

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E COMPUTAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS

# Modelo Equivalente Não Linear para o Planejamento da Operação a Longo Prazo de Sistemas de Energia Elétrica

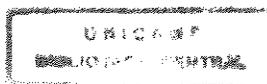
Por: MSc. Gélson da Cruz Júnior

Orientador: Prof. Dr. Secundino Soares Filho

Tese submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação da Universidade Estadual de Campinas, para preenchimento dos pré-requisitos parciais para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Este exemplar corresponde a redação final da tese defendida por <u>Gelson da Cruz Jr.</u>
..... e aprovada pela Comissão
Julgada em <u>11 / 12 / 98</u>
<u>Secundino Soares F.</u> Orientador

Dezembro 1998



9964301

UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	C889m
V.	Es.
TOMBO BC/	36538
PROC	229199
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	11/02/99
N.º CPD	

CM-00120922-1

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

C889m Cruz Júnior, Gélson da  
Modelo equivalente não linear para o planejamento da  
operação a longo prazo de sistemas de energia elétrica. /  
Gélson da Cruz Júnior.--Campinas, SP: [s.n.], 1998.

Orientador: Secundino Soares Filho.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de  
Computação.

1. Sistemas de energia elétrica - Planejamento. 2.  
Otimização matemática. 3. Programação dinâmica. 4.  
Simulação (Computadores). I. Soares Filho, Secundino.  
II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de  
Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Aos meus pais,  
que me ensinaram a ser o que sou hoje.

*Este trabalho teve o suporte financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) através do Projeto Temático de Equipe: Planejamento da Operação de Sistemas de Energia Elétrica Predominantemente Hidroelétricos.*

# Agradecimentos

À Dona Nena, minha mãe.

À minha família.

Ao Cássio, companheiro de todos os momentos.

Ao Secundino, que sabe o significado da palavra *orientador*.

A Deus.

Ao meu pai Gelson, que está lá em cima também.

A todos os meus amigos.

## Resumo

Este trabalho apresenta um modelo equivalente não linear para a etapa de longo prazo do planejamento da operação energética de sistemas de energia elétrica. O problema é formulado através de programação dinâmica estocástica e o sistema hidroelétrico é agregado através de um modelo equivalente que supõe a operação otimizada dos reservatórios do sistema. Na modelagem das energias afluentes ao sistema por programação dinâmica, adotou-se um modelo auto-regressivo de ordem (1). Foi utilizado um programa de simulação do sistema a usinas individualizadas que leva em conta particularidades usualmente desprezadas pelos modelos de simulação agregada. Comparações com a metodologia adotada pelo setor elétrico brasileiro (que adota a operação paralela na agregação do sistema) foram realizadas com sistemas constituídos de 2 a 29 usinas hidroelétricas da Região Sudeste, mostrando ganhos significativos.

# Abstract

This work presents a non linear composite reservoir applied to long term planning of hydrothermal power systems. The problem is formulated by stochastic dynamic programming and the system has been aggregated through an equivalent system that supposes the optimal operation of the system's reservoirs. In the system's inflow energy modelling for the resolution of the problem by dynamic programming, an order (1) autoregressive model has been adopted. A system simulation program that uses the individual representation of the hydro plants and deals with particularities usually neglected by the aggregated simulation models has been used. Comparisons against the brazilian generation system's methodology (that considers the linear operation of the reservoirs) have been made with systems from 2 to 29 hydro plants of the Southeast region showing significant savings.

# Sumário

<b>AGRADECIMENTOS</b>	<b>iii</b>
<b>RESUMO</b>	<b>iv</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>v</b>
<b>SUMÁRIO</b>	<b>vi</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Modelo Equivalente</b>	<b>11</b>
2.1 Sistemas Hidrotérmicos de Geração . . . . .	13
2.2 Formulação do Problema de Planejamento da Operação Energética . . . . .	22
2.3 Despacho Econômico Termoelétrico . . . . .	25
2.4 O Problema Hidráulico . . . . .	29
2.5 Modelo Equivalente Genérico . . . . .	32
2.6 Modelo Equivalente Linear . . . . .	41
2.7 Outras Variáveis do Modelo Equivalente . . . . .	44
2.8 Programação Dinâmica Estocástica . . . . .	57
2.9 Modelo Markoviano . . . . .	62

<b>3</b>	<b>Regras de Operação Otimizada de Reservatórios</b>	<b>68</b>
3.1	Regras Não-Paralelas no Modelo Equivalente . . . . .	69
3.2	A Operação Otimizada de Reservatórios . . . . .	73
3.3	Ajuste das Regras Otimizadas de Operação. . . . .	79
3.4	Simulação . . . . .	81
<b>4</b>	<b>Testes Efetuados</b>	<b>86</b>
4.1	Estudo 1 . . . . .	88
4.2	Estudo 2 . . . . .	91
4.3	Estudo 3 . . . . .	94
4.4	Estudo 4 . . . . .	97
4.5	Estudo 5 . . . . .	105
4.6	Estudo 6 . . . . .	109
4.7	Estudo 7 . . . . .	112
4.8	Estudo 8 . . . . .	115
4.9	Estudo 9 . . . . .	119
4.10	Estudo 10 . . . . .	123
<b>5</b>	<b>Conclusões</b>	<b>128</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>131</b>

# Capítulo 1

## Introdução

O século 20 ficará marcado (pelo menos por enquanto) como século em que a humanidade teve seus maiores avanços em todas as áreas. Uma grande parcela deste desenvolvimento tem relação direta com o uso da eletricidade. Junto com o fogo, a roda e a máquina a vapor, a descoberta da eletricidade é um dos marcos na história da evolução do homem. Nunca o homem foi tão dependente de uma forma de energia. O próprio desenvolvimento das indústrias e serviços terminou por gerar uma demanda cada vez mais crescente de energia nestes setores. E o conforto tornou-se sinônimo da utilização de uma ampla gama de dispositivos e facilidades que resultam em um alto consumo de energia elétrica. A sociedade de hoje vive uma outra revolução provocada pelo uso maciço de computadores, redes e pelo processamento de grandes quantidades de informação. Esta revolução toda baseada em dispositivos eletrônicos torna o fornecimento contínuo de energia crítico em certos campos.

A garantia de um suprimento de energia contínuo e confiável requer investimentos pesados na conservação e expansão dos sistemas de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica. Num momento em que qualquer impacto ambiental é fortemente criticado, garantir a manutenção dos sistemas existentes e maximizar sua produtividade é o objetivo principal de qualquer empresa fornecedora de energia, através de estudos de planejamento da operação. O Brasil é um país com 95% de sua energia elétrica produzida a partir de usinas hidroelétricas. O perfil do parque gerador brasileiro, com características particulares, torna a tarefa de planejar sua operação algo bem complexo.

O principal objetivo do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos de potência, ou melhor, sistemas de geração de energia elétrica, pode ser traduzido como a determinação de uma estratégia de geração que minimize o custo de operação em cada unidade do sistema durante o horizonte de planejamento. Tal estratégia deve assegurar o atendimento da demanda ao sistema de maneira econômica e confiável, minimizando o custo da complementação termoelétrica. E deve abranger desde a otimização plurianual dos reservatórios até o despacho horário das usinas, levando em conta restrições operativas. Várias características do problema tornam a obtenção de tal estratégia uma tarefa difícil.

Costuma-se dividir o planejamento da operação em duas etapas distintas. Fala-se em *planejamento da operação energética* quando o objetivo é a otimização da operação mensal de sistemas compostos por várias usinas, considerando apenas aspectos energéticos e restrições globais. Já o *planejamento da operação elétrica* visa a desagregação e otimização das metas de geração horárias das usinas considerando agora aspectos individuais não levados em conta pelo anterior. De qualquer maneira, quando se estuda o problema de planejamento da operação como um todo, uma série de nuances devem ser consideradas.

No caso do sistema brasileiro, composto por grandes bacias interligadas e com reservatórios de capacidade de regularização plurianual, há uma dependência entre as decisões tomadas ao longo do horizonte de planejamento. Como a energia hidráulica disponível (volumes d'água armazenados nos reservatórios) é limitada, uma decisão tomada no presente deve assegurar uma menor complementação de geração térmica não só no presente, mas também deve assegurar que a geração futura não estará comprometida. O estado atual do sistema depende do passado e afeta estados futuros. O sistema é dinâmico e não-separável no tempo.

O elevado número de aproveitamentos com reservatórios e as características de regularização plurianual do sistema brasileiro, que implicam na adoção de longos períodos de estudo para o planejamento, caracterizam um problema de grande porte.

As afluições futuras ao sistema, dependentes das condições climáticas e, em certa medida, o mercado a ser atendido, são desconhecidos, o que dá ao problema um caráter estocástico.

A interdependência operativa entre usinas da mesma bacia hidrográfica deve ser respeitada. Além disso, há restrições de uso da água para navegação, irrigação, controle de

cheias e saneamento.

As funções de geração hidráulica, que descrevem a transformação da água armazenada em energia, e do custo da complementação térmica, utilizada quando o mercado não pode ser atendido apenas com geração hidráulica, são funções não-lineares.

Resumindo, o problema de planejamento da operação é um problema de otimização dinâmico, de grande porte, estocástico, interconectado e não-linear.

A complexidade do problema global faz com que a adoção de um único modelo matemático seja inviável. Sugere-se então a decomposição temporal do problema e a utilização de cadeias de modelos com diferentes horizontes de planejamento e graus de detalhamento do sistema (Figura 1.1) [14], [48] e [60].

No *Planejamento de Curto Prazo* - PCP, o horizonte de planejamento é de algumas horas a uma semana, e o objetivo é a desagregação de metas de geração semanais ou mensais previamente fornecidas, considerando todos os aspectos energéticos, hidráulicos e elétricos não levados em conta nas etapas de planejamento com horizontes mais amplos. Pode-se citar: tempo de percurso da água entre usinas, rampa de tomada de carga das máquinas, limites de transmissão das linhas, etc. Como o horizonte de otimização é pequeno, aflúências e demanda são consideradas conhecidas. O problema de planejamento de curto prazo pode ser resolvido por algoritmos de fluxo de carga acoplados com modelos de simulação hidráulica [30]-[44].

O *Planejamento de Médio Prazo* - PMP abrange um horizonte de alguns meses, com discretização mensal ou semanal. Com um grau de incerteza razoável, o problema ainda é tratado como determinístico, e tem como objetivo a determinação de uma política de operação individualizada, que considere o acoplamento hidráulico e possíveis diversidades hidrológicas entre os rios. As aflúências e demanda utilizadas podem ser previstas por modelos de *séries temporais*. A solução do PMP já foi explorada de diversas maneiras [13],[45] e [54]. O resultado do problema do PMP são as metas de geração mensais ou semanais para cada usina do sistema que serão fornecidas como entrada do PCP.

O *Planejamento de Longo Prazo* - PLP abrange o horizonte de alguns anos, com discretização mensal, para sistemas constituídos de grandes reservatórios e com grande capacidade de regularização. Como o grau de incerteza das aflúências é alto, a estocasticidade

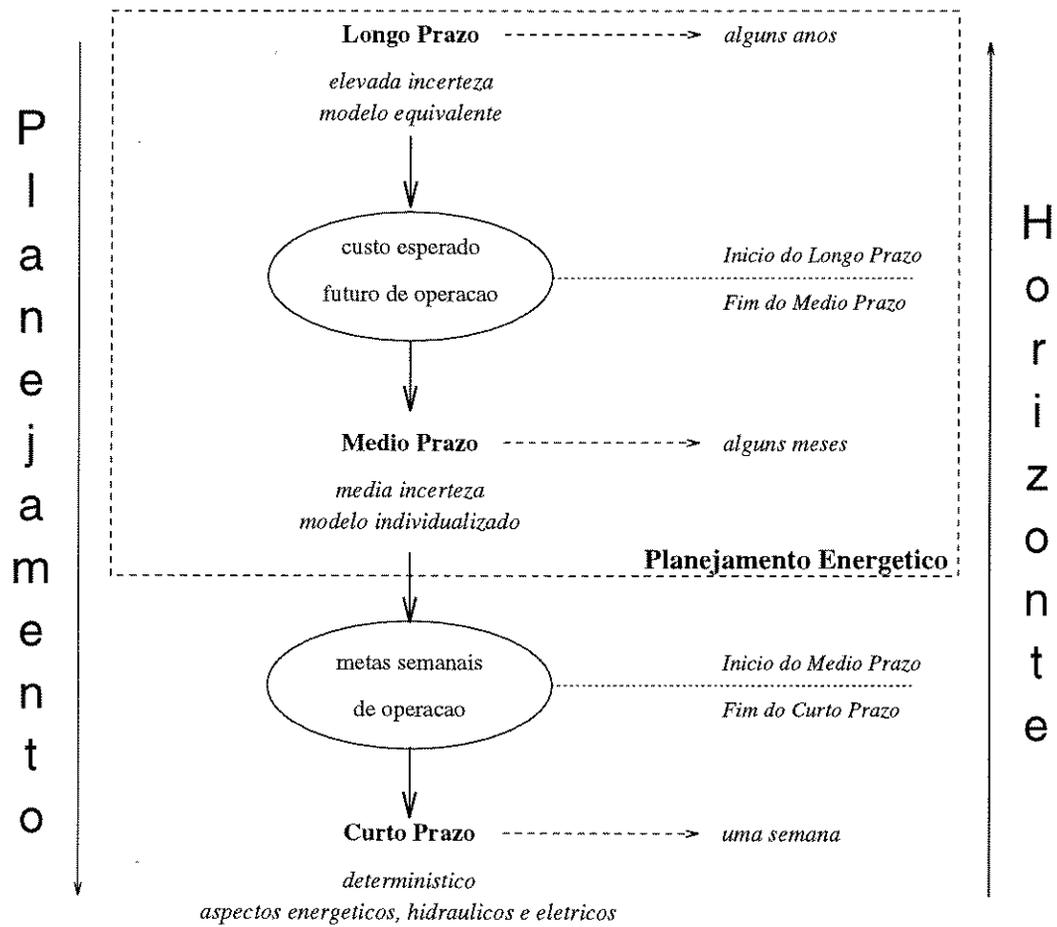


Figura 1.1: Decomposição Temporal do Problema.

das afluências não pode ser desprezada, e o problema pode ser resolvido por algoritmos de *Programação Dinâmica Estocástica (PDE)* [7]. Dentro da cadeia de planejamento, a solução do PLP é a *curva de custo esperado futuro de operação*. Esta curva representa o custo esperado associado ao armazenamento do sistema no *início* do horizonte de longo prazo. Através desta solução, tem-se a estimativa do custo associado ao armazenamento dos reservatórios do sistema no *final* do horizonte de otimização do planejamento de médio prazo.

A cadeia de planejamento também pode ser dividida em *planejamento energético*, que engloba o PMP e o PLP, onde os aspectos hidráulicos e estocásticos do problema são considerados com maior relevância, e *planejamento elétrico*, que engloba o PCP, e no qual as restrições elétricas do problema são consideradas como um aspecto de maior relevância.

A resolução do problema do PLP por PDE tem uma grande limitação quanto ao número de variáveis de estado envolvidas no problema (*"maldição da dimensionalidade"*), sendo então utilizadas várias técnicas para transformar um problema de grande escala, com grande número de variáveis, em uma série de problemas menores, com poucas variáveis. Podem ser citados modelos de *Agregação* do sistema [3]-[5]-[20]-[21]-[24]-[46]-[50]-[59]-[66]-[67], nos quais existe o problema da solução encontrada não ser necessariamente factível, uma vez que a transformação não pode levar em conta todas as restrições locais; *Decomposição* do problema em uma série de problemas menores [15], que fornece uma solução do tipo ótimo local; *Projeção* [20]-[22]-[29]-[49]-[59], que sempre resulta em uma solução factível, apesar de ser ótimo local; *Agregação/Decomposição* [23]-[38]-[66]. Todos os métodos citados consideram a estocasticidade do problema de maneira explícita, ou seja, o problema é formulado para ser resolvido através de um modelo de otimização que leva em conta tal característica (otimização estocástica). Existem ainda métodos que consideram a estocasticidade do problema de maneira implícita [16]-[43]-[52]-[71], utilizando modelos estocásticos de geração de séries de afluências equiprováveis, resolvendo o problema através de otimização determinística, e fazendo depois uma análise multivariada dos resultados para obter a solução ótima para o problema estocástico.

As primeiras aplicações de pesquisa operacional, mais especificamente de algoritmos de PDE ao planejamento da operação de reservatórios datam de 1946 [42] e 1955 [39]. Na primeira abordagem, anos antes do termo programação dinâmica ser utilizado, o autor já discutia as idéias básicas desta técnica. Na segunda, o autor procurava resolver o

problema para duas variáveis de estado considerando altura de queda variável e afluições estocásticas.

Após algumas abordagens que apresentavam resultados promissores [2]-[55], foi publicado por Arvanitidis e Rosing [6] em 1970 um trabalho em que se apresenta uma descrição detalhada da metodologia de agregação de um sistema de múltiplos reservatórios em um *Sistema Equivalente* que recebe, armazena e deflui energia [5] e a sua otimização por programação dinâmica estocástica. A abordagem considera a estocasticidade do problema e apresenta uma opção para contornar o problema da dimensionalidade.

Também em 1970, Roefs e Bodin [52] compararam, para a operação de sistemas multireservatórios, um processo estocástico implícito com possíveis processos analíticos alternativos. A determinação de regras de operação de reservatórios, até aquela época, era tratada como a resolução de um problema determinístico em seu pior caso e os resultados mostrados até então demonstravam que esta não era a solução desejada. As alternativas para a obtenção de regras de operação eram: a abordagem por simulação, a abordagem estocástica explícita e a abordagem estocástica implícita.

A abordagem de simulação [35] é basicamente uma abordagem de busca onde, a partir de uma regra de operação inicial estabelecida para o sistema, são feitas alterações nas regras de decisão procurando mover a operação do sistema em direção aos objetivos desejados.

Na abordagem estocástica explícita [12], as distribuições de probabilidade de afluições ao sistema são utilizadas diretamente nos modelos de otimização. O único modelo multireservatórios que considera esta abordagem [58] requer a hipótese de dependências simples para as afluições.

Na abordagem estocástica implícita, utiliza-se a geração de séries sintéticas de afluições equiprováveis. O sistema é otimizado de maneira determinística para mapear estas possíveis afluições em possíveis estados de volume e decisão. É feita então uma análise de regressão sobre os resultados obtidos para estimar a regra de operação ótima. As restrições computacionais da época impediram que fossem feitos todos os testes necessários utilizando esta abordagem.

O primeiro método utilizado no planejamento da operação energética do sis-

tema interligado brasileiro, a partir de 1974, foi um método determinístico, denominado *Método da Curva Limite Inferior de Armazenamento* [4]. Neste método, partindo de uma representação a sistema equivalente e baseando-se no histórico de afluições do sistema, buscava-se garantir o atendimento da demanda do sistema mesmo na ocorrência da pior série de afluições já registrada. A *curva limite* indicava o limite mínimo de armazenamento a ser respeitado. Enquanto o reservatório equivalente do sistema estivesse acima deste limite, todas as térmicas do sistema deveriam operar em seu limite mínimo de carga. Se este limite fosse desrespeitado, todas as térmicas deveriam operar com carga máxima. Como o método se baseava na ocorrência de valores extremos de afluições, com pouca probabilidade de ocorrência, o mesmo levava o sistema a operar de uma maneira pessimista e pouco econômica. Além disso, a estocasticidade do problema era desprezada.

Em 1979, foi incorporado ao planejamento da operação um modelo de programação dinâmica estocástica [65] que utilizava uma representação do sistema em um único sistema equivalente e um *modelo estocástico* [70] para tratamento das afluições. Porém, uma representação a sistema equivalente só é viável quando houver uma homogeneidade hidrológica entre as usinas do sistema e fortes ligações elétricas que garantam que o suprimento de energia possa ser feito por qualquer unidade do sistema [5]. Nos casos em que isso não ocorre, a agregação deve ser feita em termos de subsistemas ou bacias que atendam a estes requisitos e que tenham capacidade de intercâmbio de energia. Um bom exemplo disso é o próprio sistema interligado brasileiro. Um aumento no número de subsistemas faz crescer exponencialmente o número de estados discretizados da PDE, tornando a solução do problema computacionalmente infactível. A abordagem acima ainda não solucionava o problema da otimização de subsistemas interligados e o problema da dimensionalidade.

Davis [20] propôs em 1972 o método *"um-de-cada-vez"* (*one-at-a-time*), baseado na *Programação Dinâmica por Aproximações Sucessivas (PDAS)* [7] e que divide o problema em um processo iterativo no qual, a cada iteração resolve-se uma série de subproblemas em que a estratégia de um único subsistema é otimizada enquanto os outros subsistemas permanecem com estratégias fixas ou pré-determinadas. O processo termina quando não há diferença significativa entre as trajetórias de duas iterações seguidas. O método foi aplicado na Hydro-Quebec, no Canadá, em 1985, com resultados satisfatórios.

Turgeon [66] propôs em 1980 o método da *Agregação-Decomposição*, que con-

siste em obter estratégias para os  $N$  subsistemas pela otimização de  $N$  pares compostos por um subsistema e o sistema equivalente dos  $N-1$  subsistemas restantes. O processo tem a vantagem de não ser iterativo. O método foi aplicado na Colômbia [23] e na França [38] em 1983.

Egeland et al. [25] propuseram em 1982 o método *Power Pool*, também baseado na PDAS, e que consiste em, a cada iteração calcular separadamente as estratégias de cada subsistema, utilizando intercâmbios entre subsistemas fixos ou resultantes da iteração anterior. Na simulação da operação do sistema busca-se a igualdade de custos marginais de operação. O processo termina quando não há diferença significativa entre intercâmbios de duas iterações seguidas. Este método é utilizado na Noruega desde 1968, sendo que, em 1979, Rosenblatt [53] propôs uma alteração na qual as tabelas de custo marginal são recalculadas a cada iteração, considerando o intercâmbio médio mensal definido na iteração anterior. Isto resultou no chamado *Método das Trocas a Equicusto*, incorporado aos modelos que são utilizados atualmente no planejamento energético brasileiro, *MSSSE* [28] e *BACUS* [27].

Em 1985, Araripe et al. [4] fizeram uma comparação entre as abordagens estocástica e determinística para o planejamento da operação. A abordagem estocástica era feita pela utilização de um sistema equivalente e de programação dinâmica estocástica. A abordagem determinística aplicava o método da curva limite. Havia uma terceira abordagem que representava a estocasticidade do problema de maneira externa. Neste caso, o sistema agregado era otimizado de maneira determinística para vazões previstas e a solução era corrigida mensalmente.

Em 1986, Carvalho e Soares [13] apresentaram um algoritmo de planejamento hidrotérmico que considerava aflúências conhecidas e resolvia o problema através de um modelo de fluxo em redes não-linear, considerando a representação completa do sistema. As aflúências utilizadas poderiam ser obtidas através de modelos de previsão. Este algoritmo serviria de base para o desenvolvimento do *POSH - Programa de Otimização de Sistemas Hidrotérmicos* por Oliveira [45], em 1993, e do *SAPÉ - Sistema de Apoio ao Planejamento Energético* por Vinhal [68], em 1994. Tais ferramentas serviram como apoio para todo o processo de estudo da operação otimizada de reservatórios e para iniciar o estudo de regras que traduzissem a operação otimizada destes reservatórios [17].

Pereira [47] propôs em 1987 um método depois desenvolvido por Kligerman [37]

em 1992, baseado na *Programação Dinâmica Estocástica Dual (PDED)*, que utiliza a *Decomposição de Benders* [10] e resolve o problema da PDE de maneira analítica, buscando determinar estratégias ótimas para os subsistemas interligados. O método acima resultou no modelo "Newave" em utilização no setor elétrico brasileiro.

Saad e Turgeon [56] aplicaram em 1988 o método da *Análise do Componente Principal* ao planejamento de longo prazo. Neste método, o sistema era primeiro otimizado para séries de afluições conhecidas. Os resultados destas otimizações eram analisados e, quando possível, o problema de otimização era transformado em um novo problema com menos variáveis de estado que poderia ser resolvido por programação dinâmica estocástica. O principal problema deste método é que a redução das variáveis de estado só é possível quando o grau de interdependência das variáveis de estado é elevado.

Em 1994, Saad et al. [57] apresentaram uma técnica de desagregação para a operação de sistemas multireservatórios através da utilização de redes neurais. A rede é treinada através da otimização determinística do sistema para um grande número de afluições equiprováveis. O sistema é agregado e otimizado por programação dinâmica estocástica e a desagregação é feita pela rede neural, que dá o nível de armazenamento de cada reservatório baseada no nível de armazenamento do sistema agregado. A agregação é feita pelo modelo equivalente clássico. Comparações com a desagregação pela análise do componente principal mostraram ganhos significativos.

Uma característica comum entre a maioria dos métodos citados é a proposição de uma simplificação do problema de planejamento a longo prazo para que o mesmo seja resolvido por programação dinâmica estocástica. Os métodos que tratam da agregação do sistema em um sistema equivalente, seja na otimização ou na simulação das políticas de decisão adotam a hipótese do modelo equivalente clássico, onde a regra adotada é a regra linear ou paralela.

Além da perda de características individuais das usinas pertencentes ao sistema com a agregação, há comprovação que a operação ótima dos reservatórios do sistema é bem distinta da regra linear. Vários estudos têm mostrado que a regra linear subestima a capacidade de geração do sistema, resultando em operação não otimizada e em vertimentos desnecessários [17], [18], [19], [36].

O setor elétrico brasileiro não desconhece a falta de otimalidade da regra linear,

e tem adotado a mesma mais por causa de questões comerciais envolvidas e falta de um instrumento regulatório para inibir as manipulações de estados dos reservatórios, do que por desconhecimento de como melhorar as otimizações e simulações. Fato este observado no despacho horário do sistema, onde os estudos utilizados operam os reservatórios com regras melhores que a linear.

A proposta do presente trabalho é revisar o conceito de regras de operação otimizadas de reservatórios e a sua aplicação no planejamento energético, com ênfase em um sistema equivalente que tenha uma maior sensibilidade ao comportamento individual das usinas que o formam. A idéia básica é a utilização dos conceitos de operação otimizada de reservatórios para a obtenção de regras de operação do sistema que incorporem estes conceitos e que possam ser utilizadas nos modelos de otimização e simulação do sistema.

O trabalho está inserido no Projeto Temático de Equipe 95/0534-5 - *Planejamento da Operação de Sistemas de Energia Elétrica Predominantemente Hidroelétricos* [63] financiado pela FAPESP, o qual tem por objetivo desenvolver propostas alternativas às metodologias em vigor no planejamento da operação do setor elétrico brasileiro. Foram estabelecidas áreas de atuação e neste trabalho lida-se especificamente com o planejamento da operação energética. Cumpridas as metas, o projeto deverá auxiliar no desenvolvimento de novas metodologias, no teste de metodologias já desenvolvidas e na formação de especialistas. O objetivo final é a criação de um sistema de apoio à decisão, específico para o planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos.

A disposição básica para a apresentação da presente tese é mostrada a seguir. No capítulo 1, como parte da introdução ao assunto, foi introduzido o problema de planejamento da operação, com ênfase para o planejamento da operação energética a longo prazo e metodologias utilizadas foram comentadas. No capítulo 2, são definidos os elementos básicos de sistemas hidrotérmicos de geração, a formulação básica do problema é apresentada e descrevem-se os Modelos Equivalente Genérico e Linear. O capítulo 3 começa com uma análise da adoção de diferentes regras na operação de um dado sistema, apresenta depois o conceito de regras otimizadas de operação, seu ajuste e aplicação no Modelo Equivalente. O Capítulo 4 trata dos testes efetuados. Finalmente, no capítulo 5, conclusões e sugestões de desenvolvimentos futuros são feitas.

## Capítulo 2

### Modelo Equivalente

Este capítulo trata da apresentação e aplicação de modelos para o planejamento da operação. A utilização de modelos está geralmente associada a situações onde se deseja representar uma entidade ou situação do mundo real com o objetivo de estudar suas características e comportamento. A partir destes estudos, decide-se sobre a entidade ou situação real. Frequentemente o uso de modelos está associado à minimização de riscos e custos: é mais barato e seguro trabalhar com o modelo em grande parte dos casos.

Partindo desta premissa, o objetivo deste capítulo é, uma vez que a cadeia de planejamento já foi introduzida no capítulo anterior, apresentar um modelo de resolução da mesma. A modelagem apresentada procura seguir a modelagem utilizada no setor elétrico brasileiro.

O primeiro passo é o detalhamento de um sistema hidrotérmico de geração com a modelagem de usinas hidroelétricas e termoelétricas, considerando todas suas características e restrições de operação.

A seguir, é apresentada a versão determinística para a formulação do problema da planejamento. Neste ponto, discutem-se técnicas de simplificação do problema para viabilizar sua resolução, podendo ressaltar a modelagem e otimização antecipada do parque termoelétrico e a abordagem que é tema central desta tese: a agregação do sistema em um modelo equivalente que, ao reduzir as variáveis de estado do problema, permite a sua resolução sem que seja desconsiderada a estocasticidade inerente ao mesmo.

Agregado o sistema, é apresentada o modelo de resolução do mesmo por programação dinâmica estocástica e a modelagem das vazões afluentes ao sistema necessária para a aplicação deste modelo.

## 2.1 Sistemas Hidrotérmicos de Geração

A energia elétrica está tão arraigada na vida moderna que poucas pessoas se perguntam sobre a estrutura e o processo que permitem que se desfrute de todo o conforto e segurança que ela proporciona. O objetivo desta seção é detalhar parte desta estrutura, enfocando principalmente a parte que compreende a produção desta energia.

Um sistema hidrotérmico de geração pode ser dividido em três partes básicas: geração, distribuição e consumo. A geração engloba as unidades responsáveis pela produção de energia elétrica, a qual pode ser hidroelétrica, quando resulta do aproveitamento da energia de rios e quedas, ou termoelétrica, resultante da queima de combustíveis diversos como carvão, óleo e urânio. A transmissão corresponde aos meios físicos de transporte (linhas de transmissão e distribuição) que conduzem a energia das fontes geradoras até os mercados consumidores. O consumo engloba as cargas (equipamentos e consumidores) que recebem e utilizam esta energia.

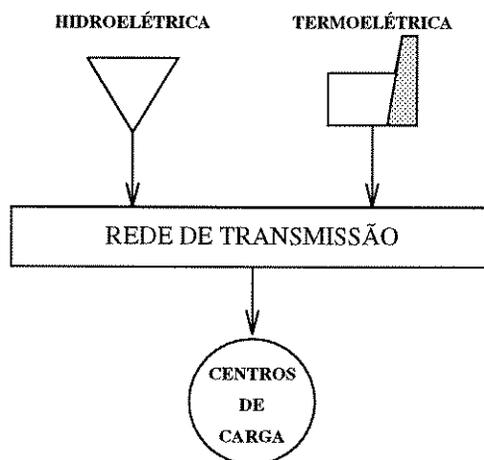


Figura 2.1: Esquema de um Sistema Hidrotérmico.

A seguir, é feito um detalhamento das características e variáveis envolvidas na descrição e operação de usinas hidroelétricas e termoelétricas.

## • Usinas Hidroelétricas

Uma das formas de energia renováveis mais abundantes na natureza é a energia potencial hidráulica, resultante do aproveitamento de rios e quedas d'água. No caso do Brasil, dotado de grandes bacias hidrográficas, existe uma quantidade enorme de recursos, com uma grande parte deles ainda a ser explorada.

O processo de geração de energia hidroelétrica baseia-se na transformação de energia potencial hidráulica, gerada por diferenças de altura, em energia elétrica. O processo se inicia com o armazenamento da água dos rios em reservatórios ou lagos através de um represa. A principal função da represa é criar as diferenças de altura que provocam o acúmulo de energia potencial hidráulica. A água do reservatório é liberada através de tubulações de adução que conectam o reservatório a uma casa de força onde esta água é utilizada para girar as pás (ou lâminas) de turbinas, nas quais a energia de pressão dinâmica desenvolvida no percurso pela tubulação é convertida em energia cinética de rotação. As turbinas estão conectadas a geradores que, postos em movimento contínuo, convertem a energia cinética e produzem energia elétrica. Depois de passar pelas turbinas, a água retorna ao rio através do canal de fuga. A usina possui vertedouro, dispositivo que permite a liberação de água do reservatório sem passar pela casa de força.

O processo de transformação de energia pode ser descrito pelo diagrama a seguir.

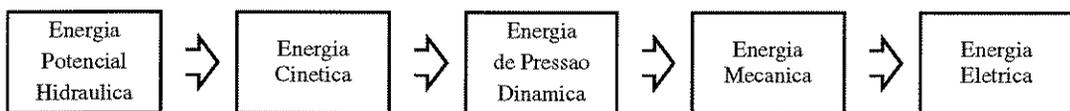


Figura 2.2: Fluxo de energia.

