

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA/ELETRÔNICA

ESTUDO DE MODULAÇÕES E DEMODULAÇÕES
PARA TRANSMISSÃO DE
SINAIS MCP VIA RADIO

REGINALDO PALAZZO Jr.

Orientador - REGE R. SCARABUCCI

Tese apresentada à Faculdade de
Engenharia de Campinas- UNICAMP
como parte dos requisitos neces
sários para a obtenção do títu
lo de MESTRE EM CIÊNCIAS.

JUNHO 1977

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

Ofereço este trabalho a meu pai, REGINALDO PALAZZO, e minha mãe , CELIA PERY, e a minha noiva, CRISTINA GUERNELLI, por tudo que fizeram para que eu pudesse realizá-lo.

SUMÁRIO

É de relevante importância a busca de novas técnicas de modulação para utilização em sistemas de comunicações, tendo em vista a crescente necessidade de altas taxas de transmissão de informação.

Sob este ponto de vista, é que este trabalho encontra sua aplicação.

Aqui será realizada a avaliação do desempenho dos diversos arranjos propostos constituídos de 2, 4, 8 e 16 pontos de sinais, sob a égide da minimização da probabilidade de erro com as restrições tanto em energia média como de pico. Esta avaliação segue a um processo seletivo ao invés de um processo de otimização que é, em alguns casos, de difícil tratamento.

Em seguida, serão feitas proposições, baseadas em um modelo matemático adotado, tanto de um transmissor como de um receptor para o arranjo ótimo pertencente ao grupo de 16 pontos de sinais.

Como consequência da estrutura apresentada para este arranjo, algumas vantagens serão apresentadas, tendo como fator preponderante a versatilidade de adaptação a outros arranjos pertencentes aos grupos de 2, 4 e 8 pontos de sinais. Esta adaptação, por sua vez, possui como termo implicante a otimalidade dos sistemas adaptados.

Segue-se também uma descrição qualitativa dos processos interferentes, comuns a todos os sistemas de comunicações.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

A maioria dos enlaces atuais se baseia em técnica de multiplexagem por Divisão de Frequência (FDM), que é extremamente sensível em linearidades. Por outro lado, a tecnologia de circuitos integrados digitais está condicionando mudanças radicais na tecnologia de comunicações. Os sistemas digitais apresentam uma vantagem básica sobre o FDM, devido ao fato de transformarem sinais análogos em digitais e processarem estes sinais através de circuitos digitais, resultando em vantagens de economia e desempenho.

A natureza digital tem propriedade importante, qual seja, a de serem mais facilmente integráveis com Sistemas de Transmissão de Dados.

Uma vantagem de real importância na utilização de técnicas digitais, reside na capacidade de regeneração do trem de pulsos em pontos de recepção, eliminando essencialmente com isso o acúmulo de ruído quando da passagem do sinal pelo meio de transmissão. Com o emprego de técnicas análogas tem-se um acúmulo de ruído ao longo do meio de transmissão deteriorando substancialmente o desempenho do sistema.

Os sistemas que utilizam de multiplexagem temporal, por exemplo o PCM, apresentam uma desvantagem em relação ao seu dual - multiplexagem em frequência (FDM) - quanto à utilização do espectro de frequências. Enquanto um canal de voz requer uma faixa de 4 KHz para transmissão, a faixa equivalente utilizada por um sistema PCM usando a frequência de Nyquist para amostragem e com codificação de 8 dígitos, seria de 64 KHz, ou, equivalentemente, 1 bit transmitido ocuparia 1 Hz de faixa.

Para transmissão de um número muito grande de canais, a faixa requisitada pelo sistema PCM, seria excessivamente elevada em relação ao FDM.

Mesmo assim, a solicitação de transmissão digital via rádio existe e ocorre devido aos seguintes fatores:

- 1 - Taxas crescentes de tráfego telefônico com a implantação de sistemas PCM;
- 2 - Demanda crescente de altas taxas de transmissão de dados, vídeo, facsímile, etc;

- 3 - Aproveitamento da boa imunidade que os sinais digitais oferecem à interferências;
- 4 - Oportunidade de melhor utilização das faixas de rádio frequência, com viabilidades somente para transmissão digital;
- 5 - Coexistência de canais de radiofrequência tanto análo gos como digitais.

Na hipótese de que o meio de transmissão está isento dos efeitos de desvanecimento (fading), típico de comunicações ponto a ponto, baixos níveis de sinais de radiofrequência recebidos podem ser especificados para um sistema PCM via rádio, enquanto para o FDM os níveis devem ser altos, para que possam satisfazer as especificações dos modernos sistemas de comunicações.

Deve-se salientar que, a utilização do sistema PCM via rádio apresenta algumas vantagens sobre o sistema PCM via cabo, nas seguintes situações:

- 1 - adversidades permanentes do meio, isto é, lagos, florestas, onde o acesso é difícil;
- 2 - em lances relativamente longos onde não existe derivação.

As técnicas de modulação mais comuns para o PCM são o chaveamento de frequência (FSK) (para baixas taxas), teoricamente requerendo aproximadamente 1 bit/hertz de faixa e o chaveamento de fase em quadratura (QPSK) que requer 1 Hz para cada 2 bits.

Além dessas, existe aquela que utiliza uma combinação de duas técnicas convencionais, ou seja o chaveamento de amplitude e fase (MAPSK). Esta apresenta melhores características sobre as de mais técnicas. Comparando-se todos os sistemas para uma mesma relação sinal/ruído, o MAPSK é o que fornece a menor taxa de erro. Da mesma maneira que o PSK, a quantidade de bits por hertz cresce quando aumentamos o número de símbolos que podem ser transmitidos. O preço pago por esta característica é o aumento de potência de que necessitamos para manter a mesma taxa de erro.

A qualidade da transmissão é medida pela quantidade de símbolos errados, onde os erros podem ser causados basicamente por:

- Ruído térmico;
- Interferência entre símbolos;
- Interferências externas.

Estes parâmetros devem ser levados em conta no projeto de um Sistema Digital via Rádio.

A seguir, apresentamos os esquemas básicos do transmissor e do receptor em diagrama de blocos, tanto usando uma secção de F.I. como modulação direta, nas Figs. I.1 e I.2, respectivamente.

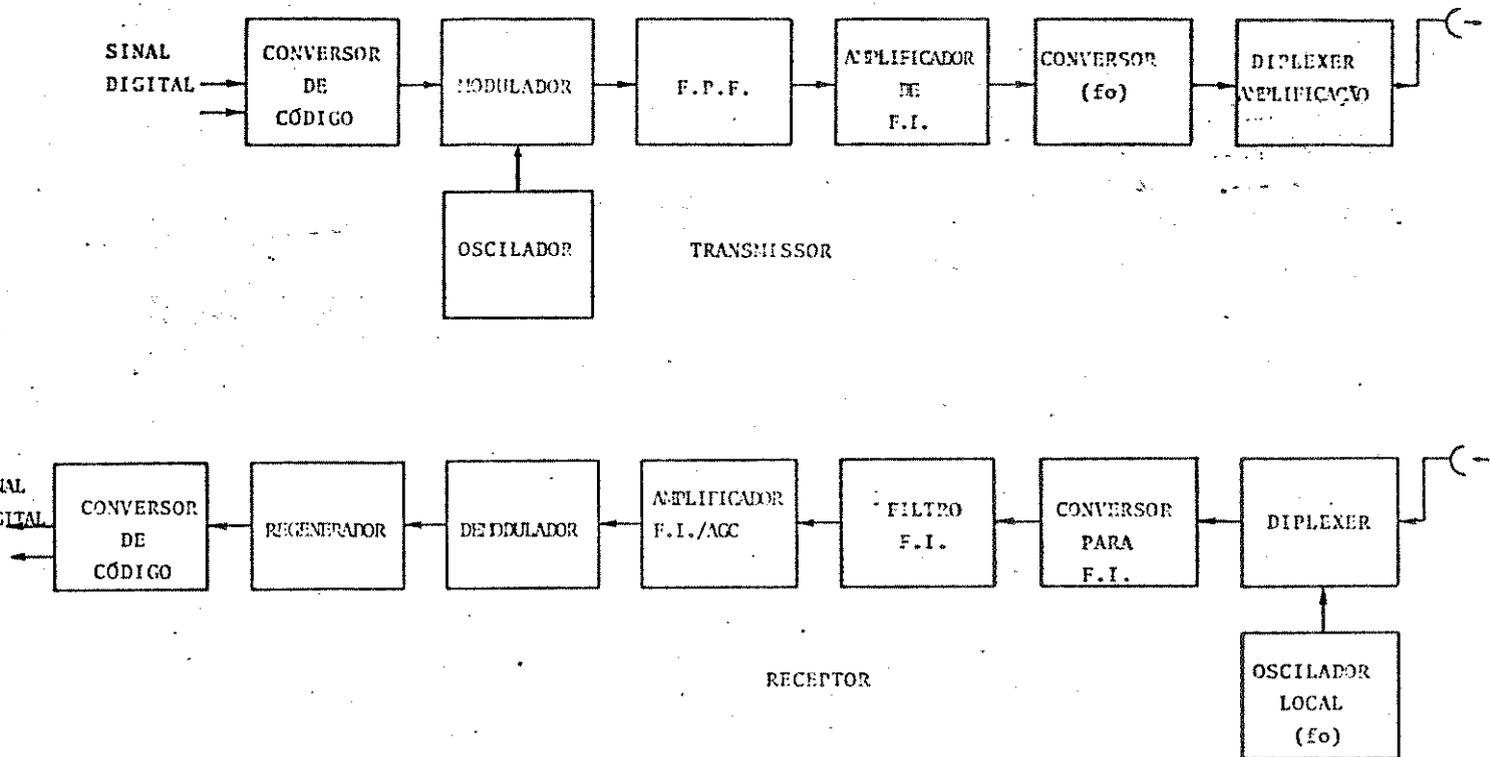


Fig. I.1 - Sistema usando F.I.

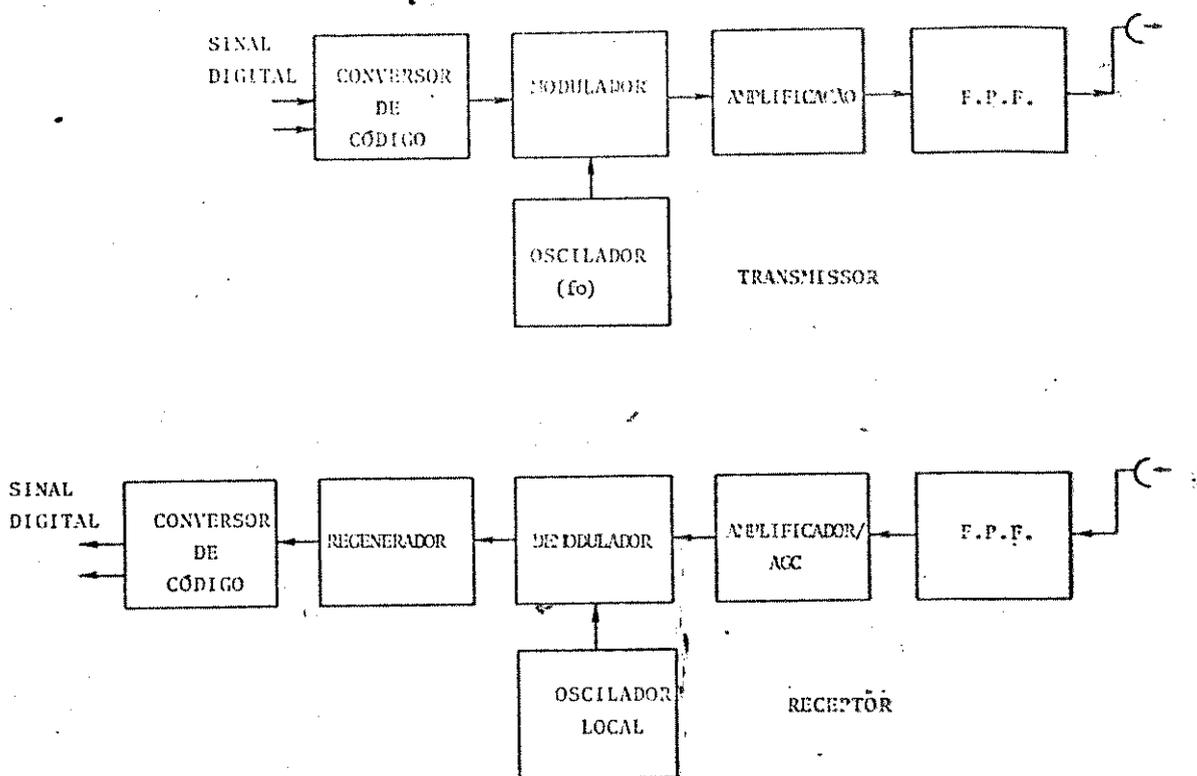


Fig. 1.2 - Sistema usando Modulação Direta

Para o transmissor usando uma secção de F.I., o princípio de funcionamento é o seguinte:

Dado um sinal digital, se a codificação usada for a do tipo AMI, HDB3, 2B3T ou qualquer outra diferente da unipolar, será necessário um conversor de código na entrada do transmissor. Esse novo sinal será codificado em blocos e modulado (usando alguma das técnicas de modulação digital) em uma frequência intermediária. Após a remoção de componentes indesejáveis nas faixas laterais, a portadora modulada é amplificada. Em seguida, este sinal é passado através de um conversor para que se possa fazer a translação para a frequência desejada. Dependendo das condições, pode-se amplificar ainda mais o sinal que irá ser radiado pela antena.

Para o receptor, o procedimento é análogo ao do transmissor até o demodulador. Deste ponto, o sinal para a entrada do regenerador, guarda uma ligeira semelhança com aqueles para o modulador, isto porque, os sinais ao passarem pelo meio e ao serem reprocessados sofreram diferentes tratamentos, modificando deste modo suas for

mas. Portanto, uma regeneração é necessária. Finalmente, são codificados em suas formas primitivas.

Para sistemas empregando modulação direta, o procedimento básico tanto do transmissor como do receptor, é idêntico ao dos sistemas, utilizando uma F.I. Aqueles apresentam a vantagem de minimizar possíveis distorções quando no processamento dos Sinais.

Nos esquemas das Figs. I.1 e I.2 os processamentos básicos são feitos no Modulador e no Demodulador. É no Modulador que os sinais são modificados em forma para se obter uma redução de faixa e manter uma boa imunidade à ruídos e interferências.

A análise deste processamento é feita no espaço de sinais onde as amplitudes e as fases dos diversos sinais que constituem os códigos possíveis de serem transmitidos são plotados.

Para que um sistema de modulação digital apresente bom desempenho, é necessário que:

- 1 - a distribuição de pontos no espaço de sinal seja ótima;
- 2 - que esta distribuição permita projetar um transmissor e um receptor que a realize.

Neste trabalho, a análise no espaço de sinais e as implementações físicas de transmissão e recepção são analisadas de um modo sistemático.

No Capítulo II, pelo processo seletivo, determina-se para cada grupo constituído de 2, 4, 8 e 16 pontos distribuídos no espaço de sinal, o arranjo que forneça a menor taxa de erro tanto de símbolos como de bits (dígitos binários).

No Capítulo III, é proposto um transmissor para o arranjo QAM-16. Dada a versatilidade apresentada pela sua estrutura, foi analisado o procedimento necessário para acomodação dos oito possíveis arranjos diferentes.

No Capítulo IV, segundo modelo adotado, foi proposto um receptor para o arranjo QAM-16. Aqui também foram analisadas sob que

condições esta estrutura serviria para realizar os demais arranjos propostos no Capítulo III. Vai-se mostrar que estas proposições são as fornecedoras de sistemas ótimos.

No Capítulo V, alguns comentários conclusivos sobre os resultados obtidos são feitos.

CAPÍTULO II

ESTUDO PARA A DETERMINAÇÃO DO ARRANJO ÓTIMO

- II.1 - Introdução;
- II.2 - Generalidades;
- II.3 - Formulação do Problema;
- II.4 - Determinação das Regiões de Decisão;
- II.5 - Descrição dos Métodos utilizados na
determinação da Probabilidade de Erro;
 - II.5.1 - Método A;
 - II.5.2 - Método B;
 - II.5.3 - Método C;
- II.6 - Apresentação dos Arranjos;
- II.7 - Resolução do Problema;
- II.8 - Observações Gerais.

II.1 - INTRODUÇÃO

Neste Capítulo será efetuado um estudo comparativo do desempenho de vários arranjos no espaço de sinal.

O desempenho será caracterizado através do critério de minimização da probabilidade de erro, tanto para sistemas denominados ótimos (teóricos) como para subótimos (práticos).

Além da avaliação sob o ponto de vista de minimização da probabilidade de erro, outros parâmetros igualmente importantes serão considerados, permitindo uma avaliação mais profunda dos sistemas considerados.

Dependendo da distribuição geométrica dos sinais no espaço de sinais, os cálculos das probabilidades de erro podem se tornar razoavelmente difíceis. Neste trabalho apresentaremos três métodos diferentes para o cálculo dessas probabilidades, a fim de facilitar a determinação da probabilidade de erro para determinadas estruturas no espaço de sinais.

Finalmente faz-se uma comparação com os resultados apresentados por [2.1], e mostra-se que são altamente coincidentes.

II.2 - GENERALIDADES

Em virtude da necessidade crescente de transmissão de informação seja através de vídeo, voz ou de dados, torna-se necessária a busca de técnicas de modulação mais eficientes.

Os requisitos básicos, que devem ser preenchidos pelas técnicas, de modo a darem um alto grau de eficiência, são:

- 1) - Menor faixa de utilização
- 2) - Menor taxa de erro
- 3) - Menor relação sinal/ruído
- 4) - Maior taxa de transmissão medida em bits/seg./
Hz

Dos vários métodos tradicionais de modulação digital, ou seja, MASK, MFSK e MPSK, este é o que reúne os melhores valores dentre aqueles do conjunto de requisitos básicos. Esses requisitos nada mais são que os parâmetros fundamentais sob os quais o desempenho dos sistemas será avaliado.

As diversas distribuições de pontos, seguem uma formação compacta e bem estruturada, dando origem à técnica denominada MAPSK, a qual é uma associação de duas técnicas tradicionais, ou seja, o MASK com o MPSK.

II.3 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Seja o sistema de comunicação apresentado na Figura II.3.1.

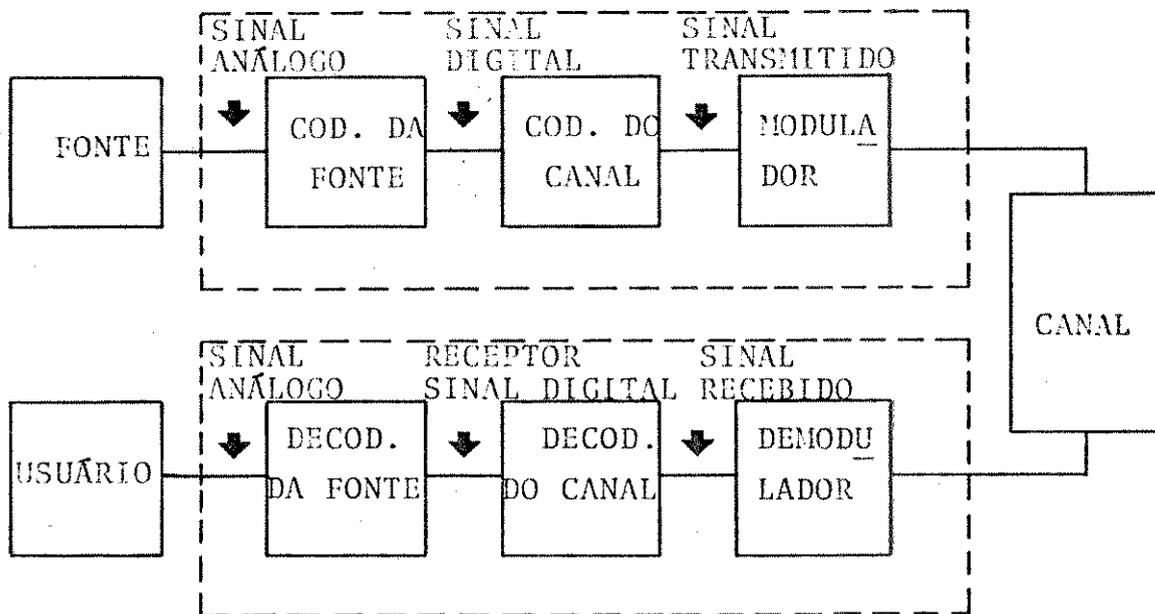


Fig.II.3.1 - Sistema de Comunicação

Devido à facilidade encontrada no tratamento do problema quando utilizamos da analogia entre espaço vetorial com espaço de sinal, é que conseguimos caracterizar substancialmente a estrutura apresentada na Fig. II.3.1.

O significado real da Figura II.3.1 é como se segue:

A fonte gera sinais análogos pertencentes ao espaço de sinal análogo formando um conjunto infinito e não enumerável. Através de duas transformações (ou dois operadores) Γ_1 e Γ_2 , com suas respectivas transformações inversas Γ_1^{-1} e Γ_2^{-1} , estabelece-se uma correspondência entre o espaço de sinal análogo com o espaço D de sinal digital, através de Γ_1 , e este com o espaço V de sinal transmitido (vetores), através de Γ_2 , estes dois últimos sendo espaços finitos e enumeráveis. Ao modulador caberia a tarefa de adaptar o sinal a ser transmitido ao canal.

Já para o receptor segue-se a um processo especular ao do transmissor, à saída do demodulador teríamos o sinal recebido, ou seja, uma estimativa do sinal transmitido, através de Γ_2^{-1} estabelecer-se-ia a transformação inversa do espaço V para o espaço D, em seguida uma nova transformação inversa através de Γ_1^{-1} sobre o espaço D para o espaço de sinal análogo.

O problema é, em linhas gerais, buscar através de um processo seletivo o arranjo de pontos pertencentes ao espaço V tal que apresente o melhor conjunto de valores que formam os parâmetros fundamentais, [2.2].

Portanto, a preocupação estará voltada principalmente desde o codificador até o decodificador de canal onde este trabalho encontra sua aplicação.

Seja $\alpha_i = (I_1, I_2, I_3, \dots, I_n)$ um ponto pertencente ao espaço de sinal digital onde

$$1 \leq n \leq N \quad (\text{II.3.1a})$$

$$I_j = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \quad \text{para } j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (\text{II.3.1b})$$

com $i = 1, 2, 3, \dots, k$

através de Γ_2 estabelecer-se-ia a correspondência entre os α_i e os β_i do espaço de vetores (ver Fig. II.3.2).

Em decorrência do fato que os sinais MAPSK apresen-
tam uma característica bidimensional (amplitude e fase) o nú-
mero de elementos pertencentes a esse espaço será dado por:

$$N_{\text{elementos}} = 2^n \quad (\text{II.3.2})$$

onde n é o comprimento de α_i .

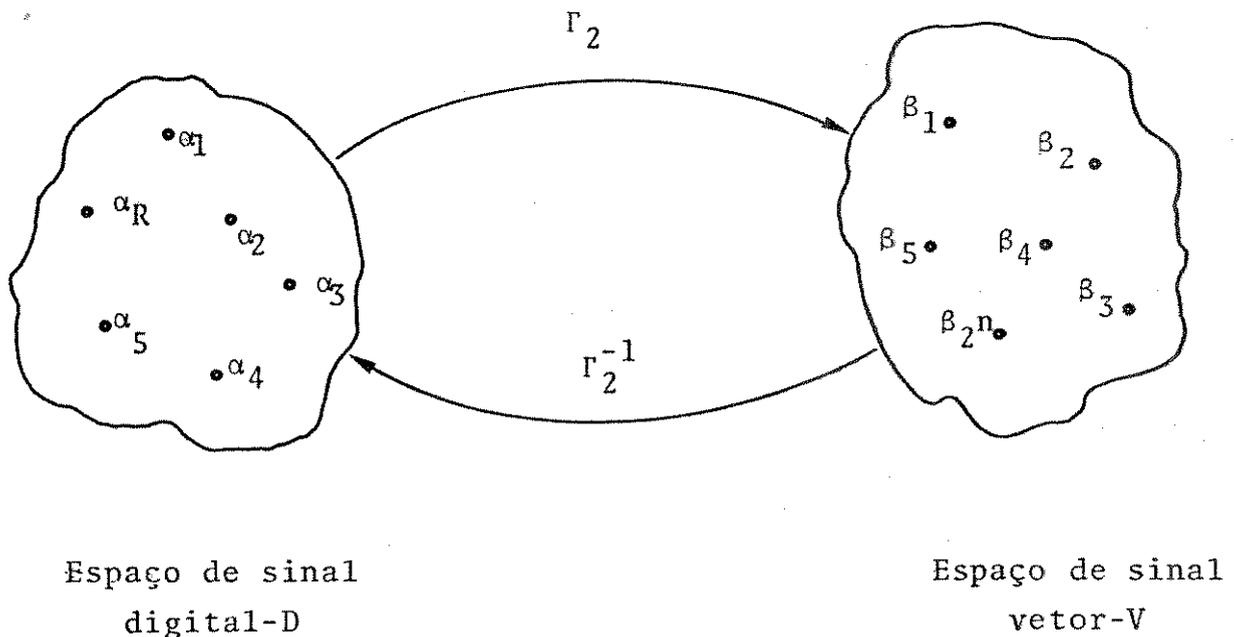


Fig.II.3.2 - Correspondência entre os
espaços de sinais
digitais e vetoriais

Para um dado α_i teremos:

$$\Gamma_2(\alpha_i) = \beta_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, k \quad (\text{II.3.3})$$

onde $\beta_i = (u_i, v_i)$ cujos u_i 's e v_i 's formariam as coordenadas dos vetores β_i no espaço V.

Sejam $\bar{\phi}_1$ e $\bar{\phi}_2$ dois vetores linearmente independentes pertencentes ao espaço V, portanto $\bar{\phi}_1$ e $\bar{\phi}_2$ são os elementos geradores de qualquer vetor $\bar{\gamma}$ pertencente a V. Seja ainda estabelecida a propriedade de ortonormalidade, ou seja:

$$\bar{\phi}_i \cdot \bar{\phi}_j = \int_{-a}^a \phi_i(t) \cdot \phi_j(t) \cdot dt = \begin{cases} 1 & \text{P/ } i = j \\ 0 & \text{P/ } i \neq j \end{cases} \quad (\text{II.3.4})$$

Logo, um vetor $\bar{\gamma}_i$ pode ser escrito como:

$$\bar{\gamma}_i = a_i \bar{\phi}_1 + b_i \bar{\phi}_2 = a_i \phi_1(t) + b_i \phi_2(t) = \gamma_i(t) \quad (\text{II.3.5})$$

Portanto, como qualquer sinal (vetor) pertencente a V pode ser decomposto como uma combinação linear de $\bar{\phi}_1$ e $\bar{\phi}_2$ então eles formam um conjunto completo sobre o espaço V.

Um outro aspecto interessante, quando da utilização desta analogia é o que se segue. Seja $\bar{\gamma}_i = (a_i, b_i)$ um vetor pertencente a V. A norma do vetor $\bar{\gamma}_i$ é dada por:

$$||\bar{\gamma}_i||^2 = (a_i^2 + b_i^2) \quad (\text{II.3.6})$$

Agora, seja E_i a energia do i -ésimo sinal dada por

$$\begin{aligned} E_i &= \int_{-a}^a (\gamma_i(t))^2 \cdot dt = \int_{-a}^a (a_i \phi_1(t) + b_i \phi_2(t))^2 \cdot dt = \\ &= \int_{-a}^a a_i^2 \phi_1(t) \cdot \phi_1(t) \cdot dt + 2 \int_{-a}^a a_i b_i \phi_1(t) \cdot \phi_2(t) \cdot dt + \\ &+ \int_{-a}^a b_i^2 \phi_2(t) \cdot \phi_2(t) \cdot dt \end{aligned} \quad (\text{II.3.7a})$$

Usando da propriedade de ortonormalidade teremos:

$$E_i = a_i^2 + b_i^2 \quad (\text{II.3.7b})$$

Sob o ponto de vista de vetores teríamos:

$$\begin{aligned} E_i &= \bar{Y}_i \cdot \bar{Y}_i = (a_i \bar{\phi}_1 + b_i \bar{\phi}_2) \cdot (a_i \bar{\phi}_1 + b_i \bar{\phi}_2) = \\ &= a_i^2 \bar{\phi}_1 \cdot \bar{\phi}_1 + b_i^2 \bar{\phi}_2 \cdot \bar{\phi}_2 = a_i^2 + b_i^2 \end{aligned} \quad (\text{II.3.8})$$

Portanto, o quadrado da norma, ou o quadrado da distância de um ponto à origem dá uma correlação com a energia do sinal.

Define-se energia média para um dado arranjo constituído de M pontos como :

$$E_M = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M d_i^2 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (a_i^2 + b_i^2) \quad (\text{II.3.9})$$

por energia de pico como:

$$E_p = \max_i d_i^2 = \max_i (a_i^2 + b_i^2) \quad (\text{II.3.10})$$

Suponha agora que tenhamos M mensagens a serem transmitidas. Associaremos aos M vetores de V a seguinte forma de onda:

$$Y_i(t) = K(a_i g(t) \cdot \cos \omega_0 t - b_i g(t) \cdot \text{sen} \omega_0 t) \quad (\text{II.3.11})$$

$$\text{onde: } \left\{ \begin{array}{l} K = \sqrt{2/T} \\ -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} ; \quad i = 1, 2, 3, \dots, M \\ g(t) \text{ é a forma de onda apropriada.} \end{array} \right.$$

portanto:

$$\begin{aligned} \phi_1(t) &= \sqrt{2/T} \cdot g(t) \cdot \cos \omega_0 t \\ \phi_2(t) &= -\sqrt{2/T} \cdot g(t) \cdot \text{sen} \omega_0 t \end{aligned}$$

Para o receptor, teremos adicionado ao sinal uma perturbação proveniente do meio. Seja associada a esta perturbação o processo aleatório gaussiano branco, estacionário de faixa estreita com média zero e variância σ^2 . Esta perturbação apresenta uma característica muito importante que é a simetria circular. Portanto, para o receptor teremos:

$$r(t) = \gamma_i(t) + n_\omega(t) \quad (\text{II.3.12})$$

Logo, o processo associado ao sinal $r(t)$ será caracterizado somente quando os processos de $\gamma_i(t)$, $n_\omega(t)$ e mais o conhecimento do meio de transmissão forem estabelecidos.

O processo $\gamma_i(t)$ será caracterizado através do conhecimento dos elementos pertencentes ao espaço amostral bem como da função que associa a cada elemento um número que o especificará, ou seja, as probabilidades de ocorrências de tais elementos.

Por outro lado, o processo $n_\omega(t)$, dado que é gaussiano, estará caracterizado se conhecermos seu valor médio e sua variância. Com isso resta caracterizarmos o meio de transmissão, e isso acontece somente quando conhecemos todos os valores das densidades de probabilidades condicionais, entre o valor recebido $r(t)$ e o sinal transmitido, ou seja:

$$\text{meio de transmissão} \leftrightarrow p(\bar{r} / \bar{\gamma}_i) \\ \text{para } i=1,2,3,\dots,M$$

Seja $\bar{\gamma}_i$ o sinal transmitido. A probabilidade condicional de decisão correta será:

$$P(C/\bar{r}) = P(\bar{\gamma}_i/\bar{r}) \quad (\text{II.3.13})$$

ou seja, decidiremos por $\bar{\gamma}_i$ se a probabilidade a posteriori de $\bar{\gamma}_i$ for a maior, ou seja:

$$P(\bar{\gamma}_i/\bar{r}) > P(\bar{\gamma}_k/\bar{r})$$

para todo k com $k = 1,2,3,\dots,M$ e $i \neq k$

portanto, a probabilidade de decisão correta será dada por:

$$P(C) = \int_{\bar{r}} P(C/\bar{r}) \cdot p(\bar{r}) \cdot d\bar{r} \quad (\text{II.3.15})$$

logo, $P(C)$ será maximizada se $P(C/\bar{r})$ o for, dado que $p(\bar{r})$ é sempre positiva. Um receptor que emprega esta metodologia é denominado um receptor de máxima verossimilhança.

A determinação das probabilidades a posteriori segue com a aplicação do critério de Bayes, visto que na realidade o único valor conhecido é $P(\bar{r}/\bar{\gamma}_i)$. Logo:

$$P(\bar{\gamma}_i/\bar{r}) = \frac{P(\bar{\gamma}_i) \cdot p(\bar{r}/\bar{\gamma}_i)}{p(\bar{r})} \quad (\text{II.3.16})$$

Seja $r(t)$ o sinal recebido, Então:

$$r(t) = \gamma_i(t) + n_\omega(t) \quad (\text{II.3.17a})$$

em termos vetoriais:

$$\begin{aligned} \bar{r} &= \bar{\gamma}_i + \bar{n}_\omega = \\ &= (a_i + n_1, b_i + n_2) \end{aligned} \quad (\text{II.3.17b})$$

O receptor avaliará todas as probabilidades a posteriori e aquela que apresentar o máximo valor, será feita a decisão como sendo o sinal mais provável de ter sido enviado. Portanto:

$$\frac{P(\bar{\gamma}_i/\bar{r})}{P(\bar{\gamma}_k/\bar{r})} > 1 \quad (\text{II.3.18a})$$

para todo $k = 1, 2, 3, \dots, M$
com $k \neq i$

$$\frac{P(\bar{\gamma}_i) \cdot p(\bar{r}/\bar{\gamma}_i)}{p(\bar{r})} \cdot \frac{p(\bar{r})}{P(\bar{\gamma}_k) \cdot p(\bar{r}/\bar{\gamma}_k)} > 1 \quad (\text{II.3.18b})$$

Logo, como o maior grau de incerteza é obtido quando as M mensagens são igualmente prováveis teremos:

$$P(\bar{\gamma}_i) = 1/M \quad \text{para } i = 1, 2, 3, \dots, M \quad (\text{II.3.19})$$

por conseguinte:

$$\frac{p(\bar{r}/\bar{\gamma}_i)}{p(\bar{r}/\bar{\gamma}_k)} > 1 \quad (\text{II.3.20})$$

Fazendo-se a transformação de variáveis de \bar{r} para \bar{n}_ω teremos

$$p(\bar{r}/\bar{\gamma}_i) d\bar{r} = p(\bar{n}_\omega/\bar{\gamma}_i) d\bar{n}_\omega \quad (\text{II.3.21})$$

Assumindo que $n_\omega(t)$ é independente de $\gamma_i(t)$ temos,

$$p(\bar{r}/\bar{\gamma}_i) = \frac{p(\bar{n}_\omega)}{\left| \frac{d\bar{r}}{d\bar{n}_\omega} \right|} \Bigg|_{\bar{n}_\omega = \bar{r} - \bar{\gamma}_i} \quad (\text{II.3.22})$$

Como o Jacobiano deste transformação é unitário, tem-se:

$$p(\bar{r}/\bar{\gamma}_i) = p(\bar{n}_\omega) \Bigg|_{\bar{n}_\omega = \bar{r} - \bar{\gamma}_i}$$

$$p(\bar{n}_\omega) = p(\bar{r} - \bar{\gamma}_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \exp \left\{ - \frac{||\bar{r} - \bar{\gamma}_i||^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (\text{II.3.23})$$

Dado que $\bar{n}_\omega = 0$ e $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$, então:

(II.3.24)

$$\frac{p(\bar{r}/\bar{\gamma}_i)}{p(\bar{r}/\bar{\gamma}_k)} = \frac{\exp \left\{ - \frac{||\bar{r} - \bar{\gamma}_i||^2}{N_0} \right\}}{\exp \left\{ - \frac{||\bar{r} - \bar{\gamma}_k||^2}{N_0} \right\}} = \exp \left\{ - \frac{||\bar{r} - \bar{\gamma}_i||^2}{N_0} + \frac{||\bar{r} - \bar{\gamma}_k||^2}{N_0} \right\}$$

logo,

$$\exp \left\{ - \frac{||\bar{r} - \bar{\gamma}_i||^2}{N_0} \right\} > \exp \left\{ - \frac{||\bar{r} - \bar{\gamma}_k||^2}{N_0} \right\} \quad (\text{II.3.25})$$

Tomando-se o logaritmo natural em ambos os lados teremos:

$$-\frac{||\bar{r} - \bar{\gamma}_i||^2}{N_0} > -\frac{||\bar{r} - \bar{\gamma}_k||^2}{N_0} \quad (\text{II.3.26a})$$

$$||\bar{r} - \bar{\gamma}_i||^2 < ||\bar{r} - \bar{\gamma}_k||^2 \quad (\text{II.3.26b})$$

Assim, o procedimento seguido pelo receptor é o seguinte:

dado o sinal recebido \bar{r} , é feita uma comparação em termos de distância ; ao menor valor obtido será tomado como sendo o sinal transmitido, pois, deste modo estaremos maximizando a probabilidade condicional e conseqüentemente a probabilidade de detecção correta.

Obviamente ao estarmos maximizando a probabilidade de detecção correta estaremos minimizando a probabilidade de erro.

II.4 - DETERMINAÇÃO DAS REGIÕES DE DECISÃO

Sob o ponto de vista de maximização da probabilidade a posteriori, está implicitamente relacionado a partição do espaço de sinal, [2.3].

Essa partição assume características bem definidas em termos de decisão. Em conseqüência o receptor decidirá por $\bar{\gamma}_i$ se, e somente se:

$$||\bar{r} - \bar{\gamma}_i||^2 - N_0 \ln [P(\bar{\gamma}_i)] < ||\bar{r} - \bar{\gamma}_k||^2 - N_0 \ln [P(\bar{\gamma}_k)] \quad (\text{II.4.1})$$

para todo k, com $k \neq i$, de acordo com a equação (II.3.18b), onde

$$||\bar{r} - \bar{\gamma}_i||^2 = \sum_{k=1}^M (r_k - \gamma_{ik})^2 \quad (\text{II.4.1a});$$

Chamando $t_i^2 = ||\bar{r} - \bar{\gamma}_i||^2$,

temos

$$t_i^2 - t_k^2 < N_0 \ln \left[\frac{P(\bar{Y}_i)}{P(\bar{Y}_k)} \right] ;$$

Como o lado direito da desigualdade é uma constante, então:

$$t_i^2 - t_k^2 < \alpha$$

Neste caso a decisão será por \bar{Y}_i . Caso contrário,

$$t_i^2 - t_k^2 > \alpha$$

e a decisão será por \bar{Y}_k .

No contorno $t_i^2 - t_k^2 = \alpha$.

Portanto, as regiões de decisão são mutuamente disjuntas, são segmentos de reta passando perpendicularmente à reta que une os pontos. Logo, para sinais igualmente prováveis os segmentos de reta passariam pelos pontos médios entre os sinais. Caso os sinais não sejam igualmente prováveis, então esses segmentos de reta continuariam sendo perpendiculares às retas, unindo os pontos, porém, deslocados em direção ao sinal com menor probabilidade de ocorrência. (Ver Fig.II.4.1)

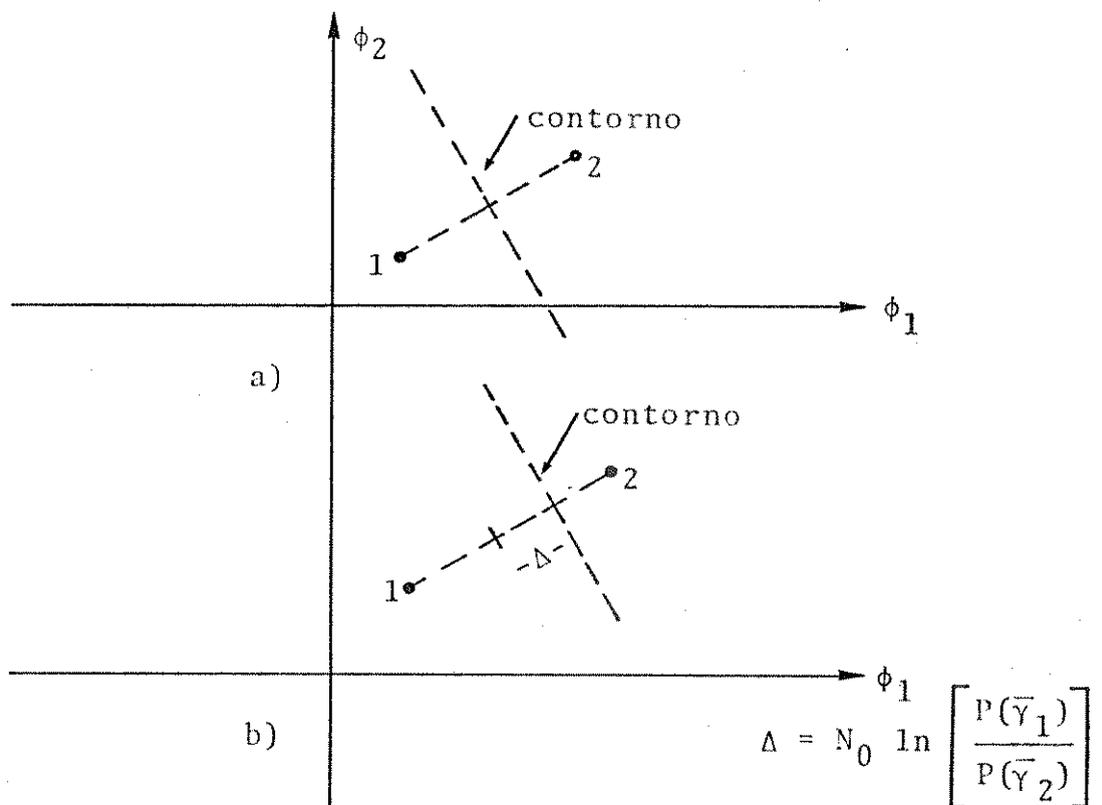


Fig. II.4.1 - Regiões de decisão

a) - Sinais igualmente prováveis

b) - $P(\bar{Y}_1) > P(\bar{Y}_2)$

II.5 - DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS UTILIZADOS NA DETERMINAÇÃO DA PROBABILIDADE DE ERRO

Como ficou evidenciado na secção II.1, devido às características pertinentes aos vários arranjos de sinal, extensos e trabalhosos cálculos são necessários para a determinação da expressão da probabilidade de erro. Aqui serão apresentados três métodos, que se aplicam de maneira conveniente às respectivas configurações, proporcionando um número reduzido de passagens algébricas, evitando com isso possíveis propagação de erros.

II.5.1 - Método A

Este método é melhor aplicável para configuração do tipo mostrado na Fig. II.5.1.1.

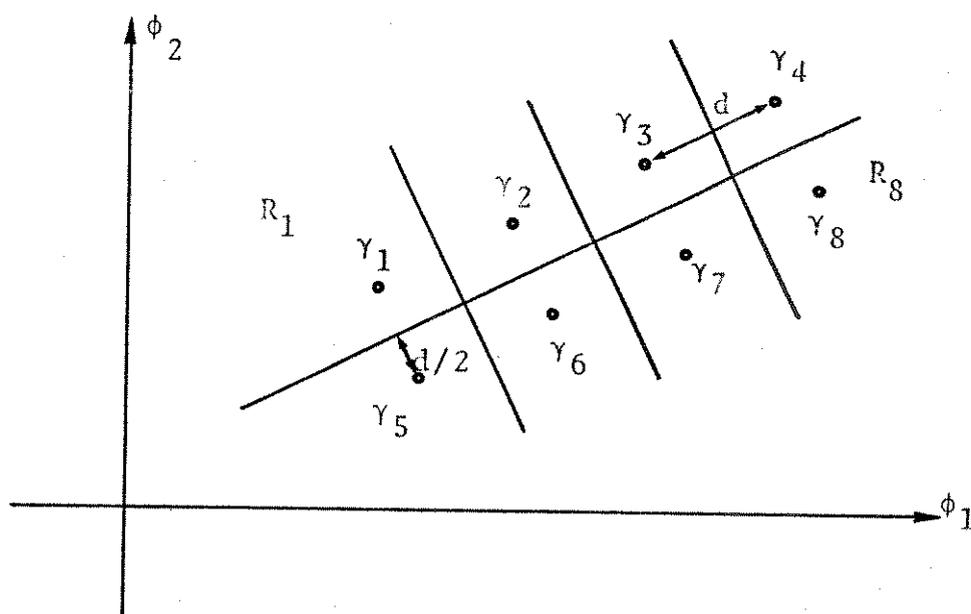


Fig. II.5.1.1 - Espaço de sinal com regiões retangulares de decisão.

Neste caso, vemos que as regiões de decisão R_1 a R_8 apresentam aspectos retangulares. Assumindo que a única perturbação é o ruído gaussiano com valor médio zero e variância $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$, temos que o sinal recebido será dado por:

$$r(t) = \gamma_i(t) + n_\omega(t) \quad (\text{II.5.1.1})$$

onde $i = 1, 2, 3, \dots, 8$

Portanto, para qualquer valor de $r(t)$ pertencente a R_i , será decidido que o sinal transmitido fora $\bar{\gamma}_i(t)$.

A probabilidade de decisão correta será dada por:

$$P_c = \sum_{i=1}^M P(C/\bar{\gamma}_i) \cdot P(\bar{\gamma}_i) \quad (\text{II.5.1.2})$$

onde $P(\bar{\gamma}_i)$ são as probabilidades a priori. Estaremos supondo que os sinais sejam igualmente prováveis.

O cálculo da probabilidade condicional de decisão correta dado que $\bar{\gamma}_i$ fora transmitido, segue o seguinte critério:

Dado que $\bar{\gamma}_i$ foi transmitido e \bar{r} recebido, então se $\bar{r} \in R_i$ decidiremos corretamente por $\bar{\gamma}_i$. Então:

$$\begin{aligned} P(C/\bar{\gamma}_i) &= P(\bar{r} \in R_i/\bar{\gamma}_i) \\ &= \int_{R_i} p(\bar{r}/\bar{\gamma}_i) d\bar{r} \end{aligned} \quad (\text{II.5.1.3})$$

onde $p(\cdot)$ é a função densidade de probabilidade do processo $r(t)$. Dependendo da forma da região R_i , o cálculo de $P(C/\bar{\gamma}_i)$ fica muito complexo, tornando impossível sua avaliação.

Dado que o ruído é gaussiano e além disso, possui simetria circular, então podemos afirmar que:

- 1 - Se fizermos isoladamente uma rotação no sistema de referência, ou no sinal, juntamente com sua região de decisão, então a probabilidade tanto de acerto como de erro, não será alterada.

2 - Se fizermos isoladamente uma translação no sistema de referência novamente, nenhuma modificação nos valores de P_e como nos de P_C será anotada.

3 - Se fizermos conjuntamente uma rotação e translação tanto P_e como P_C permanecem inalteradas.

A prova das afirmações 1, 2 e 3 pode ser dada através de uma análise quantitativa da Fig. II.5.1.2, como segue:

- na determinação de P_e ou P_C estamos primeiramente interessados no cálculo da área sob a curva da função densidade de probabilidade, limitada a um determinado intervalo, que é uma função da distância do ponto (ou sinal) ao contorno da região. Logo, quando aplicamos uma transformação linear (translação e/ou rotação) aos elementos mencionados na afirmação 1, nenhuma alteração ocorrerá em relação ao determinado intervalo ou à função que descreve o contorno da região. Portanto, a característica da região permanece inalterada consequentemente a P_C e a P_e .

- quanto às afirmações 2 e 3, vale o raciocínio apresentado acima, porém, em termos da energia que o específico ou específicos sinais apresentem serão alteradas, dado que a energia é função da distância do ponto à origem.

A Fig. II.5.1.2 é apresentada a seguir.

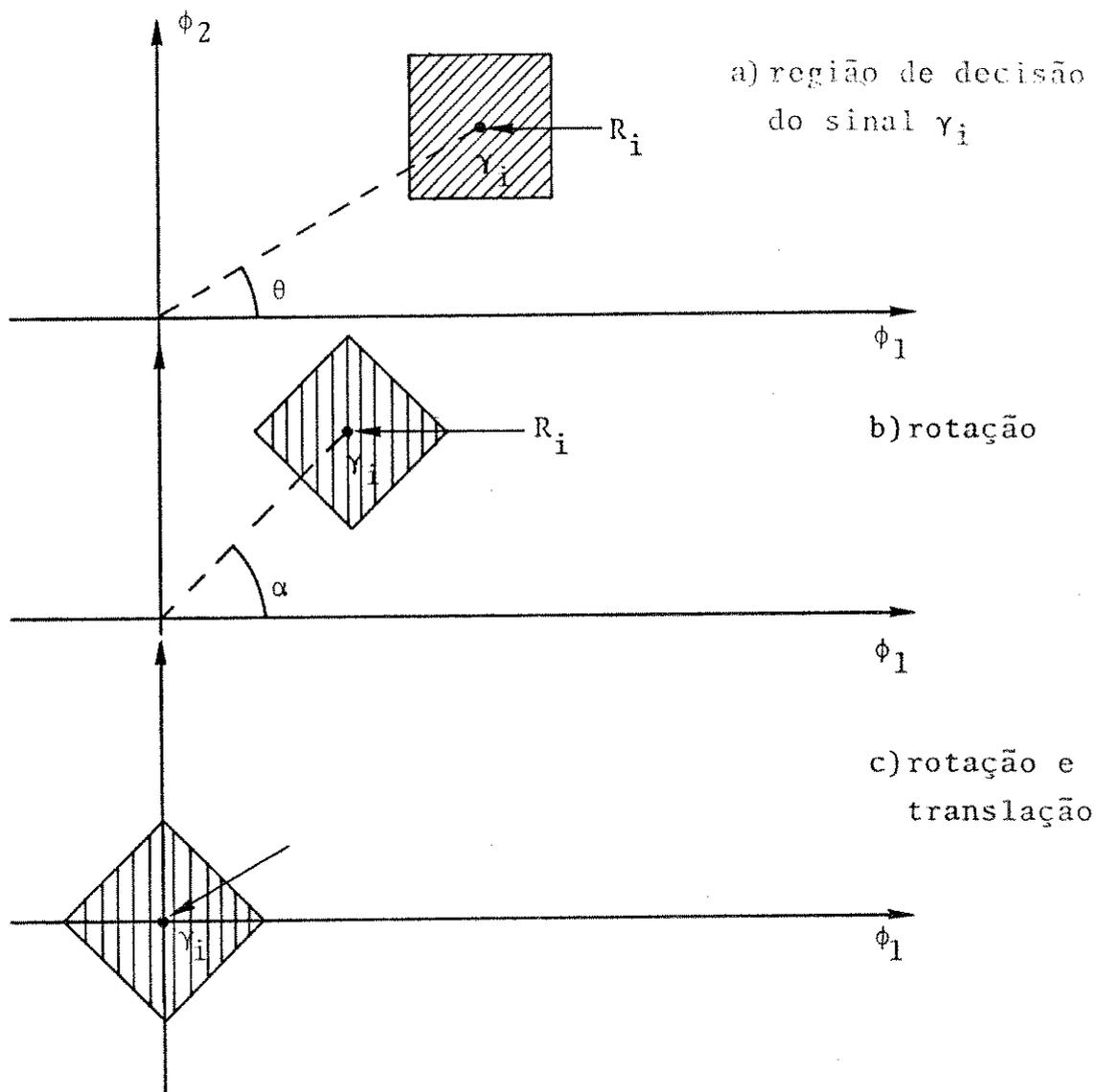


Fig. II.5.1.2 - Aplicações de transformações lineares em uma região de decisão

É válido neste ponto salientarmos um aspecto bastante importante, que será utilizado frequentemente a partir deste ponto.

Um sinal $s(t)$ limitado em faixa para B raios por segundo, pode ser completamente especificado por suas amostras tomadas a $1/2B$ segundos

$$s(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} s\left(\frac{i}{2B}\right) \cdot \text{sinc}(2\omega t - i) \quad (\text{II.5.1.4})$$

onde $B = \frac{W}{2}$

Como $s(i/2B)$ é diferente para cada função amostra então $s(i/2B)$ é uma variável aleatória. Como

podemos observar, o processo completo pode ser especificado através do conjunto de todas as variáveis aleatórias. Portanto, isto permitirá que sinais contínuos possam ser colocados por sequências discretas de variáveis aleatórias.

Logo, o ruído gaussiano branco limitado em faixa a B Hz terá como função autocorrelação

$$R_n(\tau) = N_0 B \text{sinc}(w\tau) \quad (\text{II.5.1.5})$$

Amostras tomadas para $\tau = \frac{1}{2B}$ e para valores maiores, a função autocorrelação se anula. Portanto, essas amostras são incorrelatas. Desde que o processo é gaussiano, essas amostras são também gaussianas e conseqüentemente independentes, em vista de serem incorrelatas.

Com isso, poderemos decompor o processo gaussiano branco como:

$$\begin{aligned} n_\omega(t) &= n_1\phi_1(t) + n_2\phi_2(t) + n_3\phi_3(t) + \dots + n_k\phi_k(t) + \dots \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} n_k \phi_k(t) \end{aligned} \quad (\text{II.5.1.6})$$

onde os $\phi_k(t)$ são ortogonais.

Observe-se que o mesmo conjunto de sinais ortogonais foi utilizado para decompor $\gamma_i(t)$:

$$\gamma_i(t) = a_i\phi_1(t) + b_i\phi_2(t) \quad (\text{II.5.1.7})$$

Seja agora o sinal recebido $r(t)$ dado pela adição de $\gamma_i(t)$ a $n_\omega(t)$ então:

$$\begin{aligned} r(t) &= a_i\phi_1(t) + b_i\phi_2(t) + n_1\phi_1(t) + n_2\phi_2(t) + \\ &\dots + n_k\phi_k(t) + \dots \end{aligned} \quad (\text{II.5.1.8})$$

como todos $\phi_i(t)$ para $i \geq 3$ são ortogonais a $\phi_1(t)$ e

$\phi_2(t)$ eles, no processo final de detecção, não apresentarão nenhuma contribuição, pelas razões abaixo.

O princípio utilizado pelo receptor para o processo de detecção e decisão está baseado na determinação dos coeficientes relativos à decomposição do respectivo sinal, ou seja, na determinação dos valores dos a_i 's e b_i 's. Isto equivale a dizer que o receptor deverá conter as funções $\phi_1(t)$ e $\phi_2(t)$ de modo a possibilitar o emprego da correlação.

Matematicamente teremos:

$$a_i = \int \gamma_i(t) \cdot \phi_1(t) dt, \quad n_i = \int n_\omega(t) \cdot \phi_i(t) dt$$

$$b_i = \int \gamma_i(t) \cdot \phi_2(t) \cdot dt$$

portanto:

$$\int r(t) \cdot \phi_1(t) \cdot dt = a_i + n_1 = \hat{a}_i = r_1$$

$$\int r(t) \cdot \phi_2(t) dt = b_i + n_2 = \hat{b}_i = r_2$$

onde $\bar{r} = (r_1, r_2)$

Logo, a implementação do receptor pode ser feita como está mostrado na Fig. II.5.1.3.

Um fato deveras interessante é que as formas de ondas das funções $\phi_1(t)$ e $\phi_2(t)$ são imateriais quando da avaliação da probabilidade de erro para os diversos arranjos.

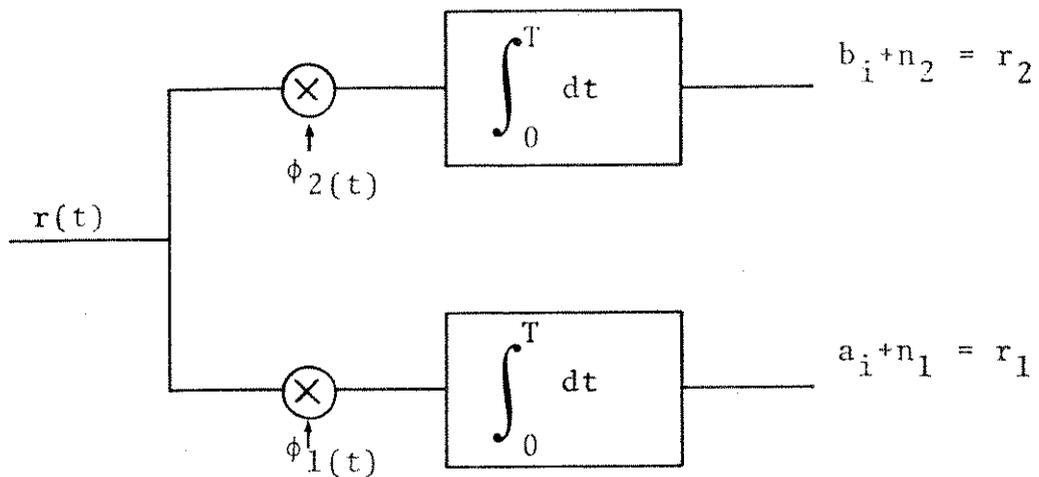


Fig. II.5.1.3 - Receptor utilizando correlação

Agora, utilizando das afirmações 1, 2 e 3, o arranjo da Fig.II.5.1.1 passa a ter a seguinte forma:

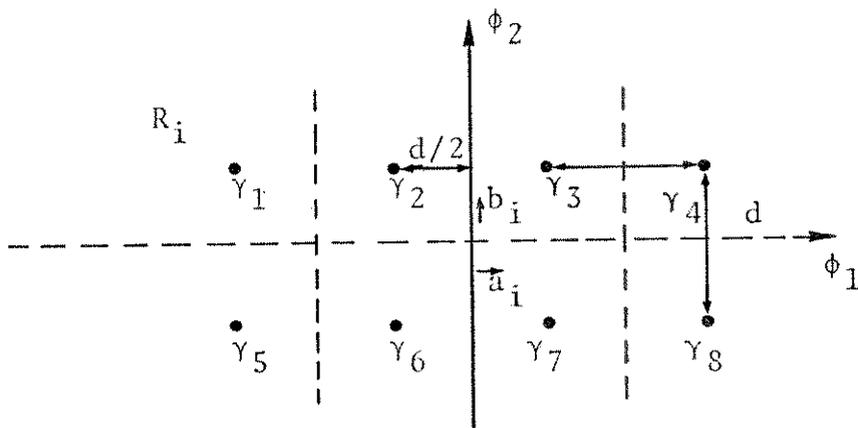


Fig. II.5.1.4 - Disposição final do arranjo com regiões de decisão retangular

Portanto, se \bar{y}_2 for o sinal transmitido, teremos para a probabilidade condicional de decisão correta a seguinte expressão:

$$P(C/\bar{y}_2) = P(\bar{r} \in R_2/\bar{y}_2) \quad (\text{II.5.1.9})$$

$$\text{mas } \begin{cases} r_1 = a_2 + n_1 \\ r_2 = b_2 + n_2 \end{cases} \quad (\text{II.5.1.10})$$

Como r_1 e r_2 são variáveis aleatórias gaussianas incorrelatas, portanto, independentes, a densidade de probabilidade será dada por:

$$p(\bar{r}/\bar{y}_i) = p(\bar{n}_\omega) \Big|_{\bar{n}_\omega = \bar{r} - \bar{y}_i} \quad (\text{II.5.1.11a})$$

$$p(r_1 - a_2, r_2 - b_2) = p(n_1, n_2) = p(n_1) \cdot p(n_2) \quad (\text{II.5.1.11b})$$

Como r_1 e r_2 possuem médias a_2 e b_2 e variância $\frac{N_0}{2}$, respectivamente teremos para $p(n_1)$ e $p(n_2)$ as seguintes expressões:

$$p(n_1) = p(r_1 - a_2) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \cdot \exp \left\{ -\frac{(r_1 - a_2)^2}{N_0} \right\} \quad (\text{II.5.1.11c})$$

$$p(n_2) = p(r_2 - b_2) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \cdot \exp \left\{ -\frac{(r_2 - b_2)^2}{N_0} \right\} \quad (\text{II.5.1.11d})$$

logo:

$$P(C/\bar{y}_2) = P(|n_1| < d/2, n_2 > -d/2) =$$

$$= P(|n_1| < d/2) \cdot P(n_2 > -d/2) =$$

$$= \int_{-d/2}^{d/2} P_n(n_1) dn_1 \cdot \int_{-d/2}^{\infty} P_n(n_2) dn_2 =$$

$$= \int_{-d/2}^{d/2} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \cdot \exp \left\{ -\frac{n_1^2}{N_0} \right\} dn_1 \cdot$$

$$\cdot \int_{-d/2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \cdot \exp \left\{ -\frac{n_2^2}{N_0} \right\} dn_2$$

Admitindo que a função erro complementar se
ja:

$$Q(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\alpha}^{\infty} \exp \left\{ -\frac{n^2}{2} \right\} \cdot dn$$

então após mudanças nas variáveis teremos:

$$P(C/\bar{\gamma}_2) = \int_{-d/\sqrt{2N_0}}^{d/\sqrt{2N_0}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left\{ -\frac{n_1^2}{2} \right\} \cdot dn_1 \cdot$$

$$\cdot \int_{d/\sqrt{2N_0}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left\{ -\frac{n_2^2}{2} \right\} \cdot dn_2 =$$

(II.5.1.12b)

$$= \left[1 - 2Q(d/\sqrt{2N_0}) \right] \cdot \left[1 - Q(d/\sqrt{2N_0}) \right]$$

Conseqüentemente os sinais $\bar{\gamma}_3$, $\bar{\gamma}_6$ e $\bar{\gamma}_7$ se
rão idênticos a $\bar{\gamma}_2$ por razões óbvias.

Para $\bar{\gamma}_4$ teremos:

$$P(C/\bar{\gamma}_4) = P(n_1 > -d/2, n_2 > -d/2) =$$

$$= P(n_1 > -d/2) \cdot P(n_2 > -d/2) =$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{-d/2}^{\infty} p_n(n_1) dn_1 \cdot \int_{-d/2}^{\infty} p_n(n_2) dn_2 = \\
&= \left(1 - Q(d/\sqrt{2N_0}) \right) \cdot \left(1 - Q(d/\sqrt{2N_0}) \right) = \\
&= \left(1 - Q(d/\sqrt{2N_0}) \right)^2 \quad \text{(II.5.1.13)}
\end{aligned}$$

Da mesma maneira que $\bar{\gamma}_4$ seguem-se $\bar{\gamma}_1$, $\bar{\gamma}_5$ e $\bar{\gamma}_8$; logo, a probabilidade média de acerto será:

$$P_C = \sum_{i=1}^8 P(C/\bar{\gamma}_i) \cdot P(\bar{\gamma}_i) \quad \text{(II.5.1.14)}$$

considerando $p = Q(d/\sqrt{2N_0})$, temos:

$$\begin{aligned}
P_C &= \frac{1}{8} \cdot \left[4 \cdot (1-2p)(1-p) + 4 \cdot (1-p)^2 \right] = \\
&= 1 - \frac{5}{2} \cdot p + \frac{3}{2} \cdot p^2
\end{aligned}$$

logo,

$$P_e = 1 - P_C = \frac{5}{2} p - \frac{3}{2} p^2 \quad \text{(II.5.1.15)}$$

II.5.2 - Método B

Este método é aplicável para arranjos que apresentem a estrutura mostrada na Fig. II.5.2.1 para regiões de decisão. Ele será útil quando da avaliação dos sistemas subótimos.

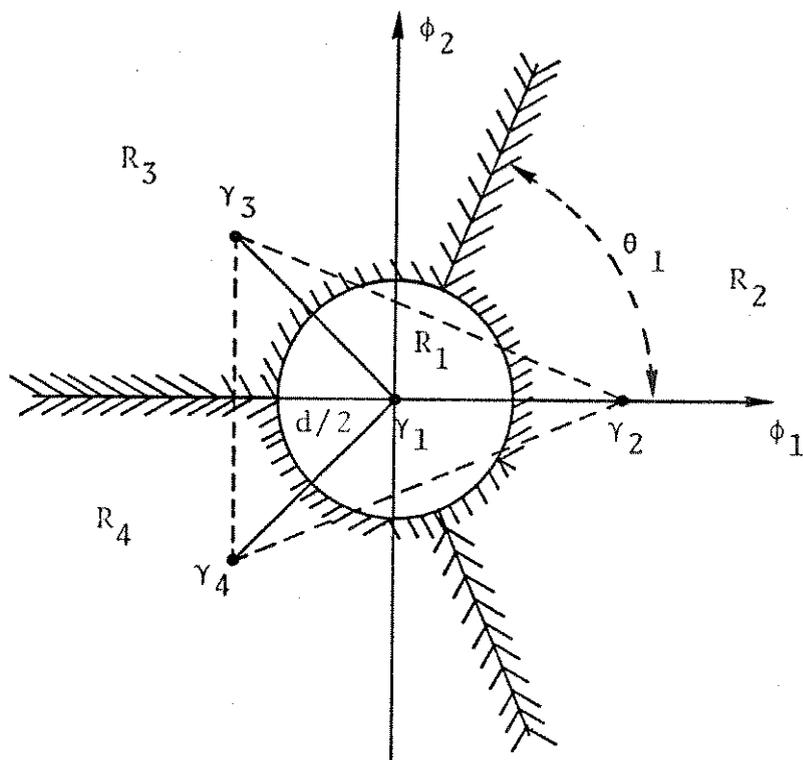


Fig. II.5.2.1 - Distribuição circular de pontos no Espaço de sinal

Dado que \bar{Y}_1 foi transmitido, a probabilidade condicional de decisão correta será:

$$P(C/\bar{Y}_1) = P(\bar{r} \in R_1/\bar{Y}_1) \quad (\text{II.5.2.1})$$

mas $\bar{r} = \bar{Y}_1 + \bar{n}_\omega$

e $\bar{Y}_1 = (0,0)$; logo,

$$\bar{r} = \bar{n}_\omega$$

Estabelecendo para \bar{n}_ω a seguinte forma de onda,

$$n_\omega(t) = n_1(t)\cos\omega_0 t - n_2(t)\text{sen}\omega_0 t \quad (\text{II.5.2.2a})$$

temos,

$$\begin{aligned} r(t) &= n_1(t)\cos\omega_0 t - n_2(t)\text{sen}\omega_0 t \\ &= \sqrt{n_1^2 + n_2^2} \cdot \left(\cos \omega_0 t + \phi(t) \right) \quad (\text{II.5.2.2b}) \end{aligned}$$

onde $\phi(t) = \tan^{-1} \frac{n_2(t)}{n_1(t)}$

Porisso,

$$\begin{aligned} P(\bar{r} \in R_1/\bar{Y}_1) &= P(\text{Envoltoria de } \bar{r} < d/2, \text{ fase qualquer}) = \\ &= P(\text{Envoltoria de } \bar{r} < d/2) = \\ &= \int_0^{d/2} p(\rho) d\rho \quad (\text{II.5.2.3a}) \end{aligned}$$

Mas $p(\rho)$ tem distribuição de Rayleigh com média zero e variância $\frac{N_0}{2}$; por conseguinte;

$$P(C/\bar{Y}_1) = \int_0^{d/2} \frac{2 \cdot \rho}{N_0} \cdot \exp \left\{ -\frac{\rho^2}{N_0} \right\} d\rho \quad (\text{II.5.2.3b})$$

após troca de variáveis:

$$P(C/\bar{Y}_1) = (1 - e^{-\frac{d^2}{4N_0}}) \quad (\text{II.5.2.3c})$$

Aproveitando as afirmações 1,2 e 3,teremos:

$$\begin{aligned} P(C/\bar{Y}_2) &= P(C/\bar{Y}_3) = P(C/\bar{Y}_4) = \\ &= P(\text{Envoltoria de } \bar{r} > \frac{d}{2}, |\text{fase}| < \theta_1) = \\ &= P(x > \frac{d}{2}, -\delta x \leq y \leq \delta x) \quad (\text{II.5.2.4a}) \end{aligned}$$

onde $\delta = \tan \theta_1$, logo:

$$\begin{aligned} P(C/\bar{Y}_2) &= \int_{d/2}^{\infty} p_n(x-d) \cdot dx \cdot \int_{-\delta x}^{\delta x} p_n(y) dy = \\ &= \int_{d/2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left\{-\frac{(x-d)^2}{N_0}\right\} \cdot dx \cdot \int_{-\delta x}^{\delta x} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \cdot \exp\left\{-\frac{y^2}{N_0}\right\} dy \\ &= \int_{d/2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \cdot \exp\left\{-\frac{(x-d)^2}{N_0}\right\} \cdot dx \cdot \left\{1 - 2 Q\left(\sqrt{\frac{2}{N_0}} \delta x\right)\right\} \end{aligned} \quad (\text{II.5.2.4b})$$

Após algumas mudanças de variáveis, tem-se:

$$\begin{aligned} P(C/\bar{Y}_2) &= 1 - Q(d/\sqrt{2N_0}) - 2 \int_{-d/\sqrt{2N_0}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{n^2}{2}} \cdot \\ &\cdot Q\left(\delta n + (\delta \cdot 2 \cdot d)/\sqrt{2N_0}\right) \cdot dn \quad (\text{II.5.2.4c}) \end{aligned}$$

portanto:

$$P_C = \frac{1}{4} \cdot (1 - e^{-\frac{d^2}{4N_0}}) + \frac{3}{4} \cdot \left\{ 1 - Q\left(\frac{d}{\sqrt{2N_0}}\right) - 2 \int_{\frac{d}{\sqrt{2N_0}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{n^2}{2}} \cdot Q\left(\delta n + 2\delta d/\sqrt{2N_0}\right) dn \right\} \quad (\text{II.5.2.5a})$$

Donde,

$$P_C = \frac{e^{-\frac{d^2}{4N_0}}}{4} + \frac{3}{4} Q\left(\frac{d}{\sqrt{2N_0}}\right) + \frac{3}{2} \int_{\frac{d}{\sqrt{2N_0}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{n^2}{2}} \cdot Q\left(\delta n + 2\delta d/\sqrt{2N_0}\right) dn \quad (\text{II.5.2.5b})$$

II.5.3 - Método C

Este método é utilizado para configurações cuja estrutura de pontos fornece regiões de decisões poligonais, como é mostrado na Fig. II.5.3.1.

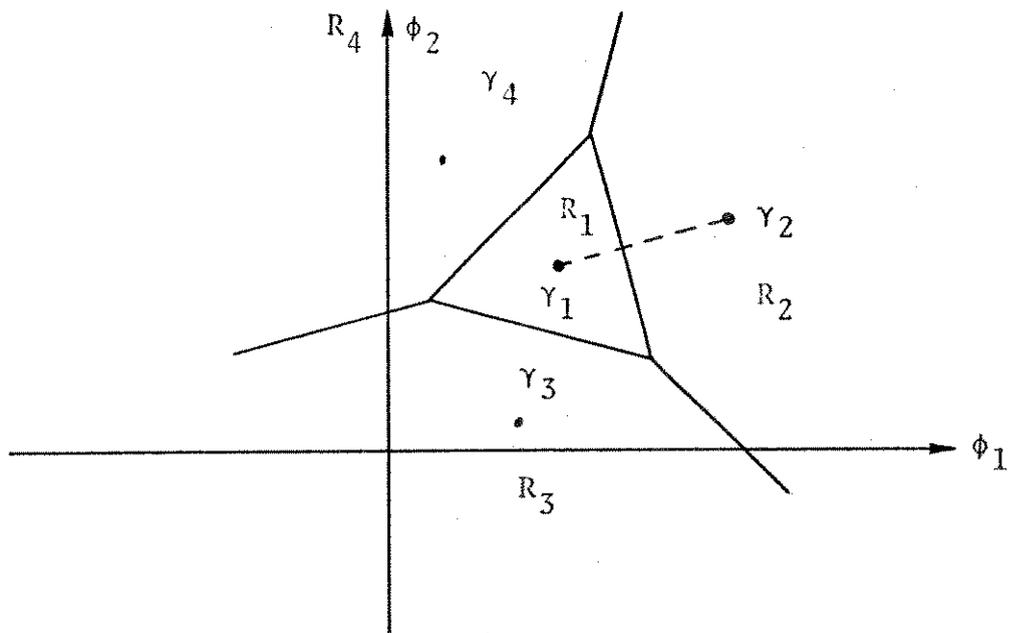


Fig.II.5.3.1 - Regiões de decisões poligonais

Suponhamos que $\bar{\gamma}_1$ tenha sido transmitido. Se \bar{r} o sinal recebido. Se \bar{r} pertencer a R_1 , então uma decisão correta será feita; caso contrário, ter-se-á cometido um erro.

Novamente, como o ruído é gaussiano, as afirmações 1, 2 e 3 são válidas; por conseguinte, uma translação do sistema de eixos até o ponto $\bar{\gamma}_1$ poderá ser feita.

Em seguida, o procedimento é fazer-se uma rotação neste novo sistema de referência de maneira a obter-se o eixo das abcissas perpendicular a um dos lados do polígono, como foi demonstrado na Fig.II.5.3.2. Chamemos de α_1 e β_1 os ângulos formados pela abcissa e as retas que unem o ponto $\bar{\gamma}_1$ aos vértices 1 e 2.

Seja η a distância de um ponto pertencente ao lado do polígono à origem do novo sistema de referência.

