



Universidade Estadual de Campinas

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

DEPARTAMENTO DE MICROONDA E ÓPTICA

UNICAMP - FEEC - DMO, CAMPINAS - SP, C.P. 6101, CEP. 13083-970

Modelagem de Estruturas Fotônicas por Elementos Finitos 2D no Domínio do Tempo

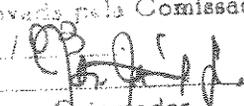
Tese de Doutorado

Autor: Vitaly Félix Rodríguez Esquerre

Orientador: Prof. Dr. Hugo Enrique Hernández Figueroa

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Este exemplar corresponde a redação final da tese defendida por Vitaly Félix R. Esquerre e aprovada pela Comissão julgada em 02/04/03


Orientador

Campinas

04 de Abril, 2003

UNIDADE	8e	
Nº CHAMADA	UNICAMP	
	R618m	
V	EX	
TOMBO BC	59617	
PROC.	16-124103	
C	<input type="checkbox"/>	D <input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00	
DATA		
Nº CPD		

CM001B6548-B

BIB ID 294965

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

R618m Rodríguez Esquerre, Vitaly Félix
 Modelagem de estruturas fotônicas por elementos finitos 2D no domínio do tempo / Vitaly Félix
 Rodríguez Esquerre. --Campinas, SP: [s.n.], 2003.

Orientador: Hugo Enrique Hernández Figueroa
 Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

1. Método dos elementos finitos. 2. Ótica Integrada
 3. Guias de ondas óticas. I. Hernández Figueroa, Hugo Enrique. II. Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.



Universidade Estadual de Campinas

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

DEPARTAMENTO DE MICROONDA E ÓPTICA

UNICAMP - FEEC -DMO, CAMPINAS - SP, C.P. 6101, CEP. 13083-970

Modelagem de Estruturas Fotônicas por Elementos Finitos 2D no Domínio do Tempo

Tese de Doutorado

Autor: Vitaly Félix Rodríguez Esquerre

Orientador: Prof. Dr. Hugo Enrique Hernández Figueroa

Banca Examinadora

DR. HUGO ENRIQUE HERNÁNDEZ FIGUEROA
FECC/UNICAMP - PRESIDENTE

DR. BEN-HUR VIANA BORGES
EESC/USP

DR. ALBERTO PARADISI
CPQD-TELEBRÁS

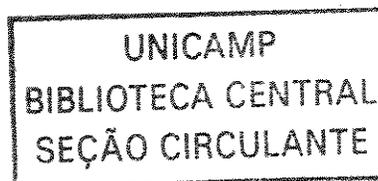
DRA. LUCILA HELENA D. CESCATO
IFGW/UNICAMP

DR. EVANDRO CONFORTI
FEEC/UNICAMP

DR. RUI FRAGASSI SOUZA
FEEC/UNICAMP

200304360

Campinas
04 de Abril, 2003



Resumo

Esta tese apresenta uma metodologia numérica eficiente e robusta para a análise de estruturas fotônicas tanto em coordenadas cartesianas como cilíndricas, e pressupõe estruturas com índices de refração arbitrários. Os algoritmos, baseados no método dos elementos finitos, foram desenvolvidos no domínio do tempo e da frequência. A primeira abordagem é baseada no método de propagação de ondas (WPM: *Wave Propagation Method*), levando-se em conta três esquemas: banda estreita (desprezando a segunda derivada temporal), banda larga (via aproximação de Padé) e banda total (resolvendo a segunda derivada temporal); neste caso utilizaram-se as camadas perfeitamente casadas (PML, *Perfectly Matched Layer*), para evitar as reflexões nas fronteiras do domínio computacional. A segunda abordagem trata do cálculo das bandas proibidas e da análise modal das chamadas estruturas sobre meios denominados de cristais fotônicos, “*photonic crystals*”.

Diversos dispositivos fotônicos são analisados, redes dielétricas planares e, em fibras, guias curvos com cavidades ressonantes (no domínio do tempo) e uma análise detalhada de estruturas periódicas, incluindo-se anisotropia (no domínio da frequência), que são de grande importância no processamento de sinais ópticos.

Abstract

This thesis shows an efficient and powerful numerical methodology to analyze photonic structures in cartesian and cylindrical coordinates and they are supposed to have arbitrary refractive indexes. The algorithms, based on the finite element method, were developed in time and frequency domains. The first algorithm is based on the wave propagation method (WPM) taking into account three schemes: narrow band (the second time derivative is neglected), wide-band (through Padé approximation) and total-band (solving the second time derivative). The Perfectly Matched Layers (PML) were used to avoid undesired reflections from the computational boundaries. The second algorithm was developed to compute the forbidden bands and to have a modal analysis of guiding structures called photonic crystals.

Several photonic devices were analyzed, slab and fiber dielectric grating, sharp bend guides with resonant cavities (time domain) and also a detailed analysis of periodic structures, including anisotropy (frequency domain), is also done. These photonic devices are important for optical signal processing.

Agradecimentos

Eu gostaria de agradecer ao meu professor e orientador Prof. Dr. Hugo Enrique Hernández Figueroa pela paciência e orientação durante estes anos e por ter-me introduzido na fascinante área da Óptica Integrada e do Método dos Elementos Finitos e pelas oportunidades brindadas para ampliar os meus conhecimentos.

Também gostaria de agradecer ao Prof. Dr. Dan Blumenthal pela oportunidade de realizar um estágio no seu grupo de pesquisa na UCSB; faço extensivo este agradecimento a Marcelo I. Davanço e Aimin Xing pela sua amizade e valiosa colaboração durante esse estágio.

Ao meu amigo Cosme Eustáquio Rubio Mercedes, pelas valiosas lições de “matemática” que me ajudaram a entender e compreender os métodos numéricos.

Aos amigos e colegas do Departamento de Microonda e Óptica.

Fora do DMO, eu fiz muitos amigos durante todos estes anos e gostaria de agradecer a todos eles.

Estou muito agradecido aos meus pais, Félix e Martha, pela educação que me deram, não só pelo que sou capaz de fazer, e sim também pela pessoa que sou hoje, estendo este agradecimento aos meus irmãos Vanessa, Myrna e Félix.

Um agradecimento especial a minha esposa Karla, pelo apoio, pelas correções e contínuo encorajamento e pela tolerância às minhas ausências; com muito prazer eu dedico esta tese para ela.

À FAPESP, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, pelo apoio financeiro que tornou possível o desenvolvimento desta tese de doutorado.

Para finalizar, é impossível expressar meus agradecimentos nesta página a todas as pessoas que de uma ou outra forma ajudaram-me a chegar até aqui; para elas digo: “muito obrigado”.

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Organização desta tese	2
1.2	Revisão bibliográfica	2
1.3	Objetivo desta tese	4
1.4	Contribuições desta tese	5
1.5	Introdução ao método dos elementos finitos.	5
1.6	Porque utilizar o método dos elementos finitos?	5
1.7	O método dos elementos finitos em 2D	6
1.8	Elementos triangulares lineares	6
1.9	Elementos triangulares quadráticos	9
1.10	Miscelâneas	12
1.11	Conclusões	12
2	Propagação de ondas no domínio temporal usando o método dos elementos finitos.	13
2.1	Introdução	13
2.2	Camadas perfeitamente casadas (<i>PML, Perfectly Matched Layer</i>)	13
2.3	Dedução da equação de onda escalar 2D no domínio do tempo com PMLs	14
2.3.1	Coordenadas cartesianas	15
2.3.2	Coordenadas cilíndricas	18
2.4	Resolução da equação de Helmholtz no domínio do tempo através do método dos elementos finitos	18
2.4.1	Coordenadas cartesianas	18
2.4.2	Aproximação de banda larga ou Padé	20
2.4.3	Aproximação de banda estreita	21
2.4.4	Aproximação de banda completa	21
2.4.5	Coordenadas cilíndricas	23
2.5	Conclusões	24
3	Resultados numéricos: Propagação no domínio temporal	25
3.1	Validação: Propagação no espaço livre	25
3.2	Análise de um acoplador direcional	26
3.3	Análise de uma rede dielétrica refletora	28
3.4	Análise de guias curvos em 90° com cavidades ressonantes	31
3.4.1	Curvatura de 90°	33
3.4.2	Curvatura de 90° modificada com um ressoador quadrado dentro da quina	34

3.4.3	Curvatura de 90° modificada com ressonador e corte de 45°	35
3.5	Análise de filtro óptico ressonante	36
3.6	Propagação em guias com materias incluindo perda e ganho	38
3.7	Rede dielétrica em fibra	40
3.8	Conclusões	42
4	Análise de estruturas fotônicas cristalinas anisotrópicas 2D no domínio da frequência usando o método dos elementos finitos	43
4.1	Introdução	43
4.2	Estruturas fotônicas cristalinas bidimensionais	44
4.3	Formulação por elementos finitos	47
4.3.1	Modos TE (Polarização H)	47
4.3.2	Modos TM (Polarização E)	48
4.4	Análise modal de guias em estruturas cristalinas pelo método dos elementos finitos	53
4.5	Análise modal de cavidades ressonantes pelo método dos elementos finitos	55
4.6	Conclusões	56
5	Resultados numéricos em cristais fotônicos, guias e cavidades ressonantes	57
5.1	Introdução	57
5.2	Validação	57
5.3	Estruturas isotrópicas e anisotrópicas	59
5.3.1	Arranjos isotrópicos quadrados..	59
5.3.2	Arranjo triangular isotrópico	60
5.3.3	Arranjo <i>honeycomb</i> ou hexagonal isotrópico	61
5.4	Obtenção de bandas proibidas completas	62
5.4.1	Arranjo quadrado anisotrópico	62
5.4.2	Arranjo triangular anisotrópico	62
5.4.3	Arranjo <i>honeycomb</i> anisotrópico	64
5.5	Influência do desalinhamento dos eixos ópticos	64
5.6	Guias em cristais fotônicos	67
5.6.1	Modo TM	67
5.6.2	Modo TE	69
5.7	Cavidades ressonantes	71
5.8	Propagação em guias híbridos	74
5.9	Conclusões	77
6	Conclusões gerais e sugestões para trabalhos futuros	78
6.1	Conclusões	78
6.2	Sugestões para trabalhos futuros	79
	Referências	80
	Publicações associadas à tese	87

Lista de Figuras

1-1	Esquemas numéricos clasificados de acordo com as dimensões dos dispositivos que podem ser analisados de forma eficiente.	3
1-2	Estado da arte da análise de guias ópticos no domínio do tempo.	4
1-3	Descrição esquematizada do Método dos Elementos Finitos.	7
1-4	Divisão do domínio em elementos triangulares.	8
1-5	Elemento triangular linear.	8
1-6	Elemento triangular arbitrário no plano (x,y).	9
1-7	Funções de base para elementos triangulares lineares.	9
1-8	Elemento triangular quadrático.	10
1-9	Funções de base triangular quadrática.	11
2-1	Meio adjacente à PML.	14
2-2	Domínio computacional contendo as PMLs	17
3-1	Propagação de uma onda gaussiana no meio livre depois de 10 fs, as curvas representam as soluções convergentes obtidas através do FDTD, o FETD-SWPM de banda larga [16] e FETD-SWPM de banda completa [17].	26
3-2	Configuração do acoplador direcional, $l = 1,925 \mu\text{m}$, $d = 0,35 \mu\text{m}$, $s = 0,45 \mu\text{m}$, $n_1 = 2,0$ e $n_2 = 2,2$	26
3-3	Evolução do campo no acoplador direcional em (a) $t=0$ fs (b) $t=15$ fs (c) $t=30$ fs e (d) $t=45$ fs (e) $t=60$ fs (f) $t=75$ fs (g) $t=90$ fs.	27
3-4	Rede dielétrica.	28
3-5	Amplitude do campo TE em função do tempo, no ponto de monitoramento.	29
3-6	Amplitude do campo TM em função do tempo, no ponto de monitoramento.	29
3-7	Coefficiente de reflexão para o modo TE, da rede analisada.	30
3-8	Coefficiente de reflexão para o modo TM, da rede analisada.	30
3-9	Configuração básica do guia de onda curvo.	31
3-10	Curvatura de 90° [$x = 0 \mu\text{m}$, $a = 0,2 \mu\text{m}$].	33
3-11	Resposta espectral do guia 90° , correspondente à Figura 3-10.	33
3-12	Curvatura de 90° com uma cavidade na quina [$x = 0 \mu\text{m}$, $a = 0,62 \mu\text{m}$].	34
3-13	Resposta espectral do guia 90° correspondente à Figura 3-12.	34
3-14	Esquema do guia com ressonador quadrado e com corte de 45°	35
3-15	Resposta espectral do guia 90° com cavidade ressonante e corte 45° , correspondente à Figura 3-14. [$x = 0,42 \mu\text{m}$, $a = 0,72 \mu\text{m}$].	35
3-16	Anel ressonante.	36

3-17	Domínio utilizado nas simulações do filtro ressonante, indicando-se os pontos de monitoramento e posição do pulso de entrada (todas as dimensões em μm).	37
3-18	Resposta em frequência do filtro ressonante, utilizando-se o método dos elementos finitos no domínio do tempo, assim como o método dos elementos finitos no domínio da frequência [57].	37
3-19	Guia de onda com ganho/perda.	38
3-20	Evolução do campo em um guia com ganho em (a) $t=0$ fs (b) $t=10$ fs (c) $t=20$ fs e (d) $t=30$ fs.	39
3-21	Evolução do campo em um guia com perdas em (a) $t=0$ fs (b) $t=10$ fs (c) $t=20$ fs e (d) $t=30$ fs.	39
3-22	Configuração da rede dielétrica em fibra.	40
3-23	Variação do índice de refração do núcleo.	41
3-24	Reflexão da potência em função do comprimento de onda, calculada pelo método dos elementos finitos no domínio temporal e FDTD [59].	41
4-1	Arranjo quadrado.	44
4-2	Arranjo triangular.	45
4-3	Zona irredutível de Brillouin, correspondente ao arranjo quadrado.	45
4-4	Zona irredutível de Brillouin, correspondente ao arranjo triangular.	46
4-5	Estrutura hexagonal.	46
4-6	Estrutura grafita (<i>honeycomb</i>).	47
4-7	Condições periódicas para arranjos quadrados (observe que o valor do campo é o mesmo nas quatro quinas).	51
4-8	Condições periódicas para arranjos triangulares (observe que o valor do campo é o mesmo nas quatro quinas).	51
4-9	Esparsidade típica das matrizes resultantes, 2180 filas e colunas, e 14945 elementos não-zeros.	52
4-10	Qualidade típica das malhas utilizadas	52
4-11	Guias de onda em arranjos cristalinos (a) quadrados e (b) triangulares.	53
4-12	Estruturas cristalinas com defeitos pontuais (a) triangular (b) quadrada. (n_1 , n_2 e n_s são índices de refração e r_1 e r_2 são os raios das colunas)	55
5-1	Erro máximo entre a solução analítica e a obtida pelo método dos elementos finitos para os primeiros 5 autovalores no espaço livre.	58
5-2	Estrutura de bandas para os cinco primeiros modos no espaço livre.	58
5-3	Estrutura de bandas para um arranjo quadrado de colunas dielétricas com índice $n = 3,6$ em ar e fator de preenchimento $f = 0,4$	59
5-4	Variação da posição do <i>gap</i> , em função do índice de refração, para um arranjo quadrado de colunas dielétricas em ar e com fator de preenchimento $f = 0,4$	60
5-5	Estrutura de bandas para um arranjo triangular de cilindros dielétricos, com índice de refração $n = 3,6$ em ar e com fator de preenchimento $f = 0,4$	60
5-6	Variação da posição das bandas proibidas, em função do índice de refração do dielétrico, para um arranjo triangular de colunas em ar e com $f = 0,4$	61

5-7	Comportamento das bandas proibidas, para um arranjo hexagonal de cilindros dielétricos em ar, em função índice de refração e com $r = 0,2a$.	61
5-8	Estrutura de bandas para o arranjo quadrado de cilindros de telúrio em ar e com $f = 0,4$.	63
5-9	Estrutura de bandas para o arranjo triangular de cilindros de telúrio em ar e com $f = 0,4$.	63
5-10	Estrutura de bandas para um arranjo hexagonal de colunas de telúrio em ar com $r = 0,2a$.	64
5-11	Os eixos ópticos $x' - y'$ estão desalinhados de um ângulo a com os eixos geométricos $x - y$.	65
5-12	Estrutura de bandas para o arranjo quadrado de colunas de telúrio em ar com e um do seus eixos ordinários paralelo com as colunas e com $f = 0,4$.	66
5-13	Estrutura de bandas para um arranjo triangular de colunas de telúrio em ar com um dos eixos ordinários paralelos às colunas e com $f = 0,4$.	66
5-14	Estrutura de bandas para um arranjo quadrado de buracos em telúrio com um dos eixos ordinários paralelos às colunas e com $f = 0,4$.	67
5-15	Guia de onda analisado mostrando-se o domínio a ser discretizado.	68
5-16	Curvas de dispersão do modo TM do guia fotônico, (a) via elementos finitos e (b) [48].	68
5-17	Distribuição dos campos (a) real, (b) imaginário e (c) módulo, respetivamente, para um modo guiado	69
5-18	Distribuição do módulo do campo para um modo não guiado.	69
5-19	Guia de onda analisado, mostrando o domínio a ser discretizado.	70
5-20	Estrutura de bandas do arranjo triangular de buracos em dielétrico, sem o defeito linear.	70
5-21	Diagrama de bandas para o guia analisado (a) elementos finitos (b) [93].	71
5-22	Cavidade fotônica de colunas dielétricas 5×5 , $n = 3,4$.	72
5-23	Discretização do Domínio	72
5-24	Distribuição espacial do campo do primeiro modo ressonante, para $r/a = 0,2$.	73
5-25	Distribuição do campo, em $y = 0$, pelo método aqui desenvolvido (tracejado) e [95] (contínuo).	73
5-26	Frequência de ressonância para a cavidade formada por um arranjo quadrado de 5×5 colunas dielétricas, com diferentes valores de r/a .	74
5-27	Guia composto por um arranjo quadrado de colunas imerso em um guia curvo.	75
5-28	Coefficiente de transmissão do guia curvo.	75
5-29	Estrutura de bandas para o arranjo cristalino de colunas dielétricas (a) frequência normalizada e (b) em função do comprimento de onda.	76
5-30	Coefficiente de transmissão do guia fotônico com um arranjo cristalino quadrado na quina.	77

Lista de Tabelas

1.1	Clasificación dos esquemas numéricos [5].	3
2.1	Valores de p , q e Φ , para cada modo.	16
2.2	Valores dos parâmetros α_y e α_z	17
2.3	Valores dos parâmetros s_y e s_z	17
2.4	Valores de p , q e Φ para cada modo.	18
2.5	Valores de p , q e Φ para os modos lineramente polarizados.	23
3.1	Valor máximo do campo para diferentes valores de tempo.	40

Capítulo 1

Introdução

Desde o desenvolvimento do primeiro laser semiconductor prático e da fabricação de fibras ópticas de baixas perdas, a tecnologia das comunicações ópticas, usando ondas eletromagnéticas, tornou-se o meio dominante de transmissão em comunicações de longa distância. A maior largura de banda dos fótons em materiais dielétricos, comparados a elétrons em metais, permite que a informação seja enviada a taxas muito maiores utilizando luz do que com aquelas que poderiam ser enviadas usando eletricidade. Isto resultou na busca de novos dispositivos para processamento dos sinais no domínio óptico, isto é, os denominados dispositivos fotônicos.

Atualmente, as pesquisas em dispositivos de processamento de sinais ópticos para comunicações de banda larga têm sido muito intensas e, com o amadurecimento da mesma, obteve-se integração destes dispositivos em pequenas áreas. A integração dos dispositivos ópticos é importante para uma miniaturização dos componentes necessários no processamento de sinais ópticos. Porém, o projeto destes componentes tem-se tornado cada vez mais complexo pois eles devem realizar muito mais funções oferecendo, ao mesmo tempo, um melhor desempenho (alta transmissão e baixas perdas).

Vê-se, então, que a simulação numérica adquire uma grande importância no projeto e análise dos dispositivos fotônicos pois abre a possibilidade de conhecer-se *a priori* o seu comportamento. Dentre os diversos dispositivos existentes, ou simplesmente hipotéticos, analisados neste trabalho tem-se os guias de onda acoplados (ou acopladores direcionais), redes refletoras dielétricas, guias curvos e circuitos fotônicos cristalinos nos quais utilizam-se estruturas periódicas.

Neste trabalho são analisados numericamente dispositivos fotônicos com dimensões micrométricas e submicrométricas, possíveis de serem fabricados com a tecnologia existente. De forma particular, analisam-se as características de transmissão e reflexão em função do comprimento de onda utilizando o método dos elementos finitos (FEM, *Finite Element Method*) [1], [2] no domínio temporal, incluindo-se condições absorventes na fronteira do domínio computacional. Em particular, foram utilizadas as camadas perfeitamente casadas (PML, *Perfectly Matched Layers*) [3]. Os espectros de transmissão e reflexão foram obtidos através da transformada rápida de Fourier (FFT, *Fast Fourier Transform*) [4] aplicada nos campos resultantes da propagação. No caso de estruturas cristalinas ou periódicas, uma análise no domínio da frequência é realizada de forma a determinar-se as bandas proibidas e os comprimentos de onda nos quais podem ser utilizados de forma eficiente.

1.1 Organização desta tese

Este trabalho está dividido em diversas etapas que são apresentadas nos seguintes capítulos relacionados abaixo

O Capítulo 1 é dedicado à introdução da tese e do método dos elementos finitos em duas dimensões, explicando o porque da escolha deste método e como é realizada a interpolação através de funções de base, tanto com elementos lineares como quadráticos.

O Capítulo 2 é dedicado à dedução da equação de onda no domínio do tempo para coordenadas cartesianas e coordenadas cilíndricas, incluindo as PML. Neste capítulo também são desenvolvidos os esquemas de propagação, que resolvem a correspondente equação de onda em um esquema passo a passo ao longo da coordenada temporal de propagação. Estes esquemas estão divididos em banda estreita, larga e completa, sendo que esta última é o principal aporte desta tese.

O Capítulo 3 é dedicado à simulação de dispositivos fotônicos através do esquema de propagação desenvolvido no Capítulo 2, de forma a validar o método numérico através da simulação de casos nos quais existem soluções conhecidas, como é o caso de um acoplador direcional. Também são simulados diversos dispositivos de interesse, tais como: redes dielétricas planares e em fibra, guias com curvaturas abruptas e filtros compostos por anéis ressonantes.

O Capítulo 4, é dedicado à análise, no domínio da frequência, dos cristais fotônicos. Foi desenvolvido um algoritmo para determinar as bandas proibidas e a distribuição dos campos, tanto para estruturas “*infinitas*” quanto para circuitos com defeitos lineares e pontuais, que é o caso de guias em circuitos fotônicos e cavidades ressonantes. Estes algoritmos levam em conta materiais com anisotropia transversal.

No Capítulo 5, os códigos desenvolvidos no Capítulo 4 são validados, sendo aplicados na análise do comportamento de estruturas fotônicas complexas. Mostra-se que é possível criar bandas proibidas, para os modos TE e TM, manipulando-se a configuração da rede periódica e a anisotropia dos materiais. Calcula-se, também, as curvas de dispersão para guias em circuitos fotônicos e as frequências de ressonância de uma cavidade ressonante.

No Capítulo 5, também é simulado um guia híbrido formado por uma mistura de estruturas periódicas cristalinas, com guias de onda convencionais. A simulação é realizada, primeiro, através do método dos elementos finitos no domínio da frequência, para determinar a região de operação da estrutura cristalina, e, posteriormente, no domínio do tempo, para calcular a resposta espectral do dispositivo híbrido.

No Capítulo 6 são apresentadas, de forma resumida, as principais conclusões deste trabalho e são apontadas algumas sugestões para trabalhos futuros nesta área.

Finalmente, são listadas as referências bibliográficas utilizadas ao longo do trabalho e as publicações associadas a esta tese.

1.2 Revisão bibliográfica

A revisão bibliográfica concentrou-se principalmente no estudo dos trabalhos existentes relacionados com a análise de guias ópticos no domínio temporal, publicados na literatura especializada. Isto porque o interesse foi analisar estruturas aplicadas em óptica integrada, onde o método pode ser aplicado eficientemente, na Figura 1-1 é apresentado um resumo dos esquemas existentes, definindo onde estes esquemas, podem ser aplicados, de acordo, com as dimensões dos dispositivos a serem analisados.

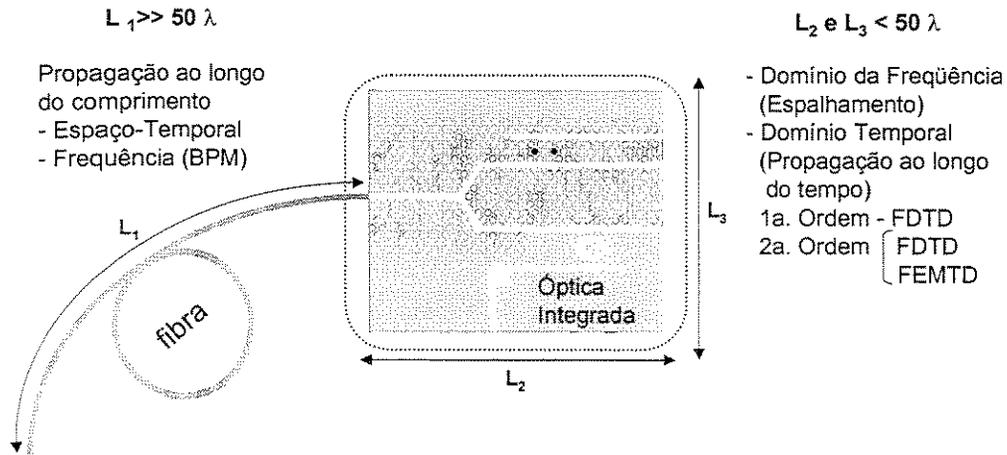


Fig. 1-1: Esquemas numéricos classificados de acordo com as dimensões dos dispositivos que podem ser analisados de forma eficiente.

Na Tabela (1.1), estão resumidos os esquemas numéricos utilizados para simulação em eletromagnetismo. [5]. (BSM, *Beam Scattering Method*; BPM, *Beam Propagation Method*; WSP, *Wave Scattering Method* e WPM, *Wave Propagation Method*).

		Operadores de 1a. ordem	Operadores de 2a. ordem
Domínios espaciais grandes	Domínio da frequência	×	BPM
	Domínio do Tempo	×	WPM
Domínios espaciais pequenos	Domínio da frequência	×	BSM
	Domínio do Tempo	TDM	WSM

Tabela 1.1: Classificação dos esquemas numéricos [5].

Nesta tese, o interesse é a simulação no domínio temporal de dispositivos com dimensões pequenas, menores de 50 comprimentos de onda ($< 50 \lambda$). Pode-se dizer que existem duas técnicas bem diferenciadas de análise de guias ópticos no domínio temporal:

- Diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD, *Finite Difference - Time Domain*) e,
- Método dos elementos finitos no domínio do tempo (FEMTD, *Finite Element Method - Time Domain*).

Desde o primeiro trabalho publicado por Yee [6], um grande número de trabalhos foram publicados com o objetivo de simular a propagação de pulsos no domínio temporal utilizando diferenças finitas, FDTD. Tem-se formulações que envolvem um tratamento da onda completa [7] e com variação lenta da envoltória (eliminando a componente rápida: $e^{j\omega t}$) [8], [9], existindo, para ambos os casos, formulações vetoriais e escalares em duas e três dimensões, assim como aproximações de banda estreita [8], [9], [10].

Já no caso do FEMTD, existe pouca literatura. Métodos de propagação no domínio temporal utilizando elementos finitos são usados na faixa de frequências correspondentes às microondas [11], [12], [13]. Estes trabalhos analisam estruturas em 3D e, basicamente, concentram-se em cálculos de

espalhamento e coeficientes de transmissão e reflexão. Na área de óptica, guias de onda altamente confinantes em roteamento (3D) e redes acopladoras em 2D são analisadas por Wojcik [14]. Estes trabalhos utilizam o campo total para realizar a propagação, com isto, reduz-se o passo temporal de propagação. Uma excelente revisão pode ser encontrada em [15].

A Figura 1-2 resume, de forma bastante clara, o estado da arte nesta área, sendo que a contribuição deste projeto de pesquisa está contida na área sombreada desta figura, onde foi introduzido o esquema de espectro completo o qual leva em conta todas as componentes de frequência do pulso a ser propagado.

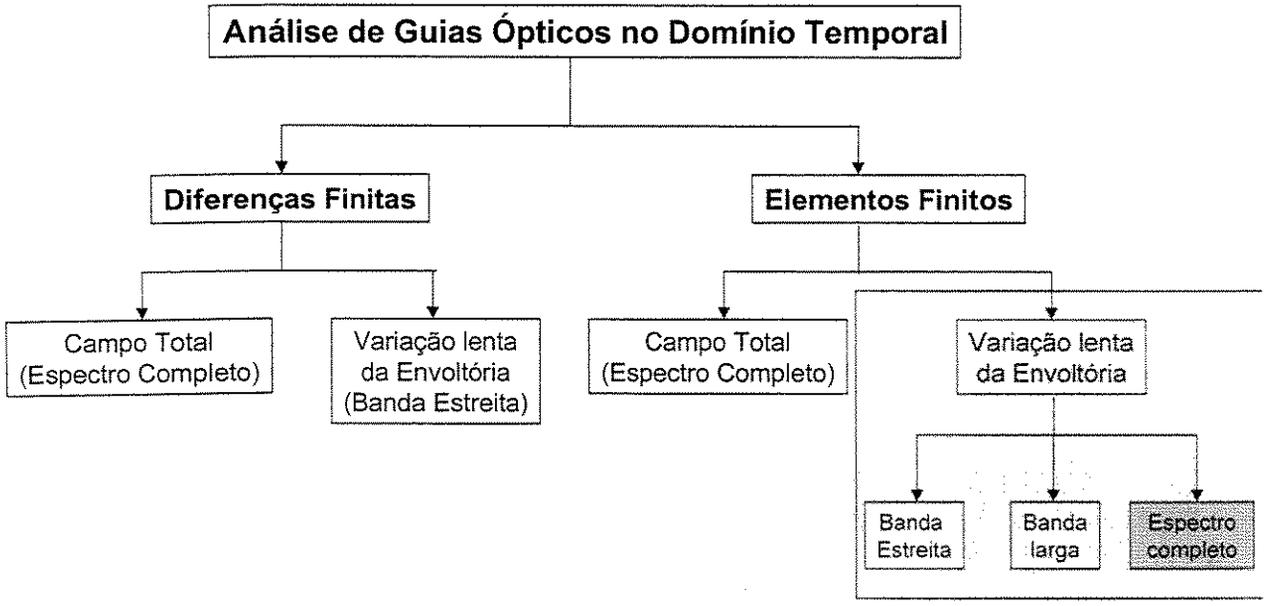


Fig. 1-2: Estado da arte da análise de guias ópticos no domínio do tempo.

Durante o desenvolvimento desta tese, tem sido publicados diversos trabalhos em elementos finitos no domínio do tempo utilizando a variação lenta da envoltória na formulação escalar em duas dimensões, nas aproximações de banda estreita (desprezando a segunda derivada temporal) e de banda larga (aproximando a segunda derivada temporal usando Padé) [16]. Um tratamento de banda completa foi introduzido em [17]. Posteriormente surgiram outras publicações utilizando as aproximações anteriormente citadas em 2D [18], [19], [20], e em 3D [21] e [22].

1.3 Objetivo desta tese

O objetivo desta tese tem dois focos principais: o primeiro é desenvolver algoritmos numéricos robustos e altamente eficientes em elementos finitos no domínio temporal em coordenadas retangulares e cilíndricas, e também no domínio da frequência, que permitam uma caracterização computacional realística e confiável da propagação de ondas através de dispositivos fotônicos; e, o segundo, é aplicar este algoritmo para caracterizar, projetar e desenvolver novos dispositivos fotônicos. Esta caracterização inclui dispositivos para processamento óptico baseados em guias de ondas com índice de refração arbitrários e com variações na direção de propagação, assim como em guias com estruturas periódicas em 2D.

Os algoritmos no domínio do tempo resolvem a equação de Helmholtz e estão baseados no método de propagação de ondas (WPM: *Wave Propagation Method*), levando-se em conta três esquemas: banda estreita (desprezando a segunda derivada temporal), banda larga (via aproximação de Padé) e banda total (resolvendo a segunda derivada temporal). Foram utilizadas as camadas perfeitamente casadas, (PML, *Perfectly Matched Layers*), para evitar as reflexões nas fronteiras do domínio computacional [3].

Os algoritmos no domínio da frequência são utilizados para o cálculo das bandas proibidas e para a análise modal sobre meios chamados de cristais fotônicos, "*photonic crystals*".

1.4 Contribuições desta tese

As principais contribuições desta tese são:

O desenvolvimento de uma formulação escalar em elementos finitos no domínio do tempo que leva em conta a segunda derivada temporal para tratar problemas em duas dimensões.

O uso da envoltória de variação lenta, que permite o uso de um passo temporal maior e malhas grossas.

A extensão dos algoritmos de propagação às coordenadas cilíndricas.

O desenvolvimento de uma formulação escalar em elementos finitos no domínio da frequência para analisar estruturas cristalinas anisotrópicas.

A seguir é descrito de forma sucinta o método dos elementos finitos.

1.5 Introdução ao método dos elementos finitos.

O método dos elementos finitos (*FEM, Finite Element Method*) [1], [2] é um método numérico utilizado na resolução de equações diferenciais parciais em domínios finitos. Através de uma discretização de domínios originais contínuos dos problemas físicos obtém-se sistemas de equações lineares, que em geral são esparsos e podem ser resolvidos utilizando técnicas eficientes. A esparsidade das matrizes geradas é uma das principais vantagens do FEM porque o sistema a ser resolvido é esparsos e portanto de fácil resolução. Uma outra vantagem é sua versatilidade na análise de estruturas com geometrias complexas, ou seja, o FEM pode ser utilizado em domínios com características não-homogêneas e de formatos irregulares. Assim, por exemplo, em regiões onde existe muita variação e/ou alta intensidade do campo eletromagnético, usa-se malhas mais refinadas do que em outras regiões onde a variação do campo e/ou a intensidade são menores. Esta situação é em geral difícil ou às vezes impossível de ser tratada eficientemente com outros métodos, como por exemplo o método das diferenças finitas. A seguir será apresentada de forma breve o método dos elementos finitos, particularmente em duas dimensões.

