

UNICAMP - UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FEEC - FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO  
DENSIS - DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS

## **Comparação entre Diferentes Abordagens de Programação Dinâmica no Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos de Potência**

**Por:** THAÍS GAMA DE SIQUEIRA

**Orientador:** PROF. DR. SECUNDINO SOARES FILHO

**Co-Orientador:** PROF. DR. MARINHO GOMES DE ANDRADE FILHO

### **Banca Examinadora:**

PROF. DR. SECUNDINO SOARES FILHO (FEEC/UNICAMP)

PROFA. DRA. LUCIANA MARTINEZ (DEE/UFBA)

PROF. DR. ADRIANO ALBER DE FRANÇA MENDES CARNEIRO (EESC/USP)

PROF. DR. TAKAAKI OHISHI (FEEC/UNICAMP)

PROF. DR. AKEBO YAMAKAMI (FEEC/UNICAMP)

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Doutora em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Energia Elétrica.

Campinas, SP

Dezembro de 2009

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Si75c Siqueira, Thaís Gama de  
Comparação entre diferentes abordagens de programação dinâmica no planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos de potência / Thaís Gama de Siqueira. --Campinas, SP: [s.n.], 2009.

Orientadores: Secundino Soares Filho, Marinho Gomes de Andrade Filho.

Tese de Doutorado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Política energética. 2. Programação dinâmica. 3. Modelagem de dados. 4. Programação estocástica. I. Soares Filho, Secundino. II. Andrade Filho, Marinho Gomes de. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. IV. Título.

Título em Inglês: Comparison among different dynamic programming approaches in medium term hydropower scheduling

Palavras-chave em Inglês: Energy policy, Dynamic programming, Stochastic programming, Models data

Área de concentração: Energia Elétrica

Titulação: Doutor em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Luciana Martinez, Adriano Alber da França Mendes Carneiro, Takaaki Ohishi, Akebo Yamakami

Data da defesa: 22/12/2009

Programa de Pós Graduação: Engenharia Elétrica

## COMISSÃO JULGADORA - TESE DE DOUTORADO

**Candidata:** Thais Gama de Siqueira

**Data da Defesa:** 22 de dezembro de 2009

**Título da Tese:** "Comparação entre Diferentes Abordagens de Programação Dinâmica no Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos de Potência"

Prof. Dr. Secundino Soares Filho (Presidente):

*Secundino Soares F*

Profa. Dra. Luciana Martinez:

*Luciana Martinez*

Prof. Dr. Adriano Alber de França Mendes Carneiro:

*Adriano Alber de França Mendes Carneiro*

Prof. Dr. Takaaki Ohishi:

*Takaaki Ohishi*

Prof. Dr. Akebo Yamakami:

*Akebo Yamakami*

Este trabalho foi realizado com o apoio do  
CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvi-  
mento Científico e Tecnológico.

# Resumo

O planejamento da operação energética (POE) tem como objetivo determinar metas de geração para cada usina do sistema elétrico a cada estágio (mês) do período de planejamento (anos) que minimizam o custo total de operação, atendendo a demanda e respeitando as restrições operativas das usinas. A Programação Dinâmica (PD) é a ferramenta mais utilizada na resolução do POE devido, entre outras coisas, à sua capacidade de representar a natureza estocástica das vazões afluentes futuras. Entretanto, a PD é restrita pela “maldição da dimensionalidade”, pois o esforço computacional cresce exponencialmente com o aumento do número de usinas consideradas. Para poder utilizar a PD no POE de sistemas de grande porte, como o brasileiro, com centenas de usinas, uma abordagem adotada baseia-se na agregação do sistema hidrelétrico em reservatórios equivalentes, reduzindo a dimensão do sistema – quatro reservatórios equivalentes no caso do sistema brasileiro. Este trabalho visa elaborar uma análise comparativa detalhada de diversas políticas operativas para o POE baseadas em PD com o objetivo de estimar o benefício do seu uso em sistemas equivalentes. Para melhor comparar as diferentes políticas são considerados somente sistemas formados por uma única usina, evitando-se assim o efeito das simplificações e limitações dos modelos equivalentes. Além disso, são comparadas diferentes modelagens para as distribuições de probabilidades das vazões na PD. Os desempenhos das diferentes políticas são avaliados por simulação no histórico de vazões e os resultados, considerando usinas hidrelétricas localizadas em diferentes bacias do sistema brasileiro, indicam que as diferenças não são expressivas.

**Palavras-chave:** Planejamento da operação energética de médio prazo, programação dinâmica, modelagem estocástica de vazões, transformação de Box-Cox, cadeia de Markov.

# Abstract

The medium term hydrothermal scheduling problem aims to determine, for each stage (month) of the planning period (years), the amount of generation at each hydro and thermal plant that attends the load demand and minimizes the expected operation cost in the planning period. Dynamic programming has been the most applied technique to solve the long term hydrothermal scheduling problem because it adequately copes with the uncertainty of inflows. Although efficient in the treatment of river inflows as random variables described by probability distributions, the dynamic programming technique is limited by the so-called “curse of dimensionality” since its computational burden increases exponentially with the number of hydro plants. In order to overcome this difficulty, allowing the use of dynamic programming in medium term hydrothermal scheduling, one common manipulation adopted is to represent the hydro system by an aggregate model, as it is the case in the Brazilian power system. This work evaluates the influence of inflow modeling in the performance of dynamic programming for medium term hydrothermal scheduling. Different models have been progressively considered in order to evaluate the benefits of increasing sophistication of inflow modelling. Features and sensitivities of different models are discussed. Numerical results for hydrothermal test systems composed by a single hydro plant located in several Brazilian rivers were obtained by simulation and indicated that the differences among the policies are not significant.

**Keywords:** Medium term hydropower scheduling, dynamic programming, stochastic inflow modelling, Box-Cox transformation, Markov chain models.

# Agradecimentos

Ao meu orientador, Professor Secundino Soares Filho, e ao meu co-orientador, Professor Marinho Gomes de Andrade Filho.

Ao Professor J. R. Stedinger, da Universidade de Cornell, pelas contribuições ao trabalho.

Aos amigos do COSE, em especial para Mônica, pelas discussões e sugestões dadas durante o desenvolvimento do meu trabalho.

Ao meu companheiro Marcelo, que sempre me apoiou em todos os momentos.

À minha família por tudo.

# Sumário

Lista de figuras	vi
Lista de tabelas	viii
Abreviações e Simbologia	ix
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivos do Trabalho . . . . .	4
1.2 Organização do Trabalho . . . . .	5
<b>2 Planejamento da Operação Energética</b>	<b>6</b>
2.1 Introdução . . . . .	6
2.2 Formulação . . . . .	10
2.3 Resumo . . . . .	12
<b>3 Ajuste das Vazões na Programação Dinâmica Estocástica</b>	<b>13</b>
3.1 Introdução . . . . .	13
3.2 Distribuição Normal . . . . .	13
3.2.1 Aproximação Discreta por Cadeia de Markov . . . . .	15
3.3 Transformação de Box-Cox . . . . .	17
3.3.1 Aproximação Discreta por Cadeia de Markov . . . . .	19
3.4 Conclusão . . . . .	22
<b>4 Programação Dinâmica</b>	<b>23</b>
4.1 Introdução . . . . .	23
4.2 Programação Dinâmica Estocástica . . . . .	23
4.3 Programação Dinâmica Determinística . . . . .	26
4.4 Programação Dinâmica Estocástica com Vazões Independentes . . . . .	27

4.5	Programação Dinâmica Estocástica com Vazões Markovianas . . . . .	28
4.6	Programação Dinâmica Estocástica Dual . . . . .	30
4.7	Detalhes da Implementação da PD . . . . .	31
4.7.1	Interpolação por <i>Spline</i> Cúbica . . . . .	32
4.7.2	Método de Busca Local por Razão Áurea . . . . .	34
4.8	Ferramentas Computacionais . . . . .	36
4.8.1	Módulo HydroProgDin no HydroLab . . . . .	37
4.8.2	Módulo de Simulação no HydroSim . . . . .	40
4.9	Resumo . . . . .	42
<b>5</b>	<b>Resultados</b>	<b>43</b>
5.1	Dados Operativos das Usinas . . . . .	43
5.2	Ajustes das Distribuições de Probabilidade das Vazões Afluentes . . . . .	48
5.3	Cálculo das Políticas Operativas por Programação Dinâmica . . . . .	55
5.3.1	Sazonalidade das Vazões . . . . .	56
5.4	Simulação das Políticas Operativas . . . . .	62
5.4.1	Análise Completa para a Usina de Furnas . . . . .	62
5.4.2	Resultados para as Demais Usinas . . . . .	68
5.4.3	Comentários Finais . . . . .	73
<b>6</b>	<b>Conclusões</b>	<b>74</b>
	<b>Apêndice: Modelo de Previsão com Rede Neuro-Fuzzy</b>	<b>76</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>80</b>

# Lista de Figuras

2.1	Esquema do processo da decisão operativa do POE. . . . .	7
2.2	Funções dos custos presente e futuro de operação envolvidos no POE. . . . .	8
4.1	Esquema da PDD. . . . .	26
4.2	Esquema da PDEI. . . . .	28
4.3	Esquema da PDEM. . . . .	29
4.4	Esquema da PDED. . . . .	31
4.5	Esquema da redução do intervalo de incerteza. . . . .	35
4.6	Ilustração do método de razão áurea. . . . .	36
4.7	Ilustração da interface do módulo Ajuste Vazões em HydroProgDin. . . . .	38
4.8	Ilustração da interface do módulo HydroPD: Cenário. . . . .	39
4.9	Ilustração da interface do módulo HydroPD: Avançado->Programação Dinâmica.	40
4.10	Ilustração da interface do módulo HydroSim LP. . . . .	42
5.1	Vazões afluentes naturais do histórico de Serra da Mesa. . . . .	45
5.2	Vazões afluentes naturais do histórico de Sobradinho. . . . .	46
5.3	Vazões afluentes naturais do histórico de Furnas. . . . .	46
5.4	Vazões afluentes médias e desvios. . . . .	47
5.5	Histograma e ajuste de Box-Cox da distribuição das vazões afluentes no caso independente para a usina de Serra da Mesa no mês de janeiro. . . . .	49
5.6	Ajuste da distribuição das vazões afluentes, no caso markoviano, para a usina de Serra da Mesa no mês de janeiro. . . . .	50
5.7	Histograma e ajuste da distribuição das vazões afluentes, no caso independente, para a usina de Sobradinho no mês de janeiro. . . . .	51
5.8	Ajuste da distribuição das vazões afluentes, no caso markoviano, para a usina de Sobradinho no mês de janeiro. . . . .	51

5.9	Histograma e ajuste de Box-Cox às vazões afluentes, no caso independente, para a usina de Furnas no mês de janeiro. . . . .	52
5.10	Ajuste da distribuição Normal com transformação de Box-Cox às vazões afluentes, no caso markoviano, para a usina de Furnas no mês de janeiro. . . . .	53
5.11	Histograma e ajuste da distribuição Normal às vazões afluentes, no caso independente, para a usina de Furnas no mês de janeiro. . . . .	53
5.12	Ajuste da distribuição Normal às vazões afluentes, no caso markoviano, para a usina de Furnas no mês de janeiro. . . . .	54
5.13	Histograma e ajuste da distribuição Lognormal às vazões afluentes, no caso independente, para a usina de Furnas no mês de janeiro. . . . .	54
5.14	Ajuste da distribuição Lognormal às vazões afluentes, no caso markoviano, para a usina de Furnas no mês de janeiro. . . . .	55
5.15	Tabelas de decisão da política de PDD ao longo do ano. . . . .	57
5.16	Tabelas de decisão da política de PDEI ao longo do ano. . . . .	57
5.17	Tabelas de decisão da PDED para a usina de Furnas no mês de janeiro. . . . .	58
5.18	Tabelas de decisão da PDEM para a usina de Furnas no mês de janeiro. . . . .	58
5.19	Tabelas de decisão da PDED para a usina de Furnas no mês de abril. . . . .	59
5.20	Tabelas de decisão da PDEM para a usina de Furnas no mês de abril. . . . .	59
5.21	Tabelas de decisão da PDED para a usina de Furnas no mês de julho. . . . .	60
5.22	Tabelas de decisão da PDEM para a usina de Furnas no mês de julho. . . . .	60
5.23	Tabelas de decisão da PDED para a usina de Furnas no mês de outubro. . . . .	61
5.24	Tabelas de decisão da PDEM para a usina de Furnas no mês de outubro. . . . .	61
5.25	Tabelas de decisão ( $m^3/s$ ) da usina de Furnas para o mês de janeiro. . . . .	67
5.26	Trajectoria dos volumes armazenados (%v.u.) da usina de Furnas. . . . .	67
5.27	Tabelas de decisão ( $m^3/s$ ) da usina de Serra da Mesa para o mês de janeiro. . . . .	70
5.28	Trajectoria dos volumes armazenados (%v.u.) da usina de Serra da Mesa. . . . .	70
5.29	Tabelas de decisão ( $m^3/s$ ) da usina de Sobradinho para o mês de janeiro. . . . .	72
5.30	Trajectoria dos volumes armazenados (%v.u.) da usina de Sobradinho. . . . .	72
6.1	Esquema da rede Neuro-Fuzzy. . . . .	77
6.2	Base de regras da rede Neuro-Fuzzy. . . . .	77

# Lista de Tabelas

5.1	Dados operacionais das usinas hidrelétricas. . . . .	44
5.2	Coeficientes dos polinômios de cota de montante e de jusante das usinas. . . . .	44
5.3	Estatísticas das vazões naturais das usinas. . . . .	47
5.4	Teste de verossimilhança LRT para as usinas. . . . .	48
5.5	Resultados da simulação para a usina de Furnas usando ajuste de Box-Cox, vazões contínuas e com eliminação de vertimentos turbináveis. . . . .	63
5.6	Resultados da simulação para a usina de Furnas com ajuste Normal, vazões contínuas e com eliminação de vertimentos turbináveis. . . . .	63
5.7	Resultados da simulação para a usina de Furnas com ajuste Lognormal, vazões contínuas e com eliminação de vertimentos turbináveis. . . . .	64
5.8	Resultados da simulação para a usina de Furnas com ajuste Box-Cox, consierando vazões discretas e com eliminação de vertimentos turbináveis. . . . .	65
5.9	Resultados da simulação para a usina de Furnas, com ajuste Box-Cox, vazões contínuas e sem eliminação dos vertimentos. . . . .	66
5.10	Resultados da simulação para a usina de Serra da Mesa com ajuste Box-Cox, vazões contínuas e com eliminação de vertimentos turbináveis. . . . .	69
5.11	Resultados da simulação para a usina de Sobradinho com ajuste Box-Cox, vazões contínuas e com eliminação de vertimentos turbináveis. . . . .	71

# Abreviações e Simbologia

## Abreviações

*DET*: Despacho Econômico Termelétrico

*ONS*: Operador Nacional do Sistema Elétrico

*SIN*: Sistema Interligado Nacional

*POE*: Planejamento da Operação Energética

*PD*: Programação Dinâmica

*PDE*: Programação Dinâmica Estocástica

*PDED*: Programação Dinâmica Estocástica Dual

*PDD*: Programação Dinâmica Determinística

*PDEI*: Programação Dinâmica Estocástica Independente

*PDEM*: Programação Dinâmica Estocástica Markoviana

*MLT*: Média de Longo Termo das vazões mensais

*RNF*: Rede Neuro-Fuzzy

*OA*: Solução ótima absoluta

*PP*: Perfeita Previsão das vazões

*MLE*: Estimador de Máxima Verossimilhança

*Par(p)*: Modelo periódico auto-regressivo de ordem  $p$

*HydroLab*: Sistema de Suporte à Decisão para o Planejamento e a Programação de Sistemas de Energia Elétrica da Operação

*HydroMax*: Módulo de Otimização Determinística a usinas individualizadas

*HydroProgDin*: Módulo de ajuste das vazões afluentes e das políticas de Programação Dinâmica

*HydroPD*: Módulo específico do cálculo das políticas operativas por Programação Dinâmica a usinas individualizadas

*HydroSim LP*: Módulo de Simulação a usinas individualizadas para médio prazo

## Simbologia

$T$ : número de estágios de tempo

$\beta_t$ : fator de conversão de vazão ( $m^3/s$ ) em ( $hm^3/mês$ )

$\lambda_t$ : parâmetro da transformação de Box-Cox

$\gamma_t$ : coeficiente de atualização dos custos para o valor presente

$\psi_t(\cdot)$ : função de custo da complementação não hidráulica [\\$]

$\alpha_t(\cdot)$ : função de custo futuro no estágio  $t$  [\\$]

$\alpha_T(\cdot)$ : função de custo terminal associado ao estado final do reservatório [\\$]

$g_t$ : geração de energia termelétrica durante o estágio  $t$  [ $\overline{MW}$ ]

$h_t$ : geração de energia hidrelétrica durante o estágio  $t$  [ $\overline{MW}$ ]

$d_t$ : demanda a ser atendida durante o estágio  $t$  [ $\overline{MW}$ ]

$k$ : produtibilidade específica da usina [ $MW/(m^3/s).m$ ]

$x_t$ : volume do reservatório no final do estágio  $t$  [ $hm^3$ ]

$x_t^{med}$ : volume médio do reservatório no final do estágio  $t$  [ $hm^3$ ]

$u_t$ : vazão defluente durante o estágio  $t$  [ $m^3/s$ ]

$q_t$ : vazão turbinada durante o estágio  $t$  [ $m^3/s$ ]

$v_t$ : vazão vertida durante o estágio  $t$  [ $m^3/s$ ]

$y_t$ : vazão incremental afluyente durante o estágio  $t$  [ $m^3/s$ ]

$\delta(q_t)$ : polinômio da perda de carga hidráulica [ $m$ ]

$\phi(x_t)$ : polinômio da cota de montante do reservatório [ $m$ ]

$\theta(u_t)$ : polinômio da cota de jusante do reservatório [ $m$ ]

# Capítulo 1

## Introdução

O Brasil possui um sistema interligado de geração de eletricidade que utiliza predominantemente recursos hídricos. Atualmente 80 % da geração brasileira é hidrelétrica e somente 20% é termelétrica, sendo aproximadamente 50% a gás natural.

O crescimento na participação do gás natural na matriz energética nacional, que alcançou a participação de 10,3%, é um dos destaques entre os resultados apurados em 2008. Produtos da cana de açúcar (etanol, bagaço, caldo e melaço) para fins energéticos também ampliaram sua fatia na matriz para 16,4%, crescendo meio ponto percentual em relação a 2007. Com isso, a cana-de-açúcar consolidou a segunda posição entre as principais fontes de energia primária no Brasil, atrás apenas do petróleo e seus derivados.

Refletindo as condições hidrológicas observadas no início de 2008, que impuseram esquemas operativos orientados a manter níveis estratégicos de armazenamento nos reservatórios do país, a energia hidráulica teve sua participação na matriz energética reduzida em mais de um ponto percentual. No acumulado do ano a participação dessa fonte caiu para 13,8%. Por outro lado, houve um aumento da geração termelétrica (+37,9%) (*Balanço Energético Nacional 2009 - Ano base 2008*, 2009).

O planejamento da operação energética (POE) de sistemas hidrotérmicos interligados é um problema de grande porte que tem o objetivo de buscar estratégias operativas que minimizam o custo total da operação sem comprometer o nível de garantia de atendimento ao longo de um determinado horizonte de planejamento. O custo total que se pretende minimizar compreende a soma dos custos variáveis de todos os recursos utilizados acrescido, caso a demanda não seja suprida, do custo associado a um possível racionamento de energia elétrica. Em se tratando de um problema de tomadas de decisões sequenciais no tempo, o POE pode ser resolvido por Programação Dinâmica (PD) através de uma sequência recursiva de problemas de otimização

cujo objetivo é composto por duas parcelas: o custo imediato, referente às decisões que estão sendo tomadas no presente, e o custo futuro, que é influenciado pelas decisões tomadas no presente devido à predominância da hidroeletricidade no sistema brasileiro e a sua capacidade de armazenar energia potencial hidráulica nos reservatórios. O custo imediato é trivial de ser determinado porque corresponde aos custos decorrentes das decisões presentes. Já para se determinar qual é o valor do custo futuro seria necessário conhecer o que ocorrerá nos próximos estágios do período de planejamento. No sistema brasileiro o custo futuro depende sobretudo das afluições (ou vazões) que vão ocorrer nos rios em que estão instaladas as usinas hidrelétricas, apresentando elevado grau de incerteza. Para simplificar o problema e permitir sua solução, somente a incerteza das vazões afluentes tem sido tratada. As incertezas associadas à demanda, aos custos de combustível das termelétricas e ao cronograma de expansão do sistema têm sido desprezadas, ou melhor, consideradas através do cenário mais provável.

No passado as estratégias de operação do sistema interligado eram calculadas por meio de um método determinístico baseado no registro histórico de afluições médias mensais. Esse método, que utilizava a representação com sistemas equivalentes, tinha como objetivo utilizar a geração térmica para garantir o atendimento ao mercado mesmo na ocorrência da pior série de afluições registradas no passado. Era determinada, por uma simulação inversa no tempo ao longo do horizonte de planejamento, uma curva limite inferior de armazenamento, que indicava o nível mínimo de armazenamento necessário para que o mercado fosse atendido mesmo para a repetição das piores afluições do histórico. Cada vez que a energia armazenada situava-se em pontos abaixo da curva limite, todas as usinas térmicas eram operadas com sua geração máxima. Apesar de simples, esse método era uma maneira pouco econômica de operar o sistema, pois a probabilidade de repetição das piores sequências do passado é pequena (Fortunato, Neto, Albuquerque e Ferreira, 1990), (GCOI, 1978). A alternativa encontrada foi a otimização através de um modelo utilizando Programação Dinâmica Estocástica (PDE), tornada viável a partir da agregação do sistema em um único reservatório equivalente e da definição de um modelo estocástico periódico autoregressivo de ordem 1. Formulada em 1957 por Bellman (Bellman, 1962) e largamente aplicada, a PDE foi introduzida no sistema interligado brasileiro em 1972 em FURNAS, ganhando maior consistência após o projeto conjunto desenvolvido pelo CEPEL/ELETOBRÁS (Terry, CEPEL, DENE/DPE/Eletobrás e DEOP/DOS/Eletobrás, 1980), de 1975 a 1978, sendo incorporada ao POE em 1979 (Araripe, Kligerman, Negrini e Neto, 1985). Nesse e nos 5 anos seguintes sua utilização nos estudos de planejamento teria sido responsável por uma redução de 28% no custo da operação dos sistemas interligados brasileiros, representando, de 1979 a 1984, uma economia total de US\$ 260 milhões (Kligerman, 1992).

A PDE é o método classicamente adotado para a solução do POE considerando a estocasticidade presente implicitamente nas afluições. Na PDE, o problema divide-se em estágios de tempo e determina-se a decisão de menor custo a cada estágio, de acordo com o estado em que se encontra o sistema. A otimalidade de cada decisão é baseada na probabilidade atribuída a todas as possibilidades futuras e suas consequências. A principal desvantagem desta técnica, chamada de “maldição de dimensionalidade”, é que ela aumenta exponencialmente o esforço computacional a cada nova variável de estado (por exemplo, uma nova usina) acrescida ao problema (Bellman, 1962). Isto impede o uso da PDE em problemas em que se precisa construir a estratégia para a operação de múltiplas usinas. Devido à “maldição de dimensionalidade”, foram desenvolvidas simplificações para diminuir o número de estados do sistema. Uma delas foi a agregação de bacias hidrográficas semelhantes e, conseqüentemente, a agregação do parque gerador existente nessas bacias em um sistema equivalente de energia (Arvanitids e Rosing, 1970a), (Duran, Pueh, Diaz e Sanchez, 1985), (Cruz Jr. e Soares, 1996), (Turgeon e Charbonneau, 1988). Mesmo assim, sua extensão para mais de um subsistema equivalente foi considerada inviável em meados da década de 80, com os recursos computacionais disponíveis. Esta abordagem foi substituída no final da década de 90 pela programação dinâmica estocástica dual (PDED), baseada na decomposição de Benders, que visa aproximar, através de um processo iterativo, a função de custo futuro (Pereira e Pinto, 1985), (Rotting e Gjelsvik, 1992), (Jacobs, Freeman, Grygier, Morton, Schultz, Staschus e Stedinger, 1995), (Siqueira, 2003). Porém, da forma como a PDED tem sido usada nos métodos atualmente adotados, a aproximação obtida ainda não é capaz de dotar os resultados com as desejáveis robustez e estabilidade. A multiplicação da velocidade dos computadores nos últimos anos tornou oportuno investigar a possibilidade do uso da PDE, em conjunto com o processamento paralelo, para tratar o POE, considerando subsistemas equivalentes interligados.

Como abordagem alternativa à otimização em malha fechada proporcionada pela PDE, métodos de otimização determinísticos integrados a modelos de previsão de vazões para o POE têm sido sugeridos. Com a hipótese de vazões afluentes determinísticas, o problema resultante, em geral, é formulado como um problema de otimização não linear e é resolvido por algoritmos especializados, tal como sugerido em (Rosenthal, 1981), (Carneiro e Soares, 1990), (Oliveira e Soares, 1995).

Uma grande vantagem da abordagem determinística é que a representação do sistema pode ser feita detalhadamente, analisando as características individuais de cada usina, incluindo suas funções não lineares de produção e restrições operacionais.

Com base na otimização determinística, estudos recentes têm sido propostos onde a estocas-

tidade do problema de planejamento energético é representada por um conjunto de possíveis cenários futuros. Este tipo de abordagem é conhecido como análise de cenários (Dembo, 1991), (Alvarez, Cuevas, Escudero, Fuentes, García e Pietro, 1994), (Escudero, Fuente, Garcia e Pietro, 1996), (Martinez, Ballini e Soares, 2002).

Em (Karamouz e Houck, 1987) é apresentada uma comparação entre as abordagens de programação dinâmica determinística (PDD) e programação dinâmica estocástica (PDE) na operação de sistemas compostos por um único reservatório, com diferentes capacidades de armazenamento e situados em diferentes regiões dos Estados Unidos. As regras operacionais geradas pelas duas políticas foram comparadas por simulação, sendo que a abordagem determinística mostrou-se mais eficiente.

Diferentes conclusões foram apresentadas em (Araripe et al., 1985), ainda para o sistema brasileiro. Neste caso, foram comparados o método da curva limite, a abordagem determinística e por fim a abordagem estocástica considerando um modelo periódico auto-regressivo de ordem 1. O estudo envolveu a operação em um único reservatório equivalente representando o sistema Sul/Sudeste brasileiro. Os resultados para esse estudo de caso mostraram que o desempenho da política de controle em malha fechada foi superior e o desempenho da malha aberta pode depender do sistema hidrelétrico considerado, embora os autores tenham admitido que o trabalho não representou uma comparação completa entre as abordagens.

Em vista da existência de conclusões contraditórias em relação ao desempenho relativo de abordagens determinísticas e estocásticas no POE, esta tese visa avaliar de maneira mais profunda esta questão, contribuindo assim para a sua compreensão.

## 1.1 Objetivos do Trabalho

O objetivo desta tese é comparar diferentes técnicas de programação dinâmica (PD) aplicadas ao POE para sistemas com uma única usina hidrelétrica. Em particular, são consideradas diferentes modelagens para as vazões afluentes futuras. Além disso, detalhes de implementação propostos ao algoritmo de PD também serão explorados. Serão comparados os casos determinístico, estocástico independente e estocástico dependente no que se refere à representação da incerteza das vazões afluentes, no âmbito da PDE convencional. No caso determinístico, a vazão afluente é assumida conhecida em cada estágio e é obtida através da média aritmética das vazões (MLT) do histórico de 1931 a 2005. No caso estocástico dois sub-casos são considerados: o caso onde as afliências são independentes no tempo e o caso dependente onde é assumida uma correlação entre as vazões afluentes através de um modelo markoviano auto-regressivo de

ordem 1. Além disso, também é comparada a abordagem de solução do POE por programação dinâmica estocástica dual (PDED) visando avaliar as consequências de se inverter a equação recursiva tradicional da PDE, que é do tipo “decisão-acaso”, pela equação recursiva da PDED, que é do tipo “acaso-decisão”(Pereira e Pinto, 1985).

Os detalhes propostos na implementação da PD são o uso de *spline* cúbica na interpolação dos custos de operação e uma busca local por razão áurea para a obtenção das decisões operativas ótimas.

Os estudos de caso são realizados para sistemas compostos por uma única usina hidrelétrica, tendo sido consideradas usinas hidrelétricas localizadas em diferentes regiões e bacias hidrográficas no sistema brasileiro.

## 1.2 Organização do Trabalho

No Capítulo 2 o POE é abordado e suas características são apresentadas. A formulação detalhada do problema é apresentada e todas as variáveis envolvidas no problema são comentadas.

O Capítulo 3 aborda as modelagens das vazões afluentes utilizadas nos algoritmos de programação dinâmica considerando-se: (1) As vazões afluentes consideradas como determinísticas (conhecidas com probabilidade igual a 1); (2) As vazões afluentes consideradas como variáveis aleatórias independentes; (3) As vazões afluentes modeladas como uma cadeia de Markov.

O Capítulo 4 apresenta uma descrição da programação dinâmica e o princípio de otimalidade de Bellman. Em seguida são apresentadas as programações dinâmicas convencionais do tipo “decisão-acaso”: determinística, estocásticas independente e dependente e programação dinâmica estocástica dual – esta última baseada na formulação “acaso-decisão”. Por fim, são apresentados os detalhes da implementação computacional dos algoritmos de PD, tais como o uso de *spline* cúbica para interpolação das funções de custo futuro e das decisões ótimas como função do estado, a busca local por razão áurea para a obtenção da decisão ótima e o módulo computacional desenvolvido.

