

FEEC

Faculdade de Engenharia
Elétrica e de Computação

UNICAMP

Desempenho de Códigos TCM sobre Anéis em Canais com Desvanecimento

Lin Voigt

Campinas, 1998.

Este exemplar corresponde a redação final da tese defendida por <u>Lin Voigt</u>		
e aprovada pela Comissão		
Julgada em	<u>18</u> / <u>12</u> / <u>1998</u>	<u>R. K. Balci Jr.</u>
		Orientador



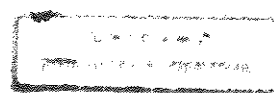
Desempenho de Códigos TCM sobre Anéis em Canais com Desvanecimento

Lin Voigt

Orientador:
Prof. Dr. Renato Baldini Filho

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da
Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para
obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Campinas, 18 de dezembro de 1998.



UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	UNICAMP
	13719
V	Ex.
	136630
	229/99
	D ☒
	R\$ 11,00
Data	25/02/99
N.º CPD	

CM-00121440-1

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

V871d Voigt, Lin
Desempenho de códigos TCM sobre anéis em canais
com desvanecimento. / Lin Voigt.--Campinas, SP:
[s.n.], 1998.

Orientador: Renato Baldini Filho
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação.

1. Comunicações digitais. 2. Modulação digital. 3.
Códigos de controle de erros (Teoria da informação). 4.
Anéis (Algebra) - Codificação. 5. Telecomunicações –
Codificação. I. Baldini Filho, Renato. II. Universidade
Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica
e de Computação. III. Título.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer à Universidade Estadual de Campinas e à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação pela oportunidade oferecida, a *Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)* e a *Telebrás* pelo suporte financeiro para o desenvolvimento desta tese.

Não posso deixar de agradecer a todos os meus colegas no Departamento de Comunicações (DECOM) pelas horas de amizade, apoio e descontração passadas em conjunto. Agradeço também aos professores do DECOM, em especial ao *Prof. Dr. Celso de Almeida*, ao *Prof. Dr. Michel Daoud Yacoub* e ao *Prof. Dr. Leonardo Mendes* que sempre foram solícitos e atenciosos quanto as minhas dúvidas, nas mais diversas áreas e assuntos. Agradeço a secretária do DECOM, *Sra. Maria Lúcia Cardoso* pela sua amizade e eficiência, sempre exercendo sua função de maneira perfeita. Agradeço também ao *Dr. José E. Vargas Bautista* pelo acesso à sua tese de mestrado e aos códigos de seus programas de simulação que serviram de base para alguns dos programas utilizados nas simulações desta tese.

Ao meu orientador, *Prof. Dr. Renato Baldini Filho*, agradeço pela confiança, apoio, amizade e sabedoria sempre presentes em todos os momentos, difíceis ou não, que ocorreram ao longo destes anos. Muito obrigado.

Aos meus pais *Lincoln* e *Édina Voigt*, a meus irmãos, *Lucas* e *Luís Fernando*, à minha namorada, *Renata Gagliardo*, agradeço pelo apoio irrestrito e incondicional, pela paciência e compreensão pelas horas que não pude estar junto com vocês e ao amor que vocês proporcionaram durante estes anos de convivência. Amo todos vocês.

Finalmente, dedico esta tese aos meus pais, *Lincoln* e *Édina*. Obrigado por tudo que vocês fizeram por mim até hoje, pelas cobranças, pelo carinho, pela paciência e pelo amor dedicado a seu filho. Espero que eu tenha correspondido à altura as expectativas. Minha eterna gratidão.

Sumário:

Esta tese apresenta um estudo de desempenho da modulação codificada com códigos convolucionais definidos sobre anéis de inteiros módulo-8 em canais que apresentam desvanecimento.

O desempenho é obtido através de simulação computacional e é representado por curvas de taxa de erro de bit ("*BER - Bit Error Rate*") em função da relação sinal/ruído ("*SNR - Signal to Noise Ratio*"). Conceitos básicos relativos à modulação codificada, caracterização das modulações digitais, modulação codificada através de códigos convolucionais definidos sobre anéis de inteiros e canais que apresentam desvanecimento são também apresentados.

Os canais com desvanecimento utilizados para análise de desempenho do TCM sobre anéis são: *Rayleigh*, *Rice* e *Rádio Móvel via Satélite*. Na análise comparativa de desempenho, a seletividade em frequência para estes canais não é considerada.

O desempenho dos TCM sobre anéis são comparados com os esquemas de Ungerboeck equivalentes. Assume-se decodificação suave por máxima verossimilhança utilizando o algoritmo de Viterbi. A utilização de entrelaçadores / desentrelaçadores é explicada e então levada em consideração.

Abstract:

This thesis presents the performance of coded modulation with convolutional codes over rings of integers modulo-8 on fading channels.

The performance is obtained by computer simulation and it is given by curves of Bit Error Rate (BER) versus Signal to Noise Ratio (SNR). Basic concepts related with coded modulation, characterization of digital modulations, coded modulation with convolutional codes based on rings of integers and fading channels are presented.

The fading channels considered in this study are: *Rayleigh*, *Rice* and *Land Mobile Satellite Fading Channel*. The channels are non selective in frequency.

The performance of ring-TCM codes are compared against their Ungerboeck counterparts, with same bandwidth and information data rate. Soft decision maximum-likelihood (ML) decoding using Viterbi algorithm is assumed. The utilization of interleaving/deinterleaving is explained and taken into account in the comparative performance analysis.

Índice:

1 Conceitos Básicos	1
1.1 Introdução	1
1.2 Conceitos Básicos	1
1.3 Modulação Codificada	3
1.3.1 <i>Processo de Codificação</i>	4
1.3.2 <i>Processo de Decodificação</i>	6
1.4 Introdução à Álgebra	7
1.4.1 <i>Grupos</i>	7
1.4.2 <i>Anéis</i>	8
1.5 Técnicas de Modulação Digital	9
1.5.1 <i>Fatores que Influenciam a Escolha da Modulação Digital</i>	9
1.5.2 <i>Largura de Faixa e Densidade Espectral de Potência de Sinais Digitais</i>	11
1.5.3 <i>Representação Geométrica de Sinais de Modulação</i>	13
1.5.4 <i>Técnicas de Modulação Linear</i>	19
1.5.4.1 <i>PSK Binário (BPSK)</i>	20
1.5.4.1.1 <i>Espectro e largura de faixa de um sinal BPSK</i>	20
1.5.4.2 <i>PSK Quaternário (QPSK)</i>	22
1.5.4.2.1 <i>Espectro e largura de faixa de sinais QPSK</i>	24
1.5.4.3 <i>PSK M-ário (M-PSK)</i>	26
1.5.4.3.1 <i>Espectro de potência de sistemas M-PSK</i>	28
1.6 Ganho de Codificação	30
2 Modulação Codificada com Códigos Convolucionais sobre Anéis de Inteiros Módulo-q	31
2.1 Introdução	31
2.2 Processo de Codificação	31
2.3 Códigos Convolucionais Multiníveis	32
2.4 Códigos Convolucionais Invariantes à Rotação de Fase Múltiplas de $2\pi/q$ para modulação q-PSK	38
2.5 Processo de Decodificação	41
2.6 Conclusão	48
3 Caracterização dos Canais com Desvanecimento por Multipercurso	49
3.1 Caracterização do Canal	49
3.2 Funções de Correlação de Canal e Espectro de Potência	54
3.3 Modelos Estatísticos para Canais com Desvanecimento	61
3.3.1 <i>Canal com Desvanecimento Rayleigh</i>	61

3.3.2 <i>Canal com Desvanecimento Rice</i>	64
3.3.3 <i>Canal Rádio Móvel via Satélite</i>	67
3.4 O Efeito das Características do Sinal na Escolha do Modelo de Canal	69
3.5 Conclusão	73
4 Simulação e Resultados	74
4.1 Introdução	74
4.2 O Canal	75
4.2.1 <i>Canal Rayleigh</i>	76
4.2.2 <i>Canal Rice</i>	76
4.2.3 <i>Canal Rádio Móvel via Satélite</i>	77
4.2.4 <i>Ruído Branco Gaussiano Aditivo</i>	78
4.3 Resultados das Simulações	81
4.3.1 <i>Código (2,2) (2,3)/ 6 1</i>	81
4.3.2 <i>Código (1,3) (3,6)/ 6 1</i>	89
4.3.3 <i>Código (0,0) (7,2) (2,3)/ 4 3 1</i>	96
4.3.4 <i>Comparação de Desempenho entre os Códigos TCM sobre Anel</i>	105
4.4 Conclusão	110
5 Comentários Finais, Trabalhos Futuros e Conclusão	112
5.1 Comentários Finais	112
5.2 Trabalhos Futuros	113
5.3 Conclusão	114
Apêndice A	115
A1- Velocidades de Propagação da Onda	115
A1.1- <i>Velocidade de Fase</i>	115
A2- frequência Doppler	116
Bibliografia	118

Glossário, Símbolos e Abreviaturas

α	amplitude do ruído multiplicativo, constante de atenuação
ϕ	fase do ruído multiplicativo
η	ruído aditivo
ν	comprimento de restrição do código convolucional
λ	frequência <i>Doppler</i> , comprimento de onda
λ_m	frequência <i>Doppler</i> máxima
ω	frequência angular
β	constante de fase
ν	velocidade relativa entre o receptor e o transmissor
θ	ângulo de chegada da onda eletromagnética
$(\Delta f)_c$	largura de faixa de coerência do canal
$\phi(t)$	fase da resposta do canal
$\varphi(t)$	fase da modulação 8-PSK utilizada na transmissão
$\alpha(t)$	ganho complexo do canal
$(\Delta t)_c$	tempo de coerência do canal
ν'_p	velocidade de fase aparente da onda eletromagnética
η_B	eficiência em largura de faixa
η_p	eficiência de potência
$\phi_c(\tau_1, \tau_2; \Delta t)$	função de autocorrelação de $c(\tau; t)$
$\phi_C(\Delta f; \Delta t)$	transformada de <i>Fourier</i> do perfil de intensidade de multipercurso; função de autocorrelação espaçada no tempo e espaçada na frequência do canal
$\phi_c(t)$	perfil de intensidade de multipercurso
$\phi_j(t)$	sinusóides de base do espaço vetorial
ω_m	deslocamento <i>Doppler</i> máximo (angular)
$\alpha_n(t)$	fator de atenuação para o sinal recebido no n -ésimo caminho
$\tau_n(t)$	atraso de propagação para o n -ésimo caminho
ν_p	velocidade de fase da onda eletromagnética
a	seqüência de informação
A	conjunto de símbolos de informação
â	estimativa da seqüência de informação transmitida
A, A_c	amplitude da portadora
a, a_i	símbolos de informação (ou bits)
A^m	conjunto das m -uplas (k símbolos atuais e ν símbolos passados) de saída da fonte
ASK	“ <i>amplitude-shift keying</i> ” – chaveamento por deslocamento em amplitude
AWGN	ruído branco gaussiano aditivo (“ <i>additive white gaussian noise</i> ”)
b	seqüência codificada
B	conjunto de símbolos de codificação

b	seqüência de símbolos de canal
B	largura de faixa do sinal
b, b_i	símbolos (bits) da seqüência codificada
B_d	espalhamento <i>Doppler</i> do canal
BER	taxa de erro de bit
B^n	Conjunto das n-uplas produzidas na saída do conjunto modulador / codificador
BPSK	PSK binário
BW	largura de faixa
C	código
C	capacidade do canal
c	comprimento do entrelaçador
$c(\tau; t)$	resposta ao impulso equivalente passa-baixas do canal
$C(f; t)$	transformada de <i>Fourier</i> de $c(\tau; t)$; função de transferência
D	elemento de atraso (memória)
D_{Eu}^2	distância quadrática mínima do esquema não codificado
D_{free}^2	distância quadrática mínima do esquema codificado
D_{Ec}	distância Euclidiana mínima para a modulação codificada
$D_E^{i,j}$	distância euclidiana entre o i -ésimo e o j -ésimo pontos de sinais na constelação
D_{Eu}	distância Euclidiana mínima para a modulação não codificada
d_{min}	distância <i>Euclidiana</i> mínima
E	energia
e	valor instantâneo do campo elétrico
$E(t)$	componente de visada direta no canal rádio móvel via satélite
$E\{\cdot\}$	operador esperança matemática
E_0	campo elétrico no espaço livre
E_b	energia por bit
$erfc(x)$	função <i>erro complementar</i>
E_s	energia de símbolo
$f(D)$	polinômio responsável pela conexão reversa no codificador multidimensional
f_c	freqüência da portadora
f_d	deslocamento, freqüência <i>Doppler</i>
F_{esp}	fator de espalhamento do canal
F'_{esp}	fator de espalhamento modificado do canal
FSK	“ <i>frequency-shift keying</i> ” – chaveamento por deslocamento da freqüência
G	grupo
g_∞	ganho de codificação assintótico
$g(D)$	matriz geradora de códigos convolucionais multiníveis
$g^{(i)}(D)$	polinômio responsável pela conexão direta no codificador multidimensional
$g(t)$	envoltória complexa em banda base de $s(t)$

$g_{BPSK}(t)$	envoltória complexa do sinal BPSK
$H^j(D)$	polinômios de verificação de paridade nos códigos de <i>Ungerboeck</i>
$i(t)$	componente do sinal em fase
$I_0(\cdot)$	função de <i>Bessel</i> modificada de primeira espécie e ordem zero
I_k	matriz identidade de dimensão k
k	número de símbolos de informação que entram no codificador multinível
K	razão entre a potência do sinal dominante em relação às componentes de multipercurso (aleatórias) em um canal com desvanecimento <i>Rice</i>
$L[\{\cdot\}]$	efeito de um filtro digital linear em $\alpha(t)$; é utilizado para modelar o processo de desvanecimento
$m(t)$	sinal de modulação digital
$M(t)$	componente de multipercurso no canal rádio móvel via satélite
M_c	cardinalidade do alfabeto de modulação codificado
MLD	decodificadores por máxima verossimilhança
M -PSK	PSK m-ário
M_u	cardinalidade do alfabeto de modulação não codificado
N_0	densidade espectral de potência do ruído
N_{free}	número total de caminhos na treliça do código que divergem de D_{free} de um dado estado e convergem a este mesmo estado após um número finito de transições
$n_i(t), n_q(t)$	processos estocásticos gaussianos independentes
p	profundidade do entrelaçador
$p_\Phi(\phi)$	distribuição de probabilidade da fase do sinal recebido
$P_g(f)$	densidade espectral de potência de $g(t)$
$p_R(r)$	distribuição de probabilidade da envoltória do sinal recebido
$P_S(\epsilon s_i)$	probabilidade de erro média para um sinal de modulação particular
$P_S(\epsilon)$	probabilidade de erro de símbolo média
$P_s(f)$	densidade espectral de potência do sinal passa faixa $s(t)$
PSD	densidade espectral de potência
PSK	“ <i>phase-shift keying</i> ” – chaveamento por deslocamento da fase
$P_w(f)$	densidade espectral de potência de um sinal aleatório
$q(t)$	componente do sinal em quadratura
QPSK	PSK quaternário
R	anel
r	distância
$r(t)$	envoltória da resposta do canal
$R(t)$	fasor recebido (do modelo do canal)
R_b	taxa de bits
R_c	taxa de codificação para a modulação codificada
$\text{Re}(\cdot), \text{Re}[\cdot]$	operador parte real de $(\cdot), [\cdot]$
$r_l(t)$	sinal passa-baixas equivalente recebido
r_s	componente dominante em um canal com desvanecimento <i>Rice</i>

S	conjunto de sinais de modulação
$s(t)$	sinal passa faixa, sinal transmitido
S/N	relação sinal / ruído
$S_c(\lambda)$	espectro de potência <i>Doppler</i> do canal
$S_c(\Delta f; \lambda)$	transformada de <i>Fourier</i> de $\phi_c(\Delta f, \Delta t)$ em relação à variável Δt
$s_i(t)$	sinal de forma de onda
$\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j$	representação geométrica de sinais em uma constelação
$S_i(f)$	conteúdo espectral de $s_i(t)$
$s_l(t)$	sinal passa-baixas equivalente de $s(t)$
SNR	energia de símbolo de sinal por densidade espectral de potência
T	intervalo de sinalização de modulação
T_b	período de bit
TCM	“ <i>trellis coded modulation</i> ” – modulação codificada em treliça
T_m	espalhamento multipercurso do canal
T_s	período de símbolo
W	largura de faixa do sinal $S_i(f)$
$w(t)$	sinal aleatório
$W_T(f)$	transformada de <i>Fourier</i> de $w_T(t)$
$w_T(t)$	versão truncada de $w(t)$
$x_i(t), x_q(t)$	processos estocásticos gaussianos independentes
$Z(t)$	fasor relativo ao ruído branco gaussiano aditivo
$z_i(t), z_q(t)$	processos estocásticos gaussianos independentes
Z_q	conjunto expandido de sinais de modulação, definido como sendo um anel de inteiros módulo- q

1 Conceitos Básicos:

1.1 Introdução :

O objetivo desta tese de mestrado é demonstrar o desempenho de códigos definidos sobre anéis de inteiros módulo- q em sistemas utilizando modulação codificada sobre canais que apresentam desvanecimento ("*fading*"). A análise de desempenho é baseada na taxa de erro de bit, BER ("*Bit Error Rate*"). Os códigos analisados foram desenvolvidos para canais que apresentam ruído branco gaussiano aditivo (AWGN - "*Additive White Gaussian Noise*") [1], onde o codificador é convolucional e a modulação é do tipo M -PSK. Os canais envolvidos foram: *Rayleigh*, *Rice* e *Canal Rádio Móvel via Satélite* ("*Mobile Satellite Communication Channel*") [2]. É analisado o comportamento destes sistemas sob a presença de entrelaçadores / desentrelaçadores ("*Interleaver / Deinterleaver*"). Os conceitos básicos são apresentados a seguir de tal forma que possam propiciar uma base teórica para os demais capítulos.

1.2 Conceitos Básicos:

O modelo de um sistema de comunicação é apresentado na figura 1-1. No Sistema de Comunicação Digital clássico as funções de codificação e modulação são tomadas como operações separadas. O conjunto modulador/demodulador basicamente converte um canal com forma de onda analógica para um canal binário equivalente, isto é, o modulador realiza um mapeamento de seqüências binárias em elementos do alfabeto de modulação enquanto que o demodulador realiza a operação inversa. A função do conjunto codificador/decodificador é de corrigir alguns dos possíveis padrões de erro que possam ocorrer no canal discreto. A principal limitação deste esquema clássico é que se existe a necessidade de se fazer o sistema mais confiável em termos da probabilidade de erro de bit, mais

redundância tem de ser introduzida e, como consequência, a taxa de informação será menor. Sendo assim, existe um compromisso entre a capacidade de correção de erro e a taxa de informação.

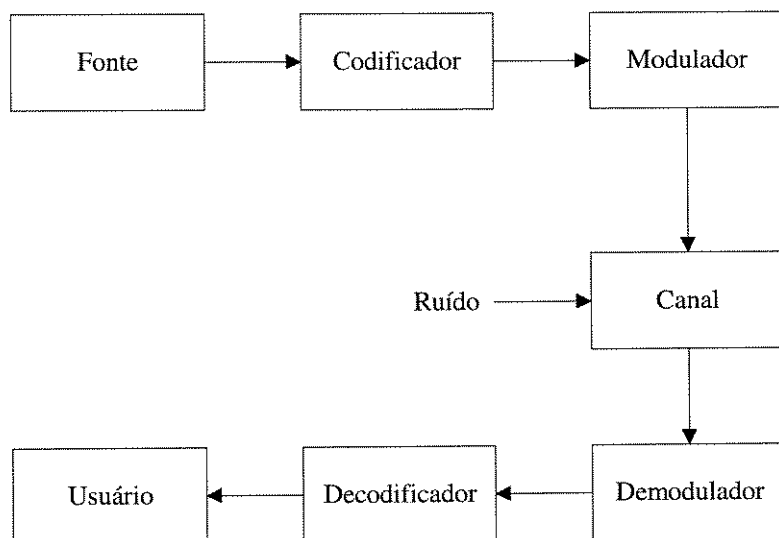


Figura 1-1: Modelo de um Sistema de Comunicação

Geralmente, existem duas maneiras de compensar a perda na taxa de informação produzida pelo processo de codificação :

- aumentar a taxa de modulação se o canal permitir uma expansão na sua largura de faixa, ou
- aumentar o conjunto de sinais do sistema de modulação se o canal for limitado em banda.

Sistemas de comunicação digital práticos são geralmente projetados para explorar ao máximo todas as características do canal de modo que alcancem o máximo em eficiência, isto é, é de se esperar que tais sistemas sejam limitados em banda e limitados em potência, trabalhando muito próximo a estes limites. Geralmente, um aumento na taxa de modulação e/ou na potência transmitida está

na maioria das vezes fora de questão. A solução que resta é baseada na expansão do conjunto de sinais da modulação para obter maior confiabilidade mantendo-se a mesma taxa de informação.

Ungerboeck [3] descreveu uma técnica de codificação que permite alcançar ganhos de codificação significativos sobre modulação multinível não codificada convencional sem sacrificar a taxa de informação e a eficiência da largura de faixa.

1.3 Modulação Codificada:

Uma definição geral para a combinação da modulação e codificação, ou simplesmente modulação codificada, é dada a seguir:

Modulação codificada é uma técnica de otimização que melhora o desempenho de erro de sistemas de comunicação digital tomando as operações de codificação e modulação como uma única entidade. Um método de codificação com controle de erro é usado para obter a codificação direta dos sinais de modulação.

O problema encontrado por Ungerboeck [3] foi o seguinte: dado um sistema de comunicação não codificado limitado em banda e em potência, com taxa de informação igual a R_b bits de informação por intervalo de modulação, como seria possível aumentar a confiabilidade de tal sistema sem alterar estes parâmetros já estabelecidos. A técnica obtida por Ungerboeck foi de transmitir a mesma taxa R_b de bits de informação por símbolo de canal usando um modulador que possui um alfabeto de $q > 2^{R_b}$ formas de onda (símbolos de canal) e explorar a redundância produzida a nível de símbolo de canal para acomodar um código de controle de erro binário. O processo de mapeamento de seqüências codificadas binárias em símbolos de modulação foi denominada "mapeamento por partição de conjunto".

O mérito do trabalho de Ungerboeck foi a apresentação de um método que associa um esquema de codificação binária com um procedimento de mapeamento relacionando a distância de *Hamming* a nível de seqüência de bits com a distância Euclidiana entre os símbolos de canal. A solução proposta por Ungerboeck na sua publicação era eficaz mas não é o único método conhecido, como pode ser visto em trabalhos de pesquisas e desenvolvimentos atuais. Como uma consequência deste fato uma descrição mais abrangente e geral dos passos do processo de modulação codificada é fornecida a seguir.

Um diagrama de bloco de um sistema de modulação codificada é mostrada na figura 1-2. A fonte pode ser considerada tanto binária quanto multinível.

O bloco denominado conjunto codificador e modulador (ou conjunto decodificador e demodulador) é a combinação do codificador e modulador (ou decodificador e demodulador) tomados como sendo uma única entidade.

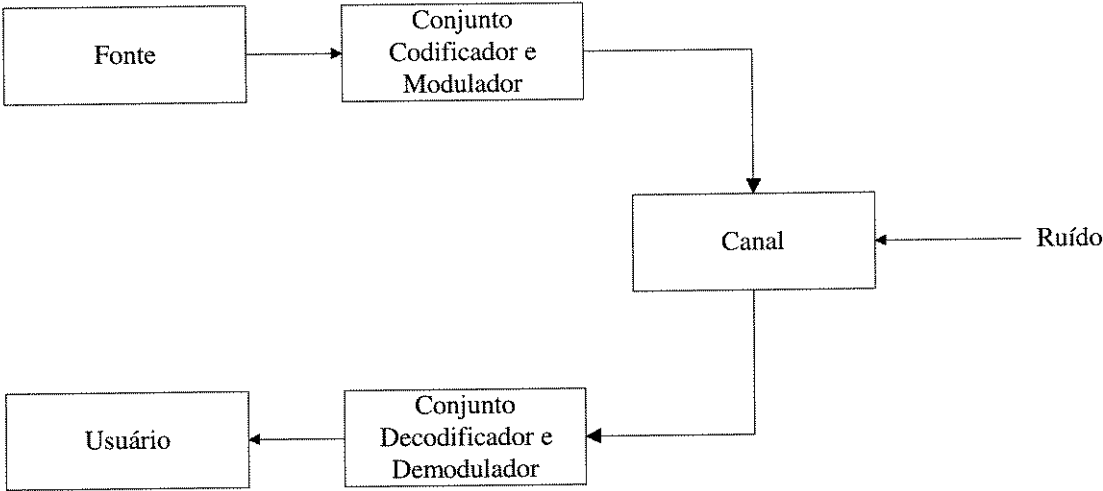


Figura 1-2: Diagrama em Bloco de um Sistema de Modulação Codificada

1.3.1 Processo de Codificação:

A entrada do conjunto codificador e modulador, mostrada na figura 1-3, é uma seqüência $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_k)$ com símbolos pertencentes ao conjunto A e sua saída é a seqüência $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3, \dots, b_n)$ de símbolos pertencentes ao conjunto

B. O tamanho do alfabeto A depende da fonte de informação, por exemplo, se a fonte for binária então $A = \{0, 1\}$. A cardinalidade (tamanho) do alfabeto B é igual ao número de pontos que compõe o conjunto de modulação. Geralmente o tamanho de B é uma potência de dois porque o número de símbolos que constitui a maioria do esquema de modulação é uma potência de dois.

Nesta tese somente será estudado a aplicação em esquemas de modulação codificada de códigos convolucionais. O conjunto codificador e modulador, para um código convolucional, é um dispositivo com memória que aceita conjuntos de k símbolos e fornece na sua saída conjuntos de n símbolos.

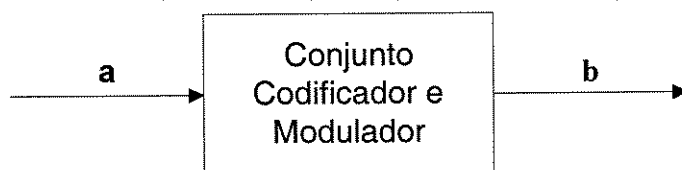


Figura 1-3: Processo de Codificação - Conjunto codificador e modulador

Cada conjunto de n símbolos de saída é determinado pelo conjunto de entrada atual e pelas δ entradas precedentes. O número de estados do conjunto codificador e modulador convolucional é determinado pelo $v \leq \delta$ símbolos precedentes os quais são armazenados em dispositivos de atraso (memórias); os outros $\delta - v$ símbolos precedentes não afetam a transição de estado e assim não modificam a saída do conjunto codificador e modulador. Desta maneira, esta sequência de saída é determinada completamente por um total de $m = k + v$ símbolos de entrada. Note que se $v = 0$ então $m = k$ e o conjunto codificador e modulador realiza uma codificação de bloco ao invés de convolucional. O número v de memórias é também chamado de comprimento de restrição ("*constraint length*") do código convolucional.

Uma definição geral de códigos apropriados para modulação codificada é dada a seguir:

Um código C é um mapeamento invariante no tempo entre as seqüências pertencentes ao conjunto A^m , isto é, o conjunto de todas as m -uplas (k símbolos atuais e v símbolos passados) produzidos pela saída da fonte, e seqüências de símbolos de canal pertencentes a B^n , o conjunto de todas as n -uplas produzidas pela saída do conjunto codificador e modulador.

Observe que o mapeamento realizado pelo conjunto codificador e modulador não é necessariamente um mapeamento de um para um de todas as seqüências de entradas possíveis do conjunto A^m em seqüências de saída do conjunto B^n .

1.3.2 Processo de Decodificação:

A entrada do conjunto decodificador e demodulador, mostrada na figura 1-4, é uma seqüência de símbolos de canal $\mathbf{b}$ corrompidos pelo ruído multiplicativo $\alpha \cdot e^{-j\phi}$, onde α e ϕ são a amplitude e a fase do ruído multiplicativo, respectivamente, mais uma parcela devida ao ruído aditivo η . O receptor ótimo realiza um processo de decodificação suave por máxima verossimilhança na seqüência recebida, produzindo uma estimativa $\hat{\mathbf{a}}$, da seqüência de informação transmitida $\mathbf{a}$.

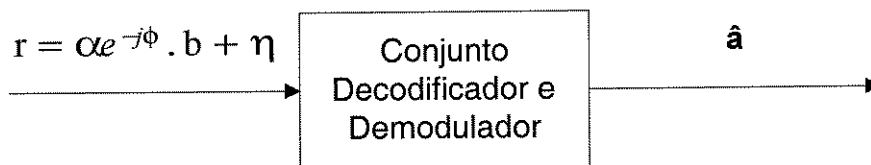


Figura 1-4: Processo de Decodificação - Conjunto decodificador e demodulador

Mesmo levando em consideração a grande eficiência dos decodificadores por máxima verossimilhança (“*MLD – Maximum Likelihood Decision*”), eles são ou muito lentos ou muito complexos para implementar na prática quando o comprimento e/ou a cardinalidade dos códigos aumentam.

Esta tese versa sobre o desempenho de modulação codificada definida sobre códigos de anéis de inteiros módulo- q (onde q é um número inteiro não primo). A modulação mais favorável a esse tipo de codificação é a modulação q -PSK. Desta maneira vamos introduzir a seguir alguns conceitos básicos sobre álgebra linear e algumas definições pertinentes à modulação M -PSK.

1.4 Introdução à Álgebra :

1.4.1 Grupos:

Um grupo G é um conjunto de elementos para o qual uma operação é definida e também onde os axiomas G.1 à G.4, mostrados abaixo, são satisfeitos. Seja $a, b, c, \dots$, elementos de um grupo. A operação é uma função simples de duas variáveis e deve ser denominada por $f(a, b) = c$ mas geralmente é representada por $a + b = c$ ou $ab = c$ e chamada de adição ou multiplicação.

Axioma G.1: (Fechamento). A operação pode ser aplicada em qualquer dois elementos do grupo resultando em um terceiro elemento do grupo.

Axioma G.2: (Lei Associativa). Para quaisquer três elementos a, b e c do grupo, $(a + b) + c = a + (b + c)$ se a operação for a adição ou $a(bc) = (ab)c$ se for a multiplicação.

Axioma G.3: Existe um elemento identidade.

Se a operação for a adição o elemento identidade é chamado de zero, é descrito por 0 e é definido pela equação $0 + a = a + 0 = a$, para cada elemento a do grupo. Se a operação for a multiplicação o elemento identidade é o um, é descrito por 1 e é definido pela equação $1a = a1 = a$.

Axioma G.4: Cada elemento do grupo tem um elemento inverso.

Se a operação for a adição, o elemento inverso correspondente ao a é denominado de $-a$ e é definido pela equação $a + (-a) = (-a) + a = 0$. Se a operação for a multiplicação, o elemento inverso de a é denominado a^{-1} e é definido pela equação $aa^{-1} = a^{-1}a = 1$.

Em adição as leis acima, um grupo que satisfaz a lei comutativa, isto é, $a + b = b + a$ ou, se for multiplicação, $ab = ba$ é chamado de Abelianou ou Comutativo.

1.4.2 Anéis:

Um anel R é um conjunto de elementos para o qual duas operações são definidas. Uma é chamada de adição e representada por $a + b$, a outra é chamada de multiplicação e representada por ab , mesmo que estas operações não sejam a adição ou multiplicação ordinária de números. Para que R seja um anel, os seguintes axiomas devem ser satisfeitos:

Axioma R.1: O conjunto R é um grupo Abelianou sob adição.

Axioma R.2: (Fechamento). Para quaisquer dois elementos a e b de R , o produto ab é definido e é um elemento de R .

Axioma R.3: (Lei Associativa). Para quaisquer três elementos a , b e c de R , $a(bc) = (ab)c$.

Axioma R.4: (Lei Distributiva). Para quaisquer três elementos a , b e c de R , $a(b + c) = ab + ac$ e $(b + c)a = ba + ca$.

Um anel é dito comutativo se sua operação de multiplicação é comutativa, isto é, para quaisquer dois elementos a e b , $ab = ba$.

1.5 Técnicas de Modulação Digital:

Quando é necessário transmitir dados digitais através de um canal passa faixa, é necessário modular os dados que chegam em uma portadora (geralmente senoidal) com limites de frequências fixos impostos pelo canal [4]. O canal pode ser um canal telefônico, um enlace de rádio microondas, um canal via satélite ou uma fibra óptica. Em qualquer destes canais o processo de modulação envolve o chaveamento da amplitude, ou da frequência ou da fase da portadora de acordo com os dados de entrada. Desta maneira, existem três técnicas básicas de modulação para a transmissão de dados digitais. Elas são conhecidas como: chaveamento por deslocamento em amplitude (*ASK* - "*Amplitude-Shift Keying*"), chaveamento por deslocamento da frequência (*FSK* - "*Frequency-Shift Keying*") e chaveamento por deslocamento da fase (*PSK* - "*Phase-Shift Keying*"), as quais podem ser vistas como casos especiais de modulação em amplitude, modulação em frequência e modulação em fase, respectivamente.

1.5.1 Fatores que Influenciam a Escolha da Modulação Digital:

Vários fatores influenciam a escolha de um esquema de modulação digital. Um esquema de modulação desejável fornece baixas taxas de erro de bit dada uma

relação sinal/ruído pequena, tem um bom desempenho em condições que apresentam multipercurso ("*multipath*") e desvanecimento ("*fading*"), ocupa um mínimo de largura de faixa e é de fácil implementação apresentando uma boa relação custo x benefício [5]. Esquemas de modulação existentes não satisfazem todas estas exigências simultaneamente. Alguns esquemas de modulação são melhores em termos da probabilidade de erro de bit enquanto outros são melhores em termos da eficiência da largura de faixa. Dependendo das necessidades de uma aplicação em particular, relações de compromisso são feitas quando da escolha de uma modulação digital.

O desempenho de um esquema de modulação é muitas vezes medido em termos de sua eficiência de potência e eficiência de largura de faixa. A eficiência de potência descreve a habilidade da técnica de modulação preservar a fidelidade da mensagem digital em níveis baixos de potência. Em um sistema de comunicação digital, para se aumentar a imunidade ao ruído, é necessário um aumento na potência do sinal. Entretanto, a quantidade de potência de sinal que deve ser aumentada para se obter um certo nível de fidelidade (isto é, uma probabilidade de erro aceitável) depende do tipo particular de modulação empregada. A eficiência de potência, η_p (também denominada eficiência de energia) de um esquema de modulação digital é uma medida de quão favorável é a relação entre a fidelidade e a potência de sinal. Na maioria das vezes é expressa como sendo a relação da energia por bit do sinal pela densidade espectral de potência do ruído (E_b / N_0) necessária na entrada do receptor para uma probabilidade de erro fixa.

A eficiência de largura de faixa descreve a habilidade do esquema de modulação em acomodar dados dentro de uma largura de faixa limitada. Em geral, um aumento na taxa de transmissão de dados implica em uma diminuição na largura do pulso do símbolo digital, o que resulta em um aumento na largura de faixa do sinal. Sendo assim, existe uma relação indesejável entre a taxa de dados e a ocupação da largura de faixa. Entretanto, alguns esquemas de modulação tem

desempenho melhor do que outros no que diz respeito à esta relação. Se R_b for a taxa de dados em bits por segundo, e B for a largura de faixa ocupada pelo sinal modulado em Hz então, a eficiência em largura de faixa η_B é expressa como:

$$\eta_B = \frac{R_b}{B} \quad \text{bps / Hz} \quad (1-1)$$

Existe um limitante superior fundamental na eficiência na largura de faixa que se pode alcançar. O teorema de codificação de canal de *Shannon* afirma que para uma pequena probabilidade de erro arbitrária a máxima eficiência de largura de faixa possível é limitada pelo ruído ocorrido no canal e é dada pela formula de capacidade de canal:

$$\eta_{B_{max}} = \frac{C}{B} = \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right) \quad (1-2)$$

onde C é a capacidade do canal (em bps), B é a largura de faixa em Hz e S/N é a relação sinal / ruído. No projeto de um sistema de comunicação digital existe um compromisso entre a eficiência de largura de faixa e a eficiência de potência.

Enquanto as considerações na largura de faixa e na potência são muito importantes, outros fatores também afetam a escolha de um esquema de modulação digital, tais como o custo do transmissor, o custo do receptor, o tipo de canal, etc.

