

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS

Celso Carnieri

PLANEJAMENTO FLORESTAL OTIMIZADO
VIA REDES DE MANEJO

*Este exemplar
corresponde à redação
final da tese defendida
por Celso Carnieri e
aprovada pela Comissão
Julgadora em 10-10-1989*

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: *Miguel Taube Netto*
MIGUEL TAUBE NETTO.

CAMPINAS

Agosto de 1989.

Dedico este trabalho aos meus pais,
"seo" Ido e dona Nene;
à minha esposa, Eva Gunilla, e
aos meus filhos, Helena e Ricardo.

AGRADECIMENTOS

Ao Departamento de Matemática da Universidade Federal do Paraná (UFPR), pela licença de 3 anos, que tornou possível este trabalho, e aos colegas, pelo apoio.

À CAPES, pela ajuda financeira.

Ao Prof. Miguel Taube Netto, pela orientação deste trabalho e, em particular, pela sua visão prática da Pesquisa Operacional.

Aos amigos da SOMA, pela ajuda computacional.

À Coordenação e alunos do curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal da UFPR, pela oportunidade de lecionar o curso de Pesquisa Operacional para fins florestais.

Aos colegas e professores da Engenharia Elétrica e do Instituto de Matemática, na UNICAMP, pelo convívio. Em especial, ao Baiano (Lourival), pela grande amizade (e as muitas risadas que demos juntos).

Ao Álvaro, pela amizade e incentivo na reta final e pelo sótão maravilhoso onde dormi muitas vezes.

Aos meus pais, pelo amor que sempre me dedicaram.

À minha esposa e filhos, pelo amor e paciência com que esperaram aquilo que parecia estar no infinito.

ÍNDICE

INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO I - O PLANEJAMENTO FLORESTAL	4
1.1 O porquê do planejamento	4
1.2 O Valor Atual	5
1.3 O Valor Terminal	6
1.4 A dificuldade do planejamento manual	7
1.5 A Pesquisa Operacional no Planejamento Florestal	7
1.5.1 O que é a P.O.	8
1.5.2 A Programação Linear	9
1.5.3 Os Modelos I e II	10
1.5.4 Comparação entre os Modelos I e II	13
1.5.5 O FORPLAN. Críticas	14
1.5.6 Outras técnicas e modelos	15
1.6 O tratamento dos manejos	16
CAPÍTULO 2 - AS REDES DE MANEJO	26
2.1 Introdução	26
2.2 Geração automática das redes	31
2.2.1 Definição dos parâmetros de geração	32
2.2.2 Estrutura das redes	36
2.3 As redes "enxugadas"	40
CAPÍTULO 3 - O ALGORITMO GUMBER	43
3.1 O modelo	43
3.2 Descrição do GUMBER	48
3.2.1 A matriz básica	48
3.2.2 Tipos de colunas	50
3.2.3 Cálculo de A^s na base atual	52
3.2.4 Cálculo do bloqueio	56
3.2.5 Caso I: $RS_{AI} > \overline{NL}$	57
3.2.6 Caso II: $RS_{AI} \leq \overline{NL}$	59
3.2.7 Fluxograma do GUMBER	64
3.3 O Algoritmo CAMIN	65
CAPÍTULO 4 - RESULTADOS E CONCLUSÕES	68
APÊNDICE A - GERAÇÃO DAS REDES	83
APÊNDICE B - CÁLCULO DOS CUSTOS E DAS PRODUÇÕES	90
APÊNDICE C - DADOS E SAÍDAS DE EXEMPLOS	101
APÊNDICE D - A RELAXAÇÃO LAGRANGEANA	120
APÊNDICE E - METODOLOGIAS DO PLANEJAMENTO FLORESTAL ...	132
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	141

INTRODUÇÃO

O problema florestal

A implantação de florestas para exploração econômica é uma atividade muito importante no Brasil, onde área e clima desempenham papel decisivo. Vários são os usos a que se destina a madeira, destacando-se a energia, a celulose e papel, as chapas de aglomerado, as toras para serrarias e os laminados.

As espécies mais cultivadas são o eucalipto (*Eucalyptus grandis*, *E. saligna*, *E. camaldulensis*) e o pinus (*Pinus elliottii*, *P. taeda*, *P. oocarpa*), todas exóticas, que se adaptaram bem ao nosso solo.

Dentre as empresas que fazem reflorestamento em larga escala (algumas com área reflorestada superior a 100.000 ha), predominam as verticalizadas. São empresas que necessitam da madeira para suas indústrias, com demanda prevista para vários anos. Surge então a necessidade de planejamento que garanta a continuidade do fornecimento da matéria-prima para a indústria e, naturalmente, obedeça às peculiaridades do sistema, ao mesmo tempo que procura a diminuição dos custos ou, ainda, a maximização dos rendimentos.

Os manejos

Tendo dividido a área florestal em unidades homogêneas (que se chamarão talhões ou lotes), segundo critérios convenientes para a empresa, há que definir os manejos. Por manejo entende-se o conjunto de práticas utilizadas em um talhão durante os anos do planejamento. Por exemplo, em um talhão onde há pinus com 3 anos de idade no início do planejamento, a decisão de fazer um desbaste seletivo de 30% aos 7 anos de idade (4º ano do planejamento), outro aos 12 anos de idade e o corte raso aos 18 anos de idade, seguido de plantio, é um manejo.

Dependendo das práticas que a empresa possa adotar na definição dos manejos, o número destes pode ser muito grande. Na busca dos manejos que, no total, satisfaçam às exigências da empresa e otimizem algum objetivo, restrições têm sido impostas para que o problema não cresça excessivamente no número de variáveis.

Objetivos do presente trabalho

Este trabalho apresenta uma metodologia em que os manejos são considerados em uma estrutura de redes para viabilizar o estudo de um grande número de manejos sem gerá-los **a priori**. A busca da solução ótima é desenvolvida no contexto da Programação Linear (PL), onde se faz adaptação de um algoritmo específico para o problema florestal. Com as redes e o algoritmo adaptado foi desenvolvido um programa para problemas de grande porte, que pode ser executado em microcomputador com Winchester. É apresentada uma alternativa de solu-

ção por meio da Relaxação Lagrangeana (RL). Ambos os métodos, PL e RL, se utilizam das redes para a geração de manejos.

No capítulo 1 apresentamos o problema do planejamento florestal, bem como alguns modelos desenvolvidos na área. A questão do tratamento dos manejos, a qual é o tema central do presente trabalho, é apresentada.

No capítulo 2 e nos apêndices A e B é descrito o método da geração das Redes de Manejo.

No capítulo 3 é descrito o Algoritmo GUMBER para solução do problema de Programação Linear resultante da relaxação das variáveis inteiras para reais. É descrito, também, o algoritmo de busca do caminho mínimo nas redes de manejo, para a construção da coluna a entrar na base.

No capítulo 4 são apresentados os resultados numéricos a respeito da memória utilizada pelas redes e tempos de execução de alguns exemplos. São apresentados, ainda, resultados a respeito do uso do PARTIAL PRICING na PL, e uma alternativa de solução do problema do planejamento através da Relaxação Lagrangeana, juntamente com alguns resultados numéricos. Este capítulo termina com vários comentários sobre o trabalho.

No apêndice C estão os dados e saídas de exemplos executados.

No apêndice D descrevemos o método do subgradiente no contexto da Relaxação Lagrangeana.

No apêndice E fazemos um resumo de metodologias utilizadas em algumas medições necessárias ao planejamento florestal.

CAPÍTULO 1

O PLANEJAMENTO FLORESTAL

1.1 O PORQUÊ DO PLANEJAMENTO

As empresas florestais de médio ou grande porte possuem muitos lotes de plantio, por vezes espalhados em vários municípios. Cada lote (ou talhão) é homogêneo quanto à idade de suas árvores, curva de crescimento, custos etc. (vide Apêndice E). Normalmente, essas empresas estão associadas a indústrias que demandam madeira, tais como indústrias de papel e celulose, serrarias e siderúrgicas. Essas indústrias precisam ter garantia de suprimento, sem depender do mercado. Conseqüentemente, a empresa florestal precisa fazer o seu planejamento priorizando o atendimento daquela demanda ao longo dos anos. Ao fazer isto, a empresa se depara com uma gama enorme de variáveis que afetam o sistema. Há que decidir sobre idades de corte, número e intensidade dos desbastes, densidade e variedades de plantio, compra e venda de terras etc. (planejamento de longo prazo). É necessário escolher o sistema de exploração (atividades a partir do corte), dimensionamento das equipes, tipos de arraste e transporte etc. (planejamento de curto prazo).

Cada atividade da empresa florestal implica custos. O excedente da madeira pode ser vendido no mercado. O problema do planejamento florestal pode ser colocado como: maximizar o lucro da empresa, satisfazendo as restrições de demanda e outras próprias de cada empresa.

No planejamento de curto prazo programam-se as atividades durante o ano, mês a mês.

No planejamento de longo prazo trabalha-se com um horizonte de 15, 20 e até 30 anos. Aqui a unidade de tempo é o ano. As decisões tomadas alimentarão o planejamento de curto prazo.

1.2 O VALOR ATUAL

Para podermos comparar custos e rendas no planejamento de longo prazo, torna-se necessário trabalhar com os valores atualizados sob uma taxa de juros. Neste sentido, um plantio feito no ano 5 é mais caro do que outro no ano 6. No estudo da determinação da idade ótima (econômica) de corte de povoamentos de **Eucaliptus** em Mogi-Guaçu, SP, Hoffmann e Berger (²⁴) concluíram que, a uma taxa de juros de 5%, a idade ótima se situa em torno de 8 anos. Já com a taxa de 12%, a idade ótima caiu para 5,8 anos, e com a de 18%, para 4,7 anos.

Um custo C que ocorra num ano h terá seu valor atualizado no ano zero dado por $C/(1+r)^h$, onde r é a taxa de juros. Manejo de lote é o nome que se dá a uma seqüência de

decisões sobre um lote durante os anos do planejamento. O custo atualizado do manejo é calculado pela fórmula

$$C = \sum_{h=1}^{HP} C(h) / (1+r)^h$$

onde h = ano;

HP = horizonte do planejamento;

C(h) = custo do manejo no ano h.

Analogamente, calcula-se o rendimento atualizado de um manejo.

1.3 O VALOR TERMINAL

Como estamos trabalhando com um horizonte finito, temos que nos preocupar com as conseqüências do truncamento no último ano do planejamento. De fato, de alguma maneira deve-se informar ao sistema que a vida da empresa vai além do horizonte, pois, caso contrário, obter-se-á uma floresta totalmente desregulada no final, com possíveis conseqüências na tomada de decisões nos primeiros anos do planejamento. Clutter (⁷) recomenda considerar o valor terminal de cada opção de manejo. Duas formas são as mais usadas:

1. Acrescenta-se ao cálculo da renda do manejo o valor de venda da madeira em pé no horizonte, qualquer que seja sua idade (preço em potencial daquele lote).

2. Prolonga-se o manejo até o final de seu ciclo e acrescenta-se ao cálculo da renda o VET (Valor Esperado da

Terra), o qual é o ganho de uma seqüência infinita de rotações ótimas, cada qual com seu valor atualizado.

1.4 A DIFICULDADE DO PLANEJAMENTO MANUAL

Calcular as produções, custos e rendimentos é, por si só, uma tarefa trabalhosa. Mais difícil ainda é a de escolher um manejo de cada lote, de maneira a obter o máximo lucro, respeitando as exigências de demanda e outras restrições. Podemos dizer que esta tarefa é impossível de ser feita manualmente, pois o número de possibilidades é muito grande. Por exemplo, se uma empresa possui 100 lotes e gerarmos 10 manejos para cada lote, o número de combinações possíveis será 10^{100} .

1.5 A PESQUISA OPERACIONAL NO PLANEJAMENTO FLORESTAL

Surgida durante a Segunda Guerra Mundial, a Pesquisa Operacional (PO) tomou grande impulso com o surgimento dos computadores de alta velocidade na década de 50. Aplicada inicialmente na área militar, ela foi difundida para o setor industrial e governamental e a seguir para a agropecuária. Atualmente podem-se encontrar aplicações da PO em quase todas as áreas da atividade humana.

1.5.1 O que é a Pesquisa Operacional

Dado o seu caráter interdisciplinar, é difícil conceituar a PO em poucas palavras. A definição que parece mais aproximada, porém, é a de Kittel (³¹):

Pesquisa Operacional é o uso do método científico para prover os departamentos executivos de elementos quantitativos para tomar decisões com respeito a operações sobre seu controle.

A metodologia da PO segue mais ou menos o seguinte esquema: 1) identificação e definição do problema real; 2) construção do modelo matemático; 3) solução matemática; 4) elaboração do programa computacional; 5) solução com dados do problema real; 6) comparação dos resultados e possíveis adaptações; 7) implementação.

As fases 1, 6 e 7 exigem intensa participação das pessoas envolvidas com a situação real, que no nosso problema são os engenheiros florestais. Nas fases 2 e 3 o pessoal das áreas de Pesquisa Operacional e de Matemática Aplicada tem atuação decisiva. Já nas fases 4 e 5 faz-se necessária a participação de pessoas com conhecimento de Computação.

O sucesso de um modelo em Pesquisa Operacional para um problema florestal depende de seu nível de adequação à situação real. Esta "imitação da realidade" deve ser aceitável pelo planejador florestal, pois, caso contrário, o modelo matemático construído na fase 2 não conseguiu captar todas as variáveis importantes do trabalho. Devido ao grande número de fatores que afetam a empresa florestal como um to-

do, desde as variedades escolhidas para plantio até o corte e transporte, passando por problemas de desbastes, rebrotas, tratos silviculturais etc., é praticamente impossível a construção de um modelo que contemple todas as possibilidades a contento.

1.5.2 A Programação Linear (PL)

É a técnica mais utilizada da PO, consistindo na modelagem e solução de problemas de otimização de uma função linear frente a restrições também lineares. Inventado por Koopman para a solução de problemas em redes e a seguir adaptado por Dantzig (⁹) em 1947 para problemas de PL, o SIMPLEX é a técnica de solução mais usada na Programação Linear. Em 1979, Khachiyani (³⁰) apresentou o método do elipsóide, que se revelou na prática computacionalmente inferior ao método SIMPLEX. Em 1984, Karmarkar (²⁸) apresentou um método que leva seu nome, o qual está sendo considerado como o grande invento da década na área de otimização, com um desempenho computacional muito superior ao do SIMPLEX.

Há vários trabalhos citados na literatura de PL aplicados ao planejamento florestal, tanto a curto prazo quanto a longo prazo.

Os modelos de curto prazo procuram satisfazer a demanda da empresa para um período de um ano em geral, com decisões de locais de corte mês a mês, depósitos intermediários, tipos de transporte etc. Caso a empresa tenha diferentes usos para a madeira, trabalha-se, em geral, com variáveis

tipo y_{jkt} , volume de madeira tipo j alocada para a fábrica k no mês t . Há também as variáveis x_{it} , número de hectares do lote i cortados no mês t . As restrições devem contemplar, além da satisfação da demanda, o balanço da massa produzida, eventualmente restrições de maquinários e outras. O LOGPLAN (³³) é um bom exemplo de modelo de curto prazo. Foi desenvolvido para ajudar o administrador florestal na construção e avaliação de planos anuais de exploração. O modelo contempla o abastecimento das indústrias da empresa, objetivando o menor custo das operações de corte e transporte. Em Rodriguez (⁴⁷) vemos a PL usada na escolha da estratégia ótima de um povoamento de **Eucaliptus**. Dois estudos foram feitos: um visando a minimização dos custos e outro a maximização do rendimento futuro da floresta.

1.5.3 Os Modelos I e II

Os modelos de longo prazo se dividem em dois tipos principais, chamados Modelo I e Modelo II. No Modelo I, o manejo é a peça principal do planejamento. Na sua forma mais simples, o Modelo I pode ser colocado como (Johnson (²⁷)):

$$\text{Max} \quad \sum_{i=1}^{NL} \sum_{j=1}^{N_i} L_{ij} \cdot X_{ij} \quad (1)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{j=1}^{N_i} X_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, NL \quad (2)$$

$$X_{ij} \geq 0$$

$$\sum_{i,j} A_j^i X_{ij} \geq b \quad (3)$$

onde NL = número de lotes;

N_i = número de manejos do lote i;

L_{ij} = lucro atualizado do manejo j do lote i;

A_j^i = coluna de produção do manejo j do lote i;

x_{ij} = variável de decisão; x_{ij} é a fração da área do lote i que seguirá o manejo j;

b = coluna da demanda.

Barros e Weintraub (⁵) utilizaram o Modelo I para determinar o planejamento ótimo de uma empresa localizada no Sul do Chile, a qual possui 400.000 acres de pinus, uma fábrica de celulose e uma serraria. O modelo incorpora decisões acerca de manejos (desbastes, colheitas e plantios) dos talhões, compra e venda de toras e o suprimento de madeira para a indústria e a serraria. O horizonte de planejamento é de 50 anos, com o período de 1 ano no início, 2 anos nos períodos intermediários e 5 anos nos períodos finais. A justificativa para isto é de que "a agregação de tempo para os últimos períodos é possível porque detalhes de tempo naqueles períodos não afetam significativamente as decisões nos primeiros anos, as quais serão as únicas decisões realmente tomadas".

Em empresas verticalizadas que possuem, por exemplo, florestas, fábrica de papel e celulose e serraria, há que considerar os diferentes destinos da produção florestal e possíveis fornecimentos de subprodutos de um setor para outros. Tal é o caso da serraria, que pode fornecer chips para a fábrica de celulose. Barros e Weintraub, no artigo citado acima, contemplam este caso, criando a variável δ^t , volume

de chips gerado na serraria no período t para ser usado em celulose, e exigindo

$$f_3^t \leq \sum_m y_{m,3}^t + \theta_3^t + \delta^t, \quad \forall t \text{ e}$$

$$\delta^t \leq 0,32(\sum_m y_{m,2}^t + \theta_2^t), \quad \forall t,$$

onde f_3^t = quantidade mínima de matéria-prima para celulose a ser suprida no período t ;

$y_{m,3}^t$ = volume de madeira no ponto de acesso m destinado a celulose no período t ;

θ_3^t = matéria-prima comprada para celulose no período t ;

θ_2^t = madeira comprada para a serraria no período t ;

$y_{m,2}^t$ = volume de madeira no ponto de acesso m destinado à serraria no período t .

Quanto ao número de manejos por talhão, Barros e Weintraub consideram apenas de 3 a 5, número que julgamos muito pequeno, comprometendo os resultados finais.

Em Taube Netto (⁵¹), temos o Modelo I aplicado ao planejamento ótimo de uma floresta de **Eucaliptus**. Este trabalho foi desenvolvido inicialmente para uma empresa que utiliza a madeira para fabricação de carvão, podendo, no entanto, ser usado para outros fins.

No Modelo II, as variáveis de decisão correspondem ao número de hectares plantados, desbastados e cortados em cada ano. Os talhões perdem a identidade, e em consequência a representação de suas áreas não é preservada. Uma formulação simples para o Modelo II pode ser

$$\begin{aligned}
 &\text{Maximize} \quad \sum_{j=1}^N \sum_{i=-M}^{j-z} D_{ij} x_{ij} + \sum_{i=-M}^N E_{iN} W_{iN} \\
 &\text{sujeito a} \quad \sum_{j=1}^N x_{ij} + W_{iN} = A_j, \quad i = -M, 0 \\
 &\quad \sum_{k=j+z}^N x_{jk} + W_{jN} = \sum_{i=-M}^{j-z} x_{ij}, \quad j = 1, N,
 \end{aligned}$$

onde x_{ij} = hectares plantados no período i e cortados no período j ;

W_{iN} = hectares plantados no período i e deixados como estoque final no período N ;

A_i = número de hectares presentes no período 1 que foram plantados no período i , $i = -M, 0$;

M = nº de períodos antes do período 0 no qual a classe mais velha presente no período 1 foi plantada;

z = nº mínimo de períodos entre dois cortes;

D_{ij} e E_{iN} = renda líquida presente associada à variável correspondente.

Em Gunn e Rai (²⁰), um Modelo II mais completo é desenvolvido levando em conta diferentes tipos de matéria-prima para alimentar as indústrias de uma empresa e para a venda a terceiros.

1.5.4 Comparação entre os Modelos I e II

O Modelo I preserva a identidade de cada lote. O Modelo II permite que parte da área do lote, quando colhida, seja agregada à área de outro(s) lote(s).

Ambos os modelos requerem restrições sobre as áreas dos lotes. No Modelo I há NL restrições deste tipo e no Modelo II, M+N.

No Modelo I, deve ser criada uma variável para cada manejo possível em cada lote. No Modelo II, uma variável deve ser criada para cada período de plantio e para cada comprimento de tempo até o corte, ou até o horizonte de planejamento. Normalmente, o Modelo I tem mais variáveis e menos restrições do que o Modelo II.

1.5.5 O FORPLAN. Críticas

Provavelmente, o programa de otimização florestal mais conhecido é o FORPLAN (¹⁴), desenvolvido em 1979, influenciado por vários outros programas, como o Timber RAM, o MUSYC, o RAA e o ADVENT. Destinado a dar suporte ao planejamento dos manejos das florestas públicas dos Estados Unidos, o FORPLAN também tem sido usado por empresas privadas. Não têm faltado, porém, críticas a este programa, como em Bare e Field (⁴). Estas críticas podem ser divididas em dois tipos:

A. Críticas gerais a um PL florestal:

- Assumir a linearidade de um problema real tem conseqüências nos resultados, que geralmente não são bem analisados.

- O PL é determinístico e o problema florestal tem muito dado incerto.
- As soluções, em geral, produzem o paracionamento de alguns lotes. Esta divisão, muitas vezes, é impossível de implementar.
- O PL florestal faz crescer excessivamente o tamanho da matriz básica, por causa das restrições $\sum_{j=1}^{N_i} x_{ij} = \text{área do talhão } i$. Isto dá uma grande esparsidade na matriz.

B. Críticas ao FORPLAN em particular:

- O FORPLAN apresentou problemas de tempo computacional, máquina e custo pelo seu tamanho.
- O FORPLAN é muito opaco para o usuário.
- Por ser muito geral, o FORPLAN não tem sido bem usado na prática.

1.5.6 Outras técnicas e modelos

Outras técnicas de PO têm sido utilizadas em planejamento florestal. Weintraub e Navon (⁵⁵) desenvolveram um modelo de programação linear misto (variáveis inteiras e variáveis reais) para integrar a análise de manejos, construção e manutenção de estradas florestais e transporte de toras. Weintraub et alii (⁵⁶) usaram um modelo inteiro misto para problemas de decisão de altos investimentos florestais. Giese e Jones (¹⁶) utilizaram o Algoritmo de Complementaridade Linear de Lemke para calcular a estratégia ótima de co-

lheita sustentada. Field (¹²) e Steuer e Schuler (⁵⁰) usaram a Programação Multi-Objetivo em planejamento onde há mais de um objetivo a otimizar, como é o caso das florestas públicas, onde produção, qualidade do meio ambiente e lazer competem entre si. Haight et alii (²¹), Martin e Ek (³⁶) e Amidon e Akin (³) utilizaram Programação Dinâmica para analisar alternativas de desbastes em um talhão, visando maximizar a produção. Sessions (⁴⁹) desenvolveu um programa de Fluxo em Redes para minimizar custos de construção de estradas (custos fixos) e custos de transporte (custos variáveis) sobre múltiplos períodos de tempo. Hof et alii (²³) utilizaram Fuzzy Sets em planejamento onde é desejada uma produção não decrescente através dos períodos de tempo; esta técnica permite uma maior flexibilidade ao sistema. Johnson (²⁷) descreve um Modelo de Programação Quadrática para o caso de uma empresa que possui uma grande quantidade de madeira e o preço de venda é uma função linear da quantidade oferecida. Pickens e Dress (⁴²) discutem o uso de dados de produção estocásticos num modelo de PL.

1.6 O TRATAMENTO DOS MANEJOS

É de consenso que o planejamento florestal de longo prazo, para ser significativo, deve abranger um horizonte de pelo menos 1,5 vez o tempo de rotação da(s) cultura(s) utilizada(s). Dentro deste horizonte, a empresa precisa tomar decisões para cada lote referentes a épocas de corte e plan-

tio, épocas e intensidades dos desbastes, tecnologias e variedades a serem utilizadas etc. Cada seqüência possível de decisões ao longo dos anos dá origem a um manejo no Modelo I.

Dependendo da flexibilidade conferida ao sistema, o número de manejos para um lote pode subir a centenas ou até milhares. Segundo Johnson e Scheurman (²⁷), com um horizonte de 100 anos (comum para os países de clima frio), períodos de 5 anos cada e pelo menos 2 períodos entre dois plantios, são possíveis 265.665 manejos. No Brasil, dado o crescimento rápido das florestas, os períodos são de 1 ano e o horizonte mais curto, de 15 a 30 anos, podendo haver também uma explosão no número de manejos. Weintraub (⁵⁴), referindo-se ao Modelo I, afirma: "Tipicamente, florestas modeladas desta forma resultam em problemas acima de 100.000 variáveis" (p.5).

Para tratar com os manejos em um modelo de otimização, diferentes técnicas têm sido utilizadas:

Em Barros e Weintraub (⁵), o planejador define explicitamente cada manejo, considerando-se apenas de 3 a 5 planos para cada lote.

Rodriguez (⁴⁶) apresenta um modelo de geração de manejos para florestas de *Eucaliptus* spp. O rápido crescimento desta planta e a sua capacidade de rebrotar após um corte impõem a necessidade de se considerar, dentro do horizonte de planejamento, mais de um ciclo, sendo cada ciclo um conjunto de rotações (1, 2 ou 3). Por exemplo, um plantio no ano zero, corte com 6 anos de idade seguido de rebrota e corte final com 7 anos de idade formam um ciclo de 13 anos, com 2

rotações. Para impedir a geração de um grande número de manejos, Rodriguez considera apenas séries de mesmo ciclo. Assim, o plano (6 e 7 + 6 e 7) é gerado, mas (6 e 7 + 7 e 6) não. Além disso, considera para um mesmo lote somente manejos de mesmo número de rotações por ciclo.

No FORPLAN (¹⁴), as chamadas **timber prescriptions** acessam as tabelas de produção, e a partir delas cada manejo, até um máximo de 10, é representado explicitamente por uma coluna de produção. As 4 colunas da tabela 1.1 a seguir ilustram um exemplo. Estas colunas se integram na matriz do modelo de PL.

Tabela 1.1

PERÍODOS	VOLUMES EM MIL PÉS CÚBICOS POR ACRE			
1	1,3	1,3	1,3	1,3
2	.	.	.	.
3	0,30	.	.	.
4	.	.	.	0,34
5	.	.	0,41	.
6	.	0,46	.	.
7	.	.	0,51	.
8	1,01	0,51	.	1,01
9	1,89	.	1,07	1,89
10	0,61	1,1	1,91	0,61
11	.	1,93	0,56	.
12	.	0,59	.	.

Em Taube Netto (⁵¹) descreve-se um método de geração dos manejos através de uma **matriz de transição**, utilizada em um pacote comercial denominado PLANFLOR. Definem-se inicialmente os estados possíveis para os talhões e, para cada um dos estados, os estados possíveis no ano seguinte. A tabela 1.1 é um exemplo. Define-se assim uma matriz de transição T , cujo elemento $T(j,k)$ é igual a um ou a zero, conforme a transição do estado j para o estado k no ano seguinte seja possível ou não. Percorrendo a matriz convenientemente, obtêm-se, para cada estado inicial, todas as seqüências de decisões. Como exemplo cita-se o estado inicial de código 22 da tabela 1.2, que, para um horizonte de 19 anos, origina 1.031 manejos. Recentemente, o PLANFLOR tem sido executado para o planejamento de uma empresa florestal com a geração de cerca de 200.000 colunas, com um tempo de computador (IBM 4341) acima de 24 horas.

Nazareth (³⁹) apresenta um modelo de planejamento do uso da terra para um longo período de tempo, desenvolvendo uma estrutura que permite que as seqüências de decisões, com os conseqüentes custos e benefícios, sejam feitas através de uma rede. Para especificar as alternativas de manejo na classe de recursos C^k , Nazareth trabalha com os C_{ij}^k , que são os estados possíveis de C^k no intervalo de tempo i , com $j = 1, 2, \dots, n_i$. Suponhamos que C^k está em um estado C_{ip}^k no início do intervalo i . O manejo durante o intervalo i consiste na ação que transforma C^k em um dos estados $C_{(i+1)j}^k$, $j = 1, 2, \dots, n_{(i+1)}$. (Observe-se que a transformação entre certos pares de estados pode não ser possível ou ser indese-

Tabela 1.2

Nº	CÓDIGO	DESCRIÇÃO	ESTADOS POSSÍVEIS NO ANO SEGUINTE
1	V	Venda da terra logo após o corte.	5
2	B1	Primeiro corte após plantio se - guido pela primeira regeneração (primeira rebrota).	21
3	B2	Segundo corte após plantio se - guido pela segunda regeneração (segunda rebrota).	31
4	R	Reforma: novo plantio em área cortada; o plantio pode ocorrer no mesmo ano do corte ou até três anos após o corte	11
5	I	Implantação: plantio em terreno nativo	11
6	11	Primeiro ano após I ou R.	12
7	12	Segundo ano após I ou R.	13
8	13	Terceito ano após I ou R.	14
9	14	Quarto ano após I ou R.	15, R, C, V, B1
10	15	Quinto ano após I ou R.	16, R, C, V, B1
11	16	Sexto ano após I ou R.	17, R, C, V, B1
12	17	Sétimo ano após I ou R.	18, R, C, V, B1
13	18	Oitavo ano após I ou R.	R, C, V, B1
14	21	Primeiro ano após B1.	22
15	22	Segundo ano após B1.	23
16	23	Terceiro ano após B1.	24
17	24	Quarto ano após B1.	25, R, C, V, B2
18	25	Quinto ano após B1.	26, R, C, V, B2
19	26	Sexto ano após B1.	27, R, C, V, B2
20	27	Sétimo ano após B1.	28, R, C, V, B2
21	28	Oitavo ano após B1.	R, C, V, B2
22	31	Primeiro ano após B2.	32
23	32	Segundo ano após B2.	33
24	33	Terceiro ano após B2.	34
25	34	Quarto ano após B2.	35, R, C, V
26	35	Quinto ano após B2.	36, R, C, V
27	36	Sexto ano após B2.	37, R, C, V
28	37	Sétimo ano após B2.	38, R, C, V
29	38	Oitavo ano após B2.	R, C, V
30	0	Aguardando implantação.	0, I, V
31	5	Projeto vendido (descartado).	5
32	C	Corte sem plantio no mesmo ano.	R, 41
33	41	Um ano após C aguardando R.	42, R
34	42	Dois anos após C aguardando R.	43, R
35	43	Três anos após C aguardando R.	R
36	6	Projeto potencial aguardando eventual compra	6, I

jável.) Cada transformação do estado $C_{ip}^k \rightarrow C_{(i+1)q}^k$ incorre em certos custos e benefícios. Se os estados e as transformações para cada intervalo são dispostos simultaneamente, obtém-se uma rede dirigida, na qual cada caminho do estado inicial para qualquer um dos estados no final do período de planejamento define uma alternativa de manejo. A t -ésima alternativa de manejo para a classe de recursos C^k é representada por um par de vetores (M_t^k, B_t^k) , onde M_t^k (B_t^k) é um vetor cujo i -ésimo componente M_{it}^k (B_{it}^k) é o custo (benefício) por unidade de área do manejo t no intervalo de tempo i . Designando por x_t^k o número de unidades de área que seguem (M_t^k, B_t^k) , definem-se as variáveis de retorno da classe C^k por

$$X_i^k = \sum_{j=1}^{N^k} M_{ij}^k x_j^k \quad (\text{custo no intervalo } i \text{ para } C^k) \quad (1)$$

$$Y_i^k = \sum_{j=1}^{N^k} B_{ij}^k x_j^k \quad (\text{benefício no intervalo } i \text{ para } C^k) \quad (2)$$

$$i = 1, \dots, P; \quad k = 1, \dots, R,$$

onde P = número de intervalos de planejamento;

R = número de classes de recursos;

N^k = número de alternativas para C^k .

As restrições para o sistema, além de (1) e (2), são

$$\sum_{j=1}^{N^k} x_j^k \leq a^k, \quad k = 1, \dots, R \quad (a = \text{área disponível de } C^k)$$

$$\sum_k X_i^k \leq U_i \quad (\text{orçamento})$$

$$\sum_k Y_i^k \leq V_i \quad (\text{demanda}).$$

Várias restrições adicionais podem ser incluídas, como, por exemplo, limitar a área da classe C^k , que pode estar em um estado particular em certos intervalos de tempo, e as restrições de fluxo de um intervalo para outro, impostas sobre os benefícios. Quanto aos objetivos, um deles pode ser o de minimizar o custo total atualizado:

$$\text{Min } \sum_{i=1}^P \sum_{k=1}^R X_i^k / (1+r)^i,$$

sendo r a taxa de juros.

Nazareth exemplifica o seu modelo com um planejamento florestal onde se consideram as seqüências de desbastes. Em um período i , os níveis de densidade possíveis do lote são $d_{i1}, d_{i2}, \dots, d_{in_i}$ BF/TA (board feet per thousand acres). Isto define n_i estados no início do intervalo i . Se é possível passar de uma densidade d_{ip} no intervalo i , para uma densidade $d_{(i+1)q}$ no intervalo $(i+1)$, haverá um arco na rede ligando aqueles dois estados. O desbaste correspondente diminui a densidade para um nível $\hat{d}_{ip}$ (ver quadro 1.1), havendo um crescimento durante o intervalo i . O benefício é o volume de madeira obtido no desbaste.