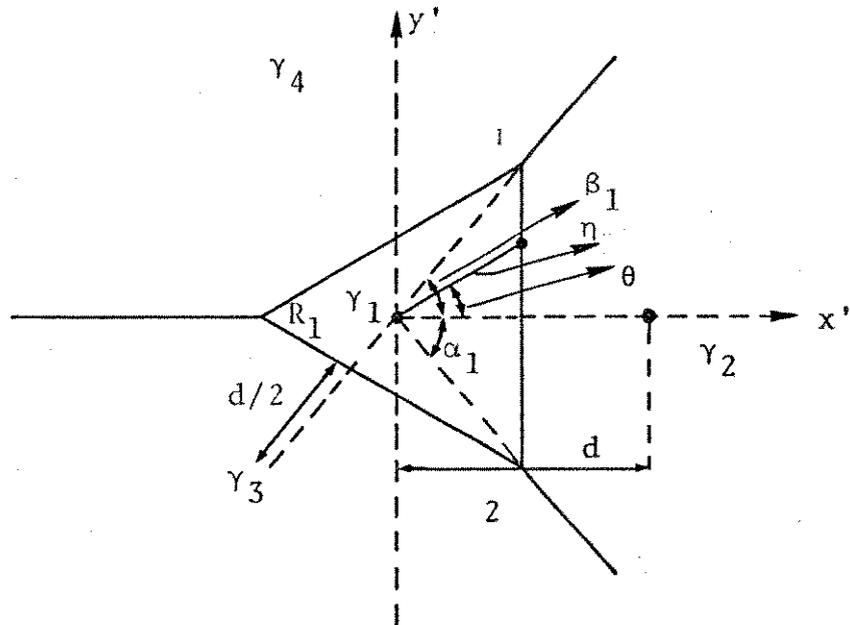


Fig.II.5.3.2 - Transformação linear conveniente/ aplicada para o cálculo da P_e .

Um erro será cometido se o sinal recebido tiver uma amplitude maior que

$$\eta = \frac{d}{2 \cdot \cos \theta}$$

e estiver entre

$$- \alpha_1 \leq \theta \leq \beta_1$$

Deste modo, teremos apenas uma parcela na determinação de um possível erro. Logo, o procedimento de

ve ser exaustivo sobre a região R_1 . Portanto, a probabilidade de erro, dado que $\bar{\gamma}_1$ fora enviado, será:

$$P(\bar{r} \notin R_1 / \bar{\gamma}_1) = P_{e\gamma_1}$$

$$P_{e\gamma_1} = \int_{\eta}^{\infty} \int_{-\alpha_1}^{\beta_1} \frac{\delta}{2\pi} \cdot \exp \left\{ -\frac{\delta^2}{N_0} \right\} d\delta d\theta + \int_{d/2}^{\infty} \int_{-\alpha_2}^{\beta_2} \frac{\delta}{2\pi} \cdot \exp \left\{ \frac{-\delta^2}{N_0} \right\} \cdot d\delta d\theta + \int_{\eta}^{\infty} \int_{\alpha_3}^{\beta_3} \frac{\delta}{2\pi} \cdot \exp \left\{ -\frac{\delta^2}{N_0} \right\} d\delta \cdot d\theta$$

(II.5.3.1)

Para o cálculo da $P_{e\gamma_2}$, $P_{e\gamma_3}$ e $P_{e\gamma_4}$ usa-se o procedimento abaixo.

Outra vez, desloca-se o sistema de referência até o ponto $\bar{\gamma}_2$, faz-se a abcissa desse novo sistema perpendicular à aresta do "polígono" aberto e determina-se os ângulos formados pelas retas t_1 e t_2 com a abcissa, como é mostrado na Fig. II.5.3.3.

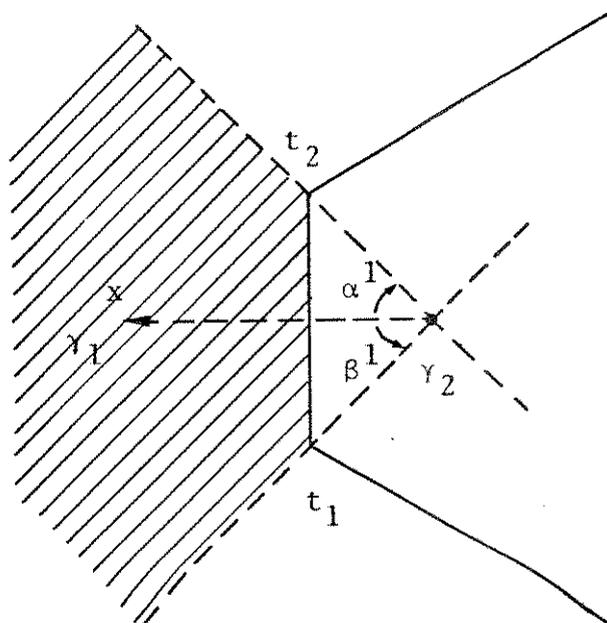


Fig. II.5.3.3 - Determinação de α^1 e β^1

A expressão da P_e correspondente à região a churiada na Fig. anterior é dada por:

$$P_{e\gamma_2} \textcircled{1} = \int_{\eta}^{\infty} \int_{\alpha^1}^{\beta^1} \frac{\delta}{2\pi} \cdot \exp \left\{ -\frac{\delta^2}{N_0} \right\} d\delta \cdot d\theta \quad (\text{II.5.3.2a})$$

Para as parcelas $P_{e\gamma_2} \textcircled{2}$ e $P_{e\gamma_2} \textcircled{3}$, mostradas na Fig. II.5.3.4, resultam as seguintes expressões:

$$P_{e\gamma_2} \textcircled{2} = \int_{\eta}^{\infty} \int_{\alpha}^{\pi/2} \frac{\delta}{2\pi} \cdot \exp \left\{ -\frac{\delta^2}{N_0} \right\} d\delta d\theta \quad (\text{II.5.3.2b})$$

$$P_{e\gamma_2} \textcircled{3} = \int_{\eta}^{\infty} \int_{\alpha^1}^{\pi/2} \frac{\delta}{2\pi} \cdot \exp \left\{ -\frac{\delta^2}{N_0} \right\} d\delta \cdot d\theta \quad (\text{II.5.3.2c})$$

A região \textcircled{C} da Fig. II.5.3.4 é aquela em que dado \bar{r} e \textcircled{C} nenhum erro estará sendo cometido, por razões evidentes.

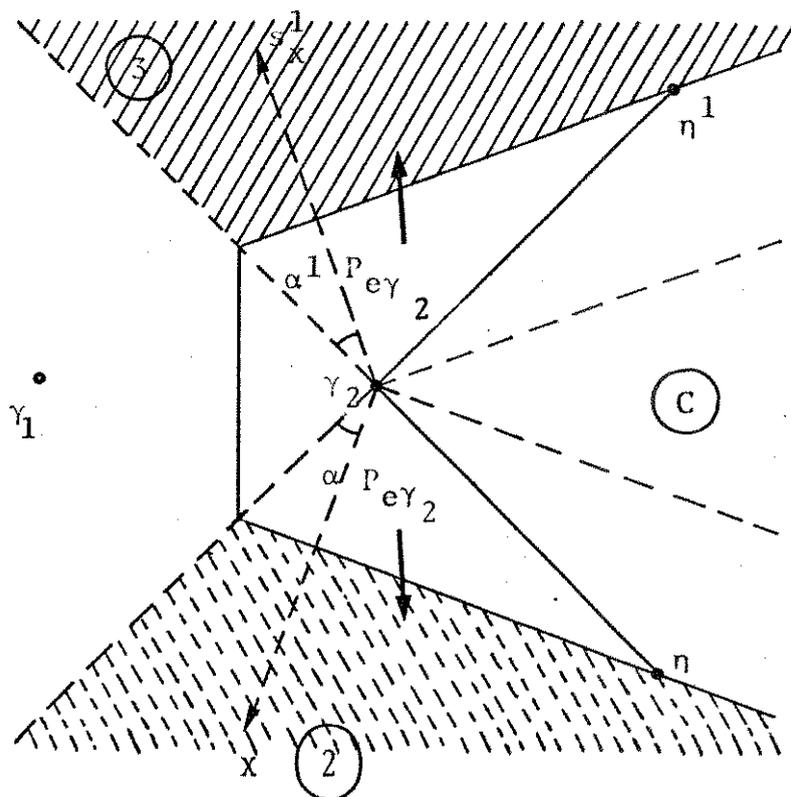


Fig. II.5.3.4 - Determinação dos ângulos α^1 , α

Portanto, para $P_{e\gamma_2}$ teremos:

$$P_{e\gamma_2} = P_{e\gamma_2} \textcircled{1} + P_{e\gamma_2} \textcircled{2} + P_{e\gamma_2} \textcircled{3} \quad (\text{II.5.3.2d})$$

Deste modo, a probabilidade média de erro será dada por:

$$P_e = \sum_{i=1}^M P_{e\gamma_i} \cdot P(\bar{\gamma}_i) \quad (\text{II.5.3.3})$$

II.6 - APRESENTAÇÃO DOS ARRANJOS

Nesta seção serão apresentados arranjos que se distribuem em grupos de 2, 4, 8 e 16 pontos no espaço de sinal.

Como foi mencionado anteriormente, eles serão avaliados, usando-se de maneira conveniente os métodos apresentados na seção anterior. Um ponto importante: todos os arranjos são constituídos em sua formação, por sinais (pontos) de mínima energia, isto é, como a probabilidade de acerto (ou de erro) fica inalterada quando se aplica uma transformação linear ao arranjo, então, o passo seguinte foi o de buscar-se a minimização da energia do mesmo.

Foi suposto que todos os sinais eram igualmente prováveis; então,

$$P(\bar{\gamma}_i) = \frac{1}{M} \quad i=1,2,3,\dots,M \quad (\text{II.6.1})$$

A energia média do arranjo é dada por:

$$\begin{aligned} E_M &= \sum_{i=1}^M ||\bar{\gamma}_i||^2 \cdot P(\bar{\gamma}_i) \\ &= \sum_{i=1}^M \frac{||\bar{\gamma}_i||^2}{M} \end{aligned} \quad (\text{II.6.2})$$

Por conseguinte, minimizar a energia média é subtrair-se um vetor \bar{v} tal que:

$$E_M = \sum_{i=1}^M \frac{||\bar{\gamma}_i - \bar{v}||^2}{M} = \sum_{i=1}^M \frac{(a_i - a)^2 + (b_i - b)^2}{M} \quad (\text{II.6.3})$$

é mínimo, onde:

$$\bar{\gamma}_i = (a_i, b_i)$$

$$\bar{v} = (a, b)$$

Os valores de a e b caso E_M seja mínimo, são encontrados fazendo-se

$$\frac{\partial E_M}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a} \left\{ \sum_{i=1}^M \frac{(a_i - a)^2 + (b_i - b)^2}{M} \right\} = 0 \quad (\text{II.6.4a})$$

$$\frac{\partial E_M}{\partial b} = \frac{\partial}{\partial b} \left\{ \sum_{i=1}^M \frac{(a_i - a)^2 + (b_i - b)^2}{M} \right\} = 0 \quad (\text{II.6.4b})$$

Tira-se:

$$a = \sum_{i=1}^M \frac{a_i}{M} \quad (\text{II.6.5a})$$

$$b = \sum_{i=1}^M \frac{b_i}{M} \quad (\text{II.6.5b})$$

Isto é equivalente a determinar o centro de gravidade do arranjo. A prova de que este argumento é verdadeiro, pode ser dada da seguinte maneira:

suponhamos que exista um outro vetor, digamos $\bar{e} \neq \bar{v}$ que também minimize a energia média. Assim,

$$E_{M_1} = \frac{\sum_{i=1}^M ||\bar{Y}_i - \bar{\epsilon}||^2}{M} \quad (\text{II.6.6a})$$

é mínimo. Conseqüentemente,

$$\begin{aligned} E_{M_1} &= \frac{\sum_{i=1}^M ||(\bar{Y}_i - \bar{v}) + (\bar{v} - \bar{\epsilon})||^2}{M} = \\ &= \frac{\sum_{i=1}^M ||\bar{Y}_i - \bar{v}||^2}{M} + \frac{\sum_{i=1}^M ||\bar{v} - \bar{\epsilon}||^2}{M} + \\ &+ 2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^M (\bar{Y}_i - \bar{v}) \cdot (\bar{v} - \bar{\epsilon})}{M} = \end{aligned} \quad (\text{II.6.6b})$$

como

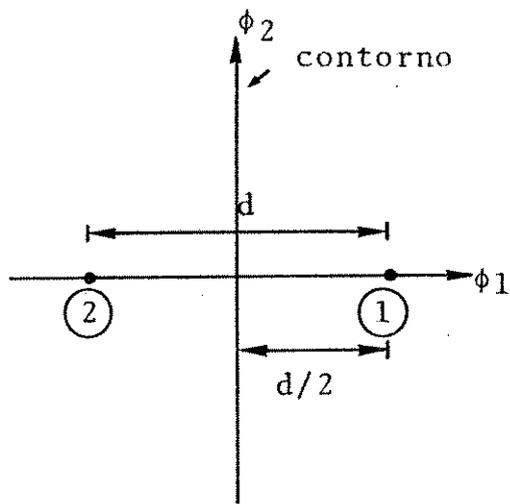
$$E_M = \frac{\sum_{i=1}^M ||\bar{Y}_i - \bar{v}||^2}{M}$$

então:

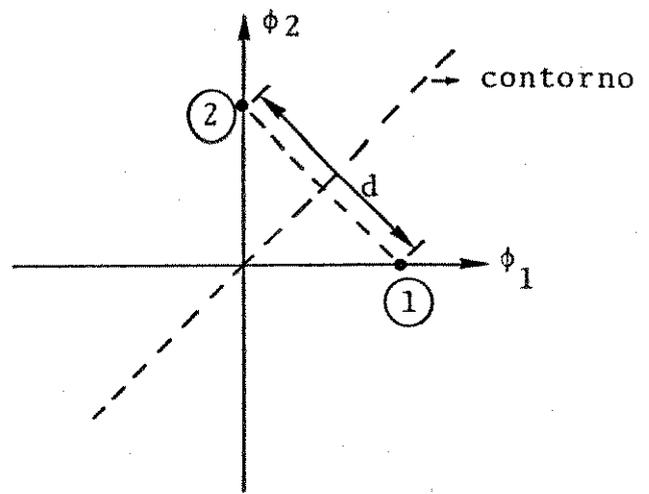
$$E_{M_1} = E_M + \frac{\sum_{i=1}^M ||\bar{v} - \bar{\epsilon}||^2}{M} + 2 \frac{\sum_{i=1}^M (\bar{Y}_i - \bar{v}) \cdot (\bar{v} - \bar{\epsilon})}{M} \quad (\text{II.6.6c})$$

só será mínimo quando $\bar{v} = \bar{\epsilon}$.

Seguindo este procedimento, os arranjos pertencentes aos grupos de 2, 4, 8 e 16 pontos foram estruturados, como podemos ver nas Figs. II.6.1 a II.6.4, respectivamente.

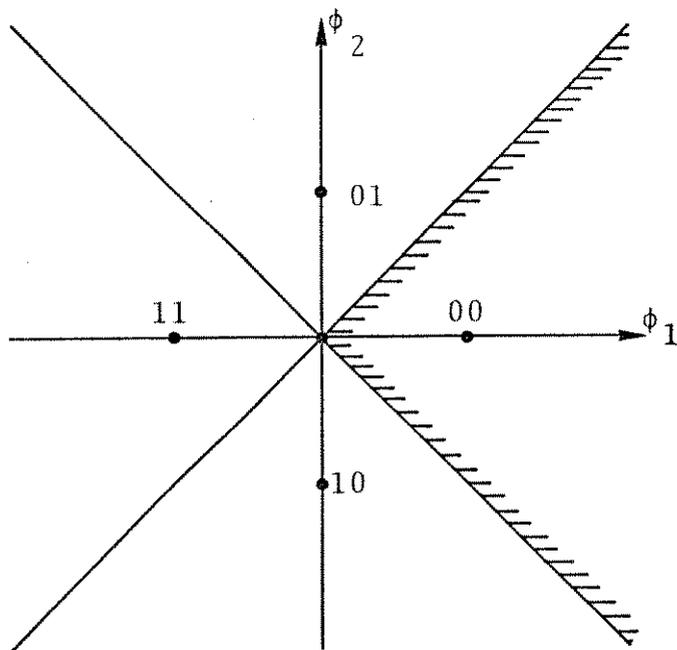


a) PSK-2

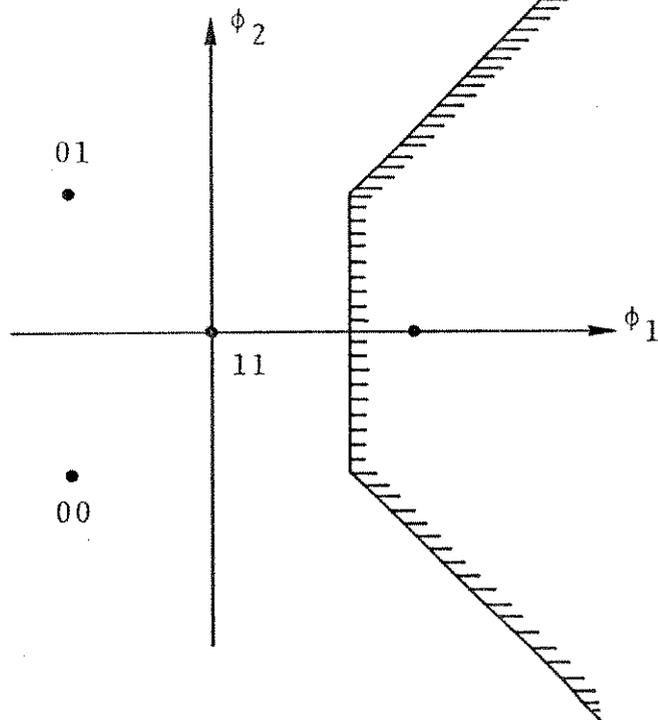


b) Ortogonal

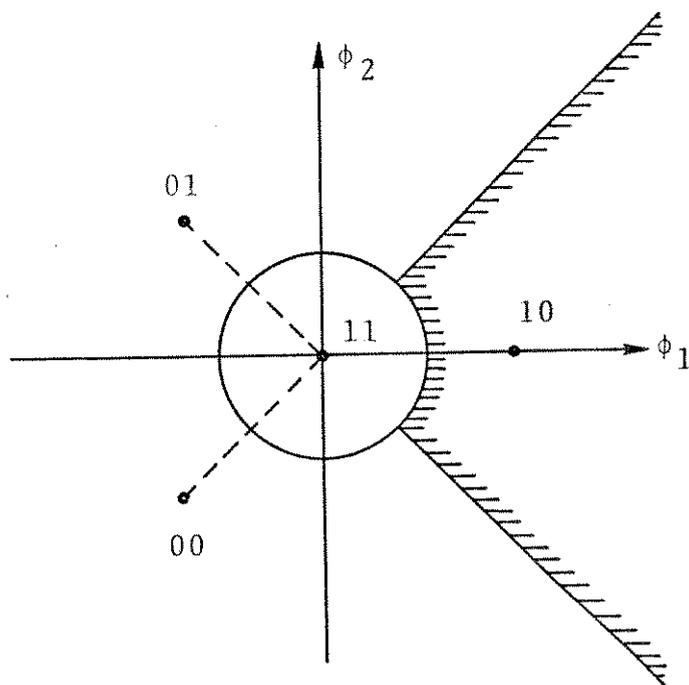
Fig. II.6.1 - Possíveis disposições de 2 pontos no espaço de sinal



PSK-4(ortogonal)

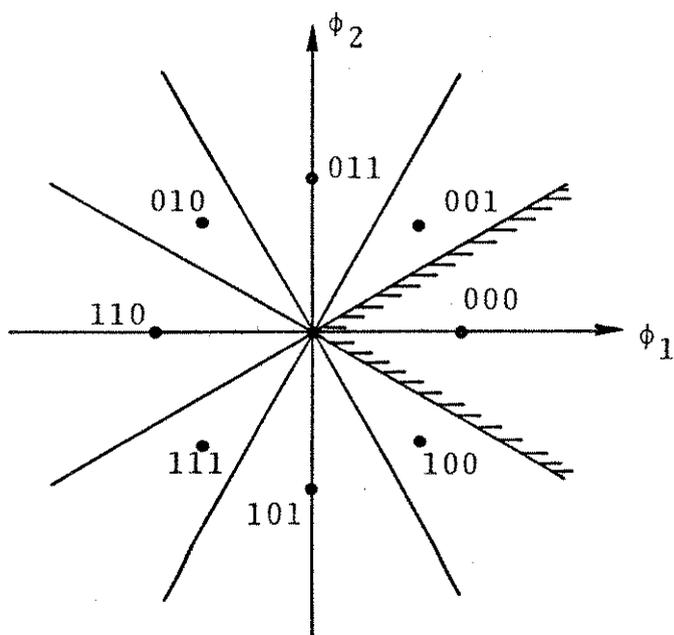


MAPSK
(1,3)
TEÓRICO

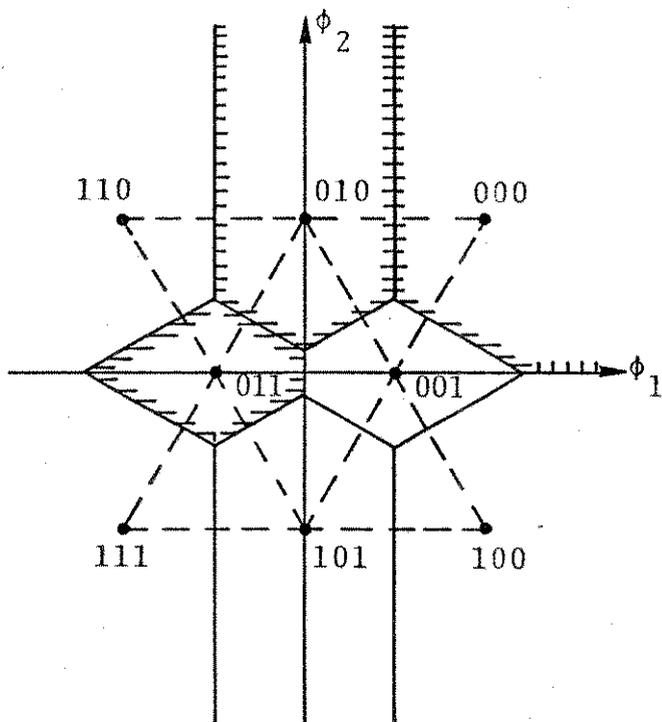


MAPSK(1,3) - PRÁTICO

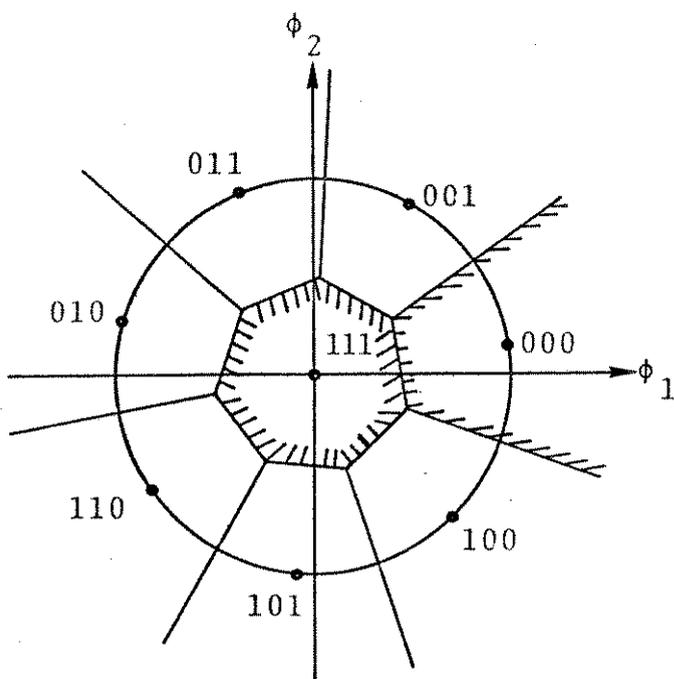
Fig. II.6.2 - Possíveis disposições de 4 pontos no espaço de sinal



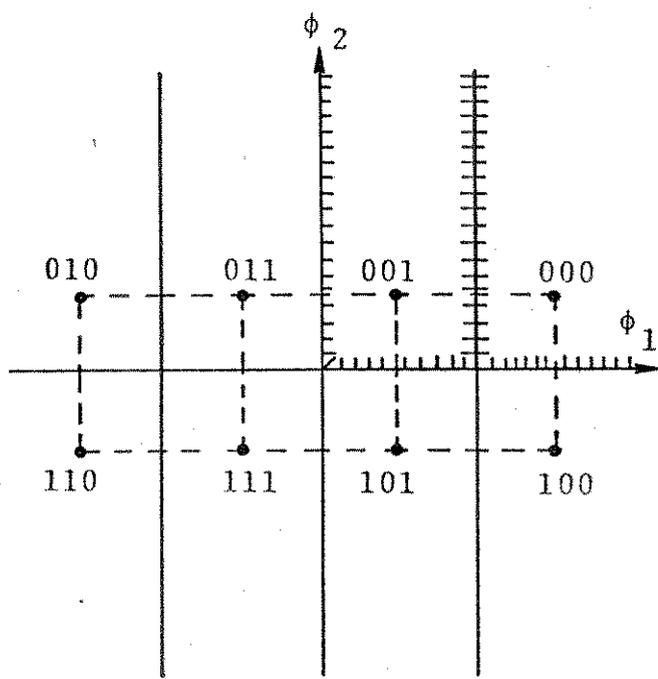
PSK-8



TRIANGULAR

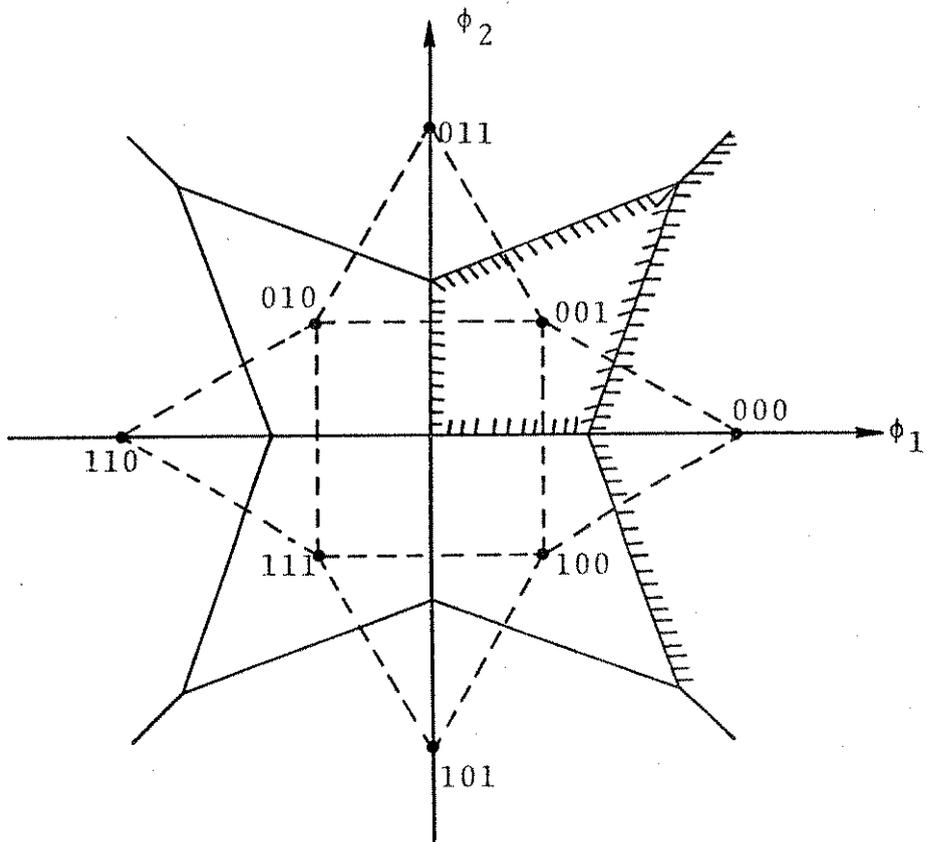


MAPSK(1,7)- TEÓRICO

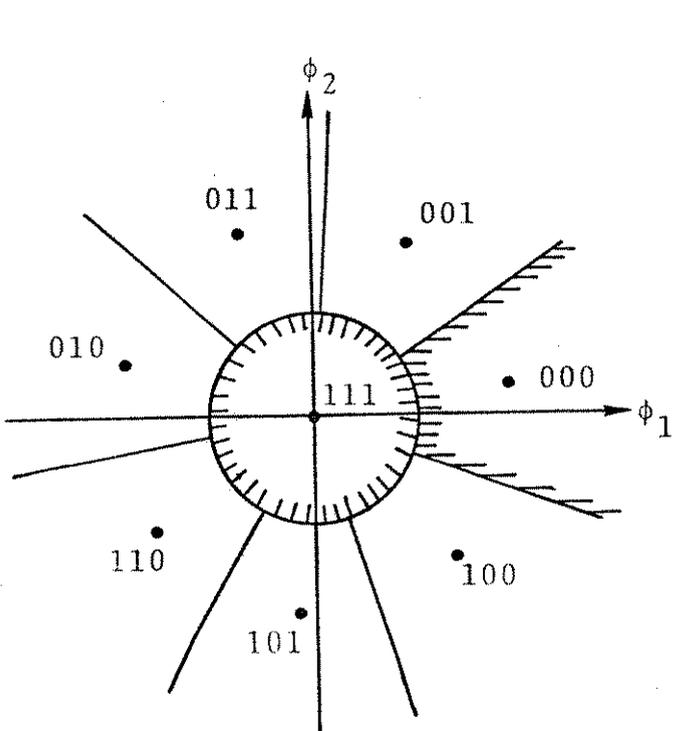


RETANGULAR

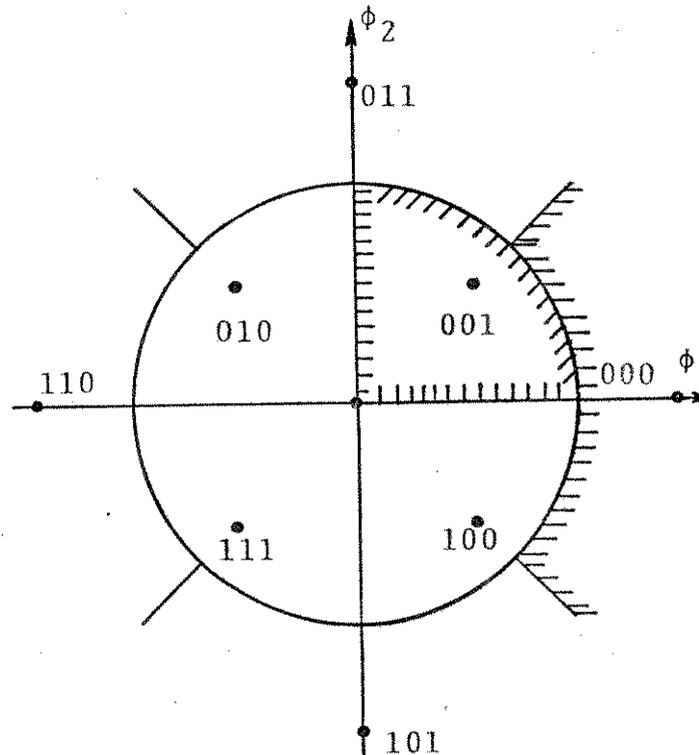
Fig. II.6.3 - Possíveis disposições de até 8 pontos no espaço de sinal



CIRCULAR (4,4) - TEÓRICO

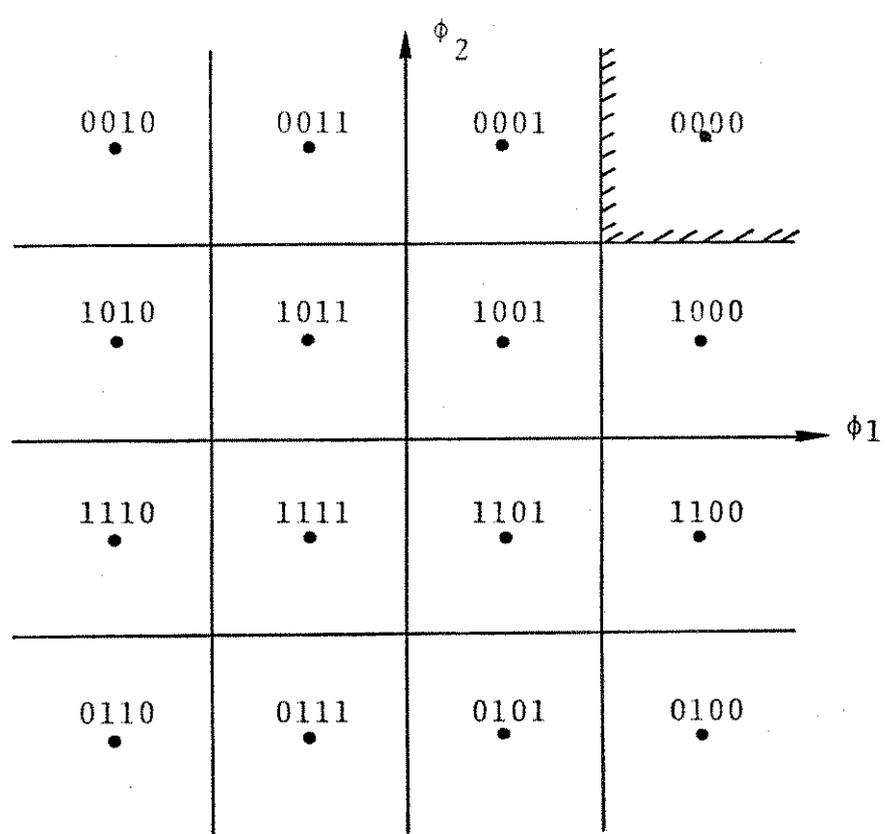


MASK (1,7) - PRÁTICO

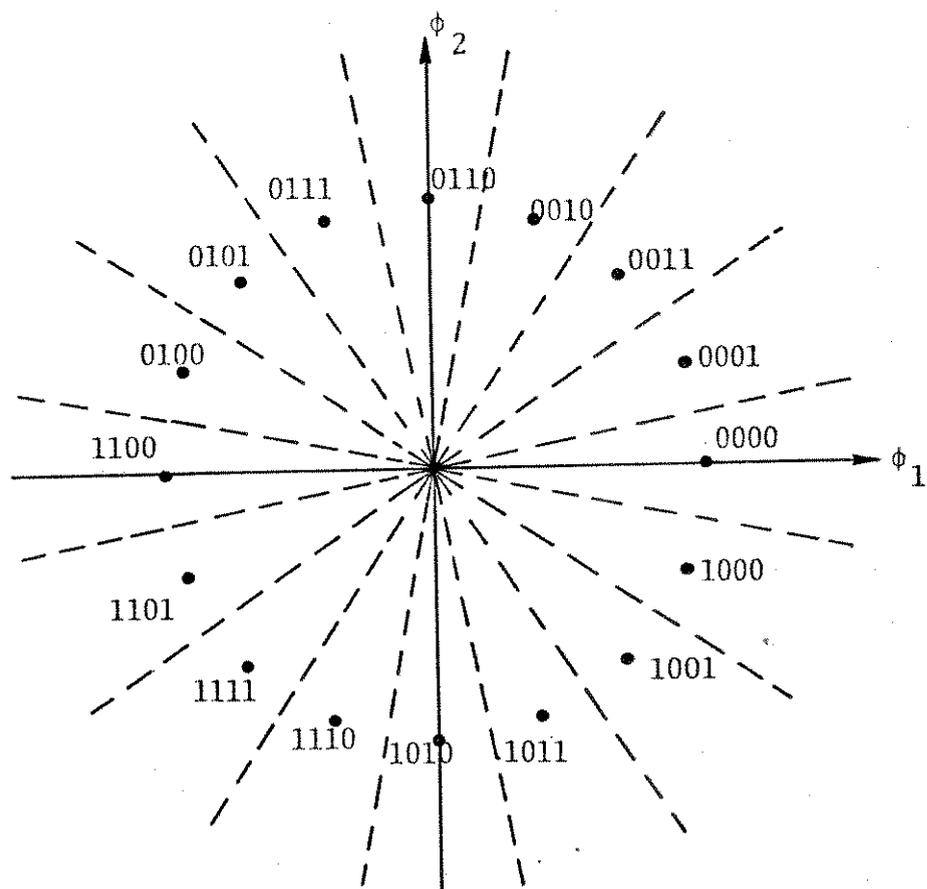


CIRCULAR (4,4) - PRÁTICO

Fig.II.6.3 (cont.) - Possíveis disposições de até 8 pontos no espaço de sinal.



RETANGULAR



PSK-16

Fig. II.6.4 - Possíveis disposições de 16 pontos no espaço de sinal

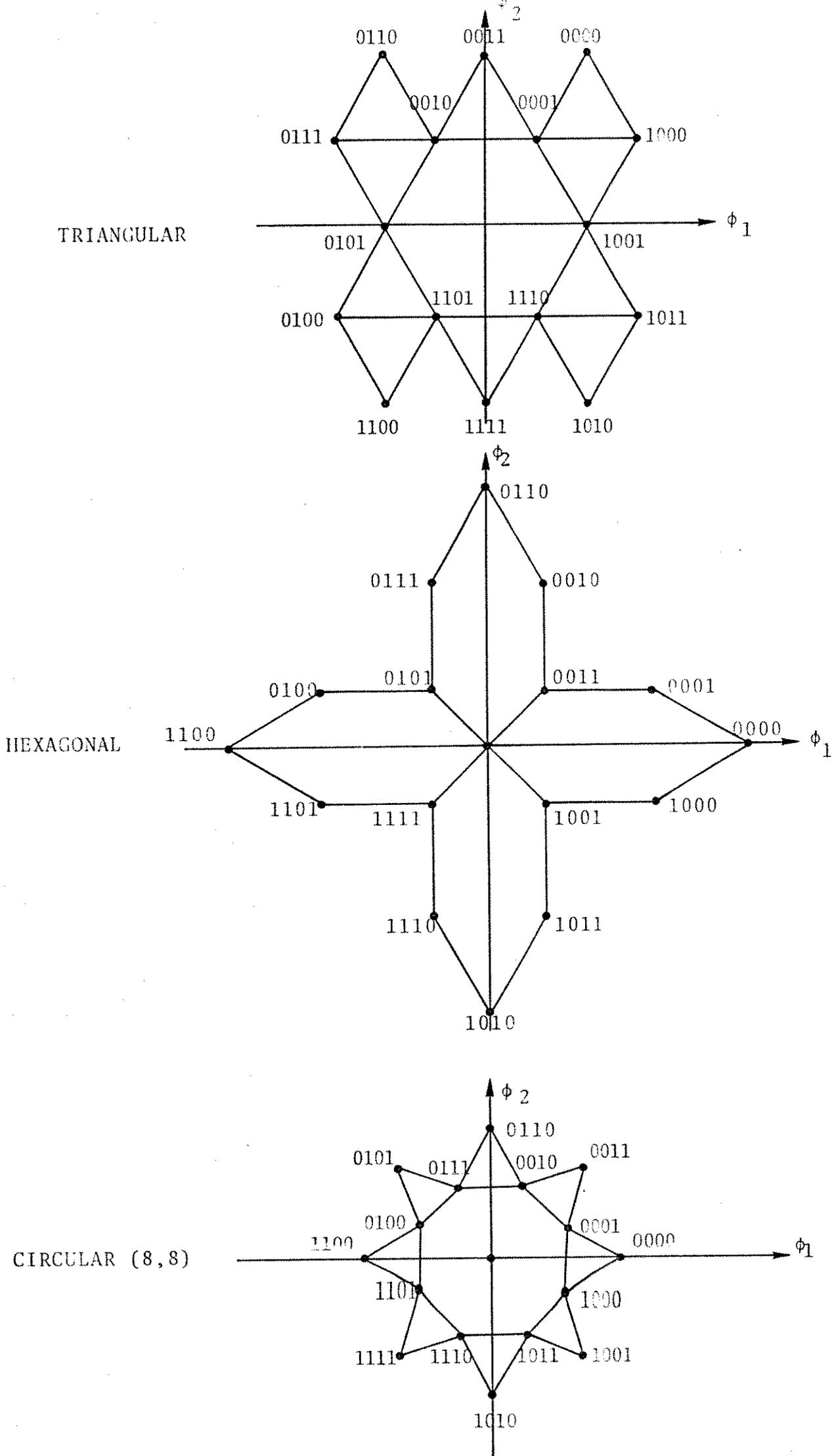


Fig.II.6.4 (cont.) - Possíveis disposições de 16 pontos no espaço de sinal.

II.7 - RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Todos os arranjos apresentados na secção anterior foram avaliados, levando-se em consideração as restrições, tanto em energia média como de pico, ou seja, os sinais de veriam estar contidos dentro de um círculo cujo raio é dado pela raiz quadrada da energia de pico (caso de limitação em energia de pico).

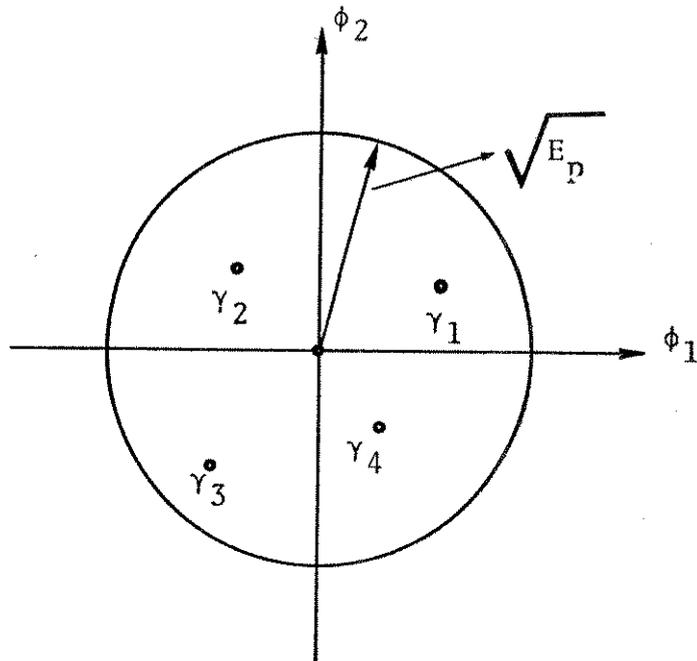


Fig. II.7.1 - Sinais limitados em energia de pico

A seguir, apresenta-se um quadro, especificando as expressões das probabilidades de erro (média) de símbolos, juntamente com o método empregado.

As Figs. II.7.2 a II.7.8 mostram as curvas da probabilidade de erro (média) de símbolos versus relação energia $\left\{ \begin{array}{l} \text{média} \\ \text{pico} \end{array} \right.$ de símbolo pela densidade espectral de ruído.

Em seguida, a tabela I e II fornece as diferenças e xistentes de relação de energia, tanto média como de pico, para N_0 , entre o arranjo ótimo de cada grupo para os de mais arranjos no grupo.

QUADRO I

1) PSK-2

$$P_e = Q \left(\sqrt{2 \frac{ES}{N_0}} \right)$$

(Método A)

2) Orto-2

$$P_e = Q \left(\sqrt{\frac{ES}{N_0}} \right)$$

3) PSK-4

$$P_e = Q \left(\sqrt{2 \frac{ES}{N_0}} \right) + 2 \int_{-\sqrt{2 \frac{ES}{N_0}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{n^2}{2}} Q \left[\alpha \left(n + \sqrt{2 \frac{ES}{N_0}} \right) \right] dn$$

com $\alpha = 1.0$

(Método B)

4) PSK-8

idem PSK-4 com $\alpha = .4142136$

(Método B)

5) PSK-16

idem PSK-4 com $\alpha = .1989124$

(Método B)

6) QASK-8

$$P_e = \frac{5}{2} Q \left(\sqrt{\frac{2 \cdot EN}{3 \cdot N_0}} \right) - \frac{3}{2} Q^2 \left(\sqrt{\frac{2 \cdot EN}{3 \cdot N_0}} \right)$$

(Método A)

7) QASK-8 (pico)

$$P_e = \frac{5}{2} Q \left(\sqrt{\frac{2 \cdot E_p}{5 \cdot N_0}} \right) - \frac{3}{2} Q^2 \left(\sqrt{\frac{2 \cdot E_p}{5 \cdot N_0}} \right) \quad (\text{Método A})$$

8) Circular (1,3) Teórico - médio

$$P_e = \frac{3}{2} \int_{-\pi/6}^{\pi/2} \frac{1}{2} \cdot \exp \left[-\frac{2}{3} \frac{ENd}{N_0 \cos^2 \theta} \right] d\theta +$$

$$+ \frac{3}{2} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \frac{1}{2} \cdot \exp \left[-\frac{EN}{3N_0 \cos^2 \theta} \right] d\theta$$

(Método C)

Circular (1,3) Teórico - pico

$$P_e = \frac{3}{2} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \frac{1}{2} \cdot \exp \left[-\frac{E_p}{4N_0 \cos^2 \theta} \right] d\theta +$$

$$+ \frac{3}{2} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \frac{1}{2} \cdot \exp \left[-\frac{d E_p}{2N_0 \cos^2 \theta} \right] d\theta$$

onde $d = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

9) Circular (1,3) Prático - médio

$$P_e = \frac{1}{4} \exp \left(-\frac{EN}{3N_0} \right) + \frac{3}{4} Q \left(\sqrt{\frac{2EN}{3N_0}} \right) +$$

$$+ \frac{3}{2} \int_{\sqrt{\frac{2EN}{3N_0}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{n^2}{2}} \cdot Q \left(kn + 2k \sqrt{\frac{2EN}{3N_0}} \right) dn$$

onde $k = \tan(\pi/3)$

(Método B)

Circular (1,3) Prático - pico

$$P_e = \frac{1}{4} \exp\left(-\frac{E_p}{4N_0}\right) + \frac{3}{4} Q\left(\sqrt{\frac{E_p}{2N_0}}\right) +$$

(Método C)

$$+ \frac{3}{2} \int_{-\sqrt{\frac{E_p}{2N_0}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{n^2}{2}} \cdot Q\left(kn + 2k \cdot \sqrt{\frac{E_p}{2N_0}}\right) dn$$

10) Circular (1,7) Teórico - média

$$P_e = \frac{7}{4} \int_{-\pi/7}^{\pi/7} F(EN, \theta) d\theta + \frac{7}{4} \int_{-3\pi/14}^{\pi/2} G(EN, \theta) d\theta$$

(Método C)

onde

$$\left\{ \begin{array}{l} F(EN, \theta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \exp\left[-\frac{2 EN}{7N_0 \cos^2 \theta}\right] \\ G(EN, \theta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \exp\left[-\frac{.1504 EN}{7N_0 \cos^2 \theta}\right] \end{array} \right.$$

11) Circular (1,7) Teórico - pico

(Método C)

$$P_e = \frac{7}{4} \int_{-\pi/7}^{\pi/7} F(EN, \theta) d\theta + \frac{7}{4} \int_{-3\pi/14}^{\pi/2} G(EN, \theta) d\theta$$

onde

$$\left\{ \begin{array}{l} F(EN, \theta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \exp\left[-\frac{EN}{4N_0 \cos^2 \theta}\right] \\ G(EN, \theta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \exp\left[-\frac{.7522xEN}{4N_0 \cos^2 \theta}\right] \end{array} \right.$$

12) Circular (1,7) Prático

(Método B)

$$P_e = \frac{1}{8} \exp \left[-\frac{d^2}{2} \right] + \frac{7}{8} Q \left(\frac{2}{2} d \right) +$$

$$+ \frac{7}{4} \int_{-\frac{\sqrt{2}}{2} d}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left(-\frac{n^2}{2} \right) Q (kn + 2kd) dn$$

$$\text{onde } d = \begin{cases} \frac{\sqrt{4EN}}{7N_0} & \text{para valor médio} \\ \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{14} \right) \cdot \frac{\sqrt{E_p}}{N_0} & \text{para valor de pico} \end{cases}$$

$$\text{com } k = \tan \left(\frac{\pi}{14} \right)$$

13) Circular (4,4) Teórico

$$P_e = \int_{-\pi/6}^{\pi/4} F(X, \theta) d\theta + 2 \int_{-\pi/6}^{5\pi/12} F(X, \theta) d\theta + \int_{\pi/3}^{\pi/2} G(X, \theta) d\theta$$

$$\text{onde } \begin{cases} F(X, \theta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \exp \left[-\frac{X}{N_0 \cos^2 \theta} \right] \\ G(X, \theta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \exp \left[-\frac{Xd}{N_0 \cos^2 \theta} \right] \end{cases}$$

$$\text{com } d = \frac{2 + \sqrt{3}}{4}$$

(método C)

$$X = \begin{cases} \frac{EN}{3 + \sqrt{3}} & \text{para valor médio} \\ \frac{4E_p}{2(2 + \sqrt{3})} & \text{para valor de pico} \end{cases}$$

14) Triangular-8

(Método C)

$$P_e = \frac{10}{8} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} F(X, \theta) d\theta + \int_{-\pi/6}^{\pi/6} F(X, \theta) d\theta + \frac{1}{2} \int_{\pi/6}^{\pi/6} F(X, \theta) +$$

$$+ \int_{-\pi/6}^{\pi/2} G(X, \theta) d\theta$$

onde

$$\left\{ \begin{array}{l} F(X, \theta) = \frac{1}{2\pi} \exp \left[- \frac{X}{4N_0 \cos^2 \theta} \right] \\ G(X, \theta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \exp \left[- \frac{3X}{4N_0 \cos^2 \theta} \right] \end{array} \right.$$

com $X = \left\{ \begin{array}{l} \frac{8 EN}{9} \quad \text{para valor médio} \\ \frac{4 Ep}{7} \quad \text{para valor de pico} \end{array} \right.$

15) QAM-16 (média)

(Método A)

$$P_e = 3 \cdot Q \left(\sqrt{\frac{EN}{5N_0}} \right) - \frac{9}{4} \cdot Q^2 \left(\sqrt{\frac{EN}{5N_0}} \right)$$

16) QAM-16 (pico)

(Método A)

$$P_e = 3 \cdot Q \left(\sqrt{\frac{2 Ep}{9 N_0}} \right) - \frac{9}{4} \cdot Q^2 \left(\sqrt{\frac{2 Ep}{9 N_0}} \right)$$

17) Triangular-16

(Método C)

$$P_e = \frac{3}{2} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} F(X, \theta) d\theta + \frac{3}{4} \int_{-\pi/6}^{\pi/3} F(X, \theta) d\theta + \int_{-\pi/6}^{\pi/2} F(X, \theta) d\theta +$$

$$+ \frac{1}{4} \int_{\pi/6}^{\pi/2} G(X, \theta) d\theta + \frac{1}{4} \int_{-\pi/3}^{\pi/3} H(X, \theta) d\theta$$

$$\text{onde } \begin{cases} F(X, \theta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \exp \left[-\frac{X}{4N_0 \cos^2 \theta} \right] \\ G(X, \theta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \exp \left[-\frac{3X}{4N_0 \cos^2 \theta} \right] \\ H(X, \theta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \exp \left[-\frac{X}{4N_0 \cos^2 \theta} \right] \end{cases}$$

$$\text{com } X = \begin{cases} \frac{2 EN}{5} & \text{para valor médio} \\ \frac{E_p}{4} & \text{para valor de pico} \end{cases}$$

18) Hexagonal-16 - médio

(Método C)

$$P_e = \frac{26}{16} \int_{-\pi/3}^{\pi/3} F(EN, \theta) d\theta + \frac{1}{2} \int_{\pi/6}^{\pi/2} G(EN, \theta) d\theta + \frac{12}{16} \int_{-\pi/3}^{\pi/2} F(EN, \theta) d\theta$$

$$\text{onde } \begin{cases} F(EN, \theta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \exp \left[-\frac{EN}{13N_0 \cos^2 \theta} \right] \\ G(EN, \theta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \exp \left[-\frac{3EN}{13N_0 \cos^2 \theta} \right] \end{cases}$$

19) Hexagonal-16 - pico

(Método C)

$P_e = \text{idem Hexagonal-16 - médio}$

$$\text{onde } \left\{ \begin{array}{l} F(E_p, \theta) = \frac{1}{2\pi} \exp \left[- \frac{E_p}{25N_0 \cos^2 \theta} \right] \\ G(E_p, \theta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \exp \left[- \frac{3E_p}{25N_0 \cos^2 \theta} \right] \end{array} \right.$$

20) Circular (8,8) Teórico - médio

(Método C)

$$P_e = \int_{-\pi/6}^{3\pi/8} F(X, \theta) d\theta + \int_{\pi/2}^{\pi/2} G(X, \theta) d\theta + \int_{-\pi/6}^{7\pi/24} F(X, \theta) d\theta$$

$$\text{onde } \left\{ \begin{array}{l} F(X, \theta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \exp \left[- \frac{X \cdot B}{N_0 \cos^2 \theta} \right] \\ G(X, \theta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \exp \left[- \frac{C \cdot X}{N_0 \cos^2 \theta} \right] \end{array} \right.$$

$$\text{com } \left\{ \begin{array}{l} B = 2/26.01993535 \\ C = 5.835276184/26.01993535 \\ X = EN \end{array} \right.$$

P_e = igual médio

$$\text{onde } \left\{ \begin{array}{l} F(E_p, \theta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \exp \left[- \frac{E_p}{K N_0 \cos^2 \theta} \right] \\ G(E_p, \theta) = \frac{1}{2\pi} \cdot \exp \left[- \frac{E_p \cdot \text{sen}^2(\pi/8)}{N_0 \cos^2 \theta} \right] \end{array} \right.$$

$$\text{com } K = 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2 \tan(\frac{\pi}{8})} \right)^2$$

Fig.II.7.2 - Probabilidade de erro de símbolo versus Relação Energia média e de pico de símbolo (RSR).

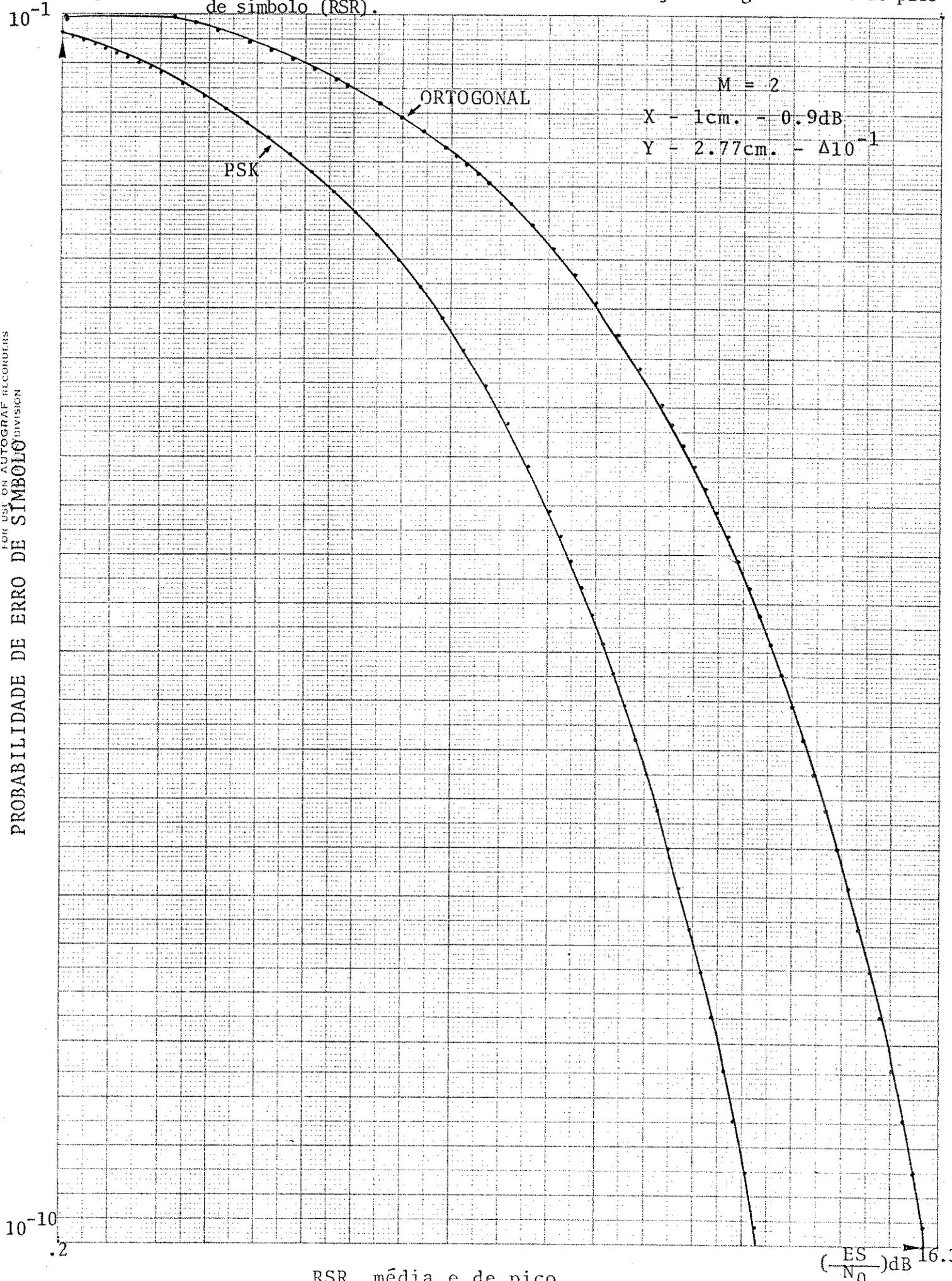


Fig.II.7.3 - Probabilidade de erro de símbolo versus Relação Energia média de símbolo (RSR).

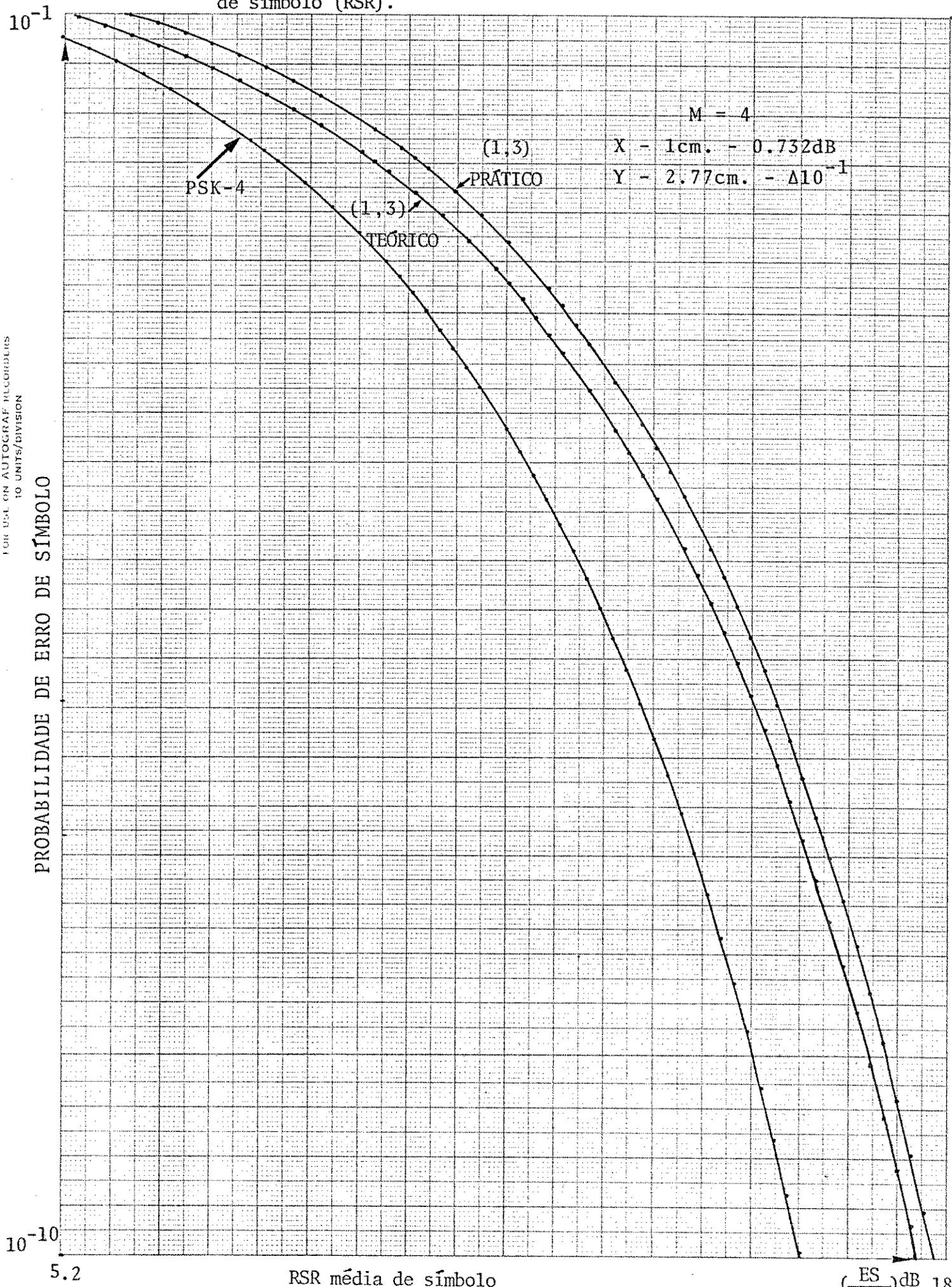
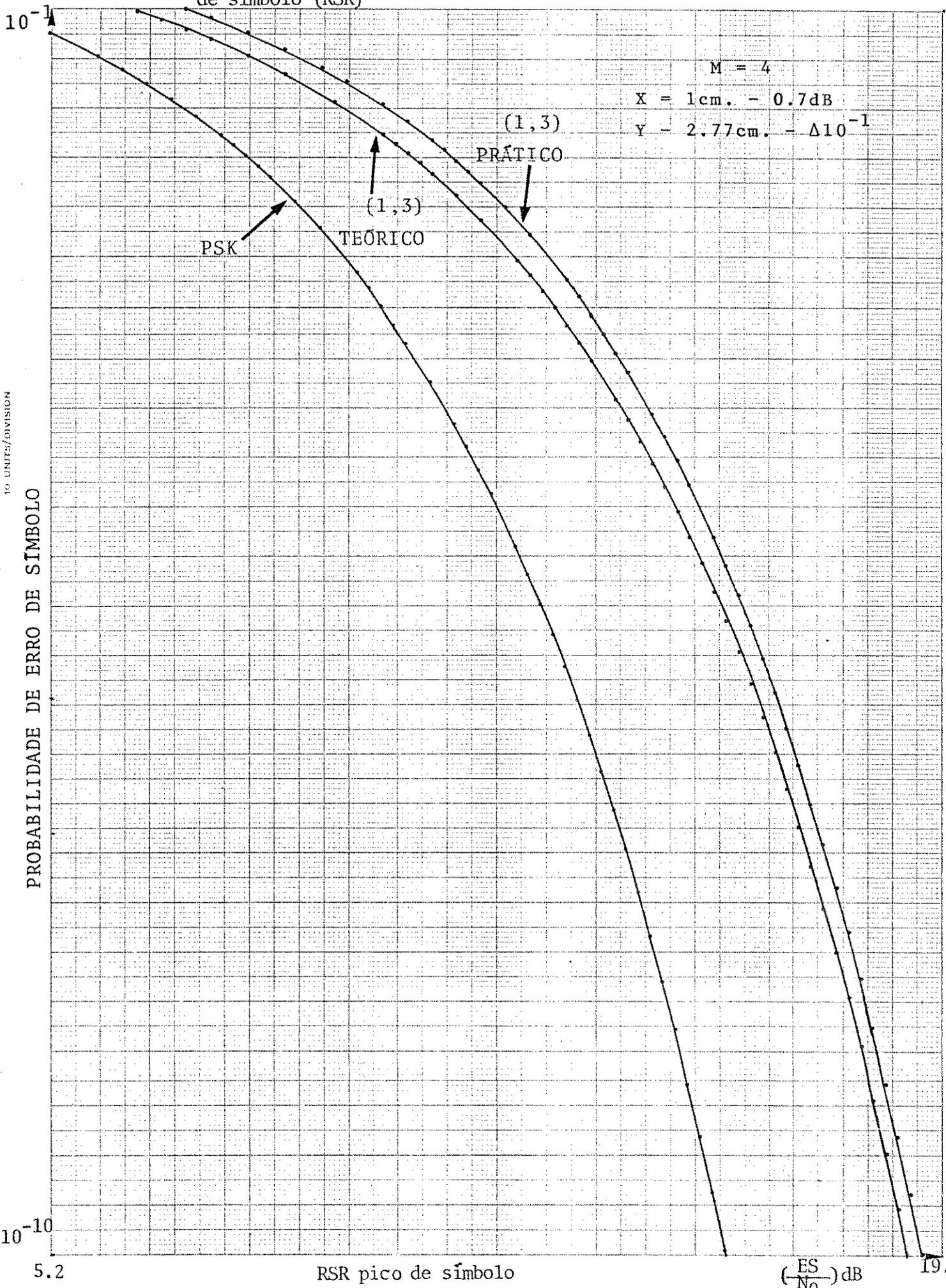


Fig.II.7.4 - Probabilidade de erro de símbolo versus Relação Energia de pico de símbolo (RSR)



FOR USE ON AUTOGRAPH RECORDERS
10 UNITS/DIVISION

PROBABILIDADE DE ERRO DE SÍMBOLO

Fig.II.7.5 - Probabilidade de erro de símbolo versus Relação de energia média de símbolo para o ruído (RSR)

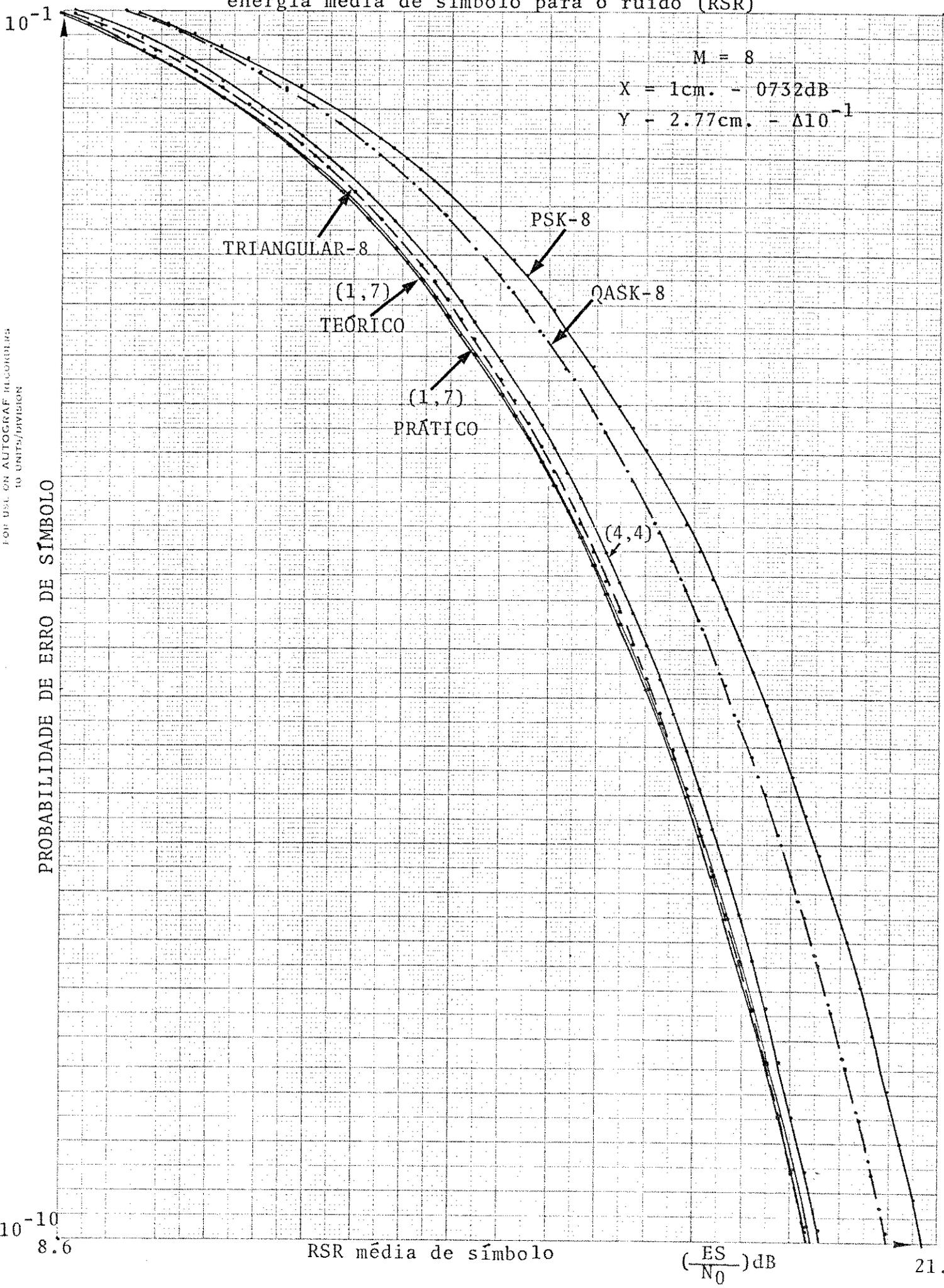
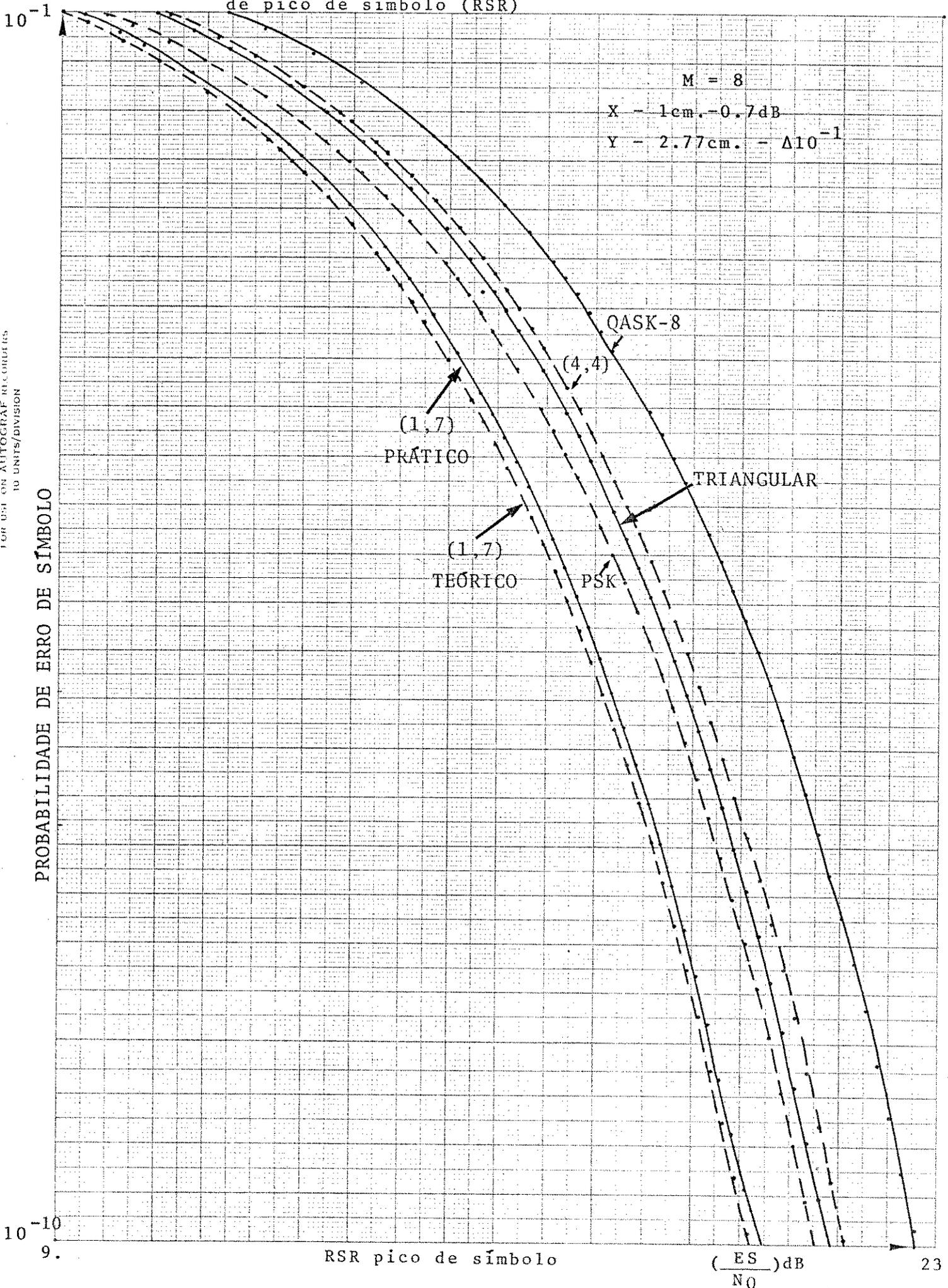
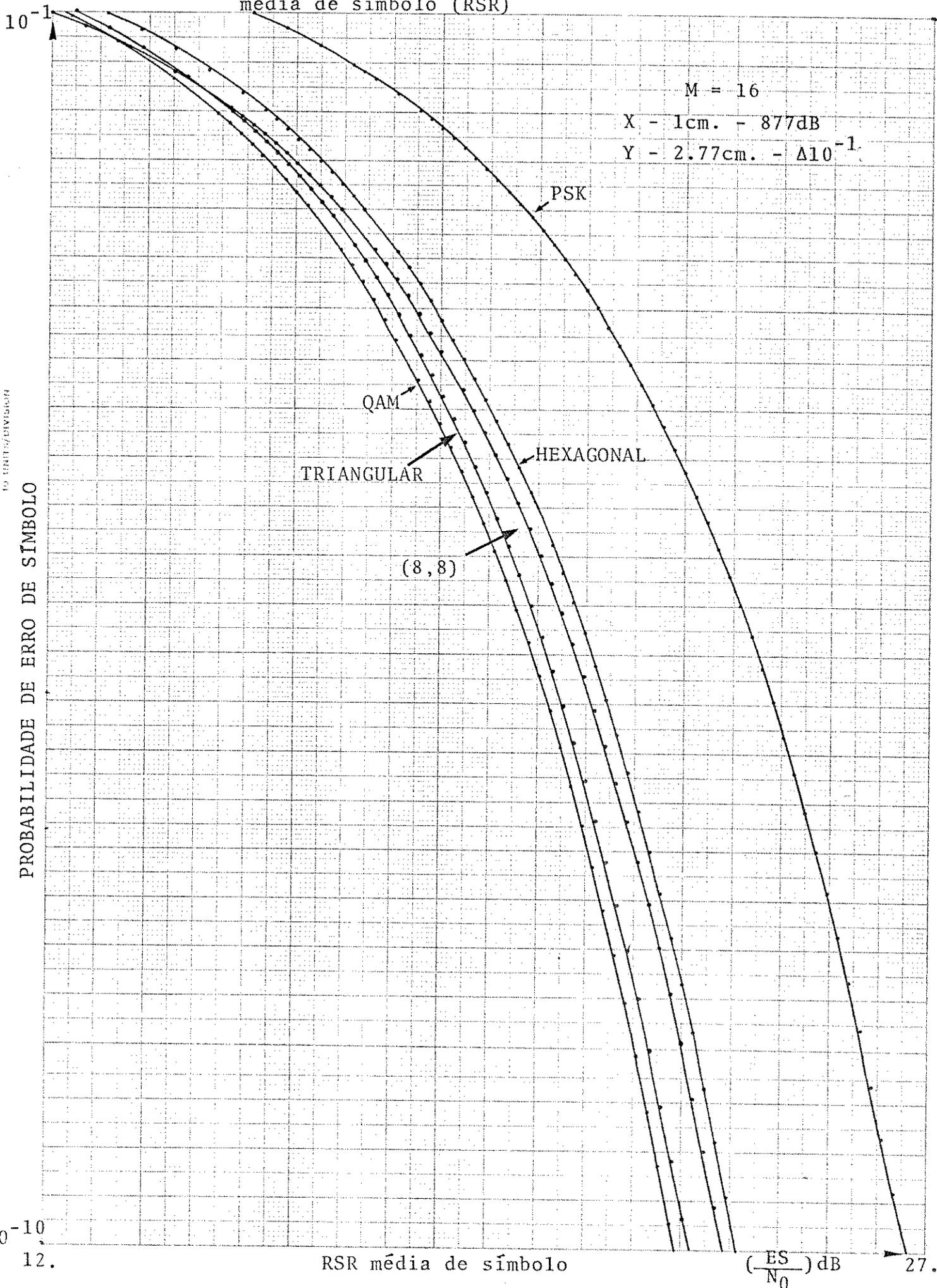


Fig.II.7.6 - Probabilidade de erro de símbolo versus Relação de energia de pico de símbolo (RSR)



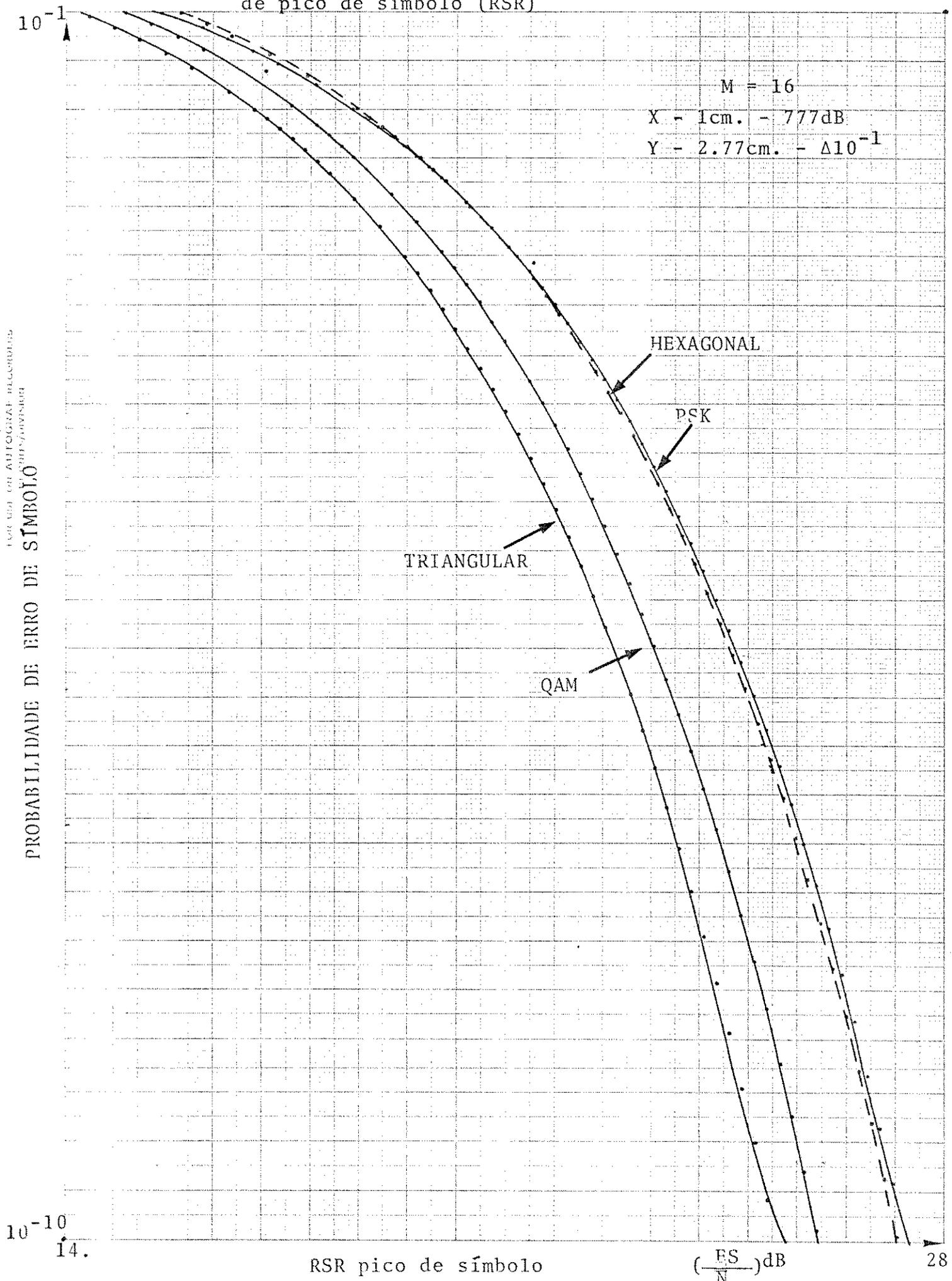
FOR USE ON AUTOGRAPH RECORDERS
 10 UNITS/DIVISION

Fig.II.7.7 - Probabilidade de erro de símbolo versus relação energia média de símbolo (RSR)



19 48173/2151524

Fig.II.7.8 - Probabilidade de erro de símbolo versus relação energia de pico de símbolo (RSR)



FOR USE ONLY AUTOMATIC RECORDED

TABELA I

VALOR MÉDIO

M	Arranjo	$P_e = 10^{-6}$	$P_e = 10^{-7}$
		Penalidade (dB)	Penalidade (dB)
2	PSK	0	0
	Ortogonal	3.011	3.011
4	PSK	0	0
	(1,3)Teórico	1.6836	1.6510
	(1,3)Prático	2.0130	2.00236
8	(1,7)Teórico	0	0
	(1,7)Prático	0.0366	0.0632
	Triangular	0.0732	0.0632
	(4,4)	0.2928	0.2828
	QASK	1.2078	1.1978
	PSK	1.7202	1.7102
16	QAM	0	0
	Triangular	0.0261	0.022
	(8,8)	0.079826	0.7983
	Hexagonal	1.0581	1.071
	PSK	4.0607	4.0432

TABELA II

VALOR DE PICO

M	Arranjo	$P_e = 10^{-6}$	$P_e = 10^{-7}$
		Penalidade (dB)	Penalidade (dB)
2	PSK	0	0
	Ortogonal	3.011	3.011
4	PSK	0	0
	(1,3)Teórico	1.4210	1.276
	(1,3)Prático	1.7010	1.521
8	(1,7)Teórico	0	0
	(1,7)Prático	0.14	0.14
	PSK	0.91	0.945
	Triangular	1.19	3.99
	(4,4)	1.4	0.915
	QASK	2.415	2.415
16	Triangular	0	0
	QAM	0.6216	0.6993
	Hexagonal	1.8038	1.9142
	PSK	1.9425	1.9036

Pode ser visto através das Figs. II.7.2 a II.7.8 que, para baixas relações Energia de símbolo por ruído não existe praticamente um arranjo ótimo. Isto é explicado facilmente tendo-se em vista que, sob esta hipótese, o valor r.m.s. do ruído é da mesma ordem de grandeza do sinal e mais, com uma probabilidade relativamente alta de encontrá-lo com esse valor. Logo, dada a sua característica aleatória, o efeito é deslocar o ponto de sinal de sua região para outras, não necessariamente para as regiões vizinhas e sim para qualquer uma delas como podemos ver através da Fig. II.7.8.