1.5.2 Largura de Faixa e Densidade Espectral de Potência de Sinais Digitais:

A definição da largura de faixa do sinal varia de acordo com o contexto, e não existe nenhuma definição simples que englobe todas as aplicações. Todas as definições entretanto, são baseadas em alguma medida de densidade espectral de

potência de sinal (**PSD**). A densidade espectral de potência de um sinal aleatório $w(t)$ é definida como:

$$P_w(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{\overline{|W_T(f)|^2}}{T} \right) \quad (1-3)$$

onde a barra significa uma média estatística e $W_T(f)$ é a transformada de Fourier de $w_T(t)$, que é uma versão truncada de $w(t)$, definido como:

$$w_T(t) = \begin{cases} w(t) & -T/2 < t < T/2 \\ 0 & \text{fora} \end{cases}$$

A densidade espectral de potência de um sinal passa faixa modulado está relacionada com a densidade espectral de potência de sua envoltória complexa em banda base. Se o sinal passa faixa $s(t)$ for representado por:

$$s(t) = \text{Re}[g(t) \cdot e^{j2\pi f_c t}] \quad (1-4)$$

onde $g(t)$ é a sua envoltória complexa em banda base, a densidade espectral de potência do sinal passa faixa é dada por:

$$P_s(f) = \frac{1}{4} [P_g(f - f_c) + P_g(-f - f_c)] \quad (1-5)$$

onde $P_g(f)$ é a densidade espectral de potência de $g(t)$.

A largura de faixa absoluta ("*absolute bandwidth*") de um sinal é definida como sendo a faixa de frequências onde o sinal possui densidade espectral de

potência não nula. Para símbolos representados por pulsos retangulares em banda base, a **PSD** tem um perfil definido pela função $\text{sen}^2(f)/f^2$ que se estende por uma faixa de frequências infinita, e possui uma largura de faixa absoluta que é infinita. Uma maneira mais simples e mais aceita de medição de largura de faixa é a primeira largura de faixa de nulo a nulo ("*null to null bandwidth*"). A largura de faixa de nulo a nulo é igual ao comprimento do lóbulo espectral principal.

Uma medição muito comum de largura de faixa que mede a dispersão do espectro é a largura de faixa de meia potência ("*half - power bandwidth*"). A largura de faixa de meia potência é definida como o intervalo de frequência na qual a **PSD** cai até metade da sua potência, ou 3 dB abaixo do seu valor de pico. A largura de faixa de meia potência também é denominada de largura de faixa de 3 dB.

A largura de faixa ocupada como sendo a banda que deixa exatamente 0.5 % do sinal acima do limite superior de faixa e exatamente 0.5 % da potência do sinal abaixo do limite inferior de faixa é definida como largura de faixa de 99 %, isto é, 99 % da potência do sinal está contida dentro da largura de faixa.

1.5.3 Representação Geométrica de Sinais de Modulação:

A modulação digital envolve a escolha de um sinal de forma de onda particular $s_i(t)$ de um conjunto finito de formas de onda (ou símbolos) baseados nos bits de informação que entram no modulador. Se existe um total de M sinais possíveis, o conjunto de sinais de modulação S pode ser representado como:

$$S = \{s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)\}$$

Para esquemas de modulação binária, um bit de informação é mapeado diretamente em um sinal e S conterá dois sinais somente. Para esquemas de modulação com número de níveis maior (chaveamento M - ário) o conjunto de sinais conterá mais que dois sinais, e cada sinal (ou símbolo) irá representar mais do que um bit de informação. Com um conjunto de sinais de tamanho M , é possível transmitir um número máximo de $\log_2 M$ bits de informação por símbolo.

Os elementos de S podem ser considerados como pontos em um espaço vetorial. A representação do espaço vetorial de sinais de modulação fornece informações importantes sobre o desempenho de um esquema particular de modulação. Os conceitos de espaço vetorial são extremamente gerais e podem ser aplicados à qualquer tipo de modulação.

Qualquer conjunto finito de formas de onda fisicamente realizáveis, representados em um espaço vetorial, pode ser expresso como sendo uma combinação linear de N formas de onda ortonormais as quais formam uma base do espaço vetorial. Para representar os sinais de modulação em um espaço vetorial deve-se determinar o conjunto de sinais que formam a base deste espaço. Uma vez determinada a base, qualquer ponto no espaço vetorial pode ser representado como uma combinação linear dos sinais base $\{\phi_j(t) \mid j = 1, 2, \dots, N\}$ de tal maneira que:

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^N s_{ij} \phi_j(t) \quad (1-6)$$

onde:

$$s_{ij} = \int_0^T s_i(t) \cdot \phi_j(t) dt \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, M \\ j = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (1-7)$$

Os sinais que formam a base são ortogonais entre si no tempo de modo que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi_i(t) \cdot \phi_j(t) dt = 0 \quad i \neq j \quad (1-8)$$

Cada vetor base de sinal é normalizado para possuir energia unitária, isto é:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_i^2(t) dt = 1 \quad (1-9)$$

A base é portanto um sistema de coordenadas para o espaço vetorial. O procedimento de Gram-Schmidt [4] fornece um caminho sistemático para a obtenção dos sinais da base dado um conjunto de sinais. Por exemplo, considere o conjunto de sinais BPSK $s_1(t)$ e $s_2(t)$ dados por:

$$s_1(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t) \quad (1-10)$$

e

$$s_2(t) = -\sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t) \quad (1-11)$$

onde E_b é a energia por bit, T_b é período de bit e $p(t)$ é dado por $p(t) = \prod((t - T_b/2)/T_b)$. A base $\phi_j(t)$ para este conjunto de sinais consiste somente de uma forma de onda $\phi_1(t)$ onde:

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos(2\pi f_c t) \quad 0 \leq t \leq T_b \quad (1-12)$$

Usando esta base de sinal, o conjunto de sinais BPSK pode ser representado por:

$$S_{BPSK} = \left\{ \sqrt{E_b} \phi_1(t), -\sqrt{E_b} \phi_1(t) \right\} \quad (1-13)$$

Este conjunto de sinais é mostrado geometricamente na figura 1-5. Tal representação é denominada diagrama de constelação, a qual fornece uma representação gráfica da envoltória complexa de cada estado de símbolo possível. O eixo x de um diagrama de constelação representa a componente em fase (i) da envoltória complexa e o eixo y representa a componente em quadratura (q) da envoltória complexa. A distância entre os sinais em um diagrama de constelação descreve quão diferente as formas de onda de modulação são e como um receptor pode diferenciar entre todas os símbolos possíveis quando um ruído aleatório está presente.

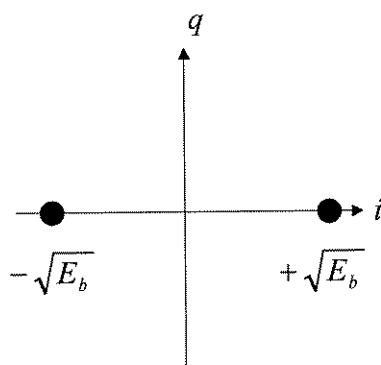


Figura 1-5: Diagrama de Constelação para Sinais BPSK

Deve-se notar que o número de sinais de base será sempre menor ou igual ao número de sinais no conjunto. O número de sinais de base necessários para representar em sua totalidade o conjunto de sinais de modulação é denominado de dimensão do espaço vetorial. Se existem tantos sinais de base quanto forem os sinais no conjunto de modulação então estes sinais são necessariamente ortogonais entre si.

Algumas das propriedades do esquema de modulação podem ser retiradas de seu diagrama de constelação. Por exemplo, se um esquema de modulação apresenta uma constelação que é densamente empacotada ele é mais eficiente com relação a um esquema de modulação que apresenta uma constelação com

empacotamento mais esparsos. É importante notar que a largura de faixa ocupada por sinal de modulação aumenta com a dimensão de sua constelação.

A probabilidade de erro de bit é proporcional à distância entre os pontos mais próximos na constelação. Isto implica que o esquema de modulação com uma constelação que é densamente empacotada é menos eficiente em energia do que um esquema de modulação que possui uma constelação mais esparsa.

Um limitante superior bem simples para a probabilidade de erro de símbolo em um canal que apresenta ruído branco gaussiano aditivo ("AWGN") com densidade espectral $N_0/2$ para uma constelação arbitrária pode ser obtido utilizando-se do limitante da união [4, pág. 80]. O limitante da união fornece uma estimativa representativa para a probabilidade de erro média para um sinal de modulação particular, $P_s(\varepsilon | s_i)$

$$P_s(\varepsilon | s_i) \leq \frac{1}{2} \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \operatorname{erfc}\left(\frac{D_E^{ij}}{2\sqrt{N_0}}\right) \quad (1-14)$$

onde D_E^{ij} é a distância Euclidiana entre o i -ésimo e o j -ésimo pontos de sinais na constelação. Para sinais M -PSK, a distância Euclidiana é dada por:

$$D_E^{i,j} = |\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j| \quad (1-15)$$

$$D_E^{i,j} = \sqrt{E_s \cdot \left[1 - \cos\frac{2 \cdot \pi}{M} \cdot (i - j)\right]}$$

Ainda, $\operatorname{erfc}(x)$ é a função *erro complementar*, definida a seguir:

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-z^2} dz \quad (1-16)$$

Se todas as M formas de onda de modulação são igualmente prováveis para serem transmitidas então a probabilidade de erro média pode ser estimada por:

$$\begin{aligned} P_S(\varepsilon) &= P_S(\varepsilon / s_i) \cdot P(s_i) = \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^M P_S(\varepsilon / s_i) \\ P_S(\varepsilon) &\leq \frac{1}{2M} \sum_{i=1}^M \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M \operatorname{erfc}\left(\frac{D_E^{ij}}{2\sqrt{N_0}}\right) \end{aligned} \quad (1-17)$$

A segunda linha da equação 1-17 define o limitante da união na probabilidade de erro de símbolo média para qualquer conjunto de M de sinais equiprováveis na presença de ruído branco gaussiano aditivo. Esta equação é a formulação mais geral do limitante da união. Um resultado mais simples pode ser obtido utilizando-se a distância *Euclidiana* mínima de uma constelação de sinais. Definindo-se d_{min} como sendo esta distância mínima, temos:

$$d_{min} = \min_{\substack{i,j \\ i \neq j}} (D_E^{ij}) \quad (1-18)$$

Uma vez que a função erro complementar $\operatorname{erfc}(x)$ é uma função monotonicamente decrescente no argumento x , podemos afirmar que:

$$\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^M \operatorname{erfc}\left(\frac{D_E^{ij}}{2\sqrt{N_0}}\right) \leq (M-1) \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{d_{min}}{2\sqrt{N_0}}\right) \quad (1-19)$$

Assim, simplificando o limitante da união da probabilidade de erro dado na equação 1-17, temos:

$$P_S(\varepsilon) \leq \frac{M-1}{2} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{d_{\min}}{2\sqrt{N_0}}\right) \quad (1-20)$$

A equação 1-20 é uma forma simplificada do limitante da união.

1.5.4 Técnicas de Modulação Linear:

As técnicas de modulação digital podem ser classificadas em linear e não linear. Nas técnicas de modulação linear, a amplitude do sinal transmitido $s(t)$ varia linearmente com o sinal de modulação digital $m(t)$. As técnicas de modulação linear são eficientes com relação à largura de faixa ocupada e desta maneira são muito atrativas para o uso em sistema de comunicação sem fio, onde há uma demanda crescente para acomodar mais e mais usuários dentro de um espectro limitado.

Em um esquema de modulação linear, o sinal transmitido $s(t)$ pode ser expresso por:

$$\begin{aligned} s(t) &= \operatorname{Re}\left(A \cdot m(t) \cdot e^{j2\pi f_c t}\right) \\ s(t) &= A \cdot \left[m_R(t) \cos(2\pi f_c t) - m_I(t) \sin(2\pi f_c t)\right] \end{aligned} \quad (1-21)$$

onde A é a amplitude, f_c é a frequência da portadora e $m(t) = m_R(t) + j \cdot m_I(t)$ é a representação da envoltória complexa do sinal modulado, a qual está em sua forma complexa geral. A equação 1-21 mostra que a amplitude da portadora varia

linearmente com o sinal modulante. Esquemas de modulação linear, em geral, não apresentam uma envoltória constante.

1.5.4.1 PSK Binário (BPSK):

Na modulação BPSK, a fase do sinal da portadora é comutada entre dois valores, dependendo de qual dos dois possíveis sinais m_1 e m_2 , correspondendo ao binário 1 e 0 respectivamente, foi transmitido. Normalmente, as duas fases são defasadas de 180° . Se a portadora senoidal tem uma amplitude A_c e apresenta energia por bit $E_b = \frac{1}{2} \cdot A_c^2 \cdot T_b$, então o sinal BPSK transmitido será:

$$S_{BPSK}(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cdot \cos(2\pi f_c t + \theta_c), \quad 0 \leq t \leq T_b \text{ (bit 1)} \quad (1-22)$$

ou

$$S_{BPSK}(t) = -\sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cdot \cos(2\pi f_c t + \theta_c), \quad 0 \leq t \leq T_b \text{ (bit 0)} \quad (1-23)$$

É muitas vezes conveniente generalizar m_1 e m_2 como um sinal de dados binário $m(t)$, que pode tomar um entre dois valores de formato de pulso possíveis. Assim, o sinal transmitido pode ser representado por:

$$S_{BPSK}(t) = m(t) \cdot \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cdot \cos(2\pi f_c t + \theta_c) \quad (1-24)$$

1.5.4.1.1 Espectro e largura de faixa de um sinal BPSK:

O sinal BPSK usando uma forma de onda em banda base polar $m(t)$ pode ser expressa na forma de envoltória complexa como:

$$S_{BPSK} = \text{Re} \left\{ g_{BPSK}(t) \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot t} \right\} \quad (1-25)$$

onde $g_{BPSK}(t)$ é uma envoltória complexa do sinal dada por:

$$g_{BPSK}(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cdot m(t) \cdot e^{j\theta_c} \quad (1-26)$$

A densidade espectral de potência (**PSD**) da envoltória complexa é dada por:

$$P_{g_{BPSK}}(f) = 2 \cdot E_b \cdot \left(\frac{\text{sen}(\pi f T_b)}{\pi f T_b} \right)^2 \quad (1-27)$$

A **PSD** para o sinal BPSK em Hz pode ser solucionada fazendo-se a translação do espectro em banda base para a frequência da portadora, usando a relação dada na equação 1-5. Assim, a **PSD** de um sinal BPSK em Hz é dada por:

$$P_{BPSK} = \frac{E_b}{2} \cdot \left[\left(\frac{\text{sen}(\pi \cdot (f - f_c) \cdot T_b)}{\pi \cdot (f - f_c) \cdot T_b} \right)^2 + \left(\frac{\text{sen}(\pi \cdot (-f - f_c) \cdot T_b)}{\pi \cdot (-f - f_c) \cdot T_b} \right)^2 \right] \quad (1-28)$$

A **PSD** de um sinal BPSK para uma forma de pulso retangular é mostrada na figura 1-6. A largura de faixa de nulo a nulo é igual a duas vezes a taxa de bit ($BW = 2 R_b = 2 / T_b$). Do gráfico, pode-se notar que 90% da energia do sinal BPSK está contida dentro de uma largura de faixa aproximadamente igual à $1,6 R_b$.

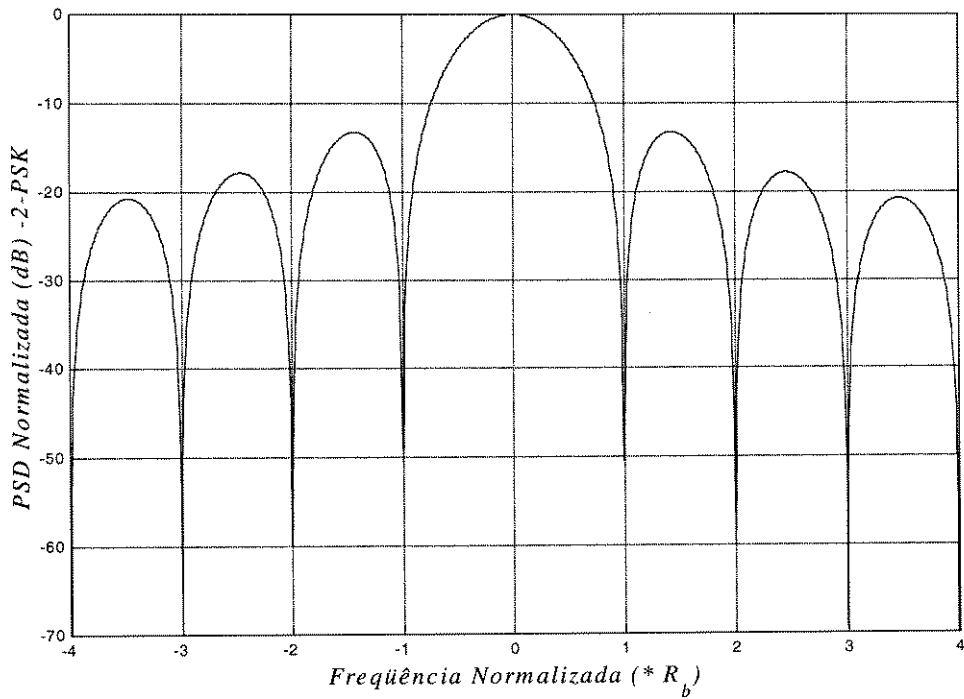


Figura 1-6: Densidade Espectral de Potência de um sinal BPSK

A probabilidade de erro de símbolo em um canal *AWGN* pode ser determinada usando-se a equação 1-20. O diagrama de constelação de um sinal BPSK foi mostrado na figura 1-5. Sendo assim, podemos determinar que, a distância entre pontos adjacentes desta constelação é de $2\sqrt{E_b}$. Substituindo este valor na equação 1-20, a probabilidade de erro de símbolo será de:

$$P_{e,BPSK} \leq \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \quad (1-29)$$

1.5.4.2 PSK Quaternário (QPSK):

A modulação QPSK possui duas vezes a eficiência em termos de largura de faixa que a BPSK. Sendo assim, dois bits são transmitidos em um único símbolo de modulação. A fase da portadora pode assumir um entre quatro valores possíveis: 0, $\pi/2$, π e $3\pi/2$, onde cada valor de fase corresponde à um único par de bits da

mensagem. O sinal QPSK, para este conjunto de estados de símbolos, pode ser definido como:

$$S_{QPSK}(t) = \sqrt{\frac{2 \cdot E_s}{T_s}} \cos \left[2\pi f_c t + (i-1) \frac{\pi}{2} \right], \quad i = 1, 2, 3, 4 \text{ e } 0 \leq t \leq T_s \quad (1-30)$$

onde T_s é a duração de símbolo que é equivalente a duas vezes o período de bit. Usando identidades trigonométricas, as equações acima podem ser reescritas em suas representações em fase (i) e quadratura (q), para o intervalo $0 \leq t \leq T_s$, como:

$$S_{QPSK}(t) = \sqrt{\frac{2 \cdot E_s}{T_s}} \cos \left[(i-1) \frac{\pi}{2} \right] \cos(2\pi f_c t) - \sqrt{\frac{2 \cdot E_s}{T_s}} \sin \left[(i-1) \frac{\pi}{2} \right] \sin(2\pi f_c t) \quad (1-31)$$

Se as funções de base $\phi_1(t)$ e $\phi_2(t)$, mostradas a seguir, forem definidas no intervalo $0 \leq t \leq T_s$, para o conjunto de sinais QPSK, então os quatro sinais do conjunto podem ser expressos em termos dos sinais de base, também mostrados a seguir.

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cdot \cos(2\pi f_c t) \quad (1-32)$$

e

$$\phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cdot \sin(2\pi f_c t) \quad (1-33)$$

Assim:

$$S_{QPSK}(t) = \left\{ \sqrt{E_s} \cos \left[(i-1) \cdot \frac{\pi}{2} \right] \cdot \phi_1(t) - \sqrt{E_s} \sin \left[(i-1) \cdot \frac{\pi}{2} \right] \cdot \phi_2(t) \right\}, \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (1-34)$$

Baseado nesta representação, um sinal QPSK pode ser representado usando um diagrama de constelação bi-dimencional com quatro pontos como é mostrada na figura 1-7.

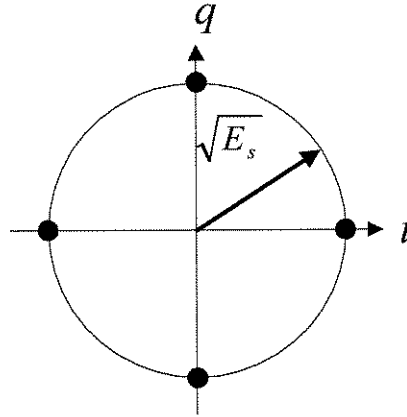


Figura 1-7: Diagrama de Constelação de um Sinal QPSK

Do diagrama de constelação do QPSK pode-se observar que a distância entre pontos adjacentes é de $\sqrt{2 \cdot E_s}$. Uma vez que cada símbolo corresponde a dois bits, então $E_s = 2 \cdot E_b$, sendo assim, a distância entre dois pontos vizinhos na constelação QPSK é igual a $2 \cdot \sqrt{E_b}$. Substituindo na equação (1-20), a probabilidade de erro média em um canal com ruído gaussiano aditivo (AWGN) é dada por:

$$P_{e,QPSK} \leq \frac{3}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \quad (1-35)$$

1.5.4.2.1 Espectro e largura de faixa de sinais QPSK:

A densidade espectral de potência de um sinal QPSK pode ser obtida de uma maneira similar àquela usada para sinais BPSK, com os períodos de bit T_b substituídos por períodos de símbolos T_s e a energia de bit E_b substituída pela energia de símbolo. Desta maneira, o espectro de potência (**PSD**) de um sinal QPSK, utilizando de pulsos retangulares, pode ser expresso como:

$$P_{QPSK} = \frac{E_s}{2} \cdot \left[\left(\frac{\text{sen}(\pi \cdot (f - f_c) \cdot T_s)}{\pi \cdot (f - f_c) \cdot T_s} \right)^2 + \left(\frac{\text{sen}(\pi \cdot (-f - f_c) \cdot T_s)}{\pi \cdot (-f - f_c) \cdot T_s} \right)^2 \right] \quad (1-36)$$

Lembrando que a energia de símbolo de um sinal QPSK equivale à 2 vezes a energia de bit de um sinal BPSK, $E_s = 2 \cdot E_b$, e que o período de símbolo de um sinal QPSK equivale à 2 vezes o período de bit de um sinal BPSK, $T_s = 2 \cdot T_b$, então a equação acima pode ser reescrita para obtermos a densidade espectral de potência de um sinal QPSK em função da energia de bit, E_b , e do período de bit, T_b .

$$P_{QPSK} = E_b \cdot \left[\left(\frac{\text{sen}(2 \cdot \pi \cdot (f - f_c) \cdot T_b)}{2 \cdot \pi \cdot (f - f_c) \cdot T_b} \right)^2 + \left(\frac{\text{sen}(2 \cdot \pi \cdot (-f - f_c) \cdot T_b)}{2 \cdot \pi \cdot (-f - f_c) \cdot T_b} \right)^2 \right] \quad (1-37)$$

Este espectro de potência é mostrado na figura 1-8. A largura de faixa de nulo a nulo em Hz é igual a taxa de bit, R_b , a qual é metade daquela de um sinal BPSK.

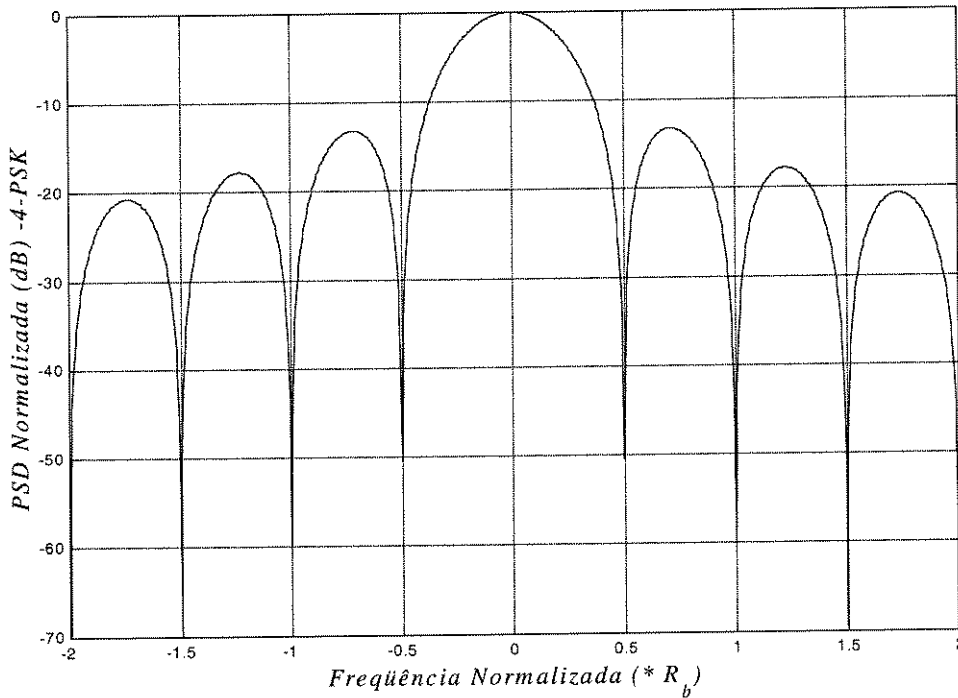


Figura 1-8: Espectro de Potência de um Sinal QPSK

1.5.4.3 PSK M-ário (M-PSK):

Em um esquema M-PSK, a fase da portadora assume um entre os M valores possíveis, $\theta_i = 2 \cdot (i-1) \cdot \frac{\pi}{M}$, onde $i = 1, 2, \dots, M$. A forma de onda modulada pode ser expressa como:

$$S_i(t) = \sqrt{\frac{2 \cdot E_s}{T_s}} \cos\left(2\pi f_c t + \frac{2\pi}{M}(i-1)\right), \quad 0 \leq t \leq T_s \quad (1-38)$$

onde $E_s = E_b \cdot \log_2(M)$ é a energia por símbolo e $T_s = T_b \cdot \log_2(M)$ é o período de símbolo. A equação acima pode ser reescrita na sua forma em fase e quadratura como:

$$S_i(t) = \sqrt{\frac{2 \cdot E_s}{T_s}} \cdot \cos\left((i-1) \cdot \frac{2\pi}{M}\right) \cdot \cos(2\pi f_c t) - \sqrt{\frac{2 \cdot E_s}{T_s}} \cdot \sin\left((i-1) \cdot \frac{2\pi}{M}\right) \cdot \sin(2\pi f_c t) \quad (1-39)$$

$$i = 1, 2, \dots, M.$$

Escolhendo-se os sinais da base ortogonal como sendo os sinais $\phi_1(t)$ e $\phi_2(t)$, mostrados a seguir e definidos no intervalo $0 \leq t \leq T_s$, o conjunto de sinais M-PSK pode ser expresso como:

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cdot \cos(2\pi f_c t)$$

e

$$\phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} \cdot \sin(2\pi f_c t)$$

$$S_{M-PSK}(t) = \left\{ \sqrt{E_s} \cos\left[(i-1) \cdot \frac{\pi}{2}\right] \cdot \phi_1(t) - \sqrt{E_s} \sin\left[(i-1) \cdot \frac{\pi}{2}\right] \cdot \phi_2(t) \right\} \quad (1-40)$$

para $i = 1, 2, \dots, M$.

Uma vez que existem somente dois sinais de base, a constelação M -PSK é bi-dimensional. Os M pontos de mensagem são igualmente espaçados em um círculo de raio $\sqrt{E_s}$, com centro na origem. O diagrama de constelação de um conjunto de sinais 8-PSK é mostrado na figura 1-9.

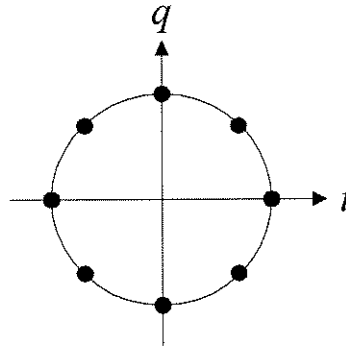


Figura 1-9: Diagrama de Constelação para Sinais 8-PSK

A equação (1-20) pode ser utilizada para calcular a probabilidade de erro de símbolo para sistema M -PSK em um canal $AWGN$. Da geometria expressa na figura 1-9, pode-se ver facilmente que a distância entre símbolos adjacentes é igual a $2 \cdot \sqrt{E_s} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)$ e $E_s = E_b \cdot \log_2 M$. Então, a probabilidade de erro de símbolo média de um sistema M -PSK é dada por:

$$P_e \leq \frac{M-1}{2} \cdot \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b \cdot \log_2 M}{N_0}} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right) \quad (1-41)$$

1.5.4.3.1 Espectro de potência de sistemas M-PSK:

A densidade espectral de potência M-PSK pode ser obtida de maneira similar àquela descritas para sinais BPSK e QPSK. A densidade espectral de potência de um sinal em M-PSK com pulsos retangulares é dada por:

$$P_{QPSK} = \frac{E_b \log_2 M}{2} \cdot \left[\left(\frac{\text{sen}(\pi \cdot (f - f_c) \cdot T_b \cdot \log_2 M)}{\pi \cdot (f - f_c) \cdot T_b \cdot \log_2 M} \right)^2 + \left(\frac{\text{sen}(\pi \cdot (-f - f_c) \cdot T_b \cdot \log_2 M)}{\pi \cdot (-f - f_c) \cdot T_b \cdot \log_2 M} \right)^2 \right] \quad (1-42)$$

A densidade espectral de potência M-PSK para $M = 8$ e $M = 16$, são mostradas na figura 1-10 e na figura 1-11 , respectivamente. Pode-se ver claramente da equação 1-42 e das figuras anteriores que o primeiro nulo da largura de faixa de sinais M-PSK diminui com o aumento de M , se R_b for mantido constante. Desta maneira, com o aumento de M , a eficiência da largura de faixa também aumenta. Ao mesmo tempo, o aumento de M implica que a constelação é mais densamente empacotada, sendo assim, a tolerância ao ruído diminui.

As eficiências em largura de faixa e potência de sistemas M-PSK usando a formatação de pulso de Nyquist ideal em canais AWGN para vários valores de M estão listados na tabela 1-1.

M	2	4	8	16	32	64
$\eta_B = R_b/B^1$	0.5	1	1.5	2	2.5	3
E_b/N_0 para BER = 10^{-6}	10.5	10.5	14	18.5	23.4	28.5

Tabela 1-1: Eficiência de Potência e Largura de Faixa de Sinais M-PSK

¹ B : Primeiro nulo na largura de faixa de sinais M-PSK;

Estes valores assumem que não existem desvanecimento (“*fading*”) e *timing jitter*, os quais tem um efeito bastante negativo na taxa de erro de bit com aumento de M .

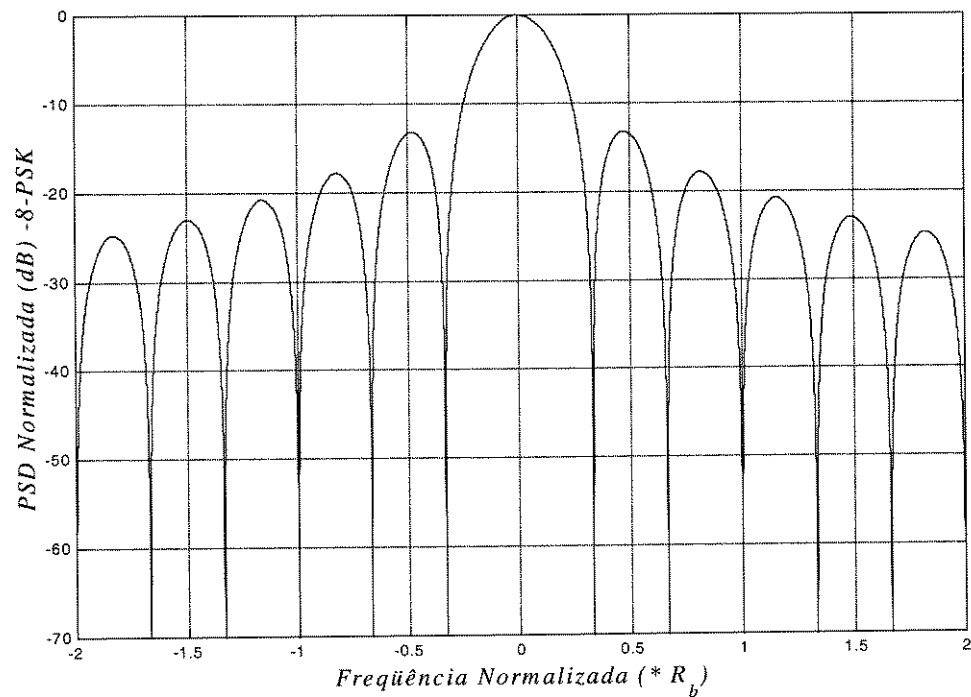


Figura 1-10: Densidade Espectral de Potência de um Sinal 8-PSK

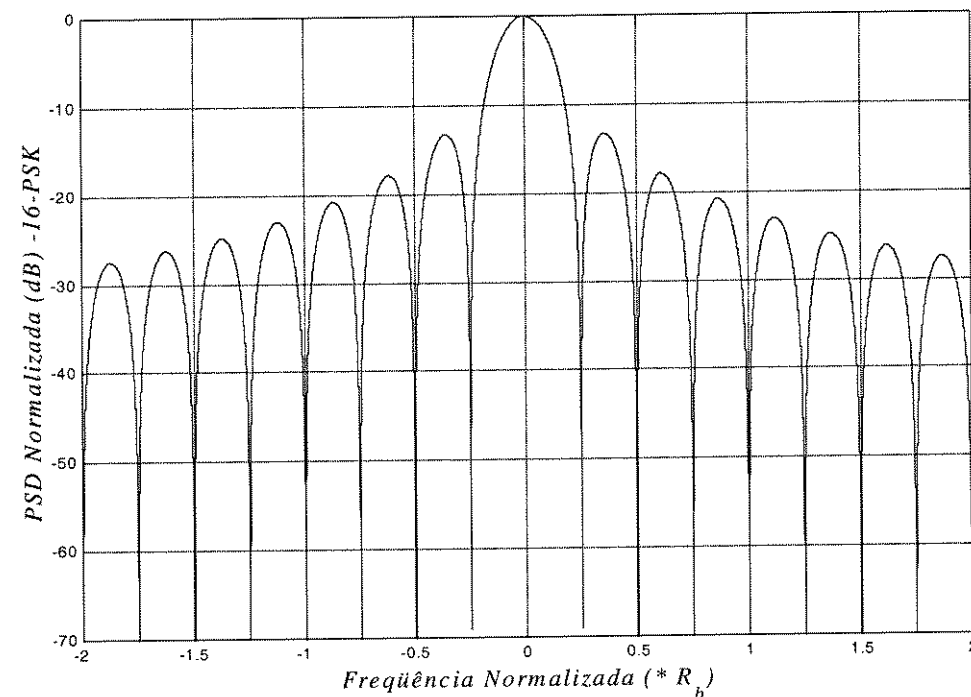


Figura 1-11: Densidade Espectral de Potência para um Sinal 16-PSK

1.6 Ganho de Codificação:

O ganho de codificação g é dado pela diferença entre o valor da razão E_b / N_0 [dB] do sistema de modulação não codificada básico e o valor da razão E_b / N_0 [dB] de um sistema de modulação codificada usado para obter a mesma taxa de erro de bit, isto é,

$$g = \left(\frac{E_b}{N_0} \Big|_{\text{não-codificado}} \right) - \left(\frac{E_b}{N_0} \Big|_{\text{codificado}} \right) \quad (1-43)$$

O ganho de codificação assintótico g_∞ entre sistemas codificado e não codificado pode ser obtido da expressão anterior como o limite quando E_b / N_0 tende ao infinito e está expresso a seguir:

$$g_\infty = g(E_b / N_0 \rightarrow \infty) = 10 \cdot \log_{10} \left\{ \frac{\log M_c}{\log M_u} \cdot R_c \cdot \frac{D_{Ec}^2}{D_{Eu}^2} \right\} \quad (1-44)$$

onde M_c e M_u são as cardinalidades dos alfabetos de modulação codificado e não codificado, respectivamente; D_{Ec} e D_{Eu} são as distâncias Euclidianas mínimas para a modulação codificada e não codificada, respectivamente; e R_c é a taxa de codificação para a modulação codificada.