A questão crucial aparece no cálculo do volume. Nazareth não leva em consideração a forma como ocorreu a seqüência dos desbastes até aquele momento. Como o nível do desbaste influencia no crescimento das árvores remanescentes, seqüências diferentes de desbastes poderão produzir volumes diferentes, mesmo produzindo iguais densidades. Um controle melhor seria feito se cada estado fosse identificado por dois parâmetros: o número de árvores e a área basal.

Quadro 1.1

TEMPO	ESTADO	DECISÃO	CUSTO	BENEFÍCIO
Início da 1ª década	$\tilde{d}_1$ BF/TA de madeira	Corte parcial p/ o nível $\tilde{d}_1$ BF/TA	$\tilde{C}_1$ \$/TA	$\tilde{b}_1$ BF/TA
Início da 2ª década	A madeira cresceu do nível $\tilde{d}_1$ para o nível $\tilde{d}_2$	Corte parcial p/ o nível $\tilde{d}_2$ BF/TA	$\tilde{C}_2$ \$/TA	$\tilde{b}_2$ BF/TA
.	.	.	.	.
Início da i-ésima década	A madeira cresceu do nível $\tilde{d}_{i-1}$ para $\tilde{d}_i$ BF/TA	Corte parcial p/ o nível $\tilde{d}_i$ BF/TA	$\tilde{C}_i$ \$/TA	$\tilde{b}_i$ BF/TA
.	.	.	.	.
Início da p-ésima década	A madeira está no nível $\tilde{d}_p$ BF/TA	Corte raso	$\tilde{C}_p$ \$/TA	$\tilde{b}_p$ BF/TA
Fim do período de planeja-mento	Nenhuma madeira em pé	—	—	—

A idéia de construir um modelo que contenha implicitamente todos os manejos e só explicita aqueles que vão entrar na base surgiu a partir dos trabalhos de Gilmore & Gomory^(17,18) feitos em um contexto completamente diferente do planejamento florestal: trata-se do problema do Cutting Stock, que, para o caso do corte de barras, pode ser colocado na seguinte forma simplificada:

Deseja-se cortar n_i barras de comprimento l_i , com $i = 1, 2, \dots, p$, de barras padrões de comprimento L , utilizando o menor número possível de barras.

Para expressar matematicamente o problema, representa-se cada conjugação (ou plano de corte) por uma coluna $a^j = (a_1^j, a_2^j, \dots, a_p^j)^T$, onde a_i^j = número de barras de

comprimento l_i obtidas na conjugação j . Chamando de x_j o número de barras padrões cortadas segundo a conjugação a^j , e relaxando x_i para os reais, podemos expressar o modelo como

$$\begin{aligned} & \text{Min } \sum_j x_j \\ & \text{s.a. } \sum_j a_i^j x_j \geq n_i, \quad i = 1, \dots, p. \quad (\text{C-S}) \\ & x_j \geq 0 \end{aligned}$$

O problema que surge reside justamente na geração dos planos de corte. Calcula-se que, para um pedido de 40 itens e barras padrões com um comprimento de cerca de 4 vezes a média dos comprimentos dos itens, o número de planos situa-se acima de 1 milhão. Isto significa que a matriz de (C-S) possuirá mais de 1 milhão de colunas.

O grande mérito do trabalho de Gilmore e Gomory foi o de construir um modelo que não gera *a priori* explicitamente as colunas a^j da matriz. De fato, na busca da melhor coluna a entrar na base, resolve-se o problema

$$\begin{aligned} & \text{Min } (1 - \pi a^j) \\ & \text{s.a. } \sum_i a_i^j l_i \leq L \quad (\text{M1}) \end{aligned}$$

onde π é o vetor multiplicador.

Resolver (M1) é equivalente a resolver

$$\begin{aligned} & \text{Max } \sum_i \pi_i a_i \\ & \text{s.a. } \sum_i l_i a_i \leq L \quad (\text{M2}) \\ & a_i \geq 0 \end{aligned}$$

(M2) é o Problema da Mochila, o qual pode ser resolvido facilmente por Programação Dinâmica ou pelo Branch and Bound.

Portanto, em cada iteração do SIMPLEX REVISADO no (C-S), chama-se uma subrotina, a qual, alimentada pelo π , resolve (M2). A solução de (M2) constitui o melhor plano de corte para aquela iteração. Assim, as únicas colunas geradas para a matriz de (C-S) serão as soluções fornecidas por (M2).

No caso do planejamento florestal, a situação é mais complexa, pois o equivalente ao (M2) depende do estado inicial de cada lote e das condições impostas para a geração dos manejos. No Capítulo 2 mostramos como isto é feito através de redes.

CAPÍTULO 2 AS REDES DE MANEJO

2.1 INTRODUÇÃO

O modelo II descrito no Cap.1 sugeriu uma formulação com estrutura de redes. De fato, a matriz A apresenta uma semelhança muito grande com a matriz de incidência de uma rede. Partimos então para a formulação de um modelo em redes. A primeira tentativa tomou o aspecto que descrevemos a seguir:

Tomemos como exemplo um lote onde é feito o plantio no ano 1. O fluxo na rede da Fig. 2.1 é a área do lote. $x_{2,3}$ é a área do lote que sofrerá o primeiro desbaste no ano 6, e $x_{2,4}$ é a área deixada sem desbaste no ano 6. Assim, $x_{2,3} + x_{2,4} = x_{1,2}$. No nó 3, fazemos a duplicação da área, para que se possa tirar o volume

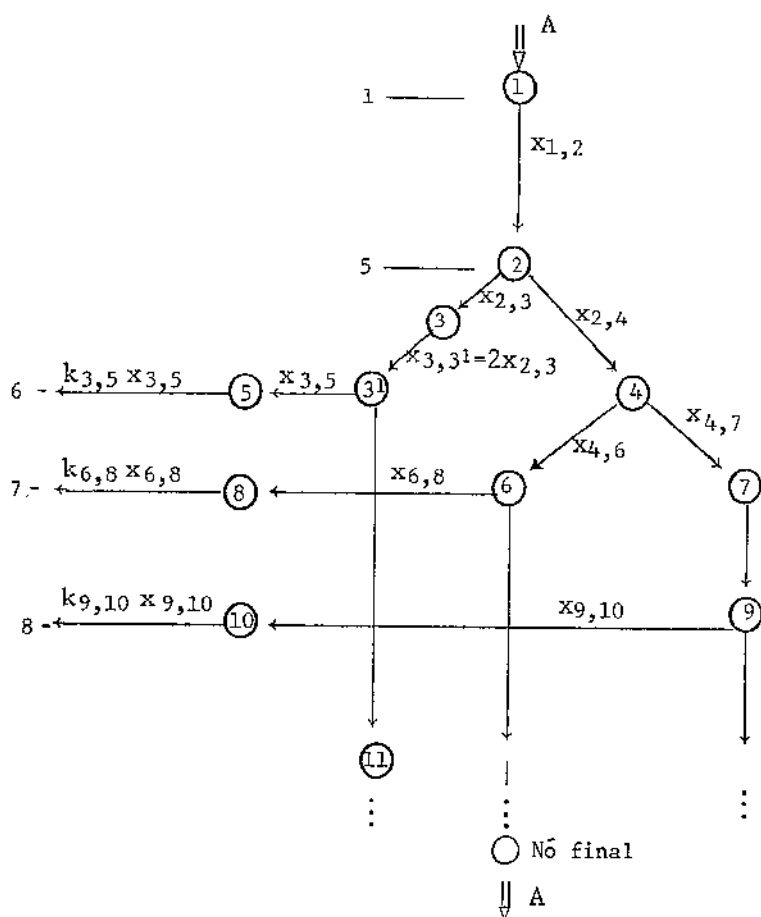


FIG. 2.1.

produzido pelo desbaste. Essa duplicação é possível no contexto do Problema do Fluxo Generalizado [ver Kenington & Helgason (²⁹)]. Temos então que $x_{2,31} = 2 \cdot x_{2,3}$, $x_{31,5} = x_{2,3}$ e $x_{31,11} = x_{2,3}$. Do nó 5 sai o volume mediante o produto de $x_{31,5}$ pelo parâmetro $k_{31,5}$, o qual representa o volume retirado de 1 ha, no primeiro desbaste, no ano 6. Este parâmetro está relacionado a um certo tipo de desbaste.

O nó 11 situa-se no ano 10, onde se toma a decisão de desbastar ou não no ano 11. No nó 4 ocorre algo semelhante ao nó 3. Há um desbaste no nó 6, ano 7, e um desbaste no nó 9, ano 8.

Da forma como foi exposto acima, estamos dando ao modelo a flexibilidade da escolha do ano do primeiro desbaste entre os anos 6 e 8. A rede segue este esquema para um segundo desbaste, etc., até o ano HP, quando há um nó final com a demanda igual à área do lote.

Para cada estado inicial possível dos lotes é construída uma rede do tipo acima. Estas redes são conectadas entre si através de arcos que saem dos nós produtores de madeira (mediante desbastes ou corte raso). Estes fluxos vão satisfazer a demanda global em cada ano. O custo em cada arco é o valor atual de todos os custos que incidem nas operações do lote em todos os anos que o arco abrange. Por exemplo, o custo do arco $x_{3,11}$ é o valor atual da soma dos custos dos tratos silviculturais e outras despesas entre os anos 6 e 11.

Se o objetivo da empresa é minimizar o custo total, o modelo acima nos leva a um problema de fluxo de custo mínimo

em um grafo generalizado.

A complicação surgida com a necessidade de trabalhar com fluxo generalizado e com a conexão de todas as redes para satisfazer as demandas nos faz optar por uma outra estratégia. Em vez de colocar as demandas no grafo, deixamo-las fora, em restrições adicionais. Isto nos conduz a um modelo do tipo

$$\begin{array}{ll}\min & Cx \\ \text{s.a.} & Ax = r \\ & Sx = b\end{array}$$

onde A é a matriz de incidência e S é a matriz das produções nos nós. Este modelo é chamado de **problema em redes com restrições laterais (side constraints)**, segundo Kenington & Helgason (²⁹), cap.7.

O tipo de rede obtido com o modelo com restrições laterais está representado na Fig.2.2 para o caso do plantio de eucaliptos em um lote onde está sendo feito o plantio no ano zero do planejamento. Com a opção de fazer o corte entre os anos 5 e 7, os nós 2, 3 e 4 representam os cortes possíveis. Todos os arcos são orientados. Eles se dirigem para nós do mesmo ano ou de anos posteriores.

Suponhamos que, após o corte, existam as opções de replantar no mesmo ano ou até 2 anos depois, ou ainda de deixar brotar. Os nós 5, 6, 7 e 8 representam estas atividades após o corte que ocorre no nó 2. Se há, ainda, a opção de vender a terra, um arco pode ser criado para representar esta escolha, o qual vai do nó de corte até o nó final.

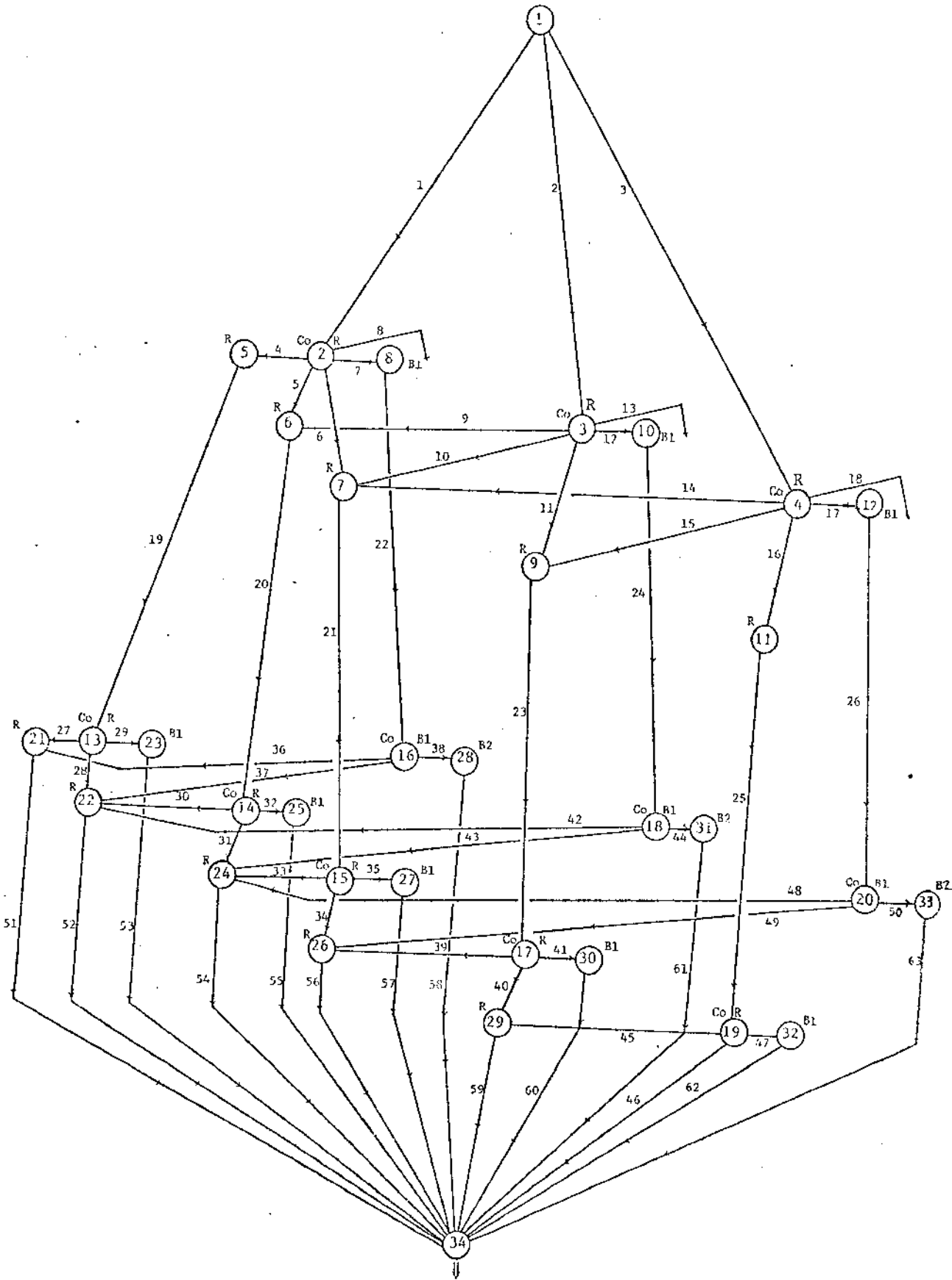
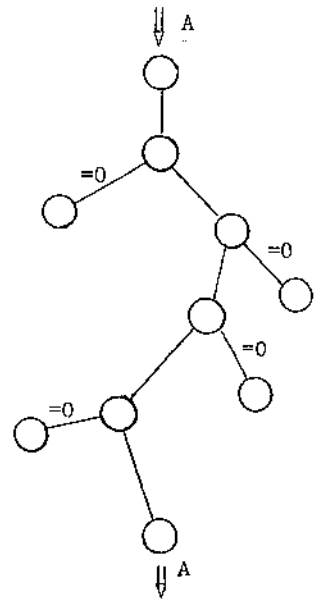


FIG.2.2.

Antes de passarmos à descrição total das redes de manejo e à sua geração, vejamos o que acontece com o problema do fluxo de custo mínimo. Ao retirar as demandas dos nós e colocá-las nas **side constraints**, ficamos com redes com uma entrada de fluxo (a área A_1 do lote) no nó 1 e uma saída de fluxo (a mesma área A_1) no nó final. Os outros nós são todos não-terminais. Diante deste fato, temos o seguinte resultado:

TEOREMA: A solução do problema de fluxo de custo mínimo em uma rede do tipo da Fig.2.2 é um **caminho de custo mínimo**.

Dem.: Segundo Kenington (²⁹), os arcos ativados pelo fluxo de custo mínimo (arcos da base) formam uma árvore. Como o único nó com demanda é o nó final, os outros nós terminais da árvore recebem um fluxo degenerado (nulo). Ainda mais, se de um dado nó saem dois ramos da árvore, pelo menos um dos fluxos é nulo. Então, de cada nó não terminal da árvore só sai um arco com fluxo não nulo (e só chega um pelo fato de ser uma árvore). É fácil ver que estes arcos de fluxo não nulo constituem um caminho do nó 1 ao nó final. Este caminho é uma solução ótima do problema de caminho de custo mínimo. De fato, se não fosse, haveria um outro caminho C_2 com custo menor. A partir de C_2 poderíamos formar uma árvore, acrescentando arcos com fluxo nulo. Esta árvore



teria o mesmo custo de C_2 e, portanto, um custo menor do que a solução do problema de fluxo de custo mínimo, o que é uma contradição. $\square$

A topologia da rede apresentada facilita bastante a elaboração de um algoritmo de caminho mínimo. Não há possibilidade de ciclagem, pelo caráter dinâmico da rede. Montando convenientemente a estrutura da rede, pode-se usar um algoritmo semelhante ao **backward** da Programação Dinâmica [Nemhauser (⁴⁰)], o qual é suficientemente rápido.

Diante da facilidade de resolver o problema do fluxo de custo mínimo em cada rede, optamos por utilizar um modelo de Decomposição para o problema global onde os problemas de caminho mínimo são resolvidos como subproblemas. Dois modelos serão utilizados: uma adaptação do GUB (Generalized Upper Bounding) e a Relaxação Lagrangeana, os quais serão apresentados no capítulo 3 e apêndice D, respectivamente.

É importante destacar que ao retirar as restrições laterais das redes nos aproximamos do Modelo I, ficando as redes como geradoras de manejos. Ou seja, não geramos os manejos **a priori** e, sim, geramos as redes, cada qual contendo implicitamente todos os manejos do lote em questão. Estes manejos são caminhos na rede que ligam o nó 1 ao nó final.

2.2 GERAÇÃO AUTOMÁTICA DAS REDES

Para que o modelo seja suficientemente flexível, as redes de manejo não podem estar fixas no programa, pois isto

eliminar a possibilidade de estudos de cenários, tão importante no problema de planejamento em questão. Dados como o horizonte do planejamento e as idades em que se podem fazer os cortes devem ser deixados ao usuário escolher. Surge então a necessidade de uma geração automática das redes. Esta geração automática é um programa de computador que, em função dos parâmetros escolhidos pelo usuário, gera todas as redes de manejo possíveis com a estrutura conveniente para um algoritmo de caminho mínimo. É o que apresentaremos a seguir, para a cultura de eucalipto.

2.2.1 Definição dos parâmetros de geração

Como se sabe, após um corte o eucalipto tem a capacidade de brotar a partir do cepo, possibilitando a economia dos custos de um novo plantio. A curva de crescimento do volume das árvores brotadas (chamada 1ª brotação), porém, é mais baixa do que aquela plantada e mais alta do que a curva da 2ª brotação. Dada esta queda na curva de crescimento, as empresas em geral não permitem mais do que duas brotações.

Assumiremos aqui a prática de permitir até 2 brotações. O número delas, contudo, poderia ser deixado à escolha do usuário.

Outra prática comum no planejamento é a adoção de Fase 1 e Fase 2. A Fase 1 compreende os primeiros anos, nos quais se dá uma maior flexibilidade para as idades de corte. Na Fase 2, que corresponde aos anos posteriores à Fase 1, procura-se mais regularidade nos cortes, seguindo o que foi comentado a respeito de idade ótima de rotação no Cap.1.

Na Fase 2 o intervalo das idades de corte é menor. Esta restrição é bastante oportuna para o Modelo I, onde os manejos são gerados *a priori*. De fato, se a restrição da Fase 2 não for usada, haverá uma explosão de manejos tão grande que inviabilizará o modelo. No exemplo do PLANFLOR dado por Taube Netto (⁵¹), para um lote de 4 anos de idade no ano 0, o número de manejos chegaria a 1.800 no ano 15 e a cerca de 10.000 no ano 18, caso a Fase 2 não fosse usada.

Uma das vantagens de usar redes de manejo reside aqui. Há uma maneira de evitar a explosão dos arcos e nós das redes sem fazer a restrição da Fase 2 tão forte.

Para a geração das redes, definimos os seguintes parâmetros, os quais serão dados de entrada:

HP = horizonte do planejamento;
 NF2 = ano em que começa a Fase 2;
 AL1, AU1 = limites inferior e superior da idade de corte pós-plantio na Fase 1;
 AL2, AU2 = limites inferior e superior da idade de corte pós-1ª brotação na Fase 1;
 AL3, AU3 = limites inferior e superior da idade de corte pós-2ª brotação na Fase 1.

Analogamente, temos os seguintes parâmetros na Fase 2:

AL4, AU4 para pós-plantio;
 AL5, AU5 para pós-1ª brotação e
 AL6, AU6 para pós-2ª brotação.

Após um corte raso, a empresa pode achar por bem esperar um ou dois anos para fazer novo plantio, período em que dizemos que a terra está parada, ou aguardando plantio.

Esta espera tem o objetivo de dar maior folga no planejamento das atividades. Definimos então os parâmetros:

NATP1 = número de anos que a terra pode ficar parada após o corte na Fase 1;

NATP2 = número de anos que a terra pode ficar parada após o corte na Fase 2.

Outra questão é o caso da venda de terras. Pode ser interessante para a empresa detectar aqueles lotes onerosos em relação ao sistema ou, mesmo, saber se a demanda é pouca para o potencial de produção de suas terras. Ao introduzirmos a possibilidade de venda de terras após um corte, o programa procurará descartar aqueles lotes que estão "sobrando", caso os custos dos arcos de vendas sejam negativos. Porém devemos evitar que o programa venda um lote apenas porque não há tempo de novo corte antes do horizonte do planejamento. Diante disto, permite-se venda apenas nos primeiros anos do planejamento.

Definimos, então, o parâmetro

NAVT = ano a partir do qual é proibida a venda de terras.

Caso não se deseje venda de terras basta fazer

NAVT = 0.

Precisamos agora definir claramente todos os estados iniciais possíveis dos lotes, pois para cada um destes estados geraremos uma rede.

O estado inicial de um lote é definido a partir da idade das árvores e

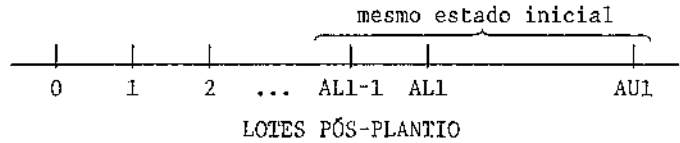


FIG.2.3.

da brotação. Se o lote está sendo plantado no ano zero, damos-lhes idade zero. Para cada idade de zero até (AL1-1) teremos um estado inicial. Isto nos dá AL1 redes. Os lotes que possuem idade AL1 ou mais fazemos cair na mesma rede do lote que possui idade (AL1-1), para que o modelo não seja obrigado a cortá-los já no início do planejamento (ver Fig. 2.3). A idade real destes lotes, contudo, deve ser mantida no cálculo do volume, como veremos adiante.

Procedimento análogo é adotado com os lotes em 1ª e em 2ª brotação. O lote que está sendo cortado no ano zero com a decisão de bro-

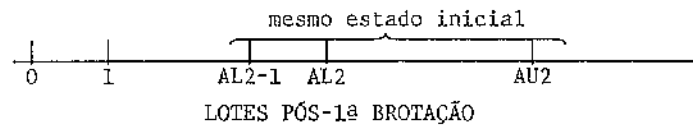


FIG. 2.4.

tar recebe idade zero. Teremos assim AL2 redes para os lotes em 1ª brotação e AL3 redes para aqueles em 2ª brotação.

Os lotes que estão aguardando plantio ou que estão sendo cortados sem a decisão de rebrota caem todos em uma rede, chamada rede da terra parada.

Finalmente, consideremos os lotes de compra. A expansão da área de plantio pode estar nos planos da empresa. É conveniente, então, saber se a compra de uma determinada área para plantio trará benefício em termos da diminuição do custo global. Barros e Weintraub (⁵) relatam o caso de uma empresa que desejava comprar nova fazenda para plantio, mas

o programa mostrou o pouco benefício em termos globais que isto produziria, tendo a empresa decidido então não mais efetuar aquela compra.

A compra pode ser efetuada em qualquer ano do planejamento. No ano da compra o lote entra no estado aguardando plantio e a partir daí segue uma rede de manejo normal. Sain-

do do nó 1, haverá um arco para cada ano do planejamento (ver Fig.2.5), representando uma opção de compra. Portanto basta uma rede para

representar todos os lotes potenciais de compra. Temos assim o seguinte resultado:

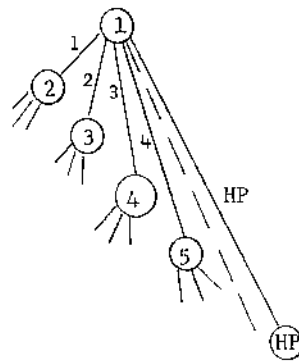


FIG.2.5.

$$\text{nº de redes de manejo} = \text{AL1} + \text{AL2} + \text{AL3} + 2 \quad (1)$$

2.2.2 Estrutura das redes

Vejamos agora como a estrutura das redes deve ser montada e guardada para melhor satisfazer os propósitos do programa. Em Bradley et alii (6) temos um excelente **insight** em termos de como guardar estrutura de redes.

Lembrando que teremos de resolver vários problemas de caminho mínimo, procuramos facilitar este trabalho com uma estrutura conveniente para um algoritmo tipo **backward**. Em um dado nó i , precisamos conhecer todos os arcos que saem deste

nó para calcular o custo $F(i)$ do menor caminho de i até o nó final. De fato,

$$F(i) = \text{Min}\{C_j + F(\text{head}(j)); j \text{ é um arco que sai de } i\} \quad (2)$$

onde C_j = custo do arco j ,

$\text{head}(j)$ = nó para onde se dirige o arco j .

Com o objetivo de ter o acesso rápido aos arcos que saem de um dado nó e de poupar memória, procedemos como sugere Bradley et alii (6): numeramos os arcos que saem de um nó i na ordem crescente e continuamos a numeração no nó $(i+1)$. Desta maneira basta guardar o 1º arco que sai de cada nó. Chamamos este vetor de FIRST. Então os arcos que saem de i são $\text{FIRST}(i)$, $\text{FIRST}(i)+1$, ..., $\text{FIRST}(i+1)-1$ (ver Fig.2.6).

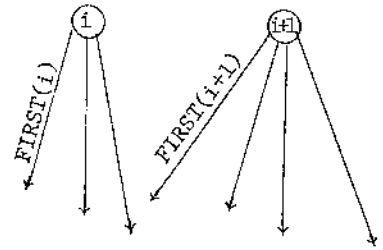


FIG.2.6.

É necessário criar um arco fantasma saindo do nó final para não termos problemas no penúltimo nó.

A fórmula (2) mostrou a necessidade de definirmos um vetor, que chamaremos de HEAD, o qual nos diz o nó para onde se dirige um dado arco.

É necessário o conhecimento do ano do planejamento em que cada nó cai. Há dois motivos para isto. O primeiro é o cálculo dos custos. O custo de um arco é o valor atual da soma de todos os custos que incorrem nas atividades representadas pelo arco durante todos os anos que ele compreende. Detalhes do cálculo dos custos serão apresentados no Apêndice B. O segundo motivo é o cálculo das produções nos nós de corte. Sabendo o ano em que se encontra o nó, poderemos cal-

cular a idade do lote, para então obtermos a produção através de uma tabela de crescimento. Os detalhes deste processo encontram-se no Apêndice B. O ano do nó será guardado num vetor chamado ANO.

Finalmente, é necessário definirmos o tipo de cada nó. O tipo de um nó i serve para identificar a atividade a que se referem os arcos j t.q. $HEAD(j) = i$. Criamos o vetor TIPO:

$$TIPO(i) = \begin{cases} 1, & \text{se o nó } i \text{ é de corte pós-plantio;} \\ 2, & \text{se o nó } i \text{ é de corte pós-1ª brotação;} \\ 3, & \text{se o nó } i \text{ é de corte pós-2ª brotação;} \\ 4, & \text{se o nó } i \text{ é de plantio;} \\ 5, & \text{se o nó } i \text{ é de 1ª brotação;} \\ 6, & \text{se o nó } i \text{ é de 2ª brotação;} \\ 7, & \text{se o nó } i \text{ é o nó final.} \end{cases}$$

Temos na tabela ao lado a relação dos prováveis sucessores de cada tipo de nó. Dizemos prováveis, pois a venda pode estar bloqueada por NAVT ou, ainda, pode não haver mais tempo para alguma das atividades relacionadas.

TIPO DO NÓ	TIPOS DOS NÓS PROVÁVEIS SUCESSORES
1	4, 5, 7
2	4, 6, 7
3	4, 7
4	1, 7
5	2, 7
6	3, 7
7	-

TAB.2.1.

Dissemos atrás que há uma maneira de evitar a explosão dos arcos e nós, mesmo sem usar a Fase 2. Esta maneira é a seguinte: Dado um nó i de corte (TIPO 1, 2 ou 3), os arcos j que saem de i vão para

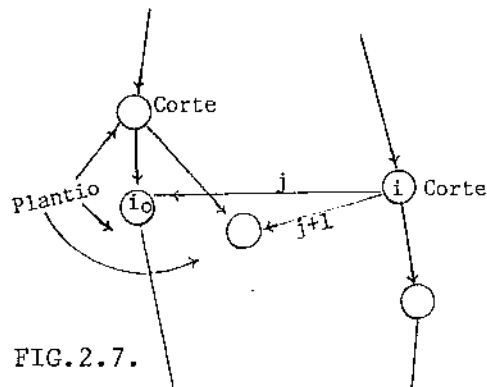


FIG.2.7.

Para fins de controle, guardamos para cada rede o número de nós (NNOS) e o número de arcos (NARCOS).

Para um exemplo em que a idade mínima de corte na Fase 1 é de 5 anos e a máxima é de 8 teremos 17 redes. Portanto as matrizes de estrutura terão 17 linhas. Para o caso de um horizonte de planejamento de 15 anos, idade máxima de corte na Fase 1 igual a 8 anos e cortes com 6 anos na Fase 2, o maior número de arcos que apareceu foi 699 e o maior número de nós foi 287. Como vemos, as matrizes da estrutura não são grandes, mesmo para solução em microcomputador.

2.3 REDES "ENXUGADAS"

Há uma maneira de diminuirmos o número de arcos e nós das redes, se o desejarmos. Observando a Fig.2.2, nota-se que há nós de onde sai apenas um arco.

Estes nós poderiam ser suprimidos, como se pode ver na Fig.2.8. Além disso, após um nó de corte, se não há tempo para uma nova colheita, o algoritmo do

caminho mínimo sempre escolherá a op-

ção mais barata, em qualquer iteração do programa central, independente dos valores dos preços sombra. Esta opção mais barata será retardar ao máximo um novo plantio ou, então, deixar brotar, se possível.

A rede da Fig.2.2, a qual possui 34 nós e 63 arcos, se "enxugada", terá 13 nós e 26 arcos (ver Fig.2.9).

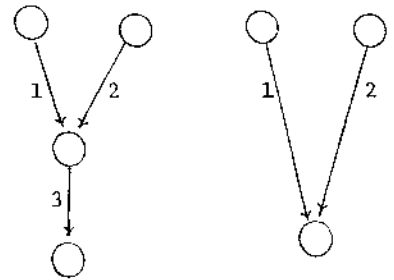


FIG.2.8

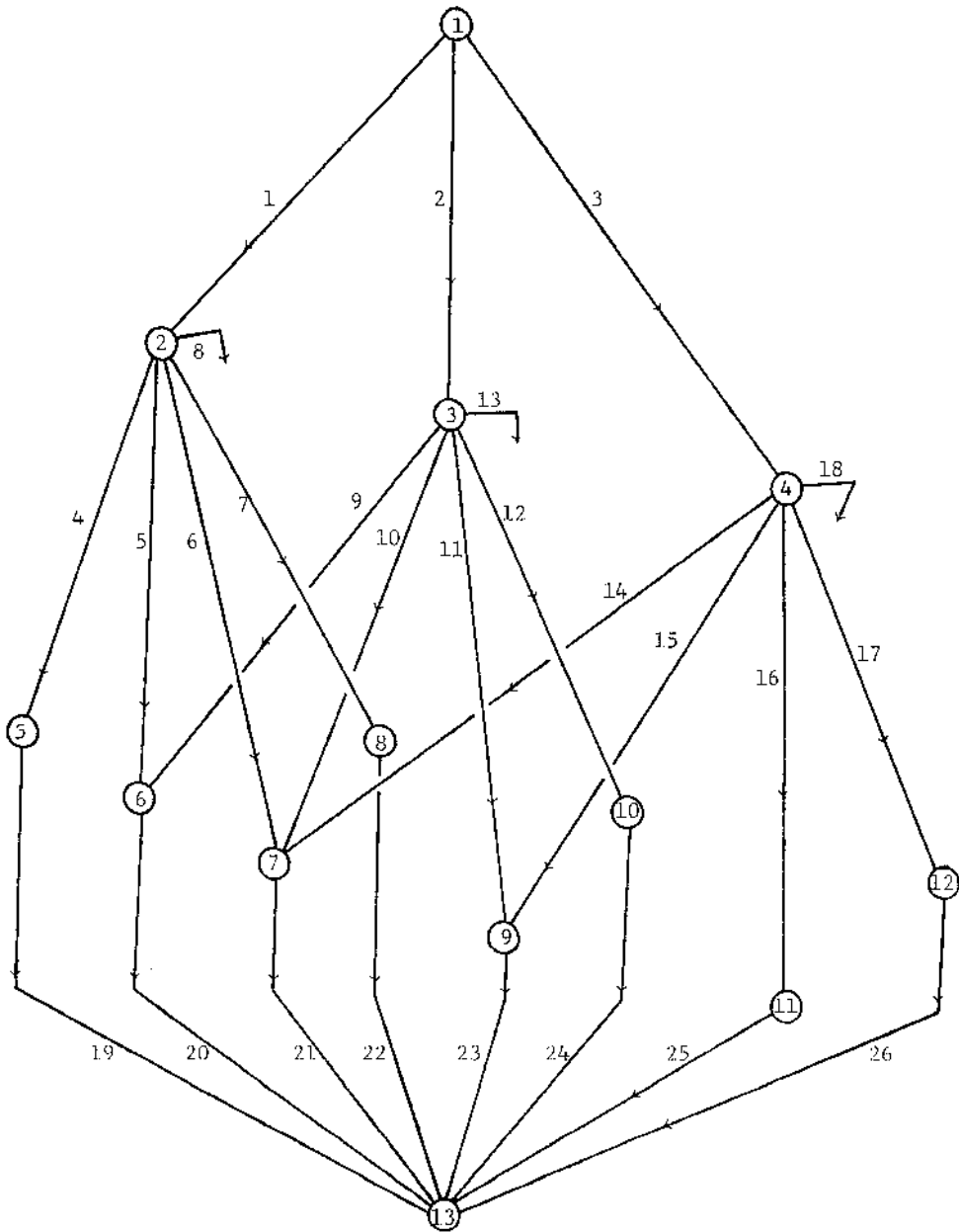


FIG.2.9.