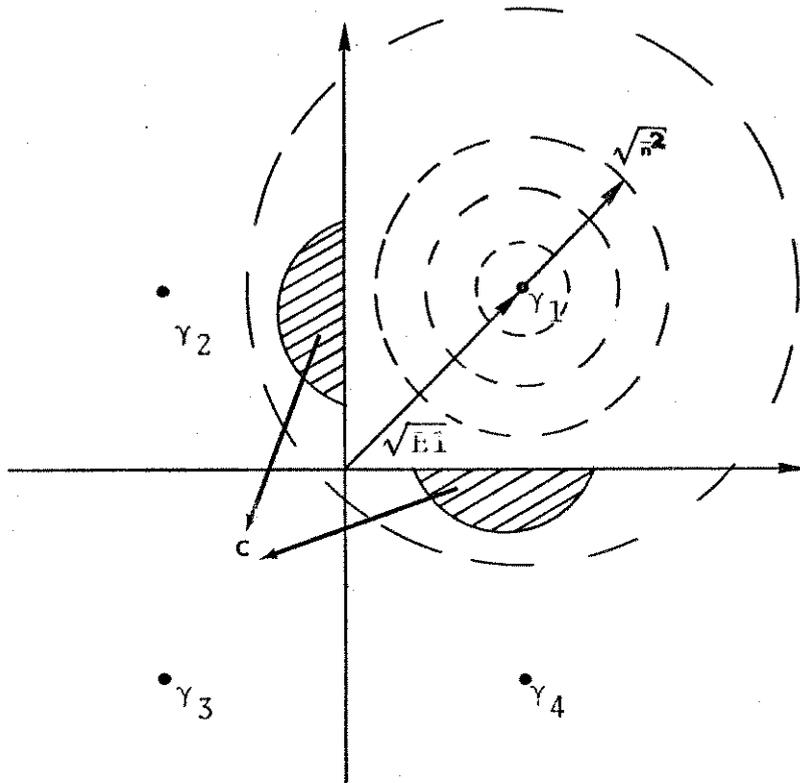


Fig.II.7.8 - Distribuição circular/simétrica do ruído gaussiano

Já para altas relações sinal/ruído (E_s/N_0) o valor r.m.s do ruído é bem pequeno. Só esporadicamente é que teremos o efeito apresentado na Fig. II.7.8, visto que, com probabilidade muito pequena encontraremos valores altos de amplitude do ruído.

Deste modo, a contribuição significativa à integral dada pela Equação II.5.1.3, é a região C, ilustrada na Fig. II.7.8, em que a parte da região de decisão R_1 , está próxima à da região R_2 ou R_4 e também ao ponto de mínima distância γ_1 a γ_2 ou γ_4 .

Portanto, o efeito de ruído (para altas relações sinal/ruído) e, com alta probabilidade, deslocar o ponto (si

nal) de sua região para uma das regiões adjacentes. Logo, um erro de símbolo estará sendo cometido.

Como os símbolos "carregam" \log_2^M bits, onde M é o número de pontos no espaço de sinal, o melhor critério seria a avaliação em termos de probabilidade de erro (média) não de símbolos, mas sim de bits.

Seria interessante que, a cada símbolo associássemos \log_2^M dígitos, e que aos símbolos adjacentes a essa associação apresentassem uma diferença de um dígito. Então a correspondência ou a codificação que fornece um dígito de diferença entre "palavras" de \log_2^M dígitos, é o código de Gray puro. Nem todos os arranjos apresentam tal propriedade e quando isto acontece, diz-se que o código de Gray é impuro, [2.4].

Sob a hipótese de que para altas relações sinal ruído um erro de símbolo adjacente estará sendo cometido, a probabilidade de erro (média) de bits é dada por:

$$P_{e\text{ bit}} = \frac{G_p}{\log_2^M} \cdot P_{e\text{ símbolo}} \quad (\text{II.7.1})$$

onde G_p é a penalidade do código de Gray, que pode ser avaliada como sendo o número médio de erros de bits por erro de símbolo.

A seguir o Quadro II fornece as penalidades do código de Gray para os arranjos da secção II.6 com as devidas associações símbolo-"palavra".

As Figs. II.7.10 a II.7.16 mostram $P_{e\text{ bit}}$ versus....
 E_{bit}/N_0 .

QUADRO II

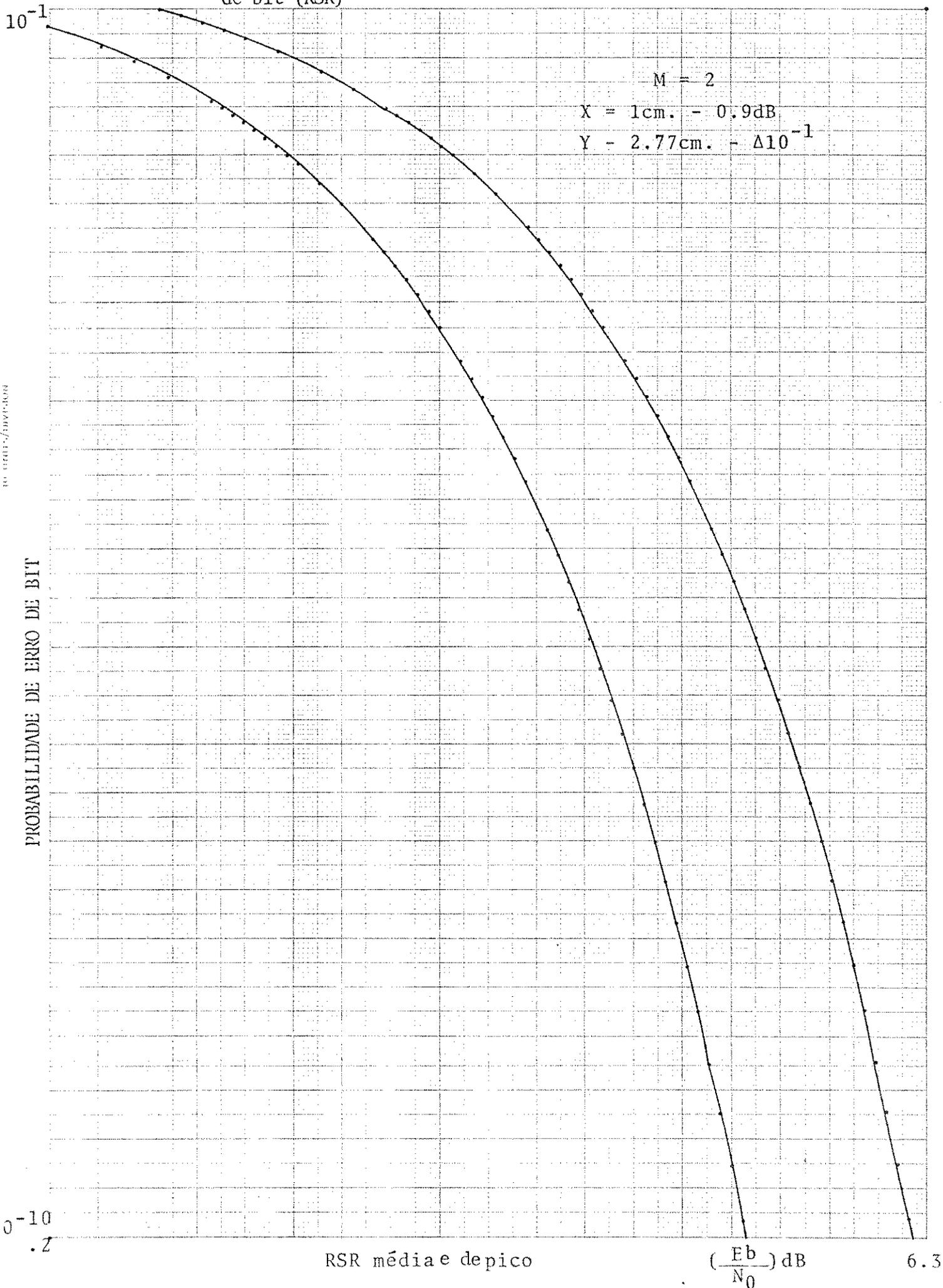
ARRANJO	G_p
PSK-2, ortogonal	1
PSK-4	1
(1,3)	1/3
PSK-8	1
Retangular - 8	1
Triangular - 8	1.2875
(4,4)	1.25
(1,7)	7/8
PSK-16	1
Retangular - 16	1
Triangular - 16	1.44
Hexagonal - 16	1
(8,8)	1.25

A Fig. II.7.17 ilustra o desempenho dos arranjos ótimos de cada grupo. As curvas apresentadas nas Figs. II.7.2a e II.7.17 supõem que os sinais tenham a forma

$$g(t) = \frac{\text{sen}(\pi t/T)}{\pi t/T} \quad (\text{II.7.2})$$

A Fig. II.7.17 enfatiza muito bem a característica faixa-potência, isto é, o quanto necessita aumentar-se a potência do sinal em relação ao ruído para obter uma redução de faixa de \log_2^M .

Fig.II.7.10 - Probabilidade de erro de bit versus relação energia média e de pico de bit (RSR)



INSTITUTO DE PESQUISAS EM ENGENHARIA DE TELECOMUNICAÇÕES
 LABORATÓRIO DE AUTOGRAFIA E REGISTRO
 AV. BRASÍLIA, 3045 - JARDIM BOTÂNICO - SÃO CARLOS - SP

Fig.II.7.11 - Probabilidade de erro de bit versus relação energia média de bit (RSR)

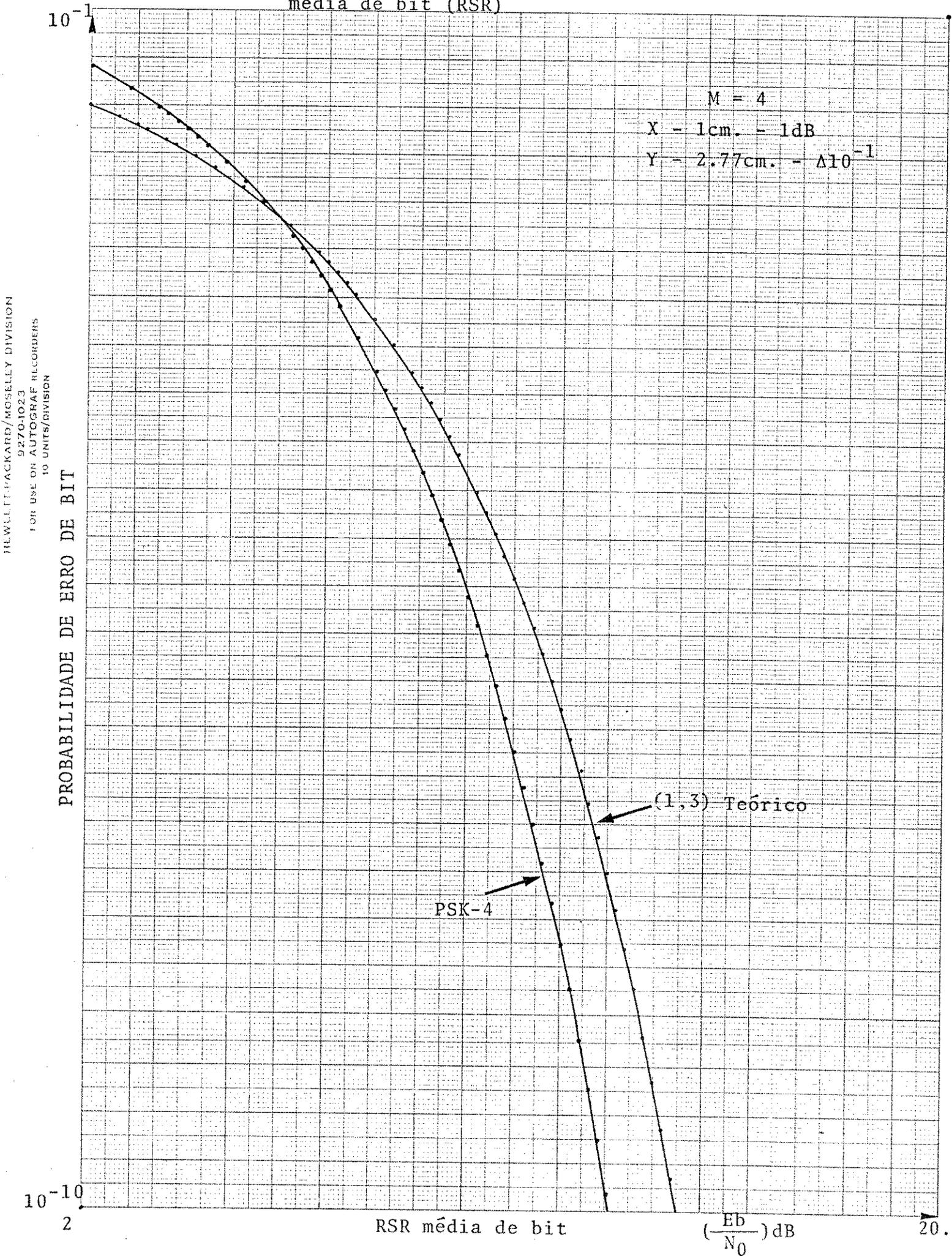
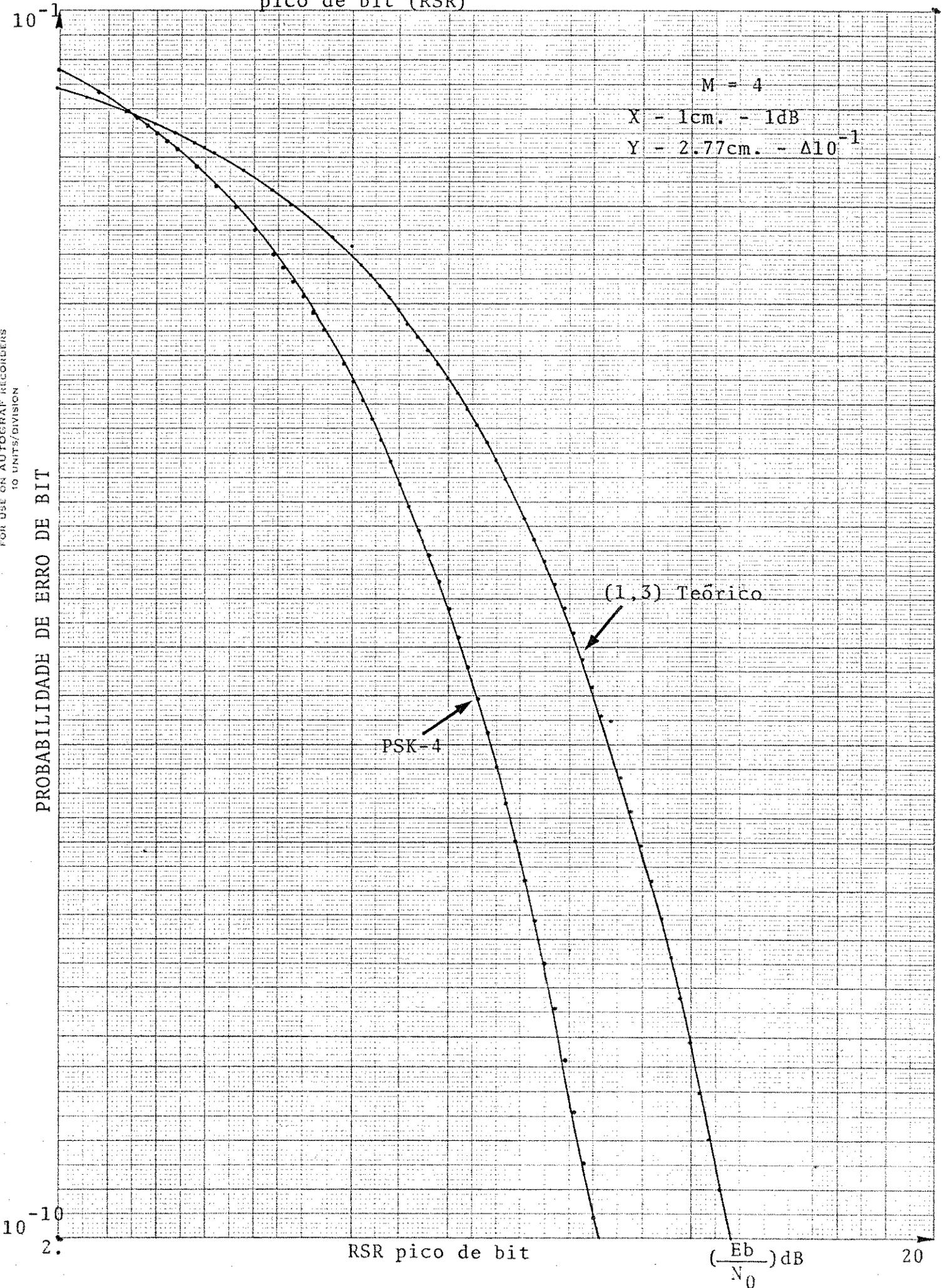
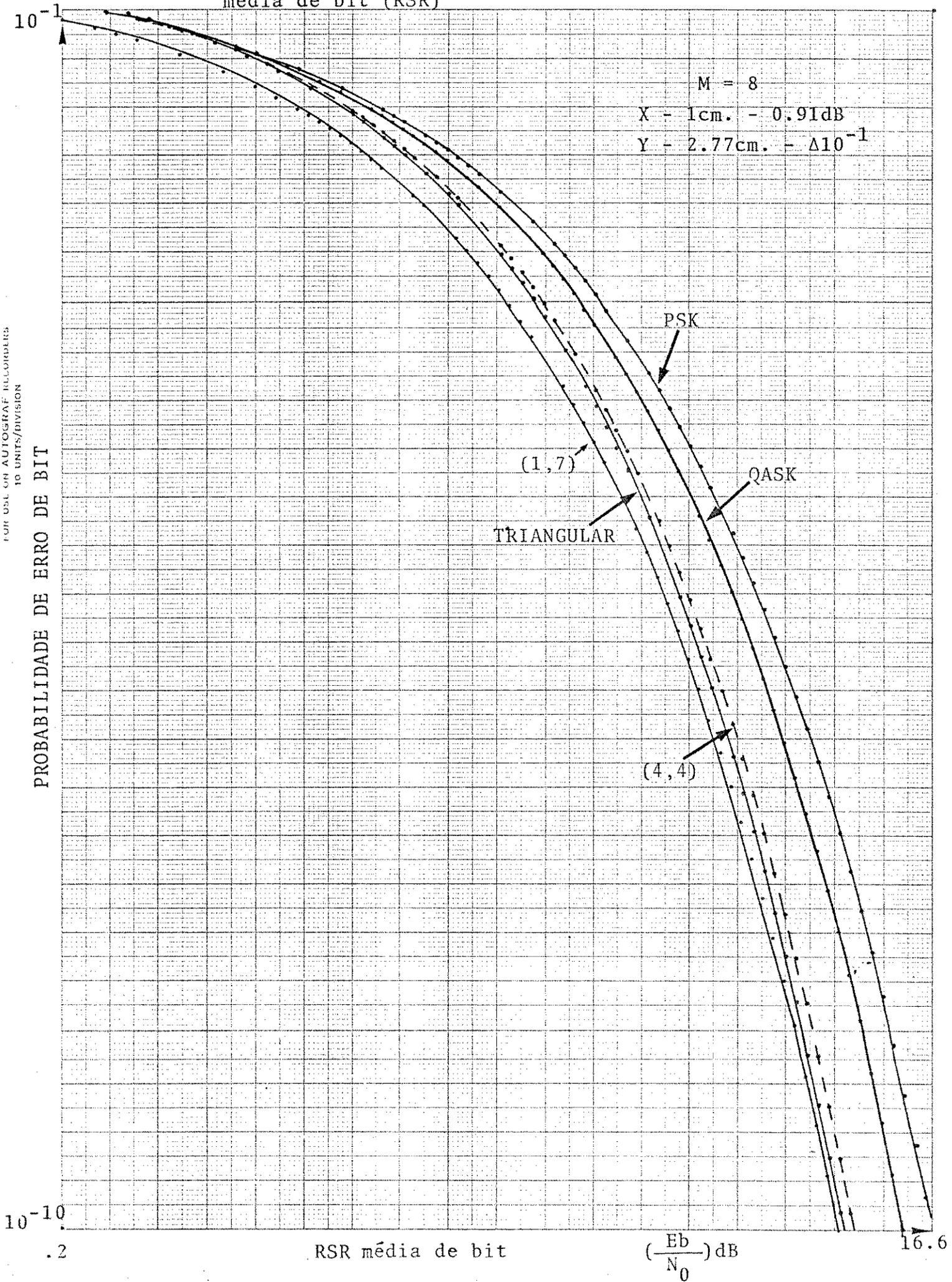


Fig.II.7.12 - Probabilidade de erro de bit versus relação energia pico de bit (RSR)



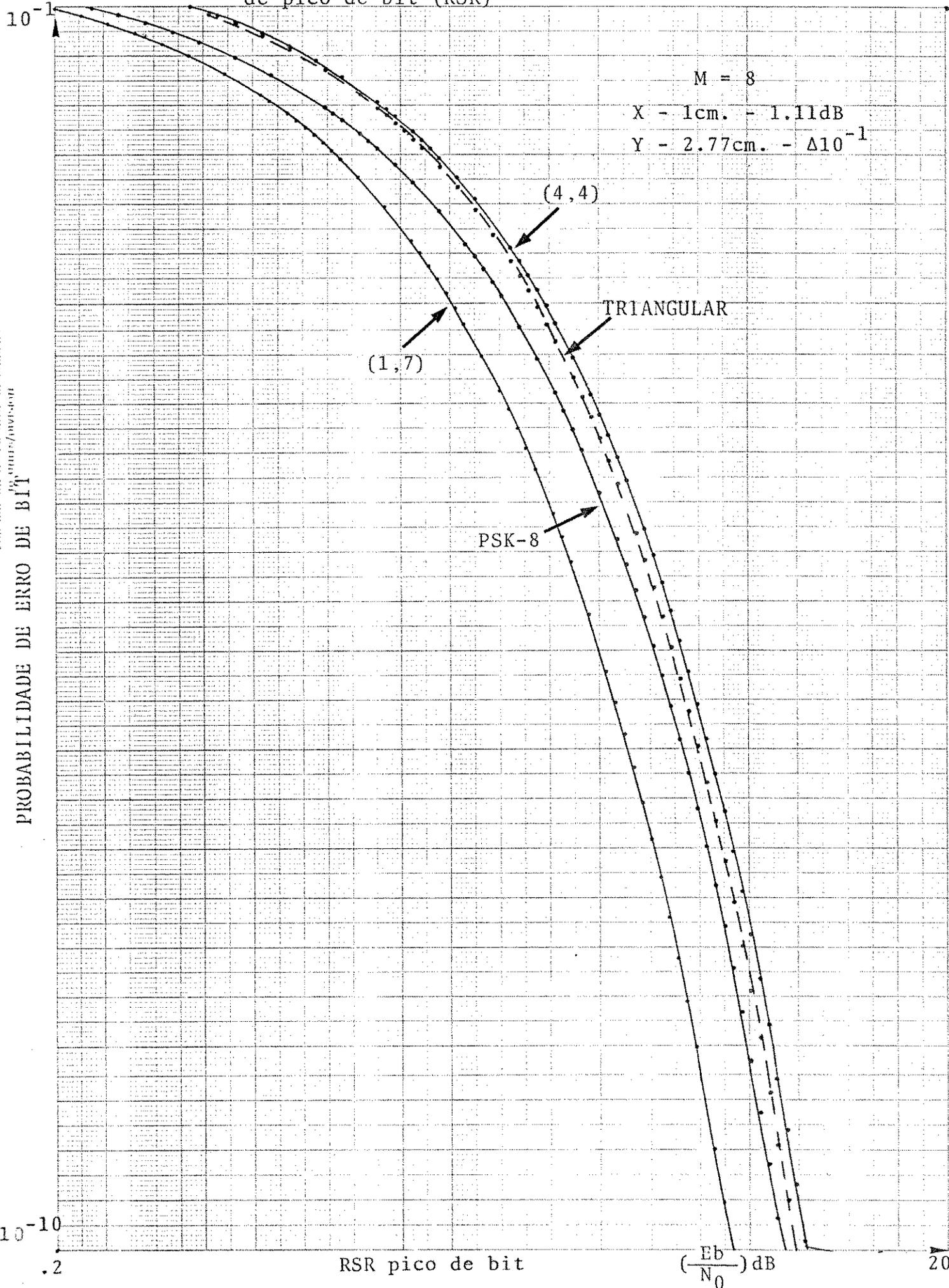
9270-1023
 FOR USE ON AUTOGRAPH RECORDERS
 10 UNITS/DIVISION

FigII.7.13 - Probabilidade de erro de bit versus relação energia média de bit (RSR)



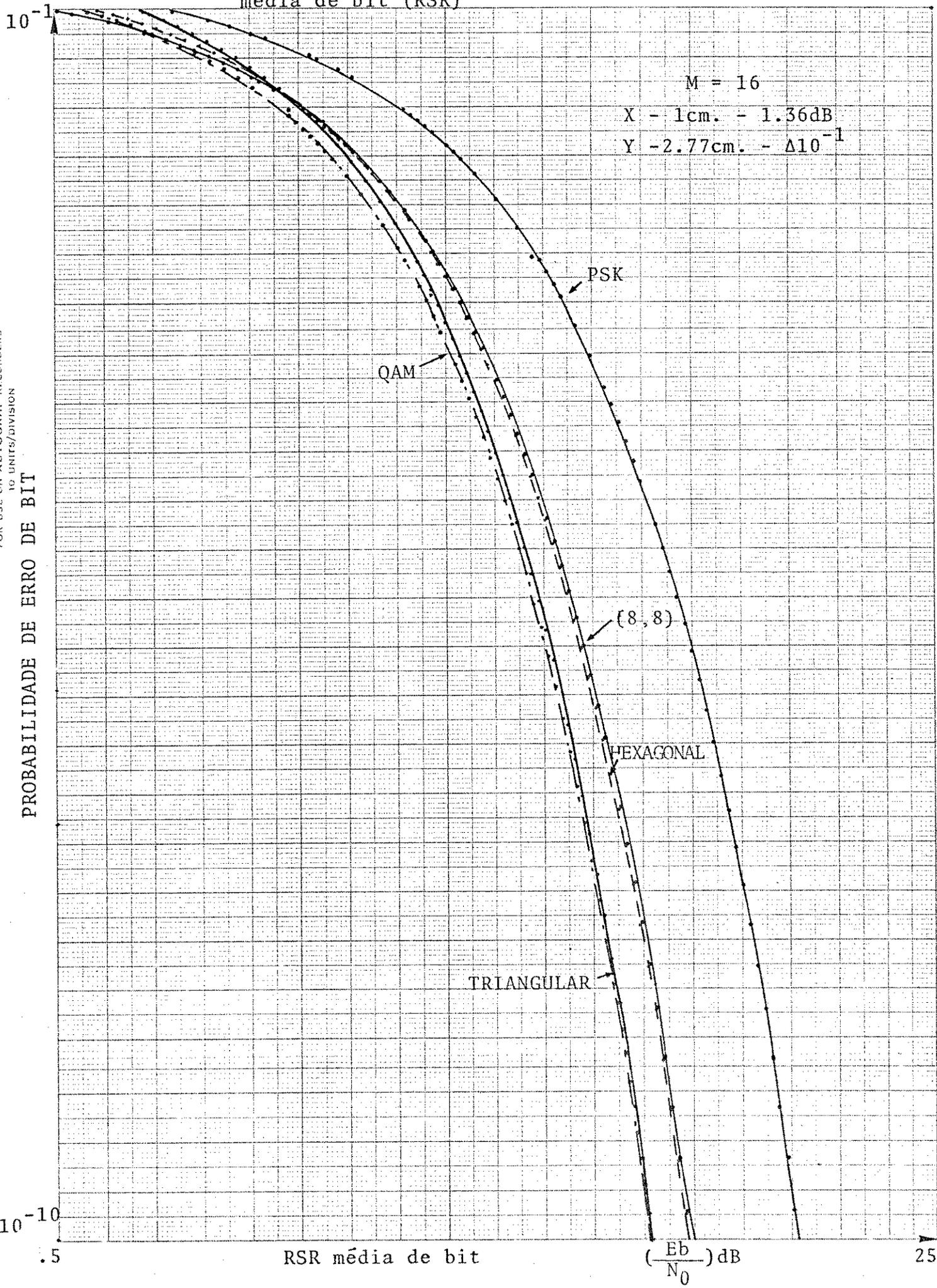
92743 102-1
 FOR USE ON AUTOGRAPH RECORDERS
 10 UNITS/DIVISION

Fig.II.7.14 - Probabilidade de erro de bit versus relação energia de pico de bit (RSR)



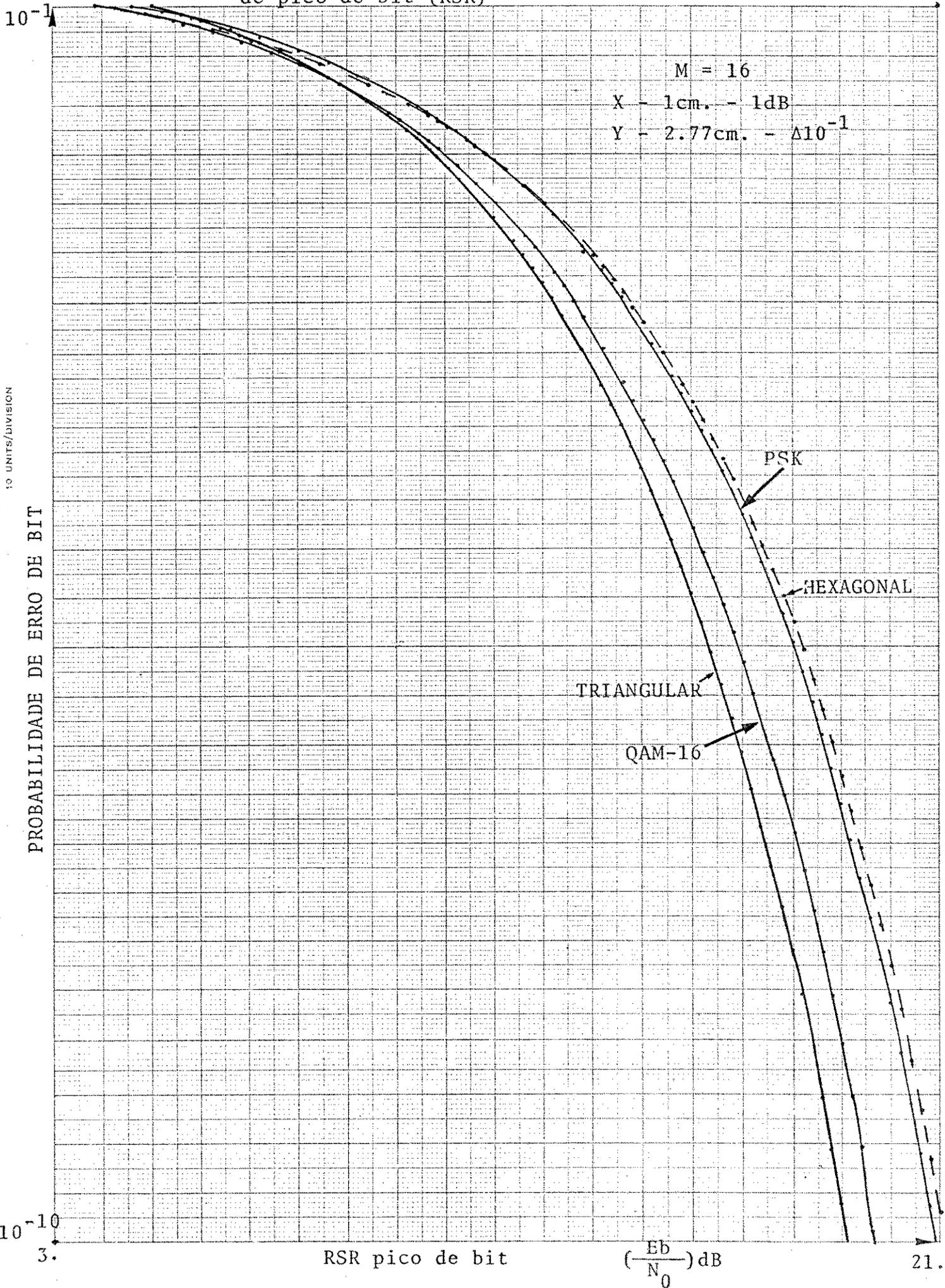
9270-1023
 FOR USE ON AUTOCRAF IN LAMINAR
 IN UNITS/INCHES

Fig.II.7.15 - Probabilidade de erro de bit versus relação energia média de bit (RSR)



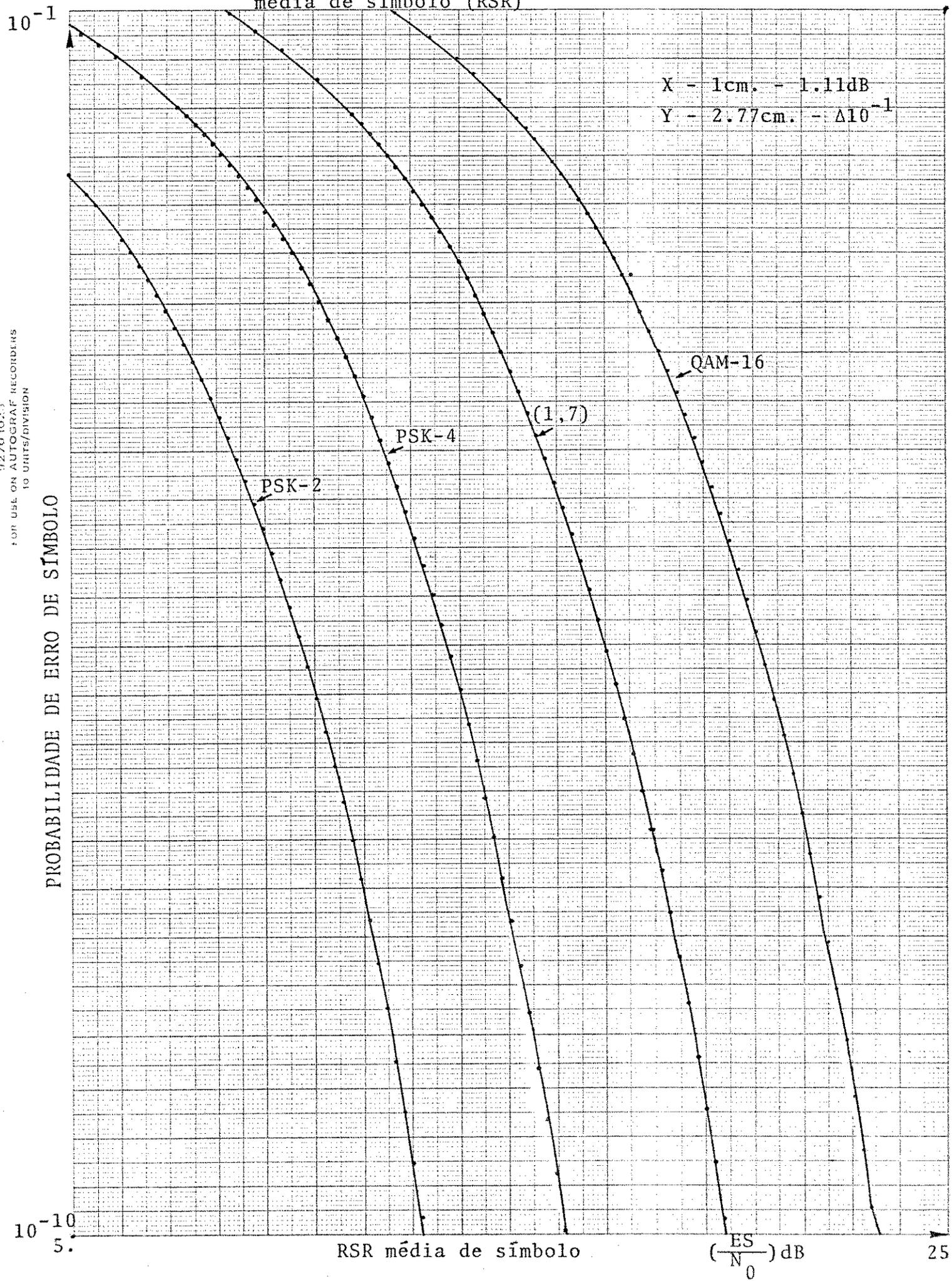
9.270-1023
 FOR USE ON AUTOGRAPH RECORDERS
 10 UNITS/DIVISION

Fig.II.7.16 - Probabilidade de erro de bit versus relação energia de pico de bit (RSR)



9270-1023
 FOR USE ON AUTOGRAPH RECORDERS
 10 UNITS/DIVISION

Fig.II.7.17 - Probabilidade de erro de símbolo versus relação energia média de símbolo (RSR)



9274 102.3
 FOR USE ON AUTOGRAF RECORDERS
 10 UNITS/DIVISION
 HEWLETT PACKARD/MOSELEY DIVISION

Obviamente a condição de que os sinais tenham a forma dada acima é irrealizável, sendo portanto a condição em que o sistema apresenta seu desempenho ótimo.

Presumindo-se que os sinais tenham a forma do cos seno levantado

$$g(t) = \frac{\sin \pi t/T}{\pi t/T} \cdot \frac{\cos \alpha \pi t/T}{1 - 4\alpha^2 t^2/T^2} \quad (\text{II.7.3})$$

então a faixa em banda base será:

$$W = \frac{(1 + \alpha)}{2T} \quad (\text{II.7.4})$$

Com modulação, terão então uma faixa dada por:

$$B = 2W = \frac{(1 + \alpha)}{T} \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (\text{II.7.5})$$

onde α - é a quantidade em excesso da mínima faixa de Nyquist dividido pela faixa de Nyquist

T - tempo de duração do sinal

Admitindo-se que a fonte possua uma taxa dada por:

$$R = \frac{1}{T} \log_2^M \text{ bits/segundo} \quad (\text{II.7.6})$$

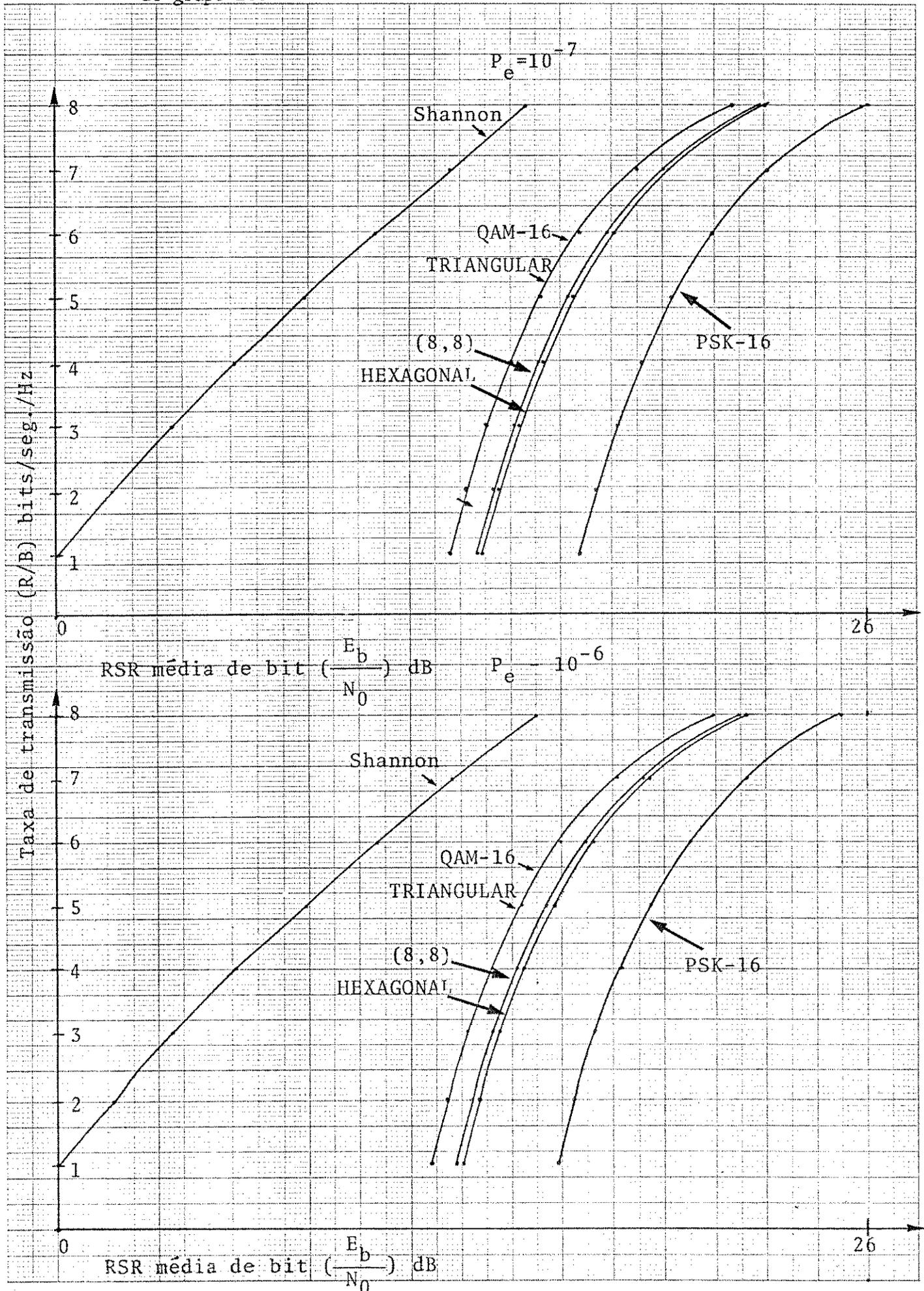
onde M é o número de mensagens igualmente prováveis, a relação $\frac{\text{bits}}{\text{seg.}} / \text{Hz}$ é:

$$\frac{R}{B} = \frac{\log_2^M}{(1+\alpha)} \quad \text{e} \quad \frac{E_{\text{bit}}}{N_0} = \frac{1}{\log_2^M} \cdot \frac{E_s}{N_0} \quad (\text{II.7.7})$$

A Fig. II.7.18 mostra a taxa de transmissão medida em $\frac{\text{bits}}{\text{seg.}} / \text{Hz}$ versus E_b/N_0 para valores de P_{eb} iguais a 10^{-6} e 10^{-7} . Também inclui a capacidade máxima prevista por Shannon, cuja expressão é:

$$\frac{R}{B} = \log_2 \left(1 + \frac{R E_{\text{bit}}}{B N_0} \right) \quad (\text{II.7.8})$$

Fig.II.7.18-Taxa de transmissão (R/B) bits/seg./Hz versus E_b/N_0 média, para arranjos do grupo 16.



9270 10273
 FOR USE OF AUTOMATIC LABORATORIES
 10 UNITS/DIVISION

Além dos parâmetros, P_{ebit} , E_b/N_0 , R/B , B , alguns outros são também significativos, os quais devem ser levados em consideração quando da avaliação dos diversos arranjos.

Define-se intervalo dinâmico (ID) como sendo a relação da energia máxima de um sinal pertencente a um arranjo pela energia mínima. Este parâmetro fornecerá portanto, um valor que é útil para a determinação do intervalo linear do dispositivo que fará a amplificação dos sinais.

Define-se coeficiente de empacotamento como a energia média de um dado arranjo, ou equivalente, à relação da "potência média do sinal", dividido pelo quadrado da distância de Gilbert. A distância de Gilbert é definida como a menor distância de um ponto no espaço de sinal ao contorno da região de decisão. Logo, o coeficiente de empacotamento é dado por:

$$C_p = \frac{P_M}{\delta^2} \quad (\text{II.7.9})$$

onde δ - é a distância de Gilbert.

O Quadro III apresenta os coeficientes de empacotamento de todos os arranjos apresentados na secção anterior.

Como podemos perceber, existe uma correlação grande entre coeficiente de empacotamento e o arranjo ótimo avaliado através da probabilidade de erro.

QUADRO III

GRUPO	FORMA	COEFICIENTE DE EMPACOTAMENTO
2	PSK	1
	Ortogonal	2
4	PSK	2
	(1,3)	3
8	PSK	6.828
	(1,7)	4.648
	Retangular	6.0
	Triangular	4.5
	(4,4)	4.732
16	PSK	26.274
	Retangular	10.0
	Triangular	10.0
	Hexagonal	11.0
	(8,8)	12.01
	(1,5,10)	7.424

Portanto, quanto menor o coeficiente de empacotamento, melhor o desempenho do sistema que utilizará tal arranjo.

II.8 - OBSERVAÇÕES GERAIS

Como podemos observar nas Figs. II.7.3 e II.7.5, o desempenho apresentado pelos arranjos (1,3), (1,7) ótimos (teórico) quando comparado com os arranjos (1,3), (1,7) subótimos (prático) é praticamente desprezível.

Isto tem uma explicação muito simples e qualitativa que pode ser observado através da Fig. II.8.1.

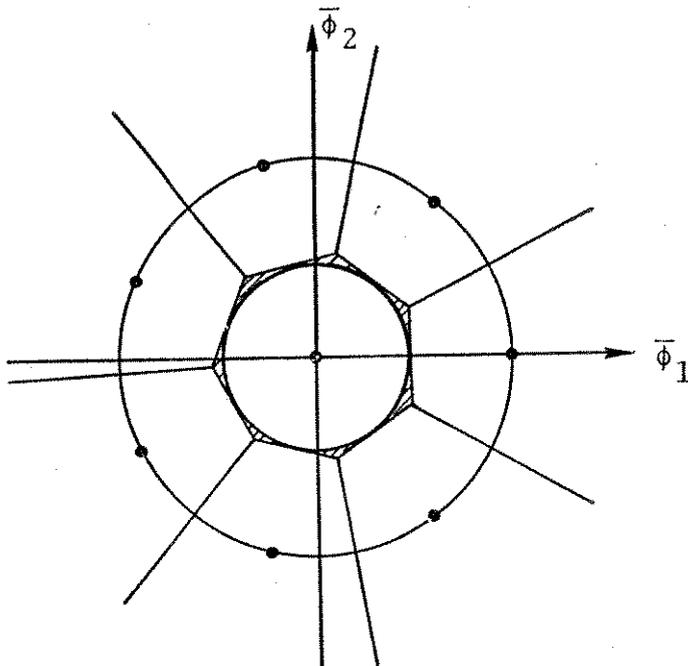


Fig. II.8.1 - Diferença de área geométrica entre as regiões de decisões ótimas e subótimas para o arranjo (1,7)

Como foi mencionado anteriormente, a probabilidade de erro é dada através da área sob a curva da densidade de probabilidade limitada a um intervalo, que é uma função da distância do ponto de sinal à fronteira da região de decisão (argumento rigoroso). Utilizando um argumento não muito rigoroso poderíamos associar a área geométrica da região de decisão à probabilidade de acerto. Portanto, em uma região com grande área, obviamente há muito mais oportunidades de encontrarmos o sinal recebido. Utilizando-se deste argumento, então a diferença de área (geométrica) entre o sis

tema considerado ótimo para o subótimo é aquela achuriada. Portanto, muito pequena. As demais, permanecem inalteradas. Logo, o desempenho deve ser praticamente o mesmo. Já para o arranjo (1,3) (Fig.II.8.2), a diferença de áreas é maior. Portanto, deve apresentar um desempenho um pouco pior. Isto é facilmente constatado pelas Figs. II.7.3 e II.7.5.

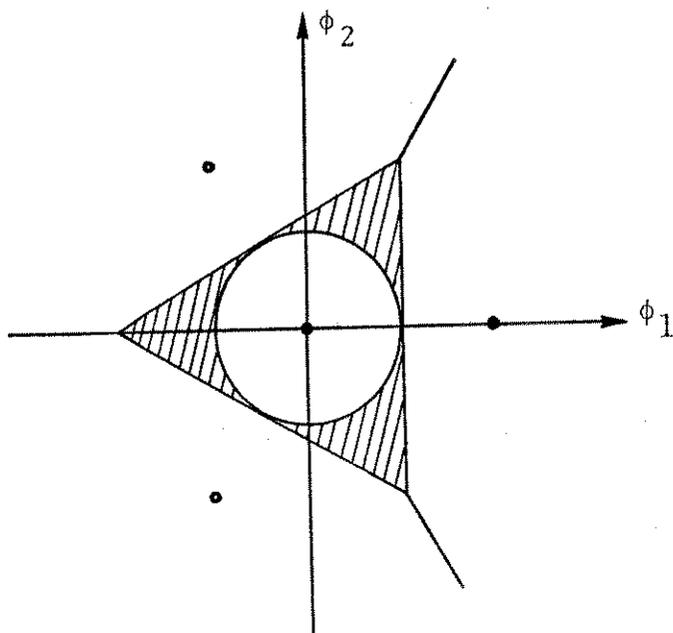


Fig. II.8.2 - Diferença de área geométrica entre regiões de decisões ótimas e subótimas para o arranjo (1,3)

Para o circular (4,4) e (8,8), utilizando-se deste argumento chega-se à conclusão de que o desempenho é bastante deteriorado, visto que as diferenças de áreas são comparativamente bem maiores.

Com relação à complexidade de implementação física, deve-se observar que devem ser gerados no receptor todos os contornos das regiões de decisão. Por isso, a combinação de comparadores, detetores de fase e conversores A/D cresce à medida que aumentamos o número de pontos no espaço de sinal, trazendo como consequência uma complexidade ao sistema. Por outro lado, empregando o sistema subótimo, a complexidade fica bastante reduzida, visto que necessitaríamos apenas de detetores de fase e de amplitude para a implementação.

Ficou demonstrado que empregando-se símbolos de um alfabeto M-ário, a faixa de ocupação fica reduzida de \log_2^M , uma vez que a mesma só depende da taxa de símbolos ($1/T$), e mais, que para uma mesma P_e o sistema MAPSK necessitava de uma menor relação energia de símbolo por densidade de ruído. Além disso, a taxa de transmissão $\frac{\text{bits}}{\text{seg.}}/\text{Hz}$ para uma mesma relação sinal/ruído é maior. Tudo isto em relação ao sistema MPSK.

A conclusão que se tira é de que o sistema MAPSK seria uma outra opção em termos de redução de faixa, já que poderíamos utilizar da técnica de compressão de dados em banda base.

Os resultados obtidos para a P_e símbolo teórico foram comparados com os apresentados por [2.1] sendo altamente coincidentes. Porém, a equação dada por [2.1] é geral, podendo ser utilizada para qualquer arranjo, desde que sejam fornecidas as coordenadas dos pontos. Para o caso aqui estudado, cada arranjo proposto deve ser enquadrado em um dos métodos A, B ou C para que se possa determinar uma expressão que o caracterizará.

CAPÍTULO III

PROPOSIÇÃO DE UM TRANSMISSOR QAM-16

III.1 - Introdução;

III.2 - Descrição da proposição;

III.3 - Solução para a proposição;

III.4 - Observações gerais.

III.1 - INTRODUÇÃO

Neste Capítulo será proposto um transmissor utilizando 16 símbolos distribuídos uniformemente no Espaço de Sinal, objetivando a transmissão de sinais digitais (PCM, DELTA, etc).

Especificamente, estará sendo analisado um transmissor que utiliza o processo de modulação em quadratura (Q.A.M.).

A seguir, mostra-se como obter transmissores que empregam as técnicas PSK 2, PSK 4 (tanto coerente como diferencial), "PSK-8", ASK-4, QASK-8, retangular-8, MAPSK-8 (circular (4-4)), a partir do transmissor QAM-16.

Sob o ponto de vista global do transmissor empregando modulação em quadratura, algumas propriedades tais como:

- a - versatilidade do transmissor QAM-16;
- b - simplicidade de implementação;
- c - melhor desempenho; etc...

nos permitem concluir que esta é a técnica que reúne a maior quantidade de parâmetros fundamentais que caracterizam os sistemas de comunicações digitais.

III.2 - DESCRIÇÃO DA PROPOSIÇÃO

Tomando como base a Fig. II.3.1, a preocupação principal deste Capítulo estará voltada para o codificador de canal.

Equivalentemente, estar-se-á interessado na determinação da transformação Γ_2 , a qual realizará de maneira "ótima" a conversão da palavra digital α_i na respectiva forma de onda associada a β_i .

Tomando agora os arranjos apresentados no grupo constituído de 16 pontos no espaço de sinal e juntamente com a Fig. II.7.6, que fornece o desempenho dos sistemas utilizando cada um dos arranjos propostos, vê-se que o arranjo retangu

lar ou QAM-16 apresenta para uma dada probabilidade de erro a menor relação energia média do sinal pela densidade espectral do ruído, a maior taxa de transmissão $\frac{\text{bits}}{\text{sec}}$ /Hz, o menor coeficiente de empacotamento, um dos menores intervalos dinâmicos e a menor penalidade do código de Gray. Logo, ele é o arranjo ótimo dentro deste grupo.

Como foi mencionado anteriormente, a forma de onda associada a cada elemento pertencente ao espaço V, é dada por:

$$\gamma_i(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \left(a_i g(t) \cdot \cos \omega_0 t - b_i g(t) \cdot \sin \omega_0 t \right) \quad (\text{III.2.1})$$

com

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ i = 1, 2, 3, \dots, 16 \\ g(t) \rightarrow \text{forma de onda apropriada para a transmissão.} \end{array} \right.$$

A Fig. III.2.1 mostra o arranjo retangular como os respectivos valores do par (a_i, b_i) . Estes são os valores ótimos para esta distribuição.

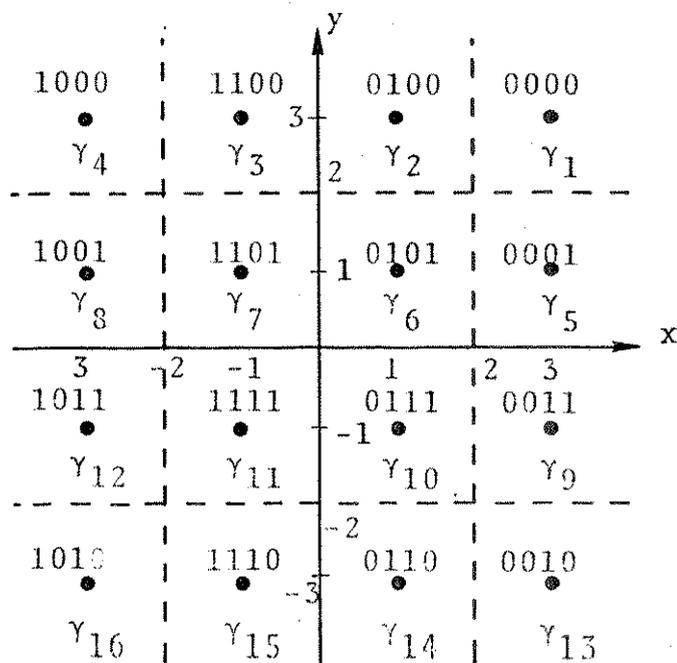


Fig. III.2.1 - Arranjo retangular (QAM-16)

Também na Fig. III.2.1 fica estabelecida a transformação Γ_2 , ou seja, a cada palavra digital foi associado um par (a_i, b_i) . Observe-se também que a distância de Hamming entre símbolos adjacentes é unitária. Como consequência, um erro de símbolo adjacente causará o erro de um bit na palavra digital; logo, o código é o de Gray puro.

Para a implementação física da transformação Γ_2 estabelecer-se-á o seguinte critério: a palavra A B C D será transmitida na ordem D C B A.

III.3 - SOLUÇÃO PARA A PROPOSIÇÃO

O modelo matemático, em que estará assentada a solução para a proposição, é dado por:

$$\gamma_i(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \left(a_i \cdot g(t) \cdot \cos \omega_0 t - b_i \cdot g(t) \cdot \sin \omega_0 t \right) \quad (\text{III.3.1})$$

A transformação Γ_2 diz que uma palavra digital de comprimento 4 está associada a uma forma de onda dada por $\gamma_i(t)$. Logo, à entrada do transmissor, deverá haver 4 flip-flops para que se possa armazenar os 4 dígitos da palavra digital (codificação usando código de blocos).

Dado que os dígitos chegam em seqüência, por conseguinte, armazenados do mesmo modo, torna-se necessário um outro armazenador para que se possa caracterizar a existência real de Γ_2 . Portanto, a entrada do transmissor deve conter um conversor série/paralelo de 4 bits, isto é, a cada quatro pulsos do relógio deveremos ter 4 dígitos armazenados em (A). Acontecendo isto, uma onda de controle deverá transferi-los para o registro (B) como apresenta a Fig. III.3.1, a seguir.

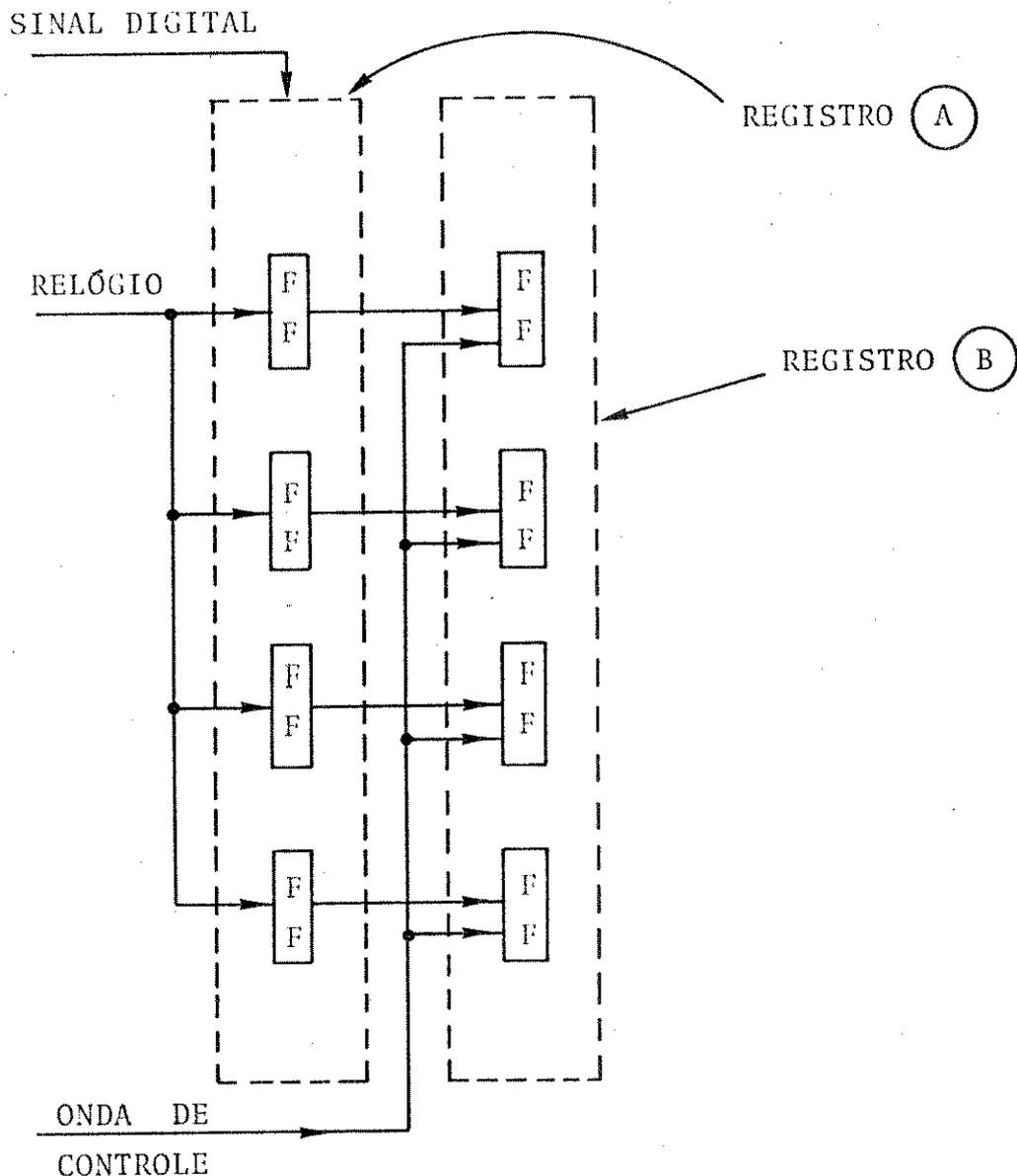


Fig. III.3.1 - Conversor sêrie/paralelo

A justificativa para este procedimento é óbvia. Agora, analisando-se a Fig. III.2.1 vê-se que os sinais, ou equivalentemente, as componentes em fase (a_i) e em quadratura (b_i) são independentes, ou seja, dado um valor para a_i , o valor relativo à ordenada poderá ser qualquer um dos quatro valores permitidos. Então, poderemos agrupar 2 bits para estabelecer a cada combinação um determinado valor dos a_i 's e b_i 's. De acordo com a Fig. III.2.1 tem-se:

A	B	a_i	C	D	b_i
0	0	3	0	0	3
0	1	1	0	1	1
1	1	-1	1	1	-1
1	0	-3	1	0	-3

Assim os dígitos armazenados no registro (B) deverão ser ordenados de tal modo a realizarem essas associações e satisfazerem a padronização da transformação Γ_2 .

A este ponto, torna-se necessário especificarmos $g(t)$. Suponhamos que $g(t) = 1$ para $-\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}$; então, as saídas agrupadas do registro (B) irão comandar um conjunto de chaves de tal modo a obter os respectivos valores dos coeficientes que irão modular em amplitude a portadora, como pode ser comprovado através da seguinte equação:

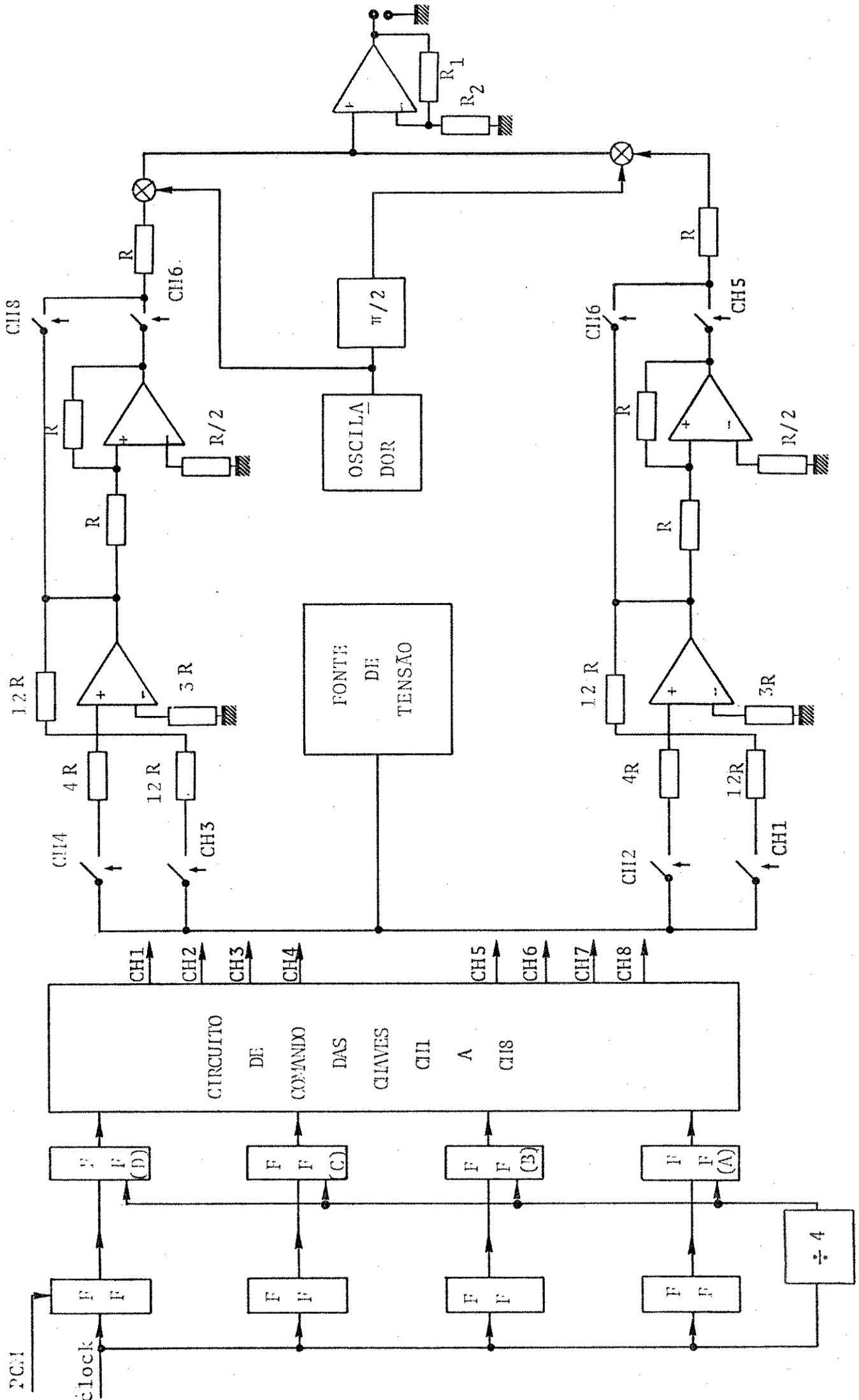
$$\gamma_i(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} (a_i \cos \omega_0 t - b_i \sin \omega_0 t) \quad (\text{III.3.2})$$

Porisso, o esquema associado a este modelo é mostrado na Fig. III.3.2.