2. Modulação Codificada com Códigos Convolucionais sobre Anéis de Inteiros Módulo- q

2.1 Introdução:

Este capítulo apresenta um método de codificação convolucional multinível em anéis de inteiros módulo- q (aqui q pode ser um número inteiro não primo) o qual é apropriado para esquemas de modulação q -PSK codificado. Tabelas de códigos convolucionais lineares sistemáticos multiníveis com realimentação ("*feedback*") e sem realimentação ("*feedforward*") com algumas de suas características são apresentados. Códigos convolucionais invariantes à rotação de fase por múltiplos de $2\pi/q$ também são apresentados. Finalmente, curvas de desempenho por decodificação suave para canal *AWGN* são mostradas para alguns códigos convolucionais multinível apropriados para modulações 4-PSK e 8-PSK codificadas.

2.2 Processo de Codificação:

O esquema de modulação codificada convolucional em primeiro lugar faz o mapeamento de m bits de informação no conjunto expandido de sinais de canal e, então, realiza uma codificação multinível dos símbolos de canal com o objetivo de criar uma redundância a qual pode aumentar a distância Euclidiana mínima. A figura 2-1 mostra o esquema de codificação proposto.

Os $m+1$ bits paralelos de informação ($b_1, \dots, b_{m+1}$) provenientes da fonte binária são mapeados em um dos $q = 2^{m+1}$ símbolos de canal a_i pertencentes ao conjunto expandido de sinais de modulação Z_q . O conjunto $Z_q = \{0, 1, 2, \dots, q-1\}$ é definido como sendo um anel de inteiros módulo- q . A entrada do codificador multinível é uma seqüência de informação $a = (a_1, a_2, \dots, a_k)$ com elementos pertencentes ao anel Z_q . O codificador multinível, então, envia ao canal a

seqüência de elementos codificada $x = (x_1, x_2, \dots, x_{k+1})$ os quais pertencem ao mesmo anel Z_q .

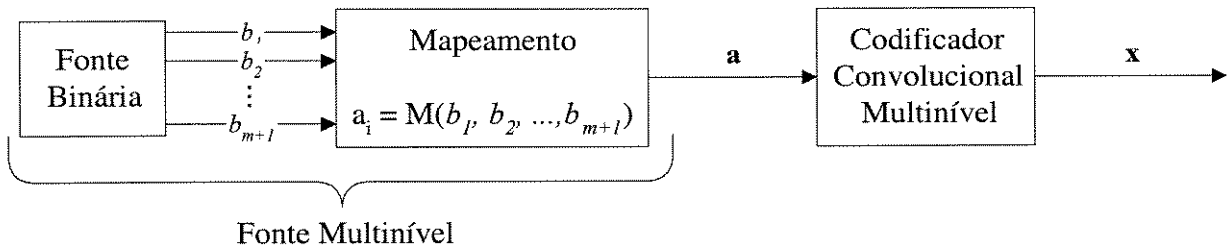


Figura 2-1: Estrutura do Codificador

As constelações de modulação mais adequadas para codificação multinível de seqüências com elementos pertencentes a um anel de inteiros módulo- q são aquelas que tem seus símbolos de modulação distribuídos sobre uma circunferência, isto é, as modulações denominadas q -PSK.

2.3 Códigos Convolucionais Multiníveis:

Os códigos convolucionais multiníveis com taxa $k/(k+1)$ podem ser representados por uma matriz geradora $G(D)$, onde D é um elemento de atraso (memória) e os elementos da matriz são polinômios com coeficientes pertencentes ao anel de inteiros módulo- q . Assume-se que os códigos sejam sistemáticos com o objetivo de se evitar códigos catastróficos. Desta maneira, $G(D)$ pode ser expressa por:

$$G(D) = \begin{bmatrix} I_K & \begin{matrix} g^{(1)}(D)/f(D) \\ g^{(2)}(D)/f(D) \\ \vdots \\ g^{(k)}(D)/f(D) \end{matrix} \end{bmatrix} \tag{2-1}$$

onde I_k é uma matriz identidade de dimensão k (k linhas por k colunas) e $g^{(i)}(D) = g_s^{(i)} + \dots + g_2^{(i)} + g_1^{(i)} + g_0^{(i)}$ e $f(D) = f_s D^s + \dots + f_2 D^2 + f_1 D^1 + 1$ são os polinômios responsáveis pelas conexões direta e reversa, respectivamente, como é mostrado na figura 2-2.

O aumento no desempenho nos esquemas de modulação codificada sobre a modulação não codificada de referência é calculado através da expressão do ganho de codificação assintótico reescrita a seguir:

$$g_{\infty} = 10 \cdot \log_{10} \left[\frac{\log M_c}{\log M_u} \cdot R_c \cdot \frac{D_{free}^2}{D_{Eu}^2} \right] \text{ [dB]} \tag{2-2}$$

onde M_c e M_u são os números de elementos de sinal dos esquemas codificados e não codificados respectivamente R_c é a taxa de codificação e D_{free}^2 e D_{Eu}^2 são as distâncias quadráticas mínimas dos esquemas codificado e não codificado respectivamente.

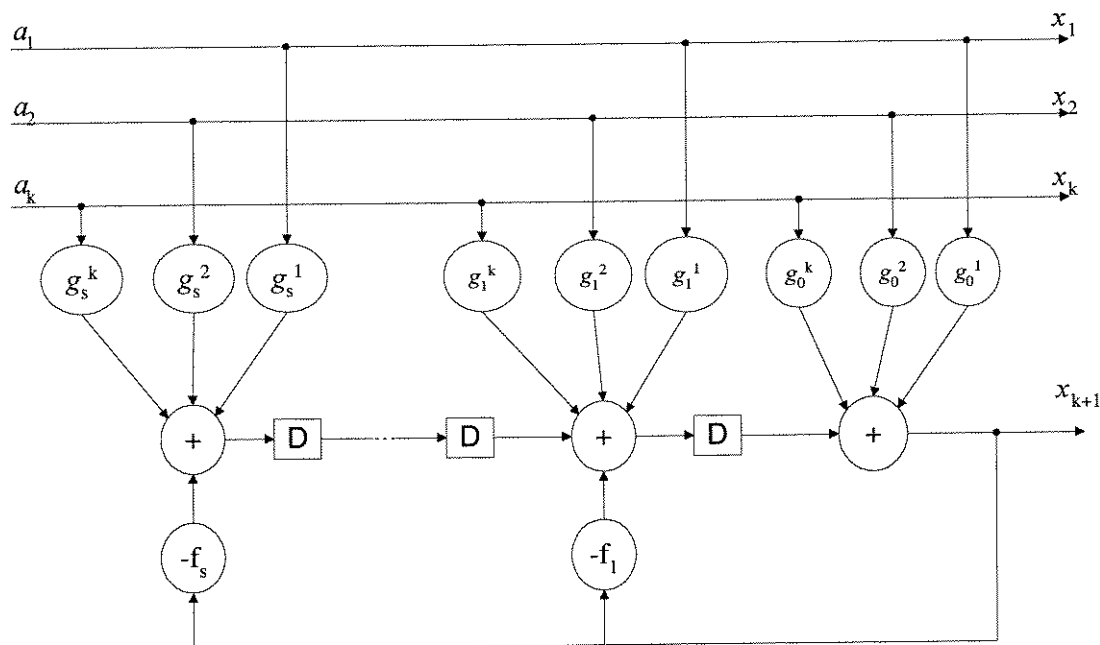


Figura 2-2: Estrutura Geral de um Codificador Convolucional

O número N_{free} é o número total de caminhos na treliça do código que divergem de D_{free} de um dado estado e convergem a este mesmo estado após um número finito de transições. O número N_{free} é um parâmetro importante na avaliação da probabilidade do evento erro.

Exemplo 1:

A matriz $G(D) = [1 \ (D+2)/ \ (2D+1)]$ define um código convolucional linear sistemático com realimentação ("*feedback*") com taxa 1/2 definido sobre um anel de inteiros módulo-4. Este código é adequado para um esquema de modulação 4-PSK codificada e fornece um ganho de codificação assintótico de 3,01 dB sobre uma modulação 2-PSK não codificada.

A estrutura do codificador convolucional é apresentada na figura 2-3, mostrada a seguir. O diagrama de treliça é mostrado na figura 2-4.

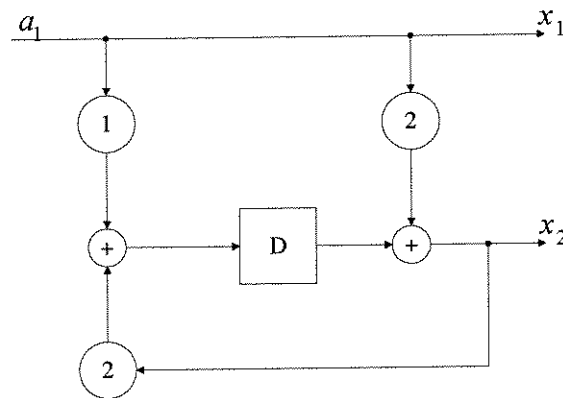


Figura 2-3: Estrutura do Codificador Convolucional para o Código 1 2 / 2 1

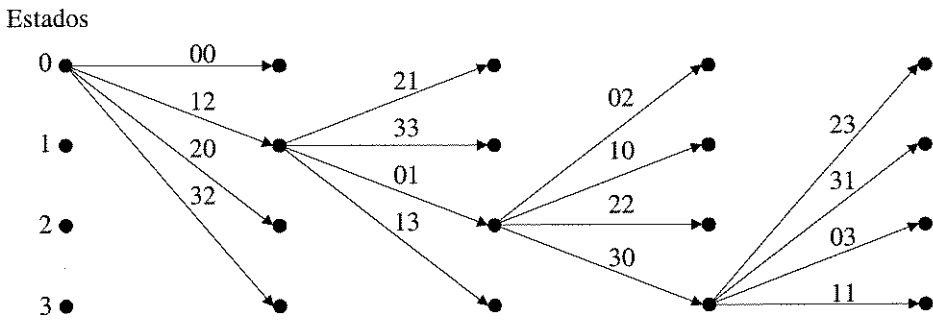


Figura 2-4: Diagrama de Treliza para o Código 1 2 / 2 1

Uma análise do diagrama de treliça mostra que este código convolucional multinível particular tem como palavra código a palavra código toda um (ver a transição entre o estado 3 e ele mesmo). Esta propriedade garante que o código convolucional seja invariante à rotações de fase de múltiplos de $\pi/2$. A invariância a rotações de fase destes códigos convolucionais multiníveis será abordada mais tarde neste capítulo.

Este capítulo apresenta códigos convolucionais sistemáticos multiníveis lineares com realimentação ("*feedback*") e sem realimentação ("*feedforward*"). Os códigos convolucionais sem realimentação são obtidos através da eliminação das conexões de realimentação presentes no codificador mostrado na figura 2-2, isto é, o polinômio $f(D)$ é omitido na equação 2-1 da matriz geradora $G(D)$.

As tabelas 2-1, 2-2 e 2-3 mostram alguns códigos convolucionais lineares sistemáticos multiníveis sem realimentação adequados para modulações 4-PSK, 8-PSK e 16-PSK codificada, respectivamente.

Estados	Polinômio Gerador	N_{free}	D_{free}^2	g_{∞} [dB] sobre 2-PSK
2	2 1	5	8	3.01
4	2 1 1	4	10	3.98
8	2 2 3 1	2	10	3.98
16	2 0 2 1 1	1	12	4.77
32	2 0 2 1 1 3	16	16	6.02
64	2 0 0 1 1 2 1	5	16	6.02
128	2 0 0 0 1 2 1 1	3	16	6.02
256	2 2 0 1 1 2 1 1	2	18	6.53
1024	2 2 1 0 1 1 1 2	6	20	6.99

Tabela 2-1: Códigos Convolucionais Multiníveis sem Realimentação Definidos sobre Anéis de Inteiros Módulo-4 (4-PSK)

Estados	Polinômio Gerador	N_{free}	D^2_{free}	g_{∞} [dB] sobre 4-PSK
2	(0,4) (3,2)	4	2.93	0.17
4	(0,4) (0,6) (3,6)	7	4.00	3.01
8	(0,4) (0,6) (0,7) (3,6)	6	4.00	3.01
16	(0,4) (0,0) (2,1) (3,7)	14	4.93	3.92
32	(4,0) (6,2) (1,5) (3,6)	14	5.76	4.59
64	(4,6) (0,5) (1,4) (6,4)	10	6.34	5.01
128	(4,0) (0,6) (4,6) (1,7) (6,3)	14	6.93	5.40
256	(4,0) (0,6) (0,5) (3,4) (6,4)	26	7.17	5.55

Tabela 2-2: Códigos Convolucionais Multiníveis sem Realimentação Definidos sobre Anéis de Inteiros Módulo-8 (8-PSK)

Estados	Polinômio Gerador	N_{free}	D^2_{free}	g_{∞} [dB] sobre 8-PSK
2	(8,8,0) (7,14,13)	4	0.89	1.81
4	(8,8,8) (8,8,0) (12,7,6)	8	1.04	2.49
8	(4,14,10) (14,10,4)	6	1.32	3.54
16	(0,8,0) (12,4,2) (10,11,13)	4	1.48	4.01
32	(8,8,0) (8,0,8) (8,10,10) (14,11,12)	4	1.63	4.44
64	(6,0,4) (14,12,2) (5,9,3)	10	1.78	4.83

Tabela 2-3: Códigos Convolucionais Multiníveis sem Realimentação Definidos sobre Anéis de Inteiros Módulo-16 (16-PSK)

As tabelas 2-4, 2-5, e 2-6 mostram alguns códigos convolucionais sistemáticos lineares com realimentação adequados para modulações 4-PSK, 8-PSK e 16-PSK, respectivamente.

Note que a segunda coluna das tabelas fornecem os coeficientes dos polinômios geradores $g^{(i)}(D)$ entre parênteses e o polinômio de realimentação, $f(D)$, é fornecido após a barra. Por exemplo, um código convolucional com realimentação, que possui 16 estados, definido sobre um anel de inteiros módulo 16 ($\mathbb{Z}_{16}$), é definido pela matriz geradora:

$$G(D)=\left[\begin{array}{ccc|c}1 & 0 & 0 & 8D^2+12D+8/8D^2+14D+1 \\0 & 1 & 0 & 8D^2+12D+3/8D^2+14D+1 \\0 & 0 & 1 & 8D^2+0D+14/8D^2+14D+1\end{array}\right]$$

(2-3)

e está indicado na tabela 2-6 como (8,8,8) (0,12,12) (14,3,8) / 8 14 1.

Estados	Polinômio Gerador / Constantes de Realimentação		N_{free}	D_{free}^2	g_{∞} [dB] sobre 2-PSK
2	2 1 0 1 /	2 3 2 1	5	8	3.01
4	2 2 1 /	2 2 3 1	4	10	3.98
8	1 1 1 1 /	2 3 2 1	5	12	4.77
16	1 2 /	2 1 1 1	14	16	6.02
32	1 1 2 /	2 1 1 1	3	16	6.02
64	1 1 0 1 /	2 3 2 1	6	18	6.53
128	2 3 3 0 1 /	3 2 2 1	3	20	6.99
256	3 2 3 1 2 /	2 1 1 0 1	18	24	7.78
1024	3 1 2 1 3 3 /	2 1 2 0 3 1	38	28	8.45

Tabela 2-4: Códigos Convolucionais Multiníveis com Realimentação Definidos sobre Anéis de Inteiros Módulo-4 (4-PSK)

Estados	Polinômio Gerador / Constantes de Realimentação		N_{free}	D_{free}^2	g_{∞} [dB] sobre 4-PSK
4	(2,2) (2,3) /	6 1	7	4.00	3.01
8	(1,3) (3,6) /	6 1	2	4.59	3.60
16	(7,2) (2,3) /	4 3 1	4	5.17	4.13
32	(3,1) (1,4) (6,5) /	2 1 1	2	6.00	4.77
64	(6,3) (7,2) (6,4)	4 0 1	10	6.34	5.01
128	(5,7) (3,1) (6,4)	4 2 4 1	10	7.17	5.55
256	(4,0) (5,5) (5,6) (4,6) /	6 3 1 1	14	7.51	5.75
512	(2,1) (7,2) (7,5) (2,3) /	4 5 6 1	10	8.10	6.07

Tabela 2-5: Códigos Convolucionais Multiníveis com Realimentação Definidos sobre Anéis de Inteiros Módulo-8 (8-PSK)

Estados	Polinômio Gerador / Constantes de Realimentação		N_{free}	D_{free}^2	g_{∞} [dB] sobre 8-PSK
2	(8,0,8) (6,13,11) /	8 1	4	0.89	1.82
4	(0,8,0) (5,11,2) /	4 1	12	1.04	2.50
8	(0,0,8) (0,12,4) (2,8,12) /	12 1	2	1.32	3.54
16	(8,8,8) (0,12,12) (14,3,8) /	8 14 1	8	1.48	4.01
32	(8,0,8) (0,11,9) (6,3,2) /	14 1	6	1.65	4.50
64	(0,12,14) (6,8,4) (13,9,11) /	6 0 1	4	1.78	4.83
128	(8,4,14) (15,10,15) (6,9,12) /	14 6 1	14	1.80	4.88
256	(2,8,15) (10,14,2) (14,7,3) /	4 8 1	14	2.08	5.50

Tabela 2-6: Códigos Convolucionais Multiníveis com Realimentação Definidos sobre Anéis de Inteiros Módulo-16 (16-PSK)

Embora os códigos convolucionais sistemáticos multiníveis apresentados nesta seção não sejam transparentes à rotação de fase múltiplas de $2\pi/q$, eles podem ser utilizados em sistemas nos quais a rotação de fase não esteja presente. Deve-se notar que, para um mesmo número de estados, os códigos convolucionais multiníveis com realimentação apresentam desempenho igual ou melhor, em termos do ganho de codificação assintótico, do que os códigos convolucionais multiníveis sem realimentação equivalentes. É importante enfatizar que, em geral, para um mesmo número de estados, códigos convolucionais multiníveis com realimentação podem apresentar um número menor de dispositivos de memória nos codificadores do que os códigos convolucionais multiníveis sem realimentação equivalentes.

2.4 Códigos Convolucionais Invariantes à Rotação de Fase Múltiplas de $2\pi/q$ para Modulação q-PSK:

Um código convolucional multinível possui invariância à rotações de fase de $2\pi/q$ se, e somente se, a palavra código toda "1" pertencer a este código para um dado estado inicial do codificador. Se um código possui a palavra código toda um então este código possui um codificador transparente. Nesta seção apresentaremos alguns códigos convolucionais multiníveis definidos sobre Z_4 , Z_8 e Z_{16} os quais são invariantes à rotação de fase múltiplas de $\pi/2$, $\pi/4$ e $\pi/8$ respectivamente.

As tabelas 2-7, 2-8 e 2-9 apresentam alguns códigos convolucionais sistemáticos multiníveis lineares e transparentes sem realimentação adequados para modulações 4-PSK, 8-PSK e 16-PSK, respectivamente.

Estados	Polinômio Gerador	N_{free}	D_{free}^2	g_{∞} [dB] sobre 2-PSK
2	2 3	5	8	3.01
4	2 2 1	1	8	3.01
8	2 2 0 1	1	8	3.01
16	2 2 1 1 3	2	12	4.77
32	3 1 1 2 0 2	16	16	6.02
64	2 0 1 1 2 3	7	16	6.02
128	2 0 0 0 1 1 2 3	3	16	6.02
256	2 2 2 1 0 1 2 3	2	16	6.02
1024	2 0 1 1 1 1 2 1	12	20	6.99

Tabela 2-7: Códigos Convolucionais Multiníveis Transparentes sem Realimentação Definidos sobre Anéis de Inteiros Módulo-4 (4-PSK)

Estados	Polinômio Gerador	N_{free}	D_{free}^2	g_{∞} [dB] sobre 4-PSK
2	(0,4) (3,2)	4	2.93	0.17
4	(0,4) (0,2) (5,6)	7	4.00	3.01
8	(0,4) (0,0) (0,6) (5,2)	7	4.00	3.01
16	(0,4) (0,4) (2,7) (5,3)	4	4.93	3.92
32	(4,0) (2,6) (1,5) (5,2)	14	5.76	4.59
128	(4,0) (0,6) (4,2) (7,7) (6,5)	14	6.93	5.40
256	(4,0) (0,2) (5,7) (0,6) (6,3)	6	7.17	5.55

Tabela 2-8: Códigos Convolucionais Multiníveis Transparentes sem Realimentação Definidos sobre Anéis de Inteiros Módulo-8 (8-PSK)

Estados	Polinômio Gerador	N_{free}	D_{free}^2	g_{∞} [dB] sobre 8-PSK
2	(8,8,8) (4,7,14)	4	0.89	1.81
4	(8,8,8) (8,8,0) (12,7,6)	8	1.04	2.49
8	(12,8,10) (12,14,9)	6	1.32	3.54
16	(0,8,0) (2,2,4) (9,11,13)	4	1.48	4.01
32	(8,8,0) (8,0,8) (8,10,10) (14,11,12)	4	1.63	4.44
64	(6,0,14) (14,12,2) (5,9,3)	10	1.78	4.83

Tabela 2-9: Códigos Convolucionais Multiníveis Transparentes sem Realimentação Definidos sobre Anéis de Inteiros Módulo-16 (16-PSK)

As tabelas 2-10, 2-11 e 2-12 apresentam alguns códigos convolucionais sistemáticos multiníveis lineares e transparentes com realimentação adequados para modulações 4-PSK, 8-PSK e 16-PSK, respectivamente.

Estados	Polinômio Gerador / Constantes de Realimentação		N_{free}	D^2_{free}	g_{∞} [dB] sobre 2-PSK
2	3 3 3 /	2 3 3 1	5	8	3.01
4	1 2 /	2 1	1	8	3.01
8	1 2 /	2 0 1	1	8	3.01
16	3 1 1 /	2 2 1	2	12	4.77
32	1 3 3 /	2 2 2 1	16	16	6.02
64	3 1 3 2 /	2 0 2 1	2	16	6.02
128	1 3 2 3 /	2 0 2 0 1	1	16	6.02
1024	3 0 3 1 3 3 /	2 2 2 0 2 1	21	24	7.78

Tabela 2-10: Códigos Convolucionais Multiníveis Transparentes com Realimentação Definidos sobre Anéis de Inteiros Módulo-4 (4-PSK)

Estados	Polinômio Gerador / Constantes de Realimentação		N_{free}	D^2_{free}	g_{∞} [dB] sobre 4-PSK
4	(2,2) (5,2) /	2 1	7	4.00	3.01
8	(3,1) (2,5) /	2 1	2	4.59	3.60
16	(4,0) (7,3) (3,6) /	6 1	4	5.17	4.13
32	(3,1) (1,4) (6,5) /	2 1 1	2	6.00	4.77
64	(3,7) (6,2) (5,6) /	6 6 1	2	6.34	5.01
128	(5,6) (0,3) (5,4) /	4 6 4 1	8	6.93	5.40
256	(4,0) (3,3) (4,3) (4,6) /	6 2 2 1	6	7.51	5.75
512	(1,4) (6,1) (7,3) (5,2) /	2 0 2 1	2	8.00	6.02

Tabela 2-11: Códigos Convolucionais Multiníveis Transparentes com Realimentação Definidos sobre Anéis de Inteiros Módulo-8 (8-PSK)

Estados	Polinômio Gerador / Constantes de Realimentação		N_{free}	D^2_{free}	g_{∞} [dB] sobre 8-PSK
2	(8,8,0) (9,5,3) /	8 1	8	0.89	1.82
4	(8,8,8) (13,6,5) /	4 1	14	1.04	2.50
8	(8,8,12) (7,14,13) /	2 1	2	1.32	3.54
16	(8,8,0) (12,8,10) (14,3,8) /	8 2 1	4	1.48	4.01
32	(8,0,8) (0,11,9) (6,3,2) /	14 1	6	1.65	4.50
64	(0,12,14) (6,8,4) (13,9,11) /	6 0 1	4	1.78	4.83
128	(10,6,4) (13,2,0) (11,6,8) /	14 10 1	4	1.80	4.88
256	(2,8,15) (10,14,2) (14,7,3) /	4 8 1	14	2.08	5.50

Tabela 2-12: Códigos Convolucionais Multiníveis Transparentes com Realimentação Definidos sobre Anéis de Inteiros Módulo-16 (16-PSK)

Pode-se esperar que códigos invariantes à rotação de fase múltiplas de $2\pi/q$ deverão apresentar um desempenho ligeiramente pior do que os códigos não invariantes à rotação de fase equivalentes.

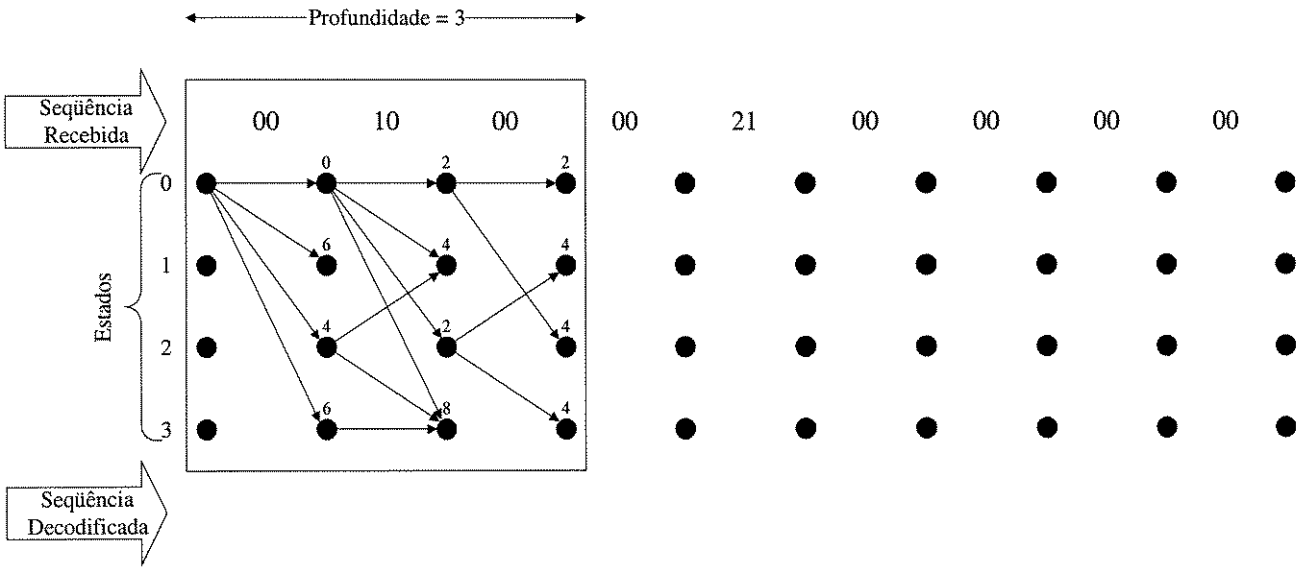
2.5 Processo de Decodificação:

Assim como para códigos convolucionais binários, o algoritmo de Viterbi é um dos processos de decodificação mais adequado para códigos convolucionais definidos sobre um anel de inteiros módulo- q . Este algoritmo produz uma estimativa de máxima verossimilhança da seqüência de informação transmitida. Para podermos entender com melhor clareza como o algoritmo de Viterbi trabalha com códigos convolucionais multiníveis vamos ilustrar o processo de decodificação com um exemplo:

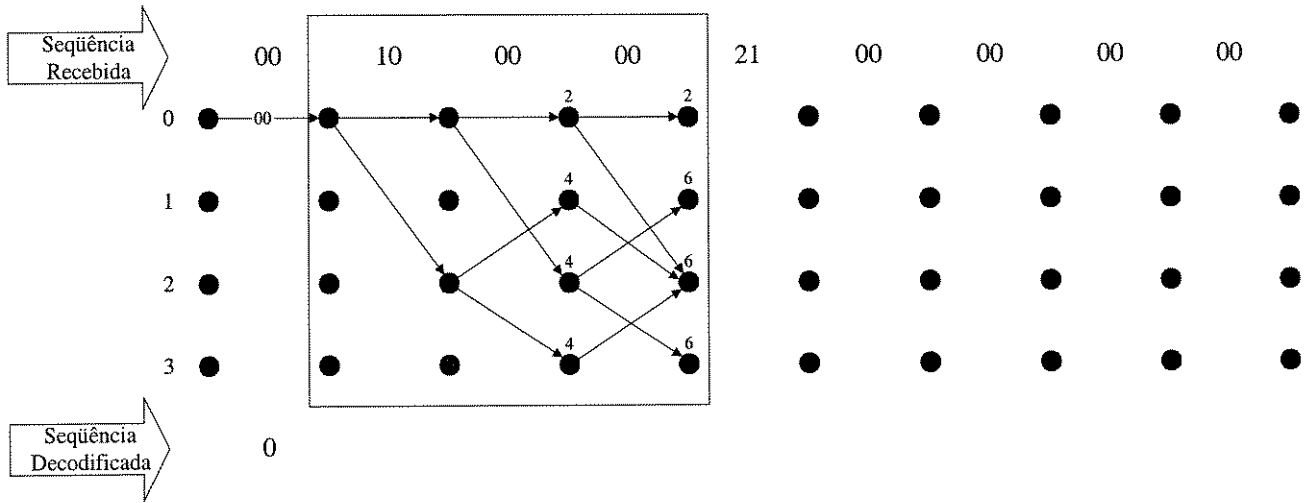
Exemplo 2:

Suponha que o codificador, mostrado na figura 2-3, envie ao canal a seqüência codificada toda zero, a qual é corrompida por ruído resultando na seqüência 00 10 00 00 21 00 00 00 00 na entrada do decodificador. A treliça para o código convolucional 1 2/ 2 1 está mostrado na figura 2-5. A profundidade do decodificador está ajustada para 3 e está representada pela janela deslizante ("*sliding window*"). O número sobre os estados representa as distâncias quadráticas Euclidianas acumuladas mínimas para o caminho (ou os caminhos) que chegam a estes estados. Para simplificar, somente os caminhos sobreviventes estão mostrados com a respectiva distância Euclidiana acumulada para cada passo de decodificação na treliça. As palavras código para cada transição na treliça podem ser retiradas da treliça mostrada na figura 2-4. Como pode ser visto na figura 2-5a, o estado inicial é ajustado para 0 e, por causa da profundidade do decodificador, somente após o terceiro passo na treliça é que o primeiro símbolo será decodificado.

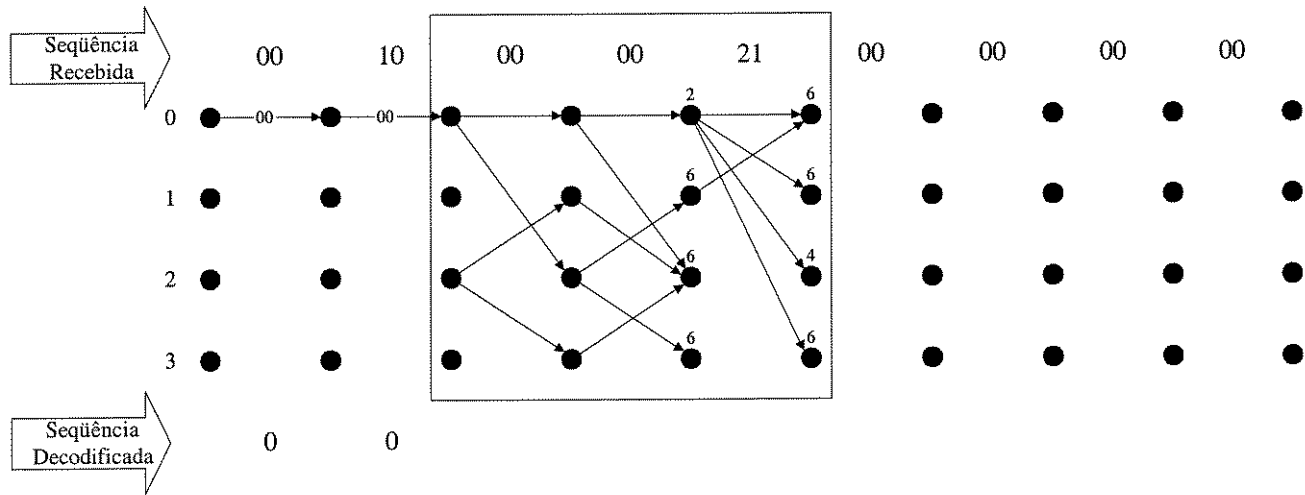
O decodificador escolhe o caminho com a menor distância Euclidiana acumulada, isto é, o caminho que possui a distância Euclidiana acumulada igual a 2 na figura 2-5a e traça o caminho reverso até que ele ache a primeira transição, isto é, a transição 00. O codificador então decodifica somente esta primeira transição da treliça produzindo o símbolo 0. Então o codificador avança um passo na treliça, apaga todas as transições relacionadas com o primeiro passo e repete o procedimento descrito acima para decodificar a segunda transição, que também resulta no símbolo 0. Este processo repete-se quantas vezes forem necessárias para decodificar todos os símbolos de informação. Assim como no caso binário, o algoritmo de Viterbi necessita de uma seqüência cujo final seja toda zero para a decodificação dos últimos símbolos de informação. O número de palavras códigos toda zero no final da seqüência é diretamente proporcional à profundidade do decodificador. Podemos notar que, na figura 2-5d, o estados 0 e 1 possuem a mesma distância Euclidiana acumulada igual a 6. Por causa disso o decodificador deve escolher entre dois caminhos diferentes. A escolha neste caso é feita de maneira aleatória com probabilidade iguais para cada caminho. A figura 2-5e mostra as duas transições possíveis, 00 e 01, a qual somente uma deva ser selecionada de forma aleatória para ser decodificada como 0 ou 1, respectivamente. A figura 2-5f mostra uma transição (21) decodificada incorretamente na treliça que resulta no símbolo de informação 2. Finalmente, na figura 2-5g, podemos observar a transição (00) decodificada corretamente na treliça a qual resulta no símbolo de informação 0. Podemos observar que a descontinuidade nas transições do decodificador está relacionada à pequena profundidade do decodificador.