É importante observar que pelo menos mais uma matriz de estrutura deveria ser guardada caso fosse usado o "enxugamento" das redes. Esta matriz deveria informar em que ano houve o plantio (ou começou a brotação) das árvores que estão sendo cortadas num nó i . Isto se deve ao fato de que, como o nó de plantio (ou de brotação) foi suprimido, perdeu-se a informação do ano em que houve aquela atividade. Esta

nova matriz seria usada no cálculo dos custos e produções e, depois, somente no final do programa, para a explicitação dos manejos escolhidos na solução ótima. A maneira como calculamos os custos e as produções é mostrada no Apêndice B.

CAPÍTULO 3 O ALGORITMO GUMBER

3.1 O MODELO

No Cap. 2 descrevemos como são geradas as redes de manejo e como são calculados os custos e as produções. Cada caminho na rede produz um manejo. Cada manejo, por sua vez, possui um custo e pode apresentar ou não produções em alguns anos do planejamento. Suponhamos que, para cada lote, os manejos da rede associada tenham sido indexados e suas produções colocadas em vetores coluna A_j^i , onde $A_j^i(k)$ = produção de carvão (ou madeira) no ano k do j -ésimo manejo do lote i .

Desta maneira, o problema de encontrar um manejo para cada lote com o menor custo global e com a demanda da empresa sendo satisfeita pode ser colocado sob a forma

$$\text{Minimizar } z = \sum_{i=1}^{NL} \sum_{j=1}^{NM_i} C_{ij} x_{ij}$$

sujeito a

$$(PLI) \quad \sum_{i=1}^{NL} \sum_{j=1}^{NM_i} A_j^i(k) x_{ij} \geq b_k, \quad k=1,2,\dots,HP, \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{NM_i} x_{ij} = 1, \quad x_{ij} = 0 \text{ ou } 1, \forall_j \quad (2)$$

$$i=1,2,\dots,NL,$$

onde

NL = número de lotes;

NM_i = número de manejos do lote i ;

C_{ij} = custo do j -ésimo manejo do lote i ;

b_k = demanda de carvão no ano k ;

x_{ij} = variável de decisão. Se $x_{ij}=1$, o manejo j do lote i será usado. Se $x_{ij}=0$, ele não será usado.

As exigências (2) garantem que será adotado apenas um manejo de cada lote.

O problema (PLI) é um problema de Programação Inteira porque as variáveis x_{ij} são inteiras. Sua solução é muito difícil, pois o número de lotes de um problema real é geralmente acima de 100 e o número de manejos é da ordem de algumas dezenas.

Para tornar mais fácil a solução do problema do planejamento fazemos uma relaxação nas condições (2):

$$\sum_{j=1}^{NM_i} x_{ij} = 1, \quad i=1,2,\dots,NL \quad (2)'$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ real},$$

onde x_{ij} = fração do lote i que seguirá o manejo j .

Estaremos assim admitindo que os lotes sejam subdivididos e cada fração siga um manejo diferente. Veremos, no entanto, que a maioria dos lotes ficará com um só manejo na solução ótima e apenas alguns terão sua área fracionada. Observe-se que, por questões práticas, as empresas não gostam de subdividir lotes, a menos que estes sejam muito grandes.

Com a relaxação acima, temos um problema de Programação Linear. Para evitar possíveis infactibilidades de sua solução, ao mesmo tempo que facilitamos a obtenção de uma base inicial sem passar pela Fase I, acrescentamos ao sistema os seguintes "manejos":

1. **Compra de carvão (ou madeira) de terceiros a preços altos.** Isto se faz acrescentando HP colunas em (1), onde a k -ésima destas colunas tem o elemento k igual a b_k e os

restantes nulos. A variável de decisão, digamos y_k , para a k -ésima destas colunas, significará que a empresa deve comprar $b_k y_k$ m³ de carvão no ano k . Não precisamos nos preocupar em incluir as restrições $y_k \leq 1$, pois a própria estrutura do modelo se encarregará de que isto aconteça. Os preços são colocados alto para que aquelas colunas não estejam presentes na base na solução final, exceto no caso da infactibilidade já citada. Ocorre que a compra de terceiros a preços de mercado é uma prática comum das empresas, porém com um teto máximo de volume permitido, para que a empresa não fique dependendo excessivamente de terceiros. A compra tem a vantagem de dar uma folga em algum ou alguns anos, pois pode ser vantajoso deixar certos lotes ficarem com idade maior em vez de cortá-los logo.

Para incorporar ao modelo esta realidade, procedemos como descrito a seguir:

2. Compra de carvão (ou madeira) de terceiros a preços de mercado. Criamos HP lotes fictícios, onde o k -ésimo destes "lotes" possui dois "manejos". Um é a compra de terceiros a preço real, no k -ésimo ano de planejamento, do limite máximo permitido. Sua coluna possui o elemento k igual a $\beta_k b_k$, onde β_k é o percentual máximo de compra permitido dividido por 100, e os outros elementos nulos. O outro "manejo" é a não-compra, cuja coluna é nula e seu custo também.

ano k →	0
	.
	.
	.
	0
	$\beta_k \cdot b_k$
	0
	.
	.
	0

Com a introdução destes lotes fictícios evitamos o aparecimento de variáveis canalizadas. Suas variáveis de decisão têm a mesma interpretação dada às variáveis de compra a preços altos.

3. **Manejos do tipo "abandono".** Para cada lote criamos um manejo que corresponde a um abandono desde o ano 1 até o ano HP. Sua coluna de produção é nula e seu custo depende da análise que o decisor quer fazer. Se damos custo zero aos "abandonos", a solução ótima evidenciará quais lotes e quanto de sua área está "sobrando". Se não desejamos "abandono" na solução final, devemos dar custos altos àquelas colunas. As variáveis de "abandono" desempenham um papel semelhante àquele que as variáveis de folga desempenhariam caso as restrições do tipo (2)' fossem da forma $\sum_{j=1}^{NM_i} x_{ij} \leq 1$.

Na Fig. 3.1 procuramos mostrar a estrutura do modelo linear obtido a partir do (PLI), substituindo as condições (2) por (2)' e introduzindo os "manejos" descritos em 1., 2. e 3. Por causa dos "abandonos", podemos substituir as desigualdades em (1) por igualdades. Entre os NL lotes estão incluídos os lotes candidatos a compra.

Note-se que as colunas de produções não são geradas **a priori**. Apenas serão geradas durante as iterações aquelas que entrarão na base.

LOTE 1		LOTE 2		LOTE NL		COMPRA A CUSTO REAL			COMPRA A CUSTO ALTO		
$C_{1,1}$	$C_{1,2} \dots C_{1,NM_1}$	$C_{2,1}$	$C_{2,2} \dots C_{2,NM_2}$	$C_{NL,1}$	$C_{NL,2} \dots C_{NL,NMNL}$	C_1	C_2	C_{HP}	C_1	C_2	C_{HP}
1	1 ... 1	1	1 ... 1	1	1 ... 1	1	1	1	1	1	1
$A_{1,1}^1$	$A_{1,2}^1 \dots A_{1,NM_1}^1$	$A_{1,1}^2$	$A_{1,2}^2 \dots A_{1,NM_2}^2$	$A_{1,1}^{NL}$	$A_{1,2}^{NL} \dots A_{1,NMNL}^{NL}$	β_1	b_1	0	b_1	0	0
$A_{2,1}^1$	$A_{2,2}^1 \dots A_{2,NM_1}^1$	$A_{2,1}^2$	$A_{2,2}^2 \dots A_{2,NM_2}^2$	$A_{2,1}^{NL}$	$A_{2,2}^{NL} \dots A_{2,NMNL}^{NL}$	0	β_2	b_2	0	b_2	0
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
$A_{HP,1}^1$	$A_{HP,2}^1 \dots A_{HP,NM_1}^1$	$A_{HP,1}^2$	$A_{HP,2}^2 \dots A_{HP,NM_2}^2$	$A_{HP,1}^{NL}$	$A_{HP,2}^{NL} \dots A_{HP,NMNL}^{NL}$	0	0	0	β_{HP}	b_{HP}	0
bHP											

3.2 DESCRIÇÃO DO GUMBER

O problema de Programação Linear que temos evidenciado na Fig. 3.1 possui uma estrutura particular da qual faremos forte uso. Em Dantzig & Van Slyke ⁽¹⁰⁾; Lasdon ⁽³²⁾, cap.6; Ribeiro ⁽⁴⁵⁾ e Telhada ⁽⁵²⁾, vemos o estudo do método GUB (Generalized Upper Bounding) para problemas cuja estrutura é bastante parecida com a do nosso problema.

Pensando nas compras a preço real como se fossem lotes, temos no problema $\overline{NL}$ lotes onde $\overline{NL} = NL + HP$.

O GUMBER é o método SIMPLEX REVISADO especializado para a estrutura particular da Fig. 3.1. Um resultado no qual nos basearemos daqui para frente está no seguinte:

LEMA 1: Toda base possui pelo menos um manejo de cada lote.

Dem.: Não há como ter soma de variáveis igual a 1 sem que pelo menos uma delas seja positiva. $\square$

3.2.1 A matriz básica

Para formar a base inicial B usamos o abandono de cada um dos $\overline{NL}$ lotes e as compras a custo alto. Com isto, B é uma matriz diagonal. O significado na prática é que estaremos comprando tudo de terceiros. B é uma matriz de dimensão $\overline{NL} + HP$. As $\overline{NL}$ primeiras colunas de B serão chamadas de **colunas chaves** (ou manejos chaves) e as HP restantes serão

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & & & & 0 \\ 0 & 1 & & & & 0 \\ & & \ddots & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & b_1 & \\ & & & & b_2 & \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & b_{HP} \\ 0 & 0 & & & & & \end{bmatrix}$$

as **não-chaves**. Como veremos no desenvolvimento do método, a matriz básica conservará a estrutura abaixo:

$$B = \left[\begin{array}{c|c} I_{NL} & C \\ \hline A^1 \ A^2 \ \dots \ A^{NL} & \bar{B} \end{array} \right] \quad (3)$$

onde

I_{NL} = Matriz identidade de dimensão $\overline{NL}$.

A^i = Coluna de produção do manejo chave do lote i . Sua dimensão é HP.

C = Matriz de dimensões $\overline{NL} \times \text{HP}$ cuja j -ésima coluna é nula se ela se refere a uma compra de terceiros a custo alto; e possui todos os elementos nulos exceto o k -ésimo, que é igual a 1, se ela se refere a um manejo do lote k .

$$C^j = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad C^j = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \leftarrow k$$

$\bar{B}$ = Matriz de dimensões $\text{HP} \times \text{HP}$ cuja j -ésima coluna ou se refere a uma compra a custo alto num ano k , e neste caso o k -ésimo elemento é b_k e os outros são nulos, ou então ela se refere a um manejo de algum lote (o mesmo lote k a que C^j se refere) e neste caso $B^j = A_s^k =$ coluna de produção de um manejo s do lote k .

$$\bar{B}^j = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ b_k \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad \bar{B}^j = A_s^k$$

Suponhamos calculado, em uma dada iteração, o vetor multiplicador $\bar{\pi} = (\mu, \pi)$, onde μ é um vetor de dimensão $\overline{NL}$ e π de dimensão HP. Para encontrar a coluna A^j a entrar na base, devemos calcular seu custo relativo $\bar{C}_j = C_j - \bar{\pi}A^j$.

3.2.2 Tipos de colunas

Há 5 grupos distintos de colunas a serem considerados:

Grupo 1: Colunas de manejo real. Chamemos de A_j^k o manejo j do lote k , $A_j^k = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0, A_{1j}^k, A_{2j}^k, \dots, A_{HPj}^k)^T$.

Temos que

$$\bar{C}_{kj} = C_{kj} - \sum_{i=1}^{HP} \pi_i A_{ij}^k - \mu_k \quad (4)$$

O manejo j do lote k corresponde a um caminho do nó 1 ao nó final na rede $REDE(k)$. A expressão $C_{kj} - \sum_{i=1}^{HP} \pi_i A_{ij}^k$ que aparece em (4) pode ser escrita como

$$\sum_{i=1}^{HP} (C_{ij}^k - \pi_i A_{ij}^k), \quad (5)$$

onde C_{ij}^k é a despesa do manejo j no ano i . Suponhamos, sem perder a generalidade, que o caminho possui 3 arcos (ver Fig.3.2). Como só há produção nos anos dos nós, a expressão (5) pode ser calculada na forma

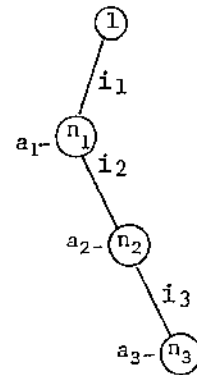


FIG.3.2.

$$\sum_{\ell=1}^3 (C_{i_{\ell}j}^k - \pi_{i_{\ell}} A_{i_{\ell}j}^k) \quad (6)$$

onde $C_{i_{\ell}j}^k$ é o custo do arco ℓ para o lote k .

A parcela ℓ na expressão (6) representa o custo do arco ℓ menos um "preço recebido" pela produção no ano a_{ℓ} . Este tipo de parcela chamaremos de **custo modificado do arco**,

e a expressão (6) será chamada de **custo modificado do caminho**. Portanto a tarefa de encontrar o manejo j do lote k que possua o menor $\hat{C}_{kj}$ é equivalente à tarefa de encontrar o caminho de menor custo modificado.

O valor de μ_k que aparece em (4) é comum a todos os manejos do lote k e, portanto, não entra no cálculo do caminho mínimo.

O algoritmo CAMIN de busca do caminho mínimo será mostrado no final deste capítulo.

Grupo 2: Colunas de abandono. O custo relativo é dado por

$$\hat{C}^k = C^k - \mu_k \text{ (para o lote } k \text{)}. \quad (7)$$

Grupo 3: Colunas de compra a preço real. O custo relativo para a coluna de compra no ano j é

$$\underline{\hat{C}}_j = \underline{C}_j - \pi_j \beta_j b_j - \mu_{NL+j} \quad (8)$$

Grupo 4: Colunas de não-compra. A não-compra no ano j tem custo relativo dado por

$$\hat{CN}_j = - \mu_{NL+j} \quad (9)$$

Grupo 5: Colunas de compra a preço alto. O custo relativo para a compra a preço alto no ano j é

$$\underline{\hat{C}}_j = \underline{\underline{C}}_j - \pi_j b_j \quad (10)$$

Se nenhum dos 5 grupos tiver uma coluna com custo relativo negativo, estamos na solução ótima. Caso algum custo relativo seja negativo, selecionamos sob algum critério a coluna a entrar na base. No programa computacional o critério que se revelou mais eficiente foi o de percorrer lote por lote até que apareça um manejo com $\hat{C} < 0$, digamos, no lote

k. Este manejo então entra na base, e na iteração seguinte inicia-se a busca a partir do lote k+1.

Chamemos de $\mathbf{A}^s$ a coluna a entrar na base.

3.2.3 Cálculo da representação de $\mathbf{A}^s$ na base atual

Vamos designar por $\hat{\mathbf{A}}^s$ a representação de $\mathbf{A}^s$ na base $\mathbf{B}$.

Temos que

$$\hat{\mathbf{A}}^s = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^s \quad (11)$$

No método, porém, não trabalhamos com $\mathbf{B}^{-1}$ e sim com a inversa de uma matriz HPxHP, chamada matriz de trabalho. Vejamos como se faz isto:

De (11), temos

$$\mathbf{B} \hat{\mathbf{A}}^s = \mathbf{A}^s \quad (12)$$

Para resolver o sistema (12), fazemos uma transformação de variáveis com o objetivo de obter uma matriz bloco triangular:

$$\hat{\mathbf{A}}^s = \mathbf{T} \mathbf{Z} \quad (13)$$

onde

$$\mathbf{T} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{I}_{\text{NL}} & -\mathbf{C} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{I}_{\text{HP}} \end{array} \right] \quad (14)$$

De (12) e (13) temos que

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{Z} = \mathbf{A}^s \quad (15)$$

Observe-se que, de (3) e (14), a matriz $\mathbf{B} \cdot \mathbf{T}$ é

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{T} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{I}_{\overline{\text{NL}}} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{A}^1 \mathbf{A}^2 \dots \mathbf{A}^{\overline{\text{NL}}} & \underline{\mathbf{B}} \end{array} \right] \quad (16)$$

A matriz $\underline{\mathbf{B}} = \overline{\mathbf{B}} - (\mathbf{A}^1 \mathbf{A}^2 \dots \mathbf{A}^{\overline{\text{NL}}}) \cdot \mathbf{C}$ é chamada de **matriz de trabalho**. A interpretação de $\underline{\mathbf{B}}$ é a seguinte: Uma coluna qualquer de $\overline{\mathbf{B}}$ ou é de compra de terceiros a custo alto, e neste caso permanece inalterada em $\underline{\mathbf{B}}$, ou é um manejo de um dos $\overline{\text{NL}}$ lotes, e então a coluna correspondente em $\underline{\mathbf{B}}$ é

$$\begin{pmatrix} \text{COLUNA} \\ \text{DE PRODUÇÃO} \\ \text{DO MANEJO} \\ \text{NÃO BÁSICO} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \text{COLUNA} \\ \text{DE PRODUÇÃO} \\ \text{DO MANEJO} \\ \text{BÁSICO} \end{pmatrix}$$

A matriz de trabalho é sempre inversível, como podemos verificar pelo

TEOREMA 1. $\underline{\mathbf{B}}$ é inversível.

Dem.: Calculando o determinante de $\mathbf{B} \cdot \mathbf{T}$, temos

$$\det(\mathbf{B} \cdot \mathbf{T}) = \det(\mathbf{I}_{\overline{\text{NL}}}) \cdot \det(\underline{\mathbf{B}}) = \det(\underline{\mathbf{B}})$$

Por outro lado, $\det(\mathbf{B} \cdot \mathbf{T}) = \det(\mathbf{B}) \cdot \det(\mathbf{T}) = \det(\mathbf{B})$.

Portanto, $\det(\underline{\mathbf{B}}) = \det(\mathbf{B}) \neq 0$, pois $\mathbf{B}$ é básica. $\square$

Voltando a (15), temos então que

$$\left[\begin{array}{c|c} \mathbf{I}_{\overline{\text{NL}}} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{A}^1 \mathbf{A}^2 \dots \mathbf{A}^{\overline{\text{NL}}} & \underline{\mathbf{B}} \end{array} \right] \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_1 \\ \mathbf{Z}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{Z}_{\overline{\text{NL}}} \\ \hline \mathbf{Z}_{\overline{\text{NL}}+1} \\ \vdots \\ \mathbf{Z}_{\overline{\text{NL}}+\text{HP}} \end{pmatrix} = \mathbf{A}^s \quad (17)$$

Temos aqui 2 casos a considerar, dependendo se $\mathbb{A}^s$ se refere a um manejo de algum dos $\overline{NL}$ lotes (incluindo as compras a preço real) ou a uma compra a preço alto.

Caso 1: A coluna a entrar na base é um manejo de um lote $s1$. Neste caso, $\mathbb{A}^s = (0, \dots, 1, 0, \dots, 0 | ASP^T)^T$, onde a unidade está na posição $s1$ e ASP é um vetor-coluna de dimensão HP . Se o manejo é real, ASP é a coluna de produções. Se o manejo é uma compra a preço real, $ASP = (0, \dots, \beta_j b_j, 0, \dots, 0)^T$, onde $j = s1 - NL = \text{ano da compra}$. Finalmente, se o manejo é um abandono ou não-compra, $ASP = 0$.

Resolvendo o sistema (17), temos que

$$\begin{aligned} z_i &= 0, & i=1, 2, \dots, \overline{NL}, i \neq s1, \text{ e} \\ z_{s1} &= 1. \end{aligned} \quad (18)$$

Também,

$$\sum_{i=1}^{\overline{NL}} A^i z_i + \underline{B} \begin{bmatrix} z_{\overline{NL}+1} \\ \vdots \\ z_{\overline{NL}+HP} \end{bmatrix} = ASP \quad (19)$$

Aplicando (18) em (19), vem

$$\begin{bmatrix} z_{\overline{NL}+1} \\ \vdots \\ z_{\overline{NL}+HP} \end{bmatrix} = \underline{B}^{-1} (ASP - A^{s1}) \quad (20)$$

Vamos designar $\underline{B}^{-1}(ASP - A^{s1})$ por D^s .

Tendo calculado $\mathbf{z}$ em (18) e (20), podemos agora calcular $\hat{\mathbb{A}}^s$:

De (13), temos que

$$\hat{\mathbf{A}}^s = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}_1^s \\ \hat{\mathbf{A}}_2^s \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{A}}_{\overline{\text{NL}}}^s \\ \hat{\mathbf{A}}_{\overline{\text{NL}}+1}^s \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{A}}_{\overline{\text{NL}}+\text{HP}}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\overline{\text{NL}}} & -\mathbf{C} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{\text{HP}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \\ \mathbf{D}_1^s \\ \vdots \\ \mathbf{D}_{\text{HP}}^s \end{bmatrix} \leftarrow s1 \quad (21)$$

Definimos, para cada i , $1 \leq i \leq \overline{\text{NL}}$, o conjunto $R(i) = \{t; t \text{ é índice de uma coluna não-chave que pertence ao lote } i\}$.

Segue-se de (21) e da definição de $R(i)$ que

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{A}}_i^s = - \sum_{t \in R(i)} \mathbf{D}_t^s, & 1 \leq i \leq \overline{\text{NL}}, \text{ e } i \neq s1 \\ \hat{\mathbf{A}}_{s1}^s = 1 - \sum_{t \in R(s1)} \mathbf{D}_t^s \\ \hat{\mathbf{A}}_{\overline{\text{NL}}+j}^s = \mathbf{D}_j^s, & 1 \leq j \leq \text{HP}. \end{cases} \quad (22)$$

Caso 2: A coluna a entrar na base é uma compra a custo alto num ano $s3$. Neste caso, $\mathbf{A}^s = (0, \dots, 0 | \text{ASP}^T)^T$

onde $\text{ASP}(j) = 0$, $j \neq s3$,

$$\text{ASP}(s3) = b_{s3}.$$

De (17) concluímos que

$$\mathbf{Z}_i = 0, \quad 1 \leq i \leq \overline{\text{NL}}$$

e

(23)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{\overline{\text{NL}}+1} \\ \vdots \\ \mathbf{Z}_{\overline{\text{NL}}+\text{HP}} \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{B}}^{-1} \cdot \text{ASP} = b_{s3} \cdot \underline{\mathbf{B}}^{-1} (\cdot, s3)$$

onde $\underline{\mathbf{B}}^{-1} (\cdot, s3)$ é a coluna $s3$ de $\underline{\mathbf{B}}^{-1}$. Definimos $\mathbf{D}^s = \underline{\mathbf{B}}^{-1} \cdot \text{ASP}$.

Tendo obtido $\mathbf{Z}$ em (23), vamos em (13) e calculamos $\hat{\mathbf{A}}^s$:

$$\hat{\mathbf{A}}^s = \left[\begin{array}{cc|c} & \mathbf{I}_{\overline{\text{NL}}} & -\mathbf{C} & 0 \\ & & & \vdots \\ & & & 0 \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{I}_{\text{HP}} & & \mathbf{b}_{s3} \cdot \underline{\mathbf{B}}^{-1}(\cdot, s3) \end{array} \right] \cdot \quad (24)$$

de onde tiramos

$$\left\{ \begin{array}{ll} \hat{\mathbf{A}}_i^s = -\mathbf{b}_{s3} \sum_{t \in R(i)} \underline{\mathbf{B}}^{-1}(t, s3), & 1 \leq i \leq \overline{\text{NL}} \\ \hat{\mathbf{A}}_{\overline{\text{NL}}+j}^s = \mathbf{b}_{s3} \cdot \underline{\mathbf{B}}^{-1}(j, s3) = \mathbf{D}_j^s, & 1 \leq j \leq \text{HP}. \end{array} \right.$$

Tendo obtido $\hat{\mathbf{A}}^s$, vamos agora descobrir a coluna a sair da base. Isto é feito calculando-se o bloqueio.

3.2.4 Cálculo do bloqueio

Chamando de $\mathbf{B}$ o vetor do lado direito na Fig.3.1 e de $\hat{\mathbf{B}}$ a sua expressão na base atual (valores das variáveis básicas), o bloqueio é calculado por

$$\text{TETA} = \min \left\{ \frac{\hat{\mathbf{B}}_i}{\hat{\mathbf{A}}_i^s}; \hat{\mathbf{A}}_i^s > 0, 1 \leq i \leq \overline{\text{NL}} + \text{HP} \right\}$$

Seja $\text{RSAI} = \arg(\text{TETA})$. Então $\text{TETA} = \frac{\hat{\mathbf{B}}_{\text{RSAI}}}{\hat{\mathbf{A}}_{\text{RSAI}}^s}$.

Pela natureza do problema, sabemos que a solução é limitada e, portanto, RSAI existe e $\text{TETA} < \infty$. RSAI é o número da coluna a sair da base.

Temos dois casos a considerar, dependendo se a coluna RSAI é chave ou não.

3.2.5 Caso I: $\text{RSAI} > \overline{\text{NL}}$.

A coluna a sair da base é não chave. Seja $\text{I2} = \text{RSAI} - \overline{\text{NL}}$. A matriz de pivoteamento $\mathbf{E}$ se obtém da identidade $\text{I}_{\overline{\text{NL}}+\text{HP}}$ substituindo a coluna RSAI pela coluna $\begin{pmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_D \end{pmatrix}$, onde $\mathbf{E}_1 = \left(-\frac{\hat{\mathbf{A}}_1^s}{\hat{\mathbf{A}}_{\text{RSAI}}^s}, \dots, -\frac{\hat{\mathbf{A}}_{\text{NL}}^s}{\hat{\mathbf{A}}_{\text{RSAI}}^s} \right)^T$ e $\mathbf{E}_D = \left(\frac{-D_1^s}{\hat{\mathbf{A}}_{\text{RSAI}}^s}, \dots, -\frac{1}{\hat{\mathbf{A}}_{\text{RSAI}}^s}, \dots, -\frac{D_{\text{HP}}^s}{\hat{\mathbf{A}}_{\text{RSAI}}^s} \right)^T$ e $\mathbf{E}_D = \left(\frac{-D_1^s}{\hat{\mathbf{A}}_{\text{RSAI}}^s}, \dots, -\frac{1}{\hat{\mathbf{A}}_{\text{RSAI}}^s}, \dots, -\frac{D_{\text{HP}}^s}{\hat{\mathbf{A}}_{\text{RSAI}}^s} \right)^T$ posição I2. A nova inversa da base, $\mathbf{B}_N^{-1}$, seria obtida da relação $\mathbf{B}_N^{-1} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{B}^{-1}$. Como não trabalhamos com a inversa da base e sim com a inversa de trabalho, precisamos saber como se faz a atualização de $\mathbf{B}^{-1}$.

TEOREMA 2: A nova inversa de trabalho, $\mathbf{B}_N^{-1}$, se obtém por $\mathbf{B}_N^{-1} = \mathbf{E}_D \cdot \mathbf{B}^{-1}$, ou seja, pivoteando $\mathbf{B}^{-1}$ em cima da coluna D^s com o elemento pivot D_{I2}^s .

Dem.: Dada uma matriz básica $\mathbf{B} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{I} & \mathbf{C} \\ \hline [\mathbf{A}^j] & \mathbf{B} \end{array} \right]$, podemos obter a forma de sua inversa utilizando a matriz de transformação de variáveis $\mathbf{T}$.

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^{-1} &= \mathbf{T} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{B}^{-1} = \mathbf{T} (\mathbf{B} \mathbf{T})^{-1} = \mathbf{T} \cdot \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{I} & \mathbf{O} \\ \hline [\mathbf{A}^j] & \mathbf{B} \end{array} \right]^{-1} = \mathbf{T} \cdot \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{I} & \mathbf{O} \\ \hline -\mathbf{B}^{-1}[\mathbf{A}^j] & \mathbf{B}^{-1} \end{array} \right] = \\ &= \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{I} + \mathbf{C} \mathbf{B}^{-1} [\mathbf{A}^j] & -\mathbf{C} \mathbf{B}^{-1} \\ \hline -\mathbf{B}^{-1} [\mathbf{A}^j] & \mathbf{B}^{-1} \end{array} \right] \end{aligned} \quad (25)$$

Portanto o pivoteamento em B^{-1} produzirá uma matriz da forma

$$E \cdot B^{-1} = \left[\begin{array}{c|c} \underline{E} & * \\ \hline \underline{E}_D & \underline{B}^{-1} \end{array} \right] \quad (26)$$

De (25), temos que a forma da nova inversa da base é

$$B_N^{-1} = \left[\begin{array}{c|c} M & N \\ \hline S & \underline{B}_N^{-1} \end{array} \right] \quad (27)$$

Comparando (26) com (27), temos que $\underline{B}_N^{-1} = \underline{E}_D \cdot \underline{B}^{-1}$. $\square$

Atualização das variáveis básicas. Calculamos os novos valores das variáveis básicas utilizando o bloqueio TETA:

$$(\hat{B}_N)_i = \begin{cases} \hat{B}_i - \text{TETA} \cdot \hat{A}_i^s, & i \neq \text{RSAI} \\ \text{TETA}, & i = \text{RSAI}. \end{cases} \quad (28)$$

Atualização do vetor multiplicador $\bar{\pi} = (\mu, \pi)$. Com a matriz básica B já atualizada, sabemos que

$$(\mu, \pi) B = C_B. \quad (29)$$

Multiplicando ambos os lados de (29) pela matriz de transformação de variáveis T relativa a nova matriz básica, temos

$$\begin{aligned} (\mu, \pi) B T &= C_B T, \quad \text{ou} \\ (\mu, \pi) \left[\begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline [A^j] & \underline{B} \end{array} \right] &= (C_1, \dots, C_{NL}, C_{NL+1}, \dots, C_{NL+HP}) \left[\begin{array}{c|c} I & -C \\ \hline 0 & I \end{array} \right] = \\ &= (C_1, \dots, C_{NL}, C_1, \dots, C_{HP}) \end{aligned} \quad (30)$$

onde

$$C_j = \begin{cases} C_{\overline{NL}+j} - C_{k_j}, & \text{se a coluna } \overline{NL}+j \text{ é um manejo do lote } k_j. \\ C_{\overline{NL}+j}, & \text{se a coluna } \overline{NL}+j \text{ é uma compra a custo alto.} \end{cases}$$

Os valores C_j serão chamados de **custos de trabalho**.

De (30) tiramos que

$$\begin{aligned} \pi &= (C_1, \dots, C_{HP}) \underline{B}^{-1} \\ \mu_i &= C_i - \pi A^i, \quad i=1, 2, \dots, \overline{NL}. \end{aligned} \quad (31)$$

3.2.6 Caso II: $RS\bar{A}I \leq \overline{NL}$

Caso IIa. - A coluna a entrar na base não pertence ao lote $RS\bar{A}I$. Neste caso, A^s pertence a outro lote ou é compra a custo alto. Em qualquer um dos casos, o lote $RS\bar{A}I$ possui um manejo não chave, pois caso contrário ele ficaria sem manejo na base, contrariando o Lema 1.

Seja $I3$ um dos manejos não-chaves do lote $RS\bar{A}I$. Se A^s entrar no lugar de $RS\bar{A}I$, perderemos a forma (3) da matriz básica. Podemos evitar isto trocando previamente entre si as colunas $RS\bar{A}I$ e $I3$. Vejamos as outras mudanças necessárias.

- Trocamos entre si os custos $C_B(RS\bar{A}I)$ e $C_B(I3)$.
- Trocamos entre si as variáveis básicas $\hat{B}_{RS\bar{A}I}$ e $\hat{B}_{I3}$.
- Calculamos os novos custos de trabalho C_j : Se $\overline{NL}+j$ é uma coluna de compra a custo alto, então $C_j = C_B(\overline{NL}+j)$. Se $\overline{NL}+j$ pertence ao lote k_j , então $C_j = C_B(\overline{NL}+j) - C_B(k_j)$.
- Calculamos a nova inversa de trabalho: Observe-se que as colunas de $\underline{B}$ pertencentes ao lote $RS\bar{A}I$ antes eram da forma $A^j - A^{RS\bar{A}I}$. Agora elas serão da forma $A^j - A^{I3}$, exceto a co-

luna A^{I3} , que agora é $A^{RSAI} - A^{I3}$. Estas trocas podem ser interpretadas como o produto de $\underline{B}$ pela matriz de dimensões HP

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & & & & \\ & & \ddots & & & & & & & & \\ & & & \ddots & & & & & & & \\ & & & & \ddots & & & & & & \\ & & & & & 1 & & & & & \\ & 0 & \dots & -1 & \dots & 0 & \dots & -1 & \dots & -1 & \dots & 0 \\ & & & & & & & 1 & & & \\ & & & & & & & & \ddots & & \\ & & & & & & & & & \ddots & \\ & & & & & & & & & & 1 \end{bmatrix} + I3 - \overline{NL} \quad (32)$$

onde os -1 ocorrem nas posições $j - \overline{NL}$, sendo j índice de colunas não-chaves do lote RSAI.

