

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS E CONTROLE DE ENERGIA

# UMA CONTRIBUIÇÃO À MODELAGEM DE MÁQUINAS DE INDUÇÃO LINEARES

RENATO CRIVELLARI CREPPE

Orientador: Prof. Dr. CARLOS RODRIGUES DE SOUZA

Tese de Doutorado

Este exemplar contém a redação final da tese defendida por <b>RENATO CRIVELLARI CREPPE</b> julgada em <b>05 / 09 / 1997</b> pela Comissão
_____ Orientador

Campinas, SP, Brasil  
Setembro - 1997

C863c

32071/BC

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS E CONTROLE DE ENERGIA

**UMA CONTRIBUIÇÃO À MODELAGEM DE  
MÁQUINAS DE INDUÇÃO LINEARES**

RENATO CRIVELLARI CREPPE

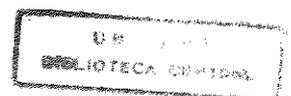
Orientador: Prof. Dr. CARLOS RODRIGUES DE SOUZA

Tese de Doutorado

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de  
Computação da Universidade Estadual de Campinas,  
UNICAMP, como parte dos requisitos exigidos para obtenção  
do título de DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

**Área de Concentração:** Automação

Campinas, SP, Brasil  
Setembro - 1997



UNIDADE	BC
N.º CHAMADA	TIVUNICAMP
	C863c
Ex.	
COMBO BC	32091
ROC.	281/97
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
REÇO	98,1100
DATA	15/11/97
N.º CPD	

CM-00102676-1

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

C863c Creppe, Renato Crivellari  
Uma contribuição à modelagem de máquinas de indução lineares / Renato Crivellari Creppe.-- Campinas, SP: [s.n.], 1997.

Orientador: Carlos Rodrigues de Souza.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Motores elétricos de indução. 2. Máquinas elétricas - Corrente Alternada. 3. Modelos Matemáticos - Motores.

I. Souza, Carlos Rodrigues de. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS E CONTROLE DE ENERGIA

## **UMA CONTRIBUIÇÃO À MODELAGEM DE MÁQUINAS DE INDUÇÃO LINEARES**

**Renato Crivellari Creppe**

Tese de Doutorado apresentada em 05 de setembro de 1997 à Banca Examinadora constituída pelos professores:

**Presidente**

**Prof. Dr. Carlos Rodrigues de Souza - FEEC/UNICAMP**

**Membros**

**Prof. Dr. Luciano Martins Neto - FEE/UFU**

**Prof. Dr. Gilio Aluisio Simone - FET/UNESP**

**Prof. Dr. Ernesto Ruppert Filho - FEEC/UNICAMP**

**Prof. Dr. José Pissolato Filho - FEEC/UNICAMP**

**À minha esposa Liliane e  
aos meus pais Carlos e  
Antonia**

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Professor Doutor Carlos Rodrigues de Souza, pela amizade, pela orientação e pelo apoio no desenvolvimento deste trabalho.

Ao Professor Doutor Gilio Aluisio Simone pela ajuda e incentivo durante o desenvolver desta Tese.

Aos Professores do Departamento de Engenharia Elétrica da FET - Unesp - Campus de Bauru, que tanto incentivaram a realização deste trabalho e, em especial, aos professores Paulo José A. Serni, Ricardo M. Rodrigues e Luiz G. C. Porto, que tanto contribuíram para o sucesso alcançado.

Aos técnicos de laboratórios Osmar Martinelli e Milton de Freitas pela ajuda nas montagens de laboratório e realização dos testes.

Ao eng. José Alfredo C. Ulson pela montagem da máquina utilizada nos testes.

## RESUMO

A proposta desta tese é estudar o funcionamento dos Motores de Indução Lineares, através de um modelo matemático que considere os efeitos de extremidades presentes neste tipo de máquina.

O modelo matemático que representa o motor em estudo tem seus parâmetros determinados a partir de dados de projeto, inicialmente sem considerar os efeitos de extremidades.

O Efeito Transversal de Borda é introduzido no modelo através de fator existente na literatura específica. O Efeito Longitudinal de Extremidade é introduzido através de um novo fator, proposto neste trabalho e calculado a partir da Teoria Unidimensional. Este novo fator apresenta diversas vantagens de utilização em relação aos existentes.

As equações matemáticas do modelo, considerando os efeitos de extremidades, são solucionadas numericamente em computador digital, sem a utilização de transformações matemáticas usualmente empregadas nas máquinas rotativas, simplificando a modelagem da máquina linear.

São apresentados diversos resultados de simulações e são feitas comparações com valores levantados experimentalmente em motores de laboratório.

## **ABSTRACT**

The application of an specific mathematical model to assess the behavior of Linear Induction Motors is the main purpose of this work. End effects, always present in this kind of machine, are considered in the modeling.

In order to emphasize the similarity with conventional rotating machine, the linear induction motor parameters are first determined from the machine design data which do not take end effects into account.

Next, the transversal edge effect is considered as usually shown in pertinent references. As for the consideration of longitudinal end effect, a novel factor, that is calculated with base on the One-Dimensional Theory, is introduced in this work. The advantages in relation to other similar existing factors are discussed.

The mathematical model equation are numerically integrated using digital computer but the mathematical dq transformations, frequently applied to conventional rotary machine dynamic equations, are not used, so the machine modeling is simplified.

Simulation results corresponding measurements carried out in linear machine laboratory prototypes are presented for comparison.

# SUMÁRIO

## CAPÍTULO 1

O MOTOR DE INDUÇÃO LINEAR .....	1
1.1 Introdução.....	1
1.2 Formas Construtivas.....	3
1.3 MILs Para Acionamento Metroviário.....	5
1.4 Outras Aplicações.....	8
1.5 Proposta de Trabalho e Conteúdo dos Demais Capítulos .....	9

## CAPÍTULO 2

FUNDAMENTOS PARA A MODELAGEM DOS MILs .....	11
2.1 Introdução.....	11
2.2 Análise Unidimensional do Motor de Indução Linear .....	12
2.3 O Fator de Qualidade .....	21
2.4 Efeito Transversal de Borda.....	23
2.5 Efeito Longitudinal de Extremidade.....	27
2.6 Número de Reynolds Magnético .....	30
2.7 Modelo em Regime Permanente.....	31

## CAPÍTULO 3

MODELAGEM PARA MÁQUINAS DE INDUÇÃO LINEARES .....	36
3.1 Introdução.....	36
3.2 Modelos Matemáticos para MILs .....	37
3.3 Características do Modelo Proposto .....	38
3.4 Parâmetros do MIL .....	39
3.5 Correção do Efeito Transversal de Borda .....	44
3.6 Equações para o Motor Linear.....	45
3.7 Considerações .....	47

## CAPÍTULO 4

CORREÇÃO DO EFEITO LONGITUDINAL DE EXTREMIDADE .....	48
4.1 Introdução .....	48
4.2 Força Propulsora Considerando o Efeito Longitudinal de Extremidade.....	48
4.3 Proposta de Um Novo Fator para Correção do ELE de Entrada .....	53
4.4 Introdução do Fator $k_f$ no Modelo Proposto .....	57
4.5 Considerações .....	57

## CAPÍTULO 5

### SIMULAÇÕES COM MODELO PROPOSTO E RESULTADOS

EXPERIMENTAIS .....	59
5.1 Introdução .....	59
5.2 MIL Tipo Disco .....	60
5.2.1 Simulação para MIL Tipo Disco.....	61
5.2.2 Confrontação com Resultados de Modelos em Regime Permanente .....	63
5.2.3 Confrontação de Resultados com Testes de Laboratório .....	65
5.3 MIL Tipo Setorial .....	67
5.3.1 Simulação para MIL Tipo Setorial.....	68
5.3.2 Confrontação com Resultados de Modelos em Regime Permanente .....	70
5.3.3 Confrontação de Resultados com Testes de Laboratório .....	71
5.4 Outras Simulações Realizadas .....	73
5.5 Considerações .....	74

## CAPÍTULO 6

SIMULAÇÃO MATEMÁTICA DOS MILs.....	75
6.1 Introdução .....	75
6.2 Variação de Carga Mecânica .....	76
6.3 Simulação para Aceleração com Carga e Variação de Entreferro .....	78

6.4 Simulação para Aceleração com Carga e Variação de Resistividade de Linor .....	81
6.5 Simulação para Aceleração com Carga e Variação de Frequência .....	83
6.6 Simulação para Aceleração sem Carga com Diferentes Frequências .....	86
6.7 Simulação de Frenagem por Inversão de Fase .....	89

## **CAPÍTULO 7**

COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES.....	91
7.1 Introdução.....	91
7.2 Proposta para Futuros Trabalhos .....	92

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	94
----------------------------------	----

BIBLIOGRAFIA ADICIONAL RECOMENDADA.....	97
---	----

## **APÊNDICE I**

SIMULAÇÃO DE MÁQUINAS DE INDUÇÃO ROTATIVAS .....	99
AI.1 Introdução.....	99
AI.2 Equacionamento Fundamental .....	100
AI.3 Transformação de Variáveis .....	105
AI.4 Simulação Digital .....	109
AI.5 Corrente Eficaz Constante .....	113
AI.6 Operação sob Condições não Equilibradas.....	114

## **APÊNDICE II**

MOTORES UTILIZADOS PARA ENSAIOS .....	118
AII.1 Aspectos Gerais .....	118
AII.2 Características do Motor Tipo Disco (motor A) .....	119
AII.3 Características do Motor Setorial (motor B).....	120
AII.4 Instrumentos de Laboratório .....	121

### **APÊNDICE III**

INDUTÂNCIA MÚTUA ESTATOR-LINOR .....	122
AIII.1 Aspectos Gerais .....	122

### **APÊNDICE IV**

ROTINAS DE CÁLCULO PARA SIMULAÇÃO .....	125
AIV.1 Introdução .....	125
AIV.2 Cálculo de Parâmetros .....	125
AIV.3 Simulação Matemática .....	127

## LISTA DE SÍMBOLOS UTILIZADOS

$\vec{B}$	vetor densidade de fluxo magnético
$\vec{D}$	vetor densidade de fluxo elétrico
$\vec{E}$	vetor campo elétrico
$\vec{H}$	vetor intensidade de campo magnético
$\vec{J}$	vetor densidade de corrente
$\alpha_1$	comprimento de penetração da onda de efeito long. extremidade de entrada
$\alpha_2$	comprimento de penetração da onda de efeito long. extremidade de saída
$\delta_1, \delta_2$	fases das ondas de densidade de fluxo de extremidade $b_1$ e $b_2$ , respectivamente
$\delta_s$	fase da onda de densidade de campo $b$
$\epsilon_x$	razão largura do indutor/passos polar
$\epsilon_y$	razão aba linor/passos polar
$\theta$	ângulo entre referenciais de indutor e rotor
$\lambda$	fluxo concatenado
$\mu_0$	permeabilidade do vácuo
$\rho_l$	resistividade volumétrica dos condutores de indutor
$\rho_c$	resistividade de linor corrigida
$\rho_r$	resistividade superficial do linor
$\rho_v$	resistividade volumétrica de linor
$\omega$	velocidade angular
$\omega_r$	velocidade angular do rotor
$a_1$	distância entre os dentes do indutor
$a_2$	largura interna de ranhura do estator
$b$	onda de densidade de campo que viaja na direção $y$
$b_1$	onda de densidade de fluxo de efeito de extremidade de entrada
$b_2$	onda de densidade de fluxo de efeito de extremidade de saída
$b_s$	onda de densidade de fluxo fundamental
$B_1$	valor máximo da densidade de campo de extremidade de entrada
$B_{av}$	valor médio da densidade de campo magnético

$B_s$	valor máximo da onda de densidade de campo na direção y
$c$	largura do indutor
$c'$	largura do linor
$C_R$	constante de relação entre as indutâncias de indutor e linor
$d_f$	densidade de corrente nos condutores do indutor
$E_1$	valor máximo da fem induzida devida a onda $B_1$
$e_1$	fem instantânea devida a onda $B_1$
$E_s$	fem induzida devida a onda $B_s$
$e_s$	fem instantânea devida a onda $B_s$
$E_z$	campo elétrico na direção z
$f$	frequência da fonte de alimentação
$f_e$	fator de empilhamento do bloco do indutor
$f_L$	força de carga
$f_x$	força propulsora na direção x
$f_{xr}$	força propulsora real
$g$	entreferro mecânico
$Ge$	fator de qualidade realístico
$GL$	fator de qualidade de Laithwaite
$g_o$	entreferro corrigido a partir do fator de Carter
$h$	espessura do linor
$h_1, h_2, \dots, h_5$	dimensões relativas à ranhura do indutor
$h_c$	altura da coroa do indutor ativo
$I_1$	Corrente eficaz de indutor, por fase
$I_{1max}$	Corrente de indutor em seu valor máximo
$I_f, I_{fm}$	corrente que circula por um condutor ativo, valores eficaz e máximo
$J$	momento de inércia
$J_1, J_2$	densidade linear de corrente de indutor e linor respectivamente (valor eficaz)
$j_1, j_2$	densidade linear de corrente instantânea de indutor e linor respectivamente
$J_{1m}, J_{2m}$	densidade linear de corrente de indutor e linor respectivamente (valor de pico)
$J_s, J_{sm}$	densidade linear de corrente de um indutor; valores eficaz e máximo
$k$	constante de propagação da onda normal
$k_b$	constante de proporcionalidade temporal

$k_c$	fator de Carter
$k_e$	fator de Gieras para correção para efeito longitudinal de extremidade
$k_f$	fator alternativo para correção do efeito longitudinal de extremidade
$k_r$	fator de Simone para correção para efeito longitudinal de extremidade
$k_s$	fator de correção para efeito transversal de borda
$k_w$	fator de enrolamento
$k_{we}$	fator de enrolamento para tensão devida a extremidade
$L$	indutância própria
$l_l$	comprimento dos condutores de indutor por fase
$l_{cb}$	comprimento de cabeça de bobina
$l_m$	comprimento médio de um condutor ativo
$M$	indutância mútua
$m$	número de fases
$m_a$	massa
$n$	velocidade angular em rpm
$N_l$	número de espiras por indutor, por fase
$N_f$	número de condutores ativos por indutor e por fase
$N_{fp}$	número de espiras por pólo e por fase
$N_r$	número de espiras de rotor
$N_{rm}$	número de Reynolds magnético
$N_s$	número de espiras de estator
$p$	número de pólos
$q$	número de ranhura por pólo e por fase
$R'_2$	resistência de linor refletida para o indutor
$R_l$	resistência do cobre do indutor
$R_l$	relutância magnética
$R_m$	Resistência de perdas no ferro do indutor
$R_r$	resistência de rotor
$R_s$	resistência de indutor
$\mathfrak{R}_m$	relutância magnética
$s$	escorregamento
$T$	conjugado

$t$	tempo
$t_b$	passo de bobina
$T_e$	conjugado eletromagnético
$T_L$	Conjugado de carga
$t_p$	passo polar
$t_{p1}$	relação entre os passos polares
$t_{pe}$	passo polar da onda de efeito de extremidade
$V_{rx}$	velocidade de linor
$V_{sx}$	velocidade síncrona do campo de translação
$X'_2$	reatância de dispersão de linor refletida para o indutor
$x,y,z$	sistema cartesiano de coordenadas
$X_1$	reatância de dispersão de indutor
$X_m$	reatância de magnetização
$Z_e$	impedância de efeito de extremidade
$Z_i$	impedância equivalente do ramo de força e magnetização

# CAPÍTULO 1

## O MOTOR DE INDUÇÃO LINEAR

### 1.1 Introdução

Os Motores de Indução Rotativos (MIR) são largamente utilizados em aplicações industriais, comerciais e domésticas e seu emprego tende a aumentar de maneira acentuada, paralelamente ao desenvolvimento de novos dispositivos conversores de frequência que permitem substituir as máquinas de corrente contínua em sistemas de controle e em sistemas onde necessita-se de velocidade variável. Esta preferência deve-se ao baixo custo, pouca manutenção e grande robustez oferecida pelos motores de indução (assíncronos) rotativos, quando comparada a outros tipos de máquinas.

Os Motores de Indução Lineares (MILs) são motores assíncronos que produzem um movimento de translação diretamente, sem necessitar de sistemas de engrenagens ou quaisquer outros mecanismos de conversão de movimento rotativo em movimento de translação. Desta forma, os MILs são uma alternativa que, cada vez mais, deve ser considerada pois, além de possuírem as mesmas características de seus semelhantes rotativos, possuem vantagens extras quando a ação desejada é o movimento linear:

- i) Sua construção é mais simples que a da máquina rotativa, não requerendo rolamentos ou componentes mecânicos sujeitos a desgaste, reduzindo em muito sua manutenção e aumentando sua confiabilidade;
- ii) A ligação entre o elemento fixo e o elemento móvel dos motores lineares pode ser efetuada, unicamente, através de um campo magnético, permitindo o acionamento de sistemas com levitação magnética;
- iii) Permite que veículos acionados por motores lineares apresentem menor altura em relação aos trilhos, reduzindo a altura total dos mesmos e aumentando sua estabilidade;
- iv) Os MILs admitem diferentes formas construtivas, que podem ser selecionadas de acordo com o tipo e as características de cada aplicação.

O motor de indução linear é uma máquina elétrica e, portanto, sua operação pode se realizar nos dois sentidos da conversão eletromecânica de energia, ou seja, recebendo energia elétrica e fornecendo energia mecânica no caso dos *motores* ou recebendo energia mecânica e fornecendo energia elétrica no caso dos *geradores*. Além disto, as máquinas lineares oferecem possibilidades de construção tão amplas quanto as rotativas, permitindo o desenvolvimento de motores síncronos lineares (MSLs) e motores de corrente contínua lineares (MCCLs).

Os primeiros relatos sobre a construção e o emprego de máquinas lineares datam do final do século dezanove, à mesma época das primeiras experiências com os motores rotativos de indução. São relatos sobre motores oscilantes, para o acionamento de locomotivas, utilizando-se do mesmo conjunto de manivelas das locomotivas a vapor existentes nesta época. Outros relatos descrevem a construção de um veículo para o transporte de bagagens, de características muito simples, que era movimentado através de solenóides energizados à medida que o veículo deslocava-se por seu trilho. Já no final da II Guerra Mundial, uma aplicação militar, desenvolvida pela Westinghouse Electric Corporation para a marinha Americana, possibilitava o lançamento de grandes aeronaves, com carga completa, a partir do convés dos porta-aviões. Nesta aplicação, um motor linear com pista de 30 centímetros de largura por 425 metros de comprimento, com potência de 12 MW, acelerava as aeronaves do repouso até a velocidade de 360 km/h, num espaço de 300 metros, utilizando os 125 metros restantes para a desaceleração do motor linear por inversão de fase. Este sistema era interessante, pois, apresentava poucas limitações quanto a velocidade e capacidade de lançamento e a taxa de aceleração podia ser escolhida de acordo com a aeronave a ser lançada. O custo do equipamento, porém, impediu novos desenvolvimentos e o lançador foi abandonado com o final da guerra, que também representou um momento de diminuição no interesse pelos motores lineares (Poloujadoff, 1971).

Após um longo período de esquecimento, as máquinas lineares voltaram a ser novamente estudadas, já na década de 60, com grande ênfase para sua aplicação em sistemas urbanos de transporte de passageiros e algumas aplicações industriais. Este período de renovação de interesse ocorreu simultaneamente ao desenvolvimento da eletrônica de potência, que passou a operar com tensões e correntes mais elevadas e com maiores possibilidades de controle. Nesta época, países como Japão, Reino Unido, Alemanha e Canadá voltaram a incentivar as pesquisas de motores lineares para o acionamento de trens metropolitanos, equipados com motores de indução lineares (MILs) e de trens intermunicipais com levitação magnética (MAGLEVs), equipados com motores síncronos lineares (MSLs).

Especialmente na área de transporte urbano de passageiros, as perspectivas futuras são bastante animadoras para o emprego crescente de sistemas

acionados por motores de indução lineares, que vem se tornando cada vez mais competitivos.

## 1.2 Formas Construtivas

Os MILs podem ser construídos de diversas formas, de acordo com as particularidades da aplicação a que se destinam. Assim, pode-se encontrar diversos tipos de estatores e diversos tipos de *linores*, cada qual com suas respectivas vantagens e desvantagens. O termo "linor" foi proposto pelo pesquisador E. R. Laithwaite (1957) para denominar o secundário dos motores de indução lineares, de forma a melhor caracterizar o movimento desenvolvido.

Como as possibilidades de construção são muito amplas, a tarefa de classificar os MILs torna-se complexa. Uma classificação que observa a forma dos estatores e linores e que tem especial interesse para este trabalho, permite caracterizar: Motores Planos, Motores Setoriais e Motores Tubulares.

Motores Planos: são os motores lineares mais conhecidos e mais utilizados, sendo que sua forma construtiva sugere, de imediato, o tipo de movimento produzido;

Motores Setoriais: são motores semelhantes aos rotativos mas que apresentam um núcleo ferromagnético estático que não envolve totalmente o rotor, mas cobre apenas um determinado arco destes. São também conhecidos, por esta razão, como motores em arco.

Motores Tubulares: possuem a forma de tubo e, atualmente, estão sendo indicados para o acionamento de braços mecânicos e em lançadores de pequenos objetos e ogivas.

Quanto ao comprimento relativo do estator e do linor pode-se encontrar motores lineares de *estator longo e linor curto* e motores de *estator curto e linor longo*. Os motores lineares de estator curto apresentam um custo de construção muito menor que os de estator longo e, por isto, apresentam maiores possibilidades de utilização.

Quanto ao componente que se movimenta, pode-se encontrar motores de *linor móvel e estator fixo* e motores de *linor fixo e estator móvel*. Quanto ao número de fases pode-se encontrar motores lineares trifásicos, que são os mais versáteis e os motores lineares monofásicos, que apresentam muitas das particularidades de seus semelhantes rotativos e apresentam amplas possibilidades de aplicação, em pequenas potências e pequenas tarefas.