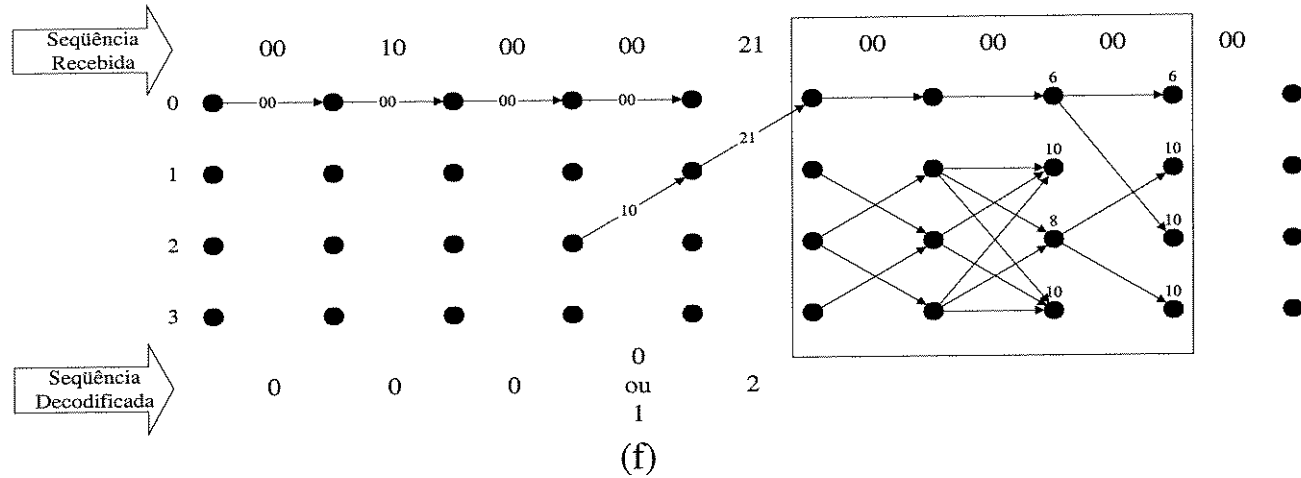
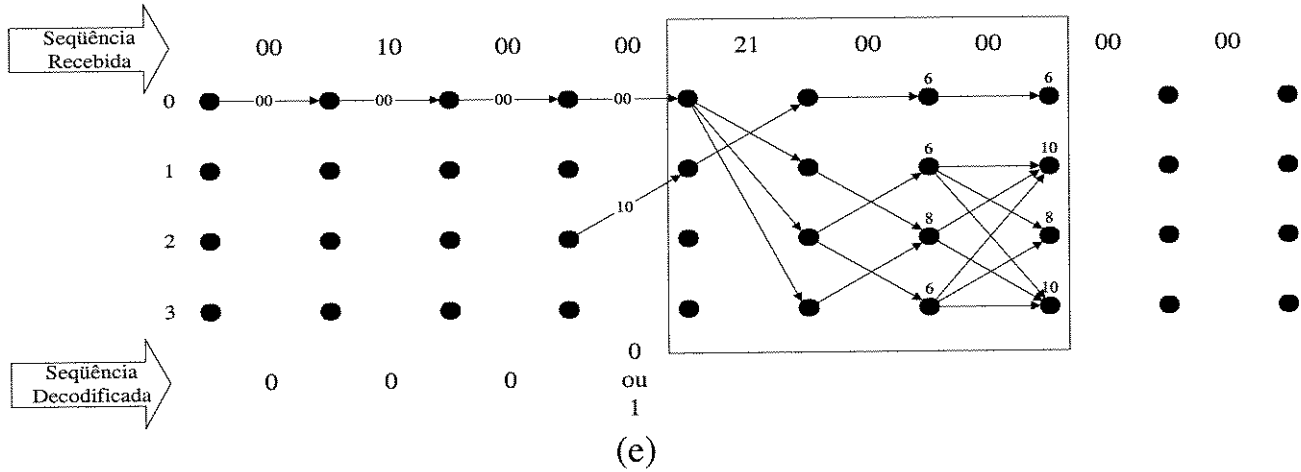
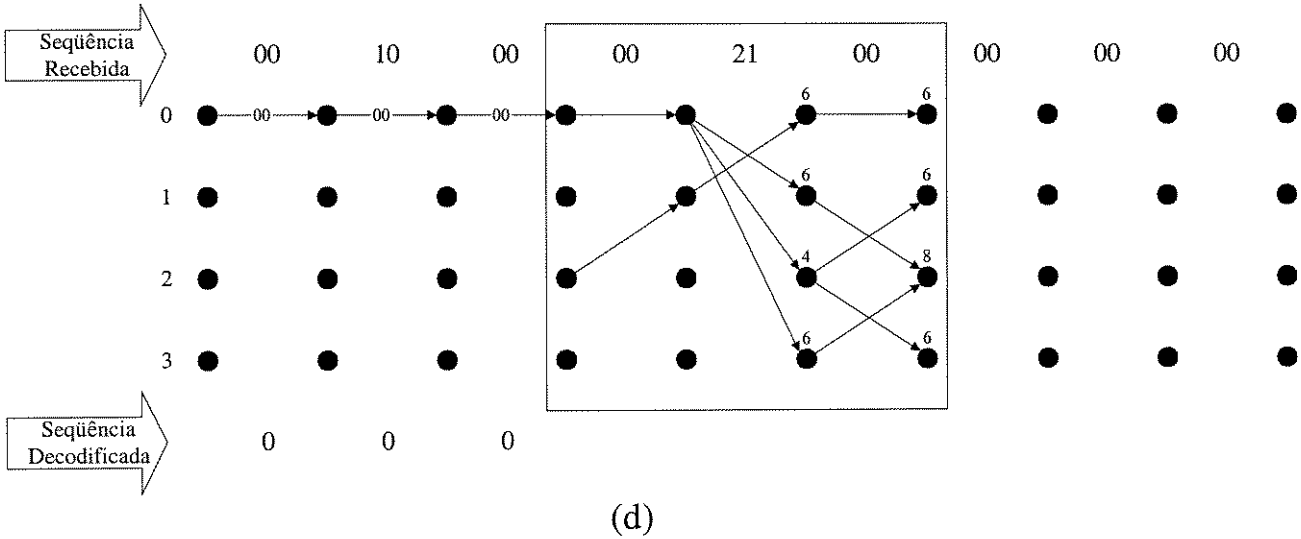
(a)



(b)



(c)



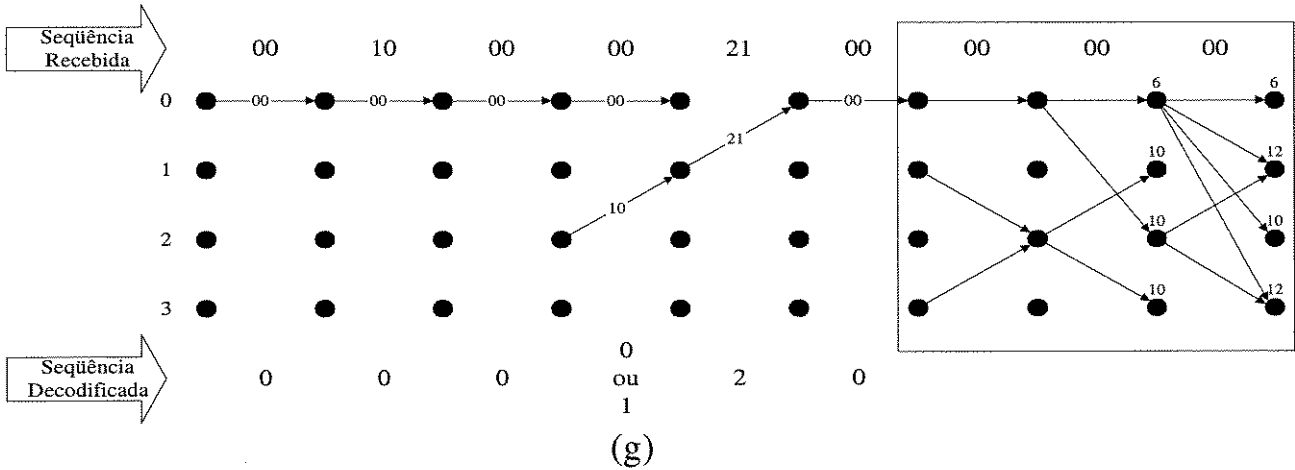


Figura 2-5: Exemplo de Decodificação de Códigos Convolucionais Multiníveis

Usando o Algoritmo de Viterbi

Como definido previamente, k é o número de símbolos de informação que entram no codificador multinível em cada intervalo de tempo e q é o número de elementos que pertencem a um anel de inteiros módulo- q . É fácil de se verificar que se o número de estados de um código multinível particular é menor do que q^k então a treliça deste código apresentará transições paralelas. Por exemplo, um sistema de modulação 8-PSK codificada com um código convolucional multinível de taxa 2/3 definido sobre um anel de inteiros módulo- q tem transições paralelas se o número de estados for menor do que $8^2 = 64$.

É interessante traçar curvas de desempenho para alguns dos códigos convolucionais multiníveis mostrados nas tabelas da seção anterior. Assume-se que a modulação q -PSK seja coerente, que o ruído presente no canal seja um ruído branco gaussiano aditivo ("AWGN") e que a quantização utilizada no demodulador / decodificador seja infinita para um método de decodificação por decisão suave.

A figura 2-6 apresenta o desempenho por decisão suave, em termos da taxa de erro de bit ("BER") versus a relação energia de símbolo de sinal por densidade

espectral de ruído ("SNR"), para a modulação 4-PSK codificada utilizando os códigos convolucionais multiníveis com realimentação 1 2/ 2 1 e 3 1 1/ 2 2 1. Estes códigos possuem ganhos de codificação assintóticos de 3,01dB e 4,77 dB sobre a modulação 2-PSK não codificada, respectivamente. O ganho de codificação assintótico para o primeiro código é quase completamente obtido para uma BER = 10⁻⁵ enquanto, para uma mesma BER, o segundo código obtém ~ 4,0 dB. Ambos os códigos possuem profundidade de decodificação ajustada para 6.

A figura 2-7 mostra o desempenho para modulação 8-PSK codificada utilizando o código convolucional multinível (3,1) (2,5)/ 2 1 com profundidade do decodificador igual à 6. Este código possui um ganho de codificação assintótico de 3,6 dB e, para uma BER = 10⁻⁴, ele alcança um ganho de codificação de 2,4 dB sobre a modulação 4-PSK não codificada. Ganhos de codificação ainda maiores podem ser obtidos utilizando um valor maior de profundidade do decodificador.

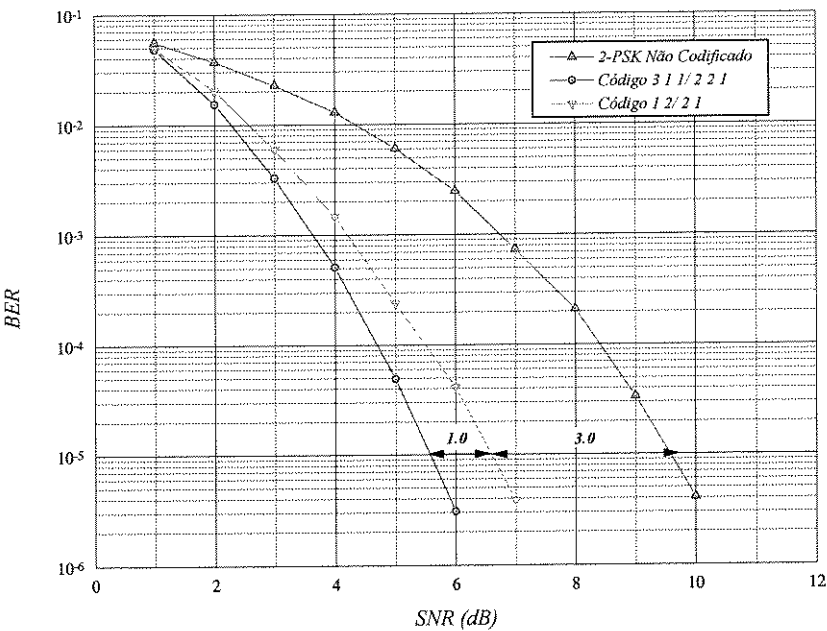


Figura 2-6: Desempenho dos Códigos 1 2/ 2 1 e 3 1 1/ 2 2 1 para 4-PSK Codificado

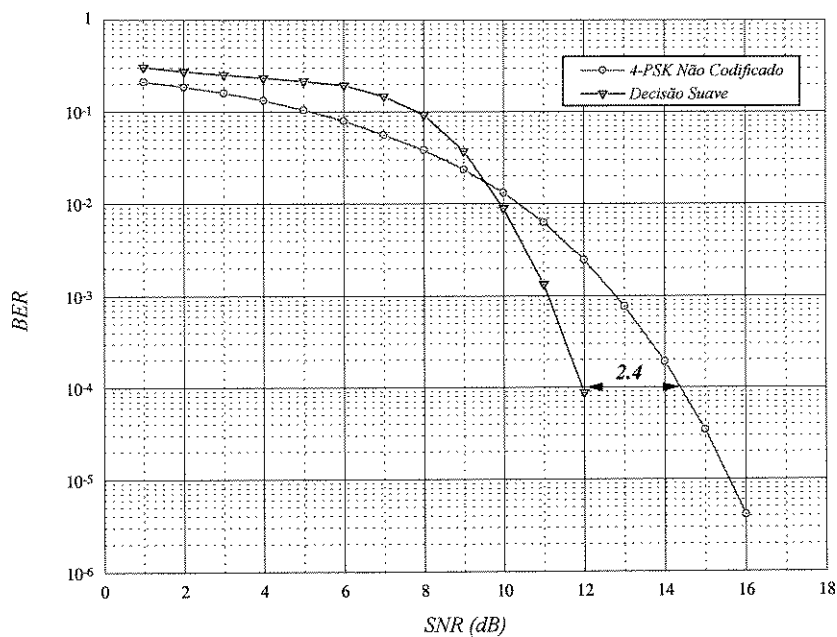


Figura 2-7: Desempenho dos Códigos (3,1) (2,5)/ 2 1 Utilizando Decisão Suave para Modulação 8-PSK Codificada

2.6 Conclusão:

Neste capítulo foi apresentado a teoria básica de um esquema de modulação codificada utilizando códigos convolucionais multiníveis definidos sobre anel de inteiros módulo- q . Gráficos de desempenho de alguns códigos também foram mostrados para decodificação. Os parâmetros de alguns códigos também foram apresentados, para modulações 4-PSK, 8-PSK e 16-PSK codificada. Os códigos convolucionais multiníveis definidos sobre um anel de inteiros módulo- q são esquemas alternativos de codificação que alcançam bons ganhos de codificação para modulação codificada.

3. Caracterização dos Canais com Desvanecimento por Multipercurso:

Neste capítulo descreveremos as principais características dos canais que apresentam desvanecimento por multipercurso. Inicialmente introduziremos uma caracterização estatística do canal, seguindo a mesma linha de raciocínio desenvolvida em [6]. Após esta caracterização mostraremos as principais categorias de desvanecimento, suas propriedades estatísticas e suas distribuições. Em seguida apresentaremos algumas características importantes na escolha de modelo do canal.

3.1 Caracterização do Canal:

Se transmitirmos um pulso extremamente curto, idealmente um impulso, através de um canal não ruidoso com multipercurso variante no tempo, o sinal recebido deve assemelhar-se com um trem de pulsos como mostrado na figura 3-1. Então, uma característica de um meio que apresenta multipercurso é o espalhamento no tempo introduzido no sinal transmitido através do canal.

A segunda característica deve-se as variações temporais na estrutura do meio. Como resultado destas variações temporais, a natureza do multipercurso varia com o tempo, isto é, se repetíssemos uma experiência que consiste em transmitir um pulso neste meio várias e várias vezes, e observássemos o sinal recebido, veríamos que os vários trens de pulsos recebidos poderiam apresentar variações entre si, entre as quais poderíamos citar: mudança nos tamanhos dos pulsos, mudança nos atrasos relativos entre eles e, com uma certa frequência, mudança nos números de pulsos que compõem o trem de pulsos recebidos, como mostrado na figura 3-1. As variações temporais são imprevisíveis ao usuário do

canal. Desta maneira, é razoável caracterizar o canal com propagação multipercurso variante no tempo estatisticamente.

Os efeitos do canal de multipercurso variante no tempo em um sinal transmitido pode ser representado pela expressão:

$$s(t) = \text{Re}\left[s_l(t)e^{j2\pi f_c t}\right] \tag{3-1}$$

onde $s_l(t)$ é o sinal passa-baixas equivalente de $s(t)$, f_c é a frequência de portadora e $\text{Re}[\cdot]$ é o operador da parte real do número contido em $[\cdot]$.

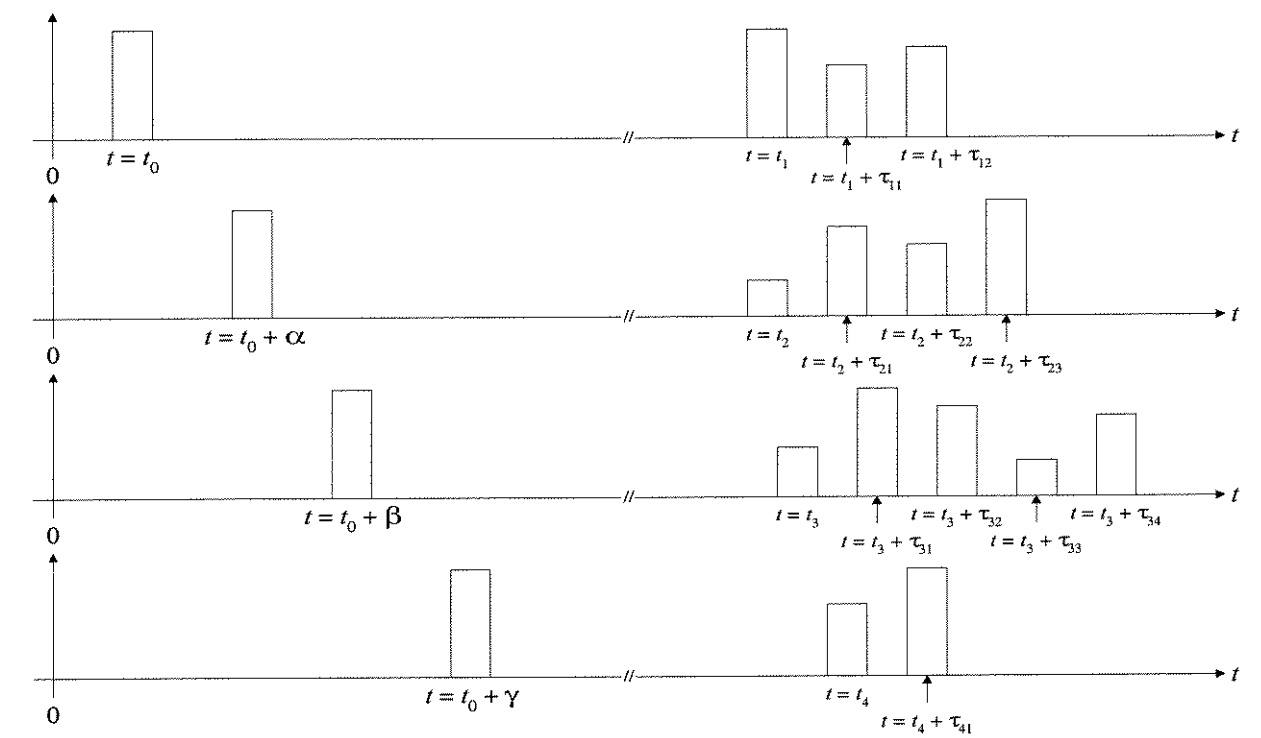


Figura 3-1:Resposta de um Canal Multipercurso Variante no Tempo

Associados a cada caminho de propagação está um atraso de propagação e um fator de atenuação. Ambos o atraso de propagação e o fator de atenuação são

variantes no tempo devido as características intrínsecas do meio. Assim o sinal passa-faixa recebido pode ser expresso na forma:

$$x(t) = \sum_n \alpha_n(t) \cdot s(t - \tau_n(t)) \quad (3-2)$$

onde $\alpha_n(t)$ é o fator de atenuação para o sinal recebido no n -ésimo caminho e $\tau_n(t)$ é o atraso de propagação para o n -ésimo caminho. Substituindo $s(t)$ da equação 3-1 na equação 3-2 temos:

$$x(t) = \text{Re} \left\{ \left[\sum_n \alpha_n(t) \cdot e^{-j2\pi f_c \tau_n(t)} \cdot s_l(t - \tau_n(t)) \right] \cdot e^{j2\pi f_c t} \right\} \quad (3-3)$$

Podemos observar da equação 3-3 que o sinal passa-baixas equivalente recebido é dado por:

$$r_l(t) = \sum_n \alpha_n(t) \cdot e^{-j2\pi f_c \tau_n(t)} \cdot s_l(t - \tau_n(t)) \quad (3-4)$$

Uma vez que $r_l(t)$ é a resposta de um canal passa-baixas equivalente a um sinal $s_l(t)$ passa-baixas então, podemos concluir que o canal passa-baixas equivalente é descrito pela resposta ao impulso variante no tempo mostrada a seguir:

$$c(\tau; t) = \sum_n \alpha_n(t) \cdot e^{-j2\pi f_c \tau_n(t)} \cdot \delta(\tau - \tau_n(t)) \quad (3-5)$$

Para alguns canais é mais apropriado tomar o sinal recebido como sendo constituído de componentes multipercurso contínuas. Em tal caso, o sinal recebido $x(t)$ é expresso na forma integral:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(\tau; t) \cdot s(t - \tau) d\tau \quad (3-6)$$

onde $\alpha(\tau; t)$ representa a atenuação dos componentes do sinal no atraso τ e no instante de tempo t . Agora, substituindo $s(t)$ da equação 3-1 na equação 3-6 temos:

$$x(t) = \text{Re} \left\{ \left[\int_{-\infty}^{\infty} \alpha(\tau; t) \cdot e^{-j2\pi f_c \tau} \cdot s_l(t - \tau) d\tau \right] \cdot e^{j2\pi f_c t} \right\} \quad (3-7)$$

Uma vez que a integral na equação 3-7 representa a convolução de $s_l(t)$ com a resposta ao impulso variante no tempo do equivalente passa-baixas $c(\tau; t)$ temos:

$$c(\tau; t) = \alpha(\tau; t) e^{-j2\pi f_c \tau} \quad (3-8)$$

onde $c(\tau; t)$ representa a resposta do canal em um instante de tempo t devido a um impulso aplicado no instante de tempo $t - \tau$. Assim, a equação 3-8 é uma definição apropriada da resposta ao impulso passa-baixas equivalente quando um canal apresenta multipercurso contínuo e a equação 3-5 é apropriada para um canal que contém componentes de multipercurso discretos.

Considere que uma portadora não modulada na frequência f_c é transmitida pelo canal. Desta maneira, $s_l(t) = 1$ para qualquer instante de tempo t e, então, o

signal recebido para o caso de multipercurso discreto, mostrado na equação 3-4, pode ser representado por:

$$\begin{aligned} r_l(t) &= \sum_n \alpha_n(t) \cdot e^{-j2\pi f_c \tau_n(t)} \\ r_l(t) &= \sum_n \alpha_n(t) \cdot e^{-j\theta_n(t)} \end{aligned} \quad (3-9)$$

onde $\theta_n(t) = 2\pi f_c \tau_n(t)$. Assim, o sinal recebido consiste de uma somatória de um número de vetores (fasores) que possuem amplitudes $\alpha_n(t)$ e fases $\theta_n(t)$ variantes no tempo. Pode-se notar que são necessárias grandes mudanças dinâmicas no meio para que $\alpha_n(t)$ mudar suficientemente de tal maneira que possa causar uma mudança significativa no sinal recebido. Por outro lado $\theta_n(t)$ varia de 2π radianos toda vez que $\tau_n(t)$ for alterado de $1/f_c$. Porém $1/f_c$ é um número pequeno e então, $\theta_n(t)$ pode sofrer uma variação de 2π radianos devido à mudanças relativamente pequenas no meio. Os atrasos $\tau_n(t)$ associados aos diferentes caminhos do sinal mudam em taxas diferentes e de uma maneira imprevisível (aleatória). Isto implica que, o sinal recebido $r_l(t)$ na equação 3-9 pode ser modelado como um processo aleatório. Para um número grande de caminhos, o teorema do limite central pode ser aplicado, isto é, $r_l(t)$ pode ser modelado como sendo um processo aleatório gaussiano complexo. Desta maneira, a resposta ao impulso variante no tempo $c(\tau; t)$ é um processo aleatório gaussiano complexo na variável t .

O modelo de propagação multipercurso para o canal contido no sinal recebido $r_l(t)$, mostrado na equação 3-9, resulta em desvanecimento do sinal. O fenômeno de desvanecimento é um resultado das variações temporais nas fases $\{\theta_n(t)\}$. Isto é, as fases $\{\theta_n(t)\}$ variantes aleatoriamente no tempo associadas aos vetores aparentes $\{\alpha_n(t) \text{ e } -j \theta_n(t)\}$ em certos instantes de tempo resulta em vetores que podem se adicionar destrutivamente. Quando isto ocorre, o sinal recebido $r_l(t)$ resultante pode ser muito pequeno ou aproximadamente zero. Em outros instantes

de tempo, os vetores podem-se somar construtivamente de tal maneira que a amplitude do sinal recebido é maior que o sinal original transmitido. Assim, as variações de amplitude no sinal recebido, denominado desvanecimento do sinal, são devidas as características multipercurso variantes no tempo do canal.

Quando a resposta ao impulso $c(\tau; t)$ é modelada como um processo gaussiano complexo com média zero, a envoltória $|c(\tau; t)|$ em qualquer instante de tempo t possui distribuição de *Rayleigh*. Neste caso o canal é chamado de canal com desvanecimento *Rayleigh*. No caso de que existam no meio obstáculos fixos ou refletores do sinal em adição aos obstáculos que se movem aleatoriamente, $c(\tau; t)$ não pode ser mais considerada com média igual a zero. Neste caso, a envoltória $|c(\tau; t)|$ possui uma distribuição de *Rice* e o canal é chamado de canal com desvanecimento *Rice*.

3.2 Funções de Correlação de Canal e Espectro de Potência

Mostraremos nessa seção algumas funções de correlação e funções de densidade espectral de potência que definem as características de um canal com desvanecimento por multipercurso. Estas características serão úteis na definição do tipo de desvanecimento presente no canal e serão abordadas na seção 3.4. Nosso ponto de partida é a resposta ao impulso passa-baixas equivalente $c(\tau; t)$, o qual é caracterizado como sendo um processo aleatório complexo na variável t . Assumimos que $c(\tau; t)$ é estacionário em sentido amplo. Então definimos a função de autocorrelação de $c(\tau; t)$ como:

$$\phi_c(\tau_1, \tau_2; \Delta t) = \frac{1}{2} E \left[c^*(\tau_1; t) \cdot c(\tau_2; t + \Delta t) \right] \quad (3-10)$$

A maioria dos meios de transmissão apresenta uma atenuação e um deslocamento na fase produzidos pelo canal associado com o atraso do percurso τ_1 descorrelacionado da atenuação e do deslocamento de fase associado ao atraso do percurso τ_2 . Isto é chamado de espalhamento descorrelacionado. Assim, incorporando este espalhamento descorrelacionado na equação 3-10, temos:

$$\frac{1}{2} E \left[c^*(\tau_1; t) \cdot c(\tau_2; t + \Delta t) \right] = \phi_c(\tau_1; \Delta t) \cdot \delta(\tau_1 - \tau_2) \quad (3-11)$$

Fazendo $\Delta t = 0$, a função de autocorrelação resultante $\phi_c(\tau; 0) \equiv \phi_c(\tau)$ é simplesmente a potência média de saída do canal em função do atraso τ no tempo. Por esta razão, $\phi_c(\tau)$ é denominada de perfil de intensidade de multipercurso ("*multipath intensity profile*") ou espectro de potência de atraso ("*delay power spectrum*") do canal. Geralmente, $\phi_c(\tau; \Delta t)$ fornece a potência média de saída em função do atraso τ no tempo e da diferença Δt nos tempos de observação. A função $\phi_c(\tau)$ possui geralmente a forma indicada na figura 3-2.

A faixa de valores de τ sobre a qual $\phi_c(\tau)$ é essencialmente não zero é denominada de espalhamento multipercurso do canal ("*multipath spread of the channel*") e é denominada de T_m .

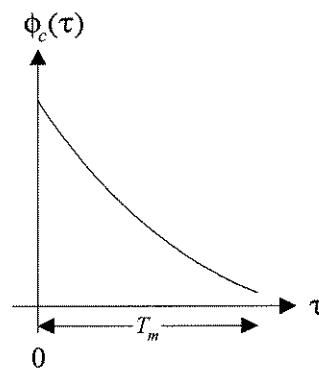


Figura 3-2: Perfil de Intensidade Multipercurso

Uma caracterização análoga do canal com multipercurso variante no tempo pode ser feita no domínio da frequência. Tomando a transformada de *Fourier* de $c(\tau;t)$ obtemos a função de transferência $C(f;t)$ variante no tempo, onde f é a variável de frequência. Assim:

$$C(f;t) = \int_{-\infty}^{\infty} c(\tau;t) \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \tau} d\tau \quad (3-12)$$

Se $c(\tau;t)$ é modelado como um processo aleatório gaussiano com média zero e complexo na variável t , então sua transformada $C(f;t)$ também possui as mesmas propriedades estatísticas. Assumindo que o canal é estacionário em sentido amplo, definimos a função de autocorrelação:

$$\phi_c(f_1, f_2; \Delta t) = \frac{1}{2} \cdot E \left[C^*(f_1; t) C(f_2; t + \Delta t) \right] \quad (3-13)$$

Note que $\phi_c(f_1, f_2; \Delta t)$ também está relacionado com $\phi_c(\tau; \Delta t)$ através da transformada de *Fourier*. Esta relação é estabelecida substituindo a equação 3-12 na equação 3-13, resultando em:

$$\begin{aligned} \phi_C(f_1, f_2; \Delta t) &= \frac{1}{2} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E \left[c^*(\tau_1; t) c(\tau_2; t + \Delta t) \right] \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi (f_1 \tau_1 - f_2 \tau_2)} d\tau_1 d\tau_2 \\ \phi_C(f_1, f_2; \Delta t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E \left[\phi_c(\tau_1; \Delta t) \delta(\tau_1 - \tau_2) \right] \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi (f_1 \tau_1 - f_2 \tau_2)} d\tau_1 d\tau_2 \quad (3-14) \\ \phi_C(f_1, f_2; \Delta t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \phi_c(\tau_1; \Delta t) \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi (f_1 - f_2) \tau_1} d\tau_1 \\ \phi_C(f_1, f_2; \Delta t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \phi_c(\tau_1; \Delta t) \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \Delta f \cdot \tau_1} d\tau_1 \equiv \phi_c(\Delta f; \Delta t) \end{aligned}$$

onde $\Delta f = f_2 - f_1$. Da equação 3-14 observarmos que $\phi_C(\Delta f; \Delta t)$ é a transformada de *Fourier* do perfil de intensidade de multipercurso. Ainda, assumindo espalhamento descorrelacionado, isto implica que a função de autocorrelação de $C(f; t)$ na frequência é uma função somente da diferença $\Delta f = f_2 - f_1$. Desta maneira, é apropriado denominar $\phi_C(\Delta f; \Delta t)$ de função de autocorrelação espaçada no tempo e espaçada na frequência do canal. Esta função de autocorrelação pode ser medida na prática transmitindo-se um par de senoides separadas de Δf e fazendo-se a correlação cruzada dos sinais recebidos separadamente com um atraso relativo Δt .

Fazendo $\Delta t = 0$ na equação 3-14, com $\phi_C(\Delta f; 0) \equiv \phi_C(\Delta f)$ e $\phi_c(\tau; 0) \equiv \phi_c(\tau)$, a relação de transformada se simplifica para:

$$\phi_C(\Delta f) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_c(\tau) e^{-j2\pi\Delta f\tau} d\tau \tag{3-15}$$

Esta relação é demonstrada graficamente na figura 3-3.

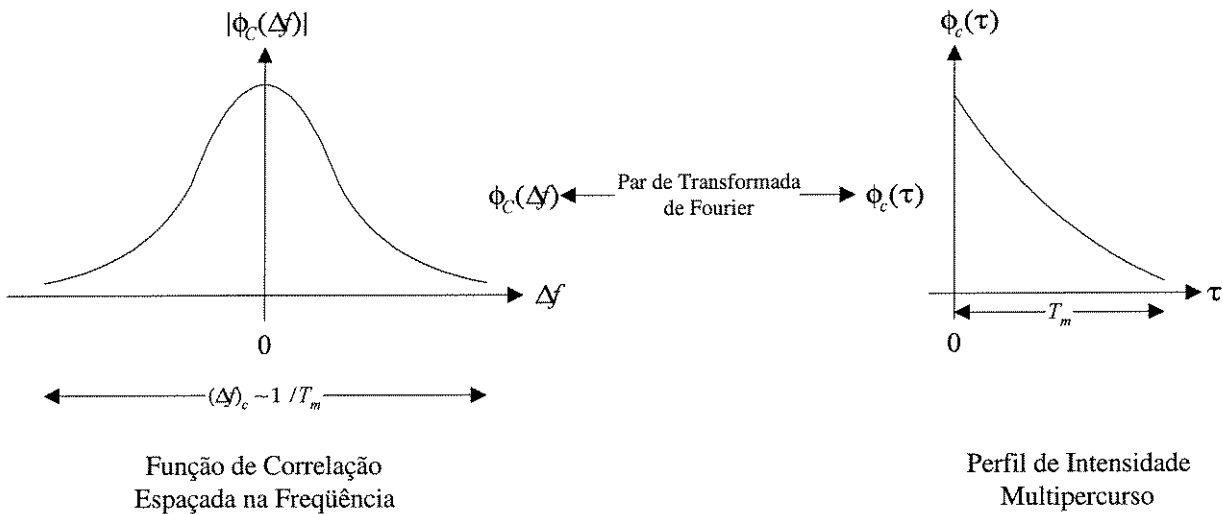


Figura 3-3: Relação entre $\phi_C(\Delta f)$ e $\phi_c(\tau)$ através da Transformada de Fourier

A função de autocorrelação $\phi_C(\Delta f)$ fornece uma medida da coerência em frequência do canal. Como resultado da relação de transformadas de *Fourier* entre

$\phi_C(\Delta f)$ e $\phi_c(\tau)$, o recíproco do espalhamento multipercurso é uma medida da largura de faixa de coerência do canal, isto é:

$$(\Delta f)_c \sim \frac{1}{T_m} \quad (3-16)$$

onde $(\Delta f)_c$ é a largura de faixa de coerência. Desta maneira, duas senoides com separação em frequência maior do que $(\Delta f)_c$ são afetadas diferentemente pelo canal. Quando um sinal de informação é transmitido pelo canal, se $(\Delta f)_c$ é menor em comparação a largura de faixa do sinal transmitido então o canal é denominado de seletivo em frequência. Neste caso o sinal é severamente distorcido pelo canal. Por outro lado, se $(\Delta f)_c$ for maior que a largura de faixa do sinal transmitido, o canal é denominado de não seletivo em frequência.

Vamos analisar agora as variações temporais do canal que são medidas pelo parâmetro Δt em $\phi_C(\Delta f; \Delta t)$. As variações temporais do canal são evidenciadas como um espalhamento *Doppler* (*Apêndice A*) e, talvez, em adição com um deslocamento *Doppler* da linha espectral. Com o objetivo de relacionar os efeitos *Doppler* com as variações temporais do canal, definimos a transformada de *Fourier* de $\phi_C(\Delta f; \Delta t)$ em relação à variável Δt como sendo a função $S_C(\Delta f; \lambda)$, assim:

$$S_C(\Delta f; \lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_C(\Delta f; \Delta t) \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot \Delta t} d\Delta t \quad (3-17)$$

Fazendo-se Δf igual a zero e $S_C(0; \lambda) \equiv S_C(\lambda)$, a relação na equação 3-17 torna-se:

$$S_C(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_C(\Delta t) \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot \Delta t} d\Delta t \quad (3-18)$$

A função $S_C(\lambda)$ é um espectro de potência que fornece a intensidade do sinal em função da frequência *Doppler* λ (*Apêndice A*). Desta maneira, denominamos $S_C(\lambda)$ como o *espectro de potência Doppler* do canal.

Da equação 3-18 observamos que se o canal é invariante no tempo, $\phi_C(\Delta t) = 1$ e $S_C(\lambda)$ torna-se igual a função delta $\delta(\lambda)$. Entretanto, quando não existem variações temporais no canal, não há espalhamento espectral observado na transmissão de um tom de frequência.

O intervalo de valores de λ sobre o qual $S_C(\lambda)$ é essencialmente não nulo é denominado de *espalhamento Doppler* B_d do canal. Uma vez que $S_C(\lambda)$ está relacionado à $\phi_C(\Delta t)$ pela transformada de *Fourier*, o recíproco de B_d é uma medida do tempo de coerência do canal. Isto é:

$$(\Delta t)_c \sim \frac{1}{B_d} \quad (3-19)$$

onde $(\Delta t)_c$ é denominado de tempo de coerência. Claramente, um canal com variações lentas apresenta um grande tempo de coerência ou, equivalentemente, um espalhamento *Doppler* pequeno. A figura 3-4 ilustra a relação entre $\phi_c(\Delta t)$ e $S_C(\lambda)$.

Até agora foram mostradas relações de transformada de *Fourier* entre $\phi_C(\Delta f; \Delta t)$ e $\phi_c(\tau; \Delta t)$ envolvendo as variáveis $(\tau; \Delta f)$, e uma relação de transformada de *Fourier* entre $\phi_C(\Delta f; \Delta t)$ e $S_C(\Delta f; \lambda)$ envolvendo as variáveis $(\Delta f; \lambda)$. Existem duas relações de transformada de *Fourier* adicionais que servem para relacionar $\phi_c(\tau; \Delta t)$ e $S_C(\Delta f; \lambda)$.