Se fizermos a troca das colunas novamente, voltamos à situação inicial. Concluimos então que $T_1 \cdot T_1 = I$ e, portanto,

$$T_1^{-1} = T_1 \quad (33)$$

Assim, a inversa de trabalho atualizada é

$$T_1 \underline{B}^{-1} \quad (34)$$

Note-se que o que muda em $\underline{B}^{-1}$ é a linha $I3 - \overline{NL}$, a qual agora é

$$- \sum_{J \in R(RSAI)} \underline{B}^{-1} (J - \overline{NL}, .)$$

A troca das colunas não afeta o vetor π . Isto parece ser intuitivo, já que os valores π_i se referem às restrições de demanda. É o que nos diz o

TEOREMA 3: O vetor π não muda quando se trocam as duas colunas da base RSAI e I3.

Dem.: A mudança que ocorre na inversa de trabalho é na linha I3- $\overline{\text{NL}}$:

$$\underline{B}^{-1}(\text{I3} - \overline{\text{NL}}, \cdot)_N = - \sum_{j \in R(\text{RSAI})} \underline{B}^{-1}(j, \cdot) \quad (35)$$

Os únicos custos de trabalho que mudam são aqueles que se referem ao lote RSAI:

$$(\mathbf{C}_j)_N = \begin{cases} (C_B)_{\overline{\text{NL}}+j} - (C_B)_{\text{I3}}, & \text{se } \overline{\text{NL}} + j \neq \text{I3} \\ (C_B)_{\text{RSAI}} - (C_B)_{\text{I3}}, & \text{se } \overline{\text{NL}} + j = \text{I3} \end{cases} \quad (36)$$

O elemento $(\pi_\ell)_N$ pode ser obtido por

$$(\pi_\ell)_N = \sum_{k=1}^{\text{HP}} (\mathbf{C}_k)_N \cdot \underline{B}^{-1}(k, \ell)_N.$$

Separando os índices de RSAI:

$$\begin{aligned} (\pi_\ell)_N &= \sum_{k \in R(\text{RSAI})}^{\text{HP}} (\mathbf{C}_k)_N \cdot \underline{B}^{-1}(k, \ell)_N + \sum_{k \in R(\text{RSAI})} (\mathbf{C}_k)_N \cdot \underline{B}^{-1}(k, \ell)_N \\ (\pi_\ell)_N &= \sum_{k \in R(\text{RSAI})} \mathbf{C}_k \cdot \underline{B}^{-1}(k, \ell) + \left\{ \sum_{\substack{k \in R(\text{RSAI}) \\ k \neq \text{I3} - \overline{\text{NL}}}} ((C_B)_{\overline{\text{NL}}+k} - (C_B)_{\text{I3}}) \cdot \right. \\ &\quad \left. \underline{B}^{-1}(k, \ell) + ((C_B)_{\text{RSAI}} - (C_B)_{\text{I3}}) \cdot \underline{B}^{-1}(\text{I3} - \overline{\text{NL}}, \ell)_N \right\} \quad (37) \end{aligned}$$

Usando (35) em (37), vem

$$\begin{aligned} (\pi_\ell)_N &= \sum_{k \in R(\text{RSAI})} \mathbf{C}_k \cdot \underline{B}^{-1}(k, \ell) + \sum_{\substack{k \in R(\text{RSAI}) \\ k \neq \text{I3} - \overline{\text{NL}}}} ((C_B)_{\overline{\text{NL}}+k} - (C_B)_{\text{I3}}) \underline{B}^{-1}(k, \ell) + \\ &\quad + \sum_{k \in R(\text{RSAI})} ((C_B)_{\text{I3}} - (C_B)_{\text{RSAI}}) \cdot \underline{B}^{-1}(k, \ell) \quad (38) \end{aligned}$$

Separando $k = \text{I3} - \overline{\text{NL}}$ do último somatório de (38), temos

$$\begin{aligned}
 (\pi_\ell)_N &= \sum_{k \in R(RSAI)} \mathbf{C}_k \underline{B}^{-1}(k, \ell) + \sum_{\substack{k \in R(RSAI) \\ k \neq I3 - NL}} ((C_B)_{NL+k} - (C_B)_{RSAI}) \underline{B}^{-1}(k, \ell) + \\
 &+ ((C_B)_{I3} - (C_B)_{RSAI}) \underline{B}^{-1}(I3 - NL, \ell) = \sum_{k=1}^{HP} \mathbf{C}_k \underline{B}^{-1}(k, \ell).
 \end{aligned}$$

Portanto,

$$(\pi_\ell)_N = \pi_\ell. \quad \square$$

e) Atualizamos $\hat{\mathbf{A}}^s$ e D^s .

Do teorema 3 e de (31) concluímos que apenas μ_{RSAI} muda após a troca de colunas. A coluna $\mathbf{A}^s$ continua sendo apresentada como candidata a entrar na base. Como agora o bloqueio apontará a coluna I3 para sair da base, caímos no Caso I.

Caso IIb - A coluna a entrar na base pertence ao lote RSAI.

Temos aqui duas situações a considerar.

Situação 1: O lote RSAI possui coluna não-chave. Este caso é análogo ao Caso IIa.

Situação 2: O lote RSAI não possui coluna não-chave. A coluna $\mathbf{A}^s$ entra no lugar da coluna RSAI. Trocamos os custos correspondentes e atualizamos as variáveis básicas usando (28).

Note-se que nesta situação a matriz de trabalho $\underline{B}$ não muda e, em consequência, $\underline{B}^{-1}$ também não. Por (31), π permanece o mesmo e apenas μ_{RSAI} muda.

A situação 2 é particularmente agradável: uma coluna entra na base sem exigir atualização da inversa de trabalho e do vetor multiplicador. Com o mesmo π procura-se no lote seguinte o melhor manejo, e se este também entrar no lugar de um manejo chave a situação 2 se repete.

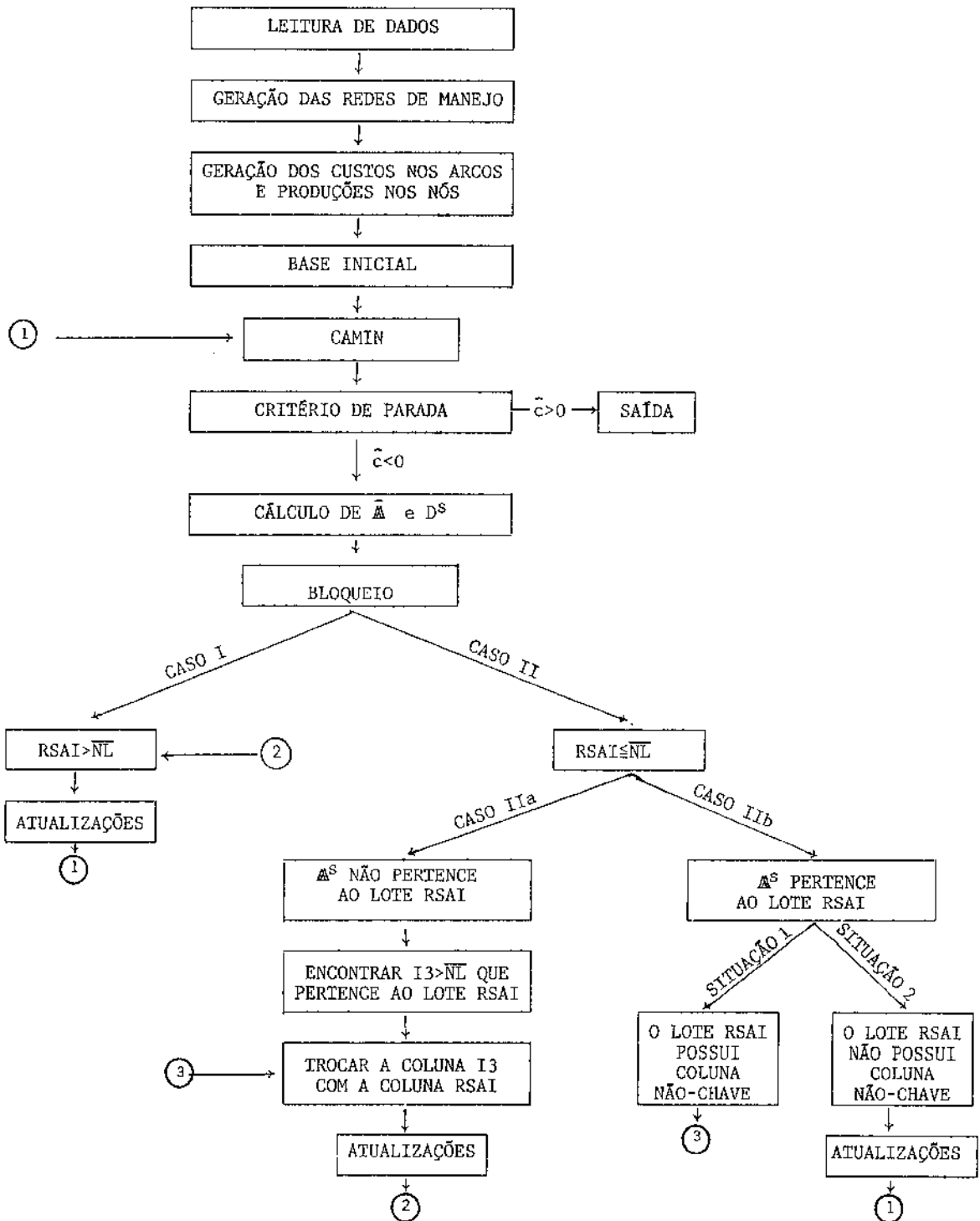
Durante as primeiras iterações só acontece a situação 2 do Caso IIb. De fato, na nossa base inicial nenhum lote possui manejo não-chave, e os manejos-chaves são abandonos. À medida que manejos reais vão entrando na base, a soma das produções nos lotes vai crescendo. Enquanto esta soma não ultrapassa a demanda em algum ano, nenhum manejo entra no lugar de uma compra a custo alto. É claro que, para um problema real, teremos de percorrer mais da metade dos lotes para satisfazer a demanda em algum ano.

Suponhamos que temos um problema com 200 lotes e 20 anos de planejamento. Teremos então 200 colunas-chaves e 20 colunas não-chaves. Segue-se que no máximo 20 lotes terão manejos não-chaves em qualquer das iterações e, em consequência, é muito mais provável que uma coluna entre no lugar de uma chave do que de uma não-chave.

A conclusão acima explica por que a estratégia que se revelou mais rápida computacionalmente foi a de já entrar na base assim que aparecia uma coluna com $\hat{c} < 0$. Como a maioria destas colunas entra no lugar de uma chave, quase nenhum trabalho é despendido em atualizações. Além disto, temos o fato de que os $\hat{c}$ não diferem muito de um lote para outro. Assim, o primeiro lote que apresentar uma coluna com $\hat{c} < 0$ já está, provavelmente, apresentando uma coluna boa.

Na Fig. 3.3 temos um fluxograma do GUMBER.

3.2.7 Fluxograma do GUMBER



Fluxograma do GUMBER.

FIG.3.3.

3.3 O ALGORITMO CAMIN

De acordo com (4) e a expressão (6), a busca do melhor manejo de um lote numa dada iteração é equivalente à busca do caminho de menor custo modificado que liga o nó 1 ao nó final da rede associada.

O custo modificado no arco j , para o lote i , é

$$CM(i,j) = CUSTO(i,j) - \pi(ANO(ii, HEAD(ii,j))) \cdot CARV(i, HEAD(ii,j)), \quad (39)$$

onde $ii=REDE(i)$.

O algoritmo assemelha-se ao **backward** da Programação Dinâmica. Isto se deve principalmente à maneira como foram numerados os arcos e os nós durante a geração das redes. Se um arco vai do nó r ao nó s , então $r < s$.

Dado um nó ℓ da rede ii do lote i , definimos

$F(\ell)$ = Menor custo modificado para ir do nó ℓ ao nó final.

Temos então que (ver Fig.3.4)

$F(NNOS(ii)) = 0$ e

$$F(\ell) = \min\{CM(i,j) + F(HEAD(ii,j)); FIRST(ii,\ell) \leq j \leq FIRST(ii,\ell+1) - 1\}, \quad (40)$$

para $1 \leq \ell \leq NNOS(ii) - 1$.

Chamemos de $\bar{j}$ o arco que sai de ℓ , com $F(\ell) = CM(i,\bar{j}) + F(HEAD(ii,\bar{j}))$. Definimos $Peg(\ell) = \bar{j}$. O vetor Peg nos diz qual o arco que tomamos ao sairmos do nó

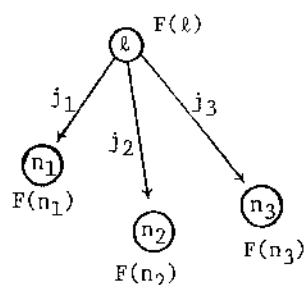


FIG.3.4.

ℓ . Sua função está na reconstituição do caminho mínimo. O valor $CUSTOM = F(1)$ representa o custo (modificado) do caminho mínimo. O caminho é reconstituído da seguinte maneira (ver Fig.3.5): $Peg(1)$ é o arco que se toma a partir do nó 1. Este arco vai ao nó $HEAD(ii, Peg(1))$. Deste nó toma-se o arco $Peg(HEAD(ii, Peg(1)))$, e assim por diante.

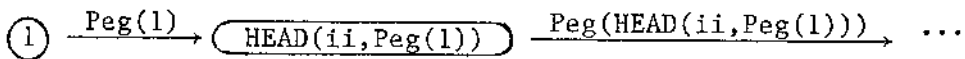


Fig.3.5.

Abaixo temos um resumo do CAMIN:

Início: $F(NNOS(ii)) = 0$, $\ell = NNOS(ii)$;

Passo 1: Faça $\ell = \ell - 1$. Se $\ell = 0$, pare. Caso contrário, vá ao passo 2;

Passo 2: Calcule $F(\ell) = \min \{CM(i, j) + F(HEAD(ii, j))\}$;
 $FIRST(ii, \ell) \leq j \leq FIRST(ii, \ell + 1) - 1$;

Passo 3: Defina $Peg(\ell) = \bar{j}$, onde $F(\ell) = CM(i, \bar{j}) + F(HEAD(ii, \bar{j}))$; vá para o passo 1.

A coluna de produção ASP que irá entrar na composição da coluna candidata a entrar na base A^s pode ser construída da seguinte maneira: Inicialmente, fazemos $ASP = 0$. Seja $k = HEAD(ii, Peg(1))$. Se $TIPO(k) \leq 3$ (nó tipo corte), então em k há produção. Neste caso, definimos

$$ASP(ANO(ii, k)) = CARV(i, k).$$

A seguir, vamos ao próximo nó visitado pelo caminho mínimo,

$\text{HEAD}(\text{ii}, \text{Peg}(\text{k}))$

e repetimos o processo, até chegarmos ao nó final.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS E CONCLUSÕES

As tabelas C.1 a C.6 do apêndice C referem-se a exemplos de geração de redes, variando-se os intervalos de corte e o horizonte de planejamento. Nos três primeiros exemplos o horizonte é de 15 anos e nos três últimos é de 20 anos. Está descrito o número de nós e de arcos de cada rede, e na última coluna de cada quadro temos o número de caminhos possíveis em cada rede. O cálculo do número de caminhos nas redes foi feito através da rotina descrita na tabela C.7. Note-se a grande variação do número de caminhos, de um exemplo para outro. No exemplo 1, o número mínimo é 22 e o máximo é 88. Já no exemplo 3, mantido o mesmo horizonte de 15 anos, mas permitindo um intervalo de corte de 5 a 9 anos, o número de manejos saltou para um mínimo de 146 e um máximo de 1.081. Para o horizonte de 20 anos, temos no exemplo 4 que o menor número de caminhos é 44 e o maior é 163. Já no exemplo 6, temos que o mínimo é 1.035 e o máximo é 7.115.

O número de talhões de uma empresa florestal varia muito, dependendo do tamanho da empresa e dos critérios adotados para a definição daqueles talhões. Este número pode variar de algumas dezenas até várias centenas ou até milhares. Tomemos o caso de uma empresa com 100 talhões. Para os

exemplos 1 e 4 o número médio de talhões por rede (NMTR) é 5 e para os exemplos 2, 3, 5 e 6 este número é aproximadamente 6. A tabela 4.1 a seguir mostra o número médio total de manejos para o sistema todo.

Tabela 4.1

EXEMPLO	Nº TOTAL DE MANEJOS
1	4.390
2	16.158
3	46.512
4	9.775
5	58.518
6	319.560

A tabela 4.2 a seguir faz a comparação entre a memória utilizada pelo sistema com redes e pelo sistema convencional. Para o GUMBER, calculamos o número de registros necessários para guardar a estrutura das redes (ANO, TIPO, FIRST e HEAD), as produções nos nós e os custos nos arcos.

$$\text{Nº de registros} = (3 + \text{NMTR}) \cdot \sum_{I=1}^{\text{NREDES}} \text{NNOS}(I) + (1 + \text{NMTR}) \cdot \sum_{I=1}^{\text{NREDES}} \text{NARCOS}(I)$$

Para o sistema convencional, calculamos o número de registros para a matriz tecnológica, a descrição dos manejos e o vetor de custos:

$$\text{Nº de registros} = (2 \cdot \text{HP} + 1) \cdot (\text{Nº de colunas})$$

Tabela 4.2

EXEMPLO	Nº DE NÓS	Nº DE ARCOS	CARV.	CUSTOS	TOTAL	SISTEMA CONVENCIONAL	%
1	719	1.285	3.595	6.425	13.462	136.090	10,0
2	1.308	2.773	7.848	16.638	27.102	500.898	5,4
3	2.626	6.161	15.756	36.966	66.761	1.441.872	4,6
4	1.209	2.157	6.045	10.785	22.614	400.775	5,6
5	2.674	5.747	16.044	34.482	64.295	2.399.238	2,7
6	7.790	20.197	46.740	121.182	211.489	13.101.960	1,6

A última coluna da tabela 4.2 mostra a porcentagem do número de registros necessários para o sistema convencional que o GUMBER utiliza. Observe-se que, tanto para 15 anos quanto para 20 anos, a porcentagem cai à medida que aumentamos o intervalo de corte. Concluimos que a importância do sistema com redes aumenta com a flexibilidade permitida às opções de corte.

A tabela C.8 do apêndice C mostra os dados simulados de uma empresa com 50 talhões mais 10 candidatos a compra. Variando-se as opções de corte segundo as tabelas C.1, C.2 e C.3, os problemas foram executados no GUMBER em um micro PC com co-processador 8087, sem Winchester. A execução dos exemplos em um micro sem Winchester foi possível graças à geração da rede e dos custos e produções cada vez que se buscava num lote um manejo bom para entrar na base (vide comentários na p.63 e neste capítulo, p.73, sobre PRICING). Os exemplos foram a seguir executados no PLANFLOR. Este sistema, cuja geração de manejos já foi comentada no Capítulo 1, utiliza o MPSX para a otimização. A execução foi feita em um IBM 4341. Os resultados estão mostrados nas tabelas 4.3, 4.4 e 4.5

Tabela 4.3

	Nº DE ITERAÇÕES	CUSTO OTIMIZADO	TEMPO (min)		Nº DE VARIÁVEIS
			Geração das colunas	Otimização	
PLANFLOR + MPSX	855	$2,23 \times 10^8$	8	0,44 (CPU)	5.376
GUMBER	403	$2,22 \times 10^8$	11		

Tabela 4.4

	Nº DE ITERAÇÕES	CUSTO OTIMIZADO	TEMPO (min)		Nº DE VARIÁVEIS
			Geração das colunas	Otimização	
PLANFLOR + MPSX	973	$2,23 \times 10^8$	14	1,17 (CPU)	12.243
GUMBER	405	$2,20 \times 10^8$	14		

Tabela 4.5

	Nº DE ITERAÇÕES	CUSTO OTIMIZADO	TEMPO (min)		Nº DE VARIÁVEIS
			Geração das colunas	Otimização	
PLANFLOR + MPSX	1.156	$2,21 \times 10^8$	19	2,3 (CPU)	18.667
GUMBER	602	$2,19 \times 10^8$	29		

O tempo para a geração das colunas no PLANFLOR é o tempo total, não apenas de CPU. Porém, segundo declarações de um analista da empresa criadora do PLANFLOR, o tempo de CPU para a geração dos manejos é maior que o tempo de CPU para a otimização. Note-se nos resultados acima que a diminuição do custo otimizado não foi grande à medida que aumentamos as opções de corte. Isto poderia levar a pensar que não é importante dar muita opção para os anos de corte. Porém, quando com os mesmos lotes, limitamos os anos de corte para 6 e 7 anos, o problema resultou infactível, pois a F.O. pulou para $4,6 \times 10^8$, tendo permanecido na base colunas de compra de terceiros a custo alto.

A tabela 4.6 a seguir mostra os resultados computacionais para um exemplo de planejamento com 20 anos, variando-se as opções de corte, segundo as tabelas C.4 e C.5.

Tabela 4.6

OPÇÕES DE CORTE	Nº DE ITERAÇÕES	CUSTO OTIMIZADO	TEMPO (min)
C.4	763	2.565×10^8	41
C.5	1.120	2.387×10^8	88

Observe-se pela tabela C.5 que o número de caminhos nas redes é bastante expressivo, resultando que o segundo exemplo da tabela 4.6 é um problema com um número de variáveis acima de 30.000.

Os exemplos citados nas tabelas 4.3 a 4.6 foram baseados em uma empresa fictícia com 60 lotes. A tabela C.10

do apêndice C mostra os dados reais de uma empresa com 142 lotes. os custos estão dados em dólares. A tabela 4.7 mostra os resultados computacionais para três opções de corte. O primeiro exemplo permitiu cortes com 6 e 7 anos, o segundo utilizou os dados da tabela C.1 e o terceiro, da tabela C.2. (A demanda agora é madeira para indústria de papel.)

Tabela 4.7

OPÇÕES DE CORTE	Nº DE ITERAÇÕES	CUSTO OTIMIZADO	TEMPO (min)
6 e 7 anos	647	$6,35 \times 10^8$	26
C.1	851	$1,32 \times 10^8$	32
C.2	1.035	$1,30 \times 10^8$	53

O exemplo 1 da tabela acima manteve compras de terceiros a custo alto na base, mostrando mais uma vez que pouca opção pode infactibilizar o sistema. Note-se a variação praticamente linear no tempo computacional quando mudamos de 60 para 142 lotes. A explicação está no fato de que, apesar do aumento no número de colunas, a dimensão da matriz de trabalho no GUB continuou a mesma.

Resultados computacionais e comentários a respeito do uso de diferentes "PRICING"

O critério de escolha da coluna a entrar na base utilizada pelo MPSX é o de percorrer um determinado número de colunas (uma certa fração do total) e selecionar a melhor. No GUMBER, observou-se que a melhor estratégia (menor tempo)

é a de escolher a melhor coluna de um só lote (é claro que, se o lote não apresenta nenhuma coluna boa, passamos ao seguinte). A cada estratégia diferente chamamos de "PRICING". A escolha do PRICING afeta grandemente o tempo computacional (vide comentários de Murtagh (³⁸), p.51). Em Adler et alii (¹), vemos a comparação da eficiência entre o Algoritmo de Karmarkar e o MINOS (³⁷) em 11 exemplos de problemas de planejamento florestal gerados pelo FORPLAN (¹⁴). Os exemplos variaram de 744 a 19.991 colunas e de 55 a 316 restrições. Utilizando-se de estratégias de busca que o MINOS permite, onde as colunas da matriz dos coeficientes são particionadas em iguais segmentos, a comparação foi feita com três tipos de PRICING:

A. Cada iteração examina o conjunto total de variáveis (TOTAL PRICING).

B. Cada iteração examina um segmento igual à metade da razão entre o número de colunas e o número de linhas.

C. Cada iteração examina um segmento igual a 8 vezes a razão entre o número de colunas e o número de linhas (chegou-se a esta estratégia após extensivos testes).

Na tabela 4.8 reproduzimos os resultados.

Vemos que o método de KARMARKAR ganhou em rapidez, das estratégias A e B, mas perdeu para a C.

Na tabela 4.9 temos os resultados obtidos para diferentes PRICINGS, que aqui representam o número de lotes examinados em cada iteração. Os exemplos 1 a 4 referem-se a um planejamento com 60 lotes, e os demais, a 142 lotes.

Tabela 4.8

TEMPO DE CPU EM SEG - IBM 3090 - MINOS 4.0

PROBLEMA	MINOS			KARMARKAR
	A	B	C	
FPK010	3,5	3,5	2,5	0,8
FPK040	5,6	5,6	1,5	1,1
FPK050	9,9	2,7	1,0	1,6
FPK080	28,8	4,5	1,1	2,9
FPK100	43,2	7,4	1,9	4,3
FPK150	93,8	11,4	3,0	6,4
FPK200	154,8	17,9	4,0	9,6
FPK300	351,8	29,7	6,6	15,0
FPK400	600,7	49,1	8,4	25,0
FPK500	1.112,7	93,9	9,3	34,1
FPK600	1.582,8	123,6	13,3	44,1

Tabela 4.9

TEMPO EM MIN - MICRO PC COM CO-PROCESSADOR 8087

PRICING															
1		2		3		5		10		20		60			
Tempo	Iteração	T	IT	T	IT	T	IT	T	IT	T	IT	T	IT		
7	362	11	343	17	358	14	249	16	216	24	170	55	159		
11	403	12	316	11	268	14	262	20	224	35	223	71	166		
14	405	23	361	25	363	30	298	55	320	86	266	163	172		
29	602	41	586	55	453	83	427	133	379	197	311	325	180		
1		2		3		5		10		20		50		142	
T	IT	T	IT	T	IT	T	IT	T	IT	T	IT	T	IT	T	IT
26	647	27	657	23	568	32	532	34	465	51	445	85	314	122	190
32	851	37	800	38	773	42	687	56	632	73	542	157	488	216	289
53	1.035	58	958	76	920	89	858	121	703	148	523	227	338	413	231

Observe-se que apenas uma vez (exemplo 5) o PRICING igual a 1 perdeu para outro. Note-se também que o número de iterações, na maioria das vezes, cai à medida que aumentamos o PRICING. Isto mostra que a economia obtida na busca dos manejos a entrarem na base compensa o tempo despendido em um número maior de pivoteamentos. Este fato só é válido, é claro, quando o número de colunas é muito maior do que o número de linhas. A utilização do GUB acentua ainda mais a vantagem de se usar o PRICING igual a 1, pois só se faz a atualização do inverso da matriz de trabalho havendo iterações onde nem isto é necessário.

A tabela C.9 mostra os resultados para o exemplo cujos dados estão na tabela C.8, executado com os dados de corte e plantio da tabela C.2. O número de iterações foi 405 (com PRICING = 1) e o custo $2,20 \times 10^8$. Os manejos escolhidos na solução ótima estão especificados, para cada lote, pelos anos de corte e plantio, pelo custo e pela área que segue aquele manejo. Como era previsto, não mais de 15 lotes seguem mais de um manejo. As compras de madeira de terceiros foram feitas no máximo permitido. Quando, na descrição do manejo, há um corte e não há plantio, significa que houve brotação.

A tabela C.10 contém os dados reais de uma empresa com 135 lotes e mais 7 candidatos à compra. Como a demanda é da própria madeira e não de carvão, colocamos apenas uma carvoaria, com custos de fabricação de carvão e transporte até a fábrica iguais a zero e rendimento de processo igual a 1 (vide apêndice B, p.94). Note-se a grande variação nas

áreas dos lotes. Simulamos uma expansão na demanda a partir do ano 6. Permitimos compra de madeira de terceiros a preço real de no máximo 10% da demanda.

A tabela C.11 apresenta os resultados da otimização com as opções de corte da tabela C.1. A venda de terras após um corte, permitida até o ano 6, foi usada para a maioria dos lotes até o 21, os quais têm bom preço de venda. A compra de madeira de terceiros a preço real inicia no ano 6, justamente quando há expansão na demanda. Observe-se, ainda, que o lote de compra número 6 ficou com 5 colunas na base. O tempo de execução do programa foi de 28 minutos.

Resultados a respeito da Relaxação Lagrangeana

Conforme descrito no Apêndice D, soluções aproximadas podem ser obtidas através da RL, utilizando-se do Algoritmo do Subgradiente. Mostramos abaixo alguns resultados. Seguímos a estratégia proposta por Gondran (¹⁹), p.627, e incluímos no exemplo 1 "re-starts" para o σ .

Exemplo 1: Neste exemplo foram usados os dados do exemplo dos 60 lotes da tabela C.8, juntamente com os dados da tabela C.1. Iniciamos com

$$(u_0)_i = 60, \quad i = 1, \dots, 15, \quad \sigma = 500;$$

$$\text{Se NIT} = 31, \text{ então } \sigma = 200;$$

$$\text{Se NIT} = 61, \text{ então } \sigma = 50;$$

$$(\text{NIT} = \text{n}^\circ \text{ de iterações}).$$

Resultados: Após 109 iterações, o quadro era o seguinte:

$$\text{CUSTO TOTAL} = 214.050.000$$

$$L(\mu) = 221.296.000$$

$$\text{Tempo} = 26 \text{ min}$$

Como $\text{SUBGR.} = \text{DEMANDA} - \text{PRODUÇÃO}$, $\text{SGR}(h) > 0$ significa demanda não satisfeita no ano h , e $\text{SGR}(h) < 0$, excesso de produção. Lembrando que a demanda é de 100.000 m³ por ano, observe-se na tabela 4.10 que, exceto nos anos 4 e 10, o desvio ficou abaixo de 10%. Observe-se também que o custo é menor que o obtido pela PL (vide tabela 4.3) .

Tabela 4.10

ANO	μ	SUBGRADIENTE	ANO	μ	SUBGRADIENTE
1	252	7.490	9	181	- 290
2	233	9.990	10	174	10.460
3	215	-1.150	11	164	6.200
4	205	11.410	12	152	3.700
5	192	-1.770	13	129	-1.920
6	181	7.150	14	117	-7.250
7	184	-3.380	15	94	- 290
8	176	-7.250			

Exemplo 2: Neste exemplo foram usados os dados do exemplo dos 142 lotes da tabela C.10, juntamente com os dados da tabela C.1. Iniciamos com

$$(\mu_0)_i = 0, i = 1, \dots, 15; \quad \sigma = 100.$$

Resultados: Após 81 iterações, o quadro era o seguinte:

$$\text{CUSTO TOTAL} = 126.687.000$$

$$L(\mu) = 119.924.000$$

$$\text{Tempo} = 67 \text{ min}$$

É interessante destacar o fato de que os manejos escolhidos na última iteração coincidem com a solução apresentada pela PL (tabela C.11) em 89 lotes e as compras de terceiros coincidem em 14 anos. O custo total está bastante próximo ($1,26 \times 10^8$ contra $1,24 \times 10^8$ da PL).

Observe-se na tabela 4.11 que há grandes desvios em alguns anos. A explicação para isto é a seguinte: os tamanhos dos lotes são muito discrepantes. Há lotes que podem, sozinhos, suprir a demanda de 1 ano. Como estamos trabalhando com variáveis inteiras, a mudança de decisão de corte de um ano para outro em um destes lotes causa uma descontinuidade muito grande. De fato, a iteração anterior difere da presente em apenas 8 lotes e, no entanto, possui subgradiente bastante diferente (vide tabela 4.12). Surge, assim, a necessidade de um ajuste final, de forma heurística, para se obter uma solução menos discrepante. Vários dispositivos podem ser utilizados:

a) combinar convenientemente, em lotes grandes, manejos de diferentes iterações. Isto produzirá uma partição no lote, mas um melhor ajuste na produção;

b) substituir um manejo por outro de iterações vizinhas;

c) diminuir (ou aumentar) compras de terceiros, dentro dos limites permitidos.

Estes procedimentos, aplicados a apenas 7 lotes do exemplo em questão, produziram os desvios mostrados na tabela 4.13. A última coluna dessa tabela mostra os desvios re-

sultantes dos arredondamentos na solução da PL, exceto em dois lotes (números 5 e 6 de compra), que ficaram com 2 e 4 manejos, respectivamente. Os custos, evidentemente, foram recalculados, mas continuaram bastante próximos. Pelos valores da tabela, conclui-se que os resultados da RL com os ajustes são tão bons quanto os da PL com os arredondamentos.

Tabela 4.11

ANO	μ	SUBGRADIENTE	DEMANDA	ANO	μ	SUBGRADIENTE	DEMANDA
1	5,87	-85.976	2.000.000	9	3,92	504.148	2.600.000
2	5,54	-518.319	2.000.000	10	4,58	-678.848	2.600.000
3	5,09	151.794	2.000.000	11	4,10	1.539.077	2.600.000
4	4,94	-236.421	2.000.000	12	3,62	-2.152.173	2.600.000
5	4,68	-104.134	2.000.000	13	3,20	407.103	2.600.000
6	4,75	-10.131	2.600.000	14	2,82	-33.135	2.600.000
7	4,48	-231.205	2.600.000	15	2,48	819.837	2.600.000
8	4,27	-476.363	2.600.000				

Tabela 4.12

ANO	SUBGRADIENTE (NIT=80)	ANO	SUBGRADIENTE
1	-260.976	9	-610.672
2	511.101	10	-678.848
3	-702.626	11	-1.158.163
4	-136.529	12	545.067
5	-212.162	13	407.103
6	-10.131	14	1.101.565
7	-231.205	15	-74.483
8	638.437		

Tabela 4.13

ANO	RL	PL	ANO	RL	PL
1	-85.976	-16.151	9	-66.852	0
2	0	-207.218	10	62.152	234.683
3	0	-26.644	11	-88.991	5.384
4	-136.529	0	12	-4.105	1.743
5	-12.162	0	13	167.498	0
6	0	6.345	14	0	0
7	0	0	15	228.837	99.069
8	-216.363	0			

CUSTOS:

RL = 122.941.300

PL = 124.675.200

Conclusões finais

Este trabalho apresentou uma metodologia de tratamento dos manejos que produz considerável economia de memória computacional. Ao fazermos a comparação com um pacote que utiliza computador de grande porte, mostramos que também há economia de tempo computacional. Viabilizou-se, assim, a utilização de microcomputadores em problemas de planejamento florestal de longo prazo.