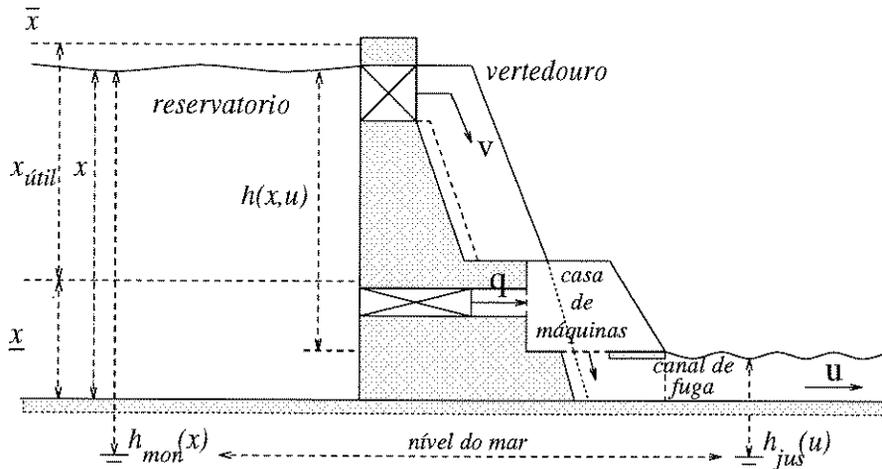


Figura 2.3: Esquema de uma Usina Hidroelétrica.

As variáveis envolvidas na descrição de uma usina hidroelétrica são:

- $x$  - volume do reservatório (em  $hm^3$ );
- $x_{util} = (\bar{x} - \underline{x})$  - volume útil do reservatório (em  $hm^3$ );
- $\underline{x}$  - volume mínimo do reservatório (em  $hm^3$ );
- $\bar{x}$  - volume máximo do reservatório (em  $hm^3$ );
- $u$  - defluência (em  $m^3/s$ );
- $q$  - engolimento (em  $m^3/s$ );
- $v$  - vertimento (em  $m^3/s$ );
- $h_{mon}(x)$  - nível do reservatório (em  $m$ );
- $h_{jus}(u)$  - nível do canal de fuga (em  $m$ );
- $h(x, u) = h_{mon}(x) - h_{jus}(u)$  - altura de queda bruta (em  $m$ );
- $pc$  - perda de carga nas tubulações (em  $m$ );
- $h_{liq}(x, u) = h_{mon}(x) - h_{jus}(u) - pc$  - altura de queda líquida (em  $m$ ).

A variável  $x$  representa o volume, quantidade de água armazenada no reservatório. O volume útil  $x_{util}$  do reservatório é a diferença entre os volumes máximo  $\bar{x}$  e mínimo  $\underline{x}$  considerados para operação normal da usina.

A variável  $q$  representa a vazão turbinada pela usina. É limitada pelo engolimento máximo da usina  $\bar{q}$ , que é a vazão turbinada que produz a potência máxima da usina para uma dada altura de queda líquida.

O vertimento  $v$  representa a vazão vertida pela usina, ou seja, a vazão que é descarregada sem ser utilizada para geração de energia.

A variável  $u$  é a defluência total da usina, incluindo tanto a vazão turbinada como a vazão vertida, o que resulta na seguinte relação:

$$u = q + v \quad (2.1)$$

A perda de carga  $pc$  nas tubulações é causada principalmente pelo atrito que existe nas tubulações e age como um redutor na altura de queda bruta do reservatório, sendo descontada desta para se obter a altura de queda líquida.

O nível do reservatório é chamado de *cota de montante*  $h_{mon}(x)$ , enquanto o nível do canal de fuga é chamado de *cota de jusante*  $h_{jus}(u)$ . Estes níveis são funções do volume e da defluência respectivamente e, no caso brasileiro, adotam-se representações polinomiais para estas relações, denominadas *polinômio cota-volume* (PCV) e *polinômio cota-defluência* (PCF).

A função de produção hidráulica de uma usina ( $p(\cdot)$ ) pode ser deduzida a partir da variação incremental da energia potencial armazenada no reservatório:

$$de_p = dm.g.h \quad (2.2)$$

onde  $dm$  é uma variação incremental da massa de água armazenada no reservatório,  $g$  é a aceleração da gravidade e  $h$  é a altura de queda deste reservatório. Considerando também o peso específico da água  $\rho$  e transformando o volume de água em vazão no tempo:

$$de_p = \rho.q.dt.g.h \quad (2.3)$$

A transformação de energia potencial em energia elétrica será dada pelo rendimento do conjunto turbina-gerador:

$$e_e = \eta.e_p \quad (2.4)$$

Assim:

$$de_e = \eta.\rho.q.dt.g.h \quad (2.5)$$

Transformando esta energia em potência ( $p = \frac{de}{dt}$ ):

$$p = \eta \cdot \rho \cdot q \cdot g \cdot h \quad (2.6)$$

A altura de queda aqui considerada é a altura de queda líquida do reservatório, ou seja, a altura de queda bruta menos as perdas de carga.

$$p = \eta \cdot \rho \cdot q \cdot g \cdot (h_{mon}(x) - h_{jus}(u) - pc) \quad (2.7)$$

Englobando em uma constante  $k$  o rendimento do conjunto turbina-gerador, a aceleração da gravidade, e o peso específico da água, pode-se escrever a função de geração hidráulica da seguinte maneira:

$$p(x, u) = k \cdot (h_{mon}(x) - h_{jus}(u) - pc) \cdot q \quad (2.8)$$

Na análise desta função dois pontos importantes devem ser destacados:

- a função é decrescente em relação à  $u$ , enquanto  $u < q_{max}$  (aumento da turbinagem);
- a produtividade das usinas aumenta com o volume armazenado nos reservatórios (aumento da altura de queda líquida).

O engolimento máximo da usina geralmente é calculado considerando-se que a usina pode possuir vários conjuntos de máquinas. Cada conjunto é formado por máquinas com a mesma potência e engolimento máximo. Para toda a usina, o engolimento máximo total será a soma dos engolimentos de cada conjunto, assim:

$$\bar{q} = \sum_{n=1}^{NCM} \sum_{m=1}^{NMC} \bar{q}_{nm} \quad (2.9)$$

onde:

- $NCM$  - número de conjuntos de máquinas da usina  $i$ ;
- $NMC$  - número de máquinas do conjunto  $n$ ;
- $\bar{q}_{nm}$  - engolimento máximo da máquina  $m$  do conjunto  $n$ .

Para que a potência produzida em cada turbina numa altura líquida superior à altura efetiva (altura que dá a potência efetiva da turbina) fique constante e igual à

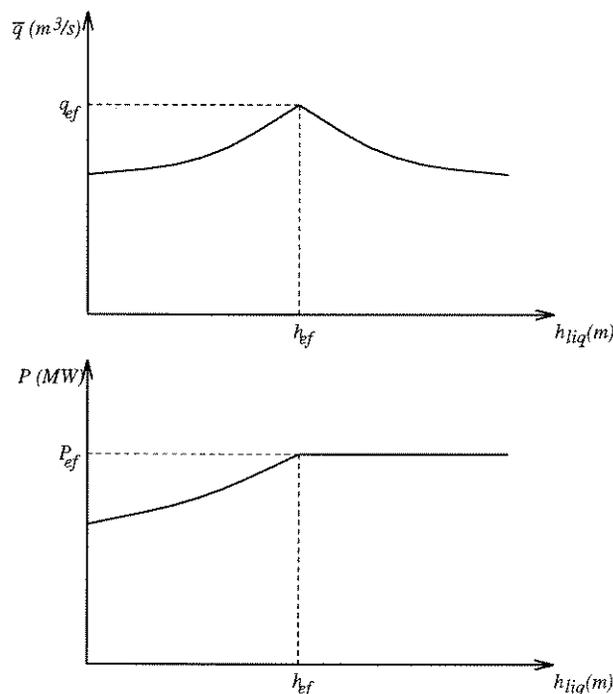


Figura 2.4: Engolimento máximo e potência máxima em função da altura de queda líquida.

potência efetiva do gerador, é necessário que o engolimento de cada turbina decresça de forma a reduzir a potência mecânica produzida por estas alturas de queda, como se pode observar na figura 2.4.

Ao modelar uma usina hidroelétrica, toda a água que converge para o seu reservatório, decorrente de chuvas, vazão natural do rio e seus afluentes e de usinas a montante é reunida na variável vazão afluente  $y$ . Num sistema de várias usinas, define-se a vazão natural afluente como a que representa toda a água que aflui a uma usina, e a vazão incremental afluente que representa a água que aflui a esta usina descontando-se a água proveniente de usinas de montante.

Usinas hidroelétricas podem ainda ser classificadas como *usinas de reservatório*, quando possuem reservatórios com grande capacidade de regularização capazes de estocar água, chamados reservatórios de acumulação. E como *usinas a fio d'água*, quando possuem reservatórios com pouca capacidade de regularização, chamados reservatórios de compensação. As usinas do primeiro tipo caracterizam-se por permitirem variações no vo-

lume de seu reservatório e, conseqüentemente, na altura de queda. As usinas do segundo tipo não permitem tais variações, turbinando toda a vazão aflüente que a elas chega.

## • Usinas Termoelétricas

Outra fonte geradora de energia amplamente utilizada é a usina termoelétrica. Neste tipo de usina, a energia elétrica é obtida através da transformação de energia térmica em energia mecânica para a movimentação de uma turbina acoplada a um gerador. A diferença entre os vários tipos de usinas está em como é obtida esta energia térmica, mais especificamente, no tipo de combustível que a usina utiliza e a forma como ele é queimado.

O Brasil é um país onde a energia termoelétrica corresponde a uma parcela pequena da produção, dada a abundância de recursos hidráulicos.

As usinas termoelétricas podem ser divididas em dois grupos principais:

- usinas convencionais, que utilizam combustíveis fósseis como carvão, óleo, gás natural, biomassa, madeira;
- usinas nucleares, que utilizam combustíveis físséis como urânio natural e enriquecido.

A forma como o combustível é queimado resulta em outra divisão das usinas termoelétricas. Elas podem ser divididas em usinas com turbinas a vapor, usinas com turbinas a gás, usinas de combustão direta e usinas de ciclo combinado, onde há uma composição dos tipos anteriores.

Nas usinas a vapor, o combustível é queimado para fornecer calor a uma caldeira, onde água é aquecida e transformada em vapor o qual, sob pressão, movimenta uma turbina.

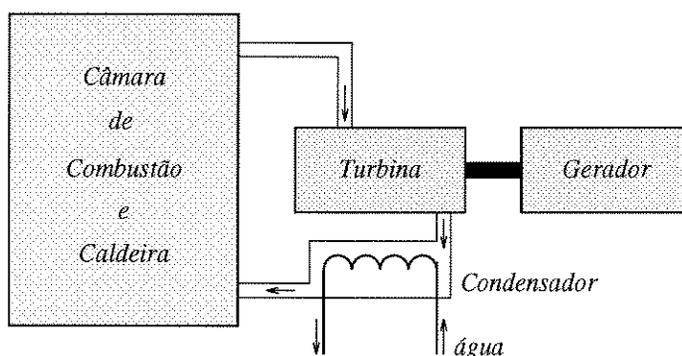


Figura 2.5: Esquema simplificado de uma usina termoelétrica a vapor.

Em usinas com turbinas a gás, a turbina é movida por uma mistura gasosa do ar comprimido com o gás obtido na queima do combustível.

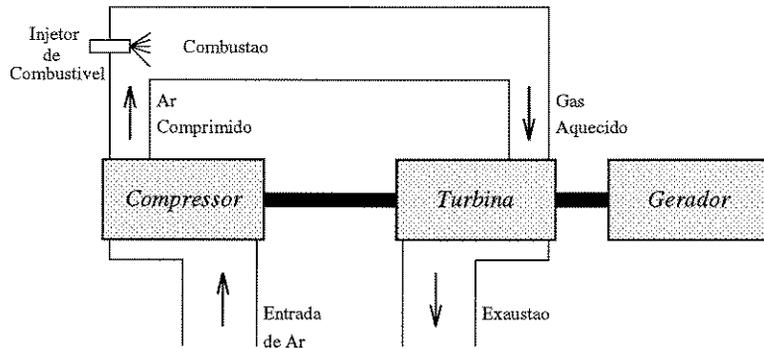


Figura 2.6: Esquema simplificado de uma usina termoeletrica com turbina a gás.

Em usinas de combustão direta, o combustível alimenta algum tipo de motor a pistão, como um motor diesel, que está ligado diretamente ao gerador elétrico. Apesar de serem as usinas que utilizam o combustível mais caro e mais poluente, são as usinas mais versáteis, pelas suas dimensões reduzidas, sua facilidade de operação e rapidez de tomada ou redução de carga. É o tipo de fonte de geração mais utilizado em lugares pequenos e isolados.

Quando se modela uma usina termoeletrica do ponto de vista de sua operação econômica, o objetivo é a obtenção de um modelo **entrada-saída** da termoeletrica. A entrada deste modelo é o custo total de operação e a saída é a geração elétrica da unidade. Este modelamento é fortemente dependente de custos operacionais e da eficiência da unidade, a qual engloba componentes diversos como a eficiência da caldeira e a eficiência do conjunto turbina-gerador.

O custo total de operação deve incluir o custo do combustível e os custos de mão-de-obra, estoques e manutenção. Como não há métodos diretos para expressar tal custo em função da saída, são utilizados métodos arbitrários na determinação deste custo, sendo um dos mais utilizados o que assume os custos de mão-de-obra, estoques e manutenção como um custo fixo. O custo total costuma ser então modelado como uma função convexa e crescente da geração térmica, sendo em geral aproximado por um polinômio de segundo grau [26], baseando-se na curva da taxa térmica incremental da usina, que dá a relação ( $MJ/MWh$ ) da mesma.

## 2.2 Formulação do Problema de Planejamento da Operação Energética

O objetivo principal do planejamento da operação energética é a minimização dos custos de operação de um sistema hidrotérmico ao longo de um determinado horizonte. Apresenta-se aqui a formulação determinística para o problema, numa abordagem que considera as vazões afluentes e a demanda conhecidas, levando em conta todas as características individuais das unidades geradoras. Adota-se uma discretização mensal.

$$\min_{g_i^t, p_j^t} \sum_{t=0}^{T-1} \left[ \frac{1}{(1+\beta)^t} \sum_{i=1}^I \psi_i^t(g_i^t) \right] + \frac{1}{(1+\beta)^T} V(\mathbf{x}^T) \quad (2.10)$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^I g_i^t + \sum_{j=1}^J p_j^t = D^t \quad (2.11)$$

$$\underline{g}_i^t \leq g_i^t \leq \bar{g}_i^t \quad (2.12)$$

$$p_j^t = k_j \cdot (h_{mon}(x_j^t) - h_{jus}(u_j^t) - pc) q_j^t \quad (2.13)$$

$$x_j^{t+1} = x_j^t + \left[ y_j^t + \sum_{k \in \Omega_j} u_k^t - u_j^t \right] \cdot \Delta t \quad (2.14)$$

$$u_j^t = q_j^t + v_j^t \quad (2.15)$$

$$\underline{x}_j^t \leq x_j^t \leq \bar{x}_j^t \quad (2.16)$$

$$\underline{u}_j^t \leq u_j^t \leq \bar{u}_j^t \quad (2.17)$$

$$\underline{q}_j^t \leq q_j^t \leq \bar{q}_j^t(h_{liq}) \quad (2.18)$$

$$v_j^t \geq 0 \quad (2.19)$$

$$x_j^0 \text{ dado} \quad (2.20)$$

onde:

- $T$  - número de intervalos de tempo (em meses);
- $y_j^t$  - afluência incremental ao reservatório  $j$  no instante  $t$ , (em  $m^3/s$ );
- $\beta$  - taxa de desconto do custo de operação futuro (em %);
- $\psi_i^t(g_i^t)$  - custo de operação da usina termoeétrica  $i$  (em  $R\$/\overline{MW}^1$ );
- $V(\mathbf{x}^T)$  - custo associado ao estado final dos reservatórios do sistema (em  $R\%$ );
- $g_i^t$  - geração da termoeétrica  $i$  no período  $t$  (em  $\overline{MW}$ );
- $\underline{g}_i^t$  - geração mínima da termoeétrica  $i$  no período  $t$  (em  $\overline{MW}$ );
- $\overline{g}_i^t$  - geração máxima da termoeétrica  $i$  no período  $t$  (em  $\overline{MW}$ );
- $I$  - número de termoeétricas no sistema;
- $J$  - número de hidroelétricas no sistema;
- $\Omega_j$  - conjunto das usinas imediatamente à montante da usina  $j$ ;
- $D^t$  - mercado no período  $t$  (em  $\overline{MW}$ );
- $\Delta t$  - tamanho médio do período  $t$  (em  $s$ ).

A distribuição de um dado valor de geração entre as diversas termoeétricas deve ser feita de maneira a minimizar o custo de operação deste parque termoeétrico, ou seja, para cada valor possível de geração térmica, deve-se encontrar uma distribuição ótima de geração.

A equação 2.11 é relevante por fornecer o acoplamento entre dois subproblemas: um essencialmente hidráulico e o outro essencialmente térmico. Através desta equação pode-se observar que, para cada parte do problema (hidráulico ou térmico), só interessam os valores agregados da solução da outra parte.

A resolução do problema completo pode então ser feita em duas etapas. Primeiro é feita a otimização da distribuição de geração térmica para todos os valores de geração do

---

<sup>1</sup>Um  $\overline{MW}$  é a energia correspondente a uma fonte de um  $MW$  de potência em dado período. Neste caso, o período considerado é de um mês.

parque termoelétrico. Obtida a curva ótima de operação do parque térmico, resolve-se o problema essencialmente hidráulico.

A esta modelagem prévia do parque termoelétrico dá-se o nome de Despacho Econômico Termoelétrico (DET), melhor descrito a seguir.

### 2.3 Despacho Econômico Termoelétrico

O objetivo do DET é o levantamento de uma curva de custo mínimo de operação um sistema de usinas termoelétricas. Dado um mercado  $G^t$  a ser atendido no período  $t$  ( $t = 0, 1, \dots, T$ ) por um sistema de geração exclusivamente termoelétrico composto por  $I$  unidades, o DET deve encontrar a geração de cada unidade do sistema  $g_i^t$  ( $i = 1, \dots, I$ ) que atenda este mercado a um mínimo custo.

Considera-se que o custo total de operação  $\psi_i(\cdot)$  de uma termoelétrica (custo do combustível mais custos operacionais) é uma função crescente e convexa do nível de geração.

$$\psi'_i = \frac{d\psi_i}{dg_i} > 0 \quad (2.21)$$

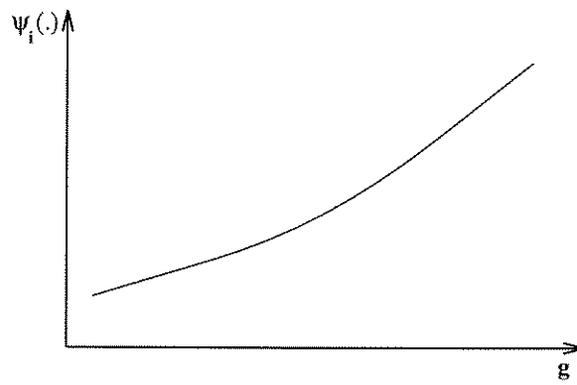


Figura 2.7: Custo de operação de uma termoelétrica.

O problema do DET pode ser formulado como um problema de minimização de custos sujeito a uma restrição de atendimento de mercado:

$$\Psi(G) = \min_{g_i^t} \sum_{t=0}^T \sum_{i=1}^I \psi_i^t(g_i^t) \quad (2.22)$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^I g_i^t = G^t \quad (2.23)$$

Como a função objetivo a minimizar é convexa e as restrições são lineares e de igualdade, o problema acima é um problema convexo. Isto assegura que as condições

de primeira ordem de estacionariedade do Lagrangeano são condições suficientes de ótimo global [40].

$$L(\mathbf{g}, \lambda) = \sum_{t=0}^T \sum_{i=1}^I \psi_i(g_i^t) + \sum_{t=0}^T \lambda^t (G^t - \sum_{i=1}^I g_i^t) \quad (2.24)$$

Estabelecendo as Condições de primeira ordem:

$$\frac{dL}{dg_i^t} = \frac{d\psi_i(g_i^t)}{dg_i^t} - \lambda^t \quad (2.25)$$

$$\frac{dL}{d\lambda^t} = G^t - \sum_{i=1}^I g_i^t = 0 \quad (2.26)$$

$$i = 1, 2, \dots, I$$

$$t = 0, 1, \dots, T$$

As condições de otimalidade indicam que a solução ótima do problema,  $\hat{g}_i^t$ , deve satisfazer as seguintes condições:

$$\psi'_i(\hat{g}_i^t) = \hat{\lambda}^t \quad (2.27)$$

$$\sum_{i=1}^I \hat{g}_i^t = G^t \quad (2.28)$$

Ou seja, a política de operação econômica do sistema termoeletrico é distribuir a carga entre as unidades de geração de modo a igualar os custos marginais de geração.

O multiplicador de Lagrange  $\hat{\lambda}^t$  tem a interpretação econômica de ser o custo marginal do sistema no período de tempo  $t$ . É o preço do *MW* gerado pelo sistema no ponto de operação  $\hat{g}_i^t$ .

Supondo agora que cada unidade de geração tem uma faixa de operação:

$$\underline{g}_i^t \leq g_i^t \leq \bar{g}_i^t \quad (2.29)$$

O problema de operação econômica fica:

$$\Psi(G) = \min_{g_i^t} \sum_{t=0}^T \sum_{i=1}^I \psi_i^t(g_i^t) \quad (2.30)$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^I g_i^t = G^t \quad (2.31)$$

$$\underline{g}_i^t \leq g_i^t \leq \bar{g}_i^t \quad (2.32)$$

$$i = 1, 2, \dots, I$$

$$t = 0, 1, \dots, T$$

Escrevendo o Lagrangeano, tem-se:

$$\begin{aligned} L(\mathbf{g}, \lambda, \alpha, \beta) &= \sum_{t=0}^T \sum_{i=1}^I \psi_i(g_i^t) + \sum_{t=0}^T \lambda^t (G^t - \sum_{i=1}^I g_i^t) \\ &+ \sum_{t=0}^T \sum_{i=1}^I \alpha_i^t (g_i^t - \bar{g}_i^t) + \sum_{t=0}^T \sum_{i=1}^I \beta_i^t (\underline{g}_i^t - g_i^t) \end{aligned} \quad (2.33)$$

E as condições de otimalidade de primeira ordem (suficientes) serão:

$$\hat{\lambda}^t \text{ irrestrito} ; \hat{\lambda}_i^t \geq 0 ; \hat{\beta}_i^t \geq 0 \quad (2.34)$$

$$\sum_{i=1}^I \hat{g}_i^t = G^t \quad (2.35)$$

$$\underline{g}_i^t \leq \hat{g}_i^t \leq \bar{g}_i^t \quad (2.36)$$

$$\hat{\alpha}_i^t (\hat{g}_i^t - \bar{g}_i^t) = 0 \quad (2.37)$$

$$\hat{\beta}_i^t (\underline{g}_i^t - \hat{g}_i^t) = 0 \quad (2.38)$$

$$\psi'_i(\hat{g}_i^t) - \hat{\lambda}^t + \hat{\alpha}_i^t - \hat{\beta}_i^t = 0 \quad (2.39)$$

Das condições acima, nota-se que:

$$\text{Se } \underline{g}_i^t < \hat{g}_i^t < \bar{g}_i^t \Rightarrow \hat{\alpha}_i^t = \hat{\beta}_i^t = 0 \Rightarrow \psi_i(\hat{g}_i^t) = \hat{\lambda}^t \quad (2.40)$$

$$\text{Se } \underline{g}_i^t = \hat{g}_i^t \Rightarrow \hat{\alpha}_i^t = 0; \hat{\beta}_i^t \geq 0 \Rightarrow \psi_i(\hat{g}_i^t) \geq \hat{\lambda}^t \quad (2.41)$$

$$\text{Se } \hat{g}_i^t = \bar{g}_i^t \Rightarrow \hat{\alpha}_i^t \geq 0; \hat{\beta}_i^t = 0 \Rightarrow \psi_i(\hat{g}_i^t) \leq \hat{\lambda}^t \quad (2.42)$$

A solução ótima neste caso pode ser resumida em:

$$\hat{g}_i^t = \max\{\underline{g}_i^t, \min(\bar{g}_i^t, \tilde{g}_i^t)\} \quad (2.43)$$

onde:

$$\psi'_i(\tilde{g}_i^t) = \hat{\lambda}^t \quad (2.44)$$

Ou seja, dado um custo marginal de operação, todas as unidades que tiverem custo marginal inferior a este devem operar em sua capacidade máxima, enquanto que as unidades com custo marginal superior devem operar em sua capacidade mínima. As figuras a seguir mostram exemplos de curvas de custo mínimo e de custo marginal de operação de um parque termoeletrico.

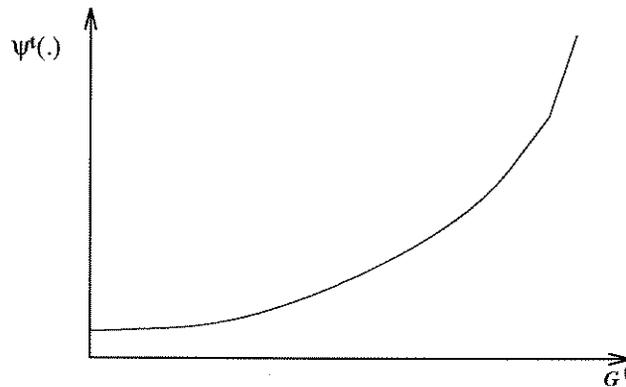


Figura 2.8: Exemplo de curva de custo mínimo de operação.

O problema do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos pode então ser modelado em função apenas de suas características hidráulicas e resolvido sem a preocupação da distribuição ótima da complementação não-hidráulica, resolvida pelo DET.

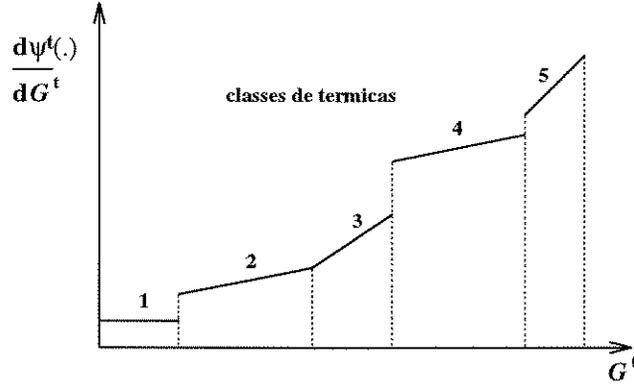


Figura 2.9: Exemplo de curva de custo marginal de operação.

## 2.4 O Problema Hidráulico

Uma vez efetuado o DET, o problema (2.10)-(2.20) pode ser remodelado apenas em função de suas características hidráulicas, resultando em:

$$\min_{p_j^t} \sum_{t=0}^{T-1} \left[ \frac{1}{(1+\beta)^t} \Psi^t(D^t - P^t) \right] + \frac{1}{(1+\beta)^T} V(\mathbf{x}^T) \quad (2.45)$$

sujeito a

$$P^t = \sum_{j=1}^J p_j^t \quad (2.46)$$

$$p_j^t = k_j \cdot (h_{mon}(x_j^t) - h_{jus}(u_j^t) - pc) \cdot q_j^t \quad (2.47)$$

$$x_j^{t+1} = x_j^t + \left[ y_j^t + \sum_{k \in \Omega_j} u_k^t - u_j^t \right] \cdot \Delta t \quad (2.48)$$

$$u_j^t = q_j^t + v_j^t \quad (2.49)$$

$$\underline{x}_j^t \leq x_j^t \leq \bar{x}_j^t \quad (2.50)$$

$$\underline{u}_j^t \leq u_j^t \leq \overline{u}_j^t \quad (2.51)$$

$$\underline{q}_j^t \leq q_j^t \leq \overline{q}_j^t(h_{liq}) \quad (2.52)$$

$$v_j^t \geq 0 \quad (2.53)$$

$$x_j^0 \text{ dado} \quad (2.54)$$

onde  $\Psi^t(\cdot)$  é o custo da complementação não-hidráulica para atendimento do mercado (em  $R\$/\overline{MW}$ ).

Já foi citado que a formulação apresentada considera o problema como determinístico, desprezando a estocasticidade de variáveis como vazões afluentes e mercado. Tal abordagem geralmente é utilizada em estudos de planejamento da operação das etapas de médio e curto prazos, onde o tamanho do horizonte de planejamento permite que as variáveis aleatórias sejam consideradas conhecidas, por exemplo, através de modelos de previsão.

Na etapa de planejamento da longo prazo, o tamanho do horizonte de planejamento não permite que a estocasticidade seja desprezada. A formulação para o problema deve então considerar tal aspecto. Dentro do escopo deste trabalho, serão consideradas como variáveis aleatórias do problema as vazões afluentes. O mercado, embora possa ser variável, é considerado completamente conhecido.

Considerada a estocasticidade na formulação do problema, a técnica que permite a resolução do problema de planejamento sem desprezar tal aspecto é a Programação Dinâmica Estocástica (PDE).

A principal restrição da aplicação da PDE é que a resolução de problemas com muitas variáveis de estado é computacionalmente ineficaz ("maldição da dimensionalidade"), o que inviabiliza a resolução do problema para sistemas de múltiplos reservatórios. Faz-se necessária a utilização de técnicas de simplificação para reduzir o número de variáveis de estado do problema.

Dado o alto grau de incerteza, a determinação das políticas de geração hidráulica total pode ser considerada de maior relevância que a distribuição desta geração entre as diversas usinas do sistema hidroelétrico. Partindo desta premissa, uma simplificação que

geralmente é adotada é a transformação do sistema hidroelétrico em um modelo equivalente que agrega todas as usinas em um único reservatório equivalente e em uma usina a fio d'água. O sistema agregado permite então a resolução do problema por PDE.

A seção a seguir apresenta e descreve o modelo equivalente de um sistema hidroelétrico.

## 2.5 Modelo Equivalente Genérico

O *Modelo Equivalente (ME)* de um sistema hidroelétrico pode ser visto como um mapeamento conjunto-ponto que estabelece uma relação entre a água armazenada nos reservatórios do sistema e a energia elétrica que esta água pode produzir quando descarregada dos reservatórios.

Este mapeamento é feito através de uma representação simplificada de um sistema de múltiplas hidroelétricas em um sistema composto por um *único* reservatório que recebe, armazena e fornece energia, e por uma usina que gera a fio d'água. O reservatório representa o conjunto de usinas hidroelétricas que possuem reservatórios de acumulação, enquanto a usina a fio d'água representa o conjunto das usinas a fio d'água do sistema.

A modelagem equivalente tem sido amplamente proposta para o planejamento da operação energética a longo prazo pois, reduzindo drasticamente a dimensão do sistema, permite a utilização de Programação Dinâmica Estocástica como técnica para obtenção das estratégias de operação.

As diversas aplicações do ME tem especificidades de implementação [5]-[65]. Todos os modelos, entretanto, assumem uma regra de operação dos reservatórios, necessária para a agregação do sistema. A regra até então utilizada supõe a operação dos reservatórios no mesmo percentual de armazenamento, enchendo e esvaziando paralelamente, sendo chamada de regra linear. O ME operando segundo esta regra de operação é denominado ME Linear, sendo nada mais que um caso específico do ME Genérico a ser descrito nesta seção.

Segundo Arvanitidis [5], o ME é uma modelagem adequada a um sistema de hidroelétricas quando a sequência de decisões mensais de geração total para o sistema durante o planejamento é de maior significância econômica que a alocação desta geração entre as várias unidades do sistema. Além disso, pode-se dizer que tal representação será mais eficiente se os reservatórios do sistema possuírem grande capacidade de regularização e se existir uma razoável correlação espacial entre as vazões afluentes aos diferentes reservatórios do sistema, ou seja, quando a região em estudo é hidrologicamente homogênea. É também importante uma forte interligação elétrica, para que o atendimento aos centros de carga possa ser feito de maneira flexível pelas diversas unidades que compõem o sistema. Em sistemas que não possuam tais características, Arvanitidis sugere a alternativa de repre-

sentação de bacias ou vales como ME's que deverão ser otimizados em conjunto.

O procedimento de agregação dos reservatórios baseia-se na redução do espaço dimensional do sistema através da estimação da energia produzida por estes reservatórios. Esta estimação baseia-se na energia produzida pelo completo esvaziamento (em termos de volume útil) de todos os reservatórios do sistema a partir de um estado inicial de armazenamento. Dada uma regra de operação para os reservatórios, o ME estima quanta energia este sistema pode gerar, sendo esta estimação diretamente relacionada à regra de operação adotada.

