

MECANISMOS DE GERAÇÃO DE TREMOR
EM REPETIDORES REGENERATIVOS EM SISTEMAS
DE MODULAÇÃO POR CÓDIGOS DE PULSOS

ADONIAS COSTA DA SILVEIRA

Orientador - Prof. Dr. HÉLIO WALDMAN

Tese apresentada à Faculda
de de Engenharia de Campi
nas como parte dos requisi
tos exigidos para obtenção
do título de DOUTOR EM
ENGENHARIA ELÉTRICA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
JANEIRO 1980

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

Aos meus pais, esposa e filhos,
dedico este trabalho.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Hélio Waldman, pelo apoio e pela valiosa e competente orientação,

Ao Eng^o José Geraldo Chiquito, pela colaboração na implementação dos equalizadores utilizados,

As secretárias Maria Julia Dini e Maria Aparecida C. Camargo pela dedicação e paciência na execução dos trabalhos de datilografia,

Ao Edison Pedro de Lima e Raymundo Nonato de Souza, pela realização dos desenhos,

Aos técnicos do Laboratório de Comunicações - Digitais,

e a todos aqueles que de alguma maneira contribuíram para que este trabalho pudesse ser realizado,

os mais sinceros agradecimentos .

Í N D I C E

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

CAPÍTULO 2 - O REPETIDOR REGENERATIVO

- 2.1. Introdução
- 2.2. A Função Básica de Regeneração
- 2.3. Equalização
 - 2.3.1. Diafonia
 - 2.3.2. Interferência entre pulsos
 - 2.3.3. Ruído Térmico
 - 2.3.4. Ruído Impulsivo
 - 2.3.5. Formato de Equalização
 - 2.3.6. Diagramas de Olho
- 2.4. O Sinal de Relógio
- 2.5. Imperfeições Básicas na Regeneração

CAPÍTULO 3 - EXTRAÇÃO DE RELÓGIO E TREMOR

- 3.1. Existência de Sinal de Relógio no Sinal Digital
- 3.2. Um Método Básico de Extração de Relógio
- 3.3. Imperfeições no Sinal de Relógio
- 3.4. Tremor
- 3.5. Fontes de Tremor
 - 3.5.1. Tremor Devido à Imperfeição de Circuito
 - 3.5.1.1. Assintonia
 - 3.5.1.2. Conversão de Amplitude para Fase
 - 3.5.1.3. Ruídos Térmico e Impulsivo
 - 3.5.1.4. Diafonia
 - 3.5.1.5. Variações de Forma dos Pulsos
 - 3.5.2. Tremor Intrínseco

CAPÍTULO 4 - ESTUDO DA NÃO LINEARIDADE

- 4.1. Não-linearidade Retificação e Ceifamento
 - 4.1.1. Interferência entre Pulsos no Código Binário Alternado
 - 4.1.2. Retificação e Ceifamento dos Pulsos
 - 4.1.3. Probabilidade de Ocorrência dos Pulsos
 - 4.1.4. Valor Médio da Componente de Sinal na Frequência de Repetição dos Pulsos
 - 4.1.5. Densidade Espectral de Potência da Componente de Ruído na Frequência de Repetição dos Pulsos

4.2. Não-linearidade Quadrática

4.2.1. Valor Médio da Componente de Sinal na Frequência de Repetição dos Pulsos

4.2.2. Densidade Espectral de Potência da Componente de Ruído na Frequência de Repetição dos Pulsos

CAPÍTULO 5 - SIMULAÇÃO DO MECANISMO DE GERAÇÃO DE TREMOR INTRINSECO

5.1. Introdução

5.2. Resposta do Filtro a um Impulso

5.3. Impulsos Equivalentes

5.4. Resposta do Filtro a uma Sequência de Pulsos

5.5. Análise do Fasor $A(t)$

5.6. Conversão de Amplitude para Fase

5.7. Interferência entre Pulsos e Conversão de Amplitude para Fase

5.8. Simulação Numérica do Tremor

5.8.1. Simulação do Trem de Pulsos

5.8.2. Procedimento de Cálculo do Tremor

5.9. Resultados

5.9.1. Não-linearidade Tipo Ceifamento

5.9.1.1. Tremor rms

5.9.1.2. Desalinhamento Médio

5.9.1.3. Modulação de Amplitude

5.9.1.4. Valor rms do Deslocamento do Instante de Ocorrência dos Impulsos Equivalentes

5.9.1.5. Conversão de Amplitude para Fase

5.9.1.6. Tremor rms devido à Interferência entre Pulsos e Conversão de Amplitude para Fase

5.9.2. Não-Linearidade Tipo Quadrática

5.9.2.1. Tremor rms

5.9.2.2. Desalinhamento Médio

5.9.2.3. Modulação de Amplitude

5.9.2.4. Valor rms do Deslocamento do Instante de Ocorrência dos Impulsos Equivalentes

5.9.2.5. Efeito do Fator Q

CAPÍTULO 6 - REALIZAÇÃO EXPERIMENTAL

- 6.1. Introdução
- 6.2. Gerador A.M.I.
- 6.3. Simulador de Linha
- 6.4. Equalizador
- 6.5. Circuito Não-linear
 - 6.5.1. Retificação e Ceifamento
 - 6.5.2. Amplificação do Sinal Ceifado
 - 6.5.3. Circuito de Quadratura
- 6.6. Circuito de Extração de Relógio
- 6.7. Medição do Tremor
 - 6.7.1. Medição de Tremor por Comparação
 - 6.7.2. Medição de Tremor por Detecção de Fase
- 6.8. Resultados

CAPÍTULO 7 - TESTES DE DESEMPENHO

- 7.1. Introdução
- 7.2. Especificação de Tremor
- 7.3. Medidas de Tremor
- 7.4. Simulação do Desalinhamento Produzido por padrões Repetitivos em um Regenerador
 - 7.4.1. Padrões I em n
 - 7.4.2. Padrões II em n
 - 7.4.3. Padrões III em n
 - 7.4.4. Outros Padrões Repetitivos
 - 7.4.5. Padrões de Oito Bits
- 7.5. Transição de Sequências de Padrões

CAPÍTULO 8 - CONCLUSÕES FINAIS

APÊNDICES

- A. ESTATÍSTICA DE SEQUÊNCIA DIGITAL COM PULSOS DESIGUAIS
- B. SOLUÇÃO DE $\overline{a_n a_m a_i a_k}$

REFERÊNCIAS

S U M Á R I O

Em uma transmissão de informação pela técnica de Modulação por Código de Pulsos, é possível fazer com que os sinais cheguem ao receptor sem praticamente qualquer ruído. Este resultado é viável mediante a inserção de repetidores regenerativos ao longo da linha de transmissão.

O repetidor regenerativo é capaz de restaurar o sinal digital atenuado e distorcido que chega à sua entrada e enviá-lo novamente à linha, isento de ruído. Porém, para a regeneração é necessário dispor-se no repetidor, da informação de relógio, a qual é usualmente extraída do próprio sinal digital recebido.

No entanto, no processo de extração de relógio aparece alguma modulação em posição dos pulsos que poderá resultar numa decodificação deficiente dos sinais. Esta modulação, conhecida como tremor ("jitter"), depende do modo como o sinal é processado no repetidor, devido à natureza aleatória do padrão de pulsos transmitido..

A geração de tremor no processo de extração de relógio pode estar associada a diversos tipos de imperfeições de circuito no repetidor ou ser inerente ao próprio sinal digital. Mesmo que os circuitos de extração não apresentem imperfeições, ainda assim seria produzida uma componente de tremor. Trata-se do tremor oriundo da interferência entre pulsos, que pode portanto ser considerado como o tremor intrínseco do regenerador.

A quantidade de tremor intrínseco gerado em um repetidor está relacionada com a resposta de frequência do equalizador e com o tipo de não-linearidade usada para a extração da informação de sincronismo. Neste trabalho procura-se equacionar essa dependência. Os resultados obtidos analiticamente são corroborados experimentalmente.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O aumento da capacidade de transmissão de informação de um sistema de comunicação, com faixa de frequência reduzida, é usualmente alcançado através de dois métodos básicos de multiplexagem: a multiplexagem por divisão de frequência (MDF) e a multiplexagem por divisão de tempo (MDT). Na multiplexagem por divisão de frequência, os sinais a serem multiplexados são colocados em espaços espectrais diferentes, e a diferenciação dos sinais na recepção é efetuada através de filtros apropriados. Na multiplexagem por divisão de tempo, os canais são amostrados em tempos sucessivos, e a separação dos vários sinais na recepção é processada por meio de janelas temporais diferentes para cada canal. No primeiro método, o sinal de informação transmitido é uma representação contínua do sinal original, pelo que o sistema recebe a designação de analógico; já no outro caso, o sinal transmitido é um trem de pulsos, e o sistema é digital.

Devido a problemas relacionados à disponibilidade de tecnologia de componentes, a maioria dos enlaces de comunicação atualmente em uso baseia-se na técnica de multiplexagem de frequência. No entanto, ultimamente, a tecnologia de circuitos integrados digitais tem-se desenvolvido de maneira bastante acelerada, permitindo o aproveitamento das vantagens das técnicas digitais e provocando em consequência mudanças radicais na filosofia de projeto dos sistemas de telecomunicações. Uma vantagem significativa dos sistemas digitais em relação ao de MDF é devida ao fato de que naqueles os sinais são processados por circuitos digitais, o que implica em economia e melhor desempenho.

Uma técnica de multiplexagem temporal em destaque atualmente, com uma enorme aplicação em sistemas de comunicação telefônica, é a conhecida por modulação por códigos de pulsos (MCP). Neste sistema, o sinal elétrico representativo do sinal de informação é transformado em uma sequência de pulsos "on-off". Isto é conseguido amostrando-se o sinal a uma taxa conveniente (maior ou igual à taxa de Nyquist) e associando-se a estas amostras palavras-código digitais que consistem de um número determinado de pulsos estreitos organizados de acordo com uma determinada regra. Estas sequências de pulsos são então transmitidas através do canal e, na recepção, decodificados para reproduzir as amostras do sinal original. Realizando uma interpolação (filtragem) adequada das amostras decodificadas, obtém-se um sinal que é uma estimativa do sinal original. Se os pulsos forem de duração suficientemente pequena, existirão

intervalos de tempo disponíveis e suficientes para a inserção de pulsos representativos de outros canais entre as palavras sucessivas de um dado canal, tornando-se possível assim a multiplexagem no domínio do tempo.

Ao passar pelo meio de transmissão, tanto o sinal analógico como o sinal digital são atenuados e contaminados por interferências. Nos sistemas analógicos, essa deterioração do sinal afeta substancialmente o desempenho do sistema, tornando a qualidade da comunicação dependente tanto da distância como da rota utilizada. Podem ser inseridos ao longo do percurso amplificadores ou repetidores para a elevação do nível do sinal, mas estes são também fontes de ruído.

Na solução digital, no entanto, é possível realizar a regeneração do trem de pulsos em pontos ao longo do percurso de transmissão, o que constitui uma vantagem de real importância. Não obstante a forma e amplitude do sinal digital transmitido serem continuamente degradadas pelo ruído e a atenuação do meio de transmissão, o formato do sinal digital continua regular. Se a degradação é mantida dentro de certos limites, de modo que a presença ou ausência de cada pulso possa ser detetada, o sinal original pode ser reconstituído do sinal deturpado. Esse processo de restauração do trem de pulsos é conhecido como "regeneração", e constitui uma propriedade muito importante dos sistemas de comunicações digitais.

A intervalos adequados, o trem de pulsos é processado pelo repetidor regenerativo e mandado novamente à linha, com uma forma retangular apropriada. Como resultado, uma vez que em cada unidade de regeneração nenhum ruído é passado adiante, a qualidade da transmissão da informação torna-se independente das características do meio de transmissão.

A regeneração dos pulsos binários envolve duas funções; a remoção dos efeitos indesejáveis de amplitude e a colocação de cada pulso na respectiva posição correta no tempo. Para cumprir a segunda função, é necessário dispor-se, no local de regeneração, de um sinal de relógio. Nos sistemas de transmissão digital não é usual, por razões de faixa e economia, transmitir energia na frequência de repetição dos pulsos ou suas harmônicas, mas extraí-las, por meio de alguma operação não-linear e filtragem, do próprio sinal digital, no local da regeneração.

A operação não-linear a que é submetido o sinal dá origem a duas componentes no domínio da frequência: uma, consistindo de linhas espectrais na frequência de repetição dos pulsos e suas harmônicas, resultante da natureza periódica dos sinais; a outra componente, que é contínua e de natureza semelhante à do ruído, resulta da modulação do código ou das variações do sinal. As duas componentes têm envoltórias análogas e determinadas pela forma do pulso na saída da operação não-linear. A componente na frequência de repetição dos pulsos pode ser separada por um filtro centrado naquela frequência. Os filtros práticos, entretanto, por possuírem uma largura de faixa finita, deixam passar não apenas a componente de linha espectral desejada, mas também parte da componente contínua em torno da mesma. Estas faixas laterais indesejáveis, associadas às inevitáveis imperfeições dos circuitos empregados na prática, dão origem a variações de fase do sinal de relógio extraído. E quaisquer variações na posição dos pulsos de relógio são repassadas ao sinal digital regenerado.

A ocorrência de flutuação nas fases dos pulsos de relógio, conhecida como tremor ("jitter"), é uma característica que pode prejudicar significativamente a qualidade da transmissão. O tremor pode fazer com que no processo de regeneração os pulsos equalizados sejam amostrados em instantes desfavoráveis, provocando erros na decisão, e provocar pequenas distorções de fase nos sinais analógicos decodificados.

A geração de tremor no processo de extração de relógio pode estar associada às imperfeições de circuito ou ser inerente ao próprio sinal digital. As fontes de tremor vinculadas às imperfeições do sistema de extração mais significativas são o erro de sintonia do filtro com a frequência de repetição dos pulsos, a largura finita do filtro, o desvio na detecção dos cruzamentos de zero da onda de tempo obtida na saída do filtro e equalização deficiente dos pulsos na entrada do sistema de extração. Todas estas fontes de tremor têm sido amplamente estudadas, havendo uma farta literatura sobre o assunto {1,2,3,4,5, e 6}. Também há que mencionar a participação do ruído de diafonia na saída do equalizador na geração de tremor, o que constitui um elemento importante na especificação das características de equalização.

Mesmo que o filtro fosse perfeitamente sintonizado, a detecção dos cruzamentos de zero fosse isenta de erro, e não houvesse

ruído incidente na entrada do repetidor, ainda assim seria produzida uma componente de tremor. Trata-se do tremor oriundo da interferência entre os pulsos, que pode ser considerado como o tremor intrínseco do regenerador.

Em um repetidor regenerativo, antes de qualquer processamento do sinal, o mesmo precisa ser amplificado e equalizado. A equalização é necessária para se conseguir uma condição ótima de detetabilidade dos pulsos, minimizando o efeito combinado da interferência entre símbolos e da incidência de paradiáfonia. O formato dos pulsos, determinado pelos equalizadores usuais, por imposição de largura de faixa limitada e de realizabilidade física, são tais que há sempre uma significativa interferência entre os pulsos do sinal digital. O formato do pulso em uma dada janela temporal é grandemente modificado pelos pulsos existentes nas janelas temporais vizinhas. Se a modificação do pulso não é provocada apenas pelos pulsos existentes nas duas janelas mais próximas, o número de formas diferentes de pulsos torna-se grande. Após a operação não-linear, necessária para a geração da componente na taxa de bits, o efeito da interferência ainda persiste. Assim os pulsos aplicados na entrada do filtro, formado geralmente por um circuito ressonante, não são iguais e nem idealmente centrados nas respectivas janelas temporais. Com isto a excitação impulsiva do filtro, efetivamente, não acontece de acordo com um padrão de repetição e amplitude regulares. Isto resulta numa modulação de fase e de amplitude do sinal na saída do filtro, constituindo, consequentemente, uma fonte de tremor, independente de imperfeições de circuito.

O valor do tremor produzido por interferências entre pulsos é dependente das características do equalizador e da não-linearidade utilizada. Este trabalho tem como objetivo exatamente estudar essa dependência. Considera-se o sinal digital organizado de acordo com o código binário alternado e os pulsos equalizados como sendo do tipo coseno levantado, caracterizados pelo fator de alargamento de faixa ("roll-off"). As não-linearidades consideradas são as do tipo retificação e ceifamento, definida pelo nível de ceifamento, e do tipo quadrática.

No Capítulo 2 apresenta-se o princípio básico de funcionamento de um repetidor regenerativo. Como subsídio para as análises que serão apresentadas nos capítulos seguintes, acrescenta-se uma breve discussão sobre a equalização dos pulsos. Evidencia-se

o papel desempenhado no regenerador pelos pulsos de relógio, bem como as imperfeições básicas possíveis de ocorrerem no processo de regeneração.

O Capítulo 3, depois de apresentar uma teoria suscinta da existência da informação de relógio em um sinal digital, apresenta uma forma de se definir o tremor. Discute-se as várias fontes de tremor baseadas em imperfeições dos circuitos e apresentam-se alguns resultados encontrados na literatura. Caracteriza-se também o tremor originado pela interferência entre pulsos. Neste mesmo capítulo, são acrescentados alguns resultados de estudos sobre a acumulação de tremor ao longo de uma linha de repetidores, bem como uma indicação de técnicas que podem ser utilizadas para a redução do tremor em um sistema de transmissão.

Um estudo de dois tipos diferentes de não-linearidade é apresentado no Capítulo 4. Primeiramente, utilizando-se de resultados da estatística de sequências digitais com pulsos desiguais, apresentada no Apêndice A, é analisada a não-linearidade do tipo retificação e ceifamento. São apresentados os valores da amplitude da componente do sinal, da densidade espectral de potência do ruído e da relação sinal/ruído na frequência de repetição dos pulsos em função do fator de alargamento de faixa dos pulsos equalizados e do nível de ceifamento dos pulsos. Essas mesmas quantidades são também determinadas, como uma função do fator de ampliação de faixa da equalização, para o caso da não-linearidade quadrática, porém, utilizando-se de um outro método de análise.

No Capítulo 5 introduz-se um método computacional de predição do tremor. Descreve-se a simulação utilizada para o mecanismo de geração do tremor intrínseco ao sinal digital. É apresentado e discutido um conjunto de resultados obtidos, tanto para o tremor resultante diretamente da interferência entre pulsos como o indiretamente produzido pela conversão de amplitude para fase, quando ocorre algum desvio no nível de detecção dos instantes de amostragem. São verificados os efeitos do fator de alargamento de faixa usado na equalização dos pulsos do nível de ceifamento e do fator de qualidade do circuito ressonante, tanto para o valor rms como para o valor médio do tremor. Os resultados encontrados permitem uma avaliação do desempenho das não-linearidades tipo ceifamento e quadrática, no que se refere ao nível de tremor produzido.

O detalhamento e resultados de uma realização experimental são apresentados no Capítulo 6. Os resultados ali mostrados constituem uma corroboração dos resultados teóricos encontrados anteriormente. Também neste capítulo, descreve-se sumariamente o método utilizado para a medida do valor rms do tremor.

O Capítulo 7 trata da especificação e dos métodos de medida usuais para o tremor gerado em um repetidor regenerativo ou sistema de transmissão digital. Apresenta-se um conjunto de resultados que permitem uma avaliação objetiva da capacidade e eficácia dos métodos de especificação e medida.

Finalmente, as conclusões finais são apresentadas no Capítulo 8.

CAPÍTULO 2

O REPETIDOR REGENERATIVO

2.1 - INTRODUÇÃO

Os sistemas de transmissão digital podem assumir diversas formas, determinadas principalmente pelas características do meio de transmissão. No entanto, existem algumas características que são independentes das propriedades do canal utilizado. E um que é comum a todos os sistemas de transmissão digital usuais é a regeneração. Entende-se por regeneração o processo de remoção das distorções sofridas ao longo do percurso de transmissão.

A regeneração de uma sequência de pulsos binários consiste em conformar a amplitude dos pulsos e recolocá-los nas suas respectivas posições corretas no tempo. A Fig. 2.1 mostra o diagrama básico de um lance de um sistema de transmissão digital constituído de uma cadeia de repetidores regenerativos, inseridos a intervalos regulares ao longo do percurso de transmissão.

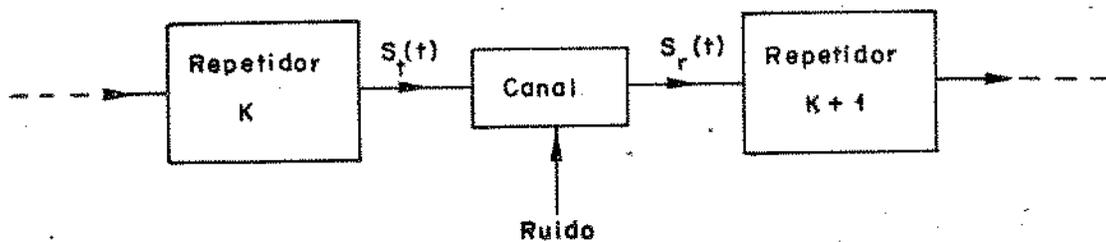


Fig. 2.1 - Trecho de um sistema de transmissão digital

Na entrada de qualquer um dos repetidores, o sinal chega atenuado e espalhado pelo canal e contaminado por interferências. A Fig. 2.2 mostra, a título de ilustração, os sinais possíveis na entrada e na saída do canal. O sinal transmitido $s_t(t)$ é um sinal digital perfeito, mas o sinal recebido pelo repetidor seguinte resulta completamente deformado. Daí a necessidade de, a intervalos regulares, proceder à restauração dos pulsos.

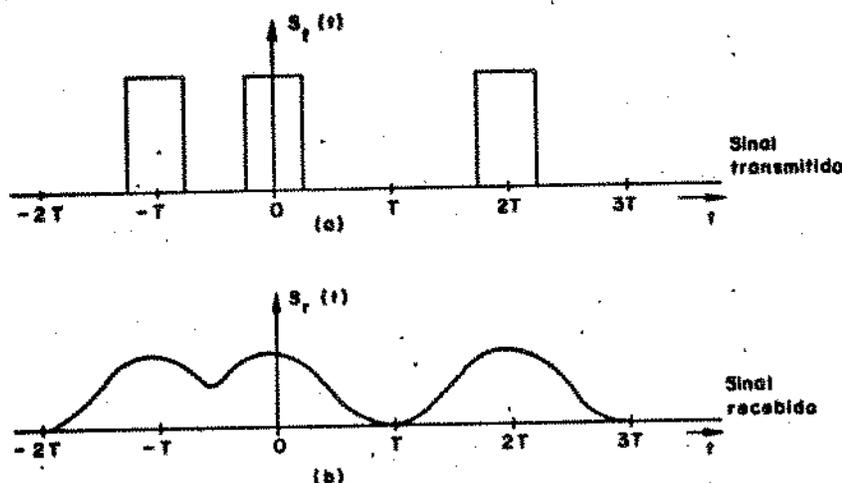


Fig. 2.2 - Exemplos de sinais (a) na entrada e (b) na saída do canal de um sistema de transmissão digital

O repetidor deve remover o ruído e outras formas de distorção dos pulsos da sequência recebida e transmitir um novo sinal o mais parecido possível com o sinal original. A intensidade da distorção dos pulsos é uma função das características do canal, entre as quais se destaca a distância entre repetidores. Como será visto, o desempenho da regeneração está relacionado com o grau de distorção e com a relação sinal/ruído.

2.2 - A FUNÇÃO BÁSICA DE REGENERAÇÃO

Na Fig. 2.3 tem-se uma sequência de pulsos. Para efeito de simplicidade, supõe-se que os pulsos tenham a mesma amplitude e forma, estejam idealmente centrados em intervalos de tempo igualmente espaçados e sejam suficientemente estreitos para que não ocorra sobreposição.

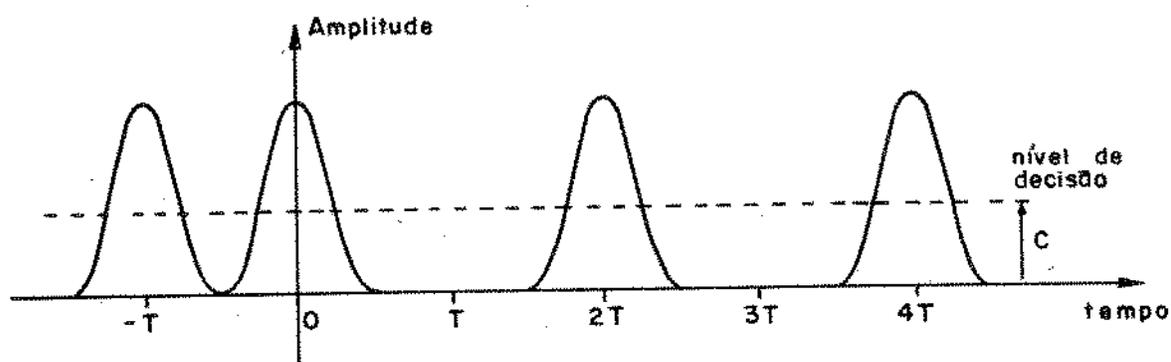


Fig.2.3 - Um trem de pulsos binários

Em uma regeneração ideal realiza-se a amostragem do trem de pulsos, como o da Fig. 2.3, nos instantes nT , $n = \dots, 1, 0, 1, 2, \dots$. Se a amplitude no instante amostrado é maior que um dado valor C de decisão prefixado, um novo pulso padrão é gerado e transmitido; em caso contrário, se a amplitude do pulso naquele instante é menor do que o nível C , nenhum pulso é gerado ou transmitido.

Se o sinal na entrada do regenerador apresenta-se com uma componente de ruído aditivo, poderá ocorrer erros nesta decisão, o que resultará na retransmissão de uma sequência de pulsos não mais perfeitamente idêntica à original. Para minimizar a quantidade de erros, o posicionamento do nível de decisão acima referido deve ser otimizado. Deverá ser igual a metade do valor de pico do pulso se o ruído for gaussiano. Neste caso a taxa de ruído resultará minimizada e será determinada pela relação sinal/ruído na entrada do regenerador.

As operações de amostragem e fixação do limiar de deci

são podem também ser realizadas por um regenerador idealizado tendo as características mostradas na Fig. 2.4, as quais se aproximam satisfatoriamente daquelas dos regeneradores práticos. O regenerador possui, além da entrada dos pulsos a serem regenerados, uma entrada adicional para os pulsos de relógio, os quais determinam os instantes de amostragem.

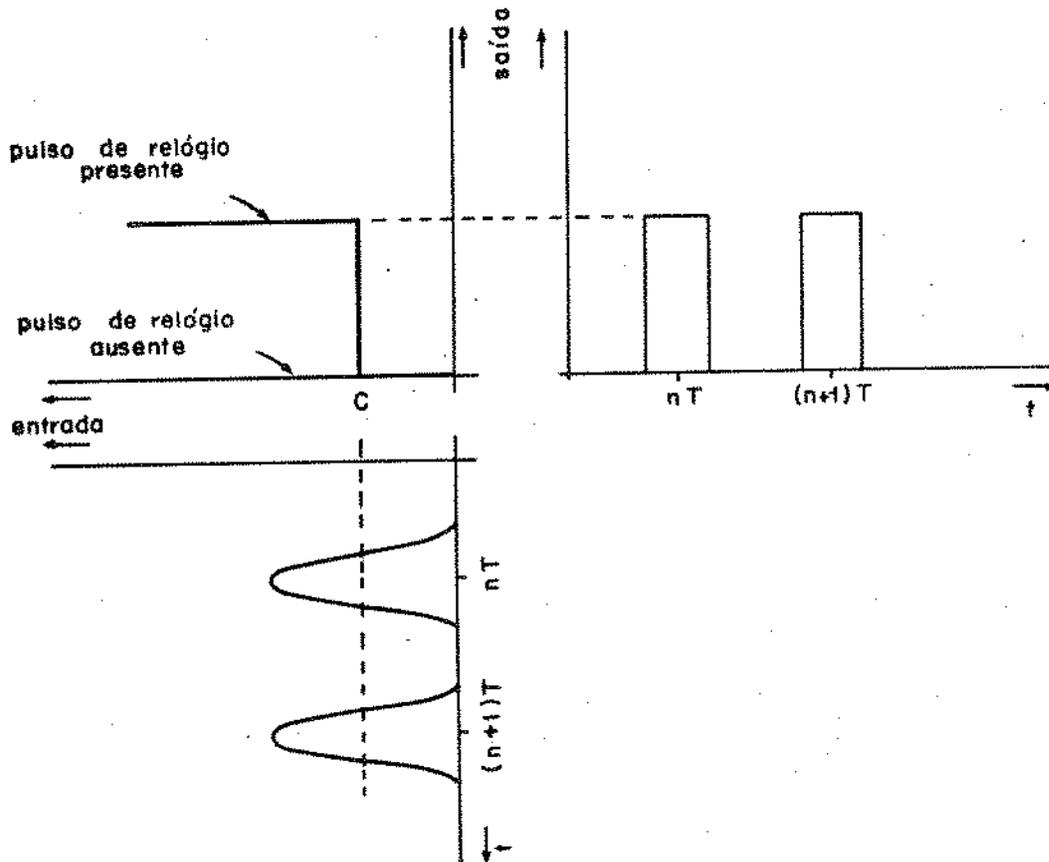


Fig.2.4 - Característica de um regenerador ideal

Na ausência de pulso de relógio, a saída do regenerador é zero para todos os níveis do sinal de entrada; com um pulso de relógio presente, o regenerador opera como um ceifador ideal, com saída nula para sinais de entrada menores que o limiar de decisão e um valor constante pré-estabelecido para sinais de entrada acima daquele nível.

Se os pulsos de relógio têm uma duração menor que os pulsos do sinal, a saída do regenerador será constituída de pulsos estreitos idênticos. Estes poderão ser aplicados a um circuito apropriado para a reprodução dos pulsos no formato desejado, antes de serem entregues à linha. Desta maneira, para cada pulso na entrada que ultrapassar o nível de decisão, será transmitido um pulso, com o formato desejado, cuja posição no tempo é unicamente determinada pela posição do pulso do relógio, e não pela posição do pulso de

sinal de entrada. Claramente, é desejável que os pulsos do sinal de relógio, ou de sincronismo, sejam iguais e estreitos, ocorrerem na frequência de repetição dos pulsos e estejam exatamente centrados nos instantes nT . Daí resulta a necessidade de uma perfeita relação de sincronização entre a sequência de pulsos recebida e o sinal de relógio. Uma maneira de se poder atender a este requisito do sistema é retirar a informação de relógio da própria sequência de pulsos recebida.

O diagrama de blocos de um repetidor regenerativo, com os pulsos (ou impulsos) de relógio extraídos do sinal recebido, é o da Fig. 2.5. A extração de relógio, por ser relacionada ao objetivo deste trabalho, será considerada com detalhes nos capítulos seguintes.

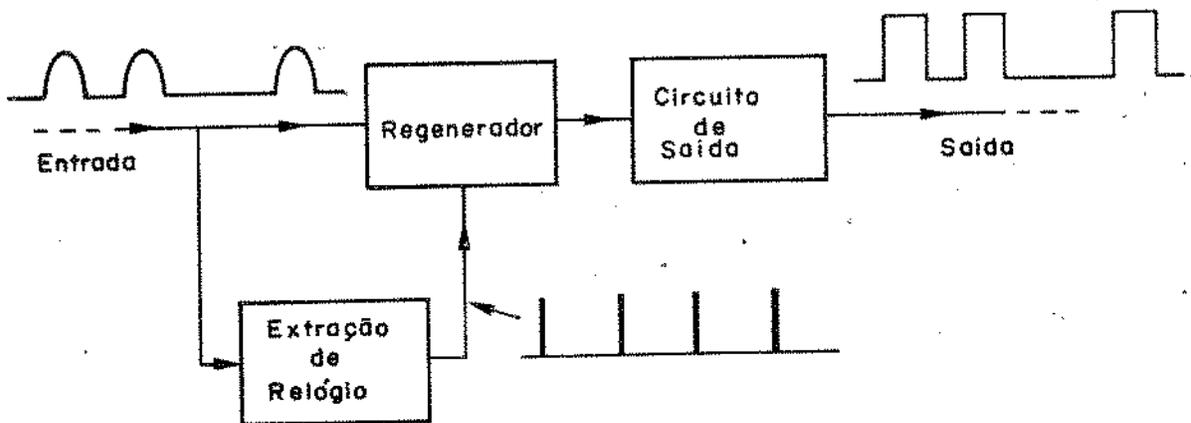


Fig.2.5 - Regenerador auto-sincronizado

2.3 - EQUALIZAÇÃO

No item anterior, os pulsos do sinal digital recebido foram considerados iguais, centrados nos instantes nT e suficientemente estreitos para não se sobreporem. No entanto, os pulsos recebidos por um repetidor regenerativo prático são atenuados, alargados e contaminados por interferências. Por esta razão, em um repetidor, a primeira operação deve ser a de amplificação e conformação dos pulsos a um nível e forma que permitam uma decisão confiável. Este processamento prévio do sinal é chamado de amplificação e equalização, ou, simplesmente, equalização. Desta maneira, o diagrama em blocos de um repetidor regenerativo auto-sincronizado completo resulta como na Fig. 2.6.

Uma aplicação importante da transmissão digital é a trans

missão de sinais de modulação por códigos de pulsos (MCP). Os sistemas MCP são empregados basicamente na interligação de centrais telefônicas locais utilizando-se os cabos-tronco já existentes, tendo em vista o aumento da capacidade dos mesmos. Nesta aplicação específica, a degradação dos pulsos do sinal digital pode ser devida à diafonia, interferência entre símbolos, ruído térmico e ruído impulsivo. A seguir, considerar-se-á cada um destes fatores em separado.

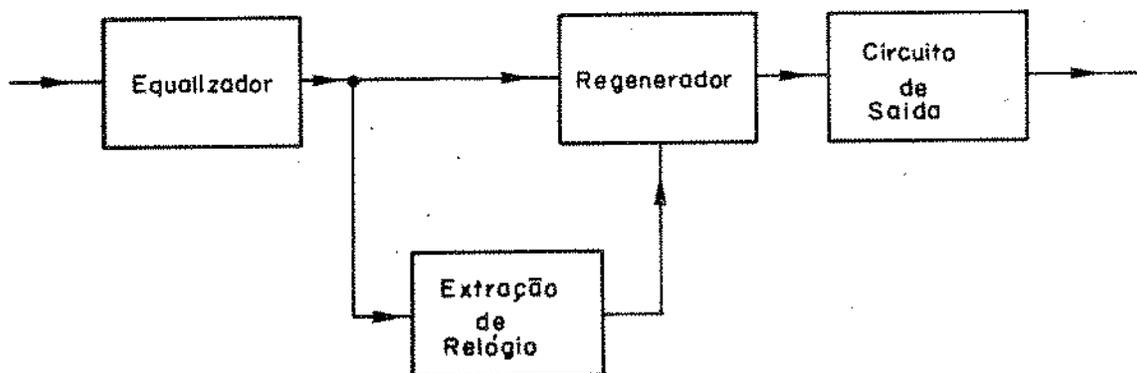


Fig.2.6 - Diagrama de um repetidor regenerativo

2.3.1 - DIAFONIA

Devido à forma geométrica assimétrica dos pares de fios dentro do cabo, energia de sinal é transferida por meio de acoplamentos eletromagnéticos de um par para outro. Isto faz com que os sinais sendo transmitidos em vários pares interfiram entre si, dando origem ao fenômeno chamado diafonia {20}.

Quando a transmissão é feita na mesma direção dos sinais interferentes, a diafonia ocorre ao longo de todo o percurso, e o sinal interferente é atenuado juntamente com o sinal interferido. Neste caso, a interferência resultante, que é proporcional ao comprimento do cabo, recebe o nome de telediafonia.

Havendo pares, no mesmo cabo, transmitindo nos dois sentidos, a interferência sofrida pelo sinal é chamada de paradiafonia. Esta interferência é significativa apenas nas imediações da saída do repetidor interferente, uma vez que os trechos mais distantes do cabo contribuem cada vez menos devido à atenuação crescente. A Fig. 2.7 ilustra os fenômenos de diafonia em um cabo telefônico.

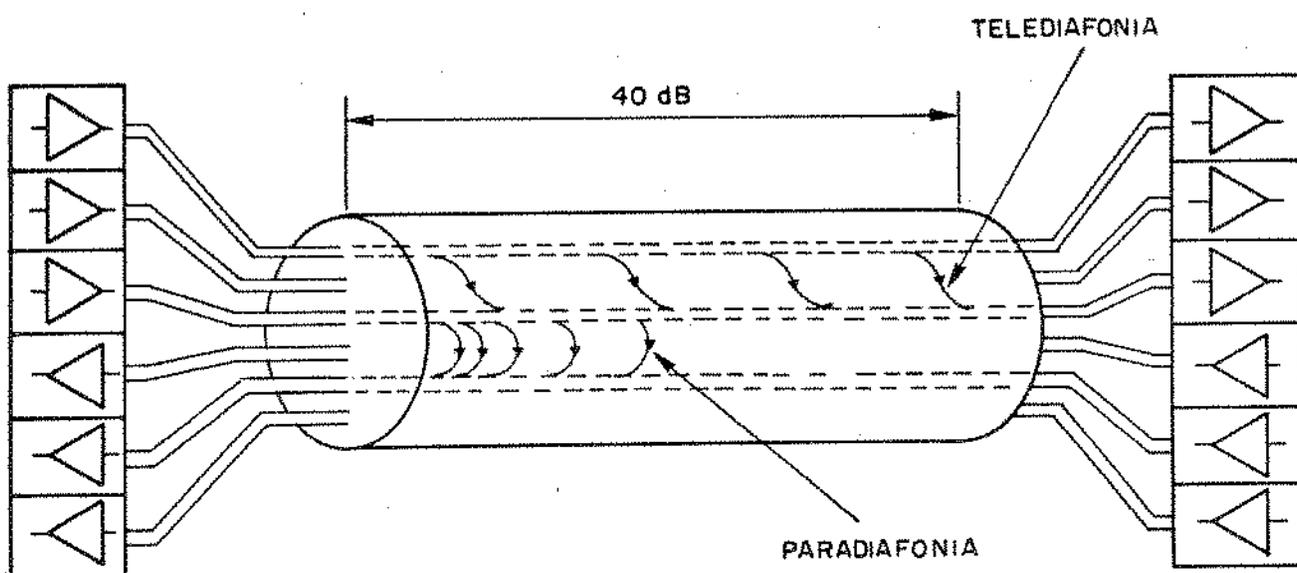


Fig.2.7 - Diafonia. Operação em um cabo.

Dentro de um mesmo cabo pode haver sinais nas duas direções de transmissão. Nesta situação o fator mais relevante, em termos de interferência entre sinais, será o acoplamento por paradiafonia, porque os sinais na saída dos repetidores em uma dada direção são de níveis muito altos em relação aos níveis dos sinais que chegam aos repetidores da outra direção {20 e 21}.

Sendo o sinal interferente resultante da combinação de muitos trens de pulsos de natureza aleatória, não sincronizados entre si e nem com o sinal interferido, transmitidos por diferentes pares do cabo, o efeito da interferência por diafonia sobre o trem de pulsos transmitido por um determinado par de fios é de uma predição muito difícil. Uma vez que o sinal interferido é também de padrão aleatório, a análise estatística resulta extremamente complicada.

Cravis et al. {20} mostra, através de medidas em sistemas transmitindo nos dois sentidos, que a paradiafonia apresenta um crescimento com a frequência de cerca de 4,5dB por oitava, e que a interferência de um número grande de canais sobre o sinal considerado na entrada do repetidor se aproxima de um processo gaussiano. Como resultado, na equalização do sinal, para diminuir a interferência devida à diafonia, procura-se reduzir a faixa de passagem para as frequências mais altas. No entanto, como veremos a seguir uma redução de faixa implicará forçosamente numa interferência entre símbolos mais acentuada nas vizinhanças dos instantes ideais de amostragem, o que, por sua vez, conduz a uma redução do desempenho da regeneração.

2.3.2 - INTERFERÊNCIA ENTRE SÍMBOLOS

Os cabos de transmissão usualmente empregados apresentam uma característica de atenuação que aumenta exponencialmente com o aumento da frequência. Com isto, o canal de transmissão resulta com uma característica fortemente dispersiva, fazendo com que os pulsos, retangulares e confinados em suas respectivas janelas temporais na entrada da linha, sejam atenuados e alargados, penetrando e interferindo nos espaços dos pulsos adjacentes. Este efeito de sobreposição de pulsos recebe o nome de interferência entre símbolos.

Para reconstituir os pulsos recebidos, seria suficiente amplificá-los e recolocá-los nas respectivas janelas temporais, através de uma equalização que compense as características de frequência da linha na faixa de frequência do sinal. No entanto, o aumento da faixa de passagem do sistema, necessário para a aliminação da interferência entre símbolos, levaria a um aumento da interferência produzida por diafonia, como apresentado no item anterior.

A reconstituição dos pulsos através de uma equalização é fundamental para se conseguir uma condição favorável à detabilidade dos pulsos. Porém, no projeto do equalizador, há que considerar um compromisso, ou seja, a minimização do efeito combinado da interferência entre símbolos (necessidade de faixa larga) e da incidência de paradiafonia (necessidade de faixa estreita).

Lopes et al. {21} e Chiquito et al. {22} apresentam soluções de equalizador em que um compromisso ótimo é encontrado entre as duas exigências de resposta de frequência.

2.3.3. - RUÍDO TÉRMICO

O valor da tensão rms do ruído térmico na entrada do repetidor pode ser expressa por {24}:

$$v_r = (4RKT B)^{1/2} \quad (2.1)$$

onde

- R = valor da impedância característica da linha (ohms)
- K = constante de Boltzmann (J/°K)
- T = temperatura (°K)
- B = faixa de passagem da linha (Hz)

Para se reduzir o ruído térmico, a faixa de passagem do sistema deve ser reduzida. Porém, como já verificamos, uma diminui

ção da largura de faixa implica em uma elevação da interferência intersimbólica.

A característica típica de atenuação em função da frequência para um cabo telefônico calibre 22 AWG, que é o usualmente empregado na conexão entre centrais, está mostrada na Fig. 2.8.

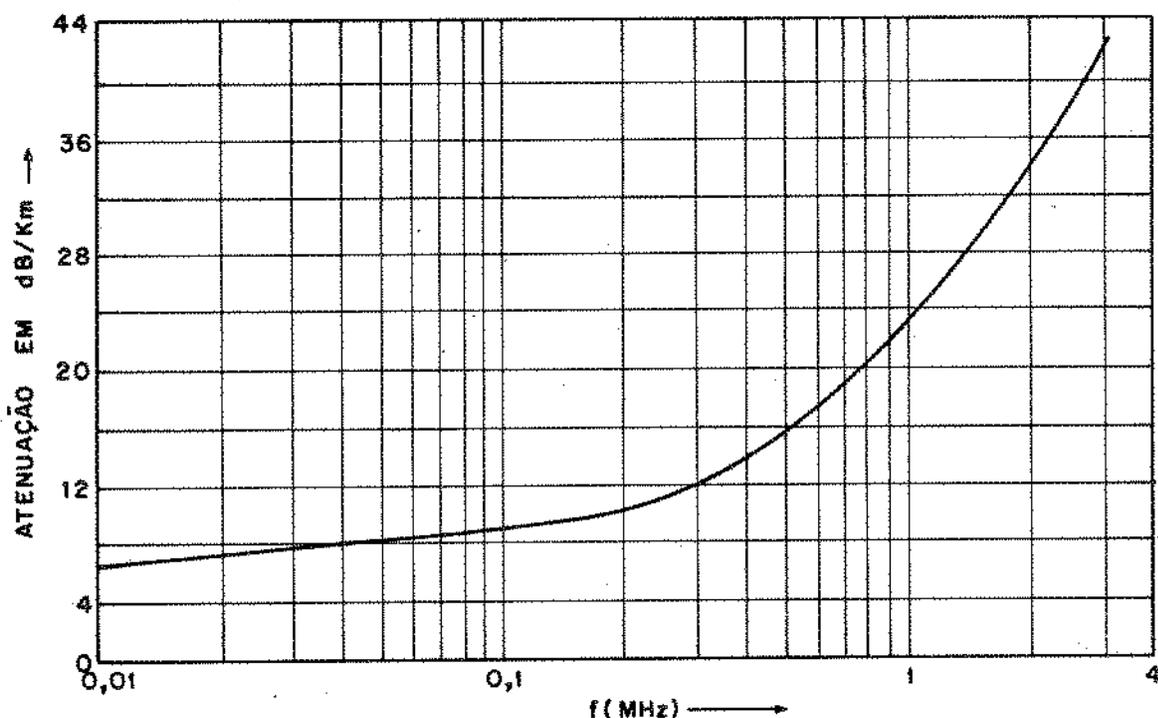


Fig. 2.8 - Curva típica de atenuação versus frequência para cabo telefônico calibre 22 AWG (fornecida por Pirelli S/A)

Por razões econômicas [20], adota-se usualmente um espaçamento nominal de dois quilômetros entre repetidores regenerativos. Para este comprimento de cabo, como pode ser verificado através da curva da Fig. 2.8, a atenuação típica apresentada pela linha situa-se em torno de 40dB na frequência de 1.024 KHz. Como os pulsos fornecidos à linha são tipicamente de 3 volts com um fator de ocupação de 50% [21 e 22], os mesmos chegam às entradas dos repetidores bastante alargados com uma amplitude da ordem de 30 mV. Por outro lado, sendo o valor típico da impedância característica de tal linha de

$$R = 100 \text{ ohms}$$

e com

$$B = 2 \text{ MHz}$$

$$K = 1,37 \times 10^{-23} \text{ joule/grau}$$

$$T = 300^{\circ}\text{K}$$

a tensão rms de ruído térmico é de cerca de $1,7\mu\text{V}$. Assim, neste tipo de aplicação, o efeito do ruído térmico é completamente desprezível em relação à interferência por paradiáfonia.

2.3.4 - RUÍDO IMPULSIVO

Este tipo de ruído é resultante das operações de chaves, relés, alimentação CA, sinais de sinalização, etc. É mais significativo nas proximidades das centrais, onde podem interferir via diafonia. Este tipo de interferência pode ser tornada desprezível mediante a tomada de providências adequadas a cada aplicação.

2.3.5 - FORMATO DE EQUALIZAÇÃO

Um ponto importante que deve ser considerado aqui é a forma a ser imposta pelo equalizador aos pulsos, os quais serão entregues aos circuitos de decisão e de extração de relógio. Como será visto no próximo capítulo, a forma do pulso equalizado exerce significativa influência no desempenho total do regenerador. Normalmente a escolha da forma do pulso equalizado é feita considerando-se as restrições quanto à faixa de passagem necessária para a minimização das interferências.

Consideremos o sinal fornecido pelo equalizador como sendo representado por

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t-nT) \quad (2.2)$$

onde a_n = variável aleatória que toma os valores 0 ou 1 para indicar, respectivamente, ausência ou ocorrência de pulso na janela temporal n ;

$g(t)$ = pulso com a forma desejada; e

T = intervalo entre pulsos.

Uma vez que o intervalo entre dois pulsos consecutivos é igual a T , uma primeira tentativa seria adotar um pulso $g(t)$ restrito apenas ao intervalo $2T$, de modo que os símbolos adjacentes não pudessem interferir mutuamente. No entanto, uma restrição como esta no domínio do tempo implica em uma característica no domínio da frequência completamente desfavorável em relação à rejeição de interferências. A solução usualmente adotada consiste em não manter $g(t)$ restrito ao intervalo $2T$, mas fazer com que seja nulo em

todos os instantes de amostragem nT exceto para $n=0$. Uma função que satisfaz estas condições é a função $\text{sinc}(t)$ dada por

$$g(t) = \frac{\text{sen}2\pi Wt}{2\pi Wt} \quad (2.3)$$

a qual, no domínio da frequência, é limitada por W Hz, desde que $W \gg 1/2T$. Na Fig. 2.9 temos a representação deste pulso nos domínios do tempo e da frequência. Pode-se verificar facilmente que com este pulso a interferência entre símbolos é nula nos instantes nominais de amostragem, uma vez que não ocorre sobreposição de pulso naqueles instantes. Verifica-se também que este pulso, entre os que apresentam esta propriedade, é o de mínima faixa de passagem.

Esta forma de pulso, porém, é evitada na prática por algumas razões. Primeiro, o espectro retangular não é fisicamente realizável, principalmente com a resposta de fase linear exigida pelo teorema de amostragem. Segundo, a forma de onda converge a zero muito lentamente, o que implica em uma cauda muito longa. Como resultado, a ocorrência de qualquer imperfeição afetará até os símbolos distantes. Mesmo sem nenhuma imperfeição, a interferência entre símbolo nas vizinhanças do instante ideal de amostragem resulta muito elevada, tornando a regeneração muito sensível a erros de relógio.

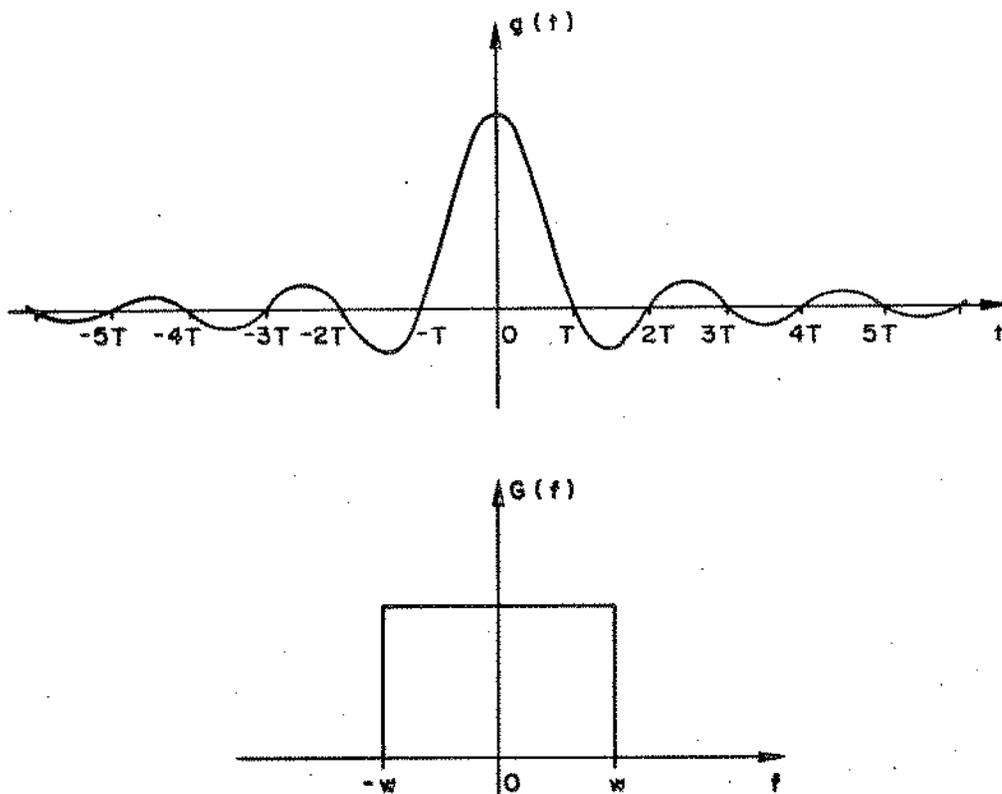


Fig. 2.9 - Função $\text{sinc}(t)$

Um tipo de pulso que tem sido bastante estudado e utilizado, e atende ao critério de Nyquist, é o chamado pulso coseno levantado [23]. Este pulso tem uma característica de frequência como aquela mostrada na Fig. 2.10. Ela é constituída de uma parte plana e uma outra que cai segundo uma forma senoidal. Também, a especificação de $G(f)$ é feita em termos de um parâmetro α , que chamamos de fator de alargamento de faixa ("roll-off"), dado por

$$\alpha = \frac{\text{excesso da faixa de Nyquist}}{\text{faixa de Nyquist}} = 2Tf_a \quad (2.4)$$

onde f_a é como mostrado na Fig. 2.10.

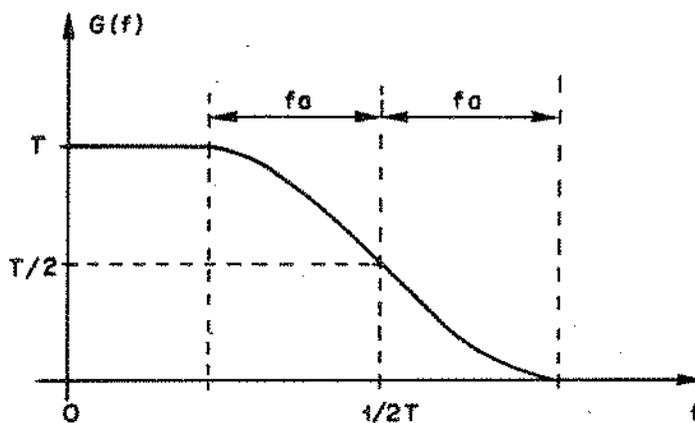


Fig. 2.10 - Pulso coseno levantado

As características de um pulso tipo coseno levantado são dadas por:

$$G(f) = \begin{cases} T & 0 \leq f \leq \frac{1-\alpha}{2T} \\ T/2 \left[1 - \text{sen} \frac{\pi T}{\alpha} \left(f - \frac{1}{2T} \right) \right] & \frac{1-\alpha}{2T} \leq f \leq \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0 & f \geq \frac{1+\alpha}{2T} \end{cases} \quad (2.5)$$

e $G(-f) = G(f)$

No domínio do tempo o pulso é dado por:

$$g(t) = \frac{\text{sen} \pi t / T}{\pi t / T} \cdot \frac{\text{cos} \alpha \pi t / T}{1 - (2\alpha t / T)^2} \quad (2.6)$$

Na Fig. 2.11 temos o pulso coseno levantado representado

com alguns valores de α . Como pode ser visto, para $\alpha=1$ o pulso $g(t)$ apresenta zeros no meio do intervalo entre instantes de amostragem além dos zeros normais. A medida em que α diminui, as oscilações de $g(t)$ se tornam maiores e, portanto, tem-se uma situação mais crítica no caso de imperfeições. Contudo, quanto menor é o fator α , menor será a largura de faixa necessária para uma dada taxa de transmissão.

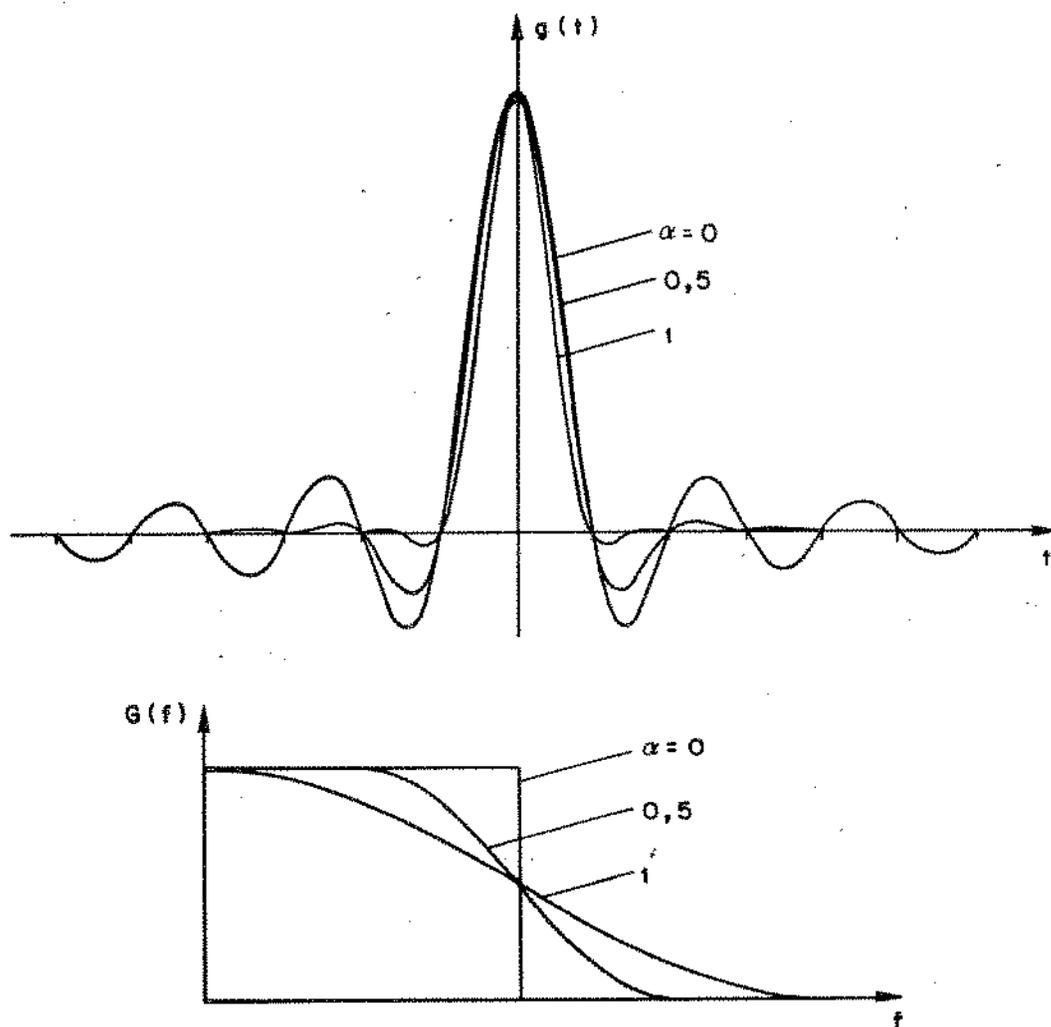


Fig. 2.11 - Pulsos tipo coseno levantado:
a) no domínio do tempo;
b) no domínio da frequência.

Um α menor implica numa utilização mais eficiente da faixa disponível, porém a equalização e a extração de relógio, como se verá visto, se tornam mais difíceis. Pode-se verificar (Item 4.1.1) que, para valores de α iguais ou maiores que $0,3$, as oscilações de $g(t)$ fora do intervalo $2T$ são muito pequenas em relação ao valor do pico do pulso no instante de amostragem. Com isto, o pulso em uma dada janela temporal resulta praticamente independente dos pul

so separados de três ou mais intervalos de pulso.

2.3.6 - DIAGRAMAS DE OLHO

O desempenho de um sistema de transmissão digital é inteiramente dependente da qualidade do processo de regeneração em cada um dos repetidores do sistema. Esta, por sua vez, é determinada pelo desempenho da operação de decisão, a qual é uma função da forma dos pulsos na sua entrada, bem como da precisão dos instantes em que os mesmos são amostrados. A qualidade da forma dos pulsos após a equalização pode ser verificada e especificada através do chamado "diagrama de olho" [23].

O diagrama de olho é resultante da superposição de todas as combinações possíveis de formas de onda referentes a um determinado intervalo de tempo. Na prática, é obtido dispondo-se o sinal na tela de um osciloscópio e sincronizando a sua base de tempo na taxa de repetição dos pulsos.

Consideremos a Fig. 2.12 onde estão mostradas duas formas de onda binárias e os respectivos diagramas de olho. O primeiro sinal não possui distorção, no instante demarcado, enquanto que o outro é distorcido. A linha vertical, passando pelo centro do olho, indica a superposição de todos os valores nos instantes de amostragem. No caso do sinal não distorcido, os valores nos instantes de amostragem são +1 ou -1. Já no caso do sinal distorcido, por interferência entre símbolos ou ruído, os valores nos referidos instantes não são apenas +1 e -1. O grau de distorção pode assim ser verificado pelo diagrama de olho, o qual, neste caso, se apresenta parcialmente fechado.

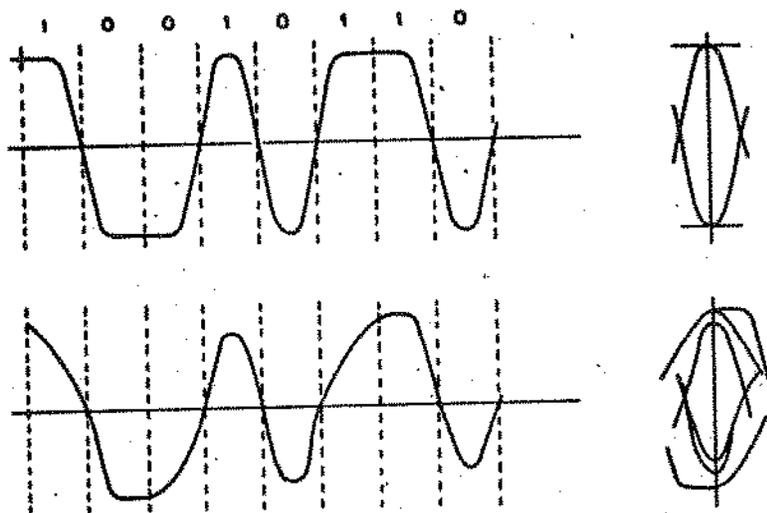


Fig. 2.12 - Sinais binários e os diagramas de olho correspondentes; (a) sem distorção; (b) com distorção.

O diagrama de olho apresenta uma grande quantidade de informação sobre o desempenho de um sistema de transmissão digital . Se a quantidade de interferência é pequena, o diagrama de olho se torna bem definido. O instante de amostragem ótimo deve ocorrer na posição em que o olho está mais aberto. A sensibilidade do sistema ã erros de sincronismo é indicada pela taxa de abertura do olho em relação ã variação do instante de amostragem. A distorção máxima do sinal é mostrada pela largura vertical das duas ramificações do dia grama no instante de amostragem, e a margem mínima de erro relati vo ã interferências é dada pela distância do limiar de decisão até o traço mais próximo no instante de amostragem.

A Fig. 2.13 mostra diagramas de olho de sinais digitais se gundo o código binário alternado, com pulsos do tipo coseno levan tado, obtidos com o auxílio de computador. No Capítulo 7 deste tra balho serão apresentados diversos diagramas de olho obtidos experi mentalmente.

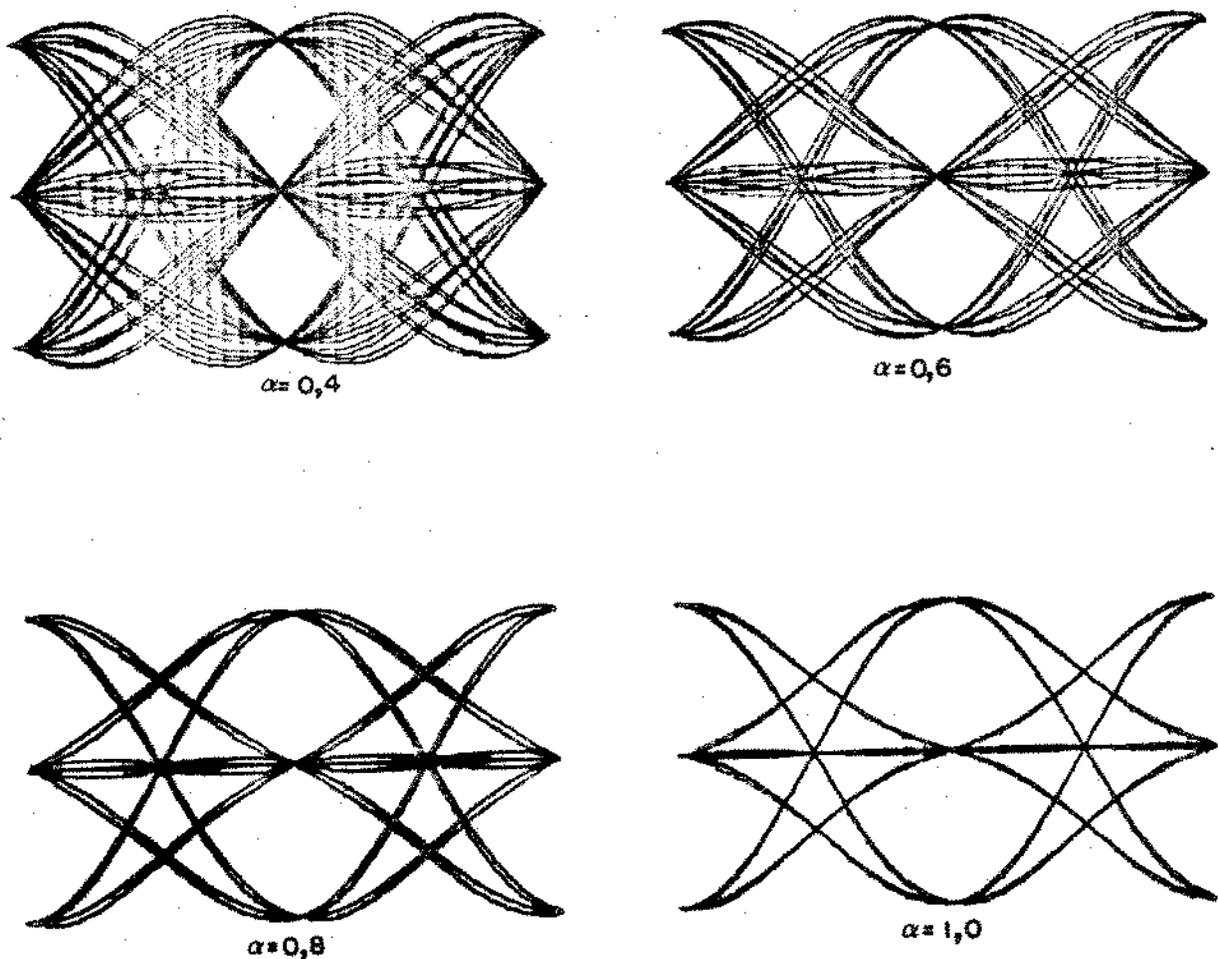


Fig. 2.13 - Diagramas de olho

2.4 - O SINAL DE RELÓGIO

Como já foi dito anteriormente, o repetidor regenerativo não deve apenas restaurar a forma e a amplitude de cada um dos pulsos da sequência, mas recolocá-los centrados nas respectivas janelas temporais. Contudo, para realizar esta última função, é necessário dispor-se no repetidor de um sinal de sincronismo, ou relógio, apropriado, o qual terá a função de determinar precisamente os instantes de amostragem.

Existem dois métodos básicos de se dispor desta informação de sincronismo em um repetidor; no primeiro método, o sinal de relógio é transmitido através de um canal separado, e, no segundo, esta informação é extraída da própria sequência de pulsos recebida. Neste método, o sinal recebido, ou uma modificação do mesmo, é submetido a um filtro de faixa estreita centrado na frequência de repetição de pulsos. Usualmente, o filtro é constituído de um circuito ressonante sintonizado na frequência de repetição dos pulsos. Se o circuito tem um fator Q suficientemente grande, ele continuará em oscilação na frequência desejada durante os intervalos de não ocorrência de pulso.

A principal característica do método de se obter o sinal de relógio da própria sequência de pulsos está na interdependência entre os dois sinais. Se, por qualquer motivo, ocorrer um deslocamento constante no tempo dos pulsos regenerados em um determinado repetidor, o mesmo deslocamento será repassado à onda de relógio extraída da mesma sequência de pulsos no próximo repetidor. Isto impede o acúmulo de tais deslocamentos em relação ao sinal de sincronismo, mas não com relação a uma escala de tempo absoluta; ou seja, com relação a um sinal de sincronismo transmitido por um canal paralelo a todos os repetidores da cadeia e independente da sequência de pulsos. Esta característica, além da simplicidade do sistema, justifica a grande preferência por este método de se dispor no repetidor do sinal de relógio.

Primeiramente, o sinal equalizado passa por uma não-linearidade antes de ser filtrada a componente fundamental do trem de pulsos. O filtro pode ser constituído de um circuito sintonizado (circuito tanque LC, filtro a cristal, cavidade ressonante) ou de um oscilador de fase amarrada. A senoide obtida na saída do filtro é submetida a um processamento para a geração dos instantes de amostragem. No Capítulo seguinte a extração de sincronismo em um repe

tidor regenerativo será tratada com mais detalhes.

2.5 - IMPERFEIÇÕES BÁSICAS NA REGENERAÇÃO

São vários os fatores que podem contribuir para a degradação do processo de regeneração, alguns dos quais são peculiares a sistemas de transmissão específicos. Uma fonte de degradação importante é a associada à decisão imperfeita. Ela pode ser provocada por indecisão no estabelecimento do limiar de decisão, ou por imprecisão no posicionamento do instante de decisão. Também, uma equalização deficiente, devida às limitações na implementação dos circuitos, pode conduzir a algum excesso de interferência entre símbolos, o que provocará uma redução na abertura do olho. Estes efeitos podem ser vistos na Fig. 2.14.

Claramente, vê-se que cada uma das imperfeições (imprecisão no tempo, na amplitude e na forma do pulso) conduzem a uma redução da abertura do olho, e, conseqüentemente, a uma redução do desempenho da regeneração. Esta redução do desempenho é devida ao aumento da probabilidade de erro na decisão de ocorrência ou não de pulso. Logo, para se conseguir um melhoramento do desempenho geral de um repetidor regenerativo, deve-se procurar estabelecer uma equalização dos pulsos tal que se tenha a máxima abertura do olho possível, ter um sinal de relógio que permita realizar a amostragem exatamente no instante de maior abertura do olho e conseguir uma forma de controle para a fixação do limiar de decisão.

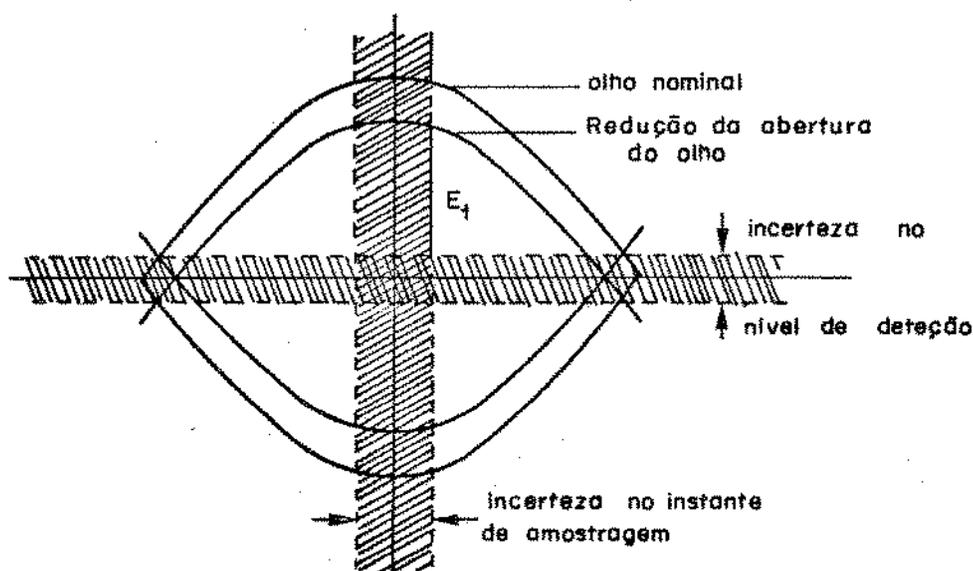


Fig. 2.14 - Imperfeições no diagrama de olho

CAPÍTULO 3

EXTRAÇÃO DE RELÓGIO E TREMOR

3.1 - EXISTÊNCIA DE SINAL DE RELÓGIO NO SINAL DIGITAL

Antes de se proceder a uma análise de qualquer processo de extração do sinal de sincronismo do sinal digital recebido, deve-se examinar a existência desta inforação contida no mesmo. Isto pode ser realizado procedendo-se a uma análise espectral do sinal; se o espectro do mesmo apresenta uma raia na frequência de repetição dos pulsos, é de se supor que a informação de relógio existe e está disponível, desde que tal componente de sinal possa ser extraída.