1.6 Porque utilizar o método dos elementos finitos?

A utilização do método dos elementos finitos [1], [2] tornou-se necessária devido a:

- Precisão do Método, que é necessária para calcular as características de transmissão e reflexão das estruturas a serem analisadas.

- Flexibilidade do Método, que permite analisar estruturas com domínios arbitrários, em particular, geometrias curvas.
- Otimização dos Recursos Computacionais, pois o método gera matrizes esparsas, que são resolvidas eficientemente, diminuindo-se o esforço computacional e o tempo de processamento.

Na Figura 1-3 apresenta-se uma descrição esquematizada deste método.

1.7 O método dos elementos finitos em 2D

O primeiro passo no FEM consiste em se dividir o domínio em elementos bidimensionais. Neste trabalho usa-se elementos triangulares Figura 3.1. Os requerimentos básicos para esta divisão são:

- Não deve existir superposição nem buracos entre elementos,
- Os elementos só podem se conectar pelos vértices, não pode haver conexão entre um vértice e um lado de outro elemento, e
- Deve-se evitar elementos com ângulos internos pequenos, pois o erro é inversamente proporcional ao seno dos ângulos internos.

Uma vez discretizado o domínio, deve-se aproximar a função desconhecida dentro de cada elemento. Esta aproximação depende do tipo de elementos a serem utilizados, i.e., elementos lineares ou quadráticos.

1.8 Elementos triangulares lineares

Neste tipo de elementos, a função desconhecida, ϕ , dentro de cada elemento triangular, pode ser aproximada como:

$$\phi^e(x, y) = a^e + b^e x + c^e y, \quad (1.1)$$

onde a^e , b^e e c^e são coeficientes a serem determinados e e é o número do elemento.

Em elementos lineares tem-se três nós localizados nos vértices dos triângulos, Figura 1-5. Os nós são numerados em sentido anti-horário com os números 1, 2 e 3, com os correspondentes valores de ϕ denotados por ϕ_1^e , ϕ_2^e e ϕ_3^e , respectivamente. Aplicando isto na Equação (1.1), obtém-se:

$$\begin{aligned} \phi_1^e(x, y) &= a^e + b^e x_1^e + c^e y_1^e \\ \phi_2^e(x, y) &= a^e + b^e x_2^e + c^e y_2^e \\ \phi_3^e(x, y) &= a^e + b^e x_3^e + c^e y_3^e \end{aligned} \quad (1.2)$$

Resolvendo este sistema para os coeficientes constantes a^e , b^e e c^e em termos de ϕ_j^e , e substituindo na Equação (1.1), tem-se,

$$\phi^e(x, y) = \sum_{j=1}^3 N_j^e(x, y) \phi_j^e, \quad (1.3)$$

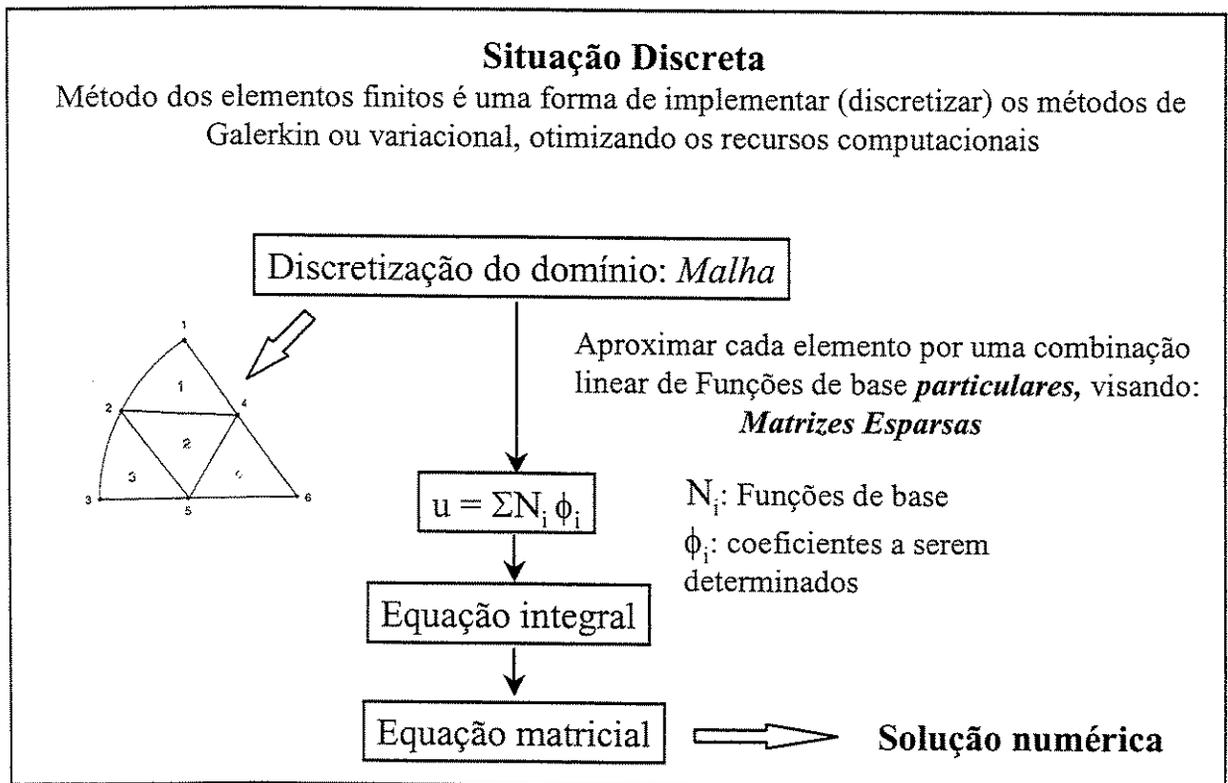
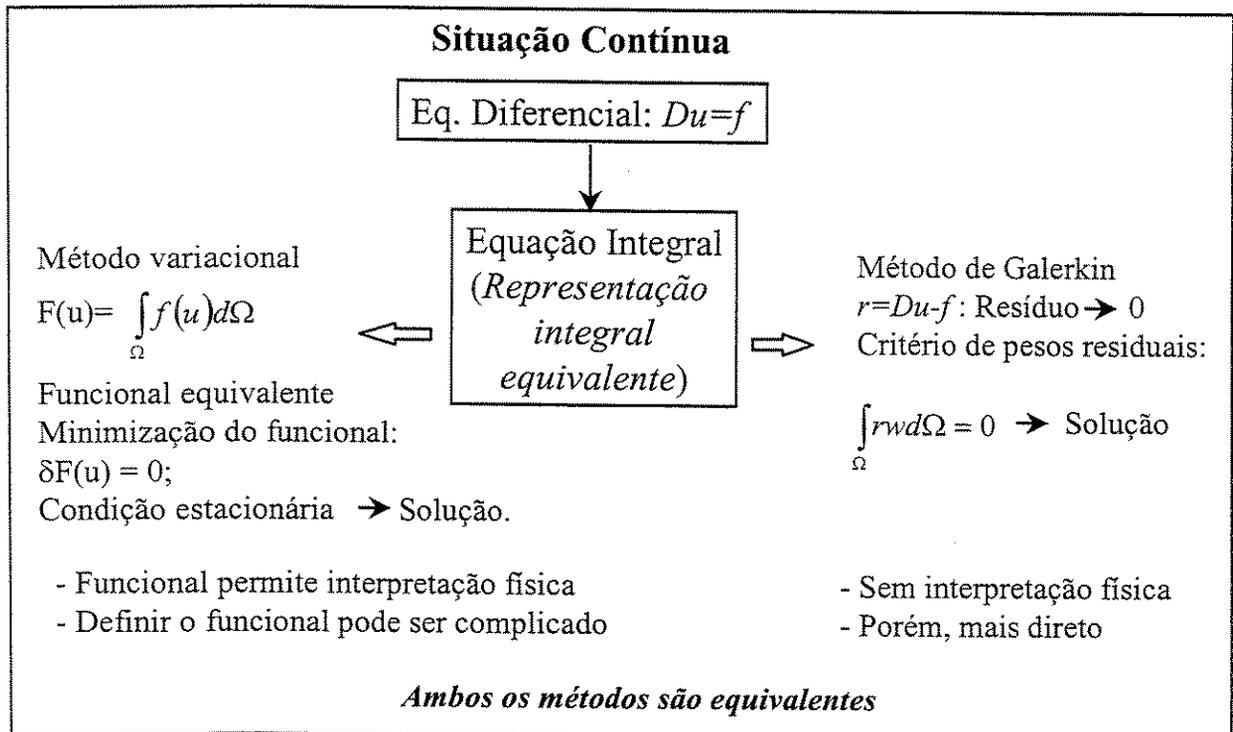


Fig. 1-3: Descrição esquematizada do Método dos Elementos Finitos.

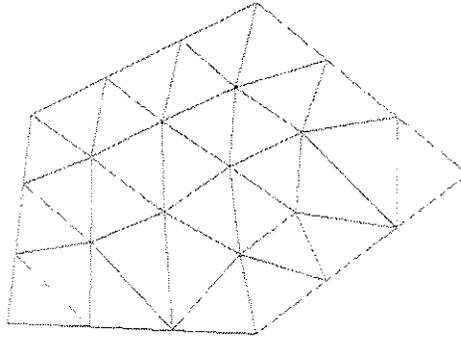


Fig. 1-4: Divisão do domínio em elementos triangulares.

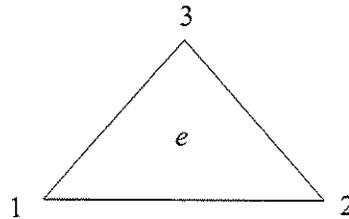


Fig. 1-5: Elemento triangular linear.

onde $N_j^e(x, y)$ representa as funções de base ou de interpolação e são dadas por:

$$N_j^e(x, y) = \frac{1}{2A^e} (a_j^e + b_j^e x + c_j^e y) \quad j = 1, 2, 3, \quad (1.4)$$

onde A^e é a área do elemento e . Os demais parâmetros são dados por:

$$\begin{aligned} a_1^e &= x_2^e y_3^e - y_2^e x_3^e & b_1^e &= y_2^e - y_3^e & c_1^e &= x_3^e - x_2^e \\ a_2^e &= x_3^e y_1^e - y_3^e x_1^e & b_2^e &= y_3^e - y_1^e & c_2^e &= x_1^e - x_3^e \\ a_3^e &= x_1^e y_2^e - y_1^e x_2^e & b_3^e &= y_1^e - y_2^e & c_3^e &= x_2^e - x_1^e \end{aligned} \quad (1.5)$$

e

$$A^e = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_1^e & y_1^e \\ 1 & x_2^e & y_2^e \\ 1 & x_3^e & y_3^e \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (b_1^e c_2^e - b_2^e c_1^e), \quad (1.6)$$

Nas expressões anteriores, x_j^e, y_j^e ($j = 1, 2, 3$) denotam os valores das coordenadas do j -ésimo nó no elemento e .

É facilmente demonstrado que as funções de base têm a seguinte propriedade:

$$N_j^e(x_j^e, y_j^e) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (1.7)$$

e, como resultado disto, no nó i , ϕ^e na Equação (1.3) reduz-se ao valor nodal ϕ_i^e .

Outra característica importante das funções de base $N_j^e(x, y)$ é que elas desaparecem quando o ponto de observação (x, y) está sobre o lado oposto ao nó j . Por esse motivo, os valores de ϕ^e , sobre um lado do elemento, não estão relacionadas ao valor de ϕ sobre o nó oposto, mas, sim, são determinados pelos valores nos dois nós que estão associados a esse lado. Esta importante característica garante a continuidade da solução através dos lados dos elementos. A Figura 1-6 mostra um elemento triangular arbitrário e as Figuras 1-7(a)-(c) mostram o comportamento das funções de base dentro deste elemento e , podendo-se perceber melhor as características anteriormente mencionadas.

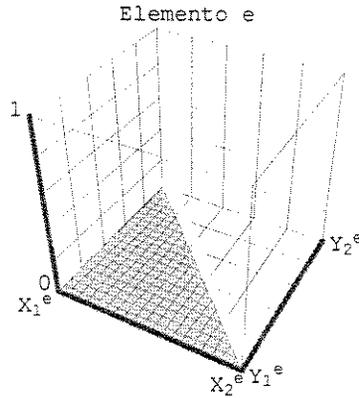


Fig. 1-6: Elemento triangular arbitrário no plano (x, y) .

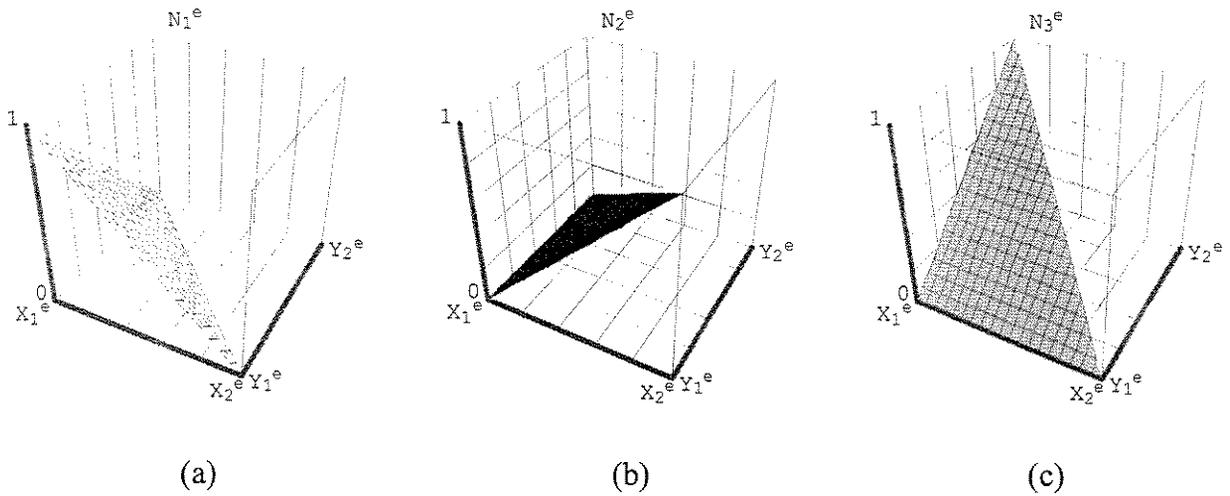


Fig. 1-7: Funções de base para elementos triangulares lineares.

1.9 Elementos triangulares quadráticos

Um elemento triangular quadrático tem seis nós, três nos vértices e os outros três nos pontos médios dos três lados, que são numerados em sentido anti-horário. Os números 1, 2 e 3 estão nos vértices e 4, 5 e 6 estão nos pontos médios dos lados, como está apresentado na Figura 1-8.

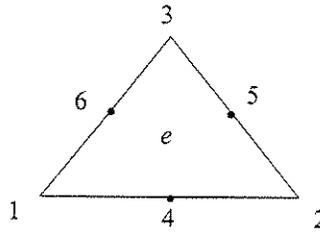


Fig. 1-8: Elemento triangular quadrático.

Os correspondentes valores de ϕ , sobre os nós 1, 2, e 3, são denotados por ϕ_1^e , ϕ_2^e e ϕ_3^e , respectivamente. A função desconhecida ϕ , dentro de cada elemento triangular, pode ser aproximada por:

$$\phi^e(x, y) = a^e + b^e x + c^e y + d^e x^2 + e^e xy + f^e y^2, \quad (1.8)$$

onde a^e , b^e , c^e , d^e , e^e e f^e são coeficientes a serem determinados usando a Equação (1.8). Para os seis nós em termos de ϕ_j^e , obtém-se:

$$\phi^e(x, y) = \sum_{j=1}^3 N_j^e(x, y) \phi_j^e, \quad (1.9)$$

onde $N_j^e(x, y)$ representa as funções de base ou de interpolação e são dadas por:

$$\begin{aligned} N_j^e(x, y) &= (2L_j^e - 1) L_j^e \quad j = 1, 2, 3 \\ N_4^e(x, y) &= L_1^e L_2^e, N_5^e(x, y) = L_2^e L_3^e, N_6^e(x, y) = L_3^e L_1^e, \end{aligned} \quad (1.10)$$

onde L_j^e é dado por:

$$L_j^e(x, y) = \frac{1}{2A^e} (a_j^e + b_j^e x + c_j^e y) \quad j = 1, 2, 3, \quad (1.11)$$

onde a_j^e , b_j^e , c_j^e e A^e estão definidos pelas Equações (1.5) e (1.6).

Obviamente, as funções $N_j^e(x, y)$ satisfazem:

$$N_j^e(x_j^e, y_j^e) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (1.12)$$

As Figuras 1-9(a)-(f) representam as funções de base, quando se trabalha com elementos triangulares quadráticos.

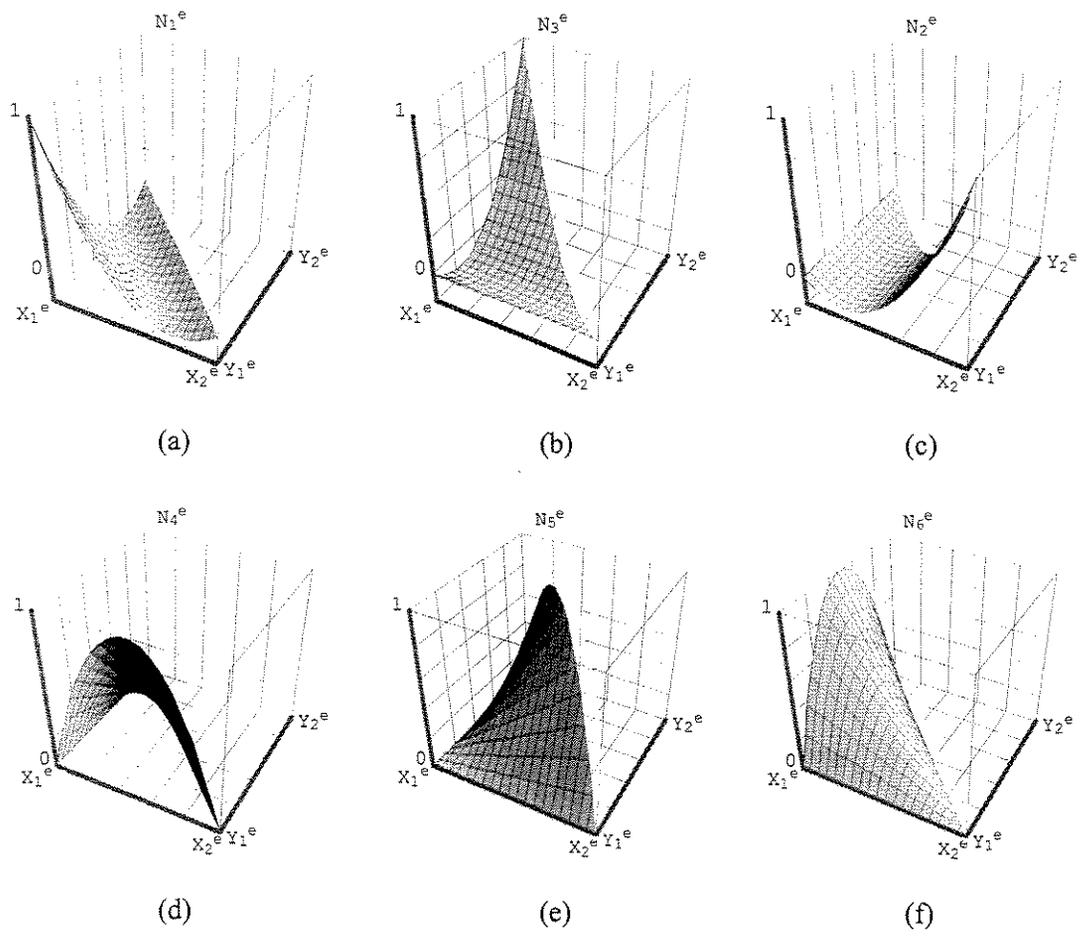


Fig. 1-9: Funções de base triangular quadrática.

1.10 Miscelâneas

A quantidade de símbolos utilizados nas equações ao longo desta tese é muito grande e todos eles são definidos ao longo do texto, de forma global e precisa, a menos que, localmente, seja indicado o contrário. Para minimizar a confusão decorrente do uso de demasiadas variáveis, utilizou-se a mesma nomenclatura daquela usada em eletromagnetismo e matemática.

A exatidão dos resultados apresentados nesta tese são limitadas apenas pelos recursos computacionais disponíveis. Porém acredita-se que características diferentes das calculadas não surgirão se utilizado um processamento computacional mais preciso.

1.11 Conclusões

Neste Capítulo foram apresentados de forma breve, o conteúdo e organização desta tese bem como os fundamentos do método dos elementos finitos, explicando porque o mesmo foi selecionado dentre vários outros métodos numéricos, para as simulações feitas neste trabalho.

Capítulo 2

Propagação de ondas no domínio temporal usando o método dos elementos finitos.

2.1 Introdução

Desde o primeiro trabalho publicado por Yee [6], um grande número de trabalhos foram publicados com o objetivo de simular a propagação de pulsos no domínio temporal utilizando diferenças finitas FDTD [8], [10]. A desvantagem deste método é a dificuldade de modelar situações nas quais o domínio deixa de ser retangular ou quando precisa-se refinar a malha em determinadas regiões, já que esse processo demanda muito trabalho e esforço computacional (fazendo-se necessário o uso de paralelismo) ou pode acarretar instabilidade [23], [24]. Também foi proposto o estudo apenas da envoltória usando FD [8], [9] com o qual o passo temporal podia ser muito maior. Recentemente os elementos finitos foram aplicados no domínio temporal [11], [15] e a aproximação de Padé foi introduzida em [16]. O uso dos FEM despertou um enorme interesse devido às grandes vantagens que o método possui em relação à abordagem dos problemas que o FDTD apresenta. Neste trabalho, estudar-se-á o caso escalar em duas dimensões com meios homogêneos lineares, utilizando-se as PMLs (*Perfectly Matched Layers*) como condições absorventes. A seguir é deduzida a equação de onda escalar 2D no domínio do tempo, levando em conta as PMLs.

2.2 Camadas perfeitamente casadas (*PML, Perfectly Matched Layer*)

Quando tenta-se resolver as equações de Maxwell através de métodos numéricos, como o método dos elementos finitos, uma das maiores questões é: Como fechar o domínio computacional de forma a não sofrer distúrbios devido às ondas refletidas?. Esta é uma questão puramente matemática. A primeira resposta é utilizar condições de contorno absorventes (*ABC, Absorbing Boundary Conditions*) [25].

Outra opção é a utilização de camadas perfeitamente casadas (*PML, Perfectly Matched Layer*), que foi pioneiramente introduzida em [3], para truncar domínios bidimensionais usando diferenças finitas no domínio do tempo. A vantagem das PMLs com respeito às ABCs é que as primeiras podem ser ajustadas de forma a serem perfeitamente casadas com um meio contíguo de características (ε, μ)

de forma que as ondas incidentes sobre estas não sofram reflexão na interface e, ao mesmo tempo, devido a sua condutividade finita, ela atenua a onda propagante em seu interior. Desta forma é possível aplicar uma PML diretamente sobre uma parede dura ou metálica com reflexão total da onda e ajustando-se a espesura da PML pode-se fazer com que muito pouco da onda incidente seja refletida para o meio original. Esta idéia é apresentada na Figura 2-1, que mostra uma onda plana incidindo sobre a PML disposta sobre uma parede dura. A PML tem como função principal simular um espaço aberto, evitando as reflexões produzidas pelo truncamento do domínio computacional.

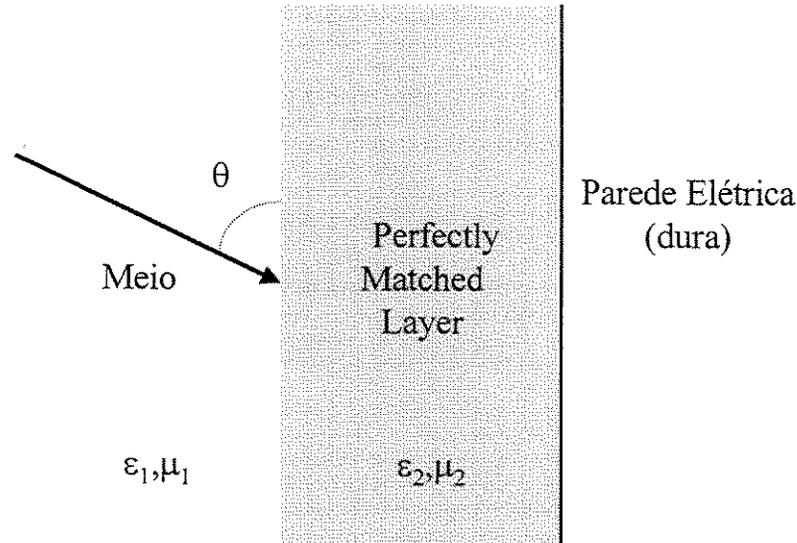


Fig. 2-1: Meio adjacente à PML.

Existem dois tipos de PML, as denominadas PML anisotrópicas [26], [27], [28], [29], [30] e [31], e as PML de Berenger [3], [32], [33] e [34]. Comparações entre ambas são realizadas por Jo Wu e J. F. Lee [35].

Neste trabalho, no caso da propagação escalar, utiliza-se as PML condutivas, ou de Berenger, devido à facilidade de implementação.

2.3 Dedução da equação de onda escalar 2D no domínio do tempo com PMLs

Em 1864, James Clerk Maxwell apresentou o seu trabalho “*A dynamic theory of the electromagnetic field*” [36], e revelou as equações que governam todos os fenômenos em eletricidade e magnetismo.

Mas uma equação só é útil quando ela pode ser resolvida. Entretanto, as equações de Maxwell, não são fáceis de serem resolvidas mesmo em situações simples; disto podem dar fé muitos estudantes e professores dos cursos de eletromagnetismo. O desafio de resolver tais equações em casos realísticos incentiva a pesquisa de muitos professores e alunos. Aqui, métodos numéricos são usados para o caso da propagação de ondas em dispositivos fotônicos.

Partindo-se das equações de Maxwell,

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{1}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \varepsilon \vec{E}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \varepsilon \vec{E} = \rho \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \quad (2.4)$$

onde \vec{E} e \vec{H} são os campos elétricos e magnéticos, \vec{J} é a densidade de corrente livre, ρ é a densidade de carga livre, e ε é a permissividade elétrica. \vec{E} , \vec{H} , \vec{J} , ρ e ε são funções potenciais tanto da posição como do tempo, e c é a velocidade da luz no vácuo.

Normalmente, em óptica, o interesse está nos casos nos quais não se incluem cargas livres ou correntes; portanto, \vec{J} e ρ são iguais a zero. Combinando as Equações (2.1) e (2.2), pode-se obter a equação que descreve o comportamento temporal e espacial do campo magnético vetorial em um meio isotrópico e homogêneo; esta equação pode ser escrita como:

$$\nabla \times \frac{1}{\varepsilon_r} \nabla \times \vec{H} + \frac{\mu_r}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0, \quad (2.5)$$

onde \vec{H} é o campo magnético vetorial.

2.3.1 Coordenadas cartesianas

O campo magnético vetorial \vec{H} é dado por $\vec{H} = H_x \hat{x} + H_y \hat{y} + H_z \hat{z}$,
Para introduzir as PML, o operador nabla é escrito como [37], [38]:

$$\nabla = \alpha_y \frac{\partial}{\partial y} \hat{y} + \alpha_z \frac{\partial}{\partial z} \hat{z}, \quad (2.6)$$

onde \hat{y} e \hat{z} são os vetores unitários associados com as coordenadas y e z , respectivamente, e α_y e α_z são parâmetros associados com as regiões dentro das PMLs (condições de contorno), sendo estas últimas dadas por:

$$\alpha_{y,z} = \frac{1}{1 - j \frac{\sigma_e}{\omega_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r^2}} = \frac{1}{1 - j \frac{\sigma_m}{\omega_0 \mu_0 \mu_r^2}}, \quad (2.7)$$

onde ω_0 é a frequência angular e σ_e e σ_m são os perfis das condutividades elétrica e magnética da PML, respectivamente. As Referências [3] e [32] mostram que variações quadráticas nos perfis de condutividade levam a PMLs de eficiência superior; isto conduz a [3]:

$$\alpha_{y,z} = \left[1 - j \frac{3c}{2\omega_0 \sqrt{\varepsilon_r} d} \left(\frac{\rho}{d} \right) \ln \left(\frac{1}{R} \right) \right]^{-1}, \quad (2.8)$$

c é a velocidade da luz no vácuo, μ_r é a permeabilidade magnética relativa do meio, ε_r é a permissividade elétrica relativa do meio, d é a largura da camada PML, ρ é a distância em que se encontra um ponto dentro da região de PML, medida desde a borda interna desta, e R é o valor teórico do coeficiente de reflexão permitido.

Aplicando o duplo rotacional, definido na Equação (2.6) ao primeiro termo da Equação (2.5),

obtém-se:

$$\begin{aligned} \nabla \times \frac{1}{\varepsilon_r} \nabla \times \vec{H} = & \left[-\alpha_y \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\alpha_y}{\varepsilon_r} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) - \alpha_z \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\alpha_z}{\varepsilon_r} \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) \right] \hat{x} + \\ & \left[\alpha_z \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\alpha_y}{\varepsilon_r} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) - \alpha_y \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\alpha_z}{\varepsilon_r} \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) \right] \hat{y} + \\ & \left[\alpha_y \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\alpha_z}{\varepsilon_r} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) - \alpha_y \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\alpha_y}{\varepsilon_r} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \right] \hat{z} + \end{aligned} \quad (2.9)$$

Substituindo a Equação (2.9) na Equação (2.5), obtém-se três equações escalares, uma para cada componente. Observe que a Equação (2.5), na componente \hat{x} , é uma equação que depende apenas do campo H_x , podendo ser resolvida independentemente das outras.

$$\begin{aligned} & \left[-\alpha_y \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\alpha_y}{\varepsilon_r} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) - \alpha_z \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\alpha_z}{\varepsilon_r} \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) + \frac{\mu_r}{c^2} \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} \right] \hat{x} + \\ & \left[\alpha_z \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\alpha_y}{\varepsilon_r} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) - \alpha_y \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\alpha_z}{\varepsilon_r} \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) + \frac{\mu_r}{c^2} \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} \right] \hat{y} + \\ & \left[\alpha_y \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\alpha_z}{\varepsilon_r} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) - \alpha_y \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\alpha_y}{\varepsilon_r} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) + \frac{\mu_r}{c^2} \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} \right] \hat{z} = 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

A equação escalar em 2D, com PMLs obtida aqui para o campo magnético é:

$$-\alpha_y \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\alpha_y}{\varepsilon_r} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) - \alpha_z \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\alpha_z}{\varepsilon_r} \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) + \frac{\mu_r}{c^2} \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} = 0 \quad (2.11)$$

Aplicando o princípio da dualidade, pode-se escrever a equação escalar em 2D, com PMLs, para o campo elétrico, na forma:

$$-\alpha_y \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\alpha_y}{\mu_r} \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) - \alpha_z \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\alpha_z}{\mu_r} \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) + \frac{\varepsilon_r}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0 \quad (2.12)$$

Em meios não magnéticos, $\mu_r = 1, 0$; podemos, então, unir (2.11) e (2.12) em uma única expressão,

$$-\alpha_y \frac{\partial}{\partial y} \left(p \alpha_y \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) - \alpha_z \frac{\partial}{\partial z} \left(p \alpha_z \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) + \frac{q}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \quad (2.13)$$

onde os valores de p , q e Φ estão definidos na Tabela 2.1,

	Modo TE	Modo TM
p	1	$\frac{1}{\varepsilon_r}$
q	ε_r	1
Φ	H_x	E_x

Tabela 2.1: Valores de p , q e Φ , para cada modo.

Como a propagação se dá no plano yz , os parâmetros α_y e α_z devem ser escolhidos de acordo com a direção à qual a PML é perpendicular; estes valores estão resumidos na Tabela 2.2.

A Equação (2.13) aqui obtida é equivalente à equação apresentada em [16], Eq.(1), que é utilizada

	α_y	α_z
\perp_y	Eq(2.8)	1
\perp_z	1	Eq(2.8)
$\perp_{y,z}$	Eq(2.8)	Eq(2.8)

Tabela 2.2: Valores dos parâmetros α_y e α_z

ao longo desta tese,

$$-s_y \frac{\partial}{\partial y} \left(p \frac{s_y}{s} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) - s_z \frac{\partial}{\partial z} \left(p \frac{s_z}{s} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) + s \frac{q}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \quad (2.14)$$

Neste caso, o parâmetro s tem o valor do inverso da Equação (2.8):

$$s = \left[1 - j \frac{3c}{2\omega_0 \sqrt{\epsilon_r} d} \left(\frac{\rho}{d} \right) \ln \left(\frac{1}{r} \right) \right] \quad (2.15)$$

Com esta nova definição, os valores de s_y e s_z são fixados para assumir os valores dados na Tabela 2.3.

	s_y	s_z
\perp_y	1	s
\perp_z	s	1
$\perp_{y,z}$	1	1

Tabela 2.3: Valores dos parâmetros s_y e s_z .

Na Figura 2-2, apresenta-se o domínio computacional 2D, indicando-se as regiões PMLs com os valores dos parâmetros s neste domínio computacional 2D.

