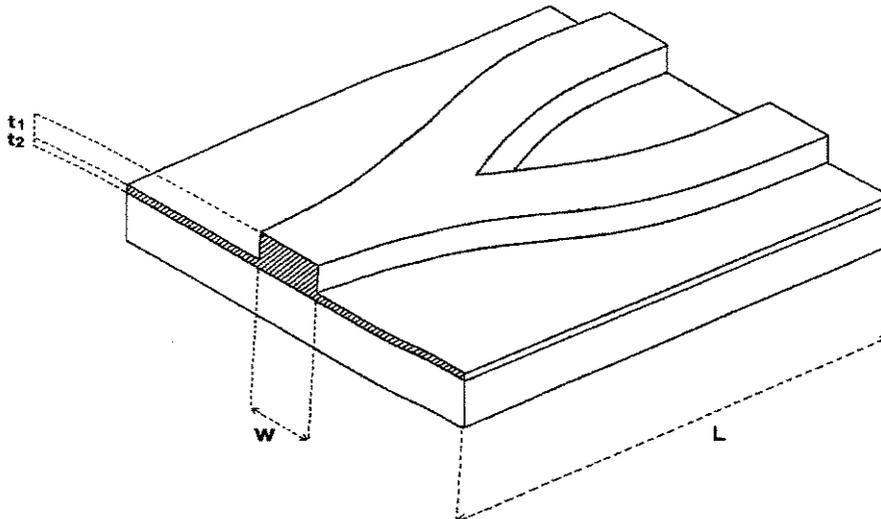
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 1.1 - Estruturas que serão analisadas neste trabalho: (a) guia de onda dielétrico Embebido em material dielétrico; (b) fibra óptica; (c) guia de onda isotrópico tipo costela; (d) acoplamento direcional entre dois guias de ondas ópticos idênticos embebidos; (e) guia de onda dielétrico z variante em forma de junção Y.

1.3 OBJETIVOS E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho teve como objetivo a elaboração de uma nova formulação vetorial robusta para analisar a propagação de feixes ópticos em guias de ondas dielétricos anisotrópicos. Como contribuição, apresentamos uma formulação baseada na equação de onda vetorial escrita em termos das componentes transversais do campo magnético \mathbf{H} por meio do uso implícito da relação do divergente, $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$, que, também, possibilita a eliminação completa dos modos espúrios. Esta formulação diminui consideravelmente o esforço computacional, uma vez que, ao reduzir a equação de onda para duas componentes, o sistema matricial resultante da aplicação do método dos elementos finitos fica reduzido de, aproximadamente, 45%.

A validade da técnica desenvolvida foi constatada pela ótima concordância dos resultados obtidos com aqueles que advém da aplicação de outros esquemas BPM baseados nas técnicas numéricas dos elementos finitos utilizando-se as três componentes do campo \mathbf{H} [30], formulações DF-VBPM e FFT-VBPM [31] e formulação BPM que emprega a redução iterativa de Lanczos [32]. Para finalizar, foram feitas, também, comparações com dados experimentais encontrados na literatura.

O corpo principal da presente tese foi dividido em mais quatro capítulos.

No Capítulo 2º, é feita a apresentação do problema que, em linhas, gerais consiste na análise da propagação de um feixe óptico em guias de ondas constituídos por materiais dielétricos isotrópicos ou anisotrópicos, considerando as características vetoriais das

ondas eletromagnéticas, entre elas, o acoplamento mútuo das componentes do campo magnético \mathbf{H} . Depois, segue-se o desenvolvimento da formulação utilizada partindo-se das equações de Maxwell, escritas na forma diferencial. Destas obtém-se, com a inclusão implícita da relação do divergente ($\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$), a equação de onda vetorial escrita em termos das componentes transversais do campo magnético \mathbf{H} , expresso por: $\mathbf{H}(x,y,z) = \mathbf{h}(x,y,z) e^{-jk_0 \beta_z z}$, em que β_z é a constante de propagação de referência, k_0 é o número de onda para o espaço livre, $\mathbf{h}(x,y,z)$ é a componente lenta (envoltória) da onda propagante e $e^{-jk_0 \beta_z z}$ é a componente rápida desta onda. Posteriormente, leva-se em conta a aproximação paraxial e aplica-se o método de Galerkin no plano transversal, xy , à direção da propagação da onda eletromagnética, z . Como resultado, tira-se um conjunto de equações diferenciais ordinárias acopladas de primeira ordem, do tipo: $[A] \frac{\partial}{\partial z} \{h_t\}(z) = [B] \{h_t\}(z)$, no qual $[A]$ e $[B]$ são matrizes esparsas, não simétricas, não hermiteanas, de ordem $2n_p \times 2n_p$, e n_p é o número de nós da malha. O vetor $\{h_t\}(z)$ representa os valores das componentes transversais do campo magnético \mathbf{h} nos nós da malha. Finalmente, empregando-se o esquema das diferenças finitas Crank-Nicholson, ao longo de z , chega-se ao seguinte sistema de equações lineares: $([A] - 0,5 \Delta z [B]) \{h_t\}_{(n)} = ([A] + 0,5 \Delta z [B]) \{h_t\}_{(n+1)}$, em que Δz é o passo na direção axial, z . Uma vez calculado \mathbf{h}_t , deriva-se a componente axial h_z recorrendo-se à relação do divergente do campo magnético \mathbf{H} igual a zero, $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$.

No Capítulo 3^o, verificamos a validade do método para guias de ondas formados por material isotrópico, utilizando-se diversas geometrias. Mostramos a propagação do

feixe em guias de ondas embebidos, fibras com perfil do índice de refração em degrau, guia tipo costela, acoplador direcional e, finalmente, uma junção em forma de Y, com o intuito de mostrar que a formulação pode ser também empregada em estruturas variantes ao longo de z . Apesar desses meios serem isotrópicos, as simulações evidenciam a natureza vetorial da formulação através da constatação da rotação da polarização e pelo uso de guias de ondas onde não se pode considerar a condição de guiamento fraco, ou seja, onde existe uma grande variação do índice de refração ao longo da seção transversal do guia.

O Capítulo 4^o, apresenta os resultados provenientes da aplicação do método FE-VBPM em guias com anisotropia diagonal como a fibra óptica altamente birrefringente, e para testar a formulação com relação a um meio caracterizado por um tensor permissividade com termos fora da diagonal, no caso ε_{xy} e ε_{yx} , consideramos uma força externa aplicada a uma fibra de alta birrefringência, provocando rotação dos eixos principais de polarização. Os resultados desta simulação foram comparados com os dados experimentais obtidos em [33] por intermédio de um método que é uma variação da técnica que usa a modulação elasto-óptica com o intuito de localizar os eixos principais de birrefringência em um ponto qualquer do circuito, sem precisar clivar a fibra [34].

No Capítulo 5^o, apresentam-se as conclusões sobre o trabalho desenvolvido e as perspectivas para trabalhos futuros, dentro desta linha de pesquisa. No final da tese são incluídos apêndices, onde são feitas algumas demonstrações relativas ao desenvolvimento apresentado no Capítulo 2^o. O objetivo destes apêndices é tornar este trabalho mais

completo e facilitar a leitura do corpo principal da tese, especialmente para aqueles que desejam se familiarizar com o desenvolvimento teórico do método aqui utilizado.

Boa parte dos resultados apresentados neste trabalho já foram expostos em congressos e publicados em anais e revistas [35]-[39].

CAPÍTULO 2

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA PELO MÉTODO VETORIAL DA PROPAGAÇÃO DO FEIXE ÓPTICO

2.1 INTRODUÇÃO

Inicialmente, descreve-se o problema de um guia de onda de seção reta arbitrária, constante ou suavemente modificada ao longo de seu eixo. Seja ele formado por dielétrico anisotrópico e com perfil de índice de refração variando arbitrariamente em sua seção transversal. Considere, também, que o guia está imerso em um meio dielétrico e que as perdas podem ser consideradas.

A estrutura definida acima é posicionada em um sistema de coordenadas retangulares, de tal forma que o eixo do guia de onda tenha a mesma direção do eixo z conforme mostra a Fig. 2.1. Para a estrutura bidimensional descrita, a equação de onda vetorial que descreve a propagação do feixe óptico é expressa em termos das componentes transversais do campo magnético por meio da inclusão implícita da condição do divergente do campo magnético igual a zero, que, também, garante a eliminação completa dos modos espúrios [40]. Empregamos a formulação \mathbf{H} pois as componentes do campo magnético são

contínuas nas interfaces dielétricas e o mesmo não ocorre quando trabalhamos com a equação de onda escrita em termos do campo elétrico \mathbf{E} .

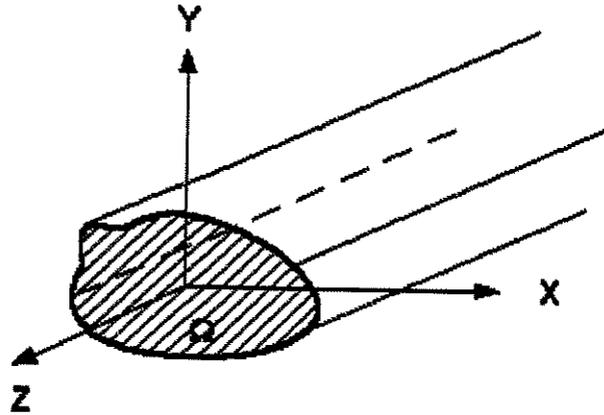


Figura 2.1 – Seção do guia de onda dielétrico anisotrópico imerso em um meio dielétrico.

Em linhas gerais, para se obter a solução numérica da equação de onda, primeiramente considera-se o domínio Ω , onde está inserido o guia de onda a ser analisado, particionado em subdomínios triangulares, também conhecidos por elementos finitos (Figura 2.2). A forma triangular é normalmente utilizada porque ela é facilmente adaptável às formas complexas. O próximo passo consiste na aplicação do método de Galerkin [40], considerando o plano xy , na equação de onda vetorial escrita em termos das componentes transversais do campo magnético \mathbf{h} . Nesta etapa o campo magnético transversal \mathbf{h}_t é expandido

como $\mathbf{h}_t = \sum_{i=1}^{ie} (h_{xi} \mathbf{u}_x + h_{yi} \mathbf{u}_y) \psi_i(x, y)$, em que $\psi_i(x, y)$ denota funções de base de primeira (Figura 2.3) ou de segunda ordem usadas no método dos elementos finitos para expandir as componentes do campo \mathbf{h}_t ; h_{xi} e h_{yi} são os valores das componentes transversais do campo magnético \mathbf{h} nos nós e ie pode ser 3 ou 6 para elementos triangulares de primeira ou segunda ordem, respectivamente. Como resultado da aplicação do método de Galerkin, obtém-se um conjunto de equações diferenciais ordinárias acopladas do tipo: $[A] \frac{\partial \{\mathbf{h}_t\}(z)}{\partial z} = [B] \{\mathbf{h}_t\}(z)$, no qual $[A]$ e $[B]$ são matrizes esparsas, não simétricas e não hermiteanas, que contêm coeficientes que são funções da geometria e dos parâmetros eletromagnéticos da estrutura em análise e o vetor $\{\mathbf{h}_t\}(z)$ representa o campo magnético transversal para cada um dos nós da malha. Finalmente, resolve-se o sistema de equações diferenciais ordinárias, através do esquema das diferenças finitas Crank-Nicholson [41] ao longo da direção z . O procedimento acima citado, e que será detalhado neste capítulo, reduz o problema inicial descrito pela equação de onda vetorial para um sistema algébrico de equações lineares da forma:

$$([A] - \Delta z \theta_{DF} [B]) \{\mathbf{h}_t\}_n = ([A] - \Delta z (1 - \theta_{DF}) [B]) \{\mathbf{h}_t\}_{n-1}$$

nas quais Δz é o passo dado ao longo da direção z e $\theta_{DF} = 0,5$ define o esquema Crank-Nicholson. Finalmente, utilizando-se programas otimizados, obtém-se a solução do sistema linear e, daí, tem-se as distribuições espaciais das

componentes transversais h_x e h_y do campo magnético \mathbf{h}_t , para sucessivos planos com z constante. Desta forma pode-se visualizar a propagação de um feixe óptico em uma estrutura ou dispositivo de interesse prático.

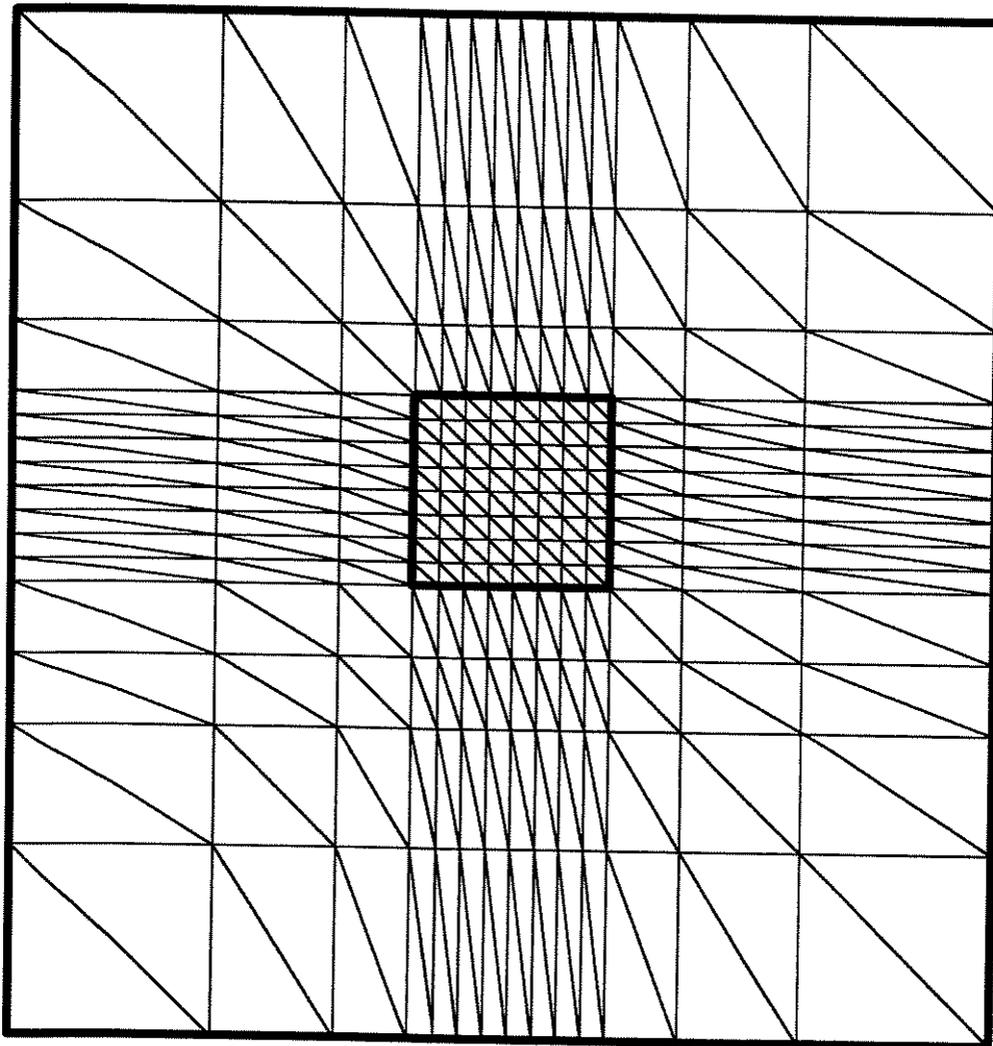


Figura 2.2 – Exemplo de malha utilizada em elementos finitos para a análise de um guia de onda com seção quadrada.

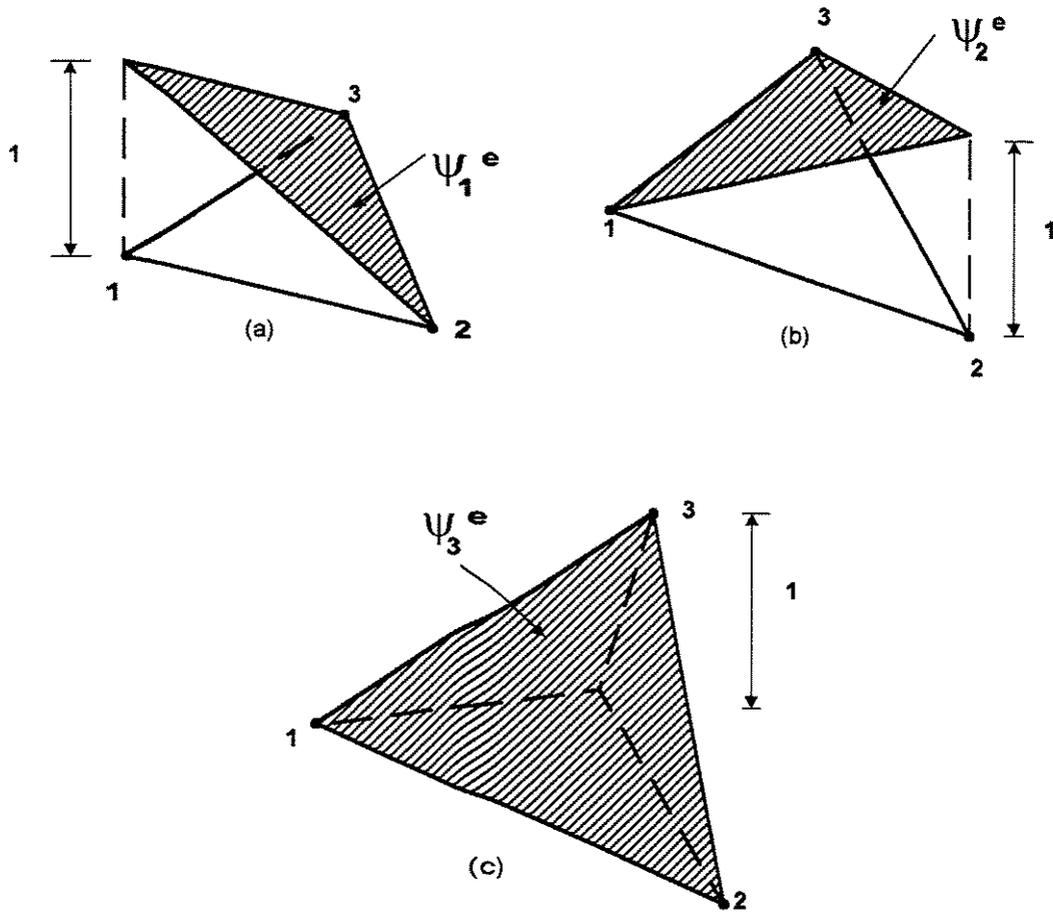


Figura 2.3 – Funções interpolações lineares para o elemento triangular. (a) ψ_1^e ,
 (b) ψ_2^e , (c) ψ_3^e . As superfícies planares das funções estão hachuradas.

2.2 EQUAÇÃO DE ONDA VETORIAL

Sabe-se que a equação de onda de Helmholtz é obtida das seguintes equações de Maxwell :

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.4)$$

Os campos \mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{D} e \mathbf{B} são funções da posição e do tempo . Supondo os campos com dependência harmônica no tempo, expressa por $\exp(j\omega t)$, tem-se:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \quad (2.5)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon\mathbf{E} + \mathbf{J} \quad (2.6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2.7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.8)$$

nas quais, os campos \mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{D} e \mathbf{B} , são, agora, funções somente da posição e representam, em forma fasorial, ondas monocromáticas. Os campos \mathbf{D} e \mathbf{E} , e \mathbf{B} e \mathbf{H} , estão relacionados pelas relações constitutivas:

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (2.9)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (2.10)$$

Como estamos considerando materiais dielétricos e sem fontes, temos a permeabilidade igual à do espaço livre ($\mu = \mu_0$) e as densidades de carga e de corrente nulas, $\rho = 0$ e $\mathbf{J} = \mathbf{0}$, respectivamente. Desta forma as equações de Maxwell, para o problema em questão, podem ser escritas da seguinte maneira:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu_0 \mathbf{H} \quad (2.11)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon \mathbf{E} \quad (2.12)$$

$$\nabla \cdot \{\epsilon \mathbf{E}\} = 0 \quad (2.13)$$

$$\nabla \cdot \{\mu_0 \mathbf{H}\} = 0 \quad (2.14)$$

Nestas equações, \mathbf{H} e \mathbf{E} representam os vetores campo magnético e elétrico, respectivamente. Aqui, consideram-se meios anisotrópicos os definidos pelo seguinte tensor permissividade:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}' - j\boldsymbol{\varepsilon}'' = \boldsymbol{\varepsilon}_t + \varepsilon_{zz} \mathbf{u}_z \mathbf{u}_z \quad (2.15)$$

na qual $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ é um tensor arbitrário 2x2 dado por:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t = \varepsilon_{xx} \mathbf{u}_x \mathbf{u}_x + \varepsilon_{xy} \mathbf{u}_x \mathbf{u}_y + \varepsilon_{yx} \mathbf{u}_y \mathbf{u}_x + \varepsilon_{yy} \mathbf{u}_y \mathbf{u}_y \quad (2.16)$$

Vale ressaltar que os elementos do tensor dado pela equação (2.16) podem ser generalizados como funções complexas arbitrárias, variando ao longo da seção transversal do guia ou plano x y. Assim sendo, a formulação aqui apresentada admite meios com perdas, meios e não-homogêneos com índices de refração tipo gaussiano, erro complementar, exponencial, funções quadráticas etc. Pode-se, ainda, considerar meios não recíprocos tais como os guias de ondas dielétricos com plasma e os guias magneto ópticos, uma vez que o tensor permissividade apresenta termos fora da diagonal, ε_{xy} e ε_{yx} .

Das equações (11)-(14) obtém-se a seguinte equação de onda vetorial:

$$\nabla \times (\boldsymbol{\varepsilon}^{-1} \nabla \times \mathbf{H}) - k_0^2 \mathbf{H} = 0, \quad (2.17)$$

em que $k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$, ω é a frequência angular e k_0 é o número de onda para o espaço livre.

O operador ∇ pode ser escrito como:

$$\nabla = \nabla_t + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{u}_z, \quad (2.18)$$

considera-se que:

$$\nabla_t = \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{u}_x + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{u}_y,$$

e sabe-se que:

$$\mathbf{H}(x, y, z) = \mathbf{H}_t(x, y, z) + H_z(x, y, z)\mathbf{u}_z \quad (2.19)$$

na qual:

$$\mathbf{H}_t(x, y, z) = H_x(x, y, z)\mathbf{u}_x + H_y(x, y, z)\mathbf{u}_y \quad (2.20)$$

Levando as equações (2.18)-(2.20) na equação de onda, dada pela equação (2.17), chega-se a:

$$\nabla_t \times (\mathbf{k}_{zz} \nabla_t \times \mathbf{H}_t) + \mathbf{u}_z \times \frac{\partial}{\partial z} [\mathbf{k}_t (\mathbf{u}_z \times \frac{\partial \mathbf{H}_t}{\partial z})] + \mathbf{u}_z \times \frac{\partial}{\partial z} (\mathbf{k}_t \nabla_t \times H_z \mathbf{u}_z) - k_0^2 \mathbf{H}_t = 0 \quad (2.21)$$

e

$$\nabla_t \times k_{zz} (\nabla_t \times H_z \mathbf{u}_z) + \nabla_t \times [\mathbf{k}_t (\mathbf{u}_z \times \frac{\partial \mathbf{H}_t}{\partial z})] - k_0^2 H_z \mathbf{u}_z = 0, \quad (2.22)$$

aqui usou-se a notação:

$$\mathbf{k}_{zz} = \varepsilon_{zz}^{-1} \quad (2.23)$$

$$\mathbf{k}_t = \varepsilon_t^{-1} \quad (2.24)$$

A equação (2.21) contém apenas termos orientados transversalmente e a equação (2.22) possui apenas termos axiais.

Manipulando-se o segundo termo da equação (2.21), conforme descrito no Apêndice A, verifica-se que:

$$\mathbf{u}_z \times \frac{\partial}{\partial z} [\mathbf{k}_t (\mathbf{u}_z \times \frac{\partial \mathbf{H}_t}{\partial z})] = \frac{\partial}{\partial z} (\mathbf{k}_{tb} \frac{\partial \mathbf{H}_t}{\partial z}) \quad (2.25)$$

com:

$$\mathbf{k}_{tb} = \begin{bmatrix} -k_{yy} & k_{yx} \\ k_{xy} & -k_{xx} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

A solução da equação (2.21) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{H}(x, y, z) = \mathbf{h}(x, y, z) \exp(-\gamma z) \quad (2.27)$$

na qual $\gamma = j k_0 \beta_{ref}$, β_{ref} é o índice efetivo de referência, $\mathbf{h}(x, y, z)$ é a componente lenta (envoltória) da onda propagante e, naturalmente, $e^{-jk_0 \beta_{ref} z}$ é a componente rápida desta onda.

