UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE COMUNICAÇÕES

Realimentação de informação de canal para *downlink* com múltiplas antenas

Autor
Fábio Gabrielli Fernandes

Orientador
Prof. Dr. Renato da Rocha Lopes

Banca Examinadora:
Prof. Dr. Renato da Rocha Lopes (FEEC-UNICAMP)
Prof. Dr. Cristiano Magalhães Panazio (Poli-USP)
Prof. Dr. Gustavo Fraidenraich (FEEC-UNICAMP)

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Campinas, julho de 2009

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

F391r

Fernandes, Fábio Gabrielli
Realimentação de informação de canal para downlink com múltiplas antenas / Fábio Gabrielli Fernandes. -- Campinas, SP: [s.n.], 2009.

Orientador: Renato da Rocha Lopes.
Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Sistemas MIMO. 2. Realimentação. 3. Sistemas de comunicação sem fio. 4. Radiodifusão. I. Lopes, Renato da Rocha. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Título em Inglês: Channel state feedback for the downlink with multiple antennas
Palavras-chave em Inglês: MIMO systems, Feedback, Wireless communication system, Broadcast
Área de concentração: Telecomunicações e Telemática
Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica
Banca examinadora: Cristiano Magalhães Panazio, Gustavo Fraidenraich
Data da defesa: 31/07/2009
Programa de Pós Graduação: Engenharia Elétrica

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE MESTRADO

Candidato: Fábio Gabrielli Fernandes

Data da Defesa: 31 de julho de 2009

Título da Tese: "Realimentação de Informação de Canal para Downlink com Múltiplas Antenas"

Prof. Dr. Renato da Rocha Lopes (Presidente): Renato Lopes

Prof. Dr. Cristiano Magalhães Panazio: Cristiano Panazio

Prof. Dr. Gustavo Fraidenraich:

Resumo

Estratégias de comunicação multiusuário, aliadas ao uso de múltiplas antenas nos terminais, proporcionam ganhos, como aumento de taxas e robustez, se comparadas à abordagem ponto-a-ponto. No entanto, a obtenção de alguns destes ganhos exige conhecimento do canal no transmissor. Em geral, o transmissor possui apenas conhecimento parcial, impreciso, do canal, obtido através de realimentação feita pelos receptores. O foco do trabalho é a exploração do conhecimento parcial de canal no *downlink* de um sistema sem fio, com um transmissor central com múltiplas antenas e receptores com uma ou mais antenas cada. É proposto um método de realimentação de estado de canal que visa obter altas taxas de transmissão com o uso do menor número possível de bits. A informação é dividida em direção e qualidade do canal. A informação de direção consiste da quantização do canal na variedade de Grassmann. Como qualidade do canal, propomos o uso de um limitante inferior da relação sinal-interferência-mais-ruído de cada usuário, quando o método de *zero-forcing beamforming* é utilizado e canais quase-ortogonais são escolhidos. É derivado o limitante, bem como ajustes para incorporar informação que levam ao aumento da taxa de transmissão. Constata-se que o desempenho desta proposta é superior ao de técnicas anteriores em termos de taxa-soma do canal.

Abstract

Multiuser communication strategies, together with the use of multiple antennas, result in better performance when compared to the point-to-point approach. However, they are highly dependent on knowledge of channel state information at the transmitter, which in general requires that the receivers feed back the estimated channel. The focus of this work is the problem of partial channel state information at the transmitter in the downlink of a wireless system composed of a central transmitter with multiple antennas and several receivers with one or more antennas each. A feedback method is proposed, using zero-forcing beamforming, which aims to achieve high sum rates while using the least amount of feedback bits possible. The channel state information is divided in channel direction and channel quality information. The direction information consists of a quantized version of the direction of the channel vector, which can be seen as quantization in the Grassmann manifold. We propose the use of a lower bound on the signal-to-interference-plus-noise ratio of each user, which assumes the selection of near-orthogonal users. The lower bound is derived, as well as adjustments intended to add information available at the transmitter side that lead to an increase in the sum rates.Simulation results show that the proposed method outperforms similar techniques in terms of sum rate in most scenarios.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer profundamente ao meu orientador Renato da Rocha Lopes, pela orientação produtiva e estimulante, pelo otimismo e confiança no trabalho, pela paciência e compreensão e pela amizade.

A Danilo Zanatta, por toda a ajuda, orientação e pacientes explicações no início deste trabalho.

Ao Prof. Cristiano Magalhães Panazio, pelas valiosas sugestões ao trabalho e pela orientação cuidadosa e entusiasmada durante a iniciação científica que me incentivou a seguir a área de comunicações.

Ao Prof. Gustavo Fraidenraich, pelas sugestões técnicas bastante pertinentes que contribuíram para a versão final do trabalho.

Ao Prof. João Marcos T. Romano, por me acolher em seu laboratório e permitir o meu desenvolvimento como pesquisador.

Aos amigos do DSPCom, pelas discussões frutíferas e pelo excelente ambiente de trabalho que tive ao longo deste trabalho, além da grande amizade pessoal. Agradeço muito a Aline, Celi, Cynthia, Diogo, Eduardo Rosa, Everton, Fabiano, Filipe, Glauco, Kazuo, Levy, Murilo, Michele, Romis, Rafael Ferrari, Rafael Krummenauer, Suyama.

A meus familiares, que, apesar da grande distância geográfica, sempre estiveram do meu lado em cada decisão, com seu apoio e incentivo. Agradecimento especial a minha avó Beila, meus tios Eliana, Eugênia e Ricardo, e meus primos Daniel e Flávia.

Aos meus pais, Paulo e Ligia, por todo o apoio e carinho incondicionais, além da compreensão que apenas os pais têm com os filhos.

Finalmente, gostaria de agradecer a Cristina Wada, minha namorada e companheira de cada dia, por todo seu amor, seu incentivo sua ajuda ao longo desta jornada.

Sumário

Lista de Figuras

Abreviaturas

BC	canal de broadcast (radiodifusão) – *broadcast channel*
BF	formatação de feixe – *beamforming*
cdf	função de distribuição cumulativa – *cumulative distribution function*
CDI	informação de direção do canal – *channel direction information*
CQI	informação de qualidade do canal – *channel quality information*
CSI	informação de estado de canal – *channel state information*
DPC	codificação em papel sujo – *dirty-paper coding*
DP-ZF	codificação em papel sujo com ZF – *zero-forcing dirty-paper coding*
ERB	estação radio-base
EVBF	realimentação de limitante do valor esperado – *expected value bound feedback*
FDD	duplexação por divisão em frequência – *frequency-division duplexing*
GWC	algoritmo guloso de clique ponderado – *greedy weighted clique*
LBF	realimentação de limitante inferior – *lower bound feedback*
MAC	canal de múltiplo acesso – *multiple access channel*
MFBF	formatação de feixe de filtro casado – *matched filter beamforming*
MIMO	múltiplas entradas e múltiplas saídas – *multiple input and multiple output*
MISO	múltiplas entradas e saída única – *multiple-input-single-output*
MMSE	mínimo erro quadrático médio – *minimum mean square error*
MRC	combinação de razão máxima – *maximum ratio combining*
OSDMA	múltiplo acesso por divisão espacial ortogonal – *orthogonal space-division multiple access*
pdf	distribuição de probabilidade – *probability density function*
SIC	cancelamento sucessivo de interferência – *successive interference cancellation*
SINR	razão sinal-interferência mais ruído – *signal-to-interference-plus-noise ratio*
SISO	entrada única e saída única – *single-input-single-output*
SNR	razão sinal-ruído – *signal-to-noise ratio*
SUS	seleção de usuários semi-ortogonais – *semi-orthogonal user selection*

SVD	decomposição em valores singulares – *singular value decomposition*
TDD	duplexação por divisão do tempo – *time-division duplexing*
ZF	forçagem a zero – *zero-forcing*
ZFBF	*beamforming* de forçagem a zero – *zero-forcing beamforming*

Notação Matemática

a ou A	escalar
$\mathbf{a}$	vetor (letra minúscula em negrito)
$\mathbf{A}$	matriz (letra maiúscula em negrito)
$\mathbf{I}$	matriz identidade
$\mathbf{0}$	vetor ou matriz com todos elementos iguais a zero
$(\cdot)^{\mathrm{T}}$	transposto de um vetor ou matriz
$(\cdot)^{H}$	complexo conjugado e transposto de um vetor ou matriz
$\lVert\mathbf{a}\rVert$, $\lVert\mathbf{a}\rVert_2$	norma 2 do vetor $\mathbf{a}$
$\mathrm{Tr}\{\mathbf{A}\}$	traço da matriz $\mathbf{A}$
$\mathrm{E}_a[\cdot]$, $\mathrm{E}_{\mathbf{A}}[\cdot]$	operador esperança com relação à variável aleatória a ou $\mathbf{A}$
$f(\cdot)$, $g(\cdot)$	função
$\arg\min\limits_{\mathbf{a}}\{f(\cdot)\}$	argumento $\mathbf{a}$ que minimiza a função $f(\cdot)$
$\arg\max\limits_{\mathbf{a}}\{f(\cdot)\}$	argumento $\mathbf{a}$ que maximiza a função $f(\cdot)$
$\sum_i$	somatório com índice i
$\sum_{i=c_1}^{c_2}$	somatório com índice i variando de c_1 a c_2
$\sim\mathcal{N}(\mathbf{a},\mathbf{A})$	possui distribuição Gaussiana com média $\mathbf{a}$ e covariância $\mathbf{A}$
$\lvert a\rvert$	valor absoluto do escalar a
$\lvert\mathcal{C}\rvert$	cardinalidade do conjunto $\mathcal{C}$
$\mathbf{A}^{\dagger}$	pseudo-inversa da matriz $\mathbf{A}$
$\mathrm{posto}(\mathbf{A})$	dimensão da imagem da matriz $\mathbf{A}$
$\hat{(\cdot)}$	estimativa de um escalar, vetor ou matriz
$\min(\cdot)$	mínimo valor de $(\cdot)$
$\max(\cdot)$	máximo valor de $(\cdot)$
$\in\mathbb{C}^{A\times B}$	pertence ao espaço complexo de dimensão $A\times B$
$\in\mathbb{R}^{A\times B}$	pertence ao espaço real de dimensão $A\times B$

Capítulo 1

Introdução

Os sistemas de comunicação sem fio, principalmente o de telefonia celular, têm se tornado cada vez mais populares, e o uso destes sistemas tem mudado significativamente. Muito além da tradicional ligação telefônica, que requer apenas a transmissão e recepção de sinal de voz, o conteúdo multimídia, na forma de vídeos, fotografias, arquivos em geral carregados da Internet, exige taxas de transferência cada vez maiores.

Por sua vez, as taxas dependem de recursos do sistema, como por exemplo potência e faixa de frequência, e estes são rigorosamente limitados, tanto por conta da regulamentação como por seu alto custo. Isto motiva então a pesquisa por maior eficiência no uso dos recursos.

Tradicionalmente, o cenário mais estudado é o ponto-a-ponto, que consiste na comunicação entre um terminal transmissor e um único receptor. Nele, o objetivo tem sido a busca por estratégias que se aproximem do limite teórico de capacidade determinado em (C. E. Shannon, 1948). Desde meados da década de 1990, com o advento de técnicas de codificação como o Turbo (Berrou, Glavieux, & Thitimajshima, 1993) e principalmente o LDPC (MacKay & Neal, 1997), já tem sido possível realizar transmissão a taxas muito próximas da capacidade em sistemas ponto-a-ponto.

Por outro lado, em sistemas com múltiplos usuários, como o de telefonia celular, no qual cada célula é composta por uma estação rádio-base (ERB) e diversos terminais de usuário, os limites fundamentais da comunicação são diferentes do caso ponto-a-ponto. De fato, a abordagem multiusuário resulta não somente em maior capacidade, mas também em estratégias práticas de comunicação que levam a maior eficiência.

O uso de múltiplas antenas nos terminais é outro fator que leva a aumento nas taxas. Em (Chiurtu, Rimoldi, & Telatar, 2001), demonstra-se como múltiplas antenas podem levar a ganhos de taxa em canais ponto-a-ponto, por possibilitar a transmissão de mais de um fluxo de dados por vez. No que tange a comunicação multiusuário, a presença de múltiplas antenas nos terminais produz ganhos ainda maiores, dada a possibilidade de separação espacial dos sinais (Tse & Viswanath, 2005). Contudo, neste caso devem ser considerados aspectos que de outro modo seriam menos impactantes, como por exemplo o conhecimento do canal em terminais transmissores.

O objeto de estudo deste trabalho é o enlace direto (*downlink*, em inglês) de uma célula do sistema de telefonia celular, modelado em teoria da informação como canal de *broadcast* (T. Cover, 1972). Nele, a ERB tem o papel de transmissor central e os múltiplos usuários são os receptores. Tratamos especificamente do caso em que o transmissor conta com múltiplas antenas.

No canal de *broadcast* com múltiplas antenas no transmissor, ganhos de taxa são obtidos por meio de seleção de usuários e separação espacial dos sinais. A seleção de usuários é essencial para explorar a grande flutuação das distorções e atenuações sofridas pelos sinais na comunicação sem fio. Para aumentar a eficiência no uso da potência, a ERB transmite em cada instante para os usuários com as condições de canal mais favoráveis, o que resulta em maiores taxas. Por sua vez, a separação dos sinais gera ganhos por permitir a transmissão para múltiplos usuários simultaneamente de maneira eficiente. A presença de um arranjo de antenas na ERB possibilita o direcionamento dos sinais, que, feito de modo adequado, pode maximizar a potência útil recebida e/ou minimizar a interferência em outros usuários. Destacamos aqui que, em ambos os casos, é necessário que a ERB tenha conhecimento dos efeitos do canal de comunicação sobre os sinais a serem enviados, de modo que ela saiba quais usuários são mais propícios e como realizar o direcionamento dos sinais.

No entanto, via de regra, somente os terminais receptores podem estimar o estado do canal. Assim, para que o transmissor tenha acesso a esta informação, é necessário que, após sua estimação, os receptores a enviem via um canal de realimentação. Esta informação de estado de canal (CSI, do inglês *channel state information*), deve vir na forma de um número limitado de bits, pois a realimentação deve gastar apenas pequena parte dos recursos do sistema de comunicações. Por consequência, o transmissor tem apenas conhecimento limitado da CSI.

Neste trabalho, analisamos o impacto do conhecimento parcial do canal no terminal transmissor sobre o desempenho da comunicação em canais de *broadcast*. Discutimos diferentes maneiras de representar a informação de canal de forma a consumir a menor quantidade de recursos possível e ao mesmo tempo obter o melhor desempenho em termos de taxa de transmissão. A partir da análise do problema de CSI parcial no transmissor, propomos uma técnica de transmissão baseada em uma nova representação de estado de canal, a partir da qual o transmissor pode realizar a seleção de usuários, a separação espacial e a determinação das taxas de transmissão adequadas ao canal de cada usuário.

1.1 Organização da dissertação

No Capitulo 2, discutimos o canal de *broadcast*, modelo de teoria da informação para a comunicação de um transmissor central com múltiplos receptores. Neste capítulo, assumimos que o transmissor tem conhecimento perfeito do estado do canal. Inicialmente, analisamos seus limites fundamentais, tanto no caso de uma única antena por terminal (SISO, do inglês *single-input-single-output*) quanto no caso de múltiplas antenas (MIMO, do inglês, *multiple-input-multiple-output*). Em seguida, descrevemos propriedades de canais sem fio para então discutirmos a diversidade multiusuário, aspecto central no canal de *broadcast* variante no tempo, como é o caso do sistema celular. Apresentamos estratégias de transmissão que, apesar de não atingirem a capacidade, têm características favoráveis para a implementação prática. Focamos primeiro nas estratégias para o caso de transmissor com múltiplas antenas e receptor com uma única antena (MISO, do inglês, *multiple-input-multiple-output*) para depois estendermos para o caso de receptores com múltiplas antenas. Por fim, tratamos da questão de seleção de usuários, fundamental tanto para explorar ganhos de diversidade multiusuário quanto para lidar com a interferência entre os sinais destinados a cada usuário.

No Capítulo 3, tratamos da questão da informação de estado de canal no transmissor para a comunicação em canais de *broadcast*. Começamos por apresentar o modelo de realimentação utilizado. Apresentamos então técnicas de transmissão com informação de canal limitada para o caso SISO. Em seguida, são discutidas técnicas para o caso MISO. A partir destas, mostramos que a CSI pode ser dividida em informação de direção do canal (CDI, do inglês *channel direction information*) e informação de qualidade do canal (CQI, do inglês *channel quality information*). Analisamos então a representação da CDI por um número limitado de bits, com seus efeitos sobre o desempenho da transmissão. Após análise da CDI, propomos uma técnica de representação da CQI, a qual demonstramos ser adequada para ser utilizada pelo terminal transmissor. Demonstramos que, apesar de ter sido projetada para o caso MISO, a técnica proposta é facilmente estendida para o caso MIMO. Para finalizar, apresentamos resultados e simulações numéricas, com comparações e discussões sobre a necessidade de realimentação de estado de canal.

No Capítulo 4, tecemos considerações finais sobre o trabalho e a técnica proposta aqui, com foco nas conclusões decorrentes da análise do problema de CSI limitada. Também neste capítulo, apresentamos perspectivas de estudos futuros relativos ao tema discutido.

Este documento conta ainda com os Apêndices A e B, nos quais é feita a demonstração detalhada dos Lemas 1 e 2, pertinentes à técnica proposta neste trabalho.

Capítulo 2

O Canal de *broadcast*

O canal de *broadcast* (BC, do inglês *broadcast channel*) é um modelo de canal com múltiplos terminais que consiste de um transmissor central e K receptores. Esta definição engloba os cenários em que uma mensagem comum é destinada a todos os receptores, caso dos canais de difusão como os de rádio e televisão, bem como os casos em que mensagens independentes são enviadas a cada receptor, como uma rede de computadores ou o enlace direto de um sistema de celular.

O modelo de canal de *broadcast* foi proposto em (T. Cover, 1972) no contexto de teoria da informação multiusuário, que trata do fluxo de informação em redes com mais de dois terminais. Isto representa uma mudança de foco em relação aos estudos de canais com apenas um transmissor e um receptor, também conhecidos como ponto-a-ponto. Com múltiplos terminas, a interferência, a cooperação e a alocação de recursos são cruciais para o desempenho do sistema. Por conta disto, lidar com estes canais como um conjunto de canais ponto-a-ponto é uma estratégia subótima que, via de regra, não obtém bom desempenho, pois despreza os possíveis ganhos de diversidade entre os terminais. Outros exemplos de modelos de canal multiusuário amplamente estudados são:

- Canal de múltiplo acesso (MAC, do inglês *multiple access channel*): múltiplos transmissores e um único receptor;

- Canal de retransmissão (*relay channel*, em inglês): canais em que não há somente transmissores ou receptores, mas também retransmissores, que ajudam na transmissão para que as mensagens alcancem seu destino;

- Canal de interferência: múltiplos transmissores e múltiplos receptores, geralmente em igual número, e com todos os sinais causando interferência em todos os receptores.

Em canais ponto-a-ponto, a capacidade do canal é definida como a maior taxa à qual uma mensagem pode ser transmitida confiavelmente de um terminal para o outro. Em canais multiusuário como o de *broadcast*, não é possível definir um valor como a capacidade, pois há múltiplas mensagens sendo transmitidas a taxas diferentes. Em vez disto, é necessário considerar uma taxa de transmissão para cada usuário: R_k, para $k = 1 \dots K$. É definida então uma região de capacidade, de modo que um ponto definido pelas coordenadas $\{R_1, R_2, \dots, R_K\}$ pertence a esta região se for possível transmitir a estas taxas para os respectivos usuários com probabilidade de erro tão pequena quanto se deseje. Os limites fundamentais de comunicação nestes canais são definidos quando são encontradas as fronteiras de suas regiões de capacidade. Na Figura 2.1, vemos a região de capacidade de um canal de múltiplo acesso com dois usuários, delimitada pelo pentágono.

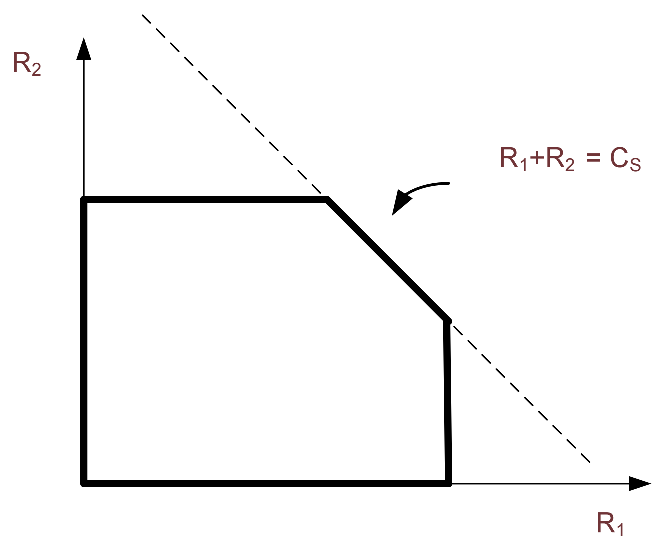


Figura 2.1: Região de capacidade do MAC.

Uma medida importante de desempenho em canais multiusuário é a taxa soma, $\sum_{j=1}^{K} R_j$. Note que a taxa soma não é a mesma em toda a fronteira da região de capacidade. A maior taxa soma à qual é possível realizar comunicação confiável é denominada capacidade soma (*sum capacity* em inglês), e é de grande valor prático por determinar a quantidade total máxima de informação que flui pelo canal em um dado momento. Ela está representada na Figura 2.1 por C_s. Adotaremos a taxa soma ao longo deste trabalho como medida de desempenho.

Dos exemplos de canais multiusuário listados acima, o problema da determinação da região de capacidade (e por consequência capacidade soma) foi resolvido por completo somente para o canal de múltiplo acesso. Todos os outros permanecem com este problema em aberto, tendo soluções apenas para casos especiais dos canais. No caso do canal de *broadcast*, não foi obtida a região de capacidade para o caso geral. Entretanto, os resultados existentes relativos ao canal gaussiano contemplam o modelo utilizado ao longo deste trabalho e serão portanto descritos na Seção 2.1.

O modelo de canal adotado ao longo deste trabalho está ilustrado na Figura 2.2. Ele é adequado para o canal direto de uma célula de sistema de telefonia móvel, em que a estação rádio-base (ERB) é o transmissor central e os K usuários são os receptores. Por este motivo, ao longo deste trabalho usamos também o termo ERB para designar o transmissor e usuário para designar receptor. Dependendo do caso analisado, os terminais podem ter uma ou mais antenas. O sinal transmitido sofre um ganho (ou atenuação) no caminho até cada um dos receptores, e é adicionado ruído gaussiano aditivo branco na recepção. Neste modelo, o canal é constante em frequência, ou seja, ele consiste de apenas um ganho entre cada par de antenas. Assumimos que o canal sofre desvanecimento por bloco, de modo que os ganhos permanecem constantes pela duração de um bloco e mudam no bloco seguinte, de acordo com uma determinada distribuição de probabilidade. Assim, em cada bloco, que representa uma realização dos ganhos de canal, o modelo pode ser considerado como um canal de *broadcast* gaussiano.

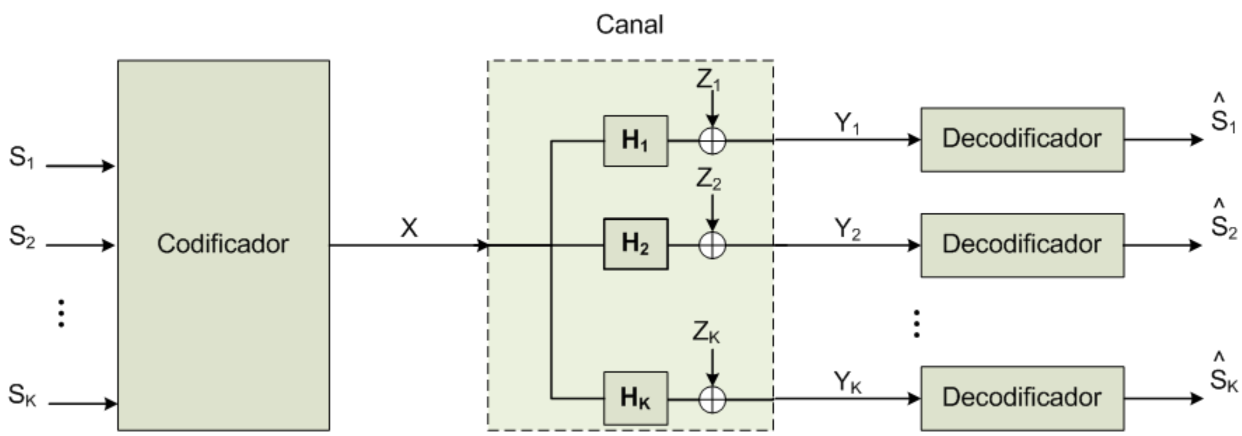


Figura 2.2: Canal de *broadcast* gaussiano.

2.1 Capacidade

Do ponto de vista da teoria de informação, o canal de *broadcast* é visto como um canal de uma entrada, dada pelo sinal transmitido X, e múltiplas saídas, dadas pelos sinais recebidos $Y_1, Y_2, \dots Y_K$. O canal é definido então pela função de densidade de probabilidade $p(Y_1, Y_2, \dots Y_K|X)$. Ao longo deste trabalho, utilizamos o modelo de banda base para a comunicação. Assim, as variáveis relativas aos sinais, ruído, ganhos, etc., são complexas.

A capacidade do canal de *broadcast* depende do comportamento desta função. Para analisarmos o canal, é necessário definir a seguinte propriedade:

Definição *Um canal de* broadcast *é dito fisicamente degradado se os sinais podem ser ordenados de modo que eles formem a cadeia de Markov* $X \to Y_1 \to Y_2 \to \cdots \to Y_K$. *Ou seja:*

$$p(Y_1, Y_2, \ldots Y_K|X) = p(Y_1|X)\, p(Y_2|Y_1)\, \ldots\, p(Y_K|Y_{K-1}) \tag{2.1}$$

De acordo com a desigualdade de processamento de dados (T. M. Cover & Thomas, 2006), sabe-se que, para qualquer cadeia de Markov $A \to B \to C$,

$$I(A; B) \geq I(A; C). \tag{2.2}$$

Assim, em um canal degradado, os usuários podem ser ordenados de acordo com a informação mútua entre o sinal transmitido X e os sinais recebidos $Y_1, \ldots Y_K$.

O canal de *broadcast* gaussiano de SISO (do inglês *single-input-single-output*), ou seja, com uma única antena em cada terminal, é um canal degradado. Neste caso, o sinal recebido pelo k-ésimo usuário é

$$y_k = h_k\, X + n_k, \tag{2.3}$$

em que h_k é o ganho de canal e n_k é o ruído aditivo gaussiano branco de variância normalizada, $\mathcal{N}(0, N_0)$. A informação mútua neste caso depende somente da relação sinal-ruído (SNR, do inglês *signal-to-noise ratio*) do k-ésimo usuário, que é determinada por seu ganho de canal h_k. Portanto, os usuários são ordenados de acordo com seus ganhos e temos assim um canal de *broadcast* degradado.

A capacidade do canal de *broadcast* degradado é amplamente conhecida. Em (Bergmans, 1974) e (Gallager, 1974) é obtida a região de capacidade do canal de *broadcast* degradado, com o uso de código de sobreposição, provando verdadeira a conjectura de Cover em 1972. O código de sobreposição (em inglês, *superposition coding*) consiste em transmitir em X uma combinação linear dos sinais destinados aos usuários. Para exemplificar, utilizamos aqui um canal com 2 usuários, em que $h_1 > h_2$. O sinal transmitido pela ERB é

$$X = \sqrt{p_1}\, x_1 + \sqrt{p_2}\, x_2, \tag{2.4}$$

em que x_1 e x_2 são os sinais destinados aos usuários 1 e 2, com potência p_1 e p_2 respectivamente, sendo que $p_1 + p_2 \leq P$ é a restrição de potência de transmissão. Como $h_1 > h_2$, se o usuário 2 for capaz de decodificar sua mensagem, o usuário 1 também será capaz de decodificar x_2. É possível então aplicar na recepção a estratégia de cancelamento sucessivo de interferência (SIC, do inglês *successive interference cancelation*). Com esta estratégia, o usuário 1 estima a mensagem x_2 e a subtrai do sinal recebido, podendo portanto decodificar seu sinal sem interferência. O usuário 2, por sua vez, decodifica seu sinal considerando o sinal x_1 como ruído gaussiano. De fato, a capacidade é atingida quando os sinais x_1 e x_2 têm distribuição Gaussiana. As taxas atingíveis por esta técnica são

$$R_1 = \log(1 + p_1 \frac{|h_1|^2}{N_0}) \tag{2.5}$$

$$R_2 = \log\left(1 + \frac{p_2 |h_2|^2}{N_0 + p_1 |h_2|^2}\right). \tag{2.6}$$

Diferentes alocações de potência correspondem a diferentes taxas, e estas definem fronteira da região de capacidade deste canal.

Em (T. M. Cover & Thomas, 2006) é feita uma demonstração completa de como o código de sobreposição com decodificação SIC atinge toda a região de capacidade do canal de *broadcast* degradado. Para um canal SISO com K usuários em que $|h_1| > |h_2| > \cdots > |h_K|$, a capacidade do k-ésimo usuário é

$$R_k = \log\left(1 + \frac{p_k |h_k|^2}{N_0 + \sum_{j \le k} p_j |h_k|^2}\right) \tag{2.7}$$

para qualquer partição da potência total de transmissão $P = \sum_j p_j$.

Esta estratégia de transmissão simultânea para múltiplos usuários atinge toda a fronteira da região de capacidade. No entanto, em somente um ponto a capacidade soma é atingida: quando a transmissão é feita somente para o usuário de maior ganho (Tse, 1997). A Figura 2.3 mostra a região de capacidade e a capacidade soma para um canal de 2 usuários, com $|h_1| < |h_2|$.

2.1.1 Canal de *broadcast* com múltiplas antenas

Quando o canal de *broadcast* tem múltiplas antenas nos terminais, não é possível estabelecer uma ordem entre os usuários, e, portanto, o canal não é degradado. Isto acontece porque os ganhos de canal agora são matrizes. Nestes canais, a decodificação SIC não pode ser usada, já que não há garantias de que os usuários consigam decodificar o sinal destinado a outros. Portanto, determinar a fronteira da região de capacidade de um canal de *broadcast* não-degradado é um problema mais complexo. De fato, este problema só foi resolvido para o caso específico do canal gaussiano com múltiplas antenas de transmissão e recepção (conhecido como MIMO, do inglês *multiple-input-multiple-output*) em (Weingarten, Steinberg, & Shamai, 2006), três décadas após a solução para o canal degradado ser obtida.

O modelo utilizado para o canal com múltiplas antenas consiste de um transmissor com N_t

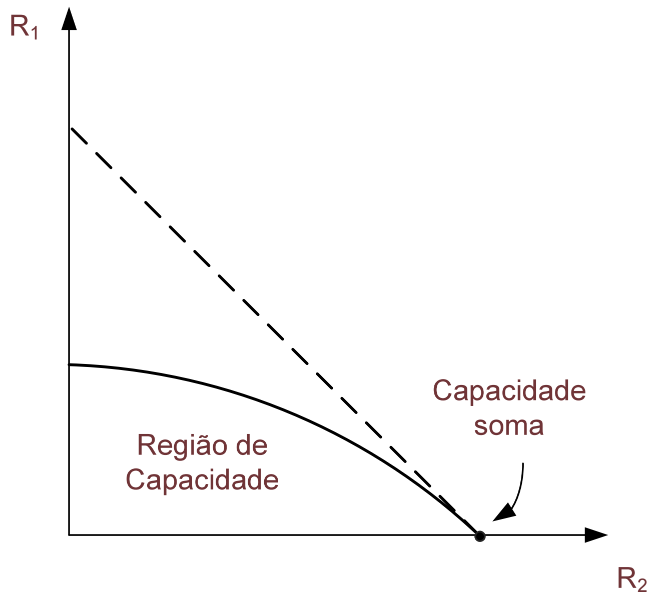


Figura 2.3: Região de capacidade do canal de *broadcast* gaussiano.

antenas, que envia um sinal vetorial $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$, e K usuários com N_{r_k} antenas, que recebem este sinal após este ser multiplicado por uma matriz de ganhos de canal e ter sido adicionado ruído aditivo gaussiano branco. O sinal recebido pelo k-ésimo usuário é descrito portanto pela expressão

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x} + \mathbf{n}_k, \tag{2.8}$$

em que $\mathbf{H}_k \in \mathbb{C}^{N_{r_k} \times N_t}$ é a matriz de ganhos de canal, e $\mathbf{n}_k \in \mathbb{C}^{N_{r_k} \times 1}$ é o ruído gaussiano aditivo.

