

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

SETOR TELEMÁTICA

DIGITALIZAÇÃO DA LINHA DE ASSINANTE:

MODELAMENTO E SIMULAÇÃO

José Pedro de Freitas *J.P.F.*
Orientador : Prof. Dr. Ivanil Sebastião Bonatti

Tese apresentada à Faculdade de
Engenharia de Campinas, da Uni-
versidade Estadual de Campinas -
UNICAMP, como parte dos requisi-
tos exigidos para a obtenção do
título de MESTRE EM CIÊNCIAS.

Março 1985

Este exemplar corresponde
à redação final da tese
defendida por José Pedro
de Freitas e aprovada
pela comissão julgadora
em 22/03/85

Bonatti

À Carmen

GRADECIMENTOS

Gostaria de expressar aqui meus agradecimentos ao rof. Dr. Ivanil Sebastião Bonatti pelo tema, estímulo e constante orientação.

Ao Prof. Dr. José Cláudio Geromel pelas contribuições e incentivo no desenvolvimento deste trabalho.

Aos Eng^{os} Paulo Augusto Valente Ferreira e Márcio achado pela contribuição nas implementações computacionais.

Ao CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico e à TELEBRÁS S/A - Telecomunicações Brasileiras S/A - que através do indispensável apoio financeiro, tornaram possível a realização deste trabalho.

A Maria Julia pelo dedicado trabalho de datilografia e ao Luís pelos excelentes desenhos.

A todos aqueles que me acompanharam durante o transcorrer deste trabalho e em especial aos Profs. Drs. Shusaburo Itoyama e Walter da Cunha Borelli.

ÍNDICE

| | |
|---|----|
| RESUMO | |
| SÍMBOLOS E ABREVIATURAS | 1 |
| CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO | 3 |
| I.1 - Digitalização da Linha de Assinante | 4 |
| I.2 - Transmissão Digital nas Linhas de Assinante Existentes | 7 |
| I.3 - Objetivos do Trabalho | 21 |
| CAPÍTULO II - SIMULAÇÃO | 24 |
| II.1 - Introdução | 25 |
| II.2 - Modelo de Simulação | 26 |
| II.3 - Simulador | 31 |
| CAPÍTULO III - MODELAMENTO DA LINHA DE ASSINANTE E TEMPO DE PROPAGAÇÃO | 37 |
| III.1 - Introdução..... | 38 |
| III.2 - Modelamento Clássico de uma Linha Homogênea | 38 |
| III.3 - Modelamento de uma Linha de Assinante | 42 |
| III.4 - Características em Frequência dos Cabos Telefônicos | 46 |
| III.5 - Modelamento do Efeito Pelicular | 52 |
| III.6 - Regressão Multivariável | 54 |
| III.7 - Tempo de Propagação | 63 |
| III.8 - Conclusão | 73 |
| CAPÍTULO IV - ESPECTRO DE POTÊNCIA | 75 |
| IV.1 - Introdução | 76 |

| | |
|---|------------|
| IV.2 - Espectro de Potência | 76 |
| IV.3 - Estudo Analítico de Alguns Códigos de Linha .. | 84 |
| IV.4 - Conclusão | 92 |
| CAPÍTULO V - DIAGRAMA DE OLHOS | 93 |
| V.1 - Modelos | 94 |
| V.2 - Diagrama de Olhos | 98 |
| V.3 - Algoritmo | 104 |
| V.4 - Conclusão | 110 |
| CAPÍTULO VI - RESULTADOS | 112 |
| VI.1 - Introdução | 113 |
| VI.2 - Exemplo de Simulação nº 1 | 115 |
| VI.3 - Exemplo de Simulação nº 2 | 122 |
| VI.4 - Exemplo de Simulação nº 3 | 125 |
| CAPÍTULO VII - CONCLUSÃO | 128 |
| BIBLIOGRAFIA | 131 |
| APÊNDICE | 136 |

RESUMO

Neste trabalho desenvolvemos um simulador numérico da linha de assinante, que se constitui em um instrumento de grande importância no estudo da digitalização da rede local. Ele incorpora, também, recursos para a construção de diagramas de olhos e para o cálculo do espectro de potência do trem de pulsos de sinais digitais.

Para isto, desenvolvemos um modelo matemático para uma linha de assinante genérica, composta por várias bitlases e derivações em aberto. É também analisado a determinação do tempo de propagação de pulsos nestas linhas, concluindo-se pela proposta de uma nova fórmula para seu cálculo. Para o cálculo do espectro de potência, é proposto uma generalização do método clássico de Bennett. O método proposto permite o cálculo do espectro de potência, para códigos de linha que estão sendo analisados para uso na rede local e que têm a propriedade de representarem os dígitos "0" e "1" de informação, através de formas de onda distintas.

O trabalho inclui ainda resultados obtidos com o simulador, que ilustram e validam seu desempenho.

SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

| | |
|---------------------------|---|
| AWG | - American Wire Gauge |
| 19 AWG | - denota um diâmetro de valor nominal 0.9 mm. |
| 22 AWG | - idem 0.6 mm. |
| 24 AWG | - idem 0.5 mm. |
| 26 AWG | - idem 0.4 mm. |
| CCITT | - Comissão Consultiva Internacional Telefônica e Telegráfica. |
| DC | - Corrente ou tensão contínua. |
| MCP | - Modulação por Codificação de Pulsos. |
| RDSI | - Rede Digital de Serviços Integrados. |
| TCM | - Time Compression Multiplexing. |
| 2B + D | - Notação corrente internacional para designar o acesso de um assinante a uma rede digital, através de <u>dois</u> canais B (B= canal de 64 Kbit/s) e mais <u>um</u> canal D (D= canal de 16 Kbit/s). |
| $p(t), g(t), v_N(t)$ | - sinais de tensão. |
| $F \{ . \}$ | - operador Transformada de Fourier. |
| $F^{-1} \{ . \}$ | - operador Transformada Inversa de Fourier. |
| $E \{ . \}$ | - operador Esperança Matemática. |
| $\text{Prob} \{ X = x \}$ | - probabilidade da variável aleatória X assumir o valor x. |
| $\{ a(k) \}$ | - uma sequência de números $a(k)$, $k \in (-\infty, +\infty)$. |
| a' | - transposto do vetor a. |
| A' | - transposto da matriz A. |
| $f'(x)$ | - derivada da função $f(x)$. |
| $e^x = \exp(x)$ | - função exponencial de x. |

| | |
|-------------------|--|
| f | - frequência em Hz. |
| $\omega = 2\pi f$ | - frequência em rad/s. |
| $x(t, z)$ | - função amostral do processo aleatório $x(t)$. |
| $\bar{x}(t)$ | - valor médio do processo aleatório $x(t)$. |
| $x(t)$ | - trem de pulsos do sinal digital transmitido. |
| $y(t)$ | - para caps. II e V: trem de pulsos do sinal digital recebido; cap. IV: trem de pulsos do sinal digital transmitido menos o valor médio desse sinal. |
| γ | - para cap. I: razão entre a taxa de símbolos transmitidos e a taxa de informação gerada; cap. III: constante de propagação. |

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

I.1. DIGITALIZAÇÃO DA LINHA DE ASSINANTE

O processo de digitalização das redes de assinantes, com propósitos de estabelecer as bases de uma Rede Digital de Serviços Integrados (RDSI), está progredindo em todo o mundo. Uma RDSI é um modelo de rede de telecomunicação, na qual uma variedade de serviços, tais como telefonia, comunicações de dados, etc., são oferecidos aos usuários na forma digital através de uma única rede física.

As redes de assinantes compõem o segmento da rede telefônica que concentra os assinantes, geograficamente espalhados, em pontos de acesso a toda a rede: as centrais locais.

Em cada área geográfica servida por uma central local, cada assinante tem, em quase todos os casos, acesso a esta central através de uma par de fios de cobre em cabos multipares: a linha de assinante.

Na Fig. I.1, através de uma representação simplificada, procuramos ilustrar um trecho típico de uma rede de assinantes.

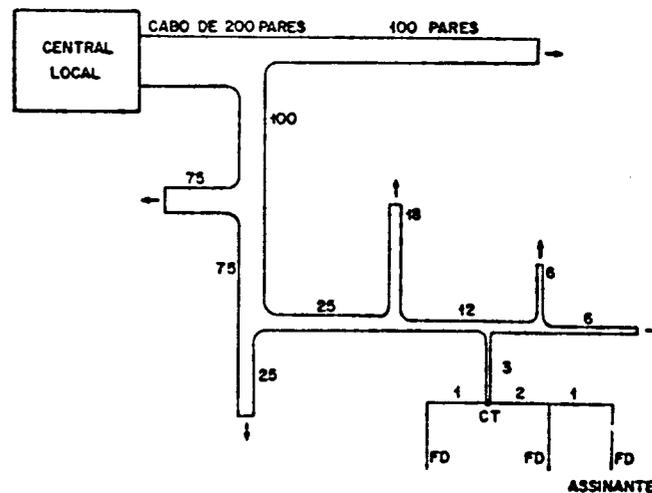


Fig. I.1 - Trecho típico de uma rede de assinantes

FD: Fio drop

CT: Caixa terminal

Nas áreas de assinantes, a imensa quantidade de cabos multipares implantados e planejados e as estruturas para acomodá-los (dutos, caixas subterrâneas, etc.) representam elevados investimentos. No Japão, por exemplo, os investimentos nas áreas de assinantes, incluindo as centrais locais, canalizam quase 60% do capital total investido na rede telefônica [5].

Entretanto, o retorno por linha deste capital investido é pequeno, tendo em vista a sub-utilização temporal e em faixa espectral das linhas de assinante, decorrentes do uso exclusivo de cada uma por apenas um equipamento com serviço de telefonia convencional.

Além disso, a demanda de serviço telefônico é crescente, exigindo expansões periódicas da rede que, nas áreas de assinantes, têm dado-se através da instalação de cabos e estruturas de suporte com custo elevado e baixo retorno.

Por outro lado, o atual estágio da tecnologia de circuitos integrados, em termos de compactação de circuitos, confiabilidade e, principalmente, redução de custo, pode oferecer alternativas economicamente viáveis para um melhor aproveitamento dos recursos das redes de assinantes existentes.

Neste sentido, vem sendo planejado e introduzido nas áreas de assinantes, concentradores e multiplexadores digitais [3, 5, 9, 11] adequados como alternativas para alívio de cabos alimentadores de rotas suburbanas e rurais e, também, para se obter ganho de pares em casos como de alívio de dutos congestionados [3].

A tecnologia de circuitos digitais integrados está, também, tornando realidade as centrais locais digitais [5]. Estas centrais são economicamente atrativas na expansão do serviço telefônico, e podem permitir a introdução nas áreas de assinantes, de serviços de comunicações de dados na forma digital.

Para o futuro, como decorrência da evolução social e tecnológica, é esperado a expansão da demanda do serviço de comunicações de dados e a emergência de uma demanda de novos serviços [7]. Estes serviços seriam beneficiados ao serem oferecidos aos assinantes na forma digital e integrados com o serviço telefônico numa única rede.

Estes fatos estão impulsionando o processo de digitalização das redes de assinantes, o que criará o suporte necessário para a concepção de uma RDSI.

No entanto, nestes próximos anos, a implantação de uma rede baseada na RSDI não se viabilizaria economicamente, dado que a demanda por novos serviços é pequena.

Em consequência, como é característica das redes de telecomunicações, a evolução da rede atual para uma rede de assinantes digital dar-se-á por estágios de motivação essencialmente econômica.

Habara e Aratani [5] consideram como sendo três os possíveis estágios na implantação de uma rede de assinantes digital, os quais são:

- 1) A digitalização das centrais locais e a introdução de concentradores e multiplexadores digitais na rede de assinantes são os pontos de partida nesta evolução. Essa digitalização é atrativa para o serviço telefônico e vai viabilizar a transmissão digital de serviços de dados até 64 Kbit/s.
- 2) Para satisfazer a demanda crescente dos novos serviços até 64 Kbit/s, a digitalização será estendida até o equipamento de assinante, transmitindo voz, dados e outros serviços integrados na forma digital, nas linhas de assinante existentes. Este estágio é fundamental no estabelecimento das bases para a introdução econômica dos serviços não-telefônicos.
- 3) Quando crescer a demanda de serviços que exigem um meio de transmissão de faixa larga, tal como vídeo com imagens com movimento, sistemas de transmissão por fibras óticas espalhar-se-ão economicamente na rede de cabos de assinantes.

Nesse processo evolutivo, o estado atual em diversos países, inclusive aqui no Brasil, corresponde, em maior ou menor grau, à fase de estudos, pesquisas e preparação do que corresponde ao segundo estágio descrito anteriormente. Isto é, os estudos estão con-

centrados em tudo que diz respeito ao acesso digital dos assinantes à rede através das linhas de assinante existentes e para serviços de 64 Kbit/s ou menos. Desta forma, avança-se na concepção e desenvolvimento de sistemas para transmissão digital através das linhas de assinante existentes, desenvolve-se meios de sinalização com maior capacidade do que a existente atualmente na rede de assinantes e, também, avança-se na padronização de interfaces de acesso que possam garantir a transparência da rede aos diversos equipamentos que poderão ser concebidos.

As tendências dos estudos em toda a parte [4,5,11] recaem na implementação das funções de sinalização através de um canal separado daquele de voz ou dados. O CCITT, que tem sido o principal centro de estudos com vistas a emitir recomendações sobre vários pontos de uma RDSI (interfaces de acesso à rede, protocolos, sinalização, etc.), estuda a proposta de que as linhas de assinante digitais devam prover o acesso dos usuários à rede através de dois canais de 64 Kbit/s e mais um de 16 Kbit/s. Este arranjo é denominado na notação corrente internacional de $2B + D$, onde B é o canal de 64 Kbit/s para voz ou dados e D é o canal de 16 Kbit/s para sinalização e alguma informação de baixa taxa.

A transmissão digital bidirecional a dois fios e sem repetidores através das linhas de assinante existentes constituirá a base para uma digitalização economicamente viável da rede nas áreas de assinantes.

Todavia, com tais requisitos para a transmissão, a digitalização da linha de assinante traz em seu bojo novos problemas de transmissão digital, principalmente em relação ao sistema MCP-30 (Modulação por Codificação de Pulso - 30 canais) instalado nos cabos multipares da rede tronco. Estes problemas são decorrentes do meio de transmissão definido pelas linhas de assinante e da operação bidirecional a dois-fios, e constituem a ênfase da próxima seção.

1.2. TRANSMISSÃO DIGITAL NAS LINHAS DE ASSINANTE EXISTENTES

Com vistas a uma rede digital nas áreas de assinantes que

utilize a rede de cabos multipares instalados e que seja economicamente atrativa, faz-se necessário a concepção de um sistema de transmissão digital para operar bidirecionalmente a dois-fios e sem repetidores através das linhas de assinante.

Tal sistema deverá prover um acesso multi-canal à rede, sendo que as tendências são para um ou dois canais de 64 Kbit/s para voz e dados e outro de 8 ou 16 Kbit/s para informação de baixa taxa.

Dois aspectos significativos e peculiares da transmissão digital na linha de assinante dizem respeito ao meio de transmissão, que assumirá um papel importante na especificação do sistema, e ao modo de efetuar a transmissão bidirecional a dois-fios.

Com relação ao meio de transmissão, não se verificam nas áreas de assinantes as condições de linhas homogêneas com comprimento padronizado como ocorre, por exemplo, nas seções regenerativas das linhas digitais MCP-30.

O que encontramos são linhas de assinante não homogêneas e numa ampla variedade de comprimentos. A não-homogeneidade das linhas é decorrente do fato de que elas são constituídas por um número variado de seções, nas quais a bitola do par de fios condutores pode ser 19, 22, 24 ou 26 AWG. Os comprimentos destas seções são, também, variados.

Outro elemento importante nesta não-homogeneidade é a existência de derivações terminadas em circuito aberto, como aquelas mostradas na Fig. I.2.

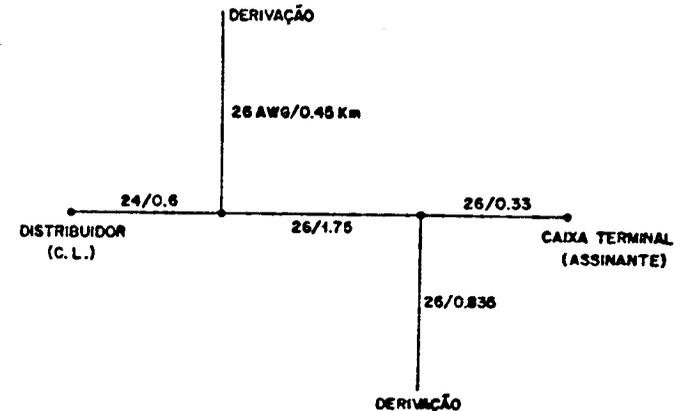


Fig. I.2 - Linha de assinante típica.

No sistema telefônico atual, as derivações têm a função de atender as eventuais mudanças dos assinantes. Porém, elas assumirão um papel crítico na capacidade das linhas para transmissão digital, em vista da degradação que provocarão no sinal digital transmitido, como veremos mais adiante.

Para ilustrar esta heterogeneidade do meio de transmissão, em termos de comprimento, composição multi-bitola e derivações, que variam de linha para linha, utilizamo-nos das Figs. I.3 - I.8 e da Tabela I.1.

Elas foram extraídas, com ligeiras modificações, das referências [1,2] na ausência de dados similares disponíveis sobre a rede brasileira.

| Comprimento linha [km] | Comprimento médio da linha [km] | Nº médio de derivações | Comprimento médio da derivação [km] |
|------------------------|---------------------------------|------------------------|-------------------------------------|
| 0 - 0.3 | 0.23 | 1.15 | 0.40 |
| 0.3 - 0.6 | 0.47 | 1.26 | 0.30 |
| 0.6 - 0.9 | 0.76 | 1.46 | 0.23 |
| 0.9 - 1.2 | 1.06 | 1.51 | 0.34 |
| 1.2 - 1.5 | 1.36 | 1.62 | 0.28 |
| 1.5 - 1.8 | 1.63 | 1.49 | 0.29 |
| 1.8 - 2.1 | 1.94 | 1.78 | 0.22 |
| 2.1 - 2.4 | 2.24 | 1.60 | 0.29 |
| 2.4 - 2.7 | 2.56 | 1.81 | 0.27 |
| 2.7 - 3.0 | 2.83 | 1.83 | 0.25 |
| 3.0 - 3.3 | 3.17 | 1.75 | 0.25 |
| 3.3 - 3.6 | 3.44 | 1.67 | 0.33 |
| 3.6 - 3.9 | 3.73 | 1.55 | 0.28 |
| 3.9 - 4.2 | 4.01 | 1.61 | 0.28 |
| 4.2 - 4.5 | 4.32 | 1.73 | 0.27 |
| 4.5 - 4.8 | 4.63 | 1.52 | 0.28 |
| 4.8 - 5.1 | 4.95 | 2.25 | 0.30 |
| 5.1 - 5.5 | 5.20 | 2.87 | 0.19 |

Tabela I.1 - Distribuição do comprimento médio das linhas e derivações e do número médio das derivações [2]

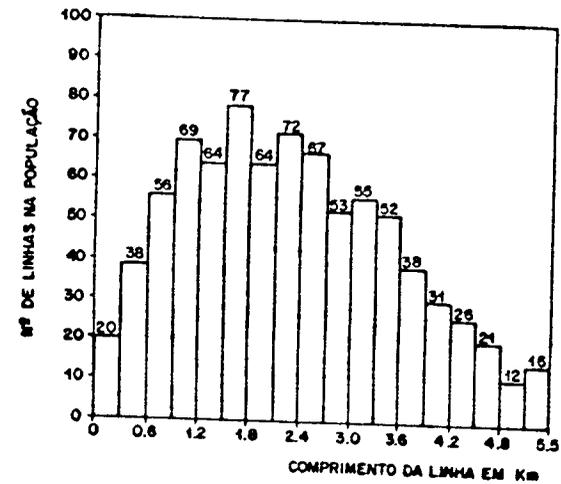


Fig. I.3 - Histograma da distribuição de comprimento das linhas da amostra [2]

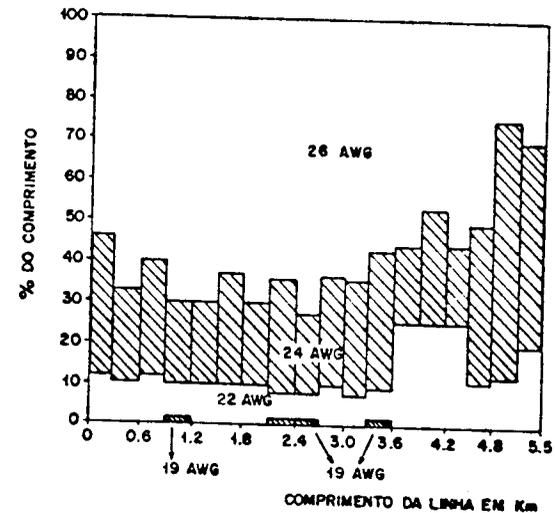


Fig. I.4 - Composição média das linhas da amostra [2]

Os dados nelas contidos são de uma amostra constituída de 831 linhas da rede do Sistema Bell Americano, e que é estatisticamente significativa das linhas em que se darão a transmissão digital.

As figuras ilustram bem que qualquer sistema de linha de assinante digital deverá incorporar, tanto quanto possível, estas particularidades do meio de transmissão, de forma que possa ser aplicado ao maior número possível de assinantes.

As Figs. I.3 e I.4 mostram, respectivamente, o histograma da distribuição de comprimento das linhas e a composição média das linhas em termos de bitolas, em cada trecho de 300 m em que foi dividida a faixa entre 0 e 5.5 km.

Nesta amostra, uma linha de assinante média tem 2.36 km e aproximadamente 4 seções.

Dentre as 831 linhas há um total de 1365 derivações, sendo que a linha média apresenta 1.64 derivações. A Fig. I.5 mostra a porcentagem de linhas com derivações (0; 1; 2; etc.) e a Tab. I.1 dá a distribuição do comprimento médio dessas derivações e das linhas.

Note que o número médio de derivações cresce ligeiramente com o comprimento médio das linhas, ao passo que o comprimento médio das derivações permanece aproximadamente constante.

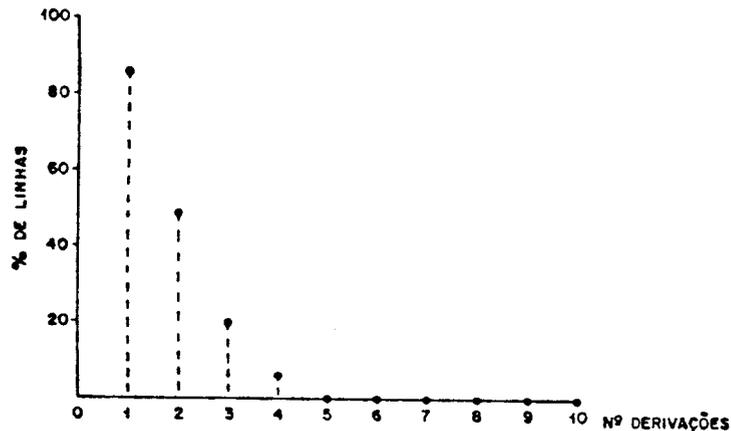


Fig. I.5 - Porcentagem de linhas tendo um número de derivações maior ou igual à abscissa [2].

Finalmente, as Figs. I.6 - I.8 mostram os diagramas de espalhamento (cada ponto corresponde a uma linha) da atenuação e impedância da linha na frequência de 32 KHz, reforçando a ilustração do efeito da ampla variedade de configurações do meio de transmissão.

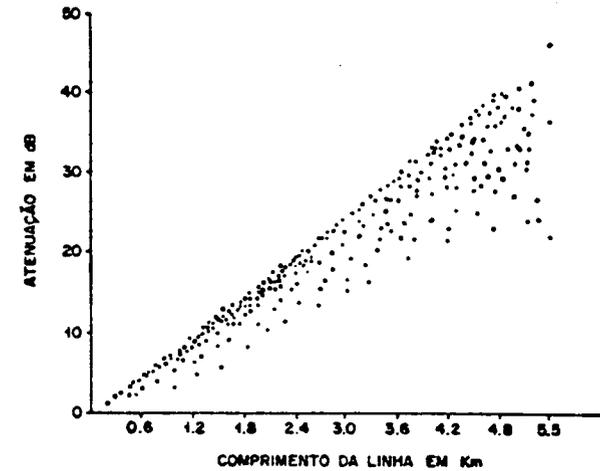


Fig. I.6 - Diagrama de espalhamento para atenuação x comprimento de linha em 32 KHz [2]

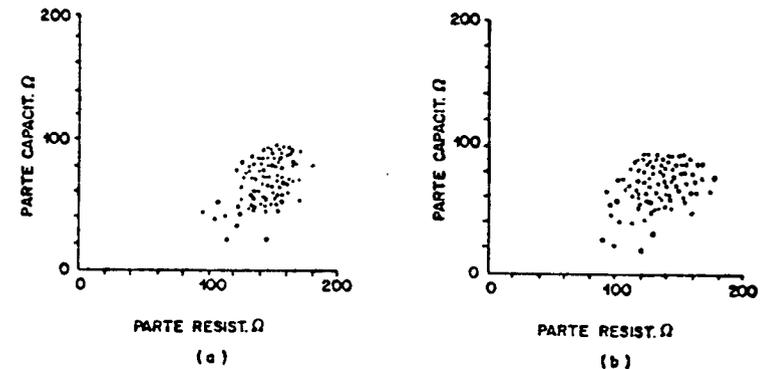


Fig. I.7 - Diagrama de espalhamento da parte capacitiva da impedância de linha x parte resistiva em 32 KHz e sem derivações. (a) lado da central local (b) lado do assinante [1].

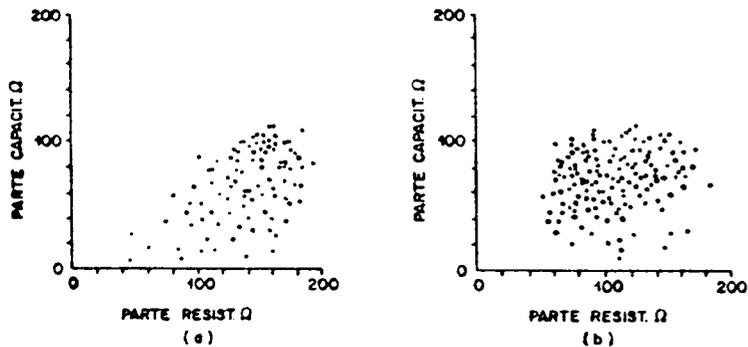


Fig. I.8 - Diagrama de espalhamento da parte capacitiva da impedância de entrada x parte resistiva em 32 KHz e com derivações.
 (a) lado da central local
 (b) lado do assinante [1]

Como dissemos anteriormente, as derivações têm um papel crítico na capacidade das linhas de assinante para transmissão digital.

As derivações são terminadas em aberto e, em consequência, irão comportar-se como circuitos sintonizados, conforme observa-se na Fig. I.9, que ilustra o efeito das derivações na resposta em frequência de uma linha. Nota-se desta figura que uma tentativa de equalização da linha pelas técnicas convencionais nestes casos é praticamente impossível.

No domínio do tempo, as derivações constituem a fonte preponderante de reflexões na linha. Desta forma, quando pulsos são transmitidos em linhas com derivações, pulsos refletidos com a mesma polaridade vão adicionar-se com atraso à sequência original de pulsos, resultando assim numa degradação do sinal digital recebido e cuja intensidade dependerá da configuração particular de derivações da linha (comprimentos, posições e número de derivações).

No entanto, a necessidade econômica de manutenção das derivações nas linhas está motivando o desenvolvimento de equalizado

res para compensar o efeito dessas derivações, com técnicas baseadas em equalizadores digitais adaptativos [12].

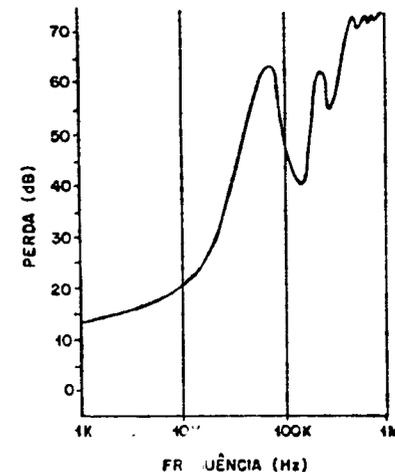


Fig. I.9 - Resposta em frequência de uma linha de 2.5 km, bitola 26 AWG, 4 derivações de 600 m, bitola 22 AWG e espaçadas de 500 m [18]

Os sistemas tradicionais de transmissão digital através de cabos, como é o sistema MCP, operam bidirecionalmente a quatro-fios. Isto é, os canais de ida e retorno são estabelecidos através de pares (no caso de cabos multipares) distintos.

Assim, em cada par temos um sistema de transmissão unidirecional.

Entretanto, como vimos anteriormente, para que o estabelecimento de transmissão digital aos assinantes seja economicamente atrativo, ele deve ser feito através das linhas de assinante existentes, implicando que o sistema de transmissão deva operar bidirecionalmente a dois-fios.

Este fato coloca o problema de como providenciar a separação dos dois canais em cada terminal da linha.

Há duas alternativas principais sendo estudadas e adota

das, cada uma com vantagens e desvantagens que devem ser pesadas na fase de especificação do sistema.

A primeira alternativa consiste em separar os dois sentidos de transmissão, multiplexando-os no tempo [1,5,6,10].

A Fig. I.10 ilustra o princípio de operação desta técnica, esquematizando de forma simplificada um dos terminais da linha (assinante ou central local).

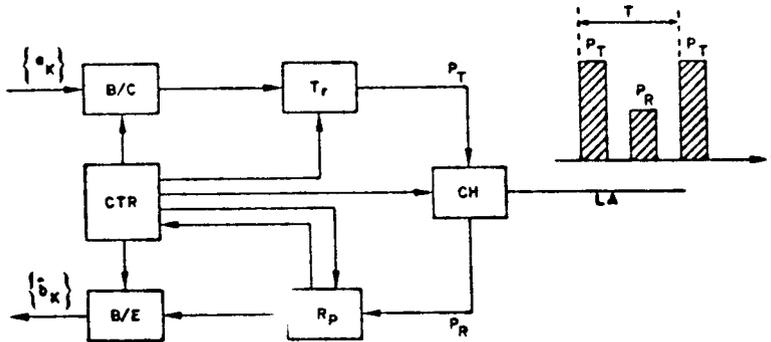


Fig. I.10 - Transmissão digital na linha de assinante com multiplexação temporal dos sentidos de transmissão.