Da relação do divergente de \mathbf{H} igual a zero, dada pela equação (2.14), tira-se que:

$$h_z = (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t + \frac{\partial h_z}{\partial z}) / \gamma \quad (2.29)$$

Agora, substituindo as equações (2.25), (2.27) e (2.29) na equação (2.21), chega-se a:

$$\begin{aligned} & \nabla_t \times (\mathbf{k}_{zz} \nabla_t \times \mathbf{h}_t) + \frac{\partial}{\partial z} (\mathbf{k}_{tb} \frac{\partial \mathbf{h}_t}{\partial z}) + \frac{\partial}{\partial z} (\mathbf{k}_{tb} \frac{\partial \mathbf{h}_t}{\partial z}) - \gamma \frac{\partial \mathbf{k}_{tb}}{\partial z} \mathbf{h}_t + \mathbf{k}_{tb} \frac{\partial^2 \mathbf{h}_t}{\partial z^2} + \\ & + \gamma^2 \mathbf{k}_{tb} \mathbf{h}_t + \frac{1}{\gamma} \mathbf{u}_z \times \left[\frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}_{tb} \frac{\partial}{\partial z} (\nabla_t \times h_z \mathbf{u}_z) \right] + \frac{1}{\gamma} \mathbf{u}_z \times \mathbf{k}_t \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\nabla_t \times h_z \mathbf{u}_z) - \\ & - \mathbf{u}_z \times \mathbf{k}_t \frac{\partial}{\partial z} (\nabla_t \times h_z \mathbf{u}_z) + \frac{1}{\gamma} \mathbf{u}_z \times \frac{\partial \mathbf{k}_t}{\partial z} \nabla_t \times (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t \mathbf{u}_z) - \gamma \mathbf{k}_{tb} \frac{\partial \mathbf{h}_t}{\partial z} + \\ & + \frac{1}{\gamma} \mathbf{u}_z \times \mathbf{k}_t \frac{\partial}{\partial z} (\nabla_t \times (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z) - \mathbf{u}_z \times \mathbf{k}_t \nabla_t \times (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t \mathbf{u}_z) - k_0^2 \mathbf{h}_t = \mathbf{0} \quad (2.30) \end{aligned}$$

A equação (2.30) descreve a propagação de um feixe óptico em um guia de onda dielétrico anisotrópico. Ela, por ser vetorial, descreve a dependência dos modos com relação à polarização e, também, leva em conta o acoplamento existente entre as componentes do campo \mathbf{h} . Podemos, da equação (2.30), derivar a equação de onda para uma análise escalar da propagação do feixe óptico. Neste caso, pode-se manter a anisotropia diagonal considerando um meio isotrópico, impor-se a condição de guiamento fraco e admitir que os modos E^x e E^y são bem aproximados pelo modo TE ($E_y = E_z = H_x = 0$) e pelo modo TM ($E_x = H_y = H_z = 0$), respectivamente.

2.3 EQUAÇÃO DE ONDA VETORIAL PARAXIAL PARA A SIMULAÇÃO DA PROPAGAÇÃO DE FEIXES ÓPTICOS

Estando o guia de onda orientado ao longo do eixo longitudinal ou muito próximo do mesmo, a equação de onda de Helmholtz pode ser simplificada admitindo-se que a variação da envoltória da onda, $\mathbf{h}(x,y,z)$, é extremamente lenta (SVEA, Slow Varying Envelope Approximation) com relação a z . Daí, pode-se obter uma forma aproximada para a equação (2.30) desprezando os termos $\frac{\partial^2 \mathbf{h}_t}{\partial z^2}$ e $\frac{\partial^2 \mathbf{h}_z}{\partial z^2}$. Esta aproximação é, realmente, válida para a onda eletromagnética propagando-se bem próximo do eixo longitudinal, na chamada região paraxial. Desprezando a segunda derivada com relação a z , a equação de

Helmholtz transforma-se na equação parabólica, que é conhecida como equação paraxial ou equação de Fresnel. Em adição, supõe-se, também, que a variação de ϵ ao longo de z é muito pequena comparada com a variação transversal, logo, o termo $\frac{\partial \mathbf{h}_z}{\partial z}$ pode, também, ser desprezado sem comprometer o cálculo de \mathbf{h}_z , obtido utilizando a relação do divergente, equação (2.29). Introduzindo as mencionadas aproximações na equação (2.30), chega-se, finalmente, à seguinte equação de onda vetorial usada para a simulação da propagação de feixes ópticos:

$$\begin{aligned} \nabla_t \times (k_{zz} \nabla_t \times \mathbf{h}_t) + \frac{\partial \mathbf{k}_{tb}}{\partial z} \frac{\partial \mathbf{h}_t}{\partial z} - \gamma \mathbf{k}_{tb} \frac{\partial \mathbf{h}_t}{\partial z} + \gamma^2 \mathbf{k}_{tb} \mathbf{h}_t + \frac{1}{\gamma} \mathbf{u}_z \times \frac{\partial \mathbf{k}_t}{\partial z} [\nabla_t \times (\nabla \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z] + \\ + \frac{1}{\gamma} \mathbf{u}_z \times \mathbf{k}_t \left[\nabla_t \times \frac{\partial}{\partial z} (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z \right] - \mathbf{u}_z \times [\mathbf{k}_t \nabla_t \times (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z] - k_0^2 \mathbf{h}_t - \\ - \gamma \frac{\partial \mathbf{k}_{tb}}{\partial z} \mathbf{h}_t = 0 \end{aligned} \quad (2.31)$$

Manipulando a equação (2.31) obtém-se:

$$\frac{1}{\gamma} \mathbf{u}_z \times \mathbf{k}_t \left[\nabla_t \times \frac{\partial}{\partial z} (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z \right] + \left(\frac{\partial \mathbf{k}_{tb}}{\partial z} - 2\gamma \mathbf{k}_{tb} \right) \frac{\partial \mathbf{h}_t}{\partial z} - k_0^2 \mathbf{h}_t + \nabla_t \times (k_{zz} \nabla_t \times \mathbf{h}_t) +$$

$$+ \mathbf{u}_z \times \left(\gamma^{-1} \frac{\partial \mathbf{k}_t}{\partial z} - \mathbf{k}_t \right) \left[\nabla_t \times (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z \right] + \left(\gamma^2 \mathbf{k}_{tb} - \gamma \frac{\partial \mathbf{k}_{tb}}{\partial z} \right) \mathbf{h}_t = \mathbf{0} \quad (2.32)$$

A equação (2.32) pode assumir a seguinte forma compactada:

$$\begin{aligned} & \mathbf{u}_z \times \mathbf{k}_{ot} \left[\nabla_t \times \frac{\partial}{\partial z} (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z \right] + \mathbf{k}_{it} \frac{\partial \mathbf{h}_t}{\partial z} + \nabla_t \times \mathbf{k}_{zz} \nabla_t \times \mathbf{h}_t + \\ & + \mathbf{u}_z \times \mathbf{k}_{2t} \left[\nabla_t \times (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z \right] - (k_0^2 + \mathbf{k}_{3t}) \mathbf{h}_t = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2.33)$$

com:

$$\mathbf{k}_t = \boldsymbol{\varepsilon}_t^{-1} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix}, \quad (2.34)$$

$$\mathbf{k}_{tb} = \begin{bmatrix} -k_{yy} & k_{yx} \\ k_{xy} & -k_{xx} \end{bmatrix}, \quad (2.35)$$

$$\mathbf{k}_{ot} = \gamma^{-1} \mathbf{k}_t, \quad (2.36)$$

$$\mathbf{k}_{it} = \frac{\partial \mathbf{k}_{tb}}{\partial z} - 2\gamma \mathbf{k}_{tb}, \quad (2.37)$$

$$\mathbf{k}_{2t} = \gamma^{-1} \frac{\partial \mathbf{k}_t}{\partial z} - \mathbf{k}_t, \quad (2.38)$$

$$\mathbf{k}_{3t} = \gamma^{-1} \frac{\partial \mathbf{k}_{tb}}{\partial z} - \mathbf{k}_{tb}, \quad (2.39)$$

2.4 APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Primeiramente, para discretizar a equação (2.33), no plano xy , é necessário obter a sua forma integral equivalente. Isso pode ser feito através de um funcional, tal que (2.33) seja a correspondente equação de Euler. Em outros termos, deve-se encontrar a forma variacional tal que a solução estacionária é, também, solução de (2.33). Um problema típico de valores de contorno pode ser definido por uma equação diferencial representada simbolicamente pela equação $\mathcal{L}\phi = f$, aplicada no domínio Ω , juntamente, com as condições de fronteira Γ que limita o domínio Ω . Aqui, \mathcal{L} é o operador linear da equação de onda, f é uma função excitação e ϕ é uma função a ser determinada. Para um meio recíproco e sem perdas o operador \mathcal{L} é simétrico e auto adjunto. Para as condições de contorno apropriadas. Nesta situação, a expressão do funcional é

real e pode ser diretamente associada com a energia do sistema. Para meios recíprocos e com perdas, o operador \mathcal{L} é simétrico e não-auto adjunto. Já, para meios não-recíprocos e com perdas, como é o caso da equação (2.33), o operador \mathcal{L} é não simétrico e não-auto adjunto. Nota-se que a definição do funcional embora permita, em algumas situações, uma interpretação física mais direta e constitua numa tratamento matemático mais sofisticado, pode-se transformar numa tarefa muito árdua. Já o método de Galerkin é muito mais geral e permite, de forma bastante simples e direta, obter-se a forma integral. Além do mais, se uma forma funcional de fato existe, esta é equivalente à forma integral de Galerkin. O princípio do método de Galerkin pode ser facilmente explicado, definindo-se o resíduo r dado por $r = \mathcal{L}\tilde{\phi} - f = 0$, no qual $\tilde{\phi}$ é uma função aproximada para ϕ . O método de Galerkin, ou método do peso residual, força $\tilde{\phi} \in V(\Omega)$ tal que,

$$\mathfrak{R} = \langle w, r \rangle = \int_{\Omega} w r \, d\Omega = 0 \quad (2.40)$$

$$\forall w \in W(\Omega)$$

em que $\langle \cdot, \cdot \rangle$ representa o produto interno, w a função peso, \mathfrak{R} denota a integral do peso residual e $W(\Omega)$ o espaço das funções peso. A condição (2.40) pode, também, ser interpretada como: obter a função $\tilde{\phi} \in V(\Omega)$ tal que o resíduo r seja ortogonal ao espaço $W(\Omega)$. Quando $V(\Omega) \neq W(\Omega)$ tem-se o método de Galerkin Generalizado ou Petrov-Galerkin; quando $V(\Omega) = W(\Omega)$ tem-se o método de Galerkin Simples ou, simplesmente, Galerkin.

2.4.1 EMPREGO DO MÉTODO DE GALERKIN

Primeiramente, de acordo com os procedimentos do método dos elementos finitos, dividimos a região do domínio Ω em uma grande quantidade de elementos triangulares. Estes elementos podem ser de tamanhos diferentes; assim, numa região onde temos grandes variações de campo, podemos colocar uma maior densidade de elementos; ao contrário, em regiões de pouco interesse, podemos colocar menos elementos. Cada elemento só pode conter um tipo de meio, portanto a fronteira entre dois meios será também obrigatoriamente a fronteira entre elementos. Assume-se, aqui, que o domínio computacional é limitado por paredes elétricas ou magnéticas perfeitas situadas bem distantes do guia de onda a ser analisado com o intuito de evitar reflexões indesejáveis.

Com relação às malhas exploramos uma das vantagens do método dos elementos finitos que consiste no uso de malhas amplamente não uniformes, provendo o grau exigido de discretização em regiões onde é necessário e, ao mesmo tempo, evitando discretização desnecessariamente fina onde não é exigido [11]. Todas as malhas utilizadas neste trabalho foram consideradas invariáveis na direção de propagação e ajustadas durante a análise modal que precedeu o estudo da propagação do feixe óptico, com o intuito de determinar o índice de referência conveniente, com sua respectiva distribuição do campo .

Então, de acordo com o método de Galerkin, o problema estabelecido pela equação de onda vetorial, dada por (2.33), pode ser transformado numa equação integral, para z fixo, fazendo o produto interno da mesma com a função peso vetorial \mathbf{w}_t , a ser definida em conformidade com as funções utilizadas para expandir o campo \mathbf{h}_t . Vale ressaltar que a função vetorial \mathbf{w}_t possui a mesma orientação e atende às mesmas condições de contorno do campo magnético transversal \mathbf{h}_t . O próximo passo consiste em aplicar o procedimento de Galerkin, descrito pela equação (2.40), em (2.33). Daí, o problema passa a ser: achar $\mathbf{h}_t \in \mathbf{H}_\xi^2(\Omega)$ tal que ,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial z} \int_{\Omega} [\mathbf{u}_z \times \mathbf{k}_{0t} \nabla_t \times (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z] \mathbf{w}_t d\Omega + \frac{\partial}{\partial z} \int_{\Omega} \mathbf{k}_{1t} \mathbf{h}_t \cdot \mathbf{w}_t d\Omega + \\ & + \int_{\Omega} (\nabla_t \times k_{zt} \nabla_t \times \mathbf{h}_t) \mathbf{w}_t d\Omega + \int_{\Omega} [\mathbf{u}_z \times \mathbf{k}_{2t} \nabla_t \times (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z] \mathbf{w}_t d\Omega - \\ & - \int_{\Omega} (k_0^2 + \gamma^2 k_{3t}) \mathbf{h}_t \cdot \mathbf{w}_t d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (2.41)$$

$\forall \mathbf{w}_t \in \mathbf{H}_\xi^2(\Omega)$, na qual $\mathbf{H}_\xi^2(\Omega)$ é um subespaço do espaço de Hilbert $\mathbf{H}^2(\Omega)$, cujas funções elementos e suas primeiras e segundas derivadas pertencem ao espaço de funções de quadrado integrável no sentido de Lebesgue. $\mathbf{H}_\xi^2(\Omega)$ será definida a partir das condições de contorno impostas. Ω é o domínio na qual a seção transversal do guia de onda está contido.

Utilizando o primeiro teorema vetorial de Green e outras identidades vetoriais, conforme mostra o Anexo B, podemos efetuar a integração por partes do primeiro, terceiro e quarto termos da equação (2.41) obtendo, respectivamente:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \int_{\Omega} [\mathbf{u}_z \times \mathbf{k}_{0t} \nabla_t \times (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z] \cdot \mathbf{w}_t \, d\Omega &= \frac{\partial}{\partial z} \int_{\Omega} (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z \cdot [\nabla_t \times \mathbf{k}_{0t}^t (\mathbf{u}_z \times \mathbf{w}_t)] \, d\Omega + \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \int_{\partial\Omega} \nabla_t \cdot \mathbf{h}_t [\mathbf{u}_z \times \mathbf{k}_{0t}^t (\mathbf{u}_z \times \mathbf{w}_t)] \cdot \mathbf{n} \, d\ell \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} (\nabla_t \times \mathbf{k}_{zz} \nabla_t \times \mathbf{h}_t) \cdot \mathbf{w}_t \, d\Omega &= \int_{\Omega} (\mathbf{k}_{zz} \nabla_t \times \mathbf{w}_t) \cdot (\nabla_t \times \mathbf{w}_t) \, d\Omega + \\ &+ \int_{\partial\Omega} (\mathbf{k}_{zz} \nabla_t \times \mathbf{h}_t) \cdot (\mathbf{w}_t \times \mathbf{n}) \, d\ell \end{aligned} \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} [\mathbf{u}_z \times \mathbf{k}_{2t} \nabla_t \times (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z] \cdot \mathbf{w}_t \, d\Omega &= \int_{\Omega} (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z \cdot [\nabla_t \times \mathbf{k}_{2t}^t (\mathbf{u}_z \times \mathbf{w}_t)] \, d\Omega + \\ &+ \int_{\partial\Omega} \nabla_t \cdot \mathbf{h}_t [\mathbf{u}_z \times \mathbf{k}_{2t}^t (\mathbf{u}_z \times \mathbf{w}_t)] \cdot \mathbf{n} \, d\ell \end{aligned} \quad (2.44)$$

Levando as equações (2.42)-(2.44) na equação (2.41), o problema passa a ser assim definido: achar $\mathbf{h}_t \in \mathbf{H}_\xi^1(\Omega)$ tal que,

$$\begin{aligned}
& -\frac{\partial}{\partial Z} \int_{\Omega} (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t \mathbf{u}_z) [\nabla_t \times \mathbf{k}_{0t}^t (\mathbf{u}_z \times \mathbf{w}_t)] d\Omega - \frac{\partial}{\partial Z} \int_{\partial\Omega} (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) [\mathbf{u}_z \times \mathbf{k}_{0t}^t (\mathbf{u}_z \times \mathbf{w}_t)] \mathbf{n} dl + \\
& + \frac{\partial}{\partial Z} \int_{\Omega} \mathbf{k}_{1t} \mathbf{h}_t \cdot \mathbf{w}_t d\Omega + \int_{\Omega} k_{zz} (\nabla_t \times \mathbf{h}_t) \cdot (\nabla_t \times \mathbf{w}_t) d\Omega + \int_{\partial\Omega} k_{zz} (\nabla_t \times \mathbf{h}_t) \cdot (\mathbf{w}_t \times \mathbf{n}) dl - \\
& - \int_{\Omega} (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z \cdot [\nabla_t \times \mathbf{k}_{2t}^t (\mathbf{u}_z \times \mathbf{w}_t)] d\Omega - \int_{\partial\Omega} (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) [\mathbf{u}_z \times \mathbf{k}_{2t}^t (\mathbf{u}_z \times \mathbf{w}_t)] \mathbf{n} dl + \\
& + \int_{\Omega} (k_0^2 + \gamma^2 \mathbf{k}_{3t}) \mathbf{h}_t \cdot \mathbf{w}_t d\Omega = 0 \tag{2.45}
\end{aligned}$$

$$\forall \mathbf{w}_t \in \mathbf{H}_\xi^1(\Omega),$$

na qual \mathbf{n} é um vetor unitário normal à aresta e aponta para fora do elemento (ver Figura 2.5), $\partial\Omega$ é o contorno que inclui as interfaces entre elementos de diferentes materiais e as paredes artificiais que limitam o domínio computacional; $\mathbf{H}_\xi^1(\Omega)$ é um subespaço do espaço de Hilbert $\mathbf{H}^1(\Omega)$, cujas funções elementos e suas primeiras derivadas pertencem ao espaço de funções de quadrado integrável no sentido de Lebesgue; observamos que $\mathbf{H}_\xi^2(\Omega) \in \mathbf{H}_\xi^1(\Omega)$ e $\mathbf{H}^2(\Omega) \in \mathbf{H}^1(\Omega)$. Nota-se que a integração por partes,

introduzidas na formulação de Galerkin, faz com que a solução seja procurada não mais no espaço $\mathbf{H}^2(\Omega)$, que é o espaço da solução, e, sim, em um espaço menos restrito ou mais “fraco”: O espaço $\mathbf{H}^1(\Omega)$ que é equivalente ao espaço de funções contínuas. Se o espaço de trabalho fosse o subespaço $\mathbf{H}^2(\Omega)$, seria necessário que não apenas as polinomiais fossem contínuas mas, também, suas derivadas, ou seja, baseadas em polinomiais do tipo hermiteano.

Cumpra observar que a partição do domínio Ω (malha), por meio de subdomínios (elementos finitos), nos permite definir um conjunto finito de funções de base, digamos n . Este número define o número de incógnitas que está, normalmente, diretamente associado ao número de nós dos m elementos que cobre o domínio Ω . Quanto mais densa a malha maior n e m . Seja $\{\varphi_i\}$, $i = 1, \dots, n$, o conjunto de funções de base associada a uma certa malha. Esta base gera um espaço de dimensão finita $\mathbf{V}_n(\Omega) \in \mathbf{H}_\xi^1(\Omega)$. Portanto, o processo de aproximação opera da seguinte forma: aplica-se (2.45) para o subespaço $\mathbf{V}_n(\Omega)$ (discretização de (2.45)); isto nos gera uma solução, digamos ϕ_n e se o esquema for convergente teremos, quando $n \rightarrow \infty$ que $\phi_n \rightarrow \phi$ (solução) e $\mathbf{V}_n(\Omega) \rightarrow \mathbf{H}_\xi^1(\Omega)$. Em outras palavras, o processo de aproximação será computado através de subespaços de dimensões finitas. Para uma dada tolerância δ , existirá uma malha com \bar{n} tal que $\forall n > \bar{n} \Rightarrow |\phi - \phi_n| < \delta$.

O método dos elementos finitos segue o esquema descrito acima, porém, existe uma preocupação especial na escolha dos subespaços $V_n(\Omega)$ e suas respectivas bases $\{\varphi_i\}$, visando, fundamentalmente, otimizar os recursos computacionais disponíveis, tais como a memória.

2.5 LIMITAÇÃO DO DOMÍNIO COMPUTACIONAL

Para limitar o domínio computacional, utilizou-se paredes elétricas perfeitas (PEC, perfect electric conductor) por intermédio da condição $\mathbf{n} \times \mathbf{H} = \mathbf{0}$ sobre a fronteira Γ , que limita o domínio computacional Ω , e paredes magnéticas perfeitas (PMC, perfect magnetic conductor) fazendo $\mathbf{n} \times \epsilon^{-1}(\nabla \times \mathbf{H}) = \mathbf{0}$ sobre Γ .

Durante a simulação da propagação do feixe óptico é normal que ocorra certa radiação que tende a se refletir nas fronteiras que as limitam o domínio computacional. Para evitar que reflexões retornassem à região de interesse, as paredes PEC ou PMC foram situadas bem afastadas do guia de onda a ser analisado. Este ajuste foi manual observando-se a existência, ou não, de ondas refletidas indesejáveis.

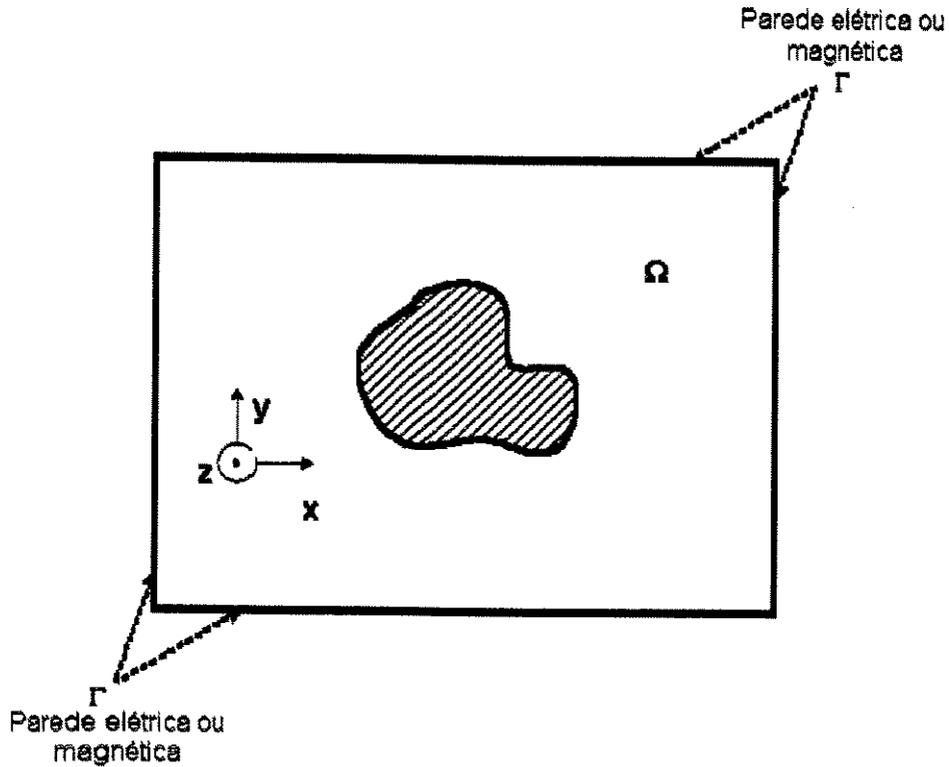


Figura 2.4 – Seção transversal do guia dielétrico anisotrópico imerso em meio dielétrico e limitado por paredes magnéticas perfeitas (PMC) ou elétricas perfeitas (PEC).

2.6 ANÁLISE DAS INTEGRAIS DE LINHA

Cálculos numéricos cautelosos foram feitos com relação às integrais de linha representadas pelos segundo e sétimo termos da equação (2.45), uma vez que o termo $\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t$ deve ser contínuo em todo o domínio. O cálculo dessas integrais têm sido realizado eficientemente utilizando-se elementos triangulares de segunda ordem, com apropriado refinamento local. A segunda integral de

linha da equação (2.45) é nula para qualquer situação. Já a primeira e terceira integrais de linhas são nulas quando aplicadas sobre uma parede magnética perfeita (PMC) ou sobre uma parede elétrica perfeita (PEC), considerando material diagonalmente anisotrópico ($\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = 0$). Para esclarecer melhor as contribuições das integrais de linha, inicialmente, consideramos a primeira integral de linha da equação (2.45):

$$\int_{\partial\Omega} \nabla_t \cdot \mathbf{h}_t \left[\mathbf{u}_z \times \mathbf{k}_{0t}^t (\mathbf{u}_z \times \mathbf{w}_t) \right] \cdot \mathbf{n} \, d\ell \quad (2.46)$$

Da relação do divergente $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$ obtém-se:

$$h_z \cong \nabla_t \cdot \mathbf{h}_t / j \gamma k_0 \quad , \quad (2.47)$$

na qual k_0 é o número de onda para o espaço livre, $\gamma = j k_0 \beta_z$ e β_z é o índice efetivo do modo propagante.

Levando a equação (2.47) na (2.46) chega-se a:

$$j \gamma k_0 \int_{\partial\Omega} \mathbf{h}_z \mathbf{u}_z \times \left[\mathbf{k}_{0t}^t (\mathbf{u}_z \times \mathbf{w}_t) \right] \cdot \mathbf{n} \, d\ell \quad (2.48)$$

Verificando as equações (2.47)-(2.48) podemos, claramente, notar o que ocorre com a integral de linha (2.46) quando aplicada sobre uma PEC ou PMC

ou em uma das arestas pertencentes a elementos contidos no domínio computacional Ω . A integral de linha (2.46), conforme indica (2.48), anula-se quando aplicada sobre uma parede magnética perfeita (PMC), pois a componente do campo magnético h_z , tangente à PMC, é nula. Já, com relação à parede elétrica perfeita, a integral de linha anula-se na situação em que ϵ é diagonalmente anisotrópico ($k_{xy} = k_{yx} = 0$), pois o termo $[\mathbf{u}_z \times \mathbf{k}_t^t(\mathbf{u}_z \times \mathbf{w}_t)] \cdot \mathbf{n}$ anula-se. Agora, quando estamos aplicando a integral de linha (2.46) nos elementos do interior do domínio Ω , devemos ter muito cuidado com as interfaces que separam os elementos de diferentes meios. Embora \mathbf{w}_t e $h_z \mathbf{u}_z$ sejam contínuos nas interfaces, o mesmo não ocorre com a integral de linha, pois ϵ será descontínuo nas interfaces que separam elementos situados em diferentes meios. Isso pode ser facilmente demonstrado aplicando a integral de linha considerando os elementos vizinhos representados na Figura 2.5.