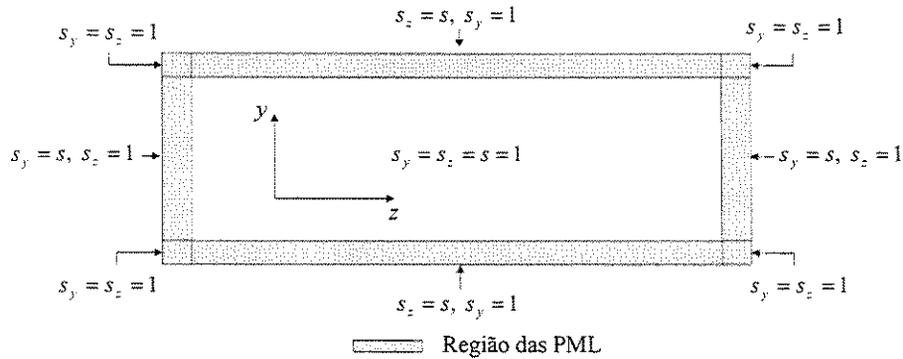


Fig. 2-2: Domínio computacional contendo as PMLs

2.3.2 Coordenadas cilíndricas

A Equação (2.14), obtida anteriormente, pode ser reescrita em coordenadas cilíndricas substituindo-se o operador $\nabla \times \nabla$ pelo equivalente laplaciano em coordenadas cilíndricas, na Equação (2.5),

$$\nabla^2 = \alpha_r \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\alpha_r r \frac{\partial}{\partial r} \right) \hat{r} + \alpha_z \frac{\partial}{\partial z} \left(\alpha_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \hat{z} \quad (2.16)$$

O campo Φ é considerado para ser o modo linearmente polarizado LP_{0l} com simetria axial, com o qual obtém-se a equação de onda no domínio do tempo, incluindo PMLs, em coordenadas cilíndricas,

$$-s_r \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(p r \frac{s_r}{s} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) - s_z \frac{\partial}{\partial z} \left(p \frac{s_z}{s} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) + s \frac{q}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \quad (2.17)$$

2.4 Resolução da equação de Helmholtz no domínio do tempo através do método dos elementos finitos

2.4.1 Coordenadas cartesianas

A equação escalar de Helmholtz que descreve o comportamento temporal e espacial dos modos transversalmente polarizados elétrico e magnético, TE ou TM, respectivamente, em duas dimensões, é dada por:

$$-s_y \frac{\partial}{\partial y} \left(p \frac{s_y}{s} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) - s_z \frac{\partial}{\partial z} \left(p \frac{s_z}{s} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) + s \frac{q}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0, \quad (2.18)$$

onde, Φ é o campo escalar, c a velocidade da luz no vácuo, y e z as coordenadas espaciais, t o tempo, s_y e s_z são parâmetros relacionados às PMLs (*Perfectly Matched Layer*). Os parâmetros s_y e s_z e s são dados pela Equação (2.15), pela Tabela 2.3 e também são mostrados na Figura 2-2. p e q são parâmetros que definem os modos TE ou TM, onde E_x e H_x são as componentes dos campos elétrico e magnético, respectivamente, na direção x , e ε_r é a permissividade elétrica relativa do meio, sendo que $n = \sqrt{\varepsilon_r}$ é o índice de refração.

	Modo TE	Modo TM
p	1	$\frac{1}{\varepsilon_r}$
q	ε_r	1
Φ	H_x	E_x

Tabela 2.4: Valores de p , q e Φ para cada modo.

Na aproximação da envoltória lenta, que é o caso no qual a frequência da portadora é muito maior que a frequência de modulação, pode-se assumir uma solução da forma:

$$\Phi(y, z, t) = \phi(y, z, t) e^{j\omega_0 t} \quad (2.19)$$

onde $\phi(y, z, t)$ é a envoltória de variação lenta e $e^{j\omega_0 t}$ leva em consideração as variações rápidas da

portadora, substituindo (2.19) em (2.18) obtém-se,

$$-s \frac{q}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - 2j\omega_0 s \frac{q}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} + s_y \frac{\partial}{\partial y} \left(p \frac{s_y}{s} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + s_z \frac{\partial}{\partial z} \left(p \frac{s_z}{s} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + s \frac{\omega_0^2 q}{c^2} \phi = 0 \quad (2.20)$$

Esta estratégia permite a utilização de uma malha menos densa e um passo de propagação maior, pois o problema que está sendo estudado consiste na predição do comportamento da envoltória de variação lenta.

Tendo em vista que o método dos elementos finitos precisa de uma equação integral equivalente, para resolver a Eq.(2.20), aplica-se Galerkin; assim:

$$\iiint \left[-s \frac{q}{c} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} w - 2j\omega_0 s \frac{q}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} w + s_y \frac{\partial}{\partial y} \left(p \frac{s_y}{s} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) w + s_z \frac{\partial}{\partial z} \left(p \frac{s_z}{s} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) w + s \frac{\omega_0^2 q}{c^2} w \phi \right] dydz = 0 \quad (2.21)$$

Fazendo $w = N_i^e$ e aproximando o campo ϕ como uma combinação linear de funções da forma:

$$\sum_{j=1}^n N_j^e \phi_j^e, \quad (2.22)$$

onde ϕ_j^e são coeficientes a serem determinados e $n = 3$ ou 6 , dependendo do tipo de elemento, a equação fica assim, dentro de cada elemento:

$$\sum_{j=1}^n \iiint \left[-s \frac{q}{c} \frac{\partial^2 \phi_j^e}{\partial t^2} N_i^e N_j^e - 2j\omega_0 s \frac{q}{c^2} \frac{\partial \phi_j^e}{\partial t} N_i^e N_j^e + s_y \frac{\partial}{\partial y} \left(p \frac{s_y}{s} \frac{\partial N_j^e \phi_j^e}{\partial y} \right) N_i^e + s_z \frac{\partial}{\partial z} \left(p \frac{s_z}{s} \frac{\partial N_j^e \phi_j^e}{\partial z} \right) N_i^e + s \frac{\omega_0^2 q}{c^2} N_i^e N_j^e \phi_j^e \right] dydz = 0 \quad (2.23)$$

Integrando por partes, para re-escrever as integrais que têm segunda derivada espacial, em integrais de derivadas de primeira ordem, e somando sobre todos os elementos, obtém-se um sistema matricial, dado por:

$$-\frac{1}{c^2} [M] \frac{\partial^2 \{\phi\}}{\partial t^2} - 2j \frac{\omega_0}{c^2} [M] \frac{\partial \{\phi\}}{\partial t} + \left([K] + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M] \right) \{\phi\} = 0, \quad (2.24)$$

onde as matrizes $[K]$ e $[M]$ são definidas como:

$$[K] = \sum_e \iiint \left[-p \frac{s_y^2}{s} \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} - p \frac{s_z^2}{s} \frac{\partial \{N\}}{\partial z} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial z} \right] \partial y \partial z \quad (2.25)$$

$$[M] = \sum_e \iiint [s q \{N\} \{N\}^T] \partial y \partial z \quad (2.26)$$

A segunda derivada temporal, na Equação (2.24), pode ser desprezada; tendo-se, assim, uma solução de banda estreita. Esta também pode ser aproximada usando Padé (banda larga) ou pode ser implementada através de um simples algoritmo de diferenças finitas de dois passos, com o qual obtém-se a solução de espectro completo. Uma abordagem mais detalhada da resolução da Equação (2.24) é apresentada a seguir.

2.4.2 Aproximação de banda larga ou Padé

A Equação (2.24) pode ser reescrita como [39]:

$$-\left(1 + \frac{1}{2j\omega_0} \frac{\partial}{\partial t}\right) 2j \frac{\omega_0}{c^2} [M] \frac{\partial \{\phi\}}{\partial t} = -\left([K] + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M]\right) \{\phi\} \quad (2.27)$$

e, colocando em evidência a derivada temporal, tem-se:

$$2j \frac{\omega_0}{c^2} [M] \frac{\partial \{\phi\}}{\partial t} = \frac{\left([K] + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M]\right)}{\left(1 + \frac{1}{2j\omega_0} \frac{\partial}{\partial t}\right)} \{\phi\}, \quad (2.28)$$

onde a derivada temporal pode ser aproximada da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{c^2}{2j\omega_0} [M]^{-1} \left([K] + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M]\right) \quad (2.29)$$

Substituindo-se a Equação (3.23) na Equação (3.21), tem-se:

$$2j \frac{\omega_0}{c^2} [M] \frac{\partial \{\phi\}}{\partial t} \left\{1 + \frac{1}{2j\omega_0} \left[\frac{c^2}{2j\omega_0} [M]^{-1} \left([K] + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M]\right)\right]\right\} = \left([K] + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M]\right) \{\phi\} \quad (2.30)$$

que, rescrevendo, obtém-se:

$$2j \frac{\omega_0}{c^2} \frac{\partial \{\phi\}}{\partial t} \left[[M] - [M] \frac{c^2}{4\omega_0^2} [M]^{-1} \left([K] + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M]\right)\right] - \left([K] + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M]\right) \{\phi\} = \{0\} \quad (2.31)$$

Chega-se, então, a:

$$2j \frac{\omega_0}{c^2} \frac{\partial \{\phi\}}{\partial t} \left[[M] - \frac{c^2}{4\omega_0^2} \left([K] + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M]\right)\right] - \left([K] + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M]\right) \{\phi\} = \{0\}, \quad (2.32)$$

que pode ser escrita como:

$$-2j \frac{\omega_0}{c^2} [\widetilde{M}] \frac{\partial \{\phi\}}{\partial t} + \left([K] + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M]\right) \{\phi\} = \{0\}, \quad (2.33)$$

onde

$$[\widetilde{M}] = [M] - \frac{c^2}{4\omega_0^2} \left([K] + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M]\right) \quad (2.34)$$

Para realizar a propagação temporal, utiliza-se o esquema de Crank-Nicholson da seguinte forma:

$$\frac{\partial \{\phi\}}{\partial t} = \frac{\{\phi\}_{i+1} - \{\phi\}_i}{\Delta t} \quad (2.35)$$

$$\{\phi\} = \frac{\{\phi\}_{i+1} + \{\phi\}_i}{2} \quad (2.36)$$

Substituindo as Equações (2.35) e (2.36) na Equação (2.33), tem-se:

$$-2j \frac{\omega_0}{c^2} [\widetilde{M}] \left(\frac{\{\phi\}_{i+1} - \{\phi\}_i}{\Delta t^2} \right) + \left([K] + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M] \right) \left(\frac{\{\phi\}_{i+1} + \{\phi\}_i}{2} \right) = \{0\} \quad (2.37)$$

Agrupando termos de forma tal que, de um lado, tenha-se o campo no passo $i+1$, e do outro, o campo no passo i , obtém-se o sistema matricial:

$$\left[-2j \frac{\omega_0}{c^2} [\widetilde{M}] + 0,5\Delta t \left([K] i + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M] \right) \right] \{\phi\}_{i+1} = \left[-2j \frac{\omega_0}{c^2} [\widetilde{M}] - 0,5\Delta t \left([K] i + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M] \right) \right] \{\phi\}_i \quad (2.38)$$

2.4.3 Aproximação de banda estreita

Na aproximação de banda estreita na Equação (2.24), a segunda derivada temporal é desprezada. Substituindo as Equações (2.35) e (2.36), obtém-se o seguinte sistema matricial:

$$-2j \frac{\omega_0}{c^2} [M] + 0,5\Delta t \left([K] i + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M] \right) \{\phi\}_{i+1} = -2j \frac{\omega_0}{c^2} [M] - 0,5\Delta t \left([K] i + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M] \right) \{\phi\}_i \quad (2.39)$$

Uma desvantagem desta aproximação é que não são levados em conta muitas componentes do espectro de vetores das ondas (quando os pulsos são bastante estreitos), o que significa em desprezar componentes de alta frequência (que são levadas em conta na segunda derivada temporal), introduzindo-se erros.

2.4.4 Aproximação de banda completa

Neste caso, é resolvida a segunda derivada temporal através de um esquema de diferenças finitas de dois passos [40]. Isto significa que, na Equação (2.24) usam-se as seguintes expressões (diferenças centrais):

$$\frac{\partial^2 \{\phi\}}{\partial t^2} = \frac{\{\phi\}_{i+1} - 2\{\phi\}_i + \{\phi\}_{i-1}}{\Delta t^2} \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial \{\phi\}}{\partial t} = \frac{\{\phi\}_{i+1} - \{\phi\}_{i-1}}{2\Delta t} \quad (2.41)$$

$$\{\phi\} = \frac{\{\phi\}_{i+1} + \{\phi\}_{i-1}}{2} \quad (2.42)$$

obtendo-se, portanto,

$$\begin{aligned} -\frac{1}{c^2} [M] \left(\frac{\{\phi\}_{i+1} - 2\{\phi\}_i + \{\phi\}_{i-1}}{\Delta t^2} \right) - 2j \frac{\omega_0}{c^2} [M] \left(\frac{\{\phi\}_{i+1} - \{\phi\}_{i-1}}{2\Delta t} \right) \\ + \left([K] + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M] \right) \left(\frac{\{\phi\}_{i+1} + \{\phi\}_{i-1}}{2} \right) = \{0\} \end{aligned} \quad (2.43)$$

Agrupando os termos em $\{\phi\}_{i+1}$, $\{\phi\}_i$ e $\{\phi\}_{i-1}$, obtém-se:

$$\begin{aligned} & \left[-\frac{1}{\Delta t^2 c^2} [M] - j \frac{\omega_0}{\Delta t c^2} [M] + \frac{1}{2} \left([K] + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M] \right) \right] \{\phi\}_{i+1} \\ &= -\frac{2}{\Delta t^2 c^2} [M] \{\phi\}_i + \frac{1}{\Delta t^2 c^2} [M] - j \frac{\omega_0}{\Delta t c^2} [M] - \frac{1}{2} \left([K] + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M] \right) \{\phi\}_{i-1} \end{aligned} \quad (2.44)$$

Outra opção para substituir estes operadores é a seguinte (*backward*):

$$\frac{\partial^2 \{\phi\}}{\partial t^2} = \frac{\{\phi\}_{i+1} - 2\{\phi\}_i + \{\phi\}_{i-1}}{\Delta t^2} \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial \{\phi\}}{\partial t} = \frac{\{\phi\}_i - \{\phi\}_{i-1}}{\Delta t} \quad (2.46)$$

$$\{\phi\} = \frac{\{\phi\}_i + \{\phi\}_{i-1}}{2} \quad (2.47)$$

com as quais obtém-se:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{c^2} [M] \left(\frac{\{\phi\}_{i+1} - 2\{\phi\}_i + \{\phi\}_{i-1}}{\Delta t^2} \right) - 2j \frac{\omega_0}{c^2} [M] \left(\frac{\{\phi\}_i - \{\phi\}_{i-1}}{\Delta t} \right) \\ & + \left([K] + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M] \right) \left(\frac{\{\phi\}_i + \{\phi\}_{i-1}}{2} \right) = \{0\} \end{aligned} \quad (2.48)$$

Agrupando os termos em $\{\phi\}_{i+1}$, $\{\phi\}_i$ e $\{\phi\}_{i-1}$, obtém-se:

$$-\frac{1}{\Delta t^2 c^2} [M] \{\phi\}_{i+1} = \left[-\frac{2}{\Delta t^2 c^2} [M] + 2j \frac{\omega_0}{\Delta t c^2} [M] - \frac{1}{2} \left([K] + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M] \right) \right] \{\phi\}_i \quad (2.49)$$

$$+ \left[-\frac{1}{\Delta t^2 c^2} [M] - 2j \frac{\omega_0}{\Delta t c^2} [M] - \frac{1}{2} \left([K] + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M] \right) \right] \{\phi\}_{i-1} \quad (2.50)$$

Cabe ressaltar que ambas as Equações (2.44) e (2.49) levam, praticamente, à mesma solução e são resolvidas da seguinte forma:

- Apenas no primeiro passo, propaga-se o pulso $\{\phi\}_i$, uma vez, utilizando-se a aproximação de Padé, Eq.(2.38), com isto, tem-se o campo $\{\phi\}_i$ e $\{\phi\}_{i+1}$,
- Estes campos, $\{\phi\}_i$ e $\{\phi\}_{i+1}$, são em seguida denominados de $\{\phi\}_{i-1}$ e $\{\phi\}_i$ respectivamente; depois, procede-se com a propagação, usando-se a Equação (2.44), a qual depende do campo em dois passos anteriores.

Quanto à estabilidade do esquema de banda completa, ele fica condicionalmente estável devido a inserção das PMLs, pois elas são em geral complexas, assim, surgem soluções da forma $e^{\pm j\omega t}$, com ω complexo. Sob certas condições, uma das soluções fica amplificada, gerando instabilidade. Um estudo detalhado da estabilidade é realizada em [31].

2.4.5 Coordenadas cilíndricas

A equação escalar de Helmholtz que descreve o comportamento temporal e espacial dos modos linearmente polarizados em duas dimensões, é dada por:

$$-s_r \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(p r \frac{s_r}{s} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) - s_z \frac{\partial}{\partial z} \left(p \frac{s_z}{s} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) + s \frac{q}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0, \quad (2.51)$$

onde Φ é o campo escalar, c é a velocidade da luz no vácuo, y e z são as coordenadas espaciais, t é o tempo, s_r e s_z são parâmetros relacionados às PMLs (*Perfectly Matched Layers*). Os parâmetros s_r , s_z e s são dados pela Equação (2.15), pela Tabela 2.3 e são também mostrados na Figura 2-2. p e q são definidos na Tabela 2.5, onde Φ_x é a componente dos campos linearmente polarizados na direção

Modo Linearmente Polarizado	
p	1
q	ε_r
Φ	Φ_x

Tabela 2.5: Valores de p , q e Φ para os modos linearmente polarizados.

x , e ε_r é a permissividade elétrica relativa do meio, sendo que $n = \sqrt{\varepsilon_r}$ é o índice de refração.

Na aproximação da envoltória lenta, que é o caso no qual a frequência da portadora é muito maior que a frequência de modulação, pode-se assumir uma solução da forma:

$$\Phi(y, z, t) = \phi(y, z, t) e^{j\omega_0 t}, \quad (2.52)$$

onde $\phi(y, z, t)$ é a envoltória de variação lenta e $e^{j\omega_0 t}$ leva em consideração as variações rápidas da portadora ω_0 . Substituindo a Equação (2.52) na Equação (2.51), obtém-se:

$$-s \frac{\varepsilon_r}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - 2j\omega_0 s \frac{\varepsilon_r}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{s_r^2}{s} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{s_z^2}{s} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{s_r^2}{s} \frac{\partial \phi}{\partial r} - s \frac{\omega_0^2 \varepsilon_r}{c^2} \phi = 0 \quad (2.53)$$

Esta estratégia permite a utilização de uma malha menos densa e um passo de propagação maior pois o problema que está sendo estudado consiste na predição do comportamento da envoltória de variação lenta. Multiplicando a Equação (2.53) por r para remover a singularidade em $r = 0$, obtém-se,

$$-s \frac{\varepsilon_r}{c^2} r \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - 2j\omega_0 s \frac{\varepsilon_r}{c^2} r \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{s_r^2}{s} r \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{s_z^2}{s} r \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + \frac{s_r^2}{s} r \frac{\partial \phi}{\partial r} - s \frac{\omega_0^2 \varepsilon_r}{c^2} r \phi = 0 \quad (2.54)$$

Tendo em vista que o método dos elementos finitos precisa de uma equação integral equivalente para resolver a Equação (2.53), aplica-se Galerkin; multiplicando-se por uma função peso w , tem-se:

$$\iint \left[-s \frac{\varepsilon_r}{c^2} r \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} w - 2j\omega_0 s \frac{\varepsilon_r}{c^2} r \frac{\partial \phi}{\partial t} w + \frac{s_r^2}{s} r \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) w + \frac{s_z^2}{s} r \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) w + \frac{s_r^2}{s} r \frac{\partial \phi}{\partial r} w - s \frac{\omega_0^2 \varepsilon_r}{c^2} r \phi w \right] dr dz = 0 \quad (2.55)$$

Fazendo $w = N_i^e$ e aproximando o campo ϕ como uma combinação linear de funções da forma:

$$\sum_{j=1}^n N_j^e \phi_j^e, \quad (2.56)$$

onde ϕ_j^e são coeficientes a serem determinados e $n = 3$ ou 6 , dependendo do tipo de elemento, a equação dentro de cada elemento fica na forma:

$$\sum_{j=1}^n \iint \left[-s \frac{\varepsilon_r}{c^2} r \frac{\partial^2 \phi_j^e}{\partial t^2} N_i^e N_j^e - 2j \omega_0 s \frac{\varepsilon_r}{c^2} r \frac{\partial \phi_j^e}{\partial t} N_i^e N_j^e + \frac{s_r^2}{s} r \frac{\partial}{\partial r} \left(r N_i^e \frac{\partial N_j^e \phi_j^e}{\partial r} \right) \right. \\ \left. + \frac{s_z^2}{s} r \frac{\partial}{\partial z} \left(N_i^e \frac{\partial N_j^e \phi_j^e}{\partial z} \right) + \frac{s_r^2}{s} r N_i^e \frac{\partial N_j^e \phi_j^e}{\partial r} - s \frac{\omega_0^2 \varepsilon_r}{c^2} r N_i^e N_j^e \phi_j^e \right] dr dz = 0 \quad (2.57)$$

Integrando por partes, para re-escrever as integrais que têm segunda derivada espacial, em integrais de derivadas de primeira ordem, e somando sobre todos os elementos, obtém-se um sistema matricial dado por:

$$-\frac{1}{c^2} [M] \frac{\partial^2 \{\phi\}}{\partial t^2} - 2j \frac{\omega_0}{c^2} [M] \frac{\partial \{\phi\}}{\partial t} + \left([K] + \frac{\omega_0^2}{c^2} [M] \right) \{\phi\} = 0, \quad (2.58)$$

onde as matrizes $[K]$ e $[M]$ são definidas como:

$$[K] = \sum_e \iint r \left[-\frac{s_r^2}{s} \frac{\partial \{N\}}{\partial r} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial r} - \frac{s_z^2}{s} \frac{\partial \{N\}}{\partial z} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial z} \right] dr dz \quad (2.59)$$

$$[M] = \sum_e \iint r \left[s n^2 \{N\} \{N\}^T \right] dy dz \quad (2.60)$$

Note-se que a Equação (2.58) é similar à Equação (2.24). A segunda derivada temporal na Equação (2.58) pode ser desprezada, tendo-se assim, uma solução de banda estreita. Esta, também, pode ser aproximada usando Padé (banda larga) ou pode ser implementada através de um simples algoritmo de diferenças finitas de dois passos, com o qual obtém-se a solução de espectro completo. Portanto, por simplicidade e sem perda de generalidade, a resolução da equação é similar àquela em coordenadas cartesianas, tendo sido implementadas, neste trabalho, as aproximações de banda estreita e banda larga para as coordenadas cilíndricas.

2.5 Conclusões

Aqui, foi desenvolvido um algoritmo para a simulação da propagação de ondas eletromagnéticas no domínio temporal, em estruturas bidimensionais. Estes algoritmos têm a vantagem de propagar apenas a envoltória do campo, sendo possível a utilização de passos temporais maiores. A segunda derivada temporal é levada em conta, obtendo-se, desta forma, uma capacidade de poder simular a propagação de pulsos ultracurtos, pois uma maior largura de banda é levada em conta. Sendo que o algoritmo de propagação fica condicionalmente estável devido ao uso das PMLs. Outro ponto importante é a extensão do método para simular a propagação em coordenadas cilíndricas, o que permite analisar dispositivos baseados em fibras ópticas.

Capítulo 3

Resultados numéricos: Propagação no domínio temporal

3.1 Validação: Propagação no espaço livre

Para validar o método aqui apresentado, uma onda gaussiana de duração muito curta, aproximadamente 3 fs, propagando-se ao longo da direção z no espaço livre [17], foi considerada. Em $t = 0$, a onda de entrada é escrita como,

$$\phi(y, z, t = 0) = e^{-\left(\frac{y-y_0}{W_y}\right)^2} e^{-\left(\frac{z-z_0}{W_z}\right)^2} e^{-jk_0 n_0(z-z_0)}, \quad (3.1)$$

onde, $W_y = 2,0 \mu\text{m}$ e $W_z = 2,0 \mu\text{m}$ são as larguras em y e z , $n_0 = 1,0$ é o índice efetivo, $(y_0, z_0) = (0,0 \mu\text{m}, 0,0 \mu\text{m})$, k_0 é o número de onda. O comprimento de onda central adotado aqui é $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$.

A Figura 3-1 apresenta os resultados obtidos através do método FDTD, o FETD-SWPM, (*Finite Element Time Domain Slow-varying Wave Propagation Method*) [16] e o presente esquema [17], que é chamado de FETD-SWPM de banda completa. A janela numérica espacial adotada para todos os métodos foi um quadrado definido por $[-5,5 \mu\text{m}, -5,5 \mu\text{m}] \times [-5,5 \mu\text{m}, -5,5 \mu\text{m}]$.

No caso do FDTD, a convergência foi obtida usando uma malha regular de 193.600 células com $\Delta y = \Delta z = 0,025 \mu\text{m}$ e $\Delta t = 0,05 \text{ fs}$. O limite correspondente de Courant é $\Delta t = 0,0589 \text{ fs}$. O FETD-SWPM de banda larga atinge a convergência usando uma malha não uniforme formada por elementos finitos quadráticos que produzem 7500 variáveis e $\Delta t = 0,1 \text{ fs}$. Já o FETD-SWPM de banda completa convergiu usando a mesma malha do FETD-SWPM de banda larga com um $\Delta t = 0,125 \text{ fs}$.

É claramente observado, da Figura 3-1, uma excelente concordância entre o esquema de banda completa e o FDTD; porém, o esquema de banda larga, apesar de precisar praticamente dos mesmos recursos computacionais do esquema de banda completa, exibe uma pequena onda espúria, em claro desacordo com os outros dois resultados.

Os tempos totais de execução medidos sobre a mesma plataforma computacional (Pentium III - 800 MHz - Windows 98) foram 15,5 s e 200 s para os métodos em elementos finitos e FDTD, respetivamente. Isto significa que, para este exemplo, o presente esquema roda, aproximadamente, 13 vezes mais rápido do que o FDTD convencional.

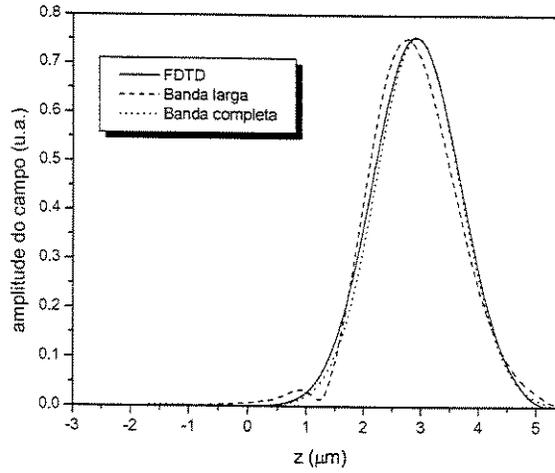


Fig. 3-1: Propagação de uma onda gaussiana no meio livre depois de 10 fs, as curvas representam as soluções convergentes obtidas através do FDTD, o FETD-SWPM de banda larga [16] e FETD-SWPM de banda completa [17].

3.2 Análise de um acoplador direcional

Uma vez comprovado o funcionamento do método dos elementos finitos no domínio do tempo, procede-se com a simulação do comportamento de um pulso ao longo de um acoplador direcional [7], o qual tem solução analítica [43]. A estrutura é apresentada na Figura 3-2.

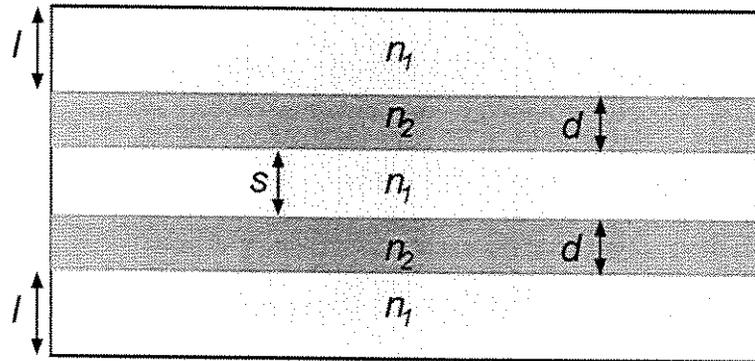


Fig. 3-2: Configuração do acoplador direcional, $l = 1,925 \mu\text{m}$, $d = 0,35 \mu\text{m}$, $s = 0,45 \mu\text{m}$, $n_1 = 2,0$ e $n_2 = 2,2$.

O pulso de entrada, em $t = 0$, é dado pela Equação (3.2):

$$\phi(y, z, t = 0) = \phi_0(y) e^{-\left(\frac{z-z_0}{W_z}\right)^2} e^{-jk_0 n_0(z-z_0)} \quad (3.2)$$

onde ϕ_0 é o modo fundamental da estrutura que corresponde ao modo fundamental de um *slab* simétrico, e n_0 é o índice efetivo desse modo, $z_0 = 10,0 \mu\text{m}$, $W_z = 2,0 \mu\text{m}$ e o passo temporal $\Delta t = 1,0$ fs. O índice efetivo do modo fundamental foi calculado para ser $n_0 = 2,0596$ no comprimento de onda

$\lambda = 1,5 \mu\text{m}$.

A Figura (3-3) apresenta a evolução no tempo do pulso ao longo da direção de propagação a cada 15 fs.

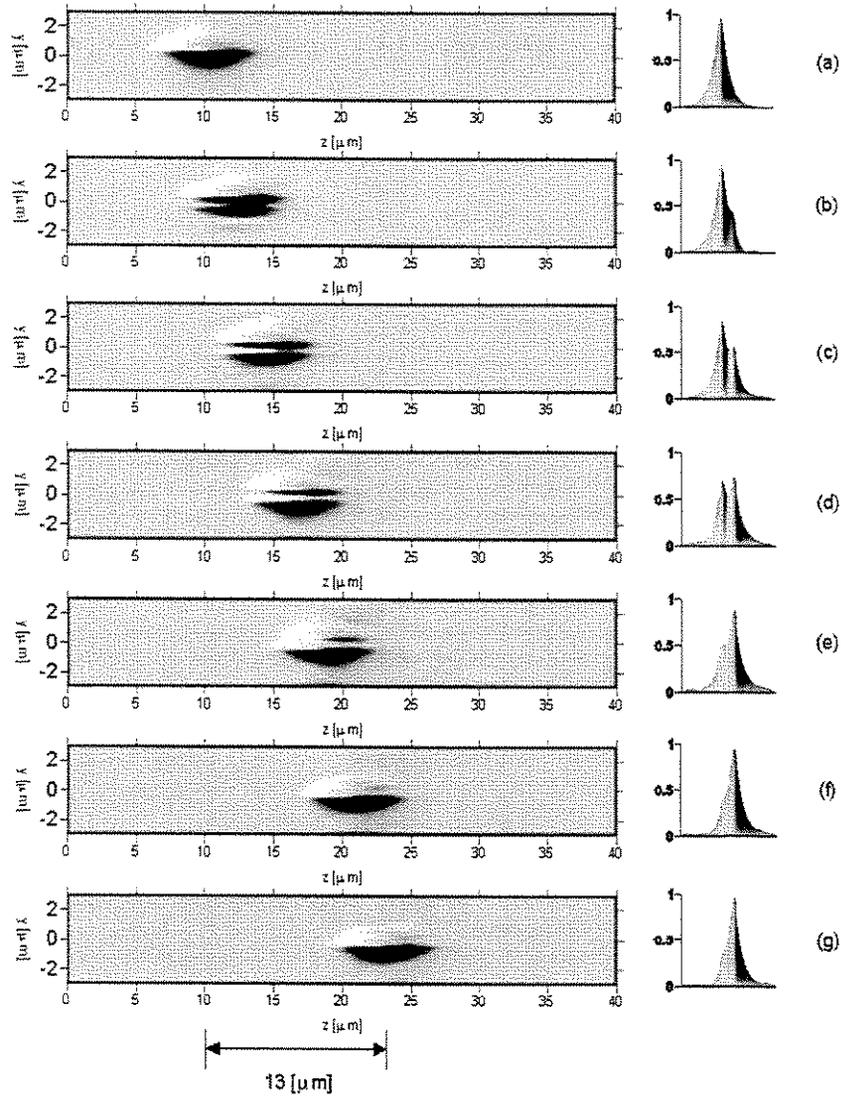


Fig. 3-3: Evolução do campo no acoplador direcional em (a) $t=0$ fs (b) $t=15$ fs (c) $t=30$ fs e (d) $t=45$ fs (e) $t=60$ fs (f) $t=75$ fs (g) $t=90$ fs.

Nota-se que ocorre uma transferência de energia de um guia para o outro, e vice-versa, após 90 fs ou $13,0 \mu\text{m}$, aproximadamente, como previsto pela teoria de modos acoplados (89,3 fs). Esta distância foi calculada analiticamente assim [43]:

$$D = \frac{\pi}{2C}, \quad (3.3)$$

onde C é o coeficiente de acoplamento, calculado por:

$$C = \frac{2\sqrt{\beta^2 - n_1^2} \cos\left(\frac{k_0\sqrt{n_2^2 - \beta^2}}{2}d\right)}{\beta\left(d + \frac{2}{k_0\sqrt{\beta^2 - n_1^2}}\right)} \exp\left(-k_0\sqrt{\beta^2 - n_1^2}S\right) \quad (3.4)$$

e o tempo pode ser calculado por:

$$t = \beta \frac{D}{c} \quad (3.5)$$

3.3 Análise de uma rede dielétrica refletora

Aqui, foi considerada uma rede dielétrica refletora como em [7], [16] e [17], apresentada na Figura 3-4.

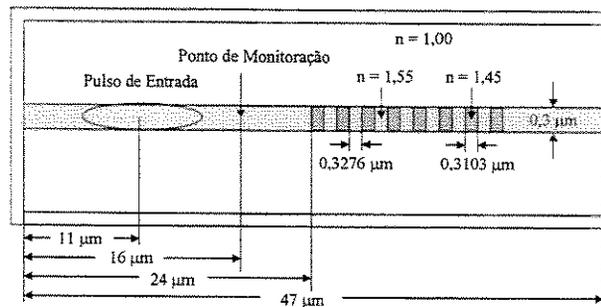


Fig. 3-4: Rede dielétrica.