O que é possível ocorrer é a não existência, no espectro do sinal digital entregue pelo equalizador, de uma raia naquela frequência. De fato, isto ocorre para alguns dos códigos de linha usuais, como por exemplo o código binário alternado (AMI). No entanto, submetendo-se o sinal a uma operação não-linear, pode-se assim dar origem ao aparecimento de uma componente de sinal na frequência de repetição dos pulsos, como será posteriormente verificado.

Uma dificuldade, que inicialmente se nos apresenta, está relacionada à análise espectral direta do sinal digital. Neste, não sendo uma sequência de pulsos repetitiva, não se pode empregar a análise por série de Fourier. Por outro lado, desde que uma sequência de pulsos aleatória possua componentes finitas em um intervalo de tempo infinito, não se pode estabelecer a convergência das integrais, necessária para a realização da transformada de Fourier.

No caso de sinais aleatórios estacionários, uma solução que pode ser empregada, para contornar esta dificuldade, é o emprego da função de autocorrelação.

Consideremos o sinal digital entregue na saída do circuito de equalização como o representado pela equação (2.2), que reescrevemos a seguir:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t-nT) \quad (3.1)$$

Sendo o pulso padrão $g(t)$ o mesmo para todos os elementos do conjunto, fixando-se um valor para a variável t , podemos determinar o valor médio do sinal $x(t)$, ou seja,

$$\begin{aligned} \bar{x}(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{a}_n g(t-nT) \\ &= \bar{a} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t-nT) \end{aligned} \quad (3.2)$$

uma vez que os símbolos a_n são todos identicamente distribuídos.

Pode-se notar que $x(t)$ é uma função do tempo. W.R. Bennett [5], após verificar a variação periódica deste valor na taxa de repetição dos pulsos, efetua a sua decomposição em série de Fourier, encontrando:

$$\bar{x}(t) = \bar{a}/T \sum_{m=-\infty}^{\infty} G(m/T) e^{j2\pi m \frac{t}{T}} \quad (3.3)$$

onde $G(f)$ é a transformada de Fourier de $g(t)$.

Assim, o valor médio do sinal digital $x(t)$ é expresso na forma de uma série de Fourier no tempo com a amplitude da m -ésima harmônica da frequência de repetição dos pulsos proporcional ao valor da representação espectral do pulso padrão naquela frequência.

O sinal $x(t)$ pode ser considerado como constituído de duas componentes [2]. A primeira é formada pelas componentes harmônicas não aleatórias dadas pela eq. (3.3), e a outra tem média zero e propriedades aleatórias. Assim podemos escrever:

$$x(t) = \bar{x}(t) + y(t) \quad (3.4)$$

Considerando as eq. (3.1) e (3.2), podemos escrever para a componente $y(t)$,

$$\begin{aligned} y(t) &= x(t) - \bar{x}(t) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a_n - \bar{a}) g(t-nT) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Bennett [3] mostra também que a autocovariância deste novo sinal não pode ser reduzida a uma expressão independente do tempo. E, não se tratando de um processo estacionário, não podemos empregar as relações entre autocovariância e densidade espectral de potência para a análise espectral do sinal digital acima, mesmo após a subtração das componentes periódicas.

Um método possível é o da determinação da densidade espectral de potência através da aplicação do conceito de potência média [24].

Consideremos o sinal truncado

$$\begin{aligned} y_N(t) &= y(t) \operatorname{ret} \frac{t}{2NT} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a_n - \bar{a}) g(t-nT) \end{aligned} \quad (3.6)$$

o qual é constituído apenas dos pulsos que ocorrem para $-N \leq n \leq N$. Admitindo a confinamento dos pulsos $g(t)$, a transformada de Fourier de $y_N(t)$ existe e é dada por:

$$Y_N(f) = \sum_{n=-N}^N (a_n - \bar{a}) G(f) e^{-j2\pi fnT} \quad (3.7)$$

O valor quadrático médio de $y_N(t)$ no intervalo de tempo $-NT$ a NT é, a partir da eq. (3.6),

$$\overline{y_N^2}(t) = \frac{1}{(2N+1)T} \int_{-NT}^{NT} \overline{y_N^2}(t) dt \quad (3.8)$$

que podemos colocar sob a seguinte forma

$$\overline{y_N^2}(t) = \frac{1}{(2N+1)T} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \overline{y_N^2}(t) dt - \int_{-\infty}^{-NT} \overline{y_N^2}(t) dt - \int_{NT}^{\infty} \overline{y_N^2}(t) dt \right] \quad (3.9)$$

Mas, pelo teorema de Parseval,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \overline{y_N^2}(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |Y_N(f)|^2 df \quad (3.10)$$

Assim a eq. (3.9) pode ser escrita na forma:

$$\overline{y_N^2}(t) = \frac{1}{(2N+1)T} \left[\int_{-\infty}^{\infty} |Y_N(f)|^2 df - \int_{-\infty}^{-NT} \overline{y_N^2}(t) dt + \int_{NT}^{\infty} \overline{y_N^2}(t) dt \right] \quad (3.11)$$

Fazendo $N \rightarrow \infty$, obtemos

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \overline{y_N^2}(t) = \overline{y^2}(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|Y_N(f)|^2}{(2N+1)T} df \quad (3.12)$$

A potência média de $y(t)$ é dada por

$$\overline{y^2}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_y(f) df \quad (3.13)$$

onde $S(f)$ é a densidade espectral de potência. Assim temos:

$$S_y(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{|\overline{Y}_N(f)|^2}{(2N+1)T} \quad (3.14)$$

Sendo

$$|Y_N(f)|^2 = Y_N(f) \cdot Y_N^*(f) \quad (3.15)$$

e considerando a eq. (3.7), obtemos

$$\frac{|Y_N(f)|^2}{(2N+1)T} = \frac{1}{(2N+1)T} \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N (a_n - \bar{a})(a_m - \bar{a}) |G(f)|^2 e^{j2\pi f(n-m)T} \quad (3.16)$$

e

$$\frac{|Y_N(f)|^2}{(2N+1)T} = \frac{|G(f)|^2}{(2N+1)T} \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N [R(n-m) - \bar{a}^2] e^{j2\pi f(n-m)T}$$

que pode ser colocada na forma

$$\frac{|Y_N(f)|^2}{(2N+1)T} = \frac{|G(f)|^2}{T} \{ [R(0) - \bar{a}^2] + 2 \sum_{K=1}^{2N} \frac{2N+1-K}{2N} \dots \dots [R(k) - \bar{a}^2] \cos 2\pi k f T \} \quad (3.17)$$

onde $R(*)$ é a função de autocorrelação da sequência de símbolos a_n .

Desta maneira, a densidade espectral de potência do sinal $y(t)$, por meio da eq. (3.14), pode ser expressa por

$$S_y(f) = \frac{|G(f)|^2}{T} \{ R(0) - \bar{a}^2 + 2 \sum_{K=1}^{\infty} [R(k) - \bar{a}^2] \cos 2\pi k f T \} \quad (3.18)$$

Podemos escrever a eq. (3.2) na forma

$$\begin{aligned} \bar{x}(t) &= \bar{a} g(t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT) \\ &= \bar{a} g(t) * 1/T \text{ pente } (t/T) \end{aligned} \quad (3.19)$$

onde * significa convolução.

A transformada de Fourier de $\bar{x}(t)$ é:

$$\begin{aligned} \bar{X}(f) &= \bar{a} G(f) \text{ pente } T f \\ &= \bar{a}/T G(f) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(f - n/T) \end{aligned}$$

$$= \bar{a}/T \sum_{n=-\infty}^{\infty} G(n/T) \delta(f-n/T) \quad (3.20)$$

Assim, considerando a eq. (3.4), o espectro de potência da sequência digital $x(t)$ é dado por:

$$S_x(f) = \bar{a}^2/T^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} |G(n/T)|^2 \delta(f-n/T) + \frac{|G(f)|^2}{T} \{R(0) - \bar{a}^2 + 2 \sum_{K=1}^{\infty} [R(K) - \bar{a}^2] \cos 2\pi k f T\} \quad (3.21)$$

Este resultado foi primeiramente encontrado por W.R Bennett [3] e, por isso, esta expressão é conhecida por sem nome. O primeiro termo é uma série de harmônicas, cuja fundamental é a frequência de repetição dos pulsos, e a amplitude de cada uma é determinada pelo formato do pulso padrão. O segundo termo é uma componente contínua e, portanto, de natureza análoga à do ruído. Bennett ressalta toda via que este tipo de ruído, embora seja em alguns aspectos equivalente ao ruído térmico filtrado que tenha a mesma densidade espectral, continua sendo um processo não-estacionário e tendo uma estrutura de fase entre as suas componentes não existente no caso do ruído estacionário.

Uma diferença importante entre a componente de ruído do sinal digital e o ruído térmico filtrado é o fato do primeiro poder ser gerado deterministicamente, uma vez conhecida a sequência digital. Isto é porque a forma de onda pode ser perfeitamente determinada a partir dos parâmetros da sequência.

Consideremos agora a aplicação dos resultados acima para uma sequência digital obedecendo ao código binário alternado. Neste código temos:

$$P(a_n=0) = 2P(a_n=1) = 2P(a_n=-1) = 1/2$$

$$e \quad \sum_{i=-\infty}^n a_i = 0 \text{ ou } 1, \quad \forall n$$

Logo, encontramos

$$\bar{a} = 0$$

$$R(k) = \begin{cases} 1/2 & , \quad K=0 \\ -1/4 & , \quad K=1 \\ 0 & , \quad K>1 \end{cases} \quad (3.22)$$

Usando a eq.(3.21), a densidade espectral desse sinal é dada por:

$$S_X(f) = \frac{|G(f)|^2}{T} (1/2 - 1/2 \cos 2\pi fT)$$

$$= \frac{|G(f)|^2}{T} \text{sen}^2 \pi fT \quad (3.23)$$

Se o pulso padrão $g(t)$ escolhido é um pulso retangular com fator de ocupação 0,5, ou seja,

$$g(t) = \text{ret } 2t/T \quad (3.24)$$

o espectro de potência resultante será

$$S_X(f) = (T/4) \text{sinc}^2(fT/2) \cdot \text{sen}^2 \pi fT \quad (3.25)$$

Na Fig. 3.1 temos o gráfico correspondente a este resultado. Notamos que o espectro apresenta um zero na frequência de repetição dos pulsos $1/T$. Desta maneira, pelo menos aparentemente, a formação de sincronismo parece não existir nesta forma de sinal digital.

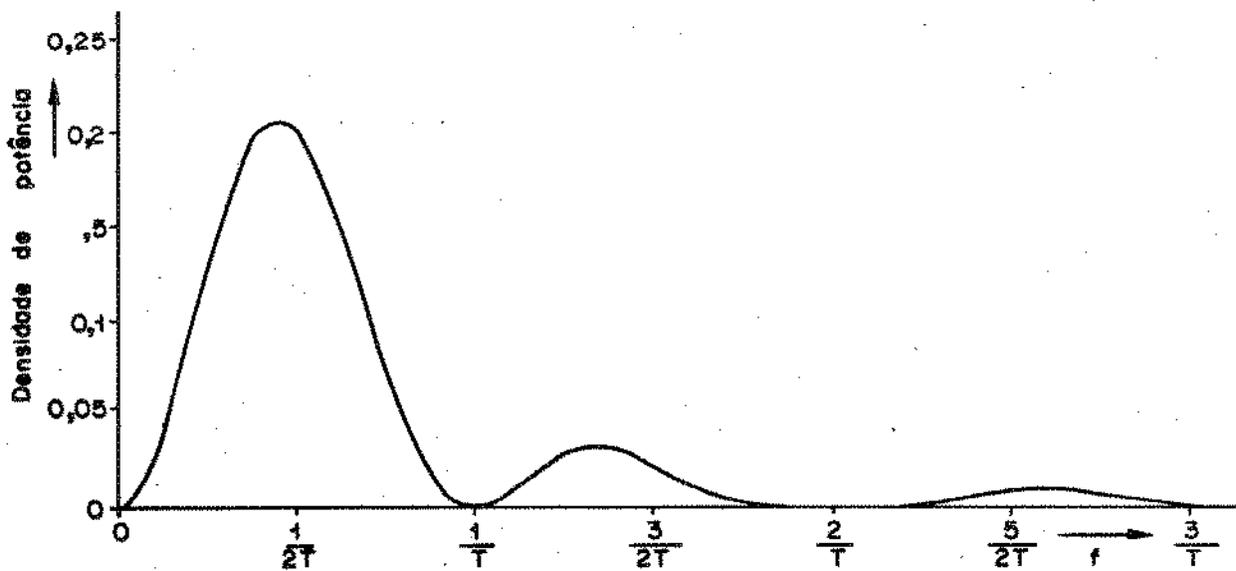


Fig. 3.1 - Espectro do sinal digital no código binário alternado com pulsos retangulares com fator de ocupação de 50%

Contudo, uma simples inspeção visual de um trem de pulsos segundo o código definido da forma acima, sugere que a informação de relógio na verdade existe, uma vez que se pode perceber claramente as transições de marca para espaço, e identificar precisamente os instantes em que isto se verifica. Esta aparente contradição pode ser explicada pelo fato do sinal ser ciclo-estacionário e possuir relações de fase escondidas entre as suas diferentes componentes.

Para a extração de informação de relógio de um sinal com as características acima, o mesmo deve ser submetido a alguma operação não-linear. Esta operação gera componentes soma e diferença das várias componentes do espectro do sinal [2]. Muitas delas se combinam aleatoriamente, mas, devido às relações de fase escondidas existentes, aquelas que ocorrem em múltiplos da frequência $1/T$ tendem a se somar de maneira sistemática, dando origem a uma raia espectral em $1/T$.

Até aqui estamos supondo que o sinal digital recebido pelo repetidor é uma sequência de pulsos aleatória, ou seja, os instantes nT de ocorrência dos pulsos são bem determinados, porém a ocorrência ou não de um pulso em um dado instante nT é aleatória. Na prática, entretanto, pode ocorrer situações em que a sequência recebida deixa de ser aleatória. Por exemplo, se o sistema está desocupado ou transmitindo pequena quantidade de informação, com um sinal constituído de apenas algumas marcas e trechos longos de espaços. Isto pode facilmente conduzir à situações em que a componente de raia na frequência de repetição dos pulsos caia a um valor muito pequeno, mesmo quando sistemas de extração de relógio mais elaborados são utilizados.

Para garantir a existência de informação de relógio em quaisquer situações, duas técnicas são comumente empregadas:

- (a) Utiliza-se um código de linha que assegure um determinado conteúdo mínimo de informação de relógio no sinal recebido [8];
- (b) No terminal de transmissão do sistema, o sinal digital original é submetido a uma transformação de padrão [7] que impedirá a ocorrência de repetição de padrões. Naturalmente, é necessária uma transformação inversa no terminal de recepções.

3.2 - UM MÉTODO BÁSICO DE EXTRAÇÃO DE RELÓGIO

A Fig. 3.2 apresenta um diagrama básico de um circuito para a extração de sinal de relógio em um repetidor regenerativo.

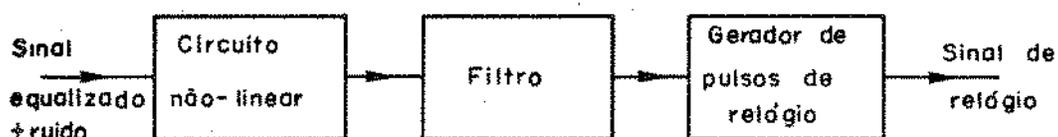


Fig. 3.2 - Diagrama básico de circuito de extração de relógio

Usualmente, devido às características das linhas, os códigos empregados são uma forma de código bipolar. Uma estrutura de código bastante conhecida é a bipolar alternada (AMI) já citada anteriormente, em que os espaços binários são enviados como ausência de pulso, enquanto que as marcas são codificadas como pulsos positivos e negativos, alternadamente, com a alternância acontecendo em cada ocorrência de marca.

No caso destes códigos, o circuito não-linear inclui uma prévia retificação do sinal. No caso do código AMI, a retificação já é suficiente para dar origem a uma linha espectral na frequência de repetição dos pulsos. No entanto, em muitos casos é ainda necessária uma operação linear mais drástica que uma simples retificação do sinal. Uma forma de alinearidade bastante utilizada, devido às facilidades de implementação, é o ceifamento dos pulsos retificados a um determinado nível. Este método apresenta a vantagem de eliminar os impulsos de ruído de baixos níveis que ocorram na ausência de pulsos do sinal. Por outro lado, a operação de ceifamento dos pulsos contribui para melhorar a relação sinal/ruído e tornar mais estreitos os pulsos que serão aplicados ao filtro. Esta é uma das formas de não-linearidades que serão tratados em profundidade no próximo capítulo.

O filtro, por razões de simplicidade, é quase sempre constituído de um circuito ressonante série ou paralelo, sintonizado na frequência de repetição dos pulsos. O fator de mérito Q , que caracteriza o filtro, deve ser, por outro lado, bastante elevado para que a onda de tempo na saída do mesmo continue a existir mesmo durante os intervalos de ausência de pulsos de sinal; mas, por outro lado, deve ser suficientemente baixo para que possa acompanhar alguma eventual variação na fase dos pulsos de sinal.

Uma vez que o processo de não-linearização do sinal impõe quase sempre uma significativa atenuação do mesmo, a filtragem está usualmente associada à alguma amplificação para elevação do nível do sinal extraído.

Na saída do circuito tanque obtêm-se um sinal de forma a proximadamente senoidal, o qual é aplicado ao gerador de pulsos de relógio. Esse gerador é, basicamente, constituído de um detetor de cruzamentos de zero associado a um gerador de pulsos. Estes pulsos devem ocorrer nos instantes de amostragem, ou seja, nos instantes em que o "olho" se encontrar mais aberto.

O sinal de relógio, assim obtido, com frequência igual à taxa de bits, é usado, juntamente com os pulsos equalizados, para a geração final dos pulsos a serem novamente transmitidos à linha. O diagrama do repetidor regenerativo, considerando a Fig.3.2, fica a gora como mostrado na Fig. 3.3.

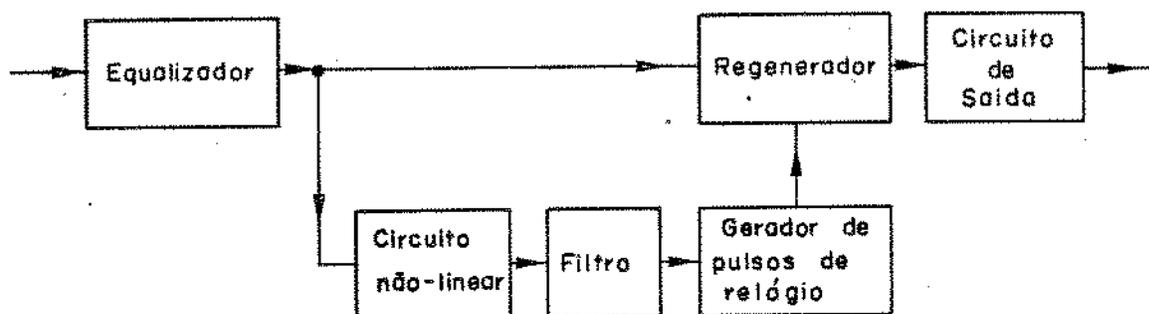


Fig. 3.3 - Diagrama básico de um repetidor regenerativo auto-sincronizado

3.3 - IMPERFEIÇÕES NO SINAL DE RELÓGIO

No item anterior considerou-se o sinal na saída do filtro como sendo aproximadamente senoidal. No entanto, na prática, há vários fatores que afetam as características daquele sinal e, portanto, o sinal de relógio extraído. Uma dificuldade existente é a fixação e manutenção com o tempo da sintonia do circuito tanque igual à taxa de bits. Também, mesmo que a sintonia perfeita seja conseguida, devido à largura finita da faixa de passagem do filtro, o mesmo deixa passar, além da componente de linha espectral desejada, parte da componente contínua do espectro, o que implica na modulação em fase e/ou amplitude da onda senoidal obtida.

Como resultado, o sinal obtido na saída do filtro resulta modulado em fase e em amplitude. A modulação de fase pode ser devida às interferências sofridas pelo sinal digital recebido, pelas variações já existentes na posição efetiva dos pulsos recebidos ou por erro de sintonia do circuito tanque. A modulação de amplitude resulta da natureza estatística do padrão de pulsos do sinal, de interferências introduzidas na entrada do repetidor ou da assintonia do circuito tanque.

Desde que a modulação de amplitude não afeta a posição dos cruzamentos de zero da onda, idealmente nenhuma imperfeição seria introduzida no sinal de relógio. No entanto, devido às imperfeições práticas possíveis de ocorrerem, há a introdução de desvios na posição dos pulsos de relógio por conversão de amplitude para fase.

As variações de amplitude podem ser removidas através de circuitos limitadores. Há métodos de filtragem mais elaborados capazes de permitir uma onda isenta de modulação de amplitude. A utilização de um oscilador de fase amarrada ("PLL"), sintonizado na frequência de repetição dos pulsos, no lugar de circuito tanque, permite obter-se um sinal de amplitude constante.

Como as posições de ocorrência dos pulsos regeneradores são determinadas pelas das dos pulsos de relógio, as imperfeições destes são repassadas àquelas.

3.4 - TREMOR

As variações de posição no tempo dos pulsos de uma sequência digital recebem o nome de tremor ("jitter"). É um efeito de importância muito grande em um sistema de transmissão digital, estando diretamente relacionado ao desempenho do sistema.

Os desvios dos pulsos em relação aos seus respectivos instantes nominais de ocorrência podem ser representados por meio de uma série de ordenadas nos intervalos de tempo originais; e estas, por sua vez, podem ser consideradas como amostras de uma função contínua $j(t)$. Esta função $j(t)$ pode ser tomada para a representação do tremor. Este método de definição de tremor está mostrado na Fig.3.4, onde está representada uma sequência de pulsos transmitida sem tremor, a sequência recebida contendo tremor e a função de tremor correspondente.

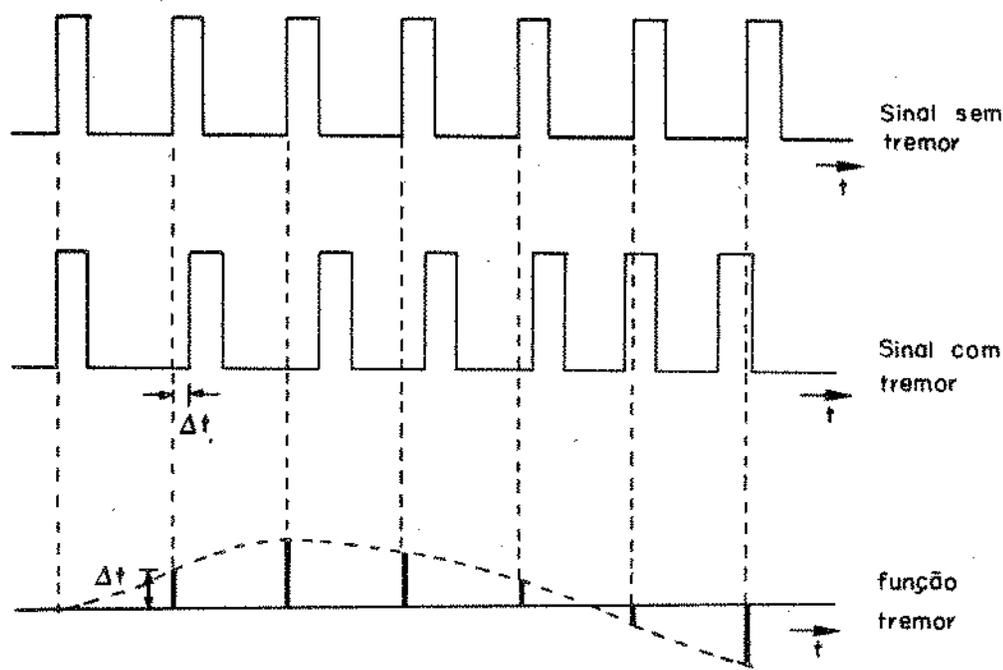


Fig. 3.4 - Definição de tremor

Também podemos determinar o valor rms da função $j(t)$, ou seja, do tremor. Em sendo uma função do tempo, podemos, através da transformada de Fourier, determinar uma função associada $J(f)$, a qual representará o comportamento espectral do tremor. Desta maneira, podemos definir densidade de energia ou densidade de potência de tremor, em analogia direta à densidade de potência convencional.

Entretanto, em se tratando de variações de fase, a "energia" ou "potência" de tremor acima referidas não têm qualquer significado físico. São, contudo, grandezas bastante úteis na análise, comparação e especificação do desempenho de circuitos de extração de relógio e de regeneração {6,13,16}.

Em um sinal de relógio, extraído da sequência digital recebida pelo repetidor, o desvio é constituído de uma componente sistemática e outra não-sistemática. A componente sistemática é diretamente relacionada às variações do padrão de pulsos. Por possuir propriedades cumulativas, é a componente predominante de tremor, pelo que constitui uma grandeza bastante utilizada para a especificação do tremor de um repetidor regenerativo. No Capítulo 7 será discutida a validade do emprego do tremor dependente de padrões de pulsos para a especificação de desempenho dos repetidores regenerativos.

Na abordagem do erro de fase dos pulsos do relógio recuperado, pode-se distinguir três diferentes grandezas. Uma refere-se ao comportamento dinâmico da fase dos pulsos do relógio recuperado em

relação a uma referência fixa, a que podemos designar de tremor ab soluto. A segunda grandeza é o comportamento dinâmico da fase do relógio em relação à posição dos pulsos a serem amostrados, chamado de tremor de alinhamento. É a diferença entre o tremor do relógio recuperado e o tremor dos próprios pulsos amostrados, constitui uma quantidade muito importante para a determinação da influência do tremor sobre o desempenho do repetidor [28]. A terceira grandeza é o espaçamento entre os pulsos adjacentes de relógio, que se reflete diretamente no espaçamento entre marcas adjacentes no sinal transmitido.

O tremor tem um significado bastante grande no desempenho de um sistema de transmissão digital. Poderá degradar um sistema principalmente de duas maneiras. (a) No processo de regeneração dos pulsos, as variações do instante de amostragem podem deslocar o instante efetivo de decisão do centro ótimo do "olho" do sinal, o que conduz a uma redução da margem de ruído, e, conseqüentemente, a uma taxa de erros de decisão maior, como visto no item 2.5. Contudo, em pregando-se o método de extração do relógio do próprio sinal recebido, os instantes de amostragem poderão, até certo ponto, acompanhar os variações de posição dos pulsos recebidos, o que poderá minorar o problema, desde que se utilizem faixas de passagem compatíveis em todos os circuitos de extração de relógio da linha. (b) No caso de sinais analógicos codificados digitalmente, o tremor existente na seqüência de pulsos recebida pelo decodificador dá origem a posicionamento irregular das amostras do sinal analógico decodificadas. Isto implicará em uma distorção do sinal original. Um estudo detalhado desta matéria encontra-se nas referências [3] e [5], relacionadas no final deste trabalho.

3.5 - FONTES DE TREMOR

As fontes de tremor do sinal de relógio extraído de um trem de pulsos podem ser divididas em dois grupos; o tremor poderá ser inerente ao padrão de pulsos transmitido ou não.

As imperfeições que podem dar origem à variações no tempo dos pulsos de relógio estão concentradas principalmente no equalizador, no filtro e no circuito de detecção dos cruzamentos de zero do sinal de saída do filtro. Os pulsos equalizados, como visto no item 2.3.5, devem obedecer a um formato bem definido e estarem de acordo com o critério de Nyquist. Imperfeições nestes requisitos constituem

em uma fonte significativa de tremor.

O filtro, por ser constituído de um circuito tanque, tem uma largura de faixa finita, o que permite a passagem de algum ruído, e por possuir quase certamente algum erro de sintonia, é uma fonte natural de tremor. Também imprecisões do circuito de extração dos cruzamentos de zero do sinal na saída do filtro dão origem, por meio de mecanismos de conversão de amplitude para fase, à variações na posição no tempo dos pulsos.

Por outro lado, mesmo que os circuitos de extração de relógio não apresentem imperfeições, o próprio sinal fornecido pelo equalizador já contém implicitamente algum tremor relacionado ao padrão de pulsos. Os mecanismos de equalização e extração utilizados, sendo sensíveis às variações de padrões, dão origem a uma componente de tremor.

Cada uma das fontes de tremor mais importantes serão apresentadas a seguir.

3.5.1 - TREMOR DEVIDO À IMPERFEIÇÕES DE CIRCUITO

3.5.1.1 - Assintonia

Esta fonte de tremor assume uma importância bastante grande, uma vez que na prática a sintonia perfeita do tanque é muito difícil de se conseguir, se não impossível. Ela pode resultar da deficiência no procedimento de ajuste ou do envelhecimento das componentes usados.

Há vários trabalhos que tratam desta fonte de tremor. Bennett {3} faz a análise da resposta de um circuito tanque RLC excitado por uma sequência aleatória de impulsos. Supõe o circuito oscilando em uma frequência f_0 próxima, mas não igual, da frequência de repetição dos pulsos f_r , e considera o conjunto das formas de onda possíveis da saída do mesmo no intervalo de tempo $t=0$ a $t=T$, onde T é o intervalo entre pulsos. É feita uma análise estatística dos cruzamentos de zero negativo das formas de onda, as quais são consideradas senoidais. O valor da componente dinâmica do tremor encontrado por Bennett é dado por:

$$\epsilon_{rms} = \left\{ \frac{(1-\bar{a}) \operatorname{sen}^2 2K\pi e^{-\frac{(1+K)\pi}{2Q}}}{4\bar{a} \operatorname{senh} \frac{(1+K)\pi}{Q} \left[\cosh^2 \frac{(1+K)\pi}{2Q} - \operatorname{sen}^2 K\pi \right]} \right\}^{1/2} \quad (3.26)$$

onde \bar{a} = valor médio

Q = fator de mérito do circuito ressonante

$$K = \frac{f_0 - f_r}{f_r} = \text{erro de sintonia}$$

Na região de interesse prático, em que $K \ll 1$ e $Q \gg 1$,

$$\epsilon_{\text{rms}} \cong \left[\frac{(1+\bar{a}) \pi K^2 Q}{\bar{a}} \right]^{1/2} \quad (3.27)$$

Para um código em que $\bar{a}=1/2$, o valor rms do tremor é:

$$\epsilon_{\text{rms}} \cong K \sqrt{\pi Q} \quad (3.28)$$

Na Fig. 3.5 está mostrado um conjunto de curvas do tremor rms, em função do fator Q , para alguns valores do erro de sintonia.

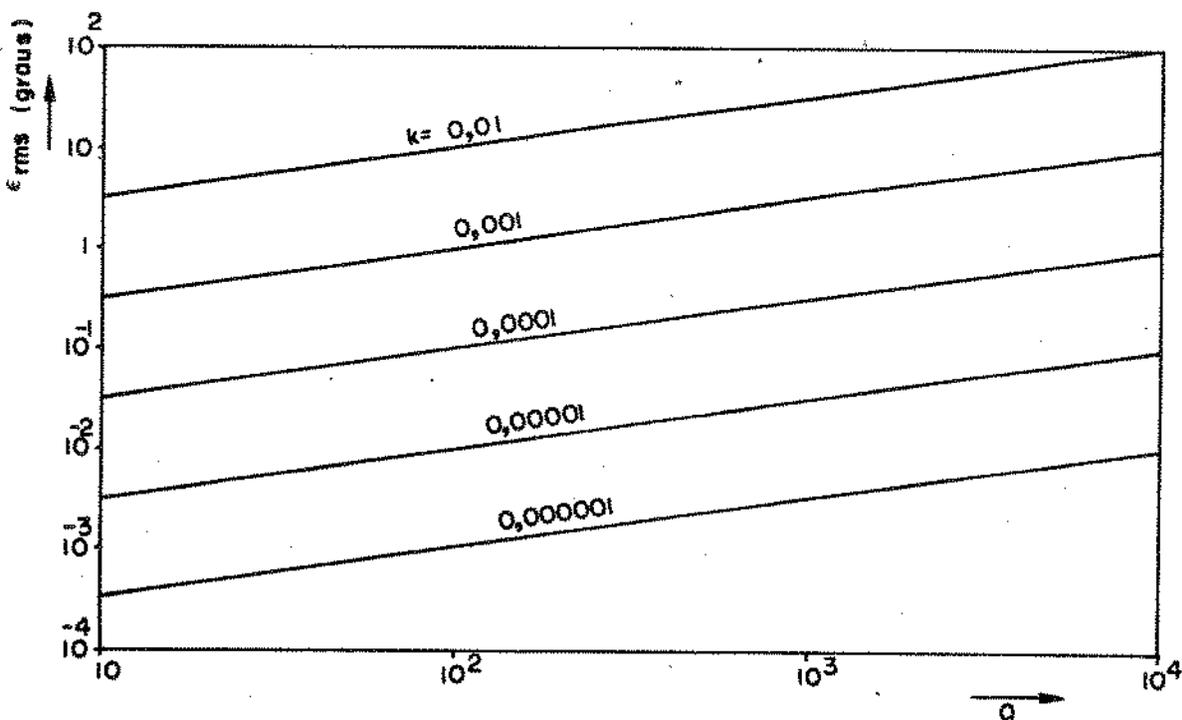


Fig.3.5 - Tremor rms gerado pela assintonia do circuito tanque

O valor da componente estacionária do tremor, determinada no mesmo trabalho acima referido, é dado por

$$\epsilon' = \frac{K(1+1/4Q)}{(K^2 + 1/4Q^2)^{1/2}} \cong 2KQ \quad (3.29)$$

Bennett determina também o valor da modulação de amplitude resultante do erro de sintonia do circuito tanque, a qual pode dar origem a uma outra componente de tremor, através de processos de conversão de amplitude para fase, o que será tratado no item seguinte. O valor rms da modulação de amplitude, supondo $Q \cdot K$ muito menor que a unidade, é:

$$\beta_{\text{rms}} = \left\{ \frac{(1-\bar{a})\pi Q}{4a(1-K^2\pi^2)} \left[\frac{1}{Q^2} + 4K^2 + \frac{1}{Q}(1/Q^2+4K^2)^{1/2} \right] \right\}^{1/2} \quad (3.30)$$

Com $2KQ \ll 1$ e $1/Q \gg 2K$, obtemos

$$\beta_{\text{rms}} \approx \frac{\pi}{2Q} \quad (3.31)$$

J.M.Manley [4] determina também o tremor resultante da assintonia do circuito tanque, porém, partindo do espectro do sinal. Se o sinal é constituído de pulsos retangulares de altura V_0 e duração τ e ocorrem a intervalos regulares $T=1/f_r$ com probabilidade igual a $1/2$, o valor quadrático médio da componente fundamental em $f=f_r$, calculado através da eq.(3.21), é

$$\frac{A_i^2}{2} = \frac{V_0^2}{2\pi^2} \text{sen}^2 \pi \tau f_r \quad (3.32)$$

e o valor quadrático médio da componente de ruído em uma faixa de largura B é dado por

$$W(f) = \frac{BV_0^2 f_r}{2\pi^2 f^2} \text{sen}^2 \pi \tau f \quad (3.33)$$

Manley supõe a componente contínua do espectro constituída de raias espectrais contíguas. Ou seja, o espectro é dividido em um número grande de faixas muito estreitas de ruído, e cada uma destas faixas é substituída por uma componente discreta tendo o mesmo valor médio quadrado. Se S e A_i são, respectivamente, as amplitudes rms de uma destas componentes de ruído e da componente na frequência f_r , considerando as eqs. (3.32) e (3.33), tem-se:

$$\frac{S}{A_i} = \frac{\sqrt{Bf_r} \text{sen} \pi \tau f}{f^2 \text{sen} \pi \tau f_r} \quad (3.34)$$

e nas imediações da frequência de repetição dos pulsos:

$$\frac{S}{A_i} \cong \sqrt{\frac{B}{f_r}} \quad (3.35)$$

Considerando plano o espectro da componente contínua nas imediações de f_r , uma aproximação do espectro nesta região seria

$$E_i = A_i \left(1 + \frac{2S}{A_i} \sum_i \cos q_i t \right) \cos 2\pi f_r t \quad (3.36)$$

onde $q_i/2\pi$ é a separação em Hertz da i -ésima raia de f_r . Para a determinação da resposta do circuito tanque a E_i , considera-se apenas um par de raias em torno de f_r . O efeito do filtro sobre as outras raias será o mesmo. Assim, supõe-se que o espectro na entrada do tanque seja dado por

$$\begin{aligned} E_{iK} &= A_i \left(1 + \frac{2S}{A_i} \cos qt \right) \cos 2\pi f_r t \\ &= A_i \cos 2\pi f_r t + S \cos (2\pi f_r + q)t + S \cos (2\pi f_r - q)t \end{aligned} \quad (3.37)$$

A resposta do filtro aos dois termos laterais será então dada por

$$\begin{aligned} E_{OS} &= S_1 \cos(2\pi f_r t + qt + \theta_1) + S_2 \cos(2\pi f_r t - qt + \theta_2) \\ &= S_1 \cos[(2\pi f_r t + \varphi) + qt + (\theta_1 - \varphi)] + \\ &\quad + S_2 \cos[(2\pi f_r t + \varphi) - qt - (\varphi - \theta_2)] \end{aligned} \quad (3.38)$$

onde θ_1 , θ_2 e φ são os deslocamentos de fase sofridos, respectivamente, pelas duas faixas laterais e portadora ao passarem pelo filtro. Se o circuito tanque está sintonizado em uma frequência f_r diferente da frequência de repetição dos pulsos f_r , a simetria das frequências laterais em torno de f_r , tanto em amplitude como em fase, não é mantida na resposta, como pode ser verificado através da Fig.3.6. É feita uma decomposição das mesmas em um par com simetria par e outra com simetria ímpar, ou em uma componente em fase com a portadora e outra em quadratura. Assim, resulta

$$\begin{aligned} E_{OS} &= 2 A_s \cos (qt + \varphi_s) \cos(2\pi f_r t + \varphi) \\ &\quad - 2 A_a \operatorname{sen}(qt + \varphi_a) \operatorname{sen}(2\pi f_r t + \varphi) \end{aligned} \quad (3.39)$$

onde

$$2A_S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + 2 S_1 S_2 \cos[(\varphi - \theta_2) - (\theta_1 - \varphi)]}$$

$$2A_a = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 - 2 S_1 S_2 \cos[(\varphi - \theta_2) - (\theta_1 - \varphi)]}$$

$$\tan \varphi_s = \frac{S_1 \sin(\theta_1 - \varphi) + S_2 \sin(\varphi - \theta_2)}{S_1 \cos(\theta_1 - \varphi) + S_2 \cos(\varphi - \theta_2)}$$

$$\tan \varphi_a = \frac{S_2 \sin(\varphi - \theta_2) - S_1 \sin(\theta_1 - \varphi)}{S_2 \cos(\varphi - \theta_2) - S_1 \cos(\theta_1 - \varphi)} \quad (3.40)$$

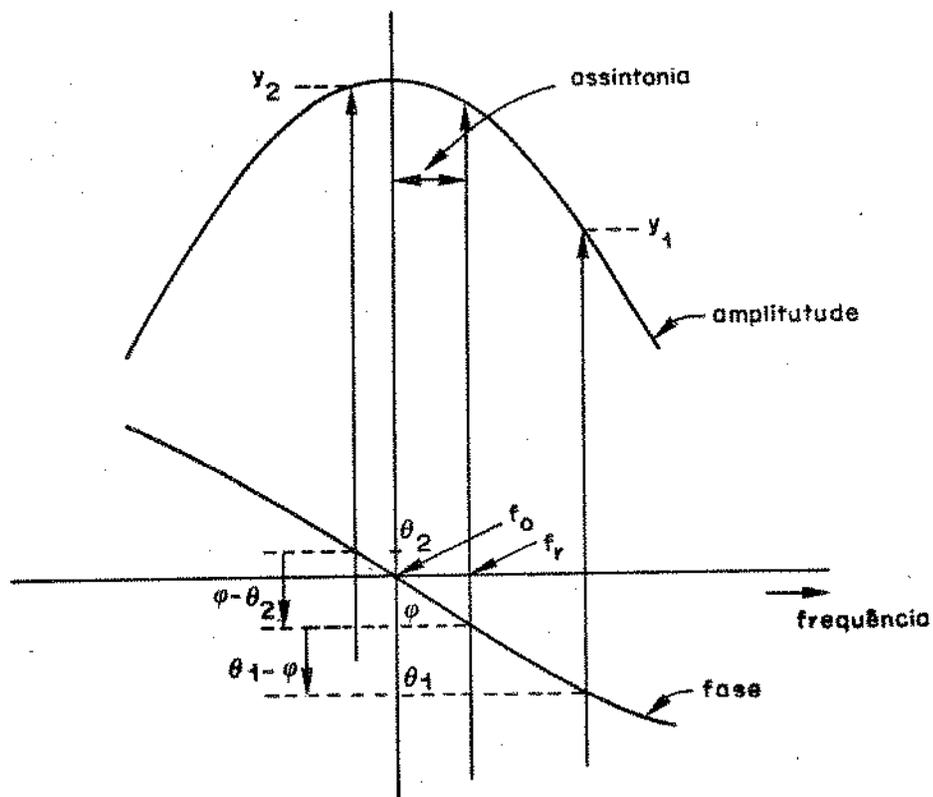


Fig. 3.6 - Características do circuito ressonante

A resposta do circuito ressonante a uma onda modulada em amplitude dada pela eq.(3.38) é

$$E_0 = [A_0 + 2A_s \cos(\omega t + \varphi_s)] \cos(2\pi f_r t + \varphi) - [2A_a \sin(\omega t + \varphi_a)] \sin(2\pi f_r t + \varphi) \quad (3.41)$$

Quando as quantidades A_a e A_s forem pequenas em relação a A_0 , tem-se:

$$E_0 \cong A_0 \left[1 + \frac{2A_s}{A_0} \cos(\omega t + \varphi_s) \right] \cos \left[\left(2\pi f_r + \varphi + 2 \frac{A_a}{A_0} \sin(\omega t + \varphi_a) \right) \right] \quad (3.42)$$

Esta expressão tem a forma de um sinal modulado em amplitude e em fase.

Considerando-se a resposta do circuito ressonante dada por

$$Y(f) = \frac{1}{1 + j2Q \frac{f-f_0}{f}} \quad (3.43)$$

tem-se, depois de algumas operações algébricas (encontradas em {4}), as expressões da amplitude da modulação de amplitude e da modulação de fase impostas pela assintonia do tanque à sequência de pulsos, que são, respectivamente,

$$\frac{2A_s}{A_0} = \frac{1}{S} \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + 2S_1S_2 \cos[(\theta_1 - \varphi) - (\varphi - \theta_2)]} \quad (3.44)$$

$$e \quad \frac{2A_a}{A_0} = \frac{1}{S} \sqrt{S_1^2 + S_2^2 - 2S_1S_2 \cos[(\theta_1 - \varphi) - (\varphi - \theta_2)]} \quad (3.45)$$

Se o erro de sintonia é pequeno, a seguinte aproximação é válida,

$$\frac{2A_s}{A_0} \cong \frac{2 \sqrt{\frac{B}{f_r}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{qQ}{\pi f_0}\right)^2}} \quad (3.46)$$

$$e \quad \frac{2A_a}{A_0} \cong \frac{8 \sqrt{\frac{B}{f_r}} \left(\frac{\delta Q}{2\pi f_0}\right) \left(\frac{qQ}{2\pi f_0}\right)}{1 + \left(\frac{qQ}{\pi f_0}\right)^2} \quad (3.47)$$

onde

q = frequência de tremor

δ = quantidade de assintonia do tanque

A variação de fase, considerando a eq. (3.42), é então da da por:

$$\Delta \varphi_1 = \frac{8 \sqrt{\frac{B}{f_r}} \left(\frac{\delta Q}{2\pi f_0}\right) \left(\frac{qQ}{2\pi f_0}\right)}{1 + \left(\frac{qQ}{\pi f_0}\right)^2} \text{sen}(qt + \varphi_a) \quad (3.48)$$

Na Fig.3.7 tem-se a amplitude do tremor em função da frequência do mesmo devido à assintonia do circuito ressonante, para $Q=100$ e alguns valores do erro de sintonia $(f_r - f_0)/f_0$.

Pode-se verificar que a modulação de fase cai a zero para frequência zero e tem um máximo igual a

$$2 \sqrt{\frac{B}{f_r}} \left(\frac{\delta Q}{2\pi f_0}\right)$$

na frequência $q = \pi f_0 / Q$. A "potência" do tremor pode ser obtida elevando ao quadrado e dividindo por dois a eq.(3.47) Efetuando a integração em q , obtém-se a potência total do tremor; assim fazendo, tem-se:

$$j_{\text{rms}}^2 = \frac{\delta^2 Q}{4\pi f_r f_0} \quad (3.49)$$

ou
$$j_{\text{rms}} = K \sqrt{\pi Q} \quad (3.50)$$

que o mesmo resultado obtido por Bennett, eq. (3.28).

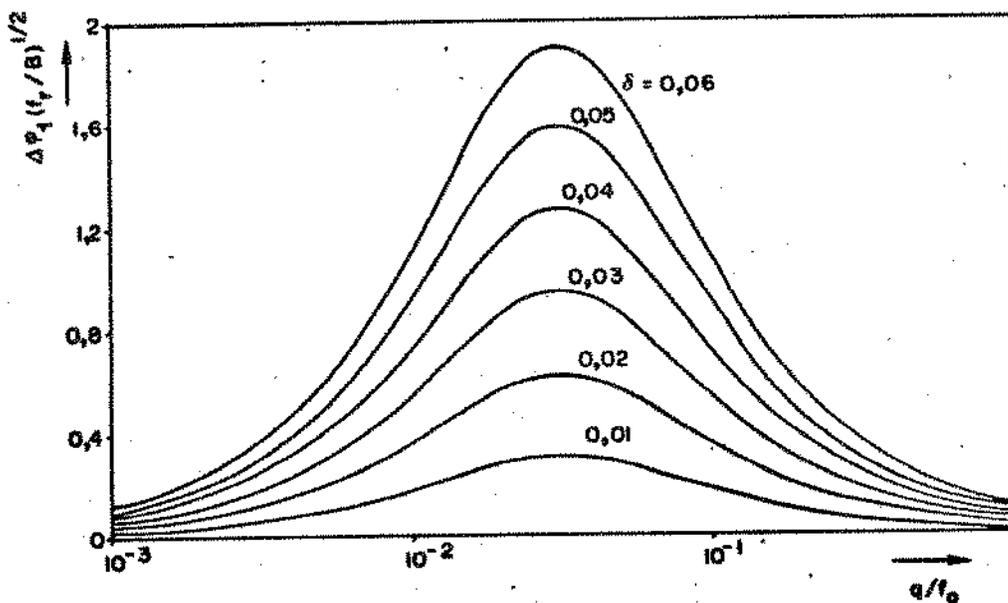


Fig. 3.7 - Espectro de amplitude da variação de fase e causada pela assintonia do circuito tanque

3.5.1.2 - Conversão de Amplitude para Fase

Como já mencionado anteriormente, os cruzamentos de zero negativo do sinal aproximadamente senoidal obtido na saída do circuito ressonante são usados para a geração dos instantes de amostragem dos pulsos a serem regenerados. No entanto, devido aos limites de incerteza dos circuitos geradores dos referidos instantes, estes podem não serem produzidos exatamente naqueles cruzamentos de zero. Com isto, devido às características geralmente não-lineares inerentes ao circuito de detecção, as variações de amplitude do sinal são convertidas em variações de fase, constituindo-se portanto em uma outra fonte de tremor.

A Fig.3.8 ilustra o processo de conversão de amplitude para fase. Para um deslocamento b no nível de detecção, podemos escrever para as duas amplitudes mostradas

$$b = A_0 \operatorname{sen} \alpha_0 \quad (3.51)$$

$$b = (A_0 + \Delta A) \operatorname{sen}(\alpha_0 + \Delta\alpha) \quad (3.52)$$

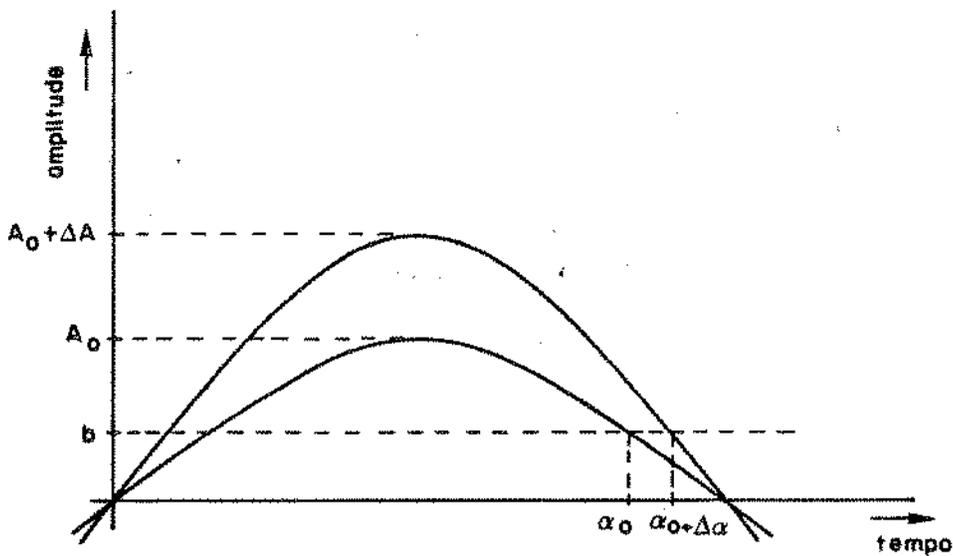


Fig.3.8 - Processo de conversão de amplitude para fase

Logo,

$$A_0 \operatorname{sen} \alpha_0 = (A_0 + \Delta A) \operatorname{sen}(\alpha_0 + \Delta\alpha)$$

Para valores pequenos de $\Delta\alpha$, obtém-se:

$$\Delta\alpha \cong - \frac{\Delta A}{A_0} \tan \alpha_0 \quad (3.53)$$

Considerando a modulação de amplitude dada pela eq. (3.46), a variação de fase devida à conversão de amplitude para fase do sinal de saída do circuito tanque é

$$\Delta\varphi_2 = - \frac{2 \sqrt{\frac{B}{f_r}} \tan \alpha_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{qQ}{\pi f_0}\right)^2}} \cos(qt + \varphi_s) \quad (3.54)$$

Na Fig. 3.9 é mostrada a amplitude do tremor em função da frequência do mesmo devido à conversão de amplitude para fase para um fator Q igual a 100 e alguns valores de $\tan \alpha_0$. Vê-se que a conversão de amplitude para fase é máxima em frequência nula.

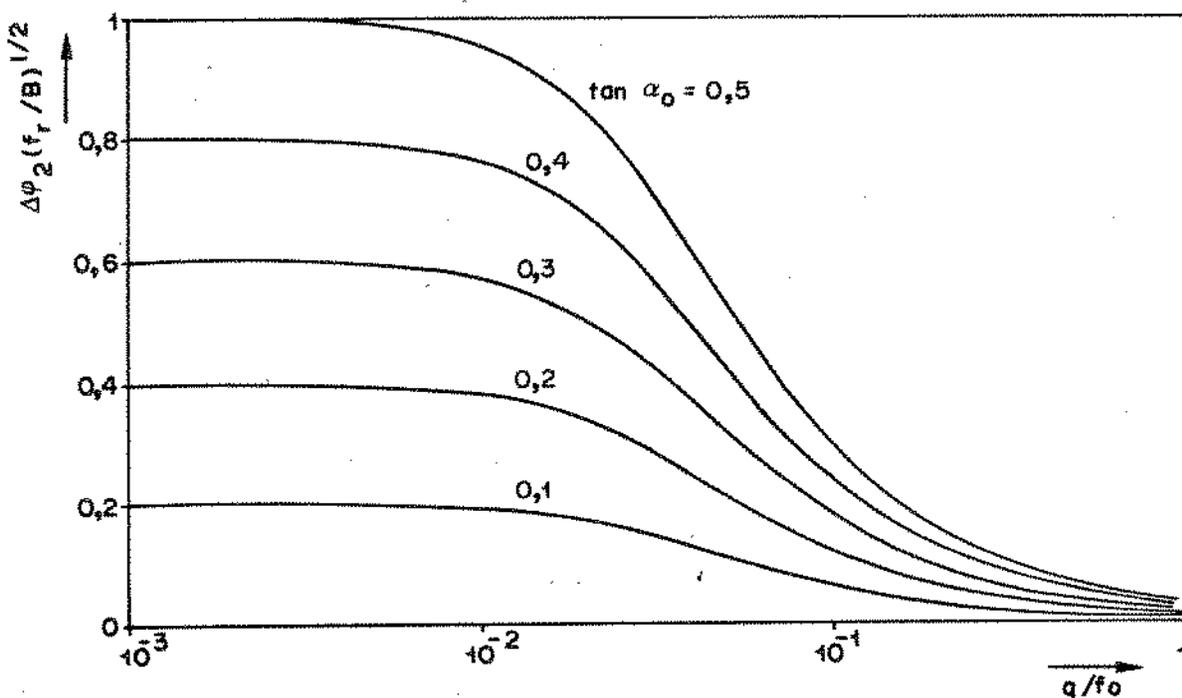


Fig. 3.9 - Espectro de amplitude da variação de fase causada pela conversão de amplitude para fase

Esta componente do tremor pode ser eliminada, pelo menos em parte, interpondo um limitador entre o filtro e o detetor. No caso de filtro constituído de um oscilador de fase amarrada (PLL), em que a frequência de saída é controlada pela diferença entre a frequência de entrada e a de saída, a amplitude do sinal entregue ao circuito de extração dos instantes dos cruzamentos de zero negativo não diminui de valor durante o intervalo dos pulsos. A amplitude constante, independente do padrão de pulsos, determina uma conversão de amplitude para fase constante, não constituindo na geração de uma

componente dinâmica de tremor, mas num desalinhamento fixo, o qual não se reflete na saída.

Pode-se verificar através da eq.(3.54) que o nível da conversão de amplitude para fase depende do valor do fator Q ; quanto maior o valor deste fator, menor será o valor da componente de tremor. A quantia de energia entregue ao circuito ressonante, bem como a quantia dissipada no mesmo, é uma função do seu fator Q . Quanto maior o valor de Q , menores serão as variações de amplitude do sinal de saída com as variações da densidade média de pulsos do trem de entrada.

No entanto, como visto no item anterior, um maior Q implica em uma maior geração de tremor por assintonia, o que pode ser verificado das eqs. (3.48) a (3.50). Daí a necessidade de, em cada caso, encontrar-se em compromisso entre os dois processos de geração de tremor. O valor de Q , porém, deve ser tal que a componente estática do desalinhamento (eq.(3.29)) seja tolerável.

3.5.1.3 - Ruídos Térmico e Impulsivo

O ruído térmico não constitui uma fonte significativa de tremor. Uma vez que a largura de faixa do filtro de entrada da onda de sincronismo é usualmente bastante estreita em comparação com o espectro do ruído, apenas uma parte muito pequena da potência de ruído estará presente na referida onda. Muito antes do ruído começar a produzir um valor significativo de tremor, o processo de decisão na regeneração propriamente dita já apresenta taxas de erro inadmissíveis.

O mesmo acontece com o ruído impulsivo, o qual apresenta um efeito ainda menor por apresentar usualmente uma taxa média de ocorrência pequena em relação à taxa de bits do sinal {1}.

Deve-se destacar a conveniência de se ter uma onda de relógio com a amplitude a mais elevada possível. Isto pode ser conseguido através da utilização de códigos de linha com uma maior densidade de pulsos.

3.5.1.4 - Diafonia

A incidência no sinal digital de interesse de diafonia, produzida pelos sinais de outros sistemas transmitidos pelo mesmo cabo, constitui uma outra fonte significativa de tremor.

O efeito da interferência por diafonia sobre o trem de pulsos transmitido por um determinado par de fios, e, portanto, sobre o sinal de relógio que será extraído, é de uma predição muito difícil, uma vez que o sinal interferente é o resultado da combinação de vários trens de pulsos de característica aleatória não sincronizados entre si e nem com a sinal interferido, transmitidos por outros pares do mesmo cabo. Sendo o sinal interferido também de caráter aleatório, um tratamento estatístico completo do problema se torna extremamente impossível.

A literatura existente sobre o problema [20] mostra que medidas do acoplamento por paradiafonia, em sistemas trabalhando nas duas direções no mesmo cabo, apresentam um crescimento de 4,5dB por oitava contra a frequência (acoplamento proporcional a $f^{3/4}$), e que o processo de interferência de muitos canais sobre o mesmo sinal na entrada do repetidor aproxima-se de um processo gaussiano. Waldman et al. [30] apresenta o problema da diafonia fazendo uma apreciação crítica da validade desta hipótese.

O ruído presente no sinal dará origem a uma excitação do circuito tanque com certas imperfeições, que serão reproduzidas como variações nas posições dos pulsos regenerados. Desde que esta interferência é mais acentuada para as frequências maiores, a equalização dos pulsos, do ponto de vista da diafonia, deve ser efetuada com uma diminuição da faixa de passagem do meio, o que esbarra, inevitavelmente, no problema da interferência entre símbolos que, para resolvê-lo, necessita de uma faixa larga. Tem-se então, como já mencionado anteriormente, caracterizado o compromisso existente na equalização do sinal digital recebido na entrada do repetidor.

Em princípio, o efeito da interferência poderia ser reduzido tornando mais estreita a largura de faixa do filtro, através do aumento do valor do seu fator Q. Porém, um Q mais alto implica, por outro lado, em uma redução do erro de sintonia permissível, ou seja, na capacidade do sistema em acompanhar pequenas variações de fase dos pulsos do sinal recebido.

3.5.1.5 - Variações de Forma dos Pulsos

Variações da forma dos pulsos na entrada do circuito tanque dão origem a uma componente de tremor. Um exame da componente contínua do espectro de potência do sinal digital, eq. (3.21), indi

cã que a inclinação da curva da mesma, nas imediações da taxa de bits, é dependente da largura dos pulsos. Como esta inclinação produz modulação de fase do sinal de sincronismo extraído, variações na forma dos pulsos, provocados por deficiências de equalização, constituem em uma outra fonte de tremor.

Aqui deve-se distinguir o tremor causado por interferência entre pulsos, que ocorrem mesmo na presença de uma equalização perfeita, o qual será considerado a seguir.

3.5.2 - TREMOR INTRÍNSECO

O deslocamento no tempo de um dado pulso da sequência digital de sua posição nominal pode ser causado também pela interferência dos pulsos anteriores e/ou posteriores ao mesmo. O tremor produzido pela interferência entre pulsos não está associada às imperfeições de circuitos, mas é inerente ao próprio sinal digital. Uma vez que depende do modo como os pulsos se sucedem, é altamente dependente do padrão de pulsos.

No entanto, embora esta componente de tremor esteja implícita no sinal, ela poderá ser atenuada ou realçada no processo de extração de relógio, dependendo dos parâmetros dos circuitos empregados.

O mecanismo de geração de tremor por interferência entre pulsos pode ser melhor compreendido através de um exemplo. Consideremos a sequência binária 001110100 codificada de acordo com o código binário alternado (AMI), como mostrado nas Figs. 3.10a e 3.10c, respectivamente. Na Fig. 3.10d tem-se os pulsos equalizados correspondentes, os quais são do tipo cosseno levantado com um fator de alargamento de faixa α igual a 0,5.

Claramente, verifica-se que o pulso correspondente à janela temporal nT não está perfeitamente centrado na sua posição nominal, por causa da deformação provocada pela interferência dos pulsos vizinhos.

Vamos supor aqui que o sinal aplicado à entrada do filtro de extração da onda de sincronismo seja o sinal equalizado retificado, como o mostrado na Fig. 3.10e. Facilmente, verifica-se que o sinal recebido pelo filtro é uma sucessão de pulsos de largura, e/ou amplitude diferentes, e/ou deslocamento em relação às respectivas janelas temporais. Os pulsos das janelas temporais nT e $(n-2)T$ não

estão centrados em suas respectivas janelas, por causa da interferência não simétrica dos pulsos vizinhos. O pulso da janela tempo tal $(n+2)T$ é mais largo que os demais e o da janela $(n-1)T$ é mais estreito e tem menor amplitude que os outros.

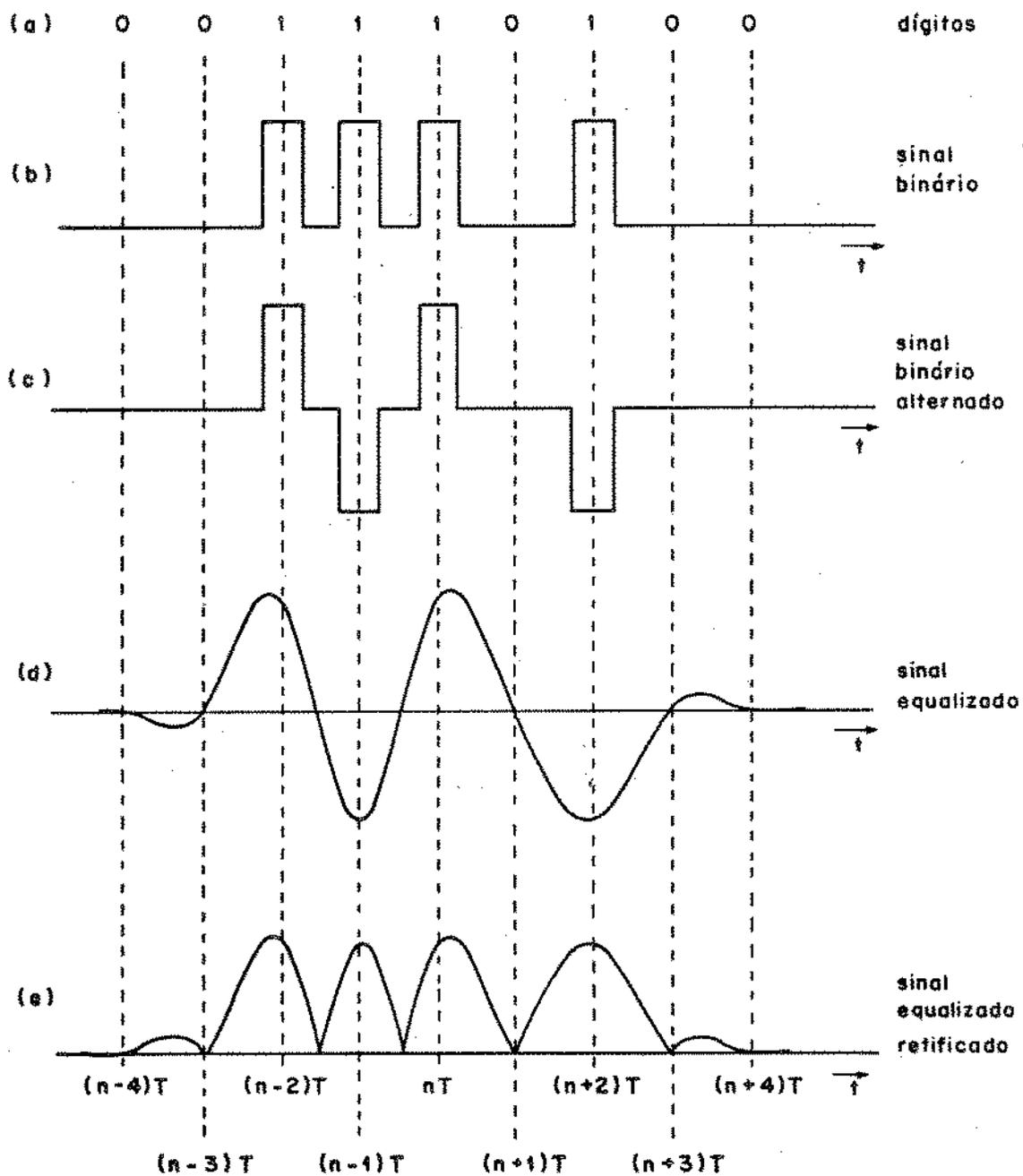


Fig. 3.10 - Mecanismo de geração de tremor por interferência entre pulsos

A interferência entre pulsos pode produzir tremor por meio de dois mecanismos distintos. Uma componente é a produzida diretamente pelos deslocamentos no tempo dos pulsos e a outra é resultante da variação da área dos pulsos. Esta variação contribuirá para gerar uma modulação de amplitude na saída do filtro, a qual poderá ser convertida em tremor por processos de conversão de amplitude para fase, como verificado no item 3.5.1.2.

Uma vez que o grau de deformação dos pulsos causada pela interferência entre os mesmos depende dos parâmetros de equalização e da não-linearidade empregada, o tremor intrínseco caracterizado acima é uma função de tais parâmetros.

O estudo deste mecanismo de geração de tremor constitui o objetivo deste trabalho. Nos capítulos seguintes serão apresentados resultados importantes sobre este assunto.

3.6 - TREMOR EM UMA LINHA DE REPETIDORES

No item anterior foram consideradas as várias fontes e tipos de tremor em um único repetidor. Quando vários repetidores regenerativos são colocados em série, o que usualmente ocorre em uma linha de transmissão digital, o tremor absoluto aumenta ao longo da sequência de repetidores, uma vez que cada um deles acrescenta a sua própria contribuição ao tremor gerado pelos anteriores. A acumulação do tremor ao longo da linha não é uma simples adição das contribuições individuais de cada repetidor. Cada repetidor, além de acrescentar sua contribuição, processa o tremor incidente em sua entrada de maneira que pode ser muito bem aproximada por uma filtragem linear do tipo passa-baixas [4].

A análise rigorosa e completa desse processo acumulativo é complicada, devido à variedade de causas do fenômeno. No entanto, desde que a linha seja suficientemente longa, é suficiente considerar apenas as fontes sistemáticas, isto é, aquelas que dão origem ao mesmo tremor em todos os repetidores da linha. Isto ocorre com o tremor diretamente associado ao padrão de pulsos transmitido, que naturalmente é o mesmo em todos os repetidores da linha. As causas não-sistemáticas, como o ruído de diafonia, podem ser em princípio ignoradas, uma vez que os distúrbios por elas originados se acumulam mais lentamente, sendo por isso dominados pelos tremor sistemático.

Já foi demonstrado por Manley [4] que o tremor sistemático só cresce indefinidamente ao longo da linha quando a contribuição de cada repetidor apresenta densidade espectral não-nula na frequência zero. Por isso, torna-se desnecessária uma preocupação com a acumulação do tremor produzido por erros de sintonia dos circuitos ressonantes dos repetidores, pois foi demonstrado pelo mesmo autor que esse tremor apresenta densidade espectral nula na frequência zero.

Assim, conclui-se que o tremor acumulado em linhas longas é basicamente causada por fontes sistemáticas de tremor com densidade espectral não-nula na origem. Esse é o caso do tremor que aparece antes do circuito ressonante em virtude da interferência entre pulsos. Trata-se de uma perturbação na posição efetiva dos pulsos que excitarão o circuito ressonante, e naturalmente depende tanto da resposta do equalizador como do tipo de não-linearidade utilizada para gerar a raia espectral na frequência de repetição dos pulsos. Supondo-se que os repetidores de uma mesma linha sejam todos idênticos, pode-se afirmar que essa é uma fonte estritamente sistemática de tremor. Como a perturbação na posição dos pulsos é de alta frequência, ela pode ser considerada, na faixa do circuito ressonante, como um ruído branco (espectro plano), supondo-se naturalmente um padrão aleatório de pulsos na entrada do repetidor.

Uma outra fonte de tremor que se enquadra na descrição acima é a conversão da modulação de amplitude da onda de tempo senoidal em modulação de fase da onda quadrada dela derivada, em virtude de desvios no nível de referência usado na detecção dos cruzamentos de zero. É uma fonte de tremor específica dos repetidores em que o circuito ressonante é baseado num tanque, uma vez que a saída do PLL não apresenta modulação de amplitude. Manley [4] demonstrou que o tremor assim gerado é equivalente a um ruído branco após a filtração pela faixa de passagem do circuito ressonante, supondo novamente um padrão aleatório de pulsos na entrada. Sua amplitude e sinal, no entanto, dependem diretamente do desvio de zero de cada repetidor. Por isso, essa fonte de tremor só pode ser considerada estritamente sistemática se todos os desvios de zero ao longo da linha ocorrerem na mesma direção, o que não parece ser uma hipótese realista. Usando-se uma argumentação semelhante à utilizada por Manley [4], pode-se demonstrar que se todos os desvios tiverem a mesma amplitude, mas sinais alternados ao longo da linha, não haverá acumulação de tremor [27].

No estudo que se segue, supõe-se que a linha seja constituída de repetidores idênticos, que é a situação normalmente encontrada na prática. Um estudo detalhado de linha com repetidores não-idênticos é encontrado em {27}.

3.6.1 - ACUMULAÇÃO DO TREMOR SISTEMÁTICO

As considerações apresentadas anteriormente justificam a adoção de um modelo para a acumulação do tremor, que já fora proposto em 1963 por Byrne et al. {6} em bases pouco rigorosas do ponto de vista teórico, mas fundamentado em forte coleta de evidências experimentais. Neste modelo, cada repetidor é representado por um filtro passa-baixas cuja característica é dada pela faixa de passagem do circuito ressonante transladada para a origem. Na entrada desse filtro, o tremor recebido na entrada do repetidor é adicionado a um ruído branco $\phi(t)$, que representa o tremor adicionado em cada repetidor. O ruído $\phi(t)$ é o mesmo em todos os repetidores da cadeia.

Uma cadeia de repetidores idênticos pode ser representada como na Fig. 3.11.