No Capítulo 5 são apresentados estudos de caso para sistemas composto de apenas uma usina hidrelétrica. Foram consideradas três usinas hidrelétricas localizadas em diferentes bacias e regiões do Brasil e o desempenho das diferentes técnicas de PD foram avaliados por simulação no histórico de vazões.

As conclusões da tese são resumidas no Capítulo 6, assim como as sugestões de trabalhos futuros.

# Capítulo 2

## Planejamento da Operação Energética

### 2.1 Introdução

O planejamento da operação energética (POE) de um sistema de geração hidrotérmico visa determinar uma política de operação, que a cada estágio do período de planejamento, conhecido o estado corrente do sistema, estabeleça metas de geração para cada usina geradora. As políticas de planejamento da operação energética tradicionais visam exclusivamente a minimização do valor esperado do custo da operação, que está associado aos custos de combustível das usinas termelétricas, à importação de energia de sistemas vizinhos e às penalidades pelo não atendimento da demanda de energia (déficit).

Como as decisões tomadas em um dado estágio afetam as decisões a serem tomadas nos estágios seguintes, devido à presença de reservatórios de regularização, o problema da operação energética em sistemas hidrotérmicos é caracterizado como um problema dinâmico. A existência de múltiplos reservatórios em cascata e a necessidade de uma otimização multi-período caracterizam-no como um problema de grande porte.

A característica marcante de um sistema com geração hidrelétrica é o uso dessa energia, de custo muito baixo, para atender o consumo, tentando evitar o uso de unidades térmicas que têm custo elevado devido aos gastos com combustíveis. Entretanto, a disponibilidade de energia hidráulica está limitada à capacidade de armazenamento dos reservatórios e à sequência de suas vazões afluentes futuras. Isto resulta numa dependência entre a decisão operativa tomada hoje e os custos operativos no futuro. Dessa forma, se no presente a opção adotada for o uso de usinas hidráulicas na geração e as afluições futuras forem desfavoráveis (baixas), os reservatórios ficarão em nível baixo e as unidades térmicas serão acionadas, aumentando assim o custo total de operação. Por outro lado, caso ocorram altas vazões afluentes e a decisão seja pela geração

térmica no início, seria necessário verter a água do reservatório, o que resultaria na perda de energia. O esquema desse processo de decisão pode ser visualizado na Figura 2.1 a seguir:

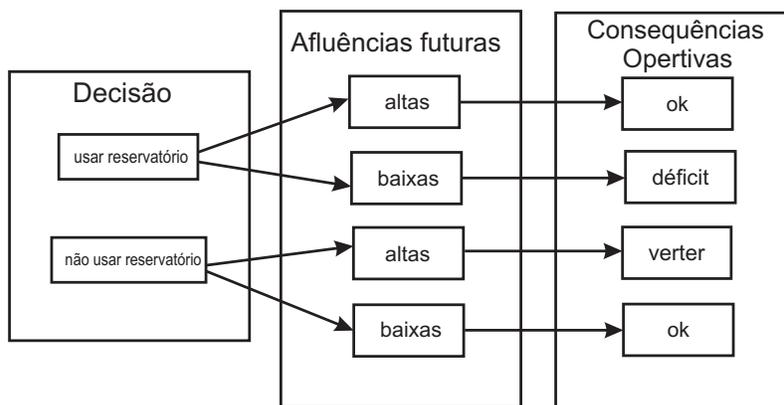


Figura 2.1: Esquema do processo da decisão operativa do POE.

Já em sistemas exclusivamente térmicos uma decisão operativa tomada num dado estágio não interfere no custo de operação do próximo estágio, o que os torna desacoplados no tempo.

Outra característica do POE é a interdependência na operação de usinas hidrelétricas em cascata pois a quantidade de água liberada pelo reservatório de uma usina afeta a operação da usina a jusante. Isso não acontece em sistemas térmicos pois a operação de uma unidade geradora não afeta a capacidade de geração ou a disponibilidade de outra unidade.

No caso térmico as unidades geradoras têm um custo direto de operação, ou seja, o custo operativo de uma unidade não depende do nível de geração de outras unidades. Já no caso hidrotérmico o valor da energia gerada por uma usina hidrelétrica só pode ser medido em termos da economia resultante nos custos de geração térmica ou déficits, e conseqüentemente depende da geração total das demais usinas hidrelétricas, e não exclusivamente da geração da própria usina.

Devido à demanda de energia e às afluências futuras do sistema de reservatórios serem desconhecidas no instante da tomada de decisão operativa, o POE é essencialmente estocástico.

As relações entre a geração não hidráulica e o custo de operação, assim como as relações entre a geração hidrelétrica, a altura de queda e a vazão turbinada, não são lineares.

A necessidade de utilizar a água dos reservatórios para outros fins como, por exemplo, navegação, controle de cheias, irrigação e saneamento, entre outros, afeta a disponibilidade de água para geração.

Em resumo, trata-se de um problema dinâmico, estocástico, não-linear e de grande porte. Dessa forma, todas as características dos sistemas hidrotérmicos citadas anteriormente, principalmente o acoplamento temporal, afetam os dois principais objetivos da operação: economia e confiabilidade. Neste sentido, a política operativa econômica seria optar, a cada estágio, pela máxima utilização das usinas hidráulicas na geração de energia, explorando assim os recursos hídricos dos reservatórios e conseqüentemente minimizando o custo de operação. Todavia, essa política aumentaria o risco de déficit, o que a torna pouco confiável. Por outro lado, a máxima confiabilidade do fornecimento é obtida mantendo o nível dos reservatórios o mais elevado possível. Porém, isso resultaria no maior uso das unidades térmicas geradoras e, portanto, no aumento do custo de operação. Assim, a melhor forma de se operar é buscando um equilíbrio entre o custo presente  $C_p$  do uso de água do reservatório com o benefício futuro  $C_f$  de seu armazenamento (Figura 2.2).

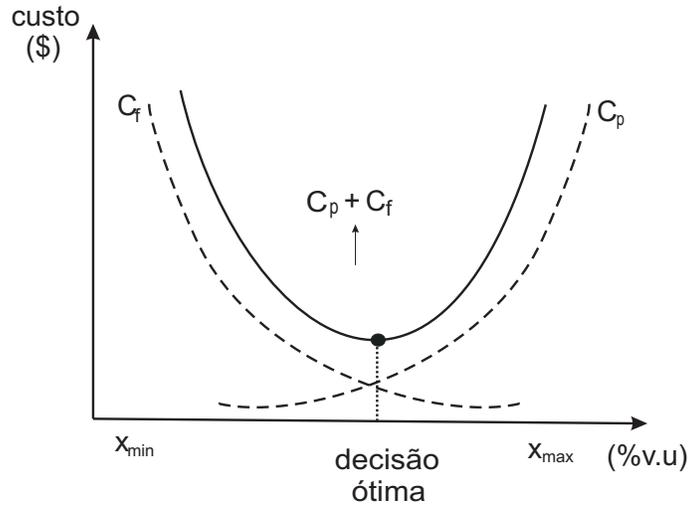


Figura 2.2: Funções dos custos presente e futuro de operação envolvidos no POE.

A função de custo presente mede os custos de geração térmica no estágio corrente. Pode-se observar na Figura 2.2 que com o aumento do estado de armazenamento há um aumento da geração térmica no estágio corrente. Já a função de custo futuro está associada ao custo esperado de geração térmica e o racionamento desde o final do estágio corrente até o final do período de planejamento. Neste caso à medida que o armazenamento aumenta a função de custo futuro decai pois haverá maior disponibilidade de geração hidráulica no futuro e, portanto, menos geração térmica. O custo total de operação é a soma dos custos presente e futuro e

também pode ser visualizado na Figura 2.2. O aproveitamento ótimo da água armazenada corresponde ao ponto onde as derivadas das curvas  $C_p$  e  $C_f$  com relação ao armazenamento igualam-se em valor absoluto.

Em contraste com o caso térmico, onde as usinas têm um custo operativo direto, as usinas hidráulicas têm um valor indireto associado à oportunidade de economizar combustível deslocando uma térmica hoje ou no futuro. O uso ótimo da água é obtido quando se equilibram os valores imediato e futuro da água.

Em sistemas interligados a existência de conexões com os sistemas vizinhos permite, através do intercâmbio de energia, uma redução dos custos de operação e, através da repartição das reservas, um aumento da confiabilidade de fornecimento.

Dada a elevada complexidade envolvida no POE, não é possível gerar um único modelo capaz de tratar de forma precisa todas as características citadas anteriormente. Para contornar esta dificuldade as técnicas de resolução do POE são divididas em horizontes de planejamento de médio, curto e curtíssimo prazos (Soares, 1987), (Pereira e Pinto, 1985).

No sistema elétrico brasileiro, no médio prazo, o problema é resolvido para um modelo equivalente por subsistema com um horizonte de até 5 anos e políticas de operação especificam metas de geração para cada subsistema hidrelétrico e seu parque térmico em função do estado dos subsistemas e das vazões afluentes.

O planejamento de curto prazo fornece metas de geração de cada usina de forma individualizada. As decisões de geração obtidas para cada subsistema são desagregadas em decisões para cada usina. Neste caso o horizonte de planejamento varia de alguns meses até um ano.

Por fim, a programação de curtíssimo prazo trata da desagregação das metas semanais, resultantes do planejamento de curto prazo, em metas diárias e horárias. Neste último caso todos os aspectos energéticos, hidráulicos e, sobretudo, elétricos são levados em consideração.

Considerando as três etapas descritas anteriormente, a cadeia de planejamento pode ser dividida em planejamento energético e elétrico da operação. O planejamento energético engloba as etapas de médio e curto prazos, onde os aspectos hidráulicos e estocásticos do POE são tratados. Já o planejamento elétrico envolve a etapa de curtíssimo prazo, que considera as restrições fornecidas pela operação elétrica do sistema.

O enfoque deste trabalho está no POE de médio prazo, cuja formulação é descrita a seguir.

## 2.2 Formulação

O POE de sistemas hidrotérmicos compostos por uma única usina hidrelétrica, considerando a aleatoriedade das vazões afluentes ao reservatório, pode ser formulado como o seguinte problema de programação não linear estocástica, visando à minimização do valor esperado do custo de operação:

$$\min E_y \left\{ \sum_{t=1}^T \gamma_t \psi_t(d_t - h_t) \right\} + \alpha_T(x_T) \quad (2.1)$$

sujeito a:

$$x_t^{med} = \frac{x_t + x_{t-1}}{2} \quad (2.2)$$

$$h_t = k [\phi(x_t^{med}) - \theta(u_t) - \delta(q_t)] q_t, \quad \forall t \quad (2.3)$$

$$x_t = x_{t-1} + (y_t - u_t)\beta_t, \quad \forall t \quad (2.4)$$

$$u_t = q_t + v_t, \quad \forall t \quad (2.5)$$

$$\underline{x}_t \leq x_t \leq \bar{x}_t, \quad \forall t \quad (2.6)$$

$$\underline{u}_t \leq u_t \leq \bar{u}_t, \quad \forall t \quad (2.7)$$

$$\underline{q}_t \leq q_t \leq \bar{q}_t, \quad \forall t \quad (2.8)$$

$$v_t \geq 0, \quad \forall t \quad (2.9)$$

$$x_0 \text{ dado} \quad (2.10)$$

onde:

$E_y$ : valor esperado com relação às vazões afluentes

$T$ : número de estágios de tempo

$\gamma_t$ : coeficiente de atualização dos custos para o valor presente

$\beta_t$ : fator de conversão de vazão ( $m^3/s$ ) em ( $hm^3/mês$ )

$\psi_t(\cdot)$ : função de custo da complementação não hidráulica [\\$]

$\alpha_T(\cdot)$ : função de custo terminal associado ao estado final do reservatório [\\$]

$q_t$ : geração de energia termelétrica durante o estágio  $t$  [ $\overline{MW}$ ]

$h_t$ : geração de energia hidrelétrica durante o estágio  $t$  [ $\overline{MW}$ ]

$d_t$ : demanda a ser atendida durante o estágio  $t$  [ $\overline{MW}$ ]

$k$ : produtibilidade específica da usina [ $MW/(m^3/s).m$ ]

$x_t$ : volume do reservatório no final do estágio  $t$  [ $hm^3$ ]

$x_t^{med}$ : volume médio do reservatório no final do estágio  $t$  [ $hm^3$ ]

$u_t$ : vazão defluente durante o estágio  $t$  [ $m^3/s$ ]

$q_t$ : vazão turbinada durante o estágio  $t$  [ $m^3/s$ ]

$v_t$ : vazão vertida durante o estágio  $t$  [ $m^3/s$ ]

$y_t$ : vazão incremental afluyente durante o estágio  $t$  [ $m^3/s$ ]

$\delta(q_t)$ : polinômio da perda de carga hidráulica [ $m$ ]

$\phi(x_t)$ : polinômio da cota de montante do reservatório [ $m$ ]

$\theta(u_t)$ : polinômio da cota de jusante do reservatório [ $m$ ]

O custo operacional  $\psi_t(\cdot)$  representa o custo mínimo de geração complementar de recursos não hidráulicos como geração térmica, importação de mercados vizinhos ou déficit de energia (acionamento). Como consequência de minimização,  $\psi_t$  é uma função convexa crescente da geração complementar e portanto decrescente da geração hidrelétrica  $h_t$  no estágio  $t$ , e depende da demanda  $d_t$ . A função de custo  $\psi_t(\cdot)$  determinada pelo despacho econômico das fontes não hidráulicas é uma função convexa e monoticamente crescente em função da geração térmica do sistema.

A restrição (2.4) refere-se ao balanço de água do reservatório. As restrições (2.6) e (2.8) representam os limites operativos de volume e turbinagem da usina hidrelétrica, respectivamente. Esses limites são impostos por restrições operacionais da usina e outras restrições associadas ao uso múltiplo da água, como controle de cheias, irrigação e navegação.

O fator  $k$  da Equação (2.3) é conhecido como a produtibilidade específica da usina, sendo expresso em [ $MW/(m^3/s)m$ ].

A potência gerada em uma usina hidrelétrica é função da vazão turbinada e da altura de queda que, por sua vez, é uma função não linear do volume armazenado e da turbinagem do reservatório, de acordo com a Equação (2.3). A geração hidrelétrica no estágio  $t$ , representada pela Equação (2.3), é uma função não linear do volume de água armazenado no reservatório  $x_t^{med}$  e das vazões de água turbinada  $q_t$  e vertida  $v_t$  da usina. Termos referentes a evaporação e infiltração não são considerados por questão de simplicidade.

O nível do reservatório, em relação ao nível do mar, é denominado cota de montante  $\phi(x_t)$ , enquanto o nível do canal de fuga é denominado cota de jusante  $\theta(u_t)$ . Essas funções são expressas por polinômios de até quarto grau em função do volume e da defluência, respectivamente, enquanto a perda de carga hidráulica, em metros,  $\delta(q_t)$  é obtida por meio de uma função polinomial de segundo grau. Essa perda é associada ao atrito entre a água e as paredes da tubulação do canal de adução da usina.

A função  $\alpha_T(\cdot)$  representa o custo terminal associado ao estado de armazenamento do reservatório no final do período de planejamento. O objetivo dessa função é equilibrar os custos operacionais decorrentes do uso da água no período de planejamento com os custos futuros após esse período.

O POE, tal como apresentado na formulação (2.1)-(2.10), leva em consideração a estocasticidade das vazões afluentes ao sistema hidráulico de geração. Para cada mês uma função densidade de probabilidade é calculada e esses valores de probabilidade são utilizados na otimização do POE. Pode ser considerado no ajuste das distribuições de probabilidade o caso de vazões independentes no tempo e vazões dependentes. Isso será melhor explorado no próximo capítulo.

## 2.3 Resumo

O capítulo apresentou inicialmente algumas características do POE, com o objetivo de ilustrar o cenário em que este trabalho se insere. Os principais componentes que constituem um sistema hidrotérmico de geração foram apresentados. A formulação apresentada é relevante para compreensão e análise dos capítulos posteriores.

# Capítulo 3

## Ajuste das Vazões na Programação Dinâmica Estocástica

### 3.1 Introdução

Este capítulo mostra como foi realizado o ajuste das distribuições de probabilidades utilizadas nas políticas operativas baseadas na PDE. Os ajustes para o caso independente e markoviano, utilizando os dados do histórico de vazões afluentes e considerando as distribuições Normal, Lognormal e Normal com transformação de Box-Cox são apresentados.

### 3.2 Distribuição Normal

A distribuição Normal é considerada uma das distribuições mais importantes no estudo de probabilidade e estatística. Vários fenômenos naturais podem ser ajustados através da distribuição Normal (Box e Jenkins, 1994), (Papoulis, 1921), (Loucks e van Beek, 2005).

Considere o histórico de vazões afluentes  $y_{r,m}$  para os meses  $m = 1, 2, \dots, 12$  e os anos  $r = 1, 2, \dots, n$ . Seja uma distribuição Normal para a densidade condicionada:

$$f(y_m|y_{m-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{m|m-1}} \exp \left\{ -\frac{(y_m - \mu_{m|m-1})^2}{2\sigma_{m|m-1}^2} \right\} \quad (3.1)$$

Onde  $\mu_{m|m-1}$  e  $\sigma_{m|m-1}$  são respectivamente a média e o desvio-padrão condicionais, ou seja, da distribuição condicional Normal, e podem ser calculados conhecendo-se a vazão do mês anterior

$y_{m-1}$  e os parâmetros média  $\mu_m$ , desvio-padrão  $\sigma_m$  e correlação de ordem 1  $\rho$ , por:

$$\text{Média condicional :} \quad \mu_{m|m-1} = \mu_m + \rho_m \frac{\sigma_m}{\sigma_{m-1}} (y_{m-1} - \mu_{m-1}) \quad (3.2)$$

$$\text{Desvio-Padrão condicional :} \quad \sigma_{m|m-1} = \sigma_m \sqrt{(1 - \rho_m^2)} \quad (3.3)$$

Os parâmetros da densidade condicional podem ser estimados, usando-se os dados históricos, como se segue:

$$\mu_m = \frac{1}{n} \sum_{r=1}^n y_{r,m} \quad (3.4)$$

$$\mu_{m-1} = \frac{1}{n} \sum_{r=1}^n y_{r,m-1} \quad (3.5)$$

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n (y_{r,m} - \mu_m)^2} \quad (3.6)$$

$$\sigma_{m-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n (y_{r,m-1} - \mu_{m-1})^2} \quad (3.7)$$

$$\rho_m = \frac{\sum_{r=1}^n (y_{r,m} - \mu_m)(y_{r,m-1} - \mu_{m-1})}{\sigma_m \sigma_{m-1}} \quad (3.8)$$

A partir dos dados históricos é possível extrair os valores de vazões máxima e mínima de cada mês  $m$ , que são denotados por:

$$y_m^{\min} = \min\{y_{r,m}, r = 1, \dots, n\} \quad (3.9)$$

$$y_m^{\max} = \max\{y_{r,m}, r = 1, \dots, n\} \quad (3.10)$$

Deseja-se calcular a probabilidade de uma vazão  $y_m$ , em um dado mês  $m$  do ano  $r$ , ocorrer em uma certa faixa ( $y_m^{\min} \leq A_m < B_m \leq y_m^{\max}$ ), quando é conhecido que no mês anterior ( $m-1$ ) do mesmo ano  $r$  ocorreu uma vazão  $y_{m-1}$ . Dessa forma, denota-se essa probabilidade por:

$$P(A_m \leq y_m \leq B_m | y_{m-1}) = P_{m|m-1} \quad (3.11)$$

Podem-se observar que não é possível calcular a probabilidade desta vazão ser um dado valor porque, sendo a distribuição Normal uma distribuição contínua, a probabilidade deste evento seria zero. Portanto, a probabilidade que se deseja calcular pode ser determinada usando-se a densidade condicionada  $f(y_m | y_{m-1})$  por:

$$P_{m|m-1} = \int_{A_m}^{B_m} f(u | y_{m-1}) du \quad (3.12)$$

Como essa integral não tem solução exata, utiliza-se a tabela da distribuição Normal padrão  $N(0, 1)$  para resolvê-la. Para isso considera-se:

$$z_{m|m-1} = \frac{(y_m - \mu_{m|m-1})}{\sigma_{m|m-1}} \text{ que tem distribuição } N(0, 1) \quad (3.13)$$

Em seguida são calculados os equivalentes do intervalo  $[A_m, B_m]$  na distribuição Normal padrão  $N(0, 1)$ , denominados  $[z_{mA}, z_{mB}]$ :

$$z_{mA} = \frac{(A_m - \mu_{m|m-1})}{\sigma_{m|m-1}} \quad (3.14)$$

$$z_{mB} = \frac{(B_m - \mu_{m|m-1})}{\sigma_{m|m-1}} \quad (3.15)$$

Assim é possível calcular a probabilidade desejada como:

$$P_{m|m-1} = \int_{A_m}^{B_m} f(u|y_{m-1})du = \int_{z_{mA}}^{z_{mB}} f(z_m|z_{m-1})dz_m \quad (3.16)$$

onde  $f(z_m|z_{m-1})$  é a densidade de probabilidade condicional Normal padrão. Uma vez que essa distribuição padrão é tabelada, é possível calcular a integral para qualquer intervalo  $[z_{mA}, z_{mB}]$  usando os valores da tabela  $\Phi(z)$ :

$$\int_{z_{mA}}^{z_{mB}} f(z_m|z_{m-1})dz_m = \Phi(z_{mB}) - \Phi(z_{mA}) \quad (3.17)$$

ou seja, a probabilidade desejada pode ser calculada por:

$$P_{m|m-1} = P(A_m \leq y_m \leq B_m|y_{m-1}) = \Phi(z_{mB}) - \Phi(z_{mA}) \quad (3.18)$$

### 3.2.1 Aproximação Discreta por Cadeia de Markov

Uma aproximação discreta para o modelo probabilístico Normal contínuo e periódico ajustada para  $y_{r,m}$  é de grande interesse prático para uso em algoritmos de programação dinâmica estocástica. É possível então construir uma cadeia de Markov periódica para modelar de forma aproximada as vazões  $y_{r,m}$ . Inicia-se a construção dessa cadeia de Markov periódica escolhendo-se uma partição do espaço amostral de  $y_{r,m}$  para cada mês  $m$ . Essa partição é dada por:

$$\Omega_m = \{-\infty < Q_{1,m} < Q_{2,m} < \dots < Q_{N-1,m} < \infty\} \quad (3.19)$$

com  $Q_{j,m} = Q_{1,m} + j\Delta Q_m$  e  $Q_{1,m} = Q_m^{\min}$ . Note que  $Q_{N-1,m} = Q_m^{\max}$  quando se escolhe  $\Delta Q_m$  e  $N$  satisfazendo a relação:

$$\Delta Q_m = \frac{Q_m^{\max} - Q_m^{\min}}{N - 2} \quad (3.20)$$

Denotam-se por  $M_{j,m}$ ,  $j = 1, \dots, N - 2$  os pontos em  $\Omega_m$  calculados por:

$$M_{j+1,m} = M_j + \Delta Q_m \quad (3.21)$$

com  $M_{1,m} = Q_m^{\min} - \Delta Q_m/2$ . Portanto, cada valor  $M_{j+1,m}$  representa o ponto médio de cada intervalo  $[Q_{j,m}, Q_{j+1,m}]$  e por uma questão de simetria tem-se que  $M_{N,m} = Q_m^{\max} + \Delta Q_m/2$ . Constrói-se assim um espaço de estado discreto  $E_m = \{M_{1,m}, M_{2,m}, \dots, M_{N,m}\}$  associado à partição  $\Omega_m$ . Esse espaço de estado é definido para todo  $m = 1, \dots, 12$  e a hipótese de periodicidade faz com que ele independa do ano  $r$ .

Define-se assim uma cadeia de Markov periódica com matriz de probabilidade de transição de estado  $P_{i,j}^{(m)} = P(q_m = M_{j,m} | q_{m-1} = M_{i,m-1})$ , para  $i, j = 1, \dots, N$ , relacionada com a distribuição de probabilidade do processo contínuo  $P(A_m \leq Q_m \leq B_m | Q_{m-1})$ , dada por:

$$P(q_m = M_{1,m} | q_{m-1} = M_{i,m-1}) \simeq P(Q_m \leq Q_{1,m} | Q_{m-1} = M_{i,m-1}) \quad (3.22)$$

$$P_{i,1}^m \simeq \Phi(z_{1,m}) \quad \text{para } j = 1 \quad (3.23)$$

$$z_{1,m} = \frac{(Q_{1,m} - \mu_{m|m-1})}{\sigma_{m|m-1}} \quad (3.24)$$

e para  $j = 2, \dots, N - 1$

$$P(q_m = M_{j,m} | q_{m-1} = M_{i,m-1}) \simeq P(Q_{j-1,m} \leq Q_{y_m} \leq Q_{j,m} | Q_{y_{m-1}} = M_{i,m-1}) \quad (3.25)$$

$$P_{i,j}^m \simeq \Phi(z_{j,m}) - \Phi(z_{j-1,m}) \quad (3.26)$$

$$z_{j-1,m} = \frac{(Q_{j-1,m} - \mu_{m|m-1})}{\sigma_{m|m-1}} \quad (3.27)$$

$$z_{j,m} = \frac{(Q_{j,m} - \mu_{m|m-1})}{\sigma_{m|m-1}} \quad (3.28)$$

e para completar o cálculo da matriz de probabilidade de transição tem-se para  $j = N$ :

$$P(q_m = M_{N,m} | q_{m-1} = M_{i,m-1}) \simeq 1 - P(Q_m \leq Q_{N,m} | Q_{m-1} = M_{i,m-1}) \quad (3.29)$$

$$P_{i,N}^m \simeq 1 - \Phi(z_{N,m}) \quad \dots \text{para } j = N \quad (3.30)$$

$$z_{N,m} = \frac{(Q_{N,m} - \mu_{m|m-1})}{\sigma_{m|m-1}} \quad (3.31)$$

A escolha do ponto  $M_{i,m-1}$  é feita tal que:

$$Q_{i,m-1} = M_{1,m-1} \quad \text{se } Q_{1,m-1} < Q_{1,m-1} \quad \text{para } i = 1 \quad (3.32)$$

$$Q_{i,m-1} = M_{i,m-1} \quad \text{se } Q_{i-1,m-1} < Q_{i,m-1} < Q_{i,m-1} \quad \text{para } i = 2, \dots, N - 1 \quad (3.33)$$

$$Q_{i,m-1} = M_{N,m-1} \quad \text{se } Q_{i,m-1} > Q_{N,m-1} \quad \text{para } i = N \quad (3.34)$$

Os parâmetros da distribuição condicionada são calculados por:

$$\mu_{m|m-1} = \mu_m + \rho_m \frac{\sigma_m}{\sigma_{m-1}} (M_{i,m-1} - \mu_{m-1}) \quad (3.35)$$

$$\sigma_{m|m-1} = \sigma_m \sqrt{(1 - \rho_m^2)} \quad (3.36)$$

$$P_{ij}^m = P(q_m = M_{j,m} | q_{m-1} = M_{i,m-1}) \simeq P(Q_{j,m} \leq Q_m \leq Q_{j+1,m} | Q_{m-1} = M_{i,m-1}) \quad (3.37)$$

Mostra-se que a forma de construção da matriz  $P^m = \{P_{ij}^m, i, j = 1, 2, \dots, N\}$  assegura que  $\sum_{j=1}^N P_{ij}^m = 1$ . Tem-se que  $P^m = \{P_{ij}^m\}$  é uma matriz estocástica  $N \times N$  que representa a cadeia de Markov periódica que é usada como uma aproximação discreta para o processo estocástico que descreve as vazões. Note que para essa aproximação ser válida é preciso mostrar que:

$$P(q_m = M_{j,m} | q_{m-1} = M_{i,m-1}) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} P(Q_{j,m} \leq Q_m \leq Q_{j+1,m} | Q_{m-1} = M_{i,m-1}) \quad (3.38)$$

com algum critério de convergência.

### 3.3 Transformação de Box-Cox

Quando a hipótese de distribuição Normal não é válida, é possível assegurar essa hipótese, ao menos de forma aproximada, usando a transformação dos dados históricos das vazões  $y_{r,m}$ ,  $m = 1, 2, \dots, 12$  e  $r = 1, 2, \dots, n$ , com transformação de Box-Cox. Esta família de transformação tem como caso particular a transformação logarítmica. Neste caso assume-se que as vazões históricas têm uma distribuição Lognormal (Ogwang e Rao, 1997). A família de transformação de Box-Cox é dada por:

$$t_{r,m} = \begin{cases} \frac{(y_{r,m}^\lambda - 1)}{\lambda} & \text{se } \lambda \neq 0 \\ \ln(y_{r,m}) & \text{se } \lambda = 0 \end{cases} \quad \text{para } m = 1, 2, \dots, 12 \text{ e } r = 1, 2, \dots, n \quad (3.39)$$

Considerando a transformação inversa tem-se:

$$y_{r,m} = \begin{cases} (\lambda t_{r,m} + 1)^{1/\lambda} & \text{se } \lambda \neq 0 \\ \exp(t_{r,m}) & \text{se } \lambda = 0 \end{cases} \quad \text{para } m = 1, 2, \dots, 12 \text{ e } r = 1, 2, \dots, n \quad (3.40)$$

Onde  $\lambda$  é o parâmetro da transformação de Box-Cox calculado a partir do método da máxima verossimilhança, que consiste na estimativa do melhor valor para o parâmetro  $\lambda$  tal que o conjunto de dados transformados seja normalmente distribuído (Johnson e Wichern, 1992). No caso particular de  $\lambda=0$ , a transformação a ser utilizada, no ajuste dos dados, é a logarítmica natural.

