

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE
COMPUTAÇÃO

Otimização da Operação de Sistemas de
Distribuição de Água Abastecidos por
Bombeamento e Reservatórios de Regularização

Gilson Candido Santana
Orientador: **Secundino Soares Filho**

Este exemplar corresponde a redação final da tese defendida por <u>Gilson Candido Santana</u> e aprovada pela Comissão Julgada em <u>05 / 03 / 1999</u> . <u>Secundino Soares F.</u> Orientador

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Automação

Tese de Doutorado

Campinas - SP Brasil
1999

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE
COMPUTAÇÃO

Otimização da Operação de Sistemas de
Distribuição de Água Abastecidos por
Bombeamento e Reservatórios de Regularização

Gilson Candido Santana
Orientador: **Secundino Soares Filho**

Tese de Doutorado defendida e aprovada, em 5 de março de 1999, pela Banca Examinadora constituída pelos professores:

Prof. Dr. Secundino Soares Filho, Presidente
FEEC - UNICAMP

Prof. Dr. Antônio Marozzi Righetto
EESC - USP

Prof. Dr. Paulo Sérgio Franco Barbosa
FEC - UNICAMP

Prof. Dr. Paulo Morelato França
FEEC - UNICAMP

Prof. Dr. Akebo Yamakami
FEEC - UNICAMP

9914896

UNIDADE	BC
N.º CHAMADA	
V	
TOMADA	38229
PRO	229/99
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	10/08/99
N.º CPD	

CM-00125551-5

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Sa59o Santana, Gilson Candido
Otimização da operação de sistemas de
distribuição de água abastecidos por bombeamento
e reservatórios de regularização. / Gilson Candido
Santana.—Campinas, SP: [s.n.], 1999.

Orientador: Secundino Soares Filho.
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação.

1. Abastecimento de água. 2. Reservatórios. 3.
Otimização matemática. 4. Programação não-
linear. 5. Energia elétrica – Consumo. I. Soares
Filho, Secundino. II. Universidade Estadual de
Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação. III. Título.

RESUMO

No presente trabalho, foi desenvolvido um modelo de otimização para a operação de sistemas de distribuição de água abastecidos por múltiplas estações de bombeamento e múltiplos reservatórios de regularização.

As dificuldades para alcançar um modelamento adequado e a excessiva simplificação dos modelos usuais, têm retardado o surgimento de soluções práticas mais adequadas ao dimensionamento e operação de sistemas de distribuição de água. Neste trabalho, é apresentada uma proposta para contemplar múltiplas fontes de abastecimento utilizando-se as curvas das bombas, de modo a adequar a solução do equilíbrio hidráulico da rede quando se consideram, somente, as equações de balanço de massa de cada nó.

Para variáveis de decisão do modelo de otimização são consideradas o número de bombas em operação, em paralelo, e o nível da água nos reservatórios de regularização, para cada intervalo de tempo ao longo do dia. A operação dos reservatórios é garantida através das válvulas de controle. O modelo se baseia em um problema de programação não linear misto, resolvido através de um algoritmo de ramificação e avaliação, que encontra a solução inteira para o número de bombas partindo de uma solução otimizada relaxada. As restrições de limitação de pressões e velocidades foram incorporadas à função objetivo pela técnica do Lagrangiano Aumentado. O problema de otimização resultante de uma proposta de penalização é resolvido através de um algoritmo de gradiente reduzido generalizado. Na determinação dos gradientes foi utilizado um tratamento analítico rigoroso.

Para aplicação do modelo foi desenvolvido um software específico em ambiente Windows 32 bits. O modelo foi aplicado a uma rede hipotética de 15 nós e 18 tubulações e à rede proposta em Walski et al. (1987), avaliando a proposta de expansão de Gessler. O modelo foi aplicada para diferentes regimes de operação inicial dos reservatórios baseados no esvaziamento e enchimento linear.

ABSTRACT

In the present work it was developed an optimization model to water distribution systems operation, supplied by multiple pump stations and multiple reservoirs regulation.

The difficulties to reach an appropriate modelling and the excessive simplification of the models have been delaying the appearance of practical solutions more adapted to dimensioning and operation of water distribution systems. This work present a model to contemplate multiple supply sources using the pump curves to adequate hydraulic network balance when considering only mass balance node equations.

For decision variables are considered the simultaneous number of pumps operating and the reservoirs level at each time interval along the day. The operation of the reservoirs is guaranteed through the control valves. The model is based on a mixed non-linear programming problem, managed through a "branch-and-bound" type algorithm to find the pump number integer solution. The constraints were incorporate to the objective function through the Augmented Lagrangian approach. An appropriated management algorithm solves the penalty problem. The optimization resulted problem by a proposed penalty is solved through a reduced gradient algorithm.

To model application a specific software was developed in Windows 32 bits ambient. The model was applied to a hypothetical network of 15 nodes and 18 pipes and to network proposed in Walski et al. (1987), evaluating Gessler expansion solution. The model was applied for different initial reservoirs operation rules based in linear emptying and full.

DEDICATÓRIA

Dedicar um trabalho a alguém é reconhecer a importância deste alguém na sua vida ou na vida da coletividade, o que é uma tarefa difícil. Pensando de forma egoísta, dedico este trabalho aos grandes responsáveis pela minha formação de vida, minha mãe **Dagmar** que me colocou no mundo e influenciou definitivamente na formação do meu caráter; minha esposa **Djalva** que me acompanha longos anos e completou minha formação com sua dedicação e o companheirismo do dia a dia, na discussão dos problemas e na busca das soluções; minha filha **Talita** que é a minha continuidade, a minha perpetuação, levando para o futuro um pouco do que vou deixar e, de certa forma, moldando mais um pouco a minha vida. Ao meu pai **Orlando** uma dedicatória especial por não estar presente a todos estes anos de minha formação profissional, mas que teve papel decisivo no início de minha vida.

AGRADECIMENTOS

Antes de mais nada, um agradecimento todo especial ao professor **Secundino**, pelo exemplo profissional de competência no qual me espelhei desde o início de minha estada na UNICAMP, um agradecimento pela oportunidade de concluir este trabalho.

Agradecer é reconhecer o destaque desempenhado por alguém no desenvolvimento do trabalho. Individualmente não tenho como agradecer, porém, no conjunto é possível agradecer.

À **Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação** pela minha admissão, pelo conhecimento adquirido e pela oportunidade de apresentar este trabalho, incluídos aqui todos os professores que tive contato e a Coordenação do Curso.

À **Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro**, minha casa, minha casa mesmo, incluindo aqui todos aqueles que acreditaram que era possível concluir este trabalho.

À Companhia Estadual de Águas e Esgoto - **CEDAE**, pelo apoio na fase de obtenção de dados.

Não por último, mas por não haver ninguém além, a **Deus**, por acreditar que me foi reservado um papel nesta vida, e esperando estar cumprindo este papel.

ÍNDICE

ASSUNTO	PÁGINA
ÍNDICE	i
CAPÍTULO I – Introdução	1
1.1 – A Água e o Homem	1
1.2 – A Engenharia	2
1.3 – Os Modelos Matemáticos de Otimização	3
1.3.1 – Programação Linear	5
1.3.2 – Programação Não-Linear	6
1.4 – Objetivo do Trabalho	7
CAPÍTULO II – Sistemas de Abastecimento de Água	9
2.1 – Definição	9
2.2 – Métodos de Distribuição da Água	10
2.2.1 – Abastecimento por Gravidade	11
2.2.2 – Abastecimento por Bombeamento Direto	11
2.2.3 – Abastecimento por Bombeamento e Armazenamento	12
2.3 – Componentes dos Sistemas de Distribuição de Água	13
2.3.1 – Estações de Bombeamento	13
2.3.2 – Tubulações	15
2.3.2.1 – Rede de Distribuição Ramificada	19
2.3.2.2. – Rede de Distribuição em Malha	20
2.3.3 – Reservatórios de Distribuição	22
2.3.4 – Estações Elevatórias de Pressão (Booster's)	24
2.3.5 – Válvulas de Controle de Vazão	24

CAPÍTULO III – Representação Matemática	27
3.1 – Considerações Iniciais	27
3.2 – Função de Custo	28
3.2.1 – Custos de Investimento	28
3.2.1.1 – Custo das Tubulações	28
3.2.1.2 – Custo das Estações Elevatórias de Bombeamento	29
3.2.1.3 – Custo dos Reservatórios	29
3.2.1.4 – Custo das Estações Booster	29
3.2.1.5 – Custo das Válvulas Reguladoras de Pressão	30
3.2.2 – Custos de Operação	30
3.2.2.1 – Custo de Energia nas Estações de Bombeamento	30
3.2.2.2 – Custo de Energia nas Estações Booster	31
3.3 – Restrições	31
3.3.1 – Equilíbrio Hidráulico da Rede	31
3.3.2 – Pressões Limite nos Nós	32
3.3.3 – Velocidades Limite nas Tubulações	33
3.3.4 – Níveis Limite nos Reservatórios	33
3.3.5 – Regime de Operação dos Reservatórios	34
3.3.6 – Potências Limite nas Estações de Bombeamento	35
3.3.7 – Potências Limite nas Estações Tipo Booster	35
3.3.8 – Capacidade Limite de Bombeamento	35
3.3.9 – Adequação dos Diâmetros à Oferta de Mercado	36
3.4 – Modelo de Otimização da Rede	36
3.5 – Modelo de Otimização da Operação da Rede	36
CAPÍTULO IV – A Pesquisa na Área	39
4.1 – Visão Histórica	39
4.2 – Simulação do Estado de uma Rede de Abastecimento de Água	41
4.3 – Otimização da Rede de Abastecimento de Água	44
4.3.1 – Dimensionamento da Rede	45

4.3.1.1 – Uso de Heurísticas	45
4.3.1.2 – Uso da Programação Linear	47
4.3.1.3 – Uso da Programação Não Linear	54
4.3.2 – Operação da Rede	62
CAPÍTULO V – Equilíbrio Hidráulico da Rede	69
5.1 – Introdução	69
5.2 – As Equações de Equilíbrio	69
5.3 – O Método de Newton-Rapshon	71
5.4 – Redes Abastecidas por uma Única Estação de Bombeamento	73
5.5 – Redes Abastecidas por um Único Reservatório	74
5.6 – Redes Abastecidas por Múltiplas Fontes	75
5.7 – Algoritmo de Solução	77
5.8 – Relações Matemáticas	78
CAPÍTULO VI – Otimização da Operação da Rede	81
6.1 – Considerações Iniciais	81
6.2 – Modelo de Otimização	82
6.2.1 – Função Objetivo	83
6.2.2 – Modelamento das Estações Elevatórias	84
6.2.3 – Modelamento dos Reservatórios	86
6.2.3.1 – Reservatórios de Montante	86
6.2.3.2 – Reservatórios de Jusante	87
6.2.4 – Modelamento das Estações Tipo Booster	89
6.2.5 – Modelamento das Válvulas de Controle de Vazão	90
6.2.5.1 – Válvulas de Controle de Operação dos Reservatórios..	91
6.2.5.2 – Válvulas de Controle de Operação da Rede	93
6.3 – Técnica de Solução do Modelo	93
6.3.1 – Penalização das Restrições de Violação	94
6.3.1.1 – Função Lagrangiano	94
6.3.1.2 – Função de Penalização	96

6.3.1.3 – Lagrangiano Aumentado	97
6.3.1.4 – Modelo Adotado	98
6.3.2 – Solução do Problema pelo Gradiente Reduzido	100
6.3.2.1 – Método do Gradiente Reduzido	100
6.3.2.2 – Gradiente Reduzido Generalizado	101
6.3.2.3 – Aplicação do Gradiente Reduzido Generalizado	102
6.3.2.4 – Contribuição do Equilíbrio Hidráulico	105
6.3.2.5 – Gradiente do Número de Bombas Operando	108
6.3.2.6 – Gradiente dos Níveis de Água nos Reservatórios	109
6.3.3 – Algoritmo de Busca da Solução Inteira	111
6.4 – Algoritmos	116
6.4.1 – Algoritmo Geral de Solução	116
6.4.2 – Algoritmo de Solução do Problema Inteiro	117
6.4.3 – Algoritmo de Solução do Problema Penalizado	120
6.4.4 – Algoritmo de Solução do Problema de Otimização	121
6.4.5 – Algoritmo de Cálculo do Gradiente Reduzido	123
CAPÍTULO VII – Aplicação do Modelo	125
7.1 – Considerações Iniciais	125
7.2 – Aplicação do Modelo para a REDE1	125
7.2.1 – Descrição da Rede	125
7.2.2 – Otimização da Operação da Rede	131
7.2.2.1 – Utilização Inicial do Reservatório em 100%	132
7.2.2.2 – Utilização Inicial do Reservatório em 50%	135
7.3 – Aplicação do Modelo para a REDE2	137
7.3.1 – Descrição da Rede	137
7.3.2 – Otimização da Operação da Rede	143
7.3.2.1 – Horizonte de Consumo de 1985	143
7.3.2.2 – Horizonte de Consumo de 2005	146
CAPÍTULO VIII – Descrição do Software	151

8.1 – Apresentação	151
8.2 – Módulo Gerenciador dos Arquivos	151
8.3 – Módulo Gerenciador dos Dados da Rede	153
8.3.1 – Dados dos Nós da Rede	153
8.3.2 – Dados das Tubulações da rede	154
8.3.3 – Ligações da Rede	155
8.3.4 – Dados das Estações Elevatórias	156
8.3.5 – Dados dos Reservatórios	157
8.4 – Módulo Gerenciador das Condições de Operação	157
8.5 – Módulo Gerenciador das Condições de Otimização	159
8.5.1 – Número Máximo de Iterações	160
8.5.2 – Tolerâncias Limite	161
8.5.3 – Penalização	162
8.5.4 – Otimização	162
8.6 – Módulo de Relatórios	164
8.7 – Módulo de Ajuda	169
CAPÍTULO IX – Conclusões	171
9.1 – Considerações Gerais	171
CAPÍTULO X – Bibliografia	175

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 - A Água e o Homem

A importância da água para os seres vivos é por demais evidente. Como constituinte celular em maior quantidade a água participa diretamente das reações fisiológicas vitais em todos os seres vivos.

Para o homem, em particular, a água tornou-se fator de sobrevivência desde os tempos pré-históricos, onde a busca de fontes de abastecimento foi, entre tribos e outras espécies animais, fator gerador de lutas e até mesmo guerras. O homem no seu processo de aglomeração buscou sempre a proximidade com fontes permanentes, principalmente na construção das civilizações próximas aos grandes rios.

Com a vida moderna nas cidades o processo de urbanização veio acompanhado da necessidade do abastecimento de água e, mais recentemente, da energia elétrica. O fornecimento de água às residências é fator de extrema importância social, já que está intimamente ligado a questões de higiene e, conseqüentemente, de saúde pública.

Na produção industrial a água é fator fundamental, uma vez que faz parte da grande maioria dos processos industriais, tanto no aspecto de higiene como

na refrigeração e várias outras etapas da industrialização.

Tem sido responsabilidade do Estado garantir o abastecimento de água à população e à indústria, porém, com a declarada crise dos governos dos países em desenvolvimento e a conclamada modernização do Estado, desvinculando-se da prestação de serviços diretos, os investimentos em obras de alcance social têm recebido atenção secundária. Este fato agrava, em muito, a responsabilidade dos sistemas de abastecimento de água em garantir, adequadamente, as necessidades mínimas a custos compatíveis com os orçamentos estaduais e municipais.

1.2 - A Engenharia

A engenharia surgiu da necessidade do homem em resolver uma série de problemas, garantindo a sua comodidade e segurança. Na solução destes problemas o engenheiro utiliza de toda sua capacidade de abstração para visualização e representação utilizando modelos. Através dos modelos o engenheiro é capaz de analisar os fenômenos e grandezas intervenientes e apontar para as possíveis soluções. Dentre os modelos de que se utiliza enquadram-se os modelos físicos, sejam esquemáticos ou em escala reduzida, dependendo da natureza do problema e, os modelos matemáticos, em que pode descrever os fenômenos e suas grandezas intervenientes através de relações matemáticas, validadas fisicamente através do conhecimento acumulado.

O modelamento matemático tem encontrado campo fértil de crescimento nas últimas décadas devido à melhor compreensão dos fenômenos físicos envolvidos nos problemas de engenharia e, principalmente, por causa das facilidades computacionais disponíveis no momento, facilidades que tendem a crescer devido ao rápido avanço da informática.

Muitos dos problemas de engenharia estão relacionados à necessidade de dimensionar adequadamente os componentes de um sistema qualquer que seja capaz de, através das dimensões adequadas, garantir a satisfação de determinadas pré-condições desejadas. Inúmeros são os problemas que se encaixam nesta situação envolvendo os diversos campos da engenharia.

Um problema em particular que merece destaque é o do dimensionamento dos sistemas de abastecimento de água, principalmente os sistemas de abastecimento público, não só pelo alto grau de complexidade que apresentam, como pela forte componente de importância social.

1.3 - Os Modelos Matemáticos de Otimização

Tradicionalmente o dimensionamento de sistemas de abastecimento de água passa por duas etapas (ORTH, 1986). O projetista especifica inicialmente um sistema, baseado na sua experiência e, através das relações matemáticas apropriadas ao dimensionamento, prova que as especificações iniciais atendem aos requisitos exigidos pelo sistema ou, observa que as especificações iniciais não atendem aos requisitos. Na segunda hipótese o projetista modifica as especificações do sistema buscando uma solução mais adequada, em função da sua experiência, verificando novamente o atendimento aos requisitos. Este procedimento se repete até encontrar uma combinação de especificações que atenda aos requisitos do projeto.

Tal prática se atem à experiência do projetista, não contemplando todas as possíveis combinações que garantam o atendimento aos requisitos propostos ao projeto. Esta rotina de projeto nem sempre leva em consideração os parâmetros de custo da solução final encontrada e a adequação de uma nova solução que possibilite redução dos custos envolvidos.

Uma visão conceitualmente diferente da estratégia de projeto convencional é a utilização de modelos matemáticos de otimização no dimensionamento dos problemas de engenharia.

Segundo LUEMBERGER (1984), ***“o conceito de otimização está relacionado à análise de decisões complexas ou problemas de alocação, oferecendo um certo grau de elegância filosófica e, freqüentemente, um certo grau de simplicidade operacional”***.

Um problema de otimização complexo associado à tomada de decisão, envolve a seleção de valores para um determinado número de variáveis de decisão interrelacionadas, baseando-se em objetivos simples, projetados para quantificar desempenho e qualidade de uma decisão.

Para alcançar o objetivo busca-se atingir uma situação que maximize ou minimize o valor da função objetivo projetada, dependendo de restrições funcionais que, em geral, limitam as variáveis de decisão a se adequar a determinados valores ou faixas de atuação.

Exemplos de objetivos simples podem ser um lucro ou perda, no sentido econômico, a velocidade ou distância, em situações físicas, o retorno esperado de um investimento de risco ou a satisfação social em planos de governo. Para casos como estes os modelos de otimização podem oferecer ferramentas muito ricas de análise de sistemas.

No mundo real, entretanto, nem sempre é possível representar todas as características das restrições, das interrelações entre as variáveis e os objetivos, em função da complexidade dos sistemas reais. Os modelos matemáticos de otimização podem representar, tão somente, uma aproximação da realidade.

O sucesso na utilização dos modelos de otimização é baseado no cuidado durante a formulação do modelo, de modo a conseguir capturar os elementos essenciais ao problema, na análise apurada das interrelações entre as variáveis de decisão e, principalmente, no julgamento adequado na interpretação dos resultados.

Alcançar os requisitos essenciais à utilização dos modelos de otimização requer uma vivência grande dos problemas, além do domínio das teorias que regem, tanto o problema, quanto as soluções matemáticas para o modelo.

O depuramento de um modelo exige um trabalho longo de modelamento e avaliação dos resultados, de modo a alcançar o sucesso na utilização deste. A análise de objetivos conflitantes e suas conseqüências na utilização do modelo é essencial.

O objetivo final no modelamento é alcançar um modelo que seja suficientemente complexo para capturar as características essenciais do problema e, no entanto, simples o suficiente para ser tratável e fornecer conclusões úteis à tomada de decisão.

Das teorias matemáticas utilizadas para a solução dos problemas de otimização destacam-se a programação linear e a programação não linear.

1.3.1 - PROGRAMAÇÃO LINEAR

Um modelo de programação linear se caracteriza pela função objetivo apresentar comportamento linear em relação às variáveis de decisão, assim como as restrições de igualdade, ou desigualdade, lineares em relação a estas variáveis.

A programação linear é, sem dúvida, uma das ferramentas mais utilizadas para resolver problemas de otimização, não só devido à natureza linear de vários problemas, como também pela simplicidade da teoria e dos algoritmos computacionais implementados para sua solução.

Devido à padronização possível nos algoritmos, todo o trabalho de modelamento se concentra na formulação das equações que envolvem o objetivo e as restrições, podendo atingir um número expressivo de relações e variáveis.

Diante das características inerentes aos problemas de programação linear esta tem sido utilizada para resolver um série muito grande de problemas de otimização, nos mais diferentes campos do conhecimento, passando por aplicações na engenharia, nos sistemas biológicos e chegando aos sistemas que envolvem as relações sociais e econômicas.

1.3.2 - PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR

Um problema de programação não linear se caracteriza pela não linearidade da função objetivo em relação às variáveis de decisão, sendo que as restrições podem se apresentar tanto lineares como não lineares.

O que caracteriza principalmente os problemas de programação não linear é a falta de padronização do algoritmo de solução, uma vez que a configuração do problema pode se apresentar de muitas formas possíveis, em função do modelamento utilizado e da complexidade do modelo e do sistema modelado.

O que a diferencia da programação linear é, essencialmente, a natureza não linear dos sistemas reais, que embora possam ser modelados,

eventualmente, através da programação linear, são muito mais detalhados e realistas quando modelados pela programação não linear.

Quando da sua utilização, grande parte das características dos sistemas reais podem ser incluídas no modelo, fornecendo uma maior riqueza de modelamento. Por outro lado, o enriquecimento de um modelo é acompanhado da maior complexidade matemática que, em muitos casos, inviabiliza momentaneamente a sua solução pelas possíveis restrições computacionais atuais.

1.4 - Objetivo do Trabalho

De modo a contribuir com o conhecimento a cerca da operação de sistemas de abastecimento de água, o presente trabalho objetiva analisar a aplicação dos modelos matemáticos de otimização na solução dos problemas de abastecimento de água, destacando o modelamento da operação dos sistemas.

Face ao conhecimento atual e às dificuldades inerentes ao problema, este trabalho se propõe a desenvolver uma abordagem matemática que contemple as particularidades dos sistemas, considerando todos os componentes e suas características de operação.

No tocante aos reservatórios de regularização o trabalho se propõe a contemplar a análise de redes com múltiplos reservatórios, definindo as regras individuais de operação destes, para um regime de operação diária. Para as estações de bombeamento o modelamento se propõe a analisar a operação individualizada das bombas presentes na estação, considerando uma configuração em paralelo.

CAPÍTULO II

SISTEMAS DE ABASTECIMENTO DE ÁGUA

2.1 – Definição

Os sistemas de abastecimento de água são, por definição, o conjunto de obras, equipamentos e serviços executados com o objetivo de fornecer água aos locais de consumo desejados (AZEVEDO NETTO e ALVAREZ, 1975).

Nesta categoria se enquadram o abastecimento de água potável para o consumo urbano, o abastecimento industrial e, ainda, o abastecimento de água para irrigação na agricultura.

O que pode diferenciar estes vários tipos de fornecimento é a qualidade da água destinada à atividade que, em função das exigências, exigirá subsistemas de tratamento diferenciados como parte do complexo de abastecimento, como é o caso da água potável para consumo humano e a água utilizada em algumas etapas da industrialização de alimentos.

O complexo de abastecimento envolve a *captação da água*, sendo esta superficial e, em alguns casos, subterrânea, a *adução*, que se caracteriza pela condução da água até o seu tratamento, o *tratamento* da água, direcionado para a qualidade desejada e aceitável ao consumo proposto e a *distribuição* desta até os pontos de consumo, figura 1.

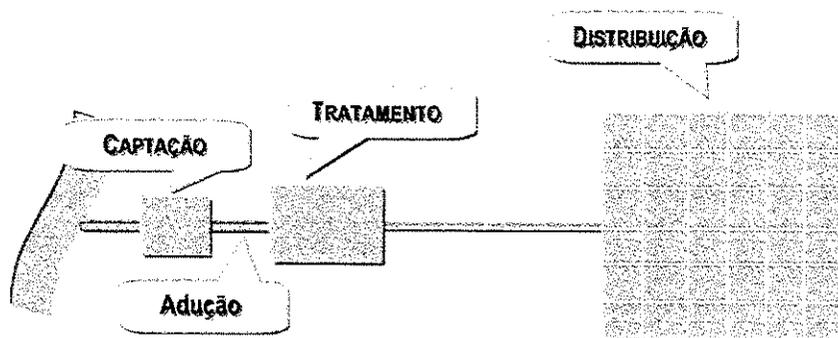


Figura 1 - Representação de um sistema de abastecimento de água.

Dentre as diversas etapas que compõem o complexo de abastecimento, a distribuição é a que apresenta maior grau de complexidade, uma vez que o consumo é, por natureza, aleatório e sazonal, não só em termos de variações ao longo do dia, como também devido às variações das estações do ano. O abastecimento apresenta, também, características de alteração de longo prazo, como é o caso do adensamento populacional, além da expansão geográfica da ocupação urbana, problemas característicos do abastecimento urbano.

A complexidade inerente ao abastecimento de água faz com que os sistemas de tratamento e distribuição estejam sempre preparados para situações drásticas de consumo de pico, além de apresentar certo grau de superdimensionamento, de modo a garantir o abastecimento adequado por um período que contemple aumento de consumo sem investimentos em expansão.

2.2 - Métodos de Distribuição da Água

O método como a água é distribuída do tratamento ao consumo depende muito das condições gerais do sistema, destas condições podem ser destacadas a topografia e a localização das fontes de abastecimento, além de critérios econômicos e sociais.

O meio para condução da água pode contemplar uma ou várias das formas de transporte, do tipo canais, túneis e tubulações sob pressão. A distribuição da água deve aproveitar as diferenças de nível entre os diversos pontos do terreno e/ou utilizar sistemas complementares de bombeamento (AL-LAYLA et al., 1977). Em função destas características podemos classificar os diversos sistemas de abastecimento.

2.2.1 - ABASTECIMENTO POR GRAVIDADE

Quando as condições topográficas permitem a utilização das diferenças de nível da região para condução da água, de modo a atingir todos os pontos de consumo, assim como a presença de fonte de água com cota topográfica elevada, como um lago ou reservatório artificial, então o abastecimento por gravidade deve ser a opção preferencial, não só pelos custos mais baixos como pela uniformidade da sua distribuição ao longo do tempo.

2.2.2 - ABASTECIMENTO POR BOMBEAMENTO DIRETO

Nos casos em que não existe a possibilidade de utilização das diferenças de nível topográfico da região para a distribuição, uma alternativa é a utilização do bombeamento direto da água no sistema de distribuição. Este método de abastecimento apresenta uma série de desvantagens, tais como, a interrupção do fornecimento no caso de falha no sistema de bombeamento, além da variação da pressão na rede em função da variação no consumo. Para contornar o problema de variação de pressão na rede o sistema de bombeamento deve ser instalado de modo a atender diferentes níveis de demanda. Isto só pode ser obtido através de um conjunto complexo de bombas, acionadas de modo a adaptar-se a diferentes níveis de consumo, fato nem sempre possível, dada a aleatoriedade e possibilidades de falha no sistema de distribuição.

Outra alternativa mais recente para contornar o problema de variação de consumo é a utilização de bombas com tecnologia de variação de rotação, adequando-se às variações de consumo.

2.2.3 - ABASTECIMENTO POR BOMBEAMENTO E ARMAZENAMENTO

Este é o método mais interessante quando não é possível o abastecimento por gravidade, uma vez que os excessos de água, disponíveis nos períodos de mais baixo consumo, podem ser bombeados para reservatórios elevados, localizados estrategicamente, que funcionam como fontes de abastecimento nos períodos de maior consumo. Além disto, os reservatórios podem funcionar como fontes de abastecimento direto por curtos períodos, durante as falhas ou necessidade de reparos nas estações de bombeamento. Outra característica associada aos sistemas com reservatórios elevados é, através das suas cotas, garantir pressões adequadas de fornecimento aos nós consumidores, principalmente nos pontos mais distantes do bombeamento.

A contribuição dos reservatórios durante os períodos de maior consumo na rede reduz as necessidades de bombeamento, reduzindo, conseqüentemente, os custos de operação, uma vez que o enchimento dos reservatórios se dará nos períodos de menor consumo, o que corresponde, em geral, à madrugada, onde o custo de energia para bombeamento deverá ser inferior.

Nos sistemas que utilizam reservatórios, duas configurações são possíveis. Destas, uma é a construção dos reservatórios a montante da rede de distribuição. Neste caso, os reservatórios devem ter a entrada de água pela parte superior e sua saída pela parte inferior, sendo garantido, na medida do possível, um nível constante no reservatório. Na outra configuração o reservatório é construído a jusante da rede de distribuição, localizado, estrategicamente, para garantir pressão adequada nos pontos críticos da rede ou atender a uma subrede de cota mais

elevada. Neste caso, o reservatório tem sua entrada e saída pela mesma tubulação, liberando ou recebendo água da rede em função das condições de consumo e, conseqüentemente, das pressões.

2.3 - Componentes dos Sistemas de Distribuição de Água

No complexo sistema de abastecimento de água, a distribuição é a que mais preocupação oferece, como já citado, não só pela aleatoriedade mas, principalmente, pelas inter-relações entre os diversos componentes, em termos de decisões estratégicas e pela dependência no tempo.

Dos componentes do sistema, existem aqueles sobre os quais devem ser tomadas decisões quanto à escolha das dimensões para instalação, assim como, decisões sobre as condições adequadas de operação. Em função disto, os componentes mais importantes a serem analisados são as estações de bombeamento, as tubulações de distribuição, os reservatórios de distribuição, as estações elevatórias de pressão (booster's) e as válvulas de controle de pressão. Na operação da rede de distribuição, diversas decisões estão relacionadas à estação de tratamento, de modo a garantir o atendimento das demandas.

2.3.1 - ESTAÇÕES DE BOMBEAMENTO

Uma estação de bombeamento é composta de um conjunto de bombas dispostas em série, em paralelo ou em ambas as configurações, de modo que sejam possíveis diversas condições de funcionamento para atender diferentes níveis de consumo por parte da rede. Por questões de segurança, devem existir bombas auxiliares prontas para acionamento em casos de pane ou necessidade de manutenção, além de garantir uma rotatividade de funcionamento que prolongue a vida útil das mesmas.

As bombas se destinam a fornecer energia a uma massa de água, de modo que esta energia seja aproveitada sob a forma de energia cinética, proporcionando velocidade a essa massa de água ou, sob a forma de energia potencial, elevando a massa de água a um ponto de cota mais elevada. Na prática, as duas formas de conversão se combinam, em função da posição da massa de água ao longo da tubulação de distribuição.

Para o fornecimento de energia à massa de água uma certa quantidade de trabalho é executada por unidade de tempo, caracterizando uma potência consumida pelas bombas. Considerando que existem perdas de energia em todo trabalho, existe uma eficiência com que este fornecimento pode ser executado.

A combinação destas características de operação define as chamadas **curvas características de uma bomba**, representadas na figura 2. Nas curvas características de uma bomba são expressas a energia cinética, a energia potencial, a potência e a eficiência.

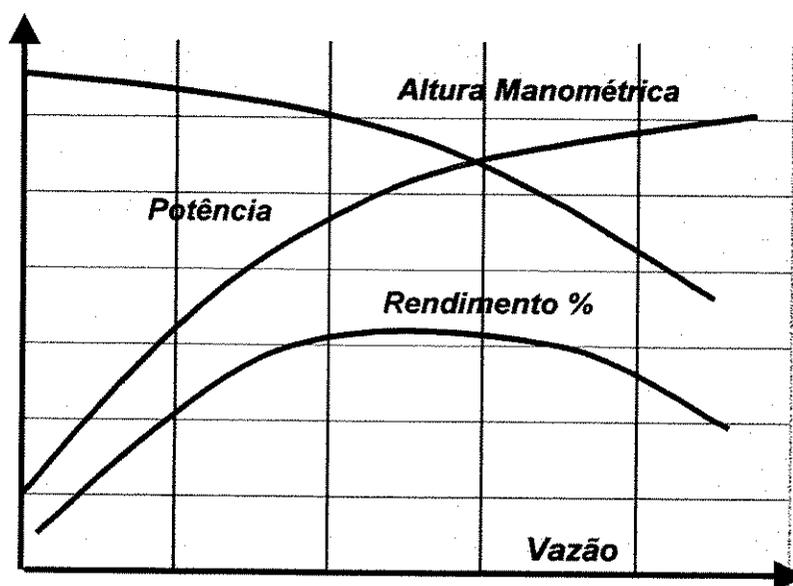


Figura 2 - Curvas características de uma bomba centrífuga (AZEVEDO NETTO e ALVAREZ, 1975).

A energia cinética é expressa através do fluxo da massa de água (vazão), que nada mais é do que o produto da velocidade pela seção de escoamento. A energia potencial é expressa pela altura possível de ser atingida pela coluna de água, também denominada carga hidráulica ou altura manométrica.

Considerando que o fluxo de água fornecida por uma bomba depende do consumo, para maior consumo é necessário maior quantidade de trabalho e, conseqüentemente, maior potência. O aumento do consumo tende a produzir, também, uma redução na carga disponível. Por último, o aumento do consumo, com conseqüente aumento de potência para atendê-lo, acarreta uma alteração na eficiência do sistema.

O correto seria a utilização de toda bomba no seu ponto de maior eficiência, com conseqüente redução de perdas, porém, seria impossível garantir este ponto, à medida que o consumo é oscilante, ou seja, ocorre uma variação no consumo ao longo do tempo e, conseqüentemente, na vazão bombeada. Devido a isto, a bomba irá, efetivamente, trabalhar em várias posições de sua curva característica, a menos que o sistema de bombeamento tivesse diferentes bombas para cada nível de consumo, o que na prática não é recomendado, sendo a padronização das bombas uma configuração recomendada, para efeito de manutenção. O surgimento de bombas de rotação variável, permitindo operar em diferentes condições de consumo permite atenuar as dificuldades associadas à adequação da operação à flutuação no consumo.

2.3.2 - TUBULAÇÕES

As tubulações são responsáveis pela condução da água sob pressão ao longo da rede de distribuição, garantindo energia à massa de água, atingindo os pontos de consumo com carga suficiente para alcançar pontos de armazenamento local.

Nas redes urbanas a água deve atingir as residências com pressão suficiente para alcançar as caixas d'água suspensas, uniformizando as pressões no consumo. Em algumas situações esta garantia não é possível, como no caso de prédios de apartamentos, de modo que há necessidade de bombeamento local para elevar água às caixas d'água suspensas nas coberturas.

Se considerarmos a condução da água ao longo da tubulação como um sistema conservativo, o total de energia em cada ponto da tubulação deve ser o mesmo, independente da sua posição.

Considerando a energia sob as diferentes formas (**AZEVEDO NETTO e ALVAREZ, 1975**), podemos representar as condições do escoamento por :

$$z + \frac{P}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = cte \quad [1]$$

onde :

- z \Rightarrow representa a cota topográfica de um ponto na tubulação. A cota topográfica é componente da energia potencial neste ponto;
- P \Rightarrow representa a pressão da água na tubulação, de modo que a relação entre a pressão e a densidade da água (γ) corresponde a uma carga ou altura alcançada por esta, caso estivesse em uma coluna vertical. A altura da coluna de água, juntamente com a cota topográfica do ponto, correspondem ao total de energia potencial acumulada na água, neste ponto;
- $\frac{v^2}{2g}$ \Rightarrow representa a energia cinética da água, uma vez que ao longo da tubulação esta apresenta movimento, caracterizado pela velocidade de escoamento.

Em uma situação real as características da energia ao longo da tubulação se alteram em função das perdas no escoamento, provocadas pelo atrito da água com as paredes internas e o atrito na massa de água, em função das características do escoamento, uma vez que este pode se dar de forma laminar ou turbulento. A figura 3 representa as diversas formas de energia presentes ao longo do escoamento em uma tubulação.

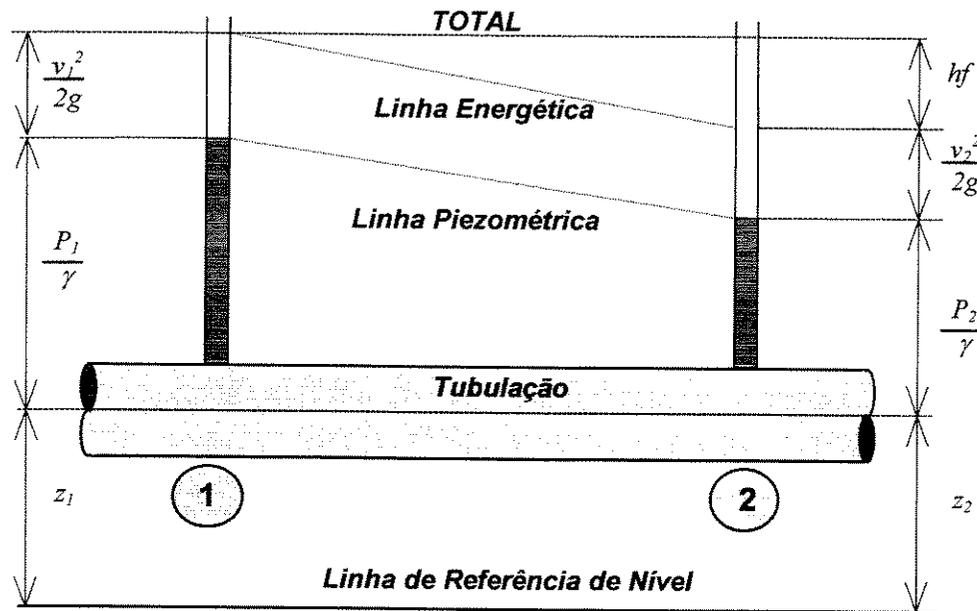


Figura 3 – Representação das diversas formas de energias presentes ao longo de uma tubulação.

Considerando a perda de energia ao longo do escoamento (hf), denominada perda de carga, esta tem relação direta com as características da tubulação e do escoamento, assim, pela observação (AZEVEDO NETTO e ALVAREZ, 1975), podemos dizer que a perda de carga é :

- diretamente proporcional ao comprimento da tubulação;
- inversamente proporcional a uma potência do diâmetro da tubulação;
- função de uma potência da velocidade;

- d) variável com o tipo de material utilizado na tubulação;
- e) independente da posição do tubo e,
- f) independente da pressão interna.

A perda de carga em uma tubulação pode ser representada, então, por uma equação do tipo :

$$hf = k \frac{LV^n}{D^m} \quad [2]$$

sendo :

- $k \Rightarrow$ um coeficiente de conversão de unidades;
- $L \Rightarrow$ o comprimento da tubulação;
- $V \Rightarrow$ a velocidade do escoamento e,
- $D \Rightarrow$ o diâmetro da tubulação.

A multiplicidade de fórmulas para cálculo de escoamento em tubulações é impressionante. **AZEVEDO NETTO e ALVAREZ (1975)** listam uma relação de 40 diferentes fórmulas desde a fórmula de Chézy, apresentada em 1775, até a fórmula de Hazen-Williams, apresentada em 1903.

Das diversas fórmulas apresentadas duas se destacam pelo uso intensivo, que são as fórmulas de Darcy-Weisbach [3], conhecida como fórmula universal e a fórmula de Hazen-Williams [4].

Fórmula de Darcy-Weisbach \Rightarrow $hf = f \frac{L V^2}{D 2g}$ [3]

Fórmula de Hazen-Williams \Rightarrow $hf = K \frac{LV^{1,852}}{D^{1,17}}$ [4]

Embora a equação de Darcy-Weisbach seja considerada mais precisa e, teoricamente mais correta, a determinação do coeficiente de atrito f é trabalhosa pois este depende do tipo de escoamento, sendo determinado mais precisamente através de fórmulas adicionais, a exemplo da fórmula semi-empírica apresentada por Colebrook [5].

$$\text{Fórmula de Colebrook} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{k}{3,7D} + \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right] \quad [5]$$

Neste equação o termo f é dependente de si mesmo e do número de Reynolds, que representa a natureza do escoamento, implicando na sua obtenção somente através de métodos gráficos ou iterativos.

A equação de Hazen-Williams pela sua simplicidade e precisão suficiente é a mais utilizada na prática, embora tenha caráter empírico e apresente algumas distorções, necessitando de uma calibração mais adequada para obtenção do coeficiente de atrito. Na equação [4] o termo K representa uma constante de conversão de unidades e o coeficiente de atrito associado à tubulação.

Na formação da rede de distribuição as tubulações podem ser acopladas de modo a formar uma configuração em rede de duas naturezas, formando uma rede ramificada ou uma rede em malha.

2.3.2.1 - Rede de Distribuição Ramificada

Na configuração em rede ramificada forma-se uma estrutura tipo “raiz”, na qual as tubulações apresentam pontos terminais vedados. Uma das grandes vantagens desta configuração é a facilidade de dimensionamento, uma vez que, conhecido o consumo nos diferentes nós ao longo da tubulação, é conhecida a

vazão que atravessa cada tubulação. Com esta característica o desenho da rede é muito mais simples e fácil de ser determinada a sua dimensão econômica.

Em função destas características, esta é uma configuração típica dos sistemas de irrigação agrícola e de pequenas redes de distribuição urbana, em caso de loteamentos recentes (SANTANA, 1995). A figura 4 representa uma rede de distribuição ramificada.

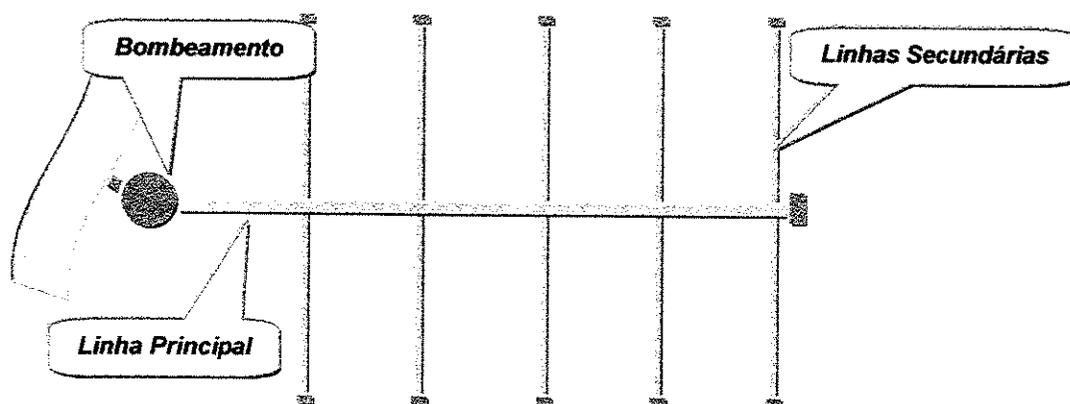


Figura 4 - Esquema representativo de uma rede de distribuição ramificada.

As desvantagens desta configuração estão, essencialmente, nas condições de operação, uma vez que o acúmulo de sedimentos nos pontos extremos, onde as velocidades são nulas, é problemático. Um rompimento na tubulação ou interrupção para reparos, interrompe o fornecimento de todos os nós localizados a jusante desta. Além disto, nos casos de expansão da rede as pressões podem ser insuficientes, necessitando-se um aumento de pressão total da rede para compensá-lo.

2.3.2.2 - Rede de Distribuição em Malha

Na configuração de rede de distribuição malhada as tubulações são conectadas de modo que várias tubulações podem ser ligadas em um mesmo nó.

Destas tubulações a água pode estar chegando de outro nó ou saindo para outro nó, dependendo das diferenças de energia entre estes nós. Pode, ainda, acontecer de a água em um momento estar chegando e em outro estar saindo em uma mesma tubulação, produzindo fluxos de sentidos opostos em função do período do dia e das condições de consumo e pressão. A figura 5 representa uma rede de distribuição malhada.

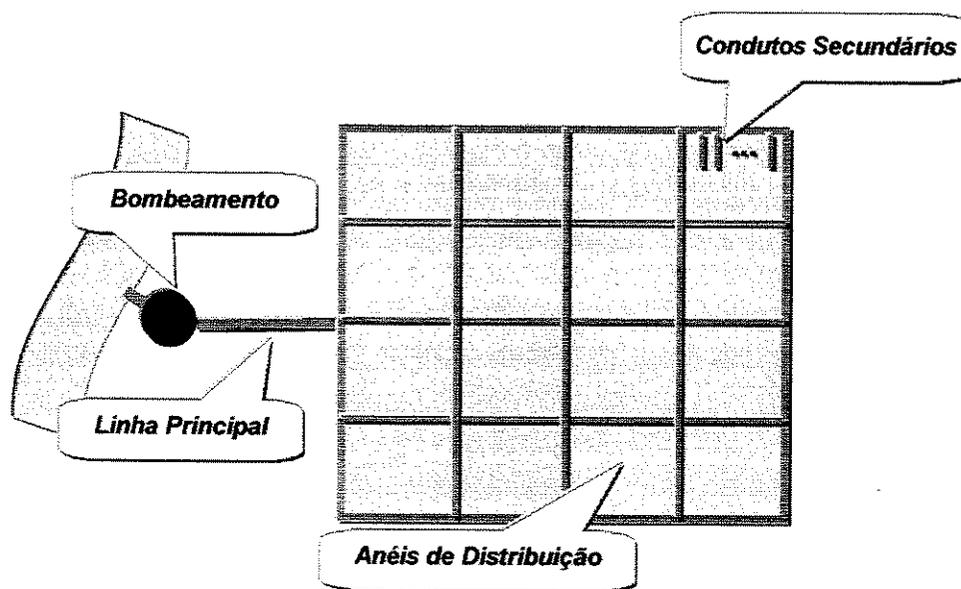


Figura 5 - Esquema representativo de uma rede de distribuição em malha.