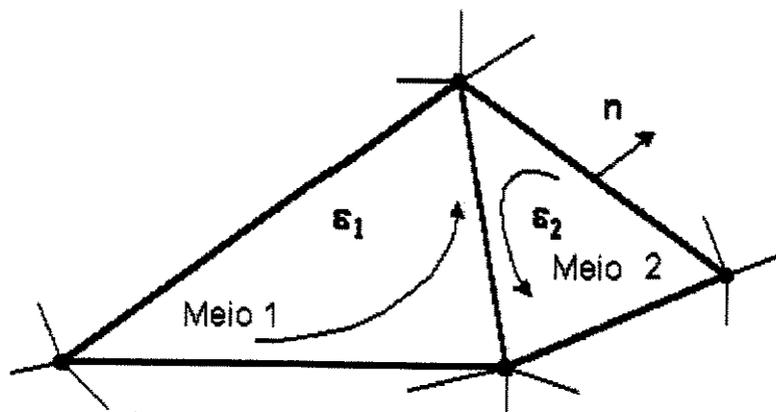


Figura 2.5 - Representação de dois elementos vizinhos pertencentes a diferentes meios. As curvas com as setas indicam o sentido de integração para as integrais de linha.

Aplicando a integral de linha (2.46) nos elementos representados na Figura 2.5 obtemos, respectivamente, para os meios 1 e 2 :

$$e_1 = \int_Q^P j \gamma k_0 h_z \left[n_x (w_y k_{0xy1} - w_x k_{0yy1}) + n_y (w_x k_{0yx1} - w_y k_{0xx1}) \right] d\ell \quad (2.49)$$

$$e_2 = - \int_Q^P j \gamma k_0 h_z \left[n_x (w_y k_{0xy2} - w_x k_{0yy2}) + n_y (w_x k_{0yx2} - w_y k_{0xx2}) \right] d\ell \quad (2.50)$$

Considerou-se, na obtenção das equações (2.49) e (2.50), que $\mathbf{w}_t = w_x \mathbf{u}_x + w_y \mathbf{u}_y$, $\mathbf{n} = n_x \mathbf{u}_x + n_y \mathbf{u}_y$ e que \mathbf{k}_{ot1} e \mathbf{k}_{ot2} são os valores de \mathbf{k}_{ot} para os meios 1 e 2, respectivamente.

Agora, somando (2.49) e (2.50), chega-se a:

$$\begin{aligned} e_1 + e_2 = \int_Q^P j \gamma k_0 h_z \left[n_x w_y (k_{0xy1} - k_{0xy2}) - n_x w_x (k_{0yy1} - k_{0yy2}) + \right. \\ \left. + n_y w_x (k_{0yx1} - k_{0yx2}) - n_y w_y (k_{0xx1} - k_{0xx2}) \right] \end{aligned} \quad (2.51)$$

Verificando a equação (2.51) notamos, claramente, que $e_1 + e_2 = 0$ se $\mathbf{k}_{ot1} = \mathbf{k}_{ot2}$, ou seja, a integral de linha (2.46) anula-se quando aplicada em elementos pertencentes ao mesmo meio, pois as contribuições se cancelam uma vez que a integral de linha é feita num sentido em um elemento e em sentido

contrário no outro elemento vizinho. Verifica-se ainda que $e_1 + e_2 \neq 0$ quando $\mathbf{k}_{0t1} \neq \mathbf{k}_{0t2}$, ou seja, a integral de linha não anula-se quando aplicada em elementos pertencentes a diferentes meios. Conforme mencionado, nesta situação, calcula-se numericamente as integrais de linha que envolvem a relação do divergente, com muita eficiência, através da adoção de elementos triangulares de segunda ordem e apropriado refinamento.

Considerando o domínio limitado por paredes elétricas ou magnéticas perfeitas, podemos facilmente concluir que a segunda integral de linha, $\int_{\partial\Omega} (\mathbf{k}_{zz} \nabla_t \times \mathbf{h}_t) \cdot (\mathbf{w}_t \times \mathbf{n}) d\ell$, da equação (2.45), é nula em qualquer situação. Da equação de Maxwell $\nabla \times \mathbf{H} = j\omega \epsilon \mathbf{E}$, tira-se que $j\omega e_z \mathbf{u}_z = \mathbf{k}_{zz} \nabla_t \times \mathbf{h}_t$, logo:

$$\int_{\partial\Omega} (\mathbf{k}_{zz} \nabla_t \times \mathbf{h}_t) \cdot (\mathbf{w}_t \times \mathbf{n}) d\ell = j\omega \int_{\partial\Omega} e_z \mathbf{u}_z \cdot (\mathbf{w}_t \times \mathbf{n}) d\ell,$$

na qual e_z é a componente do campo elétrico na direção \mathbf{u}_z , que é contínua nas interfaces dos elementos. No interior do domínio Ω as contribuições da integral de linha se cancelam. A integral mencionada também anula-se quando é feita sobre a parede elétrica ou magnética, pois e_z anula-se sobre uma PEC e o produto vetorial $\mathbf{w}_t \times \mathbf{n}$ é nulo quando considera-se uma PMC.

2.7 DISCRETIZAÇÃO

Seguindo com a aplicação do método dos elementos finitos, as componentes $h_x(x,y,z)$ e $h_y(x,y,z)$, do campo transversal magnético \mathbf{h}_t , são expandidas sobre cada elemento e em termos das funções de forma $\psi_i(x,y)$, com coeficientes de expansão h_{xi} e h_{yi} , que são os valores dos campos nos nós dos elementos, ou seja:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_t^e(x, y, z) &= h_x^e(x, y, z)\mathbf{u}_x + h_y^e(x, y, z)\mathbf{u}_y = \\ &= \sum_{i=1}^{ie} h_{xi}^e(z)\psi_i^e(x, y)\mathbf{u}_x + \sum_{i=1}^{ie} h_{yi}^e(z)\psi_i^e(x, y)\mathbf{u}_y, \end{aligned} \quad (2.52)$$

, na qual ie denota o número de nós para o elemento e . Para os elementos lineares temos $ie = 3$ e para os quadráticos $ie = 6$, conforme mostra a Figura 2.6.

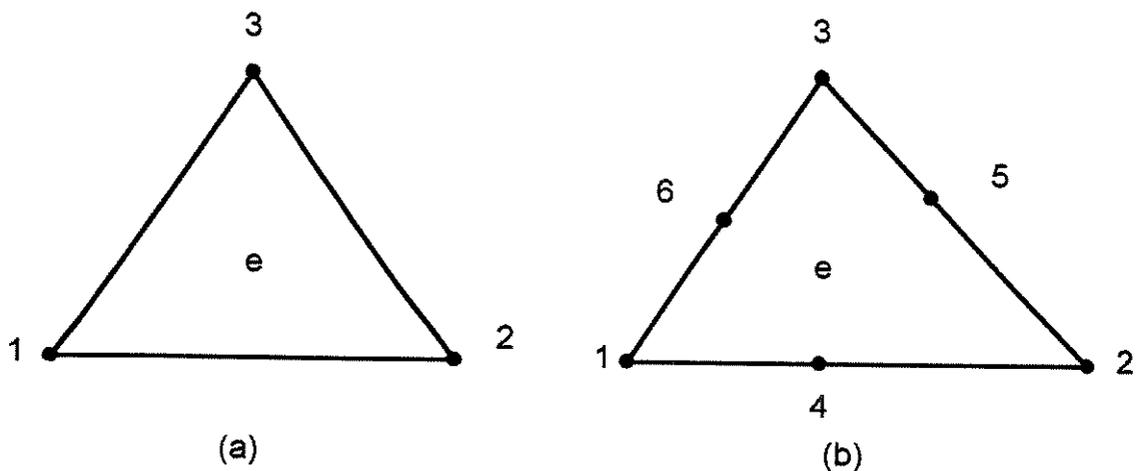


Figura 2.6 – (a) Elemento triangular linear, (b) Elemento triangular quadrático.

Substituindo a equação (2.52) na (2.45) obtém-se, para um domínio composto por m elementos, depois de uma simples manipulação algébrica, um sistema de equações diferenciais que pode ser compactado da seguinte forma:

$$\sum_{e=1}^m \left([A^e] \frac{\partial \{h_t^e\}(z)}{\partial z} \right) = \sum_{e=1}^m \left([B^e] \frac{\partial \{h_t^e\}(z)}{\partial z} \right) \quad (2.53)$$

$$\text{em que: } \{h_t^e\}(z) = \begin{bmatrix} \{h_x^e(z)\} \\ \{h_y^e(z)\} \end{bmatrix}, \quad [A^e] = \begin{bmatrix} A_{xx}^e & A_{xy}^e \\ A_{yx}^e & A_{yy}^e \end{bmatrix}, \quad [B^e] = \begin{bmatrix} B_{xx}^e & B_{xy}^e \\ B_{yx}^e & B_{yy}^e \end{bmatrix}.$$

Os vetores $\{h_x^e\}(z)$ e $\{h_y^e\}(z)$ representam os valores das componentes transversais do campo magnético \mathbf{h}_t^e nos nós do elemento e , pertencente a uma malha formada por m elementos. As matrizes A_{xx}^e , B_{xx}^e , A_{yy}^e , e B_{yy}^e estão relacionados com as diferentes polarizações, isto é, indicam as diferentes influências que o guia de onda exerce nas componentes h_x e h_y . Já as matrizes A_{yx}^e , B_{yx}^e , A_{xy}^e , e B_{xy}^e estão associadas com o acoplamento das componentes transversais.

As matrizes elementares são:

$$A_{xxij}^e = k_{0yx}^e s_{3ij}^e - k_{0yy}^e s_{lij}^e + (k_{0yy}^e n_x^e - k_{0yx}^e n_y^e) \mathcal{L}_{lij}^e + k_{lyx}^e s_{4ij}^e, \quad (2.54)$$

$$A_{xyij}^e = k_{0xy}^e s_{lij}^e - k_{0xx}^e s_{3ij}^e + (k_{0xx}^e n_y^e - k_{0xy}^e n_x^e) \mathcal{L}_{lij}^e + k_{lyx}^e s_{4ij}^e, \quad (2.55)$$

$$\mathbf{A}_{yxij}^e = k_{0yx}^e s_{2ij}^e - k_{0yy}^e s_{3ij}^{te} + (k_{0yy}^e n_x^e - k_{0yx}^e n_y^e) \mathcal{L}_{2ij}^e + k_{1xy}^e s_{4ij}^e, \quad (2.56)$$

$$\mathbf{A}_{yyij}^e = k_{0xy}^e s_{3ij}^e - k_{0xx}^e s_{2ij}^e + (k_{0xx}^e n_y^e - k_{0xy}^e n_x^e) \mathcal{L}_{2ij}^e + k_{1yy}^e s_{4ij}^e, \quad (2.57)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{xxij}^e &= k_{zz}^e n_y^e \mathcal{L}_{2ij}^e - k_{zz}^e s_{2ij}^e - k_{2yx}^e s_{3ij}^e + k_{2yx}^e s_{1ij}^e + (k_{2yx}^e n_y^e - k_{2yy}^e n_x^e) \mathcal{L}_{1ij}^e + \\ &+ (k_0^2 + \gamma^2 k_{3xx}^e) s_{4ij}^e, \end{aligned} \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{xyij}^e &= -k_{zz}^e n_x^e \mathcal{L}_{2ij}^e + k_{zz}^e s_{3ij}^{te} - k_{2xy}^e s_{1ij}^e + k_{2xx}^e s_{3ij}^e + (k_{2xy}^e n_x^e - k_{2xx}^e n_y^e) \mathcal{L}_{1ij}^e + \\ &+ \gamma^2 k_{3yx}^e s_{4ij}^e, \end{aligned} \quad (2.59)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{yyij}^e &= -k_{zz}^e n_y^e \mathcal{L}_{1ij}^e + k_{zz}^e s_{3ij}^{te} - k_{2yx}^e s_{2ij}^e + k_{2yy}^e s_{3ij}^{te} + (k_{2yx}^e n_y^e - k_{2yy}^e n_x^e) \mathcal{L}_{2ij}^e + \\ &+ \gamma^2 k_{3xy}^e s_{4ij}^e, \end{aligned} \quad (2.60)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{yyij}^e &= k_{zz}^e n_x^e \mathcal{L}_{1ij}^e - k_{zz}^e s_{1ij}^e - k_{2xy}^e s_{3ij}^{te} + k_{2yxx}^e s_{2ij}^e + (k_{2yx}^e n_x^e - k_{2yxx}^e n_y^e) \mathcal{L}_{2ij}^e + \\ &(k_0^2 + \gamma^2 k_{3yy}^e) s_{4ij}^e, \end{aligned} \quad (2.61)$$

nas quais:

$$s_{1ij}^e = \int_{\Omega^e} \frac{\partial \psi_i^e}{\partial x} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial x} d\Omega, \quad (2.62)$$

$$s_{2ij}^e = \int_{\Omega^e} \frac{\partial \psi_i^e}{\partial y} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial y} d\Omega, \quad (2.63)$$

$$s_{3ij}^e = \int_{\Omega^e} \frac{\partial \psi_i^e}{\partial x} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial y} d\Omega, \quad (2.64)$$

$$s_{3ij}^{te} = \int_{\Omega^e} \frac{\partial \psi_i^e}{\partial y} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial x} d\Omega, \quad (2.65)$$

$$s_{4ij}^e = \int_{\Omega^e} \frac{\partial \psi_i^e}{\partial x} \psi_j^e d\Omega, \quad (2.66)$$

$$\mathcal{L}_{1ij}^e = \int_{\partial\Omega^e} \frac{\partial \psi_i^e}{\partial x} \psi_j^e dl, \quad (2.67)$$

$$\mathcal{L}_{2ij}^e = \int_{\partial\Omega^e} \frac{\partial \psi_i^e}{\partial y} \psi_j^e dl, \quad (2.68)$$

Nas equações acima, Ω^e e $\partial\Omega^e$ denotam, respectivamente, a área e o contorno do elemento e ; n_x e n_y correspondem às componentes nas direções \mathbf{u}_x

e \mathbf{u}_y , respectivamente, do vetor unitário \mathbf{n}^e , normal à aresta do elemento e , apontando para fora (ver Figura 2.5). Quando as integrais de linha são feitas sobre as arestas 1-2, 3-1 e 2-3, \mathbf{n}^e assume os valores: $\frac{\nabla\psi_3}{|\nabla\psi_3|}$, $\frac{\nabla\psi_1}{|\nabla\psi_1|}$ e $\frac{\nabla\psi_2}{|\nabla\psi_2|}$, respectivamente. Como ε_t^e e, conseqüentemente, \mathbf{k}_{0t} , \mathbf{k}_{1t} , \mathbf{k}_{2t} e \mathbf{k}_{3t} são constantes no interior do elemento, as integrais representadas pelas equações (2.62) a (2.68) podem ser calculadas analiticamente, conforme Anexo C.

Utilizando a notação global podemos rescrever a equação (2.53) de forma ainda mais compacta:

$$[A] \frac{\partial}{\partial z} \{\mathbf{h}_t\}(z) = [B] \{\mathbf{h}_t\}(z) \quad (2.69)$$

na qual o vetor $\{\mathbf{h}_t\}(z)$ representa os valores das componentes transversais do campo magnético \mathbf{h}_t nos nós da malha; as matrizes globais $[A]$ e $[B]$ são esparsas, não simétricas, não hermiteanas, de ordem $2n_p \times 2n_p$, e n_p é o número de incógnitas, associadas aos nós da malha discretizada.

A próxima etapa consiste na solução da equação diferencial (2.69). Para isso, aplicou-se na mesma o método das diferenças finitas transformando-a no seguinte sistema de equações algébricas:

$$([A] - \Delta z \theta_{DF} [B])\{h_t\}_{(n)} = ([A] - \Delta z(1 + \theta_{DF})[B])\{h_t\}_{(n-1)} \quad (2.70)$$

em que Δz é o passo dado ao longo da direção z e θ_{DF} decide qual o esquema de diferenças finitas a ser usado. A escolha pode variar entre 0 e 1. Estudos sobre a estabilidade confirmam que este método é incondicionalmente estável para $0,5 \leq \theta_{DF} \leq 1$. Para $\theta_{DF} = 0,5$ [05] temos o algoritmo Crank-Nicholson, que é bastante empregado pois, em geral, tende a ser estável e não causa problemas de inconsistência de energia durante a propagação. Vale ressaltar que as matrizes $[A]$ e $[B]$ são esparsas, com a maior parte dos elementos nulos. Com isso, pode-se utilizar métodos otimizados e disponíveis em bibliotecas numéricas, como o programa Me28 da Harwell [42], que admite um sistema linear, não simétrico, esperso e não Hermiteano.

O processo de cálculo de h_t , para cada passo Δz inicia-se com a definição de uma distribuição inicial do campo h que pode ser do tipo gaussiano, ou, então, o perfil do campo h de um dos modos da estrutura em questão, que pode ser obtido através da análise modal. Impondo $\frac{\partial}{\partial z} \equiv 0$ na equação (2.45), obtemos um sistema de autovalores e autovetores que caracteriza a análise modal e pode ser escrito na seguinte forma canônica: $Qh_t = \gamma^2 R h_t$; aqui as matrizes Q e R são esparsas, não simétricas e γ é o autovalor relacionado com as constantes de fases dos modos propagantes e, naturalmente, os autovetores h_t

forneem as distribuiões das componentes do campo magnético \mathbf{h} para cada modo de propagação [43].

Outro ponto que merece muita atençaõ é a escolha do índice de refraçaõ de referênciã n_{ref} (β_{ref}/k_0) para que a aproximaçaõ da envoltória da onda $\mathbf{h}_t(x,y,z)$, variando lentamente, seja, realmente, satisfeita (SVEA). Se a diferença do índice de refraçaõ ao longo da seçaõ transversal for pequena, pode-se escolher n_{ref} igual ao do índice de refraçaõ da casca, no caso de uma fibra óptica. Em outras situaões, deve-se escolher n_{ref} com muita cautela para que as variaões de \mathbf{h}_t , com relaçaõ à direçaõ z , sejam minimizadas. Para isso, uma escolha conveniente para n_{ref} é a média dos índices efetivos de todos os modos guiados envolvidos no processo da propagaçaõ. Para guias de ondas monomodos, o índice de referênciã n_{ref} é feito igual ao índice efetivo do modo guiado, ou seja, $n_{ref} = \beta_z/k_0$, onde β_z é a constante de propagaçaõ do modo fundamental. Para os acopladores direcionais, o valor de n_{ref} é escolhido como $n_{ref} = (\beta_{SI} + \beta_{AS})/2k_0$, na qual β_{SI} e β_{AS} são as constantes dos modos simétricos e assimétricos. Nas situaões em que os modos guiados não podem ser claramente identificados, o índice de referênciã pode, ainda, ser escolhido como a média ponderada do perfil do índice de refraçaõ ao longo da seçaõ transversal. O problema com relaçaõ à ótima escolha do valor de n_{ref} poderá ser atenuado com a adoçaõ de esquemas de propagaçaõ com ângulos largos (não paraxialidade) e será considerado em trabalhos futuros.

Os resultados numéricos apresentados, neste trabalho, foram obtidos mediante um programa, de nossa autoria, elaborado em FORTRAN. O processamento de dados foi realizado em computador PC, Pentium II, 400 MHz , com 128MB de memória RAM.

CAPÍTULO 3

SIMULAÇÃO DA PROPAGAÇÃO DE FEIXES ÓPTICOS EM MEIOS DIELÉTRICOS ISOTRÓPICOS

3.1 INTRODUÇÃO

Diversas estruturas constituídas por dielétricos isotrópicos foram analisadas com o objetivo de comprovar a eficiência do método VBPM-FE. Os resultados apresentaram boa concordância com aqueles provenientes do uso de técnicas já consagradas tais como o método BPM escalar [25] e o método VBPM que emprega as três componentes do campo \mathbf{h} [30]. Utilizou também, para comparações, dados obtidos por intermédio da análise modal.

Aqui, o método foi testado para as seguintes estruturas:

- a) guia de onda dielétrico embebido em meio isotrópico;
- b) fibra óptica de índice de refração degrau;
- c) acoplador direcional formado por guias dielétricos semelhantes e de seção quadrada;

- d) guia de onda tipo costela ;
- e) guia de onda tipo costela em forma de junção Y.

Os resultados das simulações são apresentados por meio das distribuições espaciais das componentes do campo \mathbf{h} para diversos planos com z constante. Em outras palavras, mostramos a propagação do feixe óptico no guia de onda dielétrico.

3.2 VERIFICAÇÃO DA NATUREZA VETORIAL DA FORMULAÇÃO

Demonstramos, neste primeiro teste, que a formulação VBPM-FE aqui apresentada é verdadeiramente vetorial, uma vez que leva em conta a polarização da onda e o acoplamento entre as componentes do campo \mathbf{h} . Vale ressaltar que o método é conveniente para situações em que temos uma grande diferença entre as permissividades relativas transversais do guia de onda (ϵ_t) e do meio em que o mesmo está imerso, uma vez que a condição de guiamento fraco não precisa ser levada em consideração, ou seja, que $\nabla \epsilon_t / \epsilon_t \ll 1$. Selecionamos uma estrutura formada por um guia de onda dielétrico, com permissividade relativa igual a $\epsilon_1=1$, envolvido por um meio dielétrico com permissividade igual a $\epsilon_2=2,25$. O guia não varia com seu eixo z e possui seção quadrada de $2 \mu\text{m} \times 2 \mu\text{m}$, conforme mostra Figura 3.1.

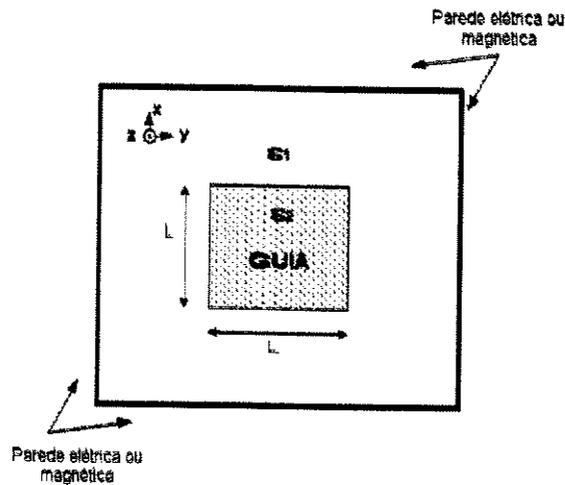
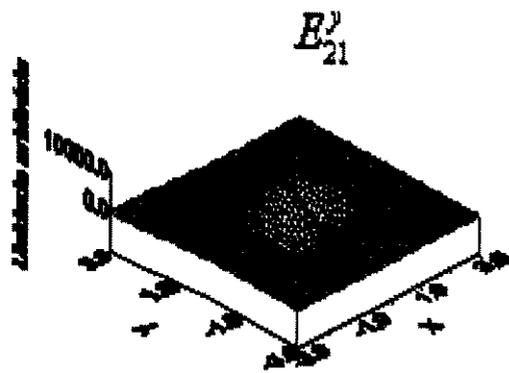
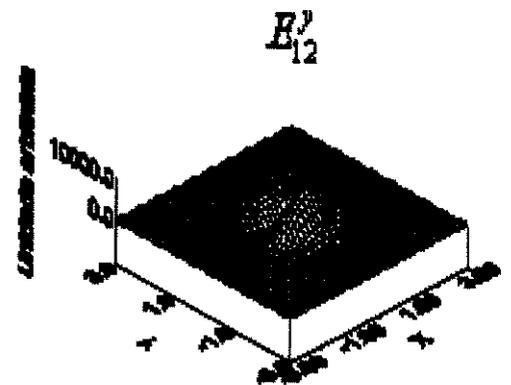


Figura 3.1 - Seção reta do guia dielétrico isotrópico com $\epsilon_1=1$ (ar) e embebido em material dielétrico isotrópico com $\epsilon_2=2,25$.

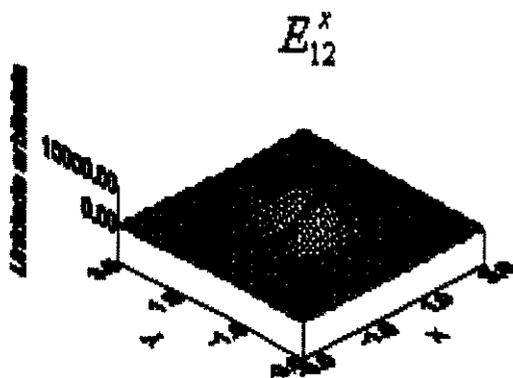
A Figura 3.2 apresenta os modos HE_{11} , HE_{21} , HE_{31} , obtidos por intermédio da análise modal, fazendo-se $\partial/\partial z = 0$. Constata-se por meio da análise modal que os modos HE_{11} , HE_{21} são degenerados e possuem o índice efetivo de propagação iguais a $n_{eff}=1,4173552465$. Os modos HE_{31} e HE_{41} são também degenerados, com os índices de refração de propagação iguais a $n_{eff}= 1,4157641570$. Cumpre observar que a identificação dos modos estão de acordo com as características de dispersão apresentadas por Marcatili [49] e Goell [50].



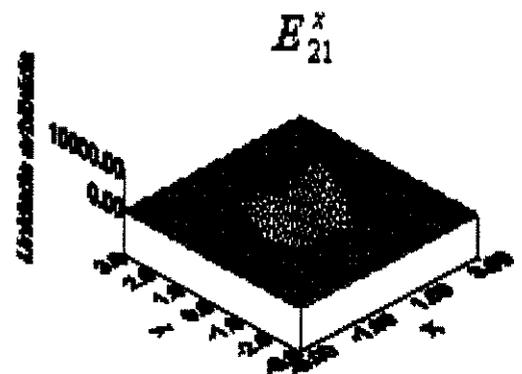
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3.2 - Variação do valor das componentes transversais do campo magnético \mathbf{h} em função das coordenadas x e y obtida por intermédio da análise modal para os modos: (a) E_{21}^y , (b) E_{12}^y , (c) E_{12}^x , (d) E_{21}^x do guia da Figura 3.1.