B/C : Buffer com compressão temporal de bits de informação

B/E : Buffer com expansão temporal

CTR : Controle dos períodos de transmissão e recepção

CH : Chave que inibe o receptor durante a transmissão

T : Período de transmissão dos pacotes

P_T : Pacote de dados transmitido

P_R : Pacote de dados recebido

Nesta figura, a informação digital a ser transmitida ($\{a_k\}$) é dividida em pacotes que são comprimidos no tempo e transmitidos periodicamente sobre a linha de assinante (pacotes de dados P_T). Entre a transmissão de um pacote e outro, existe um in

tervalo de tempo para recebimento do pacote transmitido do outro terminal (P_R) que opera no mesmo esquema.

No terminal receptor os pacotes recebidos são expandidos para a taxa original (taxa de informação).

Assim, cada terminal opera como num jogo de ping-pong : transmitindo e recebendo, intercalados no tempo, surtos de dados.

Em decorrência, esta técnica é denominada de "ping-pong" ou modo de transmissão TCM (Time Compression Multiplexing).

A Fig. I.11 ilustra as relações de tempo e comprimento de linha na transmissão em modo TCM e, também, uma eventual organização dos pacotes de dados [8].

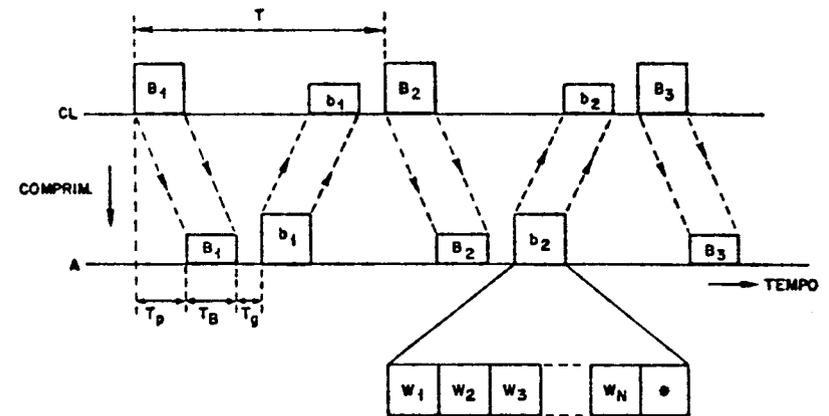


Fig. I.11 - Diagrama de tempo x comprimento de linha e organização dos pacotes de dados que são transmitidos em surtos no sistema TCM [12]

T : Período de transmissão de pacotes

T_B : Duração de um surto (pacote) de dados

T_p : Tempo de propagação do sinal na linha

T_g : Tempo de guarda

B_j : Pacote de dados transmitido pela Central local (CL)

b_j : Idem pelo Assinante (A)

w_k : k-ésima palavra de n bits no pacote

* : bit inserido para balanceamento DC do pacote

Com base na Fig. I.11, para a transmissão de informação digital gerada a taxa de F bit/s, é necessário satisfazer a seguinte relação de tempo:

$$2(T_B + T_g + T_p) \leq nN/F \quad [s] \quad (I.1)$$

onde

N é o número de palavras de n bits no pacote

$T_B = nNT_1 + T_1$ (comprimento do pacote)

T_1 é o período de repetição de pulsos na linha (nos surtos)

O tempo de guarda T_g é um intervalo de tempo em que o sistema permanece inativo entre os surtos de dados para evitar as reflexões que permanecem na linha, devendo seu valor de projeto levar em conta a severidade destas reflexões.

A igualdade na expressão (I.1) limita o maior comprimento de linha a operar sob este sistema. Uma relação teórica interessante para este máximo comprimento pode ser deduzida em função do número de palavras no pacote e da taxa de transmissão na linha. Para isso, vamos assumir que o atraso de grupo na linha seja aproximadamente constante. Com isto

$$T_p = \tau l$$

onde

τ é o atraso de grupo por unidade de comprimento [s/km]

l é o comprimento da linha [km]

Denotando por γ a razão entre a taxa de símbolos na linha e a taxa de informação, e assumindo que T_g é zero e $T_1 \ll nNT_1$, temos de (I.1)

$$l_{\max} = \frac{nN}{2F\tau} (\gamma - 2)/\gamma \quad [km] \quad (I.2)$$

A Fig. I.12 mostra as curvas de l_{\max} x N parametrizadas em γ , para a situação em que $n/F = 125 \mu s$ e $\tau = 5 \mu s/km$ que é um valor

típico para os pares telefônicos.

A situação de $n/F = 125 \mu s$ corresponde, por exemplo, à transmissão de 64 Kbit/s de informação com 8 bit por palavra ou, como no acesso 2B + D, a 144 Kbit/s com 18 bit por palavra.

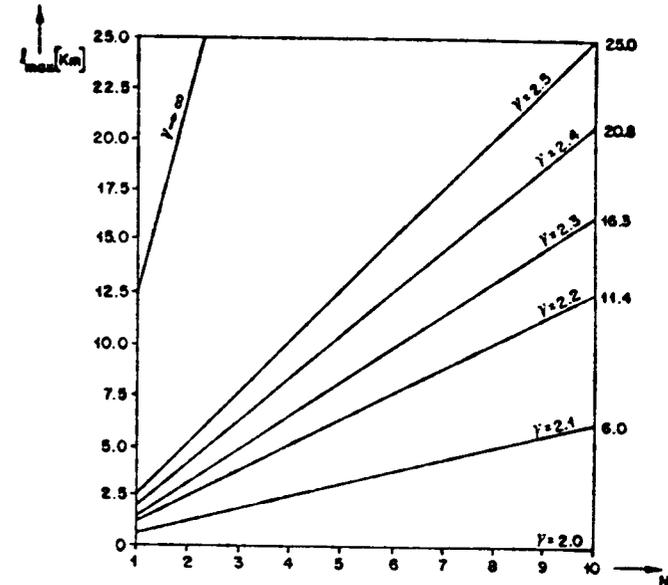


Fig. I.12 - Comprimento máximo da linha de assinante a ser coberto pelo esquema TCM

Nota-se desta figura que o sistema TCM exige uma taxa de linha que deve ser superior ao dobro da taxa de informação e, para garantir a separação temporal dos sentidos de transmissão, impõe uma limitação no comprimento da linha. Entretanto, este limite será, seguramente, menos severo que o limite a ser imposto por outros fatores, como a atenuação e a diafonia.

Por outro lado, este esquema de transmissão tem uma grande motivação: com uma operação síncrona na transmissão dos surtos de dados, isto é, fazendo-se com que eles sejam transmitidos na mesma direção em todos os pares simultaneamente, elimina-se o efeito

do ruído de paradiáfonia [1,11] que é um dos fatores de maior peso na de gradação de um sistema de transmissão digital através de cabos multipares.

A segunda alternativa para transmissão digital bidirecional sobre o par de fios do assinante tem como principal motivação a manutenção da taxa de transmissão igual à taxa de informação, obtendo, assim, menor perda por inserção (atenuação) na linha que no sistema TCM.

Esta alternativa é denominada de técnica ou modo de transmissão com híbrida [1,2,6] e é baseada no sistema convencional analógico, em que se estabelece um circuito virtual a quatro-fios, com híbridas nas duas terminações separando os dois sentidos de transmissão como mostra a Fig. I.13.

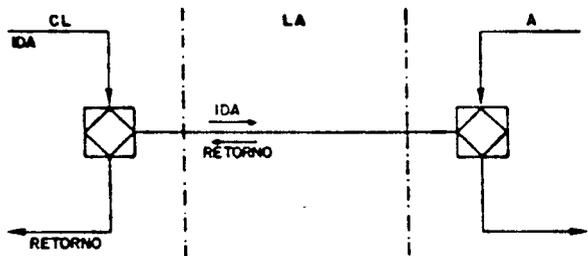


Fig. I.13 - Conexão telefônica analógica através da linha de assinante

Tal arranjo exige o casamento de impedâncias entre a estrutura de balanceamento da híbrida e a linha de assinante em toda a faixa de frequências necessária para o sistema digital (0 - 150 KHz, considerando-se acesso 2B + D).

Esta tarefa é complexa, pois, nesta faixa de frequências a impedância das linhas empregadas na rede telefônica não é constante, ainda mais tendo em vista a variação de configurações de linhas, com resultados como se observou nas Figs. I.7 e I.8.

Para compensar o baixo desempenho da híbrida devido ao casamento de impedâncias não-perfeito com a linha, esta técnica utiliza um sistema de compensação denominado cancelador de eco [6].

A Fig. I.14 mostra um diagrama de blocos simplificado deste sistema; uma unidade idêntica é usada no terminal oposto da linha.

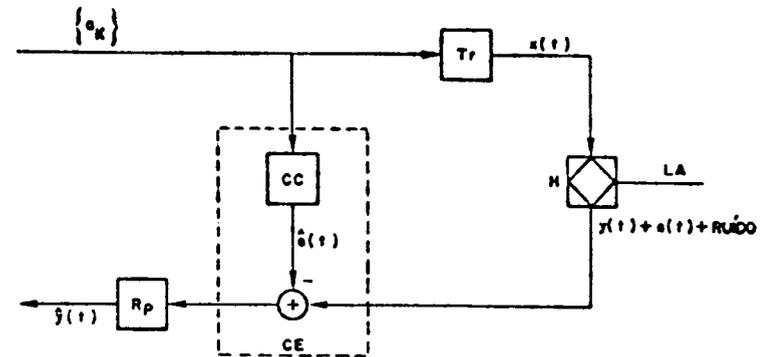


Fig. I.14 - Transmissão digital pela técnica híbrida.

CC : circuito de compensação
CE : cancelador de eco

Nesta figura, um fluxo contínuo de dados ($\{a_k\}$) é transmitido através do sinal $x(t)$; o transmissor está continuamente transmitindo, em contraste com a técnica TCM. Parte significativa da potência do sinal $x(t)$ é transferida para a linha de assinante.

Entretanto, devido ao desbalanceamento da híbrida com a linha, uma parte de $x(t)$ é acoplada, também, no lado da recepção da híbrida.

Além disso, devido às reflexões ao longo da linha (descontinuidades e derivações) parte do sinal transmitido é refletida e vem somar-se ao sinal recebido $y(t)$ que é acoplado no lado da recepção.

A contribuição da parte do sinal $x(t)$ acoplado no lado

da recepção e das reflexões constituem o eco $e(t)$.

A relação entre a parte do sinal transmitido que acopla no lado da recepção da híbrida e a parte que acopla na linha de assinante é tipicamente da ordem de -10 a -20 dB [6]. No entanto, o sinal recebido $y(t)$ pode estar atenuado até de 40 dB pela linha; assim o cancelador deve reduzir o eco a um nível compatível com tal atenuação.

O circuito de compensação, baseado no fato que o fluxo de dados nas duas direções tem pouca correlação, estima a quantidade de eco $\hat{e}(t)$ e o subtrai do sinal no receptor [6].

Com esta técnica, o preço a ser pago para manter a taxa de linha igual à taxa de informação é a maior complexidade dos circuitos de cancelamento de eco [2,8,10] e, principalmente, o ruído de parafonia.

I.3. OBJETIVOS DO TRABALHO

Neste panorama apresentado, a concepção de um sistema de transmissão digital para as linhas de assinante exige uma análise extensiva das técnicas de transmissão quando aplicadas nas condições particulares da rede existente, com o intuito de estabelecer uma visão adequada sobre as vantagens e desvantagens de cada uma frente à diversidade de situações do meio de transmissão, à variedade de alternativas de taxas de transmissão, códigos de linha, esquemas de equalização, canceladores de eco, bem como frente à diafonia, criando, assim, uma base que permita especificações apropriadas para o sistema.

Tendo em vista que esta análise efetiva-se na avaliação comparativa do desempenho de diversas configurações de transmissão (códigos de linha, equalizadores, técnicas de transmissão, etc.) e tendo em vista, também, a impraticabilidade da implementação experimental como instrumento de tal avaliação, pelo alto custo e, principalmente, pela ampla variedade do meio de transmissão e alternativas a serem analisadas, os estudos para transmissão digital na linha de assinante impõe o uso de simulação computacional como o

instrumento básico para esta análise.

O setor TELEMÁTICA do DEE/PEC/UNICAMP, mantém um convênio de pesquisa com a TELEBRÁS, através de seu Centro de Pesquisa e Desenvolvimento (CPqD) de Campinas, para o desenvolvimento de modelamentos e ferramentas para simulação, aplicadas ao estudo da digitalização da linha de assinante, em diversos temas, tais como: de transmissão, protocolos e outros. O objetivo deste convênio é o de gerar os suportes para os trabalhos de especificações e implementações que estão sendo realizados no CPqD.

Neste trabalho de tese, desenvolvemos um pacote de programas de simulação denominado de Simulador da Linha de Assinante (SLA), para o estudo da transmissão digital através das linhas de assinante.

Este simulador incorpora as ferramentas básicas para a simulação de uma linha de assinante genérica excitada por pulsos, bem como para calcular o espectro de potência de sinais digitais e para a construção de diagrama de olhos.

Este trabalho constitui a base de um projeto mais amplo que vem sendo desenvolvido no convênio com a TELEBRÁS, no tema da transmissão digital nas linhas de assinante.

O SLA foi desenvolvido para ser utilizado de forma interativa, sendo, portanto, bastante conversacional. Ele encontra-se atualmente em uso no CPqD, para a fase de avaliação das linhas de assinante brasileiras em relação à transmissão digital.

Com relação às partes que compõem este trabalho, no Cap. II descrevemos o objeto de simulação, com ênfase na representação da linha de assinante e na caracterização da faixa de frequências necessária para a simulação. Em seguida é descrito o programa SLA, evidenciando sua estrutura e as simulações realizáveis.

No Cap. III é desenvolvido a base teórica do Simulador: o modelamento da linha de assinante. Primeiro é obtido um modelo para a representação da linha em termos da sua função de transferência de tensão. Este modelo é obtido pela concate-

nação dos modelos das seções homogêneas que compõem a linha . Em seguida, desenvolvemos um modelo para as características de atenuação, defasagem e impedância característica das seções homogêneas, levando em conta o efeito pelicular e as perdas no dielétrico. É desenvolvido, também, uma proposição para o cálculo do tempo de propagação de pulsos em linhas de transmissão.

O Cap. IV apresenta um método de cálculo de espectro de potência que é uma generalização de métodos clássicos e que permite tratar códigos de linha que empregam mais de uma forma de pulso na linha. A principal motivação para este desenvolvimento foi a necessidade de estudar códigos de linha que empregam pulsos distintos para representar os dígitos de informação "0" e "1".

No Cap. V é apresentado o algoritmo utilizado na construção de diagramas de olhos. Para facilitar as discussões do algoritmo, iniciamos o capítulo estabelecendo um embasamento teórico sobre diagrama de olhos.

O Cap. VI é dedicado à apresentação de alguns exemplos que visam ilustrar e validar os resultados obtidos com o Simulador.

O Cap. VII apresenta um resumo das principais conclusões .

Finalmente, no apêndice são apresentados os cálculos relativos a função de covariância dos códigos AMI e CMI que são descritos no Cap. IV.

CAPÍTULO II

SIMULAÇÃO

II.1 - INTRODUÇÃO

Como foi visto no capítulo anterior, o sistema de transmissão digital para a linha de assinante deverá operar bidirecionalmente a dois-fios e sem repetidores, sendo que, para esta operação, há duas alternativas preferenciais: a técnica de transmissão TCM e a técnica com híbrida e cancelador de eco.

Para efeito de estudo e simulação deste sistema, os dois sentidos de transmissão podem ser tratados isoladamente, porém, levando-se em conta que na operação com híbrida e cancelador de eco, há um acoplamento de sinais do transmissor para o receptor através da híbrida, em cada terminal de linha.

A Fig. II.1 ilustra uma representação funcional simplificada para qualquer um dos sentidos de transmissão do sistema.

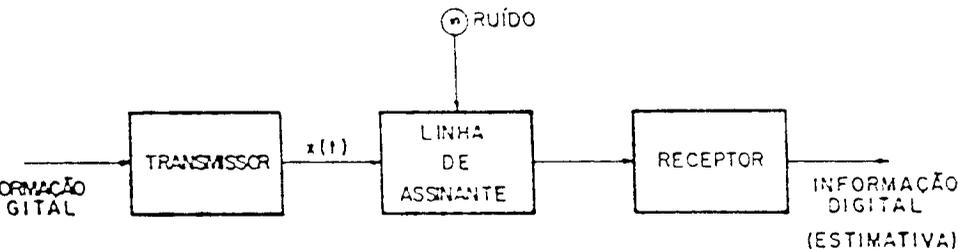


Fig. II.1 - Representação funcional simplificada para um sentido de transmissão de uma linha de assinante digital.

Genericamente, o bloco transmissor incorpora as funções que visam colocar a informação digital numa forma apropriada para ser transmitida. Estas funções, basicamente, são desempenhadas pela codificação de linha [2] e pela operação de conformação [7,8] à que os pulsos são submetidos antes de serem transmitidos. A saída deste bloco é o sinal $x(t)$: um trem de pulsos regularmente espaçados no tempo que carregam a informação.

Os pulsos, ao se propagarem pelo meio de transmissão, são degradados pelas características deste (atenuação, distorção e reflexões) e pelo ruído (principalmente o de diafonia e o ruído impulsivo [1,7]). Em vista desta degradação, o bloco receptor incorpora funções para a reconstituição do sinal recebido, estabelecendo condições favoráveis para a detectabilidade dos pulsos. Isto envolve as funções de equalização, cancelamento de eco, detecção, etc. Como saída, o receptor fornece uma estimativa da informação transmitida.

Um modelo de simulação deste sistema pode ser obtido por um detalhamento dos blocos transmissor e receptor da Fig. II.1, devendo incorporar os sub-sistemas funcionais e componentes específicos de uma configuração de transmissão (código de linha, esquema de transmissão, formas de pulsos, equalizadores, etc.).

O modelo deve incorporar, também, a inter-relação dos dois sentidos de transmissão na operação com híbrida e cancelador de eco, como citado anteriormente. No bloco da linha de assinante, está implícito a ampla variedade do meio de transmissão, em termos de comprimento, composição multi-bitola e derivações.

Como foi mencionado no Capítulo I, o pacote de programas que desenvolvemos com a denominação de Simulador de Linha de Assinante (SLA), constitui a base para os estudos de transmissão digital na linha de assinante através de simulação em computadores. Isto decorre tanto do fato que o SLA contém a implementação das partes do sistema que estarão presentes em qualquer configuração de transmissão, quanto do fato que ele está estruturado de maneira bastante modular, visando a inclusão de demais componentes e sub-sistemas funcionais nestes estudos (equalizadores, canceladores de eco, etc.). Nas seções que se seguem, temos como objetivo caracterizar o modelo de simulação implementado no SLA e fornecer uma visão geral do programa, com ênfase nas simulações realizáveis.

II.2 - MODELO DE SIMULAÇÃO

O modelo de simulação a ser adotado, e que corresponde às partes que estarão presentes em qualquer configura-

ção de sistema de transmissão digital a operar nas linhas de assinante, é mostrado na Fig. II.2.

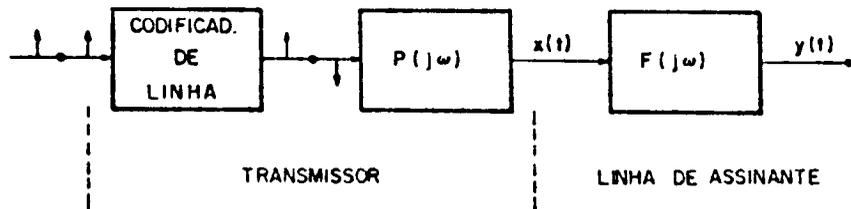


Fig. II.2 - Modelo para as partes básicas da linha de assinante digital.

Tal modelo compreende as funções de codificação de linha e conformação dos pulsos de transmissão, ambas do transmissor, e a linha de assinante até a entrada do receptor. Assume-se que a linha de assinante é terminada por uma carga, que representa a impedância vista de sua saída.

A mensagem digital que alimenta a entrada do codificador de linha é representada por uma sequência aleatória de impulsos binários, isto é, por impulsos que têm áreas 0 ou 1, correspondentes aos dígitos "0" e "1" de informação [7, 8].

A conformação dos pulsos de transmissão é representada pelo filtro com resposta em frequência dada por $P(j\omega)$. O sinal na sua entrada é composto por um trem de impulsos regularmente espaçados, de um intervalo de tempo de duração T , e que têm suas áreas associadas aos dígitos da informação codificada. A taxa de transmissão na linha é igual a $1/T$.

A resposta impulsiva associada ao filtro conformador é denotada por $p(t)$, sendo

$$p(t) = F^{-1} \{P(j\omega)\} \quad (II.1)$$

onde $F^{-1} \{.\}$, denota a transformada inversa de Fourier. Assume-se que $p(t)$ é um pulso de tensão e está restrito ao intervalo de tempo $[-T/2, T/2]$. Assim, o sinal digital $x(t)$ na saída do filtro conformador pode ser escrito como

$$x(t) = \sum_k a_k p(t-kT) \quad (II.2)$$

onde a_k é uma variável aleatória discreta que representa a informação a ser transmitida. Os valores que ela pode assumir são ditados pelo código de linha adotado.

A linha de assinante é representada pela sua resposta em frequência de tensão $F(j\omega)$. Assim sua resposta ao pulso $p(t)$, que é denotada neste capítulo por $g(t)$, é dada por

$$g(t) = F^{-1} \{P(j\omega) F(j\omega)\} \quad (II.3)$$

Então, o sinal $y(t)$ na entrada do receptor pode ser escrito como

$$y(t) = \sum_k a_k g(t-kT) \quad (II.4)$$

A função $F(j\omega)$ incorpora os efeitos de perda, distorção de fase, atraso de propagação e múltiplas-reflexões devidas às descontinuidades e derivações da linha.

As linhas de assinante, como vimos no capítulo I, são encontradas numa ampla variedade de comprimentos, composições multi-bitolas e configurações de derivações. As bitolas comumente encontradas nas redes de cabos de assinantes são 19, 22, 24 e 26 AWG. Com relação aos materiais do condutor e isolante destes cabos, comumente empregam-se, respectivamente, o cobre e o papel. No entanto, estão sendo introduzidos, atualmente, cabos com isolante de material sintético, como o polietileno, e com condutores de alumínio [10].

Para nossos propósitos de simulação, a linha de assinante é representada pelo modelo da Fig. II.3.

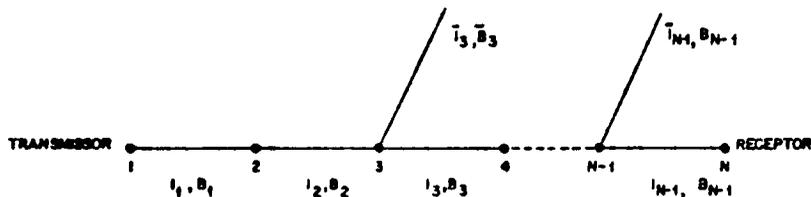


Fig. II.3 - Modelo para representação de uma linha de assinante.

Nesta representação, os pontos numerados de 1 a N são denominados de nós, sendo que em um nó temos mudança de bitola do par de fios condutores e/ou uma derivação.

Nos nós 1 e N, encontram-se respectivamente o transmissor e o receptor. Entre os nós k e $k+1$, $k=1, \dots, N-1$, temos uma seção de linha homogênea de comprimento l_k . Esse trecho de linha é completamente caracterizado pelas suas características de transmissão, que são a constante de propagação e impedância característica (vide capítulo III) e, ambas, são funções da bitola do condutor e dos materiais empregados para este e para o isolante. No modelo adotado para representação da linha de assinante, uma seção de linha homogênea é caracterizada pela bitola do par de fios condutores e pelo seu comprimento (B_k e l_k , $k=1, \dots, N-1$).

As derivações são terminadas em circuito aberto e também apresentam comprimentos e composições multi-bitolas variadas. Em decorrência das limitações computacionais (memória e velocidade de cálculo) consideramos as derivações como sendo seções homogêneas. Isto, entretanto, representa a maioria dos casos [4] encontrados na rede.

A existência ou não de derivação em um nó define a função $n(k)$, $k=1, \dots, N$, tal que

$$n(k) = \begin{cases} 1; & \text{se o nó } k \text{ tem uma derivação} \\ 0; & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Por hipótese $n(N) = 0$

Da mesma forma que para cada seção da linha, uma derivação em um nó k , $k=1, \dots, N-1$, é caracterizada pelo seu comprimento i_k e pela sua bitola B_k .

Para determinação de $F(j\omega)$ é assumido que a linha termina no nó N em uma carga Z_N , e que a impedância de saída do transmissor vista do nó 1 é Z_0 .

Além de $F(j\omega)$, outra função de interesse nestes estudos é a impedância de entrada da linha em função da frequência: $Z_1(j\omega)$.

O modelamento das características em frequência dos cabos telefônicos homogêneos de bitolas 19, 22, 24 e 26 AWG e a caracterização da resposta em frequência de tensão $F(j\omega)$ de uma linha de assinante (representada pelo modelo da Fig. II.3), como também a de sua impedância de entrada são tratados no capítulo III.

No modelo até agora considerado, a frequência ω estende-se de $-\infty$ a $+\infty$. No entanto, para tratamento numérico devemos considerar um sub-intervalo apropriado.

Para a especificação deste sub-intervalo, temos que considerar a faixa de frequências necessária para o sistema de transmissão digital, nas taxas de transmissão pretendidas. Para isto, utilizamos o fato de que nos sistemas de transmissão digital em banda-base, a entidade denominada de canal digital (que é constituída pela composição do meio de transmissão com os filtros do transmissor e receptor - filtros conformadores de pulso e equalizadores), apresenta uma resposta em frequência que ou é uma aproximação de um canal ideal de Nyquist [7,8] (exemplo: classe cosseno-levar-

tado), ou é a aproximação de algum exemplar de sistema de resposta parcial [7]. Nestes dois casos, a faixa máxima do canal digital é $1/T$, onde $1/T$ é a frequência associada à taxa de transmissão. A Fig. II.4 ilustra a característica de amplitude de um canal digital genérico $C(j\omega)$, onde em tracejado temos o canal ideal de Nyquist e em traço cheio, um exemplar de cosseno-levantado. Com isso, temos que a faixa máxima que precisa ser considerada é $1/T$. Considerando-se o arranjo 2B+D para o acesso digital dos assinantes à rede e transmissão pela técnica TCM, então esta faixa é da ordem de 350 KHz.

Para permitir o uso deste simulador em taxas de transmissão superiores às envolvidas no sistema 2B+D, consideramos como faixa de interesse para simulação o intervalo de frequências entre 10 KHz e 1 MHz.

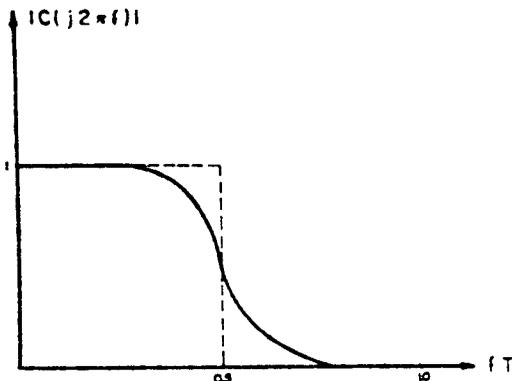


Fig. II.4 - Canal digital em banda-base.

II.3 - SIMULADOR

O pacote de software que desenvolvemos, e que denominamos SLA [3,4,9], incorpora todas as funções, características e particularidades definidas acima, no modelo de simulação.

O SLA é uma série de programas que estão devidamente encadeados e que se chamam uns aos outros. Todavia, do ponto de vista de utilização, é como se fossem um único programa. Esta partição do SLA em vários programas decorre do fato que

ele foi desenvolvido tendo em vista sua utilização em micro-computadores com capacidade de memória de 64 Kbytes.

Do ponto de vista estrutural, os programas que compõem o SLA enquadram-se numa estrutura em árvore como mostra o fluxograma da Fig. II.5. A Tabela II.1 descreve as funções destes programas. Esta estrutura visa facilitar a incorporação ao SLA de novos blocos funcionais (programas), associadas às eventuais extensões do modelo básico da Figura II.2.

O SLA foi desenvolvido em duas linguagens: PASCAL e FORTRAN, sendo que de cada uma procurou-se o melhor desempenho. Isto é, os cálculos são realizados em FORTRAN e o restante, que abrange, basicamente, manipulações de arquivos, entrada e saída de dados e controle de tela, são realizados em PASCAL.

Em termos de utilização, o SLA é inteiramente conversacional, e o usuário escolhe suas opções através de cartões que lhe são apresentados em cada etapa da simulação.

As limitações do ambiente computacional, em termos de memória e velocidade, refletem-se, também, na concepção e implementação dos algoritmos de cálculo.

O SLA dispõe de recursos para a saída de resultados na forma tabular e gráfica, e também de recursos para documentação em geral.

II.3.1 - Descrição Sucinta das Simulações Realizáveis pelo SLA

A simulação básica é aquela que permite obter a resposta temporal de qualquer linha de assinante que possa ser representada pelo modelo descrito na Fig. II.3.

A linha de assinante deve ser descrita para o programa pela sua topologia (número de nós e função $\eta(k)$) e pelos comprimentos e bitolas de suas seções e derivações.

Devem ser caracterizadas, também, as impedâncias terminais Z_0 e Z_N (através de cartões apropriados) e o sentido de transmissão: nó 1 para o nó N, ou vice-versa.

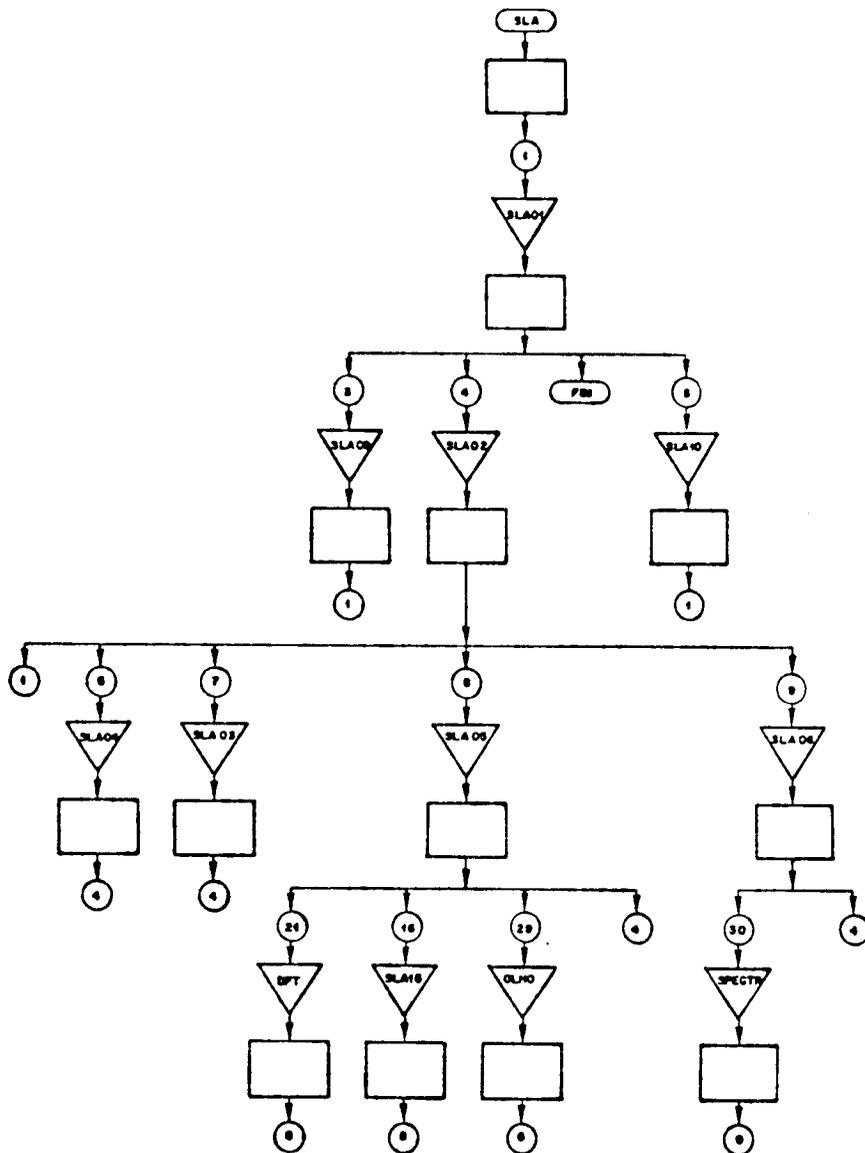


Fig. II.5 - Fluxograma geral do SLA.