Finalmente, pode-se observar o número de estatores dotados de enrolamentos (estatores ativos) e encontrar: motores lineares de duplo estator ativo (dupla face) e motores lineares de único estator ativo (face única). A figura 1.1 mostra algumas das possíveis formas construtivas dos motores lineares:

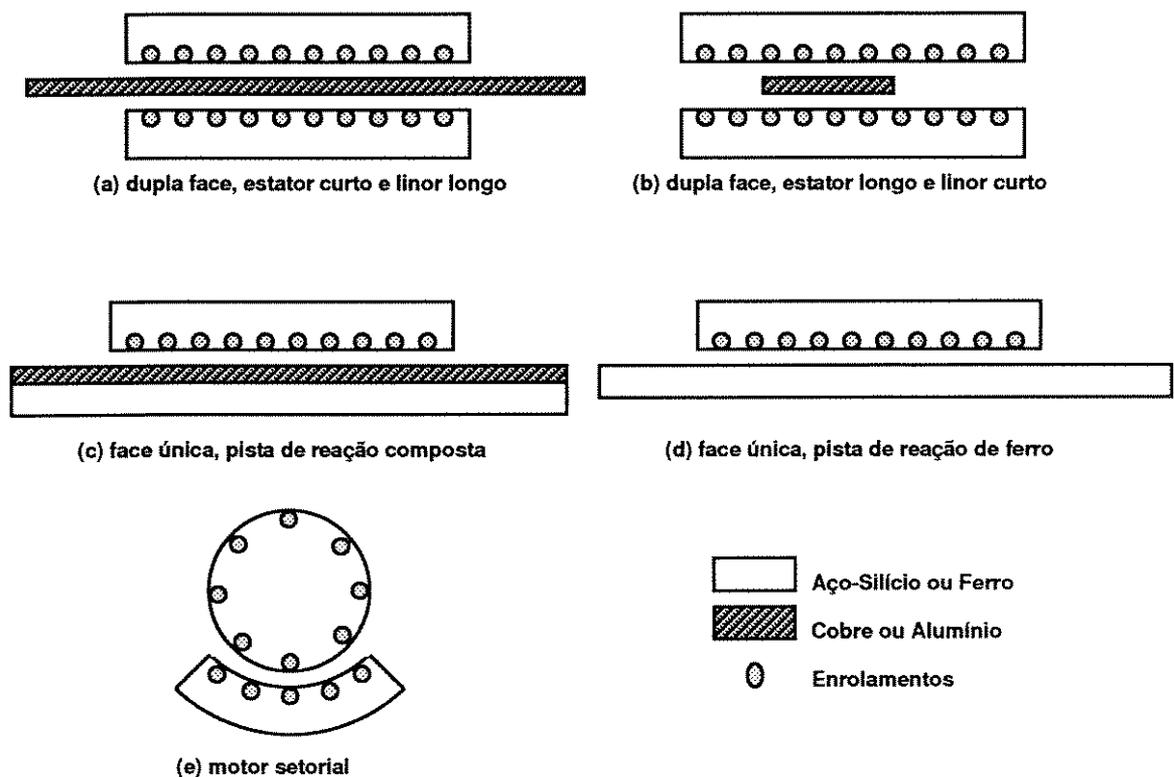


Figura 1.1 - Diversos tipos de motores de indução lineares:

A construção mostrada na figura 1.1(c) é a de um motor com linor formado por um núcleo de ferro recoberto por uma chapa de material condutor (cobre ou alumínio). Esta construção parece ser a mais vantajosa para utilização em sistemas de metrô, devido ao seu custo reduzido e possibilidade de alcançar forças propulsoras elevadas.

### 1.3 MILs Para Acionamento Metroviário

A aplicação de maior envergadura dos motores lineares está nos sistemas de transporte coletivo de grandes centros urbanos, onde são indicados para solucionar alguns problemas do transporte de massa. Algumas das propostas de utilização de motores lineares estão associadas à levitação magnética (MAGLEVs). Sistemas suportados através da levitação magnética operam em regime experimental na Alemanha, Japão e Inglaterra. O sistema de levitação magnética possibilita a operação em velocidades extremamente altas, tornando o projeto atraente para países onde o transporte ferroviário começa a competir com o transporte aeroviário, devido à necessidade de utilizar tecnologias como a dos supercondutores.

Em Toronto, na província de Ontário, Canadá, encontra-se em operação um sistema de transporte baseado no motor de indução linear (assíncrono), sustentado sobre rodas e sem levitação magnética, com capacidade de transporte na faixa de 12 a 20 mil passageiros por hora, operando em regime comercial.

O sistema de metrô canadense, denominado de ICTS (Intermediate Capacity Transit System), possui carros para 70 passageiros e velocidade de 72 km/h, operando em muitos trechos de superfície. Como as condições climáticas são muito rigorosas, o motor de propulsão deste veículo deve ser capaz de vencer trechos recobertos por neve, que é uma condição de operação bastante severa, por requerer uma maior potência sob condições menos favoráveis de aderência das rodas com o trilho. O motor linear utilizado na movimentação dos carros no metrô canadense possui as características mostradas na tabela 1.1 (Wallace et al., 1980).

Tabela 1.1 - Características do Motor Linear Utilizado no ICTS

Comprimento (estator)	1,986 m
Largura (estator)	0,216 m
Altura (estator)	0,098 m
Massa Total	421 kg
Frequência	5-50 Hz
Entreferro (médio)	0,011 m
Força em Regime	12 kN
Corrente (fase)	465 A
Número de Pólos	6

Os dados da tabela 1.1 mostram que o motor linear apresenta a grande vantagem de possuir uma altura muito pequena (~10 cm), possibilitando a

construção de carros mais baixos que os convencionais. Outra característica, que também é muito particular deste tipo de motor, é a magnitude do entreferro; com cerca de 1 cm, este é muito maior que o entreferro encontrado nas máquinas de indução rotativas.

A construção de metrô acionados por motores de indução lineares encontra outro interessante exemplo de aplicação no Japão, onde as cidades de Osaka e Tóquio já possuem linhas em operação comercial. A motivação para a utilização deste tipo de acionamento foi, entre outros fatores, o custo relativamente alto da parte civil do empreendimento, ou seja, dos túneis e das estações de embarque-desembarque. Como exigência de projeto, os engenheiros japoneses necessitavam desenvolver um sistema que permitisse a construção de túneis com uma seção menor que os anteriormente construídos e que possibilitasse a construção de estações mais próximas da superfície, fato que, necessariamente, obrigaria os trens a vencerem rampas com maior inclinação e também que pudessem operar com um baixo nível de ruído (redução de peças e engrenagens mecânicas).

Como o motor linear permite a utilização de veículos mais baixos, pois o mesmo utiliza-se de um espaço muito menor que os motores rotativos, normalmente utilizados nos "truques", a altura dos carros acionados por motores lineares é muito menor. Portanto, em um túnel com diâmetro menor que os convencionais, pode-se manter o mesmo fluxo de passageiros. A figura 1.2 mostra, esquematicamente, a diferença entre os diâmetros dos túneis empregados em um metrô utilizando motor linear e um metrô convencional (Matsumoto, 1988).

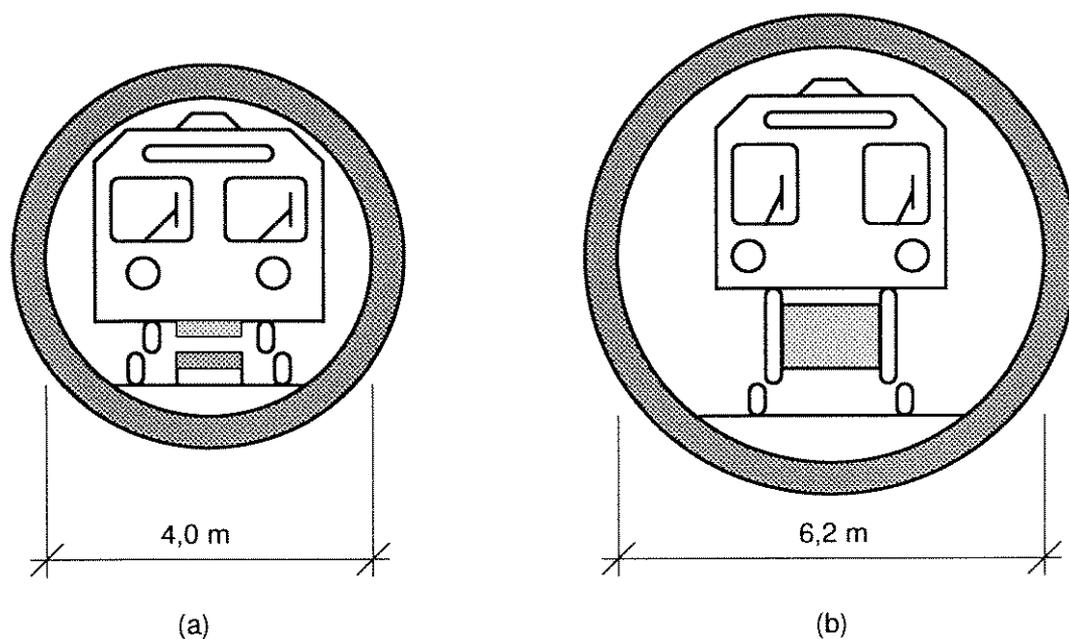


Figura 1.2 - Diâmetro interno do túnel para metrô acionados (a) por motor linear e por (b) motores rotativos convencionais.

Outra vantagem, que também foi observada pelos engenheiros ferroviários, foi a independência da aderência roda-trilho, quando as composições são acionadas por MILs. Nos sistemas acionados por motores rotativos a aderência roda-trilho é uma limitação muito importante e determina inclusive o traçado das linhas. Quando não existe aderência entre a roda e o trilho, as rodas giram em falso (patinam) e toda a potência desenvolvida pelo motor é perdida. O problema da aderência também é importante para partidas e frenagens, para o controle da composição e, principalmente, para o estabelecimento da máxima inclinação que a composição poderá vencer. O carro acionado por motor linear não está limitado a adesão entre a roda e o trilho, já que as rodas servem, tão somente para sustentação dos carros, permitindo que a composição vença rampas da ordem de 8% (Yamanaka et al., 1990). Esta característica dos motores lineares permite que as estações sejam construídas mais próximas da superfície, diminuindo custos com construção civil.

Outra vantagem apontada para o uso de motores lineares é a de possibilitar curvas com raios menores. Para comparação, um metrô tradicional executa curvas com raio de cerca de 300 metros enquanto que o metrô com motor linear poderia executar curva com raio de cerca de 150 metros (Matsumoto, 1988), chegando até a 50 m quando as composições são leves (pequenas).

O sistema de metrô japonês empregado na cidade Osaka, possui uma extensão de 5,2 km, transportando de 20 a 30 mil passageiros por direção e por hora e iniciou sua operação em março de 1990. Os trens podem atingir uma velocidade máxima de 70 km/h e são dotados de dois motores lineares por carro, acionados por inversores alimentados em corrente contínua na tensão de 1500 VDC, com seu circuito de potência operando baseado em GTOs. O entreferro de operação é cerca de 12 mm e pode ser modificado, através da inserção de placas de ajuste nos suportes do motor.

A pista de reação (linor) do motor é formada por uma base de ferro de 22 mm de espessura, recoberta por uma camada de alumínio de 5 mm de espessura, formando um conjunto com 360 mm de largura. A utilização da capa de alumínio permite o desenvolvimento de forças propulsoras maiores que aquelas produzidas por pistas de reação construídas unicamente com ferro. A representação de um corte do sistema de propulsão deste metrô com sua pista de reação, é mostrada na figura 1.3, onde se pode notar que a largura do linor é um pouco maior que a do estator do MIL, para melhorar a distribuição das correntes induzidas e seu desempenho.

A manutenção mecânica dos MILs também é um ponto importante a ser considerado pois, como estas máquinas são isentas de rolamentos, engrenagens ou partes móveis e, também, não necessitam de elementos de transmissão intermediários como correias, acoplamentos e redutores, as mesmas são mecanicamente simples e com uma elevada confiabilidade, em comparação com as máquinas rotativas.

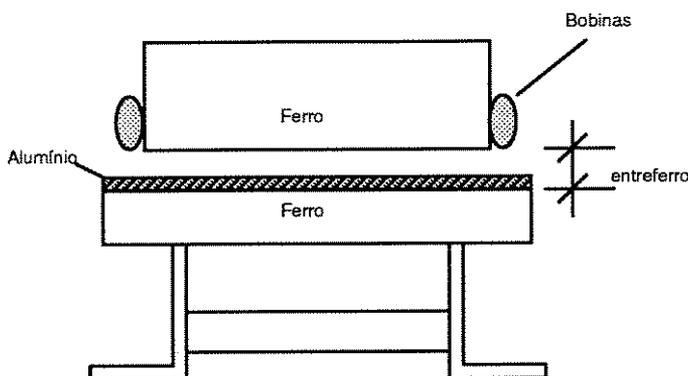


Figura 1.3 - Vista em corte do motor linear utilizado no metrô japonês com seu linor formado por uma base de ferro recoberta por alumínio

## 1.4 Outras Aplicações

Além da aplicação em transportes de massa (máquinas de grande potência), o motor linear pode ser aplicado em diversas situações, principalmente na indústria (máquinas de pequena e média potência), onde a produção direta de movimento de translação é necessária.

Uma utilização que conta com muito tempo de uso é o tensionamento de lâminas de alumínio que serão enroladas para formar bobinas (McLean, 1988). Nesta aplicação, vários MILs são colocados sobre as lâminas de alumínio, próximas a entrada da bobinadeira, produzindo sobre a lâmina uma força contrária ao seu movimento. Esta ação resulta em uma tensão mecânica constante, sem a necessidade de contato físico, não deixando marcas sobre a superfície do metal.

O transporte de materiais metálicos fundidos também pode ser feito através de motores lineares, que funcionam como "bombas", impulsionando o material de difícil manipulação através de circuitos construídos com elementos refratários. Nessa aplicação, o motor pode ter a função secundária de depurar a escória (não condutora) que não é impulsionada e vai para o fundo do canal de transporte. Este tipo de aplicação também é importante em instalações nucleares onde a manipulação de materiais radioativos pode ser feita através de motores lineares.

Uma aplicação recente e muito interessante foi apresentada pelo Institute for Posts and Telecommunications da cidade de Tóquio, no Japão. Esta entidade observou que a taxa de crescimento de correspondência japonesa era de cerca de 7% ao ano

e que 34% de toda a correspondência do Japão provém ou se destina à região metropolitana da cidade de Tóquio (Osawa et al., 1992). Esta região apresenta, como em todas as grandes cidades do mundo, uma dificuldade crescente de deslocamento, o que levou a uma projeção da impossibilidade de acompanhar o crescimento do volume de correspondência em um período de poucos anos.

Para resolver este problema os correios da capital japonesa implementaram um sistema de túneis subterrâneos, interligando as principais agências. Por estes túneis circulam pequenos veículos, não tripulados, acionados por motores lineares de indução, que transportam rapidamente toda a correspondência da região.

Outras aplicações como esteiras transportadoras, misturadores industriais, elevadores (Simone et al. 1996b), propulsores para navios e submarinos, podem ser encontradas na literatura especializada e o número de sugestões cresce constantemente. Além disso, quando o tema motores lineares é apresentado e aplicações são discutidas, não é raro que ouvintes sugiram aplicações ligadas às suas atividades que, atualmente, são movidas por complexos sistemas de conversão de movimento rotativo em movimento linear.

## **1.5 Proposta de Trabalho e Conteúdo dos Demais Capítulos**

Este trabalho tem por objetivo propor um modelo matemático para o estudo dos motores de indução lineares, que compreenda tanto o regime permanente quanto os transitórios mecânicos, considerando as particularidades deste tipo de motor que impedem a utilização direta dos modelos tradicionais.

A força propulsora desenvolvida pelo MIL e o seu comportamento quando submetido a perturbações são características que se deseja obter a partir do modelo, para confrontação com medições efetivadas em máquina disponível em laboratório.

O modelo apresentado como alternativa para o estudo dos MILs procura considerar todos os efeitos próprios dos MILs, através de um equacionamento relativamente simples e didático, que conduz a resultados próximos dos encontrados em laboratório através de ensaios em um MIL real.

No Capítulo 2, destinado ao equacionamento básico das máquinas lineares, a Teoria Unidimensional é aplicada para a análise do comportamento da densidade de campo magnético no entreferro destas máquinas. São também discutidos os Efeitos de Extremidades, tanto longitudinal quanto transversal, além da introdução do conceito de

Fator de Qualidade. Este capítulo destina-se a fornecer subsídios para os capítulos seguintes.

No Capítulo 3, diversos modelos matemáticos para a simulação das máquinas de indução lineares são comentados e uma nova proposta para simulação destas máquinas é apresentada. A correção do Efeito Transversal de Borda, através de um fator apropriado, também é apresentada.

No Capítulo 4 é apresentado um novo fator que está sendo proposto para a correção do Efeito Longitudinal de Extremidade de Entrada e é realizada a sua inclusão no modelo matemático mostrado no capítulo anterior.

No Capítulo 5 são comparados os resultados obtidos das simulações realizadas com o modelo que está sendo proposto com aqueles obtidos através de testes de laboratório. Um motor linear com linor em forma de disco (motor plano) e um motor setorial foram utilizados nos ensaios de laboratório.

No Capítulo 6 são apresentadas diversas simulações, realizadas a partir dos dados do motor linear plano, analisando situações como: variação de carga mecânica, variação de entreferro, variação da resistividade de linor, entre outras.

O Capítulo 7 está reservado a análises sobre a modelagem proposta. São então colocadas as conclusões da pesquisa e feitas proposições para trabalhos que permitam dar sequência ao tratamento do tema.

Nos apêndices, além das características construtivas dos MILs de laboratórios, também é apresentado o comportamento da indutância mútua estator-linor, bem como a teoria fundamental aplicada para simulação de máquinas de indução rotativas.

## CAPÍTULO 2

### FUNDAMENTOS PARA A MODELAGEM DOS MILs

#### 2.1 Introdução

Na literatura técnica podem ser encontrados muitos trabalhos sobre os MILs, principalmente na forma de artigos. O número de livros que tratam especificamente de MILs pode ser considerado pequeno (cerca de uma dezena de títulos), quando comparado ao número de obras que tratam das máquinas rotativas. Neste material (livros e artigos) é possível encontrar variadas formas de abordar os MILs.

Dentre as diversas técnicas para análise dos MILs, a análise unidimensional destaca-se pela simplicidade matemática e facilidade de aplicação, em relação as demais. Esta técnica apresenta excelentes resultados, pois, permite uma boa observação do comportamento da densidade de campo magnético ao longo da direção de deslocamento do linor e, também, possibilita a observação e compreensão dos fenômenos ligados aos efeitos de extremidades (longitudinais). Algumas particularidades da distribuição da densidade de campo, não podem ser observadas através do modelo unidimensional, principalmente aquelas referentes às extremidades transversais. No entanto, estas podem ser facilmente acrescentadas ao modelo através de fatores de correção para os parâmetros da máquina que, por exemplo, modificam a resistência da lâmina secundária.

Yamamura (1972) estudou também a densidade de campo magnético através de modelos bi e tridimensionais, envolvendo um extenso trabalho matemático. Neste caso, é possível obter-se, simultaneamente, os efeitos longitudinais e transversais, presentes nos MILs, mas a modelagem é, naturalmente, mais complexa.

Neste capítulo, além da análise unidimensional, é feito um estudo do fator de qualidade, proposto por Laithwaite (1976) e de suas implicações no estudo dos MILs, através de modificações realizadas em sua proposta original. São apresentados alguns fatores de correção que podem ser introduzidos na modelagem para compensar a presença dos efeitos de extremidades. Também é apresentado o "Número de Reynolds Magnético", que permite a classificação das máquinas de indução lineares com relação à velocidade de operação.

## 2.2 Análise Unidimensional do Motor de Indução Linear

Para a análise unidimensional do MIL, toma-se um motor do tipo estator curto e linor longo de dupla face. Este tipo de motor foi escolhido por apresentar elevada força propulsora e uma força normal menor que seu semelhante de face única, além de possuir um custo de construção relativamente baixo, se comparado aos motores de indutor longo. Para este motor, mostrado na figura 2.1, algumas hipóteses iniciais são consideradas:

- i) Os núcleos dos indutores são construídos de forma a apresentar elevada resistência elétrica (núcleos laminados) e uma elevada permeabilidade magnética, sendo que, para desenvolvimentos analíticos, esta será considerada infinita;
- ii) O circuito magnético opera livre de saturação, face à grande espessura do entreferro;
- iii) as correntes primárias são representadas por duas lâminas de corrente que circulam somente na direção  $z$  ( figura 2.1 ) e têm comportamento senoidal;
- iv) A onda de força magnetomotriz se translada na direção do movimento do linor (direção  $x$ );
- v) O linor de comprimento muito grande e proporcionalmente muito fino ( $h$ ), apresenta correntes induzidas que circulam somente na direção  $z$ , possuindo permeabilidade magnética assumida semelhante a do ar ( $\mu_0$ );
- vi) a profundidade do núcleo de ferro na direção  $z$  é tomada como unitária ( 1 metro);
- vii) a densidade de campo magnético é função de  $x$  (espaço) e de  $t$  (tempo) e está orientada na direção  $y$ .

Conceitos fundamentais para o estabelecimento do Modelo Unidimensional são apresentados a seguir:

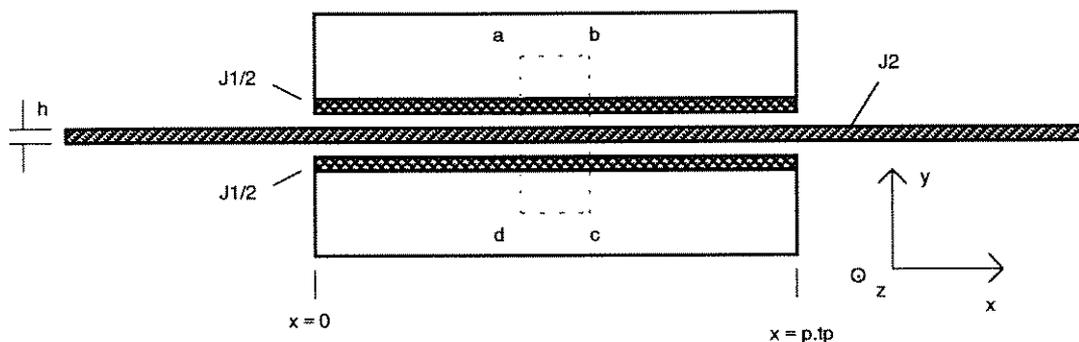


Figura 2.1 - Vista lateral do MIL de dupla face, com estator curto e linor longo

### *Densidade Linear de Corrente no Indutor*

Os MILs são dotados, em sua maioria, de enrolamentos trifásicos inseridos em ranhuras dispostas ao longo da superfície do indutor. A corrente nos enrolamentos fica distribuída, de forma discreta, em condutores concentrados nessas ranhuras. Essa disposição determina a forma da onda de força magnetomotriz que pode ser modificada através da distribuição das bobinas de uma mesma fase, em diversas ranhuras.