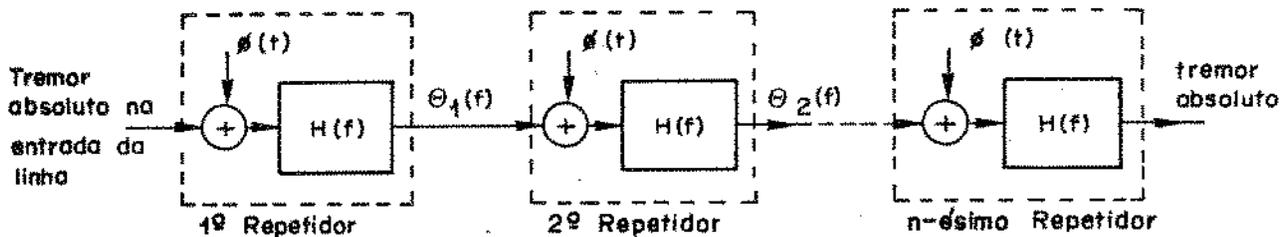


Fig. 3.11 - Modelo de acumulação de tremor na linha

A característica $H(f)$ é dada pela faixa de passagem do circuito ressonante. No caso em que este é um circuito tanque LC, teremos

$$H(f) = \frac{1}{1 + j \frac{f}{B}} \quad (3.55)$$

onde $B = \frac{f_0}{2Q}$

$f_0 = 1/T =$ taxa de repetição dos pulsos

$Q =$ fator de qualidade do tanque

Chamando de $\phi(f)$ a transformada de Fourier de uma amostra do sinal aleatório $\phi(t)$, e de $\theta_i(f)$ a do correspondente tremor absoluto na saída do i -ésimo repetidor da linha, teremos, admitindo que o sinal digital na entrada da linha seja isento de tremor,

$$\begin{aligned} \theta_1(f) &= \phi(f) \cdot H(f) \\ \theta_2(f) &= \phi(f) \cdot [H(f) + H^2(f)] \\ &\vdots \\ \theta_n(f) &= \phi(f) \cdot [H(f) + H^2(f) + \dots + H^n(f)] \end{aligned} \quad (3.56)$$

Através da eq. (3.56) vê-se que, se $|H(f)| > 1$ para alguma frequência não nula, o tremor tenderá a oscilar com intensidade crescente ao longo da linha, dando origem às possíveis instabilidades. Por isso, é necessário evitar que $|H(f)| > 1$, ou seja, que o repetidor apresente ganho de tremor, para todo $f \neq 0$. No caso em que o circuito ressonante é um circuito tanque, essa condição é automaticamente satisfeita pela eq. (3.55). Quando se trata de um oscilador de fase a marrada (PLL), é necessário garanti-la mediante um projeto cuidadoso do filtro passa-baixas correspondente [12].

Supondo que os repetidores da cadeia utilizam circuitos ressonantes de primeira ordem, podemos relacionar as eqs. (3.55) e (3.56), obtendo

$$\begin{aligned} \theta_n(f) &= \phi(f) \cdot \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{1 + j \frac{f}{B}} \right]^i = \\ &= \begin{cases} \phi(f) \cdot \frac{B}{jf} \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{1 + j \frac{f}{B}} \right)^n \right], & f \neq 0 \\ n \cdot \phi(f) & , \quad f=0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.57)$$

A eq. (3.57) está associada a uma amostra $\phi(t)$ de um processo aleatório, que por sua vez é determinada pela sequência de pulsos transmitida. De maior interesse é a relação entre as densidades espectrais de potência do tremor absoluto na saída do n -ésimo repetidor, que chamaremos $G_n(f)$, e do sinal $\phi(t)$ de excitação, que podemos chamar de Φ , por se tratar de uma densidade espectral plana. Assim, da eq. (3.57) obtemos:

$$G_n(f) = \begin{cases} \phi \cdot \left(\frac{B}{f}\right)^2 \cdot \left|1 - \left(\frac{1}{1+j f/B}\right)^n\right|^2, & f \neq 0 \\ n^2 \cdot \phi & f = 0 \end{cases} \quad (3.58)$$

A propagação do tremor ao longo da linha pode ser mostrada observando-se o comportamento da potência do tremor absoluto na saída do n-ésimo repetidor, que será

$$\overline{\Theta_n^2} = \int_{-\infty}^{\infty} G_n(f) df \quad (3.59)$$

Fazendo-se $f/B = \tan \lambda$, teremos

$$H(f) = \frac{1}{1 + j f/B} = \cos \alpha \cdot e^{-j\lambda} \quad (3.60a)$$

$$G_n(f) = \phi \cdot \cot^2 \lambda \cdot (1 + \cos^{2n} \lambda - 2 \cos^n \lambda \cdot \cos n\lambda) \quad (3.60b)$$

$$df = \frac{B}{\cos^2 \lambda} \cdot d\lambda \quad (3.60c)$$

Substituindo na eq. (3.59), obtemos

$$\overline{\Theta_n^2} = \phi B \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1 + \cos^{2n} \lambda - 2 \cos^n \lambda \cdot \cos n\lambda}{\sin^2 \lambda} d\lambda \quad (3.61)$$

Portanto, o tremor acumulado será inversamente proporcional a $Q^{1/2}$. Os repetidores com alto Q causam menos tremor acumulado na linha. O padrão de crescimento do tremor ao longo da linha, no entanto, não depende do valor do fator Q. Isto está mostrado na Fig. 3.12.

Para os primeiros repetidores, o tremor cumulativo absoluto pode ser obtido a partir da eq. (3.61),

$$\overline{\Theta_1^2} = \pi \phi B \quad (3.62a)$$

$$\overline{\Theta_2^2} = 5/2 \pi \phi B \quad (3.62b)$$

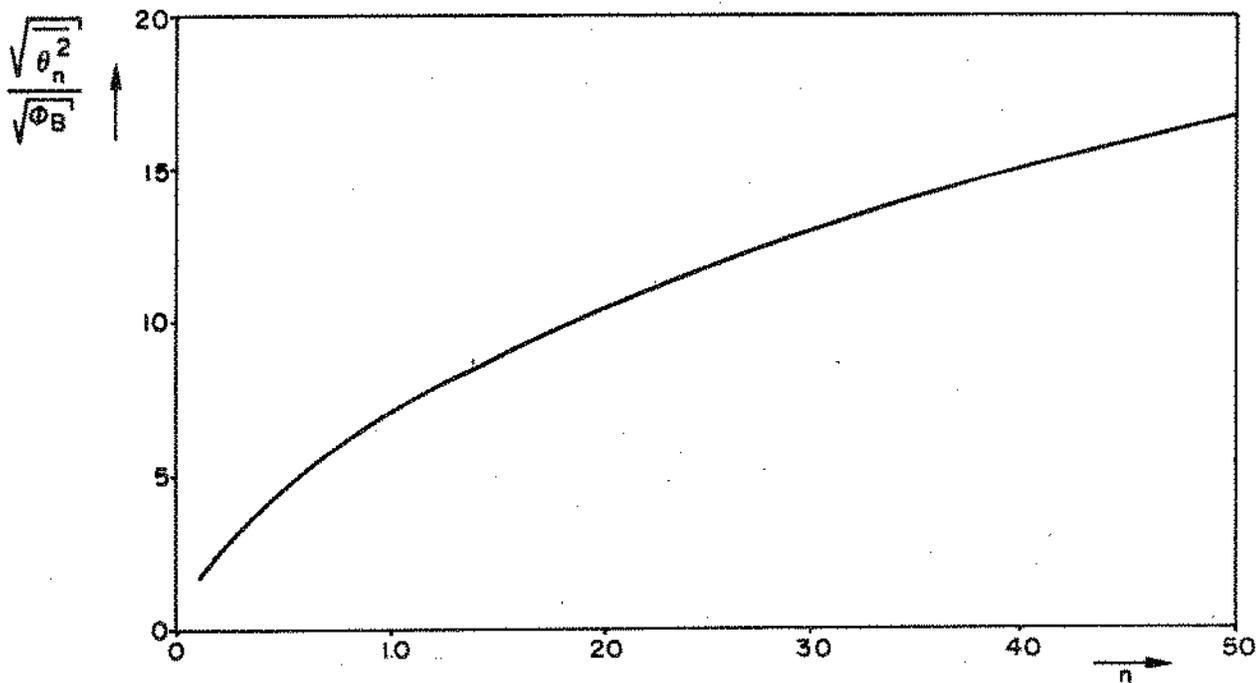


Fig. 3.12 - Padrão de crescimento do tremor absoluto ao longo da linha homogênea

Portanto, do primeiro para o segundo repetidor, o tremor rms absoluto cresce por um fator de $\sqrt{2,5}$. Os acréscimos diminuem daí para frente, não há convergência; o tremor absoluto tende a infinito quando o número de repetidores cresce ilimitadamente.

Através da eq. (3.28), vê-se que quando o número de repetidores da cadeia tende a infinito, o tremor absoluto resultante tenderá a

$$G_{\infty}(f) = \phi\left(\frac{B}{f}\right)^2 \quad (3.63)$$

Portanto, para cada frequência não-nula em particular, a densidade espectral do tremor convergirá a um valor finito. A única frequência em que não haverá convergência é a frequência zero, e é por causa dessa divergência localizada que o tremor rms também diverge.

Assim, a medida em que o tremor se acumula na linha, o seu conteúdo espectral se concentra nas baixas frequências, conforme se vê na Fig. 3.13. Isto significa que o tremor acrescido é cada vez mais lento.

3.6.2. - ACOMODAÇÃO DAS POSIÇÕES DOS PULSOS

Em um repetidor regenerativo, o erro dinâmica no instan

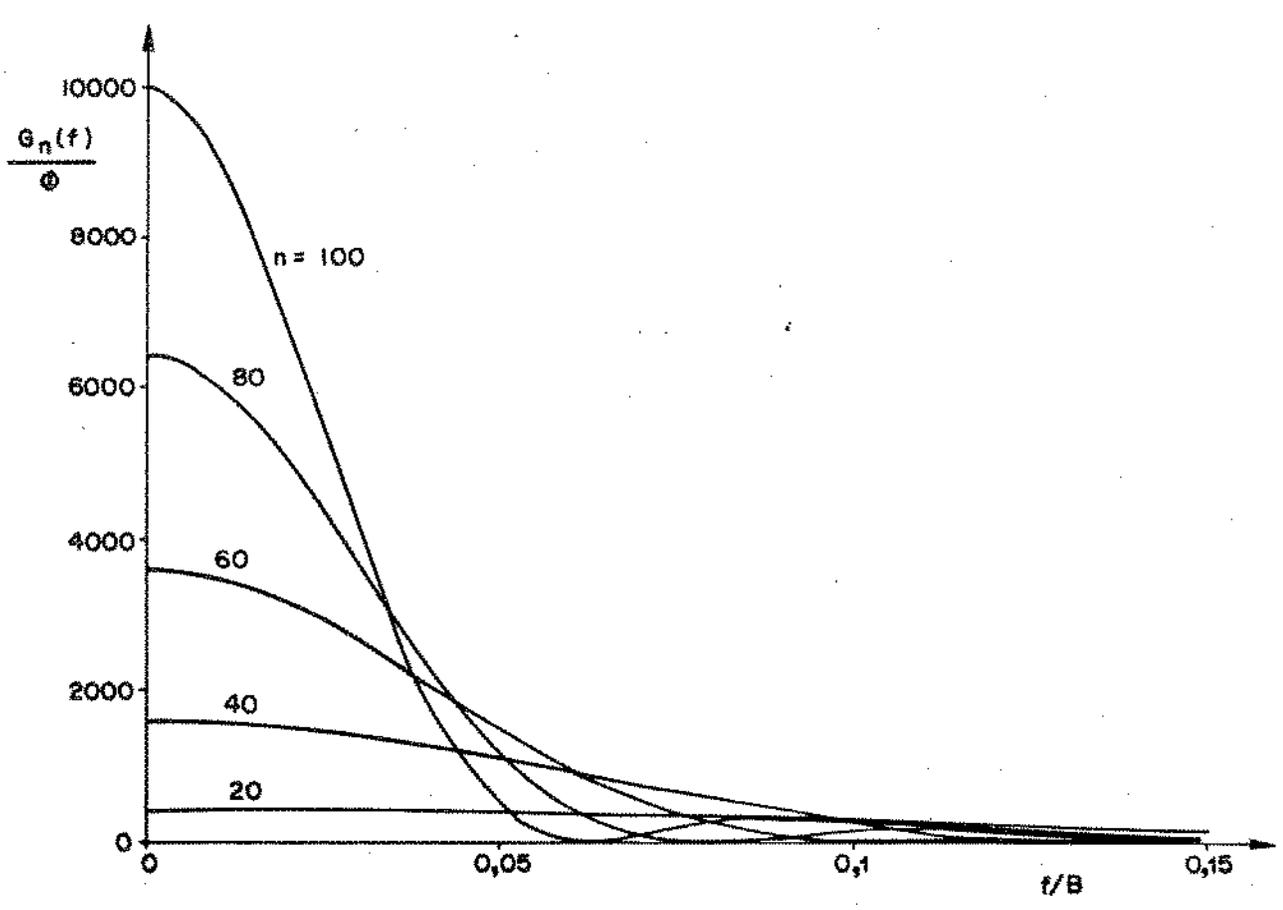
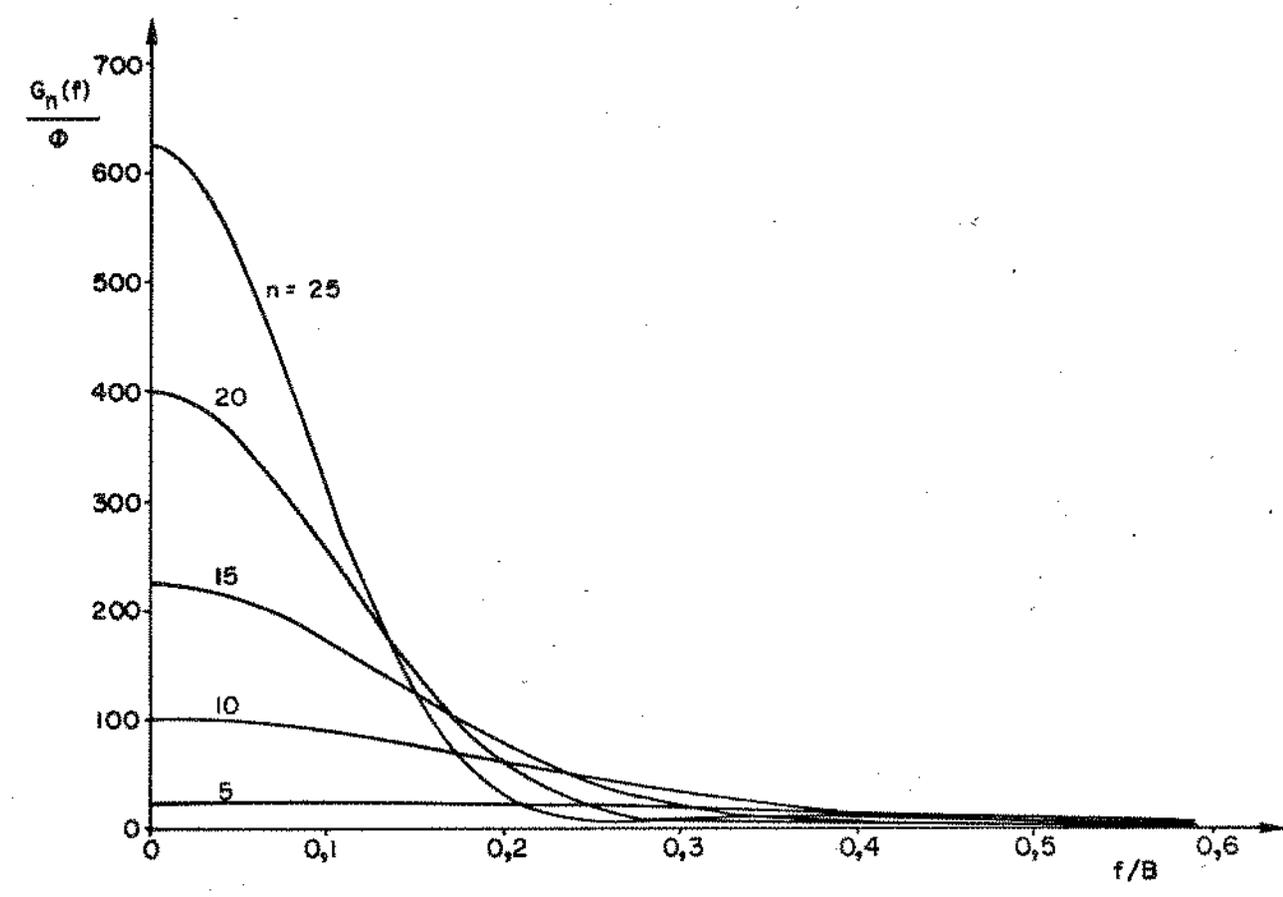


Fig. 3.13 - Evolução da densidade espectral do tremor absoluto ao longo da linha

te de amostragem dos pulsos equalizados depende unicamente da diferença entre o tremor do relógio recuperado e o tremor dos próprios pulsos amostrados. Por isso, essa diferença, que é o tremor de alinhamento, é o parâmetro importante para a determinação da influência do tremor sobre o desempenho dos repetidores.

Chamando de $\Delta\theta_n(f)$ a transformada de Fourier do tremor de alinhamento no n-ésimo repetidor da linha, da eq. (3.56) temos

$$\Delta\theta_n(f) = \theta_n(f) - \theta_{n-1}(f) = \phi(f) \cdot H^n(f) \quad (3.64)$$

Designando por $G_{an}(f)$ a densidade espectral de potência desse tremor de alinhamento, temos

$$G_{an}(f) = \phi |H(f)|^{2n} \quad (3.65)$$

Esta equação indica claramente a necessidade de se evitar que se tenha $|H(f)| > 1$ em alguma frequência. Em caso contrário, o tremor de alinhamento cresceria ao longo da linha, afetando o desempenho do sistema e tornando impossível a transmissão acima de uma determinada distância.

Com o $H(f)$ dado pela eq. (3.55) temos

$$G_{an}(f) = \phi \cdot \left| \frac{1}{1 + j f/B} \right|^{2n} = \phi \cdot \cos^{2n} \lambda \quad (3.66)$$

onde $\lambda = \tan^{-1} f/B$.

Vê-se pela eq. (3.66) que a potência do tremor de alinhamento cai ao longo da linha, tendendo a zero em todas as frequências exceto para $f=0$. Assim, a acumulação do tremor absoluto em linhas longas não constitui um impedimento para a transmissão. Na verdade, de todos os repetidores da linha, o que tem o desempenho mais afetado pelo tremor é exatamente o primeiro, que recebe o sinal imune de tremor. A partir dele, há um processo de acomodação das posições dos pulsos que faz com que o tremor de alinhamento diminua ao longo da linha. As posições dos pulsos amostrados e as dos pulsos de relógio se tornam mais próximos entre si, ainda que mais tremidas em relação a uma fase fixa de referência.

A redução do tremor sistemático de alinhamento indica que, após os primeiros repetidores, os erros de alinhamento serão determinados por causas não sistemáticas, que dependem de cada repetidor

em particular. Em termos quantitativos, essa queda pode ser obtida integrando-se a eq. (3.66), resultando para o quadrado do valor rms da componente sistemática do tremor de alinhamento

$$\begin{aligned} \overline{(\Delta\theta_n)^2} &= \int_{-\infty}^{\infty} G_{an}(f) df = \Phi B \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^{2n-2}\lambda d\lambda = \\ &= \pi \Phi B \frac{(2n-2)!}{2^{2n-2} [(n-1)!]^2} \end{aligned} \quad (3.67)$$

Observa-se que $(\Delta\theta_1)^2 = \overline{\theta_1^2} = \pi\Phi B$. Isto é um resultado da hipótese de tremor nulo no sinal de entrada, e que faz com que o tremor absoluto gerado no primeiro repetidor seja também o seu tremor de alinhamento.

A Fig. 3.14 mostra a evolução do tremor sistemático de alinhamento ao longo da linha. Aplicando a fórmula de Stirling para números grandes, pode-se obter a seguinte expressão assintótica para a eq. (3.67)

$$\overline{(\Delta\theta_n)^2} \cong \Phi B \sqrt{\pi/B}, \quad n \text{ grande} \quad (3.68)$$

que indica que a componente sistemática do tremor de alinhamento cai ao longo da linha com $n^{-1/4}$.

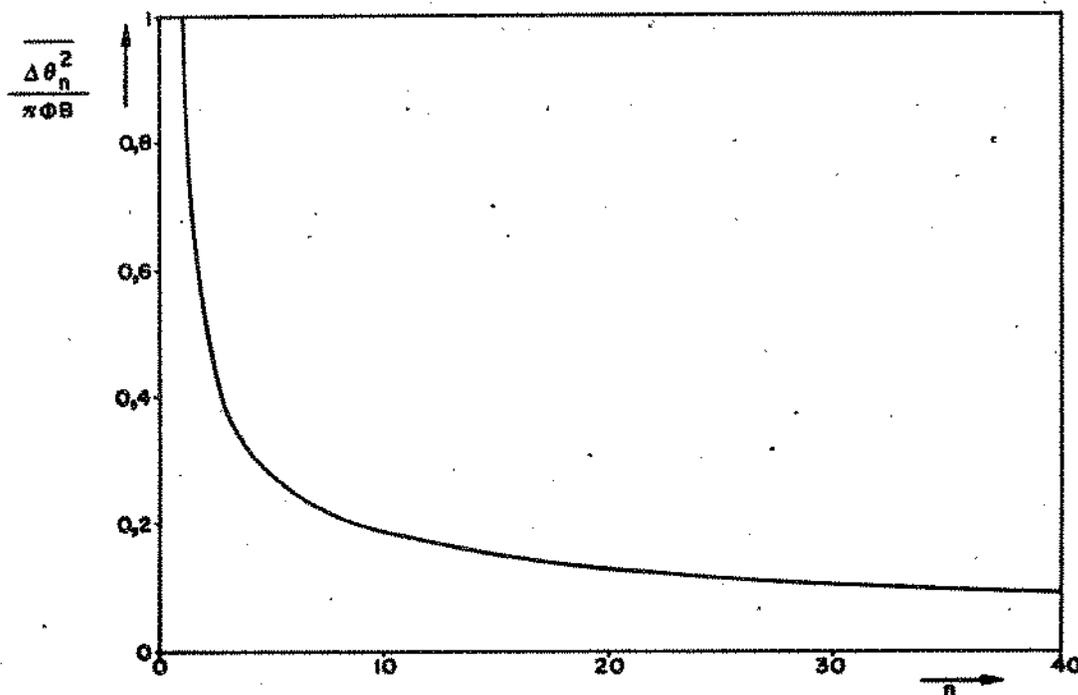


Fig. 3.14 - Variação da potência média do tremor de alinhamento ao longo da linha homogênea

3.6.3 - ESPAÇAMENTO ENTRE MARCAS ADJACENTES

Uma outra variável que deve ser examinada é o espaçamento entre pulsos adjacentes do sinal de relógio, que se reflete diretamente no espaçamento entre marcas adjacentes no sinal transmitido. Se esse espaçamento se afasta consideravelmente do valor nominal, a interferência entre símbolos no repetidor seguinte poderá piorar.

Chamando de $\Delta_n(t)$ a diferença de fase entre pulsos adjacentes em termo do instante t na saída do n -ésimo repetidor, temos

$$\Delta_n(t) = \theta_n(t + T/2) - \theta_n(t - T/2) \quad (3.69)$$

de onde se obtém

$$\begin{aligned} \Delta_n(f) &= \theta_n(f) \cdot (e^{j\pi fT} - e^{-j\pi fT}) \\ &= 2j \theta_n(f) \cdot \text{sen } \pi fT \end{aligned} \quad (3.70)$$

sendo $G_{en}(f)$ a densidade espectral de potência de $\Delta_n(t)$, temos

$$G_{en}(f) = 4G_n(f) \cdot \text{sen}^2 \pi fT \quad (3.71)$$

O valor rms do erro de espaçamento pode ser obtido pela integração desse espectro. Para o primeiro repetidor da linha, temos

$$\begin{aligned} \overline{\Delta_1^2} &= 4\phi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{sen}^2 \pi fT}{1 + (f/B)^2} df \\ &= 2\pi\phi B (1 - e^{-2\pi BT}) \end{aligned} \quad (3.72)$$

Uma vez que

$$BT = \frac{B}{f_0} = \frac{1}{2Q} \ll 1$$

$$\overline{\theta_1^2} = \pi\phi B,$$

obtemos

$$\overline{\Delta_1^2} \cong \overline{\theta_1^2} \frac{2\pi}{Q} \quad (3.73)$$

Observa-se que, para $Q > 2\pi$, o valor rms do erro de espaçamento entre marcas adjacentes está menor que o tremor rms do primeiro repetidor. Como este último não pode passar de alguns graus sem prejudicar fortemente o desempenho do repetidor, vê-se que o erro de espaçamento entre pulsos adjacentes no primeiro repetidor será sempre tolerável.

Para verificar se os erros de espaçamento tendem a crescer ao longo da linha, vamos considerar uma linha infinita. Substituindo a eq. (3.62) na eq. (3.71), obtemos

$$G_{e\infty}(f) = 4\phi (B/f)^2 \text{sen}^2 \pi fT \quad (3.74)$$

Integrando sobre todas as frequências para obter o valor quadrático médio do erro de temos

$$\begin{aligned} \overline{\Delta_{\infty}^2} &= 4\phi B^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{sen}^2 \pi fT}{f^2} df \\ &= \frac{2\pi}{Q} \cdot \pi\phi B \end{aligned}$$

E, assim,

$$\overline{\Delta_{\infty}^2} = \overline{\theta_1^2} \cdot \frac{2\pi}{Q} \quad (3.75)$$

Comparando as eqs. (3.73) e (3.75), verifica-se que o erro de espaçamento se mantém quase inalterado, não havendo mais do que um crescimento mínimo ao longo da linha. Isto se deve ao caráter cada vez mais lento do tremor acumulado.

3.7 - REDUÇÃO DE TREMOR

A redução do tremor em um sistema de transmissão digital pode ser conseguida de duas maneiras possíveis. Primeiro, através do uso de um código de linha que dê origem a um menor tremor e, segundo, por meio da transformação do padrão de pulsos.

O tremor produzido em um repetidor é uma função da relação entre a potência da componente de sinal na frequência de repeti

ção dos pulsos e a potência do ruído que passa pelo filtro do circuito de extração. A amplitude da componente na frequência de repetição dos pulsos é dependente da densidade de pulsos do sinal digital. Daí, uma maneira de se reduzir o tremor é escolher um código de linha que apresente uma densidade de pulsos mais favorável.

Um tipo de código que tem sido largamente utilizado é o chamado código de alta densidade de bits (HDB). A versão utilizada no sistema MCP desenvolvido na UNICAMP é a estrutura HDB3 [19]. Este código é muito semelhante ao bipolar alternado simples mas admite no máximo três zeros consecutivos. Sequências de quatro zeros são substituídas por quatro pulsos, sendo os dois primeiros de polaridade oposta ao do último pulso transmitido e os dois últimos de mesma polaridade daquele.

O segundo método consiste de uma recodificação do trem de pulsos a ser transmitido através de uma transformação de padrão. A través desta transformação, as longas sequências de marcas ou espaços e as repetições de padrão simples são alteradas. Isto diminui o surgimento de tremor sistemático, o qual, como visto no item anterior, acumula mais rapidamente ao longo de uma cadeia de repetidores. Uma recodificação do trem de pulsos pode ser conseguida por meio de um "embaralhador", colocado na entrada da linha, o qual fornece um novo trem de pulsos, sistematicamente relacionado ao anterior, mas em um sentido geral é "mais aleatório" [7]. Um "embaralhador" análogo ao primeiro, colocado no final da linha, permite "desembaralhar" o trem de pulsos e recuperar a sequência original.

CAPÍTULO 4

ESTUDO DA NÃO-LINEARIDADE

4.1 - NÃO-LINEARIDADE RETIFICAÇÃO E CEIFAMENTO

Na Fig. 4.1 temos uma representação da operação de retificação e ceifamento dos pulsos do sinal digital. O sinal $x(t)$ aqui será uma sequência digital obedecendo ao código binário alternado (AMI), já definido anteriormente. O sinal resultante desta operação não-linear será então analisado a fim de se determinar o valor da amplitude da componente do sinal na frequência de repetição dos pulsos, bem como a densidade espectral da componente de ruído do sinal na mesma frequência.

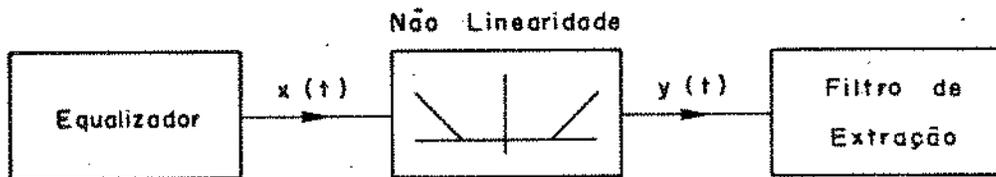


Fig. 4.1 - Não-linearidade tipo retificação e ceifamento

Os parâmetros do pulso e da não-linearidade serão modificados a fim de se determinar o efeito dos mesmos na relação entre a potência do sinal e de ruído na saída do filtro de extração de relógio.

Para proceder a um estudo da não-linearidade precisamos antes determinar as características dos pulsos do sinal a serem submetidos à mesma.

4.1.1 - INTERFERÊNCIA ENTRE PULSOS NO CÓDIGO BIPOLAR ALTERNADO

Podemos supor que o sinal $x(t)$ aplicado à não-linearidade de acima seja uma sequência digital dada pela eq. (3.1), que transcrevemos a seguir.

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t-nT) \quad (4.1)$$

onde a variável aleatória a_n obedece ao código AMI e o pulso padrão $g(t)$ é do tipo coseno levantado, como visto no item 2.3.5.

Na Fig. 4.2 temos a representação no domínio do tempo do pulso coseno levantado para vários valores do fator de alargamento de faixa, α . Por ser este pulso simétrico em relação à origem, fez-se sua representação apenas para os valores positivos do tempo. Pode-se facilmente verificar através desta representação que, para va

lores mais altos do fator de alargamento de faixa, os picos da cauda do pulso caem muito rapidamente com o tempo.

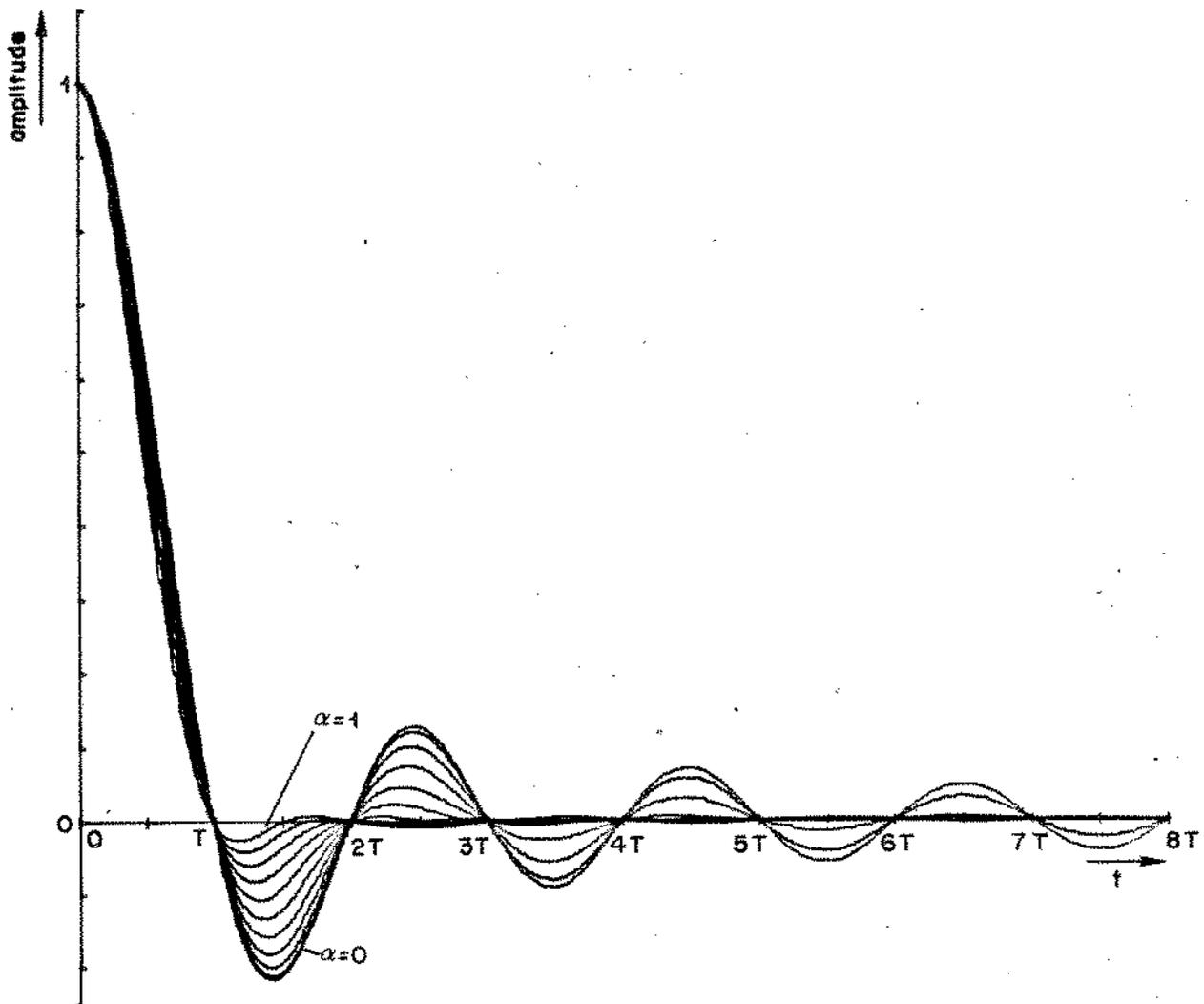


Fig. 4.2 - Pulso tipo coseno levantado

Na prática, devido às dificuldades de projeto e implementação do equalizador, bem como devido às restrições quanto à decisão, os pulsos, usualmente, possuem fator de alargamento de faixa maior que 0,3. Portanto, é bastante razoável, à vista da representação do pulso da Fig. 4.2, considerar desprezíveis, na janela de tempo em consideração, as contribuições da cauda dos pulsos que ocorrem a uma distância superior a dois intervalos de pulsos.

Em face do exposto acima, consideramos aqui significativas apenas as interferências em um dado pulso daqueles que ocorrem nas duas janelas de tempo anteriores e nas duas posteriores. Ressalta-se, contudo, que os métodos aqui utilizados são aplicáveis também aos casos em que se deseja uma precisão maior no procedimen

to; apenas, uma precisão maior implicará em um esforço computacional muito maior.

Desta maneira, considerando-se apenas a contribuição dos pulsos das quatro janelas temporais vizinhas, o sinal $x(t)$ na entrada da não-linearidade, dado pela eq. (4.1), resulta expresso por

$$x(t) = a_0 g(t) + a_{-1} g(t+T) + a_{-2} g(t+2T) + a_1 g(t-T) + a_2 g(t-2T) \quad (4.2)$$

onde a_0 representa a amplitude do pulso no intervalo de tempo de referência, a_{-1} a amplitude no intervalo anterior, a_{-2} a amplitude no segundo intervalo anterior, a_1 a amplitude no intervalo posterior e a_2 a amplitude no segundo intervalo posterior.

No caso do código AMI, considerando pulsos de amplitude unitária, podemos ter as combinações possíveis para os símbolos a_n dados na Tabela 4.1. Considera-se aqui não relevante a contribuição dos pulsos vizinhos no intervalo de referência quando não ocorre pulso no mesmo.

i	a_{-2}	a_{-1}	a_0	a_1	a_2
0	x	x	0	x	x
1	0	0	1	0	0
2	0	0	1	-1	0
3	0	-1	1	0	0
4	0	-1	1	-1	0
5	0	0	1	0	-1
6	0	0	1	-1	1
7	0	-1	1	0	-1
8	0	-1	1	-1	1
9	-1	0	1	0	0
10	-1	0	1	-1	0
11	1	-1	1	0	0
12	1	-1	1	-1	0
13	-1	0	1	0	-1
14	-1	0	1	-1	1
15	1	-1	1	0	-1
16	1	-1	1	-1	1

Tabela 4.1 - Combinações possíveis para os símbolos a_n

No primeiro caso não existe pulso no intervalo de tempo de referência; no segundo caso temos o pulso padrão $g(t)$ imune de interferência, uma vez que não ocorre pulsos nas janelas de tempo anteriores e posteriores à de referência. A Fig. 4.3a ilustra esta condição, onde se tem um pulso do tipo coseno levantado com fator de alargamento de faixa igual a zero. Já no terceiro caso ocorre a interferência do pulso posterior, o que está mostrado na Fig. 4.3b; uma interferência do pulso anterior ocorre no quarto caso, como mostrado na Fig. 4.3c. Na possibilidade seguinte tem-se as interferências dos dois pulsos adjacentes sobre o pulso do intervalo de tempo considerado; a Fig. 4.3a ilustra esta situação. E, assim por diante, poder-se-á continuar descrevendo todos as outras combinações possíveis.

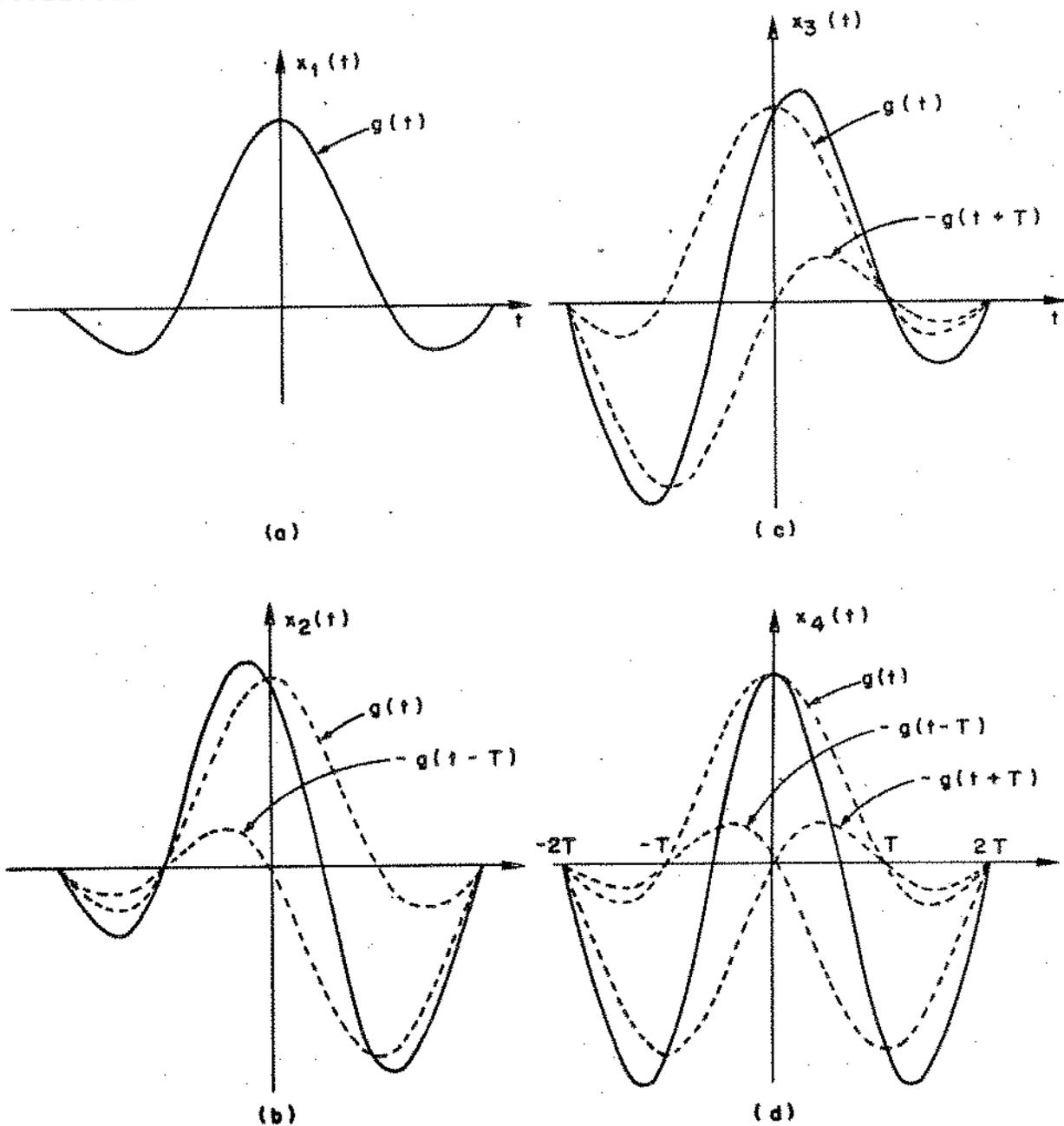


Fig. 4.3 - Alguns pulsos resultantes de interferência entre pulsos do tipo coseno levantado

Podemos designar cada um dos pulsos resultantes em cada uma das combinações indicadas na Tabela 4.1 de $x_0(t)$, $x_1(t)$, $x_2(t)$, ..., $x_{16}(t)$. Então, considerando a eq. (4.2), temos

$$x_0(t) = 0$$

$$x_1(t) = g(t)$$

$$x_2(t) = g(t) - g(t-T)$$

$$x_3(t) = g(t) - g(t+T)$$

$$x_4(t) = g(t) - g(t-T) - g(t+T)$$

$$x_5(t) = g(t) - g(t-2T)$$

$$x_6(t) = g(t) - g(t-T) + g(t-2T)$$

$$x_7(t) = g(t) - g(t+T) - g(t-2T)$$

$$x_8(t) = g(t) - g(t-T) - g(t+T) + g(t-2T)$$

$$x_9(t) = g(t) - g(t+2T)$$

$$x_{10}(t) = g(t) - g(t-T) - g(t+2T)$$

$$x_{11}(t) = g(t) - g(t+T) + g(t+2T)$$

$$x_{12}(t) = g(t) - g(t-T) - g(t+T) + g(t+2T)$$

$$x_{13}(t) = g(t) - g(t-2T) - g(t+2T)$$

$$x_{14}(t) = g(t) - g(t-T) + g(t-2T) - g(t+2T)$$

$$x_{15}(t) = g(t) - g(t+T) - g(t-2T) + g(t+2T)$$

$$x_{16}(t) = g(t) - g(t-T) - g(t+T) + g(t-2T) + g(t+2T)$$

Na Fig. 4.4 temos desenhado os quatro primeiros pulsos da lista acima durante o intervalo de tempo $-T$ a T , correspondentes às quatro situações representadas na Fig. 4.3.

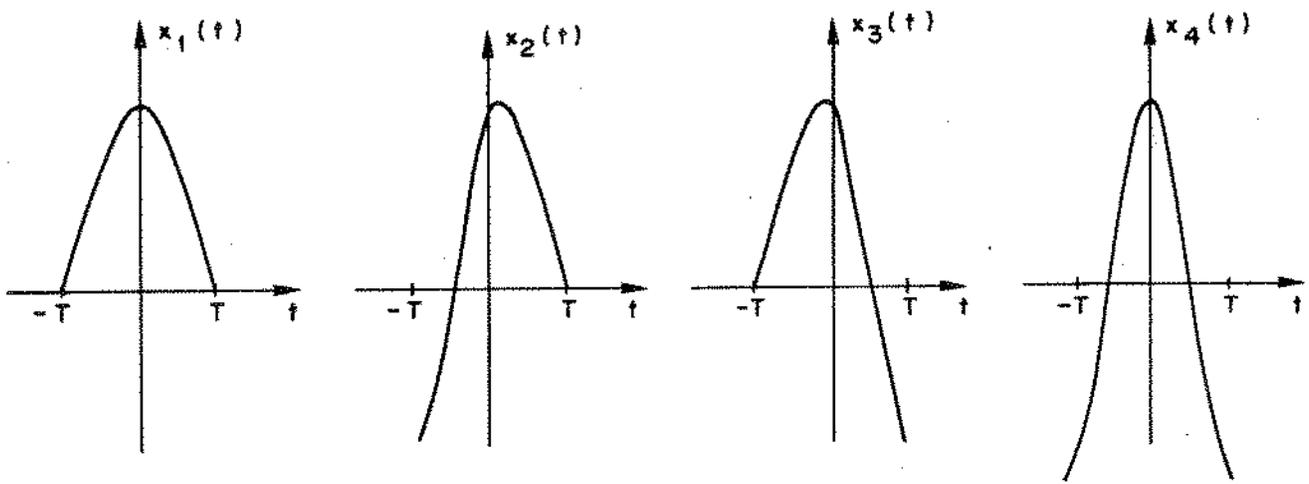


Fig. 4.4 - Pulsos $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ e $x_4(t)$

Podemos facilmente verificar a forte influência que têm os pulsos adjacentes sobre o pulso de referência. Em consequência, a energia associada a cada pulso varia de um para outro. Por exemplo, o pulso $x_1(t)$ resulta com uma largura acentuadamente maior que o pulso $x_4(t)$. Por outro lado, o instante em que o pulso alcança o máximo pode resultar deslocado no tempo em relação ao instante nominal de ocorrência. Pode-se notar que o pico de $x_2(t)$ está atrasado no tempo, enquanto que o pulso $x_3(t)$ está adiantado. Estes e feitos constituem uma fonte de tremor, como já mencionado anteriormente.

4.1.2 - RETIFICAÇÃO E CEIFAMENTO DOS PULSOS

No item anterior, ao construir a Tabela 4.1, já consideramos positivos os pulsos que ocorrem no intervalo de tempo de referência, ou seja, já consideramos uma retificação dos pulsos. O sinal $y(t)$ na saída do circuito não-linear é obtido submetendo-se o sinal $x(t)$, após retificado, a um ceifamento a um determinado nível C , como mostrado na Fig. 4.5.

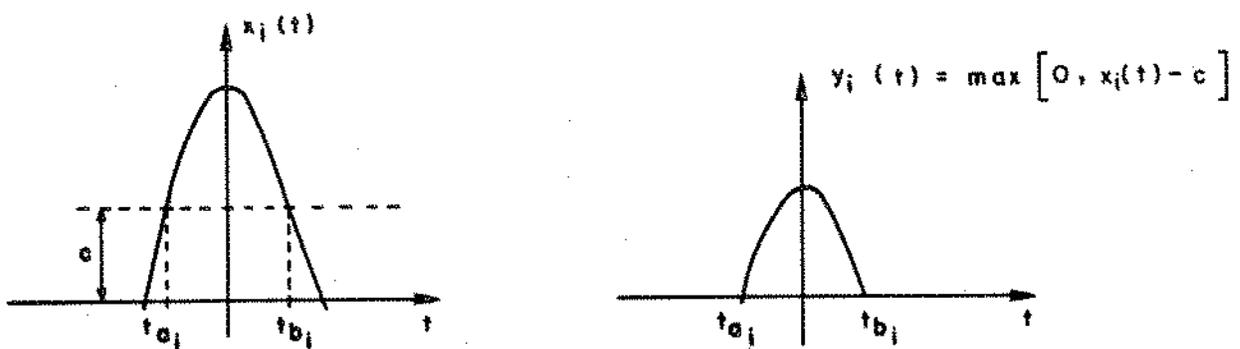


Fig. 4.5 - Operação de ceifamento de pulso

Se o sinal $x(t)$, em um dado intervalo de tempo, é um dos pulsos $x_i(t)$, $i=0,1,2,\dots,16$, relacionados nas eqs. (4.3), o sinal $y(t)$, no mesmo intervalo de tempo, será o pulso $y_i(t)$ correspondente. O sinal $y(t)$ pode ser expresso na forma da eq. (A.1), a saber

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_n(t-nT) \quad (4.4)$$

onde $y_n(t) = g_0(t)$, ou $g_1(t)$, ou $g_2(t)$, ou...ou $g_{16}(t)$ (4.5)

e cada um dos pulso $g_i(t)$ pode ser representado por

$$g_i(t) = \begin{cases} [x_i(t) - C] \text{ ret } t' , & i=1,2,3,\dots,16 \\ 0 & , i=0 \end{cases} \quad (4.6)$$

onde

$$\text{ret } t' = \text{ret } \frac{t - \frac{t_{a_i} + t_{b_i}}{2}}{t_{b_i} - t_{a_i}} = \begin{cases} 1 , & t_{a_i} < t < t_{b_i} \\ 0 , & t < t_{a_i} , t > t_{b_i} \end{cases} \quad (4.7)$$

onde t_{a_i} e t_{b_i} são as raízes de $x_i(t) = C$, com $t_{b_i} > t_{a_i}$.

A transformada de Fourier do pulso $g_i(t)$ será dada por

$$G_i(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g_i(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

Considerando as eqs. (4.6) e (4.7), temos

$$G_i(f) = \begin{cases} \int_{t_{a_i}}^{t_{b_i}} [x_i(t) - C] e^{-j2\pi ft} dt , & i=1,2,3,\dots,16 \\ 0 & , i=0 \end{cases} \quad (4.8)$$

Se o pulso padrão do tipo coseno levantado, temos em en tão que

$$g(t) = \frac{\text{sen } \frac{\pi t}{T}}{\frac{\pi t}{T}} \cdot \frac{\cos \alpha \pi \frac{t}{T}}{1 - \left(\frac{2\alpha t}{T}\right)^2}$$

Para este tipo de pulso, considerando as eqs. (4.2), (4.3) e (4.9), podemos escrever

$$x_0(t) = 0$$

$$x_1(t) = a(t) \cdot b(t)$$

$$x_2(t) = a(t) [b(t) + c(t)]$$

$$x_3(t) = a(t) [b(t) + d(t)]$$

$$x_4(t) = a(t) [b(t) + c(t) + d(t)]$$

$$x_5(t) = a(t) [b(t) + e(t)]$$

$$x_6(t) = a(t) [b(t) + c(t) - e(t)]$$

$$x_7(t) = a(t) [b(t) + d(t) + e(t)]$$

$$x_8(t) = a(t) [b(t) + c(t) + d(t) - e(t)]$$

$$x_9(t) = a(t) [b(t) + f(t)]$$

$$x_{10}(t) = a(t) [b(t) + c(t) + f(t)]$$

$$x_{11}(t) = a(t) [b(t) + d(t) - f(t)]$$

$$x_{12}(t) = a(t) [b(t) + c(t) + d(t) - f(t)]$$

$$x_{13}(t) = a(t) [b(t) + e(t) + f(t)]$$

$$x_{14}(t) = a(t) [b(t) + c(t) - e(t) + f(t)]$$

$$x_{15}(t) = a(t) [b(t) + d(t) + e(t) - f(t)]$$

$$x_{16}(t) = a(t) [b(t) + c(t) + d(t) - e(t) - f(t)] \quad (4.10)$$

onde

$$a(t) = \frac{\text{sen } \frac{\pi t}{T}}{\frac{\pi t}{T}} \quad (4.11)$$

$$b(t) = \frac{\cos \alpha \pi \frac{\pi t}{T}}{1 - \left(\frac{2\alpha t}{T}\right)^2} \quad (4.12)$$

$$c(t) = \frac{t \cos \frac{\alpha \pi}{T} (t-T)}{(t-T) \left[1 - \left(\frac{2\alpha}{T}\right)^2\right] (t-T)^2} \quad (4.13)$$

$$d(t) = \frac{t \cos \frac{\alpha \pi}{T} (t+T)}{(t+T) \left[1 - \left(\frac{2\alpha}{T}\right)^2\right] (t+T)^2} \quad (4.14)$$

$$e(t) = \frac{-t \cos \frac{\alpha \pi}{T} (t-2T)}{(t-2T) \left[1 - \left(\frac{2\alpha}{T}\right)^2\right] (t-2T)^2} \quad (4.15)$$

$$f(t) = \frac{-t \cos \frac{\alpha \pi}{T} (t+2T)}{(t+2T) \left[1 - \left(\frac{2\alpha}{T}\right)^2\right] (t+2T)^2} \quad (4.16)$$

Combinando agora as eqs. (4.8) e (4.10), pode-se determinar os valores de $G_i(f)$, $i=1,2,\dots,16$. Verifica-se que a determinação por meios analíticos destes valores é, em virtude da presença dos parâmetros C e α , impraticável. Neste trabalho recorreu-se a métodos computacionais para a solução dos mesmos.

4.1.3 - PROBABILIDADE DE OCORRÊNCIA DOS PULSOS

Para a determinação dos resultados procurados precisamos conhecer a probabilidade de ocorrência de cada um dos pulsos caracterizados no item anterior, a saber, as probabilidades

$$P\{y_n(t) = g_i(t)\}, \quad i=1,2,\dots,16$$

Já vimos anteriormente que para o código AMI se tem

$$P\{a_n=0\} = 2P\{a_n=1\} = 2P\{a_n=-1\} = 1/2 \quad (4.17)$$

Uma inspeção na Tabela 4.1 indica que os pulsos $g_i(t)$ não são equi prováveis e nem independentes. A ocorrência de um determinado pulso $g_i(t)$ depende do pulso ocorrido na janela temporal anterior. A través da Tabela 4.1 e das eqs. (4.3), podemos obter as informações ordenadas na Tabela 4.2 a seguir, onde omite-se para simplificação a variável t de $g_i(t)$.

Após o pulso	somente poderá ocorrer o pulso	com probabilidade
g_0	g_0 $g_1, g_2, g_5, g_6, g_9, g_{10}, g_{13}$ ou g_{14}	$1/2$ $1/16$
g_1	g_0	1
g_2	g_3 ou g_7	$1/2$
g_3	g_0	1
g_4	g_{11} ou g_{15}	$1/2$
g_5	g_0	1
g_6	g_4 ou g_8	$1/2$
g_7	g_0	1
g_8	g_{12} ou g_{16}	$1/2$
g_9	g_0	1
g_{10}	g_3 ou g_7	$1/2$
g_{11}	g_0	1
g_{12}	g_{11} ou g_{15}	$1/2$
g_{13}	g_0	1
g_{14}	g_4 ou g_8	$1/2$
g_{15}	g_0	1
g_{16}	g_{12} ou g_{16}	$1/2$

Tabela 4.2 - Relações de probabilidade entre os pulsos $g_i(t)$

Com as informações da Tabela 4.2, podemos construir o diagrama de transição dos pulsos, mostrado na Fig. 4.6.

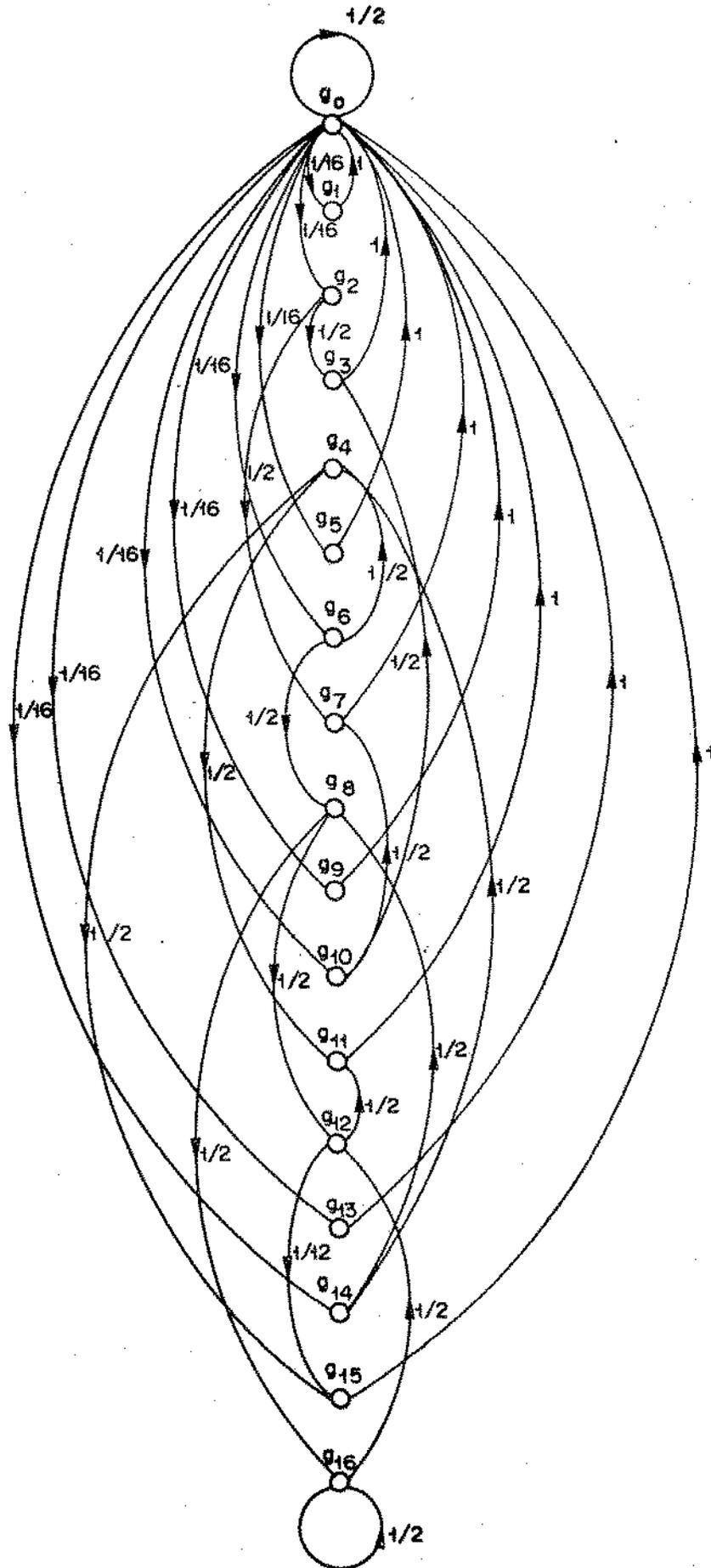


Fig. 4.6 - Diagrama de transição dos pulsos $g_i(t)$

As matrizes de transição $\bar{F}^{(n)}$ correspondentes ao diagrama de transição da Fig. 4.6 são dados a seguir para $n=1$ e $n=2$.

i/j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0	1/2	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1/2	0	0	0	1/2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1/2	0	0	0	1/2	0
5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	1/2	0	0	0	1/2	0	0	0	0	0	0	0	0
7	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1/2	0	0	0	1/2
9	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	1/2	0	0	0	1/2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1/2	0	0	0	1/2	0
13	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	1/2	0	0	0	1/2	0	0	0	0	0	0	0	0
15	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1/2	0	0	0	1/2

$$\bar{F}(1) =$$

i/j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0	1/2	1/32	1/32	1/16	1/16	1/32	1/32	1/16	1/16	1/32	1/32	0	0	1/32	1/32	0	0
1	1/2	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0
2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1/2	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0
4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1/2	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1/4	1/4	0	0	1/4	1/4
7	1/2	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1/4	1/4	0	0	1/4	1/4
9	1/2	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0
10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1/2	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0
12	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	1/2	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1/4	1/4	0	0	1/4	1/4
15	1/2	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0	1/16	1/16	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1/4	1/4	0	0	1/4	1/4

$\bar{F}(2) =$

(4.19)

Pode-se verificar que as matrizes de múltipla transição $F^{(n)}$, para $n \geq 5$, são todas iguais. As linhas destas matrizes são todas iguais com $1/2$ na primeira coluna e $1/32$ nas demais. Logo a condição estacionária é alcançada com cinco transições, o que significa que a ocorrência de qualquer pulso $g_i(t)$ é completamente independente do pulso ocorrido na quinta janela temporal anterior, como discutido no item (A.3).

Assim, considerando-se uma sequência aleatória de pulsos, tem-se

$$P\{y_n(t) = g_i(t)\} = \pi_i = \begin{cases} 1/2 & , \quad i=0 \\ 1/32 & , \quad i=1,2,\dots,16 \end{cases} \quad (4.20)$$

4.1.4 - VALOR MÉDIO DA COMPONENTE DE SINAL NA FREQUÊNCIA DE REPETIÇÃO DOS PULSOS

Como visto no item 3.2, o sinal obtido na saída da não-linearidade será aplicado a um filtro sintonizado na frequência de repetição dos pulsos para a extração da componente do sinal naquela frequência.

Queremos aqui determinar o valor da amplitude média daquele sinal. Utilizando a eq. (A.41), obtida no item A.4, temos

$$\bar{Y}(1/T) = \frac{1}{T} \sum_{i=0}^{16} \pi_i G_i(1/T) \quad (4.21)$$

onde π_i = probabilidade de ocorrência do pulso $g_i(t)$ e $G_i(f)$ = transformada de Fourier do pulso $g_i(t)$

Utilizando os resultados dados pela eq. (4.21), obtemos

$$\bar{Y}(1/T) = \frac{1}{T} \left[(1/32) G_1(1/T) + (1/32) G_2(1/T) + \dots + (1/32) G_{16}(1/T) \right]$$

$$\text{ou} \quad \bar{Y}(1/T) = \frac{1}{32/T} \sum_{i=1}^{16} G_i(1/T) \quad (4.22)$$

onde os valores de $G_i(1/T)$ são obtidos das eqs. (4.8).

Na Fig. 4.7 são mostradas as curvas de $\bar{Y}(1/T)$ em função do nível de cêifamento C , para vários valores do fator de alargamento de faixa α . Verifica-se a marcante dependência da amplitude

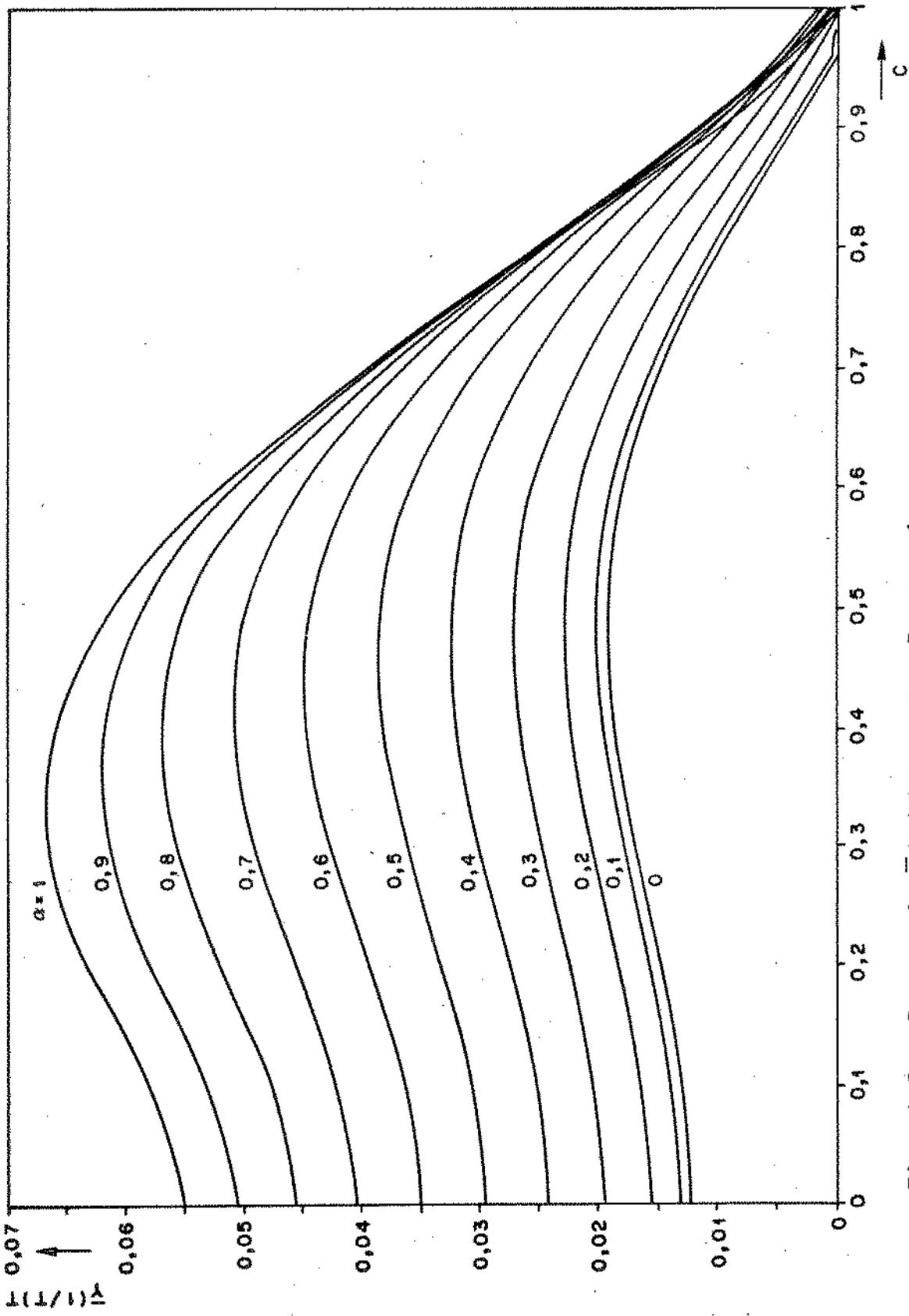


Fig. 4.7 - Curvas de $\bar{Y}(1/T)$ em função do nível de ceifamento e de α

do sinal tanto do fator α como do nível de ceifamento. Quanto maior o valor de α maior será o valor da amplitude, com excessão na região de valores altos de α e C , onde ocorre uma inversão. Por outro lado, para qualquer valor de α , a amplitude aumento com o nível de ceifa-mento até cerca de 0,5 para depois cair acentuadamente até $C=1$.

4.1.5 - DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA DA COMPONENTE DE RÚIDO NA FREQUÊNCIA DE REPETIÇÃO DOS PULSOS

No item 3.5 verificou-se a importância da componente con-tínua do espectro de potência do sinal digital na produção de erros de fase no sinal de relógio extraído.

A densidade espectral de potência da componente de ruído na taxa de bits pode ser determinada através da eq. (A.59), que trans creveremos aqui

$$S_V(1/T) = \frac{1}{T} [Q_0(1/T) + 2R_r \sum_{k=1}^L Q_k(1/T)] \quad (4.23)$$

No código AMI, $Q_k(f)=0$ para $k \geq 3$, logo podemos escrever

$$S_V(1/T) = \frac{1}{T} \{Q_0(1/T) + 2R_e [Q_1(1/T) + Q_2(1/T)]\} \quad (4.24)$$

Pela eq. (A.60), temos

$$Q_0(1/T) = \sum_{i=0}^{16} \pi_i |G_i(1/T)|^2 - \left[\frac{1}{T} \sum_{i=0}^{16} \pi_i G_i(1/T) \right]^2 \quad (4.25)$$

ou, considerando as eqs. (4.20) e (4.22),

$$Q_0(1/T) = \frac{1}{32} \sum_{i=1}^{16} |G_i(1/T)|^2 - \left[\frac{1}{32/T} \sum_{i=1}^{16} G_i(1/T) \right]^2 \quad (4.26)$$

Igualmente, da eq. (A.61), temos

$$Q_1(1/T) = \sum_{i=0}^{16} \sum_{j=0}^{16} \pi_j^{(1)} G_i(1/T) G_j^*(1/T) - \left[\frac{1}{T} \sum_{i=0}^{16} \pi_i G_i(1/T) \right]^2 \quad (4.27)$$

Considerando agora os resultados das eqs. (4.18), (4.20) e (4.22), obtêm-se

$$\begin{aligned}
Q_1(1/T) = & \frac{1}{64} \{ [G_2(1/T) + G_{10}(1/T)] [G_3^*(1/T) + G_7^*(1/T)] + [G_4(1/T) + \\
& + G_{12}(1/T)] [G_{11}^*(1/T) + G_{15}^*(1/T)] + [G_6(1/T) + G_{14}(1/T)] \\
& [G_4^*(1/T) + G_8^*(1/T)] + [G_8(1/T) + G_{16}(1/T)] [G_{12}^*(1/T) + G_{16}^*(1/T)] \} - \\
& - \left[\frac{1}{32T} \sum_{i=1}^{16} G_i(1/T) \right]^2 \quad (4.28)
\end{aligned}$$

Da maneira análoga temos

$$Q_2(1/T) = \sum_{i=0}^{16} \sum_{j=0}^{16} \pi_j^{(2)} G_i(1/T) G_j^*(1/T) - \left[\frac{1}{T} \sum_{i=0}^{16} \pi_i G_i(1/T) \right]^2 \quad (4.29)$$

e, usando as eqs. (4.19), (4.20) e (4.22), obtemos

$$\begin{aligned}
Q_2(1/T) = & \frac{1}{128} \{ [G_6(1/T) + G_8(1/T) + G_{14}(1/T) + G_{16}(1/T)] \\
& [G_{11}^*(1/T) + G_{12}^*(1/T) + G_{15}^*(1/T) + G_{16}^*(1/T)] \} + \\
& + \frac{1}{512} \{ [G_1(1/T) + G_3(1/T) + G_5(1/T) + G_7(1/T) + G_{11}(1/T) + \\
& + G_{13}(1/T) + G_{15}(1/T)] [G_1^*(1/T) + G_2^*(1/T) + G_5^*(1/T) + \\
& + G_6^*(1/T) + G_9^*(1/T) + G_{10}^*(1/T) + G_{13}^*(1/T) + G_{14}^*(1/T)] \} - \\
& - \left[\frac{1}{32T} \sum_{i=1}^{16} G_i(1/T) \right]^2 \quad (4.30)
\end{aligned}$$

Finalmente, substituindo as eqs. (4.26), (4.28) e (4.30) na eq. (4.24), obtemos a expressão da densidade espectral do ruído na frequência de repetição dos pulsos, a saber

$$\begin{aligned}
S_V(1/T) = & \frac{1}{32T} \sum_{i=1}^{16} |G_i(1/T)|^2 + \frac{1}{32T} R_e \{ [G_2(1/T) + G_{10}(1/T)] \\
& [G_3^*(1/T) + G_7^*(1/T)] + [G_4(1/T) + G_{12}(1/T)] [G_{11}^*(1/T) + \\
& + G_{15}^*(1/T)] + [G_6(1/T) + G_{14}(1/T)] [G_4^*(1/T) + G_8^*(1/T)] + \\
& + [G_8(1/T) + G_{16}(1/T)] [G_{12}^*(1/T) + G_{16}^*(1/T)] + \\
& + \frac{1}{64T} R_e \{ [G_6(1/T) + G_8(1/T) + G_{14}(1/T) + G_{16}(1/T)]
\end{aligned}$$

.../.

$$\begin{aligned}
& [G_{11}^*(1/T) + G_{12}^*(1/T) + G_{15}^*(1/T) + G_{16}^*(1/T)] + \\
& + \frac{1}{256T} R_e \{ [G_1(1/T) + G_3(1/T) + G_5(1/T) + G_7(1/T) + \\
& + G_9(1/T) + G_{11}(1/T) + G_{13}(1/T) + G_{15}(1/T)] [G_1^*(1/T) + \\
& + G_2^*(1/T) + G_5^*(1/T) + G_6^*(1/T) + G_9^*(1/T) + G_{10}^*(1/T) + \\
& + G_{13}^*(1/T) \frac{1}{32T} + G_{14}^*(1/T)] \} - \\
& - \frac{5}{T} [1/32T \sum_{i=1}^{16} G_i(1/T)]^2 \quad (4.31)
\end{aligned}$$

Naturalmente, o processamento numérico destes resulta dos somente podem ser realizados através de computador digital, dada a quantidade enorme de cálculos a serem efetuados. Na Fig. 4.8. são mostradas as curvas da densidade espectral de ruído na taxa de bits em função do nível de ceifamento C, para alguns valores do fator de alargamento de faixa, α .

Através destas curvas, pode-se verificar a grande dependência do ruído tanto do valor do fator α como do nível de ceifamento. Independentemente do valor do fator de alargamento de faixa, a densidade de ruído sempre diminui com o aumento do nível de ceifamento dos pulsos. Esta diminuição não ocorre linearmente com o valor de C. Para valores de α menores que cerca de 0,7 e C inferiores a aproximadamente 0,6, a densidade de ruído aumenta com o crescimento do α . Fora desta região ocorre o contrário, a densidade espectral da componente de ruído diminui com o aumento do fator α .