O guia foi excitado com uma combinação linear obtida, simplesmente, somando vetorialmente as distribuições de campos correspondentes aos modos E_{12}^x e E_{12}^y com os índices efetivos de refração $n_{\text{eff}1}$ e $n_{\text{eff}2}$, respectivamente. Observa-se que os modos selecionados para a combinação linear não são degenerados e portanto existirá entre eles uma diferença de fase que determinará a rotação da polarização do feixe de entrada durante a propagação ao longo do eixo z . A malha foi ajustada, nesta etapa, verificando-se a convergência dos valores de $n_{\text{eff}1}$ e $n_{\text{eff}2}$. Para discretizar todo domínio, utilizamos uma malha formada por 4302 elementos triangulares lineares para uma janela computacional de $20\mu\text{m} \times 20\mu\text{m}$. O comprimento de onda foi centrado em $\lambda=0,98\mu\text{m}$ e adotou-se $\Delta z=0,1\mu\text{m}$ e $\beta_{\text{ref}} = (n_{\text{eff}1}+n_{\text{eff}2})/2$ para o índice de refração de referência. O campo lançado em $z=0 \mu\text{m}$ apresenta, conforme resultado da combinação linear entre os modos E_{12}^x e E_{12}^y , a amplitude da componente h_y é desprezível comparada com a amplitude da componente h_x do campo magnético \mathbf{h} . Com relação ao traçado das componentes do campo \mathbf{h} , mostraremos apenas parte do domínio computacional, com o objetivo de detalhar a propagação do feixe no interior do guia de onda. Conforme mostram as Figuras 3.3 e 3.4, a medida que o feixe óptico se propaga, a polarização vai sofrendo rotações, e para uma distância ao longo de z igual a $L_z=306\mu\text{m}$, a amplitude da componente h_x torna-se desprezível comparada com a amplitude da componente h_y . Nota-se, ainda, de acordo com a coluna direita da Figura 3.4, que o campo magnético \mathbf{h} inicial, depois de percorrer um trecho ao longo do eixo z igual a $2 L_z$, assume, novamente, a configuração do campo de entrada. Verificou-se a precisão dos resultados comparando o comprimento para o qual ocorre a rotação da polarização de 90° , obtido por meio da propagação, com aquele proveniente da análise modal, calculado através da relação

$\ell = \frac{\lambda}{(2|n_{eff1} - n_{eff2}|)}$. A diferença foi inferior a 2 μm . Embora o guia seja isotrópico e invariante em z , foi possível verificar a rotação da polarização graças ao fato da formulação ser vetorial. Os resultados aqui apresentados estão de acordo com aqueles apresentados por E. Montanari et al. [25] para situação similar. Eles utilizaram a formulação VBPM-FE desenvolvida para meios isotrópicos com elementos nodais e as três componentes do campo \mathbf{h} .

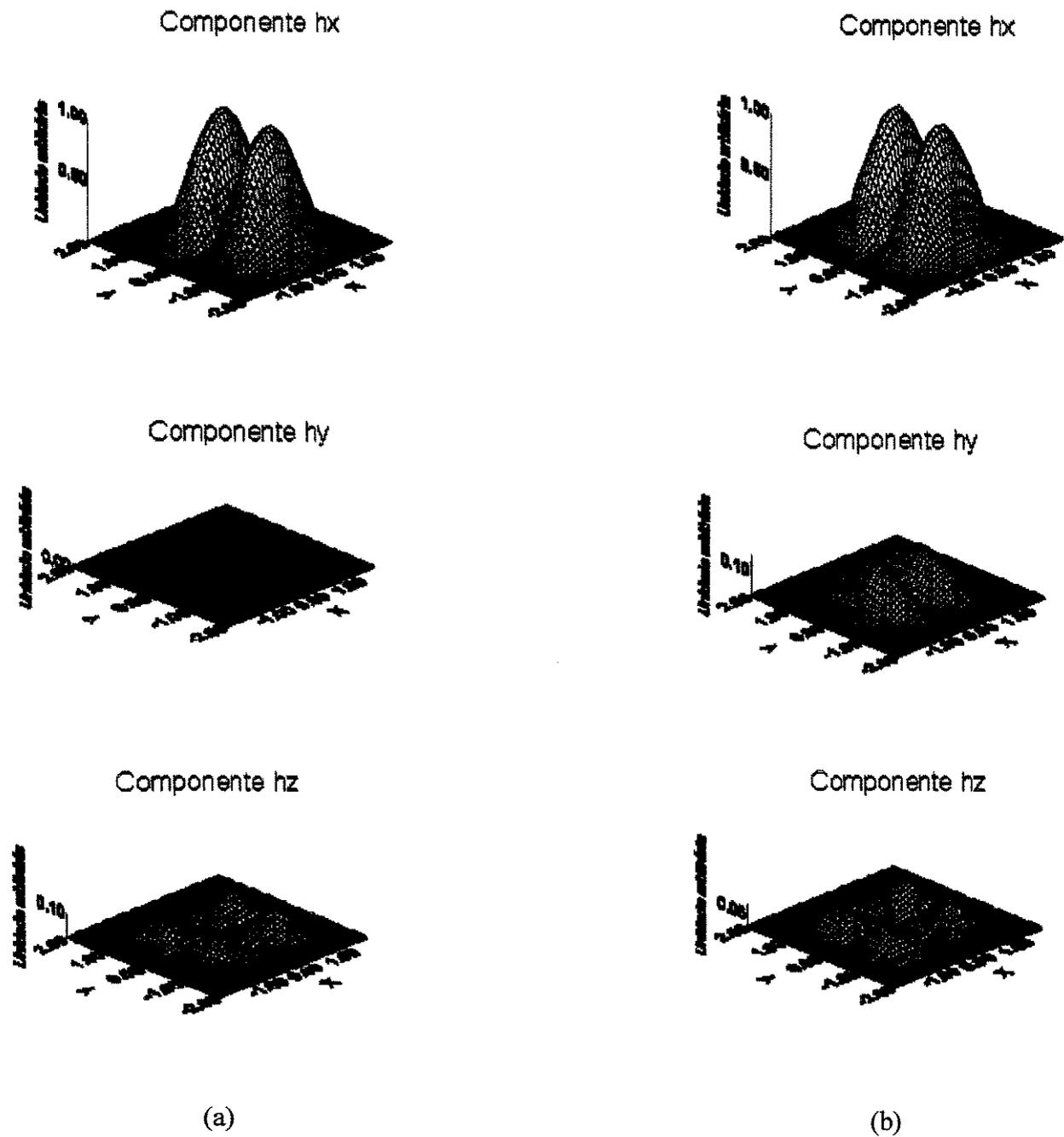


Figura 3.3 - Valores absolutos das componentes do campo magnético \mathbf{h} para (a) $z=0 \mu\text{m}$ e (b) $z=120 \mu\text{m}$.

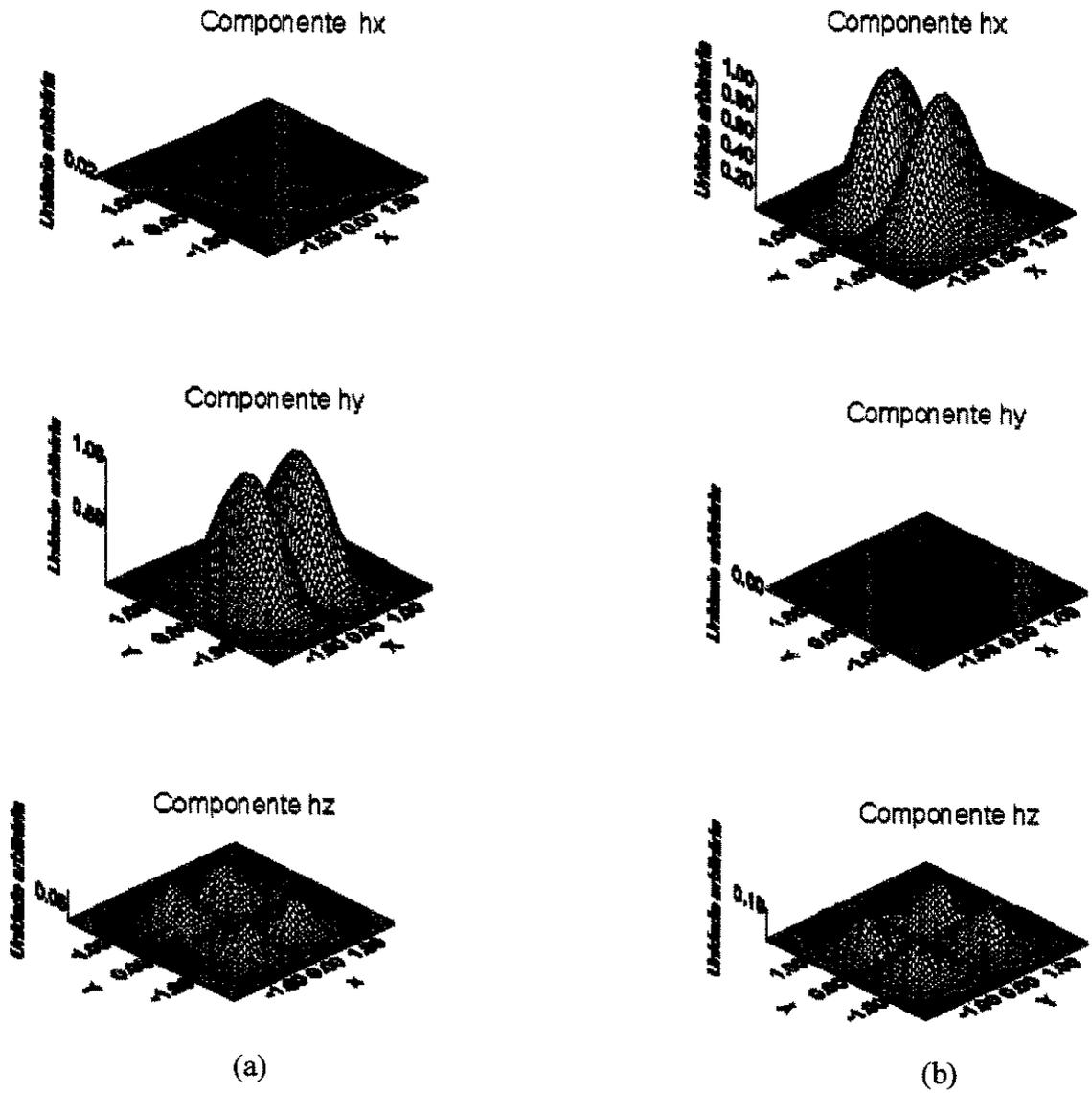


Figura 3.4 - Valores absolutos das componentes do campo magnético \mathbf{h} para (a) $z = 306 \mu\text{m}$ e (b) $z = 612 \mu\text{m}$.

3.3 PROPAGAÇÃO DO FEIXE ÓPTICO EM UMA FIBRA MONOMODO COM ÍNDICE DE REFRAÇÃO DEGRAU

A formulação VBPM-FE é, agora, aplicada na análise da propagação de um feixe em uma fibra óptica monomodo com raio $R = 1 \mu\text{m}$ e com índices de refração $n_{\text{co}} = 1,6$ e $n_{\text{cl}} = 1,5$ para o núcleo e para a casca, respectivamente, conforme mostra a Figura 3.5.

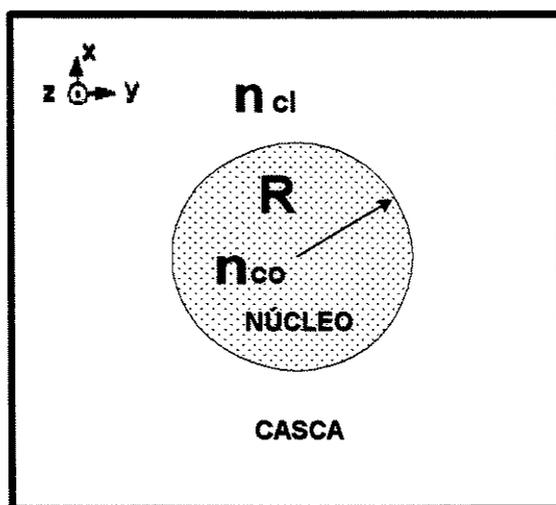


Figura 3.5 - Seção transversal da fibra, com $R = 1 \mu\text{m}$, $n_{\text{co}} = 1,6$ e $n_{\text{cl}} = 1,5$.

A Figura 3.6 mostra detalhes da região central da malha discretizada utilizada, formada por 5868 elementos lineares cobrindo uma janela computacional de $90 \mu\text{m} \times 90 \mu\text{m}$.

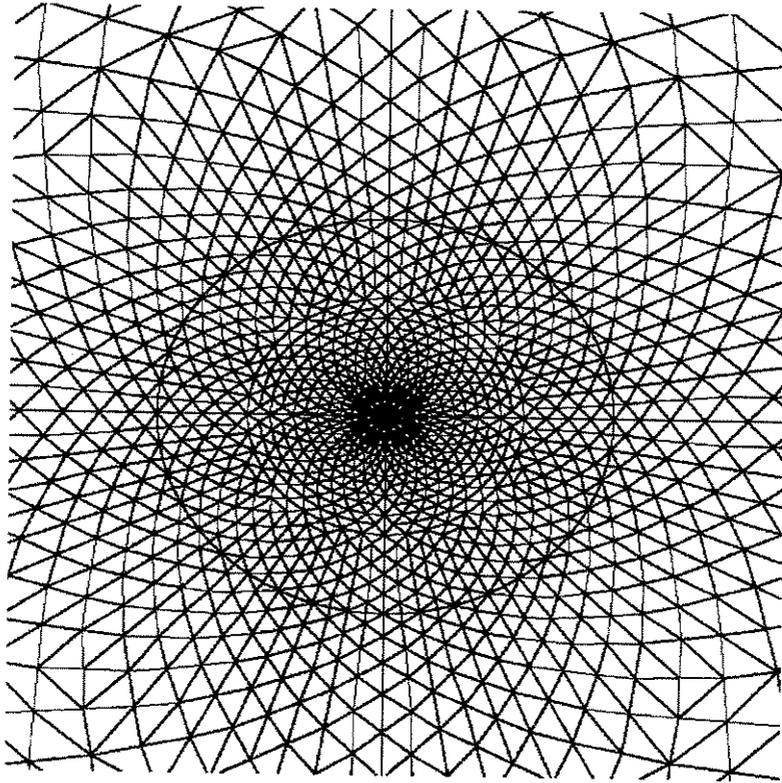


Figura 3.6 – Vista parcial da malha que cobre a seção da fibra de raio igual a $1\mu\text{m}$, com $n_{\text{co}} = 1,6$ e $n_{\text{cl}}=1,5$.

A fibra foi excitada por uma distribuição de campo magnético \mathbf{h} com a componente h_x nula e a componente h_y do tipo gaussiano: $h_y = Ae^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$, em que $\sigma=1\mu\text{m}$ é a largura do feixe e A é a sua amplitude. Fez-se o comprimento de onda $\lambda=1,555\mu\text{m}$, valor que assegura a propagação monomodo. Admitiu-se ainda $\Delta z = 0,1\mu\text{m}$ e a constante de fase de referência normalizada igual a $(\beta_{\text{ref}}/k_0) = 1,5464$. Este valor foi obtido através da análise modal feita previamente ao estudo da propagação. As Figuras 3.7 e 3.8 mostram, claramente, que o campo inicial, depois de propagar por um trecho de fibra de

aproximadamente $500 \mu\text{m}$ ao longo do eixo z , assume a forma correspondente ao modo HE_{11}^x e fica totalmente estável ao longo de todo o trecho propagado. Verifica-se o sucesso do teste notando que o campo, para $z = 1500 \mu\text{m}$ (coluna esquerda da Figura 3.8), concorda perfeitamente com aquele obtido utilizando-se a análise modal (coluna direita da Figura 3.8). Vale mencionar, novamente, que a componente h_z foi calculada através da relação do divergente, $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$. Os resultados referentes a este teste concordam rigorosamente com as simulações feitas por Montanari et al. [30].

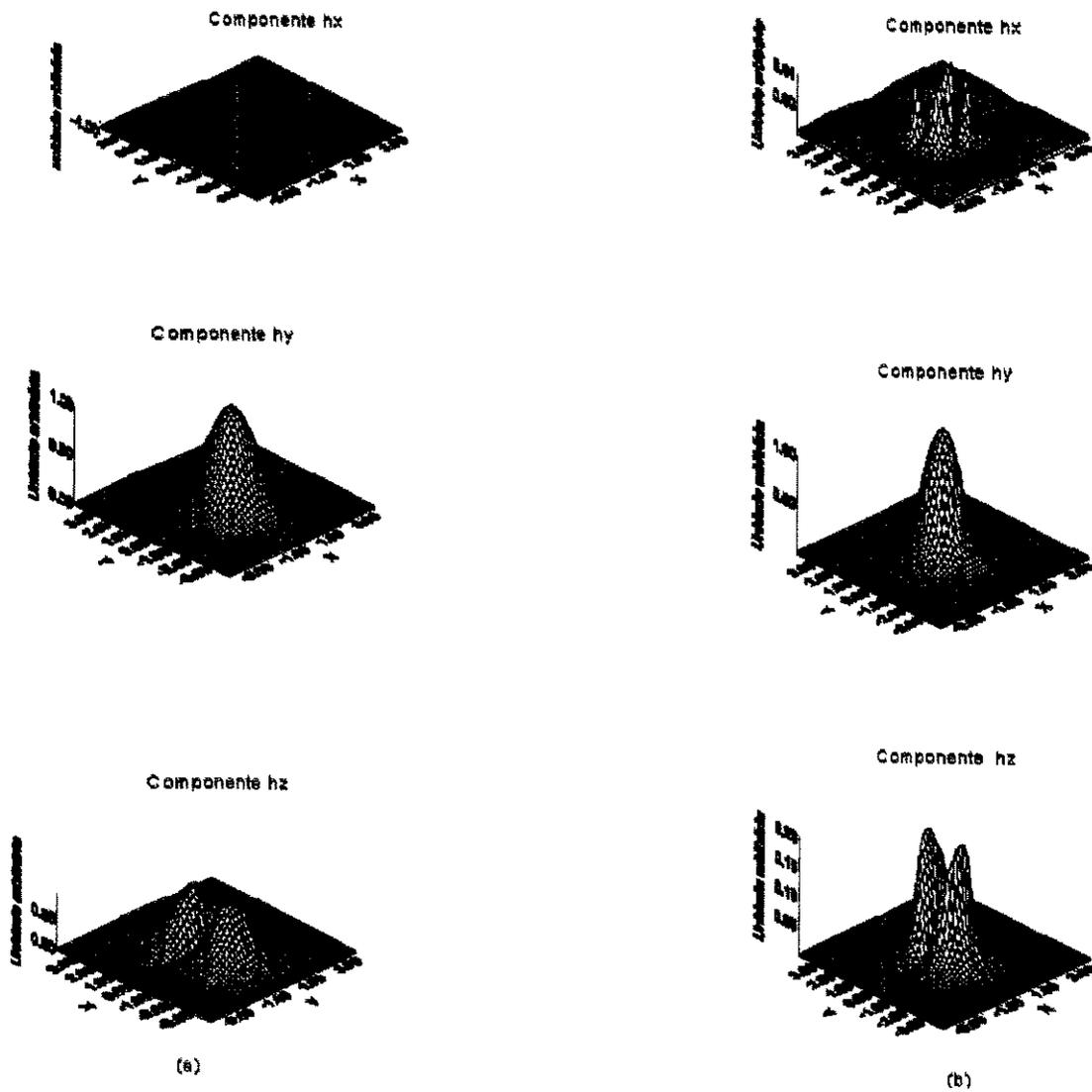
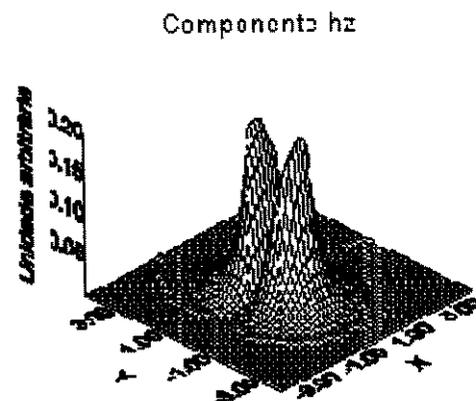
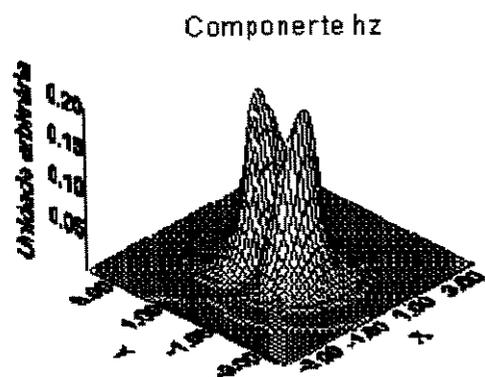
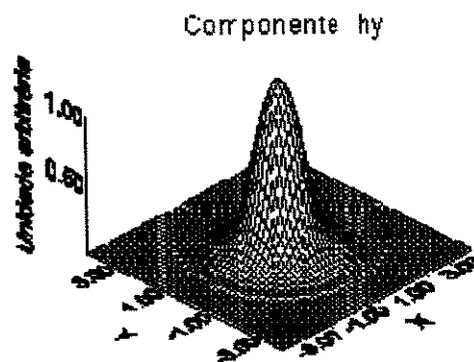
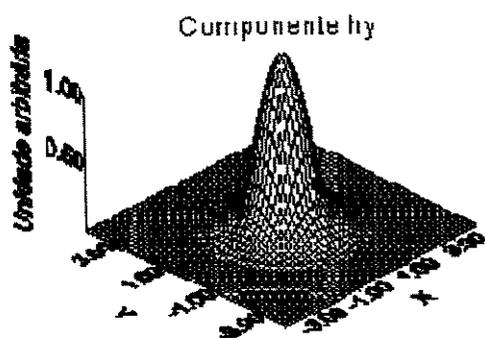
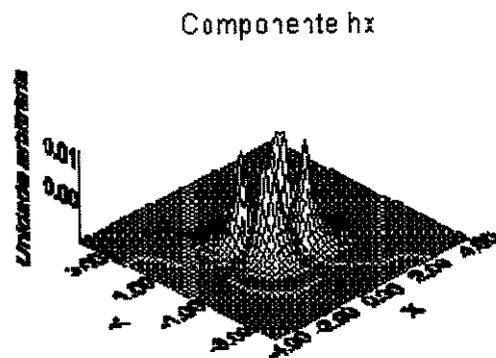
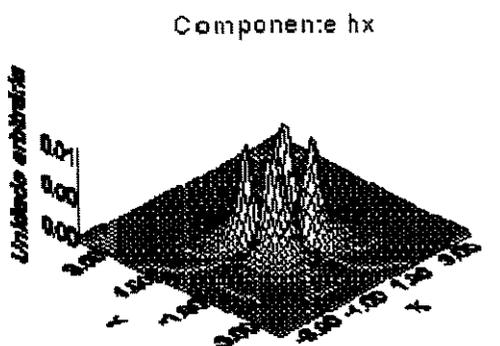


Figura 3.7 – Valor absoluto das distribuições das componentes do campo magnético

\mathbf{h} para (a) $z = 0 \mu\text{m}$ e (b) $z = 500 \mu\text{m}$.



(a)

(b)

Figura 3.8 - Valor absoluto das distribuições das componentes do campo magnético \mathbf{h} para (a) $z = 1500\mu\text{m}$ e (b) o modo HE_{11}^x obtido por meio da análise modal.

3.4 ANÁLISE DA PROPAGAÇÃO DO FEIXE ÓPTICO EM GUIA DIELÉTRICO COSTELA

Para comprovar, mais uma vez, a validade da técnica numérica VBPM-FE, apresentamos resultados numéricos referentes à propagação do feixe óptico em um guia dielétrico tipo costela, conforme mostra a Figura 3.9.

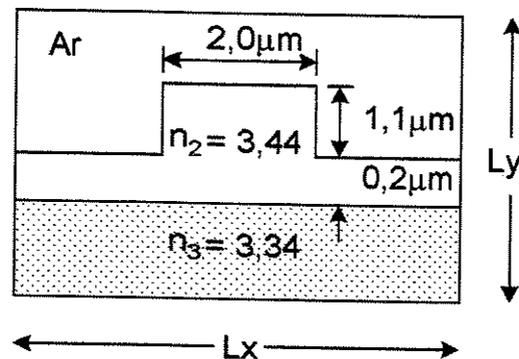


Figura 3.9 – Seção transversal do guia costela.

Considerou-se que o mesmo foi excitado por um campo magnético h correspondendo ao modo E^x ou E^y , definido por uma função gaussiana. Notou-se a evolução do campo inicial para uma configuração bem definida e estável correspondente, a um dos modos de polarização quase TE ou quase TM.

A janela computacional foi definida por $L_x = 200\mu\text{m}$ e $L_y = 100\mu\text{m}$ e foi dividida em 8574 elementos lineares. Admitiu-se o incremento axial $\Delta z = 0,1\mu\text{m}$ e como feixe de entrada uma função gaussiana com largura igual a $\sigma = 0,3\mu\text{m}$ e com polarização E^x ou E^y . O comprimento de onda foi fixado em $1,55\mu\text{m}$ e a constante de fase de referência, usada na propagação, foi a constante de fase efetiva $\left(\frac{\beta_z}{k_0}\right)$ do modo de propagação da onda propagante E^x ou E^y , obtida através da análise modal.