Após adotada a regra de operação e agregado o sistema, a disponibilidade energética deste sistema será composta pela Energia Armazenada em um reservatório equivalente de energia, de onde a energia retirada será denominada Energia Defluente. A esta se soma a energia fornecida pelas usinas fio d'água, denominada Energia Fio D'água. A energia recebida pelo reservatório é denominada Energia Controlável. São consideradas ainda, a energia perdida por vertimento no reservatório, denominada Energia Vertida e a Energia perdida por evaporação, denominada Energia Evaporada.

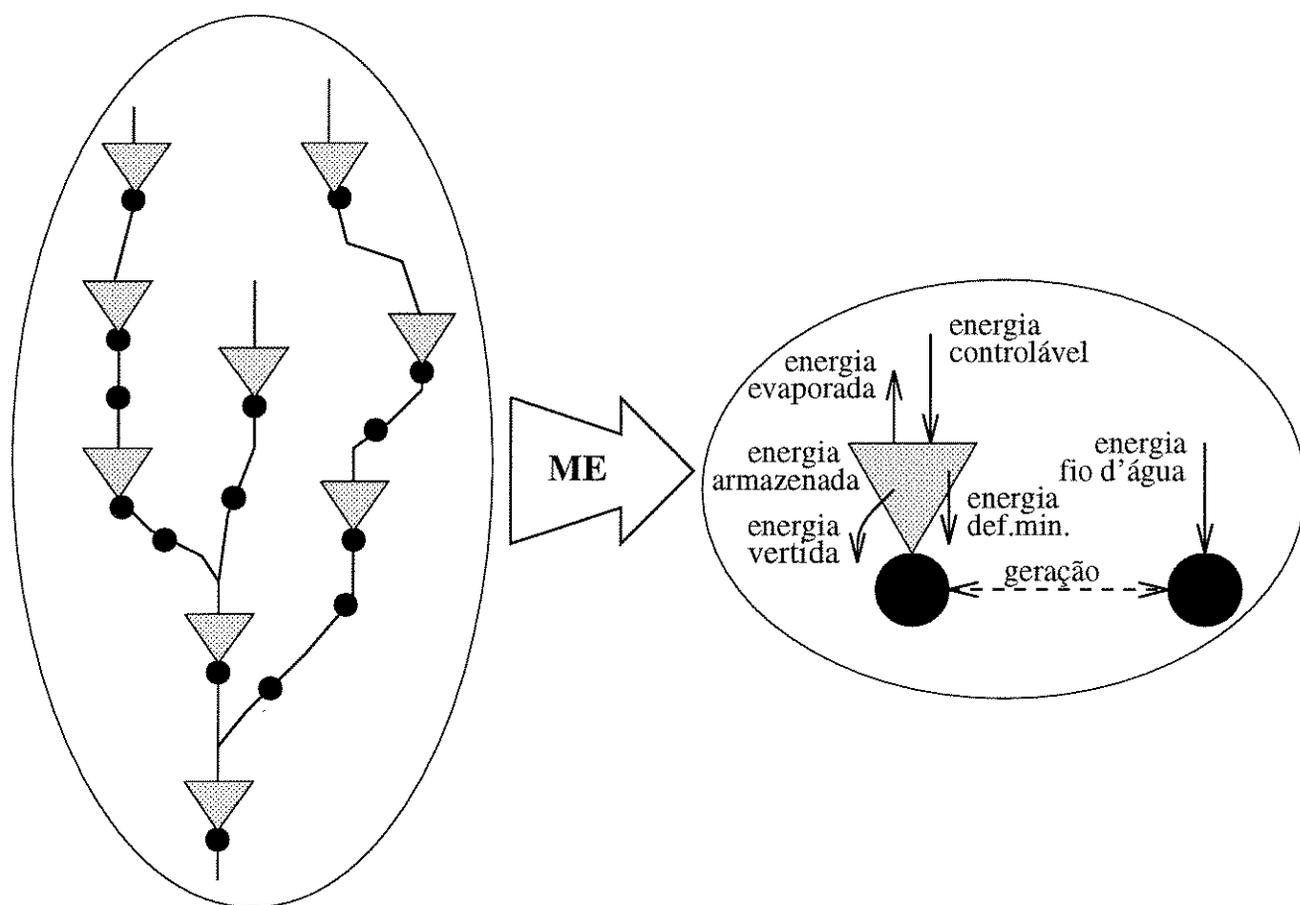


Figura 2.10: Aplicação do ME a uma Cascata

• **Energia Armazenada**

Seja  $x^0$  o volume útil de uma usina hidroelétrica isolada em um dado estado de armazenamento inicial:

$$x^0 = x^{inicial} - \underline{x} \quad (2.55)$$

Seja  $h(x)$  a altura de queda média como uma função do volume útil apenas:

$$h(x) = h_{mon}(x^0) - h_{jus_{med}} - pc \quad (2.56)$$

onde:

- $h_{jus_{med}}$  - nível médio do canal de fuga.

Cada quantidade incremental de água  $dx$  descarregada do reservatório irá produzir uma quantidade incremental de energia elétrica  $de$  igual à energia potencial da quantidade incremental de água multiplicada pelo rendimento médio do processo de conversão de energia

$$de = \eta \cdot \rho \cdot g \cdot h(x) \cdot dx = k \cdot h(x) \cdot dx \quad (2.57)$$

onde:

- $\rho$  - peso específico da água;
- $g$  - aceleração da gravidade.

A energia associada com o armazenamento do reservatório pode então ser calculada como a integração de (2.57) dentro dos limites do volume útil:

$$e(x^0) = \int_0^{x^0} de = k \cdot \int_0^{x^0} h(x) \cdot dx \quad (2.58)$$

ou

$$e(x^0) = x^0 \cdot k \cdot h_{eq}(x^0) \quad (2.59)$$

onde

$$h_{eq}(x^0) = \frac{1}{x^0} \cdot \int_0^{x^0} h(x) dx \quad (2.60)$$

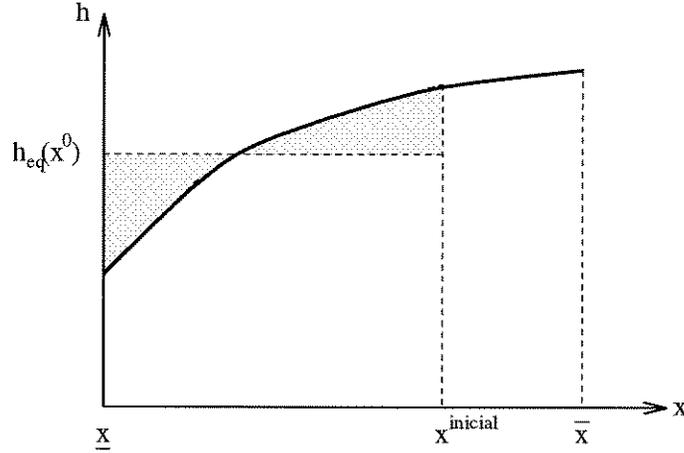


Figura 2.11: Altura Equivalente do Reservatório.

é a *altura equivalente* com a qual a usina transforma a água armazenada em seu reservatório em energia elétrica durante o deplecionamento, como ilustrado na figura a seguir.

Note de (2.59) que a energia armazenada no reservatório é calculada como o produto da água armazenada  $x^0$  e da produtividade média da usina  $p = k \cdot h_{eq}(x^0)$ .

Para um sistema com N usinas em cascata, uma quantidade incremental de água  $dx_i$  descarregada da usina  $i$  passará por todas as usinas a jusante e produzirá uma quantidade incremental de energia  $de_i$  expressa como:

$$de_i = \left[ \sum_{j \in J_i} k_j \cdot h_j(x_j) \right] dx_i \quad (2.61)$$

onde:

- $J_i$  - conjunto das usinas a jusante da usina  $i$ .

A energia armazenada  $e_i(x_i^0)$  em cada usina  $i$  é calculada pela integração de (2.61), a qual requer conhecimento dos relacionamentos entre os armazenamentos das usinas a jusante  $x_j, j \in J_i$ , e o nível de armazenamento do reservatório da usina,  $x_i$ , durante o processo de deplecionamento. Portanto, a estimação da energia armazenada no sistema requer a adoção de uma *regra de operação de reservatórios (ROR)* para estabelecer o comportamento dos reservatórios durante o processo de deplecionamento.

Um meio comum de representar uma regra de operação de reservatórios é associar o armazenamento de cada reservatório com um parâmetro único  $\lambda$ , variando de zero a um, tal que, para  $\lambda = 1$  os reservatórios estão em seu armazenamento inicial e para  $\lambda = 0$  os reservatórios estão vazios. Seja  $f_i(\lambda)$  qualquer função real diferenciável com domínio e imagem dentro do intervalo  $[0, 1]$ , tal que:

$$f_i(\lambda) = \begin{cases} 1 & \text{se } \lambda = 1 \\ 0 & \text{se } \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.62)$$

A regra de operação do reservatório  $i$  pode ser estabelecida como:

$$x_i(\lambda) = x_i^0 \cdot f_i(\lambda) \quad (2.63)$$

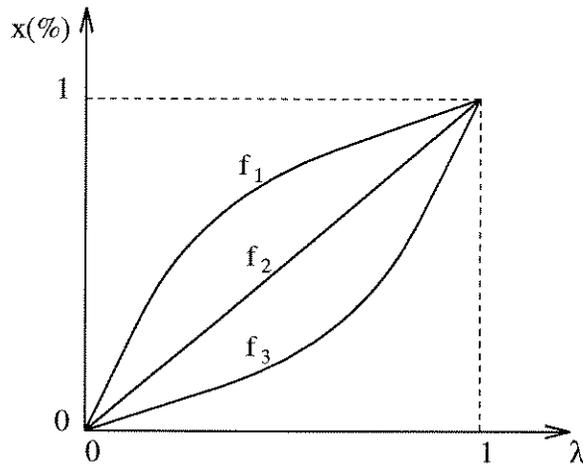


Figura 2.12: Regras de Operação.

Note que a forma das funções  $f_i(\lambda)$  irá estabelecer o comportamento relativo dos reservatórios durante o processo de deplecionamento. Inserindo (2.63) em (2.61), a energia incremental produzida por cada usina pode ser expressa como uma função de  $\lambda$ :

$$de_i = \left[ \sum_{j \in J_i} k_j \cdot h_j(x_j(\lambda)) \right] dx_i(\lambda) \quad (2.64)$$

Desde que

$$dx_i(\lambda) = x_i^0 \cdot \frac{df_i(\lambda)}{d\lambda} \cdot d\lambda \quad (2.65)$$

a expressão final para  $de_i$  será:

$$de_i = \left[ \sum_{j \in J_i} k_j \cdot h_j(x_j(\lambda)) \right] \cdot x_i^0 \cdot \frac{df_i(\lambda)}{d\lambda} \cdot d\lambda \quad (2.66)$$

A energia armazenada na usina  $i$  pode agora ser calculada integrando-se (2.66) em relação a  $\lambda$ :

$$e_i(x_i^0) = \int_0^1 \sum_{j \in J_i} k_j \cdot h_j(x_j(\lambda)) \cdot x_i^0 \cdot \frac{df_i(\lambda)}{d\lambda} \cdot d\lambda \quad (2.67)$$

a qual pode ser reescrita como:

$$e_i(x_i^0) = x_i^0 \cdot \sum_{j \in J_i} k_j \cdot \int_0^1 h_j(x_j(\lambda)) \cdot \frac{df_i(\lambda)}{d\lambda} \cdot d\lambda \quad (2.68)$$

ou, finalmente:

$$e_i(x_i^0) = x_i^0 \cdot \sum_{j \in J_i} k_j \cdot h_{eqij} \quad (2.69)$$

onde:

$$h_{eqij} = \int_0^1 h_j(x_j(\lambda)) \cdot \frac{df_i(\lambda)}{d\lambda} \cdot d\lambda \quad (2.70)$$

é a *altura equivalente* da usina  $j$  em relação à usina  $i$ , isto é, a altura média com a qual a usina  $j$  transforma a água proveniente da usina  $i$  em energia durante o deplecionamento de ambas segundo a regra  $f_i(\lambda)$ . Note de (2.69) que a energia armazenada no reservatório  $i$  é calculada como o produto da água armazenada  $x_i^0$  e a produtividade média agregada da usina  $\sum_{j \in J_i} k_j \cdot h_{eqij}$ . A energia armazenada total no sistema  $e(x^0)$  é então calculada como:

$$e(x^0) = \sum_{i \in R} e_i(x_i^0) \quad (2.71)$$

onde

- $R$  - conjunto de usinas com reservatório do sistema.

Deve-se observar que as funções  $f_i(\lambda)$  não devem necessariamente ser diferenciáveis. Esta hipótese foi assumida apenas por conveniência da apresentação. Consequentemente, o modelo equivalente genérico aqui proposto pode ser implementado para quaisquer regras de operação contínuas usando-se técnicas de integração numérica.

- Sistema teste

Buscando ilustrar melhor as características do modelo equivalente a ser descrito, um sistema teste de 8 usinas hidroelétricas do rio Grande será utilizado durante tal descrição. O sistema possui uma potência instalada de  $7086 MW$ , quatro usinas com reservatório e quatro usinas a fio d'água.

É adotado Maio como mês inicial para os testes efetuados, por ser o início do período seco na bacia hidrográfica em questão. Esta escolha justifica-se pelo fato de que, uma vez que os volumes iniciais dos reservatórios do sistema devem ser fornecidos, é mais simples iniciar os estudos a partir de um mês onde sabe-se que tais reservatórios devem estar cheios.

Tabela 2.1: Dados do sistema teste.

Rio: Grande				
Usina	$p$ (MW)	$x_{util}$ (hm <sup>3</sup> )	$\bar{h}_{liq}$ (m)	$\eta$
Furnas	1312	17217	95.10	0.8800
M. de Moraes	478	2500	44.16	0.8501
Estreito	1104	fio d'água	64.70	0.9001
Jaguara	616	fio d'água	45.90	0.9099
V.Grande	380	fio d'água	27.60	0.9199
P. Colômbia	328	fio d'água	23.80	0.8899
Marimbondo	1488	5260	63.52	0.8700
Água Vermelha	1380	5169	56.94	0.9000
Potência Instalada: 7086 MW				

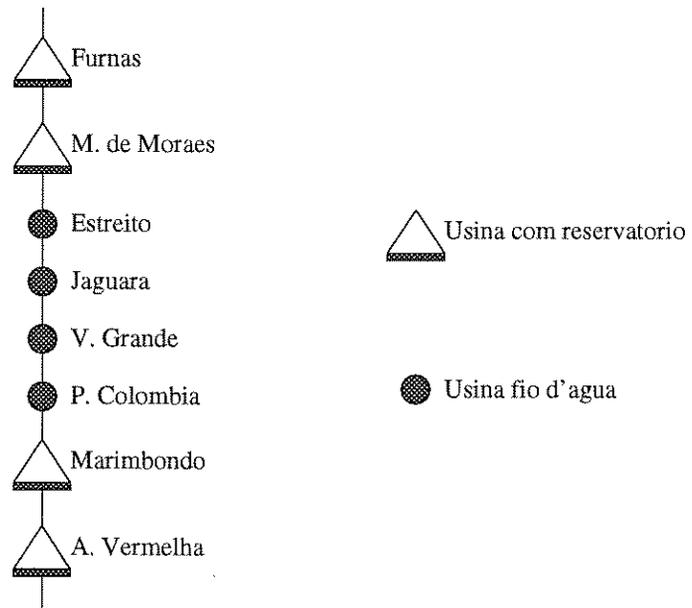


Figura 2.13: Sistema teste.

## 2.6 Modelo Equivalente Linear

Uma vez definido o Modelo Equivalente Genérico que considera qualquer tipo de regra de operação, faz-se necessária a descrição de um caso particular deste modelo, que é obtido quando uma regra de operação linear é assumida. Este é o modelo em vigor no setor elétrico atualmente, aqui chamado de Modelo Equivalente Linear.

Considere uma regra de operação linear, ou seja, todos os reservatórios terão a mesma variação percentual de volume:

$$f_i(\lambda) = \lambda \quad (2.72)$$

Neste caso, desde que

$$\frac{df_i(\lambda)}{d\lambda} = 1 \quad (2.73)$$

e (da equação (2.63))

$$d\lambda = \frac{dx_j(\lambda)}{x_j^0} \quad (2.74)$$

a altura equivalente dada por (2.70) pode ser calculada por integração em relação a  $dx_j$

$$h_{eq_{ij}} = h_{eq_j} = \frac{1}{x_j^0} \int_0^{x_j^0} h_j(x_j).dx_j \quad (2.75)$$

Isto significa que, para o modelo equivalente com regras de operação linear, a altura equivalente do reservatório  $j$  em relação a qualquer usina de montante  $i$  será dada por (2.60), a *altura equivalente própria* do reservatório  $j$ .

### • Energia Armazenada

A energia armazenada total no sistema pode então ser calculada como:

$$e(x^0) = \sum_{i \in R} x_i^0 \cdot \sum_{j \in J_i} k_j \cdot h_{eq_j} \quad (2.76)$$

Quando  $x_i^0$  coincide com o volume útil máximo  $\bar{x}_{util}$  de cada reservatório do sistema, a equação (2.55) pode ser escrita como:

$$x^0 = (\bar{x} - \underline{x}) \quad (2.77)$$

Substituindo na equação (2.76) tem-se a *energia armazenada máxima* deste sistema, ou seja, o máximo de energia que o sistema de reservatórios tem capacidade de armazenar. A altura equivalente, neste caso, é denominada *altura equivalente máxima*, sendo calculada como:

$$\bar{h}_{eq_i} = \frac{1}{(\bar{x}_i - \underline{x}_i)} \int_{\underline{x}_i}^{x_i^0} h_i(x) dx \quad (2.78)$$

E a energia armazenada calculada a partir destas alturas equivalentes máximas será:

$$e_{max} = \sum_{i \in R} (\bar{x}_i - \underline{x}_i) \sum_{j \in J_i} k_j \cdot \bar{h}_{eq_j} \quad (2.79)$$

A energia armazenada também é calculada com os reservatórios do sistema em um armazenamento inicial igual a 50% do volume máximo, sendo denominada de energia armazenada média  $e_{med}$ , útil em algumas definições a serem apresentadas no decorrer desta seção.

Se o volume do reservatório for medido em  $hm^3$  e a altura equivalente em  $m$ , a energia armazenada no sistema em  $\overline{MW}$  pode ser reescrita como:

$$e(x_i^0) = \frac{9.81 * 10^{-3}}{2.628} \sum_{i \in R} (x_i^0 - \underline{x}_i) \int_0^1 \sum_{j \in J_i} \eta_j \cdot h_j(\lambda) d\lambda \quad [\overline{MW}] \quad (2.80)$$

onde:

- $\frac{9.81 * 10^{-3}}{2.628}$  - constante que inclui a aceleração da gravidade, o peso específico da água e o número médio de segundos do mês.

A tabela a seguir mostra os valores calculados de altura equivalente máxima e a energia armazenada máxima para o sistema teste considerado.

Tabela 2.2: Resultados - Sistema Teste

Usina	$\bar{h}_{eq}(m)$
Furnas	87.54
M. de Moraes	38.19
Estreito	64.70
Jaguara	45.90
V. Grande	27.60
P. Colombia	23.80
Marimbondo	55.53
Agua Vermelha	52.30
$e_{max}(MW)$	
27930	

## 2.7 Outras Variáveis do Modelo Equivalente

Além da energia armazenada, a construção do modelo equivalente de um sistema envolve a definição de um conjunto de outras variáveis, descritas a seguir.

### • Energia Controlável

A *energia controlável (ec)* é a quantidade de energias afluentes ao sistema que podem ser estocadas sem necessidade de uso imediato. Num sistema composto somente por usinas fio d'água, que devem descarregar toda a vazões afluentes que a elas chegam, a energia controlável é nula. É possível obter um histórico mensal de energia controlável a um sistema de múltiplas usinas somando-se as vazões afluentes naturais médias mensais a cada reservatório, multiplicadas pela produtividade média da própria usina e pela produtividade média de todas as usinas fio d'água a jusante até o próximo reservatório exclusive. A produtividade média de uma usina é calculada como a relação  $MW/m^3/s$  que uma usina apresenta, sendo calculada para a altura equivalente máxima do reservatório. Assim, num dado período  $t$ , a  $ec$  pode ser definida como:

$$ec^t = 9.81 * 10^{-3} \sum_{i \in R} (y_i^t - \underline{q}_i) (\eta_i \cdot \bar{h}_{eq_i} + \sum_{j \in F_i} \eta_j \cdot h_{liq_j}) \left[ \overline{MW} \right] \quad (2.81)$$

onde:

- $R$  - conjunto de usinas com reservatório do sistema;
- $F_i$  - conjunto de usinas fio d'água entre o reservatório  $i$  e o próximo reservatório a jusante;
- $y_i^t$  - vazão natural média mensal afluente ao reservatório  $i$  no mês  $t$  (em  $m^3/s$ );
- $\underline{q}_i$  - defluência mínima obrigatória do reservatório  $i$  (em  $m^3/s$ );
- $h_{liq_j}$  - altura de queda líquida da usina fio d'água  $j$ ;

A figura a seguir mostra, começando no mês de maio, a Média de Longo Termo - MLT do histórico de energias controláveis do sistema teste.

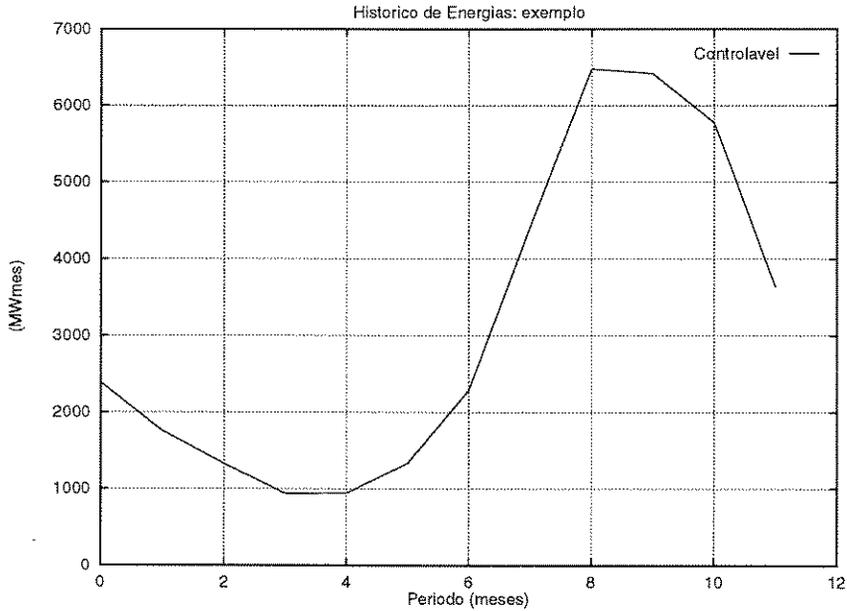


Figura 2.14: Energia controlável - MLT - Sistema Teste

### Correção da Energia Controlável

Como a conversão do histórico de vazões é baseada nas produtividades médias das usinas, é necessária uma correção durante o processo de otimização que leve em conta a influência do armazenamento no valor da produtividade das usinas, e conseqüentemente do sistema. Para cada mês do ano são então calculados três fatores de correção da **ec** correspondentes aos armazenamentos máximo, médio (50% do volume útil) e mínimo do reservatório equivalente, baseados no cálculo da **ec** com as alturas de queda correspondentes. Para armazenamento máximo:

$$fc_{max}^t = \frac{\sum_t \sum_{i \in R} (\eta_i \cdot \bar{h}_{liq_i} + \sum_{i \in F_i} \eta_j \cdot h_{liq_j})}{\sum_t \sum_{i \in R} (\eta_i \cdot h_{eq_i} + \sum_{i \in F_i} \eta_j \cdot h_{liq_j})} \quad (2.82)$$

onde:

- $\bar{h}_{liq_i}$  - altura de queda líquida máxima da usina  $i$ .
- $t = (1, 2, \dots, 12)$  - mes do ano correspondente.

Substituindo a altura de queda líquida máxima pelas alturas líquidas média e mínima tem-se os fatores de correção para armazenamento médio e mínimo, respectivamente. Com os

três pontos  $(0, fc_{min})$ ,  $(e_{med}, fc_{med})$ ,  $(e_{max}, fc_{max})$  obtidos, faz-se um ajuste polinomial que fornece a correção da  $ec$  em função do nível de armazenamento do sistema. Assim:

$$ec^t(\text{corrigida}) = fc_{ec}^t(e) * ec^t \quad (2.83)$$

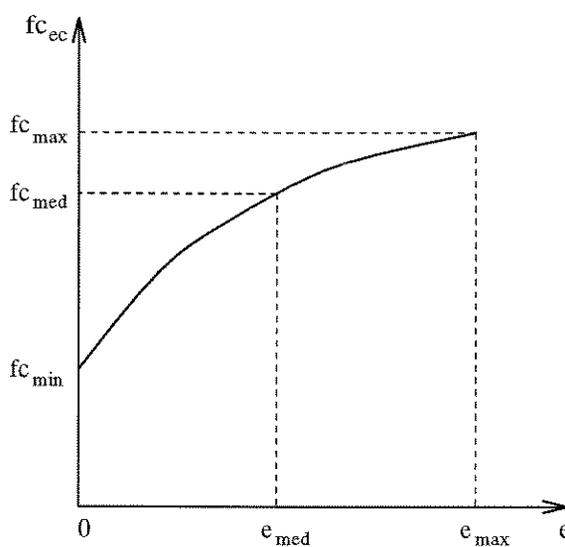


Figura 2.15: Fator de correção da energia controlável.

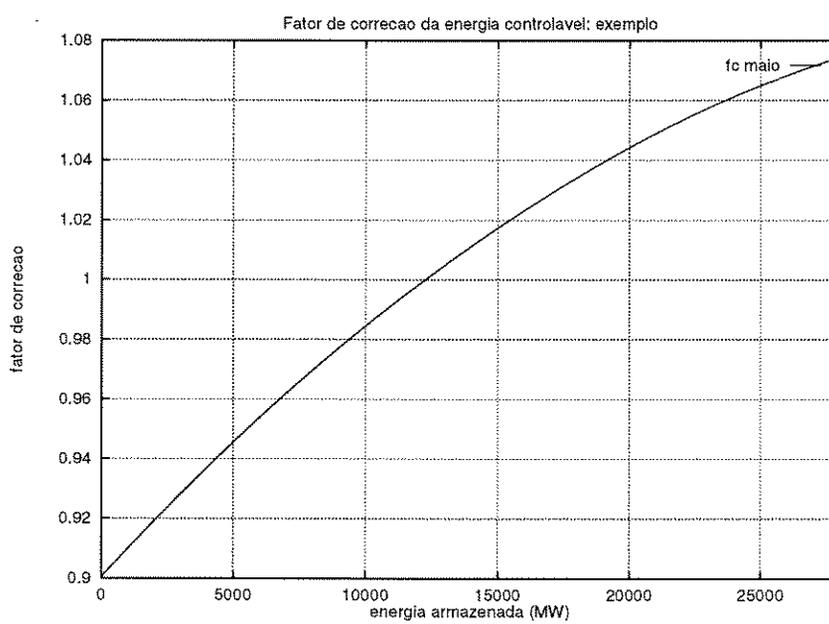


Figura 2.16: Fator de correcao da energia controlável(maio) - Sistema Teste.

• **Energia Defluente Mínima**

Enquanto a energia controlável varia em função das vazões afluentes aos reservatórios, a *energia defluente mínima* ( $edm$ ) é um valor fixo para todos os períodos. Corresponde à defluência mínima obrigatória dos reservatórios do sistema por restrições físicas tais como navegabilidade, irrigação, e outros usos da água. dependendo apenas da configuração adotada. Para a altura de queda líquida máxima, a energia defluente mínima é dada por:

$$edm_{max} = 9.81 * 10^{-3} \sum_{i \in R} q_i \cdot (\eta_i \cdot \bar{h}_{liq_i} + \sum_{j \in F_i} \eta_j \cdot h_{liq_j}) \quad [\overline{MW}] \quad (2.84)$$

Substituindo a altura de queda líquida máxima pela altura de queda líquida média e mínima obtem-se os valores  $edm_{med}$  e  $edm_{min}$  que correspondem às energias defluente mínimas para armazenamento médio e mínimo do sistema.

Para a energia defluente mínima é calculada uma função que dá o valor desta em função do estado de armazenamento do sistema para utilização posterior, durante a otimização. Isto é feito utilizando-se os pares de pontos  $(0, edm_{min})$ ,  $(e_{med}, edm_{med})$ ,  $(e_{max}, edm_{max})$ , para ajustar a função  $edm = edm(e)$ .

O resultado deste ajuste para o sistema teste é mostrado a seguir.

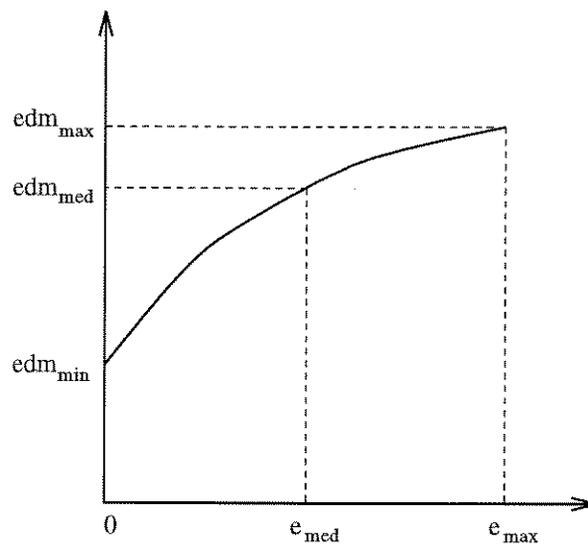


Figura 2.17: Função da energia defluente mínima.

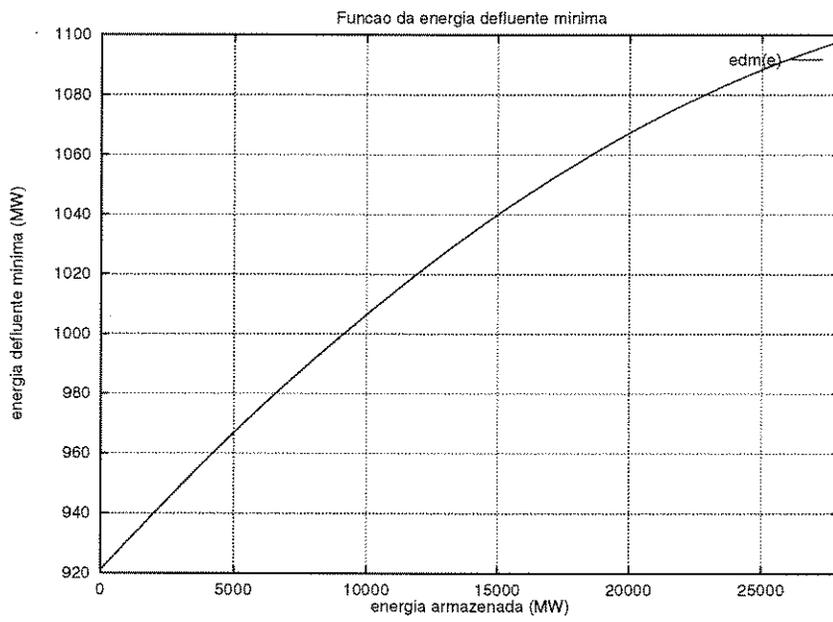


Figura 2.18: Função da energia defluente mínima - Sistema Teste.

### • Energia Fio D'água

A *energia fio d'água (efio)* é a quantidade de energia afluyente que corresponde às vazões afluentes apenas às usinas fio d'água do sistema. Como a energia controlável, a energia fio d'água também é dependente das vazões afluentes, variando de período para período. A energia fio d'água de um ME é obtida multiplicando-se toda a vazão afluyente incremental entre uma usina fio d'água e os reservatórios imediatamente a montante pela sua produtividade, tendo como limite a capacidade de turbinamento (engolimento máximo) da usina. Tal procedimento é feito para todas as usinas fio d'água do sistema. Para um dado período  $t$  a energia fio d'água é definida como:

$$efio^t = 9.81 * 10^{-3} \sum_{j \in F} Min[(\bar{q}_j - \sum_{m \in M_j} \underline{q}_m), (y_j^t - \sum_{m \in M_j} y_m^t)] \eta_j \cdot h_{iq_j} \quad [MW] \quad (2.85)$$

onde:

- $F$  - conjunto de usinas fio d'água do sistema;
- $M_j$  - conjunto de usinas com reservatório imediatamente a montante da usina  $j$ ;
- $\bar{q}_j$  - engolimento máximo da usina  $j$  (em  $m^3/s$ );
- $y_j^t$  - vazão afluyente natural à usina  $j$  no período  $t$  (em  $m^3/s$ );
- $\underline{q}_m$  - defluência mínima obrigatória da usina  $m$  (em  $m^3/s$ );

Deve-se observar que esta formulação considera, caso seja ultrapassado o engolimento máximo de uma usina, a diferença entre o engolimento máximo desta e as defluências mínimas dos reservatórios a montante como a energia fio d'água que a ela aflui.