PROGRAMAFUNÇÃO

| | |
|--------|--|
| SLA | Inicialização da simulação |
| SLA01 | Descrições: linha, terminações e sentido de transmissão. Cálculo das funções $F(j\omega)$, $H(j\omega)$ e $Z_{IN}(j\omega)$ |
| SLA02 | Distribuidor das simulações |
| SLA03 | Cálculo do tempo de propagação |
| SLA04 | Gráficos e tabela de $F(j\omega)$ e $Z_{IN}(j\omega)$ |
| SLA05 | Simulação temporal |
| SLA06 | Espectro de potência |
| SLA15 | Parte gráfica da resposta temporal |
| DFT | Cálculo da anti-transformada de Fourier |
| OLHO | Diagrama de olhos |
| SPECTR | Cálculo do espectro de potência |
| SLA09 | Documentação da linha |
| SLA10 | Manual |

Tabela II.1 - Programas do SLA.

O SLA obtem então, uma sequência de amostras da função $P(j\omega)$ na faixa de frequências de nosso interesse: [10 KHz, 1 MHz].

O simulador incorpora recursos para fornecer esta resposta em frequência bem como a da impedância de entrada da linha.

Como já mencionado, $F(j\omega)$ é um modelo para o comportamento da linha que traz inerente todos os seus efeitos, inclusive, o atraso dos pulsos transmitidos em decorrência do tempo de propagação.

O usuário do SLA dispõe de recursos para determinar o tempo de propagação de pulsos na linha. O cálculo deste tempo de propagação é de grande importância para a simulação da resposta temporal da linha. Na determinação numérica de $g(t)$ (vide eq. (II.3)), é necessário o cálculo da anti-transformada de Fourier, sendo considerável o tempo de computação deste cálculo. Assim, é possível minimizar o esforço computacional se pudermos explicitar, a priori, o intervalo de tempo no qual estamos interessados no cálculo da anti-transformada. Um outro aspecto para o cálculo do tempo de propagação, relevante para a transmissão digital pela técnica TCM, é a definição de um tempo de guarda entre os pacotes de pulsos transmitidos nos dois sentidos, como vimos no capítulo I. Este tempo é extremamente dependente do tempo de propagação na linha. No capítulo III, fazemos uma discussão teórica para o cálculo deste tempo.

A simulação da resposta temporal da linha ao pulso $p(t)$ consiste no cálculo (por técnicas de transformada discreta de Fourier) da amplitude do pulso $g(t)$, em vários instantes de tempo regularmente espaçados e pertencentes a um certo intervalo especificado pelo usuário.

Através das amostras de $g(t)$ pode-se construir os diagramas de olhos como será discutido no capítulo V.

O diagrama de olhos [1,2,7,8] é uma importante ferramenta de análise de desempenho de transmissão digital, tanto no plano de estudos teóricos, como nas implementações práticas em decorrência da quantidade de informações por ele fornecidas.

Definido um código de linha, o programa SLA permite obter o diagrama de olhos do sinal $y(t)$.

Uma importante propriedade dos sinais digitais é o espectro de potência (ou função densidade espectral de potência) [1,2,5,6,7]. Sua importância se faz presente tanto no estudo de diafonia [1,2,7] como no estudo do melhor casamento espectral entre o sinal digital transmitido e o meio de transmissão. O espectro de potência é função da forma do pulso $p(t)$ e do código de linha e é outra das simulações realizáveis pelo SLA.

No capítulo VI apresentamos três exemplos simulados com o SLA, que ilustram os resultados e potencialidades deste simulador. Os resultados do espectro de potência são mostrados, para alguns códigos de linha, no capítulo IV.

Finalmente, gostaríamos de ressaltar, que o SLA, e decorrência da continuação dos trabalhos neste tema, incorporará recursos para tratar outras partes do sistema de transmissão digital para a linha de assinante, tais como: equalização, cancelamento de eco, etc.

CAPÍTULO III

MODELAMENTO DA LINHA DE ASSINANTE E TEMPO DE PROPAGAÇÃO

III.1 - INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo concentra-se no modelamento da linha de assinante, para descrever suas respostas em frequência de tensão e impedância de entrada, e, concentra-se também, no modelo para o cálculo do tempo de propagação de pulsos na linha.

O modelamento para descrever o comportamento de uma linha de assinante, isto é, que permita descrever com precisão a resposta em frequência da linha e a resposta no tempo à excitação de um sinal (pulso) qualquer, incorporando os efeitos de perda, distorção de fase, atraso de propagação e múltiplas reflexões devidas às descontinuidades e derivações, constitui a base do Simulador de Linha de Assinante (SLA). O cálculo do tempo de propagação de pulsos na linha como mencionado no capítulo II, é fundamental, tanto para avaliações de esquemas de transmissão digital, como para as simulações no domínio do tempo.

Com este intuito, iniciaremos o modelamento da linha de assinante, reproduzindo os resultados clássicos sobre linhas de transmissão [2,4,8,9] e dando ênfase à função de transferência de tensão.

III.2. MODELAMENTO CLÁSSICO DE UMA LINHA HOMOGÊNEA

Na Fig. III.1, representamos uma linha de transmissão homogênea de comprimento l [km], definida pelos parâmetros distribuídos R [Ω /km], L [H/km], G [S/km] e C [F/km] e conectada entre uma fonte de tensão V_0 [V] com impedância interna Z_0 [Ω] e a carga Z_L [Ω].

Consideremos um elemento de linha de comprimento Δx como representado na Fig. III.2, o qual está situado a uma distância x [km] do início da linha (ponto "1").

Desta figura, temos que

$$\Delta v = -R \Delta x i(x,t) - L \Delta x \frac{\partial}{\partial t} i(x,t) \quad (III.1)$$

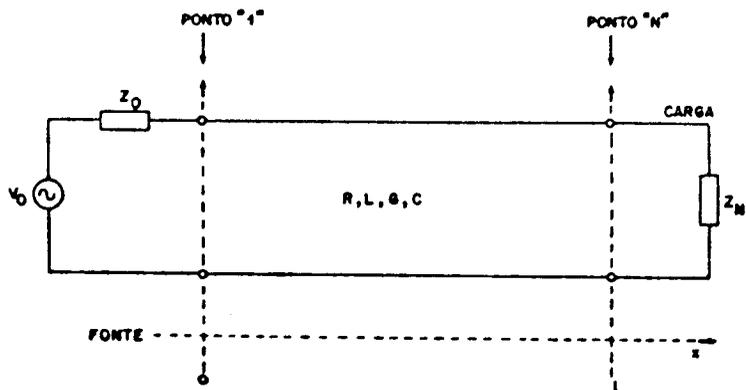


Fig. III.1 - Linha de transmissão

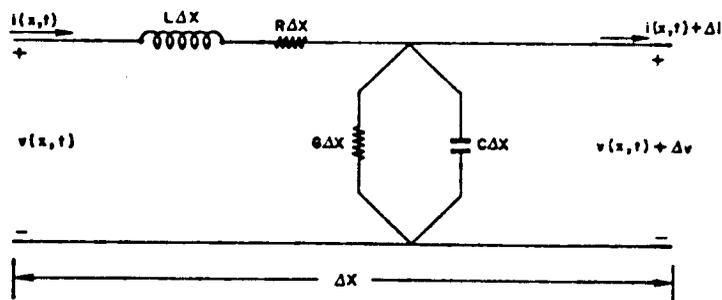


Fig. III.2 - Um elemento infinitesimal da linha

Dividindo a eq. (III.1) por Δx e calculando o limite para $\Delta x \rightarrow 0$, temos

$$\frac{\partial}{\partial x} v(x,t) = -Ri(x,t) - L \frac{\partial}{\partial t} i(x,t) \quad (III.2)$$

Escrevendo a equação da corrente que circula pela condutância e capacitância, obtemos

$$\Delta i = -G \Delta x [v(x,t) + \Delta v] - C \Delta x \frac{\partial}{\partial t} [v(x,t) + \Delta v] \quad (III.3)$$

Substituindo (III.1) em (III.3), dividindo o resultado por Δx e calculando o limite para $\Delta x \rightarrow 0$, temos

$$\frac{\partial}{\partial x} i(x,t) = -G v(x,t) - C \frac{\partial}{\partial t} v(x,t) \quad (III.4)$$

Considerando que a linha em $t = 0$ encontra-se em repouso, ou seja,

$$i(x,0) = v(x,0) = 0 \quad x \in [0, l] \quad (III.5)$$

e utilizando a transformada de Laplace em (III.2) e (III.4), temos:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} V(x,s) + (R + sL) I(x,s) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial x} I(x,s) + (G + sC) V(x,s) = 0 \end{cases} \quad (III.6)$$

onde $V(x,s)$ e $I(x,s)$ denotam respectivamente as transformadas de Laplace de $v(x,t)$ e $i(x,t)$.

Após manipulações algébricas em (III.6), podemos escrevê-las na forma desacoplada

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial x^2} V(x,s) - \gamma^2 V(x,s) = 0 \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} I(x,s) - \gamma^2 I(x,s) = 0 \end{cases} \quad (III.7)$$

onde γ é a constante de propagação da linha e é dada por

$$\gamma = \sqrt{(R + sL)(G + sC)} \quad \text{Dkm}^{-1} \quad (III.8)$$

Na variável x , a equação diferencial que define a tensão em cada ponto da linha, tem como solução

$$V(x,s) = V_1(s) e^{-\gamma x} + V_2(s) e^{\gamma x} \quad (\text{III.9})$$

onde $V_1(\cdot)$ e $V_2(\cdot)$ dependem das condições de contorno da linha.

Aplicando (III.9) em (III.6) temos

$$I(x,s) = \frac{V_1(s)}{Z_c} e^{-\gamma x} - \frac{V_2(s)}{Z_c} e^{\gamma x} \quad (\text{III.10})$$

onde Z_c é a impedância característica da linha e é dada por

$$Z_c = \sqrt{\frac{R + sL}{G + sC}} \quad [\Omega] \quad (\text{III.11})$$

Vamos definir a função de transferência de tensão da linha da Fig. III.1 como

$$F(s) \triangleq \frac{V_N(s)}{V_0(s)} = \frac{V(x=l,s)}{V_0(s)} \quad (\text{III.12})$$

Considerando a eq. (III.9) e impondo as condições de contorno

$$\begin{cases} V_0(s) = V(0,s) + Z_0 \cdot I(0,s) \\ V(l,s) = Z_N \cdot I(l,s) \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

temos

$$F(s) = \frac{Z_c}{Z_c + Z_0} (1 + \rho_N) \frac{\exp(-\gamma l)}{1 - \rho_0 \rho_N \exp(-2\gamma l)} \quad (\text{III.14})$$

onde ρ_0 e ρ_N são os coeficientes de reflexão, respectivamente, na

entrada (ponto "1" da Fig. III.1) e na saída (ponto "N"), e são de finidos por

$$\begin{cases} \rho_0 = \frac{Z_0 - Z_c}{Z_0 + Z_c} \\ \rho_N = \frac{Z_N - Z_c}{Z_N + Z_c} \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

Outro parâmetro importante no estudo de linhas de transmissão é a impedância de entrada, que corresponde à impedância da carga (Z_N) refletida na entrada da linha, ou seja, no ponto "1".

Assim,

$$Z_1 \triangleq \frac{V(x=0,s)}{I(x=0,s)} \quad [\Omega] \quad (\text{III.16})$$

e então,

$$Z_1 = Z_c \cdot \frac{1 + \rho_N \exp(-2\gamma l)}{1 - \rho_N \exp(-2\gamma l)} \quad [\Omega] \quad (\text{III.17})$$

As eqs. (III.14) e (III.17) definem o comportamento de uma linha homogênea qualquer, caracterizada pelos parâmetros R , L , G e C .

A seguir, utilizaremos estes resultados no modelamento da linha de assinante.

III.3. MODELAMENTO DE UMA LINHA DE ASSINANTE

Nosso propósito, agora, é determinar o modelo para uma linha de assinante genérica, a partir do modelamento apresentada na seção anterior para uma linha de transmissão homogênea.

Como vimos no Cap. II, uma linha de assinante composta de N nós tem a seguinte representação dada na Fig. III.3.

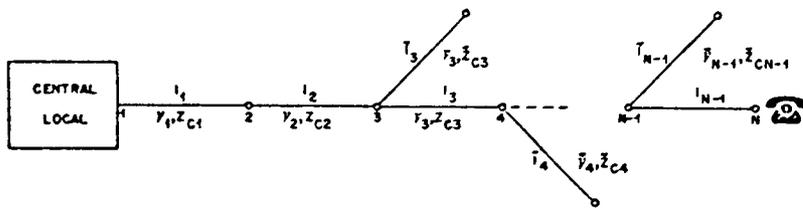


Fig. III.3 - Estrutura geral de uma linha de assinante

A existência ou não de derivação em um nó, (vide Cap. II) define a função $\eta(k)$, $k=1, \dots, N$, tal que:

$$\eta(k) = \begin{cases} 1 & ; \text{ se o nó tem derivação} \\ 0 & ; \text{ caso contrário} \end{cases}$$

Por hipótese $\eta(N) = 0$.

Em todo o nó k tal que $\eta(k) = 1$, a derivação reflete na linha uma impedância paralela. Como as derivações são terminadas em aberto, da eq. (III.17), temos que essa impedância paralela refletida na linha é dada por

$$P_k = \bar{Z}_{C_k} \cdot \frac{1 + \exp(-2 \bar{\gamma}_k \bar{l}_k)}{1 - \exp(-2 \bar{\gamma}_k \bar{l}_k)} \quad (\text{III.18})$$

Todos os parâmetros correspondentes às derivações estão marcadas com um $\bar{}$ como na equação anterior. Assim, \bar{Z}_{C_k} , $\bar{\gamma}_k$, \bar{l}_k representam os parâmetros da seção homogênea entre os nós k e $k+1$; \bar{Z}_{C_k} , $\bar{\gamma}_k$, \bar{l}_k representam os parâmetros da derivação existente no nó k .

A linha de assinante em estudo pode ser representada, então, como na Fig. III.4.

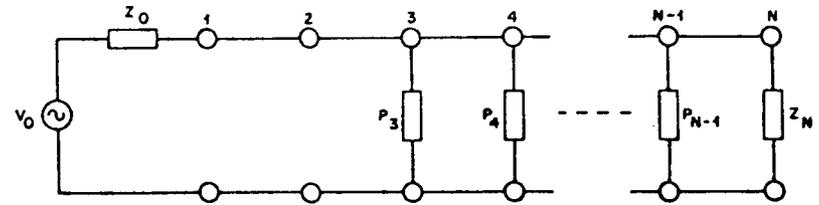


Fig. III.4 - Linha equivalente sem derivação

Definimos a função de transferência de tensão para a linha de assinante como na eq. (III.12), isto é,

$$F(s) = \frac{V_N(s)}{V_0(s)} \quad (\text{III.19})$$

Com referência à Fig. III.4 podemos reescrever (III.19) da seguinte forma:

$$\begin{aligned} F(s) &= \prod_{k=0}^{N-1} \frac{V_{k+1}(s)}{V_k(s)} \\ &= \prod_{k=0}^{N-1} P_k(s) \end{aligned} \quad (\text{III.20})$$

onde $P_k(s)$ corresponde à função de transferência de tensão de cada seção homogênea. Com os resultados da seção anterior, temos

$$P_{k-1}(s) = (1 + \rho_k) \frac{\exp(-\gamma_{k-1} l_{k-1})}{1 + \rho_k \exp(-2 \gamma_{k-1} l_{k-1})}; \quad k \in [2, N] \quad (\text{III.21})$$

O coeficiente de reflexão ρ_k é dado por

$$\rho_k = \frac{Z_k - Z_{C_{k-1}}}{Z_k + Z_{C_{k-1}}}; \quad k \in [2, N] \quad (\text{III.22})$$

onde Z_k , na ausência de derivações, é a impedância de entrada da seção $[k, k+1]$ e pode ser calculada pela recorrência não-linear

$$Z_k = Z_{Ck} \frac{1 + \rho_{k+1} \exp(-2\gamma_k l_k)}{1 - \rho_{k+1} \exp(-2\gamma_k l_k)} ; k \in [1, N-1] \quad (\text{III.23})$$

com a condição de contorno imposta pela carga, ou seja

$$Z_k \Big|_{k=N} = Z_N$$

Levando-se em conta as derivações existentes na linha, devemos simplesmente lembrar que se $n(k) = 1$, então, a impedância Z_k é a associação em paralelo entre P_k , dado por (III.18), e a impedância de entrada da seção $[k, k+1]$, dado pela expressão (III.23), ou seja

$$Z_k = Z_{ek} // P_k ; n(k) = 1 \quad (\text{III.24})$$

onde

$$Z_{ek} = Z_{Ck} \frac{1 + \rho_{k+1} \exp(-2\gamma_k l_k)}{1 - \rho_{k+1} \exp(-2\gamma_k l_k)} ; k \in [1, N-1] \quad (\text{III.25})$$

Finalmente, para determinarmos completamente $F(s)$ devemos determinar ainda $F_0(s) = V_1(s)/V_0(s)$, que é dado por

$$F_0(s) = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_0} \quad (\text{III.26})$$

As equações (III.18) - (III.26) definem completamente o comportamento da linha de assinante no que diz respeito à relação entre tensões e impedâncias e representam a concatenação dos modelos de cada seção de linha homogênea.

Por outro lado as equações (III.14) e (III.17), que definem o comportamento de uma linha homogênea, são funções explícitas das funções γ e Z_c que incorporam as características do meio de transmissão (atenuação, defasagem e impedância característica). Assim sendo, nas próximas seções do modelamento da linha, estaremos envolvidos na obtenção de um modelo para estas funções, tendo em vista nossos propósitos de simulação.

III.4. CARACTERÍSTICAS EM FREQUÊNCIA DOS CABOS TELEFÔNICOS

Relembramos aqui, que nosso interesse no modelamento da linha de assinante, visa sua aplicação no simulador que desenvolvemos para estudar transmissão digital nestas linhas. Desta maneira, estamos interessados num modelo para a linha de assinante que permita estudar sua resposta à excitação de pulsos. Com este objetivo é suficiente trabalharmos com a resposta em frequência da linha. Nas duas seções anteriores, trabalhamos com a transformada de Laplace, em decorrência da facilidade de notação que ela permite. A partir deste ponto, entretanto, estaremos trabalhando no sub-conjunto do plano complexo s , tal que $s=j\omega$ (domínio da frequência).

Com isto, considerando a função de transferência de tensão de uma linha definida em (III.12) ou (III.19) para $s=j\omega$, temos que

$$V_N(j\omega) = F(j\omega) V_0(j\omega) \quad (\text{III.27})$$

onde, além da simples substituição de s por $j\omega$, $V_0(j\omega)$ e $V_N(j\omega)$ são, respectivamente, as transformadas de Fourier de $v_0(t)$ e $v_N(t)$, e $F(j\omega)$ é a transformada de Fourier da resposta impulsiva de tensão da linha, ou seja, a resposta em frequência de tensão. Esta função pode ser expressa em termos de módulo e fase como

$$F(j\omega) = |F(j\omega)| e^{j \arg[F(j\omega)]} \quad (\text{III.28})$$

Das equações (III.14) e (III.15), para uma linha homogênea com $Z_0 = 0$ e $Z_N = Z_c$, temos

$$F(j\omega) = e^{-\gamma l} \quad (\text{III.29})$$

Esta expressão representa a resposta em frequência de tensão da linha e o parâmetro mais importante desta função é a constante de propagação a qual pode ser reescrita como:

$$\gamma = \alpha(\omega) + j \beta(\omega) \quad (\text{III.30})$$

Assim, (III.29) e (III.30) com (III.28) permitimos escrever

$$\begin{cases} |F(j\omega)| = e^{-\alpha(\omega)l} \\ \arg [F(j\omega)] = -\beta(\omega)l \end{cases} \quad (\text{III.31})$$

As funções $|F(j\omega)|$ e $\arg [F(j\omega)]$ expressam, respectivamente, a atenuação e defasagem da linha homogênea. Então, com (III.31) temos que a atenuação (em dB) por unidade de comprimento de uma linha homogênea é

$$A(\omega) \triangleq \frac{20}{l} \log |F(j\omega)| = 8.686 \alpha(\omega) \text{ dB/km} \quad (\text{III.32})$$

Da mesma forma, a defasagem é dada por $\beta(\omega)$ [rd/km].

Como ilustração, a Fig. III.5 apresenta as curvas de atenuação por unidade de comprimento em função da frequência para as linhas telefônicas homogêneas de bitola 19, 22, 24 e 26 AWG. Estes dados foram obtidos de um manual da Pirelli [10] e neles nos basearemos para a quantificação e validação de nossos modelos.

Antes de prosseguir, devemos notar que as características de atenuação, defasagem e impedância características são bem modeladas em duas faixas de transmissão para os cabos de pares telefônicos: o modelo desenvolvido para o MCP-30 [5] e o modelo para a transmissão convencional na faixa de voz.

Com relação ao primeiro, a faixa de frequências de interesse no sistema MCP é aquela acima de 100 KHz. Nesta faixa a impedância característica da linha é praticamente constante e resistiva e a defasagem é aproximadamente linear com a frequência [5].

Assim, o modelo do MCP é geralmente um modelo de atenuação e obtido para o cabo 22 AWG de 2 Km de comprimento [5].

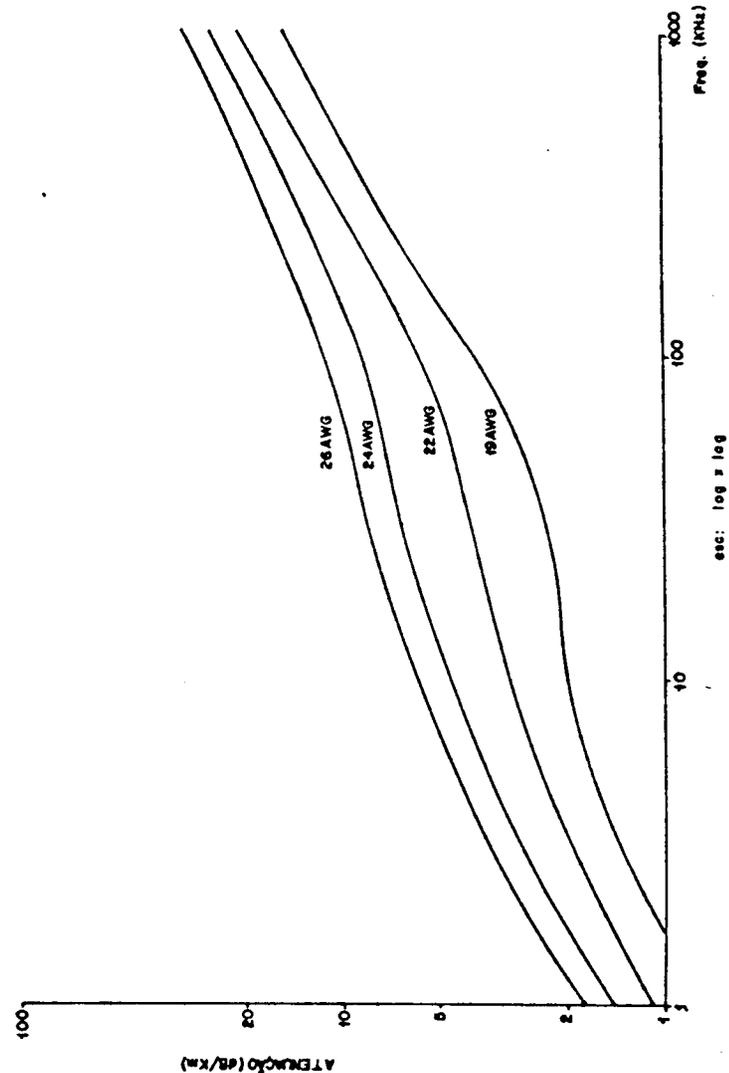


Fig. III.5 - Curvas típicas de atenuação versus frequência para cabos telefônicos com capacitância nominal de 50 nF/Km [10].

O segundo modelo situa-se no extremo inferior da faixa de frequências (0 - 10 KHz) e é obtido das eqs. (III.8) e (III.11) (fazendo-se $s=j\omega$) com os parâmetros distribuídos constantes com a frequência.

A Tabela III.1 mostra dados da rede telefônica brasileira [7] para os parâmetros distribuídos R, L, G e C das linhas de bitola 19, 22, 24 e 26 AWG na faixa de voz.

| | R[Ω/km] | L[H/km] | G[S/km] | C[F/km] |
|--------|---------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 26 AWG | 273 | $0.62 \cdot 10^{-3}$ | $1.12 \cdot 10^{-6}$ | $0.43 \cdot 10^{-7}$ |
| 24 AWG | 171 | $0.62 \cdot 10^{-3}$ | $1.18 \cdot 10^{-6}$ | $0.45 \cdot 10^{-7}$ |
| 22 AWG | 106 | $0.62 \cdot 10^{-3}$ | $1.30 \cdot 10^{-6}$ | $0.51 \cdot 10^{-7}$ |
| 19 AWG | 53 | $0.62 \cdot 10^{-3}$ | $1.37 \cdot 10^{-6}$ | $0.52 \cdot 10^{-7}$ |

Tabela III.1 - Parâmetros físicos [7]

A Fig. III.6 ilustra as curvas de atenuação de um cabo 22 AWG de 2 km obtidas com estes dois modelos e com os dados da Pirelli. O modelo do MCP é dado em [5].

Note que o modelo empregado no MCP aproxima-se dos dados do fabricante para as frequências acima de 200 KHz, estando completamente afastado para as frequências abaixo daquela. É um modelo de altas frequências.

O modelo a parâmetros distribuídos constantes casam perfeitamente com os dados da Pirelli até 20 KHz e acima desta apresenta um comportamento praticamente constante, em completo desacordo com a situação real.

Assim, na faixa de interesse dos nossos estudos (10 KHz, 1 MHz), temos uma lacuna entre os dois modelos, que devemos preencher com um modelamento adequado para as características de transmissão dos cabos homogêneos utilizados na rede de assinantes.

Comparando-se as equações (III.30) e (III.8) temos que

$$\alpha(\omega) = \left\{ \frac{RG - \omega^2 LC + \sqrt{(RG - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 (LG + RC)^2}}{2} \right\}^{1/2} \quad (III.33)$$

$$\beta(\omega) = \left\{ \frac{\omega^2 LC - RG + \sqrt{(RG - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 (LG + RC)^2}}{2} \right\}^{1/2} \quad (III.34)$$

Estas expressões, bem como a expressão para a impedância característica (expressão (III.11)), dependem de maneira não linear dos parâmetros distribuídos R, L, G e C. Estes parâmetros, por sua vez, não podem ser considerados constantes com a frequência para a faixa de nosso interesse (vide Fig. III.6), tendo em vista, principalmente, a variação (com a frequência) da resistência e indutância distribuídas, devido ao efeito pelicular [1,2,4]. Além do efeito pelicular, para os cabos telefônicos com isolamento de papel, acima de 100 KHz as perdas no dielétrico (papel) são consideráveis [1] e, em decorrência, a condutância distribuída sofre variação que se acentua com o aumento da frequência. O modelamento destes parâmetros distribuídos levando em conta estes efeitos físicos [1,4] é extremamente complexo para nossos propósitos de aplicação no simulador. Entretanto, como nossos interesses não se concentram nos parâmetros distribuídos individualmente, mas, sim, nos seus efeitos em conjunto sobre as características de atenuação, defasagem e impedância característica, optamos por deixar o modelamento destas características com base nos parâmetros físicos (modelo fenomenológico), procurando, então, um modelo parametrizado simples, cujos parâmetros incorporem estes efeitos físicos e possam ser determinados por um ajuste entre o desempenho (atenuação, defasagem e impedância característica) medido e o calculado. Com este objetivo, desenvolvemos um modelo assintótico para as características em frequência de uma linha homogênea, descrevendo-as de maneira linear com estes parâmetros assintóticos (ao contrário das expressões (III.33) e (III.34)) simplificando, assim, a metodologia para determiná-los. Nas próximas seções determinamos um modelo assintótico para o efeito pelicular e a metodologia (regressão multivariável) para a obtenção do modelo final.

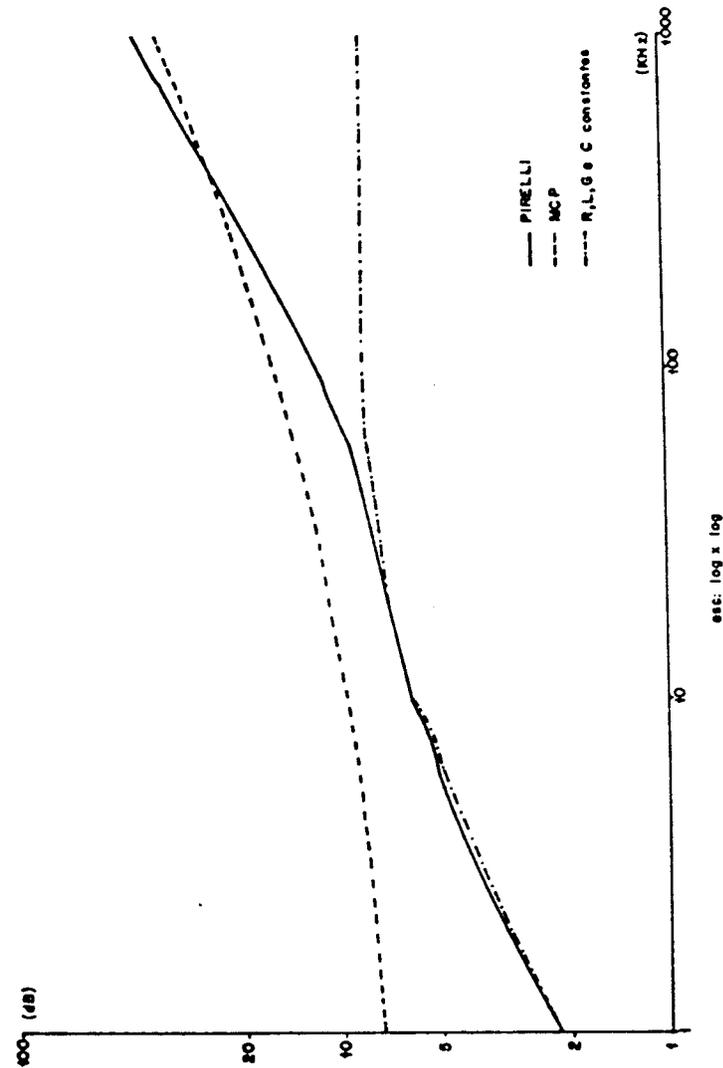


Fig. III.6 - Atenuação x frequência para um cabo 22 AWG de 2 km: comparação do modelo MCP-30 e do modelo R,L,G e C constantes frente a dados da Pirelli [10]

III.5. MODELAMENTO DO EFEITO PELICULAR

A resistência e a indutância distribuídas de uma linha de transmissão não são constantes; ao contrário, variam com a frequência.