Tendo-se a amplitude do sinal, fornecida pela eq.(4.22), e a densidade de potência, dada pela eq.(4.31), podemos facilmente determinar a relação entre a potência do sinal e a potência de ruído na saída, em função da largura de faixa do filtro. Na Fig.4.9 estão mostradas as curvas da relação sinal-ruído em função do nível de ceifamento C, para alguns valores do fator α dos pulsos, supondo-se que o filtro é um circuito ressonante com um fator Q igual a 100 sintonizado na taxa de bits.

Verifica-se que a relação sinal/ruído é dependente tanto do valor de α como do nível de ceifamento dos pulsos. Qualquer que seja o valor do parâmetro C, a relação sinal/ruído aumenta com

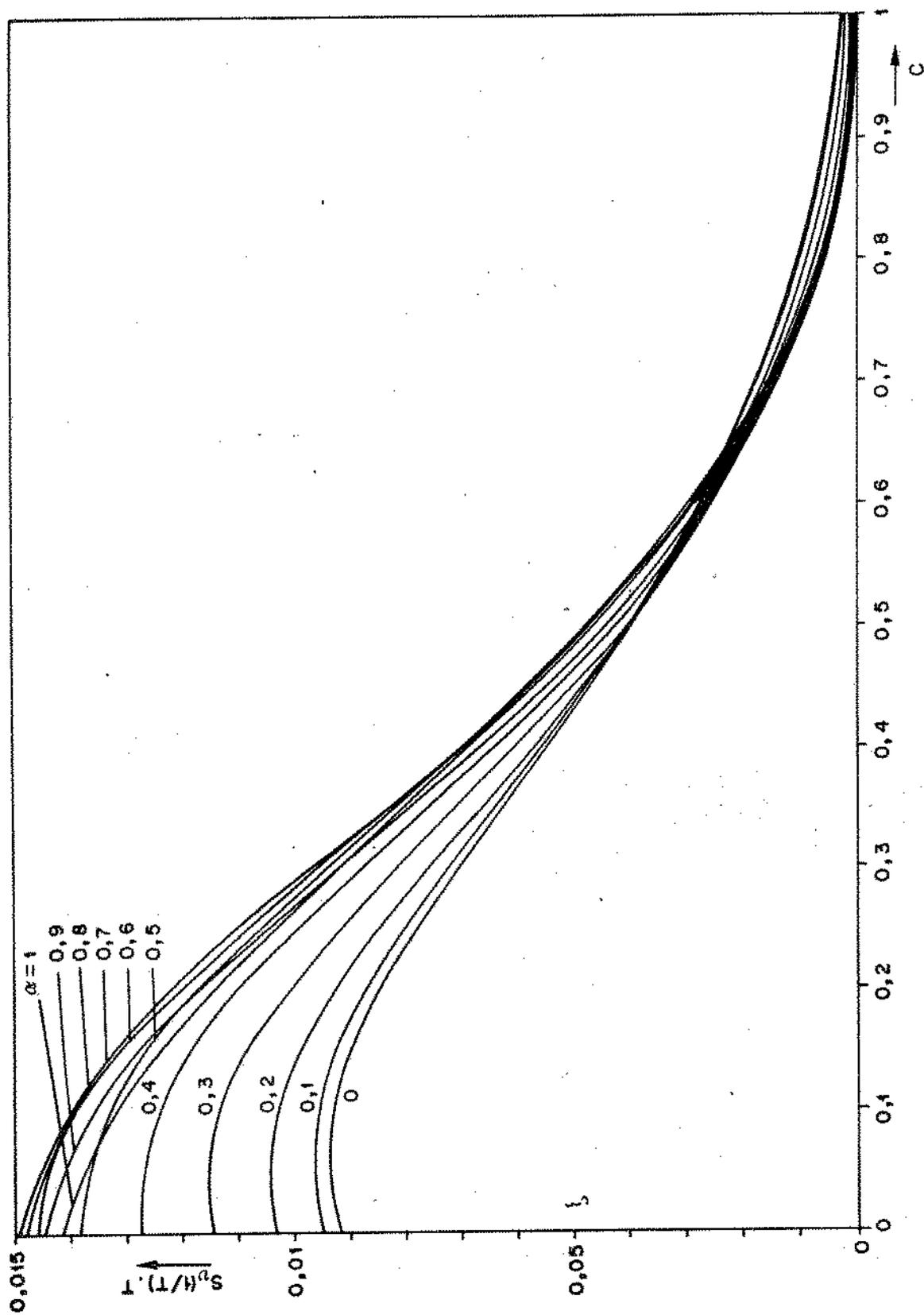


Fig. 4.8 - Curvas de $S_v(1/T)T$ em função de C e α

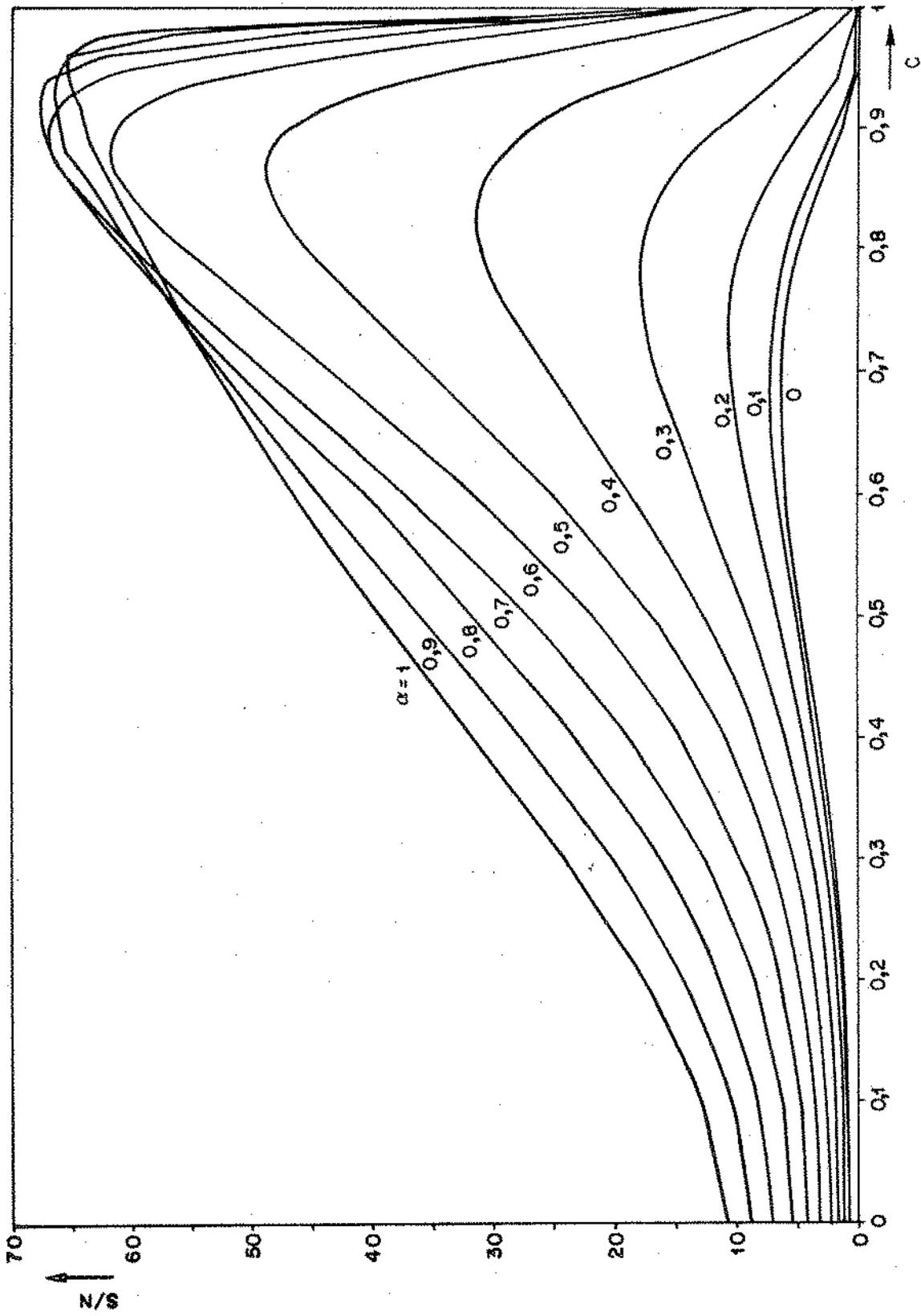


Fig. 4.9 - Relação Sinal/Ruído em função de C e α
 $Q=100$

com o aumento do fator α , excetuando-se a região de α acima de 0,7 e nível de ceifamento também acima de aproximadamente 0,7, onde ocorre uma mudança de comportamento da relação-ruído. É bastante nítida a região em que a relação sinal/ruído é mais alta.

4.2 - NÃO-LINEARIDADE QUADRÁTICA

Vamos examinar agora o caso em que a operação não-linear empregada no esquema de extração da informação de relógio é do tipo quadrática. Neste caso o sinal digital obtido na saída da não-linearidade, e que será aplicado ao filtro de extração, é exatamente igual ao quadrado do sinal proveniente do equalizador. A Fig. 4.10 ilustra este tipo de não-linearidade.

Aqui vamos novamente considerar um sinal digital organizado segundo o código binário alternado. Também, queremos determinar o valor da amplitude da componente do sinal na frequência de repetição dos pulsos, a densidade espectral de potência da componente de ruído naquela mesma frequência e a relação entre potência de sinal e potência de ruído na saída do filtro de extração de relógio.

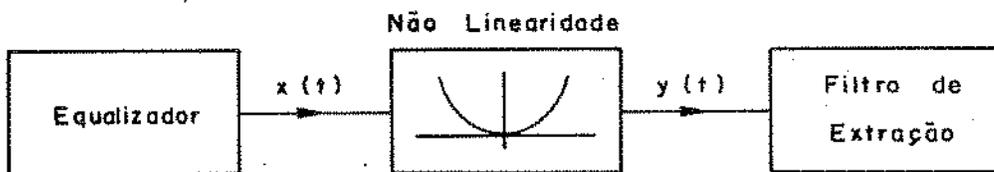


Fig. 4.10 - Não linearidade tipo quadrática

Sendo o sinal $x(t)$ na entrada do circuito não-linear uma sequência digital representada pela eq. (4.1) e transcrita a seguir

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t-nT) \quad (4.32)$$

e sinal $y(t)$ na saída será dado por

$$\begin{aligned} y(t) &= [x(t)]^2 = \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t-nT) \right]^2 \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_n a_m g(t-nT) g(t-mT) \end{aligned} \quad (4.33)$$

4.2.1 - VALOR MÉDIO DA COMPONENTE DE SINAL NA FREQUÊNCIA DE REPETIÇÃO DOS PULSOS

Considerando a eq. (4.33), o valor médio do sinal $y(t)$ é dado por

$$\bar{y}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \overline{a_n a_m} g(t-nT) g(t-mT) \quad (4.34)$$

Sendo $x(t)$ um sinal digital obedecendo ao código binário alternado, no qual se tem

$$P\{a_n=0\} = 2P\{a_n=1\} = 2P\{a_n=-1\} = 1/2 \quad (4.35)$$

com $\sum_{i=-\infty}^n a_i = 0$ ou 1 , para qualquer n

A média $\overline{a_n a_m}$ resulta em

$$\overline{a_n a_m} = \begin{cases} 1/2 & , & n-m = 0 \\ -1/4 & , & |n-m| = 1 \\ 0 & , & |n-m| \geq 2 \end{cases}$$

Desta maneira, obtemos

$$\begin{aligned} \bar{y}(t) &= \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [g(t-nT)]^2 - \\ &- \frac{1}{4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t-nT) \{g[t-(n+1)T] + g[t-(n-1)T]\} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t-nT) \left\{ g(t-nT) - \frac{1}{2} g[t-(n-1)T] - \right. \\ &- \left. \frac{1}{2} g[t-(n+1)T] \right\} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} z(t-nT) \quad (4.37) \end{aligned}$$

onde
$$z(t) = g(t) \left[g(t) - \frac{1}{2} g(t-T) - \frac{1}{2} g(t+T) \right] \quad (4.38)$$

A eq. (4.37) pode ser escrita na seguinte forma

$$\bar{y}(t) = \frac{1}{2} z(t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT)$$

$$= \frac{1}{2} z(t) * \frac{1}{T} \text{ pente } (t/T) \quad (4.39)$$

Podemos agora determinar a transformada de Fourier de $\bar{y}(t)$, a qual será dada por

$$\begin{aligned} y(f) &= \frac{1}{2} Z(f) \cdot \text{pente } Tf \\ &= \frac{1}{2} Z(f) \cdot 1/T \sum_{K=-\infty}^{\infty} \delta(f-K/T) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{K=-\infty}^{\infty} Z(K/T) \delta(f-K/T) \end{aligned} \quad (4.40)$$

onde $Z(f)$ é a transformada de Fourier de $z(t)$, a qual, em virtude da eq. (4.38), é dada por

$$\begin{aligned} Z(f) &= G(f) * \left\{ G(f) \left[1 - \frac{1}{2} e^{-j2\pi fT} - \frac{1}{2} e^{j2\pi fT} \right] \right\} \\ &= 2G(f) * [G(f) \text{ sen}^2 \pi fT] \end{aligned} \quad (4.41)$$

onde $G(f)$ é a transformada de Fourier do pulso padrão $g(t)$

Pode-se verificar através da eq. (4.40) que, dependendo das características espectrais de $G(f)$, o sinal digital submetido a este tipo de não-linearização pode apresentar raias no seu espectro de potência, localizadas nas frequências K/T , $-\infty < K < \infty$.

No entanto, no processo de extração de sincronismo interessa apenas a componente do sinal localizada na frequência $1/T$, a qual será separada pelo filtro de extração sintonizado nesta frequência. Desta maneira, considerando a eq. (4.40), após o filtro tem-se

$$\bar{Y}(1/T) = \frac{1}{2T} Z(1/T) \quad (4.42)$$

Vamos aqui também considerar $g(t)$ como sendo do tipo cose no levantado, o qual, no domínio da frequência pode ser dado por

$$G(f) = \begin{cases} 1 & , |f| < \frac{1-\alpha}{2T} \\ \frac{1}{2} \left[1 - \text{sen} \frac{\pi}{2\alpha} (2T|f| - 1) \right] & , \frac{1-\alpha}{2T} < |f| < \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0 & , |f| > \frac{1+\alpha}{2T} \end{cases} \quad (4.43)$$

onde α é o fator de alargamento de faixa.

Substituindo a eq. (4.43) na eq. (4.41), encontramos

$$\begin{aligned}
 Z(1/T) &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} G(v) G(1/T - v) \text{sen}^2 \pi T(1/T - v) dv \\
 &= 2 \int_{(1+\alpha)/2T}^{(1+\alpha)/2T} \frac{1}{2} [1 - \text{sen} \frac{\pi}{2\alpha} (2Tv-1)] \frac{1}{2} [1 + \text{sen} \frac{1}{2\alpha} \dots \\
 &\quad (2Tv-1)] \text{sen}^2 \pi T(1/T - v) dv \\
 &= 1/4 \int_{(1+\alpha)/2T}^{(1+\alpha)/2T} [1 - \text{sen}^2 \frac{1}{2\alpha} (2Tv-1)] (1 - \text{c}os 2\pi Tv) dv
 \end{aligned} \tag{4.44}$$

Resolvendo esta integral, encontramos

$$Z(1/T) = \frac{1}{8T} \left[\alpha + \frac{\text{sen} \pi \alpha}{\pi} \left(\frac{1}{1-\alpha^2} - \alpha \text{c}os \pi/\alpha \right) \right] \tag{4.45}$$

Levando a eq. (4.45) na eq. (4.42), encontramos o valor da amplitude da senoide na frequência de repetição dos pulsos na saída do filtro de extração de informação de sincronismo. Assim, obtemos

$$\bar{Y}(1/T) = \frac{1}{16T^2} \left[\alpha + \frac{\text{sen} \pi \alpha}{\pi} \left(\frac{1}{1-\alpha^2} - \alpha \text{c}os \pi/\alpha \right) \right] \tag{4.46}$$

A eq. (4.46) indica que a amplitude da senoide obtida na saída do filtro de extração será nula quando o pulso padrão $g(t)$ a apresentar um coeficiente de alargamento de faixa nulo ($\alpha=0$). Isto já podia ser verificado através da eq. (4.42). Se $G(f)=0$ para $|f|>1/2T$, $Z(1/T)=0$. Na Fig. 4.11 está traçada a curva de $\bar{Y}(1/T)$ em função de α , para α variando continuamente entre 0 e 1. Pode-se prontamente verificar que a amplitude da senoide aumenta com o aumento do fator α .

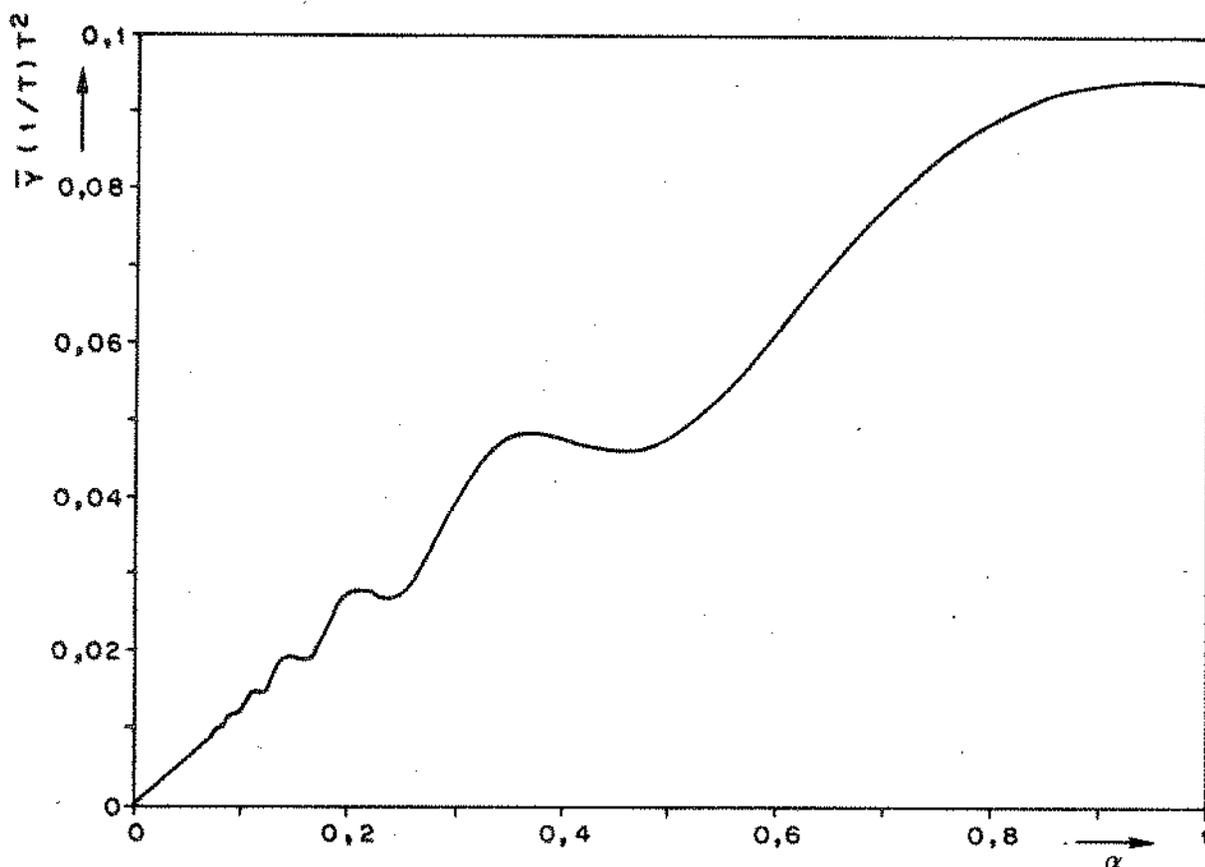


Fig. 4.11 - Amplitude da senoide na saída do filtro de extração de sincronismo

4.2.2 - DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA DA COMPONENTE DE RUIDO NA FREQUÊNCIA DE REPETIÇÃO DOS PULSOS

Consideremos agora o sinal de valor médio nulo representado por

$$v(t) = y(t) - \bar{y}(t) \quad (4.47)$$

Substituindo as expressões de $y(t)$ e $\bar{y}(t)$ dadas respectivamente pelas eqs.(4.32) e (4.34), encontramos

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (a_n a_m - \overline{a_n a_m}) g(t-nT) g(n-mT) \quad (4.48)$$

O espectro de potência pode ser determinado usando-se a relação seguinte

$$S_v(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\overline{|V_N(f)|^2}}{2NT} \quad (4.49)$$

onde V_N é a transformada de Fourier da seguinte função truncada

$$v_N(t) = v(t) \cdot \text{ret} \frac{t}{2NT} = \begin{cases} v(t) & , -NT < t < NT \\ 0 & , |t| > NT \end{cases} \quad (4.50)$$

$$= \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N (a_n a_m - \overline{a_n a_m}) g(t-nT) g(t-mT) \quad (4.51)$$

Através de propriedades da transformada de Fourier, admitindo a confinção do pulso $g(t)$, $V_N(f)$ pode ser facilmente determinada, sendo dada por

$$V_N(f) = \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N (a_n a_m - \overline{a_n a_m}) G(f) e^{-j2\pi fnT} G^*(f) e^{-j2\pi fmT} \quad (4.52)$$

Sabendo-se que

$$|V_N(f)|^2 = V_N(f) \cdot V_N^*(f) \quad (4.53)$$

podemos escrever

$$\begin{aligned} |V_N(f)|^2 &= \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N \sum_{i=-N}^N \sum_{k=-N}^N (a_n a_m - \overline{a_n a_m}) \dots \\ &\dots (a_i a_k - \overline{a_i a_k}) \dots \\ &\dots [G(f) e^{-j2\pi fnT} G^*(f) e^{-j2\pi fmT}] \dots \\ &\dots [G^*(f) e^{j2\pi fiT} G(f) e^{j2\pi fkT}] \dots \end{aligned} \quad (4.54)$$

Desta maneira, a componente contínua do espectro de potência do sinal após a não-linearidade quadrática será dada por

$$\begin{aligned} S_V(f) &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2NT} \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N \sum_{i=-N}^N \sum_{k=-N}^N (\overline{a_n a_m a_i a_k} - \\ &- \overline{a_n a_m} \cdot \overline{a_i a_k}) U(-n, -m) U^*(i, k) \end{aligned} \quad (4.55)$$

onde $U(-n, -m) = G(f) e^{-j2\pi fnT} * G(f) e^{-j2\pi fmT}$ (4.56)

e $U^*(i, e) = G^*(f) e^{-j2\pi fiT} * G^*(f) e^{j2\pi fkT}$ (4.57)

Temos que (Apêndice B)

$$\overline{a_n a_m a_i a_k} - \overline{a_n a_m} \cdot \overline{a_i a_k} = 0 \quad (4.58)$$

para $d \geq 4$, onde d é a distância entre os índices mais extremos, ou seja:

$$d = \max(|n-m|, |n-i|, |n-k|, |m-i|, |m-k|, |i-k|) \quad (4.59)$$

Para $d < 4$ é válida a relação

$$\overline{a_n a_m a_i a_k} = \frac{(-1)^{\ell}}{2^{(1+d)}} \quad (4.60)$$

onde $\ell = |n-m| + |i-k|$ (4.61)

Também temos que

$$\overline{a_n a_m} = \begin{cases} 1/2 & , \quad |n-m| = 0 \\ -1/4 & , \quad |n-m| = 1 \\ 0 & , \quad |n-m| > 1 \end{cases} \quad (4.62)$$

$$\overline{a_i a_k} = \begin{cases} 1/2 & , \quad |i-k| = 0 \\ -1/4 & , \quad |i-k| = 1 \\ 0 & , \quad |i-k| > 1 \end{cases} \quad (4.63)$$

Devemos agora investigar a natureza das eqs.(4.56) e (4.57). Consideremos a expressão genérica

$$U(-\ell, -m) = G(f) e^{-j2\pi f \ell T} * G(f) e^{-j\pi fmT} \quad (4.64)$$

Aplicando a definição de convolução, obtemos

$$\begin{aligned} U(-\ell, -m) &= \int_{-\infty}^{\infty} G(v) e^{-j2\pi v \ell T} \cdot G(f-v) e^{-j2\pi (f-v)mT} dv \\ &= e^{-j2\pi fmT} \int_{-\infty}^{\infty} G(v)G(f-v) e^{-j2\pi v(\ell-m)T} dv \quad (4.65) \end{aligned}$$

Fazendo $k=l-m$, a eq. (4.65) pode ser colocada na forma seguinte

$$U(-l, -m) = e^{-j2\pi fmT} \int_{-\infty}^{\infty} G(v) G(f-v) e^{-j2\pi kTv} dv \quad (4.66)$$

Na frequência de interesse $f=1/T$ temos

$$e^{-j2\pi fmT} = 1$$

e a eq. (4.66) fica

$$U(-l, -m) \Big|_{f=1/T} = \int_{-\infty}^{\infty} G(v) G(1/T - v) e^{-j2\pi kTv} dv \quad (4.67)$$

Se o pulso $G(f)$ é do tipo cosseno levantado, como definido na eq. (4.43), obtemos

$$U(-l, -m) \Big|_{f=1/T} = \int_{-a_1}^{a_2} \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{sen} \frac{1}{2\alpha} (2Tv-1) \right] \cdot \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{sen} \frac{1}{2\alpha} (2Tv-1) \right] e^{-j2\pi kTv} dv \quad (4.68)$$

onde $a_1 = \frac{1-\alpha}{2T}$

e $a_2 = \frac{1+\alpha}{2T}$

Efetuada a integração da eq. (4.68), encontramos

$$U(-l, -m) \Big|_{f=1/T} = \frac{1}{3\pi T} \left\{ \frac{4}{k} (-1)^k \operatorname{sen} \pi k \alpha + \frac{\alpha \cos \pi/\alpha}{1+k\alpha} \left[-\operatorname{sen} \pi(1/\alpha+k\alpha+k) + \operatorname{sen} \pi(1/\alpha-k\alpha+k) - j \cos \pi(1/\alpha+k\alpha+\alpha) + j \cos \pi(1/\alpha-k\alpha+k) \right] + \frac{\alpha \cos \pi/\alpha}{1-k\alpha} \left[-\operatorname{sen} \pi(1/\alpha-k\alpha-k) + \operatorname{sen} \pi(1/\alpha+k\alpha-k) + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& +j\cos\pi(1/\alpha-k\alpha-k)-j\cos\pi(1/\alpha+k\alpha-k)] + \\
& + \frac{\alpha \operatorname{sen} \pi/\alpha}{1+k\alpha} [\cos\pi(1/\alpha+k\alpha+k) - \cos\pi(1/\alpha-k\alpha+k) - \\
& \quad -j\operatorname{sen}\pi(1/\alpha+k\alpha+k)+j\operatorname{sen}\pi(1/\alpha-k\alpha+k)] + \\
& + \frac{\alpha \operatorname{sen} \pi/\alpha}{1-k\alpha} [\cos\pi(1/\alpha-k\alpha-k) - \cos\pi(1/\alpha+k\alpha-k) + \\
& \quad +j\operatorname{sen}\pi(1/\alpha-k\alpha-k)-j\operatorname{sen}\pi(1/\alpha+k\alpha-k)] \} \\
\end{aligned}
\tag{4.69}$$

Podemos verificar que a expressão

$$U(-\ell, -m) \Big|_{f=1/T}$$

é uma função apenas do valor do número inteiro k , ou seja, da diferença entre ℓ e m , bem como do valor do fator α do pulso adotado. Também podemos verificar, através da eq. (4.69), que o resultado não é dependente do sinal algébrico de k .

No entanto, é necessário salientar que estas conclusões são válidas apenas para a frequência igual a $1/T$. Para $f \neq 1/T$ temos

$$e^{-j2\pi f m T} \neq 1$$

e os resultados não são mais válidos.

Em face dos resultados acima temos

$$U(-\ell, -m) = U(\ell, m) = U(k) = U(-k) \tag{4.70}$$

Substituindo $k=0, 1, 2$ e 3 na eq. (4.68) e efetuando as simplificações possíveis, encontramos

$$U(0) = \frac{\alpha}{8T} \tag{4.71}$$

$$U(1) = \frac{-\operatorname{sen} \pi \alpha}{8 \pi T (1-\alpha^2)} \tag{4.72}$$

$$U(2) = \frac{\operatorname{sen} 2 \pi \alpha}{16 \pi T} \left(1 + \frac{2\alpha}{1-4\alpha^2} \right) \tag{4.73}$$

$$U(3) = \frac{\text{sen } 3 \pi \alpha}{24 \pi T(9\alpha^2 - 1)} \quad (4.74)$$

Tendo em vista os resultados apresentados pelas eqs. (4.58) e (4.59), não é necessária, para fins de cálculo da densidade espectral $S_v(f)$, de acordo com a eq. (4.54), a determinação de $U(k)$ para k maior que 3.

Utilizando os resultados dados pelas eqs. (4.60) a (4.63), a eq. (4.54) pode ser desenvolvida e colocada na forma seguinte

$$S_v(1/T) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2NT} \sum_{n=-N}^N \frac{1}{4} [U^2(0) + 5U^2(1) + 2U^2(2) - \\ - 4U(0)U(1) + 2U(0)U(2) - 8U(1)U(2) + 2U(1)U(3)] \quad (4.75)$$

Os termos incluídos pela somatória da eq. (4.75) são constantes e independentes do índice n da mesma. Assim, podemos escrever:

$$S_v'(1/T) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2N+1}{2N} \cdot \frac{1}{4T} [U^2(0) + 5U^2(1) + 2U^2(2) - \\ - 4U(0)U(1) + 2U(0)U(2) - 8U(1)U(2) + 2U(1)U(3)]$$

ou

$$S_v(1/T) = \frac{1}{4T} [U^2(0) + 5U^2(1) + 2U^2(2) - 4U(0)U(1) + \\ + 2U(0)U(2) - 8U(1)U(2) + 2U(1)U(3)] \quad (4.76)$$

Substituindo os resultados de $U(k)$, $k=0,1,2,3$, dados pelas eqs. (4.71) a (4.74), obtemos

$$(4.77) \quad S_v(1/T) = \frac{1}{256 \pi^2 T^3} \left[\pi^2 \alpha^2 + \frac{5 \text{sen}^2 \pi \alpha}{(1-\alpha^2)^2} + \frac{\text{sen}^2 2\pi \alpha}{2} \left(1 + \frac{2\alpha}{1+4\alpha^2}\right) + \right. \\ \left. + \frac{4\pi \alpha \text{sen} \pi \alpha}{1-\alpha^2} + \pi \alpha \text{sen} 2\pi \alpha \left(1 + \frac{2\alpha}{1-\alpha^2}\right) + \right. \\ \left. + \frac{4 \text{sen} \pi \alpha \cdot \text{sen} 2\pi \alpha}{1-\alpha^2} \left(1 + \frac{2\alpha}{1-4\alpha^2}\right) - \frac{2 \text{sen} \pi \alpha \cdot \text{sen} 3\pi \alpha}{3(1-\alpha^2)(9\alpha^2-1)} \right]$$

A Fig. 4.12 mostra a curva do valor da componente contínua do espectro de potência do sinal após a não-linearidade quadrática na frequência $1/T$ em função do fator do pulso adotado, α variando continuamente entre 0 e 1. Pela eq. (4.77) pode-se verificar que o espectro é nulo se o pulso tem um fator de ampliação de faixa nula.

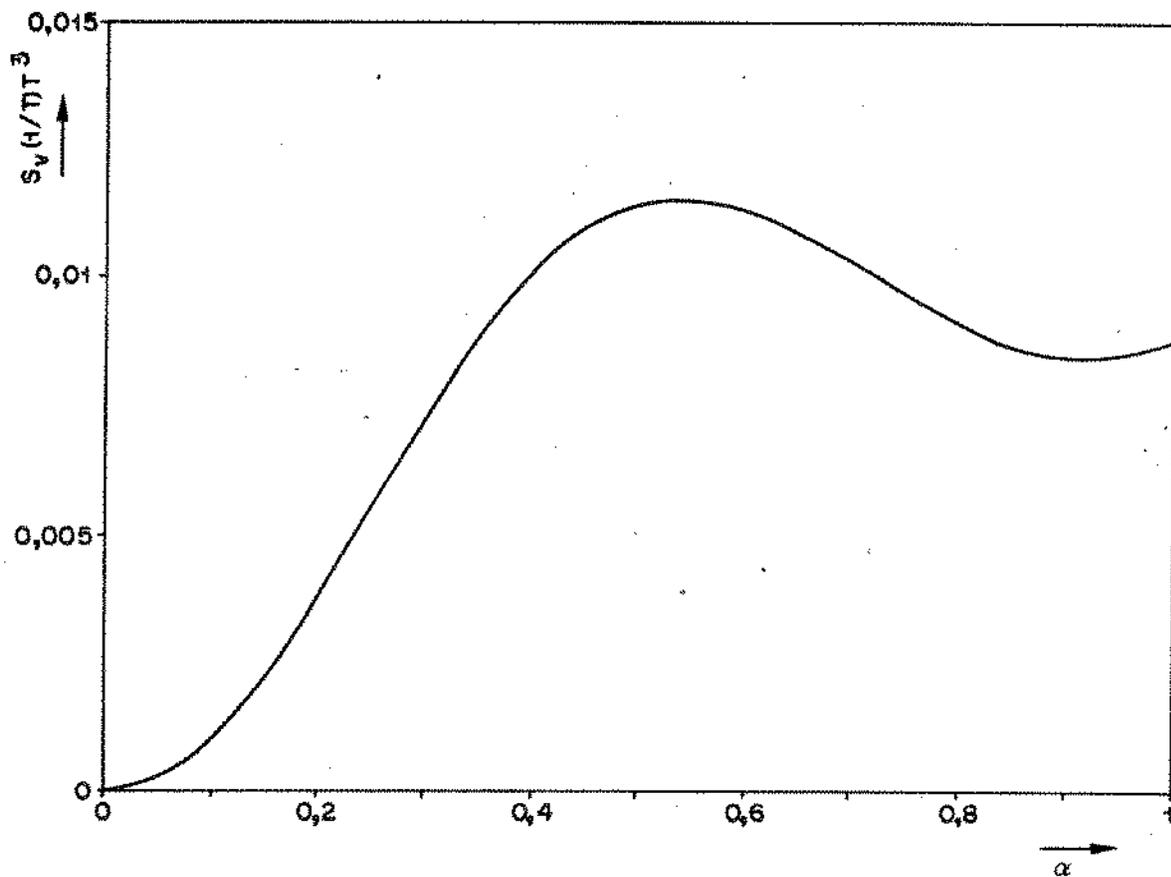


Fig. 4.12 - Densidade de potência da componente de ruído na frequência $1/T$

A partir da amplitude do sinal, dada pela eq. (4.46), e da densidade espectral de potência, dada pela eq. (4.77), podemos determinar a relação entre a potência de sinal e de ruído na saída do filtro de extração de relógio, uma vez conhecida a largura de faixa do mesmo. Na Fig. 4.13 temos traçada a curva da relação sinal/ruído em função do fator α na frequência $1/T$, supondo-se que o filtro é constituído de um circuito ressonante com um fator Q igual a 100 sintonizado na taxa de bits. Através desta curva, vê-se que a relação sinal/ruído não depende significativamente do fator α para valores deste menores que 0,5. No entanto, acima deste valor a relação aumen

ta acentuadamente com o aumento de α , até α igual aproximadamente 0,9, acima do qual ocorre uma pequena redução naquela relação.

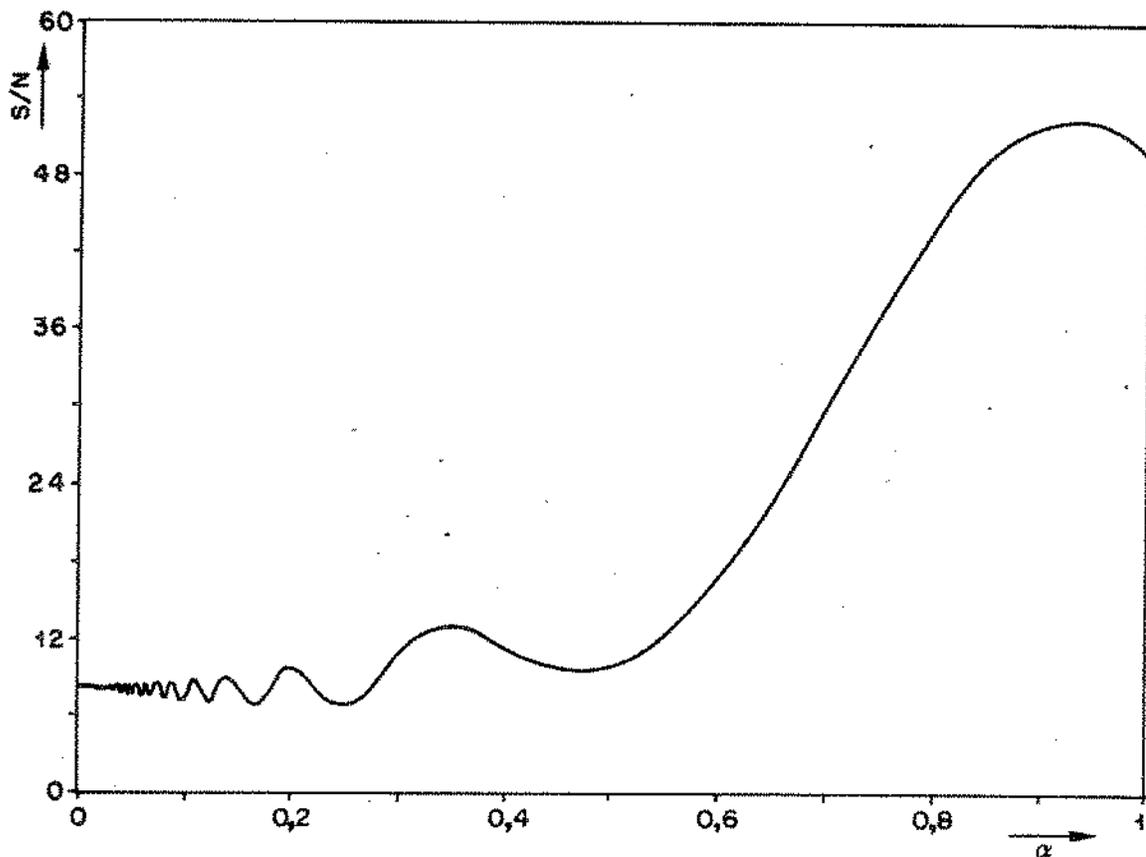


Fig. 4.13 - Relação sinal/ruído na saída do filtro de extração de relógio, $Q=100$

Para α igual a zero, a relação sinal/ruído apresenta uma indeterminação, que não é possível indicar na curva, uma vez que um pequeno incremento de α acima de 0 já conduz a uma relação finita.

Neste capítulo foi estudada a influência das características de algumas não-linearidades sobre a intensidade da onda de relógio gerada e a relação sinal/ruído respectiva. Deve-se notar, no entanto, que o ruído incidente sobre o relógio causará tanto modulação de amplitude como modulação em fase, não sendo simples a separação analítica entre os dois efeitos. Por isso, do ponto de vista de cálculo das variações do tremor, as variações da relação sinal/ruído obtidas têm valor meramente indicativo. O cálculo das variações intrínsecas da fase do relógio exige o uso de simulação numérica, conforme mostrado no próximo capítulo.

CAPÍTULO 5

SIMULAÇÃO DO MECANISMO DE GERAÇÃO DE
TREMOR INTRÍNSECO

5.1 - INTRODUÇÃO

No item 3.5 verificamos que a produção de tremor de um sinal digital está inteiramente relacionada aos circuitos de extração de sincronismo nos repetidores regenerativos. Em cada repetidor ao longo do sistema de transmissão, o sinal digital, já contendo alguma modulação de fase, é submetido a um processamento que, inevitavelmente, produz tremor, que é acrescentado ao já existente. Um projeto bem elaborado de repetidor regenerativo deve, entre outras exigências, levar em consideração a minimização da geração de tremor, uma vez que esta irregularidade pode reduzir substancialmente o desempenho do sistema de transmissão, como já verificado anteriormente.

As causas de tremor em um repetidor podem estar relacionadas às imperfeições dos circuitos de extração, sendo a assintonia do circuito sintonizado e a detecção imperfeita dos instantes de amostragem as fontes mais significativas na prática. Estas fontes de tremor, em princípio, podem ser reduzidas tanto quanto se deseja através de projetos bem elaborados dos circuitos envolvidos no proceso de extração de informação de sincronismo.

No entanto, como visto no item 3.5.2, existe uma fonte de tremor que está sempre presente, mesmo admitindo a inexistência de quaisquer imperfeições dos circuitos de extração de relógio; ela é inerente à forma de onda do sinal digital. Dependendo do código de linha utilizado, o pulso localizado em uma dada janela de tempo tem o seu formato alterado pelos pulsos localizados nas janelas temporais vizinhas, como visto no item 4.1.1 para o caso do código AMI. Como tais deformações variam com a variação no padrão de pulsos, e sendo os circuitos de extração sensíveis às variações de formato dos pulsos, tais variações são transformadas em variações de fase.

Verificaremos a seguir que a relação entre a variação de fase e a variação de deformação dos pulsos é uma função do formato padrão dos pulsos, isto é, da equalização e da não-linearidade a que o pulso é submetido. Variando-se o formato do pulso padrão e os parametros da não-linearidade obtém-se uma variação desta conversão.

Pretendemos aqui determinar o valor da componente de tremor em função dos parâmetros de equalização e de ailinearidade a que o sinal é submetido no repetidor. Com os resultados alcançados teremos condições de estabelecer a minimização desta fonte de tremor.

Uma solução analítica resulta impraticável em virtude da

complexidade e do volume enorme de operações matemáticas envolvidas. Aqui emprega-se um método de simulação numérica para a predição do tremor. O método utilizado consiste em substituir cada um dos pulsos do sinal digital entregue pelo equalizador por um impulso equivalente. O trem de impulsos equivalentes resultantes é então submetido ao circuito sintonizado, que constitui o filtro de extração.

A resposta do filtro é então analisada; mediante a determinação da fase do sinal em cada instante nominal de ocorrência de pulso, é possível a determinação da quantidade de erro de fase produzido.

O método utilizado tem a vantagem apresentada pela liberdade de escolha do padrão de pulsos a ser usado. No final serão apresentados os resultados obtidos tanto para sequências aleatórias de pulsos como para padrões bem específicos.

O sinal digital considerado é um sinal AMI, e os pulsos equalizados são do tipo coseno levantado. Além da verificação do efeito do fator de alargamento de faixa e do nível de ceifamento dos pulsos sobre o tremor gerado, é verificado também o efeito do fator de qualidade Q do circuito ressonante. Embora tenha um efeito muito pequeno, o efeito de um deslocamento de nível na detecção dos cruzamentos de zero da onda de tempo também é considerado.

5.2 - RESPOSTA DO FILTRO A UM IMPULSO

Consideremos o filtro do circuito de extração de relógio como constituído de um circuito sintonizado do tipo RLC paralelo, como o mostrado na Fig. 5.1

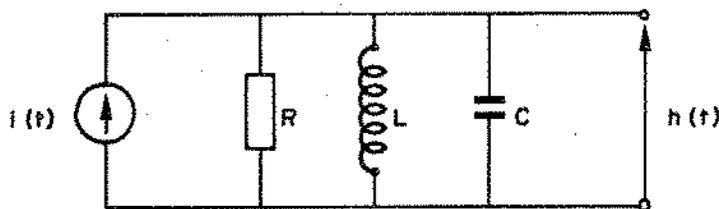


Fig. 5.1 - Circuito ressonante

Da teoria de circuito temos

$$i(t) = \frac{h(t)}{R} + \frac{1}{L} \int h(t) dt + C \frac{d}{dt} h(t) \quad (5.1)$$

Considerando as condições iniciais todas nulas e aplicando a transformada de Laplace, podemos escrever

$$i(s) = h(s) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{sL} + sC \right) \quad (5.2)$$

Queremos determinar a resposta do circuito ao impulso unitário no instante t , ou seja, a resposta à excitação $i(t) = \delta(t)$. Sabendo que a transformada de Laplace do impulso unitário $\delta(t)$ é igual à unidade, obtemos a resposta

$$h(s) = \frac{1}{C} \cdot \frac{s}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}} \quad (5.3)$$

Os polos de $h(s)$ são

$$s_1 = -\frac{1}{2RC} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (5.4a)$$

$$s_2 = -\frac{1}{2RC} - \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (5.4b)$$

Definindo

$$Q = 2\pi f_r RC = \text{fator de mérito do circuito}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \text{frequência de ressonância do estado estacionário, podemos escrever}$$

$$\frac{1}{2RC} = \frac{\pi f_r}{Q} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (5.5)$$

Para uma resposta oscilatória do circuito, escolhemos

$$\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 \ll \frac{1}{LC}$$

As eqs. (5.4a) e (5.4b) podem ser colocadas na seguinte forma

$$s_1 = -\frac{1}{2RC} + j \sqrt{\frac{1}{LC} \left(1 - \frac{1}{4Q^2}\right)} \quad (5.6a)$$

e

$$s_2 = -\frac{1}{2RC} - j \sqrt{\frac{1}{LC} \left(1 - \frac{1}{4Q^2}\right)} \quad (5.6b)$$

ou, considerando a eq. (5.5),

$$s_1 = -\frac{\pi f_r}{Q} + j2\pi f_0 \quad (5.7a)$$

$$s_2 = -\frac{\pi f_r}{Q} - j2\pi f_0 \quad (5.7b)$$

onde $f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{LC} \left(1 - \frac{1}{4Q^2}\right)}$ = frequência natural de oscilação

Quando se tem $1/4Q^2 \ll 1$,

$$f_0 \cong f_r$$

A eq. (5.3) pode ser colocada na forma

$$h(s) = \frac{1}{C} \cdot \frac{s}{(s-s_1)(s-s_2)} \quad (5.8)$$

E a resposta ao impulso unitário de um circuito sintonizado RLC paralelo, determinando a transformada inversa da eq. (5.8), será dada por

$$h(t) = \frac{1}{C} \cdot e^{-\frac{\pi f_0 t}{Q}} \cdot \left(\cos 2\pi f_0 t - \frac{1}{2Q} \operatorname{sen} 2\pi f_0 t \right) \quad (5.9)$$

$$h(t) = \operatorname{Re} \left[\frac{1}{C} \left(1 + \frac{j}{2Q} \right) e^{-nt} e^{j2\pi f_0 t} \right] \quad (5.10)$$

onde
$$\eta = \frac{\pi f_0}{Q}$$

Estas equações são válidas para $t > 0$; para $t < 0$, $h(t)=0$.

5.3 - IMPULSOS EQUIVALENTES

No item anterior determinamos a resposta do circuito ressonante quando excitado por um impulso unitário. No entanto, o resultado obtido não pode ser aplicado imediatamente ao caso do filtro de relógio do repetidor regenerativo. Neste caso os pulsos do sinal, mesmo considerando uma acurada equalização, tem uma largura finita. Mesmo depois de submeter o sinal equalizado a uma operação não-linear, como a de ceifamento dos picos dos pulsos, que podem torná-los bem mais estreitos, têm-se uma largura não desprezível em relação ao intervalo dos pulsos.

Por outro lado, como já visto anteriormente, devido à inevitável interferência entre pulsos, estes não são todos iguais, simétricos em relação ao instante em que ocorre o pico e nem idealmente centrados no instante nominal de ocorrência. Desta maneira, não se pode considerar a sequência de pulsos entregue ao filtro de extração de relógio como equivalente a uma sequência de impulsos iguais repetindo-se a taxa $1/T$, sob pena de incorrer-se em algum erro.

Para analisar o efeito da interferência entre pulsos no processo de extração de sincronismo e determinar a componente de tremor gerada por esta fonte, podemos determinar, para cada uma das formas de pulso, um impulso equivalente. Ou seja, para cada um dos pulsos resultantes da interferência, determinamos um impulso com instante de ocorrência e amplitude tais que, ao excitar o circuito ressonante produza na saída do mesmo uma resposta análoga àquela provocada pelo pulso correspondente.

Naturalmente, dependendo do comprimento da cauda dos pulsos, o número de formatos de pulsos diferentes pode ser grande. Porém, como visto no item 4.1, se o pulso padrão é do tipo coseno levantado com um fator de alargamento de faixa acima de 0,3, o número de pulsos diferentes resulta bastante limitado, o que permite a utilização do método.

A Fig. 5.2 ilustra a representação de um pulso por um impulso equivalente. Como o pulso não está idealmente centrado no ins

tante nT , o impulso equivalente ocorre com um deslocamento t_0 em relação ao instante nT .

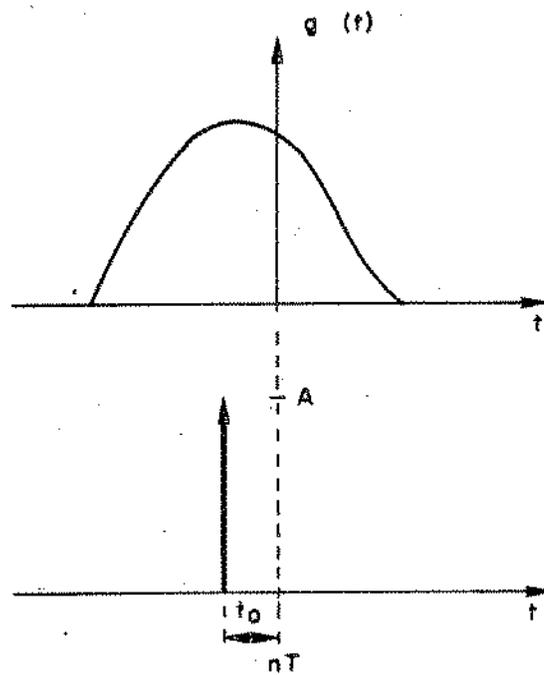


Fig. 5.2 - Representação de um pulso por um impulso equivalente

Uma vez determinados os impulsos equivalentes para todos os pulsos do sinal que vai excitar o circuito ressonante, podemos então analisar o comportamento de sua resposta utilizando o resultado do item anterior.

Consideremos agora a Fig. 5.3, onde se representa a resposta do circuito ressonante a um dado pulso, ou ao seu impulso equivalente. A resposta de um circuito ressonante, com Q muito maior que a unidade, a um impulso de amplitude A , ocorrendo no instante $t=t_0$, pode ser, de acordo com a eq. (5.10), expressa por

$$\begin{aligned}
 s(t) &= A e^{-n(t-t_0)} e^{j2\pi f_0(t-t_0)} \\
 &= A e^{(n-j2\pi f_0)t_0} e^{-(n-j2\pi f_0)t}
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

A transformada de Fourier da resposta $s(t)$ é

$$\begin{aligned}
 S(f) &= A e^{(n-j2\pi f_0)t_0} \int_{t_0}^{\infty} e^{-(n-j2\pi f_0)t} e^{-j2\pi ft} dt \\
 &= \frac{A e^{-j2\pi t_0 f}}{n+j2\pi(f-f_0)}
 \end{aligned} \tag{5.12}$$

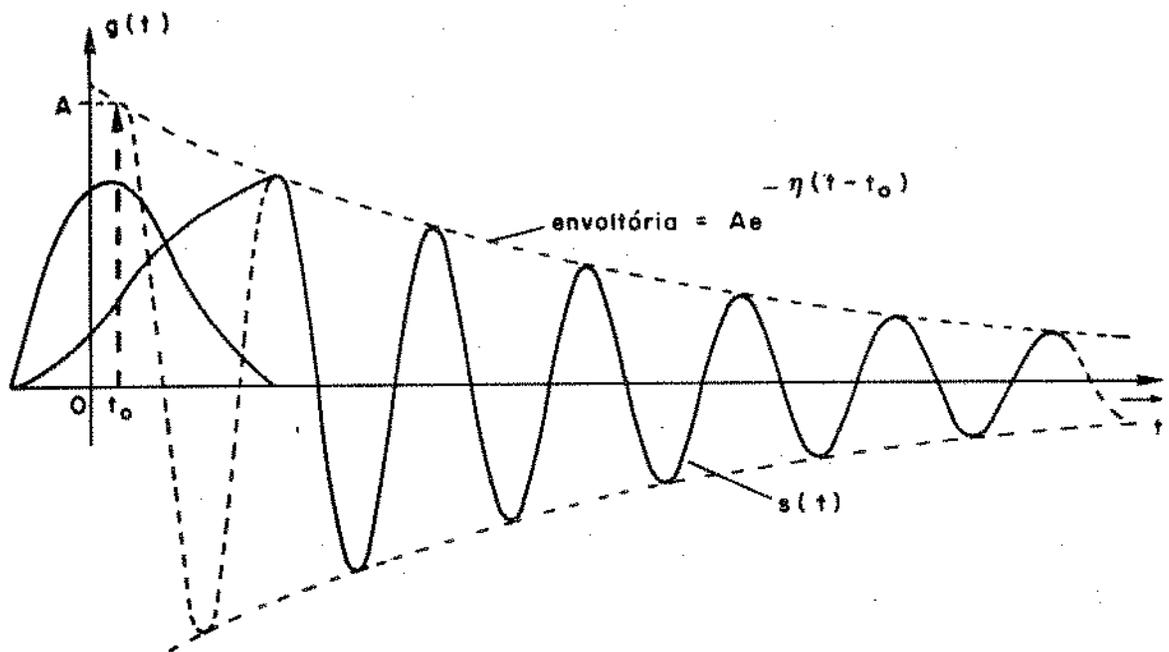


Fig. 5.3 - Resposta do circuito ressonante a um pulso ou ao impulso equivalente

Na frequência zero temos

$$S(0) = \frac{A}{\eta - j2\pi f_0} \quad (5.13)$$

A derivada de $S(f)$ dada pela eq. (5.12) em relação à frequência é

$$S'(f) = \frac{-j2\pi t_0 A [\eta + j2\pi(f-f_0)] - j2\pi A e^{-j2\pi t_0 f}}{[\eta + j2\pi(f-f_0)]^2} \quad (5.14)$$

Na frequência $f=0$, temos

$$S'(0) = \frac{-j2\pi A [t_0(\eta - j2\pi f_0) + 1]}{(\eta - j2\pi f_0)^2} \quad (5.15)$$

Por outro lado, sendo o impulso acima considerado equivalente, quanto à resposta do filtro, a um pulso $g(t)$, podemos escrever

$$s(t) = h(t) * g(t) \quad (5.16)$$

ou, no domínio da frequência;

$$S(f) = H(f) \cdot G(f) \quad (5.17)$$

onde $G(f)$ é a transformada de Fourier do pulso $g(t)$ e $H(f)$, a função de transferência do filtro, é dada por

$$H(f) = \frac{1}{1 + j2Q \frac{f-f_0}{f_0}} \quad (5.18)$$

Logo

$$S(f) = \frac{G(f)}{1 + j2Q \frac{f-f_0}{f_0}} \quad (5.19)$$

Em $f=0$, temos

$$S(0) = \frac{G(0)}{1 - j2Q} \quad (5.20)$$

Relacionando as eqs. (5.13) e (5.20), obtemos

$$\frac{G(0)}{1 - j2Q} = \frac{A}{\eta - j2\pi f_0}$$

de onde obtemos a amplitude do impulso equivalente a $g(t)$ em termos da área do mesmo,

$$A = \eta G(0) \quad (5.21)$$

Derivando agora $S(f)$ dada pela eq. (5.19) em relação à frequência, obtemos

$$S'(f) = \frac{G'(f) \left[1 + j2Q \frac{(f-f_0)}{f_0} \right] - j \frac{2Q}{f_0} G(f)}{\left(1 + j2Q \frac{f-f_0}{f_0} \right)^2} \quad (5.22)$$

Em $f=0$, tem-se

$$S'(0) = \frac{G'(0) (1 - j2Q) - j \frac{2Q}{f_0} G(0)}{(1 - j2Q)^2} \quad (5.23)$$

Relacionando as eqs. (5.14) e (5.23), e sabendo que

$$G(0) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) dt \quad (5.24)$$

$$e \quad G'(0) = -j2\pi \int_{-\infty}^{\infty} t g(t) dt \quad (5.25)$$

obtemos o valor do deslocamento do impulso equivalente em relação ao instante nominal de ocorrência do pulso,

$$t_0 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} t g(t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} g(t) dt} \quad (5.26)$$

Desta maneira, uma vez definido o pulso $g(t)$, podemos determinar a amplitude e o instante de ocorrência de um impulso equivalente que, ao excitar o circuito ressonante, provoque na sua saída uma resposta exatamente análoga à do pulso $g(t)$.

Continuaremos aqui considerando o sinal digital codificado do segundo o código binário alternado e o pulso equalizado do tipo coseno levantado. Assim adotaremos nesta análise as considerações e os resultados encontrados no item 4.1.1.

A Tabela 5.1 apresenta os valores de A e de t_0 , calculados através das eqs. (5.21) e (5.26), para os pulsos dados pelas eqs. (4.6) e (4.10) e para alguns valores do nível de ceifamento C e do fator α . Os valores de A são normalizados em relação ao valor de C , ou seja, após o ceifamento do pulso o mesmo é linearmente amplificado, para que a amplitude média dos pulsos que excitam o circuito tanque permaneça constante.

Pode-se verificar, através dos resultados da Tabela 5.1, o efeito nítido da interferência entre os pulsos. Dependendo da maneira como se localizam os pulsos nas janelas temporais vizinhas do pulso considerado, haverá modificação no seu instante efetivo de ocorrência, ou na sua amplitude ou em ambos. Através destes mesmos resultados, pode-se notar também a dependência tanto da amplitude como do deslocamento do impulso equivalente do parâmetro de equalização α e do parâmetro da não-linearidade C .

PULSO	$\alpha=0,3 - C=0,4$		$\alpha=0,6 - C=0,6$		$\alpha=0,9 - C=0,8$	
	A	t_0	A	t_0	A	t_0
$g_0(t)$	0	0	0	0	0	0
$g_1(t)$	0,0263	0	0,0198	0	0,0125	0
$g_2(t)$	0,0245	-0,1819	0,0183	-0,1279	0,0110	-0,0674
$g_3(t)$	0,0245	0,1819	0,0183	0,1279	0,0110	0,0674
$g_4(t)$	0,0170	0	0,0128	0	0,0085	0
$g_5(t)$	0,0290	0,0969	0,0213	0,0317	0,0125	-0,0056
$g_6(t)$	0,0257	-0,2175	0,0180	-0,1347	0,0110	-0,0635
$g_7(t)$	0,0287	0,2457	0,0203	0,1591	0,0110	0,0647
$g_8(t)$	0,0167	-0,0427	0,0125	-0,0102	0,0085	0,0028
$g_9(t)$	0,0290	-0,0969	0,0213	-0,0317	0,0125	0,0056
$g_{10}(t)$	0,0287	-0,2457	0,0203	-0,1591	-0,0110	-0,0647
$g_{11}(t)$	0,0257	0,2175	0,0180	0,1347	0,0110	0,0635
$g_{12}(t)$	0,0167	0,0427	0,0125	0,0102	0,0085	-0,0028
$g_{13}(t)$	0,0312	0	0,0228	0	0,0125	0
$g_{14}(t)$	0,0302	-0,2726	0,0200	-0,1650	0,0110	-0,0607
$g_{15}(t)$	0,0302	0,2726	0,0200	0,1650	0,0110	0,0607
$g_{16}(t)$	0,0158	0	0,0120	0	0,085	0

Tabela 5.1 - Valores de A e t_0 para os pulsos $g_i(t)$

Os dados da Tabela 5.1 foram determinados considerando-se unitário o valor de pico do pulso padrão bem como a separação entre os instantes de amostragem.

5.4 - RESPOSTA DO FILTRO A UMA SEQUÊNCIA DE PULSOS

De acordo com os resultados do item anterior, podemos considerar o sinal digital na entrada do filtro de extração de relogio como uma sequência de impulsos, a qual pode ser expressa na seguinte forma

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n A_n \delta(t-nT-t_{0n}) \quad (5.27)$$

onde a_n = variável aleatória que toma os valores 0 ou 1 para indicar respectivamente, ausência ou ocorrência de pulso na janela temporal nT ;

A_n = fator determinante da amplitude do impulso equivalente;

$\delta(t)$ = impulso unitário no instante $t=0$;

t_{0n} = desvio de sua posição nominal nT ;

$T = 1/f_r$, f_r = frequência nominal de repetição dos pulsos.

A saída do filtro em termos da resposta ao impulso $h(t)$ será dada pela convolução do sinal de entrada com $h(t)$, ou seja,

$$\begin{aligned} s(t) &= y(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(\tau) h(t-\tau) d\tau \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n A_n h(t-nT-t_{0n}) \end{aligned} \quad (5.28)$$

Em um instante $t_m = mT + t_{0m}$, a resposta do filtro ao trem de impulsos depende do seu passado até e inclusive este instante. Considerando a resposta do filtro ao impulso dada pela eq. (5.10), podemos escrever

$$s(t) = R_e \left\{ M e^{j\phi} \sum_{n=-\infty}^m \left[a_n A_n e^{-\eta(t-nT-t_{0n})} e^{j2\pi f_0(t-nT-t_{0n})} \right] \right\} \quad (5.29)$$

onde
$$M = \frac{1}{C} \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}}$$

e
$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{1}{2Q} \right)$$

A equação (5.29) é válida até o instante imediatamente anterior ao instante $t_k = kT + t_{0k}$ da chegada do próximo pulso. Ou seja, vale para o intervalo de tempo

$$t_m < t < t_k$$

ou
$$mT + t_{0m} < t < kT + t_{0k} \quad (5.30)$$

com
$$a_n = \begin{cases} 1 & n = m, k \\ 0 & m < n < k \end{cases}$$

Como já ficou salientado anteriormente, em um repetidor regenerativo, obtêm-se do sinal $s(t)$ fornecido pelo filtro as informações de tempo para as amostragens dos pulsos de entrada. Um método usual é a utilização dos cruzamentos de zero negativo da senoide $s(t)$. Por este motivo, a frequência natural de oscilação f_0 do circuito ressonante deve ser feita o mais próximo possível da frequência de repetição dos pulsos f_r .

Supondo que $f_0 = f_r$, a eq. (5.29), pode ser reescrita na maneira seguinte

$$s(t) = R_e \left\{ M e^{j\phi} \sum_{n=-\infty}^m \left[a_n A_m e^{-\eta(t-nT-t_{0n})} e^{j2\pi f_r(t-nT-t_{0n})} \right] \right\} \quad (5.31)$$

Podemos expressar o sinal $s(t)$, dado pela eq. (5.31), na forma de uma portadora na frequência nominal de repetição dos pulsos modulada em amplitude e em fase. Desta maneira podemos escrever

$$s(t) = R_e \left[MA(t) e^{j(2\pi f_r t + \phi)} \right] \quad (5.32)$$

onde
$$A(t) = \sum_{n=-\infty}^m a_n A_n e^{-\eta(t-nT-t_{0n})} e^{j2\pi [f_r(t-nT-t_{0n}) - f_r t]} \quad (5.33)$$

ou
$$A(t) = a(t) e^{j\theta(t)} \quad (5.34)$$

$$\text{com } a(t) = \sqrt{v^2(t) + u^2(t)} \quad (5.35)$$

$$\theta(t) = \arctan \left[\frac{u(t)}{v(t)} \right] \quad (5.36)$$

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^m a_n A_n e^{-\eta(t-nT-t_{0n})} \cos 2\pi [f_r(t-nT-t_{0n}) - f_r t] \quad (5.37)$$

$$u(t) = \sum_{n=-\infty}^m a_n A_n e^{-\eta(t-nT-t_{0n})} \sin 2\pi [f_r(t-nT-t_{0n}) - f_r t] \quad (5.38)$$

A quantidade $a(t)$ na eq. (5.34) representa a modulação em amplitude da resposta $s(t)$ e $\theta(t)$ a sua modulação de fase. Os termos $v(t)$ e $u(t)$ representam as componentes em fase e em quadratura, respectivamente, do sinal $s(t)$. Estas duas quantidades incluem a componente $\text{Exp}[-\eta(t-nT-t_{0n})]$, o que indica um decaimento exponencial da quantidade $a(t)$ no intervalo entre impulsos, a qual aumenta abruptamente no instante de chegada do próximo impulso.

Desde que o fator $A(t)$ representa o comportamento da resposta total $s(t)$ do circuito ressonante a uma sequência de impulsos, pode-se extrair da sua representação as informações dos desvios dos instantes de amostragem, uma vez que estes serão gerados pelos cruzamentos de zero negativo da senoide. Assim a fase $\theta(t)$ poderia ser uma medida dos desvios em tempo dos instantes de amostragem.

No entanto, na prática, devido a limite de incerteza dos circuitos empregados para a extração destes instantes, os instantes de amostragem não são produzidos exatamente nos cruzamentos de zero negativo, o que, por processos de conversão de amplitude para fase, poderá dar origem a uma componente de desvio de fase ou tremor, que será adicionada ao desvio de fase representado por $\theta(t)$.

5.5 - ANÁLISE DO FASOR $A(t)$

Em um instante qualquer $t_m = mT$, onde pode ou não ocorrer um impulso (pulso), a resposta do filtro $A(t)$, dada pela eq. (5.33) é

$$A(t_m) = \sum_{n=-\infty}^m a_n A_n e^{-(\pi f_r / Q) [(m-n)T - t_{0n}]} e^{-j2\pi f_r t_{0n}} \quad (5.39)$$

O fasor $A(t)$ neste instante depende do seu passado até este instante inclusive. A sua fase neste instante é uma medida do desvio no tempo do instante de amostragem.

No intervalo de tempo entre o instante t_m e o instante t_{m+1} são possíveis a ocorrência de dois impulsos. Um imediatamente após o instante t_m , devido à ocorrência de um impulso em $mT+t_{0m}$, e outro no instante $(m+1)T-t_{0m+1}$. A resposta do circuito ressonante $t_{m+1}=(m+1)T$ será dada pela soma das contribuições devidas a $A(t_m)$ e aos impulsos que podem ocorrer nos instantes $mT+t_{0m}$ e $(m+1)T-t_{0m+1}$. A Fig. 5.4 mostra os impulsos que podem ocorrer em um intervalo entre instantes de amostragem e as três componentes possíveis da resposta do circuito ressonante. Deve-se ter em mente que só poderá ocorrer um único impulso nas proximidades de um determinado instante nominal. Em relação a um instante genérico $t_k=kT$, ocorrendo um impulso adiantado em $kT-t_{0k}$, não haverá naturalmente em $kT+t_{0k}$, e vice-versa. É possível também a ocorrência do impulso exatamente no instante kT , o que implica em $t_{0k}=0$.

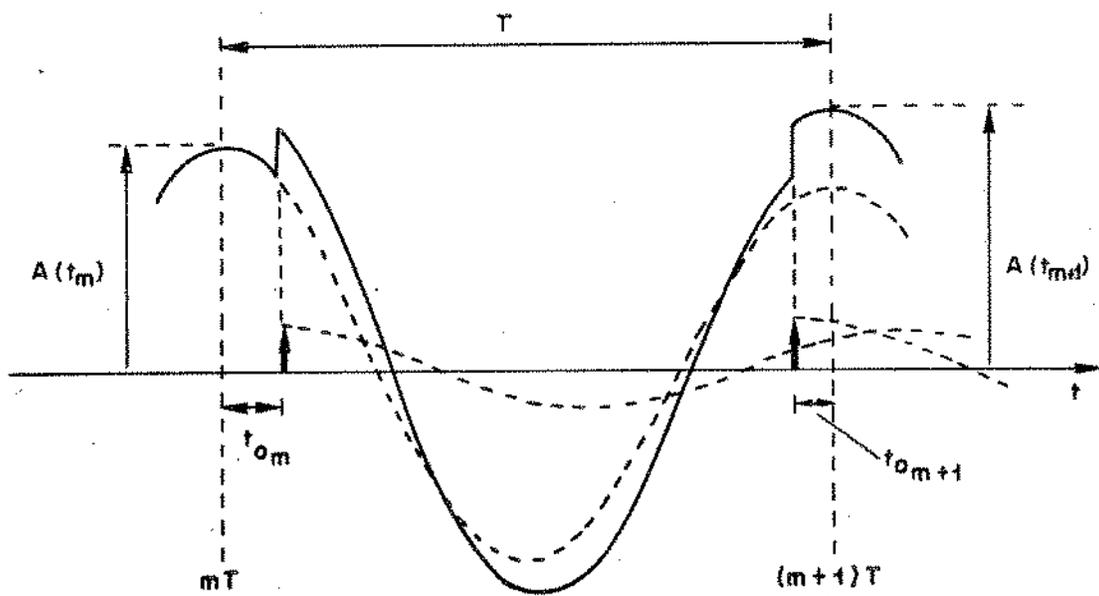


Fig. 5.4 - Componentes do fasor $A(t)$ possíveis no intervalo entre dois instantes nominais de amostragem

A componente de $A(t_{m+1})$ devida à contribuição de $A(t_m)$ é dada por

$$A_1(t_{m+1}) = A(t_m) e^{-\pi/Q} \quad (5.40)$$

A componente de $A(t_{m+1})$ devida a um impulso ocorrendo no instante $mT+t_{0m}$ é

$$A_2(t_{m+1}) = A_m e^{-(\pi f_r/Q)(T-t_{0m})} e^{-j2\pi f_r t_{0m}} \quad (5.41)$$

onde A_m é o valor do impulso equivalente ocorrido no instante $t_m + t_{0m}$; será nulo se a_m for zero ou se $t_{0m} < 0$.

E a componente de $A(t_{m+1})$ devida a um impulso no instante $(m+1)T-t_{0m+1}$ é dada por

$$A_3(t_{m+1}) = A_{m+1} e^{-(\pi f_r/Q) t_{0m+1}} e^{j2\pi f_r t_{0m+1}} \quad (5.42)$$

onde A_{m+1} indica o valor do impulso equivalente ocorrido no instante $(m+1)T-t_{0m+1}$; é nulo se $a_{m+1}=0$ ou se $t_{0m+1} > 0$.

Desta maneira, no instante $t_{m+1}=(m+1)T$ o fator $A(t_{m+1})$ será dado por

$$\begin{aligned} A(t_{m+1}) &= A_1(t_{m+1}) + A_2(t_{m+1}) + A_3(t_{m+1}) \\ &= A(t_m) e^{-\pi/Q} + A_m e^{-(\pi f_r/Q)(T-t_{0m})} e^{-j2\pi f_r t_{0m}} + \\ &\quad + A_{m+1} e^{-(\pi f_r/Q) t_{0m+1}} e^{j2\pi f_r t_{0m+1}} \end{aligned} \quad (5.43)$$

A eq. (5.43) é uma fórmula de recorrência de $A(t_{m+1})$ em função de $A(t_m)$ e da contribuição dos impulsos possíveis de ocorrerem no intervalo de tempo $t_{m+1}-t_m$. $A(t_m)$ é o valor de $A(t)$ imediatamente após o instante t_m , onde pode ou não ter ocorrido um impulso.