A figura a seguir mostra a MLT do histórico de energias fio d'água do sistema teste.

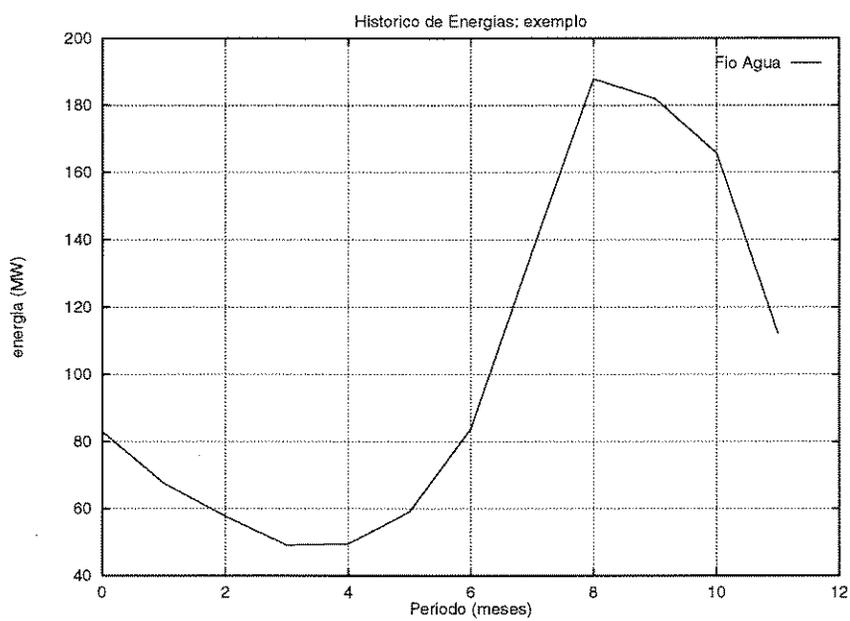


Figura 2.19: Energia fio d'água - MLT - Sistema Teste.

### • Energia Evaporada

A *energia evaporada (evp)* de um sistema hidroelétrico é a quantidade de energia perdida por evaporação nos reservatórios deste sistema. Seu valor é dependente das áreas dos espelhos d'água e, conseqüentemente, dos níveis de armazenamento do sistema. Além disso, o *coeficiente (ou altura) de evaporação* de um reservatório, expresso em *mm/mês*, depende do período em estudo, tendo uma variação sazonal durante o ano. São calculados valores de energia evaporada que se repetirão, durante a otimização, a cada ano do horizonte de estudo. Assim, para um máximo armazenamento, a energia evaporada no período  $t$  pode ser definida como:

$$evp_{max}^t = \frac{9.81 * 10^{-6}}{2.628} \sum_{i \in R} ce_i^t \cdot \bar{a}_i \cdot \sum_{j \in J_i} \eta_j \cdot \bar{h}_{liq_j} \quad [MW] \quad (2.86)$$

onde:

- $ce_i^t$  - coeficiente de evaporação do reservatório  $i$  no período  $t$  (em *mm/mês*);
- $\bar{a}_i$  - área máxima do reservatório  $i$  (em *km<sup>2</sup>*);
- $R$  - conjunto de usinas com reservatório do sistema;
- $J_i$  - conjunto de usinas a jusante da usina  $i$ ;
- $\bar{h}_{liq_j}$  - altura de queda líquida máxima da usina  $j$ ;

Substituindo-se a altura de queda líquida máxima pelas alturas de queda líquida média e mínima, e considerando as áreas correspondentes, têm-se os valores de energia evaporada para médio e mínimo armazenamento do sistema.

Para a energia evaporada também é calculada uma função que dá seu valor em função do armazenamento do sistema. Utilizando-se os pares de pontos  $(0, evp_{min})$ ,  $(e_{med}, evp_{med})$ ,  $(e_{max}, evp_{max})$ , ajusta-se a seguinte função:

$$evp(\text{corrigida}) = f(e) \quad (2.87)$$

Dependendo dos níveis de evaporação nos reservatórios do sistema, a energia evaporada pode ser desprezada nos cálculos das características do ME.

A tabela a seguir mostra os valores de energia evaporada obtidos para o sistema teste. Deve-se notar que nos meses mais secos do ano considera-se a energia evaporada igual a zero, com a mesma se concentrando nos meses mais chuvosos e úmidos do ano.

Tabela 2.3: Energia Evaporada - Sistema Teste

Mês	$evp(\overline{MW})$
Maio	0.00
Junho	0.00
Julho	0.00
Agosto	409.70
Setembro	409.70
Outubro	409.70
Novembro	409.70
Dezembro	409.70
Janeiro	409.70
Fevereiro	409.70
Março	0.00
Abril	0.00

### • Energia Vertida

Assim como uma usina pode verter por causa de excesso de água nos seus reservatórios ou limitações em seus geradores, um ME deve levar em conta a possibilidade de verter energia do sistema. É considerada como *energia vertida* ( $ev$ ) em um sistema a quantidade de energia que não pode ser estocada nem absorvida pelo mercado.

### • Energia Total Afluente

A *energia total afluyente* ( $ea$ ) a um sistema de usinas corresponde à soma das energias controlável, fio d'água e defluente mínima média deste sistema de usinas:

$$ea^t = ec^t + efio^t + edm_{med} \left[ \overline{MW} \right] \quad (2.88)$$

A energia afluyente é calculada para cada período do histórico de vazões afluentes. Este histórico de energia afluyente é depois tratado por um modelo estocástico, resultando em matrizes de distribuição de probabilidade condicionada de ocorrência de energia afluyente que serão utilizadas pelo modelo de PDE na obtenção das tabelas otimizadas de geração.

### • Detalhes Complementares

Além das variáveis descritas, o ME pode levar em conta outros detalhes, principalmente no caso de sistemas com configuração dinâmica, onde o tamanho do sistema varia durante a otimização. No caso da existência de usinas em construção define-se *energia de usinas submotorizadas*, onde se assume que a capacidade de geração da usina é igual à potência instalada até o momento. A *geração de pequenas usinas* que por suas características não são incluídas explicitamente nos cálculos do ME é considerada um valor fixo para o sistema, sendo tratada como um valor a ser adicionado à geração total ou descontado do mercado consumidor. A *energia de volume morto* corresponde à energia perdida no enchimento de novos reservatórios do sistema e deve ser fornecida externamente tendo seu valor adicionado ao mercado consumidor no período de enchimento destes. O ME aqui desenvolvido considera sempre uma configuração estática não levando em conta, portanto, as variáveis acima descritas e assumindo que não há pequenas usinas no sistema.

Com a redução do espaço de estados provocada pela aplicação do ME, o problema pode ser reformulado, resultando no equacionamento apresentado a seguir.

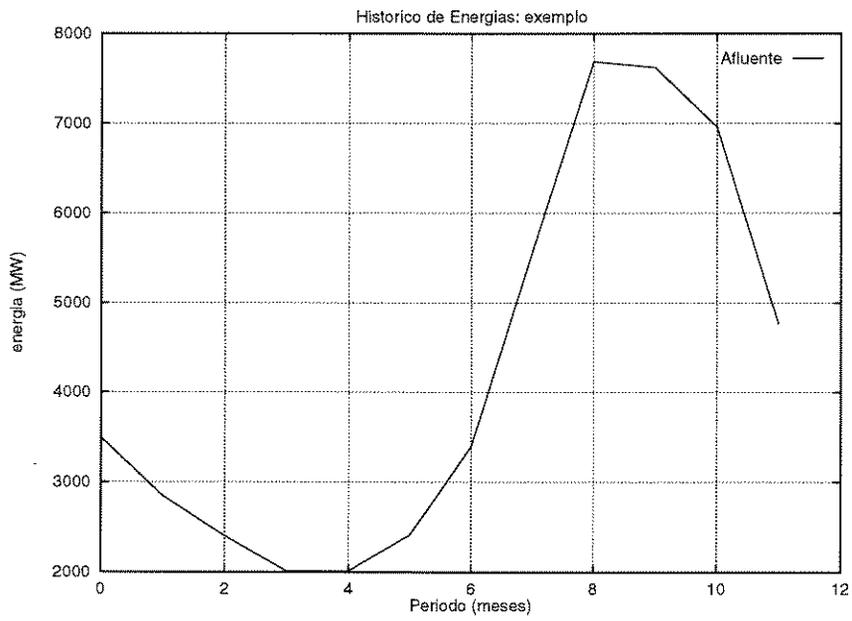


Figura 2.20: Energia total afluente - MLT - Sistema Teste.

## 2.8 Programação Dinâmica Estocástica

Com o sistema agregado, as características e restrições individuais não são mais explicitadas na formulação do problema de otimização, o qual pode ser visto como a obtenção de uma política ótima de decisões de energia defluente ( $ed^t, t = 1, \dots, T$ ) que minimize o custo esperado de operação do sistema ao longo do horizonte de planejamento e que obedeça a restrições operativas do sistema agregado, considerando a estocasticidade do problema. Considera-se aqui as vazões naturais afluentes como variáveis aleatórias. Logo, para o modelo equivalente, a energia afluente, representação agregada destas vazões, será a variável aleatória do sistema.

Supondo que há uma dependência de ordem 1 para a energia afluente ao sistema, ou seja, que a energia afluente de um período só depende da energia afluente do período anterior, a formulação para o problema pode ser dada por:

$$\min_{ed^t} E_{ea^t/ea^{t-1}} \left\{ \sum_{t=0}^{T-1} \frac{1}{(1+\beta)^t} \Psi^t(D^t - G^t) \right\} + \frac{1}{(1+\beta)^T} V(e^T) \quad (2.89)$$

sujeito a:

$$e^{t+1} = e^t + ea^t - ed^t \quad (2.90)$$

$$ed^t = D^t - G^t \quad (2.91)$$

$$e_{min} \leq e^t \leq e_{max} \quad (2.92)$$

$$\underline{ed} \leq ed^t \leq \overline{ed} \quad (2.93)$$

$$e^0 \text{ dado} \quad (2.94)$$

onde:

- $E_{ea^t/ea^{t-1}} \{.\}$  - valor esperado do custo de operação condicionado à ocorrência de uma energia afluente  $ea^t$  no período  $t$  dado que ocorreu uma energia afluente  $ea^{t-1}$  no período  $t - 1$ ;

- $ea^t$  - energia afluenta ao sistema no período  $t$ ;
- $e^t$  - energia armazenada no sistema no período  $t$ .
- $T$  - horizonte de planejamento;
- $\Psi^t(\cdot)$  - custo de operação no período  $t$ ;
- $ed^t$  - energia defluente do sistema no período  $t$ ;
- $V(\cdot)$  - custo associado ao estado final do sistema.

Uma metodologia das mais utilizadas e que permite o tratamento da estocasticidade do problema é a Programação Dinâmica Estocástica - PDE, aplicada em situações onde as decisões são feitas em estágios e o resultado de cada decisão não é completamente previsível. Tais decisões não podem ser vistas isoladamente, mas devem balancear o desejo de baixo custo presente com a possibilidade de altos custos futuros.

A PDE é uma técnica de otimização de *malha fechada*, onde as decisões são tomadas a cada momento, tomando-se como base toda a informação disponível até este momento. Além disso, em uma otimização de malha fechada, o objetivo não é encontrar uma trajetória ótima de decisões, mas sim determinar uma *política* de decisões ótimas para selecionar, a cada período  $t$ , a decisão ótima para cada possível estado do sistema.

O primeiro passo para utilização da PDE é escrever a equação recursiva que corresponde à solução do problema. Adota-se aqui a técnica de resolução *backward*, onde o problema é resolvido com a busca de políticas ótimas partindo do período final  $T$  e seguindo até o período inicial. Assim, para um dado período  $t$ :

$$F^t(e^t, ea^{t-1}) = \min_{ed^t} \left[ E_{ea^t/ea^{t-1}} \left\{ \Psi^t(ed^t, e^t) + \frac{1}{1+\beta} F^{t+1}(e^{t+1}, ea^t) \right\} \right] \quad (2.95)$$

$$t = T, T-1, \dots, 0$$

onde:

- $F^t(e^t, ea^{t-1})$  - é o mínimo valor esperado dos custos de operação do período  $t$  ao fim do horizonte  $T$ , supondo que o sistema está no estado  $(e^t, ea^{t-1})$ .

Esta equação, chave para a resolução do problema, diz que o custo ótimo associado a um estado, num dado período, depende da decisão ótima neste período e de todas as decisões ótimas de períodos subsequentes.

Supondo-se conhecida a *função densidade de probabilidade condicionada*  $f^t(ea^t/ea^{t-1})$  da energia afluente ao sistema, pode-se reescrever a equação recursiva (2.95) em função desta distribuição:

$$F^t(e^t, ea^{t-1}) = \min_{ed^t} \left[ \Psi^t(ed^t, e^t) + \frac{1}{1+\beta} \int_{-\infty}^{+\infty} F^{t+1}(e^{t+1}, ea^t) \cdot f(ea^t/ea^{t-1}) dea^t \right] \quad (2.96)$$

O *princípio de otimalidade de Bellman* [8] afirma que: "se  $ed^{t*}$ , para  $t = 1, 2, \dots, T-1$  é a política ótima considerando-se  $(e^1, ea^0)$  no período  $t = 1$  como estado inicial, então  $ed^{t*}$ , para  $t = 2, 3, \dots, T-1$  será uma política ótima para o estado inicial  $(e^1, ea^0) = \phi(e^1, ea^0, ed^1)$  no período  $t = 2$ , onde  $\phi$  é a equação de transição de estado".

Pode-se garantir que a política  $ed^t, t = 1, \dots, T-1$  obtida através de soluções sucessivas de (2.96) é uma solução ótima, formulando-se completamente o modelo de PDE utilizado na resolução do problema de planejamento de longo prazo como mostrado a seguir.

$$F^t(e^t, ea^{t-1}) = \min_{ed^t} \left[ \Psi^t(ed^t, e^t) + \frac{1}{1+\beta} \int_{-\infty}^{+\infty} F^{t+1}(e^{t+1}, ea^t) \cdot f(ea^t/ea^{t-1}) dea^t \right] \quad (2.97)$$

sujeito a:

$$F^T(e^T, ea^{T-1}) = V(e^T) \quad (2.98)$$

$$e^{t+1} = e^t + ea^t - ed^t \quad (2.99)$$

$$e_{min} \leq e_t \leq e_{max} \quad (2.100)$$

$$\underline{ed} \leq ed^t \leq \overline{ed} \quad (2.101)$$

$$e^0 \text{ dado} \quad (2.102)$$

$$\forall t, t = T, T-1, \dots, 0 \quad (2.103)$$

A solução de (2.97)-(2.103) em um dado período  $t$  é, como já foi citado, condicionada à energia afluyente ao sistema no período anterior,  $ea^{t-1}$ . Se a decisão no período é  $ed_i^t$ , pela figura 2.21 a seguir, pode-se observar que, uma vez que as decisões são tomadas anteriormente ao conhecimento das energias afluyentes no período, a mesma decisão pode levar a valores mais elevados de energia armazenada no período seguinte ( $e^{t+1}$ ) quando ocorrerem valores elevados de energia afluyente no período ( $ea^t$ ) (como indicado pelo ponto A), ou a baixos valores de energia armazenada ( $e^{t+1}$ ), caso contrário (ponto B).

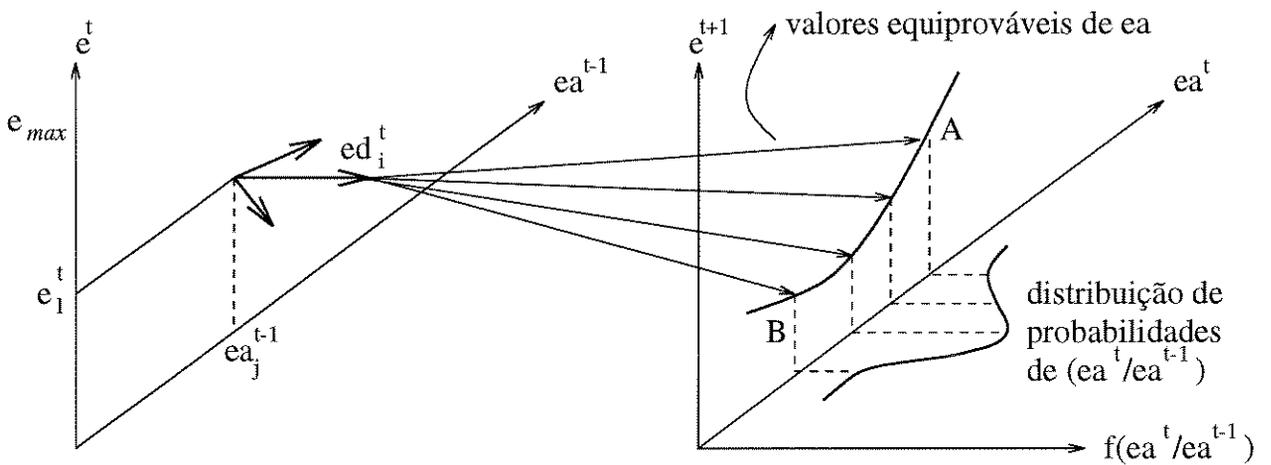


Figura 2.21: Esquema da PDE. Formulação "decisão-acaso".

Esta formulação é chamada formulação do tipo "decisão-acaso", e é a adotada no planejamento de longo prazo brasileiro [37]. Deve-se observar que as decisões do período  $t$  são tomadas sem que se conheça a energia afluyente deste período, mas sim em função de sua distribuição de probabilidades. A obtenção desta distribuição é discutida a seguir.

A solução do problema de PDE são tabelas de decisão que dão a política de decisões ótimas  $ed^{t*}$  para o sistema em função dos níveis de armazenamento e da energia afluyente ao sistema no período anterior ( $e^t, ea^{t-1}$ ). A figura (2.22) a seguir mostra a tabela obtida para o mês de maio, na forma de uma função de duas variáveis. A energia afluyente ao sistema no mes anterior está dividida em 10 faixas de ocorrência (0-9) e a energia armazenada do sistema está definida em termos percentuais (0-100%).

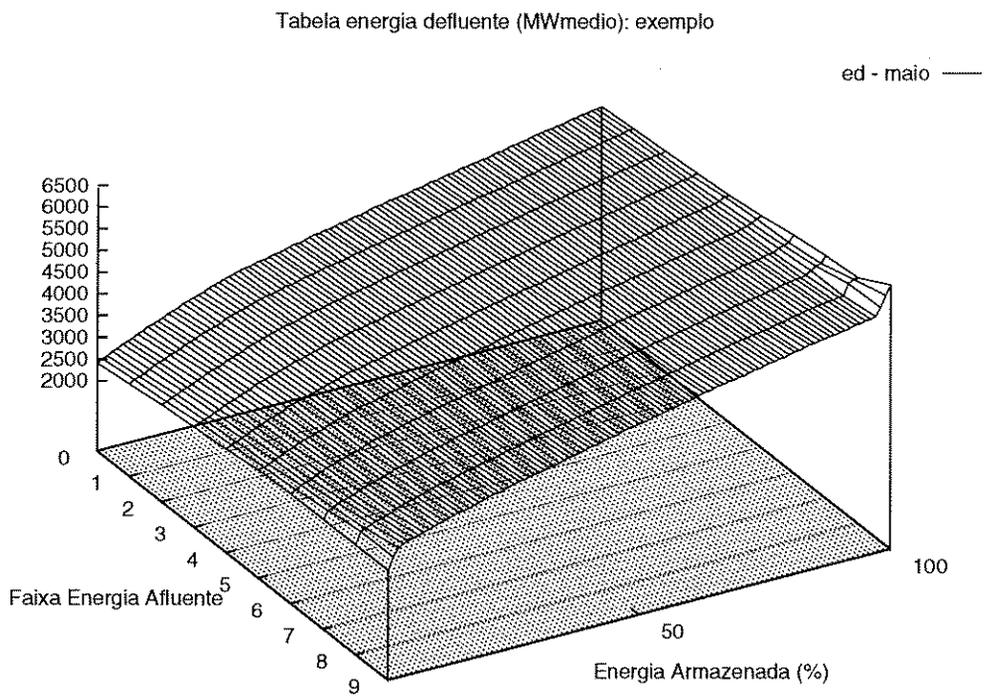


Figura 2.22: Tabela de Decisão de Geração (Maio) - Sistema Teste.

## 2.9 Modelo Markoviano

No processo de modelagem da energia afluyente ao sistema, é necessária a escolha de um processo que consiga uma boa representação do comportamento da mesma ao longo do histórico escolhido para estudo. Neste caso, optou-se por um processo *auto-regressivo de ordem 1 (AR(1))* [9],[34], também chamado de *processo markoviano*, o qual considera que a energia afluyente ao sistema num período  $t$  qualquer só depende do valor de energia afluyente que ocorreu no período  $t - 1$ . A partir desta escolha, construiu-se um modelo que fornecesse a distribuição de probabilidades das energias afluyentes mês a mês.

### • O Modelo Markoviano

A função distribuição de probabilidade que melhor se aproxima do comportamento do histórico de energia afluyente é a que considera uma distribuição de probabilidade do tipo *log-normal* [9],[34]. Sua expressão é dada por:

$$f(ea) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma ea}} \cdot e^{-(\ln ea - \mu)^2 / 2\sigma^2} & \text{para } \sigma > 0, ea \geq 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.104)$$

onde:

- $\mu$  - média do histórico de energia afluyente;
- $\sigma$  - variância do histórico de energia afluyente.

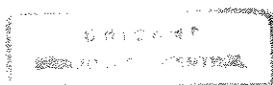
De  $f(ea)$  podemos determinar a probabilidade da variável aleatória  $ea$  (ou energia afluyente) estar entre dois valores  $a$  e  $b$ :

$$P[a \leq ea \leq b] = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma ea}} \cdot e^{-(\ln ea - \mu)^2 / 2\sigma^2} dea \quad (2.105)$$

Através de uma mudança de variáveis onde  $y = \ln ea$  e  $dy = ea^{-1} dea$ , podemos escrever  $P[.]$  como:

$$P[a \leq ea \leq b] = \int_{\ln a}^{\ln b} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot e^{-(y - \mu)^2 / 2\sigma^2} dy \quad (2.106)$$

$$P[a \leq ea \leq b] = \frac{F(\ln b - \mu)}{\sigma} - \frac{F(\ln a - \mu)}{\sigma} \quad (2.107)$$



onde:

- $F(\nu)$  - probabilidade de variável aleatória com distribuição normal padronizada  $N(0, 1)$  [9],[34] assumir valor menor ou igual a  $\nu$ .

### • Função Densidade de Probabilidade Condicionada

A função densidade de probabilidade condicionada para o histórico de energia afluyente pode ser escrita como:

$$f(ea^t/ea^{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{-(ea^t - \mu_m)^2 / 2(\sigma_m^t)^2} \quad (2.108)$$

onde:

- $\sigma_m^t = \sigma^t \sqrt{1 - \rho^2}$
- $\mu_m = \mu^t \cdot \frac{\rho \sigma^t}{\sigma^{t-1}} \cdot (ea^{t-1} - \mu^{t-1})$
- $\mu^t = \mathbb{E}[ea^t]$  - valor esperado de  $ea^t$
- $\mu^{t-1} = \mathbb{E}[ea^{t-1}]$
- $(\sigma^2)^t = V[ea^t]$  - variância de  $ea^t$
- $(\sigma^2)^{t-1} = V[ea^{t-1}]$
- $\rho = \mathbb{E}[(ea^t - \mu^t)(ea^{t-1} - \mu^{t-1})] / \sigma^t \cdot \sigma^{t-1}$  - coeficiente de correlação de  $ea^t$  (energia afluyente em  $t$ ) em relação ao período anterior.

Ao aplicar-se a transformação logarítmica no histórico de energia afluyente, esta variável pode ser tratada como uma variável aleatória de distribuição normal. Assumindo-se também uma função densidade de probabilidade particular, pode-se discretizar  $ea_t$  da seguinte maneira:

1. Divide-se o domínio da variável aleatória em  $N$  intervalos equiprováveis, sendo a área sob a função densidade de probabilidade para cada faixa designada por  $\beta = 1/N$ . As separações entre os intervalos são denotadas por  $q_j^t, j = 1, 2, \dots, N - 1$ , como mostrado na figura a seguir.

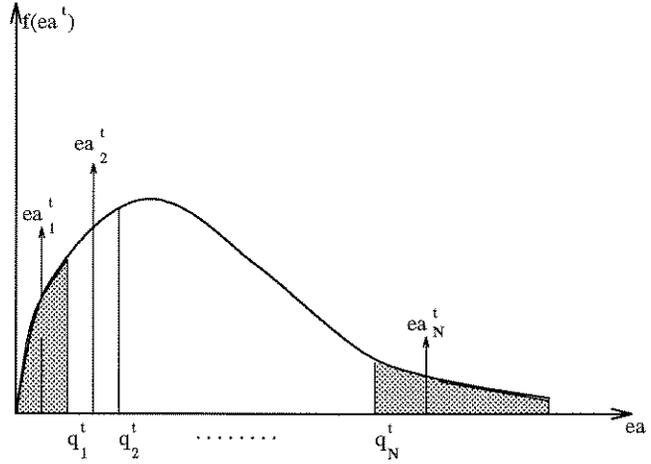


Figura 2.23: Função densidade de probabilidade para  $ea_t$ .

2. Para cada intervalo, exceto os extremos, sua média é assumida como o valor representativo da energia afluyente. Esses são os  $ea_k^t, k = 2, 3, \dots, N - 1$  utilizados na PDE.

Da figura 2.23, para os intervalos extremos, podem-se observar as seguintes propriedades:

$$\int_{-\infty}^{q_1^t} f(ea^t) dea^t = \beta \quad (2.109)$$

$$\int_{-\infty}^{ea_1^t} f(ea^t) dea^t = \frac{\beta}{2} \quad (2.110)$$

$$\int_{q_N^t}^{+\infty} f(ea^t) dea^t = \beta \quad (2.111)$$

$$\int_{ea_N^t}^{+\infty} f(ea^t) dea^t = \frac{\beta}{2} \quad (2.112)$$

A partir de (2.110) e (2.112) calculam-se  $ea_1^t$  e  $ea_N^t$ .

A forma geral da função de densidade de probabilidade mostrada acima pode ser dada por:

$$f(ea^t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma \cdot ea^t}} \cdot e^{-(\ln ea^t - \mu)^2 / 2\sigma^2} \quad (2.113)$$

### • Teste de Aderência

O teste de aderência é um teste que verifica se a hipótese adotada sobre o tipo de distribuição da amostra tem validade. Consiste na utilização dos estimadores dos parâmetros da distribuição para realizar transformações sobre os valores da energia afluyente registrados no histórico, de modo a reduzi-los a uma amostra de uma variável aleatória com distribuição normal. Utiliza-se aqui o teste "qui-quadrado" [69], que afirma que a variável aleatória dada por:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(N_i - N\beta_i)^2}{N\beta_i} \quad (2.114)$$

possui assintoticamente uma distribuição *qui-quadrado* com  $N - k - 1$  graus de liberdade. onde:

- $N$  - número de intervalos de discretização ;
- $k$  - número de parâmetros estimados;
- $N_i$  - frequência observada no  $i$ -ésimo intervalo;
- $N\beta_i$  - frequência esperada no  $i$ -ésimo intervalo.

Se  $\chi < \alpha \cdot \chi^2$ , então aceita-se a hipótese sobre o tipo de distribuição a um nível  $\alpha$  (em geral  $\alpha = 0.05$ ). Os valores de  $\alpha \chi^2$  encontram-se tabelados [70] para vários níveis em função dos graus de liberdade adotados.

### • Matriz de Probabilidade de Transição de Estado

Uma vez validada a hipótese de modelagem e discretizados os valores de  $ea^t$ , passa-se ao cálculo da *matriz de probabilidade de transição de estado*, aqui chamada de *matriz de probabilidade condicionada*, que fornece os valores de probabilidade de ocorrência de  $ea^t$ , dado que ocorreu  $ea^{t-1}$ , da seguinte maneira:

1. Dado um valor discretizado de energia afluyente no período  $t - 1$ ,  $ea^{t-1}$ , calculam-se os parâmetros da função densidade de probabilidade condicionada  $f(ea^t/ea^{t-1})$ .

2. A  $j$ -ésima linha da matriz de probabilidade de transição será dada por:

$$P_{j,1}^t = \int_{-\infty}^{q_1^t} f(ea^t/ea^{t-1} = ea_j^{t-1}) dea^t \quad (2.115)$$

$$P_{j,k}^t = \int_{q_k^t}^{q_{k+1}^t} f(ea^t/ea^{t-1} = ea_j^{t-1}) dea^t \quad (2.116)$$

$$P_{j,1}^t = \int_{q_{N-1}^t}^{+\infty} f(ea^t/ea^{t-1} = ea_j^{t-1}) dea^t \quad (2.117)$$

onde  $P_{j,k}^t$  é a probabilidade de ocorrência de uma energia afluyente  $ea_k^t$  no período  $t$  dado que ocorreu  $ea_j^{t-1}$  em  $t-1$ .

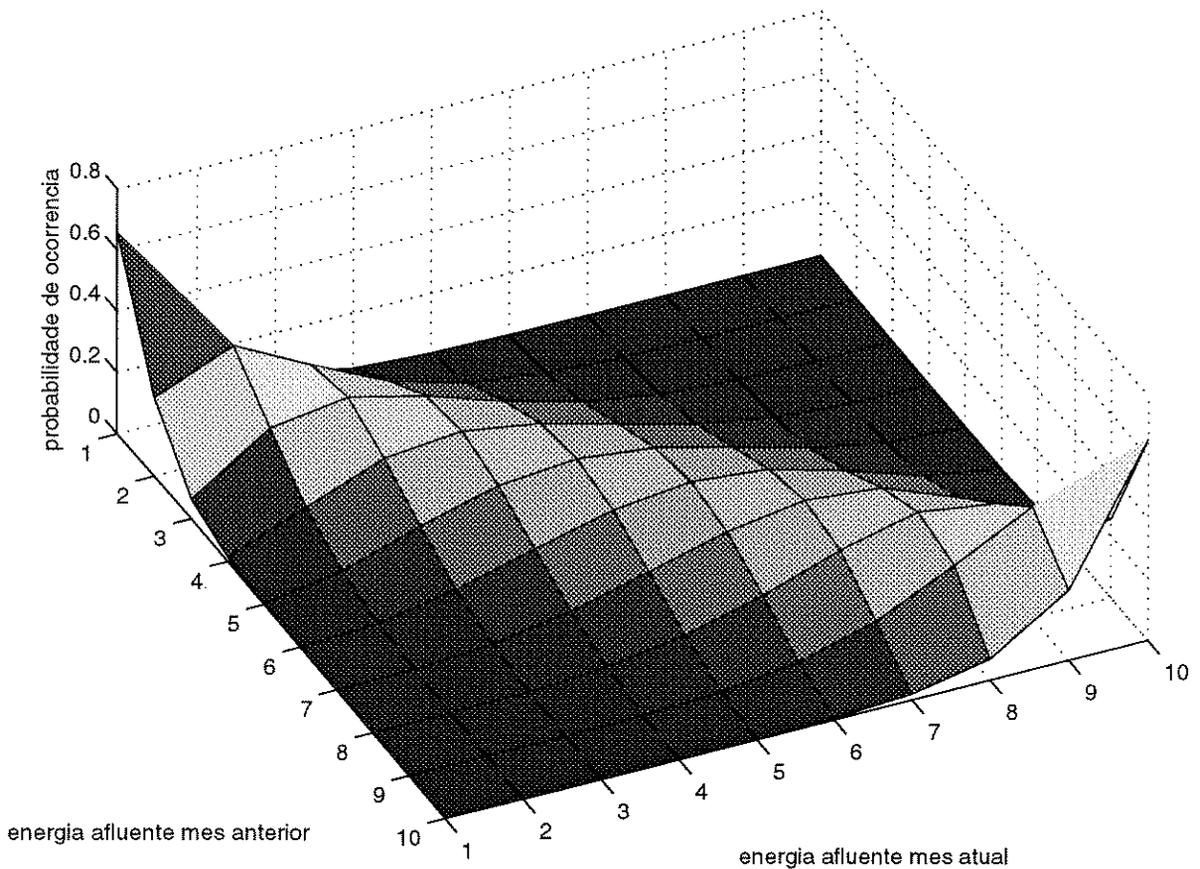


Figura 2.24: Função densidade de probabilidade condicionada(agosto).