Temos então como forma geral

$$R(\omega) = R_0 g_r(\omega) \quad (\text{III.35})$$

$$L(\omega) = L_0 + L_1 g_l(\omega)$$

onde R_0 representa a resistência DC; L_0 representa a indutância externa (devido à proximidade entre os condutores); L_1 representa a indutância interna (devido à distribuição do campo magnético no interior do próprio condutor) e $g_r(\omega)$ e $g_l(\omega)$ são funções que no caso de condutores cilíndricos dependem de polinômios de Bessel [4], sendo portanto de difícil manipulação.

Nosso propósito é calcular estas funções de uma forma simplificada. Neste sentido, seja $\delta(\omega)$ [m] o raio de penetração num fio de raio r [m]. As assíntotas de baixa e alta frequências são dadas por [4]

$$g_r(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{para baixas frequências} \\ \frac{r}{2\delta(\omega)} & \text{para altas frequências} \end{cases} \quad (\text{III.36})$$

$$g_l(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{para baixas frequências} \\ \frac{2\delta(\omega)}{r} & \text{para altas frequências} \end{cases} \quad (\text{III.37})$$

com

$$\frac{r}{2\delta(\omega)} = \frac{r}{2} \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\rho}} \quad (\text{III.38})$$

onde

μ = permeabilidade do material condutor

ρ = resistividade do material condutor

Podemos reescrever a expressão (III.38) como

$$\frac{r}{2\delta(\omega)} = \sqrt{\frac{\omega}{\omega_0}} \quad (\text{III.39})$$

onde a frequência de corte das assintotas é dada por

$$\omega_0 = \frac{\rho}{\mu r^2} \quad [\text{rd/s}] \quad (\text{III.40})$$

Para R_0 e L_1 , temos que [4]

$$R_0 = \frac{8\rho}{\pi r^2}$$

$$L_1 = \frac{\mu}{4\pi} \quad (\text{III.41})$$

Podemos, então, escrever

$$\frac{R_0}{\sqrt{\omega_0}} = L_1 \sqrt{\omega_0} \quad (\text{III.42})$$

Com (III.36) - (III.39), vamos determinar aproximações para as funções $g_r(\omega)$ e $g_l(\omega)$, de tal modo que os valores para elas calculados aproximem-se dos valores dados pelas assintotas.

Então

$$g_r(\omega) = g_l(\omega)^{-1} \approx 1 + \sqrt{\frac{\omega}{\omega_0}} \quad (\text{III.43})$$

Levando em conta a expressão acima, podemos reescrever (III.35) na forma

$$R(\omega) = R_0 \left(1 + \sqrt{\frac{\omega}{\omega_0}} \right) \quad (\text{III.44})$$

$$L(\omega) \approx L_0 + \frac{L_1}{\left(1 + \sqrt{\frac{\omega}{\omega_0}} \right)} \quad (\text{III.44})$$

Em altas frequências, temos

$$\begin{aligned} R(\omega) &\approx R_0 + R_0 \sqrt{\frac{\omega}{\omega_0}} \\ L(\omega) &\approx L_0 + L_1' \sqrt{\frac{\omega_0}{\omega}} \end{aligned} \quad (\text{III.45})$$

Estas expressões para $R(\omega)$ e $L(\omega)$, correspondem às aproximações assintóticas do comportamento real da resistência e indutância distribuídas a serem utilizadas na próxima seção.

III.6. REGRESSÃO MULTIVARIÁVEL

Nesta seção obtemos um modelo composto por funções as sintóticas da atenuação, defasagem e impedância característica pa rametrizadas, sendo que os parâmetros são obtidos por ajuste de cur vas (erro quadrático mínimo), a partir de dados reais.

Para isto definimos as funções assintóticas a partir das eqs. (III.33), (III.34), (III.8) e (III.11).

III.6.1. Assintota de Alta Frequência para a Atenuação

Definindo as grandezas auxiliares

$$A = RG - \omega^2 LC$$

$$B = \omega(LG + RC)$$

(III.46)

temos de (III.33) que

$$\begin{aligned} \alpha(\omega) &= \sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 + B^2}}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{A + |A| \sqrt{1 + (B/A)^2}}{2}} \end{aligned} \quad (\text{III.47})$$

Para ω suficientemente grande (acima de 100 KHz para os cabos usa dos) temos $A < 0$ e $A^2 \gg B^2$ então

$$\begin{aligned} \alpha(\omega) &= \sqrt{\frac{A}{2} - \frac{A}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{B}{A} \right)^2 \right)} \\ &\approx \frac{1}{2} \sqrt{-\frac{B^2}{A}} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega^2 (LG + RC)^2}{\omega^2 LC - RG}} \end{aligned} \quad (\text{III.48})$$

Podemos simplificar ainda mais (III.48), lembrando que na faixa de frequências de interesse $\omega^2 LC \gg RG$. Então

$$\alpha(\omega) = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{G}{2} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (\text{III.49})$$

Devido ao efeito pelicular, como vimos na seção anterior, a resistência e a indutância variam com a frequência segundo

$$R(\omega) \approx R_0 + R_1 \sqrt{\frac{\omega}{\omega_0}} \quad (\text{III.50})$$

$$L(\omega) \approx L_0 + L_1 \sqrt{\frac{\omega_0}{\omega}}$$

Segundo Bylanski [1], a condutância varia linearmente com a frequência devido ao efeito de perdas no dielétrico. Assim, podemos escrever

$$G(\omega) = G_0 + G_P \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) \quad (\text{III.51})$$

Então, (III.49) assume a forma simplificada

$$\begin{aligned} \alpha(\omega) &= \frac{R_0}{2} \sqrt{\frac{C}{L_0}} + \frac{G_0}{2} \sqrt{\frac{L_0}{C}} + \\ &+ \frac{R_1}{2\sqrt{\omega_0}} \sqrt{\frac{C}{L_0}} \sqrt{\omega} + \frac{G_P}{2\omega_0} \sqrt{\frac{L_0}{C}} \omega \end{aligned} \quad (\text{III.52})$$

Assim, (III.52) varia com ω segundo a função

$$\alpha(\omega) \approx \alpha_0 + \alpha_1 \sqrt{\omega} + \alpha_2 \omega \quad [\text{km}^{-1}] \quad (\text{III.53})$$

III.6.2. Assíntota de Alta Frequência para a Defasagem

A partir das grandezas auxiliares definidas em (III.46) e da eq.(III.34) temos que

$$\beta(\omega) = \sqrt{\frac{-A + \sqrt{A^2 + B^2}}{2}} \quad (\text{III.54})$$

que, como anteriormente, permite-nos escrever

$$\begin{aligned} \beta(\omega) &= \sqrt{-A - \frac{A}{4} \left(\frac{B}{A} \right)^2} \\ &\approx \sqrt{-A} \sqrt{1 + \frac{1}{4} \left(\frac{B}{A} \right)^2} \\ &\approx \sqrt{-A} \left[1 + \frac{1}{8} \left(\frac{B}{A} \right)^2 \right] \\ &\approx \sqrt{LC} \omega \end{aligned}$$

porém levando em conta o efeito pelicular na indutância (III.50),

obtemos

$$\begin{aligned} \beta(\omega) &= \sqrt{L_0 C + L_1 C \sqrt{\frac{\omega_0}{\omega}}} \omega \\ &= \sqrt{L_0 C} \sqrt{1 + \frac{L_1}{L_0} \sqrt{\frac{\omega_0}{\omega}}} \omega \\ &= \sqrt{L_0 C} \omega + \frac{L_1 \sqrt{\omega_0}}{2} \sqrt{\frac{C}{L_0}} \sqrt{\omega} \end{aligned} \quad (\text{III.55})$$

Na seção III.5 mostramos a validade da relação $R_0/\sqrt{\omega_0} = L_1 \sqrt{\omega_0}$ o que permite reescrever (III.55) na forma

$$\beta(\omega) = \frac{R_0}{2\sqrt{\omega_0}} \sqrt{\frac{C}{L_0}} \sqrt{\omega} + \sqrt{L_0 C} \omega \quad (\text{III.56})$$

e $\beta(\omega)$ varia com ω segundo a função

$$\beta(\omega) \cong \beta_1 \sqrt{\omega} + \beta_2 \omega \quad [\text{rd/km}] \quad (\text{III.57})$$

III.6.3. Assíntota de Alta Frequência para a Impedância Característica

Para determinarmos a assíntota de alta frequência para a impedância característica, devemos notar que, de (III.8) e (III.11), a seguinte relação se verifica

$$Z_C(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{G + j\omega C} \quad [\Omega] \quad (\text{III.58})$$

Para as frequências na faixa de interesse, a admitância capacitiva é muito maior que a condutância, assim

$$\begin{aligned} Z_C(j\omega) &= \frac{Y(j\omega)}{j\omega C} \\ &\cong \frac{\beta(\omega)}{\omega C} - j \frac{\alpha(\omega)}{\omega C} \quad [\Omega] \end{aligned} \quad (\text{III.59})$$

A impedância característica pode ser escrita na forma

$$Z_C(j\omega) = \xi(\omega) + j\varphi(\omega) \quad [\Omega] \quad (\text{III.60})$$

Assim, se na relação (III.59) consideramos as assíntotas já calculadas para a atenuação e defasagem, obtemos as assíntotas para a parte real e imaginária da impedância característica

$$\xi(\omega) = \frac{\beta(\omega)}{\omega C} \quad (\text{III.61})$$

$$\varphi(\omega) = - \frac{\alpha(\omega)}{\omega C}$$

Em coordenadas polares, podemos reescrever (III.59) na forma

$$Z_C(j\omega) = M_C(\omega) e^{j\phi_C(\omega)} \quad (\text{III.62})$$

com

$$\begin{aligned} M_C(\omega) &= \frac{\beta(\omega)}{\omega C} \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha(\omega)}{\beta(\omega)}\right)^2} \quad [\Omega] \\ \phi_C(\omega) &= -\text{arctg} \left(\frac{\alpha(\omega)}{\beta(\omega)}\right) \quad [\text{rd}] \end{aligned} \quad (\text{III.63})$$

Calculando o limite da expressão acima e considerando (III.53) e (III.57), obtemos

$$\phi_C(\infty) = -\arctg(\alpha_2/\beta_2) \approx 0 \quad (\text{III.64})$$

como será evidenciado pelos valores numéricos obtidos para α_2 e β_2 , o ângulo $\phi_C(\omega)$ embora não sendo nulo será extremamente pequeno, atingindo no máximo 2 graus. Segundo Bylanski [1], a impedância característica quando $\omega \rightarrow \infty$ tende para um valor real, ou seja, $\phi_C(\infty) = 0$.

A aproximação obtida ($\phi_C(\infty) \leq 2^\circ$) é uma imprecisão do modelo proposto, que porém não acarretou erros significativos na faixa de frequências em estudo.

Assim sendo,

$$M_C(\infty) = \sqrt{\frac{L_0}{C}} \quad [\Omega] \quad (\text{III.65})$$

Devemos finalmente enfatizar que se soubermos o valor da capacitância distribuída C bem como as funções $\alpha(\omega)$ e $\beta(\omega)$, então a impedância característica $Z_C(j\omega)$ dada em (III.59) decorre imediatamente.

III.6.4. Determinação dos Parâmetros Ótimos para as Assíntotas no Intervalo [10 KHz - 1000 KHz]

Nosso propósito é determinar para cada tipo de linha as funções $\gamma(j\omega)$ e $Z_C(j\omega)$ que descrevem completamente os seus comportamentos. Segundo a Pirelli [10] a capacitância nominal dos cabos de várias bitolas encontrados no mercado nacional é $C = 50 \text{ nF/km}$. Assim sendo, medindo o módulo (ou parte real) da impedância característica de cada um deles em alta frequência, com (III.65) podemos determinar a indutância externa, ou seja:

$$L_0 \approx C \cdot M_C(\infty)^2 \quad [\text{H/km}] \quad (\text{III.66})$$

conhecidas estas duas grandezas podemos calcular

$$\beta_2 = \sqrt{L_0 C} \quad (\text{III.67})$$

Finalmente, comparando (III.56) e (III.52), podemos concluir que

$$\beta_1 = \alpha_1 \quad (\text{III.68})$$

De posse dos parâmetros α_0 , α_1 e α_2 que definem $\alpha(\omega)$, podemos determinar as funções $\beta(\omega)$ e $Z_C(j\omega)$. Este procedimento levará em conta implicitamente as variações no comportamento da linha devido aos efeitos pelicular e perdas no dielétrico, sendo que este último é de difícil modelagem analítica.

Para determinarmos os parâmetros α_0 , α_1 e α_2 , imaginemos que dispomos de M medidas de atenuação (ou como no presente, obtidas no manual da Pirelli). Estas medidas compõem o vetor $\alpha_m \in R^M$, onde cada elemento é a atenuação medida na frequência ω_i , $i = 1 \dots M$ com $\omega_i/2\pi \in [10\text{KHz}, 1\text{MHz}]$. Definindo o vetor transposto (o símbolo "" indica transposição) $\theta' = [\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2] \in R^3$, é claro que idealmente deveríamos ter

$$\alpha_m = H\theta \quad (\text{III.69})$$

onde $H \in R^M \times R^3$ é uma matriz com elementos h_{ij} tais que

$$\begin{cases} h_{i1} = 1 \\ h_{i2} = \sqrt{\omega_i} \\ h_{i3} = \omega_i \end{cases} \quad i = 1 \dots M \quad (\text{III.70})$$

Devido a uma série de aproximações efetuadas para a obtenção de (III.53), a eq. (III.69) não será estritamente satisfeita. Assim, para cada θ escolhido, teremos

$$\alpha_c = H\theta \quad (\text{III.71})$$

onde $\alpha_c \in R^M$ é o vetor de atenuação calculadas a partir do modelo. Como erros em qualquer frequência na faixa [10KHz, 1MHz] é igualmente significativo, determinamos θ pela solução do seguinte problema de programação matemática

$$\text{MIN}_{\theta} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \left\{ \frac{\alpha_{mi} - \alpha_{ci}}{\alpha_{mi}} \right\}^2 \quad \text{s.a } \alpha_c = H\theta \quad (\text{III.72})$$

que é a minimização da soma dos erros percentuais cometidos pelo modelo em relação aos valores medidos. O problema (III.72) pode ser reescrito na forma compacta

$$\text{MIN}_{\theta} \frac{1}{2} \| \alpha_m - H\theta \|^2_{Q^{-1}} \quad (\text{III.73})$$

onde $Q \in \mathbb{R}^M$ é uma matriz diagonal definida positiva

$$Q = \text{diag}(\alpha_{m1}^2, \dots, \alpha_{mM}^2) \quad (\text{III.74})$$

Por definição $\| Y \|^2_Q = Y'QY \quad \forall Y \in \mathbb{R}^M$.

Como (III.73) é estritamente convexo, a condição necessária e suficiente de otimalidade é

$$\frac{d}{d\theta} \| \alpha_m - H\theta \|^2_{Q^{-1}} = 0 \quad (\text{III.75})$$

que fornece o vetor de parâmetros ótimo:

$$\theta^* = (H'Q^{-1}H)^{-1}H'Q^{-1}\alpha_m \quad (\text{III.76})$$

A partir de θ^* podemos determinar o erro percentual para cada frequência por

$$\epsilon_i = \left| \frac{\alpha_{mi} - \alpha_{ci}^*}{\alpha_{mi}} \right| \cdot 100 \quad ; \quad i = 1, \dots, M \quad (\text{III.77})$$

As Tabelas III.2 e III.3 mostram os valores dos parâmetros ótimos obtidos a partir do ajuste com os dados da Pirelli, para os cabos de bitolas 19, 22, 24 e 26 AWG e com capacitância nominal de 50 nF/km.

Consideramos $M_c(\omega)$, na determinação de β_2 , como sendo o valor do módulo da impedância característica na mais alta frequência disponível, 1 MHz.

| | α_0 [km ⁻¹] | $\alpha_1 \times 10^{-3}$ [km ⁻¹ .(s/rd) ^{1/2}] | $\alpha_2 \times 10^{-7}$ [km ⁻¹ .(s/rd)] |
|--------|-----------------------------------|---|---|
| 26 AWG | 0.45771 | 1.0625 | 0.7273 |
| 24 AWG | 0.40162 | 0.6944 | 1.3271 |
| 22 AWG | 0.24479 | 0.3846 | 2.1279 |
| 19 AWG | 0.12318 | 0.2715 | 1.7445 |

Tabela III.2 - Parâmetros α do modelo

| | $M_c(\omega)$ [Ω] | $\beta_1 \times 10^{-3}$ [(rd/km)(s/rd) ^{1/2}] | $\beta_2 \times 10^{-6}$ [s/km] |
|--------|-------------------------------|---|------------------------------------|
| 26 AWG | 103 | 1.0625 | 5.15 |
| 24 AWG | 104 | 0.6944 | 5.20 |
| 22 AWG | 102 | 0.3846 | 5.10 |
| 19 AWG | 97 | 0.2715 | 4.85 |

Tabela III.3 - Parâmetros β do modelo

As Figs. III.7-III.14 mostram as curvas de atenuação x frequência obtidas com o modelamento comparadas com as curvas da Pirelli e, também, os histogramas de erros percentuais entre o resultado do modelo e os dados.

É importante ressaltar que as Figs. III.7-III.14 e os parâmetros ótimos $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ e β_2 (Tabs. III.2 e III.3) foram obtidos com o programa MOLTR (Modelamento de Linhas de Transmissão Homogêneas) [3] desenvolvido pelo Engº Paulo Augusto Valente Ferreira, com base no modelamento apresentado anteriormente. Este programa está incorporado ao SLA e constitui uma importante ferramenta para a calibração final do modelo, permitindo, também, que outros cabos, como por exemplo aqueles com materiais diferentes no condutor e/ou isolante, possam ser caracterizados.

III.7 - TEMPO DE PROPAGAÇÃO

Como vimos no Cap. II, um parâmetro importante de projeto é o tempo de propagação de pulsos nas linhas de assinante. Ele, também, será muito importante, nas simulações no domínio do tempo. Começaremos discutindo tempo de propagação em linhas homogêneas.

Em uma linha de transmissão ideal ou em linhas de Heaviside (sem distorção) a velocidade de propagação de um pulso é igual às velocidades de fase e de grupo que são dadas por [2,4]

$$v_f = v_g = \frac{\omega}{\beta(\omega)} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad [\text{km/s}] \quad (\text{III.78})$$

Porém, para as linhas com distorção, a defasagem não é linear com a frequência e consequentemente a equação (III.78) não se aplica para a velocidade de propagação do pulsos.

Além disso, as distorções mudarão a forma do pulso recebido na carga, ficando assim subjetivo definirmos tempo de propagação, pois, este dependerá de que critério será utilizado para definirmos sua chegada na recepção (pico, centro de gravidade, etc.).

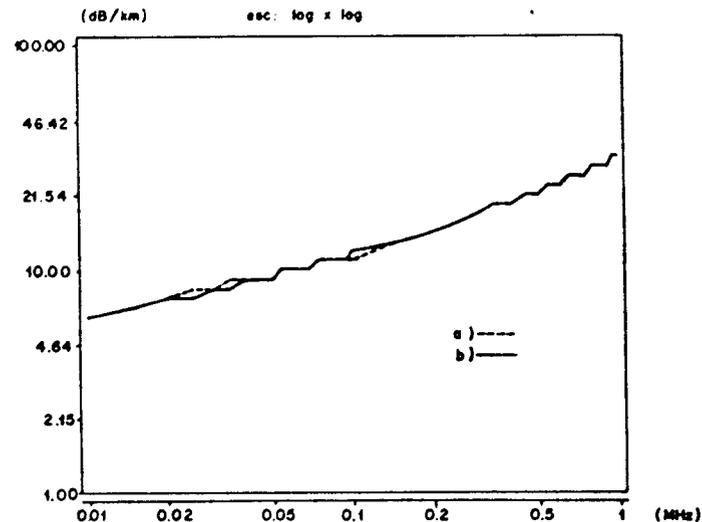


Fig. III.7 - Atenuação x frequência: Cabo 26 AWG
(a) medida (b) modelo

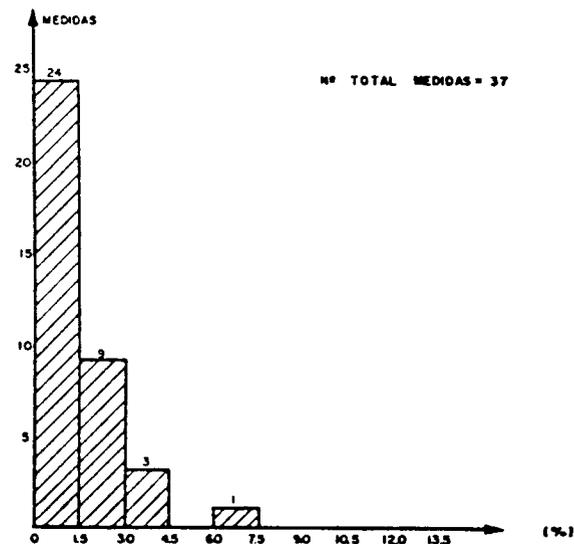


Fig. III.8 - Histograma dos erros percentuais de atenuação: Cabo 26 AWG

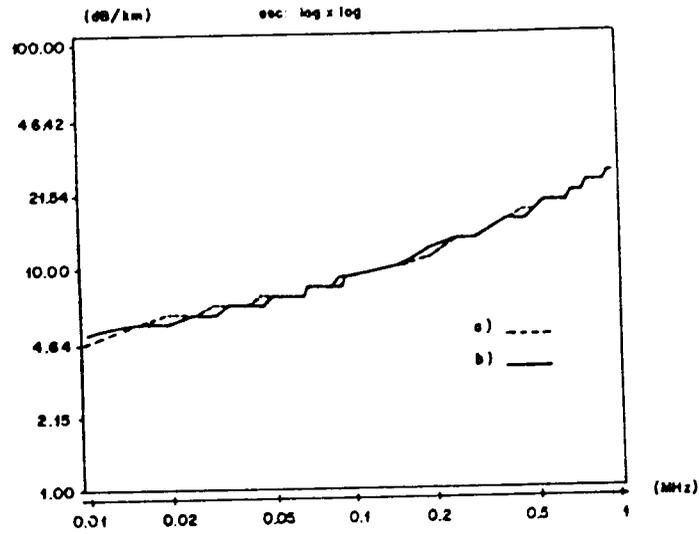


Fig. III.9 - Atenuação x freqüência: Cabo 24 AWG
(a) medida (b) modelo

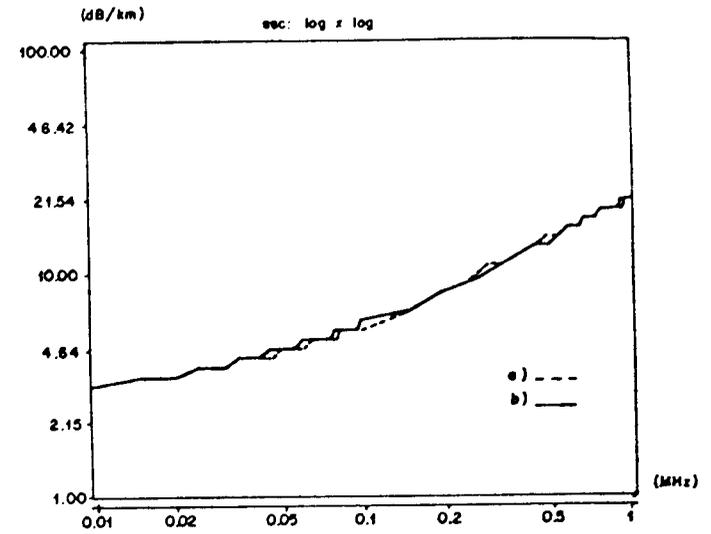


Fig. III.11 - Atenuação x freqüência: Cabo 22 AWG
(a) medida (b) modelo

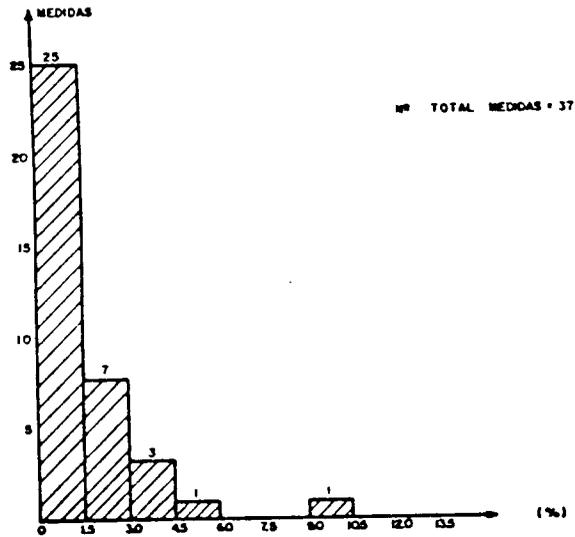


Fig. III.10 - Histograma dos erros percentuais de atenuação: Cabo 24 AWG

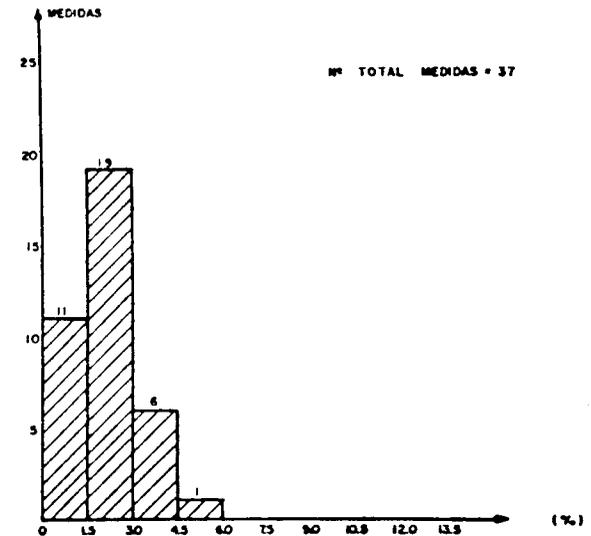


Fig. III.12 - Histograma de erros percentuais de atenuação: Cabo 22 AWG

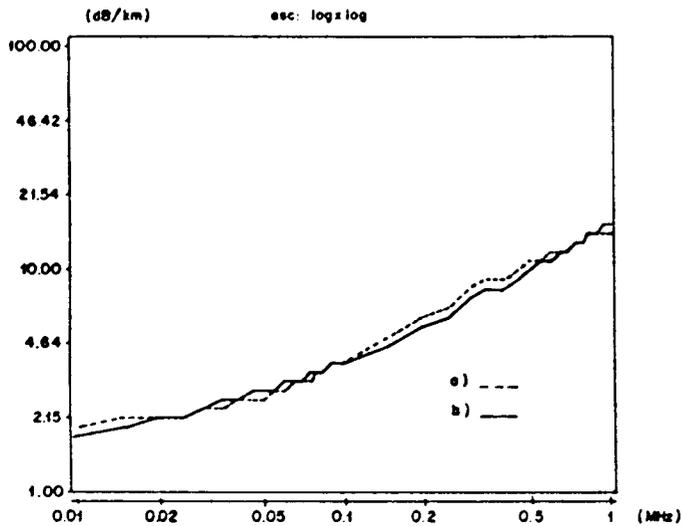


Fig. III.13 - Atenuação x frequência: Cabo 19 AWG
(a) medida (b) modelo

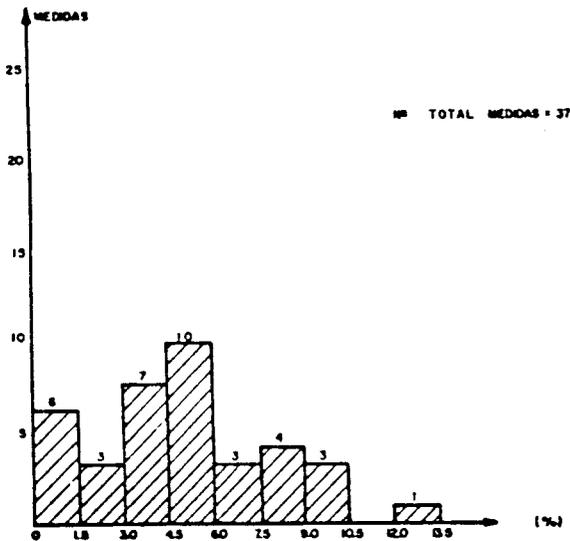


Fig. III.14 - Histograma de erros percentuais de atenuação: Cabo 19 AWG

Para uma análise precisa, devemos considerar na Figura III.1 que $Z_0 = 0$ e que a linha está casada, impedindo assim as reflexões.

Nestas condições, de (III.14) temos que

$$F(s) = e^{-\gamma l} \quad (III.79)$$

Uma proposta apresentada em [6], no estudo de circuitos simuladores de linha, é considerar o instante de ocorrência do centro de gravidade do pulso como referência para a determinação do tempo de propagação. Assim:

$$t_p = \frac{\int_0^{\infty} t f(t) dt}{\int_0^{\infty} f(t) dt} \quad (III.80)$$

onde $f(t)$ é a transformada inversa de Laplace de $F(s)$, a qual por sua vez, representa a resposta impulsiva da linha.

A expressão (III.80) pode ser reescrita na forma

$$t_p = - \frac{F'(0)}{F(0)} \quad (III.81)$$

onde $F'(0)$ denota a derivada de $F(s)$ no ponto $s = 0$.

Com (III.79) temos então

$$t_p = \frac{d}{ds} \gamma \Big|_{s=0} \cdot l \quad (III.82)$$

Se considerarmos uma linha ideal ($R = G = 0$) ou uma linha de Heaviside ($L/C = R/G$) e se não levarmos em conta o efeito pelicular, então de (III.8) e (III.82), temos $t_p = l\sqrt{LC}$ que é o resultado esperado.