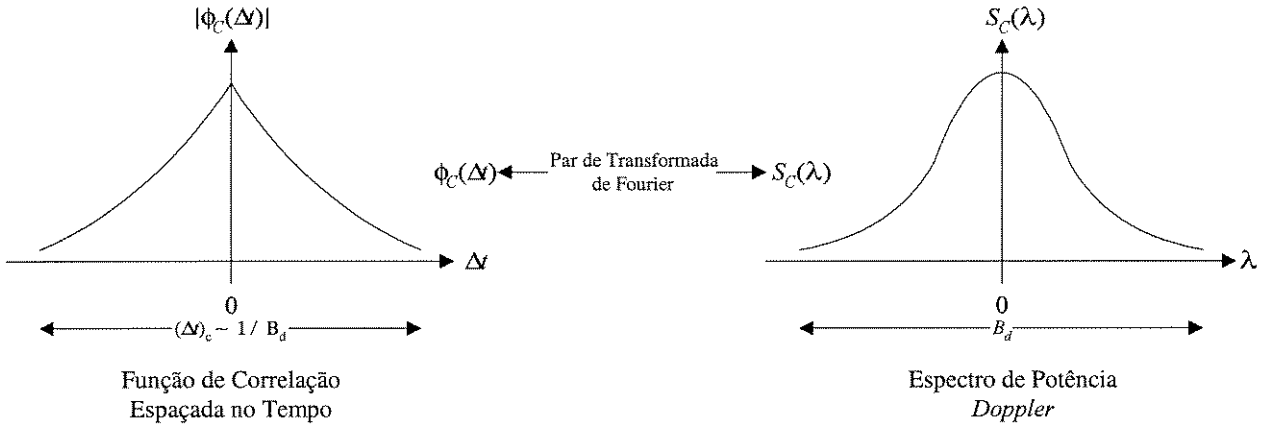


Figura 3-4: Relação entre $\phi_c(\Delta t)$ e $S_c(\lambda)$.

Definindo-se uma nova função, denominada de $S(\tau; \lambda)$, como sendo a transformada de *Fourier* de $\phi_c(\tau; \Delta t)$ na variável Δt , temos:

$$S(\tau; \lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_c(\tau; \Delta t) \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot \Delta t} d\Delta t \quad (3-20)$$

Desta maneira $S(\tau; \lambda)$ e $S_c(\Delta f; \lambda)$ formam um par de transformadas de *Fourier*, isto é;

$$S(\tau; \lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} S_c(\Delta f; \lambda) \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \tau \cdot \Delta f} d\Delta f \quad (3-21)$$

Ainda, $S(\tau; \lambda)$ e $\phi_c(\Delta f; \Delta t)$ estão relacionados pela transformada de *Fourier* dupla, definida a seguir:

$$S(\tau; \lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_C(\Delta f; \Delta t) \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot \Delta t} \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \tau \cdot \Delta f} d\Delta t d\Delta f \quad (3-22)$$

Esta nova função $S(\tau; \lambda)$ é denominada de função de espalhamento (“*scattering*”) do canal. Esta função fornece uma medida da potência média de saída do canal em função do atraso τ no tempo e a frequência *Doppler* λ .

3.3 Modelos Estatísticos para Canais com Desvanecimento

Existem várias distribuições de probabilidade que podem ser para modelar as características estatísticas do canal que apresenta desvanecimento. Dentre estas distribuições as largamente utilizadas na literatura técnica da área serão apresentadas.

3.3.1 Canal com Desvanecimento Rayleigh:

Quando existe espalhamento do sinal no canal que contribui para a formação do sinal recebido, o teorema do limite central resulta em um processo gaussiano para as componentes em fase e em quadratura como modelo da resposta ao impulso do canal [6, 7]. Se este processo possuir média zero então a envoltória da resposta do canal, em qualquer instante de tempo, possui uma distribuição de probabilidade de *Rayleigh* e a fase é uniformemente distribuída no intervalo 0 à 2π . Isto é:

$$\begin{aligned} r(t) &= \sqrt{i^2(t) + q^2(t)} \\ e \\ \phi(t) &= \arctan\left(\frac{q(t)}{i(t)}\right) \end{aligned} \quad (3-23)$$

onde $r(t)$, a envoltória do sinal, possui uma distribuição de probabilidade $p_R(r)$ de *Rayleigh* e a fase $\phi(t)$ possui uma distribuição de probabilidade $p_\Phi(\phi)$ uniforme e $i(t)$ e $q(t)$ são as componentes do sinal em fase e quadratura, respectivamente. Assim:

$$p_R(r) = \begin{cases} \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right), & (r \geq 0) \\ 0, & (r < 0) \end{cases} \quad (3-24)$$

e

$$p_\Phi(\phi) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}, & (0 \leq \phi \leq 2\pi) \\ 0, & (fora) \end{cases} \quad (3-25)$$

onde σ^2 é a potência média da envoltória $r(t)$. Esta é a função de densidade de probabilidade de *Rayleigh* ($p_R(r)$). O parâmetro σ^2 vem da definição das componentes em fase e quadratura, $i(t)$ e $q(t)$ respectivamente, que compõe o sinal $r(t)$. Desta maneira:

$$p_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3-26)$$

onde $x = i(t)$ ou $q(t)$ e σ^2 representa a variância em um processo aleatório gaussiano.

A probabilidade de que a envoltória não exceda um valor específico R é obtida da função distribuição de probabilidade, como a seguir:

$$\begin{aligned}
 \text{prob}[r \leq R] &= P_r(R) = \int_0^R p_R(r) dr \\
 \text{prob}[r \leq R] &= 1 - \exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma^2}\right)
 \end{aligned}
 \tag{3-27}$$

Vários outros parâmetros estatísticos da envoltória podem ser expressos em termos da constante σ [7, pág. 120]. O valor médio da envoltória, $E\{r\}$ (onde $E\{\cdot\}$ é o operador esperança matemática), é expresso por:

$$\begin{aligned}
 r_{\text{mean}} &= E\{r\} = \int_0^{\infty} r \cdot p_R(r) dr \\
 r_{\text{mean}} &= E\{r\} = \sigma \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1,2533 \cdot \sigma
 \end{aligned}
 \tag{3-28}$$

Enquanto que o valor quadrático médio é dado por:

$$E\{r^2\} = \int_0^{\infty} r^2 \cdot p_R(r) dr = 2 \cdot \sigma^2 \tag{3-29}$$

Assim a variância pode ser calculada utilizando:

$$\begin{aligned}
 \sigma_r^2 &= E\{r^2\} - E\{r\}^2 \\
 \sigma_r^2 &= 2\sigma^2 - \frac{\sigma^2\pi}{2} \\
 \sigma_r^2 &= \sigma^2 \left(\frac{4-\pi}{2} \right) = 0,4292 \cdot \sigma^2
 \end{aligned}
 \tag{3-30}$$

Finalmente, o valor mediano r_M , definido por $P_r(r_M) = 0,5$, é obtido através da equação 3-26, ou seja:

$$1 - \exp\left(-\frac{r_M^2}{2\sigma^2}\right) = 0,5$$

Portanto,

$$r_M = \sqrt{2\sigma^2 \ln 2} = 1,1774 \cdot \sigma \tag{3-31}$$

A figura a seguir ilustra a função densidade de probabilidade da função de *Rayleigh*.

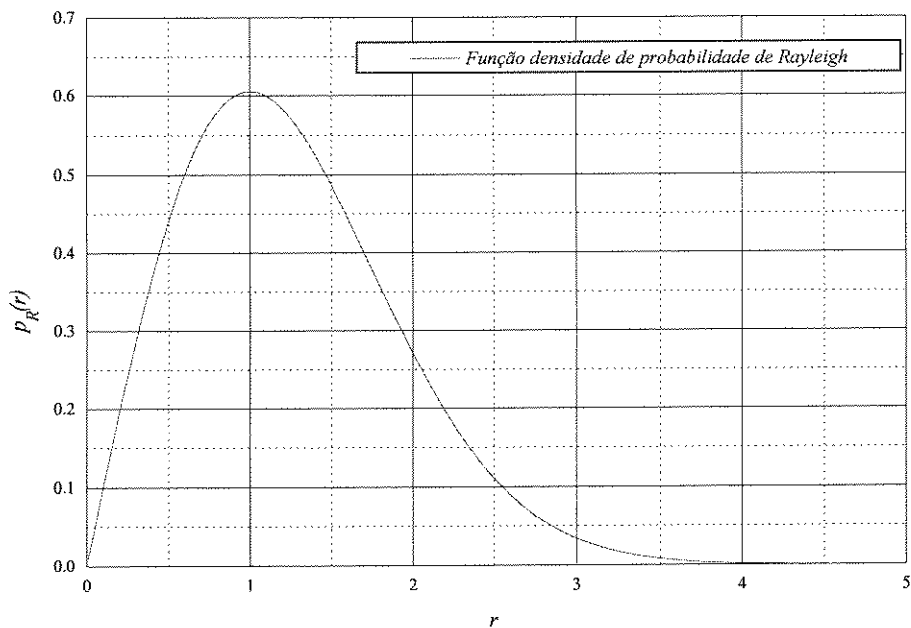


Figura 3-5: Função Densidade de Probabilidade de Rayleigh

3.3.2 Canal com Desvanecimento Rice:

Na sub-seção anterior algumas considerações foram feitas com o objetivo de caracterizar uma distribuição *Rayleigh*. Dentre estas, a consideração de que as

componentes em quadratura, que formam o sinal, deveriam apresentar uma função densidade de probabilidade gaussiana com média nula. Isto é, que o canal em questão não apresenta uma componente de visada direta (“*Line of Sight Component*”) entre o receptor e o transmissor. Entretanto, existem algumas situações onde pode-se existir uma componente de visada direta entre o transmissor e o receptor, ou pelo menos uma componente refletida dominante [7,pág. 134]. Portanto é de se esperar que as propriedades estatísticas sejam diferentes das descritas anteriormente. Este problema é análogo ao de uma onda senoidal contaminada com ruído aleatório, o qual foi extensamente estudado por *Rice*. Assim, a envoltória, $r(t)$, de um sinal com uma componente dominante r_s é dada por [8]:

$$r(t) = \sqrt{[r_s + i(t)]^2 + q^2(t)} \quad (3-32)$$

e sua fase, $\phi(t)$, por:

$$\phi(t) = \arctan\left(\frac{q(t)}{r_s + i(t)}\right) \quad (3-33)$$

A função densidade de probabilidade da envoltória, $r(t)$, é definida como:

$$p_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{r^2 + r_s^2}{2\sigma^2}\right] \cdot I_0\left(\frac{r \cdot r_s}{\sigma^2}\right) \quad (3-34)$$

onde $I_0(\cdot)$ é a função de *Bessel* modificada de primeira espécie e ordem zero. Esta distribuição é conhecida como distribuição de *Rice*. Ela reduz a distribuição de *Rayleigh* para o caso onde $r_s = 0$.

Geralmente, a distribuição de *Rice* é descrita em função do parâmetro K , definido por:

$$K = 10 \cdot \log\left(\frac{r_s^2}{2\sigma^2}\right), \text{ [dB]} \quad (3-35)$$

o qual pode ser interpretado como a razão entre a potência do sinal dominante em relação às componentes de multipercurso (aleatórias).

Assim, a equação 3-34 pode ser reescrita em função do parâmetro K como:

$$p_R(r) = \frac{2r10^{K/10}}{r_s^2} \cdot \exp\left[-\frac{10^{K/10}}{r_s^2}(r^2 + r_s^2)\right] I_0\left(\frac{2r10^{K/10}}{r_s}\right) \quad (3-36)$$

A função densidade de probabilidade da envoltória, $p_R(r)$, é mostrada na figura 3-6 a seguir, para valores de $K = 0, 3, 10$ e 20 [dB], respectivamente.

Podemos notar que se $K \rightarrow 0$, a função densidade de probabilidade da envoltória tende a uma distribuição de *Rayleigh* enquanto que se $K \gg 1$ então a função densidade de probabilidade da envoltória tende a uma gaussiana, com média r_s .

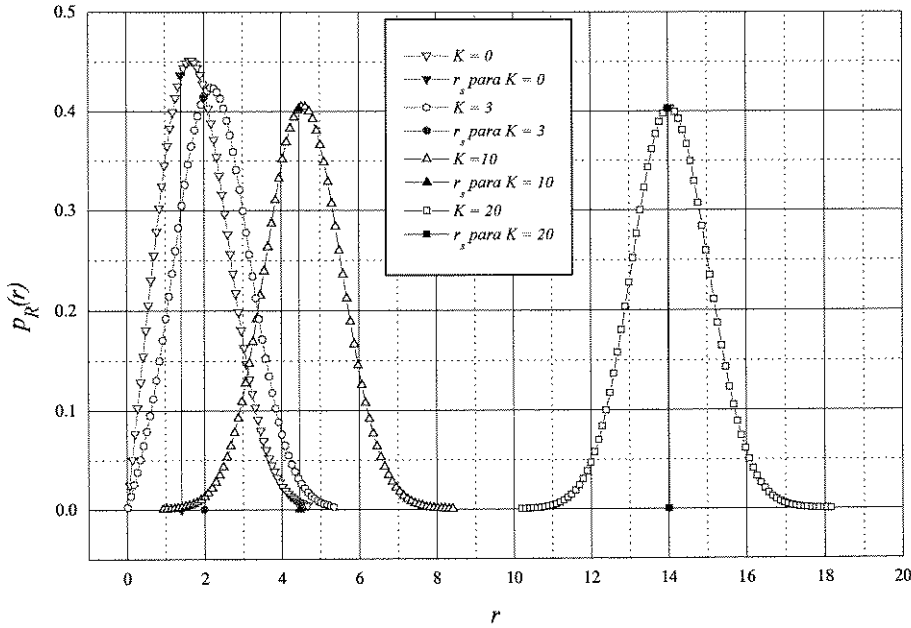


Figura 3-6: Função Densidade de Probabilidade da Envoltória
para valores de $K = 0, 3, 10, 20$ [dB]

3.3.3 Canal Rádio Móvel via Satélite:

Este canal apresenta um sombreamento na componente de visada direta, modelado por uma distribuição *log-normal*. Ainda, o efeito multipercurso é modelado por uma distribuição *Rayleigh*. Na representação do comportamento deste canal, consideramos que os dois processos são aditivos e que o resultado desta adição representa o comportamento do desvanecimento do canal [9].

A envoltória, $r(t)$, e a fase, $\phi(t)$ do canal são representadas por [8]:

$$r(t) = \sqrt{[y_i(t) + i(t)]^2 + [y_q(t) + q(t)]^2} \quad (3-37)$$

e

$$\phi(t) = \arctan\left(\frac{y_q(t) + q(t)}{y_i(t) + i(t)}\right) \quad (3-38)$$

A componente de visada direta é modelada como um processo log-normal, isto é:

$$r_s(t) = \exp\left[\mu + \sqrt{d_0}x_i(t) + j \cdot \sqrt{d_0}x_q(t)\right] \quad (3-39)$$

onde $r_s(t)$ é a componente de visada direta (variável em função do tempo), $x_i(t)$ e $x_q(t)$ são dois processos aleatórios gaussianos, independentes, de média zero e variância igual à 1. Os índices i e q denominam as componentes em fase e quadratura , respectivamente. Os parâmetros μ e d_0 dependem do grau do sombreamento e são mostrados na tabela a seguir. Estes parâmetros foram obtidos através de medição de dados [2].

	Sombreamento Suave	Sombreamento Médio	Sombreamento Severo
b_0	0,158	0,126	0,0631
μ	0,115	- 0,115	- 3,91
$\sqrt{d_0}$	0,115	0,161	0,806

Tabela 3-1: Parâmetros do Modelo do Canal

Podemos reescrever a equação 3-39 como:

$$\begin{aligned} r_s(t) &= y_i(t) + j \cdot y_q(t) \\ r_s(t) &= \exp\left[\mu + \sqrt{d_0}x_i(t)\right] \cdot \left[\cos\left(\sqrt{d_0}x_s(t)\right) + j \cdot \sen\left(\sqrt{d_0}x_s(t)\right)\right] \end{aligned} \quad (3-40)$$

Assim, $y_i(t)$ e $y_q(t)$ são dois processos aleatórios log-normal. As variáveis $i(t)$ e $q(t)$ são representadas por dois processos aleatórios gaussianos, de média zero e variância b_0 . Assim, a função densidade de probabilidade da envoltória $r(t)$ é dada por:

$$p_R(r) = \frac{r}{(b_0 \sqrt{2\pi \cdot d_0})} \cdot \int_0^\infty \frac{1}{z} \exp \left[-\frac{(\ln z - \mu)^2}{2d_0} - \frac{(r^2 + z^2)^2}{2b_0} \right] \cdot I_0 \left(\frac{r \cdot z}{b_0} \right) dz \quad (3-41)$$

3.4 O Efeito das Características do Sinal na Escolha do Modelo de Canal:

Na seção 3-2 mostramos uma caracterização estatística para canais que apresentam multipercurso variante no tempo, em termos das funções de correlação. Consideraremos agora o efeito das características do sinal na seleção de um modelo de canal. Para isso, seja $s_l(t)$ um sinal passa-baixas equivalente transmitido através do canal e seja $S_l(f)$ seu conteúdo espectral. O sinal recebido passa-baixas $r_l(t)$, excluindo-se o ruído aditivo, pode ser expresso em termos das variáveis $c(\tau; t)$ e $s_l(t)$, no domínio do tempo, ou pelas funções $C(f; t)$ e $S_l(f)$, no domínio da frequência, como mostrado a seguir:

$$r_l(t) = \int_{-\infty}^{\infty} c(\tau; t) s_l(t - \tau) d\tau \quad (3-42)$$

no domínio do tempo, ou:

$$r_l(t) = \int_{-\infty}^{\infty} C(f; t) S_l(f) e^{j2\pi f t} df \quad (3-43)$$

no domínio da frequência.

Transmitindo uma informação digital através do canal, utilizando-se de modulação (tanto em amplitude, ou em fase ou em ambos) do sinal passa-baixas $s_l(t)$, a uma taxa de transmissão $1/T$, onde T é o intervalo de sinalização de modulação, pode-se notar que, na equação 3-43, o canal variante no tempo caracterizado pela função de transferência $C(f;t)$ distorce o sinal $S_l(f)$. Se $S_l(f)$ possuir uma largura de faixa W maior em comparação à largura de faixa de coerência $(\Delta f)_c$ do canal, $S_l(f)$ está sujeito a diferentes ganhos e deslocamentos de fase em sua faixa. Neste caso, o canal é denominado de *seletivo em frequência*. Distorções adicionais podem ser causadas através das variações temporais em $C(f;t)$. Este tipo de distorção é evidenciado por variações na potência do sinal recebido e é causadora do desvanecimento (“*fading*”). Enfatizamos que seletividade em frequência e desvanecimento são tipos diferentes e independentes de distorções. O primeiro depende do espalhamento multipercurso ou, de maneira equivalente, da largura de faixa de coerência $(\Delta f)_c$ do canal em relação à largura de faixa W , do sinal transmitido. O último depende das variações temporais do canal, as quais são caracterizadas pelo tempo de coerência $(\Delta t)_c$ ou, de maneira equivalente, pelo espalhamento *Doppler* B_d do canal.

Os efeitos do canal no sinal transmitido $s_l(t)$ são dependentes da escolha da largura de faixa e da duração do sinal. Por exemplo, selecionando-se o intervalo de sinalização T de tal maneira que satisfaça a condição $T \gg T_m$ (onde T_m representa o espalhamento multipercurso do canal, definido na seção 3.2, figura 3-2), o canal introduz uma quantidade mínima de interferência intersimbólica.

Seja W , a largura de faixa do sinal $s_l(t)$, $W \sim 1/T$, a condição $T \gg T_m$ resulta em:

$$W \ll \frac{1}{T_m} \sim (\Delta f)_c \quad (3-44)$$

isto é, a largura de faixa W do sinal é menor em relação à largura de faixa de coerência do canal. Desta maneira, o canal é denominado de *não seletivo em frequência*, ou *plano* (“flat”), e todas as componentes espectrais em $S_l(f)$ sofrem a mesma atenuação e deslocamento de fase em uma transmissão através deste canal. Isto implica que, dentro da largura de faixa ocupada por $S_l(f)$, a função de transferência variante no tempo do canal, $C(f;t)$, é uma constante complexa na variável de frequência. Um vez que $S_l(f)$ possui seu conteúdo espectral concentrado na região de $f = 0$, $C(f;t) = C(0;t)$. Assim, a equação 3-43 pode ser simplificada, resultando em:

$$\begin{aligned} r_l(t) &= C(0;t) \int_{-\infty}^{\infty} S_l(f) e^{j2\pi ft} df \\ r_l(t) &= C(0;t) s_l(t) \end{aligned} \quad (3-45)$$

Assim quando a largura de faixa W do sinal for muito menor em relação à largura de faixa de coerência $(\Delta f)_c$ do canal, o sinal recebido será o sinal transmitido multiplicado por um processo aleatório complexo $C(0;t)$, o qual representa as características variantes no tempo do canal. A função de transferência $C(0;t)$ para um canal não seletivo em frequência pode ser expressa na seguinte forma:

$$C(0;t) = r(t) e^{-j\phi(t)} \quad (3-46)$$

onde $r(t)$ representa a envoltória e $\phi(t)$ a fase do canal passa-baixas equivalente. O grau de rapidez do desvanecimento (desvanecimento rápido ou lento) pode ser determinado através da função de correlação $\phi_C(\Delta t)$ ou através do espectro de

potência *Doppler* $S_C(\lambda)$. Também podemos utilizar os parâmetros do canal $(\Delta t)_c$ ou B_d para caracterizar o grau de rapidez do desvanecimento. Por exemplo, é possível selecionar uma largura de faixa do sinal, W , de tal maneira que $W \ll (\Delta f)_c$ e que o intervalo de sinalização T satisfaça a condição $T \ll (\Delta t)_c$. Uma vez que T é menor que o tempo de coerência do canal, a atenuação e deslocamento de fase introduzidos pelo canal são praticamente fixos durante, pelo menos, para um intervalo de sinalização. Quando isto ocorre, denominamos o canal de *canal com desvanecimento lento* (“*slowly fading channel*”). Ainda, quando $W \sim 1/T$, as condições para que o canal seja não seletivo em frequência e apresente desvanecimento lento implica que o produto entre T_m e B_d deve satisfazer a condição $T_m \cdot B_d < 1$. Este produto é denominado de *fator de espalhamento* (“*spread factor*”) do canal.

Finalmente, de posse de todos os conceitos apresentados nesta seção, podemos resumir os efeitos das características do sinal na escolha do modelo de canal na figuras 3-7 e 3-8:

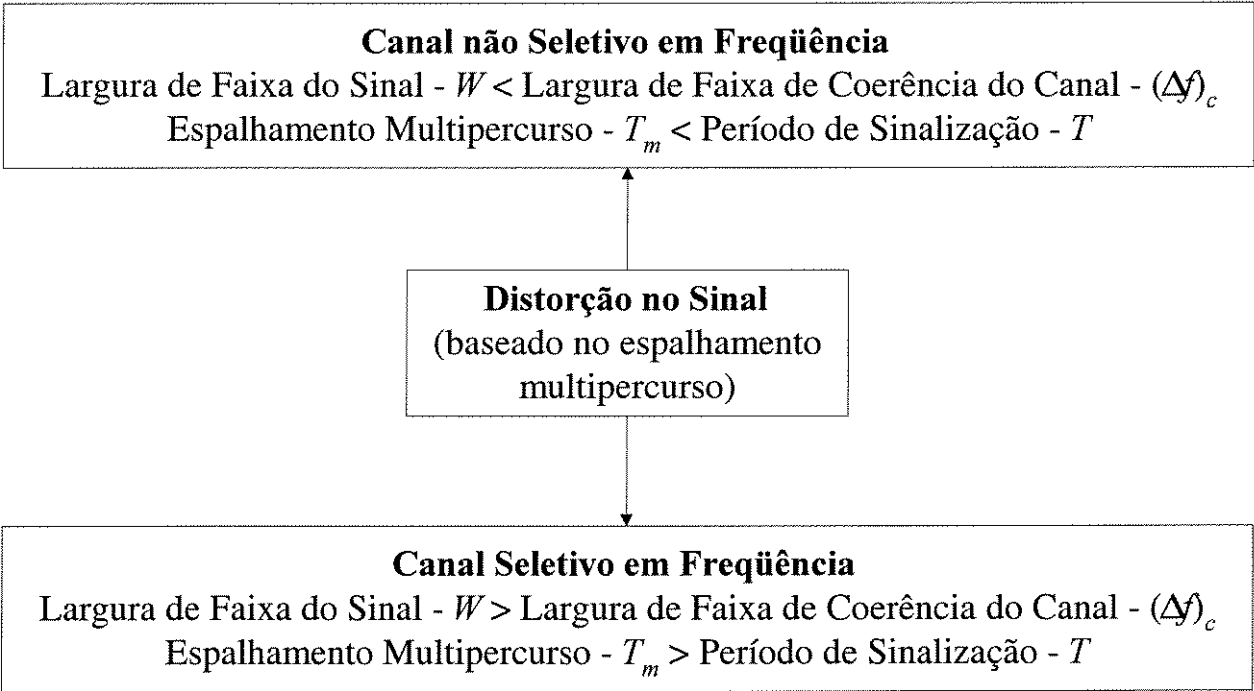


Figura 3-7: Distorção no Sinal Baseado no Espalhamento Multipercursos

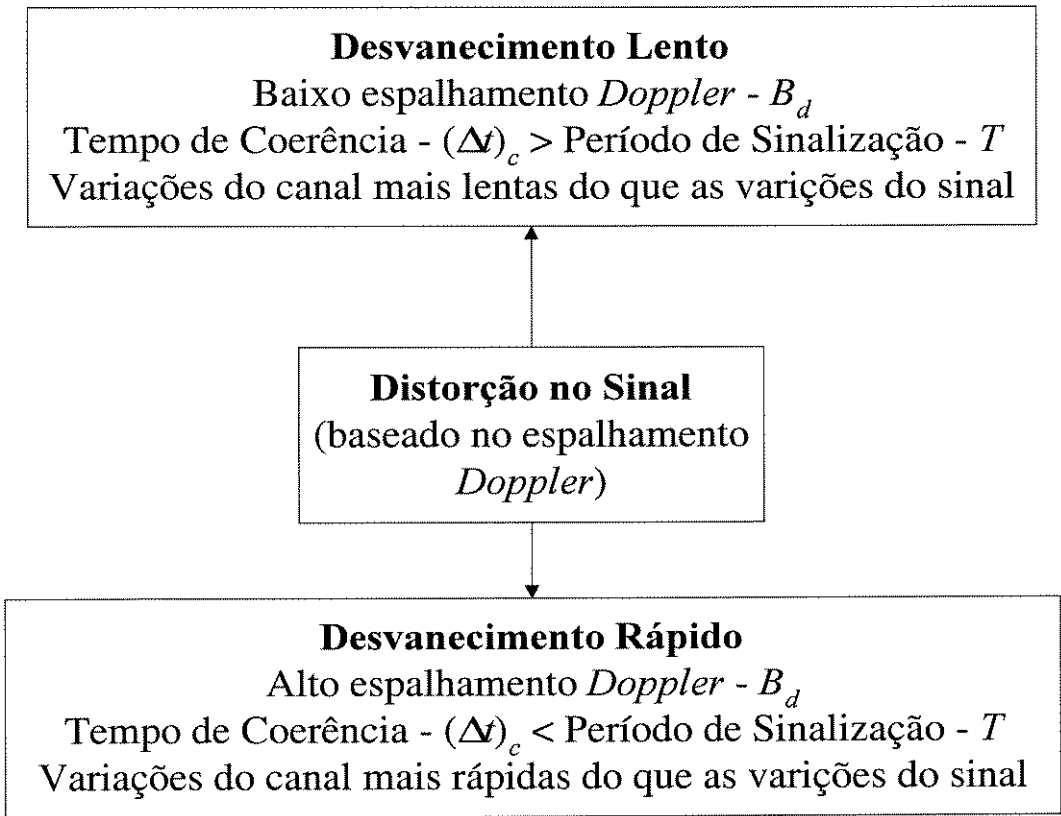


Figura 3-8: Distorção no Sinal Baseado no Espalhamento Doppler

3.5 Conclusão:

Neste capítulo apresentamos uma caracterização matemática do canal, funções de correlação de canal e espectro de potência, modelos estatísticos para canais com desvanecimento (*Rayleigh*, *Rice* e *Rádio Móvel via Satélite*) e o efeito das características do sinal na escolha do modelo de canal. Com base na caracterização matemática do canal e nas funções de correlação, vários parâmetros importantes foram definidos, entre eles: espalhamento multipercurso do canal (T_m), a largura de faixa de coerência $((\Delta f)_c)$, espalhamento *Doppler* do canal (B_d) e tempo de coerência $((\Delta t)_c)$. De posse das características do sinal e destes parâmetros caracterizamos a distorção no sinal (baseado no espalhamento multipercurso e no espalhamento *Doppler*), que fornece informações quanto a seletividade ou não em frequência do canal e o grau de rapidez do desvanecimento (desvanecimento rápido ou lento).

4 Simulação e Resultados:

4.1 Introdução:

O desvanecimento considerado nos resultados das simulações apresentados neste capítulo é lento e não seletivo em frequência. Isto implica em um fator de espalhamento (“*spread factor*”), dado pelo produto $T_m \cdot B_d$ menor que 1, onde T_m representa o espalhamento multipercurso do canal e B_d o espalhamento *Doppler* do canal [6]. Sob esta condição o conjunto demodulador / decodificador possui tempo suficiente, no intervalo de uma amostra do canal, para extrair informação com relação à fase da portadora e assim realizar um processo de demodulação coerente. Os códigos aqui apresentados são adequados para a modulação 8-PSK.

O diagrama da figura 4-1 representa o sistema utilizado nas simulações aqui contidas. O desvanecimento pode ser caracterizado através de um fator multiplicativo na amplitude do sinal transmitido [2]. Utilizou-se de uma amostra por símbolo transmitido para representar o processo de transmissão. O canal é composto de ruído branco aditivo, com um processo de desvanecimento variante no tempo representando o ganho complexo do sinal transmitido.

Os resultados são apresentados na forma de gráficos de desempenho do tipo *BER* (taxa de erro de bit) versus *SNR* [dB] (relação sinal/ruído). Os códigos *TCM* sobre anéis são comparados em relação aos códigos de Ungerboeck equivalentes, em termos da taxa de transmissão de símbolo e do número de estados. Utiliza-se o algoritmo de Viterbi na decodificação dos códigos em ambos os casos. Entrelaçadores e desentrelaçadores, quando utilizados, são enfatizados. Utilizou-se do método de simulação de Monte-Carlo [10] para se obter as curvas comparativas.

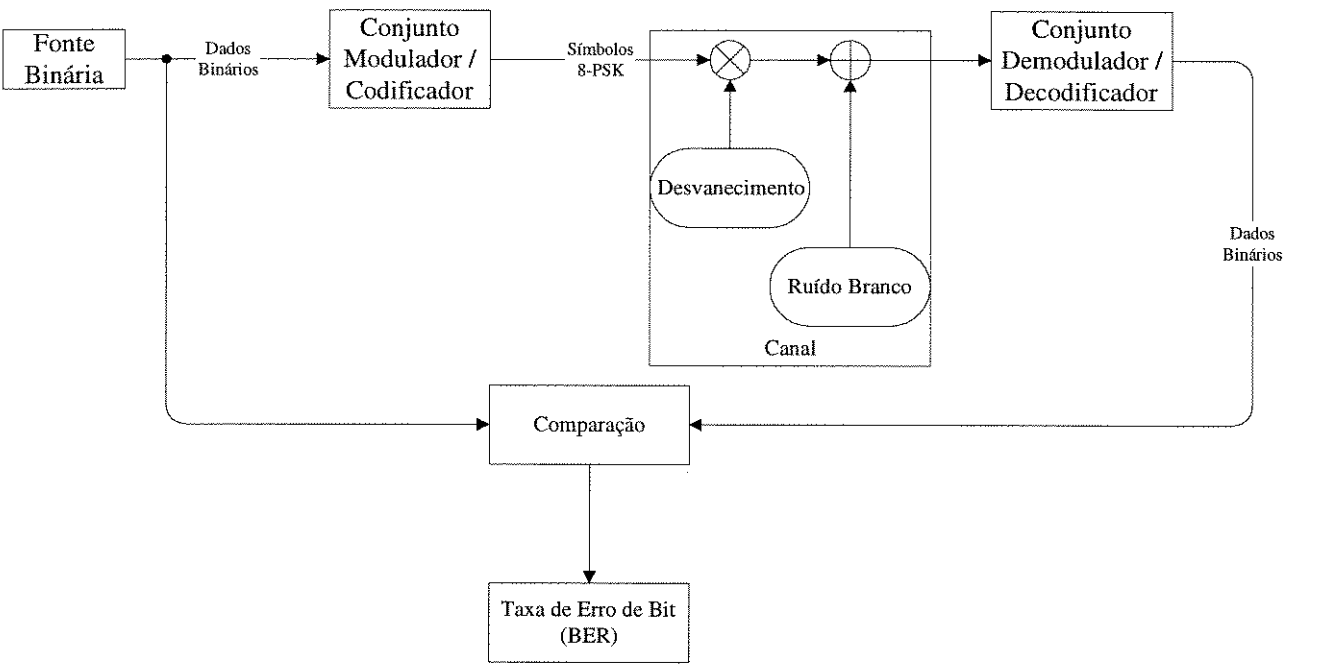


Figura 4-1: Diagrama de Blocos do Sistema de Simulação

4.2 O canal:

O modelo de canal é representado pela seguinte equação, em notação fasorial para cada amostra:

$$R(t) = L[\{\alpha(t)\}]e^{j\varphi(t)} + Z(t) \tag{4-1}$$

onde $R(t)$ é o fasor recebido, $\varphi(t)$ é a fase da modulação (assumindo amplitude unitária) 8-PSK utilizada na transmissão, $Z(t)$ é o fasor relativo ao ruído branco gaussiano aditivo, $\alpha(t)$ representa o ganho complexo do canal e $L[\{\cdot\}]$ representa a saída de um filtro digital linear aplicado em $\alpha(t)$. Este filtro linear é utilizado para modelar o processo de desvanecimento. O filtro utilizado é do tipo filtro de *Butterworth* [2,8], descrito através da equação:

$$S(f) = \begin{cases} \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{\lambda_m}\right)^{2n}}, & f \leq \lambda_m \\ 0, & f \geq \lambda_m \end{cases} \quad (4-2)$$

onde f representa a frequência, λ_m a frequência *Doppler* máxima e n a ordem do filtro. O ganho complexo do canal, representado por $\alpha(t)$, pode assumir características de distribuição de probabilidade tal que pode-se representar canais com desvanecimento *Rayleigh*, *Rice* ou *Rádio Móvel via Satélite*.

4.2.1 Canal Rayleigh:

O ganho complexo $\alpha(t)$ é caracterizado através da seguinte equação:

$$\alpha(t) = n_i(t) + j \cdot n_q(t) \quad (4-3)$$

onde $n_i(t)$ e $n_q(t)$ são processos estocásticos gaussianos independentes, de média zero e variância b_0 (b_0 é apresentado na tabela 3-1 e está relacionado com o grau de desvanecimento do canal). Os índices i e q denominam as componentes em fase e quadratura, respectivamente.

4.2.2 Canal Rice:

Neste caso a caracterização de $\alpha(t)$ é bastante similar a de um canal *Rayleigh*, a não ser pela adição de uma componente dominante de visada direta, representado por r_s . Esta componente pode ser determinada através do fator K , apresentado na equação 3-35. Assim, a equação 4-3 pode ser modificada englobando este novo fator, resultando em:

$$\alpha(t) = [r_s + n_i(t)] + j \cdot n_q(t) \quad (4-4)$$

onde $n_i(t)$ e $n_q(t)$ são processos estocásticos gaussianos independentes, de média zero e variância b_0 . Os índices i e q denominam as componentes em fase e quadratura, respectivamente.