Pode-se agora reescrever a equação recursiva da PDE utilizando a probabilidade  $P_{j,k}^t$ :

$$\bar{F}^t(e^t, ea^{t-1}) = \min_{ed^t} \left[ c^t(ed^t, e^t) + \sum_{k=1}^N P_{j,k}^t \bar{F}^{t+1}(e^{t+1}, ea^t) \right] \quad (2.118)$$

A metodologia apresentada já foi utilizada por Marks [41]. Os cálculos de  $P_{j,k}^t$  são feitos por aproximações polinomiais [1]. O modelo fornece, baseado no histórico de energia apresentado, doze (12) matrizes que serão utilizadas a cada ano de otimização por PDE.

## Capítulo 3

# Regras de Operação Otimizada de Reservatórios

Nesta capítulo, uma vez descrito o Modelo Equivalente Genérico e um caso particular, o Modelo Equivalente Linear, o conceito de operação otimizada de reservatórios é apresentado e discutido. Primeiro, avalia-se o impacto da adoção de diferentes regras de operação na aplicação de um modelo equivalente a um sistema de usinas hidroelétricas. Feito isto, discute-se a obtenção de regras de operação otimizadas através de um algoritmo determinístico. Finalmente, um modelo de simulação que permite a comparação das diferentes abordagens apresentadas é descrito.

### 3.1 Regras Não-Paralelas no Modelo Equivalente

Até agora foi discutida a agregação do sistema em um Modelo Equivalente, ressaltando a necessidade da adoção de uma regra de operação para os reservatórios do sistema durante esta agregação. Foi também apresentado um caso particular de agregação que considera a regra linear de operação. Não se discutiu porém o impacto que a adoção de diferentes regras de operação tem no processo de agregação, objetivo desta seção.

Com o objetivo de enfatizar a importância das regras de operação na avaliação da energia armazenada num sistema hidroelétrico, um exemplo numérico composto de duas usinas com reservatório é apresentado. A idéia básica é mostrar como a regra influencia no processo de obtenção de energia destes reservatórios.

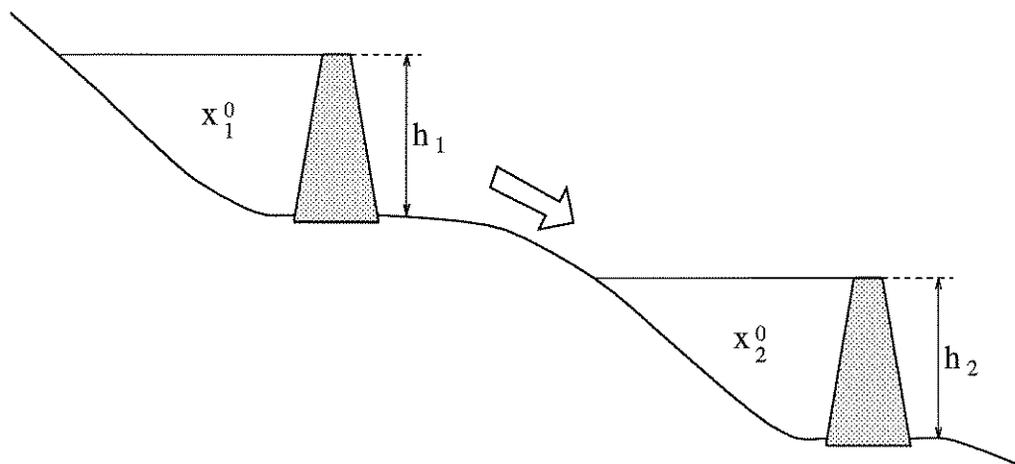


Figura 3.1: Duas usinas em cascata.

#### • Regra 1

Inicialmente, assume-se uma regra de operação pela qual a usina 2 somente começa a defluir a água armazenada em seu reservatório após a usina 1 estar com o seu reservatório completamente vazio. Esta regra de operação é mostrada na figura a seguir.

A altura equivalente do reservatório 2 em relação ao reservatório 1 é dada pela

equação (2.70), onde a integração pode ser dividida em dois termos:

$$h_{eq12} = \int_0^{\bar{\lambda}} h_2(x_2(\lambda)) \cdot \frac{df_1(\lambda)}{d\lambda} \cdot d\lambda + \int_{\bar{\lambda}}^1 h_2(x_2(\lambda)) \cdot \frac{df_1(\lambda)}{d\lambda} \cdot d\lambda \quad (3.1)$$

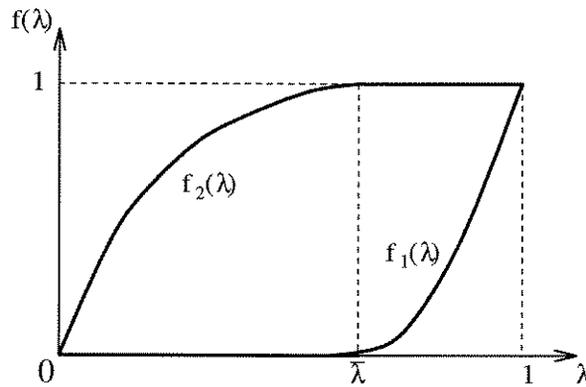


Figura 3.2: Regra 1: Usina 1 esvazia primeiro.

Desde que para  $0 \leq \lambda \leq \bar{\lambda}$  não há variação de volume no reservatório 1, o primeiro termo na equação acima desaparece:

$$\frac{df_1(\lambda)}{d\lambda} = 0, \quad 0 \leq \lambda \leq \bar{\lambda} \quad (3.2)$$

Por outro lado, desde que para  $\bar{\lambda} \leq \lambda \leq 1$ , a regra de operação estabelece que o reservatório 2 permaneça com volume constante e igual ao volume inicial  $x_2^0$ , a altura equivalente do reservatório 2 em relação ao reservatório 1 pode ser calculada como:

$$h_{eq12} = h_2(x_2^0) \cdot \int_{\bar{\lambda}}^1 df_1(\lambda) \quad (3.3)$$

A qual resulta em:

$$h_{eq12} = h_2(x_2^0) \cdot [f_1(1) - f_1(\bar{\lambda})] = h_2(x_2^0) \quad (3.4)$$

que é a altura de queda líquida para o volume inicial do reservatório.

#### • Regra 2

Agora, supondo uma situação oposta, na qual a usina 1 somente começa a esvaziar seu reservatório após o reservatório da usina 2 estar completamente vazio. Esta regra é mostrada pela figura a seguir.

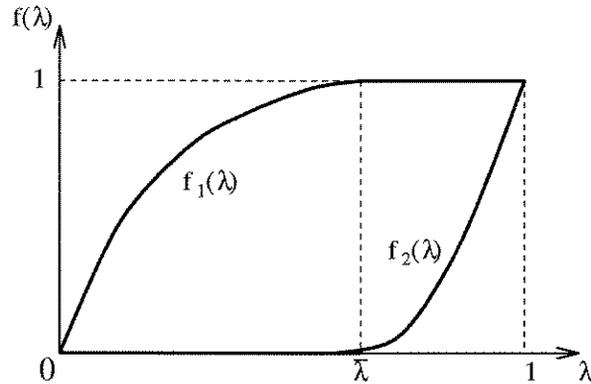


Figura 3.3: Regra 2: Usina 2 esvazia primeiro.

Neste caso, para  $\bar{\lambda} \leq \lambda \leq 1$  não há variação de volume no reservatório 1 e portanto o segundo termo da equação (3.2) desaparece:

$$\frac{df_1(\lambda)}{d\lambda} = 0, \quad \bar{\lambda} \leq \lambda \leq 1 \quad (3.5)$$

Por outro lado, desde que para  $0 \leq \lambda \leq \bar{\lambda}$  a regra de operação estabelece que o reservatório 2 permanece com volume constante e igual ao mínimo, a altura equivalente do reservatório 2 em relação ao reservatório 1 pode ser calculada como:

$$h_{eq12} = h_2(0) \cdot \int_0^{\bar{\lambda}} df_1(\lambda) \quad (3.6)$$

A qual resulta em:

$$h_{eq12} = h_2(0) \cdot [f_1(\bar{\lambda}) - f_1(0)] = h_2(0) \quad (3.7)$$

onde

$$h_2(0) = \underline{h}_2 \quad (3.8)$$

é a altura de queda líquida para o volume mínimo do reservatório.

Visando comparar a energia armazenada obtida de acordo com estas diferentes regras e com a regra de operação linear, foram consideradas duas usinas reais em cascata

do sistema brasileiro de geração: as usinas de Emborcação (Usina 1) e Itumbiara (Usina 2) do rio Paranaíba, no Sistema Sudeste. A tabela a seguir mostra os dados relevantes para as usinas consideradas.

Tabela 3.1: Dados das usinas.

Usina	$p(MW)$	$x_{util}$	$\bar{h}_{liq}$	$\bar{h}_{eq}$	$\eta$
Emborcação	1192	12521	138.09	119.51	0.8900
Itumbiara	2280	12454	84.40	73.99	0.9000

A tabela a seguir mostra a energia armazenada máxima no sistema obtida de acordo com as regras consideradas.

Tabela 3.2: Resultados obtidos.

Regra	$e (MWmês)$
Regra 1	11599
Regra 2	10553
Regra Linear	11164

A Regra 1, que determina que a Usina 1 deve esvaziar seu reservatório primeiro, fornece uma melhor estimacão de energia. Isto se deve ao fato de toda a água que deixar a Usina 1 será transformada em energia com máxima produtividade na Usina 2, pois o reservatório da mesma está cheio. Na Regra 2, ao contrário, a água que chega à Usina 2 será transformada em energia com mínima produtividade, pois seu reservatório já está vazio. A Regra Linear apresenta um comportamento intermediário, subestimando portanto a quantidade de energia disponível no sistema.

Como pode ser visto pelos resultados mostrados, a regra de operao tem uma grande influência na estimacão da quantidade de energia armazenada para um dado armazenamento do sistema hidroelétrico.

## 3.2 A Operação Otimizada de Reservatórios

Já foi dito que o Planejamento de Longo Prazo trata de problemas onde o grau de incerteza das vazões afluentes futuras é elevado, o que dificulta a resolução destes problemas considerando um grau de detalhamento elevado. Porém, supondo as vazões afluentes conhecidas, pode-se analisar, através de um modelo detalhado, o comportamento ótimo dos reservatórios do sistema de maneira determinística e, a partir desta análise, obter um padrão de comportamento ótimo. Este padrão de comportamento ótimo pode ser convertido em uma regra de operação de reservatório otimizada que pode ser utilizada posteriormente na otimização estocástica e na simulação deste sistema.

Para isso, utiliza-se uma ferramenta do Planejamento de Médio Prazo, um modelo determinístico de otimização não-linear que busca solucionar o problema de otimização por um algoritmo de fluxo em redes não-linear desenvolvido especialmente para o planejamento hidroelétrico [60]. O programa computacional desenvolvido a partir do algoritmo denomina-se *Programa de Operação de Sistemas Hidroelétricos (POSH)* [45].

Antes que o modelo determinístico seja utilizado, deve-se definir o conceito de *estudo*. Um estudo é caracterizado pela escolha de um sistema de usinas, pelo estabelecimento de restrições de estado inicial e final, do horizonte de otimização e do mercado a ser atendido.

O modelo determinístico foi aplicado ao sistema de duas usinas utilizado na seção anterior (Emborcação e Itumbiara). Os volumes inicial e final foram fixados em seus valores máximos e o período de otimização começou e terminou em Maio, o mês que inicia o período seco. Foram consideradas as afluições ao sistema durante o período de Maio de 1960 a Abril de 1970, uma década de condições hidrológicas variáveis. O mercado foi considerada constante e igual à capacidade instalada do sistema hidroelétrico ( $3472 \overline{MW}$ ) e sistema térmico foi representado por uma térmica equivalente com função de custo quadrática e a mesma capacidade do sistema hidroelétrico. Deve-se observar que estes parâmetros (demanda e custo térmico) tem pouco efeito no comportamento do sistema hidroelétrico uma vez que a complementação térmica é utilizada para atingir a demanda necessária [72].

A figura a seguir mostra as trajetórias de armazenamento dos reservatórios das

usinas 1 e 2 obtidas com o modelo de otimização. Pode-se ver que a Usina 1 é responsável pela regulação das aflúências, enquanto a Usina 2 opera a maior parte do tempo como uma usina fio d'água. Somente quando a sequência de aflúências solicita (períodos mais secos) a Usina 2 tem que contribuir com a regulação.

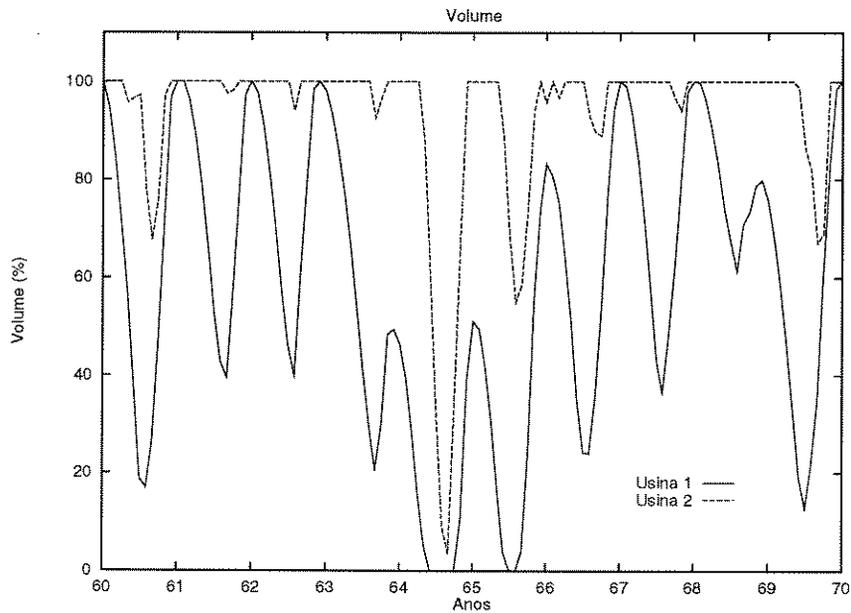


Figura 3.4: Trajetórias ótimas dos reservatórios.

Visando determinar uma regra de operação capaz de refletir o comportamento diferenciado das usinas, o percentual de energia armazenada no sistema segundo a regra linear (2.76) foi selecionado para ser o parâmetro global  $\lambda$ . A figura a seguir mostra a trajetória de energia armazenada percentual no sistema associada às trajetórias ótimas determinadas.

Plotando o volume do reservatório versus a energia armazenada no sistema para todas as sequências históricas, é possível ajustar regras de operação não lineares, como mostrado pelas figuras a seguir.

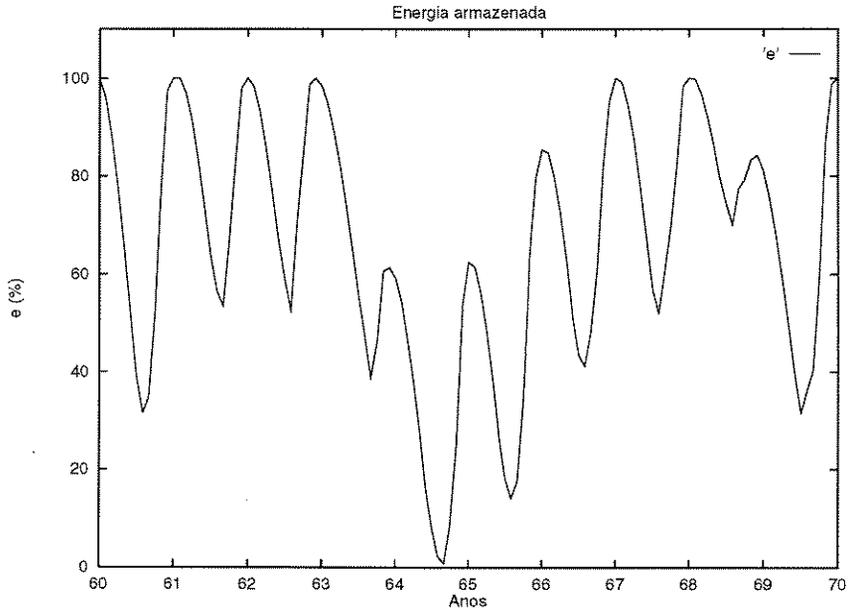


Figura 3.5: Trajetória ótima de energia armazenada.

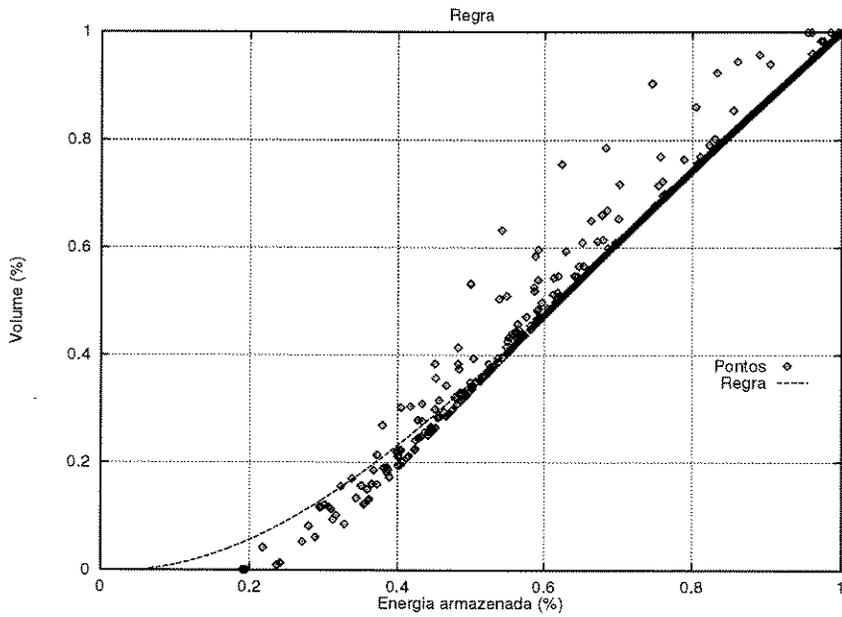


Figura 3.6: Regra para a Usina 1.

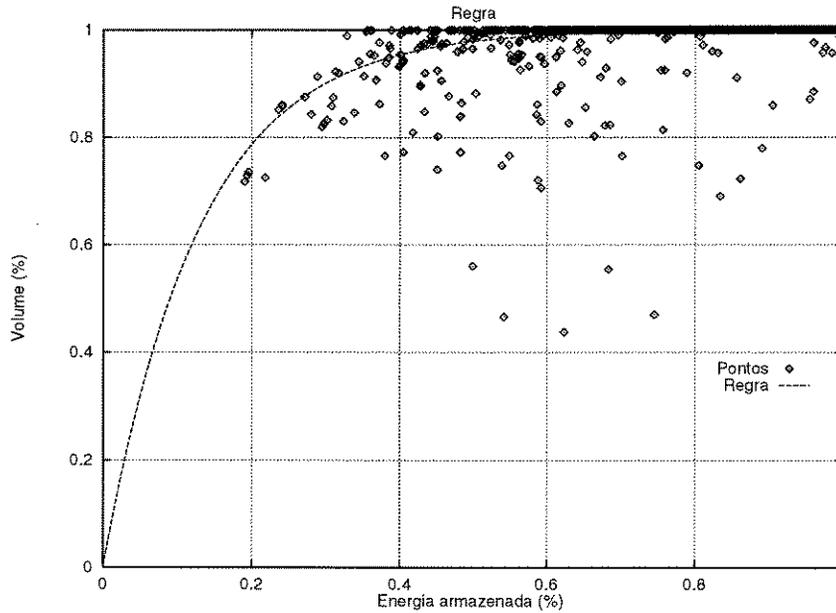


Figura 3.7: Regra para a Usina 2.

A tabela a seguir mostra as alturas equivalentes obtidas após o ajuste de regras não lineares às usinas 1 e 2.

Tabela 3.3: Alturas Equivalentes.

	$h_{eq_i}$	$h_{eq_{ij}}$	
		Usina 1	Usina 2
Usina 1	119.51	119.40	-
Usina 2	73.99	83.57	73.96

Pode-se observar a diferença entre a altura equivalente própria da Usina 2 e a altura equivalente em relação à Usina 1. Esta diferença é responsável por um valor de 11577  $MWmês$  na capacidade de armazenamento de energia do sistema, quase o mesmo obtido pela Regra 1 na seção anterior.

### • Varredura do Histórico

Uma vez estabelecido um método para obtenção das relações entre os estados dos reservatórios e o estado do sistema, é necessário que se obtenha o maior número possível de trajetórias ótimas para cada sistema em estudo  $e$ , a partir daí, os pontos  $(e, x_i)$ . Para isso, desenvolveu-se um algoritmo de varredura do histórico de vazões afluentes que opera da seguinte maneira:

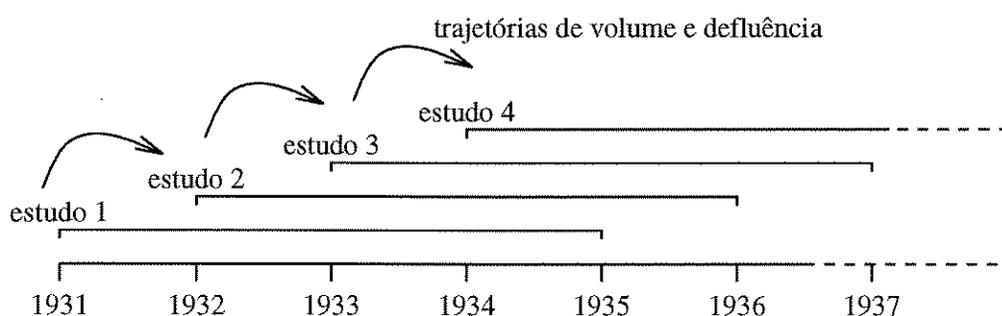


Figura 3.8: Varredura do histórico.

Começando em 1931, o primeiro ano disponível do histórico de vazões afluentes, o algoritmo formula para o sistema escolhido vários estudos com horizontes de  $T$  meses, partindo sempre do mesmo mês e variando o ano inicial da otimização, de maneira a cobrir todo o histórico de vazões afluentes.

Após isso, os estudos são otimizados através do programa POSH, resultando em um grande conjunto de pontos que mostra a tendência de comportamento ótimo de cada reservatório, o que pode ser observado nas figuras 3.9 e 3.10 a seguir, as quais mostram, como exemplo, os conjuntos de pontos típicos  $(e, x_i)$  obtidos na varredura para as usinas de Furnas (de montante) e de São Simão (de jusante).

Claramente observa-se uma diferença de comportamento entre os reservatórios em função da posição na cascata. O próximo passo é traduzir este conjunto de pontos em uma função, processo discutido a seguir.

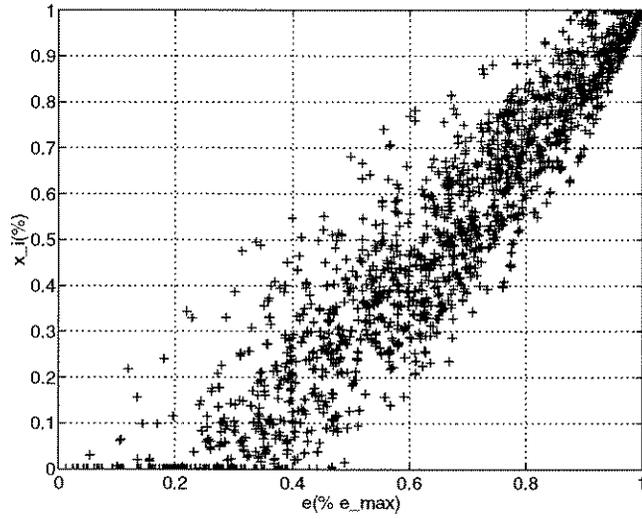


Figura 3.9: Pontos Obtidos na Varredura do histórico para Furnas.

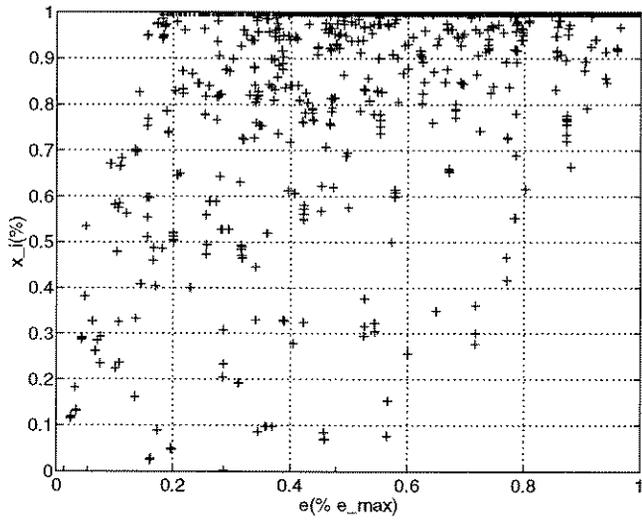


Figura 3.10: Pontos Obtidos na Varredura do histórico para São Simão .

### 3.3 Ajuste das Regras Otimizadas de Operação.

A partir do conjunto de pontos obtidos na varredura, pode-se estimar, para cada reservatório, uma função que melhor represente a relação  $(e, x_i)$ . Para isso, utiliza-se o método dos *mínimos quadrados* no ajuste das funções .

Basicamente, três tipos de função podem ser ajustados:

1. funções do tipo polinomial:  $x_i(e) = a_1 \cdot e^3 + a_2 \cdot e^2 + a_3 \cdot e$ ;
2. funções do tipo exponencial:  $x_i(e) = 1 - e^{-a \cdot e}$ ;
3. funções lineares por partes.

onde  $e$  está em valores por unidade (*p.u.*) da energia armazenada máxima do sistema e  $x_i$  está em valores por unidade do volume útil.

Justifica-se a escolha de funções de tais tipos por serem os que mais se aproximam do comportamento do conjunto de pontos obtidos; o primeiro no caso de usinas a montante na cascata; o segundo no caso de usinas a jusante. E também por atenderem a duas restrições básicas do modelo equivalente que são:

1. Para o sistema vazio ( $e = 0$ ), o volume de todos os reservatórios do sistema deve ser o mínimo ( $x_i(e) = 0$ );
2. Para o sistema cheio ( $e = 1$ ), o volume de todos os reservatórios do sistema deve ser o máximo ( $x_i(e) = 1$ ).

A partir da automatização do processo da varredura e de ajuste das regras, os resultados obtidos para alguns reservatórios levaram a idéia de se criar um módulo de ajuste que permitisse ao operador do sistema escolher qualquer regra de operação, independentemente de a mesma ser descrita por uma função conhecida. Partindo da nuvem de pontos obtida na varredura, basta escolher os pontos por onde a curva deve passar e um ajuste linear por partes é feito.

Essa abordagem proporciona uma maior liberdade no teste de diferentes políticas de operação para o sistema, possibilitando inclusive que o ajuste seja feito por modelos de redes neurais.

Esta abordagem implicou também em alterações nas rotinas de cálculo das alturas equivalentes, que haviam sido implementadas baseando-se nos dois tipos de função adotados. Os resultados obtidos podem ser vistos no Capítulo 4 e são promissores.

### 3.4 Simulação

Para que se diga que uma dada metodologia apresenta melhores resultados que outra, é necessário que estas metodologias sejam testadas e comparadas dentro de um ambiente comum. O papel do simulador é implementar políticas de operação fornecidas por diferentes metodologias respeitando o maior número de restrições possível.

Os simuladores empregados inicialmente para o modelo equivalente trabalhavam com o sistema agregado, ou seja, a representação do sistema ainda era muito pobre. Nesta seção é feita uma descrição sucinta do simulador a usinas individualizadas utilizado neste trabalho e que foi desenvolvido como parte dos objetivos do Projeto Temático de criar um ambiente de análise e tomada de decisões.

O objetivo da simulação é observar o comportamento do sistema segundo diferentes políticas de operação, medindo custos e riscos de déficit das mesmas.

Basicamente, a simulação consiste em seguir a política de turbinagem ótima fornecida pelas tabelas da PDE  $ed_t^*(e_t, ea_{t-1})$ ,  $t = 1, 2, \dots, T$  segundo o histórico de energia afluyente, supondo conhecida a demanda durante a simulação.

#### • Simulação a Usinas Individualizadas

Nesta simulação uma vez obtida uma meta de geração  $u_t^*$  da tabela da PDE, esta meta deve ser distribuída entre as usinas do sistema segundo as ROR's adotadas.

Foi construído um simulador a usinas individualizadas que tem as seguintes características:

- obedecem-se as equações de balanço hidráulico para cada usina do sistema;
- consideram-se os limites operacionais individuais (armazenamento máximo, defluência mínima, turbinagem máxima, etc.);
- utilizam-se, no cálculo das gerações hidráulicas, funções de geração detalhadas.

A decisão é obtida por uma agregação do sistema, onde são calculadas a energia armazenada e a energia afluyente ao sistema no período anterior, as quais servem como entrada para consulta da tabela da PDE.

Feito isso, um desagregador busca cumprir as metas de geração em termos **hidráulicos**. Após isso, calcula-se o novo estado do sistema, ou seja, o valor real da energia armazenada no SE uma vez cumprida a meta de geração. Assim a equação de transição de estado global é cumprida de maneira indireta. O desagregador é quem fornece o novo estado do sistema.

- **Desagregador de Metas**

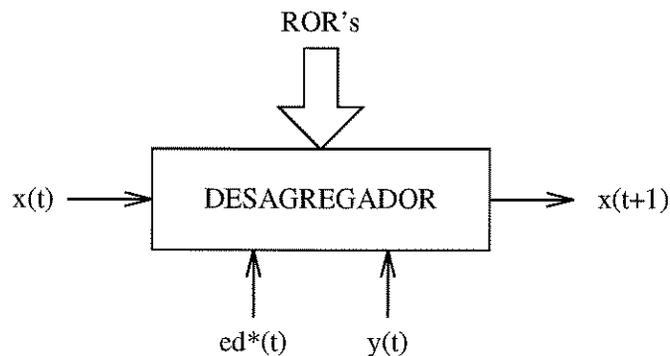


Figura 3.11: Esquema do desagregador de metas.

O desagregador de metas utiliza uma heurística de operação que, supondo afluências e mercado do sistema conhecidos e adotando uma regra de operação para os reservatórios (ROR), busca encontrar a porcentagem de volume dos reservatórios em cada período, de tal modo que o mercado de energia hidráulica seja satisfeito. Ao conhecermos o volume dos reservatórios e as afluências, podemos calcular o volume de água defluente num certo período (equação de balanço hidráulico) e assim determinar a geração hidroelétrica em cada período. O algoritmo utilizado pode ser descrito da maneira mostrada a seguir.

Neste algoritmo devemos ressaltar um dos passos mais importantes que é onde se calcula um novo estado de armazenamento para o sistema, e portanto, uma nova porcentagem para o volume dos reservatórios das usinas. Este passo deve aproximar cada vez mais a operação hidráulica obtida da demanda dada inicialmente, ou seja, deve ser um método convergente.

---

Para cada intervalo de tempo (t):

{

Armazenamento do sistema em t = armazenamento do sistema em t-1;

Enquanto a geração hidráulica obtida for diferente do mercado:

{

Calcular o volume de cada reservatório pela ROR no período t;

Calcular a defluência das usinas no período t;

Calcular a geração hidráulica no período t;

Se a geração hidráulica obtida for diferente do mercado:

- calcular um novo estado de armazenamento para o sistema;

- calcular os novos volumes dos reservatórios;

senão

- avançar para o próximo período.

}

}

---

No método utilizado, o armazenamento do sistema é corrigido de acordo com a diferença relativa entre o mercado e a geração hidráulica obtida. Podemos descrevê-lo da seguinte maneira:

$$\lambda(t) = \lambda(t) - \alpha \left[ \frac{\text{Mercado}(t) - \text{Geração}(t)}{\text{Geração}(t)} \right] \quad (3.9)$$

$$0 \leq \lambda(t) \leq 1 \quad (3.10)$$

onde:

- $\lambda(t)$  = armazenamento percentual do sistema no período t;
- $\alpha$  = parâmetro calibrado de acordo com as grandezas da equação (passo);
- $\text{Mercado}(t)$  = mercado fornecido para o período t;
- $\text{Geração}(t)$  = geração obtida no período t;



do sistema separadamente, o que melhora o processo de análise de resultados.

A seguir, é mostrado um diagrama de blocos resumido de todo o processo de simulação a usinas individualizadas.