Os gráficos representados pelas Figuras 3.10 e 3.11 mostram, respectivamente, a propagação dos feixes gaussianos para $z=1, 3, 6, 9, 12, 15$ e $100\mu\text{m}$, com polarizações E^x e E^y , respectivamente.

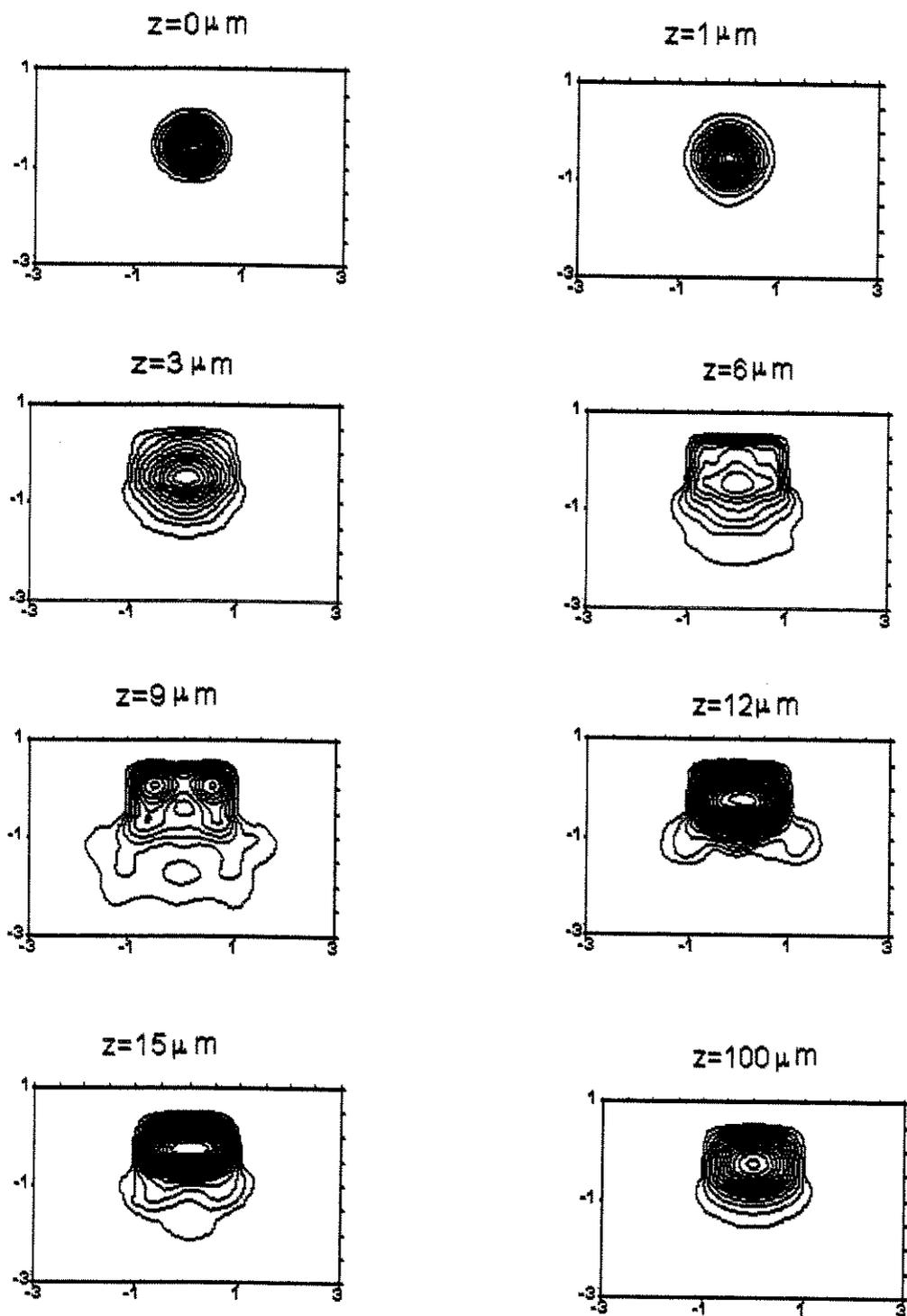


Figura 3.10 – Curvas de contorno da componente h_x do modo quase TM para: $z = 0 \mu\text{m}$, $z = 1 \mu\text{m}$, $z = 3 \mu\text{m}$, $z = 6 \mu\text{m}$, $z = 9 \mu\text{m}$, $z = 12 \mu\text{m}$, $z = 15 \mu\text{m}$ e $z = 100 \mu\text{m}$.

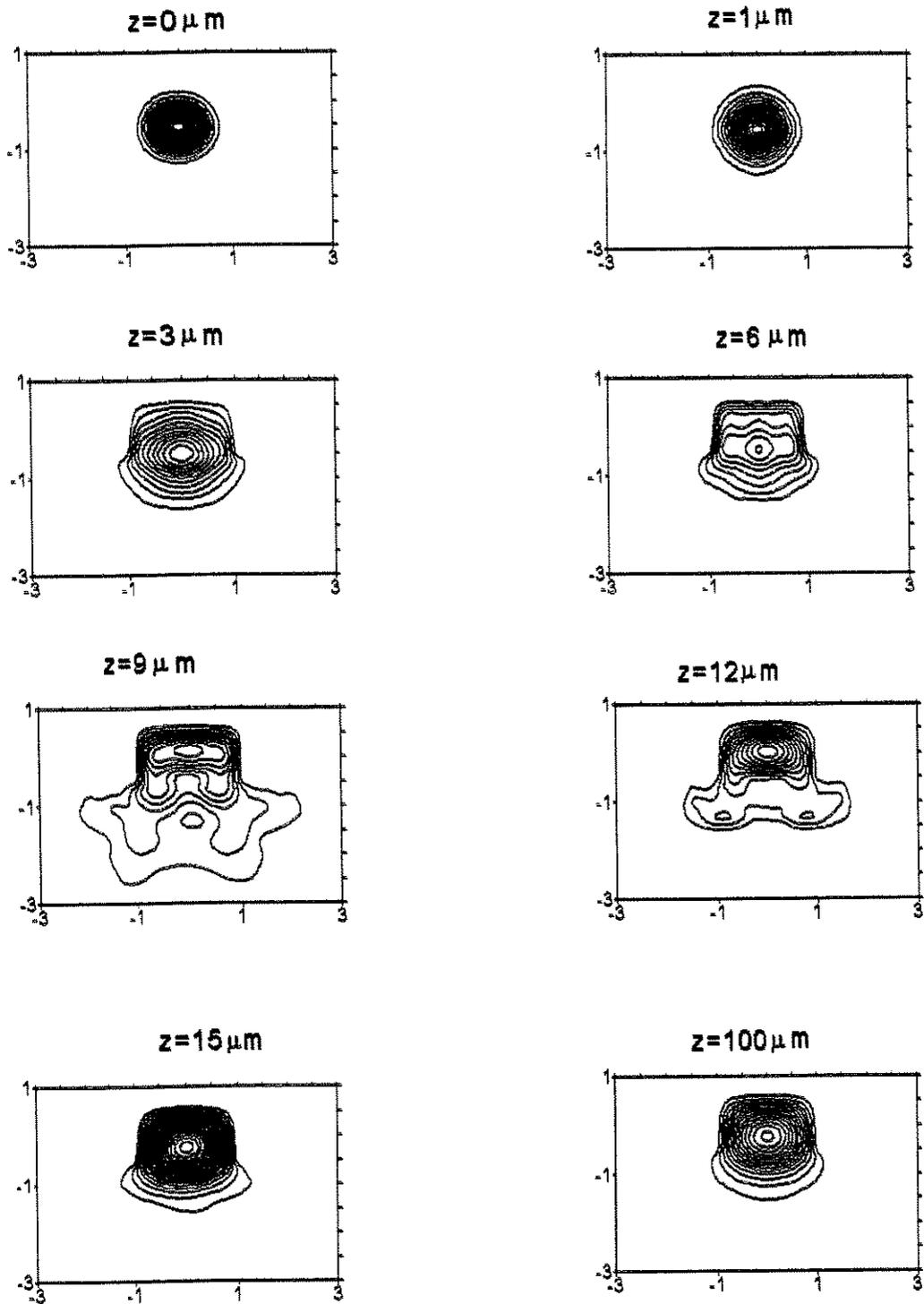


Figura 3.11 – Curvas de contorno da componente h_y do modo quase TE para: $z = 0 \mu\text{m}$, $z = 1 \mu\text{m}$, $z = 3 \mu\text{m}$, $z = 6 \mu\text{m}$, $z = 9 \mu\text{m}$, $z = 12 \mu\text{m}$, $z = 15 \mu\text{m}$, $z = 100 \mu\text{m}$.

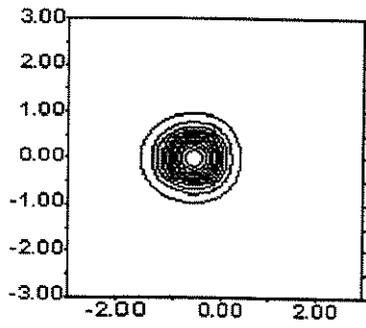
Nota-se que os campos para z menor que $15 \mu\text{m}$ variam drasticamente devido às reflexões que ocorrem na fronteira entre ar e núcleo, com as radiações voltando para o interior do substrato. Notamos, para z maior que $100\mu\text{m}$, que os campos assumem configurações estáveis que concordam com as distribuições das componentes do campo \mathbf{h} obtidas para as polarizações E^x e E^y através da análise modal. Os resultados aqui mostrados apresentam boa concordância com aqueles presentes na literatura [17], [32].

3.5 PROPAGAÇÃO DO FEIXE ÓPTICO EM GUIAS DE ONDAS ACOPLADOS

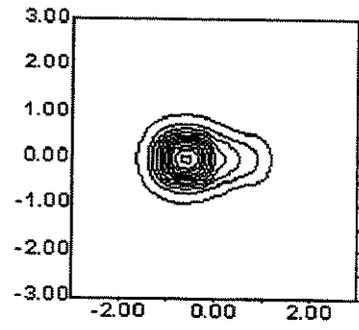
Verificamos a propagação em uma estrutura formada por dois guias de onda dielétricos, com seção quadrada de $1\mu\text{m} \times 1\mu\text{m}$, espaçados por d , que é constante e suficientemente pequeno para obter-se um forte acoplamento entre os guias. Estes guias são constituídos por dielétricos isotrópicos, com constante dielétrica ϵ_2 , e estão imersos em um dielétrico com constante dielétrica ϵ_1 . Nesta análise adotou-se $\epsilon_1=2,25$, $\epsilon_2=2,56$ e $d = 0,2 \mu\text{m}$ e utilizou-se uma malha com 2834 elementos quadráticos cobrindo uma janela computacional de $20\mu\text{m} \times 20\mu\text{m}$. Esta simulação demonstra que a formulação é propícia para analisar acopladores direcionais, formados por dois guias próximos. Estas estruturas são importantes para a transferência de sinal de um guia para outro adjacente e são usadas em inúmeras aplicações em óptica integrada: chaveamento, divisão de potência, modulação, seleção de frequência ou polarização.

O guia 1 foi excitado com um feixe correspondente ao modo E_{11}^x que possui constante dielétrica efetiva $n_{\text{eff}}(\beta_z/k_0) = 1,558992$, isoladamente calculada para um dos guias através da análise modal. O comprimento de onda foi centrado em $\lambda = 0,8 \mu\text{m}$, considerou-se $\Delta z = 0,1 \mu\text{m}$ e a constante de fase de referência igual a $n_{\text{ref}} = (\beta_{SI} + \beta_{AS}) / 2k_0$, na qual β_{SI} e β_{AS} são as constantes de propagação dos supermodos simétrico e antissimétrico de mais baixa ordem, calculados através da análise modal.

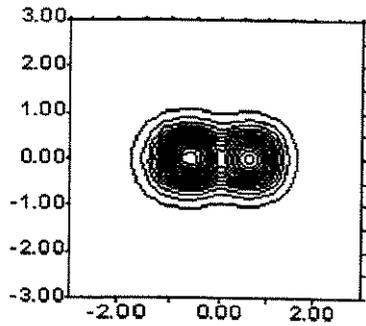
Notamos através da Figura 3.12 que a luz lançada em um dos guias (guia 1) em $z = 0 \mu\text{m}$, será transferida para o outro guia (guia 2), depois de uma distância $L_c = 33 \mu\text{m}$, conhecida como comprimento de acoplamento. Este valor obtido para L_c está bem próximo do valor obtido por meio da análise modal, usando a relação $L_c = \pi / (\beta_{SI} - \beta_{AS})$. Depois, o feixe passa novamente para o guia original, esta transferência de potência ocorrerá periodicamente ao longo do comprimento do acoplador.



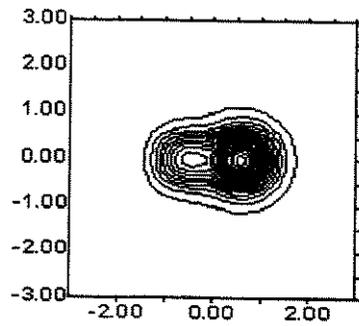
(a)



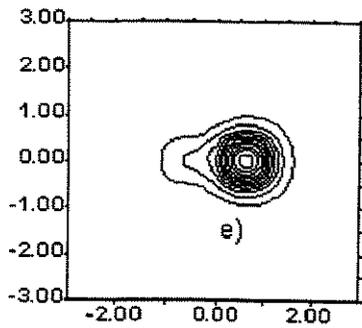
(b)



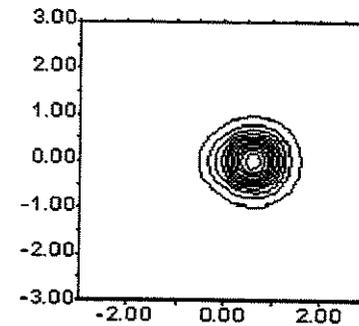
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 3.12 – Curvas de Contornos para componente h_x para: (a) $z = 0 \mu\text{m}$, (b) $z = 5 \mu\text{m}$ (c) $z = 15 \mu\text{m}$, (d) $z = 25 \mu\text{m}$, (e) $z = 30 \mu\text{m}$, (f) $z = 33,1 \mu\text{m}$.

3.6 ANÁLISE DA PROPAGAÇÃO DO FEIXE ÓPTICO EM GUIA DE ONDA COSTELA EM FORMA DE JUNÇÃO Y

Com objetivo de demonstrar o potencial da ferramenta numérica proposta para a análise de estruturas variantes ao longo da direção de propagação, consideramos um guia costela em forma de junção Y [17] conforme mostra a Figura 3.13. Os centros dos braços do guia são localizados nos pontos definidos por:

$$x = \begin{cases} \pm (1 - \cos(\pi z / L)) & z \leq L \\ \pm 2 \mu m & z > L \end{cases}$$

com $L = 40 \mu m$. Os parâmetros do guia costela são: largura $w = 2 \mu m$, altura $t_1 = 1.1 \mu m$, altura da camada inferior $t_2 = 0,2 \mu m$, índice de refração da região de guiamento $n_{co} = 3,44$, índice de refração do substrato $n_{sub} = 3,34$ e índice de refração do meio acima do guia, $n_{ar} = 1,0$. A junção foi excitada pelo modo de mais baixa ordem com polarização Y, obtido através da análise modal de um guia singelo costela (ver Figura 3.8) operando em $\lambda=1,55 \mu m$. Adotou-se uma malha com 9516 elementos lineares cobrindo uma janela computacional de $300\mu m \times 150\mu m$.

A Figura 3.14 mostra a evolução da componente principal do campo h com polarização y ao longo da junção Y. Pode-se notar a forma como o campo de entrada se divide nos braços do guia. Os resultados obtidos apresentam boa concordância com aqueles obtidos por Montanari [30].

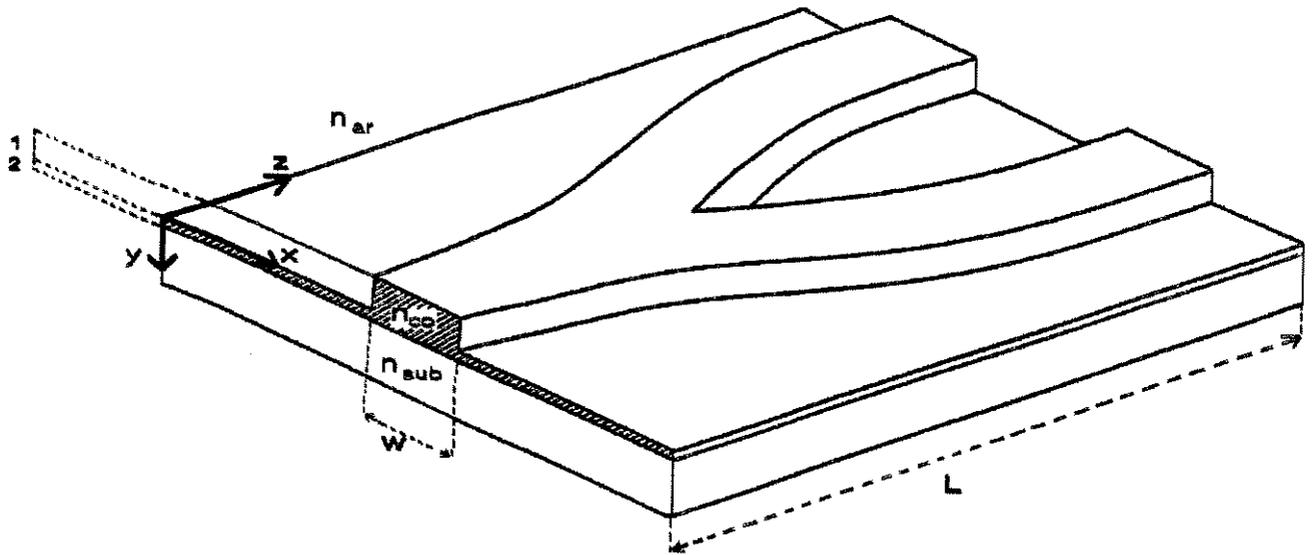


Figura 3.13 - Guia de onda costela em forma de junção Y.

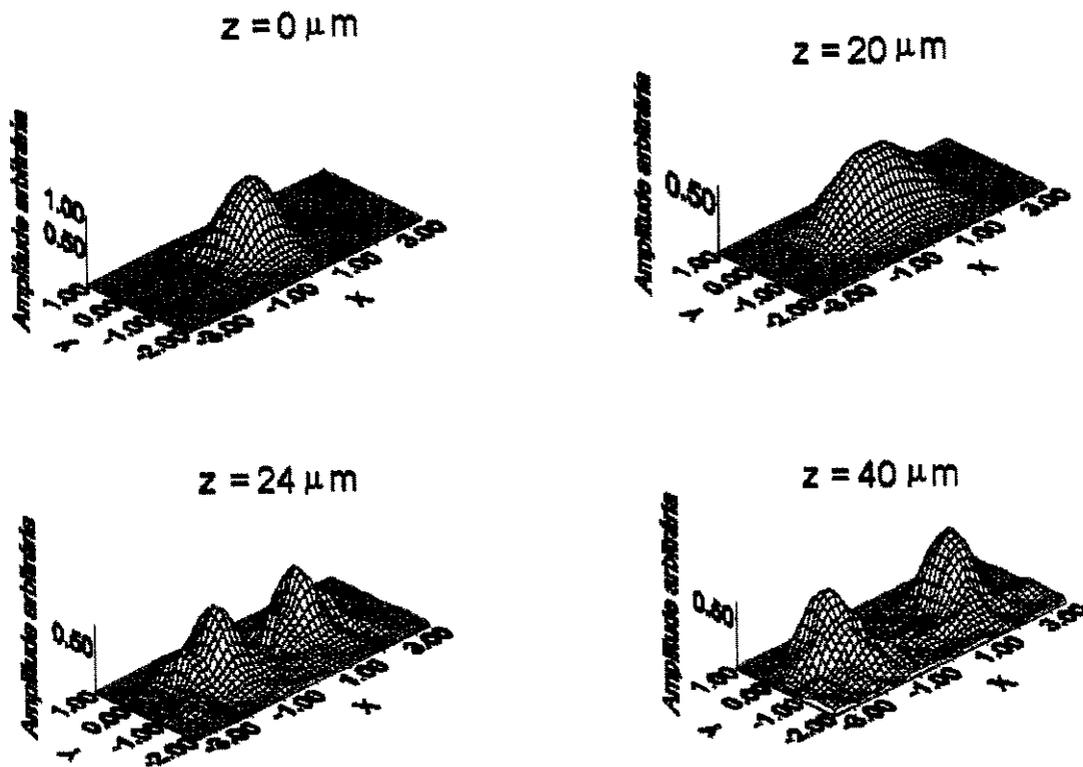


Figura 3.14 – Evolução da componente principal do modo fundamental com polarização Y de um guia costela; Os campos são traçados (do topo para baixo) para $z = 0 \mu\text{m}$, $z = 20 \mu\text{m}$, $z = 24 \mu\text{m}$ e $z = 40 \mu\text{m}$.

Nota-se, claramente, na Figura 3.14 a ocorrência de perdas e ondas refletidas. Parte das perdas é causada por reflexões que ocorrem na região de abertura do guia. Atribuímos, também, a presença de reflexões ao fato de utilizarmos paredes elétricas ou magnéticas perfeitas para limitar o domínio computacional. De qualquer forma este teste nos dá fortes indícios de que a nova formulação, depois que incorporar camadas perfeitamente casadas (PML, perfectly matched layer) ou outros artifícios para simular uma camada absorvente em torno do guia a ser analisado, poderá ser usada com sucesso

na análise de guias de ondas variantes ao longo, da direção da propagação do feixe entre eles os guias em forma de junção Y ou os guias com afinamentos.

3.7 CONCLUSÕES

Com o objetivo de validar e demonstrar a robustez da técnica FE-VBPM proposta, analisou-se várias estruturas constituídas por guias dielétricos isotrópicos. Consideramos guias de ondas invariantes ao longo de z : fibra óptica com perfil do índice de refração degrau, guia de onda com seção reta quadrada, guia costela, acoplador direcional e, finalmente, mostramos o potencial da técnica também para a análise de guias variantes com z , por intermédio da simulação da propagação do feixe óptico em um guia costela em forma de junção Y. Os resultados apresentaram boa concordância com aqueles que provém da aplicação de aproximações já consagradas na literatura. Constatou-se que o método é estável e que, realmente, retrata a natureza vetorial dos campos eletromagnéticos, uma vez que a polarização e o acoplamento existente entre as componentes do campo \mathbf{h} são levados em consideração.

CAPÍTULO 4

SIMULAÇÃO DA PROPAGAÇÃO DE FEIXES ÓPTICOS EM MEIOS DIELÉTRICOS ANISOTRÓPICOS

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo mostraremos os resultados obtidos da aplicação do método FE-VBPM em guias de ondas constituídos por materiais dielétricos anisotrópicos. Os resultados foram verificados através de comparações com aqueles provenientes da aplicação de aproximações numéricas já consagradas, por meio do uso da análise modal e através de comparações com dados experimentais encontrados na literatura, referentes à análise de uma fibra de alta birrefringência com rotação dos eixos principais de polarização.

Aqui, o método foi testado para as seguintes estruturas:

- a) guia de onda canal dielétrico anisotrópico, difundido em LiNbO_3 ;
- b) fibra de alta birrefringência;
- c) guia de onda dielétrico anisotrópico retangular com desalinhamento dos eixos

ópticos;

- d) fibra de alta birrefringência pressionada por uma força F externa constante ao longo de um trecho do seu eixo z .

Por meio das simulações, envolvendo as estruturas acima mencionadas, foi possível verificar que o método FE-VBPM considera as propriedades vetoriais dos campos eletromagnéticos, tais como os efeitos da geometria e do material com as polarizações e o acoplamento entre as componentes de campo por causa, principalmente, à anisotropia. Para melhor visualizar os efeitos provocados pela anisotropia, além das distribuições das componentes do campo \mathbf{h} , levantou-se, também, o estado de polarização do feixe (SOP, state-of-polarization) ao longo de z , a evolução das fases ϕ_x e ϕ_y referentes às componentes h_x e h_y , respectivamente, e a evolução do fluxo de energia de cada uma das componentes transversais do campo \mathbf{h} .

4.2 PROPAGAÇÃO DO FEIXE ÓPTICO EM UM GUIA DE ONDA CANAL DIELÉTRICO ANISOTRÓPICO DIFUNDIDO EM LiNbO_3

Primeiramente, para demonstrar a eficiência do método FE-VBPM no estudo da propagação em meios dielétricos anisotrópicos, consideramos, conforme mostra a Figura 4.1, um guia canal dielétrico anisotrópico com as componentes do tensor do índice de

refração iguais a: $n_{2x} = 2,222$; $n_{2y} = n_{2z} = 2,3129$. As dimensões transversais do canal são a e b , sendo $a = 5b$. O substrato dielétrico anisotrópico (LiNbO_3), onde o canal é difundido, apresenta componentes do tensor de índice de refração dados por: $n_{3x} = 2,2$; $n_{3y} = n_{3z} = 2,29$; com $n_1 = 1$ (ar) [35], [44].

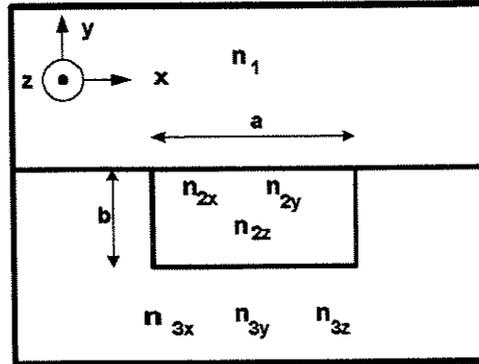


Figura 4.1 – Guia de onda canal dielétrico anisotrópico integrado.