Nesta seção, analisaremos a capacidade do canal de *broadcast* MIMO e descreveremos a estratégia baseada na codificação em papel sujo (DPC, do inglês *dirty-paper coding*), que torna possível atingir não somente a capacidade soma deste canal, mas toda a fronteira de sua região de capacidade.

DPC para canal de *broadcast*

O DPC é uma codificação proposta em (Costa, 1983) para o modelo de canal ponto-a-ponto da Figura 2.4. Neste modelo, o sinal transmitido X sofre a ação de ruído aditivo de dois tipos: um ruído Z, desconhecido de ambos os terminais, e um ruído S, conhecido de modo não causal pelo transmissor, mas não pelo receptor. O sinal recebido é

$$Y = X + Z + S, \tag{2.9}$$

em que X é o sinal enviado com potência $E[X^2] = P$, $Z \sim \mathcal{N}(0, \sigma_z^2)$ é o ruído aditivo do canal, desconhecido dos terminais, e $S \sim \mathcal{N}(0, \sigma_s^2)$ é a interferência conhecida somente pelo transmissor, de forma não causal.

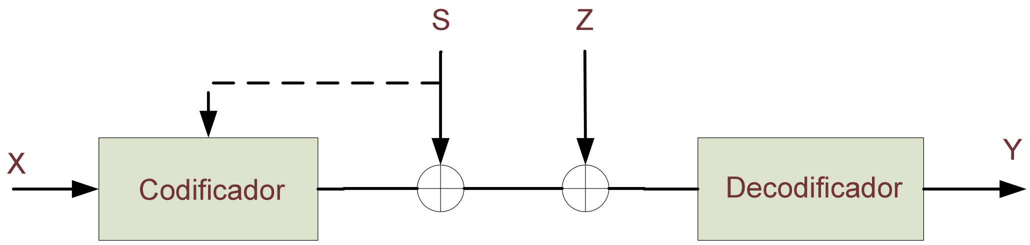


Figura 2.4: Modelo de canal com interferência conhecida de modo não causal pelo transmissor.

A codificação DPC propõe que o sinal X seja adaptado à interferência S de modo a neutralizar seus efeitos na recepção. Com base no argumento de *random binning* (T. M. Cover & Thomas, 2006), é demonstrado em (Costa, 1983) que a capacidade deste canal é

$$C_{DPC} = \log\left(1 + \frac{P}{\sigma_z^2}\right), \tag{2.10}$$

taxa idêntica à de um canal sem interferência, ou equivalentemente, com interferência conhecida por ambos os terminais.

O modelo de canal do DPC pode ser usado para o enlace entre a ERB e um usuário no canal de *broadcast* gaussiano, em que a interferência multiusuário faz o papel do ruído conhecido na transmissão. Com este modelo a ERB seria capaz de pré-cancelar a interferência mesmo em canais não degradados, contornando a impossibilidade de realização de SIC na recepção.

Por este motivo, foi proposta em (Caire & Shamai, 2003) uma estratégia de precodificação baseada em DPC para canais de *broadcast* com N_t antenas de transmissão e uma antena de recepção para cada um dos K receptores, conhecido como canal de *broadcast* MISO (do inglês *multiple-input-single-output*). Esta técnica consiste na combinação do DPC com processamento linear, de forma que o sinal recebido pelo usuário k é dado por

$$y_k = \sqrt{P_k}\mathbf{h}_k\,\mathbf{w}_k\,x_k + \sum_{j=1;j<k}^{K}\sqrt{P_j}\mathbf{h}_k\,\mathbf{w}_j\,x_j + \sum_{j>k}^{K}\sqrt{P_j}\mathbf{h}_k\,\mathbf{w}_j\,x_j + n_k, \tag{2.11}$$

em que x_k é o sinal codificado por DPC com $E(x_k^2) = 1$ para todo k, $\mathbf{h}_k \in \mathbb{C}^{1\times N_t}$ é o vetor de ganhos de canal[1], $\mathbf{w}_k \in \mathbb{C}^{N_t\times 1}$ é o vetor de *beamforming* (BF) de norma unitária, e P_k é

[1] Ao longo deste trabalho, os ganhos de canal são representados em matrizes de dimensão $N_r \times N_t$. Assim, canais MISO são representados por vetores linha. Outros vetores, como os de *beamforming*, são geralmente vetores coluna.

a potência alocada para a transmissão para o usuário k. É feita uma codificação sequencial utilizando DPC, seguindo uma ordem arbitrária $1, 2, \ldots, K$: a mensagem destinada ao k-ésimo usuário é codificada de modo a cancelar a interferência das mensagens dos usuários $j < k$. As mensagens ainda não codificadas, destinadas aos usuários $j > k$, são consideradas ruído aditivo. Deste modo, a taxa atingível é

$$C_k = \log\left(1 + \frac{P_k\,|\mathbf{h}_k\,\mathbf{w}_k|^2}{N_0 + \sum_{j=k+1}^{K} P_j\,|\mathbf{h}_k\,\mathbf{w}_j|^2}\right) \tag{2.12}$$

para quaisquer vetores $\mathbf{w}_k$. Neste artigo, os autores provam que esta técnica atinge a capacidade soma para o canal MISO com dois usuários, quando os vetores $\mathbf{w}_k$ são escolhidos de forma ótima. Nota-se, no entanto, que esta estratégia depende fortemente da ordem em que os sinais são codificados, e encontrar a ordem que maximiza a taxa soma requer uma busca de complexidade $K!$.

O resultado obtido com o DPC foi generalizado em (Yu, Sutivong, Julian, Cover, & Chiang, 2001) para um sistema MIMO ponto-a-ponto com interferência genérica conhecida não causalmente. Como no caso escalar, a interferência conhecida pelo transmissor não afeta a capacidade do canal. Usando este resultado, em (Yu & Cioffi, 2001), demonstrou-se que no caso do canal de *broadcast* MIMO, com múltiplas antenas também nos receptores, é possível aplicar codificação DPC sequencial de modo a obter as seguintes taxas para os usuários:

$$R_k = \log\left(\frac{|\sum_{j=k}^{K}\mathbf{H}_j\,\mathbf{S}_k\,\mathbf{H}_j^{\mathrm{H}} + \mathbf{S}_{n_k}|}{|\sum_{j=k+1}^{K}\mathbf{H}_j\,\mathbf{S}_k\,\mathbf{H}_j^{\mathrm{H}} + \mathbf{S}_{n_k}|}\right), \tag{2.13}$$

em que $\mathbf{H}_k \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ é a matriz de canal, $\mathbf{S}_{n_k}$ é a matriz de correlação do ruído de recepção, e $\mathbf{S}_k$ é a matriz de correlação espacial do sinal do usuário k. A escolha das matrizes de correlação $\mathbf{S}_k$ deve ser feita de tal forma que $\sum_{k=1}^{K}\mathrm{tr}(\mathbf{S}_k) \leq P$, de modo a respeitar a restrição de potência de transmissão. Esta estratégia de codificação é uma extensão da apresentada em (Caire & Shamai, 2003), e do mesmo modo depende da ordem da codificação e das matrizes de correlação escolhidas.

É possível notar que a estratégia DPC é um equivalente no canal de *broadcast* para a estratégia de recepção MMSE-SIC (Tse & Viswanath, 2005) no canal de múltiplo acesso, que atinge sua capacidade. No DPC, o transmissor lança mão do conhecimento de todos os sinais para cancelar a interferência sucessivamente, e a interferência restante é tratada com processamento linear. No MMSE-SIC, a soma dos sinais enviados chega ao receptor central, passa por um filtro linear de mínimo erro quadrático médio (MMSE, do inglês *minimum mean square* *error*), e o sinal do primeiro usuário é decodificado. Em seguida, ele é subtraído e o sinal do segundo usuário é decodificado, desta vez sem sofrer interferência do primeiro, resultando no cancelamento sucessivo. O processo se repete da mesma forma para os demais usuários, sempre cancelando a interferência dos que já foram decodificados.

De fato, em (Vishwanath, Jindal, & Goldsmith, 2003) e (Viswanath & Tse, 2003), os autores demonstram que a partir de um canal de *broadcast*, é possível obter seu canal MAC dual. Para que estes canais tenham o mesmo comportamento, é necessário modificar a restrição de potência de transmissão do MAC. Normalmente, no MAC, a potência de cada transmissor é limitada individualmente a um valor específico. Para que a dualidade seja válida, é necessário impor que a restrição recaia sobre a soma das potências de transmissão, como acontece no canal de *broadcast*. Demonstrou-se que a estratégia DPC e o MMSE-SIC de seu canal dual atingem a mesma região de capacidade, contanto que a restrição de potência do MAC seja modificada.

Por fim, demonstrou-se, também em (Vishwanath et al., 2003) e (Viswanath & Tse, 2003), que as taxas atingíveis pela estratégia DPC correspondem à capacidade soma do canal de *broadcast*. Para tanto, comparou-se a taxa soma ao limitante superior estabelecido por (Sato, 1978), que assume cooperação entre os usuários. Provar que a estratégia DPC atinge a mesma soma de taxas que o limitante superior equivale a estabelecer a capacidade soma do canal. Por meio de argumentação baseada em teoria de jogos, os autores de (Yu & Cioffi, 2004) chegaram simultaneamente à capacidade soma.

Posteriormente, foi demonstrado por (Weingarten et al., 2006) que a estratégia DPC atinge não somente a capacidade soma, mas toda a região de capacidade do canal de *broadcast* com múltiplas antenas. Em sua demonstração, eles mostram que o uso de qualquer taxa fora da região DPC resulta em comunicação não-confiável.

Desvantagens práticas do DPC

Apesar de se mostrar capaz de atingir as fronteiras da região de capacidade do canal de *broadcast*, o DPC tem características que dificultam sua aplicação prática. Em primeiro lugar, a idéia inicial do DPC é baseada no argumento de codificação aleatória, que é por essência uma prova de existência, mas não de construção de um código. O problema de projetar um código implementável capaz de cancelar totalmente a interferência conhecida no transmissor continua em aberto. De fato, a busca por códigos implementáveis que aproximam este desempenho ainda está em fase inicial (Lin & Su, 2007). Recentemente, provou-se que códigos com estrutura de reticulado podem atingir a capacidade do DPC (Zamir, Shamai, & Erez, 2002), mas somente quando o tamanho da palavra-código tende a infinito, o que é imprináticavel, ainda que seja um grande passo no sentido de códigos implementáveis.

Ainda que seja possível obter códigos práticos com desempenho próximo do DPC, outro fator que dificulta sua aplicação a canais de *broadcast* é a complexidade computacional. Esta questão surge em pelo menos dois pontos da implementação da técnica que atinge a capacidade. Primeiro, é necessário determinar a ordem de codificação dos sinais destinados a cada receptor, já que o desempenho da técnica é fortemente dependente desta escolha (Tse & Viswanath, 2005). Isto configura um problema de complexidade não-polinomial com relação ao número de receptores, e pode ser inviável para implementação em tempo real. Além disto, é necessário calcular as matrizes de correlação dos sinais, algo que pode ser feito a partir da dualidade entre o canal de *broadcast* e o MAC, como mostrado em (Vishwanath et al., 2003), e requer o uso de algoritmo de otimização proposto em (Yu, Rhee, Boyd, & Cioffi, 2004).

Devido a estas desvantagens, diversas técnicas subótimas têm sido propostas, no intuito de obter bom desempenho com a possibilidade de implementação prática. Assim, faz-se necessária a discussão de alternativas subótimas à estratégia DPC que tenham menor complexidade e ainda assim consigam explorar adequadamente os ganhos proporcionados pela presença de múltiplos usuários.

2.1.2 Canais com desvanecimento e diversidade multiusuário

A propagação de um sinal entre uma antena de transmissão e uma de recepção sofre diversos efeitos, como a atenuação, a reflexão, o efeito Doppler, etc., que, via de regra, não são calculáveis na prática, pela impossibilidade de se conhecer perfeitamente o ambiente e as mudanças que nele ocorrem. Portanto, adota-se em geral na literatura o modelo de canal com desvanecimento probabilístico, cujos parâmetros são variáveis aleatórias. Assumindo um modelo linear não seletivo em frequência, representamos a propagação do sinal entre duas antenas por um ganho complexo com uma dada distribuição de probabilidade (pdf, do inglês *probability density function*). O modelo utilizado neste trabalho é o desvanecimento por blocos, em que os ganhos de canal permanecem constantes durante um intervalo de tempo, e no intervalo seguinte assumem outro valor aleatório, de acordo com sua pdf. Adotamos como pdf nas simulações numéricas o modelo de desvanecimento Rayleigh (Tse & Viswanath, 2005), em que os ganhos de canal são variáveis aleatórias Gaussianas complexas. Ele é o mais utilizado na literatura, sendo adequado para cenários sem linha de visada e com grande quantidade de percursos de propagação.

Em canais ponto-a-ponto, o desvanecimento é uma característica negativa do canal. Independentemente do modelo, no caso ponto-a-ponto a capacidade de canais com desvanecimento é menor que a capacidade do canal determinístico com potência equivalente (Tse & Viswanath, 2005).

Em canais multiusuário sem fio, por outro lado, o desvanecimento provê oportunidade de melhora do desempenho. Nestes canais, é possível escolher para quais usuários será realizada a transmissão, e, portanto, as variações dos canais são vistas como oportunidades de se transmitir para usuários com ganhos maiores. A obtenção de ganhos com a exploração das diferenças entre os canais dos usuários recebe o nome de diversidade multiusuário. No caso do canal de *broadcast* SISO, em que a transmissão para o usuário com maior ganho atinge a capacidade soma, é fácil ver este efeito. O ganho do usuário ativo em cada instante é o máximo entre K variáveis aleatórias, e, portanto, o ganho médio do canal é maior ou igual ao ganho médio do canal de qualquer usuário. Na Figura 2.5, a capacidade do canal de *broadcast* SISO com desvanecimento Rayleigh, ou seja, $h_k \sim \mathbb{CN}(0,1)$ é comparada à taxa soma de um canal de *broadcast* com ganhos fixos em $|h_k| = 1$ para todo $k = 1 \ldots K$. Nela, ficam evidentes os ganhos proporcionados pela diversidade multiusuário, que crescem monotonicamente com o número de usuários K.

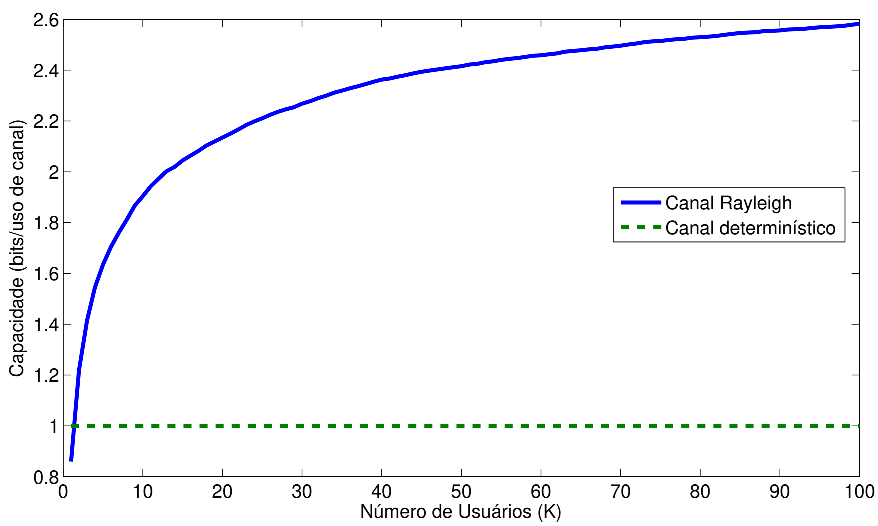


Figura 2.5: Capacidade do canal de *broadcast* SISO em dois casos: desvanecimento Rayleigh e todos os ganhos constantes.

No caso do canal de *broadcast* com múltiplas antenas na ERB, os ganhos de canal dos usuários são variáveis aleatórias vetoriais. Neste cenário, é possível transmitir para mais de um usuário por vez. Contudo, o ideal geralmente é que a ERB não transmita para todos os K usuários em um dado instante, pois isto geraria interferência excessiva entre eles. De fato, é comum que tanto na DPC como nas demais técnicas, sobre as quais discutiremos na Seção 2.2, seja escolhido apenas um subgrupo de M usuários cujos canais tenham, além de altos ganhos, uma disposição espacial favorável. Chamamos estes usuários para os quais se transmite em um dado instante de usuários ativos e discutimos critérios e algoritmos para sua seleção na Seção 2.3.

O comportamento assintótico do ganho da capacidade soma com a diversidade multiusuário foi calculado em (Sharif & Hassibi, 2005). A capacidade soma cresce no canal de *broadcast* de acordo com

$$N_t \log(\log(K)) \tag{2.14}$$

à medida que o número de usuários K tende a infinito. De fato, obtém-se este comportamento assintótico mesmo com o uso de estratégias de transmissão subótimas e de baixa complexidade, e não somente pela DPC. Devemos notar aqui que atingir o mesmo comportamento assintótico da taxa soma não indica que uma dada técnica atinja o mesmo ponto que a DPC. Ao longo deste documento, destacaremos quais técnicas atingem somente o comportamento assintótico e quais atingem de fato a capacidade soma assintoticamente.

2.2 Técnicas subótimas

Dada a impossibilidade de implementação da estratégia DPC, diversas técnicas subótimas de maior apelo prático têm sido propostas com o intuito de explorar os ganhos de diversidade multiusuário e separação espacial do canal de *broadcast* MIMO. Elas podem ser classificadas entre lineares e não lineares, de acordo com o processamento efetuado sobre os sinais.

Técnicas não lineares como a perturbação vetorial (Peel, Hochwald, & Swindlehurst, 2005b) e DPC com *zero-forcing* (DP-ZF) (Sharif & Hassibi, 2005) atingem desempenho muito próximo ao ótimo. No entanto, elas têm, como o DPC, alta complexidade computacional. A DP-ZF, além disso, é baseada no DPC e tem os mesmos problemas de implementação.

Nosso foco é portanto nas técnicas lineares. Estas, além de baixa complexidade, apresentam bom desempenho, com o potencial de explorar os ganhos potenciais do canal de *broadcast* com múltiplas antenas. De fato, algumas atingem assintoticamente a capacidade soma ótima.

Ao longo deste trabalho, o foco é no canal de *broadcast* MISO, em que os receptores têm apenas uma antena. Este foco é justificado pela possibilidade de transformar o canal com múltiplas antenas nos receptores em um canal MISO equivalente, o que será discutido na Seção 2.2.2.

2.2.1 Processamento linear para o canal MISO

Técnicas de processamento espacial linear podem ser utilizadas no transmissor em vez de precodificação não-linear (como DPC) para diminuir a complexidade computacional, resultando em estratégias de transmissão práticas. Este processamento linear na prática consiste na multiplicação dos sinais nos terminais por vetores ou matrizes, operações simples e aplicáveis em sistemas que exigem funcionamento em tempo real.

Dentre as técnicas lineares, destacamos o *beamforming* (Tse & Viswanath, 2005). O *beamforming* pode ser realizado tanto na transmissão quanto na recepção. O *beamforming* de transmissão consiste na multiplicação do símbolo $x \in \mathbb{C}$, transmitido através de N_t antenas, por um peso diferente em cada antena, conforme ilustrado na Figura 2.6(a). Desta forma, o sinal original x, que consiste de um escalar por uso de canal, é transmitido na forma do vetor $\mathbf{x}' = \mathbf{w}^{\mathrm{H}} x$, em que $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ é o vetor de *beamforming*. De modo análogo, o *beamforming* de recepção é definido como a ponderação dos sinais recebidos por N_r antenas. Deste modo, o vetor de sinal recebido $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$, em que cada componente é o sinal recebido por uma antena de recepção, é multiplicado pelo vetor de *beamforming* $\mathbf{u} \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$, gerando o sinal escalar recebido $y' = \mathbf{u}^{\mathrm{H}} \mathbf{y}$. O *beamforming* de recepção está ilustrado na Figura 2.6(b).

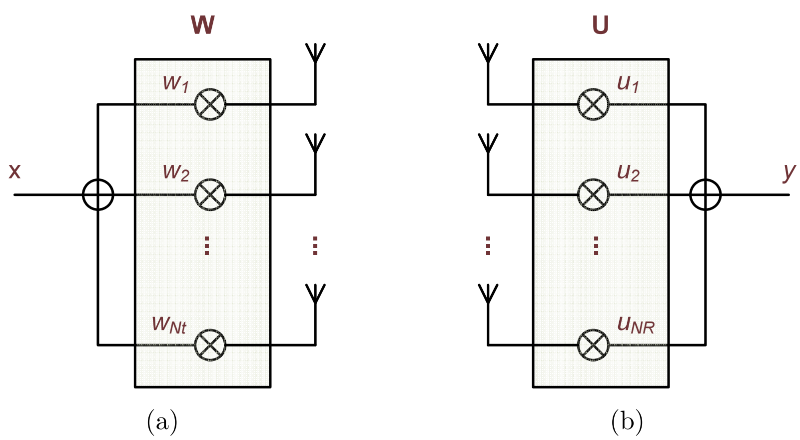


Figura 2.6: *Beamforming* de transmissão (a) e recepção (b).

O *beamforming* é uma técnica de processamento linear de sinais que pode ser aplicada a qualquer sistema com múltiplas entradas e/ou múltiplas saídas, seja ele um canal MIMO ponto-a-ponto, um canal de *broadcast* MIMO, etc. Pode ser visto como um filtro linear espacial que atua nos ganhos direcionais do arranjo de antenas. Com seu uso, tanto na transmissão quanto na recepção, podemos tornar direcional o comportamento de um arranjo de antenas isotrópicas.

Por alterar o direcionamento de um sinal transmitido em um arranjo de antenas, o *beamforming* é utilizado no contexto multiusuário para fazer separação espacial dos sinais destinados a usuários diferentes. Para tal, é comum designar a cada fluxo de dados um *beamforming* de transmissão, de modo que os vetores de *beamforming* direcionem os fluxos de dados para seus destinatários e diminuam a interferência que eles causam nos outros receptores.

No canal de *broadcast* MISO, o sinal enviado pelo transmissor central com o uso de *beamforming* é $\mathbf{x}' = \sum_{j=1}^{M} \sqrt{P_j}\,\mathbf{w}_j\,x_j = \mathbf{W}\,\mathbf{P}\,\mathbf{x}$, em que $\mathbf{P} = \mathrm{diag}(\sqrt{[P_1\,P_2\,\ldots\,P_M]})$, $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1\,\mathbf{w}_2\ldots\mathbf{w}_M] \in \mathbb{C}^{N_t\times M}$ é a matriz de *beamforming* e $\mathbf{x} = [x_1\,x_2\ldots x_M]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{C}^{M\times 1}$ é o vetor de sinais, com $\mathrm{E}(x_k^2) = 1$ para $k = 1\ldots M$, em que M é o número de usuários para os quais está sendo realizada a transmissão em um dado instante. Os vetores de *beamforming* têm norma unitária, de modo que a potência total de transmissão é $\mathrm{tr}(\mathbf{P}^2) = \sum_i P_i$. O sinal recebido pelo k-ésimo usuário é

$$y_k = \mathbf{h}_k\,\mathbf{W}\,\mathbf{P}\,\mathbf{x} + n_k, \tag{2.15}$$

em que $\mathbf{h}_k \in \mathbb{C}^{1\times N_t}$ é o vetor de ganhos de canal. Para explicitar a interferência multiusuário, reescrevemos (2.15) como

$$y_k = \sqrt{P_k}\,\mathbf{h}_k\,\mathbf{w}_k\,x_k + \sum_{j=1;j\neq k}^{M} \sqrt{P_j}\,\mathbf{h}_k\mathbf{w}_j\,x_j + n_k. \tag{2.16}$$

Se considerarmos os sinais como gaussianos e independentes, o que atinge a capacidade do enlace, e a interferência como ruído, concluímos que, com o uso de *beamforming*, o enlace entre o transmissor central e o k-ésimo usuário tem a seguinte razão sinal-interferência mais ruído (SINR, do inglês *signal-to-interference-plus-noise ratio*):

$$\gamma_k = \frac{P_k\,|\mathbf{h}_k\,\mathbf{w}_k|^2}{N_0 + \sum_{j=1;j\neq k}^{M} P_j\,|\mathbf{h}_k\mathbf{w}_j|^2}. \tag{2.17}$$

Consequentemente, sua capacidade é $C_k = \log(1+\gamma_k)$.

Vemos que, para que possamos transmitir a taxas altas, devemos escolher o vetor de *beamforming* $\mathbf{w}_k$ de modo a alinhá-lo com o vetor de ganhos de canal $\mathbf{h}_k$, direcionando a potência do sinal para o seu destinatário. Ao mesmo tempo, devemos escolhê-lo o mais ortogonal possível aos vetores de canal dos demais usuários para que o sinal inflija o mínimo de interferência.

Com este objetivo, três estratégias de separação espacial utilizando *beamforming* podem ser destacadas para o canal de *broadcast* MISO: o *zero-forcing beamforming* (ZFBF), que consiste em anular totalmente a interferência multiusuário, o filtro casado (MFBF do inglês *matched filter beamforming*), cujo objetivo é direcionar a potência dos sinais totalmente para os receptores, e o *beamforming* de mínimo erro quadrático médio (MMSEBF, do inglês *minimum mean square error beamforming*), que é ótimo de acordo com critério de erro quadrático médio e representa um meio-termo entre os anteriores.

MFBF

Em um canal MISO ponto-a-ponto, o *beamforming* de transmissão tem como função direcionar a potência do sinal enviado para o receptor. Isto pode ser feito de maneira simples quando o vetor de ganho do canal é conhecido no transmissor. Neste caso, o vetor de *beamforming* ótimo, conhecido como filtro casado, resulta no aproveitamento máximo do ganho do canal.

O filtro casado é baseado na maximização da potência do sinal recebido. Em um canal ponto-a-ponto MISO, o sinal recebido é

$$y = \sqrt{P}\,\mathbf{h}\,\mathbf{w}\,x + n. \tag{2.18}$$

A SNR neste caso é $\frac{P\,|\mathbf{h}\,\mathbf{w}|^2}{N_0}$. Claramente, o vetor de *beamforming* de norma unitária $\mathbf{w} = \frac{\mathbf{h}^{\mathrm{H}}}{\|\mathbf{h}\|}$, alinhado ao vetor de canal, leva à SNR máxima, $\frac{P\,\|\mathbf{h}\|^2}{N_0}$, pois maximiza a potência recebida, que no caso ponto-a-ponto é o único fator dependente do *beamforming*.

No caso multiusuário, o filtro casado, que assume a forma $\mathbf{w}_k = \frac{\mathbf{h}_k^{\mathrm{H}}}{\|\mathbf{h}_k\|}$ para o k-ésimo usuário, também maximiza a potência do sinal desejado. Aplicando o filtro casado na expressão (2.17), podemos visualizar seu efeito:

$$\gamma_{MFBF_k} = \frac{P_k\,\|\mathbf{h}_k\|^2}{N_0 + \sum_{j=1;j\neq k}^{M} P_j\,|\mathbf{h}_k\,\mathbf{h}_j^{\mathrm{H}}|^2}. \tag{2.19}$$

Apesar de maximizar a potência útil recebida, o filtro casado não faz nada para mitigar a interferência multiusuário, que passa a depender dos produtos internos entre os vetores de canal. Deste modo, quando há muitos usuários ativos ou quando o ruído é baixo, em que a interferência tem papel importante, o uso de filtro casado leva a baixos valores de SINR, traduzidos em baixas taxas de transmissão.

ZFBF

Outra escolha possível para os vetores de *beamforming* é o critério de zerar a interferência (ZF, do inglês *zero-forcing*). Os vetores de *beamforming* $\mathbf{w}_k$ são escolhidos de modo que eles satisfaçam a condição de interferência zero:

$$\mathbf{w}_k \perp \mathbf{h}_j \Leftrightarrow \mathbf{h}_j\,\mathbf{w}_k = 0 \quad \text{para todo } j \neq k. \tag{2.20}$$

É importante notar que não é possível cancelar linearmente a interferência como em (2.20) quando $M > N_t$, pois seria impossível obedecer a condição acima.

Com estes vetores de *beamforming*, o sinal recebido pelo k-ésimo usuário, descrito em (2.16), assume a seguinte forma:

$$y_k = \sqrt{P_k}\,\mathbf{h}_k\,\mathbf{w}_k x_k + n_k, \tag{2.21}$$

e todos os sinais interferentes são cancelados pela condição em (2.20). Nesta situação, temos M canais independentes em paralelo, e a estratégia de alocação de potência para maximizar a taxa total de transmissão é *waterfilling* (C. Shannon, 1949).

Para um conjunto de $M \leq N_t$ usuários ativos, é possível obter a matriz de *beamforming* a partir da matriz de ganhos de canal $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1^{\mathrm{T}}, \mathbf{h}_2^{\mathrm{T}}, \ldots, \mathbf{h}_M^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{C}^{M \times N_t}$. Podemos ver que (2.20) equivale a afirmar que o produto $\mathbf{HW}$ resulta em uma matriz diagonal. Uma solução possível é fazer $\mathbf{W} = \mathbf{H}^{\dagger}$, em que $\mathbf{H}^{\dagger}$ é a matriz pseudoinversa de $\mathbf{H}$ (Golub & Loan, 1996), e em seguida normalizar os vetores de *beamforming* para respeitar a restrição de potência de transmissão.

Diferentemente do que acontece com o DPC, o cancelamento da interferência com o ZFBF gera perda de potência útil recebida. Pela expressão (2.21), vemos que a potência útil após aplicação de ZFBF tem valor $P_k\,|\mathbf{h}_k\,\mathbf{w}_k|^2$, ou seja, depende da projeção do vetor de canal sobre o vetor de *beamforming*. Devido à desigualdade de Cauchy-Schwarz (R. A. Horn & Johnson, 1985), o valor máximo da potência útil recebida é $P_k\,\|\mathbf{h}_k\|^2$, o que ocorre quando $\mathbf{w}_k = \frac{\mathbf{h}_k^{\mathrm{H}}}{\|\mathbf{h}_k\|}$. No entanto, o vetor de beamforming $\mathbf{w}_k$ está restrito por (2.20) e assim pode ser alinhado somente à componente de $\mathbf{h}_k$ ortogonal aos demais vetores de canal. Assim, o valor do produto interno $\mathbf{h}_k\,\mathbf{w}_k$ fica limitado a esta componente de $\mathbf{h}_k$, impedindo o aproveitamento de todo o ganho do canal.

A Figura 2.7 ilustra a restrição do ZFBF e seu efeito sobre os ganhos. Nela, vemos que $\mathbf{w}_1$ está restrito a ser ortogonal ao plano definido por $\mathbf{h}_2$ e $\mathbf{h}_3$, e portanto é calculado em função destes e não do canal $\mathbf{h}_1$, acarretando perda de potência útil recebida no usuário 1. Podemos observar também na figura que esta perda depende fortemente da configuração espacial dos canais. Por um lado, se os canais dos usuários ativos são aproximadamente ortogonais, como na Figura 2.7(a), a perda resultante da restrição (2.20) é pequena. Se, por outro lado, os canais forem próximos de colineares, como $\mathbf{h}_1$ e $\mathbf{h}_2$ na Figura 2.7(b), a perda com ZFBF é grande, na medida que a projeção do vetor de beamforming no canal do mesmo usuário é quase nula.