Denotando-se de forma geral os dados transformados por  $t_{r,m} = T(y_{r,m})$  e os dados originais por  $y_{r,m} = G(t_{r,m})$  (Note que  $G(\cdot) = T^{-1}(\cdot)$ ). A hipótese feita neste caso é que os dados transformados têm distribuição aproximadamente Normal, podendo assim proceder da mesma forma como foi feito anteriormente, quando foi assumido que os dados históricos tinham distribuição Normal. Só que desta vez trabalha-se com os dados transformados. Desses dados é possível extrair os valores máximos e mínimos de cada mês  $m$ , denotados por:

$$T_m^{\min} = \min\{t_{r,m}, r = 1, \dots, n\} \quad (3.41)$$

$$T_m^{\max} = \max\{t_{r,m}, r = 1, \dots, n\} \quad (3.42)$$

Considerando uma distribuição Normal condicionada para os dados transformados:

$$f(t_{r,m}|t_{r,m-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{m|m-1}} \exp\left\{-\frac{(t_{r,m} - \mu_{m|m-1})^2}{2\sigma_{m|m-1}^2}\right\} \quad (3.43)$$

onde  $\mu_{m|m-1}$  e  $\sigma_{m|m-1}$  são respectivamente a média e o desvio-padrão condicionais calculados agora com  $t_{r,m-1}$  e os parâmetros (média  $\mu_m$ , desvio-padrão  $\sigma_m$  e correlação de lag-1  $\rho_m$ ) são estimados da mesma forma que antes (agora usando  $t_{r,m}$  no lugar de  $Q_{r,m}$ ):

$$\mu_m = \frac{1}{n} \sum_{r=1}^n t_{r,m} \quad (3.44)$$

$$\mu_{m-1} = \frac{1}{n} \sum_{r=1}^n t_{r,m-1} \quad (3.45)$$

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n (t_{r,m} - \mu_m)^2} \quad (3.46)$$

$$\sigma_{m-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n (t_{r,m-1} - \mu_{m-1})^2} \quad (3.47)$$

$$\rho_m = \frac{\sum_{r=1}^n (t_{r,m} - \mu_m)(t_{r,m-1} - \mu_{m-1})}{\sigma_m \sigma_{m-1}} \quad (3.48)$$

Da mesma forma como foi feito no caso anterior, deseja-se calcular a probabilidade de uma vazão  $y_m$  em um dado mês  $m$  do ano  $r$  ocorrer em uma certa faixa  $[A_m, B_m]$ , sabendo que no mês anterior ( $m-1$ ) do mesmo ano  $r$  ocorreu uma vazão  $y_{m-1}$ . Denota-se essa probabilidade por:

$$P_{m|m-1} = P(A_m \leq y_m \leq B_m | y_{m-1}) \quad (3.49)$$

A probabilidade a ser calculada pode ser obtida usando-se a densidade condicionada  $f(y_m|y_{m-1})$  com a relação de inversão  $Q_m = G(y_m)$ :

$$P_{m|m-1} = P(A_m \leq y_m \leq B_m|y_{m-1}) \quad (3.50)$$

$$= P(A_m \leq G(y_m) \leq B_m|e^{y_{m-1}}) \quad (3.51)$$

$$= P(\alpha_m \leq y_m \leq \beta_m|y_{m-1}) \quad (3.52)$$

onde:

$$\alpha_m = T(A_m) \quad (3.53)$$

$$\beta_m = T(B_m) \quad (3.54)$$

Então, tem-se que:

$$P_{m|m-1} = \int_{\alpha_m}^{\beta_m} f(u|y_{m-1})du \quad (3.55)$$

Como já foi comentado anteriormente, essa integral não possui solução exata então será utilizada a tabela da distribuição Normal padrão  $N(0, 1)$  para resolvê-la. Para isso considera-se:

$$z_{m|m-1} = \frac{(y_m - \mu_{m|m-1})}{\sigma_{m|m-1}} \quad (3.56)$$

e calculam-se os equivalentes do intervalo  $[\alpha_m, \beta_m]$  na distribuição Normal padrão  $N(0, 1)$ , que são denotados aqui por  $[z_\alpha, z_\beta]$  e calculados por:

$$z_\alpha = \frac{(\alpha_m - \mu_{m|m-1})}{\sigma_{m|m-1}} \quad (3.57)$$

$$z_\beta = \frac{(\beta_m - \mu_{m|m-1})}{\sigma_{m|m-1}} \quad (3.58)$$

Assim é possível determinar a probabilidade desejada usando a distribuição padrão tabelada, ou seja, a probabilidade desejada pode ser calculada por:

$$P_{m|m-1} = P(A_m \leq Q_m \leq B_m|Q_{m-1}) = \Phi(z_\beta) - \Phi(z_\alpha) \quad (3.59)$$

### 3.3.1 Aproximação Discreta por Cadeia de Markov

Deseja-se uma aproximação discreta para o modelo probabilístico Normal contínuo e periódico ajustado para  $t_{r,m}$ . Quando se utiliza a transformação de Box-Cox isso pode ser feito de forma muito similar ao caso anterior, mas com uma diferença básica pois agora considera-se

a variável transformada  $t_{r,m}$  no lugar da variável original. Portanto se inicia a construção da cadeia de Markov periódica escolhendo-se uma partição do espaço amostral de  $t_{r,m}$  para cada mês  $m$ :

$$S_m = \{-\infty < t_{1,m} < t_{2,m} < \dots < t_{N-1,m} < \infty\} \quad (3.60)$$

com  $t_{j,m} = t_{1,m} + j\Delta t_m$  e  $t_{1,m} = t_m^{\min}$ . Note que  $t_{N-1,m} = t_m^{\max}$  escolhendo  $\Delta t_m$  e  $N$  satisfazendo a relação:

$$\Delta t_m = \frac{t_m^{\max} - t_m^{\min}}{N - 2} \quad (3.61)$$

Denotando por  $L_{j,m}$ ,  $j = 1, \dots, N - 2$  os pontos médios dos intervalos:

$$L_{j+1,m} = L_j + \Delta t_m \quad (3.62)$$

com  $L_{1,m} = t_m^{\min} - \Delta t_m/2$ . Portanto, cada valor  $L_{j+1,m}$  representa o ponto médio de cada intervalo  $[t_{j,m}, t_{j+1,m}]$  e por uma questão de simetria temos que  $L_{N,m} = t_m^{\max} + \Delta t_m/2$ . Assim um espaço de estado discreto  $E_m = \{L_{1,m}, L_{2,m}, \dots, L_{N,m}\}$  é construído, associado à partição  $S_m$ . Esse espaço de estado é definido para todo  $m = 1, \dots, 12$  e a hipótese de periodicidade faz com que ele independa do ano  $r$ .

Portanto, da mesma forma como foi feito no caso anterior, será definida a cadeia de Markov periódica  $\{t_m, m = 1, \dots, 12\}$  com matriz de probabilidade de transição de estado  $P_{i,j} = P(t_m = L_{j,m} | t_{m-1} = L_{i,m-1})$ , para  $i, j = 1, \dots, N$ , relacionada com a distribuição de probabilidade do processo contínuo  $P(\alpha_m \leq t_m \leq \beta_m | t_{m-1})$ , dada por:

$$P(t_m = L_{1,m} | t_{m-1} = L_{i,m-1}) \simeq P(t_m \leq t_{1,m} | t_{m-1} = L_{i,m-1}) \quad (3.63)$$

$$P_{i,1}^m \simeq \Phi(z_{1,m}) \quad \text{para } j = 1 \quad (3.64)$$

$$z_{1,m} = \frac{(t_{1,m} - \mu_{m|m-1})}{\sigma_{m|m-1}} \quad (3.65)$$

$$P(t_m = L_{j,m} | t_{m-1} = L_{i,m-1}) \simeq P(t_{j-1,m} \leq Y_{r,m} \leq Y_{j,m} | Y_{r,m-1} = L_{i,m-1}) \quad (3.66)$$

$$P_{i,j}^m \simeq \Phi(z_{j,m}) - \Phi(z_{j-1,m}) \dots \text{para } j = 2, \dots, N - 1 \quad (3.67)$$

$$z_{j-1,m} = \frac{(Y_{j-1,m} - \mu_{m|m-1})}{\sigma_{m|m-1}} \quad (3.68)$$

$$z_{j,m} = \frac{(Y_{j,m} - \mu_{m|m-1})}{\sigma_{m|m-1}} \quad (3.69)$$

$$P(y_m = L_{N,m} | y_{m-1} = L_{i,m-1}) \simeq 1 - P(Y_{r,m} \leq Y_{N,m} | Y_{r,m-1} = L_{i,m-1}) \quad (3.70)$$

$$P_{i,N}^m \simeq 1 - \Phi(z_{N,m}) \text{ ...para } j = N \quad (3.71)$$

$$z_{N,m} = \frac{(Y_{N,m} - \mu_{m|m-1})}{\sigma_{m|m-1}} \quad (3.72)$$

Para completar o cálculo da matriz de probabilidade de transição tem-se que a escolha do ponto  $M_{i,m-1}$  é feita tal que:

$$Y_{r,m-1} = L_{i,m-1} \quad \text{se } Y_{r,m-1} < Y_{i,m-1} \quad \text{para } i = 1 \quad (3.73)$$

$$Y_{r,m-1} = L_{i,m-1} \quad \text{se } Y_{i-1,m-1} < Y_{r,m-1} < Y_{i,m-1} \quad \text{para } i = 2, \dots, N-1 \quad (3.74)$$

$$Y_{r,m-1} = L_{N,m-1} \quad \text{se } Y_{r,m-1} > Y_{N,m-1} \quad \text{para } i = N \quad (3.75)$$

Os parâmetros da distribuição condicionada são calculados por:

$$\mu_{m|m-1} = \mu_m + \rho_m \frac{\sigma_m}{\sigma_{m-1}} (L_{i,m-1} - \mu_{m-1}) \quad (3.76)$$

$$\sigma_{m|m-1} = \sigma_m \sqrt{(1 - \rho_m^2)} \quad (3.77)$$

Neste ponto surge a principal diferença entre a abordagem anterior e a abordagem que usa a transformação de Box-Cox, pois é necessário construir a cadeia de Markov para os dados originais  $\{y_{r,m}, m = 1, \dots, 12, r = 1, \dots, n\}$  mas até o momento só foi construída a cadeia de Markov para os dados transformados  $\{t_{r,m}, m = 1, \dots, 12, r = 1, \dots, n\}$ . Porém, uma vez que a família de transformação de Box-Cox é uma família de transformação biunívoca, cada elemento do espaço amostral  $S_m$  está relacionado com um único elemento do contradomínio  $\Omega_m$ . Assim, pode-se facilmente encontrar a partição  $\{-\infty < y_{1,m} < y_{2,m} < \dots < y_{N-1,m} < \infty\}$  em  $\Omega_m$  que corresponde à partição  $\{-\infty < Y_{1,m} < Y_{2,m} < \dots < Y_{N-1,m} < \infty\}$  em  $S_m$  usando a relação inversa  $y_{j,m} = G(t_{j,m})$  para  $j = 1, \dots, N, m = 1, \dots, 12$ . Então, considerando a partição:

$$\Omega_m = \{-\infty < G(Y_{1,m}) < G(Y_{2,m}) < \dots < G(Y_{N-1,m}) < \infty\} \quad (3.78)$$

tem-se a cadeia de Markov para  $y_{r,m}$ , com espaço de estado dado por:

$$E_m = \{G(L_{1,m}), G(L_{2,m}), \dots, G(L_{N,m})\} \quad (3.79)$$

e matriz de probabilidade de transição de estado dada por:

$$P_{i,j}^m = P(y_m = L_{j,m} | y_{m-1} = L_{i,m-1}) \quad \text{para } j, i = 1, \dots, N \quad (3.80)$$

Deve-se observar que neste caso nem a partição  $\{-\infty < y_{1,m} < y_{2,m} < \dots < y_{N-1,m} < \infty\}$ , nem os pontos  $\{M_{1,m}, M_{2,m}, \dots, M_{N,m}\}$  que descrevem os estados da cadeia de Markov para

$Q_{y_{r,m}}$ , satisfazem a relação de regularidade do caso anterior, onde foi assumida distribuição Normal. Isso ocorre devido à não linearidade da transformação inversa  $G(\cdot)$ . Para ver isto de forma mais clara, considere  $L_{j,m}$  os pontos médios dos intervalos  $[Y_{j,m}, Y_{j+1,m}]$ , para  $j = 1, \dots, N - 2$ , dados por:

$$L_{j,m} = \frac{Y_{j,m} + Y_{j+1,m}}{2} \quad (3.81)$$

Tem-se que:

$$M_{j,m} = G(L_{j,m}) \quad (3.82)$$

$$M_{j,m} = G\left(\frac{Y_{j,m} + Y_{j+1,m}}{2}\right) \neq \frac{G(Y_{j,m}) + G(Y_{j+1,m})}{2} \quad (3.83)$$

$$M_{j,m} \neq \frac{y_{j,m} + y_{j+1,m}}{2} \quad (3.84)$$

Portanto, quando se utiliza a transformação de Box-Cox, tanto os pontos que constituem o espaço de estado da cadeia de Markov como a partição do espaço amostral do processo  $y_{r,m}$  são calculados usando-se a transformação inversa previamente ajustada visando a aproximação Normal.

### 3.4 Conclusão

Este capítulo abordou o ajuste das distribuições de probabilidade para o caso de vazões dependentes no tempo, considerando um modelo markoviano PAR(1) com a função densidade de probabilidade Normal e alternativamente usando-se a transformação de Box-Cox quando a hipótese de normalidade não pode ser sustentada. Para os casos em que as vazões afluentes são consideradas variáveis aleatórias independentes, o modelo proposto é considerado simplesmente assumindo correlação nula ( $\rho_m = 0$ ).

# Capítulo 4

## Programação Dinâmica

### 4.1 Introdução

Neste capítulo são explicadas as diversas abordagens de programação dinâmica (PD) e os detalhes de implementação computacional que foram empregados na solução do POE. Primeiramente será feita uma explicação genérica da PDE. Em seguida serão apresentadas as formulações dos diversos tipos de PD em suas versões determinística, independente e markoviana aplicadas ao POE. Além disso, também será feita uma comparação da abordagem de solução do POE por PDED, visando avaliar as consequências de se inverter a equação recursiva tradicional da PDE, que é “decisão-acaso”, pela equação recursiva da PDED, que é “acaso-decisão”. Por último os detalhes empregados na implementação das diversas abordagens de PD são explorados.

### 4.2 Programação Dinâmica Estocástica

No sistema elétrico brasileiro a determinação de estratégias de operação dos sistemas interligados tem como base a Programação Dinâmica Estocástica (PDE) (Silva, 1981), (Stedinger, Sula e Loucks, 1984), (Thanos e Yeh, 1987), (Loucks e van Beek, 2005). O objetivo da PDE, caracterizada como uma política de controle em malha fechada, é determinar uma política de decisões que forneça, a cada estágio de planejamento, a decisão para cada possível estado do sistema. Esta técnica é apropriada para problemas de otimização multi-estágios e tem como característica a capacidade de tratar adequadamente as não linearidades e a estocasticidade do problema. Sua principal limitação, entretanto, está na necessidade da discretização do espaço de estados (Nemhauser, 1966), (Bertsekas, 1976), (Bertsekas, 1995).

Na PDE a dimensão do problema cresce exponencialmente com o número de variáveis de

estados considerado, e conseqüentemente a abordagem é limitada pela chamada “maldição da dimensionalidade”. Diversas alternativas têm sido propostas para superar o problema da dimensionalidade na PDE. No POE uma sugestão é a agregação do sistema hidrelétrico em um sistema equivalente, onde variáveis hidráulicas são transformadas em variáveis energéticas, usualmente adotando regras lineares (paralelas) de operação de reservatórios (Arvanitids e Rosing, 1970a), (Arvanitids e Rosing, 1970b), (Carvalho e Rosenblatt, 1977), (Terry et al., 1980), (Turgeon, 1980), (Duran et al., 1985), ou utilizando regras não lineares (Cruz Jr., 1998), que proporcionam melhor desempenho devido à diferenciação do comportamento dos reservatórios em função de sua posição na cascata (Soares e Carneiro, 1993).

Na PDE o problema se divide em etapas (estágios) e a melhor decisão em cada etapa é determinada de acordo com a situação (estado) em que o sistema se encontra. O processo de otimização baseia-se no conhecimento prévio de todas as possibilidades futuras e suas consequências, de modo a satisfazer o princípio de otimalidade de Bellman (Bellman, 1962). Assim o custo total de operação é dado pela soma do custo de decisão no próprio estágio com o custo futuro pré-determinado a partir do estágio seguinte. Como o problema é estocástico, a decisão em cada estágio é obtida com base na distribuição de probabilidades das vazões afluentes à usina.

Em cada estágio as decisões são determinadas através da minimização da soma do custo presente mais o custo esperado futuro, assumindo decisões ótimas para todos os estágios subsequentes. Este custo é aditivo no sentido que o custo ocorrido no estágio corrente acumula-se sobre o tempo.

Segundo o princípio de otimalidade de Bellman (Bellman, 1962), se  $\Omega_t^* = (q_k^*, \dots, q_T^*)$ , para  $t = k, \dots, T$ , é uma política ótima estando o sistema no estado  $x_{k-1}$  no estágio  $t = k - 1$ , então  $\Omega_t^*$ , para  $t = k + 1, \dots, T$ , será uma política ótima para o estado inicial  $x_k = \phi(x_{k-1}, y_k, q_k)$  no estágio  $t = k$ , onde  $\phi$  representa a equação de transição de estado do sistema.

Na técnica de resolução backward o problema é resolvido com a busca de políticas ótimas partindo do estágio final  $T$ , onde o custo terminal  $\alpha_T(x_T)$  é conhecido, e seguindo até o estágio inicial, através da equação recursiva dada por:

$$\alpha_{t-1}(x_{t-1}) = \min_{Q_t} E_{y_t} \{ \psi_t(d_t - h_t) + \gamma_t \alpha_t(x_t) \} \quad (4.1)$$

$$t = T, T - 1, \dots, 1$$

onde,  $Q_t$  é o intervalo de varredura das decisões,  $\alpha_t(x_t)$  representa o valor esperado mínimo do custo de operação do estágio  $t$  ao final do horizonte  $T$ , supondo que o sistema se encontra no

estado  $x_{t-1}$  e transita para o estado  $x_t$ , dado um conjunto de decisões  $\Omega_t = \{q_t\}$  que satisfaz as seguintes equações:

$$x_t^{med} = \frac{x_t + x_{t-1}}{2} \quad (4.2)$$

$$h_t = k [\phi(x_t^{med}) - \theta(q_t) - \delta(q_t)] q_t \quad (4.3)$$

$$x_t = x_{t-1} + (y_t - q_t)\beta_t \quad (4.4)$$

$$u_t = q_t + v_t \quad (4.5)$$

$$\underline{x}_t \leq x_t \leq \bar{x}_t \quad (4.6)$$

$$\underline{q}_t \leq q_t \leq \bar{q}_t \quad (4.7)$$

Supondo conhecida a função densidade de probabilidade da variável estocástica, no caso independente (vazão afluyente) do problema,  $f(y_t)$ , a equação recursiva (4.1) pode ser reescrita como:

$$\alpha_{t-1}(x_{t-1}) = \min_{Q_t} \left\{ \psi_t(d_t - h_t) + \gamma_t \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_t(x_t) \cdot f(y_t) dy_t \right\} \quad (4.8)$$

$t = T, T - 1, \dots, 1$

Supondo a discretização da distribuição de probabilidades das vazões, uma política ótima  $\Omega_t^*$ , com  $t = 1, \dots, T$ , para o problema (4.3)-(4.7) pode ser obtida pela solução de:

$$\alpha_{t-1}(x_{t-1}) = \min_{Q_t} \left\{ \psi_t(d_t - h_t^i) + \gamma_t \sum_{i=1}^{N_y} \alpha_t(x_t^i) \cdot p_i \right\} \quad (4.9)$$

onde:

$$x_t^i = x_{t-1} + (y_t^i - q_t)\beta_t \quad (4.10)$$

e

$$h_t^i = k \left[ \phi\left(\frac{x_t^i + x_{t-1}}{2}\right) - \theta(q_t) - \delta(q_t) \right] q_t \quad (4.11)$$

onde  $N_y$  é o número de discretizações de  $y$  e  $p_i$  a probabilidade da ocorrência da afluência  $y_t^i$ .

### 4.3 Programação Dinâmica Determinística

Na Programação Dinâmica Determinística (PDD) a vazão afluyente em cada mês  $m$  é assumida conhecida previamente e calculada com base no histórico das vazões afluentes de cada usina. A abordagem usual é adotar para cada mês a vazão afluyente denominada MLT (Média de Longo Termo),  $\bar{y}_m$ , que consiste na média aritmética das vazões afluentes de cada mês e de todos os  $N$  anos do histórico.

$$\bar{y}_m = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N y_{r,m} \quad (4.12)$$

No contexto da PDE, a PDD pode ser interpretada como um caso particular, onde a função de distribuição de probabilidades é a função impulso que atribui probabilidade unitária de ocorrer a vazão afluyente dada pela MLT.

A equação recursiva para a programação dinâmica no caso determinístico pode ser escrita como:

$$\alpha_{t-1}(x_{t-1}) = \min_{q_t \in Q_t} \{ \psi_t(d_t - h_t) + \gamma_t \alpha_t(x_t) \} \quad (4.13)$$

onde:

$$x_t = x_{t-1} + (\bar{y}_t - q_t)\beta_t \quad (4.14)$$

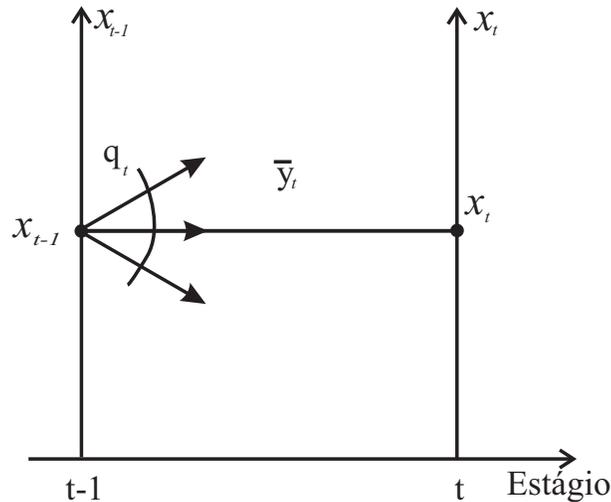


Figura 4.1: Esquema da PDD.

onde o espaço das variáveis de controle do sistema é o conjunto de turbinagem  $q_t \in Q_t = [0, q^{max}]$ .

A Figura 4.1 ilustra o esquema da PDD. Para cada volume discretizado no estágio  $t - 1$  as possíveis decisões são percorridas e para cada uma delas o custo futuro é obtido, supondo o estado resultante da decisão tomada e da afluência MLT, segundo a equação de transição de estado (4.13).

## 4.4 Programação Dinâmica Estocástica com Vazões Independentes

Na Programação Dinâmica Estocástica Independente (PDEI) as vazões afluentes são representadas de forma não correlacionada mês a mês. Um ajuste de vazões é realizado utilizando os dados do histórico de vazões naturais de acordo com a distribuição escolhida. A função de custo futuro é ponderada pelas probabilidades de ocorrerem as vazões em cada mês, desprezando a correlação temporal entre elas (Siqueira, Zambelli, Cicogna e Soares, 2006), (Castro, 2006). De forma análoga à equação recursiva apresentada na PDD, o que difere agora é o custo futuro que dessa vez é ponderado pelas probabilidades  $p_i$  como mostra a Figura 4.2.

A equação recursiva da PDEI é dada por:

$$\alpha_{t-1}(x_{t-1}) = \min_{q_t \in Q_t} \sum_{i=1}^{Ny} \{ \psi_t(d_t - h_t^i) + \gamma_t \alpha_t(x_t^i) \} \cdot p_i \quad (4.15)$$

onde:

$$x_t^i = x_{t-1} + (y_t^i - q_t)\beta_t \quad (4.16)$$

e

$$h_t^i = k \left[ \phi\left(\frac{x_t^i + x_{t-1}}{2}\right) - \theta(q_t) - \delta(q_t) \right] q_t \quad (4.17)$$

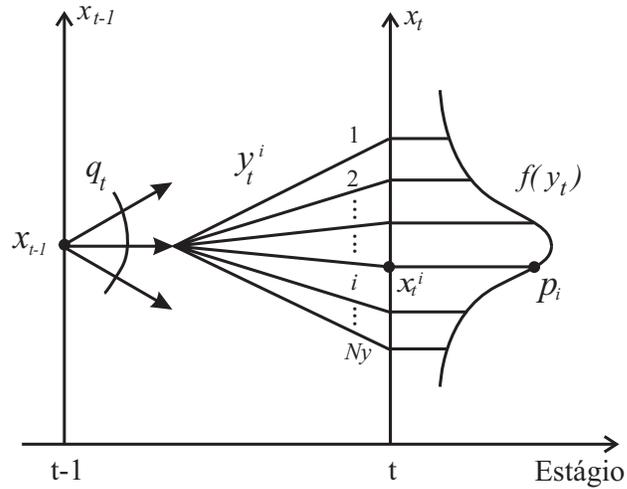


Figura 4.2: Esquema da PDEI.

Na Figura 4.2 pode-se visualizar o esquema de otimização da PDEI. Para cada estágio e para cada variável de estado varre-se o espaço de decisão  $Q_t$  e para cada decisão nesse espaço percorre-se o espaço das variáveis aleatórias de afluência  $y_t$  que estão associadas a uma função densidade de probabilidade. Calcula-se então o custo esperado de operação, que é dado pela soma do custo presente e do custo futuro, supondo o estado resultante da decisão. O menor custo esperado de operação e a respectiva decisão ótima são registrados para cada estado de armazenamento. Ao final do processo de otimização duas tabelas são obtidas, uma com as decisões ótimas e outra com os custos esperados futuros ótimos.

## 4.5 Programação Dinâmica Estocástica com Vazões Markovianas

Na Programação Dinâmica Estocástica Markoviana (PDEM) existe correlação temporal das vazões afluentes que são representadas por uma cadeia de Markov de ordem unitária. De forma análoga à PDEI, um ajuste de vazões é realizado utilizando os dados do histórico de vazões naturais de acordo com a distribuição escolhida (Siqueira, Zambelli, Cicogna e Soares, 2006), (Siqueira, Zambelli, Cicogna, Andrade e Soares, 2006).

Na PDEM o custo futuro também é ponderado pelas probabilidades de uma certa vazão afluente acontecer no mês corrente, sendo que no mês anterior ocorreu uma dada afluência.

O custo futuro agora depende não somente do estado de armazenamento do estágio  $t$ , mas também da vazão afluyente do mês anterior  $y_{t-1}$ . Nesse caso a equação recursiva pode ser escrita como:

$$\alpha_{t-1}(x_{t-1}, y_{t-1}^i) = \min_{q_t \in Q_t} \sum_{j=1}^{Ny} \{ \psi_t(d_t - h_t^j) + \gamma_t \alpha_t(x_t^j, y_t^j) \} \cdot p_{ij} \quad (4.18)$$

onde:

$$x_t^j = x_{t-1} + (y_t^j - q_t) \beta_t \quad (4.19)$$

e

$$h_t^j = k \left[ \phi \left( \frac{x_t^j + x_{t-1}}{2} \right) - \theta(q_t) - \delta(q_t) \right] q_t \quad (4.20)$$

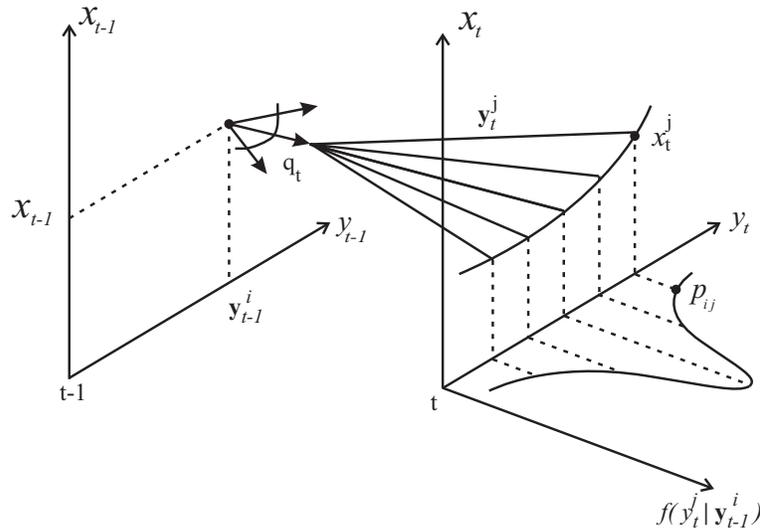


Figura 4.3: Esquema da PDEM.

Os índices  $j, i$  apresentados na Figura 4.3, estão associados às discretizações das variáveis  $y_t$  e  $y_{t-1}$ , respectivamente e  $p_{ij}$  é a probabilidade de ocorrer a vazão afluyente  $j$  dado que no mês anterior ocorreu a vazão  $i$ , calculada a partir da função densidade de probabilidade condicionada  $f(y_t/y_{t-1})$ .