No estudo das máquinas elétricas, os enrolamentos trifásicos podem ser substituídos por lâminas fictícias de corrente fluindo em indutores lisos, onde a distribuição de corrente se manifesta de forma contínua pela superfície interna dos mesmos. Teoricamente, a lâmina de corrente deve produzir uma onda fundamental de força magnetomotriz semelhante àquela que seria observada no motor dotado de ranhuras.

O conceito de lâmina de corrente tem se mostrado muito útil no estudo dos MILs, sendo utilizado por diversos pesquisadores em seus trabalhos. Adota-se, para um enrolamento polifásico uma onda fundamental de densidade linear de corrente do indutor, que se desloca no sentido positivo do eixo  $x$ , a seguinte expressão:

$$j_1 = J_{1m} \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{t_p} x \right) \quad (2.1)$$

Na expressão (2.1),  $J_{1m}$  é o valor máximo da densidade linear de corrente (A/m),  $\omega$  é a frequência angular da fonte de alimentação e  $t_p$  é o comprimento do passo polar (m). O valor máximo (pico) da densidade linear de corrente correspondente a um único indutor do motor mostrado na figura 2.1 é:

$$J_{sm} = \frac{J_{1m}}{2} \quad (2.2)$$

com

$$J_{sm} = \frac{3 \cdot N_f \cdot I_{fm} \cdot k_w}{p \cdot tp} \quad (2.3)$$

onde  $p$  é o número de pólos do estator,  $k_w$  o fator de enrolamento,  $I_{fm}$  o valor máximo da corrente que circula pelos condutores do estator e  $N_f$  o número de condutores ativos por indutor e por fase, que é igual ao dobro do número de espiras por indutor e por fase ( $N_1$ ).

Quando a corrente que circula pelos condutores do estator é tomada em seu valor eficaz, a densidade linear de corrente, em ampéres por metro, é expressa por:

$$J_s = \frac{J_{sm}}{\sqrt{2}} \quad (2.4)$$

### *Densidade de Campo Magnético no Entreferro*

A Lei de Ampère, em sua forma diferencial, aplicada ao laço fictício abcd, praticado no motor da figura 2.1, fornece:

$$\bar{\nabla} \times \bar{H} = \bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \quad (2.5)$$

Como as frequências de operação dos motores de indução lineares são relativamente pequenas, as correntes de deslocamento podem ser desprezadas, e:

$$\bar{\nabla} \times \bar{H} = \bar{J} \quad (2.6)$$

Para desenvolver-se o rotacional aplicado à intensidade de campo, admite-se as seguintes hipóteses:

- i) A densidade de campo magnético terá somente componente na direção do eixo  $y$ ;
- ii) A espessura do entreferro é tal que toda energia, na forma de um campo magnético, está ali armazenada.

Respeitadas as hipóteses propostas anteriormente, a intensidade de campo magnético na direção  $y$  será:

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \frac{j_1 + j_2}{g} \quad (2.7)$$

onde  $g$  é o comprimento do entreferro (distância entre os estatores) e  $j_2$  a densidade linear de corrente de linor.

Definindo-se  $b(x,t) = b$ , como a densidade de campo magnético presente na direção  $y$ , função do deslocamento e do tempo, pode-se escrever:

$$\frac{g}{\mu_0} \cdot \frac{\partial b}{\partial x} = j_1 + j_2 \quad (2.8)$$

Aplicando a Lei de Faraday, ao laço mostrado na figura 2.1 e considerando que o campo elétrico somente possui componente na direção  $z$ :

$$-\frac{\partial e_z}{\partial x} = -\frac{\partial b}{\partial t} \cdot \frac{dt}{dt} - \frac{\partial b}{\partial x} \cdot V_{rx} \quad (2.9)$$

Da expressão anterior, pode-se observar que a força eletromotriz presente possui duas componentes, mocional e variacional, onde  $V_{rx}$  é a velocidade de deslocamento da lâmina secundária. Como a densidade de campo possui somente componentes na direção  $y$ , pode-se desprezar a dispersão de fluxo no linor e considerar que toda força eletromotriz presente está ligada à queda resistiva:

$$e_z = \rho_r \cdot j_2 \quad (2.10)$$

Onde  $\rho_r$  é a resistividade superficial da lâmina secundária, dada pela relação entre a resistividade volumétrica do material pela espessura da lâmina, como mostrado a seguir:

$$\rho_r = \frac{\rho_v}{h} \quad (2.11)$$

Então, a expressão (2.8) se escreve:

$$\frac{g}{\mu_0} \cdot \frac{\partial b}{\partial x} = j_1 + \frac{e_z}{\rho_r} \quad (2.12)$$

Derivando-se a expressão (2.12), em relação a x, encontra-se:

$$\frac{\partial ez}{\partial x} = \rho_r \cdot \frac{g}{\mu_o} \cdot \frac{\partial^2 b}{\partial x^2} - \rho_r \cdot \frac{\partial j_1}{\partial x} \quad (2.13)$$

Das expressões (2.8), (2.9) e (2.10), obtém-se:

$$\frac{g}{\mu_o} \cdot \frac{\partial^2 b}{\partial x^2} - \frac{V_{rx}}{\rho_r} \cdot \frac{\partial b}{\partial x} - \frac{1}{\rho_r} \frac{\partial b}{\partial t} = \frac{\partial j_1}{\partial x} \quad (2.14)$$

A equação (2.14) descreve o comportamento da onda de densidade de campo magnético no entreferro do MIL mostrado na figura 2.1. O terceiro termo do primeiro membro da equação (2.14) é uma derivada de b(x,t) em relação ao tempo, diferindo-se dos outros termos. Portanto, para trazer a necessária homogeneidade, procede-se modificações neste termo. A solução particular da equação (2.14), é do tipo:

$$b_s(x, t) = B_s \cdot \cos(\omega \cdot t - \pi \cdot x / tp + \delta_s) \quad (2.15)$$

O desenvolvimento da expressão (2.14) através da utilização das expressões (2.1) e (2.15), permite obter os valores de  $B_s$  e  $\delta_s$ :

$$B_s = \frac{J_1}{\sqrt{\left[ \frac{\pi \cdot g}{tp \cdot \mu_o} \right]^2 + \left[ \frac{s \cdot V_{sx}}{\rho_r} \right]^2}} \quad (2.16)$$

$$\text{tg}(\delta_s) = \frac{\pi \cdot \rho_r \cdot g}{\mu_o \cdot tp \cdot s \cdot V_{sx}} \quad (2.17)$$

sendo  $V_{sx}$  a velocidade linear síncrona da densidade de campo magnético no entreferro e s o escorregamento.

A equação (2.16) permite determinar a densidade de campo magnético no entreferro dos MILs operando com dois indutores dotados de enrolamento (indutores ativos). Nesta equação, observa-se que a densidade de campo magnético varia com o escorregamento, apresentando maiores magnitudes para o motor operando em velocidade síncrona ( $s = 0$ ) e valores mínimos para o motor a linor bloqueado ( $s = 1$ ).

Derivando-se a expressão de  $b(x,t)$ , escrita na forma exponencial, em relação ao tempo, resulta:

$$\frac{\partial b}{\partial t} = j \cdot \omega \cdot b \quad (2.18)$$

A equação (2.18) aplicada em (2.14), leva a uma equação diferencial de segunda ordem, não homogênea, a coeficientes constantes:

$$\frac{g}{\mu_o} \cdot \frac{\partial^2 b}{\partial x^2} - \frac{V_{rx}}{\rho_r} \frac{\partial b}{\partial x} - \frac{1}{\rho_r} j \omega b = \frac{\partial j_1}{\partial x} \quad (2.19)$$

A equação homogênea de (2.19), tem como raízes:

$$k_1, k_2 = \frac{\mu_o \cdot V_{rx}}{2 \cdot g \cdot \rho_r} \pm \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{\mu_o \cdot V_{rx}}{g \cdot \rho_r}\right)^2 + j \cdot \frac{4 \cdot \omega \cdot \mu_o}{g \cdot \rho_r}} \quad (2.20)$$

O segundo membro da equação (2.20), uma raiz quadrada de um número complexo, pode ser analisado separadamente, de forma a obter-se a parte real e a parte imaginária do mesmo:

$$M + j \cdot N = \sqrt{\left(\frac{\mu_o \cdot V_{rx}}{g \cdot \rho_r}\right)^2 + j \cdot \frac{4 \cdot \omega \cdot \mu_o}{g \cdot \rho_r}} \quad (2.21)$$

Os termos  $M$  e  $N$  da equação (2.21) são números reais e juntamente com (2.20), conduzem a:

$$k_1 = \frac{\mu_o \cdot V_{rx} - \rho_r \cdot g \cdot M}{2 \cdot g \cdot \rho_r} - j \cdot \frac{N}{2} = -\frac{1}{\alpha_1} - j \cdot \frac{\pi}{tpe} \quad (2.22)$$

$$k_2 = \frac{\mu_o \cdot V_{rx} + \rho_r \cdot g \cdot M}{2 \cdot g \cdot \rho_r} + j \cdot \frac{N}{2} = \frac{1}{\alpha_2} + j \cdot \frac{\pi}{tpe} \quad (2.23)$$

Observando-se as igualdades propostas em (2.22) e (2.23), encontra-se:

$$\alpha_1 = \frac{2 \cdot \rho_r \cdot g}{\rho_r \cdot g \cdot M - \mu_o \cdot V_{IX}} \quad (2.24)$$

$$\alpha_2 = \frac{2 \cdot \rho_r \cdot g}{\rho_r \cdot g \cdot M + \mu_o \cdot V_{IX}} \quad (2.25)$$

$$tpe = \frac{2 \cdot \pi}{N} \quad (2.26)$$

Os termos  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $tpe$  são todos positivos e conduzem à uma expressão para a onda de densidade de campo magnético que se translada pelo entreferro do MIL com velocidade síncrona  $V_{SX}$ . De acordo com Yamamura (1972), a solução geral para  $b(x,t)$  é:

$$\begin{aligned} b(x,t) &= b_s(x,t) + b_1(x,t) + b_2(x,t) = \\ &= B_s \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{\pi \cdot x}{tp} + \delta_s\right) + B_1 \cdot e^{-\frac{x}{\alpha_1}} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{\pi \cdot x}{tpe} + \delta_1\right) + B_2 \cdot e^{\frac{x}{\alpha_2}} \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \frac{\pi \cdot x}{tpe} + \delta_2\right) \end{aligned} \quad (2.27)$$

A equação (2.27) mostra o comportamento da densidade de campo magnético no entreferro do MIL e é composta por três ondas. A primeira, de comprimento  $2 \cdot tp$ , representa a onda fundamental de campo magnético  $b_s(x,t)$ , que seria esperada em um motor de comprimento infinito. A segunda,  $b_1(x,t)$ , de comprimento  $2 \cdot tpe$ , possui uma constante de atenuação  $1/\alpha_1$ , viajando no mesmo sentido e possuindo a mesma frequência angular que a onda fundamental. Esta segunda onda representa o efeito longitudinal de extremidade de entrada, que é um fenômeno que aparece na região onde a lâmina móvel penetra no entreferro da máquina. A terceira e última onda  $b_2(x,t)$ , também de comprimento  $2 \cdot tpe$ , possui uma constante de atenuação  $1/\alpha_2$ , apresentando a mesma frequência angular, porém, viajando em sentido contrário à primeira. Esta última componente conduz ao efeito longitudinal de extremidade de saída, mostrando o fenômeno que ocorre quando o linor

deixa a região de entreferro. As amplitudes  $B_1$  e  $B_2$  são determinadas a partir de condições de contorno.

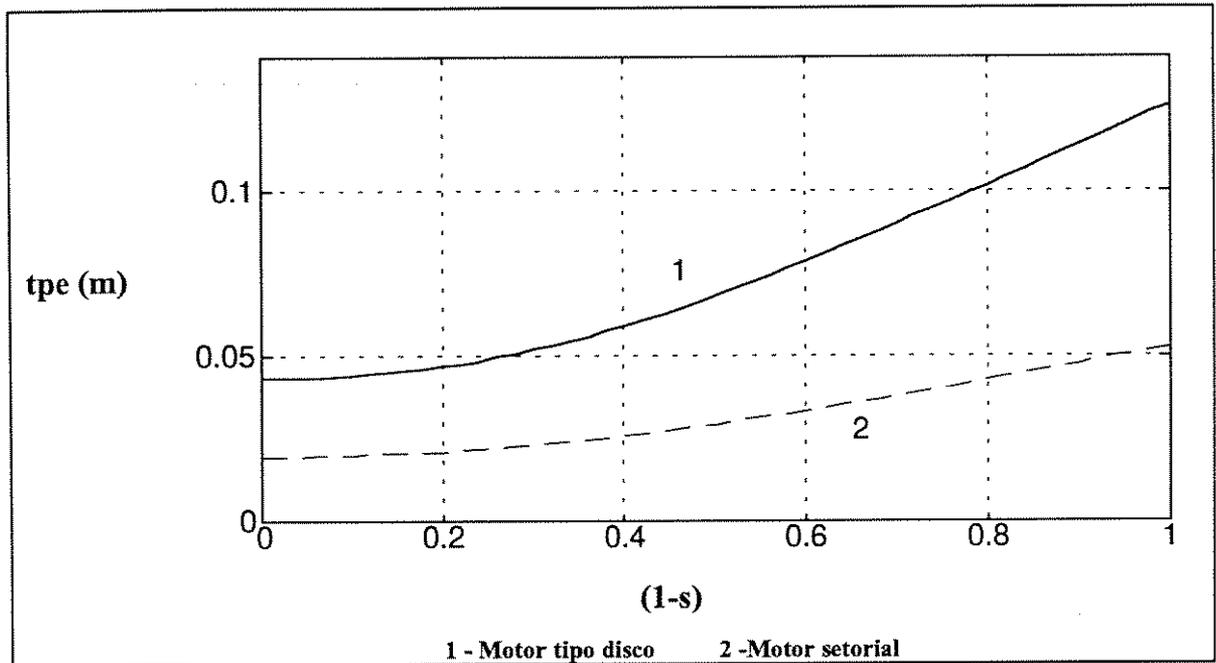


Figura 2.2 - Comportamento de  $t_{pe}$  em função da velocidade

O passo polar das ondas de efeito de extremidade de entrada e saída ( $t_{pe}$ ) é função do ponto de operação do MIL, ou seja, função do escorregamento. O gráfico da figura 2.2 foi obtido através das expressões desenvolvidas anteriormente, utilizando os parâmetros das máquinas lineares descritas no Apêndice II.

Analisando-se a expressão (2.27), observa-se que as ondas  $b_1(x,t)$  e  $b_2(x,t)$  representam as distorções de campo provocadas pelas extremidades dos estatores. Como já foi mencionado, além de viajarem em sentidos contrários, as mesmas são amortecidas por constantes diferentes ( $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ ).

Uma análise dos gráficos de  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ , mostrados, respectivamente, nas figuras 2.3 e 2.4, mostra que a constante de atenuação  $\alpha_1$  assume valores muito superiores aos assumidos por  $\alpha_2$ , para um mesmo motor e uma mesma velocidade de operação. Desta maneira, o comprimento de penetração da onda longitudinal de extremidade de entrada é muitas vezes superior ao da onda longitudinal de extremidade de saída. Nos exemplos apresentados, tanto para o motor tipo disco quanto para o motor setorial, a relação entre estes comprimentos é aproximadamente 100:1, para um escorregamento de 20%.

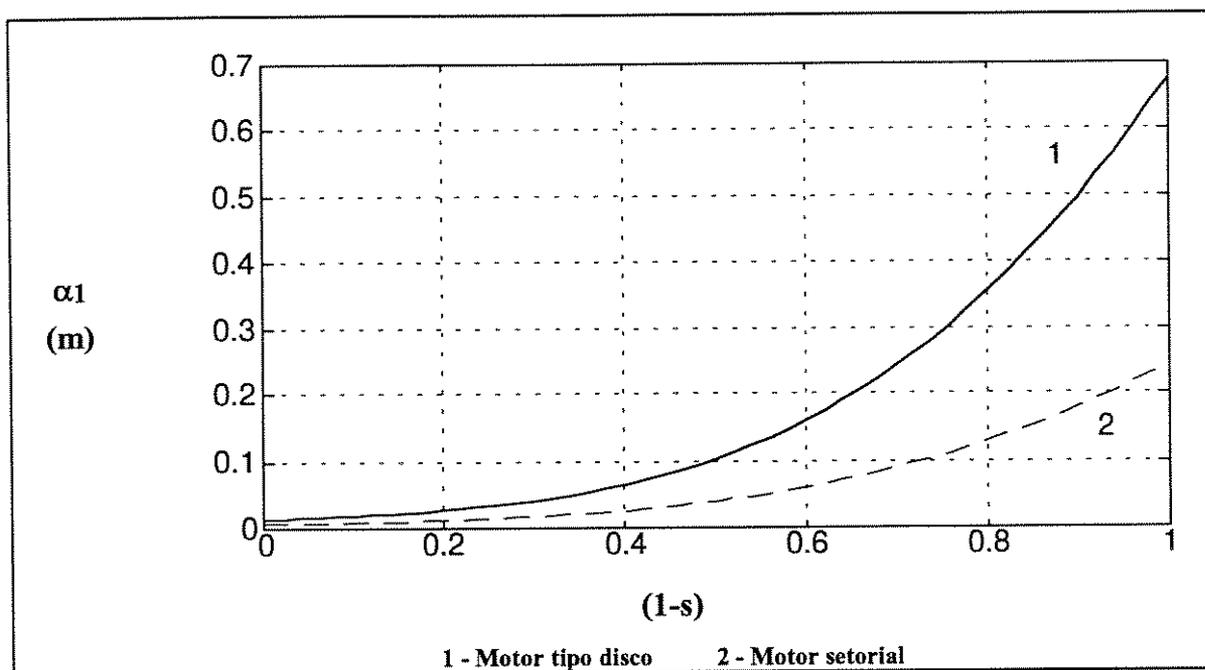


Figura 2.3 - Comprimento de penetração  $\alpha_1$  em função da velocidade

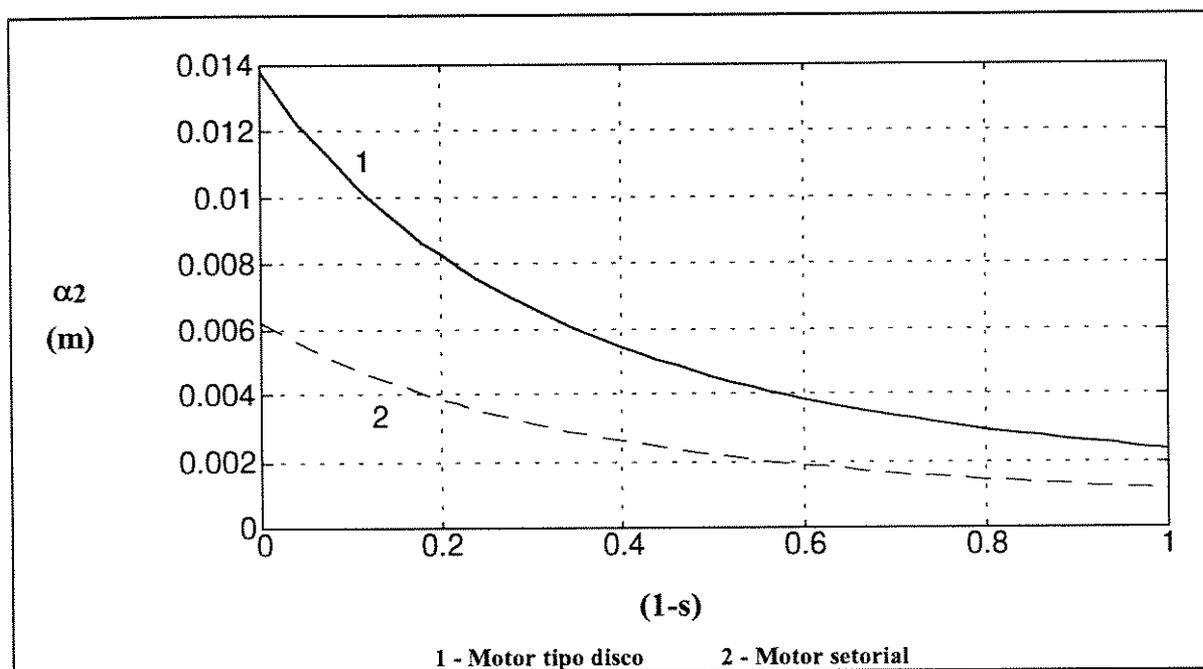


Figura 2.4 - Comprimento de penetração  $\alpha_2$  em função da velocidade

A onda de extremidade de entrada atua ao longo de um comprimento muito grande do indutor do MIL, enquanto que a atuação da onda longitudinal de

extremidade de saída fica restrita a regiões próximas ao final do bloco do indutor. Devido a esta pequena influência da onda de extremidade de saída, a maioria dos autores despreza a sua presença e a expressão para onda de densidade de campo magnético no entreferro pode ser simplificada, como mostra a expressão:

$$b(x, t) = B_s \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{\pi \cdot x}{\tau_p} + \delta_s\right) + B_1 \cdot e^{-\frac{x}{\alpha_1}} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{\pi \cdot x}{\tau_{pe}} + \delta_1\right) \quad (2.28)$$

Onde o efeito longitudinal de extremidade de entrada é responsável pela maior alteração das características da densidade de campo magnético no entreferro do MIL. Para o completo conhecimento do comportamento real do motor, uma rigorosa análise deste efeito é imprescindível.

A "Análise Unidimensional" não consegue abranger um outro fenômeno bastante importante para os MILs que é o Efeito Transversal de Borda (ETB) presente nas máquinas de indução. Este fenômeno será considerado através de um fator específico mostrado nos tópicos seguintes e posteriormente incluído no modelo.

### 2.3 O Fator de Qualidade

Observando-se as equações da densidade de campo magnético do motor de indução linear, nota-se que seu comportamento está ligado a variáveis características importantes, tais como resistividade da lâmina litorica, espessura de entreferro, passo polar e frequência da fonte de alimentação. O comportamento da máquina, é sensivelmente alterado quando um destes parâmetros é modificado. Desta forma, pode-se caracterizar ou qualificar um MIL através destes parâmetros.