Esta configuração é típica dos sistemas urbanos de distribuição mais antigos, apresentando uma série de vantagens. Uma das grandes vantagens desta configuração é a continuidade de abastecimento nos casos de rompimento, falhas ou paradas para manutenção, através dos caminhos alternativos. Outra vantagem é a absorção das grandes variações de consumo sem grandes efeitos adversos, além da vantagem da água caminhar em qualquer direção, mantendo um fluxo contínuo e reduzindo os problemas de sedimentação.

Das grandes desvantagens desta configuração está a maior dificuldade de determinação das vazões nas tubulações, devido à interação entre os diversos

nós, através de diversas tubulações. Outra desvantagem é o maior custo decorrente de um maior número de tubulações e conexões para um mesmo número de nós, em relação a uma rede ramificada.

2.3.3 - RESERVATÓRIOS DE DISTRIBUIÇÃO

Os reservatórios de distribuição têm várias funções na rede de distribuição da água, que são :

- a) compensar as variações de vazão de consumo da rede ao longo do dia;
- b) fornecer água para manutenção do abastecimento em casos de falha de bombeamento ou manutenção preventiva;
- c) garantir reserva de água para combate a incêndios;
- d) manter pressões adequadas nos nós de consumo da rede.

Em função das condições topográficas, os reservatórios de distribuição podem ser enterrados, quando localizados em terrenos de cota mais elevada do que os pontos de consumo da rede ou, apoiados sobre o terreno. Quando apoiados devem garantir uma cota para o nível da água superior à rede de distribuição. Para isto, podem ser construídos sobre torres, de modo a ficar elevados acima do solo ou construídos de forma alongada, apoiados sobre o solo, garantindo altura elevada para o nível da água.

Outra combinação possível é a utilização de um reservatório elevado juntamente com um reservatório apoiado, garantindo grande volume de armazenamento no reservatório apoiado e pressões mais elevadas do reservatório elevado, com menor custo de bombeamento.

Como já foi dito anteriormente, a sua localização pode se dar antes da rede de distribuição, como reservatórios de montante, figura 6. Neste caso, a

pressão na rede se mantém sob suas influências diretas. Os reservatórios podem ser localizados, ainda, após a rede de distribuição, próximos aos pontos mais distantes ou próximos a uma região crítica da rede, figura 7. Nestes pontos críticos as pressões adequadas só seriam possíveis sacrificando as estações de bombeamento, superdimensionando as pressões no início da rede, nos nós próximos ao bombeamento, o que não é recomendável, dados os limites de pressão máxima operacional e de segurança nas tubulações.

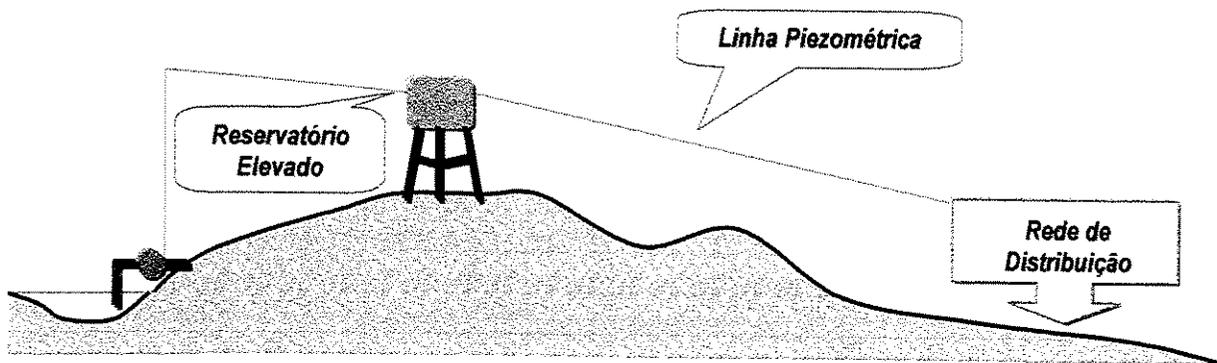


Figura 6 - Esquema de rede com reservatório de distribuição a montante (antes da rede de distribuição).

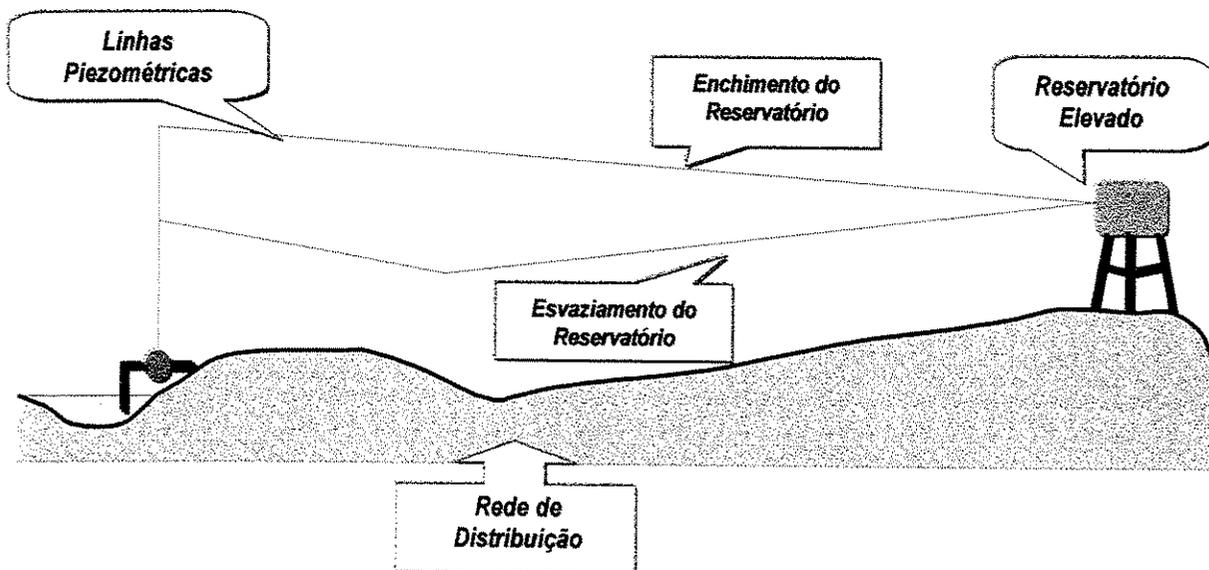


Figura 7 - Esquema de rede com reservatório de distribuição a jusante (depois da rede de distribuição).

2.3.4 - ESTAÇÕES ELEVATÓRIAS DE PRESSÃO (BOOSTER'S)

Uma rede de distribuição apresenta na sua configuração estruturas que formam sub-redes locais de distribuição. Na operação da rede, em função da distribuição topográfica, a pressão adequada em nós mais elevados e regiões mais distantes, para ser atingida necessita de um superdimensionamento na estação de abastecimento. Para contornar, são colocadas estações de bombeamento intermediárias, de modo a garantir as pressões adequadas nestes pontos críticos sem necessidade de sacrifício das estações de abastecimento principais e, conseqüentemente, pressões muito elevadas nos nós próximos a estas.

As estações de bombeamento intermediárias têm o objetivo, então, de elevar as pressões na tubulação em que estiverem localizadas, de modo que a jusante destas a pressão final seja obtida pela pressão de entrada mais o ganho de pressão fornecido pelas bombas. Estas estações são conhecidas como booster's e seu uso é similar ao uso em vários problemas de engenharia, como transmissão de sinal de rádio, onde pode-se utilizar uma estrutura tipo booster para elevação de sinal.

2.3.5 - VÁLVULAS DE CONTROLE DE VAZÃO

Na operação de uma rede de distribuição várias são as decisões ao longo do período de operação. Em casos de pane ou rompimento na rede, as válvulas são elementos essenciais para garantir a normalidade, interrompendo o fluxo para a região do rompimento ou desviando para outros caminhos que garantam o abastecimento, mesmo que precário, durante os reparos. Além disto, as válvulas localizadas nas estações de bombeamento servem para o gerenciamento das diferentes combinações de bombas em operação simultânea.

Nas redes que possuem reservatórios de distribuição a presença das válvulas é fundamental para garantir a operação adequada destes reservatórios, uma vez que a interferência do nível da água nos reservatórios sobre a rede é decisiva na garantia das pressões adequadas.

O regime de liberação dos reservatórios de modo a garantir o ciclo de operação diário, de esvaziamento e enchimento, depende da operação de válvulas de controle na ligação com estes reservatórios.

CAPÍTULO III

REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA

3.1 - Considerações Iniciais

Na representação matemática da otimização de um sistema de abastecimento de água é necessário construir uma função de custo envolvendo todos os componentes da rede. Nos custos envolvidos devem ser incluídos os custos de investimento, associados à instalação de uma nova rede ou ampliação de uma rede já existente, assim como todos os custos de operação e manutenção ao longo de um horizonte de tempo, associados à vida do sistema.

Aspectos como a segurança dos sistemas de abastecimento de água, no sentido de satisfazer ao atendimento da demanda e das condições de operação sem falhas, podem ser incluídos no objetivo em um sistema de otimização (LANSEY et al., 1989).

Uma análise voltada para a instalação dos componentes deve levar em consideração diferentes horizontes de consumo, de modo que a rede projetada se adapte a diversas situações. Os horizontes de consumo podem caracterizar o consumo correspondente às diferentes estações do ano, diferentes meses, diferentes dias da semana ou, uma situação específica, como um dia de pico ou uma situação de emergência, tipo um incêndio.

Para aplicação do modelo de otimização diversas restrições devem ser impostas de modo a adequar a rede às situações de operação, formando um modelo de otimização complexo a ser solucionado.

3.2 - Função de Custo

Na composição de uma função de custo devem ser modelados todos os componentes da rede de modo a contemplar a variação do custo de um componente em função da sua dimensão. No que se refere aos custos de operação e manutenção, devido às dificuldades de modelamento dos custos de manutenção e devido à diferença de ordem de grandeza, é comum a utilização somente dos custos de energia. Cabe lembrar a necessidade de considerar os custos de energia em termos de valores presentes.

3.2.1 - CUSTOS DE INVESTIMENTO

3.2.1.1 - Custo das Tubulações

A representação do custo das tubulações deve envolver os parâmetros associados aos custos de aquisição e instalação das tubulações, característicos da região em que serão instaladas e do tipo de material utilizado na sua construção. O custo de uma tubulação é função do diâmetro interno desta tubulação (d) e do seu comprimento (L), variando, em geral, de forma não linear em relação ao diâmetro, representando um custo por unidade de comprimento. Desta forma, varia linearmente em relação ao comprimento da tubulação. Pode ser representado genericamente pela equação :

$$CT = \sum_{j=1}^{NT} f(D_j, L_j) \quad [6]$$

3.2.1.2 – Custo das Estações Elevatórias de Bombeamento

Uma estação de bombeamento é uma estrutura composta de uma conjunto de bombas operando em paralelo, em série ou em ambas as configurações, além de toda a estrutura física e acessórios, como tubulações de acoplamento e válvulas de controle. A representação do custo das estações de bombeamento deve envolver todos os custos de aquisição e instalação. O custo está associado ao número de bombas e à potência de cada bomba, podendo ser representado por uma função dependente da potência total da estação (PE). A relação de dependência tem comportamento, em geral, não linear e pode ser representada genericamente da seguinte forma :

$$CE = \sum_{i=1}^{NE} f(PE_i) \quad [7]$$

3.2.1.3 – Custo dos Reservatórios

Os reservatórios considerados em uma rede de distribuição são reservatórios de regularização de abastecimento. Estão localizados estrategicamente em cotas mais elevadas de modo a garantir pressões adequadas à rede. Seu custo de instalação está associado ao volume do reservatório (VR), podendo incorporar ainda o custo associado à cota de elevação (HR). A relação de dependência é em geral não linear, podendo ser representada genericamente por :

$$CR = \sum_{i=1}^{NR} f(VR_i, HR_i) \quad [8]$$

3.2.1.4 – Custo das Estações Booster

Uma estação de bombeamento tipo booster é uma estrutura instalada em uma tubulação de modo a aumentar a energia da massa de água, buscando

atingir pontos mais elevados ou mais distantes na rede. A representação do custo das estações tipo booster deve envolver todos os custos de aquisição e instalação. O custo está associado à potência da estação (PB), cujo comportamento, em geral, é não linear e representado por :

$$CB = \sum_{j=1}^{NB} f(PB_j) \quad [9]$$

3.2.1.5 – Custo das Válvulas Reguladoras de Pressão

As válvulas reguladoras de pressão são instaladas nas tubulações de modo que sua dimensão está diretamente associada ao diâmetro da tubulação onde está instalada. Desta forma, a representação do custo das válvulas pode ser expressa por uma função dependente do diâmetro da válvula (dv), representado por :

$$CV = \sum_{j=1}^{NV} f(Dv_j) \quad [10]$$

3.2.2 – CUSTOS DE OPERAÇÃO

3.2.2.1 – Custo de Energia nas Estações Elevatórias de Bombeamento

Na representação dos custos de energia de bombeamento nas estações elevatórias devem ser considerados o número de estações (NE), todos os horizontes de consumo (NH) e todos os intervalos de tempo (NP), de modo que o custo será função da potência de operação da estação (Pe) e do custo de energia unitário (En), cuja representação genérica pode ser da forma :

$$CEE = \sum_{i=1}^{NE} \sum_{l=1}^{NH} \sum_{k=1}^{NP} f(Pe_{i,l,k}, En_{l,k}) \quad [11]$$

3.2.2.2 – Custo de Energia nas Estações Booster

Para os custos de energia de bombeamento nas estações booster devem ser considerados o número de estações (NB), todos os horizontes de consumo (NH) e todos os intervalos de tempo (NP), de modo que o custo será função da potência de operação da estação (Pb) e do custo de energia unitário (En), representado genericamente por :

$$CEB = \sum_{j=1}^{NB} \sum_{l=1}^{NH} \sum_{k=1}^{NP} f(Pb_{j,l,k}, En_{l,k}) \quad [12]$$

3.3 – Restrições

Para modelar um sistema de abastecimento de água é necessário que todas as condições de operação do sistema sejam garantidas. A inclusão de restrições em um modelo de otimização garante a satisfação das condições de operação. Para isto, a escolha adequada das restrições é fundamental.

3.3.1 – EQUILÍBRIO HIDRÁULICO DA REDE

A representação das condições de equilíbrio hidráulico da rede é feita através de um conjunto de equações simultâneas não lineares. Esta representação pode ser feita pelo conjunto de equações de conservação de massa para cada nó, ou pelo conjunto de equações de conservação de energia para cada laço da rede (SHAMIR, 1974).

Na representação das condições de equilíbrio pelo uso das equações de conservação de energia, a diferença de pressão entre os nós que forma um laço deve ser nula. Representando para todos os laços da rede teremos um sistema de equações não lineares.

Considerando as facilidades decorrentes da representação pela conservação de massa, optamos por estabelecer esta representação. As equações de conservação de massa estabelecem, para cada nó, a igualdade entre as vazões de entrada e saída nas tubulações que tenham origem ou destino no nó (q). Neste elenco de vazões encontra-se também o consumo do nó (Q). As vazões de entrada são representadas com sinal negativo e as vazões de saída com sinal positivo. O conjunto de restrições associado a cada nó i , cada horizonte de análise l e cada intervalo de tempo k , pode ser representado por :

$$\left[\sum_{j \in \Psi_i} q_{j,l,k} - Q_{i,l,k} = 0 \right]_{i,l,k} \quad i = 1, NN; l = 1, NH; k = 1, NP \quad [13]$$

onde Ψ_i corresponde ao conjunto de índices das tubulações que tenham origem ou destino no nó i .

3.3.2 – PRESSÕES LIMITE NOS NÓS

Durante a operação de uma rede devem ser satisfeitas as pressões mínimas em cada nó (h_{min}), a fim de que a água alcance pontos de armazenamento local. Além disto, devem ser estabelecidas pressões máximas (h_{max}) relacionadas à segurança das tubulações e dispositivos de controle local. Assim, as limitações de pressão associadas a cada nó i , cada horizonte de análise l e cada intervalo de tempo k , podem ser representadas por :

$$\left[h_{\min i} \leq h_{i,l,k} \leq h_{\max i} \right]_{i,l,k} \quad i = 1, NN; l = 1, NH; k = 1, NP \quad [14]$$

3.3.3 – VELOCIDADES LIMITE NAS TUBULAÇÕES

Nas tubulações o fluxo de água pode apresentar problemas de sedimentação, quando as velocidades são muito baixas (v_{min}), assim como problemas de erosão e perdas de carga elevadas quando as velocidades são muito elevadas (v_{max}). Por questões de segurança são estabelecidos limites de operação nas velocidades. Assim, as restrições sobre as velocidades de escoamento associadas a cada tubulação j , cada horizonte de análise l e cada intervalo de tempo k , podem ser representadas por :

$$\left[v_{\min j} \leq v_{j,l,k} \leq v_{\max j} \right]_{j,l,k} \quad j = 1, NT; l = 1, NH; k = 1, NP \quad [15]$$

3.3.4 – NÍVEIS LIMITE NOS RESERVATÓRIOS

Durante a operação de uma rede com reservatórios de regularização, o manejo ideal deve provocar a redução do nível destes reservatórios durante os períodos de maior consumo e aumento do nível durante os períodos de menor consumo. Desta forma, devem existir limitações de operação para evitar que o nível caia abaixo de um volume estratégico (Hr_{min}) ou aumente acima da capacidade máxima do reservatório (Hr_{max}). Desta forma, as limitações de nível da água associadas a cada reservatório i , cada horizonte de análise l e cada intervalo de tempo k , podem ser representadas por :

$$\left[Hr_{\min i} \leq Hr_{i,l,k} \leq Hr_{\max i} \right]_{i,l,k} \quad i = 1, NR; l = 1, NH; k = 1, NP \quad [16]$$

3.3.5 – REGIME DE OPERAÇÃO DOS RESERVATÓRIOS

O nível da água nos reservatórios será dado pelo nível de água inicial e pela vazão de liberação a cada intervalo de tempo. O nível da água no final de um dado intervalo será obtido por :

$$\left[Hr_{i,l,k+1} = Hr_{i,l,k} - Kr_i Qr_{i,l,k} \right]_{i,l,k} \quad i = 1, NR; l = 1, NH; k = 1, NP \quad [17]$$

sendo Hr o nível de água no reservatório, Qr a vazão de liberação do reservatório e Kr uma constante característica das dimensões e forma do reservatório.

De modo a garantir um ciclo de renovação diário, os reservatórios devem iniciar o dia com um determinado volume e retornar ao final do dia com este mesmo volume. Esta restrição pode ser incorporada de duas formas. Uma das formas é garantir que o total de vazões entrando e saindo do reservatório ao longo do dia seja nulo, de modo que o total de entradas se iguale ao total de saídas. Desta forma, para cada reservatório i e cada horizonte de análise l , teremos :

$$\left[\sum_{k=1}^{NP} Qr_{i,l,k} = 0 \right]_{i,l} \quad i = 1, NR; l = 1, NH \quad [18]$$

A outra forma é garantir que o nível de água ao final do dia seja igual ao nível do início do dia, por exemplo considerando o reservatório cheio no início e no final do dia. Desta forma, para cada reservatório i e cada horizonte de análise l , teremos :

$$\left[Hr_{i,l,NP} = Hr_{i,l,0} = Hr_{\max i} \right]_{i,l} \quad i = 1, NR; l = 1, NH \quad [19]$$

3.3.6 – POTÊNCIAS LIMITE NAS ESTAÇÕES DE BOMBEAMENTO

Considerando a situação em que já exista uma estação de bombeamento, durante a sua operação devem ser estabelecidas restrições de potência máxima instalada (PE) e potência mínima (Pe_{min}) uma vez que os custos ótimos podem ser alcançados por potências de operação negativas, matematicamente possíveis porém fisicamente impossíveis. As restrições de potência ficam associadas a cada elevatória i , cada horizonte de análise l e cada intervalo de tempo k , representadas por :

$$\left[Pe_{\min i} \leq Pe_{i,l,k} \leq PE_i \right]_{i,l,k} \quad i = 1, NE; l = 1, NH; k = 1, NP \quad [20]$$

3.3.7 – POTÊNCIAS LIMITE NAS ESTAÇÕES TIPO BOOSTER

As mesmas condições referentes à existência das estações elevatórias de bombeamento se aplicam às estações tipo booster, ficando as restrições associadas a cada booster j , cada horizonte de análise l e cada intervalo de tempo k , representadas por :

$$\left[Pb_{\min j} \leq Pb_{j,l,k} \leq PB_j \right]_{j,l,k} \quad j = 1, NB; l = 1, NH; k = 1, NP \quad [21]$$

3.3.8 – CAPACIDADES LIMITE DE BOMBEAMENTO

Considerando as características da fonte de abastecimento, existe uma capacidade máxima de abastecimento (Qe_{max}), assim como deve ser estabelecida uma capacidade mínima (Qe_{min}), uma vez que podem ser alcançadas condições de otimização com bombeamento negativo. Assim, para cada elevatória i , cada horizonte de análise l e cada intervalo de tempo k , teremos :

$$\left[Qe_{\min i} \leq Qe_{i,l,k} \leq Qe_{\max i} \right]_{i,l,k} \quad i = 1, NE; l = 1, NH; k = 1, NP \quad [22]$$

3.3.9 – ADEQUAÇÃO DOS DIÂMETROS À OFERTA DE MERCADO

Como a oferta de diâmetros de tubulações se restringe a um conjunto de diâmetros comerciais, os diâmetros das tubulações obtidos devem pertencer obrigatoriamente a um conjunto de diâmetros discreto (**D**). Assim, para cada tubulação j , teremos :

$$\left[D_j \in \mathbf{D} \right]_j \quad j = 1, NT \quad [23]$$

3.4 – Modelo de Otimização da Rede

Um modelo de otimização visando o dimensionamento da rede deve contemplar todos os custos de operação e manutenção, assim como garantir todas as condições de operação da rede. Diante das representações de custo e restrições apresentadas anteriormente, podemos representar um modelo de otimização pelo conjunto de equações apresentado na figura 8.

3.5 – Modelo de Otimização da Operação da Rede

Para um modelo que vise a otimização da operação da rede, não é necessário incluir vários horizontes de análise, uma vez que o modelo poderá avaliar cada horizonte isoladamente. A função de custo deverá considerar os custos de energia e as restrições são aquelas destinadas a garantir as condições de

operação. Um modelo desta natureza pode ser representado pelo conjunto de equações apresentado na figura 9.

$$\begin{aligned}
 \text{Min}F &= \sum_{j=1}^{NT} f(D_j, L_j) + \sum_{i=1}^{NE} f(PE_i) + \sum_{i=1}^{NR} f(VR_i, HR_i) + \sum_{j=1}^{NB} f(PB_j) + \sum_{j=1}^{NV} f(Dv_j) + \\
 &+ \sum_{i=1}^{NE} \sum_{l=1}^{NH} \sum_{k=1}^{NP} f(Pe_{i,l,k}, En_{l,k}) + \sum_{j=1}^{NB} \sum_{l=1}^{NH} \sum_{k=1}^{NP} f(Pb_{j,l,k}, En_{l,k})
 \end{aligned}$$

s.a.

$$\left[\sum_{j \in \Psi_i} q_{j,l,k} - Q_{i,l,k} = 0 \right]_{i,l,k} \quad i = 1, NR; l = 1, NH; k = 1, NP$$

$$\left[h_{\min i} \leq h_{i,l,k} \leq h_{\max i} \right]_{i,l,k} \quad i = 1, NR; l = 1, NH; k = 1, NP$$

$$\left[v_{\min j} \leq v_{j,l,k} \leq v_{\max j} \right]_{j,l,k} \quad j = 1, NT; l = 1, NH; k = 1, NP$$

$$\left[Hr_{i,l,k+1} = Hr_{i,l,k} - Kr_i Q_{i,l,k} \right]_{i,l,k} \quad i = 1, NR; l = 1, NH; k = 1, NP$$

$$\left[Hr_{\min i} \leq Hr_{i,l,k} \leq Hr_{\max i} \right]_{i,l,k} \quad i = 1, NR; l = 1, NH; k = 1, NP$$

$$\left[Hr_{i,l,NP} = Hr_{i,l,0} = Hr_{\max i} \right]_{i,l} \quad i = 1, NR; l = 1, NH$$

$$\left[Pe_{\min i} \leq Pe_{i,l,k} \leq PE_i \right]_{i,l,k} \quad i = 1, NE; l = 1, NH; k = 1, NP$$

$$\left[Qe_{\min i} \leq Qe_{i,l,k} \leq Qe_{\max i} \right]_{i,l,k} \quad i = 1, NE; l = 1, NH; k = 1, NP$$

$$\left[Pb_{\min j} \leq Pb_{j,l,k} \leq PB_j \right]_{j,l,k} \quad j = 1, NB; l = 1, NH; k = 1, NP$$

$$\left[D_j \in \mathbf{D} \right]_{j,l,k} \quad j = 1, NT$$

Figura 8 – Conjunto de equações representativo de um modelo matemático para otimização de investimento e operação de uma rede de abastecimento de água.

$$\text{Min } F = \sum_{i=1}^{NE} \sum_{k=1}^{NP} f(Pe_{i,k}, En_k) + \sum_{j=1}^{NB} \sum_{k=1}^{NP} f(Pb_{j,k}, En_k)$$

s.a.

$$\left[\sum_{j \in \Psi_i} q_{j,k} - Q_{i,k} = 0 \right]_{i,k} \quad i = 1, NN; k = 1, NP$$

$$\left[h_{\min i} \leq h_{i,k} \leq h_{\max i} \right]_{i,k} \quad i = 1, NN; k = 1, NP$$

$$\left[v_{\min j} \leq v_{j,k} \leq v_{\max j} \right]_{j,k} \quad j = 1, NT; k = 1, NP$$

$$\left[Hr_{i,k+1} = Hr_{i,k} - Kr_{i,k} Q_{i,k} \right]_{i,k} \quad i = 1, NR; k = 1, NP$$

$$\left[Hr_{\min i} \leq Hr_{i,k} \leq Hr_{\max i} \right]_{i,k} \quad i = 1, NR; k = 1, NP$$

$$\left[Hr_{i,NP} = Hr_{i,0} = Hr_{\max i} \right]_{i,k} \quad i = 1, NR$$

$$\left[Pe_{\min i} \leq Pe_{i,k} \leq PE_i \right]_{i,k} \quad i = 1, NE; k = 1, NP$$

$$\left[Qe_{\min i} \leq Qe_{i,k} \leq Qe_{\max i} \right]_{i,k} \quad i = 1, NE; k = 1, NP$$

$$\left[Pb_{\min j} \leq Pb_{j,k} \leq PB_j \right]_{j,k} \quad j = 1, NB; k = 1, NP$$

Figura 9 – Conjunto de equações representativo de um modelo matemático para otimização da operação de uma rede de abastecimento de água.

CAPÍTULO IV

A PESQUISA NA ÁREA

4.1 - Visão Histórica

A preocupação com o dimensionamento econômico de sistemas de abastecimento de água remonta à década de quarenta, onde o processo de urbanização se tornou mais acelerado (**CAMP**, 1939; **LISCHER**, 1948).

Na década de sessenta iniciaram-se as aplicações mais abrangentes, principalmente com a utilização das técnicas de otimização, quando já estavam se consolidando os recursos computacionais. Durante esta década foram lançadas as principais idéias sobre a simulação e otimização no dimensionamento das redes de abastecimento de água (**PITCHAI**, 1966; **SMITH**, 1966; **SHAMIR e HOWARD**, 1968; **JACOBY**, 1968; **KARMELI et al.**, 1968 entre outros).

Na década de setenta floresceram soluções mais fundamentadas com a sedimentação das técnicas de otimização matemática, baseadas no uso da programação linear, da programação não linear e da programação dinâmica, além do uso de soluções heurísticas (**EPP e FOWLER**, 1970; **WOOD e CHARLES**, 1972; **LAM**, 1973; **SHAMIR**, 1974; **RASMUSEN**, 1976; **ALPEROVITS e SHAMIR**, 1977 entre outros).

A década de oitenta foi caracterizada pela consolidação das metodologias, buscando-se aplicações voltadas para a prática em projetos de maior vulto e em situação mais realistas (QUINDRY et al., 1981; MORGAN e GOULTER, 1985; FUJIWARA et al., 1987; LANSEY e MAYS, 1989b, entre outros).

YATES et al. (1984) desenvolveram uma análise sobre a complexidade computacional na minimização dos custos de uma rede de abastecimento de água, concluindo que este é um problema NP-complexo. Uma das conclusões é de que existem situações em particular, dependendo das condições físicas e dos dados de entrada utilizados, em que é difícil encontrar a solução através de um algoritmo específico.

Um evento que marcou a pesquisa na área foi a conferência intitulada "**Computer in Water Resources**", realizada em Nova Iorque, em junho de 1985. Nesta conferência uma série de seções denominadas "**The Battle of the Network Models**" foram apresentadas, onde diversos grupos de pesquisa apresentaram suas soluções para uma rede hipotética, previamente divulgada. Uma análise dos resultados foi apresentada por WALSKI et al. (1987).

A década de noventa tem se caracterizado pela sofisticação dos algoritmos na busca da consolidação teórica e provas para as soluções adotadas, não se caracterizando, no entanto, pelo surgimento de soluções práticas finais (GOULTER, 1992).

Um importante direcionamento ocorrido ao longo dos últimos anos tem sido a depuração da solução para o problema isolado de operação da rede de abastecimento de água (ORMSBEE e LANSEY, 1994). Esta mudança decorre do fato de que as soluções de dimensionamento passam, obrigatoriamente, pela avaliação da operação da rede, aumentando em muito a complexidade dos

algoritmos quando se busca uma solução mais sofisticada. Nos primeiros trabalhos de dimensionamento a operação adequada da rede, em geral, era subentendida, ou seja, resolvida a posteriori.

Uma análise mais profunda dos avanços da pesquisa na área deve passar pela análise das principais etapas e metodologias adotadas ao longo do tempo. Desta forma, iremos analisar inicialmente a pesquisa no desenvolvimento de metodologias para simulação do estado de uma rede de abastecimento de água, para depois analisar o uso das técnicas para otimização na busca do dimensionamento e na operação.

4.2 - Simulação do Estado de uma Rede de Abastecimento de Água

Por estado da rede de abastecimento de água entende-se os fluxos nas tubulações e pressões nos nós, decorrentes de uma proposta de operação específica. Na determinação deste estado pode-se avaliar se uma proposta, tanto de dimensões da rede, como de regime de operação, produz condições aceitáveis ao consumo, fluxos e pressões adequadas.

ORMSBEE e LANSEY (1994) fizeram uma análise retrospectiva sobre o controle ótimo em redes de abastecimento de água que utilizam bombeamento. Em sua análise destacaram os diferentes modelos para simulação de uma rede hidráulica, classificando-os como modelos de balanço de massa, modelos de regressão, modelos hidráulicos simplificados e modelos hidráulicos complexos.

Os modelos de balanço de massa, descritos pelos autores, são modelos simplistas, uma vez que a contribuição entre as estações de bombeamento e os reservatórios é estabelecida externamente, baseando-se em critérios de regressão linear e observação do comportamento de uma rede em particular, sob

condições específicas.

Os modelos de regressão podem ser obtidos pela execução intensiva de um modelo de simulação para diferentes níveis em um reservatório e diferentes condições de abastecimento ou, através da análise de uma base de dados sobre a rede, relacionando as pressões e vazões de bombeamento, os níveis nos reservatórios e os consumos na rede.

Nos modelos hidráulicos simplificados a estrutura da rede é representada por estruturas semelhantes que possam ser equacionadas, matematicamente, por relações lineares.

Os modelos hidráulicos complexos procuram preservar todas as características de não linearidade das relações. Diferentemente dos tipos de modelos anteriores, os modelos hidráulicos complexos não são específicos de uma rede ou situação particular mas, se adaptam a qualquer rede e qualquer situação. Existem várias formas de representar uma rede de abastecimento de água, sendo as principais, a representação através da conservação de massa em cada nó e a conservação de energia ao longo dos laços da rede.

A análise de uma rede de tubulações foi sistematizada, inicialmente, por **CROSS** (1936). O método desenvolvido pelo autor tornou-se clássico e conhecido como método de **HARDY-CROSS**, sendo utilizado até hoje. O método de Hardy-Cross foi desenvolvido para o cálculo de redes em malha, baseando-se em tentativas de ajustamento, partindo de uma proposta de vazões inicial, tentando equilibrar as malhas da rede.

Vários autores introduziram a determinação das vazões e pressões na rede através da solução de um sistema de equações não lineares (**SHAMIR e HOWARD**, 1968; **EPP e FOWLER**, 1970; **WOOD e CHARLES**, 1972).

SHAMIR (1974) fez uma discussão das publicações existentes e analisou a solução do equilíbrio da rede pelo método de Newton-Rapshon. Para a otimização do dimensionamento, adotou o método de gradiente reduzido, com uso da penalização para algumas restrições. No que se refere ao equilíbrio da rede, **SHAMIR** (1974) discutiu as vantagens da utilização de modelos matemáticos e fez uma retrospectiva rápida das soluções simplificadoras, reportando-se a seu trabalho anterior, no qual avaliou em mais detalhes. A representação do estado da rede de distribuição de água é feita através de um conjunto de equações algébricas não lineares e simultâneas. O autor ressaltou a possibilidade de diversos modos para construção do modelo, destacando como os mais comuns a representação pelas **equações dos nós**, isto é, o conjunto de equações de conservação de massa para os nós e a representação pelas **equações dos laços**, isto é, o conjunto de equações de conservação de energia para os laços da rede.

O autor utilizou neste trabalho o conjunto de equações de conservação de massa, representando para cada nó o balanço de vazões de entrada e saída. Na utilização do método de Newton-Rapson é necessário construir a matriz **Jacobiano**, composta pelas derivadas parciais das equações de restrição em relação às variáveis de decisão, no caso, os níveis piezométricos dos nós. O autor avaliou a característica de esparsidade desta matriz, exemplificando o caso de uma rede de 100 nós que apresenta apenas 5 % de elementos não nulos. Para resolver o sistema, o autor propôs a utilização da decomposição LU, produzindo duas matrizes triangulares, uma com termos não nulos inferiores e a outra com termos não nulos superiores, com atualização do Jacobiano a cada certo número de iterações, reduzindo o esforço computacional.

COLLINS et al. (1978) avaliaram a utilização de vários métodos de otimização de funções não lineares para o modelamento da rede, com a introdução de nós artificiais ligados aos nós originais. Com isto, foi criada uma função contendo o fluxo dos nós reais para os nós artificiais, a ser minimizada. O modelo

apresentado, tem como restrições as equações de equilíbrio de massa nos nós e equilíbrio de pressões nos laços da rede. Os autores utilizaram como algoritmo de otimização o algoritmo de Frank-Wolfe, um algoritmo de linearização por partes, o Simplex Convexo e o método de Newton-Rapshon. O método de Newton-Rapshon se diferencia dos demais por não necessitar de uma função objetivo específica a ser minimizada, já que é um método clássico para solução de sistemas de equações não lineares, formado no caso, pelas restrições de equilíbrio da rede.

RIOS et al. (1983) implementaram um modelo para simulação do estado de uma rede de abastecimento de água, incluindo diversos componentes e suas características hidráulicas. Em seu modelo utilizaram o algoritmo de Newton-Rapshon com a adoção de um fator de correção para convergência, não justificando adequadamente a necessidade deste fator. O modelo proposto analisa somente um momento estático da rede, não se adequando a análise de oscilação de demanda e de abastecimento. A evolução deste modelo foi implementada na Companhia Estadual de Águas e Esgoto – CEDAE, no Estado do Rio de Janeiro.

LANSEY e MAYS (1989a) apresentaram uma comparação entre os diversos modelamentos para simulação de uma rede de abastecimento de água. Avaliaram a proposta de teoria linear aplicada no modelo KPYPE, da Universidade de Kentucky, o método de Newton-Rapshon usando as equações dos nós em vez das equações dos laços, utilizada no modelo KPYPE e o método de Hardy-Cross. Os autores ressaltaram a vantagem da utilização das equações dos nós sobre as equações dos laços. Discutiram as vantagens da utilização de cada modelo principalmente em relação à facilidade de operação.

4.3 - Otimização da Rede de Abastecimento de Água

A preocupação com a otimização de sistemas de abastecimento de

água vem despertando a atenção dos pesquisadores intensamente pelos últimos trinta anos. Os primeiros trabalhos introduziram as técnicas de otimização na determinação do estado de uma rede de abastecimento de água. Logo surgiram os primeiros trabalhos visando a minimização dos custos de instalação. Alguns autores partiram para soluções simplificadoras, considerando somente os diâmetros das tubulações, sendo os demais componentes da rede incluídos gradativamente.

Podemos enquadrar, a grosso modo, a pesquisa de otimização de uma rede de abastecimento de água pelo uso de heurísticas, pelo uso da programação linear e pelo uso da programação não linear. Além desta divisão, podemos diferenciar o esforço voltado para o dimensionamento e a operação como um todo, negligenciando, no geral, a otimização da operação com mais detalhes e o esforço voltado exclusivamente para a otimização da operação de uma rede.

4.3.1 - DIMENSIONAMENTO DA REDE

4.3.1.1 - Uso de Heurísticas

Considerando-se a natureza particular dos problemas, o uso de heurísticas para decisão tem sido uma técnica muito usada em vários problemas de engenharia. No caso particular das redes de abastecimento de água e considerando-se a disponibilidade de ferramentas matemáticas e computacionais, esta técnica tem tido pouco uso.

LAM (1973) abordou a questão do termo minimização como um termo relativo, uma vez que depende do tipo de função objetivo adotada, podendo ser uma estratégia particular de uma empresa de saneamento. Analisou a função objetivo para o dimensionamento de uma rede nova ou para expansão, envolvendo os diâmetros das tubulações, como sendo uma função descontínua, aproximada por uma função contínua. Considerando a direção contrária do gradiente como a direção de melhora da função objetivo, estabeleceu uma aproximação para a função e uma

heurística para determinação do ângulo formado entre a inversa do gradiente e a função de interpolação. Dividindo o intervalo de zero a noventa graus em trechos de trinta graus, decide a modificação dos diâmetros, resolvendo o equilíbrio da rede através de um método modificado de Newton-Raphson.

RASMUSEN (1976) fez uma análise das principais linhas de pesquisa até então, envolvendo o conceito de diâmetro equivalente, uso da programação linear e dinâmica para redes ramificadas e as primeiras tentativas para resolver as redes malhadas. Fez uma observação interessante quanto à estratégia de arredondamento dos diâmetros a partir de uma solução descontínua, não justificando todo o trabalho de elaboração matemática através das técnicas de otimização.

O autor propôs uma técnica de otimização heurística. Considerou intuitivamente, que a redução nos custos de energia pode estar associada somente à redução das perdas de carga de um ou mais trechos até o nó considerado crítico, aquele que deverá assumir a pressão mínima. O ganho de pressão no final dos trechos não críticos, produz um potencial para reduzir os investimento em tubulações. A decisão de mudança de diâmetros, depende dos retornos marginais nos custos de tubulação e energia. Baseado nisto, o autor estabeleceu equações de custo marginal, partindo para uma das possíveis decisões, reduzir o diâmetro para um valor comercial menor e mais próximo, não modificar, ou incrementar para um diâmetro maior e mais próximo.

Em seu trabalho, **CENEDESE e MELE** (1977) utilizaram uma função de custo de diâmetros exponencial. Das equações de perda de carga em cada tubulação separaram o diâmetro, substituindo-o na função objetivo. Com isto, a função objetivo passou a ser função da vazão e das perdas de carga nas tubulações. Avaliando o formato da função de custo em relação à vazão, mostraram que esta apresenta dois trechos, um linear e outro côncavo. Já a variação da função

de custo em relação aos níveis piezométricos, esta é convexa. Avaliando melhor a função de custo em relação à vazão, concluíram que a região côncava, apresenta na realidade descontinuidades, à medida que um laço da rede é eliminado. Através de uma heurística o melhor valor de vazão ao longo de um laço pode ser analisado, de modo a obter o menor valor para a função de custo. O método foi utilizado para um único valor de diâmetro para cada tubulação entre dois nós da rede.

Avaliando as características de não convexidade dos problemas de otimização no dimensionamento de redes de distribuição de água, **LOGANATHAN et al. (1995)** apresentaram duas estratégias heurísticas para avaliação de ótimo global. A primeira estabelece um conjunto de pontos de partida, avaliando o resultado a cada ponto, guardando sempre a melhor solução. Este método é denominado MULTISTART. Na outra, cada passo serve de partida para um novo passo, se o custo for favorável. O passo foi gerado aleatoriamente. Esta estratégia é denominada ANNEALING.

4.3.1.2 – Uso da Programação Linear

Na avaliação dos problemas de expansão no tempo, a programação linear pode ser usada como ferramenta de apoio à decisão. **KARMELI et al. (1968)**, considerando apenas os diâmetros para uma rede ramificada, introduziram o uso da programação linear para otimização dos custos. Considerando-se o conhecimento prévio das vazões em uma rede ramificada, o problema apresenta características de ótimo global, não se aplicando, porém, a redes urbanas malhadas.

LEKANE et al. (1980) formularam um problema de programação linear para um rede exclusivamente ramificada, avaliando o problema de expansão da rede, previsto ao longo do tempo.

SLOWINSKI (1986) apresentou uma formulação para uma rede de abastecimento de água, incluindo o tratamento, de modo a contemplar as características de expansão, através da programação linear. Os coeficientes da função objetivo foram expressos através de números nebulosos (fuzzy numbers). O autor fez uma análise do método de programação linear nebuloso, aplicando a uma rede esquemática simples.

MARTIN (1990) avaliou o problema de dimensionamento de uma rede considerando os aspectos de expansão. O autor considerou, ainda, a solução de expansão através da colocação de tubulações paralelas de mesmo diâmetro. Considerando a complexidade do sistema e o número de variáveis, separou o problema em dois níveis, o primeiro decidindo o diâmetro das tubulações, a capacidade e número de bombas. Um subproblema de operação determina o custo mínimo através da pressão e número de tubulações em paralelo. Através da programação dinâmica formulou um problema separável no tempo, resolvido de forma recursiva.

Uma vertente importante que ganhou atenção de vários pesquisadores foi a técnica de decomposição do problema em um problema de programação linear, fornecendo informações sobre o gradiente das variáveis de decisão de um problema não linear, apresentada inicialmente por **ALPEROVITS e SHAMIR** (1977) e corrigida por **QUINDRY et al.** (1979).

No trabalho de **ALPEROVITS e SHAMIR** (1977), os autores analisaram os principais modelos, até então, diferenciando-os entre aquelas que necessitam de dois níveis de solução, um para resolver as condições de equilíbrio da rede e outro para caminhar sobre as variáveis de decisão e, aqueles que não necessitam resolver a rede de modo convencional, porém, consideram a distribuição de pressões fixas. Os autores apresentaram seu modelamento, onde o equilíbrio da

rede é resolvido juntamente com a otimização, utilizando a programação linear. Avaliaram, inicialmente, um modelamento para redes ramificadas abastecidas por gravidade, para depois avaliar as redes malhadas, utilizando estações de bombeamento e reservatórios.

O modelamento adotou como variável de decisão o comprimento de diferentes trechos ao longo da tubulação ligando dois nós, considerando diâmetros comerciais específicos para cada trecho. Deste modo, a tubulação apresenta trechos de diâmetros comerciais diferentes, conhecido como critério de diâmetros adjacentes. O método proposto pelos autores, denominado "*Linear Programming Gradient (LPG)*", possui um nível de otimização composto por um problema de programação linear, baseado no conhecimento prévio das vazões ao longo da rede, otimizando assim os diâmetros. O nível seguinte, recebe informações das variáveis duais do problema linear, de modo a alterar o valor das vazões ao longo da rede, otimizando o custo. A nova proposta de vazões é usada em um novo problema linear, seguindo procedimento sucessivo até encontrar uma solução ótima.

QUINDRY et al. (1979) corrigiram o trabalho de **ALPEROVITS e SHAMIR** (1977). Os autores introduziram novas restrições para solucionar os problemas de distorção no cálculo dos gradientes.

No trabalho de **QUINDRY et al.** (1981), os autores discutiram as dificuldades inerentes a uma rede em malha, comparado à facilidade para otimização de uma rede ramificada. Uma observação importante dos autores está relacionada à definição do diâmetro mínimo como restrição, o que tende a ocasionar uma solução ótima como uma rede ramifica, fechada por tubulações de diâmetro mínimo, de modo a garantir a malha fechada. As dificuldades mais importantes do problema estão relacionadas à característica não convexa da função objetivo e, à necessidade de solução discreta para os diâmetros das tubulações.