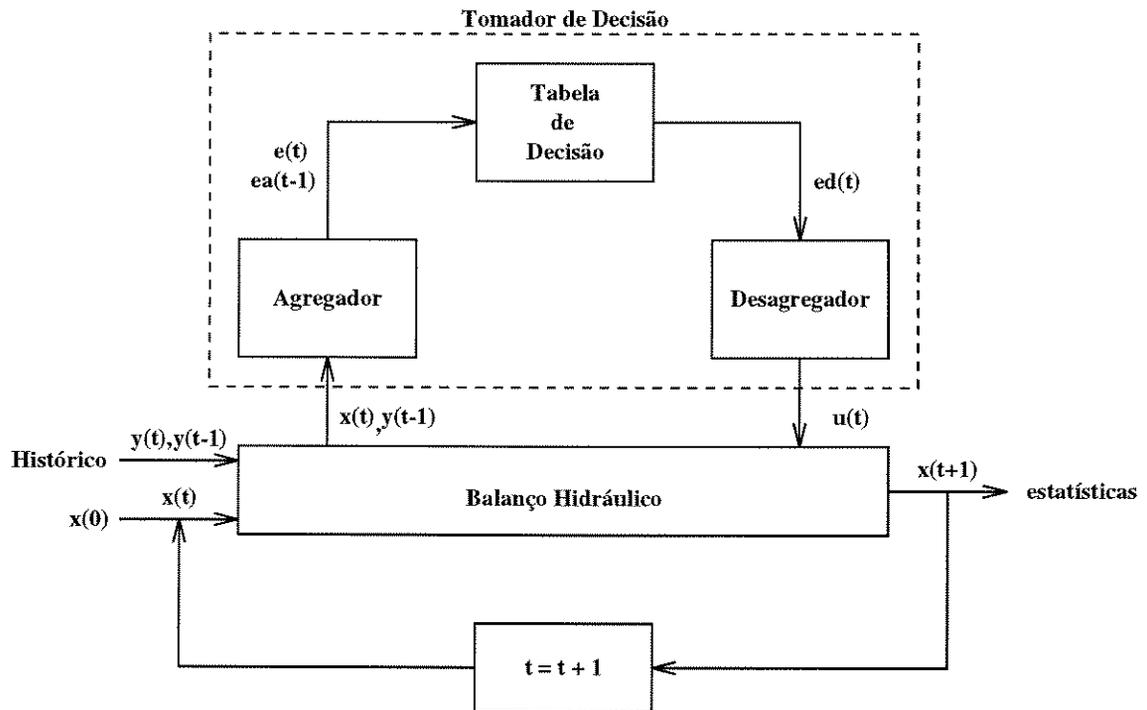


Figura 3.13: Diagrama de blocos da simulação.

## Capítulo 4

### Testes Efetuados

Neste capítulo são feitos estudos comparativos para sistemas de 2 a 29 usinas do Sistema Sudeste brasileiro. Para cada sistema, foi realizada uma varredura de otimizações para todo o histórico da afluências, visando a obtenção das regras. Obtidas as regras, o modelo equivalente foi configurado, o modelo markoviano foi ajustado e o sistema foi otimizado por programação dinâmica estocástica. As tabelas de decisão foram então simuladas para todo o histórico de afluências disponível através do simulador a usinas individualizadas, primeiro segundo a regra linear e depois segundo as regras otimizadas obtidas.

• Sistema Teste

Para os testes, foram escolhidas usinas do Sistema Sudeste brasileiro, compreendendo os rios Paranaíba, Grande, Tietê, Paranapanema e Paraná. Nesta configuração pode-se encontrar usinas de reservatório e fio d'água das mais diversas características, tais como: usinas com reservatórios muito grandes quando comparados às vazões afluentes, usinas com grandes vazões afluentes e pequenos reservatórios, usinas das mais diversas capacidades instaladas.

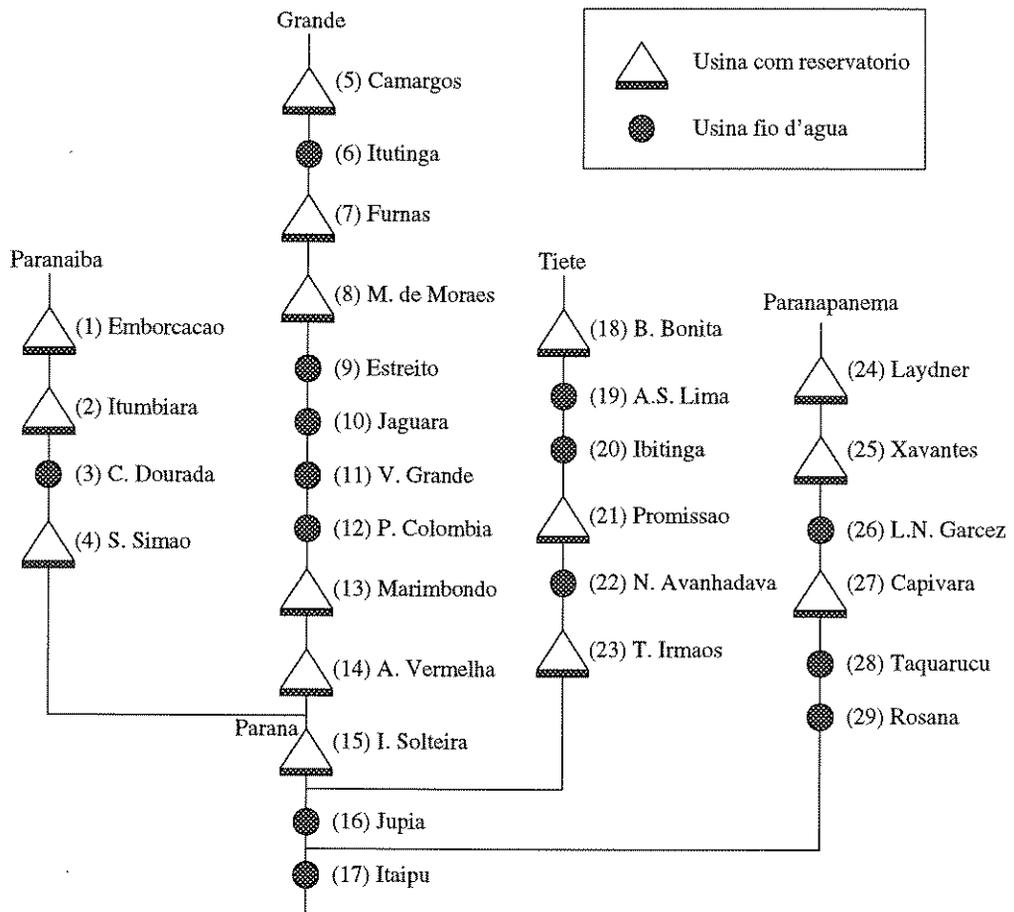


Figura 4.1: Configuração total do sistema utilizado

## 4.1 Estudo 1

Tabela 4.1: Estudo 1 - Dados

Rio: Paranaíba		
Usina	Potência (MW)	Vol. Útil (hm <sup>3</sup> )
Emborcação (1)	1192	12521
Itumbiara (2)	2280	12454
Potência Instalada: 3472 MW		

Este sistema possui usinas com reservatórios de igual capacidade de armazenamento, com Itumbiara sendo responsável por praticamente 2/3 da capacidade instalada total. As afluições médias ao sistema são da ordem de 13% da capacidade de armazenamento. Visando entender melhor o comportamento do sistema, uma otimização determinística padrão para 100% da Média de Longo Termo - MLT em um horizonte de 12 meses foi realizada, com as trajetórias resultantes de volume ilustradas na figura a seguir. As trajetórias obtidas mostram que Emborcação faz a regulação da cascata, enquanto Itumbiara mantém a produtividade do sistema alta.

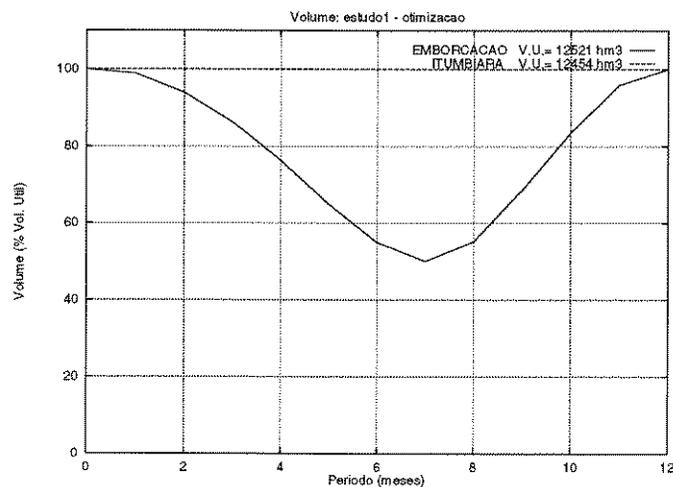


Figura 4.2: Volumes Médios - Otimização

Após efetuada a varredura, as regras obtidas através das otimizações determinísticas são mostradas na tabela a seguir, confirmando a tendência mostrada pela oti-

mização padrão.

Tabela 4.2: Regras para o estudo 1

Usina	ROR's
Emborcação	$-0.983x^3 + 2.076x^2 - 0.094x$
Itumbiara	$1 - e^{-7.735x}$

Obtidas as regras, o sistema equivalente foi configurado, o modelo markoviano foi ajustado e depois o sistema foi otimizado por programação dinâmica estocástica, segundo as regras linear e otimizada. As políticas de decisão foram então simuladas para todo o histórico de afluições disponível. Os resultados obtidos para este sistema são mostrados a seguir.

Tabela 4.3: Alturas equivalentes para o estudo 1

	$h_{eqi}$	Emborcação	Itumbiara
Emborcação	119.51	119.40	-
Itumbiara	73.99	83.57	73.96

Tabela 4.4: Resultados para o estudo 1

	linear	regras	ganho (%)
$e_{maxse}$	11180	11577	3.55
$e_{amedse}$	1455	1494	2.68
$GH_{medsim}$	1608	1645	2.34

Pode-se observar o ganho obtido com a adoção das regras otimizadas na altura equivalente de Itumbiara em relação a Emborcação, quando comparado com a regra linear. São também obtidos ganhos significativos na energia armazenada do sistema e na energia afluyente. Após as simulações, o ganho obtido na geração média do sistema também foi significativo, com Itumbiara variando muito pouco seu armazenamento, como pode ser visto nas figuras a seguir.

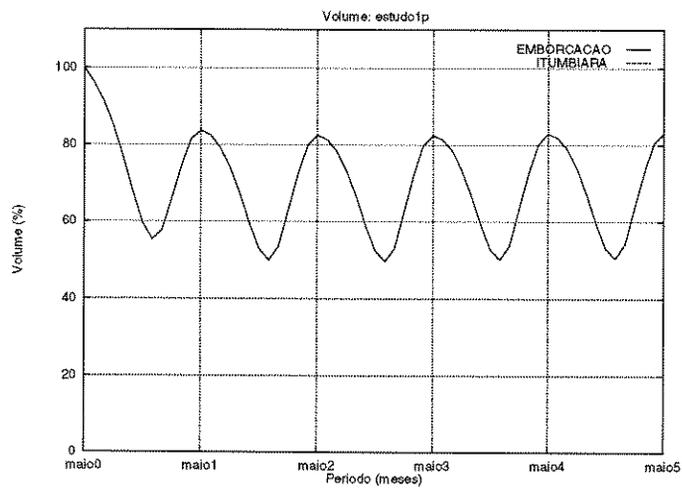


Figura 4.3: Volumes Médios - Simulação Linear

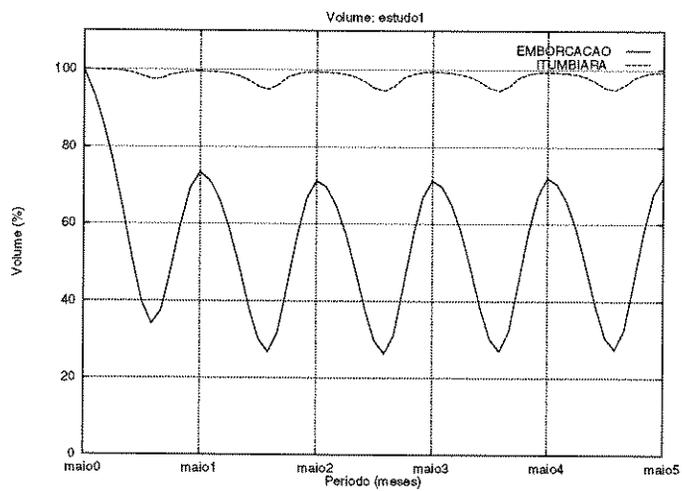


Figura 4.4: Volumes Médios - Simulação com Regras

## 4.2 Estudo 2

Tabela 4.5: Estudo 2 - Dados

Rio: Paranaíba		
Usina	Potência (MW)	Vol. Útil ( $hm^3$ )
Emborcação (1)	1192	12521
Itumbiara (2)	2280	12454
São Simão (4)	1680	5540
Potência Instalada: 5152 MW		

Neste sistema, além das duas usinas do sistema anterior foi adicionada uma terceira usina (São Simão), com uma capacidade instalada intermediária, porém com uma capacidade de armazenamento sensivelmente inferior. As aflúncias médias ao sistema são da ordem de 15% de sua capacidade de armazenamento mas, no caso de São Simão, são elevadas em comparação à sua capacidade de engolimento, o que leva a um estrangulamento da cascata e a vertimentos nesta usina. As trajetórias de volume resultantes da otimização determinística padrão mostram uma inversão de papéis, com Itumbiara fazendo uma maior regulação que Emborcação. Esta inversão busca compensar as perdas de energia por vertimento em São Simão.

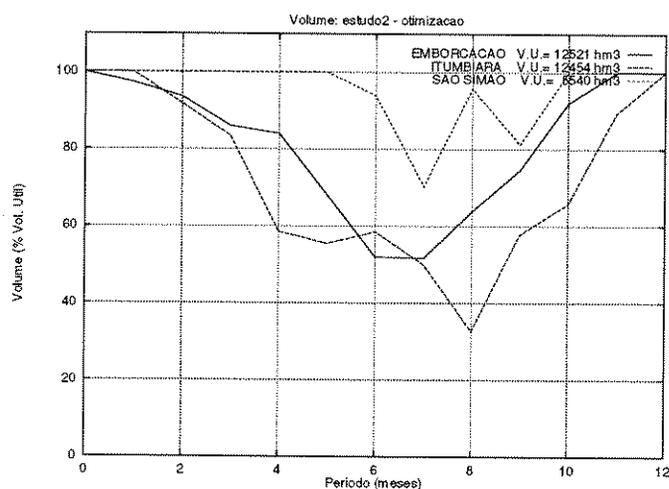


Figura 4.5: Volumes Médios - Otimização

As regras obtidas através das otimizações determinísticas são mostradas a seguir.

Tabela 4.6: Regras para o estudo 2

Usina	ROR's
Emborcação	$0.786x^3 - 0.920x^2 + 1.135x$
Itumbiara	$1 - e^{-5.806x}$
São Simão	$1 - e^{-7.931x}$

Obtidas as regras, o sistema foi configurado, otimizado e simulado, segundo as regras linear e otimizada. Os resultados obtidos são mostrados a seguir.

Tabela 4.7: Alturas equivalentes para o estudo 2

	$h_{eqii}$	Emborcação	Itumbiara	São Simão
Emborcação	119.51	119.64	-	-
Itumbiara	73.99	76.01	73.93	-
São Simão	67.93	71.77	71.77	67.93

Tabela 4.8: Resultados para o estudo 2

	linear	regras	ganho (%)
$e_{maxse}$	18299	18716	2.28
$e_{amedse}$	2834	2894	2.12
$GH_{medsim}$	3087	3093	0.19

Foram obtidos ganhos significativos nas alturas equivalentes relativas, na energia armazenada no sistema e na energia afluenta. Tal fato não se repetiu nas simulações, podendo-se observar aqui um comportamento fora do padrão. Uma razão para isto é que o simulador considera o engolimento máximo das usinas variável e, além disso, procura corrigir eventuais vertimentos armazenáveis que possam ser efetuados pelo desagregador. Esta situação ocorre constantemente na usina de São Simão e provoca alterações nas trajetórias de volume finais, resultando em um comportamento não linear nas trajetórias de volume mesmo para as simulações com a regra linear, como pode ser visto nas figuras a seguir.

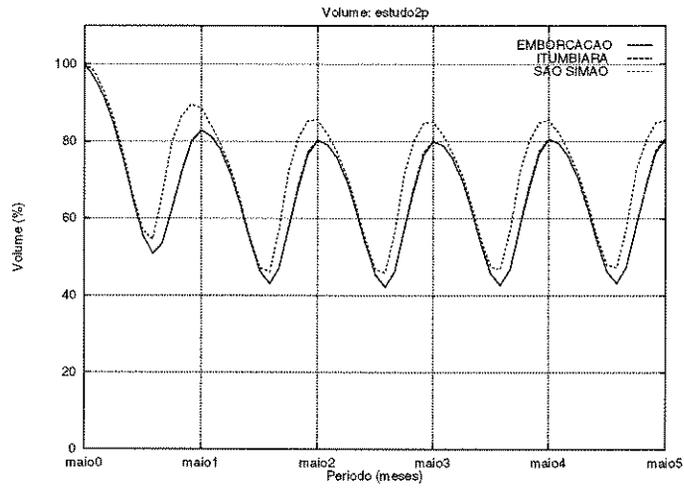


Figura 4.6: Volumes Médios - Simulação Linear

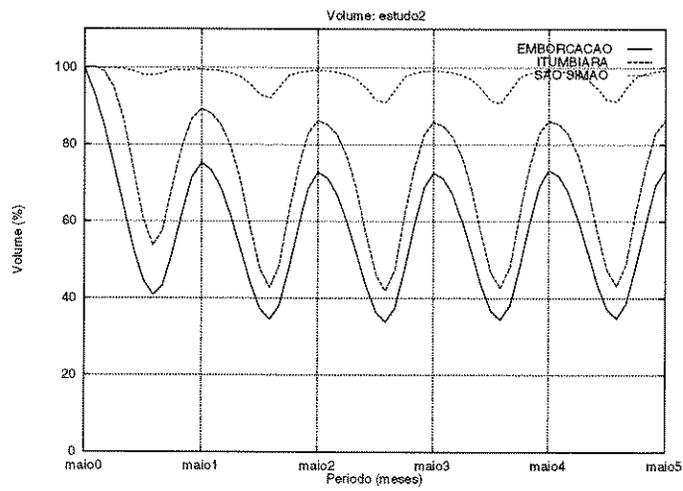


Figura 4.7: Volumes Médios - Simulação com Regras

### 4.3 Estudo 3

Tabela 4.9: Estudo 3 - Dados

Rio: Grande		
Usina	Potência (MW)	Vol. Útil ( $hm^3$ )
Furnas (7)	1312	17217
Marimbondo (13)	1488	5260
Potência Instalada: 2800 MW		

Neste sistema, tem-se duas usinas com capacidade instalada semelhante e a usina de montante (Furnas) tem uma capacidade de armazenamento praticamente 220% maior que a usina de jusante (Marimbondo). As afluições ao sistema são da ordem de 17% da capacidade de armazenamento do mesmo, não havendo restrições de engolimento. Tal configuração favorece a regulação da cascata pelo reservatório de montante, como pode ser visto no resultado obtido para a otimização determinística padrão, na figura abaixo.

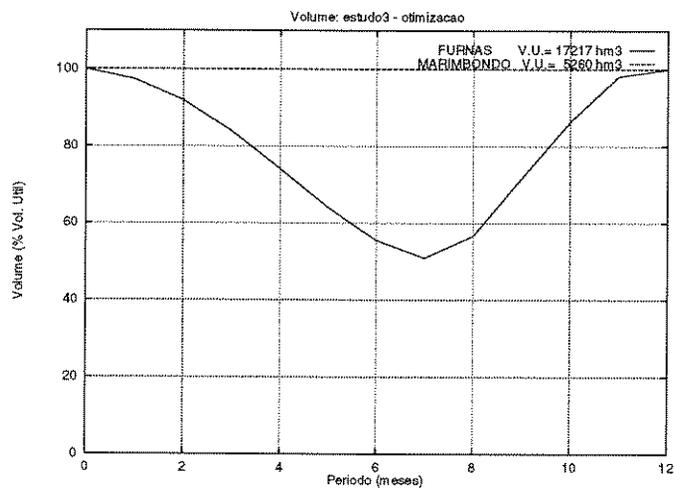


Figura 4.8: Volumes Médios - Otimização

As regras obtidas através das otimizações determinísticas são mostradas a seguir.

Tabela 4.10: Regras para o estudo 3

Usina	ROR's
Furnas	$-0.461x^3 + 0.889x^2 + 0.571x$
Marimbondo	$1 - e^{-8.486x}$

Obtidas as regras, o sistema foi configurado, otimizado e simulado, segundo as regras linear e otimizada. Os resultados obtidos são mostrados a seguir.

Tabela 4.11: Alturas equivalentes para o estudo 3

	$h_{eqii}$	Furnas	Marimbondo
Furnas	87.54	87.46	-
Marimbondo	55.52	62.21	55.51

Tabela 4.12: Resultados para o estudo 3

	linear	regras	ganho (%)
$\epsilon_{maxse}$	9004	9373	4.10
$ea_{medse}$	1503	1553	3.33
$GH_{medsim}$	1583	1652	4.36

Dada a configuração favorável, como já foi comentado, os ganhos obtidos com a adoção das regras otimizadas são maiores. Na simulação, pode-se ver que Furnas regula a cascata, com Marimbondo mantendo a produtividade elevada. O ganho na geração média foi considerável.

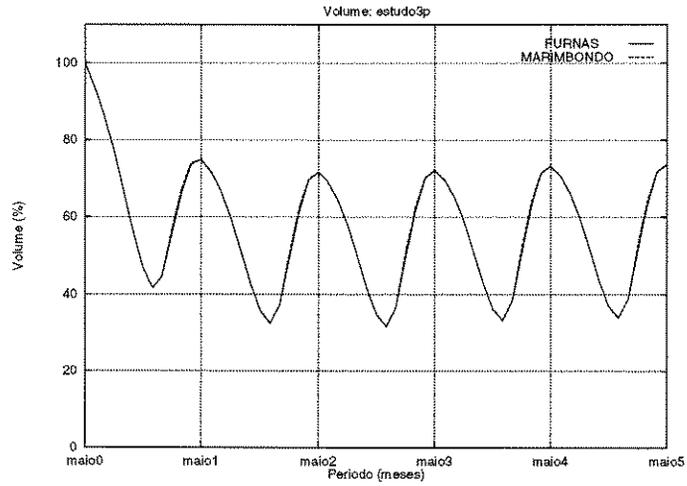


Figura 4.9: Volumes Médios - Simulação Linear

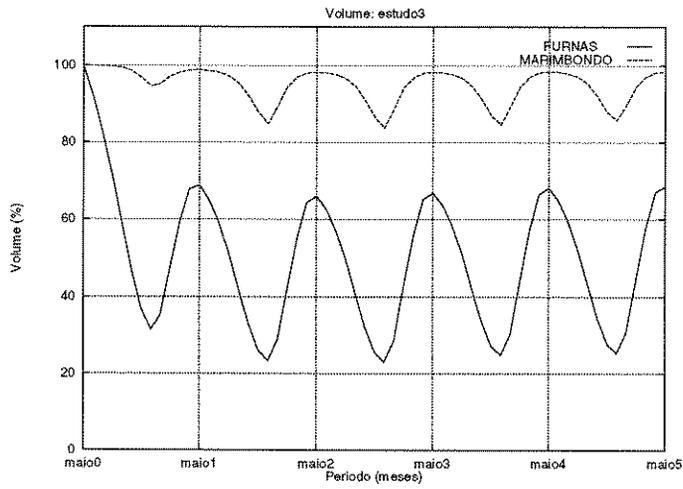


Figura 4.10: Volumes Médios - Simulação com Regras

## 4.4 Estudo 4

Tabela 4.13: Estudo 4 - Dados

Rio: Grande		
Usina	Potência (MW)	Vol. Útil (hm <sup>3</sup> )
Furnas (7)	1312	17217
Marimbondo (13)	1488	5260
Água Vermelha (14)	1380	5169
Potência Instalada: 4180 MW		

Neste sistema, além das duas usinas da configuração anterior, foi adicionada uma terceira usina (Água Vermelha) com capacidade instalada equivalente às duas anteriores e capacidade de armazenamento semelhante à da usina de Marimbondo. As afluentes ao sistema são da ordem de 17% da capacidade de armazenamento. Esta configuração, como a anterior, favorece a regulação da cascata pelo reservatório de montante (Furnas), conforme mostrado no resultado obtido para a otimização determinística padrão na figura a seguir. A capacidade de regulação do reservatório de Furnas permite que as usinas de jusante operem próximas a sua máxima produtividade.

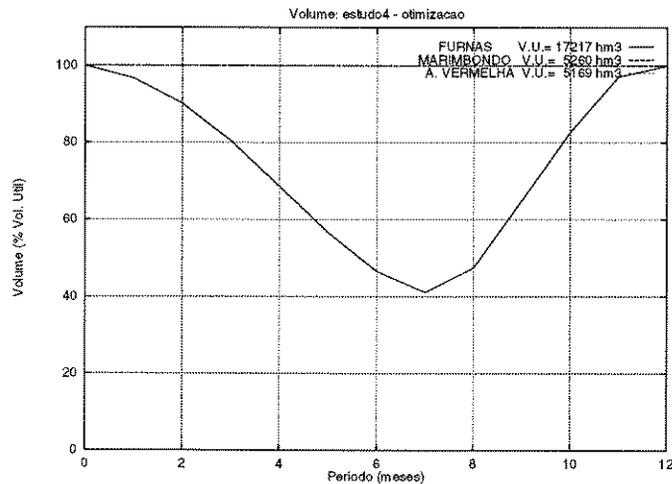


Figura 4.11: Volumes Médios - Otimização

Esta configuração foi escolhida para uma apresentação mais detalhada de todo

o processo de estudo, obtenção e aplicação de regras otimizadas. As figuras a seguir mostram as nuvens de pontos obtidas através da varredura de otimizações determinísticas e as respectivas regras ajustadas.

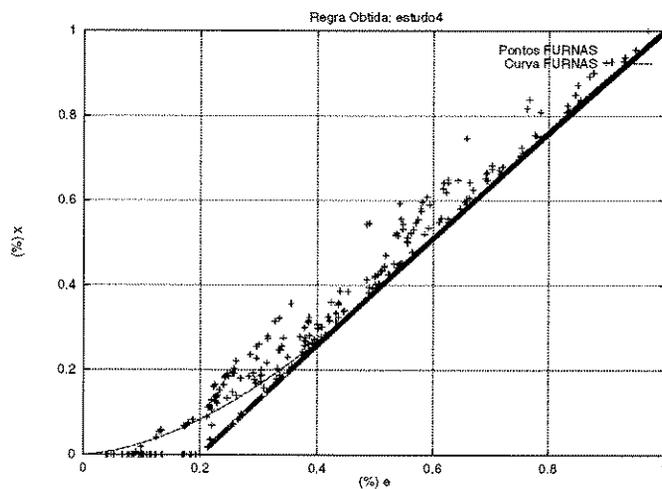


Figura 4.12: Pontos e Regra de Furnas

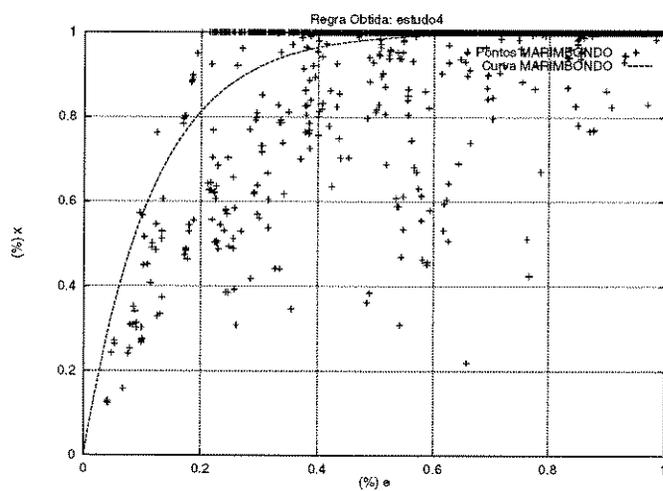


Figura 4.13: Pontos e Regra de Marimbondo

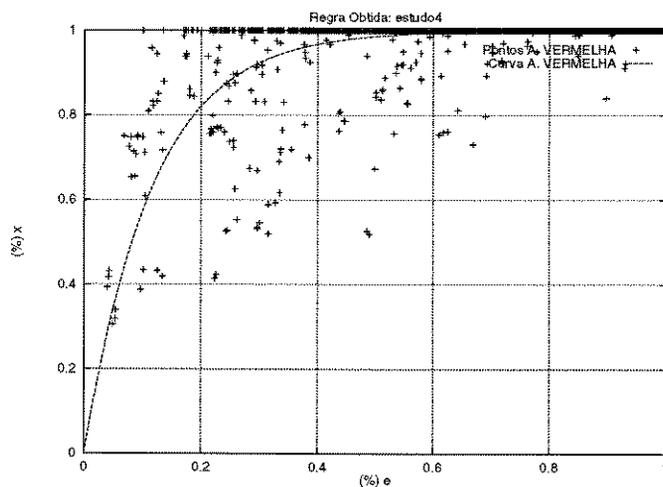


Figura 4.14: Pontos e Regra de Água Vermelha

Tabela 4.14: Regras para o estudo 4

Usina	ROR's
Furnas	$-0.862x^3 + 1.760x^2 + 0.101x$
Marimbondo	$1 - e^{-8.372x}$
Água Vermelha	$1 - e^{-8.576x}$

Tabela 4.15: Alturas equivalentes para o estudo 4

	$h_{eqii}$	Furnas	Marimbondo	Água Vermelha
Furnas	87.54	87.45	-	-
Marimbondo	55.52	62.74	55.51	-
Água Vermelha	52.30	56.44	52.39	52.31

Tabela 4.16: Resultados para o estudo 4

	linear	regras	ganho (%)
$e_{maxse}$	13863	14501	4.60
$e_{amedse}$	2408	2496	3.65
$GH_{medsim}$	2637	2730	3.53

As nuvens de pontos obtidas durante a varredura de otimizações mostram claramente a tendência de operação de cada um dos reservatórios, com Furnas regulando a cascata enquanto Marimbondo e Água Vermelha devem permanecer com seus reservatórios cheios a maior parte do tempo, maximizando a produtividade da cascata.

Pode-se observar a variação das alturas relativas de Marimbondo e Água Vermelha, tendo o seu valor máximo em relação ao reservatório de Furnas.

Os ganhos obtidos na energia armazenada e na energia afluyente ao sistema são significativos. Após as simulações, observa-se também um ganho significativo na geração média do sistema. As trajetórias de volume mostram que, enquanto a regra linear provocava uma sensível variação de armazenamento em todos os reservatórios, a adoção das regras otimizadas faz com que apenas Furnas continue a apresentar grande variação, mantendo as usinas de jusante em um nível mais elevado de armazenamento e, conseqüentemente, de produtividade.

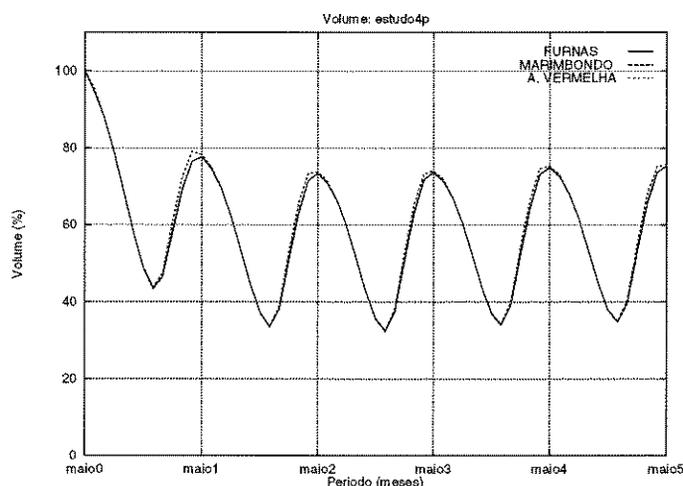


Figura 4.15: Volumes Médios - Simulação Linear

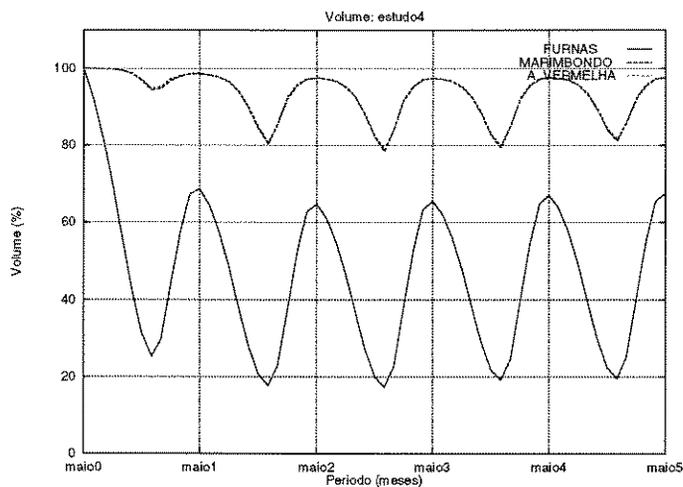


Figura 4.16: Volumes Médios - Simulação com Regras

Com o objetivo de enfatizar a versatilidade da modelagem, este estudo foi escolhido para que fosse feito, a partir das nuvens de pontos encontradas, um ajuste de uma curva genérica linear por partes escolhida a critério do operador do sistema. Uma vez que as nuvens definem uma tendência de comportamento dos reservatórios com certa clareza, o processo de escolha destas curvas foi relativamente fácil. Deve-se ressaltar aqui a intenção de valorizar o conhecimento do planejador e intensificar a troca de informações homem-máquina, pois esta abordagem possibilita o teste das mais diversas regras de operação. No caso deste teste, foi testada a forma de operação mais evidente apontada pelos resultados da varredura de otimizações.