O Fator de Qualidade (GL), proposto por E.R. Laithwaite (1976), visa qualificar os sistemas conversores eletromagnéticos com base na observação de suas características elétricas e magnéticas.

A princípio, algumas das propriedades das máquinas elétricas, tais como o rendimento, podem levar a uma classificação dos MILs, que é objetivo a ser alcançado. No entanto, máquinas com idênticos rendimentos podem, por exemplo, apresentar tamanhos e custos diferentes, levando a uma incerteza quanto às suas "qualidades".

Como toda máquina elétrica pode ser analisada como a composição de um circuito elétrico com um circuito magnético, pode-se expressar sua "qualidade" através de elementos que observem os dois circuitos. Assim, admite-se que o melhor circuito elétrico produz a maior corrente para uma dada força eletromotriz (fem), enquanto que o melhor circuito magnético produz o maior fluxo para uma dada força magnetomotriz (fmm).

Nas máquinas elétricas, a corrente e o fluxo estão associados tanto a força eletromotriz quanto à força magnetomotriz. Portanto, a interligação dos circuitos elétrico e magnético ocorre através da corrente e do fluxo magnético. O produto dessas duas grandezas é responsável pela força nos dispositivos que efetuam a conversão eletromecânica de energia. O fator de qualidade ( $G_L$ ) está, então, ligado a fatores como resistência elétrica e relutância dos circuitos e quanto menores forem estes elementos, maior será a "qualidade" do dispositivo.

A equação (2.29) mostra que o fator de qualidade é inversamente proporcional à resistência e à relutância.

$$G_L = \frac{\omega}{Rl \cdot R_s} \quad (2.29)$$

O inverso do produto da resistência ( $R_s$ ) pela relutância ( $Rl$ ), na expressão anterior, possui dimensão de tempo e um fator de proporcionalidade deve ser incluído no cálculo possuindo dimensão de tempo, de forma que  $G_L$  resulte adimensional. O fator de proporcionalidade ligado ao tempo, para as máquinas que operam em corrente alternada, é a frequência angular.

A equação (2.29) pode ser particularizada para expressar o fator de qualidade de um MIL (Laithwaite, 1976). Para este tipo de motor, admite-se um passo polar igual a  $t_p$ , um entreferro  $g$ , uma resistividade superficial do linor igual a  $\rho_r$  e  $\omega$  frequência angular, resultando:

$$G_L = \frac{\mu_o \cdot t_p^2 \cdot \omega}{\pi^2 \cdot \rho_r \cdot g} \quad (2.30)$$

A equação (2.30) permite observar que o fator de qualidade é diretamente proporcional ao quadrado do passo polar e inversamente proporcional ao comprimento do entreferro e da resistividade do linor.

O Fator de Qualidade proposto em (2.30), apesar de sua utilidade para a análise dos MIL, não incorpora um importante fenômeno, característico destes motores, denominado Efeito Transversal de Borda (ETB), fundamentalmente ligado à geometria da máquina.

A presença do ETB nos motores assíncronos lineares é responsável por uma não uniformidade na distribuição de correntes na lâmina linórica. Essa não uniformidade provoca um aparente aumento na resistividade da lâmina e uma redução na força propulsora. Portanto, é necessária sua inclusão na expressão (2.30).

O ETB, analisado por diversos autores, notadamente Russell e Norsworthy (1958), é incluído nos modelos matemáticos através de um fator que modifica a resistividade de linor. Este fator é discutido com mais detalhes no próximo item.

## 2.4 Efeito Transversal de Borda

A análise unidimensional efetuada na distribuição da densidade de campo magnético no entreferro dos MILs, pressupõe que as correntes induzidas no linor possuem componentes apenas na direção  $z$ . Todavia, esta hipótese não permite considerar a circulação de correntes na região do linor que é externa ao entreferro, naqueles motores que possuem lâmina secundária com largura maior que a dos indutores e que formam o caso geral dessas máquinas. Assim, os caminhos de corrente são considerados como sendo perfeitamente uniformes, não se considerando a circulação de correntes na direção  $x$  e os fechamentos das linhas de corrente no linor, na região do entreferro dos MILs. Desta forma, uma potência dissipada adicional, relativa às perdas na lâmina, não é levada em conta como deveria.

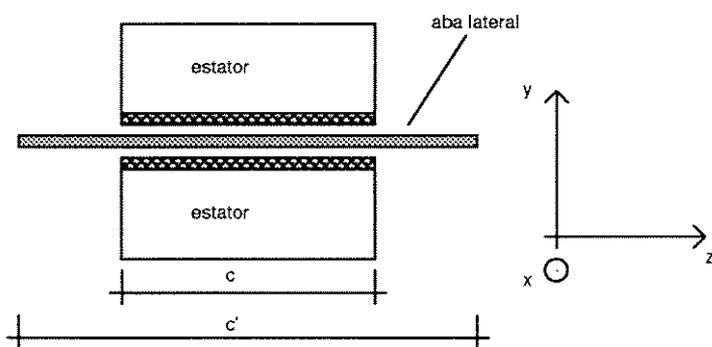


Figura 2.5 - Corte transversal do MIL

A figura 2.5 representa, esquematicamente, um corte transversal efetuado em um MIL. Pode-se observar os blocos do indutor de largura  $c$  e o linor de largura  $c'$ , que viaja na direção  $x$  com velocidade  $V_{rx}$ . A relação entre as larguras do indutor e do linor ( $c/c'$ ), juntamente com a resistividade da lâmina, são importantes

elementos no estudo do Efeito Transversal de Borda (ETB), que atua modificando a trajetória das correntes estabelecidas no secundário.

Observando-se diversos motores com largura de aba distintas, constata-se que aqueles motores onde a lâmina linórica possui a mesma largura do estator ( $c/c' = 1$ ) apresentam distribuição de correntes com poucas componentes contribuindo para a força propulsora final de translação (componentes de corrente na direção  $z$ ), além de apresentarem instabilidade lateral em seu movimento (Gieras, 1993). Por outro lado, os motores que apresentam a largura da lâmina muito maior que a largura do estator ( $c/c' \ll 1$ ), não apresentam vantagens significativas em seu desempenho levando a motores com custos de construção relativamente elevados.

Para determinar-se corretamente a largura da lâmina, pode-se utilizar fatores de correção de sua resistividade como uma importante ferramenta de projeto, além da observação das características particulares de cada aplicação.

O estudo do ETB para a determinação do valor ideal da relação  $c/c'$ , mostra que este efeito é diferente em origem e natureza do Efeito Longitudinal de Extremidade, pois, não é originário do movimento relativo entre indutor e linor e não envolve fenômenos transitórios de qualquer natureza.

A determinação da resistividade da lâmina de linor pode incluir, em seu cálculo, um fator de correção que envolva o ETB através da observação do comportamento não uniforme da distribuição das correntes circulantes no linor. Este fator afeta fortemente os modelos matemáticos para simulação dos MILs.

Diversos autores analisaram o ETB e estabeleceram fatores que, modificando a resistividade da lâmina linórica, introduzem este efeito no comportamento dos modelos dos MILs. Os trabalhos desenvolvidos por Russell e Norsworthy (1958) e por Bolton (1969), são os mais utilizados para o estudo deste fenômeno, sendo que o último apresenta um fator de correção mais elaborado, porém, matematicamente, muito mais complexo.

A escolha do modelo matemático a ser utilizado para a caracterização do ETB deve ser feita considerando-se, principalmente, a precisão do modelo adotado. Em princípio, a escolha deverá recair sobre o tratamento mais rigoroso proposto por Bolton. Ocorre que, na maioria dos casos, a aplicação do fator proposto por Russell, leva a valores extremamente próximos aos obtidos pelo método de Bolton. Desse modo, o fator de correção para a resistividade superficial do linor ( $k_s$ ) proposto por Russell deverá ser adotado, em face de sua simplicidade de cálculo, sempre que atenda a precisão desejada. De fato, a maioria dos pesquisadores utilizam-se deste fator em seus trabalhos e pode-se mostrar (Creppe, 1992) que, para o motor tipo disco descrito no Apêndice II, a diferença de valores entre os dois possíveis fatores é menor que 1%, para o motor a linor bloqueado e

menor que 0,5%, para a região de operação normal. Esta variação ocorre porque o fator proposto por Bolton é função do escorregamento.

O fator proposto por Russell ( $k_s$ ), é dado pela expressão mostrada a seguir:

$$k_s = 1 - \frac{\operatorname{tgh}(\varepsilon_x)}{\varepsilon_x \cdot (1 + \operatorname{thg}(\varepsilon_x) + \operatorname{tgh}(\varepsilon_y))} \quad (2.31)$$

onde:

$$\varepsilon_x = \frac{\pi \cdot c}{2 \cdot tp} \quad (2.32)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\pi \cdot (c' - c)}{2 \cdot tp} \quad (2.33)$$

O fator mostrado em (2.31) é função apenas de parâmetros mecânicos do MIL e sua variação se observa com a modificação do comprimento das abas do motor ( $c' - c$ ). S. Yamamura (1972) e G. A. Simone (1992) analisaram a variação de  $k_s$  com o comprimento das abas e mostraram, que a partir de certo valor destas, o fator  $k_s$  é praticamente constante, sendo, portanto, inútil qualquer aumento. Assim, pode-se demonstrar que um valor ótimo para o comprimento da aba, ligado ao passo polar ( $tp$ ), é obtido quando  $\varepsilon_y = 1$ . Portanto:

$$1 = \frac{\pi \cdot (c' - c)}{2 \cdot tp} \quad (2.34a)$$

$$\frac{(c' - c)}{2} = \frac{tp}{\pi} \quad (2.34b)$$

A equação (2.34b) mostra que o comprimento ideal da aba é cerca de um terço do comprimento do passo polar (para  $\varepsilon_y = 1$ ). Como exemplo, os fatores propostos por Russell e por Bolton são calculados para o motor tipo disco, descrito no Apêndice II e seus valores são mostrados no gráfico da figura 2.6. Neste gráfico, os fatores são apresentados com função da velocidade da máquina ( $1 - s$ ).

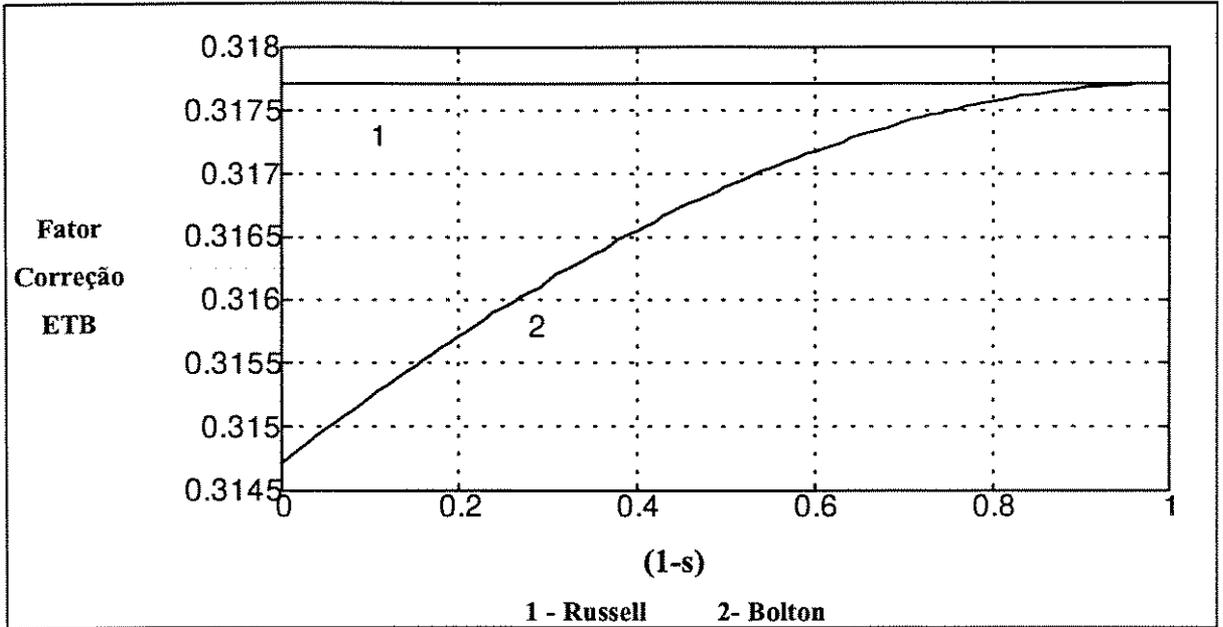


Figura 2.6 - Comparação dos Fatores de Russell e Bolton

A resistividade superficial do linor, considerando-se a presença do ETB, é alterada para um novo valor, dado por:

$$\rho_c = \frac{\rho_r}{k_s} \quad (2.35)$$

O fator  $k_s$ , modificando a resistividade da lâmina, provocará uma redução no fator de qualidade ( $G_L$ ) e, como pode ser observado em simulações, aproxima o comportamento do modelo matemático ao do modelo real.

O fator de qualidade, agora considerando o ETB é denominado de fator de qualidade realístico ( $G_e$ ), e calculado a partir de:

$$G_e = \frac{\mu_o \cdot t_p^2 \cdot \omega}{\pi^2 \cdot \rho_c \cdot g} \quad (2.36)$$

De forma semelhante ao procedimento executado para incluir o ETB, outros fenômenos poderiam ser introduzidos no estudo do fator de qualidade, tornando o estudo ainda mais próximo do sistema real. Se forem considerados outros efeitos, como o Efeito Pelicular, o Efeito do Ranhuramento do Estator, entre outros, pode-se introduzir novos fatores que modificam o fator de qualidade ( $G_L$ ), encontrando um novo fator de qualidade realístico ( $G_e$ ), que caracteriza melhor a máquina real. Por exemplo, o ranhuramento do estator pode ser considerado através do "Fator de Carter" e facilmente introduzido na expressão de  $G_e$ .

## 2.5 Efeito Longitudinal de Extremidade

A característica mais importante no estudo dos MILs é, sem dúvida, o fato destes apresentarem um indutor com extremidades, favorecendo o aparecimento de perturbações no fluxo das regiões de entrada (Efeito Longitudinal de Extremidade de Entrada) e de saída (Efeito Longitudinal de Extremidade de Saída) do motor. Para observar estes fenômenos, admite-se que o sistema de referência está colocado no indutor, que é imóvel, como mostra a figura 2.7 e, admite-se que o linor se move com velocidade  $V_{rx}$ , no sentido positivo do eixo  $x$ , de forma semelhante ao campo magnético de translação, que viaja com velocidade  $V_{sx}$ . O ponto  $x = 0$  caracteriza a região de entrada da lâmina no campo magnético e, portanto, a extremidade de entrada e o ponto  $x = p \cdot tp$ , caracteriza a região de saída da lâmina do campo, ou seja, a extremidade de saída. O comprimento total do motor é igual ao produto do passo polar pelo número de pólos ( $p \cdot tp$ ).

O Efeito Longitudinal de Extremidade (ELE), observado nos MILs, está relacionado com o movimento do linor em relação aos indutores e atua de forma diferente em MILs de mesmas características mecânicas e diferentes velocidades

O ELE foi inicialmente estudado na União Soviética (Laithwaite, 1976), quando do estudo do comportamento dos "motores setoriais". Motores setoriais (ou motores em arco) são máquinas onde uma parte do estator de um motor rotativo é retirada e a parte restante recebe um enrolamento trifásico, mantendo-se o rotor intacto.

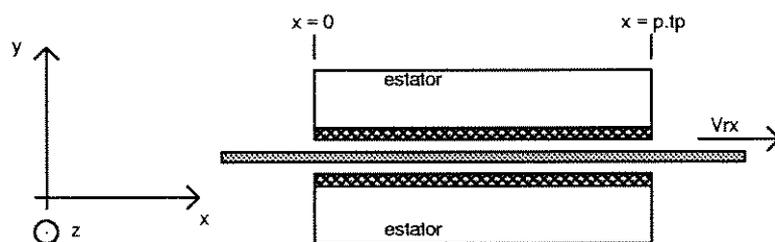


Figura 2.7 - Vista Longitudinal do MIL

O arco que é retirado do estator pode variar de acordo com a finalidade do motor. Dessa forma, o estator deste motor irá apresentar um região de entrada e uma região de saída, exatamente como as encontradas nos MILs. Este fato torna os motores setoriais extremamente interessantes para o estudos dos fenômenos ligados ao ELE, devido, em parte, à facilidade de construção, operação e levantamento de dados em laboratórios. De fato, muitos autores utilizam, em seus laboratórios, motores setoriais para validar seus trabalhos.

O comportamento do motor de arco, observado na figura 2.8, é semelhante ao do motor de indução linear de estator curto, mostrado na figura 2.9, onde pode-se visualizar melhor o Efeito Longitudinal de Extremidade.

Traçando-se, sobre a lâmina secundária do motor, quatro laços fictícios, como mostrado na figura 2.9, faz-se a observação para um instante particular  $t_1$ . Os laços L1 e L4 estão muito distantes das extremidades do estator de forma a permitir, sem erro, afirmar que os mesmos não concatenam fluxo magnético no instante  $t_1$ . Não concatenando fluxo, não estão sujeitos às variações deste, portanto, não estão sujeitos a forças eletromotrizes induzidas e, tampouco, a correntes circulantes.

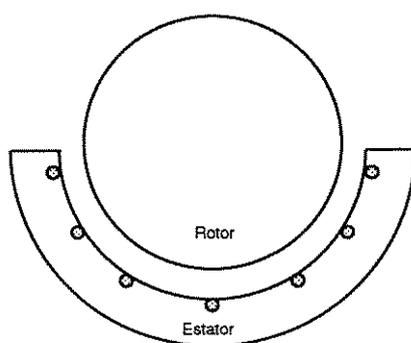


Figura 2.8 - Motor setorial (arco de 180°)

Os laços L2 e L3, por sua vez, concatenam fluxo magnético variante no tempo e no espaço e estão sujeitos a forças eletromotrizes induzidas, por apresentarem velocidade em relação ao campo magnético de translação. Como o indutor está estático em relação ao referencial externo e como o campo magnético viaja no sentido positivo de  $x$ , ou seja, o mesmo sentido do linor, são observados diversos fenômenos nestes laços.

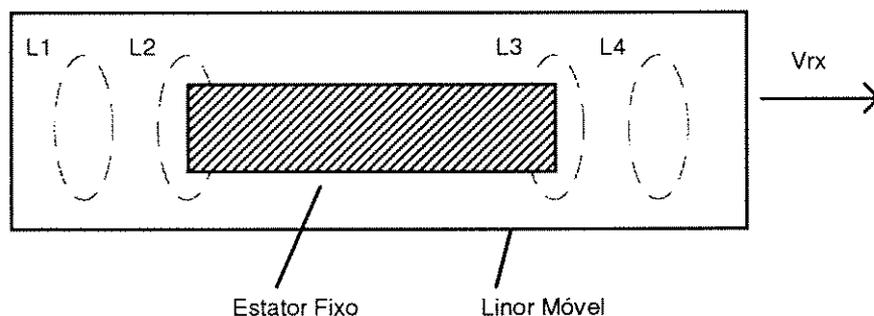


Figura 2.9 - Laços Fictícios Praticados no Linor em Movimento

Como é a lâmina que se movimenta, a extremidade esquerda do indutor (figura 2.9), é a de entrada e a da direita, a extremidade de saída, como já foi discutido anteriormente. Os pontos situados na metade esquerda do laço L2 estão fora da região ativa, enquanto que os pontos da metade direita, estão imersos no fluxo magnético gerado pelo indutor. No laço L3, apresenta-se situação inversa.

A reação imposta pelas correntes induzidas no linor, na região L2, está estabelecida de forma a opor-se ao crescimento do fluxo concatenado pelo mesmo. No laço L3, a reação imposta pelas correntes atua no sentido de se opor ao decrescimento do fluxo concatenado pelo referido laço, o que já evidencia comportamento distinto para as duas extremidades.

O fato de haver circulação de correntes no laço L3, após a sua saída da região ativa, é motivo de aumento das perdas por correntes parasitas, além da interação do fluxo magnético criado por estas correntes com o fluxo magnético de espraiamento do indutor dar origem a uma componente de força que atua em sentido inverso ao da força propulsora, isto é, dar origem a uma componente de força frenante, fato que é tão mais pronunciado quanto maior for a velocidade relativa entre lâmina que forma o linor e o indutor.

Como existe corrente induzida no laço L2, ocorre o aparecimento de um forte fluxo magnético que interage com o fluxo magnético de translação, alterando o comportamento da força de propulsão, no sentido de reduzi-la. Desta forma, as extremidades do estator dão origem a duas componentes de forças frenantes que caracterizam o Efeito de Extremidade Longitudinal (de entrada e de saída).

Os efeitos observados nas extremidades do estator propagam-se através do entreferro, distorcendo o campo magnético de translação em regiões distantes das extremidades. A penetração da perturbação de fluxo, devido aos efeitos de extremidades, está ligada, principalmente, à velocidade do MIL (Poloujadoff, 1980).

Nos conversores de alta velocidade, o comprimento da penetração da perturbação que ocorre na extremidade de entrada é muito maior que o comprimento de penetração da perturbação que ocorre na extremidade de saída, sendo, o primeiro, quase que totalmente o responsável pela modificação de desempenho do MIL. Deve-se lembrar que o Efeito Transversal de Borda também se faz presente juntamente com o Efeito Longitudinal de Extremidade.

Para motores de baixas velocidades, o Efeito Longitudinal de Extremidade de Entrada é atenuado mais rapidamente e sua influência no desempenho do motor é menor que nos motores de alta velocidade.

## 2.6 Número de Reynolds Magnético

Observa-se, do estudo dos efeitos de extremidade, que a velocidade do MIL constitui um importante subsídio para sua análise. Como o Efeito Longitudinal de Extremidade atua de forma diferente para motores de alta e de baixa velocidades, surge a necessidade de classificar-se os motores, partindo-se de sua velocidade nominal de operação, em grupos que apresentam mesmo comportamento. Segundo o pesquisador S. Yamamura (1972), pode-se classificar os motores a partir do valor obtido pela expressão:

$$N_{rm} = \frac{\mu_o \cdot (V_{rx})^2}{4 \cdot \omega \cdot \rho_r \cdot g} \quad (2.37)$$

A equação (2.37), que expressa o "Número de Reynolds Magnético", permite classificar os motores quanto a sua velocidade. Um motor apresenta comportamento de alta velocidade quando  $N_{rm}$  assume valores muito superiores à unidade e, de baixa velocidade quando  $N_{rm}$  assume valores menores que a unidade, ou seja:

$$N_{rm} \gg 1 \quad - \text{comportamento de alta velocidade}$$

$$N_{rm} < 1 \quad - \text{comportamento de baixa velocidade}$$

Existe, também, a situação em que  $N_{rm}$  assume valores pouco maiores que a unidade. Neste caso, considera-se os motores como de velocidade intermediária, devendo-se proceder uma análise mais detalhada dos efeitos provocados pelas extremidades, principalmente a de entrada.