A Figura 4.3 apresenta o esquema do processo de otimização da PDEM onde dessa vez a variável de afluência do mês anterior  $y_{t-1}$  é considerada na resolução do problema.

O processo de resolução da PDEM é semelhante ao da PDEI só que desta vez existe mais uma varredura no espaço das afluições do mês anterior. E a função densidade de probabilidade depende da vazão afluyente que ocorreu no mês anterior. O custo futuro esperado ótimo e as decisões ótimas são armazenados para cada estado de armazenamento do estágio atual  $t$  e afluição do mês anterior  $t - 1$ .

## 4.6 Programação Dinâmica Estocástica Dual

A Programação Dinâmica Estocástica Dual (PDED) é baseada na formulação chamada “acaso-decisão” (Kligerman, 1992), (Siqueira, 2003), (Gonçales, 2007). Nesse tipo de formulação supõe-se que no início de cada mês é conhecida a vazão afluyente a ocorrer nesse mês. Cada estado de final de mês é representado pelo par “volume armazenado ao final do mês” e “vazão afluyente do mês”. A distribuição de vazões afluyentes é representada por um conjunto de afluições com respectivas probabilidades de ocorrência. Cada afluição é estudada separadamente, resultando em diferentes decisões ótimas individuais. Para cada combinação de nível de armazenamento e de afluição, dentro da discretização considerada nos estudos, é encontrada uma decisão ótima. Dado um estado de armazenamento, cada decisão ótima leva a um custo total de operação. É calculado então um custo esperado, ou seja, a esperança matemática dos diferentes custos associados às diferentes decisões ótimas encontradas.

Nesse caso, temos a seguinte equação recursiva:

$$\alpha_{t-1}(x_{t-1}) = \sum_{j=1}^{N_y} p_j \{ \min_{q_t \in Q_t} [\psi_t(d_t - h_t^j) + \gamma_t \alpha_t(x_t^j)] \} \quad (4.21)$$

$$x_t^j = x_{t-1} + (y_t^j - q_t^j)\beta_t \quad (4.22)$$

$$h_t^j = k \left[ \phi\left(\frac{x_t^j + x_{t-1}}{2}\right) - \theta(q_t) - \delta(q_t) \right] q_t \quad (4.23)$$

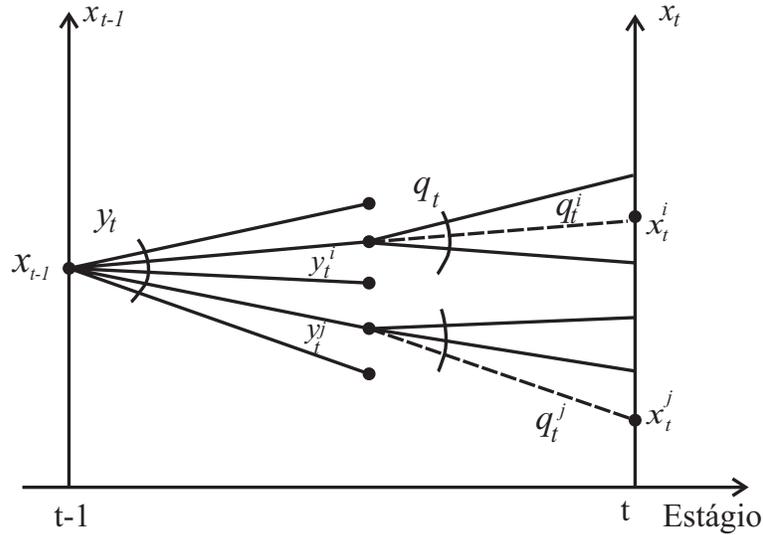


Figura 4.4: Esquema da PDED.

O índice  $j$  apresentado na Figura 4.4, está associado às discretizações das variáveis  $y_t$  e  $q_t$ . A probabilidade de ocorrer a vazão afluyente  $j$  é calculada a partir da função densidade de probabilidade  $f(y_t)$ , desconsiderando a correlação no tempo, de forma análoga à PDEI.

A Figura 4.4 apresenta o esquema do processo de otimização da PDED. Nesse caso, para cada variável de estado  $x_{t-1}$  e para cada vazão afluyente discretizada  $y_t$ , encontra-se uma decisão ótima no intervalo  $[0, q^{max}]$ . Dessa forma, para cada combinação de aflluência e turbinagem ótima obtém-se um novo estado de armazenamento que leva a um custo de operação. A partir desses custos de operação para cada estado em  $t$  tem-se um custo ótimo esperado de operação.

## 4.7 Detalhes da Implementação da PD

A primeira implementação da PD realizada considerou a discretização das variáveis de estado e decisão. Com isso existia a necessidade de vários laços na otimização, o que acarretava um esforço computacional elevado. Também se varria a variável de decisão da turbinagem inicial, de zero até o engolimento máximo da usina. Neste trabalho foi feita uma melhoria com relação ao tempo de execução, pois, em vez de começar a varrer, em cada estágio, desde o início da turbinagem, considerou-se como turbinagem inicial a turbinagem do estado anterior. Isso levou a uma redução muito significativa no tempo computacional (Zambelli, Siqueira e Soares, 2006).

Outro detalhe de implementação adotado no algoritmo de PD foi considerar apenas a discretização da variável de estado. Desta forma para cada ponto discretizado de estado foi realizada uma busca local contínua na variável de decisão.

### 4.7.1 Interpolação por *Spline* Cúbica

Mais um detalhe de implementação inserido no algoritmo da PD foi adotar, na aproximação da função de custo futuro, a interpolação por *spline* cúbica no lugar da interpolação linear. A seguir a *spline* cúbica será explicada.

Dado o custo futuro tabulado  $\alpha_i = \alpha(x_i)$ ,  $i = 1 \dots N$ , focando a atenção para um particular intervalo  $[x_j, x_{j+1}]$ , a interpolação linear para o valor  $x$  nesse intervalo é dada por:

$$\alpha = A\alpha_j + B\alpha_{j+1} \quad (4.24)$$

onde:

$$A \equiv \frac{x_{j+1} - x}{x_{j+1} - x_j} \quad (4.25)$$

$$B \equiv 1 - A = \frac{x - x_j}{x_{j+1} - x_j} \quad (4.26)$$

Por ser linear a Equação (4.24) não possui segunda derivada no intervalo. O objetivo da interpolação por *spline* cúbica é obter uma expressão que seja suave na primeira derivada e contínua na segunda derivada, ambas as derivadas pertencentes ao intervalo e suas fronteiras (*Numerical Recipes in C++: The Art Scientific Computing*, 2002).

Suponha que agora, além dos valores tabelados de  $\alpha_i$ , tem-se também os valores das segundas derivadas,  $\alpha''$ , que formam um conjunto de números  $\alpha''_i$ . Dessa forma, dentro de cada intervalo adiciona-se um termo com as segundas derivadas:

$$\alpha = A\alpha_j + B\alpha_{j+1} + C\alpha''_j + D\alpha''_{j+1} \quad (4.27)$$

onde  $A$  e  $B$  são definidos em (4.25) e (4.26) e:

$$C \equiv \frac{1}{6}(A^3 - A)(x_{j+1} - x_j)^2 \quad (4.28)$$

$$D \equiv \frac{1}{6}(B^3 - B)(x_{j+1} - x_j)^2 \quad (4.29)$$

Pode-se verificar que  $\alpha''$  é de fato a segunda derivada do novo polinômio interpolador. Derivando a Equação (4.27) com relação a  $x$  e usando as definições de  $A, B, C, D$  para obter  $dA/dx, dB/dx, dC/dx$  e  $dD/dx$ , tem-se então o resultado da primeira derivada:

$$\frac{d\alpha}{dx} = \frac{\alpha_{j+1} - \alpha_j}{x_{j+1} - x_j} - \frac{3A^2 - 1}{6}(x_{j+1} - x_j)\alpha_j'' + \frac{3B^2 - 1}{6}(x_{j+1} - x_j)\alpha_{j+1}'' \quad (4.30)$$

e a segunda derivada:

$$\frac{d^2\alpha}{dx^2} = A\alpha_j'' + B\alpha_{j+1}'' \quad (4.31)$$

Sendo  $A = 1$  em  $x_j$ ,  $A = 0$  em  $x_{j+1}$ , enquanto  $B$  é o contrário, a Equação (4.31) mostra que  $\alpha''$  é exatamente a segunda derivada tabelada e além disso a segunda derivada será contínua na fronteira entre os dois intervalos  $(x_{j-1}, x_j)$  e  $(x_j, x_{j+1})$ .

O único problema é que foi suposto que os valores  $\alpha_i''$  são conhecidos, enquanto na verdade eles não são. Entretanto, não é necessário que a primeira derivada, calculada em (4.30), seja contínua nas fronteiras dos dois intervalos. A idéia chave da *spline* cúbica é impor essa continuidade e usá-la para obter as equações das segundas derivadas  $\alpha_i''$ .

As equações necessárias são obtidas considerando a Equação (4.30) avaliada em  $x = x_j$  no intervalo  $(x_{j-1}, x_j)$  igual à mesma equação avaliada em  $x = x_j$  mas no intervalo  $(x_j, x_{j+1})$ . Com algumas manipulações isso fornece, para  $j = 1, \dots, N - 1$ :

$$\frac{x_j - x_{j-1}}{6}\alpha_{j-1}'' + \frac{x_{j+1} - x_{j-1}}{3}\alpha_j'' + \frac{x_{j+1} - x_j}{6}\alpha_{j+1}'' = \frac{\alpha_{j+1} - \alpha_j}{x_{j+1} - x_j} - \frac{\alpha_j - \alpha_{j-1}}{x_j - x_{j-1}} \quad (4.32)$$

Tem-se então  $N - 2$  equações lineares nos  $N$  desconhecidos valores  $\alpha_j''$ . Para uma única solução é necessário especificar duas futuras condições, geralmente dadas como condições de fronteira em  $\alpha_1''$  e  $\alpha_N''$ . As duas maneiras mais comuns de fazer isso são:

- Considerar um ou ambos os valores  $\alpha_1''$  e  $\alpha_N''$ , obtendo então a chamada *spline cúbica natural*, com derivada segunda nula em uma ou ambas fronteiras.
- Escolher um dos valores  $\alpha_1''$  e  $\alpha_N''$  derivados da Equação (4.30) para dessa forma fazer com que a primeira derivada da função interpoladora tenha um valor especificado em alguma ou ambas as fronteiras.

Uma razão pela qual as *splines* cúbicas são especialmente práticas é que as Equações (4.32) com as duas condições adicionais de fronteira, além de serem lineares, são também tridiagonais e portanto muito fáceis de resolver.

Em todas as implementações das programações dinâmicas considerou-se a interpolação dos custos futuros de operação por *spline* cúbica natural.

### 4.7.2 Método de Busca Local por Razão Áurea

Primeiramente será feita uma breve introdução sobre a busca local univariável usando intervalo de incerteza e em seguida o algoritmo de busca por razão áurea será descrito dentro desse contexto.

Considere um problema de minimizar uma função  $\theta(\lambda)$  sujeita a  $a \leq \lambda \leq b$ . Desde que a solução exata do mínimo valor de  $\theta$  sobre  $[a, b]$  não seja conhecida, esse intervalo é denominado *intervalo de incerteza*. Durante o procedimento de busca, se for possível eliminar partes do intervalo que não contenham o mínimo, então o intervalo de incerteza é reduzido. Em geral  $[a, b]$  é chamado de intervalo de incerteza, se um valor mínimo  $\bar{\lambda}$  está contido em  $[a, b]$ , embora seu valor exato não seja conhecido.

A seguir será apresentado um teorema que mostra que se uma função  $\theta$  é estritamente quase convexa, então o intervalo de incerteza pode ser reduzido através da avaliação de  $\theta$  em dois pontos pertencentes ao intervalo.

**Teorema:** Seja  $\theta : E_1 \rightarrow E_2$  uma função estritamente quase convexa no intervalo  $[a, b]$ . Seja  $\lambda, \mu \in [a, b]$  tal que  $\lambda < \mu$ . Se  $\theta(\lambda) > \theta(\mu)$ , então  $\theta(z) \geq \theta(\mu)$  para todo  $z \in [a, \lambda]$ . Se  $\theta(\lambda) \leq \theta(\mu)$ , então  $\theta(z) \geq \theta(\lambda)$  para todo  $z \in [\mu, b]$ .

A partir do teorema mencionado acima, sob estrita quase convexidade se  $\theta(\lambda) > \theta(\mu)$ , então o novo intervalo de incerteza é  $[\lambda, b]$ . Por outro lado, se  $\theta(\lambda) \leq \theta(\mu)$ , o novo intervalo de incerteza será  $[a, \mu]$ . Esses dois casos estão ilustrados na Figura 4.5.

Literaturas de programação não linear frequentemente usam o conceito de *unimodalidade* de  $\theta$  para reduzir o intervalo de incerteza. Para o método apresentado a seguir será utilizado o conceito equivalente de estrita quase convexidade da função a ser minimizada (Bazaraa, 1979).

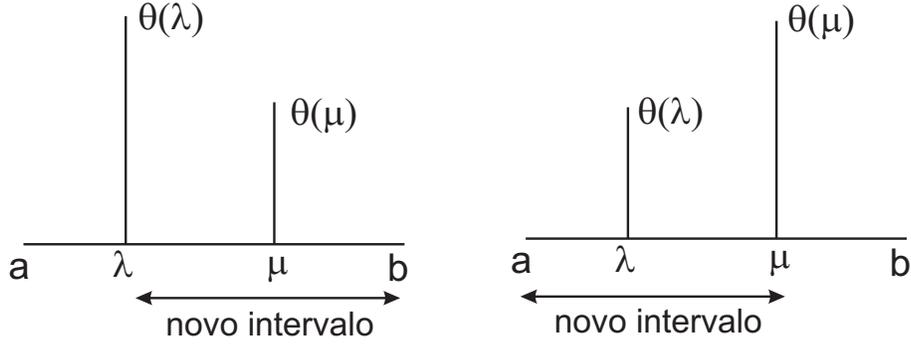


Figura 4.5: Esquema da redução do intervalo de incerteza.

Numa certa iteração  $k$  do método de busca por razão áurea, seja o intervalo de incerteza  $[a_k, b_k]$ . De acordo com o teorema apresentado, o novo intervalo de incerteza  $[a_{k+1}, b_{k+1}]$  é dado por  $[\lambda_k, b_k]$  se  $\theta(\lambda_k) > \theta(\mu_k)$  e  $[a_k, \mu_k]$  se  $\theta(\lambda_k) \leq \theta(\mu_k)$ . Os pontos  $\lambda_k$  e  $\mu_k$  são selecionados da seguinte maneira:

1. O comprimento do novo intervalo de incerteza  $b_{k+1} - a_{k+1}$  não depende da saída da  $k$ -ésima iteração, ou seja, se  $\theta(\lambda_k) > \theta(\mu_k)$  ou  $\theta(\lambda_k) \leq \theta(\mu_k)$ . Entretanto, deve-se ter  $b_k - \lambda_k = \mu_k - a_k$ . Portanto, se  $\lambda_k$  é da forma:

$$\lambda_k = a_k + (1 - \alpha)(b_k - a_k) \quad (4.33)$$

onde  $\alpha \in (0, 1)$ , então  $\mu_k$  deve ser da forma:

$$\mu_k = a_k + \alpha(b_k - a_k) \quad (4.34)$$

então:

$$b_{k+1} - a_{k+1} = \alpha(b_k - a_k) \quad (4.35)$$

2. Conforme  $\lambda_{k+1}$  e  $\mu_{k+1}$  são selecionados para serem utilizados na próxima iteração, ou  $\lambda_{k+1}$  coincide com  $\mu_k$  ou  $\mu_{k+1}$  coincide com  $\lambda_k$ . A Figura 4.6 ilustra essas duas possibilidades.

**Caso 1:**  $\theta(\lambda_k) > \theta(\mu_k)$

Nesse caso,  $a_{k+1} = \lambda_k$  e  $b_{k+1} = b_k$ . Fazendo  $\lambda_{k+1} = \lambda_k$  e aplicando (4.33) com  $k$  substituído por  $k + 1$ , tem-se:

$$\mu_k = \lambda_{k+1} = a_{k+1} + (1 - \alpha)(b_{k+1} - a_{k+1}) = \lambda_k + (1 - \alpha)(b_k - \lambda_k) \quad (4.36)$$

Substituindo as expressões de  $\lambda_k$  e  $\mu_k$  de (4.33) e (4.34) na equação acima, obtém-se a equação  $\alpha^2 + \alpha_1 = 0$ .

**Caso 2:**  $\theta(\lambda_k) \leq \theta(\mu_k)$

Nesse caso,  $a_{k+1} = a_k$  e  $b_{k+1} = \mu_k$ . Fazendo  $\mu_{k+1} = \lambda_k$  e aplicando (4.34) com  $k$  substituído por  $k + 1$ , tem-se:

$$\lambda_k = \mu_{k+1} = a_{k+1} + \alpha(b_{k+1} - a_{k+1}) = a_k + \alpha(\mu_k - a_k) \quad (4.37)$$

As raízes da equação  $\alpha^2 + \alpha_1 = 0$  são  $\alpha \cong 0,618$  e  $\alpha \cong -1,618$ . Como  $\alpha$  tem que estar contido no intervalo  $(0, 1)$  então  $\alpha \cong 0,618$ . Resumindo, se na iteração  $k$ ,  $\mu_k$  e  $\lambda_k$  são escolhidos de acordo com (4.33) e (4.34), onde  $\alpha = 0,618$ , então o intervalo de incerteza é reduzido a uma taxa de  $0,618$ . Na primeira iteração duas avaliações são necessárias, uma para  $\lambda_1$  e outra para  $\mu_1$ , mas em cada iteração seguinte somente uma avaliação é necessária, para  $\lambda_{k+1} = \mu_k$  ou  $\mu_{k+1} = \lambda_k$ .

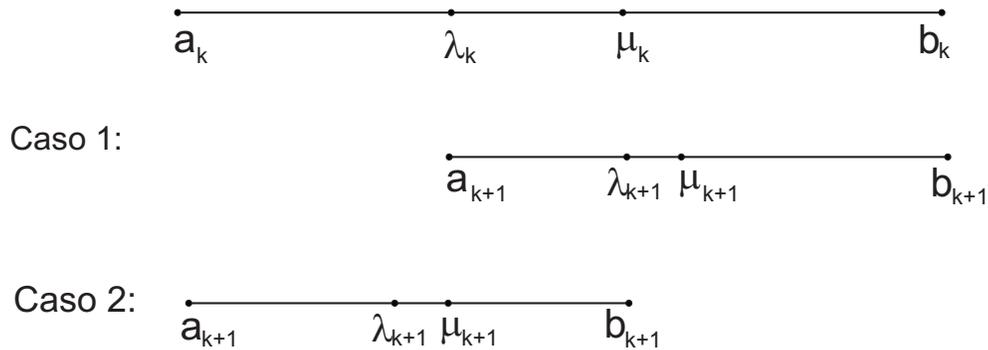


Figura 4.6: Ilustração do método de razão áurea.

## 4.8 Ferramentas Computacionais

A UNICAMP vem desenvolvendo um sistema computacional de apoio à decisão denominado HydroLab, onde são implementados modelos de simulação e de otimização de usinas individualizadas com representação precisa da operação das usinas. O sistema também possui um modelo de previsão de vazões baseado em redes neurais nebulosas. O HydroLab foi projetado para dar apoio à decisão no planejamento da operação energética e todas as suas ferramentas atuam em base mensal, como os modelos NEWAVE e MSUI (Cicogna, 2003). O HydroLab possui uma cadeia de coordenação hidrotérmica composta por duas etapas:

- **Planejamento da Operação:** Etapa com horizonte de até cinco anos e discretização mensal, sendo o primeiro mês discretizado em semanas. Nessa etapa o objetivo principal é o gerenciamento otimizado dos reservatórios de acumulação das usinas hidrelétricas visando à minimização dos custos esperados de complementação do mercado através de geração termelétrica, importação e racionamento.
- **Programação da Operação:** Etapa com horizonte de até uma semana e discretização horária, sendo o primeiro dia discretizado em meias-horas. Nessa etapa o objetivo principal é o atendimento da carga respeitando restrições energéticas, hidráulicas e elétricas dos sistemas de geração e transmissão. Do ponto de vista energético, as restrições são representadas pelas metas de geração das usinas hidrelétricas estabelecidas pelo planejamento da operação para a semana em consideração. Do ponto de vista hidráulico, as restrições correspondem aos limites operacionais das usinas, aos usos múltiplos da água, e aos tempos de viagem da água entre usinas em cascata. Do ponto de vista elétrico, as restrições correspondem aos limites de transmissão da rede elétrica e às restrições de segurança.

#### 4.8.1 Módulo HydroProgDin no HydroLab

Nesta seção são explicados os passos de ajuste das distribuições de probabilidades das vazões afluentes aos reservatórios das usinas e o cálculo da política operativa por PD que estão inseridos no módulo HydroProgDin.

- **Módulo Ajuste Vazões:** Neste módulo o usuário tem a opção de escolher o tipo de ajuste de probabilidades, considerando as vazões independentes no tempo ou correlacionadas, que deseja para aproximar uma função densidade de probabilidade de acordo com os dados do histórico de vazões da usina em estudo, que pode ser Normal, Lognormal ou Normal com transformação de Box-Cox. A distribuição de probabilidade padrão é a Normal. O módulo ajusta as distribuições de probabilidade para cada mês do ano. Após a execução são geradas 12 tabelas, uma para cada mês, com valores de afluência e probabilidade associadas. Esses valores de afluência e probabilidade, para os casos de vazões estocásticas, são carregados e utilizados no módulo HydroPD. A Figura 4.7 ilustra a interface do Módulo Ajuste Vazões.

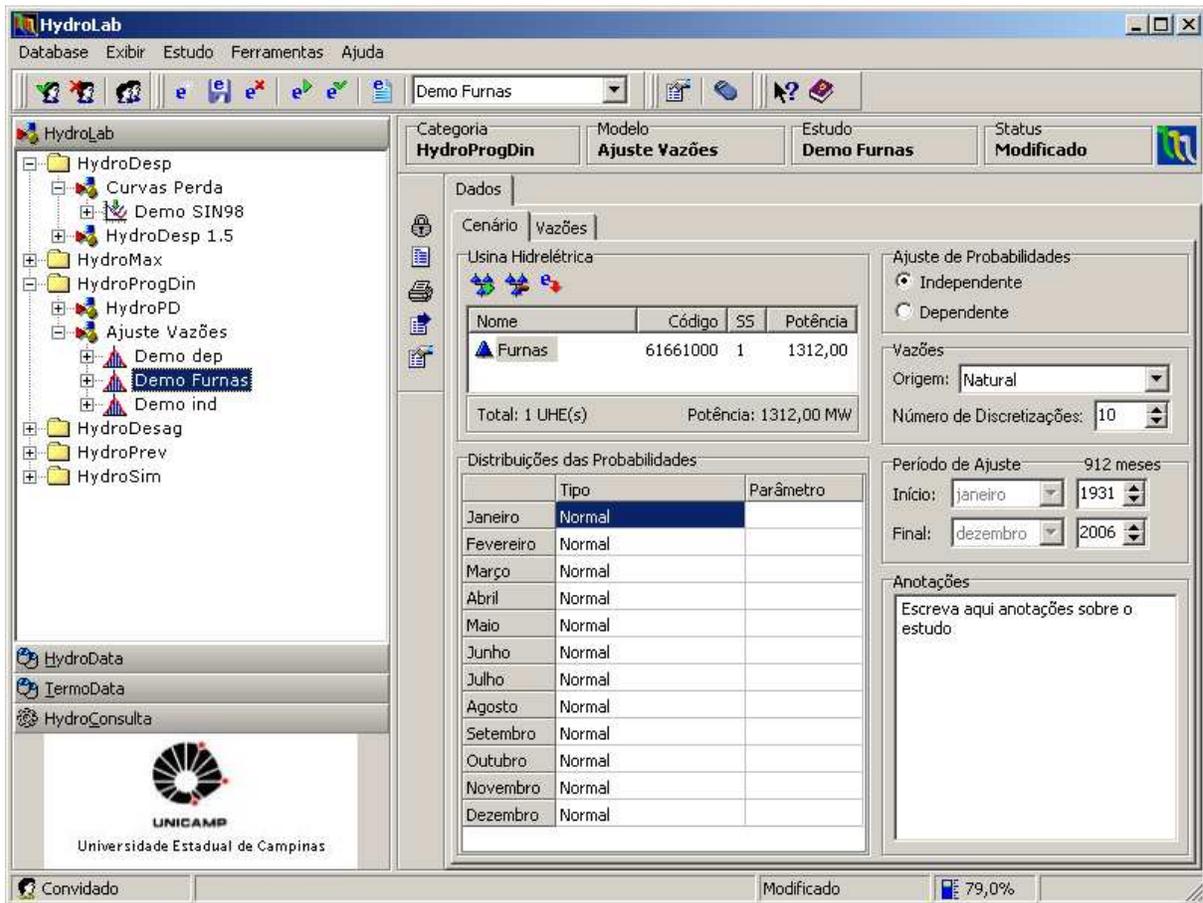


Figura 4.7: Ilustração da interface do módulo Ajuste Vazões em HydroProgDin.

- Módulo HydroPD:** É responsável pelo cálculo das políticas de PD. O usuário pode escolher um dos quatro tipos de políticas dentro da aba “Cenário” e escolher a usina que pretende otimizar. Na aba “Avançado->Programação Dinâmica” existe a possibilidade de alterar o número de discretizações da variável de estado e, caso seja escolhida a opção de vazão discreta, aparece um campo para colocar o número de discretização da decisão. As Figuras 4.8 e 4.9 ilustram as interfaces do módulo HydroPD. Após a execução as 12 tabelas de decisão e de custo podem ser visualizadas para cada mês, assim como o valor da água. As tabelas ótimas obtidas pelo HydroPD são carregadas e simuladas no módulo HydroSim LP.

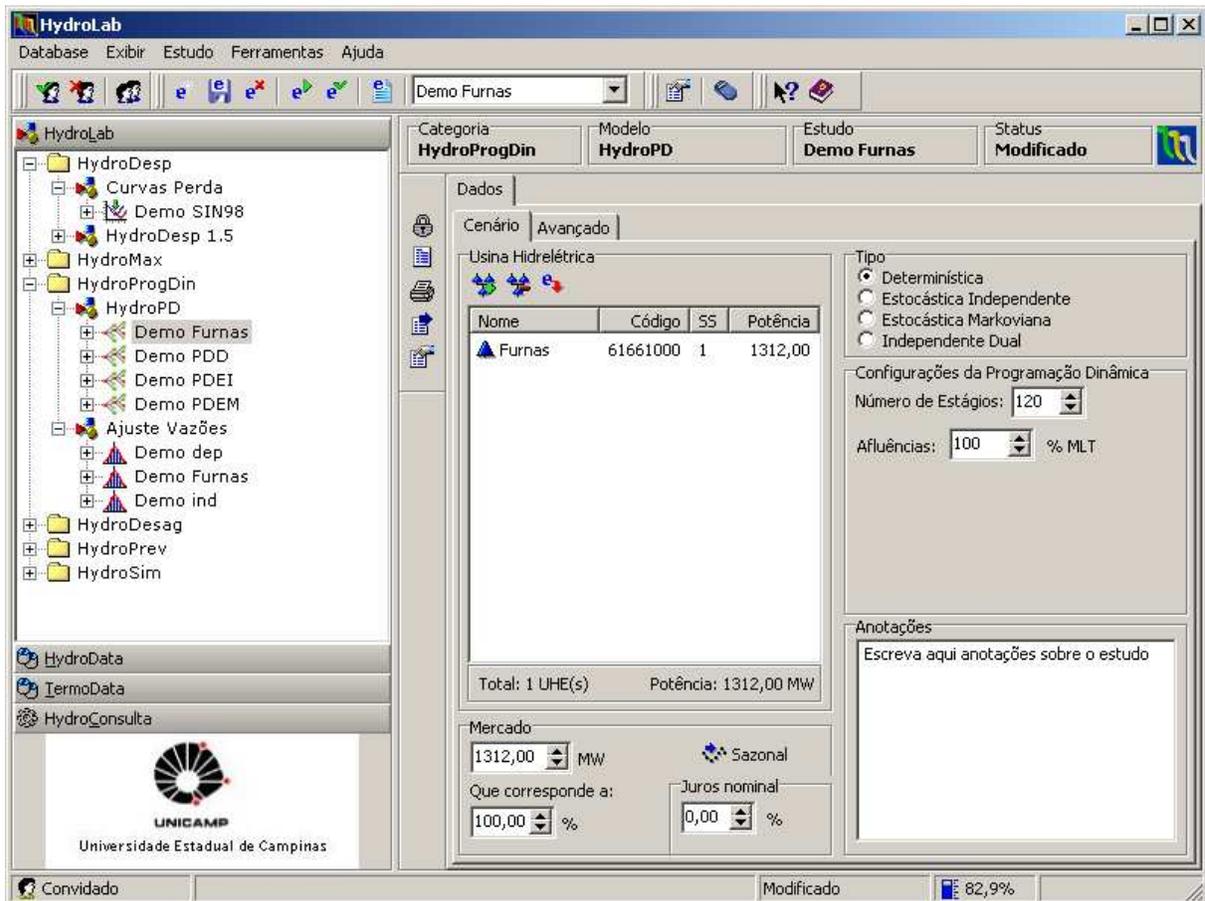


Figura 4.8: Ilustração da interface do módulo HydroPD: Cenário.