Os autores citam o trabalho de **LAI e SHAAKE** (1969), que desenvolveram uma formulação em programação linear para o planejamento da expansão do sistema de abastecimento de água da cidade de Nova Iorque. A solução de diâmetros contínua foi obtida para que dois trechos de tubulação em série, sendo um trecho com diâmetro comercial inferior ao diâmetro contínuo e, o outro com diâmetro comercial superior ao contínuo, ajustando os comprimentos de cada diâmetro.

QUINDRY et al. (1981) avaliaram também o trabalho de **ALPEROVITS e SHAMIR** (1977) sobre o uso de um passo de programação linear como intermediário em uma pesquisa de gradiente. Neste caso, as variáveis fixadas para resolver o PL foram vazões na rede. **QUINDRY et al.** (1981) utilizaram uma transformação na equação de Hazen-Williams, substituindo o termo exponencial do diâmetro por uma nova variável, de modo que a função de custo passou a ser linear em relação a esta variável. Através de um problema de programação linear, esta variável pode ser otimizada, fornecendo informações para alteração das vazões, como apresentado por **ALPEROVITS e SHAMIR** (1977). Analisando o balanço em cada nó e a variação que as vazões acarretam no balanço destes nós e na função de custo, estabeleceram uma relação que permite avaliar a variação do custo em relação às variações de pressão nos nós e, conseqüentemente, nas vazões da rede. Com isto, é possível partir para um novo problema linear, semelhante ao proposto por **ALPEROVITS e SHAMIR** (1977). Para exemplificação os autores utilizaram a rede de Nova Iorque que é uma rede abastecida por gravidade.

MORGAN e GOULTER (1985) utilizaram um modelamento em dois níveis, sendo no nível superior resolvido um modelo de programação linear, cuja variável de decisão é o comprimento da tubulação quando muda de um diâmetro definido para o diâmetro comercial imediatamente superior e, quando muda para o diâmetro comercial imediatamente inferior, considerando as vazões ao longo das

tubulações constante. No nível inferior, determina as vazões nas tubulações e pressões nos nós através do método de Hardy-Cross.

GOULTER et al. (1986) discutiram o trabalho de **ALPEROVITS e SHAMIR** (1977), modificado por **QUINDRY et al.** (1979), em relação à direção de caminhada adotada no processo de otimização, para um laço da rede em análise e sua influência na solução final otimizada, mostrando as dificuldades em função do tipo de restrição adotada. Compararam os resultados com o trabalho de **MORGAN e GOULTER** (1985) que modifica as restrições de pressão.

Avaliando a citação explícita ou implícita de vários autores sobre a existência da solução ótima de dois diâmetros comerciais adjacentes ao longo de cada tubulação, quando se considera uma solução de diâmetros contínuos, **FUJIWARA e DEY** (1987) estabeleceram um conjunto de provas matemáticas para a existência desta solução.

FUJIWARA et al. (1987) propuseram uma modificação no método de **ALPEROVITS e SHAMIR** (1977), buscando um tratamento matemático mais rigoroso na derivação do gradiente das vazões. Os autores comentaram a falta de detalhamento do trabalho de **ALPEROVITS e SHAMIR** (1977) com relação à direção de caminhada, enquadrando o método como um problema clássico da programação não linear. Classificaram o passo constante adotado como uma heurística, não garantindo a solução ótima local devido ao critério de parada, além da necessidade de muitas iterações para convergência. A proposta original de **ALPEROVITS e SHAMIR** (1977) foi classificada por vários autores como um algoritmo computacionalmente ineficiente, característica inerente às buscas com passo fixo em problemas não convexos.

Os autores propuseram um método de busca por pesquisa unidimensional na direção de caminhada, de modo a definir o passo dentro da factibilidade, estratégia que garante o alcance de uma solução ótima local, além da definição da direção de caminhada através de um método quase-Newton.

KESSLER e SHAMIR (1989) fizeram uma análise do método proposto por **ALPEROVITS e SHAMIR (1977)**, discutindo as correções propostas por **QUINDRY et al. (1979)** e **GOULTER et al. (1986)**, com relação ao caminho adotado ao longo de um laço na rede. Os autores fizeram uma revisão do método, representando-o matricialmente e, refutaram a afirmação de **GOULTER et al. (1986)** com relação à dependência na escolha deste caminho. Estabeleceram uma análise matemática de independência deste caminho, finalizando com a concordância da adoção de um método quase-Newton proposto por **FUJIWARA et al. (1987)**, como forma de melhorar a convergência da solução.

BHAVE e SONAK (1992) fizeram uma análise crítica do método LPG abordando a proposta inicial de **ALPEROVITS e SHAMIR (1977)**, a correção de **QUINDRY et al. (1979)**, a advertência de **GOULTER et al. (1986)** sobre a influência do caminho no laço e a resposta de **KESSLER e SHAMIR (1989)** refutando a advertência. Analisaram a proposta de **FUJIWARA et al. (1987)** sobre o passo e a direção, além da abordagem matricial apresentada por estes. Analisando todas as possíveis configurações para uma rede de teste, determinaram todos os pontos ótimos locais no espaço factível. Compararam as soluções obtidas por todos os autores anteriores para esta mesma rede,. Mostraram que a solução encontrada por **ALPEROVITS e SHAMIR (1977)** foi a mais distante do ótimo global, sendo a solução encontrada por **KESSLER e SHAMIR (1989)** o ótimo global. As demais, corresponderam a soluções ótimas locais próximas, mas não no ótimo global.

KHANG e FUJIWARA (1992) avaliaram a proposta de diâmetros adjacentes utilizada por vários autores, o trabalho de **FUJIWARA e DEY** (1987) sobre as condições necessárias e suficientes para a convexidade e, os comentários de **GOULTER e BOUCHART** (1988) sobre as restrições de interrupção, não adjacência ou mais de dois diâmetros adjacentes em uma tubulação. Avaliaram as condições teóricas da solução e apresentaram um exemplo numérico em que três diâmetros ao longo de uma tubulação corresponde a uma solução factível, mesmo com os diâmetros não sucessivos.

SONAK e BHAVE (1993) avaliaram as dificuldades de otimização no dimensionamento de redes de distribuição de água, dificultando a sua aplicação em problemas reais. Enquadraram os métodos desenvolvidos, até então, em métodos que se baseiam na proposta de diâmetros contínuos e métodos que se baseiam em diâmetros discretos. Discutiram a utilização de vários destes métodos, detalhando a utilização da programação linear como passo para um problema não linear, proposto por **ALPEROVITS e SHAMIR** (1977). Avaliaram a rede utilizada para comparação apresentada por **KHANG e FUJIWARA** (1992) envolvendo dois laços. Para uma rede de múltiplos laços, propuseram uma heurística de avaliação e eliminação na análise de subredes, de modo a atingir uma solução de ótimo global.

EIGER et al. (1994) analisaram o processo de planejamento de sistemas de abastecimento de água envolvendo as etapas de definição do layout, dimensionamento e operação. Apontaram para a natureza descontínua do dimensionamento da rede. Os autores utilizaram a mesma formulação apresentada por **KESSLER e SHAMIR** (1989), partindo do problema linear primal e, estabelecendo um problema dual associado. O problema dual formado tem comportamento infinito. Os autores analisaram as condições para sua solução partindo da definição de um problema equivalente finito e, da redução da dimensão do problema, devido à natureza esparsa da matriz de incidência dos nós da rede.

Consideraram a solução para uma rede simplificada, contendo somente as tubulações, sem bombeamento e armazenamento, de modo que o problema no espaço dos diâmetros discretos é descontínuo, resolvido através de um algoritmo de subgradiente. Para obtenção de uma solução global, os autores propuseram um método tipo branch-and-bound, com heurística de avaliação.

4.3.1.3 – Uso da Programação Não Linear

JACOBY (1968), considerando os diâmetros contínuos com arredondamento para o diâmetro comercial mais próximo, determinou os gradientes da função objetivo através de uma aproximação, movendo-se em pequenos passos em torno do ponto atual, avaliando a função objetivo neste novo ponto. Como direção de caminhada, avaliaram duas situações, uma com direção aleatória e outra com direção estabelecida pelo sucesso em relação à movimentação em outras direções.

CEMBROWICZ e HARINGTON (1973) discutiram a minimização dos custos no projeto de uma rede de distribuição, analisando uma função de custo das tubulações em relação aos diâmetros. Em sua análise, atentaram para o fato da função ser não convexa e as dificuldades para encontrar um ótimo global em função dos múltiplos ótimos locais. Os autores comentaram a tese desenvolvida por **PITCHAI** (1966), em que o autor formulou um problema geral para encontrar diâmetros ótimos. A função objetivo incluía o custo de capital, o custo de energia e termos de penalização sobre violação de restrições, gerando uma função objetivo não convexa. **PITCHAI** (1966) propôs uma solução baseada em conjuntos de diâmetro aleatórios, iniciando em vários pontos factíveis e melhorando o valor da função objetivo até um ótimo local.

CEMBROWICZ e HARINGTON (1973) avaliaram, também, a tese apresentada por **SMITH (1966)**, em que o autor examinou vários métodos para derivação de ótimos, usando a técnica de gradiente, a transferência das restrições para a função objetivo, a linearização por partes da função objetivo e o uso de conjuntos aleatórios de diâmetros. O autor concluiu que o conjunto de diâmetros aleatórios, em sub-regiões separadas, implementando a técnica de gradientes, é um método mais eficiente para busca de ótimo global.

CEMBROWICZ e HARINGTON (1973) propuseram um esquema de decomposição pela teoria dos grafos, transformando a função de custo em subconjuntos de funções convexas não lineares, com as vazões e as perdas de carga como variáveis de decisão. A solução de custo mínimo global, segundo os autores, pode ser encontrada através de um algoritmo padrão de programação não linear. Para obter este modelamento, partiram de modificações prévias, considerando os custos de bombeamento externalizados e associados a uma dada entrada hidráulica. As restrições de pressões mínimas foram incorporadas aos diâmetros mínimos das tubulações.

SHAMIR (1974) fez uma revisão detalhada dos trabalhos desenvolvidos até a época, incluindo o modelamento do estado da rede e a otimização do dimensionamento. Discutiu os trabalhos de **PITCHAI (1966)** e **SMITH (1966)** e detalhou os trabalhos de **JACOBY (1968)** e **KARMELI et al. (1968)**, entre outros. Apresentou uma função objetivo incluindo o custo dos diâmetros mais o custo associado as pressões da rede para cada horizonte de consumo, além dos termos de penalização por violação de restrições de diâmetros limites. O autor propôs a utilização do gradiente reduzido generalizado, mantendo como restrições o sistema de equações não lineares associado ao equilíbrio da rede. Mostrou a necessidade do uso do Jacobiano para a solução do gradiente reduzido, aplicando a metodologia para a expansão de uma rede hipotética.

BAPTISTA et al. (1983) apresentaram um modelamento complexo, com função objetivo parabólica em relação aos diâmetros, estações de bombeamento e reservatórios. Estabeleceram um elenco completo de restrições sobre os diferentes componentes. Transformando o inverso do termo de diâmetro da equação de Hazen-Williams em uma nova variável, o problema foi resolvido em dois níveis, um correspondente a um problema de programação não linear e outro correspondente ao equilíbrio da rede. Considerando os diâmetros contínuos, a adaptação à gama de diâmetros comerciais se deu, ao final, com ajustes no bombeamento e nos reservatórios. O trabalho dos autores não explicitou o método usado na solução do problema de programação não linear, restringindo-se à utilização de pacotes de software previamente desenvolvidos pela equipe, num extenso roteiro de criação de arquivos temporários para transferência de uma pacote a outro. Um característica importante do trabalho é a inexistência de referências bibliográficas.

CHIPLUNKAR et al. (1986) apresentaram um modelamento para sistemas de distribuição por gravidade, por bombeamento direto e misto, com função de custo decomposta em sub-funções para cada componente da rede e custo de energia. Todas as funções foram consideradas exponenciais e ajustadas em função da experiência prática. O conjunto de restrições foi incorporado à função objetivo através de uma função de penalização inversa, criando uma nova função objetivo irrestrita. Para solução do problema irrestrito, os autores utilizaram o método de Davidon-Fletcher-Powell, com aproximação da matriz Hessiana. O método foi testado em uma rede complexa abastecida por dois reservatórios, sendo um de nível constante e outro de nível variável, determinado durante a otimização para um único horizonte de consumo.

CENEDESE et al. (1987), discutindo o problema de ótimo para projetos de redes hidráulicas, avaliaram as dificuldades inerentes à não linearidade das equações e, o elevado grau de incerteza do problema. Avaliaram a situação em que

os diâmetros são preestabelecidos, restando a simulação do estado da rede, resolvida através do método de Hardy-Cross, Newton-Rapshon ou linearização. Quando os fluxos são conhecidos a solução se dá por métodos clássicos de programação linear e programação dinâmica. Os autores citaram as técnicas de programação não linear e as dificuldades da busca com solução de diâmetros contínuos. Ressaltaram a vertente de decomposição da solução num problema linear e outro não linear, proposta por **ALPEROVITS e SHAMIR (1977)**. Os autores propuseram uma análise utilizando técnicas multiobjetivo para avaliar os custos de instalação e os custos de operação, utilizando a técnica do gradiente reduzido generalizado.

Um evento marcante para o setor, relatado por **WALSKI et al. (1987)**, foi a conferência intitulada *Computer in Water Resources*, realizada em Nova Iorque, em junho de 1985. Na preparação do encontro, cada pesquisador ou grupo de pesquisa recebeu, com dois meses de antecedência, uma rede hipotética para encontrar uma solução de dimensionamento de tubulações, estações de bombeamento e reservatórios suspensos. Cada participante aplicou procedimento desenvolvido por ele. **WALSKI et al. (1987)** fizeram uma análise de cada solução, inclusive com a exclusão dos resultados de um dos grupos, por não ter entendido corretamente o problema. Abordaram o fato de que todos os grupos seguiram basicamente os mesmos passos. O primeiro foi escolher a localização de novos reservatórios. O segundo foi utilizar uma metodologia de otimização para encontrar a solução ótima de diâmetros. Por último, simulando a operação da rede ao longo de um dia, encontrar o tamanho dos reservatórios.

Uma observação importante, levantada no trabalho, foi a utilização de algoritmos completamente diferentes, porém encontradas soluções de custo total similar, com mesma ordem de grandeza. As decisões que diferenciaram essencialmente as soluções estão relacionadas à localização dos novos reservatórios, decisões externas aos modelos de otimização. Com as diferenças de

estrutura não foi possível afirmar a superioridade de um modelo em relação a outro. O trabalho coloca que a superioridade de um modelo em relação a outro deverá levar em conta critérios tais como, custo do tempo de computação e facilidade de utilização de modo a ser utilizado pelos engenheiros.

LANSEY et al. (1989) avaliaram o problema de incerteza nas demandas, nas pressões desejadas e nos coeficientes de rugosidade das tubulações. Utilizaram uma função de custo para os diâmetros das tubulações e as restrições de balanço de massa em cada nó. Igualando o somatório das vazões de entrada e saída em cada nó ao consumo do nó e, considerando um grau de incerteza nesta relação, chegaram a um modelo cujas restrições expressam os coeficientes de incerteza. Para resolver o modelo formulado, utilizaram a técnica de gradiente reduzido generalizado. Na aplicação a uma rede simples de dois laços, estabeleceram relações de custo da rede com os coeficientes de incerteza, associados aos aspectos de segurança da rede.

Um dos modelamentos mais completos para otimização do dimensionamento de rede de abastecimento de água, talvez tenha sido o apresentado por **LANSEY e MAYS** (1989b). Em seu trabalho, fizeram uma avaliação crítica das principais propostas apresentadas até então, incluindo os trabalhos de **ALPEROVITS e SHAMIR** (1977), **QUINDRY et al.** (1981) e **MORGAN e GOULTER** (1985), apontando para as principais falhas de cada modelamento, incluindo a incapacidade para analisar todos os componentes da rede, limitações de tamanho da rede e possibilidade de avaliar simultaneamente vários horizontes de consumo.

A proposta de **LANSEY e MAYS** (1989b) utiliza os conceitos de controle ótimo, onde a principal ferramenta é o método do gradiente reduzido, aliado a um modelo de simulação para o estado da rede. Desta forma, as restrições de conservação de massa e energia são resolvidas de modo implícito. Uma

particularidade da proposta dos autores é o detalhamento do modelamento de cada componente da rede (tubulações, válvulas, reservatórios e bombas). Uma das grandes limitações matemáticas do modelo está relacionada à seguinte afirmação dos autores : *“As funções de custo das tubulações e níveis piezométricos em função dos diâmetros são funções de diferenciação implícita mas não conhecidas em sua forma completa, sendo portanto, que o gradiente não pode ser calculado diretamente”*. Baseados nisto obtiveram o gradiente através de um procedimento em dois passos.

Das grandes dificuldades para solucionar o problema de dimensionamento das redes de abastecimento de água, uma que tem sido muito destacada pelos autores tem sido o caráter descontínuo da solução em função dos diâmetros comerciais disponíveis. Na busca em solucionar este problema têm sido adotados dois critérios. Um utilizando o arredondamento da solução de diâmetros contínua, o que de certa forma, invalida todo o esforço e formalismo matemático. O outro tem sido a adoção do critério de tubulações com diâmetros adjacentes, compondo uma tubulação que modifica seu diâmetro ao longo da ligação, o que não se caracteriza por uma prática comum de engenharia, embora matematicamente aceitável.

SANTANA e SOARES (1992) apresentaram uma formulação com o uso de um algoritmo de ramificação e avaliação para encontrar a solução discreta de diâmetros a partir de uma solução contínua. Os autores utilizaram a técnica de gradiente reduzido generalizado, resolvendo o problema de otimização contínua em dois níveis, sendo o segundo nível um simulador para determinar o equilíbrio hidráulico da rede, dada um solução de diâmetros. Considerando que a solução ótima deverá contemplar pelo menos um nó com pressão mínima, o modelo escolhe o nó crítico mais provável, fixando a sua pressão. Com esta fixação a pressão de bombeamento deverá ser aquela que satisfaça o equilíbrio da rede. O modelo não

considera a presença de reservatórios, avaliando somente um horizonte de consumo.

FUJIWARA e KHANG (1990), adotando procedimento semelhante ao de **ALPEROVITS e SHAMIR (1977)**, propuseram a otimização em duas etapas. Através da substituição da equação de Hazen-Williams, introduzindo-a na função de custo, no lugar dos diâmetros, esta passa a ter como variáveis de decisão as pressões de bombeamento, as vazões e as perdas de carga nas tubulações. Como primeira etapa utilizaram um método de programação não linear, tendo como variáveis de decisão as pressões de bombeamento e as vazões nas tubulações. O gradiente foi calculado pelos multiplicadores de Lagrange ótimos, obtidos na solução do problema de programação não linear, semelhante ao método de **ALPEROVITS e SHAMIR (1977)** para o problema linear. Esta solução é usada para formular um problema de programação côncava na segunda fase, fixando as perdas de carga ao longo das tubulações. Resolvido este problema, têm-se uma solução para reiniciar o problema não linear da primeira etapa, prosseguindo até que não haja melhoria da função objetivo.

GOULTER (1992) fez uma análise retrospectiva dos avanços na otimização de redes de distribuição de água. O autor considerou que os aspectos de segurança não têm sido abordados de forma explícita, assim como o projeto ótimo não foi alcançado. Considerou ainda a distância das soluções apresentadas e sua utilização prática, considerando algumas razões para isto, dentre elas : 1) os modelos não funcionam, ou seja, não encontram soluções para os problemas práticos, ou não apresentam soluções sensíveis; 2) as soluções não oferecem vantagens sobre os métodos estabelecidos e sobre o julgamento profissional; 3) são muito difíceis para o uso ou 4) os engenheiros práticos não se sentem confortáveis com as propostas de otimização.

GOULTER (1992) tentou fazer uma análise sobre as direções de pesquisa futuras e, em função das conclusões de **WALSKI et al.** (1987), considerou que não há mais necessidade de pesquisa para o dimensionamento de redes. Considerou que nos últimos anos têm sido apresentadas, apenas, melhorias nos modelos básicos. Ressaltou, no entanto, a necessidade de melhorias no desenvolvimento de interfaces dos software's, tarefa, segundo ele, destinada aos especialistas em software. O autor considerou a necessidade de implementar análise relativa aos aspectos de segurança no abastecimento. Outra observação apontada, está na necessidade de serem desenvolvidos sistemas de apoio à decisão, incluindo interfaces gráficas. Considerou que uma área não tocada está relacionada à utilização de ferramentas de inteligência artificial.

SANTANA (1995) no dimensionamento de sistemas pressurizados de irrigação, utilizou a técnica do gradiente reduzido com um coordenador tipo branch-and-bound para encontrar uma solução inteira de diâmetros de tubulação comerciais. Para solução do equilíbrio hidráulico da rede foi utilizado o critério de nó crítico, discutido por **RASMUSEN** (1976), fixando a pressão mínima para o nó crítico.

Mais recentemente, **VARMA et al.** (1997) apresentou um trabalho visando dimensionar uma rede de distribuição, usando técnicas de programação não linear. Os autores propuseram a solução através da técnica de programação quadrática sucessiva. O método proposto elimina as restrições de desigualdade, descrevendo as características hidráulicas por variáveis dependentes e independentes. As variáveis dependentes foram escolhidas baseado na teoria de decomposição de grafos na estrutura da rede, tornando possível o cálculo analítico dos gradientes da função, das restrições reduzidas e da Hessiana reduzida. Os autores afirmaram que o método apresentou resultados comparáveis a resultados de outras soluções de otimização.

4.3.2 - OPERAÇÃO DA REDE

A otimização das condições de operação de uma rede de abastecimento de água tem recebido atenção especial nos últimos anos. Nos trabalhos de dimensionamento de uma rede, os custos de operação têm sempre sido considerados na função objetivo, porém, a solução ótima de operação tem sido considerada superficialmente.

Analisando os aspectos da operação de redes de distribuição de água, **ZESSLER e SHAMIR** (1989) definiram como um problema de controle ótimo, pelo seguinte : *“encontrar as decisões para operação das bombas e válvulas, ao longo de um período definido (24 horas), de modo que as demandas sejam atendidas, as condições de pressão satisfeitas e o custo total minimizado”*. Discutiram o uso da programação dinâmica como procedimento lógico, neste caso porém, apontaram as limitações práticas do tamanho do problema, pelas dimensões da rede.

ZESSLER e SHAMIR (1989) discutiram os trabalhos anteriores sobre a aplicabilidade da proposta de programação dinâmica. Comprovada a não aplicabilidade, vários autores utilizaram a linearização das funções do sistema, solucionando simultaneamente para todo o período. Outra saída encontrada por vários autores foi o desenvolvimento de procedimento de decomposição-coordenação, acoplando o método de programação dinâmica. Os autores utilizaram o método de otimalidade progressiva que é uma programação dinâmica iterativa, formando a base do procedimento. O método de otimalidade progressiva se move ao longo de um eixo de tempo, otimizando a decisão por dois intervalos de tempo, com o restante das decisões fixadas, no caso os volumes dos reservatórios. O procedimento geral garante a convergência no caso de funções convexas em relação à decisão. Como este não é o caso, atinge-se, somente um ótimo local. O procedimento é considerado, então, uma heurística para os casos de função objetivo não convexa.

O modelamento proposto subdivide a rede em regiões em que haja uma estação de bombeamento entre dois reservatórios. Através de um simulador determina as condições de vazões e pressões. Segue para a próxima sub-região da rede, considerando a anterior como fixa, adotando procedimento semelhante para toda a rede, construindo para cada intervalo de tempo, a curva de custo em função do bombeamento. Ajustando estas curvas a uma função parabólica para cada estação e tempo e, adotando como variável de decisão na programação dinâmica os volumes dos reservatórios, a solução pode ser encontrada.

BRION e MAYS (1991) propuseram a utilização de um modelo de programação não linear acoplado a um simulador para determinação da operação de custo mínimo em uma rede de abastecimento de água. Considerando que o ótimo global não é garantido, os autores desenvolveram uma análise de sensibilidade dos vários parâmetros do modelo, de modo a estabelecer a melhor combinação que produza a melhor solução ótima.

Utilizando a linearização das equações e restrições da rede, **JOWITT e GERMANOPOULOS** (1992) desenvolveram um método usando programação linear para otimizar a operação de bombeamento num período de 24 horas. Os autores fizeram uma análise da estrutura de custos de energia, considerando esta a maior componente da operação de redes de distribuição de água. Através da simulação intensiva da operação da rede, os autores determinaram os parâmetros para linearização das equações do sistema.

Considerando a operação de bombeamento com respeito ao pico de consumo de energia ou ao consumo total, **JAMIESON et al.** (1993) apresentaram um sistema de gerenciamento de energia baseado em conhecimento. O sistema foi projetado para incorporar o conhecimento do operador e informações não históricas no planejamento da operação da estrutura de distribuição de água. Neste contexto,

a otimalidade pura é sacrificada em direção a um planejamento de operação eficiente.

LANSEY e AWUMAH (1994) apresentaram uma metodologia para determinação do regime de operação ótima no bombeamento de sistemas de abastecimento de água. A metodologia utiliza dois níveis onde as características hidráulicas do sistema são analisadas, gerando uma simplificação hidráulica e funções de custo para operação on-line. As funções obtidas para cada combinação de bombas podem ser avaliadas rapidamente através de um algoritmo de otimização de programação dinâmica. Restrições foram incluídas para o nível dos reservatórios, taxa de modificação do nível destes reservatórios, bombas operando a cada período e consumo máximo de energia.

YU et al. (1994) avaliaram a complexidade da estrutura de tarifas de energia elétrica para o setor industrial, quando utilizada a tarifação pela demanda máxima mensal em um curto período (15 a 30 minutos), tornando a análise da operação mais complexa, uma vez que se dá em período de 24 horas. Avaliaram as técnicas utilizadas até então, no que se refere ao uso da programação dinâmica, porém, limitada a poucos reservatórios na rede. Quanto ao método de decomposição-coordenação, este está limitado a uma estrutura particular da rede, não se aplicando a redes reais.

Os autores propuseram a utilização da técnica de gradiente reduzido generalizado com o uso de um simulador hidráulico. O modelo proposto utiliza na função objetivo o custo da potência elétrica consumida, com restrições de equilíbrio da rede, resolvidas pelo simulador, equações de balanço de massa dos reservatórios, limitações de volume dos reservatórios e vazões de bombeamento nas estações. A proposta parte de uma solução inicial factível estabelecendo passos na direção de melhora do gradiente, de modo a garantir a factibilidade em relação às restrições de limitação. O tratamento matemático dado pelos autores é apurado,

porém, estabelece algumas aproximações das equações diferenciais. A operação das válvulas e das estações booster se dá pelo ajuste necessário nos níveis piezométricos dos nós relacionados com estes componentes, após a solução do simulador. Como operação inicial dos reservatórios, os autores adotam uma curva de esvaziamento e enchimento linear ao longo do dia.

ORMSBEE e LANSEY (1994) fizeram um apanhado dos problemas relacionados à otimização da operação de redes de abastecimento de água. Avaliaram, inicialmente, os diversos tipos de modelamento hidráulico da rede, para depois avaliar os problemas dos modelos de otimização. Discutiram as características da estrutura de custo, ressaltando a avaliação, somente, dos custos associados ao consumo médio diário. Avaliaram as restrições à operação, principalmente quanto aos reservatórios, iniciando e terminando cheios num período de 24 horas.

Com relação às variáveis de decisão, os autores apontaram as principais soluções adotadas. Quando considerado o tempo de bombeamento de cada bomba, a função de custo representa o custo de operação de cada bomba para cada intervalo de tempo. Para solução deste modelamento, tem sido utilizada tanto a programação linear, quanto a programação não linear. Neste caso, as outras variáveis de decisão devem ser obtidas de modo implícito, como os níveis dos reservatórios e as vazões nas estações de bombeamento. O relacionamento destas variáveis pode ser obtido por análise de regressão múltipla, a partir dos dados disponíveis, ou pelo uso intensivo de modelos matemáticos de simulação para o sistema em particular. Outra formulação, considera o nível dos reservatórios como variáveis de controle, sendo as vazões das estações de bombeamento obtidas de forma implícita. Neste caso, o tempo de operação de cada bomba não é obtido explicitamente, podendo ser obtido através de um problema secundário de otimização.

Os autores classificaram as formulações para controle ótimo em função da inclusão dos diversos componentes, em formulações que utilizam estações de bombeamento únicas ou múltiplas sem reservatórios, formulações que utilizam reservatório único e estações de bombeamento únicas ou múltiplas e formulações que utilizam múltiplas fontes e múltiplos reservatórios, discutindo os diversos trabalhos para cada formulação

ORMSBEE e REDDY (1995) avaliando as dificuldades do uso da programação dinâmica e a complexidade dos modelos de programação não linear, no que se refere ao número elevado de variáveis de decisão, quando contempla a operação individual de cada bomba em operação a cada intervalo de tempo. Apresentaram um modelamento heurístico visando reduzir o número de variáveis de decisão, adotando uma única variável para cada estação de bombeamento a cada intervalo de tempo. Propuseram a criação de uma variável contínua, com parte inteira representando a identificação de uma combinação específica de bombas e parte fracionária representando a fração do intervalo de tempo em que a combinação opera, sendo a outra fração do intervalo de tempo operada por uma outra combinação representada pelo inteiro anterior. Na operação do algoritmo, uma combinação inicial é gerada aleatoriamente. O algoritmo utiliza dois níveis, sendo um otimizador e o outro simulador. Uma heurística avalia as novas variáveis de decisão e sua adequação ao espaço factível.

NITIVATTANANON et al. (1996) desenvolveram um modelo de otimização para gerar regras de bombeamento em tempo real de operação. O modelo decompõe a rede no espaço e no tempo em vários subsistemas, utilizando a otimalidade progressiva. As vazões de bombeamento são discretizadas e arranjadas heurísticamente, de modo a reduzir os intervalos de tempo em que cada bomba será utilizada.

SANTANA e SOARES (1997) apresentaram um modelo composto de quatro níveis de solução, começando pela solução de balanço de massa da rede, através do algoritmo de Newton-Rapshon, um algoritmo de gradiente reduzido generalizado para o problema de otimização relaxado, um gerenciador para o problema de penalização das restrições de violação de pressão e velocidade e um algoritmo gerenciador de ramificação e avaliação para obtenção da solução discreta do número de bombas em operação simultânea.

CAPÍTULO V

EQUILÍBRIO HIDRÁULICO DA REDE

5.1 - Introdução

As condições de equilíbrio hidráulico da rede podem ser representadas de duas formas, através do sistema de equações de conservação de massa ou de conservação de energia.

A desvantagem associada à representação pela conservação de energia está relacionada à entrada dos dados, uma vez que devem ser informados todos os laços presentes na rede, fornecidos diretamente ou através de um algoritmo de reconhecimento destes laços. No caso da representação através das relações de conservação de massa o procedimento de montagem é mais fácil, motivo pelo qual tem sido recomendado na literatura e adotado neste trabalho, embora apresente ainda algumas dificuldades abordadas a seguir.

5.2 - As Equações de Equilíbrio

Para satisfação das condições de equilíbrio hidráulico da rede devem ser conhecidas as demandas associadas a cada nó consumidor. Considerando a oscilação do consumo para diferentes dias, seja durante a semana, seja durante o ano ou através dos anos, deve ser considerado para análise um dia típico de consumo, associado ao horizonte de estudo desejado.

Tomemos para efeito de exemplificação uma rede simples, apresentada na figura 10. Através da análise de cada nó podemos montar o conjunto de equações de conservação de massa, representado pelo equilíbrio entre as vazões que entram e saem do nó. Por questões de referencial adotaremos como positivas todas as vazões que deixam o nó e negativas todas as vazões que chegam ao nó.

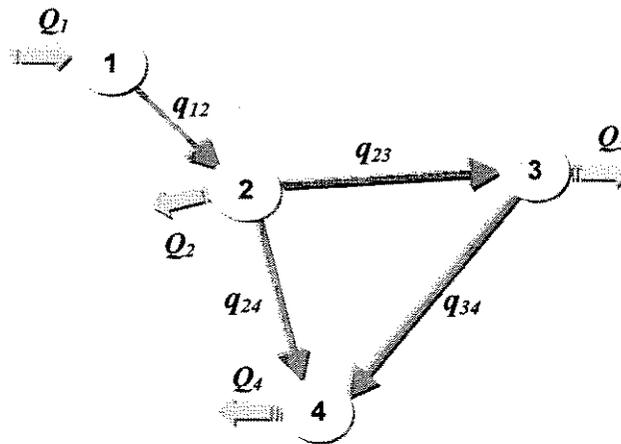


Figura 10 – Esquema de uma rede simples com um laço e uma fonte.

O sistema de equações de conservação de massa para a rede exemplo da figura 10 será :

$$\begin{array}{ll}
 q_{12} - Q_1 = 0 & \Rightarrow \text{Nó 1} \\
 q_{23} + q_{24} - q_{12} + Q_2 = 0 & \Rightarrow \text{Nó 2} \\
 q_{34} - q_{23} + Q_3 = 0 & \Rightarrow \text{Nó 3} \\
 -q_{24} - q_{34} + Q_4 = 0 & \Rightarrow \text{Nó 4}
 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}} \right\} [24]$$

Considerando a representação das vazões através da equação de Hazen-Williams [25] e substituindo no sistema de equações [24], conhecidos os diâmetros, comprimentos e coeficientes de atrito das tubulações, os consumos e fornecimentos de cada nó, temos um sistema cujas incógnitas são os níveis piezométricos de cada nó, h .

$$q = KCD^{2,63} L^{-0,54} (h_{origem} - h_{destino})^{0,54} \quad [25]$$

5.3 - O Método de Newton-Rapshon

O uso do método de Newton-Rapshon para solução de sistemas de equações não lineares é um procedimento clássico. Resolver um sistema de equações não lineares consiste em determinar o resultado para a equação vetorial [26].

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad [26]$$

Em que \mathbf{f} representa um vetor de equações e \mathbf{x} representa um vetor de variáveis, ambos de mesma dimensão.

O método se baseia na aproximação de funções diferenciáveis em série de Taylor, truncada no termo de 1ª ordem [27] :

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) \approx \mathbf{f}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{J}_{\mathbf{x}_k} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) \quad [27]$$

onde $\mathbf{J}_{\mathbf{x}_k}$ é a matriz jacobiana das derivadas parciais do sistema [26] em um determinado ponto \mathbf{x}_k .

Como o objetivo é encontrar a solução para $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$, de [27] podemos escrever :

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{J}_{\mathbf{x}_k} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_k) = \mathbf{0} \quad [28]$$

com isto, podemos obter um novo ponto \mathbf{x}_{k-1} a partir de um ponto \mathbf{x}_k de partida [29].

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - [\mathbf{J}_{\mathbf{x}_k}]^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{x}_k) \quad [29]$$

Graficamente o método pode ser visualizado para um sistema de ordem 1 através da figura 11. Neste caso, o jacobiano da função no ponto se reduz à derivada da função, ou seja, a inclinação da reta tangente à função no ponto [30].

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_k} = \frac{f(x_k)}{(x_k - x_{k+1})} = f'(x_k) \quad [30]$$

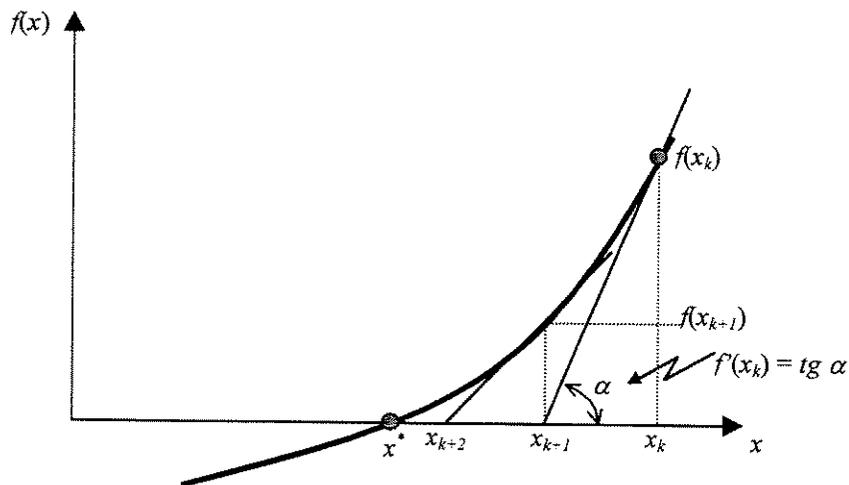


Figura 11 – Representação gráfica do método de Newton-Raphson na solução de uma sistema de ordem 1.

No caso particular de uma função linear, dado o valor da função em um ponto qualquer x_k , um único passo encontrará o zero da função. Para funções não lineares o método deve ser aplicada iterativamente, aproximando-se do zero da função, em geral, em poucas iterações.

Para a solução do sistema de equações não lineares formado pelas restrições de equilíbrio hidráulico da rede, o método é aplicado ao conjunto de

restrições de balanço de massa dos nós, considerando como variável de decisão o vetor de níveis piezométricos, [31].

$$\mathbf{b}(\mathbf{h}) = \mathbf{0} \quad [31]$$

Assim, cada passo para o vetor de níveis piezométricos será definido por :

$$\mathbf{h}_{k+1} = \mathbf{h}_k - \mathbf{J}^{-1}\mathbf{b}(\mathbf{h}_k) \quad [32]$$

A matriz \mathbf{J} é o Jacobiano do sistema de equações [31], sendo formado como em [33].

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial b_1}{\partial h_1} & \frac{\partial b_1}{\partial h_2} & \dots & \frac{\partial b_1}{\partial h_{NN}} \\ \frac{\partial b_2}{\partial h_1} & \frac{\partial b_2}{\partial h_2} & \dots & \frac{\partial b_2}{\partial h_{NN}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial b_{NN}}{\partial h_1} & \frac{\partial b_{NN}}{\partial h_2} & \dots & \frac{\partial b_{NN}}{\partial h_{NN}} \end{bmatrix} \quad [33]$$

O método é aplicado à estrutura da rede, alcançando um ponto de equilíbrio de vazões, dada uma tolerância, após um número reduzido de iterações.

5.4 - Redes Abastecidas por uma Única Estação de Bombeamento

Uma análise do sistema [24] mostra que quando o balanço global da rede é garantido externamente, este é um sistema redundante pois qualquer equação representa o somatório das demais. A solução deste sistema, portanto, só poderá ser obtida eliminando-se uma das equações, reduzindo o sistema a $NN - 1$ equações, sendo NN o número de nós da rede. Esta redução implica em que só

poderão ser obtidos os níveis piezométricos para $NN - 1$ nós, havendo portanto uma indeterminação associada ao nível piezométrico do nó eliminado. Em outras palavras, a indeterminação de uma pressão significa que os valores obtidos para os níveis piezométricos dos $NN - 1$ nós são, na verdade, as diferenças entre os níveis desses nós e do nó eliminado. Existem pois infinitas soluções para as pressões uma vez que existe 1 grau de liberdade. A fixação do nível piezométrico do nó eliminado fornece os níveis piezométricos dos demais nós, uma vez que as diferenças são determinadas.

No caso de redes abastecidas por uma única estação de bombeamento, a vazão de despacho desta estação deverá ser tal que atenda a todo o consumo da rede, sendo então :

$$Qe_k = \sum_{i \in \Omega} Q_{i,k} \quad [34]$$

onde Ω representa o conjunto dos índices dos nós consumidores da rede.

Como a curva característica de cada bomba deve ser conhecida, a pressão fornecida pela bomba será função da vazão de despacho, logo, o nível piezométrico do nó associado à estação de bombeamento será conhecido e considerado fixo para cada intervalo de tempo em que estará sendo avaliado o estado da rede. Com o conhecimento de um nível para a rede o sistema de equações poderá ser resolvido facilmente, fornecendo o nível piezométrico de todos os demais nós. Com os níveis piezométricos de todos os nós, todas as vazões ao longo das tubulações da rede serão conhecidas.

5.5 - Redes Abastecidas por um Único Reservatório

No caso de redes abastecidas por um único reservatório, o regime de

operação do reservatório deverá ser estabelecido de modo a garantir o abastecimento da rede a cada intervalo de tempo. Este tipo específico de rede, em geral, utiliza um reservatório de montante.

Definido o regime de operação, o nível piezométrico do nó da rede associado ao reservatório estará definido e considerado fixo para cada intervalo de tempo de análise da rede. Com o conhecimento de um nível, o sistema de equações poderá ser resolvido e determinados os níveis piezométricos e as vazões de todas as tubulações na rede.

5.6 – Redes Abastecidas por Múltiplas Fontes

No caso de redes abastecidas por múltiplas fontes, a solução do sistema de equações parte do estabelecimento da participação de cada fonte no abastecimento da rede. Definida a vazão estabelecida para cada uma das fontes, o seu nível piezométrico será fixado. A fixação do nível de vários nós na rede implica na redução de um grau de liberdade para cada nó fixado, ou seja, para n_f nós fixados reduz-se a rede em n_f graus de liberdade. A redução dos graus de liberdade implica em que a solução de equilíbrio da rede, pelas equações de conservação de massa, fica dependente dos níveis fixados, garantindo a condição de equilíbrio de vazões somente para $(NV - n_f)$ nós não fixados.

Para solução do problema de múltiplas fontes, foi estabelecida neste trabalho uma proposta para resolver o problema de indefinição no equilíbrio da rede, voltada para redes com bombeamento múltiplo e múltiplos reservatórios.

A proposta se baseia em dois pontos básicos. Um define todos os reservatórios como externos à rede, ligados à ela através de uma tubulação que encontra a rede em um determinado nó. Neste nó o consumo será estabelecido pelo

consumo regular do nó adicionado à vazão de liberação do reservatório para a rede (positiva ou negativa).

O isolamento dos reservatórios libera o nível piezométrico dos nós adjacentes a estes. A garantia de que a vazão de liberação escoará do reservatório para a rede, e vice-versa, é dada pela operação da válvula de controle do reservatório, que ajusta a vazão de liberação à diferença de níveis piezométricos, garantindo o regime de operação estabelecido para os reservatórios, de modo a minimizar o custo operacional da rede.

A única restrição estabelecida será a garantia de que o nível piezométrico do nó adjacente ao reservatório seja tal que, dentro dos limites de operação da válvula, garanta a vazão de liberação. A vazão de liberação faz parte de uma decisão externa, estabelecida no regime de operação do reservatório. O procedimento adotado será utilizado para todos os reservatórios de regularização presentes na rede.

O segundo ponto está relacionado às estações de bombeamento e, considera o número de bombas em operação como uma variável decidida externamente ao problema, a curva das bombas operando na estação elevatória estabelece a dependência do nível piezométrico do nó com a sua vazão. Com isto, a vazão que sai do nó elevatória é função do nível piezométrico deste nó, que é função da pressão obtida no bombeamento, que é função da vazão de cada bomba. Da rede apresentada na figura 10, o balanço do nó associado à elevatória, nó 1, será dado por [35].

$$q_{12}(h(Qb_1)) - nb_1 Qb_1 = 0 \quad [35]$$

Com esta substituição a equação de balanço do nó de uma estação de bombeamento passa a ter como variável a vazão de despacho para este nó, não mais o nível piezométrico. O nível piezométrico será a variável para todos os nós consumidores.

Na solução do sistema de equações não lineares cujas variáveis são as vazões de despacho, no caso dos nós associados às elevatórias e, os níveis piezométricos, para os nós consumidores, utilizando o método de Newton-Rapshon, cada iteração altera os valores relativos às vazões de despacho de cada elevatória, assim como os níveis piezométricos dos demais nós. Resolvido o sistema de equações [24], o balanço da rede será garantido automaticamente, atendendo ao equilíbrio de cada nó e do conjunto da rede, uma vez que a solução final produzirá o balanço global da rede, dado por [36].

$$Q_1 - Q_2 - Q_3 - Q_4 = 0 \quad [36]$$

5.7 - Algoritmo de Solução

O algoritmo de solução está esquematizado na figura 12 e segue os seguintes passos para obtenção de uma solução para o equilíbrio da rede :

- 1) Estabelece valores iniciais para níveis piezométricos e despachos nas elevatórias;
- 2) Determina todos os balanços para os nós da rede, considerando os valores atuais para os despachos de bombeamento e os níveis piezométricos dos nós consumidores;

- 3) Avalia como critério de parada o desequilíbrio no balanço máximo entre todos os nós – Se for menor que uma dada tolerância, a rede está equilibrada – FIM;
- 4) Se a rede ainda não está equilibrada, preenche a matriz Jacobiana das derivadas parciais;
- 5) Inverte a matriz Jacobiana;
- 6) Determina os novos valores para os níveis piezométricos e despachos;
- 7) Retorna ao passo 2).