A equação (2.37) pode ser escrita em função do fator de qualidade (Gl) do motor, tomando-se como base duas equações importantes no estudos dos MILs:

$$V_{sx} = 2 \cdot tp \cdot f \quad (2.38)$$

$$V_{rx} = (1 - s) \cdot V_{sx} \quad (2.39)$$

onde  $V_{sx}$  é a velocidade síncrona do campo magnético de translação do motor,  $s$  o escorregamento e  $f$  a frequência da fonte de alimentação.

O "Número de Reynolds Magnético" ( $N_{rm}$ ), pode, então, ser expresso por:

$$N_{rm} = \frac{(1-s)^2}{4} \cdot G_L \quad (2.40)$$

O escorregamento, na equação (2.40), pode ser adotado, para análises, como o referente à velocidade nominal de operação do MIL.

A influência do Efeito Longitudinal de Extremidade na força propulsora, pode diferir em muito, para diferentes classes de velocidade de operação. Assim, MILs caracterizados como de baixa velocidade apresentam como característica particular, o fato de desenvolverem força em velocidade síncrona. Os MILs de média velocidade apresentam força nula em velocidade síncrona, enquanto os MILs de elevadas velocidades apresentam força nula em velocidades pouco menores que a síncrona.

## 2.7 Modelo em Regime Permanente

O estudo dos transformadores e das máquinas elétricas em geral encontra nos circuitos elétricos equivalentes uma maneira concisa, simples e eficiente para observação de muitos aspectos de seu funcionamento e permite que, com um ferramental bastante conhecido, como é o caso dos circuitos elétricos equivalentes, uma série de problemas sejam solucionados, com precisão aceitável.

A modelagem de um MIL através de circuitos elétricos equivalentes é possível de ser realizada e pode ser uma excelente ferramenta para o estudo desses motores, permitindo o cálculo da força propulsora, tensão (para um MIL operando com corrente eficaz constante), fator de potência e rendimento, através de um modelo que é muito semelhante ao utilizado para os motores de indução rotativos.

O modelo matemático utilizado para simular um MIL com linor longo, de baixa permeabilidade magnética, operando com um ou dois indutores ativos, pode ter seus parâmetros calculados através da teoria de projeto desenvolvida por G. A. Simone (1992), onde cada parâmetro é obtido a partir de informações construtivas do motor, como: dimensões do estator, número de ranhuras, tipo de enrolamento, entreferro, espessura do linor, largura do linor, corrente nominal, entre outros.

O modelo que nasce dos ensaios clássicos das máquinas rotativas (figura 2.10) não permite que sejam incorporados fenômenos próprios dos MILs e, portanto, não leva em conta os efeitos de extremidades que modificam profundamente o comportamento destas máquinas. Dessa forma, o circuito da máquina rotativa, mostrado na figura 2.10, é apenas um ponto de início para as análises e deve, ainda, sofrer modificações

para que suas respostas fiquem próximas das obtidas em ensaios de laboratório, quando se tratar de máquinas lineares.

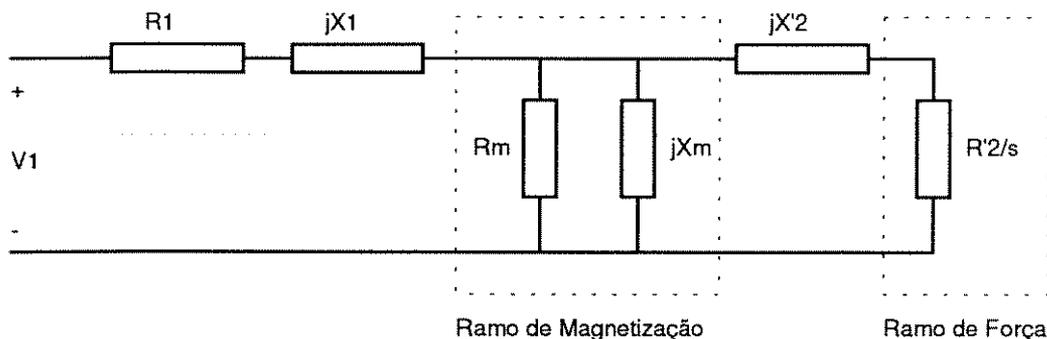


Figura 2.10 - Circuito elétrico equivalente tradicional

Pode-se encontrar MILs com linores construídos de diversas formas, como, por exemplo, uma combinação de alumínio e ferro, como a mostrada na figura 2.11, utilizada em MILs com estator curto móvel e linor longo fixo.

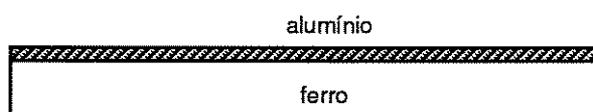


Figura 2.11 - Linor composto por uma base de ferro e uma capa de alumínio, também denominado de pista de reação

Dependendo da forma construtiva utilizada, como no caso dos MILs com dois estatores ativos e linor em forma de lâmina, a ausência de ferro no linor do MIL implica em uma dispersão de fluxo de secundário muito pequena. Isto leva a uma simplificação do modelo matemático, no que se refere a seu circuito de secundário, observado a partir do primário, que pode ser representado unicamente por uma resistência ( $R'2$ ). Essa resistência de linor refletida no indutor possui uma importância muito grande na modelagem da máquina assíncrona linear, pois, permite que o Efeito Transversal de Borda seja incluído no modelo matemático, a partir de fatores de correção já mostrados em análises anteriores (fator  $k_s$ ), trazendo os resultados do modelo para valores muito mais próximos dos valores reais obtidos em laboratório.

A resistência equivalente do linor, refletida para o indutor, pode ser calculada supondo-se um linor em forma de lâmina onde, a cada linha de corrente induzida corresponde uma barra de sua "gaiola". A resistência desta barra hipotética pode ser

calculada de forma semelhante à utilizada para o cálculo da resistência de indutor ( $R_1$ ), através de informações da resistividade superficial do linor (Simone, 1992).

No caso de máquinas lineares, um modelo semelhante ao da figura 2.10, com  $R_2$  calculada de forma a permitir a introdução do ETB, fica mais próximo do modelo final a ser utilizado em simulações, porém, o outro efeito que atua de forma importante nos MILs que é o Efeito Longitudinal de Extremidade, ainda deve ser introduzido no circuito equivalente.

A forma de introdução do ELE no circuito elétrico equivalente é tal que a tensão sobre o ramo de magnetização do modelo matemático resulta reduzida à medida que a velocidade dos motor aumenta. Assim, a corrente sobre o ramo de força também diminui e a força propulsora é reduzida, em velocidades próximas à velocidade de sincronismo. Desta forma, o comportamento real do MIL, verificado em laboratório, é reproduzido no modelo para simulação de máquinas lineares.

Esta alteração na tensão pode ser entendida como uma alteração na densidade de campo magnético de entreferro, que é modificada fortemente, em altas velocidades. Tomando-se o modelo de campo composto por duas ondas: uma onda fundamental de campo ( $b_s$ ) e outra onda de campo de extremidade de entrada ( $b_1$ ) e não considerando a onda de extremidade de saída, quando a velocidade de operação aumenta a onda  $b_1$  começa a atuar com maior intensidade sobre a onda  $b_s$  e a resultante, bastante atenuada, leva a uma tensão induzida menor, fato este que não pode deixar de estar, de alguma forma, representado no modelo.

### *Fator de Correção do Efeito Longitudinal de Extremidade*

Em termos de circuito elétrico, a necessária redução da tensão sobre o ramo de força é conseguida com a introdução de uma impedância adicional, colocada em paralelo com o ramo magnetizante. Influenciada pelo fator de correção do efeito longitudinal de extremidade  $k_e$  (Gieras et al., 1987), esta varia com a velocidade de forma a assumir valores bastante reduzidos em elevados escorregamentos. Faz-se assim uma "drenagem" de corrente do circuito e reduz-se a corrente sobre o ramo de força, resultando forças atenuadas para elevadas velocidades.

A figura 2.12 mostra o circuito com correção para o ELE já implementada, através da impedância adicional  $Z_e$ . Esta impedância é calculada a partir dos parâmetros da máquina, principalmente reatância de magnetização e resistência de linor refletida para o indutor e do valor de  $k_e$ , na forma mostrada pela expressão (2.41).

$$Z_e = \frac{1 - k_e}{k_e} \cdot Z_i \quad (2.41)$$

onde  $Z_i$  é a impedância equivalente referente aos parâmetros de linor refletidos e magnetização.

Assim, o circuito elétrico equivalente da máquina rotativa, apresentado na figura 2.10, é um caso particular do circuito elétrico equivalente da máquina linear apresentado na figura 2.12.

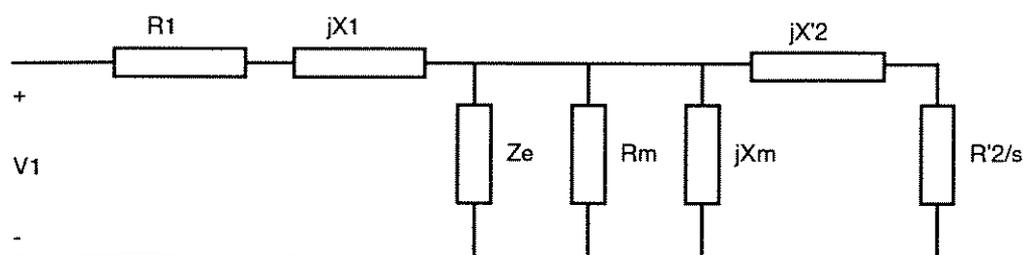


Figura 2.12 - Circuito elétrico equivalente considerando a impedância  $Z_e$  para a consideração do ELE

Quando o circuito elétrico, mostrado na figura 2.12, é simulado com valores de corrente de indutor constantes, o resultado é aquele mostrado na figura 2.13, onde aparecem duas curvas de força propulsora em função do escorregamento ( $1-s$ ). Nas curvas do gráfico pode-se observar o efeito da impedância adicional  $Z_e$  colocada no circuito, que dá origem a curva de força com menor valor máximo. A outra curva de força mostrada é a do circuito elétrico sem a impedância  $Z_e$ , ou seja, sem a influência do Efeito Longitudinal de Extremidade e que não corresponde ao comportamento real do MIL para todos os valores de escorregamento.

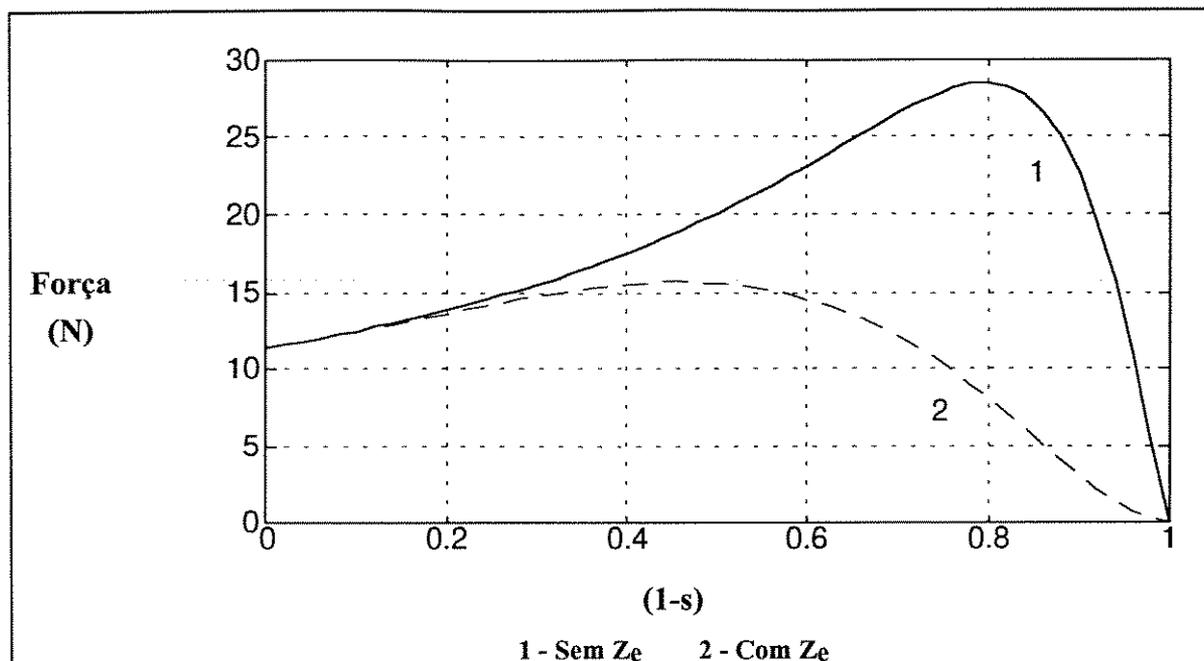


Figura 2.13 - Força Propulsora em função da velocidade obtida através do circuito elétrico equivalente para o motor tipo disco.

Analisando o gráfico da figura 2.13, nota-se que as duas curvas de força, com e sem correção do ELE, apresentam um mesmo valor de força no instante da partida ( $s = 1$ ), demonstrando, que quando o MIL está bloqueado não existe a influência do ELE no motor, somente sendo importante o Efeito Transversal de Borda. Este comportamento se verifica, também, quando o motor está operando com grandes escorregamentos ( $0 < 1-s < 0,2$ ), onde as duas curvas caminham praticamente juntas. Quando o motor começa a adquirir velocidade, o ELE começa a degradar seu comportamento e isto pode ser visto na curva 2 da figura 2.13, que começa a apresentar valores bem menores que aqueles verificados na curva do circuito sem correção (curva 1, figura 2.13). Assim, a influência do ELE, introduzida no circuito, é tal que, para a região de operação, o resultado da simulação apresenta um valor de força bastante reduzido, em relação ao circuito sem correção, o que confere com o que se observa nas medições em laboratório. Portanto, a simulação de uma máquina linear utilizando-se o circuito equivalente da figura 2.10 é inteiramente inadequada.

# CAPÍTULO 3

## MODELAGEM PARA MÁQUINAS DE INDUÇÃO LINEARES

### 3.1 Introdução

Este capítulo procura mostrar os diversos modelos matemáticos que, atualmente, podem ser encontrados na literatura específica para a simulação dos MILs. Também são apresentados os procedimentos para cálculo dos parâmetros do MIL.

Entre os diversos estudos relacionados aos MILs encontram-se os trabalhos desenvolvidos por diversos pesquisadores: Yamamura (1972), Lipo e Nondahl (1979), Turner e Loye (1981), Nonaka (1988), Gentile et al. (1988), Gieras (1994) entre outros. Cada pesquisador que abordou o tema "motores lineares" procurou dar um enfoque particular a seu estudo, seja direcionando o problema a ser estudado, seja definindo uma ferramenta matemática específica, de forma que a literatura tornou-se muito rica em soluções e idéias, porém, originando uma grande dificuldade de acompanhamento das diversas linhas empregadas nos trabalhos publicados.

Dos tratamentos encontrados, pode-se citar a modelagem através da técnica de elementos finitos, através da Transformação de Fourier, através do tratamento matricial e o modelo pólo-por-pólo. Estes estudos levaram a um maior conhecimento dos motores lineares mas, mesmo assim, todos encontraram dificuldades ou sofreram limitações, devido aos problemas inerentes aos MILs.

A grande dificuldade que todos os modelos que tentam representar as máquinas de indução lineares encontram está na própria geometria da máquina. Sua forma construtiva, distinta da máquina rotativa que é um dispositivo de construção baseado na simetria, faz surgirem fenômenos que não são facilmente modelados, como é o caso do Efeito Longitudinal de Extremidades e, também, do Efeito Transversal de Borda.

Assim, todos os modelos matemáticos, dos mais simples aos mais sofisticados, não podem abrir mão da inclusão destes efeitos na formulação de seus princípios, pois, os resultados encontrados podem ser muito distantes do real. Em algumas situações, que são especiais e devem ser tomadas com muita cautela, os efeitos de extremidades assumem valores pouco expressivos e o comportamento dos MILs passa a ser semelhante ao das máquinas rotativas, como acontece quando o número de pólos é elevado, a frequência de alimentação baixa, pequeno passo polar e entreferro pequeno. Como nem

todas estas condições acontecem simultaneamente é, praticamente, impossível desprezar a existência dos efeitos de extremidades nos cálculos e análises matemáticas.

### 3.2 Características dos Modelos Matemáticos para MILs

O modelo pólo-por-pólo (Lipo e Nondahl, 1979) é um dos modelos mais conhecidos para a simulação em regime transitório dos MILs. Este modelo aplica aos motores lineares a teoria de projeto das máquinas rotativas, mantendo hipóteses que são utilizadas normalmente nestas máquinas. O tratamento através da transformação dqo e a teoria da máquina de rotor bobinado são levados à máquina linear e a sua grande inovação está em considerar, individualmente, cada pólo da máquina linear. Assim, no modelo pólo-por-pólo, as equações da máquina linear são desenvolvidas admitindo-se que as correntes sob cada pólo são independentes e as correntes de rotor, bem como a densidade de campo magnético, são determinadas para cada pólo específico da máquina. Posteriormente, para simular máquinas de elevadas velocidades, considera-se um aumento fictício no comprimento do ferro do estator e um grande número de pólos do linor, aumentando a complexidade da análise.

Neste modelo, as alterações provocadas pelo Efeito Transversal de Borda (ETB) são consideradas através de fatores de correção que atuam sobre os parâmetros (resistência) do linor (Bolton, 1969), de maneira semelhante ao procedimento adotado para os modelos estáticos (regime permanente). Os enrolamentos são "substituídos" por lâminas de corrente colocadas nas superfícies do linor e do estator e a presença das ranhuras é considerada através do Fator de Carter.

Nos trabalhos realizados por Lipo, adotando-se o modelo pólo-por-pólo, o motor de ensaios é do tipo setorial de 4 pólos e para sua simulação é necessário um sistema de dez equações diferenciais. Nos casos onde o nível de interesse em fenômenos de extremidade torna-se mais acentuado, o número de equações deve ser aumentado (cerca de quinze).

Outros trabalhos analisaram com mais profundidade a representação do secundário em forma de lâmina, concluindo que a mesma pode ser feita através de enrolamentos equivalentes (Turner e Loye, 1981). Nesta modelagem, a representação do primário é bastante simplificada e a escolha do modelo do secundário passa a ser muito importante. A representação do linor apresenta grande importância, sendo feita através de uma bobina curto-circuitada com passo que pode ser alterado, desde valores menores que o passo de ranhura do primário até valores mais elevados (passo igual ao passo polar da máquina).

Os pesquisadores japoneses são, sem dúvida, os que mais desenvolveram o estudo dos MILs, pois, além de muitas publicações nesta direção, lançaram protótipos e modelos comerciais de motores lineares. O estudo dessas máquinas, no Japão, foi impulsionado pelos trabalhos de Yamamura (1972) e continuaram em ritmo bastante intenso com as pesquisas de Nonaka (1988) que, juntamente com outros colegas, possuem uma vasta coleção de artigos publicados. De forma geral, pode-se dizer que os japoneses trilharam diversas linhas de estudo, chegando a modelos bastante sofisticados, com ênfase bastante grande para os resultados experimentais.

No estudo dinâmico dos MILs, os japoneses contam com um importante fator de auxílio, que são os protótipos desenvolvidos para a realização de ensaios e testes, além dos motores comerciais já em utilização, que são importante subsídio para as pesquisas. Pode-se citar, como um exemplo, o conjunto desenvolvido para o estudo dos MILs (Nonaka 1988), que conta com um motor de estator ativo unilateral em forma de arco e um secundário cilíndrico de ferro com capa de alumínio, com potência nominal de 100 kVA, desenvolvendo uma força de aproximadamente 3200 N, que é utilizado pelos pesquisadores da Universidade de Kyusho, no Japão.

Os estudos realizados pelos pesquisadores italianos com referência ao comportamento dinâmico dos MILs está ligado a um grupo de pesquisadores da Universidade de Nápoles. Os trabalhos dos pesquisadores Gentile, Rotondale e Scarano (1988) mostram que o interesse dos italianos pelos problemas dos motores lineares, também é bastante acentuado, com trabalhos caracterizados pela utilização de modelos unidimensionais e por análises utilizando elementos finitos.

### **3.3 Características do Modelo Proposto**

Para o desenvolvimento dos objetivos deste trabalho, existe a necessidade de uma modelagem da máquina linear que considere tanto a operação em regime permanente, quanto uma boa representação dos transitórios mecânicos da mesma.

O modelo para simulação em regime permanente e transitório dos MILs, apresentado neste trabalho, necessita do cálculo de todos os parâmetros da máquina, supondo-se, inicialmente, que a mesma é isenta de efeitos de extremidades. Assim, os parâmetros do MIL são calculados, através de rotinas de projeto especialmente adaptadas para as máquinas lineares (Simone, 1992), admitindo-se que seu indutor é infinito, não manifestando efeitos de extremidades.

Numa etapa posterior, procura-se introduzir no modelo matemático dos MILs, através de fatores corretores convenientes, o Efeito Longitudinal de Extremidade e o Efeito Transversal de Borda, de grande influência no comportamento destas máquinas

Pode-se, também, acrescentar ao modelo, através de fatores de correção, todos os fenômenos que se deseja considerar, como por exemplo, os Efeitos de Extremidades Longitudinais e Transversais, o Efeito do Ranhuramento do Estator, o Efeito Pelicular, o Efeito da Saturação, entre outros. Certamente, quanto mais sofisticadas forem as necessidades impostas ao modelo matemático, mais sofisticada deverá ser sua elaboração. No capítulo seguinte é apresentada a inclusão de algum destes fenômenos no estudo realizado.

O Efeito da Saturação, que em algumas máquinas é extremamente importante, não foi considerado devido ao grande comprimento do entreferro, permitindo afirmar-se que o modelo para as máquinas lineares é magneticamente linear. Também são desprezadas, nesta fase, as variações dos parâmetros com a temperatura e com a frequência de alimentação nas simulações realizadas. Apesar destas simplificações, o modelo pode ser melhorado, para atender a alguns ou a todos estes efeitos de maior importância no comportamento da máquina, através da modificação dos parâmetros de acordo com as necessidades do problema em estudo.