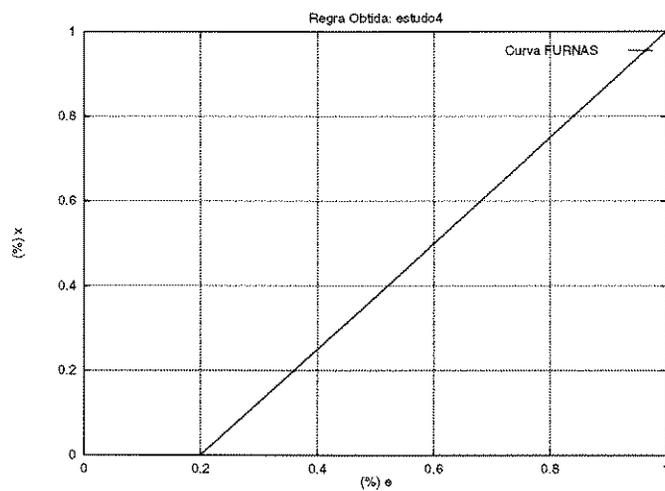


Figura 4.17: Regra Genérica - FURNAS

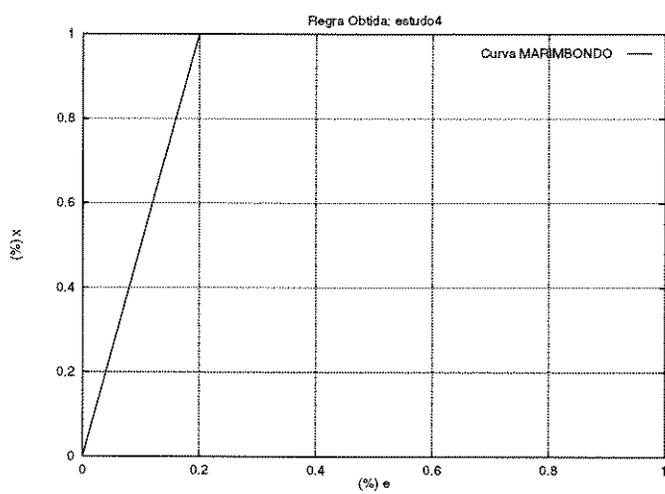


Figura 4.18: Regra Genérica - Marimbondo

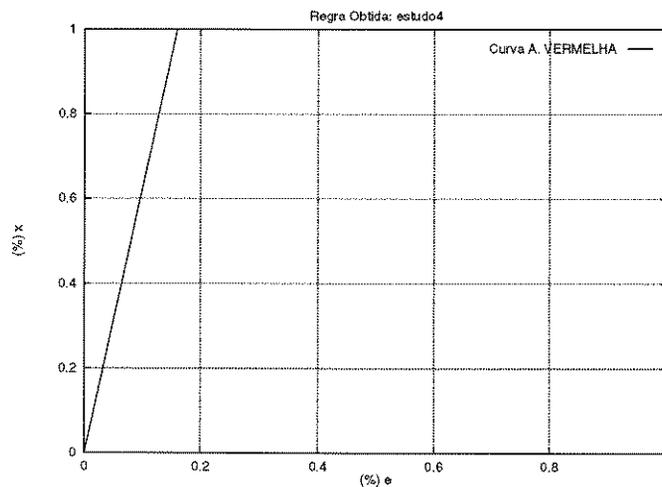


Figura 4.19: Regra Genérica - Água Vermelha

Tabela 4.17: Alturas equivalentes para o estudo 4 - Regra Genérica

	$h_{eqii}$	Furnas	Marimbondo	Água Vermelha
Furnas	87.54	87.54	-	-
Marimbondo	55.52	63.52	55.52	-
Água Vermelha	52.30	56.94	53.23	52.30

Ao serem comparados os resultados obtidos com a regra genérica e com a regra obtida por ajuste de mínimo erro, observa-se que o ganho em relação à regra linear aumentou, sendo mais significativo nas energias armazenada e afluyente do sistema. Praticamente se manteve o ganho obtido nas simulações.

Os resultados confirmam a hipótese de que regras empíricas baseadas no bom senso do planejador podem ser tão ou mais eficientes que regras baseadas em modelos de minimização de erro.

Tabela 4.18: Resultados para o estudo 4 - Regra Genérica

	linear	regras	ganho (%)
$\epsilon_{maxse}$	13863	14594	5.27
$\epsilon a_{medse}$	2408	2513	4.36
$GH_{medsim}$	2637	2731	3.56

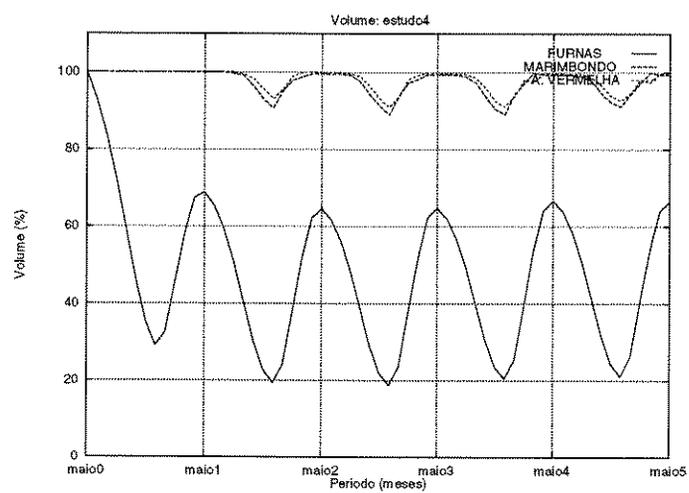


Figura 4.20: Volumes Médios - Simulação com Regra Genérica

## 4.5 Estudo 5

Tabela 4.19: Estudo 5 - Dados

Rio: Grande		
Usina	Potência ( $MW$ )	Vol. Útil ( $hm^3$ )
Camargos (5)	48	672
Furnas (7)	1312	17217
M. de Moraes (8)	478	2500
Marimbondo (13)	1488	5260
Água Vermelha (14)	1380	5169
Potência Instalada: 4706 $MW$		

Ao sistema da configuração anterior foram adicionadas duas novas usinas. A primeira (Camargos) com capacidade instalada e capacidade de armazenamento relativamente pequenas. A segunda (M. de Moraes) com uma capacidade instalada equivalente a 1/3 da capacidade média das usinas maiores e uma capacidade de armazenamento comparativamente menor. Pelo resultado obtido para a otimização determinística padrão, pode-se observar que a usina de Furnas continua a regular a cascata, com seu armazenamento variando mais que o de Camargos. A usina de Mascarenhas de Moraes comporta-se de maneira semelhante a Marimbondo e Água Vermelha.

As regras obtidas através das otimizações determinísticas foram:

Tabela 4.20: Regras para o estudo 5

Usina	ROR's
Camargos	$-0.922x^3 + 1.515x^2 + 0.407x$
Furnas	$-0.801x^3 + 1.715x^2 + 0.085x$
M. de Moraes	$1 - e^{-7.832x}$
Marimbondo	$1 - e^{-8.158x}$
Água Vermelha	$1 - e^{-8.475x}$

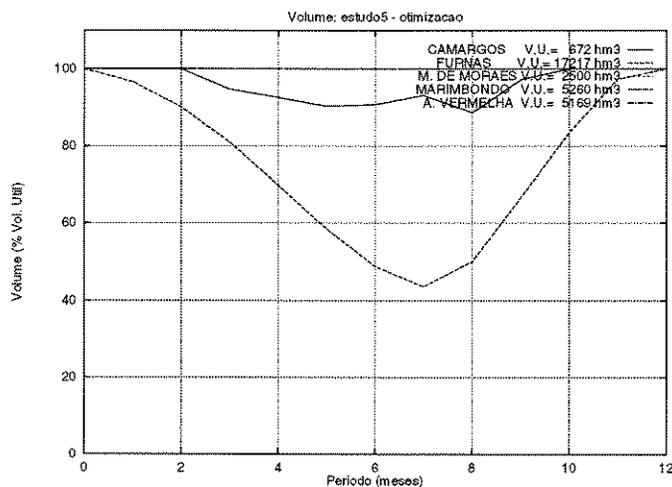


Figura 4.21: Volumes Médios - Otimização

Tabela 4.21: Alturas equivalentes para o estudo 5

	$h_{eqii}$	Cam	Fur	Masc	Mar	A.Ver
Camargos	21.16	21.16	-	-	-	-
Furnas	87.54	86.24	87.46	-	-	-
M. de Moraes	38.19	43.14	43.50	38.18	-	-
Marimbondo	55.52	62.30	62.75	55.68	55.51	-
Água Vermelha	52.30	56.21	56.46	52.50	52.40	52.31

Os resultados obtidos apresentam ganhos significativos com a adoção das regras otimizadas. O ganho obtido na geração média da simulação, contudo, sofreu uma redução quando comparado ao ganho obtido no estudo anterior. Isto pode ser creditado à presença de usinas relativamente pequenas na cascata.

Tabela 4.22: Resultados para o estudo 5

	linear	regras	ganho (%)
$\epsilon_{maxse}$	17702	18714	5.72
$\epsilon a_{medse}$	2750	2900	5.45
$GH_{medsim}$	3035	3132	3.19

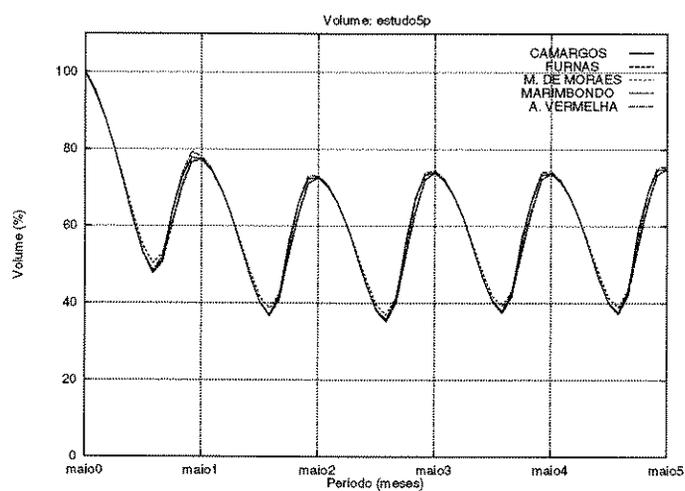


Figura 4.22: Volumes Médios - Simulação Linear

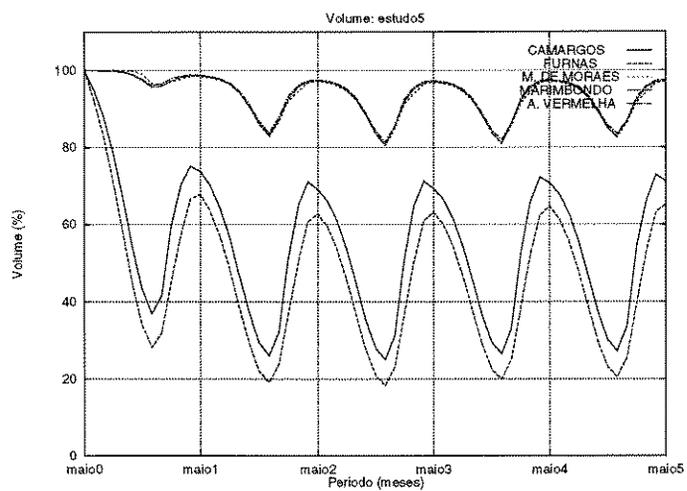


Figura 4.23: Volumes Médios - Simulação com Regras

## 4.6 Estudo 6

Tabela 4.23: Estudo 6 - Dados

Rio: Paranaíba e Paraná		
Usina	Potência (MW)	Vol. Útil ( $hm^3$ )
Emborcação (1)	1192	12521
Itumbiara (2)	2280	12454
São Simão (4)	1680	5540
Ilha Solteira (15)	3240	5516
Potência Instalada: 8392 MW		

Ao sistema utilizado no estudo 2 foi acrescentada mais uma usina (Ilha Solteira) com grande capacidade instalada e uma capacidade de armazenamento igual à de São Simão. Embora haja um ganho significativo na energia afluyente ao sistema, o posicionamento da nova usina, no final da cascata, não altera significativamente o comportamento das usinas de montante, como pode ser visto nos resultados da otimização determinística padrão.

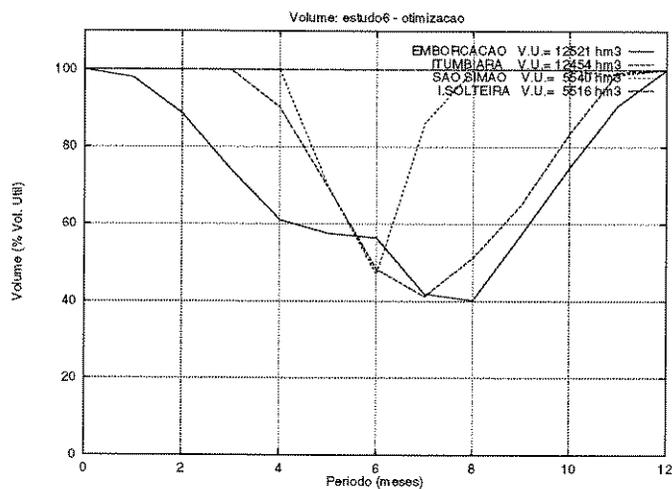


Figura 4.24: Volumes Médios - Otimização

As regras obtidas através das otimizações determinísticas foram:

Tabela 4.24: Regras obtidas para o estudo 6

Usina	ROR's
Emborcação	$0.889x^3 - 1.075x^2 + 1.187x$
Itumbiara	$-2.236x^3 + 3.356x^2 - 0.120x$
São Simão	$1 - e^{-7.499x}$
Ilha Solteira	$1 - e^{-8.531x}$

Obtidas as regras, o sistema foi configurado, otimizado e simulado, segundo as regras linear e otimizada. Os resultados obtidos são mostrados a seguir.

Tabela 4.25: Alturas equivalentes para o estudo 6

	$h_{eqi}$	Emborcação	Itumbiara	S.Simão	I.Solteira
Emborcação	119.51	119.65	-	-	-
Itumbiara	73.99	74.61	73.92	-	-
São Simão	67.93	71.68	72.17	67.92	-
Ilha Solteira	44.40	46.29	46.50	44.52	44.38

Comparando com o estudo 2, os ganhos na energia armazenada e energia afluyente praticamente se mantiveram. Não houve ganho na geração média das simulações, chegando-se a um valor muito próximo de zero. Pode-se ver que o estrangulamento de São Simão afeta bastante o comportamento da cascata.

Tabela 4.26: Resultados para o estudo 6

	linear	regras	ganho (%)
$e_{maxse}$	23670	24214	2.30
$ea_{maxse}$	15272	15578	2.00
$GH_{medsim}$	5310	5181	-0.88

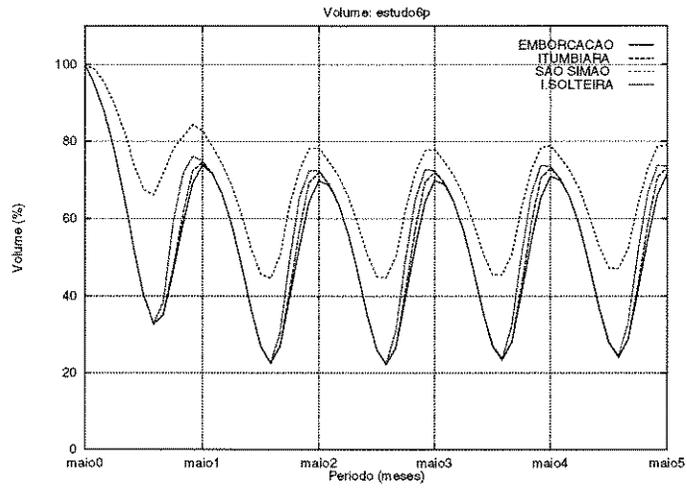


Figura 4.25: Volumes Médios - Simulação Linear

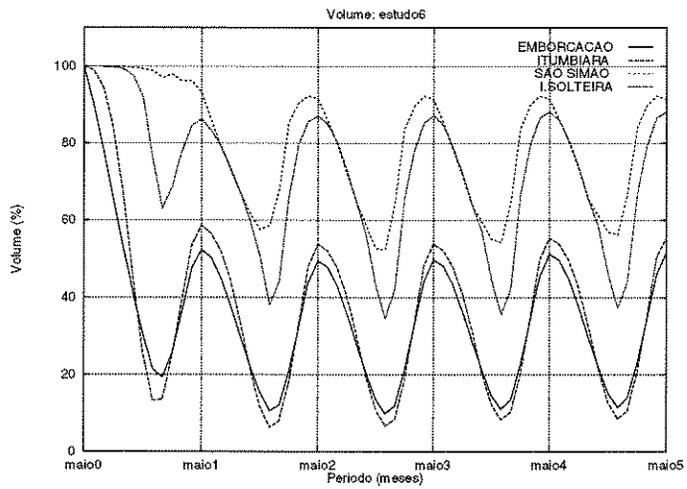


Figura 4.26: Volumes Médios - Simulação com Regras

## 4.7 Estudo 7

Tabela 4.27: Estudo 7 - Dados

Rio: Grande e Paraná		
Usina	Potência (MW)	Vol. Útil (hm <sup>3</sup> )
Furnas (7)	1312	17217
Marimbondo (13)	1488	5260
Água Vermelha (14)	1380	5169
Ilha Solteira (15)	3240	5516
Potência Instalada: 7420 MW		

Ao sistema do estudo 4 foi acrescentado uma nova usina (Ilha Solteira) com o dobro da média das capacidades instaladas e uma capacidade de armazenamento semelhante às usinas de Água Vermelha e Marimbondo. Os resultados obtidos na otimização determinística padrão mostram que a tendência de comportamento observada no estudo 5 se confirma, com Furnas regulando a cascata e as outras mantendo a produtividade da cascata elevada. Não há usinas com restrições de operação nesta cascata.

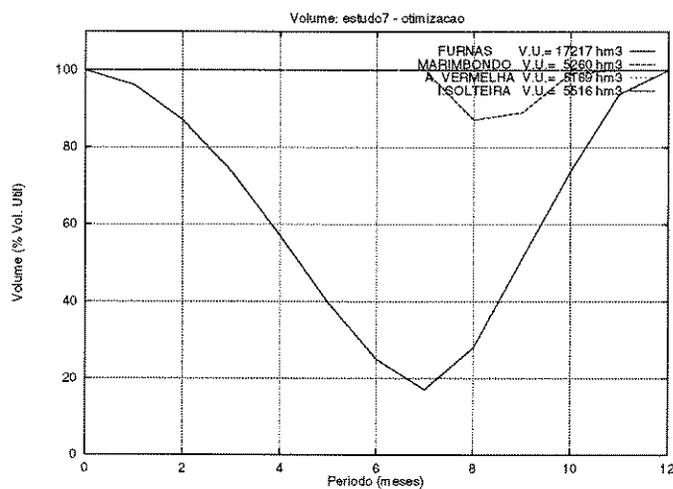


Figura 4.27: Volumes Médios - Otimização

As regras obtidas através das otimizações determinísticas foram:

Tabela 4.28: Regras obtidas para o estudo 7

Usina	ROR's
Furnas	$-0.793x^3 + 1.765x^2 + 0.027x$
Marimbondo	$1.640x^3 - 4.025x^2 + 3.386x$
Água Vermelha	$1 - e^{-7.811x}$
Ilha Solteira	$1 - e^{-8.650x}$

Obtidas as regras, o sistema foi configurado, otimizado e simulado, segundo as regras linear e otimizada. Os resultados obtidos são mostrados a seguir.

Tabela 4.29: Alturas equivalentes para o estudo 7

	$h_{eqii}$	Furnas	Mari	A.Ver	I.Sol
Furnas	87.54	87.45	-	-	-
Marimbondo	55.52	61.58	56.59	-	-
A.Vermelha	52.30	56.45	54.07	52.30	-
I.Solteira	44.40	46.56	45.41	44.50	44.38

Neste caso, os resultados mostram que embora os ganhos obtidos com a adoção de regras tenham permanecido, não houve um aumento percentual dos mesmos com o aumento do sistema, quando comparado ao estudo 4. Tal fato pode ser causado pelo fato de Ilha Solteira estar já no rio Paraná e receber grandes afluições de outros rios.

Tabela 4.30: Resultados para o estudo 7

	linear	regras	ganho (%)
$\epsilon_{maxse}$	18805	19558	4.00
$ea_{maxse}$	14712	15163	3.07
$GH_{medsim}$	4719	4822	2.18

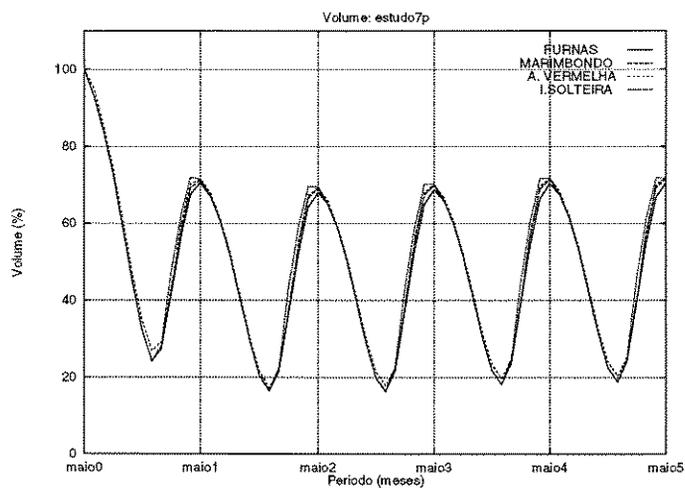


Figura 4.28: Volumes Médios - Simulação Linear

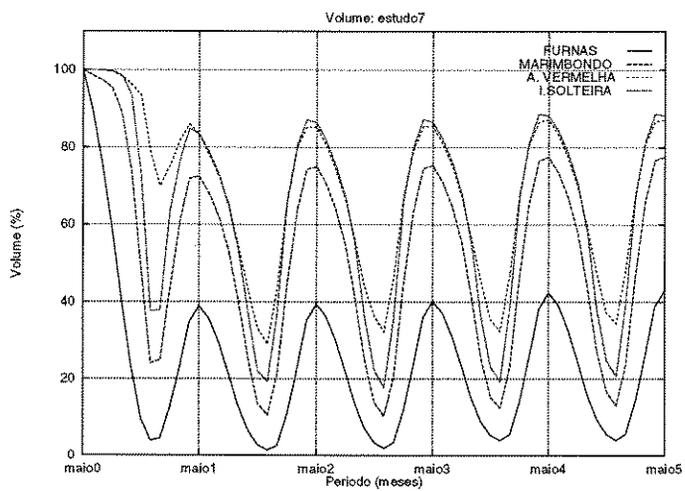


Figura 4.29: Volumes Médios - Simulação com Regras

## 4.8 Estudo 8

Tabela 4.31: Estudo 8 - Dados

Rio: Grande e Paranaíba		
Usina	Potência ( $MW$ )	Vol. Útil ( $hm^3$ )
Emborcação (1)	1192	12521
Itumbiara (2)	2280	12454
São Simão (4)	1680	5540
Camargos (5)	48	672
Furnas (7)	1312	17217
M. de Moraes (8)	478	2500
Marimondo (13)	1488	5260
Água Vermelha (14)	1380	5169
Potência Instalada: 9858 $MW$		

Neste caso, configurou-se um sistema de duas cascatas em paralelo, sem uma ligação física entre as mesmas. O sistema resultante possui afluências equivalentes a 50% da capacidade de armazenamento. Os resultados obtidos na otimização determinística padrão mostram que tal configuração mantém o comportamento das usinas do rio Grande e reduz os efeitos do estrangulamento de São Simão na cascata do rio Paranaíba.

Tabela 4.32: Regras obtidas para o estudo 8

Usina	ROR's
Camargos	$-0.229x^3 + 0.672x^2 + 0.556x$
Furnas	$-0.450x^3 + 1.137x^2 + 0.313x$
M. de Moraes	$1 - e^{-7.447x}$
Marimondo	$1 - e^{-7.940x}$
A.Vermelha	$1 - e^{-8.346x}$
Emborcação	$0.137x^3 + 0.114x^2 + 0.750x$
Itumbiara	$-1.399x^3 + 1.682x^2 + 0.717x$
São Simão	$1 - e^{-8.061x}$

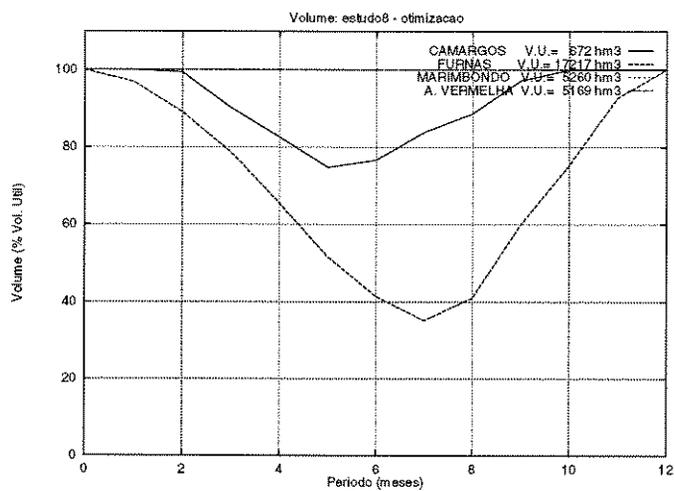


Figura 4.30: Volumes Médios - Otimização

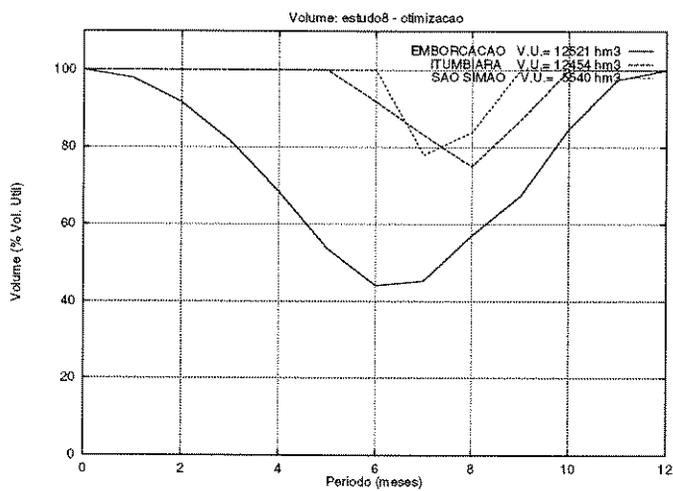


Figura 4.31: Volumes Médios - Otimização

Obtidas as regras, o sistema foi configurado, otimizado e simulado, segundo as regras linear e otimizada. Os resultados obtidos são mostrados a seguir.

Tabela 4.33: Alturas equivalentes para o estudo 8

	$h_{eqii}$	Cam	Fur	Masc	Mari	A.Ver
Camargos	21.16	21.15	-	-	-	-
Furnas	87.54	87.06	87.45	-	-	-
M. de Moraes	38.19	43.05	43.26	38.17	-	-
Marimbondo	55.52	62.21	62.48	55.77	55.50	-
A.Vermelha	52.30	56.17	56.31	52.56	52.42	52.31

Tabela 4.34: Alturas equivalentes para o estudo 8

	$h_{eqii}$	Emborcação	Itumbiara	São Simão
Emborcação	119.51	119.64	-	-
Itumbiara	73.99	76.16	73.90	-
São Simão	67.93	72.02	71.63	67.94

Tabela 4.35: Resultados para o estudo 8

	linear	regras	ganho (%)
$e_{maxse}$	36001	37430	3.97
$ed_{maxse}$	19158	19995	4.37
$GH_{medsim}$	6256	6309	0.85

Embora os resultados obtidos mostrem ganhos significativos com a adoção de regras otimizadas para as energias armazenada e afluyente, os mesmos mostram um ganho mínimo na geração média na simulação. O fato de não haver uma ligação física entre as cascatas faz com que as duas possam operar com relativa independência, o que levou a uma varredura de otimizações que não definiu uma regra muito eficiente para o comportamento de cada reservatório frente ao comportamento do sistema.

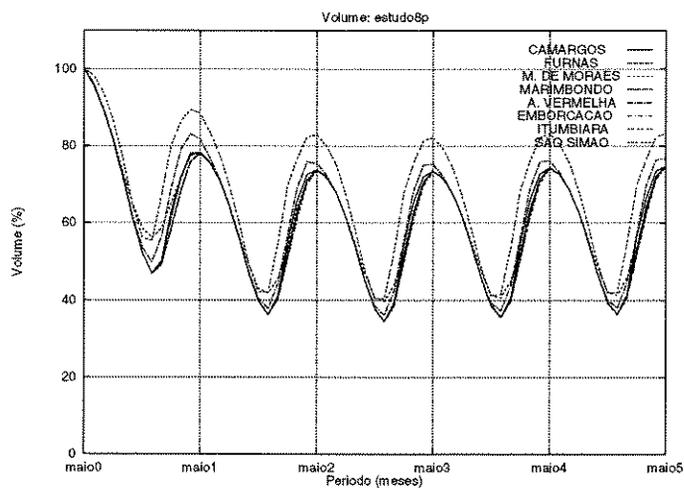


Figura 4.32: Volumes Médios - Simulação Linear

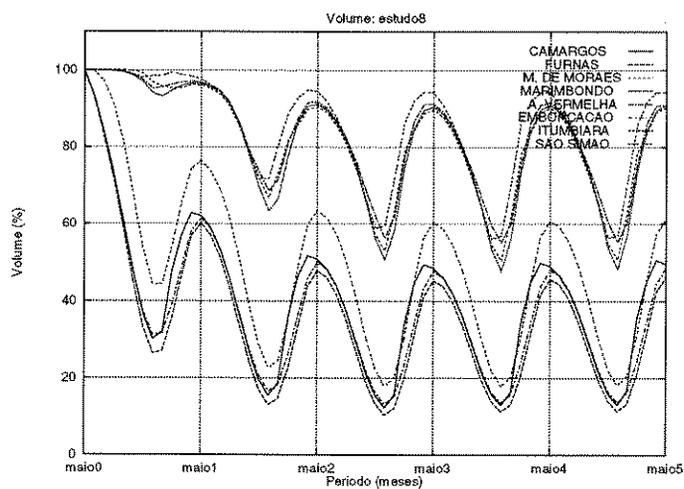


Figura 4.33: Volumes Médios - Simulação com Regras

## 4.9 Estudo 9

Tabela 4.36: Estudo 9 - Dados

Rio: Grande, Paranaíba e Paraná		
Usina	Potência (MW)	Vol. Útil (hm <sup>3</sup> )
Emborcação (1)	1192	12521
Itumbiara (2)	2280	12454
São Simão (4)	1680	5540
Furnas (7)	1312	17217
Marimbondo (13)	1488	5260
Água Vermelha (14)	1380	5169
Ilha Solteira (15)	3240	5516
Potência Instalada: 9332 MW		

Neste estudo é utilizada uma configuração em forma de "Y", na qual a última usina tem uma conexão física com as duas cascatas de montante. Com isso, a operação de cada cascata sofre um maior efeito da operação da outra. Os resultados obtidos na otimização determinística continuam porém mostrando uma inversão na cascata do rio Paranaíba.