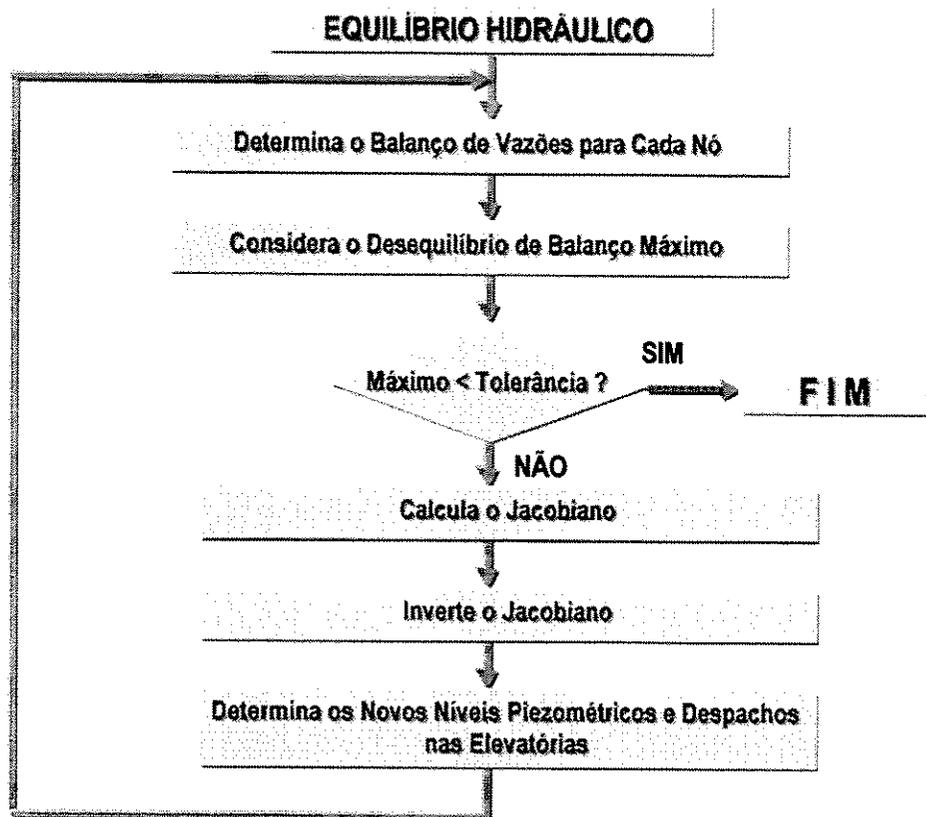


Figura 12 – Diagrama representativo do algoritmo de equilíbrio hidráulico da rede.

5.8 - Relações Matemáticas

A derivada parcial do balanço de um nó consumidor qualquer n em

relação ao nível piezométrico qualquer m , será representada pela equação [37].

$$\frac{\partial b_n}{\partial h_m} = \frac{\partial}{\partial h_m} \left[\sum_{j \in \Psi_n} q_j + Q_n \right] = \frac{\partial}{\partial h_m} \left[\sum_{j \in \Psi_n} q_j \right] = \sum_{j \in \Psi_n} \frac{\partial q_j}{\partial h_m} \quad [37]$$

Desta equação, a derivada parcial da vazão em relação a um nível piezométrico pode ser obtida analiticamente por :

$$\frac{\partial q_j}{\partial h} = \frac{\partial}{\partial h} \left[K (h_n - h_m)^{0,54} \right] = \pm 0,54 K (h_n - h_m)^{0,54-1} \quad [38]$$

onde o sinal positivo está associado à derivada em relação ao nó origem n e o sinal negativo está associado à derivada em relação ao nó destino m da tubulação.

Representando o expoente negativo por uma fração e multiplicando e dividindo ambos os membros por $(h_n - h_m)^{0,54}$, teremos :

$$\frac{\partial q_j}{\partial h} = \pm 0,54 K \frac{1}{(h_n - h_m)^{0,46}} = \pm 0,54 K \frac{1}{(h_n - h_m)^{0,46}} \frac{(h_n - h_m)^{0,54}}{(h_n - h_m)^{0,54}} = \pm \frac{0,54 q_j}{(h_n - h_m)} \quad [39]$$

A derivada parcial do balanço de um nó correspondente a uma estação de bombeamento em relação à vazão de despacho será obtida da derivação da equação [37], que representa o balanço de vazões do nó, será dada pela equação [40].

$$\frac{\partial b}{\partial Qb} = \frac{\partial}{\partial Qb} \left[\sum_{j \in \Psi} q_j (h(Qb)) - nb \cdot Qb \right] = \sum_{j \in \Psi} \left[\frac{\partial q_j}{\partial h} \frac{\partial h(Qb)}{\partial Qb} \right] - nb \quad [40]$$

onde o termo subtraído na equação [40], nb , aparece somente para a derivada do balanço do nó da estação de bombeamento. Para os nós conectados ao nó elevatória este termo não existe e para os demais nós a derivada é nula.

Para a rede exemplo da figura 10, representada pelo sistema de equações de balanço de vazões [24] a matriz Jacobiana do sistema ficará :

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial b_1}{\partial Q b_1} & \frac{\partial b_1}{\partial h_2} & \frac{\partial b_1}{\partial h_3} & \frac{\partial b_1}{\partial h_4} \\ \frac{\partial b_2}{\partial Q b_1} & \frac{\partial b_2}{\partial h_2} & \frac{\partial b_2}{\partial h_3} & \frac{\partial b_2}{\partial h_4} \\ \frac{\partial b_3}{\partial Q b_1} & \frac{\partial b_3}{\partial h_2} & \frac{\partial b_3}{\partial h_3} & \frac{\partial b_3}{\partial h_4} \\ \frac{\partial b_4}{\partial Q b_1} & \frac{\partial b_4}{\partial h_2} & \frac{\partial b_4}{\partial h_3} & \frac{\partial b_4}{\partial h_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial Q b_1} [q_{12} - nb Q b_1] & \frac{\partial}{\partial h_2} [q_{12} - nb Q b_1] & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial Q b_1} [q_{23} + q_{24} - q_{12}] & \frac{\partial}{\partial h_2} [q_{23} + q_{24} - q_{12}] & \frac{\partial}{\partial h_3} [q_{23} + q_{24} - q_{12}] & \frac{\partial}{\partial h_4} [q_{23} + q_{24} - q_{12}] \\ 0 & \frac{\partial}{\partial h_2} [q_{34} - q_{23}] & \frac{\partial}{\partial h_3} [q_{34} - q_{23}] & \frac{\partial}{\partial h_4} [q_{34} - q_{23}] \\ 0 & \frac{\partial}{\partial h_2} [-q_{24} - q_{34}] & \frac{\partial}{\partial h_3} [-q_{24} - q_{34}] & \frac{\partial}{\partial h_4} [-q_{24} - q_{34}] \end{bmatrix} \quad [41]$$

O modelo proposto pode avaliar o estado de uma rede que possua pelo menos uma estação de bombeamento e possíveis reservatórios. Acoplado a uma modelo de otimização fornece informação sobre a rede a cada proposta do modelo de otimização. Sua aplicação será feita juntamente com o modelo de otimização da operação de uma rede de distribuição de água, apresentado no próximo capítulo.

CAPÍTULO VI

OTIMIZAÇÃO DA OPERAÇÃO DA REDE

6.1 - Considerações Iniciais

A otimização da operação de uma rede de distribuição de água visa estabelecer as condições de operação dos diversos componentes presentes na rede. Nas estações elevatórias de bombeamento devem ser estabelecidas as pressões e vazões de bombeamento, além da combinação de bombas operando a cada momento. Nos reservatórios de regularização devem ser conhecidas as variações no nível da água, correspondendo aos volumes armazenados a cada momento. Das válvulas de controle devem ser estabelecidas as suas posições de operação de modo a garantir a vazão desejada na tubulação a que estão conectadas. Nas estações booster devem ser conhecidos os acréscimos de pressão atribuídos à massa de água que atravessa a tubulação associada à ela, garantindo pressão suficiente aos nós a jusante. Todas estas condições de operação devem ser atendidas visando o mínimo de custo.

A questão do custo mínimo, a esta altura, deve estar clara quanto à natureza não convexa do problema, já discutida na revisão da pesquisa na área, ao longo do capítulo IV. A natureza não convexa favorece à existência de múltiplos pontos ótimos locais, tornando o aspecto de minimização relativo, associado, tão somente, a um ponto de melhoria em relação a uma solução de partida. A avaliação de diferentes pontos ótimos com o objetivo de encontrar um ponto de ótimo global,

dentre os pontos ótimos avaliados, parte da necessidade de estabelecimento de procedimentos heurísticos, que em função da natureza do problema, da sua complexidade e dimensões, podem tornar a tarefa de busca com este objetivo extremamente laboriosa e ineficiente.

A proposta estabelecida no presente trabalho visa apresentar um modelamento que contemple todos os principais componentes de uma rede de distribuição, evitando o excesso de condições simplificadoras, comuns na pesquisa associada à área. Além disto, a proposta visa garantir também um rigor matemático mais apurado no modelamento do problema.

6.2 - Modelo de Otimização

A adequação de um modelo de operação exige uma avaliação da rede contínua no tempo, adequando a estrutura de abastecimento às necessidades de consumo instantâneas. A adequação instantânea interessa ao modelamento de sistemas voltados ao controle em tempo real. Para o modelamento voltado ao planejamento, a avaliação em tempo real é uma tarefa complexa e desnecessária, uma vez que é possível, e adequado, estabelecer uma operação em turnos definidos. Desta forma, a operação será estabelecida para intervalos discretos, dividindo um dia de operação em um número determinado de turnos.

Tomando o modelo genérico mostrado no quadro da figura 9, apresentado no capítulo III, o conjunto de equações para um modelo de operação será o seguinte :

$$\text{Min } F = \sum_{i=1}^{NE} \sum_{k=1}^{NP} f(Pe_{i,k}, En_k) + \sum_{j=1}^{NB} \sum_{k=1}^{NP} f(Pb_{j,k}, En_k) \quad [42]$$

s.a.

$$\left[\sum_{j \in \Psi_i} q_{j,k} - Q_{i,k} = 0 \right]_{i,k} \quad i = 1, NN; k = 1, NP \quad [43]$$

$$\left[h_{\min i} \leq h_{i,k} \leq h_{\max i} \right]_{i,k} \quad i = 1, NN; k = 1, NP \quad [44]$$

$$\left[v_{\min j} \leq v_{j,k} \leq v_{\max j} \right]_{j,k} \quad j = 1, NT; k = 1, NP \quad [45]$$

$$\left[Hr_{i,l,k+1} = Hr_{i,l,k} - Kr_i Q_{r_{i,l,k}} \right]_{i,l,k} \quad i = 1, NR; k = 1, NP \quad [46]$$

$$\left[Hr_{\min i} \leq Hr_{i,k} \leq Hr_{\max i} \right]_{i,k} \quad i = 1, NR; k = 1, NP \quad [47]$$

$$\left[Hr_{i,NP} = Hr_{i,0} = Hr_{\max i} \right] \quad i = 1, NR \quad [48]$$

$$\left[Pe_{\min i} \leq Pe_{i,k} \leq PE_i \right]_{i,k} \quad i = 1, NE; k = 1, NP \quad [49]$$

$$\left[Qe_{\min i} \leq Qe_{i,k} \leq Qe_{\max i} \right]_{i,k} \quad i = 1, NE; k = 1, NP \quad [50]$$

$$\left[Pb_{\min j} \leq Pb_{j,k} \leq PB_j \right]_{j,k} \quad j = 1, NB; k = 1, NP \quad [51]$$

De modo a definir a proposta de modelamento apresentada no presente trabalho, vamos analisar toda a estrutura do modelo, partindo da função objetivo e descrevendo a forma de modelamento adotada para cada componente da rede.

6.2.1 – FUNÇÃO OBJETIVO

A equação [42] representa a função objetivo a ser minimizada, contemplando o total de custos de energia no bombeamento, consumida pelas

estações elevatórias e pelas estações booster. No custo de energia devem estar presentes o custo unitário da potência (En_k) e a potência desenvolvida pela estação em cada intervalo de tempo ($Pe_{i,k}$). Como já foi destacado no capítulo III, o custo de operação pode se restringir aos custos de energia, uma vez que constituem a maior parcela dos custos de operação.

Para quantificar o custo de energia foi considerado o custo unitário por kWh. Para avaliar diferenciação de tarifação e incentivar a racionalização do consumo, fugindo de horários de pico de consumo de água que coincidem com horários de pico de consumo de energia, o custo por kWh foi multiplicado por um fator de consumo. O fator de consumo correspondente ao percentual sobre o consumo médio, adotado para estabelecer o consumo para cada intervalo de tempo ($fcons_k$), definindo uma curva de oscilação de consumo ao longo do dia.

Com isto, a função de custo de energia para uma determinada estação de bombeamento i , em um determinado intervalo de tempo k , pode ser representada pela equação [52].

$$f(Pe_{i,k}, En_k) = Pe_{i,k} En_k fcons_k \frac{24}{NP} \quad [52]$$

Em que NP representa o número de intervalos de tempo adotados ao longo do dia. O mesmo pode ser adotado para as estações tipo booster.

6.2.2 – MODELAMENTO DAS ESTAÇÕES ELEVATÓRIAS

A potência de operação de uma estação elevatória de bombeamento pode ser obtida das curvas características das bombas da estação. Na proposta apresentada neste trabalho foi considerada uma configuração de bombas operando em paralelo, sendo todas as bombas de mesmo modelo e trabalhando com rotação

fixa. A definição de todas as bombas de mesmo modelo, além de estabelecer uma formulação matemática mais adequada, constitui uma configuração prática aceitável, principalmente sob o aspecto de uniformidade de manutenção e rotatividade de funcionamento.

As curvas características de uma bomba estão representadas na figura 2 e podem ser ajustadas a uma equação polinomial. Foi considerado para este trabalho um ajuste polinomial até o terceiro grau. Desta forma, a potência de uma estação elevatória pode ser representada pela equação [53].

$$Pe_{i,k} = nb_{i,k} (b_{0,i} + b_{1,i}Qb_{i,k} + b_{2,i}Qb_{i,k}^2 + b_{3,i}Qb_{i,k}^3) \quad [53]$$

sendo

- $b_{0,i}, b_{1,i}, b_{2,i}$ e $b_{3,i}$ \Rightarrow coeficientes de ajuste polinomial à curva de potência das bombas da estação i ;
- $Qb_{i,k}$ \Rightarrow vazão de bombeamento de cada bomba da estação i operando no intervalo de tempo k ;
- $nb_{i,k}$ \Rightarrow número de bombas da estação i operando no intervalo de tempo k .

A operação de uma estação de bombeamento deverá definir quantas bombas irão operar a cada intervalo de tempo e qual a vazão de operação.

Definida a vazão, a pressão também estará definida através de uma das curvas características das bombas, apresentadas na figura 2. Foi adotado, para a curva de pressão, um ajustamento polinomial, de forma que a pressão de bombeamento pode ser obtida através da equação [54].

$$He_{i,k} = a_{0,i} + a_{1,i}Qb_{i,k} + a_{2,i}Qb_{i,k}^2 + a_{3,i}Qb_{i,k}^3 \quad [54]$$

sendo

$a_{0,i}$, $a_{1,i}$, $a_{2,i}$ e $a_{3,i}$ \Rightarrow coeficientes de ajuste polinomial à curva de pressão das bombas da estação i .

Considerando que na fase de dimensionamento das estações elevatórias foi garantida uma faixa de potência de operação, as restrições [49] não são ativas em um modelo de operação, podendo ser dispensadas do modelamento.

6.2.3 – MODELAMENTO DOS RESERVATÓRIOS

6.2.3.1 – Reservatórios de Montante

Os reservatórios devem apresentar dois modelamentos diferentes em função dos diferentes tipos. A presença de um reservatório de montante na rede, descrito no capítulo II, impõe uma condição em que o nível piezométrico do nó assume dois valores, um para o nível de entrada, que se dá pela sua parte superior e outro para o nível de saída, que se dá pela sua parte inferior, figura 13. O nível de saída do reservatório será função do volume de água armazenado no início do período. O balanço de volume de água no reservatório deve ser avaliado ao final de cada período, sendo seu volume dependente do volume no início do período, da vazão de saída para o nó de jusante e da vazão de chegada do seu nó de montante.

Os reservatórios de montante podem funcionar como nós consumidores, sendo o consumo do nó reservatório definido pela diferença entre a vazão de entrada e a vazão de saída deste.

O nível piezométrico de entrada do reservatório terá como limitação mínima o nível de entrada deste. O balanço de vazões dos nós da rede poderá impor sobre o nível piezométrico de saída do reservatório um valor não coincidente com o nível de água presente. Para resolver esta dificuldade de operação a saída

dos reservatórios é equipada com uma válvula que proporciona a adequação de pressões. Como a válvula possui limites de operação, o nível piezométrico de saída é limitado à capacidade de operação da válvula.

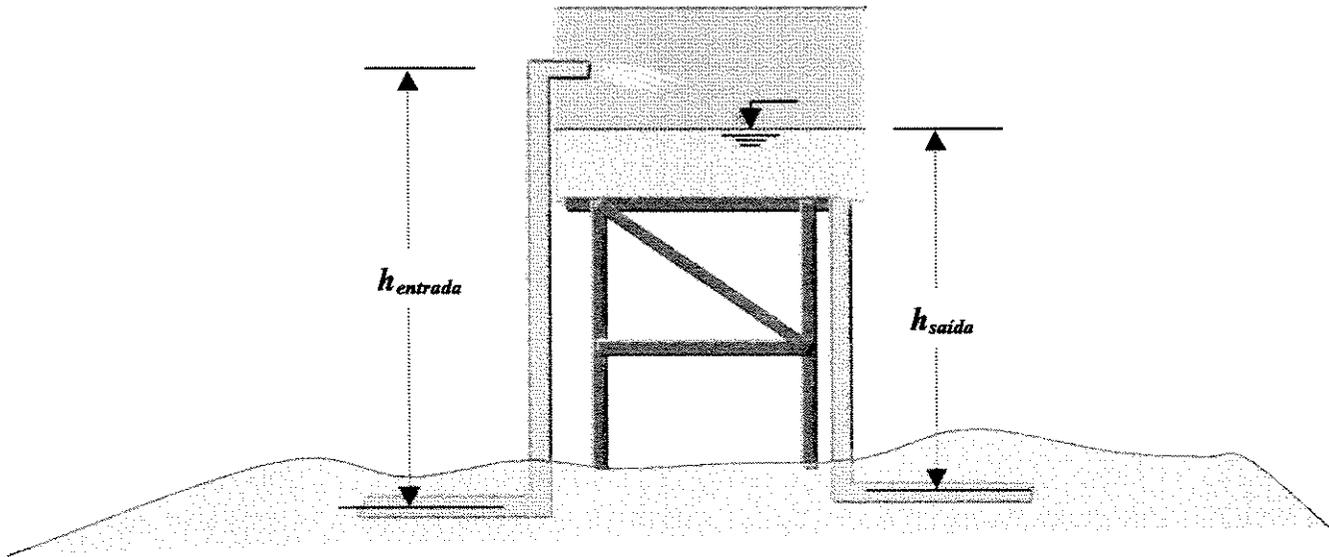


Figura 13 – Esquema de entrada e saída em um reservatório de montante.

6.2.3.2 – Reservatórios de Jusante

Os reservatórios de jusante ou reservatórios de regularização têm objetivo diferenciado dos reservatórios de montante. Nos reservatórios de jusante a ligação com a rede se dá através de uma única tubulação, ligada a um nó adjacente. A vazão liberada pelo reservatório à rede depende da estrutura de pressões dos nós, o que é influenciado pelo consumo e pelo abastecimento das estações de bombeamento. O nó reservatório deste tipo é um nó terminal, não fazendo parte de nenhum laço dentro da rede.

Considerando os problemas já apontados na proposta de modelamento do equilíbrio hidráulico da rede, com relação à fixação do nível piezométrico de um

nó, no caso dos reservatórios de regularização, o equilíbrio do nó associado a eles é feito de forma externa. O equilíbrio hidráulico do nó é garantido igualando a vazão ao longo da tubulação que liga o reservatório ao nó adjacente à vazão de liberação associada ao reservatório.

Nos reservatórios de regularização a vazão de liberação pode ser positiva, quando o reservatório libera água para o nó adjacente, ou negativa, quando a rede libera água para o reservatório. Esta flutuação deve acompanhar a curva de consumo da rede, de modo que o reservatório complemente o abastecimento da rede nos períodos de maior consumo, poupando as estações de bombeamento, com conseqüente redução de custos, voltando a encher-se nos períodos de menor consumo e de menor custo.

A separação virtual dos reservatórios da rede libera o nível piezométrico dos nós adjacentes a estes, de modo a encontrar o equilíbrio de pressões e vazões na rede. A liberação do nível pode alcançar um valor incompatível com a situação do reservatório, onde o volume atual caracteriza o nível piezométrico deste. A vazão entre o reservatório e seu nó adjacente se dará por diferenças de nível piezométrico. A compatibilização da operação do reservatório é feita através da sua válvula de controle, instalada na tubulação de adjacência. Através da válvula, as diferenças de nível entre o reservatório e o seu nó adjacente são mantidas adequadas às vazões necessárias de liberação.

Como o reservatório foi considerado externo à rede, a vazão de liberação deve ser estabelecida de forma a garantir as características de operação, garantindo o custo mínimo.

Três conjuntos de restrições são impostos à operação dos reservatórios, equações [46], [47] e [48]. A equação [46] estabelece o balanço de massa do reservatório ao longo dos intervalos de tempo. A equação [47] estabelece

a condição limite de nível de água presente em cada reservatório e cada intervalo de tempo, variando entre um nível mínimo estratégico e um nível máximo estabelecido pela capacidade do reservatório. Colocando o nível da água no reservatório como variável de decisão, a vazão de liberação do reservatório para a rede ou desta para o reservatório será obtida pela variação do nível da água ao longo do intervalo de tempo, dada uma constante de conversão do reservatório Kr_i .

$$Qr_{i,k} = \frac{1}{Kr_i} (Hr_{i,k} - Hr_{i,k+1}) \quad [55]$$

Para o nível da água no reservatório, as restrições de limitação de nível [47] ficam embutidas no algoritmo de definição do passo máximo nesta variável de decisão.

Para satisfação das restrições [48] o nível dos reservatórios no início de cada intervalo de tempo será determinada excetuando o primeiro intervalo de tempo, onde os reservatórios estarão no seu nível inicial máximo, o que caracteriza os reservatórios iniciando o dia cheios. Para o último intervalo de tempo já será conhecido o nível do reservatório ao final do intervalo, que será o reservatório novamente cheio, no seu nível máximo, satisfazendo o conjunto de restrições de nível inicial e final dos reservatórios [48].

6.2.4 – MODELAMENTO DAS ESTAÇÕES TIPO BOOSTER

Considerando o objetivo das estações tipo booster de elevar a pressão para alcançar pontos mais críticos da rede, a operação de um booster será necessária quando, na solução da rede, a pressão obtida em um nó localizado na região sob sua influência não conseguir alcançar a pressão mínima estabelecida para este nó.

A vazão de operação será aquela que atravessa a tubulação associada ao booster, definida no equilíbrio da rede. A potência será, então, aquela fornecida pela curva característica da bomba, obtida através de um ajuste polinomial, como nas estações elevatórias, sendo obtido assim o custo de energia para sua operação.

A pressão adicionada à água será obtida pela curva característica de pressão da bomba. Para isto o booster deverá ter sido dimensionado de modo que atenda à diferença de pressão necessária aos nós críticos sem, no entanto, ultrapassar a pressão máxima estabelecida para os nós localizados na região de sua influência.

Considerando que na fase de dimensionamento das estações booster são superdimensionadas para garantir uma faixa de potência de operação, as restrições [51] não são ativas em um modelo de operação.

6.2.5 - MODELAGEM DAS VÁLVULAS DE CONTROLE DE VAZÃO

No modelamento de uma tubulação que contenha uma válvula, a ação da válvula sobre o fluxo, considerando a equação de Hazen-Williams, está relacionada ao coeficiente de atrito, restringindo a passagem de água. Para tal, podemos representar a operação da válvula através de um coeficiente de operação (CV), variando entre a posição aberta e fechada [56].

$$q = K(1 - CV)CD^{2,63}(h_{origem} - h_{destino})^{0,54} \quad [56]$$

Analisando a variação do coeficiente de operação, quando $CV = 0$, a vazão será obtida normalmente pela equação de Hazen-Williams, estando a válvula completamente aberta. Quando, por outro lado $CV = 1$, a vazão será nula e a

válvula estará completamente fechada. Desta forma, o coeficiente da válvula representa o percentual de fechamento desta.

Dois tipos de válvulas devem ser destacadas, um tipo relacionado à operação dos reservatórios, garantindo as vazões e pressões relativas às decisões de operação e outro relacionado às manobras de operação da rede, necessárias ao atendimento das condições de consumo e pressões, principalmente em função das flutuações ao longo do dia.

6.2.5.1 – Válvulas de Controle de Operação dos Reservatórios

O objetivo das válvulas de controle de operação dos reservatórios é adequar as diferenças de pressão entre o nível de água nos reservatórios e os níveis piezométricos dos nós adjacentes a estes, compatibilizando as vazões de liberação decididas.

Igualando a vazão na tubulação adjacente ao reservatório à vazão de liberação deste e, considerando um período em que a vazão de liberação do reservatório seja positiva, a equação de Hazen-Williams será escrita como em [57].

$$Q_r = K(1 - CV)CD^{2,63} (h_{\text{reservatório}} - h_{\text{adjacente}})^{0,54} \quad [57]$$

O nível piezométrico do nó adjacente como função da posição da válvula pode ser representado pela equação [58].

$$h(CV)_{\text{adjacente}} = h_{\text{reservatorio}} - \left(\frac{Q_r}{K(1 - CV)CD^{2,63}} \right)^{1,852} \quad [58]$$

Com a variação do coeficiente de operação da válvula o nível piezométrico do nó adjacente também variará para uma mesma vazão de liberação. Analisando os limites, quando a válvula estiver fechada ($CV = 1$) o valor do nível piezométrico do nó adjacente será infinito negativo ($h_{adjacente} = -\infty$), o que não poderá ocorrer pois existe uma restrição mais forte de pressão mínima para o nó, equação [44]. Com a válvula aberta, o nível piezométrico do nó adjacente terá como limitação máxima o nível calculado pela equação [56] adotando $CV = 0$. Do conjunto de restrições [44], a correspondente ao nó adjacente ao reservatório será escrita pela equação [59].

$$h_{\min} \leq h \leq h(0)_{adjacente} \quad [59]$$

Raciocínio idêntico será feito para o momento em que a vazão de liberação do reservatório for negativa. A equação de Hazen-Williams será reescrita para considerar uma vazão positiva no sentido do nó adjacente ao reservatório, equação [60].

$$Qr = K(1 - CV)CD^{2,63} (h_{adjacente} - h_{reservatório})^{0,54} \quad [60]$$

O nível piezométrico do nó adjacente como função da posição da válvula será representado agora pela equação [61].

$$h(CV)_{adjacente} = h_{reservatorio} + \left(\frac{Qr}{K(1 - CV)CD^{2,63}} \right)^{1,852} \quad [61]$$

Uma análise dos valores extremos mostra que quando a válvula estiver totalmente fechada ($CV = 1$) o valor do nível piezométrico do nó adjacente será infinito positivo ($h_{adjacente} = \infty$), o que não poderá ocorrer pois existe uma restrição mais forte de pressão máxima para o nó, equação [44]. Com a válvula

completamente aberta o nível piezométrico do nó adjacente terá como limitação mínima o nível calculado pela equação [61] adotando $CV = 0$. Do conjunto de restrições [44] a correspondente ao nó adjacente ao reservatório, para o caso, será escrita pela equação [62].

$$h(0)_{adjacente} \leq h \leq h_{max} \quad [62]$$

Definida a vazão de liberação do reservatório e os níveis piezométricos da rede, a posição a ser estabelecida para a válvula de controle pode ser obtida isolando a variável CV , equação [63].

$$CV = 1 - \frac{Q_r}{KCD^{2,63}(\Delta h)^{0,54}} \quad [63]$$

6.2.5.2 – Válvulas de Controle de Operação da Rede

Nas válvulas de controle de operação da rede o coeficiente associado à posição da válvula j , no intervalo de tempo k , $CV_{j,k}$ passa a ser uma variável de decisão a ser otimizada, de modo a garantir uma operação total da rede com mínimo custo.

6.3 – Técnica de Solução do Modelo

O modelo estabelecido nas equações [42] a [51] poderá, agora, ser reescrito em função das equações residuais, ficando :

$$Min \quad F = \sum_{i=1}^{NE} \sum_{k=1}^{NP} f(Pe_{i,k}, En_k) + \sum_{j=1}^{NB} \sum_{k=1}^{NP} f(Pb_{j,k}, En_k) \quad [64]$$

s.a.

$$\left[\sum_{j \in \Psi_i} q_{j,k} - Q_{i,k} = 0 \right]_{i,k} \quad i = 1, NN; k = 1, NP \quad [65]$$

$$\left[h_{\min i} \leq h_{i,k} \leq h_{\max i} \right]_{i,k} \quad i = 1, NN; k = 1, NP \quad [66]$$

$$\left[v_{\min j} \leq v_{j,k} \leq v_{\max j} \right]_{j,k} \quad j = 1, NT; k = 1, NP \quad [67]$$

$$\left[Qe_{\min i} \leq Qe_{i,k} \leq Qe_{\max i} \right]_{i,k} \quad i = 1, NE; k = 1, NP \quad [68]$$

Para resolver este problema de programação não linear misto foram adotados vários passos. Primeiro, penalizando as restrições de violação de limites utilizando a técnica do Lagrangiano Aumentado. O problema resultante mantém-se com o conjunto de restrições [65], caracterizando um problema não linear restrito. Para resolvê-lo, foi adotada a técnica do gradiente reduzido generalizado. Considerando que é um problema misto, com variáveis contínuas e variáveis discretas, um algoritmo de ramificação e avaliação, baseado no método branch-and-bound, foi utilizado para resolver a questão de busca da solução inteira, partindo de uma solução contínua, obtida da solução do problema não linear relaxando as variáveis inteiras, representadas pelo número de bombas operando em cada estação de bombeamento e cada intervalo de tempo ao longo do dia.

6.3.1 - PENALIZAÇÃO DAS RESTRIÇÕES DE VIOLAÇÃO

6.3.1.1 – Função Lagrangiano

Conforme descrito em LUEMBERGER (1984), as condições de otimalidade de um problema de programação não linear com restrições de igualdade, do tipo apresentado em [69],

$$\left. \begin{array}{l} \text{Min } f(\mathbf{x}) \\ \text{s.a.} \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \end{array} \right\} \quad [69]$$

onde f é uma função real no espaço \mathbf{R}^n , $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ e $\mathbf{g} \in \mathbf{R}^m$, estão associadas a um vetor multiplicador de Lagrange λ , associado ao sistema de restrições e a uma nova função, denominada **função Lagrangiano** [70].

$$L(\mathbf{x}, \lambda) = f(\mathbf{x}) + \lambda^T \mathbf{g}(\mathbf{x}) \quad [70]$$

No ponto de sela do Lagrangiano os gradientes deverão ser nulos em relação às variáveis de decisão, assim :

$$\nabla_{\mathbf{x}} L(\mathbf{x}^*, \lambda^*) = \nabla f(\mathbf{x}^*) + \lambda^{*T} \mathbf{J}_{\mathbf{x}} = 0 \quad [71]$$

$$\nabla_{\lambda} L(\mathbf{x}^*, \lambda^*) = \mathbf{g}^T(\mathbf{x}^*) = 0 \quad [72]$$

sendo \mathbf{x}^* o valor da variável de decisão no ponto ótimo e λ^* o vetor Lagrangiano ótimo associado ao sistema de restrições. A equação [71] indica que no ponto ótimo o gradiente da função objetivo é uma combinação linear dos gradientes das restrições.

Uma extensa discussão sobre o uso da função Lagrangiano na otimização de problemas não lineares com restrições de igualdade foi desenvolvida por **POWELL** (1978). O autor descreveu o método do Lagrangiano e aplicou a função Lagrangiano, resolvendo o problema pelo método de Newton.

Uma análise para os casos de restrições lineares e restrições não lineares, estabelecendo as diversas formas de solução do problema pode ser vista em GILL e MURRAY (1979).

6.3.1.2 – Função de Penalização

SHAMIR (1974) apresentou um modelamento para otimização do dimensionamento de uma rede, onde as restrições de limitação de pressão foram resolvidas com a incorporação na função objetivo de um termo de penalização, de tal forma que para uma restrição de limitação do tipo

$$x_{\min i} \leq x_i \leq x_{\max i} \quad [73]$$

o termo de penalização será dado por [74].

$$\left. \begin{array}{ll} P(x_i) = p_i \cdot (x_{\min i} - x_i)^2 & \Rightarrow \text{quando } x_i < x_{\min i} \\ P(x_i) = p_i \cdot (x_i - x_{\max i})^2 & \Rightarrow \text{quando } x_i > x_{\max i} \\ P(x_i) = 0 & \Rightarrow \text{caso contrário} \end{array} \right\} \quad [74]$$

O termo p_i é um multiplicador que assume, inicialmente, um valor pequeno, sendo incrementado nas iterações sucessivas, até que a solução do problema penalizado satisfaça à restrição, dentro de uma determinada tolerância.

Com o crescimento do fator de penalidade a razão entre o maior e o menor autovalores da matriz hessiana da função penalizada vai se elevando, tornando a sua otimização cada vez mais ineficiente.

Uma análise das funções de penalização envolvendo restrições de desigualdade foi desenvolvida por FLETCHER (1975). O autor discutiu a proposta

de um termo de penalização apresentada por **POWELL** (1969) e também citada por **SHAMIR** (1974).

6.3.1.3 – Lagrangiano Aumentado

BERTSEKAS (1976) fez uma análise profunda do uso da técnica de penalização discutindo as características de convergência do método. O autor descreveu o chamado método dos multiplicadores, correspondente à adição do termo de penalização, não à função objetivo, mas à função Lagrangiano, formando a função **Lagrangiano Aumentado**. O autor analisou a função Lagrangiano Aumentado sob o enfoque da penalização, discutindo a visualização gráfica da convergência e os aspectos computacionais.

POWELL (1978) analisou as desvantagens da penalização sob o aspecto de convergência, de modo que o gradiente da função penalizada nulo não produz certeza quanto à nulidade do gradiente da função objetivo, a menos que o termo de penalização tenda a infinito. Introduzindo o termo linear na função objetivo penalizada, a convergência fica assegurada com o termo de penalização finito.

CHITLUNKAR et al. (1986) utilizaram a penalização pelo Lagrangiano Aumentado para todas as restrições de um modelo de otimização para dimensionamento e operação de uma rede de distribuição de água. Os autores incluíram as restrições de equilíbrio hidráulico da rede, chegando a uma função objetivo final irrestrita.

LANSEY e MAYS (1989b) aplicaram o Lagrangiano Aumentado para as restrições de violação de pressão na rede, utilizando a função de penalização proposta por **POWELL** (1978).

SANTANA e SOARES (1992) aplicaram em um modelo de otimização do dimensionamento da rede um esquema de penalização pelo Lagrangiano Aumentado sobre as restrições de violação de pressão e velocidades, utilizando uma função de penalização quadrática.

6.3.1.4 – Modelo Adotado

No presente trabalho foi utilizada a penalização pelo Lagrangiano Aumentado no modelo definido pelas equações [63] a [67], introduzindo as restrições de violação das pressões, vazões de despacho e velocidades limite na função objetivo, através de uma penalização quadrática. O modelo assim definido pode ser reescrito, ficando :

$$\begin{aligned} \text{Min } F = & \sum_{i=1}^{NE} \sum_{k=1}^{NP} f(Pe_{i,k}, En_k) + \sum_{j=1}^{NB} \sum_{k=1}^{NP} f(Pb_{j,k}, En_k) + \sum_{i=1}^{NN} \sum_{k=1}^{NP} \lambda h_{i,k} fp(h_{i,k}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{NN} \sum_{k=1}^{NP} P[fp(h_{i,k})]^2 + \\ & + \sum_{j=1}^{NT} \sum_{k=1}^{NP} \lambda v_{j,k} fp(v_{j,k}) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{NT} \sum_{k=1}^{NP} P[fp(v_{j,k})]^2 + \sum_{i=1}^{NE} \sum_{k=1}^{NP} \lambda Qe_{i,k} fp(Qe_{i,k}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{NE} \sum_{k=1}^{NP} P[fp(Qe_{i,k})]^2 \end{aligned} \quad [75]$$

s.a.

$$\left[\sum_{j \in \Psi_i} q_{j,k} - Q_{i,k} = 0 \right]_{i,k} \quad i = 1, NN; k = 1, NP \quad [76]$$

onde

- $\lambda h_{i,k}$ \Rightarrow corresponde ao multiplicador de Lagrange associado à restrição de limitação de pressão do nó i no período k ;
- $\lambda Qe_{i,k}$ \Rightarrow corresponde ao multiplicador de Lagrange associado à restrição de limitação de vazão de despacho da elevatória i no período k ;
- $\lambda v_{j,k}$ \Rightarrow corresponde ao multiplicador de Lagrange associado à restrição de limitação de velocidade da tubulação j no período k ;

$fp(h_{i,k}) \Rightarrow$ é a função de penalização para a restrição de limitação de pressão do nó i no período k ;

$fp(v_{j,k}) \Rightarrow$ é a função de penalização para a restrição de limitação de limitação de velocidade da tubulação j no período k ;

$fp(Qe_{i,k}) \Rightarrow$ é a função de penalização para a restrição de limitação de vazão de despacho da elevatória i no período k ;

A função de penalização das restrições de pressão terá seu valor estabelecido em função do valor da pressão em um dado instante, representada pelo nível piezométrico $h_{i,k}$. O nível piezométrico de um nó será dado pela cota topográfica do nó mais a pressão da água neste nó, assim :

$$fp(h_{i,k}) = \begin{cases} (h_{\min i} - h_{i,k}) & \Rightarrow \text{se } h_{i,k} < h_{\min i} \\ (h_{i,k} - h_{\max i}) & \Rightarrow \text{se } h_{i,k} > h_{\max i} \\ 0 & \Rightarrow \text{caso contrário} \end{cases} \quad [77]$$

A função de penalização sobre as velocidades limite nas tubulações será dada por :

$$fp(v_{j,k}) = \begin{cases} (v_{\min j} - v_{j,k}) & \Rightarrow \text{se } v_{j,k} < v_{\min j} \\ (v_{j,k} - v_{\max j}) & \Rightarrow \text{se } v_{j,k} > v_{\max j} \\ 0 & \Rightarrow \text{caso contrário} \end{cases} \quad [78]$$

O mesmo devendo acontecer com as restrições limites de vazões de despacho para as estações elevatórias.

$$fp(Qe_{i,k}) = \begin{cases} (Qe_{\min i} - Qe_{i,k}) & \Rightarrow \text{se } Qe_{i,k} < Qe_{\min i} \\ (Qe_{i,k} - Qe_{\max i}) & \Rightarrow \text{se } Qe_{i,k} > Qe_{\max i} \\ 0 & \Rightarrow \text{caso contrário} \end{cases} \quad [79]$$

6.3.2 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA PELO GRADIENTE REDUZIDO

6.3.2.1 – Método do Gradiente Reduzido

O método do gradiente reduzido foi desenvolvido, inicialmente, para problemas de programação não linear com restrições lineares. Seja um modelo não linear do tipo :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Min } f(\mathbf{x}) \\ \text{s.a.} \\ \mathbf{Ax} = \mathbf{b} \end{array} \right\} \quad [80]$$

onde a matriz A é de dimensão $m \times n$, \mathbf{x} é de dimensão n e o vetor \mathbf{b} de dimensão m . Se o vetor de variáveis \mathbf{x} puder ser separado em variáveis \mathbf{x}_B e \mathbf{x}_N , $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_B \mid \mathbf{x}_N]$, de tal modo que a matriz A possa ser separável de forma correspondente em $A = [B \mid N]$ e a submatriz B tiver dimensão $m \times m$ e for inversível, então, podemos escrever o problema [80] através do problema [81].

$$\left. \begin{array}{l} \text{Min } f(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N) \\ \text{s.a.} \\ \mathbf{Bx}_B + \mathbf{Nx}_N = \mathbf{b} \end{array} \right\} \quad [81]$$

Dado um ponto \mathbf{x}^k factível, o método do gradiente encontra uma direcção factível de melhora \mathbf{d}^k , tal que :

$$A (\mathbf{x}^k + \alpha \mathbf{d}^k) = \mathbf{b} \quad [82]$$

de modo que $A \mathbf{x}^k + \alpha A \mathbf{d}^k = \mathbf{b}$. Como $A \mathbf{x}^k = \mathbf{b}$ e α é maior do que zero, então teremos $A \mathbf{d}^k = \mathbf{0}$. Podemos concluir que $B \mathbf{d}_B^k + N \mathbf{d}_N^k = \mathbf{0}$ e, daí tirar a dependência na direcção de caminhada [83].

$$\mathbf{d}_B^k = -\mathbf{B}^{-1} \mathbf{N} \mathbf{d}_N^k \quad [83]$$

A escolha da direção \mathbf{d}_N^k é estabelecida com a direção do gradiente da função $f(\mathbf{B}^{-1} \mathbf{b} - \mathbf{B}^{-1} \mathbf{N} \mathbf{x}_N, \mathbf{x}_N)$, que pela regra da cadeia é :

$$\mathbf{d}_N^k = -\nabla_{\mathbf{x}_N} f(\mathbf{x}_B^k, \mathbf{x}_N^k) + \nabla_{\mathbf{x}_B} f(\mathbf{x}_B^k, \mathbf{x}_N^k) \mathbf{B}^{-1} \mathbf{N} \quad [84]$$

O método do gradiente reduzido é o método do gradiente aplicado ao problema reduzido resultante da eliminação dos graus de liberdade da função objetivo pelas restrições de igualdade do problema. Este procedimento reduz a solução do problema em número de variáveis de trabalho, reduzindo a complexidade com ganhos computacionais.

6.3.2.2 – Gradiente Reduzido Generalizado

Para um problema que envolva restrições não lineares, o método do gradiente reduzido pode ser generalizado, estabelecendo o método de otimização conhecido como gradiente reduzido generalizado. Seja o problema de programação não linear geral [85].

$$\left. \begin{array}{l} \text{Min } f(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N) \\ \text{s.a.} \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N) = \mathbf{0} \end{array} \right\} \quad [85]$$

sendo

$\mathbf{x}_B \Rightarrow$ de dimensão m ;

$\mathbf{x}_N \Rightarrow$ de dimensão $n-m$;

$\mathbf{g}(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N) \Rightarrow$ de dimensão m .

Associado ao problema [85] temos a função Lagrangiano a ser minimizada, [86].

$$\text{Min } L = f(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N) + \lambda^T \mathbf{g}(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N) \quad [86]$$

A condição de otimalidade de [85] estabelece a estacionaridade dos gradientes do Lagrangiano em relação às variáveis de decisão, dados pelas equações [87] e [88].

$$\nabla_{\mathbf{x}_B} L = \nabla_{\mathbf{x}_B} f(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N) + \lambda^T \mathbf{J}_{\mathbf{x}_B} \quad [87]$$

$$\nabla_{\mathbf{x}_N} L = \nabla_{\mathbf{x}_N} f(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N) + \lambda^T \mathbf{J}_{\mathbf{x}_N} \quad [88]$$

Impondo a condição de otimalidade em relação às variáveis \mathbf{x}_B , $\nabla_{\mathbf{x}_B} L = 0$, é possível expressar analiticamente o valor de λ :

$$\lambda^T = -\nabla_{\mathbf{x}_B} f(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N) \left[\mathbf{J}_{\mathbf{x}_B} \right]^{-1} \quad [89]$$

que substituindo na equação [87] produzirá a expressão do gradiente reduzido, dada pela equação [90].

$$\nabla_{\mathbf{x}_N} L = \nabla_{\mathbf{x}_N} f(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N) - \nabla_{\mathbf{x}_B} f(\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N) \left[\mathbf{J}_{\mathbf{x}_B} \right]^{-1} \mathbf{J}_{\mathbf{x}_N} \quad [90]$$

6.3.2.3 – Aplicação do Gradiente Reduzido Generalizado ao Modelo

Tomando o modelo apresentado pelas equações [75] e [76] e considerando os vetores de variáveis de decisão \mathbf{n}_b (número de bombas em

operação), H_r (nível da água nos reservatórios), Q_b (vazões de despacho das bombas das estações elevatórias) e h (níveis piezométricos dos nós da rede), podemos escrevê-lo de forma genérica como em [91].

$$\left. \begin{array}{l} \text{Min} \quad F(\mathbf{nb}, \mathbf{Hr}, \mathbf{Qb}, \mathbf{h}) \\ \text{s.a.} \quad \mathbf{b}(\mathbf{nb}, \mathbf{Hr}, \mathbf{Qb}, \mathbf{h}) = \mathbf{0} \end{array} \right\} \quad [91]$$

Os vetores das vazões de despacho das bombas e níveis piezométricos dos demais nós, Q_b e h , são obtidos da solução de equilíbrio hidráulico da rede, apresentada no capítulo V, fixados previamente o número de bombas \mathbf{nb} e os níveis dos reservatórios \mathbf{Hr} .