O pulso de entrada, em $t = 0$, é dado pela Equação (3.6):

$$\phi(y, z, t = 0) = \phi_0(y) e^{-\left(\frac{z-z_0}{W_z}\right)^2} e^{-jk_0n_0(z-z_0)}, \quad (3.6)$$

onde ϕ_0 é o modo fundamental da estrutura que corresponde ao modo fundamental de um *slab* simétrico (TE ou TM), e $n_0 = 1,208377$ é o índice efetivo do modo fundamental TE e $n_0 = 1,07451$ é o índice efetivo do modo fundamental TM. As características da grade estão especificadas na Figura 3-4, onde $z_0 = 11 \mu\text{m}$, $W_z = 2,0 \mu\text{m}$, $\lambda = 1,5 \mu\text{m}$ e o passo temporal $\Delta t = 1,0 \text{ fs}$. Os pulsos de entrada e refletido são monitorados no “ponto de referência” especificado na Figura 3-4.

Nas Figuras 3-5 e 3-6 são apresentadas as amplitudes dos campos dos modos TE e TM, respectivamente, monitorados no ponto $(16,0 \mu\text{m}, 0,0 \mu\text{m})$. Nota-se a presença de dois pulsos bem definidos, o primeiro deles corresponde ao pulso incidente e, o segundo ao pulso refletido.

Pretende-se calcular as características de reflexão a partir das características do pulso refletido, em função do pulso incidente.

Para caracterizar a rede dielétrica, nos modos TE e TM, procedeu-se da seguinte maneira:

- Monitoração do campo complexo TE ou TM no ponto $(16,0 \mu\text{m}, 0,0 \mu\text{m})$ em todos os instantes de tempo e armazenamento deste campo complexo em um vetor.

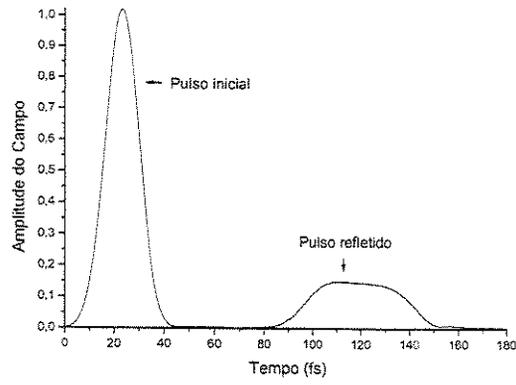


Fig. 3-5: Amplitude do campo TE em função do tempo, no ponto de monitoramento.

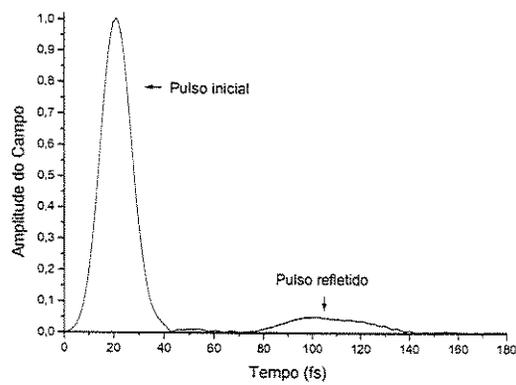


Fig. 3-6: Amplitude do campo TM em função do tempo, no ponto de monitoramento.

- Identificação, dentro do vetor, que contem o campo complexo TE ou TM, os valores que correspondem ao campo incidente e ao campo refletido. Vide Figuras 3-5 e 3-6.
- Divisão da FFT do pulso refletido pela FFT do pulso incidente, para obtenção do coeficiente de reflexão.

Os resultados obtidos são apresentados nas Figuras 3-7 e 3-8.

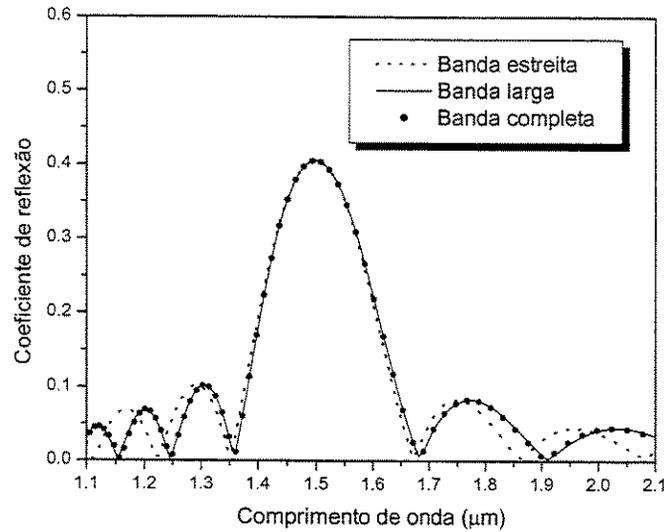


Fig. 3-7: Coeficiente de reflexão para o modo TE, da rede analisada.

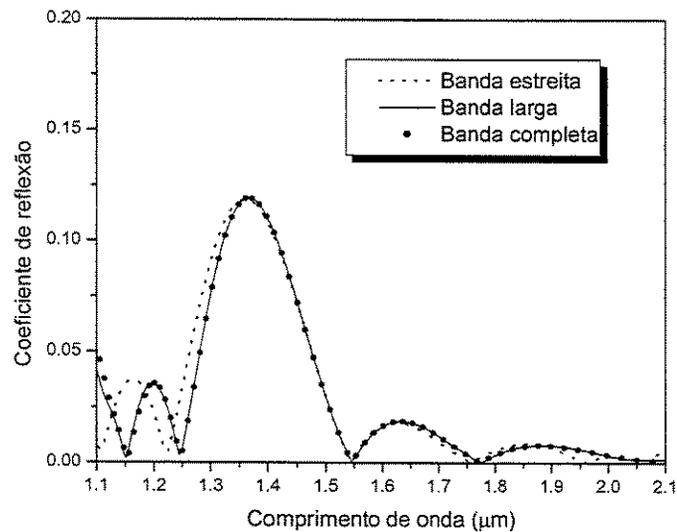


Fig. 3-8: Coeficiente de reflexão para o modo TM, da rede analisada.

3.4 Análise de guias curvos em 90° com cavidades ressonantes

Nesta seção, aplica-se a ferramenta desenvolvida para analisar circuitos integrados fotônicos de alta densidade propostos por Haus [41] e [42]. Estes guias baseiam-se no princípio do forte confinamento da luz em estruturas com alto contraste de índice de refração, o qual permite projetar componentes ópticos que podem desempenhar complexas funções de interconexão dentro de pequenas áreas, com um ótimo desempenho (alta transmissão e baixas perdas).

Na Figura 3-9 apresenta-se a configuração básica dos guias a serem analisados, os quais consistem em um guia de onda de $0,2 \mu\text{m}$ de largura com um índice de refração $n = 3,2$, rodeado de ar ($n = 1,0$), que sofrem uma mudança abrupta de 90° na direção de propagação. São apresentadas diversas configurações para diferentes valores dos parâmetros a e x , visando-se a obtenção de um melhor desempenho (cavidades ressonantes).

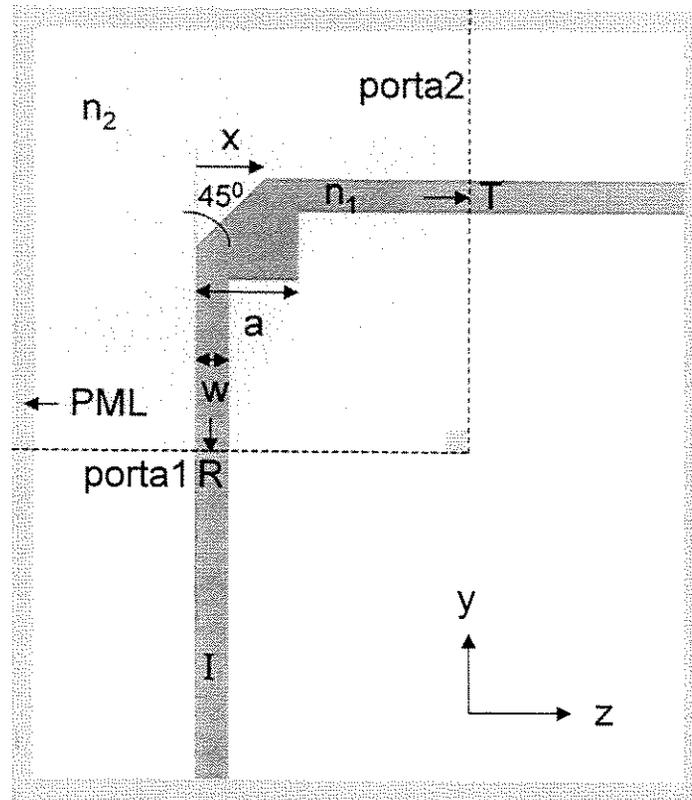


Fig. 3-9: Configuração básica do guia de onda curvo.

As simulações foram realizadas tanto no domínio da frequência, foi utilizado o código desenvolvido em [44], [45], como também no domínio do tempo, aplicando o algoritmo desenvolvido nesta tese. Com a finalidade de validar os resultados obtidos, estes foram comparados com aqueles publicados na literatura [41].

No domínio da frequência, a equação de onda é resolvida de uma forma análoga ao problema de potenciais (equação de Poisson), onde são aplicadas condições de contorno especiais nas portas de entrada (modo fundamental) e nas portas de saída.

Note-se que os domínios computacionais foram diferentes, tanto para o domínio da frequência (área sombreada) como para o domínio do tempo (área total). O domínio computacional, no domínio

do tempo, foi escolhido para ser contido dentro de um retângulo de $14 \mu\text{m} \times 12 \mu\text{m}$ e o domínio computacional, para o domínio da frequência foi de $8 \mu\text{m} \times 8 \mu\text{m}$. Em ambos os casos os $0,5 \mu\text{m}$ externos correspondem às condições de contorno de camadas perfeitamente casadas (PML). O domínio computacional para o domínio do tempo é maior pois é necessário um espaço para colocar o pulso incidente.

No domínio da frequência foram utilizadas duas formas de medir os coeficientes de potência transmitida e refletida. A primeira delas consiste em calcular a distribuição espacial dos campos ao longo de cada uma das portas; estas portas estão indicadas como *porta1* e *porta2* na Figura 3-9. Em seguida, calcula-se quanto da potência destes campos está acoplado ao modo fundamental, através do cálculo de superposição destes campos com o modo fundamental do guia, e calcula-se a razão entre estes valores. Esta forma de medida é denominada aqui FD1.

A segunda forma consiste em monitorar o campo em apenas alguns pontos de referência estrategicamente colocados. Estes pontos estão indicados como **R** e **T** na Figura 3-9, (em **R** encontra-se o campo refletido e em **T**, o campo transmitido). Estes pontos estão colocados exatamente no centro do guia.

Com os valores do campo em **T** calcula-se a transmissão como a razão entre os quadrados dos módulos do campo na saída e o campo incidente. Com os valores do campo em **R** calcula-se a reflexão como a razão entre os quadrados dos módulos do campo refletido e o campo incidente. Esta forma de medida é denominada FD2.

No domínio temporal é utilizado um esquema similar à FD2. A colocação apropriada destes pontos de monitoração permite diferenciar os pulsos que se propagam dentro do dispositivo que são: o pulso de entrada, o pulso refletido e o pulso transmitido. No ponto **R** é monitorada a variação temporal do campo incidente e do campo refletido, e no ponto **T**, é monitorada a variação temporal do campo transmitido.

Os coeficientes de transmissão e reflexão são obtidos como a razão das FFT dos pulsos transmitidos e refletidos divididos pela FFT do pulso de incidente. Esta forma de medida é denominada TD.

A medição da transmissão e reflexão de junções planares, usando os esquemas citados anteriormente são os utilizados e adotados pela comunidade científica.

No ponto indicado como **I**, Figura 3-9, é colocado o pulso de entrada propagando-se na direção $+y$, que consiste de um pulso gaussiano no sentido longitudinal e do modo fundamental do guia planar no sentido transversal, como descrito na Equação (3.7),

$$\phi(y, z, t = 0) = \phi_0(z) e^{-\left(\frac{y-y_0}{W_y}\right)^2} e^{-jk_0 n_0 (y-y_0)}, \quad (3.7)$$

onde ϕ_0 é o modo fundamental da estrutura, que corresponde ao modo fundamental de um *slab* simétrico e n_0 é o índice efetivo desse modo, $y_0 = 11 \mu\text{m}$, $W_z = 2,0 \mu\text{m}$ e o passo temporal utilizado foi $\Delta t = 1,0 \text{ fs}$. O índice efetivo correspondente ao modo fundamental TE foi calculado para ser $n_0 = 2,4799$ no comprimento de onda $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$.

No ponto indicado como **R**, é monitorado o pulso incidente e o pulso refletido, e no ponto indicado como **T**, é monitorado o pulso transmitido. Os coeficientes de reflexão e transmissão são calculados como na análise da rede dielétrica, com a diferença que neste caso estão envolvidas potências e não amplitudes.

Vale ressaltar que nas seguintes figuras para efeitos de simplificação será apresentada apenas a configuração interna do guia analisado.

As malhas foram geradas utilizando-se o programa GID, *Geometry and Data* [46]; em todos os exemplos, o número de incógnitas varia entre 23000 e 28000, dependendo da configuração do guia. Guias com maior volume de dielétrico nas quinas têm maior número de incógnitas, pois esta parte do guia é bem discretizada.

Guias ópticos curvos, tendo raios de curvaturas pequenos, de excelente desempenho, são demonstrados em estruturas denominadas PBG (*Photonic Band Gap*) [47], [48].

3.4.1 Curvatura de 90°

O primeiro caso analisado foi um guia com uma mudança abrupta de 90°, como mostrado na Figura 3-10. Percebe-se que, neste tipo de junção planar, o máximo de potência transferida é de 35%.

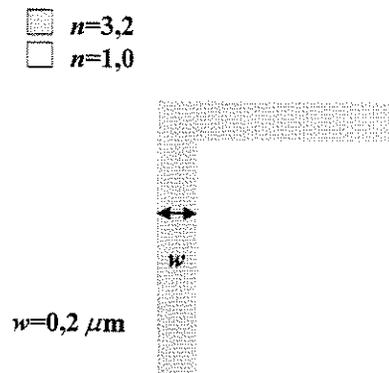


Fig. 3-10: Curvatura de 90° [$x = 0 \mu\text{m}$, $a = 0,2 \mu\text{m}$].

Os resultados obtidos, pelos métodos descritos anteriormente, apresentam-se na Figura 3-11.

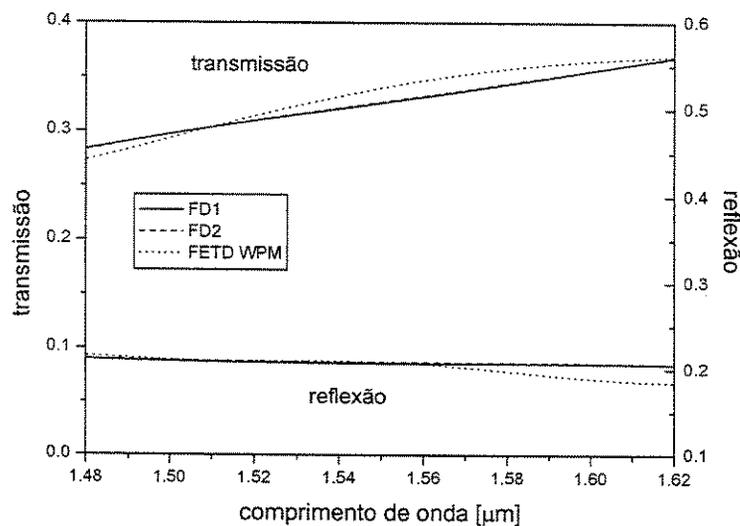


Fig. 3-11: Resposta espectral do guia 90°, correspondente à Figura 3-10.

3.4.2 Curvatura de 90° modificada com um ressonador quadrado dentro da quina

A configuração deste guia é apresentada na Figura 3-12, onde $a = 0,62 \mu\text{m}$ e $x = 0,0 \mu\text{m}$.

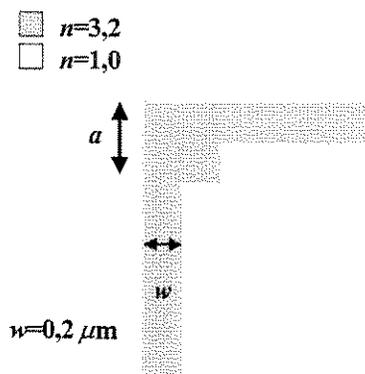


Fig. 3-12: Curvatura de 90° com uma cavidade na quina [$x = 0 \mu\text{m}$, $a = 0,62 \mu\text{m}$].

Quando a quina é modificada de forma a conter um maior volume de dielétrico este comporta-se como uma cavidade ressonante, que faz com que o coeficiente de transmissão aumente, se comparado com o guia curvo de 90° simples.

Os coeficientes de transmissão e reflexão, obtidos neste trabalho, são apresentados na Figura. 3-13.

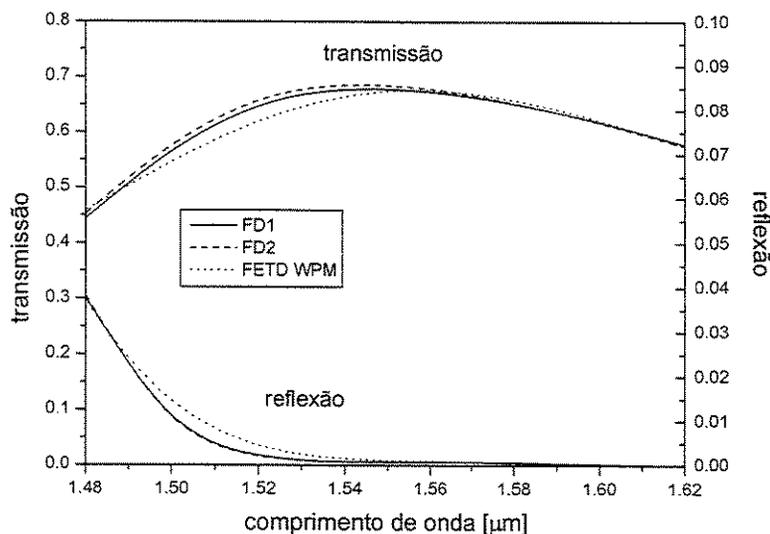


Fig. 3-13: Resposta espectral do guia 90° correspondente à Figura 3-12.

Note-se que a inserção da cavidade dentro do guia traz, como conseqüência, um aumento no coeficiente de transmissão, chegando este até o valor de 70%.

3.4.3 Curvatura de 90° modificada com ressonador e corte de 45°

Neste caso foi realizado um corte de 45° na parte externa do quadrado, e nas simulações numéricas foi observado um aumento drástico da transmissão e uma redução das reflexões. O guia correspondente é apresentado na Figura 3-14.

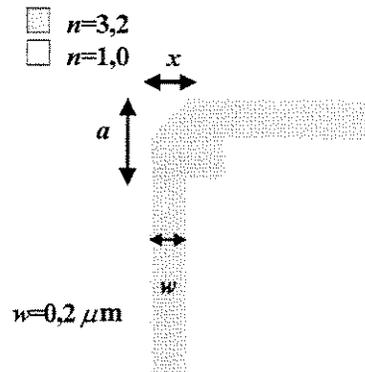


Fig. 3-14: Esquema do guia com ressonador quadrado e com corte de 45°.

Foram realizadas simulações para os valores $a = 0,72 \mu\text{m}$, $x = 0,42 \mu\text{m}$. Os resultados obtidos para esta estrutura, utilizando-se o FETD-SWPM espectro completo, assim como os esquemas FD1 e FD2, são apresentados na Figura 3-15.

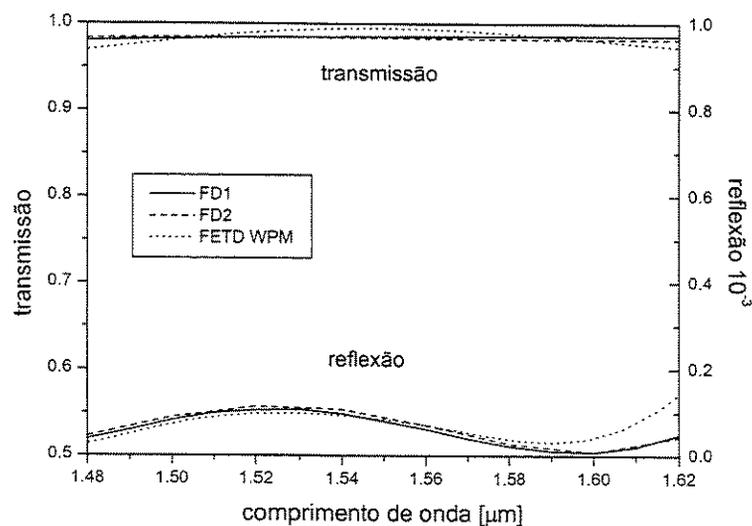


Fig. 3-15: Resposta espectral do guia 90° com cavidade ressonante e corte 45°, correspondente à Figura 3-14. [$x = 0,42 \mu\text{m}$, $a = 0,72 \mu\text{m}$].

Os resultados aqui obtidos, para as três estruturas, apresentam uma excelente concordância com os da literatura [41].

3.5 Análise de filtro óptico ressonante

Em sistemas de comunicações ópticas tem-se utilizado o esquema de multiplexação por divisão em comprimento de onda (WDM, *Wavelength Division Multiplexing*) para atender a grande demanda de largura de banda necessária e para poder transmitir os sinais dos diversos serviços oferecidos (vídeo, voz, dados). Desta forma, faz-se necessário o uso de dispositivos compactos que permitam adicionar e recuperar os sinais correspondentes a cada serviço/usuário.

Um destes dispositivos é o filtro óptico ressonante [49], [50], [51], [52], [53], [54], [55] e [56]. A Figura 3-16 mostra a geometria típica destes filtros que são formados por dois guias de onda retos com um elemento ressonante entre eles, neste caso um anel, podendo esta geometria ser de forma arbitrária (quadrado, disco) ou ser formada por vários destes elementos em cascata.

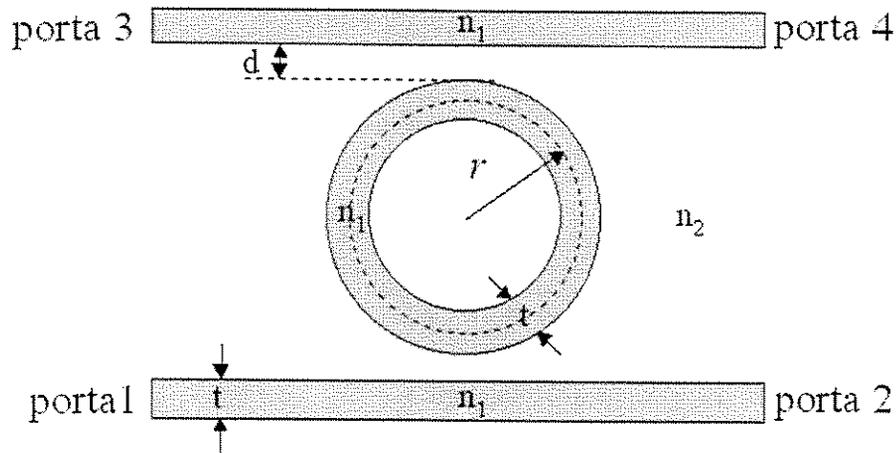


Fig. 3-16: Anel ressonante.

Este filtro tem a função de extrair a potência de determinados comprimentos de onda. No comprimento de onda de ressonância a potência do sinal que ingressa por uma das portas (porta 1) é extraída totalmente na porta adjacente (porta 3).

Neste trabalho, um filtro ressonante, com as seguintes características, foi analisado: $r = 1,7 \mu\text{m}$, $n_1 = 3,0$, $n_2 = 1,0$, $t = 0,2 \mu\text{m}$, e $d = 0,2 \mu\text{m}$ [49].

Considerou-se um domínio de $18,0 \mu\text{m} \times 8,0 \mu\text{m}$ $[(-9,0 \mu\text{m}, -4,0 \mu\text{m}) \text{ até } (9,0 \mu\text{m}, 4,0 \mu\text{m})]$, onde os $0,5 \mu\text{m}$ externos correspondem às camadas perfeitamente casadas (PML). O pulso de entrada é formado pelo modo fundamental da seção transversal do guia e por um pulso gaussiano centrado em $(-5,0 \mu\text{m}, -2,1 \mu\text{m})$ na seção longitudinal, o qual é dado por:

$$\phi(y, z, t = 0) = \phi_0(y) e^{-\left(\frac{z-z_0}{W_z}\right)^2} e^{-jk_0 n_0(z-z_0)}, \quad (3.8)$$

onde $\phi_0(y)$ é o modo fundamental da estrutura, que corresponde ao modo fundamental de um *slab* simétrico, e $n_0 = 2,3729$ é o índice efetivo do modo fundamental transversal elétrico TE. As características do filtro estão especificados na Figura 3-17, onde $z_0 = -5,0 \mu\text{m}$, $W_0 = 2,0 \mu\text{m}$, $\lambda_0 = 1,334 \mu\text{m}$ e passo temporal $\Delta t = 1,0 \text{ fs}$. O pulso de entrada e o de saída são monitorados nas portas 1 e 3, respectivamente. O campo nas outras portas podem também ser monitorados na mesma simulação.

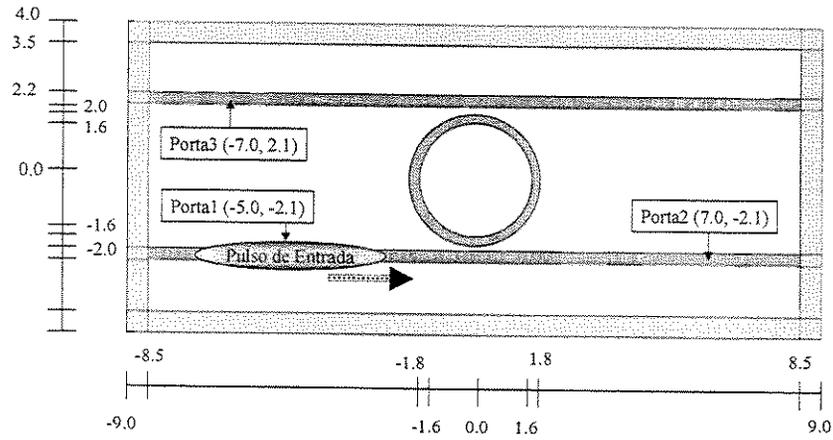


Fig. 3-17: Domínio utilizado nas simulações do filtro ressonante, indicando-se os pontos de monitoramento e posição do pulso de entrada (todas as dimensões em μm).

Os resultados obtidos são mostrados na Figura 3-18, onde pode ser observada, de forma clara, uma excelente concordância com os obtidos no domínio da frequência [57]. Estes resultados estão em perfeita concordância com aqueles publicados em [49] onde é utilizado o FDTD e teoria de modos acoplados.

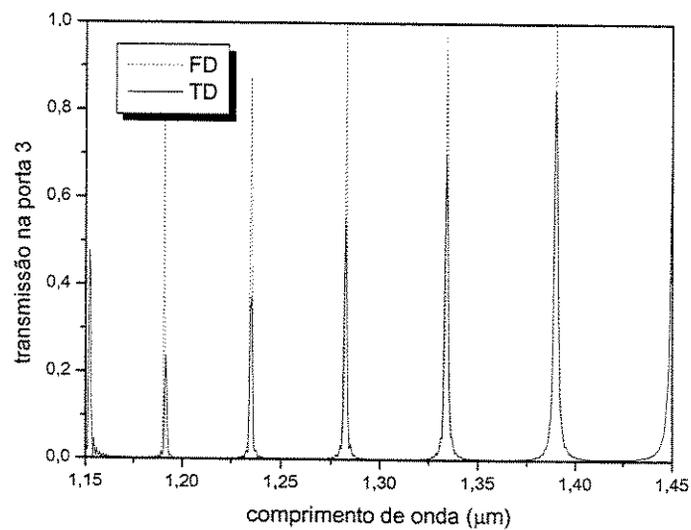


Fig. 3-18: Resposta em frequência do filtro ressonante, utilizando-se o método dos elementos finitos no domínio do tempo, assim como o método dos elementos finitos no domínio da frequência [57].

3.6 Propagação em guias com materiais incluindo perda e ganho

Realizou-se a simulação da propagação de ondas em guias de onda que ganho e perda no material. Foram utilizados materiais hipotéticos com valores de ganho/perda altos de forma que o efeito possa ser visualizado quando o pulso percorrer pequenas distâncias.

O ganho/perda foram inseridos considerando-se um índice de refração complexo,

$$n = n_r + jn_i \quad (3.9)$$

onde $j = \sqrt{-1}$, n_r e n_i são as parcelas real e imaginária do índice de refração.

O valor do ganho G em função da distância e do n_i pode ser determinado a partir da relação [58]:

$$G = e^{n_i k_0 d}, \quad (3.10)$$

onde k_0 é o número de onda e é calculado como $2\pi/\lambda$ e d é a distância percorrida pela onda. Note que quando o valor de n_i é positivo o material tem ganhos e quando o valor de n_i é negativo, tem perdas.

Considerou-se um guia dielétrico planar, como mostrado na Figura 3-19, onde $n = 3,2 \pm j0,1$ é o índice do guia e o índice do material que o rodeia é o ar ($n = 1,0$).

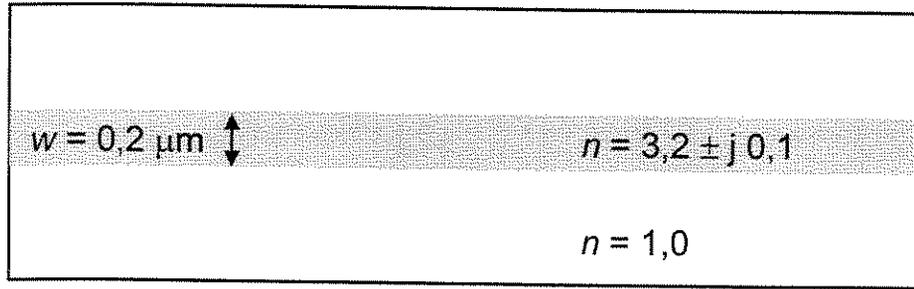


Fig. 3-19: Guia de onda com ganho/perda.

O domínio utilizado foi: $18,0 \mu\text{m} \times 6,0 \mu\text{m}$ [(0,0 μm , -3,0 μm) até (20,0 μm , 3,0 μm)], onde os 0,5 μm externos correspondem às camadas perfeitamente casadas (PML). O pulso de entrada é formado pelo modo fundamental da seção transversal do guia e por um perfil gaussiano centrado em (-5,0 μm , -0,0 μm) na seção longitudinal e é dado por:

$$\phi(y, z, t = 0) = \phi_0(y) e^{-\left(\frac{z-z_0}{W_z}\right)^2} e^{-jk_0 n_0(z-z_0)}, \quad (3.11)$$

onde $\phi_0(y)$ é o modo fundamental da estrutura que corresponde ao modo fundamental de um *slab* simétrico, e n_0 é o índice efetivo do modo transversal elétrico TE. $z_0 = -5,0 \mu\text{m}$, $W_0 = 2,0 \mu\text{m}$, $\lambda_0 = 1,55 \mu\text{m}$ e passo temporal $\Delta t = 1,0 \text{ fs}$.

No primeiro caso utilizou-se um valor de $n = 3,2 + j0,1$. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 3-20.

No segundo caso utilizou-se um valor de $n = 3,2 - j0,1$. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 3-21.

Na Tabela 3.1 são apresentados os valores obtidos através da simulação pelo método de propagação de ondas em elementos finitos e os obtidos através da Equação (3.10).

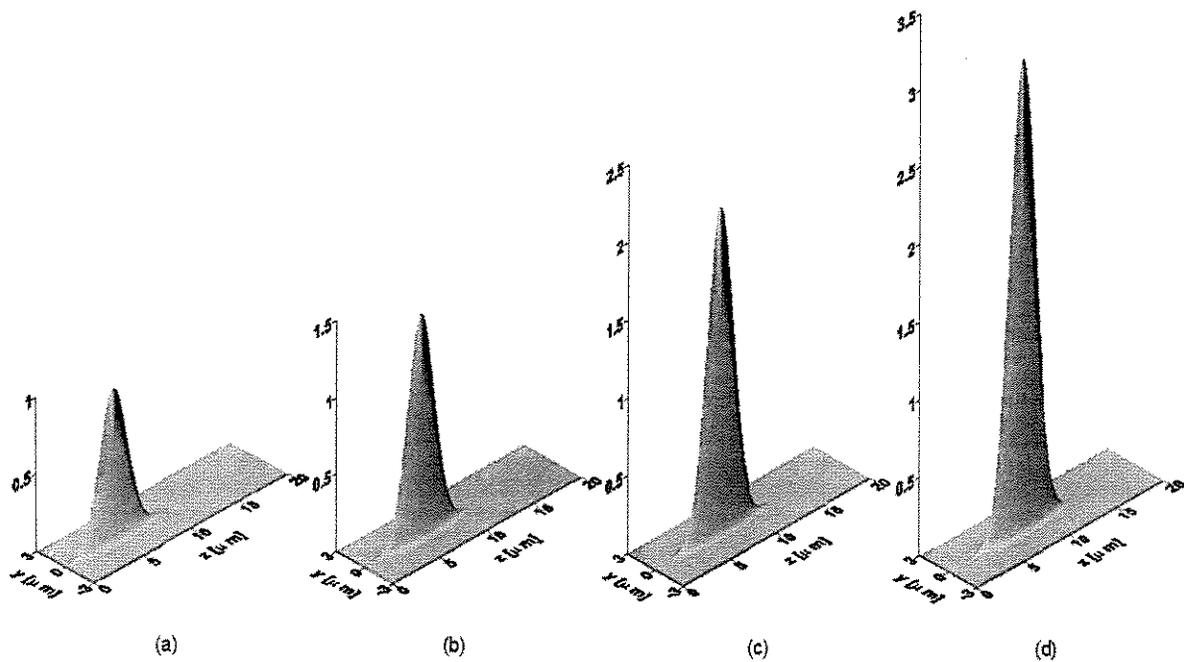


Fig. 3-20: Evolução do campo em um guia com ganho em (a) $t=0$ fs (b) $t=10$ fs (c) $t=20$ fs e (d) $t=30$ fs.