O algoritmo GUB foi adaptado para o problema florestal e explicado em todos os seus detalhes. O GUMBER foi elaborado levando-se em conta apenas restrições de demanda da empresa. Outras restrições, porém, podem ser consideradas. É claro que a inclusão de novas restrições aumenta a dimensão da base de trabalho. O aumento do número de talhões, contudo, não aumenta a dimensão da base de trabalho. Como foi mostrado nos exemplos executados, o aumento no tempo computacional produzido pelo aumento no número de lotes é praticamente linear.

Mostramos que, quando da utilização do GUB, o melhor PARTIAL PRICING é um lote, isto é, se um lote tem um manejo bom para entrar na base, isto deve ser feito, e na próxima iteração procede-se à busca no lote seguinte.

A Relaxação Lagrangeana foi apresentada como alternativa ao GUB. Mostramos que ocorre a separação dos lotes e, portanto, pode-se fazer a busca dos manejos através das redes.

As vantagens da RL com relação ao GUB são: a) sua solução é inteira; b) não trabalha com inversa de matrizes (logo, não há problemas numéricos); c) pode apresentar soluções alternativas mais atraentes para o decisor. Suas desvantagens são: a) não há garantia da convergência para a solução ótima; b) em cada iteração do problema dual deve-se encontrar o melhor manejo de cada lote para obter o próximo ponto μ^{k+1} ; se o número de iterações não for pequeno, é evidente que a RL consumirá mais tempo; c) para empresas com tamanhos de lotes muito desproporcionais, faz-se necessária uma heurística para ajustes finais.

Apesar de feita para o planejamento de longo prazo de plantios de eucaliptos, a técnica de geração e estrutura das redes apresentada neste trabalho pode ser utilizada para outros tipos de problemas em que o número de opções seja muito grande. Tal é o caso do planejamento florestal de curto prazo, com considerações de tipos de caminhões para transporte, pátios intermediários de estocagem etc.

APÊNDICE A

GERAÇÃO DAS REDES

A geração de cada rede se inicia com os arcos que saem do nó 1. Temos 5 casos possíveis de inicialização.

As primeiras $AL1$ redes referem-se aos lotes com estado inicial pós-plantio. Para cada uma destas redes, os $(AU1-AL1+1)$ arcos gerados (os quais saem do nó 1) vão dar em nós de corte. Estes nós têm $TIPO=1$ e caem em anos que dependem da idade do lote. Temos que $ANO(I,J+1)=(AL1-I+J)$ para $1 \leq J \leq (AU1-AL1+1)$ e $HEAD(I,J)=J+1$. É claro que $FIRST(I,1)=1$. É necessário guardar o número de arcos e o número de nós gerados até agora: $NNOS(I)=(AU1-AL1+2)$ e $NARCOS(I)=(AU1-AL1+1)$.

FAÇA $I=1, AL1$
FAÇA $J=1, AU1-AL1$
$HEAD(I,J)=J+1$
$TIPO(I,J+1)=1$
$ANO(I,J+1)=AL1-I+J$
$FIRST(I,1)=1$

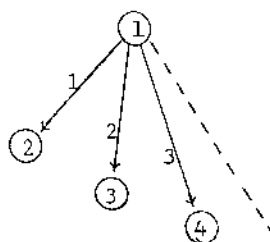


FIG.A.1.

As redes $(AL1+1)$ até $(ALI+AL2)$ referem-se aos lotes com estado inicial pós-1ª brotação. Analogamente a situação anterior, temos $(AU2-AL1+1)$ arcos que saem do nó 1 e dirigem-se a nós de corte com $TIPO=2$. Então, para $1 \leq J \leq AU2-AL2$, temos $HEAD(I,J)=J+1$, $TIPO(I,J+1)=2$ e $ANO(I,J+1)=AL1+AL2-I+J$. O número de arcos gerados até agora é $NARCOS(I)=(AU2-AL2+1)$ e o número de nós é $NNOS(I)=(AU2-AL2+2)$.

FAÇA $I=AL1+1, AL1+AL2$
FAÇA $J=1, AU2-AL2$
$HEAD(I,J)=J+1$
$TIPO(I,J+1)=2$
$ANO(I,J+1)=AL2+AL1-I+J$
$FIRST(I,1)=1$

As redes $(AL1+AL2+1)$ até $ALS=AL1+AL2+AL3$ referem-se aos lotes com estado inicial pós-2ª brotação. Temos $(AU3-AL3+1)$ arcos saindo do nó 1 e dirigindo-se a nós de corte com $TIPO=3$. Para J entre 1 e $(AU3-AL3)$, temos $HEAD(I,J)=J+1$, $TIPO(I,J+1)=3$ e $ANO(I,J+1)=ALS-I+J$.

O número de arcos até agora é $NARCOS(I)=(AU3-AL3+1)$ e o número de nós é $NNOS(I)=(AU3-AL3+2)$.

FAÇA $I=AL1+AL2+1$, ALS
FAÇA $J=1$, $AU3-AL3$
$HEAD(I,J)=J+1$
$TIPO(I,J+1)=3$
$ANO(I,J+1)=ALS-I+J$
$FIRST(I,1)=1$

A rede de número $ALS+1$ diz respeito aos lotes com estado inicial esperando plantio. A estes lotes é permitido ficar sem plantio até $NATP1$ anos.

Então, para J entre 1 e $NATP1$, fazemos $HEAD(I,J)=J+1$, $TIPO(I,J+1)=4$ e $ANO(I,J+1)=J$. Estes lotes podem ser vendidos antes do plantio se $NAVT \neq 0$. Haverá, assim, um arco indo do nó 1 ao nó final: $HEAD(I,NATP1+1)=NÓ FINAL$.

$I=ALS+1$
FAÇA $J=1$, $NATP1$
$HEAD(I,J)=J+1$
$TIPO(I,J+1)=4$
$ANO(I,J+1)=J$
$FIRST(I,1)=1$
$HEAD(I,NATP1+1)=NÓ FINAL$

Então, até agora temos para a rede $ALS+1$ os valores $NARCOS(I)=NATP1+2$ e $NNOS(I)=NATP1+1$.

Devemos observar aqui que como não sabemos ainda qual será o número do nó final para cada rede, ao escrevermos $HEAD(I,J)=NÓ FINAL$, na verdade lhe estamos atribuindo um valor que seguramente não será alcançado por $NNOS$ (pode ser zero), para depois fazermos a renumeração do nó final.

A última rede a ser inicializada refere-se aos lotes candidatos a compra. Colocamos a opção de compra em qualquer dos anos de planejamento (ver Fig.A.2), mas isto poderia ser feito até,

$I=ALS+2$
FAÇA $J=1, HP$
$HEAD(I,J)=J+1$
$TIPO(I,J+1)=4$
$ANO(I,J+1)=J$
$FIRST(I,1)=1$

digamos, a metade do horizonte, sem alterar significativamente a solução ótima. Haverá HP arcos saindo do nó 1, os quais vão para nós de plantio, pois estamos supondo que a empresa plantará no mesmo ano da compra. Então, pa-

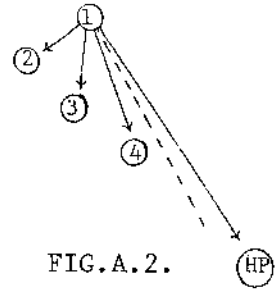


FIG.A.2.

ra J entre 1 e HP temos $HEAD(I,J)=J+1$, $TIPO(I,J+1)=4$ e $ANO(I,J+1)=J$. Para esta rede, até agora, $NNOS(I)=HP+1$ e $NARCOS(I)=HP$.

As ALS+2 redes estão inicializadas. Passaremos agora a olhar para os nós intermediários (nó que não é o inicial nem o final). Estes nós começam sua numeração com $J=2$. Faremos sempre em cada nó J , $FIRST(J)=NARCOS+1$.

Dividimos os nós em grupos segundo o TIPO. Omitiremos aqui o índice que identifica a rede.

Para economia de trabalho, estendemos a definição dos parâmetros $AL1, AL2, \dots, AL6, AU1, AU2, \dots, AU6, NATP1$ e $NATP2$ para cada ano de planejamento. Isto poupará o trabalho de procurar saber em que fase está o nó. Para I entre 1 e $NF2-1$, fazemos $NL1(I)=AL1$, $NL2(I)=AL2$, $NL3(I)=AL3$, $NU1(I)=AU1$, $NU2(I)=AU2$, $NU3(I)=AU3$ e $NATP(I)=NATP1$. Para I entre $NF2$ e HP , fazemos $NL1(I)=AL4$, $NL2(I)=AL5$, $NL3(I)=AL6$, $NU1(I)=AU4$, $NU2(I)=AU5$, $NU3(I)=AU6$ e $NATP(I)=NATP2$.

Caso 1: $TIPO(J) \leq 3$ (nó tipo corte)

Saindo do nó J temos os arcos de plantio, de brotação e de venda. Para gerar os arcos de plantio (ver fluxograma na Fig.A.3), fazemos k variar de 0 a $NATP(ANO(J))$, e verificamos se $(ANO(J)+k) \leq HP$; se não, criamos um arco indo ao nó

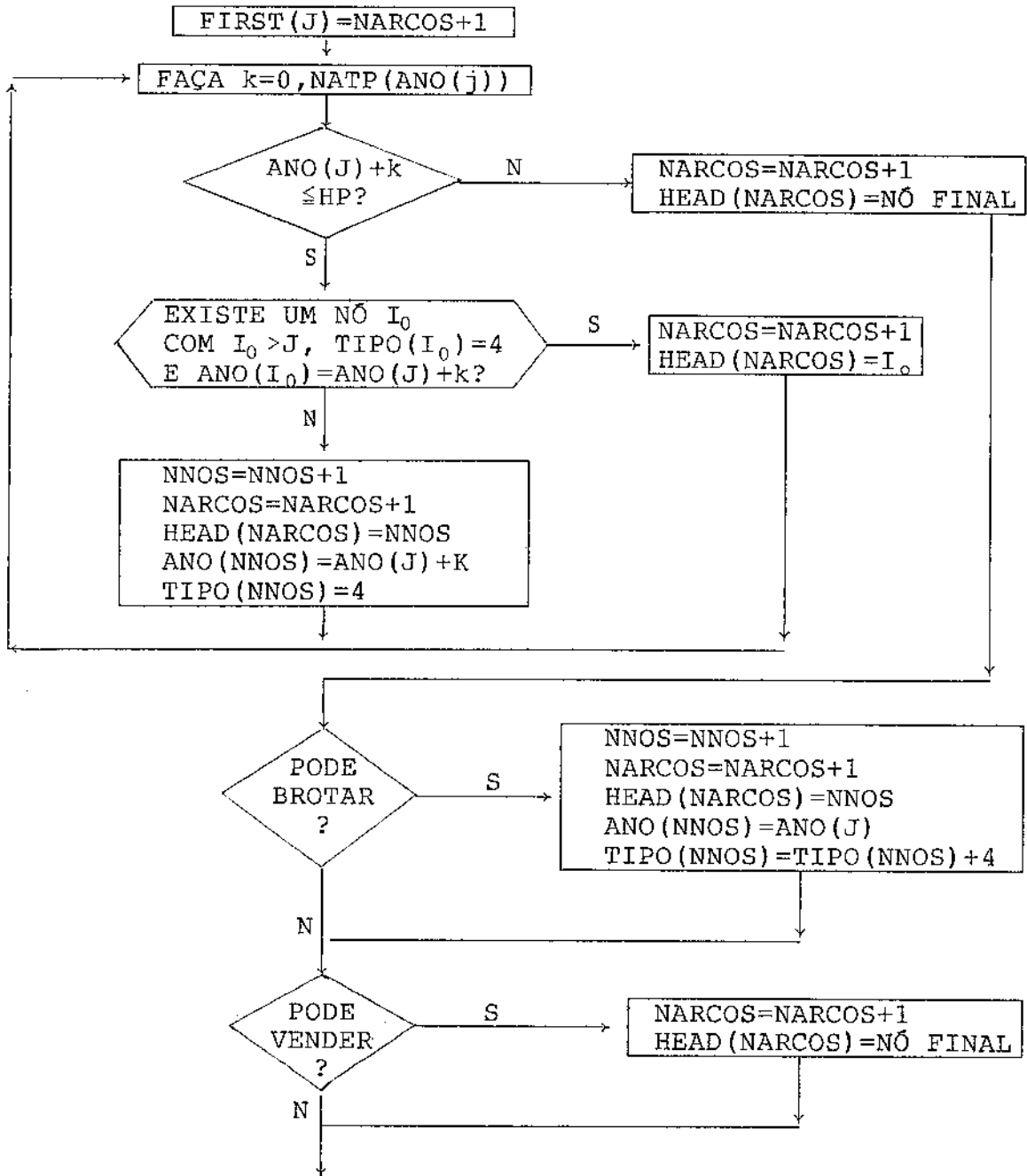


FIG.A.3.

final e saímos do "FOR"; se sim, criamos um arco de plantio. Antes, porém, de definir um novo nó, procuramos saber se já existe um nó I_0 , com $I_0 > J$, $TIPO(I_0) = 4$ e $ANO(I_0) = ANO(J) + k$. Neste caso, fazemos $NARCOS = NARCOS + 1$ e $HEAD(NARCOS) = I_0$. Se não

existe tal I_0 , criamos um novo nó: $NNOS=NNOS+1$, $NARCOS=NARCOS+1$, $HEAD(NARCOS)=NNOS$, $ANO(NNOS)=ANO(J)+k$ e $TIPO(NNOS)=4$.

O arco de brotação pode existir ou não (ver fluxograma da Fig.A.3. SE $TIPO(J)=3$, a brotação não é mais permitida. SE $TIPO(J) \leq 2$, fazemos $NNOS=NNOS+1$, $NARCOS=NARCOS+1$, $HEAD(NARCOS)=NNOS$, $ANO(NNOS)=ANO(J)$ e $TIPO(NNOS)=TIPO(J)+4$.

Se ainda é permitida a venda de terras ($ANO(J) < NAVT$), criamos um arco de venda: $NARCOS=NARCOS+1$ e $HEAD(NARCOS) = NÓ FINAL$.

Caso 2: $TIPO(J)=4, 5$ ou 6 (nó de plantio ou de brotação)

Os arcos que saem deste tipo de nó vão para nós de corte. É necessário, então, calcular em que anos será permitido o corte para cada subcaso (ver fluxograma na Fig.A.4). Para $TIPO(J)=4$, os anos mínimo e máximo de crescimento permitidos são $NNAL=NL1(ANO(J)+AL1)$ e $NNAU=NU1(ANO(J)+AL1)$, respectivamente. Para $TIPO(J)=5$, são $NNAL=NL2(ANO(J)+AL2)$ e $NNAU=NU2(ANO(J)+AL2)$ e para $TIPO(J)=6$ são $NNAL=NL3(ANO(J)+AL3)$ e $NNAU=NU3(ANO(J)+AL3)$. Podemos agora gerar os arcos e os nós para onde eles vão. Para k entre $NNAL$ e $NNAU$, se $ANO(J)+k > HP$, criamos um arco indo ao nó final: $NARCOS=NARCOS+1$, $HEAD(NARCOS)=NÓ FINAL$. Se $ANO(J)+k \leq HP$, criamos um arco e um nó de corte: $NNOS=NNOS+1$, $NARCOS=NARCOS+1$, $HEAD(NARCOS)=NNOS$, $ANO(NNOS)=ANO(J)+k$ e $TIPO(NNOS)=TIPO(J)-3$.

Antes de repetir a rotina dos nós intermediários para $J=J+1$, precisamos saber se devemos parar. O teste que detecta a parada é se $J=NNOS$. De fato, J alcança o número de nós

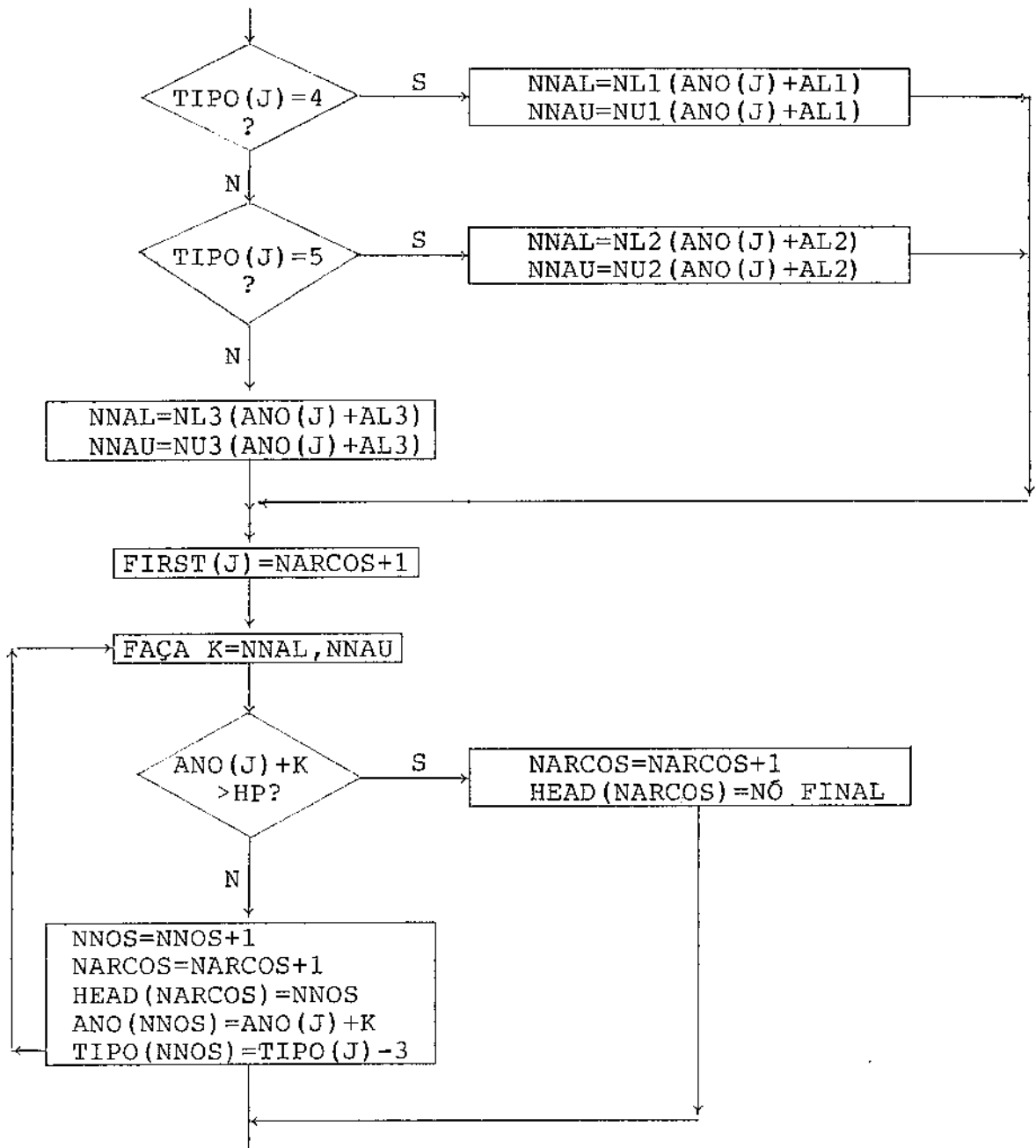


FIG.A.4.

já criados no penúltimo nó da rede. Se $J=NNOS$ (ver Fig.A.5), então o nó final possui número $(NNOS+1)$. Fazemos então a redefinição de todos os $HEAD(K)$, onde k é um arco que se dirige ao nó final.

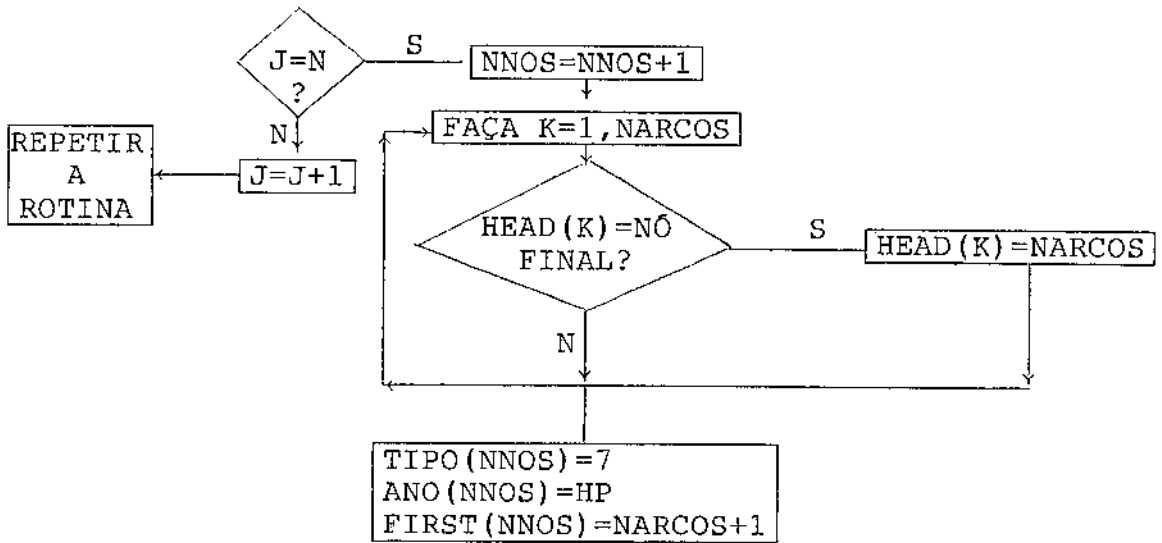


FIG.A.5.

Definimos $TIPO(NNOS)=7$, $ANO(NNOS)=HP$ e criamos um arco fantasma $NARCOS+1$ para facilitar o trabalho no algoritmo de caminho mínimo: $FIRST(NNOS)=NARCOS+1$.

Isto completa a geração das redes. Como já foi dito anteriormente, a estrutura das redes é guardada nas matrizes $FIRST$, ANO , $TIPO$ e $HEAD$, onde cada linha representa uma rede.

APÊNDICE B

CÁLCULO DOS CUSTOS E DAS PRODUÇÕES

O cálculo dos custos e das produções é feito para cada lote nos arcos e nós da rede que o representa.

Para relacionarmos um lote à rede a que ele pertence, procedemos da seguinte forma: Os dados NLE e NLC significam, respectivamente, o número de lotes da empresa e o número de lotes candidatos a compra.

Para i entre 1 e NLE, definimos

$$\text{ROTAÇÃO}(i) = \begin{cases} 1, & \text{se o lote está no estado pós-plantio} \\ 2, & \text{se o lote está no estado pós-1ª brotação} \\ 3, & \text{se o lote está no estado pós-2ª brotação} \\ 4, & \text{se o lote está no estado aguardando plantio} \end{cases}$$

Para os lotes i com $\text{ROTAÇÃO}(i)=1, 2$ ou 3 , temos o dado $\text{IDADE}(i)=$ idade real do lote. Caso o plantio (ou brotação) esteja sendo feito no ano zero, fazemos $\text{IDADE}(i)=0$. Por causa dos lotes "velhos" (lotes que estão com idade maior ou igual ao limite mínimo de corte), definimos o vetor IDAD, de acordo com o fluxograma da Fig.B.1. Os lotes velhos ficam com IDAD igual à idade dos lotes que estão com idade 1 ano menos que o limite inferior de corte.

Podemos agora definir a rede à qual pertence o lote i :

$$\text{REDE}(I) = \begin{cases} \text{IDAD}(I)+1, & \text{se } \text{ROTAÇÃO}(I)=1 \\ \text{AL1}+\text{IDAD}(I)+1, & \text{se } \text{ROTAÇÃO}(I)=2 \\ \text{AL1}+\text{AL2}+\text{IDAD}(I)+1, & \text{se } \text{ROTAÇÃO}(I)=3 \\ \text{AL1}+\text{AL2}+\text{AL3}+1, & \text{se } \text{ROTAÇÃO}(I)=4 \end{cases}$$

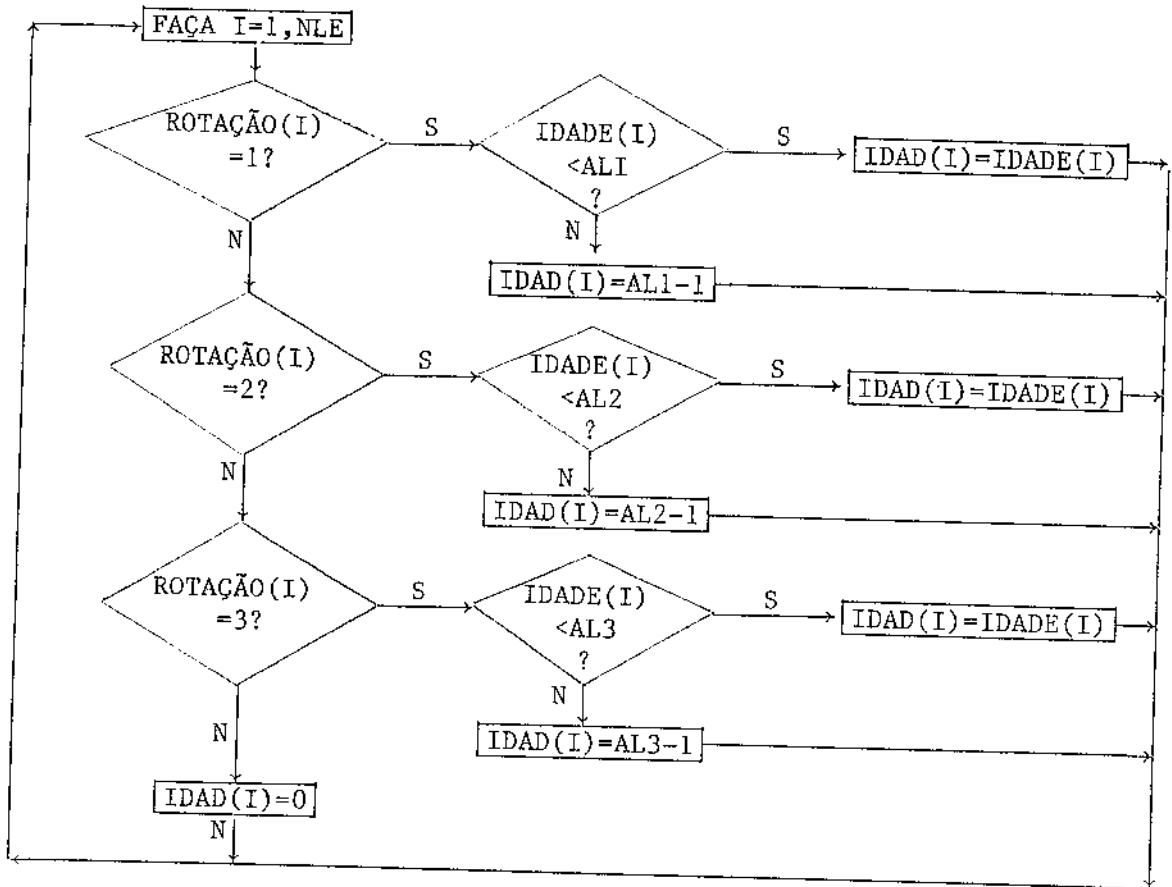


FIG.B.1

Os lotes candidatos a compra ($\text{NLE} < I \leq \text{NLE} + \text{NLC}$) terão todos $\text{REDE}(I) = \text{AL1} + \text{AL2} + \text{AL3} + 2$.

Faremos os cálculos dos custos e produções para uma empresa que usa a madeira para transformá-la em carvão, o qual será consumido em uma indústria. O mesmo programa, porém, pode ser usado quando a empresa faz outro uso da madei-

deira, como a fabricação de celulose. Como veremos depois, bastará para isto a definição conveniente de certos custos. A classificação dos custos foi baseada no manual do PLANFLOR, 1985. A madeira colhida nos lotes é enviada às carvoarias, onde o carvão é fabricado e enviado à indústria (ver Fig. B.2). Relacionados com as carvoarias, temos os seguintes dados:

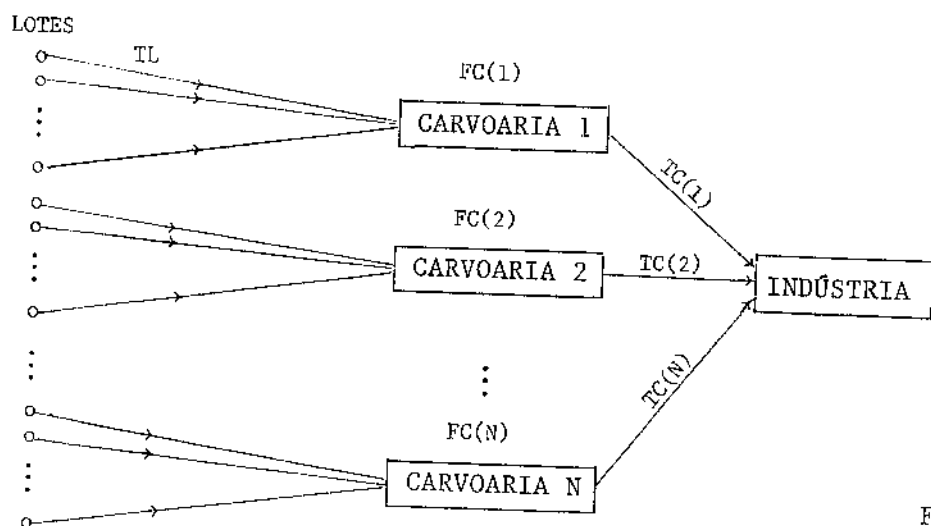


FIG. B.2.

$NCARVO$ = número de carvoarias;

$RPROC(J)$ = rendimento de processo da carvoaria J (volume de carvão que se consegue a partir de 1 m^3 de madeira). É uma fração da unidade;

$TC(J)$ = custo/ m^3C do transporte de carvão da carvoaria J até a fábrica;

$FC(J)$ = custo/ m^3C da fabricação do carvão na carvoaria J . Muitos custos são comuns a vários lotes e dependem da região onde se encontram. Para estes custos, portanto, é melhor fazer a definição por região. Chamamos de $NREGIÃO$ o número de regiões. Para $1 \leq K \leq NREGIÃO$, os custos são:

$M1(K)$ = custo/ha dos tratos silviculturais no 1º ano após o plantio;

$M2(K)$ = idem, no 2º ano;

$M3(K)$ = idem, no 3º ano;

$M4(K)$ = idem, nos anos > 3 ;

$M0(K)$ = idem, no ano do corte;

$ES(K)$ = custo/ha de vigilância e combate às formigas enquanto espera plantio;

$RN(K)$ = custo/ha de plantio e tratos silviculturais no ano do plantio;

$N1(K)$ = custo/ha dos tratos silviculturais no 1º ano após a rebrota;

$N2(K)$ = idem, nos anos > 1 .

Os custos de exploração podem estar especificados por departamento. Temos, então,

$NDEPART$ = número de departamentos;

$EX(L)$ = custo/ m^3 de exploração no departamento L .

Os dados próprios de cada lote são os seguintes, incluídos os lotes candidatos a compra:

$AREA(I)$ = área do lote i , em hectares;

$LR(I)$ = região a que pertence o lote i ;

$LC(I)$ = carvoaria a que pertence o lote i ;

$LD(I)$ = departamento a que pertence o lote i ;

$TL(I)$ = custo/ m^3 do transporte de madeira do lote i até a carvoaria $LC(i)$;

$$PREÇO(I) = \begin{cases} \text{preço/ha de venda do lote } i, & \text{para } 1 \leq i \leq NLE \\ \text{preço/ha de compra do lote } i, & \text{para } NLE+1 \leq i \leq NLE+NLC. \end{cases}$$

Para o cálculo das produções, fazemos uso das tabelas de crescimento. Cada tabela possui 3 linhas: a 1ª para a curva de crescimento pós-plantio, a 2ª para a 1ª brotação e a 3ª para a 2ª brotação. A Tabela B.1 é um exemplo:

Ano:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Plantio:	-	-	-	100	135	164	196	212	218	222
1ª Brotação:	-	-	-	90	104	130	156	168	172	175
2ª Brotação:	-	-	-	65	78	100	120	126	130	133

TAB. B.1.

Os dados de crescimento do volume são anuais e vão até NANTAB = número de anos que as tabelas abrangem.

O parâmetro NUMTAB nos diz o número de tabelas de crescimento. Cada lote está relacionado a uma tabela por TABELA (I) = número da tabela que o lote i segue. Na verdade, os dados das tabelas são armazenados da seguinte forma, onde $1 \leq J \leq \text{NUMTAB}$ e $1 \leq K \leq \text{NANTAB}$:

PROD1(J,K) = m³/ha no ano k da tabela j para pós-plantio;
 PROD2(J,K) = m³/ha no ano k da tabela j para pós-1ª brotação;
 PROD3(J,K) = m³/ha no ano k da tabela j para pós-2ª brotação.