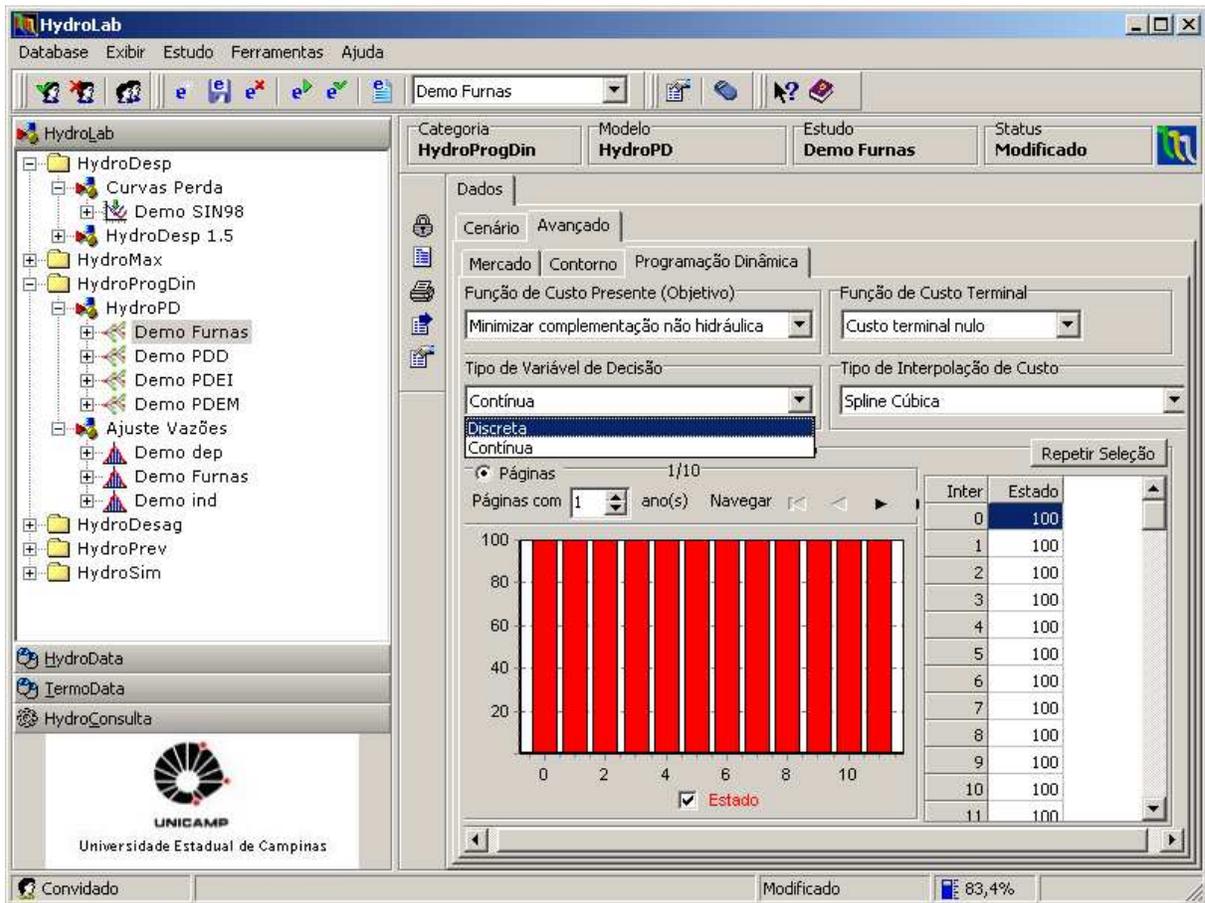


Figura 4.9: Ilustração da interface do módulo HydroPD: Avançado->Programação Dinâmica.

#### 4.8.2 Módulo de Simulação no HydroSim

Pretende-se aqui explicar brevemente como funciona o processo de simulação dentro do HydroLab dos resultados das políticas operativas baseadas em PD do módulo HydroProgDin.

É no modelo de simulação que se dá a composição da solução do planejamento energético da operação. Neste trabalho utilizou-se um modelo de simulação com usinas individualizadas, denominado HydroSim, já utilizado em outros trabalhos (Cicogna, 2003), (Zambelli, 2006). O projeto e a implementação desse simulador tiveram o cuidado de generalizar a política operacional utilizada na simulação hidrotérmica, obtendo como principal resultado um simulador capaz de avaliar e comparar diferentes políticas operacionais.

O HydroSim LP faz parte do conjunto de ferramentas do sistema computacional HydroLab, plataforma base à qual foi inserido o simulador das políticas operativas baseadas em PD.

Este módulo foi inicialmente idealizado como um modelo de simulação da operação de usinas hidrelétricas num horizonte de discretização mensal, utilizando séries históricas de vazões afluentes. Destaca-se a verificação das condições de operação do sistema gerador frente a um grande conjunto de restrições, tais como: atendimento da demanda, limites operativos de reservatórios e usinas, usos múltiplos da água, manutenção e falhas na operação das usinas e restrições hidrológicas como, por exemplo, o fenômeno de evaporação na superfície dos reservatórios.

A cada estágio da simulação a solução fornecida pela política operativa é aplicada ao sistema considerando as condições de simulação (série de vazões de simulação). A aplicação de uma decisão baseia-se no cálculo do balanço de massa de água dos reservatórios, chamado de balanço hidráulico. Para esse cálculo é necessário considerar os dados que aumentam o armazenamento, como por exemplo a vazão incremental, e os dados que reduzem o armazenamento, como as perdas por evaporação. Depois de realizado o balanço de massas segue-se o procedimento de cálculo que verifica a existência de alguma violação das restrições operativas. A violação de restrições de limites mínimos e máximos dos reservatórios implica na alteração da decisão para a factibilização da solução. Violações de limites de vazão, como defluências mínima e máxima, não afetam a decisão e são apresentadas na solução final.

Segue-se então o cálculo da geração hidrelétrica de cada usina, considerando-se o armazenamento médio durante o referido período de operação.

Vale lembrar que caso seja carregada na simulação a política ótima de PDED, existem opções de três modelos de previsão a serem considerados na simulação dessas políticas. O primeiro modelo utiliza a MLT, o segundo considera a perfeita previsão e o último utiliza as previsões feitas através de redes Neuro-Fuzzy (apêndice A).

A Figura 4.10 apresenta a interface do simulador das políticas operativas de PD inserida no módulo HydroSim LP.

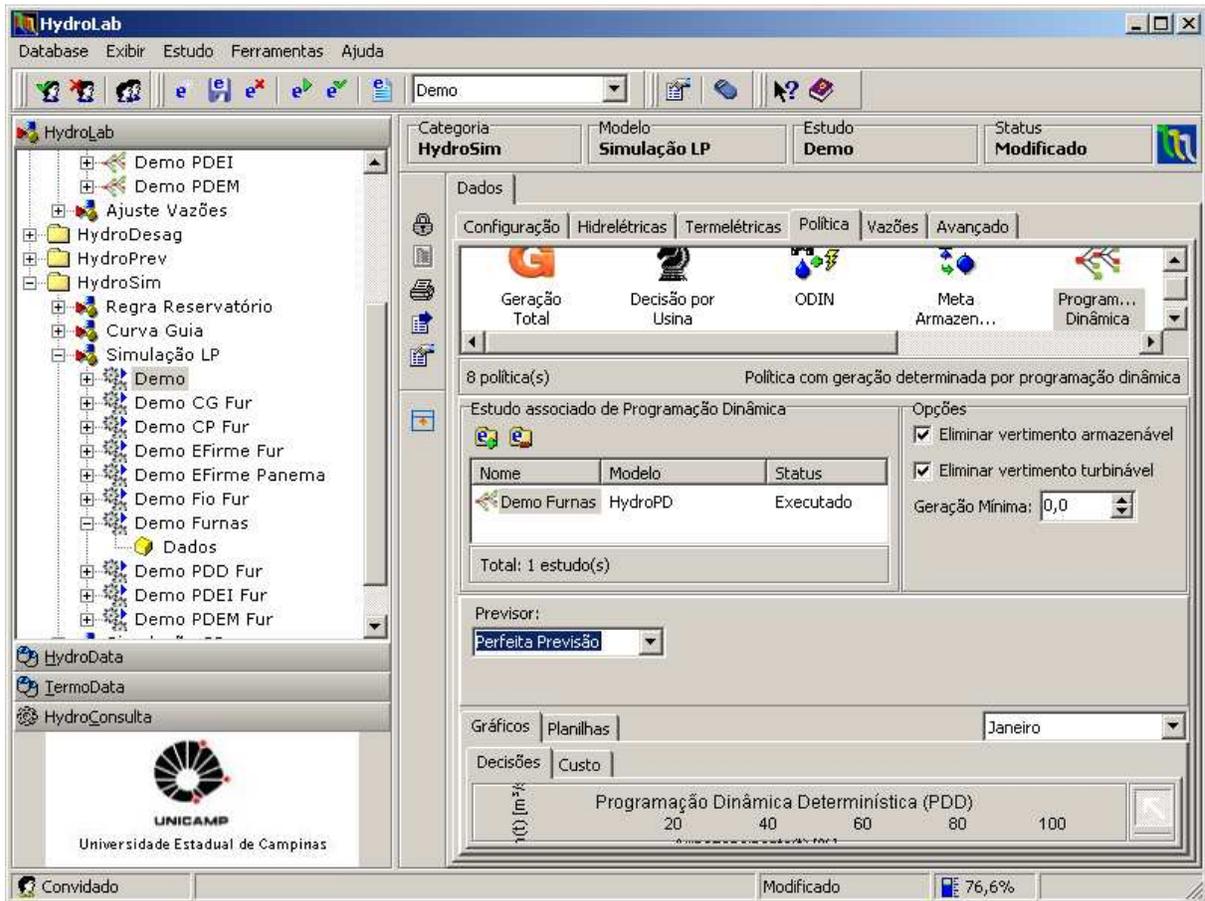


Figura 4.10: Ilustração da interface do módulo HydroSim LP.

## 4.9 Resumo

Foram apresentados neste capítulo os conceitos das abordagens baseadas em programação dinâmica. O método foi formulado através do princípio de otimalidade de Bellman. Em seguida foram apresentadas as políticas de PD considerando as vazões determinísticas (PDD), independentes (PDEI e PDED) e markovianas (PDEM). Além disso, foram comentados os detalhes de implementação propostos, tais como a utilização de *spline* cúbica na aproximação do custo futuro e o uso de busca local para encontrar as turbinagens ótimas para cada variável de armazenamento. Foram também explicados os detalhes do módulo HydroProgDin, que foi desenvolvido neste trabalho dentro do HydroLab. A seguir essas alterações serão explicadas no contexto do POE adotado.

# Capítulo 5

## Resultados

Para considerar a diversidade hidrológica do sistema brasileiro os resultados deste trabalho abrangem usinas hidrelétricas localizadas em diferentes regiões do Brasil. Foram selecionadas para estudo as usinas Serra da Mesa, Sobradinho e Furnas, situadas nas bacias dos rios Tocantins, São Francisco e Grande, respectivamente.

Quatro abordagens da PD foram implementadas e testadas em um sistema composto por apenas uma usina hidrelétrica. Embora simples, esse sistema representado por um único reservatório está sujeito ao mesmo grau de dificuldade que oferece a representação da estocasticidade das vazões afluentes de sistemas formados por múltiplos reservatórios. Além disso, a modelagem para representar sistemas compostos por múltiplos reservatórios é obtida através da agregação desses reservatórios em um modelo equivalente, o que não permite a representação de forma detalhada das características individuais de cada usina (Arvanitidis e Rosing, 1970a).

Para cada usina considerada, os resultados das abordagens de PD foram investigados em três etapas: ajuste das distribuições de probabilidades para as vazões afluentes aos reservatórios, obtenção das políticas operativas ótimas através dos algoritmos de PD, simulação das políticas operativas de PD obtidas na segunda etapa.

### 5.1 Dados Operativos das Usinas

A Tabela 5.1 apresenta os seguintes dados operativos de cada usina investigada: capacidade instalada, produtividade específica da usina, defluência mínima, engolimento máximo, volumes mínimo e máximo.

Tabela 5.1: Dados operacionais das usinas hidrelétricas.

Usina	Serra da Mesa	Sobradinho	Furnas
Cap. Inst.(MW)	1275	1050	1312
Produt. Espec. ( $MW/(m^3/s)m$ )	0,00912	0,00902	0,00863
Defluência Min. ( $m^3/s$ )	98	1300	196
Engolimento Max. ( $m^3/s$ )	1165,9	4183	1616
Volume Min. ( $hm^3$ )	11150	5447	5733
Volume Max. ( $hm^3$ )	54400	34116	22950

A Tabela 5.2 apresenta os coeficientes dos polinômios de cota de montante  $\phi(x_t)$  e de jusante  $\theta(q_t)$  dos reservatórios das usinas de Serra da Mesa, Sobradinho e Furnas. Esses dados são utilizados nos cálculos das políticas operativas por PD.

Tabela 5.2: Coeficientes dos polinômios de cota de montante e de jusante das usinas.

Coeficientes		Serra da Mesa	Sobradinho	Furnas
$\phi(x_t)$	$a_0$	3,877328E+02	3,748267E+02	7,361261E+02
	$a_1$	3,487404E-03	1,273985E-03	3,193892E-03
	$a_2$	-8,567909E-08	-4,732291E-08	-1,608703E-07
	$a_3$	1,233703E-12	1,067248E-12	5,076109E-12
	$a_4$	-7,135002E-18	-9,645695E-18	-6,504317E-17
$\theta(q_t)$	$b_0$	3,327979E+02	3,596538E+02	6,716328E+02
	$b_1$	1,342970E-03	1,964010E-03	1,017380E-03
	$b_2$	8,819558E-08	-2,968730E-07	-1,799719E-07
	$b_3$	-1,627669E-11	2,508280E-11	2,513280E-11
	$b_4$	0,000000E+00	-7,702299E-16	0,000000E+00

A fim de obter um sistema hidrotérmico para os estudos de caso, um parque termelétrico fictício e um mercado constante foram considerados, ambos com potências iguais à capacidade instalada da usina hidrelétrica.

A função de custo da complementação térmica utilizada nos estudos de caso é dada por:

$$\psi_t = 0,02(d_t - h_t)^2 \quad (5.1)$$

onde  $\psi_t(\cdot)$  é a função de custo da complementação não hidráulica [\$],  $d_t$  é a demanda a ser atendida durante o período  $t$  [ $\overline{MW}$ ] e  $h_t$  é a geração de energia hidrelétrica durante o estágio  $t$  [ $\overline{MW}$ ]. O coeficiente da função  $\psi_t(\cdot)$ , igual a 0,02, foi obtido através de um ajuste linear dos dados da curva de custo marginal termelétrico, obtido pelo Despacho Econômico Termelétrico (DET), a partir das usinas térmicas em operação do SIN.

Os dados de vazões afluentes utilizados nos ajustes de distribuição de probabilidades nas PDE's e para o cálculo da MLT foram extraídos dos históricos de vazões médias mensais do período de 1931 a 2005. As vazões afluentes do histórico para as usinas de Serra da Mesa, Sobradinho e Furnas são apresentadas nas Figuras 5.1, 5.2 e 5.3, respectivamente. A Tabela 5.3 apresenta os valores mínimos e máximos das vazões afluentes, as médias da MLT e seus respectivos desvios.

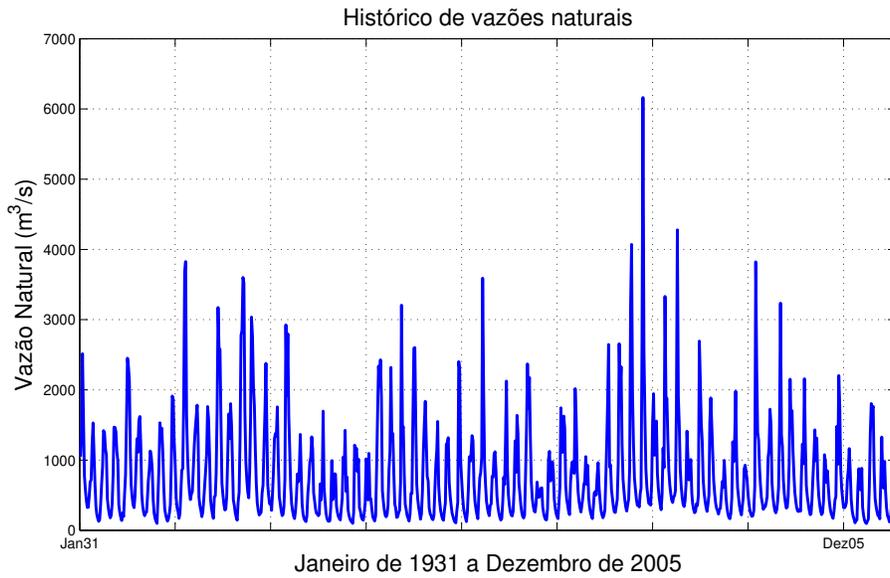


Figura 5.1: Vazões afluentes naturais do histórico de Serra da Mesa.

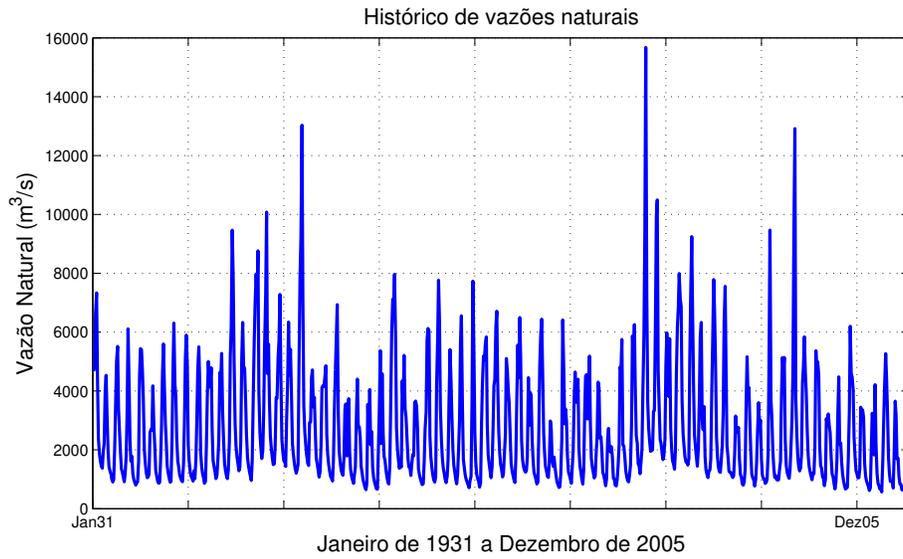


Figura 5.2: Vazões afluentes naturais do histórico de Sobradinho.

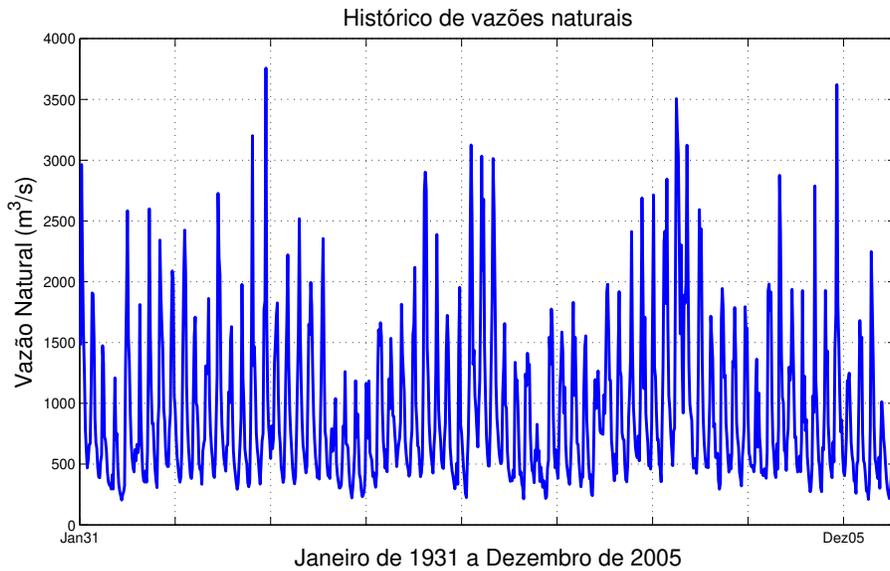


Figura 5.3: Vazões afluentes naturais do histórico de Furnas.

Para visualizar com mais clareza as informações fornecidas pela Tabela 5.3, a Figura 5.4 apresenta as vazões médias juntamente com os erros para as três usinas consideradas como

Tabela 5.3: Estatísticas das vazões naturais das usinas.

Usina	Serra da Mesa	Sobradinho	Furnas
Vazão Mín.	97,0	570,0	204,0
Vazão Máx.	6163,0	15676,0	3757,0
Média	775,5	2668,4	918,5
Desvio	700,5	1984,4	615,7

estudo de caso.

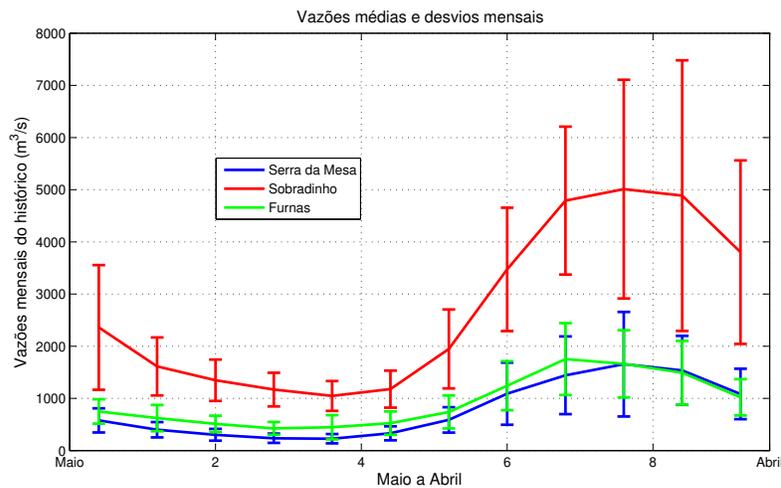


Figura 5.4: Vazões afluentes médias e desvios.

É possível observar na Figura 5.4 que a curva MLT da usina de Sobradinho está bem acima das curvas das outras usinas. Além disso, a usina de Sobradinho apresenta maiores desvios com relação às médias mensais, quando comparados aos obtidos para as usinas de Serra da Mesa e Furnas. Essas informações poderão auxiliar o entendimento de alguns resultados apresentados mais adiante.

## 5.2 Ajustes das Distribuições de Probabilidade das Vazões Afluentes

Para cada usina foram feitos os ajustes das vazões afluentes para as funções densidade de probabilidades Normal, Lognormal e Normal com transformação de Box-Cox. As vazões afluentes usadas nos ajustes das funções de probabilidade foram discretizadas com um número fixo de 10 intervalos.

Um teste de verossimilhança (*likelihood ratio test*, LRT) foi realizado para comparar as funções de distribuição de probabilidade que melhor se ajustam aos dados de vazão do histórico de cada usina hidrelétrica (Johnson e Wichern, 1992). A estatística do teste LRT tem distribuição qui-quadrado assintótica e usa grau de liberdade unitário ( $g.l.=1$ ) para determinar se as diferenças nos valores de verossimilhança entre os dois modelos são estatisticamente significantes (valores críticos:  $\chi^2 = 3,8$ ,  $g.l. = 1$ ).

A primeira hipótese testada foi a hipótese nula  $H_0$ , na qual as afluições podem ser ajustadas por uma distribuição Normal ( $\lambda = 1$ ). A segunda hipótese considerou que as vazões afluentes podem ser aproximadas por uma distribuição Lognormal ( $\lambda = 0$ ). Em ambos os testes, a hipótese alternativa  $H_1$  contaria  $\lambda \neq 0$  ( $\lambda \neq 1$ ). A Tabela 5.4 mostra os resultados dos testes realizados. A hipótese nula foi rejeitada em ambos os casos, o que significa que a melhor função de distribuição é a transformação de Box-Cox ( $\lambda = \lambda^*$ ) para todas as usinas hidrelétricas consideradas. Os parâmetros do ajuste de Box-Cox  $\lambda^*$  para as usinas de Serra da Mesa, Sobradinho e Furnas foram obtidos usando o método da máxima verossimilhança (Johnson e Wichern, 1992) e são apresentados na Tabela 5.4. Eles mostram que as hipóteses das distribuições Normal e Lognormal foram rejeitadas com um nível de significância de 95%.

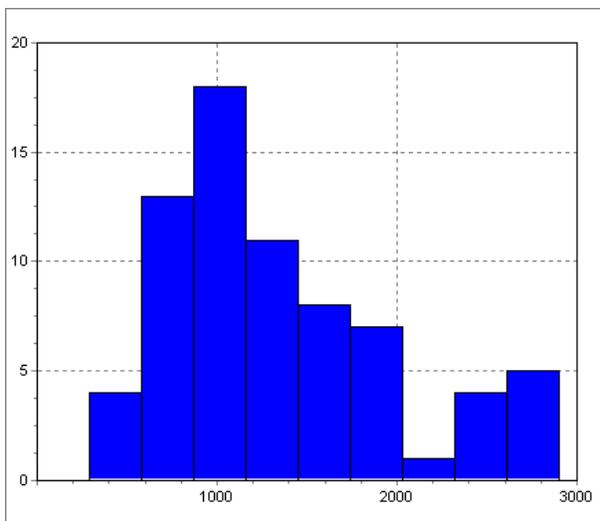
Tabela 5.4: Teste de verossimilhança LRT para as usinas.

Usinas	$\lambda^*$	$H_0 : \lambda = 0$	$H_0 : \lambda = 1$
Serra da Mesa	-0,318	17,38	303,47
Sobradinho	-0,513	37,44	331,03
Furnas	-0,539	41,61	327,78

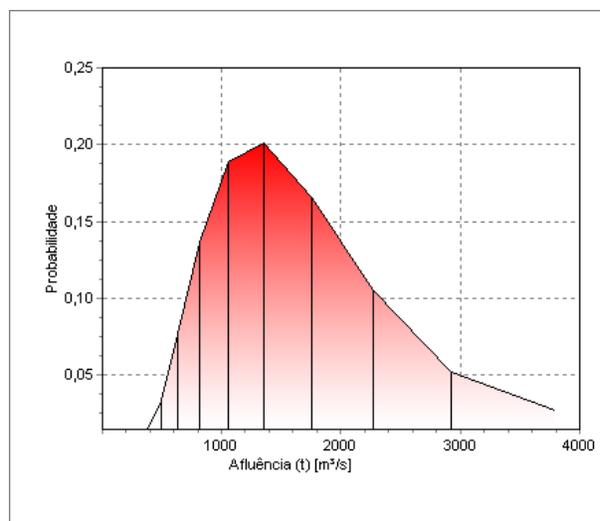
Como foi mostrado no estudo comparativo dos ajustes das vazões, a função densidade de probabilidade Normal com transformação de Box-Cox foi a que melhor se aproximou dos dados de vazões das usinas utilizadas. A seguir são mostrados os ajustes das vazões, para os casos

independente e markoviano, para as usinas de Serra da Mesa, Sobradinho e Furnas, utilizando a distribuição de probabilidade Normal com transformação de Box-Cox.

Os ajustes das distribuições das afluências no mês de janeiro para a usina de Serra da Mesa, considerando a função densidade de probabilidade Normal com transformação de Box-Cox, para os casos de vazões independentes e dependentes no tempo, são apresentados a seguir:



(a) Histograma das afluências.



(b) Ajuste das afluências considerando a função densidade de probabilidade Normal com transformação de Box-Cox.

Figura 5.5: Histograma e ajuste de Box-Cox da distribuição das vazões afluentes no caso independente para a usina de Serra da Mesa no mês de janeiro.

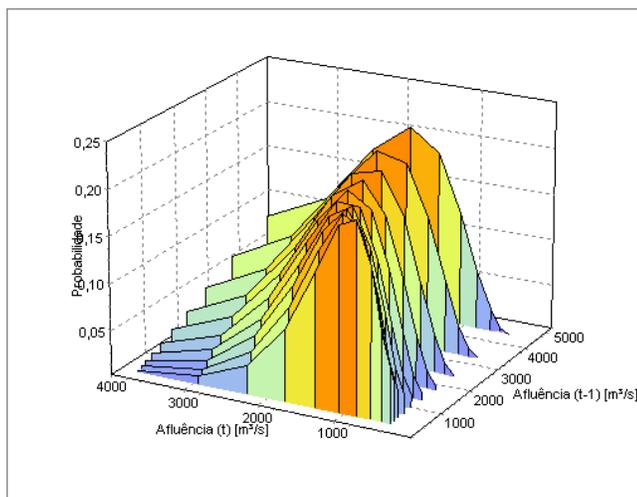
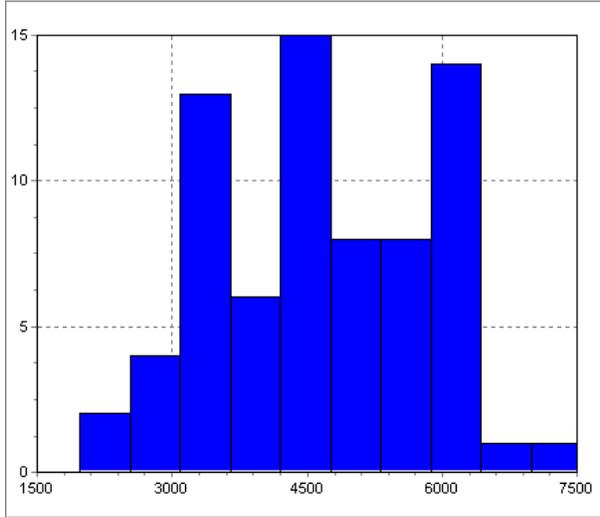
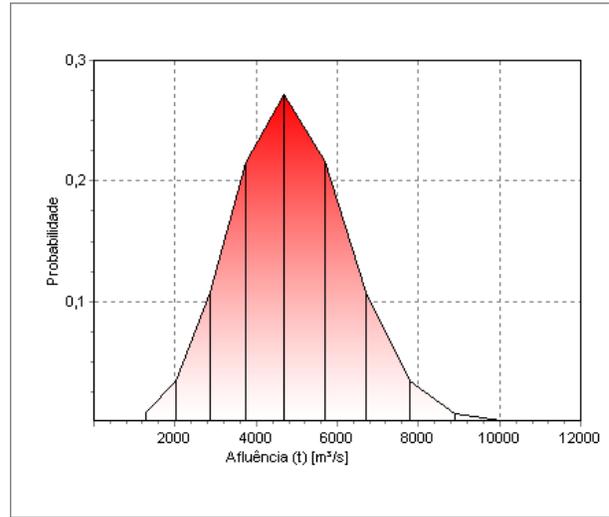


Figura 5.6: Ajuste da distribuição das vazões afluentes, no caso markoviano, para a usina de Serra da Mesa no mês de janeiro.