Para lidar com estas perdas seria desejável a ortogonalidade entre os vetores de canal dos usuários ativos. No entanto, este é um evento de probabilidade nula. Assim, em (Yoo & Goldsmith, 2006), os autores propõem um critério de seleção de usuários para uso do ZFBF que o torna menos exposto ao problema da perda de potência útil do sinal e demonstram a otimalidade assintótica desta técnica. A proposta consiste em escolher um subconjunto de $M \leq N_t$ dentre os K usuários de modo que os vetores de canal dos selecionados sejam ϵ-

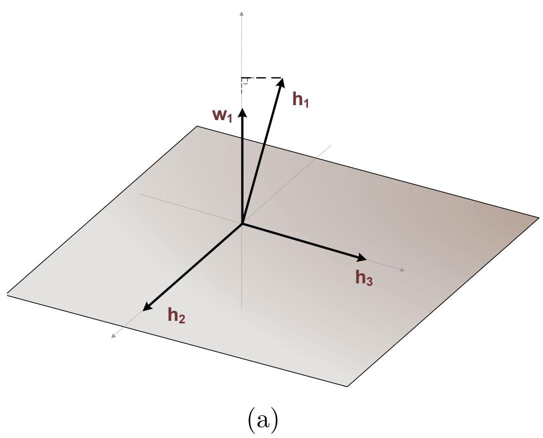


Figura 2.7: Vetores de canal e beamforming nas configurações (a) quase ortogonal e (b) $\mathbf{h}_1$ e $\mathbf{h}_2$ quase colineares.

ortogonais, ou seja,

$$\frac{|\mathbf{h}_i\,\mathbf{h}_j^{\mathrm{H}}|}{\|\mathbf{h}_i\|\,\|\mathbf{h}_j\|} \leq \epsilon, \tag{2.22}$$

para $i = 1 \ldots K$ e $j = 1 \ldots K$, $i \neq j$, em que ϵ é um valor arbitrário próximo de zero, de modo que a configuração dos vetores seja próxima da ortogonalidade. Dentre os subconjuntos ϵ-ortogonais, deve ser escolhido o grupo de maior soma das taxas. No artigo, os autores demonstram que, à medida que o número de usuários cresce (ou seja, $K \to \infty$), a taxa soma se aproxima à capacidade soma obtida com DPC.

Caso fosse possível encontrar grupos de N_t usuários com vetores de canal exatamente ortogonais, ou seja, que naturalmente não interferem uns nos outros, não haveria necessidade do uso de métodos elaborados de cancelamento de interferência, como o DPC. O simples filtro casado, direcionando a potência do sinal a seu destinatário teria desempenho bom neste cenário. No entanto, é nas situações práticas, em que os vetores de canal não são ortogonais, que o ZFBF mostra superior desempenho, em termos de soma de taxas, contra o filtro casado.

MMSEBF

O filtro casado tem como objetivo maximizar a potência do sinal destinado a cada receptor sem levar em conta a interferência e o ZF cancela totalmente a interferência a despeito da perda de potência útil que isto acarreta. O filtro de transmissão de mínimo erro quadrático médio (MMSE) é um compromisso entre os dois extremos, admitindo alguma interferência em troca de ganho na potência útil recebida.

O cálculo do *beamforming* de MMSE depende da definição do erro quadrático médio. Em (Joham, Kusume, Gzara, Utschick, & Nossek, 2002), foi proposto que a matriz de *beamforming* fosse calculada como a solução do seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned}[\mathbf{B}, \alpha] &= \arg\min_{\mathbf{B},\alpha} \|\mathbf{x} - \alpha\,(\mathbf{H}\,\mathbf{B}\,\mathbf{x} + \mathbf{n})\|^2 \\ \text{sujeito a} \quad & \mathrm{E}[\|\mathbf{B}\mathbf{x}\|^2] = P, \end{aligned} \tag{2.23}$$

em que $\mathbf{B} = \mathbf{W}\,\mathbf{P}$ é a matriz de vetores de *beamforming* multiplicada à matriz de alocação de potência, $\mathbf{x} = [x_1\, x_2 \ldots x_M]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{n} = [n_1\, n_2 \ldots n_M]^{\mathrm{T}}$, e α é uma constante de ganho que permite ao receptor fazer um ajuste de ganho a partir do sinal recebido. Este modelo tem flexibilidade, portanto, para determinar não somente o *beamforming*, mas também a alocação de potência de transmissão. A solução obtida a partir desta formulação é a inversa regularizada:

$$\mathbf{B} = \beta\,(\mathbf{H}^{\mathrm{H}}\mathbf{H} + M/P\,\mathbf{I})^{-1}\,\mathbf{H}^{\mathrm{H}}. \tag{2.24}$$

A variável β tem a função de normalização, para que a restrição em (2.23) seja respeitada. Conforme demonstrado em (Peel, Hochwald, & Swindlehurst, 2005a), a regularização como consequência melhora o condicionamento da matriz a ser invertida, o que diminui as perdas com a não-ortogonalidade entre os canais.

Em (Wrycza, Bengtsson, & Ottersten, 2006), uma formulação ainda mais flexível é proposta, em que cada receptor utiliza o ajuste de ganho apropriado a seu sinal recebido, em oposição a um único valor de α para todos os receptores. A otimização toma então a seguinte forma:

$$\begin{aligned}[\mathbf{B}, \mathbf{A}] &= \arg\min_{\mathbf{B},\mathbf{A}} \|\mathbf{x} - \mathbf{A}\,(\mathbf{H}\,\mathbf{B}\,\mathbf{x} + \mathbf{n})\|^2 \\ \text{sujeito a} \quad & \mathrm{E}[\|\mathbf{B}\mathbf{x}\|^2] = P, \end{aligned} \tag{2.25}$$

com $\mathbf{A} = \mathrm{diag}(\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_M)$. Este problema não tem, no entanto uma solução fechada, e os valores de $\mathbf{A}$ e os vetores de *beamforming* $\mathbf{B}$ são interdependentes. Os autores propõem um algoritmo iterativo, mas este não tem garantia de convergência para mínimo global.

Simulações foram feitas comparando o desempenho do MMSEBF da expressão (2.24) com o ZFBF e o MFBF. Na Figura 2.8, vemos a taxa soma obtida com as três técnicas, normalizada pela taxa do MMSEBF em função da SNR total ($\frac{P}{N_0}$). Podemos notar que somente para valores muito baixos de SNR o MFBF tem desempenho melhor que o ZFBF, e mais próximo do MMSEBF. Notamos também que o ZFBF é muito próximo do MMSEBF para alta SNR. Na Figura (2.9) a SNR é fixada em 10dB e o número de usuários é variado. Neste gráfico, podemos ver que ambos ZFBF e MMSEBF atingem desempenho próximo ao da estratégia DPC. Fica claro também que os ganhos de diversidade são explorados com o uso tanto com ZFBF quanto com MMSEBF, cuja taxa soma é muito próxima para o caso simulado. Nas simulações, o método de escolha de usuários foi a busca exaustiva.

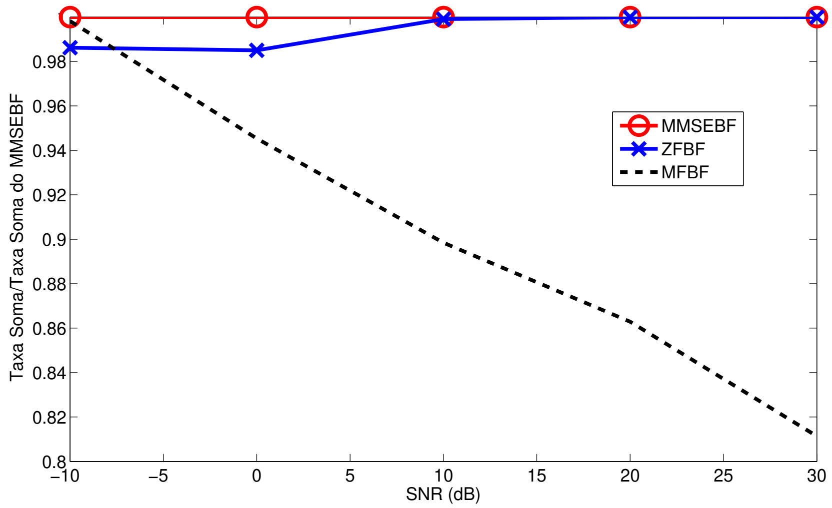


Figura 2.8: Taxa soma de MMSEBF, ZFBF e MFBF, normalizada pela taxa do MMSEBF, em função da SNR total, para $N_t = 2$, $k = 50$ usuários.

2.2.2 Receptores com múltiplas antenas

Na seção anterior, analisamos técnicas lineares para transmissão em um canal de *broadcast* com MISO, e discutimos possibilidades de processamento espacial proporcionadas pelas múltiplas antenas de transmissão. Nesta seção, o objetivo é analisar a extensão para o canal de *broadcast* MIMO, em que também os usuários têm mais que uma antena.

Para entender as técnicas de transmissão utilizadas no canal de *broadcast* MIMO, abordaremos primeiro o canal ponto-a-ponto. Nele, é possível realizar multiplexação espacial, ou seja, transmitir até $\min(N_t, N_r)$ diferentes fluxos de dados por vez (Chiurtu et al., 2001). Em outras palavras, é possível dividir a mensagem a ser enviada em múltiplos fluxos de dados, por meio de um conversor serial/paralelo, e transmiti-los simultaneamente pelo canal MIMO, para na recepção recuperá-los em uma só mensagem através de um conversor paralelo/serial. Este procedimento permite enviar múltiplos símbolos por vez, aumentando a taxa total transmitida. De fato, a estratégia que atinge a capacidade do canal ponto-a-ponto se utiliza da decomposição em valores singulares (SVD, do inglês *singular value decomposition*) (R. A. Horn & Johnson, 1985) para diagonalizar a matriz de canal e transmitir múltiplos fluxos de dados sem que eles interfiram uns nos outros (T. M. Cover & Thomas, 2006). Dada uma matriz de canal $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ e sua SVD $\mathbf{H} = \mathbf{U}\,\boldsymbol{\Sigma}\,\mathbf{V}^{\mathrm{H}}$, o sinal $\mathbf{x}$ é pré-multiplicado por $\mathbf{V}$ no transmissor

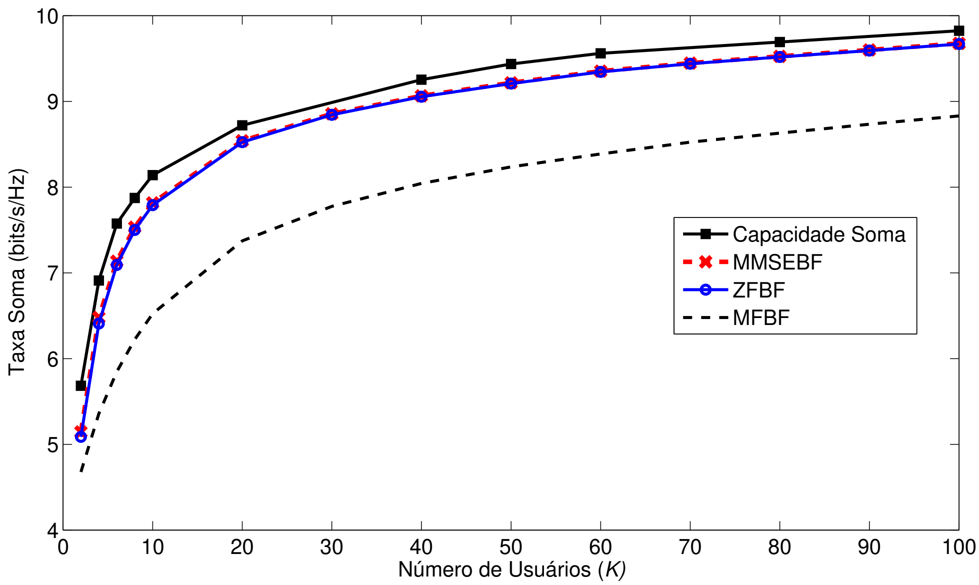


Figura 2.9: Taxa soma de MFBF, ZFBF, MMSEBF e DPC em função do número de usuários, para SNR $= 10\,$dB e $N_t = 2$.

e por $\mathbf{U}$ no receptor, de modo que o sinal no receptor pode ser escrito como

$$\mathbf{y} = \mathbf{U}^{\mathrm{H}}(\mathbf{H}\,\mathbf{V}\,\mathbf{x} + \mathbf{n}) \tag{2.26a}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{\Sigma}\,\mathbf{x} + \mathbf{n} \tag{2.26b}$$

em que $\mathbf{n} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, N_0\,\mathbf{I}_{N_r})$. Note que a multiplicação de $\mathbf{U}$ pelo ruído $\mathbf{n}$ não altera a distribuição deste, pois a matriz $\mathbf{U}$ é unitária. Além disso, a matriz $\mathbf{V}$ não altera a potência de transmissão, também por $\mathbf{V}$ ser unitária.

Assim, o número de fluxos de dados transmitidos simultaneamente é igual ao posto da matriz $\mathbf{H}$, ou seja, $\min(N_t, N_r)$, caso ela tenha posto completo. O processamento feito com SVD garante que os fluxos não interferem um no outro, já que a matriz de canal resultante é diagonal. A alocação ótima de potência para cada fluxo de dados é feita com o uso de *waterfilling*, utilizada em geral quando é necessário distribuir potência por canais não interferentes entre si. A Figura 2.10 ilustra o canal MIMO ponto-a-ponto e a aplicação do processamento com SVD.

Outra estratégia possível no canal MIMO ponto-a-ponto é o uso de *beamforming* de transmissão e de recepção, que consiste em transmitir apenas um fluxo de dados por vez e direcionar o sinal para maximizar o ganho no canal. Assim, o sinal x, agora escalar, é multiplicado por um vetor de *beamforming* $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ na transmissão e por um vetor $\mathbf{u} \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ na recepção.

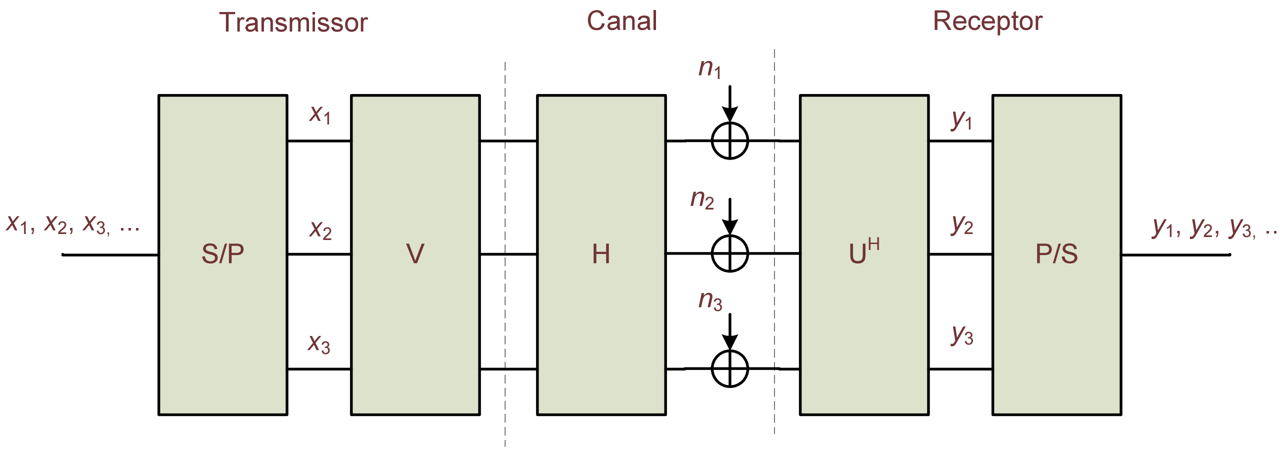


Figura 2.10: Diagrama de blocos d estratégia SVD no canal MIMO ponto-a-ponto, para $N_t = N_r = 3$.

O canal equivalente após estas operações é o ganho escalar

$$\mathbf{u}^{\mathrm{H}}\,\mathbf{H}\,\mathbf{w}. \tag{2.27}$$

Os vetores de *beamforming* ótimos são os vetores singulares associados ao maior valor singular de $\mathbf{H}$ (Chiurtu et al., 2001). Note que este esquema é subótimo por limitar a um o número de fluxos de dados. Intuitivamente, é equivalente a ter diversos canais em paralelo e utilizar somente um, enquanto a SVD permite o uso de todos. Ele é ótimo, no entanto, em situações nas quais o *waterfilling* indicaria que toda a potência deveria ir para o maior valor singular, o que ocorre em baixa SNR (Tse & Viswanath, 2005).

No canal de *broadcast* MIMO não é possível realizar a SVD da matriz de canal, que neste caso é $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{\sum N_{r_k} \times N_t}$, em que N_{r_k} é o número de antenas de recepção do usuário k, pois nem todas as antenas de recepção estão no mesmo receptor, e o SVD exigiria cooperação entre eles. Para contornar esta impossibilidade, algumas técnicas foram propostas, das quais se destacam a diagonalização por blocos e o *beamforming* coordenado, que serão descritas na sequência.

Diagonalização por Blocos

O método de diagonalização por blocos (Spencer, Swindlehurst, & Haardt, 2004) é uma extensão do ZF para o caso MIMO, na medida em que seu objetivo é cancelar totalmente a interferência entre diferentes usuários utilizando processamento linear. No entanto, não há inversão completa da matriz de canal, pois não há necessidade de cancelar a interferência entre os sinais nas antenas de recepção de cada usuário. Em vez disso, a matriz resultante é diagonal por blocos.

Os sinais destinados aos M usuários ativos:

1. O sinal x_k do k-ésimo usuário é dividido em m_k fluxos de dados, resultando em $\mathbf{x}_k \in \mathbb{C}^{m_k \times 1}$;
2. Este vetor de sinal é multiplicado na ERB por uma matriz $\mathbf{W}_k \in \mathbb{C}^{N_t \times m_k}$;
3. Os sinais destinados aos M usuários ativos são somados e a ERB envia $\mathbf{x}' = \sum_{k=1}^{M} \mathbf{W}_k \mathbf{x}_k$;

Como resultado, o sinal recebido no k-ésimo usuário é

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{x}' + \mathbf{n}_k && (2.28) \\ &= \mathbf{H}_k \mathbf{W}_k \mathbf{x}_k + \sum_{j \neq k} \mathbf{H}_k \mathbf{W}_j \mathbf{x}_j + \mathbf{n}_k. && (2.29) \end{aligned}$$

Fica claro então que, de modo análogo a (2.20), a interferência é cancelada se

$$\mathbf{H}_k \mathbf{W}_j = \mathbf{0} \quad \text{para todo } j \neq k, \tag{2.30}$$

e, portanto, as matrizes $\mathbf{W}_k$ são calculadas de modo a respeitar esta restrição de interferência zero.

A diagonalização da matriz fica evidente se agruparmos os sinais recebidos pelos usuários em um só vetor:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{H}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 & \mathbf{W}_2 & \dots & \mathbf{W}_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{n}_M \end{bmatrix} \tag{2.31}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \mathbf{W}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_2 \mathbf{W}_2 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{H}_M \mathbf{W}_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{n}_M \end{bmatrix} \tag{2.32}$$

Uma vez que a matriz de canal é diagonalizada por blocos, o canal de *broadcast* se transforma em M canais MIMO ponto-a-ponto não interferentes. Então, para cada um deles pode ser aplicada a técnica de SVD como em (2.26a).

Para que seja respeitada a condição em (2.30) e, consequentemente, seja possível diagonalizar por blocos a matriz de canal, é necessário limitar o número de usuários ativos a M.

Para analisarmos esta limitação, definimos a seguinte matriz:

$$\tilde{\mathbf{H}}_k = [\mathbf{H}_1^{\mathrm{T}} \, \ldots \, \mathbf{H}_{k-1}^{\mathrm{T}} \, \mathbf{H}_{k+1}^{\mathrm{T}} \, \ldots \mathbf{H}_M^{\mathrm{T}}] \in \mathbb{C}^{N_r - N_{r_k} \times N_t}, \tag{2.33}$$

em que $N_r = \sum_{k=1}^{M} N_{r_k}$ é a soma de todas as antenas de recepção dos M usuários ativos. É simples ver que $\mathbf{W}_k$ deve estar no espaço nulo de $\tilde{\mathbf{H}}_k$ para que (2.30) seja válida, o que só é possível se este tiver dimensão não nula, ou seja,

$$N_t > \mathrm{posto}(\tilde{\mathbf{H}}_k). \tag{2.34}$$

Supondo que todas as matrizes de canal tenham posto completo, o que acontece com probabilidade um, e notando que esta relação deve valer para todos os usuários ativos, temos a seguinte restrição sobre o número de antenas:

$$N_t > N_r - \min_j N_{r_j}. \tag{2.35}$$

Assim, concluímos que é possível, com múltiplas antenas nos usuários, transmitir mais do que um fluxo de dados para cada um, o que acarreta um ganho de multiplexação. No entanto, esta possibilidade gera uma restrição importante sobre o número de usuários ativos, o que pode ser uma desvantagem em alguns cenários, como, por exemplo, quando há limitação para tempo de espera de cada usuário.

Beamforming **de recepção**

Como no canal MIMO ponto-a-ponto, o uso de *beamforming* de transmissão e recepção limita o número de fluxos de dados por usuário a apenas um, pois o canal resultante é um escalar, análogo ao da expressão (2.27). Porém, em um canal de *broadcast* com N_t ou mais usuários, é possível ainda assim transmitir N_t fluxos de dados, um para cada usuário. Isto significa que, do ponto de vista do sistema, o ganho de multiplexação é mantido.

O *beamforming* de recepção, analogamente ao de transmissão, consiste em um filtro linear que pondera os sinais recebidos por cada antena. O sinal do usuário k após o *beamforming* de recepção assume a forma

$$y'_k = \mathbf{u}_k\,\mathbf{y}_k \tag{2.36}$$

$$= \sqrt{(P_k)}\,(\mathbf{u}_k\,\mathbf{H}_k)\,\mathbf{w}_k\,x_k + (\mathbf{u}_k\,\mathbf{H}_k)\sum_{j\neq k}\sqrt{(P_j)}\,\mathbf{w}_j\,x_j + \mathbf{u}_k\,\mathbf{n}_k \tag{2.37}$$

$$= \sqrt{(P_k)}\,\mathbf{h}_{\mathrm{ef}_k}\,\mathbf{w}_k\,x_k + \mathbf{h}_{\mathrm{ef}_k}\sum_{j\neq k}\sqrt{(P_j)}\,\mathbf{w}_j\,x_j + \mathbf{u}_k\,\mathbf{n}_k \tag{2.38}$$

em que $\mathbf{u}_k \in \mathbb{C}^{1\times N_r}$ é o vetor de *beamforming* de recepção, de norma unitária, e $\mathbf{h}_{\mathrm{ef}_k} = \mathbf{u}_k\,\mathbf{H}_k \in \mathbb{C}^{N_t\times 1}$ é vetor de canal equivalente MISO visto pelo transmissor. A diferença entre este cenário e um canal MISO é a flexibilidade de escolha do *beamforming* de recepção, que dá liberdade para adequar o vetor de canal efetivo ao *beamforming* de transmissão. De acordo com a expressão, contudo, este vetor está limitado ao espaço definido pela matriz $\mathbf{H}_k$. A combinação dos sinais recebidos nas antenas de recepção resulta em um só sinal, como se o receptor tivesse somente uma antena, com vetor de canal $\mathbf{h}_{\mathrm{ef}_k}$. Por isto, o canal é visto pelo transmissor como um canal MISO equivalente.

Por resultar em um canal MISO equivalente, o uso de *beamforming* de recepção permite que as restrições sobre o número de usuários ativos seja igual à do caso MISO. Por consequência, mais usuários com múltiplas antenas podem estar ativos simultaneamente que quando a diagonalização por blocos é aplicada.

Foi proposta em (Chae, Mazzarese, Inoue, & Heath, 2008) uma técnica em que o *beamforming* de transmissão é calculado como o ZF no MISO. O *beamforming* de recepção, por sua vez, é calculado como $\mathbf{u}_k = (\mathbf{H}_k\,\mathbf{w}_k)^{\mathrm{H}}$ o que corresponde ao filtro casado espacial de recepção, também conhecido como combinação de razão máxima (MRC, do inglês *Maximum Ratio Combining*) (Brennan, 1959). Esta técnica foi denominada *beamforming* coordenado, pela necessidade do cálculo conjunto dos vetores de *beamforming* de transmissão e recepção, já que um depende do outro. O compartilhamento de informação de canal entre os terminais para tornar possível o cálculo coordenado dos vetores de *beamforming* é tratado neste artigo, bem como em (Chae, Mazzarese, Jindal, & Heath, 2008).

Há ainda a possibilidade de o receptor calcular seu *beamforming* sem informação do transmissor, e este utilizar-se do já calculado canal MISO equivalente para determinar o *beamforming* de transmissão. Uma proposta baseada nesta idéia foi feita em (Jindal, 2006a) e diminui a necessidade de troca de informação de canal entre terminais.

Devido a estas técnicas de *beamforming* de recepção serem capazes de fazer a transformação direta de um canal MIMO para um canal MISO equivalente, abordaremos ao longo deste trabalho somente o caso MISO, exceto quando explicitado.

2.3 Seleção de usuários

Ao longo do capítulo foram descritas diversas técnicas de transmissão para o canal de *broadcast*. Na estratégia DPC, a alocação ótima de potência resulta, via de regra, em somente um pequeno subgrupo de usuários com potência não nula. Técnicas lineares, por sua vez, requerem a escolha explícita de quais usuários têm potencial para obter melhor desempenho, a partir de seus ganho de canal. Via de regra, a limitação do número de usuários ativos em cada bloco é necessária para que a interferência entre os sinais seja controlada.

Esta escolha tem especial importância em canais sem fio com desvanecimento, pela possibilidade de tirar vantagem das variações nos ganhos de canal dos diversos usuários. O desvanecimento abre espaço para que, em cada bloco, um subgrupo de usuários seja escolhido por sua configuração espacial e seus ganhos.

Para técnicas lineares, em particular para o *zero-forcing*, a disposição espacial dos vetores de canal é de suma importância, pois, como visto na Seção 2.2.1, os ganhos efetivos de canal após aplicação do *beamforming* podem variar de nulos até o seu máximo, dependendo exclusivamente dos canais dos demais usuários. Por este motivo, foi proposto em (Yoo & Goldsmith, 2006) que fossem levados em conta na seleção dos usuários não somente os ganhos, mas também a configuração espacial dos vetores de canal, através da restrição de quase-ortogonalidade, descrita a seguir.

2.3.1 Quase ortogonalidade

Em todas as técnicas de *beamforming* de transmissão para separação espacial, a disposição ideal dos vetores de canal dos usuários ativos é a ortogonalidade mútua entre eles, ou seja, $\mathbf{h}_k \perp \mathbf{h}_j$ para todo $k \neq j$. Nesta situação, ZF, filtro casado e MMSE são equivalentes, pois é possível fazer $\mathbf{w}_k = \mathbf{h}_k$ como no filtro casado e garantir que $\mathbf{w}_k \perp \mathbf{h}_j$ como no ZF. De fato, quando os usuários tem vetores de canal mutuamente ortogonais (aos quais nos referimos como usuários ortogonais), estas técnicas de *beamforming* têm exatamente o mesmo desempenho que a técnica DPC.

Em casos práticos e nos modelos estocásticos de canal adotados, no entanto, a ortogonalidade exata entre os usuários é um evento de probabilidade nula. Foi proposto, então, em (Yoo & Goldsmith, 2006), que a seleção de usuários utilize como restrição a quase-ortogonalidade, na forma de ϵ-ortogonalidade. Os usuários i e j são ϵ-ortogonais se

$$\frac{|\mathbf{h}_i\,\mathbf{h}_j^{\mathrm{H}}|}{\|\mathbf{h}_i\|\,\|\mathbf{h}_j\|} \leq \epsilon, \tag{2.39}$$

em que ϵ é um valor arbitrário. Um conjunto de usuários é dito ϵ-ortogonal se seus canais são ϵ-ortogonais par a par. Demonstrou-se em (Yoo & Goldsmith, 2006) que o uso de ZF com a escolha de usuários ϵ-ortogonais tem desempenho assintoticamente ótimo à medida que o número de usuários, K, tende a infinito.

O valor do parâmetro ϵ é arbitrário, e sua escolhe envolve um compromisso. Por um lado, um valor pequeno de ϵ resulta em menor interferência, e, no caso do ZFBF, em maior potência útil recebida. Assim, a SINR é maior. Por outro lado, o ϵ pequeno diminui a quantidade de usuários ϵ-ortogonais entre si, restringindo assim a seleção de usuários.

A escolha ótima de um grupo de usuários ϵ-ortogonais é um problema combinatório e de complexidade não polinomial. Isto ocorre porque a otimalidade só é conseguida através de busca dentre todos os grupos ϵ-ortogonais de um até N_t usuários. Algoritmos gulosos (*greedy*, em inglês), computacionalmente muito simples, foram propostos em (Yoo & Goldsmith, 2006) e (Yoo & Goldsmith, 2005), denominados respectivamente seleção de usuários semi-ortogonais (SUS, do inglês *semi-orthogonal user selection*) e algoritmo guloso para máximo clique ponderado (GWC, do inglês *greedy weighted clique*). Seu desempenho foi comparado com a busca exaustiva, e os resultados estão na Figura 2.11. Nota-se que o desempenho dos algoritmos subótimos é próximo do ótimo para os cenários simulados, sendo que a complexidade da busca exaustiva é consideravelmente maior que a de ambos SUS e GWC.

O algoritmo SUS é baseado na ortogonalização de Gram-Schmidt. A descrição passo-a-passo deste algoritmo é a seguinte:

1. Inicialização:
   - $\mathcal{T}_0 = \{1, \ldots, K\}$: conjunto de usuários candidatos à seleção
   - $i = 1$: número de iterações
   - $\mathcal{S}_0 = \{\}$: conjunto de usuários selecionados
2. Para cada usuário $k \in \mathcal{T}_i$, calcular $\mathbf{g}_k$, a componente de $\mathbf{h}_k$ ortogonal ao subespaço definido pelos canais dos usuários já selecionados, via Gram-Schmidt; Se $i = 1$, $\mathbf{g}_k = \mathbf{h}_k$;
3. É selecionado o usuário pertencente a $\mathcal{T}_i$ cuja norma $\|\mathbf{g}_k\|$ é a maior:
$$\mathcal{S}_{i+1} = \mathcal{S}_i \bigcup \left\{ \max_{k \in \mathcal{T}_i} (\|\mathbf{g}_k\|) \right\}$$
4. Se $|\mathcal{S}_{i+1}| < N_t$, então calcular $\mathcal{T}_{i+1}$ como
$$\mathcal{T}_{i+1} = \left\{ k \in \mathcal{T}_i \,\middle|\, \frac{|\mathbf{h}_k^{\mathrm{H}} \, \mathbf{g}_j|}{\|\mathbf{h}_k\| \, \|\mathbf{g}_j\|} \leq \epsilon, \forall j \in \mathcal{S} \right\}$$

5. Atualizar contador: $i = i + 1$;

O algoritmo GWC, por sua vez foi proposto em (Yoo & Goldsmith, 2005) a partir da visão da seleção de usuários como um problema de máximo clique ponderado em um grafo (Bomze, Budinich, Pardalos, & Pelillo, 1999).

Seja o grafo cujos nós são os usuários, e a eles são atribuídos pesos, que correspondem à métrica de seleção de usuário, como por exemplo seu ganho de canal ou sua SINR. Cada par de usuários ϵ-ortogonais tem seus respectivos nós conectados. O problema de seleção de usuários pode ser visto então como o problema de selecionar o subgrafo totalmente conectado (clique) cuja soma dos pesos dos nós seja máxima. A solução ótima deste problema exige o teste de cada clique e, portanto, tem alta complexidade. Foi proposto por este motivo o GWC, um algoritmo guloso que consiste nos seguintes passos:

1. É selecionado o nó de maior peso dentre os candidatos. Na primeira iteração, o nó de maior peso é selecionado;

2. O conjunto de candidatos é composto pelos nós conectados a todos os elementos do grupo já selecionado;

3. Caso N_t nós já tenham sido selecionados ou o conjunto de candidatos seja vazio, o algoritmo chega ao fim.

Como se vê na Figura 2.11, o SUS tem desempenho muito próximo do algoritmo GWC, que, por sua vez, tem menor carga computacional, por não realizar as operações necessárias para a ortogonalização. Portanto, o GWC será utilizado neste trabalho para realizar a seleção de usuários, exceto quando especificado.

2.4 Conclusão

Neste capítulo, foi descrito o canal de *broadcast* gaussiano MIMO, um canal não degradado cuja capacidade foi determinada recentemente e para o qual muitas técnicas de transmissão foram propostas para suprir a falta de um esquema ótimo implementável.

O uso de estratégias lineares e não lineares foi discutido, com foco no seu desempenho medido através da taxa soma. A opção pelas técnicas lineares é devida ao seu apelo prático: baixa complexidade, bom desempenho e robustez a erros de estimação.

Por fim, descrevemos o problema da seleção de usuários ativos, questão essencial para o uso de técnicas lineares. Descrevemos a condição de quase-ortogonalidade, que leva à seleção de usuários que tenham configuração espacial favorável à aplicação de *beamforming*.