Aplicando o gradiente reduzido ao problema não linear [91], os gradientes reduzidos das variáveis de decisão $r_{\mathbf{nb}}$ e $r_{\mathbf{Hr}}$ passam a ser :

$$r_{\mathbf{nb}} = \nabla_{\mathbf{nb}} F(\mathbf{nb}, \mathbf{Hr}, \mathbf{Qb}, \mathbf{h}) - \nabla_{\mathbf{h}, \mathbf{Qb}} F(\mathbf{nb}, \mathbf{Hr}, \mathbf{Qb}, \mathbf{h}) [\mathbf{J}_{\mathbf{h}, \mathbf{Qb}}]^{-1} \mathbf{J}_{\mathbf{nb}} \quad [92]$$

$$r_{\mathbf{Hr}} = \nabla_{\mathbf{Hr}} F(\mathbf{nb}, \mathbf{Hr}, \mathbf{Qb}, \mathbf{h}) - \nabla_{\mathbf{h}, \mathbf{Qb}} F(\mathbf{nb}, \mathbf{Hr}, \mathbf{Qb}, \mathbf{h}) [\mathbf{J}_{\mathbf{h}, \mathbf{Qb}}]^{-1} \mathbf{J}_{\mathbf{Hr}} \quad [93]$$

O sistema de equações \mathbf{b} tem dimensão $(NN \times NP) \times (NN \times NP)$, sendo NN o número de nós da rede e NP o número de intervalos de tempo considerados ao longo do dia. Em função deste estrutura bloco angular, o sistema \mathbf{b} pode ser subdividido em subsistemas \mathbf{b}_k para cada intervalo de tempo k , com dimensão $(NN \times NN)$.

A subdivisão do sistema de equações b permite escrever o gradiente reduzido do número de bombas em operação para um dado intervalo de tempo k através da equação genérica [94].

$$\mathbf{r}_{nb_k} = \nabla F_{nb_k} - \nabla F_{h_k, Qb_k} \left[\mathbf{J}_{h_k, Qb_k} \right]^{-1} \mathbf{J}_{nb_k} \quad [94]$$

Como a vazão de liberação dos reservatórios em um dado intervalo de tempo k é dada pela diferença do nível do reservatório entre o intervalo de tempo k e $k + 1$ e, considerando que a vazão de liberação do reservatório no intervalo de tempo k está presente no balanço do nó adjacente a este, então o nível do reservatório em um dado instante de tempo afeta o balanço da rede no intervalo atual e anterior. Desta forma, o gradiente reduzido para o nível dos reservatórios poderá ser representado através da equação genérica [95].

$$\mathbf{r}_{Hr_k} = \nabla F_{Hr_k} - \left(\nabla F_{h_{k-1}, Qb_{k-1}} \left[\mathbf{J}_{h_{k-1}, Qb_{k-1}} \right]^{-1} \mathbf{J}_{Hr_k} + \nabla F_{h_k, Qb_k} \left[\mathbf{J}_{h_k, Qb_k} \right]^{-1} \mathbf{J}_{Hr_k} \right) \quad [95]$$

A determinação analítica dos gradientes dados pelas equações [94] e [95] envolve uma série de etapas, discutidas a seguir.

O sistema de equações b pode ser resolvido como apresentado no capítulo V para determinação do equilíbrio hidráulico da rede. Na solução do equilíbrio a utilização do método de Newton-Rapshon permite determinar, a cada iteração t , os novos valores das variáveis Qb e h para a iteração $(t + 1)$, dados pelas equações [96] e [97].

$$\mathbf{Qb}_k^{t+1} = \mathbf{Qb}_k^t - \left[\mathbf{J}_{h_k^t, Qb_k^t} \right]^{-1} \mathbf{b}_k^t \quad [96]$$

$$\mathbf{h}_k^{t+1} = \mathbf{h}_k^t - \left[\mathbf{J}_{\mathbf{h}_k, \mathbf{Qb}_k} \right]^{-1} \mathbf{b}_k^t \quad [97]$$

No ponto ótimo, obtido ao final do equilíbrio hidráulico, a matriz invertida dos gradientes das restrições em relação aos níveis piezométricos e vazões de despacho das elevatórias será conhecida, podendo ser utilizada para determinação dos gradientes reduzidos definidos pelas equações [94] e [95].

6.3.2.4 – Contribuição do Equilíbrio Hidráulico sobre os Gradientes

Analisando as dimensões dos vetores gradiente reduzido, dados pelas equações [94] e [95], o gradiente do número de bombas tem dimensão $(1 \times NE)$ e o gradiente do nível dos reservatórios tem dimensão $(1 \times NR)$, sendo NE o número de estações elevatórias de bombeamento e NR o número de reservatórios na rede. Os componentes da contribuição do equilíbrio hidráulico sobre os gradientes reduzidos têm dimensões dadas por :

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{h}_k, \mathbf{Qb}_k} F &\Rightarrow (1 \times NN) \\ \left[\mathbf{J}_{\mathbf{h}_k, \mathbf{Qb}_k} \right]^{-1} &\Rightarrow (NN \times NN) \\ \mathbf{J}_{\mathbf{nb}_k} &\Rightarrow (NN \times NE) \\ \mathbf{J}_{\mathbf{Hr}_k} &\Rightarrow (NN \times NR) \end{aligned}$$

Separando o produto dos dois componentes que são comuns ao gradiente reduzido do número de bombas e dos níveis dos reservatórios, teremos um vetor de contribuição [98].

$$\nabla_{\mathbf{h}_k, \mathbf{Qb}_k} F \left[\mathbf{J}_{\mathbf{h}_k, \mathbf{Qb}_k} \right]^{-1} \Rightarrow (1 \times NN) (NN \times NN) \Rightarrow (1 \times NN) \quad [98]$$

A matriz inversa será conhecida da solução do equilíbrio hidráulico. O gradiente da função objetivo em relação às variáveis de decisão secundárias, nível piezométricos dos nós e vazões de despacho das bombas das elevatórias, deve ser avaliado em função do nó ser uma estação elevatória ou um nó consumidor comum, [99].

$$\nabla_{h_k, Qb_k} F = \begin{cases} \nabla_{Qb_k} F \Rightarrow \text{se for um nó elevatória} \\ \nabla_{h_k} F \Rightarrow \text{se for um nó consumidor comum} \end{cases} \quad [99]$$

Tomando inicialmente o caso de um nó correspondente a uma elevatória, a derivada da função objetivo [75] em relação à vazão de despacho das bombas da elevatória i , no intervalo de tempo k , será dada pela equação [100],

$$\frac{\partial F}{\partial Qb_{i,k}} = \frac{\partial}{\partial Qb_{i,k}} \left[\sum_{t=1}^{NE} \sum_{l=1}^{NP} f(Pe_{i,t}, En_t) + \sum_{i=1}^{NE} \sum_{t=1}^{NP} \lambda Qe_{i,t} fp(Qe_{i,t}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{NE} \sum_{t=1}^{NP} P [fp(Qe_{i,t})]^2 \right] \quad [100]$$

onde Qe é a vazão total da elevatória, equivalente ao produto do número de bombas pela vazão de despacho das bombas Qb . A derivada inclui a variação do custo de energia e do custo de violação das vazões de despacho limites para a elevatória, desconsiderados todos os demais termos da função objetivo que não são influenciados diretamente pela vazão de despacho.

É fácil perceber que a vazão de despacho só influenciará o custo da elevatória no intervalo de tempo considerado, o mesmo acontecendo para a violação, ficando a equação [100] reescrita.

$$\frac{\partial F}{\partial Qb_{i,k}} = \frac{\partial f(Pe_{i,k}, En_k)}{\partial Qb_{i,k}} + \frac{\partial fp(Qe_{i,k})}{\partial Qb_{i,k}} [\lambda Qe_{i,k} + P fp(Qe_{i,k})] \quad [101]$$

O primeiro termo da equação [100], representando a variação do custo de energia em relação à variação da vazão de despacho, será obtido pela variação do custo de energia em relação à potência de operação da estação e pela variação da potência de operação em relação à vazão de despacho [102].

$$\frac{\partial f(Pe_{i,k}, En_k)}{\partial Qb_{i,k}} = \frac{\partial f(Pe_{i,k}, En_k)}{\partial Pe_{i,k}} \frac{\partial Pe_{i,k}}{\partial Qb_{i,k}} \quad [102]$$

Sendo a função de custo de energia $f(Pe_{i,k}, En_k)$ representada pela equação [51] e a potência de operação da estação ($Pe_{i,k}$) representada pela curva característica das bombas e pelo número de bombas, equação [53], a derivada das funções pode ser obtida facilmente.

Quanto ao segundo termo da equação [101], onde a função de penalização $fp(Qe_{i,k})$ é representada pela relação [79], este depende do nível de violação das vazões de despacho, se violação de despacho mínimo ou violação de despacho máximo. A sua derivada poderá ser obtido facilmente.

Definidos os dois termos da equação [101], a derivada da função objetivo em relação às vazões de despacho pode ser obtida e, juntamente com a matriz inversa dos gradientes das restrições, teremos o vetor de contribuição definido na equação [98].

Passando agora para o caso de um nó consumidor comum, a derivada da função objetivo [75] em relação ao nível piezométrico do nó i no intervalo de tempo k , será dada pela equação [103].

$$\frac{\partial F}{\partial h_{i,k}} = \frac{\partial fp(h_{i,k})}{\partial h_{i,k}} [\lambda h_{i,k} + P fp(h_{i,k})] + \sum_{j \in \Psi_i} \left\{ \frac{\partial fp(v_{j,k})}{\partial v_{j,k}} \frac{\partial v_{j,k}}{\partial h_{i,k}} [\lambda v_{j,k} + P fp(v_{j,k})] \right\} \quad [103]$$

Sendo a função de penalização $fp(h_{i,k})$ representada pela relação [77], que depende do extremo de violação do nível piezométrico, se violação do nível mínimo ou violação do nível máximo. O mesmo acontece em relação à função de penalização $fp(v_{j,k})$, representada pela relação [78], dependendo da violação de velocidade mínima ou velocidade máxima, em que j pertence ao conjunto de índices das tubulações que tenham origem ou destino no nó i . A variação da velocidade em relação ao nível piezométrico pode ser obtida pela representação da equação de Hazen-Williams em termos de velocidade. Com isto, a derivada da função objetivo poderá ser obtida facilmente.

Calculado o vetor gradiente [99] e de posse da matriz inversa dos gradientes das restrições, o produto entre os dois fornece o vetor de contribuição dado em [98], comum ao cálculo do gradiente reduzido para o número de bombas e níveis de água nos reservatórios, equações [94] e [95].

6.3.2.5 – Gradiente do Número de Bombas Operando nas Elevatórias

Como o número de bombas operando na estação i , no intervalo de tempo k , só afeta o custo de energia do respectivo intervalo, podemos representar a equação [94], para um estação específica e um intervalo de tempo específico, através da equação [104].

$$\mathbf{r}_{nb_{i,k}} = \frac{\partial f(Pe_{i,k}, En_k)}{\partial nb_{i,k}} - \nabla_{h_k, Qb_k} F \left[\mathbf{J}_{h_k, Qb_k} \right]^{-1} \mathbf{J}_{nb_k} \quad [104]$$

A derivada da função objetivo em relação ao número de bombas da estação i , no intervalo de tempo k , será representada pela derivada da função de custo de energia para a respectiva estação e intervalo, representada pela equação [52], sendo a potência da estação dada pela potência de uma bomba, através da sua curva característica e do número de bombas, [53].

Resta agora conhecer o gradiente das restrições em relação ao número de bombas para, juntamente com o vetor de contribuição, calculado anteriormente, determinar o gradiente reduzido.

O número de bombas afetará o equilíbrio hidráulico do nó correspondente à estação elevatória, onde aparece multiplicando a vazão de despacho de cada bomba, fornecendo o despacho total da elevatória. O gradiente das restrições de equilíbrio hidráulico em relação ao número de bombas será um vetor com componente não nula no nó da elevatória, com sinal negativo, sendo o módulo dado pela vazão de despacho de cada bomba.

Com este vetor e o vetor de contribuição será calculada a contribuição do equilíbrio hidráulico da rede sobre o gradiente reduzido do número de bombas [98].

6.3.2.6 – Gradiente dos Níveis de Água nos Reservatórios

O gradiente reduzido do nível da água para um determinado reservatório i , no intervalo de tempo k , será dado pela equação [105].

$$r_{Hr,i,k} = \frac{\partial F}{\partial Hr_{i,k}} - \left(\frac{\nabla F}{h_{k-1}, Qb_{k-1}} [J_{h_{k-1}, Qb_{k-1}}]^{-1} J_{Hr_k} + \frac{\nabla F}{h_k, Qb_k} [J_{h_k, Qb_k}]^{-1} J_{Hr_k} \right) \quad [105]$$

Uma avaliação da influência dos níveis do reservatório sobre o custo de energia mostra que não há influência direta. A alteração do nível do reservatório afeta a vazão de liberação deste acarretando alteração nas necessidades de despacho das estações elevatórias, o que produzirá alteração no custo de energia.

Um aspecto que não pode deixar de ser levado em consideração é a influência que a vazão de liberação exerce sobre o nível piezométrico limite do nó

adjacente, em termos da operação da válvula, equações [58] e [61]. A definição de um nível limite para operação das válvulas associadas aos reservatórios estabelece as restrições de nível piezométrico para os nós adjacentes, equações [59] e [62].

Toda vez que o equilíbrio hidráulico da rede for obtido com um nível piezométrico que viole a operação da válvula, uma modificação deverá ser feita na vazão de liberação, modificando o nível do reservatório. Como o nível piezométrico limite do nó adjacente faz parte da função objetivo, através da função de penalização, existe uma derivada da função objetivo em relação à vazão de liberação e, conseqüentemente em relação ao nível da água no reservatório.

A derivada da função objetivo em relação ao nível do reservatório será dada pela derivada da função de penalização do nível piezométrico do nó adjacente ao reservatório em relação ao nível adjacente, multiplicada pela derivada do nível piezométrico adjacente em relação à vazão de liberação e multiplicada pela derivada da vazão de liberação em relação ao nível do reservatório, [106].

$$\frac{\partial F}{\partial H_{r,k}} = \frac{\partial F}{\partial h_{adjacente}} \frac{\partial h_{adjacente}}{\partial Q_{r,k}} \frac{\partial Q_{r,k}}{\partial H_{r,k}} \quad [106]$$

Do termo de contribuição precisamos conhecer a influência do nível de água do reservatório sobre o equilíbrio hidráulico, através da vazão de liberação. Como o reservatório, para efeito de equilíbrio hidráulico é considerado externo à rede, sendo sua vazão incorporada à vazão do nó adjacente a este, no equilíbrio do nó adjacente podemos escrever o balanço de conservação de massa para um determinado intervalo de tempo k pela equação [107].

$$\sum_{j \in \Psi_i} q_{j,k} + (Q_{i,k} - Q_{r,k}) = 0 \quad [107]$$

O nível do reservatório irá então afetar o equilíbrio hidráulico do nó adjacente a este no intervalo considerado e no intervalo anterior, uma vez que participa da determinação da vazão de liberação nestes dois intervalos de tempo, equação [55]. O gradiente das restrições de equilíbrio em relação ao nível do reservatório terá então componente com módulo equivalente à constante de conversão da diferença de nível do reservatório ao longo do intervalo de tempo em vazão de liberação, K_r , com sinal positivo para o intervalo de análise e sinal negativo para o intervalo anterior. Obtendo-se então o gradiente.

6.3.3 – ALGORITMO DE BUSCA DA SOLUÇÃO INTEIRA

O modelo de otimização proposto nas equações [63] a [67], adotando como variáveis de decisão o número de bombas operando em cada estação elevatória e os níveis de água nos reservatórios, para cada intervalo de tempo, caracteriza-se como um problema não linear misto, uma vez que o número de bombas em operação só pode assumir valores inteiros.

Classicamente a solução de problemas inteiros foi desenvolvida para problemas lineares. A padronização dos algoritmos de programação linear e a garantia da convexidade do problema linear fez com que estes problemas tenham sido estudados intensivamente (SALKIN, 1975).

Para cada variável inteira em um problema de otimização existe um conjunto finito de valores que esta variável pode assumir, de modo que existe uma solução específica do problema de otimização associado a este valor da variável. Um procedimento natural para resolver um problema de otimização envolvendo variáveis inteiras seria resolver sucessivamente o problema, comparando os resultados para encontrar a melhor solução.

A dificuldade deste procedimento é que, embora o número de variáveis seja finito é, em geral grande, tornando praticamente impossível analisar todas as combinações. O processo de análise de todas as combinações é um procedimento de enumeração explícito.

Para contornar as dificuldades inerentes à enumeração explícita surgiram os métodos de enumeração implícita. Na enumeração implícita a avaliação de uma solução inteira deve se dar de modo a garantir que, em cada avaliação, um conjunto de soluções seja descartado implicitamente, à medida que geram soluções inferiores à solução em análise.

Dos algoritmos voltados à solução dos problemas envolvendo variáveis inteiras, os algoritmos de enumeração implícita são os que apresentam melhores resultados. Destes algoritmos, o método de enumeração por desdobramento e avaliação, conhecido como método de **branch-and-bound**, é o mais eficiente e conhecido.

Uma das características mais marcantes dos métodos de enumeração clássicos é a necessidade da convexidade do problema, por isto, para os problemas não lineares a sua aplicação tem se voltado para problemas com função objetivo quadrática. **McBRIDE e YORMARK** (1980) fizeram um apanhado das diferentes técnicas de solução de problemas envolvendo variáveis inteiras do tipo $[0 - 1]$, destacando a linearização de funções quadráticas, utilização de restrições adicionais e análise direta do problema quadrático. Os autores propuseram uma solução utilizando relaxação e penalização para os limites superior e inferior de variáveis $[0 - 1]$, aplicando a problemas de investimento de capital.

KÖRNER (1983), discutindo a questão da quantidade de publicações voltadas para a solução de problemas lineares inteiros, em relação aos problemas

não lineares inteiros, considerou que isto acontece devido à possibilidade de linearização por aproximação. O autor propôs a solução de um problema quadrático utilizando o algoritmo de branch-and-bound, introduzindo uma análise de ramificação mais provável.

KÖRNER (1985) buscou encontrar os ganhos de convergência em função da ordem de ramificação. A proposta do autor utilizou uma avaliação dos elementos da diagonal principal da matriz invertida das condições de Kuhn-Tucker. O autor exemplificou com um problema gerado aleatoriamente.

LI (1992) considerou os aspectos relacionados à aplicação do algoritmo branch-and-bound aos problemas não lineares, restringido aos problemas quadráticos. O autor avaliou várias propostas de substituição de variáveis e suas limitações, apresentando uma proposta de penalização das variáveis inteiras, de modo a aplicar aos problemas não convexos, atingindo pontos de ótimo local. Quanto à aplicação, o autor utilizou funções matemáticas simples.

Avaliando o problema específico de otimização de redes de abastecimento de água, no que diz respeito à otimização do dimensionamento da rede, as variáveis inteiras são os diâmetros comerciais das tubulações. No caso da operação, as variáveis inteiras são o número de bombas em operação.

Para o caso dos diâmetros têm sido usadas duas técnicas. A primeira de arredondamento dos diâmetros, perdendo o sentido em função da complexidade dos algoritmos de otimização e a simplicidade desta decisão. Como segunda alternativa tem sido utilizada a técnica de diâmetros adjacentes, desviando-se da configuração real.

No que se refere à operação das estações de bombeamento, no geral, a solução tem sido estabelecer a potência de operação da estação, dada pela vazão

de bombeamento e pela pressão, passando o arranjo de bombas a ser uma decisão externa, a posteriori.

Para busca da solução ótima inteira foi adotado um algoritmo de integralização progressiva, ramificando e avaliando o número de bombas em operação a partir da solução relaxada, baseado no algoritmo branch-and-bound. Para cada intervalo de tempo e cada elevatória, são testadas as duas soluções inteiras mais próximas da solução relaxada. Cada subproblema resultante da fixação do número de bombas é resolvido, sendo escolhida aquela solução que apresentar menor custo para nova ramificação. O algoritmo segue resolvendo todos os subproblemas de otimização até a fixação de todas as elevatórias e todos os intervalos de tempo em valores inteiros.

Em princípio, o método pode encontrar a melhor solução inteira nas cercanias do ótimo local relaxado. Isto acontecerá quando a distância entre os pontos ótimos locais, na superfície de otimização, for maior do que a distância entre os pontos inteiros, situação está representada esquematicamente através da figura 14.

Se, por outro lado a superfície de otimização for sensível a ponto da distância entre os ótimos locais ser menor do que a variação dos inteiros, no procedimento de ramificação e avaliação poderá haver salto entre os ótimos locais no processo de busca, situação representada na figura 15 onde a fixação no número de bombas nos inteiros mais próximos da solução relaxada encontrarão ótimos locais diferentes.

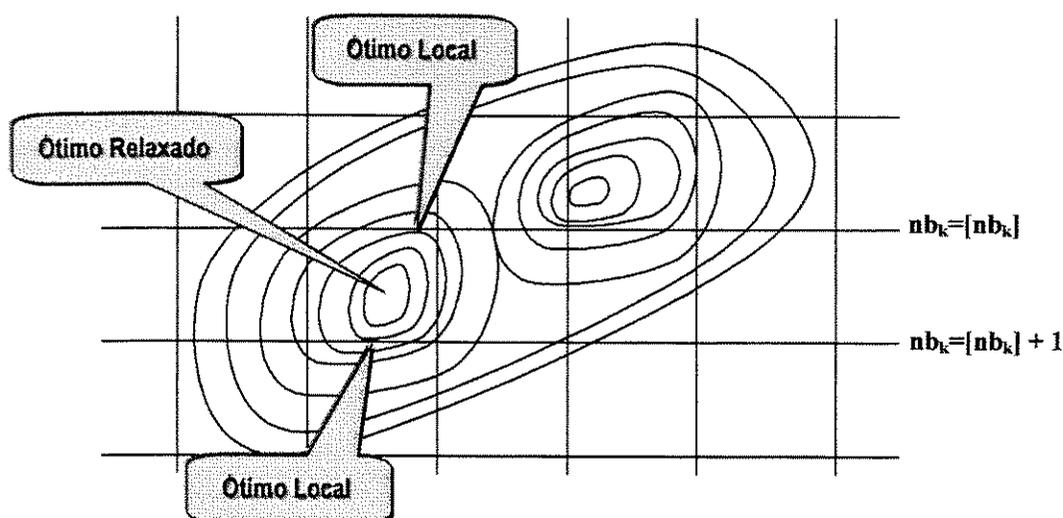


Figura 14 – Superfície de otimização com grade de números inteiros menor do que a distância entre os ótimos locais.

Neste caso, pode acontecer inclusive da solução inteira ser melhor do que a solução ótima relaxada, contrariando a filosofia dos algoritmos de enumeração implícita porém, justificável devido ao salto entre os diferentes ótimos locais, em função da não convexidade do problema. Isto poderá ser avaliado no capítulo VII com as aplicações do modelo.

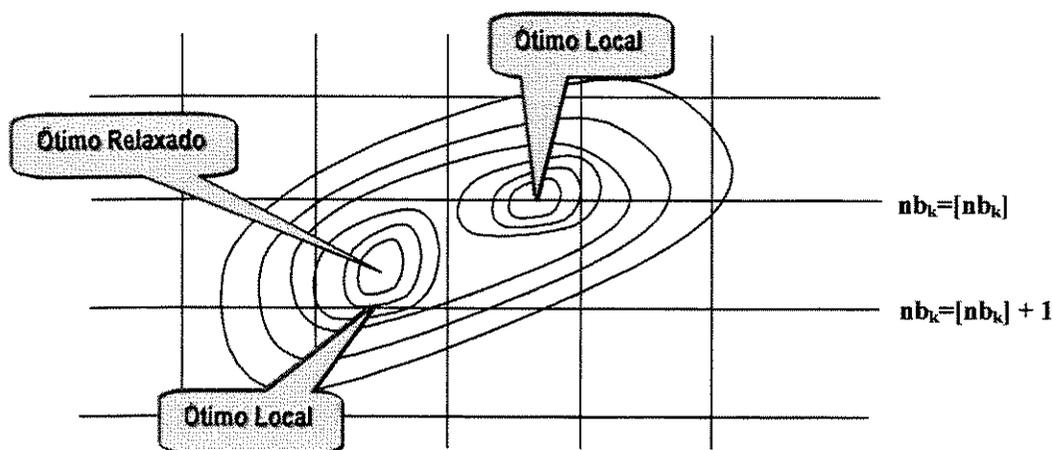


Figura 15 – Superfície de otimização com grade de números inteiros maior do que a distância entre os ótimos locais.

Independente de todas as dificuldades, a aplicação do algoritmo é benéfica pela filosofia de avaliar sempre um ponto melhor. No presente trabalho foi proposta a aplicação do algoritmo para encontrar uma solução ótima inteira, partindo da solução ótima relaxada. O algoritmo será detalhado adiante.

6.4 - Algoritmos

6.4.1 – ALGORITMO GERAL DE SOLUÇÃO

Para resolver o problema de otimização da operação de uma rede de distribuição de água através do modelamento proposto, teremos diversos níveis de otimização. Como a resolução do problema será encontrar uma solução inteira de número de bombas operando em cada estação elevatória, juntamente com as vazões de liberação dos reservatórios, tal que otimize a função objetivo penalizada, apresentada na equação [75], sujeita às restrições [76], o gerenciador principal será um algoritmo de ramificação e avaliação.

O problema de otimização da operação de uma rede de distribuição de água será resolvido em diversos níveis de otimização, interagindo entre si, fornecendo informações para melhoria da solução, figura 16.

Cada proposta de número de bombas estabelecida no algoritmo de ramificação da solução inteira irá formar um problema penalizado específico [108].

$$PP(n)^t = \{ \text{Min } F(\mathbf{nb}, \mathbf{Hr}, P, \lambda) / nb^t = n \} \quad [108]$$

Cada proposta de fatores de penalização e multiplicadores de Lagrange irá formar um problema de otimização específico [109].

$$PO(X,Y)^{it} = \{ \text{Min } F(nb,Hr) / P^{it} = X \text{ e } \lambda^{it} = Y \} \quad [109]$$

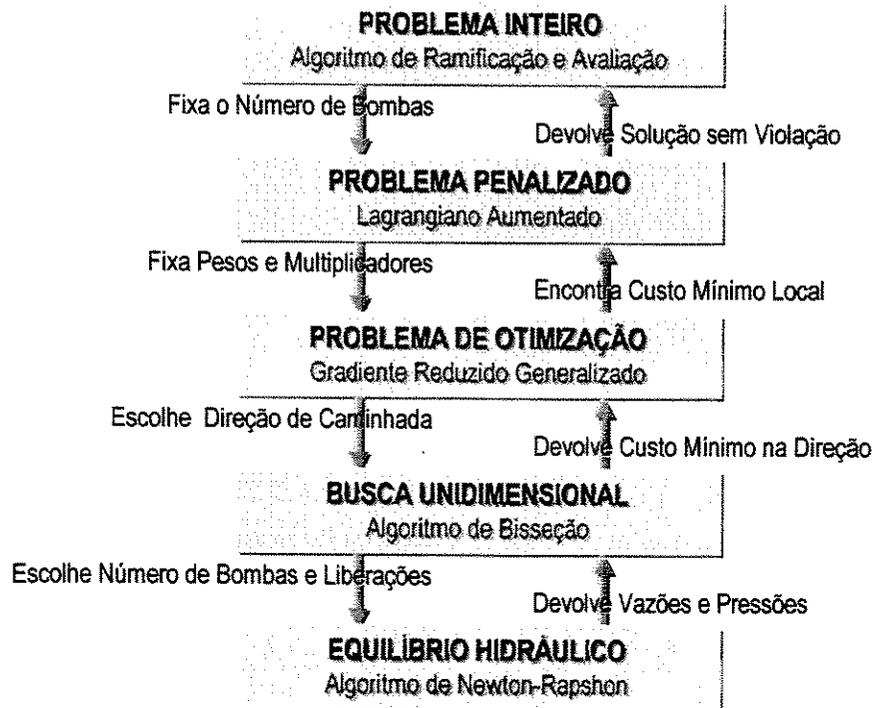


Figura 16 – Diagrama representativo dos diversos níveis de otimização.

Cada passo alterando uma variável de decisão forma uma proposta de operação, para a qual deve ser estabelecida a condição de equilíbrio hidráulico, formando um sistema de equações a ser resolvido pela metodologia proposta no capítulo V, equação [110].

$$S(X,Y)^{it} = \{ b(nb,Hr,Qe,h) = 0 / nb^{it} = X \text{ e } Hr^{it} = Y \} \quad [110]$$

6.4.2 - ALGORITMO DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA INTEIRO

A descrição do algoritmo utilizado para alcançar a solução inteira do problema de otimização está descrito através dos seus vários passos :

ALGORITMO GERENCIADOR DO PROBLEMA INTEIRO

- 1) Resolver o problema penalizado (PP) relaxando todas as variáveis inteiras correspondentes ao número de bombas operando em cada estação e cada intervalo de tempo;
- 2) Escolher o primeiro período para análise e a primeira estação elevatória na estrutura de dados;
- 3) Fixar o número de bombas da estação e intervalo de tempo escolhido, atribuindo como valor o número inteiro *inferior* ao valor obtido na solução do problema penalizado PP;
- 4) Resolver o problema penalizado relaxando todas as variáveis inteiras menos aquelas fixadas anteriormente no passo 3);
- 5) Guardar a solução obtida do problema penalizado anterior e seu custo;
- 6) Fixar o número de bombas da estação e intervalo de tempo escolhido, atribuindo como valor o número inteiro *superior* ao valor obtido na solução do problema penalizado PP;
- 7) Resolver o problema penalizado relaxando todas as variáveis inteiras menos aquelas fixadas anteriormente no passo 3);
- 8) Guardar a solução obtida do problema penalizado anterior e seu custo;
- 9) Se o custo da solução guardada no passo 5) for menor do que o custo da solução guardada no passo 8), recuperar a solução guardada no passo 5) substituindo no lugar da solução do passo 8);
- 10) Escolher a próxima estação no intervalo de tempo atual. Se não houver mais estações escolher a primeira estação do próximo intervalo de tempo. Se não houver mais estações nem intervalos de tempo então ⇨ **FIM**;
- 11) Se não encerrou, considerar o problema PP como a solução atual e retornar ao passo 3) com a nova variável escolhida.

O fluxograma do algoritmo de ramificação e avaliação da solução inteira está representado na figura 17.

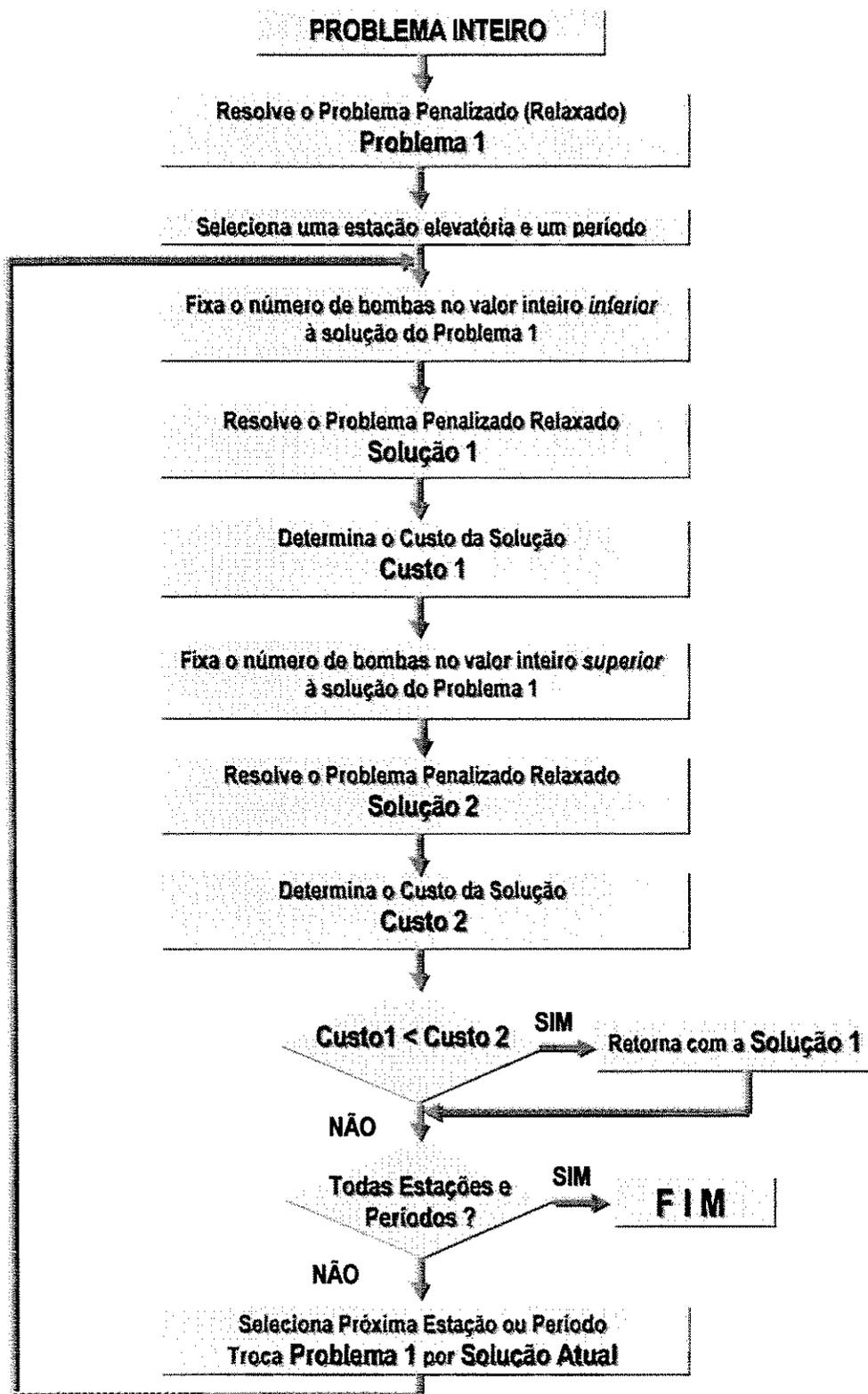


Figura 17 – Fluxograma de solução do problema inteiro.

6.4.3 – ALGORITMO DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA PENALIZADO

Como o problema proposto pelas equações [74] e [75] é um problema penalizado, será necessário um coordenador para gerenciar o crescimento do fator de penalização e a atualização dos multiplicadores de Lagrange.

A atualização dos multiplicadores de Lagrange se dará pela relação estabelecida na equação [111] (BERTSEKAS, 1976).

$$\lambda^{it+1} = \lambda^{it} + P^{it} \cdot fp^{it} \quad [111]$$

sendo

λ^{it} \Rightarrow o vetor de multiplicadores de Lagrange para as restrições de penalização na iteração it ;

P^{it} \Rightarrow o fator de penalização na iteração it ;

fp^{it} \Rightarrow o vetor da função de penalização na iteração it ;

O algoritmo gerenciador do problema penalizado está descrito através dos seus vários passos a seguir, assim como no fluxograma está representado na figura 18.

ALGORITMO GERENCIADOR DO PROBLEMA PENALIZADO

- 1) Considerar valores iniciais para o fator de penalização e para os multiplicadores de Lagrange associados às restrições;
- 2) Resolver o problema de otimização (PO) através do algoritmo de gradiente reduzido;
- 3) Verificar a existência de violação nas restrições e alterar os valores dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições;

- 4) Se não houver nenhuma violação às restrições ou, se o número de iterações limite for atingido, então \Rightarrow **FIM**;
- 5) Se houver alguma violação, alterar o fator de penalização seguindo a regra de crescimento adotada;
- 6) Voltar ao passo 2).

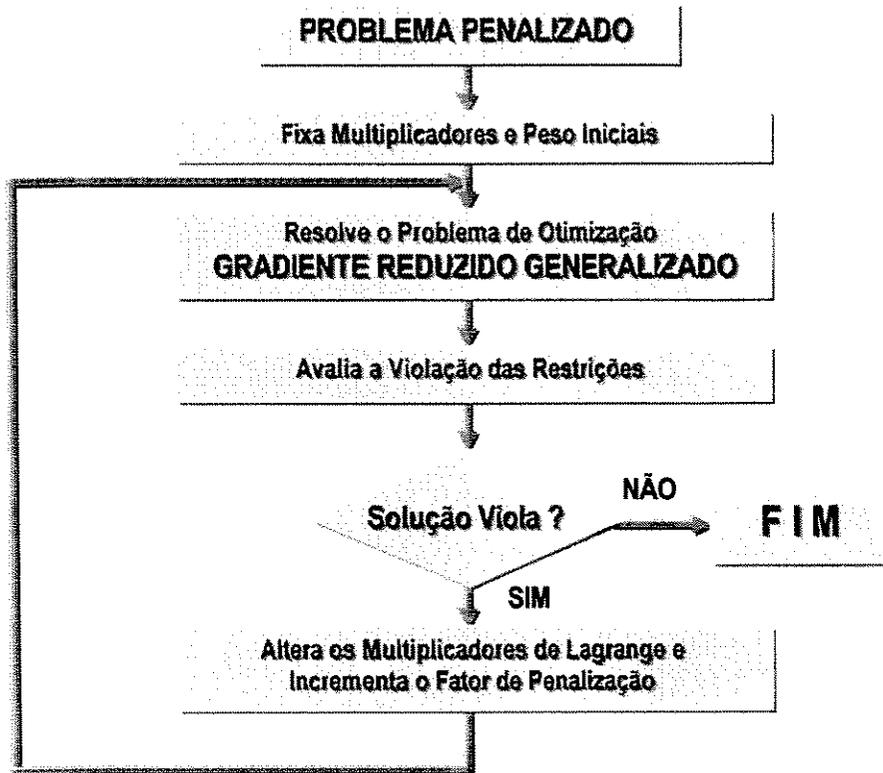


Figura 18 – Fluxograma de gerenciamento do problema penalizado.

6.4.4 – ALGORITMO DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Com número de bombas decidido no gerenciador da solução inteira e os valores de multiplicadores de Lagrange e fator de penalização no gerenciador do problema penalizado, temos um problema de otimização específico. O algoritmo de solução é o clássico de gradiente, figura 19.

ALGORITMO DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

- 1) Zerar as direções de caminhada nas variáveis de decisão;
- 2) Determinar o gradiente das variáveis de decisão;
- 3) Determinar a direção de caminhada a partir dos gradientes calculados;
- 4) Se o gradiente for nulo, dentro de uma tolerância, ou o número de iterações limite for atingido, então ⇒ **FIM**;
- 5) Se o gradiente nulo não foi atingido então, estabelecer uma busca na direção de caminhada para determinar o passo ótimo;
- 6) Voltar ao passo 2).

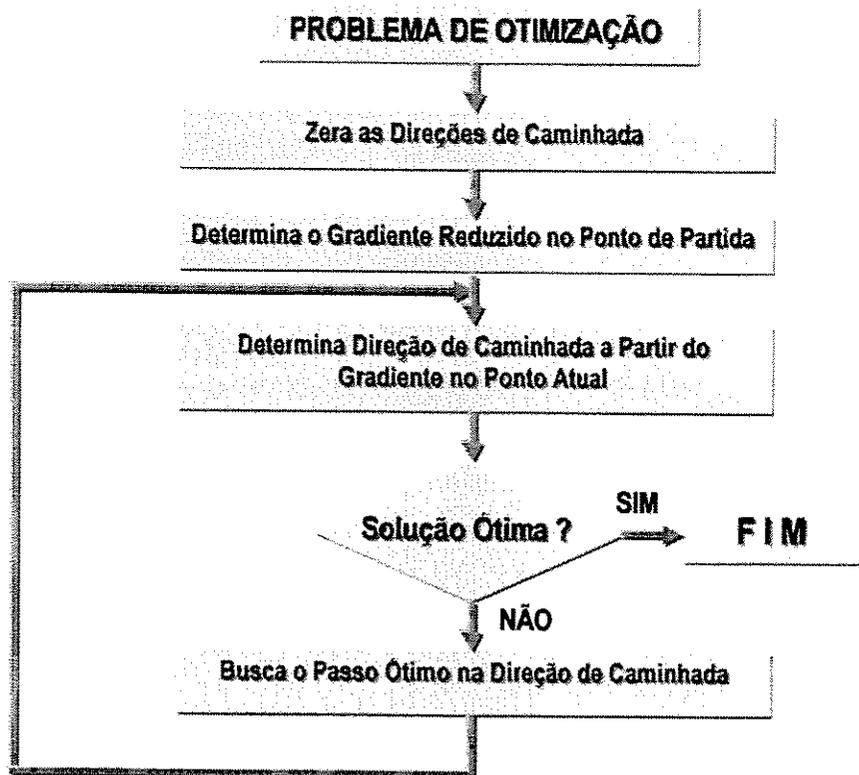


Figura 19 – Fluxograma de solução do problema de otimização.

6.4.5 – ALGORITMO DE CÁLCULO DO GRADIENTE REDUZIDO

Para o cálculo do gradiente reduzido devem ser consideradas todas as contribuições da operação de cada intervalo de tempo no gradiente das variáveis de decisão, exigindo um algoritmo adequado para incorporar as contribuições.

Os passos a serem adotados para determinação do gradiente reduzido estão descritos a seguir e o fluxograma está representado na figura 20.

ALGORITMO DE DETERMINAÇÃO DO GRADIENTE REDUZIDO

- 1) Zerar os gradientes das variáveis de decisão (número de bombas e vazões de liberação);
- 2) Considerar o primeiro intervalo de tempo;
- 3) Determinar o equilíbrio hidráulico da rede para o intervalo de tempo atual – Algoritmo de Newton-Raphson;
- 4) Determinar a contribuição do equilíbrio hidráulico sobre os gradientes reduzidos;
- 5) Considerar o próximo intervalo de tempo;
- 6) Se for o último intervalo de tempo, calcular o gradiente da função em relação ao número de bombas e ⇒ **FIM**;
- 7) Se não é o último período então voltar ao passo 3).

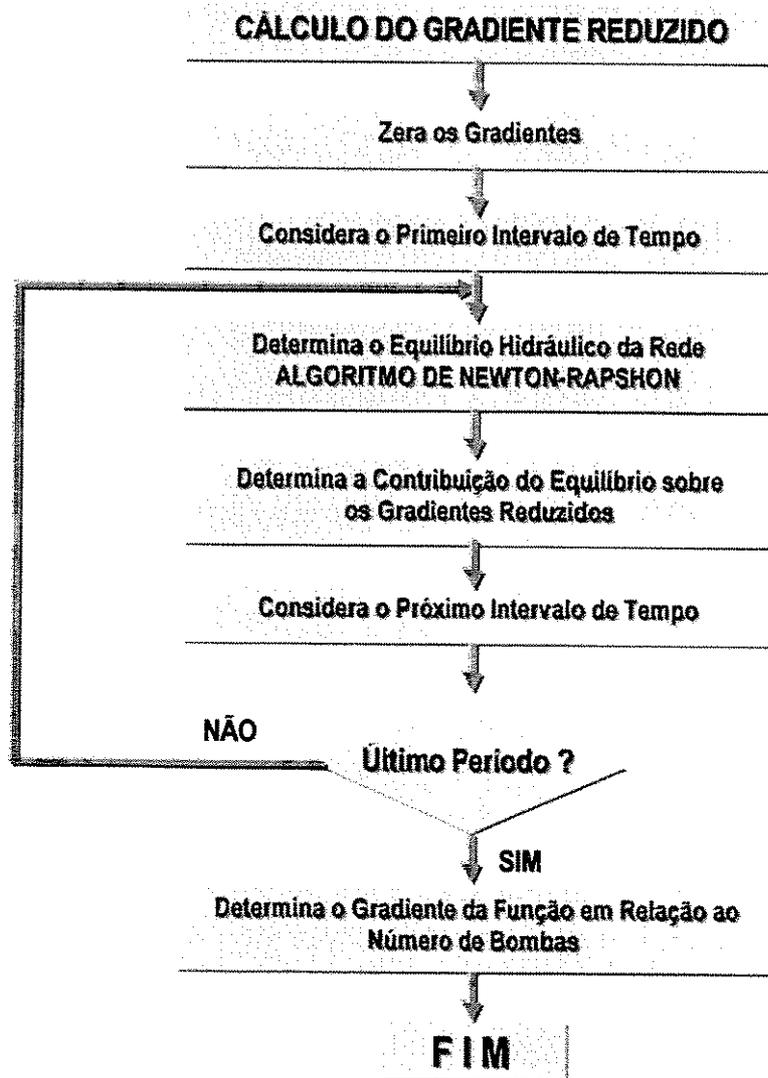


Figura 20 – Fluxograma de determinação do gradiente reduzido.

CAPÍTULO VII

APLICAÇÃO DO MODELO

7.1 - Considerações Iniciais

Para aplicação do modelo proposto buscou-se encontrar uma estrutura de rede típica para análise. Uma das grandes dificuldades de aplicação encontra-se na escassez de informações disponíveis, falta de sistematização das informações, descentralização e dificuldades de acesso.

Foram utilizadas duas redes para exemplificação da aplicação do modelo. Uma primeira hipotética, baseada em dados de consumo apresentados na literatura (HAMMER, 1979), denominada REDE1. A segunda rede é a que foi utilizada para exemplo apresentada por WALSKY et al. (1987), escolhida em função do detalhamento das informações apresentadas no trabalho e características da estrutura da rede, denominada REDE2.