A formulação FE-VBPM foi aplicada na estrutura descrita, considerando, como feixe inicial uma distribuição de campo com a componente h_x nula e h_y dada pela função gaussiana: $h_y = A \cdot e^{-(x^2+y^2)/2\sigma}$, na qual A é a amplitude e σ é o diâmetro do feixe. Admitiu-se $\sigma = 0,5 \mu\text{m}$; o comprimento de onda λ igual a $0,94 \mu\text{m}$, valor que assegura regime monomodo e $\Delta z = 0,1 \mu\text{m}$. Com relação ao valor do índice de refração de referência, adotou-se $\beta_{\text{ref}} = (\beta_z/k_0)$, sendo β_z/k_0 a constante de fase normalizada, referente ao modo E_{11}^y , obtida através da análise modal. O campo inicial estipulado para \mathbf{h} , conforme descrito acima, vai gradativamente evoluindo para uma configuração bem definida e estável. Depois de uma propagação de $860 \mu\text{m}$, ao longo do eixo z , a distribuição de campo passa a apresentar uma ótima concordância com a distribuição do

campo \mathbf{h} referente ao modo E_{11}^y , obtido através da análise modal, conforme mostra a Figura 4.2.

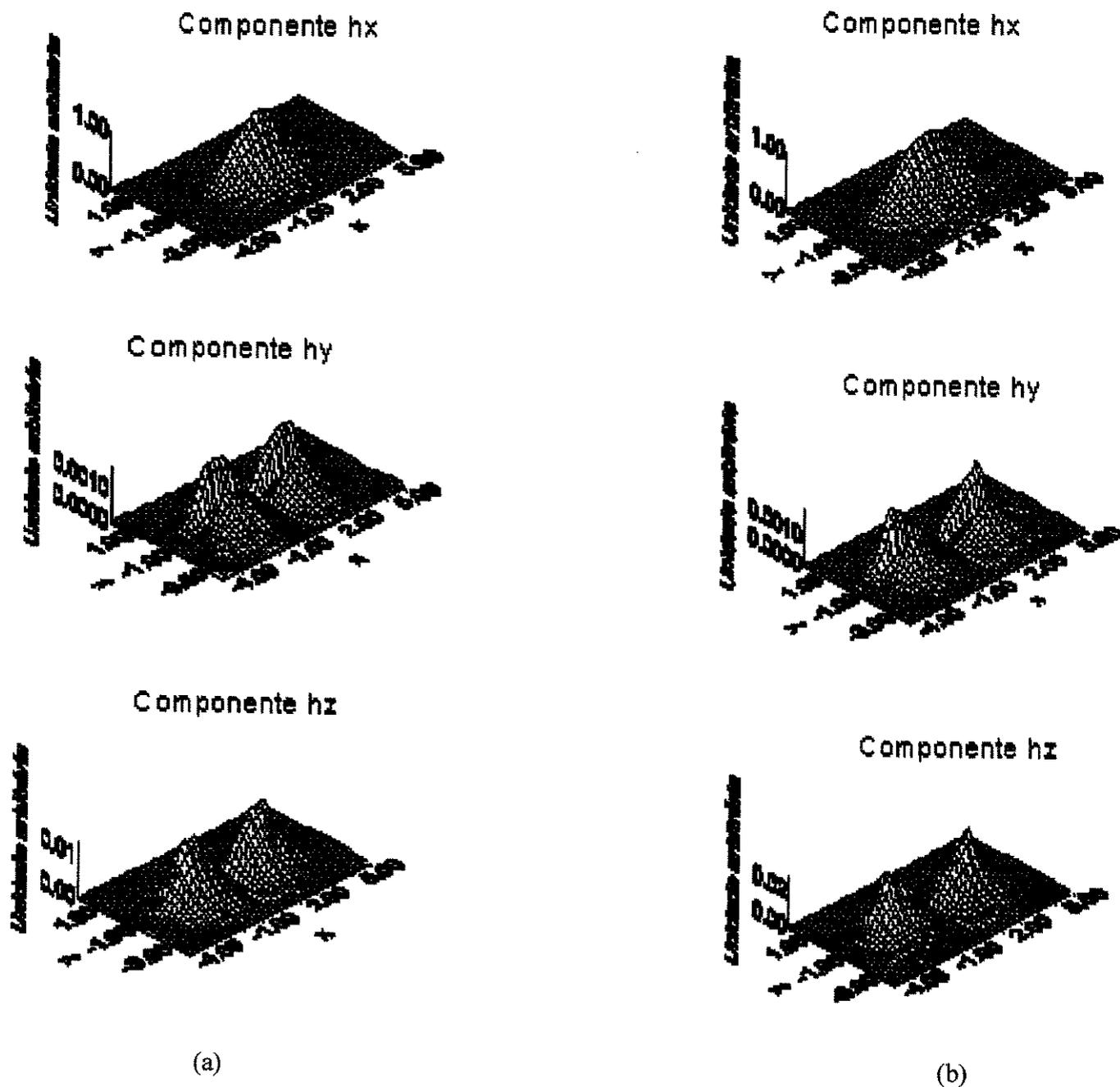


Figura 4.2 – Valores das componentes do campo \mathbf{h} para (a) $z = 860 \mu\text{m}$ e (b) o valor absoluto do campo \mathbf{h} obtido através da análise modal.

4.3 ANÁLISE DA PROPAGAÇÃO DO FEIXE ÓPTICO EM FIBRA ALTAMENTE BIRREFRINGENTE

Nossa técnica numérica foi testada, também, na análise da evolução do estado de polarização (SOP) de uma onda propagando em uma fibra óptica altamente birrefringente [36], [37]. Este tipo de fibra tem sido utilizada em sistemas de comunicações ópticas coerentes e em sensores interferométricos, tais como os giroscópios [45]. A Figura 4.3 mostra a seção reta da fibra óptica birrefringente considerada. Ela possui elementos internos que produzem campos de tensões através do núcleo que induzem birrefringência linear através do efeito fotoelástico, cuja orientação coincide com os eixos de simetria da estrutura. A fibra possui raio igual a $R = 1,1 \mu\text{m}$ e os elementos do tensor permissividade são $\varepsilon_{xx} = 2,16$; $\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = 2,162099384$ para o núcleo e $\varepsilon_1 = 2,1257$ para a casca. A fibra foi excitada por um campo de entrada com h_x nulo e a componente $h_y = A \cdot e^{-(x^2+y^2)/2\sigma}$, onde σ e A representam a largura e a amplitude do feixe inicial, respectivamente. A componente h_z foi calculada utilizando a relação do divergente. Considerou-se $\sigma = 0,55 \mu\text{m}$, o comprimento de onda $\lambda = 0,829 \mu\text{m}$, $\Delta z = 0,1 \mu\text{m}$ e $\left(\beta_{ref}/k_0\right) = 1,461223961$ que é a constante de fase normalizada $\left(\beta_z/k_0\right)$ do modo fundamental HE_{11}^x , obtida através da análise modal.

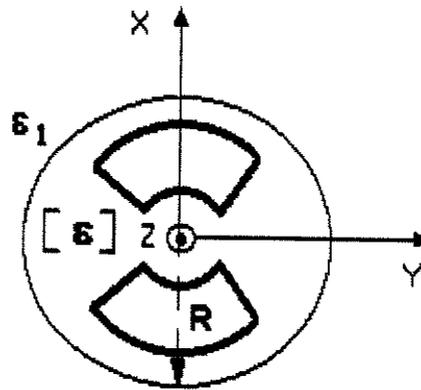


Figura 4.3 — Seção reta de uma fibra óptica birrefringente que possui elementos internos que produzem campos de tensões através do núcleo.

A Figura 4.4 mostra o campo obtido depois de uma propagação, aproximadamente, igual a $1000 \mu\text{m}$. Como teoricamente esperado, o resultado obtido para a distribuição do campo \mathbf{h} concorda rigorosamente com a distribuição do modo fundamental HE_{11}^x , calculado através da análise modal.

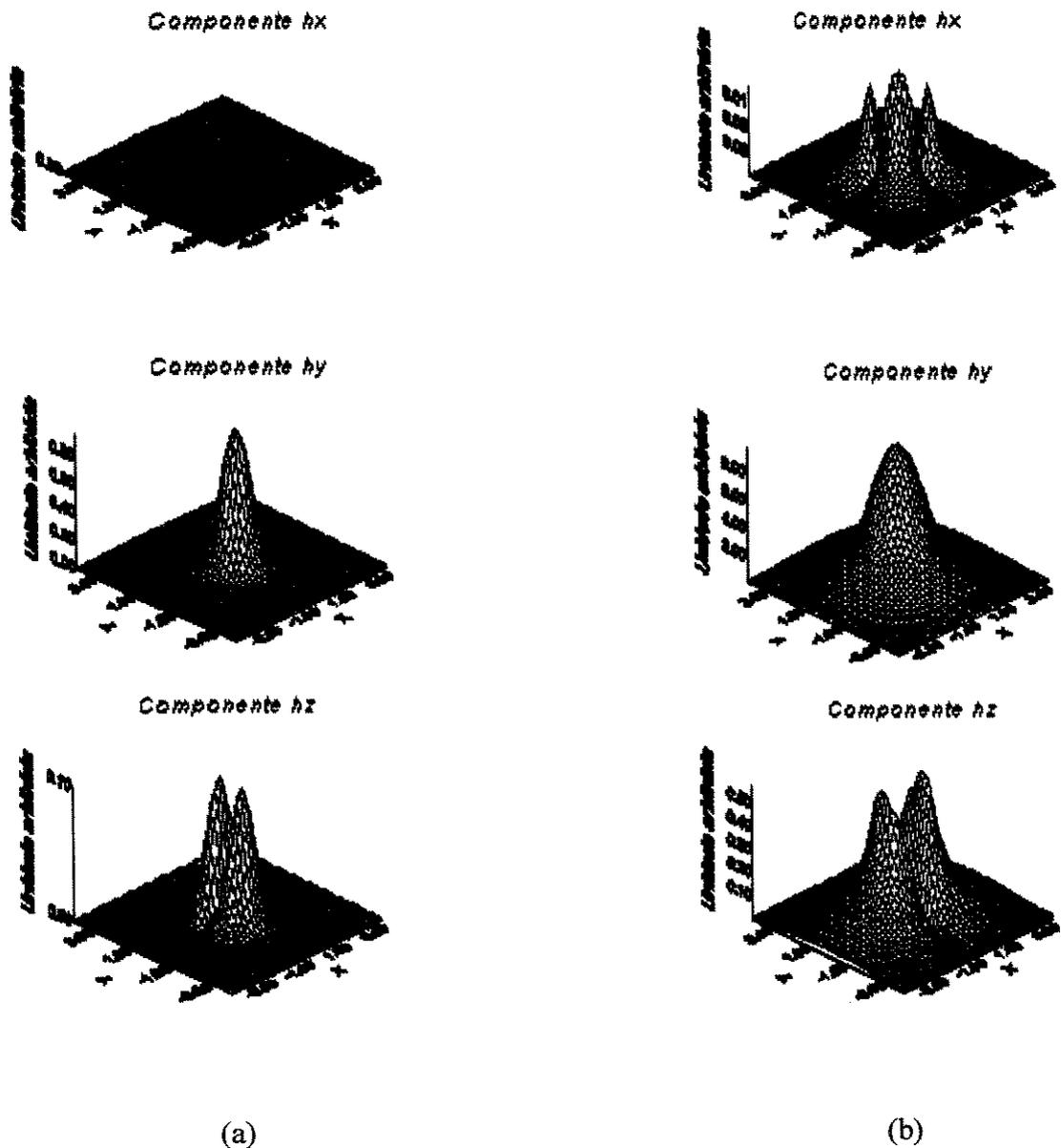


Figura 4.4 – Valores absolutos das componentes do campo magnético \mathbf{h} para (a) $z=0 \mu\text{m}$ e (b) $z = 1000 \mu\text{m}$.

Para verificar o efeito da anisotropia sob a polarização do campo \mathbf{h} , considerou-se, como feixe inicial, uma combinação linear dos modos de polarização HE_{11}^x e HE_{11}^y , representando uma onda com polarização de 45° . A mencionada combinação linear foi

obtida, simplesmente, somando vetorialmente as distribuições do campo magnético \mathbf{h} correspondentes aos modos de polarização HE_{11}^x e HE_{11}^y . As constantes de fase efetivas $n_{\text{eff}} = \left(\beta_z / k_0 \right)$ dos modos HE_{11}^x e HE_{11}^y foram calculadas através da análise modal e os valores obtidos foram $n_{\text{eff1}}=1,461223961$ e $n_{\text{eff2}}=1,4608187976$, respectivamente. Admitiu-se $\lambda = 0,829 \mu\text{m}$, $\Delta z = 0,1 \mu\text{m}$ e $\left(\beta_z / k_0 \right) = \left(\frac{n_{\text{eff1}} + n_{\text{eff2}}}{2} \right)$ para o índice de refração de referência. A Figura 4.5 mostra as variações das fases ϕ_x e ϕ_y , que representam as fases das frentes de onda dos modos de polarização HE_{11}^x e HE_{11}^y , respectivamente.

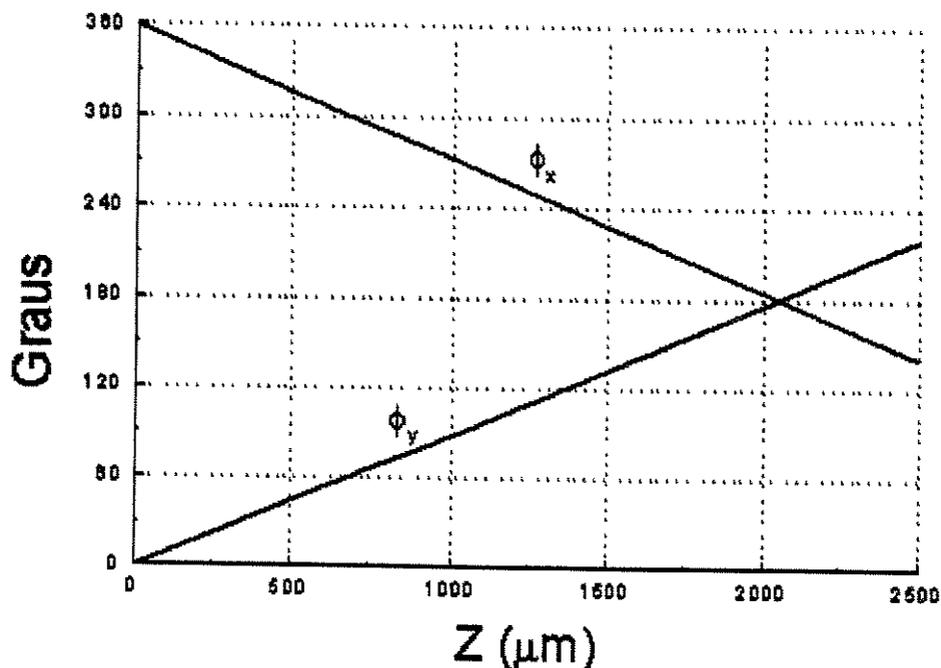


Figura 4.5 – Evolução das fases das componentes transversais do campo magnético \mathbf{h} ao longo da direção de propagação, z .

Nota-se, na Figura 4.5, que para o β_{ref} selecionado que o ponto de interseção das retas que representam ϕ_x e ϕ_y corresponde à diferença de fase igual a $\delta\phi = \phi_x - \phi_y = 2\pi$ rad e ocorre em $z = 2.047 \mu\text{m}$. Este valor apresenta ótima concordância com aquele calculado

para o comprimento de batimento, através da relação $L_B = \frac{\lambda}{(n_{\text{eff}1} - n_{\text{eff}2})}$. Utilizando os

valores de $n_{\text{eff}1}$ e $n_{\text{eff}2}$ extraídos da análise modal, encontramos $L_B = 2.046 \mu\text{m}$. Desta forma verificamos que o valor de L_B calculado aplicando-se a técnica numérica FE-VBPM apresenta ótima concordância com aquele valor proveniente da análise modal. Em adição, calculou-se o estado da polarização da onda (SOP) utilizando-se as amplitudes e fases das componentes transversais do campo magnético \mathbf{h} computados para diversos pontos ao longo do eixo z , em conjunto com a bem conhecida expressão

$$\mathbf{h}_t(z, t) = \mathbf{u}_x |h_x| \cos(\omega t - \phi_x(z)) + \mathbf{u}_y |h_y| \cos(\omega t - \phi_y(z)) \quad [46].$$

Aqui, \mathbf{u}_x e \mathbf{u}_y são os vetores unitários que apontam para as direções dos eixos da fibra altamente birrefringente. Como era teoricamente esperado, os resultados obtidos para a evolução do estado de polarização é cíclico, como é claramente observado na Figura 4.6, que foi traçada considerando um comprimento de batimento, definido como sendo a menor distância requerida para que o SOP se repita.

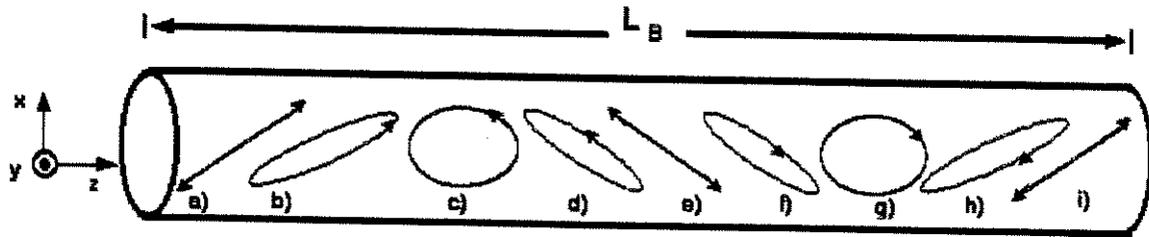


Figura 4.6 – Distribuição axial do estado de polarização (SOP)

Com relação à Figura 4.6, notamos que, inicialmente, h_x e h_y estão em fase e, portanto, o campo $\mathbf{h}_t(z, t)$ está linearmente polarizado. Ao mesmo tempo que as componentes próprias de polarização se propagam, a diferença de fase $\phi_x - \phi_y$ varia linearmente com a distância. Para qualquer valor de diferença de fase entre 0 e π rad, $\mathbf{h}_t(0 < z < L_B/2, t)$ estará elípticamente polarizado. Em $z = L_B/2$ as duas componentes de polarização h_x e h_y estarão com oposição de fase e, portanto, $\mathbf{h}_t(L_B/2, t)$ voltará a ser linearmente polarizado, porém com polarização cruzada em relação a $\mathbf{h}_t(0, t)$. Após se propagar até uma distância L_B , as componentes h_x e h_y estarão em fase novamente e $\mathbf{h}_t(L_B, t)$ estará com o mesmo estado de polarização (SOP) inicial.

4.4 ANÁLISE DA PROPAGAÇÃO DO FEIXE ÓPTICO EM UM GUIA DE ONDA DIELÉTRICO ANISOTRÓPICO EMBEBIDO EM MEIO DIELÉTRICO E COM DESALINHAMENTO DOS EIXOS ÓPTICOS

Como o tensor permissividade possui termos fora da diagonal, no caso, ϵ_{xy} e ϵ_{yx} , pode-se, também, analisar a propagação de feixes ópticos em guias dielétricos anisotrópicos considerando-se os eixos ópticos desalinhados com relação aos eixos do sistema de coordenadas, conforme mostra a Figura 4.7.

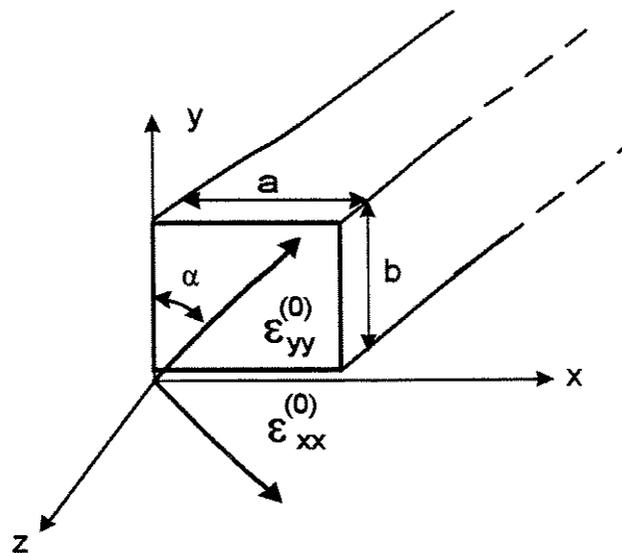


Figura 4.7 – Representação do guia de onda dielétrico anisotrópico considerando o desalinhamento dos eixos ópticos de um ângulo α .

Neste teste, considerou-se um guia de onda dielétrico anisotrópico com dimensões transversais a e b , sendo $a = b = 1\mu\text{m}$. Aqui, o guia de onda está embebido em um meio

dielétrico isotrópico de índice de refração $\sqrt{2,05}$ e os índices de refração ordinário e extraordinário do guia foram escolhidos iguais a $\sqrt{2,31}$ e $\sqrt{2,19}$, respectivamente. Nessa simulação considerou-se uma janela computacional de $30\mu\text{m} \times 30\mu\text{m}$ coberta por 4784 elementos lineares e fez-se $\lambda = 0,86 \mu\text{m}$, $\Delta z = 0,1 \mu\text{m}$, $\alpha = 45^\circ$ e os termos do tensor permissividade iguais a [46]:

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{xx}^{(0)} \cos^2 \alpha + \varepsilon_{yy}^{(0)} \sin^2 \alpha \quad (4.1)$$

$$\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{xx}^{(0)} \sin^2 \alpha + \varepsilon_{yy}^{(0)} \cos^2 \alpha \quad (4.2)$$

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{zz}^{(0)} \quad (4.3)$$

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = (\varepsilon_{xx}^{(0)} - \varepsilon_{yy}^{(0)}) \sin \alpha \cos \alpha \quad (4.4)$$

nos quais, α é o ângulo de rotação dos eixos principais do tensor com respeito aos eixos x e y do sistema de coordenadas do guia em torno do eixo comum z como mostra a Figura 4.7. Os termos $\varepsilon_{xx}^{(0)}$, $\varepsilon_{yy}^{(0)}$ e $\varepsilon_{zz}^{(0)}$ são os termos da diagonal do tensor ε quando tem-se os eixos ópticos alinhados com os eixos do sistema de coordenadas.

Considerou-se, como distribuição inicial de campo \mathbf{h} e como constante de fase de referência, valores iguais à distribuição de campo do modo de polarização E_{11}^x , com $\alpha = 0$ e a constante de fase efetiva $\left(\frac{\beta_z}{k_0}\right)$ deste campo, respectivamente. Estes valores foram calculados mediante o emprego da análise modal. A Figura 4.8 mostra as variações das

componentes h_x e h_y normalizadas ao longo da direção de propagação, ou seja, eixo z .
 Nota-se que as componentes transversais psilam entre os modos de polarização HE_{11}^x e HE_{11}^y e que este comportamento é cíclico.

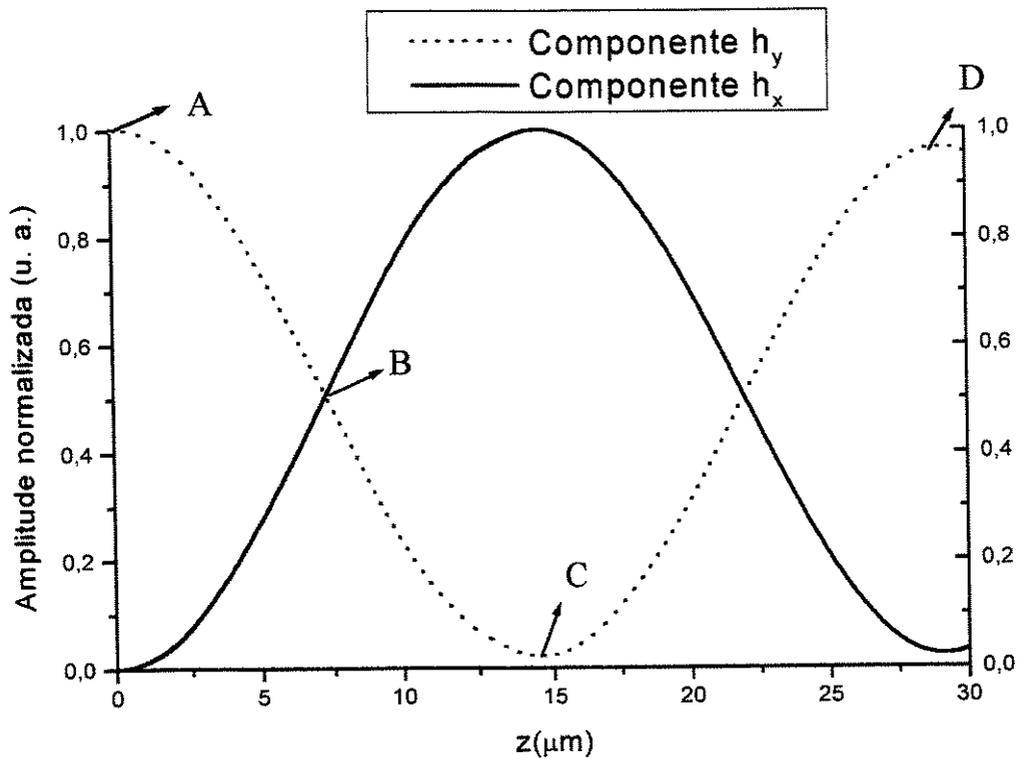


Figura 4.8 –Evolução das amplitudes, das componentes h_x e h_y , ao longo da direção z .