Por outro lado, se considerarmos uma linha com distorção porém, sem o efeito pelicular temos com (III.8) e (III.82).

$$t_p = \frac{l}{2} \left\{ C \sqrt{\frac{R}{G}} + L \sqrt{\frac{G}{R}} \right\} \quad (\text{III.83})$$

onde, se R é finito com $G \rightarrow 0$, então $t_p \rightarrow \infty$, o que não corresponde à realidade.

Isto deve-se ao fato de que não é possível garantir que o numerador da forma integral em (III.80) seja finito, inviabilizando o uso desta expressão para os nossos propósitos.

A nossa proposição para o cálculo de t_p passa pelo seguinte fato: para uma senoide em uma linha de transmissão, a velocidade de propagação da energia da fonte para a carga é dada pela sua velocidade de fase. Assim,

$$t_p = \tau(\omega) = \frac{l}{v_f(\omega)} = \frac{\beta(\omega)}{\omega} \cdot l \quad (\text{III.84})$$

Considerando-se a resposta impulsiva da linha, isto é, $v_N(t) = f(t)$, a característica em frequência de $v_N(t)$ permite-nos escrever que para cada frequência $\omega \in [0, +\infty)$ existe um tempo de propagação associado $\tau(\omega)$ dado por (III.84) e uma densidade de energia dada por $|F(j\omega)|^2$.

Propomos, então, definir o tempo de propagação como sendo

$$t_p = \frac{\int_0^{\infty} \tau(\omega) |F(j\omega)|^2 d\omega}{\int_0^{\infty} |F(j\omega)|^2 d\omega} \quad (\text{III.85})$$

Então, podemos reescrever (III.85) com (III.79) e (III.84) na forma

$$t_p = l \cdot \frac{\int_0^{\infty} \frac{\beta(\omega)}{\omega} e^{-2\alpha(\omega)l} d\omega}{\int_0^{\infty} e^{-2\alpha(\omega)l} d\omega} \quad (\text{III.86})$$

No caso da linha sem distorção e sem o efeito pelicular, temos que $\beta(\omega) = \omega\sqrt{LC}$; conseqüentemente aplicando (III.86) temos o resultado esperado $t_p = l\sqrt{LC}$.

No caso da linha tratada em (III.83) ($\omega \rightarrow \infty$)

$$e^{-2\alpha(\omega)l} = e^{-R\sqrt{C/L}l}$$

e

$$\beta(\omega) = \omega\sqrt{LC} \quad (\text{III.87})$$

o que resulta em $t_p = l\sqrt{LC}$.

Assim, a definição para o tempo de propagação ora proposta não apresenta o inconveniente verificado na definição proposta em [6].

Se levarmos em conta o modelo proposto em III.6 para $\alpha(\omega)$ e $\beta(\omega)$, não é possível determinar-se, analiticamente o valor de t_p em (III.86), devendo portanto ser obtido por simulação numérica..

Devemos ainda enfatizar que (III.85) pode ser generalizada para uma entrada qualquer. Temos então

$$t_p = \frac{\int_0^{\infty} \tau(\omega) |V_N(j\omega)|^2 d\omega}{\int_0^{\infty} |V_N(j\omega)|^2 d\omega}$$

$$= \frac{\int_0^{\infty} \tau(\omega) |V_0(j\omega) F(j\omega)|^2 d\omega}{\int_0^{\infty} |V_0(j\omega) F(j\omega)|^2 d\omega} \quad (\text{III.88})$$

Estas expressões permite-nos interpretar nossa proposição de tempo de propagação como sendo o tempo de propagação do centro energético do pulso.

Vamos agora generalizar esta proposição para uma linha de assinante.

Como anteriormente, vamos considerar $Z_0 = 0$. Neste caso, entretanto, é impossível considerarmos a linha casada, pois mesmo que o último trecho assim o fosse, reflexões ocorreriam nos nós intermediários.

É fundamental, portanto, que possamos determinar a primeira frente de onda que atinge a carga.

Como $F_0(s) = 1$ (eq. (III.26) com $Z_0 = 0$), então com (III.20) e com a expansão em série de Taylor de (III.21) temos

$$F(s) = \prod_{k=1}^{N-1} F_k(s)$$

$$= \prod_{k=1}^{N-1} (1 + \rho_{k+1}) e^{-\gamma_k l_k} = \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r \prod_{k=1}^{N-1} \rho_{k+1} e^{-2r\gamma_k l_k} \quad (\text{III.89})$$

Com (III.89) podemos concluir que o termo referente a $r = 0$ corresponde à primeira frente de onda incidente na carga e os termos referentes a $r = 2, 3, \dots$ correspondem às ondas refletidas que

posteriormente atingirão a carga.

Definimos então a função de transferência da onda incidente como

$$H(s) \triangleq F(s) \Big|_{r=0}$$

$$= \prod_{k=1}^{N-1} (1 + \rho_{k+1}) e^{-\gamma_k l_k} \quad (\text{III.90})$$

Por outro lado, o tempo de propagação da energia associada a uma senoide de frequência ω em cada seção da linha (Fig. III.3) é igual a

$$\tau_k(\omega) = \frac{\beta_k(\omega)}{\omega} l_k ; k \in [1, N-1] \quad (\text{III.91})$$

Então, para essa energia percorrer a linha toda temos

$$\tau(\omega) = \sum_{k=1}^{N-1} \tau_k(\omega)$$

$$= \frac{1}{\omega} \sum_{k=1}^{N-1} \beta_k(\omega) l_k \quad (\text{III.92})$$

Com isto, o tempo de propagação de um pulso numa linha de assinante fica

$$t_p = \frac{\int_0^{\infty} \tau(\omega) |V_0(j\omega) H(j\omega)|^2 d\omega}{\int_0^{\infty} |V_0(j\omega) H(j\omega)|^2 d\omega} \quad (\text{III.93})$$

Na Tabela III.4 fornecemos os tempos de propagação calculados com este modelo para diversos pulsos transmitidos numa linha homogênea de bitola 22 AWG e 1 km de extensão.

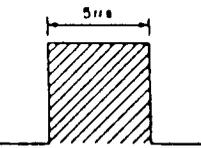
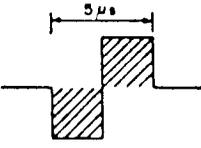
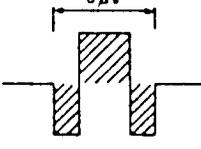
| PULSOS | $t_p (\mu s)$ |
|---|---------------|
|  | 8.03 |
|  | 9.56 |
|  | 5.44 |

Tabela III.4 - Tempos de propagação numa linha homogênea de bitola 22 AWG de 1 km

Finalmente devemos ressaltar que durante este desenvolvimento fizemos $Z_0 = 0$. Isto significa que os dados da Tabela III.4 correspondem ao tempo de propagação na linha das formas do pulso mostradas.

Se $Z_0 \neq 0$, então, o pulso que será injetado na linha não será $V_0(j\omega)$ mas sim $V_1(j\omega) = Z_1(j\omega) \cdot V_0(j\omega) / (Z_1(j\omega) + Z_0(j\omega))$. Assim, para a implementação computacional a eq. (III.93) incorpora o efeito de Z_0 .

III.8. CONCLUSÃO

Neste capítulo, obtivemos um modelo matemático para uma

linha de assinante genérica, composta de várias seções com características físicas distintas e de derivações em aberto.

Este modelo descreve com precisão o comportamento dinâmico de uma linha de assinante, como tem mostrado os resultados do Simulador SLA, tanto na resposta em frequência como na resposta à excitação com pulsos (ver Cap. VI).

Obtivemos o modelo para a linha de assinante a partir da concatenação dos modelos de cada trecho homogêneo. Tal fato nos impôs a tarefa de obter um modelo para as características em frequência de atenuação ($\alpha(\omega)$), defasagem ($\beta(\omega)$) e impedância característica ($Z_c(j\omega)$) das linhas homogêneas utilizadas na rede de assinantes (19, 22, 24 e 26 AWG) para nossa faixa de interesse (10 - 1000 KHz).

Esta faixa de frequências constituía-se numa lacuna em termos de modelo para aquelas características, já que os modelos existentes eram para os extremos da faixa.

Assim, propusemos uma maneira simples e eficiente de determinar as características em frequência das linhas utilizadas, a partir de um modelo por regressão multivariável de um conjunto de medidas, e que leva em conta os vários fenômenos físicos predominantes tais como o efeito pelicular e as perdas no dielétrico. Este modelamento deu origem ao programa MOLTR que permite a caracterização de cabos homogêneos à partir de medidas experimentais.

Finalmente, propusemos uma nova definição de tempo de propagação de sinais de energia em linhas com dispersão, que não apresenta as deficiências encontradas em outras propostas da literatura. Esta definição tem uma interpretação física interessante, correspondendo ao tempo de propagação do "centro energético" do pulso transmitido, e, assim, acreditamos que tal definição contribui no estudo de linhas de transmissão.

CAPÍTULO IV

ESPECTRO DE POTÊNCIA

IV.1. INTRODUÇÃO

A análise da transmissão digital através das linhas de assinante passa, necessariamente, pela análise da densidade espectral de potência do sinal transmitido, tanto para o estudo de diafonia como do casamento sinal-meio de transmissão.

O espectro de potência do sinal transmitido depende fortemente do código de linha. Alguns códigos que têm sido estudados para a transmissão digital através das linhas de assinante empregam duas formas de pulso: uma para representar o dígito "0" de informação e a outra para representar o dígito "1". Um exemplar importante desta classe de códigos é o CMI [2].

Propomos neste capítulo, um método de cálculo de espectro de potência de qualquer código, que é uma generalização do trabalho clássico de Bennett [1]. O método proposto pode tratar os códigos que empregam formas de pulso distintas para representar os dígitos de informação "0" e "1".

Esta generalização foi fundamental para o desenvolvimento do Simulador de Linha de Assinante, pois permite tratar os principais códigos que estão sendo estudados na digitalização, como o AMI, CMI, WAL1, WAL2 [3], etc.

IV.2. ESPECTRO DE POTÊNCIA

A Fig.IV.1 mostra o modelo adotado para representar a geração do sinal $x(t)$, a ser transmitido num sistema de transmissão digital em banda base.

Neste modelo $\{\theta(k)\}$ representa uma sequência de eventos da variável aleatória independente $\theta(k)$ que pode assumir dois valores: 0 e 1 (informação binária), tal que

$$\text{Prob } \{\theta(k) = 1\} = p$$

$$\bullet \quad \text{Prob } \{\theta(k) = 0\} = 1-p = q$$

(IV.1)

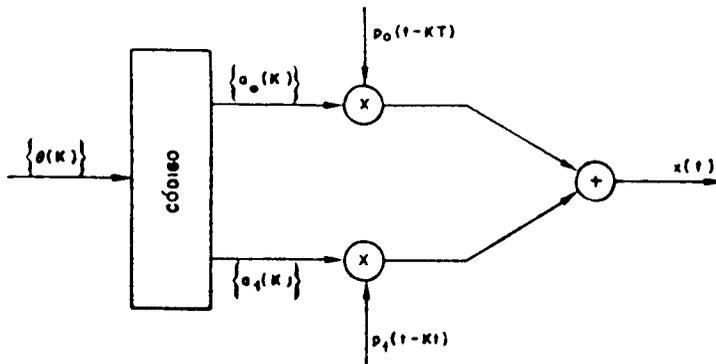


Fig. IV.1 - Geração do sinal digital $x(t)$ a partir de um dado código de linha

Assumiremos que o processo aleatório discreto $\{\theta(k)\}$ é estacionário pelo menos em sentido fraco, isto é, denotando por $E(\cdot)$ o operador esperança matemática, então $E\{\theta(k)\}$ independe de k e $E\{\theta(m)\theta(n)\}$ independe dos valores particulares de m e n , dependendo somente da diferença $m-n$.

$\{\theta(k)\}$ é transformada, segundo um código de linha especificado, nas sequências $\{a_0(k)\}$ e $\{a_1(k)\}$.

Assumiremos também que os processos $\{a_0(k)\}$ e $\{a_1(k)\}$ são estacionários pelo menos em sentido fraco.

Com este modelo, o sinal digital $x(t)$ é dado por

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (a_0(k)p_0(t-kT) + a_1(k)p_1(t-kT)) \quad (IV.2)$$

onde $p_0(\cdot)$ e $p_1(\cdot)$ definem os pulsos que representam os dígitos de informação "0" e "1" que se deseja transmitir. Por hipótese, os pulsos $p_0(t)$ e $p_1(t)$ são restritos ao intervalo de tempo $[-T/2, T/2]$ e admitem transformadas de Fourier representadas por

$$P_0(\omega) = F\{p_0(t)\} \quad (IV.3)$$

e
$$P_1(\omega) = F\{p_1(t)\}$$

Nosso propósito é determinar a potência média do sinal $x(t)$. Com este intuito definimos o sinal restrito $x_T(t)$ como sendo:

$$x_T(t) \triangleq \begin{cases} x(t) & ; |t| \leq \tau \\ 0 & ; |t| > \tau \end{cases} \quad (IV.4)$$

Com isto, a potência média do sinal $x(t)$ é dada por

$$P_x \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} x_T^2(t) dt \right\} \quad (IV.5)$$

A partir da eq. (IV.2) podemos calcular o valor médio de $x(t)$ como sendo

$$\bar{x}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (\bar{a}_0 p_0(t-kT) + \bar{a}_1 p_1(t-kT)) \quad (IV.6)$$

onde \bar{a}_0 e \bar{a}_1 são respectivamente, os valores médios de $a_0(k)$ e $a_1(k)$ que, como vimos anteriormente, independem de k pela hipótese de estacionariedade pelo menos em sentido fraco de $\{a_0(k)\}$ e $\{a_1(k)\}$.

Definindo o processo de média nula

$$y(t) \triangleq x(t) - \bar{x}(t) \quad (IV.7)$$

então, com (IV.5) temos que

$$P_x = P_y + P_{\bar{x}} \quad (IV.8)$$

Utilizando o teorema de Parseval para P_y temos

$$P_y = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{1}{2\tau} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|Y_T(\omega)|^2}{2\pi} d\omega \right\} \\ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega) d\omega \quad (IV.9)$$

onde S_y é a densidade espectral de potência de $y(t)$ que é dada por

$$S_y(\omega) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{E\{|Y_\tau(\omega)|^2\}}{2\tau} \quad (\text{IV.10})$$

Por outro lado, $\bar{x}(t)$ é um sinal determinístico e periódico com período T , podendo, então, ser desenvolvido em série de Fourier como

$$\begin{aligned} \bar{x}(t) &= \bar{a}_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} p_0(t-kT) + \bar{a}_1 \sum_{k=-\infty}^{\infty} p_1(t-kT) \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} \left[\bar{a}_0 p_0\left(\frac{2\pi k}{T}\right) + \bar{a}_1 p_1\left(\frac{2\pi k}{T}\right) \right] e^{j2k\pi/T} \end{aligned} \quad (\text{IV.11})$$

onde

$$\frac{1}{T} \left[\bar{a}_0 p_0\left(\frac{2\pi k}{T}\right) + \bar{a}_1 p_1\left(\frac{2\pi k}{T}\right) \right]$$

é o k -ésimo coeficiente da série de Fourier.

Do teorema de Parseval para série de Fourier temos

$$P_x = \frac{1}{T^2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| \bar{a}_0 p_0\left(\frac{2\pi k}{T}\right) + \bar{a}_1 p_1\left(\frac{2\pi k}{T}\right) \right|^2 \quad (\text{IV.12})$$

Mas

$$P_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega \quad (\text{IV.13})$$

então, de (IV.12) e (IV.13)

$$S_x(\omega) = \frac{2\pi}{T^2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| \bar{a}_0 p_0\left(\frac{2\pi k}{T}\right) + \bar{a}_1 p_1\left(\frac{2\pi k}{T}\right) \right|^2 \delta\left(\omega - \frac{2\pi k}{T}\right) \quad (\text{IV.14})$$

onde $\delta(\cdot)$ é a função Delta de Dirac.

Portanto, para obtermos a densidade espectral de potência de $x(t)$ necessitamos desenvolver $S_y(\omega)$, pois

$$S_x(\omega) = S_y(\omega) + S_x^-(\omega) \quad (\text{IV.15})$$

e $S_x^-(\omega)$ é dado por (IV.14).

Considerando que o sinal restrito $y(t)$ corresponde à ocorrência de $(2N+1)$ pulsos centrados em $t=0$, com largura T cada um, então

$$\tau = NT + \frac{T}{2} \quad (\text{IV.16})$$

Assim, podemos reescrever (IV.10) como

$$S_y(\omega) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{E\{|Y_N(\omega)|^2\}}{(2N+1)T} \quad (\text{IV.17})$$

Definindo os vetores colunas

$$\begin{aligned} P(\omega) &\triangleq [P_0(\omega) \quad P_1(\omega)] \\ a(k) &\triangleq [a_0(k) \quad a_1(k)] \end{aligned} \quad (\text{IV.18})$$

onde (') indica transposição, obtemos a partir de (IV.6) e (IV.7)

$$\begin{aligned} Y_N(\omega) &\triangleq F\{Y_N(t)\} \\ &= \sum_{k=-N}^N (a(k) - \bar{a})' P(\omega) e^{-jk\omega T} \end{aligned} \quad (\text{IV.19})$$

Podemos então calcular

$$\begin{aligned} E\{|Y_N(\omega)|^2\} &= E\{Y_N^*(\omega) Y_N(\omega)\} \\ &= \sum_{m=-N}^N \sum_{n=-N}^N P(\omega)^* E\{(a(m) - \bar{a})(a(n) - \bar{a})'\} P(\omega) e^{-j(m-n)\omega T} \end{aligned} \quad (\text{IV.20})$$

Na relação (IV.20) o símbolo (*) indica conjugado-transposto.

Como assumimos que os processos $\{a_0(k)\}$ e $\{a_1(k)\}$ são estacionários pelo menos em sentido fraco, então temos

$$Q(m-n) \triangleq E\{(a(m) - \bar{a})(a(n) - \bar{a})'\} \quad (IV.21)$$

onde $Q(m-n)$ é uma matriz quadrada (2×2) chamada matriz de covariância.

Com (IV.17) e (IV.20) obtemos

$$S_y(\omega) = P^*(\omega) S(\omega) P(\omega) \quad (IV.22)$$

onde

$$S(\omega) \triangleq \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{(2N+1)T} \sum_{m=-N}^N \sum_{n=-N}^N Q(m-n) e^{-j(m-n)\omega T} \quad (IV.23)$$

Para calcularmos o limite acima vamos considerar o seguinte lema:

LEMA: Seja $f(k) : Z \rightarrow C$ uma função complexa tal que existam $\alpha > 0$ e $0 \leq \beta < 1$ e

$$|f(k)| \leq \alpha \beta^{|k|} \quad (IV.24)$$

então

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{m=-N}^N \sum_{n=-N}^N \frac{f(m-n)}{2N+1} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k) \quad (IV.25)$$

Prova: Fazendo a mudança de variável $k = m-n$, então

$$\begin{aligned} \sum_{m=-N}^N \sum_{n=-N}^N f(m-n) &= \sum_{m=-N}^N \sum_{k=m-N}^{m+N} f(k) \\ &= (2N+1) \sum_{k=-2N}^{2N} f(k) - \sum_{k=1}^{2N} k(f(k) + f(-k)) \end{aligned} \quad (IV.26)$$

As séries

$$\sum_{k=1}^{\infty} k f(k)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} k f(-k)$$

são absolutamente convergentes, e então temos

$$\sum_{k=1}^{\infty} k(f(k) + f(-k)) \leq 2\alpha \sum_{k=1}^{\infty} k \beta^k = \frac{2\alpha\beta}{(1-\beta)^2} \quad (IV.27)$$

Com (IV.27), passando (IV.26) ao limite obtemos (IV.25), que prova o lema proposto.

Aplicando o resultado deste lema para cada elemento da matriz $Q(m-n)$, que devem satisfazer sua hipótese temos

$$S(\omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} Q(k) e^{-jk\omega T} \quad (IV.28)$$

que a menos do fator $1/T$ é a transformada de Fourier de cada quência que compõe a matriz $Q(k)$.

Finalmente com (IV.14) e (IV.15) temos

$$\begin{aligned} S_x(\omega) &= P^*(\omega) S(\omega) P(\omega) + \frac{2\pi}{T^2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} P^* \left(\frac{2\pi k}{T} \right) \bar{A} \\ &\quad \cdot P \left(\frac{2\pi k}{T} \right) \delta \left(\omega - \frac{2\pi k}{T} \right) \end{aligned} \quad (IV.29)$$

onde \bar{A} é uma matriz quadrada 2×2 dada por

$$\bar{A} = \bar{a} \bar{a}' \quad (IV.30)$$

Do ponto de vista de implementação numérica, a eq. (IV.29) é fundamental, pois, tendo sido fixado um determinado código, a matriz $S(\omega)$ pode ser determinada analítica ou numericamente, conseqüentemente para qualquer forma temporal dos pulsos a serem transmitidos, basta calcularmos a forma quadrada indicada.

Em outras palavras, as contribuições em $S_x(\omega)$ do código

e dos pulsos são completamente desacopladas e podem ser calculadas separadamente.

Finalmente, vamos comparar nossos resultados com os de Bennett [1].

Para isto vamos impor que

$$a_0(k) = 0 \quad ; \quad \forall k \quad (\text{IV.31})$$

consequentemente

$$Q(k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Q_{22}(k) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.32})$$

e (IV.22) fornece

$$\begin{aligned} S_Y(\omega) &= P^*(\omega) S(\omega) P(\omega) \\ &= \frac{|P_1(\omega)|^2}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} Q_{22}(k) e^{-jk\omega T} \\ &= \frac{|P_1(\omega)|^2}{T} \left\{ Q_{22}(0) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} Q_{22}(k) \cos k\omega T \right\} \end{aligned} \quad (\text{IV.33})$$

portanto

$$\begin{aligned} S_X(\omega) &= \frac{|P_1(\omega)|^2}{T} \left\{ Q_{22}(0) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} Q_{22}(k) \cos k\omega T \right\} \\ &+ \frac{2\pi k}{T^2} \bar{a}_1^{-2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| P_1 \left(\frac{2\pi k}{T} \right) \right|^2 \delta \left(\omega - \frac{2\pi k}{T} \right) \end{aligned} \quad (\text{IV.34})$$

que é o resultado fornecido em [1]. Na dedução da expressão (IV.33) foi usado o fato de $Q_{22}(k)$ é uma função par, ou seja, $Q_{22}(k) = Q_{22}(-k)$.

IV.3. Estudo Analítico de Alguns Códigos de Linha

Nesta seção iremos apresentar os cálculos analíticos da densidade espectral de potência de alguns importantes códigos que estão sendo estudados para a digitalização da linha de assinante.

São eles: AMI, CMI [2], WAL1 e WAL2 [3].

Consideraremos nos cálculos que em (IV.1) $p = 1/2$.

IV.3.1. Códigos WAL1 e WAL2

Segundo [3], estes códigos podem ser caracterizados por

$$\begin{aligned} a_0(k) &\stackrel{\Delta}{=} 0 \\ a_1(k) &\stackrel{\Delta}{=} 2\theta(k) - 1 \end{aligned} \quad (\text{IV.35})$$

consequentemente

$$\bar{a}_0 = 0 \quad (\text{IV.36})$$

e

$$\bar{a}_1 = 2p - 1$$

Também

$$Q_{11}(k) = Q_{12}(k) = Q_{21}(k) = 0 \quad (\text{IV.37})$$

$$Q_{22}(k) = R_{22}(k) - (2p-1)^2$$

onde $R_{22}(k) = E \{ a_1(m) a_1(m+k) \}$ e tem-se que

$$R_{22}(k) = \begin{cases} 1 & ; \quad k = 0 \\ (2p-1)^2 & ; \quad |k| > 0 \end{cases}$$

resultando em

$$Q_{22}(k) = \begin{cases} 1 - (2p-1)^2 & ; k = 0 \\ 0 & ; |k| > 0 \end{cases} \quad (\text{IV.38})$$

Observe que $Q_{22}(k)$ satisfaz o lema apresentado na seção anterior.

Considerando que os dígitos "0" e "1" são equiprováveis, ou seja, $p = 1/2$, então temos

$$S(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/T \end{bmatrix} \quad (\text{IV.39})$$

e finalmente

$$S_x(\omega) = \frac{|P_1(\omega)|^2}{T} \quad (\text{IV.40})$$

que é o espectro do pulso e entrada $p_1(t)$.

As Figs. IV.2 e IV.3 mostram as formas do pulso $p_1(t)$ e um possível intervalo do sinal $x(t)$, respectivamente, para os códigos WAL1 e WAL2.

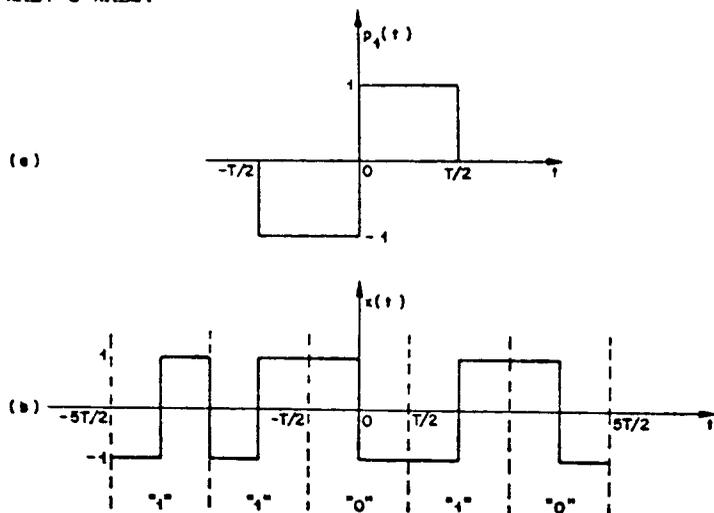


Fig. IV.2 - Código WAL1: (a) pulso $p_1(t)$; (b) um intervalo de $x(t)$.

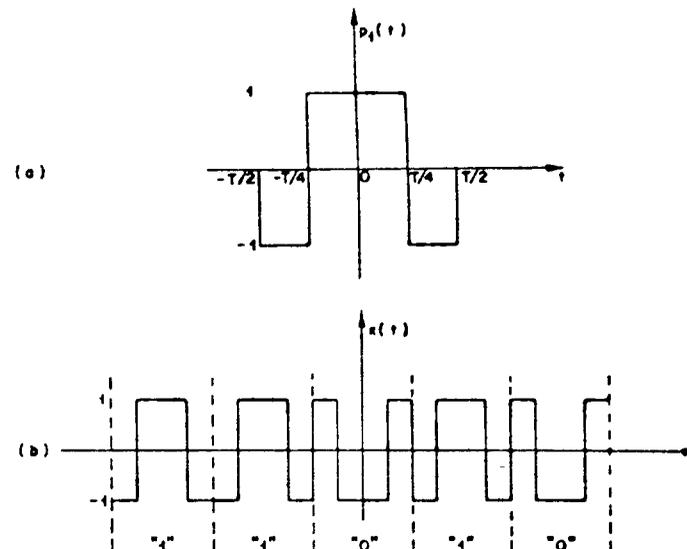


Fig. IV.3 - Código WAL2: (a) pulso $p_1(t)$; (b) um intervalo de $x(t)$

Com as formas de pulso $p_1(t)$ dadas nas Figs. IV.2.a e IV.3.a, tem-se por transformada de Fourier que:

- para WAL1:

$$P_1(\omega) = j T \left\{ \frac{\cos\left(\frac{\omega T}{2}\right) - 1}{\frac{\omega T}{2}} \right\} \quad (\text{IV.41})$$

- para WAL2:

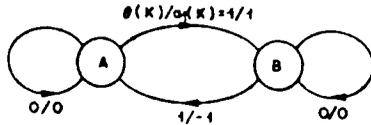
$$P_1(\omega) = T \left\{ \text{Sa}\left(\frac{\omega T}{4}\right) - \text{Sa}\left(\frac{\omega T}{2}\right) \right\} \quad (\text{IV.42})$$

onde $\text{Sa}(x) = \frac{\text{sen}x}{x} \quad (\text{IV.43})$

As Figs. IV.4 e IV.5 mostram o espectro de potência, respectivamente, para códigos WAL1 e WAL2 obtidas no Simulador de Linha de Assinante. Nestas figuras, a taxa de transmissão simulada ($1/T$) é de 200Kbit/s e a amplitude pico-a-pico do pulso $p_1(t)$ nos dois casos foi de 10 volts.

IV.3.2. Código AMI

No código AMI, temos que $a_0(k) = 0$, para todo k e $a_1(k)$ é dado pelo seguinte diagrama de estado.