Mostraremos agora como o mesmo programa pode ser usado quando não é de carvão que a indústria precisa e sim da própria madeira. A mudança é simples. Basta entrar com os seguintes dados modificados:

NCARVO=1 (uma só carvoaria, que será identificada com a fábrica);
 TC(1)=0 (não haverá transporte posterior);
 FC(1)=0 (não há custo de fabricação de carvão);
 RPROC(1)=1 (o volume da madeira continua o mesmo).

Os outros dados não sofrem modificação.

Dado um lote i, a rede à qual ele está associado é ii=rede(i). Os custos nos arcos são guardados na matriz CUSTO, onde

CUSTO(I,J) = custo atualizado do arco j na rede do lote i.

As produções nos nós são guardadas na matriz CARV, onde

$CARV(I,K)$ = produção de carvão no nó k da rede do lote i.

As matrizes CUSTO e CARV são guardadas no Winchester do micro, pois seus tamanhos ficam excessivos para a memória direta quando se trabalha com muitos lotes (acima de 100).

Para economia de notação, façamos $RR=LR(I)$, $DD=LD(I)$ e $CC=LC(I)$, respectivamente, a região, o departamento e a carvoaria a que pertence o lote i. Chamamos de R a taxa atual de juros e $R1=R+1$.

Calculamos primeiro os custos dos arcos iniciais para os lotes da empresa. São os arcos j tais que $1 \leq J \leq FIRST(II,2)-1$, onde $II = rede(i)$, $1 \leq I \leq NLE$.

Seja A9 o ano do final do arco j: $A9=ANO(II,HEAD(II,J))$. Verificamos se A9 mais a idade do lote não ultrapassa o ano máximo das tabelas de crescimento. Se não ultrapassa, fazemos $TRUNC=A9+IDADE(I)$. Caso contrário, fazemos $TRUNC=NANTAB$, i.e., adotaremos a hipótese de que a floresta fica estagnada a partir da idade NANTAB. Poderíamos, em vez disto, fazer uma projeção baseada em técnicas comentadas no Ap.E. Identificamos agora a rotação em que o lote se encontra, pois há custos que são diferentes para pós-plantio e pós-brotação.

Para o caso $ROTAÇÃO(I)=1$, calculamos o custo que incide no ano do corte, o qual é a soma dos seguintes custos:

a) despesas dos tratos silviculturais no ano do corte:

$$AREA(I) \cdot MO(RR) / R1^{A9};$$

b) despesas da exploração (corte e arraste):

$$\text{AREA}(\text{I}) \cdot \text{PROD1}(\text{TABELA}(\text{I}), \text{TRUNC}) \cdot \text{EX}(\text{DD}) / \text{R1}^{\text{A9}};$$

c) despesas do transporte do lote i até a carvoaria:

$$\text{AREA}(\text{I}) \cdot \text{PROD1}(\text{TABELA}(\text{I}), \text{TRUNC}) \cdot \text{TL}(\text{I}) / \text{R1}^{\text{A9}};$$

d) despesas de fabricação do carvão na carvoaria:

$$\text{AREA}(\text{I}) \cdot \text{PROD1}(\text{TABELA}(\text{I}), \text{TRUNC}) \cdot \text{RPROC}(\text{CC}) \cdot \text{FC}(\text{CC}) / \text{R1}^{\text{A9}};$$

e) despesas do transporte do carvão da carvoaria até a fábrica:

$$\text{AREA}(\text{I}) \cdot \text{PROD1}(\text{TABELA}(\text{I}), \text{TRUNC}) \cdot \text{RPROC}(\text{CC}) \cdot \text{TC}(\text{CC}) / \text{R1}^{\text{A9}}.$$

Chamemos de COMUM a soma dos valores de a) até e).

A seguir calculamos as despesas de manutenção e tratamentos silviculturais durante os anos de crescimento a partir do ano 1 do planejamento.

Caso IDADE(I)=0, as despesas são:

f) despesas dos tratamentos silviculturais no 1º ano após o plantio:

$$\text{AREA}(\text{I}) \cdot \text{M1}(\text{RR}) / \text{R1};$$

g) despesas dos tratamentos silviculturais no 2º ano após o plantio:

$$\text{AREA}(\text{I}) \cdot \text{M2}(\text{RR}) / \text{R1}^2;$$

h) despesas dos tratamentos silviculturais no 3º ano após o plantio:

$$\text{AREA}(\text{I}) \cdot \text{M3}(\text{RR}) / \text{R1}^3;$$

i) despesas dos tratamentos silviculturais a partir do 4º ano após o plantio até 1 ano antes da colheita:

$$\text{AREA}(\text{I}) \cdot \text{M4}(\text{RR}) [\text{R1}^{\text{A9}-4} - 1] / (\text{R} \cdot \text{R1}^{\text{A9}-1})$$

A soma dos valores de f) a i) e mais COMUM nos dá CUSTO(I,J).

Caso IDADE(I)=1, não temos o custo M1 e as atualizações sofrem um deslocamento de 1 ano:

$$\text{CUSTO}(I,J) = \text{COMUM} + \text{AREA}(I) \{ M2(RR) / R1 + M3(RR) R1^2 + M4(RR) [R1^{A9-3} - 1] / (R \cdot R1^{A9-1}) \};$$

Caso IDADE(I)=2, não temos os custos M1 e M2:

$$\text{CUSTO}(I,J) = \text{COMUM} + \text{AREA}(I) \{ M3(RR) / R1 + M4(RR) [R1^{A9-2} - 1] / R \cdot R1^{A9-1} \};$$

Caso IDADE(I) ≥ 3, só temos os custos do tipo M4 e COMUM:

$$\text{CUSTO}(I,J) = \text{COMUM} + \text{AREA}(I) \cdot M4(RR) [R1^{A9-1}] / (R \cdot R1^{A9-1}).$$

O cálculo da produção de carvão no nó HEAD(II,J) se faz por

$$\text{CARV}(I, \text{HEAD}(II,J)) = \text{AREA}(I) \cdot \text{PROD1}(\text{TABELA}(I), \text{TRUNC}) \cdot \text{RPROC}(\text{CC}).$$

Para o caso ROTAÇÃO(I)=2 (1ª brotação) temos:

COMUM é análogo ao caso ROTAÇÃO(I)=1, exceto que temos PROD2 no lugar de PROD1, pois as curvas de crescimento são diferentes. Para as despesas dos tratos silviculturais, distinguimos apenas a despesa do 1º ano pós-brotção. Nos outros anos temos o mesmo valor N2.

No cálculo da produção, temos

$$\text{CARV}(I, \text{HEAD}(II,J)) = \text{AREA}(I) \cdot \text{PROD2}(\text{TABELA}(I), \text{TRUNC}) \cdot \text{RPROC}(\text{CC}).$$

O caso ROTAÇÃO(I)=3 (2ª brotação) é análogo ao caso de 1ª brotação, pois os custos são iguais. Apenas que devemos usar a tabela de crescimento PROD3.

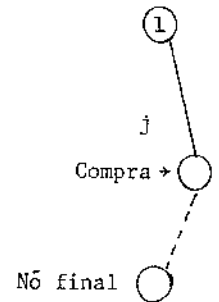
Finalmente, o caso ROTAÇÃO=4, no qual se considera a terra parada, as despesas são as do plantio no arco A9 mais as despesas de vigilância e combate a formigas, enquanto

aguarda a reforma. O último arco que sai do nó 1, porém, se vai até o nó final é por ser um arco de venda da terra. Neste caso, damos-lhe um custo negativo:

$$\text{CUSTO}(I,J) = -\text{PREÇO}(I) (R1^{\text{HP}} - 1).$$

Note-se que estamos atribuindo ao arco de venda apenas o negativo do juro do preço de venda do lote. Isto evitará que o programa se transforme num "corretor de imóveis".

Arcos iniciais dos lotes candidatos a compra: A estes arcos atribuímos o custo do plantio no ano da compra mais o juro do dinheiro da compra do lote como se fosse tomado emprestado no ano da compra e devolvido no ano HP.



A seguir consideramos os arcos intermediários. São os arcos j tais que $\text{FIRST}(\text{II}, 2) \leq j$ e $\text{HEAD}(\text{II}, j) \neq \text{nó final}$. Para facilitar a busca da origem de um dado arco, criamos o vetor TAIL, onde $\text{TAIL}(j) = \text{nó de onde sai o arco } j$. Fazemos a definição da seguinte forma: Em um nó L , para todo j com $\text{FIRST}(L) \leq j \leq \text{FIRST}(L+1) - 1$, declaramos $\text{TAIL}(j) = L$.

Dado um arco intermediário j , sejam

$\text{AUX8} = \text{TIPO}(\text{II}, \text{TAIL}(\text{II}, j))$ (o tipo do nó de onde sai o arco j);

$\text{AUX9} = \text{TIPO}(\text{II}, \text{HEAD}(\text{II}, j))$ (o tipo do nó para onde vai o arco j);

$\text{A8} = \text{ANO}(\text{II}, \text{TAIL}(\text{II}, j))$ (o ano do início do arco j);

$\text{A9} = \text{ANO}(\text{II}, \text{HEAD}(\text{II}, j))$ (o ano do final do arco j);

$$\text{TRUNC} = \begin{cases} \text{A9} - \text{A8}, & \text{se } \text{A9} - \text{A8} \leq \text{NANTAB}, \\ \text{NANTAB}, & \text{se } \text{A9} - \text{A8} > \text{NANTAB}. \end{cases}$$

Para o cálculo das despesas, temos de considerar cada valor possível de AUX9 separadamente.

Se temos um corte pós-plantio ($AUX9=1$), ou pós-brotação ($AUX9=2$ ou 3), as despesas a serem calculadas para o arco j são as despesas dos tratos silviculturais, de exploração, transportes e de fabricação de carvão. Naturalmente, há que diferenciar custos dependendo de ser corte pós-plantio ou pós-brotação.

O cálculo do $CARV(I, HEAD(II, J))$ segue o mesmo esquema dos arcos iniciais: (produtividade da tabela associada no arco TRUNC) $\times$ AREA(I) $\times$ rendimento de processo de fabricação do carvão.

Se $AUX9=4, 5$ ou 6 (plantio ou brotação), a produção é nula: $CARV(I, HEAD(II, J))=0$. A despesa para os casos $AUX9=5$ e $AUX9=6$ é considerada nula, pois ocorre no mesmo ano do corte anterior. Melhor dizendo, o arco de brotação sai de um nó de corte e vai para um nó de brotação no mesmo ano. O custo do arco de plantio ($AUX9=4$) é calculado somando as despesas de vigilância e combate a formigas enquanto aguarda plantio com o custo do plantio no ano A9.

Finalmente, consideremos os arcos finais: arcos j tais que $FIRST(II, 2) \leq j$ e $HEAD(II, J)=$ nó final.

Fazemos $AUX8=TIPO(II, TAIL(II, J))$ e

$A8=ANO(II, TAIL(II, J))$.

Para os nós origem do tipo corte ($AUX8 \leq 3$), ou o arco é de espera ou é de venda. O arco de venda é detectado por $A8 < NF2$ (antes da Fase 2) e por ser o último arco a sair do nó, pois a geração das redes seguiu esta norma. Neste caso, $J=FIRST(II, TAIL(II, J)+1)-1$. O custo deste arco é o negativo do juro do dinheiro da venda da terra aplicado do ano A8 ao

ano HP. O arco de espera recebe os custos de hábito para a terra que aguarda plantio, do ano A8 ao ano HP.

Para os nós origem tipo plantio ($AUX8=4$) temos de considerar os casos $A8=HP$, $A8=HP-1$, $A8=HP-2$, $A8=HP-3$ e $A8\leq HP-4$, para podermos computar corretamente as despesas dos tratos silviculturais. Para os nós origem tipo brotação ($AU8=5$ ou 6) consideramos os casos $A8=HP$, $A8=HP-1$ e $A8=HP-2$.

Desta maneira, temos considerado todos os tipos de arcos passíveis de ocorrerem nas redes. A todos eles associamos custos, dependendo de cada lote que está associado àquela rede. A linha i da matriz CUSTOS nos fornece os custos dos arcos da rede para o lote i . Também, para cada lote, calculamos a produção de carvão em cada nó da rede associada. Cada linha da matriz CARV nos fornece as produções nos nós da rede do lote.

A rotina que calcula CUSTOS e CARV é chamada somente uma vez durante a execução do programa. As referidas matrizes são guardadas no Winchester, para depois serem chamadas, linha por linha, pela rotina CAMIN, que resolve o problema de caminho mínimo nas redes.

•

APÊNDICE C

DADOS E SAÍDAS DE EXEMPLOS

Tabelas C.1 a C.6: N° de nós, arcos e caminhos nas redes...	pg. 102 a 104
Tabela C.7: Cálculo do n° de caminhos.....	pg. 105
Tabela C.8: Dados do exemplo dos 60 lotes.....	pg. 106 a 108
Tabela C.9: Resultados do ex. dos 60 lotes....	pg. 109 a 111
Tabela C.10: Dados do exemplo dos 142 lotes...pg.	112 a 115
Tabela C.11: Resultados do ex. dos 142 lotes..pg.	116 a 119

Tabela C.1

EXEMPLO 1 - Horizonte de Planejamento: 15 anos

	INTERVALOS DE CORTE			
	FASE 1		FASE 2	
	Limite Inferior	Limite Superior	Limite Inferior	Limite Superior
Pós-plantio	6	8	6	6
Pós-1ª brotação	6	8	6	6
Pós-2ª brotação	6	8	6	6

Começo da fase 2: 8 anos.

Permitida venda de terras até: 6 anos.

Permitido descanso da terra na fase 1 até: 2 anos.

Permitido descanso da terra na fase 2 até: 1 ano.

REDE	Nº DE NÓS	Nº DE ARCOS	Nº DE CAMINHOS	REDE	Nº DE NÓS	Nº DE ARCOS	Nº DE CAMINHOS
1	30	53	33	11	42	76	56
2	34	61	37	12	47	87	82
3	35	63	38	13	21	35	24
4	41	75	46	14	25	43	28
5	47	86	61	15	26	45	29
6	53	99	88	16	31	55	34
7	27	47	30	17	36	64	44
8	31	55	34	18	41	74	63
9	32	57	35	19	24	40	22
10	37	67	42	20	59	103	52

Tabela C.2

EXEMPLO 2 - Horizonte de Planejamento: 15 anos

	INTERVALOS DE CORTE			
	FASE 1		FASE 2	
	Limite Inferior	Limite Superior	Limite Inferior	Limite Superior
Pós-plantio	5	9	6	7
Pós-1ª brotação	5	9	6	7
Pós-2ª brotação	5	9	6	7

Começo da fase 2: 8 anos.

Permitida venda de terras até: 6 anos.

Permitido descanso da terra na fase 1 até: 2 anos.

Permitido descanso da terra na fase 2 até: 1 ano.

REDE	Nº DE NÓS	Nº DE ARCOS	Nº DE CAMINHOS	REDE	Nº DE NÓS	Nº DE ARCOS	Nº DE CAMINHOS
1	59	122	96	10	115	253	341
2	66	138	112	11	36	71	68
3	78	165	132	12	41	83	82
4	111	240	218	13	52	107	97
5	139	308	372	14	78	163	147
6	50	104	87	15	98	209	251
7	56	118	102	16	61	127	110
8	67	142	120	17	107	221	161
9	94	202	197				

Tabela C.3

EXEMPLO 3 - Horizonte de Planejamento: 15 anos

	INTERVALOS DE CORTE			
	FASE 1		FASE 2	
	Límite Inferior	Límite Superior	Límite Inferior	Límite Superior
Pós-plantio	5	9	5	9
Pós-1ª brotação	5	9	5	9
Pós-2ª brotação	5	9	5	9

Começo da fase 2: 8 anos.

Permitida venda de terras até: 6 anos.

Permitido descanso da terra na fase 1 até: 2 anos.

Permitido descanso da terra na fase 2 até: 1 ano.

REDE	Nº DE NÓS	Nº DE ARCOS	Nº DE CAMINHOS	REDE	Nº DE NÓS	Nº DE ARCOS	Nº DE CAMINHOS
1	108	246	211	10	227	545	987
2	137	317	299	11	64	140	146
3	178	418	444	12	84	188	208
4	226	541	688	13	115	262	309
5	287	699	1.081	14	151	350	476
6	89	205	190	15	197	462	749
7	111	261	269	16	116	266	251
8	144	340	400	17	212	490	421
9	181	431	623				

Tabela C.4

EXEMPLO 4 - Horizonte de Planejamento: 20 anos

	INTERVALOS DE CORTE			
	FASE 1		FASE 2	
	Límite Inferior	Límite Superior	Límite Inferior	Límite Superior
Pós-plantio	6	8	6	6
Pós-1ª brotação	6	8	6	6
Pós-2ª brotação	6	8	6	6

Começo da fase 2: 8 anos.

Permitida venda de terras até: 6 anos.

Permitido descanso da terra na fase 1 até: 2 anos.

Permitido descanso da terra na fase 2 até: 1 ano.

REDE	Nº DE NÓS	Nº DE ARCOS	Nº DE CAMINHOS	REDE	Nº DE NÓS	Nº DE ARCOS	Nº DE CAMINHOS
1	49	87	76	11	67	120	113
2	58	104	96	12	73	133	151
3	63	114	105	13	37	63	54
4	66	120	108	14	46	80	72
5	73	132	121	15	51	90	81
6	79	145	163	16	54	96	84
7	43	75	70	17	61	108	91
8	52	92	90	18	67	120	116
9	57	102	99	19	37	63	44
10	60	108	102	20	116	205	119

Tabela C.5

EXEMPLO 5 - Horizonte de Planejamento: 20 anos

	INTERVALOS DE CORTE			
	FASE 1		FASE 2	
	Limite Inferior	Limite Superior	Limite Inferior	Limite Superior
Pós-plantio	5	9	6	7
Pós-1ª brotação	5	9	6	7
Pós-2ª brotação	5	9	6	7

Começo da fase 2: 8 anos.

Permitida venda de terras até: 6 anos.

Permitido descanso da terra na fase 1 até: 2 anos.

Permitido descanso da terra na fase 2 até: 1 ano.

REDE	Nº DE NÓS	Nº DE ARCOS	Nº DE CAMINHOS	REDE	Nº DE NÓS	Nº DE ARCOS	Nº DE CAMINHOS
1	124	264	341	10	219	483	1.118
2	141	304	462	11	87	178	240
3	163	352	574	12	100	208	335
4	213	466	793	13	119	249	426
5	255	567	1.212	14	164	350	568
6	102	213	312	15	202	439	841
7	115	243	427	16	113	242	308
8	134	284	535	17	243	516	526
9	180	389	735				

Tabela C.6

EXEMPLO 6 - Horizonte de Planejamento: 20 anos

	INTERVALOS DE CORTE			
	FASE 1		FASE 2	
	Limite Inferior	Limite Superior	Limite Inferior	Limite Superior
Pós-plantio	5	9	5	9
Pós-1ª brotação	5	9	5	9
Pós-2ª brotação	5	9	5	9

Começo da fase 2: 8 anos.

Permitida venda de terras até: 6 anos.

Permitido descanso da terra na fase 1 até: 2 anos.

Permitido descanso da terra na fase 2 até: 1 ano.

REDE	Nº DE NÓS	Nº DE ARCOS	Nº DE CAMINHOS	REDE	Nº DE NÓS	Nº DE ARCOS	Nº DE CAMINHOS
1	352	851	1.482	10	671	1.644	6.565
2	439	1.072	1.280	11	244	565	1.035
3	557	1.367	3.169	12	312	732	1.544
4	676	1.671	4.682	13	412	977	2.256
5	811	2.020	7.115	14	516	1.240	3.306
6	274	645	1.351	15	641	1.561	4.979
7	342	812	1.999	16	369	894	1.584
8	442	1.057	2.914	17	732	1.768	2.787
9	546	1.321	4.312				

Tabela C.7

```

PROCEDURE MANEJOS;
(*PARA CALCULAR O NUMERO DE CAMINHOS DE UMA REDE*)
BEGIN
  FOR I: 1 TO NR DO
    BEGIN
      REDES;
      NC[NNOS]:=1;
      FOR K:=1 TO (NNOS-1) DO
        BEGIN
          L:= NNOS-K;  NC[L]:=0;
          FOR J:=FIRST[L] TO (FIRST[L+1]-1) DO
            NC[L]:= NC[L] + NC[HEAD[J]];
          END;
        WRITELN(LST.'N.DE CAM.DA REDE',I,'=', NC[1]);
      END;
    END;
  END;

```

Tabela C.8

DADOS DOS LOTES

N. DE LOTES DA EMPRESA: 50

N. DE LOTES DE COMPRA: 10

DADOS DOS LOTES DA EMPRESA:

LOTE	AREA	ROT.	IDADE	RVEAL	PRECO	LR	LC	LD	TL	TABELA
1	50.0	1	2	0.0	0.0	1	1	1	20.0	1
2	60.0	2	3	0.0	0.0	1	2	1	25.0	2
3	70.0	3	4	0.0	0.0	2	3	2	30.0	1
4	80.0	4	0	0.0	0.0	3	4	2	25.0	2
5	90.0	1	6	0.0	0.0	4	1	1	35.0	1
6	100.0	2	7	0.0	0.0	5	2	1	40.0	2
7	90.0	3	8	0.0	0.0	1	3	2	45.0	1
8	80.0	4	0	0.0	0.0	2	4	2	50.0	1
9	70.0	1	1	0.0	0.0	3	3	2	45.0	1
10	60.0	2	2	0.0	0.0	4	2	1	40.0	2
11	50.0	3	3	0.0	0.0	5	1	1	35.0	2
12	110.0	4	0	0.0	0.0	4	1	1	30.0	2
13	120.0	3	4	0.0	0.0	3	1	2	25.0	1
14	130.0	2	9	0.0	0.0	2	2	2	20.0	1
15	140.0	1	8	0.0	0.0	1	2	2	20.0	1
16	150.0	2	7	0.0	0.0	1	3	1	25.0	1
17	160.0	3	6	0.0	0.0	1	3	1	25.0	2
18	170.0	4	0	0.0	0.0	2	4	1	30.0	2
19	180.0	3	4	0.0	0.0	2	4	2	30.0	2
20	190.0	2	3	0.0	0.0	3	4	2	35.0	2
21	200.0	1	2	0.0	0.0	3	3	2	35.0	1
22	50.0	2	1	0.0	0.0	4	3	1	40.0	2
23	60.0	3	2	0.0	0.0	4	2	2	40.0	1
24	70.0	1	3	0.0	0.0	5	2	1	45.0	2
25	80.0	2	4	0.0	0.0	5	1	2	45.0	1
26	90.0	3	1	0.0	0.0	1	2	1	20.0	1
27	100.0	4	0	0.0	0.0	2	2	2	25.0	2
28	110.0	3	3	0.0	0.0	3	3	1	30.0	1
29	120.0	2	4	0.0	0.0	4	3	2	35.0	2
30	130.0	1	5	0.0	0.0	5	4	1	40.0	1
31	140.0	1	6	0.0	0.0	1	4	1	45.0	1
32	150.0	1	7	0.0	0.0	1	1	2	50.0	2
33	160.0	2	6	0.0	0.0	2	1	2	45.0	2
34	170.0	2	5	0.0	0.0	2	2	1	40.0	1
35	180.0	2	4	0.0	0.0	3	2	1	35.0	1
36	190.0	3	3	0.0	0.0	3	3	1	30.0	1
37	200.0	3	2	0.0	0.0	4	3	2	25.0	2
38	190.0	3	1	0.0	0.0	4	4	2	20.0	2
39	180.0	4	0	0.0	0.0	5	4	2	20.0	2
40	170.0	1	8	0.0	0.0	5	1	1	20.0	1
41	160.0	1	9	0.0	0.0	4	2	1	25.0	1
42	150.0	2	5	0.0	0.0	3	3	1	25.0	1
43	140.0	2	3	0.0	0.0	2	4	1	30.0	1
44	130.0	3	4	0.0	0.0	1	3	2	35.0	2
45	120.0	3	1	0.0	0.0	1	2	2	30.0	2
46	110.0	4	0	0.0	0.0	2	1	2	25.0	2
47	100.0	1	3	0.0	0.0	3	1	2	40.0	2
48	90.0	2	7	0.0	0.0	4	2	1	50.0	1
49	80.0	3	8	0.0	0.0	5	4	2	30.0	2
50	70.0	4	0	0.0	0.0	1	1	1	20.0	1

Tabela C.8 (cont.)

DADOS DOS LOTES DE COMPRA

LOTE	AREA	PREÇO	LR	LC	LD	TL	TABELA
1	100.0	5000.0	5	1	1	30.0	1
2	120.0	6000.0	4	2	1	40.0	1
3	140.0	7000.0	3	3	1	20.0	1
4	160.0	4000.0	2	4	1	25.0	1
5	180.0	5000.0	1	1	1	30.0	2
6	200.0	6000.0	2	1	2	35.0	2
7	180.0	7000.0	3	2	2	40.0	1
8	160.0	6000.0	4	2	2	45.0	2
9	140.0	5000.0	5	3	2	40.0	1
10	120.0	4000.0	1	3	2	30.0	2

DADOS GERAIS

TAXA DE JUROS: 8.00 ao ano

ANO	DEMANDA	C. A CUSTO ALTO	C. MAX. PERMITIDA (%)	C. A CUSTO REAL
1	100000	10000.0	0.0	100.0
2	100000	10000.0	30.0	100.0
3	100000	10000.0	30.0	100.0
4	100000	10000.0	30.0	100.0
5	100000	10000.0	30.0	100.0
6	100000	10000.0	30.0	100.0
7	100000	10000.0	0.0	100.0
8	100000	10000.0	0.0	100.0
9	100000	10000.0	0.0	100.0
10	100000	10000.0	0.0	100.0
11	100000	10000.0	0.0	100.0
12	100000	10000.0	0.0	100.0
13	100000	10000.0	0.0	100.0
14	100000	10000.0	0.0	100.0
15	100000	10000.0	0.0	100.0

DADOS DAS REGIOES

NUM. DE REGIOES: 5

ES	RN	M1	M2	M3	M4	M0	N1	N2
40.0	100.0	30.0	20.0	15.0	10.0	10.0	50.0	20.0
40.0	80.0	20.0	25.0	20.0	15.0	15.0	60.0	20.0
40.0	120.0	20.0	20.0	15.0	15.0	10.0	50.0	20.0
50.0	100.0	20.0	20.0	10.0	10.0	10.0	50.0	25.0
50.0	120.0	30.0	20.0	15.0	10.0	10.0	40.0	20.0

DADOS DAS CARVOARIAS

NUM. DE CARVOARIAS: 4

REND.PROC	C. TRANSP. CARV.	C. FABR. CARV.
0.6	30.0	80.0
0.7	40.0	100.0
0.6	30.0	60.0
0.5	20.0	60.0

DADOS DOS DEPARTAMENTOS

NUM. DE DEPART.: 2

DEPART.	C. EXPL.
1	40.0
2	50.0

Tabela C.8 (concl.)

DADOS DAS TABELAS DE CRESCIMENTO

NUM.DE TAB.: 2 NUM.DE ANOS: 9

TABELA 1

ANOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	50	80	110	150	180	200	200
0	0	0	40	65	90	130	150	165	185
0	0	0	30	55	80	120	140	155	175

TABELA 2

ANOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	60	90	120	170	200	210	220
0	0	0	50	75	100	130	150	170	190
0	0	0	40	65	90	110	140	160	180

Tabela C.9

CUSTO TOTAL: 219.687.200 - Nº DE ITERAÇÕES: 405 - TEMPO 14 min

LOTE	CUSTO	ÁREA DE MANEJO	COLHEITA	ANO	COLHEITA	ANO	ANOS PLANTIO
1	1.459.952	50,0	10.000	6	7.500	12	6
2	2.282.121	60,0	7.800	3	12.000	10	3
3	2.604.149	70,0	8.400	2	12.600	9	2
			9.100	15			
4	1.901.169	80,0	13.600	7	13.600	13	1,7
5	1.363.062	35,0	6.991	4	6.292	11	4
	2.440.383	55,0	11.008	2	9.907	10	3
6	2.144.083	50,7	9.629	5	8.615	11	5
	2.509.928	49,3	9.370	3	9.863	10	3
7	2.004.685	36,5	6.384	1	6.566	8	1,8
			6.566	15			
	1.776.812	53,5	9.365	5	9.633	12	5
8	0	80,0	-				
9	2.110.770	70,0	12.600	6	10.500	12	6
10	1.900.869	52,0	8.836	6	8.836	12	6
	304.702	8,0	1.203	5	1.603	12	5
11	1.644.316	50,0	7.000	4	10.000	11	4
12	2.089.899	85,9	10.307	6	14.602	12	1,6
	6.225.947	24,1	4.820	8	3.133	14	1
13	4.068.712	120,0	16.800	3	21.600	10	3
14	5.881.576	125,3	23.172	2	22.546	11	4
	2.262.830	4,7	877	2	711	8	2,9
15	3.309.292	61,9	12.383	1	11.145	10	3
	5.186.633	78,1	15.616	1	11.712	7	1,7
			14.054	14			
16	1.835.571	42,3	6.974	1	6.340	7	1,7
			7.609	14			
	4.583.858	107,7	17.775	1	16.159	7	1,7
			16.159	13			
17	6.840.785	160,0	22.400	1	27.200	7	1,7
			32.000	14			
18	1.675.202	73,1	12.427	7	12.427	13	1,7
	2.277.294	96,9	19.379	8	16.472	14	1,8
19	5.200.156	176,0	31.680	5	29.920	11	5
	111.081	4,0	360	1	800	9	2
20	5.559.979	190,0	36.100	6	32.300	12	6
21	6.369.304	200,0	36.000	5	36.000	12	5
22	1.338.399	50,0	6.500	5	10.000	12	5
23	1.360.970	37,5	4.499	4	6.748	11	4
	506.772	22,5	3.938	7			9
24	2.612.425	56,6	11.879	5	9.616	11	5
	648.926	13,4	2.686	4	2.283	10	4
25	0	80,0	-				
26	2.632.846	90,0	12.600	6	16.200	13	6
27	2.934.086	100,0	12.000	6	17.000	12	1,6
28	3.574.829	110,0	13.200	3	16.500	9	3,9
			16.500	15			

Tabela C.9 (cont.)

LOTE	CUSTO	ÁREA DE MANEJO	COLHEITA	ANO	COLHEITA	ANO	ANOS PLANTIO
29	5.216.391	120,0	15.600 20.400	2 15	24.000	9	2,9
30	4.290.804	130,0	26.000	4	23.400	12	5
31	4.727.585	140,0	28.000	4	21.000	10	4
32	0	150,0	-				
33	0	160,0	-				
34	7.305.697	170,0	31.450	4	25.500	10	4
35	8.491.134	180,0	23.400 27.000	2 13	19.800	7	2,7
36	6.174.704	190,0	22.800 28.500	3 15	28.500	9	3,9
37	6.481.362	200,0	18.000 34.000	3 15	34.000	9	3,9
38	2.718.743	129,9	14.285	5	22.077	11	5
	1.326.778	60,1	9.621	7	10.222	13	7
39	4.132.079	180,0	30.600	7	30.600	13	1,7
40	9.162.500	170,0	34.000 30.600	1 15	30.600	8	1,8
41	2.146.509	45,7	9.143	3	8.229	10	3
	7.106.084	114,3	22.856 20.570	1 13	12.571	6	1,6
42	5.811.267	150,0	19.500 22.500	1 14	27.000	8	1,8
43	3.570.080	140,0	18.200	3	25.200	11	4
44	5.208.807	130,0	14.300 22.100	2 14	22.100	8	2,8
45	3.645.281	120,0	10.800	4	20.400	10	4
46	3.187.517	110,0	22.000	8	18.700	14	1,8
47	0	100,0	-				
48	0	90,0	-				
49	2.985.404	80,0	14.400	2	16.000	10	3
50	1.660.069	70	12.600	8	10.500	14	1,8
LOTES DE COMPRA							
1	0	100,0	-				
2	0	120,0	-				
3	3..222.653	140,0	25.200	9	21.000	15	2,9
4	3.637.883	160,0	28.800	8	24.000	14	1,8
5	2.552.252	153,0	30.594	11			4
	0	27,0	-				
6	0	200,0	-				
7	0	180,0	-				
8	0	160,0	-				
9	2.529.475	140,0	25.200	9			2
10	3.393.910	120,0	20.400	7	20.400	13	1,7

Tabela C.9 (concl.)