Vamos supor agora que imediatamente após um determinado instante $t_m=mT$, a amplitude do fasor $A(t_m)$ seja $a(t_m)$ e a sua fase seja $\theta(t_m)$. Devido ao fato do fator de qualidade Q do circuito ressonante ser finito, a amplitude do fasor, dado pela eq. (5.40), cresce exponencialmente de $\exp(-\pi/Q)$ até a próxima janela temporal em $t_{m+1}=(m+1)T$. Uma vez que estamos supondo o circuito tanque sintonizado na frequência de repetição dos pulsos, a fase desta componente permanecerá inalterada.

Ocorrendo um impulso de amplitude A_m em um instante imediatamente após t_m , ou seja, em $t_m + t_{0m}$, a amplitude do fasor dado pela eq. (5.41) decrescerá exponencialmente de

$$e^{-(\pi f_r / Q)(T - t_{0m})}$$

até o instante t_{m+1} . A sua fase neste instante estará diminuída de $2\pi f_r t_{0m}$.

De maneira análoga, ocorrendo um impulso de amplitude A_{m+1} em um instante imediatamente anterior a t_{m+1} , isto é, no instante $t_{m+1} - t_{0m+1}$, a amplitude do fasor dado pela eq. (5.42) cairá exponencialmente de

$$e^{-(\pi f_r / Q) t_{0m+1}}$$

até o instante t_{m+1} . Por outro lado, a sua fase resultará alterada de $2\pi f_r t_{0m+1}$. Se t_{0m+1} se aproxima de zero, a amplitude deste fasor tenderá para A_{m+1} e a fase para zero.

A amplitude do fasor $A(t_{m+1})$ no instante $t_{m+1} = (m+1)T$ será a soma das três componentes, ou seja,

$$a(t_{m+1}) = a(t_m) e^{-(\pi/Q)} + A_m e^{-(\pi f_r / Q)(T - t_{0m})} + A_{m+1} e^{-(\pi f_r / Q) t_{0m+1}} \quad (5.44)$$

enquanto que a sua fase será dada por

$$\theta(t_{m+1}) = \theta(t_m) + 2\pi f_r (t_{0m+1} - t_{0m}) \quad (5.45)$$

A Fig. 5.5 ilustra os resultados descritos anteriormente. A Fig. 5.5a mostra o caso em que não ocorre impulso no intervalo de tempo $t_{m+1} - t_m$ ($A_m = 0$ e $A_{m+1} = 0$); na Fig. 5.5b temos o caso em que ocorre um impulso no instante $t_m + t_{0m}$. No caso mostrado na Fig. 5.5c ocorre um impulso no instante $t_{m+1} - t_{0m+1}$; e no caso mostrado na Fig. 5.5d ocorrem impulsos nos instantes $t_m + t_{0m}$ e $t_{m+1} - t_{0m+1}$.

A eq. (5.45) fornece o valor da fase do sinal $s(t)$ no instante t_{m+1} , a qual será diferente da fase no instante t_m se $t_{0m+1} - t_{0m} \neq 0$. Para uma sequência aleatória de pulsos, a fase de $s(t)$, além de assumir um valor médio, apresentará uma variação superposta

a esta média. Esta componente variável caracterizará um desalinhamento entre si dos cruzamentos de zero da senoide, e sua amplitude será determinada pelo grau de variação da forma dos pulsos aplicados na entrada do filtro.

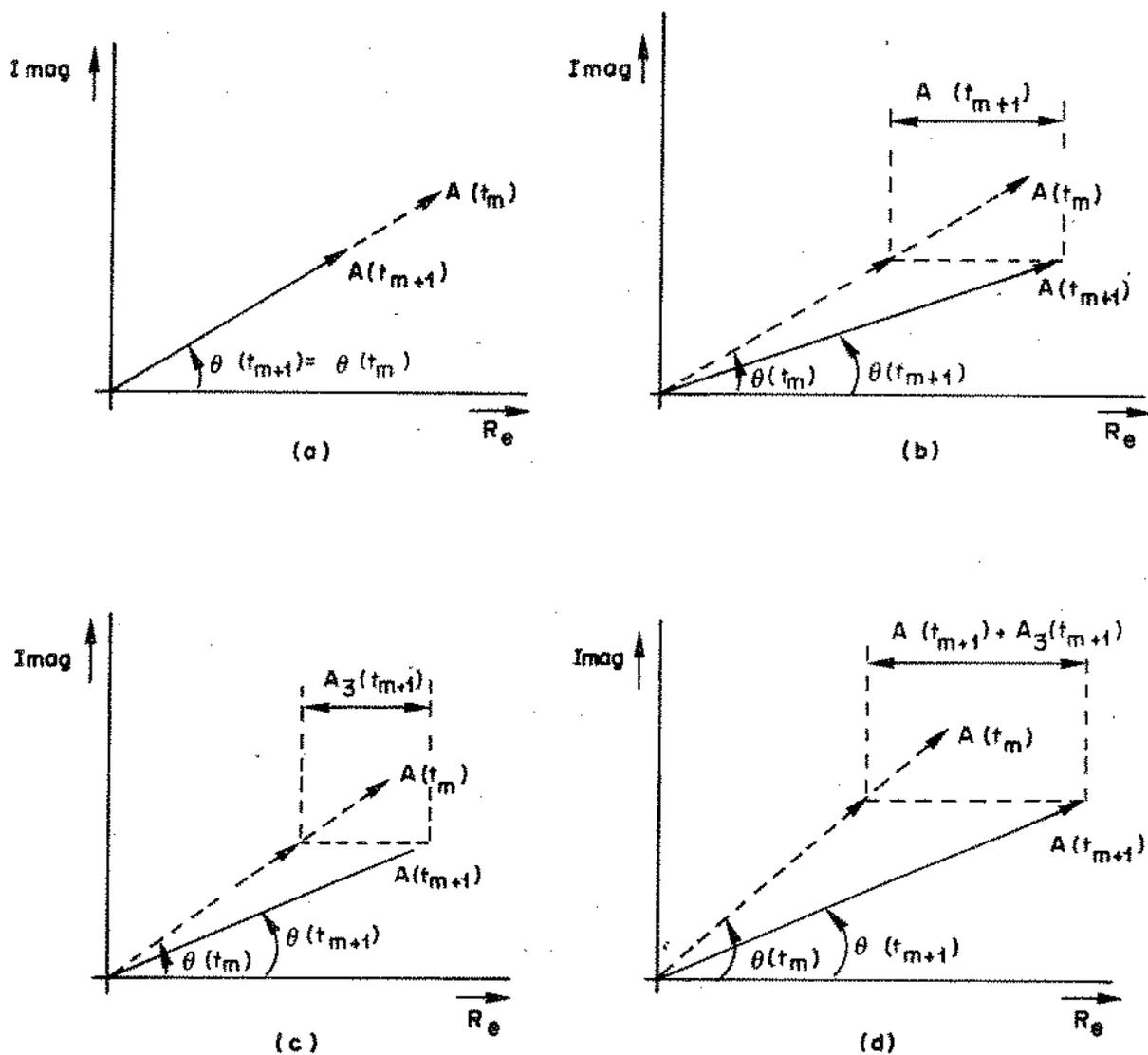


Fig. 5.5 - Fasor $A(t)$ nos instantes t_m e t_{m+1}

5.6 - CONVERSÃO DE AMPLITUDE PARA FASE

Como o fator de qualidade do circuito ressonante não é infinito, existe sempre uma modulação de amplitude associada ao sinal $s(t)$ na sua saída. Esta modulação de amplitude é indicada na eq. (5.35) e pode ser verificada na eq. (5.43).

Como já mencionado anteriormente, os cruzamentos de zero negativo da senoide na saída do circuito ressonante são utilizados

para a geração dos instantes de amostragem dos pulsos a serem regenerados. No entanto, devido a imperfeições dos circuitos empregados, estes instantes nem sempre são produzidos exatamente nestes cruzamentos de zero. Como a amplitude do sinal em um instante qualquer, diferente daquele do cruzamento de zero, estará variando, haverá a geração de uma componente de tremor, além daquela produzida pela interferência entre pulsos.

Para a análise da conversão de amplitude para fase, consideremos uma sequência de pulsos iguais e sem interferência entre pulsos, ou seja, tais que

$$\left. \begin{array}{l} t_{0n} = 0 \\ A_n = a_{n+1} \end{array} \right\} \text{ n qualquer}$$

Com estas condições, a eq. (5.43) pode ser escrita na forma

$$A(t_{m+1}) = A(t_m) e^{-\pi/Q} + a_{m+1} A_{m+1} \quad (5.46)$$

Temos neste caso uma situação análoga àquela analisada por Borelli e Waldman [19]. O equivalente da Fig. 5.5 está mostrado na Fig. 5.6.

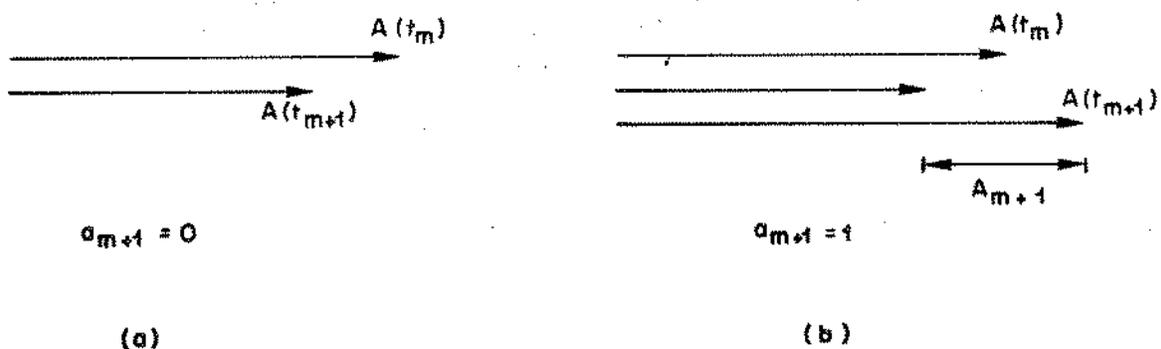


Fig. 5.6 - Fasor $A(t)$ nos instantes t_m e t_{m+1}

Verifica-se na Fig. 5.6a que a amplitude decresce de $\exp(-\pi/Q)$; analogamente, no caso mostrado na Fig. 5.6b a amplitude diminui de $\exp(-\pi/Q)$ no instante imediatamente anterior a t_{m+1} , mas aumenta abruptamente no instante t_{m+1} com a chegada do pulso.

Na Fig. 5.7 tem-se uma ilustração do comportamento do fasor $A(t)$. Um esboço da onda $s(t)$, resultante da excitação do cir

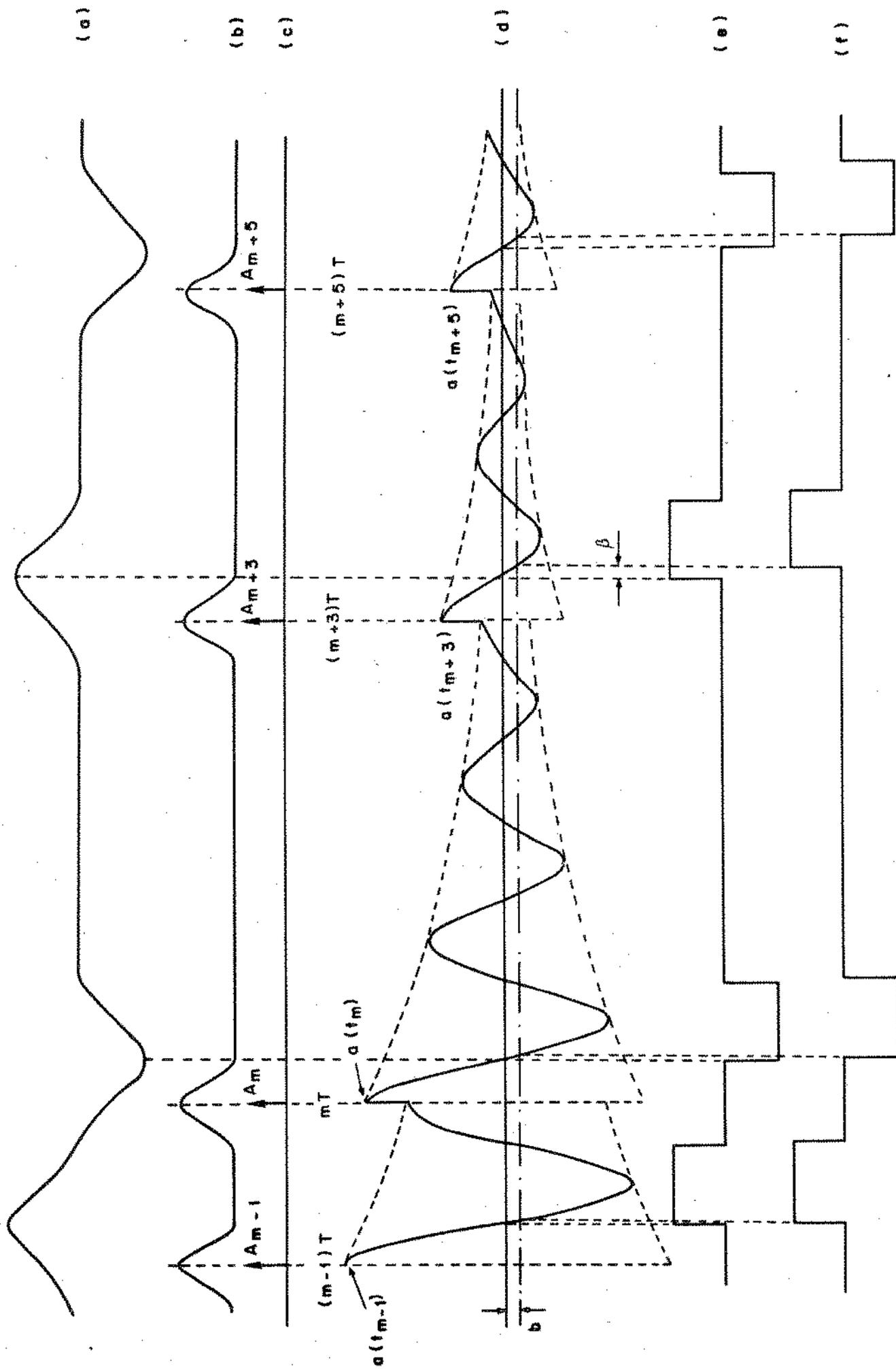


Fig. 5.7 - Tremor devido à conversão de amplitude/fase

cuito ressonante pela sequência de impulsos equivalente mostrada na Fig. 5.6c, é indicado na Fig. 5.7d. O fasor $A(t)$ é dado pela eq. (5.46).

Pode-se notar claramente a modulação em amplitude do sinal $s(t)$. Até o instante $t_m = mT$ a amplitude diminui de $\exp(-\pi/Q)$, e neste instante aumenta da quantidade A_m , devido à ocorrência de impulso neste instante. No instante t_{m+3} , a amplitude, que caiu durante o intervalo igual a $3T$, aumenta novamente de um valor igual a A_{m+3} .

Supondo que as amostragens da sequência de pulsos de saída do equalizador mostrada na Fig. 5.7a, sejam efetuadas por impulsos gerados nos zeros do sinal $s(t)$, a sequência de saída não apresentará qualquer variação de posição no tempo, como indicado na Fig. 5.7c. Já a Fig. 5.7e ilustra o que acontece quando as amostragens são processadas no momento em que o sinal $s(t)$ alcança um determinado nível de amplitude b . Se a sequência de pulsos é aleatória, ocorrerá também variações aleatórias nos ângulos β , o que resultará igualmente em variações dos instantes de amostragem e que, conseqüentemente, serão repassadas aos pulsos regenerados.

Estes ângulos β para os instantes t_m de ocorrência de pulsos podem ser determinados por

$$\beta(t_m^-) = \text{sen}^{-1} \frac{b}{a(t_m^-)} \quad (5.47)$$

onde t_m^- é o instante imediatamente anterior ao instante $t_m = mT$.

Uma vez que a quantidade $b/a(t_m^-)$ será sempre bastante pequena, podemos escrever

$$\beta(t_m^-) \approx \frac{b}{a(t_m^-)} \quad (5.48)$$

e a taxa de variação de β em relação à amplitude da senoide será dada aproximadamente por

$$\frac{\Delta\beta}{\Delta a} = \frac{b}{a^2(t)} \quad (5.49)$$

Verifica-se facilmente que esta variação relativa é uma função do inverso do quadrado de $a(t)$. Em conseqüência desta fato, uma vez que a amplitude $a(t)$ aumenta com o aumento do fator Q do circuito, valores altos deste fator implicam em valores menores pa

ra os ângulos de desvio β . Se a sequência de pulsos obedecer a um padrão periódico do tipo $1/n$, todos os instantes de amostragem estarão deslocados da mesma quantidade β , o que implica em nenhuma componente de tremor na saída do regenerador produzida por conversão de amplitude para fase.

5.7 - INTERFERÊNCIA ENTRE PULSOS E CONVERSÃO DE AMPLITUDE PARA FASE

Chamando, como antes, de $\theta(t)$ o desalinhamento dos cruzamentos de zero da onda $s(t)$ devido às interferências entre pulsos e de $\beta(t)$ o deslocamento de fase devido ao efeito de conversão de amplitude para fase, os instantes de amostragem ocorrerão com as fases

$$\gamma(t_m) = \theta(t_m) + \beta(t_m) \quad (5.50)$$

A quantidade $\gamma(t_m)$ dada pela eq. (5.50) expressa o desvio em graus do instante de amostragem ótimo do pulso de sinal na janela temporal $t_m = mT$. O valor de $\theta(t_m)$, em função do valor na janela temporal anterior, é dado pela eq. (5.45), e o valor de $\beta(t_m)$ pela eq. (5.47). Um aspecto prejudicial, no caso de padrão de pulsos aleatório, que é a situação normalmente encontrada na prática, é que os instantes não apresentarão todos os mesmos desvios, mas variarão em torno de uma média.

5.8 - SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO TREMOR

Na eq. (5.43) a resposta $A(t)$ em um instante t_{m+1} é expressa em função daquela em uma janela de tempo imediatamente anterior. Assim podemos, em qualquer instante de amostragem de interesse, determinar tanto a amplitude como a fase do fasor $A(t)$. A fase de $A(t)$ assim determinada representará a modulação em posição no tempo dos cruzamentos de zero da onda de saída do circuito ressonante $s(t)$.

Chamaremos aqui de tremor rms (γ_{rms}), ou simplesmente tremor, ao desvio padrão das fases dos instantes de amostragem conseguidos a partir dos cruzamentos de zero negativo, ou seja,

$$\gamma_{rms} = \left[\overline{\gamma^2(t_m)} - \overline{\gamma(t_m)}^2 \right]^{1/2} \quad (5.51)$$

A quantidade $\overline{\gamma(t_m)}$ representa o desalinhamento médio (D.M.) dos instantes de amostragem.

5.8.1 - SIMULAÇÃO DO TREM DE PULSOS

Para a simulação do comportamento do tremor precisamos dispor de uma sequência de pulsos organizados de acordo com o padrão desejado. Neste estudo estamos interessados em um trem de pulsos ordenado segundo o código AMI, como já tratado anteriormente. Uma vez que o sinal recebido pelo circuito de extração de tempo será previamente retificado, a polaridade dos pulsos não nos interessa, mas sim a sua existência ou não. Portanto, o trem de pulsos pode ser simulado através da geração de 0's e 1's por meio de uma subrotina de números aleatórios.

Neste estudo utilizou-se para a geração dos números binários aleatórios a simulação de um gerador pseudo-aleatório baseado em um acumulador de deslocamento ("shift-register") de 15 estágios. Tal gerador pode fornecer uma sequência binária de 2^{15-1} bits de comprimento. Sequências pseudo-aleatórias deste tamanho conseguem simular satisfatoriamente o tráfego de dados em um canal de transmissão digital típico [25].

O princípio básico do gerador pseudo-aleatório é a realização da soma das saídas dos n estágios de um acumulador de deslocamento, como mostra a Fig. 5.8.

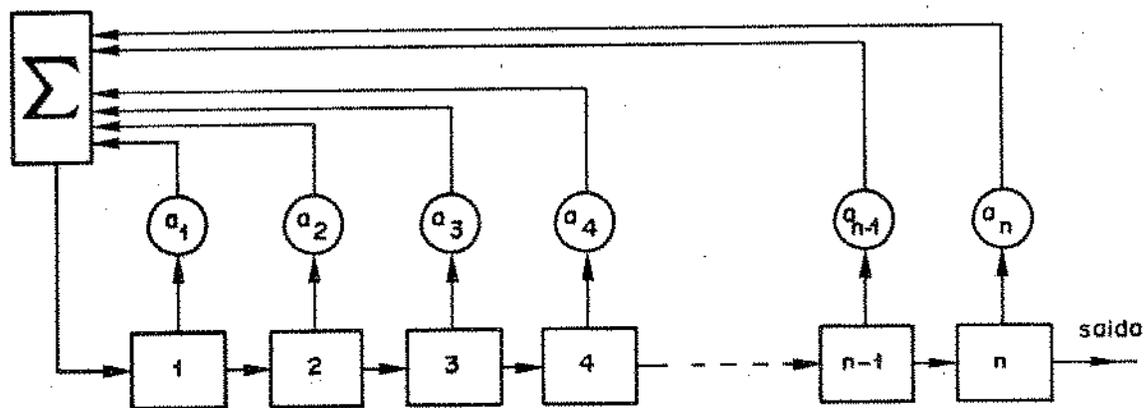


Fig. 5.8 - Princípio do gerador pseudo-aleatório

A possibilidade da ocorrência de estados nulos em todos os estágios deve ser eliminada, uma vez que, se todos os estágios estiverem em 0, a realimentação não conseguirá desfazer esta condição. Desta forma, pode-se obter uma sequência padrão pseudo-aleatória repetitiva de comprimento $2^n - 1$ bits.

Cada a_i , $i=1,2,3,\dots,n$ pode ser 0 ou 1, dependendo do número de estágios do acumulador de deslocamento. A saída do gerador pode ser tomada em qualquer um dos estágios ou até mesmo na realimentação. Para o caso de n igual a 15 é necessária apenas a realimentação dos dois últimos estágios {23 e 25}.

Para cada bit 1 da sequência, procede-se à verificação dos dois bits anteriores e dos dois posteriores. Desta maneira, pode-se verificar a qual pulso $g_i(t)$ corresponde o bit, de acordo com os resultados apresentados pelos eqs. (4.3) e (4.4) e tabela (4.1).

5.8.2 - PROCEDIMENTO DE CÁLCULO DO TREMOR

O procedimento de cálculo do tremor aqui utilizado está baseado na suposição de que este está diretamente relacionado às imperfeições do sinal do qual são extraídos os instantes de amostragem dos pulsos a serem regenerados. Parte deste tremor é devido ao deslocamento na posição efetiva dos pulsos causado pela interferência entre pulsos, e outra parte é devida às limitações na extração dos cruzamentos de zero, ou seja, à conversão de amplitude para fase.

São utilizados os resultados fornecidos pelos eqs. (5.43), (5.47), (5.50) e (5.51). Calcula-se em um instante t_{m+1} a fase e a amplitude do fasor $A(t_{m+1})$ a partir daquelas no instante t_m . $A(t_m)$ é tomado como condição inicial. Embora se possa admitir uma amplitude e uma fase quaisquer para este início, é preferível, para melhorar o desempenho, iniciar com uma condição mais conveniente.

Aqui considerou-se a inicialização a partir de uma situação de regime determinada pelo padrão periódico ...010101010.... Pode-se verificar, através dos resultados do item 4.1.2, que esta sequência corresponde na verdade a uma sequência de pulsos do tipo $g_{13}(t)$, cujo impulso equivalente correspondente tem $t_0=0$ e $A^{13}=A_{13}$.

Quando em regime, a partir da eq. (5.43), podemos escrever:

$$A_{\text{reg}} = A_{\text{reg}} e^{-2\pi/Q} + A_{13}$$

de onde obtemos o valor da amplitude de regime da onda $s(t)$ para esta sequência periódica, ou seja,

$$a_{\text{reg}} = \frac{A_{13}}{1 - e^{-2\pi/Q}} \quad (5.52)$$

Este valor é tomado então como a amplitude inicial; a fase inicial é considerada nula.

Para facilitar o detalhamento do processo de computação adotado, consideremos a Fig. 5.9, onde se tem um intervalo de tempo contendo dois instantes possíveis de ocorrência de impulsos. Deve-se ter em mente que a ocorrência de um impulso no instante t_{02} implica na não ocorrência de impulso no instante t_{03} , e vice-versa; t_{03} será tomado como t_{01} no passo de computação seguinte. Quando o impulso ocorrer exatamente no instante nominal, tem-se $t_{02} = 0$.

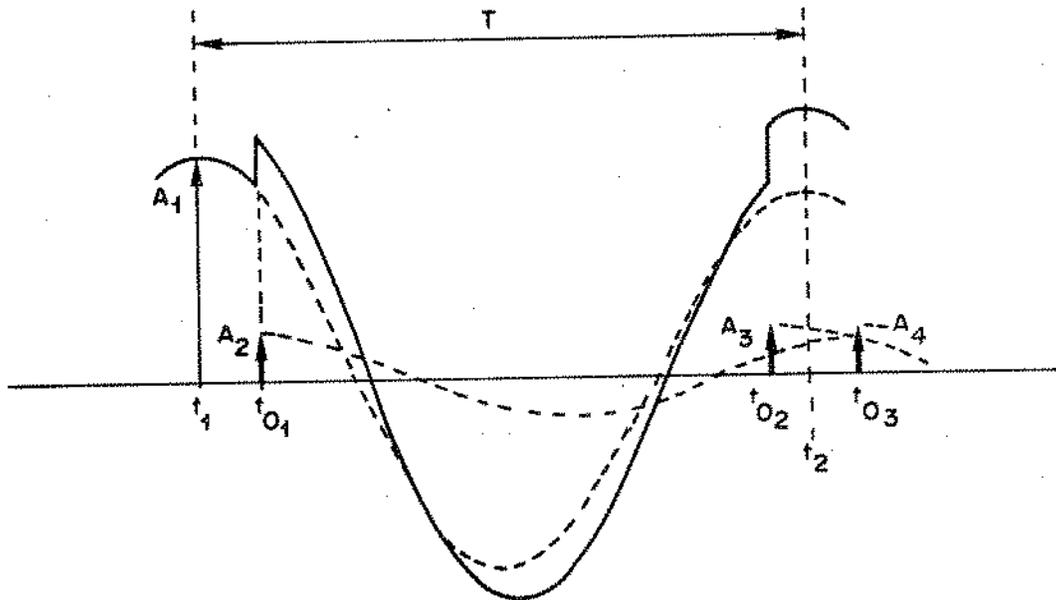


Fig. 5.9 - Posições em que podem ocorrer impulsos dentro de um intervalo de tempo.

Apresentamos a seguir, de maneira sumária, os passos principais de computação utilizados na simulação.

1. Atribui-se os valores de:

- α , fator de alargamento de faixa;
- c , nível de ceifamento dos pulsos;
- Q , fator de mérito do circuito ressonante

- b, nível em que se dá a extração dos instantes de amostragem;
2. Determina-se, por método numérico de integração, os valores de amplitude e do deslocamento em relação ao instante de ocorrência nominal dos impulsos equivalentes de todos os pulsos, ou seja, os valores de A_n e t_{0n} , $n=1,2,\dots,16$;
 3. Inicializa-se o processo, fixando-se as condições de amplitude e fase no instante t_1 (Fig 5.9), empregando-se um critério como o da eq. (5.52);
 4. Procede-se à saída de um bit do simulador da sequência aleatória; se este bit for "0", passa-se para o passo 7, em caso contrário,
 5. Determina-se, através da verificação dos dois bits anteriores e dos dois posteriores, a qual pulso corresponde, entre os relacionados no item 4.1, eq. (4.6) e (4.10); obtêm-se assim os valores da amplitude (A) e do desvio do impulso equivalente (t_0);
 6. Verifica-se o sinal do deslocamento t_0 , o que determina a aplicação da eq. (5.42) neste ciclo de cálculo ou da eq. (5.41) no ciclo seguinte;
 7. Determina-se o valor do fasor $A(t)$ no instante t_2 (Fig. 5.9) através da eq. (5.43);
 8. Calcula-se a fase do fasor $A(t)$ e a conversão de amplitude para fase no instante t_2 ;
 9. Acumula-se os resultados encontrados para a determinação posterior das médias estatísticas;
 10. Transfere-se os resultados obtidos em t_2 para t_1 ;
 11. Se o número de ciclos de cálculo é menor que o estipulado para a determinação das médias, volta-se ao passo 4; em caso contrário,

12. Calcula-se o valor do tremor e finaliza-se o processo de cálculo.

5.9 - RESULTADOS

A seguir apresentaremos os resultados encontrados através dos procedimentos descritos anteriormente. Tais resultados foram determinados calculando-se a média estatística sobre 2.000 valores, fornecidos por uma sequência aleatória de pulsos, a qual foi simulada de acordo com o método descrito no item 5.8.1. Este comprimento da sequência foi obtido experimentalmente. Verificou-se que este número de pulsos é bastante suficiente para se alcançar o necessário equilíbrio estatístico.

5.9.1 - NÃO-LINEARIDADE TIPO CEIFAMENTO

5.9.1.1 - Tremor rms

A grandeza γ_{rms} dada pela eq. (5.51) expressa o tremor rms dos pulsos regenerados e é calculada sobre as fases $\gamma(t_m)$ dos instantes de amostragem determinadas nos instantes nominais de ocorrência de pulso t_m .

Se não há qualquer conversão de amplitude para fase ($b=0$), a quantidade γ_{rms} será completamente definida pelas fases $\theta(t_m)$ do fasor $A(t)$ calculadas nos instantes t_m . Isto porque, neste caso, os instantes de amostragem são extraídos exatamente nos cruzamentos de zero negativo da onda produzida na saída do circuito ressonante.

A Fig. 5.10 apresenta as curvas do tremor rms em termos do fator de alargamento de faixa α e do nível de ceifamento dos pulsos C . Estes resultados foram obtidos para um fator de qualidade do circuito ressonante Q igual a 100 e ausência de conversão de amplitude para fase ($b=0$).

Pode-se verificar facilmente que, qualquer que seja o valor do nível de ceifamento, o valor do tremor rms diminui com o aumento do fator α . É uma dependência bastante acentuada. Para $C=0$, onde a taxa de variação do tremor rms em relação à variação de α é menor, o tremor rms cai de 6,48 graus (com $\alpha=0$) para 1,47 graus (com $\alpha=1$).

Vê-se que o menor valor do tremor rms (0,53 graus) é ob

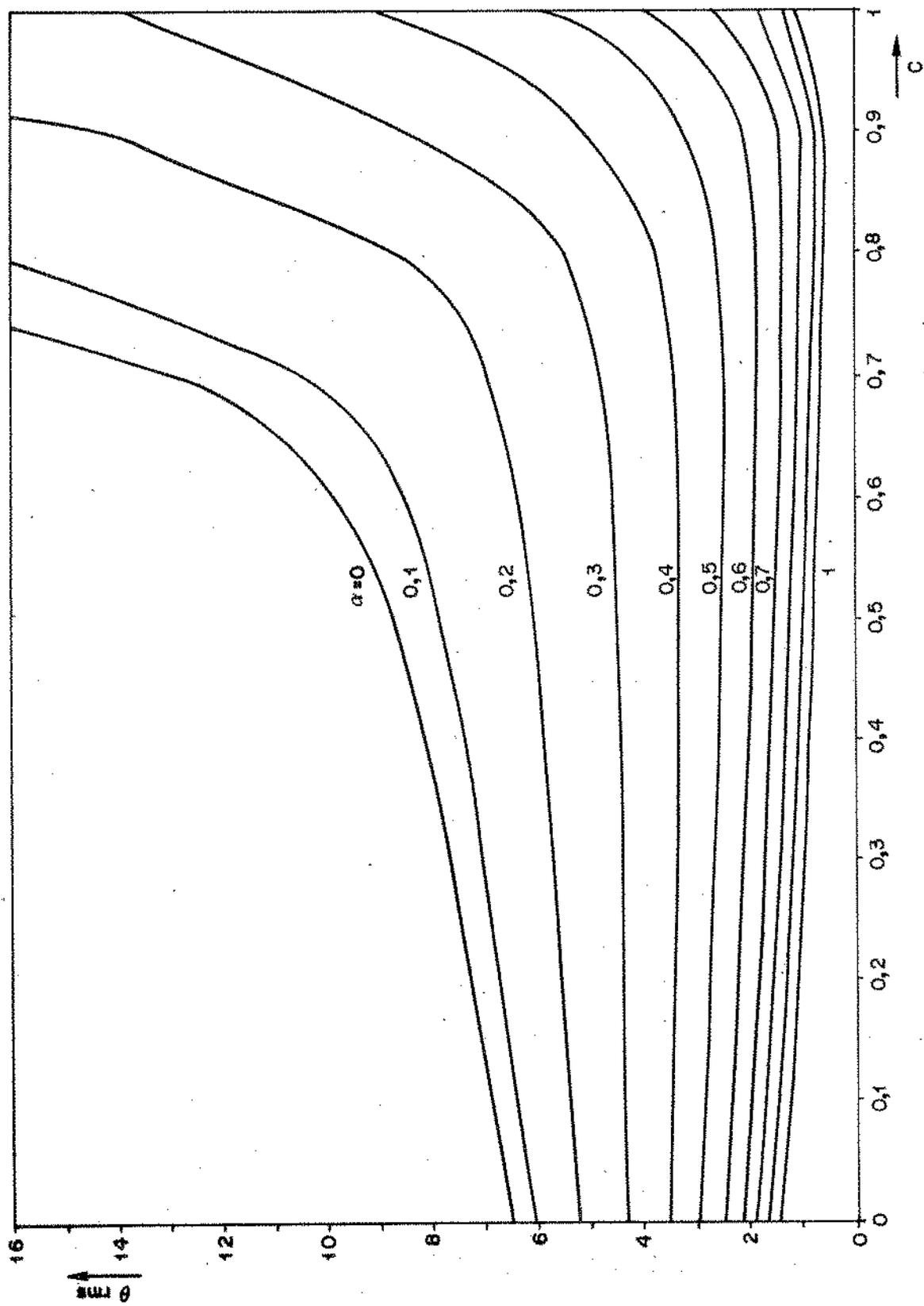


Fig. 5.10 - Tremor rms de um padrão aleatório. $Q=100$, $b=0$

tido com $\alpha=1$ e $C=0,9$. Para este valor do fator α e para $C \leq 0,9$, o tremor rms diminui quase que linearmente com o aumento de C ; cai de 1,47 graus em $C=0$ para 0,53 graus em $C=0,9$.

No entanto, a diminuição do tremor rms com a elevação do nível de ceifamento dos pulsos somente ocorre para os valores mais altos do fator α . A medida que o fator α é diminuído, a taxa de variação do tremor em relação ao nível de ceifamento diminui. Para $\alpha=0,3$ e $C \leq 0,6$, o tremor praticamente não depende do nível de ceifamento.

Para valores pequenos de α e/ou valores elevados do nível de ceifamento, o tremor rms aumenta com o aumento de C . Isto se deve ao fato de a amplitude do pico dos pulsos assimétricos em relação ao instante nominal de ocorrência aumentar com a diminuição de α , enquanto que os pulsos assimétricos têm uma amplitude de pico independente do fator α .

A Fig. 5.11 apresenta para ilustração os pulsos $g_{15}(t)$ e $g_{16}(t)$ (ver eqs. (4.6) e (4.10)), representados para alguns valores de α no intervalo $-T$ a T .

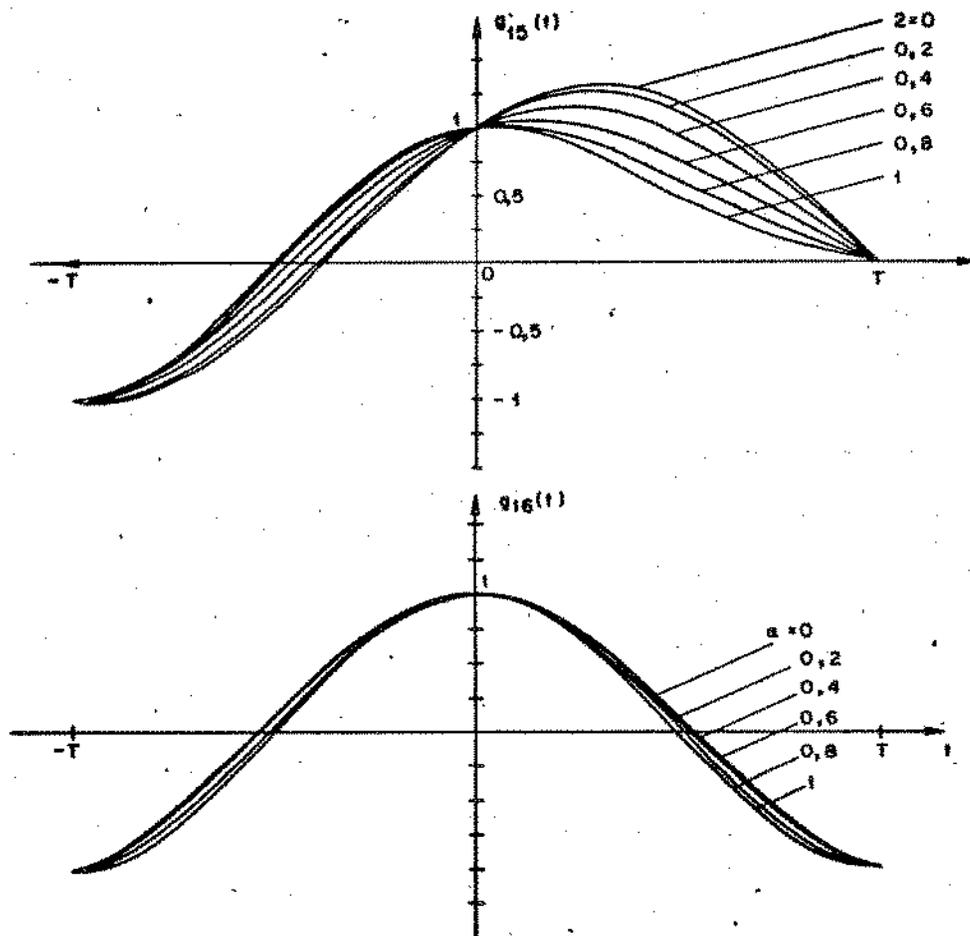


Fig. 5.11 - Pulsos $g_{15}(t)$ e $g_{16}(t)$

O pulso $g_{15}(t)$ é um pulso cujo pico ocorre fora do instante nominal de ocorrência do mesmo. Pode-se ver que o valor da amplitude de pico aumenta à medida em que α diminui. O mesmo ocorre com a amplitude do impulso equivalente correspondente, como pode ser observado da Tabela 5.1. Por outro lado, o pulso $g_{15}(t)$ é um pulso perfeitamente simétrico em relação à sua origem. A amplitude do seu pico não sofre qualquer alteração quando o valor de α é modificado, e a variação de amplitude do impulso equivalente com o fator α é relativamente pequena.

Portanto, a medida em que o nível de ceifamento é aumentado, a relação entre a amplitude de um impulso equivalente deslocado do instante nominal de ocorrência ($t_0 \neq 0$) e a amplitude de um impulso equivalente não deslocado ($t_0 = 0$) aumenta para valores pequenos de α . Ou seja, a amplitude do pulso equivalente de um pulso simétrico diminui mais rapidamente com a elevação do nível de ceifamento que o impulso equivalente de um pulso não simétrico em relação à origem. Considerando que o sinal após a operação de ceifamento é submetido a uma amplificação linear, para que a potência do sinal que excita o circuito ressonante não dependa do nível de ceifamento, a potência associada aos pulsos não simétricos (que produzem deslocamento de fase) aumenta em relação à associada aos pulsos simétricos (que não produzem deslocamento de fase ou tremor) com a elevação de C . Por isso, para valores pequenos do fator α , o tremor aumenta com o aumento do nível C .

Uma situação extrema ocorre quando o nível de ceifamento é colocado em $C=1$. Nesta situação todos os pulsos não totalmente eliminados pelo processo de ceifamento estão fora dos instantes nominais de ocorrência de pulsos. Como estes deslocamentos podem ser tanto em um sentido como no outro, o valor do tremor se eleva abruptamente.

Na Fig. 5.12 estão mostradas as curvas da diferença relativa entre as amplitudes dos impulsos equivalentes de $g_{15}(t)$ e $g_{16}(t)$ em função dos fatores α e C . Pode-se notar a grande semelhança existente estas curvas e as curvas da Fig. 5.10.

A amplitude de um determinado impulso equivalente, como definido no item 5.3, é uma função do fator de qualidade Q do circuito ressonante, de acordo com a eq. (5.21). E como o deslocamento da fase do fasor $A(t)$, em um dado instante de amostragem, é uma função da amplitude dos impulsos, o tremor rms depende do valor do

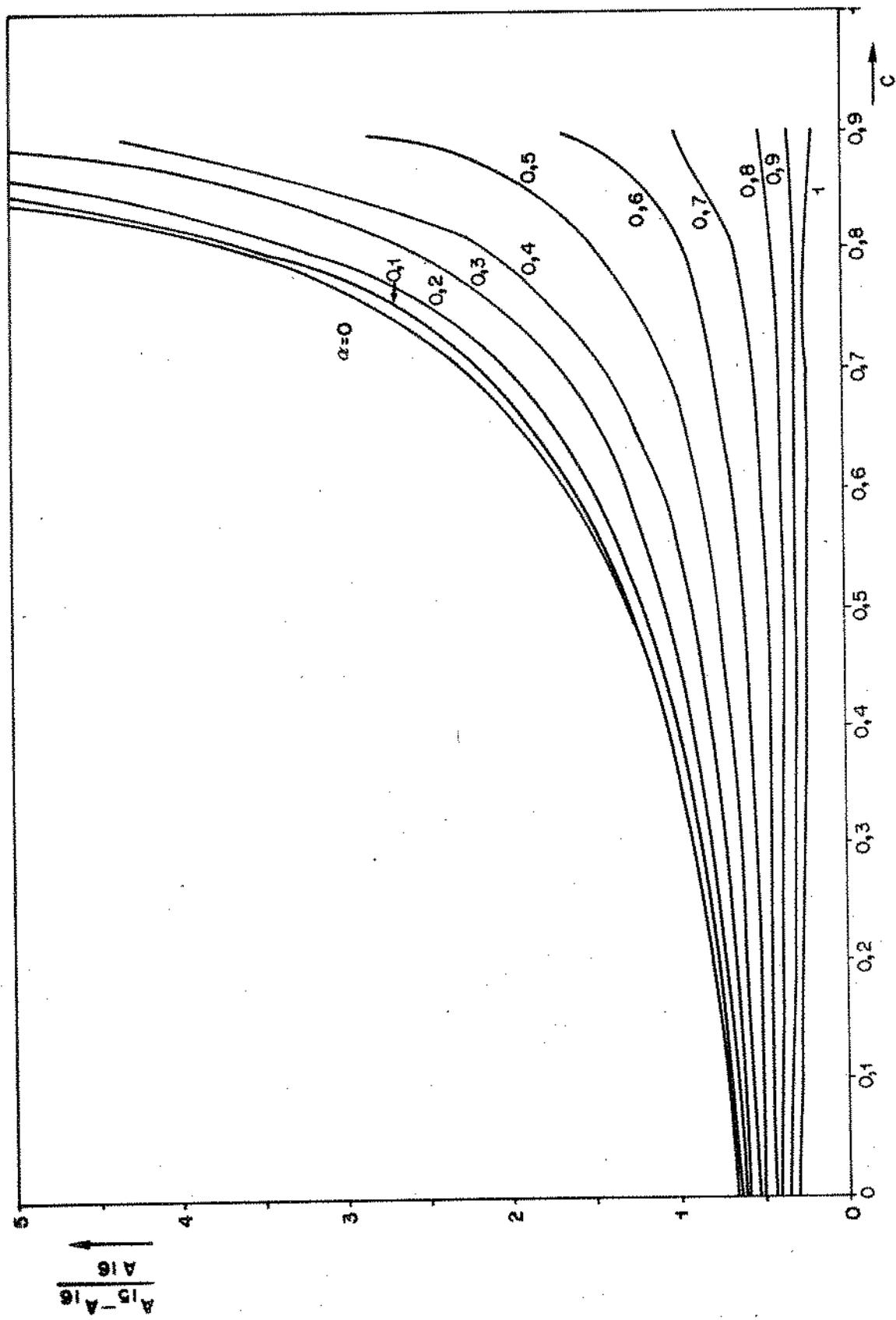


Fig. 5.12 - Amplitude diferencial relativa dos impulsos equivalentes de $g_{15}(t)$ e $g_{16}(t)$. $Q = 100$

fator Q . Esta dependência pode ser verificada através da Fig. 5.13, onde se tem o valor do tremor rms em função do Q do circuito, obtida para alguns valores dos parâmetros α e C . Novamente, considera-se a extração dos instantes de amostragem como sendo realizada exatamente nos cruzamentos de zero negativo da onda te tempo de saída do filtro.

Como esperado, o valor do tremor rms diminui com o aumento do fator Q . Para $C=0,7$ e $\alpha=0,6$, é de 1,83 graus para $Q=100$ enquanto é de 0,9 graus para $Q=200$.

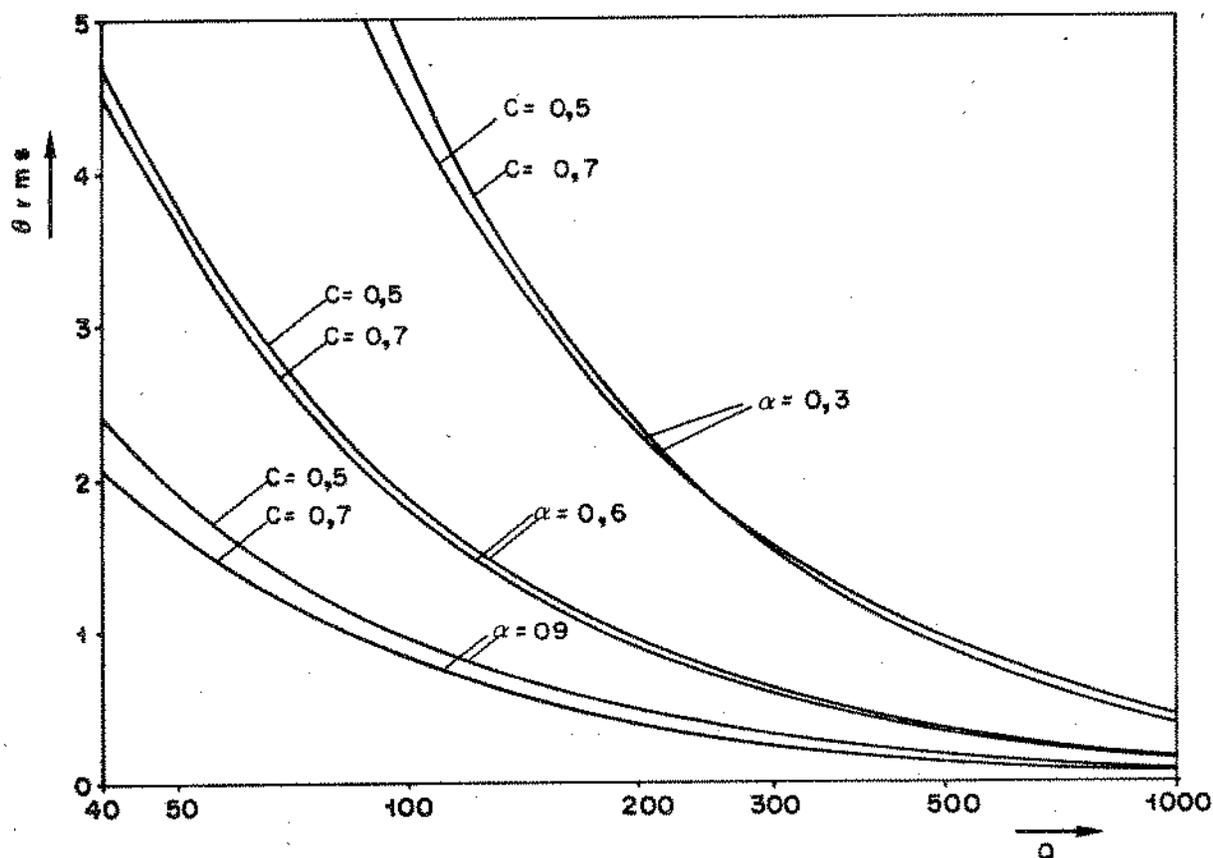


Fig. 5.13 - Tremor rms versus Q do circuito ressonante . $b = 0$

5.9.1.2 - Desalinhamento Médio

No item anterior foi apresentado o valor rms das variações de fase do fasor $A(t)$ nos instantes de amostragem. Estas variações ocorrem em torno de um valor médio, a que damos o nome de desalinhamento médio. O desalinhamento médio é uma medida que caracteriza a situação de regime estatístico.

Na Fig. 5.14 temos mostradas as curvas obtidas do desalinhamento médio em termos dos parâmetros α e C para um fator $Q = 100$.

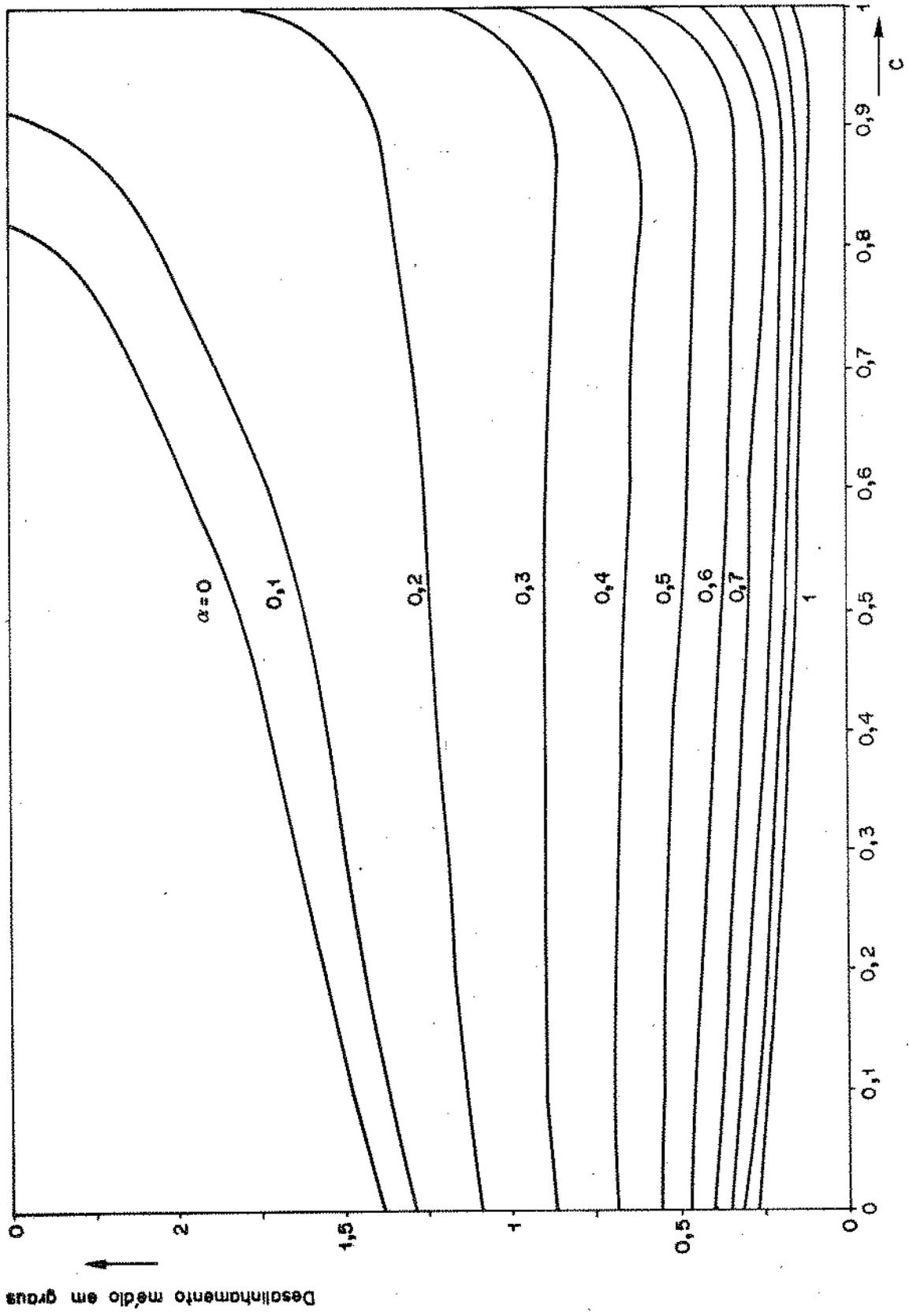


Fig. 5.14 - Desalinhamento médio em função de C e α . $b = 0$, $Q = 100$

Estes resultados foram obtidos após a realização de 2.000 iterações de cálculo, como descritos no item 5.8. Pode-se notar que o comportamento do desalinhamento médio em face dos valores de α e de C é análogo ao do tremor rms. Tal comportamento é explicado pelo efeito descrito no item 5.9.1.

Também o desalinhamento médio é dependente do valor do fator Q do circuito ressonante. A Fig. 5.15 mostra o valor do desalinhamento médio em função do valor Q para alguns valores dos parâmetros α e C . Pode-se verificar a completa semelhança destas curvas com as mostradas na Fig. 5.13 para o tremor rms, o que já era de se esperar.

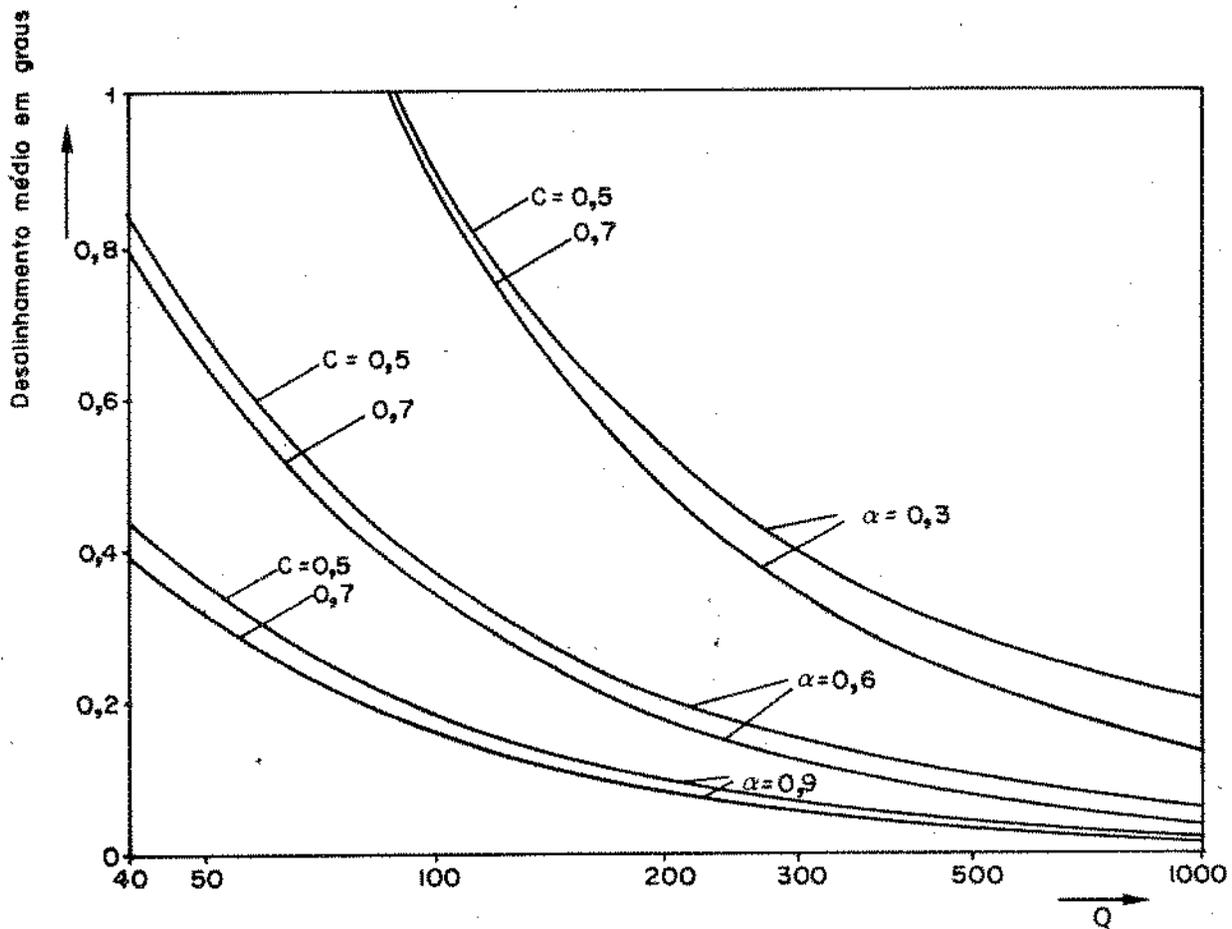


Fig. 5.15 - Desalinhamento médio em função do Q do circuito ressonante. $b = 0$

5.9.1.3 - Modulação de Amplitude

Como verificado no item 5.5, a amplitude da onda de relógio obtida na saída do filtro de extração apresenta uma variação em torno de um valor médio, quando o padrão de pulsos recebido pelo cir

cuito de extração é aleatório. O valor rms destas variações, obtidas nos instantes de amostragem, a que chamamos de modulação de amplitude, é indicado na Fig. 5.16 em função do nível de ceifamento C para $Q=100$ e alguns valores do fator α . Para a obtenção destes resultados, procedeu-se a uma normalização das amplitudes dos pulsos aplicados ao circuito ressonante em relação ao nível de ceifamento. Ou seja, após o ceifamento, os pulsos são multiplicados pelo fator $1/(1-C)$.

Como pode ser observado, a variação da modulação de amplitude com α é relativamente pequena. Por outro lado, é bastante dependente do valor de C , para valores deste acima de 0,5.

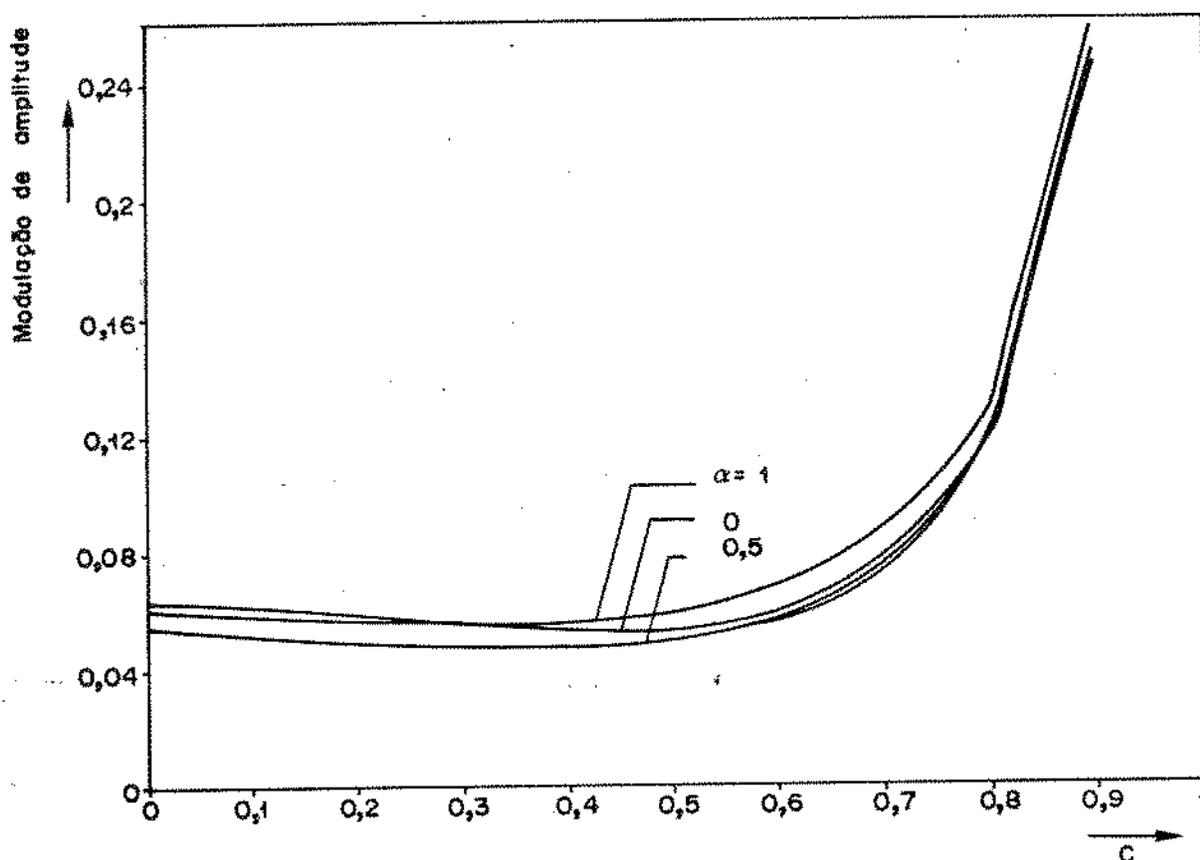


Fig. 5.16 - Valor rms da modulação de amplitude em função do nível de ceifamento

5.9.1.4 - Valor rms do Deslocamento do Instante de Ocorrência dos Impulsos Equivalentes

Apresentamos na Fig. 5.17 o valor rms do deslocamento do instante de ocorrência dos impulsos equivalentes em relação ao instante nominal de ocorrência. Verifica-se que tal erro aumenta com a

diminuição do fator α . Por outro lado, diminui com o aumento de C , sendo tal redução tanto mais acentuada quanto maior é o valor de α . Para $\alpha = 1$, o valor de t_0 rms cai de $0,058/T$ em $C=0$ para $0,019/T$ em $C=1$.

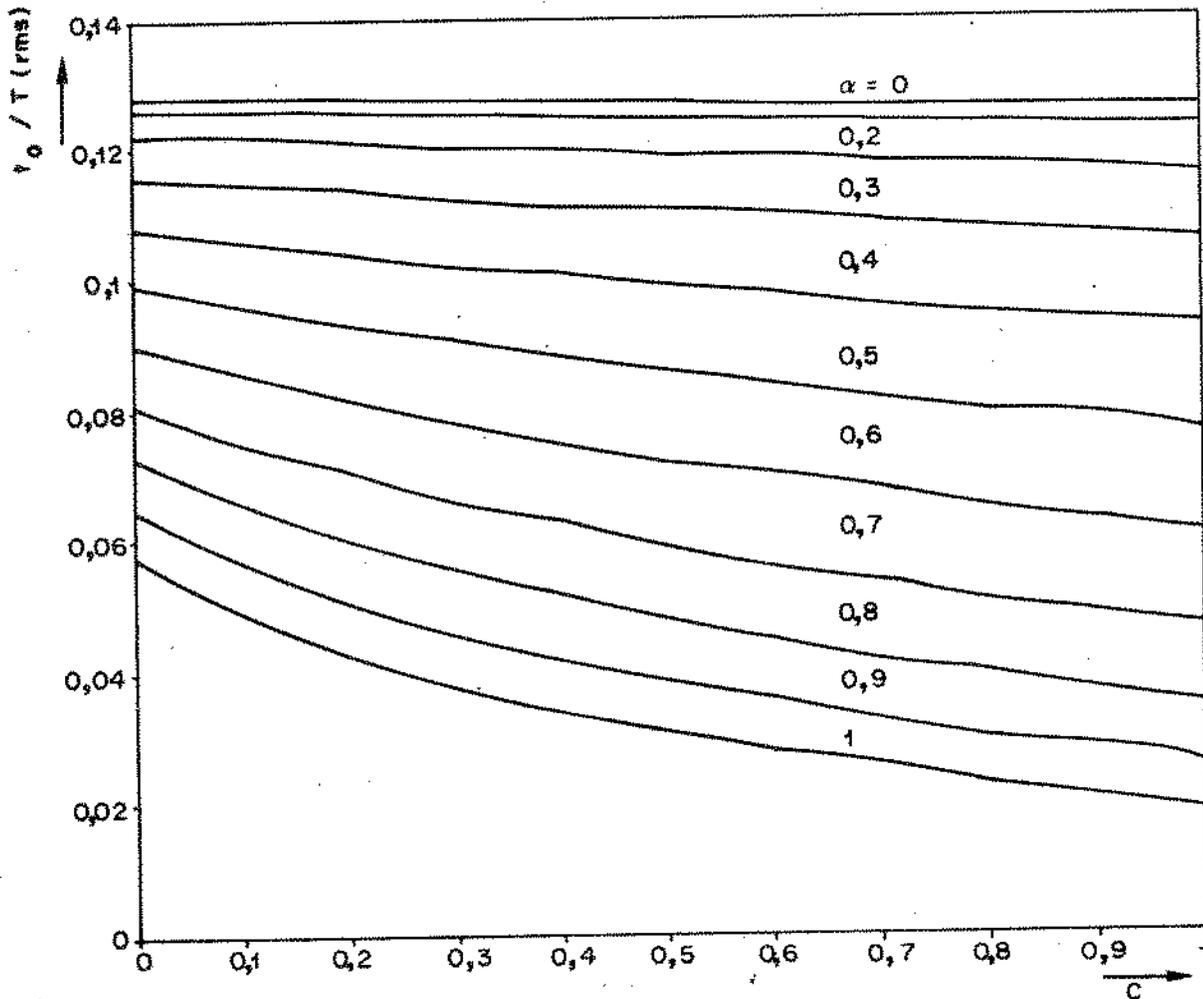


Fig. 5.17 - Valor rms de t_0/T de um padrão aleatório. $Q = 100$

5.9.1.5 - Conversão de Amplitude para Fase

Todos os resultados apresentados anteriormente foram obtidos para a condição ideal de extração dos instantes de amostragem exatamente nos cruzamentos de zero negativo da onda de tempo. No entanto, como já discutido anteriormente, esta não é a realidade prática. Usualmente, a extração dos instantes de amostragem estará associada a algum desvio do nível de detecção.

Nas Figs. 5.18 e 5.19 são mostrados os valores do tremor rms em função de C gerado quando existe um deslocamento do nível de

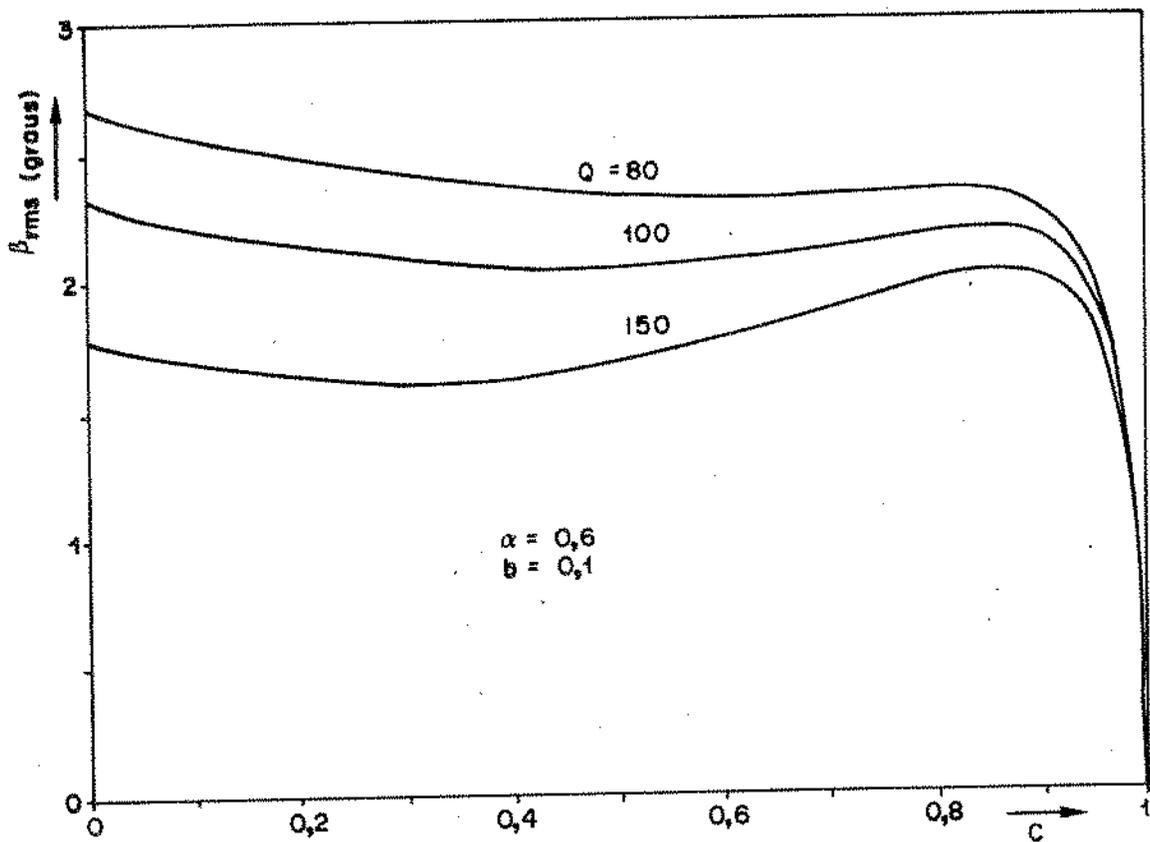


Fig. 5.18 - Tremor rms gerado por conversão de amplitude para fase. $\alpha = 0,6$ e $b = 0,1$.