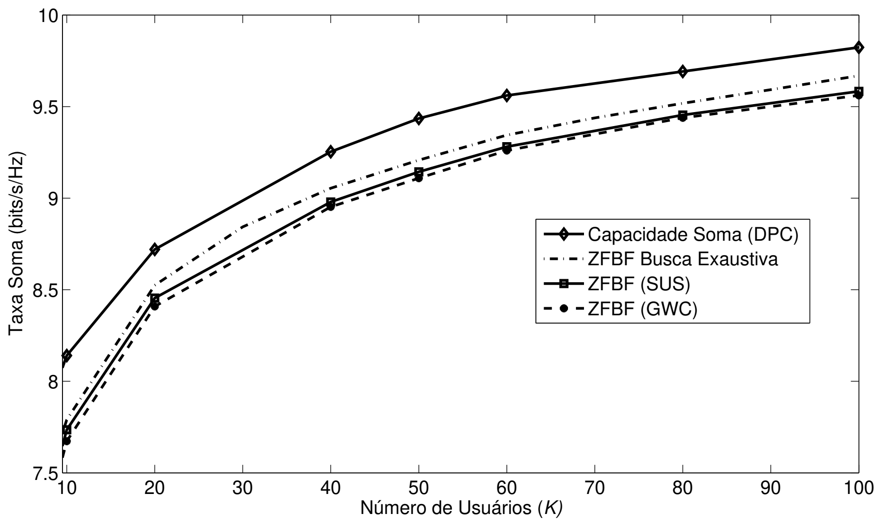


Figura 2.11: Taxa soma em função do número de usuários para ZFBF e seleção de usuários com busca exaustiva, GWC e SUS.

Ao longo do capítulo, consideramos que o transmissor tem acesso a informação perfeita sobre os ganhos de canal, e a utiliza para aplicar as técnicas de transmissão e de seleção de usuário. A análise das técnicas de transmissão e seleção de usuários quando o transmissor tem apenas acesso a informação parcial de canal será feita no capítulo seguinte.

Capítulo 3

Conhecimento parcial do estado de canal no transmissor

Em diversas situações, é útil que o terminal transmissor tenha conhecimento sobre o canal através do qual é efetuada a comunicação. A informação de estado de canal (CSI, do inglês *channel state information*) permite que o sinal seja processado e codificado antes da transmissão, de modo a adequá-lo às atenuações e distorções sofridas, possibilitando uma comunicação mais eficiente. Como exemplos de uso de informação do canal no transmissor, podem ser citados a mitigação da interferência intersimbólica através da precodificação e o processamento espacial SVD feito em canais MIMO ponto-a-ponto.

No canal de *broadcast*, a presença de múltiplos receptores aumenta a importância do conhecimento de canal. Os ganhos com diversidade multiusuário, obtidos através da seleção de usuários feita no transmissor, podem ser explorados somente se este conhecer o estado do canal. A CSI é imprescindível também para que o transmissor possa lidar com a interferência interusuário. De fato, todas as técnicas apresentadas no capítulo 2 referentes ao canal de *broadcast* com múltiplas antenas requerem que o transmissor tenha conhecimento do canal.

Contudo, em geral não e possível para o transmissor obter a CSI de modo direto, pois somente a partir do sinal recebido é possível estimar o canal. Ainda assim, em uma situação é possível ao transmissor estimar o canal: quando este utiliza o mesmo canal também para recepção, o que acontece em sistemas com duplexação por divisão no tempo (TDD, do inglês *time-division duplexing*). Na TDD, os terminais alternam no tempo o papel de transmissor e receptor utilizando a mesma faixa de frequência. Cada terminal pode, então, utilizar a estimativa feita enquanto receptor para ajudar na transmissão.

Grande parte dos sistemas de comunicação realiza, no entanto, duplexação por divisão em frequência (FDD, do inglês *frequency-division duplexing*), em que os terminais transmitem e recebem simultaneamente em faixas de frequência diferentes. Nestes sistemas, para que o transmissor tenha acesso a uma estimativa do canal, é necessário que terminais receptores lhes enviem esta informação.

Este trabalho lida com a realimentação de CSI feita pelos usuários para a ERB em canais de *broadcast*, quando esta não pode obtê-la diretamente. Em particular, o foco deste trabalho está em como representar esta CSI de modo eficiente, utilizando o mínimo de recursos na sua realimentação para gerar o melhor desempenho possível na comunicação. Em outras palavras, o problema é como realizar transmissão em um canal de *broadcast* em que o transmissor central tem apenas conhecimento parcial do canal. O objetivo deste trabalho é a análise do efeito do conhecimento de canal no transmissor, no sentido de investigar técnicas que utilizem o menor número de bits de realimentação com o melhor desempenho. Como resultado desta investigação, foi proposta uma técnica que permite a exploração da diversidade multiusuário e apresenta melhor desempenho que técnicas preexistentes.

A discussão sobre o problema de transmissão no canal de *broadcast* com CSI parcial é apresentada neste capítulo da seguinte maneira. Iniciamos por discutir o modelo utilizado para a realimentação de CSI. Em seguida, abordamos o problema para canais SISO, que contam com apenas uma antena por terminal. Logo depois, partimos para o canal MISO, e analisamos as implicações de haver múltiplas antenas no transmissor para a representação da CSI, destacando sua relevância ainda maior no caso de múltiplas antenas. Dividimos então a CSI, discutindo separadamente a informação de direção do canal (CDI, do inglês *channel direction information*) e a informação de qualidade do canal (CQI, do inglês *channel quality information*). Na sequência, apresentamos a técnica de realimentação de CSI proposta neste trabalho, e por fim expomos e discutimos os resultados das simulações numéricas.

3.1 Modelo de realimentação de conhecimento de canal

Para que o transmissor tenha acesso a informação parcial do estado do canal, é necessário que os receptores estimem o canal e em seguida o enviem por meio de um canal de realimentação. Apresentamos aqui o modelo do canal de realimentação e da informação à qual o transmissor tem acesso.

Algumas hipóteses são feitas para o problema de realimentação do estado de canal, que são frequentes na literatura. Estas hipóteses são:

- A estimação de canal no receptor é livre de erros, portanto, o receptor conhece perfeitamente os ganhos de canal;

- O canal de realimentação tem probabilidade de erro nula;
- A informação de canal é recebida sem atrasos no transmissor.

Estas hipóteses resultam no fato que, no momento da transmissão de um dado bloco, o canal é perfeitamente conhecido pelos usuários. Lembramos aqui que adotamos o modelo de desvanecimento por blocos, em que os ganhos de canal se mantêm constantes durante cada bloco e têm uma nova realização no bloco seguinte. Assim, ele não varia ao longo do bloco, e a imperfeição de CSI no transmissor é devida unicamente a erros de quantização decorrentes do número finito de bits usados para representar o canal.

Embora não reflitam o que acontece na prática, principalmente no contexto de canais sem fio, estas hipóteses simplificam o problema. Deste modo, o foco do estudo fica em como representar a informação de canal a ser passada dos usuários para o transmissor, bem como qual técnica de transmissão deve ser utilizada a partir desta representação. Os efeitos de atrasos e de erros na estimação de canal e da realimentação requerem o estudo de questões fora do escopo deste trabalho.

3.2 BC SISO com conhecimento parcial de canal

Conforme descrito no na Seção 2.1 do capítulo anterior, a estratégia de transmissão que atinge a capacidade soma do canal com somente uma antena por terminal consiste em realizar a transmissão para o usuário cujo ganho de canal é o maior. Assim, a seleção do usuário pela seguinte regra é suficiente:

$$\arg\max_j |h_j|^2. \tag{3.1}$$

Portanto, a informação de canal que o transmissor necessita para atingir a capacidade é um escalar por usuário, dado pela magnitude do canal. O problema consiste então, no caso SISO, em analisar meios de realizar a quantização do ganho escalar com o menor impacto possível sobre a taxa soma.

Em (Somekh, Haimovich, & Bar-Ness, 2007) é discutido um esquema simples em que os usuários enviam para a ERB somente um bit de informação de canal. Nele, cada usuário informa ao transmissor apenas se seu ganho de canal está acima de um dado limiar γ, i.e., $|h_k|^2 \geq \gamma$, conhecido por ambos os terminais. A ERB então escolhe aleatoriamente um dos usuários com ganho acima do limiar e realiza a transmissão.

Surge aqui a necessidade de definir duas maneiras de se mensurar a taxa soma de um sistema com conhecimento parcial de canal no transmissor. Definimos como taxa adaptada a maior taxa que a ERB pode atribuir a cada usuário ativo com base em seu conhecimento de canal e a estratégia de transmissão. Neste caso, a taxa adaptada corresponde a $R = \log(1 + P\,\frac{\gamma}{N_0})$ se houver usuários com ganhos acima do limiar e $R = 0$ se não houver, pois o conhecimento de canal no transmissor limita-se a saber que o ganho do canal de qualquer possível candidato ativo é maior que o limiar, e portanto só é possível para a ERB atribuir a taxa R a partir das informações disponíveis neste terminal.

Em contraste, definimos como taxa atingível a maior taxa à qual é possível realizar comunicação confiável, dado que os demais parâmetros da transmissão (seleção de usuário ativo, alocação de potência, *beamforming* caso haja múltiplas antenas, etc.) são definidos com base na informação limitada sobre o canal. Neste caso, a taxa atingível é $\log(1 + P\,\frac{|h_k|^2}{N_0})$, em que $|h_k|^2 \geq \gamma$ é o ganho de canal do usuário escolhido para a transmissão. Note que todos os ganhos de canal de usuários selecionados são tais que $|h_k|^2 \geq \gamma$, portanto a taxa adaptada será neste caso sempre menor que a taxa atingível, o que garante que será possível realizar comunicação confiável. Caso a taxa adaptada fosse maior que a atingível, o que pode vir a acontecer em outras técnicas, é declarada a *outage*, ou seja, transmissão acima da comunicação confiável. Nestes casos, a taxa adaptada é anulada durante o bloco, pois consideramos que este necessitará retransmissão. A Figura 3.1 ilustra as definições acima. Nos trechos em que há mais de um usuário acima do limiar, a taxa adaptada depende de qual usuário será escolhido aleatoriamente.

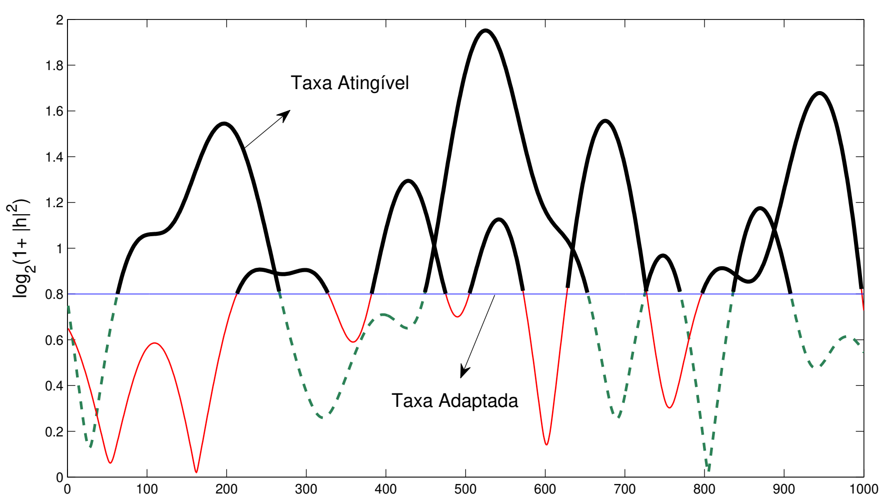


Figura 3.1: Esquema de realimentação de CSI com um bit para o BC SISO com 2 usuários.

Destacamos que a análise das taxas por estas duas definições tem objetivos diferentes. A taxa atingível indica se a informação de canal no transmissor é capaz de fazê-lo escolher usuários com altos ganhos. A análise da taxa adaptada, por sua vez, informa não somente sobre o sucesso da seleção de usuários, mas também se a CSI enviada à ERB é adequada para a determinação das taxas de transmissão.

Em (Somekh et al., 2007), demonstra-se, a partir do uso de um limiar dependente do número de usuários K, que tanto a taxa soma adaptada quanto a atingível têm comportamento assintótico igual ao da capacidade soma à medida que o número de usuários K tende a infinito, ou seja, da ordem de $\log(\log(K))$. Este resultado significa que mesmo um esquema de tal simplicidade consegue explorar os ganhos de diversidade multiusuário no caso SISO. Além deste resultado, é mostrado neste artigo que a taxa soma obtida com o limiar ótimo é muito próxima da capacidade. Este resultado nos indica que as taxas obtidas no canal de *broadcast* SISO são muito pouco sensíveis à quantização do ganho de canal, já que este esquema realiza a quantização menos precisa possível, de apenas 1 bit. Este resultado indica também que há pouco espaço para melhorias significativas para o caso SISO.

3.3 BC MISO com conhecimento parcial de canal

Nesta seção, o foco é nas técnicas de *beamforming* para o canal de *broadcast* MISO, com múltiplas antenas somente no transmissor e receptores de uma única antena. Neste caso, o canal entre o transmissor e cada usuário é representado por um vetor de ganhos e não mais por um valor escalar, o que leva a considerações sobre processamento espacial com conhecimento limitado do canal. Na Seção 3.7, será tratada a extensão para o caso do canal de *broadcast* MIMO, que pode ser feita diretamente a partir das técnicas propostas para MISO.

Quando o transmissor tem múltiplas antenas, a direção do vetor de canal de cada usuário passa a ter importância na estratégia de transmissão e na escolha de usuários. Somente tendo informação sobre a direção do canal é possível aplicar de maneira eficaz uma técnica de separação espacial dos usuários, de modo a permitir a transmissão simultânea para mais de um usuário por vez.

3.3.1 *Beamforming* oportunista

Uma das primeiras propostas para o canal MISO, feita em (Viswanath, Tse, & Laroia, 2002), utiliza as idéias do canal SISO para diminuir a quantidade de informação realimentada. Os autores propõem o seguinte procedimento, a cada bloco:

1. A partir de uma semente conhecida por todos os terminais, um vetor de *beamforming* $\mathbf{w}$ é gerado aleatoriamente;

2. Os usuários calculam seu ganho efetivo de canal , $|\mathbf{h}_k \mathbf{w}|$, e enviam este valor para o transmissor;

3. O transmissor escolhe o usuário de maior ganho efetivo e realiza a transmissão para ele.

Podemos escrever o sinal recebido pelo usuário selecionado como:

$$y^* = \sqrt{P}\mathbf{h}^* \mathbf{w}\, x^* + n^* \tag{3.2}$$

em que $\mathbf{h}^*$ é o vetor de canal do usuário ativo e $n^* \sim \mathcal{N}(0,1)$ é o ruído. Sua SNR é portanto

$$SNR = P\,|\mathbf{h}^* \mathbf{w}|^2. \tag{3.3}$$

Esta técnica baseia-se no canal SISO. A ideia fundamental é que os ganhos de diversidade multiusuário advêm da variação dos canais, permitindo que haja com alta probabilidade ao menos um usuário com alto ganho de canal. Então, os autores propuseram que a adição de antenas no transmissor, aliada ao *beamforming* aleatório, seria capaz de aumentar a variação no ganho efetivo dos canais, quando comparada ao canal SISO original. Com isto, seriam providas mais oportunidades de canais com ganhos elevados, o que justifica a denominação da técnica.

De fato, esta técnica atinge o objetivo de induzir variação no canal. Contudo, é conferido ao MISO um comportamento equivalente ao do canal SISO. Mesmo em termos de diversidade multiusuário, a técnica atinge somente o comportamento assintótico de $\log(\log(K))$ para $K \to \infty$, igual ao do SISO, mas inferior ao ganho máximo de diversidade do MISO, de $N_t\, \log(\log(K))$.

A aplicabilidade desta técnica, no entanto, é decorrente de sua principal vantagem: ao reduzir o sistema ao caso SISO, passa também a exigir um número muito pequeno de bits de realimentação. Efetivamente, com 1 bit por usuário ele atinge o mesmo desempenho que o caso SISO apresentado na seção anterior.

3.3.2 *Beamforming* ortogonal

Como expansão do *beamforming* oportunista, foi proposta em (Sharif & Hassibi, 2005) uma técnica que utiliza conjuntos de vetores de *beamforming* ortogonais para realizar separação espacial dos usuários, permitindo assim que múltiplos usuários estejam ativos por vez. A técnica proposta, denominada OSDMA (do inglês *Orthogonal Space-Division Multiple Access*), consiste no seguinte procedimento:

1. A partir de uma semente conhecida por todos os terminais, um conjunto de N_t vetores de *beamforming* ortogonais $\{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \ldots, \mathbf{w}_{N_t}\}$ é gerado aleatoriamente;

2. Os usuários calculam sua SINR para cada um dos vetores de *beamforming* e enviam o maior valor para o transmissor, bem como o índice do *beamforming* escolhido;

3. Para cada vetor de *beamforming*, é selecionado o usuário de maior ganho. O transmissor realiza a transmissão para os usuários selecionados, com a mesma potência $p = \frac{P}{M}$ alocada para cada um dos os usuários.

Com isto, o k-ésimo usuário ativo recebe o sinal

$$y_k = \sqrt{p}\mathbf{h}_k\,\mathbf{w}_k\,x_k + \sqrt{p}\sum_{j\neq k}\mathbf{h}_k\,\mathbf{w}_j\,x_j + n_k \tag{3.4}$$

e sua SINR é portanto

$$\begin{aligned}\gamma_k &= \frac{p\,\|\mathbf{h}_k\,\mathbf{w}_k\|^2}{N_0 + p\,\sum_{j\neq k}\|\mathbf{h}_k\,\mathbf{w}_j\|^2} && \text{(3.5a)}\\ &= \frac{p\,\|\mathbf{h}_k\|^2\,\alpha_k^2}{N_0 + p\,\|\mathbf{h}_k\|^2\,(1-\alpha_k^2)}, && \text{(3.5b)}\end{aligned}$$

em que $\alpha_k = \frac{|\mathbf{h}_k\,\mathbf{w}_k|}{\|\mathbf{h}_k\|}$ é o cosseno do ângulo entre o vetor de canal com o vetor de *beamforming* mais próximo. Para justificar a simplificação da expressão da interferência em (3.5b), reescrevemos o vetor de canal como

$$\mathbf{h}_k = \|\mathbf{h}_k\|(a_k\,\mathbf{w}_k + \bar{\mathbf{h}}_k) \tag{3.6}$$

em que $\bar{\mathbf{h}}_\mathbf{k}$ é ortogonal a $\mathbf{w}_k$ e $a_k = \frac{\mathbf{h}_k\,\mathbf{w}_k}{\|\mathbf{h}_k\|}$ de modo que $\alpha_k = |a_k|$. Com isto,

$$\begin{aligned}\sum_{j\neq k}\|\mathbf{h}_k\,\mathbf{w}_j\|^2 &= \|\mathbf{h}_k\|^2\sum_{j\neq k}\|(\alpha_k\,\mathbf{w}_k + \bar{\mathbf{h}}_k)\,\mathbf{w}_j\|^2 && \text{(3.7)}\\ &= \|\mathbf{h}_k\|^2\sum_{j\neq k}\|\bar{\mathbf{h}}_k\,\mathbf{w}_j\|^2 && \text{(3.8)}\\ &= \|\mathbf{h}_k\|^2\,\|\bar{\mathbf{h}}_k\|^2 && \text{(3.9)}\\ &= \|\mathbf{h}_k\|^2\,(1-\alpha_k^2). && \text{(3.10)}\end{aligned}$$

A passagem de (3.8) para (3.9) se deve ao fato que os vetores $\mathbf{w}_j$, com $j = 1, \ldots N_t$, $j \neq k$ formam uma base ortonormal do espaço que contém $\bar{\mathbf{h}}_\mathbf{k}$. O passo em (3.10) vem da decomposição em (3.6). Assim, como todos os usuários conhecem os vetores de *beamforming*, eles podem calcular sua SINR a partir do vetor de canal e de seu ângulo com o *beamforming* mais próximo. Como resultado, a informação sobre a SINR corresponde exatamente à SINR verdadeira de cada usuário, o que resulta em taxa adaptada igual à taxa atingível.

Em (Sharif & Hassibi, 2005), é demonstrado que a taxa soma atingida com o uso de OSDMA tem comportamento assintótico de $N_t \log(\log(K))$ à medida que o número de usuários K tende a infinito, mesmo comportamento da capacidade soma. Isto não indica que sua taxa soma tende à capacidade soma, mas sim que a diferença entre elas tende a ser constante.

O OSDMA requer que cada usuário envie agora dois valores para o transmissor:

- Um número inteiro: o índice do vetor de *beamforming* escolhido pelo usuário;
- Um número real: a SINR do usuário.

A SINR de cada usuário é a informação de qualidade do canal (CQI). Por ser um número real, é necessário quantizar a CQI para representá-la com bits, o que gera distorção no valor da SINR. A Figura 3.2 ilustra o efeito da quantização da SINR sobre a taxa soma atingida por esta técnica. Fica claro que a precisão de quantização escalar não é essencial para o aproveitamento da diversidade multiusuário. De fato, como esperado, o uso de poucos bits leva a perda de desempenho, porém não modifica o comportamento assintótico da taxa em função do número de usuários K. Na literatura, é comum assumir que o valor da CQI é quantizado perfeitamente, já que o erro de quantização da CQI em geral não se traduz em mudança de comportamento do desempenho do sistema.

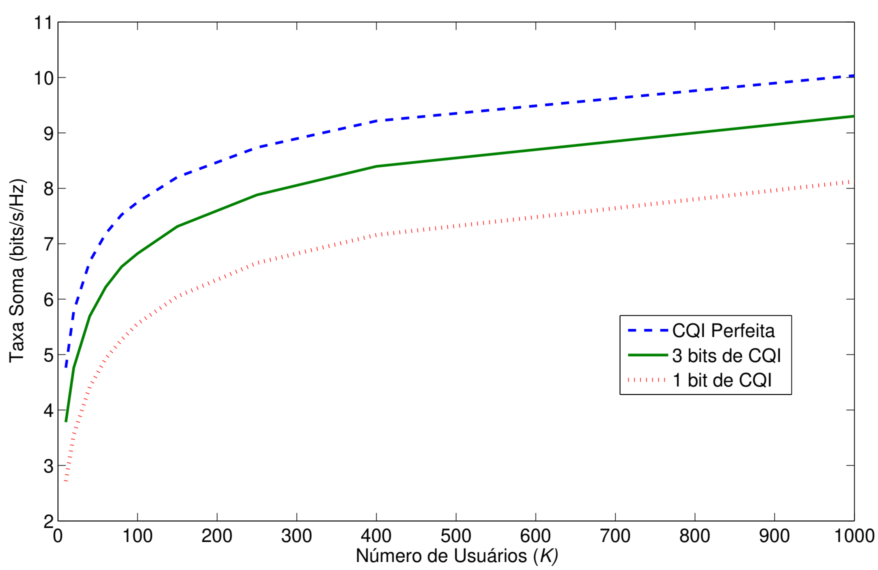


Figura 3.2: Efeito da quantização da CQI sobre a diversidade multiusuário do OSDMA para SNR = 10 dB e $N_t = 3$.

O índice do vetor de *beamforming* consiste de informação sobre a direção do canal (CDI), já que é o vetor, dentre os N_t possíveis, cujo alinhamento com o canal é o maior. Com esta técnica, são necessários $\log_2(N_t)$ bits para representar a CDI.

Vemos que o OSDMA simplifica a direção do canal, aproximando-a por uma entre N_t direções ortogonais, o que caracteriza um procedimento de quantização vetorial. O alinhamento entre canal e *beamforming*, representado aqui pela variável α_k, é uma medida de precisão da informação de direção. Caso a direção do vetor de canal coincida com uma das direções dos vetores de *beamforming*, seu valor é $\alpha_k = 1$, e a SINR é máxima. Qualquer desvio resulta em valor menor, e sua distância do valor unitário tem forte impacto na SINR final, pois não somente diminui a potência útil mas também aumenta a potência da interferência recebida.

Na Figura 3.3, é mostrada a variação da SINR da equação (3.5b) em função dos valores de α_k, para diferentes valores de SNR, com $\|\mathbf{h}_k\| = 1$. Para melhor visualização, traçamos a curva da SINR normalizada, ou seja, dividida pelo seu máximo em cada caso. Percebemos que para diferentes parâmetros a sensibilidade pode variar, pois em alta SNR o aumento da interferência é mais significativo, mas em todos os cenários a diminuição no valor de α_k causa grande queda na SINR resultante. Isto é uma indicação da importância da CDI no desempenho de técnicas de separação espacial dos sinais dos usuários. De fato, esta importância foi constatada em todas as simulações realizadas ao longo do trabalho.

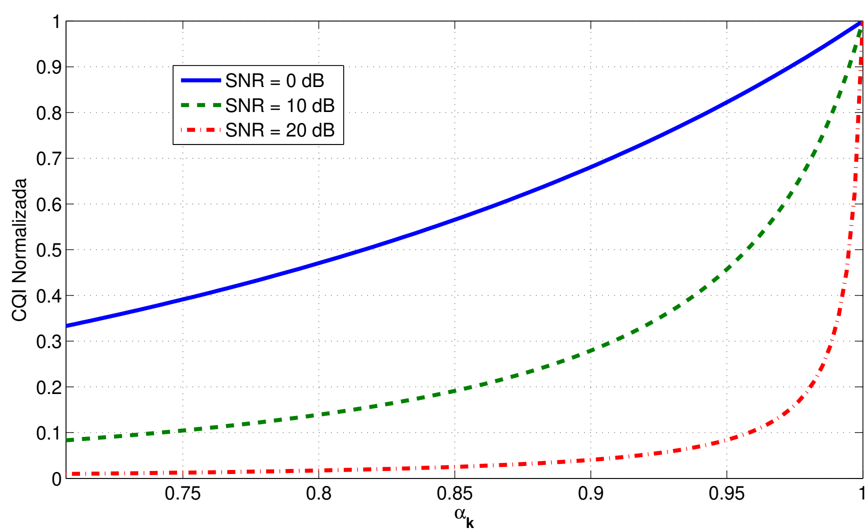


Figura 3.3: Efeito de α_k sobre CQI para diferentes valores de SNR no OSDMA.

Na Figura 3.4, é traçada a função de distribuição cumulativa (cdf, do inglês *cumulative distribution function*) da variável α_k de um usuário k arbitrário, para $N_t = 3$ antenas de transmissão. Vemos que em aproximadamente 60% dos canais temos $\alpha_k < 0{,}8$, e, como mostrado na Figura 3.3, estes valores já representam perda de SNR de mais de 50% nos casos plotados. Isto indica que a quantização da CDI por uma base ortonormal falha ao representar grande parte dos canais, o que leva a pior desempenho na transmissão.

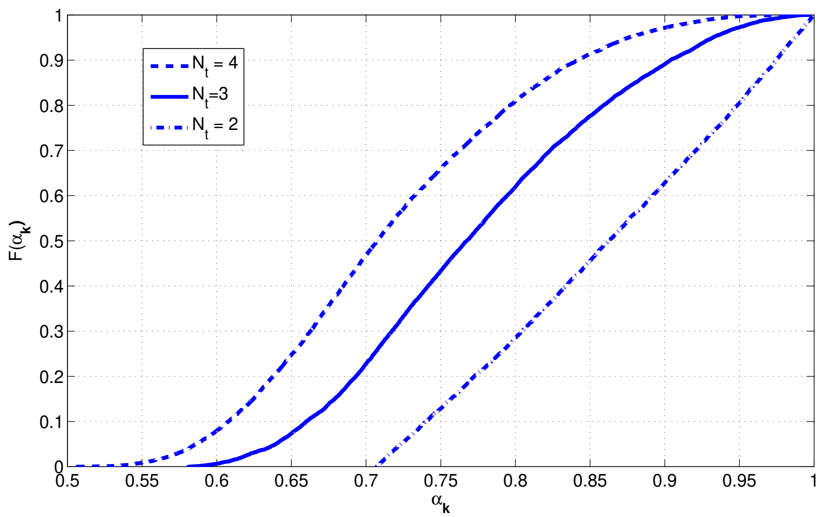


Figura 3.4: A cdf da variável α_k do OSDMA para $N_t = 2, 3$ e 4.

A técnica OSDMA explora com sucesso a diversidade multiusuário ao realizar separação espacial com CSI limitada. No entanto, vimos que há problemas no que diz respeito à representação da CDI. Por este motivo, analisamos o problema de quantização vetorial, com o intuito de chegar a uma maneira eficaz de capturar a informação de canal e utilizá-la na transmissão. Após esta análise, será discutida a representação da CQI, dadas as implicações da CDI e da técnica de transmissão utilizada.

3.4 Quantização vetorial

O problema de quantização vetorial está presente em diversas áreas, como por exemplo a compressão de sinal de voz (Makhoul, Roucos, & Gish, 1985) e de imagens digitais (Usevitch, 2001). Seu estudo teve início ainda nos anos 1940, e há técnicas avançadas de alto desempenho para executar a tarefa de quantizar um vetor (Gray & Neuhoff, 1998).

A quantização vetorial consiste em aproximar uma variável aleatória vetorial definida em um domínio contínuo por um elemento de um conjunto de vetores pré-definido, denominado *codebook*, de modo a representá-la pelo índice deste elemento. O problema de quantização vetorial recai sobre como projetar *codebooks* adequados para a representação de cada variável aleatória.

Em princípio, o processo de quantização vetorial pode ser aplicado ao problema de realimentação de CSI. É possível vislumbrar um esquema em que cada usuário quantiza seu vetor de canal e o envia para a ERB, que o utiliza em alguma das técnicas de transmissão descritas no capítulo anterior. Esta versão quantizada de canal seria utilizada em lugar do vetor de canal verdadeiro para seleção de usuários, cálculo de *beamforming* e determinação das taxas de transmissão de cada usuário (a partir da modulação e da taxa de código escolhidas).

No entanto, esta representação simples dos vetores de canal não traz informação de canal da maneira mais adequada para o uso no terminal transmissor. Isto ocorre porque, ao receber a versão quantizada dos vetores de canais, denotada aqui como $\hat{\mathbf{h}}_k$ para o k-ésimo usuário, o transmissor não tem informação sobre qual o impacto da quantização sobre a SINR de cada usuário. Para explicar isto, escrevemos a SINR do k-ésimo usuário em função do canal quantizado:

$$\begin{aligned}\gamma_k &= \frac{P_k\,|\mathbf{h}_k\,\mathbf{w}_k|^2}{N_0 + \sum_{j=1,j\neq k}^{M} P_j\,|\mathbf{h}_k\,\mathbf{w}_j|^2} && (3.11)\\ &= \frac{P_k\,|(\hat{\mathbf{h}}_k + \mathbf{e}_k)\,\mathbf{w}_k|^2}{N_0 + \sum_{j=1,j\neq k}^{M} P_j\,|(\hat{\mathbf{h}}_k + \mathbf{e}_k)\,\mathbf{w}_j|^2}, && (3.12)\end{aligned}$$

em que $\mathbf{e}_k = \mathbf{h}_k - \hat{\mathbf{h}}_k$ é o vetor erro de quantização. Vemos então que a SINR depende não somente do tamanho mas também da direção de $\mathbf{e}_k$, por definição uma incógnita para o terminal transmissor. Ao calcular a SINR a partir da informação quantizada de canal, ou seja,

$$\hat{\gamma}_k = \frac{P_k\,|\hat{\mathbf{h}}_k\,\mathbf{w}_k|^2}{N_0 + \sum_{j=1,j\neq k}^{M} P_j\,|\hat{\mathbf{h}}_k\,\mathbf{w}_j|^2}, \tag{3.13}$$

e, em seguida, usá-la para cálculo da taxa $\hat{R}_k = \log(1 + \hat{\gamma}_k)$, o resultado pode estar acima da maior taxa atingível, $R_k = \log(1 + \gamma_k)$. Como a taxa é determinada a partir de $\hat{R}$, existe a possibilidade de *outage*, resultando em erro e perda do bloco.

Este efeito fica claro quando simulamos as técnicas ZFBF e MMSEBF utilizando esta informação de canal no transmissor. Na Figura 3.5, vemos tanto a taxa soma adaptada quanto a atingível para as duas técnicas com o uso de um *codebook* de 512 vetores e comparamos com o desempenho obtido com conhecimento total de canal. O fato de a taxa adaptada ser muito menor que a taxa atingível se deve à *outage*, que ocorre com muita frequência. De fato, nestas simulações obtivemos probabilidade de *outage* de cerca de 70% para o MMSEBF e de 98% no caso do ZFBF.