A implementação do circuito lógico que comandará a acionamento das chaves, é obtido da Tabela Verdade estabelecida abaixo:

TABELA VERDADE

A B C D	CH1	CH2	CH3	CH4	CH5	CH6	CH7	CH8
0 0 0 0	0	1	0	1	1	0	1	0
0 0 0 1	0	1	1	0	1	0	1	0
0 0 1 0	0	1	0	1	1	0	0	1
0 0 1 1	0	1	1	0	1	0	0	1
0 1 0 0	1	0	0	1	1	0	1	0
0 1 0 1	1	0	1	0	1	0	1	0
0 1 1 0	1	0	0	1	1	0	0	1
0 1 1 1	1	0	1	0	1	0	0	1
1 0 0 0	0	1	0	1	0	1	1	0
1 0 0 1	0	1	1	0	0	1	1	0
1 0 1 0	0	1	0	1	0	1	0	1
1 0 1 1	0	1	1	0	0	1	0	1
1 1 0 0	1	0	0	1	0	1	1	0
1 1 0 1	1	0	1	0	0	1	1	0
1 1 1 0	1	0	0	1	0	1	0	1
1 1 1 1	1	0	1	0	0	1	0	1



Modulo adaptado

Fig.III.3.2 - Transmissor QAM-16
Módulo Adaptável

A Tabela Verdade, se analisada detalhadamente, permite-nos associar os dígitos A B C D às seguintes chaves:

B - CH1	A - CH5
\bar{B} - CH2	\bar{A} - CH6
D - CH3	C - CH7
\bar{D} - CH4	\bar{C} - CH8

Basta, pois referenciar as saídas Q e \bar{Q} dos flip-flops dos respectivos dígitos às chaves mencionadas acima.

Ainda com respeito à Fig. III.3.2, o defasador de $\pi/2$ radianos pode ser implementado como faz ver a Fig. III.3.3.

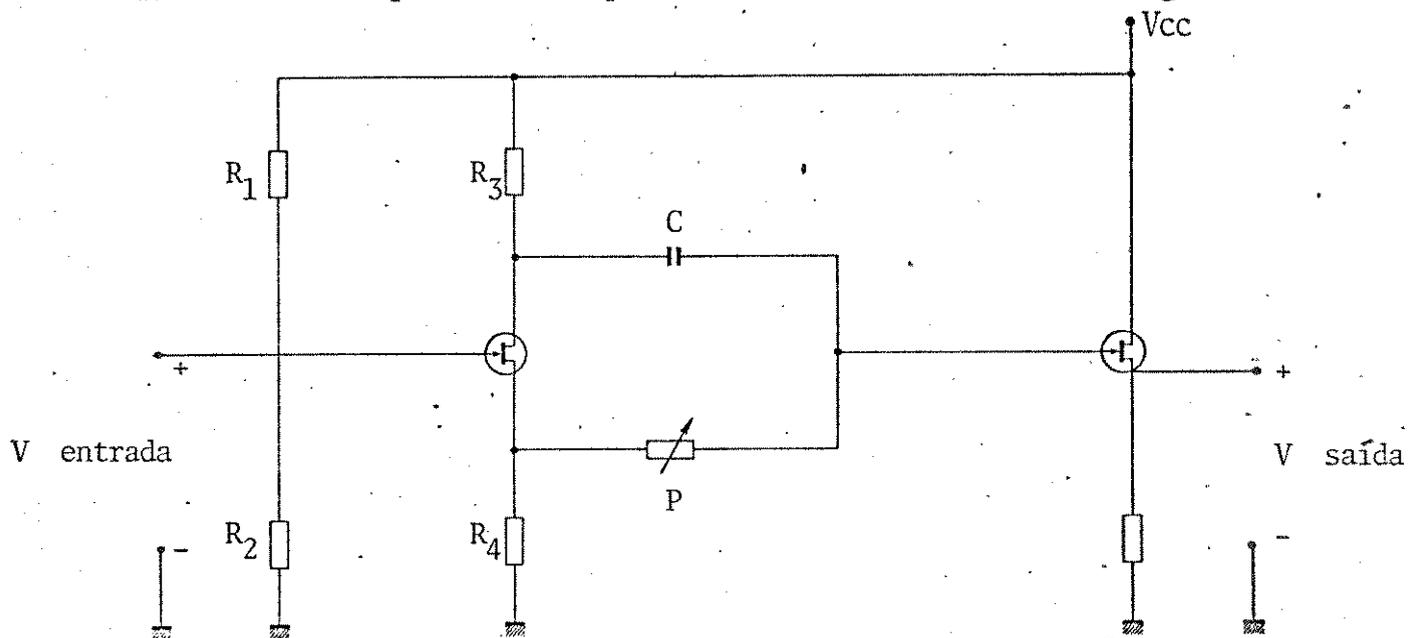


Fig. III.3.3 - Circuito defasador de 90°

A fonte de tensão mencionada na Fig. III.3.2 ser pode ser implementada segundo o esquema apresentado na Fig. III.3.4.

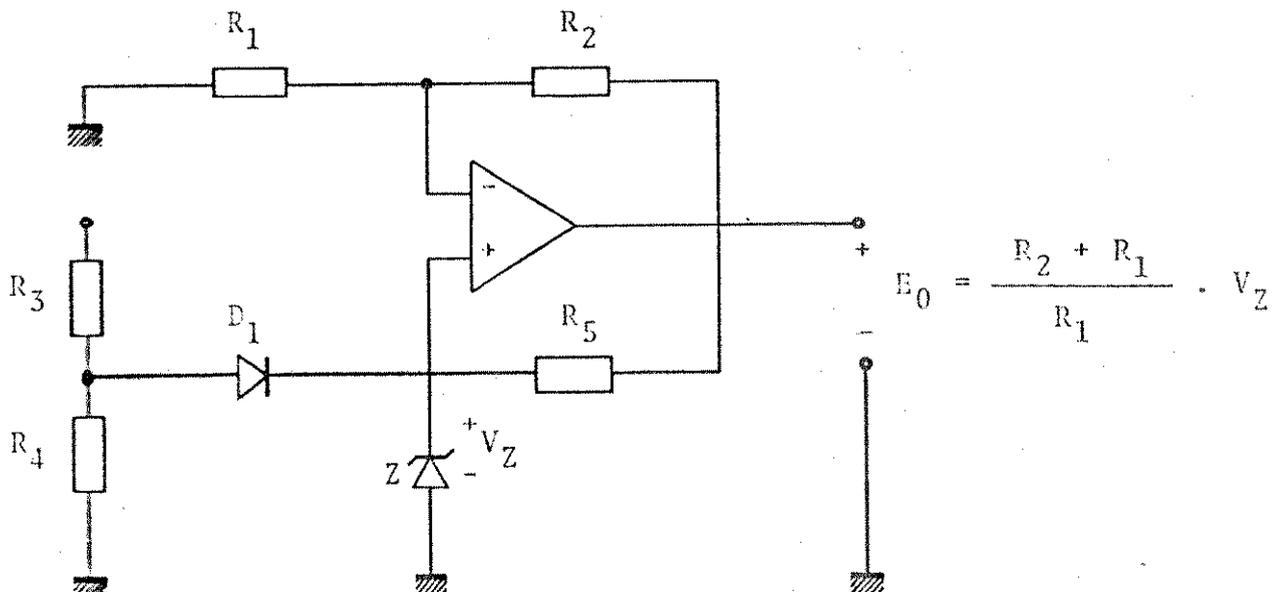


Fig. III.3.4 - Fonte de Tensão

Os pulsos retangulares com rápido tempo de subida a apresentam um espectro de faixa larga, logo, de pouco interesse prático. Conformação de pulsos e filtragem são empregados com o objetivo de confinar o sinal ao canal de rádio. Se o pulso é apropriadamente conformado, o espectro do sinal modulado pode teoricamente ser alocado para uma faixa iguala duas vezes a taxa de símbolos. Deste modo, se faz necessária a adição ao esquema da Fig. III.3.2 dos seguintes circuitos:

- 1 - Diferenciador
- 2 - Retificador de onda completa
- 3 - Sistema com função de transferência $G(f)$

Por conseguinte, este novo esquema (mais geral) terá a característica apresentada na Fig. III.3.5.

Na suposição de que o sistema esteja para ser utilizado em comunicação ponto a ponto, o relógio é obtido da própria fonte geradora das palavras digitais (ou trem de pulsos binários). Para emprego em comunicação em longa distância, nas estações repetidoras, haverá a necessidade de acrescentar um circuito que forneça tal informação. Como na maioria dos sistemas utilizando de detecção coerente emprega-se um tom piloto, aqui também poderia ser aplicado o mesmo procedimento e utilizando-se um valor conveniente para o mesmo, poder-se-ia obter não só o relógio como também o sincronismo de símbolos e obviamente o da portadora. Para que a hipótese mencionada acima possa ser amplamente satisfeita, o circuito empregado deve conter necessariamente u'a malha de amarramento de fase (P.L.L.), ou, uma outra possibilidade, seria um circuito tanque. Este, apresentando um desempenho razoável, aplicável para pequenas taxas de transmissão.

A partir deste ponto, deseja-se mostrar que o transmissor apresentado tanto na Fig. III.3.2 como na III.3.5 é um transmissor "geral". Com isso, o que se pretende é deixar evidenciado que, sob um comando externo, ou, equivalentemente, trocando-se o "módulo adaptável", consegue-se modificar a estrutura básica dando amplas condições de acomodar o transmissor para a utilização de outros arranjos com menor número de pontos (sinais).

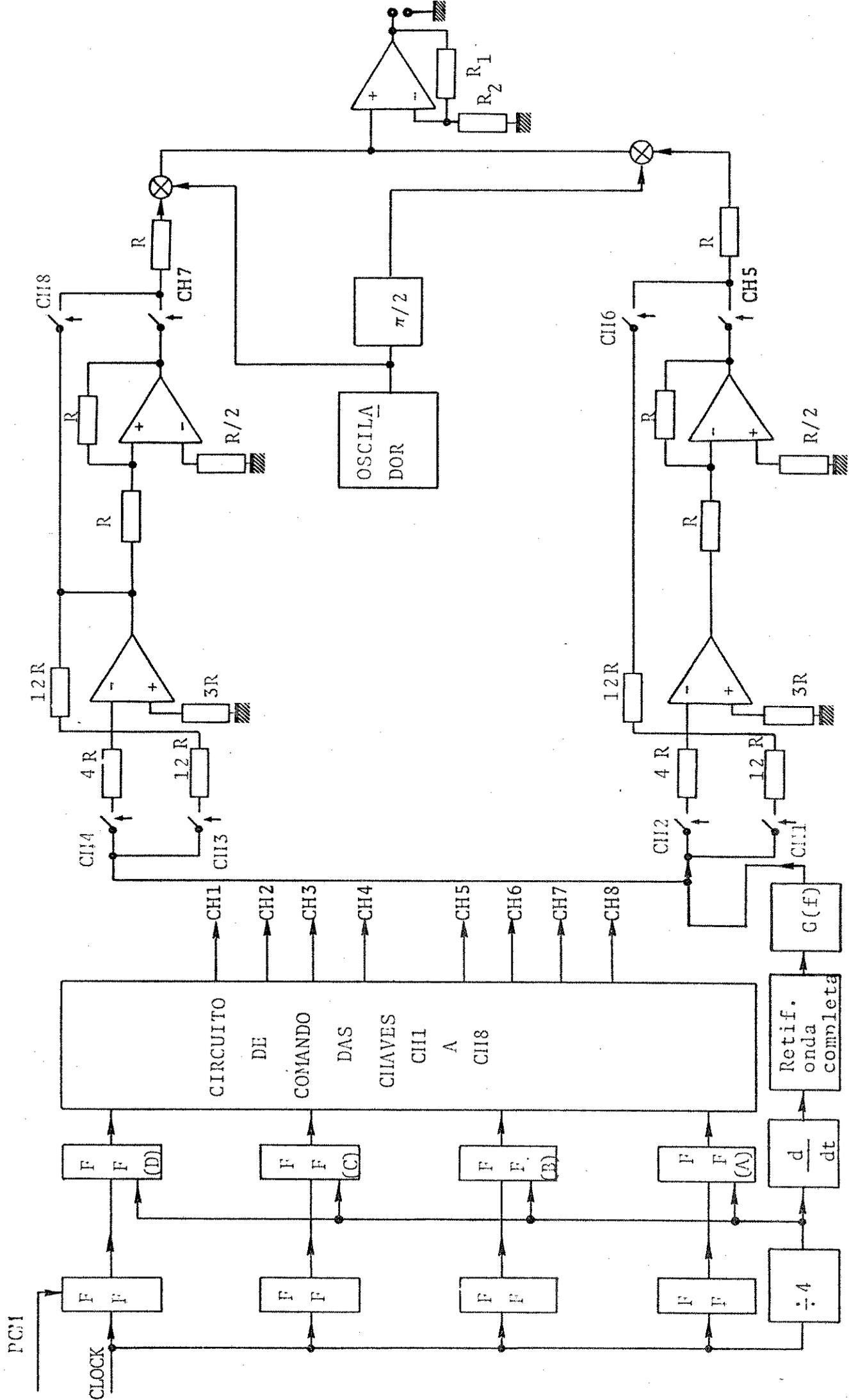


Fig.III.3.5 - Transmissor QAM-16 com $g(t)$ apropriado

Um sistema utilizando o PSK M-ário apresenta como solução para seu transmissor o seguinte procedimento:

- TRANSMISSOR PSK

Um sinal PSK com M fases tem a seguinte expressão:

$$x_i(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta_i) \quad (\text{III.3.4})$$

onde $\theta_i = \frac{2\pi i}{M} \quad i=1,2,\dots,M-1$

Para M=2 então

$$\theta_0 = 0$$

$$\theta_1 = \pi$$

substituindo-se estes valores em $x_i(t)$ teremos:

$$x_0(t) = A \cos \omega_0 t = \phi_1(t) \quad (\text{III.3.5a})$$

$$x_1(t) = -A \cos \omega_0 t = -\phi_1(t) \quad (\text{III.3.5b})$$

Associando-se ao dígito "0" o sinal $x_0(t)$ e ao dígito "1" o sinal $x_1(t)$, um possível esquema para o transmissor é o apresentado na Fig. III.3.6.

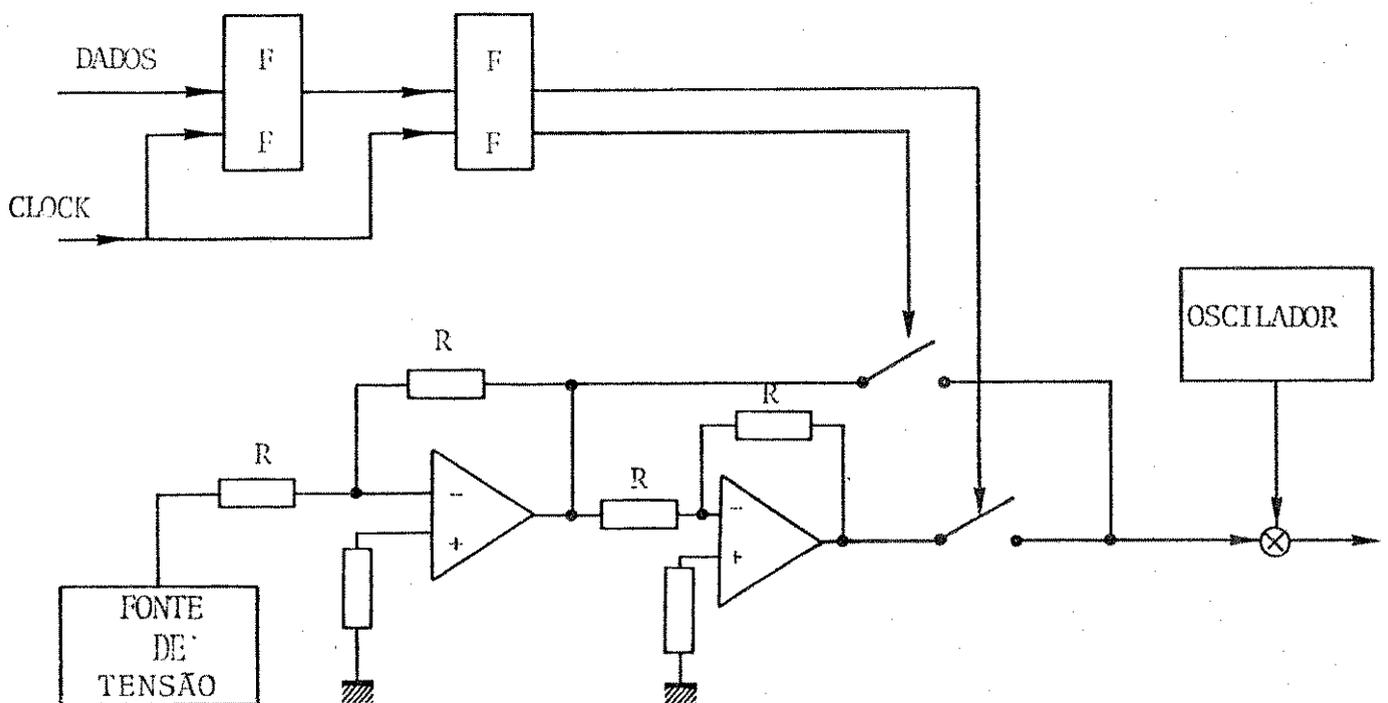


Fig. III.3.6 - Transmissor PSK-2

Para o caso em que $M=4$, teremos duas possibilidades para o PSK:

1 - Diferencial

2 - Coerente

Para o PSK Diferencial, teremos para θ_1 a seguinte expressão:

$$\theta_i = \frac{\pi}{M} (2i - 1) \quad \text{com } i=1,2,3,\dots,M$$

e

$$x_i(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta_i) \quad (\text{III.3.8a})$$

por conseguinte,

$$x_1(t) = A \cos(\omega_0 t + \pi/4) \quad (\text{III.3.8b})$$

$$x_2(t) = A \cos(\omega_0 t + 3\pi/4) \quad (\text{III.3.8c})$$

$$x_3(t) = A \cos(\omega_0 t + 5\pi/4) \quad (\text{III.3.8d})$$

$$x_4(t) = A \cos(\omega_0 t + 7\pi/4) \quad (\text{III.3.8e})$$

ou sob a forma em quadratura:

$$x_1(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} A \cos \omega_0 t - \frac{\sqrt{2}}{2} A \sen \omega_0 t \quad (\text{III.3.8f})$$

$$x_2(t) = -\frac{\sqrt{2}}{2} A \cos \omega_0 t - \frac{\sqrt{2}}{2} A \sen \omega_0 t \quad (\text{III.3.8g})$$

$$x_3(t) = -\frac{\sqrt{2}}{2} A \cos \omega_0 t + \frac{\sqrt{2}}{2} A \sen \omega_0 t \quad (\text{III.3.8h})$$

$$x_4(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} A \cos \omega_0 t + \frac{\sqrt{2}}{2} A \sen \omega_0 t \quad (\text{III.3.8i})$$

tomando-se

$$\phi_1(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \omega_0 t \quad (\text{III.3.9a})$$

$$\phi_2(t) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sen \omega_0 t \quad (\text{III.3.9b})$$

conclui-se que $\phi_1(t)$ e $\phi_2(t)$ são os elementos geradores dos si

nais pertencentes a esse espaço. Esses mesmos valores para ϕ_1 e ϕ_2 poderão ser obtidos pelo método de ortogonalização de Graham-Schmidt.

Logo, a representação dos x_i 's no plano $\phi_1 \phi_2$ é a mostrada na Fig. III.3.7.

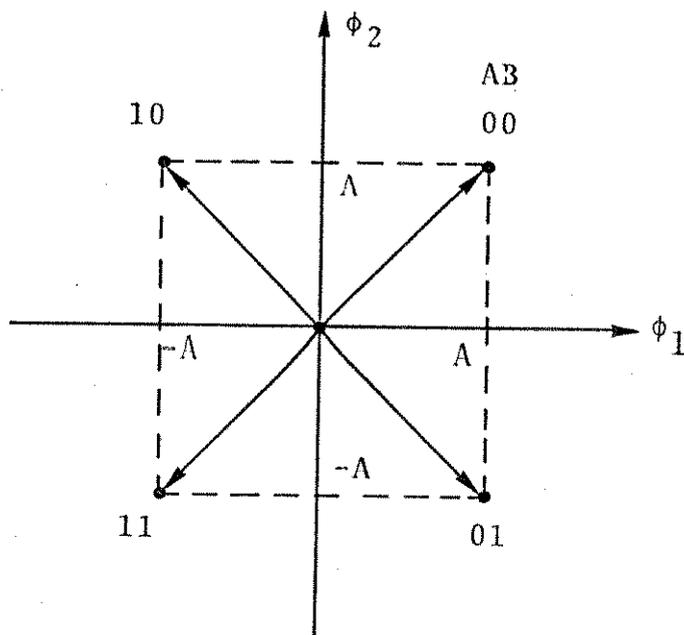


Fig. III.3.7 - Arranjo para o PSK-4 diferencial

Portanto, um possível esquema para o transmissor seria aquele da Fig. III.3.8, mostrada a seguir.

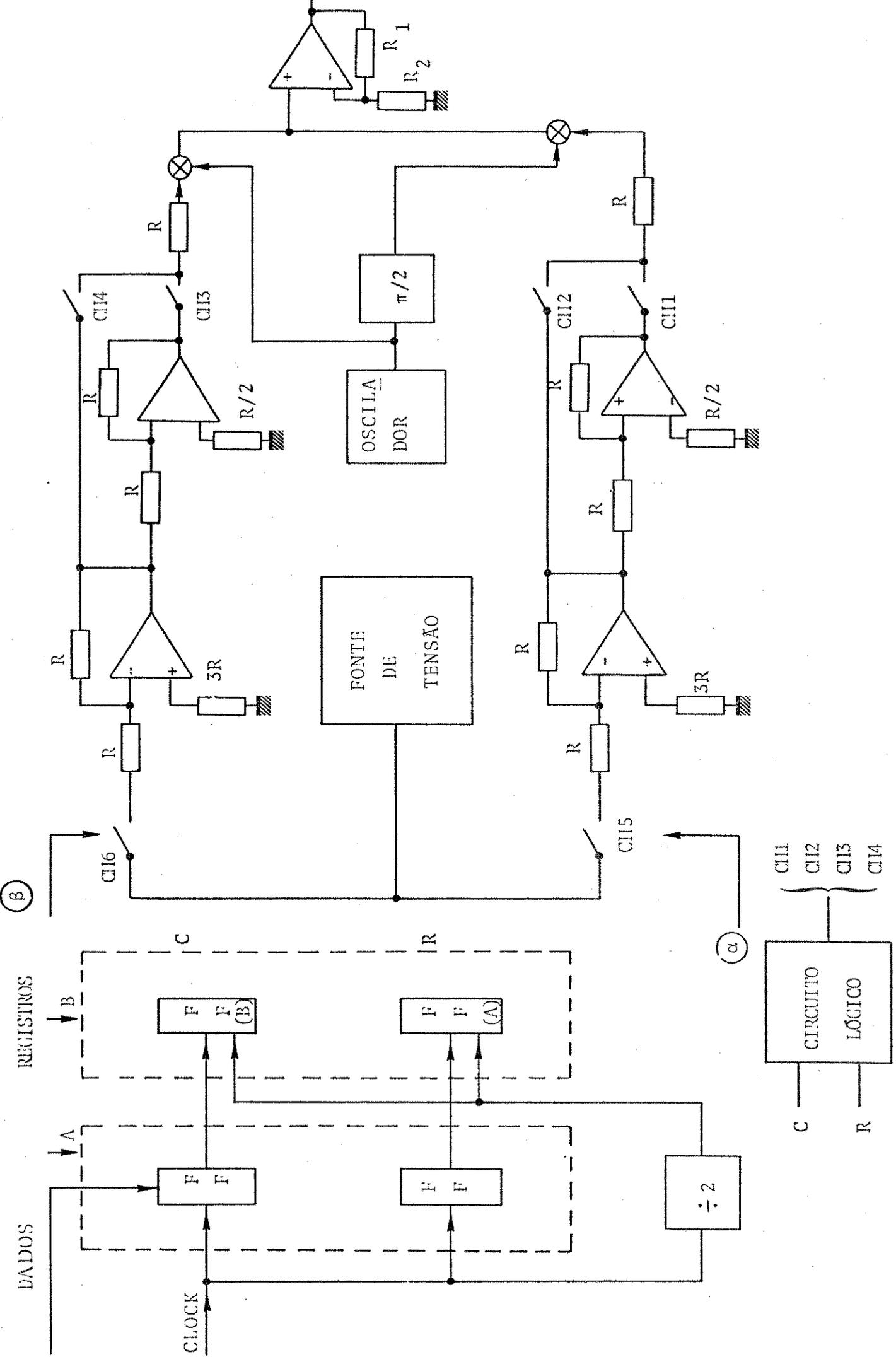


Fig.III.3.8 - Transmissor PSK-4 Diferencial

Utilizando da analogia com vetores teremos,

$$\bar{x}_1 = (A,A) \quad \bar{x}_3 = (-A,-A)$$

$$\bar{x}_2 = (-A,A) \quad \bar{x}_4 = (A,-A)$$

A transformação Γ_2 é mostrada na Fig. III.3.7. A palavra armazenada no registro (B) segue a convenção proposta na secção III.2, por exemplo, o dígito A será armazenado no F.F. inferior.

As chaves CH5 e CH6 são inseridas para que o transmissor entre em operação somente quando existirem dados a serem transmitidos. O acionamento de α e β deverá partir da fonte geradora de dados.

A razão da divisão por 2 do relógio, é gerar uma onda tal que proporcione a transferência dos dígitos contidos no registro (A) para o registro (B) e com isso garantir a existência da transformação Γ_2 .

Por outro lado, as chaves CH1, CH2, CH3 e CH4 são acionadas dependendo da combinação dos dígitos contidos em (B). A regra estabelecida é mostrada na Tabela Verdade I abaixo.

A	B	CH1	CH2	CH3	CH4
0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0

Tabela Verdade I

O "circuito lógico" associado à tabela Verdade I é mostrado na Fig. III.3.9, a seguir.

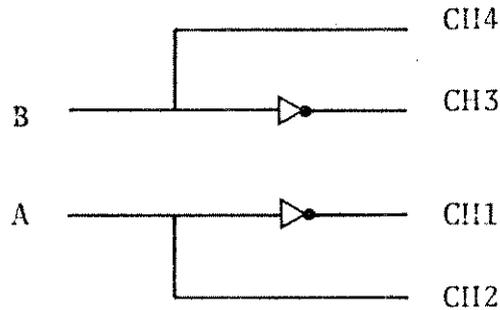


Fig.III.3.9 - Seleccionador das Chaves

Analisando a tabela Verdade I, vemos que é possível associar aos dígitos A e B as seguintes chaves:

A - CH2 B - CH4
 \bar{A} - CH1 \bar{B} - CH3

por conseguinte, as saídas Q e \bar{Q} dos respectivos flip-flops podem ser utilizadas para realizarem o acionamento das chaves.

Para o caso PSK coerente, teremos para θ_i a seguinte expressão:

$$\theta_i = \frac{2\pi i}{M} \quad \text{com } i=0,1,2,\dots,M-1$$

No caso em questão $M=4$, logo,

$$x_0(t) = A \cos(\omega_0 t) = A \cos \omega_0 t \quad (\text{III.3.6a})$$

$$x_1(t) = A \cos(\omega_0 t + \pi/2) = A \text{ sen} \omega_0 t \quad (\text{III.3.6b})$$

$$x_2(t) = A \cos(\omega_0 t + \pi) = -A \cos \omega_0 t \quad (\text{III.3.6c})$$

$$x_3(t) = A \cos(\omega_0 t + \frac{3\pi}{2}) = A \text{ sen} \omega_0 t \quad (\text{III.3.6d})$$

$$\text{com } \phi_1(t) = A \cos \omega_0 t$$

$$\phi_2(t) = A \text{ sen} \omega_0 t$$

A representação no plano $\phi_1 \phi_2$ será:

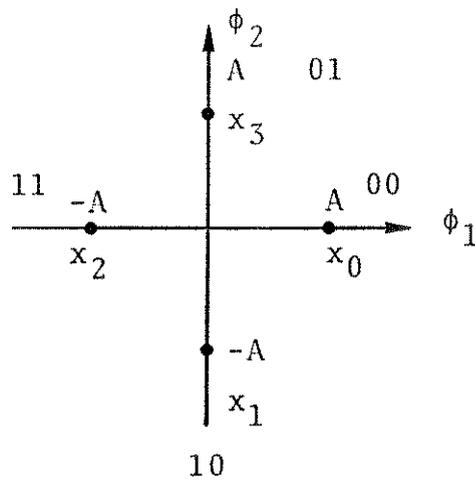


Fig. III.3.10 - Arranjo do PSK-4 coerente

O esquema será o mesmo que o da Fig. III.3.8., porém, o "circuito lógico" será aquele ilustrado na Fig. III.3.11, resultado da Tabela Verdade II.

- TRANSMISSOR PSK-8

O próximo passo terá $M=8$, onde as 8 fases se encontram igualmente espaçadas. Esta condição não estará realmente sendo verificada, todavia, teremos $M=8$, mas seguindo a estrutura apresentada na Fig. III.3.12.

TABELA VERDADE II

A	B	CH1	CH2	CH3	CH4
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	1	0
1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1

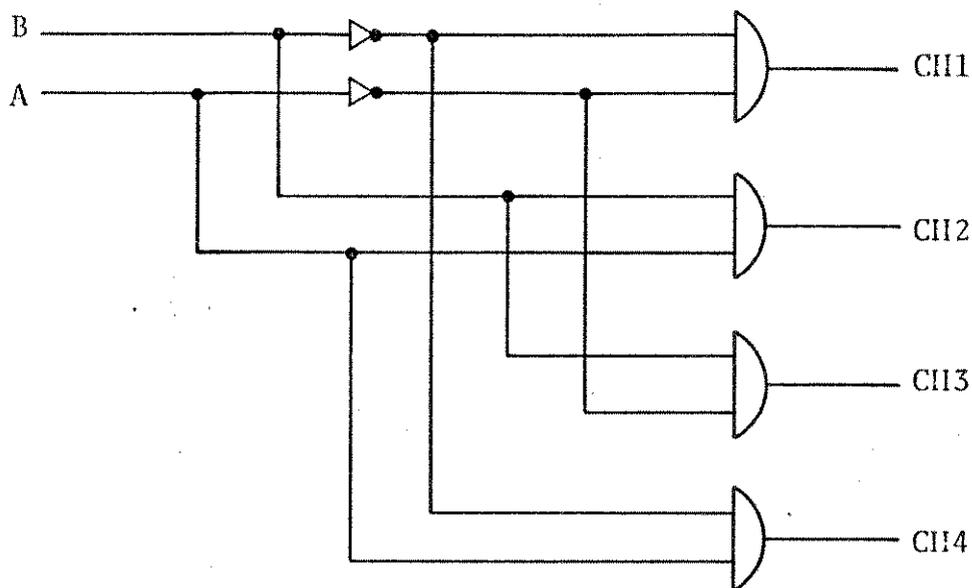


Fig. III.3.11 - "circuito lógico" para PSK-4 coerente

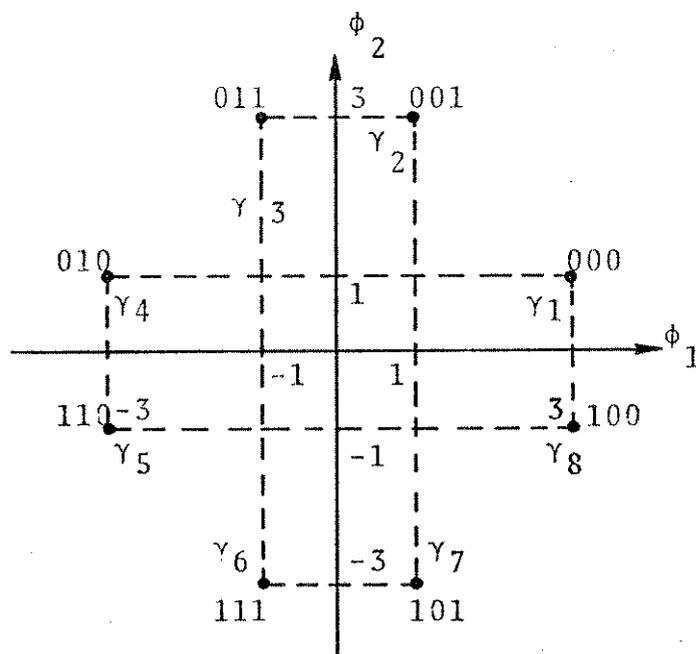


Fig. III.3.12 - "PSK-8"

Este arranjo tem sua origem no retangular ou QAM-16. Por conseguinte, a equação associada aos γ_i 's continua sendo a mesma que caracteriza os sinais pertencentes a este arranjo, a saber, sinais modulados em quadratura.

Portanto, um possível esquema para o transmissor seria o mesmo apresentado na Fig. III.3.13, contudo, com a lógica apropriada para o acionamento das chaves CH1 a CH8.

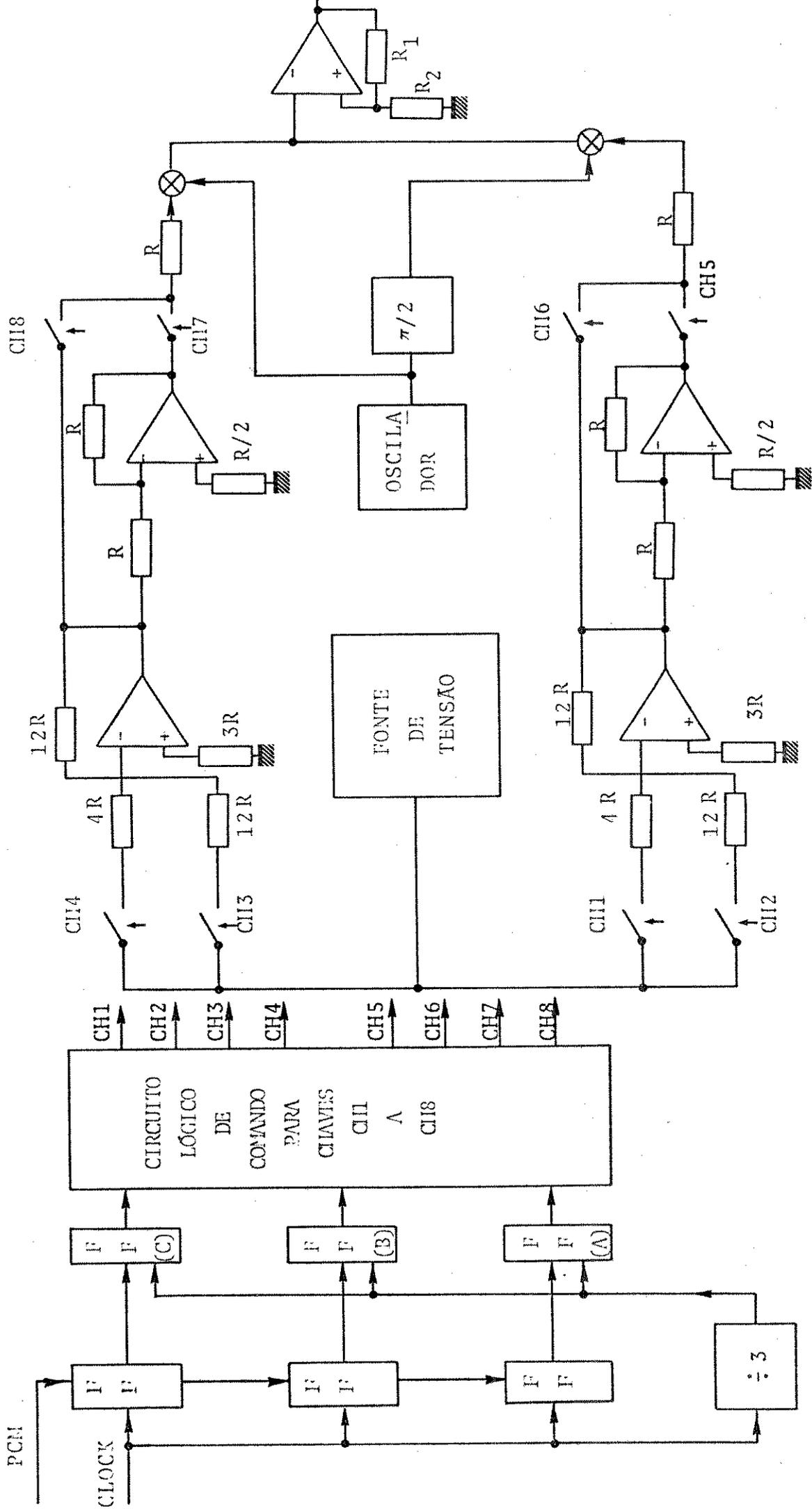


Fig.III.3.13 - Transmissor "PSK-8"

A justificativa para a divisão por 3 do relógio é a mesma para o caso da divisão por 2 no PSK-4.

TABELA VERDADE III

A B C	CH1	CH2	CH3	CH4	CH5	CH6	CH7	CH8
0 0 0	1	0	1	0	1	0	1	0
0 0 1	0	1	0	1	1	0	1	0
0 1 1	0	1	0	1	0	1	1	0
0 1 0	1	0	1	0	0	1	1	0
1 1 0	1	0	1	0	0	1	0	1
1 1 1	0	1	0	1	0	1	0	1
1 0 1	0	1	0	1	1	0	0	1
1 0 0	1	0	1	0	1	0	0	1

Analisando-se a Tabela Verdade III, vemos que as chaves CH1 a CH8 podem ser acionadas diretamente das saídas Q e \bar{Q} dos armazenadores lógicos (FF), associados aos dígitos ABC.

Esta associação é estabelecida no quadro mostrado a seguir.

Chaves	Associação
1	\bar{C}
2	C
3	\bar{C}
4	C
5	\bar{B}
6	B
7	\bar{A}
8	A

O mesmo resultado é obtido se utilizarmos dos mapas de Karnaugh com o objetivo de minimizarmos as respectivas e quações lógicas.

O arranjo ilustrado na Fig.III.3.12 apresenta um de sempenho pouco inferior ao PSK-8 tradicional, uma vez que seu coeficiente de empacotamento vale 7,28.

Em relação ao grupo PSK estes são os possíveis arranjos que podem ser acomodados na estrutura do transmissor QAM-16. Resta agora estudar mais 4 possíveis casos.

Primeiramente, trataremos do grupo ASK. Seu primeiro arranjo é apresentado na Fig.III.3.14.

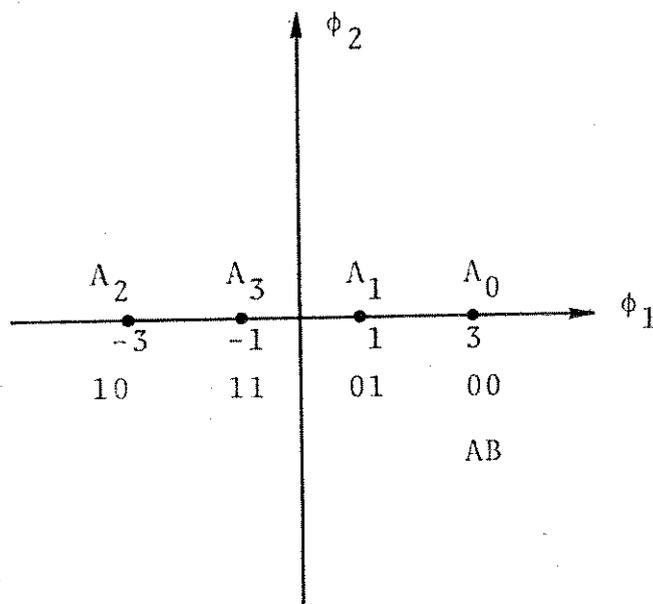


Fig. III.3.14 - Arranjo para o ASK-4

Como vemos, a forma de onda resultante nada mais é que uma modulação em amplitude com 4 possíveis níveis. Logo, a forma de onda associada será:

$$\gamma_i(t) = A_i \cos \omega_0 t \quad \text{com } i=1,2,3,4 \quad (\text{III.3.7})$$

onde

$$A_i = \begin{cases} 1 & \rightarrow i=1 \\ -1 & \rightarrow i=3 \\ 3 & \rightarrow i=0 \\ -3 & \rightarrow i=2 \end{cases}$$

com $\phi_1(t) = \cos \omega_0 t$

Um possível esquema para o transmissor é mostrado na Fig. III.3.15.

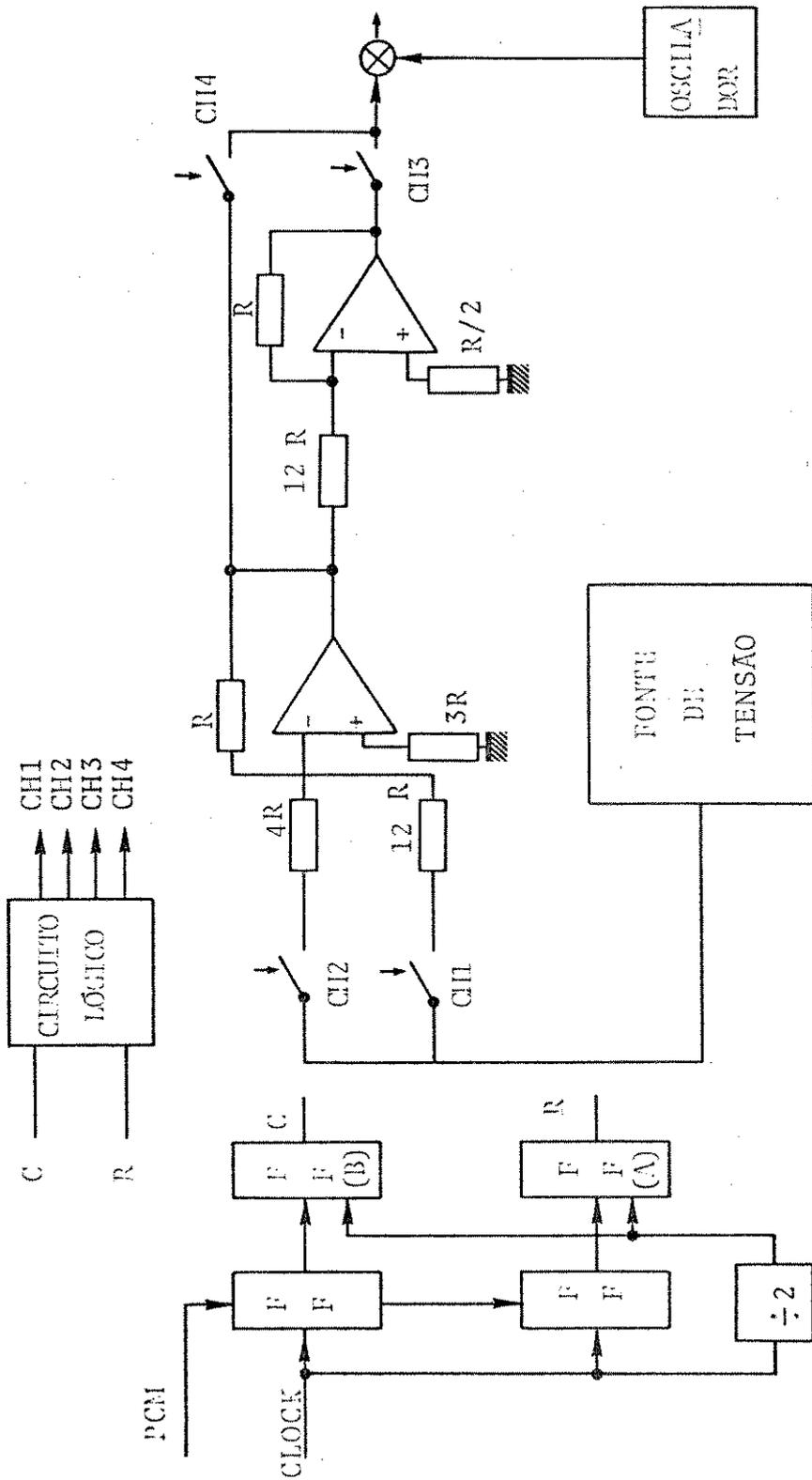


Fig.III.3.15 - Transmissor ASK-4

TABELA VERDADE IV

A	B	CH1	CH2	CH3	CH4
0	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0
1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1

Uma análise da Tabela Verdade IV, nos mostra que o acionamento das chaves CH4 e CH1 estão diretamente associadas aos dígitos A e B respectivamente.

Este acionamento pode ser realizado, se utilizarmos as saídas Q e \bar{Q} dos respectivos registros "flip-flops". Para tal, caracterizaremos essa associação da seguinte maneira:

Chaves	Associação
CH1	B
CH2	\bar{B}
CH3	\bar{A}
CH4	A

Utilizando-se dos mapas de Karnaugh para as variáveis de estado A e B, as expressões lógicas resultantes confirmam a associação acima estabelecida, como era de se esperar.

- TRANSMISSOR QASK-8

Dentro do grupo ASK trataremos agora do caso em que o plano $\phi_1 \phi_2$ contém 8 pontos distribuídos da maneira apresentada na Fig. III.3.16.

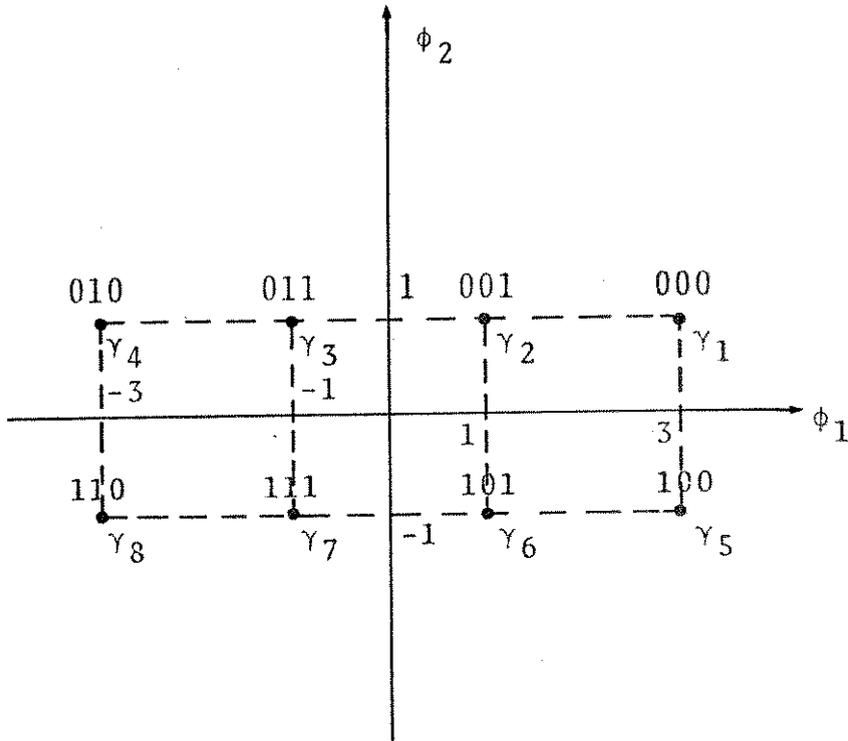


Fig. III.3.16 - Arranjo para o QASK-8

As formas de ondas associadas aos γ_i 's são dadas por:

$$\text{com } \begin{cases} \gamma_i(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} (a_i \cos \omega_0 t - b_i \sin \omega_0 t) & \text{(III.3.10)} \\ \phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos \omega_0 t \\ \phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \sin \omega_0 t \end{cases}$$

onde $a_i = \begin{cases} \pm 1 \\ \pm 3 \end{cases}$ e $b_i = \begin{cases} \pm 1 \end{cases}$

Sob estas condições, um possível transmissor para esses sinais seria aquele da Fig. III.3.17.

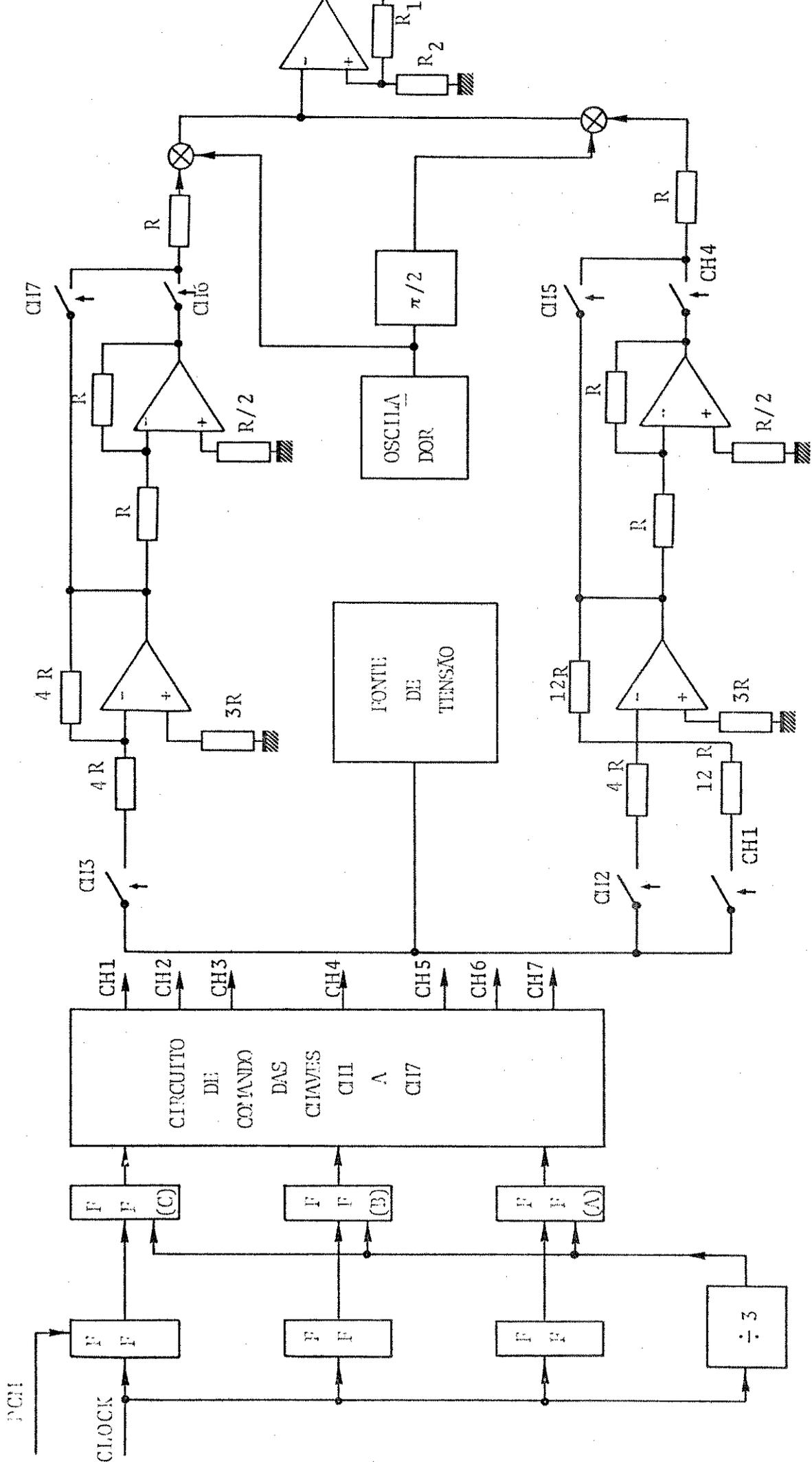


Fig.III.3.17 - Transmissor QASK-8

Novamente, a implementação do circuito de acionamento das chaves CH1 a CH7 será obtido a partir da Tabela Verdade V.

TABELA VERDADE V

A B C	CH1	CH2	CH3	CH4	CH5	CH6	CH7
0 0 0	0	1	1	1	0	1	0
0 0 1	1	0	1	1	0	1	0
0 1 1	1	0	1	0	1	1	0
0 1 0	0	1	1	0	1	1	0
1 1 0	0	1	1	0	1	0	1
1 1 1	1	0	1	0	1	0	1
1 0 1	1	0	1	1	0	0	1
1 0 0	0	1	1	1	0	0	1

A Tabela Verdade V nos fornece as seguintes características:

- 1 - a chave CH3 para qualquer hipótese, ou melhor, associação dos dígitos A B C está sempre fechada.
- 2 - os estados assumidos pelas chaves CH1, CH5 e CH7 são os mesmos assumidos pelas variáveis C B A, respectivamente.

Concluimos que a chave CH3 é desnecessária e que o acionamento das chaves deve seguir o seguinte procedimento:

As saídas Q e \bar{Q} dos flip-flops (A), (B) e (C) devem ser associados às seguintes chaves:

C - CH1 B - CH5 A - CH7
 \bar{C} - CH2 \bar{B} - CH4 \bar{A} - CH6

- TRANSMISSOR RETANGULAR-8

Ainda com relação a este grupo, um outro possível arranjo é o mostrado na Fig. III.3.18.

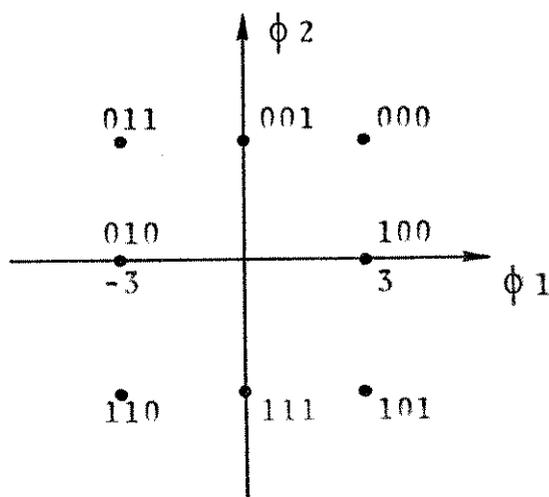


Fig.III.3.18 - Arranjo para o retangular-8

As formas de ondas associadas aos γ_i 's são dadas pela equação III.3.11.

$$\gamma_i(t) = a_i \phi_1(t) + b_i \phi_2(t) \quad (\text{III.3.11})$$

onde

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos \omega_0 t \\ \phi_2(t) = -\sqrt{\frac{2}{T}} \sen \omega_0 t \\ a_i = b_i = 0, \pm 3 \end{array} \right.$$

O desempenho apresentado por este arranjo é ligeiramente inferior ao QASK-8. Assim, um possível transmissor para este caso é o mostrado na Fig. III.3.19.

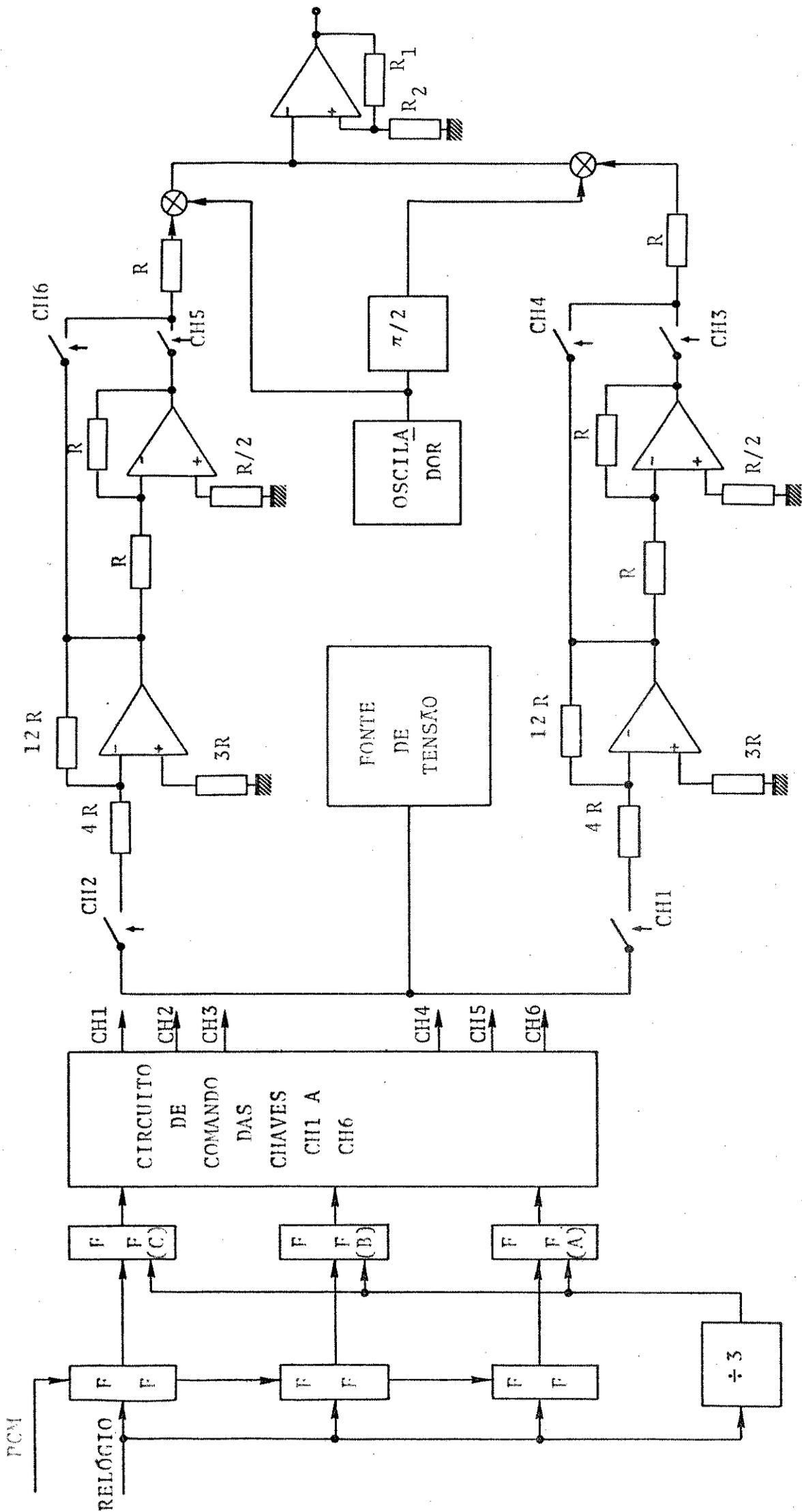


FIG. III.3.19 - TRANSMISSOR PARA RETANGULAR 8

TABELA VERDADE VI

A	B	C	CH1	CH2	CH3	CH4	CH5	CH6
0	0	0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1	0	0	0

Usando-se dos mapas de Karnaugh, as funções lógicas associadas às chaves CH1 a CH6 serão minimizadas, por conseguinte, serão associadas pelos circuitos lógicos expressos pelas respectivas equações apresentadas abaixo:

Chaves	Expressão Lógica
1	$\bar{C} + (A \oplus B)$
2	$C + \overline{(A \oplus B)}$
3	$A\bar{B} + \bar{A}BC$
4	$B\bar{C}$
5	$\bar{A}\bar{B}$
6	$\bar{A}\bar{B}\bar{C} + BC + AB + AC$

- TRANSMISSOR CIRCULAR (4,4)

Finalmente, o arranjo (4,4) é o apresentado na Fig. III.3.20.

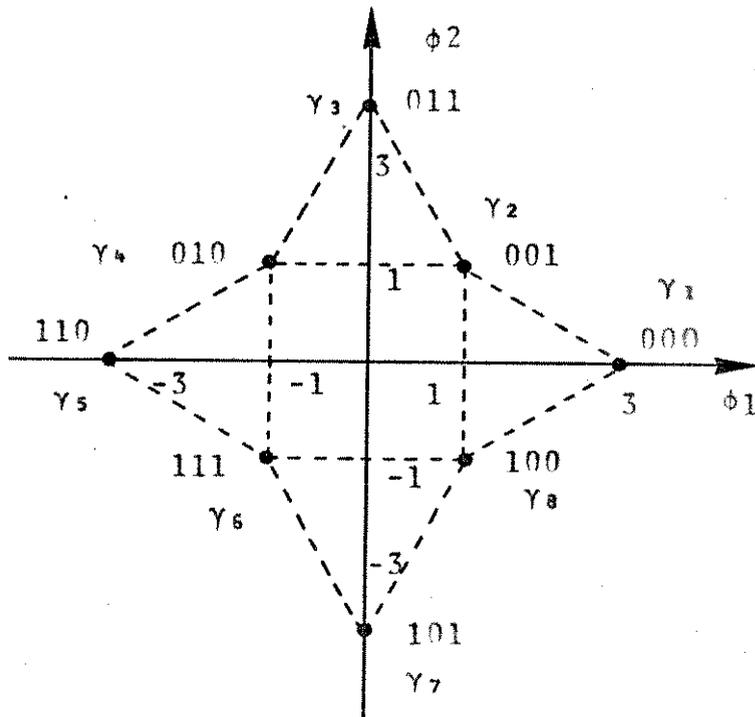


Fig.III.3.20 - Arranjo para o (4,4)

As equações associadas aos γ_i 's são dadas a seguir:

$$\gamma_i(t) = a_i \cdot \cos\omega_0 t \quad \text{com } i=1,5 \quad (\text{III.3.12a})$$

$$a_i = \pm 3$$

$$\gamma_i(t) = b_i \cdot \text{sen}\omega_0 t \quad \text{com } i=3,7 \quad (\text{III.3.12b})$$

$$b_i = \pm 3$$

$$\gamma_i(t) = a_i \cos\omega_0 t - b_i \text{sen}\omega_0 t \quad (\text{III.3.12c})$$

$$a_i = b_i = \pm 1 \quad \text{com } i=2,4,6,8$$

$$\text{com } \phi_1(t) = \cos\omega_0 t$$

$$\phi_2(t) = \text{sen}\omega_0 t$$

Portanto, um possível transmissor é o mesmo visto na Fig. III.3.21.

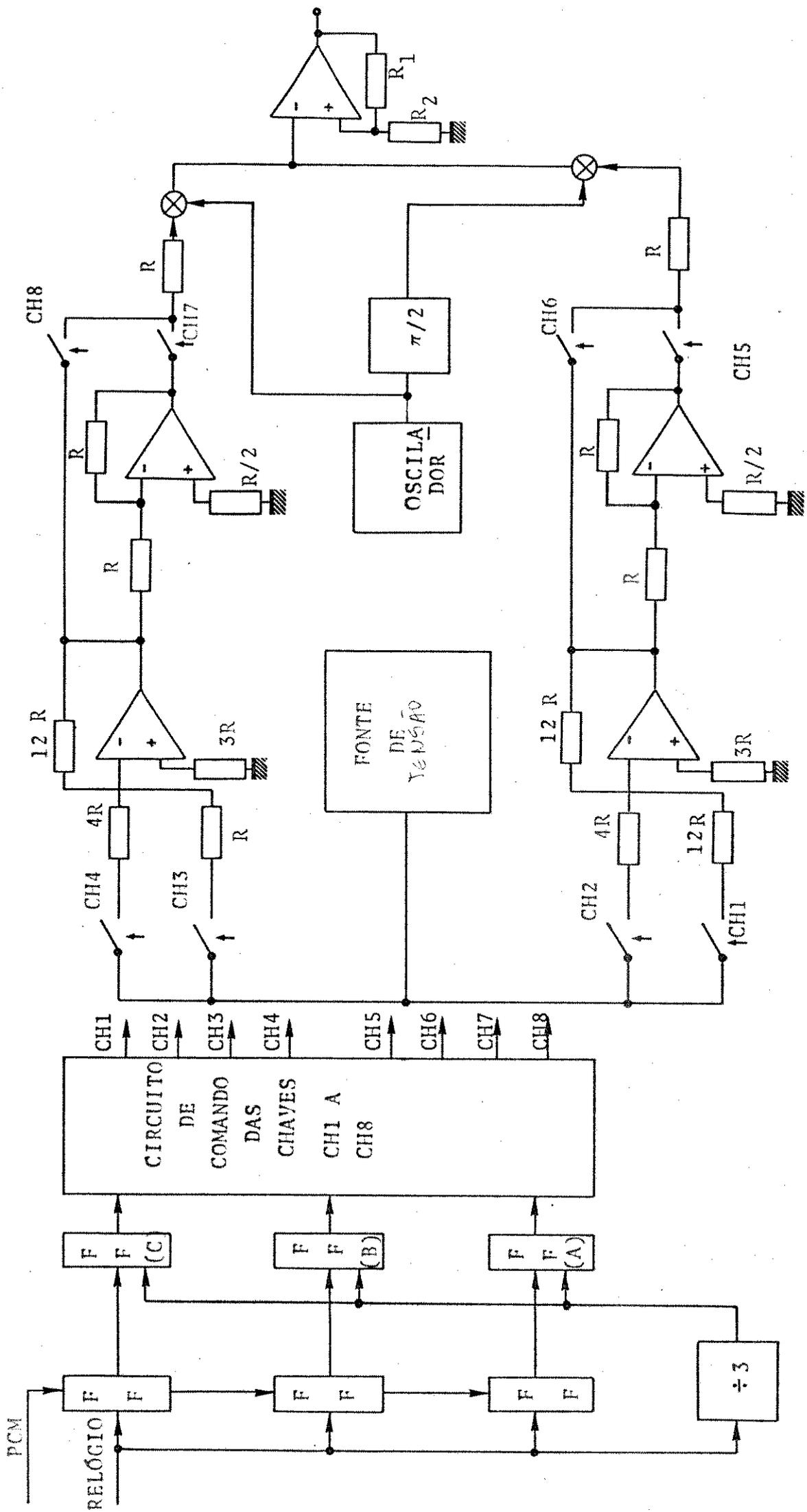


FIG. III.3.2.1 - TRANSMISSOR (4.4)

TABELA VERDADE VII

A B C	CH1	CH2	CH3	CH4	CH5	CH6	CH7	CH8
0 0 0	0	1	0	0	1	0	0	0
0 0 1	1	0	1	0	1	0	1	0
0 1 1	0	0	0	1	0	0	1	0
0 1 0	1	0	1	0	0	1	1	0
1 1 0	0	1	0	0	0	1	0	0
1 1 1	1	0	1	0	0	1	0	1
1 0 1	0	0	0	1	0	0	0	1
1 0 0	1	0	1	0	1	0	0	1

Novamente, com o auxílio dos mapas de Karnaugh as funções lógicas são minimizadas. As equações associadas aos circuitos lógicos que irão acionar as chaves CH1 a CH8 são dadas a seguir:

Chaves	Expressão Lógica
1	$(A \oplus B \oplus C)$
2	$\bar{C} \cdot \overline{(A \oplus B)}$
3	$(A \oplus B \oplus C)$
4	$C \cdot (A \oplus B)$
5	$\bar{B} \cdot (\bar{A} + B)$
6	$B \cdot (A + \bar{C})$
7	$\bar{A} \cdot (B + C)$
8	$A \cdot (\bar{B} + C)$

Todos os esquemas apresentados supunham que a forma de pulsos era dada por $g(t) = 1 - \frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}$ (caso mais simples) porém, para um $g(t)$ realizável basta inserir os três elementos apresentados anteriormente, como foi indicado na Fig.III. 3.5.

Da análise da Fig. III.3.2 para as demais diretamente relacionadas com os possíveis transmissores, vemos que a diferença é o que chamaremos de "módulo adaptável". Isto significa que, dependendo do número de símbolos (sinais) a serem transmitidos, que são uma potência de 2 (2^N — N — é o número de dígitos), teremos um número diferente de shift-register, e uma lógica diferente de acionamento das chaves.

Consequentemente, este "módulo adaptável" consistiria dos respectivos registros (armazenadores) e de lógicas apropriadas, indicados em cada caso aqui analisado.

Vale acrescentar que, para os casos PSK-2, PSK-4 (tanto coerente como diferencial) existe a flexibilidade de seletividade para ganhos (1 ou 3), como é mostrado na Fig. III.3.22 a, b, c, d, respectivamente, e Fig. III.3.2.

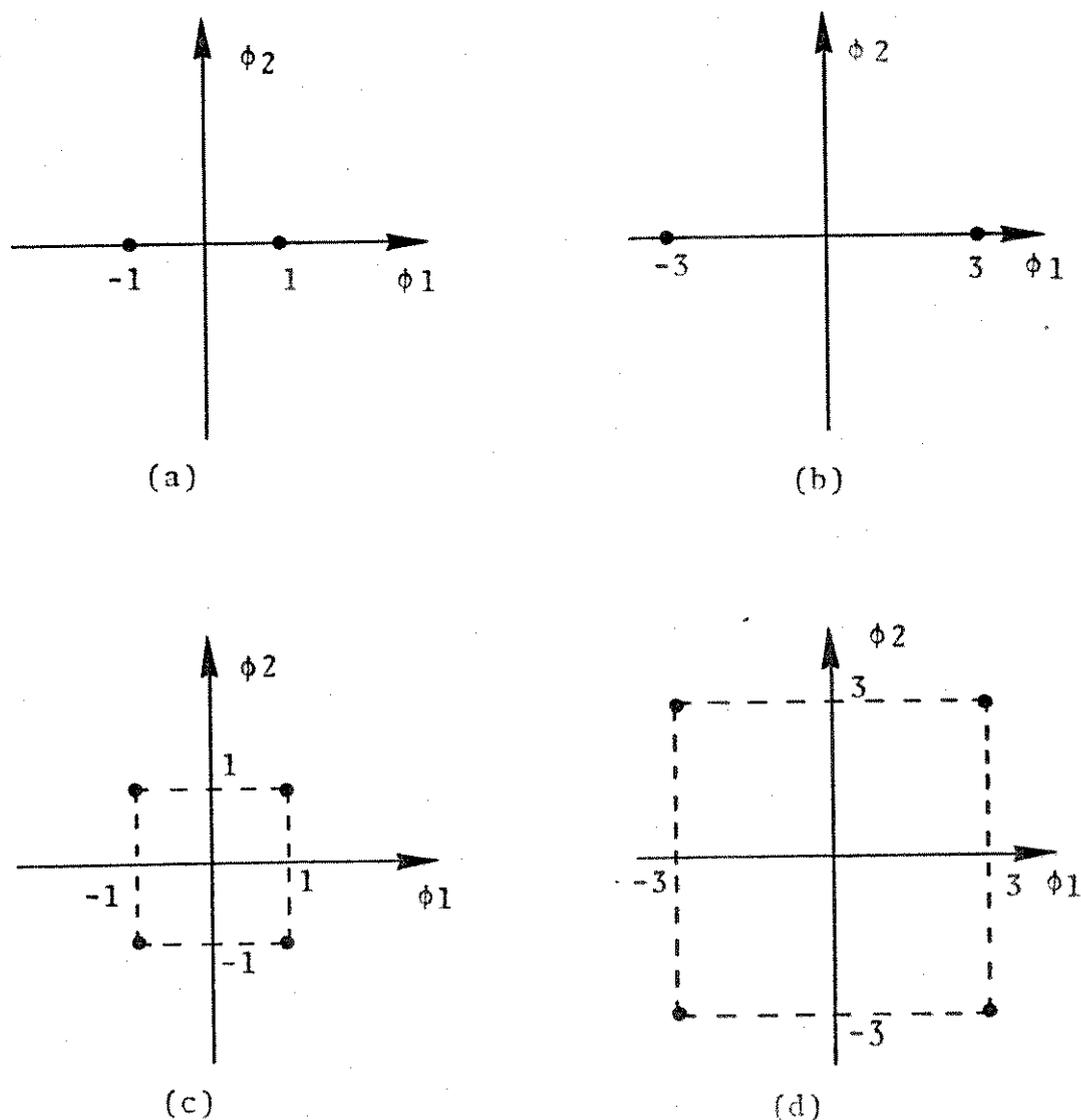


Fig. III.3.22 - Seletividade de ganho

III.4 - OBSERVAÇÕES GERAIS

Da maneira como são gerados os demais arranjos pertencentes ao grupo de 16 símbolos (sinais), não é possível com meras adaptações acomodar o sistema para transmissão de todos os arranjos aqui analisados. Portanto, o transmissor QAM-16 pode ser considerado o transmissor geral para arranjos pertencentes aos grupos constituídos de 2, 4 e 8 pontos de sinais.