No apêndice A calculamos a matriz de covariância $Q(k)$ para o AMI que é dada por

$$Q(k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Q_{22}(k) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.44})$$

$$Q_{22}(k) = \begin{cases} p & ; k = 0 \\ -p^2(1-2p)^{|k|-1} & ; |k| > 0 \end{cases} \quad (\text{IV.45})$$

Se considerarmos $p = 1/2$, então

$$Q_{22}(k) = \begin{cases} 1/2 & ; k = 0 \\ -1/4 & ; |k| = 1 \\ 0 & ; |k| > 1 \end{cases} \quad (\text{IV.46})$$

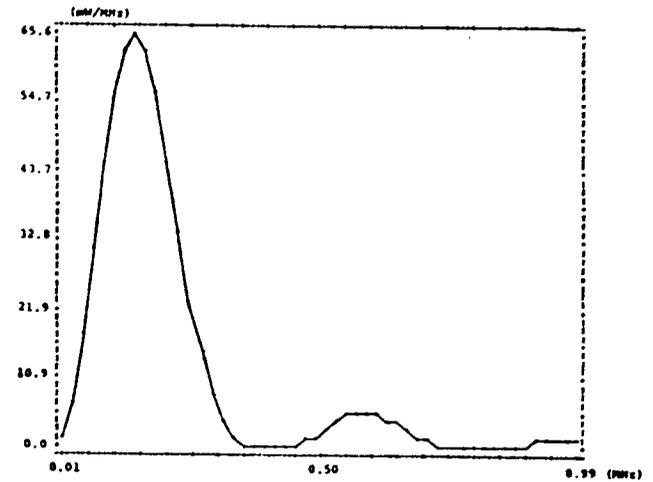


Fig. IV.4 - Espectro de potência do sinal $x(t)$ com código WAL1

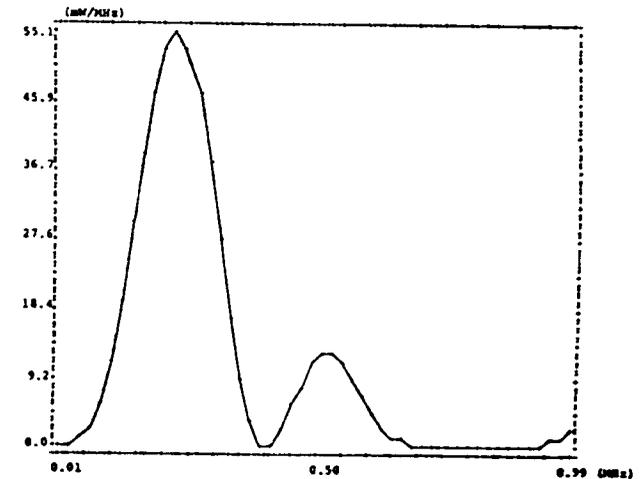


Fig. IV.5 - Espectro de potência do sinal $x(t)$ com código WAL2

consequentemente

$$\begin{aligned} \sum_{k=-\infty}^{\infty} Q(k) e^{-j\omega kT} &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \omega T \\ &= \text{sen}^2 \left(\frac{\omega T}{2} \right) \end{aligned} \quad (\text{IV.47})$$

que permite determinar

$$S_x(\omega) = \frac{|P_1(\omega)|^2}{T} \text{sen}^2 \left(\frac{\omega T}{2} \right) \quad (\text{IV.48})$$

A Fig. IV.6 mostra o espectro de potência do sinal $x(t)$ codificado com o código AMI e com $p_1(t)$ sendo um pulso retangular de 5 volts com 100% de ocupação do intervalo $[-T/2, T/2]$, ou seja

$$P_1(\omega) = 5T S_a \left(\frac{\omega T}{2} \right) \quad (\text{IV.49})$$

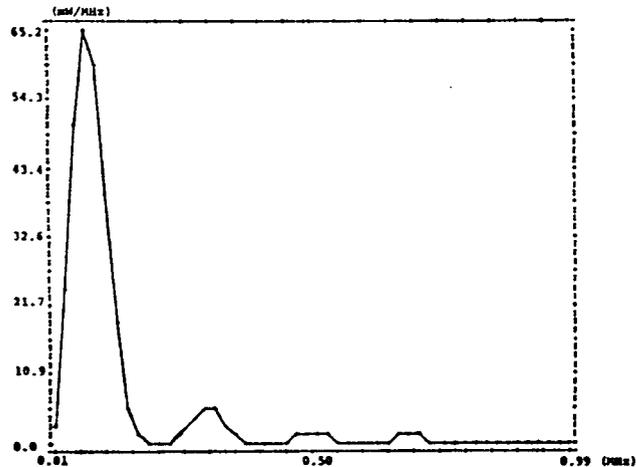
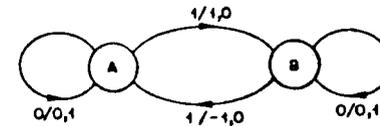


Fig. IV.6 - Espectro de potência do sinal $x(t)$ com código AMI

Nesta figura a taxa de transmissão simulada $(1/T)$ é de 200 Kbit/s com $p = 1/2$.

IV.3.3. Código CMI

Este código segundo [2] é caracterizado por $a_0(k)$ e $a_1(k)$ dados pelo diagrama de estados abaixo, onde a relação entrada/saída corresponde a $\theta(k)/a_1(k)$, $a_0(k)$.



Para o CMI o pulso $p_0(t)$ é aquele da Fig. IV.2.a e o pulso $p_1(t)$ é o pulso retangular de largura T . A Fig. IV.7 mostra um intervalo do sinal $x(t)$ com codificação CMI.

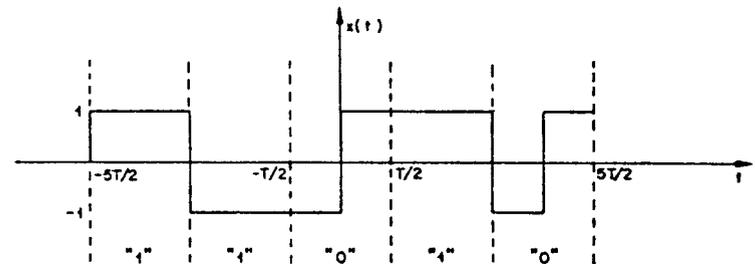


Fig. IV.7 - Código CMI : um intervalo do sinal $x(t)$

No apêndice A calculamos a matriz de covariância $Q(k)$ deste código que é dada por

$$Q(k) = \begin{bmatrix} Q_{11}(k) & Q_{12}(k) \\ Q_{21}(k) & Q_{22}(k) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.50})$$

$$\text{onde } Q_{11}(k) = \begin{cases} p(1-p) & ; k = 0 \\ 0 & ; |k| > 0 \end{cases} \quad (\text{IV.51})$$

$$Q_{12}(k) = 0 ; \forall k \quad (\text{IV.52})$$

$$Q_{21}(k) = 0 ; \forall k \quad (\text{IV.53})$$

$$Q_{22}(k) = \begin{cases} p & ; k = 0 \\ -p^2(1-2p)|k|-1 & ; |k| > 0 \end{cases} \quad (\text{IV.54})$$

Também calculamos a matriz \bar{A} que é dada por

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} q^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.55})$$

Observe que $Q(k)$ deste código satisfaz o lema da seção IV.2. Com isto e fazendo $p = 1/2$ temos

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} Q_{11}(k) = \frac{1}{4} \quad (\text{IV.56})$$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} Q_{22}(k) = \text{sen}^2 \left(\frac{\omega T}{2} \right) \quad (\text{IV.57})$$

Portanto, utilizando (IV.29) temos

$$S_x(\omega) = \frac{|P_0(\omega)|^2}{4T} + \frac{|P_1(\omega)|^2}{T} \text{sen}^2 \left(\frac{\omega T}{2} \right) + \frac{T}{2T^2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| P_0 \left(\frac{2\pi k}{T} \right) \right|^2 \delta \left(\omega - \frac{2\pi k}{T} \right) \quad (\text{IV.58})$$

A Fig. IV.8 mostra $S_x(\omega)$ neste caso, sendo que o pulso $p_1(t)$ é um pulso retangular com 5 volts de amplitude e 100% de ocu-

pação do intervalo $[-T/2, T/2]$ e o pulso $p_0(t)$ tem 10 volts pico-a-pico. A taxa de transmissão de pulsos $(1/T)$ é de 200 Kbit/s ($p = 1/2$).

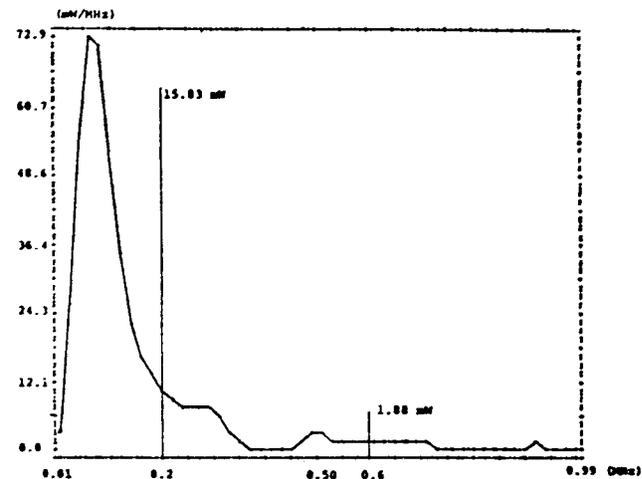


Fig. IV.8 - Espectro de potência do sinal $x(t)$ com código CMI.

IV.4. Conclusão

Neste capítulo desenvolvemos um procedimento para o cálculo de espectros de potência, generalizando os resultados clássicos de Bennett [1].

Tal procedimento permite considerar dois pulsos distintos na linha que representam os dígitos "0" e "1", permitindo, assim, o estudo dos códigos de linha em análise para a transmissão digital através das linhas de assinante, tais como WAL1, WAL2, CMI, AMI, etc.

CAPÍTULO V

DIAGRAMA DE OLHOS

Neste capítulo, nosso propósito é descrever o algoritmo de construção de diagrama de olhos implementado no Simulador de Linha de Assinante.

Com este objetivo iniciamos o capítulo, estabelecendo uma base teórica sobre diagrama de olhos para o desenvolvimento do algoritmo.

V.1. MODELOS

O sinal digital em banda base $x(t)$ a ser transmitido através de cabos consiste de um trem de pulsos cujo modelo de geração pode ser representado como na Fig. V.1.

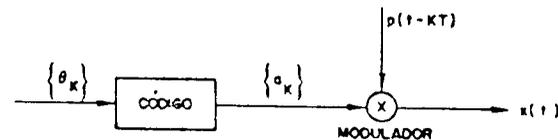


Fig. V.1 - Geração do sinal digital $x(t)$

Neste modelo, $\{\theta_k\}$ representa uma sequência de eventos da variável aleatória independente θ_k , cujos valores possíveis pertencem a um conjunto discreto de q dígitos.

$\{\theta_k\}$ carrega a informação digital a ser transmitida.

Esta sequência é transformada por um codificador de linha na sequência $\{a_k\}$ onde os valores da variável aleatória a_k pertencem a um conjunto discreto de l dígitos. Estes valores são denominados de símbolos de linha.

O codificador pode estabelecer correlação entre os símbolos a_k .

O modulador tem a função de colocar os símbolos a_k numa

forma apropriada para serem transmitidos. Isto é feito através da amplitude dos pulsos $p(t-kT)$ que são transmitidos a intervalos regularmente espaçados de T .

$p(t)$ é denominado de pulso básico de transmissão e por hipótese está restrito ao intervalo de tempo $[-T/2, T/2]$ e admite transformada de Fourier

$$P(\omega) = F\{p(t)\} \quad (V.1)$$

Assim, o sinal digital a ser transmitido $x(t)$ é um processo aleatório e é dado por

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k p(t-kT) \quad (V.2)$$

Este sinal é um trem de pulsos ortogonais, dado que, cada pulso transmitido $p(t-kT)$ está restrito ao intervalo de tempo de largura T em torno de kT .

Este intervalo é denominado de janela de tempo. Assim, dizemos que o intervalo $((k-1/2)T, (k+1/2)T)$ é a janela de tempo associada ao símbolo a_k .

O segundo modelo que iremos considerar é para o sinal digital $y(t)$ a ser detetado.

Para isto, consideramos a representação simplificada de um sistema de transmissão digital em banda base via cabos com ruído aditivo mostrado na Fig. V.2.

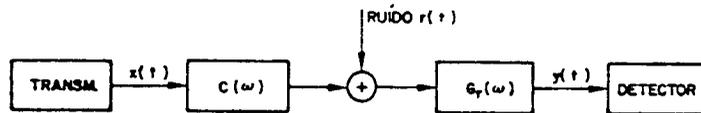


Fig. V.2 - Sistema de transmissão digital em banda base.

$C(\omega)$: cabo

$G_r(\omega)$: filtro equalizador

O sinal digital $y(t)$ na saída do equalizador para ser detetado é dado por

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k g(t-kT) + r(t) \quad (V.3)$$

onde

$$g(t) = F^{-1}\{P(\omega) \cdot C(\omega) \cdot G_r(\omega)\} \quad (V.4)$$

$F^{-1}\{\cdot\}$ é o operador transformada inversa de Fourier e $g(t)$ é denominado de pulso básico na recepção.

$P(\omega)$ é dado pela expressão (V.1)

Há dois pontos importantes sobre (V.3) e (V.4) que devemos salientar.

(a) Em primeiro lugar, os pulsos transmitidos sofrem um atraso pela propagação no meio de transmissão.

No entanto, iremos considerar uma redefinição da origem do eixo temporal do sinal $y(t)$ de forma a desacoplá-la da origem do sinal $x(t)$.

Com isto, vamos considerar que no sinal $y(t)$, o instante $t=0$ corresponde ao instante de amostragem associado ao símbolo a_0 . Os demais instantes de amostragem estão em $\pm T, \pm 2T$, e assim por diante. Em geral, kT é o instante de amostragem associado ao símbolo a_k .

Como veremos a seguir, a forma do sinal $y(t)$ em torno dos instantes de amostragem é de grande importância. Como estes instantes estão espaçados de T , o que estamos denominando de "em torno de um instante de amostragem" é no máximo o intervalo de tempo de largura T em torno desse instante.

Assim, iremos manter a denominação de janela de tempo associada ao símbolo a_k para o intervalo de tempo de largura T em torno de kT no sinal $y(t)$.

Com isto, a janela de tempo associada ao símbolo a_k é $((k-1/2)T, (k+1/2)T)$ e dizemos que $a_k g(t-kT)$ é o sinal próprio da k -ésima janela de tempo.

Numa situação idealizada, cada pulso $a_k g(t - kT)$ estaria restrito a sua própria janela de tempo como na transmissão. No entanto, isto não ocorre como veremos em (b).

(b) O segundo ponto de importância a ser salientado é que no sinal $y(t)$ os pulsos $g(t - kT)$ não são disjuntos.

Devido às características em frequência do cabo, os pulsos básicos transmitidos são distorcidos e espalhados no tempo. Este espalhamento provoca o entrelaçamento entre os pulsos, que é denominado de interferência inter-simbólica - IIS.

Isto é, devido ao espalhamento cada pulso invade janelas de tempo adjacentes, adicionando-se aos pulsos próprios dessas janelas.

A importância do equalizador $G_T(\omega)$ reside no fato que, compondo-se com o cabo e com $P(\omega)$ da expressão (V.1), o produto $P(\omega) \cdot G_T(\omega)$ possa conformar de forma apropriada o pulso básico $g(t)$ para que se tenha condições favoráveis para a detecção de cada símbolo a_k , mesmo na presença de ruído e considerando a possibilidade de desvios nos instantes de amostragem.

Em geral, para os equalizadores teóricos típicos (cosseno levantado, sistemas de resposta parcial [4]) aos quais se procura aproximar as implementações práticas, o pulso $g(t)$, é de duração infinita.

Com isto, $g(t - kT)$ e $g(t - nT)$ não são disjuntos.

Com estes dois pontos salientados, podemos, agora, reescrever a expressão (V.3) para o sinal $y(t)$ no interior da janela de tempo associada ao símbolo a_n (isto é, o intervalo de tempo de largura T em torno de nT) que denominaremos de $y_n(t)$ e é dada por

$$y_n(t) = a_n g(t - nT) + \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq n}}^{\infty} a_k g(t - kT) + r(t) \quad (V.5)$$

com $t \in ((n - 1/2)T, (n + 1/2)T)$.

Esta expressão é adequada para identificarmos os seguintes termos:

(a) $a_n g(t - nT)$ que é o sinal próprio da n -ésima janela de tempo. Pode-se dizer, também, que ele é o sinal próprio do símbolo a_n .

(b) $\sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq n}}^{\infty} a_k g(t - kT)$ que corresponde à IIS que se abate sobre a n -ésima janela, já que $g(t)$ não está restrito a uma janela de tempo.

(c) $r(t)$ que é o ruído abatendo-se sobre a n -ésima janela de tempo.

Os dois últimos fatores, a IIS e o ruído, abatem-se sobre o sinal próprio do símbolo a_n deteriorando suas condições de detetabilidade.

Da expressão para a IIS observa-se o fato que ela é uma função do tempo dentro da janela (isto é, em torno do instante de amostragem), da forma do pulso $g(t)$ e da sequência $\{a_k\}$, $k \neq n$.

Para um determinado $g(t)$, define-se IIS de pior caso num instante t da n -ésima janela, como sendo a IIS que mais afasta $y_n(t)$ do valor de $a_n g(t - nT)$.

A sequência $\{a_k\}$, $k \neq n$, que provoca tal interferência é denominada de sequência de pior caso e ela é uma função de t , do símbolo a_n e do pulso $g(t)$.

Os aspectos envolvendo as condições favoráveis de detetabilidade dos símbolos a_k , levam-nos a uma medida de desempenho do sistema (fundamentalmente da equalização) que é a forma de onda do sinal $y(t)$ em torno dos instantes de amostragem.

A maneira mais apropriada de analisar estes sinais, tendo em vista todas as possibilidades de sequências $\{a_k\}$, $k \neq n$ e todos os possíveis valores de a_n , é através do diagrama de olhos.

V.2. DIAGRAMA DE OLHOS

Prosseguindo na conceituação do diagrama de olhos, vamos

partir para construí-los de forma matemática, com base nos modelos anteriores.

Com este propósito, seja um sistema ao qual está associado um determinado pulso básico $g(t)$ e cujos símbolos a_k obedecem a um determinado código de linha.

Na ausência de ruído, o sinal associado à n -ésima janela de tempo fica

$$y_n(t) = a_n g(t - nT) + \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq n}}^{\infty} a_k g(t - kT) \quad (V.6)$$

onde estará implícito, que t pertence ao intervalo $((n - 1/2)T, (n + 1/2)T)$.

O sinal digital $y(t)$ é um processo aleatório e a ele está associado um "ensemble" de funções amostrais $y(t, z)$ [3], cada uma associada a uma sequência (determinística) $\{a_k\}_z$.

Para um dado \bar{z} , imagine que o sinal amostral $y(t, \bar{z})$ seja recortado nos instantes $t = kT + T/2$ e que os sinais recortados sejam superpostos. Isto significa que todas as janelas de tempo foram recortadas e superpostas, superpondo, assim, os sinais $y_n(t, \bar{z})$, para todo n .

Estaremos, então, vendo simultaneamente a forma de onda de $y(t, \bar{z})$, na ausência de ruído, em torno de todos os instantes de amostragem.

O processo deve ser repetido para todas as funções amostrais $y(t, z)$. No final, devem ser superpostos os resultados associados a cada uma delas.

O efeito deste processo é a representação simultânea, numa mesma janela de tempo de todos os possíveis sinais $y_n(t)$, ou seja, de todas as possibilidades de sinal próprio $a_n g(t)$ mais todas as combinações de IIS permitidas pelo código para aquele $g(t)$.

Isto é, estaremos vendo simultaneamente todas as formas de onda que podem ocorrer numa janela de tempo, o que significa ver todas as possibilidades do sinal $y(t)$, na ausência de ruído, em torno

de um instante de amostragem qualquer.

A superposição de todas as possíveis formas de onda que podem ocorrer numa janela de tempo, assim obtida, define contornos com a forma de olhos, motivo pelo qual o diagrama obtido dessa superposição é denominado de diagrama de olhos.

Isto é mostrado na Fig. V.3 com o código ternário ($a_k = 0, +1$ e -1).

As linhas tracejadas no diagrama representam o topo do pulso $g(t)$ quando $a_k = 1, 0$ e -1 na ausência de IIS, isto é, são os sinais próprios desses símbolos.

Os demais traços representam estes pulsos combinados com todos os possíveis valores de IIS.

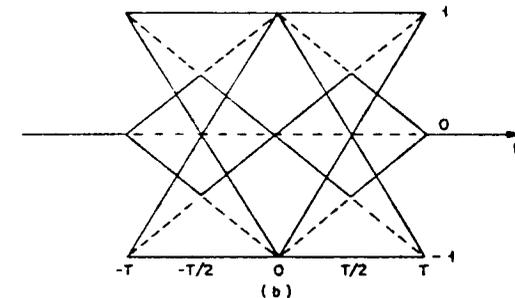
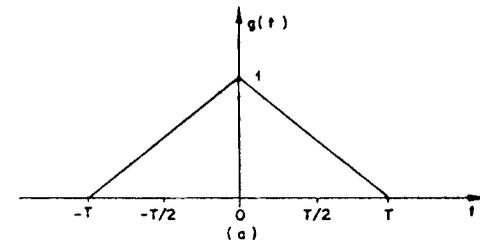


Fig. V.3 - (a) Pulso $g(t)$

(b) Diagrama de olhos para este $g(t)$ e com código ternário ($a_k = 1, 0$ e -1)

Temos cinco pontos importantes sobre diagramas de olhos a serem ressaltados e que complementam sua conceitualização baseada no processo de construção matemática.

(a) Em primeiro lugar, o processo de construção matemática deixa claro que este diagrama não depende da janela de tempo em que é traçado.

(b) Mais do que depender da janela de tempo, o diagrama de olhos depende do intervalo de tempo de largura T para o qual é traçado. Com isto, podemos falar da propriedade de mosaico do diagrama de olhos, repetindo-o em todas as janelas de tempo, como na Fig. V.4 para o diagrama da Fig. V.3.

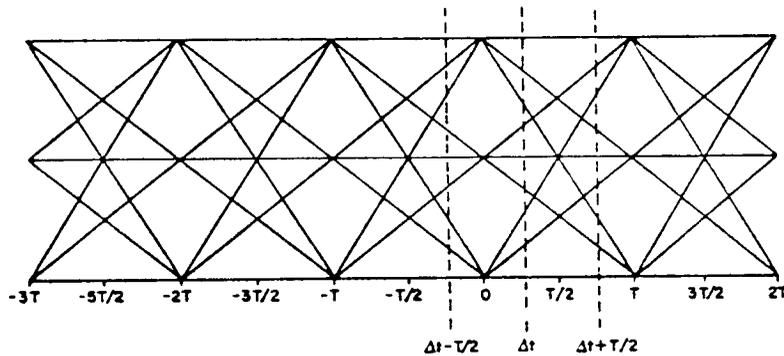


Fig. V.4 - Efeito mosaico pela repetição do diagrama de olhos

A denominação de mosaico é decorrente da existência de uma continuidade entre todas as curvas do diagrama. Imaginando esta repetição desde $t = -\infty$ até $t = +\infty$, teremos superpostas todas as possíveis funções amostrais $y(t, z)$.

Assim, se no processo de construção matemática as funções amostrais fossem recortadas nos instantes $t = kT + T/2 + \Delta t$ então o diagrama de olhos seria como no intervalo de largura T iden-

tificado na Fig. V.4 para $0 < \Delta t < T/2$.

Observe que este processo é periódico com período T . Além disso, pelo efeito mosaico, para $0 < \Delta t < T/2$, o extremo esquerdo da janela perdida aparece no extremo direito do novo intervalo.

(c) Outro ponto importante diz respeito ao fato que para um alfabeto de linha com l símbolos, o número de olhos no diagrama é $l-1$. No caso da Fig. V.3, os símbolos são ternários e há dois olhos.

(d) Vamos considerar, neste ponto, o processo de formação de diagrama de olhos em estudos práticos. Neste caso, o sinal $y(t)$ é injetado num osciloscópio onde o tempo de varredura é T , ou alguns múltiplos deste, gatilhada por um sinal de relógio sincronizado com a sequência de pulsos. Com este arranjo, o processo é o mesmo da construção matemática, pois o osciloscópio irá recortar o sinal $y(t)$ em intervalos de largura T (ou múltiplos deste) e apresentar estes cortes na tela. Porém, a diferença é que a sequência $\{\theta_k\}$, para a geração do sinal transmitido, é pseudo-aleatória, todavia, com um comprimento suficiente para que ocorram todas as combinações de IIS significativas com todos os símbolos de linha.

Assim, a repetição periódica de tal sequência aliada a persistência da visão, permitem observarmos um diagrama de olhos na tela do osciloscópio. Ele difere do diagrama matemático apenas, por não apresentar todas as possíveis ondas $y_n(t)$, pois $\{a_k\}$ é pseudo-aleatória.

(e) Finalmente, um ponto, também importante para o que se segue, diz respeito aos contornos dos olhos.

Na Fig. V.5 repetimos o diagrama de olhos da Fig. V.3, porém, traçando apenas os contornos do diagrama que estão identificados pelos números de 1 a 6.

O contorno (1) representa a combinação do sinal associado ao símbolo "+1" ($1.g(t)$) com a IIS de pior caso que o afasta de seu valor próprio de maneira aditiva.

O contorno (2) representa a combinação de $1.g(t)$ com a

IIS de pior caso que o afasta de seu valor próprio de forma sub-
trativa. Analogamente, temos os contornos (3) e (4) para o símbolo
"0" e (5) e (6) para o símbolo "-1".

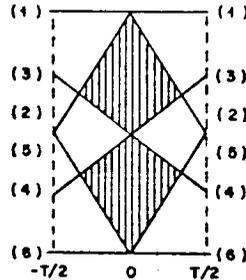


Fig. V.5 - Contornos do diagrama de olhos da Fig. V.3

Para cada símbolo, na região entre os dois contornos a
ele associado, estão todas as combinações de IIS com seu sinal pró-
prio.

Os contornos como (1) e (6) da Fig. V.5 são denominados
de contornos externos.

Os contornos como aqueles de (2) a (5) são denminados
de contornos internos.

Cada região delimitada pelos contornos internos de dois
símbolos adjacentes definem um olho, como cada olho das regiões ha-
churadas da Fig. V.5.

O principal em um diagrama de olhos é a forma de seus
olhos, pois, é dela que se extrai as informações importantes do
diagrama [11].

Este fato faz com que a construção de um diagrama de
olhos possa ser restringida à construção dos contornos associados
a cada símbolo de linha.

Neste caso, sendo cada contorno a combinação do sinal pró-
prio do símbolo com a IIS de pior caso, o processo de construção
do diagrama transforma-se num processo de construção das sequências
de pior caso.

Com estas discussões, temos, agora, uma base para a des-
crição e análise do algoritmo.

V.3. ALGORITMO

A implementação computacional para construir os diagra-
mas de olhos baseia-se na construção de todas as formas de onda que
podem ocorrer numa janela de tempo.

Um elemento importante desta implementação é a expressão
(V.6), que representa a forma de onda associada à n-ésima janela
de tempo e que, aqui, reescrevemos

$$y_n(t) = a_n g(t-nT) + \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq n}}^{\infty} a_k g(t-kT)$$

com t pertencente ao intervalo $((n-1/2)T, (n+1/2)T)$.

Do ponto de vista operacional, esta expressão pode ser
vista de duas formas.

(a) Em primeiro, ela pode ser vista baseada no fenômeno
que representa. Isto é, para todo t pertencente à n-ésima janela
de tempo, ela é a composição (adição) do pulso $a_n g(t-nT)$ com as
caudas de todos os pulsos $g(t-kT)$ das outras janelas, ponderados
pelos símbolos a_k .

(b) No entanto, esta expressão pode ser vista, também,
como uma somatória, para cada t pertencente ao intervalo $(-T/2, T/2)$
($n=0$), das amplitudes do pulso $g(t)$ em $t-kT$ ponderadas por a_k .

O algoritmo constroi todas as formas de onda que podem
ocorrer numa janela de tempo através de uma implementação baseada
na segunda forma de operá-la e com um número limitado de interfe-
rentes.

A janela de tempo para a qual todas as formas de onda
possíveis serão construídas é aquela associada a $n=0$ e a denomina

remos de janela central. O número de símbolos interferentes é $2N$, sendo que metade deles ocupam as N janelas adjacentes à esquerda da janela central e a outra metade ocupam as N janelas à direita.

Este número é definido na simulação do pulso básico na recepção, como será descrito mais adiante.

Para uma dada forma de pulso básico, o mecanismo que garante a construção de todas as ondas $y_0(t)$, que podem ocorrer na janela central, é a geração de todas as possíveis sequências codificadas de comprimento $2N + 1$ [1].

No entanto, com relação aos modelos da seção V.1, algumas particularizações foram adotadas para a codificação na implementação do algoritmo.

(a) Em primeiro lugar, assume-se que os dígitos de informação (dígitos a_k) pertencem ao alfabeto binário.

(b) Para os símbolos de linha (símbolos a_k), assume-se que o alfabeto mais geral é o conjunto $\{-1, 0, 1\}$. Isto significa que apenas códigos binários e ternários podem ser tratados. Todavia, para os nossos propósitos, esta imposição não é restritiva, tendo em vista que códigos com maior número de níveis exigem uma complexidade de implementação, equalização e cancelamento de eco [2] que os tornam sem atrativos.

(c) Para levar em conta códigos da classe do CMI (discutido no Cap. IV), o algoritmo considera como modelo para a geração do sinal $x(t)$ aquele do Cap. IV, Fig. IV.1.

Com tal modelo, temos

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [a_0(k) p_0(t-kT) + a_1(k) p_1(t-kT)] \quad (V.7)$$

e, considerando ausência de ruído

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [a_0(k) g_0(t-kT) + a_1(k) g_1(t-kT)] \quad (V.8)$$

A forma de onda associada a janela central é

$$y_0(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [a_0(k) g_0(t-kT) + a_1(k) g_1(t-kT)] \quad (V.9)$$

com $t \in [-T/2, T/2]$.

É na expressão (V.9) que se baseia o algoritmo, porém com k pertencente ao intervalo $-N, \dots, N$.

- Pulsos básicos na recepção

As amplitudes dos pulsos básicos $g_0(t)$ e $g_1(t)$ para a construção dos diagramas de olhos são obtidas a partir da simulação da resposta temporal do sistema aos pulsos transmitidos $p_0(t)$ e $p_1(t)$, respectivamente.

No caso em que o código de linha utilizado emprega uma única sequência codificada, ou seja, $a_0(k) = 0$ para todo k , então, só a resposta à $p_1(t)$ é simulada.

Na seção V.2 adotamos para o modelo do sinal na recepção $y(t)$ uma redefinição da origem do tempo, desacoplando-o da referência de tempo do sinal transmitido. Isto é, para o sinal $y(t)$, a janela de tempo central compreende, também, o intervalo de tempo definido entre $-T/2$ e $T/2$, pois o instante de amostragem do símbolo a_0 é $t = 0$. Desta forma, sempre que temos nos referido à forma de onda recebida na n -ésima janela de tempo, consideramos que t pertence ao intervalo $((n - 1/2)T, (n + 1/2)T)$.

Como já foi discutido no Cap. III, o modelo da função de transferência da linha de assinante desenvolvido é um modelo que traz inerente o efeito da propagação do sinal neste meio. Portanto, com tal modelo, uma típica resposta temporal do sistema a um pulso $p(t)$ restrito ao intervalo $[-T/2, T/2]$ é ilustrada na Fig. V.6.

Nesta figura, estamos salientando, também, o instante de tempo TA que poderia ser o instante ótimo de amostragem para o símbolo associado à janela central; os outros instantes de amostragem estariam em $TA + T$, $TA + 2T$, e assim por diante.

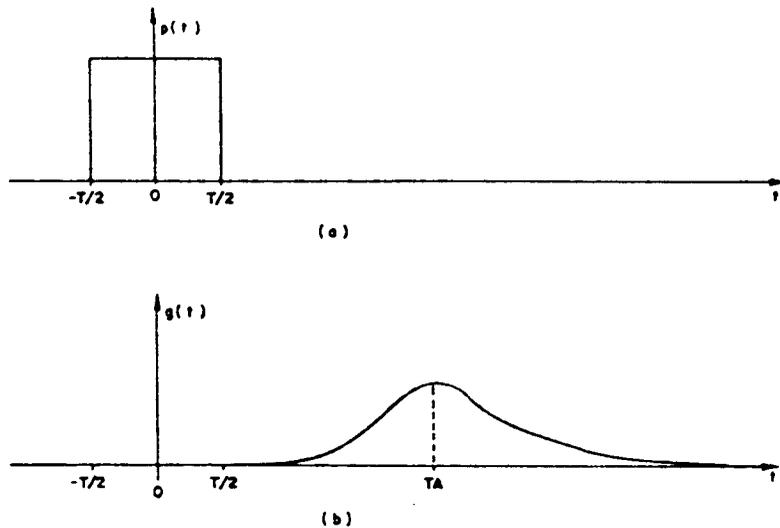


Fig. V.6 - Resposta temporal $g(t)$ (b) ao pulso $p(t)$ (a)

Assim, os diagramas de olhos, que são construídos com base na janela de tempo central e com $g_1(t)$ e $g_0(t)$ obtidos por esta simulação, não estão situados entre $-T/2$ e $T/2$. A janela central é definida como descreveremos a seguir.