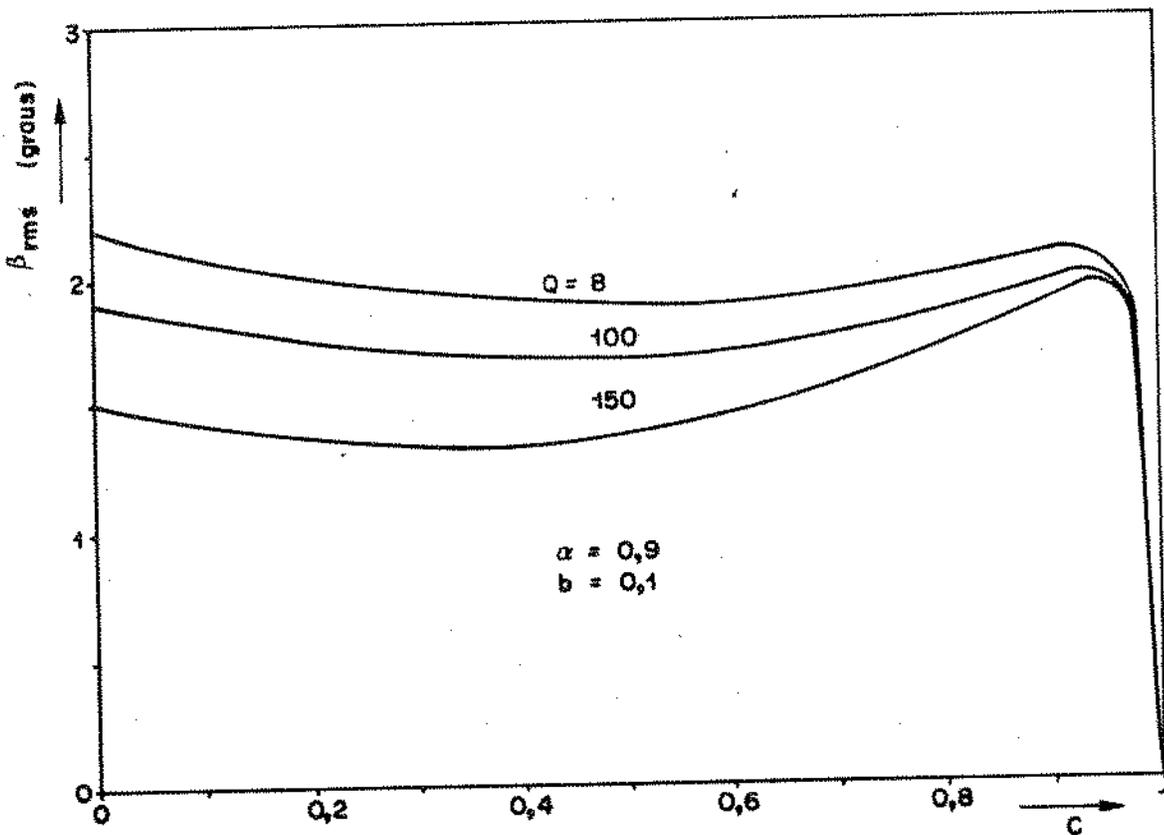


Fig. 5.19 - Tremor rms produzido por conversão de amplitude para fase. $\alpha = 0,9$ e $b = 0,1$.

de detecção de $b = 0,1 a_{reg}^{(1/2)}$, onde $a_{reg}^{(1/2)}$ é a amplitude do sinal de saída do circuito ressonante dada pela eq. (5.52). A utilização da amplitude do sinal resultante da excitação por um padrão de pulsos constituído de marcas alternadas com espaços como amplitude de referência é bastante razoável. Este padrão, por ter o número de "0"s igual ao de "1"s, pode indicar o regime estatístico para um padrão aleatório de "1"s e "0"s, com probabilidade 1/2 de ocorrência.

Como já discutido anteriormente, o tremor rms devido à conversão de amplitude para fase diminui com o aumento do fator Q do circuito ressonante, uma vez que a queda da amplitude da onda de tempo no intervalo entre pulsos torna-se menor. Desde que, com o aumento do nível de ceifamento, tanto a amplitude dos pulsos como a amplitude de referência diminuem, a variação desta componente de tremor com o nível de ceifamento não é grande, para $C < 0,55$. A utilização de uma amplitude de referência ajustável com o nível de ceifamento corresponde a uma recomposição da amplitude dos pulsos ceifados através de uma amplificação linear. A variação do tremor rms devido à conversão de amplitude para fase com o nível de ceifamento, para $C < 0,95$, se deve à variação da energia associada a cada um dos tipos de pulsos, em relação aos pulsos do padrão de referência, com a variação do nível de ceifamento. Quando C tende à unidade, tanto a amplitude dos impulsos equivalentes do padrão aleatório como as dos de referência tendem a zero.

Quando o parâmetro C tende à unidade, tanto as amplitudes dos impulsos equivalentes dos pulsos do sinal aleatório como a amplitude de referência tendem a zero. No entanto, a amplitude dos impulsos equivalentes de grande parte dos pulsos do sinal aleatório diminuem mais lentamente que a amplitude dos impulsos equivalentes dos pulsos do padrão de referência, o que explica a queda nas curvas das Figs. 5.18 e 5.19.

Pode-se verificar também, através dos resultados apresentados pelas Figs. 5.18 e 5.19, que o tremor rms gerado pela conversão de amplitude para fase diminui com o aumento do fator α . Este resultado já era previsto, uma vez que, com um maior valor de α , há uma menor interferência entre pulsos e, conseqüentemente, uma menor modulação de amplitude, o que implica em uma conversão de amplitude para fase menor.

5.9.1.6 - Tremor rms devido à Interferência entre Pulsos e Conversão de Amplitude para Fase

A fig. 5.20 apresenta o tremor rms devido à interferência entre pulsos e à conversão de amplitude para fase, conforme definido pela eq. (5.50), em função do nível de ceifamento e para alguns valores do fator α . O valor do erro no nível de detecção dos cruzamentos de zero do sinal $s(t)$ é o mesmo do item anterior, a saber, $0,1 a_{reg}^{(1/2)}$.

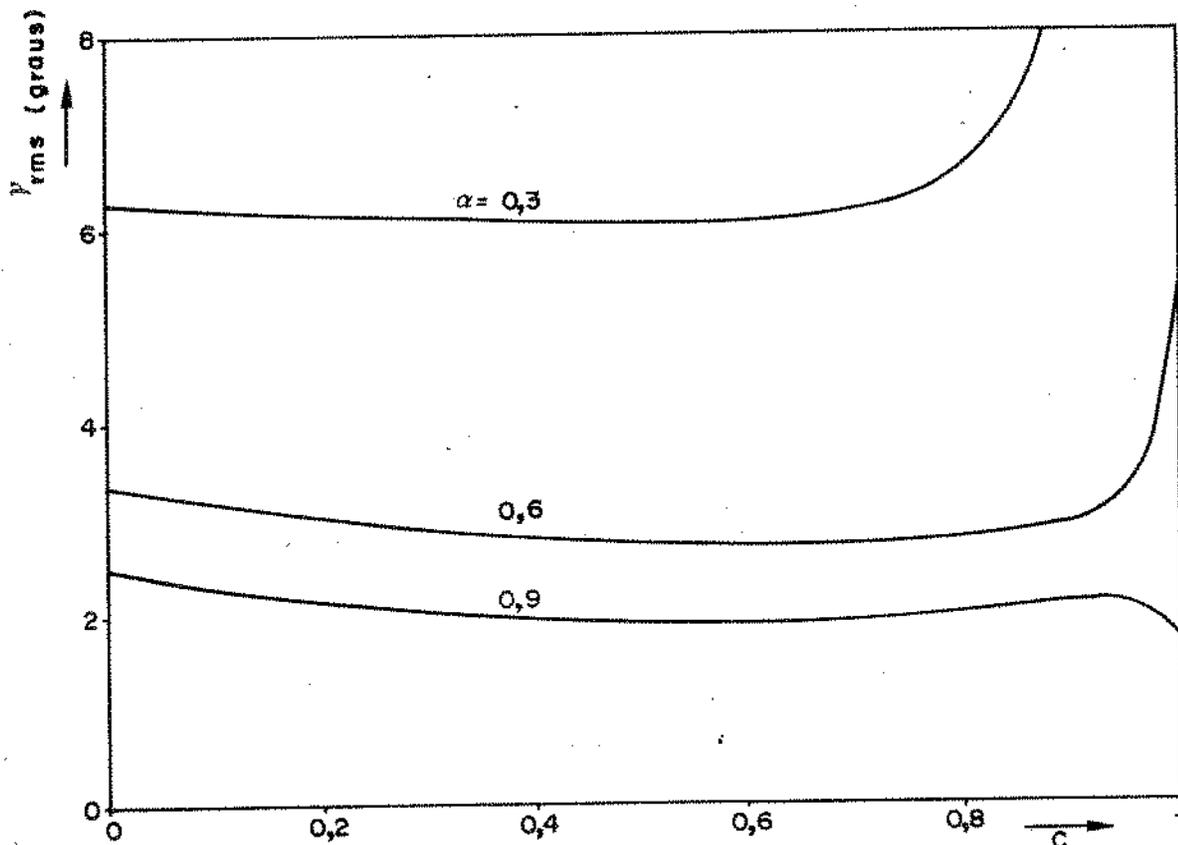


Fig. 5.20 - Tremor rms devido à interferência entre pulsos e à conversão de amplitude para fase. $Q = 100$ e $b = 0,1$.

5.9.2 - NÃO-LINEARIDADE QUADRÁTICA

5.9.2.1 - Tremor rms

A Fig. 5.20 mostra a significativa dependência do tremor rms do valor do fator α do equalizador, quando a não-linearidade utilizada é a do tipo quadrática. Pode-se verificar que essa dependência é mais acentuada ainda que a verificada com a não-linearidade do tipo retificação e ceifamento. Na Fig. 5.21, a curva tracejada re

apresenta o valor do tremor rms em função do fator α com a não-linearidade constituída de uma retificação simples (ceifamento zero). Para $\alpha > 0,37$ o desempenho da não-linearidade quadrática em relação ao tremor rms é superior ao da retificação. No entanto, esse tipo de não-linearidade pode ser menos eficiente que a de ceifamento, dependendo dos valores dos fatores α e C , como pode ser verificado através de uma comparação das curvas da Fig. 5.21 com as da Fig. 5.10.

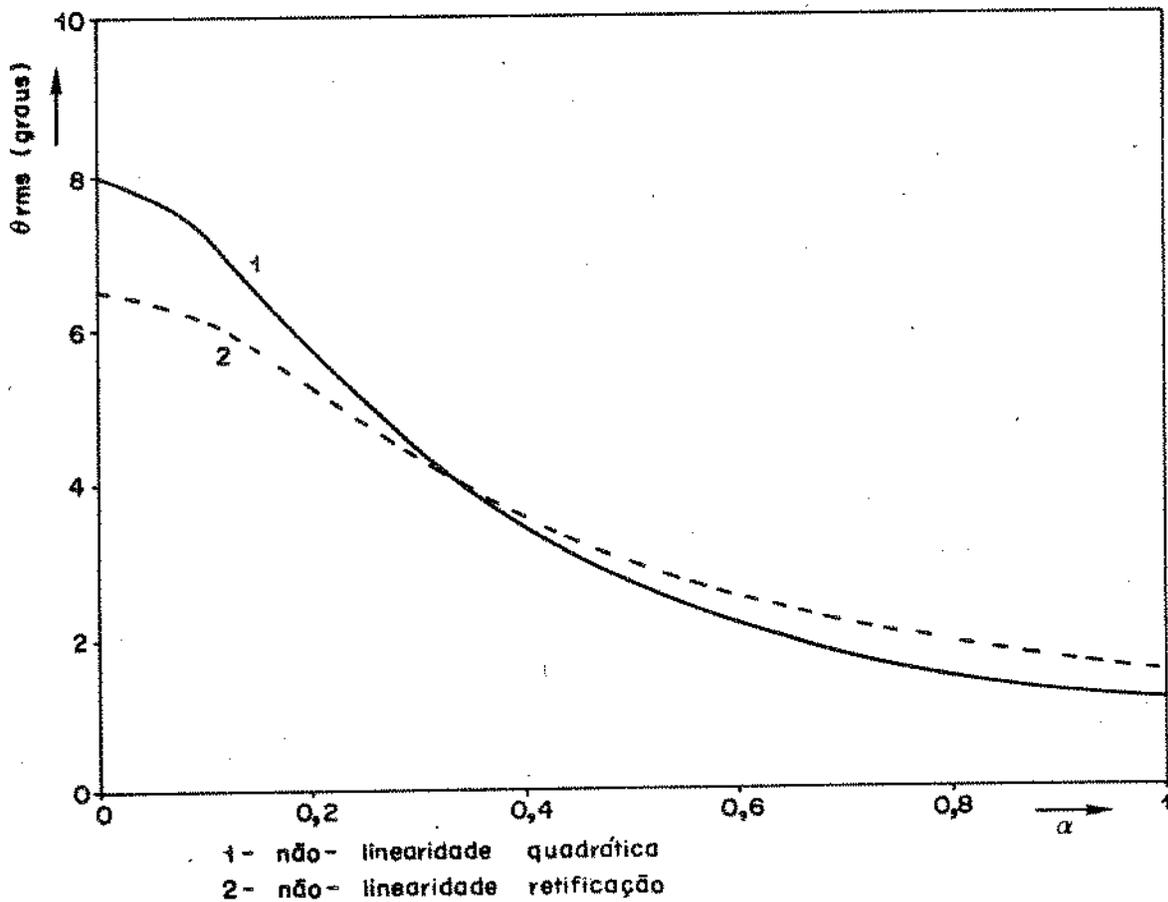
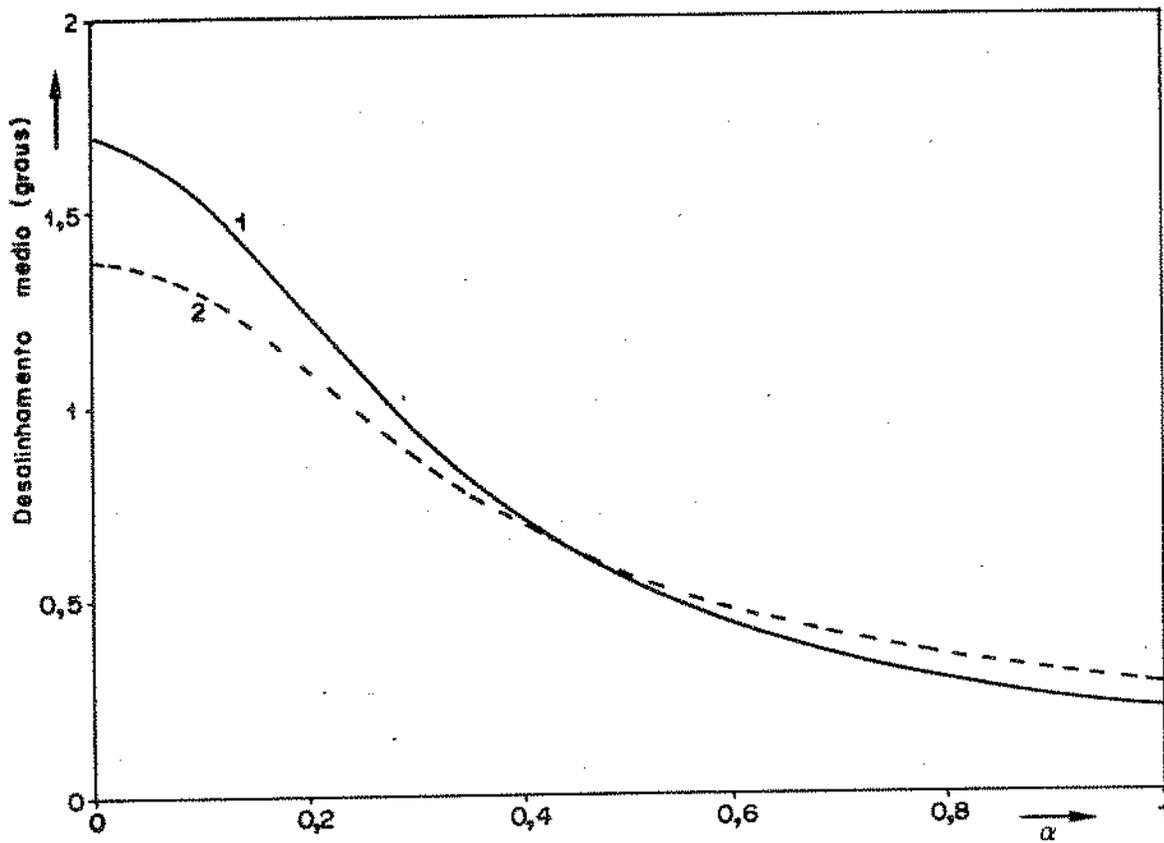


Fig. 5.21 - Tremor rms de um padrão aleatório com a linearidade quadrática. $Q = 100$, $b = 0$.

5.9.2.2 - Desalinhamento Médio

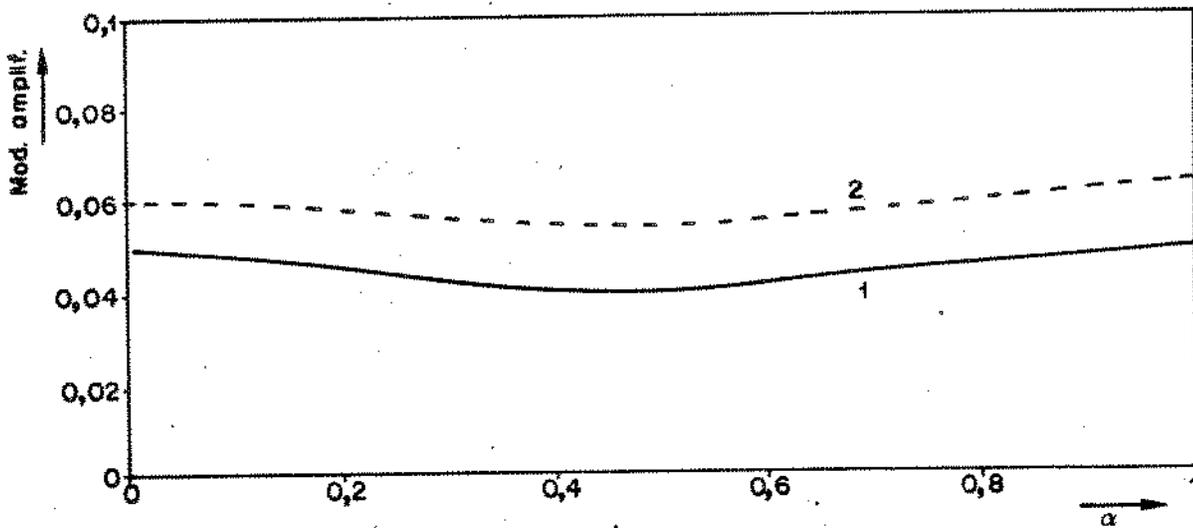
O desalinhamento médio, como definido anteriormente, também depende significativamente do fator de alargamento de faixa associado ao pulso equalizado, como mostra a Fig. 5.22. Como pode ser verificado, a variação do desalinhamento médio com o fator α é bastante semelhante à do tremor rms. Também a comparação com os resultados obtidos para a não-linearidade tipo ceifamento apresenta conclusões análogas às obtidas para o tremor rms.



1 - não - linearidade quadrática
 2 - não - linearidade retificação

Fig. 5.22 - Desalinhamento médio em função de α . $Q = 100$, $b = 0$.

5.9.2.3 - Modulação de Amplitude



1 - não - linearidade quadrática
 2 - não - linearidade retificação

Fig. 5.23 - Valor rms da modulação de amplitude. $Q = 100$, $b = 0$.

A modulação de amplitude da onda de tempo obtida na saída do circuito ressonante, com a não-linearidade do tipo quadrática, é dada em função do fator α na Fig. 5.23. Pode-se observar que a sua variação com o fator de ampliação de faixa é pequena. A modulação de amplitude com este tipo de não-linearidade é menor que com a obtida no caso de retificação, como mostra a curva tracejada. Comparando-se estes resultados com os apresentados pela Fig. 5.16, vê-se que a modulação de amplitude é também menor que a resultante da utilização de ceifamento dos pulsos, sobretudo quando isso se dá a um nível superior a 50%.

5.9.2.4 - Valor rms do Deslocamento do Instante de Ocorrência dos Impulsos Equivalentes

A fig. 5.24 mostra a variação do valor rms do deslocamento do instante de ocorrência dos impulsos equivalentes em relação ao instante nominal de ocorrência dos pulsos correspondentes. Também estes resultados foram obtidos para um padrão aleatório dos pulsos.

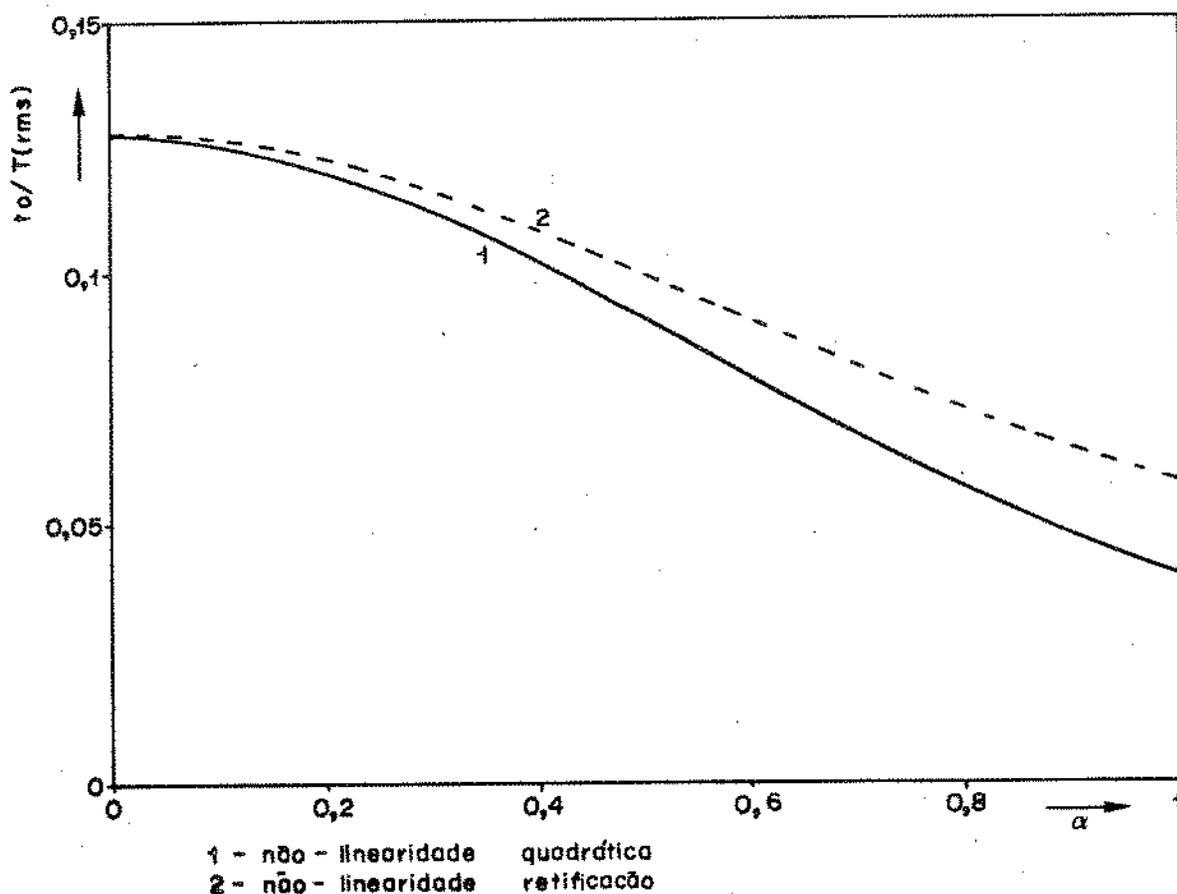


Fig. 5.24 - Valor rms de t_0/T em função de α para padrão aleatório.
 $Q = 100$

O valor rms de t_0/T diminui de valor com o aumento de α . Essa diminuição é mais acentuada com este tipo de não-linearidade do que com a do tipo retificação e ceifamento com o fator $C \leq 0,6$.

2.9.2.5 - Efeito do Fator Q

A Fig. 5.25 mostra o efeito do fator Q sobre o valor do tremor rms produzido pela interferência entre pulsos. O tremor rms originado por conversão de amplitude para fase contra o fator Q do circuito ressonante é dado pelas curvas da Fig. 5.26.

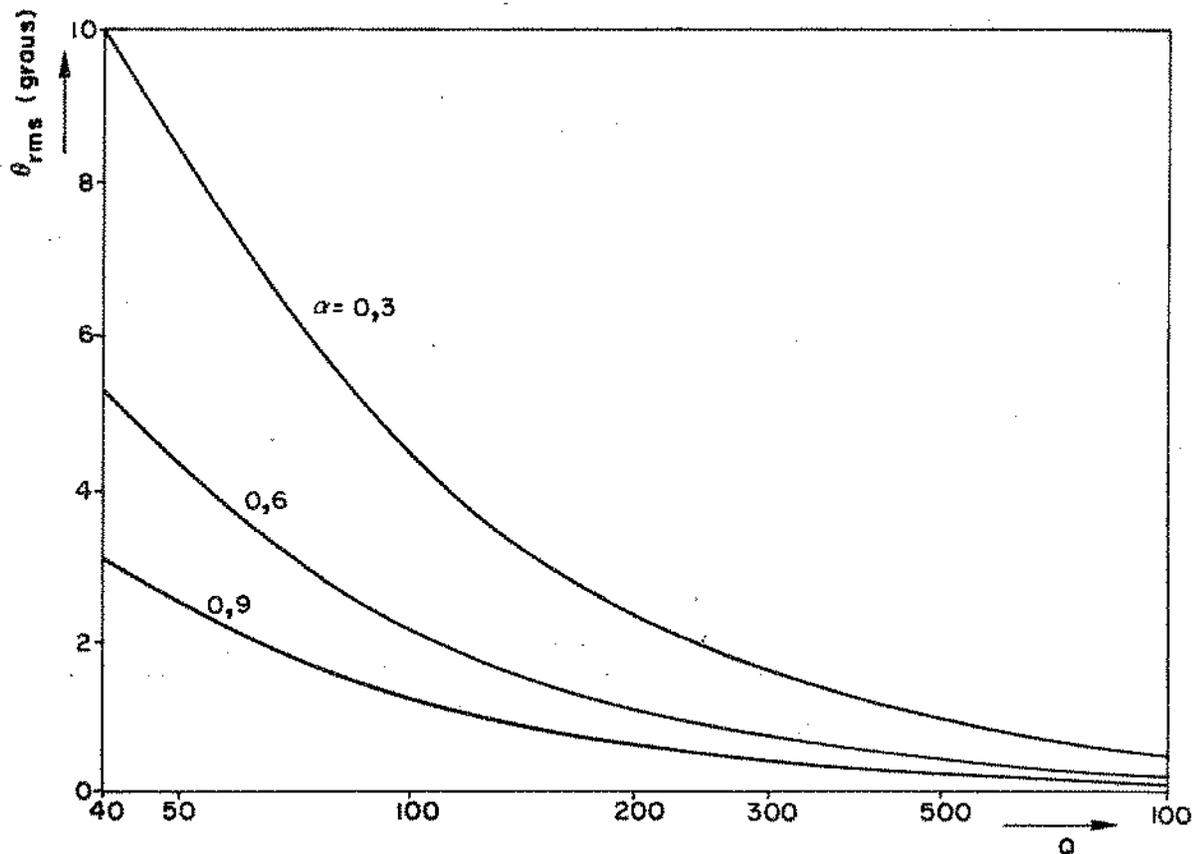


Fig. 5.25 - Tremor rms devido à interferência entre pulsos em função do fator Q. $b = 0$

Pode-se verificar que o efeito do fator Q sobre o tremor rms, tanto o devido à interferência entre pulsos como à conversão de amplitude para fase, é análogo ao da não-linearidade do tipo retificação e ceifamento, não obstante os valores ligeiramente inferiores obtidos naquele caso.

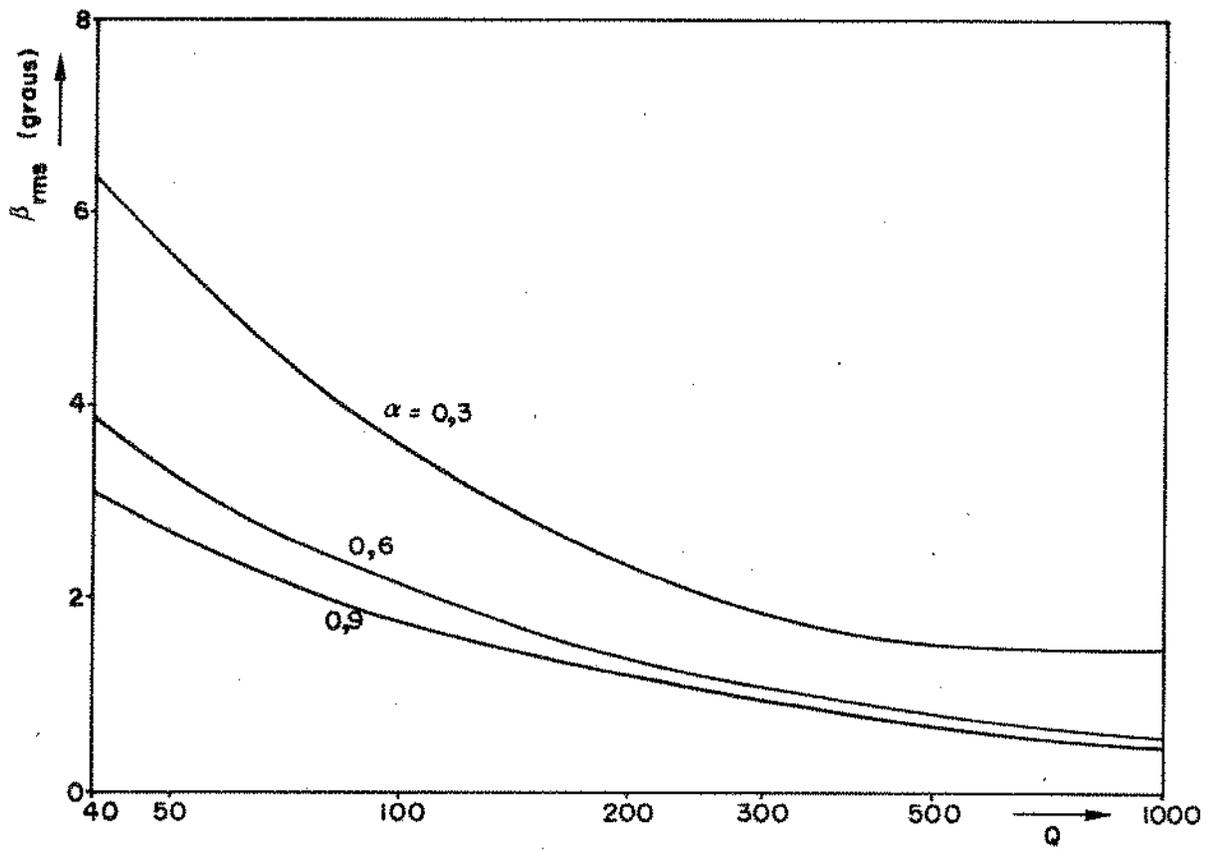


Fig. 5.26 - Tremor rms devido à conversão de amplitude para fase com $b = 0,1 a_{reg}^{(1/2)}$

CAPÍTULO 6

REALIZAÇÃO EXPERIMENTAL

6.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentaremos alguns resultados obtidos experimentalmente, que servem para corroborar os resultados descritos no capítulo anterior. Também são relacionados o equipamento de medida utilizado, além de uma descrição dos circuitos empregados nas várias funções. As formas de onda dos sinais mais importantes são mostradas através de fotografias obtidas da tela do osciloscópio. Está incluída também uma descrição do método utilizado para a medida do tremor rms.

Na Fig. 6.1 tem-se o diagrama de blocos simplificado da disposição dos instrumentos e dos circuitos envolvidos na realização.

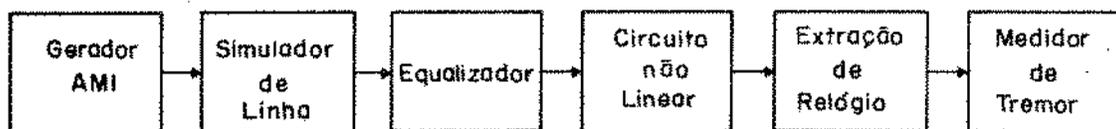


Fig. 6.1 - Diagrama da disposição de equipamento e circuitos utilizados para a realização experimental

A seguir cada uma das partes componentes do diagrama acima serão descritos detalhadamente.

6.2 - GERADOR A.M.I.

Como fonte de sinal binário alternado (AMI) foi utilizado o equipamento da Marconi Instrumentos Ltd. , "Pattern Generator and S.L.M.S.", Modelo TF 2802/2. A taxa de bits selecionada foi a de 2,048 Mbit/seg com sincronização externa.

As características principais dos pulsos de saída são as seguintes:

- Fator de ocupação: 50% (duração a meia amplitude igual a 244 nseg.).
- Amplitude do pulso: $2,37V \pm 0,24V$ sobre 75 ohms.
- Diferença entre a amplitude do pulso positivo e a do negativo não maior que 5%.
- "Overshoot": não maior que 5%.
- Nível médio dos pulsos: 0 V , nominalmente.

Os padrões de pulsos disponíveis (selecionáveis através de chave seletora) são:

- a) HDB3 pseudo-aleatório; sequências de $2^{15}-1$ bits de comprimento, incluindo 15 "0" consecutivos.
- b) AMI pseudo-aleatório; sequências como as codificadas em HDB3.
- c) 1010: pulsos de polaridade alternada separadas por janelas de tempo vazias.
- d) 1111: uma sequência contínua de pulsos de polaridade alternada.
- e) 17/15: pulsos de polaridade alternada em uma sequência de 17 "1" consecutivos e 15 "0" consecutivos.
- f) 9/15: nove pulsos de polaridade alternada separados por janelas de tempo vazias, seguidas por 15 "0" consecutivos.

Na Fig. 6.2 está mostrada uma sequência de pulsos, no código binário alternado, obtida na saída do gerador.



Fig. 6.2 - Sequência no código binário alternado fornecida pelo gerador AMI utilizado

6.3 - SIMULADOR DE LINHA

O sinal digital fornecido pelo gerador AMI descrito no item anterior é aplicado na entrada de um simulador de linha. Nas experiências realizadas, utilizou-se como simulador de linha o equipamento da Marconi Instrumentos Ltd., "PCM Regenerator Tester", Modelo TF 2823. Este equipamento está equipado para simular vários

comprimentos de linha, selecionáveis através de uma chave de teclado. Em face das características do equalizador utilizado, trabalhou-se com a posição correspondente a 37 dB. Uma descrição detalhada das características deste simulador de cabo é encontrada na Referência 22.

Com o sinal mostrado na Fig. 6.2, fornecido pelo gerador AMI, aplicado na entrada do simulador de linha, a forma de onda obtida na saída é a mostrada na Fig. 6.3.



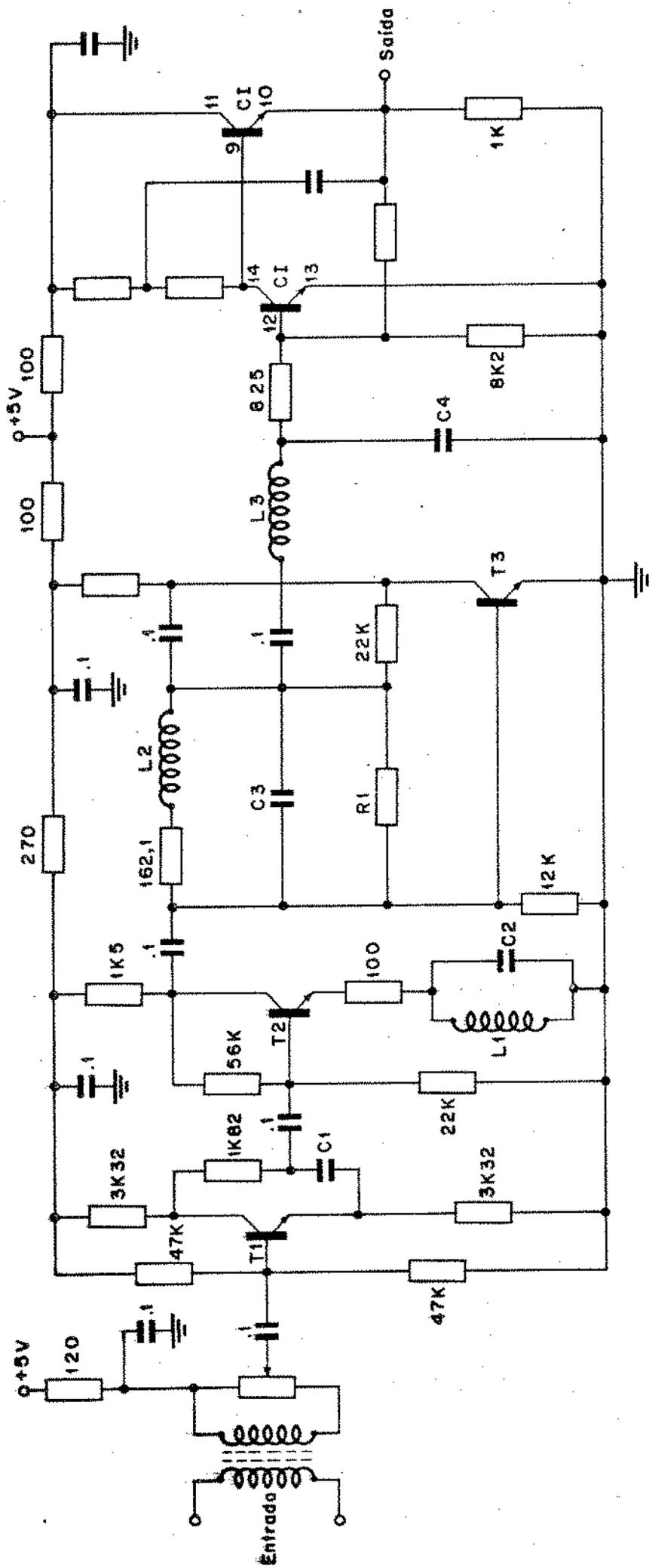
Fig. 6.3 - Sinal AMI na saída do simulador de linhas

6.4 - EQUALIZADOR

Através da forma de onda mostrada na Fig. 6.3 pode-se ver claramente a enorme degradação sofrida pelos pulsos do sinal. Os pulsos fornecidos à linha eram retangulares, todos iguais e com uma amplitude relativamente alta; na saída da mesma, os pulsos resultaram bastante alternados, espalhados ou deformados e não mais todos iguais. A amplitude torna-se fortemente dependente da densidade de pulsos na sequência.

Para poder proceder-se à regeneração e à extração da informação de relógio, torna-se pois necessário submeter o sinal à uma equalização, como discutido no capítulo 2 deste trabalho. O equalizador, além de amplificar o sinal, efetuará uma conformação dos pulsos a um nível e forma que permitam um processamento mais confiável dos mesmos.

O equalizador utilizado para as medidas descritas a seguir foi uma adaptação do projeto desenvolvido por Chiquito [22]. Tal equalizador é do tipo dinâmico, capaz de se ajustar automaticamente a uma ampla faixa de comprimentos de cabo. Basicamente,



T1, T2 - 2N918
 T3 - BSX20
 CI - CA3046

Fig. 6.4 - Circuito do equalizador

ele é constituído de duas partes; uma fixa é prevista para a equalização de cabos de 37 dB e uma parte de características variáveis para a adaptação de cabos de menor comprimento { 22 }.

Uma vez que os efeitos a serem estudados não são determinados pelo comprimento da linha, mas sim uma função da forma dos pulsos recebidos pelo circuito de extração de relógio, foi utilizada uma versão adaptada da parte fixa daquele equalizador. O circuito do equalizador utilizado está mostrado na Fig. 6.4 . O formato do pulso equalizado é determinado pelos circuitos constituídos pelos componentes C_1 , L_1 , C_2 , R_1 , L_2 , L_3 e C_4 .

Foram montadas três versões de equalizador, alterando-se os componentes referidos acima, objetivando ter-se três valores diferentes de fator de alargamento de faixa, α . Os valores de α escolhidos foram 0,4 , 0,7 e 0,9. Estes valores foram obtidos com os valores dos componentes apresentados na Tabela 6.1 .

Tabela 6.1 - Valores dos componentes para os três valores de α obtidos.

α	0,4	0,7	0,9
L_1 (μ H)	19,2	16	12
L_2 (μ H)	305	305	305
L_3 (μ H)	102	102	102
C_1 (p F)	270	180	91
C_2 (p F)	510	496	510
C_3 (p F)	91,5	69	47
C_4 (p F)	256	203	150
R_1 (Ω)	6K32	7K285	8K25

Na Fig. 6.5 está mostrada as características de resposta de frequência obtidas para os três equalizadores utilizados. Pode-se ver que, efetivamente, os pulsos são do tipo coseno levantado.

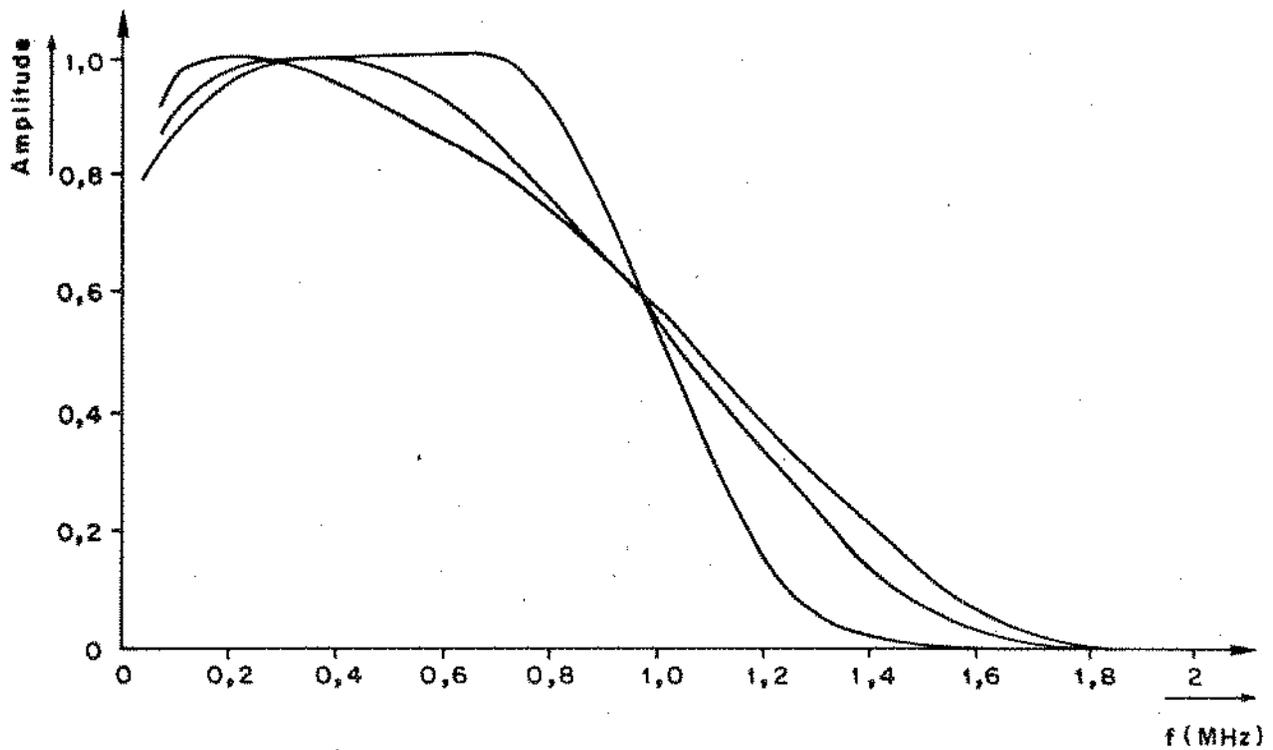


Fig. 6.5 - Características de frequência na saída dos equalizadores utilizados para as medidas

Na fig. 6.6 está mostrado o sinal na saída do equalizador de $\alpha = 0,9$, obtido quando se tem na sua entrada o sinal mostrado na Fig. 6.3 .

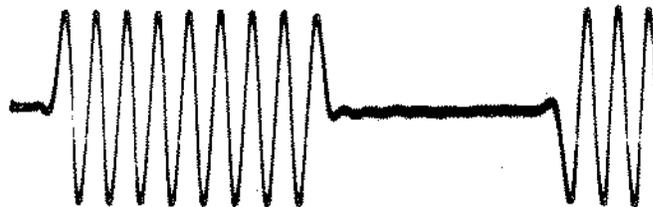
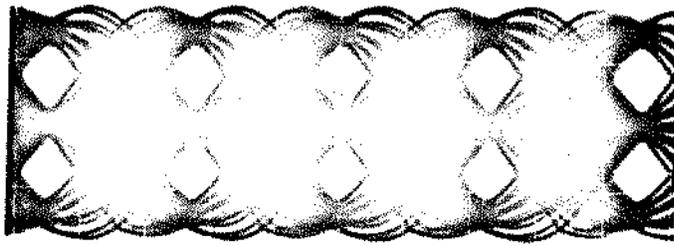
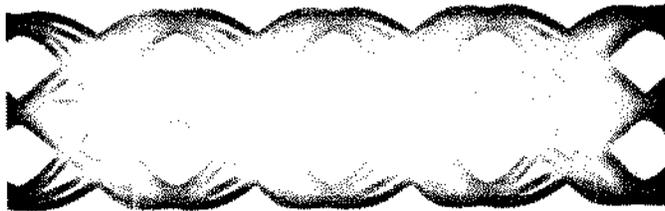


Fig. 6.6 - Sinal equalizado

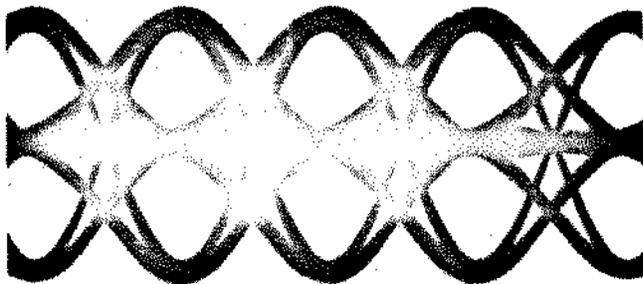
Na Fig. 6.7 estão mostrados os diagramas de olho obtidos para os três equalizadores. Em todos os três casos a amplitude dos pulsos é de aproximadamente 1V .



(a) $\alpha = 0,4$



(b) $\alpha = 0,7$



(c) $\alpha = 0,9$

Fig. 6.7 - Diagramas de olho dos três equalizadores

6.5 - CIRCUITO NÃO-LINEAR

6.5.1 - RETIFICAÇÃO E CEIFAMENTO

O sinal resultante na saída do equalizador está ainda de acordo com o código AMI, a saber, a polaridade dos pulsos é alternada; a cada pulso positivo segue um pulso de polaridade negativa, e vice-versa. Antes de se proceder ao ceifamento dos pulsos é necessário realizar a retificação dos mesmos.

As funções de retificação e ceifamento foram implementadas na forma do circuito da Fig. 6.8 .

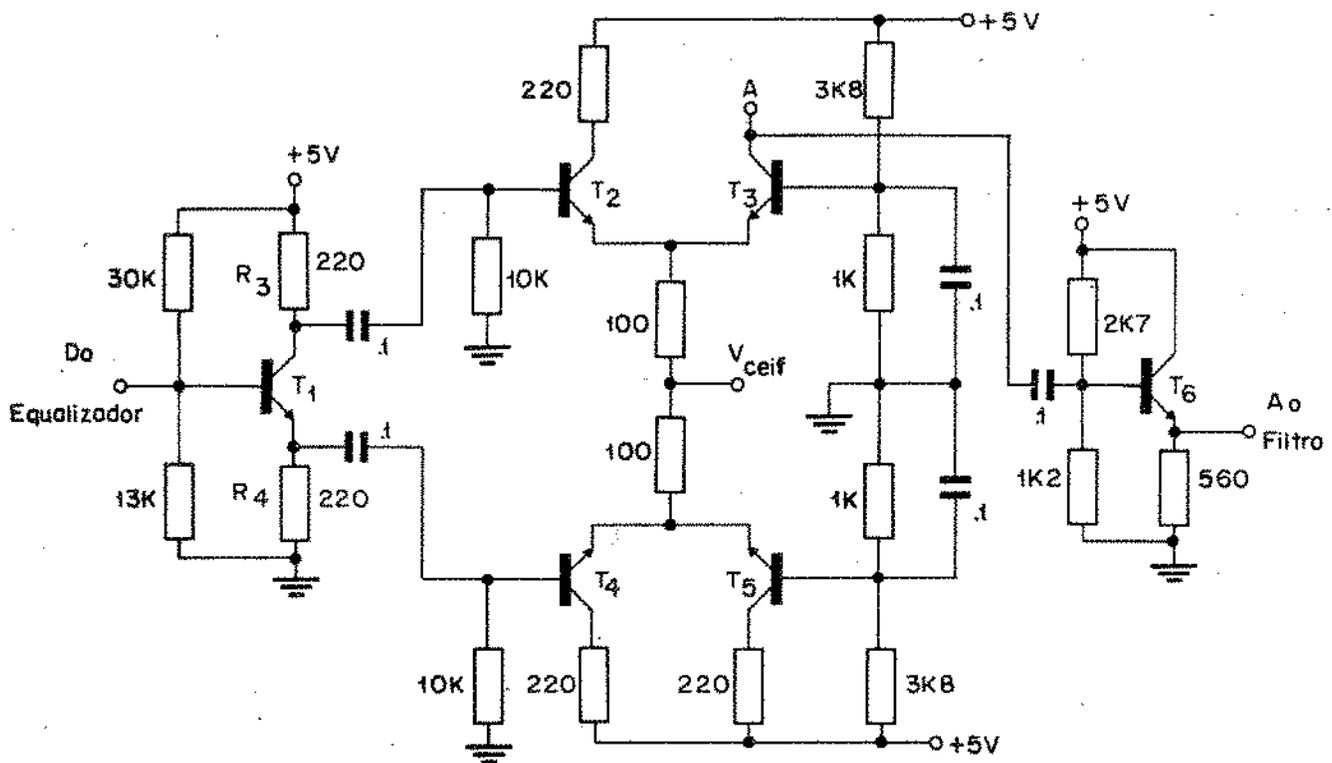


Fig. 6.8 - Circuito de retificação e ceifamento

Quando os resistores R_3 e R_4 são iguais, o sinal na base de T_2 é igual ao inverso do sinal na base T_4 . O circuito constitui do pelos transistores T_2 e T_3 amplifica apenas a parte positiva do sinal aplicado na base do transistor T_2 . O mesmo ocorre com o sinal na base do transistor T_4 ; os transistores T_4 e T_5 amplificam apenas a parte positiva daquele sinal.

Desta maneira, na entrada do amplificador separador constituído pelo transistor T_6 tem-se a soma das saídas dos dois circuitos, que é o sinal equalizado retificado.

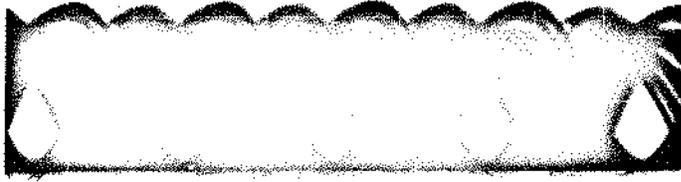
Na prática ocorre algumas imperfeições. Por um lado, devido à deficiências de equalização, os pulsos de polaridade positiva não são exatamente iguais ao inverso dos pulsos de polaridade negativa. Também, a inversão do sinal que aparece na base do transistor T_2 em relação ao sinal na base de T_4 não é perfeita. Por esta razão torna-se necessário o emprego de circuitos de compensação. No circuito utilizado, a compensação de tais imperfeições foi realizada substituindo-se a resistência R_4 por uma malha de resistores e capacitores ajustáveis.

Um problema importante está relacionado à compensação da queda de tensão V_{BE} dos transistores T_2 e T_4 . Esta compensação é realizada por meio da tensão V_{ceif} . Se a tensão V_{ceif} é ajustada de modo a simplesmente compensar a queda de tensão base-emissor dos transistores, o sinal resultante na base do transistor T_6 , e, conseqüentemente, na saída do circuito, será o sinal equalizado retificado, sem qualquer ceifamento.

Mas, elevando-se o nível da tensão V_{ceif} , eleva-se o nível de corte dos transistores T_2 e T_4 , o que implica efetivamente em um ceifamento dos pulsos do sinal de saída. Desta maneira, o nível desejado de ceifamento dos pulsos pode ser conseguido através do ajuste do valor da tensão V_{ceif} .

Para se estabelecer um controle automático do nível de ceifamento, necessário devido às possíveis variações da amplitude do sinal equalizado, a tensão de ceifamento V_{ceif} poderá ser obtida a partir de um detetor de pico localizado no circuito de equalização. O transistor T_6 é necessário para se estabelecer uma isolação do sinal de saída.

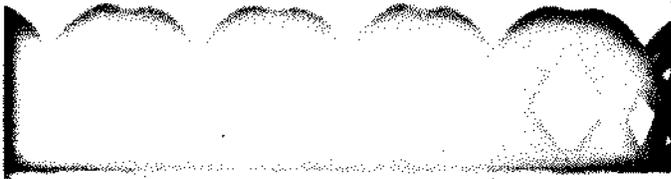
Na Fig. 6.9 temos mostrados diagramas de olho para diferentes níveis de ceifamento e diferentes fatores α .



(a) $\alpha = 0,4$ - $C = 0,3$



(b) $\alpha = 0,4$ - $C = 0,6$



(c) $\alpha = 0,7$ - $C = 0$



(d) $\alpha = 0,7$ - $C = 0,5$



(e) $\alpha = 0,9$ - $C = 0$



(f) $\alpha = 0,9$ - $C = 0,7$

Fig. 6.9 - Diagramas de olho de sinais com diferentes valores de α e de C .

6.5.2 - AMPLIFICAÇÃO DO SINAL CEIFADO

O sinal obtido na saída do circuito de ceifamento apresenta uma amplitude que é naturalmente uma função do nível de ceifamento C . No entanto, para que as medidas do sinal na saída do filtro sejam feitas nas mesmas condições de amplitude de sinal, o sinal na entrada do mesmo deverá ter sempre a mesma amplitude, independentemente do nível de ceifamento. Daí a necessidade de se inserir entre o circuito de ceifamento e o filtro um amplificador linear de ganho ajustável. Na Fig. 6.10 temos o diagrama básico do amplificador utilizado nesta realização experimental. O ganho do amplificador é ajustado através dos pontenciômetros P_1 e P_2 . Um fator importante neste amplificador é a sua linearidade. A ocorrência de corte nos picos dos pulsos alteram completamente os resultados, dando origem a valores elevados de tremor no sinal de relógio extraído.

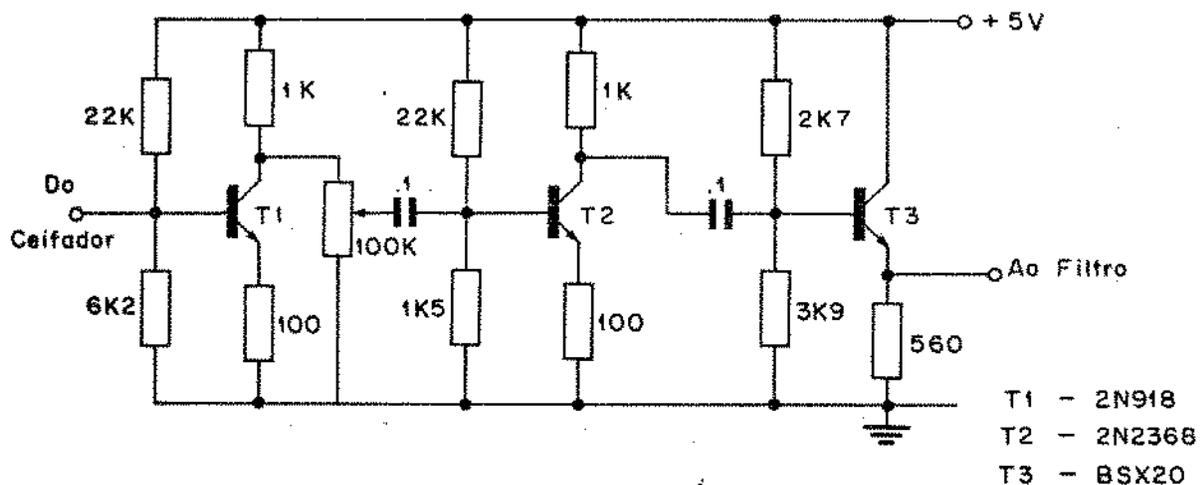


Fig. 6.10 - Amplificador do sinal ceifado

6.5.3 - CIRCUITO DE QUADRATURA

A não-linearização do tipo de quadratura foi processada por meio de um circuito de multiplicação. O sinal fornecido pelo circuito de equalização foi aplicado simultaneamente às duas entradas do multiplicador, e, conseqüentemente, obteve-se na sua saída o quadrado do sinal equalizado.

Nas experiências realizadas utilizou-se de um multiplicador de quadro quadrantes constituído de um circuito integrado disponível no "HF Multiplier Oscilloscope", Modelo PM3252, da Philips. A operação do referido multiplicador está baseada na propriedade do transistor bipolar em que a sua transcondutância mútua é linearmente proporcional à corrente de emissor.

Quando dois transistores bipolares, bem casados, são alimentados por uma fonte de corrente de emissor comum, como mostrado na Fig. 6.11, a corrente diferencial de coletor é proporcional ao produto da tensão diferencial de entrada v_A e a transcondutância mútua g_m , isto é,

$$i_{C1} - i_{C2} \sim v_A \cdot g_m \quad (6.1)$$

Como a transcondutância mútua g_m é uma função linear da corrente de emissor i_E , a Eq. (6.1) fica

$$i_{C1} - i_{C2} \sim v_A \cdot i_E \quad (6.2)$$

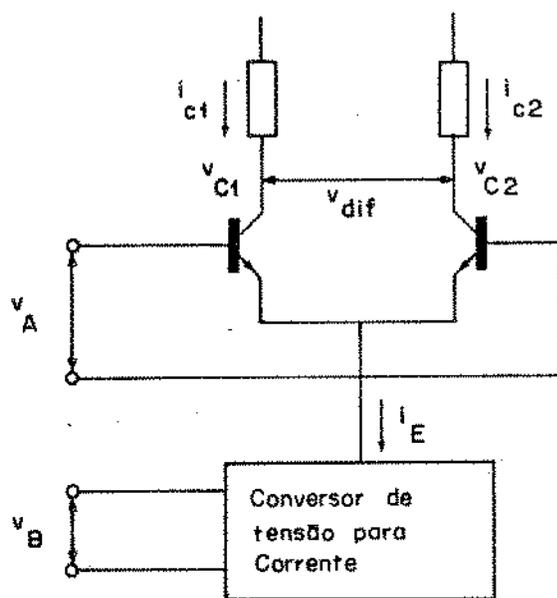


Fig. 6.11 - Circuito multiplicador básico

A corrente i_E é controlada por um conversor de tensão para corrente. Esta conversão é feita através de um transistor bipolar. Se a corrente de saída do conversor é uma função linear da tensão de entrada v_B , podemos escrever

$$i_{C1} - i_{C2} \sim v_A \cdot v_B \quad (6.3)$$

As correntes i_{C1} e i_{C2} passam através das resistências de carga de coletor e dão origem às tensões v_{C1} e v_{C2} . Assim podemos escrever

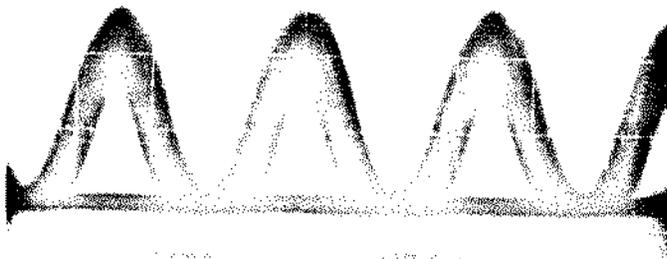
$$v_{C1} - v_{C2} = v_{DIF} \sim v_A \cdot v_B \quad (6.4)$$



(a) $\alpha = 0,4$



(b) $\alpha = 0,7$



(c) $\alpha = 0,9$

Fig. 6.12 - Diagramas de olho do quadrado do sinal equalizado

Logo o circuito da Fig. 6.12 pode trabalhar como multiplicador. Fazendo com que as tensões de entrada sejam iguais, ou seja, $v_A = v_B$, obtem-se

$$v_{C1} - v_{C2} \sim v_A^2 \quad (6.5)$$

O circuito disponível no instrumento referido acima apresenta um bom desempenho quando trabalhando com baixos níveis de tensão. Como o sinal de saída do multiplicador apresenta amplitudes inferiores às necessárias para a excitação do filtro de extração, torna-se necessária uma amplificação do mesmo. Utilizou-se para isto o amplificador descrito no item 6.5.2.

Na Fig. 6.12 estão mostrados os diagramas de olho conseguidos na saída do circuito de quadramento para os três valores do fator α utilizados.

6.6 - CIRCUITO DE EXTRAÇÃO DE RELÓGIO

Primeiramente, o sinal resultante da não-linearidade é aplicado ao filtro de extração de relógio, o qual deverá estar sintonizado na frequência de repetição dos pulsos, como já visto anteriormente. O sinal aproximadamente senoidal obtido na saída do filtro é então aplicado a um circuito gerador de pulsos.

O filtro utilizado é constituído de um circuito ressonante paralelo, como mostrado na Fig. 6.13. O transistor opera como uma chave. Observou-se que um melhor desempenho do circuito de extração, em relação ao nível de tremor, é alcançado polarizando-se este transistor de maneira que o mesmo não alcance a saturação nos instantes de ocorrência dos picos dos pulsos. O circuito ressonante é formado pelo capacitor C e pela indutância L_A . Um transformador com relação de espiras $N_1 : N_2$ foi utilizado de um modo tal que a carga vista pelo mesmo não alterasse em muito o fator de qualidade Q resultante.

Utilizou-se um transformador com relação de espiras dos enrolamentos primários e secundários de $N_1 / N_2 = 18/8 = 2,5$. Com esta relação, a impedância refletida sobre o circuito ressonante resulta multiplicada pelo fator 6,25. Para o transformador foi empregado um núcleo "pot core" com $A_L = 40\text{nH}$; assim o valor resultante da indutância do primário do transformador foi $L_1 = N_1^2 A_L = 16\mu\text{H}$. Como este valor de indutância pode ser variado de cerca de $\pm 3\%$, por meio de ajuste do núcleo do transformador, usou-se um capaci-

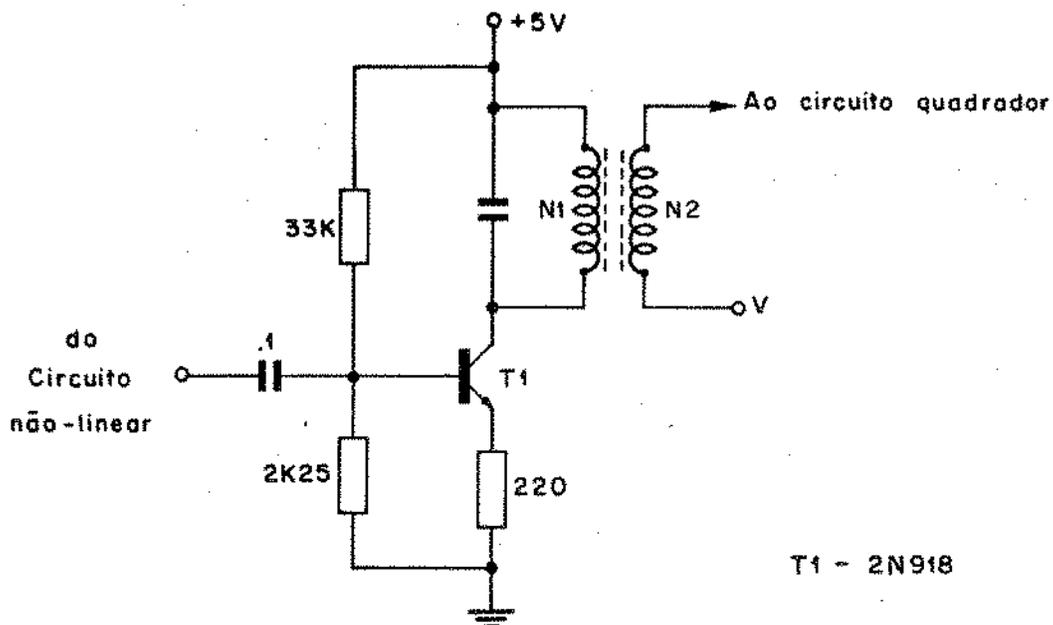


Fig. 6.13 - Circuito ressonante

tor de 390 pF, para que a ressonância ocorresse em 2,048 MHz. O valor do fator Q efetivo determinado foi de aproximadamente 100.

O sinal oscilante disponível na saída do secundário do transformador é acoplado à base do transistor T₁ do circuito gerador de pulsos, mostrado na Fig. 6.14. Tal sinal excursionará so-

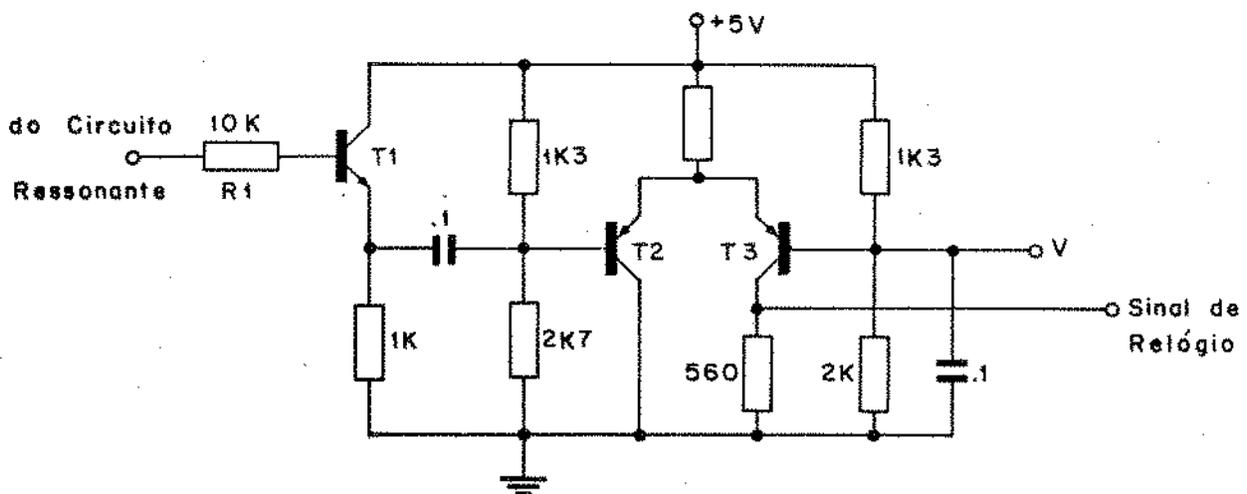


Fig. 6.14 - Circuito gerador de pulsos quadrados

bre a tensão +V que polariza o outro terminal do secundário do transformador. Sendo o circuito de T₁ uma configuração do tipo seguidor de emissor, a sua impedância de entrada, vista pelo secundário do transformador, resulta bastante alta, afetando em muito pouco o comportamento do circuito tanque.

O sinal de saída do seguidor de emissor é aplicado ao

circuito diferencial formado pelos transistores T_2 e T_3 , o qual tem entrada e saída não balanceados. Esta configuração possibilita obter-se uma boa estabilidade térmica, faixa larga e boa separação entre a saída e o sinal de entrada. O sinal obtido na saída, com uma amplitude de pico de aproximadamente 3,8V, está apropriada para as medidas do tremor introduzido no sinal no processo de extração do mesmo.

Na Fig. 6.15 estão mostradas as formas de onda do sinal na saída do equalizador (padrão 17/15), do sinal no secundário do transformador e do sinal de relógio obtido na saída do circuito de extração.

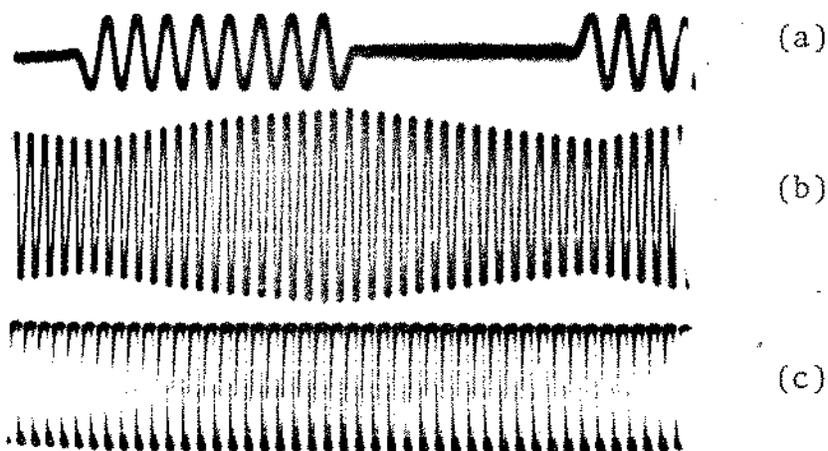


Fig. 6.15 - Formas de onda no circuito de extração. (a) sinal fornecido pelo equalizador (padrão 17/15) ; (b) sinal no secundário do transformador, e (c) sinal de relógio.

Na Fig. 6.16 temos o sinal de relógio obtido utilizando-se uma outra base de tempo para o osciloscópio (500 nseg/divisão).



Fig. 6.16 - Sinal de relógio extraído

6.7 - MEDIÇÃO DO TREMOR

6.7.1 - MEDIÇÃO DE TREMOR POR COMPARAÇÃO

Os medidores de tremor usualmente utilizados possibilitam a medida do valor de pico da amplitude do tremor. Um método tradicional empregado para efetuar a medida do tremor é o da comparação [25]. Um diagrama em blocos deste tipo de medidor está mostrado na Fig. 6.17 .

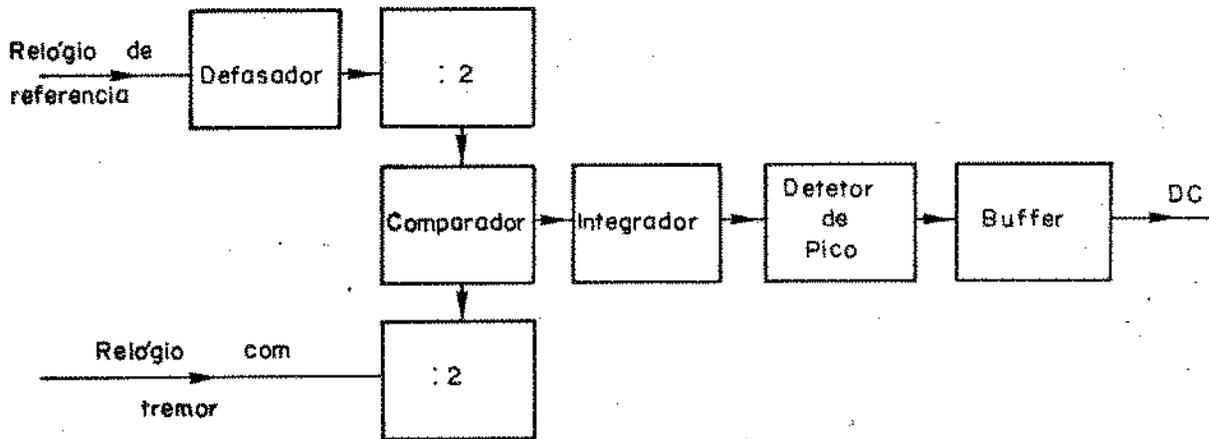


Fig. 6.17 - Diagrama em blocos de medidor de tremor

Através deste circuito obtém-se uma tensão contínua diretamente proporcional à amplitude de tremor. Para isto, é realizada uma comparação entre o sinal de relógio contendo o tremor a ser medido e um outro sinal de relógio de referência e imune de tremor. Desta comparação, resulta apenas a modulação de fase do sinal de relógio com tremor em relação ao sinal de relógio de referência. Esta diferença resultante é aplicada a um integrador que produz uma rampa de amplitude proporcional a largura do pulso diferença. Deteta-se então a altura da rampa, gerando uma tensão contínua cujo valor corresponde à amplitude do tremor.