Algumas sugestões podem ser feitas, com a finalidade de simplificar os esquemas propostos, quando utilizados numa secção de F.I.

Sugestão 1 - Utilizar chaveamento de corrente ao invés de chaveamento de tensão que apresentam descontinuidades - "spikes" - no chaveamento.

Sugestão 2 - Substituição da fonte de tensão pelo oscilador + defasador ($\pi/2$) e a retirada dos multiplicadores.

A seguir, será apresentado um esquema de um transmissor PSK-4 utilizando modulação direta (ver Fig. III.4.1 - [3.1]).

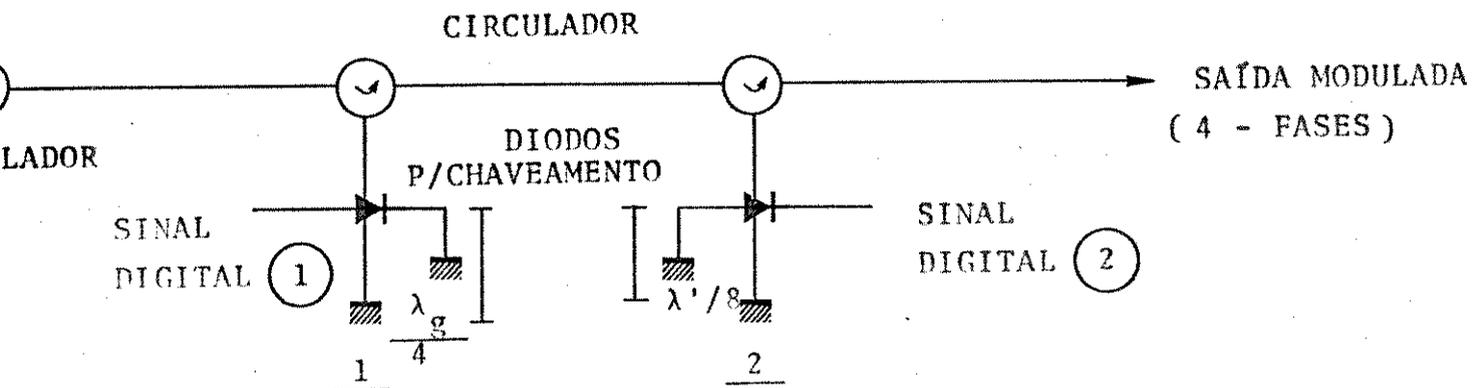


Fig. III.4.1 - Transmissor PSK-4 (série)

Como mostrado na Fig.III.4.1, o modulador de 4 fases consiste de dois moduladores (PSK-2) $0 - \pi/2$ e $0 - \pi$, conectados em série. Ambos são "moduladores de comprimento de caminho" (path length modulators) os quais consistem de circuladores, diodos de chaveamento (GaAs com barreira schottky), e "short plungers" que alternam o comprimento dos caminhos através das chaves.

Os dois sinais digitais (1) e (2) são síncronos de tal modo que o fator de ocupação de um dado símbolo seja 100%, facilitando deste modo a implementação do receptor.

Com isso, associamos os símbolos "0" e "1" dos sinais digitais aos respectivos comprimentos de caminho $0 - \pi/2$ (2) e $0 - \pi$ (1), deste modo obtendo uma saída modulada com as 4 possíveis combinações de fase.

Uma outra possibilidade seria a utilização de dois moduladores PSK-2 em paralelo, com as seguintes vantagens:

- os sinais digitais (1) e (2) não necessitariam ser síncronos.
- provavelmente daria uma menor distorção na forma de onda, pois o sinal não estaria sendo processado duas vezes como no caso em série. [3.2]

Um possível esquema seria como mostrado na Fig.III.4.2.

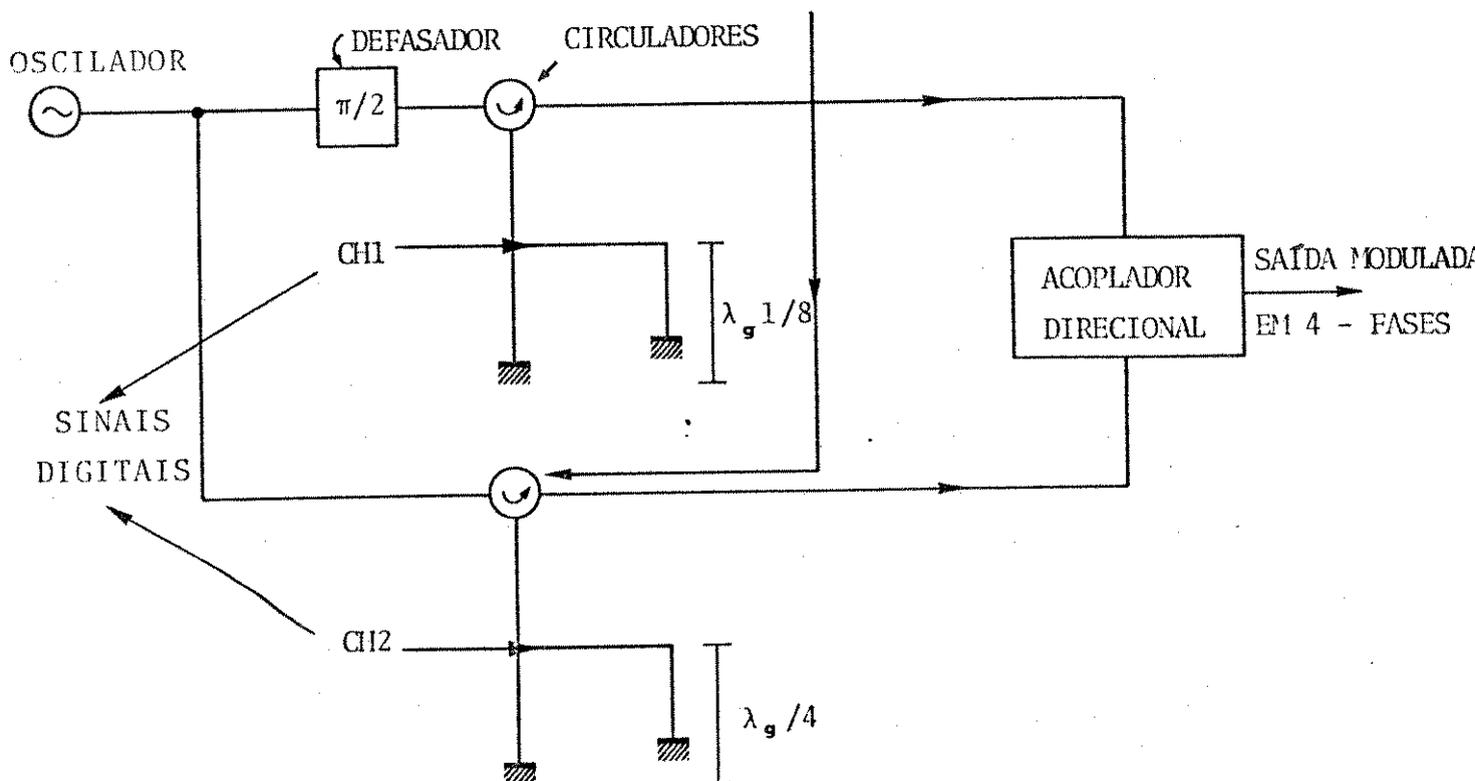


Fig.III.4.2 - Transmissor PSK-4 (paralelo)

CAPÍTULO IV

PROPOSIÇÃO DE UM RECEPTOR QAM-16

- IV.1 - Introdução;
- IV.2 - Generalidades;
- IV.3 - Critério adotado para a determinação do receptor ótimo;
- IV.4 - Representação geométrica de um conjunto de formas de onda conhecidas;
- IV.5 - Proposição de um receptor ótimo para o arranjo QAM-16;
 - IV.5.1.- Projeto da Lógica Combinacional;
- IV.6 - Versatilidade do receptor QAM-16.
- IV.7 - Análise Qualitativa do Jitter de Fase
- IV.8 - Esquema de um Receptor PSK-4 Coerente

IV.1 - INTRODUÇÃO

Neste Capítulo será analisado o assunto referente à proposição de um receptor coerente para o sistema, empregando modulação em quadratura (QAM-16).

O critério utilizado nesta análise foi o de Bayes, consoante às seguintes hipóteses:

- 1 - Custo associado às decisões corretas, igual a zero.
- 2 - Custo associado às decisões incorretas, igual a um.
- 3 - Sinais igualmente prováveis.

Sob estas hipóteses, o critério de Bayes torna-se equivalente ao da minimização da probabilidade de erro. Em seguida, são apresentados os receptores para alguns dos arranjos propostos no Capítulo III, os quais podem ser obtidos a partir do receptor QAM-16. Dada a incompatibilidade entre o modelo adotado para o QAM-16 e o adotado para os demais, se mantido, resultaria numa degradação no desempenho do sistema.

São propostos também os esquemas para a aquisição da fase da portadora, bem como a do sincronismo de símbolos.

Finalmente, o desempenho obtido para estes sistemas, foi avaliado e os resultados seguem os apresentados no Capítulo II.

IV.2 - GENERALIDADES

Na transmissão de dados com altas velocidades, alguns parâmetros tais como: aquisição da fase da portadora, instante de amostragem (sincronismo de símbolos), interferência entre símbolos e controle de amplitude, são de comum importância. Portanto, devem ter suas características sob um rigoroso controle a fim de que se possa conseguir um alto desempenho do sistema, ou equivalentemente, a taxa de erro de bits, seja substancialmente minimizada.

A aquisição da fase da portadora pode ser obtida utilizando-se as seguintes técnicas:

- 1 - Técnica convencional (usando uma portadora piloto).
- 2 - Demodulador adaptativo.

Quando se usa uma portadora piloto, a fase da portadora gerada no local, é controlada por uma malha de amarramento de fase (P.L.L.) que fará com que a fase da portadora de referência (piloto) seja amarrada à da portadora gerada no local, como ilustrado na Fig. IV.2.1.

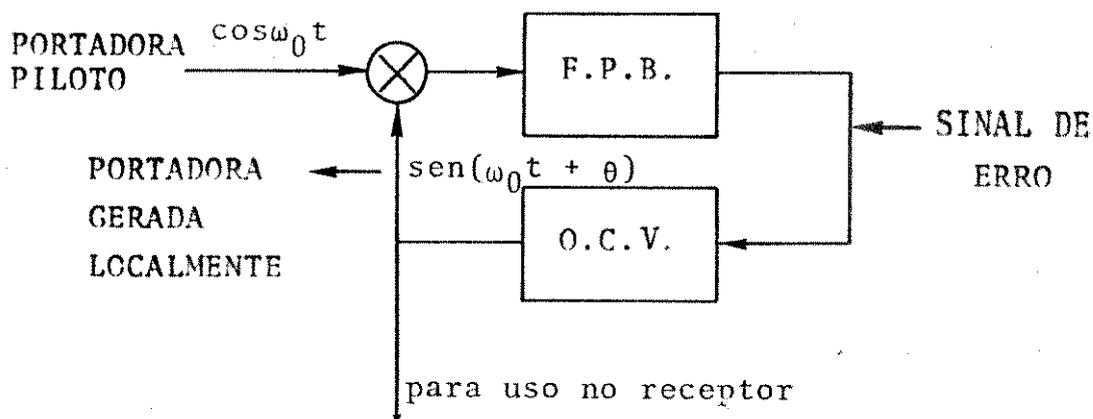


Fig. IV.2.1 - Circuito para aquisição da fase da portadora

Em relação à Fig. IV.2.1, enquanto a fase da portadora piloto não for extremamente próxima à da gerada localmente ($\theta \approx 0$), teremos um sinal de erro na entrada do oscilador controlado a tensão (OCV), o que produzirá uma correção no oscilador de tal modo a levar a fase do sinal a ser gerado, a igualar-se ao da referência (piloto).

Para $\theta = 0$, teremos as duas portadoras defasadas de $\pi/2$.

Por outro lado, o Demodulador Adaptativo utiliza um processamento mostrado na Fig. IV.2.2. Neste caso, um sinal de

de controle proveniente do circuito de decisão contido no bloco (A) será convenientemente processado no bloco (B) a fim de produzir um sinal de erro que atuará na entrada do oscilador controlado a voltagem, que fará conseqüentemente uma correção, se necessário, na fase da portadora gerada in loco. O processo, como pode ser notado, é recursivo, apresentando como conseqüência o problema de convergência. [4.1], [4.2], [4.3]

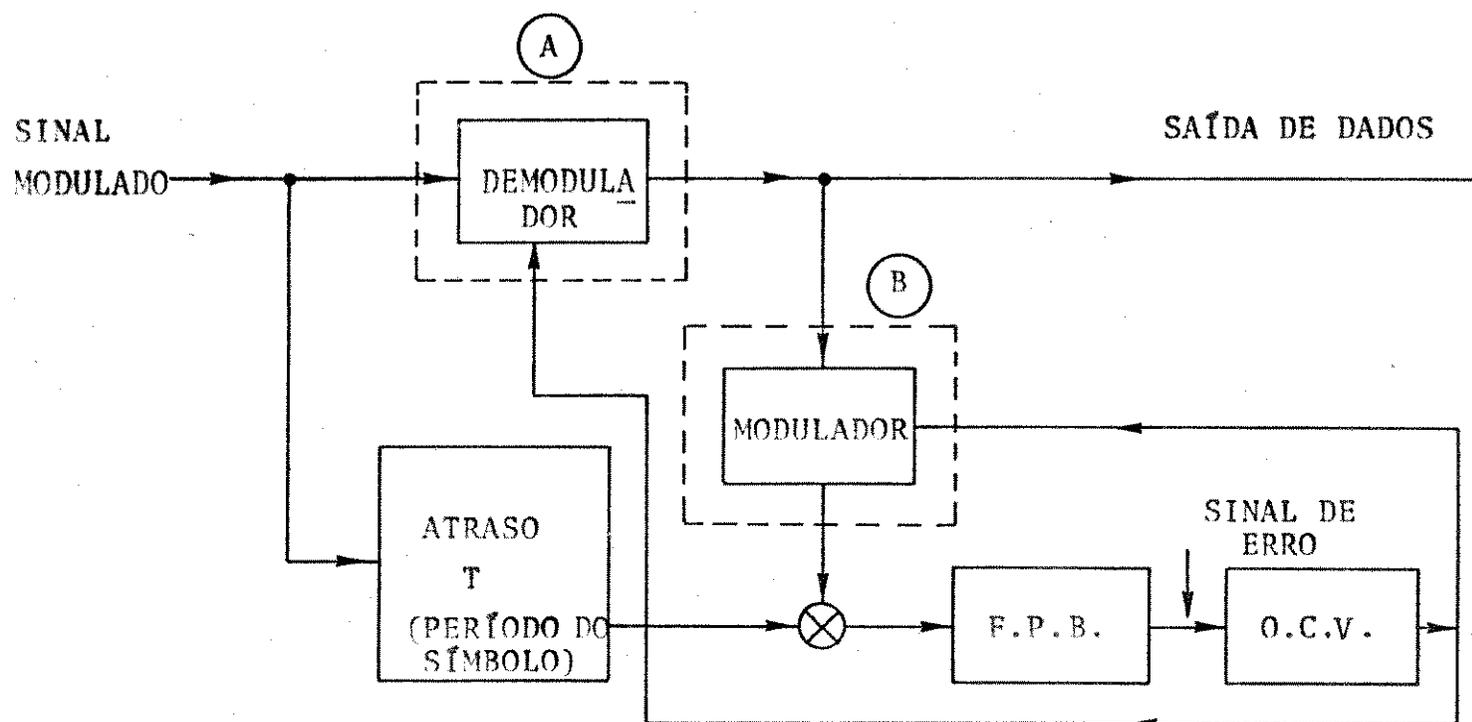


Fig. IV.2.2 - Receptor de decisão direta

A interferência entre símbolos pode ser substancialmente reduzida quando empregamos equalização através de decisão realimentada, [4.4]. O princípio básico desta técnica é cancelar a interferência entre símbolos, originária dos símbolos decidos anteriormente, deixando que as componentes restantes da interferência entre símbolos, sejam processadas convenientemente por meio de uma equalização linear. A Fig. IV.2.3 mostra um esquema básico do equalizador.

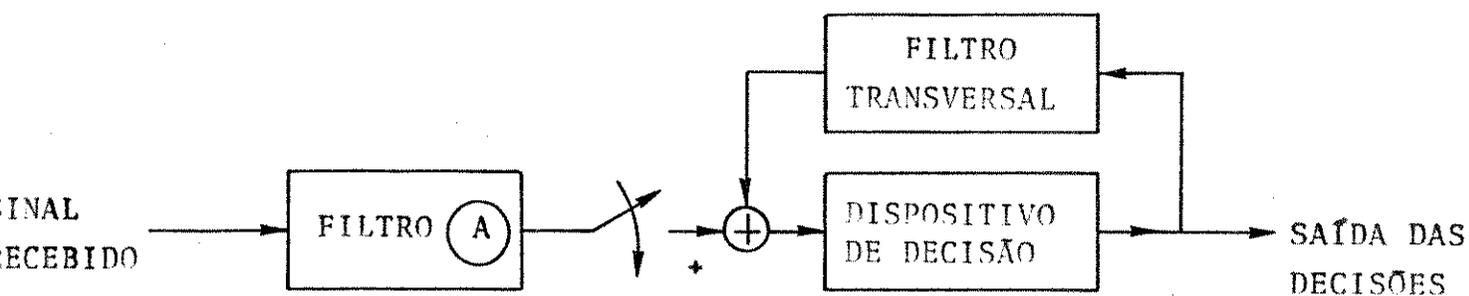


Fig.IV.2.3 - Estrutura básica de um equalizador com decisão realimentada

A finalidade do filtro transversal é cancelar a interferência entre símbolos, originária dos símbolos decididos anteriormente, enquanto o filtro (A), através de algum critério, tentará minimizar a interferência entre símbolos, motivada pelos futuros símbolos.

O controle de amplitude por sua vez será projetado de tal forma a corrigir possíveis flutuações residuais de ganho quer sejam provenientes da secção de RF ou da F.I. que, por sua vez, tentaram corrigí-las do meio de transmissão, {4.5}. Novamente, a estrutura é baseada em decisão realimentada, ou seja, a diferença, se existir, entre a amplitude estimada e a amplitude recebida, dará origem a um sinal de erro, que será processado convenientemente de maneira a trazer essa diferença para zero. A Fig.IV.2.4 mostra um esquema para o controle de ganho.

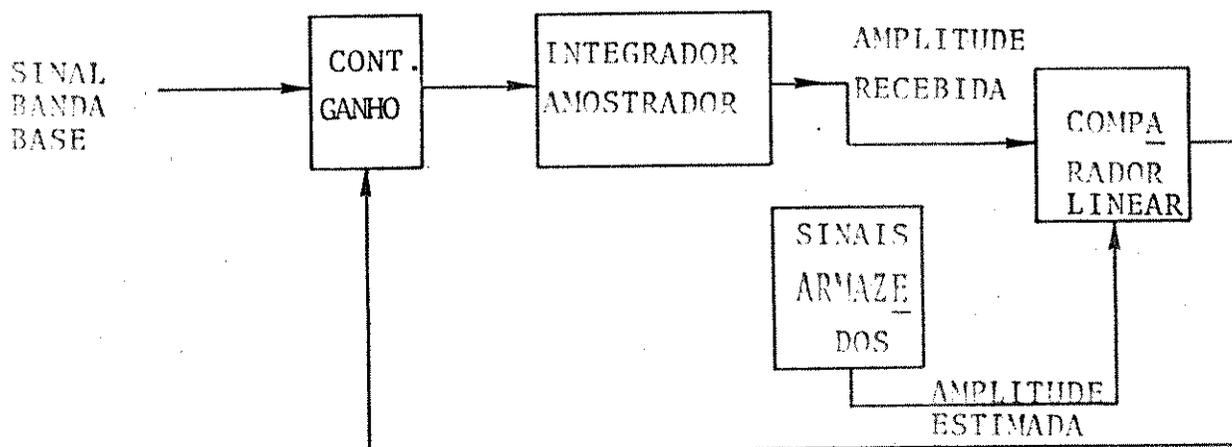


Fig.IV.2.4 - Controle automático de ganho

Finalmente, a obtenção do sincronismo de símbolos é uma das funções mais críticas de ser realizada em sistemas que utilizam moduladores e demoduladores síncronos. Dois processos podem ser utilizados:

- 1 - Determinação da Densidade espectral do trem de pulsos gerados aleatoriamente no receptor;
- 2 - Filtragem da envoltória dos sinais modulados.

No caso (1-), o processo associado ao trem de pulsos é o aleatório não estacionário, onde a autocovariância e a média variam periodicamente. A densidade espectral apresentará uma função densidade contínua e componentes (espectro de linha) para a frequência de repetição dos pulsos (caso em que o trem de pulso é unipolar). Para trem de pulsos bipolares a densidade espectral apresentará somente uma função densidade contínua. Logo, através de um circuito sintonizado ou de u'a malha de amarramento de fase (P.L.L.) na frequência de repetição dos pulsos, obtem-se a onda desejada. Caso essa sintonia seja realizada em uma frequência múltipla da desejada, um posterior processamento deve ser efetuado, a fim de que se possa conseguir o valor esperado.

A expressão que caracteriza a densidade espectral é dada por: [4.6]

$$S_T(f) = f_r |G(f)|^2 \{R(0) - m^2 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} [R(k) - m^2] \cos 2\pi f k T\} \quad (\text{IV.2.1})$$

onde

- $G(f)$ → espectro de $g(t)$
- f_r → frequência de repetição dos pulsos
- $R(k)$ → é autocorrelação
- m → valor médio

O trem de pulsos aleatório por sua vez, é dado por:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t-nT) \quad (\text{IV.2.2})$$

onde os a_n representam as amplitudes dos símbolos.

Quando os símbolos são independentes temos:

$$R(K) = m^2 \quad \text{para } K \neq 0$$

$$R(0) = m$$

Para o caso a ser estudado na secção IV.5.1, em particular, o trem de pulsos mostrado na Fig. IV.5.1.5, onde os símbolos são independentes, a densidade espectral será uma função densidade contínua.

Para o segundo processo, o procedimento é a filtragem dos sinais modulados. Em seguida, por um detetor de envoltória, amarra-se este sinal a u'a malha de amarramento de fase (P.L.L.) sintonizada a priori na frequência desejada. A Fig. IV.2.5 ilustra este procedimento.

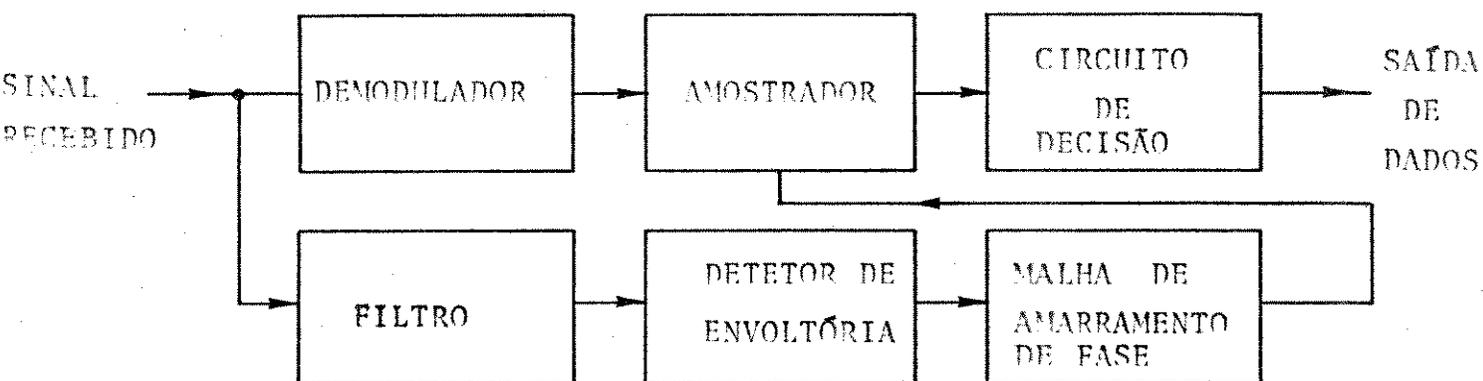


Fig. IV.2.5 - Esquema para obtenção do sincronismo de símbolos

Levando-se em consideração todas essas características, um receptor típico pode ser apresentado esquematicamente em diagrama de blocos, como é mostrado na Fig. IV.2.6, a seguir.

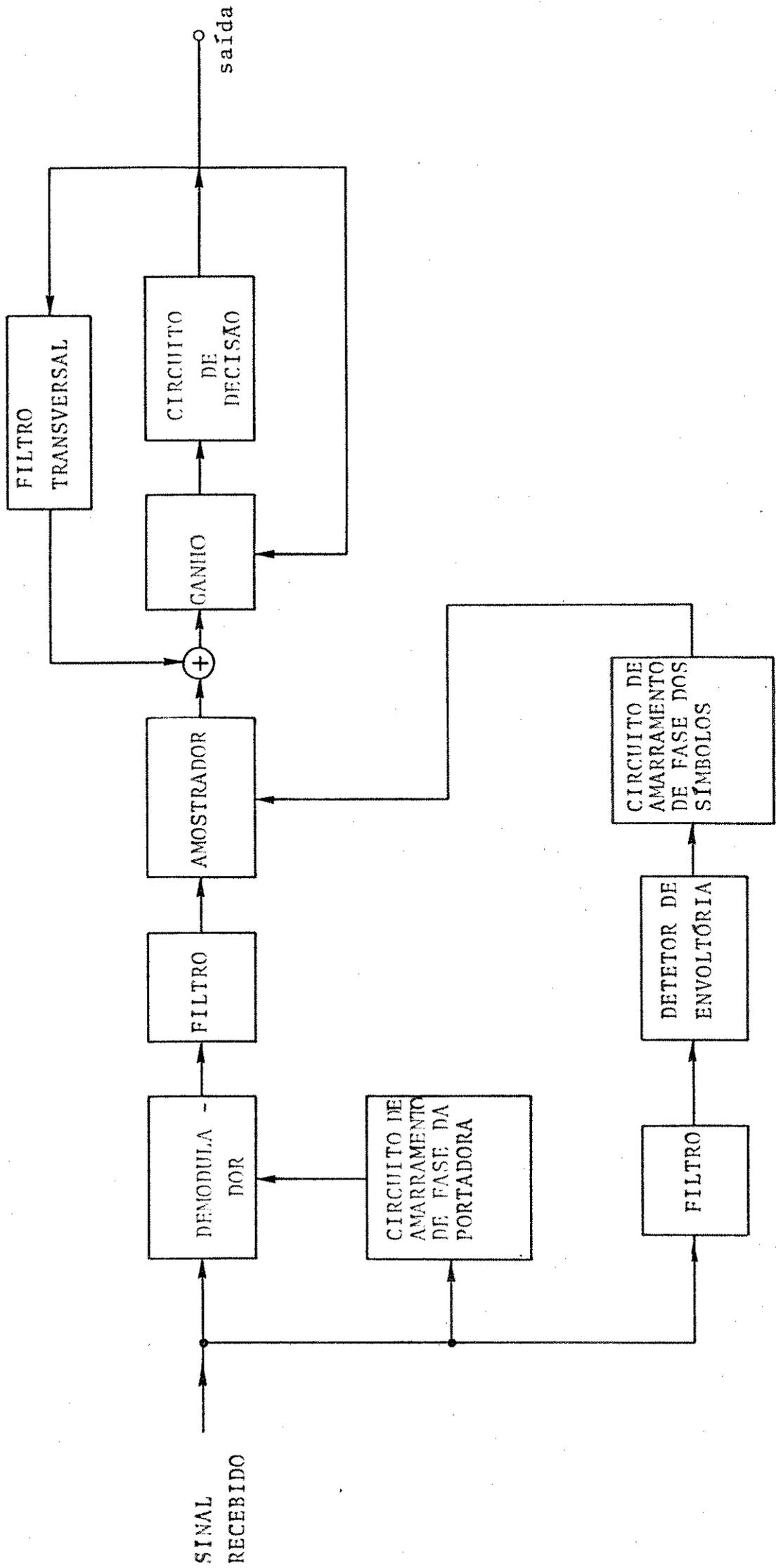


FIG. IV.2.6. - RECEPTOR TÍPICO EMPREGADO NA DETEÇÃO DE SINAIS DIGITAIS

Nas secções que se seguem, serão apresentados os subsistemas que compõem um receptor ótimo segundo um modelo matemático adotado.

Em virtude da dificuldade existente na análise matemática, quando levamos em consideração os efeitos de interferências entresímbolos, de co-canal, de canal adjacente, jitter de fase da portadora, de múltiplos caminhos, fading e ruído sobrepostos ao sinal transmitido, e mais que esta análise está fora do escopo deste trabalho, então nas secções que se seguem, estaremos preocupados somente com o efeito do ruído sobre o sinal transmitido. Este procedimento adotado tem uma justificativa razoável, se admitirmos que as fontes interferentes são numerosas e independentes, de tal modo a satisfazerem as hipóteses do teorema do limite central.

IV.3 - CRITÉRIO ADOTADO PARA A DETERMINAÇÃO DO RECEPTOR ÓTIMO

Ao se analisar um sistema de comunicação digital, observa-se que um grande número de fatores deterioram a qualidade das mensagens transmitidas de um ponto para outro; estas interferências fazem com que na recepção haja um certo grau de incerteza na identificação das mensagens recebidas. Logo, o processo que a ele deve ser associado é o aleatório. O processo de decisão (identificação) utiliza uma das ferramentas mais importantes dentro da estatística, que é denominada o teste de hipótese. Por isso, a preocupação desta secção será a de conseguir por meio de um critério, a estatística suficiente que descreverá amplamente o processo de decisão.

Dentre os vários critérios existentes, o que apresenta uma estrutura mais completa é o de Bayes. Este critério admite como sendo conhecidos, os valores dos custos associados às decisões, bem como, os valores das probabilidades a priori. A expressão que caracteriza tal processo é descrita abaixo:

Suponhamos que M hipóteses serão escolhidas. Associe-mos um custo C_{ij} para cada decisão, onde C_{ij} é o custo por escolhermos a hipótese H_i quando a hipótese H_j é verdadeira. O custo médio é dado por:

$$\bar{C} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M C_{ij} P(D_i/H_j) \cdot P(H_j) \quad (\text{IV.3.1})$$

onde $P(D_i/H_j)$ é a probabilidade condicional de decidirmos pela hipótese H_i dado que H_j é verdadeira e $P(H_j)$ é a probabilidade a priori da hipótese H_j .

Portanto, a minimização do custo médio será obtida utilizando-se o critério de Bayes. Sendo \underline{r} um conjunto de amostras recebidas, o custo associado a H_j (o qual deve dar o menor custo médio) é dado por:

$$C_j = \sum_{i=1}^M C_{ji} P(H_i/r) \quad (\text{IV.3.2})$$

onde $P(H_i/r)$ é a probabilidade condicional de que a decisão é H_i dado que \underline{r} é verdade. Mas,

$$\begin{aligned} P(H_i/r) &= \frac{P(\underline{r}/H_i) \cdot P(H_i)}{P(\underline{r})} = \\ &= \frac{P(\underline{r} \leq R \leq \underline{r} + d\underline{r}/H_i) \cdot P(H_i)}{P(\underline{r} \leq R \leq \underline{r} + d\underline{r})} = \\ &= \frac{p(\underline{r}/H_i) \cdot d\underline{r} \cdot P(H_i)}{p(\underline{r}) d\underline{r}} \end{aligned}$$

no limite

$$P(H_i/\underline{r}) = \frac{p(\underline{r}/H_i) \cdot P(H_i)}{p(\underline{r})} \quad (\text{IV.3.3})$$

onde $p(\underline{r}/H_i)$ é a função densidade de probabilidade para a hipótese H_i e $p(\underline{r})$ é a densidade marginal de \underline{r} . Logo, C_j é dada por:

$$C_j = \sum_{i=1}^M \frac{C_{ji} \cdot p(\underline{r}/H_i) \cdot P(H_i)}{p(\underline{r})} \quad (\text{IV.3.4})$$

Como $p(\underline{r})$ independe das hipóteses, por conseguinte, a regra de decisão para a escolha de H_j é tal que

$$\lambda_j = \sum_{i=1}^M C_{ji} p(\underline{r}/H_i) \cdot P(H_i) \quad (\text{IV.3.5})$$

é mínimo.

Se associarmos custo zero quando as decisões são corretas e custo unitário às decisões incorretas, teremos

$$\lambda_j = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^M p(\underline{r}/H_i) \cdot P(H_i) \quad (\text{IV.3.6})$$

Utilizando a equação IV.3.6, calculados e comparados os λ_j , aquele que apresentar o menor valor será considerado (decidido) como a hipótese verdadeira.

Sejam λ_ℓ e λ_j dois valores computados. Então,

$$\begin{aligned} \lambda_\ell - \lambda_j &= p(\underline{r}/H_1)P(H_1) + \dots + p(\underline{r}/H_{\ell-1})P(H_{\ell-1}) + p(\underline{r}/H_{\ell+1})P(H_{\ell+1}) + \dots \\ &\dots + p(\underline{r}/H_M) \cdot P(H_M) - \left[p(\underline{r}/H_1)P(H_1) + \dots + p(\underline{r}/H_{j-1})P(H_j) + \dots \right. \\ &\left. \dots + p(\underline{r}/H_{j+1})P(H_{j+1}) + \dots + p(\underline{r}/H_M)P(H_M) \right] = \\ &= p(\underline{r}/H_j)P(H_j) - p(\underline{r}/H_\ell) \cdot P(H_\ell) \end{aligned} \quad (\text{IV.3.7a})$$

Se λ_j é mínimo teremos

$$\lambda_\ell - \lambda_j = p(\underline{r}/H_j)P(H_j) - p(\underline{r}/H_\ell) \cdot P(H_\ell) \geq 0 \quad (\text{IV.3.7b})$$

onde

$$p(\underline{r}/H_j)P(H_j) \geq p(\underline{r}/H_\ell) \cdot P(H_\ell) \quad (\text{IV.3.7c})$$

Agora se dividirmos ambos os lados da desigualdade por $p(\underline{r})$, que é uma grandeza positiva, a desigualdade não se alterará. Logo,

$$\frac{p(\underline{r}/H_j) \cdot P(H_j)}{p(\underline{r})} \geq \frac{p(\underline{r}/H_\ell) \cdot P(H_\ell)}{p(\underline{r})} \quad (\text{IV.3.7d})$$

que é igual a

$$P(H_j/\underline{r}) \geq P(H_\ell/\underline{r}) \quad (\text{IV.3.7e})$$

Este mesmo resultado foi obtido no Capítulo II, onde a maximização da probabilidade incondicional de acerto ocorria quando

o critério de maximização da probabilidade a posteriori era verificado. Se todas as hipóteses forem igualmente prováveis, teremos:

$$p(\underline{r}/H_j) \geq p(\underline{r}/H_\ell) \quad (\text{IV.3.8})$$

Portanto, um receptor que adota este procedimento é denominado receptor de máxima verossimilhança.

Define-se $p(\underline{r}/H_j)$ como função de verossimilhança e $p(\underline{r}/H_j) / p(\underline{r}/H_i)$ como relação de verossimilhança.

Tomemos as mesmas hipóteses do Capítulo II com relação ao meio de transmissão, ou seja, o meio é passa faixa limitado em 2B r.p.s., e mais que o ruído é gaussiano branco estacionário, média zero e densidade espectral unilateral igual a $\frac{N_0}{2}$.

Seja $\gamma_i(t)$ o sinal transmitido para o receptor, temos:

$$r(t) = \gamma_i(t) + n_\omega(t) \quad \text{onde } i=1,2,3,\dots,M \quad (\text{IV.3.9})$$

Seja $t_1, t_2, t_3, \dots, t_K$ os instantes de amostragem para o sinal $r(t)$ no intervalo de 0 a T segundos. A razão principal de dispormos de K instantes de amostragem é pelo seguinte motivo:

Tendo-se em vista que o processo é aleatório e que, quanto maior for o número de amostras obtidas do sinal $r(t)$, mais rápida, na média, será a convergência para o valor real de $\gamma_i(t)$.

Como foi admitido anteriormente, seja estabelecida a independência entre o sinal $\gamma_i(t)$ e o processo gaussiano. Então, para um instante t_j com $j=1,2,3,\dots,K$ teremos:

$$r(t_j) = \gamma_i(t_j) + n_\omega(t_j) \quad (\text{IV.3.10a})$$

ou usando uma notação mais simples

$$r_j = \gamma_{ij} + n_{\omega j} \quad (\text{IV.3.10b})$$

Como as amostras de $n_{\omega}(t)$ tomadas para os instantes $t_1, t_2, t_3, \dots, t_K$ com

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{\pi}{B} \quad (\text{IV.3.11a})$$

e

$$K = \frac{T}{\Delta t} = \frac{BT}{\pi} \quad (\text{IV.3.11b})$$

são incorrelatas e independentes, o processo associado a $r(t)$ é gaussiano com média igual a:

$$E(r_j) = E(\gamma_{ij} + n_{\omega j}) = E(\gamma_{ij}) + E(n_{\omega j}) = \gamma_{ij} \quad (\text{IV.3.12})$$

e variância igual a:

$$\begin{aligned} E \left[\left(r_j - E(r_j) \right)^2 \right] &= E \left[r_j^2 - 2r_j E(r_j) + E^2(r_j) \right] = \\ &= E \left[r_j^2 - 2r_j \gamma_{ij} + \gamma_{ij}^2 \right] = \\ &= E(r_j^2) - \gamma_{ij}^2 = E(n_{\omega j}^2) = \sigma_n^2 = \frac{N_0 B}{2\pi} \end{aligned} \quad (\text{IV.3.13})$$

Com isso, a função densidade de probabilidade (ou função de verossimilhança) será dada por:

$$p(\underline{r}/H_i) = \left[\frac{1}{2\pi \sigma_{n_{\omega}}^2} \right]^{\frac{K}{2}} \cdot \exp \left\{ - \sum_{j=1}^K \frac{(r_j - \gamma_{ij})^2}{2\pi \sigma_{n_{\omega}}^2} \right\} \quad (\text{IV.3.14})$$

com $i=1, 2, 3, \dots, M$

A relação de verossimilhança será:

$$\frac{p(\underline{r}/H_i)}{p(\underline{r}/H_{\ell})} = \frac{\exp \left\{ - \sum_{j=1}^K \frac{(r_j - \gamma_{ij})^2}{2\sigma_{n_{\omega}}^2} \right\}}{\exp \left\{ - \sum_{j=1}^K \frac{(r_j - \gamma_{\ell j})^2}{2\sigma_{n_{\omega}}^2} \right\}} > 1 \quad (\text{IV.3.15a})$$

de acordo com a equação (IV.3.8).

Após algumas manipulações algébricas chega-se a

(IV.3.15b)

$$\frac{p(\underline{r}/H_i)}{p(\underline{r}/H_\ell)} = \exp \left\{ - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^K \left[\frac{2r_j \gamma_{\ell j}}{\sigma_{n_\omega}^2} - \frac{2r_j \gamma_{ij}}{\sigma_{n_\omega}^2} - \frac{(\gamma_{\ell j}^2 - \gamma_{ij}^2)}{\sigma_{n_\omega}^2} \right] \right\} \gg 1$$

Como o logaritmo nepperiano é uma função monotônica - crescente, se aplicado à equação acima, a desigualdade não se alterará. Por conseguinte:

$$- \frac{1}{2} \sum_{j=1}^K \left[\frac{2r_j \gamma_{\ell j}}{\sigma_{n_\omega}^2} - \frac{2r_j \gamma_{ij}}{\sigma_{n_\omega}^2} - \frac{(\gamma_{\ell j}^2 - \gamma_{ij}^2)}{\sigma_{n_\omega}^2} \right] \gg 0 \quad (\text{IV.3.15c})$$

Contudo, para obtermos a regra de decisão em termos de funções contínuas, é necessário que Δt tenda a zero e K se aproxime do infinito de tal modo, que $K \cdot \Delta t = T$ seja uma constante. Considerando-se, pois, o limite na equação acima, teremos:

$$\lim_{\substack{\Delta t \rightarrow 0 \\ K \rightarrow \infty \\ K\Delta t = T}} \left\{ \sum_{j=1}^K \left[- \frac{2r_j \gamma_{\ell j} \cdot \Delta t}{N_0} + \frac{2r_j \gamma_{ij} \cdot \Delta t}{N_0} + \frac{(\gamma_{\ell j}^2 - \gamma_{ij}^2) \Delta t}{N_0} \right] \right\} \gg 0 \quad (\text{IV.3.15d})$$

Portanto, no limite teremos:

$$- \int_0^T \frac{2}{N_0} r(t) \cdot \gamma_{\ell}(t) dt + \int_0^T \frac{2}{N_0} r(t) \cdot \gamma_i(t) dt \gg - \int_0^T \frac{(\gamma_{\ell}^2(t) - \gamma_i^2(t))}{N_0} dt \quad (\text{IV.3.15e})$$

ou

$$\int_0^T r(t) \cdot \gamma_i(t) \cdot dt - \int_0^T r(t) \cdot \gamma_{\ell}(t) dt \gg L \quad (\text{IV.3.15.f})$$

onde

$$L = - \frac{1}{2} \int_0^T (\gamma_{\ell}^2(t) - \gamma_i^2(t)) \cdot dt$$

$$= a_{i1} \phi_1(t) + a_{i2} \phi_2(t) + \dots + a_{iM} \phi_M(t) \quad (\text{IV.4.2})$$

onde os coeficientes a_{ij} são calculados através da seguinte equação:

$$a_{ij} = \int_0^T \gamma_i(t) \cdot \phi_j(t) \cdot dt \quad (\text{IV.4.3})$$

Assim sendo, $\gamma_i(t)$ será caracterizado através da M-upla $(a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{iM})$. Caso as funções $\phi_1(t)$ a $\phi_M(t)$ não satisfaçam a propriedade de ortonormalidade, poderemos utilizar o processo de ortogonalização de Graham-Schmidt a fim de que possa ser obtido um conjunto de M funções ortonormais.

Seja $n(t)$ o ruído gaussiano branco estacionário de média zero e variância $\frac{N_0}{2}$. Sabemos que é necessário um número infinito de coeficientes para a representação de $n(t)$ em termos de funções ortogonais. Então, admitindo tal representação, teremos:

$$n(t) = \sum_{j=1}^{\infty} c_j \phi_j(t) = \sum_{j=1}^M c_j \phi_j(t) + \sum_{j=M+1}^{\infty} c_j \phi_j(t) \quad (\text{IV.4.4})$$

onde os $\phi_j(t)$ com $j=1, 2, 3, \dots, M$ são as mesmas funções ortogonais em que $\gamma_i(t)$ foi decomposta. Da mesma maneira que para $\gamma_i(t)$, os coeficientes de $n(t)$ são calculados por:

$$c_j = \int_0^T n(t) \cdot \phi_j(t) \cdot dt \quad (\text{IV.4.5})$$

Seja agora um conjunto de formas de onda conhecidas - $\gamma_1(t), \gamma_2(t), \dots, \gamma_K(t)$. Suponhamos que $\gamma_i(t)$ tenha sido transmitido. Para o receptor, supondo que o ruído interfira aditivamente, teremos:

$$\begin{aligned} r(t) &= \gamma_i(t) + n(t) = \\ &= \sum_{j=1}^M (a_{ij} + c_j) \phi_j(t) + \sum_{j=M+1}^{\infty} c_j \phi_j(t) \quad (\text{IV.4.6}) \end{aligned}$$

O sinal $r(t)$ será caracterizado pelos seus coeficientes. Logo, o receptor deverá ser tal que possibilite a obtenção dos mesmos.

para todo $\ell = 1, 2, 3, \dots, M$

e $\ell \neq i$

Desta maneira, a regra de decisão será escolher a hipótese H_i , se a equação anterior for verificada, ou equivalentemente, decidiremos por H_i , se

$$A_i = \int_0^T r(t) - \gamma_i(t) \cdot dt - \int_0^T r^2(t) dt \quad (\text{IV.3.15g})$$

for mínima.

A implementação do receptor ótimo está baseada na equação (IV.3.15f). A Fig. IV.3.1 ilustra tal característica.

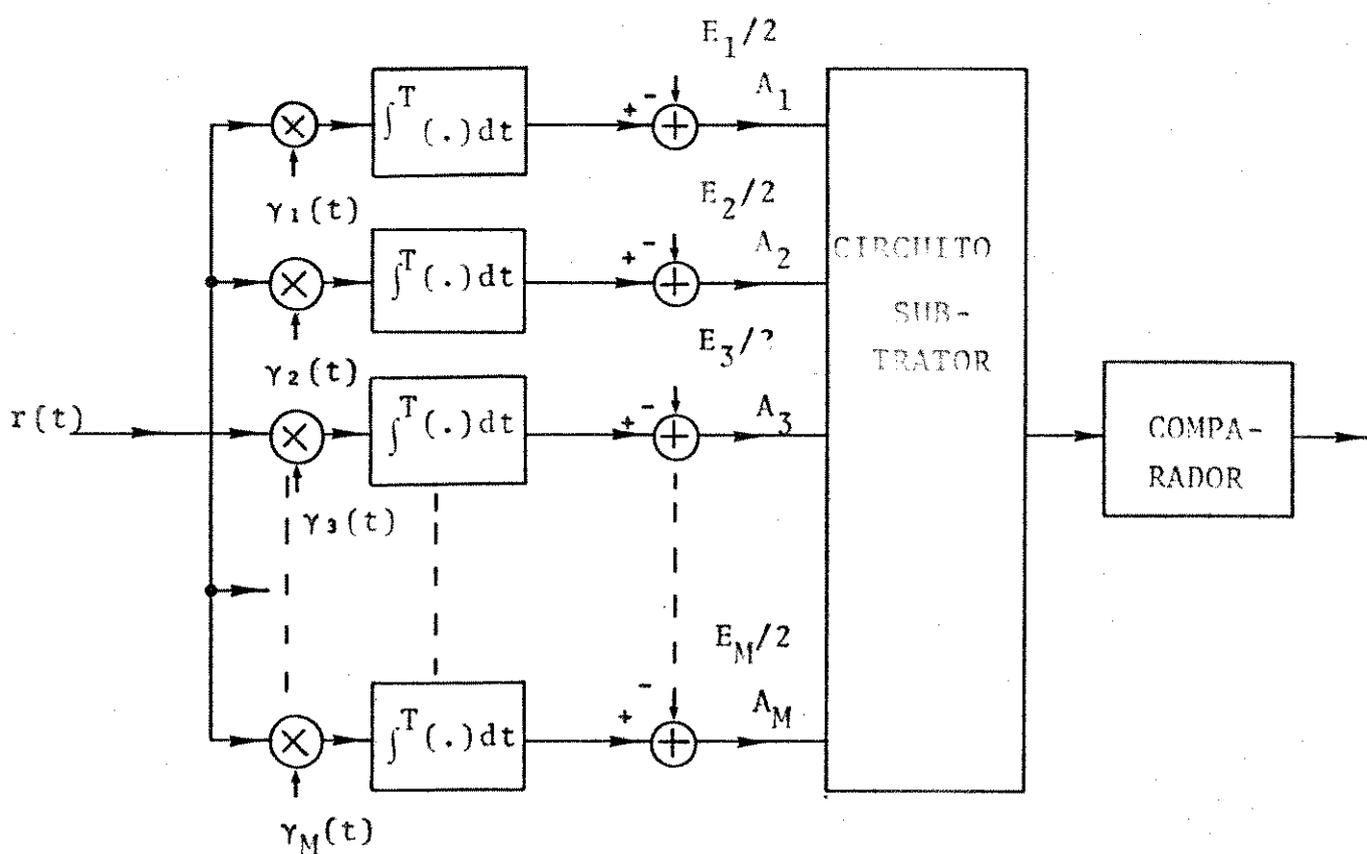


Fig. IV.3.1 - Receptor ótimo (correlador)

O circuito subtrator apresentado na Fig. IV.3.1 fará as subtrações referentes a todas as combinações possíveis dos elementos $A_1, A_2, A_3, \dots, A_M$, onde os A_i 's podem ser melhor visualizados através da equação (IV.3.15g).

Assim, teremos que, usando de um critério, dispor de todas as formas de ondas $\gamma_i(t)$ a $\gamma_M(t)$, para que o receptor da Fig. IV.3.1 possa ser realizado. Isto, traz sérios problemas, quando o nº M de sinais cresce. A complexidade de implementação do receptor cresce substancialmente, pois, para grandes valores de M teremos que: 1) dispor de todos os sinais $\gamma_i(t)$ com $i=1, 2, 3, \dots, M$; 2) aumentar o número de combinações a serem realizadas no subtrator, implicando que o custo final do receptor será relativamente alto.

A seguir, apresentaremos uma metodologia diferente da análise do mesmo problema, tendo como fator positivo, um melhor entendimento deste problema clássico.

IV.4 - REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA DE UM CONJUNTO DE FORMAS DE ONDAS CO NHECIDAS

Sabemos que toda forma de onda pode ser representada matematicamente como uma combinação linear de funções ortogonais, exemplo típico a decomposição de uma onda periódica em série de Fourier, ou a representação de um sinal qualquer por meio de suas amostras. No primeiro caso, temos como funções ortogonais as funções trigonométricas seno e coseno.. No segundo caso, a função $\frac{\text{sen } x}{x}$. Por consequência, torna-se imaterial a forma de onda associada à função ortogonal.

Seja $\gamma_i(t)$ uma forma de onda conhecida no intervalo $(0, T)$ seg., por outro lado, sejam $\phi_1(t), \phi_2(t), \phi_3(t), \dots, \phi_M(t)$ funções tais que satisfaçam a seguinte propriedade:

$$\int_0^T \phi_i(t) \cdot \phi_j(t) \cdot dt = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases} \quad (\text{IV.4.1})$$

A forma de onda $\gamma_i(t)$, passa a ser representada por:

$$\gamma_i(t) = \sum_{j=1}^M a_{ij} \phi_j(t) = \dots$$

Seja Z_j o j -ésimo coeficiente de $r(t)$ quando expandido em termos dos $\phi_i(t)$, de modo análogo ao cálculo de a_{ij} , como o de c_j , teremos:

$$Z_j = \int_0^T r(t) \cdot \phi_j(t) \cdot dt = \quad (IV.4.7)$$

$$= \int_0^T \left\{ \sum_{j=1}^M (a_{ij} + c_j) \cdot \phi_j(t) + \sum_{j=n+1}^{\infty} c_j \cdot \phi_j(t) \right\} \cdot \phi_j(t) \cdot dt$$

Utilizando da propriedade de ortonormalidade na equação acima, teremos finalmente para Z_j a seguinte expressão:

$$Z_j = a_{ij} + c_j \quad (IV.4.8)$$

Deste modo, o receptor passa a ter uma característica semelhante àquela apresentada na Fig. IV.3.1, somente que, ao invés de gerarmos as formas de ondas $\gamma_1(t)$ a $\gamma_M(t)$ teremos que dispor das M funções ortogonais, que, dependendo da escolha, são mais fáceis de serem geradas. Portanto, a característica do "demodulador" é mostrada na Fig. IV.4.1.

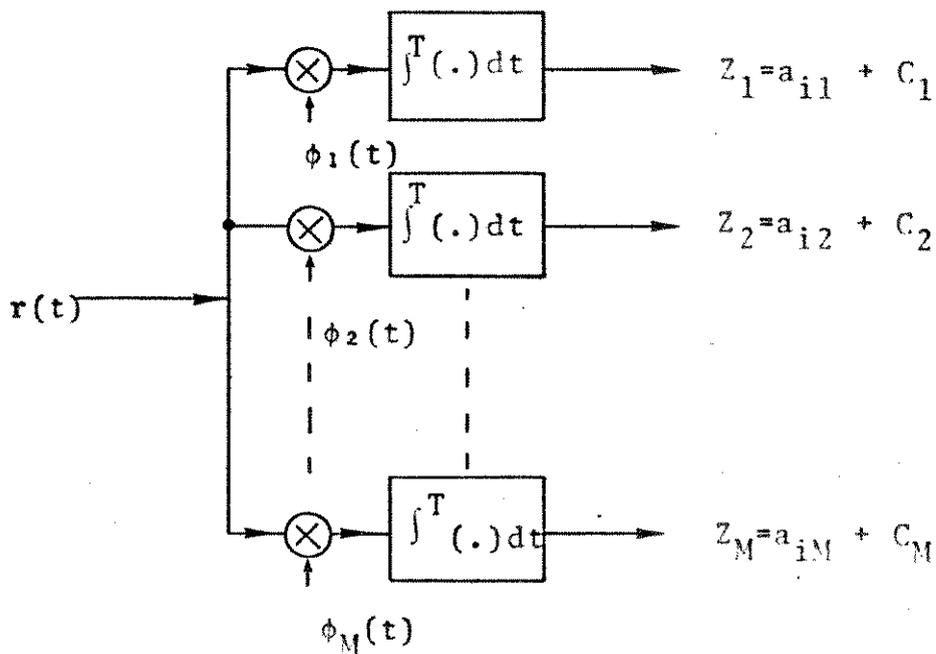


Fig. IV.4.1 - "Demodulador" do receptor ótimo.

Como foi mostrado na secção anterior, o detetor ótimo é aquele que emprega o conceito de máxima verossimilhança. Matematicamente, o procedimento é: dado o sinal recebido $r(t)$, ou equivalentemente, suas coordenadas $(z_1, z_2, z_3, \dots, z_M)$, esta M-upla será comparada com as coordenadas dos sinais $\gamma_i(t)$ com $i=1, 2, 3, \dots, M$, armazenadas no receptor. Desta comparação, aquela que apresentar a menor distância, será considerada como sendo o sinal transmitido. Sendo D_i' a distância entre o sinal recebido $r(t)$ e o sinal $\gamma_i(t)$, em termos geométricos, teremos:

$$D_i = \left[(z_1 - a_{i1})^2 + (z_2 - a_{i2})^2 + \dots + (z_M - a_{iM})^2 \right]^{1/2}$$

$i=1, 2, 3, \dots, M.$ (IV.4.9)

A decisão será efetivada por meio da equação:

$$D_i = \min_i D_i'$$

(IV.4.10)

A implementação do detetor segue a equação (IV.4.9). É mostrado na Fig. IV.4.2 um módulo que calcula a distância entre o sinal recebido e o sinal $\gamma_1(t)$ armazenado.

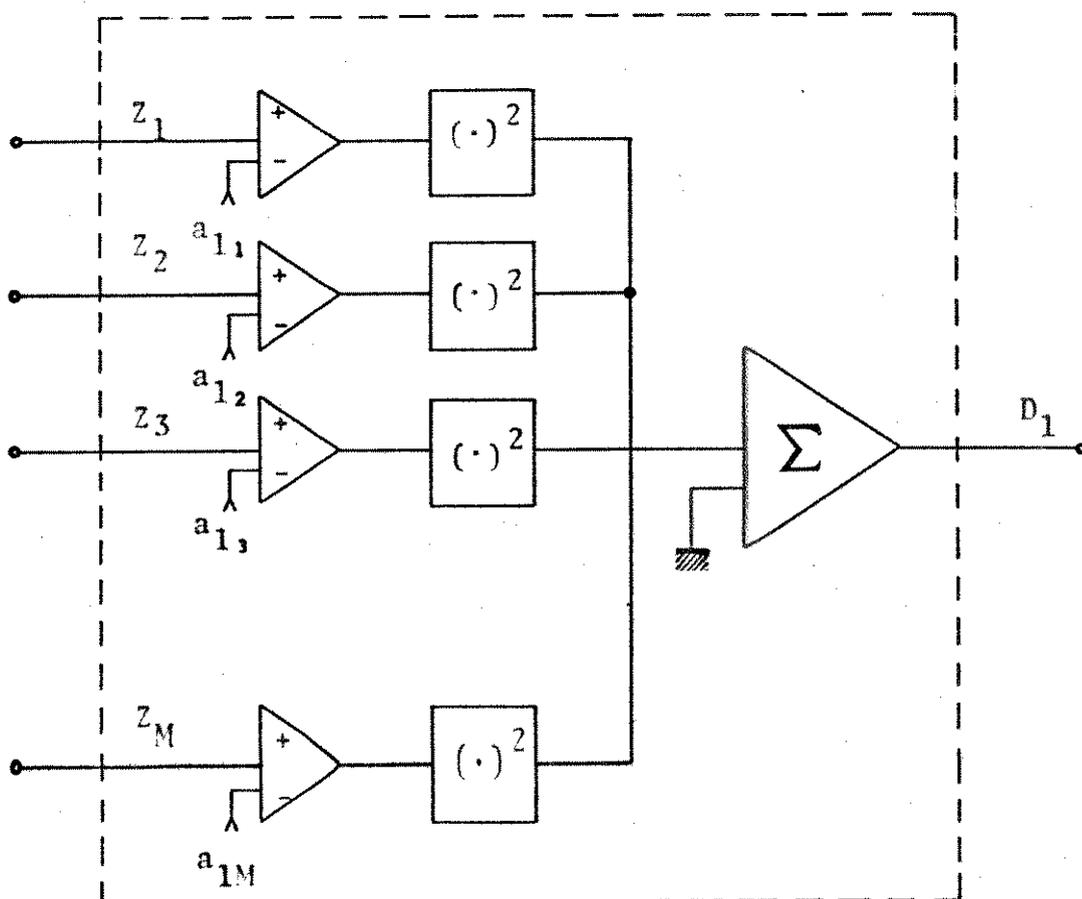


Fig. IV.4.2 - Módulo para calcular a distância D_1 .

Portanto, para o cálculo das demais distâncias, o procedimento para a implementação é análogo ao da distância D_1 , onde devemos utilizar as referências (coeficientes) apropriadas. Logo, o detetor completo é o mostrado na Fig. IV.4.3.

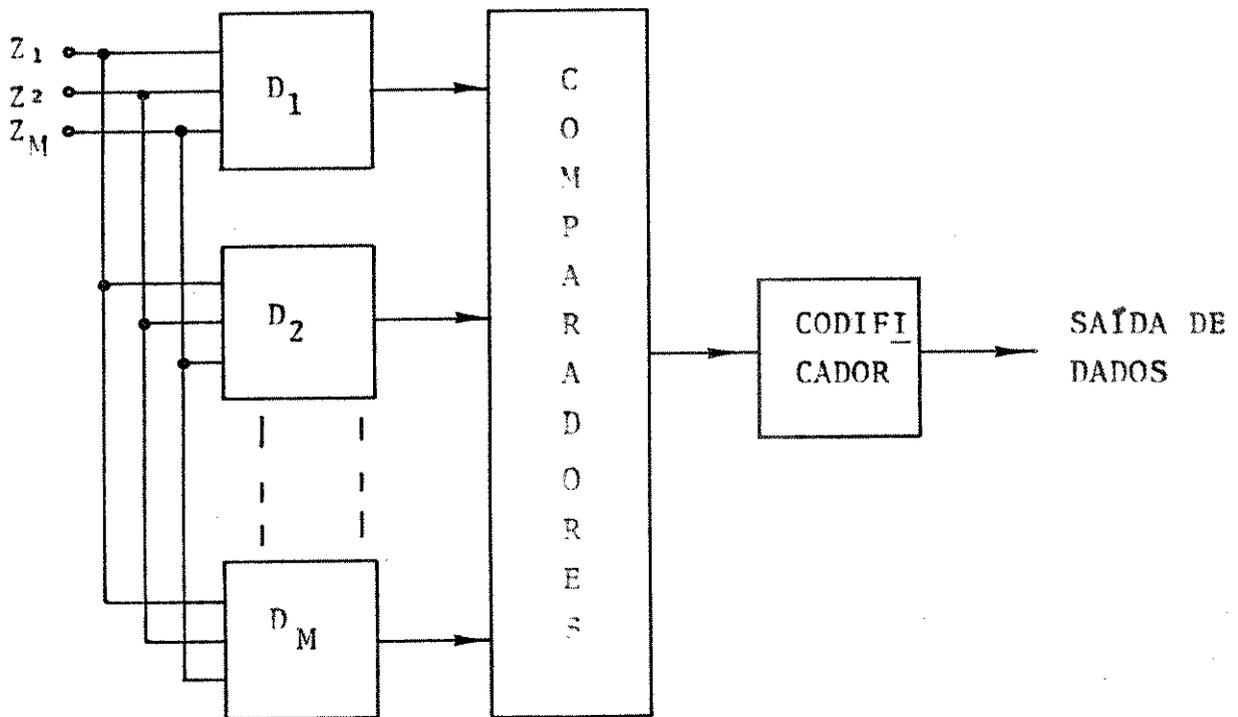


Fig. IV.4.3 - Detetor de máxima verossimilhança

A Fig. IV.4.4 ilustra o procedimento realizado pelo detetor, supondo um arranjo genérico, onde a decomposição, tanto do sinal $\gamma_i(t)$, como o ruído $n(t)$, foram feitas usando-se $\phi_1(t)$ e $\phi_2(t)$ como funções ortogonais.

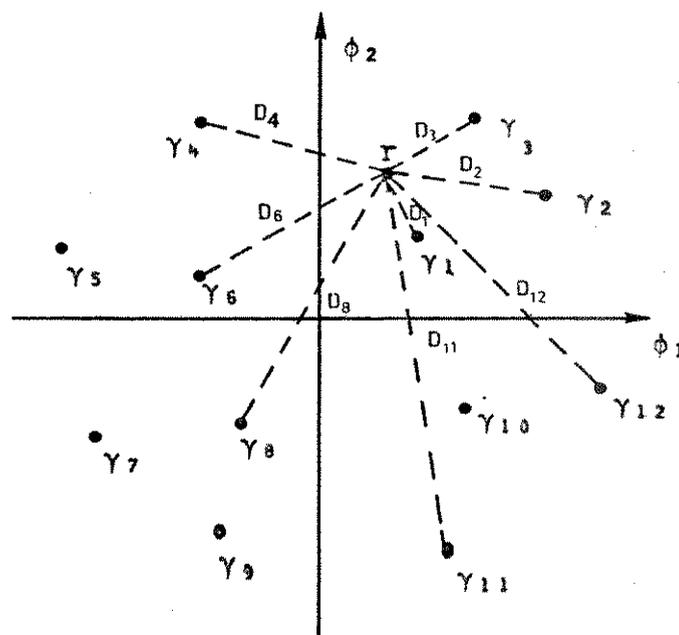


Fig. IV.4.4 - Espaço de Sinal

Da Fig. IV.4.4 concluímos que $\gamma_1(t)$ provavelmente te nha sido o sinal transmitido. É bom salientar que nesta análise supusemos que todos os parâmetros mencionados na secção IV.2 fo ram rigorosamente controlados.

IV.5 - PROPOSIÇÃO DE RECEPTOR ÓTIMO PARA O ARRANJO QAM-16

O arranjo QAM-16 é aquele ilustrado na Fig. IV.5.1 , onde as linhas tracejadas são as fronteiras das regiões de deci sões.

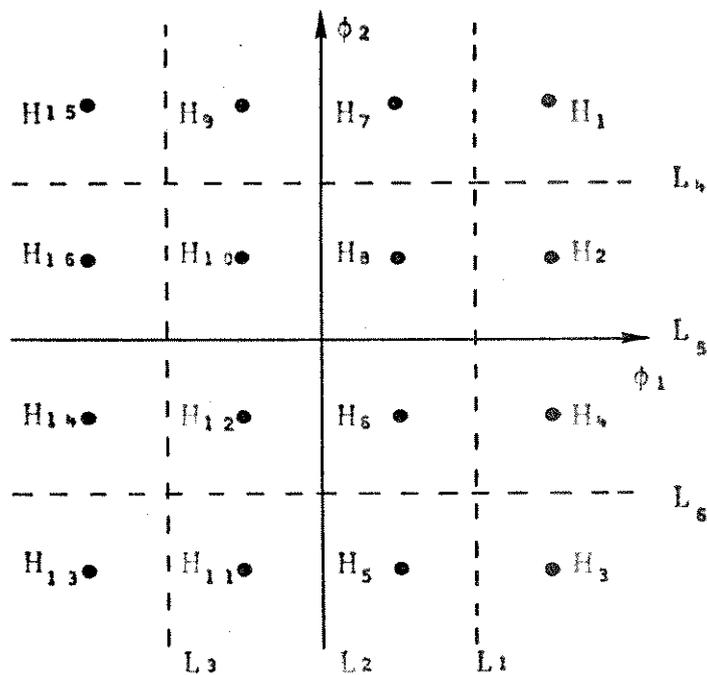


Fig.IV.5.1 - Arranjo QAM-16

A expressão matemática que caracteriza os sinais per tencentes a esse arranjo é dada por:

$$\gamma_i(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \left[a_i g(t) \cos \omega_0 t - b_i g(t) \cdot \text{sen} \omega_0 t \right] \quad (\text{IV.5.1})$$

onde

$$\left\{ \begin{array}{l} i = 1, 2, 3, \dots, 16 \\ g(t) = \text{é a forma do sinal apropriada para a transmissão} \\ 0 \leq t \leq T \\ a_i = \pm 1, \pm 3 \\ b_i = \pm 1, \pm 3 \end{array} \right.$$

Assumiremos a partir deste ponto que:

$$g(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{fora} \end{cases} \quad (\text{IV.5.2})$$

Sejam $\phi_1(t)$ e $\phi_2(t)$ tais que:

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos \omega_0 t \quad (\text{IV.5.3a})$$

$$\phi_2(t) = -\sqrt{\frac{2}{T}} \sin \omega_0 t \quad (\text{IV.5.3b})$$

Então, $\gamma_i(t)$ passa a ser:

$$\gamma_i(t) = a_i \phi_1(t) + b_i \phi_2(t) \quad (\text{IV.5.4})$$

Seja adotada para $n(t)$, a seguinte decomposição:

$$n(t) = C_1 \phi_1(t) + C_2 \phi_2(t) + \sum_{j=3}^{\infty} C_j \phi_j(t) \quad (\text{IV.5.5})$$

Seguindo o mesmo critério da secção anterior, teremos que o sinal recebido será:

$$r(t) = (a_i + C_1) \phi_1(t) + (b_i + C_2) \phi_2(t) + \sum_{j=3}^{\infty} C_j \phi_j(t) \quad (\text{IV.5.6})$$

Logo, os coeficientes do sinal $r(t)$ serão:

$$Z_1 = \int_0^T r(t) \cdot \phi_1(t) \cdot dt = a_i + C_1 \quad (\text{IV.5.7a})$$

$$Z_2 = \int_0^T r(t) \cdot \phi_2(t) \cdot dt = b_i + C_2 \quad (\text{IV.5.7b})$$

$$Z_j = \int_0^T r(t) \cdot \phi_j(t) \cdot dt = C_j \quad (\text{IV.5.7c})$$

com $j = 3, 4, 5, \dots, \infty$

O demodulador possuirá, pois, a característica apresentada na Fig. IV.5.2.

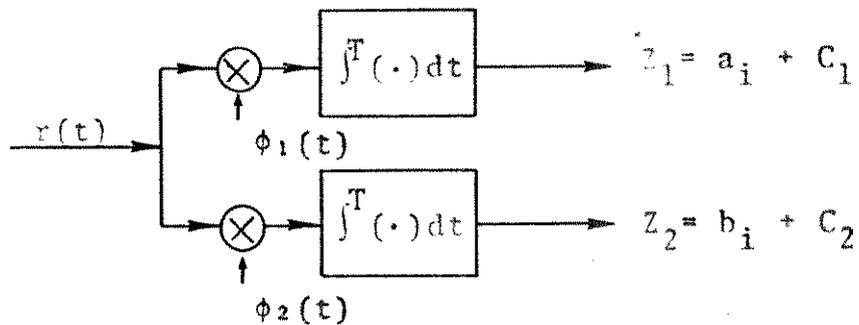


Fig.IV.5.2 - "Demodulador" usado para o QAM-16.

Usando da estatística suficiente, isto é, a equação (IV.3.6) da secção IV.3, teremos que os limiares, ou as fronteiras, das regiões de decisão devem ser a modo de decidirmos por:

$$\begin{array}{llll}
 H_1 & \text{se} & \lambda_{12} > L_4 & \text{e} & \lambda_{11} > L_1 \\
 H_2 & \text{se} & L_4 < \lambda_{22} < L_5 & \text{e} & \lambda_{21} > L_1 \\
 H_3 & \text{se} & \lambda_{32} < L_6 & \text{e} & \lambda_{31} > L_1 \\
 H_4 & \text{se} & L_6 < \lambda_{42} < L_5 & \text{e} & \lambda_{41} > L_1 \\
 H_5 & \text{se} & \lambda_{52} < L_6 & \text{e} & L_2 < \lambda_{51} < L_1 \\
 H_6 & \text{se} & L_6 < \lambda_{62} < L_5 & \text{e} & L_2 < \lambda_{61} < L_1 \\
 H_7 & \text{se} & \lambda_{72} > L_4 & \text{e} & L_2 < \lambda_{71} < L_1 \\
 H_8 & \text{se} & L_5 < \lambda_{82} < L_4 & \text{e} & L_2 < \lambda_{81} < L_1 & \text{(IV.5.8)} \\
 H_9 & \text{se} & \lambda_{92} > L_4 & \text{e} & L_3 < \lambda_{91} < L_2 \\
 H_{10} & \text{se} & L_5 < \lambda_{102} < L_4 & \text{e} & L_3 < \lambda_{101} < L_2 \\
 H_{11} & \text{se} & \lambda_{112} < L_6 & \text{e} & L_3 < \lambda_{111} < L_2 \\
 H_{12} & \text{se} & L_6 < \lambda_{122} < L_5 & \text{e} & L_3 < \lambda_{121} < L_2 \\
 H_{13} & \text{se} & \lambda_{132} < L_6 & \text{e} & \lambda_{131} < L_3 \\
 H_{14} & \text{se} & L_6 < \lambda_{142} < L_5 & \text{e} & \lambda_{141} < L_3 \\
 H_{15} & \text{se} & \lambda_{152} > L_4 & \text{e} & \lambda_{151} < L_3 \\
 H_{16} & \text{se} & L_5 < \lambda_{162} < L_4 & \text{e} & \lambda_{161} < L_3
 \end{array}$$

onde, $\lambda_i = (\lambda_{i1}, \lambda_{i2})$, com;

$$L_1 = L_4 = 2, \quad L_2 = L_5 = 0, \quad L_3 = L_6 = -2$$

Com esses elementos, o detetor de máxima verossimilhança passa a apresentar a seguinte configuração, observada na Fig. IV.5.3.

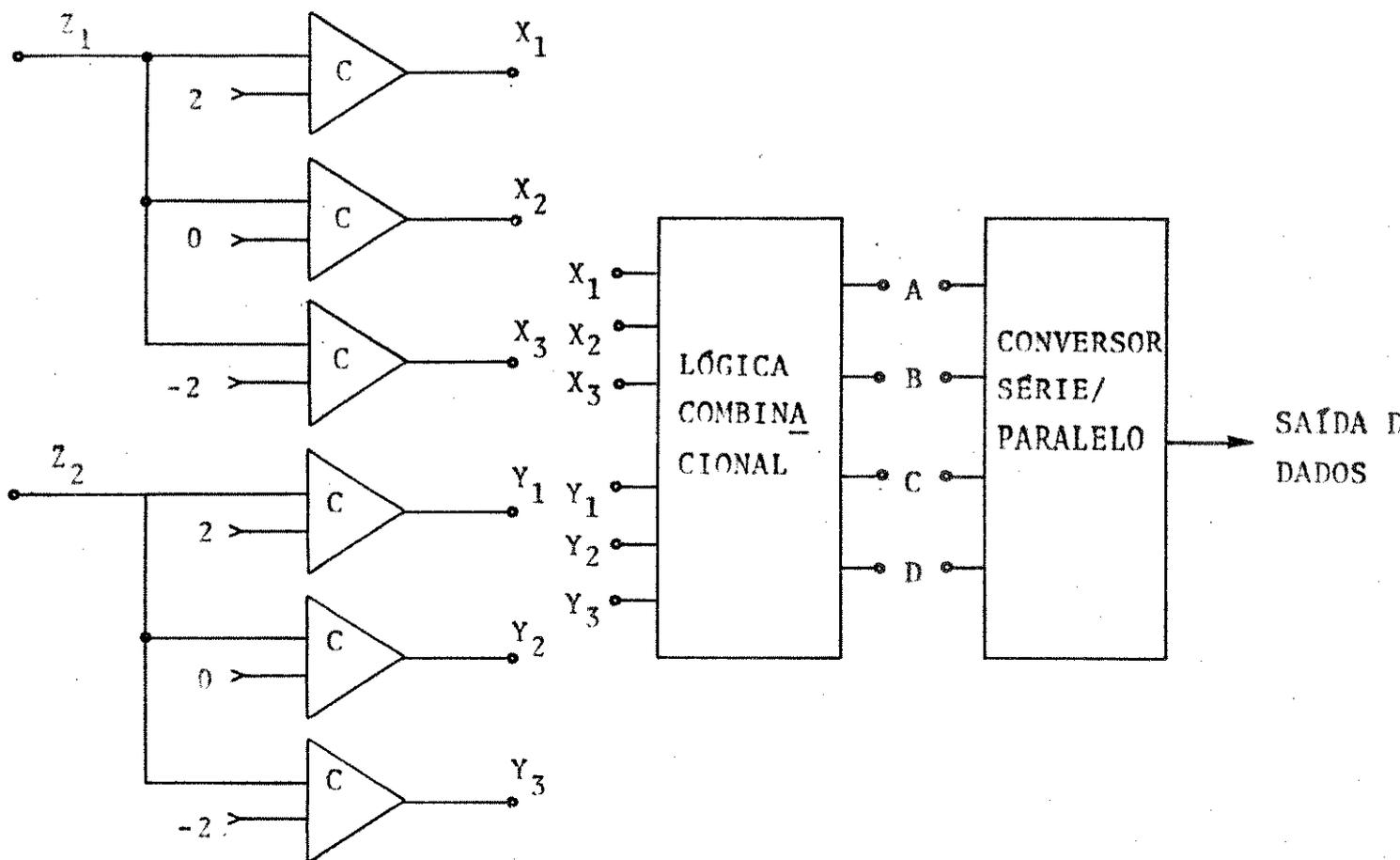


Fig.IV.5.3 - Detetor de máxima verossimilhança.