COMPRAS A CUSTO REAL		
VOLUME	CUSTO	ANO
30.000	2.572.016	2
30.000	2.381.497	3
30.000	2.205.089	4
30.000	2.041.750	5
30.000	1.890.509	6

Tabela C.10

DADOS DOS LOTES

N. DE LOTES DA EMPRESA:135

N. DE LOTES DE COMPRA:7

DADOS DOS LOTES DA EMPRESA:

LOTE	AREA	ROT.	IDADE	RUEAL	PRECO	LR	LC	LD	TL	TABELA
1	605.0	1	0	0.0	845.0	1	1	1	1.3	1
2	1031.0	1	1	0.0	845.0	1	1	1	1.4	1
3	1008.0	1	2	0.0	845.0	1	1	1	1.0	1
4	861.0	1	3	0.0	845.0	1	1	1	0.8	1
5	257.0	1	4	0.0	845.0	1	1	1	1.6	1
6	213.0	1	5	0.0	845.0	1	1	1	0.8	1
7	3780.0	1	6	0.0	845.0	1	1	1	2.0	1
8	146.0	1	7	0.0	845.0	1	1	1	1.4	1
9	41.0	1	8	0.0	845.0	1	1	1	3.2	1
10	56.0	1	8	0.0	845.0	1	1	1	3.2	1
11	412.0	1	9	0.0	845.0	1	1	1	3.2	1
12	111.0	1	10	0.0	845.0	1	1	1	3.2	1
13	77.0	1	11	0.0	845.0	1	1	1	3.2	1
14	124.0	1	11	0.0	845.0	1	1	1	3.2	1
15	212.0	1	0	0.0	845.0	1	1	1	3.2	1
16	500.0	4	0	0.0	845.0	1	1	1	2.4	1
17	1050.0	4	0	0.0	845.0	1	1	1	2.3	1
18	9.0	1	1	0.0	845.0	1	1	1	1.8	1
19	32.0	1	2	0.0	845.0	1	1	1	1.8	1
20	69.0	1	3	0.0	845.0	1	1	1	1.8	1
21	281.0	1	7	0.0	845.0	1	1	1	1.8	1
22	558.0	1	0	0.0	545.0	2	1	1	1.9	3
23	373.0	1	7	0.0	545.0	2	1	1	1.9	3
24	229.0	1	8	0.0	545.0	2	1	1	1.9	3
25	36.0	1	14	0.0	545.0	2	1	1	1.9	3
26	219.0	2	0	0.0	545.0	2	1	1	1.9	3
27	205.0	2	1	0.0	545.0	2	1	1	1.9	3
28	75.0	2	2	0.0	545.0	2	1	1	1.9	3
29	39.0	2	4	0.0	545.0	2	1	1	1.9	3
30	250.0	4	0	0.0	545.0	2	1	1	1.9	3
31	1.0	1	10	0.0	545.0	2	1	1	1.9	3
32	670.0	1	0	0.0	450.0	3	1	2	2.4	2
33	394.0	1	1	0.0	450.0	3	1	2	2.4	2
34	670.0	1	0	0.0	450.0	3	1	2	2.4	2
35	394.0	1	1	0.0	450.0	3	1	2	2.4	2
36	1509.0	1	2	0.0	450.0	3	1	2	2.4	2
37	1512.0	1	3	0.0	450.0	3	1	2	1.9	2
38	57.0	1	4	0.0	450.0	3	1	2	1.9	2
39	100.0	1	5	0.0	450.0	3	1	2	1.9	2
40	30.0	2	1	0.0	450.0	3	1	2	1.9	2
41	750.0	4	0	0.0	450.0	3	1	2	1.9	2
42	1242.0	4	0	0.0	450.0	3	1	2	1.9	2
43	3.0	1	2	0.0	450.0	3	1	2	1.9	2
44	416.0	1	10	0.0	353.0	4	1	2	3.5	4
45	193.0	2	0	0.0	353.0	4	1	2	3.5	4
46	134.0	2	1	0.0	353.0	4	1	2	3.5	4
47	413.0	2	2	0.0	353.0	4	1	2	3.0	4
48	452.0	2	3	0.0	353.0	4	1	2	3.0	4
49	466.0	2	4	0.0	353.0	4	1	2	3.0	4
50	433.0	2	5	0.0	353.0	4	1	2	3.0	4
51	192.0	2	6	0.0	353.0	4	1	2	3.0	4
52	469.0	2	7	0.0	353.0	4	1	2	3.0	4
53	340.0	2	8	0.0	353.0	4	1	2	3.0	4
54	117.0	2	9	0.0	353.0	4	1	2	3.0	4
55	243.0	2	10	0.0	353.0	4	1	2	3.0	4
56	110.0	1	11	0.0	353.0	4	1	2	3.0	4

Tabela C.10 (cont.)

57	90.0	1	16	0.0	353.0	4	1	2	3.0	4
58	1392.0	1	0	0.0	386.0	5	1	3	1.2	6
59	685.0	1	1	0.0	386.0	5	1	3	1.2	6
60	1488.0	1	2	0.0	386.0	5	1	3	1.2	6
61	1736.0	1	3	0.0	386.0	5	1	3	1.2	6
62	654.0	1	4	0.0	386.0	5	1	3	1.2	6
63	511.0	1	6	0.0	386.0	5	1	3	1.2	6
64	199.0	1	7	0.0	386.0	5	1	3	1.2	6
65	2128.0	1	10	0.0	386.0	5	1	3	1.2	6
66	53.0	1	11	0.0	386.0	5	1	3	1.2	6
67	206.0	2	0	0.0	386.0	5	1	3	1.2	6
68	852.0	2	1	0.0	386.0	5	1	3	1.2	6
69	1031.0	2	2	0.0	386.0	5	1	3	1.2	6
70	694.0	2	3	0.0	386.0	5	1	3	1.2	6
71	1453.0	2	4	0.0	386.0	5	1	3	1.2	6
72	1059.0	2	5	0.0	386.0	5	1	3	1.2	6
73	389.0	2	6	0.0	386.0	5	1	3	1.2	6
74	2950.0	4	0	0.0	386.0	5	1	3	1.2	6
75	152.0	1	2	0.0	386.0	5	1	3	1.2	6
76	430.0	1	0	0.0	400.0	6	1	3	1.4	4
77	1729.0	1	1	0.0	400.0	6	1	3	1.4	4
78	545.0	1	3	0.0	400.0	6	1	3	1.4	4
79	1996.0	1	4	0.0	400.0	6	1	3	1.4	4
80	2283.0	1	5	0.0	400.0	6	1	3	1.4	4
81	416.0	1	7	0.0	400.0	6	1	3	1.4	4
82	261.0	1	8	0.0	400.0	6	1	3	1.4	4
83	1359.0	1	11	0.0	400.0	6	1	3	1.4	4
84	87.0	2	1	0.0	400.0	6	1	3	1.4	4
85	373.0	2	2	0.0	400.0	6	1	3	1.4	4
86	258.0	2	3	0.0	400.0	6	1	3	1.4	4
87	56.0	2	4	0.0	400.0	6	1	3	1.4	4
88	540.0	4	0	0.0	400.0	6	1	3	1.8	4
89	2245.0	4	0	0.0	400.0	6	1	3	1.8	4
90	157.0	1	11	0.0	400.0	6	1	3	1.8	4
91	104.0	1	10	0.0	400.0	6	1	3	1.8	4
92	7.0	1	1	0.0	400.0	6	1	3	1.8	4
93	44.0	1	2	0.0	400.0	6	1	3	1.8	4
94	46.0	1	3	0.0	400.0	6	1	3	1.8	4
95	34.0	1	12	0.0	400.0	6	1	3	1.8	4
96	219.0	1	6	0.0	428.0	7	1	4	1.1	5
97	571.0	1	10	0.0	428.0	7	1	4	1.1	5
98	140.0	4	0	0.0	428.0	7	1	4	1.1	5
99	6.0	1	3	0.0	428.0	7	1	4	1.1	5
100	8.0	1	2	0.0	428.0	7	1	4	1.1	5
101	14.0	1	1	0.0	428.0	7	1	4	1.1	5
102	863.0	1	0	0.0	428.0	7	1	4	3.0	7
103	976.0	1	1	0.0	428.0	7	1	4	3.0	7
104	1372.0	1	2	0.0	428.0	7	1	4	3.0	7
105	1185.0	1	3	0.0	428.0	7	1	4	3.0	7
106	483.0	1	6	0.0	428.0	7	1	4	3.0	7
107	348.0	1	7	0.0	428.0	7	1	4	3.0	7
108	525.0	1	9	0.0	428.0	7	1	4	3.0	7
109	499.0	1	9	0.0	428.0	7	1	4	3.0	7
110	70.0	2	0	0.0	428.0	7	1	4	3.0	7
111	297.0	2	1	0.0	428.0	7	1	4	3.0	7
112	44.0	2	2	0.0	428.0	7	1	4	3.0	7
113	408.0	2	3	0.0	428.0	7	1	4	3.0	7
114	20.0	2	3	0.0	428.0	7	1	4	3.0	7
115	919.0	2	4	0.0	428.0	7	1	4	3.0	7
116	483.0	2	5	0.0	428.0	7	1	4	2.7	7
117	81.0	2	6	0.0	428.0	7	1	4	2.7	7
118	62.0	2	7	0.0	428.0	7	1	4	2.7	7
119	301.0	2	7	0.0	428.0	7	1	4	2.7	7
120	240.0	3	2	0.0	428.0	7	1	4	2.7	7
121	367.0	1	0	0.0	428.0	7	1	4	2.7	7
122	539.0	4	0	0.0	428.0	7	1	4	2.7	7

Tabela C.10 (cont.)

123	110.0	1	7	0.0	428.0	7	1	4	2.7	7
124	62.0	1	9	0.0	428.0	7	1	4	2.7	7
125	612.0	2	5	0.0	428.0	7	1	4	2.7	7
126	142.0	2	6	0.0	428.0	7	1	4	2.7	7
127	8.0	1	1	0.0	428.0	7	1	4	2.7	7
128	94.0	1	13	0.0	428.0	7	1	4	2.7	7
129	9.0	1	16	0.0	428.0	7	1	4	2.7	7
130	278.0	1	0	0.0	450.0	8	1	4	3.4	8
131	572.0	1	1	0.0	450.0	8	1	4	3.4	8
132	93.0	1	2	0.0	450.0	8	1	4	3.4	8
133	163.0	1	6	0.0	450.0	8	1	4	3.4	8
134	84.0	1	6	0.0	450.0	8	1	4	3.4	8
135	42.0	1	7	0.0	450.0	8	1	4	3.4	8

DADOS DOS LOTES DE COMPRA

LOTE	AREA	PRECO	LR	LC	LD	TL	TABELA
1	710.0	845.0	1	1	1	1.5	1
2	8250.0	845.0	2	1	1	1.8	3
3	11200.0	450.0	3	1	1	2.4	2
4	10920.0	353.0	4	1	1	2.9	4
5	4488.0	386.0	5	1	1	1.2	6
6	9000.0	400.0	6	1	1	1.4	4
7	1890.0	428.0	7	1	1	1.1	7

DADOS GERAIS

TAXA DE JUROS: 12.00 ao ano

ANO	DEMANDA	C. A CUSTO ALTO	C. MAX. PERMITIDA (%)	C. A CUSTO REAL
1	2000000	1000.0	10.0	8.0
2	2000000	1000.0	10.0	8.0
3	2000000	1000.0	10.0	8.0
4	2000000	1000.0	10.0	8.0
5	2000000	1000.0	10.0	8.0
6	2600000	1000.0	10.0	8.0
7	2600000	1000.0	10.0	8.0
8	2600000	1000.0	10.0	8.0
9	2600000	1000.0	10.0	8.0
10	2600000	1000.0	10.0	8.0
11	2600000	1000.0	10.0	8.0
12	2600000	1000.0	10.0	8.0
13	2600000	1000.0	10.0	8.0
14	2600000	1000.0	10.0	8.0
15	2600000	1000.0	10.0	8.0

DADOS DAS REGIOES

NUM. DE REGIOES: 8

ES	RN	M1	M2	M3	M4	MD	N1	N2
14.0	562.0	304.0	82.0	41.0	35.0	20.0	64.0	41.0
10.0	551.0	290.0	75.0	34.0	32.0	20.0	68.0	34.0
10.0	578.0	357.0	73.0	42.0	40.0	20.0	75.0	42.0
12.0	446.0	339.0	72.0	55.0	48.0	20.0	56.0	55.0
9.0	535.0	290.0	81.0	45.0	40.0	20.0	62.0	45.0
9.0	530.0	290.0	85.0	51.0	46.0	20.0	70.0	51.0
9.0	410.0	310.0	73.0	50.0	42.0	20.0	58.0	50.0
12.0	496.0	345.0	73.0	36.0	31.0	20.0	64.0	36.0

DADOS DAS CARVOARIAS

NUM. DE CARVOARIAS: 1

REND. PROC	C. TRANSP. CARV.	C. FABR. CARV.
1.0	0.0	0.0

DADOS DOS DEPARTAMENTOS

NUM. DE DEPART.: 4

DEPART.	C. EXPL.
1	4.1
2	3.8
3	4.3
4	4.7

Tabela C.10 (concl.)

DADOS DAS TABELAS DE CRESCIMENTO

NUM.DE TAB.: 8 NUM.DE ANOS: 9

TABELA 1

ANOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	154	154	172	181	185	186
0	0	0	0	123	123	138	145	148	149
0	0	0	0	99	99	110	116	118	120

TABELA 2

ANOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	182	182	202	213	217	219
0	0	0	0	145	145	162	170	173	175
0	0	0	0	116	116	129	136	139	140

TABELA 3

ANOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	241	241	271	293	310	322
0	0	0	0	165	165	196	220	238	249
0	0	0	0	132	132	157	176	190	199

TABELA 4

ANOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	208	208	247	277	299	313
0	0	0	0	166	166	197	221	239	250
0	0	0	0	133	133	158	177	191	200

TABELA 5

ANOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	225	225	267	300	324	339
0	0	0	0	180	180	214	240	259	271
0	0	0	0	144	144	171	192	207	217

TABELA 6

ANOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	239	239	283	318	343	359
0	0	0	0	191	191	227	255	275	288
0	0	0	0	153	153	182	204	220	231

TABELA 7

ANOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	257	257	304	342	369	386
0	0	0	0	206	206	244	274	296	310
0	0	0	0	164	164	195	219	237	247

TABELA 8

ANOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	353	353	397	426	446	463
0	0	0	0	238	238	282	317	342	358
0	0	0	0	190	190	225	253	273	286

Tabela C.11

CUSTO TOTAL: 124.288.776 - Nº DE ITERAÇÕES: 757 - TEMPO: 28 min

LOTE	CUSTO	ÁREA DE MANEJO	COLHEITA	ANO	COLHEITA	ANO	ANOS PLANTIO
1	727.354	605,0	104.060	6	83.460	12	
2	388.757	1.031,0	177.332	5			
3	279.189	1.008,0	173.376	4			
4	196.866	861,0	148.092	3			
5	79.545	257,0	44.204	2			
6	36.922	213,0	36.636	1			
7	1.543.839	3.780,0	684.180	1			
8	47.874	146,0	27.010	1			
9	25.970	41,0	7.626	1			
10	35.471	56,0	10.416	1			
11	260.967	412,0	76.632	1			
12	70.309	111,0	20.646	1			
13	48.773	77,0	14.322	1			
14	78.543	124,0	23.064	1			
15	0	212,0	-				
16	0	500,0	-				
17	0	1.050,0	-				
18	9.452	9,0	1.629	6	1.242	12	
19	11.557	32,0	5.504	4			
20	23.802	69,0	11.868	3			
21	108.851	281,0	51.985	1			
22	832.516	558,0	172.980	8	109.368	14	
23	414.987	320,6	99.394	1			
	119.909	52,4	16.864	3	10.265	9	
			8.222	15			
24	311.141	229,0	73.738	1			
25	45.085	36,0	11.592	2			
26	327.991	219,0	52.122	8	59.349	14	8
27	331.200	205,0	48.790	7	55.555	13	7
28	133.627	75,0	17.850	6	20.325	12	6
29	25.368	39,0	7.644	2			
30	0	250,0	-				
31	4.144	1,0	322	1	271	7	1,7
			271	13			
32	900.184	670,0	145.390	8	108.540	14	
33	449.316	360,8	76.843	6	58.444	12	
	43.871	33,2	6.713	5	5.384	11	
34	801.856	538,0	108.671	6	87.152	12	
	177.379	132,0	28.648	8	21.387	14	
35	490.709	394,0	83.922	6	63.828	12	
36	739.183	556,0	118.417	5	90.064	11	
	1.346.762	953,0	192.515	4	154.393	10	
37	2.057.897	1.512,0	322.056	4	244.944	10	
38	78.408	57,0	12.369	4	9.234	10	
39	72.993	100,0	20.200	1			
40	14.748	30,0	4.860	5			

Tabela C.11 (cont.)

LOTE	CUSTO	ÁREA DE MANEJO	COLHEITA	ANO	COLHEITA	ANO	ANOS PLANTIO
41	0	750,0	-				
42	0	1.242,0	-				
43	3.459	3,0	651	6	486	12	
44	694.047	416,0	130.208	2			
45	331.099	193,0	46.127	8	47.671	14	8
46	0	134,0	-				
47	808.563	413,0	98.707	6	102.011	12	6
48	435.465	452,0	108.028	5			
49	426.149	466,0	91.802	2			
50	416.322	433,0	85.301	1			
51	212.541	192,0	42.432	1			
52	570.355	469,0	112.091	1			
53	436.150	340,0	85.000	1			
54	150.087	117,0	29.250	1			
55	311.719	243,0	60.750	1			
56	168.975	110,0	34.430	2			
57	138.252	90,0	28.170	2			
58	2.181.952	1.392,0	477.456	8	315.984	14	
59	1.057.280	685,0	217.830	6	155.495	12	
60	2.437.906	1.488,0	510.384	6	337.776	12	
61	3.004.083	1.736,0	595.448	5	394.072	11	
62	1.246.746	654,0	224.322	4	148.458	10	
63	1.392.317	511,0	183.449	3	115.997	9	
			144.613	15			9
64	601.573	199,0	71.441	2	45.173	8	8
			56.317	14			
65	6.432.902	2.128,0	763.952	2	483.056	8	8
			602.224	14			
66	160.218	53,0	19.027	2	12.031	8	8
			14.999	14			
67	322.254	206,0	56.650	8	58.298	14	8
68	1.446.938	852,0	234.300	7	241.116	13	7
69	1.923.124	1.031,0	283.525	6	291.773	12	6
70	1.424.336	694,0	190.850	5	196.402	11	5
71	1.608.433	711,1	195.555	4	201.244	10	4
	1.938.464	741,9	168.409	2	209.954	9	3
			168.409	15			
72	2.898.698	1.059,0	270.045	2	299.697	9	3
			240.393	15			
73	1.099.318	389	106.975	2	110.087	9	3
			88.303	15			
74	5.769.226	2.950,0	834.850	7	669.650	13	1
75	239.840	152,0	52.136	6	34.504	12	
76	643.397	430,0	12.857	8	84.710	14	
77	2.210.347	1.584,3	473.711	7	312.110	13	
	210.805	144,7	40.077	6	28.502	12	
78	884.872	545,0	162.955	5	107.365	11	
79	3.556.413	1.996,0	596.804	4	393.212	10	

Tabela C.11 (cont.)

LOTE	CUSTO	ÁREA DE MANEJO	COLHEITA	ANO	COLHEITA	ANO	ANOS PLANTIO
80	5.069.757	2.283,0	682.617	3	449.751	9	
			360.714	15			
81	947.670	416,0	130.208	3	81.952	9	
			65.728	15			
82	594.572	261,0	81.693	3	51.417	9	
			41.238	15			
83	3.095.875	1.359,0	425.367	3	267.723	9	
			214.722	15			
84	150.115	87,0	19.227	6	21.489	12	6
85	663.187	373,0	89.147	6	92.131	12	6
86	503.012	258,0	61.662	5	63.726	11	5
87	40.335	56,0	11.032	2			
88	0	540,0	-				
89	0	2.245,0	-				
90	227.165	157,0	49.141	1			
91	150.478	104,0	32.552	1			
92	10.694	7,0	1.939	6	1.379	12	
93	68.712	44,0	13.156	6	8.668	12	
94	78.538	46,0	13.754	5	9.062	11	
95	49.195	34,0	10.642	1			
96	579.946	219,0	74.241	3	46.866	9	9
			58.473	15			
97	357.794	135,1	45.802	3	28.914	9	9
			36.074	15			
	1.279.131	435,9	147.766	2	93.280	8	8
			116.382	14			
98	257.783	140,0	37.380	7	29.960	13	1
99	10.275	6,0	1.944	5	1.284	11	
100	12.524	8,0	2.592	6	1.712	12	
101	20.367	14,0	4.536	7	2.996	13	
102	1.791.496	863,0	318.447	8	210.572	14	
103	1.975.557	976,0	360.144	7	238.144	13	
104	3.022.745	1.372,0	506.268	6	334.768	12	
105	2.875.618	1.185,0	437.265	5	289.140	11	
106	934.950	251,6	97.107	3	61.383	9	9
			76.478	15			
	0	231,4	-				
107	0	348,0	-				
108	0	525,0	-				
109	0	499,0	-				
110	138.511	70,0	20.720	8	21.280	14	8
111	643.691	297,0	87.912	7	90.288	13	7
112	105.007	44,0	13.024	6	13.376	12	6
113	1.073.871	408,0	120.768	5	124.032	11	5
114	56.009	20,0	5.480	4	6.080	10	4
115	2.671.548	919,0	272.024	4	279.376	10	4
116	637.326	483,0	117.852	1			
117	122.871	81,0	22.194	1			
118	103.025	62,0	18.352	1			
119	487.298	301,0	93.310	2			
120	506.214	240,00	56.880	6	72.960	12	6

Tabela C.11 (concl.)

LOTE	CUSTO	ÁREA DE MANEJO	COLHEITA	ANO	COLHEITA	ANO	ANOS PLANTIO
121	743.598	367,0	135.423	8	89.548	14	
122	0	539,0	-				
123	397.304	110,0	42.460	3	26.840	9	9
			33.440	15			
124	223.935	62,0	23.932	3	15.128	9	9
			18.848	15			
125	807.543	612,0	149.328	1			
126	215.403	142,0	38.908	1			
127	15.747	8,0	2.952	7	1.952	13	
128	339.514	94,0	36.284	3	22.936	9	9
			28.576	15			
129	0	9,0	-				
130	685.151	278,0	123.988	8	78.396	14	
131	1.385.326	572,0	255.112	7	161.304	13	
132	246.088	93,0	41.478	6	26.226	12	
133	0	163,0	-				
134	0	84,0	-				
135	0	42,0	-				
LOTES A COMPRAR							
1	0	710,0	-				
2	0	8.250,0	-				
3	0	11.200,0	-				
4	0	10.346,0	-				
	406.229	573,0	141.549	15			9
5	1.650.064	1.414,0	400.283	11			5
	4.067.157	3.074,0	869.820	10			4
6	3.045.283	2.668,0	659.093	11			5
	1.910.363	2.173,0	536.677	13			7
	1.073.922	1.397,0	344.997	14			8
	2.038.901	2.033,0	502.193	12			6
	486.355	729,0	180.038	15			9
7	3.028.467	1.780,0	541.120	9	434.320	15	3
	142.962	110,0	33.439	10			4
COMPRAS A CUSTO REAL							
	VOLUME		CUSTO			ANO	
	260.000		1.053.793			6	
	260.000		940.886			7	
	260.000		840.077			8	
	260.000		750.069			9	
	260.000		669.704			10	
	260.000		597.950			11	
	260.000		533.884			12	
	260.000		476.682			13	
	260.000		425.609			14	
	260.000		380.008			15	

APÊNDICE D

A RELAXAÇÃO LAGRANGEANA

Pretendemos mostrar neste apêndice uma alternativa para a solução do problema de planejamento florestal na forma inteira, i.e., se um certo manejo é escolhido para um talhão, toda a área deste talhão seguirá aquele manejo. O método, chamado de Relaxação Lagrangeana (RL), também nos possibilita, a exemplo do GUB, fazer a geração dos manejos por meio de redes. Após a apresentação do método e de uma breve revisão bibliográfica, mostraremos como fica o nosso problema no contexto da RL e do algoritmo do subgradiente para a solução. No Cap. 4, fazemos uma análise das vantagens e desvantagens de se trabalhar com a RL.

A RELAXAÇÃO LAGRANGEANA

Consideremos o problema de minimização discreta, chamado aqui de problema primal

$$\begin{array}{lll} \text{Min } f(x) & & \\ (P) \quad \text{s.a. } g(x) \leq 0 & & (1) \\ & x \in S & \end{array}$$

onde SCR^n é finito, $f: S \rightarrow R$ e $g: S \rightarrow R^m$ são funções arbitrárias. Para cada vetor $u \in R_+^m$ (i.e., $u \in R^m$ com $u_i \geq 0, i=1,2,$

..., m) e cada $x \in S$, associamos o valor

$$\mathcal{L}(x, u) = f(x) + ug(x) \quad (2)$$

$\mathcal{L}$ é chamada de **função lagrangeana**.

Para cada $u \in \mathbb{R}_+^m$, definimos

$$L(u) = \min_{x \in S} \mathcal{L}(x, u), \quad (3)$$

o que nos dá a chamada **função dual** L .

O problema dual é, então, colocado como

$$\text{Max } L(u)$$

$$u \geq 0$$

ou, ainda,

$$(D) \quad \text{Max}_{u \geq 0} \left\{ \min_{x \in S} (f(x) + ug(x)) \right\}$$

Dado $u \geq 0$, denotemos por $x(u)$ qualquer $x \in S$ t.q. $L(u) = \mathcal{L}(x, u)$ (ver Fig.D.1). (O

problema $\min_{x \in S} \{f(x) + ug(x)\}$ pode ter mais de uma solução.)

A questão que se coloca aqui é: O que tem a ver o problema dual (D) com o problema primal (P)?

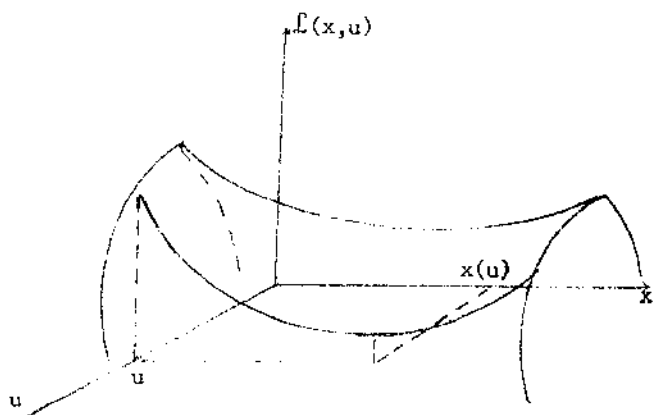


FIG.D.1.

Para tentar responder a esta pergunta, queremos destacar inicialmente algumas propriedades da função dual L , cujas demonstrações podem ser encontradas em Gondran e Minoux (¹⁹) (apêndice 3).

1. Para qualquer $u \in R_+^m$, e se $x=x(u)$ for factível para (P), temos que $L(u) \leq f(x)$.

Em particular, se u^* é o ótimo para (D) e x^* é o ótimo para (P), temos $L(u^*) \leq f(x^*)$.

2. A função dual L é côncava e linear por partes.
3. Dado $u \in R_+^m$, então $g(x(u))$ é um subgradiente de L em u , para qualquer $x(u)$.

(γ é um subgradiente de L em u , se para todo $u' \in R_+^m$ se tem $L(u') \leq L(u) + \gamma(u' - u)$).

A propriedade 1. nos diz que os valores $L(u)$ são cotas inferiores para $f(x)$. Pela propriedade 2. podemos concluir que se u é máximo local para L , então u é máximo global. O gráfico de L é a envoltória inferior dos hiperplanos de equação $z = f(y) + u g(y)$, $y \in S$. Como S é finito, R_+^m fica dividido em um número finito de politopos P_i , no interior de cada um dos quais o problema $\min_{x \in S} \{f(x) + u g(x)\}$

tem a mesma solução

(ver Fig.D.2). A propriedade 3 é a base dos métodos de subgradiente para solução de (D). Dado u , o

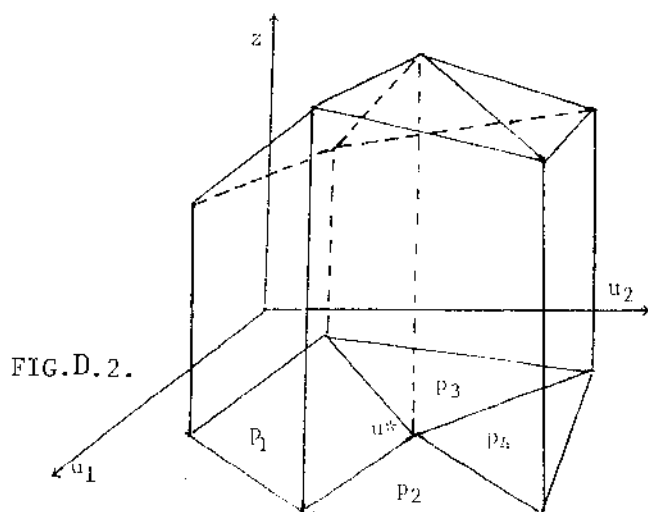


FIG.D.2.

cálculo de $L(u)$ fornece como subproduto um subgradiente de L em u . Ainda mais, $g(x(u))$ é uma direção de decréscimo da função $d(u)$, que é a distância de u ao conjunto $Q = \{u \in R_+^n / L(u) = L(u^*)\}$ dos pontos ótimos {Gondran e Minoux⁽¹⁹⁾, p.623}.

Uma resposta parcial à pergunta da página 121 é dada pelos pontos de sela:

Def.: Um ponto (x^0, u^0) com $u^0 \geq 0$ e $x^0 \in S$ é um ponto de sela para $\mathcal{L}$ se $\mathcal{L}(x^0, u^0) \leq \mathcal{L}(x, u^0)$, $\forall x \in S$,

$$\mathcal{L}(x^0, u^0) \geq \mathcal{L}(x^0, u), \forall u \geq 0.$$

TEOREMA: Se (x^0, u^0) é um ponto de sela para $\mathcal{L}$, então x^0 resolve o problema primal (P) {ver Lasdon⁽³²⁾, p.400}.

Antes de discorrermos sobre o método dos subgradientes, vejamos alguns trabalhos onde foi usada a RL na solução de problemas inteiros.

Held et alii⁽²²⁾ usaram RL no problema do caixeiro viajante, no problema da designação e em problemas de fluxo de multiprodutos.

A propriedade 2 pode ser usada em algoritmos do tipo **branch and bound** {ver Fisher et alii⁽¹³⁾} para o fornecimento de bounds. De fato, se em uma dada ramificação, a relaxação lagrangeana do problema inteiro nos fornece um $L(u)$ maior do que a melhor solução inteira até o momento, sabermos pela propriedade 2 que a solução inteira daquela ramificação não é boa. É claro que só tem sentido usarmos RL para o fornecimento de bounds se a solução de (3) é de fácil obtenção.

Há problemas em que é conveniente relaxar apenas parte das restrições $g_i(x) \leq 0$. Isto é feito no "Exceptional Paper" de Cornuejols et alii ⁽⁸⁾. O problema é o de abrir convenientemente contas bancárias para maximizar o tempo de compensação. Ele pode ser colocado na forma

$$\text{Max } \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} C_{ij} x_{ij} - \sum_{j \in J} d_j y_j \quad (4)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} = 1, \quad i \in I \quad (5)$$

$$1 \leq \sum_{j \in J} y_j \leq k, \quad (6)$$

$$0 \leq x_{ij} \leq y_j \leq 1, \quad i \in I, \quad j \in J \quad (7)$$

$$x_{ij} \text{ e } y_j \text{ inteiros,} \quad (8)$$

onde I = conjunto dos clientes da empresa.

J = conjunto de contas em potencial.

d_j = custo fixo de manutenção de uma conta no local j .

C_{ij} = montante ganho por pagar os clientes em i a partir de uma conta em j .

$$y_j = \begin{cases} 1, & \text{se uma conta é mantida no local } j; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o cliente na cidade } i \text{ é pago de uma conta em } j; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Os autores relaxam as condições (5), obtendo a função lagrangeana

$$L(x, y, u) = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} C_{ij} x_{ij} - \sum_{j \in J} d_j y_j - \sum_{i \in I} u_i \left(\sum_{j \in J} x_{ij} - 1 \right).$$

Desta maneira, o cálculo de $L(u)$ resulta num problema de fácil solução.

Ribeiro (⁴⁴) usou RL no problema do caminho mínimo com restrições de desigualdade.

França et alii (¹⁵) usaram RL para decompor um problema dinâmico de expansão de capacidade multiperíodo em uma série de problemas estáticos.

O método do subgradiente

Este método pode ser resumido como:

1. Inicie com um $u^0 \in R_+^m$ e uma seqüência de reais (λ_j) tal que $\lim_{j \rightarrow \infty} \lambda_j = 0$.
2. No estágio j , calcule $L(u^j) = \min_{x \in S} \{f(x) + u^j g(x)\}$.
3. Faça o teste de parada. Em caso negativo, vá para 4.
4. Faça $u^{j+1} = u^j + \lambda_j g(x(u^j))$ e substitua u^{j+1} por $P(u^{j+1})|_{R_+^m} =$
 $=$ Projecção de u^{j+1} sobre R_+^m e vá para 2.

Este método está baseado em um resultado de Polyak (⁴³), o qual afirma que, se a seqüência (λ_j) satisfaz $\sum \lambda_j = \infty$, então $u^j \rightarrow u^*$, a solução ótima de (D).

Veremos mais adiante como pode ser feito o teste de parada.

O problema de um algoritmo construído com uma seqüência (λ_j) do tipo acima é a sua, em geral, extrema lentidão. Vários autores têm sugerido seqüências que acelerariam a convergência. É o caso de Held, Wolfe e Crowder (²²), que recomendam $\lambda_j = \rho_j \frac{\bar{L} - L(u^j)}{\|g(x(u^j))\|^2}$, onde $\bar{L}$ é uma cota superior para L e (ρ_j) é definida por $\rho = 2$ durante os $2m$ passos iniciais. Então divide-se ρ e o número de passos por 2 e repete-se até que o número de passos com ρ constante caia abaixo de 5. Daí para

a frente, mantêm-se o número de passos igual a 5 até que λ_j seja suficientemente pequeno. Uma seqüência (λ_j) construída desta forma não garante, contudo, a convergência de u^j para u^* . O algoritmo termina quando λ_j é menor do que um épsilon estipulado.

Gondran (19), p.627, obteve bons resultados fazendo $\lambda_j = \sigma_j / \|g(x(u^j))\|$, onde $\sigma_{j+1} = 0,87\sigma_j$, e σ_0 suficientemente grande. O número de passos, nos exemplos trabalhados, variou de 50 a 80, independentemente do número de variáveis.

A RL no Problema Florestal

Vejamos agora como fica o Problema do Planejamento Florestal no contexto da Relação Lagrangeana.