A diferença entre as duas ondas aplicadas nas entradas do circuito de comparação representará o valor da modulação de fase do sinal de relógio com tremor somente quando aquelas duas ondas estiverem na média em fase. Por isso, um circuito defasador da onda de referência é utilizado, para possibilitar o ajuste adequado de fase. Com a divisão por 2, as ondas de relógio passam a ter "duty cycle" idênticos, possibilitando a comparação fornecer apenas o desvio de fase correspondente à amplitude do tremor que se quer medir. As formas de onda mostradas na Fig. 6.18 permitem uma

melhor compreensão do princípio de funcionamento deste tipo de medidor de tremor.

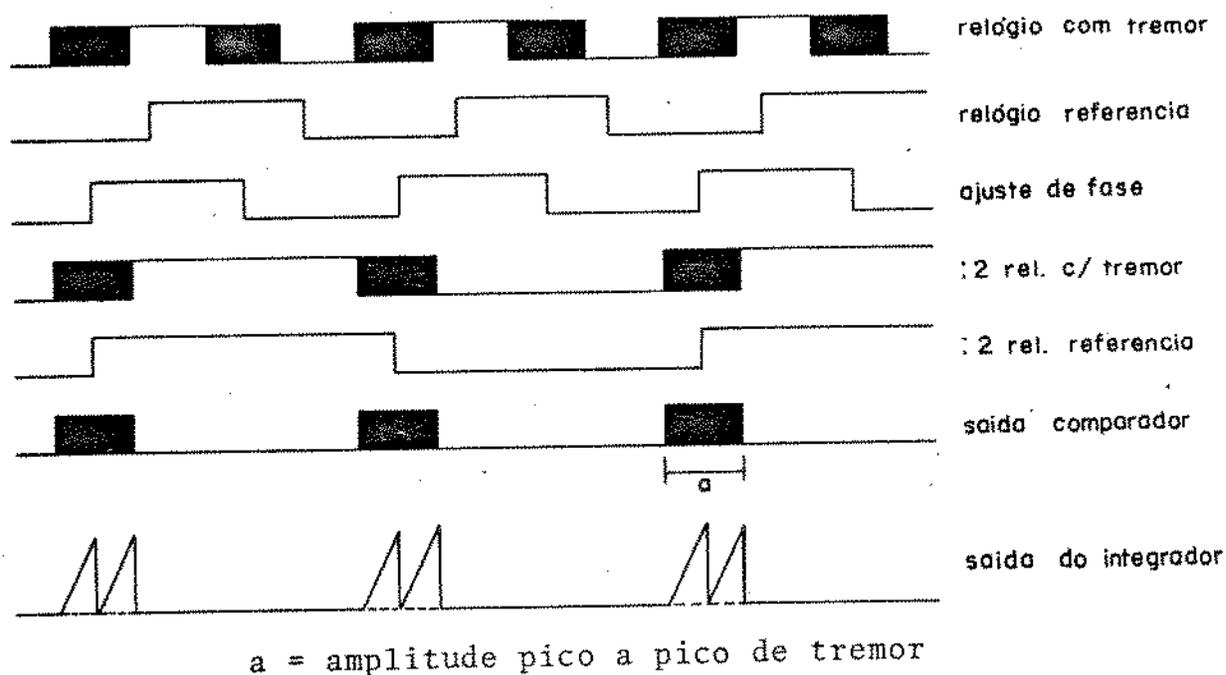


Fig. 6.18 - Formas de onda no medidor de tremor

O comparador é um circuito lógico Ou-exclusivo; na sua saída tem-se um nível alto somente quando os sinais nas entradas tiverem em níveis lógicos diferentes. Logo a duração do sinal na sua saída em nível alto é uma medida da amplitude do tremor.

Como a fase do sinal com tremor em dado instante pode estar atrasada ou adiantada em relação ao sinal sem tremor, na saída do integrador obtém-se duas rampas, cada uma referente à integração da amplitude de "pico" do tremor. As duas rampas adjacentes terão a mesma amplitude quando a onda de relógio de referência estiver ajustada exatamente em fase (em média) com o relógio com tremor. Desta maneira, pelo ajuste do defasador pode-se estabelecer o valor correto da amplitude do tremor em termos da tensão contínua de saída. O ajuste exato se dá com a menor tensão contínua de saída.

Este método de medida é eficiente para valores relativamente grandes de tremor. Quando o tremor assume níveis bastante baixos, o método descrito não pode ser aplicado devido às limitações dos componentes. Quando os tempos de subida e descida dos circuitos lógicos utilizados no circuito de comparação se tornam significativos em relação à diferença de tempo de comutação dos dois

sinais comparados, a precisão da medida se torna bastante precária.

Como nesta realização experimental os valores de tremor a serem medidos são bastante pequenos, foi necessário desenvolver um método de medida apropriado que apresentasse a precisão requerida. O método de medida utilizado é descrito a seguir.

6.7.2 - MEDIÇÃO DE TREMOR POR DETEÇÃO DE FASE

Na Fig. 6.19 temos o diagrama em blocos do medidor de tremor montado para medir o valor rms do tremor do sinal de relógio extraído. Ao contrário do método descrito anteriormente, este circuito permite efetuar a medida de valores bastante pequenos de tremor. No ítem seguinte serão apresentados um conjunto de medidas efetuadas com a montagem realizada e descrita a seguir.

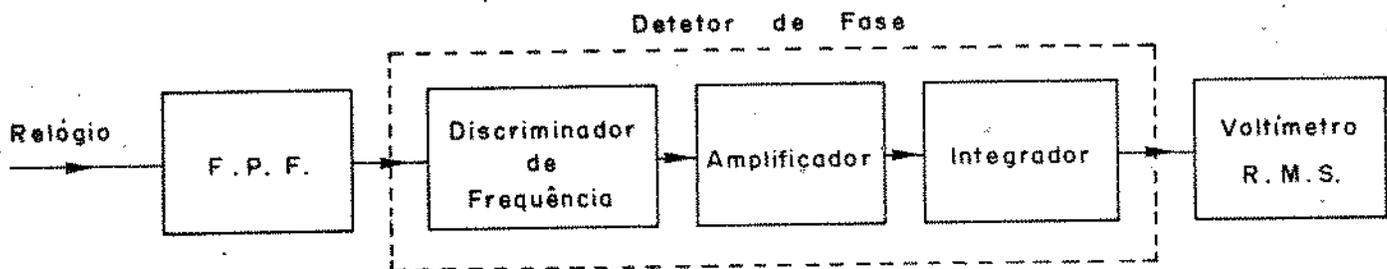


Fig. 6.19 - Medidor de tremor

Inicialmente o sinal de relógio contendo tremor é aplicado a um filtro passa faixa constituído por um circuito ressonante sintonizado na frequência de repetição dos pulsos. Na saída do filtro obtem-se um sinal com forma de onda senoidal. Devido à existência do tremor e à característica não ideal do filtro passa-faixa, o sinal na saída do mesmo apresenta uma pequena modulação de amplitude, que é eliminada por um circuito limitador.

Após o limitador, o sinal é entregue a um circuito discriminador de fase, o qual é formado por um discriminador de frequência, um amplificador linear e um integrador. A Fig. 6.20 apresenta o circuito do discriminador de frequência utilizado.

A variação de frequência associada a um sinal contendo tremor é muito pequena. Por este motivo, o nível do sinal obtido na saída do discriminador de frequência resulta bastantamente baixo. Na versão do medidor utilizado, um tremor de cerca de 2 graus rms

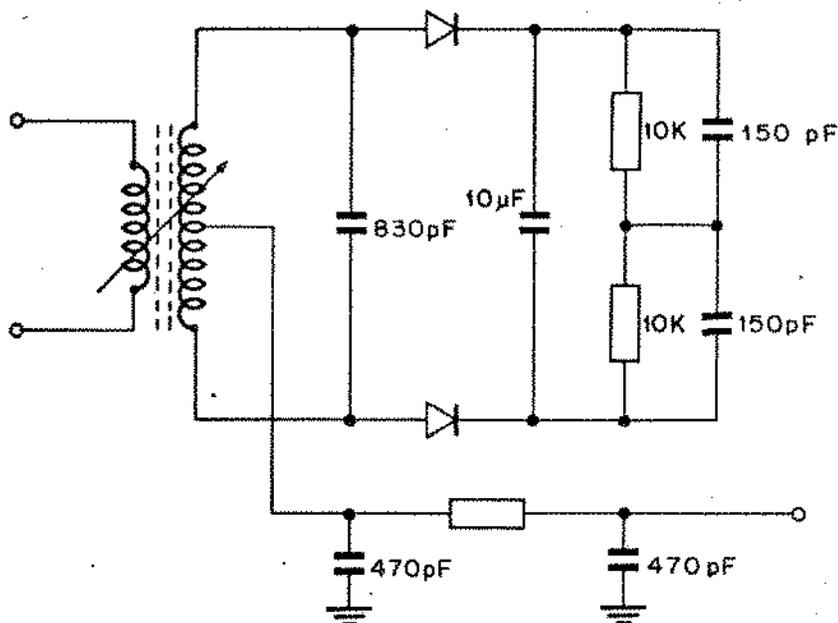


Fig. 6.20 - Circuito do discriminador de frequência

correspondia a um sinal de 5mV. Por isso torna-se necessário a utilização de uma amplificação do sinal antes de passá-lo pelo integrador, afim de se obter o sinal correspondente à modulação de fase. A Fig. 6.21 mostra o circuito do amplificador utilizado.

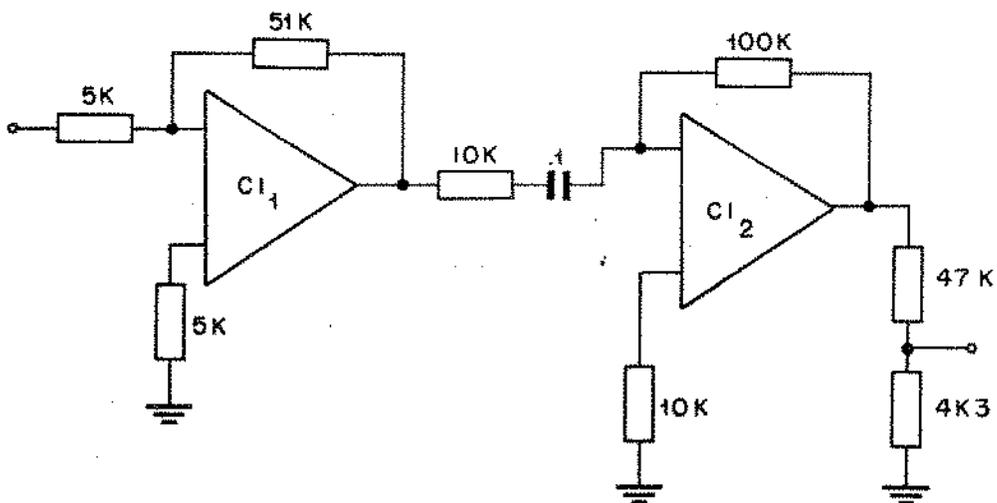


Fig. 6.21 - Amplificador

O sinal entregue pelo amplificador é uma representação da modulação de frequência do sinal de relógio. Efetuando a integração deste sinal obtem-se o sinal que representa a modulação de fase, ou tremor do sinal de relógio extraído. O diagrama do circuito integrador utilizado está mostrado na Fig. 6.22.

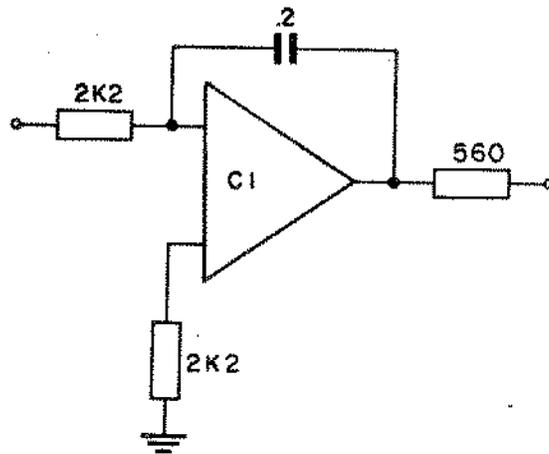


Fig. 6.22 - Integrador

O sinal obtido na saída do detetor de fase tem variações de amplitude diretamente proporcionais às variações de fase ou tremor da onda de relógio extraído. Se o sinal digital, do qual se extraiu a informação de relógio, é aleatório, o sinal fornecido pelo detetor de fase é análogo a um sinal de ruído. Medidas daquele sinal permitem a determinação das características do tremor, como por exemplo as características de frequência. Neste trabalho estamos interessados na determinação do valor rms do tremor. Por isso o sinal fornecido pelo detetor de fase foi aplicado a um voltímetro rms. O voltímetro utilizado foi o "RMS Voltmeter", modelo HP3400A, da Hewlett Packard. Tal instrumento possui sensibilidade e características de faixa de frequência perfeitamente adequadas para esta aplicação.

Este método de medida de tremor apresenta a vantagem em relação ao anterior de não necessitar de um sinal de relógio de referência. Evidentemente, é necessária uma calibração do mesmo, ou seja, precisa-se estabelecer, antes de se efetuar as medidas, a relação de conversão entre a tensão indicada pelo voltímetro e o deslocamento de fase contido no sinal de relógio. Isto pode ser realizado aplicando-se um sinal contendo um valor conhecido de tremor. Outro método de determinação do fator de conversão é modular em fase o sinal de relógio. Aplicando-se este sinal modulado ao medidor de tremor e a um osciloscópio, pode-se, através da comparação da largura do traço (no sentido horizontal) na tela do osciloscópio e da indicação do voltímetro, determinar a relação de conversão nano seg-volts, e a partir desta a relação graus-volts.

6.8 - RESULTADOS

Apresentamos aqui os resultados alcançados através das medidas efetuadas em laboratório, utilizando o equipamento, circuitos e procedimentos descritos anteriormente. Com a não-linearidade do tipo retificação e ceifamento, obtivemos os resultados apresentados na Fig. 6. 23 , onde as curvas indicam o valor do tremor rms em função do nível de ceifamento, para os valores do fator de alargamento de faixa α correspondentes aos três equalizados descritos anteriormente.

Comparando-se estes resultados com aqueles obtidos através de simulação numérica, apresentados na Fig. 5.10, observa-se uma razoável confirmação daqueles, excetuando a região de valores altos do nível de ceifamento dos pulsos. Na verdade, os valores do tremor rms obtidos em laboratório são ligeiramente maiores que aqueles previstos através da simulação. Isso é bastante razoável, devido às inevitáveis imperfeições dos circuitos empregados. Com os níveis de ceifamento, os valores do tremor rms obtidos experimentalmente aumentam bastante com o crescimento do parâmetro C . Nesta região, sobretudo, os pulsos ceifados são altamente afetados pela não-linearidade dos circuitos utilizados para se efetuar o ceifamento dos mesmos. Desde que o sinal que excita o circuito ressonante é o resultado da amplificação do sinal constituído apenas pelos picos dos pulsos equalizados, há uma significativa participação de ruído, além da maior atuação da não-linearidade do circuito ceifador.

Por outro lado, quando o ceifamento dos pulsos ocorre em níveis elevados, a modulação de amplitude da onda de tempo de saída do circuito ressonante é bastante alta, por razões já comentadas anteriormente. Com isso, um pequeno deslocamento no nível de detecção dos instantes de amostragem conduz inevitavelmente a uma significativa geração de tremor por convesão de amplitude para fase.

Com a não-linearidade do tipo quadratura, obtivemos os resultados colocados na Tabela 6.2 . Comparando-se estes resultados com os obtidos com a não-linearidade do tipo ceifamento, nota-se uma pequena inferioridade destes em relação aqueles, o que também comprova os resultados previstos pela simulação numérica.

TABELA 6.2

Fator α	Tremor rms (graus)
0,4	4,6
0,7	2,6
0,9	1,8

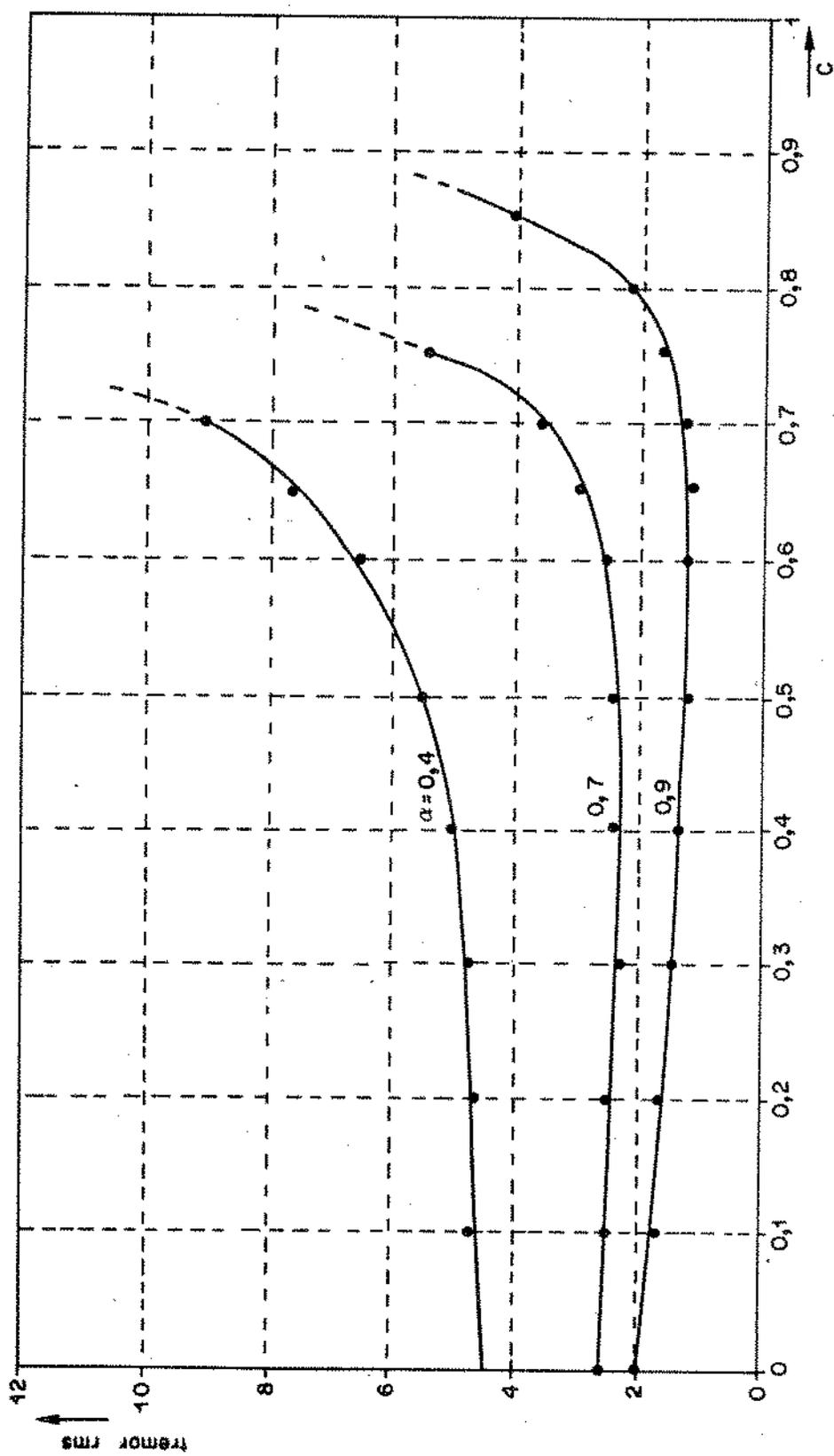


Fig. 6.23 - Tremor rms com a não-linearidade tipo ceifamento

CAPÍTULO 7.

TESTES DE DESEMPENHO

7.1 - INTRODUÇÃO

O repetidor regenerativo, por ser elemento de um sistema, deve atender a um conjunto de especificações estabelecidas tendo em vista o funcionamento do sistema global. As especificações básicas para o repetidor devem necessariamente abranger os requisitos referentes às condições ambientais, construção mecânica, alimentação, confiabilidade e desempenho.

O desempenho do repetidor, como componente de um sistema, é uma função de vários fatores, tais como o seu casamento com a linha, imunidade às interferências e recuperação da informação de sincronismo. Não se pode estabelecer o desempenho de um repetidor regenerativo independentemente das condições de equalização do cabo, espaçamento e forma de acoplamento com a linha. As interferências que usualmente podem prejudicar o desempenho do repetidor, e por isso devem ser testadas, são os ruídos térmico e impulsivo, as interferências produzidas por outros sistemas digitais e a telediafonia.

Uma das finalidades do repetidor regenerativo é, como já apresentado anteriormente, recolocar os pulsos do sinal digital corretamente nas respectivas janelas temporais. Por este motivo, o desempenho de um repetidor, e conseqüentemente de todo o sistema, é grandemente dependente do desempenho do processo de recuperação de relógio. Em vista disto, a especificação de tremor assume uma importância bastante significativa. Por isso acrescentamos a este trabalho uma discussão sobre a especificação e métodos de medida do tremor. Também apresentamos um método de simulação dos testes de desempenho quanto ao tremor, bem como um conjunto de resultados encontrados.

Todos os resultados apresentados nos itens seguintes foram obtidos para o circuito não-linear do tipo retificação e ceilingamento com o nível C igual a 0.7, fator α igual a 0.9 e fator Q do circuito ressonante igual a 100.

7.2 - ESPECIFICAÇÕES DE TREMOR

Um sistema de comunicação digital típico é formado pela interligação de vários e diferentes tipos de equipamentos, tais como unidade de multiplexação, demultiplexação, centrais de comutação e linhas contendo repetidores regenerativos. Cada um dos

equipamentos possui algum limite máximo na sua tolerância ao tremor de entrada. E a ultrapassagem destes limites implica fatalmente na redução do desempenho de todo o sistema.

Portanto, para assegurar a qualidade de desempenho desejada, é necessário na prática conhecer quais são os limites associados a cada um dos componentes do sistema. Consequentemente, é necessário especificar e medir as características de transferência e geração de tremor de cada um dos equipamentos componentes do sistema, de modo que, em operação normal, a probabilidade de ultrapassagem da tolerância de entrada de qualquer uma das partes não seja significativa. Obviamente, o tremor total na saída de qualquer um dos componentes do sistema deve ser menor que o tremor de entrada aceito pelo componente seguinte na cadeia.

Os limites adequados a serem estabelecidos para cada um dos componentes do sistema são determinados por diversos fatores. A tolerância do tremor de entrada de um multiplex, por exemplo, influencia no máximo comprimento da linha, circuitos extratores de relógio nos regeneradores, formato de quadro e tamanho de memória do próprio multiplex e demultiplex. Em muitos sistemas práticos de comunicação digital o número relativamente grande de repetidores regenerativos comparados com os equipamentos terminais, é provavelmente um fator dominante no projeto global do sistema.

Evidentemente, um equipamento multiplex com uma pequena tolerância máxima de tremor de entrada pode impor severas e indesejáveis restrições no projeto de todos os repetidores, com as consequentes implicações econômicas. Por outro lado, o equipamento multiplex poderia ser projetado para aceitar o máximo tremor do caso de um longo comprimento de linha, mas requereria para tanto um tamanho de memória de realização impraticável, e seria, na prática, necessária apenas para um pequeno número de casos. Daí a necessidade de estabelecimento de um meio termo.

Uma vez fixado o valor máximo do tremor no final de uma linha, o número de repetidores da mesma, e a forma como o tremor se acumula, pode-se determinar o valor do máximo tremor associado a cada um dos regeneradores. A padronização da especificação de tremor para um repetidor regenerativo isolado é bastante discutível, uma vez que isto levaria desnecessariamente a algumas restrições, como por exemplo, do fator Q do seu circuito de extração de relógio.

Várias propostas tem sido apresentadas ao CCITT sugerindo especificações de aceitação de tremor para equipamento multiplex, que assegurem que este possa receber diretamente o sinal fornecido por linhas de diferentes características, sem o emprego de equipamento especial para redução de tremor. A título de ilustração, apresentamos a seguir as especificações propostas pela United Kingdom Post Office (UKPO), de novembro de 1976 { 26 } . Elas são baseadas em valores de tremores que poderiam ser encontrados na prática com regeneradores de projetos econômicos, tendo circuitos de baixo fator de qualidade e supondo-se que o sinal transmitido é aleatório.

A mínima aceitação de tremor que o sistema multiplex deverá apresentar é indicada pela máscara mostrada na Fig. 7.1. Esta máscara indica a característica mínima da amplitude do tremor

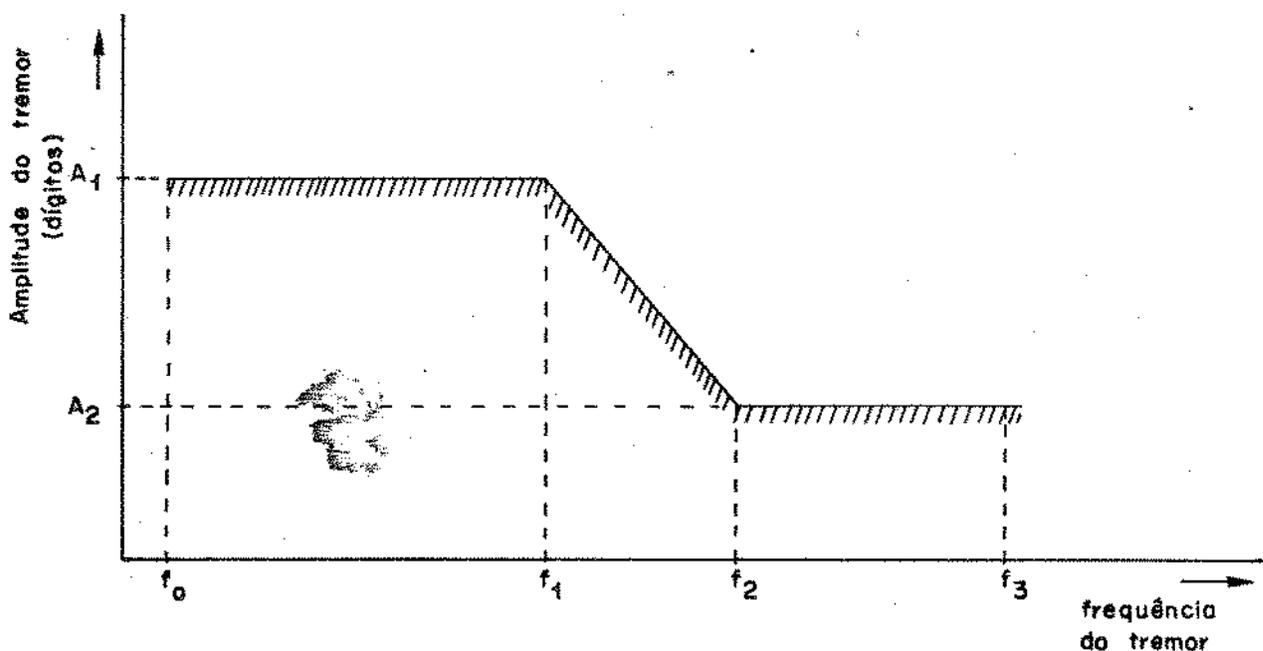


Fig. 7.1 - Máscara de mínima aceitação de tremor em sistemas de 1a., 2a., 3a., e 4a. ordem .

em função da frequência do mesmo na entrada do equipamento; ela estabelece os limites adotados e que foram considerados razoáveis para qualquer sistema multiplex digital real. Os valores de f_0 , f_1 , f_2 e f_3 , com os respectivos valores de amplitude A_1 e A_2 são

fornechos pela Tabela 7.1. A UKPO propõe que a máscara seja flexível para baixas frequências até f_0 , cujo valor sugerido é 5Hz. A frequência f_3 proposta é igual a $5f_2$.

Sob condições normais de operação, os padrões de pulsos do sinal em um sistema digital tendem a ser aleatórios. Neste caso, a melhor maneira de caracterização do tremor resultante seria através da sua densidade espectral de potência. No entanto, a simulação, geração e medidas práticas de tremor deste tipo é bastante difícil. Daí a razão porque as tolerâncias de tremor são usualmente especificadas e medidas em termos da máxima amplitude de tremor versus frequência do mesmo.

TABELA 7.1

Velocidade de informação (Kbit/seg)	Velocidade de símbolo de linha (Kbaud)	Nº de repetidores	A_1 (dígitos)	A_2 (dígitos)	f_1 KHz	f_2 KHz
2.048	2.048	50	1,5	0,2	3,9	30
8.448	8.448	50	1,5	0,2	16	120
34.368	34.368	70	1,9	0,2	52	490
139.264	140.448	200	4,3	0,27	93	1500

7.3 - MEDIDAS DE TREMOR

Como mencionado anteriormente, em um sistema típico de transmissão digital, a sequência de pulsos tende a assumir uma característica aleatória. No entanto, a fonte predominante de tremor em um regenerador está usualmente relacionada à sensibilidade dos circuitos de recuperação de relógio dos repetidores a padrões de pulsos. O tremor produzido por fontes deste tipo, conhecido como tremor induzido ou sistemático, como visto no Capítulo 3, acumula mais rapidamente em uma linha de repetidores que o produzido por outras fontes não correlacionadas.

Byrne et. al. { 6 } mostraram que, com padrões de pulsos aleatórios, as amplitudes do tremor rms acumuladas em uma linha de repetidores são proporcionais à raiz quadrada do número de repetidores para o tremor de origem sistemática e à raiz quarta do número de repetidores para o tremor de origem aleatória ou não sistemática.

Por estas razões, os métodos normais de testes de desempenho em relação ao tremor de repetidores regenerativos são realizados através da utilização de padrões de pulsos específicos. Isto corresponde à verificação do equipamento nas piores condições de trabalho. Não corresponde à operação normal dos sistemas de transmissão digital, mas que pode possivelmente ocorrer sob condições especiais de tráfego ou com certos tipos de transmissão de dados. É uma forma de teste válida e fornece uma indicação razoável do comportamento do sistema.

Um método muito utilizado para a verificação do desempenho de repetidores regenerativos quanto ao tremor é o da transição de padrões. Uma transição é produzida pela sucessão de duas sequências diferentes. Cada uma das sequências é formada pela repetição de um determinado padrão programável de um certo comprimento de bits. Em cada sequência, o padrão é repetido um número de vezes suficientemente grande, a fim de que seja alcançado o estado de equilíbrio.

A sensibilidade a padrões dos circuitos de recuperação de relógio dos repetidores, faz com que ocorra uma mudança de desalinhamento quando qualquer bloco de padrões de pulsos repetitivos é repentinamente trocado por outro. Este efeito está ilustrado na Fig. 7.2.

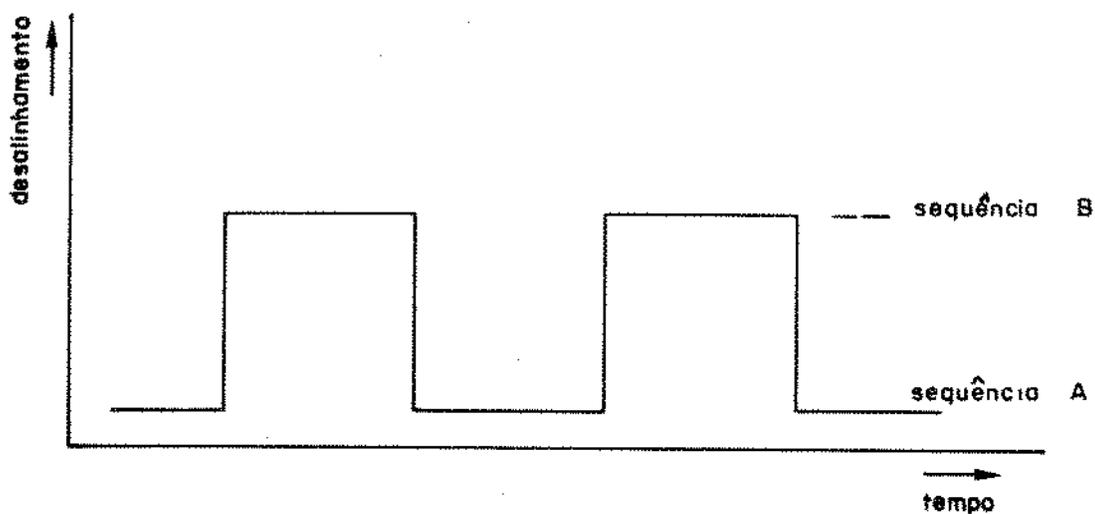


Fig. 7.2 - Degraus de fase resultantes da comutação de sequências de padrões de pulsos.

Naturalmente, durante a transmissão de uma determinada sequência de padrões, ocorre a geração de tremor por outras fontes. Estas devem assumir um valor pequeno em relação aos saltos produzidos pelas transições de padrões, para que os testes apresentem significado. Por isso os dois padrões empregados devem ser tais que provoquem uma diferença significativa entre os desalinhamentos médios associados a cada uma das sequências.

Uma vez que o tremor é definido na base de uma diferença de tempo, qualquer sequência, em princípio, pode ser escolhida como a de referência. Isto torna possível atribuir um sinal à amplitude de pico-a-pico de tremor associado com a transição. Uma única transição não pode ser considerada suficiente para o teste, uma vez que a amplitude de tremor produzida depende em grande parte da variação da taxa de bits em relação à taxa nominal e, muitas vezes, é possível obter um tremor mínimo com uma taxa de bits ligeiramente diferente da taxa nominal.

Byrne et. al. { 6 } apresentam a possibilidade da utilização das transições para a atribuição de um fator de mérito para o repetidor regenerativo. Tal procedimento contudo, é bastante difícil de ser implementado, uma vez que implica necessariamente na realização de um número grande de transições possíveis. Dificilmente o procedimento utilizado por Byrne et. al. poderia ser adotado como rotina de teste de desempenho dos repetidores de um sistema.

É importante determinar quais são os padrões de pulsos mais significativos para a realização deste tipo de teste. No próximo item, utilizando um método de simulação, será feita uma análise de alguns padrões de pulsos, tendo em vista a determinação do desalinhamento associado a cada um deles. Uma vez estabelecido um método de determinação do desalinhamento provocado por cada padrão, os resultados são utilizados para a obtenção da altura do salto provocado pelas transições. Com isto torna-se possível determinar quais são as condições de sequenciação de pulsos mais favoráveis a um maior ou menor deslocamento de fase dos pulsos regenerados.

7.4 - SIMULAÇÃO DO DESALINHAMENTO PRODUZIDO POR PADRÕES REPETITIVOS EM UM REGENERADOR

Queremos aqui determinar os deslocamentos de fase do

sinal de relógio em um repetidor regenerativo produzido por padrões de pulsos específicos, o que permitirá a determinação do salto de fase resultante da comutação de um dado padrão de pulsos para um ou outro. Também aqui, consideraremos o sinal digital codificado de acordo com o código AMI, já definido anteriormente, e cada um dos pulsos básicos do sinal como sendo do tipo coseno levantado. Supõe-se novamente que cada pulso da sequência sofre a interferência dos dois pulsos anteriores e dos dois posteriores, pelo que cada um deles pertence ao conjunto de pulsos dados pelas Eqs. (4.6) e (4.10).

Também aqui, para o procedimento de simulação, empregaremos o conceito de impulso equivalente definido no item 5.3; cada um dos pulsos será representado pelo seu impulso equivalente, caracterizado pela sua amplitude (A) e seu deslocamento no tempo em relação ao instante nominal de ocorrência do pulso (t_0).

Uma vez que o sinal fornecido pelo equalizador é previamente retificado antes de ser aplicado ao circuito ressonante, a existência ou não de pulso em uma dada janela temporal pode ser representada, respectivamente pelos binários "1" e "0". Assim, uma determinada sequência de pulsos de comprimento N pode ser organizada com o auxílio de um acumulador de deslocamento (shift register) de N estágios. Como estamos interessados na verificação do comportamento de padrões repetitivos ou periódicos, consideramos o acumulador dotado de uma ligação de realimentação, de modo que o deslocamento possa ocorrer de maneira cíclica, como mostrado na Fig. 7.3. Cada estágio do acumulador representa um bit da sequência.

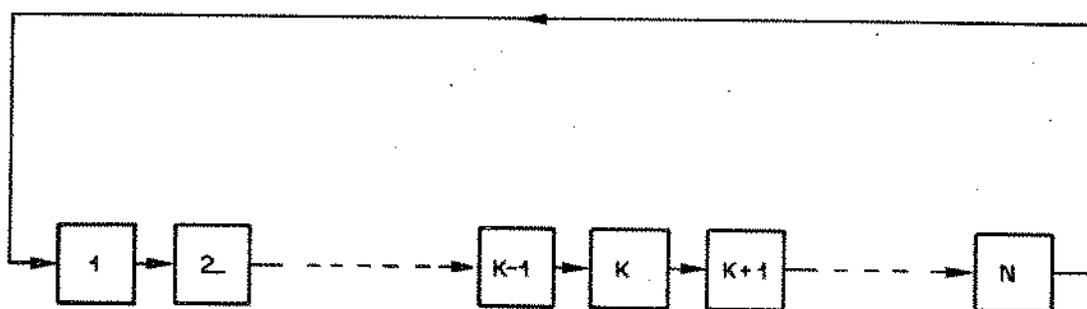


Fig. 7.3 - Acumulador de deslocamento para simulação de padrões repetitivos

O acumulador é previamente preenchido com os bits "0" e "1" de acordo com o padrão que se quer simular. Um determinado estágio, o k ésimo como na Fig. 7.3, é escolhido para armazenar o bit correspondente à janela temporal de referência. Para a determinação do tremor correspondente a cada janela temporal (ou bit) do padrão desejado, um procedimento de cálculo pode ser o seguinte:

- 1 - Atribui-se os valores de
 - . α , fator de ampliação de faixa,
 - . C, nível de ceifamento dos pulsos (se for o caso),
 - . Q, fator de mérito do circuito tanque,
 - . b, nível em que se dá a extração dos instantes de amostragem;
- 2 - Determina-se, utilizando-se método numérico de integração, os valores da amplitude e do deslocamento dos impulsos equivalentes de todos os pulsos, ou seja, A_i e t_{0_i} , $i=1,2,\dots,16$;
- 3 - Preenche-se o registro de deslocamento, de acordo com o padrão estipulado e atribui-se valores iniciais para a amplitude e fase do fasor $A(t)$;
- 4 - Verifica-se o conteúdo do estágio; se este bit é igual a "0" passa-se para a fase 6; em caso contrário,
- 5 - Determina-se, através da verificação dos dois bits anteriores e dos dois posteriores ao de referência, a qual pulso do conjunto corresponde; obtém-se então os valores da amplitude (A) e do deslocamento (t_0) do impulso equivalente;
- 6 - Determina-se o valor do fasor $A(t)$ nesta janela temporal;
- 7 - Calcula-se a fase do fasor $A(t)$ e a conversão de amplitude para fase nesta janela de tempo;
- 8 - Armazenam-se os resultados obtidos e provoca-se um deslocamento no conteúdo do acumulador;
- 9 - Se o número de deslocamentos do acumulador é menor que N, volta-se ao passo 4; em caso contrário,

10. Se o equilíbrio estatístico não foi alcançado, volta-se ao passo 4; em caso contrário,
11. Finaliza-se o processo de cálculo após dar saída aos resultados desejados.

Desta maneira, pode-se determinar o desalinhamento associado a cada instante de amostragem ao longo do padrão desejado, ou seja, os valores de θ_i e β_i , $i = 1, 2, 3, \dots, N$. Nos itens seguintes apresentaremos com detalhes a maneira de abordagem empregada para alguns padrões específicos. Também serão apresentados os resultados encontrados para um conjunto de padrões de oito bits de comprimento.

Uma vez que se deseja determinar o desalinhamento referente a cada instante de amostragem de um padrão no estado de equilíbrio, considera-se tal padrão repetindo-se durante um tempo suficientemente grande para que o regime estatístico seja alcançado. A condição de regime é alcançada quando os fasores de instantes correspondentes em padrões sucessivos são iguais. Isto é, se o padrão tem um comprimento n , o estado de equilíbrio ou regime é alcançado quando o sinal $s(t)$ na saída do circuito ressonante é tal que

$$A(kT) = A[(k + n)T] \quad (7.1)$$

para todo k .

7.4.1 - PADRÕES 1 EM n

Vamos considerar os padrões constituídos de um pulso em um bloco de comprimento n . Assim as sequências serão repetições de padrões da forma 1, 10, 100, 1000, etc.. A Fig. 7.4a ilustra um trecho genérico de uma sequência de pulsos formada por estes padrões.

Nesta sequência cada um dos pulsos da mesma sofre as mesmas formas de interferências tanto dos pulsos anteriores como dos posteriores; a forma e intensidade da interferência sofrida são uma função do valor de n . Desta maneira os pulsos resultam iguais, simétricos e centrados nos respectivos instantes nominais de ocorrência.

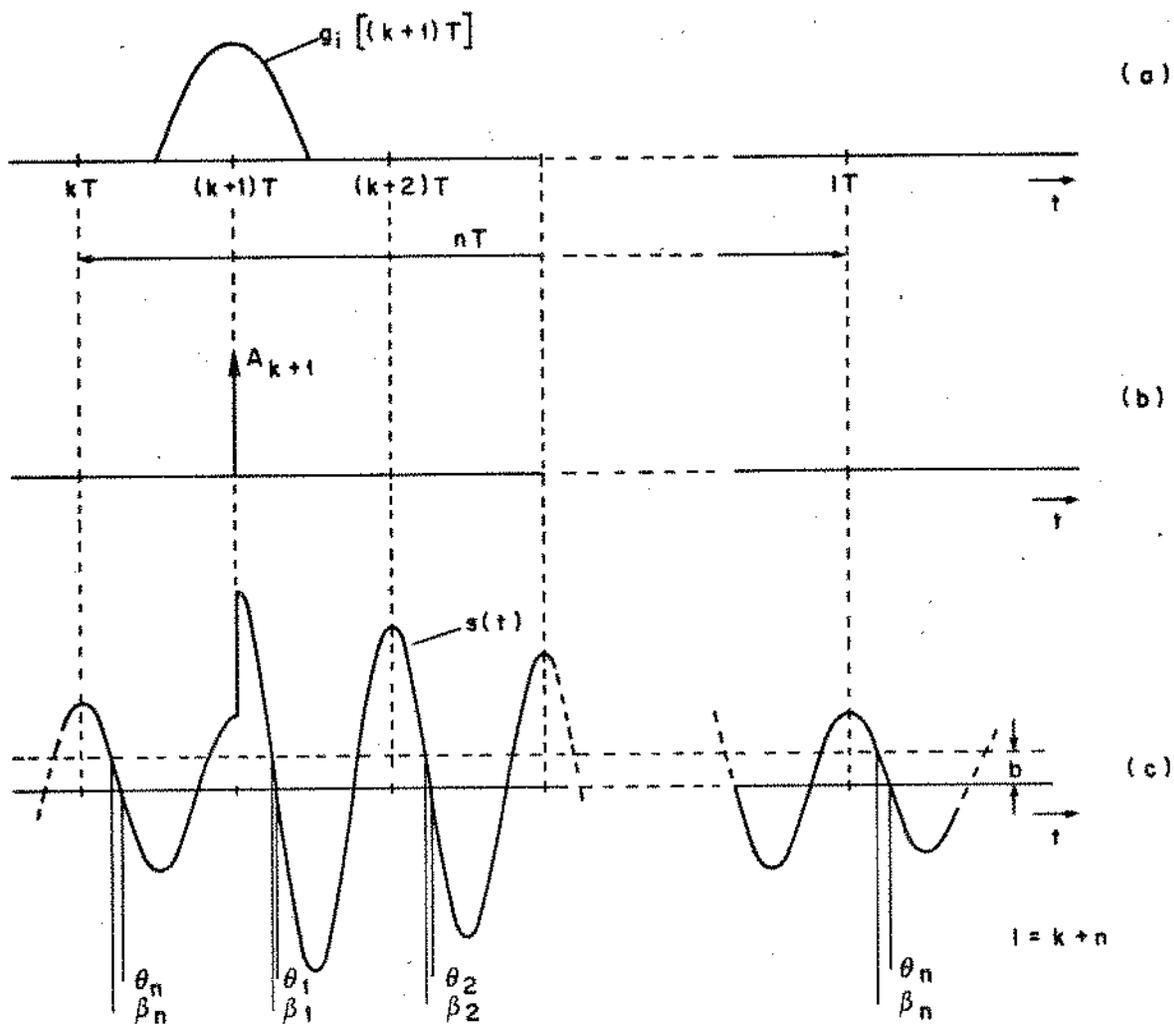


Fig. 7.4 - Sequência de pulsos no padrão 1 em n

Representando os pulsos pelos impulsos equivalentes, temos a sequência equivalente mostrada na Fig. 7.4.b.. Na Fig. 7.4.c., tem-se a onda de tempo na saída do circuito ressonante. Em cada instante mT em que ocorre um pulso, a amplitude do fasor aumenta da quantidade A_i , o valor da amplitude do impulso equivalente correspondente ao pulso $g_i(t)$, dada pela Eq. (5.21). Sendo o fator Q do circuito tanque finito, a amplitude da onda decai de $e^{-\pi/Q}$ em cada intervalo de tempo T . Assim, no intervalo entre n impulsos, nT , a amplitude da onda diminui, de $e^{-n\pi/Q}$. Com a chegada do novo impulso o fasor fica exatamente igual ao que existia quando da chegada do pulso anterior, uma vez que estamos admitindo a condição de regime.

Uma vez que os pulsos de sinal digital são todos simétricos, os impulsos equivalentes ocorrem exatamente nos instantes nominais mT . Como o circuito ressonante é suposto estar sintonizado exatamente na frequência de repetição dos pulsos, os cruzamentos de zero negativo do sinal $s(t)$ não apresentam qualquer de-

salinhamento, com o que temos $\theta_i = 0$ para todos os instantes de amostragem. No entanto, se a detecção dos instantes de amostragem for realizada a um nível diferente de zero, haverá um desalinhamento resultante da conversão de amplitude para fase. Como a quantidade de conversão de amplitude para fase é uma função inversa da amplitude do sinal $s(t)$, e como esta diminui de período para período, e desalinhamento aumenta de uma janela temporal para a seguinte, como ilustra a Fig. 7.4.c., tem-se então, $\beta_1 < \beta_2 < \beta_3 < \dots < \beta_n$.

O fasor $A(t)$ é o mesmo nos instantes $(k+1)T$ e $(\ell + 1)T$, ou seja,

$$A[(k + 1)T] = A[(\ell + 1)T] \quad (7.2)$$

onde $\ell = k + n$. Por outro lado, temos que

$$A[(\ell + 1)T] = A[(k + 1)T]e^{-n\pi/Q} + A_i \quad (7.3)$$

Relacionando as Eqs. (7.2) e (7.3), obtemos a expressão do fasor no instante imediatamente após a ocorrência de um pulso, a saber

$$A[(k + 1)T] = A[(\ell + 1)T] = \frac{A_i}{1 - e^{-n\pi/Q}} \quad (7.4)$$

Uma vez que A_i é uma quantidade real, a amplitude do sinal $s(t)$, na condição de regime, no instante imediatamente após a ocorrência de um pulso, resulta dada por

$$a_{\text{reg}} = \frac{A_i}{1 - e^{-n\pi/Q}} \quad (7.5)$$

Em um instante iT entre os instantes $(k + 1)T$ e $(\ell+1)T$, tem-se que

$$\begin{aligned} A(iT) &= A[(k + 1)T] e^{-(i - k - 1)\pi/Q} \\ &= \frac{A_i}{1 - e^{-n\pi/Q}} e^{-(i - k - 1)\pi/Q} \end{aligned} \quad (7.6)$$

e a amplitude de $s(t)$ no instante iT será

$$a_i(iT) = \frac{A_i}{1 - e^{-n\pi/Q}} e^{-(i - k - 1)\pi/Q} \quad (7.7)$$

Para $n = 1$ a sequência resulta constituída apenas de marcas. Neste caso, o pulso $g_i(t)$, de acordo com a Tabela 4.1, é o pulso $g_{16}(t)$, cujo impulso equivalente tem amplitude A_{16} e deslocamento em relação ao instante nominal de ocorrência $t_{o_{16}} = 0$. Assim pela Eq. (7.5) temos:

$$a_{\text{reg}} = \frac{A_{16}}{1 - e^{-\pi/Q}} \quad (7.8)$$

Neste caso a conversão de amplitude para fase é a mesma para todos os instantes de amostragem, o que implica em um desalinhamento em relação à posição ideal constante.

Para $n = 2$ a sequência fica formada de uma alternância de marcas e espaços. Agora o pulso $g_i(t)$, de acordo com a Tabela 4.1 é o pulso $g_{13}(t)$, para o qual corresponde o impulso equivalente - com amplitude A_{13} e deslocamento $t_{o_{13}} = 0$. A Eq. (7.5) neste caso resulta em:

$$a_{\text{reg}} = \frac{A_{13}}{1 - e^{-2\pi/Q}} \quad (7.9)$$

Havendo um deslocamento no nível de detecção dos cruzamentos de zero, teremos dois valores diferentes para o desalinhamento dos instantes de amostragem, os quais ocorrerão alternadamente, correspondendo a um tremor sistemático.

Para $n \geq 3$, o pulso $g_i(t)$ corresponde ao pulso $g_1(t)$ e o impulso equivalente tem amplitude A_1 e deslocamento $t_{o_1} = 0$. Neste caso a Eq. (7.5) fica escrita sob a forma:

$$a_{\text{reg}} = \frac{A_1}{1 - e^{-n\pi/Q}} \quad (7.10)$$

Na Tabela 7.2 são mostrados os valores dos desalinhamentos β_i , como definidos na Fig. 7.4 para $n = 1, 2, 3, \dots, 8$, produzidos por conversão de amplitude para fase por um desvio do nível de

deteção dos instantes de amostragem $b = 0.05a_{reg}^{(1/2)}$, onde $a_{reg}^{(1/2)}$ é o valor de a_{reg} dado pela Eq. (7.9), para $Q = 100$, $\alpha = 0.9$ e $C = 0.7$.

TABELA 7.2

n	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8
1	2,18	-	-	-	-	-	-	-
2	2,87	2,96	-	-	-	-	-	-
3	4,12	4,25	4,39	-	-	-	-	-
4	5,65	5,83	6,02	6,21	-	-	-	-
5	7,28	7,52	7,76	8,01	8,26	-	-	-
6	8,63	8,90	9,19	9,49	9,79	10,11	-	-
7	8,89	9,18	9,47	9,78	10,10	10,42	10,76	-
8	10,67	11,01	11,37	11,74	12,16	12,51	12,91	13,33

7.4.2 - PADRÕES 11 EM n

Agora vamos considerar o comportamento das sequências - constituídas das repetições dos padrões de pulsos da forma 11,110, 1100, 11000, etc.. A Fig. 7.5a. mostra para ilustração um trecho da sequência de pulsos segundo estes padrões.

Neste caso, devido à maneira como ocorrem as interferências entre os pulsos, os mesmos não são iguais, simétricos e nem centrados nas suas respectivas janelas temporais. Na Fig. 7.5b., temos a sequência formada pelos impulsos equivalentes.

Supondo que o padrão está se repetindo durante um tempo suficiente para que a condição de regime seja alcançada, o fasor $A(t)$ no instante kT é igual ao fasor no instante ℓT , isto é

$$A(kT) = A(\ell T) \quad (7.11)$$

onde $\ell = k+n$.

O sinal no instante ℓT será a soma das componentes devidas ao sinal existente no instante kT e aos impulsos que ocorrem nos instantes $(k+1)T - t_{o_{k+1}}$ e $(k+2)T + t_{o_{k+2}}$. Assim temos

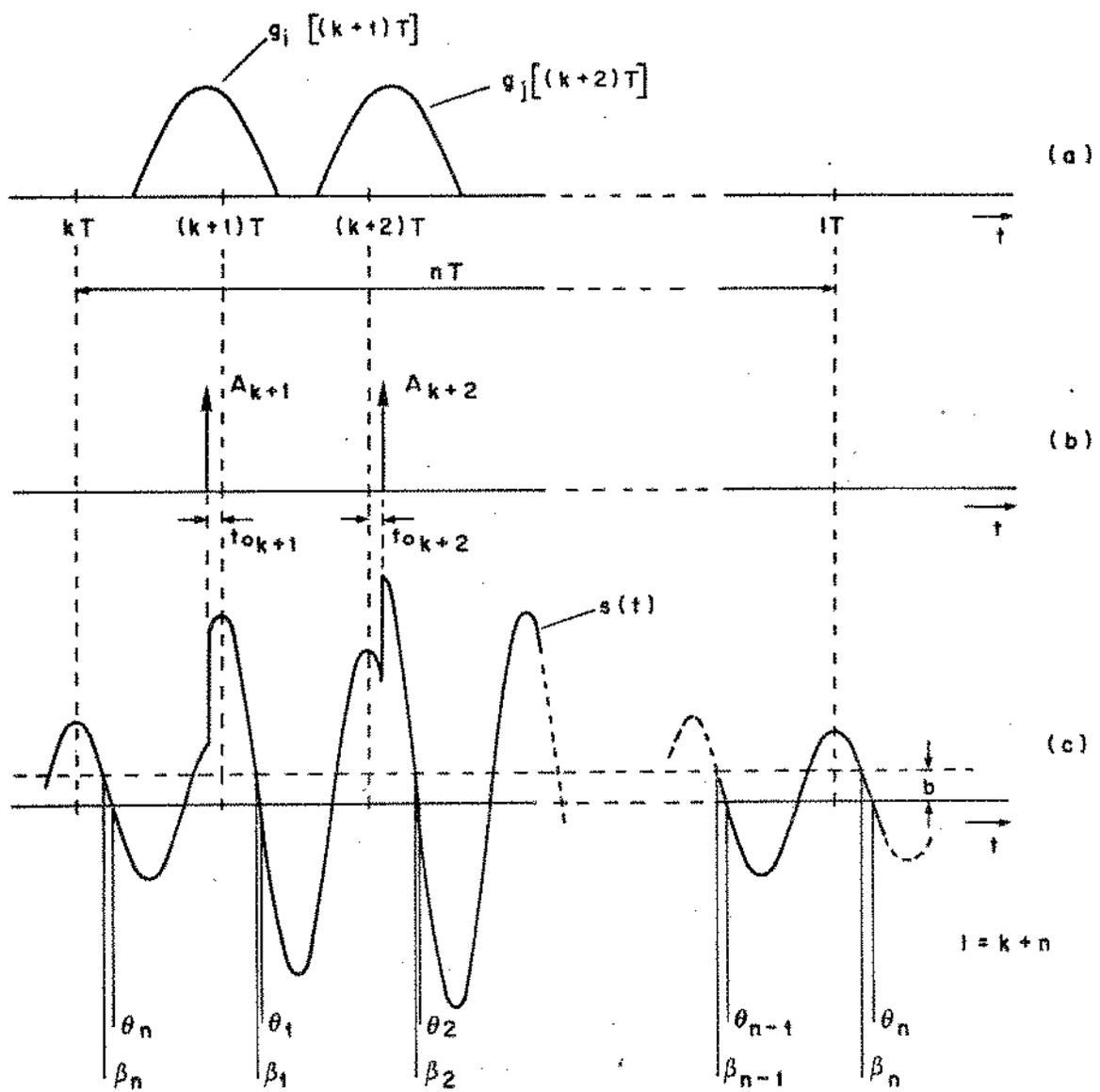


Fig. 7.5 - Sequência de pulsos no padrão 11 em n

$$\begin{aligned}
 A(lT) = & A(kT)e^{-n\pi/Q} + A_{k+1} e^{-\frac{\pi}{TQ} [(n-1)T + t_{ok+1}]} \cdot e^{j\frac{2\pi}{T} t_{ok+1}} + \\
 & + A_{k+2} e^{-\frac{\pi}{TQ} [(n-2)T - t_{ok+2}]} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{T} t_{ok+2}} \quad (7.12)
 \end{aligned}$$

Relacionando as Eqs. (7.11) e (7.12), obtemos

$$A(\ell T) = A(kT) = \frac{1}{1 - e^{-n\pi/Q}} \left\{ A_{k+1} e^{-\frac{\pi}{TQ} [(n-1)T + t_{0k+1}]} e^{j \frac{2\pi}{T} t_{0k+1}} + A_{k+2} e^{-\frac{\pi}{TQ} [(n-2)T - t_{0k+2}]} e^{-j \frac{2\pi}{T} t_{0k+2}} \right\} \quad (7.13)$$

Devido à maneira como ocorrem as interferências entre os pulsos, temos que

$$A_{k+1} = A_{k+2}$$

e

$$t_{0k+1} = -t_{0k+2}$$

(7.14)

Assim a Eq. (7.13) fica

$$A(\ell T) = A(kT) = A_{k+1} \frac{e^{-\frac{\pi}{TQ} (nT + t_{0k+1})}}{1 - e^{-n\pi/Q}} e^{\pi/Q} (1 + e^{\pi/Q}) e^{j \frac{2\pi}{T} t_{0k+1}} \quad (7.15)$$

Através da Eq. (7.15) podemos determinar facilmente o valor da amplitude e da fase do sinal $s(t)$ em todas as janelas temporais associados ao padrão.

Para $n = 2$ a sequência fica constituída apenas por marcas; da Eq. (7.15) obtem-se a Eq. (7.8), encontrada no item anterior para tal caso.

Com $n = 3$ o pulso $g_i(t)$ que ocorre no instante $(k+1)T$, corresponde ao pulso $g_{10}(t)$ (Tabela 4.1), cujo impulso equivalente tem amplitude A_{10} e deslocamento t_{010} . Para este caso, a Eq. (7.15) resulta em

$$A(kT) = A[(k+3)T] = A_{10} e^{-\frac{\pi}{TQ} (2T + t_{010})} \frac{1 + e^{\pi/Q}}{1 - e^{-3\pi/Q}} e^{j \frac{2\pi}{T} t_{010}} \quad (7.16)$$

Para $n \geq 4$ o pulso que ocorre no instante $(k+1)T$ é o pulso $g_2(t)$ (Tabela 4.1), que é representada pelo impulso de amplitude A_2 e deslocamento t_{02} . A Eq. (7.15) agora fica

$$A(kT) = A(k+4)T = A_2 \cdot \frac{1+e^{\pi/Q}}{1-e^{-n\pi/Q}} \cdot e^{-(\pi/TQ)(3T+t_{02})} \dots \dots e^{j(2\pi/T)t_{02}} \quad (7.16)$$

Na Tabela 7.3 são mostrados os valores dos desalinhamentos θ_i , como definidos na Fig. 7.5c, para $n=2,3,\dots,8$, para Q igual a 100, α igual a 0,9 e C igual a 0,7. Para estes mesmos valores de parâmetros, a Tabela 7.4 contém os valores de β_i produzidos por um desvio $b=0,05$ a $\frac{(1/2)}{\text{reg}}$ no nível de detecção dos instantes de amostragem.

TABELA 7.3

n	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7	θ_8
2	0	0	-	-	-	-	-	-
3	0,74	-0,51	-0,51	-	-	-	-	-
4	1,24	-0,50	-0,50	-0,50	-	-	-	-
5	1,81	-0,50	-0,50	-0,50	-0,50	-	-	-
6	2,28	-0,50	-0,50	-0,50	-0,50	-0,50	-	-
7	2,28	-0,44	-0,44	-0,44	-0,44	-0,44	-0,44	-
8	2,97	-0,50	-0,50	-0,50	-0,50	-0,50	-0,50	-0,50

TABELA 7.4

n	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8
2	2,18	2,18	-	-	-	-	-	-
3	2,76	2,69	2,81	-	-	-	-	-
4	3,75	3,64	3,76	3,81	-	-	-	-
5	4,96	5,63	4,88	5,03	5,19	-	-	-
6	5,98	6,59	5,78	5,97	6,16	6,36	-	-
7	6,45	6,11	6,20	6,40	6,60	6,81	7,03	-
8	7,48	6,85	7,07	7,30	7,54	7,78	8,03	8,28

7.4.3 - PADRÕES 111 EM n

Vamos analisar agora as sequências formadas por padrões da forma 111, 1110, 11100, etc. A Fig. 7.5 ilustra uma tal sequência. Admitindo novamente a condição de regime, a saber, o padrão está se repetindo durante um tempo suficientemente longo para que o estado de equilíbrio estatístico seja alcançado, tem-se para o fasor $A(t)$ que

$$A(kT) = A(\ell T) \tag{7.17}$$

com $\ell = k+n$

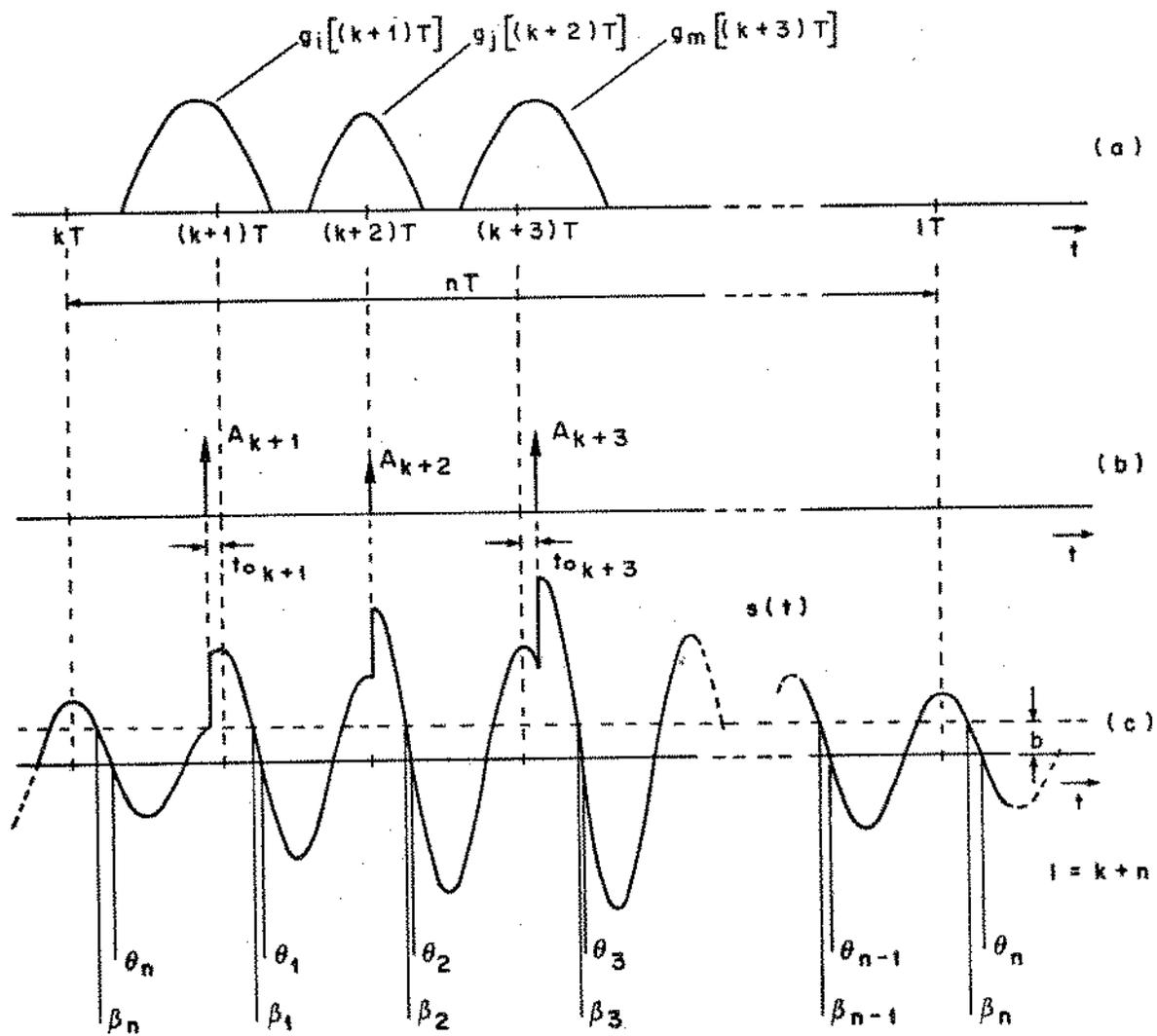


Fig. 7.6 - Sequências de pulsos no padrão 111 em n

O sinal $s(t)$ no instante ℓT será a soma das componentes de vidas ao sinal existente no instante kT e aos impulsos que ocorrem nos instantes $(k+1)T - t_{0k+1}$, $(k+2)T$ e $(k+3)T + t_{0k+3}$. Com isto encontramos, para o fasor $A(t)$ no instante $A(\ell T)$

$$\begin{aligned}
A(\ell T) = A(kT) e^{-n\pi/Q} + A_{k+1} e^{-(\pi/TQ) [(n-1)T+t_{0k+1}]} e^{(j2\pi/T)t_{0k+1}} + \\
+ A_{k+2} e^{-(n-2)\pi/Q} + \\
+ A_{k+3} e^{-(\pi/TQ) [(n-3)T-t_{0k+3}]} e^{-(j2\pi/T)t_{0k+3}}
\end{aligned} \tag{7.18}$$

Relacionando as eqs. (7.17) e (7.18), obtemos

$$\begin{aligned}
A(\ell T) = A(kT) = \frac{1}{1-e^{-n\pi/Q}} \left\{ A_{k+1} e^{-(\pi/TQ) [(n-1)T+t_{0k+1}]} \dots \right. \\
\dots e^{(j2\pi/T)t_{0k+1}} + \\
+ A_{k+2} e^{-(n-2)\pi/Q} + \\
\left. + A_{k+3} e^{-(\pi/TQ) [(n-3)T-t_{0k+3}]} e^{-(j2\pi/T)t_{0k+3}} \right\}
\end{aligned} \tag{7.19}$$

No entanto, considerando a forma como se dão as interferências entre os pulsos, temos

$$A_{k+1} = A_{k+3} \tag{7.20}$$

$$e^{t_{0k+1}} = -t_{0k+3}$$

Assim, a eq. (7.19) pode ser colocada na forma seguinte

$$\begin{aligned}
A(\ell T) = A(kT) = \frac{1}{1-e^{-n\pi/Q}} \left\{ A_{k+1} e^{-(\pi/TQ) (nT+t_{0k+1})} (e^{-\pi/Q} + e^{-3\pi/Q}) \dots \right. \\
\dots e^{(j2\pi/T)t_{0k+1}} + \\
\left. + A_{k+2} e^{-(n-2)\pi/Q} \right\}
\end{aligned} \tag{7.21}$$

A eq. (7.21) possibilita a determinação da amplitude e da fase do sinal $s(t)$ em todas as janelas temporais do padrão.

Para $n=3$ a sequência fica formada apenas por marcas e da eq. (7.21) chega-se à eq. (7.8), já obtida anteriormente.

Com $n=4$ o pulso $g_i(t)$ que ocorre no instante $(k+1)T$ corresponde ao pulso $g_{14}(t)$ (Tabela 4.1) e o pulso que ocorre no instante $(k+2)T$ é o pulso $g_4(t)$. Para este caso, a eq. (7.21) fica

$$A(kT) = A[(k+4)T] = \frac{1}{e^{2\pi/Q} - e^{-2\pi/Q}} \left[A_{14} e^{-(\pi/TQ)(2T+t_{014})} \dots \right. \\ \left. \dots (e^{-\pi/Q} + e^{-3\pi/Q}) e^{(j\pi/T)t_{014}} + A_4 \right] \quad (7.22)$$

Para $n \geq 5$ os pulsos que ocorrem nas janelas temporais $(k+1)T$ e $(k+2)T$ são os pulsos $g_6(t)$ e $g_4(t)$, respectivamente. Neste caso, a eq. (7.21) fica

$$A(kT) = A[(k+n)T] = \frac{1}{1 - e^{-n\pi/Q}} \left[A_6 e^{-(\pi/TQ)(nT+t_{06})} \dots \right. \\ \left. \dots (e^{-\pi/Q} + e^{-3\pi/Q}) e^{-(j2\pi/T)t_{06}} + \right. \\ \left. + A_4 e^{-(n.2)\pi/Q} \right] \quad (7.23)$$

Na Tabela 7.5 estão mostrados os valores de θ_i para $n = 3, 4, \dots, 8$ para os valores de Q , α e C utilizados nos itens anteriores. Para os mesmos a Tabela 7.6 mostra os valores de β_i resultantes de um desvio de $b=0,05 a_{reg}^{(1/2)}$ no nível de detecção dos instantes de amostragem.

TABELA 7.5

n	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7	θ_8
3	0	0	0	-	-	-	-	-
4	0,53	0,51	-0,60	-0,60	-	-	-	-
5	0,81	0,78	-0,64	-0,64	-0,64	-	-	-
6	1,24	1,17	-0,62	-0,62	-0,62	-0,62	-	-
7	1,55	1,45	-0,57	-0,57	-0,57	-0,57	-0,57	-
8	1,75	1,62	-0,62	-0,62	-0,62	-0,62	-0,62	-0,62

TABELA 7.6

n	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8
3	2,18	2,18	2,18	-	-	-	-	-
4	2,62	2,60	2,54	2,65	-	-	-	-
5	3,28	3,23	3,15	3,26	3,37	-	-	-
6	4,19	4,07	3,93	4,06	4,19	4,32	-	-
7	4,77	4,60	4,41	4,54	4,69	4,84	4,99	-
8	5,34	5,11	4,86	5,01	5,17	5,33	5,51	5,68

7.4.4 - OUTROS PADRÕES REPETITIVOS

O método utilizado anteriormente pode, em princípio, ser empregado para a determinação do desalinhamento de cada um dos instantes de amostragem de qualquer padrão repetitivo. Seria impraticável continuar apresentando aqui os resultados do número interminável de padrões de comprimento n.

Para a realização das medidas dos deslocamentos de fase provocados por padrões, o comprimento dos mesmos deve atender a um compromisso. O padrão utilizado para o teste deve ter um comprimento suficiente para que os deslocamentos de fase introduzidos por um padrão particular seja causado principalmente pelos bits do mesmo e muito pouco influenciado pelos bits situados fora do padrão. Por outro lado, não devem ser muito longos de tal forma que o número de padrões distintos resultante não torne impraticável a realização dos testes. O comprimento de padrão considerado razoável e normalmente utilizado é o de oito bits.

7.4.5 - PADRÕES DE OITO BITS

Na Tabela 7.7 apresentamos os padrões de 8 bits possíveis.

Número Padrão	Padrão	Peso
1	1000 0000	8
2	1100 0000	8
3	1010 0000	8
4	1001 0000	8
5	1000 1000	4
6	1110 0000	8
7	1101 0000	8
8	1100 1000	8
9	1100 0100	8
10	1100 0010	8
11	1010 1000	8
12	1010 0100	8
13	1111 0000	8
14	1110 1000	8
15	1110 0100	8
16	1110 0010	8
17	1101 1000	8
18	1101 0100	8

Número Padrão	Padrão	Peso
19	1101 0010	8
20	1100 1100	4
21	1100 1010	8
22	1010 1010	2
23	1111 1000	8
24	1111 0100	8
25	1111 0010	8
26	1110 1100	8
27	1110 1010	8
28	1110 0110	8
29	1101 1010	8
30	1111 1100	8
31	1111 1010	8
32	1111 0110	8
33	1110 1110	4
34	1111 1110	8
35	1111 1111	1

TABELA 7.7

Os valores de desalinhamento θ_i , $i=1,2,\dots,8$ dos padrões de 8 bits dados na Tabela 7.7 quando em regime estão na Tabela 7.8. Na Tabela 7.9 estão os desalinhamentos resultantes da conversão de amplitude para fase produzida por um deslocamento do nível de detecção dos instantes de amostragem de $0,05 a_{reg}^{(1/2)}$.