Em primeiro lugar, como vimos no Cap. II, na simulação da resposta temporal da linha de assinante a um pulso $p(t)$ ($p_0(t)$ ou $p_1(t)$), este pulso de transmissão é restrito ao intervalo de tempo $[-T/2, T/2]$ onde define-se T , a janela de tempo básica.

A simulação da resposta temporal à $p(t)$, consiste no cálculo da amplitude do pulso $g(t)$ ($g_0(t)$ ou $g_1(t)$) em vários instantes de tempo regularmente espaçados e pertencentes ao intervalo $[t_{inf}, t_{sup}]$, onde, a partir de sua especificação [1], tem-se

$$t_{inf} = t_0 - (N + 1/2)T$$

$$t_{sup} = t_0 + (N + 1/2)T$$

(V.10)

Na Fig. V.7 apresentamos o intervalo $[t_{inf}, t_{sup}]$ em função de t_0 e N , com ênfase na divisão deste intervalo em $2N+1$ intervalos de largura T .



Fig. V.7 - Intervalo de tempo $[t_{inf}, t_{sup}]$

Assim, para o algoritmo de construção de diagrama de olhos assume-se que t_0 é o centro da janela para a qual será calculada todas as formas de onda possíveis de ocorrerem. Com o modelo para o sinal $y(t)$ da seção V.2, o instante de tempo t_0 assume o papel, no cálculo do diagrama de olhos, de instante de amostragem associado ao símbolo a_0 .

$t_0 + kT$, $k = \pm 1, \pm 2$, e assim por diante seriam os outros instantes de amostragem.

O pulso $g(t)$ pode estender-se em um intervalo de tempo maior ou menor do que aquele usado na simulação $[t_{inf}, t_{sup}]$.

Porém, para o diagrama de olhos, é como se o pulso $g(t)$ só interferisse, no máximo, nas N janelas de tempo adjacentes à esquerda de sua janela própria e nas N janelas à direita.

Ou seja, para a janela de tempo central ($t_0 - T/2 < t < t_0 + T/2$) só os símbolos nas N janelas adjacentes à esquerda e nas N janelas à direita são os interferentes.

Assim, t_0 define a janela central para a qual se calculará todas as formas de onda possíveis de ocorrerem, e o número de interferentes fica definido pelo número de janelas de tempo utilizado para descrever a largura do intervalo $[t_{inf}, t_{sup}]$.

Resta salientarmos que t_0 pode não corresponder ao instante de amostragem "real" do pulso, podendo estar afastado de tal instante. Também, o número de interferentes definido pelas $2N+1$ janelas de tempo de intervalo para calcular as amostras de $g(t)$ pode ser insuficiente para obter precisão no diagrama.

A este respeito temos que [1]:

a) Se o intervalo $[t_{inf}, t_{sup}]$ contiver o pulso $g(t)$ ($g_0(t)$ ou $g_1(t)$) ou parte significativa dele, então, a forma do diagrama de olhos é aquela que seria obtida na construção matemática com um deslocamento de $\Delta t = t_0 - TA$, segundo a propriedade de mosaico, onde TA é o instante real de amostragem de $g(t)$.

b) Se o intervalo $[t_{inf}, t_{sup}]$ não contiver partes significativas do pulso $g(t)$, então, o diagrama obtido não corresponderá ao real. Ele corresponderá ao diagrama deslocado de $\Delta t = t_0 - TA$ da qual foi construído de forma matemática se $g(t)$ fosse, apenas, sua porção simulada. Quanto mais significativa for a porção não incluída pelo intervalo $[t_{inf}, t_{sup}]$ especificado, mais impreciso será o diagrama.

No entanto, a utilização do simulador é bastante flexível para permitir a detecção de tais problemas e o ajuste apropriado de t_0 e da largura do intervalo [1].

Finalmente, é importante salientar que há pelo menos duas outras formas de implementação computacional para construir diagramas de olhos que no entanto foram descartadas para nossos propósitos.

a) Uma é a construção, apenas, dos contornos dos olhos [4]. Como já foi descrito na seção V.3, um diagrama de olhos é completamente definido pelos contornos dos olhos.

Assim, a construção de um diagrama restringe-se à construção das seqüências de pior caso que geram IIS aditivas e sub-

trativas de pior caso, que combinam-se com cada sinal próprio dos símbolos gerando os contornos.

Sua desvantagem está no fato que podemos defrontar-nos com pulsos cujas evoluções provocam seqüências de pior caso distintas ao longo da janela de tempo, e, também, como códigos que dificultem a construção dessas seqüências.

b) A outra forma é baseada na formação dos diagramas de olhos em osciloscópios, como vimos na seção V.3. Esta forma consiste em calcular a resposta temporal do sistema (linha de assinante digital) a um sinal digital $x(t)$ pseudo-aleatório e de comprimento adequado para gerar todas as combinações significativas de IIS.

No entanto, o tempo mais crítico de simulação é o da resposta temporal.

Assim, a simulação da resposta ao sinal $x(t)$, pelo número de amostra que deveriam ser calculadas, exigiria um esforço computacional bem maior que na situação implementada: simulação do pulso básico no SLA mais construção do diagrama de olhos.

V.4. CONCLUSÃO

Neste capítulo apresentamos um embasamento teórico para diagramas de olhos e com ele apresentamos o algoritmo para a construção desses diagramas no Simulador de Linha de Assinante.

Ele é bem simples, sendo, dentre outras possibilidades de implementação o mais apropriado para o ambiente computacional em que foi desenvolvido o Simulador.

A principal entrada para este procedimento são os pulsos básicos na recepção (pulso $g_1(t)$ e, dependendo do código, $g_0(t)$) que são obtidos por simulação. Nesta simulação o intervalo de tempo no qual as amostras da amplitude de $g(t)$ (g_0 ou g_1) é especificado pelo usuário, e esta especificação é o ponto fundamental na construção do diagrama de olhos. A largura deste intervalo define o número de interferentes

sobre a janela central, e t_0 define esta janela central. A situação mais apropriada para este intervalo é que t_0 seja próximo do instante de amostragem e que a sua largura seja suficiente para conter porção significativa do pulso.

Com esta implementação, o Simulador dispõe de uma figura de mérito importante para a análise de desempenho de transmissão digital nas linhas de assinante.

O próximo capítulo que trata de apresentar os resultados do Simulador ilustrará esta ferramenta.

CAPÍTULO VI

RESULTADOS

VI.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo temos como objetivos, ilustrar e validar os resultados das simulações executadas pelo Simulador de Linha de Assinante (SLA). Estas simulações estão descritas no capítulo II (seção II.3.1) e resumem-se na seguinte enumeração:

- 1) Determinação da resposta em frequência de tensão da linha de assinante.
- 2) Determinação da impedância de entrada da linha de assinante.
- 3) Determinação do tempo de propagação de pulsos nestas linhas.
- 4) Determinação da resposta temporal da linha de assinante à pulsos.
- 5) Construção do diagrama de olhos na recepção, associado a uma dada forma de pulso transmitido e a um código de linha especificado.
- 6) Determinação do espectro de potência do sinal digital transmitido e recebido, associado a uma dada forma de pulso e a um código de linha especificado.

Para os propósitos mencionados acima, criamos três exemplos para a aplicação do SLA e apresentamos os resultados obtidos.

O primeiro exemplo corresponde à linha mostrada na Fig. VI.1. O objetivo deste exemplo é ilustrar todas as simulações nos domínios da frequência e do tempo. Esta última inclui a resposta da linha a três formas de pulsos de transmissão e os diagramas de olhos associados a estes pulsos e aos códigos AMI, CMI, WAL1 e WAL2 descritos no capítulo IV (seção IV.3).

Os outros dois exemplos correspondem, respectivamente, às linhas mostradas nas Figs. VI.2 e VI.3. Com estes dois exemplos procuramos ilustrar, além das potencialidades do SLA, o efeito das derivações nas linhas de assinante.

Note nos três exemplos, que a impedância de carga das linhas é a própria impedância característica da linha de bitola 22 AWG e que estas linhas são excitadas por uma fonte de pulsos de impedância interna nula.

Empregamos aqui, a mesma notação empregada no capítulo II, com $p(t)$ denotando a forma de pulso transmitido e $g(t)$, a resposta da linha ao pulso $p(t)$.

A seguir apresentamos os resultados obtidos nas simulações dos exemplos mostrados nas Figs. VI.1, VI.2 e VI.3.

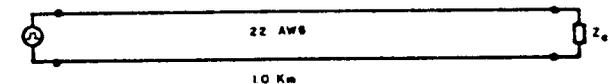


Fig.VI.1 - Linha para o exemplo de simulação nº 1.
 Z_c : impedância característica da linha 22 AWG.

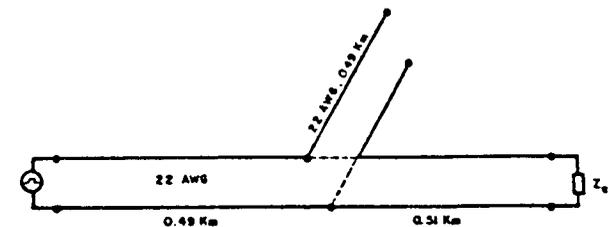


Fig.VI.2 - Linha para o exemplo de simulação nº 2.
 Z_c : impedância característica da linha 22 AWG.

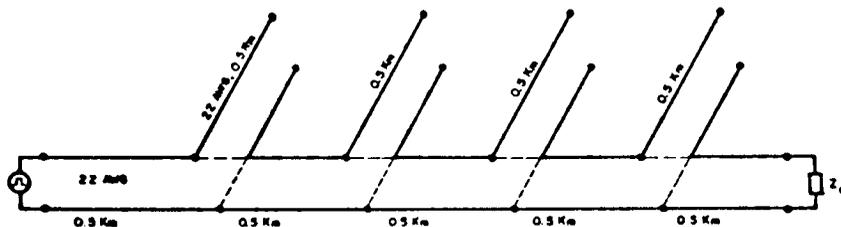


Fig. VI.3 - Linha para o exemplo de simulação nº 3.
 Z_c : impedância característica da linha
 22 AWG.

VI.2 - EXEMPLO DE SIMULAÇÃO Nº 1

Nesta seção apresentamos os resultados obtidos na simulação do caso ilustrado na Fig. VI.1.

As Figs. VI.4 e VI.5 mostram, respectivamente, o módulo e a fase da resposta em frequência de tensão da linha ($F(j\omega)$). As Figs. VI.6 e VI.7 mostram, respectivamente, o módulo e a fase da impedância de entrada da linha ($Z_1(j\omega)$, segundo a notação empregada no capítulo II).

Como a linha está casada em todas as frequências e a impedância interna da fonte é nula, então (vide seções III.2 e III.4 do capítulo III) as Figs. VI.4 - VI.7 correspondem às características de atenuação, defasagem (ambas por unidade de comprimento) e impedância característica da linha de bitola 22 AWG.

As Figs. VI.8 - VI.10 mostram as respostas no tempo ($g(t)$) da linha homogênea. Nas legendas destas figuras estão discriminados os pulsos de transmissão correspondentes (pulsos $p(t)$). Os pulsos de transmissão que estão denominados de "transição" e "retangular simétrico" são empregados, res

pectivamente, nos códigos de linha WAL1 e CMI (transição) e no código de linha WAL2 (retangular simétrico). Estes dois pulsos estão mostrados, respectivamente, nas Figs. IV.2 e IV.3 do Capítulo IV.

Nas Figs. VI.8 - VI.10 introduzimos uma linha vertical tracejada, para indicar o instante correspondente ao tempo de propagação calculado para os pulsos e que constam na tabela III.4 do capítulo III.

As Figs. VI.11 - VI.14 mostram os diagramas de olhos associados aos pulsos das Figuras VI.8 - VI.10 e aos códigos AMI, WAL1, WAL2 e CMI. Nas legendas destas figuras estão discriminados o código de linha e a forma de pulso correspondentes.

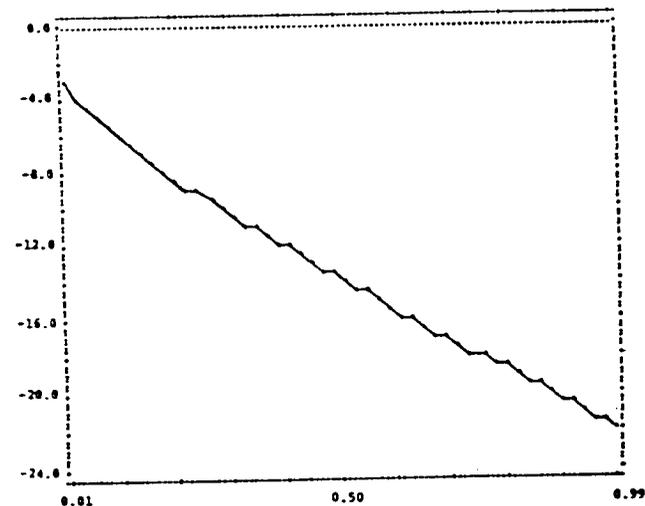


Fig. VI.4 - Módulo de F (dB) x Freq. (MHz).

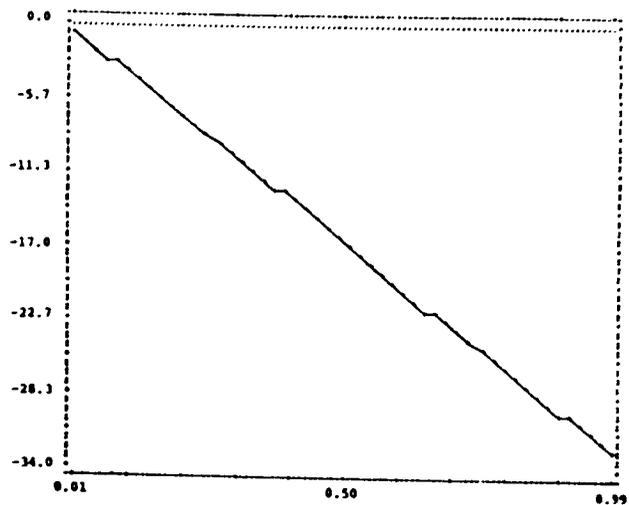


Fig. VI.5 - Fase de P (rad) x Freq. (MHz).

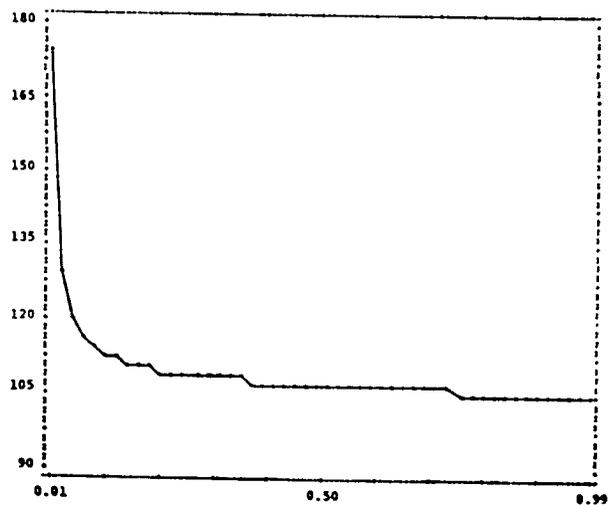
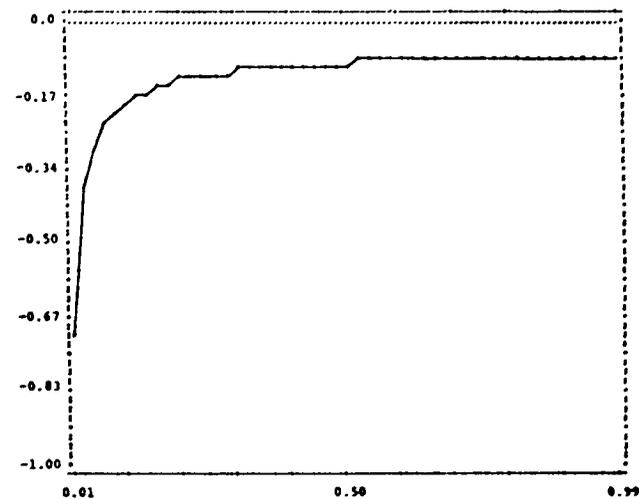
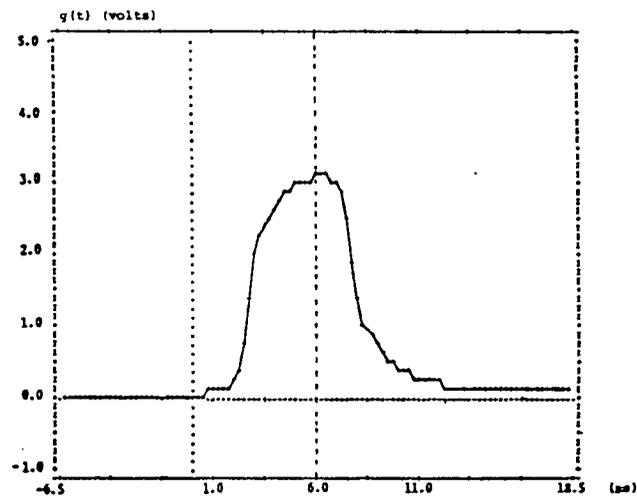
Fig. VI.6 - Módulo de Z₁ (Ohm) x Freq. (MHz).Fig. VI.7 - Fase de Z₁ (rad) x Freq. (MHz).

Fig. IV.8 - Resposta temporal da linha a um pulso retangular de 5 V e com ocupação de 100% da janela de 5 μs.

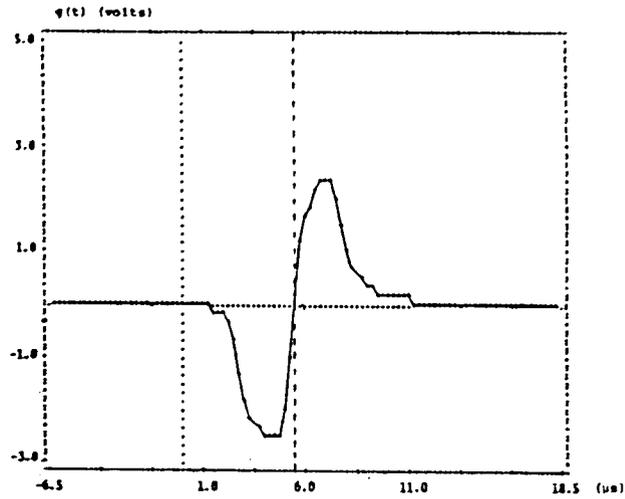


Fig. VI.9 - Resposta temporal da linha a um pulso transição de 10 V pico-a-pico e com uma janela de tempo de 5 μ s.

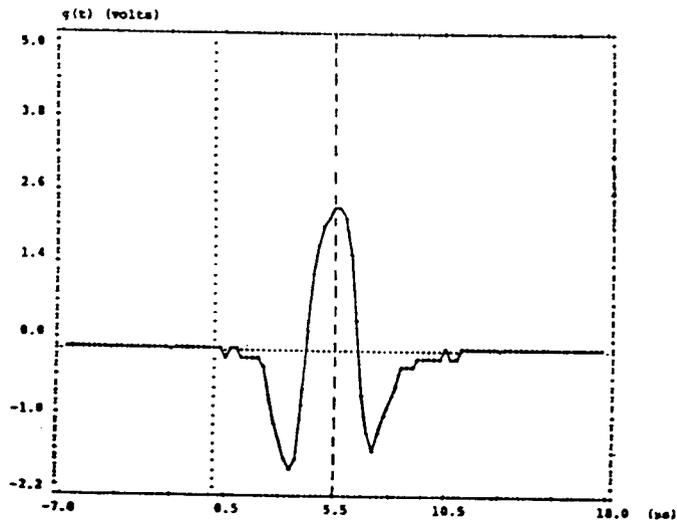


Fig. VI.10 - Resposta temporal da linha a um pulso retangular simétrico de 10 V pico-a-pico e com uma janela de tempo de 5 μ s.

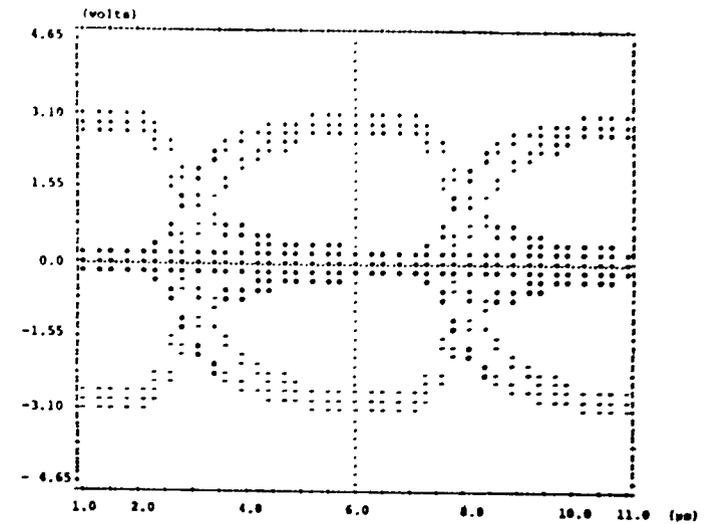


Fig. VI.11 - Diagrama de olhos associado ao código AMI e ao pulso da Fig. VI.8.

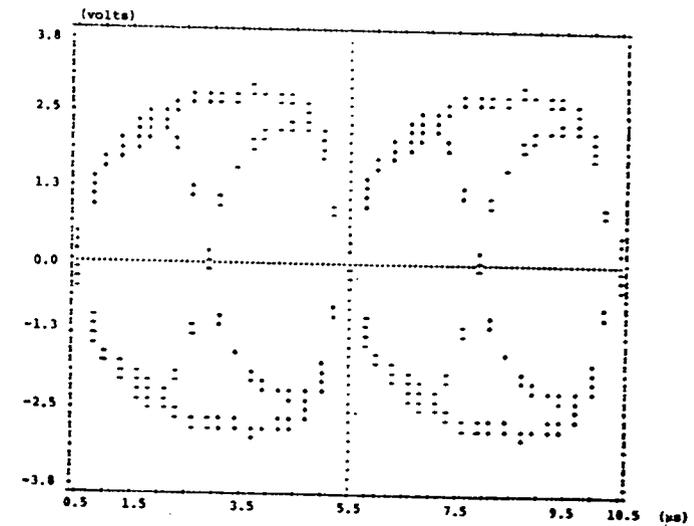


Fig. VI.12 - Diagrama de olhos associado ao código WALI e ao pulso da Fig. VI.9.

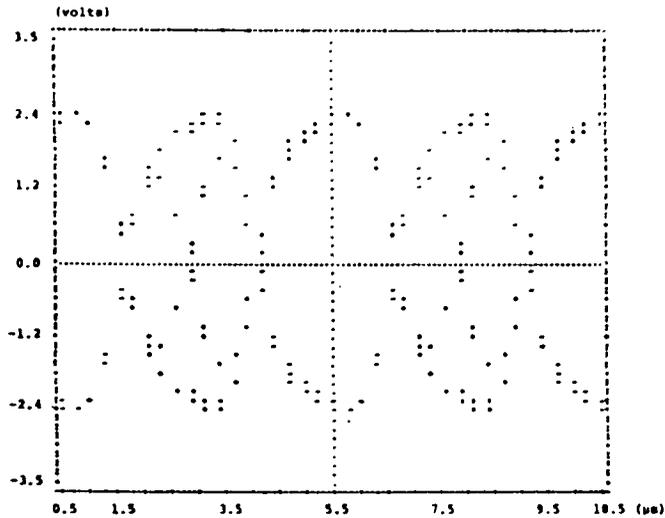


Fig. VI.13 - Diagrama de olhos associado ao código WAL2 e ao pulso da Fig. VI.10.

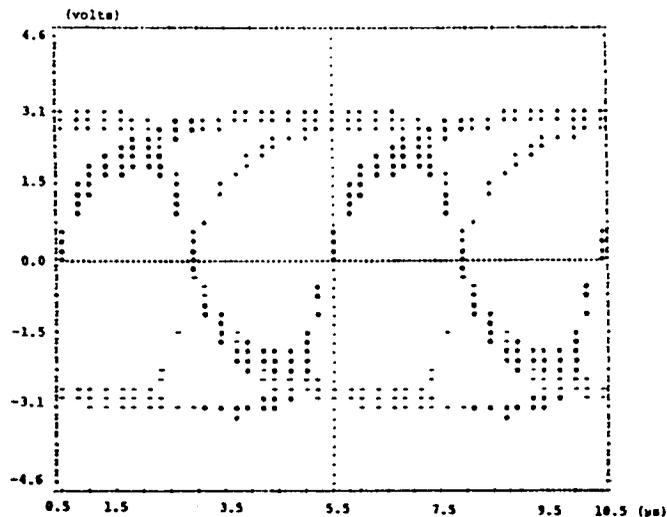


Fig. VI.14 - Diagrama de olhos, associados ao código CMI e aos pulsos das Figs. VI.8 e VI.9.

VI.3 - EXEMPLO DE SIMULAÇÃO Nº 2

Nesta seção apresentamos os resultados obtidos na simulação do caso ilustrado na Fig. VI.2. É interessante comparar os resultados deste caso com aqueles correspondentes, obtidos na simulação da linha homogênea da seção anterior. Tal comparação ressalta o efeito da derivação na linha.

A Fig. VI.15 mostra o módulo da resposta em frequência de tensão da linha.

As Figs. VI-16 e VI.17 mostram, respectivamente, o módulo e a fase da impedância de entrada da linha.

Na Fig. VI.15 introduzimos três linhas verticais tracejadas, com o objetivo de indicar as frequências principais, nas quais a derivação comporta-se como um circuito sintonizado. Para a frequência de 90 KHz e para o comprimento da derivação em questão (490 m), a onda estacionária de tensão [1,2] associado a esta derivação (decorrente de sua terminação em circuito-aberto) apresenta um ponto de mínimo no ponto de conexão entre a derivação e a linha principal. Nas outras frequências indicadas, este ponto está próximo ao de mínimo da onda estacionária.

Nestas frequências, a derivação reflete uma baixa impedância em paralelo com a linha.

A Fig. VI-18 mostra o efeito da derivação na resposta temporal da linha a um pulso retangular. Nota-se nesta figura, que a resposta da linha ($g(t)$) ao pulso retangular transmitido ($p(t)$), é basicamente a composição deste pulso que chega na recepção (em torno do instante 6 μ s, que corresponde ao tempo de propagação calculado para a linha homogênea 22 AWG, conforme Fig. VI.8) com a reflexão produzida pela derivação e que chega na recepção com um atraso. (Aproximadamente o tempo de propagação na derivação calculado é : $6\mu\text{s}/\text{km} \times 0.98\text{km} = 5.88\mu\text{s}$).

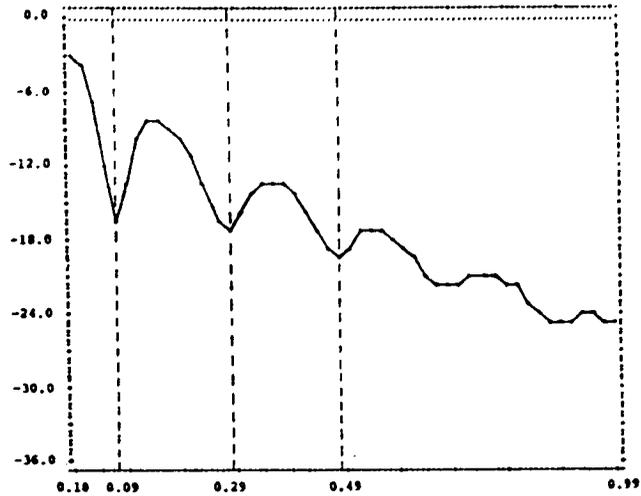


Fig. VI.15 - Módulo de P (dB) x Freq. (MHz).

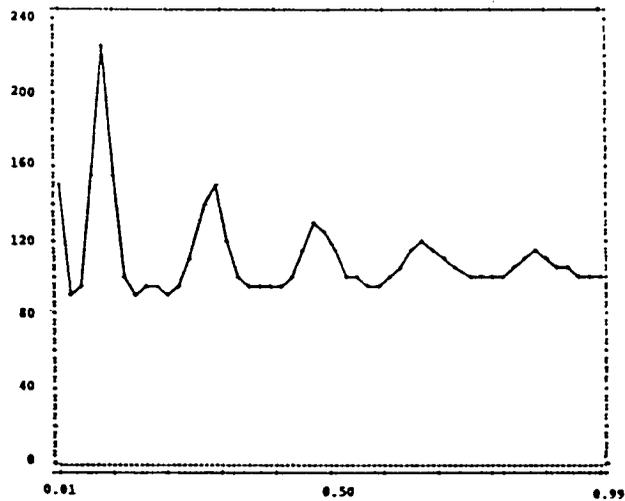
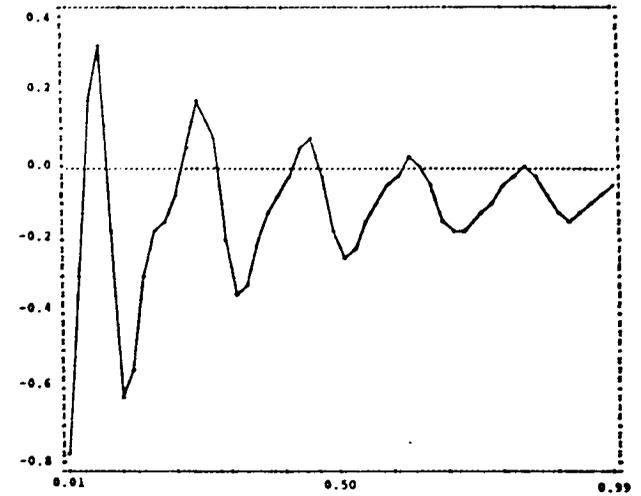
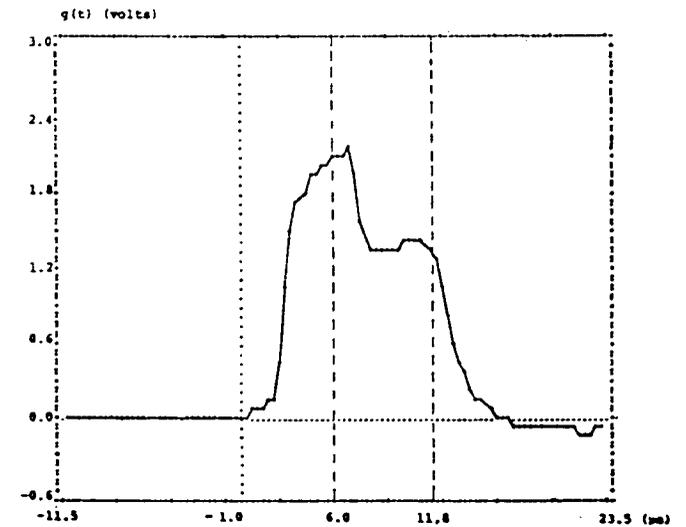
Fig. VI.16 - Módulo de Z₁ (Ohm) x Freq. (MHz).Fig. VI.17 - Fase de Z₁ (rad) x Freq. (MHz).