4.2.3 Canal Rádio Móvel via Satélite:

Neste canal $\alpha(t)$ é dado por:

$$\alpha(t) = E(t) + M(t) \quad (4-5)$$

onde $E(t)$ representa a componente de visada direta e $M(t)$ representa o efeito de multipercurso. O efeito de multipercurso apresenta distribuição de probabilidade de *Rayleigh*. Assume-se que a componente de visada direta sofre sombreamento (devido à topografia, vegetação, etc.) e que sua distribuição de probabilidade é log-normal [2,9]. Assim, $M(t)$ e $E(t)$ podem ser descritos, respectivamente, da seguinte maneira:

$$M(t) = n_i(t) + j \cdot n_q(t) \quad (4-6)$$

e

$$E(t) = \exp\left[\mu + \sqrt{d_0} \cdot (x_i(t) + j \cdot x_q(t))\right] \quad (4-7)$$

onde $n_i(t)$, $n_q(t)$ são processos estocásticos gaussianos independentes de média zero e variância b_0 e $x_i(t)$, $x_q(t)$ são processos estocásticos gaussianos independentes de média zero e variância unitária. Os parâmetros b_0 , μ e d_0 especificam o grau de desvanecimento do canal e foram dados na tabela 3-1 do capítulo anterior. Os índices i e q denominam as componentes em fase e quadratura, respectivamente.

Manipulando-se matematicamente a expressão de $E(t)$ pode-se facilmente obter:

$$E(t) = \exp[\mu + \sqrt{d_0} \cdot x_i(t)] \cdot [\cos(\sqrt{d_0} \cdot x_q(t)) + j \sin(\sqrt{d_0} \cdot x_q(t))] \quad (4-8)$$

$$\begin{aligned} E(t) = & \exp[\mu + \sqrt{d_0} \cdot x_i(t)] \cdot \cos(\sqrt{d_0} \cdot x_q(t)) + \\ & + j \exp[\mu + \sqrt{d_0} \cdot x_i(t)] \cdot \sin(\sqrt{d_0} \cdot x_q(t)) \end{aligned} \quad (4-9)$$

Assim o ganho complexo do canal, $\alpha(t)$, pode ser representado através de uma combinação entre um canal *Rayleigh* e um canal log-normal. A parte real e imaginária de $\alpha(t)$ são indicadas a seguir.

$$\text{Re}[\alpha(t)] = \exp[\mu + \sqrt{d_0} \cdot x_i(t)] \cdot \cos(\sqrt{d_0} \cdot x_q(t)) + n_i(t) \quad (4-10)$$

$$\text{Im}[\alpha(t)] = \exp[\mu + \sqrt{d_0} \cdot x_i(t)] \cdot \sin(\sqrt{d_0} \cdot x_q(t)) + n_q(t) \quad (4-11)$$

4.2.4 Ruído Branco Gaussiano Aditivo:

O fasor $Z(t)$, que representa o ruído branco gaussiano aditivo, pode ser expresso em notação complexa por:

$$Z(t)=z_i(t)+j\cdot z_q(t) \tag{4-12}$$

onde $z_i(t)$ e $z_q(t)$ são processos estocásticos gaussianos independentes de média zero e variância σ^2 . Os índices i e q denominam as componentes em fase e quadratura, respectivamente. O cálculo da variância segue a mesma linha de raciocínio utilizada por Ungerboeck [3].

$$SNR=\frac{E\left\{s^2(t)\right\}}{2\sigma^2} \tag{4-13}$$

onde SNR é a relação sinal / ruído do canal, $s(t)$ é o sinal 8-PSK transmitido no instante t e $E\{\cdot\}$ é o operador esperança. A potência média do sinal, na saída da conjunto modulador / codificador, é normalizada, isto é $E\left\{s^2(t)\right\}=1$.

Os resultados são apresentados na forma de gráficos de desempenho e estão separados por seções, sendo que cada seção abrange um código *TCM* sobre anel específico. Todos os códigos utilizados nas simulações apresentam realimentação [1] e estão indicados na tabela 4-1.

Estados	Polinômio Gerador / Constantes de Realimentação	N _{free}	D ² _{free}	g _∞ [dB] sobre 4-PSK
4	(2,2) (2,3)/ 6 1	7	4.00	3.01
8	(1,3) (3,6)/ 6 1	2	4.59	3.60
16	(0,0) (7,2) (2,3)/ 4 3 1	4	5.17	4.13
32	(3,1) (1,4) (6,5)/ 2 1 1	2	6.00	4.77
64	(6,3) (7,2) (6,4)/ 4 0 1	10	6.34	5.01
128	(0,0) (5,7) (3,1) (6,4)/ 4 2 4 1	10	7.17	5.55
256	(4,0) (5,5) (5,6) (4,6)/ 6 3 1 1	14	7.51	5.75
512	(2,1) (7,2) (7,5) (2,3)/ 4 5 6 1	10	8.10	6.07

Tabela 4-1: Códigos TCM sobre Anel Módulo-8

Os parâmetros b_0 , μ e d_0 , referentes ao grau de desvanecimento presente no canal estão reproduzidos na tabela 4-2.

	Sombreamento Suave	Sombreamento Médio	Sombreamento Severo
b_0	0,158	0,126	0,0631
μ	0,115	- 0,115	- 3,91
$\sqrt{d_0}$	0,115	0,161	0,806

Tabela 4-2: Parâmetros Referentes ao Grau de Desvanecimento do Canal

Finalmente, o fator de espalhamento (“*spread factor*”) do canal é definido por $F_{esp} = T_m \cdot B_d$. O parâmetro T_m representa o espalhamento multipercurso do canal. Podemos designar um intervalo de sinalização T de tal maneira que $T > T_m$. Assumimos $T = n \cdot T_m$. Ainda, B_d representa o espalhamento *Doppler* do canal, isto é, é o intervalo de valores de λ (frequência *Doppler*) sobre o qual o espectro de potência *Doppler* do canal, dado por $S_C(\lambda)$, é essencialmente não nulo. Portanto, a frequência *Doppler* máxima, indicada por λ_m , é menor do que o espalhamento *Doppler* B_d . Podemos também afirmar que $B_d = 2 \cdot \lambda_m$ (por definição o espalhamento *Doppler* está limitado a duas vezes ao valor da frequência *Doppler* máxima λ_m). Definindo uma nova relação, designada por F'_{esp} , como sendo o produto entre o período de sinalização T e a frequência *Doppler* máxima λ_m , uma vez que $T = n \cdot T_m$ e $B_d = 2 \cdot \lambda_m$, podemos concluir que $F_{esp} \leq F'_{esp}$, quando $n \geq 2$. Para o caso onde $n = 2$, $F_{esp} = F'_{esp}$, portanto fazendo que $F'_{esp} < 1$ e $n \geq 2$ isto resulta em $F_{esp} \leq 1$. Desta maneira estamos assegurando que o canal é lento e não seletivo em frequência. Nas simulações F'_{esp} é mantido em valores sempre inferiores à 0,1.

4.3 Resultados das simulações:

4.3.1 Código (2,2) (2,3) / 6 1:

Este código convolucional multinível possui um elemento de memória e 4 estados. Sua matriz geradora é indicada a seguir:

$$G(D)=\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 2D+3/6D+1 \\ 0 & 1 & 2D+2/6D+1 \end{array}\right] \quad (4-14)$$

Seu codificador convolucional multinível definido sobre anel de inteiros módulo-8 é mostrado na figura 4-2.

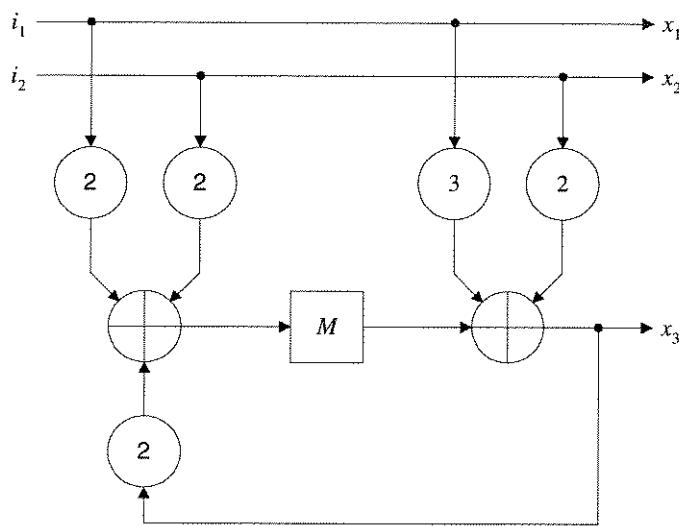


Figura 4-2: Codificador Convolucional Multinível para o
Código (2,2) (2,3) / 6 1

onde M é um elemento de memória, i_1 , i_2 , x_1 , x_2 e x_3 são símbolos definidos sobre anel de inteiros módulo-8. Seu desempenho em um canal AWGN é mostrado na figura 4-3. Esta figura servirá de referência para a comparação do desempenho deste código quando utilizado em canais que apresentam desvanecimento.

O código de Ungerboeck [3], indicado na tabela 4-3, também é utilizado como referência para comparação de desempenho dos códigos convolucionais multiníveis.

ν	$H^0(D)$	$H^1(D)$	$H^2(D)$
2	$(5)_8$	$(2)_8$	$(0)_8$

Tabela 4-3: Polinômios de Cheque de Paridade para o
Código de Ungerboeck de 2 Memórias e 4 Estados

onde ν é o número de memórias do codificador, $H^j(D)$ são os polinômios de verificação de paridade e estão apresentados na forma octal, por exemplo, $H^0(D) = (5)_8 = (1\ 0\ 1)_2 = D^2 + 1$.

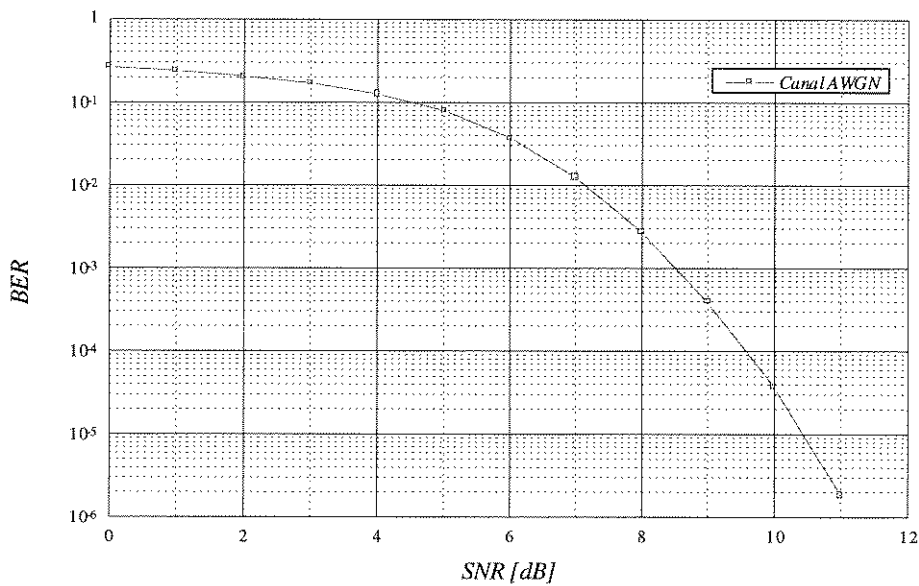


Figura 4-3: Desempenho do Código (2,2) (2,3)/6 1 no Canal que Apresenta
Ruído Branco Gaussiano Aditivo

Para os canais *Rayleigh* e *Rádio Móvel via Satélite* fazemos $F'_{esp} = 0,05$ e consideramos grau de desvanecimento médio. Isto implica que $b_0 = 0,126$, $\mu = -0,115$ e $d_0 = 0,025921$. O desempenho do código TCM sobre anel nestes canais é indicado na figura 4-4.

A opção pelo desvanecimento com intensidade média deu-se pelo fato de que a diferença no desempenho encontrado quando variamos os parâmetros relativos à intensidade do desvanecimento no canal é praticamente nula, como é mostrado na figura 4-5, para o canal *Rayleigh*.

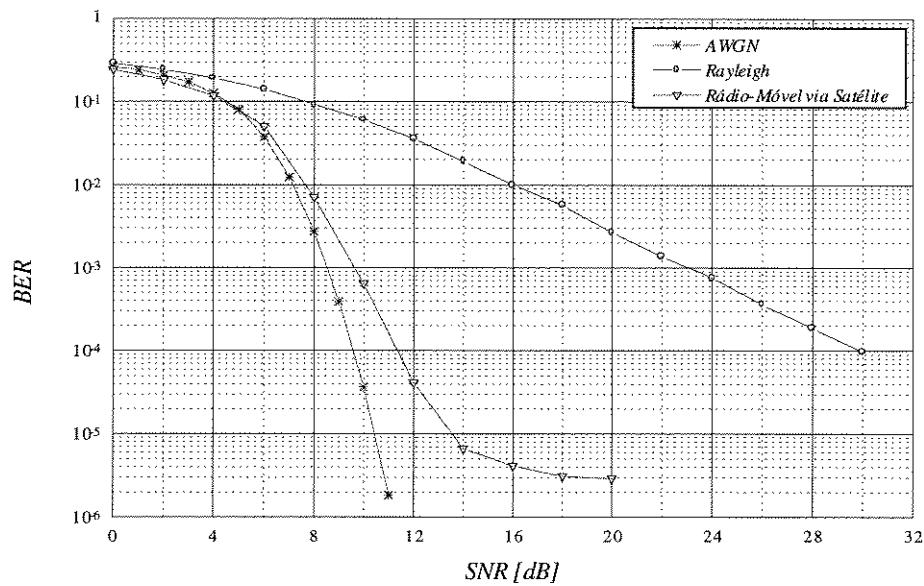


Figura 4-4: Desempenho do Código (2,2) (2,3)/ 6 1 no Canal Rayleigh e no Canal Rádio Móvel via Satélite - Desvanecimento com Intensidade Média

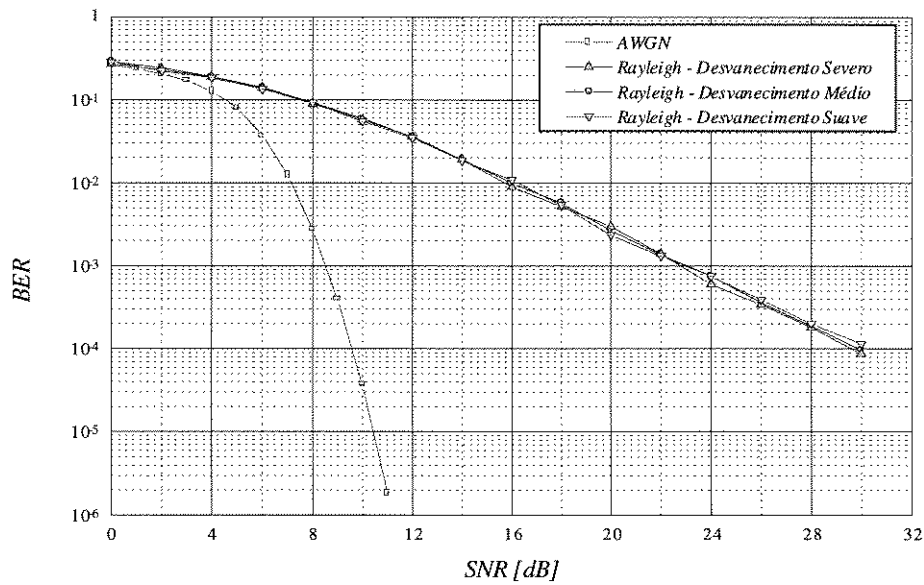


Figura 4-5: Desempenho do Código (2,2) (2,3)/ 6 1 no Canal Rayleigh para Desvanecimento com Intensidade Suave, Média e Severa

Para o canal *Rice*, utilizando os mesmos parâmetros da simulação anterior, e ajustando o parâmetro *K* para valores 0, 3 e 6 dB obtemos o desempenho do código *TCM*, mostrado na figura 4-6

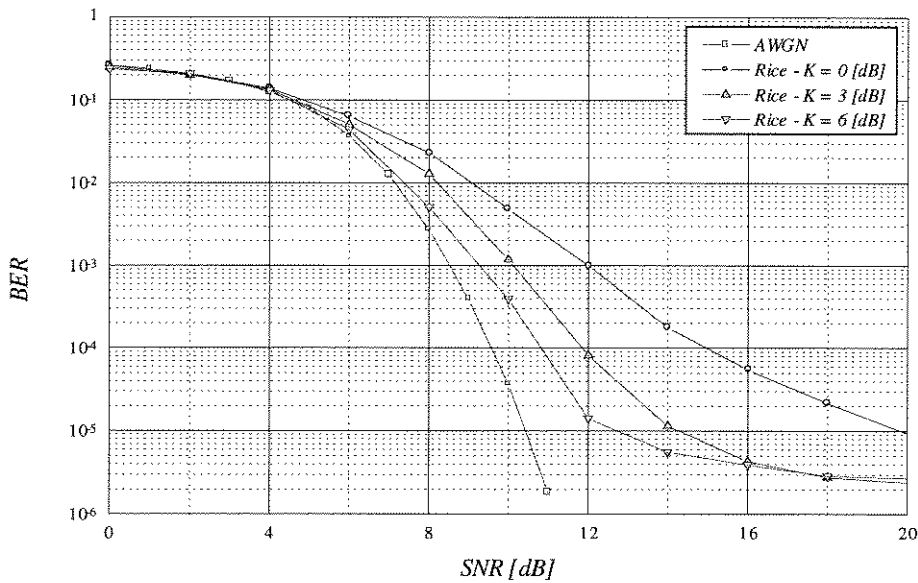


Figura 4-6: Desempenho do Código (2,2) (2,3)/ 6 1 no Canal Rice para valores de *K* = 0, 3 e 6 dB - Desvanecimento com Intensidade Média

Variando-se a largura de faixa de desvanecimento observamos que o desempenho do código *TCM* sobre anel, para o canal *Rayleigh*, melhora à medida que a largura de faixa de desvanecimento aumenta. Isto deve-se ao fato de que, com o aumento da largura de faixa de desvanecimento, os símbolos na saída do canal tendem a se descorrelacionar e com isso o canal aproxima-se do comportamento observado em um canal sem memória, favorecendo a técnica de decodificação utilizada. Isto está ilustrado na figura 4-7.

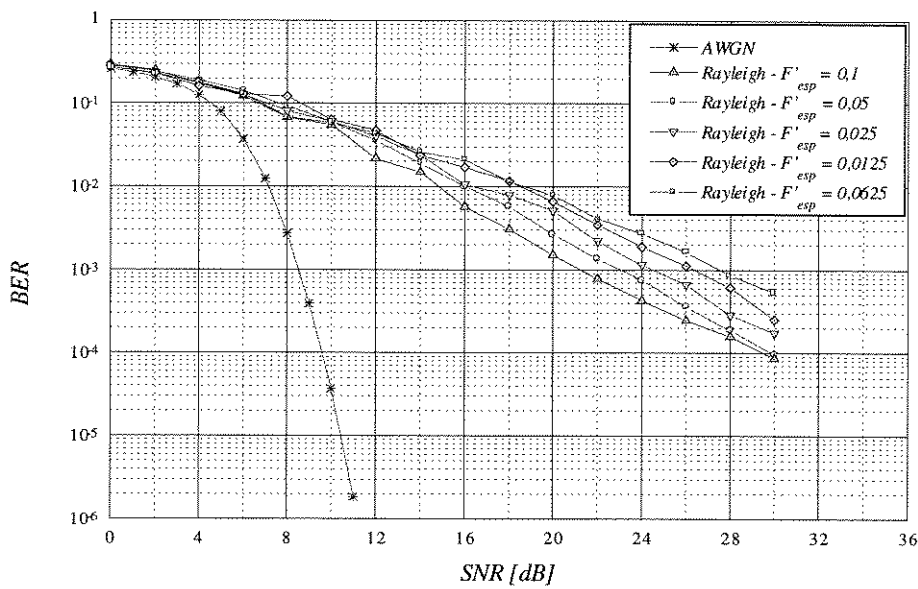


Figura 4-7: Desempenho do Código TCM sobre Anel com a Variação da Largura de Faixa de Desvanecimento – Desvanecimento de Intensidade Média.

A figura 4-8 mostra uma comparação entre o desempenho do código TCM sobre anel e o código de Ungerboeck equivalente, para o canal Rayleigh com desvanecimento de intensidade média e $F'_{esp} = 0,05$. Observe que o desempenho de ambos é praticamente idêntico ao passo que o desempenho do código TCM sobre anel no canal AWGN é um pouco inferior ao desempenho do código de Ungerboeck neste canal.

A figura 4-9 apresenta a comparação entre o desempenho do código TCM sobre anel e do código de Ungerboeck equivalente para o canal Rádio Móvel via Satélite com desvanecimento de intensidade média e $F'_{esp} = 0,05$. Observe que os desempenhos dos códigos são equivalentes para relação sinal / ruído (SNR) inferiores à 12 dB. Para relação sinal / ruído superiores à 14 dB o código TCM sobre anel apresenta desempenho superior ao do código de Ungerboeck equivalente.

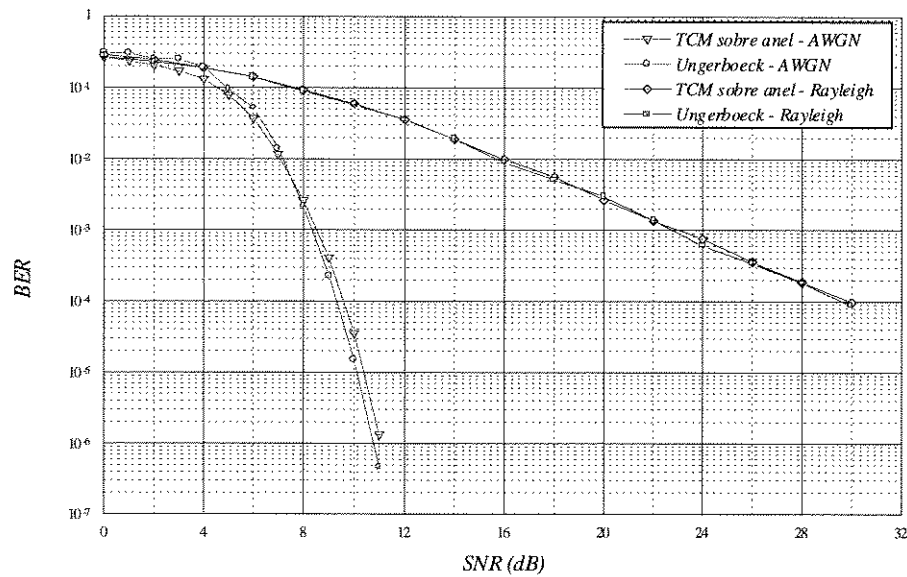


Figura 4-8: Comparação de Desempenho entre o Código TCM sobre Anel e o Código de Ungerboeck Equivalente - Canal Rayleigh com Desvanecimento de Intensidade Média

A figura 4-10 apresenta comparação entre os desempenhos do código TCM sobre anel e do código de Ungerboeck equivalente para o canal Rice com desvanecimento de intensidade média e $F'_{esp} = 0,05$ e com parâmetro K assumindo os valores 0, 3 e 6 dB. Neste canal os códigos apresentam desempenhos praticamente idênticos em toda faixa da relação sinal / ruído (SNR).

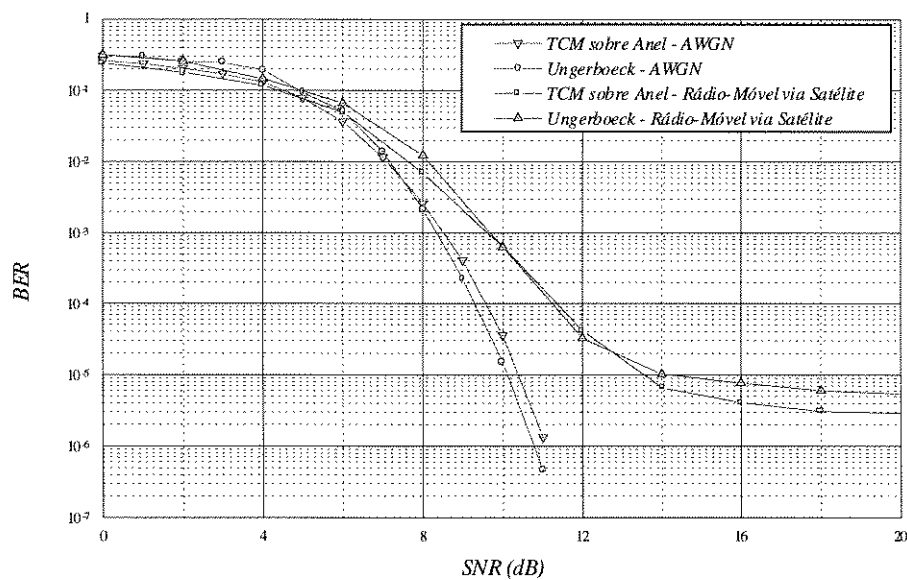


Figura 4-9: Comparação de Desempenho entre o Código TCM sobre Anel e o Código de Ungerboeck Equivalente - Canal Rádio Móvel via Satélite

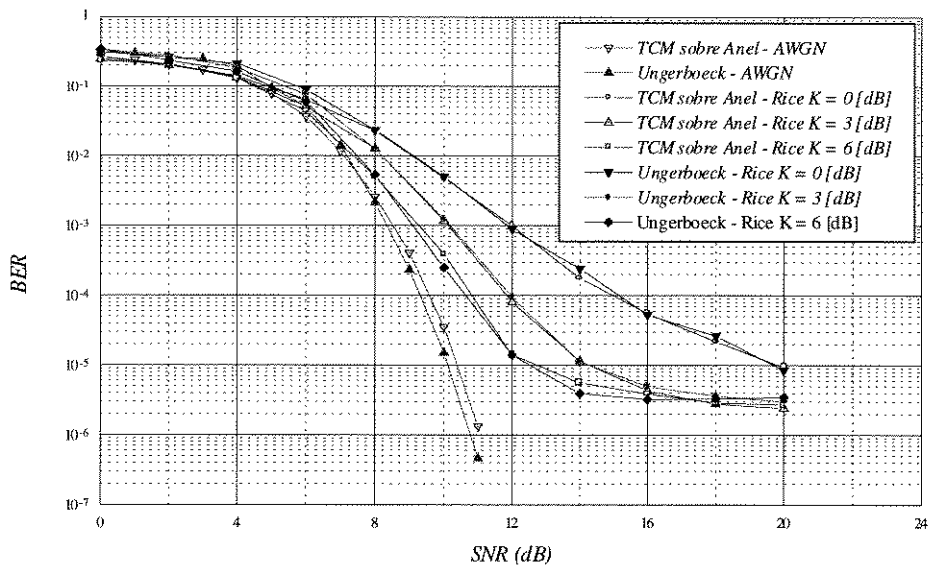


Figura 4-10: Comparação de Desempenho entre o Código TCM sobre Anel e o Código de Ungerboeck Equivalente - Canal Rice, vários Valores de K

Entrelaçador / Desentrelaçador:

O diagrama de bloco a seguir ilustra o sistema com entrelaçamento de símbolos de canal.

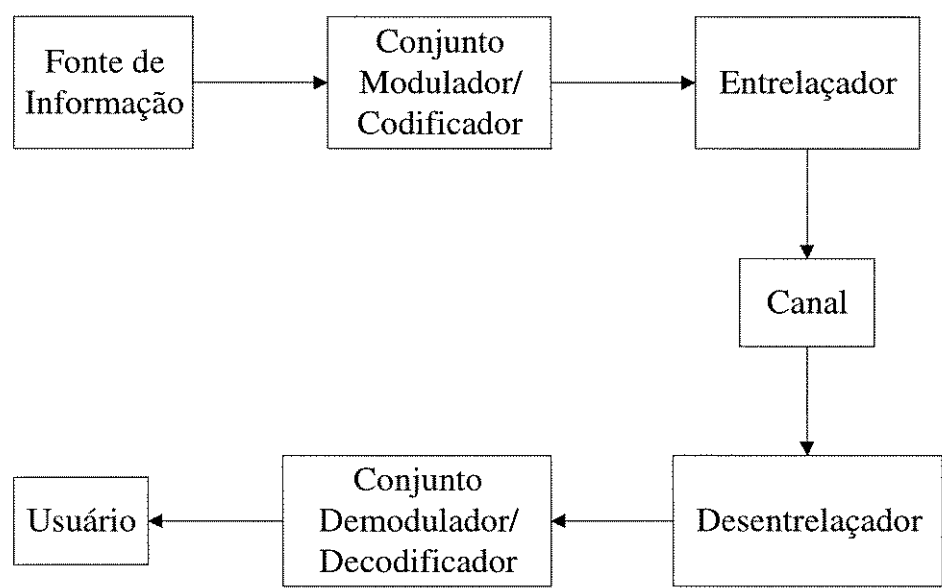


Figura 4-11: Diagrama em Blocos do Sistema de Comunicação Utilizando Entrelaçador / Desentrelaçador

O entrelaçador visa reduzir ou quebrar uma sequência de erros consecutivos causados por desvanecimento na amplitude [11]. Com esse artifício tornamos o canal sem memória e próximo do comportamento apresentado por um canal do tipo AWGN.

O entrelaçador da figura 4-11 pode ser caracterizado como um *buffer* com p linhas que representa a profundidade do entrelaçador e c colunas que representa a comprimento do entrelaçador. Desta maneira o tamanho do entrelaçador é dado pelo produto $p \cdot c$ símbolos. Os símbolos são inseridos no *buffer* em linhas sucessivas e retirados para a transmissão em colunas sucessivas. No receptor o desentrelaçador realiza a operação inversa, isto é, armazena os símbolos recebidos em colunas sucessivas e envia os dados para o conjunto demodulador/decodificador em linhas sucessivas.

Assim, o desempenho de um sistema utilizando o código (2,2) (2,3) / 6 1 com um entrelaçador de tamanho igual à 512 símbolos 8-PSK ($p = 32$ e $c = 16$) em um canal *Rayleigh* com desvanecimento de intensidade média e $F'_{esp} = 0,05$ é apresentado na figura 4-12. Como referência para comparação estão indicadas curvas de desempenho do código em canal AWGN e em canal *Rayleigh* com as mesmas características mas onde o uso de entrelaçador / desentrelaçador não é levado em consideração. Na mesma figura está mostrado o desempenho do código quando o tamanho do entrelaçador é de 1024 símbolos 8-PSK ($p = 64$ e $c = 16$).

Devemos salientar que existe uma limitação na quantidade de símbolos que podem ser utilizados no entrelaçador / desentrelaçador. Isto ocorre devido ao atraso introduzido no sistema com a utilização desta técnica. Esta limitação depende das características do sistema de comunicação utilizado [11]. Nas simulações o *buffer* do entrelaçador / desentrelaçador é mantido com um número de símbolos 8-PSK

inferior à 2048 o que representaria, por exemplo, um entrelaçador com $p = 64$ e $c = 32$, que também está ilustrado na figura 4-12.

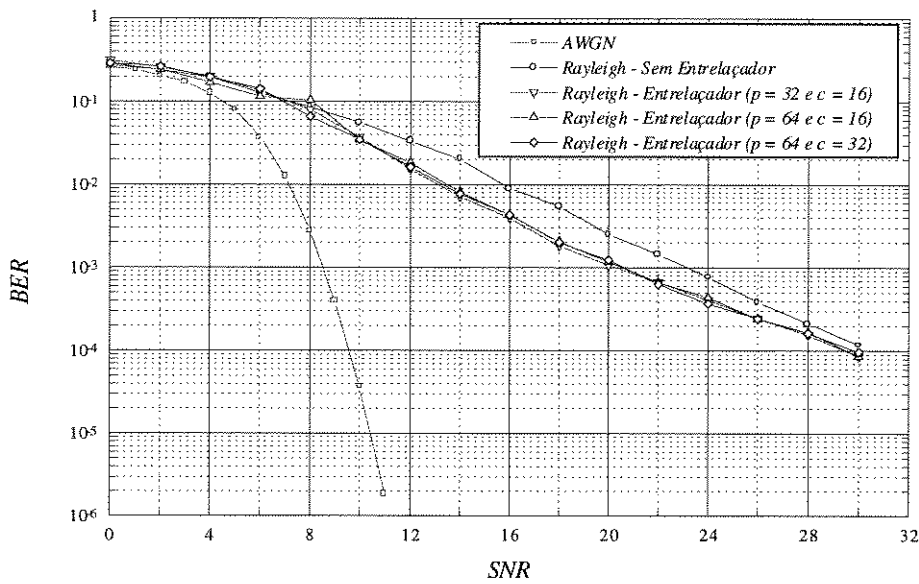


Figura 4-12: Desempenho do Código (2,2) (2,3)/6 1 com a Utilização de Entrelaçador / Desentrelaçador - buffer = 512, 1024 e 2048 símbolos 8-PSK.

4.3.2 Código (1,3) (3,6) / 6 1:

Este código convolucional multinível possui um elemento de memória e 8 estados. Sua matriz geradora é indicada a seguir:

$$G(D) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3D+6/6D+1 \\ 0 & 1 & 1D+3/6D+1 \end{bmatrix} \quad (4-15)$$

Seu codificador convolucional é mostrado na figura 4-13.

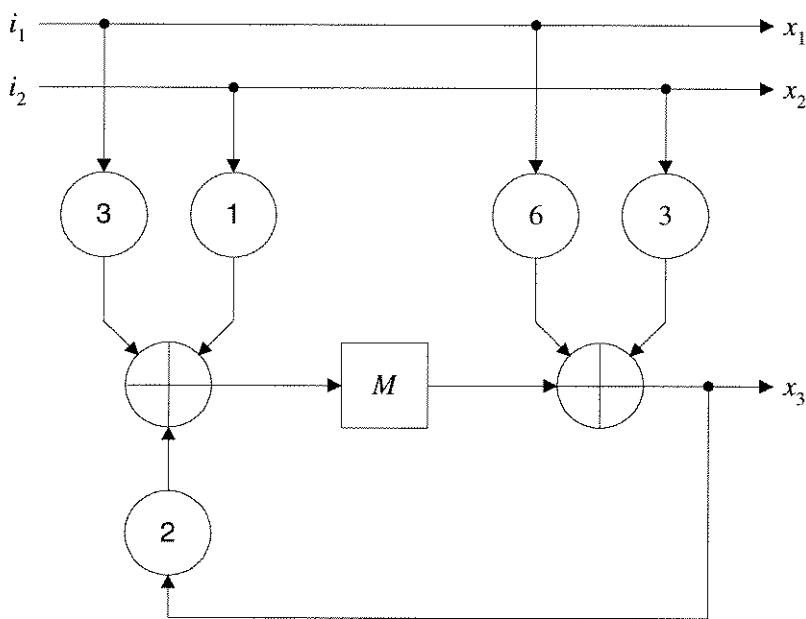


Figura 4-13: Codificador Convolutivo Multinível para o
Código (1,3) (3,6) / 6 1

onde M é um elemento de memória, i_1 , i_2 , x_1 , x_2 e x_3 são símbolos definidos sobre anel de inteiros módulo-8.

O código de Ungerboeck [3], indicado na tabela 4-4, também é utilizado como referência para comparação de desempenho dos códigos convolucionais multiníveis.

v	$H^0(D)$	$H^1(D)$	$H^2(D)$
3	$(11)_8$	$(02)_8$	$(04)_8$

Tabela 4-4: Polinômios de Cheque de Paridade para o
Código de Ungerboeck de 3 Memórias e 8 Estados

Para os canais *Rayleigh* e *Rádio Móvel* via satélite fazemos $F'_{esp} = 0,05$ e com grau de desvanecimento médio. O desempenho do código *TCM* sobre anel nestes canais é indicado na figura 4-14.