Reescrevemos aqui o modelo (PLI) da p.43 (capítulo 3):

$$\text{Minimizar } z = \sum_{i=1}^{NL} \sum_{j=1}^{NM_i} C_{ij} x_{ij}$$

$$(PLI) \quad \text{s.a.} \quad \sum_{i=1}^{NL} \sum_{j=1}^{NM_i} A_j^i(k) x_{ij} \geq b_k \quad k=1, 2, \dots, HP \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^{NM_i} x_{ij} = 1, \quad x_{ij} = 0 \text{ ou } 1, \quad \forall_j \quad (10)$$

$$i = 1, 2, \dots, NL$$

Seja $S^i \in R^{NM_i}$, $S^i = \{\ell_1, \dots, \ell_{NM_i}; \ell_k \text{ vetor da base canônica de } R^{NM_i}\}$ e $S = S^1 \times S^2 \times \dots \times S^{NL}$. Designando por x^i o vetor $(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iNM_i})$ e por A_j^i a coluna $(A_j^i(1), \dots, A_j^i(HP))^T$, podemos reescrever (PLI):

$$\text{Minimizar } z = \sum_i \sum_j C_{ij} x_{ij}$$

$$\text{s.a. } b - \sum_i \sum_j A_j^i x_{ij} \leq 0 \quad (11)$$

$$x^i \in S^i, \quad i=1, 2, \dots, NL. \quad (12)$$

A função dual obtida com a relaxação de (3) é:

$$L(u) = \min_{x^i \in S^i} \left\{ \sum_i \sum_j C_{ij} x_{ij} + u(b - \sum_i \sum_j A_j^i x_{ij}) \right\} \quad (13)$$

ou, ainda,

$$L(u) = \min_{x^i \in S^i} \left\{ \sum_i \sum_j (C_{ij} - u A_j^i) x_{ij} \right\} + ub \quad (14)$$

Observe-se que, tendo relaxado as restrições de acoplamento das variáveis, obteve-se uma decomposição entre os lotes. Assim, $L(u)$ pode ser calculado por

$$L(u) = \sum_i \min_{x^i \in S^i} \left\{ \sum_j (C_{ij} - u A_j^i) x_{ij} \right\} + ub \quad (15)$$

Para o lote i , o problema

$$\begin{aligned} & \min \sum_j (C_{ij} - u A_j^i) x_{ij} \\ & \text{s.a. } x^i \in S^i \end{aligned} \quad (16)$$

é equivalente ao problema de encontrar o manejo j para o lote i de menor custo modificado $(C_{ij} - u A_j^i)$.

Note-se aqui a semelhança desta situação com (5) do Cap.3 (3.5). Dado $u \geq 0$, fornecido pelo algoritmo que procura $\max L(u)$, cada lote interpreta $u(k)$ como um preço pago pela sua produção no ano k . Ele procura então o manejo j que minimiza seu "custo líquido" $(C_{ij} - u A_j^i)$.

Conforme já argumentado no Cap.3, o manejo procurado no lote i pode ser fornecido mediante a construção do caminho mínimo na rede do lote i onde os custos nos arcos são os

custos modificados pelos "preços" $u(k)$.

Contrariamente ao GUMBER onde, assim que encontrávamos um manejo "bom", já entrávamos com ele na base, para o cálculo de $L(u)$ é necessário resolver $\text{Min}(C_{ij} - uA_j^i)$ para cada lote i . Nada nos garante que a solução ótima u^* do problema $\text{Max}_{u \geq 0} L(u)$ nos levará a um $x(u^*)$ que seja solução ótima de (P). De fato, o simples exemplo a seguir mostra a não existência de um $u \geq 0$ capaz de fornecer os manejos ótimos para (P).

Consideremos o caso de dois "lotes" com 3 "manejos" cada um, como mostrado na figura 4.3. Os números ao lado dos nós são as "produções" e os números ao lado dos arcos são os

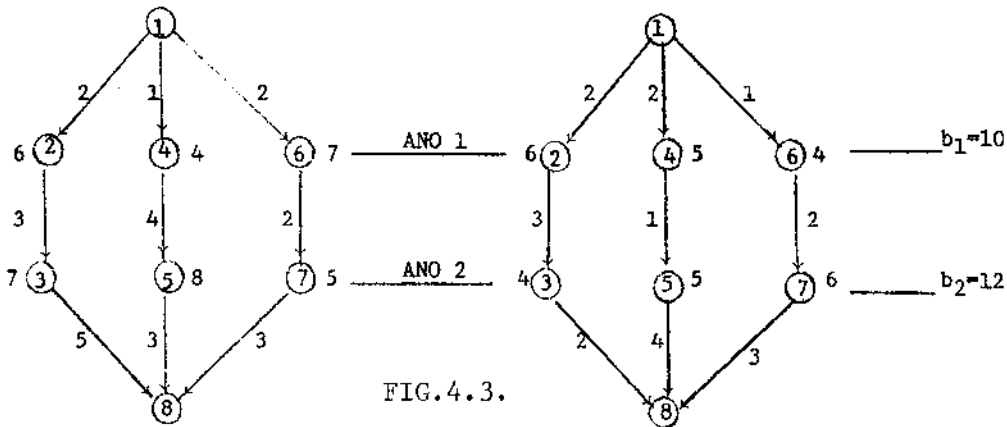


FIG.4.3.

os custos. A "demanda" no ano 1 é 10 e no ano 2 é 12. O problema consiste em encontrar um manejo em cada lote com mínimo custo total e satisfazendo a demanda.

Listando as 9 combinações possíveis, vemos que são factíveis as 3 abaixo:

	MANEJOS		PRODUÇÃO		CUSTO TOTAL
	Lote 1	Lote 2	Ano 1	Ano 2	
Combinações factíveis	1	2	11	12	17
	1	3	10	13	16
	2	1	10	12	15

Portanto, a combinação de manejos 2-1 é a solução do problema. O modelo (PLI) fica:

$$\text{Minimizar } (10x_{11} + 7x_{12} + 7x_{13} + 7x_{21} + 7x_{22} + 6x_{23})$$

$$\text{s.a. } 6x_{11} + 4x_{12} + 7x_{13} + 6x_{21} + 5x_{22} + 4x_{23} \geq 10$$

$$7x_{11} + 8x_{12} + 5x_{13} + 4x_{21} + 5x_{22} + 6x_{23} \geq 12$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 1, \quad x_{ij} = 1 \text{ ou } 0$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 1, \quad x_{ij} = 1 \text{ ou } 0$$

Os problemas colocados em (16), p. 71, ficam então:

$$\text{lote 1: Min } \{(10 - 6u_1 - 7u_2), (7 - 4u_1 - 8u_2), (7 - 7u_1 - 5u_2)\}$$

$$\text{lote 2: Min } \{(7 - 6u_1 - 4u_2), (7 - 5u_1 - 5u_2), (6 - 4u_1 - 6u_2)\}$$

Para que o manejo 2 seja escolhido no lote 1 é necessário que $7 - 4u_1 - 8u_2 \leq 7 - 7u_1 - 5u_2$, o que dá

$$u_1 - u_2 \leq 0. \quad (17)$$

Analogamente, para que o manejo 1 seja escolhido no lote 2, é necessário que

$$u_1 - u_2 \geq 1. \quad (18)$$

Como (17) e (18) são incompatíveis simultaneamente, concluímos pela não existência de um u que forneça a solução do primal.

Diante da possível existência de um "gap" entre a solução do dual e do primal para o problema florestal, desistimos de procurar a "solução exata" do Problema Primal via RL e passamos a pensar em termos de "solução aproximada". De fato, a natureza do problema de que estamos tratando nos permite aceitar soluções perto da ótima, mesmo que infactíveis. A infactibilidade neste caso significa demanda de madeira não satisfeita em um ou alguns anos, falta esta que poderá eventualmente ser suprida pela compra a terceiros, se não for muito grande. Além disso, observe-se que em problemas de planejamento a longo prazo, muitos dados são incertos, não passando de meras estimativas. O modelo serve não para calcular exatamente o que deve ser feito, mas para examinar políticas a serem seguidas pela empresa.

Relacionado com as soluções "aproximadas", temos o seguinte:

Teorema 1 de Everett ⁽¹¹⁾:

Se $x(u)$ resolve o problema lagrangeano

$$\begin{aligned} \text{Min } f(x) + u g(x) \\ \text{s.a. } x \in S \end{aligned} \quad (19)$$

com $u \geq 0$, então $x(u)$ resolve o problema primal modificado

$$\text{Min } f(x) \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \text{s.a. } g_i(x) \leq Y_i, \quad i=1, \dots, HP \\ x \in S \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \text{onde } y_i &= g_i(x(u)), \text{ se } u_i > 0, \\ y_i &\geq g_i(x(u)), \text{ se } u_i = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Note-se que, para o caso florestal, o valor y_i , se positivo, representa o quanto da demanda não é satisfeita no ano i , pois $y_i = b_i - A_i x(u)$.

O teorema de Everett nos garante que, dentre as soluções que satisfazem a demanda a menos de y , $x(u)$ é aquela de custo mínimo. O inconveniente é que os valores de y_i não podem ser fixados *a priori*, pois dependem de u : ($u \rightarrow x(u) \rightarrow y$).

Devido, porém, à existência de grande número de talhões nas empresas florestais e de grande quantidade de manejos por talhão, podemos esperar que, à medida que u se aproxima do ótimo u^* para o problema dual (D), surjam soluções $x(u)$ do problema lagrangeano próximas da factibilidade. Esta esperança é reforçada pelo seguinte:

Teorema 2 de Everett ⁽¹¹⁾

Sejam u^1 e $u^2 \in R_+^m$, com

$$u_k^1 > u_k^2, \quad u_j^2 = u_j^1, \quad j \neq k. \quad (23)$$

Se $x(u^1)$ resolve o problema lagrangeano com $u=u^1$, então

$$g_k(x(u^2)) \leq g_k(x(u^1)). \quad (24)$$

A interpretação econômica deste teorema para o caso florestal é um fato já entendido intuitivamente. Se aumentarmos o "preço pago" aos lotes pela produção num ano k , os lotes responderão com um aumento na produção daquele ano.

APÊNDICE E

METODOLOGIAS DO PLANEJAMENTO FLORESTAL

O talhão é a menor unidade do planejamento florestal. Cada talhão corresponde a uma área bem definida no povoamento florestal, podendo variar em tamanho, desde poucos hectares até algumas centenas. Os critérios para a definição dos talhões variam de empresa para empresa, mas algumas normas são mais ou menos constantes. Estas normas, segundo Clutter et alii (7), são:

1. a idade do talhão e a variedade cultivada;
2. a capacidade produtiva inata da terra envolvida;
3. a extensão com que a capacidade produtiva está sendo usada;
4. os tratamentos silviculturais aplicados;
5. os custos da terra, dos tratamentos e da exploração (corte e transporte).

A idade do talhão fornece o seu estado inicial no ano zero do planejamento. Se não há cultivo no momento diz-se que o talhão está esperando plantio. A capacidade produtiva inata da terra é referida como **qualidade de sítio**. No contexto do planejamento florestal, a qualidade de sítio pode ser definida como "o potencial de produção de madeira de um sítio para uma espécie particular ou um tipo de floresta".

Os métodos para a classificação de uma área quanto à sua qualidade de sítio são, conforme Clutter (7):

A. Métodos diretos

1. estimativa a partir de registros históricos de produção;
2. estimativa baseada nos dados de volume do talhão;
3. estimativa baseada nos dados de altura do talhão.

B. Métodos indiretos

1. estimativa a partir da cobertura vegetal dominante (para uma nova área de plantio);
2. estimativa a partir de características do sub-bosque;
3. estimativa a partir dos fatores topográficos, climáticos e edáficos (solo).

A partir da qualidade de sítio se define o índice de sítio (**site index**), parâmetro utilizado em fórmulas de predição da produção e crescimento do volume.

A extensão com que a capacidade produtiva de um talhão está sendo usada pode ser traduzida por **densidade do talhão**, que é o número de árvores plantadas por hectare.

Os principais tratamentos silviculturais aplicados são os desbastes, a fertilização e o controle de pragas, doenças e competição vegetal.

Dendrometria e inventário florestal

O Planejamento Florestal para fins produtivos está baseado fundamentalmente em dados de volume atual e futuro das áreas de plantio. A Dendrometria (**dendro** do grego, árvore) refere-se às mais diversas medições, como diâmetro, altura, volume, peso, quantidade de casca e forma da árvore. Já o Inventário Florestal refere-se à descrição qualitativa e quantitativa de uma floresta. Seu principal objetivo é a quantificação do volume da madeira existente [vide Veiga

(⁵³)], podendo haver diversificação das informações dos diferentes tipos de volume [ver Pellico (⁴¹)]: volume total, volume comercial e os volumes comerciais para fins específicos, como desenrolados, aglomerados e outros.

Altura. A altura de interesse para o planejamento é a altura comercial, que é a medida da base até o menor diâmetro aproveitável: no caso de madeira para celulose, por exemplo, o limite desse diâmetro é de 5 a 8 cm. Há vários instrumentos para a medição da altura da árvore em pé, destacando-se os hipsômetros [Machado (³⁴)].

Diâmetro. O mais utilizado é o DAP (diâmetro à altura do peito), medido a 1,30 m do solo. É importante observar a diferença de diâmetro com casca e diâmetro sem casca.

Volume. O volume comercial da árvore não depende só do diâmetro e da altura, mas também da forma do tronco, expressa, dentre outros, pelo fator de forma. O fator de forma f é definido [Husch et alii (²⁶)] como $f = \frac{V_r}{V_c}$, onde V_r é o volume real da árvore e V_c é o volume do cone (produto da área da seção transversal ao nível do DAP pela altura). O fator de forma existe pelo fato de não ser o tronco da árvore um tronco de cone perfeito [Machado (³⁵)].

No caso de diferentes usos da madeira, os dados de volume devem ser designados em separado, para cada objetivo.

Inventário. O inventário é feito utilizando-se uma amostra calculada de acordo com a precisão especificada para a obtenção dos resultados e que represente a população em questão. Existem vários procedimentos e sistemas de inventário que podem ser adotados, assim como critérios de lança-

mento das unidades de amostra (parcelas). Dentre estes, os que se utilizam de parcelas permanentes são denominados de **inventário florestal contínuo**, enquanto os que se utilizam somente de parcelas temporárias (novas parcelas são lançadas por ocasião de cada inventário) são denominados de **inventários independentes**. Em Scolforo (⁴⁸), tem-se o caso do acompanhamento de plantios de **Eucaliptus** sp., com topografias diferentes, onde o inventário contínuo foi mais eficiente na avaliação das mudanças ocorridas no povoamento, enquanto na avaliação do estoque presente ambos os sistemas se mostraram eficientes.

A Teoria da Amostragem é fortemente usada pelos profissionais que atuam na área do inventário de florestas. A razão disto é que para grandes áreas florestais é impraticável medir todas as árvores por serem excessivos o tempo necessário e os custos requeridos para isso. Segundo Hush (²⁶), a amostragem pode produzir resultados mais confiáveis do que uma medição completa, pois, como apenas uma porção da floresta é medida na forma de unidades amostrais, um cuidado maior pode ser exercido nas medidas requeridas, a supervisão pode ser maior, é suficiente pouco pessoal mas melhor treinado e o número provável de erros será reduzido.

Previsão de crescimento e produção

Enquanto o Inventário Florestal proporciona informação do estoque presente e, dependendo do objetivo, das mudanças ocorridas nas áreas consideradas, a previsão de pro-

dução fornece informações do quanto há e deverá haver nos próximos anos, utilizando como base aquelas informações advindas do inventário.

A previsão (ou prognose) é de suma importância para o planejamento, pois é com base nas estimativas da produção futura que, junto com os custos, serão calculados os manejos mais convenientes para o sistema [Hosokawa (25)].

Tradicionalmente, os modelos de previsão têm tomado a forma de tabelas mostrando o volume de madeira esperado por unidade de área, por combinações de características do local de plantio (idade, qualidade de sítio e densidade). Atualmente muitos modelos de previsão da produção são expressos por equações matemáticas onde as variáveis são idade, índice de sítio, densidade ou alguma outra variável, como a altura, por exemplo.

A forma de se chegar a uma equação de previsão segue o esquema seguinte: 1) Procura-se uma expressão envolvendo variáveis do sistema e alguns parâmetros; 2) utilizando dados já coletados relacionados com a variedade e o tipo de solo em questão, procura-se ajustar os parâmetros por meio de Regressão; 3) dependendo do desempenho do modelo no ajuste, estuda-se a inclusão ou não de novos parâmetros.

Na Fig. 1.1 tem-se uma sigmóide que representa o crescimento do volume de uma árvore. É fato conhecido que, exceto por algum fator excepcional, o crescimento do volume se dá

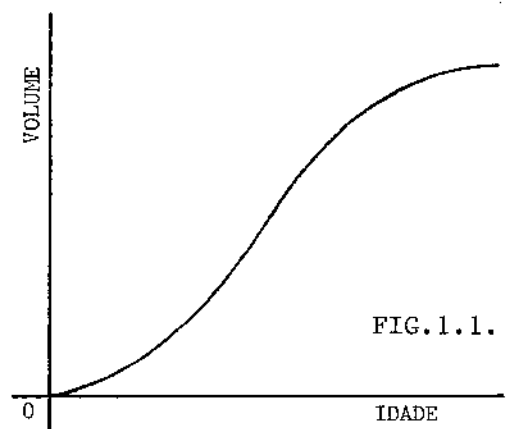


FIG.1.1.

por este tipo de curva.

A qualidade do solo influencia decisivamente na curva de crescimento. Na Fig.1.2 têm-se as curvas de crescimento da produção para diferentes índices de sítio [Clutter (7)]. A cultura é o pinus (*shortleaf*) plantado no espaçamento 6x6 pés, nos Estados Unidos. A produção está em pés cúbicos e as idades em décadas.

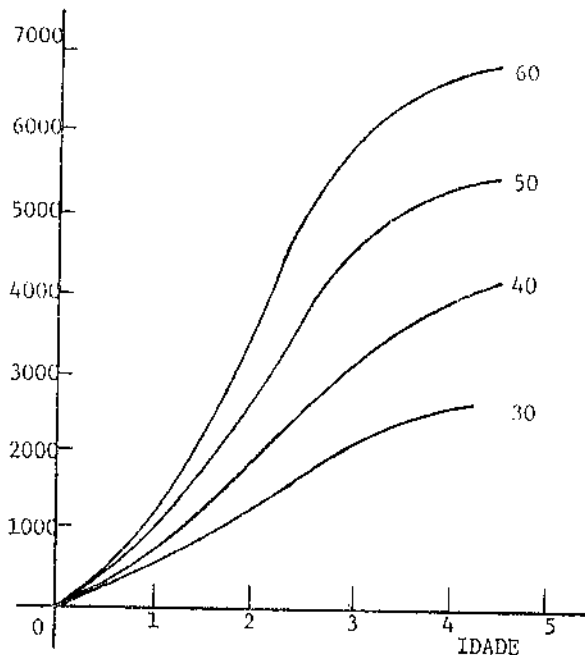


FIG.1.2.

No Brasil, devido ao crescimento mais rápido por causa do clima, costuma-se colocar as idades em anos.

Dependendo do uso final a que se destina a madeira, é conveniente fazer desbastes no momento em que começa a competição entre as árvores, visando obter indivíduos de maior porte em menos tempo. Na Fig.1.3 está representada uma curva de produção de um talhão não desbastado, em oposição a um talhão desbastado. Os valores a, b e c representam os volumes obtidos em desbastes. O número de desbastes praticados varia de empresa para empresa [Ahrens (2)].

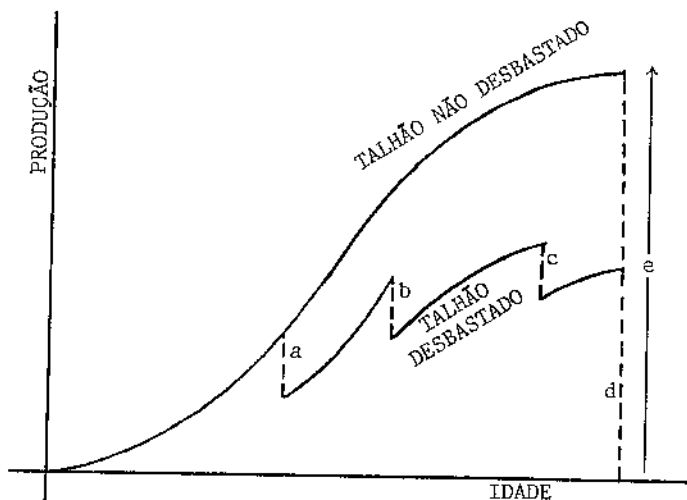


FIG.1.3.

Segundo Clutter (7), $e=a+b+c+d$. Observe-se que, apesar de serem iguais os volumes colhidos, no talhão desbastado houve colheita parcial mais cedo.

Em empresas interessadas em madeira para serraria, os desbastes são praticados com o objetivo de produzir toras com maior diâmetro. Um desbaste diminui a densidade do talhão. Conforme ilustrado na Fig.1.4, a densidade influencia no DAP das árvores.

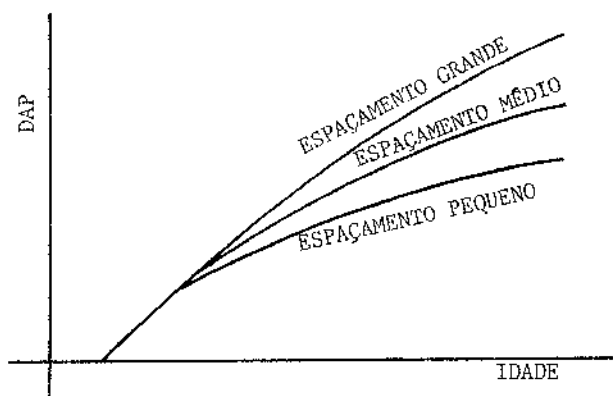


FIG.1.4.

Um modelo de produção bastante conhecido é aquele apresentado por Schumacher:

$$\ln(V) = \beta_0 + \beta_1 S + \beta_2 A^{-1} + \beta_3 \ln(B), \quad (1)$$

onde V = volume por hectare

S = índice de sítio

A = idade do talhão

B = área basal por hectare ($B = \frac{\pi}{4} \sum_{i=1}^n D_i^2$, onde D_i = DAP da árvore i e n = nº de árvores/ha) e

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ são parâmetros a serem ajustados.

Para prever a área basal por hectare na idade A , o próprio Schumacher sugeriu a equação

$$\ln(B) = \alpha_0 + \alpha_1 S + \alpha_2 A^{-1} + \alpha_3 \ln(B_i) A^{-1} + \alpha_4 A^{-1} S, \quad (2)$$

onde B_i = área basal por hectare no ano i e

$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ são parâmetros.

O modelo da taxa de crescimento é obtido pela derivada primeira do modelo de produção.

Outro modelo bastante usado é o de Chapman-Richards, o qual é baseado em considerações biológicas: A taxa de crescimento de um organismo ou população é resultante de uma taxa de crescimento anabólico (metabolismo construtivo) e uma taxa de crescimento catabólico (metabolismo destrutivo). Designando o tamanho do organismo ou população por y , a taxa anabólica é assumida proporcional a y^β e a taxa catabólica proporcional a y . Temos então que

$$\frac{dy}{dt} = \alpha y^\beta - \gamma y, \quad (3)$$

onde t = tempo

α, β, γ são parâmetros positivos e $\beta < 1$.

Este modelo tem-se mostrado bastante flexível no cálculo de crescimento de volume. A solução de (3), supondo-se $y = y_0$ quando $t = t_0$ é

$$y = \theta \{1 - \tau \exp [-\phi (t - t_0)]\}^{1/(1-\beta)},$$

onde $\theta = (\alpha/\gamma)^{1/(1-\beta)}$

$$\phi = \gamma(1 - \beta)$$

$$\tau = 1 - (\gamma/\alpha) y_0^{1-\beta}.$$

Além dos modelos mostrados acima, vários outros têm sido desenvolvidos para determinadas espécies, região, dife-

rentes densidades etc. Segundo Whyte (⁵⁷), a escolha do modelo de crescimento e produção apropriado deve levar em consideração: 1) a espécie de informação necessitada pelos administradores; 2) a confiabilidade das estimativas 3) a flexibilidade do sistema de estimativas; 4) o nível de detalhes e 5) a eficiência da coleta e do processamento de dados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 ADLER, I.; KARMARKAR, N.; RESENDE, M.G.C.; VEIGA, G. An implementation of Karmarkar's Algorithm for Linear Programming; report ORC86-8. Berkeley, Operations Research Center, University of California, 1986.
- 2 AHRENS, S. A concepção de regimes de manejo para plantações de *Pinus* spp. no Brasil. In: SEMINÁRIO DE ESTUDOS FLORESTAIS DO SUL, "Manejo Florestal e a Informática", 2., Porto Alegre, 1985. **Anais.**
- 3 AMIDON, E.L. & AKIN, G.S. Dynamic programming to determine optimum levels of growing stock. **Forest Science**, 14(3):287-91, 1968.
- 4 BARE, B.B. & FIELD, R.C. An evaluation of FORPLAN from an operations research perspectiva. In: SYMPOSIUM: FORPLAN, an Evaluation of a Forest Planning Tool, Denver, Colorado, 1986.
- 5 BARROS, O. & WEINTRAUB, A. Planning for a vertically integrated forest industry. **Operations Research**, 30(6), 1982.
- 6 BRADLEY, G.H. et alii. Design and implementation of large-scale primal transshipment algorithms. **Management Science**, 24(1):1-34, 1977.
- 7 CLUTTER, J.L. et alii. **Timber management; a quantitative approach.** New York, John Wiley & Sons, Inc., 1983.
- 8 CORNUEJOLS, G. et alii. Location of bank accounts to optimize floats: an analytic study of exact and approximate algorithms. **Managements Science**, 23(8), Apr.1977.
- 9 DANTZIG, G.B. **Linear programming and extensions.** Princeton, Princeton University Press, 1963.
- 10 DANTZIG, G.B. & Van SLYKE, R.M. Generalized upper bounding techniques. **J.Computer System Science**, 1: 213-26, 1967.
- 11 EVERETT, H. Generalized Lagrange multiplier method for solving problems of optimum allocation of resources. **Operations Res.**, 11:399-417, 1963.

- 12 FIELD, D.B. Goal programming for forest management. **Forest Science**, 19:125-35, 1973.
- 13 FISHER, M.L. et alii. Using duality to solve discrete optimization problems: theory and computational experience. **Mathematical Programming Study**, 3: 56-94, 1975.
- 14 FORPLAN, VERSION 2: an overview. JOHNSON, K.N. et alii. United States Department of Agriculture, Forest Service, Aug.1986.
- 15 FRANÇA, P.M. et alii. Dynamic design of networks with variable arc capacities. In: ELEVENTH IFORS INTERNATIONAL CONFERENCE ON OPERATIONS RESEARCH, Buenos Aires, 1987.
- 16 GIESE, R.F. & JONES, P.C. An economic model of short-rotation forestry. **Mathematical Programming**, North-Holland, 28:206-17, 1984.
- 17 GILMORE, P.C. & GOMORY, R.E. A linear programming approach to the cutting stock problem. **Operations Research**, 9:849-59, 1961.
- 18 ———. A linear programming approach to the cutting stock problem, II. **Operations Research**, p.863-87. nov.dez.1963.
- 19 GONDRAN, M. & MINOUX, M. **Graphs and algorithms**. New York, John Wiley & Sons, 1984.
- 20 GUNN, E.A. & RAI, A.K. Forest management models: a review and a new model. **Working Paper**, Nova Scotia, 6, 1985. (Department of Industrial Engineering, Technical University of Nova Scotia).
- 21 HAIGHT, R.G.; BORDIE, J.D.; DAHMS, W.G. A Dynamic Programming Algorithm for optimization of Lodgepole Pine Management. **Forest Science**, 31(2):321-30, 1985.
- 22 HELD, M. et alii. Validation of subgradient optimization. **Mathematical Programming**, 6:62-88, 1974.
- 23 HOF, T.G.; PICKENS, T.B.; BARTLETT, E.T. A MAXMIN approach to nondeclining Yield Timber Harvest Scheduling Problems. **Forest Science**, 32(3):653-66, 1986.
- 24 HOFFMANN, R. & BERGER, R. Determinação da idade ótima de corte de povoamentos de eucaliptos. **EPEF**, Piracicaba, (7):49-69, 1973.
- 25 HOSOKAWA, R.T. Contribuição para definir a sucessão de cortes dos povoamentos objetivando a persistência de rendas nas empresas florestais. **Boletim APEF**, Curitiba, 1, 1980.
- 26 HUSCH, B. et alii. **Forest mensuration**. New York, The Ronald Press Company, 1972.

- 27 JOHNSON, K.N. & SCHEURMAN, H.L. Techniques for prescribing optimal timber harvest and investment under different objectives; discussion and synthesis. **Forest Science Monograph**, 18, 1977.
- 28 KARMAKAR, N. A new polynomial-time algorithm for linear programming. **Combinatorica**, 4:373-95, 1984.
- 29 KENNINGTON, J.L. & HELGASON, R.V. **Algorithms for network programming**, New York, John Wiley & Sons, 1980.
- 30 KHACHIYAN, L.G. A polynomial algorithm in linear programming. **Soviet Mathematics Doklady**, 20:191-4, 1979.
- 31 KITTEL, C. The nature and development of operations research. **Science**:105-50, 1947.
- 32 LASDON, L.S. **Optimization theory for large systems**. New York, Macmillan, 1970.
- 33 LOGPLAN, NEWNHAM, R.M. **A model for planning logging operations**, C.F.S. INF. REP. FMR-X-RR, study number FM-122. Ottawa, Forest Management Institute, 1975.
- 34 MACHADO, S.A. **Curso de Dentrometria**, 1ª parte, Curitiba, Universidade Federal do Paraná, 1968. (Projeto 52, Brasil/FAO.)
- 35 ———. **Volumetria de árvores e de povoamentos florestais**. In: CURSO DE ATUALIZAÇÃO EM MANEJO FLORESTAL, Curitiba, fev.1987. APEF (Associação Paranaense de Engenheiros Florestais.)
- 36 MARTIN, G.I. & EK, A.R. A dynamic programming analysis of silvicultural alternatives for red pine plantation in Wisconsin. **Canadian Journal of Forest Research** 11:370-9, 1981.
- 37 MINOS user's guide. MURTAGH, B.A. & SAUNDERS, M.A. Technical Report SOL 77-9. Department of Operations Research, Stanford University, 1977.
- 38 MURTAGH, B.A. **Advanced Linear Programming**. McGraw-Hill, 1981.
- 39 NAZARETH, L. A land management model using Dantzig-Wolfe Decomposition. **Management Science**, 26(5): 510-23, 1980.
- 40 NEMHAUSER, G.L. **Introduction to dynamic programming**. New York, John Wiley and Sons, Inc., 1966.
- 41 PELLICO NETTO, S. **Conceitos basilares para realização de inventários florestais**. Curitiba, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal do Paraná, 1985. (Apostila.)
- 42 PICKENS, J.B. & DRESS, P.E. Use of stochastic production coefficients in linear programming models; objective function distribution, feasibility, and dual activities. **Forest Science**, 34(3):574-91, 1988.

- 43 POLYAK, B.T. A general method for solving extremal problems. **Soviet Math.Dokl.**, 8:593-7, 1967.
- 44 RIBEIRO, C.C.C. **Algorithmes de recherche de plus courts chemins avec contraintes; étude théorique, implémentation et parallélisations.** Paris, 1983. Tese, Doutorado, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications.
- 45 RIBEIRO, R.V. **Estudos em programação linear.** Campinas, 1980. Tese, Doutorado, Universidade de Campinas.
- 46 RODRIGUES, L.C.E. GERADOR - Forest Management Matrix Generator. Piracicaba, ESALQ/USP, 1988. (Mimeogr.)
- 47 RODRIGUES, L.C.E. & LIMA, A.B.N.P.M. A utilização da programação linear na determinação de uma estratégia ótima de reforma de um talhão florestal. **IPEF**, Piracicaba, 31, dez.1985.
- 48 SCOLFORO, J.R.S. **Análise comparativa dos procedimentos de inventários florestais repetidos em povoamentos de Eucaliptus spp., nas regiões de Bom Despacho e de Coronel Fabriciano, M.G.** Viçosa, 1980. Tese, Mestrado, Universidade Federal Rural de Viçosa.
- 49 SESSIONS, J. Network analysis using microcomputer for logging planning. Oregon State University.
- 50 STEUER, R.E. & SCHULER, A.T. An interactive multiple-objective linear programming approach to a problem in forest management. **Operations Research**, 26(2):254-69. 1978.
- 51 TAUBE NETTO, M. Um modelo de programação linear para planejamento de florestas de eucaliptos. **Pesquisa Operacional**, 4(1), jun.1984.
- 52 TELHADA, M.A.L. **Resolução de um modelo de programação linear para planejamento florestal.** Campinas, 1985. Tese, Mestrado, Universidade de Campinas.
- 53 VEIGA, R.A.A. **Dendrometria e inventário florestal.** Botucatu, FEPAP - Fundação de Estudos e Pesquisas Agrícolas e Florestais, 1984.
- 54 WEINTRAUB, A. New developments in forest planning models; a hierarchical approach and spatial combinatorics, Workshop on Mathematical Programming. Rio de Janeiro, PUC, 1988.
- 55 WEINTRAUB, A. & NAVON, D. A forest management planning model integrating silvicultural and transportation activities. **Management Science**, 22(12), 1976.
- 56 WEINTRAUB, A. et alii. **Investment planning in forest industries: a hierarchical approach.** Santiago, 1983. (Série Documentos de Trabajo, nº 6, julio.)
- 57 WHITE, A.G.D. Modelos de crescimento e de produção para plantações florestais. In: **CICLO DE PALESTRAS**, Curitiba, mar.1986. (Promovido pela EMBRAPA.)