Concluímos disto que é desejável que o transmissor receba informação sobre o impacto da quantização sobre o desempenho da transmissão. O OSDMA, por exemplo, leva em conta esta informação ao utilizar como CQI a SINR calculada em função do erro de quantização α_k. A SINR é uma boa métrica de qualidade do canal, pois contém informação tanto dos ganhos de

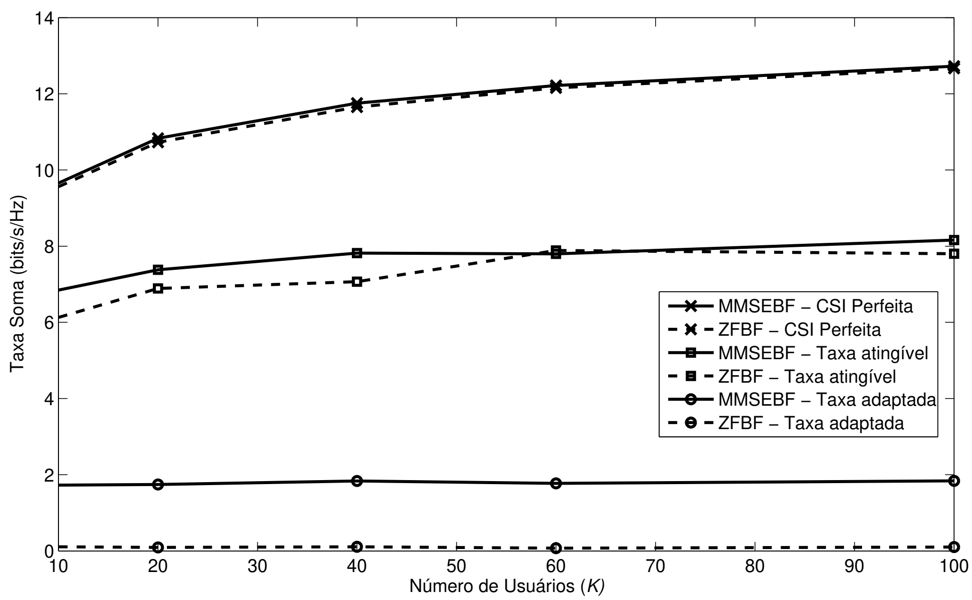


Figura 3.5: Taxa soma de ZFBF e MMSEBF com o uso de quantização vetorial simples do canal, a SNR de 10 dB.

canal quanto dos erros de quantização, bem como da interferência.

No entanto, para que um usuário possa calcular sua SINR, é necessário que ele conheça tanto seu vetor de canal como todos os vetores de *beamforming* e as potências alocadas. Isto acontece no OSDMA, mas faz com que o sistema fique restrito a transmitir utilizando um conjunto pré-definido de vetores de *beamforming* que pode não ser adequado aos vetores de canais.

Neste contexto, dada a necessidade de incluir informação sobre a SINR e ter quantização vetorial que represente com precisão o vetor de canal, propomos o uso do ZFBF com CSI parcial, dividida em duas partes: como informação de direção do canal (CDI), usamos uma versão quantizada do canal normalizado e, como informação de qualidade do canal (CQI), usamos um limitante inferior da SINR, levando em conta o erro de quantização. Conforme sabemos, o ZFBF tem desempenho assintoticamente ótimo, e seu desempenho já é próximo ao MMSEBF mesmo com poucos usuários. Além disto, considerando a seleção de usuários ϵ-ortogonais, mostraremos na Seção 3.5 que podemos chegar a um limitante inferior da SINR calculado com a informação disponível localmente no terminal de usuário que pode ser usada como CQI. Por fim, como veremos, não é necessário ter informação da norma do vetor de canal para calcular o *beamforming* com esta técnica, mas somente a CDI. Isto diminui a quantidade de informação necessária, e justifica a divisão da informação de canal entre CDI e CQI.

Analisaremos a seguir o problema de quantização da direção do canal, em oposição à quantização do vetor propriamente dito. Veremos como esta informação é adequada para o uso de ZFBF e como ela reduz em um a dimensão da informação a ser quantizada. Será discutido também o impacto da correlação sobre a quantização do canal.

3.4.1 Quantização da direção do canal

No espaço euclideano $\mathbb{R}^3$, a direção de um vetor é definida como a reta à qual ele pertence, de forma que a multiplicação por um escalar não nulo não a altera. De modo análogo, no espaço complexo, definimos aqui a direção de um vetor como o subespaço de dimensão um que o contém, sendo ela também invariante a multiplicação por escalar complexo não nulo.

Quando aplicamos ZFBF, o vetor de *beamforming* de cada usuário ativo é calculado como o vetor ortogonal aos canais dos demais usuários, conforme expressão (2.20), na página 19. Quando somente informação sobre o canal quantizado está disponível no transmissor, esta condição do ZFBF passa a ser

$$|\hat{\mathbf{h}}_k \, \mathbf{w}_j| = 0, \tag{3.14}$$

para todo $j \neq k$, em que $\hat{\mathbf{h}}_k$ é o vetor de canal quantizado do k-ésimo usuário. Note que a equação (3.14) é invariante a multiplicação por escalar, pois, se for válida para $\hat{\mathbf{h}}_k$, é válida também a equação $|c\,\hat{\mathbf{h}}_k \, \mathbf{w}_j| = 0$, para qualquer $c \in \mathbb{C}$.

A condição de ϵ-ortogonalidade utilizada para a seleção de usuários, expressa por (2.39) na página 29, também é modificada quando o transmissor só tem acesso à versão quantizada dos vetores de canal. Neste caso, ela é

$$\frac{|\hat{\mathbf{h}}_i^{\mathrm{H}} \, \hat{\mathbf{h}}_j|}{\|\hat{\mathbf{h}}_i\| \, \|\hat{\mathbf{h}}_j\|} \leq \epsilon. \tag{3.15}$$

Da expressão, fica claro que também a ϵ-ortogonalidade é invariante a multiplicação por escalar.

Assim, vemos que, para implementar o ZFBF com conhecimento parcial de canal, é suficiente que o transmissor saiba a direção dos vetores de canal dos usuários (CDI), para calcular o *beamforming* e determinar a ϵ-ortogonalidade, e uma estimativa de sua SINR (CQI), para seleção de usuários e determinação das taxas. Na técnica proposta, a CQI consiste no limitante inferior proposto na Seção 3.5.1.

A quantização de direção se insere no contexto de quantização grassmaniana (D. J. Love, , Jr., & Strohmer, 2003). De fato, o conceito topológico de variedade de Grassmann $\mathcal{G}_{n,p}$ consiste do conjunto de todos os subespaços de dimensão p em um espaço de dimensão n (Conway, Hardin, & Sloane, 2002). A partir da definição de direção, vimos que quantizar a direção de um vetor de canal equivale a representar a variedade de Grassmann complexa $\mathcal{G}_{N_t,1}$ por um *codebook*, ou seja, por um subconjunto apropriado de subespaços de dimensão 1.

Ao quantizar somente a direção do canal em vez de o vetor propriamente dito, diminuímos em 1 a dimensão a ser representada, e por conseguinte são necessários menos bits de realimentação. Este ganho de uma dimensão pode ser visto da seguinte maneira: a direção de um vetor em $\mathbb{R}^2$ pode ser representada por seu ângulo em relação ao eixo x, ou seja, uma coordenada; do mesmo modo, a direção de um vetor em $\mathbb{R}^3$ pode ser representada pelos ângulos em relação ao eixo x e y, e assim por diante. Em espaços complexos, o mesmo ganho é observado, apesar de não ser tão intuitivo.

Canais MIMO ponto-a-ponto

Na literatura, a quantização na variedade de Grassmann foi proposta primeiro para o problema da realimentação de estado de canal no contexto MIMO ponto-a-ponto, em (D. J. Love et al., 2003). Neste artigo, os autores adotam *beamforming* de recepção MRC, descrito na Seção 2.2.2, na página 27, e escolhem o *beamforming* de transmissão dentre os vetores de um *codebook* $\mathcal{C}$ de modo a maximizar a SNR resultante. Seu índice é então enviado para o transmissor, que o utiliza em seguida.

A maximização de SNR é descrita como

$$\mathbf{w} = \arg\max_{\mathbf{c}\in\mathcal{C}} \|\mathbf{H}\,\mathbf{c}\|^2, \tag{3.16}$$

em que $\mathbf{w}$ é o *beamforming* de tranmissão, $\mathbf{H}$ é a matriz de canal MIMO e o *codebook* $\mathcal{C} = \{\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2 \ldots, \mathbf{c}_N\}$ é constituído de vetores de norma unitária, de modo a respeitar a restrição de potência na transmissão. Dada esta restrição, vemos que neste caso a potência recebida, $\|\mathbf{H}\,\mathbf{w}\|^2$, é invariante a multiplicação por escalar de valor absoluto 1, ou seja, $\|\mathbf{H}\,\mathbf{w}\|^2 = \|\mathbf{H}\,\mathbf{w}\,e^{j\theta}\|^2$, para qualquer valor de θ. Assim, o problema equivale a quantizar a direção do vetor de *beamforming*.

Note que o maior valor possível para esta função custo é igual ao maior autovalor da matriz $\mathbf{H}^{\mathrm{H}}\,\mathbf{H}$, denotado aqui por λ_1. Em (D. J. Love et al., 2003), utiliza-se então a seguinte função de distorção da quantização, utilizada para projetar o *codebook*:

$$\mathrm{E}_{\mathbf{H}}[\lambda_1 - \|\mathbf{H}\,\mathbf{w}\|^2]. \tag{3.17}$$

O *codebook* ótimo para esta aplicação é então o que minimiza esta função distorção.

Para canais $\mathbf{H}$ com desvanecimento Rayleigh independente e identicamente distribuído (iid), demonstrou-se em (D. J. Love et al., 2003) que o problema de projetar o *codebook* equivale ao problema de empacotamento de retas [1]. Este problema consiste em distribuir um conjunto de N retas que passam pela origem (genericamente, subespaços de dimensão um), de modo que os ângulos entre elas sejam os maiores possíveis. Este problema é de difícil solução e necessita de uma alternativa subótima. Então, o seguinte critério de otimização foi proposto para a solução do problema de projeto do *codebook* $\mathcal{C}$:

$$\mathcal{C} = \arg \max_{\{\mathbf{c}_1,\mathbf{c}_2\ldots,\mathbf{c}_N\}} \min_{1\leq i<j\leq N} \sqrt{1-|\mathbf{c}_i^{\mathrm{H}}\mathbf{c}_j|^2}, \tag{3.18}$$

em que $\sqrt{1-|\mathbf{c}_i^{\mathrm{H}}\mathbf{c}_j|^2}$ corresponde ao seno do ângulo entre $\mathbf{c}_i$ e $\mathbf{c}_j$, e recebe o nome de distância cordal (Conway et al., 2002). Em palavras, o *codebook* deve ser projetado como o conjunto de N vetores de norma unitária cujo menor ângulo entre qualquer par de vetores é o maior possível. Intuitivamente, o *codebook* deve conter as retas mais espaçadas entre si, de modo a contemplar satisfatoriamente todas as direções. Aos *codebooks* projetados a partir deste critério damos o nome de *codebook* grassmanniano. De fato, também na quantização o critério é a distância cordal. Na Figura 3.6, vemos o *codebook* grassmanniano de cardinalidade $|C| = 4$ no espaço $\mathbb{R}^2$, e o processo de quantização do vetor de canal. Notamos na figura que, apesar de o vetor $\mathbf{h}_k$ estar mais próximo de $\mathbf{c}_4$ em termos de distância euclideana, ele está mais próximo da reta (subespaço de dimensão 1) representada por $\mathbf{c}_1$ de acordo com o critério de distância cordal, e por isso este vetor é o escolhido para representar sua direção.

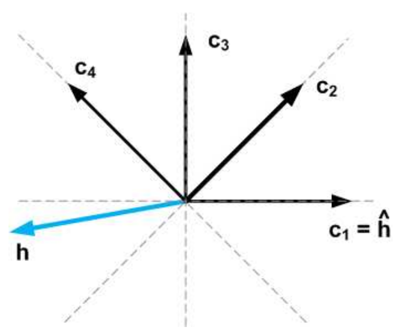


Figura 3.6: Quantização com o *codebook* grassmanniano de cardinalidade $|\mathcal{C}| = 4$ no espaço $\mathbb{R}^2$.

Aplicação no ZFBF

A partir da análise feita para canais MIMO ponto-a-ponto, veremos que a quantização da direção do vetor de canal para sistemas MISO multiusuário com ZFBF pode ser feita do mesmo modo que a quantização do vetor de *beamforming* de transmissão no caso ponto-a-ponto.

[1]Conhecido em inglês como *Grassmanian line packing*.

O procedimento de quantização consiste em escolher o vetor de *codebook* mais alinhado ao vetor de canal verdadeiro. Utilizaremos aqui também um *codebook* $\mathcal{C}$ constituído por N vetores de norma unitária, suficiente para capturar a informação de direção, e quantizaremos a versão normalizada do vetor de canal, $\tilde{\mathbf{h}}_k = \frac{\mathbf{h}_k}{\|\mathbf{h}_k\|}$. O índice do vetor de *codebook* que representa o canal quantizado é portanto

$$i^* = \arg \max_{\{\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2 \ldots, \mathbf{c}_N\}} |\tilde{\mathbf{h}}_k \, \mathbf{c}_i^{\mathrm{H}}|, \tag{3.19}$$

e consequentemente $\hat{\mathbf{h}}_k = \mathbf{c}_{i^*}$ é o vetor que melhor representa a direção do canal normalizado verdadeiro. O valor enviado do k-ésimo usuário para o transmissor central é de fato o número inteiro i^*, e para representá-lo são necessários $\log_2(N)$ bits dedicados a CDI.

Conforme detalhado na Seção 3.5.1, as perdas de taxa decorrentes da quantização da direção do canal são diretamente ligadas à distância cordal entre o vetor real e sua versão quantizada, tanto no que se refere à potência útil recebida quanto à interferência residual. Definimos $\alpha_k = |\tilde{\mathbf{h}}_k \, \hat{\mathbf{h}}_k^{\mathrm{H}}|$ como parâmetro de precisão da quantização[2] do canal normalizado $\tilde{\mathbf{h}}_k$, e escrevemos a distância cordal como $d(\mathbf{h}_k, \hat{\mathbf{h}}_k) = \sqrt{1 - \alpha_k^2}$. O objetivo do projeto do *codebook* é, deste modo, minimizar a distância cordal média entre vetor de canal e sua versão quantizada, ou seja:

$$\mathrm{E}_{\mathbf{h}_k}[d(\mathbf{h}_k, \hat{\mathbf{h}}_k)] = \mathrm{E}\left[\sqrt{1 - |\mathbf{h}_k \, \hat{\mathbf{h}}_k^{\mathrm{H}}|^2}\right]. \tag{3.20}$$

Para justificar o uso de *codebook* grassmanniano também no caso de ZFBF, analisamos a expressão (3.17) para o caso MISO. Neste caso, podemos ver que o maior autovalor da matriz $\mathbf{h}_k^{\mathrm{H}} \mathbf{h}_k$ é $\lambda_1 = \|\mathbf{h}_k\|^2$. Se substituirmos o vetor $\mathbf{w}$ pelo vetor de canal quantizado $\hat{\mathbf{h}}_k^{\mathrm{H}}$, veremos que a expressão (3.17) assume a forma

$$\mathrm{E}_{\mathbf{h}_k}[\|\mathbf{h}_k\|^2 - |\mathbf{h}_k \, \hat{\mathbf{h}}_k^{\mathrm{H}}|^2]. \tag{3.21}$$

Por inspeção, podemos concluir que minimizá-la com relação ao *codebook* equivale a minimizar a expressão (3.20) ou, alternativamente, a maximizar o valor esperado da precisão de quantização, $\mathrm{E}[\alpha_k]$.

Conforme demonstrado em (D. J. Love et al., 2003), *codebooks* grassmannianos têm bom desempenho no que diz respeito à função de distorção (3.17), e por conseguinte, também à função de distorção (3.20) para canais Rayleigh iid. Consequentemente, adotamos *codebooks* grassmannianos nas simulações numéricas da técnica proposta neste trabalho, quando a cardinalidade do *codebook* $|\mathcal{C}| < 2^{10}$(menos que 10 bits de CDI).

O problema de otimização da expressão (3.18), que equivale a achar o melhor empacota-

[2] Pelo fato de os vetores de canal MISO serem vetores linha, a operação $\mathbf{h}_k \, \hat{\mathbf{h}}_k^{\mathrm{H}}$ configura um produto interno.

mento de retas, não é de fácil solução analítica ou mesmo numérica. A função custo não é côncava ou convexa, é multimodal e sua derivada apresenta descontinuidades. Algumas heurísticas foram propostas para obter soluções subótimas para esta otimização (Conway et al., 2002). Como para o projeto de *codebook* para ZFBF a otimização pode ser feita de antemão e não há necessidade de tempo real, lançamos mão neste trabalho do algoritmo genético de otimização do Matlab e obtivemos resultados próximos aos limitantes teóricos calculados em (Dhillon, Heath Jr, Strohmer, & Tropp, 2007) para *codebooks* de diversas cardinalidades e número de antenas.

Uma observação importante é que o uso do algoritmo de Lloyd em sua versão vetorial (Linde, Buzo, & Gray, 1980), cuja aplicação é tradicional em problemas de quantização vetorial, não é possível quando o objetivo é quantizar a direção de um vetor, ou seja, quantizar na variedade de Grassmann. Isto ocorre porque a operação de média de um conjunto de pontos, fundamental para o funcionamento do algoritmo, ainda não é definida por completo na variedade de Grassmann. Por este motivo não aplicamos o algoritmo no projeto de *codebook*. Ademais, ainda que seja possível seu uso nesta variedade, este algoritmo garante apenas convergência para um ótimo local, que pode não corresponder a uma solução satisfatória.

3.4.2 *Codebook* aleatório

Outro tipo de *codebook* para quantização de direção, utilizado em (Jindal, 2006b) e (Yoo, Jindal, & Goldsmith, 2007), é o *codebook* aleatório (Yeung & Love, 2005), que consiste em um conjunto de N vetores aleatórios de norma unitária. Sem nenhuma garantia de otimalidade ou mesmo de bom desempenho, o *codebook* aleatório tem algumas vantagens que justificam sua utilização. Uma delas é a maior tratabilidade matemática, devida ao fato de ser possível o cálculo analítico da distribuição de probabilidade da precisão de quantização α_k em função do número de antenas de transmissão e da cardinalidade do *codebook*. Esta tratabilidade justifica seu uso nos artigos citados acima.

Outras duas vantagens são a evidente facilidade de geração do *codebook* (geração aleatória de N vetores de dimensão N_t normalizados) e o fato que seu desempenho, expresso pelo valor esperado $\mathrm{E}[\alpha_k]$, tende ao desempenho do *codebook* grassmanniano à medida que sua cardinalidade aumenta. Para ilustrar este comportamento, mostramos na Figura 3.7 as curvas de cdf da distância cordal entre vetor de canal e vetor quantizado, $d(\mathbf{h}_k, \hat{\mathbf{h}}_k) = \sqrt{1-\alpha_k^2}$, correspondentes ao uso de *codebook* grassmanniano e *codebook* aleatório, para $N = 2^4$ e $N = 2^{10}$, com $N_t = 3$. Note que o desempenho do *codebook* grassmanniano é consideravelmente melhor que o do aleatório para $N = 2^4$, mas a diferença entre as curvas é imperceptível para $N = 2^{10}$. Por este motivo, aliado a sua menor complexidade numérica para geração do *codebook*, utilizamos *codebook* aleatório em simulações que exigem cardinalidade $|\mathcal{C}| \geq 2^{10}$(10 ou mais bits de CDI).

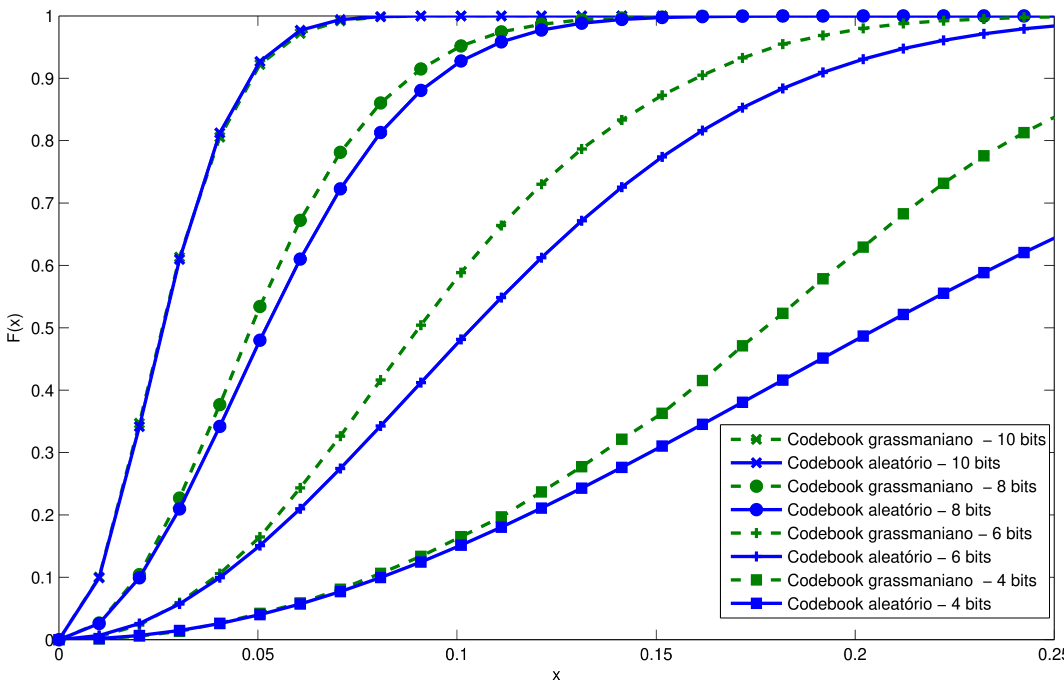


Figura 3.7: Comparação entre *codebook* grassmanniano e aleatório em relação à cdf da distância cordal entre vetor de canal e sua versão quantizada.

3.4.3 *Codebooks* para canais com correlação

Até o momento analisamos a quantização da direção de vetores de canal Rayleigh cuja distribuição é $\mathbf{h}_k \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{I}_{N_t})$, e a cada bloco é sorteada uma realização independente. Neste caso, todas as direções dos vetores de canal são equiprováveis. Por conta disto o *codebook* grassmanniano, que contém os vetores mais espaçados angularmente entre si, tem bom desempenho, pois a quantização de nenhuma direção é privilegiada em relação às outras.

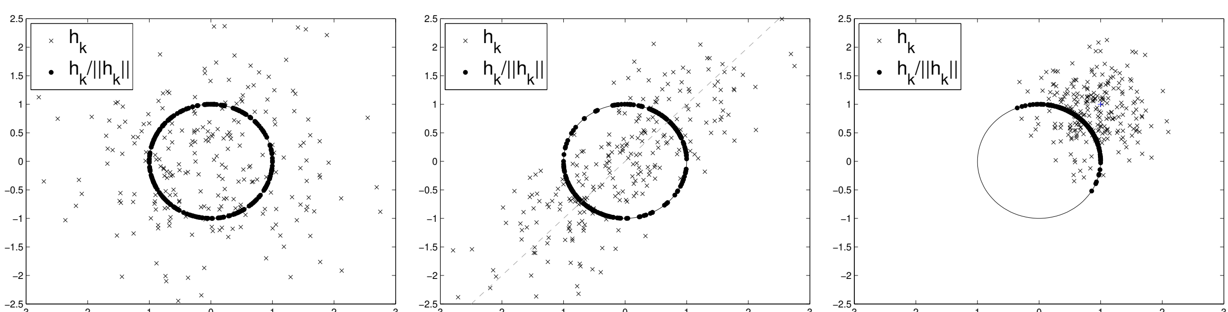
Em cenários nos quais os vetores de canal apresentam correlação, seja ela espacial ou temporal, o *codebook* grassmanniano descrito na seção anterior apresenta desempenho pior do que pode ser feito nestes cenários, já que certas direções ocorrem com maior frequência, e, por isso, um *codebook* adequado deve apresentar maior número de vetores nestas direções.

Uma observação importante deve ser feita aqui: o caso em que o vetor de canal é descorrelacionado é o de mais difícil quantização, pois não existe informação *a priori* sobre sua direção no momento em que o *codebook* é gerado. Qualquer informação adicionada que indique direções mais prováveis deve resultar em melhor precisão de quantização dada uma mesma cardinalidade de *codebook*, pois com isto é possível projetar *codebooks* que melhor representem as realizações dos vetores de canal.

A Figura 3.8 ilustra no espaço $\mathbb{R}^2$ como a correlação aumenta a probabilidade de ocorrência de determinadas direções. Em 3.8(a), vemos realizações de canal sem correlação e suas respectivas versões normalizadas, indicando suas direções. Já em 3.8(b), podemos ver realizações de um canal cuja distribuição é $\mathbf{h}_k \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{\Sigma}_k)$, em que a matriz de correlação espacial é

$$\mathbf{\Sigma}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}6 \\ 0{,}6 & 1 \end{bmatrix}. \tag{3.22}$$

Notadamente, a nuvem de pontos toma a forma aproximada de um elipsóide, e as direções próximas a seu eixo principal são mais prováveis. Seu eixo principal no caso é determinado pelo auto-vetor de $\mathbf{\Sigma}_k$ associado a seu maior autovalor, no caso o vetor $[1 \quad 1]$. Por fim, na Figura 3.8(c) temos um canal com correlação temporal. Denotando por $\mathbf{h}_k[n]$ o canal do k-ésimo usuário no bloco n, usamos o modelo de correlação temporal autorregressivo (AR) $\mathbf{h}_k[n] = 0{,}9\,\mathbf{h}_k[n-1] + 0{,}436\eta[n]$, em que $\eta[n] \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I}_{N_t})$ (Haykin, 2001). Na figura, fixamos o valor $\mathbf{h}_k[n-1] = [1 \quad 1]$ e vemos possíveis realizações de $\mathbf{h}_k[n]$. Das figuras, fica evidente que o efeito da correlação temporal na direção é completamente distinto do efeito da correlação espacial, por isso, devem ser tratados de maneira distinta. Ambos os casos serão discutidos a seguir.



(a) (b) (c)

Figura 3.8: Realizações de um canal com diferentes pdf gaussianas (a) iid, (b) com correlação espacial e (c) com correlação temporal.

Correlação espacial

Para que se quantize eficientemente a direção de um vetor, é necessário que a distribuição espacial dos vetores de *codebook* se aproxime da distribuição do vetor aleatório a ser quantizado. O *codebook* grassmanniano descrito acima, com vetores igualmente espaçados angularmente, realiza quantização eficiente quando as direções são equiprováveis. Para obtermos um *codebook* adequado para o caso de vetores de canal espacialmente correlacionados, devemos distribuir seus vetores de modo semelhante à direção das realizações do canal.

Em (D. Love & Heath, 2004), os autores propõem um método em que é possível obter um *codebook* adequado à distribuição com correlação espacial a partir do *codebook* grassmanniano proposto para o caso descorrelacionado. Este método, conhecido como *companding*, termo formado a partir das palavras compressão e expansão em inglês, consiste em mapear um *codebook* em outro, de forma a aumentar a densidade de pontos em uma dada região e consequentemente diminuir em outra. No contexto de quantização de direção, os autores propõem o seguinte mapeamento das direções do *codebook* grassmanniano para o *codebook* resultante $\mathcal{C}_{ce} = \{\bar{\mathbf{c}}_1, \bar{\mathbf{c}}_2 \ldots, \bar{\mathbf{c}}_N\}$:

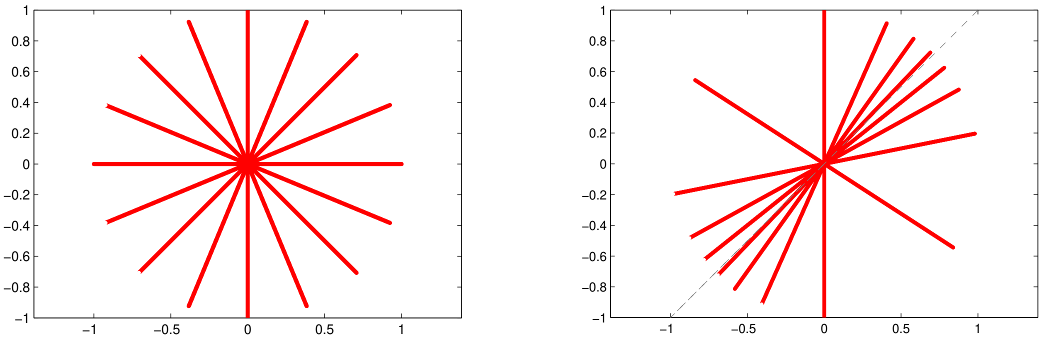
$$\bar{\mathbf{c}}_i = \frac{\mathbf{R}^{\mathrm{H}}\, \mathbf{c}_i}{\|\mathbf{R}^{\mathrm{H}}\, \mathbf{c}_i\|} \qquad \forall 1 \leq i \leq N, \tag{3.23}$$

em que $\mathbf{R}$ é uma matriz tal que $\mathbf{\Sigma}_k = \mathbf{R}^{\mathrm{H}}\, \mathbf{R}$. Com este mapeamento, a distribuição espacial dos vetores de *codebook* se aproxima da distribuição da direção do vetor de canal com correlação $\mathbf{\Sigma}_k$. Isto pode ser visto da seguinte forma: se pré-multiplicarmos vetores aleatórios gaussianos iid pela matriz $\mathbf{R}^{\mathrm{H}}$, obteremos vetores gaussianos com matriz de correlação $\mathbf{\Sigma}_k$; de modo análogo, se pré-multiplicarmos os vetores do *codebook* $\mathcal{C}$, cuja distribuição espacial representa eficientemente as direções dos vetores gaussianos iid, pela matriz $\mathbf{R}^{\mathrm{H}}$, o *codebook* resultante $\mathcal{C}_{ce}$ será composto por direções representativas de vetores de canal com correlação $\mathbf{\Sigma}_k$.

Na prática, a técnica nesta seção é de fácil implementação. Ao contrário dos vetores de canal, que variam rapidamente, as matrizes de correlação espacial variam muito mais lentamente, de modo que cada usuário pode enviar ao transmissor sua matriz de correlação em intervalos grandes de tempo, adicionando pouca carga ao *overhead* do sistema. Por este motivo, assumimos aqui que os terminais têm acesso à informação de correlação de canal, que na prática poderia ser realizado através da realimentação da matriz de correlação em intervalos relativamente longos. De posse desta informação, tanto usuários quanto o transmissor podem realizar este mapeamento e obter os *codebooks* adequados.

A mudança que ocorre com o *codebook* grassmanniano quando é feito este mapeamento está ilustrada na Figura 3.9. Nela, vemos as direções dos vetores de *codebook* no espaço $\mathbb{R}^2$, tanto no caso iid quanto no caso correlacionado, com matriz de correlação $\mathbf{\Sigma}_k = [1 \quad 0{,}6\ ;\ 0{,}6 \quad 1]$, como em (3.22). Fica claro que, no segundo *codebook*, as direções próximas à definida pelo vetor $[1 \quad 1]$, que é o maior auto-vetor de $\mathbf{\Sigma}_k$, são mais representadas, por serem mais prováveis.

O melhor desempenho da quantização conforme aumenta a correlação espacial é evidenciado na Figura 3.10. Nela, é traçada a curva de $\mathrm{E}[\alpha_k]$ em função do número de condição C da matriz



(a) (b)

Figura 3.9: Subespaços de um *codebook* grassmanniano (a) original e (b) após *companding*.

$\mathbf{\Sigma}_k$, definida como a razão entre seu maior e seu menor autovalores. Quanto maior este valor, maior é a correlação espacial. De fato, no caso em que o número de condição da matriz tende a infinito, a direção de todas as realizações do vetor de canal é igual à direção do auto-vetor associado ao maior autovalor, e a quantização se torna uma tarefa trivial e com precisão total.