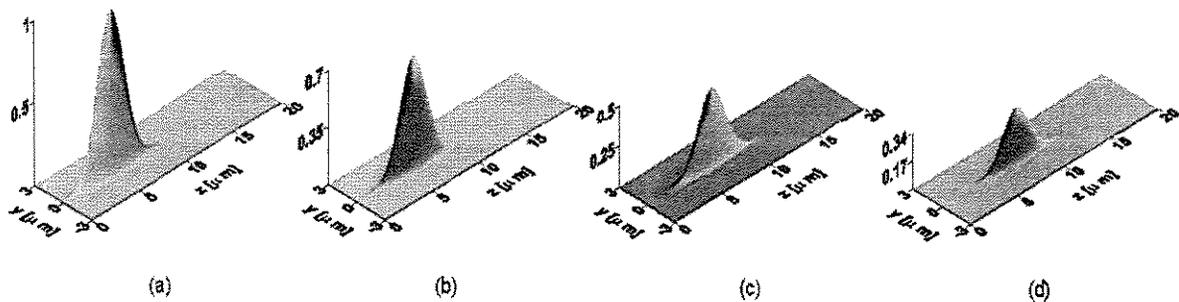


Fig. 3-21: Evolução do campo em um guia com perdas em (a) $t=0$ fs (b) $t=10$ fs (c) $t=20$ fs e (d) $t=30$ fs.

$t(\text{fs})$	$d(\mu\text{m})$	GANHO			PERDAS		
		analítico	numérico	erro(%)	analítico	numérico	% erro
10	0,9125	1,4476	1,4456	0,134	0,6908	0,6906	0,0306
20	1,8375	2,1061	2,0953	0,5143	0,4748	0,4780	0,6773
30	2,8125	3,1271	3,04	2,7856	0,3198	0,3323	3,9124

Tabela 3.1: Valor máximo do campo para diferentes valores de tempo.

3.7 Rede dielétrica em fibra

No método de propagação de ondas no domínio temporal, em coordenadas cilíndricas, foram implementadas as aproximações de banda estreita e de banda larga. O método foi aplicado para calcular o espectro de reflexão de uma rede dielétrica em fibra (*FBG, Fiber Bragg Grating*) [59].

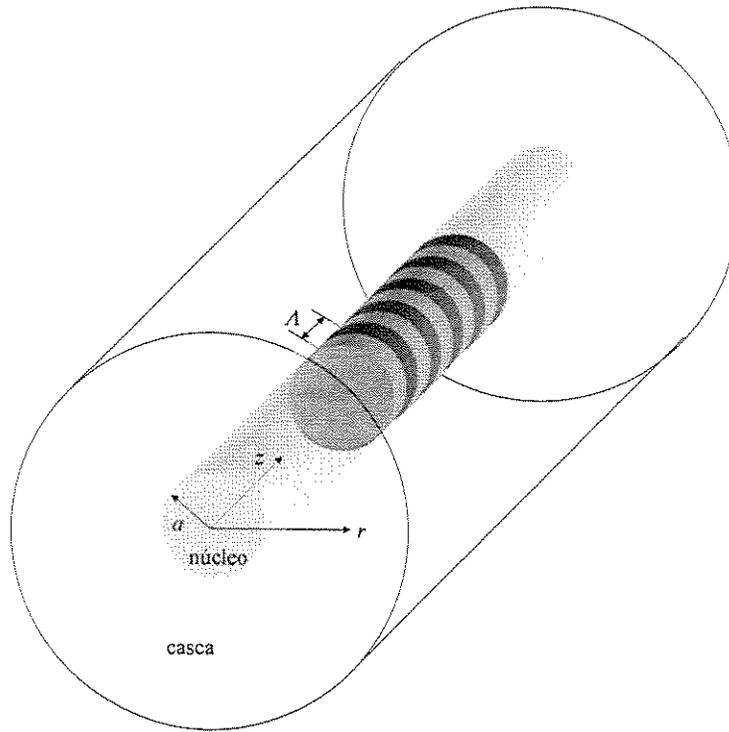


Fig. 3-22: Configuração da rede dielétrica em fibra.

Os valores dos índices de refração do núcleo e da casca são $n_1 = 1,50$ e $n_2 = 1,45$, respectivamente, e o raio do núcleo $a = 1,0 \mu\text{m}$. A rede é formada por uma modulação do índice de refração do núcleo de uma fibra, como apresentado na Figura 3-22, o índice de refração do núcleo varia senoidalmente entre 1,50 e 1,55, como apresentado na Figura 3-23 de acordo com a Equação (3.12). O período da variação senoidal é $\Lambda = 0,5 \mu\text{m}$ e a rede é formada por 20 períodos.

$$n_1 = \begin{cases} 1,525 - 0,025\text{sen}(4\pi(z - 20) + 0,5\pi) & 20 \leq z \leq 30 \\ 1,50 & \text{em outros casos} \end{cases} \quad (3.12)$$

Em $t = 0$ é colocada a onda de entrada propagando-se na direção $+z$, que é escrita como:

$$\phi(y, z, t = 0) = \phi_0(r) e^{-\left(\frac{z-z_0}{W_z}\right)^2} e^{-jk_0 n_0(z-z_0)}, \quad (3.13)$$

onde $\phi_0(r)$ é o modo fundamental linearmente polarizado da fibra, LP_{01} , k_0 é o número de onda, n_0 é o índice efetivo desse modo, $z_0 = 6 \mu\text{m}$, $W_z = 2,0 \mu\text{m}$, o passo temporal utilizado foi $\Delta t = 1,0 \text{ fs}$. A constante de propagação do modo LP_{01} foi calculada através do método dos elementos finitos no domínio da frequência [60]. O valor de $n_0 = 1,4628$ corresponde ao comprimento de onda $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$. O domínio utilizado foi $r [0,0 \mu\text{m}, 6,0 \mu\text{m}]$ e $z = [-1,0 \mu\text{m}, 41,0 \mu\text{m}]$ onde os $1,0 \mu\text{m}$ mais externos são PMLs.

O campo é monitorado em $[0,0 \mu\text{m}, 11,0 \mu\text{m}]$ onde pode ser extraído o campo incidente e o campo refletido. Uma análise através da FFT, destes campos, permite calcular o espectro da potência refletida.

3.8 Conclusões

Foi comprovada a eficiência do método na modelagem e predição do comportamento de dispositivos ópticos com variações de índice de refração na direção de propagação, levando-se em conta as reflexões.

Realizadas as simulações e obtidos os resultados, em concordância com os resultados analíticos ou numéricos, e com os publicados tanto no domínio da frequência como no domínio do tempo, pode-se afirmar que o método dos elementos finitos no domínio temporal é uma eficiente técnica para analisar e simular a propagação de pulsos em dispositivos ópticos.

Em comparação com o método das diferenças finitas, o FETD-SWPM tem a vantagem de poder usar um passo temporal maior [17] e [20], já que a solução converge com passos maiores de tempo, mantendo-se a mesma discretização espacial.

Capítulo 4

Análise de estruturas fotônicas cristalinas anisotrópicas 2D no domínio da frequência usando o método dos elementos finitos

4.1 Introdução

Estruturas cristalinas fotônicas (PC, Photonic Crystals), são arranjos periódicos de dielétricos em uma, duas ou três dimensões que permitem, literalmente, manipular as propriedades da luz [48], [61], [62] e [63]. Elas são chamadas de cristais pela periodicidade das estruturas, semelhante aos cristais, e fotônicas porque agem na luz. Os avanços nesta área devem-se à introdução da analogia entre estruturas cristalinas eletrônicas e fotônicas, realizada por Yavlanovitch [64], [65]. Estas estruturas, em uma dimensão, vêm sendo estudadas há mais de 50 anos, como, por exemplo, as redes dielétricas utilizadas como filtros e espelhos.

Nos últimos anos, o estudo destas estruturas tem recebido considerável interesse porque, ao contrário dos guias de onda convencionais formados por guias planares, elas apresentam a característica singular de evitar a propagação de ondas eletromagnéticas em certos intervalos de frequência para um ou ambos os modos que suportam (TE ou TM) [48], [61], [64], [66], [67], [68], [69], [70], [71], [72], [73], [74], [75], [76], [77], [78], [81], [82], [83]. Isto significa que a luz não pode ser propagada em nenhuma direção dentro da estrutura. Esse intervalo de frequências é conhecido como banda fotônica proibida (PBG, *Photonic Band Gap*), que é análogo às bandas eletrônicas proibidas em cristais naturais [64]. Isto faz com que seja possível projetar estas estruturas como dispositivos que permitiriam a existência de uma, nenhuma ou as duas polarizações.

Grandes avanços em nanofabricação de dispositivos em duas e três dimensões, com funções periódicas espaciais do material dielétrico, tem feito com que o interesse nestas estruturas aumente de forma dramática [67].

Diversos métodos têm sido utilizados para analisar os PCs. O método de expansão em ondas planas [48], [68], diferenças finitas [69] e o método “*scattering matrix*” [70] são os mais comumente utilizados. O método dos elementos finitos, utilizado aqui, supera algumas limitações mostradas pelos métodos mencionados anteriormente, tais como problemas de convergência [71], e oferece a possibilidade de

modelar geometrias irregulares.

As estruturas PBGs oferecem enorme potencial no desenvolvimento de lasers sintonizáveis altamente eficientes, computação óptica integrada e redes de comunicações ópticas de alta velocidade, particularmente na produção de circuitos puramente ópticos para aplicações DWDM (*Dense Wavelength Division Multiplexing*) [72]. Para perceber este enorme potencial, é importante que estas estruturas possam ser modeladas em forma precisa e eficiente. O método aqui desenvolvido calcula as estruturas de bandas em PCs em duas dimensões (2D) com anisotropia transversal.

Aqui, uma formulação simples e eficiente, baseada no método do elementos finitos para a análise de estruturas cristalinas fotônicas 2D com anisotropia dielétrica transversal, é desenvolvida.

A estrutura de bandas é calculada para ondas eletromagnéticas em arranjos periódicos de colunas dielétricas ou buracos com seção transversal arbitrária, embebidas em outro material dielétrico ou ar, cuja interseção com o plano transversal define o correspondente arranjo.

Recentemente, um interesse considerável tem sido focalizado em estruturas 2D para as quais espera-se obter bandas proibidas completas, comuns aos modos TE e TM.

Estruturas cristalinas fotônicas, com estas características, podem ser melhoradas fabricando-as com materiais anisotrópicos. Aqui diversas configurações destas estruturas, exibindo bandas proibidas completas, são analisadas através da introdução de anisotropia nos materiais dielétricos.

4.2 Estruturas fotônicas cristalinas bidimensionais

Considera-se uma estrutura bidimensional aquela que consiste de um arranjo periódico de estruturas paralelas infinitamente estendidas. Estas estruturas são feitas de um material anisotrópico dielétrico, o qual está embebido em outro material dielétrico anisotrópico. Ambos materiais são caracterizados por um tensor dielétrico anisotrópico. A direção das estruturas paralelas definem o eixo z , e o plano paralelo à propagação das ondas eletromagnéticas é o plano xy ; neste caso, as duas polarizações desacoplam-se resultando em dois problemas escalares separados.

Os dois arranjos básicos são o quadrado e o triangular. Nas Figuras 4-1 e 4-2 são apresentadas as células unitárias. As suas correspondentes zonas irredutíveis de Brillouin são apresentadas nas Figuras 4-3 e 4-4, onde as áreas sombreadas mostram a zona irredutível utilizada nas simulações. A estrutura de bandas é calculada ao longo das fronteiras das áreas sombreadas.

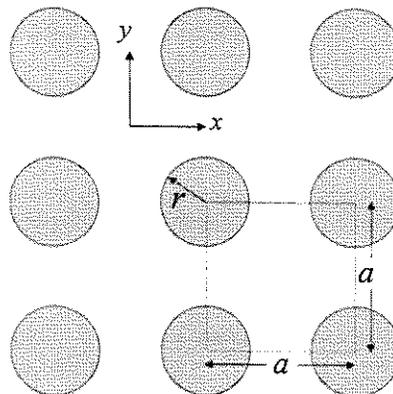


Fig. 4-1: Arranjo quadrado.

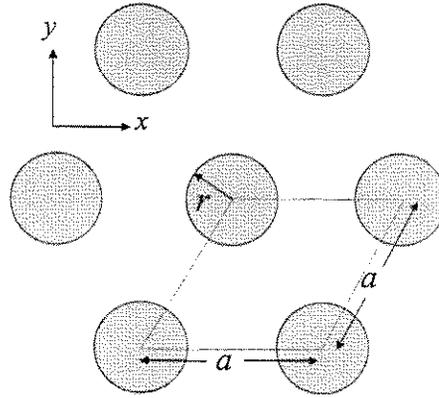


Fig. 4-2: Arranjo triangular.

Em nossas simulações usamos o caminho ao longo de $\Gamma(0,0)\pi/a - X(1,0)\pi/a - M(1,1)\pi/a - \Gamma(0,0)\pi/a$ para calcular a estrutura de bandas para um arranjo quadrado, e o caminho ao longo de $M(0,2\sqrt{3}/3)\pi/a - \Gamma(0,0)\pi/a - K(2/3,2\sqrt{3}/3)\pi/a - M(0,2\sqrt{3}/3)\pi/a$, para calcular a estrutura de banda para um arranjo triangular.

Estudos pioneiros têm demonstrado que, na primeira estrutura, o arranjo quadrado de cilindros não apresenta uma banda proibida completa para ambos os modos, quando materiais isotrópicos são utilizados [48]. Porém, o arranjo quadrado de colunas dielétricas exibe uma banda proibida completa [73] e esta estrutura é possível de ser fabricada para operar no comprimento de onda das comunicações ópticas.

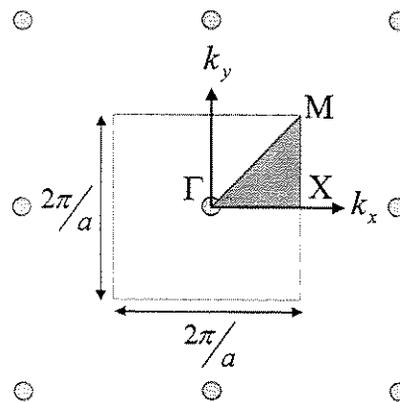


Fig. 4-3: Zona irredutível de Brillouin, correspondente ao arranjo quadrado.

Apesar do arranjo triangular exibir uma superposição das bandas proibidas, para ambos os modos [48], [74], estas configurações são difíceis de serem fabricadas para operar no comprimento de onda das comunicações ópticas.

Além destes dois arranjos, existem outros, por exemplo a estrutura hexagonal (*honeycomb*) [75] e a grafita ou FCC-centered lattice [76], as quais são obtidas modificando o arranjo triangular básico. Estes arranjos são mostrados nas Figuras 4-5 e 4-6.

A estrutura hexagonal é formada por dois cilindros dielétricos ou buracos dentro de outro material ao longo da diagonal maior do rombo que define a célula unitária, como mostrado na Fig. 4-5.

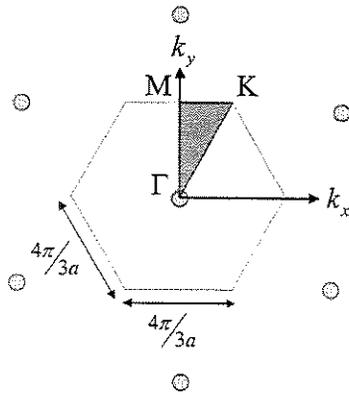


Fig. 4-4: Zona irreductível de Brillouin, correspondente ao arranjo triangular.

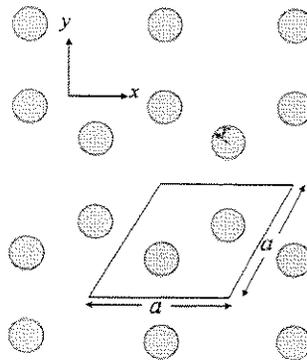


Fig. 4-5: Estrutura hexagonal.

A estrutura grafita consiste em um arranjo triangular com dois cilindros dentro dela, como mostrado na Figura 4-6.

Estudos mostram que estes arranjos exibem uma superposição das bandas proibidas para os modos TE e TM [75], [76], e alguns dispositivos têm sido fabricados para operar no intervalo da luz visível [76].

Neste trabalho, apresenta-se uma formulação baseada no método dos elementos finitos para analisar estas estruturas cristalinas, focalizando-se no estudo do comportamento da estrutura de bandas para os arranjos quadrados e triangulares. Porém, resultados obtidos para outras estruturas são, também, apresentados para fins de validação.

Para os arranjos quadrados e triangulares realizou-se variações nos valores do seus índices de refração e introduziu-se anisotropia transversal com o intuito de obter uma banda proibida completa que é o principal interesse deste trabalho.

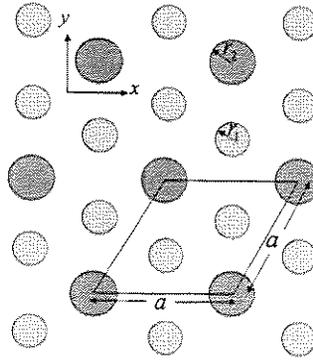


Fig. 4-6: Estrutura grafita (*honeycomb*).

4.3 Formulação por elementos finitos

O método dos elementos finitos tem sido aplicado para analisar estruturas cristalinas fotônicas isotrópicas [77], [78], [79] e [80]. Aqui, estendeu-se a aplicação do método dos elementos finitos para analisar cristais fotônicos anisotrópicos, sendo que, em nossa formulação, o campo é separado em envoltória de variação lenta e componente de variação rápida.

A estrutura cristalina fotônica é bidimensional, onde a janela computacional encontra-se no plano xy . A propagação acontece na direção paralela a este plano e não existe variação do campo na direção z , ($\frac{\partial}{\partial z} = 0$).

4.3.1 Modos TE (Polarização H)

Partindo-se das equações de Maxwell para o campo magnético:

$$\nabla \times \frac{1}{\bar{\bar{\epsilon}}_r} \nabla \times \bar{\vec{H}} + \frac{\mu_r \omega_0^2}{c^2} \bar{\vec{H}} = 0 \quad (4.1)$$

onde $\bar{\vec{H}}$ é o campo magnético, μ_r é a permeabilidade magnética relativa, e $\bar{\bar{\epsilon}}_r$ é o tensor permissividade elétrica relativa, que é dado por:

$$\bar{\bar{\epsilon}}_r = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$\bar{\bar{\epsilon}}_r$ relaciona-se com o índice de refração \bar{n} através da relação $\bar{\bar{\epsilon}}_r = \bar{n}^2$. Por não existir variação na direção z , o operador ∇ é escrito como,

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{y} \right) \quad (4.3)$$

escrevendo $\bar{\vec{v}} = [\bar{\bar{\epsilon}}_r]^{-1}$, obtém-se:

$$\bar{v} = \begin{bmatrix} v_{xx} & v_{xy} & 0 \\ v_{yx} & v_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & v_{zz} \end{bmatrix} = \frac{1}{\varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xy}\varepsilon_{yx}} \begin{bmatrix} \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\varepsilon_{zz}} \end{bmatrix}$$

Em um meio não-magnético $\mu_r = 1,0$. Com isto, a Equação (4.1) pode ser escrita como:

$$\nabla \times \bar{v} \nabla \times \vec{H} = -\frac{\omega_0^2}{c^2} \vec{H} \quad (4.4)$$

Substituindo o operador ∇ e simplificando, obtém-se o seguinte conjunto de três equações, uma para cada componente,

$$-\frac{\partial}{\partial y} \left(v_{zz} \frac{\partial H_y}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(v_{zz} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) = \frac{\omega_0^2}{c^2} H_x \quad (4.5)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(v_{zz} \frac{\partial H_y}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(v_{zz} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) = \frac{\omega_0^2}{c^2} H_y \quad (4.6)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(v_{yy} \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(v_{xx} \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(v_{yx} \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_{xy} \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) = \frac{\omega_0^2}{c^2} H_z \quad (4.7)$$

Deste conjunto de equações, apenas a Equação (4.7) deve ser resolvida. Esta corresponde à componente do campo magnético \vec{H} na direção z .

4.3.2 Modos TM (Polarização E)

Partindo-se das equações de Maxwell para o campo elétrico, chega-se a:

$$\nabla \times \frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} + \varepsilon_r \frac{\omega_0^2}{c^2} \vec{E} = 0 \quad (4.8)$$

onde, \vec{E} é o campo elétrico, μ_r é a permeabilidade relativa. Em um meio não-magnético $\mu_r = 1,0$, resultando em:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\varepsilon_r \frac{\omega_0^2}{c^2} \vec{E} \quad (4.9)$$

Substituindo o operador ∇ e simplificando, obtém-se um conjunto de três equações, uma para cada componente:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} \right) = \frac{\omega_0^2}{c^2} (\varepsilon_{xx} E_x + \varepsilon_{xy} E_y) \quad (4.10)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} \right) = \frac{\omega_0^2}{c^2} (\varepsilon_{yx} E_x + \varepsilon_{yy} E_y) \quad (4.11)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} \right) = \frac{\omega_0^2}{c^2} (\varepsilon_{zz} E_z) \quad (4.12)$$

Deste conjunto de equações, apenas a Equação (4.12) tem que ser resolvida. Esta corresponde à componente do campo elétrico \vec{E} na direção z .

Re-escrevendo as duas equações resultantes para os modos TE e TM tem-se, respectivamente:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} \right) = \frac{\omega_0^2}{c^2} (\varepsilon_{zz} E_z) \quad (4.13)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(v_{yy} \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(v_{xx} \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(v_{yx} \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_{xy} \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) = \frac{\omega_0^2}{c^2} H_z \quad (4.14)$$

Os campos \vec{E} e \vec{H} são escritos da seguinte forma:

$$H_z = \mathbf{h}_z e^{-jk_x x} e^{-jk_y y} \quad (4.15)$$

$$E_z = \mathbf{e}_z e^{-jk_x x} e^{-jk_y y}, \quad (4.16)$$

onde \mathbf{h}_z e \mathbf{e}_z são as envoltórias de variação lenta dos campos magnético e elétrico, respectivamente, e k_x e k_y são as constantes de propagação na direção x e y , respectivamente.

Substituindo estas expressões nas Equações (4.13)-(4.14), obtém-se,

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial}{\partial x} \left(v_{yy} \frac{\partial \mathbf{h}_z}{\partial x} \right) + jk_x \left(v_{yy} \frac{\partial \mathbf{h}_z}{\partial x} \right) + jk_x \frac{\partial(v_{yy} \mathbf{h}_z)}{\partial x} + k_x^2 v_{yy} \mathbf{h}_z \\ & -\frac{\partial}{\partial y} \left(v_{xx} \frac{\partial \mathbf{h}_z}{\partial y} \right) + jk_y \left(v_{xx} \frac{\partial \mathbf{h}_z}{\partial y} \right) + jk_y \frac{\partial(v_{xx} \mathbf{h}_z)}{\partial y} + k_y^2 v_{xx} \mathbf{h}_z \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(v_{yx} \frac{\partial \mathbf{h}_z}{\partial y} \right) - jk_x \left(v_{yx} \frac{\partial \mathbf{h}_z}{\partial y} \right) - jk_y \frac{\partial(v_{yx} \mathbf{h}_z)}{\partial x} - k_x k_y v_{yx} \mathbf{h}_z \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_{xy} \frac{\partial \mathbf{h}_z}{\partial x} \right) - jk_y \left(v_{xy} \frac{\partial \mathbf{h}_z}{\partial x} \right) - jk_x \frac{\partial(v_{xy} \mathbf{h}_z)}{\partial y} - k_x k_y v_{xy} \mathbf{h}_z = \left(\frac{\omega_0}{c} \right)^2 \mathbf{h}_z \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \mathbf{e}_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \mathbf{e}_z}{\partial y} \right) = \left(\frac{\omega_0}{c} \right)^2 (\varepsilon_{zz} \mathbf{e}_z) \quad (4.18)$$

Aplicando-se o processo convencional de Galerkin a estas equações, obtém-se as equações de autovalores para as polarizações TE e TM dada por:

$$[A] \{\phi\} = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 [B] \{\phi\}, \quad (4.19)$$

onde $[A]$ e $[B]$ para os modos TE são dadas por:

$$\begin{aligned}
[A] = \sum_{\epsilon} & \left[\iint v_{yy} \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial x} \partial x \partial y + \iint v_{xx} \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} \partial x \partial y \right. \\
& - \iint v_{xy} \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} \partial x \partial y - \iint v_{yx} \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial x} \partial x \partial y \\
& + jk_x \iint v_{yy} \left(\frac{\partial \{N\}}{\partial x} \{N\}^T - \{N\}^T \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \right) \partial x \partial y + jk_y \iint v_{xx} \left(\frac{\partial \{N\}}{\partial y} \{N\}^T - \{N\}^T \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \right) \partial x \partial y \\
& + jk_x \iint \left(v_{yx} \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \{N\}^T - v_{xy} \{N\} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} \right) \partial x \partial y - jk_y \iint \left(v_{xy} \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \{N\}^T - v_{yx} \{N\} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial x} \right) \partial x \partial y \\
& \left. + \iint (k_x^2 v_{yy} + k_y^2 v_{xx} - k_x k_y v_{xy} - k_x k_y v_{yx}) \{N\} \{N\}^T \partial x \partial y \right] \\
[B] = \sum_{\epsilon} & \left[\iint \{N\} \{N\}^T \partial x \partial y \right]
\end{aligned} \tag{4.20}$$

e $[A]$ e $[B]$ para os modos TM são dadas por:

$$\begin{aligned}
[A] = \sum_{\epsilon} & \left[\iint \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial x} \partial x \partial y + \iint \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} \partial x \partial y + 2jk_x \iint \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \{N\}^T \partial x \partial y \right. \\
& \left. + 2jk_y \iint \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \{N\}^T \partial x \partial y + (k_x^2 + k_y^2) \iint \{N\} \{N\}^T \partial x \partial y \right] \\
[B] = \sum_{\epsilon} & \left[\iint \epsilon_{zz} \{N\} \{N\}^T \partial x \partial y \right]
\end{aligned} \tag{4.21}$$

$[A]$ e $[B]$ são matrizes esparsas simétricas. A matriz $[B]$ é real positiva definida, $\{\phi\}$ é o campo \mathbf{h}_z ou \mathbf{e}_z e $\left(\frac{\omega}{c}\right)$ é o autovalor. Finalmente, são impostas as condições de contorno periódicas, $\phi|_{(x_0+a, y_0)} = \phi|_{(x_0, y_0)}$ e $\phi|_{(x_0, y_0+a)} = \phi|_{(x_0, y_0)}$ para os arranjos quadrados e $\phi|_{(x_0+a, y_0)} = \phi|_{(x_0, y_0)}$ e $\phi|_{(x_0+0.5, y_0+\frac{\sqrt{3}}{2})} = \phi|_{(x_0, y_0)}$, para os arranjos triangulares, que pode ser visto nas Figuras 4-7 e 4-8, onde ϕ pode ser tanto \mathbf{h}_z ou \mathbf{e}_z e a é a constante de periodicidade.

Com estas condições, apenas deve-se discretizar uma célula unitária. Este sistema de autovalores é resolvido através de um processo iterativo, utilizando-se a função EIGS do Matlab[®] 5.3, aproveitando-se completamente da esparsidade das matrizes. A Figura 4-9 mostra uma matriz esparsa típica resultante. Os elementos não zero fora da diagonal aparecem quando se aplicam as condições de contorno.

A qualidade da malha é medida através do fator de qualidade f_q que é definido na Equação (4.22). A qualidade típica das malhas utilizadas nas simulações é apresentada na Figura 4-10.

$$f_q = \frac{4\sqrt{3}A_T}{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2} \tag{4.22}$$

Em (4.22), A_T é a área do triângulo, l_i^2 é o comprimento de cada lado do triângulo. Para triângulos equiláteros tem-se $f_q = 1,00$.

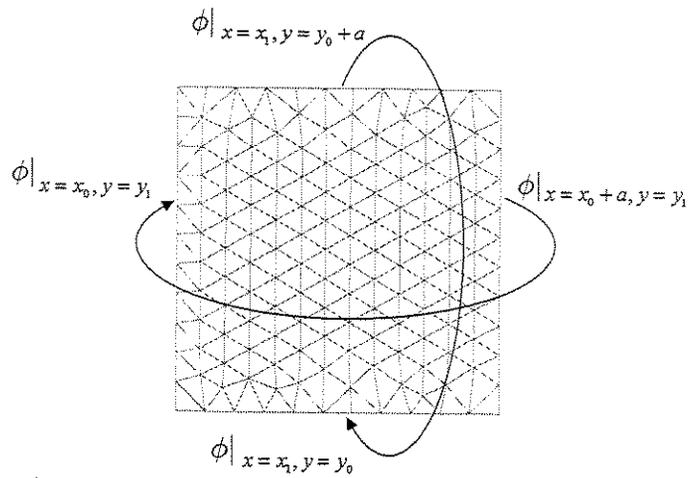


Fig. 4-7: Condições periódicas para arranjos quadrados (observe que o valor do campo é o mesmo nas quatro quinas).

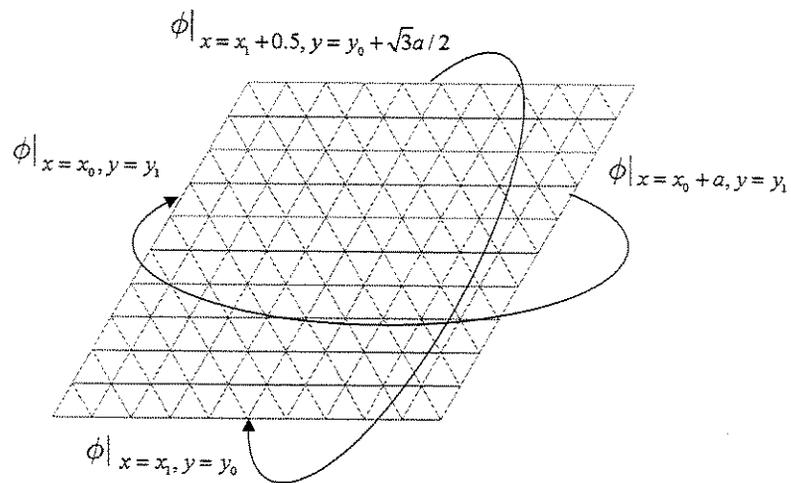


Fig. 4-8: Condições periódicas para arranjos triangulares (observe que o valor do campo é o mesmo nas quatro quinas).

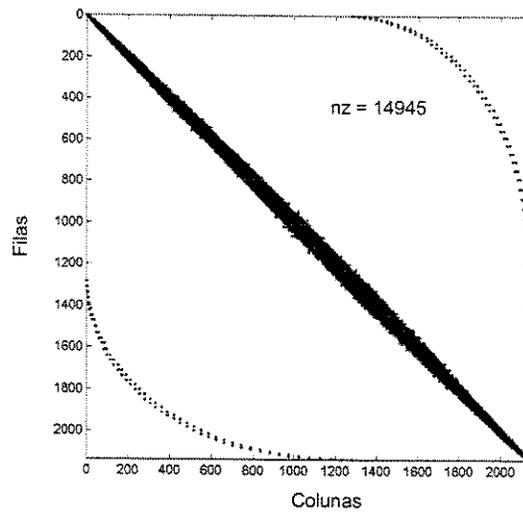


Fig. 4-9: Esparsidade típica das matrizes resultantes, 2180 filas e colunas, e 14945 elementos não-zeros.

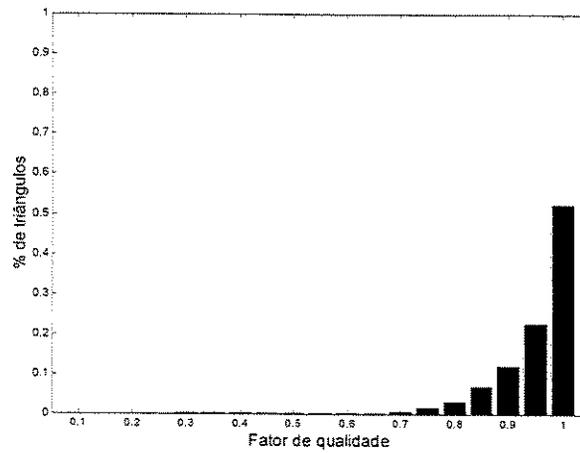


Fig. 4-10: Qualidade típica das malhas utilizadas

Deve-se observar uma propriedade importante das equações de Maxwell em geral, e em particular das Equações (4.1) e (4.4): elas são independentes da escala. Se todas as dimensões do sistema são multiplicadas por 10, a solução é exatamente a mesma, com a exceção das frequências, que ficam divididas por 10. Isto significa que pode-se resolver as equações de Maxwell apenas uma vez e aplicar os mesmos resultados a problemas em todas as escalas das dimensões e da frequência. Devido à invariância da escala, é conveniente utilizar unidades adimensionais para distância e tempo. Assume-se alguma escala de comprimento natural no sistema, usualmente a periodicidade a , e expressa-se todas as distâncias como múltiplos de a e todas as frequências angulares como múltiplos de $2\pi c/a$. Isto equivale a escrever as frequências como a/λ , onde λ é o comprimento de onda no vácuo.

4.4 Análise modal de guias em estruturas cristalinas pelo método dos elementos finitos

Guias de onda fotônicos cristalinos em duas dimensões são formados pela inserção de um defeito linear ao longo do arranjo cristalino 2D. Este defeito pode ser, por exemplo, a remoção de uma ou mais linhas de colunas dielétricas em um arranjo formado por colunas dielétricas em ar ou pela falta de buracos em um arranjo cristalino de buracos em dielétrico, como pode ser visto na Figura 4-11(a)-(b). Um guia também pode ser formado fazendo com que o afastamento entre duas linhas seja diferente do afastamento característico do arranjo cristalino. Pode-se observar também, nestas figuras uma região delimitada que constitui a célula unitária utilizada nas simulações, para cálculo do modo e autovalores via elementos finitos.