O Efeito Transversal de Borda é introduzido no modelo matemático, através do Fator  $k_s$ , desenvolvido por Russell e Norsworthy (1958) de utilização generalizada e consagrada no meio das máquinas de indução lineares.

O Efeito Longitudinal de Extremidade (ELE) de Entrada é introduzido no modelo através da proposição de um novo fator de correção, denominado fator  $k_f$ , que permite uma rápida definição do comportamento do ELE para cada velocidade de operação do MIL. Alguns modelos matemáticos existentes utilizam-se de fatores que apresentam um grau de complexidade relativamente elevado para sua aplicação e, por este motivo, o fator  $k_f$  torna-se interessante.

As equações fundamentais da máquina corrigidas pelos fatores apropriados são solucionadas, numericamente, sem a utilização das transformações matemáticas comumente aplicadas às máquinas rotativas, caracterizando, assim, uma nova abordagem de análise, que difere do que é usualmente apresentado nas referências pertinentes e bastante conveniente para as simulações propostas neste trabalho.

### **3.4 Parâmetros do MIL**

A determinação dos parâmetros de uma máquina elétrica, rotativa ou linear, é um ponto importante para o sucesso da representação matemática e para a obtenção de resultados aceitáveis. Na máquina de indução rotativa, a determinação dos

parâmetros é feita, basicamente, através dos testes em vazio, de rotor bloqueado e de ensaio para a determinação da resistência dos enrolamentos de estator.

A solução deste problema para a máquina linear, utilizada neste trabalho, foi proposta por Simone (1992), com sua teoria de projeto de máquinas aplicada aos MILs, que possibilitou, inclusive, a representação da máquina em regime permanente através de circuitos elétricos equivalente (Creppe, 1992).

Os parâmetros necessários para a simulação dos MILs são: resistência de estator, indutância de dispersão de estator, indutância de magnetização, resistência e indutância de dispersão de linor refletidas para o estator. No caso das máquinas planas de estator curto e linor longo em forma de lâmina de alumínio, a inexistência de ferro no linor permite afirmar que a indutância de dispersão de linor é insignificante, não sendo levada em consideração nos cálculos efetuados (Simone, 1992 e Gieras, 1993).

As expressões para o cálculo dos parâmetros empregados neste trabalho, adaptadas especialmente para o estudo dos MILs, são apresentadas a seguir:

### *Resistência do Enrolamento do Indutor*

A resistência por fase do enrolamento de um indutor ativo da máquina linear, considerando-se a operação com corrente eficaz constante, pode ser determinada através da expressão genérica seguinte:

$$R_1 = \rho_1 \cdot \frac{l_1}{S_1} \quad (3.1)$$

onde  $\rho_1$  é a resistividade volumétrica dos condutores do indutor,  $l_1$  o comprimento dos condutores de uma fase e  $S_1$  a área dos condutores.

No MIL, comprimento médio de um condutor ativo que forma o enrolamento do indutor depende da largura do núcleo do indutor ( $c$ ) e do comprimento da "testa de bobina" ( $l_{cb}$ ), como mostra a expressão:

$$l_m = c + l_{cb} \quad (3.2)$$

O comprimento  $l_{cb}$  depende do tipo de enrolamento utilizado para o MIL e do tipo de condutores empregados (circulares ou retangulares). A densidade superficial de corrente especificada para estes condutores, é uma variável importante de projeto, escolhida de acordo com o tipo de aplicação.

Como o indutor possui  $N_f$  condutores ativos por fase e a densidade linear de corrente de indutor ( $J_s$ ) é expressa por:

$$J_s = \frac{3 \cdot N_f \cdot I_f \cdot k_w}{p \cdot t_p} \quad (3.3)$$

onde  $p$  o número de pólos,  $t_p$  o passo polar e  $k_w$  o fator de enrolamento de estator.

A resistência do enrolamento do indutor, para uma fase do MIL, é dada por uma expressão que é função da corrente de operação e é dada por:

$$R_1 = \frac{\rho_l \cdot d_f \cdot J_s \cdot p \cdot t_p \cdot (c + l_{cb})}{3 \cdot I_f^2 \cdot k_w} \quad (3.4)$$

sendo  $d_f$  é a densidade superficial de corrente dos condutores.

Na expressão (3.4), a temperatura de operação pode ser introduzida através da correção do valor de resistividade do material, aproximando seu valor do encontrado durante a operação do MIL.

### *Indutância de Dispersão do Estator*

A indutância de dispersão de estator é composta pela indutância de dispersão da região de ranhuras ( $L_{ra}$ ), pela indutância de dispersão de "testa de bobina" ( $L_f$ ) e pela indutância diferencial ( $L_d$ ), ou seja:

$$L_{L1} = L_{ra} + L_f + L_d \quad (3.5)$$

A indutância de dispersão na região das ranhuras, devida às linhas de campo magnético que não atravessam o entreferro e se fecham ao redor dos condutores de estator, pode ser calculada por (Simone, 1992):

$$L_{ra} = \frac{\mu_o \cdot c \cdot N_f^2}{p \cdot q} \cdot \left[ \frac{h_5}{a_1} + \frac{2 \cdot h_4}{(a_1 + a_2)} + \frac{h_3}{a_2} \right] \quad (3.6)$$

onde  $q$  é o número de ranhuras por pólo e por fase e  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $h_3$ ,  $h_4$ ,  $h_5$  são dimensões da ranhura semi-aberta do indutor, mostradas na figura 3.1.

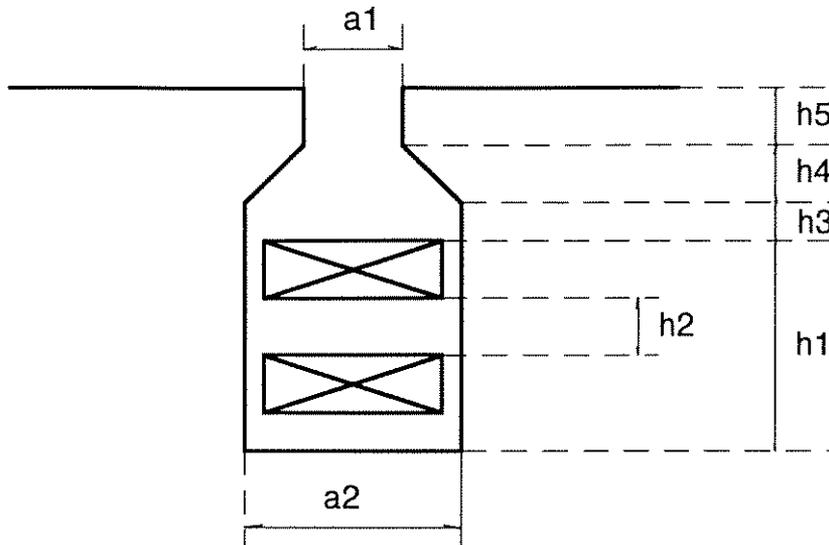


Figura 3.1 - Ranhura de Estator do Motor Linear de Disco

A indutância de dispersão de "testa de bobina" é devida às linhas de campo que envolvem os condutores situados fora do núcleo do indutor e pode ser calculada através da expressão:

$$L_f = \frac{\mu_o \cdot N_f^2 \cdot t_p}{p} \left[ 0,3 \cdot \left( \frac{3 \cdot t_b}{t_p} - 1 \right) \right] \quad (3.7)$$

onde  $t_b$  é o passo de bobina do enrolamento de indutor.

A indutância de dispersão diferencial está relacionada com as linhas de campo magnético que circulam pela região do entreferro situadas nas proximidades da abertura da ranhura e pelos dentes do indutor e é expressa por:

$$L_d = \frac{\mu_o \cdot c \cdot N_f^2}{p \cdot q} \cdot \left[ \frac{\left( \frac{5 \cdot g}{a_1} \right)}{5 + \left( \frac{4 \cdot g}{a_1} \right)} \right] \quad (3.8)$$

A indutância de dispersão diferencial é relativamente pequena, se comparada com a indutância de "testa de bobina" e com a indutância de dispersão da região das ranhuras.

### *Indutância de Dispersão de Linor Refletida para o Indutor*

As máquinas de indução lineares que possuem linor em forma de lâmina, construída com materiais não ferromagnéticos apresentam, como já foi mencionado, uma indutância de dispersão de linor muito pequena, podendo ser desprezada para a maioria das análises e cálculos efetuados (Pai et al., 1988). Em máquinas do tipo setorial, entretanto, a indutância de dispersão de linor pode apresentar, em alguns casos valores apreciáveis, não podendo ser desprezada. A filosofia de cálculo desta indutância, aplicada às máquinas de indução rotativas, leva a expressões que permitem relacionar os valores da indutância de estator com a de rotor refletida, devido às dificuldades de sua determinação (Langsdorf, 1971).

$$L'_{L2} = L_{L1} \cdot \left( \frac{1-C_R}{C_R} \right) \quad (3.9)$$

A constante  $C_R$  relaciona os valores das indutâncias de dispersão de indutor e linor refletida. Seu valor depende do tipo de máquina analisada e pode assumir valores na faixa de

$$0,3 \leq C_R \leq 1,0 \quad (3.10)$$

Nas máquinas de indução lineares onde o linor é construído com materiais não ferromagnéticos, o valor da constante  $C_R$  assume os maiores valores, podendo ser considerada como unitária.

### *Indutância de Magnetização*

A indutância de magnetização, calculada a partir da teoria das máquinas rotativas, pode ser observada na expressão (3.11) e determina de maneira muito forte, o comportamento da corrente de magnetização, uma vez que as perdas que ocorrem no núcleo do indutor são pequenas. A indutância de magnetização dos MILs pode ser calculada, a partir das expressões desenvolvidas para as máquinas rotativas (Simone, 1992), ficando na forma:

$$L_m = \frac{3 \cdot \mu_0 \cdot \text{tp.c.} \cdot (k_w \cdot N_f)^2}{\pi^2 \cdot g \cdot k_c} \quad (3.11)$$

onde  $g$  é o entreferro e  $k_c$  o fator de Carter, desenvolvido para levar em conta o efeito do ranhuramento do núcleo de indutor.

### *Resistência de Linor Refletida para o Indutor*

A resistência de linor, observada a partir do indutor (refletida) é, juntamente com a indutância de magnetização, um parâmetro crítico para a determinação do comportamento dos MILs, podendo ser calculada (Simone, 1992) partindo-se da hipótese de um rotor laminar, onde a cada linha de corrente corresponde a uma barra de uma gaiola fictícia. A resistência desta barra hipotética, calculada de forma semelhante a resistência de indutor, é expressa por:

$$R'_2 = \frac{3.c.\rho_r.(k_w.N_f)^2}{p.t_p} \quad (3.12)$$

### **3.5 Correção do Efeito Transversal de Borda**

Na máquina de indução linear o Efeito Transversal de Borda (ETB) provoca uma perturbação na distribuição de campo magnético de entreferro, no sentido transversal ao comprimento do linor. Essa perturbação de campo magnético está associada à circulação de correntes por caminhos não uniformes no linor, colaborando para uma redução na força propulsora pois, implica em uma redução das componentes de força atuando no sentido do movimento. A figura 3.2 mostra, esquematicamente, o comportamento das linhas de correntes estabelecidas em um linor de 4 pólos, produzido por um indutor imóvel. O movimento do linor altera o caminho utilizado pelas correntes de forma significativa.

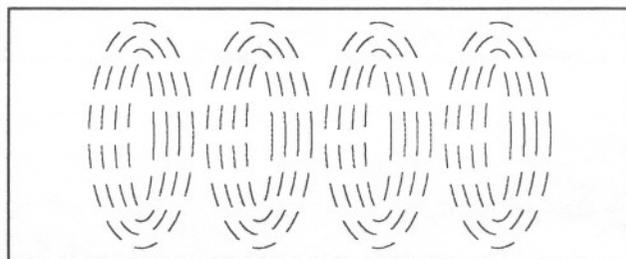


Figura 3.2 - Linhas de corrente sobre a lâmina secundária (linor)

Nas máquinas rotativas, as correntes de rotor utilizam-se de caminhos bem definidos para sua circulação, através das barras depositadas em ranhuras e seus fechamentos ocorrem em anéis de curto-circuito de seção reta elevada. Assim, em gaiolas bem projetadas, o ETB praticamente não introduz modificações no comportamento da máquina.

A resistência  $R'_2$  apresentada em (3.12) possui valor adequado para máquina com caminhos bem definidos de corrente, como o caso das máquinas rotativas. Nas máquinas lineares, o ETB pode ser incluído no cálculo da resistência através do fator de Russell ( $k_s$ ), já discutido em capítulo anterior, que altera o valor da resistividade superficial  $\rho_r$  para um novo valor (maior), dado por  $\rho_c$ :

$$\rho_c = \frac{\rho_r}{k_s} \quad (3.13)$$

ficando:

$$R'_2 = \frac{3 \cdot c \cdot \rho_c \cdot (k_w \cdot N_f)^2}{p \cdot t_p} \quad (3.14)$$

onde  $\rho_c$  é o valor da resistividade superficial corrigida pelo fator de Russell ( $k_s$ ).

### 3.6 Equacionamento Próprio para Simulação dos MILs

O equacionamento proposto para as máquinas de indução rotativas, mostrado no capítulo três, pode ser adaptado e aplicado às máquinas de indução lineares, inicialmente, sem considerar a presença do ELE de Entrada, através de modificações adequadas.

Nas máquinas rotativas existe um deslocamento angular dado por  $\theta$ , enquanto nas lineares ocorre um deslocamento linear dado por  $x$ . Da mesma forma, enquanto na máquina rotativa é observada a velocidade angular  $\omega$ , na máquina linear é observada a velocidade linear  $V_{rx}$ . Estas e outras comparações estão apresentadas na tabela 3.1 (Ivanov-Smolenski, 1980).

Tabela 3.1 - Variáveis Características das Máquinas Elétricas

Máquina Rotativa	Máquina Linear
conjugado desenvolvido ( $T_e$ )	força propulsora ( $f_{rx}$ )
conjugado de carga ( $T_L$ )	força de carga ( $f_L$ )
velocidade angular ( $\omega$ )	velocidade linear ( $V_{rx}$ )
posição angular ( $\theta$ )	posição linear ( $x$ )
momento de inércia ( $J$ )	massa ( $m_a$ )
aceleração angular ( $d\omega/dt$ )	aceleração linear ( $dV_{rx}/dt$ )

Como as configurações do indutor e do linor podem ser admitidas como sendo do tipo não saliente (liso), a única indutância dependente da posição do linor é a indutância mútua entre o indutor e linor. Todas as indutâncias restantes podem ser tomadas como invariáveis com o deslocamento do linor.

Definindo-se  $L_{12}$  como sendo a matriz das indutâncias mútuas entre indutor e linor e  $x$  como sendo a distância entre o eixo da bobina de referência de indutor e o eixo da bobina de referência de linor, tem-se:

$$L_{12} = L_m \begin{bmatrix} \cos(\pi \cdot x / tp) & \cos(\pi \cdot x / tp + 2\pi / 3) & \cos(\pi \cdot x / tp - 2\pi / 3) \\ \cos(\pi \cdot x / tp - 2\pi / 3) & \cos(\pi \cdot x / tp) & \cos(\pi \cdot x / tp + 2\pi / 3) \\ \cos(\pi \cdot x / tp + 2\pi / 3) & \cos(\pi \cdot x / tp - 2\pi / 3) & \cos(\pi \cdot x / tp) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

onde  $tp$  é o passo polar do motor.

A expressão de força propulsora é obtida da expressão que relaciona as correntes de indutor, as correntes de linor refletidas e a variação da indutância mútua indutor-linor com a posição:

$$f_x = I_1^T \frac{\partial L_{12}}{\partial x} I_2 \quad (3.16)$$

A força propulsora ( $f_x$ ) desenvolvida é oposta à força de carga ( $f_L$ ) e são relacionadas através da expressão:

$$f_x - f_L = m_a \cdot \frac{dV_{rx}}{dt} \quad (3.17)$$

com:

$$\frac{dx}{dt} = V_{rx} \quad (3.18)$$

onde  $m_a$  é a massa e  $V_{rx}$  é a velocidade do linor.

### 3.7 Considerações

Para a simulação dos MILs são utilizadas as expressões de seus parâmetros elétricos apresentadas ao longo deste capítulo. A expressão de força propulsora precisa ainda ser modificada através da inclusão do fator **kf**, representativo do ELE. Isto será feito no capítulo seguinte.

A aparente simplicidade das expressões mostradas neste capítulo deve ser observada com cuidado, de acordo com as particularidades de cada máquina linear a ser analisada, uma vez que as topologias possíveis são muitas para as máquinas lineares.

## CAPÍTULO 4

### CORREÇÃO DO EFEITO LONGITUDINAL DE EXTREMIDADE

#### 4.1 Introdução

O modelo matemático para a simulação dos MILs foi apresentado no capítulo anterior. Os efeitos das extremidades longitudinais não estão ainda incorporados no modelo. Como a influência do Efeito Longitudinal de Extremidade de Saída no desempenho do MIL pode ser desprezada, devido às pequenas modificações de comportamento por ele provocadas, faz-se necessária a inclusão do Efeito Longitudinal de Extremidade de Entrada ou, simplesmente, Efeito Longitudinal de Extremidade (ELE), para que o equacionamento proposto possa realmente reproduzir com mais propriedade o comportamento real destes motores.

Dentre as possibilidades para a correção do ELE, destaca-se o fator  $k_e$  proposto por Gieras et al. (1987), determinado a partir das características físicas do MIL, estabelecendo a influência deste efeito para as diversas velocidades de operação.

O fator  $k_e$ , apesar de sua grande utilidade para a modelagem dos MILs, apresenta alguns aspectos que tornam difícil a sua utilização, como a determinação do ângulo de fase da onda de extremidade de entrada, feito a partir de hipóteses sobre máximas velocidades.

Neste capítulo, é proposto um novo fator para correção do Efeito Longitudinal de Extremidade de Entrada nos MILs, chamado de  $k_f$ , que apresenta uma forma mais direta de determinação, restringindo-se a informações referentes às características construtivas do MIL e de sua velocidade de operação. Este fato, torna o fator  $k_f$  menos sujeito a erros.

#### 4.2 Força Propulsora Considerando o Efeito Longitudinal de Extremidade

A inclusão do ETB no modelo matemático dos MILs é feita de forma muito simples, através de um fator corretor de resistividade, porque este efeito está ligado

somente à geometria da máquina, não dependendo da velocidade de operação, como é o caso do Efeito Longitudinal de Extremidade (ELE).

Os efeitos oriundos do movimento do linor longo, através do entreferro de indutores curtos, origina, conforme já examinado no Capítulo 2, duas ondas de densidade de campo magnético que provocam perturbações na distribuição de campo no sentido longitudinal: a primeira onde o linor adentra ao entreferro (ELE de Entrada) e a segunda quando o linor deixa o espaço entre os indutores (ELE de Saída). Estas ondas, notadamente aquela devida ao ELE de Entrada, afetam o comportamento da máquina de uma forma particular para cada velocidade assumida pelo linor, modificando a distribuição de campo, reduzindo a força propulsora e aumentando o desequilíbrio das correntes. Estas alterações acabam por afetar o desempenho do MIL, principalmente nas velocidades próximas à velocidade síncrona da máquina.

A relação que se estabelece entre a magnitude alcançada pelo ELE e a velocidade é um dos pontos que acabam por dificultar a inclusão deste fenômeno nos modelos matemáticos, exigindo um esforço de cálculo mais acentuado.

Como a influência do ELE de Saída sobre a distribuição de campo é pequena, quando comparada ao ELE de Entrada, como mostrado em capítulo anterior, a maioria dos pesquisadores (Yamamura, 1972; Hirasa, 1980; Gieras, 1987) despreza a influência deste efeito para as análises e simulações dos MILs, ficando o efeito de entrada como ponto principal de análise.

Retomando-se a análise unidimensional, é possível determinar-se o impacto produzido pela onda de campo magnético de extremidade (entrada) sobre a onda fundamental, para cada velocidade de operação da máquina e, assim, determinar-se um fator de correção do ELE, função das características construtivas e da velocidade.

Partindo-se da expressão de densidade de campo magnético do MIL, proposta por Yamamura (1972), escreve-se (veja equação (2.27)):

$$b(x, t) = B_s \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{\pi \cdot x}{tp} + \delta_s\right) + B_1 \cdot e^{-\frac{x}{\alpha_1}} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{\pi \cdot x}{tpe} + \delta_1\right) \quad (4.1)$$

A equação mostra a densidade de campo magnético no entreferro do MIL com sendo composta de duas parcelas: a primeira, denominada de fundamental, é a onda que determina o comportamento dos MILs sem os efeitos de extremidades semelhante a que existe nas máquinas rotativas. A segunda parcela, referente a uma onda atenuada, originada pela extremidade de entrada.

A força propulsora do MIL, na direção do deslocamento, para a composição de campos apresentada pode, também, ser determinada a partir da expressão de Lorentz para a Força. Esta expressão, quando aplicada aos MILs, apresenta a forma (Yamamura, 1972):

$$f_{xr} = \frac{c}{2} \int_0^{p.t_p} \text{Re}[j_1 \cdot b(x,t)^*] \cdot dx \quad (4.2)$$

Nas máquinas analisadas, a corrente de indutor é admitida como sendo formada por uma capa de corrente, de expressão (veja equação (2.1)):

$$j_1 = J_{1m} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{t_p} x\right) \quad (4.3)$$

Onde  $b(x,t)^*$  é o complexo conjugado de  $b(x,t)$ ,  $c$  a largura do estator e o produto  $p.t_p$  o comprimento do estator

A força propulsora ( $f_{xr}$ ), obtida tendo em vista as expressões (4.1) e (4.3), apresentada por diversos autores (Yamamura, 1972; Hirasa et al., 1980 ; Moreira, 1994), é composta de duas parcelas de valor médio não nulo: uma referente a onda fundamental ( $f_x$ ) e outra devida a onda de extremidade de entrada ( $f_{xe}$ ). A força propulsora é então composta por:

$$f_{xr} = f_x + f_{xe} \quad (4.4)$$

A componente de força propulsora fundamental da máquina, sem levar em consideração o Efeito Longitudinal de Extremidade é obtida (Hirasa et al., 1980) da equação (4.2) considerando-se apenas o primeiro termo do segundo membro da equação:

$$f_x = \frac{c \cdot p \cdot t_p \cdot B_s \cdot J_{1m}}{2} \cos(\delta s) \quad (4.5)$$

onde  $B_s$  é a amplitude densidade de campo magnético obtida através da expressão (2.16).