7.2 - Aplicação do Modelo para a REDE1

7.2.1 - DESCRIÇÃO DA REDE

A rede utilizada para exemplo é uma pequena rede para abastecimento de uma comunidade. É constituída de duas estações de bombeamento e um reservatório de regularização, alimentando 12 nós divididos em duas regiões. A

topografia da região é suave não produzindo grandes diferenças de nível. A primeira estação elevatória está localizada em um extremo da rede, em uma região distante dos nós consumidores, em uma cota baixa. Já a segunda está localizada no outro extremo, mais próxima dos nós consumidores e em cota um pouco mais elevada do que a primeira. A figura 21 representa a configuração espacial da REDE1, identificando os nós e as tubulações através de seu número de código.

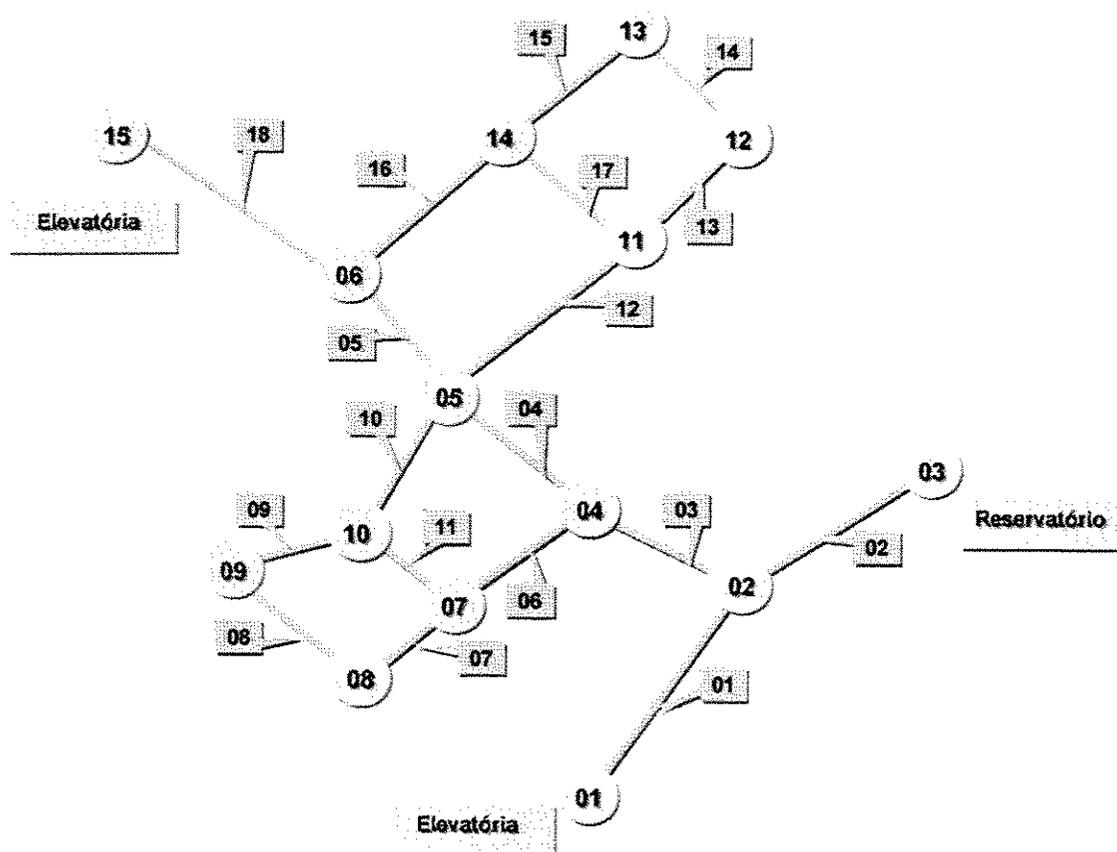


Figura 21 – Configuração espacial da rede exemplo REDE1.

Os nós da rede estão caracterizados por uma codificação de identificação do nó, sua cota topográfica, as pressões mínimas e máximas admissíveis e o consumo médio diário padrão. A tabela 1 apresenta os dados característicos dos nós que compõem a rede exemplo REDE1.

Tabela 1 – Dados referentes aos nós da rede exemplo REDE1.

CÓDIGO	COTA (m)	PRESSÃO (m)		CONSUMO (l/s)
		MÍNIMA	MÁXIMA	
Nó 01	0,00	-	-	Elevatória
Nó 02	15,00	10	100	0,00
Nó 03	70,00	-	-	Reservatório
Nó 04	20,00	10	100	70,00
Nó 05	20,00	10	100	65,00
Nó 06	20,00	10	100	50,00
Nó 07	22,00	10	100	60,00
Nó 08	25,00	10	100	60,00
Nó 09	30,00	10	100	60,00
Nó 10	23,00	10	100	70,00
Nó 11	30,00	10	100	55,00
Nó 12	42,00	10	100	80,00
Nó 13	40,00	10	100	55,00
Nó 14	40,00	10	100	60,00
Nó 15	10,00	-	-	Elevatória

As informações referentes às tubulações que compõem a REDE1 compreendem uma codificação de identificação de cada tubulação, o nó de origem da tubulação, o nó de destino, o comprimento do trecho, o coeficiente de atrito associado à equação de Hazen-Williams, as velocidades mínimas e máximas admissíveis e o diâmetro da tubulação, apresentadas na tabela 2 .

O consumo ao longo do dia é representado por um fator sobre o consumo médio diário para cada intervalo de tempo. A distribuição do consumo ao longo do dia está apresentada na tabela 3 e representada na figura 22.

Tabela 2 – Dados referentes às tubulações da rede exemplo REDE1.

TUBULAÇÃO	NÓ		COMPRIMENTO (m)	COEFICIENTE HAZEN- WILLIAMS	VELOCIDADE (m/s)		DIÂMETRO (m)
	ORIGEM	DESTINO			MÍNIMA	MÁXIMA	
Ln 01	Nó 01	Nó 02	8000,0	100	0	10	0,70
Ln 02	Nó 03	Nó 02	3000,0	100	0	10	0,70
Ln 03	Nó 02	Nó 04	1000,0	100	0	10	0,70
Ln 04	Nó 04	Nó 05	500,0	100	0	10	0,60
Ln 05	Nó 05	Nó 06	300,0	100	0	10	0,50
Ln 06	Nó 04	Nó 07	400,0	100	0	10	0,40
Ln 07	Nó 07	Nó 08	300,0	100	0	10	0,40
Ln 08	Nó 08	Nó 09	400,0	100	0	10	0,30
Ln 09	Nó 09	Nó 10	300,0	100	0	10	0,30
Ln 10	Nó 05	Nó 10	500,0	100	0	10	0,30
Ln 11	Nó 07	Nó 10	400,0	100	0	10	0,20
Ln 12	Nó 05	Nó 11	600,0	100	0	10	0,40
Ln 13	Nó 11	Nó 12	400,0	100	0	10	0,40
Ln 14	Nó 12	Nó 13	400,0	100	0	10	0,30
Ln 15	Nó 14	Nó 13	400,0	100	0	10	0,30
Ln 16	Nó 11	Nó 14	500,0	100	0	10	0,30
Ln 17	Nó 06	Nó 14	400,0	100	0	10	0,20
Ln 18	Nó 15	Nó 06	5000,0	100	0	10	0,70

Tabela 3 – Fatores de distribuição do consumo diário.

INTERVALO DE TEMPO	FATOR SOBRE O CONSUMO MÉDIO
09:00 às 12:00 hs	1,39
12:00 às 15:00 hs	1,38
15:00 às 18:00 hs	1,40
18:00 às 21:00 hs	1,60
21:00 às 24:00 hs	0,79
24:00 às 03:00 hs	0,44
03:00 às 06:00 hs	0,28
06:00 às 09:00 hs	0,53

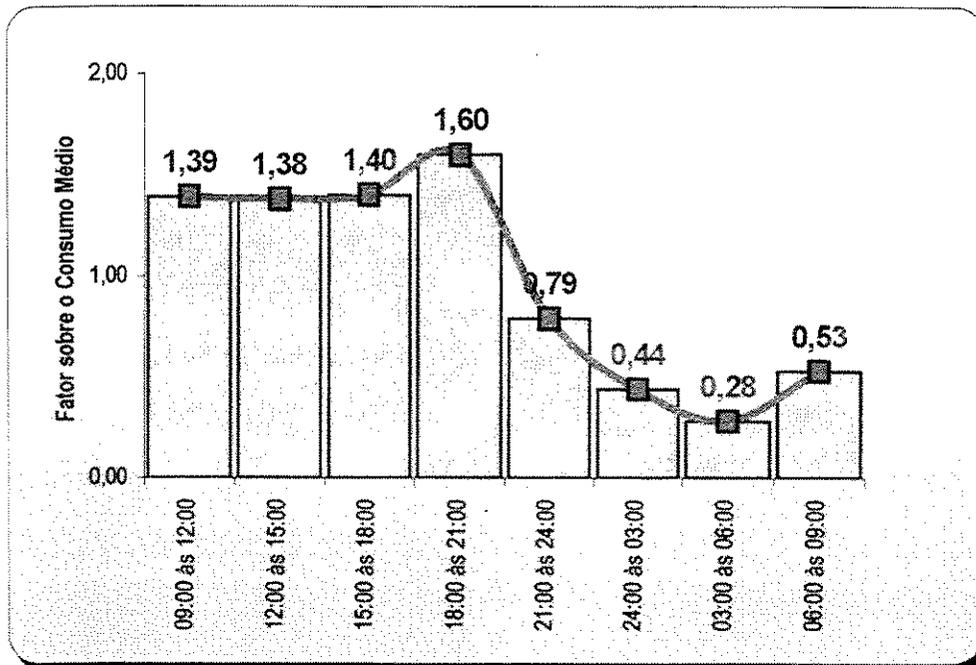


Figura 22 – Curva de distribuição do consumo diário.

As estações elevatórias da rede exemplo possuem seis bombas cujas curvas características, representadas através de alguns pontos, foram ajustadas através de regressão polinomial de segunda ordem. A figura 23 representa as curvas características das bombas.

As curvas de pressão e potência contra a vazão de bombeamento ajustadas estão representadas, respectivamente, nas equações [112] e [113].

$$H_e = 129,6063 - 0,0245Q_b - 0,0011Q_b^2 \quad [112]$$

$$P_e = 1,3975 + 1,9544Q_b - 0,0037Q_b^2 \quad [113]$$

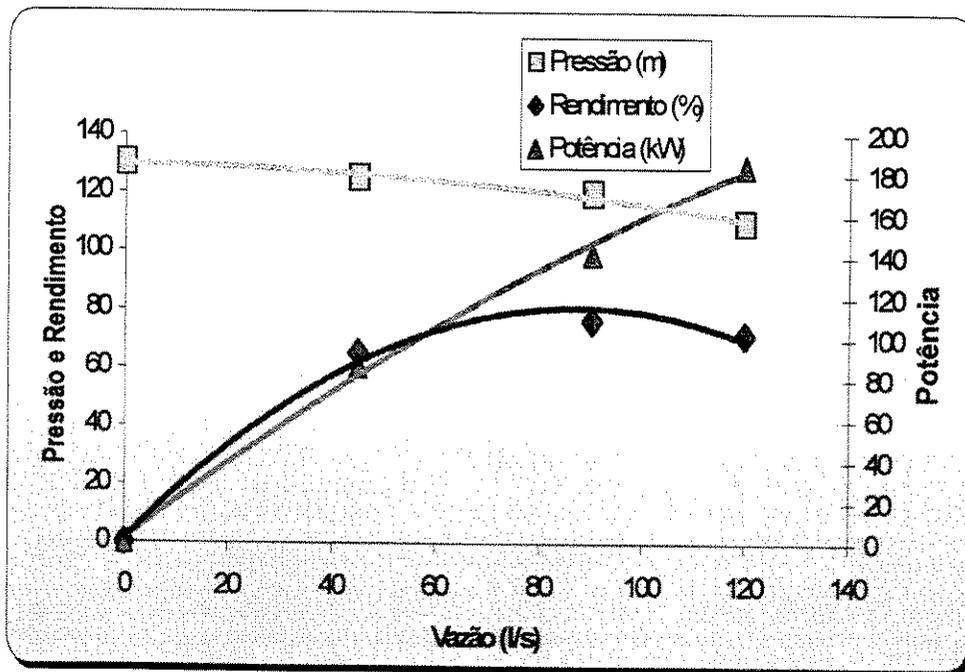


Figura 23 – Curvas características das bombas da estação elevatória.

A rede possui um reservatório localizado no nó 03, com capacidade de $9.871,2 \text{ m}^3$, sendo sua altura útil de $20,04 \text{ m}$. A operação do reservatório foi considerada para um volume mínimo necessário ao abastecimento de um por cento do consumo total diário, correspondendo a um nível de $1,17 \text{ m}$ no reservatório.

Como proposta de utilização inicial do reservatório, foi considerada a operação inicial seguindo uma relação linear de esvaziamento e enchimento, ocorrida em duas metades do dia, proposta idêntica à apresentada por YU et al. (1994), cuja trajetória está representada na figura 24.

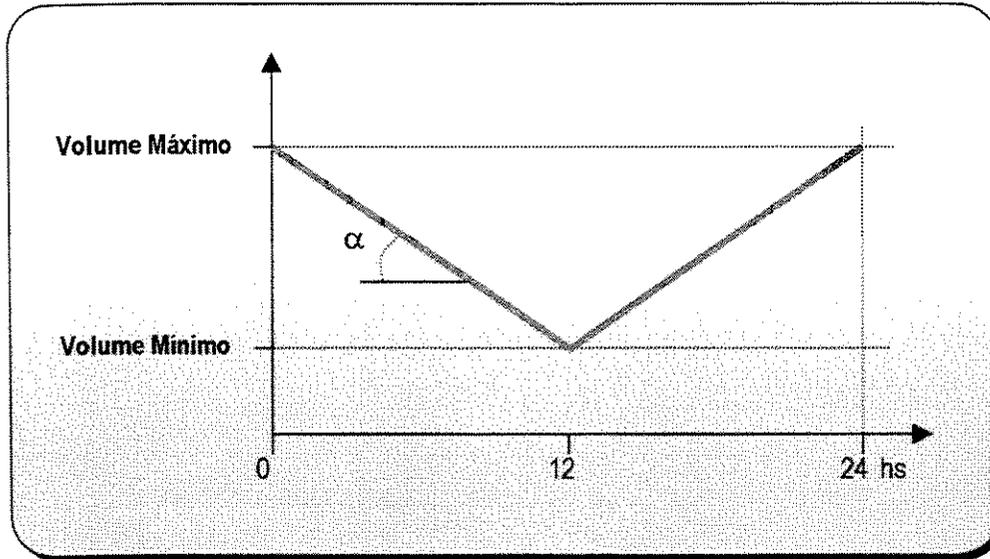


Figura 24 – Curva de utilização inicial dos reservatórios.

A inclinação da curva de utilização do reservatório representa a taxa de variação do volume em relação ao tempo, correspondendo à vazão de liberação. Com a adoção de uma curva linear, a inclinação é uma constante. As vazões de liberação iniciais, portanto, são constantes e positivas durante a primeira metade do dia e negativas durante a segunda metade.

7.2.2 – OTIMIZAÇÃO DA OPERAÇÃO DA REDE

Devido à natureza não convexa do problema, vários testes prévios foram efetuados para verificar a influência do ponto de partida na solução ótima encontrada. Uma observação importante diz respeito ao termo de penalização, que apresenta extrema sensibilidade. A adoção de um termo muito elevado logo no início tende a forçar uma solução que alcance um ponto factível e condições de otimalidade porém, longe da solução considerada ótima, que tende a utilizar pressões nos nós considerados críticos no seu limite mínimo, reduzindo a pressão de bombeamento e, conseqüentemente, o custo.

Várias propostas de operação inicial do reservatório foram testadas, sendo a proposta de esgotamento do volume útil do reservatório na metade do dia a que melhor resultado apresenta, o que já era esperado, uma vez que esta proposta aproveita mais o reservatório, reduzindo a necessidade de bombeamento e de custo.

7.2.2.1 – Utilização Inicial do Reservatório em 100% do Volume Útil

Com relação à operação inicial das estações elevatórias, foi adotada a proposta de uma única bomba operando inicialmente em cada estação. Para parâmetros do modelo foram utilizados multiplicadores de Lagrange iniciais unitários e fator de penalização inicial em 10^1 . Para regra de crescimento do fator de penalização foi utilizada a multiplicação por duas unidades a cada iteração do problema penalizado. Para iterações limite foram consideradas 10 iterações para o gerenciador de penalização, 20 iterações para o problema de otimização, 20 iterações para a busca unidimensional e 50 iterações limite para o equilíbrio hidráulico. Todas as tolerâncias foram consideradas em 10^{-3} .

A trajetória do reservatório para as condições de otimização adotadas pode ser observado na figura 25, onde estão representadas as curvas de evolução do nível do reservatório para a proposta inicial, para a solução relaxada e para a solução ótima inteira encontrada. Como pode ser observado, as soluções são bastante parecidas, indicando que a utilização ótima dos reservatórios é aproximadamente igual à solução inicial adotada, resultado encontrado também por YU et al. (1994).

A operação otimizada da rede está apresentada na tabela 4, onde estão os dados referentes à solução relaxada e à solução inteira. O processo de busca da solução inteira pode ser acompanhado através das iterações do algoritmo de busca na figura 26.

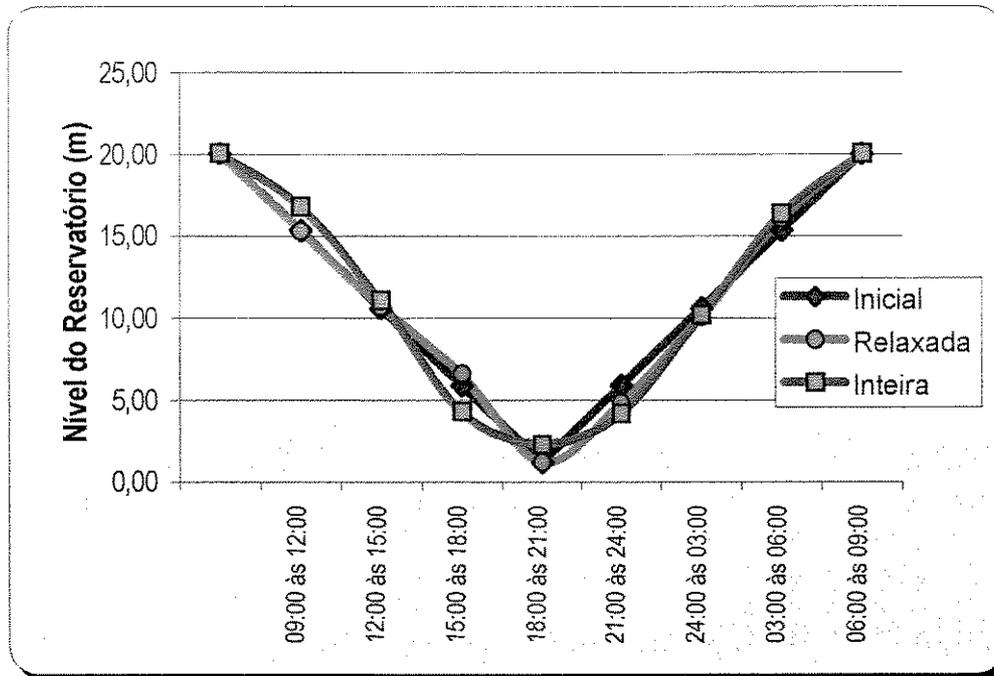


Figura 25 – Trajetória do reservatório da REDE1 para 100% de utilização inicial.

Tabela 4 – Regime de operação da REDE1 para o nível de utilização inicial do reservatório em 100% do volume útil.

PERÍODO	SOLUÇÃO RELAXADA					SOLUÇÃO INTEIRA				
	Elevatória Nó 01		Elevatória Nó 15		Reserv. Nó 03	Elevatória Nó 01		Elevatória Nó 15		Reserv. Nó 03
	Número de Bombas	Despacho Total (l/s)	Número de Bombas	Despacho Total (l/s)	Liberação (l/s)	Número de Bombas	Despacho Total (l/s)	Número de Bombas	Despacho Total (l/s)	Liberação (l/s)
09:00 às 12:00	1,28	277,93	1,98	457,69	216,53	1,00	213,70	3,00	589,74	148,71
12:00 às 15:00	1,28	278,77	1,98	457,48	209,05	1,00	223,61	2,00	461,44	260,71
15:00 às 18:00	1,37	295,32	2,08	474,63	189,06	1,00	209,26	2,00	439,18	310,56
18:00 às 21:00	1,61	327,59	2,40	522,55	245,87	2,00	393,43	3,00	611,72	90,85
21:00 às 24:00	1,57	303,47	1,92	403,03	- 165,35	2,00	285,21	2,00	342,70	- 86,76
24:00 às 03:00	1,23	233,22	1,49	308,35	- 240,17	1,00	189,43	2,00	385,67	- 273,70
03:00 às 06:00	1,17	207,80	1,30	258,02	- 274,01	1,00	151,95	2,00	321,65	- 281,80
06:00 às 09:00	1,39	231,24	1,68	312,77	- 180,96	2,00	235,98	2,00	295,18	- 168,12
Custo da Solução	869.865,29					922.622,25				

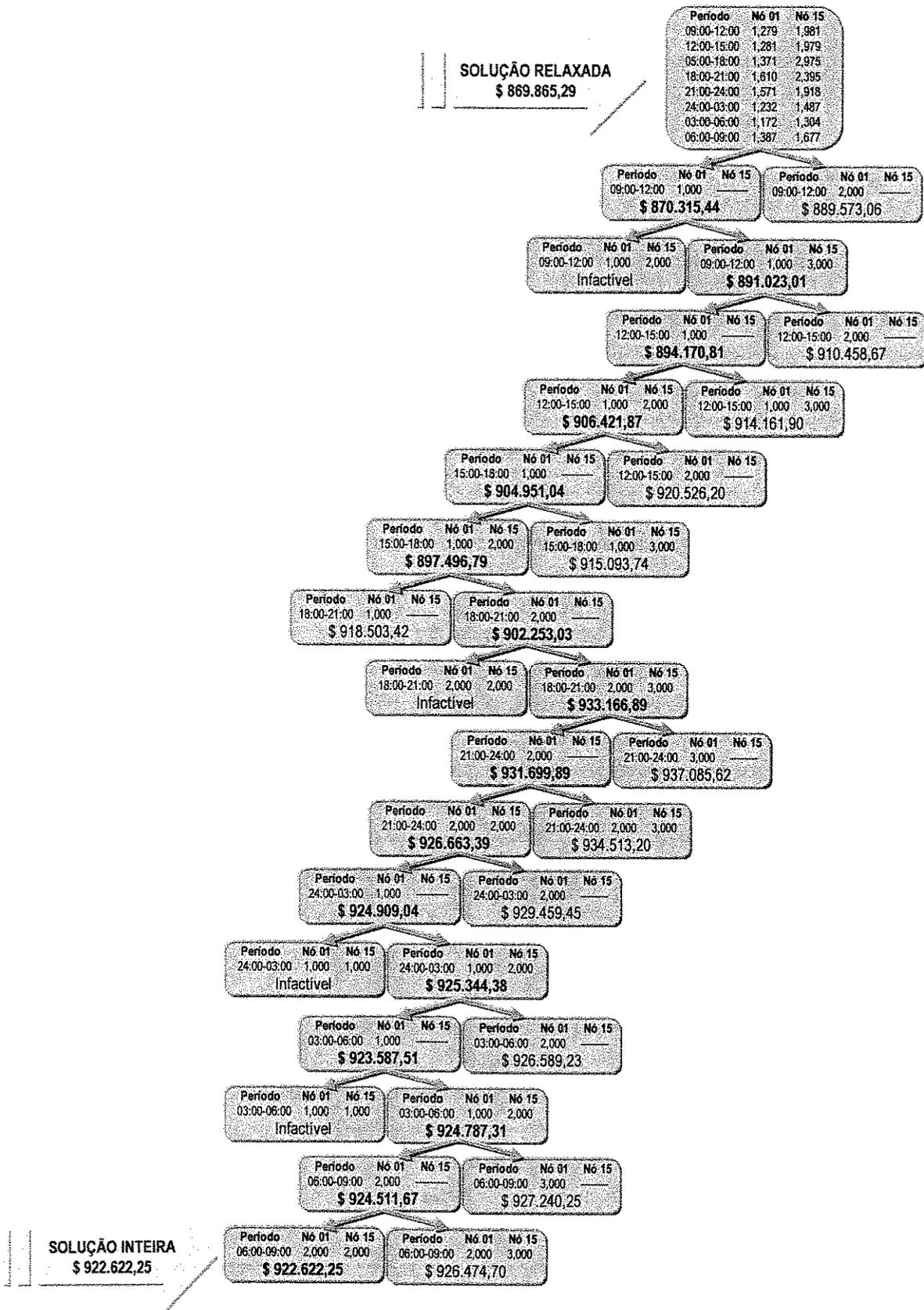


Figura 26 – Acompanhamento da busca da solução inteira.

Na busca da solução inteira o ponto ótimo foi deslocado em relação à solução relaxada. O número de bombas para a estação de bombeamento do nó 15, no período de 09:00 às 12:00 horas, na solução relaxada de 1,981 bombas foi deslocado para 2,260 na iteração que definiu uma bomba operando na estação do nó 01. Na avaliação para duas bombas ou três bombas, a solução para duas bombas não encontra factibilidade. O mesmo acontece nos períodos de 18:00 às 21:00 horas, 24:00 às 03:00 horas e de 03:00 às 06:00 horas com o número de bombas da estação do nó 15, desviando a solução inteira da solução relaxada.

Com relação às vazões de despacho das elevatórias, podemos observar uma maior contribuição no abastecimento da rede por parte da elevatória do nó 15, fato justificável pela sua maior proximidade com a região de consumo da rede em relação à estação do nó 1, acarretando menor perda de carga e, conseqüentemente, menor gasto de energia para o abastecimento.

Outro fator importante se refere ao ajuste nas liberações do reservatório a cada iteração, buscando uma solução sempre melhor a cada solução inteira adotada.

7.2.2.2 – Utilização Inicial do Reservatório em 50% do Volume Útil

De modo a ilustrar a aplicação do modelo, este foi utilizado considerando uma proposta inicial de utilização do reservatório em 50% do volume útil, com os mesmos parâmetros de penalização inicial, tolerâncias e iterações limite. O regime de operação otimizada do reservatório obtido para esta condição inicial está representado na figura 27.

Podemos observar que tanto a solução inteira como a solução relaxada se distanciam da solução inicial, buscando uma melhor solução que, como já foi

visto, foi encontrada com a utilização de 100% dos reservatórios, parando numa solução ótima local inferior à encontrada anteriormente.

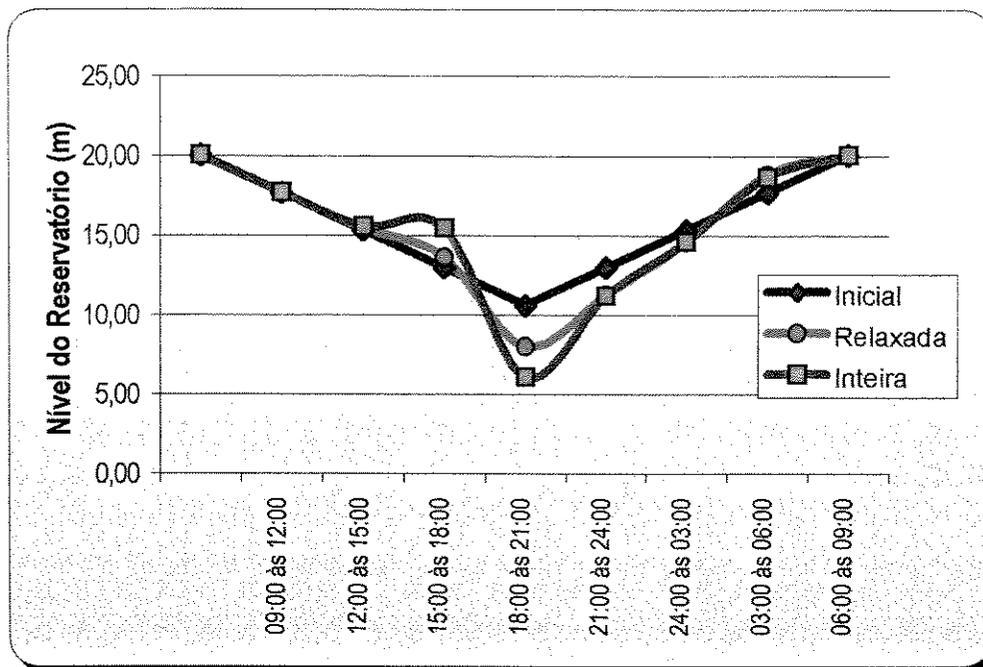


Figura 27 – Trajetória do reservatório da REDE1 para 50% de utilização inicial.

A tabela 5 apresenta a operação otimizada da rede para este nível de utilização inicial. Com a menor utilização inicial do reservatório, o que caracteriza um outro ponto de partida, o algoritmo encontra satisfação de parada em um ponto ótimo local diferente do encontrada para a utilização inicial em 100%.

Pode ser observado na tabela 5 o desvio da solução inteira em relação à solução relaxada, encontrando número de bombas diferente da aproximação inteira que seria obtida., acontecendo na busca da solução inteira uma situação parecida com a encontrada para a utilização inicial em 100% do volume útil.

Tabela 5 – Regime de operação da REDE1 para o nível de utilização inicial do reservatório em 50% do volume útil.

PERÍODO	SOLUÇÃO RELAXADA					SOLUÇÃO INTEIRA				
	Elevatória Nó 01		Elevatória Nó 15		Reserv. Nó 03	Elevatória Nó 01		Elevatória Nó 15		Reserv. Nó 03
	Número de Bombas	Despacho Total (Vs)	Número de Bombas	Despacho Total (Vs)	Liberação (Vs)	Número de Bombas	Despacho Total (Vs)	Número de Bombas	Despacho Total (Vs)	Liberação (Vs)
09:00 às 12:00	1,57	333,21	2,27	509,65	109,29	1,00	226,60	3,00	618,32	107,23
12:00 às 15:00	1,58	335,14	2,27	510,44	99,72	1,00	227,41	3,00	620,04	97,76
15:00 às 18:00	1,67	349,96	2,37	526,33	82,71	1,00	227,41	4,00	727,94	3,65
18:00 às 21:00	1,57	321,26	2,37	517,97	256,77	1,00	213,77	2,00	454,21	428,02
21:00 às 24:00	1,63	292,84	2,01	396,92	- 148,60	2,00	300,52	3,00	473,17	- 232,55
24:00 às 03:00	1,05	194,51	1,26	256,71	- 149,82	1,00	144,84	2,00	313,34	- 156,78
03:00 às 06:00	1,03	180,03	1,04	207,01	- 195,24	1,00	176,31	1,00	199,56	- 184,07
06:00 às 09:00	1,01	174,41	1,26	243,48	- 54,84	1,00	131,93	2,00	294,38	- 63,26
Custo da Solução	924.018,24					950.284,72				

7.3 - Aplicação do Modelo para a REDE2

7.3.1 - DESCRIÇÃO DA REDE

A REDE2 foi apresentada no trabalho de WALSKI et al. (1987) para ser usada por diversos grupos de pesquisa como teste comparativo para otimização no dimensionamento de sua expansão. Na figura 28 está representada a configuração espacial da rede com a codificação dos nós e das tubulações.

Na tabela 6 estão as características dos nós da rede, representadas pelo código do nó, sua cota topográfica, as pressões mínimas e máximas admissíveis e a demanda média. Os nós que não contêm consumo para o horizonte de 1985 estão ligados a uma região de expansão da rede. A rede foi formada inicialmente por uma estação elevatória e dois reservatórios.

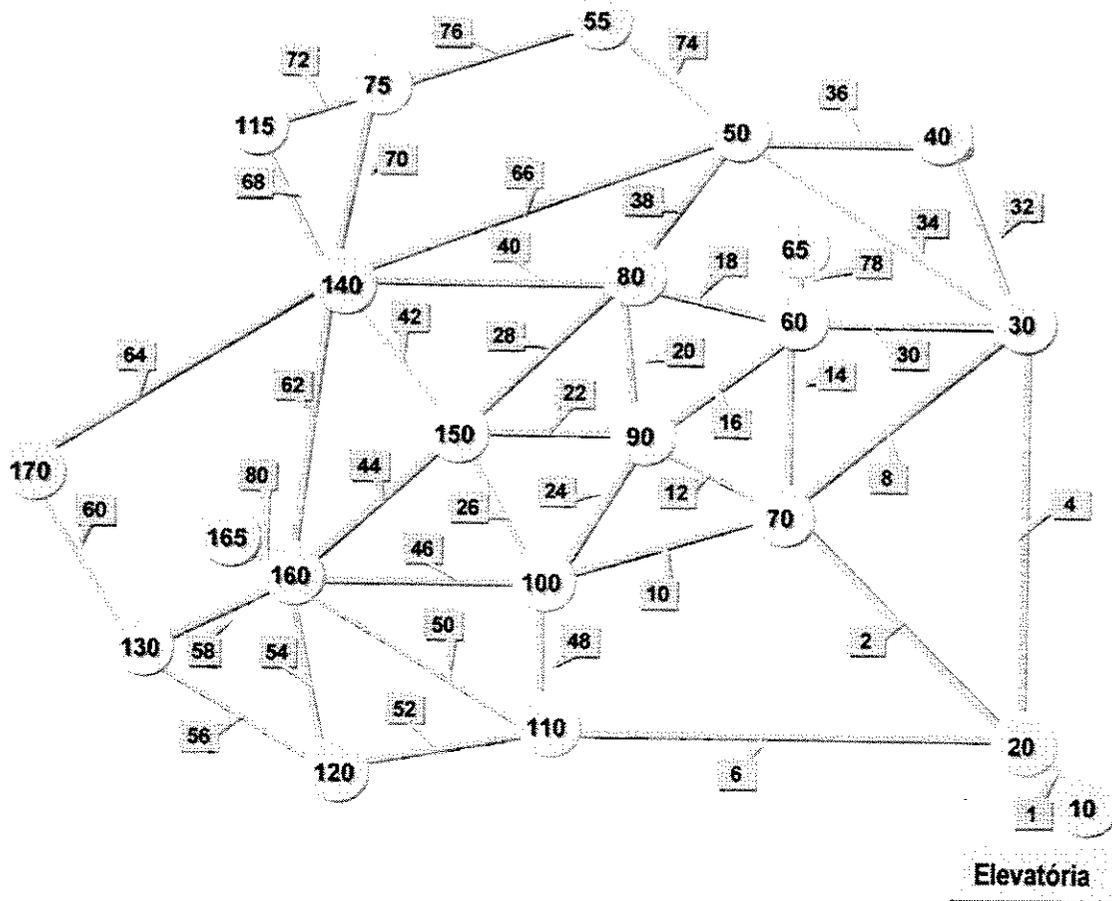


Figura 28 – Configuração espacial da rede exemplo REDE2.

As informações referentes às tubulações que compõem a rede compreendem uma codificação de identificação de cada tubulação, o nó de origem da tubulação, o nó de destino, o comprimento do trecho, o coeficiente de atrito associado à equação de Hazen-Williams, as velocidades mínimas e máximas admissíveis e o diâmetro da tubulação, tabela 7. As tubulações que não possuem diâmetro se referem a uma região de expansão da rede, deixada originalmente no trabalho para ser dimensionada pelos diferentes modelos a serem testados.

Tabela 6 – Dados referentes aos nós da rede exemplo REDE2.

CÓDIGO	COTA (m)	PRESSÃO (m)		CONSUMO (l/s)	
		MÍNIMA	MÁXIMA	1985	2005
Nó 10	3,05	-	-	Elevatória	Elevatória
Nó 20	6,10	10	100	31,55	31,55
Nó 30	15,25	10	100	12,62	12,62
Nó 40	15,25	10	100	12,62	12,62
Nó 50	15,25	10	100	12,62	37,85
Nó 55	24,40	10	100	-	37,85
Nó 60	15,25	10	100	31,55	31,55
Nó 65	65,58	-	-	Reservatório	Reservatório
Nó 70	15,25	10	100	31,55	31,55
Nó 75	24,40	10	100	-	37,85
Nó 80	15,25	10	100	31,55	31,55
Nó 90	15,25	10	100	63,09	63,09
Nó 100	15,25	10	100	31,55	31,55
Nó 110	15,25	10	100	31,55	31,55
Nó 115	24,40	10	100	-	37,85
Nó 120	36,60	10	100	12,62	25,24
Nó 130	36,60	10	100	12,62	25,24
Nó 140	24,40	10	100	12,62	25,24
Nó 150	36,60	10	100	12,62	25,24
Nó 160	36,60	10	100	60,58	63,09
Nó 165	65,58	-	-	Reservatório	Reservatório
Nó 170	36,60	10	100	12,62	25,24

O consumo ao longo do dia está representado na figura 29, representado pelo fator sobre o consumo médio diário.

A estação elevatória possui três bombas cujas curvas características foram ajustadas através de uma regressão polinomial, figura 30. O ajuste polinomial adotado para as curvas de pressão e potência contra vazão está representado nas equações [114] e [115].

$$He = 91,5963 - 0,00347Qb - 0,00014Qb^2 \quad [114]$$

$$Pe = 9,895 + 1,5897Qb - 0,00097Qb^2 \quad [115]$$

Tabela 7 – Dados referentes às tubulações da rede exemplo REDE2.

TUBULAÇÃO	NÓ		COMPRIMENTO (m)	COEFICIENTE HAZEN-	VELOCIDADE (m/s)		DIÂMETRO (m)
	ORIGEM	DESTINO			MÍNIMA	MAXIMA	
Ln 01	Nó 10	Nó 20	30,5	100	0	10	0,60
Ln 02	Nó 20	Nó 70	3660,0	70	0	10	0,40
Ln 04	Nó 20	Nó 30	3660,0	120	0	10	0,30
Ln 06	Nó 20	Nó 110	3660,0	70	0	10	0,30
Ln 08	Nó 70	Nó 30	2745,0	70	0	10	0,30
Ln 10	Nó 70	Nó 100	1830,0	70	0	10	0,30
Ln 12	Nó 70	Nó 90	1830,0	70	0	10	0,25
Ln 14	Nó 70	Nó 60	1830,0	70	0	10	0,30
Ln 16	Nó 90	Nó 60	1830,0	70	0	10	0,25
Ln 18	Nó 60	Nó 80	1830,0	70	0	10	0,30
Ln 20	Nó 90	Nó 80	1830,0	70	0	10	0,25
Ln 22	Nó 90	Nó 150	1830,0	70	0	10	0,25
Ln 24	Nó 90	Nó 100	1830,0	70	0	10	0,25
Ln 26	Nó 100	Nó 150	1830,0	70	0	10	0,30
Ln 28	Nó 80	Nó 150	1830,0	70	0	10	0,25
Ln 30	Nó 30	Nó 60	1830,0	120	0	10	0,25
Ln 32	Nó 30	Nó 40	1830,0	120	0	10	0,25
Ln 34	Nó 30	Nó 50	2745,0	120	0	10	0,25
Ln 36	Nó 40	Nó 50	1830,0	120	0	10	0,25
Ln 38	Nó 50	Nó 80	1830,0	120	0	10	0,25
Ln 40	Nó 80	Nó 140	1830,0	120	0	10	0,25
Ln 42	Nó 150	Nó 140	1830,0	120	0	10	0,20
Ln 44	Nó 150	Nó 160	1830,0	120	0	10	0,20
Ln 46	Nó 100	Nó 160	1830,0	120	0	10	0,20
Ln 48	Nó 100	Nó 110	1830,0	70	0	10	0,20
Ln 50	Nó 110	Nó 160	1830,0	120	0	10	0,25
Ln 52	Nó 110	Nó 120	1830,0	120	0	10	0,20
Ln 54	Nó 120	Nó 160	2745,0	130	0	10	-
Ln 56	Nó 120	Nó 130	1830,0	120	0	10	0,20
Ln 58	Nó 160	Nó 130	1830,0	120	0	10	0,25
Ln 60	Nó 130	Nó 170	1830,0	120	0	10	0,20
Ln 62	Nó 160	Nó 140	1830,0	120	0	10	0,20
Ln 64	Nó 140	Nó 170	3660,0	120	0	10	0,20
Ln 66	Nó 50	Nó 140	3660,0	120	0	10	0,20
Ln 68	Nó 140	Nó 115	1830,0	130	0	10	-
Ln 70	Nó 140	Nó 75	1830,0	130	0	10	-
Ln 72	Nó 115	Nó 75	1830,0	130	0	10	-
Ln 74	Nó 50	Nó 55	1830,0	130	0	10	-
Ln 76	Nó 55	Nó 75	1830,0	130	0	10	-
Ln 78	Nó 65	Nó 60	30,5	100	0	10	0,30
Ln 80	Nó 165	Nó 160	30,5	100	0	10	0,30

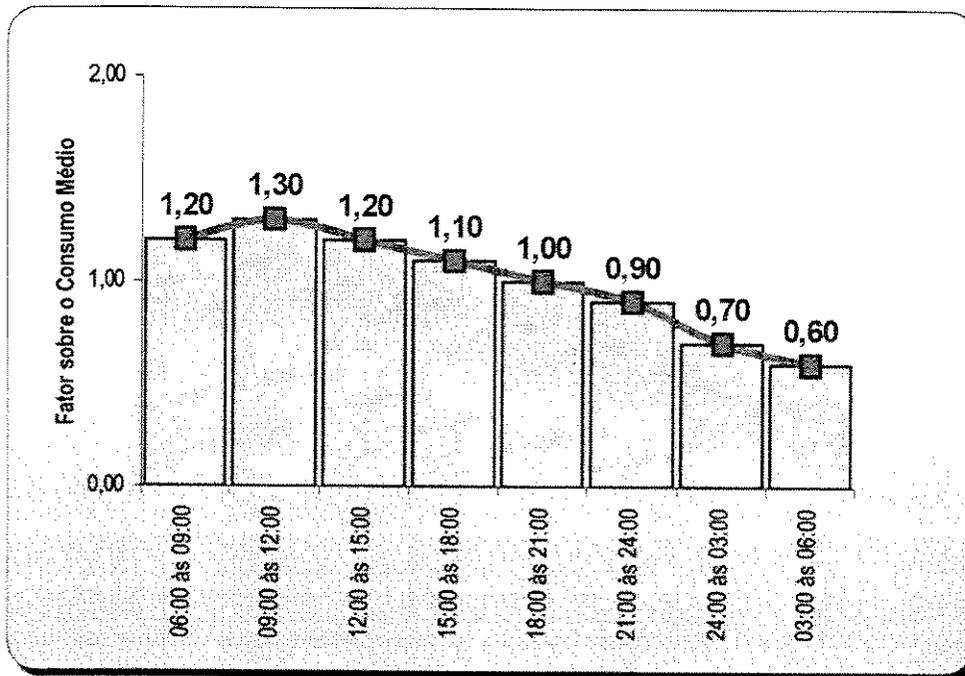


Figura 29 – Curva de oscilação do consumo diário para a REDE2.

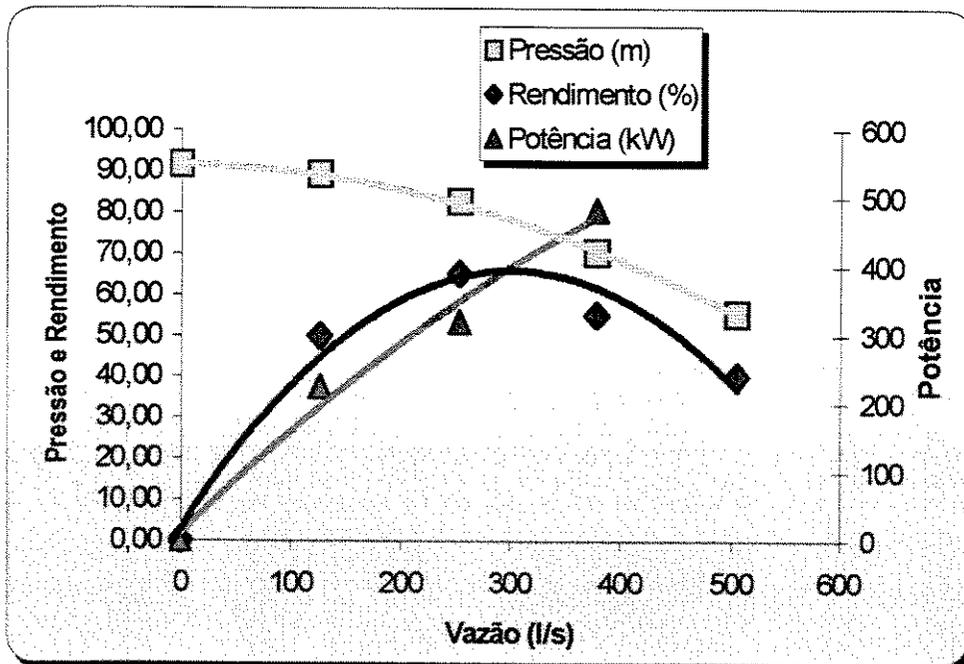


Figura 30 – Curvas características das bombas da estação elevatória da REDE2.