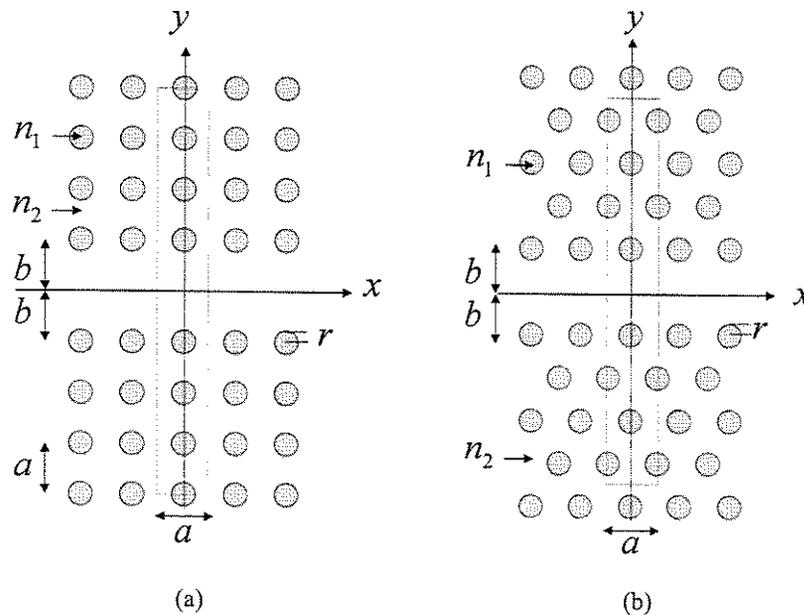


Fig. 4-11: Guias de onda em arranjos cristalinos (a) quadrados e (b) triangulares.

A formulação por elementos finitos é exatamente a mesma utilizada na análise das estruturas de bandas de arranjos cristalinos infinitos. Parte-se da equação de Helmholtz. Aplica-se o processo convencional de Galerkin a estas equações e obtém-se as equações de autovalores para as polarizações TE e TM, dada por:

$$[A] \{\phi\} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 [B] \{\phi\}, \quad (4.23)$$

onde $[A]$ e $[B]$ para os modos TE são dadas por:

$$\begin{aligned} [A] = \sum_e & \left[\iint v_{yy} \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial x} \partial x \partial y + \iint v_{xx} \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} \partial x \partial y \right. \\ & - \iint v_{xy} \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} \partial x \partial y - \iint v_{yx} \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial x} \partial x \partial y \\ & + jk_x \iint v_{yy} \left(\frac{\partial \{N\}}{\partial x} \{N\}^T - \{N\}^T \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \right) \partial x \partial y + jk_y \iint v_{xx} \left(\frac{\partial \{N\}}{\partial y} \{N\}^T - \{N\}^T \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \right) \partial x \partial y \\ & + jk_x \iint \left(v_{yx} \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \{N\}^T - v_{xy} \{N\} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} \right) \partial x \partial y - jk_y \iint \left(v_{xy} \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \{N\}^T - v_{yx} \{N\} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial x} \right) \partial x \partial y \\ & \left. + \iint (k_x^2 v_{yy} + k_y^2 v_{xx} - k_x k_y v_{xy} - k_x k_y v_{yx}) \{N\} \{N\}^T \partial x \partial y \right] \\ [B] = \sum_e & \left[\iint \{N\} \{N\}^T \partial x \partial y \right] \end{aligned} \quad (4.24)$$

e $[A]$ e $[B]$ para os modos TM são dadas por:

$$\begin{aligned} [A] = \sum_e & \left[\iint \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial x} \partial x \partial y + \iint \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} \partial x \partial y + 2jk_x \iint \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \{N\}^T \partial x \partial y \right. \\ & \left. + 2jk_y \iint \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \{N\}^T \partial x \partial y + (k_x^2 + k_y^2) \iint \{N\} \{N\}^T \partial x \partial y \right] \\ [B] = \sum_e & \left[\iint \epsilon_{zz} \{N\} \{N\}^T \partial x \partial y \right] \end{aligned} \quad (4.25)$$

$[A]$ e $[B]$ são matrizes esparsas simétricas. A matriz $[B]$ é real positiva definida, $\{\phi\}$ é o campo \mathbf{h}_z ou \mathbf{e}_z e $\left(\frac{\omega}{c}\right)$ é o autovalor

Nestas equações, as condições de contorno impostas são as seguintes:

- O campo é periódico na direção x , isto é, o valor do campo na fronteira esquerda deve ser o mesmo do campo na fronteira direita.
- A constante de propagação transversal k_y é igual a zero, já que o interesse é apenas na propagação na direção x .
- Varia-se o valor de k_x desde 0 até π/a e procede-se ao cálculo dos autovalores e autovetores resultantes.

Este sistema de autovalores é resolvido através de um processo iterativo utilizando-se a função EIGS do Matlab[®] 5.3, aproveitando-se completamente a esparsidade das matrizes.

4.5 Análise modal de cavidades ressonantes pelo método dos elementos finitos

Cavidades ressonantes são estruturas formadas por arranjos cristalinos onde se introduz um defeito pontual ou um superdefeito, isto é, introduz-se uma variação no índice de refração ou no raio de uma ou mais colunas ou buracos que conformam o arranjo cristalino, Figuras 4-12(a)-(b).

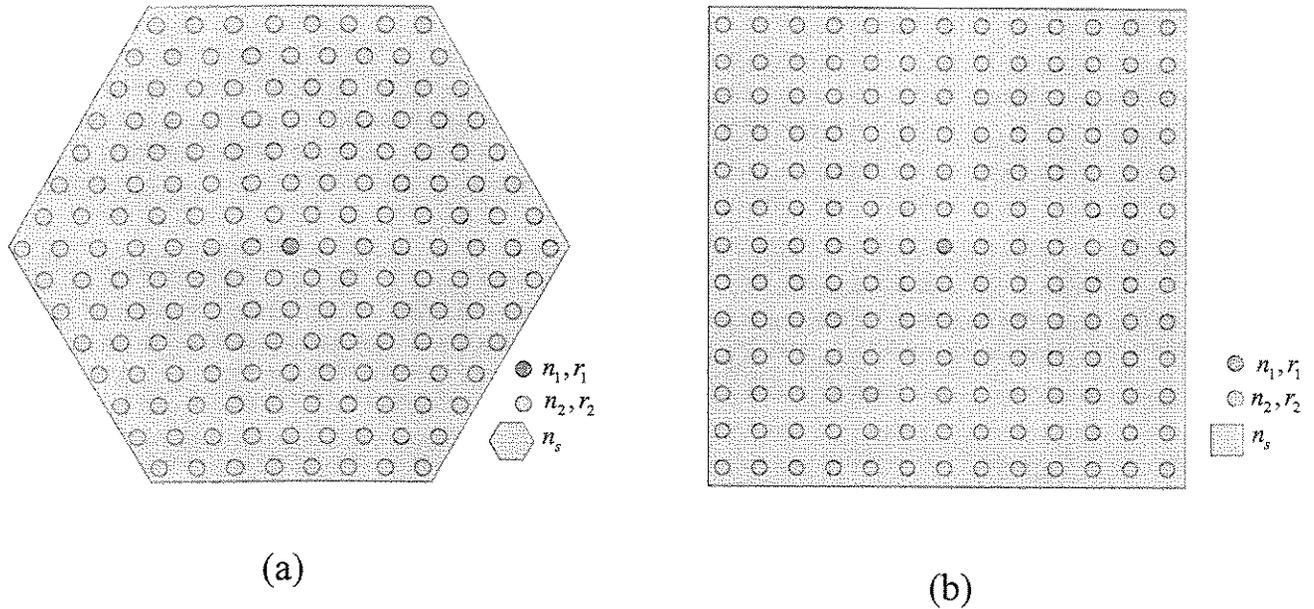


Fig. 4-12: Estruturas cristalinas com defeitos pontuais (a) triangular (b) quadrada. (n_1 , n_2 e n_s são índices de refração e r_1 e r_2 são os raios das colunas)

Estas estruturas resultantes apresentam freqüências chamadas de ressonância como consequência do defeito introduzido; a freqüência de ressonância está dentro da banda proibida que aparece quando nenhum defeito está presente, sendo que o número de onda para esta freqüência é igual a zero. Estas estruturas são utilizadas na fabricação de lasers por apresentarem valores altos de fator de qualidade (na ordem de 10.000 ou maiores). [48], [61], [62], [84], [85], [86], [87], [88], [89], [90].

Aqui considera-se um domínio bidimensional no plano xy , linear, isotrópico e livre de fontes, onde resolve-se a equação de Helmholtz com a condição de ressonância imposta, isto é, não existe propagação na direção z o que equivale a fazer $k_z = 0$. Com isto, a equação de Helmholtz, no domínio da freqüência, fica reduzida a:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(p \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(p \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) - q \omega^2 \phi = 0, \quad (4.26)$$

onde ω é a freqüência angular de ressonância a ser determinada, $\phi = E_x$, $p = 1$, $q = n^2$, para modos TE, e $\phi = H_x$, $p = 1/n^2$, $q = 1$, para modos TM, onde n é o índice de refração. Aplicando o procedimento convencional de Galerkin, chega-se à equação matricial de autovalores dada por:

$$[A] \{\phi\} - \omega^2 [B] \{\phi\} = \{0\}, \quad (4.27)$$

onde as matrizes $[A]$ e $[B]$ são dadas por:

$$[A] = \sum_e \left[\iint p \left(\frac{\partial \{N\}}{\partial x} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial x} + \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \frac{\partial \{N\}^T}{\partial y} \right) \partial x \partial y \right] \quad (4.28)$$

$$[B] = \sum_e \left[\iint q \{N\} \{N\}^T \partial x \partial y \right] \quad (4.29)$$

4.6 Conclusões

Neste Capítulo, foi apresentada a formulação por elementos finitos no domínio da frequência para analisar estruturas fotônicas cristalinas em 2D com anisotropia dielétrica transversal. Este método tem vantagens sobre os métodos tradicionais tais como uma convergência superior ao do método de expansão de ondas planas, a possibilidade de modelar geometrias complexas (diferenças finitas) e custo computacional reduzido uma vez que as matrizes resultantes são esparsas. Cabe ressaltar que pelo fato destas estruturas apresentarem periodicidade, faz-se necessário incluir condições de contorno periódicas na formulação. A aplicação e validação da formulação aqui apresentada é realizada no capítulo seguinte.

Capítulo 5

Resultados numéricos em cristais fotônicos, guias e cavidades ressonantes

5.1 Introdução

Neste capítulo, diversas configurações de estruturas fotônicas são analisadas. Primeiro, o método é validado através do cálculo da estrutura de bandas, para um caso com solução analítica, e, depois, é aplicado a casos onde não existe solução analítica ou esta é demasiado complexa para ser obtida. Especial ênfase é dada àquelas estruturas que apresentam bandas proibidas para ambos os modos, na mesma faixa de frequências, seja pela configuração geométrica ou pelas características dos materiais envolvidos, assim como pela influência do desalinhamento dos eixos ópticos com os eixos geométricos, no caso de materiais anisotrópicos. Finalmente, são analisadas estruturas com defeitos lineares (guias) e pontuais (cavidades ressonantes).

5.2 Validação

Com o intuito de validar o método aqui desenvolvido, analisou-se o processo de convergência para um arranjo quadrado no espaço livre. Os resultados obtidos, com a formulação desenvolvida no capítulo anterior, são comparados diretamente com os obtidos por solução analítica. A solução analítica é dada por:

$$\frac{\omega}{c} = \sqrt{(k_x + 2i\pi)^2 + (k_y + 2j\pi)^2}, \quad (5.1)$$

onde k_x e k_y são os vetores ao longo da fronteira da zona irreduzível de Brillouin e i e j são números inteiros. Uma adequada combinação deles determina o n -ésimo modo.

A Figura 5-1 mostra o erro máximo entre a solução analítica e a obtida pelo método dos elementos finitos, para os primeiros 5 autovalores no espaço livre. Pode ser observado que existe um processo de convergência para ambos os tipos de elementos (lineares e quadráticos). Porém, este processo é mais acentuado quando são utilizados elementos quadráticos.

A Figura 5-2 mostra os cinco primeiros autovalores no espaço livre. Nesta, é possível observar uma excelente concordância entre os resultados analíticos e numéricos (FEM).

A seguir, o método é utilizado para analisar algumas estruturas isotrópicas e anisotrópicas, com a finalidade de confrontar os nossos resultados com os publicados. O número de incógnitas resultantes,

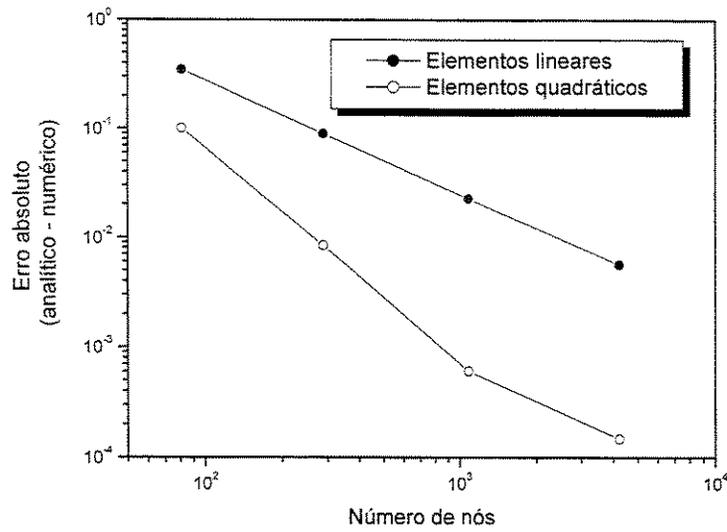


Fig. 5-1: Erro máximo entre a solução analítica e a obtida pelo método dos elementos finitos para os primeiros 5 autovalores no espaço livre.

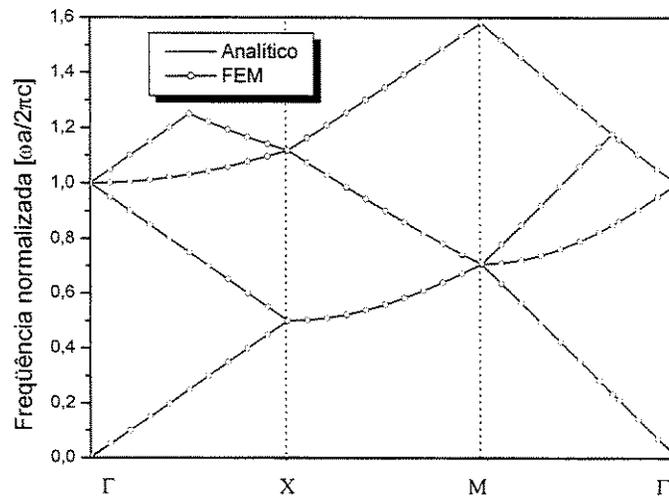


Fig. 5-2: Estrutura de bandas para os cinco primeiros modos no espaço livre.

para realizar as simulações, ficou em torno de 2200, encontrando-se o erro máximo na faixa de 10^{-3} , que pode ser considerado aceitável.

5.3 Estruturas isotrópicas e anisotrópicas

Nesta seção, são analisadas as estruturas de bandas para alguns arranjos, que não exibem bandas proibidas para os modos TE e TM simultaneamente. Para determinar o comportamento destas bandas em função do índice de refração, foi modificado o valor deste parâmetro, mantendo os outros constantes, para identificar de que forma seria possível obter uma banda proibida para ambos os modos, de maneira que elas fiquem superpostas. Este procedimento é aplicado para os arranjos quadrados e triangulares

5.3.1 Arranjos isotrópicos quadrados..

Primeiro, analisa-se uma estrutura de colunas dielétricas com índice de refração $n = 3,6$ em ar e com um fator de preenchimento $f = 0,4$. Este fator é definido como a razão entre a área do cilindro e a área da célula.

Na Figura 5-3 apresenta-se a estrutura de bandas para este arranjo. Pode ser observado que o arranjo quadrado analisado não apresenta uma banda proibida completa (dois modos). Este apresenta bandas para os modos TM_{12} e TM_{34} e nenhuma banda para os modos TE.

A notação TM_{ij} significa uma banda proibida entre os modos TM_i e TM_j .

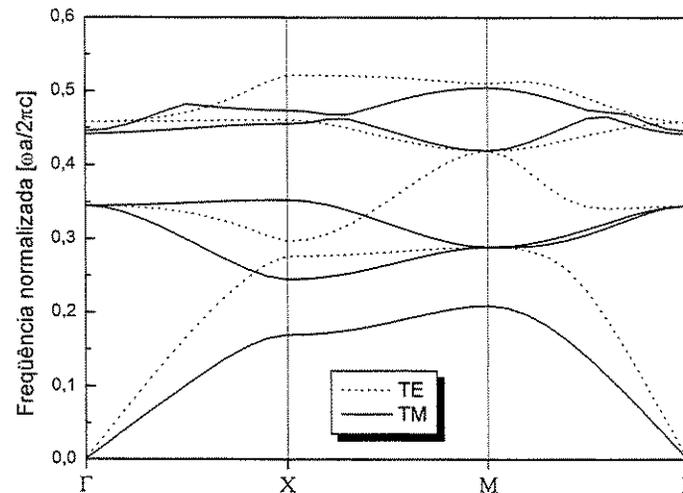


Fig. 5-3: Estrutura de bandas para um arranjo quadrado de colunas dielétricas com índice $n = 3,6$ em ar e fator de preenchimento $f = 0,4$.

Agora, analisa-se o comportamento da posição da banda proibida, ou *gap*, para esta mesma configuração, quando o índice de refração do dielétrico varia. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 5-4. Uma excelente concordância com os resultados publicados em [81] foi encontrada.

Na Figura 5-4 pode ser observada a aparição de uma banda para o modo TE_{12} , quando o índice de refração é maior do que 3,6. Esta banda não se superpõe com nenhuma outra banda dos modo TM existentes.

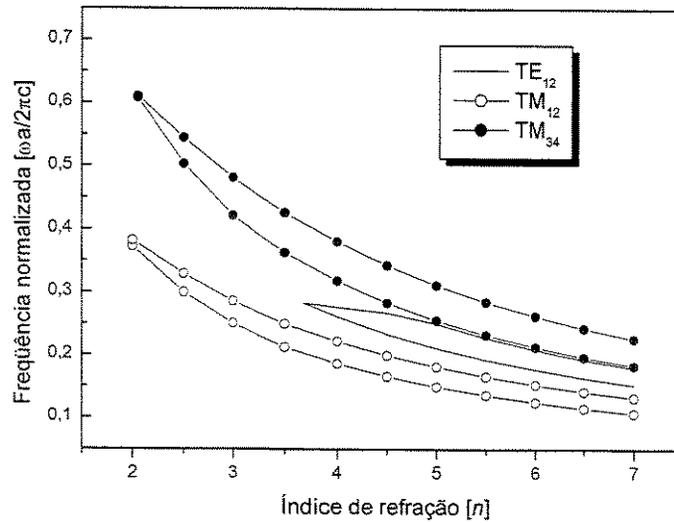


Fig. 5-4: Variação da posição do *gap*, em função do índice de refração, para um arranjo quadrado de colunas dielétricas em ar e com fator de preenchimento $f = 0,4$.

5.3.2 Arranjo triangular isotrópico

Estas estruturas foram analisadas detalhadamente em [71], sendo demonstrado que podem existir bandas proibidas para ambos os modos. Isto acontece com configurações específicas, por exemplo, quando o raio do cilindro é quase igual à constante de periodicidade a , o que dificulta sua fabricação para operar em comprimentos de onda das comunicações ópticas.

Aqui, calculou-se a estrutura de bandas para um arranjo triangular de colunas dielétricas com índice de refração $n = 3,6$ em ar e com fator de preenchimento $f = 0,4$. Os resultados obtidos são mostrados na Figura 5-5. Observe a existência de bandas proibidas entre os modos TE_{12} e TE_{34} , assim como com o TM_{12} . Porém, estas bandas aparecem em frequências diferentes.

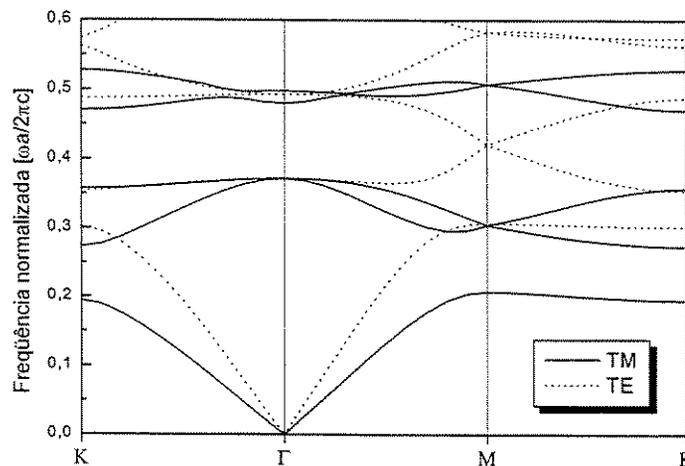


Fig. 5-5: Estrutura de bandas para um arranjo triangular de cilindros dielétricos, com índice de refração $n = 3,6$ em ar e com fator de preenchimento $f = 0,4$.

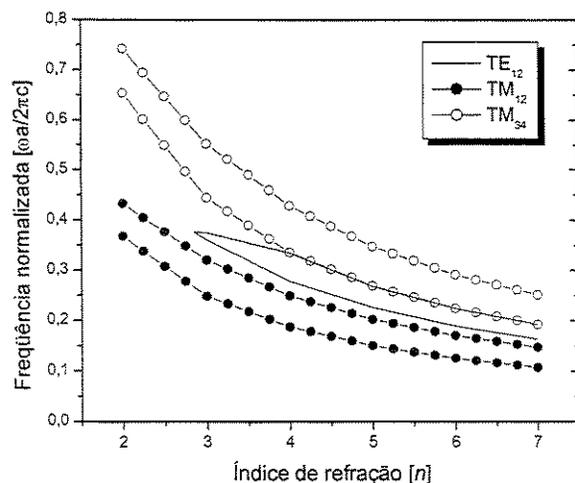


Fig. 5-6: Variação da posição das bandas proibidas, em função do índice de refração do dielétrico, para um arranjo triangular de colunas em ar e com $f = 0,4$.

Na Figura 5-6 apresenta-se a variação da posição das bandas proibidas dos modos TE e TM, em função do índice de refração do dielétrico, para um arranjo triangular de colunas dielétricas em ar e com $f = 0,4$. Pode ser observado que não existe superposição dos *gaps* e que existem *gaps* entre os modos TM_{12} , TM_{34} e TE_{12} .

5.3.3 Arranjo *honeycomb* ou hexagonal isotrópico

Aqui uma estrutura tendo o arranjo hexagonal é analisada. Na Figura 5-7 é mostrado o comportamento do *gap* quando o cilindro dielétrico tem um raio $r = 0,2a$, para diferentes valores de índice de refração. Observe que não existe superposição das bandas proibidas para os modos TE com os TM.

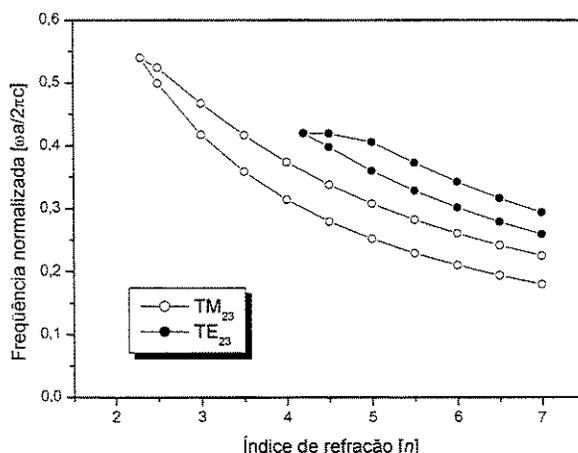


Fig. 5-7: Comportamento das bandas proibidas, para um arranjo hexagonal de cilindros dielétricos em ar, em função índice de refração e com $r = 0,2a$.

5.4 Obtenção de bandas proibidas completas

Para obter-se uma superposição entre as bandas proibidas dos modos TE e TM para estas estruturas, existem duas possibilidades; uma delas consiste na adição de cilindros de raio menor, que ficaria no centro da célula unitária, mostrada na Figuras 4-5 e 4-6 como em [83]. Esta técnica não é atrativa no intervalo de frequências de interesse, infravermelho ou visível, já que estaríamos trabalhando com estruturas demasiado complexas de frações de μm . Para estimar o valor da constante cristalina a que corresponde a valores de λ próximos de $1,55 \mu\text{m}$, se substitue o valor de λ no eixo das frequências normalizadas com o qual obtém-se que o valor de a assume valores menores de $1,00 \mu\text{m}$.

Outra possibilidade é a introdução de materiais com anisotropia na permissividade. Isto pode ser visto na seção da formulação, onde as permissividades utilizadas no cálculo das bandas proibidas do modo TE são diferentes daquelas utilizadas no cálculo das bandas do modo TM.

Quando se utilizam materiais uniaxiais, i.e, $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} \neq \epsilon_{zz}$, utiliza-se ϵ_{xx} e ϵ_{yy} para os modos TE e ϵ_{zz} para os modos TM.

Das Figuras 5-4 e 5-6 percebe-se a possibilidade de criar bandas proibidas completas quando se escolhem os valores dos índices de refração de uma forma apropriada, fazendo com que as bandas proibidas de cada modo se desloquem e fiquem superpostas. Na verdade, seria possível criar bandas proibidas completas para qualquer frequência, mas, na prática, isto se restringe devido à existência limitada de materiais anisotrópicos que cumpram os requerimentos. Uma análise detalhada foi realizada em [91] e [92]. Telúrio (Te) com $n_o = 4,8$ e $n_e = 6,2$, e Seleneto de Arsênio e Tálíio (Thallium Arsenic Selenide, Tl_3AsSe_3), também conhecido como TAS, com $n_o = 3,35$ e $n_e = 3,16$, têm sido escolhidos para este propósito, onde n_o e n_e são os índices de refração ordinário e extraordinário, respectivamente.

5.4.1 Arranjo quadrado anisotrópico

Aqui, calcula-se a estrutura de bandas para um arranjo quadrado de dielétricos em ar fabricados com Te e com um fator de preenchimento $f = 0,4$. O eixo extraordinário do Te é tomado paralelo ao eixo z .

Os resultados obtidos são mostrados na Figura 5-8. Nesta figura observa-se que uma banda proibida comum aos dois modos foi obtida, entre os modos TE_{12} e TM_{34} . Esta banda não apareceu quando a mesma estrutura era composta de materiais isotrópicos. A frequência normalizada, na qual aparece a banda proibida comum, se estende desde 0,219 até 0,255 e está centrada em 0,2375.

5.4.2 Arranjo triangular anisotrópico

A mesma análise foi realizada para o arranjo triangular tendo sido obtida uma banda proibida completa para as frequências normalizadas entre 0,234 e 0,279. Na Figura 5-9 são apresentados estes resultados.

As Figuras 5-8 e 5-9 foram calculadas com o eixo extraordinário paralelo às colunas e os resultados, aqui obtidos, mostram uma excelente concordância com os publicados [91]. A Figura 5-9 não é mostrada em [91], onde os resultados obtidos para o arranjo quadrado encontram-se duplicados.

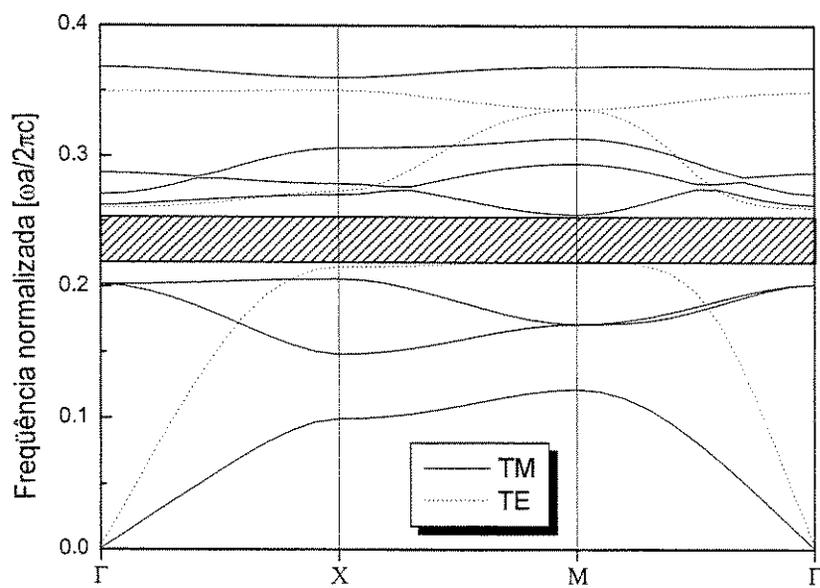


Fig. 5-8: Estrutura de bandas para o arranjo quadrado de cilindros de telúrio em ar e com $f = 0,4$.

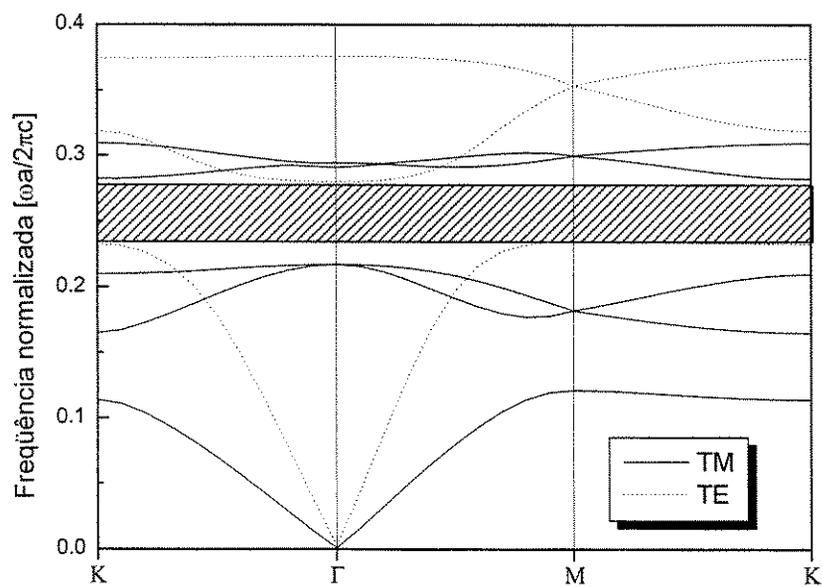


Fig. 5-9: Estrutura de bandas para o arranjo triangular de cilindros de telúrio em ar e com $f = 0,4$.

5.4.3 Arranjo honeycomb anisotrópico

A estrutura *honeycomb* foi também analisada, sendo os resultados apresentados a seguir. Na Figura 5-10 é mostrada a estrutura de bandas quando o material considerado é o telúrio, obtendo-se, assim, uma superposição das bandas proibidas em torno da frequência normalizada igual a 0,3.

Como pode ser visto, o uso de materiais anisotrópicos permite que as estruturas resultantes não sejam difíceis de serem fabricadas (devido ao tamanho), para operar em infravermelho ou visível, e não é necessário inserir novas colunas no arranjo original, como em [83].

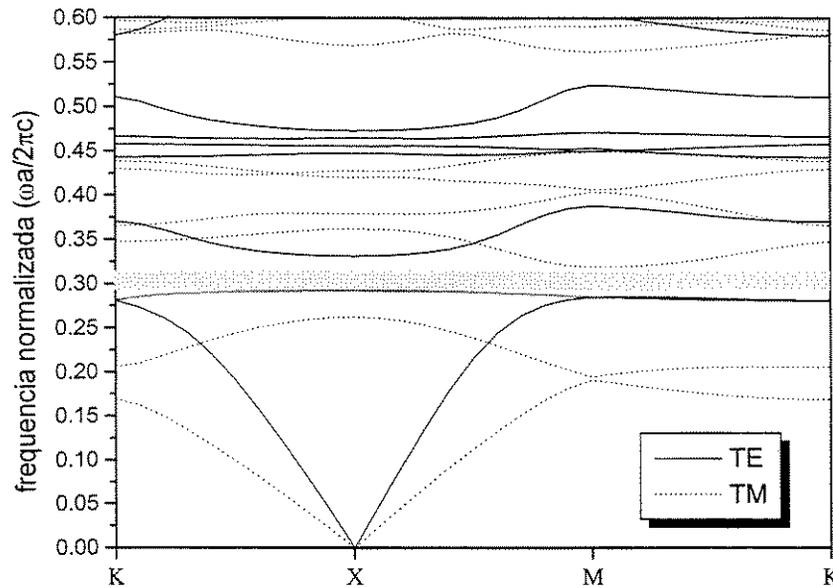


Fig. 5-10: Estrutura de bandas para um arranjo hexagonal de colunas de telúrio em ar com $r = 0.2a$.

5.5 Influência do desalinhamento dos eixos ópticos

Nesta seção, são analisados os efeitos do desalinhamento dos eixos ópticos, com relação aos eixos geométricos sobre a estrutura de bandas, quando o eixo paralelo às colunas é um dos eixos ordinários.

Primeiro, define-se o desalinhamento dos eixos ópticos, com relação aos eixos geométricos como mostrado na Figura 5-11.

Para um material anisotrópico biaxial, o tensor $\bar{\bar{\epsilon}}_r$, para um ângulo de 0° referente aos eixos geométricos, é escrito como:

$$\bar{\bar{\epsilon}}_r^{(0)} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx}^{(0)} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy}^{(0)} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz}^{(0)} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

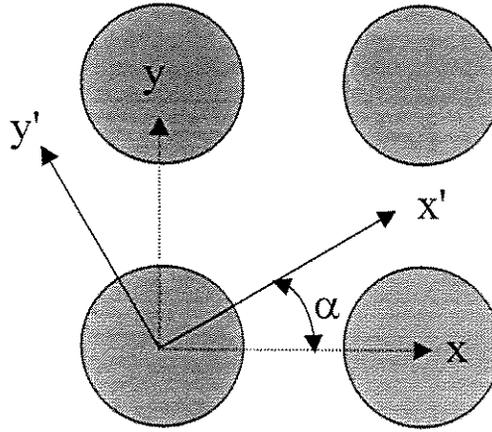


Fig. 5-11: Os eixos ópticos $x' - y'$ estão desalinhados de um ângulo α com os eixos geométricos $x - y$.