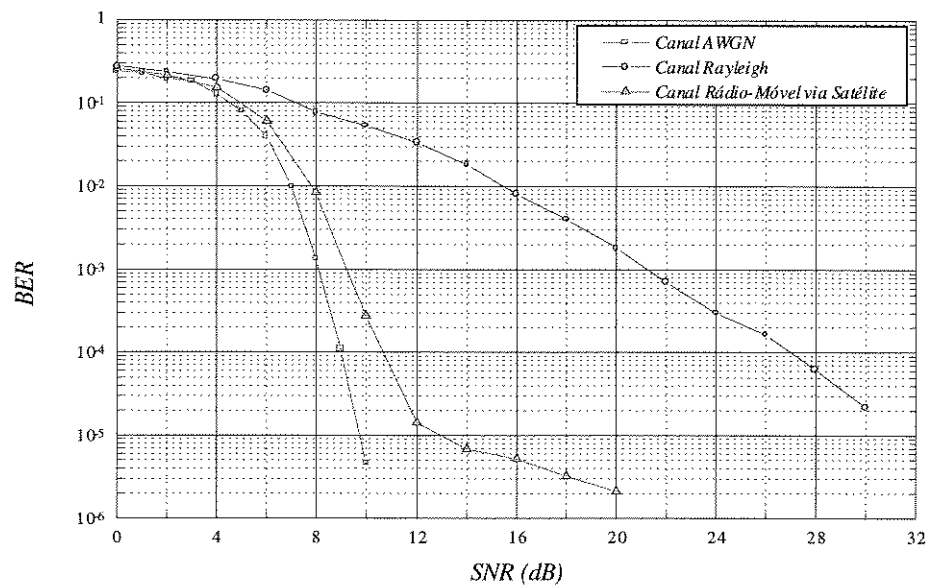


Figura 4-14: Desempenho do Código (1,3) (3,6) / 6 1 no Canal Rayleigh e no Canal Rádio Móvel via Satélite - Desvanecimento com Intensidade Média

A figura 4-15 mostra o desempenho do código (1,3) (3,6) / 6 1 para intensidade de desvanecimento suave, média e severa, para o canal *Rayleigh*. Podemos observar que, como no exemplo do código (2,2) (2,3) / 6 1, o desempenho do código não varia de maneira significativa com a variação da intensidade de desvanecimento. Portanto vamos utilizar como referência a curva de desempenho sobre o canal com desvanecimento de intensidade média para as próximas comparações de desempenho.

Para o canal *Rice*, utilizando os mesmos parâmetros da simulação anterior, e variando-se o parâmetro *K* para os valores 0, 3 e 6 dB obtemos o desempenho do código *TCM* sobre canal neste canal, como mostrado na figura 4-16.

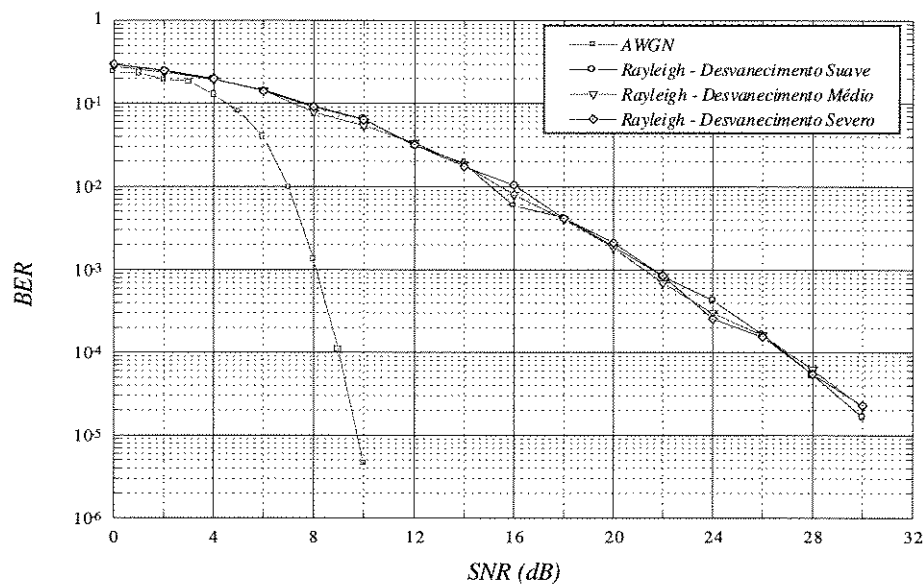


Figura 4-15: Desempenho do Código (1,3) (3,6)/6 1 no Canal Rayleigh para Desvanecimento com Intensidade Suave, Média e Severa

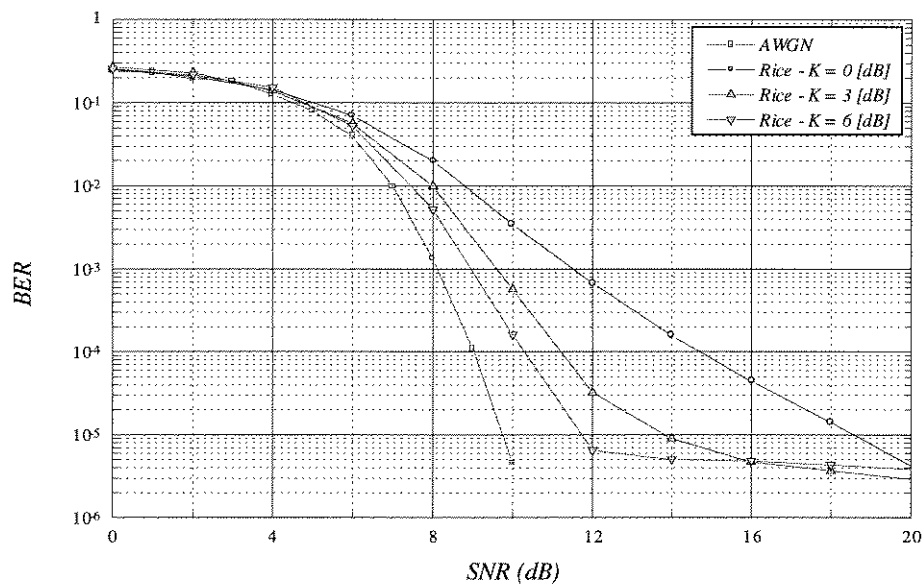


Figura 4-16: Desempenho do Código (1,3) (3,6)/6 1 no Canal Rice para valores de K = 0, 3 e 6 dB - Desvanecimento com Intensidade Média

A figura 4-17 mostra o desempenho do código TCM sobre anel (1,3) (3,6) / 6 1 quando variamos o largura de faixa de desvanecimento em um canal Rayleigh com desvanecimento com intensidade média. Podemos notar que o

desempenho é melhor quando o parâmetro F'_{esp} for igual à 0,1 o que corresponde a uma maior largura de faixa de desvanecimento.

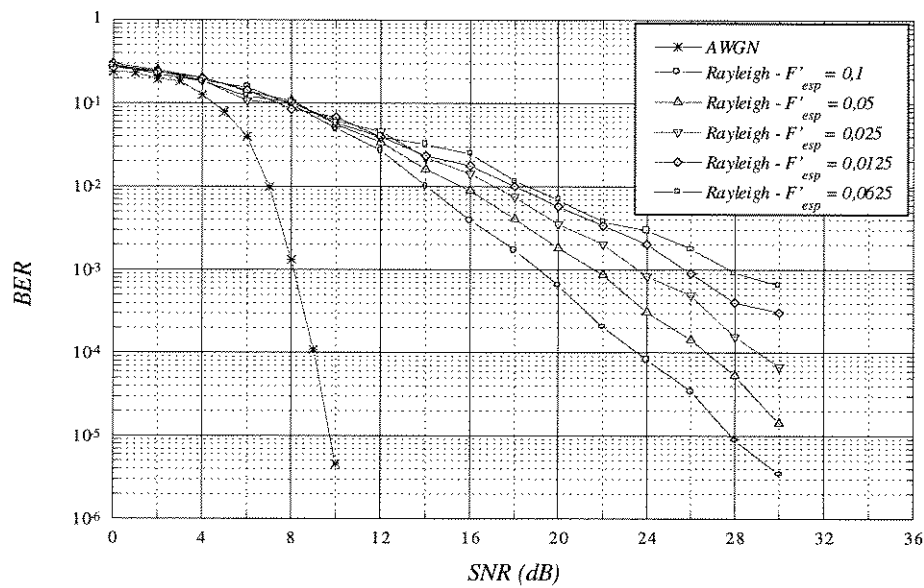


Figura 4-17: Desempenho do Código TCM sobre Anel com a Variação da Largura de faixa de Desvanecimento.

A figura 4-18 mostra uma comparação entre o desempenho do código TCM sobre anel e o código de Ungerboeck equivalente, para o canal Rayleigh com desvanecimento de intensidade média e $F'_{esp} = 0,05$. Podemos observar que o desempenho do código TCM sobre anel é superior ao código de Ungerboeck equivalente em aproximadamente 1,3 dB para uma probabilidade de erro de bit (BER) igual à 10^{-4} neste canal e que o desempenho de ambos é praticamente idêntico no canal AWGN.

A figura 4-19 apresenta a comparação entre o desempenho do código TCM sobre anel e do código de Ungerboeck equivalente para o canal Rádio Móvel via Satélite com desvanecimento de intensidade média e $F'_{esp} = 0,05$. Podemos observar que o desempenho dos códigos é equivalente para relação sinal / ruído (SNR) inferiores à 12 dB. Para relação sinal / ruído superiores à 12 dB o código TCM sobre anel apresenta desempenho superior ao do código de Ungerboeck equivalente.

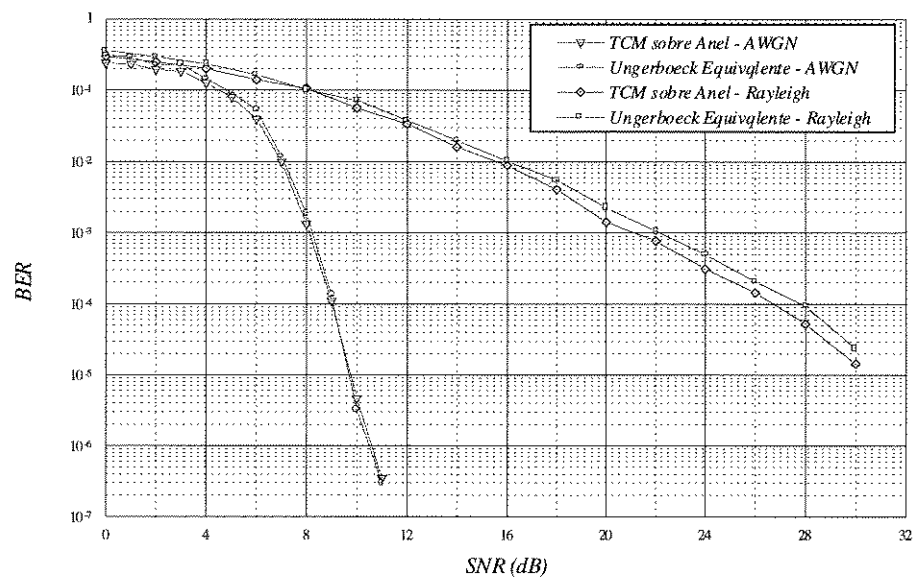


Figura 4-18: Comparação de Desempenho entre o Código TCM sobre Anel e o Código de Ungerboeck Equivalente - Canal Rayleigh

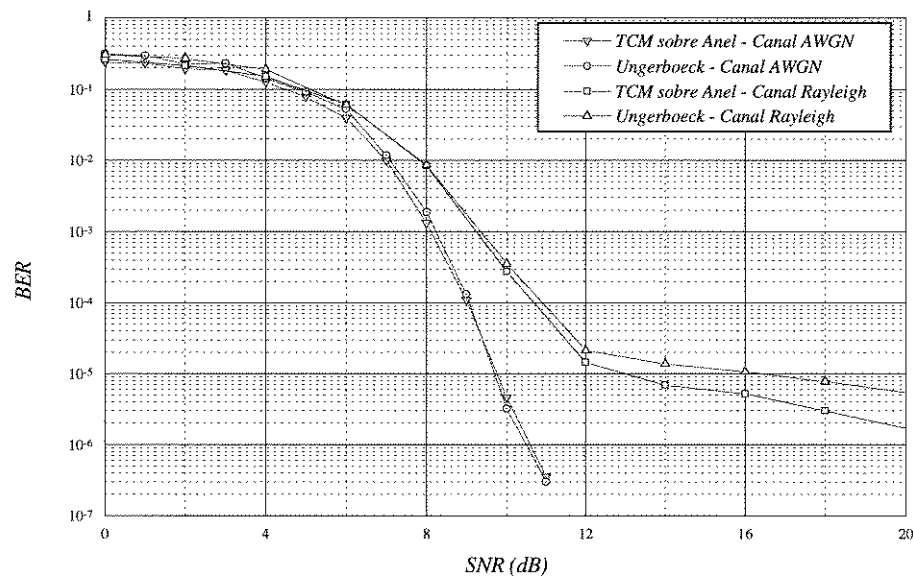


Figura 4-19: Comparação de Desempenho entre o Código TCM sobre Anel e o Código de Ungerboeck Equivalente - Canal Rádio Móvel via Satélite

A figura 4-20 apresenta comparação entre os desempenhos do código TCM sobre anel e do código de Ungerboeck equivalente para o canal *Rice* com desvanecimento de intensidade média e $F'_{esp} = 0,05$ e com parâmetro K assumindo

os valores 0, 3 e 6 dB. Neste canal os códigos apresentam desempenho praticamente idênticos em toda faixa da relação sinal / ruído (SNR), para todos os valores de K .

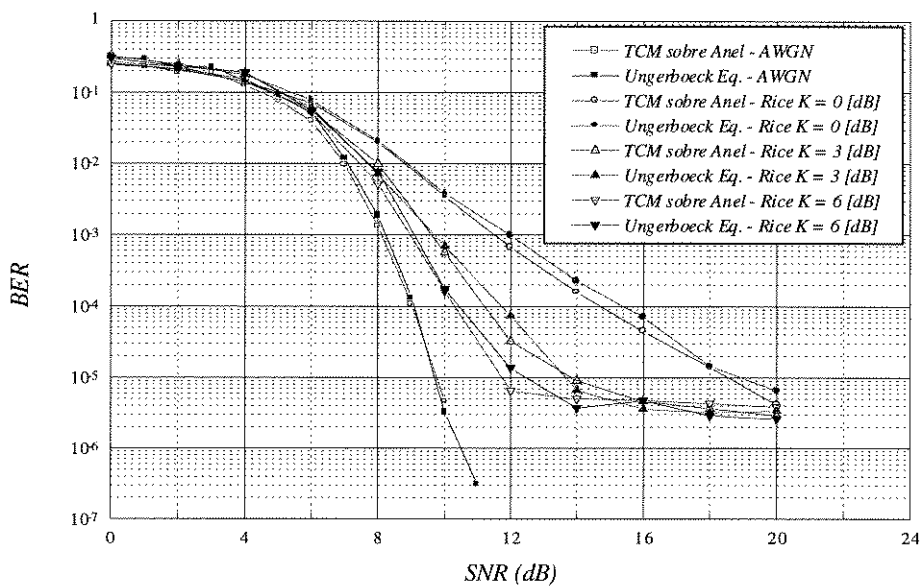


Figura 4-20: Comparação de Desempenho entre o Código TCM sobre Anel e o Código de Ungerboeck Equivalente - Canal Rice, vários Valores de K

As curvas de desempenho de um sistema utilizando o código (1,3) (3,6)/ 6 1 com entrelaçadores de tamanho igual à 512, 1024 e 2048 símbolos 8-PSK em um canal *Rayleigh* com desvanecimento de intensidade média e $F'_{esp} = 0,05$ são apresentadas na figura 4-21. Como referência para comparação estão indicadas curvas de desempenho do código em canal *AWGN* e em canal *Rayleigh* com as mesmas características mas onde o uso de entrelaçador / desentrelaçador não é levado em consideração. Podemos notar que com o uso de um entrelaçador de 512 símbolos 8-PSK obtemos desempenho bastante superior em relação ao desempenho em canal *Rayleigh* onde não é utilizado entrelaçamento / desentrelaçamento e que o uso de entrelaçadores de tamanhos maiores (1024 e 2048 símbolos) não implica em aumento de desempenho e portanto não justifica a sua utilização.

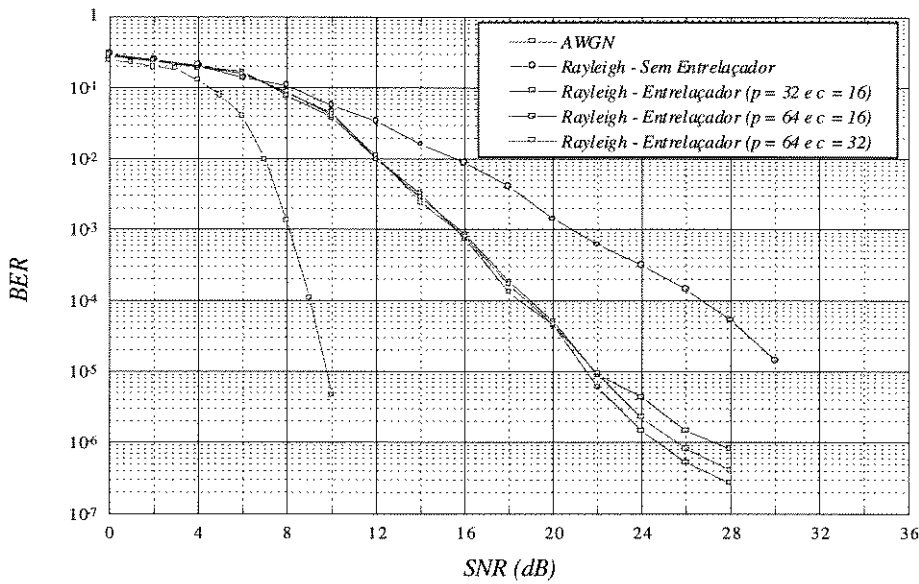


Figura 4-21: Desempenho do Código (1,3) (3,6) / 6 1 com a Utilização de Entrelaçador / Desentrelaçador - buffer = 512, 1024, 2048 símbolos 8-PSK.

4.3.3 Código (0,0) (7,2) (2,3)/ 4 3 1:

Este código convolucional multinível possui, diferentemente dos códigos anteriores, dois elementos de memória e apresenta 16 estados. Sua matriz geradora é indicada a seguir e seu codificador convolucional multinível definido sobre anel de inteiros módulo-8 está mostrado na figura 4-22.

$$G(D) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2D+3 / 4D^2+3D+1 \\ 0 & 1 & 7D+2 / 4D^2+3D+1 \end{bmatrix} \quad (4-16)$$

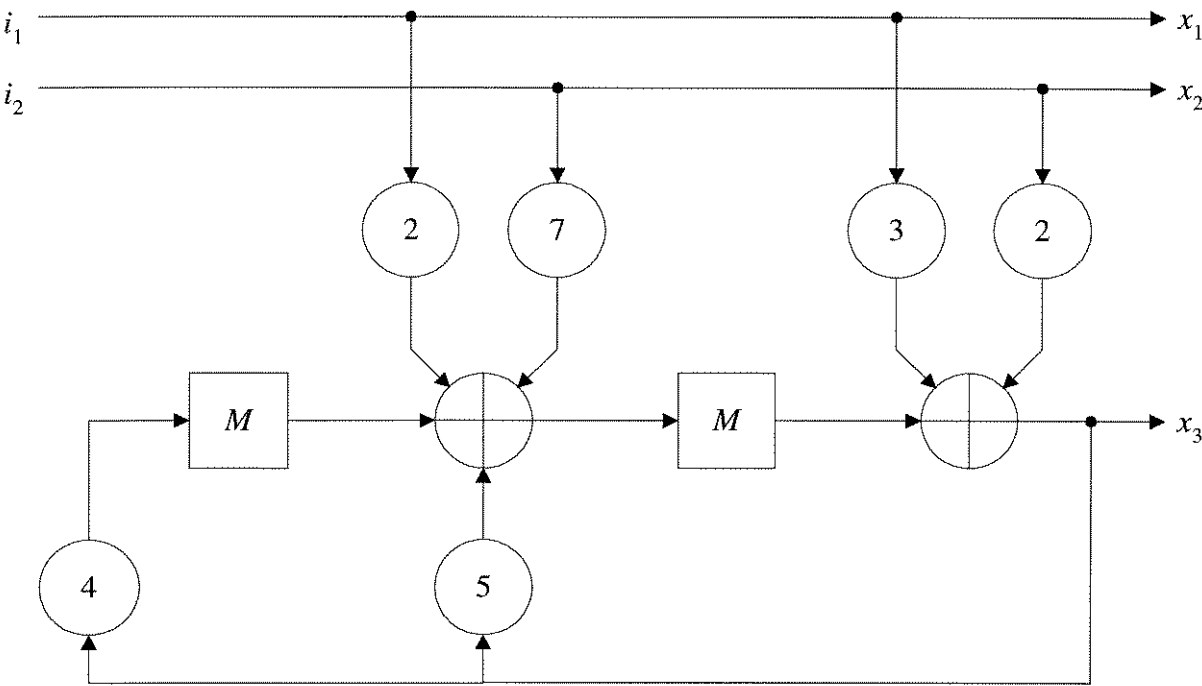


Figura 4-22: Codificador Convolutivo Multinível
para o Código (0,0) (7,2) (2,3) / 4 3 1

onde M é um elemento de memória, i_1 , i_2 , x_1 , x_2 e x_3 são símbolos definidos sobre anel de inteiros módulo-8.

O código de Ungerboeck [3], indicado na tabela 4-5, é utilizado como referência para comparação de desempenho dos códigos TCM sobre anéis.

v	$H^0(D)$	$H^1(D)$	$H^2(D)$
2	$(23)_8$	$(04)_8$	$(16)_8$

Tabela 4-5: Polinômios de Cheque de Paridade para o
Código de Ungerboeck de 4 Memórias e 16 Estados

Para os canais *Rayleigh* e *Rádio Móvel via Satélite* fazemos $F'_{esp} = 0,05$ e grau de desvanecimento médio ($b_0 = 0,126$, $\mu = -0,115$ e $d_0 = 0,025921$). O desempenho do código TCM sobre anel é mostrado na figura 4-23.

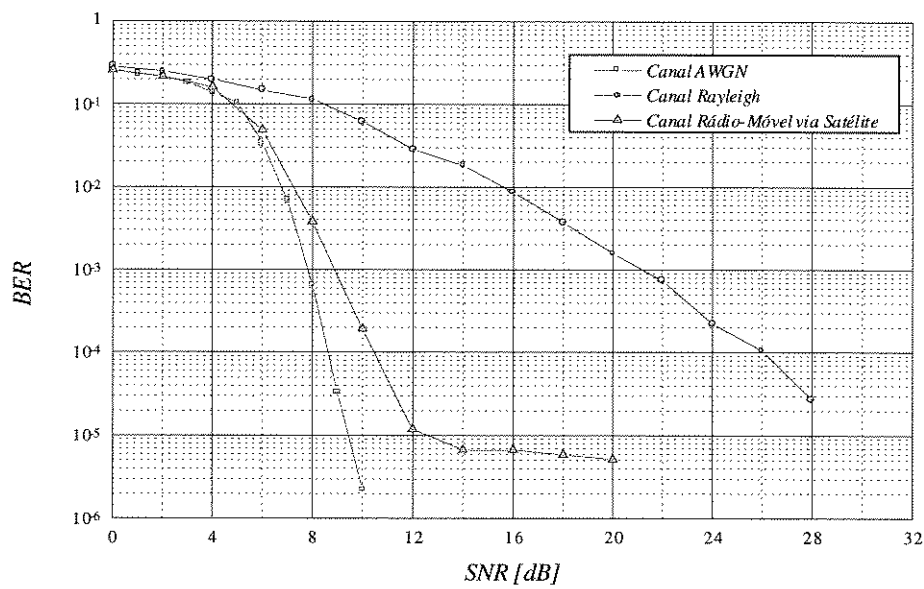


Figura 4-23: Desempenho do Código (0,0) (7,2) (2,3) / 4 3 1 em Canais com Desvanecimento - Desvanecimento com Intensidade Média e $F'_{esp} = 0,05$.

Para o canal com desvanecimento *Rice*, utilizando os mesmos parâmetros da simulação anterior e variando-se o parâmetro K através dos valores 0, 3 e 6 dB obtemos o desempenho do código *TCM* sobre anel para este canal, como mostrado na figura 4-24. Podemos observar nesta figura que o canal apresenta uma saturação no desempenho da taxa de erro de bit (BER) em $\sim 2 \cdot 10^{-5}$ para relações sinal / ruído (SNR) maiores que 16 dB para $K = 0$ dB e para SNR maiores que 14 dB a BER satura em $\sim 6,5 \cdot 10^{-6}$ para $K = 3$ e 6 dB.

Na figura 4-25 mostramos o desempenho do código *TCM* sobre anel para o canal *Rayleigh* a medida que modificamos a largura de faixa de ruído (o que implica na variação do fator F'_{esp}).

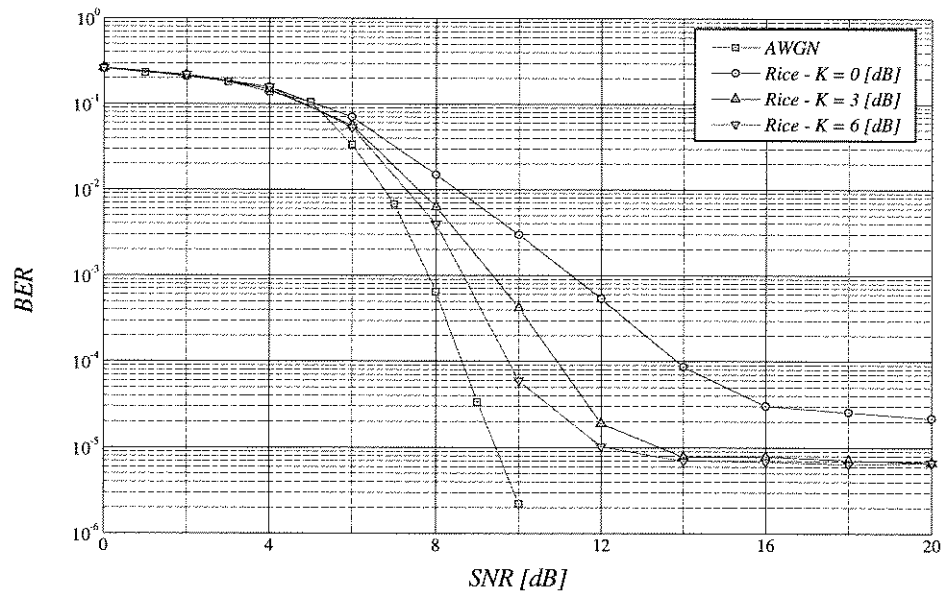


Figura 4-24: Desempenho do Código (0,0) (7,2) (2,3)/4 3 1 no Canal Rice para valores de $K = 0, 3$ e 6 dB – Desvanecimento com Intensidade Média

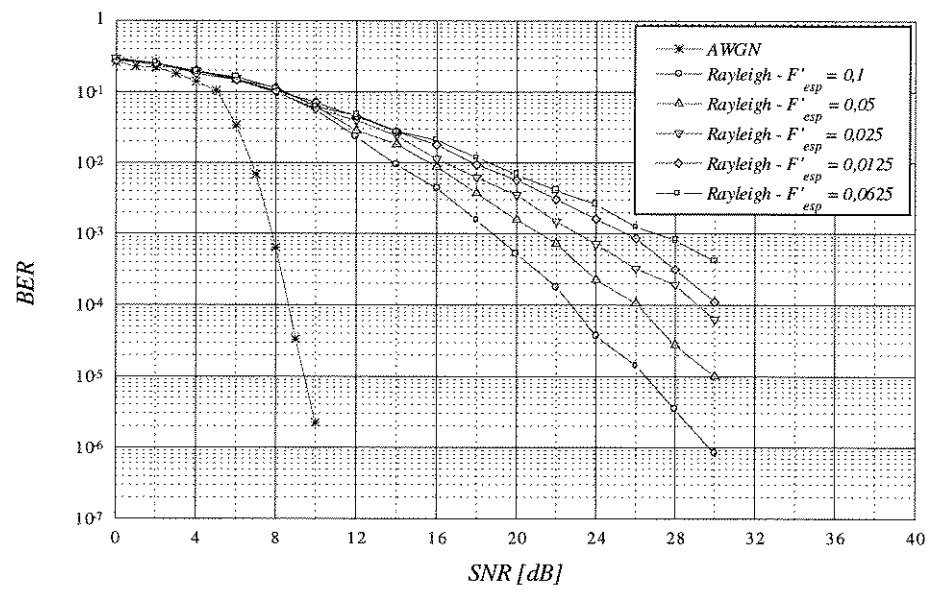


Figura 4-25: Desempenho do Código (0,0) (7,2) (2,3)/4 3 1 com a variação da Largura de Faixa do Ruído – Desvanecimento com Intensidade Média

Como podemos notar da figura anterior este código apresenta um padrão similar de desempenho aos códigos apresentados anteriormente quanto à variação

da largura de faixa do ruído. A explicação para este comportamento é a mesma que foi utilizada nas simulações dos códigos anteriores.

Na figura 4-26 mostraremos a comparação entre o código *TCM* sobre anel e o código de Ungerboeck equivalente para o canal que apresenta desvanecimento *Rayleigh* e com grau de desvanecimento médio ($b_0 = 0,126$, $\mu = -0,115$ e $d_0 = 0,025921$).

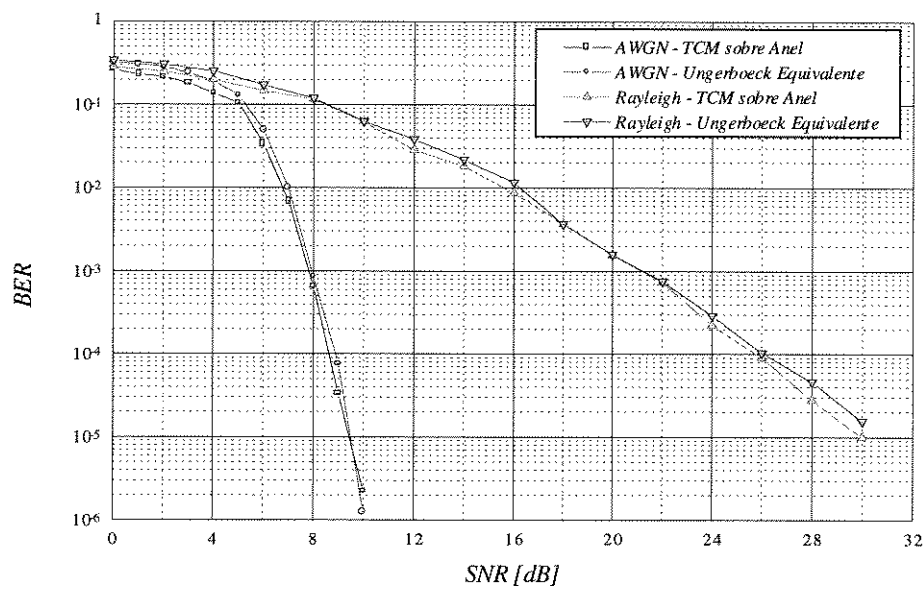


Figura 4-26: Comparação entre os Desempenhos do Código (0,0) (7,2) (2,3)/4 3 1 e o Código de Ungerboeck Equivalente para o Canal Rayleigh – Desvanecimento com Intensidade Média

Observe da figura 4-26 que o desempenho dos códigos para o canal AWGN é praticamente idêntico para todos os valores da relação sinal / ruído (SNR). Já para o canal com desvanecimento *Rayleigh* os desempenhos dos códigos são equivalentes para valores da relação sinal / ruído menores ou iguais a 22 dB. A partir de 24 dB o desempenho do código *TCM* sobre anel é ligeiramente superior chegando a apresentar um desempenho de aproximadamente 0,9 dB melhor para uma taxa de erro de bit (BER) de $2 \cdot 10^{-5}$.

A comparação entre os desempenhos do código *TCM* sobre anel e do código de Ungerboeck equivalente para o canal *Rádio Móvel via Satélite*, mantendo-se constantes os mesmos parâmetros utilizados na simulação da figura anterior, está mostrado na figura 4-27. Tanto para o canal *AWGN* quanto para o canal *Rádio Móvel via Satélite* os desempenhos dos códigos são equivalentes.

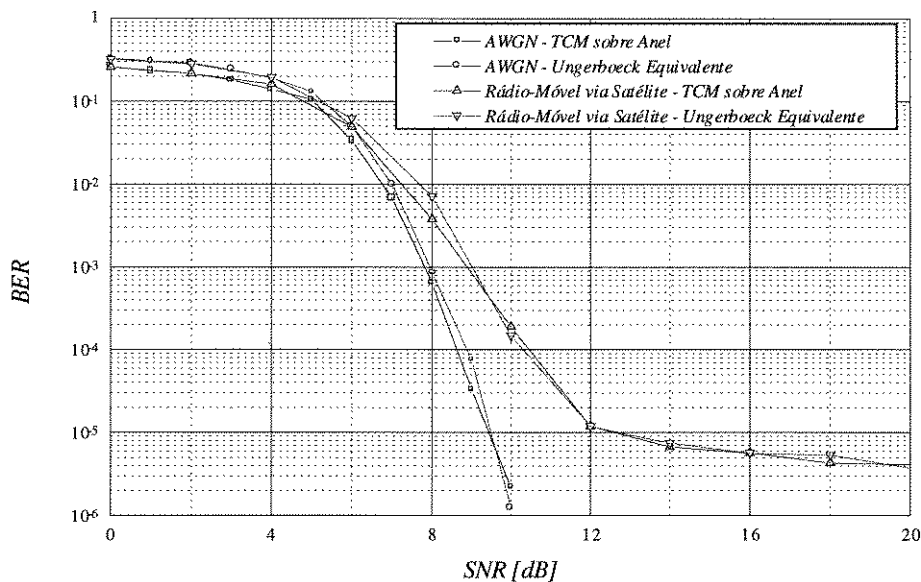


Figura 4-27: Comparação dos Desempenhos do Código (0,0) (7,2) (2,3)/ 4 3 1 e o Código de Ungerboeck Equivalente para o Canal Rádio-Móvel via Satélite – Desvanecimento com Intensidade Média

As figuras 4-28, 4-29 e 4-30 mostram o desempenho comparativo entre os códigos *TCM* sobre anel e o código de Ungerboeck equivalente para um canal que apresenta desvanecimento *Rice*, com o parâmetro K assumindo respectivamente os valores de 0 , 3 e 6 dB, com fator $F'_{esp} = 0,05$ e com grau de desvanecimento médio ($b_0 = 0,126$, $\mu = -0,115$ e $d_0 = 0,025921$).

Podemos observar na figura 4-28 que o desempenho no canal *AWGN* é praticamente idêntico para os códigos *TCM* sobre anel e Ungerboeck equivalente. Já para o caso onde o canal apresenta desvanecimento *Rice* com o parâmetro $K = 0$ dB, o desempenho dos códigos é bastante semelhante da faixa de valores da relação sinal / ruído (SNR) inferiores à 14 dB. A partir de 14 dB o código *TCM*

sobre anel apresenta desempenho superior a do código de Ungerboeck equivalente, chegando a apresentar um desempenho de aproximadamente 1,7 dB melhor para uma taxa de erro de bit (BER) de $1 \cdot 10^{-5}$.