A rede possui dois reservatórios localizados nos nós 65 e 165, com capacidade de 1136 m³ cada um, sendo sua altura útil de 12,2 m.

Das propostas apresentadas em WALSKI et al. (1987) para otimizar a estrutura de expansão da rede, apenas as propostas de Gessler e de Morgan e Goulter podem ser consideradas aqui. A proposta de Lee et al. utiliza o conceito de diâmetros adjacentes, conceito não contemplado em nosso modelamento. A proposta de Ormsbee é incompleta no que se refere à dimensão do reservatório complementar.

A proposta de expansão da rede apresentada por Gessler foi escolhida para ser analisada, podendo ser resumida na incorporação de um novo reservatório à rede, localizado em um novo nó de número 155, próximo ao nó 150. Este reservatório é ligado à rede através de uma tubulação de número 82, mantendo as mesmas características das tubulações 78 e 80 que ligam os reservatórios existentes à rede. Além disto, a proposta incorpora novas tubulações paralelas às já existentes em alguns trechos, tabela 8.

Tabela 8 – Expansão da rede exemplo proposta por Gessler (WALSKI et al., 1987).

TUBULAÇÃO	NÓ		COMPRIMENTO (m)	COEFICIENTE HAZEN-	VELOCIDADE (m/s)		DIÂMETRO (m)
	ORIGEM	DESTINO			MÍNIMA	MÁXIMA	
Ln 54	Nó 120	Nó 160	2745,0	130	0	10	0,20
Ln 82	Nó 155	Nó 150	30,5	100	0	10	0,30
Ln 68	Nó 140	Nó 115	1830,0	130	0	10	0,30
Ln 70	Nó 140	Nó 75	1830,0	130	0	10	0,30
Ln 72	Nó 115	Nó 75	1830,0	130	0	10	0,15
Ln 74	Nó 50	Nó 55	1830,0	130	0	10	0,35
Ln 76	Nó 55	Nó 75	1830,0	130	0	10	0,15
Ln 88	Nó 20	Nó 30	3660,0	130	0	10	0,35
Ln 90	Nó 20	Nó 110	3660,0	130	0	10	0,60
Ln 92	Nó 30	Nó 60	1830,0	130	0	10	0,25
Ln 94	Nó 150	Nó 140	1830,0	130	0	10	0,35
Ln 96	Nó 150	Nó 160	1830,0	130	0	10	0,45
Ln 98	Nó 110	Nó 160	1830,0	130	0	10	0,60
Ln 100	Nó 160	Nó 130	1830,0	130	0	10	0,40
Ln 102	Nó 130	Nó 170	1830,0	130	0	10	0,35

7.3.2 – OTIMIZAÇÃO DA OPERAÇÃO DA REDE

7.3.2.1 – Horizonte de Consumo de 1985

No horizonte de 1985 a rede não conta ainda com os nós da região de expansão. Os parâmetros de otimização utilizados para a aplicação do modelo para a REDE2 foram diferentes em função de testes realizados que indicaram uma suavidade maior na superfície de otimização, necessitando de mais iterações para atingir um ponto de estacionaridade.

Foram definidas como limite dez iterações para o problema penalizado, cinquenta iterações para o problema de otimização, trinta para a busca unidimensional e cinquenta para o equilíbrio hidráulico, além de multiplicadores de Lagrange iniciais unitários e peso inicial em dez unidades, dobrando a cada iteração do problema penalizado. As tolerâncias foram as mesmas e a condição inicial de operação dos reservatórios em 100% do volume útil. Para a estação de bombeamento foi considerado inicialmente uma bomba operando a cada período do dia.

Para operação dos reservatórios, o modelo encontrou os resultados que estão representados nas figuras 31, 32 e 33, correspondendo, respectivamente, aos reservatórios dos nós 65, 165 e 155.

Com relação à trajetória dos reservatórios é possível observar a assimetria da curva de operação, priorizando maiores vazões de enchimento para a madrugada, onde os custos de bombeamento são inferiores. É possível observar, também, os níveis mínimos dos reservatórios dos nós 65 e 155 deslocados em relação à proposta de utilização inicial que esvazia os reservatórios às 18:00 horas. Isto se deve, provavelmente, à assimetria na curva de consumo, que mantém

consumo acima ou igual à média até as 21:00 horas. O reservatório do nó 155 é o que apresenta maior variação entre a solução inteira e a solução relaxada.

Dos resultados encontrados pelo modelo para a operação da rede, tabela 13, podemos observar uma fuga da solução inteira em relação à solução relaxada para o período de 03:00 às 06:00 horas, onde a solução inteira indica três bombas em operação, enquanto que uma solução aproximada da solução relaxada apontaria para duas bombas, aproximação de 1,81 para 2,00. Esta fuga levou a solução inteira a um ponto melhor do que o encontrada na solução relaxada, encontrando uma condição de operação que acarreta menor custo. A adoção de três bombas neste período acarreta menor custo por se tratar de um período de baixo consumo e de menor tarifa.

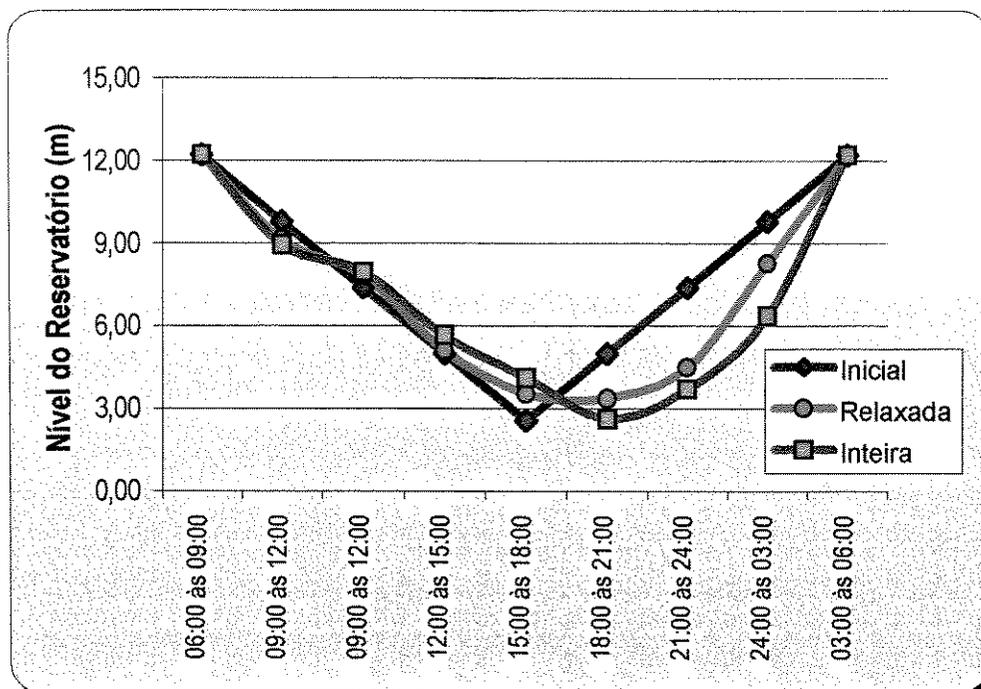


Figura 31 – Trajetória do reservatório do nó 65 para o horizonte de consumo de 1985 da REDE2.

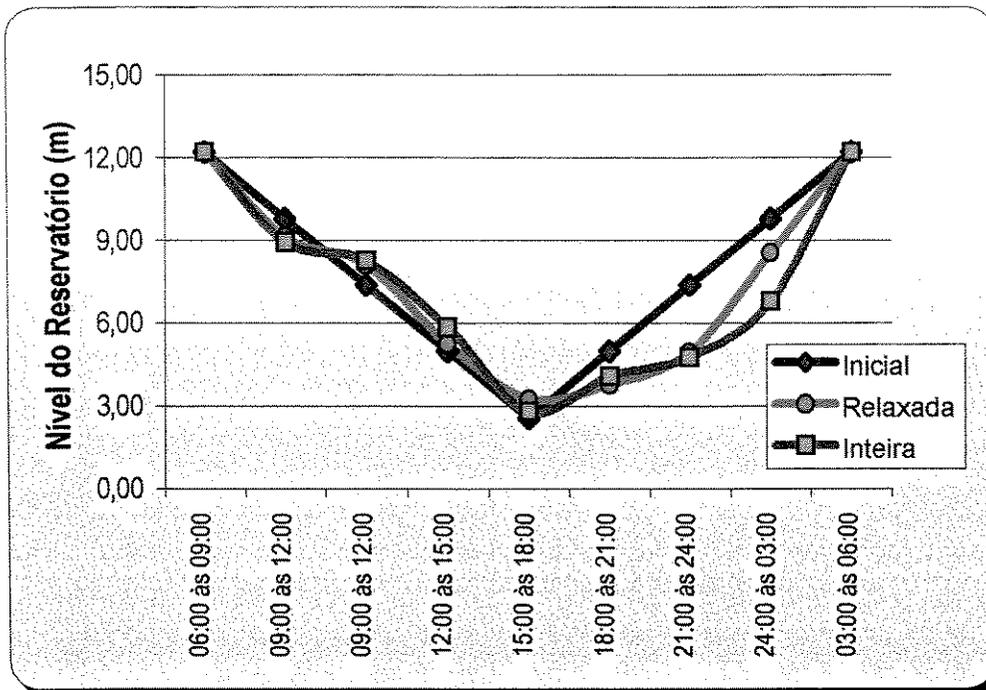


Figura 32 – Trajetória do reservatório do nó 165 para o horizonte de consumo de 1985 da REDE2.

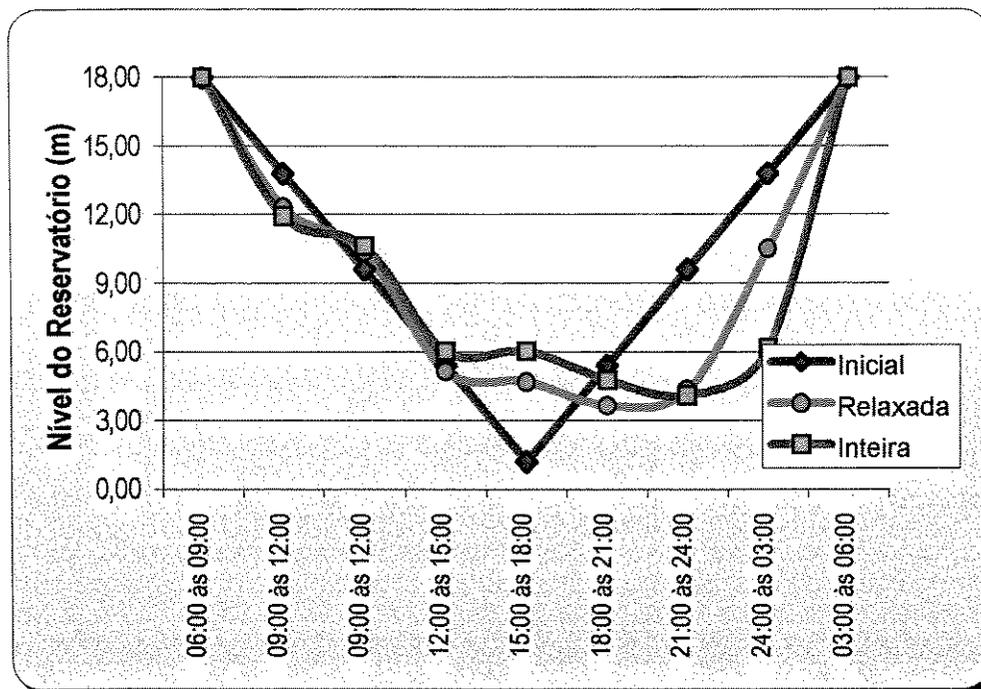


Figura 33 – Trajetória do reservatório do nó 155 para o horizonte de consumo de 1985 da REDE2.

Tabela 13 – Regime de operação da REDE2 para o horizonte de consumo de 1985.

PERÍODO	SOLUÇÃO RELAXADA					SOLUÇÃO INTEIRA				
	BOMBAS	DESPACHO (l/s)	LIBERAÇÃO (l/s)			BOMBAS	DESPACHO (l/s)	LIBERAÇÃO (l/s)		
			Nó 65	Nó 165	Nó 155			Nó 65	Nó 165	Nó 155
06:00 às 09:00	1,00	337,63	26,56	26,56	105,96	1,00	326,06	28,28	28,28	114,09
09:00 às 12:00	1,00	481,30	11,19	8,65	36,97	1,00	499,62	8,49	5,59	24,41
12:00 às 15:00	1,00	350,72	23,48	24,78	97,74	1,00	370,45	19,64	21,02	85,61
15:00 às 18:00	1,00	415,72	13,70	17,36	8,55	1,00	415,66	13,38	26,29	0,00
18:00 às 21:00	1,04	397,44	1,35	- 4,60	19,74	1,00	387,96	12,98	- 10,99	23,99
21:00 às 24:00	1,12	405,77	- 9,81	- 10,20	- 13,22	1,00	375,40	- 9,46	- 5,93	12,53
24:00 às 03:00	1,44	468,93	- 32,51	- 31,13	- 115,54	1,00	369,03	- 22,99	- 17,51	- 38,79
03:00 às 06:00	1,81	453,93	- 33,96	- 31,42	- 140,19	3,00	567,27	- 50,33	- 46,75	- 221,83
CUSTO	537.693,02					535.864,48				

7.3.2.2 – Horizonte de Consumo de 2005

No horizonte de 2005 a rede sofre uma expansão de mais alguns nós e um aumento de consumo em vários deles, acarretando um aumento de demanda global. Para atendimento a esta nova demanda, com o aumento das vazões em várias tubulações, há um aumento de perda de carga, significando queda de pressão em vários ponto da rede. A queda de pressão implica na violação das restrições de pressão mínima, infactibilizando a solução do problema.

A rede como foi estruturada para o horizonte de 1985 não consegue atender à demanda para 2005, necessitando de alguns ajustes. Uma das saídas para garantir atendimento das pressões é o aumento do número de bombas na estação elevatória, trabalhando com menores vazões por bomba e, conseqüentemente, maiores pressões de bombeamento como compensação à perda de carga mais elevada. Para solução do problema o modelo foi utilizado agora com seis bombas instaladas.

Após as modificações acima, o modelo passou a apresentar solução factível para operação da rede, encontrando como resultados para operação dos reservatórios os representados nas figuras 34, 35 e 36, correspondendo à trajetória dos reservatórios dos nós 65, 165 e 155, respectivamente.

Para o horizonte de consumo de 2005 a solução inteira preservou as características de operação dos reservatórios encontrada na solução relaxada. Devido ao aumento da demanda, os reservatórios são fortemente esvaziados logo no início do dia, só voltando a ser enchidos na madrugada, aliviando o bombeamento para o período de maior consumo, das 09:00 às 12:00 horas.

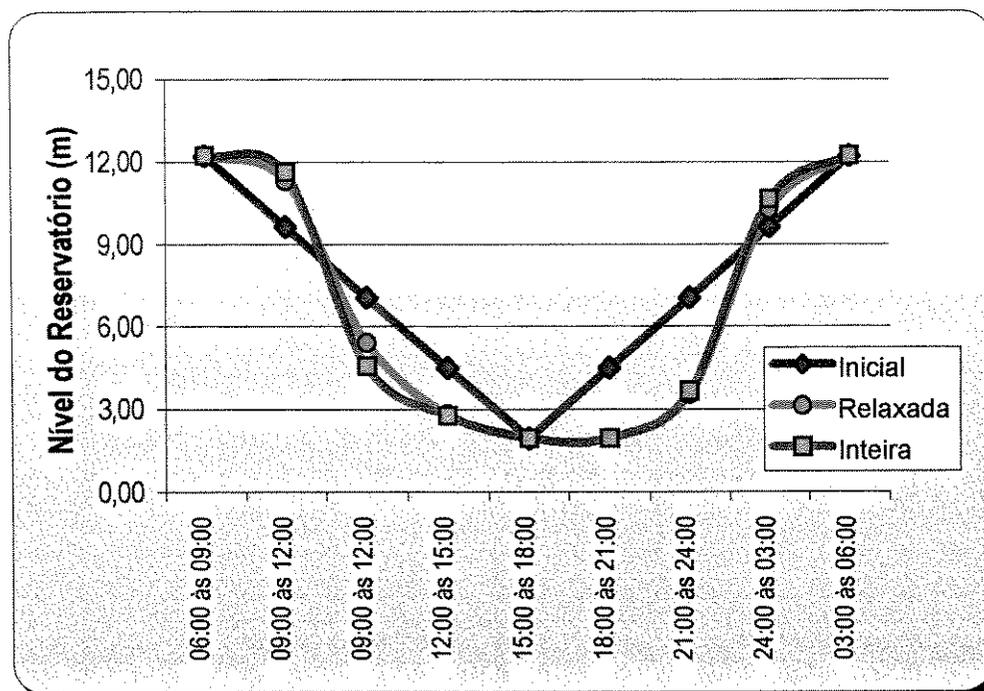


Figura 34 – Trajetória do reservatório do nó 65 para o horizonte de consumo de 2005 da REDE2.

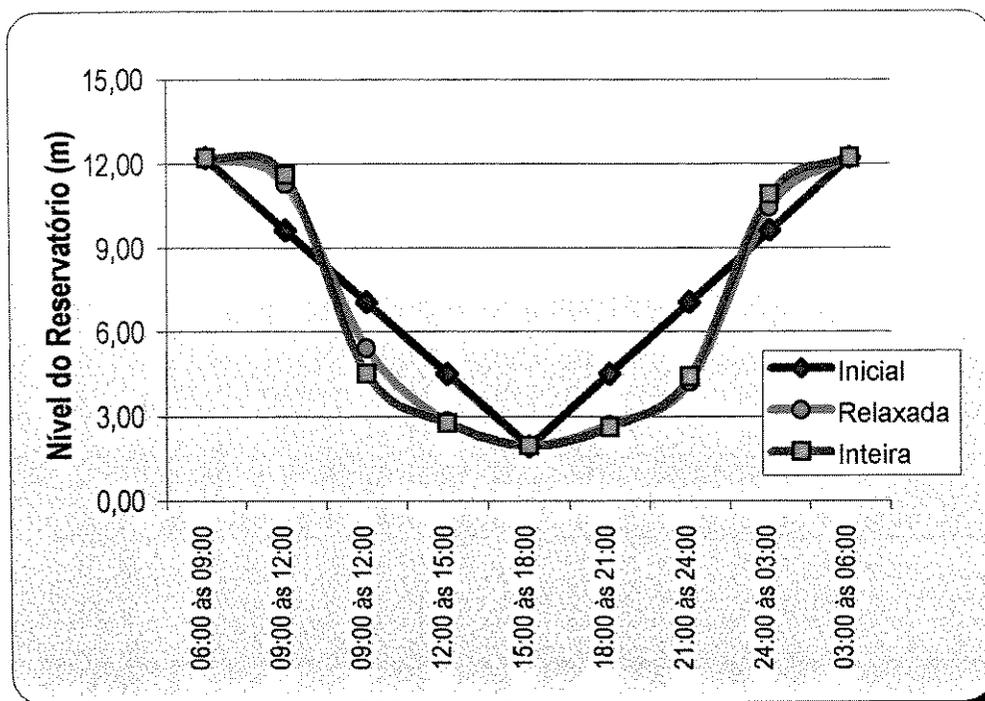


Figura 35 – Trajetória do reservatório do nó 165 para o horizonte de consumo de 2005 da REDE2.

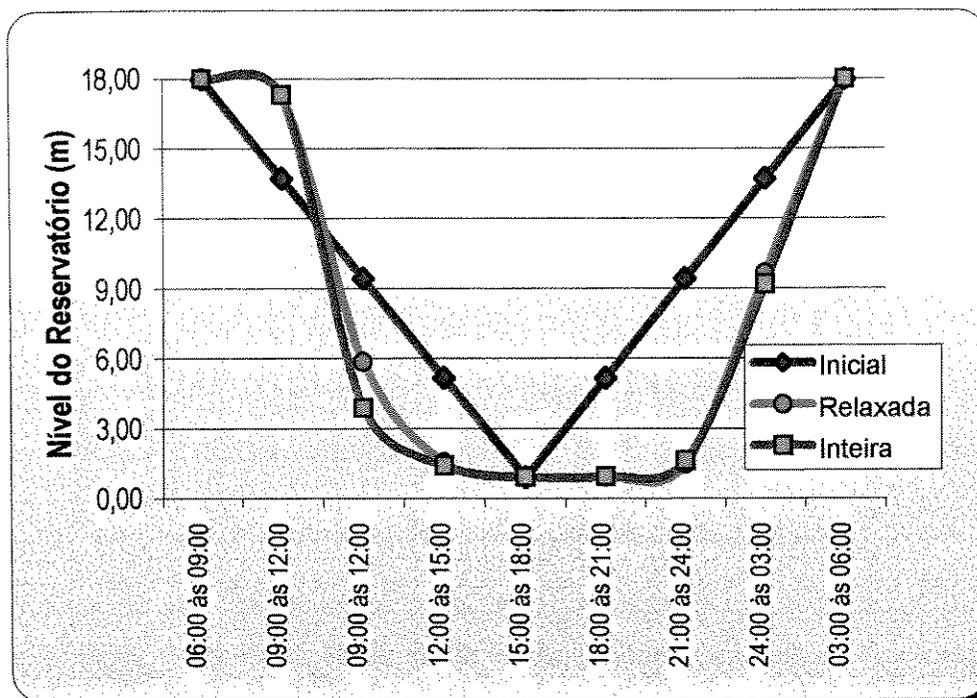


Figura 36 – Trajetória do reservatório do nó 155 para o horizonte de consumo de 2005 da REDE2.

A tabela 14 apresenta as características de operação da rede para este horizonte. Como pode ser observado, não houve diferença marcante entre a solução relaxada e a solução inteira, a menos do número de cinco bombas operando no período de 24:00 às 03:00 horas, diferindo da aproximação da solução relaxada de 5,91 para 6,00, o que pode ter caracterizado a melhora suave da solução inteira em relação à solução relaxada.

Tabela 14 – Regime de operação da REDE2 para o horizonte de consumo de 2005.

PERÍODO	SOLUÇÃO RELAXADA					SOLUÇÃO INTEIRA				
	BOMBAS	DESPACHO (l/s)	LIBERAÇÃO (l/s)			BOMBAS	DESPACHO (l/s)	LIBERAÇÃO (l/s)		
			Nº 65	Nº 165	Nº 155			Nº 65	Nº 165	Nº 155
06:00 às 09:00	2,26	720,57	7,94	7,95	13,08	2,00	726,47	5,14	5,18	12,75
09:00 às 12:00	1,58	496,62	50,58	50,57	214,23	1,00	438,14	60,85	61,22	251,80
12:00 às 15:00	1,97	624,01	22,32	22,32	80,90	2,00	672,35	15,49	15,07	46,64
15:00 às 18:00	2,07	660,09	7,61	7,63	11,75	2,00	664,49	6,97	6,99	8,63
18:00 às 21:00	2,76	630,91	- 0,01	- 6,36	0,08	3,00	630,38	0,01	- 5,66	- 0,11
21:00 às 24:00	2,71	599,48	- 13,84	- 13,22	- 10,27	3,00	605,18	- 14,68	- 15,46	- 12,88
24:00 às 03:00	5,91	702,80	- 57,94	- 53,79	- 153,85	5,00	695,55	- 60,29	- 56,16	- 141,87
03:00 às 06:00	6,00	562,48	- 16,67	- 15,10	- 155,93	6,00	564,40	- 13,48	- 11,18	- 164,97
CUSTO	886.659,62					885.701,44				

Com estes exemplos foi possível identificar as possibilidades de aplicação do modelo aos problemas de operação de redes de abastecimento de água de diferentes configurações. Outros casos foram testados com redes hipotéticas de pequeno porte, com diferentes configurações, envolvendo múltiplas estações elevatórias e múltiplos reservatórios, porém sem importância prática.

A aplicação do modelo a um problema real não foi possível devido à dificuldade de acesso a informações detalhadas junto às empresas de saneamento, porém, dadas as características das redes testadas, não há dúvidas quando à sua

aplicabilidade, uma vez que se tratam de redes típicas, tendo a REDE2 sido testada intensamente na literatura.

CAPÍTULO VIII

DESCRIÇÃO DO SOFTWARE

8.1 - Apresentação

Para aplicação do modelamento proposto foi desenvolvido um software orientado a objeto para microcomputadores equipados com processador Intel e compatíveis, em ambiente Windows 95 da Microsoft®.

O software foi denominado OtimizaRede, figura 37, e é composto de seis módulos principais, que são :

- 1 – Módulo Gerenciador de Arquivos**
- 2 – Módulo Gerenciador dos Dados da Rede**
- 3 – Módulo Gerenciador dos Dados de Condições de Operação da Rede**
- 4 – Módulo Gerenciador das Condições de Otimização**
- 5 – Módulo de Relatórios**
- 6 – Módulo de Ajuda**

8.2 - Módulo Gerenciador dos Arquivos

Neste módulo estão as opções de criação de um novo arquivo de dados de uma rede, a abertura de um arquivo já existente, salvar os dados em disco, salvar os dados alterando o nome do arquivo e o diretório atuais e a saída do software, figura 38.

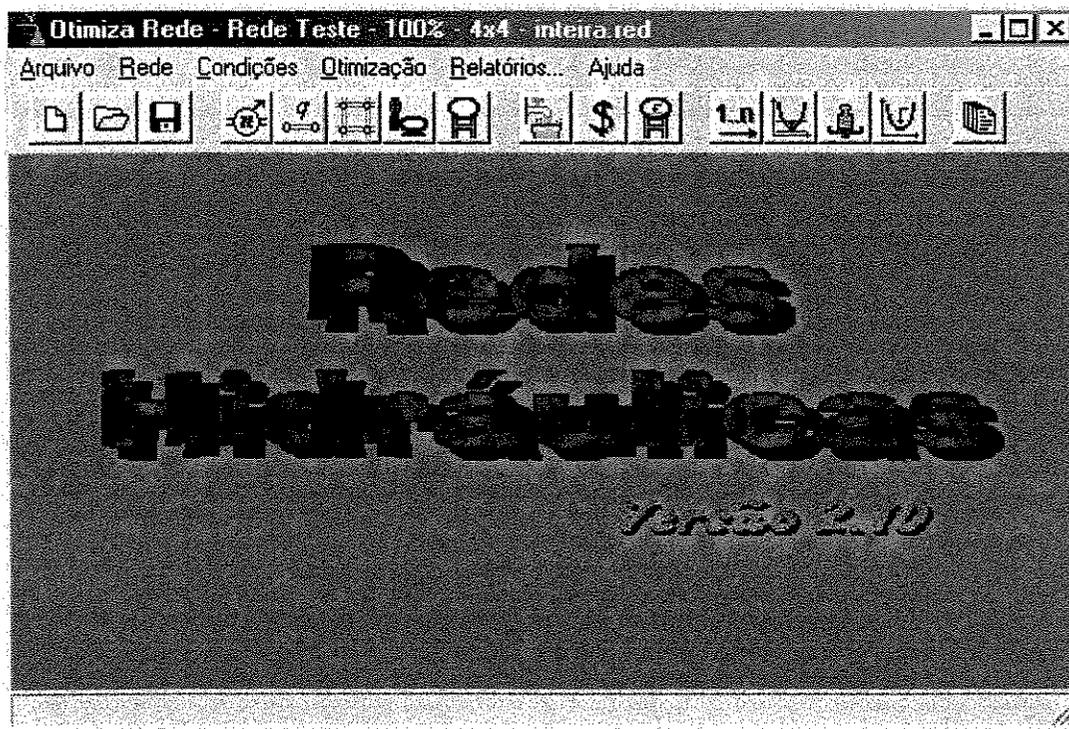


Figura 37 – Tela de principal do software OtimizaRede.

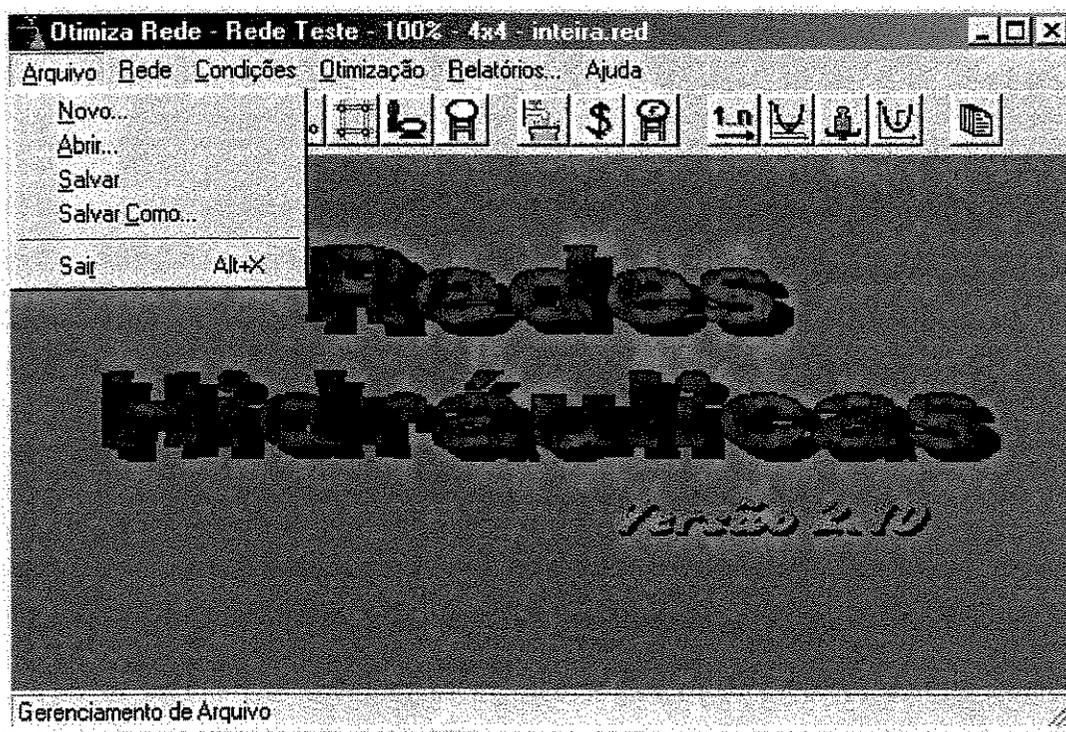


Figura 38 – Opções do módulo gerenciador de arquivos.

A criação de um arquivo novo pode ser feito através do botão , assim como a opção de abrir um arquivo já existe pelo botão  ou salvar o arquivo atual através do botão .

8.3 – Módulo Gerenciador dos Dados da Rede

Neste módulo estão as opções para descrição dos diversos componentes da rede, figura 39.

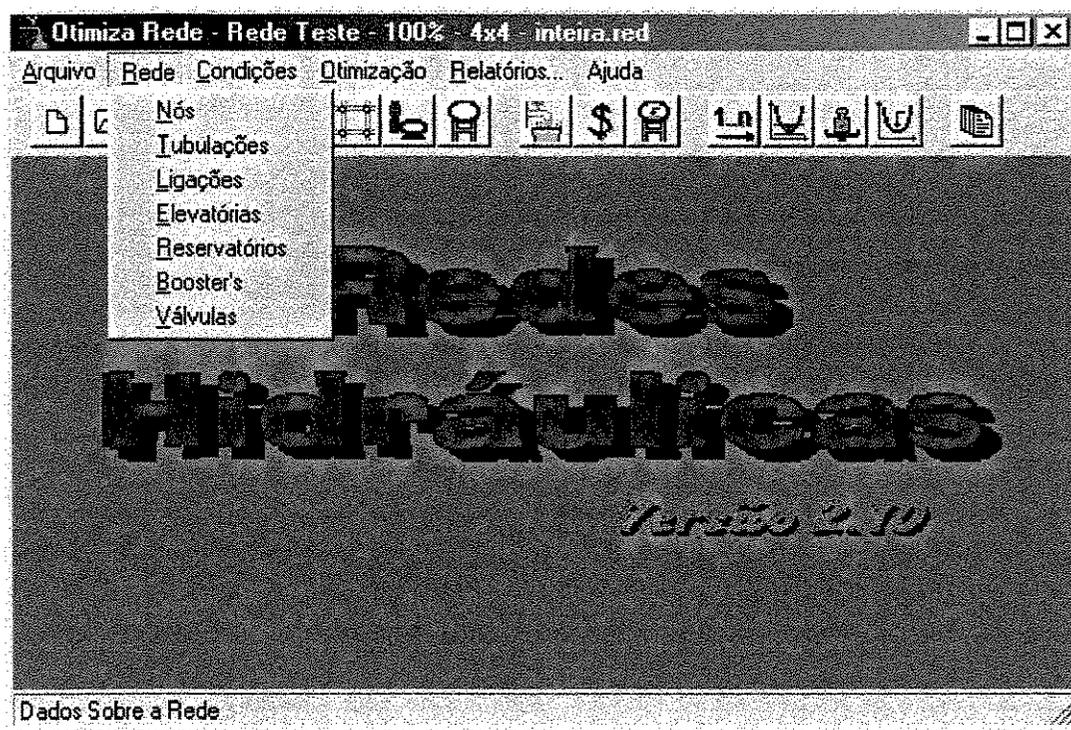
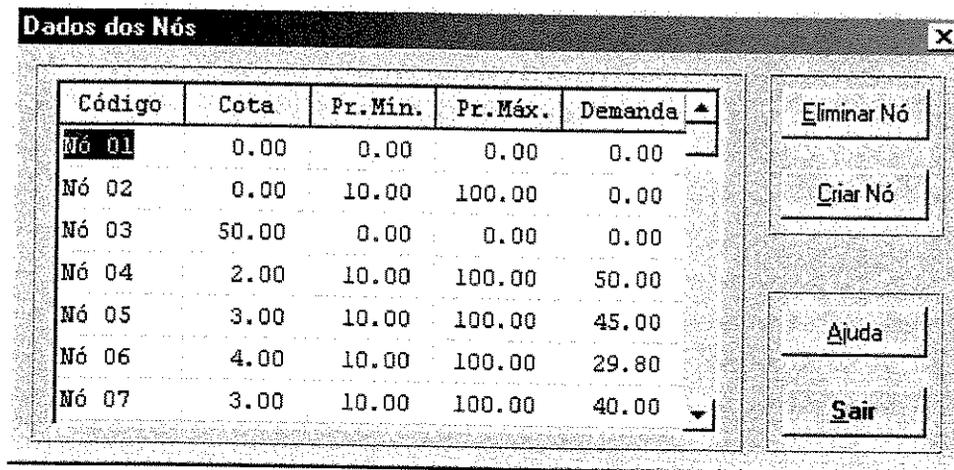


Figura 39 – Opções do módulo gerenciador dos dados da rede.

8.3.1 – DADOS DOS NÓS DA REDE

Os dados relativos aos nós da rede são alimentados na forma tabular e incluem a codificação dos nós, suas respectivas cotas, as pressões mínimas e máximas admissíveis e as demandas de cada nó.

Na janela de dados dos nós, figura 40, podem ser criados novos nós ou eliminados nós existentes. Caso um nó faça parte de uma tubulação ou seja um nó elevatória ou reservatório, na eliminação do nó o sistema solicita primeiro a eliminação do componente associado ao nó, para depois eliminá-lo.



The screenshot shows a window titled "Dados dos Nós" with a table of node data and several control buttons on the right. The table has five columns: "Código", "Cota", "Pr. Min.", "Pr. Máx.", and "Demanda". The data rows are as follows:

Código	Cota	Pr. Min.	Pr. Máx.	Demanda
Nó 01	0.00	0.00	0.00	0.00
Nó 02	0.00	10.00	100.00	0.00
Nó 03	50.00	0.00	0.00	0.00
Nó 04	2.00	10.00	100.00	50.00
Nó 05	3.00	10.00	100.00	45.00
Nó 06	4.00	10.00	100.00	29.80
Nó 07	3.00	10.00	100.00	40.00

On the right side of the window, there are four buttons: "Eliminar Nó", "Criar Nó", "Ajuda", and "Sair".

Figura 40 – Tabela de dados relativos aos nós da rede.

A chamada da tabela de dados dos nós pode ser feita diretamente através do botão .

8.3.2 – DADOS DAS TUBULAÇÕES DA REDE

Nesta opção, figura 41, podem ser alimentados e alterados os dados relativos às tubulações da rede, incluindo um código para a tubulação, o seu comprimento, o coeficiente de atrito para a equação de Hazen-Williams, as velocidades mínimas e máximas admissíveis e o diâmetro da tubulação. Podem ser criadas novas tubulações ou eliminados as existentes, restringida a eliminação à não vinculação da tubulação a outro componente da rede, como uma válvula ou estação booster.

O acesso à tabela de dados das tubulações pode ser feito diretamente através do botão .

CÓDIGO	COMPRIM.	COEFICI.	VEL. MÍN.	VEL. MÁX.	DIÂMETRO
Ln 01	8000.00	100.00	0.00	10.00	0.60
Ln 02	5000.00	100.00	0.00	10.00	0.60
Ln 03	1000.00	100.00	0.00	10.00	0.70
Ln 04	500.00	100.00	0.00	10.00	0.60
Ln 05	300.00	100.00	0.00	10.00	0.50
Ln 06	400.00	100.00	0.00	10.00	0.40
Ln 07	300.00	100.00	0.00	10.00	0.40

Eliminar Tubulação

Criar Tubulação

Ajuda

Sair

Figura 41 – Tabela de dados relativos às tubulações da rede.

8.3.3 – LIGAÇÕES DA REDE

Complementando os dados relativos às tubulações devem ser estabelecidas as ligações entre os nós da rede às tubulações correspondentes. Esta operação é feita através de uma janela específica, figura 42.

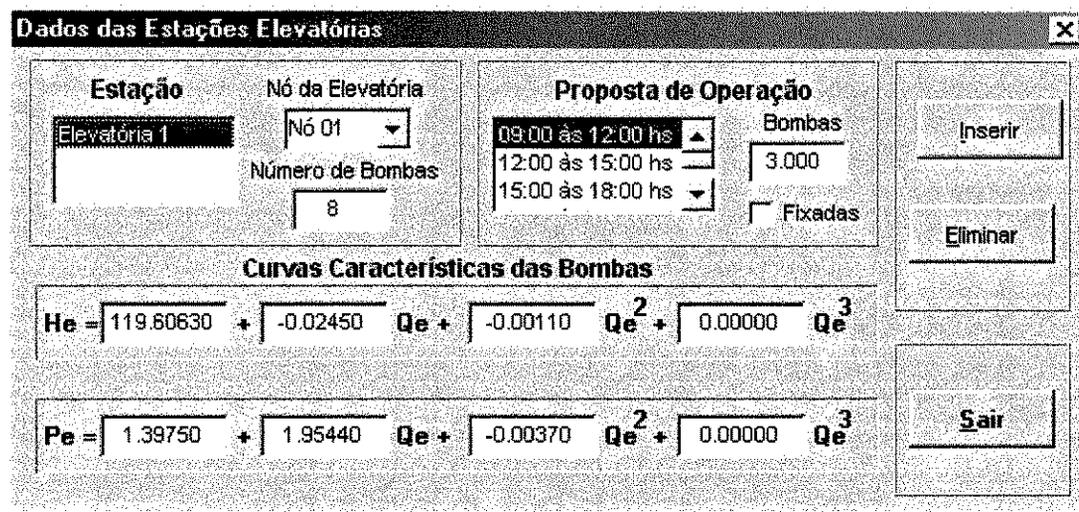
Tubulações	Origem
Ln 01	Nó 01
Ln 02	
Ln 03	
Ln 04	
Ln 05	
Ln 06	
Ln 07	
Ln 08	
	Destino
	Nó 02
	Sair

Figura 42 – Estabelecimento das ligações entre os nós formando as tubulações.

Através do botão  ocorre o acesso direto à janela para estabelecimento das ligações da rede.

8.3.4 – DADOS DAS ESTAÇÕES ELEVATÓRIAS

As estações elevatórias são caracterizadas pelo nó da rede onde estão localizadas, o número máximo de bombas instaladas e operáveis simultaneamente, além dos coeficientes de ajuste polinomial para as curvas de pressão e potência das bombas, figura 43.



Dados das Estações Elevatórias

Estação: Elevatória 1

Nó da Elevatória: Nó 01

Número de Bombas: 8

Proposta de Operação

09:00 às 12:00 hs

12:00 às 15:00 hs

15:00 às 18:00 hs

Bombas: 3.000

Fixadas

Curvas Características das Bombas

$H_e = 119.60630 + -0.02450 Q_e + -0.00110 Q_e^2 + 0.00000 Q_e^3$

$P_e = 1.39750 + 1.95440 Q_e + -0.00370 Q_e^2 + 0.00000 Q_e^3$

Inserir

Eliminar

Sair

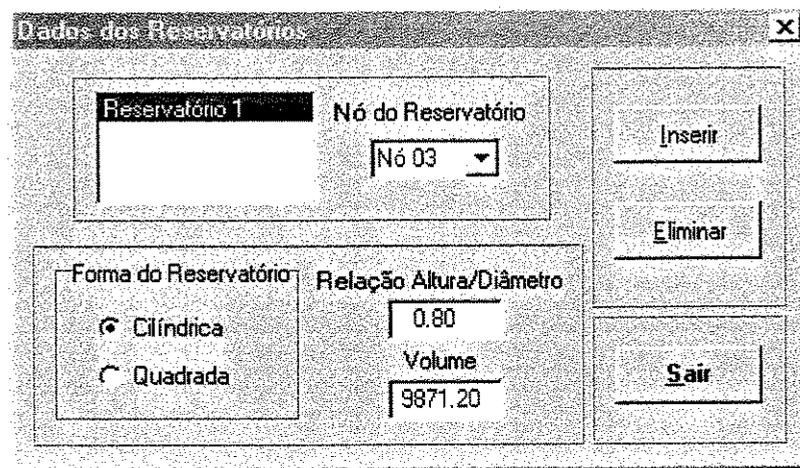
Figura 43 – Dados relativos às estações elevatórias da rede.

Para análise isolada de uma situação pode ser fixado o número de bombas operando em um determinado intervalo de tempo, relativo a um horário específico de operação, otimizando a operação para esta situação. Novas estações podem ser incluídas ou as atuais eliminadas.

O botão  dá acesso direto aos dados das estações elevatórias.

8.3.5 – DADOS DOS RESERVATÓRIOS

Os dados dos reservatórios compreendem o nó da rede onde está localizado cada reservatório, o formato do reservatório, a relação dimensional “altura/diâmetro” ou “altura/diagonal”, dependendo do formato, além do volume máximo armazenável, figura 44.



Dados dos Reservatórios

Reservatório 1

Nó do Reservatório

Nó 03

Inserir

Eliminar

Sair

Forma do Reservatório

Cilíndrica

Quadrada

Relação Altura/Diâmetro

0.80

Volume

9871.20

Figura 44 – Dados relativos aos reservatórios da rede.

Os dados dos reservatórios podem ser acessados diretamente através do botão  .

As estações booster e as válvulas de operação da rede não foram implementadas nesta versão, a não ser as válvulas de operação dos reservatórios que são partes integrantes destes.

8.4 – Módulo Gerenciador das Condições de Operação

Neste módulo estão incluídas as condições relativas ao gerenciamento e operação da rede, figura 45. Estão incluídos neste módulo a distribuição do

consumo ao longo do dia, figura 46, o custo unitário de energia, figura 47, e o percentual do consumo diário para armazenamento mínimo na rede, figura 48.

A distribuição do consumo ao longo do dia pode ser acessada diretamente através do botão , assim como o custo unitário de energia pelo botão  e o percentual de volume mínimo pelo botão .

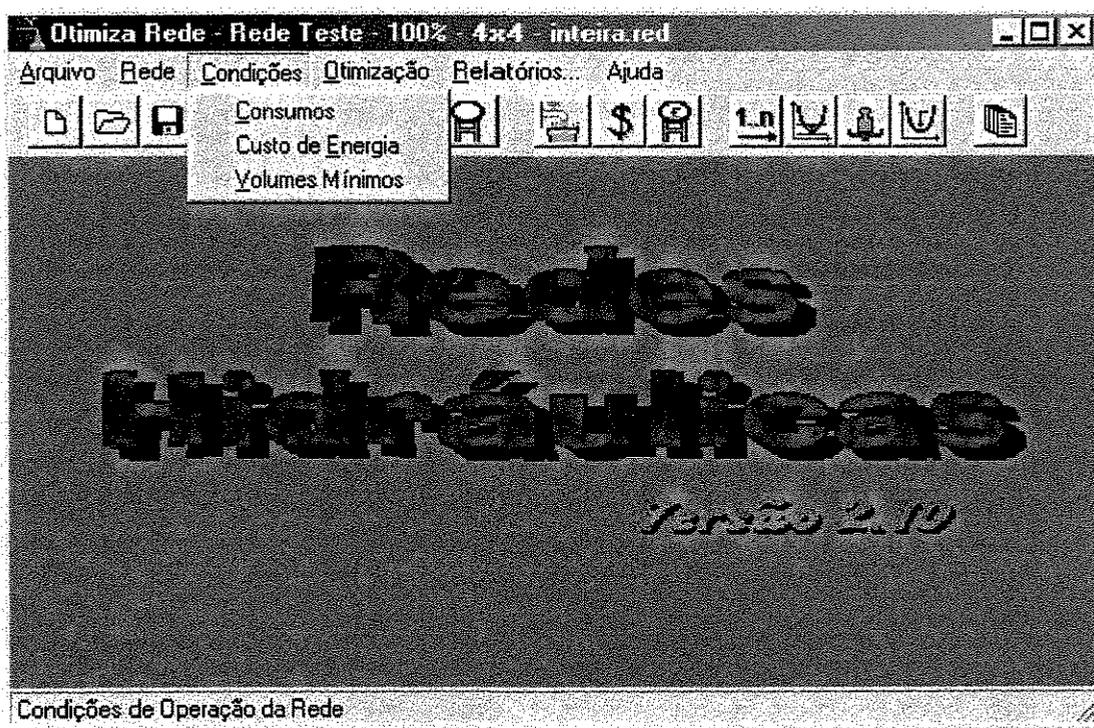


Figura 45 – Opções do módulo gerenciador das condições de operação da rede.