Os ajustes das distribuições das afluições no mês de janeiro para a usina de Sobradinho, considerando a função Normal com transformação de Box-Cox, para os casos de vazões independentes e dependentes, são exibidos a seguir:



(a) Histograma das aflúências.



(b) Ajuste das aflúências considerando a função densidade de probabilidade Normal com transformação de Box-Cox.

Figura 5.7: Histograma e ajuste da distribuição das vazões afluentes, no caso independente, para a usina de Sobradinho no mês de janeiro.

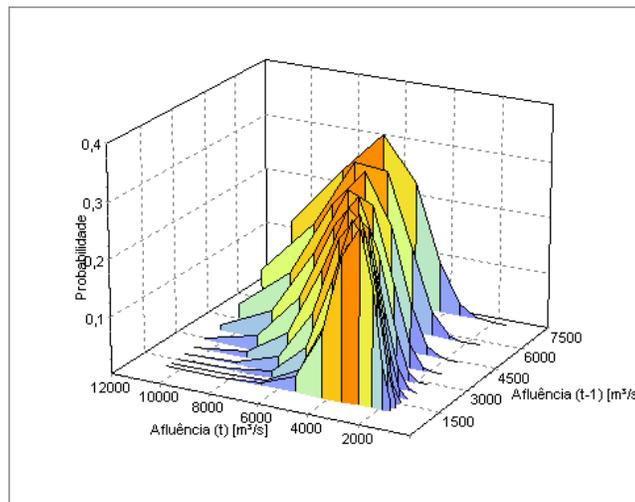
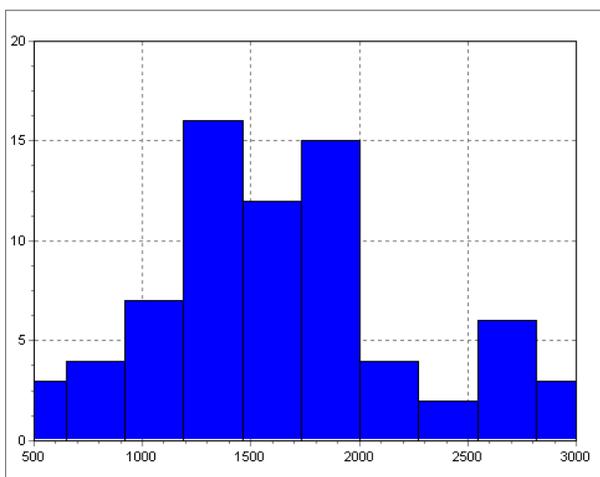


Figura 5.8: Ajuste da distribuição das vazões afluentes, no caso markoviano, para a usina de Sobradinho no mês de janeiro.

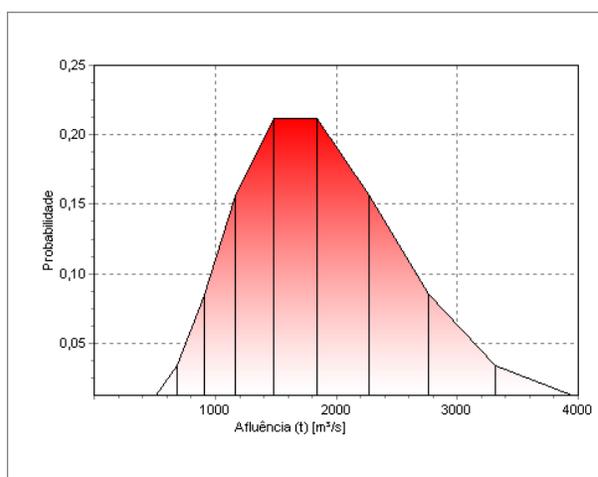
Para a usina de Furnas foi realizada uma análise do impacto das distribuições de probabilidade ajustadas às vazões afluentes. A seguir são apresentados os ajustes das vazões utilizando

os três tipos de função densidade de probabilidade investigados neste trabalho. A análise de sensibilidade é feita a partir da simulação das políticas operativas obtidas por cada ajuste de vazões considerado.

Os ajustes das distribuições das aflúências no mês de janeiro para a usina de Furnas, considerando a função densidade de probabilidade Normal com transformação de Box-Cox, para os casos de vazões independentes e dependentes, são exibidos a seguir:



(a) Histograma das aflúências.



(b) Ajuste das aflúências considerando a função densidade de probabilidade Normal com transformação de Box-Cox.

Figura 5.9: Histograma e ajuste de Box-Cox às vazões afluentes, no caso independente, para a usina de Furnas no mês de janeiro.

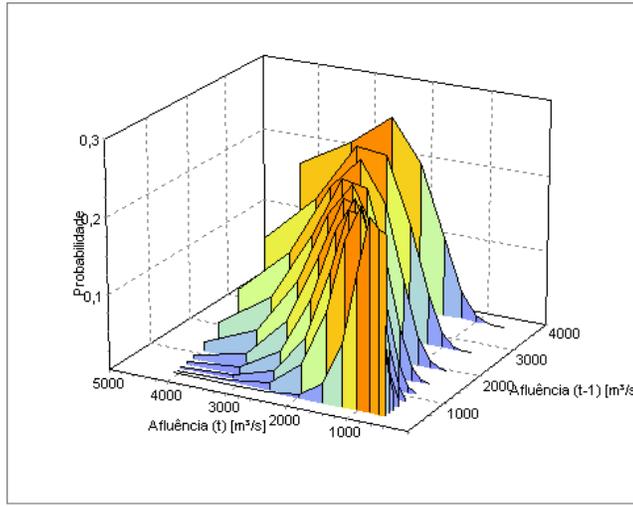
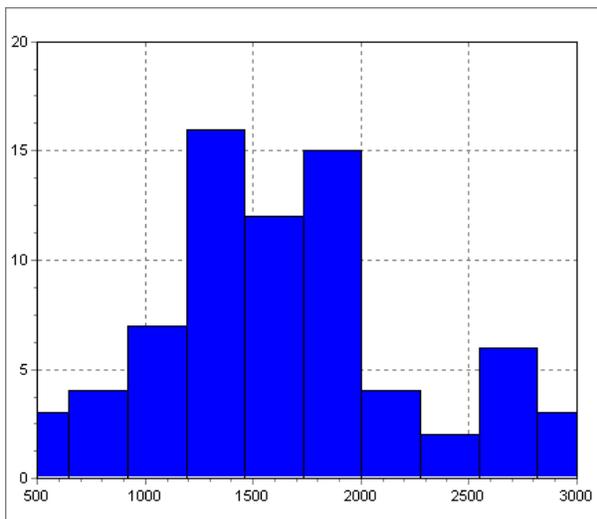
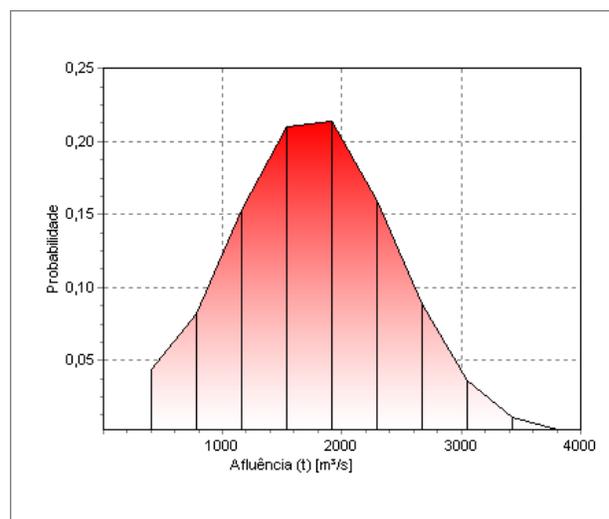


Figura 5.10: Ajuste da distribuição Normal com transformação de Box-Cox às vazões afluentes, no caso markoviano, para a usina de Furnas no mês de janeiro.

Os ajustes das distribuições das afluências no mês de janeiro para a usina de Furnas, considerando a função densidade de probabilidade Normal, para os casos de vazões independentes e dependentes, são exibidos a seguir:



(a) Histograma das afluências.



(b) Ajuste das afluências considerando a função densidade de probabilidade Normal.

Figura 5.11: Histograma e ajuste da distribuição Normal às vazões afluentes, no caso independente, para a usina de Furnas no mês de janeiro.

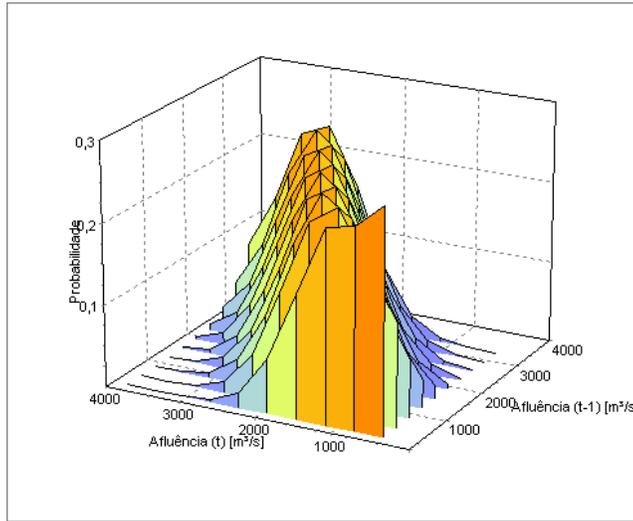
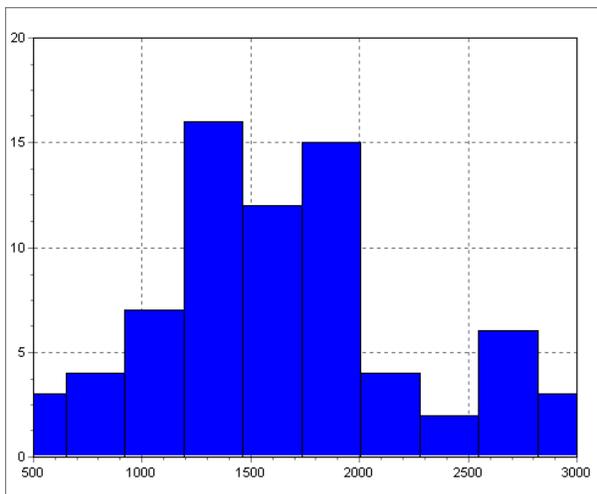
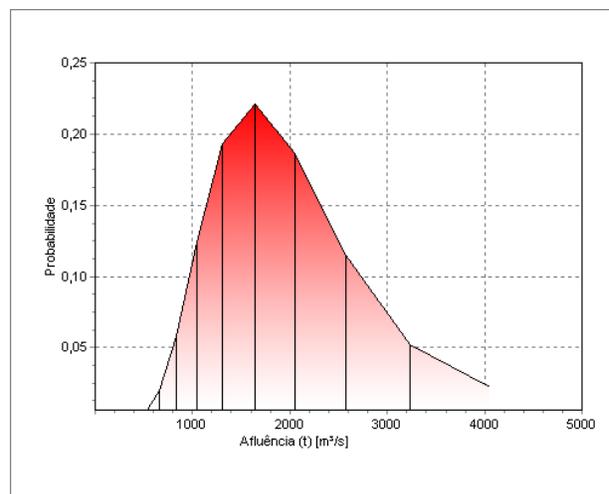


Figura 5.12: Ajuste da distribuição Normal às vazões afluentes, no caso markoviano, para a usina de Furnas no mês de janeiro.

Os ajustes das distribuições das afluições no mês de janeiro para a usina de Furnas, considerando a função densidade de probabilidade Lognormal, para os casos de vazões independentes e dependentes, são exibidos a seguir:



(a) Histograma das afluições.



(b) Ajuste das afluições considerando a função densidade de probabilidade Lognormal.

Figura 5.13: Histograma e ajuste da distribuição Lognormal às vazões afluentes, no caso independente, para a usina de Furnas no mês de janeiro.

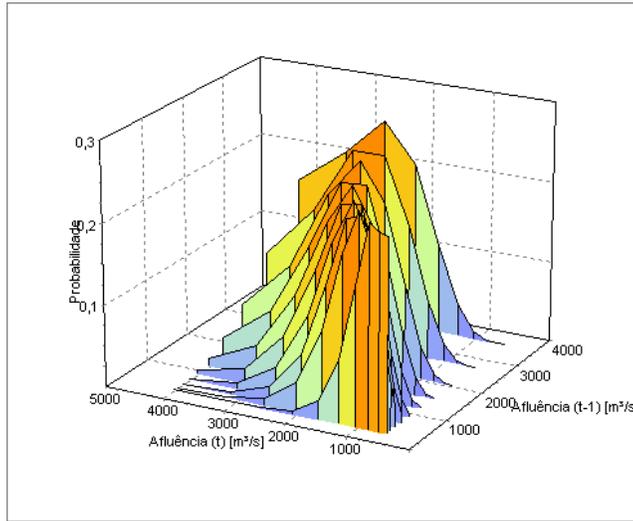


Figura 5.14: Ajuste da distribuição Lognormal às vazões afluentes, no caso markoviano, para a usina de Furnas no mês de janeiro.

### 5.3 Cálculo das Políticas Operativas por Programação Dinâmica

Uma vez ajustadas as distribuições de probabilidade das vazões afluentes, o passo seguinte é a resolução da equação recursiva das abordagens de PD para a obtenção das políticas operativas. Neste estudo foi adotado um horizonte de planejamento  $T$  suficientemente grande, com custo terminal nulo, para se obter uma estratégia operativa para o sistema em regime permanente, uma vez que a comparação de desempenho realiza-se por simulação com o histórico completo (900 meses).

O critério de convergência adotado nos algoritmos de PD compara as tabelas de decisões ótimas, mês a mês, para cada nível de armazenamento e para cada nível de afluência. A equação recursiva é interrompida quando as tabelas de decisão convergem de um ano para o outro com a precisão estabelecida ( $tol = 0,009$ ).

No processo de otimização o horizonte de planejamento  $T$  para a solução da equação recursiva foi igual a 120, com custo terminal nulo, ou seja,  $\alpha_T(x_T) = 0, \forall x_T$ .

Para os estudos de caso apresentados a seguir, na resolução do POE utilizando as abordagens de PD, adotou-se a busca no espaço contínuo das turbinagens e a variável de estado considerada

foi discretizada com 100 intervalos. Os custos futuros foram interpolados com interpolação *spline* cúbica.

As funções de cota de montante  $\phi(x_t)$  e de jusante  $\theta(q_t)$  foram calculadas através de um polinômio de quarto grau, enquanto a função de perda  $\delta(q_t)$  foi calculada por meio de uma função polinomial de segundo grau.

### 5.3.1 Sazonalidade das Vazões

Para mostrar a sazonalidade presente nas vazões afluentes às usinas, são apresentadas a seguir, para a usina de Furnas, as tabelas de decisões ótimas das políticas de PD obtidas considerando a busca das soluções de turbinagens com espaços discreto e contínuo, dos meses de janeiro (mês úmido), abril (mês de transição), julho (mês seco) e outubro (mês de transição). Comparando as trajetórias de decisão obtidas para esses quatro meses num mesmo gráfico, tanto pela PDD como pela PDEI, pode-se observar essa sazonalidade ao longo do ano, visualizada nas Figuras 5.15 e 5.16. Ambas as figuras apresentam as tabelas de decisão das políticas para os quatro meses do ano selecionados, considerando as vazões discretas e contínuas em mesma cor. Pode-se observar que as tabelas de decisão em verde (caso discreto e contínuo), que representam as decisões considerando vazões afluentes altas (janeiro), turbinam valores bem maiores que os outros meses do ano selecionados. Por exemplo, as tabelas em vermelho representam as decisões de turbinagem para o período seco (julho). Já os meses de abril e outubro, que são períodos intermediários, tendem a turbinar valores entre o mês de janeiro e julho.

Para todas as políticas de PD houve maior turbinagem das vazões durante o mês úmido, enquanto no período seco ocorreram as menores turbinagens. Nos meses de transição, do período úmido para o seco e vice-versa, observaram-se turbinagens intermediárias.

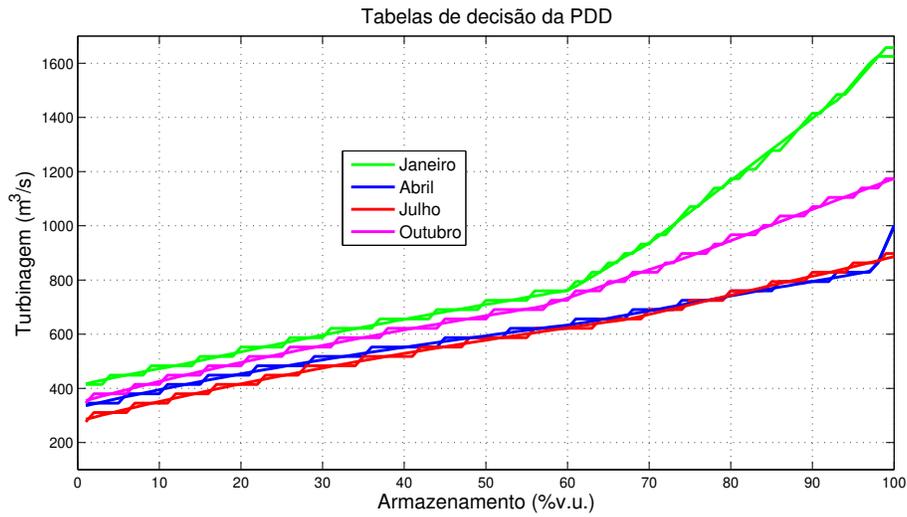


Figura 5.15: Tabelas de decisão da política de PDD ao longo do ano.

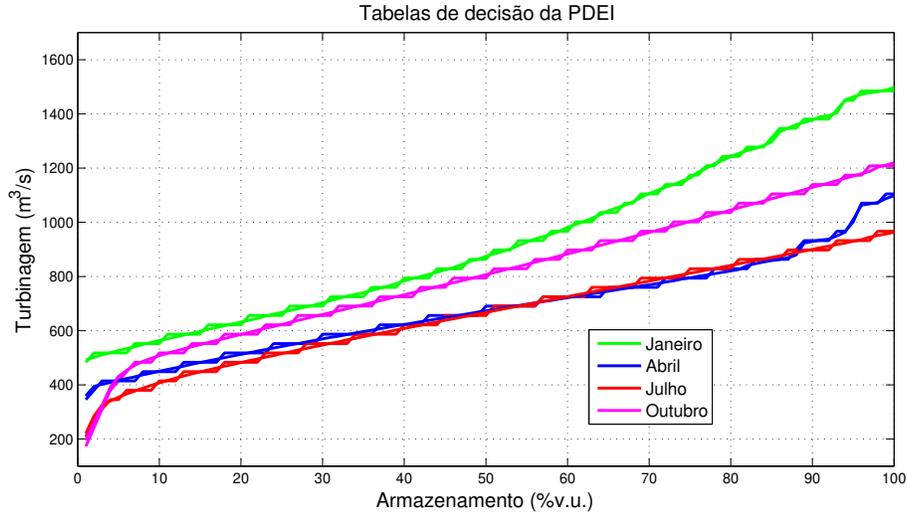
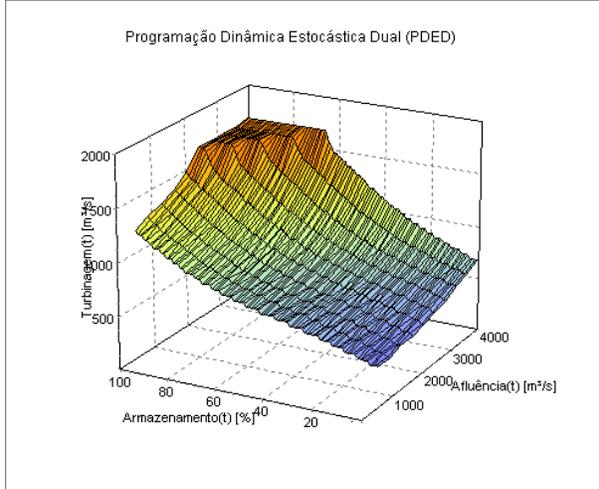
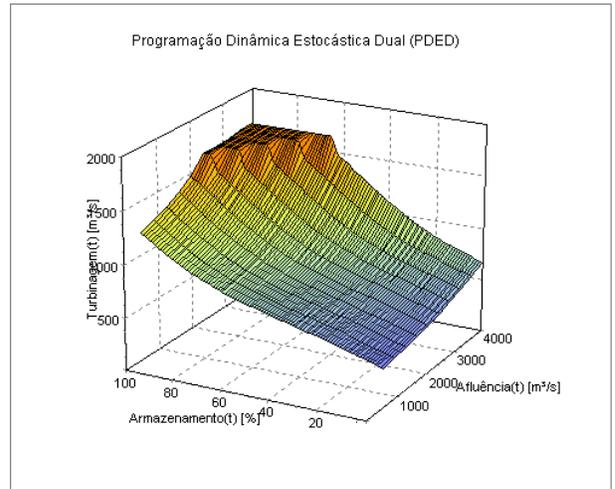


Figura 5.16: Tabelas de decisão da política de PDEI ao longo do ano.

Comparando também as políticas PDED e PDEM, para os quatro meses do ano, também observou-se o mesmo comportamento de sazonalidade apresentado nos casos de PDD e PDEI – Figuras 5.17 a 5.24.

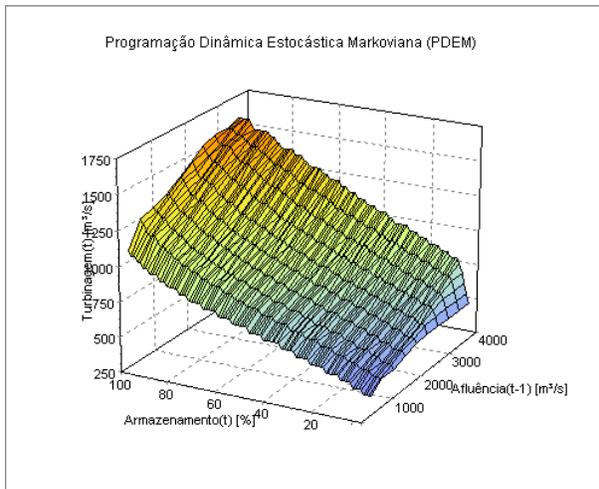


(a) Tabela de decisão da política PDED com vazão discreta.

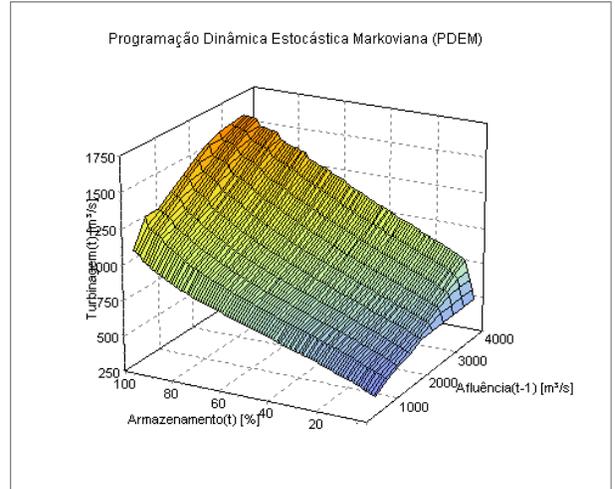


(b) Tabela de decisão da política PDED com vazão contínua.

Figura 5.17: Tabelas de decisão da PDED para a usina de Furnas no mês de janeiro.



(a) Tabela de decisão da política PDEM com vazão discreta.

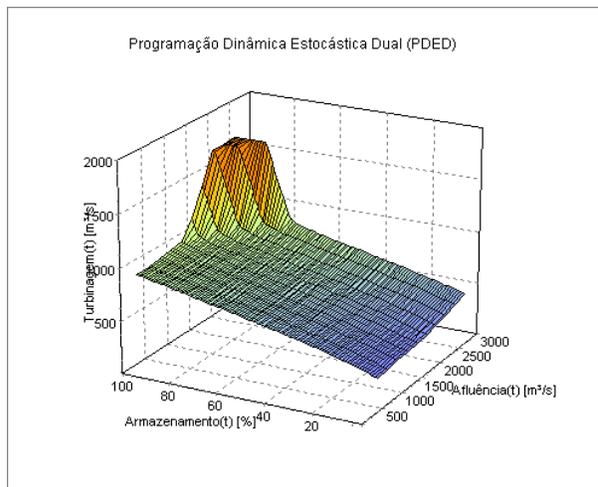
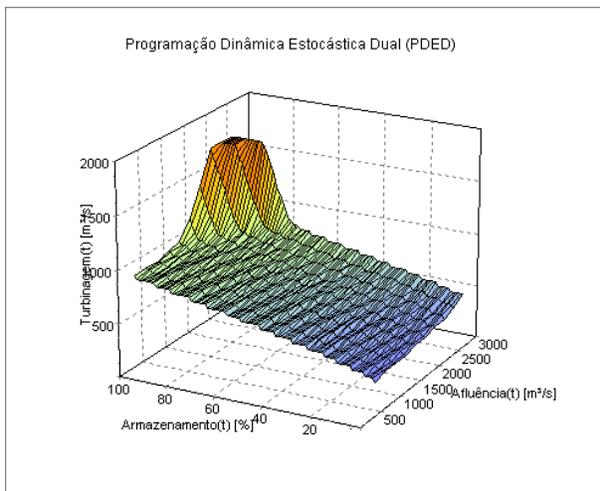


(b) Tabela de decisão da política PDEM com vazão contínua.

Figura 5.18: Tabelas de decisão da PDEM para a usina de Furnas no mês de janeiro.

As Figuras 5.17(a) e 5.17(b) apresentam as tabelas de decisão das políticas PDED, no mês de janeiro, considerando o caso da varredura das vazões com intervalos discreto e contínuo. Como janeiro é um mês úmido, é possível notar um comportamento particular na região onde o nível do reservatório da usina de Furnas atinge ou está próximo da sua capacidade máxima de armazenamento e quando ocorrem altas vazões afluentes. Sendo assim, a vazão turbinada

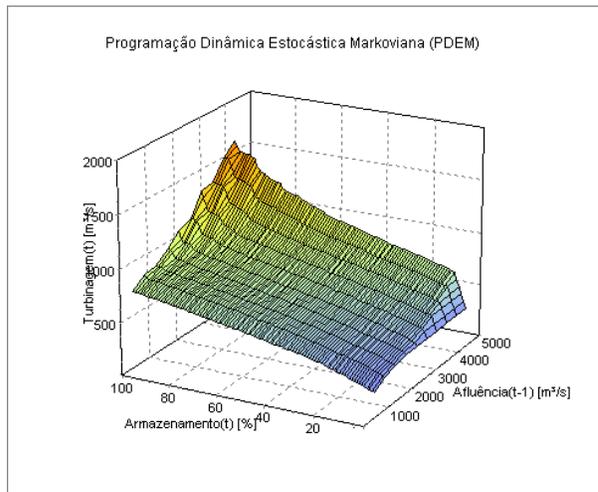
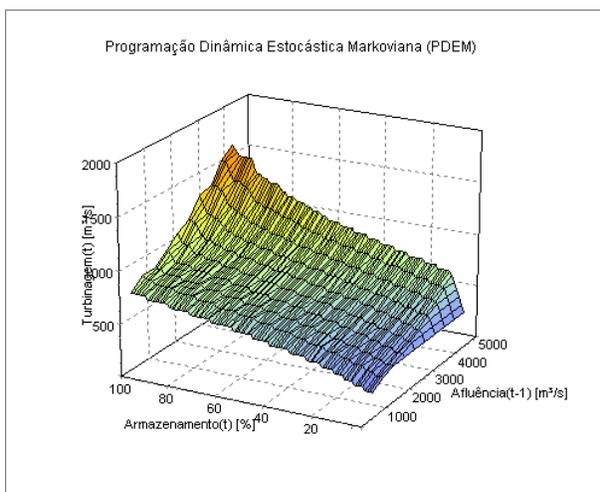
atinge o engolimento máximo da usina, fazendo com que haja pouca variação nos gráficos das tabela de decisão para o mês de janeiro.



(a) Tabela de decisão da política PDED com vazão discreta.

(b) Tabela de decisão da política PDED com vazão contínua.

Figura 5.19: Tabelas de decisão da PDED para a usina de Furnas no mês de abril.