Fig. VI.18 - Resposta temporal da linha a um pulso retangular de 5V e com ocupação de 100% da janela de 5µs.

VI.4 - EXEMPLO DE SIMULAÇÃO Nº 3

Os resultados desta seção referem-se à simulação do caso ilustrado na Fig. VI.3.

As Figs. VI.19 - VI.21 mostram a resposta em frequência (módulo) e a impedância de entrada (módulo e fase) da linha.

Finalmente, a Fig. VI.22 mostra a resposta temporal da linha a um pulso retangular transmitido. Nota-se nesta figura três pontos de máximo; o primeiro ponto corresponde ao pico do pulso que chega na recepção associado ao pulso transmitido; o segundo e o terceiro pontos de máximo, correspondem aos ecos que chegam na recepção associados à composição da reflexão do pulso transmitido nas quatro derivações.

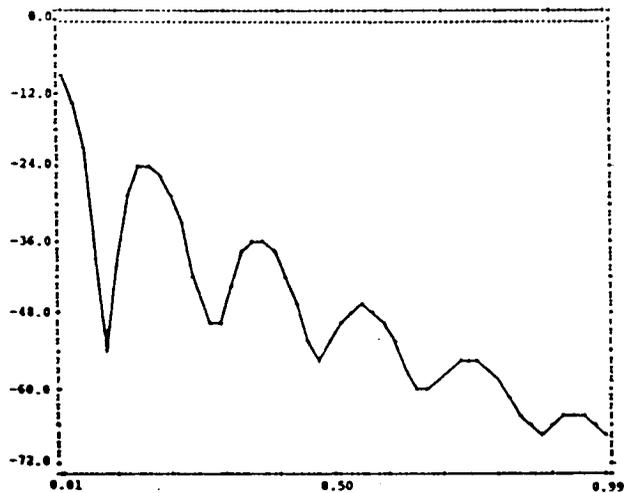
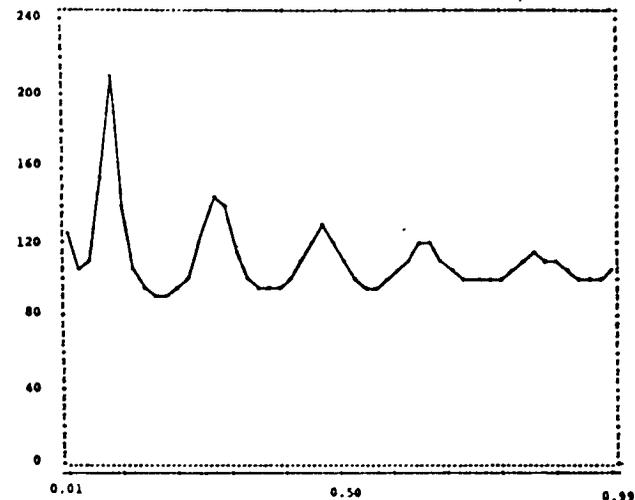
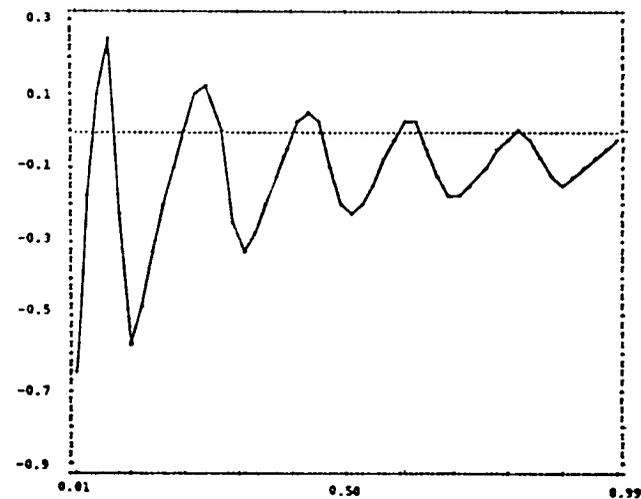


Fig. VI.19 - Módulo de F (dB) x Freq. (MHz).

Fig. VI.20 - Módulo de Z_1 (Ohm) x Freq. (MHz).Fig. VI.21 - Fase de Z_1 (rad) x Freq. (MHz).

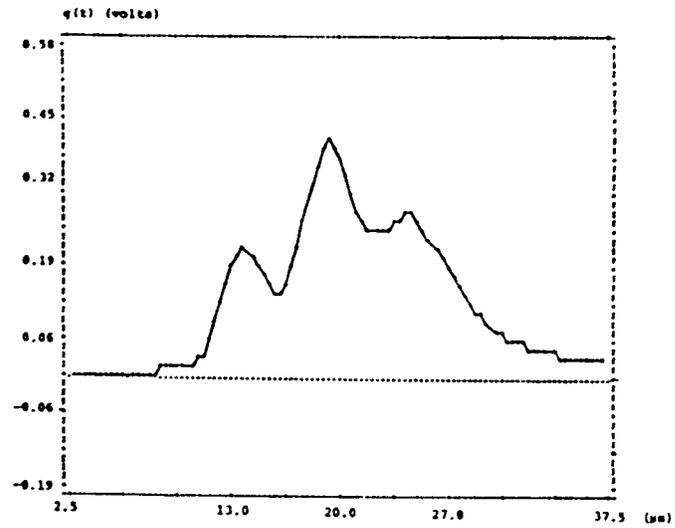


Fig. VI.22 - Resposta temporal da linha a um pulso retangular de 5V e que ocupa 50% de uma janela de 5 μs .

CAPÍTULO VII

CONCLUSÃO

Esta tese é fruto dos trabalhos de pesquisa que estão sendo realizados no Setor Telemática do DEE-FEC-UNICAMP em convênio com a TELEBRÁS, para a geração de software aplicado ao estudo da digitalização da linha de assinante.

Em particular, neste trabalho de tese nós desenvolvemos um pacote de programas com a denominação de Simulador de Linha de Assinante (SLA), que se constitui na base para a análise e síntese da transmissão digital na linha de assinante.

Este simulador foi desenvolvido de forma voltada para o usuário, constituindo-se em uma ferramenta de projeto auxiliado por computador inteiramente conversacional.

O SLA foi implementado com técnicas de encadeamento de programas, visando a incorporação de novos módulos, para estender suas potencialidades funcionais.

Atualmente este simulador encontra-se em utilização no Centro de Pesquisa e Desenvolvimento (CPQD) da TELEBRÁS.

No desenvolvimento do SLA, uma série de problemas teóricos e práticos relativos à sua definição foram resolvidos.

O modelamento das características de transmissão (atenuação, defasagem e impedância característica) dos cabos telefônicos de pares de bitola 19, 22, 24 e 26 AWG, na faixa de frequências de 10 KHz a 1 MHz, constitui a base para o SLA. Esta faixa de frequências representava uma lacuna em termos de modelo para aquelas características, já que os modelos existentes eram para os extremos da faixa (faixa de voz e MCP-30). Assim, obtivemos um modelo simples e eficiente para nossos propósitos, que incorpora os vários fenômenos físicos existentes, tais como o efeito pelicular e as perdas no dielétrico.

Outra questão teórica importante, foi a do tempo de propagação de pulsos em linhas com distorção de amplitude e de fase. Neste trabalho propusemos uma nova definição de tempo de propagação de sinais de energia nestas linhas, e que a

creditamos tratar-se de uma contribuição ao estudo de linhas de transmissão.

Na determinação do espectro de potência de sinais digitais carregando informação digital, pudemos generalizar os resultados clássicos de Bennett, a fim de tratarmos a classe de códigos de linha que empregam duas formas de onda distintas, para a representação dos dígitos "0" e "1" de informação.

A obtenção de diagramas de olhos exigiu técnicas apuradas de software, a fim de que estes diagramas pudessem ser obtidos com tempo de cálculo aceitável.

Apresentamos três exemplos de aplicação do SLA, cujos resultados ilustram e validam os resultados por eles fornecidos.

Esperamos com este trabalho, haver contribuído para o estudo da digitalização da linha de assinante, que está iniciando-se no Brasil.

BIBLIOGRAFIACAPÍTULO I

- [1] S.V. AHAMED, et al., A Tutorial on Two-Wire Digital Transmission in the Loop Plant, IEEE Trans. on Comm., Vol. COM-29, Nº 11, Nov. 1981, pp. 1554-1564.
- [2] S.V. AHAMED, Simulation and Design Studies of Digital Subscriber Lines, BSTJ, Vol. 61, Nº 6, July-August 1982, pp. 1003-1077.
- [3] A.J. CIESIELKA; N.G. LONG, A New Technology for Loops - A Plan for 80's, IEEE Trans. on Comm., Vol. COM-28, Nº 7, July 1980, pp. 923-930.
- [4] R.G. CORNELL; D.J. STELTE, Progress Towards Digital Subscriber Line Services and Signaling, IEEE Trans. on Comm., Vol. COM-29, Nº 11, Nov. 1981, pp. 1589-1594.
- [5] K. HABARA; T. ARATANI, Toward Local Network Digitalization: The View from Japan, IEEE Trans. on Comm., Vol. COM-28, Nº 7, July 1980, pp. 956-966.
- [6] N. HOLTE; S. STUEFLOTTEN, A New Digital Echo Canceler for Two-Wire Subscriber Lines, IEEE Trans. on Comm., Vol. COM-29, Nº 11, Nov. 1981, pp. 1573-1581.
- [7] F. HOMAYOUN, Loop Evolution - Its Dynamics and Driving Forces, IEEE Trans. on Comm., Vol. COM-28, Nº 7, July 1980, pp. 976-982.
- [8] N. INOUE, et al., Time-Shared Two-Wire Digital Subscriber Transmission System and Its Application to the Digital Telephone Set, IEEE Trans. on Comm., Vol. COM-29, Nº 11, Nov. 1981, pp. 1565-1573.

- [9] J.-A. LeGUILLOU, et al., Electronic Systems and Equipment for Evolving Loop Plant, IEEE Trans. on Comm., Vol. COM-28, Nº 7, July 1980, pp. 967-975.
- [10] J. MEYER, et al., A Digital Subscriber Set, IEEE Trans. on Comm., Vol. COM-27, Nº 7, July 1979, pp. 1906-1103.
- [11] D.SIBBALD, et al., Digital Transmission over Existing Subscriber Cable, IEEE Trans. on Comm., Vol. COM-27, Nº 6, June 1979, pp. 918-924.
- [12] T.SUZUKI et al., Line Equalizer for a Digital Subscriber Loop Employing Switched Capacitor Technology, IEEE Trans. on Comm., Vol. COM-30, Nº 9, Sept. 1982, pp. 2074-2082.

CAPÍTULO II

- [1] S.V. AHAMED, et al., A Tutorial on Two-Wire Digital Transmission in the Loop Plant, IEEE Trans. on Comm., Vol. COM-29, Nº 11, Nov. 1981, pp. 1554-1564.
- [2] P. BYLANSKI; D.G. INGRAM, Digital Transmission Systems, IEE Telecommunication Series 4, 1980.
- [3] J.P. de FREITAS, et al., Simulador de Linha de Assinante : Manual do Usuário, Relatório Técnico RT-05, FEC-UNI - CAMP, Outubro 1983.
- [4] J.P. de FREITAS, et al., Simulação da Linha de Assinante : Estudo de Casos, Relatório Técnico RT-07, FEC-UNICAMP, Fevereiro 1984.
- [5] B.P. LATHI, An Introduction to Random Signals and Communication Theory, International Textbook Company, 1968.

- [6] A. LOPES, Equalização de Sinais MCP de 2,048 Mb/s Transmítidos através de Cabos Multipares Convencionais, Tese de Mestrado, FEC-UNICAMP, Novembro 1974.
- [7] A. LOPES, Sistemas de Resposta Parcial na Transmissão de Sinais MCP através de Cabos, Tese de Doutorado, FEC-UNICAMP, Dezembro 1982.
- [8] R.W. LUCKY, et al., Principles of Data Communication, McGraw-Hill, 1968.
- [9] Marton M., et al., Simulador de linha de Assinante- SLA Versão 2: Estudo de Casos, Relatório Técnico RT-12 , FEC-UNICAMP, Outubro 1984.
- [10] Pirelli, Cabos Telefônicos com Condutores de Alumínio, DT-7705, Outubro 1977

CAPÍTULO III

- [1] P. BYLANSKI; D.G. INGRAM, Digital Transmission Systems , IEE Telecommunications Series 4, 1980.
- [2] W.L. EVERITT; G.E. ANNER, Communication Engineering, McGraw-Hill, Inc. Tokyo, 1956.
- [3] J.P. de FREITAS, et al., Simulador de Linha de Assinante : Manual do Usuário, Relatório Técnico RT-05, FEC-UNICAMP, Outubro 1983.
- [4] W.C. JOHNSON, Transmission Lines and Networks, McGraw Hill, Inc. Tokyo, 1950.
- [5] A. LOPES, Equalização de Sinais MCP de 2,048 Mb/s Transmítidos através de Cabos Multipares Convencionais, Tese de Mestrado, FEC-UNICAMP, Novembro 1974.

- [6] A. LOPES, et al., Relações entre Amplitude e Fase em Sistemas Lineares Realizáveis, Relatório Técnico RT-83 , FEC-UNICAMP, Junho 1981.
- [7] MINICOM, Plano de Transmissão Telefônica, Ministério das Comunicações, Brasília, 1973.
- [8] R.E. MATICK, Transmission Lines for Digital and Communication Networks, McGraw-Hill, Inc. New York, 1969.
- [9] G. METZGER; J.P. VABRE, Transmission Lines with Pulse Excitation, Academic Press, New York, 1969.
- [10] PIRELLI, Fios e Cabos para Telefonia e Telecomunicações.

CAPÍTULO IV

- [1] W.R. BENNETT, Statistics of Regenerative Digital Transmission, BSTJ, Vol. 37, Nov. 1958, pp. 1501-1542.
- [2] A. BROSIO, et al., A Comparison of Digital Subscriber Line Transmission Systems Employing Different Lines Codes, IEEE - Trans. on Comm., Vol. COM-29, Nº 11, Nov.1981, pp. 1581-1588.
- [3] N. HOLTE; S. STUEFLOTEN, A New Digital Echo Canceler for Two-Wire Subscriber Lines, IEEE Trans. on Comm., Vol. COM-29, Nº 11, Nov. 1981, pp. 1573-1581.

CAPÍTULO V

- [1] J.P. de FREITAS, et al., OLHO: Um programa para Calcular e Traçar Diagrama de Olhos no Simulador de Linha de Assinante, Relatório Técnico RT-14, FEC-UNICAMP, Fev/85.

- [2] M. HOLTE, Line Codes for Digital Subscriber Lines, ELAB Report, Nº STP.44A83138, May 1983.
- [3] B.P. LATHI, An Introduction to Random Signals and Communication Theory, International Textbook Company, 1968.

CAPÍTULO VI

- [1] W.L. EVERITT; G.E. ANNER, Communication Engineering, McGraw-Hill, Inc. Tokyo, 1956.
- [2] W.C. Johnson, Transmission Lines and Networks, McGraw-Hill, Inc. Tokyo, 1950.

APÉNDICE

APENDICE

CÁLCULO DA MATRIZ DE COVARIÂNCIA Q(k)
PARA OS CÓDIGOS AMI E CMI

Do Cap. IV temos

$$Q(k) = E \{ (a(m) - \bar{a})(a(m+k) - \bar{a})' \} \quad (A.1)$$

onde

$$a(m)' = [a_0(m) \ a_1(m)] \quad (A.2)$$

portanto

$$Q(k) = \begin{bmatrix} R_{11}(k) & R_{12}(k) \\ R_{21}(k) & R_{22}(k) \end{bmatrix} - \bar{A} \quad (A.3)$$

onde

$$R_{11}(k) = E \{ a_0(m) a_0(m+k) \} \quad (A.4)$$

$$R_{12}(k) = E \{ a_0(m) a_1(m+k) \} \quad (A.5)$$

$$R_{21}(k) = E \{ a_1(m) a_0(m+k) \} \quad (A.6)$$

$$R_{22}(k) = E \{ a_1(m) a_1(m+k) \} \quad (A.7)$$

e

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \bar{a}_0^2 & \bar{a}_0 \bar{a}_1 \\ \bar{a}_0 \bar{a}_1 & \bar{a}_1^2 \end{bmatrix} \quad (A.8)$$

A.1. Código AMI

Para o código AMI, com base na Fig. IV.1 temos que $a_0(k)=0$ para todo k e $a_1(k)$ segue o seguinte diagrama de estado:

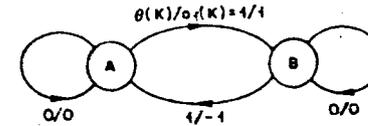


Fig. A.1 - Diagrama de estados do AMI

portanto

$$R_{11}(k) = R_{12}(k) = R_{21}(k) = 0, \forall k \quad (A.9)$$

e de (IV.1) temos

$$\text{Prob} \{ a_1(m) = 0 \} = \text{Prob} \{ \theta(m) = 0 \} = q = 1-p \quad (A.10)$$

$$\text{Prob} \{ a_1(m) = 1 \} = \text{Prob} \{ a_1(m) = -1 \} = \frac{1}{2} \text{Prob} \{ \theta(m) = 1 \} = p/2 \quad (A.11)$$

com isto temos

$$\bar{a}_1^2 = 0$$

e \bar{A} é uma matriz nula.

Portanto

$$Q(k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & R_{22}(k) \end{bmatrix} \quad (A.12)$$

Vamos calcular $R_{22}(k)$ dado em (A.7), com (A.10) e (A.11).

Para k = 0

$$a_1(m) a_1(m+k) = a_1^2(m) = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

$$\text{Prob} \{a_1^2(m) = 0\} = q$$

$$\text{Prob} \{a_1^2(m) = 1\} = p$$

então

$$R_{22}(k=0) = p \quad (\text{A.13})$$

Para $k > 0$

$$a_1(m) \ a_1(m+k) = \begin{cases} 0 \\ 1 \\ -1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Prob} \{a_1(m) \ a_1(m+k) = 0\} &= \text{Prob} \{a_1(m) = 0\} + \text{Prob} \{a_1(m+k) = 0\} \\ &- \text{Prob} \{a_1(m) = 0 \ \text{e} \ a_1(m+k) = 0\} \\ &= 2q - q^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Prob} \{a_1(m) \ a_1(m+k) = 1\} &= \text{Prob} \{a_1(m) = 1 \ \text{e} \ a_1(m+k) = 1\} + \\ &+ \text{Prob} \{a_1(m) = -1 \ \text{e} \ a_1(m+k) = -1\} \\ &= P_1(k) \end{aligned}$$

$$\text{Prob} \{a_1(m) \ a_1(m+k) = -1\} = 1 - (2q - q^2) - P_1(k)$$

então, para $k > 0$

$$R_{22}(k) = 2P_1(k) + (2q - q^2) - 1 \quad (\text{A.14})$$

onde resta calcularmos $P_1(k)$.

$$\begin{aligned} P_1(k) &= \text{Prob} \{a_1(m) = 1 \ \text{e} \ a_1(m+k) = 1\} + \text{Prob} \{a_1(m) = -1 \ \text{e} \ a_1(m+k) = -1\} \\ &= \frac{p}{2} [\text{Prob} \{a_1(m+k) = 1/a_1(m) = 1\} + \text{Prob} \{a_1(m+k) = -1/a_1(m) = -1\}] \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Com base no diagrama de estados do AMI (Fig. A.1) e definindo a variável aleatória $Z(k)$ como o estado em que se encontra o processo imediatamente antes de ocorrer $\theta(k)$, temos

$$\begin{aligned} \text{Prob} \{a_1(m+k) = 1/a_1(m) = 1\} &= \text{Prob} \{\theta(m+k) = 1 \ \text{e} \ Z(m+k) = A/a_1(m) = 1\} \\ &= \text{Prob} \{Z(m+k) = A/a_1(m) = 1\} \cdot \text{Prob}\{\theta(m+k) = 1\} \\ &= p \text{Prob} \{Z(m+k) = A/a_1(m) = 1\} \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Agora, dado que $a_1(m) = 1$, então

$$Z(m+1) = B$$

e assim

$$\begin{aligned} \text{Prob} \{Z(m+k) = A/a_1(m) = 1\} &= \text{Prob} \{Z(m+k) = A/Z(m+1) = B\} \\ &= \text{Prob} \{\text{ocorrer um número ímpar de 1's} \\ &\quad \text{na sequência } \theta(m+1), \theta(m+2), \dots, \theta(m+k-1)\} \\ &= u(k) \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Com $u(k)$ como acima temos que

$$1 - u(k) = \text{Prob} \{\text{ocorrer um número par de 1's na sequência } \theta(m+1), \theta(m+2), \dots, \theta(m+k-1)\}$$

$$\text{e} \quad u(k+1) = \text{Prob} \{\text{ocorrer um número ímpar de 1's na sequência } \theta(m+1), \theta(m+2), \dots, \theta(m+k)\}$$

portanto

$$\begin{aligned} u(k+1) &= \text{Prob} \{ \theta(m+k) = 1 \} \cdot (1 - u(k)) \\ &+ \text{Prob} \{ \theta(m+k) = 0 \} \cdot u(k) \\ &= p(1 - u(k)) + q u(k) \\ &= (1 - 2p) u(k) + p \end{aligned}$$

A equação a diferença de 1ª ordem acima tem como condição de contorno

$$u(1) = 0$$

pois

$$\text{Prob} \{ Z(m+1) = A/a_1(m) = 1 \} = 0$$

A solução da equação a diferença fornece

$$u(k) = \frac{1}{2} [1 - (1-2p)^{k-1}]$$

que com (A.17) e (A.16) fornece

$$\text{Prob} \{ a_1(m+k) = 1/a_1(m) = 1 \} = \frac{p}{2} [1 - (1-2p)^{k-1}]$$

Analogamente

$$\text{Prob} \{ a_1(m+k) = -1/a_1(m) = -1 \} = \frac{p}{2} [1 - (1-2p)^{k-1}]$$

assim com (A.15) e (A.14) temos finalmente

$$R_{22}(k > 0) = -p^2 (1-2p)^{k-1}$$

Portanto

$$R_{22}^{(k)} = \begin{cases} p & ; k = 0 \\ -p^2 (1-2p)^{|k|-1} & ; |k| > 0 \end{cases} \quad (\text{A.18})$$

Esta expressão e a expressão (A.12) definem a matriz $Q(k)$ para o código AMI.

A.2. Código CMI

Para o código CMI, na Fig. IV.1, a sequência $a_1(m)$ segue o diagrama de estados do AMI e a sequência $a_0(m)$ segue o seguinte diagrama de estados:

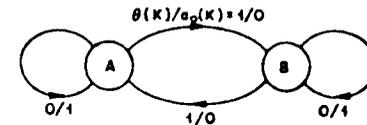


Fig. A.2 - Diagrama de estados para a sequência $a_0(k)$ do código CMI

Assim, verifica-se que

$$\begin{aligned} a_0(m) &= 1 - \theta(m) \\ &= 1 - |a_1(m)| \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

portanto, com (IV.1) temos

$$\text{Prob} \{ a_0(m) = 0 \} = \text{Prob} \{ \theta(m) = 1 \} = p \quad (\text{A.20})$$

$$\text{Prob} \{ a_0(m) = 1 \} = \text{Prob} \{ \theta(m) = 0 \} = q = 1-p \quad (\text{A.21})$$

Vamos calcular primeiro a matriz \bar{A} com (A.8):

Como $\{a_1(k)\}$ segue o código AMI, então

$$\bar{a}_1 = 0$$

portanto

$$\bar{a}_0 \bar{a}_1 = \bar{a}_1^2 = 0$$

Agora de (A.20) e (A.21) temos

$$\bar{a}_0 = q$$

portanto temos que para o CMI

$$\bar{\Lambda} = \begin{bmatrix} q^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Assim, com (A.3) temos

$$Q(k) = \begin{bmatrix} R_{11}(k) - q^2 & R_{12}(k) \\ R_{21}(k) & R_{22}(k) \end{bmatrix} \quad (\text{A.22})$$

$R_{22}(k)$ corresponde exatamente ao cálculo no apêndice A.1 para o AMI em que

$$R_{22}(k) = \begin{cases} p & ; k = 0 \\ -p^2(1-2p)^{|k|-1} & ; |k| > 0 \end{cases} \quad (\text{A.23})$$

Resta, portanto, calcularmos $R_{11}(k)$, $R_{12}(k)$ e $R_{21}(k)$.

Vamos calcular $R_{11}(k)$ dado em (A.4) com (A.19) e (IV.1).

$$\begin{aligned} R_{11}(k) &= E \{ a_0(m) a_0(m+k) \} \\ &= E \{ (1 - \theta(m)) (1 - \theta(m+k)) \} \\ &= E \{ \theta(m) \theta(m+k) \} - 2E \{ \theta(m) \} + 1 \\ &= E \{ \theta(m) \theta(m+k) \} + 1 - 2p \end{aligned}$$

Para $k = 0$

$$\theta(m) \theta(m+k) = \theta^2(m) = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

portanto

$$E \{ \theta^2(m) \} = p$$

e

$$R_{11}(k=0) = 1-p = q$$

Para $k > 0$

Os símbolos $\theta(m)$ e $\theta(m+k)$ são incorrelatos, em conseqüência temos

$$E \{ \theta(m) \theta(m+k) \} = p^2$$

portanto

$$\begin{aligned} R_{11}(k > 0) &= p^2 - 2p + 1 \\ &= q^2 \end{aligned}$$

Portanto

$$R_{11}(k) = \begin{cases} q & ; k = 0 \\ q^2 & ; |k| > 0 \end{cases} \quad (\text{A.24})$$

Agora vamos calcular $R_{12}(k)$ dado em (A.5) com (A.19), (A.10) e (A.11).

$$\begin{aligned} R_{12}(k) &= E \{ a_0(m) a_1(m+k) \} \\ &= E \{ [1 - |a_1(m)|] a_1(m+k) \} \\ &= E \{ a_1(m) \} - E \{ |a_1(m)| a_1(m+k) \} \end{aligned}$$

Como $\{a_1(k)\}$ segue o código AMI, temos

$$E \{ a_1(m) \} = 0$$

portanto

$$R_{12}(k) = -E \{ |a_1(m)| a_1(m+k) \}$$

Para $k = 0$

$$|a_1(m)| a_1(m+k) = |a_1(m)| a_1(m) = \begin{cases} 0 \\ 1 \\ -1 \end{cases}$$

$$\text{Prob} \{ |a_1(m)| a_1(m) = 0 \} = \text{Prob} \{ a_1(m) = 0 \} = q$$

$$\text{Prob} \{ |a_1(m)| a_1(m) = 1 \} = \text{Prob} \{ a_1(m) = 1 \} = p/2$$

$$\text{Prob} \{ |a_1(m)| a_1(m) = -1 \} = \text{Prob} \{ a_1(m) = -1 \} = p/2$$

portanto

$$E \{ |a_1(m)| a_1(m) \} = 0$$

e

$$R_{12}(k=0) = 0$$

Para $k > 0$

$$|a_1(m)| a_1(m+k) = \begin{cases} 0 \\ 1 \\ -1 \end{cases}$$

$$\text{Prob} \{ |a_1(m)| a_1(m+k) = 0 \} = \text{Prob} \{ a_1(m) = 0 \} + \text{Prob} \{ a_1(m+k) = 0 \}$$

$$- \text{Prob} \{ a_1(m) = 0 \text{ e } a_1(m+k) = 0 \}$$

$$= 2q - q^2$$

$$\text{Prob} \{ |a_1(m)| a_1(m+k) = 1 \} = \text{Prob} \{ a_1(m) = 1 \text{ e } a_1(m+k) = 1 \}$$

$$+ \text{Prob} \{ a_1(m) = -1 \text{ e } a_1(m+k) = -1 \}$$

$$= q(k)$$

Mas

$$q(k) = \text{Prob} \{ a_1(m+k) = 1 \} \cdot \text{Prob} \{ a_1(m) = 1/a_1(m+k) = 1 \}$$

$$+ \text{Prob} \{ a_1(m+k) = -1 \} \cdot \text{Prob} \{ a_1(m) = -1/a_1(m+k) = 1 \}$$

$$= \frac{p}{2} [1 - \text{Prob} \{ a_1(m) = 0/a_1(m+k) = 1 \}]$$

Do diagrama de estados do AMI temos que

$$\text{Prob} \{ a_1(m) = 0/a_1(m+k) = 1 \} = \text{Prob} \{ \theta(m) = 0 \} = q$$

assim
$$q(k) = \frac{p^2}{2}$$

$$\text{Prob} \{ |a_1(m)| a_1(m+k) = 1 \} = p^2/2$$

$$\text{Prob} \{ |a_1(m)| a_1(m+k) = -1 \} = 1 - (2q - q^2) - p^2/2$$

$$R_{12}(k > 0) = p^2 + (2q - q^2) - 1 = 0$$

Portanto

$$R_{12}(k) = 0, \quad \forall k$$

(A.25)

Para calcularmos $R_{21}(k)$ vamos fazer uso do fato que

$$R_{12}(k) = R_{21}(-k)$$

que é facilmente verificado como segue:

$$R_{21}(k) = E \{ a_1(m) a_0(m+k) \}$$

Fazendo $n = m+k$, temos

$$R_{21}(k) = E \{ a_1(n-k) a_0(n) \}$$

$$= E \{ a_0(n) a_1(n-k) \}$$

$$= R_{12}(-k)$$

Assim,

$$R_{21}(k) = 0, \forall k$$

(A.26)

Finalmente, com (A.22)-(A.26), para o código CMI temos

$$Q(k) = \begin{bmatrix} Q_{11}(k) & Q_{12}(k) \\ Q_{21}(k) & Q_{22}(k) \end{bmatrix}$$

(A.27)

onde

$$Q_{11}(k) = R_{11}(k) - q^2 = \begin{cases} p(1-p) & ; k = 0 \\ 0 & ; |k| > 0 \end{cases}$$

(A.28)

$$Q_{12}(k) = R_{12}(k) = 0, \forall k$$

(A.29)

$$Q_{21}(k) = R_{21}(k) = 0, \forall k$$

(A.30)

e

$$Q_{22}(k) = R_{22}(k) = \begin{cases} p & ; k = 0 \\ -p^2(1-2p)^{|k|-1} & ; |k| > 0 \end{cases}$$

(A.31)