A segunda parcela de força, originada pelo ELE de Entrada, é obtida de forma análoga e apresenta a seguinte expressão (Hirasa et al. 1980):

$$f_{xe} = \frac{c \cdot J_{1m} \cdot Bs \cdot A_1 \cdot A_2}{\left(\frac{2 \cdot A_3 \cdot \pi}{t_{pa}}\right) \cdot \left[1 + \left(\frac{t_{pl}}{\alpha_1 \cdot \pi}\right)^2\right]^{1/2}} \quad (4.6)$$

onde:

$$A_1 = \frac{\pi \cdot g \cdot \rho_r \cdot \cos(\delta s)}{\mu_o \cdot V_{rx} \cdot t_p} + \text{sen}(\delta s) \quad (4.7a)$$

$$A_2 = \left\{ e^{\left(\frac{-p \cdot t_p}{\alpha_1}\right)} \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi \cdot p \cdot t_p}{t_{pl}} - \delta l - \delta a\right) - \text{sen}(\delta l + \delta a) \right\} \quad (4.7b)$$

$$A_3 = \left(1 + \frac{\rho_r \cdot g}{\mu_o \cdot V_{rx} \cdot \alpha_1}\right) \cdot \text{sen}(\delta l) + \left(\frac{\pi \cdot \rho_r \cdot g}{\mu_o \cdot V_{rx} \cdot t_{pe}}\right) \cdot \cos(\delta l) \quad (4.7c)$$

$$A_4 = \sqrt{\left(\frac{\pi \cdot g}{\mu_o \cdot t_p}\right)^2 + \left(\frac{V_{rx}}{\rho_r}\right)^2} \quad (4.7d)$$

$$A_5 = \left(\frac{\pi \cdot \rho_r \cdot g \cdot \text{sen}(\delta s)}{\mu_o \cdot t_p \cdot V_{rx}} - \cos(\delta s)\right) \quad (4.7e)$$

$$\frac{1}{t_{pl}} = \frac{1}{t_p} - \frac{1}{t_{pe}} \quad (4.8)$$

$$\text{tg}(\delta a) = \frac{-t_{pl}}{\alpha_1 \cdot \pi} \quad (4.9a)$$

$$\tan(\delta s) = \frac{\pi \cdot \rho_r \cdot g}{\mu_o \cdot t_p \cdot V_{rx}} \quad (4.9b)$$

$$\text{tg}(\delta l) = \frac{(A_1 / A_4) \cdot (1 + \pi \cdot \text{tg}(\delta s) / t_p) + (\rho_r / V_{rx} + A_5 / A_4) \cdot (t_p \cdot \text{tg}(\delta s) / t_{pe})}{(A_5 / A_4 - \rho_r / V_{rx}) \cdot (1 + \pi \cdot \text{tg}(\delta s) / t_p) - (A_1 / A_4) \cdot (t_p \cdot \text{tg}(\delta s) / t_{pe})} \quad (4.9c)$$

onde  $\alpha_1$  é o comprimento (m) de penetração da onda de extremidade longitudinal de entrada na região do entreferro.

O comportamento da força resultante ( $f_{xr}$ ) dos MILs é, portanto, obtido através da soma das duas componentes de força mostradas, podendo assumir diferentes características, de acordo com particularidades de cada motor analisado. De uma forma geral, a componente de força  $f_{xe}$  atua como uma força frenante em relação a componente  $f_x$ , reduzindo o valor final da força propulsora. Porém, para alguns MILs ou para determinadas frequências de alimentação, a componente de força  $f_{xe}$  pode assumir valores positivos, colaborando com a força final desenvolvida.

A composição de forças que ocorre nas máquinas lineares, assume características interessantes em motores classificados como de "baixa velocidade", pois, nestes motores, a força propulsora existe, mesmo em velocidade síncrona e, muitas vezes, em velocidades bem acima da síncrona. Por outro lado, nos motores classificados como motores de "alta velocidade" a força propulsora é nula para velocidades inferiores à síncrona. Os motores de "média velocidade" apresentam comportamento semelhante aos dos motores de indução rotativos, com forças nulas para velocidade síncrona. Para efeito de visualização do exposto anteriormente, são apresentadas na figura 4.1 três curvas de força propulsora em função do escorregamento (velocidade), para motores hipotéticos operando nas três condições de citadas.

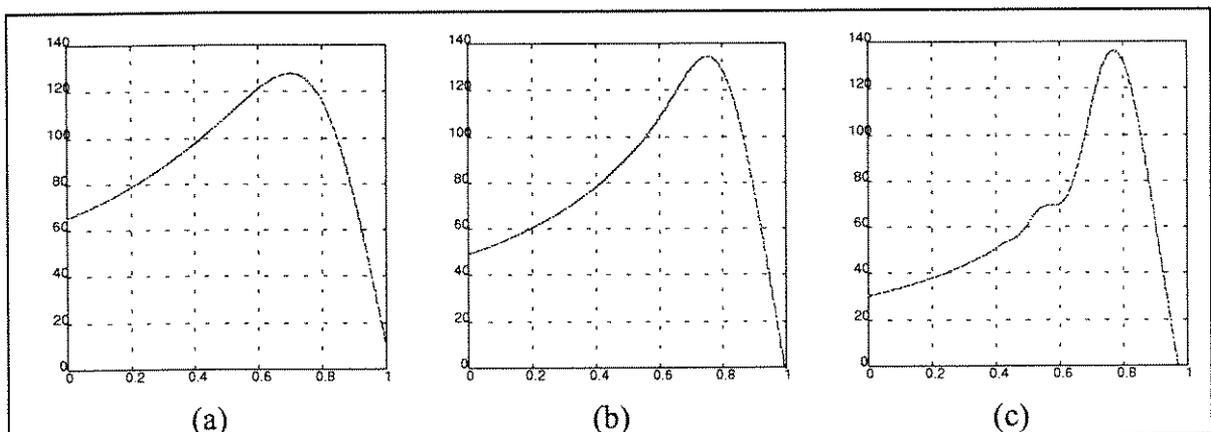


Figura 4.1 - Comportamento da Força Propulsora em Função do escorregamento para MILs de (a) baixa velocidade (b) média velocidade e (c) alta velocidade

### 4.3 Proposta de Um Novo Fator para Correção do ELE de Entrada

A inclusão do ELE de entrada em qualquer modelo matemático força a adoção de cálculos auxiliares relativamente complexos tornando-o muito mais elaborado que aqueles modelos utilizados para representar as máquinas rotativas. Como uma nova proposta para incluir o ELE de entrada na modelagem, toma-se o equacionamento proposto nas expressões (4.4)-(4.9) para a determinação de um novo fator, função da velocidade de operação que permita avaliar a intensidade da influência do referido efeito de extremidade.

Tomando a expressão de força mostrada na expressão (4.4), pode-se obter a relação entre a força propulsora real e a força propulsora sem o referido efeito de extremidade, através da seguinte relação:

$$k_f = \frac{f_{xr}}{f_x} = \frac{f_x}{f_x} + \frac{f_{xe}}{f_x} \quad (4.10)$$

A relação apresentada pela expressão (4.10), é o que se vai denominar de "*fator  $k_f$  de extremidade*", e apresenta-se como:

$$k_f = 1 + \frac{f_{xe}}{f_x} \quad (4.11)$$

Substituindo as expressões (4.5) e (4.6) na expressão (4.11), encontra-se, após as necessárias passagens matemáticas, expressão para o fator  $k_f$  de extremidade:

$$k_f = 1 + \frac{\left( \frac{-2 \cdot \pi \cdot \rho_r \cdot g}{\mu_o \cdot t_p \cdot V_{rx}} \right)}{\frac{A_3 \cdot p \cdot t_p \cdot \pi}{t_{pl}} \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{t_{pl}}{\alpha_1 \cdot \pi} \right)^2}} \cdot A_2 \quad (4.12)$$

onde  $A_2$  e  $A_3$  são expressões já apresentadas em (4.7b) e (4.7c), respectivamente.

A expressão (4.12) mostra que o referido fator de correção é uma função das características construtivas dos MILs e da velocidade de operação. Este fator, obtido diretamente a partir da expressão da força propulsora, não exige a utilização de aproximações ou estabelecimento de hipóteses iniciais que obrigam um conhecimento

prévio do comportamento do motor, como a maioria dos outros fatores encontrados até agora na literatura (e.g. Gieras, 1987).

O fator  $k_f$  proposto assume um comportamento diferente para cada motor analisado e, para a maioria dos motores lineares, apresenta valores próximo à unidade, para grandes escorregamentos e valores muito pequenos (eventualmente negativos) para baixos escorregamentos. Este comportamento pode mudar, de acordo com o tipo de máquina analisada, permitindo classificar seu comportamento como sendo de alta ou baixa velocidade.

Como já foi mencionado o fator  $k_f$  pode ser modificado de acordo com a abrangência do estudo. Como sugestão, o fator  $k_s$  pode ser incluído internamente à  $k_f$  tornando-o um fator único para análise das máquinas lineares. Também, é possível incluir o efeito do ranhuramento  $k_c$  (Fator de Carter), o fator referente ao efeito pelicular  $k_l$  e o fator referente à saturação  $k_g$  (Simone, 1992).

$$g_e = k_1 \cdot k_g \cdot g \quad (4.13)$$

$$\rho_c = \frac{\rho_r}{k_s} \quad (4.14)$$

A expressão final para o fator  $k_f$ , com todas as considerações mencionadas é mostrada abaixo:

$$k'_f = 1 + \frac{\left( \frac{-2 \cdot \pi \cdot \rho_c \cdot g_e}{\mu_o \cdot t_p \cdot V_{rx}} \right)}{\frac{A_3 \cdot p \cdot t_p \cdot \pi}{t_{p1}} \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{t_{p1}}{\alpha_1 \cdot \pi} \right)^2}} \cdot A_2 \quad (4.15)$$

Vale ressaltar que o fator  $k_f$ , na forma apresentada em (4.12) ou mais completo em (4.15), pode ser utilizado em substituição ao fator  $k_e$  de Gieras ou  $k_r$  de Simone, mesmo em circuitos elétricos equivalentes, desde que utilizado de forma adequada, pois,  $k_e$  (ou  $k_r$ ) são determinados a partir de tensões e  $k_f$  a partir de forças.

A título de ilustração, a figura 4.2 mostra o comportamento das forças  $f_x, f_{xr}$  e  $f_{xe}$  para um MIL hipotético, onde seus parâmetros foram escolhidos para que o mesmo apresentasse características marcantes de um motor de "alta velocidade"

( $t_p=0.122$  m;  $f=80$  Hz,  $N_{rm} = 11,4$ ). Para este motor, é possível notar que, em elevados escorregamentos, a força de extremidade praticamente não interfere no comportamento do MIL mas, em baixos escorregamentos ( $0,7 \leq (1-s) \leq 1,0$ ), a força propulsora ( $f_x$ ) é fortemente atenuada pela força devida ao ELE de Entrada, levando o motor a operar em uma curva de força ( $f_{xr}$ ) de características totalmente diferentes, com inclinação muito acentuada e com ponto de máxima força bastante reduzido. A figura 4.2 mostra também que a não consideração do ELE de Entrada só é possível na região de linor bloqueado e início de aceleração.

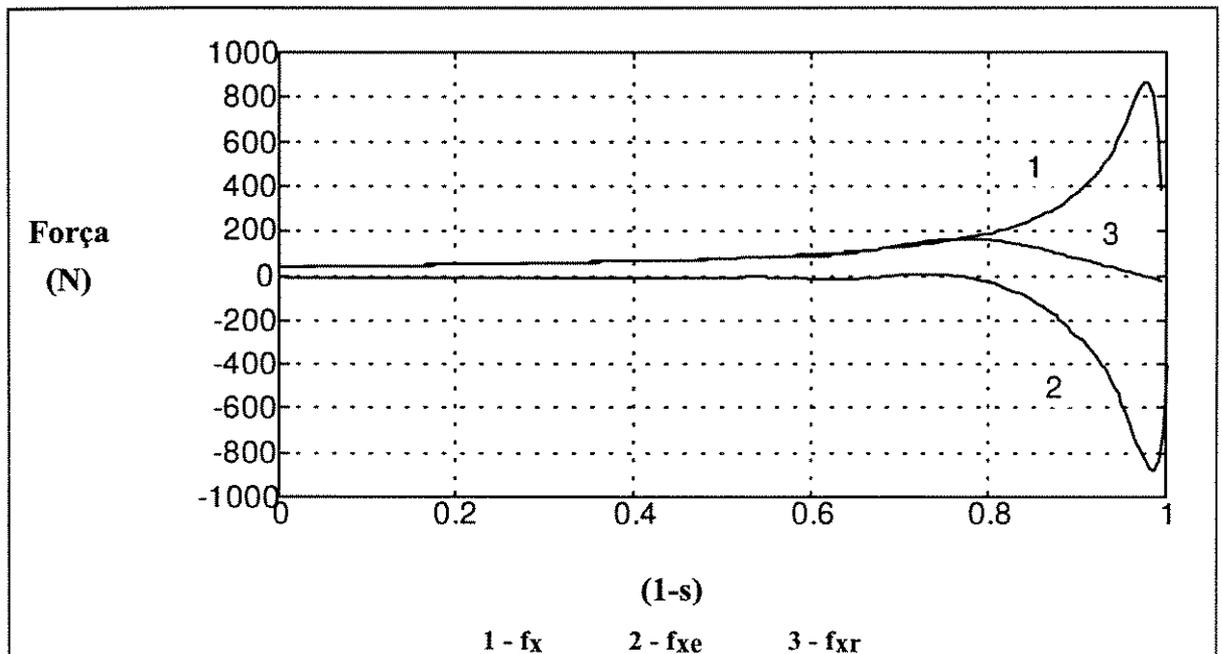


Figura 4.2- Comportamento de  $f_x$ ,  $f_{xe}$  e  $f_{xr}$  em função do escorregamento, para um MIL hipotético de alta velocidade

A figura 4.3 mostra a evolução do fator  $k_f$  para este motor hipotético, onde se pode notar seu valor próximo à unidade na região de baixa velocidade e sua queda acentuada com a velocidade. Esta figura mostra também que, em motores caracterizados como de alta velocidade, o ELE de entrada pode produzir ondulações periódicas na força propulsora (Yamamura, 1972). Estas ondulações podem ser melhor apreciadas na figura 4.4, que mostra, isoladamente, a força propulsora ( $f_{xr}$ ), além mostrar que a força propulsora atinge valor nulo para uma velocidade de operação menor que a síncrona.

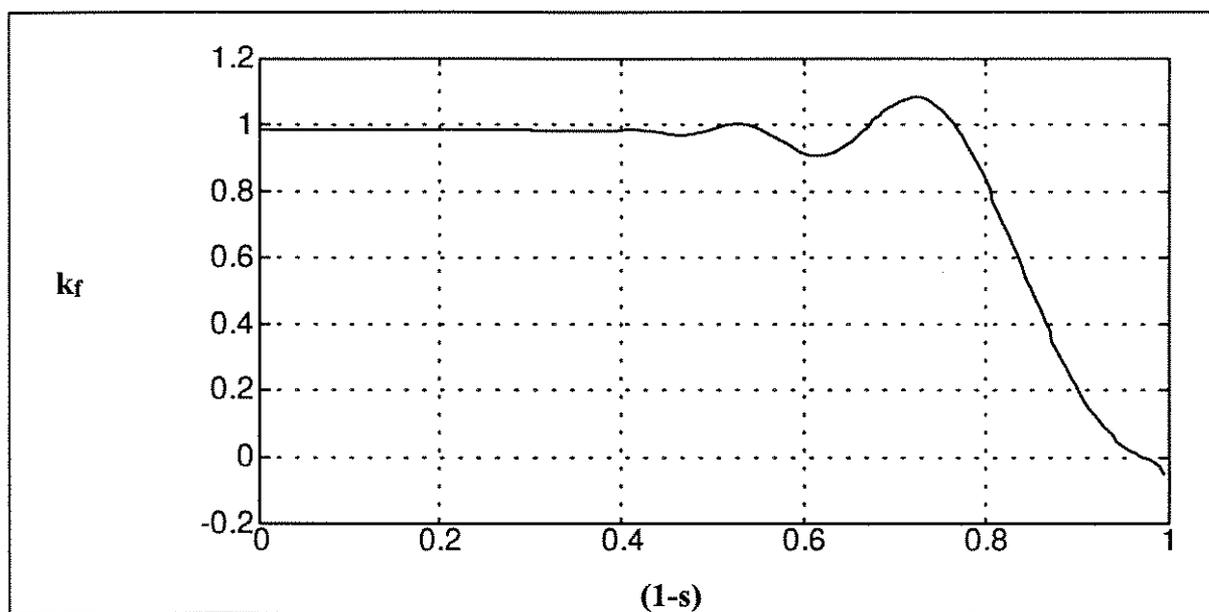


Figura 4.3 - Fator  $k_f$  x escorregamento para motor hipotético de alta velocidade

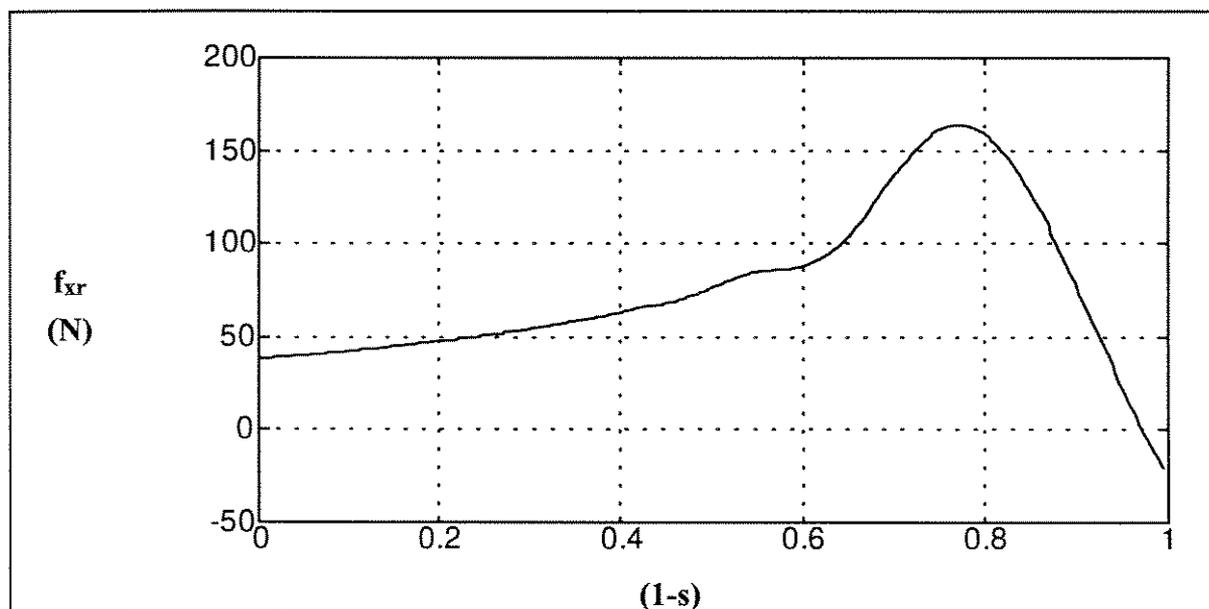


Figura 4.4 - Força propulsora em função do escorregamento para um motor hipotético de alta velocidade

#### 4.4 Introdução do Fator $k_f$ no Modelo Proposto

A análise detalhada dos fatores de correção permite concluir que, durante a fase de projeto, algumas decisões devam ser tomadas para atenuar a influência do ELE de Entrada no desempenho do MIL, tal como aumentar o número de pólos do MIL. Outras alternativas, como o aumento da resistividade de secundário, podem reduzir o ELE de Entrada mas provocar uma redução no desempenho geral do MIL e devem ser cuidadosamente estudadas antes de sua efetiva implementação. Assim, a escolha dos parâmetros do MIL fica presa a uma combinação adequada de variáveis, para que o sucesso do projeto seja alcançado.

A forma de determinar-se o fator  $k_f$ , a partir de uma relação de forças, possibilita sua inclusão no modelo matemática de forma relativamente simples, possibilitando o cálculo da força propulsora real através da expressão:

$$f_{xr} = k_f I_1^T \frac{\partial L'_{12}}{\partial x} I_2' \quad (4.16)$$

onde  $I_1^T$  é a matriz transposta das correntes de indutor,  $I_2$  a matriz das correntes de linor e  $L'_{12}$  a matriz das indutâncias entre indutor e linor, função da posição de translação.

A introdução do fator  $k_f$  no equacionamento dos MILs modifica os resultados de força obtidos a partir do modelo, de forma diferente para cada uma das velocidades de operação, introduzindo, desta forma, o ELE de Entrada na simulação e permitindo a obtenção de resultados de força, correntes e tensões mais próximos dos encontrados em laboratório. Pode-se ainda introduzir o fator  $k_f$  na indutância de magnetização da máquina, com resultados também satisfatórios.

#### 4.5 Considerações

A simulação dinâmica, aqui proposta, analisa as máquinas lineares sem a utilização de transformações matemáticas, fato que permite a observação direta de operações e condições assimétricas, além de não introduzir novas variáveis no estudo da máquina de indução.

A determinação dos parâmetros dispensa a utilização de ensaios de laboratório, sendo realizada a partir das características construtivas, tais como dimensões de

indutor, linor e enrolamentos. Os parâmetros assim determinados permitem que a simulação ocorra diretamente após a fase de projeto, sem a necessidade de construção de um protótipo para as primeiras observações, permitindo que as imperfeições mais gritantes sejam corrigidas e novamente simuladas, até que condições favoráveis permitam a construção física do MIL, poupando os escassos recursos financeiros existentes.

..... A introdução do ETB no modelo matemático está baseada em procedimento exaustivamente testado e divulgado pela literatura especializada, através da modificação da resistência de secundário por um fator (Russell e Norworthy, 1958) que considera a largura de estator e linor e com valor constante para todas as velocidades de operação.

A introdução do ELE de Entrada é feita através da de um novo fator, chamado de fator  $k_f$ , que é obtido a partir do equacionamento do MIL através da Força de Lorentz. Este fator depende de características físicas do MIL como, entreferro, resistividade de secundário, passo polar e número de pólos e também da frequência do sinal de alimentação. Este fator  $k_f$ , como os outros fatores de correção para o mesmo efeito, varia com a velocidade de operação assumindo valores particulares para cada velocidade de operação.