O efeito do desalinhamento reflete-se no tensor permissividade, sendo sua resultante escrita como:

$$\underline{\underline{\epsilon}}_r(\alpha) = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx}^{(0)} \cos^2 \alpha + \epsilon_{yy}^{(0)} \sin^2 \alpha & (\epsilon_{xx}^{(0)} - \epsilon_{yy}^{(0)}) \sin \alpha \cos \alpha & 0 \\ (\epsilon_{xx}^{(0)} - \epsilon_{yy}^{(0)}) \sin \alpha \cos \alpha & \epsilon_{xx}^{(0)} \sin^2 \alpha + \epsilon_{yy}^{(0)} \cos^2 \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz}^{(0)} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Aqui, as estruturas analisadas anteriormente são analisadas, novamente, por simplicidade e sem perda de generalidade, o eixo paralelo às colunas é um dos eixos ordinários; conseqüentemente, as banda proibidas totais obtidas sofrem alterações, chegando em alguns casos a desaparecer.

No arranjo quadrado de colunas de telúrio, a banda proibida total praticamente desapareceu, aparecendo, apenas, uma banda quase insignificante quando os eixos encontram-se desalinhados 90° , entre as frequências normalizadas 0,2876 e 0,2931, para os modos TE_{23} . Os resultados obtidos são mostrados na Figura 5-12.

Para o arranjo triangular, os resultados obtidos são mostrados na Figura 5-13. A estrutura de bandas ainda apresenta uma banda proibida comum aos dois modos, para um ângulo de desalinhamento de 0° , modos TE_{23} e TM_{34} . Este *gap* tende a desaparecer quando este ângulo aumenta, pois a banda proibida está determinada por um modo TE, o qual é sensível às variações do ângulo.

O próximo exemplo corresponde a um arranjo quadrado de cilindros de ar em telúrio e com fator de preenchimento $f = 0,4$; sua estrutura de bandas é mostrada na Figura 5-14. As linhas sólidas correspondem ao modo TM, e as pontilhadas ao modo TE. As bandas do modo TE são afetadas pelo ângulo de desalinhamento. Neste caso, o *gap* não é influenciado pelo desalinhamento e permanece inalterado, já que está definido pelos modos TM.

Dos resultados obtidos, pode-se afirmar que, quando um dos eixos ordinários da anisotropia encontra-se paralelo às colunas, a dependência do *gap* com o desalinhamento é forte, quando este está determinado pelo modo TE, o oposto acontece quando este é determinado pelo modo TM.

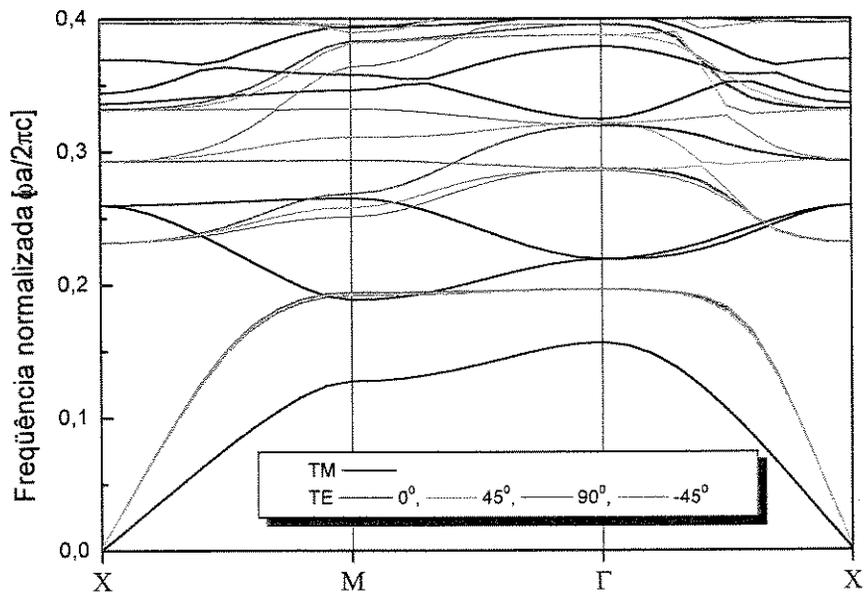


Fig. 5-12: Estrutura de bandas para o arranjo quadrado de colunas de telúrio em ar com um dos seus eixos ordinários paralelo com as colunas e com $f = 0,4$.

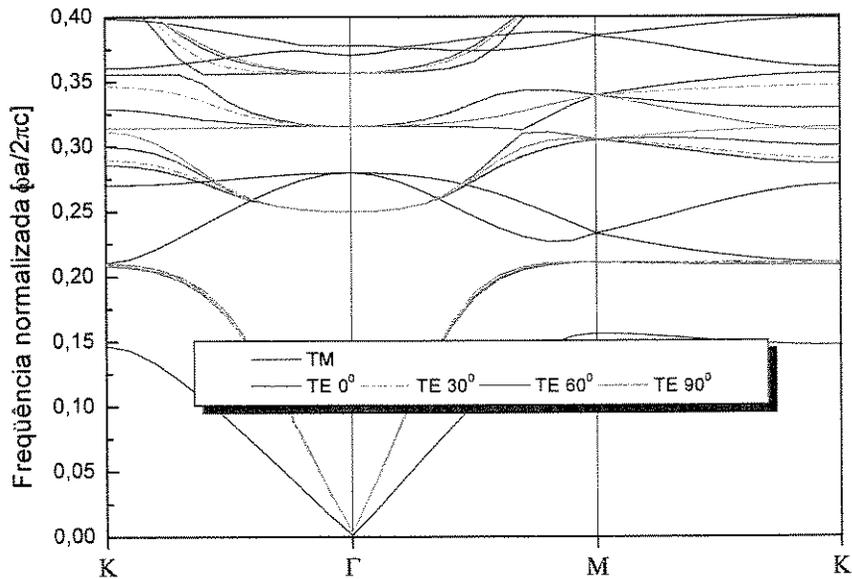


Fig. 5-13: Estrutura de bandas para um arranjo triangular de colunas de telúrio em ar com um dos eixos ordinários paralelos às colunas e com $f = 0,4$.

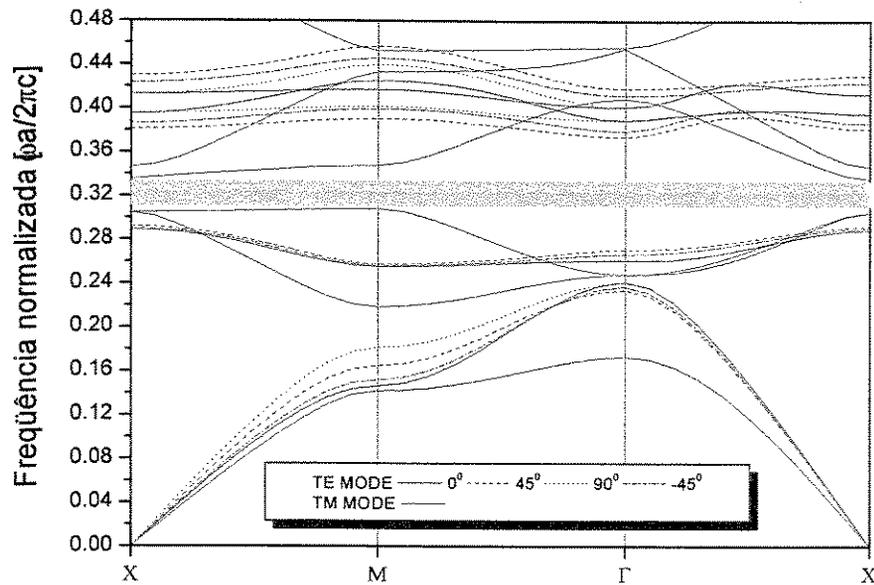


Fig. 5-14: Estrutura de bandas para um arranjo quadrado de buracos em telúrio com um dos eixos ordinários paralelos às colunas e com $f = 0,4$.

5.6 Guias em cristais fotônicos

Foram analisados dois guias de onda com o intuito de, primeiro, validar o método proposto e, segundo, obter a distribuição de campo e a constante de propagação, de forma a realizar a propagação temporal de pulsos nestas estruturas. O primeiro deles é um guia formado por colunas dielétricas em ar [48] e, o segundo guia, é formado por um arranjo triangular de buracos em dielétrico [66].

5.6.1 Modo TM

De forma a validar o método usando elementos finitos, foi analisado um guia PBG formado por colunas dielétricas de GaAs em ar, com as seguintes características [48]: $n = 11,4$, $a = 0,6 \mu\text{m}$ e $r = 0,1 \mu\text{m}$. Estes dados correspondem à relação $r/a \approx 0,16$, onde a banda proibida é maior, sendo que a frequência normalizada central do *gap* é $\omega a/2\pi c = 0,4$ [48], de onde pode-se obter que o comprimento de onda central é $1,55 \mu\text{m}$.

Com estes valores pode-se, supor que deseja-se que o modo fundamental do guia fique confinado, deve-se ter que o campo nas fronteiras do guia deve ser quase nulo, fazendo com que a largura do guia seja igual ao comprimento de onda de interesse. Neste caso será necessário apenas remover uma fila de colunas dielétricas. A estrutura sob análise é apresentada na Figura 5-15.

Foram calculados os autovalores e autovetores para duas malhas com diferentes números de incógnitas, de forma a analisar a convergência do método; sendo que uma boa precisão foi obtida com uma malha com 2300 incógnitas.

As curvas de dispersão para os modos TM, guiados e não-guiados, na direção x , para diferentes discretizações da estrutura, são apresentadas na Figura 5-16(a). Nesta figura, pode ser observado que existe apenas um modo guiado dentro do guia formado pela remoção de uma fila de colunas dielétricas. Na Figura 5-16(b), apresenta-se o resultados obtido em [48], para a mesma estrutura.

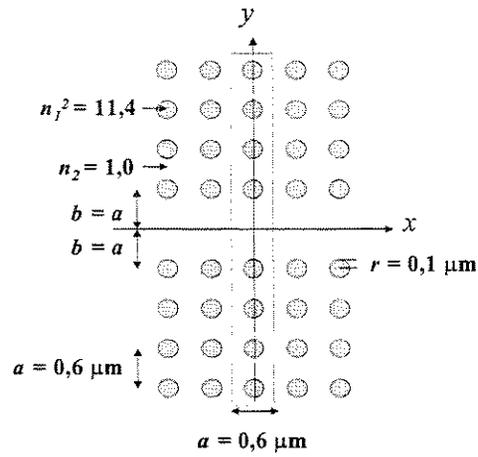


Fig. 5-15: Guia de onda analisado mostrando-se o domínio a ser discretizado.

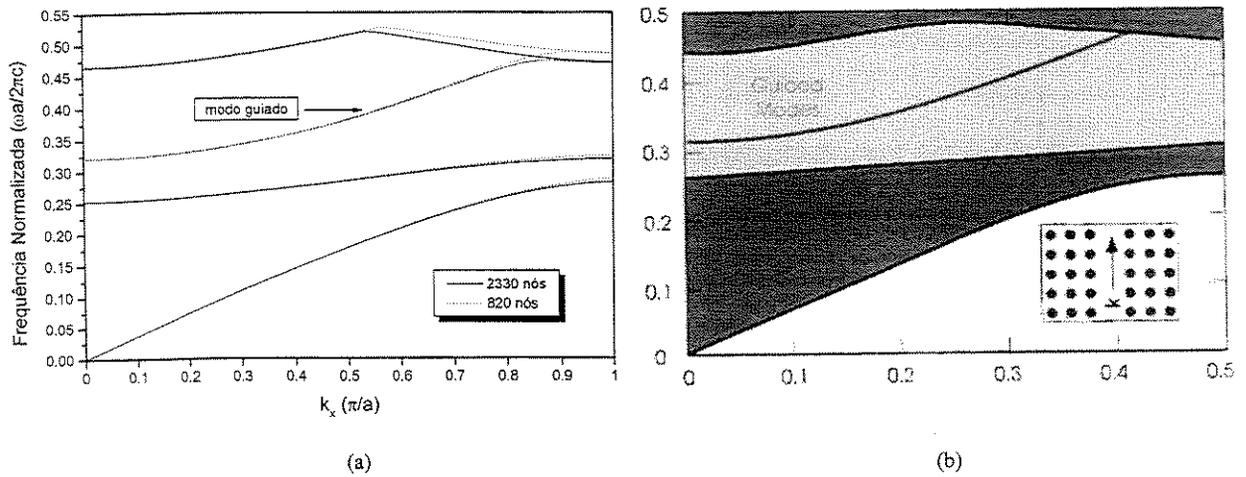


Fig. 5-16: Curvas de dispersão do modo TM do guia fotônico, (a) via elementos finitos e (b) [48].

A seguir, na Figura 5-17 mostra-se a distribuição dos campos real, imaginário e módulo, respectivamente, para um modo guiado ($k_x = 0,5\pi/a$ e frequência normalizada de 0,38). Também, mostra-se a distribuição do módulo do campo para um modo não-guiado ($k_x = 0,5\pi/a$ e frequência normalizada de 0,29), Figura 5-18.

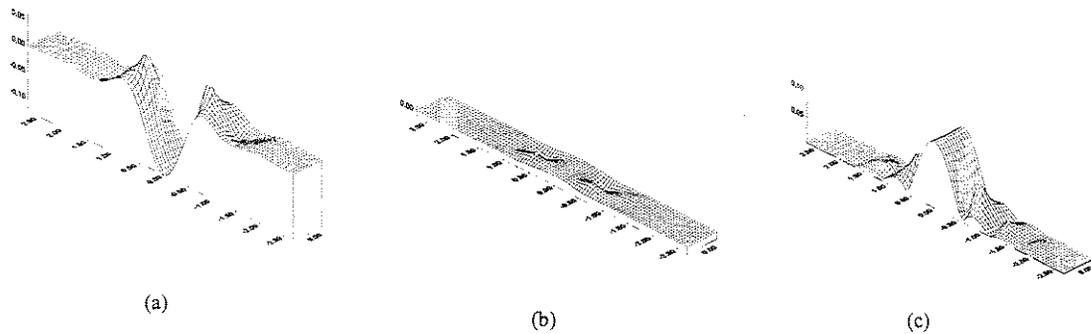


Fig. 5-17: Distribuição dos campos (a) real, (b) imaginário e (c) módulo, respectivamente, para um modo guiado

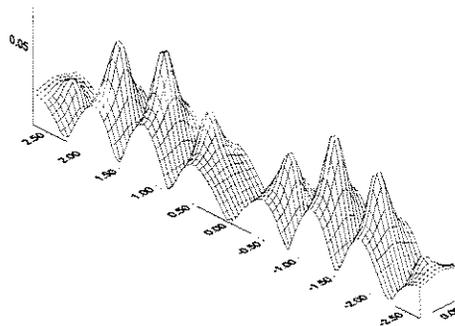


Fig. 5-18: Distribuição do módulo do campo para um modo não guiado.

Verifica-se, portanto, que quando o modo é guiado, este fica confinado no guia (no espaço onde não existem colunas dielétricas; o contrário acontece com o modo não guiado, no qual o campo fica fora do guia.

5.6.2 Modo TE

Aqui, analisa-se um guia formado por um arranjo cristalino fotônico triangular de buracos em um meio dielétrico, como sugerido em [93]. Vide Figura 5-19.

Neste caso, existem duas direções de propagação bem definidas, ΓK e ΓM ; aqui, apenas a primeira direção é analisada.

As características do arranjo cristalino são as seguintes: $n = 3,31$, que corresponde ao índice de refração do GaAs/AlGaAs em $1,0 \mu\text{m}$, o fator de preenchimento é $f = 0,37$, e a constante periódica é $a = 260 \mu\text{m}$. Com estas características, obtém-se uma banda proibida para o modo TE que se estende desde a frequência normalizada 0,22 até 0,31. Vide Figura 5-20.

O guia é formado pela omissão de três filas de buracos na direção ΓK .

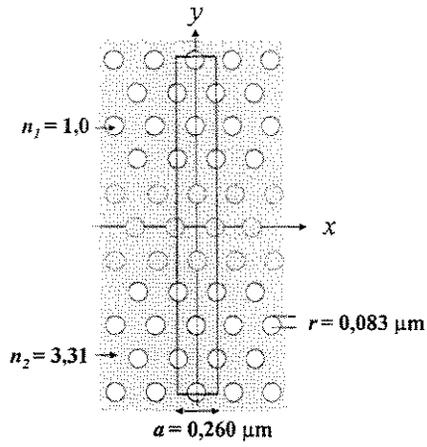


Fig. 5-19: Guia de onda analisado, mostrando o domínio a ser discretizado.

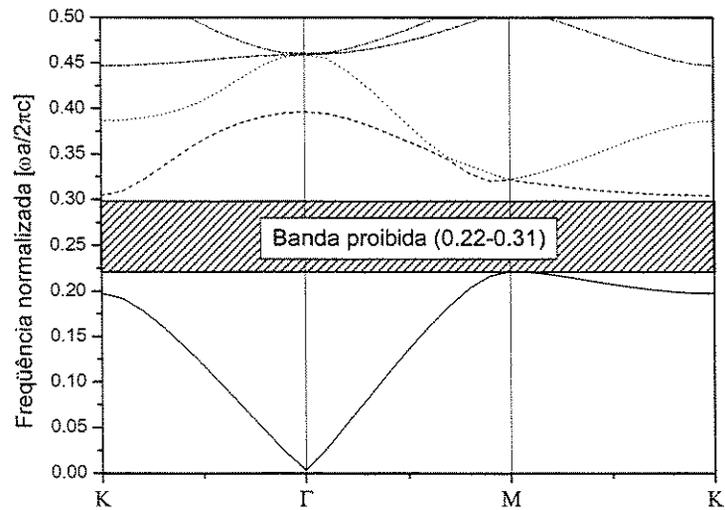


Fig. 5-20: Estrutura de bandas do arranjo triangular de buracos em dielétrico, sem o defeito linear.

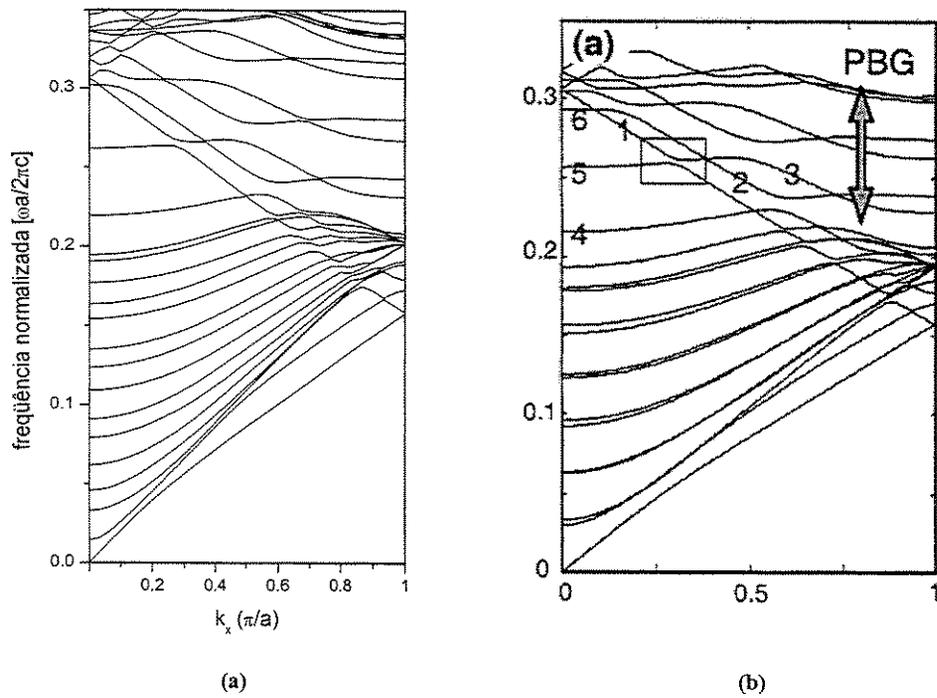


Fig. 5-21: Diagrama de bandas para o guia analisado (a) elementos finitos (b) [93].

Os resultados obtidos para este guia são apresentados na Figura 5-21(a), e, os obtidos em [93], na Figura 5-21(b). Observa-se uma boa concordância entre ambos os resultados; observa-se ainda uma região densa de modos nas regiões fora da banda proibida que correspondem a modos confinados nos buracos em vez do guia, estes modos são, por natureza, evanescentes. A diferença entre os modos evanescentes calculados aqui e em [93] deve-se ao fato que não está especificada de maneira precisa a dimensão da célula unitária na coordenada y .

5.7 Cavidades ressonantes

Nesta seção analisa-se uma cavidade ressonante formada por um arranjo quadrado de colunas dielétricas, na qual foi removida uma das colunas. Primeiramente, determina-se a banda proibida para, depois calcular a frequência de ressonância do modo fundamental, a qual encontra-se dentro da banda proibida. A estrutura aqui analisada é formada por um arranjo quadrado de colunas dielétricas em uma matriz 5×5 ; as colunas dielétricas têm índice de refração $n = 3, 4$ e o material que as rodeia é o ar; uma coluna dielétrica foi removida do arranjo, como mostrado na Figura 5-22 [94], [95].

Aqui, são calculadas as frequências de ressonância da cavidade ressonante e a distribuição do campo do modo ressonante fundamental. A janela computacional utilizada foi definida de forma que o campo fosse desprezível nas fronteiras. O domínio computacional discretizado é mostrado na Figura 5-23.

Na Figura 5-24 é apresentada a distribuição do campo para $r/a = 0,2$. Já, na Figura 5-25, é apresentada a distribuição do campo para $r/a = 0,2$, realizando-se um corte na coordenada y ; este corte passa pelo centro da cavidade. Note-se a boa concordância com os resultados publicados em [95], que são apresentados na mesma figura.

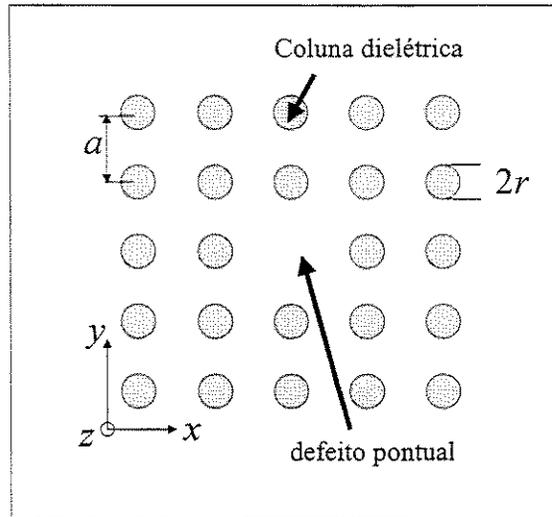


Fig. 5-22: Cavity fotônica de colunas dielétricas 5 x 5, $n = 3, 4$.

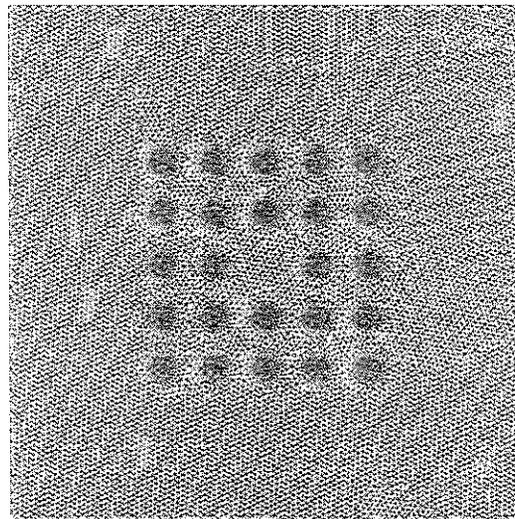


Fig. 5-23: Discretização do Domínio

Posteriormente, foram calculados os autovalores para a mesma cavidade para diferentes valores da razão r/a . Os resultados podem ser observados na Figura 5-26, onde pode-se verificar uma variação da frequência de ressonância, em função da relação r/a .

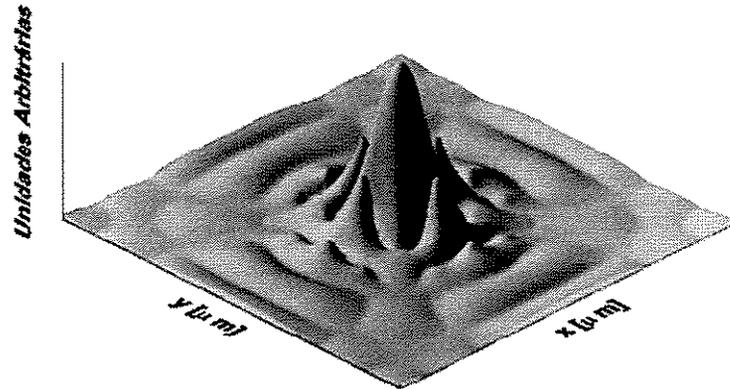


Fig. 5-24: Distribuição espacial do campo do primeiro modo ressonante, para $r/a = 0,2$.

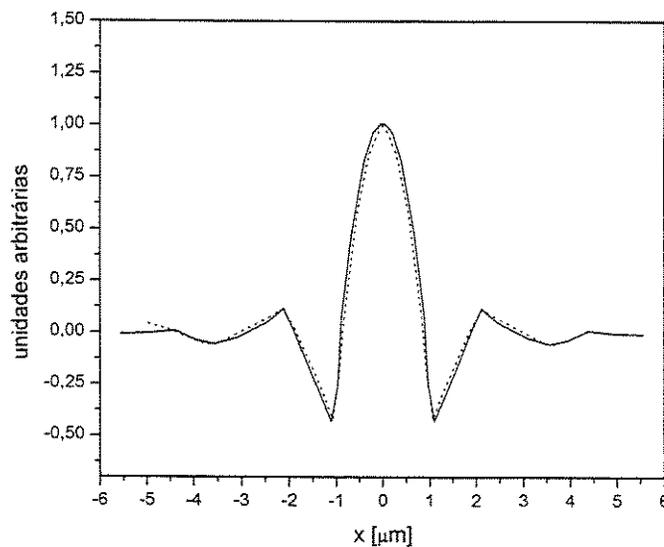


Fig. 5-25: Distribuição do campo, em $y = 0$, pelo método aqui desenvolvido (tracejado) e [95] (contínuo).

Utilizou-se o Geometry and Data (GID), na geração da malha, Fortran na montagem das matrizes globais $[A]$ e $[B]$, e o Matlab na resolução do sistema esparso de autovalores.

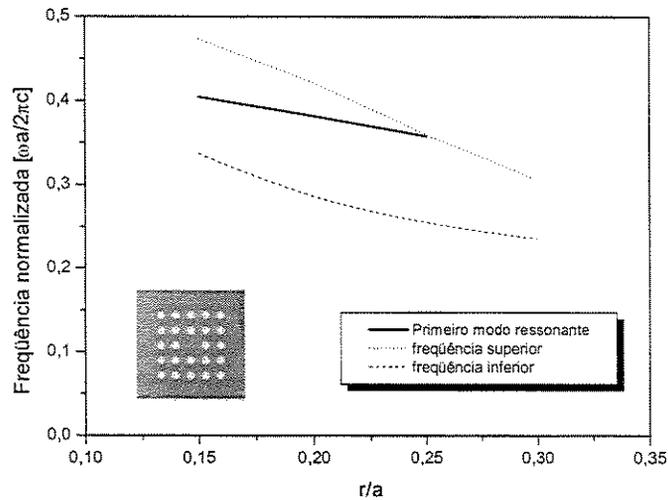


Fig. 5-26: Frequência de ressonância para a cavidade formada por um arranjo quadrado de 5 x 5 colunas dielétricas, com diferentes valores de r/a .

5.8 Propagação em guias híbridos

Nesta seção é simulada a propagação de ondas eletromagnéticas em guias de onda híbridos os quais combinam guias de onda convencionais (*slabs*) com estruturas cristalinas fotônicas. Estes guias são de grande importância [63], pois permitem a fabricação de guias com curvaturas de 90° com coeficientes de transmissão de quase 100%, o que permite uma miniaturização dos dispositivos ópticos. Dentre as diversas aplicações dos cristais fotônicos em óptica integrada, tem-se curvas 90° , acopladores, ressonadores e divisores [63]. A seguir, apresenta-se a simulação da propagação de ondas em um guia de onda curvo com um arranjo quadrado de colunas dielétricas imerso na curvatura.

No Capítulo 4, uma análise de um guia curvo de 90° foi apresentada, na qual foi verificada uma baixa transmissão. Essa transmissão foi melhorada através da inserção de cavidades ressonantes na curvatura. Neste capítulo, analisa-se um guia similar àquele, com diferentes valores de índice de refração. Desta vez, a melhora da transmissão será realizada através da inserção de cristais fotônicos na curvatura [96]. Na estrutura apresentada na Figura 5-27 foi inserida uma rede cristalina na curvatura. Esta rede é composta por um arranjo quadrado de colunas dielétricas com índice de refração 3,841. O índice de refração do guia e do substrato são 1,50 e 1,465, respectivamente. A constante cristalina tem o valor $a = 380$ nm e o raio das colunas é $r = 86,8$ nm. A rede cristalina que penetra no guia de onda é formada por um triângulo cujos lados são formados por cinco colunas dielétricas, sendo que o canto superior do guia está situado no centro do espaçamento entre colunas.

Primeiramente, realiza-se uma análise do guia sem a rede cristalina, com a qual obtém-se que o coeficiente de transmissão apresenta um valor menor que 0,2 % na faixa de frequências de interesse em comunicações ópticas. Vide Figura 5-28

Posteriormente, analisa-se a rede cristalina e calcula-se a estrutura de bandas que é apresentada na Figura 5-29. Nesta pode ser observada uma banda proibida na direção de propagação $\Gamma-X$ (de interesse), que estende-se desde a frequência normalizada de 0,211 até 0,307, indicadas na Figura 5-29(a) com os pontos 1 e 2, respectivamente. Este valores correspondem aos comprimentos de onda 1,237 μm até 1,798 μm , e indicados na Figura 5-29(b) com os pontos 3 e 4, respectivamente.

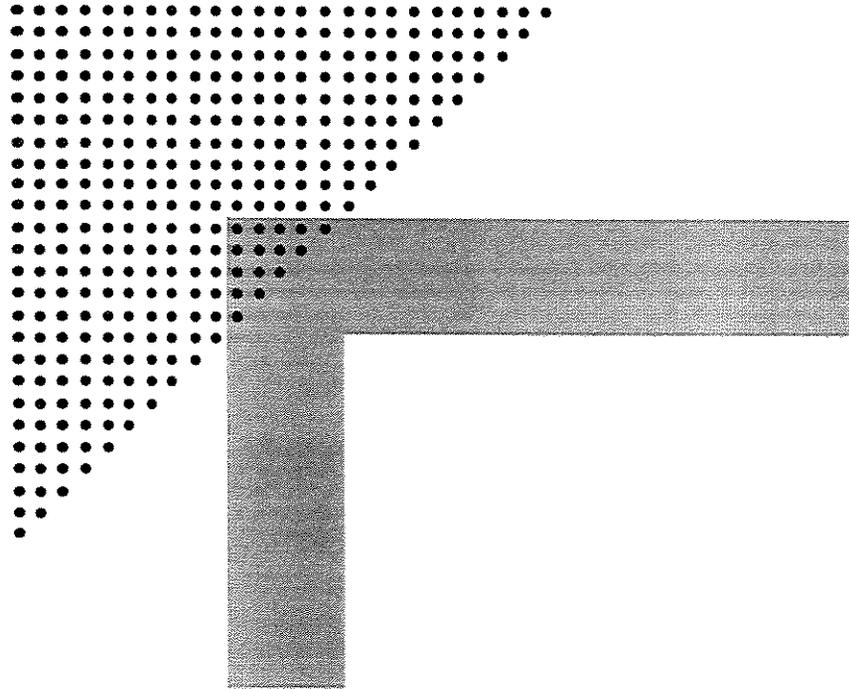


Fig. 5-27: Guia composto por um arranjo quadrado de colunas imerso em um guia curvo.

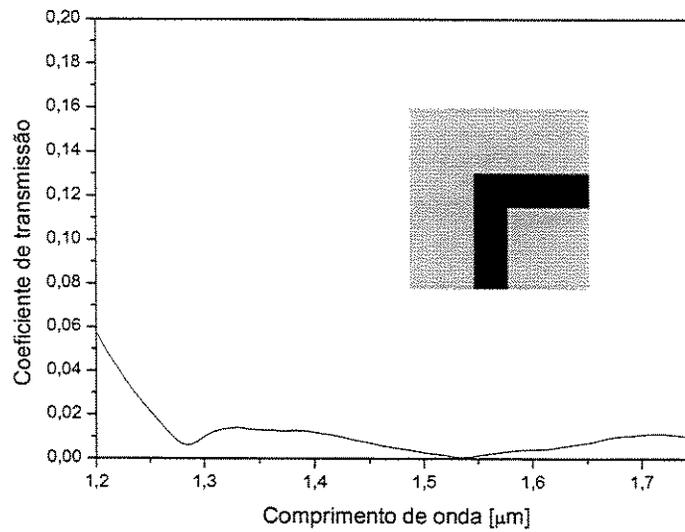


Fig. 5-28: Coeficiente de transmissão do guia curvo.