Os gráficos representados pelas Figuras 4.9 e 4.10 mostram o campo \mathbf{h} para as posições ao longo de z assinaladas por A, B, C e D, conforme indica a Figura 4.8. O feixe inicial, correspondente a posição A da Figura 4.8, é quase TE e a medida que o mesmo vai se propagando a energia referente a componente h_y vai se transferindo para

a componente h_x . Para a posição B temos as componentes praticamente com a mesma energia. A transferência de energia da componente h_y para h_x continua à medida que o feixe se propaga, até que, para a posição C, ao longo de z , temos uma onda quase TM. Sendo assim o campo, inicialmente TE, depois de uma propagação de aproximadamente $14,6 \mu\text{m}$ sofre uma rotação de 90° tornando-se numa onda quase TM, conforme indica o campo representado na coluna esquerda da Figura 4.10. Com respeito à posição E, verificamos que o campo assume novamente a configuração inicial para $z = 29,2\mu\text{m}$, que está de acordo com o valor obtido através da relação $L_B = \frac{\lambda}{(n_{eff1} - n_{eff2})}$, na qual L_B é o comprimento de batimento e n_{eff1} e n_{eff2} são as constantes de fases dos modos de polarização E_{11}^x e E_{11}^y , respectivamente. Os valores das constantes de fases obtidos por intermédio da análise modal foram: $n_{eff1} = 1.4730693102$ e $n_{eff2} = 1.445133496$. Logo o valor do comprimento de batimento calculado pela análise modal é igual a $L_B = 28,6370 \mu\text{m}$ e apresenta boa concordância com o valor de L_B determinado pela propagação. Comportamento análogo ao descrito também foi verificado quando consideramos, como feixe inicial, o modo de polarização E_{11}^y com $\alpha = 0$.

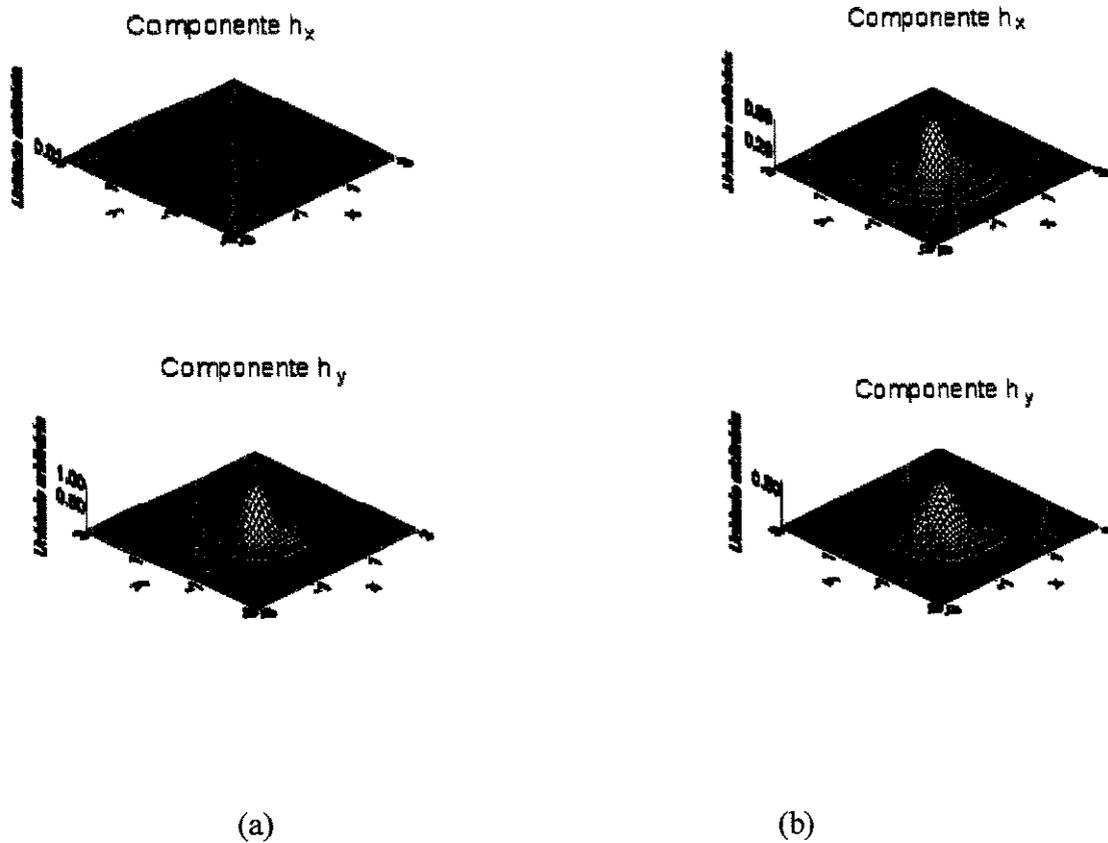


Figura 4.9 – As colunas (a) e (b) mostram os módulos das distribuições das componentes de campos h_x e h_y para as posições A e B (ver Figura 4.8) , respectivamente.

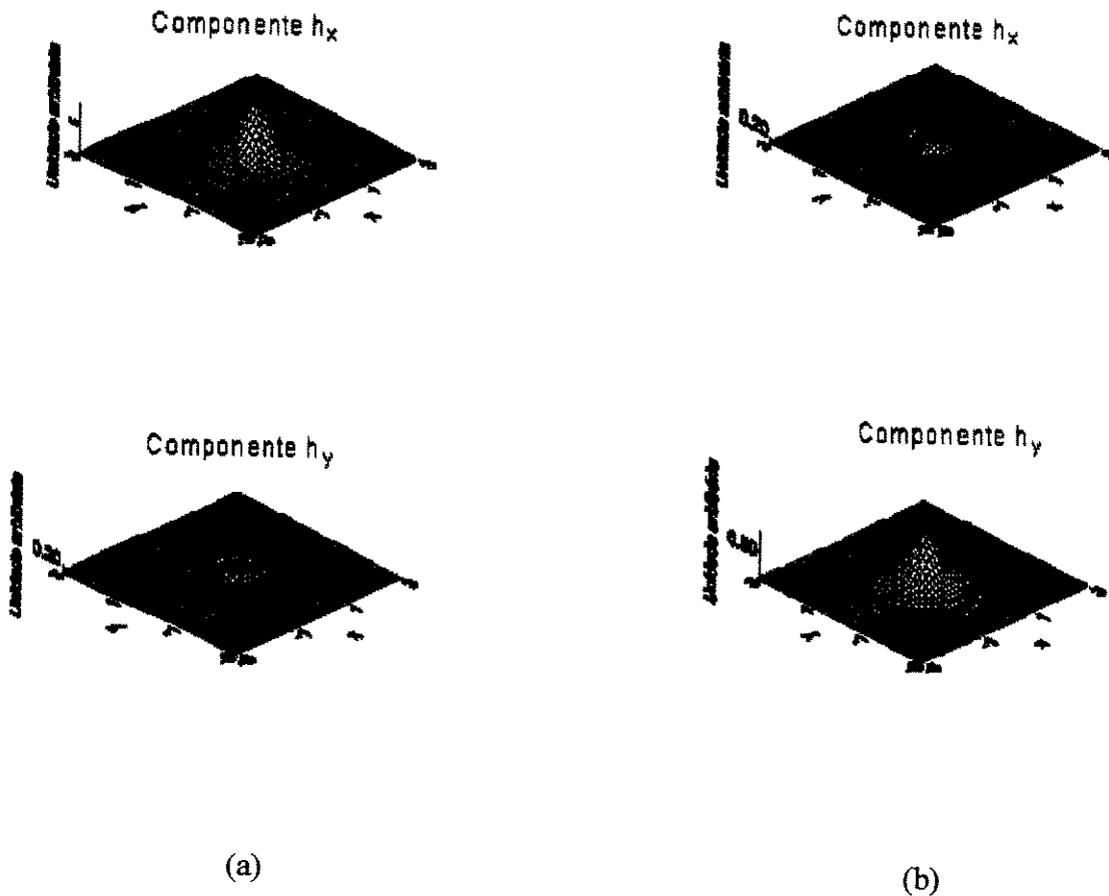


Figura 4.10 – As colunas a) e b) mostram os módulos das distribuições das componentes de campos h_x e h_y para as posições C e D (ver Figura 4.8), respectivamente.

4.5 ANÁLISE DA PROPAGAÇÃO DO FEIXE ÓPTICO EM UMA FIBRA DE ALTA BIRREFRINGÊNCIA COM EIXOS ÓPTICOS DESALINHADOS

Consideramos o experimento mostrado em [33], onde uma fibra de alta birrefringência foi analisada através de um instrumento interferométrico com o objetivo de localizar os eixos principais de birrefringência sem precisar clivar a fibra. Quando uma

fibra é lateralmente pressionada por uma força constante, fazendo um ângulo θ com o eixo lento, ocorre uma rotação dos eixos principais de birrefringência de um ângulo α , dado por:

$$\tan(2\alpha) = \frac{k \sin(2\theta)}{1 - k \cos(2\theta)} \quad (4.5)$$

e a amplitude da birrefringência resultante passa a ser igual a :

$$B_T = \sqrt{B_{\text{int}}^2 + B_{\text{ext}}^2 - 2B_{\text{in}}B_{\text{ext}} \cos 2\theta} \quad (4.6)$$

onde $k = \frac{B_{\text{ext}}}{B_{\text{in}}}$, sendo B_{ext} a birrefringência induzida pela aplicação da força externa F

e B_{in} é a birrefringência intrínseca da fibra, definida por $B_{\text{int}} = \beta_s - \beta_f = \frac{2\pi}{L_B}$, onde β_s

e β_f são as constantes efetivas de propagação para os modos de polarização lento e

rápido, e L_B é o comprimento de batimento dos mencionados modos. A Figura 4.11

mostra a força externa sendo aplicada a uma fibra de alta birrefringência, provocando rotação dos eixos principais de polarização.

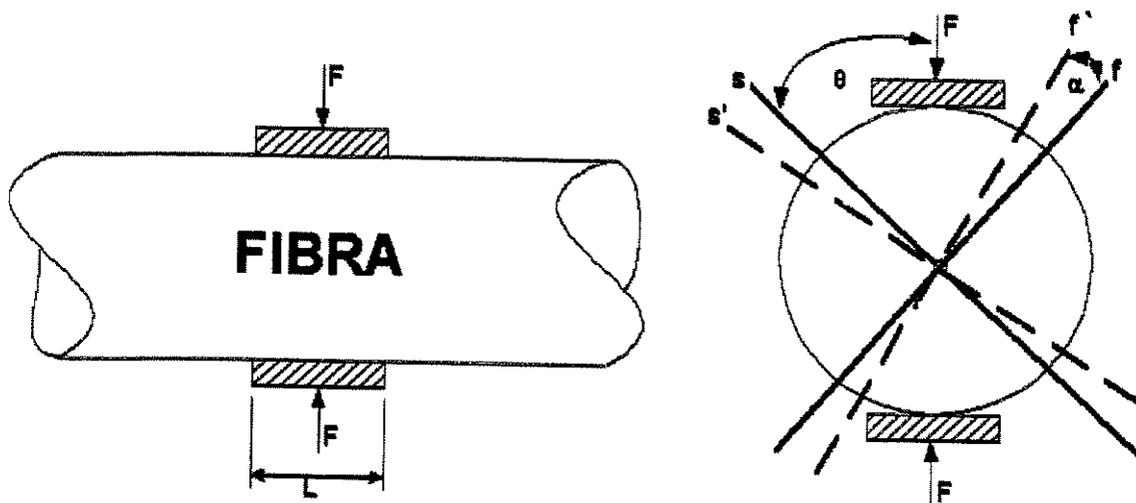


Figura 4.11 – Força externa sendo aplicada a uma fibra de alta birrefringência provocando rotação dos eixos principais de polarização.

A fibra de alta birrefringência é a mesma da Seção 4.3, ou seja, ela possui raio igual a $R = 1,1 \mu\text{m}$, e termos do tensor permissividade relativa dados por: $\epsilon_{xx}^{(0)} = 2,16$, $\epsilon_{yy}^{(0)} = \epsilon_{zz}^{(0)} = 2,162099384$ para o núcleo e $\epsilon_c = 2,1257$ para a casca. O comprimento de onda foi centrado em $\lambda = 0,829 \mu\text{m}$, o incremento em z foi igual a $\Delta z = 0,1 \mu\text{m}$ e admitiu-se que a força F aplicada corresponde a $k \cong 0,17$, que foi estimado em [33]. O trecho da fibra pressionada foi igual a 2mm. Considerou-se, ainda, desprezível a birrefringência induzida na casca, comparada com aquela induzida no núcleo.

Primeiramente, para simular a propagação do feixe óptico no trecho de fibra pressionada, calculou-se α usando a relação (4.5) para diversos valores de θ e, depois, obteve-se os elementos do tensor permissividade através das equações (4.1) a (4.5),

sendo aqui, $\varepsilon_{xx}^{(0)}$, $\varepsilon_{yy}^{(0)}$, $\varepsilon_{zz}^{(0)}$ os índices de refração sem o efeito das tensões induzidas pela força F para as direções x , y e z , respectivamente. A fibra foi excitada pelo modo de polarização fundamental HE_{11}^x e, para cada valor de θ , a intensidade da componente h_x , referente ao modo de polarização HE_{11}^y , foi calculada depois que o feixe propagou-se pelo trecho da fibra pressionada pela força F . A Figura 4.12 compara os resultados numéricos com os dados experimentais apresentados em [33], que foram obtidos através de um instrumento baseado em uma técnica interferométrica [47].

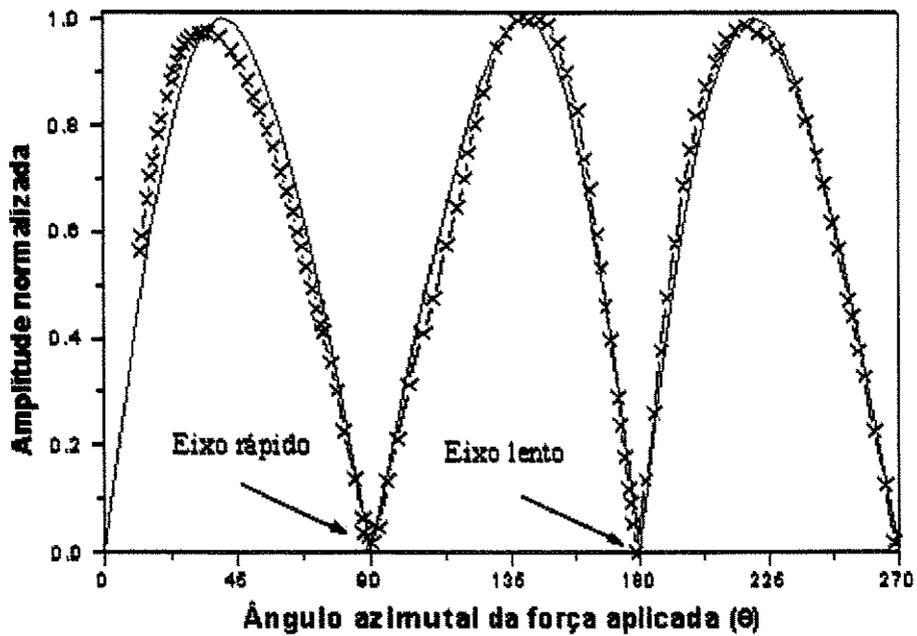


Figura 4.12 – Resultado da simulação referentes à localização dos eixos de birrefringência de uma fibra óptica. A linha sólida representa a curva obtida pela simulação numérica e a curva com x mostra os dados experimentais, colhidos na literatura especializada [33].

Notamos uma concordância entre os valores obtidos através da simulação numérica e os dados experimentais. Melhores resultados podem ser obtidos através de cálculos mais precisos para k ou por meio de análises rigorosas, levando em conta as variações sofridas pelo perfil do índice de refração devido às tensões induzidas pela força externa F [48].

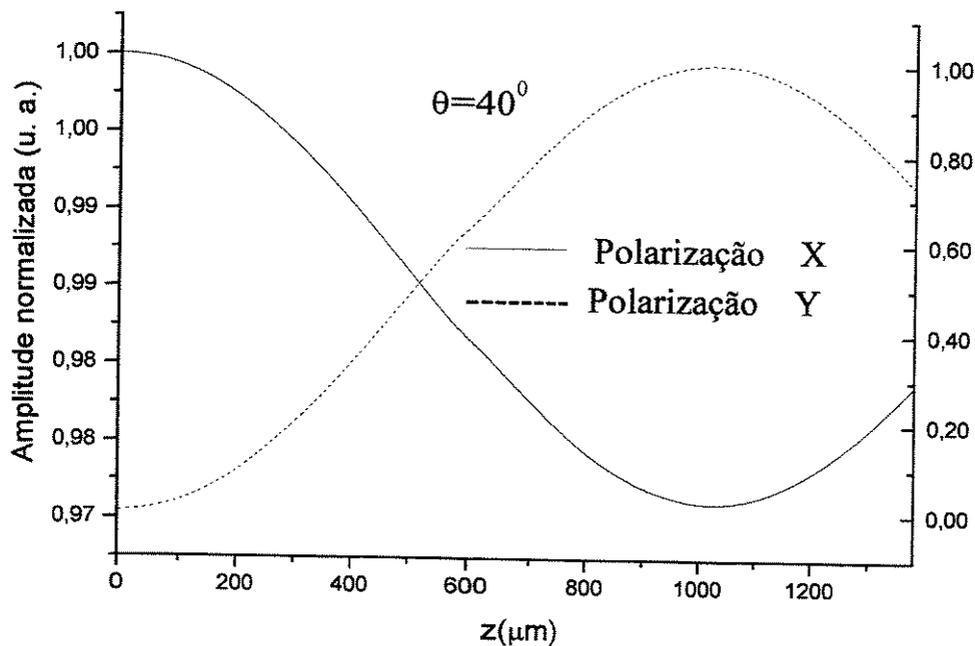


Figura 4.13 – Evolução das amplitudes das componentes transversais do campo h para uma força externa aplicada com $\theta = 40^\circ$.

A Figura 4.13 mostra o processo cíclico da evolução das amplitudes das componentes transversais do campo \mathbf{h} , considerando uma força externa \mathbf{F} aplicada segundo o ângulo $\theta = 40^\circ$.

4.6 CONCLUSÕES

A formulação FE-VBPM é aqui utilizada para analisar a propagação em guias de ondas dielétricos anisotrópicos. Examinando os campos e traçando o estado de polarização da onda para uma fibra óptica altamente birrefringente, demonstramos que a formulação realmente leva em conta a natureza vetorial das ondas eletromagnéticas, uma vez que considera a dependência da polarização com relação à geometria e ao material e o acoplamento das componentes de campo \mathbf{h} , por causa, principalmente, à anisotropia. Finalmente, para demonstrar o rigor da formulação, também para situações caracterizadas por um tensor permissividade com elementos fora da diagonal, analisamos uma fibra altamente birrefringente com rotação dos eixos principais de polarização provocada por uma força externa \mathbf{F} constante. Os resultados desta simulação apresentam boa concordância com dados experimentais presentes na literatura.

CONCLUSÕES

Apresentamos neste trabalho uma formulação vetorial para a análise da propagação do feixe óptico em guias de ondas dielétricos constituídos por materiais isotrópicos e anisotrópicos. O tensor permissividade foi definido com variação arbitrária ao longo da seção transversal do guia de onda e com elementos fora da diagonal, mais especificamente, ε_{xy} e ε_{yx} . Daí pode-se, também, analisar guias de ondas com eixos ópticos desalinhados.

O método FE-VBPM apresentado é baseado na técnica nodal dos elementos finitos, utiliza o esquema de diferenças finitas Crank-Nicholson para desenvolver a propagação do feixe e foi desenvolvida a partir da equação de onda vetorial, escrita em termos das componentes transversais h_x e h_y do campo magnético \mathbf{h} , por meio da inclusão implícita da condição do divergente igual a zero, que, também, garante a eliminação das soluções espúrias. Com a eliminação da componente axial h_z reduziu-se substancialmente o esforço computacional, uma vez que as dimensões das matrizes do sistema matricial, resultante da aplicação da técnica aqui apresentada, ficam reduzidas de, aproximadamente, 45% com a relação à técnica FE-VBPM que também emprega elementos nodais, mas que apresenta as três componentes do campo \mathbf{h} . Além de utilizar malhas totalmente não uniformes, que permitem concentrar elementos em regiões de maior interesse, a formulação foi enriquecida pelo uso de programas otimizados para o tratamento das matrizes esparsas resultantes da aplicação do método dos elementos finitos.

Resultados foram obtidos para uma variedade de estruturas de guiamento de ondas, de grande interesse, particularmente para o desenvolvimento de óptica integrada e para fibra óptica. A consistência da formulação foi examinada através de várias simulações envolvendo guias de ondas dielétricos constituídos por materiais isotrópicos e anisotrópicos, entre eles, a fibra com perfil de índice de refração formado por dielétrico isotrópico, guia costela, guias idênticos acoplados, fibra altamente birrefringente e, ainda, um guia de onda em forma de junção Y, cuja simulação deixou claro o potencial da técnica FE-VBPM para analisar guias de ondas variando ao longo da direção de propagação. A evolução das componentes do campo magnético \mathbf{h} computados foi comparada com aquela encontrada na literatura especializada. Uma boa concordância foi sempre observada. Dentre as diversas estruturas aqui estudadas, pode-se destacar a análise feita para a fibra altamente birrefringente. Para este caso, além de analisar a evolução das componentes do campo \mathbf{h} , traçou-se a evolução do estado da polarização. Por intermédio destes resultados, notou-se o efeito do material e da geometria sobre as diferentes polarizações do modo fundamental e o acoplamento das componentes de campo devido, principalmente, à anisotropia. Ainda com relação à fibra altamente birrefringente, examinou-se a propagação do feixe óptico quando tem-se a rotação dos eixos principais de polarização. Os resultados obtidos apresentam boa concordância com dados experimentais publicados na literatura especializada. Desta forma, mostrou-se, também, a eficiência da técnica em situações em que o tensor permissividade possui elementos fora da diagonal.

A partir deste trabalho outros poderão ser realizados, dentro desta mesma linha de pesquisa . Como exemplo, pode-se enumerar:

- a) análise de estruturas envolvendo materiais não recíprocos, como os guias de ondas magneto ópticos, meios não lineares e não homogêneos com perfis do índice de refração na forma gaussiana, erro complementar, exponencial, funções quadráticas, etc;
- b) incorporação da camada perfeitamente casada (PML, perfectly matched layer) que defina um absorvedor não físico, adjacente às paredes que limitam o domínio computacional, com uma impedância que é independente do ângulo de incidência e da frequência das ondas espalhadas;
- c) adoção de esquemas de propagação não paraxial baseados, por exemplo, na relação de recorrência de Padé;
- d) análise de guias com outras formas geométricas, por exemplo, guias com curvaturas, funilamentos, seção transversal elíptica etc;
- e) análise de guias acoplados com dimensões geométricas e características físicas diferentes;

- f) aplicação da formulação no estudo de estruturas de multicamadas dielétricas mediante a inclusão da condição de periodicidade;
- g) estudo de guias de ondas dielétricos com fortes descontinuidades do índice de refração ao longo da direção de propagação (BPM bidirecional);
- h) análise da influência das tensões induzidas por forças externas sobre a propagação dos campos eletromagnéticos.

APÊNDICE A

OBTENÇÃO DA RELAÇÃO (2.25)

Começamos destacando o segundo termo da equação de onda vetorial (2.21):

$$\mathbf{u}_z \times \frac{\partial}{\partial z} \left[\mathbf{k}_t \left(\mathbf{u}_z \times \frac{\partial \mathbf{h}_t}{\partial z} \right) \right] \quad (\text{A.1})$$

Considerando $\mathbf{F}_t = \frac{\partial \mathbf{h}_t}{\partial z}$, obtém-se as seguintes relações:

$$\mathbf{u}_z \times \mathbf{F}_t = \mathbf{u}_z \times (F_x \mathbf{u}_x + F_y \mathbf{u}_y) = F_x \mathbf{u}_y - F_y \mathbf{u}_x \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{k}_t (\mathbf{u}_z \times \mathbf{F}_t) = \begin{pmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} -F_y \\ F_x \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} -k_{xx}F_y + k_{xy}F_x \\ -k_{yx}F_y + k_{yy}F_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{xy} & -k_{xx} \\ k_{yy} & -k_{yx} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Finalmente, utilizando-se as relações (A.2) e (A.3) na equação (A.1), chega-se a:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_z \times \frac{\partial}{\partial z} [\mathbf{k}_t (\mathbf{u}_z \times \mathbf{F}_t)] &= \mathbf{u}_z \times \frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} -k_{xx}F_y - k_{yy}F_x \\ -k_{yx}F_y - k_{xy}F_x \end{pmatrix} = \frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} k_{yx}F_y - k_{yy}F_x \\ -k_{xx}F_y - k_{xy}F_x \end{pmatrix} = \\ &= \frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} -k_{yy} & k_{yx} \\ k_{xy} & -k_{xx} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Agora, fazendo:

$$\mathbf{k}_{\text{tb}} = \begin{pmatrix} -k_{yy} & k_{yx} \\ k_{xy} & -k_{xx} \end{pmatrix} \text{ na equação (A.4), obtém-se a seguinte identidade vetorial,}$$

empregada no segundo termo da equação de onda (2.21):

$$\mathbf{u}_z \times \frac{\partial}{\partial z} \left[\mathbf{k}_t \left(\mathbf{u}_z \times \frac{\partial \mathbf{h}_t}{\partial z} \right) \right] = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mathbf{k}_{\text{tb}} \frac{\partial \mathbf{h}_t}{\partial z} \right)$$

APÊNDICE B

INTEGRAÇÃO POR PARTES

Segue-se, abaixo, o procedimento para obtenção das equações (2.42)-(2.44) que correspondem às integrações por partes do primeiro, terceiro e quarto termo da equação (2.41).