Nº de Padrão	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7	θ_8
1								
2	2,97	-0,50	-0,50	-0,50	-0,50	-0,50	-0,50	-0,50
3	0,14	0,14	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	1,75	1,62	-0,62	-0,62	-0,62	-0,62	-0,62	-0,62
7	1,86	1,86	-0,32	-0,28	-0,28	-0,28	-0,28	-0,28
8	1,84	-0,32	-0,32	-0,32	-0,29	-0,29	-0,29	-0,29
9	1,81	-0,32	-0,32	-0,32	-0,32	-0,29	-0,29	-0,29
10	2,18	2,18	0,05	0,04	0,04	0,04	0,02	0,02
11	0,07	0,07	0,06	0,06	-0,06	-0,06	-0,06	-0,06
12	0,10	0,10	-0,03	-0,03	-0,03	-0,03	-0,03	-0,03
13	1,14	1,12	1,02	-0,69	-0,69	-0,69	-0,96	-0,69
14	0,88	0,84	-0,70	-0,70	-0,76	-0,76	-0,76	-0,76
15	1,20	1,14	-0,44	-0,44	-0,44	-0,41	-0,41	-0,41
16	1,50	1,43	-0,15	-0,15	-0,15	-0,15	-0,02	-0,02
17	1,26	-0,47	-0,47	-0,47	1,20	-0,51	-0,51	-0,51
18	1,01	-0,49	-0,49	-0,46	-0,46	-0,46	-0,53	-0,53
19	1,32	-0,19	-0,19	-0,28	-0,28	-0,28	-0,16	-0,16
20	1,24	-0,50	-0,50	-0,50	1,24	-0,50	-0,50	-0,50
21	1,55	0,01	0,01	0,01	0,12	0,12	0,12	0,12
22	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0,75	0,69	0,65	0,66	-0,73	-0,73	-0,73	-0,73
24	0,57	0,55	0,52	-0,74	-0,74	-0,74	-0,79	-0,79
25	1,10	1,01	1,01	-0,30	-0,30	-0,30	-0,18	-0,18
26	0,81	0,77	-0,54	-0,54	-0,84	-0,57	-0,57	-0,57
27	0,88	0,85	-0,33	-0,33	-0,31	-0,31	-0,30	-0,30
28	0,79	1,75	-0,58	-0,58	-0,58	0,87	-0,54	-0,54
29	0,92	-0,37	-0,37	0,91	-0,38	-0,38	-0,35	-0,35
30	0,48	0,41	0,41	0,40	0,41	-0,77	-0,77	-0,77
31	0,57	0,54	0,49	0,51	-0,57	-0,57	-0,54	-0,54
32	0,54	0,50	-0,35	-0,61	-0,61	-0,58	-0,60	-0,60
33	0,53	0,51	-0,60	-0,60	-0,53	-0,51	-0,60	-0,60
34	0,27	0,25	0,22	0,22	0,21	0,23	-0,77	-0,77
35	0	0	0	0	0	0	0	0

TABELA 7.8

Nº de Padrão	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8
1	10,67	11,01	11,37	11,74	12,16	12,51	12,91	13,33
2	7,48	6,85	7,07	7,30	7,54	7,78	8,03	8,28
3	5,67	5,48	5,44	5,62	5,80	5,98	6,17	6,37
4	5,73	5,92	6,11	5,57	5,74	5,93	6,12	6,31
5	5,65	5,83	6,02	6,21	5,65	5,83	6,02	6,21
6	5,34	5,11	4,85	5,01	5,17	5,33	5,51	5,68
7	4,65	4,46	4,27	4,38	4,48	4,58	4,69	4,80
8	4,61	4,42	4,56	4,70	4,41	4,55	4,69	4,83
9	4,56	3,98	4,51	4,65	4,80	4,49	4,63	4,78
10	4,48	4,62	4,44	4,58	4,72	4,88	5,44	4,69
11	3,88	4,01	3,80	3,92	3,75	3,85	3,97	4,10
12	3,86	3,99	3,80	3,91	4,03	3,83	3,95	4,08
13	4,13	4,02	3,92	3,85	3,91	4,04	4,16	4,30
14	3,69	3,61	3,52	3,62	3,47	3,58	3,69	3,81
15	3,67	3,59	3,48	3,60	3,72	3,55	3,66	3,78
16	3,62	3,52	3,44	3,56	3,67	3,79	3,61	3,73
17	3,80	3,69	3,80	3,68	3,80	3,69	3,81	3,93
18	3,31	3,20	3,34	3,21	3,31	3,19	3,29	3,39
19	3,28	3,19	3,31	3,18	3,29	3,40	3,26	3,37
20	3,75	3,64	3,76	3,88	3,75	3,64	3,76	3,88
21	3,25	3,16	3,28	3,39	3,26	3,36	3,23	3,33
22	2,87	2,96	2,87	2,96	2,87	2,96	2,87	2,96
23	3,35	3,29	3,24	3,19	3,13	3,23	3,33	3,43
24	3,04	3,14	2,97	2,90	3,01	2,92	3,01	3,11
25	3,01	2,97	2,86	2,75	2,88	3,06	2,98	3,08
26	3,12	3,08	2,98	3,11	3,05	2,95	3,09	3,19
27	2,76	2,74	2,70	2,79	2,71	2,80	2,72	2,81
28	3,08	3,04	2,98	3,08	3,17	3,11	3,06	3,14
29	2,93	2,79	2,87	2,83	2,79	2,87	2,79	2,88
30	2,80	2,77	2,75	2,73	2,71	2,68	2,76	2,85
31	2,57	2,55	2,54	2,53	2,50	2,58	2,52	2,60
32	2,63	2,60	2,57	2,54	2,65	2,61	2,57	2,66
33	2,62	2,60	2,54	2,65	2,62	2,60	2,54	2,65
34	2,39	2,38	2,38	2,37	2,37	2,36	2,35	2,41
35	2,18	2,18	2,18	2,18	2,18	2,18	2,18	2,18

TABELA 7.9

Por estes resultados, observa-se que as formas de variação dos desalinhamentos dos instantes de amostragem produzidos diretamente pela interferência entre pulsos e indiretamente pela conversão de amplitude para fase são completamente diferentes. A Tabela 7.8 mostra que, para determinados padrões, a interferência entre pulsos pode produzir saltos de fase relativamente grandes ao passar de um instante de amostragem para o seguinte. Naqueles padrões que há um agrupamento de pulsos nas primeiras posições, o primeiro pulso provoca um avanço de fase da onda de tempo, enquanto que o último pulso causa um atraso, o que faz com que a fase dos instantes de amostragem seguintes se situe em torno da de referência.

Por outro lado, em havendo um desvio no nível de deteção dos instantes de amostragem, os desalinhamentos introduzidos por conversão de amplitude para fase podem variar muito pouco de um instante de amostragem para outro. Isso é devido ao fator Q do circuito ressonante ser relativamente alto, o que faz com que a diminuição de amplitude da onda de tempo durante o intervalo entre dois instantes de amostragem seja relativamente pequena. Pode-se concluir destes resultados que as frequências do tremor associadas às componentes produzidas diretamente pelas interferências entre os pulsos são maiores que aquelas associadas às devidas à conversão de amplitude para fase.

O erro de fase resultante associado a cada instante de amostragem é, como já concluído anteriormente, dado pela soma das duas contribuições, a saber, para o k -ésimo instante de amostragem o erro de fase resultante é

$$\gamma_k = \theta_k + \beta_k \quad (7.24)$$

A Tabela 7.10 apresenta os valores dos desalinhamentos resultantes, γ_i , $i=1,2,3,\dots,8$, dos padrões de oito bits relacionados na Tabela 7.7, quando em regime, determinados para as mesmas condições impostas anteriormente. A última coluna da direita da tabela contém o valor médio do desalinhamento referente a cada padrão. Com estes dados é possível a determinação da altura do salto de fase resultante da comutação de um dado padrão em regime para um outro qualquer também repetitivo.

Nº de Padrão	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	γ_7	γ_8	$\bar{\gamma}$
1	10,67	11,01	11,37	11,74	12,16	12,51	12,91	13,33	11,96
2	10,45	6,35	6,57	6,80	7,04	7,28	7,53	7,78	7,48
3	5,81	5,62	5,39	5,57	5,75	5,93	6,12	6,32	5,81
4	5,73	5,92	6,11	5,57	5,74	5,93	6,12	6,31	5,93
5	5,65	5,83	6,02	6,21	5,65	5,83	6,02	6,21	5,93
6	7,09	6,73	4,23	4,39	4,55	4,71	4,89	5,06	5,21
7	6,51	6,12	3,95	4,10	4,20	4,30	4,41	4,52	4,76
8	6,45	4,10	4,24	4,38	4,12	4,26	4,40	4,54	4,56
9	6,40	3,66	4,19	4,33	4,51	4,20	4,34	4,49	4,52
10	6,66	6,80	4,49	4,62	4,76	4,92	4,57	4,71	5,19
11	3,95	4,08	3,86	3,98	3,69	3,79	3,91	4,04	3,91
12	3,96	4,09	3,77	3,88	4,00	3,80	3,92	4,05	3,93
13	5,27	5,14	4,94	3,16	3,22	3,35	3,47	3,61	4,02
14	4,57	4,45	2,82	2,92	2,71	2,82	2,93	2,05	3,16
15	4,87	4,37	3,04	3,16	3,28	3,14	3,25	3,37	3,61
16	5,12	4,95	3,29	3,41	3,52	3,64	3,59	3,71	3,90
17	5,06	3,22	3,33	3,21	5,00	3,18	3,30	3,42	3,72
18	4,32	2,71	2,85	2,75	2,85	2,63	2,76	2,86	2,97
19	4,60	3,00	3,12	2,90	3,01	3,12	3,10	3,21	3,26
20	4,99	3,14	3,26	3,38	4,99	3,14	3,26	3,38	3,69
21	4,80	3,17	3,29	3,40	3,38	3,48	3,35	3,45	3,54
22	2,87	2,96	2,87	2,96	2,87	2,96	2,87	2,96	2,92
23	4,10	3,98	3,89	3,85	2,40	2,50	2,60	2,70	3,25
24	3,61	3,69	3,49	2,16	2,27	2,18	2,83	2,93	2,90
25	4,11	3,98	3,87	2,45	2,58	2,76	2,80	2,90	3,18
26	3,93	3,85	3,44	2,57	3,89	2,38	2,52	2,62	3,03
27	3,64	3,59	2,37	2,46	2,40	2,49	2,42	2,51	2,74
28	3,87	3,79	2,40	2,50	2,59	3,98	2,52	2,60	2,81
29	3,75	2,42	2,50	3,74	2,41	2,49	2,44	2,53	2,79
30	3,28	3,18	3,16	3,13	3,12	1,91	1,99	2,08	2,73
31	3,14	3,09	3,01	3,04	1,93	2,01	1,98	2,06	2,53
32	2,08	2,10	2,22	1,83	2,04	2,03	1,97	2,06	2,04
33	3,15	2,09	1,94	2,05	2,09	2,09	1,96	2,05	2,18
34	2,66	2,63	2,60	2,59	2,58	2,59	1,58	1,64	2,36
35	2,18	2,18	2,18	2,18	2,18	2,18	2,18	2,18	2,18

TABELA 7.10

7.5 - TRANSIÇÃO DE SEQUÊNCIAS DE PADRÕES

Na Tabela 7.10 temos os valores de desalinhamento associados a cada um dos instantes de amostragem e desalinhamento médio para os padrões de oito bits em condição de regime. No instante em que ocorrer a transição de um dado padrão em regime repetitivo para um outro padrão, haverá um salto de fase, cuja amplitude e forma serão determinados pelas características do novo padrão em relação às do anterior.

As Tabelas 7.11, 7.12 e 7.13 apresentam os valores de θ_i , β_i e γ_i , respectivamente, para os primeiros dez instantes de amostragem, quando se realiza a transição do padrão número 22 (que tomamos aqui como referência) para cada um dos outros padrões de oito bits. Os valores de C, α , Q e b são os mesmos considerados anteriormente.

Pode-se observar, comparando esses resultados com os obtidos para a condição de regime repetitivo, que a condição de regime não é alcançada durante o intervalo de tempo de ocorrência de um único padrão. Para exemplificar, a Fig. 7.7 mostra as curvas de variação de θ , β e γ do padrão número 15, para todos os instantes de amostragem do mesmo, para a condição de regime e para a primeira ocorrência do mesmo após a transição.

Os resultados mostrados através da Tabela 7.10 permitem também verificar que os maiores saltos de fase ocorreram com a comutação de sequência de padrões com alta densidade de pulsos e sequência de padrões bastante espaçados. Se se deseja testar, por exemplo, o nível de tremor produzido por conversão de amplitude para fase, os dois padrões mais indicados a serem escolhidos para a comutação parece ser os de número 1 e 35. Mesmo simplesmente alternando esses dois padrões, sem repetição de cada um deles, como infere a Tabela 7.12, já haverá saltos significativos de fase.

Nº de Padrão	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7	θ_8	θ_9	θ_{10}
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1,33	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	1,49	-0,09
3	0,09	0,09	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	0,10	0,10
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	1,26	1,21	-0,08	-0,08	-0,08	-0,08	-0,08	-0,08	1,33	1,27
7	1,34	1,34	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	1,42	1,42
8	1,33	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	1,41	-0,09
9	1,33	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	1,41	-0,09
10	1,30	1,30	-0,08	-0,08	-0,08	-0,08	0,03	0,03	1,44	1,44
11	0,09	0,09	0,09	0,09	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	0,09	0,09
12	0,09	0,09	0,09	0,09	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	0,09	0,09
13	1,26	1,26	1,16	-0,11	-0,11	-0,11	-0,11	-0,11	1,24	1,24
14	1,26	1,21	-0,05	-0,05	-0,14	-0,14	-0,14	-0,14	1,19	1,14
15	1,26	1,21	-0,08	-0,08	-0,08	-0,08	-0,08	-0,08	1,25	1,20
16	1,23	1,18	-0,11	-0,11	-0,11	-0,11	-0,01	-0,01	1,28	1,22
17	1,33	-0,02	-0,02	-0,02	1,28	-0,09	-0,09	-0,09	1,32	-0,01
18	1,33	-0,02	-0,02	-0,01	-0,01	-0,01	-0,11	-0,11	1,27	-0,11
19	1,30	-0,05	-0,05	-0,14	-0,14	-0,14	-0,03	-0,03	1,30	-0,07
20	1,33	-0,05	-0,05	-0,05	1,32	-0,09	-0,09	-0,09	1,31	-0,13
21	1,30	-0,08	-0,08	-0,08	0,02	0,02	0,02	0,02	1,35	-0,06
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	1,26	1,26	1,13	1,11	-0,15	-0,15	-0,15	-0,15	1,16	1,16
24	1,26	1,26	1,16	-0,08	-0,08	-0,08	-0,17	-0,17	1,11	1,11
25	1,23	1,23	1,13	-0,14	-0,14	-0,14	-0,04	-0,04	1,20	1,20
26	1,26	1,21	-0,05	-0,05	1,24	-0,12	-0,12	-0,12	1,17	1,12
27	1,23	1,18	-0,08	-0,08	-0,08	-0,08	-0,07	-0,07	1,15	1,10
28	1,23	1,18	-0,11	-0,11	-0,11	1,25	-0,11	-0,11	1,13	1,08
29	1,30	-0,05	-0,05	1,25	-0,09	-0,09	-0,09	-0,09	1,20	-0,12
30	1,26	1,13	1,13	1,08	1,07	-0,18	-0,18	-0,18	1,08	0,96
31	1,23	1,23	1,10	1,09	-0,14	-0,14	-0,13	-0,13	1,07	1,07
32	1,23	1,23	1,13	1,13	-0,11	1,16	1,16	-0,14	1,06	1,06
33	1,23	1,18	-0,08	-0,08	1,14	1,09	-0,14	-0,14	1,06	1,02
34	1,23	1,23	1,10	1,05	1,01	1,00	-0,02	-0,20	0,98	0,98
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TABELA 7.11

Nº de Padrão	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8	β_9	β_{10}
1	2,87	2,97	3,06	3,16	3,26	3,36	3,47	3,58	3,43	3,54
2	2,91	2,86	2,96	3,05	3,15	3,25	3,35	3,46	3,37	3,33
3	2,87	2,97	2,87	2,97	3,06	3,16	3,26	3,36	3,24	3,34
4	2,87	2,97	3,06	2,96	3,06	3,16	3,26	3,36	3,24	3,34
5	2,87	2,97	3,06	3,16	3,05	3,15	3,25	3,35	3,23	3,33
6	2,91	2,88	2,84	2,93	3,02	3,12	3,22	3,32	3,24	3,19
7	2,91	2,88	2,98	2,94	3,02	3,10	3,18	3,25	3,92	3,26
8	2,91	2,87	2,96	3,05	2,95	3,05	3,14	3,24	3,17	3,14
9	2,91	2,87	2,96	3,05	3,15	3,04	3,14	3,24	3,17	3,27
10	2,91	2,87	2,95	3,05	3,15	3,25	3,13	3,23	3,16	3,26
11	2,87	2,97	2,87	2,97	2,87	2,97	3,06	3,16	3,05	3,15
12	2,87	2,97	2,88	2,97	3,06	2,96	3,06	3,16	3,05	3,15
13	2,91	2,87	2,85	2,83	2,90	2,99	3,09	3,18	3,12	3,08
14	2,91	2,88	2,84	2,93	2,88	2,93	3,02	3,12	3,06	3,01
15	2,91	2,88	2,84	2,93	3,02	2,93	3,12	3,11	3,05	3,01
16	2,91	2,88	2,85	2,93	3,02	3,11	3,01	3,11	3,04	3,01
17	2,91	2,87	2,95	2,90	2,86	2,95	3,04	3,14	3,07	3,03
18	2,91	2,87	2,95	2,86	2,95	2,90	2,96	3,05	2,99	2,95
19	2,91	2,87	2,95	2,88	2,96	3,05	2,95	3,05	2,99	2,95
20	2,91	2,87	2,96	3,05	2,99	2,95	3,03	3,13	3,07	3,03
21	2,91	2,87	2,95	3,05	2,95	3,05	2,95	3,04	2,98	2,94
22	2,87	2,96	2,87	2,96	2,87	2,96	2,87	2,96	2,87	2,96
23	2,91	2,87	2,85	2,83	2,81	2,87	2,96	3,06	3,04	3,01
24	2,91	2,87	2,85	2,82	2,90	2,86	2,90	3,00	2,94	2,90
25	2,91	2,87	2,85	2,82	2,90	2,99	2,90	2,99	2,94	2,90
26	2,91	2,88	2,85	2,93	2,87	2,83	2,92	3,01	2,96	2,92
27	2,91	2,88	2,85	2,92	2,84	2,93	2,84	2,93	2,88	2,85
28	2,91	2,88	2,85	2,93	3,02	2,96	2,94	3,00	2,95	2,92
29	2,91	2,88	2,95	2,90	2,87	2,94	2,85	2,94	2,89	2,86
30	2,91	2,88	2,85	2,83	2,80	2,77	2,85	2,94	2,89	2,86
31	2,91	2,88	2,85	2,82	2,79	2,87	2,79	2,88	2,83	2,80
32	2,91	2,88	2,85	2,82	2,90	2,85	2,82	2,89	2,84	2,81
33	2,91	2,88	2,85	2,92	2,87	2,85	2,82	2,89	2,84	2,82
34	2,91	2,87	2,85	2,83	2,80	2,78	2,76	2,82	2,78	2,75
35	2,93	2,90	2,87	2,84	2,82	2,79	2,77	2,75	2,72	2,70

TABELA 7.12

Nº de Padrão	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅	Y ₆	Y ₇	Y ₈	Y ₉	Y ₁₀
1	2,87	2,97	3,06	3,16	3,26	3,36	3,47	3,58	3,43	3,54
2	4,24	2,81	2,91	3,00	3,10	3,20	3,30	3,41	4,86	3,24
3	2,96	3,06	2,86	2,96	3,05	3,15	3,25	3,35	3,34	3,44
4	2,87	2,97	3,06	2,96	3,06	3,15	3,26	3,36	3,24	3,34
5	2,87	2,97	3,06	3,16	3,05	3,15	3,25	3,35	3,23	3,33
6	4,17	4,09	2,76	2,84	2,94	3,04	3,14	3,24	3,57	4,46
7	4,25	4,12	2,93	2,89	2,97	3,05	3,13	3,20	4,71	4,68
8	4,24	2,82	2,91	3,00	2,90	3,00	3,09	3,19	4,58	3,05
9	4,24	2,82	2,91	3,00	3,10	2,99	3,09	3,19	4,58	3,18
10	4,21	4,17	2,86	2,97	3,07	3,17	3,16	3,26	4,60	4,70
11	2,96	3,06	2,96	3,06	2,86	2,96	3,05	3,15	3,14	3,24
12	2,96	3,06	2,87	2,96	3,05	2,95	3,05	3,15	3,14	3,24
13	4,17	4,13	4,01	2,72	2,79	2,88	2,98	3,07	4,36	3,32
14	4,17	4,09	2,79	2,88	2,74	2,79	2,88	2,98	4,25	4,15
15	4,17	4,09	2,76	2,85	2,94	2,85	2,94	3,03	4,30	4,21
16	4,14	4,06	2,74	2,82	2,91	3,00	3,00	3,10	4,32	4,23
17	4,24	2,85	2,93	2,88	4,14	2,86	2,95	3,05	4,39	3,02
18	4,24	2,85	2,93	2,85	2,94	2,89	2,85	2,94	3,26	2,84
19	4,21	2,82	2,90	2,74	2,82	2,91	2,92	3,02	4,29	2,88
20	4,24	2,82	2,91	3,00	4,31	2,86	2,96	3,04	4,38	2,90
21	4,21	2,79	2,86	2,96	2,93	3,03	2,93	3,02	4,33	2,88
22	2,87	2,96	2,87	2,96	2,87	2,96	2,87	2,96	2,87	2,96
23	4,17	4,13	3,98	3,94	2,66	2,72	2,81	2,91	4,20	4,07
24	4,17	4,13	4,01	2,74	2,82	2,78	2,73	2,83	4,05	4,01
25	4,14	4,10	3,98	2,68	2,76	2,85	2,86	2,95	4,14	4,10
26	4,17	4,09	2,80	2,88	4,11	2,71	2,80	2,89	4,13	4,04
27	4,14	4,06	2,76	2,84	2,76	2,85	2,76	2,86	4,03	3,95
28	4,14	4,06	2,74	3,82	2,91	4,21	2,83	2,89	4,08	4,00
29	4,21	2,83	2,90	4,15	2,78	2,85	2,76	2,85	4,10	2,74
30	4,17	4,01	2,98	4,91	3,87	2,59	2,67	2,76	3,97	3,82
31	4,14	4,11	3,95	3,91	2,65	2,73	2,66	2,75	3,90	3,87
32	4,14	4,11	3,98	4,95	2,79	4,01	3,98	2,75	3,90	3,87
33	4,14	4,06	2,76	2,84	4,01	3,94	2,68	2,75	3,90	3,84
34	4,14	4,10	3,95	3,88	3,81	3,78	2,56	2,62	3,76	2,73
35	2,93	2,90	2,87	2,84	2,82	2,79	2,77	2,75	2,72	2,70

TABELA 7.13

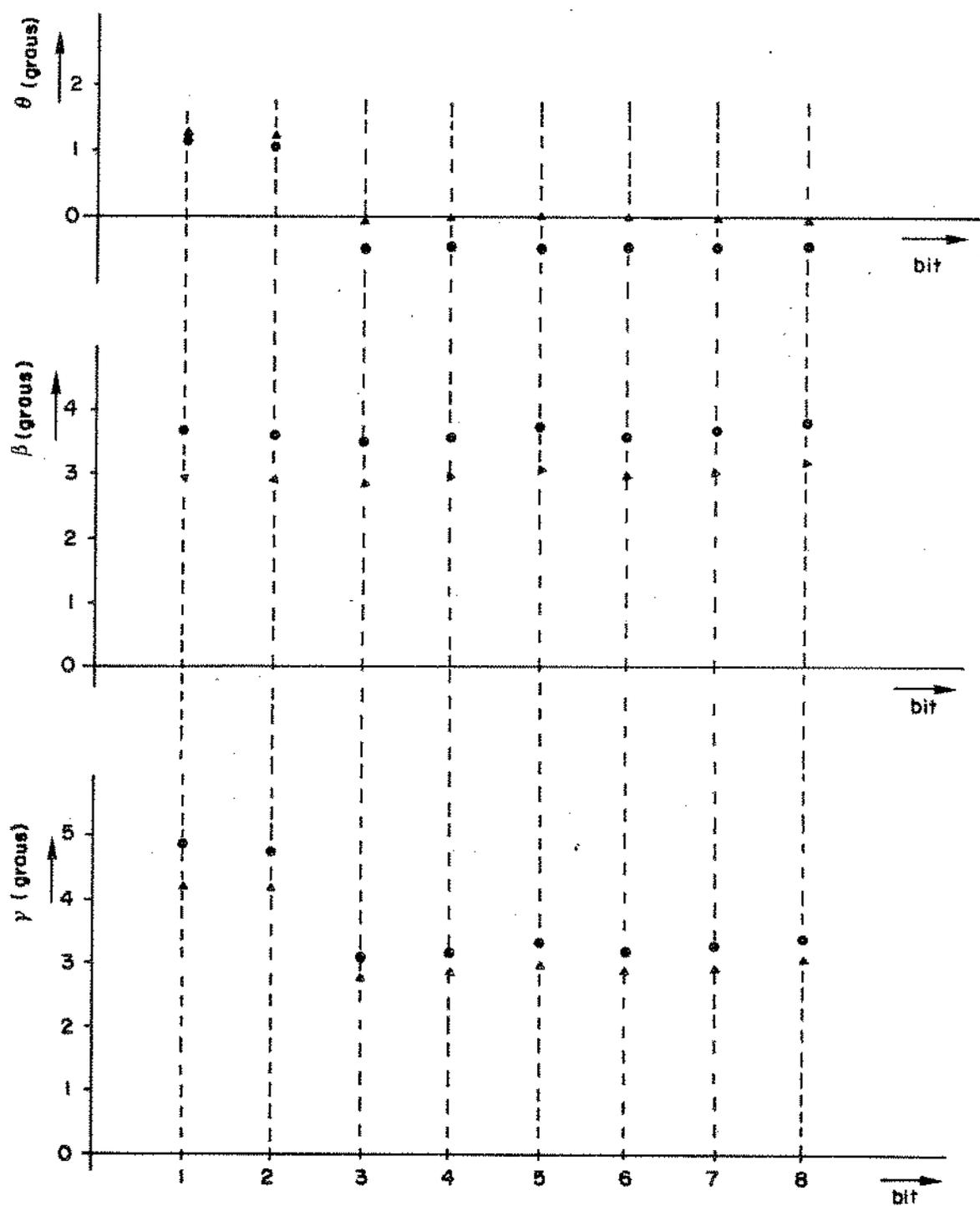


Fig. 7.7 - Variação de desalinhamento ao longo do padrão número 15

7.6 - CONCLUSÕES

Pelos resultados encontrados e apresentados anteriormente, conclue-se que a repetição de padrões e a transição de sequências de padrões de pulsos constituem um método válido para a verificação do tremor produzido em um repetidor. No entanto, há alguns grupos de padrões de pulsos que apresentam aproximadamente os mesmos resultados. Isto indica a possibilidade de se poder escolher um conjunto menor de padrões diferentes de pulsos para a realização do teste de desempenho quanto à geração de tremor de um sistema de extração de relógio.

Observa-se também que é possível, através destes métodos de medidas, avaliar a quantidade de tremor produzido por conversão de amplitude para fase, o que permite verificar o nível em que é efetuada a detecção dos cruzamentos de zero da onda de tempo.

CAPÍTULO 8

CONCLUSÕES FINAIS

Como ficou salientado na introdução deste trabalho, o mesmo tinha como objetivo fundamental estudar o tremor intrínseco de um repetidor regenerativo, bem como a sua dependência dos parâmetros da equalização e da não-linearidade utilizada no sistema de extração da informação de relógio. Os resultados encontrados são de uma importância bastante grande, uma vez que essa componente de tremor, gerada independentemente da existência de imperfeições de circuitos e de interferências externas, constitui o mínimo valor de tremor que se possa esperar seja produzido no repetidor.

O código de linha considerado foi o binário alternado e o formato do pulso equalizado o do tipo cosseno levantado, definido pelo fator de alargamento de faixa. Como pudemos ver, o valor deste parâmetro determina significativamente os resultados.

Independentemente do tipo de não-linearidade considerada, quanto maior é o valor do fator de alargamento de faixa α , mais favoráveis são os resultados encontrados. As Figs. 4.7 e 4.11 indicam o grande crescimento do valor médio da componente de sinal na frequência de repetição dos pulsos na saída do filtro com o aumento do fator α . A densidade espectral de potência da componente de ruído na frequência de repetição dos pulsos também aumenta com o crescimento do fator α , mas com uma taxa de crescimento significativa apenas para valores deste fator abaixo de aproximadamente 0,5. Acima deste valor de α , a densidade espectral apresenta uma taxa de crescimento em relação àquele fator menor, podendo até mesmo, dependendo das características da linearidade, ser negativa, ou seja, a densidade espectral diminui com o aumento de α . Como resultado, a relação entre a potência do sinal e a potência do ruído na frequência de repetição dos pulsos cresce com o aumento do fator de alargamento de faixa, sendo de maneira bastante acentuada na região de valores mais altos deste parâmetro, como bem indicam as Figs. 4.9 e 4.12.

Conseqüentemente, a quantidade de tremor produzido em um repetidor torna-se significativamente dependente do valor do fator α , uma vez que a geração de tremor está relacionada à relação sinal-ruído. Quanto menor o valor de α , mais acentuada se torna a distorção dos pulsos por interferências dos pulsos vizinhos. As variações da relação sinal-ruído, no entanto, do ponto de vista da determinação das variações do tremor, tem um valor simplesmente indicativo. O ruído incidente sobre a onda de tempo causará tanto modulação em amplitude como modulação em fase, não sendo simples uma separação

analítica entre os dois efeitos. Uma indicação do relacionamento existente entre a relação sinal-ruído e o valor rms do tremor gerado é fornecida pela comparação dos resultados apresentados pelas Figs. 4.9, 4.13, 5.10 e 5.21. Facilmente verifica-se que uma relação sinal-ruído maior corresponde a um nível de tremor rms menor e vice-versa.

O valor mais alto do fator de alargamento de faixa, além de contribuir para uma menor geração de tremor, implica numa condição mais favorável para a detectabilidade dos pulsos no processo de regeneração. Um valor mais alto do fator α corresponde a um diagrama de olho mais aberto. Este é um resultado bastante auspicioso, uma vez que, no repetidor, pode-se utilizar um único equalizador, cuja saída é aplicada ao circuito de extração de relógio e ao regenerador propriamente dito. Porém, esta condição favorável só é conseguida às expensas de uma largura de faixa maior. Logo, na prática, há um compromisso a ser satisfeito, qual seja, a largura de faixa necessária versus desempenhos de extração de relógio e detectabilidade dos pulsos.

Os resultados encontrados também indicam que a não-linearidade do tipo retificação e ceifamento apresenta, de maneira geral, um melhor desempenho que a do tipo quadrática. A superioridade da primeira em relação à segunda aparece sobretudo na implementação física dos circuitos. Na prática, a operação de retificação e ceifamento, basicamente, pode ser realizada através de um circuito contendo dois diodos semicondutores, enquanto que a do tipo quadrática somente pode ser conseguida mediante o emprego de circuitos muito mais complexos e elaborados, com sérios problemas de precisão de componentes, além do aspecto econômico. Esta diferença existente entre as duas formas de não-linearidade tornou-se bastante nítida quando da realização experimental, descrita no Capítulo 6.

Em se tratando da não-linearidade do tipo retificação e ceifamento, o valor do parâmetro nível de ceifamento que apresenta melhor desempenho, quanto a produção de tremor, situa-se na faixa de 50 a 90% do valor do pico nominal do pulso padrão, admitindo-se valores de α maiores que 0,3. Para valores de α menores que 0,3, obtêm-se níveis de geração de tremor menores com a simples retificação (ceifamento no nível zero). Para $\alpha=0,3$ e $C \leq 0,6$, o valor rms do tremor praticamente não depende do nível de ceifamento, como mostra a Fig. 5.10.

Embora um melhor desempenho quanto à geração de tremor se

ja alcançado com o nível de ceifamento ajustado em cerca de 80 a 90% do valor nominal do pico do pulso, admitindo valor alto para o fator α , há uma dificuldade de ordem prática que poderá justificar a fixação do nível de ceifamento em um valor menor. Esta dificuldade está relacionada à uma possível variação da amplitude dos pulsos antes da operação de ceifamento. A menos que se tome alguma providência no sentido de se garantir uma regulação da amplitude dos pulsos equalizados, é bastante perigoso ajustar o nível de ceifamento em cerca de, por exemplo, 90% da amplitude nominal dos pulsos, uma vez que uma eventual queda de 10% na amplitude do sinal poderá implicar numa supressão completa da excitação do filtro de extração de relógio.

Na realização experimental, esta dificuldade tornou-se bastante evidente. Quando o nível de ceifamento era fixado a um valor bastante alto, verificava-se uma significativa sensibilidade das medidas em relação à pequenas flutuações na amplitude dos pulsos. Também, na região de ceifamento a nível alto, a modulação de amplitude torna-se relativamente bastante elevada, de acordo com os resultados mostrados na Fig. 5.16. Sendo grande a modulação de amplitude do sinal obtido na saída do filtro, qualquer desvio no nível de detecção dos cruzamentos de zero da onda de tempo conduz, inevitavelmente, à geração de valores elevados de tremor, através do mecanismo de conversão de amplitude para fase. Isto foi mostrado através das medidas realizadas em laboratório, cujos resultados estão na Fig. 6.23. Conclui-se, portanto, que é bastante razoável fixar o nível de ceifamento dos pulsos dentro da faixa de 60 a 80%, dependendo das precauções utilizadas para a regulação da amplitude dos pulsos equalizados.

As características do filtro utilizado para a extração da onda de tempo exerce uma influência também significativa na produção de tremor no sistema de extração de relógio de um repetidor regenerativo, como indicam os resultados mostrados pelas Figs. 5.13 e 5.26. O fator de qualidade Q do circuito ressonante, que está relacionado à largura da faixa de passagem do mesmo, influi tanto na componente de tremor produzido diretamente pelos deslocamentos no tempo dos pulsos como indiretamente pela modulação de amplitude da onda de tempo, resultantes da interferência entre os pulsos.

Esta dependência do fator Q do circuito ressonante já era prevista, uma vez que um valor de Q maior implica forçosamente numa menor faixa de passagem do filtro, e, conseqüentemente, numa menor incidência de ruído na onda de tempo extraída, o que implica inevi

tavelmente em um menor valor para o tremor rms. Também, com um fator Q maior, tem-se uma menor intensidade de modulação de amplitude. Sob o ponto de vista do tremor intrínseco produzido em um único repetidor, é desejável ter-se um filtro de faixa a mais estreita possível, o que implica em fator Q maior. No entanto, há sérias restrições quanto à elevação do valor de Q, quando se considera uma linha de repetidores, como discutido no item 3.6, por ser o tremor intrínseco de natureza sistemática.

Os resultados encontrados mediante a simulação de padrões repetitivos e transição de padrões indicam quais são os padrões de pulsos que contribuem mais significativamente para a produção de tremor. Constituem uma indicação válida para a organização de regras de formação de código de linha em que a ocorrência daqueles padrões não seja permitida.

Embora neste trabalho tenha sido considerado apenas o código binário alternado - AMI - os métodos de análise e simulação empregados podem ser aplicados a outros tipos de códigos. Naturalmente, o grau de complexidade será determinado pelas características de cada um deles. Os métodos podem também ser aplicados a outros tipos de formatos de pulsos, bem como a outros tipos de não-linearidade.

A precisão dos resultados pode ser melhorada tanto quanto se queira, porém às custas de uma crescente complexidade analítica e maior esforço computacional.

APÊNDICE A

ESTATÍSTICA DE SEQUÊNCIA DIGITAL
COM PULSOS DESIGUAIS

A.1 - INTRODUÇÃO

Consideremos um sinal digital dado por

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_n(t-nT) \quad (A.1)$$

onde T é o intervalo dentre os pulsos e $y_n(t)$ é um pulso pertencente a um conjunto de pulsos conhecidos e confinados no tempo, ou seja,

$$y_n(t) = g_0(t), \text{ ou } g_1(t), \text{ ou } g_2(t), \text{ ou } \dots, \text{ ou } g_N(t) \quad (A.2)$$

onde $N+1$ é o número de pulsos do conjunto, incluindo-se, para efeito de generalização, o pulso zero ou ausência de pulso.

Supondo-se que o sinal dado pela eq. (A.1) seja um padrão aleatório, em um intervalo de tempo de referência, $-T/2$ a $T/2$, poderá ocorrer qualquer um dos pulsos do conjunto, de acordo com a probabilidade de ocorrência associada a cada um dos pulsos.

Se usarmos a letra n para indicar o número de janelas temporais e $g^{(n)}$ para representar o pulso que ocorre na n ésima janela temporal, teremos então a sequência de pulsos

$$g^{(0)}, g^{(1)}, g^{(2)}, \dots, g^{(n)}, g^{(n+1)}, \dots \quad (A.3)$$

Aqui, para efeito de simplificação, omitimos na representação a variável t . A quantidade n representa o número de janelas temporais a partir de uma de referência. Também podemos nos referir a n como a janela temporal n , ou o instante n de ocorrência de pulso, e a janela de referência ($n=0$) como o instante zero.

A.2 - PROBABILIDADE DE TRANSIÇÃO

O comportamento estatístico da sequência digital pode ser estudado se são conhecidas as probabilidades condicionais

$$P\{g^{(n+1)} = g_j / g^{(n)} = g_1, g^{(n-1)} = g_k, \dots, g^{(0)} = g_m\} \quad (A.4)$$

para todos os valores possíveis do argumento. Naturalmente, esta tarefa é bastante difícil. Vamos supor aqui, o que é válido para as

aplicações práticas, que somente a ocorrência do último pulso seja relevante para a determinação do comportamento futuro. Com esta su posição, a probabilidade condicional dada pela eq.(A.4) resulta

$$P\{g^{(n+1)} = g_j / g^{(n)} = g_i\} \quad (A.5)$$

ou seja, a ocorrência de dado pulso do conjunto está relacionada a penas ao último pulso ocorrido, não dependendo do histórico anterior.

Para a análise do comportamento estatístico da sequência de pulsos, precisamos conhecer as probabilidades de transição asso ciadas a cada um dos pulsos do conjunto, ou seja, precisamos ter

$$P\{g^{(n+1)} = g_j / g^{(n)} = g_i\}$$

para todo $0 \leq i, j \leq N$ e $n=0,1,2,3,\dots$. Aqui vamos considerar tais probabilidades como sendo constantes, não variando com o tempo.

Fazendo

$$p_{ij} = P\{g^{(n+1)} = g_j / g^{(n)} = g_i\} \quad \begin{cases} 0 \leq i, j \leq N \\ n=0,1,2,3,\dots \end{cases} \quad (A.6)$$

podemos representar convenientemente as $(N+1)^2$ probabilidades de transição através de uma matriz $(N+1) \times (N+1)$, chamada matriz de tran sição,

$$\bar{P} = \{p_{ij}\} = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} & \dots & p_{0N} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} & & p_{1N} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} & & p_{2N} \\ \vdots & & & & \\ p_{N0} & p_{N1} & p_{N2} & \dots & p_{NN} \end{bmatrix} \quad (A.7)$$

Como cada elemento desta matriz satisfaz a condição

$$p_{ij} \geq 0, \quad i, j = 0,1,2,3,\dots,N \quad (A.8)$$

$$e \quad \sum_{j=0}^N p_{ij} = 1, \quad i=0,1,2,3,\dots,N \quad (A.9)$$

\bar{P} é uma matriz de Markov ou estocástica. Uma vez que a soma dos ele mentos de cada linha da matriz de transição é igual à unidade, ape nas $N(N+1)$ parâmetros são necessários para a especificação do com

portamento probabilístico da sequência de pulsos.

A matriz de transição \bar{P} , e daí a sequência de pulsos, pode ser representada por um diagrama, chamado diagrama de transição, como o mostrado na Fig. A.1. Cada um dos nós representa um dos pulsos do conjunto, e na ligação entre cada dois nós, g_i e g_j , marca-se a respectiva probabilidade de transição, p_{ij} .

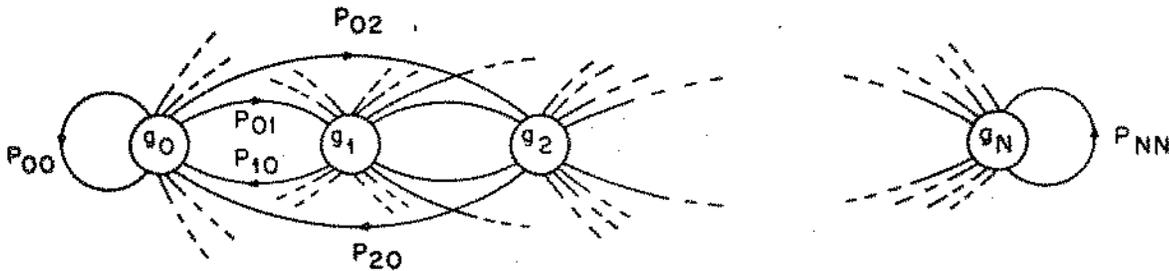


Fig. A.1 - Diagrama de transição de uma sequência de pulsos

A.3 - PROBABILIDADES DE MÚLTIPLA TRANSIÇÃO

A quantidade p_{ij} definida no item anterior é a probabilidade de ocorrência do pulso g_j imediatamente após a ocorrência do pulso g_i , ou seja, depois de uma janela temporal. No entanto, precisamos conhecer também a probabilidade de ocorrência de um pulso g_j n janelas temporais após a ocorrência do pulso g_i .

Seja $f_{ij}^{(n)}$ a probabilidade de ocorrência do pulso g_j na janela temporal n dado que ocorreu o pulso g_i na janela de referência, a saber,

$$f_{ij}^{(n)} = P\{g^{(n)} = g_j / g^{(0)} = g_i\} \quad \begin{cases} 0 \leq i, j \leq N \\ n=0, 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

Podemos relacionar as probabilidades de múltipla transição $f_{ij}^{(n)}$ às probabilidades de transição simples p_{ij} . Supondo-se que tenha ocorrido o pulso g_i na janela de referência 0, a probabilidade de que ocorra o pulso g_j após n+1 transições é

$$P\{g^{(n+1)} = g_j / g^{(0)} = g_i\} \quad (\text{A.11})$$

Esta probabilidade pode ser escrita em termos da probabi

conjunta de que o pulso g_j ocorra no instante $n+1$ e o pulso g_k em n na forma

$$\begin{aligned} P\{g^{(n+1)} = g_j/g^{(0)} = g_i\} &= \sum_{k=0}^N P\{g^{(n+1)} = g_j, g^{(n)} = \\ &= g_k/g^{(0)} = g_i\} \end{aligned} \quad (A.12)$$

Da definição de probabilidade condicional tem-se

$$\begin{aligned} P\{g^{(n+1)} = g_j/g^{(0)} = g_i\} &= \sum_{k=0}^N P\{g^{(n)} = g_k/g^{(0)} = g_i\} \cdot \\ &\cdot P\{g^{(n+1)} = g_j/g^{(n)} = g_k, g^{(1)} = g_i\} \end{aligned} \quad (A.13)$$

Se $n \geq 1$, então, devido à suposição de que a ocorrência de um pulso é influenciada apenas pelo pulso ocorrido anteriormente, tem-se

$$\begin{aligned} P\{g^{(n+1)} = g_j/g^{(n)} = g_k, g^{(0)} = g_i\} &= P\{g^{(n+1)} = g_j/g^{(n)} = g_k\} \\ &= p_{kj} \end{aligned} \quad (A.14)$$

Pela definição dada através da eq. (A.10), a eq. (A.13) pode ser escrita

$$f_{ij}^{(n+1)} = \sum_{k=0}^N f_{ik}^{(n)} p_{kj}, \quad n=1,2,3,\dots \quad (A.15)$$

A eq. (A.15) relaciona o $f_{ij}^{(n)}$ após qualquer transição ao $f_{ij}^{(n-1)}$ anterior àquela transição. Podemos escrevê-la para todo n , incluindo $n=0$, como

$$f_{ij}^{(n+1)} = \sum_{k=0}^N f_{ik}^{(n)} p_{kj}, \quad n=0,1,2,\dots \quad (A.16)$$

$$\text{com } f_{ij}^{(0)} = \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad 0 \leq i, j \leq N \quad (A.17)$$

As probabilidades de transição múltipla definidas pela eq. (A.16) satisfazem os mesmos requisitos satisfeitos pelas probabilidades de transição simples, isto é,

$$0 \leq f_{ij}^{(n)} \leq 1, \quad \begin{cases} 0 \leq i, j \leq N \\ n=0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (\text{A.18})$$

$$\text{e} \quad \sum_{j=0}^N f_{ij}^{(n)} = 1 \quad \begin{cases} i=0, 1, 2, \dots, N \\ n=0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (\text{A.19})$$

As eqs. (A.16) e (A.17) constituem um método para o cálculo das probabilidades de múltiplas transições dos pulsos da sequência, em termos das probabilidades de transição dos mesmos. As probabilidades de n transições para a sequência de pulsos podem também ser colocadas na forma de uma matriz $(N+1)(n+1)$, a qual podemos designar de matriz de probabilidade de n transições,

$$\bar{F}^{(n)} = \{f_{ij}^{(n)}\} = \begin{bmatrix} f_{00}^{(n)} & f_{01}^{(n)} & f_{02}^{(n)} & \dots & f_{0N}^{(n)} \\ f_{10}^{(n)} & f_{11}^{(n)} & f_{12}^{(n)} & & f_{1N}^{(n)} \\ f_{20}^{(n)} & f_{21}^{(n)} & f_{22}^{(n)} & & f_{2N}^{(n)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{N0}^{(n)} & f_{N1}^{(n)} & f_{N2}^{(n)} & \dots & f_{NN}^{(n)} \end{bmatrix} \quad (\text{A.20})$$

Em razão das eqs. (A.18) e (A.19), $\bar{F}^{(n)}$ é também uma matriz estocástica.

A eq. (A.16) pode ser colocada na forma matricial, como

$$\bar{F}^{(n+1)} = \bar{F}^{(n)} \cdot \bar{P} \quad n=0, 1, 2, \dots \quad (\text{A.21})$$

com $\bar{F}^{(0)} = \bar{I}$ = matriz identidade, Assim, tem-se

$$\bar{F}^{(0)} = \bar{I}$$

$$\bar{F}^{(1)} = \bar{F}^{(0)} \cdot \bar{P} = \bar{I} \cdot \bar{P} = \bar{P}$$

$$\bar{F}^{(2)} = \bar{F}^{(1)} \cdot \bar{P} = \bar{P}^2$$

$$\bar{F}^{(3)} = \bar{F}^{(2)} \cdot \bar{P} = \bar{P}^3 \quad (\text{A.22})$$

e, generalizando,

$$\bar{F}^{(n)} = \bar{P}^n, \quad n=0, 1, 2, \dots \quad (\text{A.23})$$

subtendendo-se que $\bar{P}^{(0)} = \bar{I}$. Logo, a matriz de probabilidade de n transições pode ser obtida elevando-se a matriz de probabilidade de transição simples \bar{a} à potência n . As linhas da matriz $\bar{F}^{(n)}$ especificam a distribuição de probabilidade dos pulsos do conjunto após n janelas temporais para cada um dos pulsos como o inicial.

A.3 - PROBABILIDADE DE OCORRÊNCIA DE PULSO

No item anterior, determinamos a probabilidade de ocorrência de um determinado pulso sabendo-se qual o pulso que ocorreu n janelas temporais antes. Porém, podemos determinar a probabilidade de ocorrência de um determinado pulso em dada janela temporal independentemente da informação de qual o pulso ocorrido na janela de referência.

Podemos representar por $\pi_i^{(n)}$ a probabilidade de ocorrência do pulso g_i na n -ésima janela temporal, ou seja,

$$\pi_i^{(n)} = P\{g^{(n)} = g_i\} \quad \begin{cases} i=0,1,2,\dots,N \\ n=0,1,2,\dots \end{cases} \quad (\text{A.24})$$

Multiplicando os dois lados da eq. (A.10) por $P\{g^{(0)} = g_i\}$ e efetuando a soma em i , com i variando de 0 até N , obtêm-se

$$\sum_{i=0}^N P\{g^{(0)} = g_i\} f_{ij}^{(n)} = \sum_{i=0}^N P\{g^{(0)} = g_i\} \cdot P\{g^{(n)} = g_j / g^{(0)} = g_i\} \quad (\text{A.25})$$

Considerando a definição dada pela eq. (A.24) e a definição de probabilidade condicional,

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^N \pi_i^{(0)} f_{ij}^{(n)} &= \sum_{i=0}^N P\{g^{(0)} = g_i, g^{(n)} = g_j\} \\ &= P\{g^{(n)} = g_j\} \\ &= \pi_j^{(n)} \end{aligned}$$

$$\text{ou } \pi_j^{(n)} = \sum_{i=0}^N \pi_i^{(0)} f_{ij}^{(n)} \quad \begin{matrix} j=0,1,2,\dots,N \\ n=0,1,2,\dots \end{matrix} \quad (\text{A.26})$$

As probabilidades de ocorrência de um determinado pulso na enésima janela temporal pode ser determinada efetuando-se a soma dos produtos da probabilidade de se iniciar com cada um dos pulsos pela probabilidade de n transições correspondentes.

Podemos representar por $\bar{\pi}^{(n)}$ o vetor linha constituído das probabilidades de ocorrência dos $N+1$ pulsos na enésima janela de tempo, ou seja,

$$\bar{\pi}^{(n)} = [\pi_0^{(n)}, \pi_1^{(n)}, \pi_2^{(n)}, \dots, \pi_N^{(n)}] \quad , \quad n=0,1,2,\dots \quad (\text{A.27})$$

Assim, considerando a eq. (A.26), podemos escrever

$$\bar{\pi}^{(n)} = \bar{\pi}^{(0)} \cdot \bar{F}^{(n)} \quad , \quad n=0,1,2,\dots \quad (\text{A.28})$$

O vetor de probabilidades de ocorrências de pulsos na enésima janela é determinado pelo vetor de probabilidades de ocorrência de pulsos na janela de tempo de referência pós-multiplicado pela matriz de probabilidade de n transições. Considerando a eq. (A.23), obtemos

$$\bar{\pi}^{(n)} = \bar{\pi}^{(0)} \bar{P}^{(n)} \quad , \quad n=0,1,2,\dots \quad (\text{A.29})$$

Para a janela temporal $n+1$, tem-se

$$\bar{\pi}^{(n+1)} = \bar{\pi}^{(0)} \bar{P}^{n+1} = \bar{\pi}^{(0)} \bar{P}^n \bar{P}$$

$$\text{ou } \bar{\pi}^{(n+1)} = \bar{\pi}^{(n)} \bar{P} \quad , \quad n=0,1,2,\dots \quad (\text{A.30})$$

Em qualquer instante de ocorrência de pulsos, o vetor de probabilidades de ocorrência de pulsos pode ser determinado pós-multiplicando-se o vetor de probabilidades de ocorrência de pulsos do instante anterior pela matriz de transição dos pulsos \bar{P} .

Agora podemos admitir que o vetor $\bar{\pi}^{(n)}$ dado pela eq. (A.29) alcance uma distribuição limite independente da distribuição inicial, isto é,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{\pi}^{(n)} = \bar{\pi} \quad (\text{A.31})$$

onde $\bar{\pi}$ é um vetor de probabilidade fixo com elementos π_i ,

$$\bar{\pi} = [\pi_0, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N] \quad (\text{A.32})$$

Nesta situação tem-se uma condição de equilíbrio, em que a ocorrência de qualquer pulso independe de quaisquer condições iniciais. O elemento π_i do vetor $\bar{\pi}$ é a probabilidade "estacionária" de ocorrência do pulso g_i .

Se o vetor de probabilidades de ocorrência de pulsos alcançou a condição estacionária $\bar{\pi}$, então podemos escrever, considerando a eq. (A.30),

$$\bar{\pi} = \bar{\pi} \bar{P} \quad (\text{A.33})$$

Esta expressão implica nas N+1 equações simultâneas

$$\pi_j = \sum_{i=0}^N \pi_i p_{ij} \quad j=0,1,2,3,\dots,N \quad (\text{A.34})$$

Estas equações mais a condição de que

$$\sum_{i=0}^N \pi_i = 1, \quad \pi_i > 0 \quad (\text{A.35})$$

permitem a determinação do vetor de probabilidade de ocorrência de pulsos $\bar{\pi}$.

O conceito de estacionariedade é estabelecido em termos do eventual equilíbrio estatístico de ocorrência dos pulsos, independentemente da distribuição inicial. A condição de que seja possível a ocorrência de qualquer um dos pulsos após um número finito n de janelas temporais da ocorrência de qualquer pulso é a condição de que $\bar{P}^{(n)}$ não contenha qualquer elemento nulo. Nesta condição as linhas da matriz

$$\bar{P}^{(n)} = \bar{P}^{(n)}$$

serão todas iguais.

A.4 - VALOR MÉDIO DA COMPONENTE DE SINAL NA FREQUÊNCIA DE REPETIÇÃO DOS PULSOS

O valor médio do sinal digital dada pela eq. (A.1) pode ser expresso por

$$\bar{y}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{y}_n(t-nT) \quad (\text{A.36})$$

Considerando as eqs. (A.2) e (A.32) podemos escrever

$$\begin{aligned} \bar{y}(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [\pi_0 g_0(t-nT) + \pi_1 g_1(t-nT) + \dots + \pi_N g_N(t-nT)] \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^N \pi_i g_i(t-nT) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(t-nT) \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

onde π_i = probabilidade de ocorrência do pulso $g_i(t)$

$$g(t) = \sum_{i=0}^N \pi_i g_i(t) \quad (\text{A.38})$$

A eq. (A.37) pode ser escrita na forma seguinte

$$\bar{y}(t) = [\pi_0 g_0(t) + \pi_1 g_1(t) + \dots + \pi_N g_N(t)] * \frac{1}{T} \text{ pente } \frac{t}{T} \quad (\text{A.39})$$

A transformada de Fourier do sinal $\bar{y}(t)$ será dada por

$$\begin{aligned} \bar{Y}(f) &= [\pi_0 G_0(f) + \pi_1 G_1(f) + \dots + \pi_N G_N(f)] \text{ pente } Tf \\ &= \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [\pi_0 G_0(n/T) + \pi_1 G_1(n/T) + \dots + \pi_N G_N(n/T)] \delta(f - \frac{n}{T}) \end{aligned} \quad (\text{A.40})$$

onde $G_i(f)$ é a transformada de Fourier do pulso $g_i(t)$.

O valor da componente de $\bar{Y}(f)$ localizada na frequência de repetição dos pulsos, que é o valor da amplitude do sinal desejado, é

$$\begin{aligned}\bar{Y}(1/T) &= \frac{1}{T} [\pi_0 G_0(1/T) + \pi_1 G_1(1/T) + \dots + \pi_N G_N(1/T)] \\ &= \frac{1}{T} \sum_{i=0}^N \pi_i G_i(1/T)\end{aligned}\quad (\text{A.41})$$

Se os pulsos têm todos a mesma probabilidade de ocorrência, ou seja, se

$$\pi_0 = \pi_1 = \pi_2 = \dots = \pi_N$$

e

$$\sum_{i=0}^N \pi_i = 1$$

tem-se

$$\bar{Y}(1/T) = \frac{1}{(N+1)T} \sum_{i=1}^N G_i(1/T)\quad (\text{A.42})$$

A.5 - DENSIDADE ESPECTRAL DA COMPONENTE DE RUÍDO

Consideremos agora a componente de sinal de valor médio nulo dado por

$$v(t) = y(t) - \bar{y}(t)\quad (\text{A.43})$$

Substituindo os valores de $y(t)$ e $\bar{y}(t)$ dados pelas eqs. (A.1) e (A.37), respectivamente, obtemos

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [y_n(t-nT) - g(t-nT)]\quad (\text{A.44})$$

O espectro de potência deste sinal pode ser determinado usando-se a relação

$$S_v(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{|V_M(f)|^2}{2MT}\quad (\text{A.45})$$

onde V_M é a transformada de Fourier da função truncada

$$v_M(t) = v(t) \operatorname{ret} \frac{t}{2MT} = \begin{cases} v(t) , & -MT \leq t \leq MT \\ 0 , & |t| > MT \end{cases} \quad (\text{A.46})$$

Uma vez que os pulsos são todos confinados no tempo, podemos escrever

$$v_M(t) = \sum_{n=-M}^M [y_n(t-nT) - g(t-nT)] \quad (\text{A.47})$$

Usando agora propriedades da transformada de Fourier, podemos obter

$$V_M(f) = \sum_{n=-M}^M [Y_n(f) e^{-j2\pi fnT} - G(f) e^{-j2\pi fnT}]$$

ou

$$V_M(f) = \sum_{n=-M}^M [Y_n(f) - \bar{Y}(f)] e^{-j2\pi fnT} \quad (\text{A.48})$$

uma vez que, pelas eqs. (A.37) e (A.41),

$$G(f) = \bar{Y}(f) \quad (\text{A.49})$$

Sabendo que

$$|V_M(f)|^2 = V_M(f) \cdot V_M^*(f) \quad (\text{A.50})$$

podemos escrever

$$|V_M(f)|^2 = \sum_{n=-M}^M \sum_{m=-M}^M [Y_n(f) - \bar{Y}(f)][Y_m^*(f) - \bar{Y}_m^*(f)] e^{-j2\pi f(n-m)T} \quad (\text{A.51})$$

e

$$|V_M(f)|^2 = \sum_{n=-M}^M \sum_{m=-M}^M \overline{[Y_n(f) - \bar{Y}(f)][Y_m^*(f) - \bar{Y}_m^*(f)]} e^{-j2\pi f(n-m)T}$$

$$= \sum_{n=-M}^M \sum_{m=-M}^M [Y_n(f)Y_m^*(f) - |\bar{Y}(f)|^2] e^{-j2\pi f(n-m)T} \quad (\text{A.52})$$

Fazendo $n-m=k$, podemos escrever

$$|V_M(f)|^2 = \sum_{k=-2M}^{2M} (2M+1-|k|) Q_k(f) e^{-j2\pi fkT} \quad (\text{A.53})$$

onde
$$Q_k(f) = Y_n(f) Y_{n-k}^* - |\bar{Y}(f)|^2 \quad (A.54)$$

Substituindo a eq. (A.53) na eq. (A.45), obtemos a expressão da densidade espectral de potência da componente de ruído do sinal digital $v(t)$,

$$S_v(f) = \frac{1}{T} \lim_{M \rightarrow \infty} \sum_{k=-2M}^{2M} \left(\frac{2M+1}{2M} - \frac{|k|}{2M} \right) Q_k(f) e^{-j2\pi f k T} \quad (A.55)$$

Vimos anteriormente que, para um dado valor finito n , as probabilidades de ocorrência dos pulsos se tornam independentes da distribuição de referência. A saber, dependendo da lei de formação do código, ao qual obedece a sequência, os pulsos separados por uma certa distância se tornam independentes entre si. Neste condição, a eq. (A.54) se anula. Admitindo que esta condição ocorra para $|k| \gg L$, a eq. (A.55) resulta em

$$\begin{aligned} S_v(f) &= \frac{1}{T} \lim_{M \rightarrow \infty} \sum_{k=-L}^L \left(\frac{2M+1}{2M} - \frac{|k|}{2M} \right) Q_k(f) e^{-j2\pi f k T} \\ &= \frac{1}{T} \sum_{k=-L}^L Q_k(f) e^{-j2\pi f k T} \end{aligned} \quad (A.56)$$

No entanto,

$$Q_k(f) = Q_{-k}^*(f) \quad (A.57)$$

com o que se obtêm, finalmente, a expressão da densidade espectral de potência da componente de ruído,

$$S_v(f) = \frac{1}{T} [Q_0(f) + 2R_e \sum_{k=1}^L Q_k(f) e^{-j2\pi f k T}] \quad (A.58)$$

Na frequência de repetição dos pulsos, $f = 1/T$, a densidade de potência fica expressa por

$$S_v(1/T) = \frac{1}{T} [Q_0(1/T) + 2R_e \sum_{k=1}^L Q_k(1/T)] \quad (A.59)$$

Considerando agora a eq. (A.54), tem-se

$$Q_0(1/T) = \overline{Y_n(1/T) Y_n^*(1/T)} - |\bar{Y}(1/T)|^2$$

$$= \overline{|Y_n(1/T)|^2} - |\bar{Y}(1/T)|^2$$

ou, considerando as eqs. (A.32) e (A.41),

$$Q_0(1/T) = \sum_{i=0}^N \pi_i |G_i(1/T)|^2 - \left[\frac{1}{T} \sum_{i=0}^N \pi_i G_i(1/T) \right]^2 \quad (\text{A.60})$$

Por outro lado, pode-se também escrever

$$Q_k(1/T) = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \pi_j^{(k)} G_i(1/T) G_j^*(1/T) - -$$

$$- \left[\frac{1}{T} \sum_{i=0}^N \pi_i G_i(1/T) \right]^2 \quad (\text{A.61})$$

Substituindo as eqs. (A.60) e (A.61) na eq. (A.59), obtemos para a densidade espectral de potência do ruído $v(t)$, na frequência de repetição dos pulsos,

$$S_v(1/T) = \sum_{i=0}^N \pi_i |G_i(1/T)|^2 + 2R_e \sum_{k=1}^L \sum_{i=0}^N \sum_{j=1}^N \pi_j^{(k)} G_i(1/T) G_j^*(1/T) -$$

$$- (2L + 1) \left[\sum_{i=0}^N \pi_i G_i(1/T) \right]^2 \quad (\text{A.62})$$

onde $\pi_j^{(k)}$, de acordo com a eq. (A.26), é a probabilidade de ocorrência do pulso g_j no instante k , dado que ocorreu o pulso g_i no instante de referência.

APÊNDICE B

SOLUÇÃO DE $\frac{a_n a_m a_i a_k}{}$

Os valores de a_n , a_m , a_i e a_k são símbolos do código binário alternado (AMI); portanto podem assumir os valores 0, 1 ou -1.

Primeiramente, chamamos de d a distância entre os índices mais extremos da sequência, ou seja,

$$d = \max(|n-m|, |n-i|, |n-k|, |m-i|, |m-k|, |i-k|) \quad (\text{B.1})$$

Consideremos também um índice genérico j que pode ser igual a n , m , i ou k .

De acordo com o valor de d , podemos ter os seguintes casos possíveis:

(a) $d = 0$

Neste caso, temos

$$n = m = i = k = j$$

e
$$\overline{a_n a_m a_i a_k} = a_j^4 = \frac{1}{4}$$

(b) $d = 1$

Se há três índices quaisquer iguais e diferentes de uma unidade do quarto índice, temos

$$\overline{a_n a_m a_i a_k} = \overline{a_j^3 a_{j+1}} = \overline{a_j^3 a_{j-1}} = -\frac{1}{4}$$

e o número possível de arranjos diferentes com os quatro índices é igual a 8.

Se há dois pares de índices iguais, obtemos

$$\overline{a_n a_m a_i a_k} = \overline{a_j^2 a_{j+1}^2} = \overline{a_j^2 a_{j-1}^2} = \frac{1}{4}$$

sendo 6 o número de arranjos desta forma possíveis.

(c) $d = 2$

Com dois índices quaisquer iguais e o terceiro e o quarto diferentes, respectivamente, de uma e duas unidades, temos

$$\overline{a_n a_m a_i a_k} = \overline{a_j^2 a_{j+1} a_{j+2}} = \overline{a_j^2 a_{j-1} a_{j-2}} = -\frac{1}{8}$$

com 24 arranjos possíveis.

Se dois índices quaisquer são iguais, o terceiro é menor uma unidade e o quarto é maior uma unidade, tem-se

$$\overline{a_n a_m a_i a_k} = \overline{a_{j-1} a_j^2 a_{j+1}} = \frac{1}{8}$$

e, neste caso, são possíveis 12 arranjos diferentes com os quatro índices.

(d) $d = 3$

Com os três índices diferentes

$$\overline{a_n a_m a_i a_k} = \overline{a_j a_{j+1} a_{j+2} a_{j+3}} = \overline{a_j a_{j-1} a_{j-2} a_{j-3}} = \frac{1}{16}$$

sendo possíveis 24 arranjos diferentes.

Pode-se verificar, para os casos abordados anteriormente, que a seguinte relação é válida,

$$\overline{a_n a_m a_i a_k} = \frac{(-1)^\ell}{2^{(1+d)}} \quad (\text{B.2})$$

onde $\ell = |n-m| + |i-k|$ (B.3)

Para todos os outros casos, em razão da regra de formação do código AMI, temos que

$$\overline{a_n a_m a_i a_k} = \overline{a_n a_m} \cdot \overline{a_i a_k} \quad (\text{B.4})$$

onde

$$\overline{a_n a_m} = \begin{cases} \frac{1}{2} & , \quad n = m \\ \frac{1}{4} & , \quad |n-m| = 1 \\ 0 & , \quad |n-m| > 1 \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. De Lange, O.E., The Timing of High-Speed Regenerative Repeaters, B.S. T.J., vol. 37, pag. 1455-1486, Nov. 1958.
2. Sunde, E.D., Self-Timing Regenerative Repeaters, B.S.T.J., vol 36, pag. 891-937, Jul. 1957.
3. Bennett, W.R., Statistics of Regenerative Digital Transmission, B.S.T.J., vol. 37, pag. 1501-1542, Nov. 1958 .
4. Manley, J.M., The Generation and Accumulation of Timing Noise in PCM Systems - An Experimental and Theoretical Study, B.S.T.J., vol. 48, pag. 541-613, Mar. 1969.
5. Rowe, H.E., Timing in a Long Chain of Regenerative Binary Repeaters, B.S.T.J., vol. 37, pag. 1543-1598, Nov. 1958.
6. Byrne, C.J., B.J. Karafin, e D.B. Robinson Jr., Systematic Jitter in a Chain of Digital Regenerators, B.S.T.J. vol. 42, pag. 2679-2714, Nov. 1963.
7. Zegers, L.E., The Reduction of Systematic Jitter in a Transmission Chain with Digital Regenerators, IEEE Transactions on Communication Technology, vol. COM-15, Nº 4, pag. 542-551, Ago. 1968.
8. Bylansky, W. C., e Ingram, D.G.W., Digital Transmission Systems, I.E.E. Telecommunications Series 4, Peter Peregrinns Ltd., 1975.
9. Aaron, M.R., PCM Transmission in the Exchange Plant, B.S. T.J., vol 41, pag. 99-141, Jan. 1962.
10. Thomas, J.A., A Simple Method of Clock Extration from a Correlative Pulse Sequence, I.C.C. Conf. Rec. pag. 49.3.1-49.3.4, 1978.
11. Cheng, H.W., V.J. Stalick, e J.A. Thomas, Key Aspects in the Development of a 48-Channel Duobinary PCM Repeater, IEEE Trans. on Commun., vol. COM-27, nº 2, pag. 379-389, Fev. 1979.
12. Roza, E., Analysis of Phase-Locked Timing Extraction Circuits for Pulse Code Transmission, IEEE Trans. on Commun. vol. COM 22, nº 9, pag. 1236-1249, Set. 1974.

13. Lange, O.E. e M. Pastelnyk, Experiments on the Timing of Regenerative Repeaters, B.S.T.J., vol. 37, pag.1437-1944, Nov. 1958.
14. Dorros, I., J.M.Sipress, e F.D. Waldhauer, An Experimental 224 Mb/s Digital Repeated Line, B.S.T.J., vol 45, pag. 993-1043.
15. Wrathall, L.R., Transistorized Binary Pulse Regenerator , B.S.T.J., vol 35, pag. 1059-1085, Set. 1956.
16. Mayo, J.S., A Bipolar Repeater for Pulse Code Modulation Signals, B.S.T.J., vol. 41, pag. 25-97, Jan. 1962.
17. Cunningham, P.B., e J. C. Smith, A Low Power Regenerative Repeater for the T1 Digital Carrier System, NTC'77, pag. 44:1-1 - 44:1-5, 1977.
18. Post Office Telecommunications Headquarters, Specification RC 5908A for Regenerator Unit Nº 12A.
19. Borelli, W.C., H. Waldman, A Regeneração de Sinais MCP de 2,048 Mb/s Através de Uma Cadeia de Repetidores , Publicação FEC/UNICAMP 02/75.
20. Cravis, H., T.V. Crater, Engineering of T1 Carrier System Repeated Lines, B.S.T.J., vol 41, pag. 431-486 , 1963.
21. Lopes, A., H. Waldman, Equalização de Sinais MCP de 2,048 Mb/s Transmitidos Através de Cabos Multipares Convencionais, Publicação FEC/UNICAMP, 14/74.
22. Chiquito, J. G., Equalização Automática de Sinais MCP de 2,048 Mb/s, a ser publicada.
23. Lucky, W., J. Salz, e E.J. Weldon, Principles of Data Communication, McGraw Hill, 1978.
24. Lathi, B.P., Randon Signals and Communications Theory, International Textbook Company, 1968.
25. Quitério, A.J., D.S. Arantes, Projeto e Implementação de um equipamento de Teste para Sistemas MCP, Publicação FEC/UNICAMP 28/78.
26. United Kingdon Post Office, Jitter Performance of Second, Third and Fourth Order Digital Multiplex Equipment, CEPT, T/CT13, Digital Sub-group meeting, Paris , Nov. 1976.

27. Waldman, H., O Comportamento do Tremor (Jitter) em Linhas com Repetidores Não Idênticos, Publicação FEC/UNICAMP nº 35/79
28. Aratani, T., Theoretical Study of PCM Repeated Line Error Rate Degradation Characteristics, Review of The Electrical Communication Laboratory-NTTPC, vol.17, Jan. - Fev., 1969.
29. Aratani, T., Inoue, K. Fujsaki, e M. Taguchi, An Experimental 200 Mb/s PCM Repeater, Review of the Electrical Communication Laboratory, vol. 17, Jan.-Fev., 1969.
30. Waldman, H., A.A.A. Araujo, e H. D. Romano, Características de Cabos Relevantes à Transmissão de Sinais Digitalizados, Publicação FEC/UNICAMP, 09/74.
31. Jitter Specifications for Digital Multiplex Equipments, Contribution from the Italian Administration, Com. XVII Nº1-E.