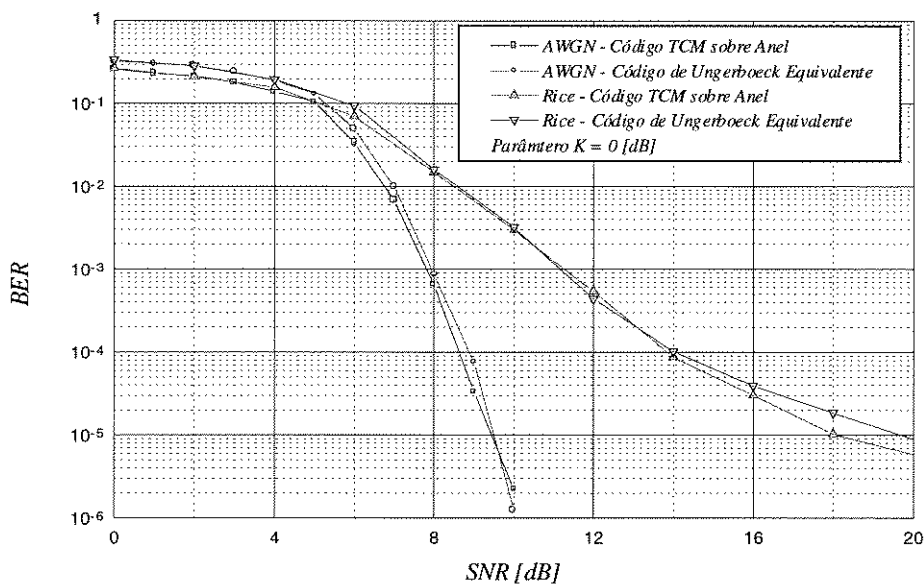


Figura 4-28: Comparação entre os Desempenhos do Código (0,0) (7,2) (2,3)/4 3 1 e o Código de Ungerboeck Equivalente para o Canal Rice com Parâmetro K = 0 dB
Desvanecimento com Intensidade Média

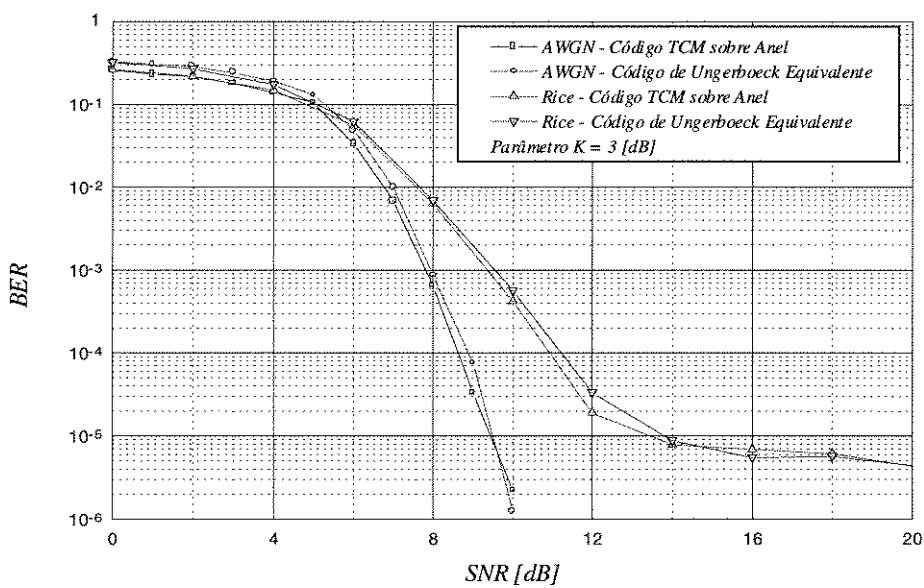


Figura 4-29: Comparação entre os Desempenhos do Código (0,0) (7,2) (2,3)/4 3 1 e o Código de Ungerboeck Equivalente para o Canal Rice com Parâmetro K = 3 dB
- Desvanecimento com Intensidade Média

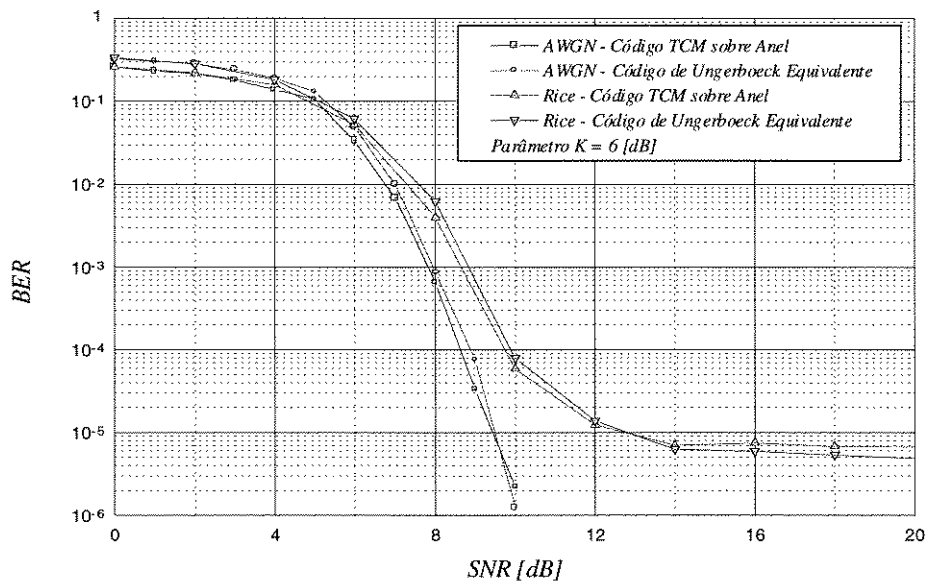


Figura 4-30: Comparação entre os Desempenhos do Código (0,0) (7,2) (2,3)/ 4 3 1 e o Código de Ungerboeck Equivalente para o Canal Rice com Parâmetro $K = 6$ dB
- Desvanecimento com Intensidade Média

Para o caso do canal *Rice* com parâmetro $K = 3$ dB (figura 4-29) os desempenhos dos códigos são praticamente idênticos para toda a faixa de valores da relação sinal / ruído (SNR) exceto para a faixa compreendida entre 10 e 13 dB onde o desempenho do código *TCM* sobre anel é ligeiramente superior a do código de Ungerboeck equivalente.

Para o canal *Rice* com $K = 6$ dB o desempenho dos códigos é semelhante na faixa de relação sinal / ruído inferiores a 14 dB. A partir de 14 dB o desempenho do código de Ungerboeck é superior à do código *TCM* sobre anel.

Finalmente analisaremos o desempenho em termos da taxa de erro de bit (BER) para o canal *Rayleigh* com $F'_{esp} = 0,05$ e grau de desvanecimento médio ($b_0 = 0,126$, $\mu = -0,115$ e $d_0 = 0,025921$) devido a utilização de entrelaçadores / desentrelaçadores no sistema. Conforme as simulações realizadas para os códigos anteriores serão analisados os casos em que o tamanho do entrelaçador pode assumir 512, 1024 ou 2048 símbolos 8-PSK o que corresponde a conjuntos entrelaçador / desentrelaçador com os respectivos parâmetros p e c : $p = 32$ e $c = 16$

(*buffer* com 512 símbolos 8-PSK), $p = 64$ e $c = 16$ (*buffer* com 1024 símbolos 8-PSK) e $p = 64$ e $c = 32$ (*buffer* com 2048 símbolos 8-PSK). Na mesma figura estão indicados os desempenhos do código *TCM* sobre *anel* para o canal *AWGN* e para o canal *Rayleigh* sem o entrelaçador / desentrelaçador. Estes desempenhos são mostrados na figura 4-31.

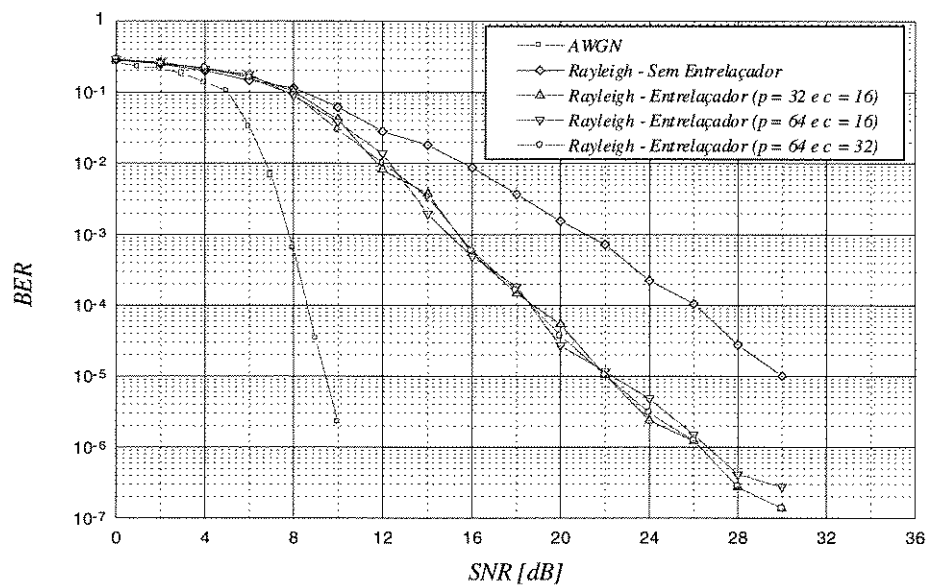


Figura 4-31: Desempenho do Código (0,0) (7,2) (2,3)/4 3 1 com a Utilização de Entrelaçador / Desentrelaçador - *buffer* de 512, 1024 e 2048 símbolos 8-PSK.

Como podemos observar na figura 4-31 o desempenho quando da utilização do conjunto entrelaçador / desentrelaçador é equivalente, independente do tamanho do *buffer* utilizado no entrelaçador. Com isso não se justifica a utilização de *buffer* com 1024 e 2048 símbolos 8-PSK. Ainda, devemos ressaltar que a utilização de tal esquema propicia um ganho de aproximadamente 8 dB na relação sinal / ruído (SNR) para uma taxa de erro de bit (BER) igual a $1 \cdot 10^{-5}$.

4.3.4 Comparação de Desempenho entre os Códigos TCM sobre Anel

Nas seções anteriores mostramos o desempenho dos códigos TCM sobre anel em canais com desvanecimento e traçamos diversas curvas de desempenho comparativas entre estes códigos e os códigos de Ungerboeck equivalentes. Nesta seção mostraremos o desempenho dos códigos TCM entre si de tal forma que poderemos observar algumas características importantes dos sistemas, especialmente quanto ao uso ou não de entrelaçadores e a degradação ou não do sistema quando o código apresenta transições paralelas.

Para facilitar a apresentação dos resultados, os códigos seguirão a nomenclatura indicada na tabela 4-6.

Código Convolutacional Multinível	Características do Código		Nomenclatura Adotada
	Número de Memórias	Número de Estados	
(2,2) (2,3)/ 6 1	1	4	TCM1
(1,3) (3,6)/ 6 1	1	8	TCM2
(0,0) (7,2) (2,3)/ 4 3 1	2	16	TCM3

Tabela 4-6: Nomenclatura dos Códigos Convolutacionais Multiníveis

A figura 4-32 mostra o desempenho dos códigos TCM1, TCM2 e TCM3 tanto em canal com desvanecimento Rayleigh com $F'_{esp} = 0,05$ e grau de desvanecimento médio ($b_0 = 0,126$, $\mu = -0,115$ e $d_0 = 0,025921$) quanto em canal AWGN. Podemos notar uma melhora de ~ 3 dB no desempenho entre os códigos TCM1 e TCM2.

Note que estes esquemas têm em comum um elemento de memória mas números de estados diferentes. Com o aumento do número de memórias para 2 memórias (código TCM3) um aumento adicional de ~ 1 dB, com relação ao código TCM2, é observado no desempenho em canal Rayleigh, para uma taxa de erro de

bit (BER) de $1 \cdot 10^{-4}$. Ressaltamos que este código apresenta 16 estados e, portanto, transições paralelas entre estados. Com o aumento do número de estados temos uma melhora no desempenho do código, como pode ser comprovado na figura 4-32.

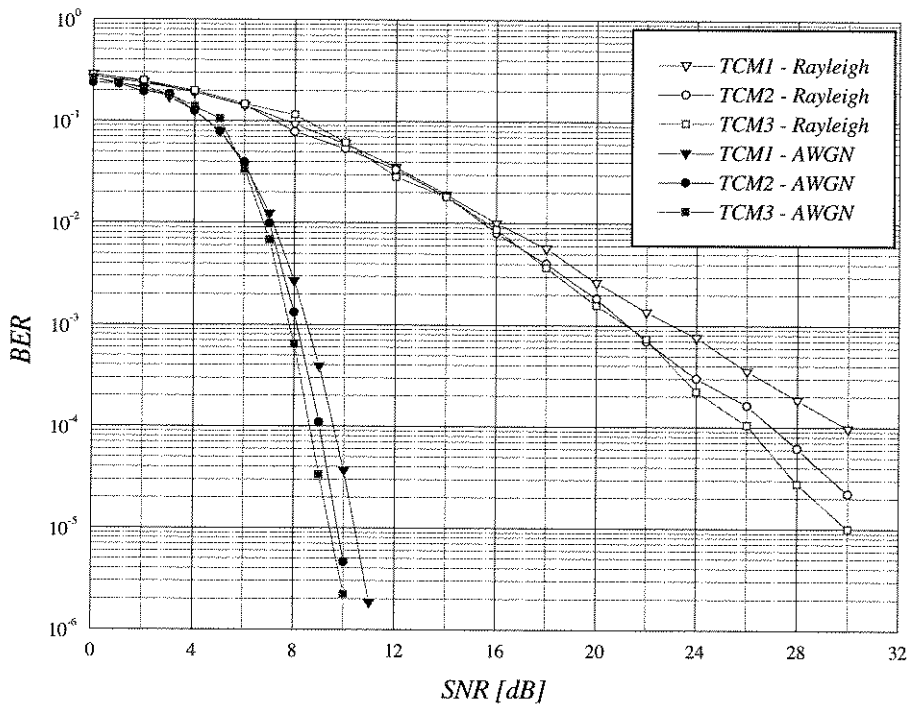


Figura 4-32: Comparação entre os Desempenhos dos Códigos TCM1, TCM2 e TCM3 – Canal Rayleigh com Desvanecimento Médio.

Na figura 4-33 mostramos a comparação entre os desempenhos dos códigos TCM sobre anéis quando esquemas de entrelaçamento são utilizados. O tamanho do entrelaçador / desentrelaçador é de 512 símbolos 8-PSK ($p = 32$ e $c = 16$). O canal apresenta desvanecimento Rayleigh com $F'_{esp} = 0,05$ e grau de desvanecimento médio ($b_0 = 0,126$, $\mu = -0,115$ e $d_0 = 0,025921$). Podemos observar que para os três códigos a utilização de entrelaçadores resulta em melhora no desempenho do código. Essa melhora é muito superior para os códigos TCM2 e TCM3, onde os ganhos na relação sinal / ruído chegam a aproximadamente 8,4 dB e 7,2 dB, respectivamente. Portanto a utilização de entrelaçadores faz com que o

esquema de codificação apresente melhor desempenho no sentido que as seqüências contínuas de erros na saída do canal são quebradas e espalhadas no tempo, com isso o canal aproxima-se de um canal sem memória, favorecendo a utilização de decodificadores otimizados para este tipo de canal.

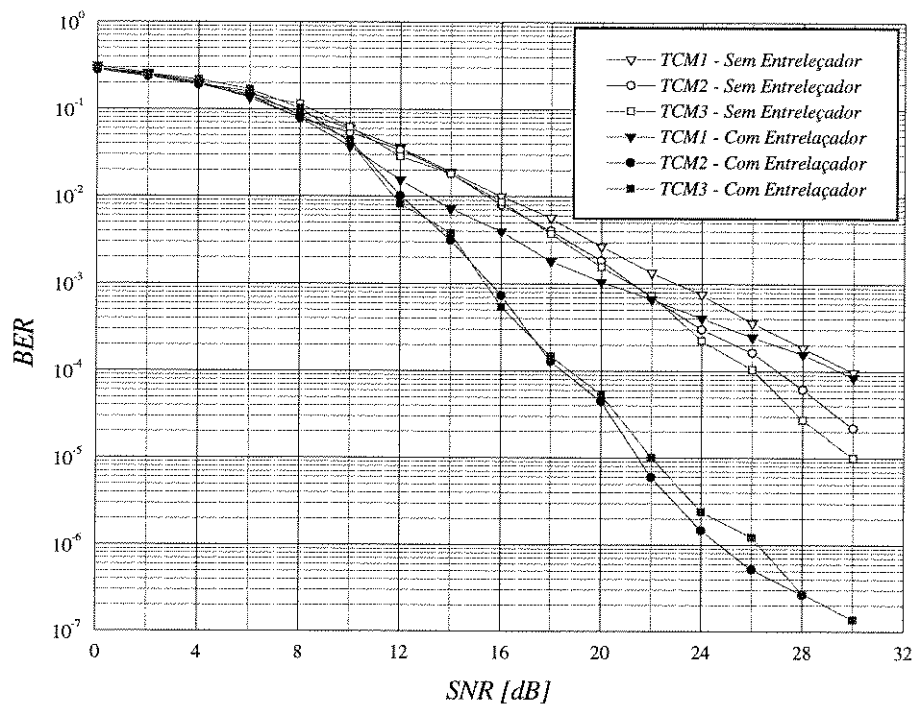


Figura 4-33: Comparação entre os Desempenhos dos Códigos TCM1, TCM2 e TCM3 em Canal Rayleigh com Desvanecimento Médio e o uso de Entrelaçador

Para o canal *Rádio Móvel via Satélite*, os desempenhos dos códigos TCM sobre anéis estão mostrados na figura 4-34, para o caso de desvanecimento com intensidade média. Podemos observar que o desempenho dos códigos é melhor quanto maior for seu número de estados (na faixa de relação sinal / ruído menor ou igual a 14 dB). A partir de 14 dB há uma inversão nos desempenhos, de maneira que o código com menor número de estados passa a apresentar o melhor desempenho.

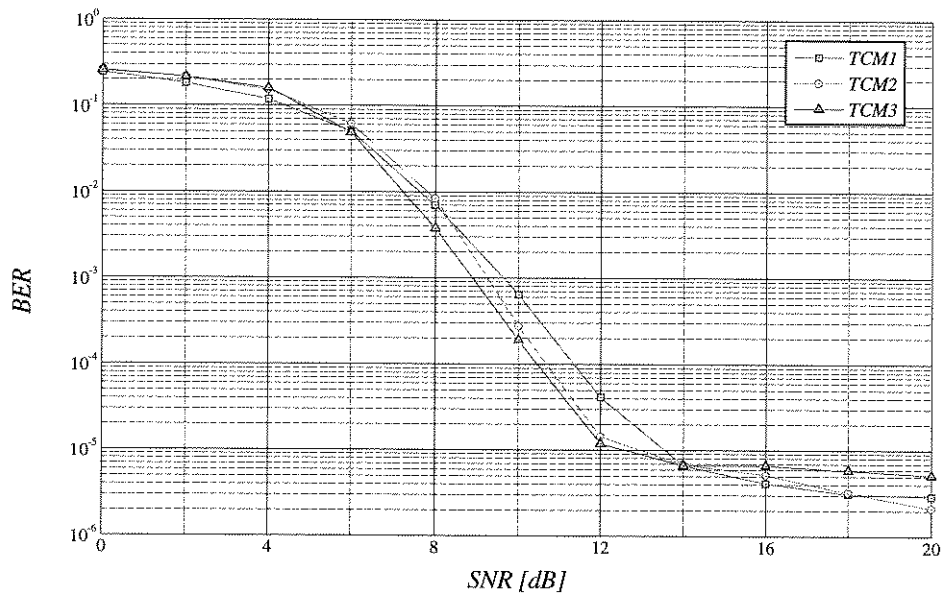


Figura 4-34: Comparação entre os Desempenhos dos Códigos TCM1, TCM2 e TCM3 para o Canal Rádio Móvel via Satélite com Desvanecimento de Intensidade Média

As figuras 4-35, 4-36 e 4-37 mostram os desempenhos dos códigos TCM sobre anéis para o caso do canal com desvanecimento *Rice* de intensidade média, com parâmetro $K = 0, 3$ e 6 dB, respectivamente.

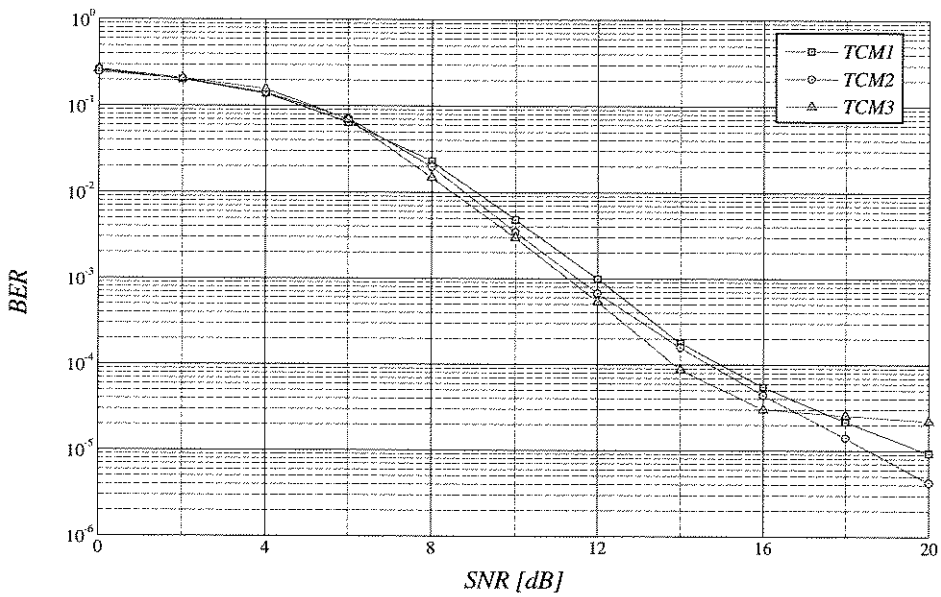


Figura 4-35: Comparação entre os Desempenhos dos Códigos TCM sobre Anel em Canal Rice com Desvanecimento Médio e $K = 0$ dB

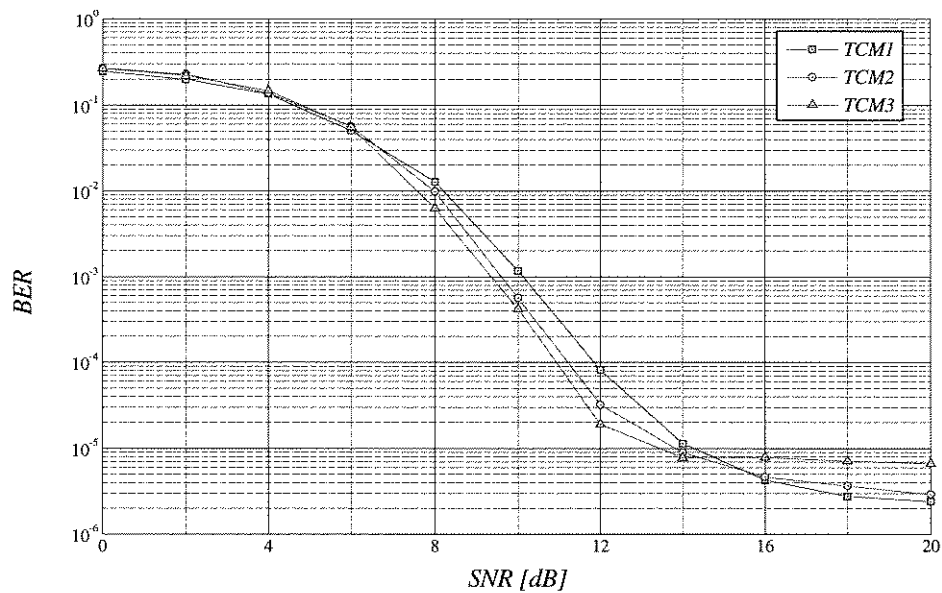


Figura 4-36: Comparação entre os Desempenhos dos Códigos TCM sobre Anel
em Canal Rice com Desvanecimento Médio e $K = 3$ dB

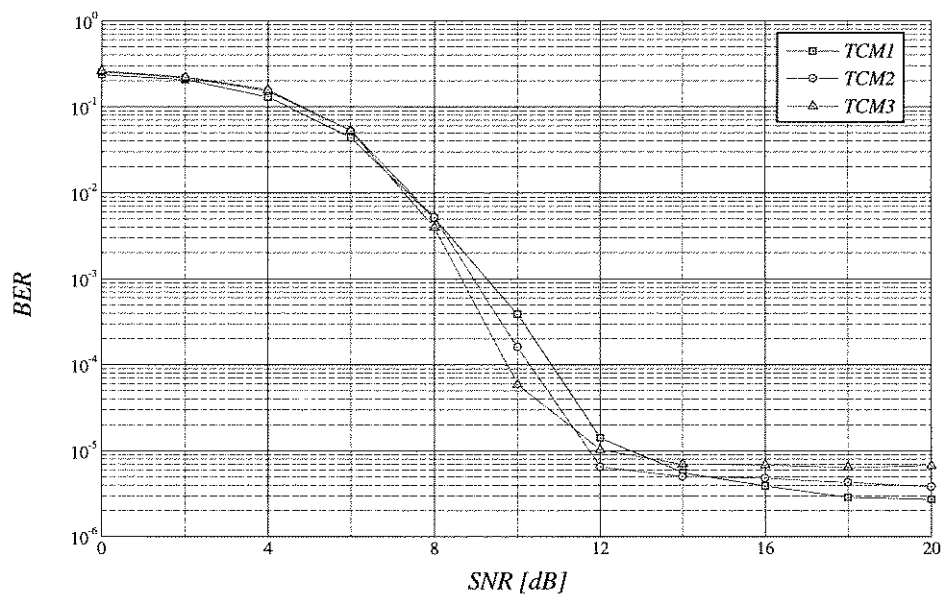


Figura 4-37: Comparação entre os Desempenhos dos Códigos TCM sobre Anel
em Canal Rice com Desvanecimento Médio e $K = 6$ dB

4.4 Conclusão:

Neste capítulo foram apresentados os resultados das simulações para alguns códigos *TCM* sobre anéis baseados nas informações contidas nos capítulos anteriores. Sistemas com códigos de 4, 8 e 16 estados foram simulados em diversas situações. Os desempenhos dos códigos *TCM* sobre anéis foram comparados com os desempenhos de códigos de Ungerboeck equivalentes. De maneira geral, os códigos *TCM* sobre anel apresentam desempenho semelhante ou superior aos códigos de Ungerboeck equivalentes. O uso de entrelaçador / desentrelaçador foi considerado e como era de se esperar sua utilização resultou em uma melhora no desempenho dos códigos. Isto ocorre pois seqüências contínuas de erros são quebradas e espalhadas no tempo. Desta maneira o canal com desvanecimento tende a um canal sem memória e próximo do comportamento apresentado por um canal *AWGN*, favorecendo o esquema de codificação / decodificação.

Podemos observar em algumas das simulações apresentadas que existe uma tendência de limitação no desempenho da taxa de erro de bit (*BER*) com relação a relação sinal / ruído. Observamos que, independente de aumentarmos a relação sinal / ruído, obtivemos pouca (ou praticamente nenhuma) melhora na taxa de erro de bit. A explicação para isso está no fato de que com a presença da frequência *Doppler* (que depende da velocidade do móvel) ocorre um fenômeno chamado de FM aleatório (“*random FM*”) [7, 12, 13, 14]. A ocorrência deste fenômeno implica em uma parcela adicional de ruído que é independente da relação sinal / ruído. Portanto, mesmo com o aumento da relação sinal / ruído, a parcela de ruído devida ao FM aleatório não irá ser reduzida, limitando, assim, o desempenho da taxa de erro de bit.

Por último, uma comparação entre os códigos *TCM* sobre anéis é apresentada para alguns casos onde constatamos que com o aumento do número de estados do código observamos uma melhora no desempenho do código. Portanto, para um código que apresenta o mesmo número de elementos de memória o desempenho do

código aumenta quando eliminamos (ou reduzimos) as transições paralelas presentes na treliça do código.

5 Comentários Finais, Trabalhos Futuros e Conclusão:

5.1 Comentários Finais:

O objetivo desta tese foi apresentar o desempenho de um esquema de modulação codificada com códigos *TCM* definidos sobre anel de inteiros módulo- q , em especial módulo-8, em canais com desvanecimento lento e não seletivo em frequência. Foram apresentados conceitos e definições relacionados com o objetivo da tese ao longo dos capítulos anteriores, que foram divididos da seguinte maneira:

Os conceitos básicos relacionados com o sistema de comunicação, a modulação codificada, os processos de codificação e decodificação, introdução à álgebra (definição de grupo e anel), as técnicas de modulação digital e suas principais características e o conceito de ganho de codificação são introduzidos no capítulo 1. Este capítulo propicia uma base teórica para os demais capítulos.

No capítulo 2 são apresentados o processo de codificação, a definição dos códigos convolucionais multiníveis, o processo de decodificação com máxima verossimilhança utilizando-se o algoritmo de *Viterbi*. Também são apresentadas tabelas com os códigos utilizados nas simulações contidas na tese.

No capítulo 3 é feita a caracterização dos canais com desvanecimento por multipercurso. São definidas as principais características do canal, funções de correlação, espectro de potência e os modelos estatísticos dos canais. Estes modelos de canais são: *Rayleigh*, *Rice* e *Rádio Móvel via Satélite*. Também as definições de seletividade ou não em frequência e de velocidade (rápido ou lento) do desvanecimento são apresentadas.

No capítulo 4 realizamos simulações para se obter o desempenho dos códigos em canais com desvanecimento. São exploradas diversas situações com relação aos parâmetros do desvanecimento. Curvas de probabilidade de erro de bit (BER) versus relação sinal / ruído são apresentadas. O uso de entrelaçadores e desentrelaçadores é também abordado. Comparações entre os códigos sobre anéis e de *Ungerboeck* são realizadas.

5.2 Trabalhos Futuros:

Uma proposta para trabalho futuro seria obter novas classes de códigos *TCM* sobre anéis que apresentam melhor desempenho em canais com desvanecimento. Decodificadores baseados no uso de novas métricas ou com estruturas alternativas de decodificação também devem ser estudadas.

A idéia de codificação multidimensional com códigos convolucionais definidos sobre anéis de inteiros poderia ser explorada uma vez que seria uma solução para o desenvolvimento de códigos mais adequados para canais com desvanecimento, em uma analogia ao trabalho apresentado em [11].

O estudo do desempenho dos códigos *TCM* sobre anéis apresentado poderia ser estendido para canais com desvanecimento seletivo em frequência. Uma outra sugestão seria analisar o impacto no desempenho dos códigos devido a substituição do filtro de *Butterworth* (filtro linear utilizado para modelar o processo de desvanecimento) por um filtro baseado no ângulo de chegada e no espectro de potência do sinal recebido proposto em [13] e também, de maneira similar, em [5, 7, 12, 14].

5.3 Conclusão:

Nesta tese apresentamos e analisamos comparativamente o desempenho de códigos *TCM* sobre anel em canais com desvanecimento com o desempenho dos códigos de *Ungerboeck* equivalentes, sempre sob as mesmas condições de simulação. Observamos que os códigos *TCM* sobre anel apresentam desempenho superior, na maioria das situações analisadas sobre os códigos de *Ungerboeck* equivalentes.

A idéia de se obter novas classes de códigos para canais com desvanecimento aparece naturalmente uma vez que em [1] os códigos foram desenvolvidos tomando como base o canal *AWGN*.

O desenvolvimento das ferramentas computacionais a análise de desempenho de códigos *TCM* sobre canais com desvanecimento facilitará em muito a obtenção destas novas classes de códigos sobre anéis.

Apêndice A:

Toda vez que ocorre um movimento relativo entre o transmissor e o receptor existe um deslocamento aparente na frequência do sinal recebido devido ao efeito *Doppler*. Para podermos caracterizar o efeito *Doppler*, introduzido no capítulo 3, as seguintes definições são necessárias:

A1- Velocidades de Propagação da Onda:

Seja e o valor instantâneo do campo elétrico que se propaga em um meio dispersivo. Sua equação é indicada a seguir

$$e = E_0 \cdot \exp(-\alpha r) \cdot \exp[j(\omega t - \beta r)] \quad (A-1)$$

onde E_0 é o campo elétrico no espaço livre, r é a distância percorrida no espaço livre, ω é sua frequência angular, α é a constante de atenuação e β é a constante de fase.

A1.1- Velocidade de Fase:

A velocidade de fase (v_p) corresponde à velocidade que a onda eletromagnética deve propagar com o objetivo de manter sua fase instantânea constante. Assim, para um campo elétrico composto somente de uma única frequência devemos ter:

$$\omega t - \beta r = \text{constante} \quad (A-2)$$

Desta maneira:

$$v_p = \frac{dr}{dt} = \frac{\omega}{\beta} \quad (\text{A-3})$$

Uma vez que o comprimento de onda, λ^1 , é definido como a distância que a onda eletromagnética percorre dentro de um período de tempo ($T = 1/f$), então

$$\lambda = v_p \frac{1}{f} = \frac{\omega}{\beta} \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\beta} \quad (\text{A-4})$$

A2 – Freqüência *Doppler*:

Considere o receptor (representado pelo veículo) movendo-se com uma velocidade v e que a portadora do sinal propaga-se com uma velocidade de fase v_p , com ângulo de chegada θ conforme mostrado na figura A-1. Por causa da velocidade do veículo teremos uma velocidade de fase aparente, v'_p , da onda eletromagnética de tal maneira que:

$$v'_p = v_p - v \cdot \cos \theta \quad (\text{A 5})$$

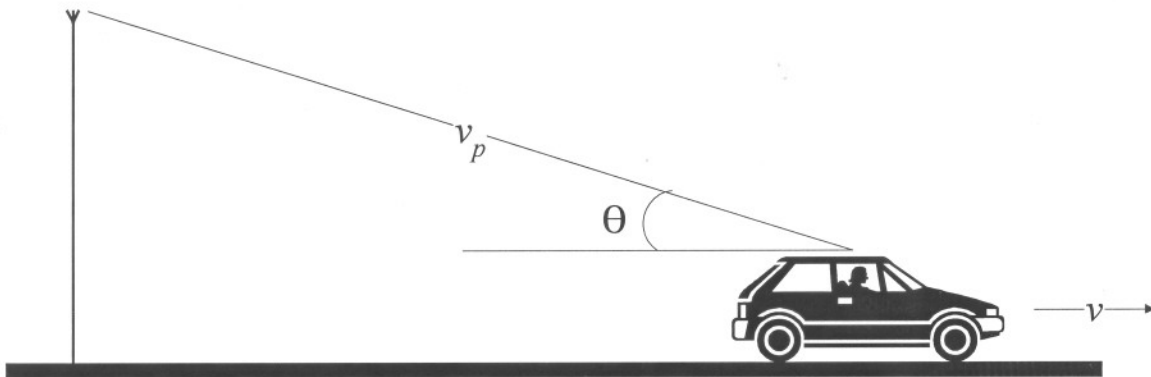


Figura A-1: Efeito Doppler

¹ Existe uma pequena modificação quanto a nomenclatura adotada no capítulo 3. Neste apêndice λ por definição representa o comprimento de onda enquanto que o espalhamento *Doppler* (freqüência *Doppler*) é representado por f_d .

Da equação A-4 $v'_p = \lambda \cdot f'$ e $v_p = \lambda \cdot f$, onde f' é a frequência aparente e f é a frequência da onda propagada. Incluindo estas definições na equação A-5 teremos:

$$f' = f - f_d \quad (\text{A-6})$$

onde

$$f_d = \frac{v}{\lambda} \cos \theta \quad (\text{A-7})$$

é o deslocamento *Doppler*. Reescrevendo a equação anterior em termos da frequência angular obtemos:

$$\omega_d = \omega_m \cdot \cos \theta \quad (\text{A-8})$$

onde $\omega_m \equiv \beta \cdot v$ é o deslocamento *Doppler* máximo.

Bibliografia:

- [1] Renato Baldini Filho, "*Coded Modulation Based on Rings of Integers*", Ph.D. Thesis, University of Manchester, January 1992.
- [2] P. J. McLane, P. H. Wittke, P. K.-M. Ho and C. Loo, "*PSK and DPSK Trellis Codes for Fast Fading, Shadowed Mobile Satellite Communications Channel*", IEEE Transactions on Communications, vol. 36, n° 11, November 1988.
- [3] Gottfried Ungerboeck, "*Channel Coding with Multilevel / Phase Signals*", IEEE Transactions on Information Theory, vol. IT-28, n° 1, January 1982.
- [4] Simon Haykin, "*Digital Communications*", John Wiley & Sons, 1988.
- [5] Theodore S. Rappaport, "*Wireless Communications - Principles & Practice*", Prentice Hall PTR, 1996.
- [6] John G. Proakis, "*Digital Communications*", McGraw-Hill, Third Edition, 1995.
- [7] John D. Parsons, "*The Mobile Radio Propagation Channel*", Pentech Press, 1992.
- [8] Chun Loo and Norman Secord, "*Computer Models for Fading Channels with Applications to Digital Transmission*", IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 40, n° 4, November 1991.
- [9] Chun Loo, "*A Statistical Model for a Land Mobile Satellite Link*", IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. VT-34, n° 3, August 1985.
- [10] Michel C. Jeruchim, Philip Balaban and K. Sam Shanmuugan, "*Simulation of Communication Systems*", Plenum Press, 1992.
- [11] Ezio Biglieri, Dariush Divsalar, Peter J. McLane and Marvin K. Simon, "*Introduction to Trellis-Coded Modulation with Applications*", Macmillan Publishing Company, 1991.

- [12] Michel D. Yacoub, "*Foundations of Mobile Radio Engineering*", CRC Press, 1993.
- [13] William C. Jakes (Editor), "*Microwave Mobile Communications*", IEEE Press, 1994, Copyright © 1974, AT&T IMP Corp. reprinted by permission.
- [14] William C. Y. Lee, "*Mobile Communications Engineering – Theory and Applications*", 2nd Edition, McGraw-Hill, 1997.