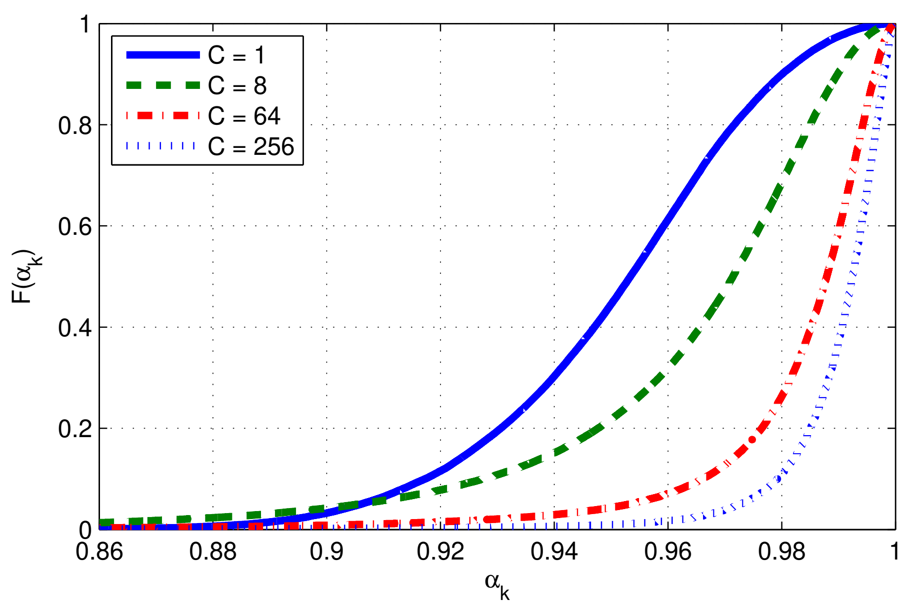


Figura 3.10: A cdf da precisão de quantização α_k para diferentes valores do número de condição da matriz de correlação espacial do canal, com $N_t = 3$ e $|\mathcal{C}| = 2^6$.

Correlação temporal

No caso da correlação temporal, ao contrário da espacial, ainda não há mapeamento do *codebook* grassmanniano ou solução que garanta bom desempenho para a quantização da direção do vetor. A estratégia clássica de quantização preditiva, eficiente em inúmeros casos de quantização vetorial, ainda não pode ser aplicada ao problema de quantização na variedade de Grassmann pelo fato de a própria predição não ser definida nesta variedade até o momento. Há na literatura algumas técnicas que tentam contornar este problema.

Uma aproximação para a quantização preditiva foi proposta em (Benvenuto, Conte, Tomasin, & Trivellato, 2007), no contexto da aplicação a MMSEBF. Ela é baseada no uso do algoritmo de Lloyd vetorial para a obtenção de um *codebook* que quantize o vetor de canal a partir de um vetor predito. Contudo, nesta aproximação é feita a quantização do vetor e não de sua direção. Desta forma, quantiza-se uma dimensão a mais que o necessário.

Em (Huang, Heath, & Andrews, 2008), foi proposta uma técnica que trata deste problema com base na teoria de cadeias de Markov. Nela, a partir de um *codebook* $\mathcal{C}_1$ de cardinalidade grande, é escolhido um *codebook* variável $\mathcal{C}_2$ formado pelo subconjunto de vetores do $\mathcal{C}_1$ que, dado o vetor $\mathbf{h}_k[n]$, tem maior probabilidade de representar bem $\mathbf{h}_k[n+1]$. O *codebook* $\mathcal{C}_2$ é então utilizado na quantização. Cada vetor do *codebook* $\mathcal{C}_1$ é modelado como um estado de uma cadeia de Markov, e os vetores escolhidos para $\mathcal{C}_2$ são os estados que têm maior probabilidade de transição a partir do estado atual. A definição destas probabilidades de transição, no entanto, requer um período de treinamento, e estas probabilidades podem mudar de acordo com a mudança na correlação temporal. Além disto, o desempenho do método é muito sensível às cardinalidades de $\mathcal{C}_1$ e $\mathcal{C}_2$. Estes fatores resultam em alta complexidade computacional e podem comprometer o desempenho da técnica.

A correlação temporal tem inequivocamente o potencial de trazer ganhos consideráveis para o desempenho da quantização da direção, pois implica que a incerteza sobre a direção do canal em cada bloco é menor que no caso iid. No entanto, devido à falta de uma solução que explore estes ganhos potenciais, este trabalho não abordará seus efeitos no desempenho final.

3.4.4 Conclusão sobre a CDI

Ainda que não tenha sido provado que o *codebook* grassmanniano (e consequentemente seu mapeamento para o caso correlacionado) seja ótimo no sentido de maximizar a precisão de quantização média $\mathrm{E}[\alpha_k]$, já em (D. J. Love et al., 2003) conjectura-se que de fato ele seja ótimo. Entretanto, não há nenhuma conjectura sobre qual seja a estratégia ótima de quantização para o cenário multiusuário, no qual somente um subgrupo de usuários está ativo por vez e é desejável uma separação espacial.

O projeto de *codebooks* como o grassmanniano e o aleatório levam em conta apenas aspectos do canal de cada usuário individualmente. De fato, no caso correlacionado há um *codebook* diferente para cada usuário. Por outro lado, outros *codebooks*, como os baseados em vetores ortonormais, tentam levar em conta a separação espacial. Estes, por sua vez, carregam a desvantagem de não explorarem ganhos potenciais de correlação, já que é necessário que todos os usuários utilizem o mesmo *codebook*, tornando impossível adaptá-lo a suas distintas matrizes de correlação espacial e características de correlação temporal.

Como vimos, a correlação pode aumentar significativamente a precisão da quantização, e conforme veremos na Seção 3.8, este aumento é refletido nas taxas somas obtidas nestes cenários. Isto, combinado ao fato que, como afirmado em (Gesbert, Pittman, & Kountouris, 2006), os canais sem fio apresentam alta correlação, justifica o uso dos *codebooks* voltados para a maior precisão individual de quantização mesmo no caso multiusuário. Na técnica proposta neste trabalho, o ideal é quantizar a CDI com a maior precisão possível e realizar separação espacial através do ZFBF.

Por fim, destacamos que a técnica proposta neste trabalho exige somente que o terminal transmissor conheça a direção do canal de cada usuário, na forma de um vetor de norma unitária. Ela não requer o uso específico de um tipo de *codebook* de quantização, nem assume em seus resultados teóricos uma pdf específica para os vetores de canal. Assim, nossa proposta pode ser aplicada a diferentes modelos de desvanecimento com o uso de diferentes *codebooks*.

3.5 Técnica proposta

A análise do problema da transmissão no canal de *broadcast* com conhecimento parcial do canal no transmissor resultou na elaboração de uma técnica para canais MISO que utiliza esta informação parcial para obter bom desempenho. Esta técnica lança mão do ZFBF baseado em versões quantizadas das direções dos vetores de canal dos usuários (CDI) para, junto com o limitante inferior da SINR deduzido nesta seção (CQI), explorar a diversidade multiusuário associada à separação espacial. Por utilizar o limitante inferior como CQI, denominamos esta técnica realimentação de limitante inferior (LBF, do inglês *lower-bound feedback*).

O uso de limitante inferior da SINR como CQI é justificado pelo fato que, ao determinar a taxa a partir dele, é possível garantir que a taxa adaptada é menor que a maior taxa atingível, e, portanto, evita-se a *outage* e sua consequente perda de pacote. Em situações práticas, nas quais não valem as hipótese de canal de realimentação sem erros ou atrasos e estimação perfeita de canal, a CQI proposta aqui deixa de ser um limitante inferior, mas o que garantimos aqui é

Tabela 3.1: Descrição do LBF

Terminal Usuário	1. Cada usuário estima (perfeitamente) seu vetor de canal ;
	2. O vetor de *codebook* $\hat{\mathbf{h}}_k$ é escolhido como na equação (3.19), na página 48;
	3. O limitante inferior da SINR é calculado de acordo com (3.34) (página 59);
	4. O índice do vetor de *codebook* escolhido (um número inteiro) e o limitante inferior da SINR (um número real) são enviados para a ERB por meio de um canal livre de erros;
Estação Rádio-Base	5. A ERB realiza a seleção de até N_t usuários ativos usando algoritmo que garante ϵ-ortogonalidade como o GWC (Seção 2.3.1);
	6. Os vetores de *beamforming* são calculados;
	7. A ERB realiza o ajuste dos limitantes usando a informação do alinhamento entre vetores de canal e de *beamforming*, conforme (3.40), na página 61;
	8. A ERB ajusta a constante de potência ϱ e computa as taxas alocadas para cada usuário ativo, conforme (3.44), página 63;
	9. A ERB realiza a transmissão para os usuários ativos;

que o processo de quantização e representação da informação de canal por um número limitado de bits não contribui com a probabilidade de *outage* do sistema. De fato, projetar um meio de representar esta informação sem considerar o aspecto da outage pode resultar em desempenho tão ruim quanto o observado na Figura 3.5, página 44.

O restante desta seção é dedicado à CQI utilizada nesta técnica, detalhada na Tabela 3.1. São descritos o limitante inferior da SINR, sua dedução e seus ajustes para obter melhor desempenho.

3.5.1 Limitante inferior da SINR

Após a estimação e quantização do canal, o receptor deve gerar uma estimativa da SINR, para enviá-la como CQI. Observe que a SINR não pode ser calculada exatamente nem na ERB nem nos terminais de usuário. A ERB não tem acesso ao conhecimento necessário do canal para fazê-lo, pois conhece somente sua direção. Os usuários, por sua vez, não conhecem os vetores de *beamforming*, pois estes dependem dos canais dos demais usuários. Nesta seção, determinamos um limitante inferior da SINR que utiliza informação disponível em ambos os lados dos enlaces, e o utilizamos como CQI. Primeiro derivamos um limitante inferior justo [3] baseado na informação disponível em cada terminal de usuário. Em seguida, propomos um

[3] Aqui nos referimos a um limitante inferior como justo se ele corresponde ao ínfimo do conjunto de todas as realizações possíveis da variável por ele limitada. Do mesmo modo, um limitante superior é justo se corresponde ao supremo deste conjunto.

fator de correção, aplicado pela ERB, baseado no resultado da seleção de usuários e do cálculo do *beamforming*, de modo a aumentar este limitante, resultando em taxas mais altas.

Para derivar o limitante, começamos por decompor o vetor de canal do k-ésimo usuário como:

$$\mathbf{h}_k = \|\mathbf{h}_k\| \, \tilde{\mathbf{h}}_k = \|\mathbf{h}_k\| \, (a_k \, \hat{\mathbf{h}}_k + \bar{a}_k \, \mathbf{e}_k), \tag{3.24}$$

em que $\tilde{\mathbf{h}}_k$ é o vetor de canal normalizado, a_k é a projeção de $\tilde{\mathbf{h}}_k$ sobre o vetor quantizado $\hat{\mathbf{h}}_k$, $\mathbf{e}_k$ é o vetor de norma unitária ortogonal a $\hat{\mathbf{h}}_k$ no plano formado por $\hat{\mathbf{h}}_k$ e $\tilde{\mathbf{h}}_k$, e $\bar{a}_k$ é a projeção de $\tilde{\mathbf{h}}_k$ sobre $\mathbf{e}_k$. Por estas definições, podemos ver o vetor $\|\mathbf{h}_k\| \, a_k \, \hat{\mathbf{h}}_k$ como a componente quantizada do canal e $\|\mathbf{h}_k\| \, \bar{a}_k \, \mathbf{e}_k$ como o vetor de erro de quantização.

Os vetores de *beamforming* são calculados no transmissor a partir da direção quantizada conforme a expressão (3.14), na página 45, repetida aqui por conveniência:

$$|\hat{\mathbf{h}}_k \, \mathbf{w}_j| = 0. \tag{3.25}$$

Supondo igual potência ρ alocada para cada usuário ativo, isto resulta no seguinte sinal recebido pelo usuário k:

$$\begin{aligned} y_k &= \sqrt{\rho} \, \mathbf{h}_k \, \mathbf{w}_k \, x_k + \sqrt{\rho} \sum_{j=1, j \neq k}^{M} \mathbf{h}_k \, \mathbf{w}_j \, x_j + n_k & \text{(3.26a)} \\ &= \sqrt{\rho} \, \mathbf{h}_k \, \mathbf{w}_k \, x_k + \sqrt{\rho} \, \|\mathbf{h}_k\| \, \bar{a}_k \sum_{j=1, j \neq k}^{M} \mathbf{e}_k \, \mathbf{w}_j \, x_j + n_k, & \text{(3.26b)} \end{aligned}$$

em que na expressão (3.26b) são aplicados (3.24) e (3.14). A SINR resultante então é

$$\gamma_k = \frac{\rho \, \|\mathbf{h}_k\|^2 \, |a_k \, \hat{\mathbf{h}}_k \, \mathbf{w}_k + \bar{a}_k \, \mathbf{e}_k \, \mathbf{w}_k|^2}{1 + \rho \, \|\mathbf{h}_k\|^2 \, |\bar{a}_k|^2 \, \sum_{j=1, j \neq k}^{M} |\mathbf{e}_k \mathbf{w}_j|^2}. \tag{3.27}$$

Desta expressão, fica claro que há uma interferência residual, dependente do vetor erro de quatização e de suas projeções sobre os vetores de *beamforming* dos demais usuários.

Os usuários desconhecem tanto os vetores de *beamforming* $\mathbf{w}_i$ para $1 \leq i \leq M$, e a potência de sinal ρ, que serão calculados pelo transmissor em momento posterior à realimentação da CSI, após a seleção de usuários. Neste momento, portanto, é necessário encontrar uma aproximação ou limitante para estas variáveis. Por enquanto, assumimos que $M = N_t$ usuários são selecionados pela ERB e são servidos com potência $\rho = \frac{P}{N_t}$. Além disto, assumimos ϵ-ortogonalidade entre os vetores quantizados, ou seja,

$$|\hat{\mathbf{h}}_i^{\mathrm{H}}\,\hat{\mathbf{h}}_j| \leq \epsilon_h, \tag{3.28}$$

em que ϵ_h é o parâmetro de quase-ortogonalidade entre os vetores de canal[4]. A condição em (3.28) deve ser garantida pelo algoritmo de seleção de usuários, como por exemplo o GWC. A partir disto, determinaremos a seguir limitantes para os produtos internos $|\hat{\mathbf{h}}_k\,\mathbf{w}_k|$ e $|\mathbf{e}_k\,\mathbf{w}_k|$ do numerador, e para a soma $\sum_{j=1,j\neq k}^{N_t} |\mathbf{e}_k \mathbf{w}_j|^2$ no denominador. Estes limitantes levarão a um limitante inferior da SINR em (3.27).

Limitante inferior justo no terminal de usuário

O limitante inferior derivado aqui é baseado somente em informação disponível em cada terminal de usuário, e é justo no que tange esta informação. Matematicamente, isto significa considerar fixas as variáveis conhecidas e obter o mínimo em relação às variáveis desconhecidas.

Nosso limitante utiliza um resultado obtido em (Yoo & Goldsmith, 2005), em que é demonstrado que se assumirmos ϵ-ortogonalidade entre os usuários ativos, então

$$|\hat{\mathbf{h}}_k\,\mathbf{w}_k|^2 \geq B^2 = \frac{(1+\epsilon_h)\,(1-(N_t-1)\,\epsilon_h)}{1-(N_t-2)\,\epsilon_h}. \tag{3.29}$$

É possível limitar o termo $|\mathbf{e}_k\,\mathbf{w}_k|$ a partir deste resultado se observarmos que

$$|\mathbf{e}_k\,\mathbf{w}_k|^2 + |\hat{\mathbf{h}}_k\,\mathbf{w}_k|^2 \leq 1. \tag{3.30}$$

em que a igualdade é atingida se $\mathbf{w}_k$, $\hat{\mathbf{h}}_k$ e $\mathbf{e}_k$ são coplanares. Portanto, definido $\bar{B} \triangleq \sqrt{1-B^2}$, podemos concluir de (3.29) e (3.30) que $|\mathbf{e}_k\,\mathbf{w}_k| \leq \bar{B}$.

Os termos limitados acima referem-se à potência útil recebida. Já a soma $\sum_{j=1,j\neq k}^{N_t} |\mathbf{e}_k\,\mathbf{w}_j|^2$ é relativa à interferência residual. Como veremos nos lemas seguintes, seu valor de pior caso é também escrito em função da constante ϵ_h.

Lema 1 *Suponha que os canais quantizados são ϵ-ortogonais, satisfazendo* (3.15). *Suponha também o uso de ZFBF, de modo que os vetores de* beamforming $\mathbf{w}_k$ *satisfazem* (3.14). *Então, para $i \neq j$,*

$$|\mathbf{w}_i^{\mathrm{H}}\,\mathbf{w}_j| \leq \min(\epsilon_w, 1), \tag{3.31}$$

[4]Definimos aqui o ϵ_h para diferenciá-lo do ϵ_w, que definirá a quase-ortogonalidade entre os vetores de *beamforming*.

em que

$$\epsilon_w = \frac{\epsilon_h}{1-(M-2)\,\epsilon_h} \tag{3.32}$$

DEMONSTRAÇÃO Ver Apêndice A

Este resultado mostra como a quase-ortogonalidade entre os canais é relacionada à quase-ortogonalidade dos vetores de *beamforming*. No apêndice, mostramos também que a igualdade na expressão (3.31) é atingida em alguns casos nos quais $|\hat{\mathbf{h}}_i\,\hat{\mathbf{h}}_j^{\mathrm{H}}| = \epsilon_h$ para todo $i,j = 1\ldots M, i \neq j$, e, portanto, o limitante expresso em (3.31) é justo. Note que o resultado obtido no Lema 1 é geral, pois é válido para qualquer matriz ϵ-ortogonal, relacionando sua constante ϵ à ϵ-ortogonalidade das colunas de sua pseudo-inversa.

Lema 2 *Se os vetores de* beamforming *satisfazem* $|\mathbf{w}_i^{\mathrm{H}}\mathbf{w}_k| \leq \epsilon_w$*, então a interferência residual tem como limite superior*

$$\sum_{j=1,j\neq k}^{N_t} |\mathbf{e}_k\,\mathbf{w}_j|^2 \leq 1+(M-2)\,\epsilon_w. \tag{3.33}$$

DEMONSTRAÇÃO Ver Apêndice B

Nos Apêndices A e B, mostramos que os limitantes nos Lemas 1 e 2 são justos. Utilizamos agora estes resultados para obter um limitante justo da SINR do enlace entre a ERB e o usuário k. Ele é calculado aqui supondo $M = N_t$ usuários ativos por bloco. Mais adiante, será mostrado como melhorá-lo em situações em que menos usuários são selecionados.

Resultado 1 *Sejam* $\alpha_k = |a_k| = |\tilde{\mathbf{h}}_k\,\hat{\mathbf{h}}_k^{\mathrm{H}}|$, $\beta_k = |\hat{\mathbf{h}}_k\,\mathbf{w}_k|$, $\bar{\alpha}_k = |\bar{a}_k| = |\tilde{\mathbf{h}}_k\,\mathbf{e}_k^{\mathrm{H}}|$ *e* $\bar{\beta}_k = |\mathbf{e}_k\,\mathbf{w}_k|$. *Seja* $\bar{B} = \sqrt{1-B^2}$. *Então, se* $\beta_k \geq B$ *para todos os* N_t *usuários ativos, a SINR* γ_k *tem como limitante inferior* γ_{LB_k}*, i.e.,* $\gamma_k \geq \gamma_{LB_k}$*, em que*

$$\gamma_{LB_k} \;=\; \frac{\frac{P}{N_t}\,\|\mathbf{h}_k\|^2\,(\alpha_k^2\,B^2 - 2\,\alpha_k\,\bar{\alpha}_k\,B\,\bar{B} + \bar{\alpha}_k^2\,\bar{B}^2)}{N_0 + \frac{P}{N_t}\,\|\mathbf{h}_k\|^2\,\bar{\alpha}_k^2\,(1+(N_t-2)\,\epsilon_w)}. \tag{3.34}$$

DEMONSTRAÇÃO

Primero usamos o fato que $|a+b| \geq \big||a|-|b|\big|$ para derivar o limitante inferior do numerador de (3.27):

$$\begin{aligned}
\rho\,|\mathbf{h}_k\,\mathbf{w}_k|^2 &= \rho\,\|\mathbf{h}_k\|^2\,|a_k\,\hat{\mathbf{h}}_k\,\mathbf{w}_k + \bar{a}_k\,\mathbf{e}_k\,\mathbf{w}_k|^2 && (3.35a)\\
&\geq \rho\,\|\mathbf{h}_k\|^2\,(|a_k\,\hat{\mathbf{h}}_k\,\mathbf{w}_k| - |\bar{a}_k\mathbf{e}_k\,\mathbf{w}_k|)^2 && (3.35b)\\
&= \rho\,\|\mathbf{h}_k\|^2\,(\alpha_k\,\beta_k - \bar{\alpha}_k\bar{\beta}_k)^2 && (3.35c)\\
&\geq \rho\,\|\mathbf{h}_k\|^2\,(\alpha_k\,B - \bar{\alpha}_k\bar{B})^2, && (3.35d)
\end{aligned}$$

que é por sua vez igual ao numerador em (3.34) quando $\rho = \frac{P}{N_t}$, ou seja, a potência é igualmente alocada para todos os usuários ativos. A igualdade vale em (3.35b) quando $a_k\,\hat{\mathbf{h}}_k\,\mathbf{w}_k$ e $\bar{a}_k\,\mathbf{e}_k\,\mathbf{w}_k$ têm fase oposta, e vale na inequação (3.35d) quando $\beta_k = B$. Com isto, está demonstrado que o limitante obtido em (3.35) é justo.

O limitante superior do denominador de (3.27) é obtido através da substituição de (3.33), do Lema 2, na expressão da SINR (3.27).

É importante notar que, apesar de o limitante inferior ser justo, ele usa somente informação disponível no k-ésimo terminal de usuário. Na sequência, propomos ajustes a este limitante, de modo a introduzir nele informação disponível na ERB após a seleção de usuários.

3.5.2 Ajuste no limitante inferior na ERB

O limitante γ_{LB_k} tem forte dependência do valor B, um limiar do valor de β_k determinado pelo parâmetro ϵ_h conforme (3.29), cuja função é suprir o desconhecimento dos vetores de *beamforming* no terminal de usuário. Esta dependência torna o valor de γ_{LB_k} sensível ao parâmetro de ϵ-ortogonalidade, cujo valor ótimo não é de fácil obtenção.

Na ERB, após a seleção de usuário e o cálculo dos vetores de *beamforming*, os valores de β_k são conhecidos. Por este motivo, propomos aqui que esta informação seja adicionada à CQI, de modo a diminuir sua dependência de B e aumentar seu valor, consequentemente aumentando as taxas adaptadas, determinadas a partir da CQI.

Propomos que o ajuste seja feito através da multiplicação do limitante γ_{LB_k} por um escalar χ de modo que $\hat{\gamma}_k = \chi\,\gamma_{LB_k}$ ainda seja um limitante inferior da SINR. Para isto, ele deve respeitar a seguinte relação:

$$\begin{aligned}
\hat{\gamma}_k &= \chi\,\gamma_{LB_k} && \text{(3.36a)}\\
&= \chi\,\frac{\frac{P}{N_t}\|\mathbf{h}_k\|^2\,(\alpha_k^2\,B^2 - 2\,\alpha_k\,\bar{\alpha}_k\,B\,\bar{B} + \bar{\alpha}_k^2\,\bar{B}^2)}{N_0 + \frac{P}{N_t}\|\mathbf{h}_k\|^2\,\bar{\alpha}_k^2\,(1+(N_t-2)\,\epsilon_w)} && \text{(3.36b)}\\
&\leq \frac{\frac{P}{N_t}\|\mathbf{h}_k\|^2\,(\alpha_k^2\,\beta_k^2 - 2\,\alpha_k\,\bar{\alpha}_k\,\beta_k\,\bar{\beta}_k + \bar{\alpha}_k^2\,\bar{\beta}_k^2)}{N_0 + \frac{P}{N_t}\|\mathbf{h}_k\|^2\,\bar{\alpha}_k^2\,(1+(N_t-2)\,\epsilon_w)} && \text{(3.36c)}\\
&\leq \gamma_k && \text{(3.36d)}
\end{aligned}$$

em que o lado direito da expressão (3.36c) é um limitante inferior da SINR por simples substituição do numerador do limitante γ_{LB_k} por (3.35c).

Após manipulação direta da expressão (3.36a), obtemos

$$\chi \leq f(\alpha_k, \beta_k, B) = \frac{(\alpha_k\,\beta_k - \bar{\alpha}_k\,\bar{\beta}_k)^2}{(\alpha_k\,B - \bar{\alpha}_k\,\bar{B})^2}. \tag{3.37}$$

A ERB não pode calcular $f(\alpha_k, \beta_k, B)$, pois não tem acesso a α_k. O melhor que pode ser feito, então, é utilizar o maior valor de χ que respeite a restrição (3.37) para qualquer valor possível de α_k, o que equivale a fazer

$$\chi' = \min_{\alpha_k} f(\alpha_k, \beta_k, B). \tag{3.38}$$

Derivando $f(\alpha_k, \beta_k, B)$ com relação a α_k, temos

$$\frac{\partial f(\alpha_k, \beta_k, B)}{\partial \alpha_k} = \frac{2\,(\alpha_k\,\beta_k - \bar{\alpha}_k\,\bar{\beta}_k)(\bar{\beta}_k\,B - \beta_k\,\bar{B})}{(\alpha_k\,B - \bar{\alpha}_k\,\bar{B})^3\,\alpha_k}. \tag{3.39}$$

Pela natureza das variáveis temos que $\bar{\alpha}_k < \alpha_k \leq 1$ e $\bar{\beta}_k < \beta_k \leq 1$. Para esta região de interesse, a derivada em (3.39) é sempre negativa. Portanto, o mínimo de $f(\alpha_k, \beta_k, B)$ ocorre no maior valor do intervalo em que a função é definida, $\alpha_k = 1$. Assim, temos

$$\chi' = \min_{\alpha_k} f(\alpha_k, \beta_k, B) = f(1, \beta_k, B) = \frac{\beta_k^2}{B^2}. \tag{3.40}$$

De fato, este ajuste não elimina a dependência do parâmetro B, mas realiza o melhor ajuste dada a informação disponível na ERB. Além disso, sempre aumenta o valor da CQI, já que, por definição $\beta_k > B$. Mais ainda, como veremos a seguir, o ajuste faz com que a CQI tenda ao valor exato da SINR em cenários de alta precisão de quantização, como quando é usado um número grande de bits de CDI ou quando há forte correlação espacial ou temporal.

Quando a quantização é feita com alta precisão, ou seja, $\alpha_k \to 1$ e consequentemente $\bar{\alpha}_k \to 0$, não há interferência residual em (3.27). Como resultado, o limitante original tem o seguinte compotamento assintótico:

$$\gamma_{LB_k} \to \frac{\frac{P}{N_t}\,\|\mathbf{h}_k\|^2\,B^2}{N_0}. \tag{3.41}$$

Comparamos este valor com a SINR quando é usado ZFBF com conhecimento total de canal no transmissor,

$$\gamma_{\mathrm{CSI}_k} = \frac{\frac{P}{N_t}\,|\mathbf{h}_k^{\mathrm{H}}\mathbf{w}_k|^2}{N_0} \tag{3.42a}$$

$$= \frac{\frac{P}{N_t}\,\|\mathbf{h}_k\|^2\,\beta_k^2}{N_0}. \tag{3.42b}$$

Vemos que a razão entre o limitante (3.41) e a SINR (3.42) neste cenário é justamente $\frac{\beta_k^2}{B^2}$, o valor de χ', e portanto, o ajuste leva a $\hat{\gamma}_k = \gamma_{\mathrm{CSI}_k}$. Assim, garantimos a desejável característica que, quando a direção do canal é perfeitamente conhecida, também é possível conhecer perfeitamente a SINR resultante.

3.5.3 Ajuste de potência na ERB

Dependendo das realizações do canal, pode haver situações em que o algoritmo de seleção de usuários escolhe $M < N_t$ usuários ativos. Nestas situações, a potência de transmissão P pode ser dividida entre menos usuários, de modo a aumentar a taxa dos usuários ativos. No entanto, devido à interferência, o aumento da SINR não é proporcional ao aumento da potência. Por isto, o aumento proporcional da CQI, ou seja, a multiplicação da CQI pela mudança na potência de transmissão, pode não resultar em um limitante inferior da SINR. Nesta seção, propomos um meio de ajustar a potência alocada para cada usuário e as respectivas taxas adaptadas, de modo que elas ainda estejam abaixo das maiores taxas atingíveis.

Definimos a variável ϱ_1 tal que $\varrho_1\,\frac{P}{N_t}$ é a potência alocada para cada usuário. Definimos também a variável ϱ_2 de ajuste tal que a CQI modificada $\tilde{\gamma}_k = \varrho_2\,\hat{\gamma}_k$ seja um limitante inferior da nova SINR. Os ajustes na potência e na CQI devem ser feitos então de modo a respeitar

$$\tilde{\gamma}_k = \varrho_2\,\hat{\gamma}_k \tag{3.43a}$$

$$\leq \frac{\varrho_1\,\frac{P}{N_t}\,\|\mathbf{h}_k\|^2\,(\alpha_k^2\,\beta_k^2 - 2\,\alpha_k\,\bar{\alpha}_k\,\beta_k\,\bar{B}\,\frac{\beta_k}{B} + \bar{\alpha}_k^2\bar{B}^2\frac{\beta_k^2}{B^2})}{N_0 + \varrho_1\,\frac{P}{N_t}\,\|\mathbf{h}_k\|^2\,\bar{\alpha}_k^2\,(1+(M-2)\,\epsilon_w)}. \tag{3.43b}$$

A desigualdade em (3.43b) significa que a CQI após o ajuste deve ser menor que o limitante inferior da SINR calculado com a potência ajustada $\varrho_1\,\frac{P}{N_t}$ (lado direito da expressão (3.43b)).

Para deixar o problema tratável pela ERB, fixamos $\varrho_1 = \varrho_2 = \varrho$, ou seja, ambos potência e CQI são multiplicados pelo mesmo valor ϱ. Dado que este valor deve respeitar tanto a desigualdade (3.43) quanto a restrição total de potência, que leva a $\varrho \leq \frac{N_t}{M}$, o maior aumento possível é

$$\varrho = \min\left(\frac{N_t}{M}, \frac{1 + (N_t - 2)\,\epsilon_w}{1 + (M - 2)\,\epsilon_w}\right), \tag{3.44}$$

em que o segundo termo é obtido como o maior valor possível de ϱ que respeita a desigualdade (3.43).

Embora sempre resulte em SINR maior ou igual à original (sem ajuste), este ajuste na potência pode levar a situações em que a potência total transmitida é estritamente menor que P. No entanto, este procedimento garante que a ERB ainda tem conhecimento de um limitante inferior da SINR mesmo após o aumento de potência.

Assim, seja o limitante inferior γ_{LB_k}, calculado como em (3.34) por cada usuário. Considere os ajustes pelos quais este limitante passa na ERB. Após estes ajustes, a ERB finalmente pode determinar o limitante da SINR

$$\tilde{\gamma}_k = \varrho\,\frac{\beta_k^2}{B^2}\,\gamma_{LB_k} \tag{3.45}$$

que é por sua vez o melhor limitante inferior da SINR que pode ser calculado a partir da informação disponível localmente.

A seguir, discutiremos proposta semelhante, feita em paralelo e independentemente desta, em que é calculada uma estimativa diferente da SINR em cada usuário: o limitante inferior de seu valor esperado.

3.6 Limitante do valor esperado da SINR

Em (Yoo et al., 2007), foi proposta uma técnica de transmissão baseada em CSI parcial também utilizando ZFBF e dividindo a informação de canal entre CDI, consistindo de um vetor de norma unitária representando a direção do canal, e CQI, consistindo de um valor aproximado da SINR de cada usuário. Porém, diferentemente do LBF proposto aqui, esta técnica propõe que a CQI seja um limitante inferior do valor esperado da SINR, assumindo desvanecimento Rayleigh iid. Por isto, a denominamos realimentação de limitante do valor esperado (EVBF, do inglês *expected value bound feedback*).

No que diz respeito à informação de direção, o EVBF também não exige um *codebook* específico, o que deixa a técnica passível de explorar os ganhos potenciais de correlação, dependendo apenas do projeto do *codebook* utilizado para a quantização. No artigo, os autores lançam mão de *codebook* aleatório.