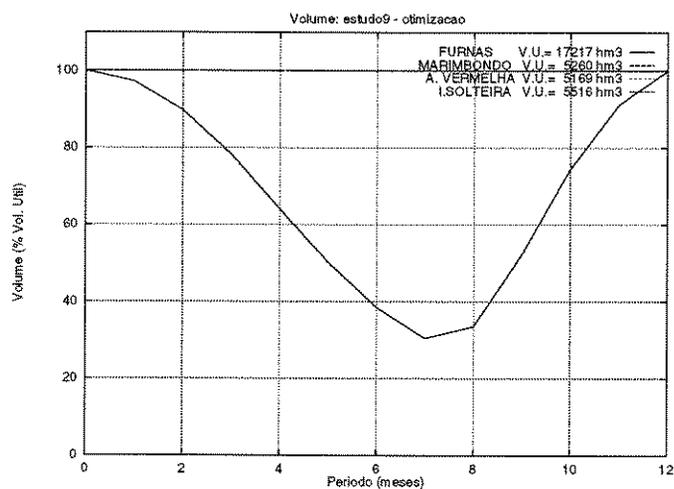


Figura 4.34: Volumes Médios - Otimização

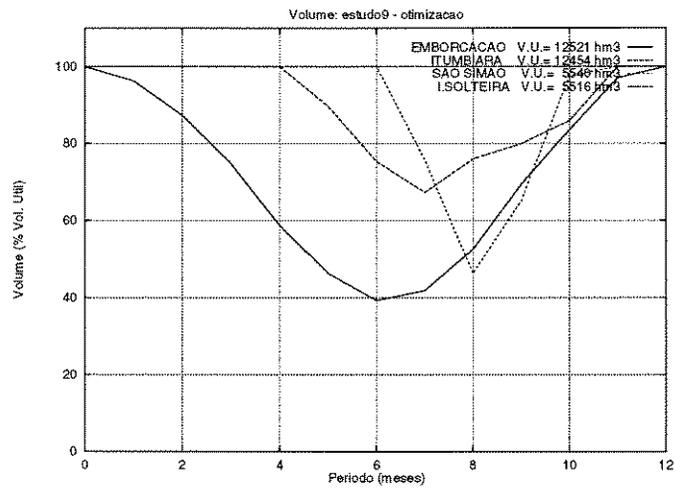


Figura 4.35: Volumes Médios - Otimização

Tabela 4.37: Regras obtidas para o estudo 9

Usina	ROR's
Furnas	$-0.521x^3 + 1.602x^2 - 0.082x$
Marimbondo	$1 - e^{-7.948x}$
A.Vermelha	$1 - e^{-8.152x}$
Emborcação	$0.056x^3 + 0.283x^2 + 0.660x$
Itumbiara	$1 - e^{-6.190x}$
São Simão	$1 - e^{-7.746x}$
Ilha Solteira	$1 - e^{-8.663x}$

Obtidas as regras, o sistema foi configurado, otimizado e simulado, segundo as regras linear e otimizada. Os resultados obtidos são mostrados a seguir.

Tabela 4.38: Alturas equivalentes para o estudo 9

	$h_{eqii}$	Fur	Mari	A.Ver	I.Sol
Furnas	87.54	87.45	-	-	-
Marimbondo	55.52	63.03	55.51	-	-
A.Vermelha	52.30	56.62	52.36	52.30	-
I.Solteira	44.37	46.63	44.48	44.45	44.38

Tabela 4.39: Alturas equivalentes para o estudo 9

	$h_{eqii}$	Emborcação	Itumbiara	São Simão	I.Solteira
Emborcação	119.51	119.38	-	-	-
Itumbiara	73.99	81.98	73.82	-	-
São Simão	67.93	71.91	68.37	67.93	-
I.Solteira	44.37	46.36	44.70	44.51	44.38

Neste sistema, mais uma vez, embora tenham havido ganhos na energia armazenada e energia afluyente com a adoção das regras otimizadas, o ganho na geração média na simulação do sistema com tais regras não foi tão significativo. Deve-se ressaltar que o simulador viola a regra linear ao procurar limitar os vertimentos, fato que ocorre constantemente, principalmente em São Simão.

Tabela 4.40: Resultados para o estudo 9

	linear	regras	ganho (%)
$e_{maxse}$	41653	43066	3.39
$ea_{maxse}$	23818	24465	2.72
$GH_{medsim}$	7858	7913	0.70

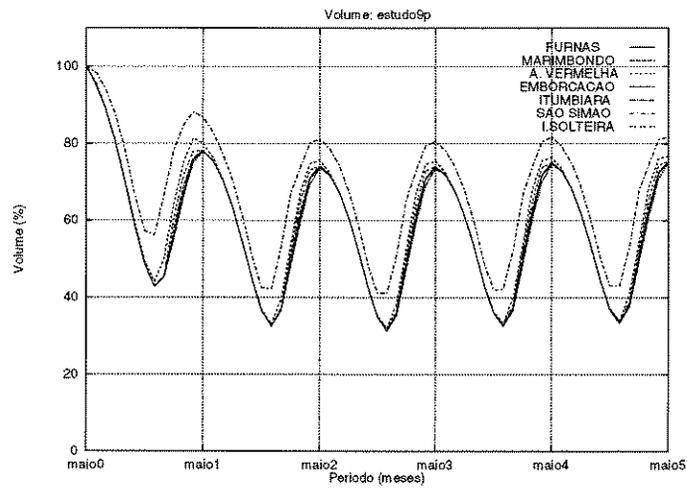


Figura 4.36: Volumes Médios - Simulação Linear

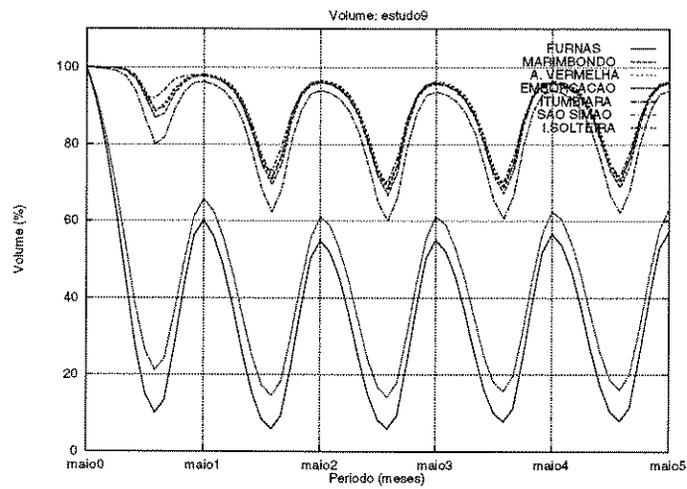


Figura 4.37: Volumes Médios - Simulação com Regras

## 4.10 Estudo 10

Este sistema engloba todo o sistema teste apresentado no início do capítulo, com usinas das mais diversas capacidades e características. A tabela com os dados do sistema está mostrada na próxima página. Aqui, como era esperado, fica difícil definir comportamentos individuais em função do comportamento do sistema em função do tamanho do mesmo e por englobar cascatas em diferentes rios. Os comportamentos individuais das cascatas buscam seguir tendências mostradas nos estudos anteriores, como pode ser visto pelos resultados obtidos para a otimização determinística padrão mostrados a seguir.

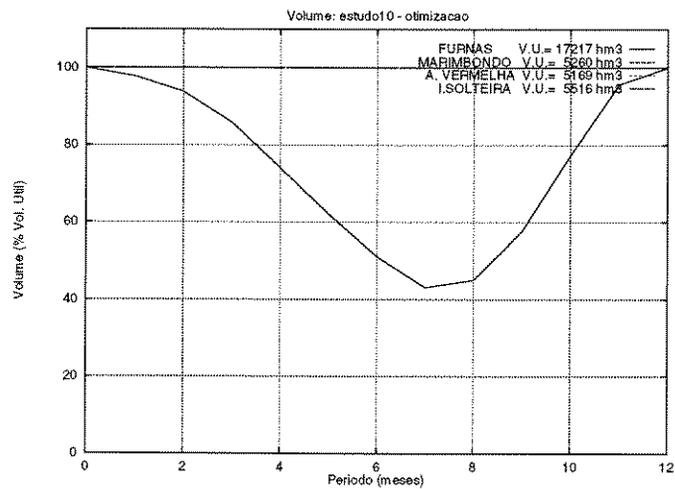


Figura 4.38: Volumes Médios - Otimização

Tabela 4.41: Estudo 10 - Dados

Rios: Grande, Paranaíba, Tietê, Paranapanema e Paraná		
Usina	Potência (MW)	Vol. Útil (hm <sup>3</sup> )
Emborcação (1)	1192	12521
Itumbiara (2)	2280	12454
C. Dourada (3)	638	fio d'água
São Simão (4)	1680	5540
Camargos (5)	48	672
Itutinga (6)	54	fio d'água
Furnas (7)	1312	17217
M. de Moraes (8)	478	2500
Estreito (9)	1104	fio d'água
Jaguara (10)	616	fio d'água
Volta Grande (11)	380	fio d'água
Porto Colômbia (12)	328	fio d'água
Marimondo (13)	1488	5260
Água Vermelha (14)	1380	5169
Laydner (24)	98	3165
Xavantes (25)	416	3041
L.N. Garcez (26)	72	fio d'água
Capivara (27)	640	5724
Taquaruçu (28)	505	fio d'água
Rosana (29)	320	fio d'água
Barra Bonita (18)	140	2566
A.S. Lima (19)	144	fio d'água
Ibitinga (20)	132	fio d'água
Promissão (21)	264	2128
N. Avanhadava (22)	303	fio d'água
Três Irmãos (23)	1312	17217
Ilha Solteira (15)	3240	5169
Jupia (16)	1414	fio d'água
Itaipu (17)	12600	fio d'água
Potência Instalada: 33914 MW		

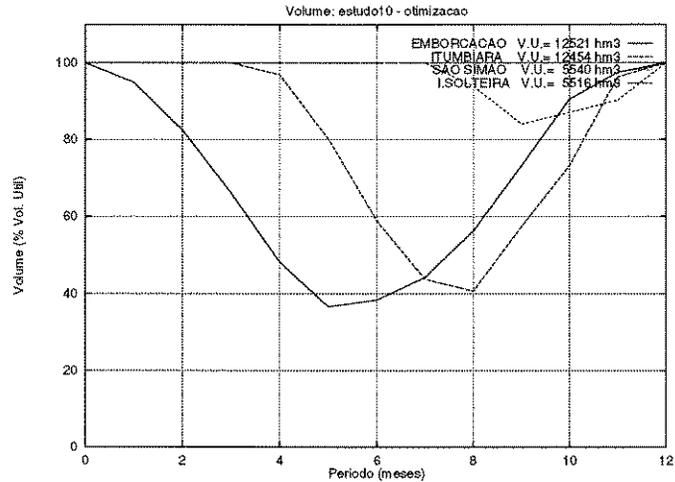


Figura 4.39: Volumes Médios - Otimização

Obtidas as regras, o sistema foi configurado, otimizado e simulado, segundo as regras linear e otimizada. Os resultados obtidos são mostrados a seguir. Como são muitas usinas, optou-se por mostrar apenas os ganhos obtidos com as regras e os volumes médios obtidos na varredura de simulações de alguns reservatórios.

Tabela 4.42: Resultados para o estudo 10

	linear	regras	ganho (%)
$e_{maxse}$	109701	111347	1.50
$ea_{maxse}$	63770	66859	4.84
$GH_{medsim}$	23248	24090	3.62

Observa-se aqui um ganho considerável na geração média do sistema com a adoção das regras otimizadas. O ganho médio corresponde a cerca de  $840 MWmês$ , quantidade de energia maior que a capacidade instalada da maioria das usinas do sistema. Confirma-se novamente a validade da modelagem.

Tabela 4.43: Regras obtidas para o estudo 10

Usina	ROR's
Camargos	$0.245x^3 + 0.440x^2 + 0.314x$
Furnas	$-0.685x^3 + 1.429x^2 + 0.255x$
M. de Moraes	$1 - e^{5.998x}$
Marimbondo	$1 - e^{-6.990x}$
A.Vermelha	$1 - e^{-7.136x}$
Barra Bonita	$0.180x^3 + 0.600x^2 + 0.220x$
Promissão	$1 - e^{-4.382x}$
Três Irmãos	$1 - e^{-5.058x}$
Emborcação	$0.456x^3 - 0.382x^2 + 0.927x$
Itumbiara	$1 - e^{-4.935x}$
São Simão	$1 - e^{-7.185x}$
A. Laydner	$2.040x^3 - 2.543x^2 + 1.503x$
Xavantes	$0.644x^3 - 0.687x^2 + 1.042x$
Capivara	$1 - e^{-6.286x}$
Ilha Solteira	$1 - e^{-8.308x}$

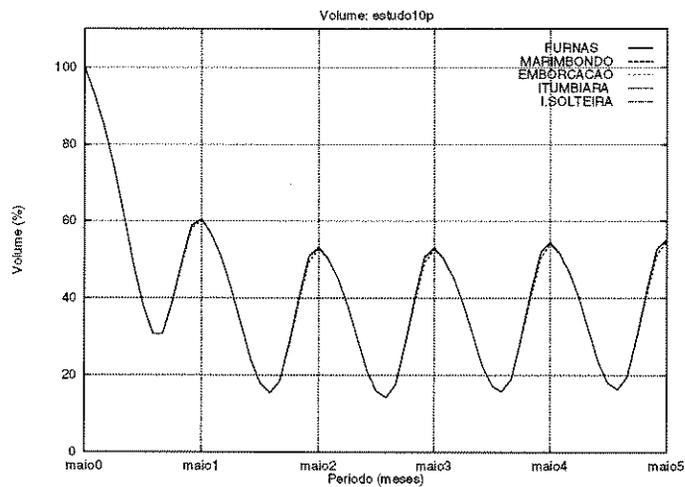


Figura 4.40: Volumes Médios - Simulação Linear

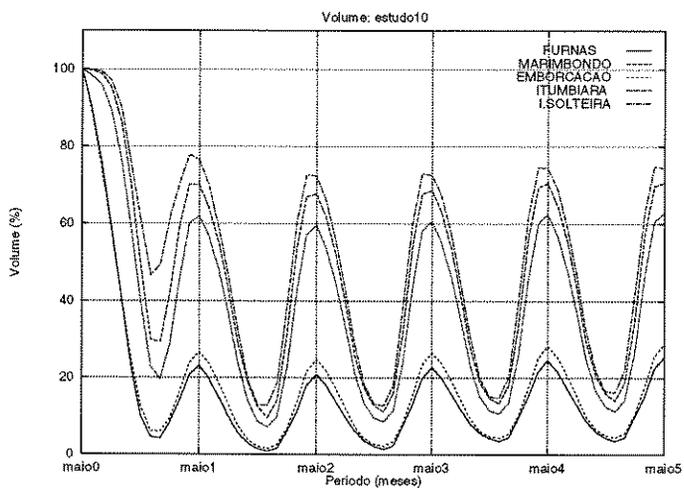


Figura 4.41: Volumes Médios - Simulação com Regras

## Capítulo 5

### Conclusões

Uma das bases da ciência é a capacidade de observação. O cientista deve saber observar, definir os padrões que regem o sistema observado, construir um modelo que melhor traduza tal sistema segundo seus objetivos e testar o modelo para verificar se o mesmo tem o comportamento esperado. Esta tese foi um trabalho de observação, definição de padrões, construção e teste de um modelo.

Um trabalho de observação por que foram as discussões dos resultados obtidos através de um modelo de otimização determinístico que despertaram a curiosidade de melhor entender o funcionamento de um conjunto de usinas hidroelétricas em cascata, formando um sistema.

Também foi um trabalho de definição de padrões, pois a análise de vários resultados obtidos através do otimizador possibilitou a definição de um padrão de comportamento, traduzido em regras de operação dos reservatórios de cada sistema.

Finalmente, foi um trabalho de construção em que um modelo de agregação para os sistemas em questão foi formulado. Este modelo foi formulado de maneira a incorporar um comportamento desejado do sistema, que são as regras otimizadas de operação. E foi testado, sendo comparado ao modelo existente, utilizado pelo setor elétrico brasileiro.

A proposta do presente trabalho foi apresentar um modelo equivalente não linear, ou genérico, a ser utilizado na etapa de longo prazo do planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos de geração de energia. A modelagem apresentada

baseou-se no conceito de regras de operação de reservatórios otimizadas. Tais regras foram utilizadas tanto na agregação do sistema para otimização estocástica quanto nas simulações das políticas de geração encontradas.

A modelagem apresentada foi comparada com a modelagem hoje adotada no Brasil pelo GCOI em testes de sistemas compostos de 2 a 29 usinas do Sistema Sudeste brasileiro.

A regra linear de operação adotada nos modelos de otimização de longo prazo hoje em vigor é, como foi mostrado, um caso particular, uma regra específica. E foi adotada, mais pela simplificação de modelagem que proporciona, do que por critérios de otimalidade do sistema. Visualizando resultados de operação ótima do sistema que apresentavam um comportamento bem diverso da regra linear, surgiu a idéia de traduzir estes resultados em regras de operação que seriam incorporadas aos modelos de otimização e simulação do sistema.

Para isso, foi apresentada uma formulação detalhada do modelo equivalente e foi mostrada a influência da adoção de diferentes regras de operação na agregação e simulação do sistema.

Os resultados obtidos com a modelagem são promissores, com ganhos médios de geração da ordem de 3%. No caso do último sistema testado, o ganho de geração média na simulação das políticas geração foi da ordem de  $840 MWmês$ , uma quantia maior que a capacidade instalada de muitas usinas do próprio sistema.

Uma das expectativas era de que os ganhos aumentaríamos com o aumento do tamanho da cascata ou sistema a ser agregado e otimizado. Tal fato não ocorreu, o que pode ser creditado a características individuais das usinas, tais como: restrições de engo-limento máximo, capacidade instalada, tamanho do reservatório, afluências médias a este reservatório, entre outras.

O que se observou é que tal abordagem parece funcionar melhor para cascatas isoladas, onde o comportamento de cada reservatório em relação ao armazenamento total do sistema fica mais definido. Para sistemas muito grandes, o fato do otimizador poder distribuir metas de geração simultaneamente em várias cascatas mascara o comportamento ótimo observado para cada cascata isolada, embora tenham sido observados ganhos mesmo

nestes casos.

Nos casos em que há restrições de operação, como a limitação do engolimento da usina de São Simão, a adoção de regras otimizadas também fica prejudicada.

Deve-se ressaltar aqui a importância do modelo de otimização determinístico (POSH), base de todo o estudo. O conceito de regras otimizadas de operação pode parecer relativamente claro agora, mas só começou a ser estruturado definitivamente a partir dos resultados obtidos com este modelo.

O Sistema de Apoio ao Planejamento Energético - SAPE, responsável pelo gerenciamento dos modelos também foi fundamental no desenvolvimento do trabalho, fornecendo um ambiente amigável sem o qual seria praticamente impossível processar a mesma quantidade de informação dentro do mesmo período de tempo.

O trabalho alcançou, portanto, a sua meta de incorporar novas metodologias ao planejamento de longo prazo, deixando abertas possibilidades de novos trabalhos a serem desenvolvidos posteriormente.

Pode-se citar a incorporação de um modelo de geração de regras mais flexível e amigável a ser implantado dentro do SAPE onde, a partir da observação das nuvens de pontos obtidas na otimização, o usuário só precisa escolher alguns pontos para definir a regra linear por partes desejada. As regras lineares por partes aqui utilizadas ainda tiveram que ser geradas ponto a ponto, manualmente.

A criação de um módulo de geração de regras através de modelos de redes neurais [36] que possam "aprender" o comportamento ótimo do sistema através dos resultados do otimizador também é algo promissor.

Finalmente, existe a possibilidade de criação de um modelo de otimização a longo prazo baseado no otimizador determinístico e que trabalha a estocasticidade do problema através de modelos de previsão de afluências. A implementação de um modelo deste tipo, que trabalha com o sistema detalhado, evitaria as simplificações hoje necessárias para que o modelo de otimização baseado na programação dinâmica estocástica possa ser utilizado.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] **Abramowitz, M. e Stegun, I.A.** *Handbook of Mathematical Functions* — New York, Dover, 1972.
- [2] **Ahmed, K.M. & Petersen, E.R. & Arvanitidis, N.V.** *Optimal Operation and Control of Multidam Hydroelectric Power Systems: An Application of Decision Theory* — Stanford University, IEES Rept. CCS-8, Stanford, California, fevereiro, 1966.
- [3] **Araripe Neto, T., Pereira, M.V. e Kelman, J.** *A Risk-Constrained Stochastic Dynamic Programming Approach to the Operation Planning of Hydrothermal System* — IEEE Summer Power Meeting, Seattle, 1984.
- [4] **Araripe Neto, T. e outros** *A experiência do GCOI na Coordenação do Planejamento da Operação Energética do Sistema Hidrotérmico Brasileiro* — VIII SNPTE, São Paulo, 1985.
- [5] **Arvanitidis, N.V. & Rosing, J.** *Composite Representation of Multireservoir Hydroelectric Power System* — IEEE Transaction on PAS, vol. PAS-89, n.2, 319-326, fevereiro, 1970.
- [6] **Arvanitidis, N.V. & Rosing, J.** *Optimal Operation of Multireservoir System Using a Composite Representation* — IEEE Transaction on PAS, vol. PAS-89, n.2, 327-335, fevereiro, 1970.
- [7] **Bellman, R.** *Dynamic Programming* — Princeton University Press, Princeton - N.J., 1962.
- [8] **Bellman, R. & Dreyfus, S.** *Applied Dynamic Programming* — Princeton University Press, Princeton - N.J., 1962.

- [9] **Box, G.E.P. & Jenkins, G.M.** *Time Series Analysis* — Holden-Day, Oakland, California, 1976.
- [10] **Benders, J.F.** *Solution Methods for Stochastic Dynamic Linear Problems* — Systems Optimization Laboratory, Dept. of Operations Research, Stanford University, Report 80-29, dezembro, 1980.
- [11] **Brito, S.S. e outros** *Aplicação da Programação Dinâmica Estocástica na Determinação de Decisões Ótimas de Operação para um Sistema Hidrotermoelétrico* — III SOBRAPO, São Paulo, 1970.
- [12] **Buras, N.A.** *Dynamic Programming in Water Resources Development* — Advances in Hydroscience, Vol 3, Academic Press, New York, 1966.
- [13] **Carvalho, M. & Soares, S.** *An Efficient Hydrothermal Scheduling Algorithm* — IEEE Transactions on Power Systems, vol. PWRS-2, pp. 537-542, 1987.
- [14] **Carneiro, A. & Soares, S.** *A Large Scale Application of an Optimal Deterministic Hydrothermal Scheduling Algorithm* — IEEE Transactions on Power System, vol. PWRS-5, pp 240-247, 1990.
- [15] **Colleter, P. & Lederer, P.** *Optimal Operation Feedbacks for the French Hydro-Power System* — The Institute of Management Science - Operations Research Society of America Joint National Meeting, Toronto, Ontario, maio, 1981.
- [16] **Croley, T.E.** *Sequential Stochastic Optimization for Reservoir System* — Journal of Hydraulic Engineering, 100(HY1), 1974.
- [17] **Cruz Jr., G.** *Planejamento da Operação Energética a Longo Prazo de Sistemas Hidrotérmicos de Potência* Dissertação de Mestrado, UNICAMP, julho de 1994.
- [18] **Cruz Jr., G. & Soares, S.** *Nonparallel Composite Representation of Hydroelectric Systems for Long-Term Hydrothermal Scheduling* — IEEE Transactions on Power Systems, maio, 1996.
- [19] **Cruz Jr., G. & Soares, S.** *Regras de Operação de Reservatórios para o Planejamento da Operação Energética* — XII SNPTEE, Camboriú, novembro, 1995.
- [20] **Davis, R.E.** *Stochastic Dynamic Programming for Multi-Reservoir Hydro Optimization* — Technical Memorandum n.15, System Control Inc., Palo Alto, California, 1972.

- [21] **Davis, R.E. & Provonost, R.** *Two Stochastic Dynamic Programming Procedures for Long-Term Reservoir Management* — Power Engineering Society Summer Meeting, San Francisco, California, julho, 1972.
- [22] **Delebecque, F. & Quadrat, J.P.** *Contribution of Stochastic Control Singular Perturbation Averaging and Team Theories to an Example of Large-Scale Systems: Management of Hydro-Power Production* — IEEE Transactions on Autom. Control, AC-23(6), 1978.
- [23] **Duran, H. e outros** *The Extend Power Pool Model - Operation Planning of a Multi-River and Multi-Reservoir Hydro-Dominated Power Production System* — SC 32-14, CIGRE, 1982.
- [24] **Duran, H., Pueh, C., Diaz, J. & Sanchez, G.** *Optimal Operation of Multireservoir System using an Aggregation-Decomposition Approach* — IEEE Transactions on PAS, PAS - 104(8), 1985.
- [25] **Egeland, O. e outros** *Optimal Operation of Electric Power System* — Academic Press, 1979.
- [26] **El-Hawary, M.E. & Christensen, G.S.** *Optimal Economic Operation of Electric Power System* — Academic Press, 1979.
- [27] **Eletrobrás, DPE/DENE BACUS - Balanço a Equicusto** — DOS/DEOP, 1985.
- [28] **Eletrobrás, DOD/DEOP MSSE, Modelo de Simulação a Subsistemas Equivalentes** — DPE/DENE, 1983.
- [29] **Falgarone, F. & Lederer, P.** *Gestion en Stratégie d'un Grand Système Hydro-Électrique: Les Cas Français* — The Institute of Management Studies - Operations Research Society of America Meeting, New York, maio, 1978.
- [30] **Fracaro, A.V.** *Planejamento da Operação de Curto Prazo de Sistemas Hidrotérmicos com Restrições de Segurança* Dissertação de Mestrado, UNICAMP, julho de 1994.
- [31] **Ferreira, C. e outros** *Energy Operation Planning of the Brazilian Interconnected System* — Study Committee 39, CIGRE Meeting, Paper n<sup>o</sup>39-03, Rio de Janeiro, 1986.
- [32] **Fortunato, L.A.M. e outros** *Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica* — EDUFF/Eletrobrás, 1990.

- [33] **Giles, J.E.** *Representing Hydropower in Hydrothermal Power System* — Journal of Water Resources Planning and Management, Vol 114, n<sup>o</sup>5, 1988.
- [34] **Haan, C.T.** *Statistical Methods in Hydrology* — The Iowa State University Press, 1977.
- [35] **Hufschmidt, M.M. & Fiering, M.B.** *Simulation Techniques for Design of Water-Resource Systems* — Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1966.
- [36] **Kadowaki, M.** *Simulação da Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Potência a Usinas Individualizadas com Regras Otimizadas* Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, 1995.
- [37] **Kligerman, A.** *Operação Ótima de Subsistemas Hidrotérmicos Interligados utilizando Programação Estocástica Dual* — Dissertação de Mestrado, UNICAMP, fevereiro de 1992.
- [38] **Lederer, P., Torrion, P. & Bouttes, J.P** *Overall Control of an Electric Supply and Demand System: A Global Feedback for the French System* — 11th IFIP Conference on System Modelling and Optimization, Copenhagen, 1983.
- [39] **Little, J.D.C.** *The Use of Storage Water in a Hydroelectric System* — Journal of Operations Research Society of America, Vol. 2, n<sup>o</sup>3, pp. 187-197, 1955.
- [40] **Luenberger, D.G.** *Linear and Nonlinear Programming* — Addison-Wesley Publishing Co., 1984.
- [41] **Marks, D.H. & Allarcon, L.F.** *A Stochastic Dynamic Programming Model for the Operation of the High Aswan Dam* — Report n<sup>o</sup>246, Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1979.
- [42] **Masse, P.** *Les Réserves et la Régulation de l'Avenir dans la Vie Économique Vol. I: Avenir Déterminé, Vol. II: Avenir Aléatoire.* — Hermann, Paris, 1946.
- [43] **McKerchar, A.I.** *Optimal Monthly Operation of Interconnected Hydro-Electric Power Storages* — Journal of Hydrology, 25, 1975.
- [44] **Ohishi, T.** *Planejamento da Operação de Curto Prazo de Sistemas Hidrotérmicos Predominantemente Hidráulicos* — Tese de Doutorado, UNICAMP, 1990.

- [45] **Oliveira, G.G.** *Otimização da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos com Representação Individualizada das Usinas e Afluências Determinísticas* — Dissertação de Mestrado, UNICAMP, setembro, 1993.
- [46] **Pereira, M.V.F. & Pinto, L.M.V.G.** *Operation Planning of Large-Scale Hydro-Electrical Systems* — Operations Research Society of America Meeting, San Francisco, California, maio, 1984.
- [47] **Pereira, M.V.F. & Pinto, L.M.V.G.** *Multi-stage Stochastic Optimization Applied to Energy Planning* — Mathematical Programming 52,359-375, North-Holland, 1991.
- [48] **Pereira, M.V.F.** *Optimal Scheduling of Hydrothermal System - An Overview* — IFAC Symposium on Planning and Operation of Electric Energy Systems, Rio de Janeiro, pp. 1-9, julho, 1985.
- [49] **Provonost, R. & Boulva, J.** *Long-Range Operation Planning of Large-Scale Hydro-Thermal System Modelling and Optimization* — CEA Meeting, Commis. à l'Energ. At., Toronto, Ontario, 1978.
- [50] **Quintana, V.H. & Chikani, A.Y.** *A Stochastic Model for Mid-Term Operation Planning of Hydro-Thermal Systems with Random Reservoir Inflows* — IEEE Transactions on PAS, PAS-100(3), 1981.
- [51] **Ribeiro, V.F. & Soares, S.** *Implementação em Linguagem C do Programa de Operação de Sistemas Hidroelétricos* — Relatório de Iniciação Científica, Processo: 91/2905-0, FAPESP/UNICAMP, agosto, 1992.
- [52] **Roefs, T.G. & Bodin, L.D.** *Multireservoir Operation Studies* — Water Resources Research, Vol 6, n<sup>o</sup>2, abril, 1970.
- [53] **Rosenblatt, J.** *Modelo para Cálculo de Regra de Operação Térmica de Subsistemas Interligados Utilizando Programação Dinâmica* — V SNPTE, Recife, 1979.
- [54] **Rosenthal, R.** *A Nonlinear Network Flow Algorithm for Maximization of Benefits in a Hydroelectric Power System* — Operations Research, Vol 29, n<sup>o</sup>4, julho-agosto, 1981.
- [55] **Rosing, J. & Garza, G.C.** *Benefits Obtained From Optimal Operation of Hydroelectric Power Systems* — Stanford University, IEES Rept. CCS-9, Stanford, California, maio, 1967.

- [56] **Saad, M. & Turgeon, A.** *Application of Principal Component Analysis to Long-Term Reservoir Management* — Water Resources Research, Vol 24, n<sup>o</sup>7, 907-912, julho, 1988.
- [57] **Saad, M., Turgeon, A., Bigras, P., Duquette, R.** *Learning Disaggregation Technique for the Operation of Long-Term Hydroelectric Power Systems* — Water Resources Research, Vol 30, n<sup>o</sup>11, 3195-3202, novembro, 1994.
- [58] **Schweig, Z. & Cole, J.A.** *Optimum Control of Linked Reservoir* — Water Resources Research, Vol 4, n<sup>o</sup>3, 1968.
- [59] **Sherkat, V.R., Campo, R., Moslehi, K. & Lo, E.O.** *Stochastic Long-Term Hydro-Thermal Optimization for a Multireservoir System* — IEEE Transactions on PAS, PAS-104(8), 1985.
- [60] **Soares, S.**, *Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos*, SBA: Controle de Automação, Vol 1, n<sup>o</sup> 2.
- [61] **Soares, S. & Carneiro, A.** *Reservoir Operation Rules for Hydroelectric Power System Optimization* — Joint International Power Conference: Athenas Power Tech – IEEE / NTUA, Athenas. Greece, setembro, 1993.
- [62] **Soares, S. & outros** *Planejamento da Operação de Sistemas de Energia Elétrica com Predominância de Geração Hidroelétrica* — Projeto Temático de Equipe, FAPESP, Processo: 90/3611-7, 1991.
- [63] **Soares, S. & outros** *Planejamento da Operação de Sistemas de Energia Elétrica Predominantemente Hidroelétricos* — Projeto Temático de Equipe, FAPESP, Processo: 95/0534-5, 1995.
- [64] **Soares, S. & outros** *Regras Otimizadas para Operação de Reservatórios em Sistemas Hidroelétricos* — XXV SBPO, Campinas, novembro, 1993.
- [65] **Terry, L.A. e outros**, *modelo a Sistema Equivalente - Descrição Geral*, Relatório CEPEL-Eletróbrás, 1980.
- [66] **Turgeon, A.** *Optimal Operation of Multi-Reservoirs Systems with Stochastic Inflows* — Water Resources Research, Vol 16, n<sup>o</sup>2, 275-283, 1980.
- [67] **Turgeon, A.** *An Application of Parametric Mixed-Integer Linear Programming to Hydropower Development* — Water Resources Research, Vol 17, n<sup>o</sup>6, 1981.

- [68] **Vinhal, C.D.N.** *Um Sistema de Apoio a Decisão no Planejamento da Operação Energética de Sistemas de Energia Elétrica* Dissertação de Mestrado, UNICAMP, julho de 1994.
- [69] **Wonnacott, T.H. & Wonnacott, R.J.** *Introductory Statistics* — John Wiley & Sons Inc., Ontario, 1977.
- [70] **Yevjevich, V.M.** *Probability and Statistics in Hydrology* — Water Resources Publications, Colorado, 1977.
- [71] **Young, G.K.** *Finding Reservoir Operating Rules* — Journal of Hydraulic Engineering, 93(HY6), 1967.
- [72] **Zuway, Y., Sparrow, F.T. & Boew, B.H.** *A New Long-Term Hydro Production Scheduling Method for Maximizing the Profit of Hydroelectric Systems* — IEEE Transactions on Power Systems, Vol.13, n<sup>o</sup>1, pp.66-71, 1998.