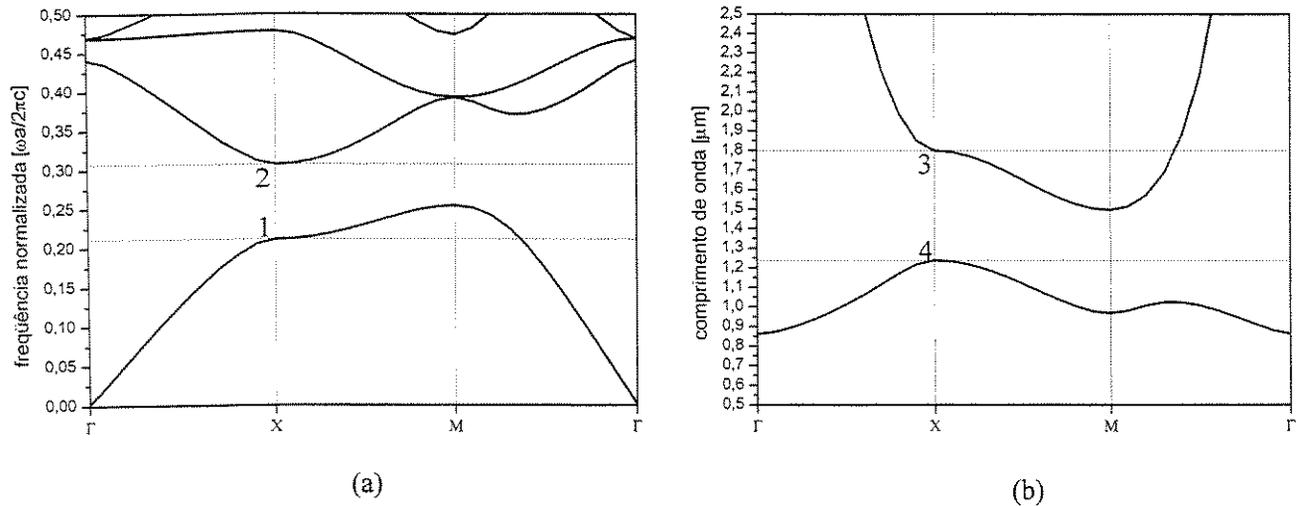


Fig. 5-29: Estrutura de bandas para o arranjo cristalino de colunas dielétricas (a) frequência normalizada e (b) em função do comprimento de onda.

A simulação foi realizada sobre um domínio computacional de $[-6 \mu\text{m}, -21 \mu\text{m}] \times [11 \mu\text{m}, 6 \mu\text{m}]$, e o canto superior do guia de onda tem as coordenadas $[-1 \mu\text{m}, 1 \mu\text{m}]$. A onda de entrada é dada por:

$$\phi(y, z, t = 0) = \phi_0(z) e^{-\left(\frac{y-y_0}{W_y}\right)^2} e^{-jk_0 n_0 (y-y_0)}, \quad (5.4)$$

onde ϕ_0 é o modo fundamental da estrutura que corresponde ao modo fundamental de um *slab* simétrico e n_0 é o índice efetivo desse modo, $y_0 = -12 \mu\text{m}$, $W_z = 2,0 \mu\text{m}$ e o passo temporal utilizado foi $\Delta t = 1,0 \text{ fs}$. O índice efetivo correspondente ao modo fundamental TE foi calculado para ser $n_0 = 1,485069$ no comprimento de onda $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$. O pulso de entrada foi propagado durante 600 fs e monitorado nos pontos $(0, 0 \mu\text{m}, -6, 0 \mu\text{m})$ e $(6, 0 \mu\text{m}, 0, 0 \mu\text{m})$ para o pulso de entrada e o transmitido, respetivamente. O coeficiente de transmissão mostrado na Figura 5-30 foi calculado como a razão da FFT da onda transmitida e a FFT da onda de entrada.

Na Figura 5-30 pode ser observada uma boa concordância entre o coeficiente de transmissão calculado através do método dos elementos finitos com, o calculado em [96], usando FDTD. As pequenas diferenças entre ambos os resultados podem ser atribuídas à imprecisão na definição da configuração utilizada por [96].

O tempo utilizado para a decomposição LU e a propagação de 600 passos foi de 40 minutos, o esquema de propagação de 84000 incógnitas foi resolvido usando a rotina BICGSTAB do Matlab 6.3©, rodando em Windows 2000 em um computador Xeon 2 GHz, com 1Gb de memória *ram*.

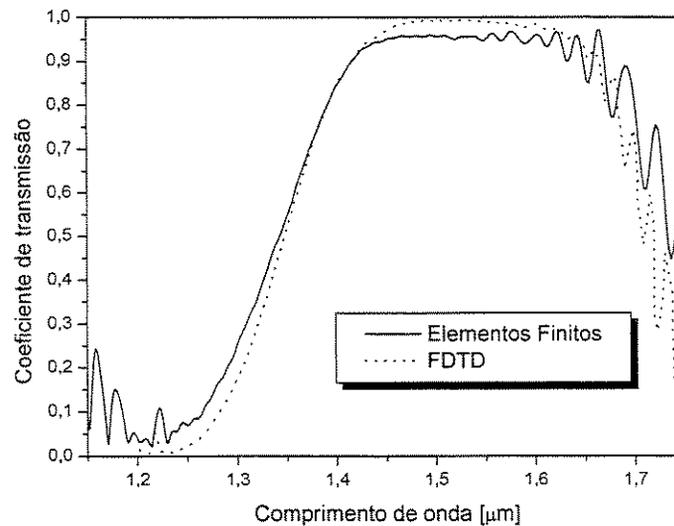


Fig. 5-30: Coeficiente de transmissão do guia fotônico com um arranjo cristalino quadrado na quina.

5.9 Conclusões

Neste capítulo, foram apresentados os resultados decorrente da aplicação da formulação desenvolvida no capítulo anterior. Foram analisadas diversas estruturas fotônicas 2D com anisotropia. Foram obtidas bandas proibidas totais e foi demonstrado que, em certos casos, o desalinhamento dos eixos ópticos pode fazer com que as bandas proibidas desapareçam. Adicionalmente, guias de onda em cristais fotônicos foram analisados, assim como cavidades ressonantes. Os resultados aqui obtidos estão em perfeita concordância com os já publicados. Também, foi simulada a propagação de um pulso em um guia híbrido, isto é, um guia que combina, de uma forma eficiente, um guia de onda convencional com estruturas cristalinas, com o intuito de melhorar seu desempenho. Os algoritmos no domínio da frequência e no domínio do tempo conseguiram prever o comportamento deste tipo de estrutura, permitindo determinar a frequência ideal de operação.

Capítulo 6

Conclusões gerais e sugestões para trabalhos futuros

6.1 Conclusões

Ao longo desta tese descreveu-se uma metodologia numérica eficiente e robusta para a análise de dispositivos ópticos em coordenadas cartesianas e cilíndricas, através do método dos elementos finitos. Os principais objetivos traçados, desde o início e durante o desenvolvimento desta tese, foram alcançados.

O objetivo principal consistiu no desenvolvimento de um algoritmo de propagação de ondas no domínio do tempo, baseado no método dos elementos finitos, para modelar estruturas ópticas. Os resultados mostrados aqui foram, em geral, satisfatórios, mostrando concordância, quando possível, com os obtidos através de outros métodos numéricos.

No que se refere à propagação de ondas no domínio temporal, constatou-se através dos exemplos analisados que o método dos elementos finitos permite resolver a equação de onda escalar com uma excelente precisão. Devem ser ressaltados os seguintes aspectos:

- Um passo temporal maior pôde ser utilizado na propagação, como consequência da separação do campo em envoltória e componente rápida.
- A consistência e a potencialidade para simular a propagação de pulsos ultracurtos foi verificada, quando é levada em conta a segunda derivada temporal. Este é o principal aporte desta Tese.

Por outro lado, verificou-se, ainda, a flexibilidade do método dos elementos finitos para analisar estruturas fotônicas cristalinas anisotrópicas no domínio da frequência.

As conclusões deste trabalho são resumidas a seguir:

No Capítulo 1 foi realizada uma revisão bibliográfica, uma introdução ao método dos elementos finitos em duas dimensões, explicando como é realizada a interpolação através de funções de base, tanto em elementos lineares como quadráticos. Também foram expostas as vantagens da utilização deste método.

No Capítulo 2 foi desenvolvido um algoritmo para a simulação da propagação de ondas eletromagnéticas no domínio temporal, em estruturas bidimensionais, incluindo as PMLs. Este algoritmo tem a vantagem de propagar apenas a envoltória do campo, tornando possível a utilização de passos temporais maiores. A segunda derivada temporal foi levada em conta, obtendo-se, desta forma, uma

capacidade de poder simular a propagação de pulsos ultracurtos, já que uma maior largura de banda é levada em conta. Porém, o algoritmo resultante ficou condicionalmente estável. Outro ponto importante foi a extensão do método para simular a propagação em coordenadas cilíndricas, o que permite analisar dispositivos baseados em fibras ópticas.

No Capítulo 3 foi realizada a simulação da propagação de pulsos em diversos dispositivos. Os resultados obtidos aqui, apresentaram excelente concordância com os resultados analíticos e com os publicados na literatura especializada. Foi verificada a potencialidade e a capacidade de simular a propagação de pulsos ultracurtos, quando a segunda derivada temporal é levada em conta. Pode-se afirmar que o algoritmo desenvolvido é uma eficiente técnica para analisar e simular a propagação de pulsos em dispositivos ópticos.

No Capítulo 4 foi apresentada a formulação, por elementos finitos no domínio da frequência, para analisar estruturas fotônicas cristalinas em 2D, com anisotropia dielétrica transversal. Este método tem vantagens sobre os métodos tradicionais, tais como uma convergência superior ao do método de expansão de ondas planas, a possibilidade de modelar geometrias complexas melhor do que diferenças finitas e custo computacional reduzido, uma vez que as matrizes resultantes são esparsas.

No Capítulo 5 foi comprovada a eficiência do método na modelagem e predição do comportamento de dispositivos fotônicos anisotrópicos, assim como, também, foi traçado um roteiro de como poderia obter-se arranjos que apresentem bandas proibidas para os modos TE e TM, simultaneamente. Os algoritmos podem determinar as bandas proibidas e a distribuição dos campos, tanto para circuitos “*infinitos*” quanto para circuitos com defeitos lineares e pontuais, que é o caso de guias em circuitos fotônicos e cavidades ressonantes, respectivamente. A simulação de um guia híbrido, combinando tanto a análise modal de cristais fotônicos como a propagação temporal, foi realizada. Este tipo de guia combina, de uma forma eficiente, um guia de onda convencional com estruturas cristalinas, com o intuito de melhorar seu desempenho. Os algoritmos no domínio da frequência e no domínio do tempo conseguem prever o comportamento deste tipo de estruturas.

6.2 Sugestões para trabalhos futuros

Neste trabalho foi possível acrescentar um código de propagação temporal e outro de análise de estruturas cristalinas à já vasta biblioteca computacional do grupo de pesquisa do DMO (Departamento de Microonda e Óptica). Como trabalhos futuros, sugere-se que uma interface amigável seja desenvolvida por alunos de iniciação científica e/ou mestrado, enquanto novas aplicações e otimização do código pode ser feita por novos alunos de mestrado e/ou doutorado. Os códigos estão disponíveis em linguagem Fortran e em Matlab.

Quanto à otimização do código, sugere-se a inclusão da resposta temporal do material, busca de novas formas de inclusão de excitação do campo inicial com o intuito de diminuir o domínio computacional, simulação da propagação em guias com estruturas fotônicas, simulação em meios não-lineares, extensão dos algoritmos aqui desenvolvidos para uma formulação vetorial para simular a propagação de ondas em meios anisotrópicos e, finalmente, a busca de novos métodos de resolução de sistemas lineares e problemas de autovalores, que permitam resolver problemas de grande porte através do uso de técnicas de paralelismo, e métodos de propagação explícitos estáveis, para contornar as limitações do número de variáveis que podem ser manipuladas pelos esquemas de resolução utilizados.

Referências

- [1] Jianming Jin, *The finite element method in electromagnetics*, John Wiley and Sons, Inc., 1993.
- [2] M. Koshiba, *Optical waveguide theory by the finite element method*, Kluwer Academic Publishers, London, 1992.
- [3] J. P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves", *Journal of Computational Physics*, Vol. 114, pp. 185-200, outubro 1994.
- [4] William H. Press, Brian P. Flannery, Saul A. Teukolsky e William T. Vetterling, *Numerical Recipes*, Cambridge University Press, 1986
- [5] Hugo E. Hernández-Figueroa, "Progress in Finite Element Modeling of Integrated Optics", Artigo convidado a ser publicado no Integrated Photonics Research, Washington, USA, 16-20 de junho 2003.
- [6] K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. AP-14, No. 3, pp.302-307, maio 1966.
- [7] W. P. Huang, S. T. Chu, A. Goss e S. K. Chaudhuri, "A scalar finite-difference time-domain approach to guided-wave optics", *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 3, No. 6, pp.524-526, junho 1991.
- [8] R.Y.Chan e J.M.Liu, "Time-domain wave propagation in optical structures", *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 6, No. 8, pp. 1001-1003, agosto 1994.
- [9] P. L. Liu, Q. Zhao e F. S. Choa, "Slow-wave finite-difference beam propagation method", *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 7, No. 8, pp.890-892, agosto 1995.
- [10] G. H. Jin, J. Harari, J. P. Vilcot e D. Decoster, "An improved time domain beam propagation method for integrated optics components", *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 9, No. 3, pp. 348-350, março 1997.
- [11] D. R. Lynch e K. D. Paulsen, "Time-domain integration of the Maxwell equations on finite elements", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 38, pp. 1933-1942, dezembro 1990.
- [12] D. C. Dibben e R. Metaxas, "Time domain finite element analysis of multimode microwave applicators", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 32. No. 3, pp. 942-945, maio 1996.

- [13] M. F. Wong, O. Picon e V. F. Hanna, "A finite element method based on Whitney forms to solve Maxwell equations", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 31, pp. 1618-1621, maio 1995.
- [14] G. Wojcik e J. Mould Jr., "Time-domain finite element modeling of 3D integrated optical devices", *Optical Society of America, Technical Digest Series*, Vol. 10, Integrated Photonics Research, pp. 112-115, 1993.
- [15] J. F. Lee, R. Lee e A. Cangellaris, "Time domain finite element methods", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 45, No. 3, pp. 430-442, março 1997.
- [16] M. Koshiba, Y. Tsuji e M. Hikari, "Time-domain beam propagation method and its application to photonic crystal circuit components", *IEEE Journal of Lightwave Technology*, Vol. 18, No. 1, pp.102-110, janeiro 2000.
- [17] V. F. Rodríguez-Esquerre e H. E. Hernández-Figueroa, "Novel time-domain step-by-step scheme for integrated optical applications", *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 13, Issue 4 , pp. 311-313, abril 2001.
- [18] M. Koshiba, "Wavelength division multiplexing and demultiplexing with photonic crystal waveguide couplers", *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 19, No. 12, pp. 1970-1975, dezembro 2001.
- [19] A. Cucinotta, S. Selleri, L. Vincetti e M. Zoboli, "Impact of the cell geometry on the spectral properties of photonic crystal structures", *Applied Physics B*, vol. 73, pp. 595-600, 2001.
- [20] Y. Wang e T. Itoh, "Envelope-finite-element (EVFE) technique - a more efficient time-domain scheme", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 49, No. 12, pp. 2241-2247, dezembro 2001.
- [21] W. C. Carpes, L. Pichon e A. Razek, "Formulação por elementos finitos para a resolução da equação vetorial de onda no domínio do tempo", *Proceedings Simpósio Brasileiro de Telecomunicações 2000*, pp. 211-215, novembro 2000.
- [22] A. M. Frasson, "Simulação por elementos finitos 3D de problemas electromagnéticos no tempo e na frequência", Tese de doutorado, FEEC, Unicamp, março 2002.
- [23] P. Thoma e T. Weiland, "Numerical stability of finite-difference time domain methods", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 34, No. 5, pp.2740-2743, setembro 1998.
- [24] Y. Lu e C. Y. Shen, "A domain decomposition finite-difference method for parallel numerical implementation of time domain-dependent Maxwell's equations", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 45, No. 3, pp.556-562, março 1997.
- [25] G. Mur, "Absorbing boundary conditions for the finite difference approximation of the time domain electromagnetic-field equations", *IEEE Transactions Electromagn. Compat.*, Vol. 23, No. 4, pp. 377-382, 1981.
- [26] Z. S. Sacks, D. M. Kingsland, R. Lee e J. F. Lee, "A perfect matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 43, No. 12, pp.1460-1463, dezembro 1995.

- [27] D. M. Kingsland, J. Gong, J. L. Volakis e J. F. Lee, "Performance of an anisotropic artificial absorber for truncating finite-element meshes", *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, Vol. 44, No. 7, pp. 975-982, julho 1996.
- [28] A C. Polycarpou, R. Lyons e C. A Balanis, "A two-dimensional finite element formulation of the perfectly matched layer", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, Vol. 6, No. 9, setembro 1996.
- [29] V. Mathis, "An anisotropic perfectly matched layer-absorbing medium in finite element time domain method for Maxwell's equations", *Digest of IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, Vol. 2, pp. 680-683. 1997.
- [30] W. Bardi, O. Biró, K. Preis, W. Benhart e K. R. Richter, "Parameter estimation for PMLs used with 3D finite element codes", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 34, No. 5, pp. 2755-2758, setembro 1998.
- [31] A. Frasson, S. A. Carvalho, H. E. Hernández Figueroa e L. S. Mendes, "Uma avaliação das camadas perfeitamente casadas anisotrópicas aplicadas à análise de espalhamento 3D por dielétricos", *Proceedings do IV Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo*, pp. 361-364, novembro 2000.
- [32] U. Pekel e R. Mittra, "A finite-element-method frequency-domain application of the perfectly matched layer (PML) concept", *Microwave and Optical Technology Letters*, Vol. 9, No. 3, pp. 117-122, junho 1995.
- [33] Villo Perez, I. Gonzalez Garcia, S. Gomez Martin e R. Garcia Olmedo, "Extension of Berenger's absorbing boundary conditions to match dielectric anisotropic media", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, Vol. 7, No. 9, pp. 302-304, setembro 1997
- [34] D. Jiménez, C. Ramírez, F. Pérez-Murano e A Guzman, "Implementation of Berenger layers as boundary conditions for the beam propagation method: applications to integrated waveguides", *Optics Communications*, Vol. 159, pp. 43-48, 1999.
- [35] J. Y. Wu, D. M. Kingsland, J. F. Lee e R. Lee, "A comparison of anisotropic PML to Berenger's PML and its application to the finite-element method for EM scattering", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 45, No. 1, pp. 40-50, janeiro 1997.
- [36] J. Clerk Maxwell, "A dynamical theory of the electromagnetic field", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Vol. 155, pp. 459-512, 1864.
- [37] W. C. Chew e W. H. Weedon, "A 3D perfectly matched medium from modified Maxwell's equations with stretched coordinates", *Microwave and Optical Technology Letters*, Vol. 7, No. 13, pp. 599-604, setembro 1994.
- [38] S. S. A. Obayya, B. M. A. Rahman e H. A. El-Mikati, "New full-vectorial numerically efficient propagation algorithm based on the finite element method", *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 18, No. 3, pp. 409-415 março 2000.
- [39] G. R. Hadley, "Wide-angle beam propagation using Padé approximant operators", *Optics Letters*, Vol. 17, No. 20, pp. 1426-1428, outubro 1992.

- [40] H. E. Hernández-Figueroa, "Simple nonparaxial beam propagation scheme for integrated optics", *IEEE Journal of Lightwave Technology*, Vol. 12, No. 4, pp. 644-649, abril 1994.
- [41] C. Manolatou, S. G. Johnson, S. Fan, P. R. Villeneuve, H. A. Haus e J. D. Joannopoulos, "High-density integrated optics", *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 17, No. 9, pp. 1682-1692, setembro 1999.
- [42] V. F. Rodríguez-Esquerre, C. E. Rubio-Mercedes e H. E. Hernández-Figueroa, "Assessment of time and frequency domain finite element algorithms for optical junctions", *Proceedings 2001 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference*, Belém-Brazil, pp. 465-468, agosto 2001.
- [43] Donald L. Lee, *Electromagnetic principles of integrated optics*, John Wiley & Sons, New York, 1986
- [44] M. I. Davanço, "Análise de junções ópticas planares pelo método dos elementos finitos", Tese de Mestrado, FEEC, Unicamp, abril 2000.
- [45] M. I. Davanço, C. E. Rubio-Mercedes e H. E. Hernández-Figueroa, "Novel boundary condition for the finite-element solution of arbitrary planar junctions", *IEEE Photonics Technology Letter*, Vol. 13, No. 1, janeiro 2001.
- [46] Geometry and Data, "International center for numerical methods in engineering", 2002. <http://gid.cimne.upc.es/>
- [47] D. A. Mekis, J. C. Chen, I. Kurland, S. Fan, P. R. Villeneuve e J.D. Joannopoulos, "High transmission through sharp bends in photonics crystal waveguides", *Physical Review Letters*, Vol. 77, No. 18, outubro 1996.
- [48] J. D. Joannopoulos, R. D. Meade e J. N. Winn, *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light*, Princenton, setembro 1995.
- [49] B. E. Little, S. T. Chu, H. A. Haus, J. Foresi e J. P. Laine, "Microring resonator channel dropping filters", *IEEE Journal of Lightwave Technology*, Vol. 15, No. 6, pp. 998-1005, junho 1997.
- [50] M. K. Chin e S. T. Ho, "Design and modeling of waveguide-coupled single-mode microring resonators", *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 16, No. 8, pp. 1433-1446, agosto 1998.
- [51] M. J. Khan, C. Manolatou, Shanhui Fan, Pierre R. Villeneuve, H. A. Haus e J. D. Joannopoulos, "Mode-coupling analysis of multipole symmetric resonant add/drop filters", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 35, No. 10, pp. 1451-1460, outubro 1999.
- [52] B. E. Little, S. T. Chu, W. Pan, D. Ripin, T. Kaneko, Y. Kokubun e E. Ippen, "Vertically coupled glass microring resonator channel dropping filters", *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 11, No. 2, Pp. 215-217, fevereiro 1999.
- [53] C. Manolatou, M. J. Khan, Shanhui Fan, Pierre R. Villeneuve, H. A. Haus e J. D. Joannopoulos, "Coupling of modes analysis of resonant channel add-drop filters", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 35, No. 9, pp. 1322-1331, setembro 1999

- [54] P. P. Absil, J. V. Hryniewicz, B. E. Little, R. A. Wilson, L. G. Joneckis e P.-T. Ho, "Compact microring notch filters", *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 12, No. 4, pp. 398-400, abril 2000
- [55] Giora Griffel, "Synthesis of optical filters using ring resonator arrays", *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 12, No. 7, pp. 810-812, julho 2000
- [56] J. M. D. Ferreira, L. D. S. Alcantara, B. V. Borges e A. C. César, "Análise de filtro óptico ressonante pelo método das diferenças finitas no domínio do tempo bidimensional", *Proceedings do 19º Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBrT*, setembro 2001.
- [57] C. E. Rubio Mercedes, "Análise de estruturas fotônicas por elementos finitos no domínio da frequência", Tese de Doutorado, FEEC, Unicamp, junho 2002.
- [58] Amnon Yariv, *Optical Electronics*, Saunder College Publishing, 1991.
- [59] J. Shibayama, T. Takahashi, J. Yamauchi e H. Nakano, "Efficient time-domain finite-difference beam propagation methods for the analysis of slab and circularly symmetric waveguides", *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 18, No. 3, pp. 437-442, março 2000.
- [60] V. F. Rodríguez Esquerre, "Caracterização numéricas de fibras ópticas e filtros a fibra", Tese de Mestrado, FEEC, Unicamp, março 1999.
- [61] K. Sakoda, "Optical Properties of Photonic Crystals", Springer-Verlag New York, Incorporated, abril 2001.
- [62] Steven G. Johnson, "Photonic crystals: from theory to practice", Tese de Doutorado, Departamento de Física, Massachusetts Institute of Technology - MIT, junho 2001.
- [63] Special Issue on Photonic Crystal, *IEEE Journal of Quantum Electronics*. Vol. 38, 2002.
- [64] E. Yablanovitch, "Inhibited spontaneous emission in solid state physics and electronics", *Physical Review Letters*, Vol. 58, pp. 2486-2489, 1987.
- [65] E. Yablanovitch, "Photonic band-gap structures", *J. Optical Society of America B*, Vol. 10, No. 2, pp. 283-295, fevereiro 1993.
- [66] H. Benisty, C. Weisbuch, D. Labilloy, M. Rattier, C. J. M. Smith, T. F. Krauss, Richard M. De La Rue, R. Houdré, U. Oesterle, C. Jouanin e D. Cassagne, "Optical and confinement properties of two-dimensional photonic crystals", *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 17, No. 11, pp. 2063-2077, novembro 1999.
- [67] A. Barra, D. Cassagne e C. Juanin, "Two-dimensional absolute photonic band gap in the visible", *Superlattices and Microstructures*, Vol. 52, No. 1/2, pp. 3-6, 1999.
- [68] R. D. Meade, K. D. Brommer, A. M. Rappe e J. D. Joannopoulos, "Photonic bound states in periodic dielectric materials", *Phys. Rev. B*, 44, pp. 13772-13774, 1991.
- [69] H. Y. D. Yang, "Finite difference analysis of 2-d photonic crystal", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, Vol. 44, No. 12, pp. 2688-2695, dezembro. 1996.

- [70] Jun Yonekura, Mitsutaka Ikeda e Toshihiko Baba, "Analysis of finite 2-D photonic crystals of columns and lightwave devices using the scattering matrix method", *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 17, No. 8, pp. 1500-1508, agosto 1999.
- [71] H. S. Sozuer, J. W. Haus e R. Inguva, "Photonic bands: convergence problems with the plane-wave method", *Physical Review B*, Vol. 45, No. 24, pp. 13962-13972, junho 1992.
- [72] S. Fan e J. D. Joannopoulos, "Photonics crystals: towards large-scale integration of optical and optoelectronic circuits", *Optics & Photonics News*, pp. 28-33, outubro 2000.
- [73] Chul-Sik Kee, Jae-Eun Kim e Hae Yong Park, "Absolute photonic band gap in a two-dimensional square lattice of square dielectric rods in air", *Physical Review E*, Vol. 56, No. 6, pp. 6291-6293, dezembro 1997
- [74] M. Plihal e A. A. Maradudin, "Photonic band structure of two-dimensional systems: the triangular lattice", *Physical Review B*, Vol. 44, No. 16, pp. 8565-8571, outubro 1991.
- [75] D. Cassagne, C. Jouanin e D. Bertho, "Hexagonal photonic-band-gap structures", *Physical Review B*, 15, Vol. 53, No. 11, pp 7134-7142, março 1996-I.
- [76] Y. Chen, G. Faini, H. Launois e J. Etrillard, "Fabrication of two-dimensional lattices in GaAs: the regular graphite structures", *Superlattices and Microstructures*, Vol. 22, No. 1, pp. 109-113, 1997.
- [77] W. Axmann e P. Kuchment, "An efficient finite element method for computing spectra of photonic and acoustic band-gap materials I: scalar case", *Journal of Computational Physics*, 150, 468-481, 1999.
- [78] D. C. Dobson, "An efficient method for band structure calculations in 2-D photonic crystals," *J. Comp. Phys.*, vol. 149, pp. 363-376, 1999.
- [79] M. Marrone, V. F. Rodriguez-Esquerre e H. E. Hernandez-Figueroa, "Novel numerical method for the analysis of 2D photonic crystals: the cell method," *Opt. Express*, 10, 1299-1304 (2002), <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-10-22-1299>.
- [80] M. Ribeiro Filho, J. T. Pinho, V. F. Rodríguez-Esquerre, K. Z. Nóbrega e H. E. Hernández-Figueroa, "Um Novo Malhador para o MEF Aplicado a Microondas e Optoeletrônica", *Proceedings SBMO2002, Congresso Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica*, Recife, pp.672-677, agosto 2002.
- [81] Zhi-Yuan Li, Bem-Yuan Gu e Guo-Zhen Yang, "Improvement of absolute band gaps in 2D photonic crystals by anisotropy in dielectricity", *European Physical Journal B*, 11, 65-73, 1999.
- [82] F. Gadot, A. Chelnokov, A. De Lustrac, P. Crozat e J. M. Lourtioz, D. Cassagne e C. Jouanin, "Experimental demonstration of complete photonic band gap in graphite structure", *Appl. Phys. Lett.*, 71 (13), pp. 1780-1782, 29 setembro 1997.
- [83] C. M. Anderson e K. P. Giapis, "Larger Two-Dimensional Photonic Band Gaps", *Physical Review Letters*, Vol. 77, No. 14, pp. 2949-2952, setembro 1996.

- [84] O. Painter, J. Vuckovic e A. Scherer, "Defect modes of a two-dimensional photonic crystal in an optically thin dielectric slab", *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 16, No. 2, pp. 275-285, fevereiro 1999.
- [85] T. Yoshie, J. Vuckovic, A. Scherer, H. Chen e D. Deppe, "High quality two-dimensional photonic crystal slab cavities", *Applied Physics Letters*, vol. 79, pp. 4289-4291, dezembro 2001.
- [86] H. G. Park, J. K. Hwang, J. Huh, H. Y. Ryu e Y. H. Lee, "Nondegenerate monopole-mode two-dimensional photonic band gap laser", *Applied Physics Letters*, Vol. 79, No. 19, pp. 3032-3034, setembro 2001.
- [87] J. Vuckovic, M. Loncar e A. Scherer, "Design of photonic crystal optical microcavities", *Proceedings of the SPIE Meeting, Photonics West 2000*, San Jose, CA, vol. 4283, pp. 415-419, janeiro 2001.
- [88] H. Y. Ryu, S. H. Kim, H. G. Park, J. K. Hwang, J. Huh, Y. H. Lee e J. S. Kim, "Square-lattice photonic band-gap single-cell laser operating in the lowest-order whispering gallery mode", *Applied Physics Letters*, Vol. 79, No. 19, pp. 3032-3034, setembro 2001.
- [89] Han-Youl Ryu, Se-Heon Kim, Hong-Gyu Park e Yong-Hee Lee, "Two-Dimensional square lattice photonic band gap single cell laser", *Proceedings of SPIE*, Vol. 4655, pp. 173-180, 2002.
- [90] M. Pelton, J. Vuckovic, G. S. Solomon, A. Scherer e Y. Yamamoto, "Three-Dimensionally confined modes in micropost microcavities: quality factor and Purcell factors", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 38, No. 2, pp. 170-177, fevereiro 2002.
- [91] Zhi-Yuan Li, Bem-Yuan Gu e Guo-Zhen Yang, "Large Absolute Band Gap in 2D Anisotropic Photonic Crystals", *Phys. Rev. Lett.*, 81, pp. 2574-2577, 1998.
- [92] Zhi-Yuan Li, Ben-Yuan Gu e Guo-Zhen Yang, "Improvement of absolute band gaps in 2D photonic crystals by anisotropy in dielectricity", *The European Physical Journal B*, No. 11, pp. 65-73, 1999.
- [93] S. Olivier, H. Benisty, C. J. M. Smith, M. Rattier, C. Weisbuch e T. F. Krauss, "Transmission properties of two-dimensional photonic crystal channel waveguides", *Optical and Quantum Electronics*, Vol. 34, pp. 171-181, 2002.
- [94] S. B. Hyun, J. K. Hwang, Y. H. Lee e S. Y. Kim, "Computation of resonant modes of open resonators using the FEM and the anisotropic perfectly matched layer boundary condition", *Microwave and Optical Technology Letters*, Vol. 16, No. 6, pp. 352-356, dezembro 1997.
- [95] J. K. Hwang, S. B. Hyun, H. Y. Ryu e Y. H. Lee, "Resonant modes of two-dimensional photonic bandgap cavities determined by the finite-element method and by use of the anisotropic perfectly matched layer boundary condition", *Journal of Optical Society of America B*, Vol. 15, No. 8, pp. 2316-2324, agosto 1998.
- [96] G. P. Nordin, S. Kim, J. Cai e J. Jiang, "Hybrid integration of conventional waveguide and photonic crystal structures," *Opt. Express*, 10, 1334-1341, 2002, <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-10-23-1334>.

Publicações associadas à tese

1. M. Marrone, V. F. Rodriguez-Esquerre e H. E. Hernandez-Figueroa, "Novel numerical method for the analysis of 2D photonic crystals: the cell method," *Opt. Express* 10, 1299-1304 (2002), <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=OPEX-10-22-1299>.
2. M. Ribeiro Filho, J.T. Pinho, V. F. Rodríguez-Esquerre, K. Z. Nóbrega e H. E. Hernández-Figueroa, "Um Novo Malhador para o MEF Aplicado a Microondas e Optoeletrônica", *Proceedings SBMO2002, Congresso Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica*, Recife, pp.672-677, agosto 2002.
3. V. F. Rodriguez-Esquerre e H. E. Hernandez-Figueroa, "Vector Finite Element Method for Anisotropic 2D Dielectric Photonic Crystal", *PIERS2002 Progress in Electromagnetics Research Symposium*, julho 1 - 5, 2002 - Cambridge, Massachusetts, USA, (<http://ceta-mac1.mit.edu/piers2k2/abstracts/Rodriguez.H.RH.pdf>).
4. V. F. Rodríguez-Esquerre, C. E. Rubio-Mercedes, e H. E. Hernández-Figueroa, "Assessment of Time and Frequency Domain Finite Element Algorithms for Optical Junctions", *Proceedings 2001 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference*, Belém-Brazil, pp. 465-468, agosto 2001.
5. V. F. Rodríguez-Esquerre e H. E. Hernández-Figueroa, "Novel Time-Domain Step-by-Step Scheme for Integrated Optical Applications", *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 13, Issue 4 , pp. 311-313, abril 2001.
6. V. F. Rodríguez-Esquerre e H. E. Hernández-Figueroa, "Novo Esquema de Propagação de Ondas no Domínio Temporal Aplicado a Óptica Integrada", *Proceedings SBMO2000, IX Congresso Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica*, João Pessoa, pp. 568-570, agosto 2000.
7. V. F. Rodríguez-Esquerre e H. E. Hernández-Figueroa, "Novel time-domain wave propagation scheme applied to integrated optics", *IPR2000, Integrated Photonics Research*, USA, julho 2000.
8. V. F. Rodríguez-Esquerre e H. E. Hernández-Figueroa, "Novel Time-Domain Propagation Method for Integrated Optics", *PIERS 2000 Progress In Electromagnetics Research Symposium*, Canada, julho 2000.