Os comparadores C da Fig. IV.5.3 atuam do seguinte modo:

$Z_1(Z_2) > \text{referência } [2,0,-2] \rightarrow \text{saída "1" (lógico)}$
 se
 $Z_1(Z_2) < \text{referência } [2,0,-2] \rightarrow \text{saída "0" (lógico)}$

IV.5.1 - Projeto da Lógica Combinacional

Analisando-se a Fig.IV.5.1.1, construiu-se a Tabela Verdade da lógica combinacional.

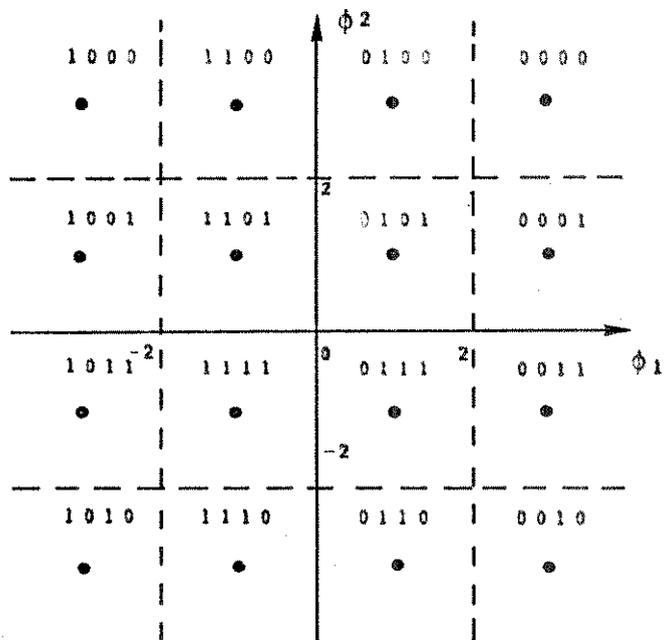


Fig.IV.5.1.1 - Código de Gray associado às formas de ondas $\gamma_1(t)$ a $\gamma_{16}(t)$.

TABELA VERDADE "LÓGICA COMBINACIONAL"

X_1	X_2	X_3	Y_1	Y_2	Y_3	A	B	C	D
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	0	0	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	0	1	1	1	1	0	1
0	0	1	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	0	0	0	1	1	1	0
0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
0	0	0	0	0	1	1	0	1	1
0	0	0	0	1	1	1	0	0	1
0	0	0	1	1	1	1	0	0	0

O procedimento seguinte seria o de obtermos por método sistemático, a minimização das funções lógicas decorrentes da Tabela Verdade. Portanto, utilizando-se dos mapas de Karnaugh, foram obtidas as seguintes expressões para as variáveis A, B, C e D:

MAPA DE KARNAUGH PARA A VARIÁVEL "A"

$\begin{matrix} Y_1 Y_2 Y_3 \\ X_1 X_2 X_3 \end{matrix}$	000	001	011	010	110	111	101	100
000	1	1	1	X	X	1	X	X
001	1	1	1	X	X	1	X	X
001	0	0	0	X	X	0	X	X
010	X	X	X	X	X	X	X	X
110	X	X	X	X	X	X	X	X
111	0	0	0	X	X	0	X	X
101	X	X	X	X	X	X	X	X
100	X	X	X	X	X	X	X	X

$$A = \overline{X_1} \cdot \overline{X_2}$$

MAPA DE KARNAUGH PARA A VARIÁVEL "B"

$\begin{matrix} Y_1 Y_2 Y_3 \\ X_1 X_2 X_3 \end{matrix}$	000	001	011	010	110	111	101	100
000	0	0	0	X	X	0	X	X
001	1	1	1	X	X	1	X	X
011	1	1	1	X	X	1	X	X
010	X	X	X	X	X	X	X	X
110	X	X	X	X	X	X	X	X
111	0	0	0	X	X	0	X	X
101	X	X	X	X	X	X	X	X
100	X	X	X	X	X	X	X	X

$$B = \overline{X_1} \cdot \overline{X_3}$$

MAPA DE KARNAUGH PARA A VARIÁVEL "C"

$\begin{matrix} Y_1 Y_2 Y_3 \\ X_1 X_2 X_3 \end{matrix}$	000	001	011	010	110	111	101	100
000	1	1	0	X	X	0	X	X
001	1	1	0	X	X	0	X	X
011	1	1	0	X	X	0	X	X
010	X	X	X	X	X	X	X	X
110	X	X	X	X	X	X	X	X
111	1	1	0	X	X	0	X	X
101	X	X	X	X	X	X	X	X
100	X	X	X	X	X	X	X	X

$$C = \overline{Y_1} \cdot Y_2$$

MAPA DE KARNAUGH PARA A VARIÁVEL "D"

$\begin{matrix} Y_1 Y_2 Y_3 \\ X_1 X_2 X_3 \end{matrix}$	000	001	011	010	110	111	101	100
000	0	1	1	X	X	0	X	X
001	0	1	1	X	X	0	X	X
011	0	1	1	X	X	0	X	X
010	X	X	X	X	X	X	X	X
110	X	X	X	X	X	X	X	X
111	0	1	1	X	X	0	X	X
101	X	X	X	X	X	X	X	X
100	X	X	X	X	X	X	X	X

$$D = \overline{Y_1} \cdot Y_3$$

Os "X" representam estados indiferentes.

Com isso, o circuito lógico derivado da tabela Verdade é aquele mostrado na Fig. IV.5.1.2.

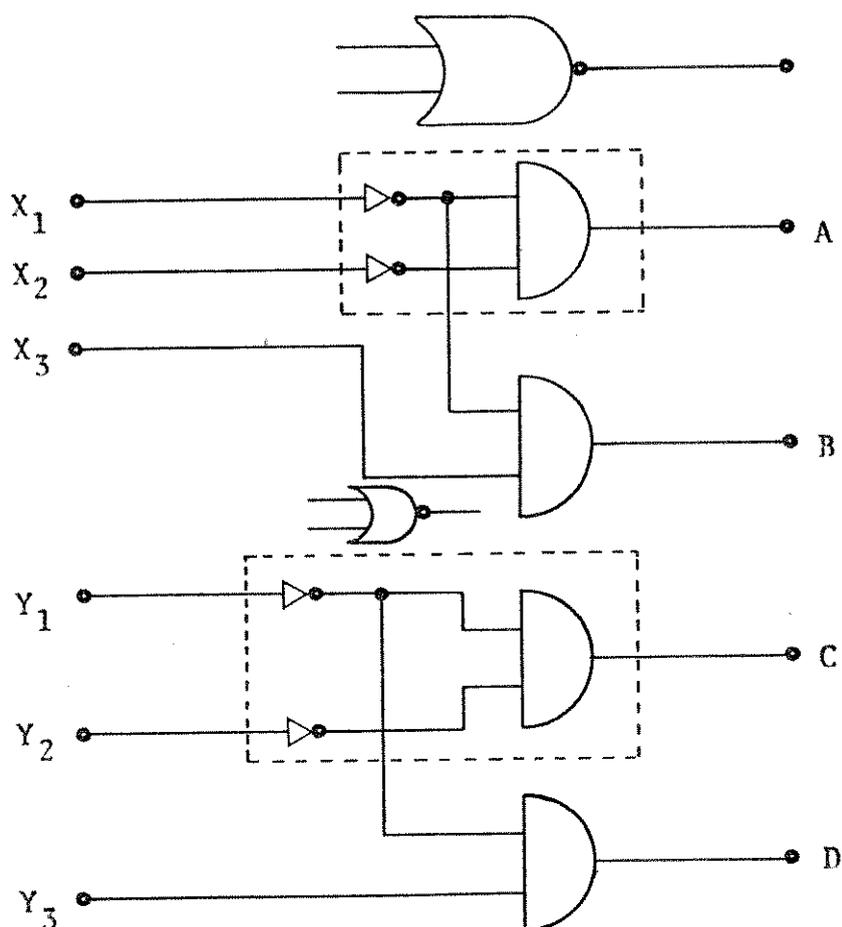


Fig.IV.5.1.2 - Circuito Lógico correspondente à Tabela Verdade.

Resta-nos, portanto, estabelecer um procedimento para recuperação do sincronismo de símbolos e da fase da portadora. As Figs. IV.5.1.3 e IV.5.1.4 mostram um esquema que realiza tais funções.

Qualitativamente o procedimento é o seguinte:

1 - Sincronismo de símbolos:

Sabemos que, em cada intervalo de tempo de 0 a T segundos, as componentes da fase e em quadratura, podem assumir um dos 4 níveis, que são igualmente prováveis. Seja a forma de onda mostrada na Fig. IV.5.1.5 uma possível seqüência transmitida. Esta forma de onda poderia ser associada tanto para a componente em fase, como em quadratura.

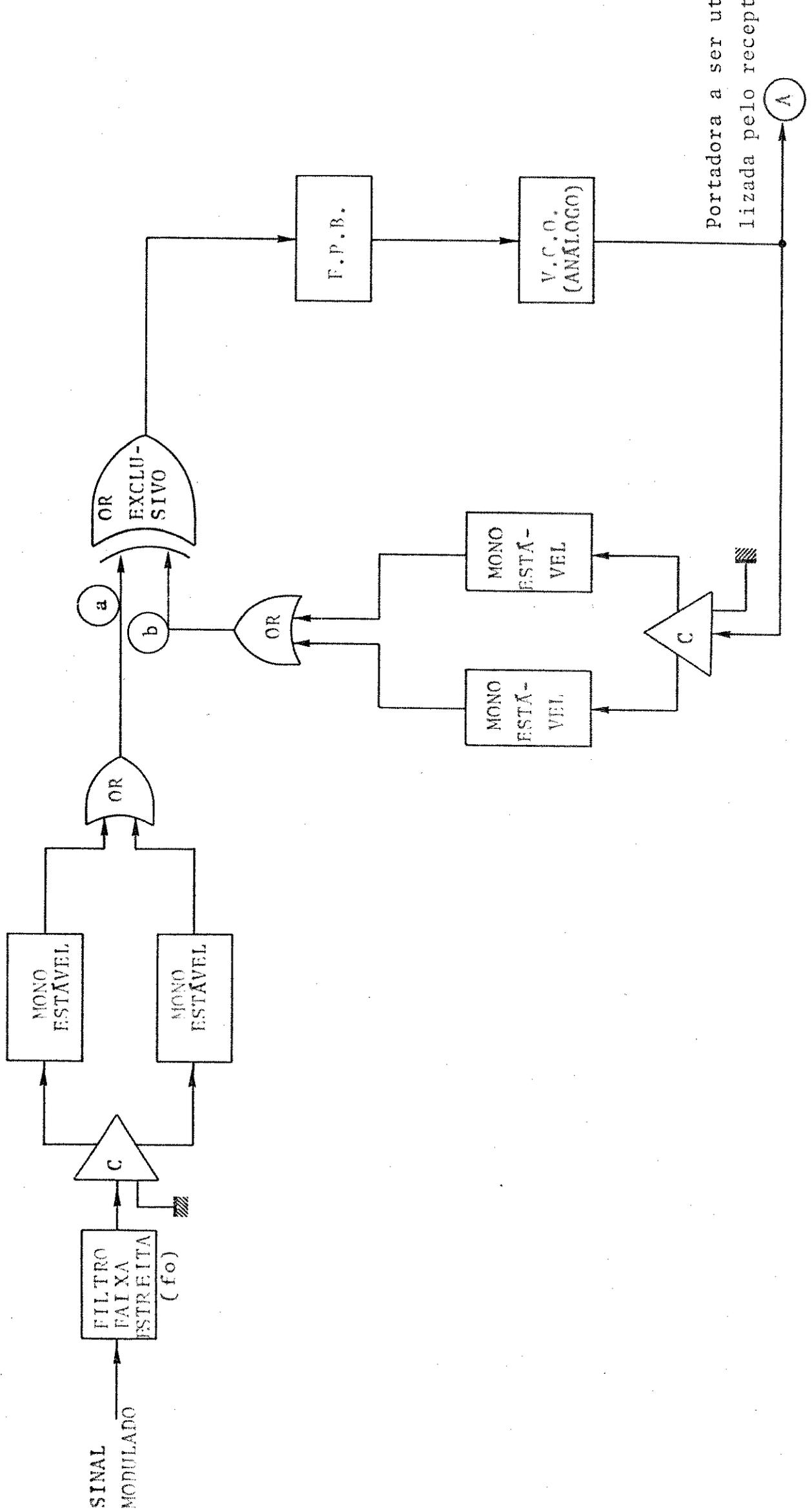


FIG. IV.5.1.3. - RECUPERAÇÃO DA PORTADORA

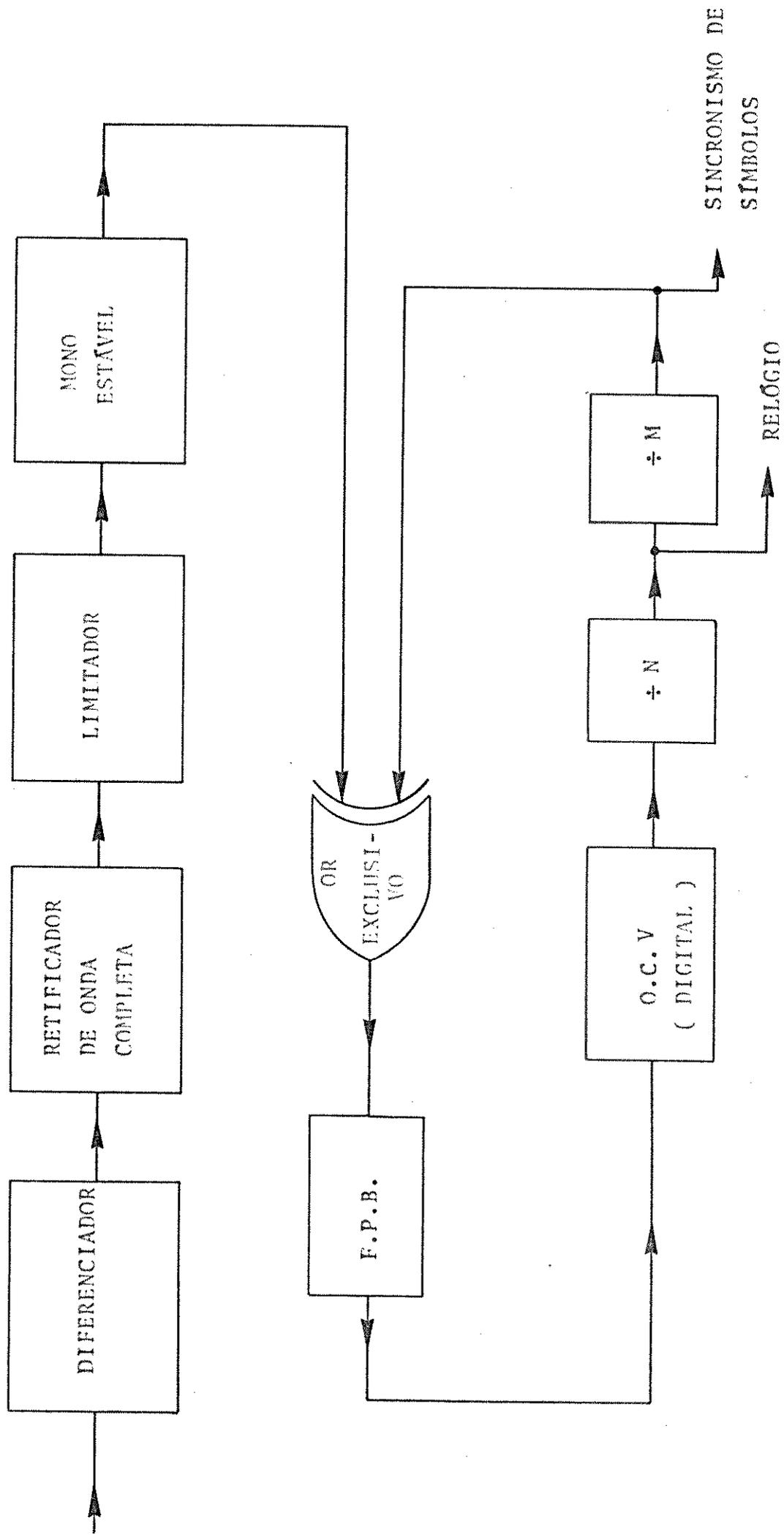


FIG. IV.5.1.4. - CIRCUITO PARA RECUPERAR SINCRONISMO DE SÍMBOLOS

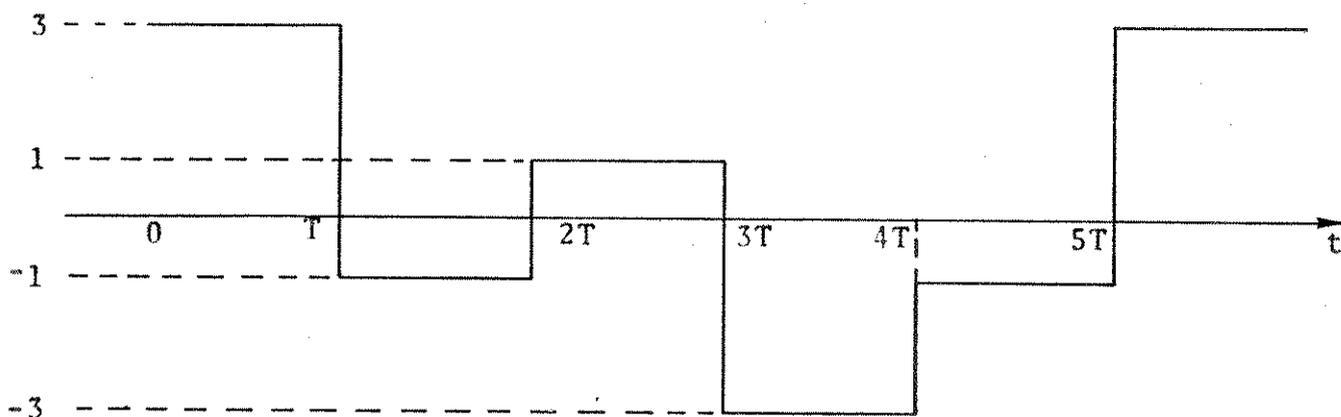


Fig.IV.5.1.5 - Seqüência transmitida

Após o diferenciador e o retificador de onda, completa da Fig.IV.5.1.4, teríamos um trem de implusos, como pode ser visto na Fig. IV.5.1.6.

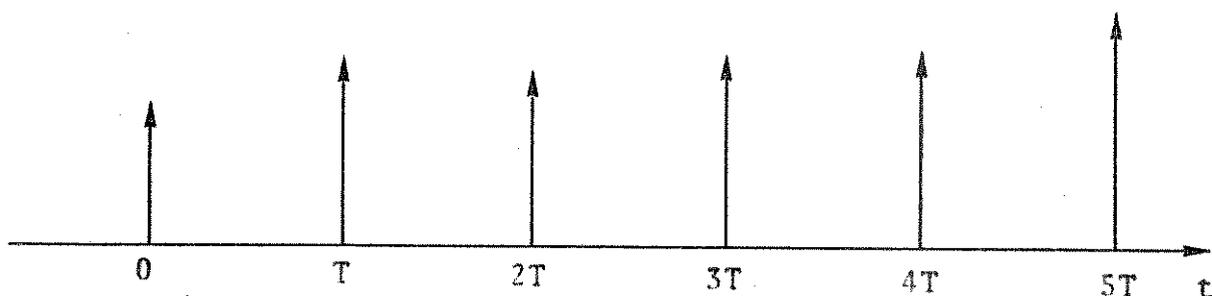


Fig.IV.5.1.6 - Trem de impulsos

Esse trem de impulsos é passado através de um limitador para que possa ativar um multivibrador mono-estável. Assim, a forma de onda após o mono-estável, será:

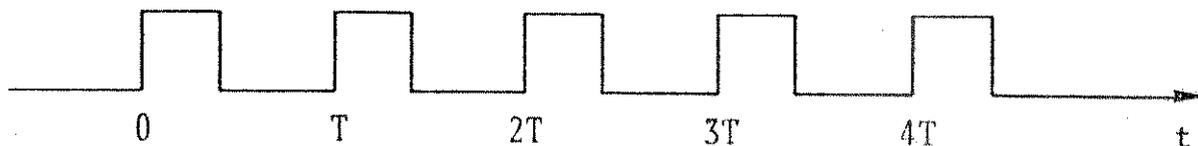


Fig.IV.5.1.7 - Forma de onda após o mono-estável

Esta seqüência de pulsos será amarrada por u'a malha de amarramento de fase (P.L.L.), ou filtrada a componente fundamental (ou múltipla) através de um circuito sintonizado. Desta forma obtivemos o sincronismo de símbolos que fornecerá, consoante um critério adotado, os instantes de amostragem, bem como o relógio de dados que entram para o transmissor.

2 - Fase da portadora:

O princípio utilizado é o mesmo que o empregado para a obtenção do sincronismo dos símbolos, por exemplo, os cruzamentos de zeros. Utilizando-se da técnica convencional, transmissão de uma portadora piloto, esta é filtrada por meio de um filtro de faixa estreita, centrado em f_0 . Em seguida, este tom é passado em um comparador, cujo limiar é zero volts. As saídas do comparador ativarão dois monoestáveis. Esses dois trens de pulsos passarão por uma porta OU, a fim de fornecer uma seqüência de pulsos cujo período é metade do da portadora. Essa seqüência de pulsos será amarrada pela malha de amarramento de fase, como pode ser visto na Fig. IV.5.1.3. O O.C.V possui f_0 como freqüência quiescente. As entradas (A) e (B) do OU-EXCLUSIVO serão comparadas, e, se exsistir uma diferença de fase entre elas, um sinal de erro será gerado, o qual fará com que o O.C.V. se desloque no sentido de diminuir essa diferença.

O integrador mostrado na Fig. IV.5.2 pode ser implementado, como pode ser visto na Fig. IV.5.1.8, a apresentada a seguir.

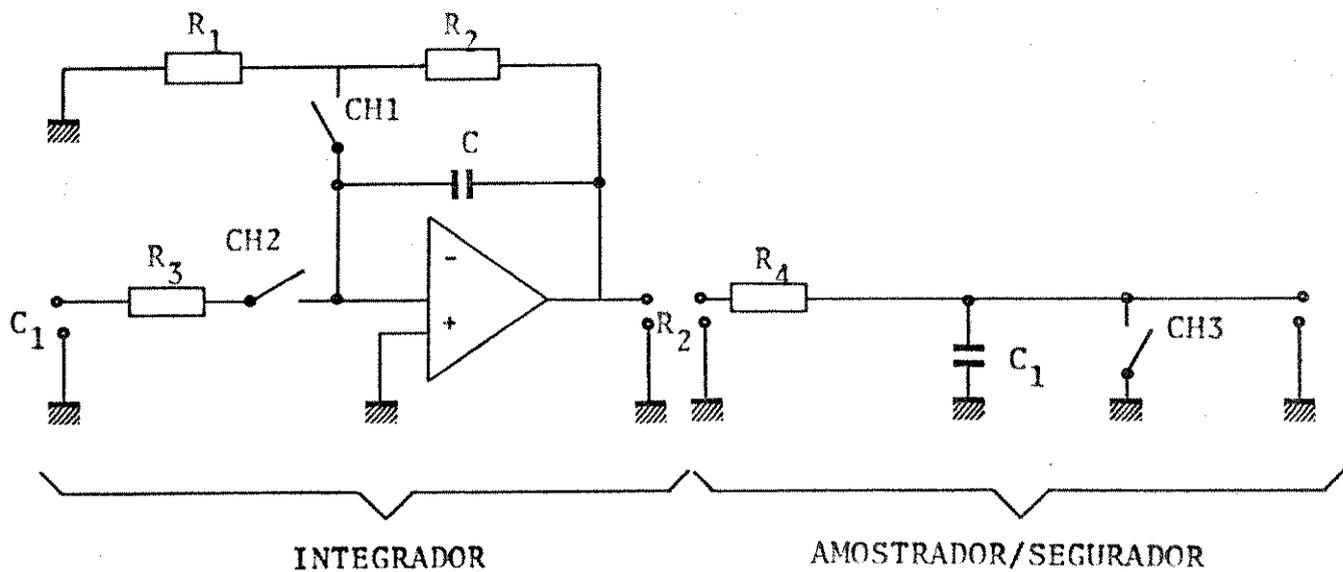


Fig.IV.5.1.8 - Esquema proposto para serializar integração/amostra.

Supondo que o controle automático de ganho, bem como o equalizador, tenham realizado suas funções, uma possível estrutura para o receptor QAM-16 é mostrada no conjunto de Figs.IV.5.1.3 , IV.5.1.9 e IV.5.1.10.

Imaginando uma distribuição qualquer de pontos no espaço de sinal bidimensional, a descrição qualitativa do circuito de decisão seria:

Estabeleçamos, por hipótese, a distribuição já mostrada na Fig. IV.4.4. A estrutura do detetor de máxima verossimilhança é apresentada na Fig. IV.5.1.11.

A implementação do detetor segue a seguinte equação:

$$\begin{aligned}
 D_i &= \min_i |\bar{r} - \bar{\gamma}_i| \\
 &= \max_i 2 \operatorname{Re} \{ \bar{r} \cdot \bar{\gamma}_i^* \} - |\bar{\gamma}_i|^2
 \end{aligned}
 \tag{IV.5.1.1}$$

onde

$$\begin{cases}
 \text{com } i=1,2,3,\dots,M. \\
 \bar{r} = Z_1 + jZ_2 \\
 \bar{\gamma}_i = a_i + jb_i
 \end{cases}$$

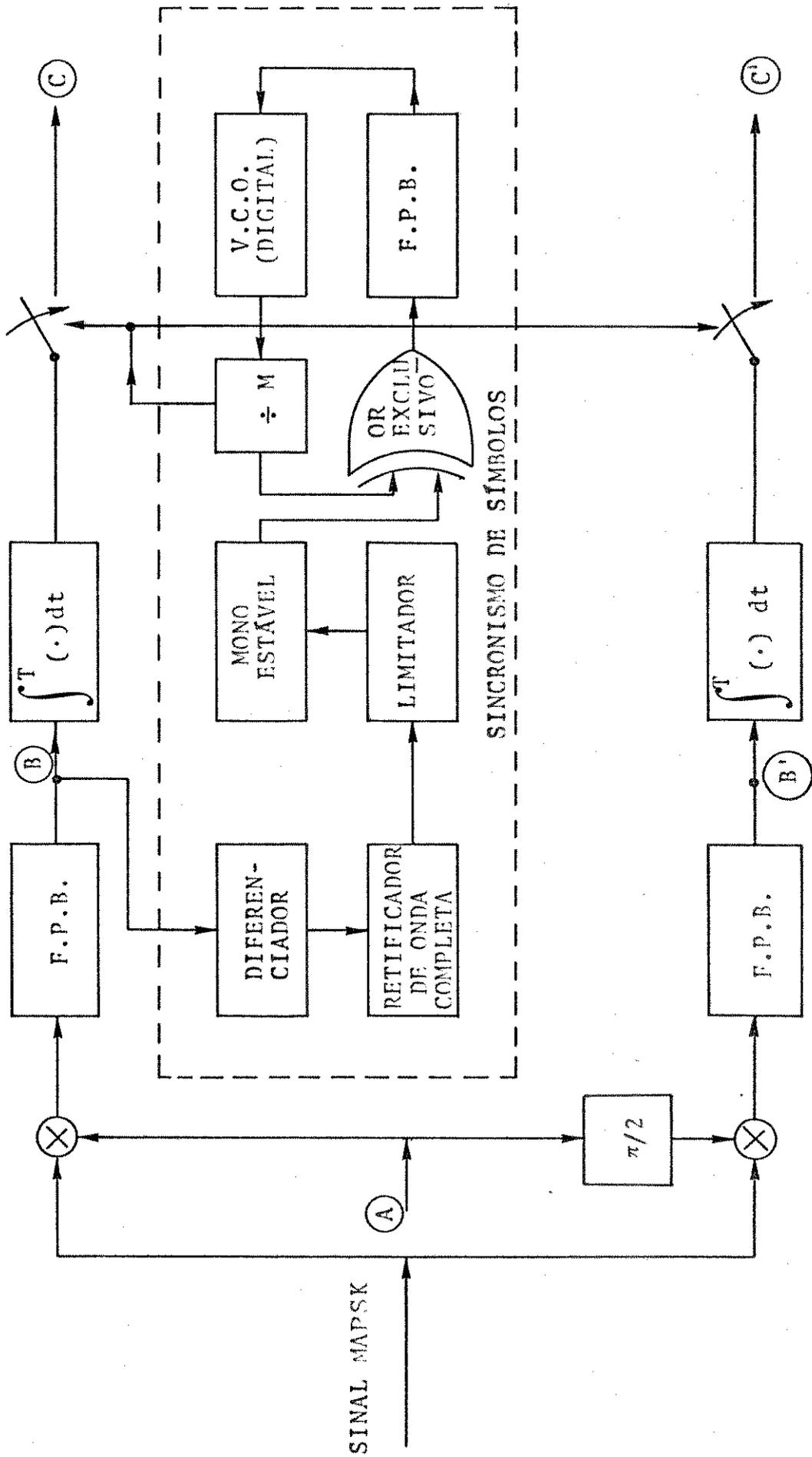


Fig.IV.5.1.9 - Circuito correlador (Detector)

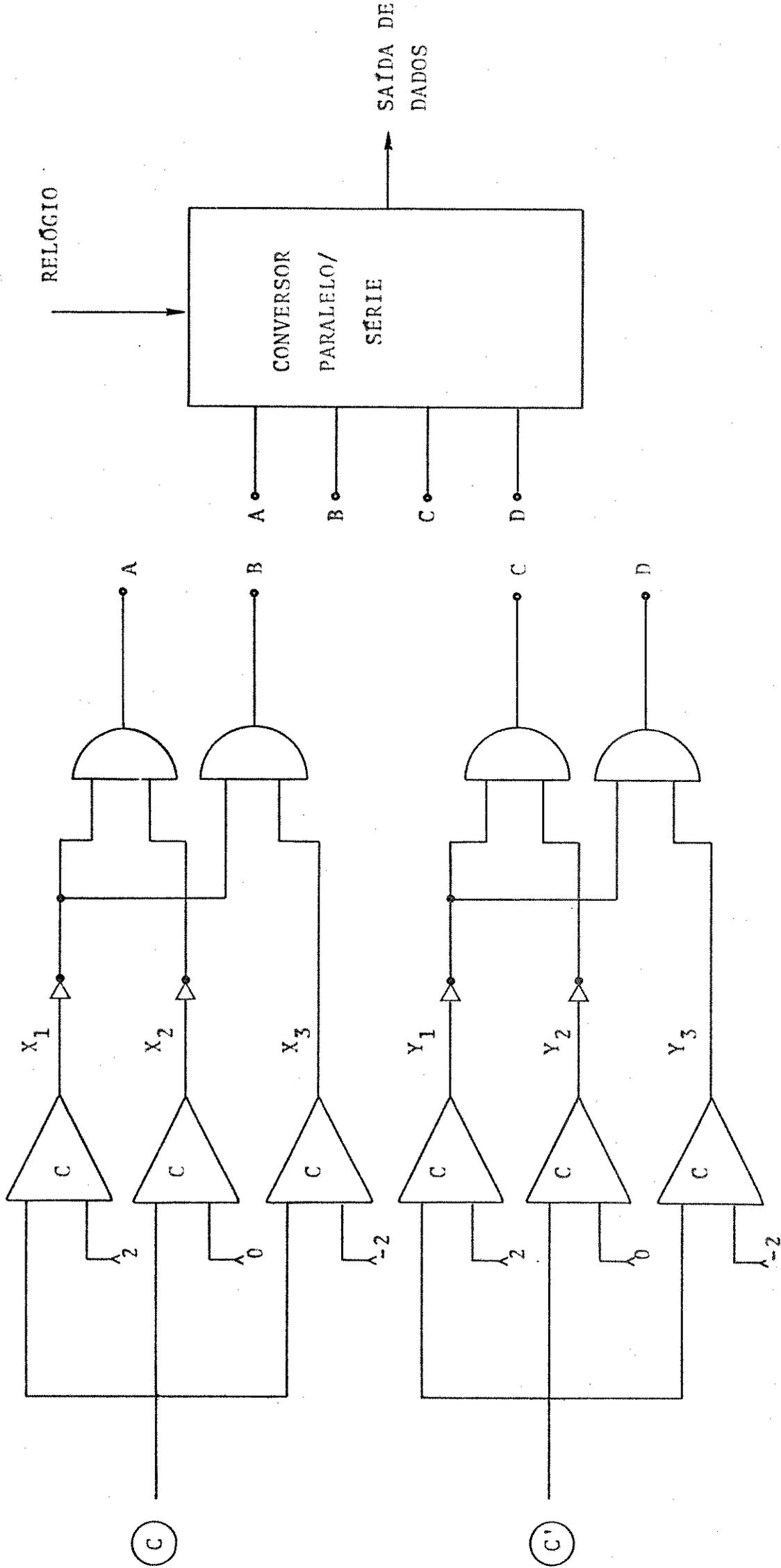


FIG. IV.5.1.10 - CIRCUITO DE DECISÃO

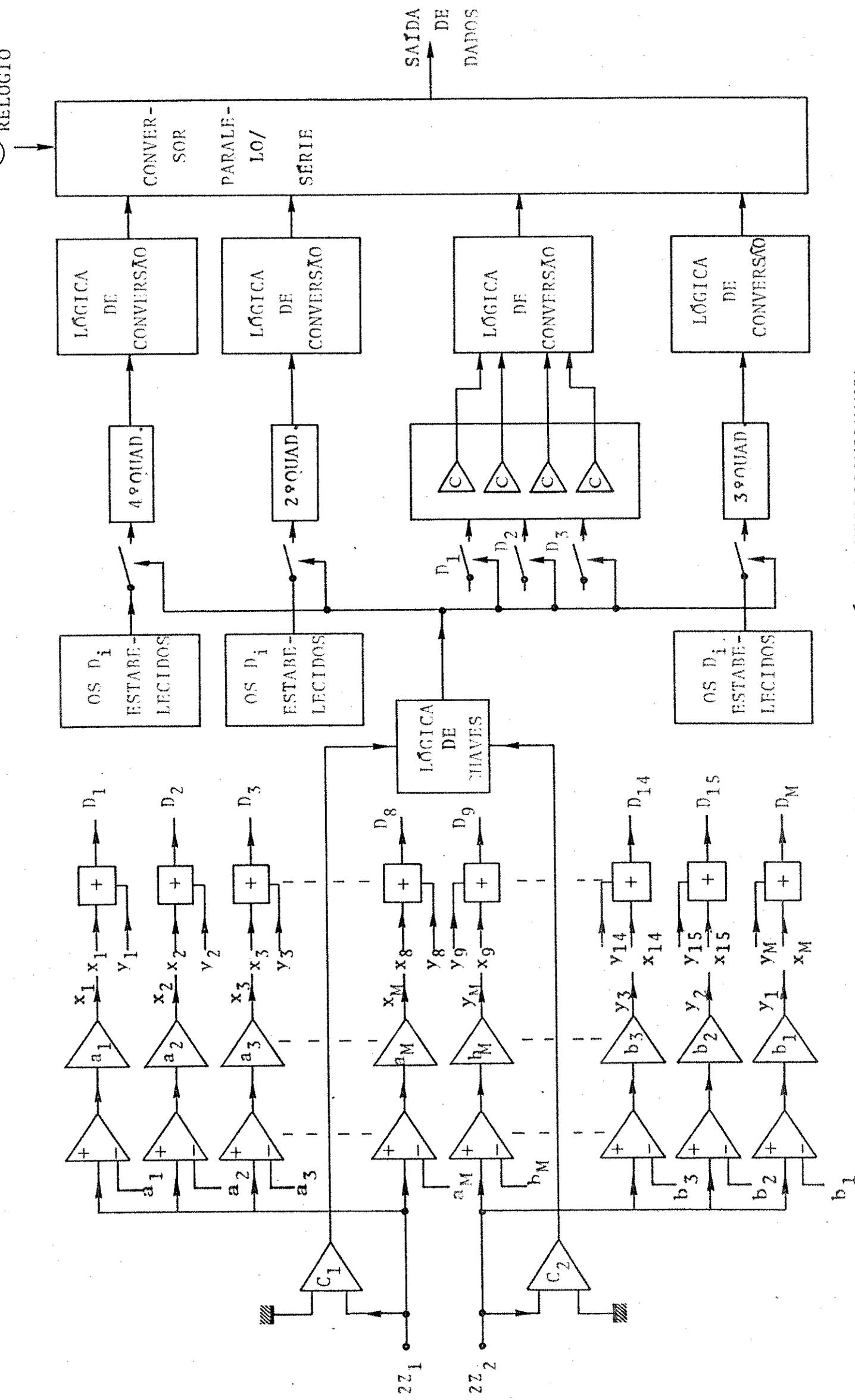


FIG. IV.5.1.11 - DETETOR DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

portanto,

$$D_i = \max_i \{2(a_i z_1 + b_i z_2) - (a_i^2 + b_i^2)\}$$

(IV.5.1.2)

$$= \max_i \{x_i + y_i\}$$

Esses M valores de D_i , deverão ser comparados exaustivamente, finalizando com o valor de D_i máximo. Este valor deverá ser "codificado" (determinação da palavra digital associada ao símbolo) em $K = \log_2 M$ bits. Se usássemos deste critério, o número de comparadores seria excessivamente elevado. Um critério para contornar este problema seria o seguinte:

Associemos a cada quadrante a seguinte combinação de dígitos:

	W_1	W_2
PRIMEIRO QUADRANTE	- 1	1
SEGUNDO QUADRANTE	- 0	1
TERCEIRO QUADRANTE	- 0	0
QUARTO QUADRANTE	- 1	0

Suponhamos que $z_1 > 0$ e $z_2 > 0$; então na saída dos comparadores C_1 e C_2 teremos nível lógico 1, como mostra a Fig. IV.5.1.12, que associamos ao primeiro quadrante.

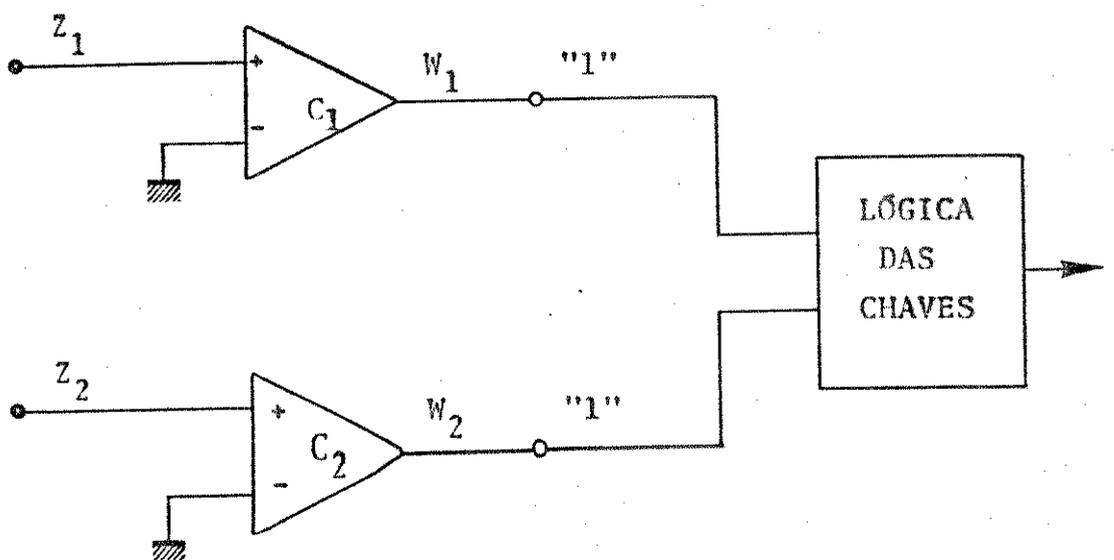


Fig. IV.5.1.12 - Circuito "associador" de quadrantes.

Logo, a comparação das distâncias, entre o sinal recebido e os sinais armazenados, só necessita ser feita em relação aos pontos (sinais) situados no primeiro quadrante, que, no caso da Fig. IV.4.4 serão entre os pontos γ_1 , γ_2 , γ_3 . Com isso, reduz-se sensivelmente o número de componentes. O selecionamento dos quadrantes deve seguir a associação mencionada acima, a qual fornecerá o seguinte circuito lógico: vide Fig. IV.5.1.13.

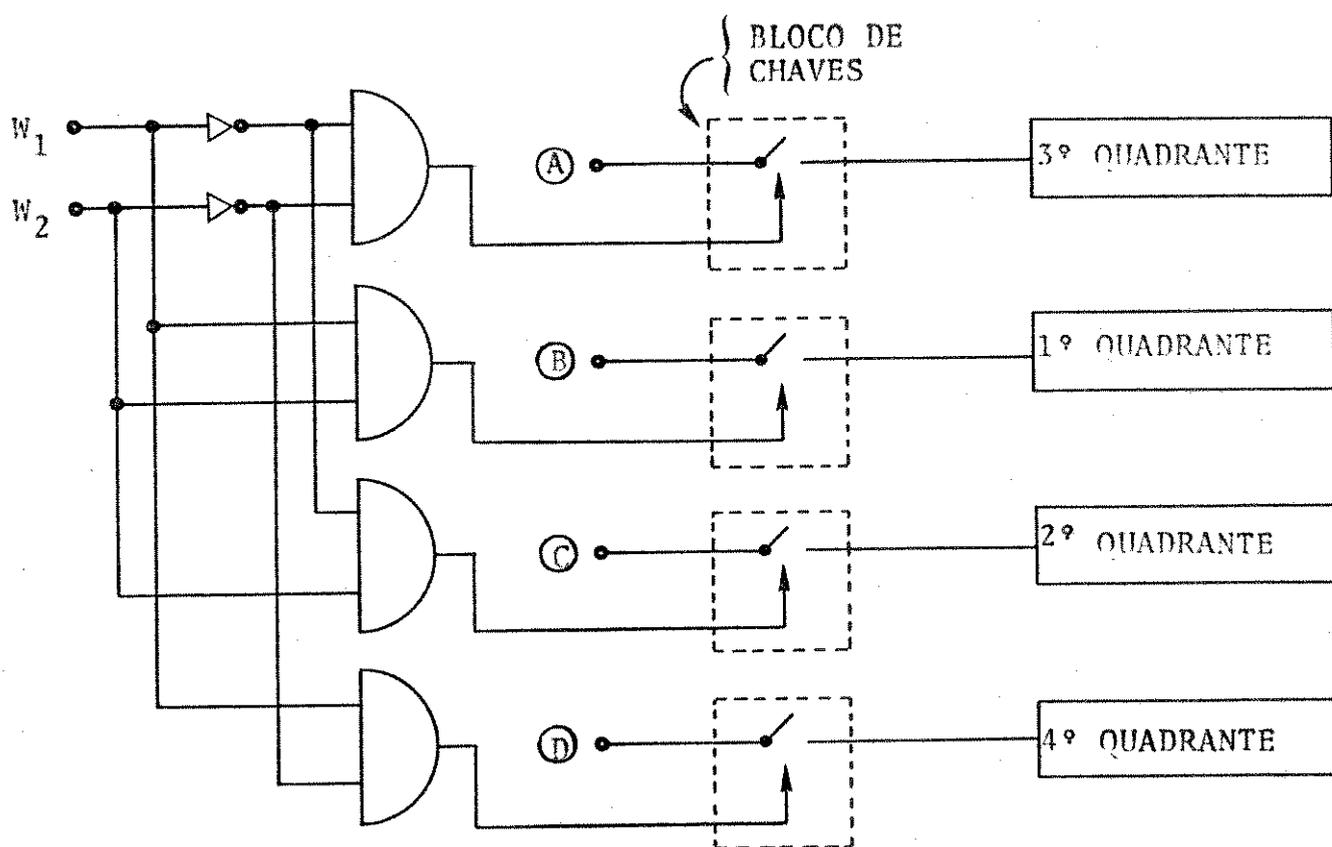


FIG. IV.5.1.13 - SELEÇÃO DOS QUADRANTES

O conjunto formado por (A), bloco de chaves e N-ésimo quadrante ($N = 1, 2, 3, 4$) pode melhor ser caracterizado na Fig. IV.5.1.14, tomando como exemplo a Fig. IV.4.4.

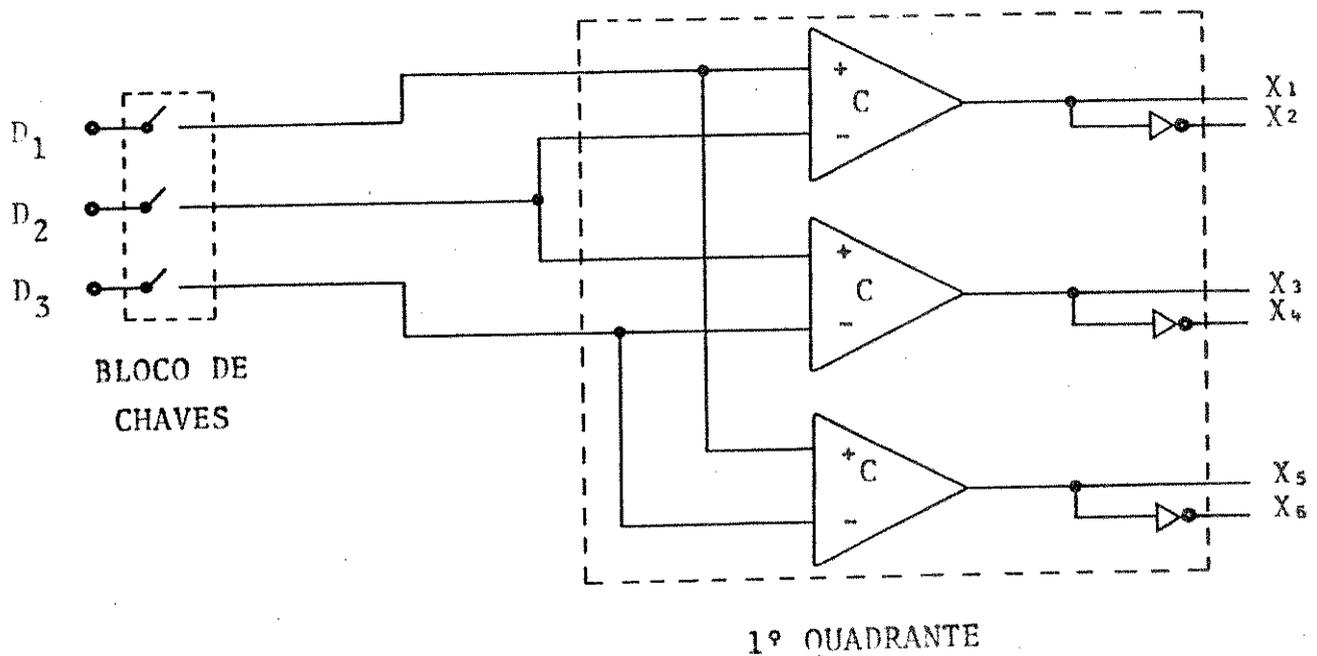


Fig.IV.5.1.14 - Conversor A/D

Utilizando-se de um critério de minimização de funções lógicas (mapas de Karnaugh) poderemos obter um circuito lógico que faça a conversão de 6 dígitos para 4 para o exemplo proposto, ou $2L$ ($L = \text{n}^\circ$ de pontos no quadrante) dígitos para $K = \log_2 M$. Em seguida, esses dígitos são armazenados em um conversor paralelo/série e posteriormente processados, para o decodificador PCM como para transmissão via Rádio.

IV.6 - VERSATILIDADE DO RECEPTOR QAM-16

Como foi demonstrado no Capítulo III, o transmissor para o arranjo QAM-16 apresenta uma série de vantagens com relação aos demais transmissores cujos arranjos pertenciam ao mesmo grupo (16 pontos). As vantagens são:

- 1 - Maior capacidade de transmissão;
 - 2 - Possibilidade de transmitir maior número de arranjos;
 - 3 - Facilidade de implementação;
 - 4 - Melhor desempenho do sistema;
- e etc...

Sob este ponto de vista, é interessante pesquisar se algumas vantagens continuam sendo válidas para o receptor, principalmente os itens 2, 3 e 4.

Da comparação entre as estruturas estabelecidas. a seguir, para os receptores dos sistemas PSK-2, PSK-4, tanto diferencial como coerente, ASK-4 e QASK-8 com a do QAM-16, veremos que pequenas modificações devem ser processadas neste último, para que possa acomodar todos os sistemas acima mencionados. Para os demais, ou seja, "PSK-8", retangular e (4,4), se mantida a estrutura do receptor QAM-16, o desempenho (taxa de erro) sofrerá uma degradação, como já mencionado na Introdução deste Capítulo.

A seguir, apresentaremos uma das possíveis estruturas para os receptores dos sistemas mencionados acima.

1 - Receptor PSK-2

Seja $\gamma_i(t)$ o sinal transmitido, $n(t)$ o ruído e $r(t)$ o sinal recebido. Para o receptor, temos:

$$r(t) = \gamma_i(t) + n(t) \quad \text{com } i = 1, 2.$$

$$\text{onde } \gamma_i(t) = \begin{cases} a_i \phi_L(t) & \text{para } i = 1 \\ -a_i \phi_L(t) & \text{para } i = 2 \end{cases} \quad (\text{IV.6.1})$$

Seguindo o mesmo procedimento da seção IV.5 teremos a seguinte estrutura para o receptor:

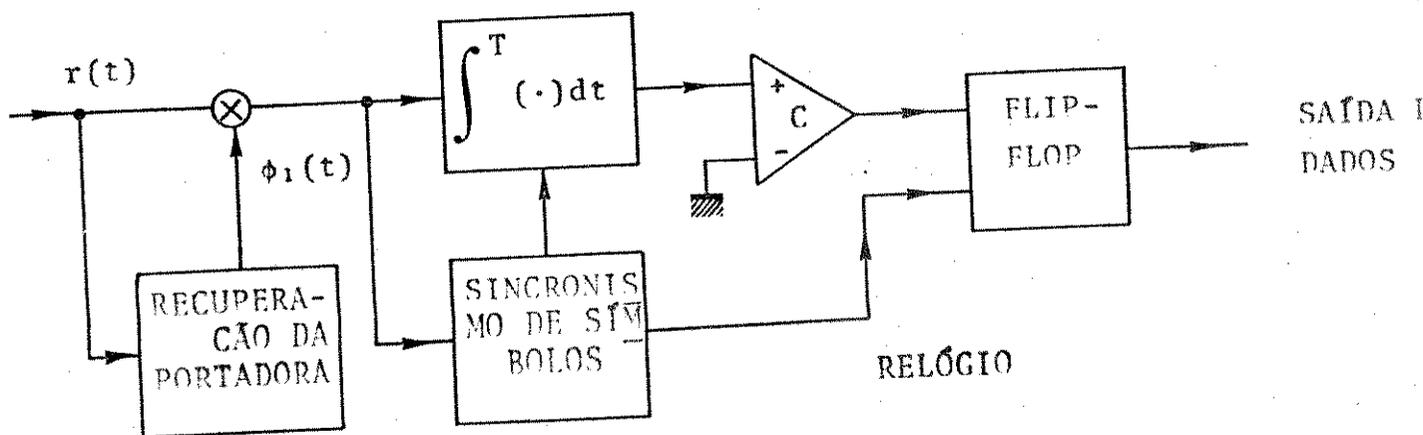


Fig.IV.6.1 - Receptor PSK-2

Tanto para o PSK-2 como para os demais sistemas, a aquisição da fase da portadora e o sincronismo de símbolos são obtidos pelo mesmo procedimento apresentado na secção IV.5.

2.1 - Receptor PSK-4 coerente

Seja $\gamma_i(t)$ dado por:

$$\gamma_i(t) = \begin{cases} a_i \phi_1(t) & \text{se } i = 1 \\ -a_i \phi_1(t) & \text{se } i = 2 \\ b_i \phi_2(t) & \text{se } i = 3 \\ -b_i \phi_2(t) & \text{se } i = 4 \end{cases} \quad (\text{IV.6.2})$$

Logo, o sinal recebido será:

$$r(t) = \gamma_i(t) + n(t) \quad (\text{IV.6.3})$$

com $i = 1, 2, 3, 4$.

Considerando que os sinais $\gamma_i(t)$ com $i = 1, 2$ são independentes dos sinais $\gamma_i(t)$ com $i = 3, 4$, e mais, seguindo -se o mesmo procedimento da secção IV.5, obteremos a seguinte implementação para o receptor: (vide Fig. IV.6.2, a seguir)

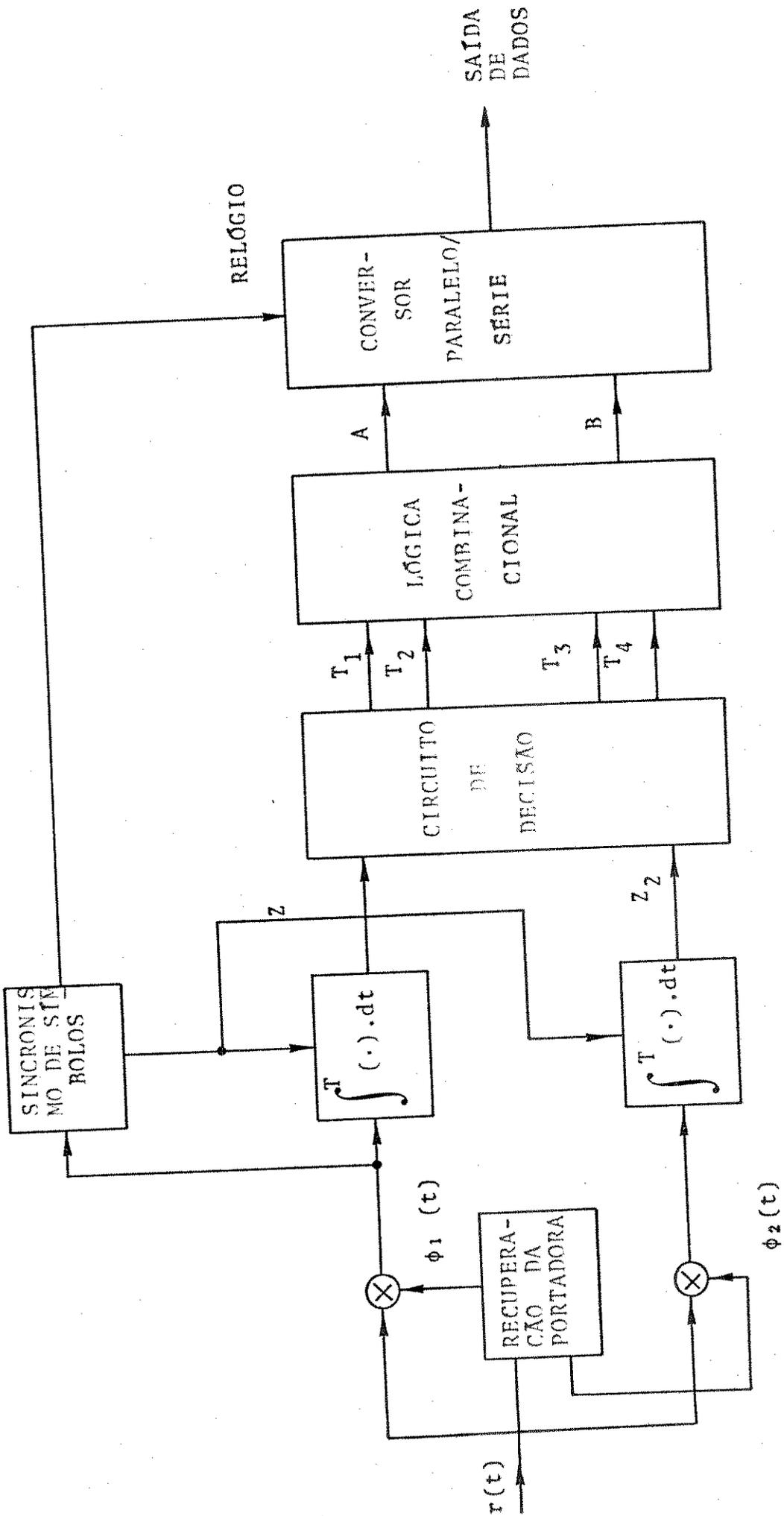


FIG. IV.6.2. - RECEPTOR PSK - 4 COERENTE

O arranjo no espaço de sinal é mostrado na Fig. IV.6.3, onde as linhas tracejadas denotam as fronteiras das regiões de decisões:

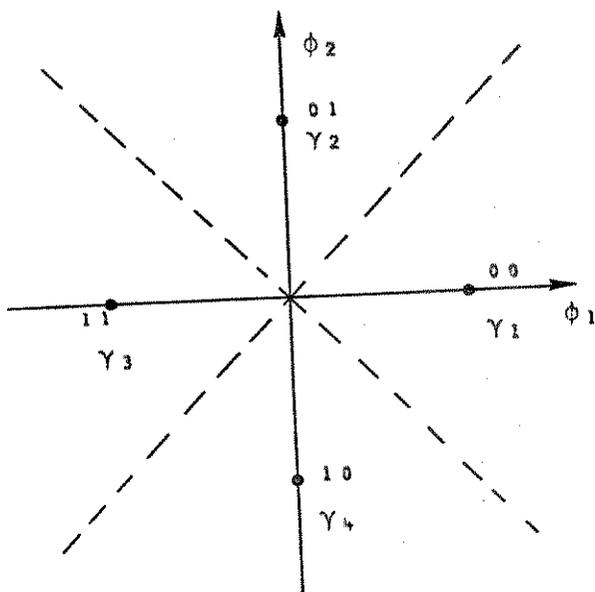


Fig.IV.6.3 - Arranjo para o PSK-4 coerente

O circuito de decisão para o arranjo da Fig.IV.6.3, é o mostrado na Fig.IV.6.4. Sua implementação segue o procedimento discutido abaixo.

Suponhamos que γ_1 tenha sido transmitido. Para o receptor, teremos adicionado a ele, o ruído gaussiano, este introduzido pelo meio de transmissão. Sejam (\hat{a}_1, \hat{b}_1) os valores das amostras do sinal $r(t)$ para um instante qualquer de amostragem. Então, se

- | | | | |
|-----------------------------------|---|---|--|
| 1) $\hat{a}_1 > 0, \hat{b}_1 > 0$ | e | } | $ \hat{a}_1 - \hat{b}_1 > 0 \rightarrow$ decide-se por "00" |
| | | | $ \hat{a}_1 - \hat{b}_1 < 0 \rightarrow$ decide-se por "01" |
| | | | $ \hat{a}_1 - \hat{b}_1 > 0 \rightarrow$ decide-se por "11" |
| | | | $ \hat{a}_1 - \hat{b}_1 < 0 \rightarrow$ decide-se por "01" |
| 2) $\hat{a}_1 < 0, \hat{b}_1 > 0$ | e | } | $ \hat{a}_1 - \hat{b}_1 > 0 \rightarrow$ decide-se por "11" |
| | | | $ \hat{a}_1 - \hat{b}_1 < 0 \rightarrow$ decide-se por "10" |
| 3) $\hat{a}_1 < 0, \hat{b}_1 < 0$ | e | } | $ \hat{a}_1 - \hat{b}_1 > 0 \rightarrow$ decide-se por "00" |
| | | | $ \hat{a}_1 - \hat{b}_1 < 0 \rightarrow$ decide-se por "10" |
| 4) $\hat{a}_1 > 0, \hat{b}_1 < 0$ | e | } | $ \hat{a}_1 - \hat{b}_1 > 0 \rightarrow$ decide-se por "00" |
| | | | $ \hat{a}_1 - \hat{b}_1 < 0 \rightarrow$ decide-se por "10" |

Fazendo-se o emprego dessas 4 condicionais, o circuito de decisão passa a apresentar a estrutura ilustrada na Fig. IV.6.4.

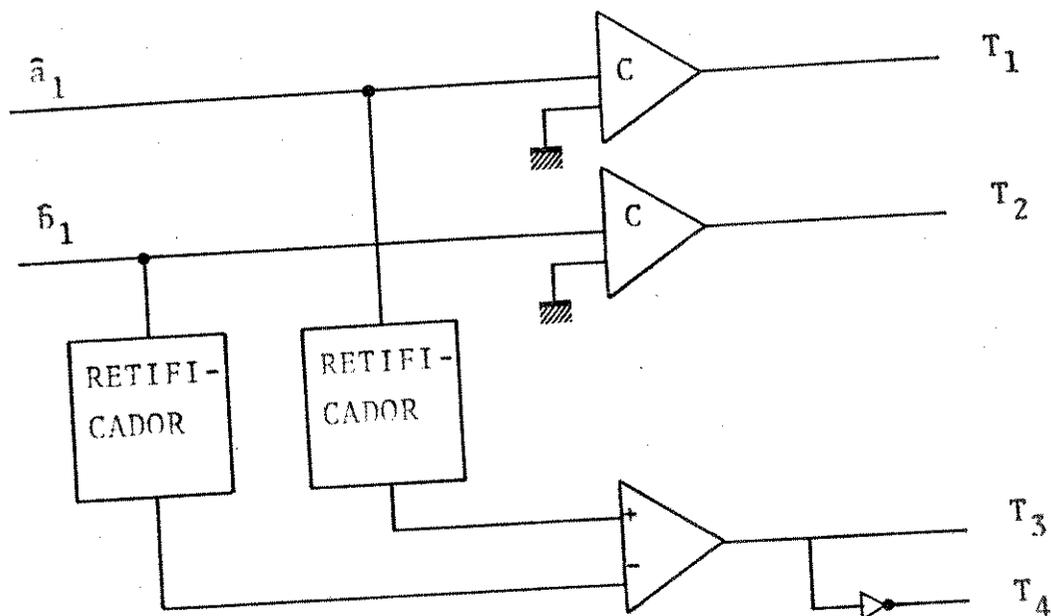


Fig.IV.6.4 - Circuito de decisão

O circuito associado à lógica combinacional é obtido usando-se dos mapas de Karnaugh para as variáveis de estado A e B. A tabela abaixo fornece as possíveis combinações dos valores \hat{a}_1 e \hat{b}_1 .

TABELA VERDADE

T_1	T_2	T_3	T_4	A	B
1	1	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1
0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0

MAPA DE KARNAUGH PARA A VARIÁVEL "A"

$T_3 T_4$ / $T_1 T_2$	00	01	11	10
00	X	1	X	1
01	X	0	X	1
11	X	0	X	0
10	X	1	X	0

$$A = \overline{T_1} \cdot \overline{T_4} + T_2 \cdot \overline{T_4}$$

MAPA DE KARNAUGH PARA A VARIÁVEL "B"

$T_3 T_4$ / $T_1 T_2$	00	01	11	10
00	X	0	X	1
01	X	1	X	1
11	X	1	X	0
10	X	0	X	0

$$B = \overline{T_1} \cdot \overline{T_4} + T_2 \cdot T_4$$

O circuito lógico apresentará a seguinte configuração:

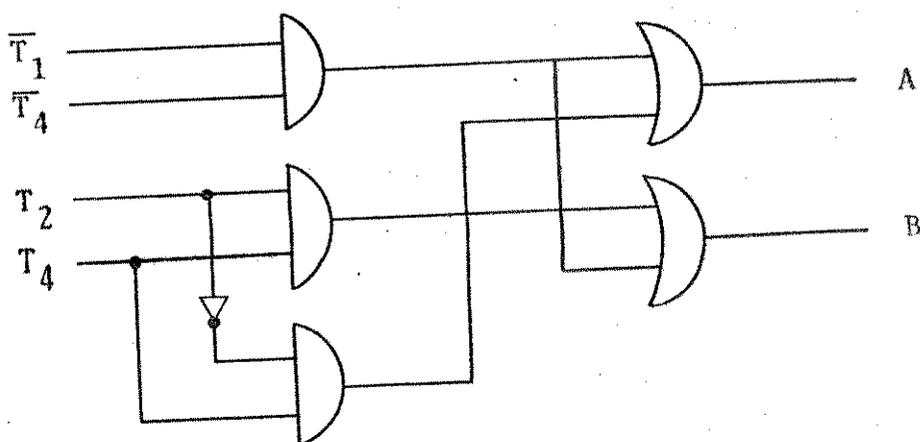


Fig.IV.6.5 - Circuito lógico usado no receptor PSK-4 coerente.

2.2 - Receptor PSK-4 diferencial

Seja $\gamma_i(t)$ dado por:

$$\gamma_i(t) = a_i \phi_1(t) + b_i \phi_2(t) \quad (\text{IV.6.4})$$

com $i = 1, 2, 3, 4$.

onde $a_i = b_i = \pm 1$

Análogo ao PSK-4 coerente, os coeficientes a_i e b_i são também independentes. O receptor PSK-4 diferencial apresenta a mesma configuração da Fig. IV.6.2, onde a diferença reside na lógica combinacional. Neste caso, as saídas dos comparadores C_1 e C_2 alimentam diretamente o conversor paralelo-série.

3 - Receptor ASK-4

Seja $\gamma_i(t)$ dados por:

$$\gamma_i(t) = a_i \phi_1(t) \quad (\text{IV.6.5})$$

com $i = 1, 2, 3, 4$.

onde $a_i = \pm 1, \pm 3$.

Por conseguinte, o sinal recebido será:

$$r(t) = \gamma_i(t) + n(t) \quad (\text{IV.6.6})$$

A estrutura do receptor segue o procedimento descrito na secção IV.5. A Fig. IV.6.6, a seguir, esboça o receptor resultante.

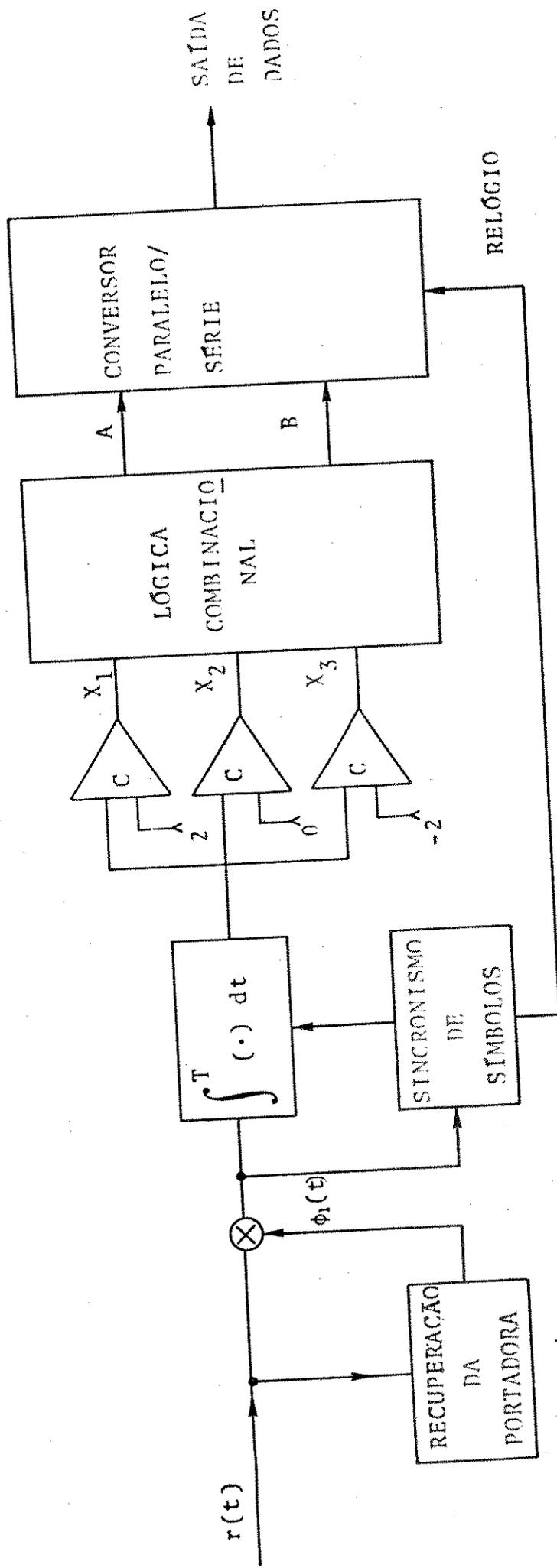


FIG. IV.6.6. - RECEPTOR ASK-4

A tabela Verdade mostrada abaixo, fornece as possíveis combinações das variáveis de estado X_1 X_2 X_3 com as respectivas associações às variáveis A e B.

TABELA VERDADE

X_1	X_2	X_3	A	B
1	1	1	0	0
0	1	1	0	1
0	0	1	1	1
0	0	0	1	0

A minimização das funções lógicas para as variáveis A e B, é obtida pelos mapas de Karnaugh.

MAPA DE KARNAUGH PARA A VARIÁVEL "A"

$X_1 \backslash X_2 X_3$	00	01	11	10
0	1	1	0	X
1	0	X	X	X

$$A = \overline{X_1} \cdot \overline{X_2}$$

MAPA DE KARNAUGH PARA A VARIÁVEL "B"

$X_1 \backslash X_2 X_3$	00	01	11	10
0	0	1	1	X
1	X	X	0	X

$$B = \overline{X_1} \cdot X_3$$

A seguir, o circuito lógico associado à lógica combinacional, é implementado como pode ser visto na Fig. IV.6.7.

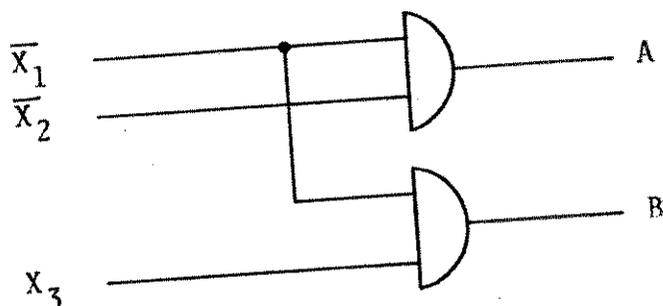


Fig.IV.6.7 - Circuito lógico para a realização da lógica combinacional no receptor ASK-4.

4 - Receptor para o QASK-8

Seja $\gamma_i(t)$ dado por:

$$\gamma_i(t) = a_i \phi_1(t) + b_i \phi_2(t) \quad (\text{IV.6.7})$$

com $i = 1, 2, 3, 4$.

onde $a_i = \pm 1, \pm 3$ e $b_i = \pm 1$.

Seja $r(t)$ o sinal recebido; logo,

$$r(t) = \gamma_i(t) + n(t) \quad (\text{IV.6.8})$$

Novamente, utilizando-se do procedimento da secção IV. 5, teremos a seguinte implementação para o receptor: (vide Fig. IV.6.8, a seguir)

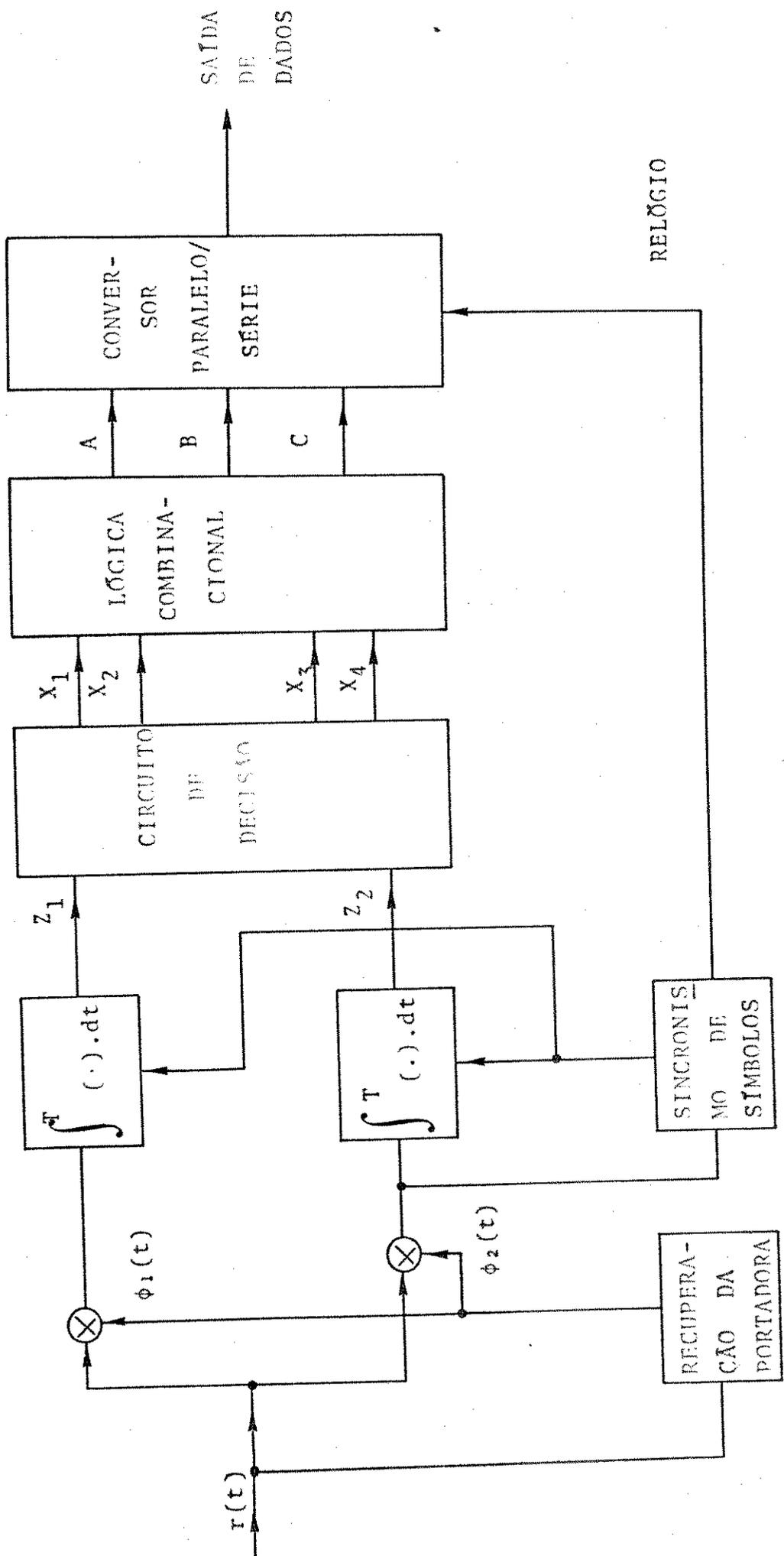


FIG. IV.6.8 - RECEPTOR QASK-8

O circuito de decisão da Fig. IV.6.10 segue o procedimento descrito abaixo.