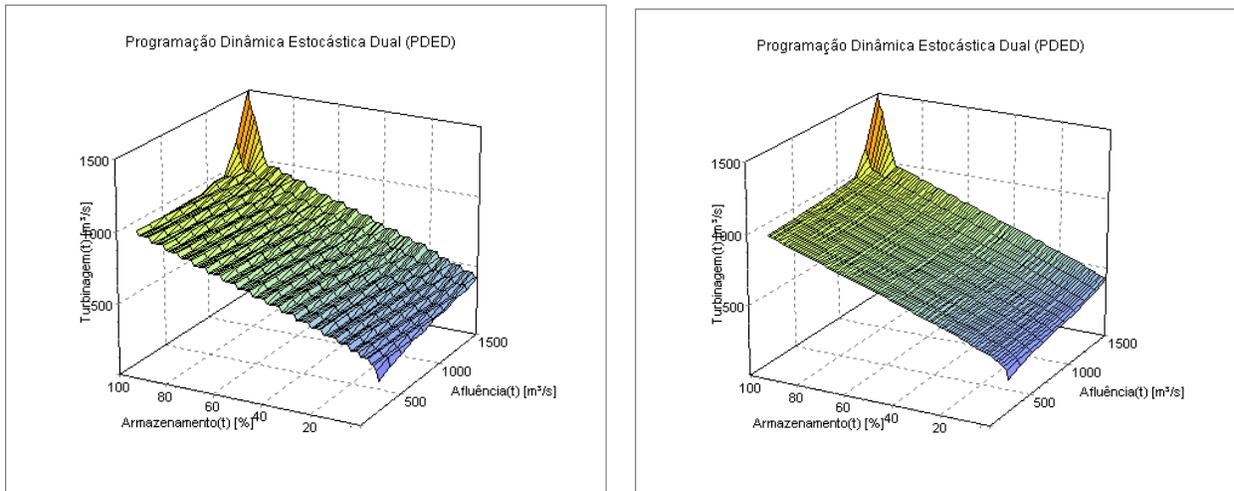
(a) Tabela de decisão da política PDEM com vazão discreta.

(b) Tabela de decisão da política PDEM com vazão contínua.

Figura 5.20: Tabelas de decisão da PDEM para a usina de Furnas no mês de abril.

O comportamento da usina apresentado nos meses de janeiro e abril, quando foi atingido o engolimento máximo de turbinagem, pode também ser visualizado no mês de abril (Figuras

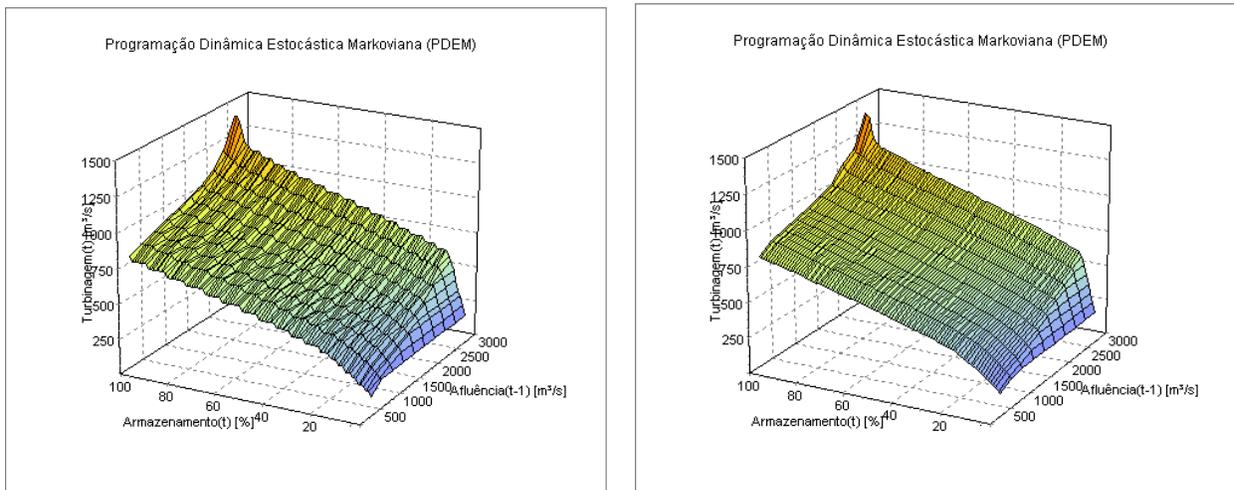
5.19(a) e 5.19(b)), que é um mês de transição do período seco para o úmido, no qual ocorrem vazões afluentes também expressivas, fazendo com que a usina turbine na sua capacidade máxima.



(a) Tabela de decisão da política PDED com vazão discreta.

(b) Tabela de decisão da política PDED com vazão contínua.

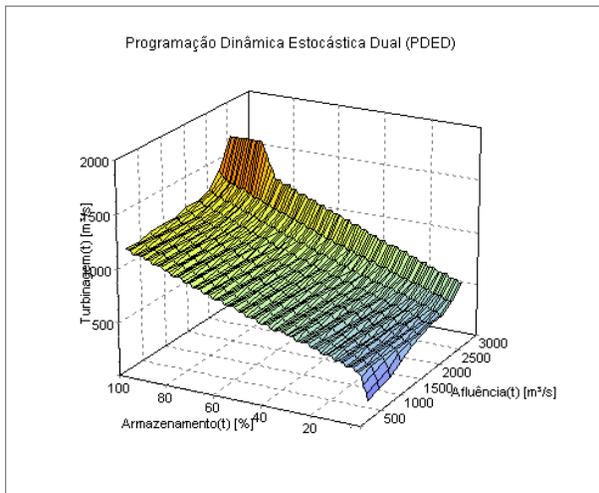
Figura 5.21: Tabelas de decisão da PDED para a usina de Furnas no mês de julho.



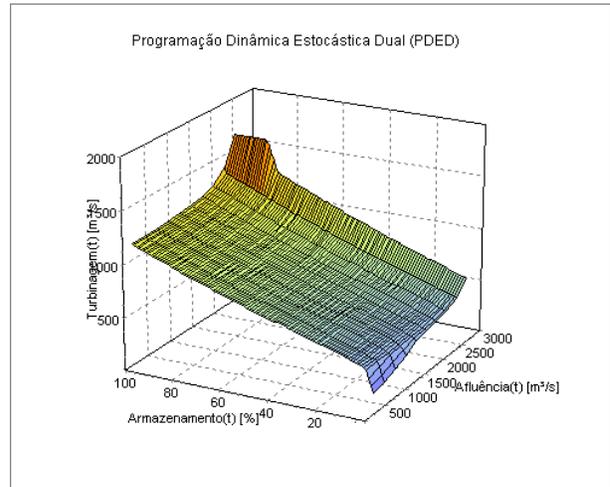
(a) Tabela de decisão da política PDEM com vazão discreta.

(b) Tabela de decisão da política PDEM com vazão contínua.

Figura 5.22: Tabelas de decisão da PDEM para a usina de Furnas no mês de julho.

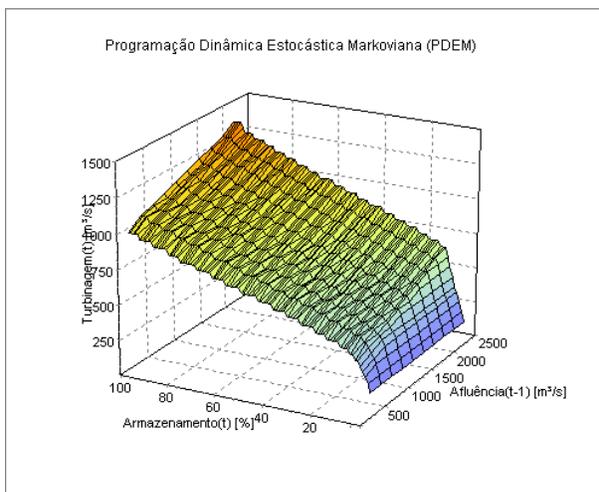


(a) Tabela de decisão da política PDED com vazão discreta.

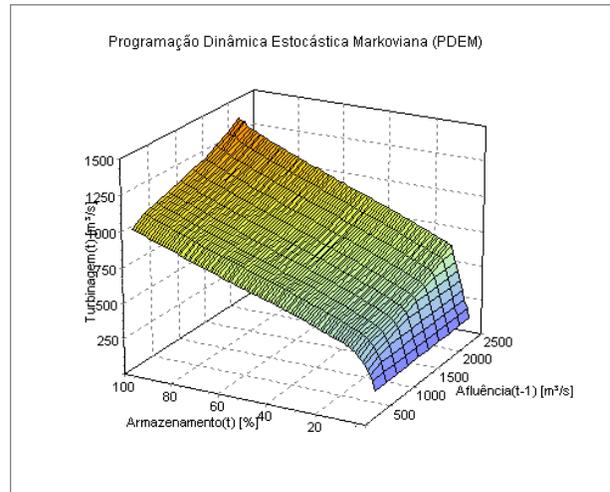


(b) Tabela de decisão da política PDED com vazão contínua.

Figura 5.23: Tabelas de decisão da PDED para a usina de Furnas no mês de outubro.



(a) Tabela de decisão da política PDEM com vazão discreta.



(b) Tabela de decisão da política PDEM com vazão contínua.

Figura 5.24: Tabelas de decisão da PDEM para a usina de Furnas no mês de outubro.

Nos meses de julho (Figura 5.23) e outubro (Figura 5.23) é mais raro a usina operar no engolimento máximo devido às baixas vazões afluentes do reservatório.

## 5.4 Simulação das Políticas Operativas

Para avaliar o desempenho das diferentes políticas operativas de PD consideradas neste trabalho, foi utilizado o período histórico de maio de 1931 a abril de 2005. Foram simuladas as abordagens de PDD, PDEI, PDEM e PDED. Na PDED-RNF, denominada PDED com previsão por redes Neuro-Fuzzy (RNF), o decisor não tem conhecimento da vazão que irá ocorrer no estágio e portanto utiliza uma previsão do seu valor. Essas previsões foram baseadas em uma fusão de técnicas de redes neurais e lógica *fuzzy* (Ballini, 2000).

Através do módulo HydroMax que está inserido no HydroLab (Cicogna, 1999), a solução ótima absoluta (OA) para cada usina foi obtida e incluída nas análises por ser um limite superior de desempenho para as políticas operativas avaliadas, pois assume o perfeito conhecimento das vazões afluentes.

Todas as restrições operativas apresentadas na formulação do POE foram consideradas na simulação. Todas as tabelas com os resultados das simulações realizadas para as usinas hidrelétricas selecionadas incluem a média e o desvio padrão dos valores da geração hidráulica  $MW$ , a média dos custos operacionais, o vertimento médio em  $m^3/s$  e a produtividade média em  $(MW/(m^3/s))$ .

### 5.4.1 Análise Completa para a Usina de Furnas

Um estudo de caso completo foi feito para a usina hidrelétrica de Furnas e será apresentado adiante. Foi realizada uma avaliação numérica do impacto das diferentes distribuições de probabilidades das vazões no desempenho das políticas de PDE, bem como estimados os impactos no desempenho das políticas da discretização ou não das variáveis de decisão e da escolha do tipo de interpolação, linear ou por *spline* cúbica. Em seguida, foi também avaliado o impacto da eliminação de vertimentos turbináveis durante a simulação e realizou-se uma comparação das políticas de PD entre si.

Para as demais usinas somente foi feita a comparação entre os desempenhos das PD entre si, considerando o ajuste de uma distribuição Normal com transformação de Box-Cox para as vazões, variável de decisão contínua otimizada através da busca por razão áurea, interpolação por *spline* cúbica e eliminação de vertimento turbinável.

A tabela de simulação 5.5 é adotada como referência nas comparações das políticas a serem realizadas a seguir.

Tabela 5.5: Resultados da simulação para a usina de Furnas usando ajuste de Box-Cox, vazões contínuas e com eliminação de vertimentos turbináveis.

Política	Geração (MW)		Custo (\$)	Vertimento ( $m^3/s$ )	Produtividade ( $MW/(m^3/s)$ )
	Média	Desvio			
OA	727,8	148,3	7271,1	1,8	0,795
PDD	709,2	198,1	8029,0	29,4	0,795
PDEI	704,6	183,8	8037,7	21,3	0,780
PDED-RNF	707,9	209,2	8158,2	28,5	0,792
PDEM	708,1	192,9	8016,4	29,2	0,793

Conforme esperado, a solução OA para cada usina considerada forneceu o menor custo médio de operação, com geração média mais elevada e mais estável, além da maior produtividade e praticamente nenhum vertimento. Esse extraordinário desempenho foi garantido pelo perfeito conhecimento das vazões, porém não constitui uma política operativa real, pois o perfeito conhecimento das vazões não existe.

### Impacto das Distribuições de Probabilidade

Para avaliar o impacto das distribuições de probabilidade nas abordagens de PD, os resultados das políticas de PD foram simulados utilizando as distribuições Normal e Lognormal. Os desempenhos foram comparados e serão analisados a seguir.

Tabela 5.6: Resultados da simulação para a usina de Furnas com ajuste Normal, vazões contínuas e com eliminação de vertimentos turbináveis.

Política	Geração (MW)		Custo (\$)	Vertimento ( $m^3/s$ )	Produtividade ( $MW/(m^3/s)$ )
	Média	Desvio			
OA	727,8	148,3	7271,1	1,8	0,795
PDD	709,2	198,1	8029,0	29,4	0,790
PDEI	704,8	184,8	8039,9	21,0	0,780
PDED-RNF	708,1	200,5	8184,1	23,0	0,787
PDEM	706,3	192,3	8056,0	18,9	0,780

Tabela 5.7: Resultados da simulação para a usina de Furnas com ajuste Lognormal, vazões contínuas e com eliminação de vertimentos turbináveis.

Política	Geração (MW)		Custo (\$)	Vertimento ( $m^3/s$ )	Produtividade ( $MW/(m^3/s)$ )
	Média	Desvio			
OA	727,8	148,3	7271,1	1,8	0,795
PDD	709,2	198,1	8029,0	29,4	0,790
PDEI	704,4	183,5	8039,8	21,0	0,780
PDED-RNF	707,6	206,4	8156,2	28,7	0,792
PDEM	707,9	192,9	8019,3	28,4	0,792

A partir dos resultados de simulação apresentados nas Tabelas 5.6 e 5.7 pode-se notar que os desempenhos das políticas de PD comparadas com elas próprias, para o caso do ajuste das vazões naturais utilizando as funções de densidade de probabilidade Normal e Lognormal, foram bastante semelhantes para a usina de Furnas. Houve algumas diferenças entre algumas das políticas, mas no geral pode-se perceber que houve maior ganho considerando o ajuste Normal com transformação de Box-Cox, o que comprova o teste de hipótese mostrado anteriormente.

### Impacto do Uso de Variável de Decisão Discreta ou Contínua

Para verificar a sensibilidade da discretização das variáveis de decisão num intervalo de turbinagem mínima com engolimento máximo, foi feito um estudo comparando as simulações das políticas de PD com ajuste de vazões usando a função densidade de probabilidade Normal com transformação de Box-Cox. Para o caso das vazões discretas, o cálculo das estratégias operativas do POE foi feito com variáveis de decisão discretizadas em 50 intervalos e foi usada interpolação linear para os custos de operação. Vale ressaltar que na PD, considerando o espaço de varredura das decisões contínuo, somente a discretização da variável de estado foi usada e a interpolação dos custos futuros foi feita por *spline* cúbica.

Os resultados das simulações comparando o desempenho das abordagens de PD, considerando as variáveis de decisão discretas ou contínuas, num intervalo de turbinagem de  $[0, q^{max}]$ , para a usina de Furnas, são apresentados nas Tabelas 5.8 e 5.5.

Como observado nos resultados das simulações, a comparação das políticas de PD com busca nos espaços de decisão discreto e contínuo apontou ligeira diferença entre esses dois casos. Entretanto, observando as tabelas de decisão no mês de janeiro, percebe-se que os

Tabela 5.8: Resultados da simulação para a usina de Furnas com ajuste Box-Cox, consierando vazões discretas e com eliminação de vertimentos turbináveis.

Política	Geração (MW)		Custo (\$)	Vertimento ( $m^3/s$ )	Produtividade ( $MW/(m^3/s)$ )
	Média	Desvio			
OA	727,8	148,3	7271,1	1,8	0,795
PDD	709,2	197,9	8028,4	29,1	0,794
PDEI	704,5	183,8	8039,2	21,2	0,780
PDED-RNF	707,8	208,9	8158,6	28,4	0,790
PDEM	708,0	192,7	8016,8	29,2	0,793

gráficos usando variável de decisão contínua e interpolação por *spline* cúbica são mais suaves do que os obtidos com discretização das turbinagens e interpolação linear. A semelhança nos resultados gráficos pode ser também justificada pelo uso de um número de discretização alto, tanto para a variável de estado quanto para a variável de decisão.

### Impacto da Eliminação dos Vertimentos Turbináveis

As usinas que trabalham com reservatórios mais cheios beneficiam-se da eliminação dos vertimentos turbináveis, uma vez que a tomada da decisão de turbinagem, dependendo do nível de armazenamento no início do estágio e da vazão afluyente, pode acarretar vertimento se o reservatório não tiver capacidade de armazenamento. Uma parcela desse vertimento poderia estar passando pelas turbinas e com isso aumentando a geração hidráulica. A eliminação do vertimento turbinável é uma medida corretiva de bom senso, uma vez que não tem sentido verter se for possível turbinar, já que assim o custo de operação será menor.

Levando em consideração essa possibilidade, outra análise foi realizada com a comparação dos resultados das simulações das políticas de PD considerando ou não a opção de eliminação de vertimento turbinável. A Tabela 5.9 apresenta os resultados dessas simulações. Como pode ser observado, as diferenças de se considerar ou não os vertimentos turbináveis são expressivas tanto na geração quanto no custo. Assim, nas simulações das demais usinas adotou-se a opção de eliminação dos vertimentos turbináveis.

Tabela 5.9: Resultados da simulação para a usina de Furnas, com ajuste Box-Cox, vazões contínuas e sem eliminação dos vertimentos.

Política	Geração (MW)		Custo (\$)	Vertimento ( $m^3/s$ )	Produtividade ( $MW/(m^3/s)$ )
	Média	Desvio			
OA	727,8	148,3	7271,1	1,8	0,795
PDD	690,9	168,2	8259,8	52,0	0,795
PDEI	691,3	151,6	8150,5	37,9	0,780
PDED-RNF	683,1	174,9	8505,5	59,1	0,791
PDEM	687,1	149,5	8239,3	37,9	0,793

### Comparação entre as Políticas de PD

Nos itens anteriores foi apresentada uma análise de diversos fatores sobre uma única política de PD. Esta seção apresenta uma comparação dos desempenhos entre diversas políticas de PD.

Para entender melhor o comportamento das tabelas de decisão ótimas fornecidas pelas abordagens de PD, foram comparadas as turbinagens ótimas para o mês de janeiro. As políticas PDED e PDEM possuem dimensões diferentes das políticas PDD e PDEI. Foi realizado um cálculo das tabelas médias, ponderadas pelas devidas probabilidades. Para a PDED as probabilidades consideradas no cálculo da tabela ótima média foram as probabilidades fornecidas pelo ajuste das vazões no mês atual, considerando a não existência de correlação das vazões no tempo. Já na PDEM, como existe uma correlação entre a vazão do mês atual e a do mês anterior, foram utilizadas as probabilidades do mês anterior para ponderar as decisões da tabela do mês atual em estudo. Por exemplo, para a estimativa da tabela ótima do mês de janeiro, dada a ocorrência da vazão do mês de dezembro, utilizaram-se as probabilidades independentes ocorridas no mês de dezembro.

As comparações dos desempenhos das políticas de PD para a usina de Furnas, através dos resultados fornecidos pela simulação e considerando as eliminações dos vertimentos turbináveis, com relação às tabelas de decisão e dos armazenamentos ótimos, podem ser visualizadas na Figura 5.26.

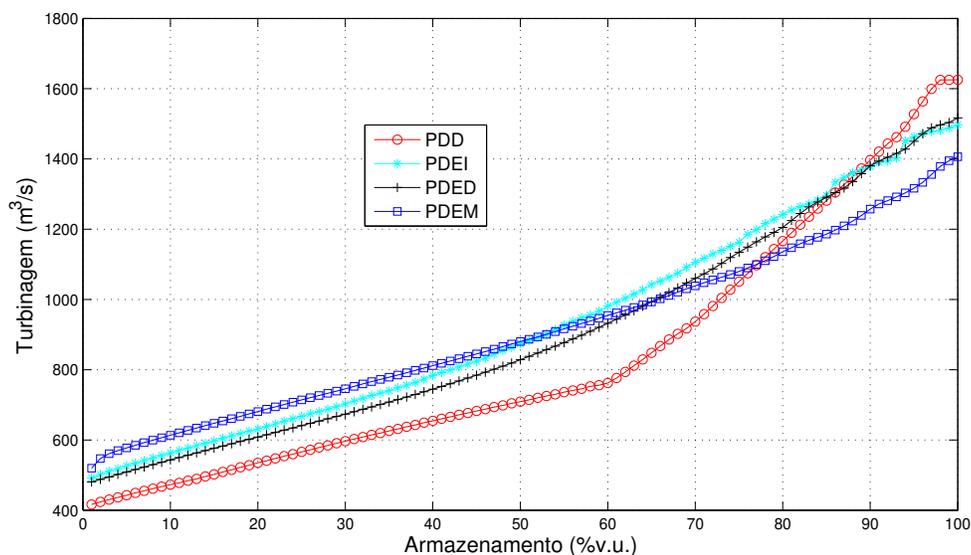


Figura 5.25: Tabelas de decisão ( $m^3/s$ ) da usina de Furnas para o mês de janeiro.

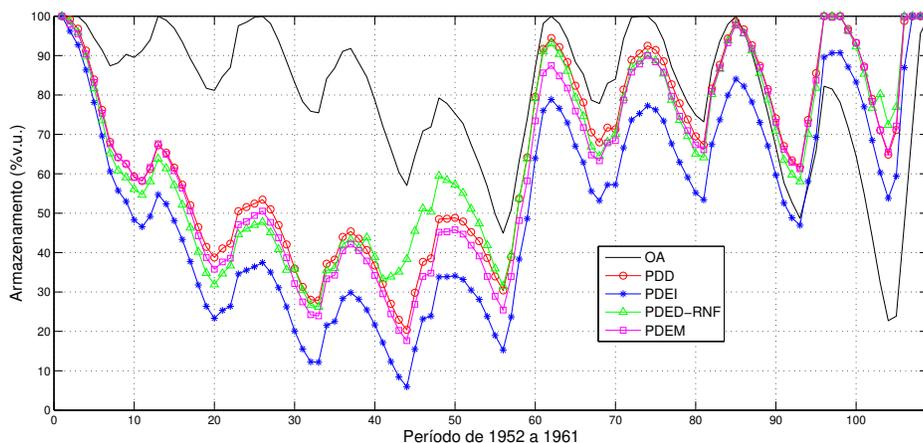


Figura 5.26: Trajetória dos volumes armazenados (%v.u.) da usina de Furnas.

A Figura 5.26 mostra em detalhes as trajetórias de volume armazenado para a usina de Furnas considerando as políticas de PD durante o período de seca da década de 1950. Note que a trajetória da PDD está sempre acima das trajetórias das políticas PDE. Com esse comportamento a PDD melhoraria sobretudo a produtividade da usina, mas estaria sujeita a uma

grande quantidade de vertimento. Além disso, a Tabela 5.5 mostra as produtividades médias e o vertimento médio com base nas políticas de operação. Pode-se verificar que a PDD apresentou a maior produtividade, bem como o maior vertimento. Esse resultado é consistente com as regras de decisão de turbinagem na Figura 5.25, que mostra que a política PDD é mais conservadora do que a PDEI, ou seja, para o mesmo estado de armazenamento a PDD toma a decisão de turbinar menos do que a política PDEI, para valores de armazenamento inferiores a 80%, comuns para o mês de janeiro.

Para a usina de Furnas, considerando o melhor caso, de acordo com os resultados obtidos na simulação de cada política, apresentados na Tabela 5.5, comparando os resultados de custos médios da PDD com a PDEM, a PDD gera 1,1 MW (0,15%) a mais, porém apresenta um custo médio 0,16% pior. A política operativa que apresentou maior geração média (709,2 MW), foi a PDD. Como o maior vertimento foi obtido pela PDD, a política foi beneficiada pelo aproveitamento da vazão que poderia ser armazenada ou vertida. O pior desempenho, ou seja, a política que apresentou o maior custo médio foi a PDED usando previsão RNF, com custo igual a \$ 8158,2.

Comparando as abordagens de PDEI e PDEM, a diferença entre os custos médios obtidos por essas políticas foi de 0,26%. Isso significa que a correlação entre as vazões em base mensal não traz benefício significativo para as políticas de PDE. Uma explicação é que as correlações não são tão expressivas quanto era suposto. Uma outra explicação, mais importante, é que as decisões ótimas de cada mês não são fortemente dependentes da vazão do próprio mês, cuja variância da distribuição condicionada à vazão do mês anterior é menor por explorar a correlação. Na verdade, a decisão ótima de cada estágio depende das vazões de vários passos à frente, pelo menos até o final da próxima estação chuvosa, e pouco adianta reduzir a incerteza sobre a vazão do mês corrente. Já comparando as duas políticas de PD estocásticas com vazões independentes, PDEI e PDED com previsão RNF, a diferença foi de 1,5% a favor da PDEI. A diferença no desempenho entre a melhor e a pior políticas foi de aproximadamente 1,7%.

#### **5.4.2 Resultados para as Demais Usinas**

Os resultados das simulações das tabelas de decisão para as usinas de Serra da Mesa e Sobradinho, adotando o caso padrão com a melhor combinação de melhorias investigadas, são apresentados a seguir.

Tabela 5.10: Resultados da simulação para a usina de Serra da Mesa com ajuste Box-Cox, vazões contínuas e com eliminação de vertimentos turbináveis.

Política	Geração ( $\overline{MW}$ )		Custo (\$)	Vertimento	Produtividade
	Média	Desvio	Média	( $m^3/s$ )	( $\overline{MW}/(m^3/s)$ )
OA	840,3	132,7	4135,7	0,0	1,085
PDD	815,7	177,9	4839,4	46,8	1,108
PDEI	818,1	165,3	4712,4	34,8	1,087
PDED-RNF	817,5	165,0	4724,3	39,5	1,095
PDEM	816,0	161,2	4726,5	33,4	1,082

De acordo com os resultados obtidos na simulação de cada política para a usina de Serra da Mesa, o menor custo médio (\$ 4712, 4) está associado à política PDEI. A maior geração média, que foi igual a 818, 1  $\overline{MW}$ , também foi obtida pela política PDEI. A política que apresentou o pior desempenho, apresentando o maior custo médio, foi a PDD, com custo igual a \$ 4839, 4.

A diferença entre as abordagens estocásticas de PD independente e markoviana foi de 0,29%. Já analisando as políticas de PDEI e PDED com previsão RNF, houve um ganho no custo médio de 0,25% da PDEI. Comparando a abordagem de PD determinística contra a estocástica markoviana, a diferença foi de 2,3%. Com isso, pode-se concluir que o fato de a política PDEM explorar as correlações mensais entre os meses do ano não garante o melhor desempenho. A diferença dos desempenhos da melhor e da pior políticas foi aproximadamente 2,7%.

As comparações dos resultados obtidos pela simulação das políticas de PD para a usina de Serra da Mesa, com relação às tabelas de decisão e dos armazenamentos ótimos, podem ser visualizadas nas Figuras 5.27 e 5.28.

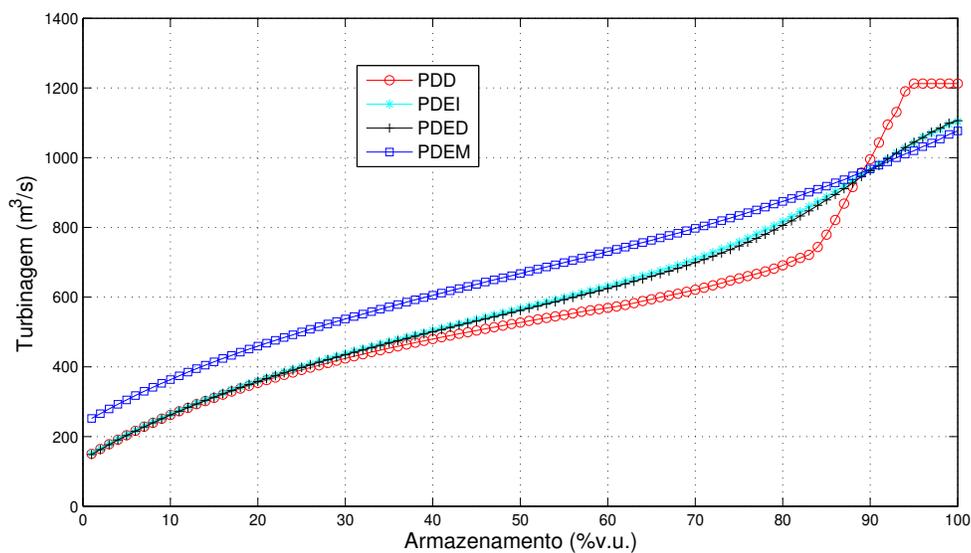


Figura 5.27: Tabelas de decisão ( $m^3/s$ ) da usina de Serra da Mesa para o mês de janeiro.