A CQI, por sua vez, apresenta algumas diferenças. A de maior destaque é que não há garantia que ela esteja abaixo da SINR verdadeira. Deste modo, mesmo em condições ideais, em que não há atrasos ou erros de realimentação e estimação de canal, a própria representação do canal pode gerar *outage* em algumas realizações. Isto acontece porque a CQI nesta técnica consiste do mesmo limitante inferior da potência útil proposto neste trabalho, mas a estimativa da interferência residual usada na EVBF não é um limitante superior. Ela consiste do valor esperado da interferência residual assumindo canais de distribuição Gaussiana. A CQI do EVBF é calculada como

$$\gamma_{EVBF_k} = \frac{\frac{P}{N_t}\,\|\mathbf{h}_k\|^2\,(\alpha_k^2\,B^2 - 2\,\alpha_k\,\bar{\alpha}_k\,B\,\bar{B} + \bar{\alpha}_k^2\,\bar{B}^2)}{N_0 + \frac{P}{N_t}\,\|\mathbf{h}_k\|^2\,\bar{\alpha}_k^2} \tag{3.46}$$

Outra diferença é que a CQI no EVBF não utiliza informação disponível na ERB para melhorar a taxa resultante. Como resultado disso, as taxas adaptadas dependem mais fortemente do parâmetro de ϵ-ortogonalidade, conforme veremos na Seção 3.8. Além disso, as taxas adaptadas não tendem à taxa de conhecimento total γ_{CSI_k} mesmo quando a quantização da direção do canal é perfeita, pois sua CQI ainda assim depende fortemente do parâmetro B.

3.7 Múltiplas antenas nos receptores

Quando há mais de uma antena no receptor, os canais passam de vetores para matrizes, e, intuitivamente, há mais informação de canal para ser realimentada. O uso da técnica de diagonalização por blocos requer que a ERB tenha conhecimento da matriz de canal para calcular a matriz de transmissão. Isto pode de fato gerar a necessidade de mais bits de realimentação. Como veremos, no entanto, o efeito da adição de antenas nos receptores pode ser exatamente o oposto, a necessidade de menos bits, caso seja adotada a técnica de *beamforming* de recepção.

Em canais MIMO, uma possibilidade é realizar a seleção de antenas na recepção, que é uma forma simplificada de *beamforming*, em que os vetores possíveis são os que compõem a base ortonormal canônica ($[1 \quad 0 \quad \ldots 0]$, $[0 \quad 1 \quad 0 \ldots 0]$, e assim por diante). Para isto, cada usuário deve, após estimar o canal, quantizar separadamente cada uma de suas N_r linhas como se fosse um canal independente, e, após isto, escolher a que proporciona maior ganho. Supondo canais iid e quantização de acordo com o procedimento descrito em (3.19) na página 48, isto equivale a escolher o maior dentre $N_r\,|\mathcal{C}|$ produtos internos independentes, ou seja, equivale a utilizar um *codebook* N_r vezes maior. Portanto, para quantização de mesmo desempenho, há redução de $\log_2(N_r)$ bits de realimentação de CDI.

Em (Jindal, 2006a) é demonstrado que, quando aplicado o *beamforming* de recepção propriamente dito, a redução no número de bits necessários para a quantização é ainda maior. Conforme visto na Seção 2.2.2, o uso de *beamforming* de recepção resulta, do ponto de vista da ERB, em um canal MISO equivalente, que pode ser fixado em qualquer lugar dentro do espaço gerado pela matriz de canal. A proposta do artigo é que na quantização sejam calculadas as projeções do *codebook* sobre este espaço, e que seja escolhido como canal quantizado o vetor cuja projeção for a maior. Isto consequentemente diminui o erro da quantização, já que este deixa de ser a distância entre o vetor de canal e o vetor de *codebook* mais próximo (caso MISO) para ser a distância entre o espaço N_r-dimensional e o vetor de *codebook* mais próximo (caso MIMO). De fato, quando $N_r = N_t$, o erro de quantização é sempre nulo.

Matematicamente, podemos descrever o procedimento da seguinte maneira. Seja a matriz $\mathbf{Q} = [\mathbf{q}_1; \mathbf{q}_2; \ldots; \mathbf{q}_{N_r}]$ uma base ortonormal do espaço definido pela matriz $\mathbf{H}_k$. A quantização do canal efetivo é efetuada com um *codebook* igual aos usados no caso MISO, de forma que

$$i^* = \arg \max_{\{\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2 \ldots, \mathbf{c}_N\}} \sum_{j=1}^{N_r} |\mathbf{q}_j \, \mathbf{c}_i^{\mathrm{H}}|^2. \tag{3.47}$$

Uma vez selecionado o vetor $\hat{\mathbf{h}}_k = \mathbf{c}_{i^*}$, ainda é possível calcular o limitante de acordo com (3.34), com o valor de $\alpha_k = |\hat{\mathbf{h}}_k \, \mathbf{h}_{\mathrm{ef}_k}^{\mathrm{H}}| = \sqrt{\sum_{j=1}^{N_r} |\mathbf{q}_j \, \mathbf{c}_i^{\mathrm{H}}|^2}$.

Destacamos aqui que nesta proposta não há nenhuma consideração sobre como maximizar o ganho do canal efetivo, aproveitando as direções de maior ganho dentro do espaço definido pela matriz $\mathbf{H}_k$. A técnica visa somente utilizar as múltiplas antenas para reduzir o erro de quantização, e justifica isso com o fato de que erros de quantização podem prejudicar mais a taxa que ganhos de canal menores. Não há nenhuma diferença para a aplicação do LBF do caso MISO para o MIMO quando esta técnica é usada, exceto pela a menor necessidade de bits de CDI.

3.8 Resultados

Nesta seção, mostramos os resultados das simulações numéricas da LBF. Comparamos as taxas soma obtidas com o uso da técnica proposta às obtidas com EVBF, que é a mais próxima da nossa em termos de desempenho. Também traçamos as curvas de taxa soma obtidas com ZFBF com conhecimento total do canal como referência. O algoritmo GWC de seleção de usuários é utilizado em todas as simulações.

As simulações realizadas neste trabalho assumem vetores de canais com distribuição gaussiana, sem correlação temporal ou espacial, exceto quando especificado. *Codebooks* grassmannianos, descritos na Seção 3.4, foram adotados aqui para ambas as técnicas para os casos em que até 10 bits de CDI foram usados. Para *codebooks* maiores, adotamos *codebooks* aleatórios gerados a partir de distribuição Gaussiana iid, devido à perda muito pequena de desempenho e à menor complexidade computacional.

Para medir o desempenho do LBF, traçamos as curvas de taxa soma de acordo com ambas as definições:

- A taxa atingível, em que a taxa do usuário k é calculada como $R_k = \log_2(1 + \gamma_k)$. Aqui, γ_k, definida em (3.27) (página 57), é calculada com $\rho = \frac{P}{M}$.
- A taxa adaptada, em que a taxa do usuário k é calculada como $\hat{R}_k = \log_2(1 + \tilde{\gamma}_k)$, i.e., a partir da CSI parcial no transmissor, com $\tilde{\gamma}_k$ definida em (3.45), na página 63.

Ressaltamos novamente que a taxa atingível não é conhecida na ERB, ao contrário da taxa adaptada.

Em cada simulação, focamos no efeito da variação de somente um parâmetro do sistema sobre a taxa soma, enquanto os demais permanecem inalterados. Quando inalterados, os parâmetros assumem os seguintes valores, exceto quando especificado:

- SNR ($\frac{P}{N_0}$): 10 dB;
- Número de bits de CDI: 9 bits;
- Número de usuários: $K = 100$ usuários;
- Número de antenas de transmissão: $N_t = 3$ antenas;
- Limiar: $B = 0{,}825$.

Na Figura 3.11, traçamos a taxa soma adaptada da LBF versus o número de usuários para diversas quantidades totais de bits de realimentação (CDI e CQI), comparando com a curva de conhecimento perfeito, para $N_t = 2$. Cada curva representa a melhor alocação de bits entre CDI e CQI para um número total de bits. A CQI foi quantizada aproximando para baixo $\tilde{\gamma}_k$ por valores pertencentes a um *codebook* escalar. Ele foi projetado através de otimização da taxa soma feita pelo algoritmo genético do Matlab, pois o problema não é convexo ou côncavo. Da Figura 3.11, percebemos que há necessidade muito maior de bits para quantização de CDI que de CQI. De fato, se compararmos as curva obtidas para 4 bits de CDI, veremos que com 2 bits de CQI já é possível chegar muito perto do desempenho com CQI perfeita. Por este motivo, consideraremos a partir daqui que a CQI é enviada sem quantização, e analisaremos as variações de desempenho com relação aos demais parâmetros.

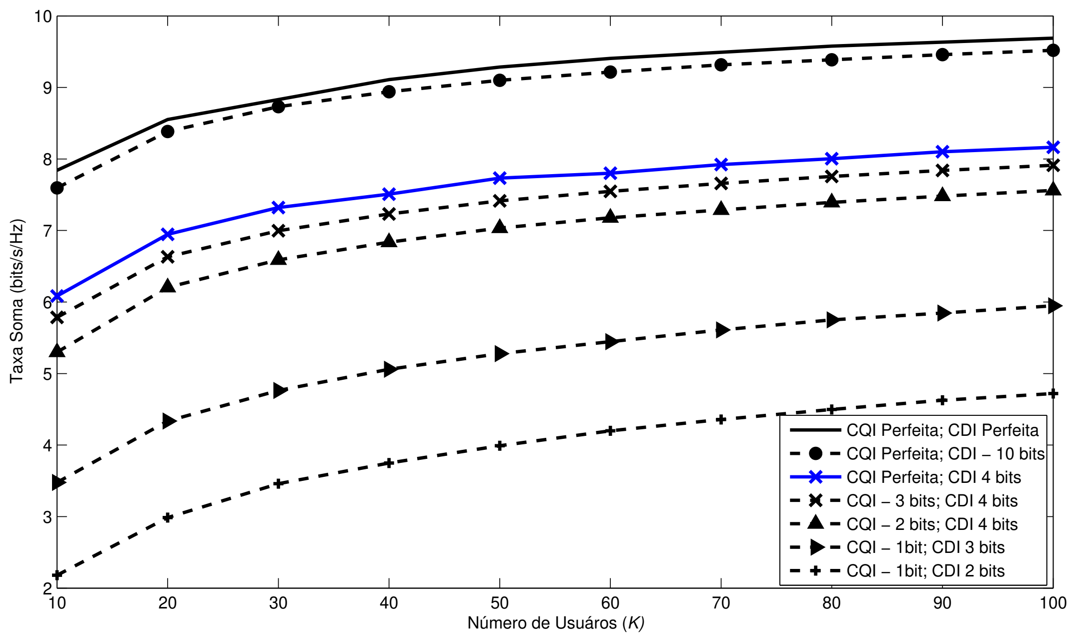


Figura 3.11: Taxa soma em função do número de usuários K para diversas quantidades totais de bits de realimentação (CDI e CQI) .

Na Figura 3.12, as curvas de taxa soma de LBF e EVBF são traçadas em função do número de bits de CDI por usuário. A linha contínua corresponde às taxas atingíveis enquanto as taxas adaptadas são as curvas tracejadas. Note que as curvas de taxa soma atingível das duas técnicas são muito próximas. Este comportamento foi verificado em todas as simulações, o que indica que a CQI de ambas tem desempenho similar em termos de seleção de usuários. A diferença entre elas é mais significativa quando a CQI é usada para determinar as taxas. As taxas soma adaptadas obtidas por LBF são maiores, e a curva cresce mais rápido com o aumento do número de bits. De fato, a taxa soma de 8,7 bits/s/Hz é obtida pelo LBF quando 8 bits de CDI são usados, enquanto EVBF precisa de 9 para atingir a mesma taxa. Os resultados indicam que o uso de LBF economiza 1 bit de CDI por usuário em relação ao EVBF para obter as mesmas taxas neste cenário.

Na Figura 3.13 vemos a relação entre a taxa soma adaptada e o número de bits de CQI para $N_t = 2$, 3 e 4 antenas de transmissão. Nela, podemos ver que aumentar o número de antenas de transmissão pode diminuir a taxa obtida, dependendo do número de bits de CDI. Isto é explicado pela diminuição significativa da precisão de quantização da direção quando novas antenas, e portanto novas dimensões complexas são adicionadas ao problema e o número de bits de CDI é mantido igual. Vemos que, neste cenário, a curva para $N_t = 2$ é a melhor para

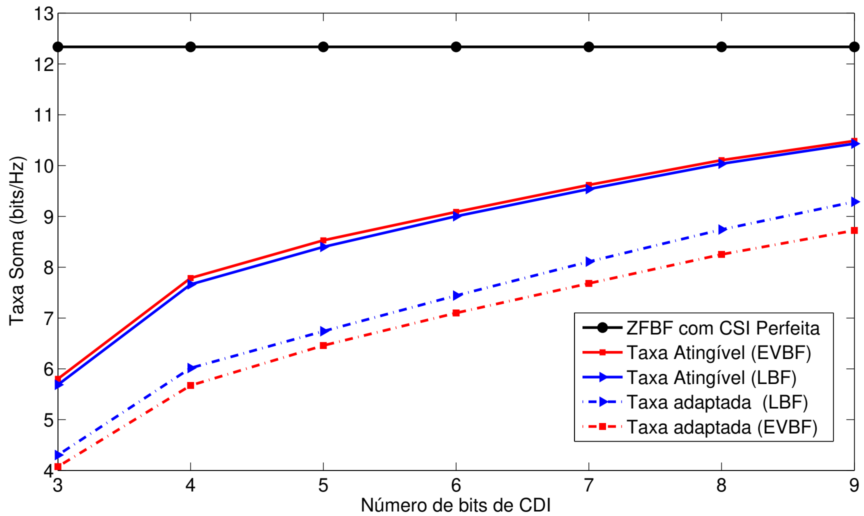


Figura 3.12: Taxa soma em função do número de bits de CDI por usuário.

até 9 bits de CDI, e o uso de $N_t = 4$ antenas só é justificado quando mais de 22 bits são usados. Para esta simulação, os valores de ϵ_h, e portanto B, foram escolhidos de forma a maximizar a taxa soma.

Da Figura 3.13 também destacamos que o LBF tem melhor desempenho que o EVBF para qualquer número de bits de CQI. Ainda que a EVBF obtenha taxas maiores que a LBF em cenários com baixa precisão de quantização, como menos de 9 bits com $N_t = 4$, taxas mais altas são obtidas com o uso de LBF com menos antenas (no caso, $N_t = 2$).

O alto número de bits de CDI necessário para $N_t = 4$, como mostrado na Figura 3.13, leva a *codebooks* de cardinalidade tão grande (22 bits correspondem a *codebooks* de mais de 4 milhões de vetores), que tornam inviável a tarefa de quantização. A necessidade de *codebooks* tão grandes é devida ao fato de que aqui simulamos o canal sem correlação espacial ou temporal. Isto é, não há informação *a priori* sobre a direção do canal, e o *codebook* deve ser grande o suficiente para cobrir toda a variedade de Grassmann de dimensão complexa N_t. Contudo, situações práticas normalmente apresentam correlação espacial e temporal, permitindo ao *codebook* concentrar seus vetores em uma dada região, aumentando em muito a precisão de quantização.

Na Figura 3.14 vemos o efeito do aumento do número de antenas sobre o erro de quantização. Aqui, a cdf de $\mathrm{d}(\mathbf{h}, \hat{\mathbf{h}})^2$ é traçada para *codebooks* grassmannianos de cardinalidade $N = 512$ (9 bits), para $N_t = 2$, 3 e 4. Da Figura, vemos que a probabilidade de ter erro de quantização de $\mathrm{d}(\mathbf{h}, \hat{\mathbf{h}})^2 \geq 0{,}1$ aumenta de aproximadamente 0 para $N_t = 2$ para até 0,6 para $N_t = 4$.

Mostramos o efeito do erro de quantização de CDI sobre a CQI do LBF na Figura 3.15. Nela, traçamos o valor do limitante γ_{LB_k}, dado por (3.34) na página 59, em função do valor

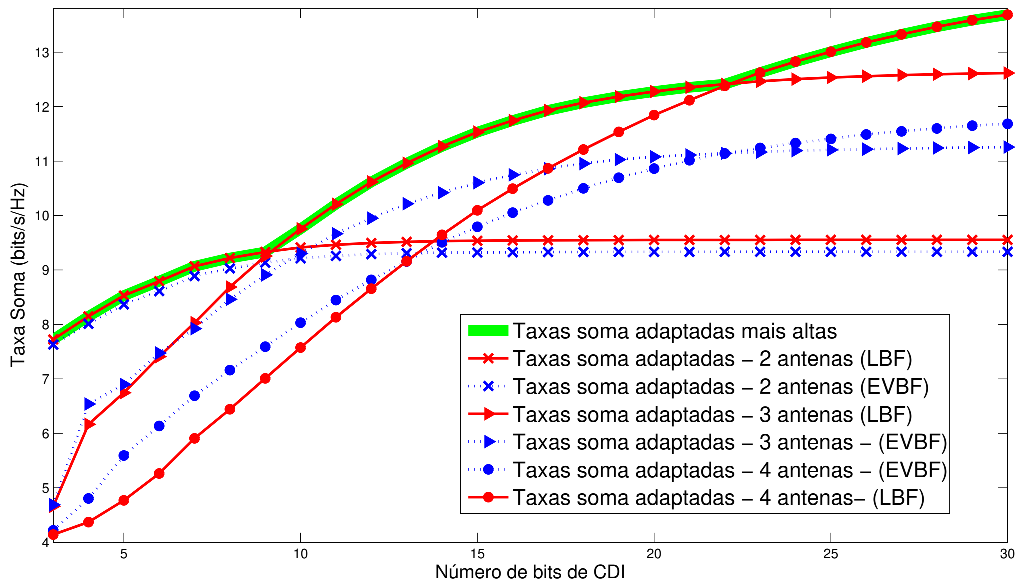


Figura 3.13: Taxa soma adaptada em função do número de bits de CDI para $N_t = 2, 3$ e 4 antenas.

de $\alpha_k = \sqrt{1 - \mathrm{d}(\mathbf{h}, \hat{\mathbf{h}})^2}$. Para melhor visualização, dividimos o valor de γ_{LB_k} em cada caso por seu valor máximo, quando $\alpha_k = 1$, e assim fica clara a perda com relação à quantização perfeita. Nesta figura assumimos uma dada realização de $M = N_t = 3$ canais ϵ-ortogonais com $\epsilon_h = 0,2$. Vemos as curvas para quatro diferentes valores de SNR: -10dB, 10dB, 20dB e 30dB, com $\|\mathbf{h}_k\| = 1$. Fica clara nesta figura como o limiar, e por consequência a taxa, são dependentes da precisão da quantização. Por este motivo, é importante ter no transmissor boas versões quantizadas da direção do canal, e utilizar o número devido de antenas de transmissão conforme a disponibilidade de recursos para a realimentação. Destacamos aqui também a importância de se explorar os ganhos de precisão de quantização providos pela correlação, ilustrados na Figura 3.10, na página 53. Ignorá-los leva à necessidade de aumento considerável da realimentação.

Da Figura 3.15, observamos também que a sensibilidade do limitante γ_{LB_k} à precisão de quantização aumenta à medida que a SNR cresce. O efeito disto sobre o desempenho do sistema fica claro na Figura 3.16, em que a taxa soma é traçada em função da SNR. Note que as curvas começam a saturar em alta SNR, pois nesta região a interferência residual, proporcional ao erro de quantização, tem importante papel em limitar seu crescimento. Em outras palavras, se a SNR é alta, o sistema fica limitado por interferência. A LBF começa a saturar antes da EVBF, pois utiliza estimativa de pior caso para a interferência, em oposição ao valor esperado desta usado na EVBF. Não obstante, foi mostrado em (Jindal, 2006b) que, para que a taxa

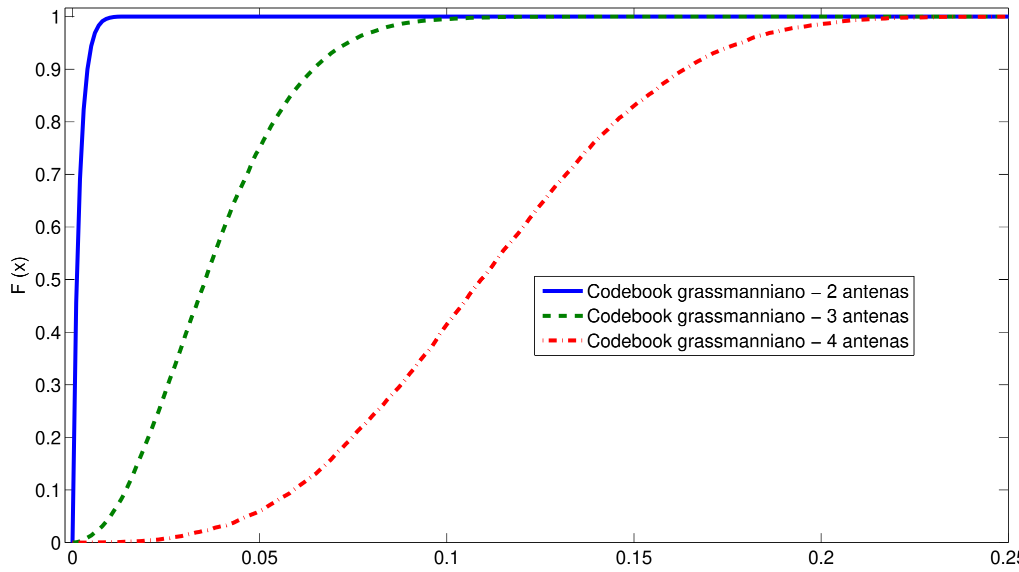


Figura 3.14: A cdf empírica de $\mathrm{d}(\mathbf{h}, \hat{\mathbf{h}})^2$ para *codebooks* grassmannianos de $N = 512$ com $N_t = 2$, 3 e 4 antenas de transmissão.

soma cresça com a SNR, é necessário que a precisão de quantização de CDI aumente de modo proporcional à SNR. Como mostrado anteriormente aqui, isto é alcançado por meio de aumento do número de bits de CDI ou por diminuição do número de antenas de transmissão, no caso de não haver mais bits de realimentação disponíveis. Isto nos leva à conclusão que a informação de canal limita a taxa independentemente do aumento de potência ou de antenas, e por isto deve ser levada em conta no projeto de sistemas de comunicação sem fio multiusuário tanto quanto os demais recursos.

Na Figura 3.17, os resultados mostram a taxa soma em função do limiar B. Como na Figura 3.12, as linhas contínuas representam taxas atingíveis e linhas tracejadas as adaptadas. As curvas de taxa soma adaptada mostram que o LBF é significativamente menos sensível à escolha do parâmetro B que o EVBF. A reta mostra a maior taxa soma adaptada obtida pelo EVBF e evidencia que o LBF tem desempenho superior para valores de B entre 0,670 e 0,916. Esta menor sensibilidade é devida à introdução de informação na ERB através da variável χ.

Por fim, é ilustrada na Figura 3.18 a variação da taxa soma com o número de usuários. Note que a curva da taxa adaptada do LBF é aproximadamente paralela à do ZFBF com conhecimento total do canal, o que indica que LBF explora com sucesso a diversidade multiusuário. Vemos também que as taxas obtidas para o LBF são em média 7% maiores que as obtidas com EVBF.

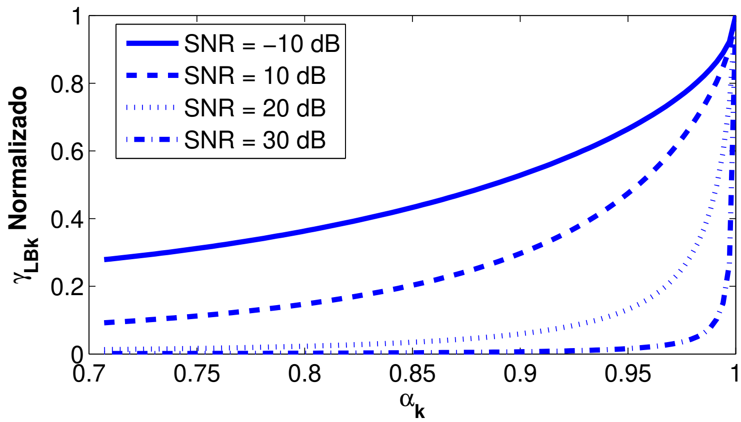


Figura 3.15: Efeito da precisão α_k sobre a CQI, γ_{LB_k}, para diferentes valores de SNR.

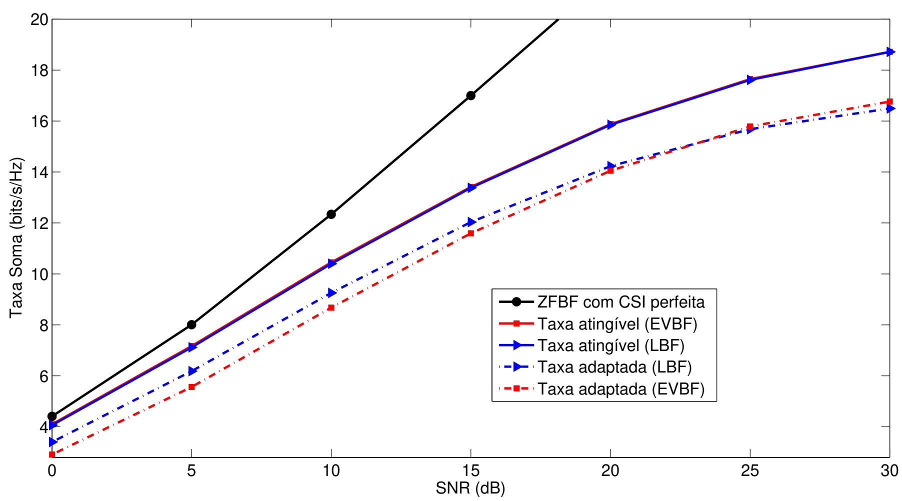


Figura 3.16: Taxa soma em função da SNR.

3.9 Conclusão

Neste capítulo foram discutidos o problema do conhecimento parcial de canal no transmissor no canal de *broadcast* e suas implicações para o desempenho do sistema. Vimos que, mais que no caso ponto-a-ponto, a informação de canal é essencial para que o transmissor consiga realizar com bom desempenho a transmissão para múltiplos usuários.

Primeiro, foi visto o caso SISO. Neste caso, transmitir para um usuário por vez atinge a capacidade soma. A informação de canal no transmissor é usada para seleção de usuários e adaptação de taxa, mas não requer muita precisão. De fato, se realizada de modo eficiente, a realimentação de apenas um bit por usuário é suficiente.

No caso de múltiplas antenas no transmissor, foi descrito como a informação de direção é

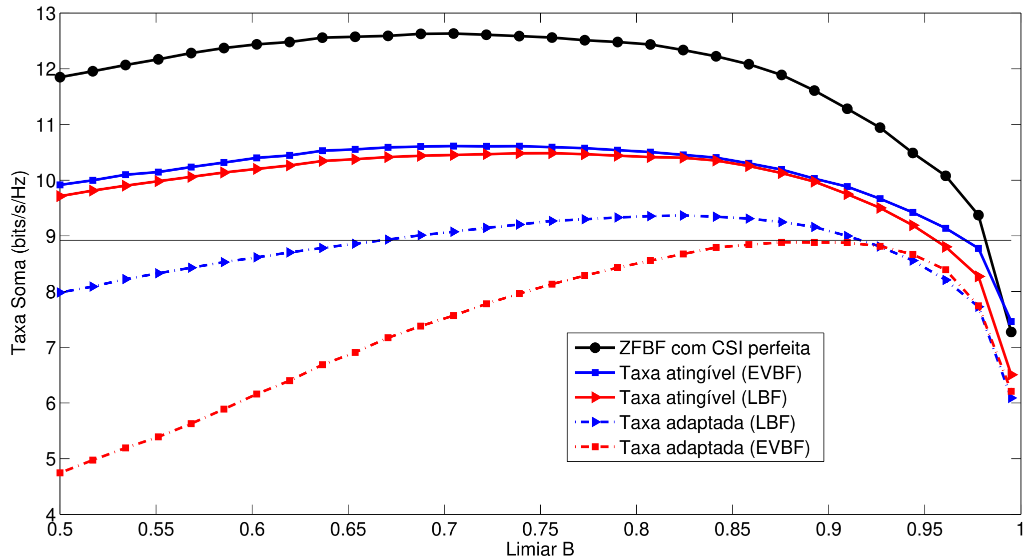


Figura 3.17: Taxa soma em função do limiar B.

vital para o bom desempenho do sistema, pois permite separação espacial. Em seguida foram discutidos meios de representar eficientemente a informação de direção para uso no transmissor.

Foi descrita e analisada então a técnica proposta, o LBF, e sua principal contribuição, o uso de um limitante inferior da SINR como informação de qualidade do canal. O limitante utiliza informações disponíveis tanto nos terminais de usuário quanto na ERB para tornar possível a transmissão eficiente. Além disso, vimos que a técnica proposta permite o uso de diversos *codebooks* e não está atrelada a modelo de desvanecimento de canal. Por fim, viu-se que o LBF pode ser facilmente estendido para canais em que os receptores têm mais que uma antena.

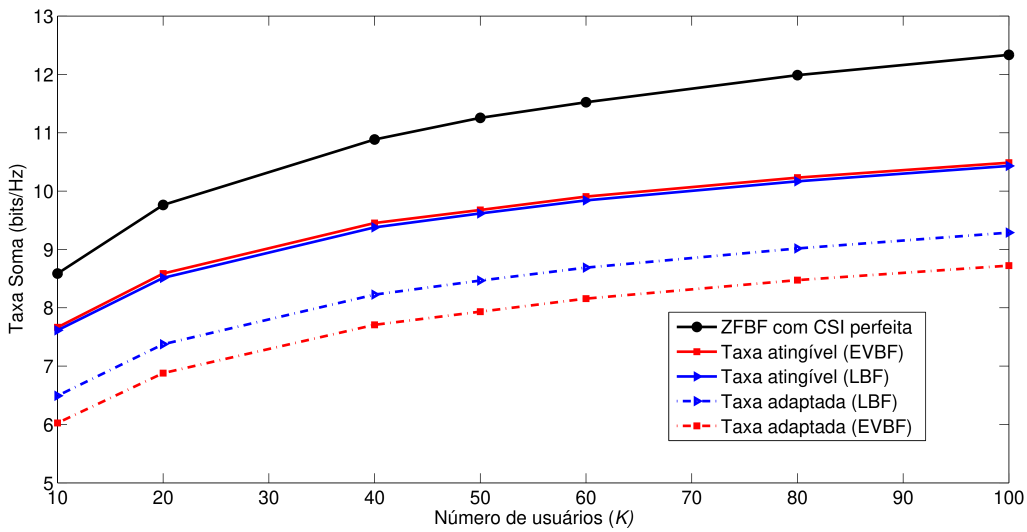


Figura 3.18: Taxa soma em função do número de usuários K.

Capítulo 4

Conclusões

Neste trabalho analisamos o problema de comunicação no canal de *broadcast* MIMO com informação de canal imperfeita no terminal transmissor. Investigamos os efeitos desta imperfeição sobre o desempenho do sistema, considerando principalmente a taxa soma como métrica.

Como resultado desta análise, desenvolvemos uma estratégia de transmissão ZFBF baseada na realimentação de informação de canal dividida em duas partes: informação de direção do canal (CDI) e informação de qualidade de canal (CQI). Como CDI, utilizamos um vetor de norma unitária representando o subespaço de dimensão um no qual o vetor de canal está contido. Como CQI, propomos o uso de um limitante inferior da SINR de cada usuário, desenvolvido neste trabalho. Este limitante inferior é calculado após a estimação do canal em cada terminal de usuário e sofre ajustes na ERB para incorporar informação adicional disponível num momento posterior à seleção de usuários. Demonstramos analiticamente que o limitante inferior da SINR encontrado aqui é justo, dada a informação disponível localmente para calculá-lo.

Ao longo de nosso estudo foi considerado o uso da informação parcial de canal para três tarefas na ERB: seleção de usuários, *beamforming* e determinação das taxas de transferência. Discriminamos entre taxa atingível e taxa adaptada: a primeira mede o desempenho da técnica com relação à seleção de usuários e ao cálculo do *beamforming*; a segunda, de maior significado prático, mede o desempenho também da determinação das taxas.

A adoção de um limitante inferior da SINR como medida de qualidade do canal visa minimizar o impacto de *outage*. De fato, com conhecimento limitado do canal, a ERB pode realizar a transmissão a taxas maiores que a capacidade do canal, levando a *outage*. Para evitar que isto ocorra devido à representação do estado de canal, propusemos a adoção do limitante inferior da SINR como CQI.

Dos resultados das simulações numéricas, podemos tirar muitas conclusões sobre a importância da representação da CSI limitada para o desempenho, não somente no que tange a quantidade mas também a qualidade da informação de canal. Estas conclusões, tanto quanto a técnica proposta, são contribuições deste trabalho.