O arranjo dos pontos no espaço de sinal é mostrado na Fig. IV.6.9.

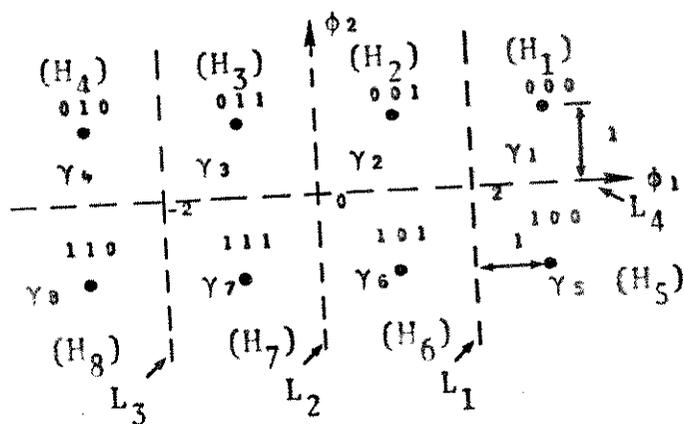


Fig. IV.6.9 - Arranjo para o QASK-8

Qualquer ponto pertencente à região R_i com $i=1,2,\dots,8$, será decidido como sendo o sinal $\gamma_i(t)$ mais provável de ter sido transmitido. Utilizando-se da estatística suficiente, equação IV.3.6, da secção IV.3, encontramos os seguintes valores para os limites, ou, as fronteiras das regiões de decisão:

Decidiremos por:

$$\begin{array}{ll}
 H_1 & \text{se } \lambda_{11} > L_1 \quad \text{e } \lambda_{12} > L_4 \\
 H_2 & \text{se } L_2 < \lambda_{21} < L_1 \quad \text{e } \lambda_{22} > L_4 \\
 H_3 & \text{se } L_3 < \lambda_{31} < L_2 \quad \text{e } \lambda_{32} > L_4 \\
 H_4 & \text{se } \lambda_{41} < L_3 \quad \text{e } \lambda_{42} > L_4 \\
 H_5 & \text{se } \lambda_{51} > L_1 \quad \text{e } \lambda_{52} < L_4 \\
 H_6 & \text{se } L_2 < \lambda_{61} < L_1 \quad \text{e } \lambda_{62} < L_4 \\
 H_7 & \text{se } L_3 < \lambda_{71} < L_2 \quad \text{e } \lambda_{72} < L_4 \\
 H_8 & \text{se } \lambda_{81} < L_3 \quad \text{e } \lambda_{82} < L_4
 \end{array}
 \tag{IV.6.9}$$

onde $\lambda_i = (\lambda_{i1}, \lambda_{i2})$, com;

$$L_1 = 2, L_2 = L_4 = 0, L_3 = -2$$

Por conseguinte, teremos o seguinte esquema para o circuito de decisão (Fig. IV.6.10):

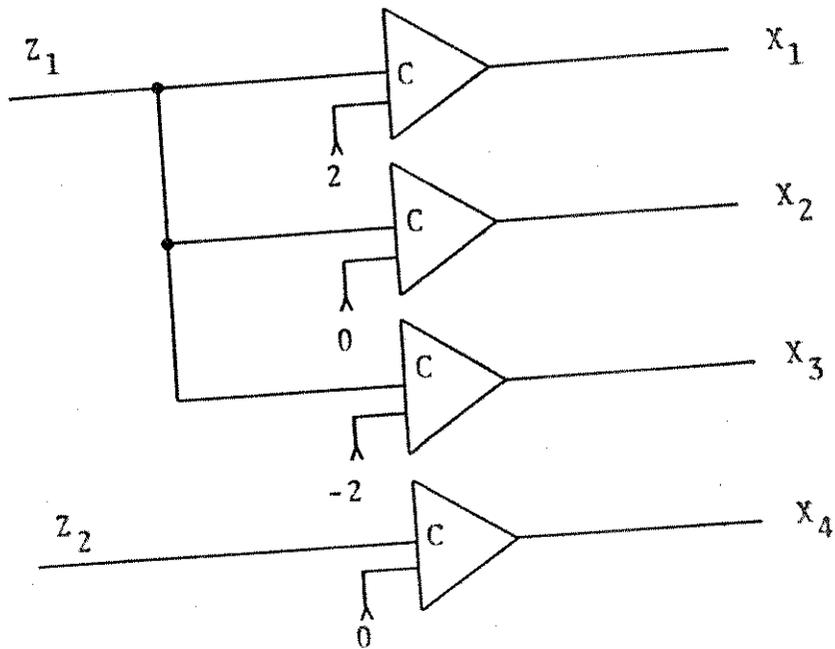


Fig.IV.6.10 - Circuito de Decisão

A tabela Verdade mostra os possíveis estados dos pelas variáveis $X_1 X_2 X_3 X_4$ associadas a todas as combinações possíveis dos elementos A, B e C. assumi combina

TABELA VERDADE

X_1	X_2	X_3	X_4	A	B	C
1	1	1	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1	1
0	0	1	0	1	0	1
0	0	0	0	1	0	0

A minimização das funções lógicas relacionadas às variáveis A, B e C é obtida usando-se do mapa de Karnaugh. Em consequência, determinamos as expressões lógicas para tais variáveis.

MAPA DE KARNAUGH PARA A VARIÁVEL "A"

$X_3X_4 \backslash X_1X_2$	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	X	X	0	1
11	X	X	0	1
10	X	X	X	X

$$A = \overline{X_4}$$

MAPA DE KARNAUGH PARA A VARIÁVEL "B"

$X_3X_4 \backslash X_1X_2$	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	X	X	0	1
11	X	X	0	1
10	X	X	X	X

$$B = X_2 \cdot \overline{X_4} + \overline{X_2} \cdot X_4$$

MAPA DE KARNAUGH PARA A VARIÁVEL "C"

$X_3X_4 \backslash X_1X_2$	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	X	X	1	1
11	X	X	0	0
10	X	X	X	X

$$C = \overline{X_1} \cdot X_3$$

O circuito lógico para realizar essa conversão é ilustrado na Fig. IV.6.11.

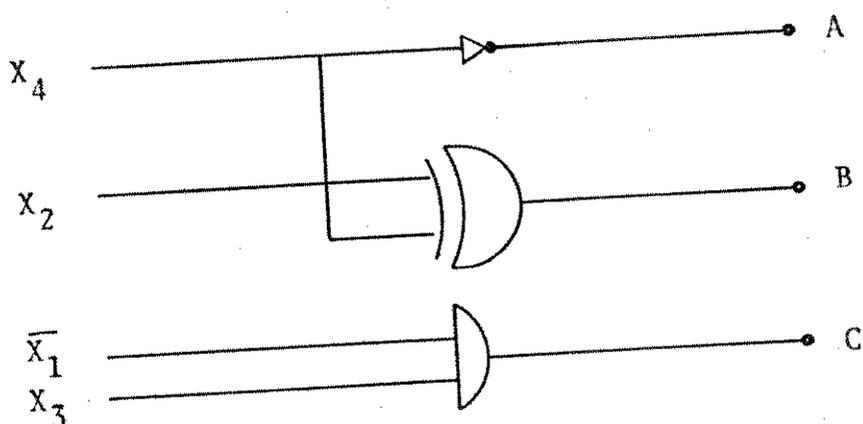


Fig. IV.6.11 - Circuito lógico para realizar a conversão das variáveis X_1 X_2 X_3 X_4 nas variáveis A B C -Receptor QASK-8.

Uma análise comparativa entre o receptor QAM-16 com todos esses apresentados, nos evidencia que uma modificação, principalmente na lógica combinacional, deve ser realizada. Em conclusão, existe um grau de liberdade bastante pequeno com relação às modificações a serem processadas na estrutura do receptor QAM-16 para acomodação de todos os sistemas analisados.

Por outro lado, este problema deixa de existir quando restringimos o número de sistemas empregados. Isto é facilmente explicado quando analisamos a estrutura do receptor PSK-4 com a do PSK-2, a do QAM-16 com a do QASK-8 e ASK-4. Com isso, o que queremos mostrar é que por meio de um comando realizado externamente (conectar ou desconectar através de chaves), um receptor PSK-4 passa a funcionar como um receptor PSK-2, o receptor QAM-16 passa a funcionar tanto como QASK-8, ou ASK-4.

Todas as conclusões obtidas até este ponto, estão baseadas na hipótese de que, somente o ruído de canal era a principal fonte de perturbação. Porém, pequenas quantidades de variações na frequência, jitter de fase de baixa frequência e distorções lineares introduzidas pelo canal podem ser compensadas, quando estruturas de receptores coerentes utilizam os equalizadores adaptativos.

IV.7 - ANÁLISE QUALITATIVA DO JITTER DE FASE

É de grande importância o estudo do desempenho dos sistemas sob a influência de ruído gaussiano e jitter de fase, pelo fato de que o emprego de sinais bidimensionais em sistemas de comunicação com alta velocidade, exige um número relativamente grande de pontos de sinais. Um sistema ótimo com denso empacotamento, por outro lado, reduz substancialmente a margem contra o ruído aleatório e o jitter de fase.

Continuando, apresentamos um tratamento matemático simples comprovando tal afirmação. Para tal propósito, admitamos que o equalizador adaptativo elimine a interferência entre símbolos presentes nas componentes em fase e em quadratura. Suponhamos que a malha de amarramento da fase tenha eliminado parcialmente o jitter de fase da portadora.

Apliquemos em particular, essas condições ao sistema, utilizando o arranjo QAM-16. Logo, à saída do demodulador (vide Fig. IV.5.1.9) para o j -ésimo instante de amostragem teremos:

$$Z_1(jT) = a_j \cos \beta_j - b_j \sin \beta_j + n_1(jT) \quad (\text{IV.7.1a})$$

$$Z_2(jT) = a_j \sin \beta_j + b_j \cos \beta_j + n_2(jT) \quad (\text{IV.7.1b})$$

onde β_j é o erro de fase na malha de amarramento, (a_j, b_j) coordenada do ponto de sinal e $n_1(jT)$ e $n_2(jT)$ são as componentes em fase e em quadratura do ruído. Na forma de vetores, teremos:

$$\bar{Z} = A \bar{\gamma} + \bar{n} \quad (\text{IV.7.2})$$

$$\begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta_j & -\sin \beta_j \\ \sin \beta_j & \cos \beta_j \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_j \\ b_j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.7.3})$$

onde a matriz A é a aplicação linear (rotação).

Como pode ser visto na Fig. IV.7.1, o efeito do jitter de fase, é provocar a rotação no símbolo transmitido, $\bar{\gamma}_j$, de um ângulo β . Assim, à saída do demodulador, \bar{Z} , é dispersado

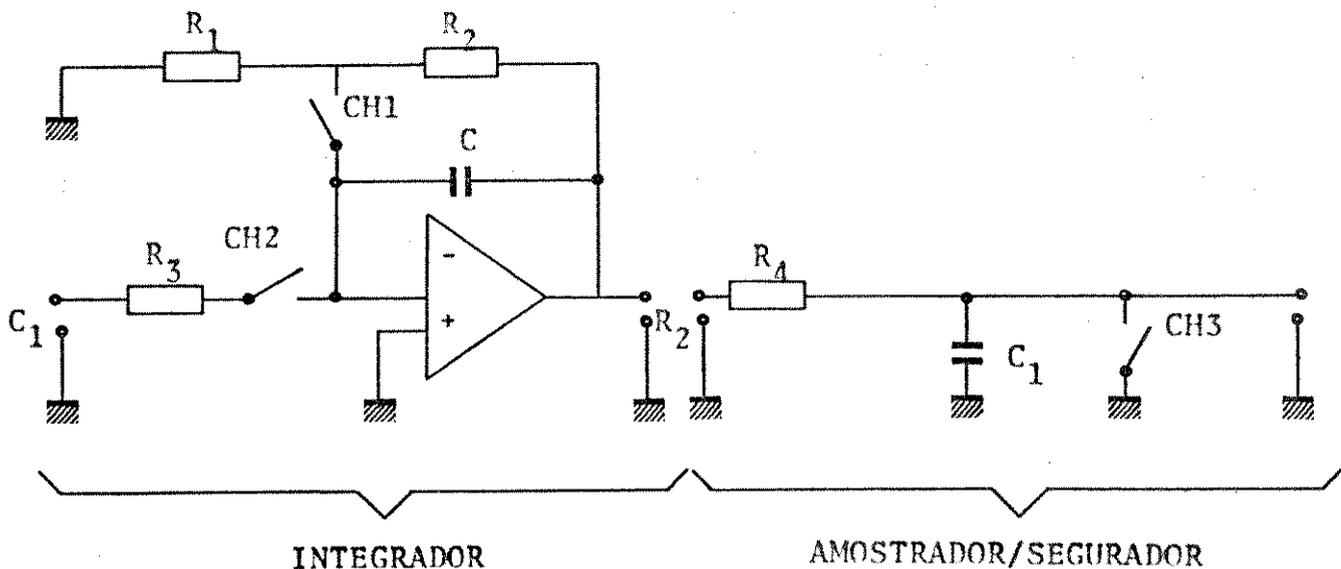


Fig.IV.5.1.8 - Esquema proposto para serializar integração/amostra.

Supondo que o controle automático de ganho, bem como o equalizador, tenham realizado suas funções, uma possível estrutura para o receptor QAM-16 é mostrada no conjunto de Figs.IV.5.1.3 , IV.5.1.9 e IV.5.1.10.

Imaginando uma distribuição qualquer de pontos no espaço de sinal bidimensional , a descrição qualitativa do circuito de decisão seria:

Estabeleçamos, por hipótese, a distribuição já mostrada na Fig. IV.4.4. A estrutura do detetor de máxima verossimilhança é apresentada na Fig. IV.5.1.11.

A implementação do detetor segue a seguinte equação:

$$\begin{aligned}
 D_i &= \min_i |\bar{r} - \bar{\gamma}_i| \\
 &= \max_i 2 \operatorname{Re} \{ \bar{r} \cdot \bar{\gamma}_i^* \} - |\bar{\gamma}_i|^2
 \end{aligned}
 \tag{IV.5.1.1}$$

onde

$$\begin{cases}
 \text{com } i=1,2,3,\dots,M. \\
 \bar{r} = Z_1 + jZ_2 \\
 \bar{\gamma}_i = a_i + jb_i
 \end{cases}$$

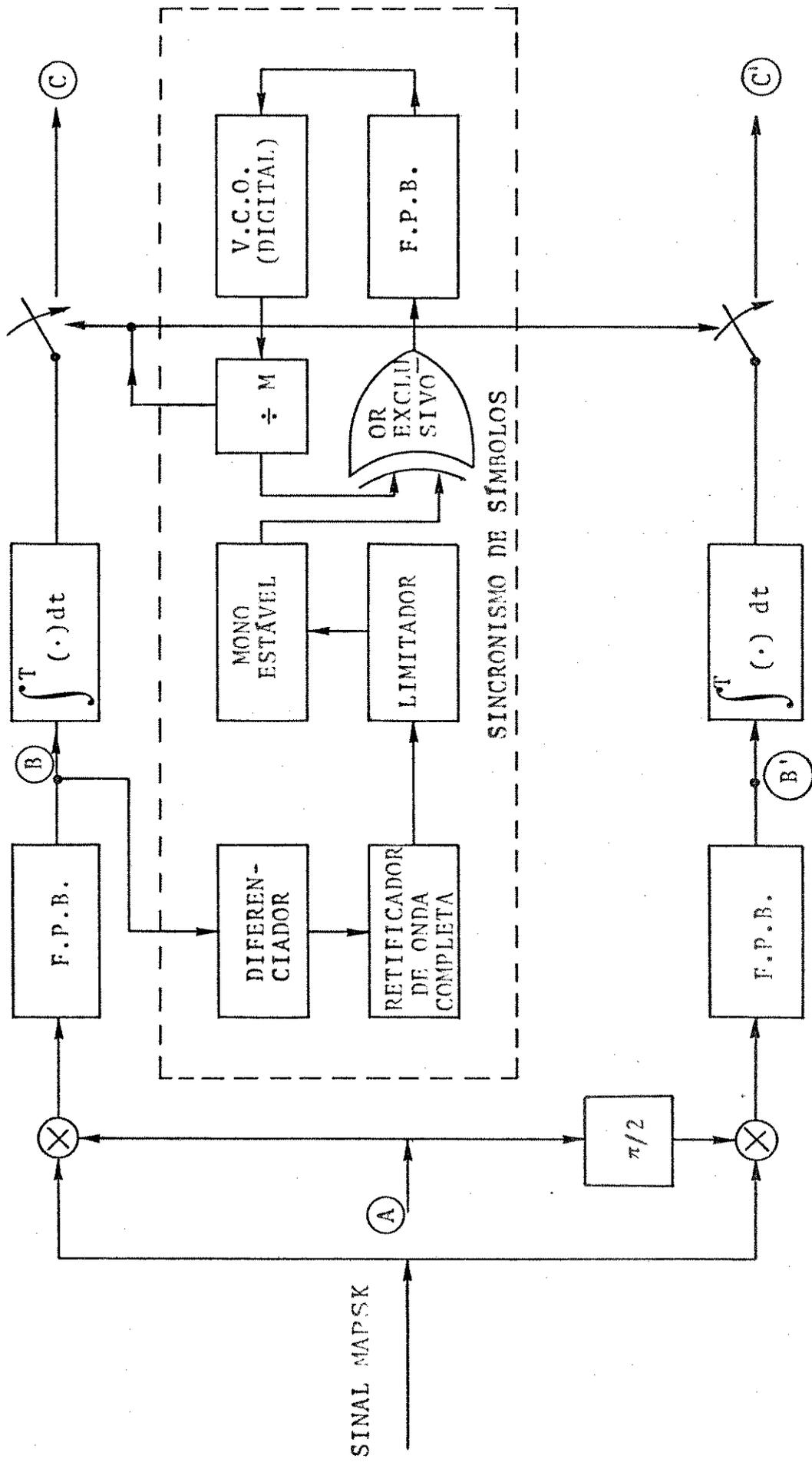


Fig.IV.5.1.9 - Circuito correlador (Detetor)

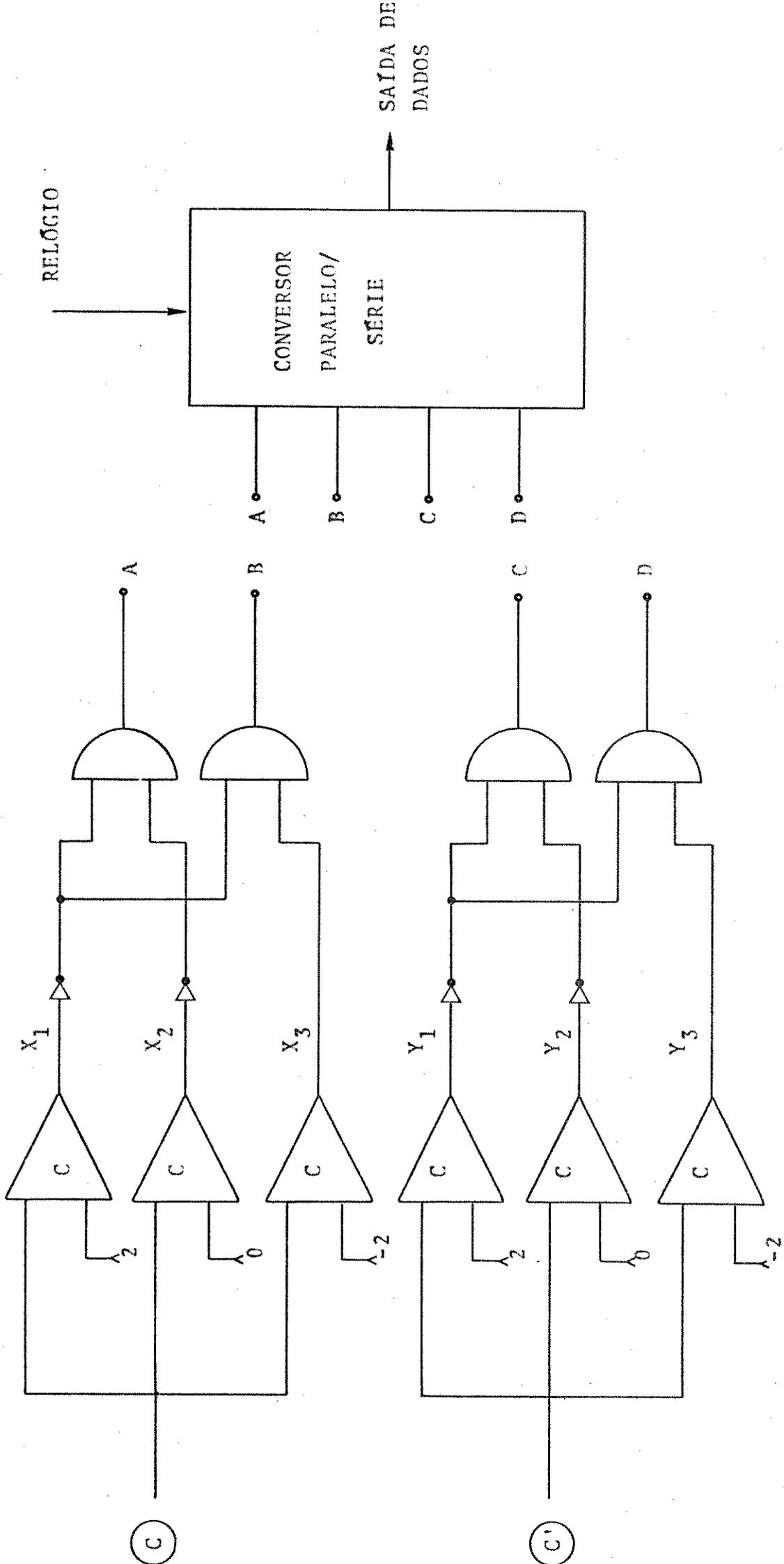


FIG.IV.5.1.10 - CIRCUITO DE DECISÃO

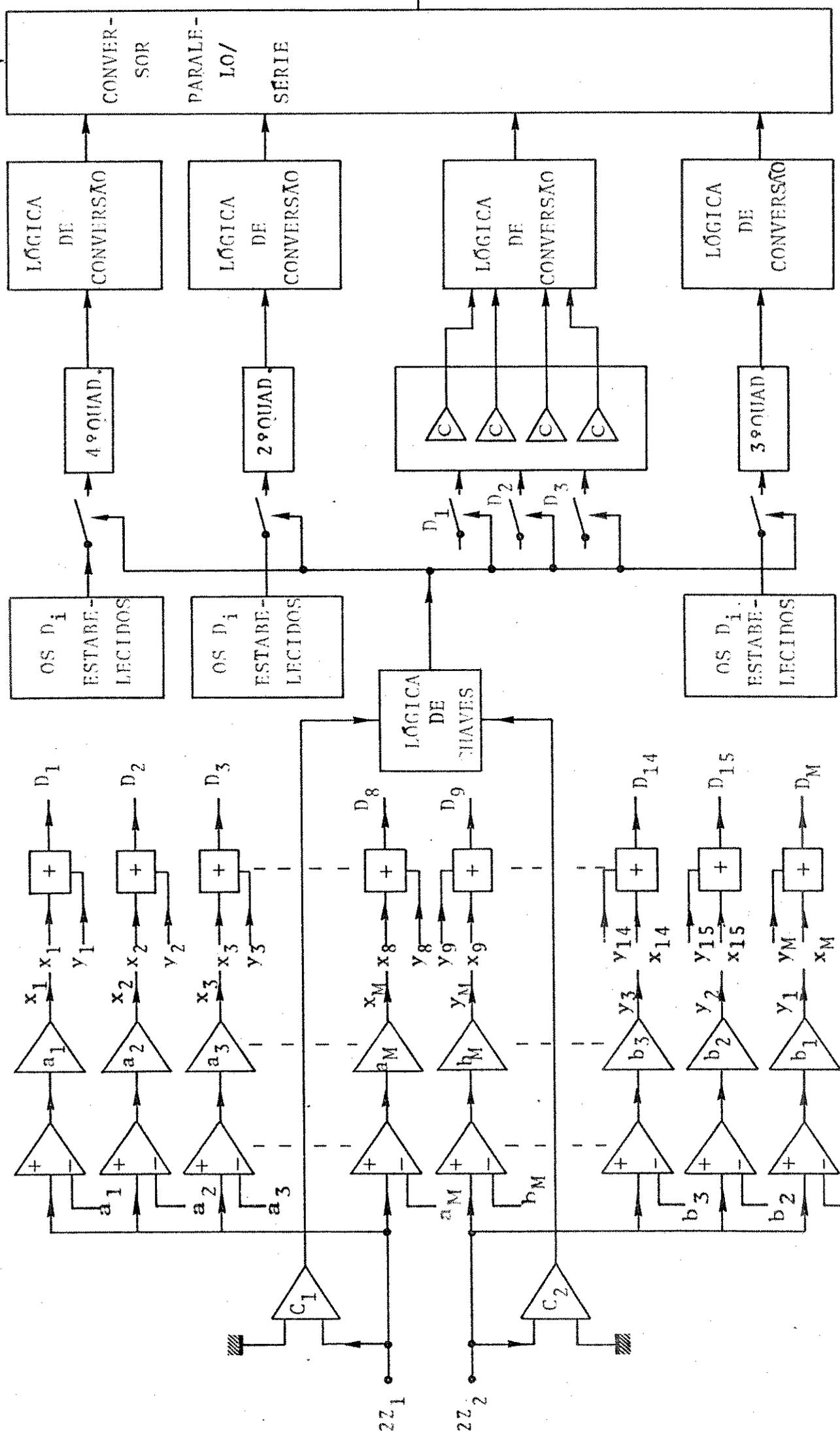


FIG. IV.S.1.11 - DETECTOR DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

portanto,

$$D_i = \max_i \{2(a_i z_1 + b_i z_2) - (a_i^2 + b_i^2)\}$$

(IV.5.1.2)

$$= \max_i \{x_i + y_i\}$$

Esses M valores de D_i , deverão ser comparados exaustivamente, finalizando com o valor de D_i máximo. Este valor deverá ser "codificado" (determinação da palavra digital associada ao símbolo) em $K = \log_2 M$ bits. Se usássemos deste critério, o número de comparadores seria excessivamente elevado. Um critério para contornar este problema seria o seguinte:

Associemos a cada quadrante a seguinte combinação de dígitos:

	W_1	W_2
PRIMEIRO QUADRANTE	- 1	1
SEGUNDO QUADRANTE	- 0	1
TERCEIRO QUADRANTE	- 0	0
QUARTO QUADRANTE	- 1	0

Suponhamos que $z_1 > 0$ e $z_2 > 0$; então na saída dos comparadores C_1 e C_2 teremos nível lógico 1, como mostra a Fig. IV.5.1.12, que associamos ao primeiro quadrante.

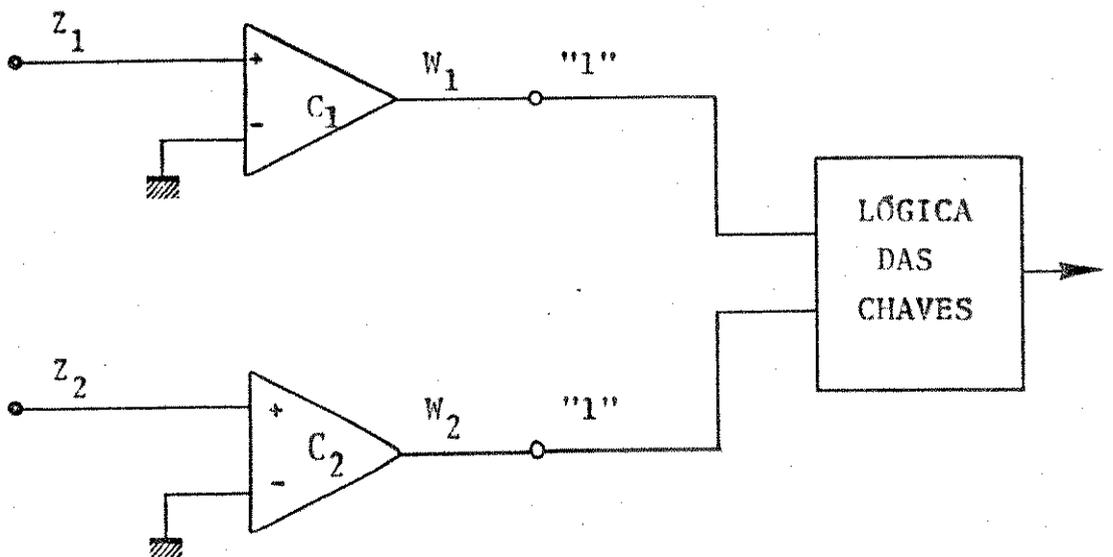


Fig. IV.5.1.12 - Circuito "associador" de quadrantes.

Logo, a comparação das distâncias, entre o sinal recebido e os sinais armazenados, só necessita ser feita em relação aos pontos (sinais) situados no primeiro quadrante, que, no caso da Fig. IV.4.4 serão entre os pontos γ_1 , γ_2 , γ_3 . Com isso, reduz-se sensivelmente o número de componentes. O selecionamento dos quadrantes deve seguir a associação mencionada acima, a qual fornecerá o seguinte circuito lógico: vide Fig. IV.5.1.13.

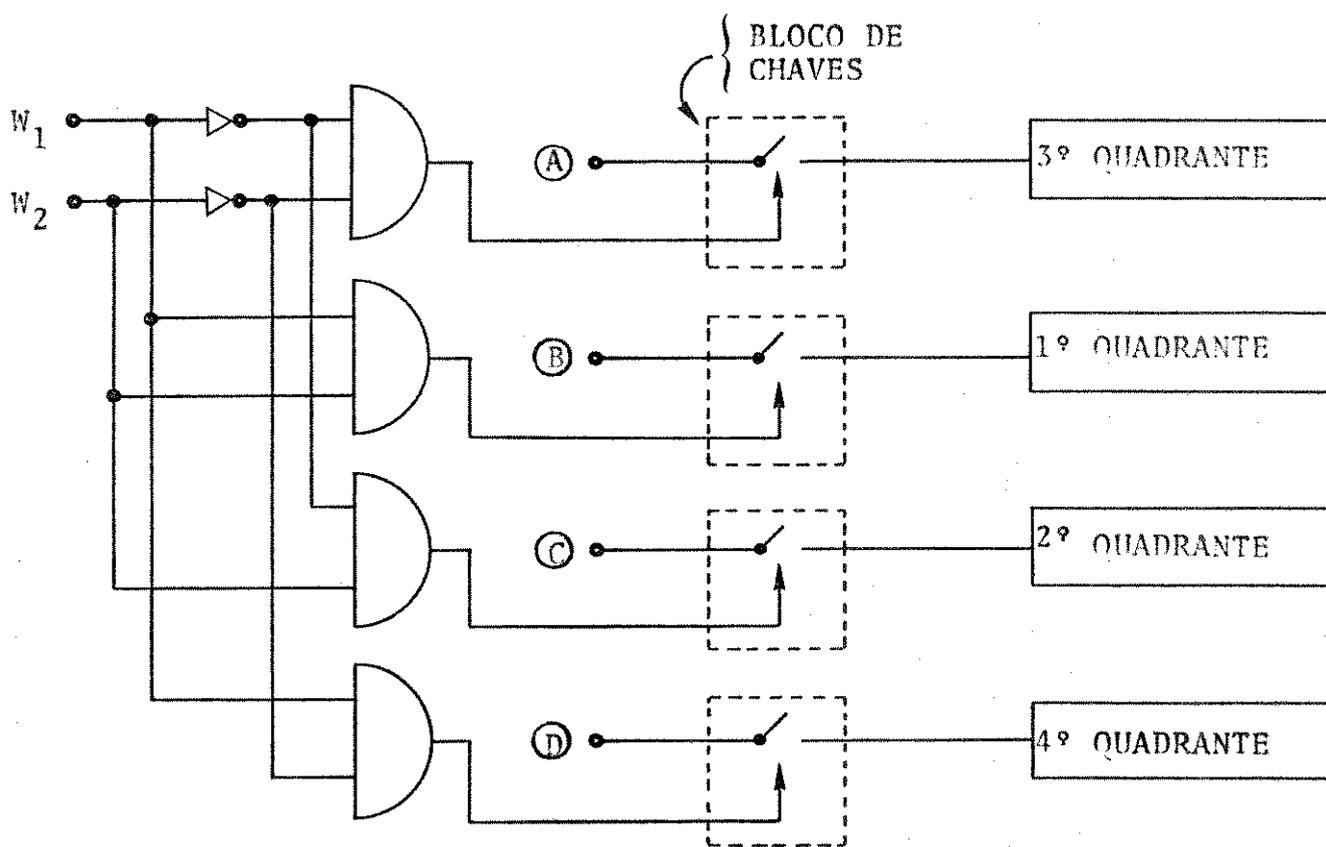


FIG. IV.5.1.13 - SELEÇÃO DOS QUADRANTES

O conjunto formado por (A), bloco de chaves e N-ésimo quadrante ($N = 1, 2, 3, 4$) pode melhor ser caracterizado na Fig. IV.5.1.14, tomando como exemplo a Fig. IV.4.4.

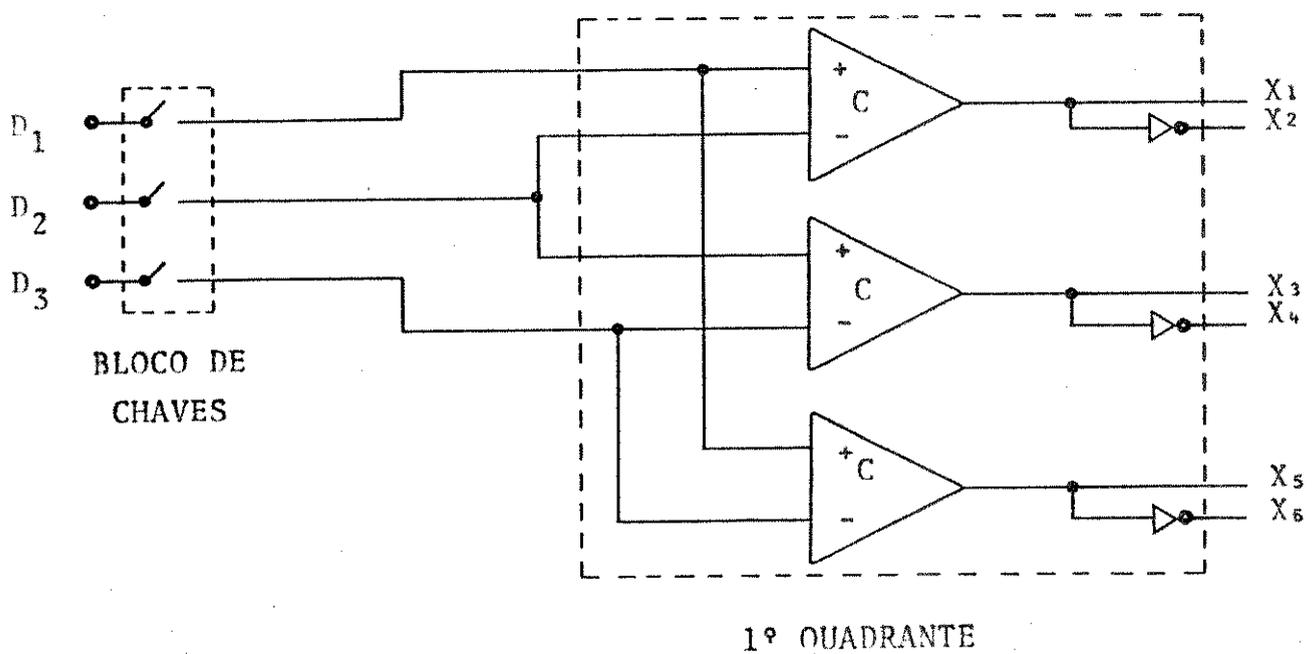


Fig.IV.5.1.14 - Conversor A/D

Utilizando-se de um critério de minimização de funções lógicas (mapas de Karnaugh) poderemos obter um circuito lógico que faça a conversão de 6 dígitos para 4 para o exemplo proposto, ou $2L$ ($L = \text{n}^\circ$ de pontos no quadrante) dígitos para $K = \log_2 M$. Em seguida, esses dígitos são armazenados em um conversor paralelo/série e posteriormente processados, para o decodificador PCM como para transmissão via Rádio.

IV.6 - VERSATILIDADE DO RECEPTOR QAM-16

Como foi demonstrado no Capítulo III, o transmissor para o arranjo QAM-16 apresenta uma série de vantagens com relação aos demais transmissores cujos arranjos pertenciam ao mesmo grupo (16 pontos). As vantagens são:

- 1 - Maior capacidade de transmissão;
 - 2 - Possibilidade de transmitir maior número de arranjos;
 - 3 - Facilidade de implementação;
 - 4 - Melhor desempenho do sistema;
- e etc...

Sob este ponto de vista, é interessante pesquisar se algumas vantagens continuam sendo válidas para o receptor, principalmente os itens 2, 3 e 4.

Da comparação entre as estruturas estabelecidas, a seguir, para os receptores dos sistemas PSK-2, PSK-4, tanto diferencial como coerente, ASK-4 e QASK-8 com a do QAM-16, veremos que pequenas modificações devem ser processadas neste último, para que possa acomodar todos os sistemas acima mencionados. Para os demais, ou seja, "PSK-8", retangular e (4,4), se mantida a estrutura do receptor QAM-16, o desempenho (taxa de erro) sofrerá uma degradação, como já mencionado na Introdução deste Capítulo.

A seguir, apresentaremos uma das possíveis estruturas para os receptores dos sistemas mencionados acima.

1 - Receptor PSK-2

Seja $\gamma_i(t)$ o sinal transmitido, $n(t)$ o ruído e $r(t)$ o sinal recebido. Para o receptor, temos:

$$r(t) = \gamma_i(t) + n(t) \quad \text{com } i = 1, 2.$$

$$\text{onde } \gamma_i(t) = \begin{cases} a_i \phi_L(t) & \text{para } i = 1 \\ -a_i \phi_L(t) & \text{para } i = 2 \end{cases} \quad (\text{IV.6.1})$$

Seguindo o mesmo procedimento da secção IV.5 teremos a seguinte estrutura para o receptor:

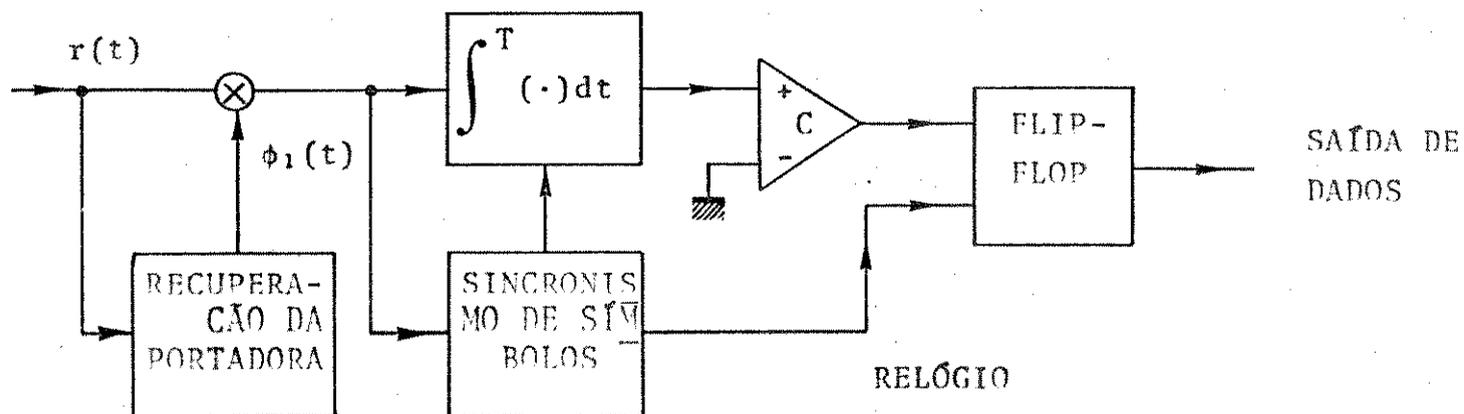


Fig.IV.6.1 - Receptor PSK-2

Tanto para o PSK-2 como para os demais sistemas, a aquisição da fase da portadora e o sincronismo de símbolos são obtidos pelo mesmo procedimento apresentado na secção IV.5.

2.1 - Receptor PSK-4 coerente

Seja $\gamma_i(t)$ dado por:

$$\gamma_i(t) = \begin{cases} a_i \phi_1(t) & \text{se } i = 1 \\ -a_i \phi_1(t) & \text{se } i = 2 \\ b_i \phi_2(t) & \text{se } i = 3 \\ -b_i \phi_2(t) & \text{se } i = 4 \end{cases} \quad (\text{IV.6.2})$$

Logo, o sinal recebido será:

$$r(t) = \gamma_i(t) + n(t) \quad (\text{IV.6.3})$$

com $i = 1, 2, 3, 4$.

Considerando que os sinais $\gamma_i(t)$ com $i = 1, 2$ são independentes dos sinais $\gamma_i(t)$ com $i = 3, 4$, e mais, seguindo -se o mesmo procedimento da secção IV.5, obteremos a seguinte implementação para o receptor: (vide Fig. IV.6.2, a seguir)

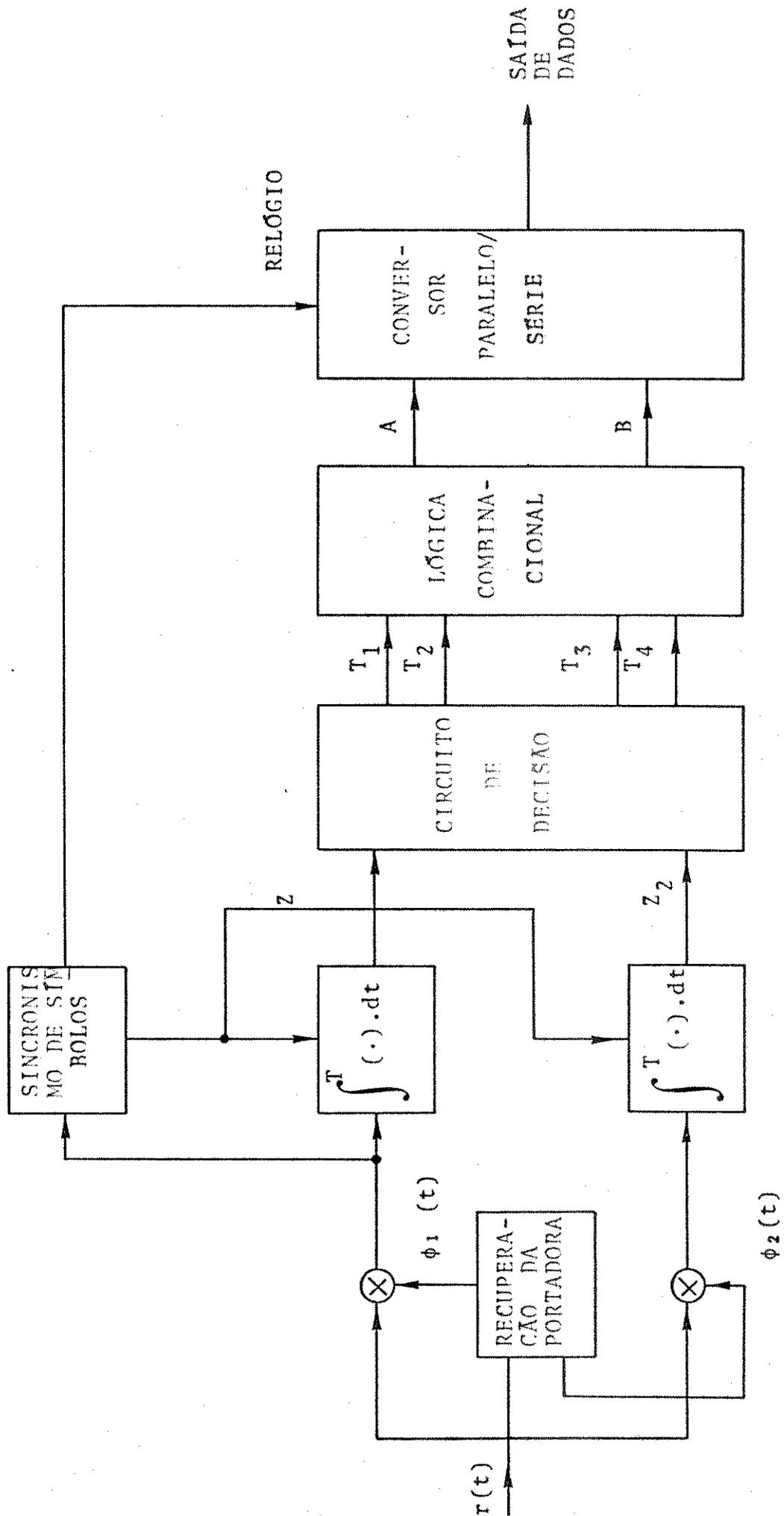


FIG. IV.6.2. - RECEPTOR PSK - 4 COERENTE

O arranjo no espaço de sinal é mostrado na Fig. IV.6.3, onde as linhas tracejadas denotam as fronteiras das regiões de decisões:

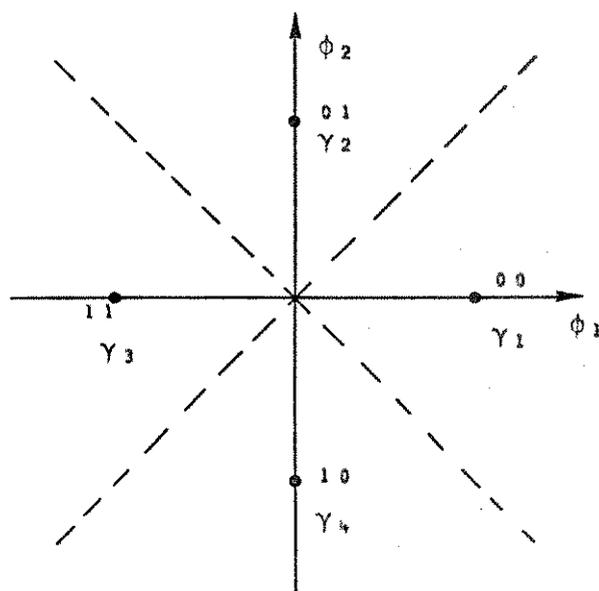


Fig.IV.6.3 - Arranjo para o PSK-4 coerente

O circuito de decisão para o arranjo da Fig.IV.6.3, é o mostrado na Fig.IV.6.4. Sua implementação segue o procedimento discutido abaixo.

Suponhamos que γ_1 tenha sido transmitido. Para o receptor, teremos adicionado a ele, o ruído gaussiano, este introduzido pelo meio de transmissão. Sejam (\hat{a}_1, \hat{b}_1) os valores das amostras do sinal $r(t)$ para um instante qualquer de amostragem. Então, se

$$\begin{array}{l}
 1) \quad \hat{a}_1 > 0, \hat{b}_1 > 0 \quad e \\
 2) \quad \hat{a}_1 < 0, \hat{b}_1 > 0 \quad e \\
 3) \quad \hat{a}_1 < 0, \hat{b}_1 < 0 \quad e \\
 4) \quad \hat{a}_1 > 0, \hat{b}_1 < 0 \quad e
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 |\hat{a}_1| - |\hat{b}_1| > 0 \rightarrow \text{decide-se por "00"} \\
 |\hat{a}_1| - |\hat{b}_1| < 0 \rightarrow \text{decide-se por "01"} \\
 |\hat{a}_1| - |\hat{b}_1| > 0 \rightarrow \text{decide-se por "11"} \\
 |\hat{a}_1| - |\hat{b}_1| < 0 \rightarrow \text{decide-se por "01"} \\
 |\hat{a}_1| - |\hat{b}_1| > 0 \rightarrow \text{decide-se por "11"} \\
 |\hat{a}_1| - |\hat{b}_1| < 0 \rightarrow \text{decide-se por "10"} \\
 |\hat{a}_1| - |\hat{b}_1| > 0 \rightarrow \text{decide-se por "00"} \\
 |\hat{a}_1| - |\hat{b}_1| < 0 \rightarrow \text{decide-se por "10"}
 \end{array} \right.$$

Fazendo-se o emprego dessas 4 condicionais, o circuito de decisão passa a apresentar a estrutura ilustrada na Fig. IV.6.4.

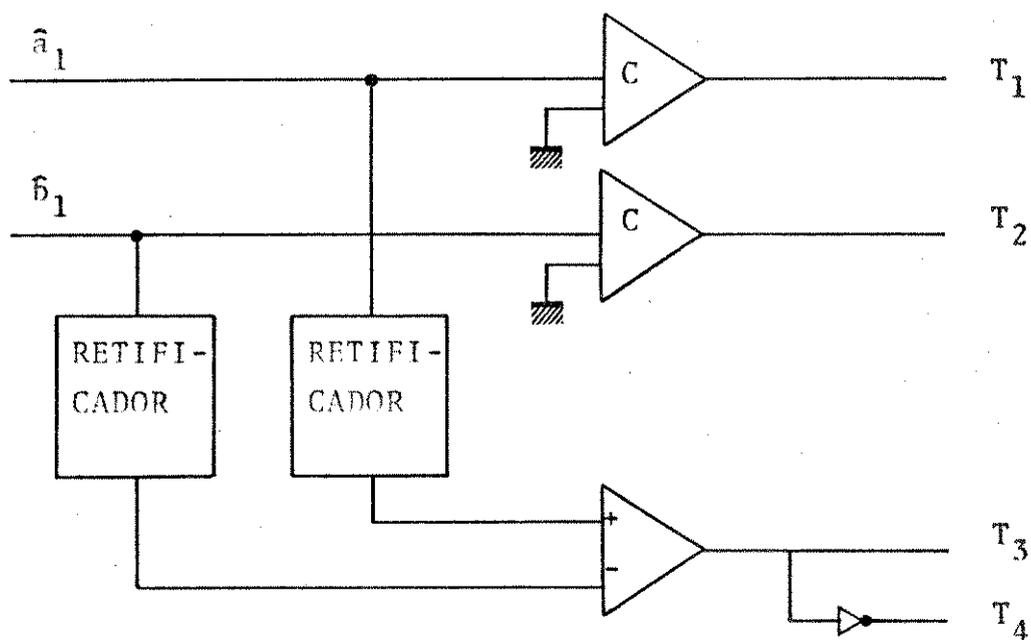


Fig.IV.6.4 - Circuito de decisão

O circuito associado à lógica combinacional é obtido usando-se dos mapas de Karnaugh para as variáveis de estado A e B. A tabela abaixo fornece as possíveis combinações dos valores \hat{a}_1 e \hat{b}_1 .

TABELA VERDADE

T_1	T_2	T_3	T_4	A	B
1	1	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1
0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0

MAPA DE KARNAUGH PARA A VARIÁVEL "A"

$T_3 T_4 \backslash T_1 T_2$	00	01	11	10
00	X	1	X	1
01	X	0	X	1
11	X	0	X	0
10	X	1	X	0

$$A = \overline{T_1} \cdot \overline{T_4} + \overline{T_2} \cdot \overline{T_4}$$

MAPA DE KARNAUGH PARA A VARIÁVEL "B"

$T_3 T_4 \backslash T_1 T_2$	00	01	11	10
00	X	0	X	1
01	X	1	X	1
11	X	1	X	0
10	X	0	X	0

$$B = \overline{T_1} \cdot \overline{T_4} + T_2 \cdot T_4$$

O circuito lógico apresentará a seguinte configuração:

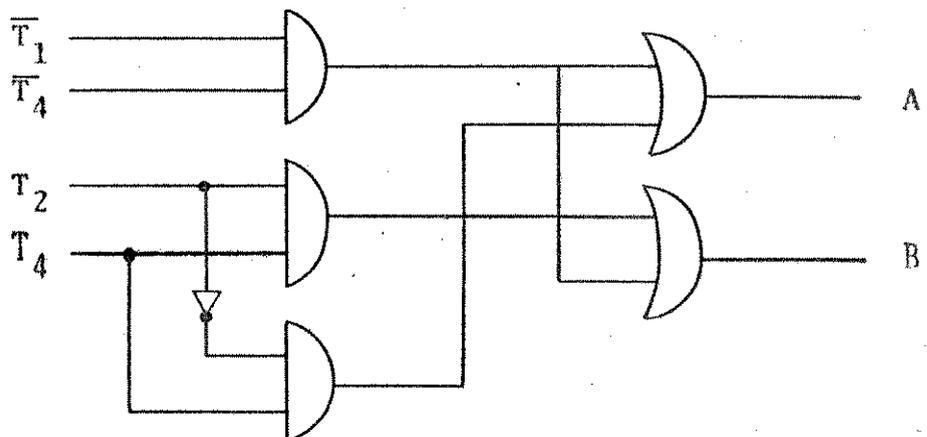


Fig.IV.6.5 - Circuito lógico usado no receptor PSK-4 coerente.

2.2 - Receptor PSK-4 diferencial

Seja $\gamma_i(t)$ dado por:

$$\gamma_i(t) = a_i \phi_1(t) + b_i \phi_2(t) \quad (\text{IV.6.4})$$

com $i = 1, 2, 3, 4$.

onde $a_i = b_i = \pm 1$

Análogo ao PSK-4 coerente, os coeficientes a_i e b_i são também independentes. O receptor PSK-4 diferencial apresenta a mesma configuração da Fig. IV.6.2, onde a diferença reside na lógica combinacional. Neste caso, as saídas dos comparadores C_1 e C_2 alimentam diretamente o conversor paralelo-série.

3 - Receptor ASK-4

Seja $\gamma_i(t)$ dados por:

$$\gamma_i(t) = a_i \phi_1(t) \quad (\text{IV.6.5})$$

com $i = 1, 2, 3, 4$.

onde $a_i = \pm 1, \pm 3$.

Por conseguinte, o sinal recebido será:

$$r(t) = \gamma_i(t) + n(t) \quad (\text{IV.6.6})$$

A estrutura do receptor segue o procedimento descrito na secção IV.5. A Fig. IV.6.6, a seguir, esboça o receptor resultante.

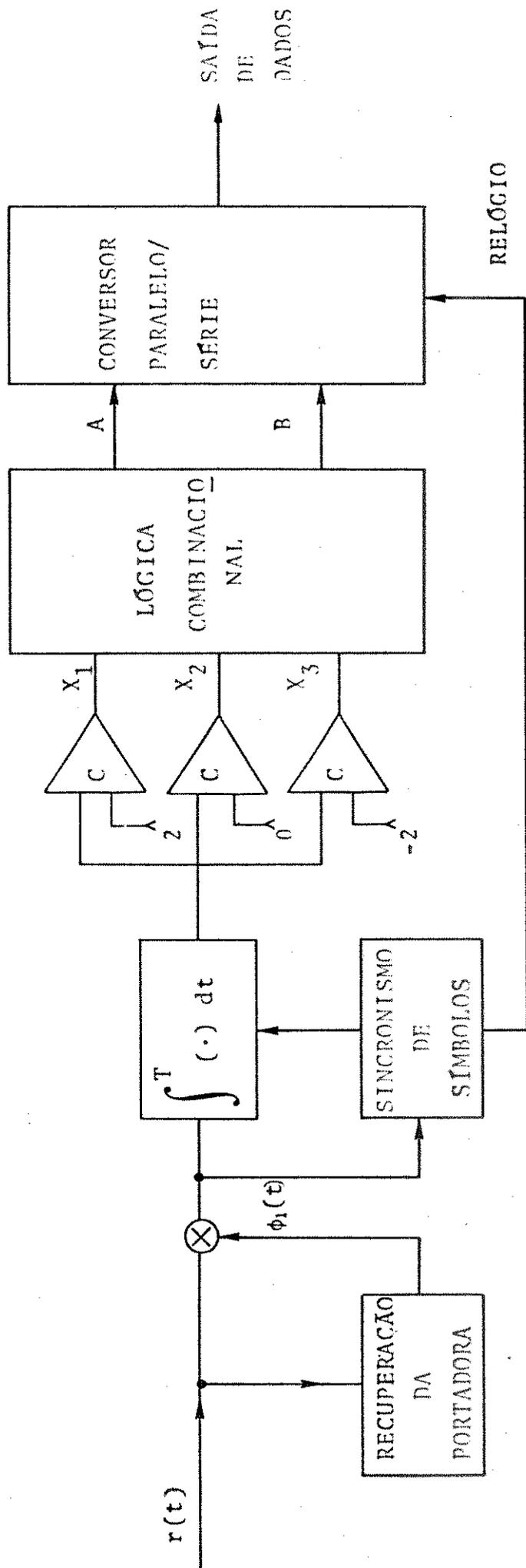


FIG. IV.6.6. - RECEPTOR ASK-4

A tabela Verdade mostrada abaixo, fornece as possíveis combinações das variáveis de estado X_1 X_2 X_3 com as respectivas associações às variáveis A e B.

TABELA VERDADE

X_1	X_2	X_3	A	B
1	1	1	0	0
0	1	1	0	1
0	0	1	1	1
0	0	0	1	0

A minimização das funções lógicas para as variáveis A e B, é obtida pelos mapas de Karnaugh.

MAPA DE KARNAUGH PARA A VARIÁVEL "A"

$X_1 \backslash X_2 X_3$	00	01	11	10
0	1	1	0	X
1	0	X	X	X

$$A = \overline{X_1} \cdot \overline{X_2}$$

MAPA DE KARNAUGH PARA A VARIÁVEL "B"

$X_1 \backslash X_2 X_3$	00	01	11	10
0	0	1	1	X
1	X	X	0	X

$$B = \overline{X_1} \cdot X_3$$

A seguir, o circuito lógico associado à lógica combinacional, é implementado como pode ser visto na Fig. IV.6.7.

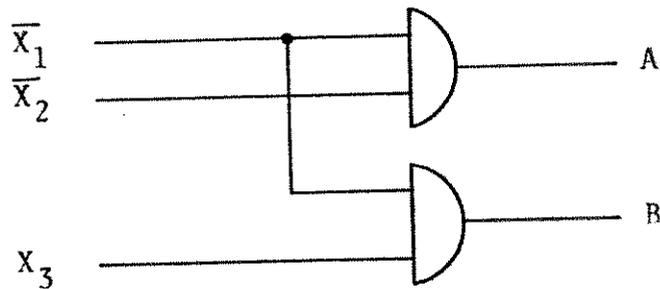


Fig.IV.6.7 - Circuito lógico para a realização da lógica combinacional no receptor ASK-4.

4 - Receptor para o QASK-8

Seja $\gamma_i(t)$ dado por:

$$\gamma_i(t) = a_i \phi_1(t) + b_i \phi_2(t) \quad (\text{IV.6.7})$$

com $i = 1, 2, 3, 4$.

onde $a_i = \pm 1, \pm 3$ e $b_i = \pm 1$.

Seja $r(t)$ o sinal recebido; logo,

$$r(t) = \gamma_i(t) + n(t) \quad (\text{IV.6.8})$$

Novamente, utilizando-se do procedimento da secção IV. 5, teremos a seguinte implementação para o receptor: (vide Fig. IV.6.8, a seguir)

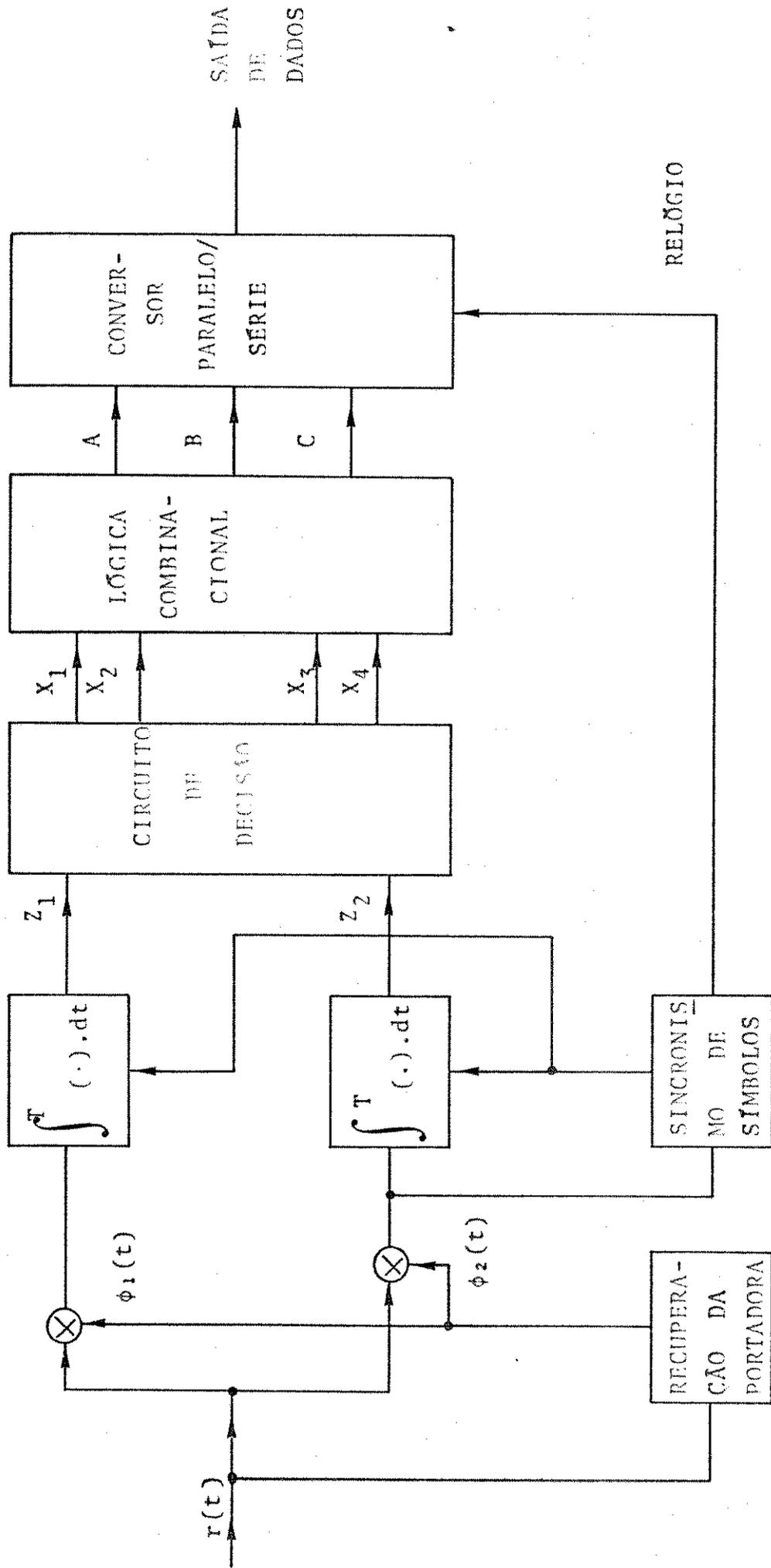


FIG. IV.6.8 - RECEPTOR QASK-8

O circuito de decisão da Fig. IV.6.10 segue o procedimento descrito abaixo.

O arranjo dos pontos no espaço de sinal é mostrado na Fig. IV.6.9.

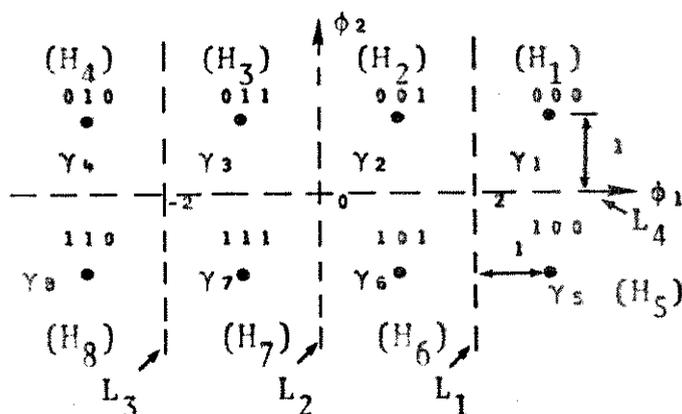


Fig. IV.6.9 - Arranjo para o QASK-8

Qualquer ponto pertencente à região R_i com $i=1,2,\dots,8$, será decidido como sendo o sinal $\gamma_i(t)$ mais provável de ter sido transmitido. Utilizando-se da estatística suficiente, equação IV.3.6, da secção IV.3, encontramos os seguintes valores para os limites, ou, as fronteiras das regiões de decisão:

Decidiremos por:

$$\begin{array}{llll}
 H_1 & \text{se} & \lambda_{11} > L_1 & \text{e} & \lambda_{12} > L_4 \\
 H_2 & \text{se} & L_2 < \lambda_{21} < L_1 & \text{e} & \lambda_{22} > L_4 \\
 H_3 & \text{se} & L_3 < \lambda_{31} < L_2 & \text{e} & \lambda_{32} > L_4 \\
 H_4 & \text{se} & \lambda_{41} < L_3 & \text{e} & \lambda_{42} > L_4 \\
 H_5 & \text{se} & \lambda_{51} > L_1 & \text{e} & \lambda_{52} < L_4 \\
 H_6 & \text{se} & L_2 < \lambda_{61} < L_1 & \text{e} & \lambda_{62} < L_4 \\
 H_7 & \text{se} & L_3 < \lambda_{71} < L_2 & \text{e} & \lambda_{72} < L_4 \\
 H_8 & \text{se} & \lambda_{81} < L_3 & \text{e} & \lambda_{82} < L_4
 \end{array} \tag{IV.6.9}$$

onde $\lambda_i = (\lambda_{i1}, \lambda_{i2})$, com;

$$L_1 = 2, L_2 = L_4 = 0, L_3 = -2$$

Por conseguinte, teremos o seguinte esquema para o circuito de decisão (Fig. IV.6.10):

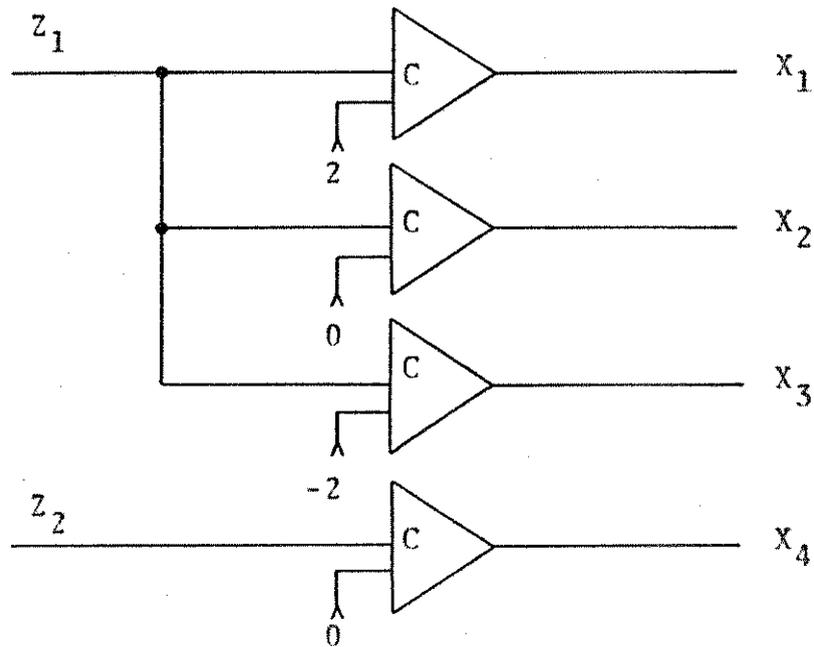


Fig.IV.6.10 - Circuito de Decisão

A tabela Verdade mostra os possíveis estados assumidos pelas variáveis x_1 x_2 x_3 x_4 associadas a todas as combinações possíveis dos elementos A, B e C.

TABELA VERDADE

x_1	x_2	x_3	x_4	A	B	C
1	1	1	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1
0	0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1	1
0	0	1	0	1	0	1
0	0	0	0	1	0	0

A minimização das funções lógicas relacionadas às variáveis A, B e C é obtida usando-se do mapa de Karnaugh. Em sequência, determinamos as expressões lógicas para tais variáveis.

MAPA DE KARNAUGH PARA A VARIÁVEL "A"

$X_3X_4 \backslash X_1X_2$	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	X	X	0	1
11	X	X	0	1
10	X	X	X	X

$$A = \overline{X_4}$$

MAPA DE KARNAUGH PARA A VARIÁVEL "B"

$X_3X_4 \backslash X_1X_2$	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	X	X	0	1
11	X	X	0	1
10	X	X	X	X

$$B = X_2 \cdot \overline{X_4} + \overline{X_2} \cdot X_4$$

MAPA DE KARNAUGH PARA A VARIÁVEL "C"

$X_3X_4 \backslash X_1X_2$	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	X	X	1	1
11	X	X	0	0
10	X	X	X	X

$$C = \overline{X_1} \cdot X_3$$

O circuito lógico para realizar essa conversão é ilustrado na Fig. IV.6.11.

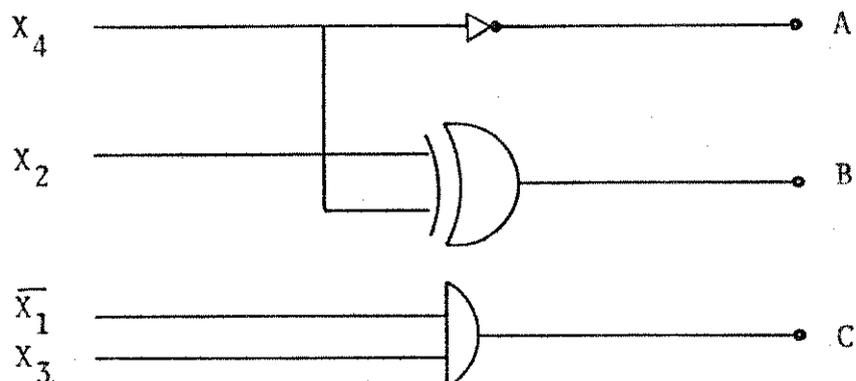


Fig.IV.6.11 - Circuito lógico para realizar a conversão das variáveis X_1 X_2 X_3 X_4 nas variáveis A B C -Receptor QASK-8.

Uma análise comparativa entre o receptor QAM-16 com todos esses apresentados, nos evidencia que uma modificação, principalmente na lógica combinacional, deve ser realizada. Em conclusão, existe um grau de liberdade bastante pequeno com relação às modificações a serem processadas na estrutura do receptor QAM-16 para acomodação de todos os sistemas analisados.

Por outro lado, este problema deixa de existir quando restringimos o número de sistemas empregados. Isto é facilmente explicado quando analisamos a estrutura do receptor PSK-4 com a do PSK-2, a do QAM-16 com a do QASK-8 e ASK-4. Com isso, o que queremos mostrar é que por meio de um comando realizado externamente (conectar ou desconectar através de chaves), um receptor PSK-4 passa a funcionar como um receptor PSK-2, o receptor QAM-16 passa a funcionar tanto como QASK-8, ou ASK-4.

Todas as conclusões obtidas até este ponto, estão baseadas na hipótese de que, somente o ruído de canal era a principal fonte de perturbação. Porém, pequenas quantidades de variações na frequência, jitter de fase de baixa frequência e distorções lineares introduzidas pelo canal podem ser compensadas, quando estruturas de receptores coerentes utilizam os equalizadores adaptativos.