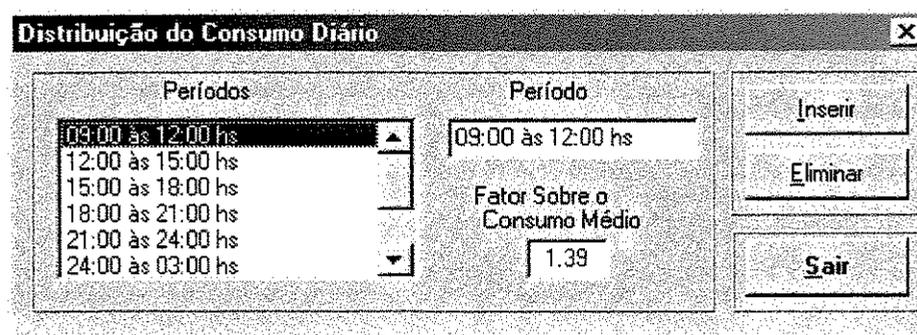


Figura 46 – Distribuição do consumo em relação ao consumo médio diário.

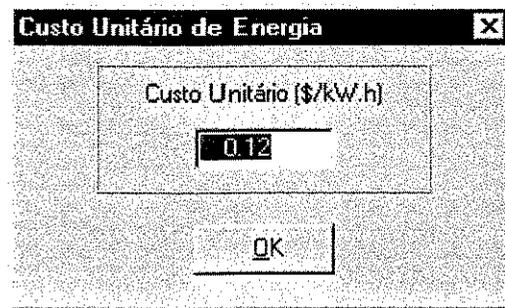


Figura 47 – Custo unitário de energia.

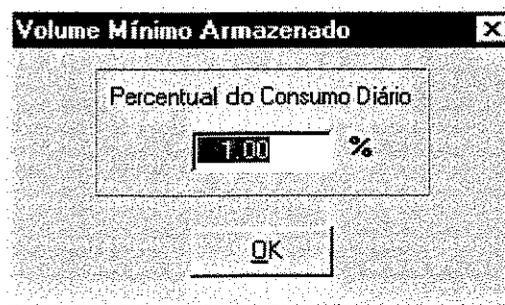


Figura 48 – Percentual do consumo diário a ser armazenado.

8.5 – Módulo Gerenciador das Condições de Otimização

As condições estabelecidas para o processo de otimização compreendem os limites máximos de iteração, as tolerâncias e condições de penalização para a solução do problema, figura 49.

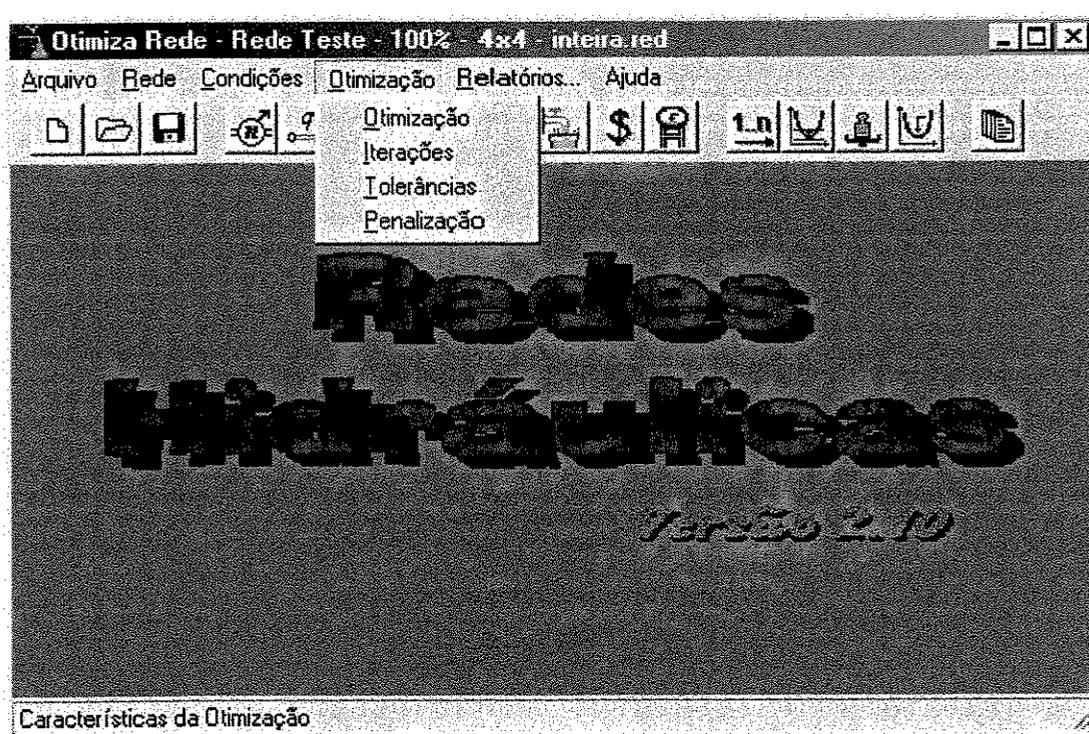


Figura 49 – Opções do módulo gerenciador das condições de otimização.

8.5.1 – NÚMERO MÁXIMO DE ITERAÇÕES

As iterações são limitadas a um número máximo em função de cada etapa do processo de otimização, nestas etapas estão o número máximo de passos no gerenciador do problema penalizado, o número máximo de iterações na solução do problema de otimização, o número máximo de passos na busca direcional o número máximo de iterações usado na busca do equilíbrio hidráulico, figura 50.

A definição das iterações limite pode ser alcançada diretamente através do botão .

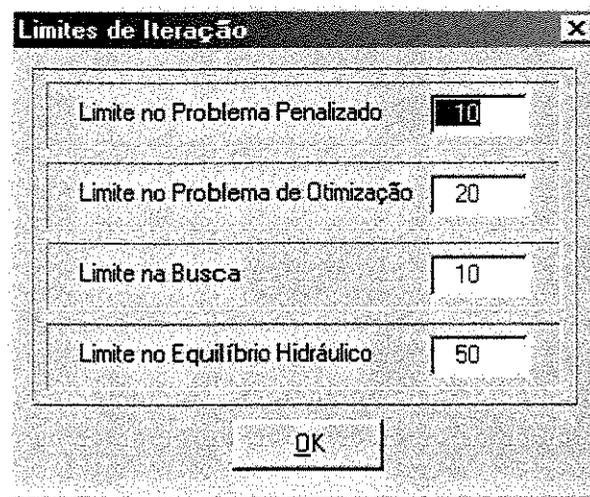


Figura 50 – Limites nas iterações do processo de otimização.

8.5.2 – TOLERÂNCIAS LIMITE

As tolerâncias de parada em cada passo são fixadas para a avaliação das violações nas restrições de operação, nos limites das variáveis de controle, na parada do processo de otimização, na parada da busca direcional e na parada do equilíbrio hidráulico, etapas em que se objetiva alcançar valores nulos, tolerados em função dos valores estabelecidos, figura 51.

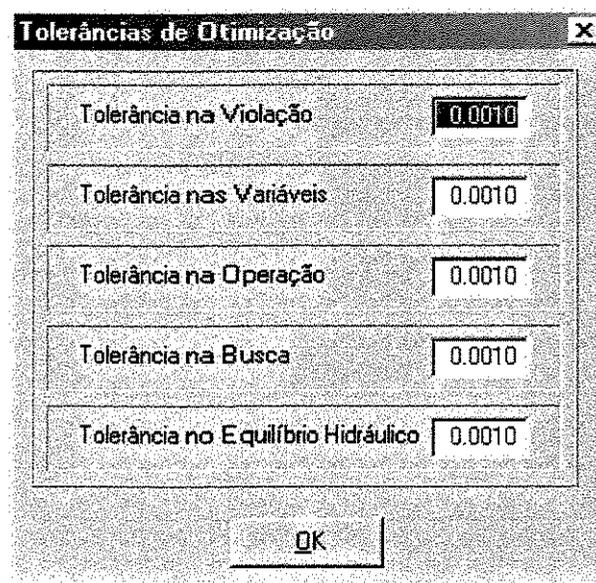


Figura 51 – Tolerâncias estabelecidos para as diferentes etapas do processo de otimização.

Para acesso direto à janela de definição das tolerâncias de parada pode ser utilizado o botão .

8.5.3 – PENALIZAÇÃO

O gerenciamento da penalização se dá através do peso inicial, da regra de crescimento e do fator de crescimento, figura 52. O botão  dá acesso direta à definição das condições de penalização.

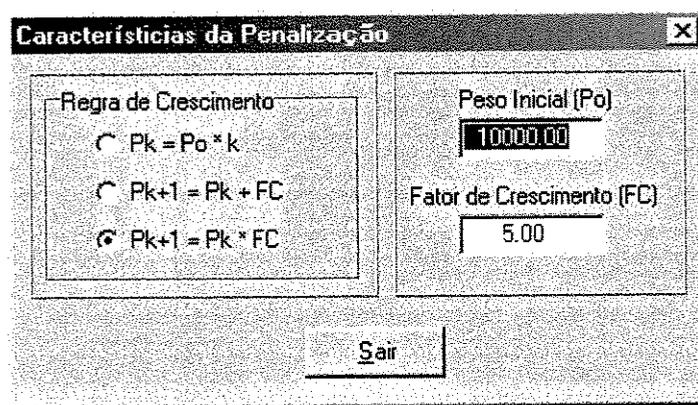


Figura 52 – Definição das condições de penalização.

8.5.4 – OTIMIZAÇÃO

O processo de otimização em si é disparado através de uma janela onde se dá o acompanhamento de todas as etapas de otimização. Antes de disparar o processo deve ser definida a intenção de geração de dados iniciais automaticamente ou a utilização dos dados atuais. Podem ser ativadas ou não a otimização nas variáveis relativas ao número de bombas e/ou vazões de liberação dos reservatórios.

Para disparar a busca da solução inteira deve ser ativado um controle específico, caso contrário a solução alcançada será uma solução relaxada no número de bombas em operação, figura 53.

PROBLEMA INTEIRO			
Estação	Período	Número de Bombas	Custo
Nó 01	06:00 às 09:00 hs	7	766846.64
		8	767209.52

PROBLEMA PENALIZADO		BUSCA DIRECIONAL	
Iteração	Peso Atual	Iteração	Controle
2	50000	10	82.33

PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO		EQUILÍBRIO HIDRÁULICO	
Iteração	Custo	Iteração	Controle
4	767209.52	1	0.000

<input checked="" type="checkbox"/> Gerar Solução Inicial	<input checked="" type="checkbox"/> Direção das Bombas	Tempo (seg)
<input checked="" type="checkbox"/> Solução Inteira	<input checked="" type="checkbox"/> Direção das Liberações	

Figura 53 – Acompanhamento do processo de otimização.

Durante o processo são indicados para o equilíbrio hidráulico o número da iteração e um controle correspondente ao desequilíbrio máximo entre os nós da rede. A busca direcional é acompanhada através do número da iteração e a derivada direcional como controle. No problema de otimização é indicado, a cada iteração, o custo penalizado da solução. No acompanhamento do problema penalizado é indicado o número da iteração e o peso atual, utilizado sobre as violações das restrições de operação.

Quando a solução inteira está sendo procurada através do algoritmo de ramificação e avaliação, o nó da estação elevatória que está sendo fixado o número de bombas é indicado, o período de operação, a solução de número de

bombas inferior à solução relaxada e seu custo, assim como o número de bombas superior ao relaxado e seu custo.

O acompanhamento do processo de otimização pode ser ativado diretamente através do botão .

Quando a opção de geração dos dados iniciais automaticamente estiver ativada uma janela questiona sobre o regime de operação dos reservatórios, em termos de percentual de utilização e o período em que estará no seu nível mínimo, figura 54.

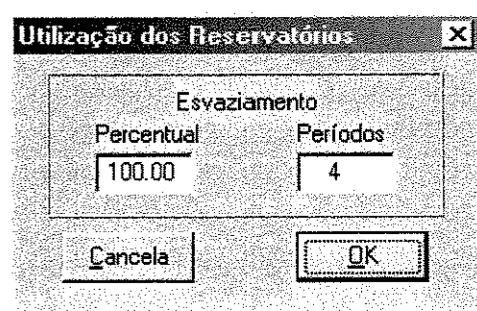


Figura 54 – Regime de operação inicial dos reservatórios.

8.6 – Módulo de Relatórios

Os relatórios são apresentados em uma única janela em que cada um deles pode ser destacado a cada momento. Os relatórios podem ser acessados diretamente do menu principal um pelo botão .

No relatório dos nós são apresentados o código do nó, a sua cota, as pressões mínima, máxima e atual, o tipo de nó e o consumo ou abastecimento, dependendo do seu tipo e do período, figura 55.

Código	Cota (m)	Pressão (m)			Tipo	Consumo (l/s)
		Mínima	Máxima	Atual		
Nó 01	0.00	0.00	0.00	89.24	Elevat.	466.14
Nó 02	0.00	10.00	64.74	39.90	Consumo	-0.00
Nó 03	50.00	0.00	0.00	20.04	Reserv.	179.93
Nó 04	2.00	10.00	100.00	32.57	Consumo	-69.50
Nó 05	3.00	10.00	100.00	29.23	Consumo	-62.55
Nó 06	4.00	10.00	100.00	27.82	Consumo	-41.42
Nó 07	3.00	10.00	100.00	28.68	Consumo	-55.60
Nó 08	4.00	10.00	100.00	26.92	Consumo	-55.60
Nó 09	5.00	10.00	100.00	25.04	Consumo	-55.60
Nó 10	4.00	10.00	100.00	26.10	Consumo	-69.50
Nó 11	5.00	10.00	100.00	23.92	Consumo	-48.65
Nó 12	6.00	10.00	100.00	21.98	Consumo	-83.40

Figura 55 – Relatório dos nós da rede.

O relatório das tubulações contém o código da tubulação, os nós de origem e destino, seu comprimento, o coeficiente de atrito, as velocidades mínima, máxima e atual, a vazão calculada e o diâmetro, figura 56.

Além dos relatórios dos nós e das tubulações foi incluído um relatório resumo para a rede, contendo o nó de origem, sua pressão calculada e seu consumo estabelecido, o nó de destino, a posição da válvula na tubulação, a velocidade e vazão calculadas e o diâmetro, figura 57.

Para acompanhar as estações elevatórias existe um relatório que contém, para cada período do dia, a pressão e vazão de bombeamento, o número de bombas a operar e a potência consumida, figura 58.

Relatórios [X]

Nós | Tubulações | **Resumo** | Elevatórias | Reservatórios | Custos | Evolução

Código	Nó		Compri- mento	Coef. 'C'	Velocidade (m/s)			Vazão (l/s)	Diâmetro (m)
	Origem	Destino			Mínima	Máxima	Atual		
Ln 01	Nó 01	Nó 02	8000.0	100	0.00	10.00	1.65	466.14	0.50 ▲
Ln 02	Nó 03	Nó 02	5000.0	100	0.00	10.00	0.64	179.93	0.60
Ln 03	Nó 02	Nó 04	1000.0	100	0.00	10.00	1.68	646.07	0.70
Ln 04	Nó 04	Nó 05	500.0	100	0.00	10.00	1.42	401.79	0.60
Ln 05	Nó 05	Nó 06	300.0	100	0.00	10.00	0.65	126.79	0.50
Ln 06	Nó 04	Nó 07	400.0	100	0.00	10.00	1.39	174.78	0.40
Ln 07	Nó 07	Nó 08	300.0	100	0.00	10.00	0.79	98.85	0.40
Ln 08	Nó 08	Nó 09	400.0	100	0.00	10.00	0.61	43.25	0.30
Ln 09	Nó 09	Nó 10	300.0	100	0.00	10.00	-0.17	-12.35	0.30
Ln 10	Nó 05	Nó 10	500.0	100	0.00	10.00	0.87	61.52	0.30
Ln 11	Nó 07	Nó 10	400.0	100	0.00	10.00	0.65	20.33	0.20
Ln 12	Nó 05	Nó 11	600.0	100	0.00	10.00	1.20	150.94	0.40 ▼

Período: 09:00 às 12:00 hs ▼

Imprimir Sair

Figura 56 – Relatório das tubulações da rede.

Relatórios [X]

Nós | Tubulações | **Resumo** | Elevatórias | Reservatórios | Custos | Evolução

Nó Origem	Pressão (m)	Consumo (l/s)	Nó Destino	Booster (m)	Válvula %	Veloc. (m/s)	Vazão (l/s)	Diâmetro (m)
Nó 01	89.24	155.38	-> Nó 02			1.65	466.14	0.500 ▲
Nó 02	39.90	-0.00	-> Nó 04			1.68	646.07	0.700
Nó 03	20.04	179.93	-> Nó 02		0.61	0.64	179.93	0.600
Nó 04	32.57	-69.50	-> Nó 05			1.42	401.79	0.600
			-> Nó 07			1.39	174.78	0.400
Nó 05	29.23	-62.55	-> Nó 06			0.65	126.79	0.500
			-> Nó 10			0.87	61.52	0.300
			-> Nó 11			1.20	150.94	0.400
Nó 06	27.82	-41.42	-> Nó 14			1.21	85.36	0.300
Nó 07	28.68	-55.60	-> Nó 08			0.79	98.85	0.400
			-> Nó 10			0.65	20.33	0.200
Nó 08	26.92	-55.60	-> Nó 09			0.61	43.25	0.300 ▼

Período: 09:00 às 12:00 hs ▼

Imprimir Sair

Figura 57 – Relatório resumo da rede.

Relatórios						
Nós	Tubulações	Resumo	Elevatórias	Reservatórios	Custos	Evolução
Período	Pressão (m)	Despacho (l/s)	Número Bombas	Potência (kw)		
09:00 às 12:00 hs	89.24	155.38	3.00	647.2		
12:00 às 15:00 hs	67.91	205.94	2.00	493.9		
15:00 às 18:00 hs	88.75	156.71	3.00	650.4		
18:00 às 21:00 hs	109.94	83.28	7.00	969.5		
21:00 às 24:00 hs	112.11	72.14	7.00	861.9		
24:00 às 03:00 hs	113.23	65.81	7.00	797.9		
03:00 às 06:00 hs	106.65	97.96	4.00	629.4		
06:00 às 09:00 hs	113.96	61.40	7.00	752.1		

Elevatória
Nó 01

Imprimir Sair

Figura 58 – Relatório das estações elevatórias da rede.

O relatório dos reservatórios contém o período, os níveis mínimo, máximo e atual, o volume inicial e final do período e a vazão de liberação do reservatório respectivo, figura 59.

Relatórios						
Nós	Tubulações	Resumo	Elevatórias	Reservatórios	Custos	Evolução
Período	Nível (m)			Volume (m3)		Liberação (l/s)
	Mínimo	Máximo	Atual	Inicial	Final	
09:00 às 12:00 hs	0.82	20.04	20.04	9871.2	7927.9	179.93
12:00 às 15:00 hs	0.82	20.04	16.09	7927.9	5448.8	229.55
15:00 às 18:00 hs	0.82	20.04	11.06	5448.8	3498.5	180.58
18:00 às 21:00 hs	0.82	20.04	7.10	3498.5	809.3	249.00
21:00 às 24:00 hs	0.82	20.04	1.64	809.3	2297.4	-137.79
24:00 às 03:00 hs	0.82	20.04	4.66	2297.4	5063.7	-256.14
03:00 às 06:00 hs	0.82	20.04	10.28	5063.7	7890.0	-261.70
06:00 às 09:00 hs	0.82	20.04	16.02	7890.0	9871.2	-183.44

Reservatório
Nó 03

Imprimir Sair

Figura 59 – Relatório dos reservatórios da rede.

Outro relatório contém, para cada período do dia, o custo de energia total e os custos de violação da potência, das velocidades, das pressões limite e nível dos nós destino dos reservatórios, função da operação das válvulas, figura 60. A figura 61 mostra o relatório de acompanhando o processo de otimização.

Período	Energia	Violação			Destino
		Potência	Velocidade	Pressão	
09:00 às 12:00 hs	118214.12	0.00	0.00	0.00	0.00
12:00 às 15:00 hs	89564.72	0.00	0.00	0.00	0.00
15:00 às 18:00 hs	119652.45	0.00	0.00	0.00	0.00
18:00 às 21:00 hs	228038.35	0.00	0.00	0.00	0.00
21:00 às 24:00 hs	89473.40	0.00	0.00	0.00	0.00
24:00 às 03:00 hs	46132.55	0.00	0.00	0.00	0.00
03:00 às 06:00 hs	23156.17	0.00	0.00	0.00	0.00
06:00 às 09:00 hs	52379.14	0.00	0.00	0.00	0.00
T O T A L	766610.91	0.00	0.00	0.00	0.00

Figura 60 – Relatório dos custos de operação da rede.

Nó	Pressão (m)		Consumo Atual (l/s)	Nó Destino (m)	Booster Válv. %	Veloc. (m/s)	Vazão (l/s)
	Mínima	Máxima					
Iteração = 0 Peso Atual = 10000.0							
====09:00 às 12:00 hs=====							
Nó 01	0.00	0.00	114.02	426.87	-> Nó 02	1.51	426.87
Numero Operando =		7.000	Despacho =		60.98	426.87150506.863 -0.004	
Nó 02	10.00	62.41	72.10	-0.00	-> Nó 04	1.68	646.07
Nó 03	0.00	0.00	20.04	219.20	-> Nó 02	-1.03	-0.78 -219.21
Volume Atual =		9871.20	7503.80	21095.103	-0.001		
Nó 04	10.00	100.00	64.77	-69.50	-> Nó 05	1.42	401.79
						-> Nó 07	1.39 174.78
Nó 05	10.00	100.00	61.43	-62.55	-> Nó 06	0.65	126.79
						-> Nó 10	0.87 61.52
						-> Nó 11	1.20 150.94

Figura 61 – Relatório de evolução da busca da solução otimizada.

8.7 – Módulo de Ajuda

Neste módulo podem ser obtidas algumas informações sobre os problemas de abastecimento de água, seu modelamento e a utilização do software, figuras 62.

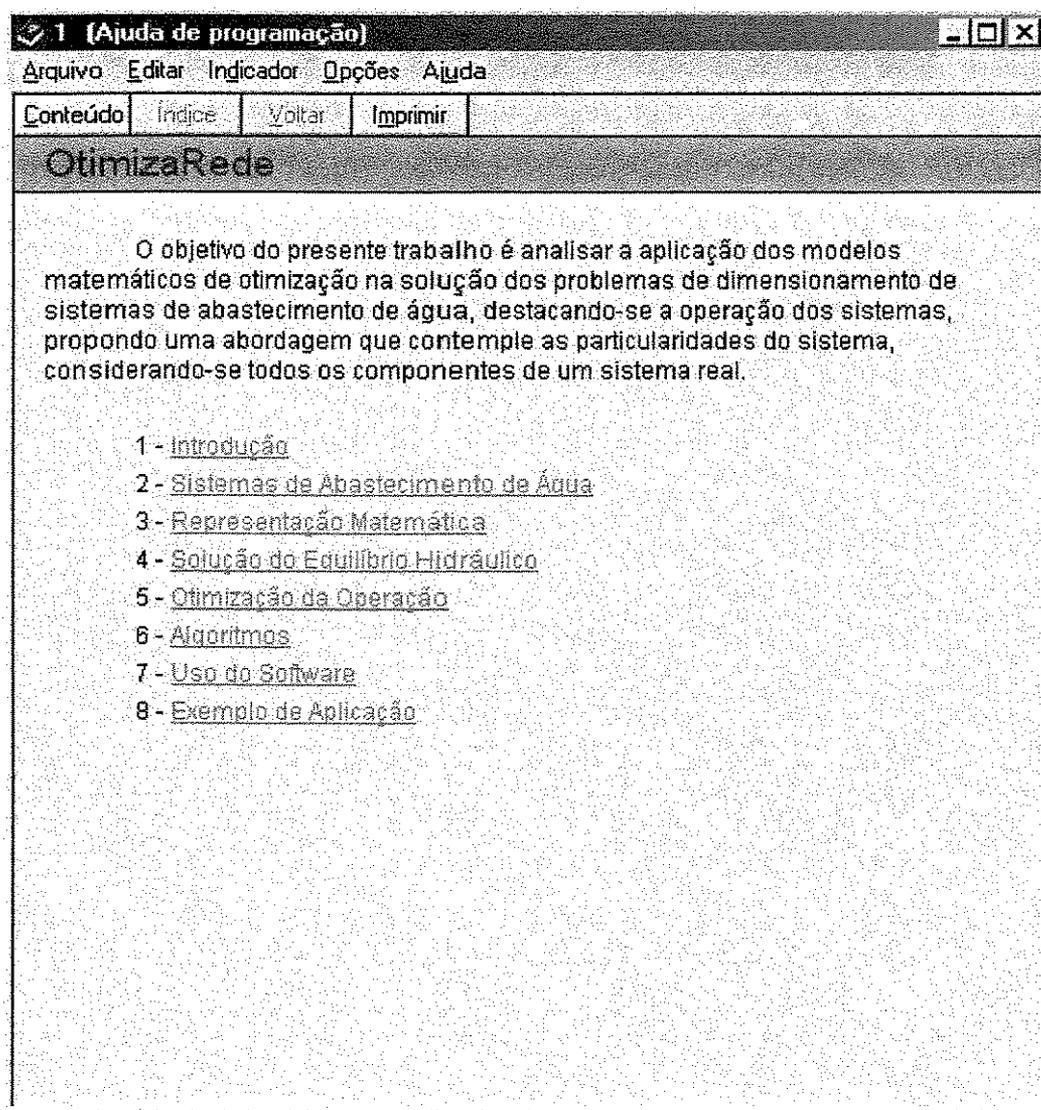


Figura 62 – Janela de ajuda.

CAPÍTULO IX

CONCLUSÕES

9.1 - Considerações Gerais

O modelamento da otimização de sistemas de distribuição de água é, sem dúvida, uma das aplicações em engenharia mais complexas. Mesmo diante de todos os esforços desenvolvidos nos últimos trinta anos, muitas perguntas não estão claramente respondidas ainda.

A simplificação excessiva e a desconsideração de vários dos componentes de uma rede, alegando-se que a sua inclusão pode ser feita sem maiores problemas, tem contribuído para que a aplicação dos modelos não tenha sido alcançada plenamente.

A presença dos reservatórios na rede e a necessidade de garantir a sua operação diária impõe ao problema um acoplamento no tempo, resolvido classicamente através da programação dinâmica, o que apresenta limitação quanto ao tamanho do problema. A adoção da política de operação dos reservatórios como variável de decisão e a consideração dos reservatórios externos à rede, possibilitou o desacoplamento do problema no tempo, permitindo a adoção de técnicas de otimização mais eficientes.

O presente trabalho mostrou que um tratamento analítico aprofundado é possível, contrariando a afirmação de **LANSEY e MAYS** (1989b), quanto à impossibilidade do cálculo analítico do gradiente e dispensando aproximações como encontradas em **YU et al.** (1994).

A adoção de técnicas de penalização deve ser utilizada com a devida cautela para o problema em questão. A adoção de parâmetros de penalização inicial muito elevados tende a gerar uma solução factível mais rápida porém de alto custo de operação. Partindo-se de pontos infactíveis, a busca da factibilidade deve ser feita lentamente, dada à natureza da superfície de otimização.

A aplicação de um algoritmo de ramificação e avaliação para a busca da solução inteira do problema se mostrou interessante, à medida que desconsidera as aproximações que ocasionam soluções infactíveis, que certamente ocorreriam caso uma simples aproximação estatística fosse utilizada. O uso desta heurística resolveu um problema de busca de uma solução inteira factível, porém, necessita de mais estudos de modo a manter a otimalidade da solução, demandando mais atenção em trabalhos futuros.

Como ferramenta de apoio à decisão o presente modelo se mostrou valioso, podendo considerar, inclusive, aspectos de expansão das redes, analisando condições de operação com a estrutura atual e demandas futuras, identificando pontos de estrangulamento na rede.

Com relação aos reservatórios é possível analisar o impacto de diferentes propostas de regime de liberação sobre a operação e sobre o custo. Aspectos como a capacidade dos reservatório e sua elevação sobre o terreno podem ser analisados, gerando conclusões importantes para tomada de decisão.

Outro aspecto importante, evidenciado na aplicação sobre a rede apresentada em **WALSKI et al. (1987)**, está relacionado à análise de expansão da rede com adição de novas tubulações, de modo a avaliar a melhoria de desempenho da estrutura atual, resolvendo problemas de estrangulamento.

O acoplamento deste modelo a um modelo mais complexo para otimização no dimensionamento da estrutura da rede pode ser efetuado, gerando porém, um problema de complexidade mais elevada, uma vez que envolve diversos níveis de otimização, contemplando variáveis de decisão inteiras de várias naturezas, já que os diâmetros das tubulação também são variáveis discretas.

O desenvolvimento de um modelo complexo desta natureza é possível, independente do crescimento elevado no tempo de processamento. A adoção de máquinas dedicadas e de alta capacidade de processamento pode ser facilmente justificável.

Quanto à adequação do modelamento da operação a uma aplicação de controle on line, é perfeitamente viável, uma vez que a cada alteração de consumo o modelo estará partindo de uma solução otimizada e viável, encontrando outra solução ótima em um tempo compatível com o tempo de resposta necessário a uma decisão on line em um sistema de controle deste tipo.

Por fim, consideramos que o objetivo de proporcionar um modelamento da operação de redes de distribuição de água que contemple os principais componentes, gerando respostas sobre o comportamento da rede e as decisões a serem tomadas foi plenamente alcançado.

CAPÍTULO X

BIBLIOGRAFIA

- AL-LAYLA, M. A.; AHMAD, S.; MIDDLEBROOKS, E. J., *Water Supply Engineering Design*, Ann Arbor Science Pub. Inc., 284pp, 1977.
- ALPEROVITS, E. ; SHAMIR, U., *Design of Optimal Water Distribution Systems*, *Water Resources Research*, 13(6), 885-900, 1977.
- AZEVEDO NETTO, J. M.; ALVAREZ, G. A., *Manual de Hidráulica*, Ed. Edgard Blucker Ltda., Vols I e II, 668pp, 1975.
- BAPTISTA, J. M.; SOUSA, E. R.; ALEGRE, M. H., *Dimensionamento Econômico de Sistemas Complexos de Distribuição de Água*, *Simpósio Luso-Brasileiro sobre Modelamento e Simulação em Hidráulica e Recursos Hídricos - ABRH*, 381-415, 1983.
- BERTSEKAS, D. P., *Multiplier Methods : A Survey*, *Automatica*, 12, 133-145, 1976.
- BHAVE, P. R.; SONAK, V. V., *A Critical Study of the Linear Programming Gradient Method for Optimal Design of Water Supply Networks*, *Water Resources Research*, 28(6), 1577-1584, 1992.

- BRION, L. M.; MAYS, L. W., *Methodology for Optimal Operation of Pumping Stations in Water Distribution Systems*, **Journal of Hydraulic Engineering**, 117(11), 1551-1569, 1991.
- CAMP, T. R., *Economic Pipe Sizes for Water Distribution Systems*, **Transactions ASCE**, 104, 190-195, 1939.
- CEMBROWICZ, R. G.; HARRINGTON, J. J., *Capital-Cost Minimization of Hydraulic Network*, **Journal of the Hydraulics Division – ASCE**, 99(3), 431-440, 1973.
- CENEDESE, A.; GALLERANO, F.; MISITI, A., *Multiobjective Analysis in Optimal Solution of Hydraulic Networks*, **Journal of Hydraulic Engineering**, 113(9), 1133-1143, 1987.
- CENEDESE, A.; MELE, P., *Optimal Design of Water Distribution Networks*, **Journal of the Hydraulics Division – ASCE**, 104(2), 237-247, 1978.
- CHIPLUNKAR, A. V.; MEHNDIRATTA, S. L.; KHANNA, P., *Looped Water Distribution System Optimization for Single Loading*, **Journal of the Environmental Division – ASCE**, 112(2), 264-279, 1986.
- COLLINS, M.; COOPER, L.; HELGASON, R.; KENNINGTON, J.; LeBLANC, L., *Solving the Pipe Network Analysis Problem Using Optimization Techniques*, **Management Science**, 24(7), 747-760, 1978.
- COULBECK, B.; ORR, C. H., *Applications Review of Modelling and Control of Water Supply and Distribution Systems*, **Computer Applications in Water**

- Supply, Volume 2 : Systems Optimization and Control**, John Wiley & Sons, 165-186, 1988.
- CROSS, H., *Analysis of Flow in Networks of Conduits or Conductors*, **Engineering Experimental Station Bulletin**, n°. 286, University of Illinois, 1939.
 - EIGER, G.; SHAMIR, U.; BEM-TAL, A., *Optimal Design of Water Distribution Networks*, **Water Resources Research**, 30(9), 2637-2646, 1994.
 - EPP, R.; FOWLER, A. G., *Efficient Code for Steady-State Flows in Networks*, **Journal of the Hydraulics Division – ASCE**, 96(1), 43-56, 1970.
 - FLETCHER, R., *An Ideal Penalty Function for Constrained Optimization*, **Journal Inst. Mathematics Applications**, 15, 319-342, 1975.
 - FUJIWARA , O.; DEY, D., *Two Adjacent Pipe Diameters at the Optimal Solution in the Water Distribution Network Models*, **Water Resources Research**, 23(8), 1457-1460, 1987.
 - FUJIWARA , O.; JENCHAIMAHAKOON, B.; EDIRISINGHE, N. C. P., *A Modified Linear Programming Gradient Method for Optimal Design of Looped Water Distribution Networks*, **Water Resources Research**, 23(6), 977-982, 1987.
 - FUJIWARA , O.; KHANG, D. B., *A Two-Phase Decomposition Method for Optimal Design of Looped Water Distribution Networks*, **Water Resources Research**, 26(4), 539-549, 1990.
 - GILL, P. E.; MURRAY, W., *The Computation of Lagrange-Multiplier Estimates for Constrained Minimization*, **Mathematical Programming**, 17, 32-60, 1979.

- GOULTER, I. C., *Systems Analysis in Water-Distribution Network Design : From Theory to Practice*, **Journal of Water Resources Planning and Management**, 118(3), 238-248, 1992.
- GOULTER, I. C.; BOUCHART, F., *Comment on "Two Adjacent Pipe Diameters at the Optimal Solution in the Water Distribution Network Models" by O. Fujiwara and D. Dey, ,* **Water Resources Research**, 24(11), 1988.
- GOULTER, I. C.; LUSSIER, B. M.; MORGAN, D. R., *Implications of Head Loss Path Choice in the Optimization of Water Distribution Networks*, **Water Resources Research**, 22(5), 819-822, 1986.
- HAMMER, M. J. **Sistemas de Abastecimento de Água e Esgotos**, Livros Técnicos e Científicos, 563pp, 1979.
- JACOBY, S. L. S., *Design of Optimal Hydraulic Networks*, **Journal of the Hydraulics Division – ASCE**, 94(3), 641-661, 1968.
- JAMIESON, R. A.; FOSTER, J. W.; SASTRI, T.; KUBALA, J. F., *A Knowledge-Based System for the Municipal Water Industry*, **Journal of the American Water Works Association**, 85(5), 48-54, 1993.
- JOWITT, P. W.; GERMANOPOULOS, G., *Optimal Pump Scheduling in Water-Supply Networks*, **Journal of Water Resources Planning and Management**, 118(4), 406-422, 1992.
- KARMELI, D.; GADISH, Y.; MEYERS, S., *Design of Optimal Water Distribution Networks*, **Journal of Pipeline Division – ASCE**, 94(1), 1-10, 1968.

- KESSLER, A., SHAMIR, U., *Analysis of the Linear Programming Gradient Method for Optimal Design of Water Supply Networks*, **Water Resources Research**, 25(7), 1469-1480, 1989.
- KHANG, D. B.; FUJIWARA, O., *Optimal Adjacent Pipe Diameters in Water Distribution Networks with Reliability Constraints*, **Water Resources Research**, 28(6), 1503-1505, 1992.
- KÖRNER, F., *An Efficient Branch and Bound Algorithm to Solve the Quadratic Integer Programming Problem*, **Computing**, 30, 253-260, 1983.
- KÖRNER, F., *Integer Quadratic Optimization*, **European Journal of Operational Research**, 19, 268-273, 1985.
- LAI, D.; SCHAAKE, J., *Linear Programming and Dynamic Programming Applications to Water Distribution Network Design*, **Report 116, Department of Civil Engineering, Massachusetts Inst. Of Tech.**, 1969.
- LAM, C. F., *Discrete Gradient Optimization of Water Systems*, **Journal of the Hydraulics Division – ASCE**, 99(6), 863-872, 1973.
- LANSEY, K. E.; AWUMAH, K., *Optimal Pump Operations Considering Pump Switches*, **Journal of Water Resources Planning and Management**, 120(1), 17-35, 1994.
- LANSEY, K. E.; DUAN, N.; MAYS, L. W.; TUNG, Y.-K., *Water Distribution System Design under Uncertainties*, **Journal of Water Resources Planning and Management**, 115(5), 630-645, 1989.

- LANSEY, K. E.; MAYS, L. W., *Network Simulation Models, Reliability Analysis of Water Distribution Systems, American Society of Civil Engineering, New York*, 11-36, 1989a.
- LANSEY, K. E.; MAYS, L. W., *Optimization Model for Water Distribution System Design, Journal of Hydraulic Engineering*, 115(10), 1401-1418, 1989b.
- LEKANE, T. M.; HELLEMANS, D. E.; WHITWAM, C. M., *Long-term Optimization Model of Tree Water Networks, European Journal of Operational Research*, 4, 7-15, 1980.
- LI, H.-L., *An Approximate Method for Local Optima for Nonlinear Mixed Integer Programming Problems, Computers in Operational Research*, 19(5), 435-444, 1992.
- LISCHER, V. C., *Determination of Economical Pipe Diameters in Distribution Systems, American Water Works Association Journal* 40(8), 848-867, 1948.
- LOGANATHAN, G. V.; GREENE, J. J.; AHN, T. J., *Design Heuristic for Globally Minimum Cost Water-Distribution Systems, Journal of Water Resources Planning and Management*, 121(2), 182-192, 1995.
- LUENBERGER, D. G., *Linear and Nonlinear Programming*, Addison-Wesley Pub. Co., USA, 491pp, 1984.
- MARTIN, Q. W., *Linear Water-Supply Pipeline Capacity Expansion Model, Journal of Hydraulic Engineering*, 116(5), 675-690, 1990.

- McBRIDE, R. D.; YORMARK, J. S., *An Implicit Enumeration Algorithm for Quadratic Integer Programming*, **Management Science**, 26(3), 282-296, 1980.
- MORGAN, D. R.; GOULTER, I. C., *Optimal Urban Water Distribution Design*, **Water Resources Research**, 21(5), 642-652, 1985.
- NITIVATTANANON, V.; SADOWSKI, E. C.; QUIMPO, R. G., *Optimization of Water Supply System Operation*, **Journal of Water Resources Planning and Management**, 122(5), 374-384, 1996.
- ORMSBEE, L. E.; LANSEY, K., *Optimal Control of Water Supply Pumping Systems*, **Journal of Water Resources Planning and Management**, 120(2), 237-252, 1994.
- ORMSBEE, L. E.; REDDY, S. L., *Nonlinear Heuristic for Pump Operations*, **Journal of Water Resources Planning and Management**, 121(4), 302-309, 1995.
- ORR, C. H.; COULBECK, B.; BRDYS, M., *Water Supply Applications Programs in an Operations Environment*, **Computer Applications in Water Supply, Volume 1 : Systems Analysis and Simulation**, John Wiley & Sons, 246-267, 1988.
- ORTH, H. M., **Model-based Design of Water Distribution and Sewage Systems**, Wiley-International Publication, 191pp, 1986.
- PITCHAI, R., **A Model for Designing Water Distribution Pipe Networks**, PhD thesis, Harvard University, 1966.

- POWELL, M. J. D., *A Method for Nonlinear Constraints in Minimization Problems, in Optimization-Symposium of the Institute of Mathematics and its Applications*, ed. By R. Fletcher, Academic, 283-297, 1969.
- POWELL, M. J. D., *Algorithms for Nonlinear Constraints that Use Lagrangian Functions*, **Mathematical Programming**, 14(2), 224-248, 1978.
- QUINDRY, G. E.; BRILL, E. D.; LIEBMAN, J. C.; ROBINSON, A., *Comments on "Design of Optimal Water Distribution Systems" by Alperovits and Shamir*, **Water Resources Research**, 15(6), 1651-1656, 1979.
- QUINDRY, G. E.; BRILL, E. D.; LIEBMAN, J. C., *Optimization of Looped Water Distribution Systems*, **Journal of the Environmental Division – ASCE**, 107(4), 665-679, 1981.
- RASMUSEN, H. J., *Simplified Optimization of Water Supply Systems*, **Journal of the Environmental Division – ASCE**, 102(2), 313-327, 1976.
- RIOS, J. L. P.; ORLEANS, L. C.; SICILIANO, M. A., *Sistema Engehid para Montagem de Modelo Matemático de Malha Hidráulica Complexa*, **XII Congresso Brasileiro de Engenharia Ambiental**, separata, 44pp, 1983.
- SALKIN, H. M., *Integer Programming*, Addison-Wesley Pub. Co., USA, 537pp, 1975.
- SANTANA, G.C., *Dimensionamento de Sistemas de Irrigação Pressurizados por Custo Mínimo - XXIV Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola - UFV - MG - Resumos - 1995*.

- SANTANA, G.C.; SOARES, S., *Optimization Model for Water Distribution System Design, Hydraulic Engineering Software IV, Fourth International Conference on Hydraulic Engineering Software - HYDROSOFT/92, Computer Techniques and Applications*, Computational Mechanics Publications, Elsevier Applied Science, Barcelona, Espanha, 299-307, 1992.
- SANTANA, G.C.; SOARES, S., *Otimização da Operação de Sistemas de Abastecimento de Água – XII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos – Vitória – ES – 16 a 20/11/97 – Anais vol. 2 – 547-554*, 1997.
- SHAMIR, U., *Optimal Design and Operation of Water Distribution Systems, Water Resources Research*, 10(1), 27-36, 1974.
- SHAMIR, U.; HOWARD, C. D. D., *Water Distribution Systems Analysis, Journal of the Hydraulics Division – ASCE*, 94(1), 219-234, 1968.
- SLOWINSKI, R., *A Multicriteria Fuzzy Linear Programming Method for Water Supply System Development Planning, Fuzzy Sets and Systems*, 19(3), 217-237, 1986.
- SMITH, D. V., *Minimal Cost Design of Linearly Restrained Water Distribution Networks*, M.S. thesis, Dep. of Civil Engineering, Mass. Inst. Of Technol., 1966.
- SONAK, V. V., BHAVE, P. R.; *Global Optimum Tree Solution for Single-Source Looped Water Distribution Networks Subjected to a Single Loading Pattern, Water Resources Research*, 29(7), 2437-2443, 1993.

- VARMA, K. V. K.; NARASIMHAN, S.; BHALLAMUDI, S. M., *Optimal Design of Water Distribution Systems Using an NLP Method*, **Journal of Environmental Engineering**, 123(4), 381-388, 1997.
- WALSKI, T. M.; BRILL, E. D.; GESSLER, J.; GOULTER, I. C.; JEPSON, R. M.; LANSEY, K.; LEE, H-L.; LIEBMAN, J. C.; MAYS, L.; MORGAN, D. R.; ORMSBEE, L., *Battle of the Network Models : Epilogue*, **Journal of Water Resources Planning and Management**, 113(2), 191-203, 1987.
- WOOD, D. J.; CHARLES, C., *Hydraulic Network Analysis using Linear Theory*, **Journal of the Hydraulics Division – ASCE**, 98(7), 1157-1170, 1972.
- YATES, D. F.; TEMPLEMAN, A. B.; BOFFEY, T. B., *The Computational Complexity of the Problem of Determining Least Capital Cost Designs for Water Supply Networks*, **Engineering Optimization**, 7, 143-155, 1984.
- YU, G.; POWELL, R. S.; STERLING, M. J. H., *Optimized Pump Scheduling in Water Distribution Systems*, **Journal of Optimization Theory and Applications**, 83(3), 463-488, 1994.
- ZESSLER, U.; SHAMIR, U., *Optimal Operation of Water Distribution Systems*, **Journal of Water Resources Planning and Management**, 115(6), 7351-752, 1989.