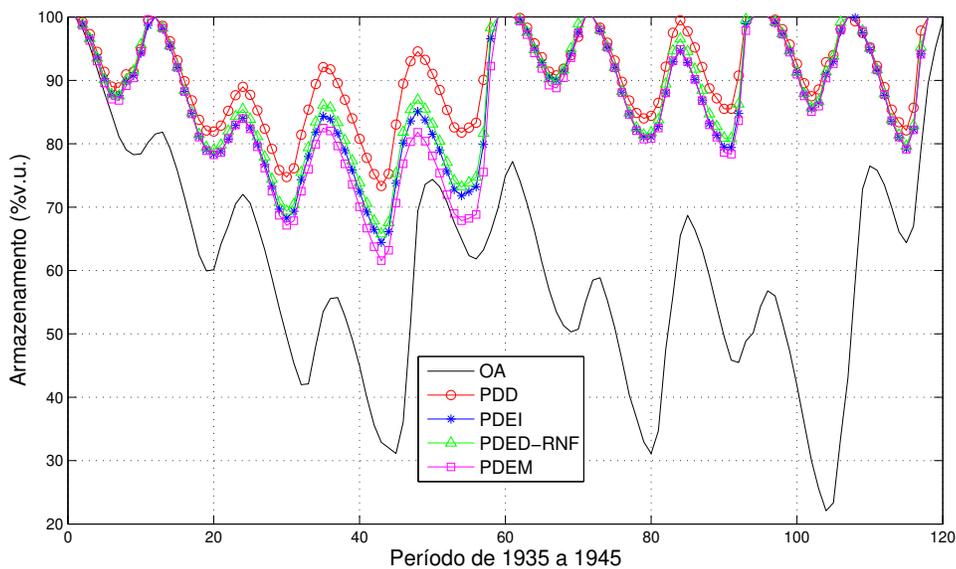


Figura 5.28: Trajetória dos volumes armazenados (%v.u.) da usina de Serra da Mesa.

Observando os resultados obtidos na simulação de cada política para a usina de Sobradinho,

Tabela 5.11: Resultados da simulação para a usina de Sobradinho com ajuste Box-Cox, vazões contínuas e com eliminação de vertimentos turbináveis.

Política	Geração ( $\overline{MW}$ )		Custo (\$)	Vertimento ( $m^3/s$ )	Produtividade ( $\overline{MW}/(m^3/s)$ )
	Média	Desvio			
OA	626,5	143,1	3989,3	67,3	0,244
PDD	602,1	187,0	4695,0	161,5	0,248
PDEI	598,2	184,9	4747,2	162,7	0,238
PDED-RNF	607,9	179,6	4540,1	176,2	0,244
PDEM	612,9	194,8	4561,9	205,6	0,250

percebe-se que o menor custo médio (\$4540,1) está associado à política PDED usando previsão com RNF. A política PDEM apresentou maior geração média igual a 612,9  $\overline{MW}$  e maior desvio associado. O pior desempenho, ou seja, a política que apresentou o maior custo médio, foi a PDEI, com custo igual a \$ 4747,2.

A usina de Sobradinho apresentou diferenças mais significativas na comparação dos custos médios de geração. A diferença entre a PDEI e a PDEM foi de 4%. Já comparando as políticas PDEI e PDED usando previsão RNF, a PDED apresentou um ganho de 4,5% com relação à PDEI. E na comparação da PDD contra a PDEM a diferença de custo foi de 2,9% a favor da PDEM. A diferença dos desempenhos da melhor e da pior políticas foi de aproximadamente 4%. Essa diferença pode ser justificada pelo comportamento do histórico de vazões naturais de Sobradinho, que apresenta grandes desvios com relação às vazões médias das outras usinas.

Os resultados obtidos pela simulação das políticas de PD para a usina de Sobradinho, com relação às tabelas de decisão e dos armazenamentos ótimos, podem ser conferidos nas Figuras 5.29 e 5.30.

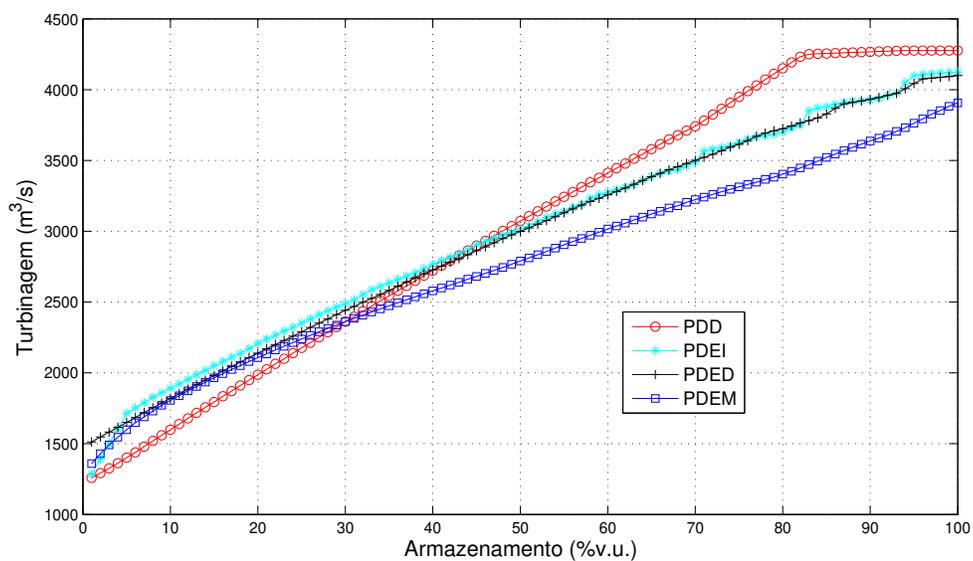


Figura 5.29: Tabelas de decisão ( $m^3/s$ ) da usina de Sobradinho para o mês de janeiro.

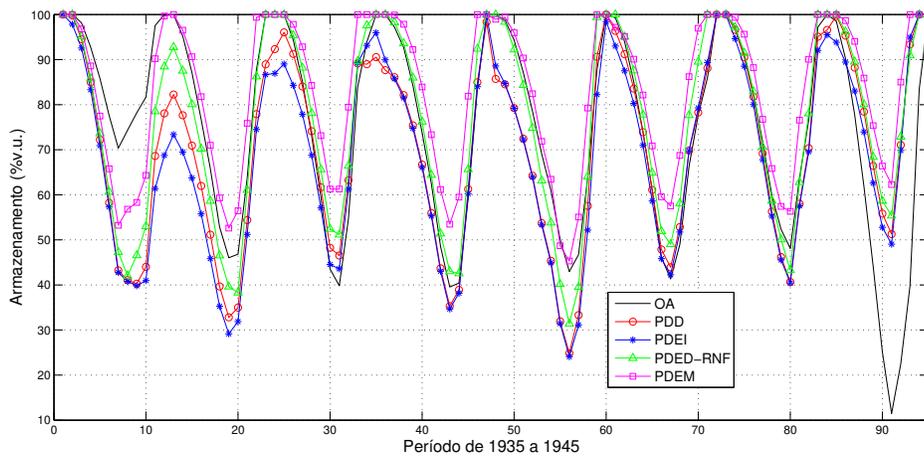


Figura 5.30: Trajetória dos volumes armazenados (%v.u.) da usina de Sobradinho.

### 5.4.3 Comentários Finais

A partir dos resultados obtidos por simulação é possível afirmar que as diversas políticas de programação dinâmica apresentaram resultados semelhantes. Além disso, as diferenças dos custos médios de operação entre a melhor e a pior políticas foram aproximadamente, 2,7%, 4,0%, e 1,7% para as usinas de Serra da Mesa, Sobradinho e Furnas, respectivamente.

Outra conclusão é que o melhor desempenho nem sempre correspondeu ao modelo mais sofisticado das vazões afluentes. Por exemplo, o melhor resultado para a usina de Serra da Mesa foi obtido pela PDEI e não pelo modelo que considera a correlação das vazões no tempo, PDEM.

O melhor desempenho em termos de custo de geração médio não necessariamente corresponde ao melhor desempenho em termos de geração média hidráulica. Por exemplo, no caso da usina de Furnas, a PDD apresentou a maior média de geração hidráulica, embora o seu custo de operação não tenha sido um dos melhores. Isso pode ser explicado pelo fato do custo de operação decrescer monotonicamente (como o custo de geração térmica é uma função quadrática, quanto maior for o desvio na geração hidráulica, maior será o desvio padrão obtido pela geração térmica, o que afeta o custo). Portanto, o desempenho das políticas operacionais é influenciado não somente pelas gerações médias, mas também pelos seus desvios padrões. Isso ocorreu no caso da usina de Furnas, onde a PDD atingiu a melhor geração média, mas teve o pior custo devido ao grande desvio padrão.

# Capítulo 6

## Conclusões

Esta tese apresentou um estudo das diversas alternativas de utilização de diferentes técnicas de PD aplicadas a sistemas com uma única usina hidrelétrica. Em particular, são consideradas diferentes modelagens para as vazões afluentes futuras. Além disso, os resultados decorrentes dos detalhes de implementação propostos ao algoritmo de programação dinâmica também foram explorados. Foram comparados os casos determinístico, estocástico independente e estocástico dependente no que se refere à representação da incerteza das vazões afluentes, no âmbito da PDE convencional.

Este trabalho apresentou um estudo sobre a influência das modelagens das vazões afluentes na performance da PD aplicada ao POE de médio prazo. Com o objetivo de focar na aleatoriedade das vazões e suas modelagens, foram considerados somente sistemas compostos por apenas uma usina hidrelétrica, e portanto a programação dinâmica não foi limitada pela chamada “maldição da dimensionalidade”.

Quatro abordagens de PD foram investigadas. A primeira e mais simples foi a programação dinâmica determinística, onde as variáveis de decisão são calculadas assumindo as vazões futuras com base nos valores médios do histórico de vazões. Em seguida, as programações dinâmicas estocásticas foram também consideradas: uma versão independente que considera correlação nula entre as vazões dos meses consecutivos e uma abordagem dependente que assume uma correlação de ordem unitária entre as vazões afluentes. Foi também implementada a programação dinâmica estocástica dual, baseada na formulação do tipo “acaso-decisão”.

Primeiramente foi feito um estudo da melhor função densidade de probabilidade a ser ajustada aos dados de vazões do histórico de 1931 a 2005. A melhor transformação de Box-cox dos dados foi obtida através do método da máxima verossimilhança e um teste de hipótese foi realizado para concluir que a melhor distribuição é significativamente diferente das distribuições

Normal ou Lognormal, as mais utilizadas nos estudos hidrológicos. Os testes de otimização das políticas PD foram realizados considerando a melhor função densidade de probabilidade.

Resultados numéricos foram obtidos através de simulação usando os dados do histórico de vazões. Três usinas hidrelétricas localizadas em diferentes bacias no Brasil, com diferentes características, foram consideradas.

Pode-se concluir também que existe uma relação dos resultados das políticas de PD de acordo com a localização das usinas hidrelétricas, pois houve um comportamento diferente para cada usina com relação ao melhor algoritmo de PD.

Outra importante conclusão é que, surpreendentemente, a programação dinâmica determinística, que assume uma modelagem de vazões mais simplificada, obteve um desempenho equivalente aos modelos de vazões estocásticos. A PDD apresentou surpreendentemente um desempenho bom, somente 2,7%, 3,4% e 0,15% pior que a melhor política PDE para as usinas hidrelétricas de Serra da Mesa, Sobradinho e Furnas, respectivamente. No caso da usina de Sobradinho, a PDD apresentou um melhor desempenho do que a política PDEI. Esses resultados indicam que modelos determinísticos podem ter um desempenho tão bom quanto os modelos estocásticos na resolução do POE, sugerindo que o processo de escolha de decisões que considera somente o cenário de vazões dado pelas suas médias mensais pode ser tão eficiente quando aqueles que consideram diferentes cenários de vazões afluentes.

Uma importante consequência dos resultados apresentados é que, para cada sistema composto por uma usina hidrelétrica, não houve diferenças expressivas com relação aos desempenhos dos modelos estocásticos contra os determinísticos. Como consequência, para sistemas compostos por múltiplos reservatórios, onde a PDE não pode ser aplicada sem algum tipo de manipulação para uma representação agregada do sistema, a política PDD seria mais recomendável, pois pode ser empregada sem nenhuma simplificação do modelo. Além disso, a PDD, que corresponde a uma política de controle de malha fechada, pode também ser considerada como uma política de malha aberta onde as decisões em cada estágio são obtidas através de uma otimização determinística alimentada pelas vazões médias (Martinez et al., 2002). Também, segundo (Zambelli, 2009), os aspectos estocásticos do problema podem ser considerados de forma implícita pela utilização de modelos de previsão e fazendo uso de modelos de otimização determinísticos para usinas individualizadas, o que possibilita uma representação mais precisa do sistema hidrotérmico.

# Apêndice: Modelo de Previsão com Rede Neuro-Fuzzy

Este apêndice apresenta um resumo de como é realizada a previsão de vazões usando redes neurais com lógica fuzzy. Essas vazões previstas são utilizadas no módulo de simulação das políticas operativas de PD.

A metodologia desenvolvida em (Ballini, 2000) para previsão de vazões, é baseada nos modelos de redes neurais e sistemas fuzzy. A utilização de redes neurais para previsão de séries temporais vem sendo proposta por diversos autores, mostrando a viabilidade de utilizar estes modelos.

Entretanto, a capacidade de mapeamentos complexos das redes neurais cresce com o número de camadas e neurônios, acarretando maior tempo de processamento, bem como considerável soma de dados. Na prática, entretanto, muitas vezes os parâmetros devem ser ajustados rapidamente e somente uma pequena quantidade de dados está disponível.

A estrutura do sistema neural baseado em regras nebulosas, também conhecido como rede Neuro-Fuzzy (RNF), foi desenvolvida com base em duas características essenciais: o mapeamento das regras fuzzy na estrutura é direto e o processamento neural deve equivaler totalmente a um mecanismo de inferência fuzzy. Essas propriedades são condições necessárias para garantir que o sistema proposto tenha uma natureza dual, ou seja, o sistema pode ser visto ora como um sistema baseado em regras fuzzy, ora como uma rede Neuro-Fuzzy .

A rede RNF utilizada neste trabalho foi desenvolvida por (Ballini, 2000) e utiliza um processo adaptativo no treinamento das redes. Dessa forma, os parâmetros essenciais para a modelagem do sistema nebuloso, tais como as regras nebulosas e as funções de pertinência, são ajustados através de um método de aprendizado construtivo que adiciona neurônios à estrutura da rede à medida que um novo conhecimento se faz necessário.

A estrutura da rede pode ser vista no esquema da Figura 6.1, que apresenta uma arquitetura não recorrente com 5 camadas.

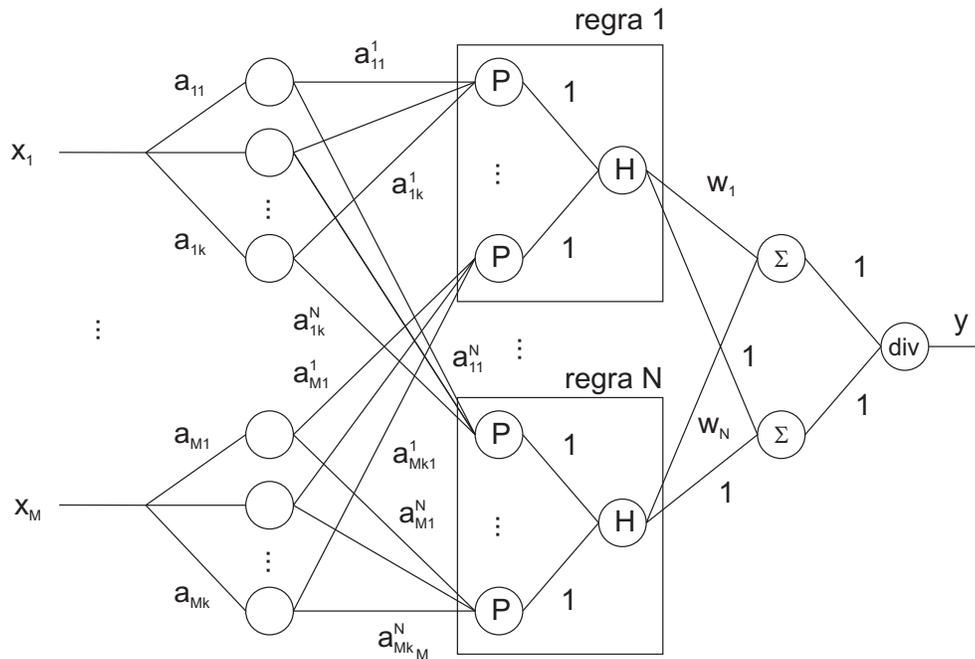


Figura 6.1: Esquema da rede Neuro-Fuzzy.

A rede RNF codifica na sua estrutura neural uma base de regras na forma de sentenças do tipo “Se um conjunto de condições é satisfeito, então um conjunto de consequentes é inferido”, conforme a definição que encontra-se em (6.2).

Entradas:	$x_1 \text{ é } A_1 \text{ e } \dots \text{ e } x_M \text{ é } A_M$
Regras:	$Se \ x_1 \text{ é } A_1^1 \text{ e } \dots \text{ e } x_M \text{ é } A_M^1 \text{ Então } y \text{ é } w_1$ $Se \ x_1 \text{ é } A_1^i \text{ e } \dots \text{ e } x_M \text{ é } A_M^i \text{ Então } y \text{ é } w_i$ $Se \ x_1 \text{ é } A_1^N \text{ e } \dots \text{ e } x_M \text{ é } A_M^N \text{ Então } y \text{ é } w_N$
Saída:	$y = y(x)$

Figura 6.2: Base de regras da rede Neuro-Fuzzy.

onde:  $x_j, j = 1, \dots, M$  é uma variável nebulosa e M o número de entradas; e  $A_j$  e  $A_j^i$  são conjuntos nebulosos representados por funções de pertinência sendo N o número de regras

nebulosas;  $y$  é uma variável real e  $w_i$  é uma constante, ambas definidas no espaço de saída. Os valores de  $w_i(x) = w_i$  representam os pesos sinápticos correspondentes aos consequentes das regras nebulosas. A primeira camada da rede processa as variáveis de entrada conforme a seguinte regra:  $a_{jk} = \{1, \text{ se } x_j \in (x_{jk_1}, x_{jk_F}) \text{ ou } a_{jk} = 0, \text{ caso contrário.}$

Assim, o valor numérico da saída  $y$  é determinado por uma sequência de três estágios de processamento, como segue:

- **Comparação:** Realizada na segunda camada. Para cada regra  $i = 1, \dots, N$  e para cada antecedente  $j = 1, \dots, M$ , calcula-se a medida de possibilidade  $P_j^i$  entre os conjuntos fuzzy  $A_j$  e  $A_j^i$ , da seguinte forma:

$$P_j^i(x) = S_k\{TA_j(x), A_j^i(x)\} \quad (6.1)$$

onde S e T são operadores lógicos, correspondentes a uma *s-norma* e uma *t-norma*, respectivamente, e  $x = (x_1, \dots, x_j, \dots, x_M)$  é o vetor de entrada.

- **Agregação dos Antecedentes:** Realizada na terceira camada. Para cada regra  $i = 1, \dots, N$  agregam-se os valores de cada um dos antecedentes, através de uma *t-norma*. O resultado desta agregação é chamado de nível de ativação  $H_i$ , definido por:

$$H^i(x) = T_j\{P_j^i(x)\} \quad (6.2)$$

onde a notação  $T_j(.,.)$  é a aplicação da norma T para todo  $j = 1, \dots, M$  relativo ao vetor de entrada  $x$ .

- **Agregação das Regras:** Realizada na quarta e quinta camada. A saída  $y$  do sistema de inferência codificada na última camada da rede é realizada através de uma média ponderada entre os consequentes e os níveis de ativação calculados em (6.3) para cada regra, dada por:

$$y(x) = \frac{\sum_{i=1}^N H^i(x) \cdot w_i}{\sum_{i=1}^N H^i(x)} \quad (6.3)$$

A estratégia de aprendizagem consiste na fase de ajuste dos parâmetros e determinação do número de regras nebulosas na estrutura da RNF, podendo ser dividida em duas fases. A primeira fase corresponde à aprendizagem não supervisionada, ou seja, a aprendizagem se processa sem que as saídas sejam fornecidas, envolvendo somente uma parte da arquitetura, mais especificamente a segunda camada. Nesta fase, a rede aprende as funções de pertinência

dos antecedentes das regras fuzzy enquanto ajusta os pesos sinápticos associados a esta camada. O método utilizado durante esta etapa é do tipo competitivo, baseado nas redes do tipo Kohonen. A segunda fase adota um método supervisionado, baseado no método do gradiente para aprendizagem dos consequentes das regras, e envolve apenas o ajuste dos pesos da quarta camada.

O algoritmo de aprendizagem capacita a RNF a adquirir novos conhecimentos codificando novas regras nebulosas em sua estrutura, alterando a arquitetura da rede. Portanto, o número de regras nebulosas codificadas pela rede, correspondente ao número de grupos de neurônios na segunda camada, não é constante, ou seja,  $N = N(t)$ .

# Bibliografia

- Alvarez, M., Cuevas, C. M., Escudero, L. F., Fuentes, J. L., García, C. e Pietro, F. J. (1994). Network planning under uncertainty with an application to hydropower generation, *TOP – Trabajos de Investigación Operativa* **2**(1): 25–58.
- Araripe, N. T., Kligerman, A. S., Negrini, M. e Neto, J. L. R. (1985). A experiência do goi na coordenação do planejamento da operação energética do sistema hidrotérmico brasileiro, *VIII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica - SNPTEE* .
- Arvanitids, N. V. e Rosing, J. (1970a). Composite representation of multireservoir hydroelectric power system, *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems* **PAS-89**(2): 319–326.
- Arvanitids, N. V. e Rosing, J. (1970b). Optimal operation of multireservoir system using a composite representation, *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems* **PAS-89**(2): 327–335.
- Balanco Energético Nacional 2009 - Ano base 2008* (2009). *Empresa de Pesquisa Energética* .
- Ballini, R. (2000). *Previsão de Vazões Através de Sistemas Neuro-Fuzzy*, Tese de Doutorado, FEEC/Unicamp.
- Bazaraa, M. S., S. C. M. (1979). *Nonlinear Programming - Theory and Algorithms*, John Wiley and sons, New York.
- Bellman, R. (1962). *Dynamic Programming*, Princeton University Press, Princeton - N. J.
- Bertsekas, D. P. (1976). *Dynamic Programming and Stochastic Control*, Academic Press.
- Bertsekas, D. P. (1995). *Dynamic Programming and Optimal Control*, Vol. 1, Athena Scientific, Belmont, Massachusetts.

- Box, G. E. P. e Jenkins, G. (1994). *Time Series Analysis*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- Carneiro, A. A. F. M. e Soares, S. (1990). A large application of an optimal deterministic hydrothermal scheduling algorithm, *IEEE Transactions on Power Systems* **5**(1).
- Carvalho, M. A. P. e Rosenblatt, J. (1977). Modelo de simulação a subsistemas equivalentes, *IV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*.
- Castro, M. A. d. A. (2006). *O planejamento energético de médio prazo com representação individualizada das usinas hidrelétricas*, Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- Cicogna, M. (2003). *Sistema de Suporte à Decisão para o Planejamento e a Programação da Operação de Sistemas de Energia Elétrica*, Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Unicamp.
- Cicogna, M. A. (1999). *Modelo de planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos a usinas individualizadas orientado por objetos*, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Unicamp.
- Cruz Jr., G. (1998). *Modelo Equivalente Não Linear para o Planejamento da Operação a Longo Prazo de Sistemas de Energia Elétrica*, Tese de Doutorado, FEEC-Unicamp, Campinas.
- Cruz Jr., G. e Soares, S. (1996). Non-uniforme composite representation of hydroelectric systems for long-term hydrothermal scheduling, *IEEE Transactions on Power Systems* **11**(2): 701–707.
- Dembo, R. S. (1991). Scenario optimization, *Annals of Operations Research*, pp. 63–80.
- Duran, H., Pueh, C., Diaz, J. e Sanchez, G. (1985). Optimal operation of multireservoir system using an aggregation-decomposition approach, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* **104**(8): 2086–2092.
- Escudero, L. F., Fuente, J. L., Garcia, C. e Pietro, F. J. (1996). Hydropower generation management under uncertainty via scenario analysis and parallel computation, *IEEE Transaction on Power Systems* **11**(2): 683–689.

- Fortunato, L. A. M., Neto, T. A. A., Albuquerque, J. C. R. e Ferreira, C. (1990). *Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica*, EDUFF/Eletróbrás, Niterói - RJ.
- GCOI (1978). Models used for operation planning of hydrothermal systems, *IX meeting of the SOMSE/CIER*.
- Gonçales, R. E. C. (2007). *Análise comparativa entre diferentes métodos de otimização estocástica na solução do problema de planejamento de operação de curto prazo*, Tese de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- Jacobs, J., Freeman, G., Grygier, J., Morton, D., Schultz, G., Staschus, K. e Stedinger, J. (1995). SOCRATES: A system for scheduling hydroelectric generation under uncertainty, *Annals of Operations Research*, Vol. 59, pp. 99–133.
- Johnson, R. A. e Wichern, D. W. (1992). *Applied Multivariate Statistical Analysis*, Prentice Hall, New Jersey.
- Karamouz, M. e Houck, M. H. (1987). Comparison of stochastic and deterministic dynamic programming for reservoir operation rule generation, *Water Resources Bulletin - American Water Resources Association* **23(1)**: 1–9.
- Kligerman, A. (1992). *Operação Ótima de Subsistemas Hidrotérmicos Interligados Utilizando Programação Estocástica Dual*, Dissertação de Mestrado, FEEC-Unicamp, Campinas.
- Loucks, D. e van Beek, E. (2005). *Water Resources Systems Planning and Management*, Unesco Publishing.
- Martinez, L., Ballini, R. e Soares, S. (2002). The influence of hydrologic information in long-term hydrothermal scheduling. International Federation of Automatic Control - IFAC'02, Barcelona.
- Nemhauser, G. L. (1966). *Introduction to Dynamic Programming*, John Wiley, New York.
- Numerical Recipes in C++: The Art Scientific Computing* (2002). Cambridge University Press.
- Ogwang, T. e Rao, U. G. (1997). A simple algorithm for estimating Box-Cox models, *The statistician* **46(3)**: 399–409.

- Oliveira, G. G. e Soares, S. (1995). A second-order network flow algorithm for hydrothermal scheduling, *IEEE Transactions on Power Systems* **10**(3): 1635–1641.
- Papoulis, A. (1921). *Probability, random variables, and stochastic processes*, 4th edition edn, McGraw-Hill.
- Pereira, M. V. e Pinto, L. M. V. G. (1985). Stochastic optimization of a multireservoir hydroelectric system: a decomposition approach, *Water Resources Research* **21**(6): 779–792.
- Rosenthal, R. (1981). A nonlinear network flow algorithm for maximization of benefits in a hydroelectric power system, *Operations Research* **29**: 763–786.
- Rotting, T. A. e Gjelsvik, A. (1992). Stochastic dual programming for seasonal scheduling in the Norwegian power systems, *IEEE Transactions on Power Systems* **7**: 273–279.
- Silva, L. F. C. A. (1981). *Modelo de Intercâmbio a Subsistemas Equivalentes*, Dissertação de Mestrado, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro.
- Siqueira, T. G. (2003). *Comparação entre programação dinâmica primal e dual no planejamento da operação energética*, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Unicamp, Campinas.
- Siqueira, T. G., Zambelli, M. S., Cicogna, M. A., Andrade, M. e Soares, S. (2006). Stochastic dynamic programming for long term hydrothermal scheduling considering different streamflow models, *PMAPS 2006 - 9th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems* .
- Siqueira, T. G., Zambelli, M. S., Cicogna, M. A. e Soares, S. (2006). Effects of streamflow modeling in stochastic dynamic programming for long term hydrothermal scheduling, *X SEPOPE - Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica*.
- Soares, S. (1987). Planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos, *Revista SBA: Controle e Automação* **2**(1): 122–133.
- Soares, S. e Carneiro, A. A. F. M. (1993). Reservoir operation rules for hydroelectric power system optimization, *IEEE/NTUA Athens Power Tech Conference* .
- Stedinger, J. W., Sula, B. F. e Loucks, D. P. (1984). Stochastic dynamic programming models for reservoir operation optimization, *Water Resources Research* **20**(11): 1499–1505.

- Terry, L. A., CEPEL, DENE/DPE/Eletróbrás e DEOP/DOS/Eletróbrás (1980). *Modelo a Sistema Equivalente - Descrição Geral*, Relatório Técnico, CEPEL-Eletróbrás.
- Thanos, T. e Yeh, W. W.-G. (1987). Use of stochastic dynamic programming for reservoir management, *Water Resources Research* **23**(6): 983–996.
- Turgeon, A. (1980). Optimal operation of multi-reservoir systems with stochastic inflows, *Water Resources Research* **16**(2): 275–283.
- Turgeon, A. e Charbonneau, R. (1988). An aggregation-disaggregation approach to long-term reservoir management, *Water Resources Research* **34**(12): 3585–3594.
- Zambelli, M. S. (2006). *Planejamento da operação energética via curvas-guias de armazenamento*, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Unicamp.
- Zambelli, M. S. (2009). *Planejamento da Operação Energética do Sistema Interligado Nacional baseado em Modelo de Controle Preditivo*, Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Unicamp.
- Zambelli, M. S., Siqueira, T. G. e Soares, S. (2006). Aplicando melhorias à programação dinâmica no planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos, *XVI CBA - Congresso Brasileiro de Automática*.