IV.7 - ANÁLISE QUALITATIVA DO JITTER DE FASE

É de grande importância o estudo do desempenho dos sistemas sob a influência de ruído gaussiano e jitter de fase, pelo fato de que o emprego de sinais bidimensionais em sistemas de comunicação com alta velocidade, exige um número relativamente grande de pontos de sinais. Um sistema ótimo com denso empacotamento, por outro lado, reduz substancialmente a margem contra o ruído aleatório e o jitter de fase.

Continuando, apresentamos um tratamento matemático simples comprovando tal afirmação. Para tal propósito, admitamos que o equalizador adaptativo elimine a interferência entre símbolos presentes nas componentes em fase e em quadratura. Suponhamos que a malha de amarramento da fase tenha eliminado parcialmente o jitter de fase da portadora.

Apliquemos em particular, essas condições ao sistema, utilizando o arranjo QAM-16. Logo, a saída do demodulador (vide Fig. IV.5.1.9) para o j -ésimo instante de amostragem teremos:

$$Z_1(jT) = a_j \cos \beta_j - b_j \sin \beta_j + n_1(jT) \quad (\text{IV.7.1a})$$

$$Z_2(jT) = a_j \sin \beta_j + b_j \cos \beta_j + n_2(jT) \quad (\text{IV.7.1b})$$

onde β_j é o erro de fase na malha de amarramento, (a_j, b_j) coordenada do ponto de sinal e $n_1(jT)$ e $n_2(jT)$ são as componentes em fase e em quadratura do ruído. Na forma de vetores, teremos:

$$\bar{Z} = A \bar{\gamma} + \bar{n} \quad (\text{IV.7.2})$$

$$\begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta_j & -\sin \beta_j \\ \sin \beta_j & \cos \beta_j \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_j \\ b_j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.7.3})$$

onde a matriz A é a aplicação linear (rotação).

Como pode ser visto na Fig. IV.7.1, o efeito do jitter de fase, é provocar a rotação no símbolo transmitido, $\bar{\gamma}_j$, de um ângulo β . Assim, a saída do demodulador, \bar{Z} , é dispersado

de maneira circularmente simétrica em virtude do ruído gaussiano.

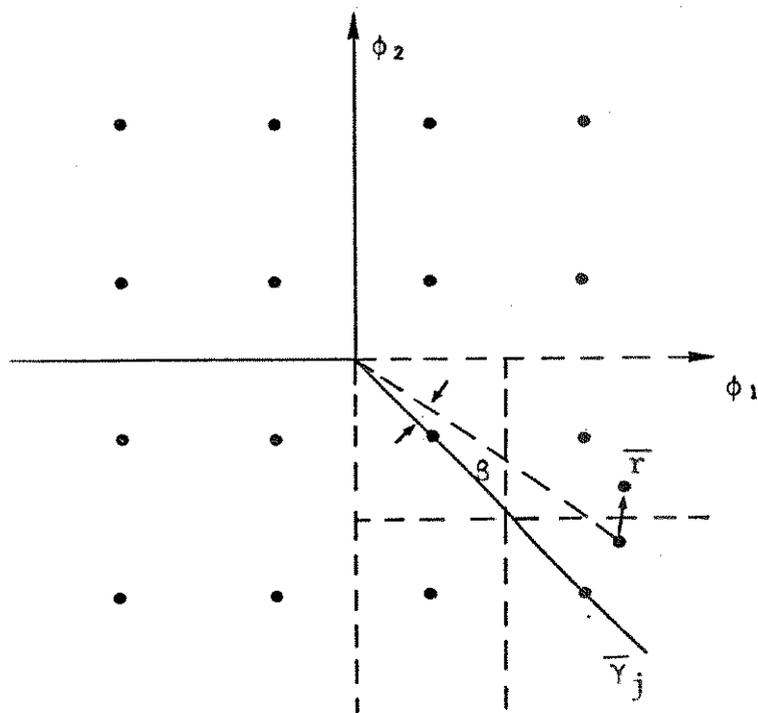


Fig.IV.7.1 - Efeito do jitter de fase e ruído gaussiano no símbolo transmitido.

O receptor cometerá erro quando essas perturbações mo verem a saída do demodulador através da fronteira associada ao símbolo transmitido. Uma estimativa deste efeito é dada pelo erro quadrático-médio entre o símbolo transmitido e o recebido. Su ponhamos que \$\beta\$ varie lentamente; então,

$$\begin{aligned} \bar{r} = \bar{Z} - \bar{Y}_j &= \begin{pmatrix} \cos\beta - 1 & -\text{sen}\beta \\ \text{sen}\beta & \cos\beta - 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_j \\ b_j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -\beta \\ \beta & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_j \\ b_j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \end{pmatrix} = \\ &= \beta \cdot \begin{pmatrix} -b_j \\ a_j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{IV.7.14})$$

Fazendo-se a média da norma ao quadrado teremos:

$$E \left[\|\bar{Z} - \bar{Y}_j\|^2 \right] = N_0 + \sigma_\beta^2 \|\bar{Y}_j\|^2 \quad (\text{IV.7.15})$$

onde E é a média estatística e σ_{β}^2 é a variância de β . Assim, devido ao jitter de fase, pontos de sinais distanciados da origem estão sujeitos a um maior erro quadrático-médio.

IV.8 - ESQUEMA DE UM RECEPTOR PSK-4 COERENTE

A Fig. IV.8.1 apresenta em diagrama de blocos a estrutura do receptor PSK-4 coerente, referente à secção III.4.

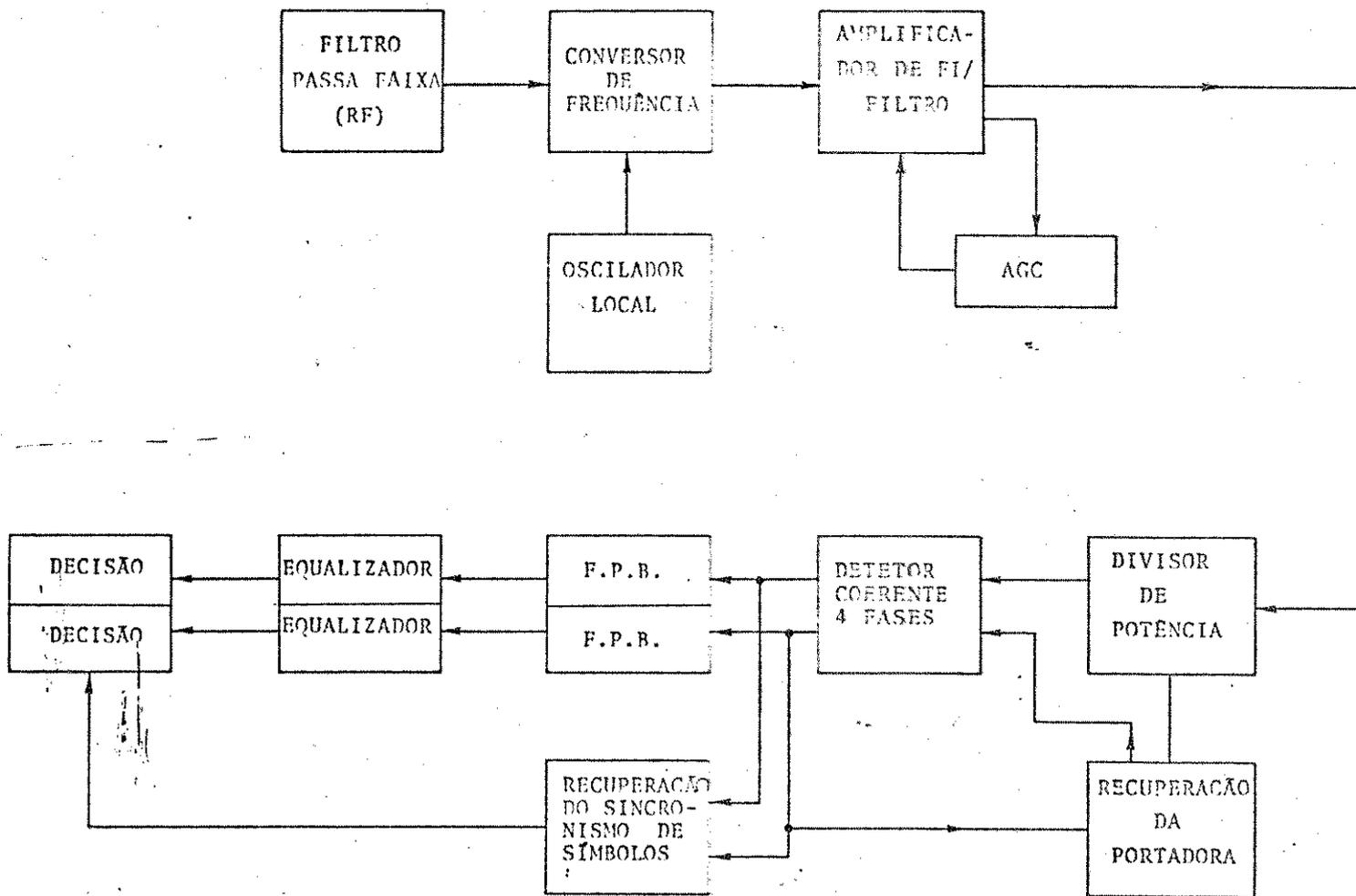


Fig.IV.8.1 - Receptor PSK-4 (coerente)

Os métodos utilizados frequentemente para demodulação coerente são:

- 1 - método de quadruplicar frequência;
- 2 - método de modulação reversa para 4 fases.

Por conseguinte, qualquer um dos métodos poderia ser utilizado para o bloco Detetor coerente de 4 fases da Fig. IV.8.1. Uma vez que o método citado em (1-) apresenta características essencialmente não lineares, atenção se faz necessária com finalidade de evitar distorções. O método (1-) pode ser implementado como mostrado na Fig. IV.8.2.

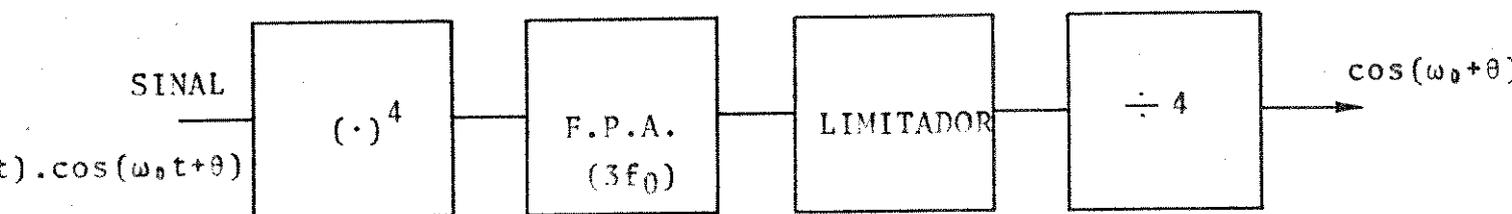


Fig.IV.8.2 - Método de quadruplicar frequência.

Os demais subsistemas da Fig. IV.8.1 seguem os mesmos procedimentos analisados anteriormente.

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES

Como ficou evidenciado nos Capítulos anteriores, o objetivo principal deste estudo foi estabelecer, através de uma política ótima, os elementos necessários para a avaliação dos arranjos a serem utilizados na implementação de moduladores e demoduladores - (modem) de sinais digitais.

Do modelo matemático adotado, pudemos extrair, de maneira quase exaustiva, as conclusões discutidas abaixo:

Se a transmissão necessita de uma faixa reduzida, então, deveremos utilizar arranjos que tenham cada símbolo transportando um número N de bits ($N > 2$); por outro lado, este procedimento acarreta como penalidade um aumento de potência de transmissão para uma mesma taxa de erro (problema do empacotamento esférico).

Para arranjos que apresentem o menor coeficiente de empacotamento, praticamente, não existe diferença no desempenho entre o sistema ótimo (teórico) e o subótimo (prático), quando o número de pontos no espaço de sinal é maior ou igual a 8. Com isso, a implementação do modem fica simplificada, principalmente a do modulador.

Como podemos ver das Figs. II.7.2 a II.7.8, o desempenho dos sistemas, cuja limitação é tanto de energia média, como de pico, que apresentam distribuição circular são os arranjos ótimos. Isto é comprovado teoricamente pelo critério de Shannon, fazendo-se $M \rightarrow \infty$, para arranjos limitados em energia de pico, ou seja, para distribuição de pontos (sinais) uniforme dentro do círculo cujo raio é $\sqrt{E_p}$, [5.1] - [5.2]

Dadas as suas características, é de se esperar que, os sistemas utilizando modulação em quadratura, apresentem a maior taxa de transmissão ($\frac{\text{bits}}{\text{seg.}}/\text{hertz}$) do que as demais técnicas. Teoricamente, temos uma diferença de aproximadamente 7dB na relação sinal/ ruído (para uma mesma taxa de transmissão) entre a capacidade máxima prevista por Hartley - Shannon e a capacidade do QAM-16.

Da maneira como são gerados os demais arranjos do grupo de 16 símbolos, não se consegue com simples adaptações, acomodar cada um deles para a transmissão dos arranjos constituídos de 2, 4 e 8 pontos aqui analisados, como faz o QAM-16. Além dessa versatilidade, ele pode transmitir o dobro de sua capacidade, se for adaptado para

para cada componente em quadratura, onde ambas são independentes, um sistema qualquer de dados, vídeo, voz, etc. Uma outra grande vantagem apresentada, é que os sistemas não precisam ser síncronos, simplificando deste modo a implementação, tanto do transmissor como do receptor.

Contudo, a estrutura apresentada para o transmissor QAM-16, serve tanto para emprego em um sistema que utiliza modulação direta, como em um usando F.I. Naquele caso, os dispositivos propostos para baixas frequências devem ser substituídos por seus respectivos em altas frequências.

O receptor proposto para o arranjo QAM-16, além de apresentar uma forma simplificada em termos de estrutura, adapta-se também para as técnicas PSK-2, PSK-4 (tanto diferencial como coerente), ASK-4 e QASK-8.

Alguns problemas aparecem se na aquisição da frequência e da fase da portadora, não forem obtidos os valores corretos. No caso de termos obtido a frequência mas não a fase, teremos provocado uma interferência entre símbolos. Para a condição, se obtida a fase, mas existir um degrau em frequência, teremos provocado uma modulação em quadratura de baixa frequência (eco). Portanto, um método eficiente dentre os existentes deverá ser adotado. Comumente utiliza-se:

- 1 - Enviar tom piloto na frequência da portadora;
- 2 - Enviar tom piloto fora da faixa dos sinais;
- 3 - Recuperação da portadora através do sinal recebido.

Dos três casos apresentados, o terceiro é o que melhor traduzirá a influência exercida pelo meio, isto é, o P.L.L. atuará corretamente a fase do sinal recebido. Para o caso (1-), a potência contida na vizinhança do tom piloto, pode mascarar as influências reais exercidas pelo meio, sendo entretanto um método, onde teremos razoável interferência entre símbolos. Já no caso (2-); além de aumentarmos a faixa de transmissão, novamente não teremos uma informação precisa da influência do meio. Uma vez que esse tom é colocado na frequência de corte do filtro por razões de economia de faixa, e é nesta região que a característica da fase é sensível às não linearidades, o sinal modulado e o tom piloto serão distorcidos de maneiras diferentes. Como no caso (1-), teremos seguramente

interferência intersimbólica.

O caso (3-) utiliza u'a malha de amarramento de fase (P.L.L.) ou um circuito não-linear na realização do objetivo.

Ainda neste caso, teremos uma ambigüidade de fase, que poderá ser resolvida através de uma codificação diferencial para o transmissor ou pela multiplexagem temporal onde, durante um curto espaço de tempo entre um número fixado "a priori" de símbolos transmitidos, é enviado um sinal de referência (portadora), {5.3} .

Teoricamente, a interferência entre símbolos sempre pode ser completamente removida utilizando-se filtros transversais, com um número infinito de elementos de ganho e atraso {5.4}. Esta técnica de análise, é empregada quando não se conhece as características de amplitude e fase do meio de transmissão. Caso contrário, o equalizador será modelado pela seguinte expressão:

$$H_{\text{equal.}}(f) = \frac{K \cdot e^{-j2\pi f t_0}}{H_{\text{canal}}(f)}$$

onde $H_{\text{equal.}}(f)$ é a função de transferência do equalizador, $H_{\text{canal}}(f)$ é a função de transferência do canal, K e t_0 são constantes.

O procedimento utilizado para extração do sincronismo de símbolos é o mesmo que o do caso (3-) mencionado acima.

Para que se obtenha um processo eficiente de recepção coerente, teremos que satisfazer os seguintes tópicos:

- 1 - Recuperar a fase da portadora;
- 2 - Recuperar o sincronismo de símbolos;
- 3 - Controlar a amplitude.

Além de detecção coerente, podemos usar a detecção de envoltória e de fase (para arranjos com M-amplitudes e L-fases) e a detecção diferencial de fase. Dos 3 métodos, o coerente é o mais e eficiente. Isto porque, ele não possui limiar (detecção de envoltória) e não tem restrição quanto à velocidade de sinalização - taxa de transmissão - (detecção diferencial).

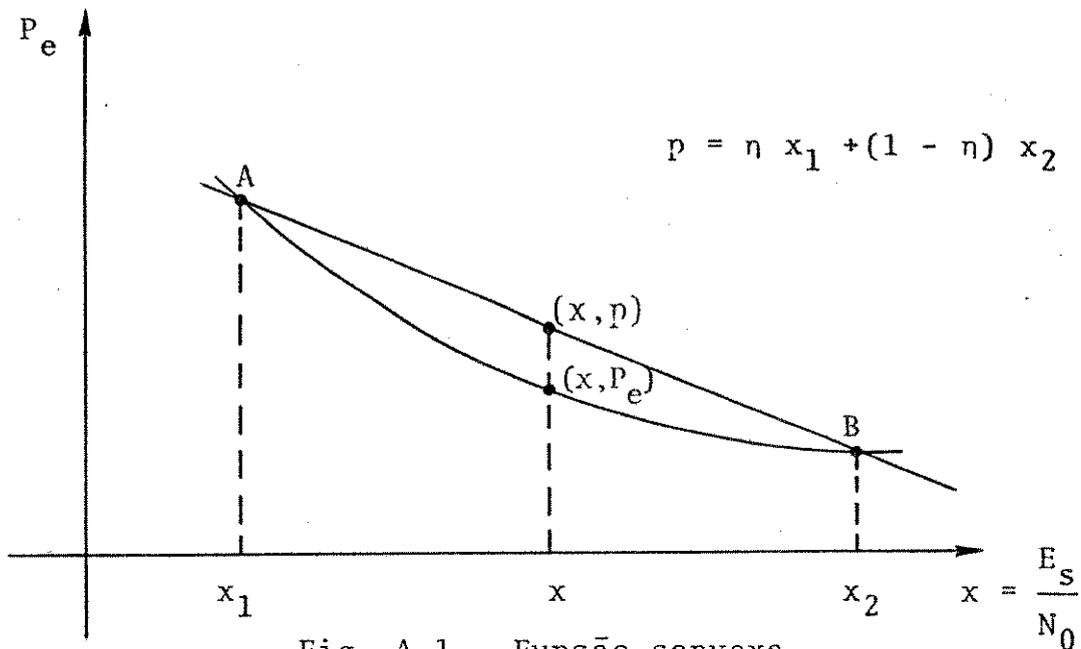
De acordo com o modelo adotado, concluímos que o arranjo

QAM-16 apresenta todas as características desejáveis, para emprego em transmissão digital. Portanto, um excelente candidato.

APÉNDICE A

A finalidade principal deste apêndice é mostrar, com detalhes, a seqüência estabelecida para a solução da probabilidade de erro para os arranjos propostos no Capítulo II.

Como podemos ver na Tabela I do Capítulo III, todas as equações são funções convexas, uma condição fundamental para o problema de otimização, como ilustra a Fig. A.1.



A função $P_e(E_s/N_0)$, definida em um conjunto convexo $C([x_1, x_2])$, é dita convexa se a desigualdade

$$P_e(x_1 + (1-\eta)x_2) \leq \eta P_e(x_1) + (1-\eta) P_e(x_2)$$

for satisfeita para todo $0 \leq \eta \leq 1$.

Geometricamente observamos que qualquer ponto pertencente à corda (A) - (B) terá, para uma mesma abscissa $X \in C$, um maior valor para a ordenada correspondente.

Sob esta condição, se existir um mínimo local no conjunto convexo, este será o mínimo global.

Mas a condição de que, para altas relações sinal-ruído, um ponto de sinal se desloque somente para as regiões adjacentes, implica que o valor da probabilidade de erro sob esta hipótese é limitada superiormente pelo valor obtido através dos métodos A, B e C.

Das características de cada arranjo de sinais foi associado um dos métodos (A, B e C) de tal modo a facilitar a avaliação do desempenho produzido pelo referido arranjo.

A seguir apresentamos os diagramas de blocos, bem como um programa-exemplo associado à cada método.

MÉTODO A

(regiões retangulares)

A equação da probabilidade de erro, associada ao diagrama de blocos mostrado nas Figs. A.1 e A.2 é a seguinte:

$$P_e(EN) = 3 \cdot Q\left(\sqrt{\frac{EN}{5}}\right) - \frac{9}{4} \cdot Q^2\left(\sqrt{\frac{EN}{5}}\right)$$

onde EN = relação energia média do símbolo pela densidade espectral do ruído $\left(\frac{EN}{N_0}\right)$.

$Q(\cdot)$ = é a função erro complementar.

Notação: ENDBI = valor inicial em dB de EN.

ENDBF = valor final em dB de EN.

DELTE = passo em dB.

ANTDB = anti-log do valor em dB.

NDIR(α, β, γ) = subrotina para calcular o valor da função erro.

α = entrada

β = saída ($Q(\alpha)$).

γ = valor da densidade de probabilidade.

MÉTODO A
(regiões retangulares)
DIAGRAMA EM BLOCOS

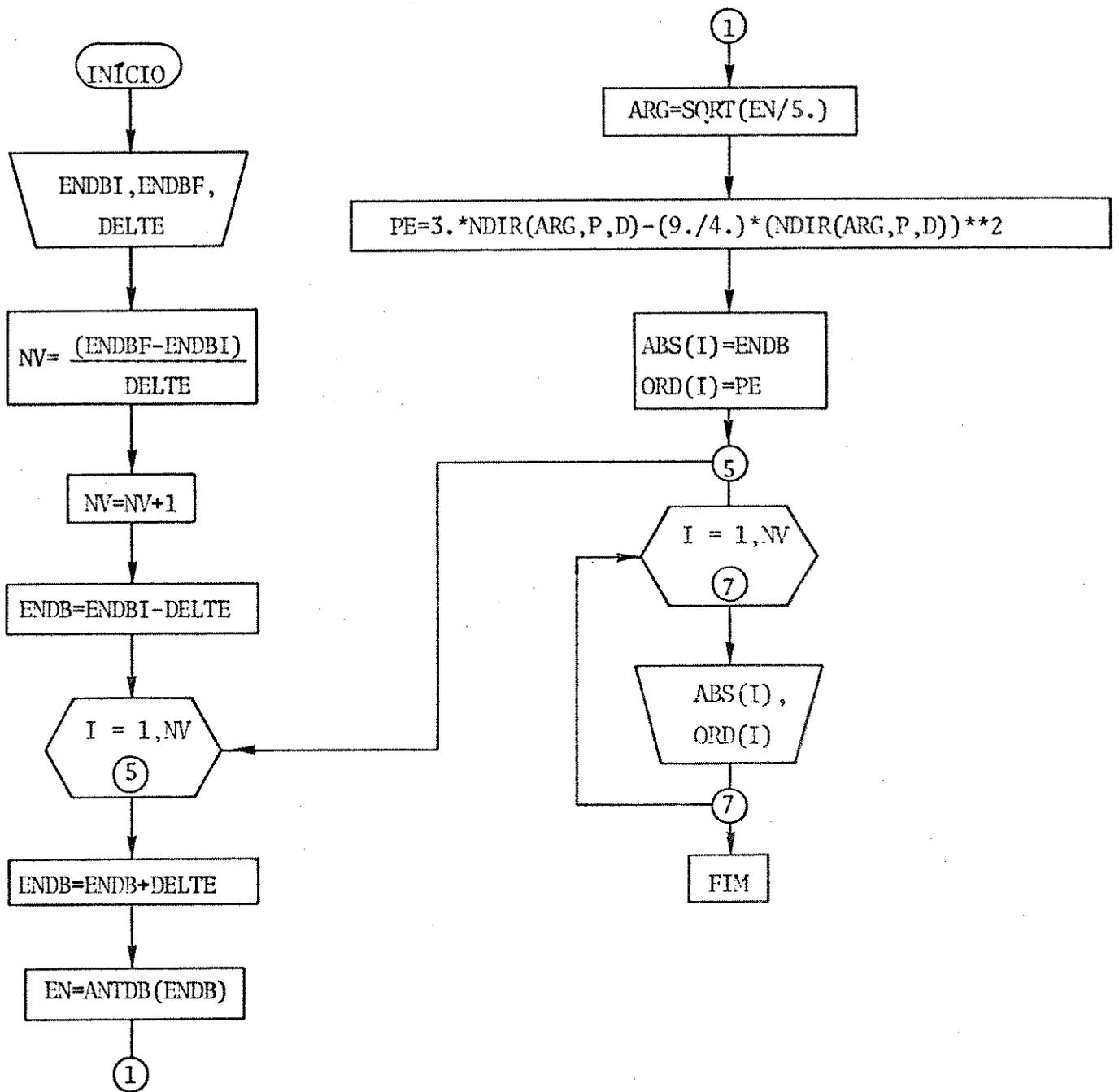


Fig. A.1 - Diagrama de blocos para o método A (regiões retangulares).

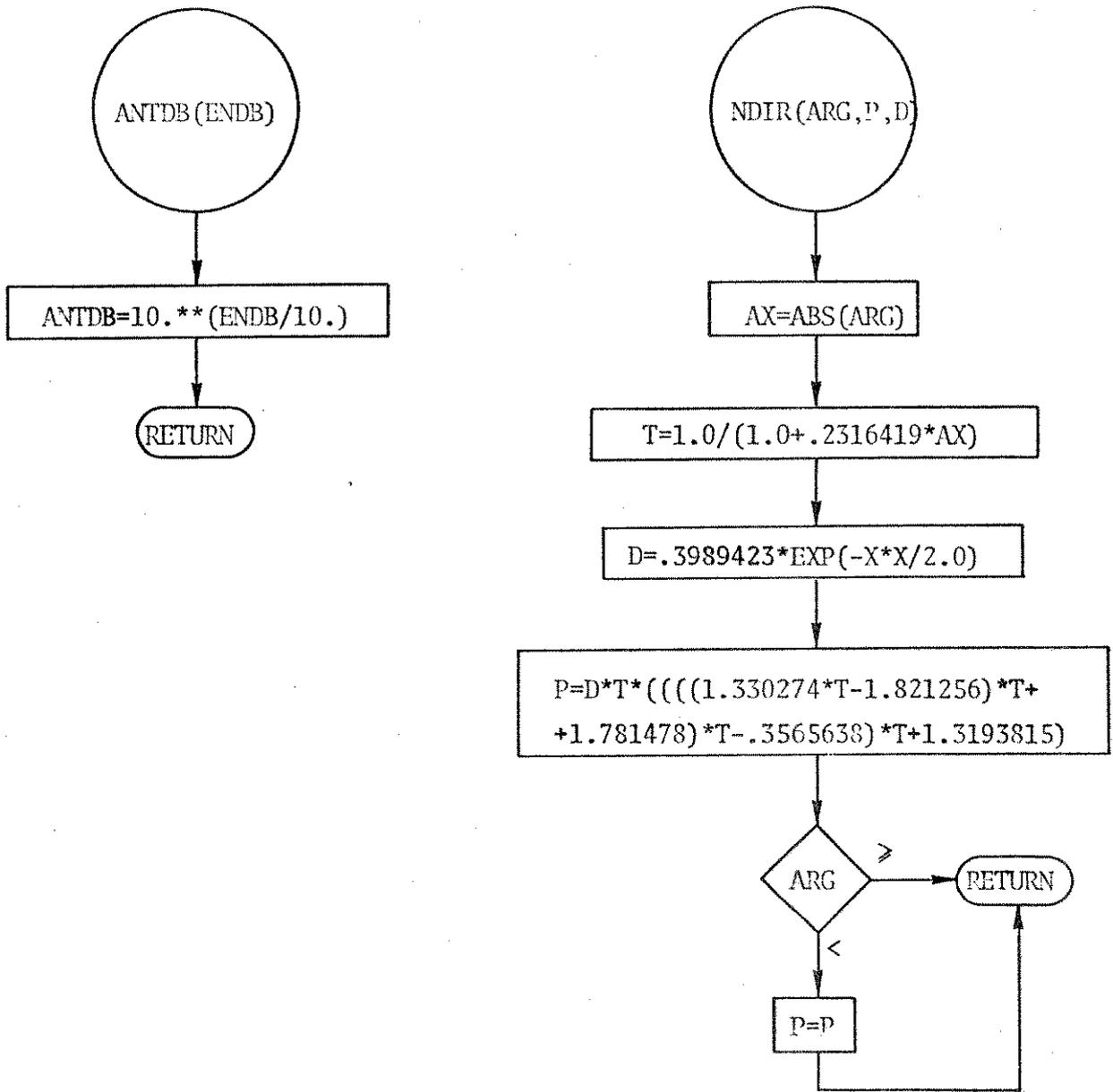


Fig. A.2 - Subrotinas utilizadas na Fig. A.1.

PROGRAMA - EXEMPLO DO MÉTODO A

TY QAM16

DIMENSION ABS(400), ORD(400)

NR=41

NW=42

READ(NR, 3) ENDBI, ENDBF, DELTE

3 FORMAT(3G)

WRITE(NW, 4) ENDBI, ENDBF, DELTE

4 FORMAT(5X, 'ENDBI=', 1G, 'ENDBF=', 1G, 'DELTE=', 1G, /)

NV=(ENDBF-ENDBI)/DELTE

NV=NV+1

ENDB=ENDBI-DELTE

DO 5 I=1, NV

ENDB=ENDB+DELTE

EN=ANTDB(ENDB)

ARG=SQRT(EN/5.)

PE=3.*P-(9./4.)*P**2.

CALL NDIR(ARG, P, D)

ABS(I)=ENDB

ORD(I)=PE

5 CONTINUE

WRITE(NW, 6)

6 FORMAT(23X, 'REL. SINAL RUIDO MEDIAQAM16', /, 6X, 'R5R', 10X, 'PE', /)

DO 7 I=1, NV

WRITE(NW, 8) ABS(I), ORD(I)

8 FORMAT(12X, E14. 7, 10X, E14. 7, /)

7 CONTINUE

STOP

END

FUNCTION ANTDB(ENDB)

ANTDB=10.**(ENDB/10.)

RETURN

END

MÉTODO B

(regiões retangulares)

A equação da probabilidade de erro, associada ao diagrama de blocos, mostrado nas Figs. A.3, A.4 e A.5 é a seguinte:

$$P_e(EN) = \frac{1}{4} \cdot \exp \left[-\frac{EN}{3} \right] + \frac{3}{4} Q \left(\sqrt{\frac{2EN}{3}} \right) + \frac{3}{2} x$$
$$x \int_{-\sqrt{\frac{2EN}{3}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{n^2}{2} \right] \cdot Q \left(y \cdot (x + \sqrt{2EN/3}) \right) dn$$

A notação segue a do caso anterior.

MÉTODO B - (regiões circulares)

DIAGRAMA DE BLOCOS

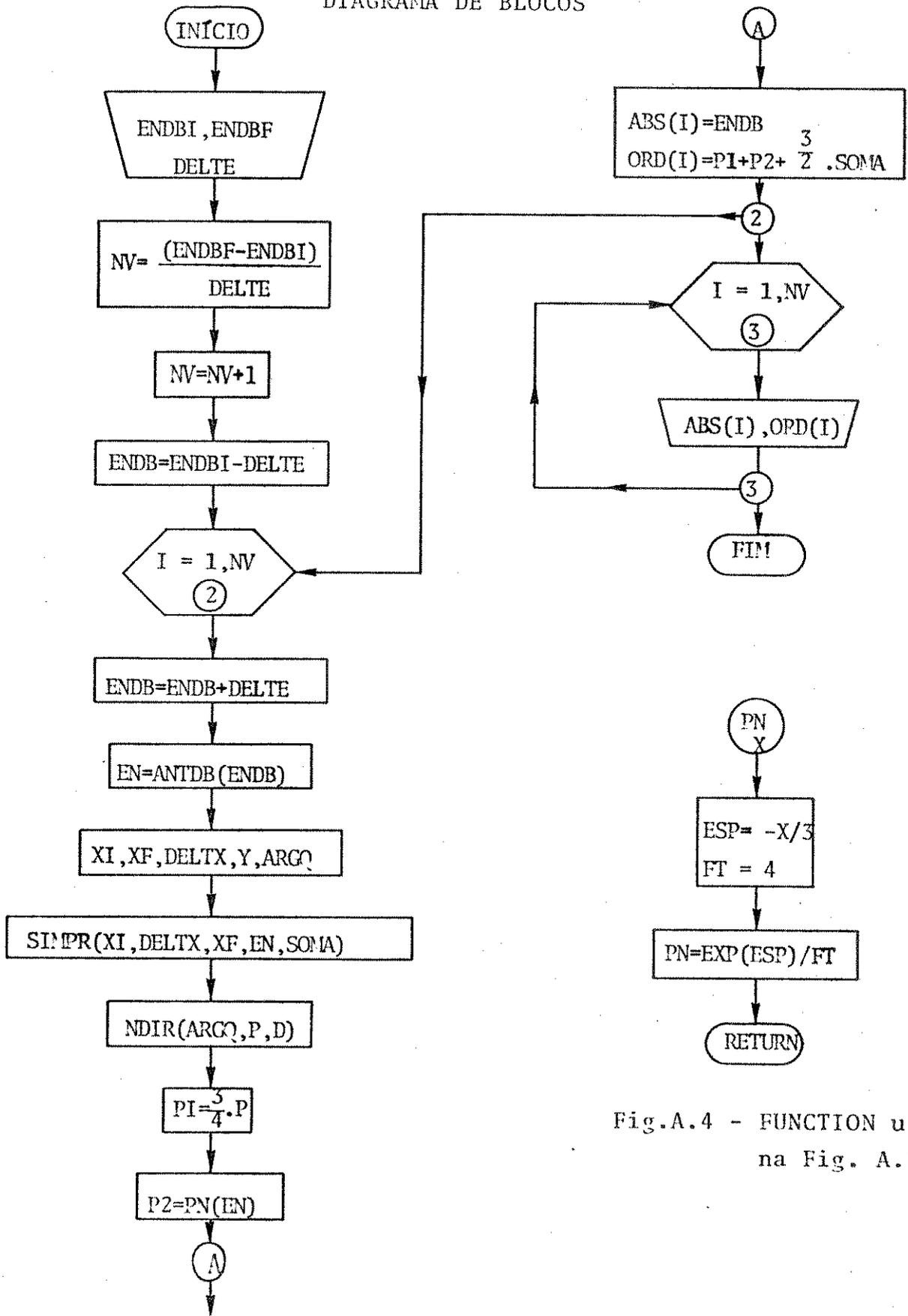


Fig.A.3 - Diagrama de blocos para o método B (regiões circulares)

Fig.A.4 - FUNCTION utilizada na Fig. A.2.

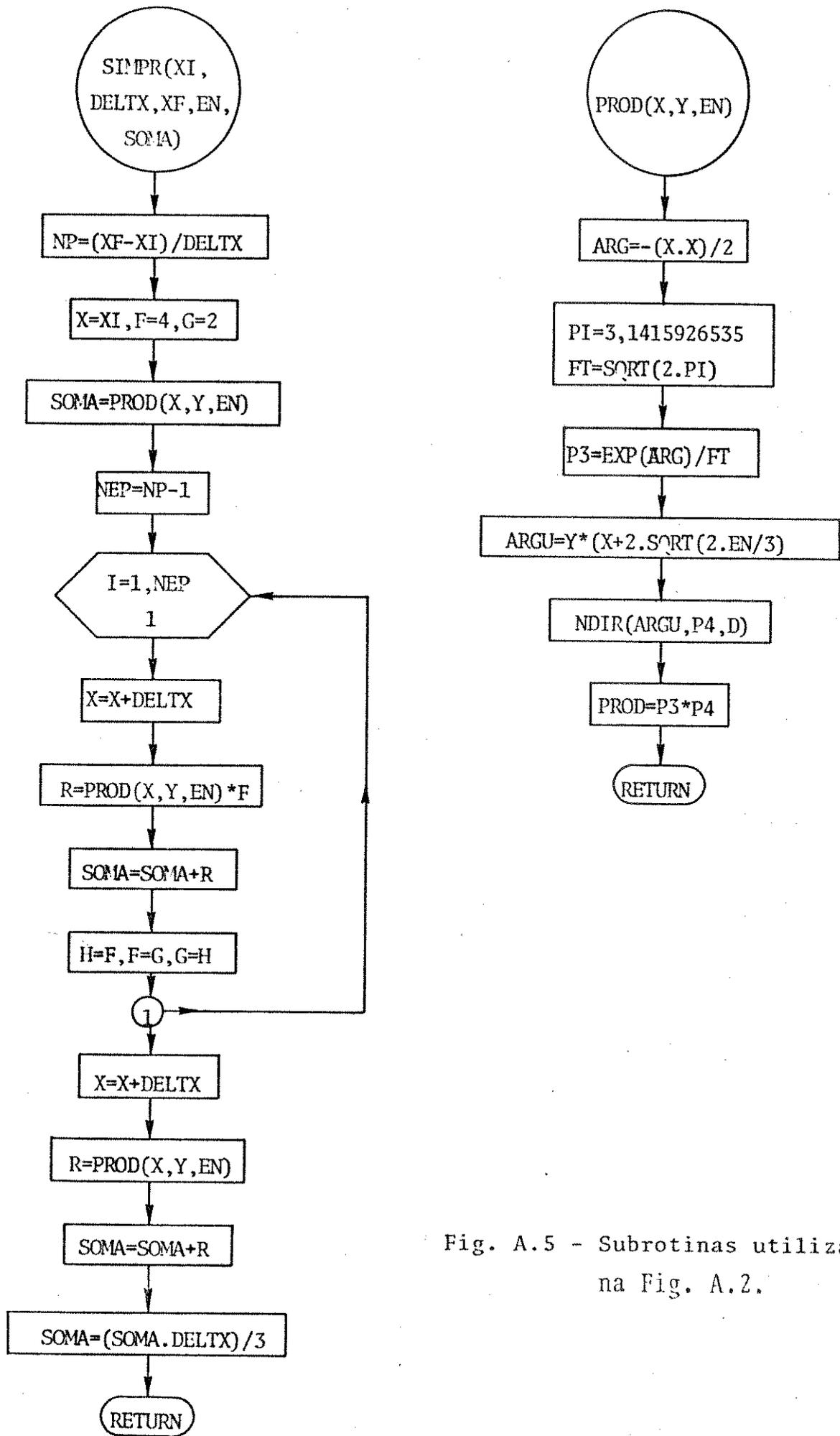


Fig. A.5 - Subrotinas utilizadas na Fig. A.2.

PROGRAMA - EXEMPLO DO MÉTODO B

```

TV NAPI3. F4
  DIMENSION ABS(100), ORD(100)
  NR=5
  NW=9
  READ(NR, 16) ENDBI, ENDBF, DELTE
16  FORMAT(3G)
  WRITE(NW, 18) ENDBI, ENDBF, DELTE
18  FORMAT(5X, 'ENDBI=', 1G, 'ENDBF=', 1G, 'DELTE=', 1G, '/')
  WRITE(NW, 1)
1   FORMAT(5X, 'NAPI3 (1, 3) PRATICO MEDIA', '/')
  NV=(ENDBF-ENDBI)/DELTE
  NV=NV+1
  ENDB=ENDBI-DELTE
  DO 2 I=1, NV
  ENDB=ENDB+DELTE
  EN=ANTDB(ENDB)
  XI=-SQRT(2. *EN/3.)
  XF=XI+50.
  DELTX=.05
  Y=1.73205
  CALL SIMPR(XI, DELTX, XF, EN, 50NR)
  ARGQ=SQRT(2. *EN/3.)
  CALL NDIR(ARGQ, P, D)
  P1=(3. *P)/4.
  P2=PN(EN)
  ABS(I)=ENDB
  ORD(I)=P1+P2+(3. *50NR)/2.
2   CONTINUE
  WRITE(NW, 4)
4   FORMAT(10X, 'ENDB', 20X, 'PE', '/')
  DO 3 I=1, NV
  WRITE(NW, 30) ABS(I), ORD(I)
30  FORMAT(10X, E14.7, 10X, E14.7, '/')
3   CONTINUE
  STOP
  END
  FUNCTION PN(X)
  ESP=-(X/3.)
  FRT=4.
  PN=EXP(ESP)/FRT
  RETURN
  END
  FUNCTION PROD(X, Y, EN)
  ARG=-X/2.
  PI=3.1415926535
  FT=SQRT(2. *PI)
  P3=EXP(ARG)/FT
  ARGU=Y*(X+2. *SQRT(2. *EN/3.))
  CALL NDIR(ARGU, P4, D)
  PROD=P3*P4
  RETURN
  END
  FUNCTION ANTDB(ENDB)
  ANTDB=10. *(ENDB/10.)
  RETURN
  END

```

Y SIMPR.F4

SUBROUTINE SIMPR(XI, DELTX, XF, Y, EN, SOMA)

NP=(XF-XI)/DELTX

X=XI

F=4.

G=2.

SOMA=PROD(X, Y, EN)

NEP=NP-1

DO 1 I=1, NEP

X=X+DELTX

R=PROD(X, Y, EN)*F

SOMA=SOMA+R

H=F

F=G

G=H

CONTINUE

X=X+DELTX

R=PROD(X, Y, EN)

SOMA=SOMA+R

SOMA=(SOMA*DELTX)/3.

RETURN

END

Y NDIR.F4

SUBROUTINE NDIR(X, P, D)

AX=ABS(X)

T=1.0/(1.0+.2316419*AX)

D=.3989423*EXP(-X*X/2.0)

P=D*T*(((1.330274*T-1.021256)*T+1.781470)*T-.3565638)*T+

1.3193815)

IF(X) 1, 2, 2

P=P

RETURN

END

MÉTODO C

(regiões poligonais)

A equação da probabilidade de erro, associada ao diagrama de blocos mostrado nas Figs. A.6, A.7, A.8 e A.9, é a seguinte:

$$\begin{aligned} P_e(EN) = & 1.5 \times \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} FX(\theta, EN) d\theta + .75 \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} FX(\theta, EN) d\theta + \\ & + \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} FX(\theta, EN) d\theta + .25 \times \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} GX(\theta, EN) d\theta + \\ & + .25 \times \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} HX(\theta, EN) d\theta \end{aligned}$$

onde

$$\left\{ \begin{aligned} FX(\theta, EN) &= \frac{1}{2\pi} \cdot \exp \left[- \frac{EN}{10 \cdot \cos^2 \theta} \right] \\ GX(\theta, EN) &= \frac{1}{2\pi} \cdot \exp \left[- \frac{3EN}{10 \cdot \cos^2 \theta} \right] \\ HX(\theta, EN) &= \frac{1}{2\pi} \cdot \exp \left[- \frac{2EN}{15 \cos^2 \theta} \right] \end{aligned} \right.$$

Notação: XI = valor inicial de θ .

XF = valor final de θ .

DELTX = incremento em θ .

SOMAT, SOMAD, SOMAG = subrotinas para calcular as integrais de FX, GX e HX, respectivamente.

Para o método C, as subrotinas SOMAG e SOMAD possuem a mesma estrutura da subrotina SOMAT. A diferença está na função utilizada (FUNCTION), onde deveremos substituir $FX(X,EN)$ por $HX(X,EN)$ e $GX(X,EN)$, respectivamente.

O método empregado para a avaliação das integrais foi o de Simpson (SOMAT), cujo erro de aproximação cometido é proporcional a $(DELTX)^5$, onde DELT é o passo.

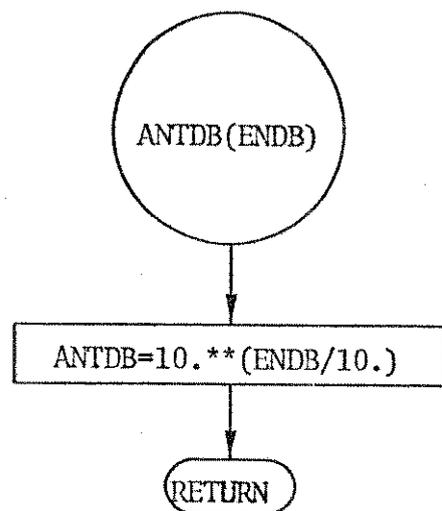
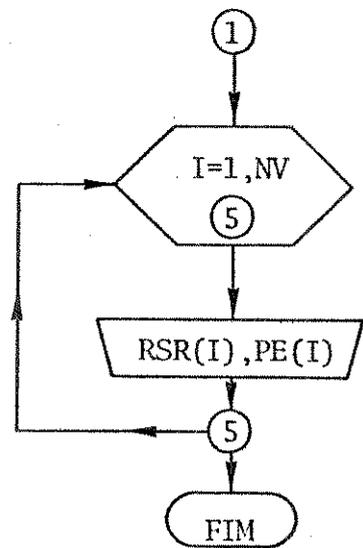
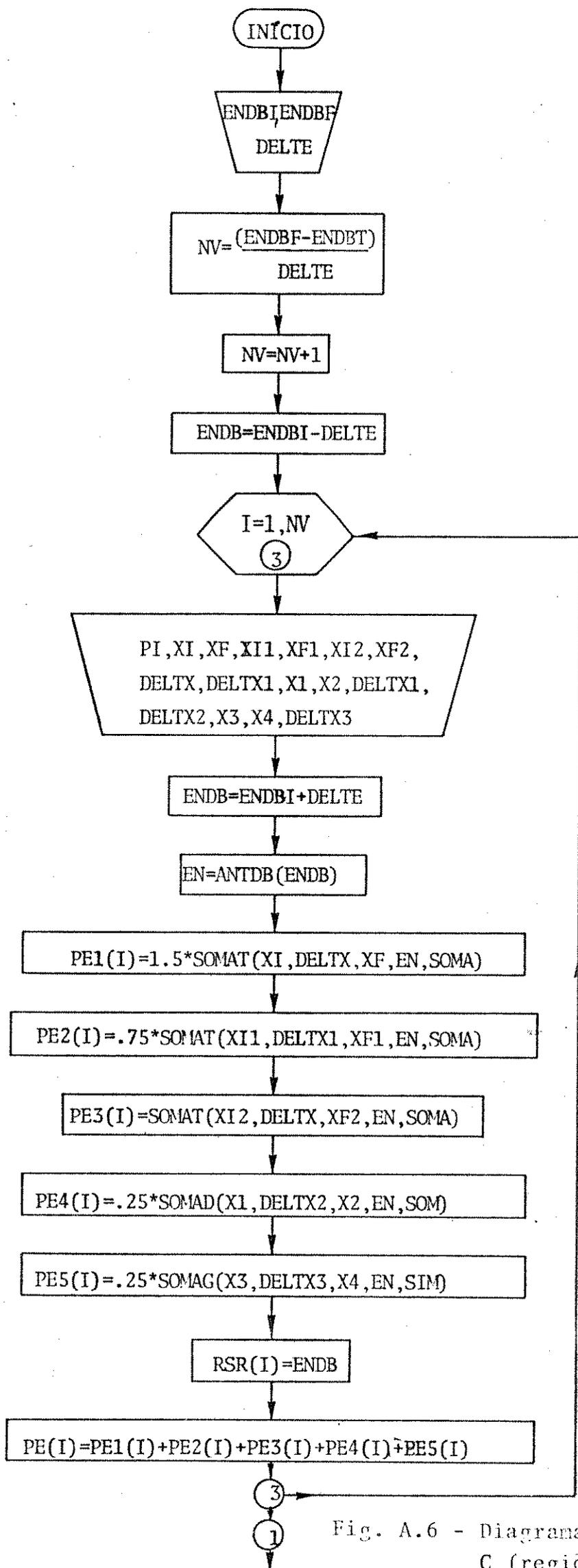


Fig. A.7 - FUNCTION usada na Fig. A.6.

MÉTODO C
regiões poligonais
DIAGRAMA EM BLOCOS

Fig. A.6 - Diagrama de blocos do método C (regiões poligonais)

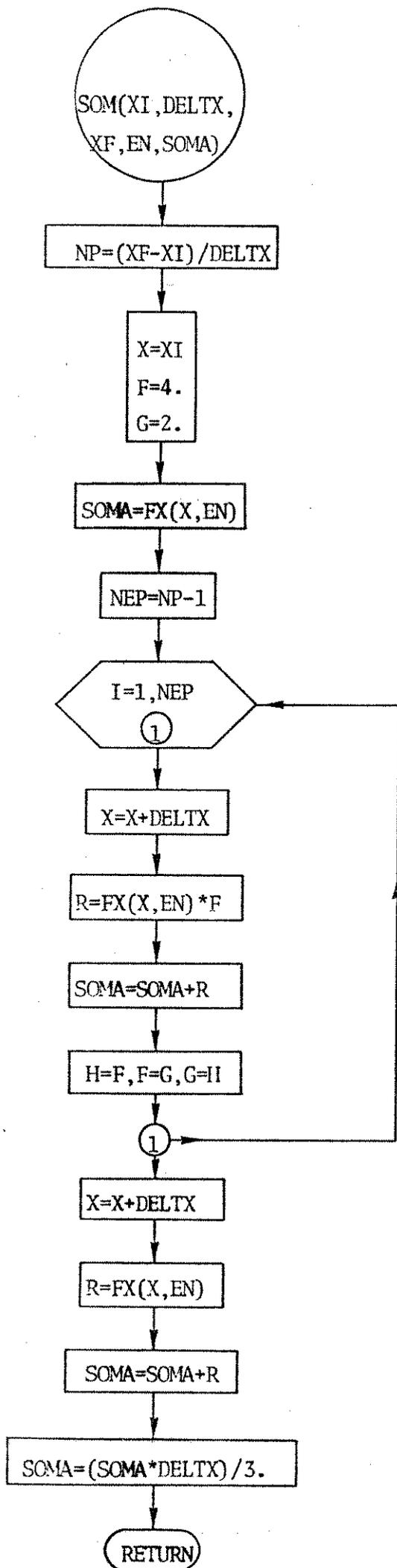


Fig.A.8 - Subrotina usada na Fig.A.6.

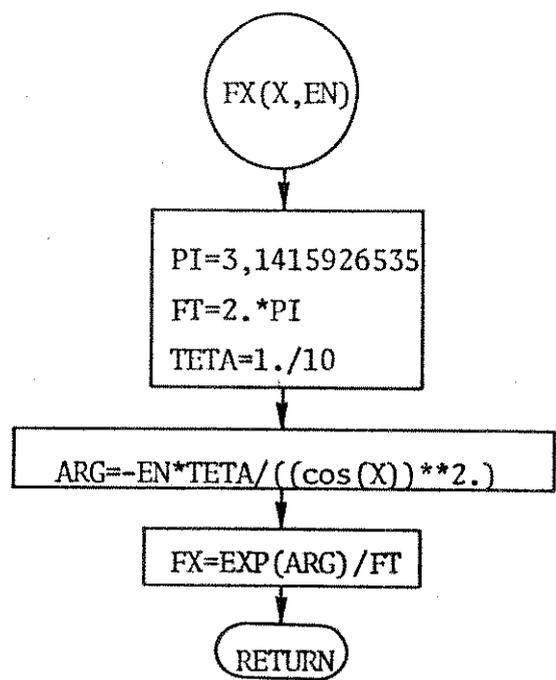
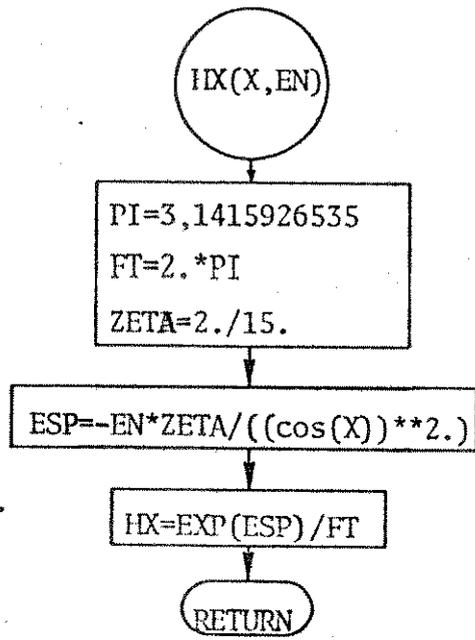
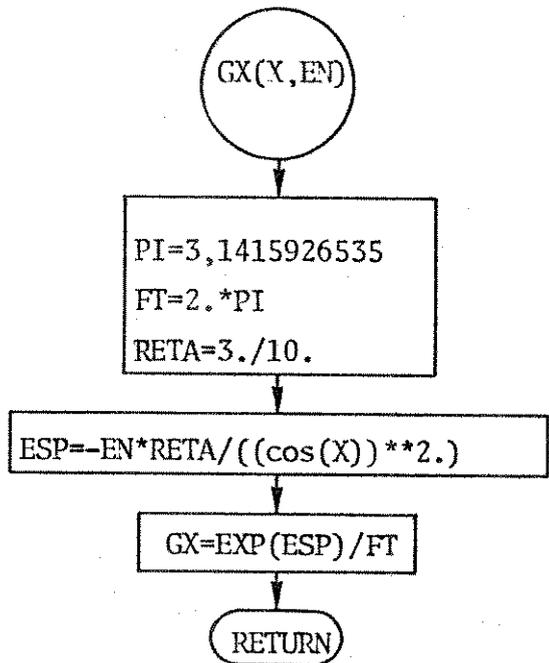


Fig.A.9 - FUNCTIONS utilizadas na Fig. A.6.



PROGRAMA-EXEMPLO DO MÉTODO C

```

DIMENSION PE1(100), PE2(100), RSR(100), PE(100)
DIMENSION PE3(100), PE4(100), PE5(100)
NW=60
ENDBI=5.
ENDBF=25.
DELTE=. 2
NV=(ENDBF-ENDBI)/DELTE
NV=NV+1
ENDB=ENDBI-DELTE
DO 3 I=1, NV
ENDB=ENDB+DELTE
EN=ANTDB(ENDB)
PI=3. 1415926535
XI=-PI/6.
XF=-XI
DELT=(XF-XI)/1000.
CALL SOMAT(XI, DELT, XF, EN, SOMA)
PE1(I)=1. 5*SOMA
XI=-PI/6.

XF=PI/3.
DELT=(XF-XI)/1000.
CALL SOMAT(XI, DELT, XF, EN, SOMA)
PE2(I)=. 75*SOMA
XI=-PI/6.
XF=PI/2. 0001
DELT=(XF-XI)/1000.
CALL SOMAT(XI, DELT, XF, EN, SOMA)
PE3(I)=SOMA
X1=PI/6.
X2=PI/2. 0001
DELT=(X2-X1)/1000.
CALL SOMAD(X1, DELT, X2, EN, SOM)
PE4(I)=. 25*SOM
X3=-PI/3.
X4=-X3
DELT=(X4-X3)/1000.
CALL SOMAG(X3, DELT, X4, EN, SIM)
PE5(I)=. 25*SIM
RSR(I)=ENDB-6.
PE(I)=(PE1(I)+PE2(I)+PE3(I)+PE4(I)+PE5(I))*(1. 44/4. )

3 CONTINUE
4 WRITE(NW, 4)
5 FORMAT(5X, 'MAPSKTRIANGULAR 16-MEDIA-TEORICO', //)
DO 5 I=1, NV
WRITE(NW, 6) RSR(I), PE(I)
FORMAT(10X, E14. 7, 10X, E14. 7, //)
CONTINUE
STOP
END
FUNCTION FX(X, EN)
PI=3. 1415926535
FT=2. *PI
TETA=1. /10.
ARG=-EN*TETA/(COS(X))*2.
FX=EXP(ARG)/FT
RETURN
END

```

```

FUNCTION GX(X, EN)
PI=3.1415926535
FT=2.*PI
RETA=3./10.
ESP=-EN*RETA/(COS(X))**2.
GX=EXP(ESP)/FT
RETURN
END
FUNCTION HX(X, EN)
PI=3.1415926535
FAT=2.*PI
ZETA=2./15.
ESP=-EN*ZETA/(COS(X))**2.
HX=EXP(ESP)/FAT
RETURN
END
SUBROUTINE SOMAT(XI, DELTX, XF, EN, SOMA)
NP=(XF-XI)/DELTX
X=XI
F=4.
G=2.
SOMA=FX(X, EN)
NEP=NP-1
DO 1 I=1, NEP
X=X+DELTX
R=FX(X, EN)*F
SOMA=SOMA+R
H=F
F=G
G=H
CONTINUE
X=X+DELTX
R=FX(X, EN)
SOMA=SOMA+R
SOMA=(SOMA*DELTX)/3.
RETURN
END
SUBROUTINE SOMAD(X1, DELTX, X2, EN, SOM)
NP=(X2-X1)/DELTX
X=X1
F=4.
G=2.
SOM=GX(X, EN)
NEP=NP-1
DO 1 I=1, NEP
X=X+DELTX
R=GX(X, EN)*F
SOM=SOM+R
H=F
F=G
G=H
CONTINUE
X=X+DELTX
R=GX(X, EN)
SOM=SOM+R
SOM=(SOM*DELTX)/3.
RETURN
END
SUBROUTINE SOMAG(X3, DELTX, X4, EN, SIM)
NP=(X4-X3)/DELTX
X=X3
F=4.
G=2.
SIM=HX(X, EN)

```

```
SIM=HX(X, EN)
NEP=NP-1
DO 1 I=1, NEP
X=X+DELTX
C=HX(X, EN)*F
SIM=SIM+C
H=F
F=G
G=H
CONTINUE
X=X+DELTX
C=HX(X, EN)
SIM=SIM+C
SIM=(SIM*DELTX)/3.
RETURN
END
FUNCTION ANTDB(ENDB)
ANTDB=10. **(ENDB/10. )
RETURN
END
```

REFERÊNCIAS

- {2.1} - C.M. Thomas, M.Y. Weidner e S.H. Durrani - "Digital Amplitude Phase Keying with M-ary Alphabets" - IEEE Communications, Vol. Comm 22, Fev. 1974.
- {2.2} - C.E. Shannon - "Probability of Error for Optimal Codes in a Gaussian channel" - pag. 611, BSTJ, Vol. 36, Maio 1959.
- {2.3} - Wozneratf e Jacobs - "Principles of Communication Engineering" - John Wiley & Sons, Cap. 4.
- {2.4} - J.G. Smith - "Old-Bit Quadrature Amplitude-Shift Keying" - IEEE Communications, Vol. Com 23, Março 1975.
- {3.1} - H.Yamamoto, K.Kohiyama e K.Morita - "400 Mbits/s QPSK Repeater for 20 GHz Digital Radio-Relay System" - IEEE - MTT, Vol.MTT-23 Abril 1975.
- {3.2} - K. Miyanchi, S. Seki e H. Ishio - "New Technique for Generating and Detecting Multilevel Signal Formats" - IEEE Trans. on Comm. - Vol. Com 24, Fev. 1976.
- {4.1} - H. Robbins e S. Monro - "A stochastic approximation method" - Ann. Math. Stat. 1951, pp. 400-407.
- {4.2} - D.J. Sakrison - "Stochastic approximation: a recursive method for solving regression problems", in Advances in Communication Systems, Vol. 2, A.V.Balakrishnan, Ed. New York: Academic Press 1966.
- {4.3} - D.J. Sakrison, R.J. MacAnlay, V.C. Tyree, and J.H. Yuen - "An adaptive receiver implementation for the Gaussian scatter channel", IEEE Trans. Commun. Technol., Vol. Com 17, Dec. 1969, pp. 640-648.
- {4.4} - D.D. Falconer e G.J. Foschini - "Theory of Minimum Mean-Square-Error QAM systems Employing Decision Feedback Equalization" - BSTJ, Vol. 52, nº 10, Dec. 1973, pp. 1821-1849.

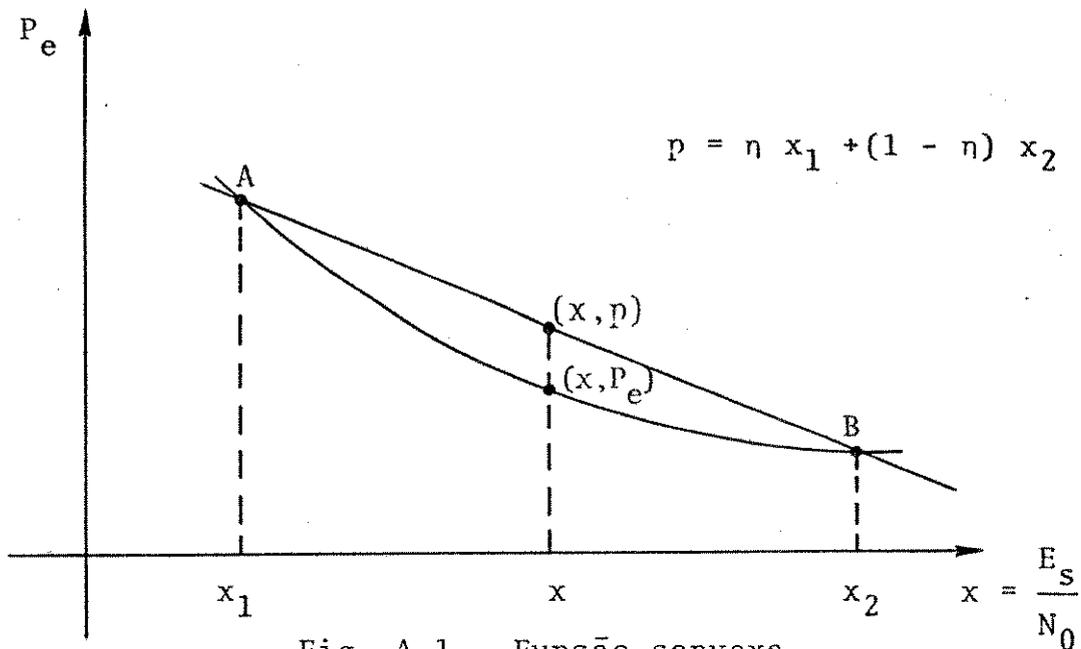
- {4.5} - W.J. Weber, III - "Decision-Directed Automatic Gain Control for MAPSK Systems" - IEEE Transac. on Commun., Vol. Com 23, May 1975, pp. 510-517.
- {4.6} - W.R. Bennett - "Statistic of Regenerative Digital Transmission" - BSTJ, Nov. 1958, pp. 1501-1541.
- {5.1} - C.E. Shannon - "A mathematical theory of Communication" - Bell Syst. Tech. J., Vol. 27, pp. 379-423, 623-656, Julho e Outubro 1948.
- {5.2} - N.M. Blachman - "A comparison of the informational capacities of amplitude and phase-modulation communication systems" - Proc. IRE, Vol. 41, pp. 748-759, Junho 1953.
- {5.3}- W.R. Bennet e J.R. Davey - "Data Transmission" - Inter-University Electronics series Vol. 2 - Mc.Graw Hill, Cap. 13.
- {5.4} - R.W. Luchy, J. Salz e E.J. Weldon Jr. - "Principles of Data Communication" - Cap. 6.

QAM-16 apresenta todas as características desejáveis, para emprego em transmissão digital. Portanto, um excelente candidato.

APÉNDICE A

A finalidade principal deste apêndice é mostrar, com detalhes, a seqüência estabelecida para a solução da probabilidade de erro para os arranjos propostos no Capítulo II.

Como podemos ver na Tabela I do Capítulo III, todas as equações são funções convexas, uma condição fundamental para o problema de otimização, como ilustra a Fig. A.1.



A função $P_e(E_s/N_0)$, definida em um conjunto convexo $C([x_1, x_2])$, é dita convexa se a desigualdade

$$P_e(x_1 + (1-\eta)x_2) \leq \eta P_e(x_1) + (1-\eta) P_e(x_2)$$

for satisfeita para todo $0 \leq \eta \leq 1$.

Geometricamente observamos que qualquer ponto pertencente à corda (A) - (B) terá, para uma mesma abscissa $X \in C$, um maior valor para a ordenada correspondente.

Sob esta condição, se existir um mínimo local no conjunto convexo, este será o mínimo global.

Mas a condição de que, para altas relações sinal-ruído, um ponto de sinal se desloque somente para as regiões adjacentes, implica que o valor da probabilidade de erro sob esta hipótese é limitada superiormente pelo valor obtido através dos métodos A, B e C.

Das características de cada arranjo de sinais foi associado um dos métodos (A, B e C) de tal modo a facilitar a avaliação do desempenho produzido pelo referido arranjo.

A seguir apresentamos os diagramas de blocos, bem como um programa-exemplo associado à cada método.

MÉTODO A

(regiões retangulares)

A equação da probabilidade de erro, associada ao diagrama de blocos mostrado nas Figs. A.1 e A.2 é a seguinte:

$$P_e(EN) = 3 \cdot Q\left(\sqrt{\frac{EN}{5}}\right) - \frac{9}{4} \cdot Q^2\left(\sqrt{\frac{EN}{5}}\right)$$

onde EN = relação energia média do símbolo pela densidade espectral do ruído $\left(\frac{EN}{N_0}\right)$.

$Q(\cdot)$ = é a função erro complementar.

Notação: ENDBI = valor inicial em dB de EN.

ENDBF = valor final em dB de EN.

DELTE = passo em dB.

ANTDB = anti-log do valor em dB.

NDIR(α, β, γ) = subrotina para calcular o valor da função erro.

α = entrada

β = saída ($Q(\alpha)$).

γ = valor da densidade de probabilidade.

MÉTODO A
(regiões retangulares)
DIAGRAMA EM BLOCOS

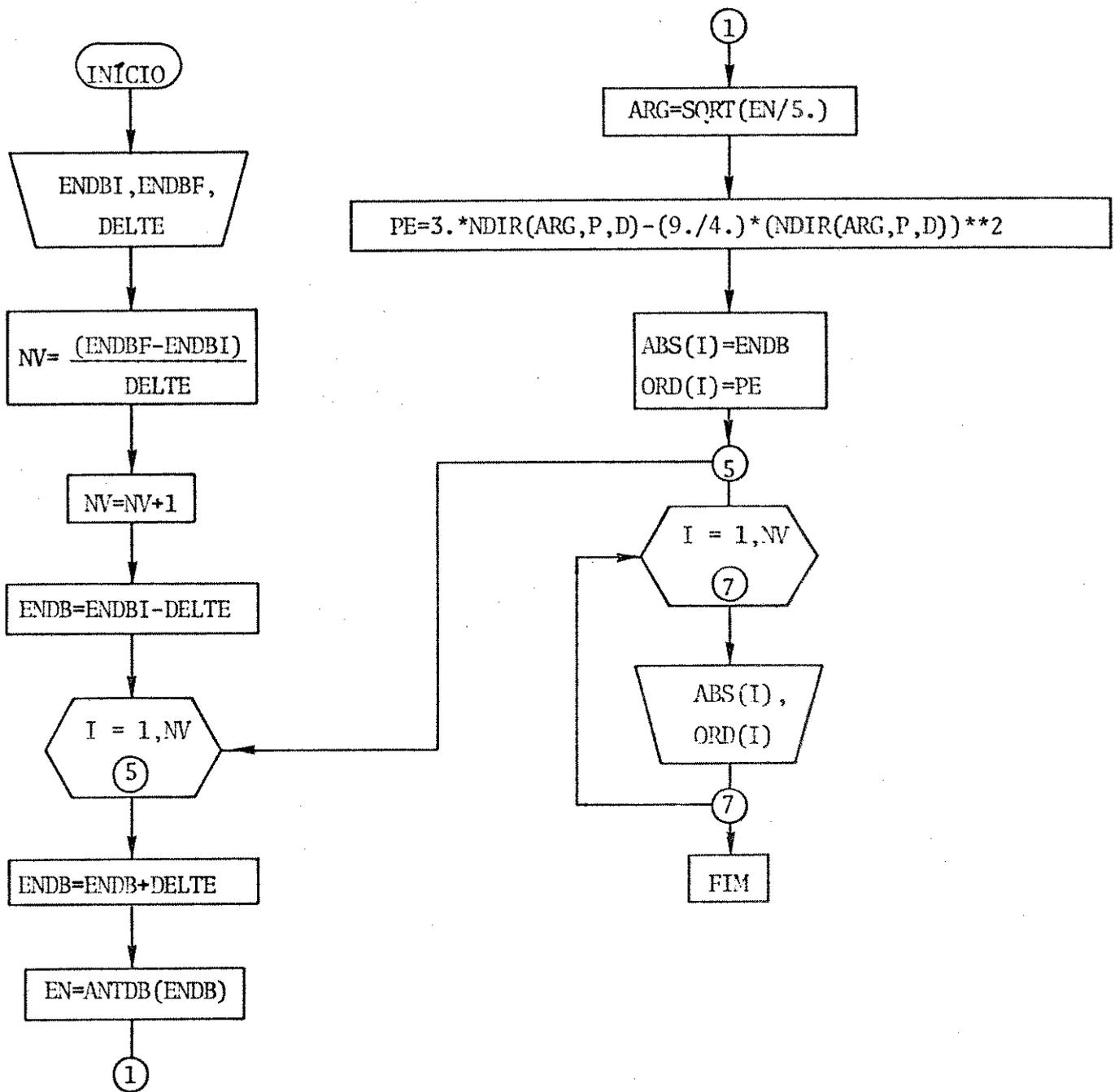


Fig. A.1 - Diagrama de blocos para o método A (regiões retangulares).

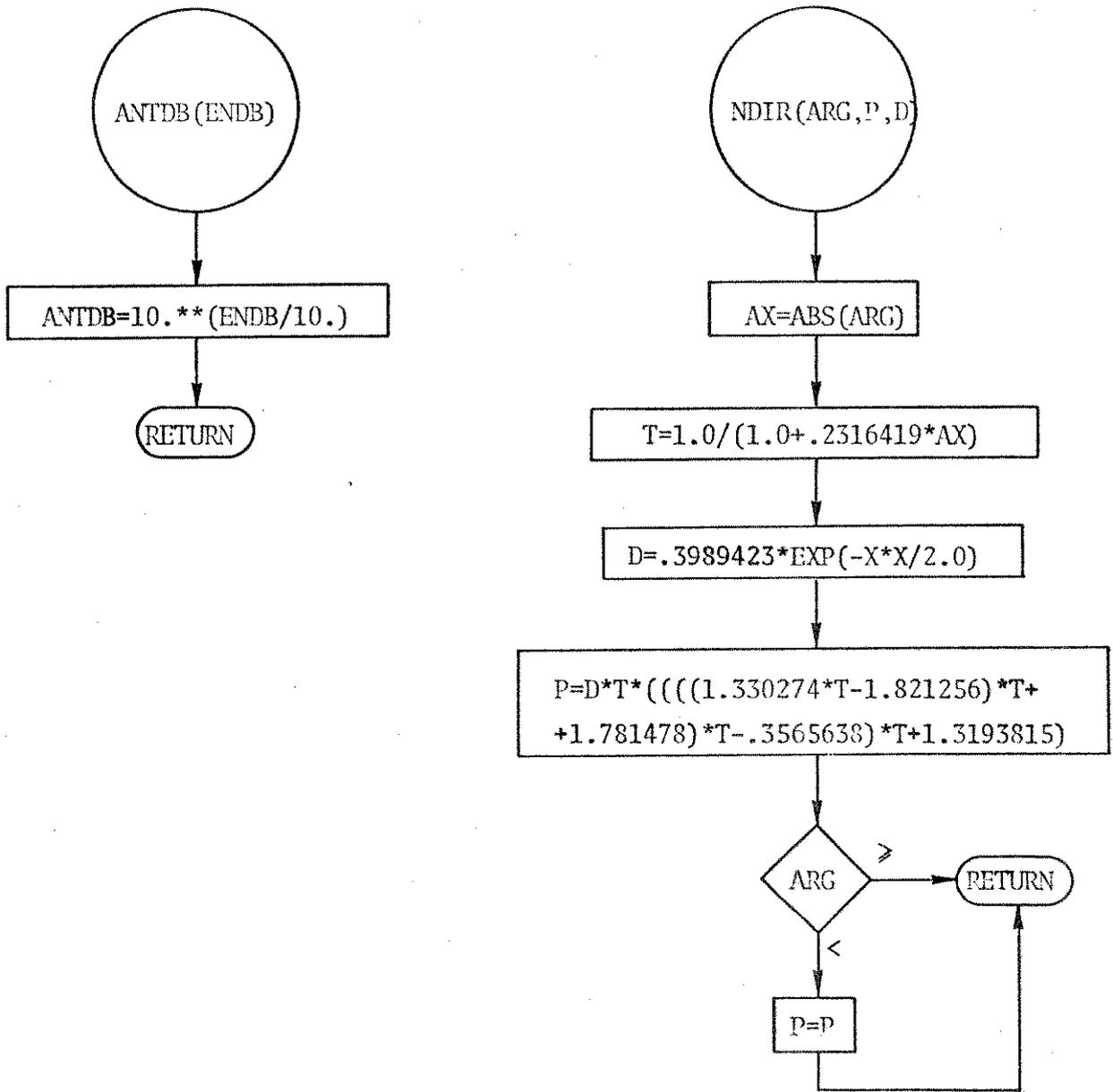


Fig. A.2 - Subrotinas utilizadas na Fig. A.1.