Em primeiro lugar, ao dividir a CSI em CDI e CQI notamos claramente que a necessidade de CDI no transmissor é maior que a de CQI. O próprio caso SISO, que resume a CSI à qualidade do canal, é resolvido com o uso de apenas um bit, indicando que a seleção de usuários pode ser feita com o uso de pouca informação. Ainda assim, com a LBF, vimos que a melhoria da CQI tem impacto sobre a taxa adaptada, quando comparada à EVBF.

Outra consideração a ser feita é sobre como se dá o efeito da CDI sobre a taxa. Não é difícil ver que, quando é feita a transmissão com uso de separação espacial entre os sinais dos usuários, a imperfeição na CDI gera interferência residual, bem como perda de potência útil recebida. De fato, em (Jindal, 2006b), já havia sido demonstrado que o aumento da potência de transmissão deve ser seguido da melhoria da CDI no transmissor para que resulte em aumento de taxa. Aqui, mostramos que também acrescentar antenas de transmissão ao sistema pode não acarretar ganhos caso isto não seja acompanhado de maior precisão de CDI. Fica claro, portanto, que a alocação de recursos de um sistema não deve ser feita sem que a informação de canal no transmissor seja considerada, sob pena de o sistema não atingir o desempenho desejado.

Fizemos aqui também considerações sobre os ganhos potenciais do uso da correlação espaço-temporal do canal na quantização do canal. Os resultados obtidos para canais com correlação espacial demonstram claramente a importância de se explorar a informação a priori na quantização da CDI. A correlação pode resultar em pior desempenho em certos cenários, pois diminui a flutuação dos canais, podendo ter efeitos negativos na diversidade multiusuário. Contudo, este efeito nocivo não foi sentido no caso de CSI imperfeita, tamanho é o ganho de desempenho decorrente da maior precisão de quantização.

Em relação à técnica proposta, vemos que a LBF obteve as maiores taxas adaptadas na maioria das simulações, em relação à técnica EVBF. Isto se deveu tanto à probabilidade nula de *outage* quanto aos ajustes feitos na ERB, adicionando informação para a tarefa de determinação das taxas. De fato, além de melhorar o desempenho, estes ajustes diminuem a sensibilidade ao parâmetro de ϵ-ortogonalidade, característica desejável neste caso. É também devido aos ajustes que o desempenho da LBF se iguala ao do ZFBF com CSI perfeita quando o erro de quantização vetorial vai a zero. O EVBF, por sua vez, apresenta perdas por conta de não utilizar a informação disponível na ERB.

Outra característica positiva do LBF é que não há restrições com relação à distribuição de probabilidade do desvanecimento do canal. Como o LBF não requer que seja utilizado um *codebook* específico, é possível explorar as características da distribuição do canal para obter maior precisão de quantização, e consequentemente maiores taxas. É possível não somente fazer uso da correlação em distribuição Rayleigh, mas também das características de outras distribuições, como por exemplo a Rice, em que há direções preferenciais de ocorrência dos vetores de canal. Isto não é possível para técnicas como o OSDMA, em que é necessário que os vetores de *codebook* sejam ortogonais, e portanto não podem ser adequados ao canal de cada usuário.

Destacamos ainda como contribuição a demonstração dos Lemas 1 e 2. O Lema 1, em particular, relaciona a quase ortogonalidade de uma matriz à das colunas de sua pseudo-inversa, e pode ter aplicação em qualquer área que lide com vetores aproximadamente ortogonais.

Como perspectivas de estudos futuros, vemos o uso do LBF em cenários que admitam imperfeições na realimentação da CSI. No caso de atrasos na realimentação e mudanças na CSI ao longo da transmissão de um bloco, vislumbramos uma abordagem preditiva, no sentido de diminuir a incerteza sobre o estado futuro do canal, diminuindo a probabilidade de *outage*. Para evitar efeitos nocivos de erros de bit de realimentação, há a possibilidade de aplicação de códigos corretores de erro, que no entanto acarretariam maior necessidade de recursos. Outra forma de minimizar o impacto de erros de transmissão dos bits de realimentação é fazer uma estratégia semelhante ao mapeamento de Gray (Savage, 1996). Neste caso, vetores de codebook próximos são associados a índices que diferem em poucos bits. Assim, com poucos erros de transmissão, a ERB receberá uma CDI próxima à que foi enviada. A implementação de estratégias nessa linha, como (Xu & Liu, 2007), pode se mostrar interessante.

Outra perspectiva é a aplicação do LBF em conjunto com algoritmos de *fairness*, em cenários com restrições fortes de atraso ou em que a distribuição do canal de alguns usuários levem a maiores ganhos que as de outros. Algoritmos como o PFS (do inglês *proportional-fair scheduling*) (Jalali, Padovani, & Pankaj, 2000), baseados na SINR dos usuários, são em princípio compatíveis com a CQI utilizada na técnica proposta.

Apêndice A

Prova do Lema 1

Para provar que $|\mathbf{w}_i^{\mathrm{H}}\,\mathbf{w}_j| \leq \epsilon_w$ quando $|\hat{\mathbf{h}}_i\,\hat{\mathbf{h}}_j^{\mathrm{H}}| \leq \epsilon_h$, aplicamos o processo de Gram-Schmidt nos vetores de canal quantizados, resultando em uma base ortonormal $\mathbf{Q} = [\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \ldots, \mathbf{q}_M]$ que geram o espaço imagem da matriz $\hat{\mathbf{H}} = [\hat{\mathbf{h}}_1^{\mathrm{T}}, \hat{\mathbf{h}}_2^{\mathrm{T}}, \ldots, \hat{\mathbf{h}}_M^{\mathrm{T}}]$. Os vetores podem ser reescritos como

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{h}}_1^{\mathrm{T}} &= \mathbf{q}_1 \\
\hat{\mathbf{h}}_2^{\mathrm{T}} &= \hat{h}_{21}\,\mathbf{q}_1 + \hat{h}_{22}\,\mathbf{q}_2 \\
&\vdots \\
\hat{\mathbf{h}}_M^{\mathrm{T}} &= \hat{h}_{M1}\,\mathbf{q}_1 + \ldots + \hat{h}_{MM}\,\mathbf{q}_M
\end{aligned}$$

Primeiro, derivamos limitantes para os componentes de $\hat{\mathbf{h}}_i$ utilizando a propriedade de ϵ-ortogonalidade. Chamaremos de κ_j o limitante inferior de $\hat{h}_{jj}$ e κ_{ij} o limitante superior de $\hat{h}_{ij}$.

Como $\hat{\mathbf{h}}_1^{\mathrm{T}} = \mathbf{q}_1$, é trivial que $|\hat{h}_{11}| = \kappa_1 = 1$. Para qualquer $\hat{\mathbf{h}}_i$, $i > 1$, temos que $|\hat{\mathbf{h}}_i^{\mathrm{H}}\,\hat{\mathbf{h}}_1| \leq \epsilon_h$. Lembrando que $\mathbf{q}_1^{\mathrm{H}}\mathbf{q}_j = 0$ para $j \neq 1$, concluímos

$$|\hat{h}_{i1}| \leq \epsilon_h = \kappa_{i1}. \tag{A.1}$$

O limitante de $|\hat{h}_{22}|$, κ_2, é achado facilmente a partir do fato que o vetor $\hat{\mathbf{h}}_2$ tem norma unitária:

$$\begin{aligned}
\|\hat{\mathbf{h}}_2\|^2 &= |\hat{h}_{21}|^2 + |\hat{h}_{22}|^2 = 1 && \text{(A.2a)} \\
|\hat{h}_{22}|^2 &= 1 - |\hat{h}_{21}|^2 && \text{(A.2b)} \\
|\hat{h}_{22}|^2 &\geq 1 - \epsilon_h^2 = \kappa_2^2 && \text{(A.2c)}
\end{aligned}$$

Para os termos da forma $|\hat{h}_{i2}|$, usamos o fato que $|\hat{\mathbf{h}}_i\,\hat{\mathbf{h}}_2^{\mathrm{H}}| \leq \epsilon_h$ para todo $i > 2$ pra mostrar que

$$\begin{aligned} |\hat{h}_{i1}\,\hat{h}_{21}^{*}\ + \hat{h}_{i2}\,\hat{h}_{22}^{*}|| &\leq \epsilon_h && \text{(A.3a)}\\ |\hat{h}_{i2}| &\leq \frac{\epsilon_h + |\hat{h}_{i1}|\,|\hat{h}_{21}|}{|\hat{h}_{22}|} && \text{(A.3b)}\\ |\hat{h}_{i2}| &\leq \frac{\epsilon_h + \epsilon_h^2}{\sqrt{1-\epsilon_h^2}} = \kappa_{i2} && \text{(A.3c)} \end{aligned}$$

em que a última desigualdade usa os limitantes em (A.2c) e (A.1).

A mesma ideia usada para os componentes de $\hat{\mathbf{h}}_2$ pode ser aplicada ao caso geral de $\hat{\mathbf{h}}_i$ para chegarmos a

$$\begin{aligned} |\hat{h}_{ij}| \leq \kappa_{ij} = &\ \frac{\epsilon_h + \sum_{l=1}^{j-1} \kappa_{il}^2}{\kappa_j} \quad \text{for } i > j && \text{(A.4a)}\\ |\hat{h}_{jj}| \geq \kappa_j = &\ \sqrt{1 - \sum_{l=1}^{j-1} \kappa_{j\,l}^2} && \text{(A.4b)} \end{aligned}$$

Finalmente, de (A.4),temos a seguinte relação entre os limitantes:

$$\begin{aligned} \kappa_M^2 &= \kappa_{M-1}^2 - \kappa_{iM-1}^2 && \text{(A.5)}\\ \kappa_{iM-1}^2 &= \kappa_{iM}\,\kappa_M - \kappa_{iM-1}\,\kappa_{M-1} && \text{(A.6)} \end{aligned}$$

Consideremos agora os vetores de *beamforming*. Podemos reescrevê-los na base $\mathbf{Q}$ da seguinte forma:

$$\mathbf{w}_k = w_{kk}\,\mathbf{q}_k + w_{kk+1}\,\mathbf{q}_{k+1} + \ldots + w_{kM}\,\mathbf{q}_M. \tag{A.7}$$

Desta expressão, notamos que utilizado ZFBF e portanto $\mathbf{w}_k^{\mathrm{H}}\hat{\mathbf{h}}_j = 0$ para $j < k$. Vamos focar aqui no seguinte produto interno:

$$|\mathbf{w}_M^{\mathrm{H}}\,\mathbf{w}_{M-1}| = |w_{M-1\,M}| \triangleq \epsilon_w(M), \tag{A.8}$$

em que $\epsilon_w(M)$ é o parâmetro de ϵ-ortogonalidade da matriz de *beamforming* com M colunas. Como a ordem dos vetores é arbitrária, não há perda de generalidade em encontrar um limitante para o produto interno da expressão (A.8): o mesmo limitante vale para qualquer par de vetores de *beamforming*. Ora,

$$\hat{\mathbf{h}}_M\,\mathbf{w}_{M-1} = 0, \tag{A.9}$$

de modo que

$$w_{M-1\,M-1}\,\hat{h}_{MM-1} = -w_{M-1M}\,\hat{h}_{MM}. \tag{A.10}$$

Portanto,

$$\left|\frac{\hat{h}_{MM}}{\hat{h}_{MM-1}}\right|^2 = \left|\frac{w_{M-1\,M-1}}{w_{M-1M}}\right|^2 \tag{A.11a}$$

$$= \frac{1-|w_{M-1M}|^2}{|w_{M-1M}|^2}. \tag{A.11b}$$

Substituindo os limitantes de (A.4)

$$\frac{1-|w_{M-1M}|^2}{|w_{M-1M}|^2} \geq \frac{\kappa_M^2}{\kappa_{iM-1}^2} \tag{A.12a}$$

$$|w_{M-1M}|^2 \leq \frac{\kappa_{iM-1}^2}{\kappa_M^2+\kappa_{iM-1}^2} = \epsilon_w^2(M). \tag{A.12b}$$

Substituindo (A.5) em (A.12b), vemos que

$$\epsilon_w^2(M) = \frac{\kappa_{iM-1}^2}{\kappa_M^2+\kappa_{iM-1}^2} = \frac{\kappa_{iM-1}^2}{\kappa_{M-1}^2} \tag{A.13}$$

$$\epsilon_w(M) = \frac{\kappa_{iM-1}}{\kappa_{M-1}}. \tag{A.14}$$

Chegaremos ao resultado por indução. Para isto, escrevemos $\epsilon_w(M+1)$ em função de $\epsilon_w(M)$:

$$\epsilon_w(M+1) = \frac{\kappa_{iM}}{\kappa_M} = \frac{\kappa_{iM}\,\kappa_M}{\kappa_M^2} \tag{A.15a}$$

$$= \frac{\kappa_{iM-1}^2+\kappa_{iM-1}\,\kappa_{M-1}}{\kappa_{M-1}^2-\kappa_{iM-1}^2} \tag{A.15b}$$

$$= \frac{\kappa_{iM-1}\left(\kappa_{iM-1}+\kappa_{M-1}\right)}{\left(\kappa_{iM-1}+\kappa_{M-1}\right)\left(\kappa_{M-1}-\kappa_{iM-1}\right)} \tag{A.15c}$$

$$= \frac{\kappa_{iM-1}}{\left(\kappa_{M-1}-\kappa_{iM-1}\right)} \tag{A.15d}$$

$$= \frac{\dfrac{\kappa_{iM-1}}{\kappa_{M-1}}}{1-\dfrac{\kappa_{iM-1}}{\kappa_{M-1}}} \tag{A.15e}$$

$$= \frac{\epsilon_w(M)}{1-\epsilon_w(M)}. \tag{A.15f}$$

Em (A.15a), multiplicamos numerador e denominadir por κ_M; em (A.15b), substituímos (A.6) no numerador e (A.5) no denominador; em (A.15c) fatoramos a expressão e nos últimos três passos a expressão é reorganizada para permitir sua escrita como função de $\epsilon_w(M)$.

É fácil ver que $\epsilon_w(2) = \epsilon_h$, pela substituição de (A.3a) em (A.14). Assim, provamos que a expressão

$$\epsilon_w(M) = \frac{\epsilon_h}{1-(M-2)\,\epsilon_h} \tag{A.16}$$

vale para $M = 2$. É necessário então provar que, se ela vale para M, vale também para $M+1$. Fazemos isto substituindo (A.16) em (A.15f):

$$\begin{aligned}
\epsilon_w(M+1) &= \frac{\dfrac{\epsilon_h}{1-(M-2)\epsilon_h}}{1-\dfrac{\epsilon_h}{1-(M-2)\epsilon_h}} && \text{(A.17)}\\
&= \frac{\epsilon_h}{1-(M-2)\epsilon_h-\epsilon_h} && \text{(A.18)}\\
&= \frac{\epsilon_h}{1-(M-1)\epsilon_h} && \text{(A.19)}
\end{aligned}$$

que coincide exatamente com a expressão (A.16) para $M+1$. O Lema 1 está portanto demonstrado por indução.

Para provar que o limitante é justo, damos um exemplo em que seu valor é atingido. Considere uma matriz $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M\times M}$ tal que $\mathbf{A}(i,i) = 1$ e $\mathbf{A}(i,j) = -\epsilon_h$ para $i \neq j$. Suponha que a decomposição de Cholesky possa ser realizada nesta matriz resultando em

$$\mathbf{A} = \hat{\mathbf{H}}^{\mathrm{H}}\,\hat{\mathbf{H}}, \tag{A.20}$$

em que $\hat{\mathbf{H}}$ é uma realização possível da matriz de vetores quantizados. Neste caso, a decomposição de Cholesky da de $\mathbf{A}$ é tal que

$$\begin{aligned}
\hat{h}_{ij} = -\kappa_{ij} &= \frac{-\epsilon_h - \sum_{l=1}^{j-1}\kappa_{il}^2}{\kappa_j} \quad \text{for } i > j && \text{(A.21a)}\\
\hat{h}_{jj} = \kappa_j &= \sqrt{1-\sum_{l=1}^{j-1}\kappa_{j\,l}^2}, && \text{(A.21b)}
\end{aligned}$$

ou seja, resulta uma realização de $\hat{\mathbf{H}}$ que atinge os limitantes em (A.4) e consequentemente também o limitante do Lema 1. Ainda assim, é necessário mostrar que é possível realizar a decomposição de Cholesky na matriz $\mathbf{A}$, mostrando que ela é positiva definida (R. Horn & Johnson, 1985). A seguir, mostraremos que isto é válido para as situações de interesse.

Do teorema do circulo de Gershgorin (R. Horn & Johnson, 1985), estabelecemos a condição segundo a qual a matriz $\mathbf{A}$ é positiva definida. Para qualquer matriz quadrada, o teorema define discos fechados no plano complexo, um por linha da matriz, tais que todos seus autovalores devem estar dentro deles. O centro de cada disco é o elemento diagonal da respectiva linha, e o raio é a soma dos valores absolutos dos demais. Para a matriz $\mathbf{A}$ definida aqui todos os discos são iguais, centrados em 1 e de raio $(M-1)\,\epsilon_h$. Como a matriz é Hermitiana, seus autovalores são reais, e o círculo de Gershgorin passa a ser o intervalo $[1-(M-1)\,\epsilon_h; 1+(M-1)\,\epsilon_h]$. Portanto, é possível garantir que todos os autovalores de $\mathbf{A}$ são positivos se

$$1-(M-1)\,\epsilon_h > 0,$$

ou

$$\epsilon_h < \frac{1}{(M-1)}, \tag{A.22}$$

que é exatamente o valor a em que o limitante em (3.32) é igual a 1. Portanto, para a matriz $\hat{\mathbf{H}}$ dada pela decomposição Cholesky de $\mathbf{A}$, o limitante é atingido.

Apêndice B

Prova do Lema 2

Derivamos aqui um limitante superior para o termo $\sum_{j=1,j\neq k}^{N_t} |\mathbf{e}_k\,\mathbf{w}_j|^2$. Este termo pode ser reescrito em notação matricial como

$$\sum_{j=1,j\neq k}^{N_t} |\mathbf{w}_j^{\mathrm{H}}\,\mathbf{e}_k|^2 = \mathbf{e}_k\,\mathbf{W}_k\,\mathbf{W}_k^{\mathrm{H}}\,\mathbf{e}_k^{\mathrm{H}}, \tag{B.1}$$

em que a matriz $\mathbf{W}_k$, formada pelos vetores de *beamforming* de todos os usuários exceto o k-esimo, é desconhecida, e $\mathbf{e}_k$ é um vetor de norma unitária conhecido.

Obteremos o limitante superior através da solução do seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} \max_{W_k} \quad & \mathbf{e}_k\,\mathbf{W}_k\,\mathbf{W}_k^{\mathrm{H}}\,\mathbf{e}_k^{\mathrm{H}} \\ \text{s.t.} \quad & \|\mathbf{w}_i\| = 1 \\ & |\mathbf{w}_i^{\mathrm{H}}\,\mathbf{w}_j| \leq \epsilon_w \qquad i \neq j, \end{aligned} \tag{B.2}$$

em que $i, j = 1 \ldots M$.

É um resultado bem conhecido que este tipo de função quadrática tem seu máximo quando $\mathbf{e}_k$ é igual ao autovetor associado ao maior autovalor da matriz $\mathbf{W}_k\,\mathbf{W}_k^{\mathrm{H}}$. Deste modo, devemos determinar o maior autovalor desta matriz, sujeito às restrições acima. É fácil ver que todos os autovalores não nulos de $\mathbf{W}_k\,\mathbf{W}_k^{\mathrm{H}}$ são também autovalores de $\mathbf{W}_k^{\mathrm{H}}\,\mathbf{W}_k$. Para mostrar isto, definimos que $\mathbf{v}$ é um autovetor de $\mathbf{W}_k\,\mathbf{W}_k^{\mathrm{H}}$ associado ao autovalor λ. Com isto,

$$\mathbf{W}_k\,\mathbf{W}_k^{\mathrm{H}}\,\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v} \tag{B.3}$$

$$\mathbf{W}_k^{\mathrm{H}}\,\mathbf{W}_k\,\mathbf{W}_k^{\mathrm{H}}\,\mathbf{v} = \lambda\,\mathbf{W}_k^{\mathrm{H}}\,\mathbf{v} \tag{B.4}$$

e portanto $\mathbf{W}_k^{\mathrm{H}}\,\mathbf{v}$ é autovetor de $\mathbf{W}_k^{\mathrm{H}}\,\mathbf{W}_k$ associado ao mesmo autovalor λ. Assim, encontrar o maior autovalor de uma matriz equivale a encontrar o da outra.

Do Lema 1, sabemos que os elementos da diagonal de $\mathbf{W}_k^{\mathrm{H}}\mathbf{W}_k$ são iguais a um e os demais têm valor absoluto limitado por ϵ_w. Podemos aplicar então o teorema do círculo de Gershgorin para delimitar o intervalo no qual os autovalores estão. No caso da matriz $\mathbf{W}_k^{\mathrm{H}}\mathbf{W}_k$,todos os círculos de Gershgorin são centrados em 1 e seu maior raio possível é $(M-2)\,\epsilon_w$, já que há $M-2$ elementos fora de sua diagonal por linha. A matriz $\mathbf{W}_k^{\mathrm{H}}\mathbf{W}_k$ é Hermitiana, e por consequência seus autovalores são reais. Logo, seu maior autovalor possível é $1+(M-2)\,\epsilon_w$. Disto, concluímos que

$$\mathbf{e}_k^{\mathrm{H}}\,\mathbf{W}_k\,\mathbf{W}_k^{\mathrm{H}}\,\mathbf{e}_k \leq 1+(M-2)\,\epsilon_w \tag{B.5}$$

como no Lema 2.

References

Benvenuto, N., Conte, E., Tomasin, S., & Trivellato, M. (2007, Nov.). Predictive channel quantization and beamformer design for MIMO-BC with limited feedback. In *Global telecommunications conference, 2007. globecom '07. IEEE* (p. 3607-3611).

Bergmans, P. (1974, Mar). A simple converse for broadcast channels with additive white Gaussian noise (corresp.). *Information Theory, IEEE Transactions on*, *20*(2), 279-280.

Berrou, C., Glavieux, A., & Thitimajshima, P. (1993, May). Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes. 1. In *Communications, 1993. ICC 93. Geneva. Technical Program, Conference Record, IEEE International Conference on* (Vol. 2, p. 1064-1070 vol.2).

Bomze, I. M., Budinich, M., Pardalos, P. M., & Pelillo, M. (1999). The maximum clique problem. In *Handbook of combinatorial optimization* (pp. 1–74). Kluwer Academic Publishers.

Brennan, D. (1959, June). Linear diversity combining techniques. *Proceedings of the IRE*, *47*(6), 1075-1102.

Caire, G., & Shamai, S. (2003, July). On the achievable throughput of a multiantenna Gaussian broadcast channel. *Information Theory, IEEE Transactions on*, *49*(7), 1691-1706.

Chae, C.-B., Mazzarese, D., Inoue, T., & Heath, R. (2008, Dec.). Coordinated beamforming for the multiuser MIMO broadcast channel with limited feedforward. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, *56*(12), 6044-6056.

Chae, C.-B., Mazzarese, D., Jindal, N., & Heath, R. (2008, October). Coordinated beamforming with limited feedback in the MIMO broadcast channel. *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, *26*(8), 1505-1515.

Chiurtu, N., Rimoldi, B., & Telatar, E. (2001). On the capacity of multi-antenna Gaussian channels. In *Information theory, 2001. proceedings. 2001 IEEE international symposium on* (p. 53-).

Conway, J. H., Hardin, R. H., & Sloane, N. J. A. (2002). Packing lines, planes, etc.: Packings in Grassmannian space.

Costa, M. (1983). Writing on dirty paper (corresp.). *IEEE Transactions on Information Theory*, *29*(3), 439-441.

Cover, T. (1972). Broadcast channels. *Information Theory, IEEE Transactions on*, *18*(1), 2-14.

Cover, T. M., & Thomas, J. (2006). *Elements of information theory* (Second ed.). New York, NY, USA: Wiley-Interscience.

Dhillon, I. S., Heath Jr, R. W., Strohmer, T., & Tropp, J. A. (2007). *Constructing packings in Grassmannian manifolds via alternating projection.* Available from `http://www.citebase.org/abstract?id=oai:arXiv.org:0709.0535`

Gallager, R. (1974, July-Sept). Capacity and coding for degraded broadcast channels. *Probl. Inform. Trans.*, 185-193.

Gesbert, D., Pittman, L., & Kountouris, M. (2006, May). Transmit correlation-aided scheduling in multiuser MIMO networks. In *Acoustics, speech and signal processing, 2006. ICASSP 2006 proceedings. 2006 IEEE international conference on* (Vol. 4, p. IV-IV).

Golub, G. H., & Loan, C. F. V. (1996). *Matrix computations* (2nd ed.). Baltimore: The Johns Hopkins Univ. Press.

Gray, R. M., & Neuhoff, D. L. (1998). Quantization. *IEEE Trans. Inform. Theory*, *44*(6), 2325–29.

Haykin, S. (2001). *Adaptive filter theory (4th edition).* Prentice Hall. Hardcover.

Horn, R., & Johnson, C. (1985). *Matrix analysis* (First ed.). Cambridge University Press.

Horn, R. A., & Johnson, C. R. (1985). *Matrix analysis* [Book]. Cambridge University Press, Cambridge [Cambridgeshire] ; New York.

Huang, K., Heath, R. W., & Andrews, J. G. (2008, May). Limited feedback beamforming over temporally-correlated channels. Available from `http://arxiv.org/abs/cs/0606022v2`

Jalali, A., Padovani, R., & Pankaj, R. (2000). Data throughput of CDMA-HDR a high efficiency-high data rate personal communication wireless system. In *Vehicular Technology Conference Proceedings, 2000. VTC 2000-Spring Tokyo. 2000 IEEE 51st* (Vol. 3, p. 1854-1858 vol.3).

Jindal, N. (2006a, July). A feedback reduction technique for MIMO broadcast channels. *Information Theory, 2006 IEEE International Symposium on*, 2699-2703.

Jindal, N. (2006b, Nov.). MIMO broadcast channels with finite-rate feedback. *IEEE Transactions on Information Theory*, *52*(11), 5045-5060.

Joham, M., Kusume, K., Gzara, M., Utschick, W., & Nossek, J. (2002). Transmit Wiener filter for the downlink of TDDDS-CDMA systems. In *Spread spectrum techniques and applications, 2002 IEEE seventh international symposium on* (Vol. 1, p. 9-13 vol.1).

Lin, S.-C., & Su, H.-J. (2007, September). Practical vector dirty paper coding for MIMO Gaussian broadcast channels. *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, *25*(7), 1345-1357.

Linde, Y., Buzo, A., & Gray, R. (1980, Jan). An algorithm for vector quantizer design. *Communications, IEEE Transactions on*, *28*(1), 84-95.

Love, D., & Heath, J., R.W. (2004, Nov.-3 Dec.). Grassmannian beamforming on correlated MIMO channels. In *Global Telecommunications Conference, 2004. GLOBECOM '04. IEEE* (Vol. 1, p. 106-110 Vol.1).

Love, D. J., , Jr., R. W. H., & Strohmer, T. (2003). Grassmannian beamforming for multiple-input multiple-output wireless systems. *IEEE Transactions on Information Theory*, *49*(10), 2735-2747.

MacKay, D., & Neal, R. (1997, Mar). Near Shannon limit performance of low density parity check codes. *Electronics Letters*, *33*(6), 457-458.

Makhoul, J., Roucos, S., & Gish, H. (1985, Nov.). Vector quantization in speech coding. *Proceedings of the IEEE*, *73*(11), 1551-1588.

Peel, C., Hochwald, B., & Swindlehurst, A. (2005a, Jan.). A vector-perturbation technique for near-capacity multiantenna multiuser communication-part I: channel inversion and regularization. *Communications, IEEE Transactions on*, *53*(1), 195-202.

Peel, C., Hochwald, B., & Swindlehurst, A. (2005b, Jan.). A vector-perturbation technique for near-capacity multiantenna multiuser communication- part II: Perturbation. *Communications, IEEE Transactions on*, *53*(1), 203-203.

Sato, H. (1978, May). An outer bound to the capacity region of broadcast channels (corresp.). *Information Theory, IEEE Transactions on*, *24*(3), 374-377.

Savage, C. (1996). A survey of combinatorial gray codes. *SIAM Review*, *39*, 605–629.

Shannon, C. (1949, Jan). Communication in the presence of noise. *Proceedings of the IRE*, *37*.

Shannon, C. E. (1948). *A mathematical theory of communication.* CSLI Publications. Available from `http://cm.bell-labs.com/cm/ms/what/shannonday/paper.html`

Sharif, M., & Hassibi, B. (2005). On the capacity of MIMO broadcast channels with partial side information. *IEEE Transactions on Information Theory*, *51*(2), 506-522.

Somekh, O., Haimovich, A., & Bar-Ness, Y. (2007, Feb.). Sum-rate analysis of downlink channels with 1-bit feedback. *Communications Letters, IEEE*, *11*(2), 137-139.

Spencer, Q., Swindlehurst, A., & Haardt, M. (2004, Feb.). Zero-forcing methods for downlink spatial multiplexing in multiuser MIMO channels. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, *52*(2), 461-471.

Tse, D. (1997, Jun-4 Jul). Optimal power allocation over parallel Gaussian broadcast channels. In (p. 27-).

Tse, D., & Viswanath, P. (2005). *Fundamentals of wireless communications* (First ed.). Cambridge University Press.

Usevitch, B. (2001, Sep). A tutorial on modern lossy wavelet image compression: foundations of JPEG 2000. *Signal Processing Magazine, IEEE*, *18*(5), 22-35.

Vishwanath, S., Jindal, N., & Goldsmith, A. (2003). Duality, achievable rates, and sum-rate capacity of Gaussian MIMO broadcast channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, *49*(10), 2658-2668.

Viswanath, P., & Tse, D. (2003, Aug.). Sum capacity of the vector Gaussian broadcast channel and uplink-downlink duality. *Information Theory, IEEE Transactions on*, *49*(8), 1912-1921.

Viswanath, P., Tse, D., & Laroia, R. (2002, Jun). Opportunistic beamforming using dumb antennas. *Information Theory, IEEE Transactions on*, *48*(6), 1277-1294.

Weingarten, H., Steinberg, Y., & Shamai, S. (2006, Sept.). The capacity region of the Gaussian multiple-input multiple-output broadcast channel. *Information Theory, IEEE Transactions on*, *52*(9), 3936-3964.

Wrycza, P., Bengtsson, M., & Ottersten, B. (2006, May). MMSE criteria for downlink beamforming in CDMA wireless systems. In *Acoustics, speech and signal processing, 2006. ICASSP 2006 proceedings. 2006 IEEE international conference on* (Vol. 4, p. IV-IV).

Xu, T., & Liu, H. (2007, November). Index assignment for beamforming with limited-rate imperfect feedback. *Communications Letters, IEEE*, *11*(11), 865-867.

Yeung, C. K. A., & Love, D. (2005, 28 2005-Nov. 1). Performance analysis of random vector quantization limited feedback beamforming. In *Signals, systems and computers, 2005. conference record of the thirty-ninth Asilomar conference on* (p. 408-412).

Yoo, T., & Goldsmith, A. (2005). Sum-rate optimal multi-antenna downlink beamforming strategy based on clique search. *Global Telecommunications Conference, 2005. GLOBECOM '05. IEEE*, *3*, 5 pp.-.

Yoo, T., & Goldsmith, A. (2006). On the optimality of multiantenna broadcast scheduling using zero-forcing beamforming. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, *24*(3), 528-541.

Yoo, T., Jindal, N., & Goldsmith, A. (2007, September). Multi-antenna downlink channels with limited feedback and user selection. *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, *25*(7), 1478-1491.

Yu, W., & Cioffi, J. (2001). Trellis precoding for the broadcast channel. *Global Telecommunications Conference, 2001. GLOBECOM '01. IEEE*, *2*, 1344-1348 vol.2.

Yu, W., & Cioffi, J. (2004, Sept.). Sum capacity of Gaussian vector broadcast channels. *Information Theory, IEEE Transactions on*, *50*(9), 1875-1892.

Yu, W., Rhee, W., Boyd, S., & Cioffi, J. (2004, Jan.). Iterative water-filling for Gaussian vector multiple-access channels. *Information Theory, IEEE Transactions on*, *50*(1), 145-152.

Yu, W., Sutivong, A., Julian, D., Cover, T., & Chiang, M. (2001). Writing on colored paper. In (p. 302-).

Zamir, R., Shamai, S., & Erez, U. (2002, Jun). Nested linear/lattice codes for structured multiterminal binning. *Information Theory, IEEE Transactions on*, *48*(6), 1250-1276.