Primeiramente, destacamos o primeiro termo da equação (2.41):

$$\frac{\partial}{\partial Z} \int_{\Omega} \mathbf{u}_z \times [\mathbf{k}_{0t} \nabla_t \times (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z] \mathbf{w}_t d\Omega \quad (\text{B.1})$$

Sendo \mathbf{a} , \mathbf{b} e \mathbf{c} três vetores quaisquer, sabe-se que:

$$\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) = \mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \quad (\text{B.2})$$

Agora, fazendo: $\mathbf{a} = \mathbf{u}_z$, $\mathbf{b} = \mathbf{k}_{0t} [\nabla_t \times (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z]$ e $\mathbf{c} = \mathbf{w}_t$, obtém-se:

$$- \int_{\Omega} \mathbf{u}_z \times [\mathbf{k}_{0t} \nabla_t \times (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z] (\mathbf{u}_z \times \mathbf{w}_t) d\Omega \quad (\text{B.3})$$

Chamando $\mathbf{T} = \nabla_t \times (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z$ e $\mathbf{V} = (\mathbf{u}_z \times \mathbf{w}_t)$ tira-se que:

$$\mathbf{k}_{ot} \mathbf{T} = \begin{bmatrix} k_{0xx} & k_{0xy} \\ k_{0yx} & k_{0yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \end{Bmatrix} = (k_{0xx} T_x + k_{0xy} T_y) \mathbf{u}_x + (k_{0yx} T_x + k_{0yy} T_y) \mathbf{u}_y$$

e

$$(\mathbf{k}_{ot} \mathbf{T}) \cdot \mathbf{V} = k_{0xx} T_x V_x + k_{0xy} T_y V_x + k_{0yx} T_x V_y + k_{0yy} T_y V_y = \mathbf{T} \cdot (\mathbf{k}_{ot} \mathbf{V}) \quad (\text{B.4})$$

Usando (B.4) na equação (B.3), obtém-se:

$$-\int_{\Omega} \mathbf{u}_z \times [\mathbf{k}_{ot} \nabla_t \times (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z] \cdot \mathbf{w} \, d\Omega = \int_{\Omega} [\nabla_t \times (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z] \cdot [\mathbf{k}_{ot}^t (\mathbf{u}_z \times \mathbf{w}_t)] \, d\Omega \quad (\text{B.5})$$

Segundo a primeira identidade vetorial de Green, temos:

$$\int_{\Omega} (\nabla \times \mathbf{a}) \cdot (\nabla \times \mathbf{b}) \, d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{a} \cdot (\nabla \times \nabla \times \mathbf{b}) \, d\Omega = \int_{\partial\Omega} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{a} \times \nabla \times \mathbf{b}) \, d\ell, \quad (\text{B.6})$$

na qual \mathbf{n} é o vetor unitário normal à superfície Ω . Fazendo $\mathbf{a} = \mathbf{k}_{ot}^t (\mathbf{u}_z \times \mathbf{w}_t)$ e $\nabla \times \mathbf{b} = \nabla_t \cdot \mathbf{h}_t \mathbf{u}_z$ na (B.6), obtém-se:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} [\nabla_t \times (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z] \cdot [\mathbf{k}_{ot}^t (\mathbf{u}_z \times \mathbf{w}_t)] \, d\Omega &= \int_{\Omega} (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z \cdot [\nabla_t \times \mathbf{k}_{ot}^t (\mathbf{u}_z \times \mathbf{w}_t)] \, d\Omega - \\ - \int_{\partial\Omega} [\mathbf{k}_{ot}^t (\mathbf{u}_z \times \mathbf{w}_t)] \times [(\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z] \cdot \mathbf{n} \, d\ell \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Finalmente, levando a equação (B.5) na (B.7) chega-se à equação (2.42) que corresponde à integração por partes do primeiro termo da (2.41), ou seja:

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_{\Omega} \mathbf{u}_z \times [\mathbf{k}_{ot} \nabla_t \times (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z] \cdot \mathbf{w}_t \, d\Omega = \frac{\partial}{\partial z} \int_{\Omega} (\nabla_t \cdot \mathbf{h}_t) \mathbf{u}_z \cdot [\nabla_t \times \mathbf{k}_{ot}^t (\mathbf{u}_z \times \mathbf{w}_t)] \, d\Omega +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z} \int_{\partial\Omega} \nabla_t \cdot \mathbf{h}_t [\mathbf{u}_z \times \mathbf{k}_{\text{ot}}^t (\mathbf{u}_z \times \mathbf{w}_t)] \mathbf{n} d\ell$$

Para a obtenção da equação (2.43) empregou-se, novamente, o primeiro teorema vetorial de Green, dado por (B.6), fazendo: $\nabla \times \mathbf{b} = k_{zz} \nabla_t \times \mathbf{h}_t$ e $\mathbf{a} = \mathbf{w}_t$. Como resultado tem-se:

$$\int_{\Omega} (\nabla_t \times \mathbf{w}_t) (\mathbf{k}_{zz} \nabla_t \times \mathbf{h}_t) d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{w}_t \cdot [\nabla_t \times (\mathbf{k}_{zz} \nabla_t \times \mathbf{h}_t)] d\Omega = \int_{\partial\Omega} \mathbf{n} \cdot [\mathbf{w}_t \times (\mathbf{k}_{zz} \nabla_t \times \mathbf{h}_t)] d\ell \quad (\text{B.8})$$

Agora, usando $(\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \cdot \mathbf{a} = \mathbf{b} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{a})$ com $\mathbf{a} = \mathbf{k}_{zz} \nabla_t \times \mathbf{h}_t$, $\mathbf{b} = \mathbf{n}$ e $\mathbf{c} = \mathbf{w}_t$ chega-se a:

$$(\mathbf{n} \times \mathbf{w}_t) (\mathbf{k}_{zz} \nabla_t \times \mathbf{h}_t) = \mathbf{n} \cdot (\mathbf{w}_t \times \mathbf{k}_{zz} \nabla_t \times \mathbf{h}_t) \quad (\text{B.9})$$

Levando (B.9) para o lado direito da (B.8), tira-se a (2.43):

$$\int_{\Omega} (\nabla_t \times \mathbf{k}_{zz} \nabla_t \times \mathbf{h}_t) \cdot \mathbf{w}_t d\Omega = \int_{\Omega} k_{zz} (\nabla_t \times \mathbf{h}_t) \cdot (\nabla_t \times \mathbf{w}_t) d\Omega + \int_{\partial\Omega} k_{zz} (\nabla_t \times \mathbf{h}_t) \cdot (\mathbf{w}_t \times \mathbf{n}) d\ell$$

Com relação à obtenção da equação (2.44), seguiu-se procedimento similar ao adotado para obtenção da relação (2.42).

APÊNDICE C

CÁLCULO DAS INTEGRAIS ELEMENTARES

Conforme mencionado na Seção 2.7 do Capítulo 2 , as integrais dadas pelas equações (2.62)-(2.68) são determinadas sem a necessidade de recorrer à integração numérica, uma vez que considera-se ε_i^e constante em cada um dos elementos. Neste apêndice apresentamos o procedimento de cálculo normalmente adotado para a resolução das integrais elementares (2.62)-(2.68) .

Primeiramente utilizamos a transformação entre o sistema global x e y , e o sistema de coordenadas locais ξ e η , como ilustra a Figura C.1

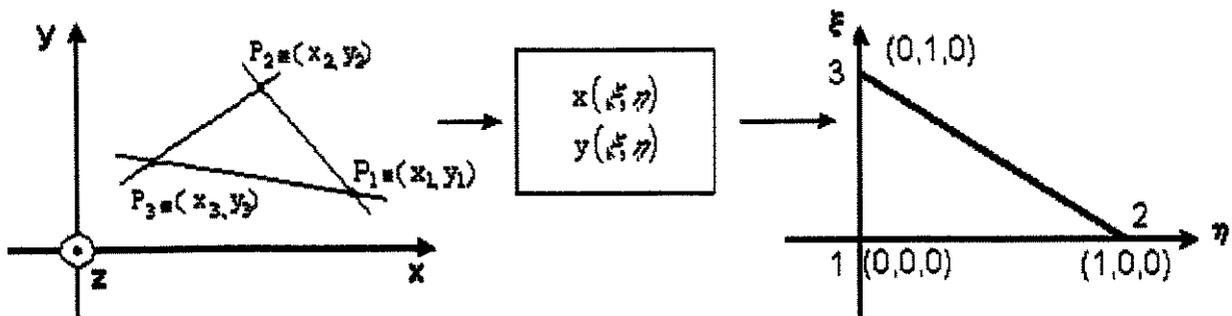


Figura C.1- Representação da mudança de sistema de coordenadas globais x e y para o sistema de coordenadas locais ξ e η .

Considera-se o conjunto de coordenadas locais ξ e η e seu correspondente conjunto de coordenadas globais x e y , como segue:

$$x = x(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^{ie} x_i \psi_i(\xi, \eta) \quad \text{C.1}$$

$$y = y(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^{ie} y_i \psi_i(\xi, \eta) \quad \text{C.2}$$

Para elementos lineares ($ie=3$), tem-se:

$$\psi_1 = 1 - \xi - \eta$$

$$\psi_2 = \xi$$

$$\psi_3 = \eta$$

Para elementos quadráticos ($ie=6$), tem-se:

$$\psi_1 = (1 - 2\xi - 2\eta)(1 - \xi - \eta)$$

$$\psi_2 = (2\xi - 1)\xi$$

$$\psi_3 = (2\eta - 1)\eta$$

$$\psi_4 = 4(1 - \xi - \eta)\xi$$

$$\psi_5 = 4\xi\eta$$

$$\psi_6 = 4\eta(1 - \xi - \eta)$$

Agora, usando o cálculo diferencial parcial nas relações (C.1) e (C.2), obtém-se:

$$\begin{Bmatrix} \partial/\partial\xi \\ \partial/\partial\eta \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \end{Bmatrix} \quad \text{C.3}$$

na qual a matriz $[J]$ é conhecida como matriz Jacobiana e é dada por:

$$[J] = \begin{bmatrix} \partial x/\partial\xi & \partial y/\partial\xi \\ \partial x/\partial\eta & \partial y/\partial\eta \end{bmatrix} = 2\Omega^e,$$

em que Ω^e é a área do elemento e .

Da (C.3) pode-se obter as derivadas em termos das coordenadas globais, ou seja:

$$\begin{Bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \partial/\partial\xi \\ \partial/\partial\eta \end{Bmatrix}$$

na qual a matriz $[J]^{-1}$ é a inversa da matriz Jacobiana.

Das relações apresentadas acima, obtém-se a seguinte transformação para a integração:

$$\int f(x,y) dx dy = \int f(\xi,\eta) |J(\xi,\eta)| d\xi d\eta \quad \text{(C.4)}$$

na qual $|J(\xi, \eta)|$ é o determinante da matriz Jacobiana.

Aplicando-se a transformação dada, por (C.4), nas equações (2.62)-(2.68), tira-se que:

$$s_{1ij}^e = \frac{1}{|J^e|} \left\{ (y_3^e - y_1^e) f_{1ij}^e - (y_3^e - y_1^e)(y_2^e - y_1^e)(f_{3ij}^e + f_{3ij}^{te}) + (y_2^e - y_1^e)^2 f_{2ij}^e \right\}$$

$$s_{2ij}^e = \frac{1}{|J^e|} \left\{ (x_3^e - x_1^e) f_{1ij}^e - (x_3^e - x_1^e)(x_2^e - x_1^e)(f_{3ij}^e + f_{3ij}^{te}) + (x_2^e - x_1^e)^2 f_{2ij}^e \right\}$$

$$s_{3ij}^e = -\frac{1}{|J^e|} \left\{ (x_3^e - x_1^e)(y_3^e - y_1^e) f_{1ij}^e - (x_3^e - x_1^e)(y_2^e - y_1^e) f_{3ij}^{te} - (x_2^e - x_1^e)(y_3^e - y_1^e) f_{3ij}^e + \right. \\ \left. + (x_2^e - x_1^e)(y_2^e - y_1^e) f_{2ij}^e \right\}$$

$$s_{3ij}^{te} = -\frac{1}{|J^e|} \left\{ (x_3^e - x_1^e)(y_3^e - y_1^e) f_{1ij}^{te} - (x_3^e - x_1^e)(y_2^e - y_1^e) f_{3ij}^e - (x_2^e - x_1^e)(y_3^e - y_1^e) f_{3ij}^{te} + \right. \\ \left. + (x_2^e - x_1^e)(y_2^e - y_1^e) f_{2ij}^{te} \right\}$$

$$s_{4ij}^e = |J^e| f_{4ij}^e$$

com:

$$f_{1ij}^e = \int_{\Omega^e} \frac{\partial \psi_i^e}{\partial \xi} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial \xi} d\xi d\eta,$$

$$f_{2ij}^e = \int_{\Omega^e} \frac{\partial \psi_i^e}{\partial \eta} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial \eta} d\xi d\eta$$

$$f_{3ij}^e = \int_{\Omega^e} \frac{\partial \psi_i^e}{\partial \eta} \frac{\partial \psi_j^e}{\partial \xi} d\eta d\xi,$$

$$f_{4ij}^e = \int_{\Omega^e} \psi_i^e \psi_j^e d\xi d\eta$$

As integrais f_{3ij}^{te} , f_{2ij}^{te} e f_{1ij}^{te} são as transpostas das integrais f_{3ij}^e , f_{2ij}^e e f_{1ij}^e , respectivamente.

Com relação às integrais de linha segue-se procedimento análogo, obtendo-se:

$$\mathcal{L}_{1ij}^e = \frac{h_a}{|J^e|} [(y_3^e - y_1^e) \ell_{p \ i,j}^e - (y_2^e - y_1^e) \ell_{q \ i,j}^e],$$

$$\mathcal{L}_{2ij}^e = -\frac{h_a}{|J^e|} [(x_3^e - x_1^e) \ell_{p \ i,j}^e - (x_2^e - x_1^e) \ell_{q \ i,j}^e].$$

Aqui considera-se que:

$$a) p=1, q=2, h_a = \sqrt{(x_2^e - x_1^e)^2 + (y_2^e - y_1^e)^2}, \quad \ell_{1ij}^e = \int_0^1 \psi_i^e \frac{\partial \psi_j^e}{\partial \xi} \Big|_{\eta=0} d\xi,$$

$$e \quad \ell_{2ij}^e = \int_0^1 \psi_i^e \frac{\partial \psi_j^e}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} d\xi, \text{ quando a integração é feita sobre a aresta } \overline{P_1 P_2};$$

$$b) p=3, q=4, h_a = \sqrt{(x_3^e - x_1^e)^2 + (y_3^e - y_1^e)^2}, \quad \ell_{3ij}^e = \int_0^1 \psi_i^e \frac{\partial \psi_j^e}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} d\eta$$

$$e \quad l_{4ij}^e = \int_0^1 \psi_i^e \frac{\partial \psi_j^e}{\partial \eta} \Big|_{\xi=0} d\eta, \text{ quando a integração é feita sobre a aresta } \overline{p_3 p_1};$$

$$c) p = 5, q = 6, h_x = \sqrt{(x_3^e - x_2^e)^2 + (y_2^e - y_1^e)^2}, \quad l_{5ij}^e = \int_0^1 \psi_i^e \frac{\partial \psi_j^e}{\partial \xi} d\xi \quad e$$

$$l_{6ij}^e = \int_0^1 \psi_i^e \frac{\partial \psi_j^e}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1-\xi} d\eta, \text{ quando a integração é feita sobre a aresta } \overline{p_2 p_3}.$$

REFERÊNCIAS

- [01] Masanori Koshiba, "Optical Waveguide Theory by the Finite Element Method", *KTK Scientific Publishers/Tokyo*, 1992.
- [02] D. Yevick, "A guide to electric field propagation techniques for guided-wave optics", *Optical and Quantum Electronics*, vol. 26, pp. S185-S197, 1994.
- [03] Y. Chung e N. Dagli, "An assessment of finite difference beam propagation method," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 26, pp. 1335-1339, agosto 1990.
- [04] M. D. Feit e J. A. Fleck, Jr., "Light propagation in graded-index optical fibers," *Appl. Opt.*, vol. 17, n° 24, pp. 3990-3998, dezembro 1978.
- [05] W. P. Huang e C. L. Xu, "Simulation of Three-Dimensional Optical Waveguides by a Full-Vector Beam Propagation Method", *IEEE J. Quantum Electron*, vol. 29, pp. 2639-2649 outubro 1993.
- [06] D. Yevick e B. Hermansson, "New formulations of the matrix beam propagation method: Application to rib waveguide," *IEEE J. Quantum. Electron.*, vol. 25, pp. 221-229, fevereiro 1989.
- [07] D. Yevick e B. Hermansson, "Split-step finite difference analysis of rib waveguides," *Electron. Lett.*, vol. 25, pp. 461-462, 1989.
- [08] D. Yevick e M. Glasner, "Forward wide-angle light propagation in semiconductor rib waveguides", *Opt. Lett.*, vol. 15, pp. 174-176, fevereiro 1990.
- [09] Y. Arai, A. Maruta, e M. Matsuhara, "Transparent boundary for the finite-element beam-propagation method", *Opt. Lett.*, vol.18, pp. 765-766, 1993.
- [10] F. Ma, C. L. Xu, e W. P. Huang, "Wide-angle full vectorial beam propagation method", *Inst. Elec. Eng. Proc.-Optoelectron.*, vol. 143, pp. 139-143, abril 1996.

- [11] F. A. Fernández, Y. C. Yong, e R. D. Ettinger, “A simple adaptive mesh generator for 2-D finite element calculations”, *IEEE Trans. On Magnetics*, vol. 29, pp. 1882-1885, março 1993.
- [12] Yasuhide Tsuji e Masanori Koshiha, “Simple and Efficient Adaptive Mesh Generation for Aproximation Scalar Guided-Mode and Beam-Propagation Solutions”, *IEICE Trans. Electron.*, Vol. E81-C, pp.1814-1820, dezembro 1998.
- [13] T. B. Koch, J. B. Davies, e D. Wickramasinghe, “Finite element /finite difference propagation algorithm for integrated optical devices”, *Electron. Lett.*, vol. 25, pp. 514-516, abril 1989.
- [14] K. Hayata, A. Misawa, e M. Koshiha, “Split-step finite-element method applied to nonlinear integrated optics”, *J. Opt. Soc. Amer. B*, Vol. 7, pp. 1772-1784, setembro 1990.
- [15] F. Schmidt, “Na adaptive approach to the numerical solution of Fresnel’s wave equation”, *J. Lightwave Technol.*, vol. 11, pp. 1425-1435, setembro 1993.
- [16] M. Koshiha e Y. Tsuji, “A wide-angle finite-element beam propagation method”, *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 8, pp. 1208-1210, setembro 1996.
- [17] Y. Tsuji, M. Koshiha, e T. Shiraishi, “Finite element beam propagation method for three-dimensional optical waveguide structures”, *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. 15, pp. 1728-1734, fevereiro 1997.
- [18] N. Takimoto, M. Koshiha, e Y. Tsuji, “Finite element beam propagation method for anisotropic optical waveguides,” *Trans. IEICE*, vol. J80-C-I, pp.213-219, maio 1997 (em japonês).
- [19] P. L. Liu e B. J. Li. “Semivectorial beam-propagation method for analyzing

- polarized modes of rib waveguides”, *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 28, pp.778-782, abril 1992.
- [20] P. L. Liu, S. L. Yang, e D. M. Yuan, ”The semivectorial beam propagation method”, *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 29, pp. 1205-1211, abril 1993.
- [21] P. L. Liu e B. J. Li, “Semivectorial Helmholtz beam propagation by Lanczos reduction”, *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 29, pp. 2385-2389, august 1993.
- [22] P. C. Lee e E. Voges, “Three-dimensional semi-vectorial wide-angle beam propagation method”, *J. Lightwave Technol.*, vol. 12, pp. 215-225, fevereiro 1994.
- [23] S. V. Polstyanko, R. Dyczij-Edlinger e J. F. Lee, “Full vectorial analysis of a nonlinear slab waveguide based on the nonlinear hybrid vector finite-element method”, *Optics Letters*, vol. 21, pp. 98-100, janeiro 1996.
- [24] Sergey V. Polstyanko e Jin-Fa Lee, “ $H_1(\text{curl})$ Tangential Vector Finite Element Method for Modeling Anisotropic Optical Fibers”, *J. Lightwave Technol.*, vol. 13, pp. 2290-2295, novembro 1995.
- [25] E. Montanari, S. Selleri, L. Vincetti e M. Zoboli, ”Finite-Element Formulation for Full-Vectorial Propagation Analysis in Three-Dimensional Optical Waveguides” *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 9, pp. 1244-1246, setembro 1997.
- [26] G. R. Hadley, “Wide-angle beam propagation using Padé approximant operations”, *Opt. Lett.*, vol. 17, pp. 1426-1428, 1992.
- [27] Kohtaro Hayashi, Masanori Koshiba, Yasuhide Tsuji, Susumu Yoneta, e Ryosaku Kaji, “Combination of Beam Propagation Method and Mode Expansion Propagation Method for Bidirectional Optical Beam Propagation Analysis”, *J. Lightwave Technol.*, vol. 16, pp. 2040-2045, novembro 1998.

- [28] R. Baets e P. E. Lagasse, "Loss calculation and design of arbitrarily curved integrated-optic waveguide", *J. Opt. Soc. Amer. B*, vol. 73, pp. 177-182, 1983.
- [29] Ü. Pekel e R. Mittra, "Mesh truncation in the finite-element frequency-domain method with a perfectly matched layer (PML) applied in conjunction with analytic and numerical absorbing boundary conditions", *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 9, pp. 176-180, julho 1995.
- [30] E. Montanari, S. Selleri, L. Vincetti e M. Zoboli, "Finite-Element Full-vectorial Propagation Analysis for Three-Dimensional z-Varying Optical Waveguide", *IEEE/OSA J. Lightwave Tech.*, Vol. 16, pp. 703-714, abril 1998.
- [31] Em. E. Kriezis e A. G. Papagiannakis, "A Joint Finite-Difference and FFT Full Vectorial Beam Propagation Scheme", *J. Lightwave Tech.*, vol. 13, abril 1995.
- [32] R. P. Ratowsky, J. A. Fleck, Jr. e M. D. Feit, "Helmholtz beam propagation in rib waveguides and couplers by iterative Lanczos reduction", *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 9, pp. 265-273, fevereiro 1992.
- [33] A. P. L. Barbero, "Sistema para Caracterização de Circuitos Ópticos a Fibras Altamente Birrefringentes", Tese de mestrado, ITA, São José dos Campos, SP, 1995.
- [34] Y. Namihira, M. Kudo e Y. Mushiake, "Effect of Mechanical Stress on the Transmission Characteristics of Optical Fibers", *J. IEEE Japan*, J160-C, 391(1977).
- [35] H. F. Pinheiro e H. E. Hernández-Figueroa, "Novel Finite-Element Formulation for Vectorial Propagation Analysis in Anisotropic Medium", Proceedings (CD-ROM) of the 1999 SBMO/IEEE, MTT-S, AP e LEOS International Microwave and Optoelectronics Conference, IMOC'99, Rio de Janeiro, Brazil, pp. 558-

562, 9-12, agosto 1999.

- [36] H. F. Pinheiro e H. E. Hernández-Figueroa, "New Finite-Element Vectorial Formulation for Beam Propagation in Anisotropic Media", Proceeding of the OSA/Integrated Photonics Research Topic Meeting (IPR'99), Santa Barbara, California, USA, pp. 37-39, 19-21, julho 1999.
- [37] H. F. Pinheiro e H. E. Hernández - Figueroa, "Novel Finite - Element Formulation for Vectorial Beam Propagation Analysis in Anisotropic Medium", aceito para publicação na revista IEEE Photonics Technol. Lett., 1999.
- [38] H. F. Pinheiro e H. E. Hernández - Figueroa, "Full Vectorial FE-BPM Approach for the Analysis of Optical Axis Misalignment Effects", aceito em LEOS'99, IEEE Lasers and Electro-Optics Society Conference, San Francisco, California, USA.
- [39] H. F. Pinheiro , A. P. López Barbero e H. E. Hernández - Figueroa, "Full Vectorial FE-BPM Approach for the Analysis of Anisotropic Medium with off-diagonal Permittivity Terms", Microwave and Optical Technology Letters, Janeiro 2000.
- [40] Jianming Jin, *The Finite Element Method in Electromagnetics*, New York: John Wiley and Sons, Jan. 1993.
- [41] Yasuhide Tsuji, Masanori Koshihara, "A Finite Element Beam Propagation Method for Strongly Guiding and Longitudinally Varying Optical Waveguides", *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. 14, pp. 217-221, fevereiro 1996.
- [42] Harwell Subroutine Library, Harwell Laboratory, Oxfordshire, 1993.
- [43] H. E. Hernández Figueroa, F. A. Fernández, Y. Lu, and J. B. Davies, "Vectorial

- Finite Element Modelling of 2D Leaky Waveguides”, IEEE Trans. on Magnetics, vol 33, pp. 1710-1713, Maio 1995.
- [44] N. Schulz, K. Bierwirth, F. Arndt e U. Köster, “Finite difference method without spurious solutions for the hybrid-mode analysis of diffused channel waveguides”, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 38, pp. 722-729, junho 1990.
- [45] S. L. A. Carrara, “Drift Reduction in Optical Fiber Gyroscope,” tese de doutorado, Stanford University, 1989.
- [46] M. Born e E. Wolf, *Principles of Optics*, 6th. ed., Cambridge University Press, 1997.
- [47] K. Takada, K. Chida e S. Noda, “Precise Method for Angular Alignment of Birefringent Fiber Based on an interferometric Technique with a Broadband Source,” *Appl. Opt.*, 2979, 1987.
- [48] Kunimasa Saitoh e Masanori Koshiba , “Stress-Analysis Method for Elastically Anisotropic Materials Based Optical Waveguide and Its Application to Strain-Induced Optical Waveguides”, *J. Lightwave Technol.*, vol. 17, No. 2, pp. 255-259, fevereiro, 1999.
- [49] E. A. J. Marcatili, “Dielectric rectangular wave-guide and directional coupler for integrated optics”, *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 48, pp. 2071-2102, setembro 1969.
- [50] J. E. Goell, “A circular-harmonic computer analysis of rectangular dielectric waveguide”, *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 48, pp. 2133-2160, setembro 1969.

UNICAMP
 BIBLIOTECA CENTRAL
 SEÇÃO CIÊNCIAS