## CAPÍTULO 5

### SIMULAÇÕES COM MODELO PROPOSTO E RESULTADOS EXPERIMENTAIS

#### 5.1 Introdução

A validação do modelo matemático proposto pode ser executada facilmente em máquinas de indução rotativas larga e variadamente disponíveis, onde as respostas são obtidas para formas consagradas de operação. Seus modelos já apresentam um longo tempo de depuração e efeitos de extremidades não estão presentes de forma marcante (o ETB pode estar presente em algumas máquinas rotativas).

Quando um novo modelo matemático é aplicado às máquinas de indução lineares, menores são as possibilidades de apoio e sustentação, devido ao pequeno número de referências disponíveis, relativamente às máquinas de indução rotativas, à quase inexistência de máquinas lineares em versões comerciais, dentre outras dificuldades que usualmente afetam a pesquisa que também envolva a parte experimental.

Assim, como elemento de sustentação do modelo matemático apresentado, resultados foram obtidos em laboratório com o auxílio de dois motores de indução especiais, construídos especificamente para ensaios e pesquisas. Com esses resultados experimentais é possível levantar-se a curva de força propulsora em função da velocidade de operação, que é facilmente comparada com os resultados de simulação do modelo.

Além deste recurso, também são utilizados dois modelos matemáticos, desenvolvidos para simulação de MILs operando em regime permanente, que permitem algumas confrontações com o modelo proposto. Naturalmente, como a natureza das simulações são diferentes, um cuidado maior deve ser tomado.

Nos ensaios realizados em laboratório são utilizados dois motores lineares com características distintas:

A) Um motor de indução plano com dois estatores e linor formado por uma lâmina de alumínio em forma de disco (MIL tipo disco) e;

B) Um motor de indução setorial, com estator formado por um núcleo de chapas ferromagnéticas com arco de  $270^\circ$  e com linor (rotor) em forma de gaiola de esquilo (MIL tipo setorial).

## 5.2 MIL Tipo Disco

Como parâmetros para a realização das simulações matemáticas mostradas a seguir, foram utilizados os dados e medidas de um motor de indução linear trifásico, com dois estatores ativos fixos, feitos com chapas de aço-silício, mantidos a uma distância de 7,9 mm (comprimento do entreferro), mas com possibilidade de alteração. Os condutores do enrolamento de estator construídos com fios de cobre esmaltado classe H. O linor, que se movimenta através dos indutores, foi construído a partir de uma chapa de alumínio com formato circular (disco), com aproximadamente 450 mm de diâmetro, suportada por um eixo apoiado sobre dois mancais de rolamentos. Mais detalhes construtivos deste motor estão disponíveis no Apêndice II.

A figura 5.1 mostra, esquematicamente, o motor linear de disco utilizado como base para as simulações. Este tipo de motor linear, construído com poucos recursos conseguidos fora da Universidade, mostrou-se bastante versátil para as observações realizadas em laboratório, devido ao seu tamanho compacto. O linor, em forma de disco, permite simular uma pista contínua, além de oferecer a possibilidade para modificações no entreferro, medição de forças (através do conjugado observado em seu eixo) e observações de corrente de estator e temperaturas de operação.

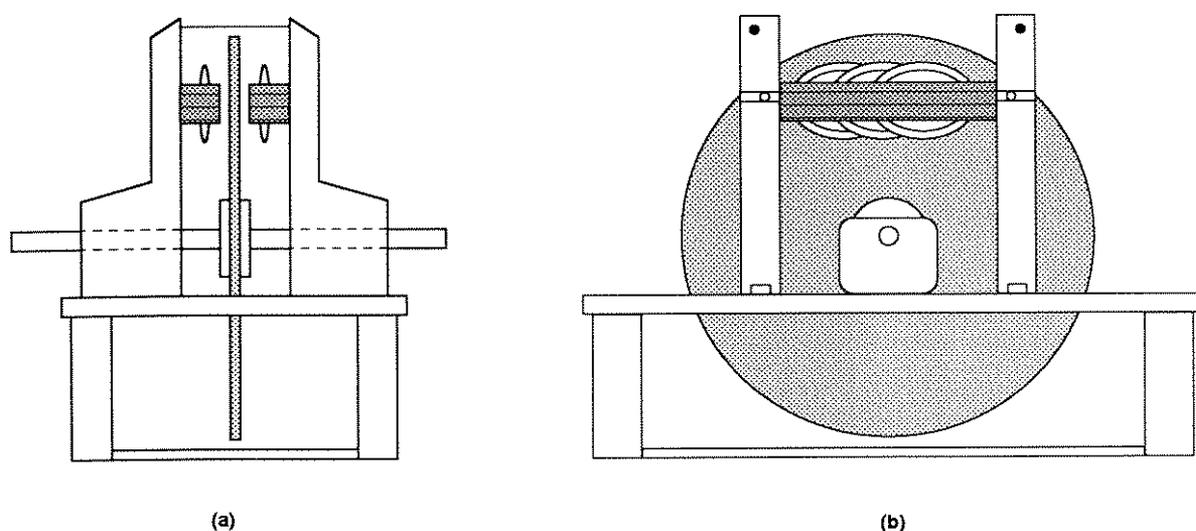


Figura 5.1 - Vista lateral (a) e frontal (b) do MIL com secundário em forma de disco de alumínio

Este motor, operando em 60 Hz, possui características de um motor de "alta velocidade" e, com seu número reduzido de pólos ( $p=2$ ), permite a observação do Efeito Longitudinal de Extremidade, o qual atua com grande intensidade em sua força propulsora.

### 5.2.1 Simulação para MIL Tipo Disco

Após a determinação dos parâmetros, construiu-se o modelo matemático para a simulação de uma situação de partida e aceleração sem carga mecânica aplicada ao eixo. Também não foram considerados atritos ou quaisquer outros esforços mecânicos contrários à força propulsora.

As figuras 5.2 a 5.4 mostram o comportamento esperado de correntes, tensões e forças, para a operação com corrente eficaz constante de 6 A aplicada ao enrolamento do indutor. Desta forma, o motor encontra-se em repouso e, em  $t=0$ , são aplicadas correntes alternadas simétricas e equilibradas em frequência nominal ( $f=60$  Hz), fazendo com que o motor acelere até um valor próximo de sua velocidade síncrona ( $V_{sx} = 15$  m/s).

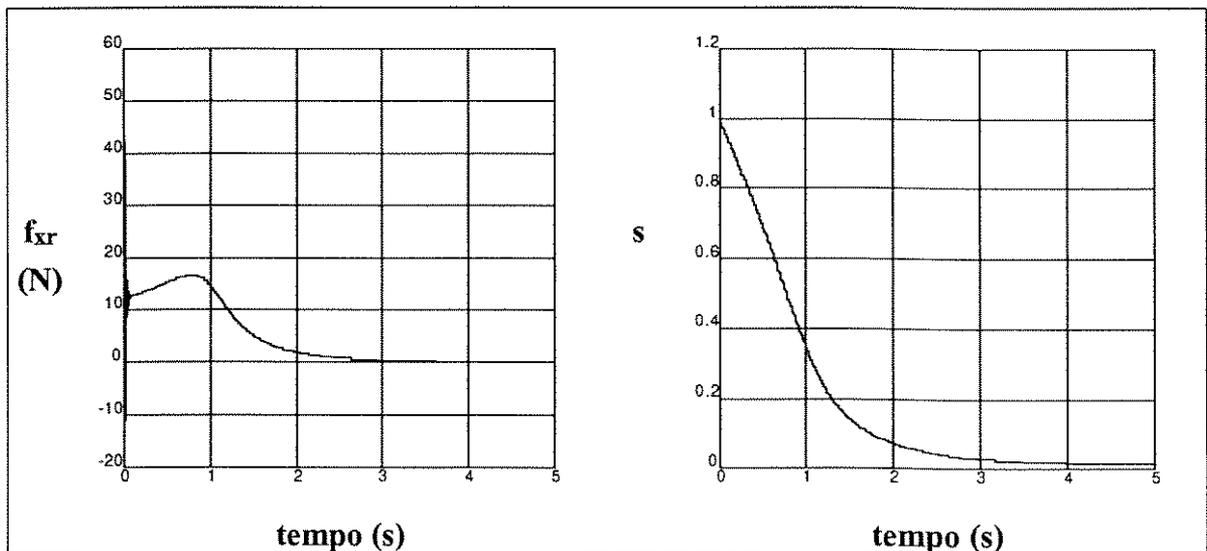


Figura 5.2 - Força e escorregamento em função do tempo para MIL tipo disco em aceleração livre

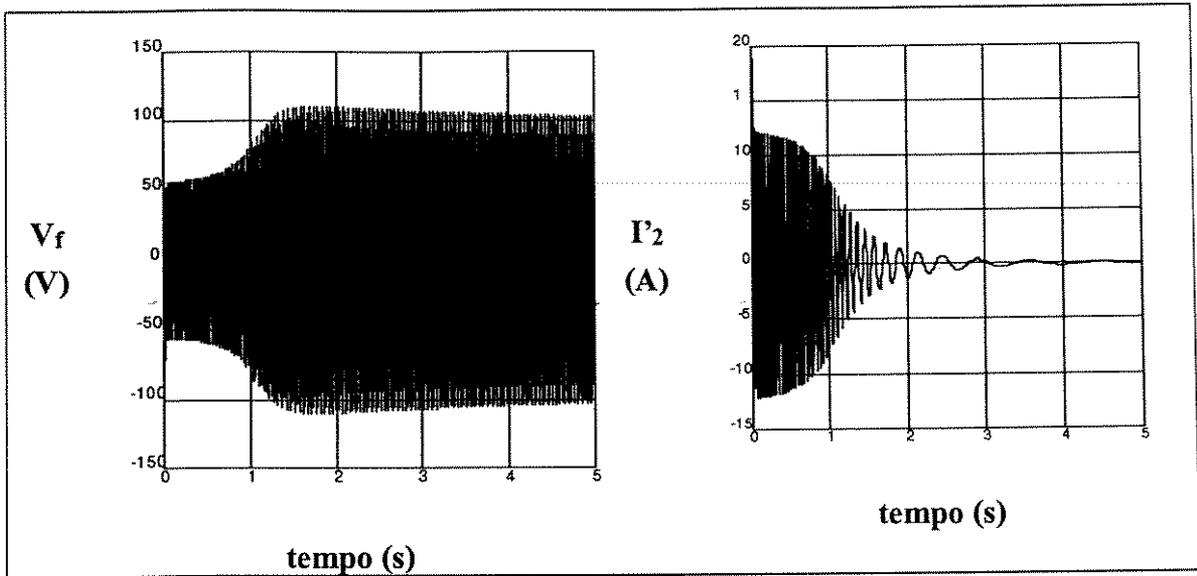


Figura 5.3 - Tensão de indutor (fase as) e corrente de linor refletida (fase ar), em função do tempo, para MIL tipo disco em aceleração livre

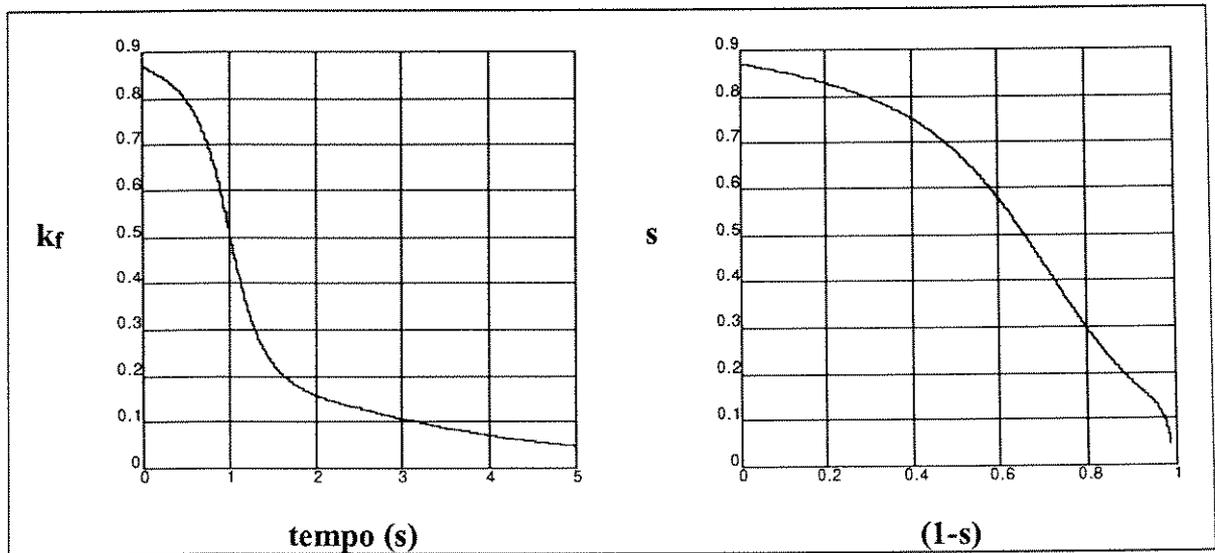


Figura 5.4 -  $k_r$  em função do tempo e do escorregamento para MIL tipo disco em aceleração livre

### 5.2.2 Confrontação com Resultados de Modelos em Regime Permanente

Inicialmente, os resultados do modelo matemático proposto foram comparados com os resultados obtidos a partir de um modelo em regime permanente. Este segundo modelo possibilita a determinação de forças propulsoras a partir do equacionamento da densidade de campo magnético de entreferro e da densidade linear de corrente (Força de Lorentz), proposto por T. Hirasaka et al. (1980).

Como os dois modelos apresentam características distintas, foi escolhida a curva de força propulsora em função da velocidade para estabelecer uma relação de proximidade entre as duas respostas. O resultado desta comparação pode ser observado na figura 5.5. Obviamente, o modelo para regime permanente não vai contemplar oscilações transitórias apresentadas pela força mas, deve aproximar-se do valor da força do modelo proposto. Quando o gráfico força-velocidade para regime permanente é superposto ao mesmo gráfico obtido do modelo dinâmico proposto pode-se esperar que os valores do primeiro fiquem muito próximos aos valores médios oferecidos pelo segundo (Krause, 1986). Este fato é verificado na figura 5.5.

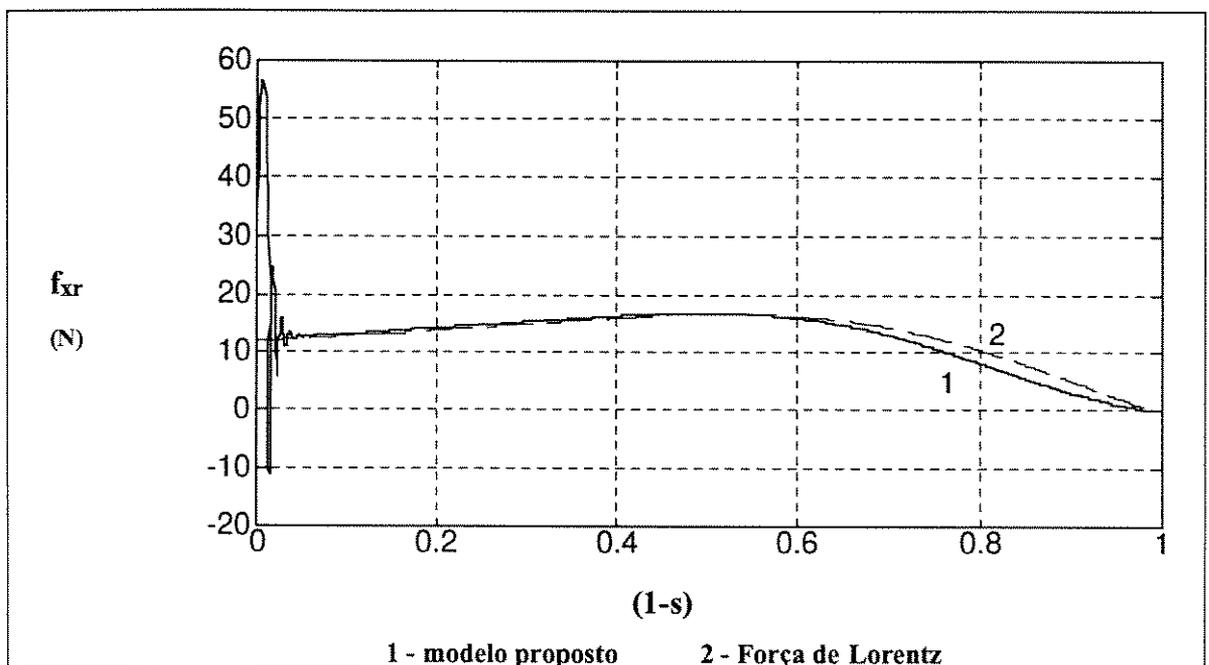


Figura 5.5 - Força Propulsora em função do escorregamento para MIL tipo disco

Outra importante fonte de informações sobre o motor linear tipo disco, que foi exaustivamente testada e fornece resultados bastante adequados sobre seu

comportamento, é o circuito elétrico equivalente com correção dos Efeitos de Extremidades (Creppe, 1992).

Os resultados do circuito elétrico equivalente podem ser utilizados em diversas situações e permitem que o motor seja explicado em muitos de seu comportamentos característicos. O circuito elétrico equivalente utilizado considera o ELE de Entrada e o Efeito Transversal de Borda, permitindo que os valores de força fornecidos sejam mais confiáveis, situando-os em região muito próxima aquela onde são encontrados os pontos experimentais.

A correção do ELE de Entrada no circuito elétrico equivalente é feita, através da técnica proposta por Gieras (1987), com fator de extremidade ( $k_e$ ) que é função dos parâmetros e características da máquina. A correção do ETB é feita através do fator de Russell-Norsworthy (1958). Conforme discutido no Capítulo 2, este circuito elétrico equivalente possui uma impedância adicional que é inserida no ramo de magnetização, drenando correntes do ramo de força para velocidades próximas à velocidade síncrona. Para a confrontação de resultados obtidos de um circuito elétrico equivalente com aqueles oriundos de um modelo dinâmico, valem as observações feitas anteriormente. O gráfico força-velocidade destes dois modelos estão comparados na figura 5.5.

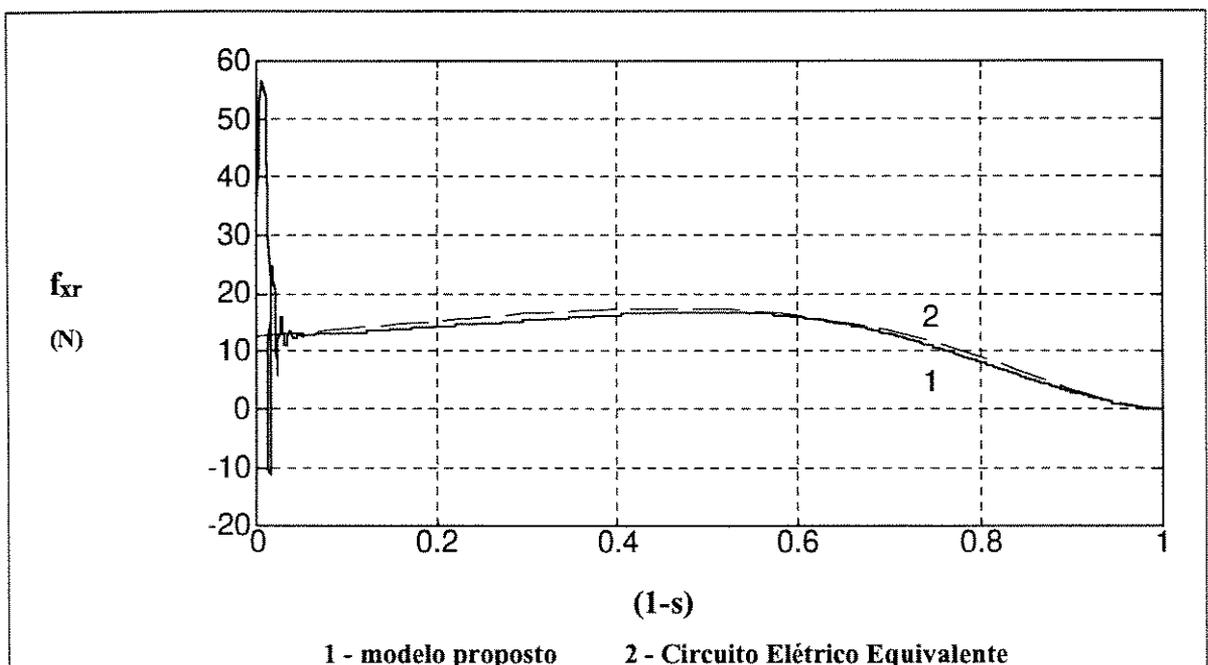


Figura 5.6 - Força Propulsora em função do escorregamento para MIL tipo disco

### 5.2.3 Confrontação de Resultados com Testes de Laboratório

O motor linear tipo disco foi submetido a um ensaio, onde são aplicadas correntes constantes em seu estator e diversas cargas em seu membro mecânico, fazendo-se, desta forma, um levantamento de forças em diversas velocidades. A carga foi aplicada através de um freio tipo Prony e os resultados de força foram avaliados com o auxílio de um dinamômetro marca Kratos. Os valores de corrente, força e escorregamento medidos estão apresentados na tabela 5.1, para corrente de alimentação constante em 6 A: Nesta tabela estão apresentados os valores de tensão e corrente de fase, além do escorregamento e da força desenvolvida.

Tabela 5.1 - Resultados dos Testes de Laboratório para MIL tipo disco

$I_f$ (A)	$V_f$ (V)	(1-s)	F (N)
6,03	36,72	0,00	11,39
6,01	37,03	0,16	12,28
6,01	38,87	0,27	12,84
6,01	41,37	0,45	13,95
6,06	45,86	0,65	13,54
6,04	47,20	0,70	12,56
6,04	47,87	0,75	11,16
6,04	48,54	0,77	10,47
6,04	48,54	0,80	9,49
6,02	49,38	0,82	8,37
6,03	49,88	0,84	7,40
6,03	49,88	0,85	6,42
6,03	50,22	0,88	5,58
6,01	50,22	0,90	4,60
6,03	50,80	0,91	3,49
6,03	50,89	0,91	3,77
6,03	51,22	0,92	3,07
6,04	51,47	0,94	1,81
6,04	51,73	0,95	1,26

Com os resultados da tabela anterior foram construídos os gráficos das figuras 5.7 e 5.8:

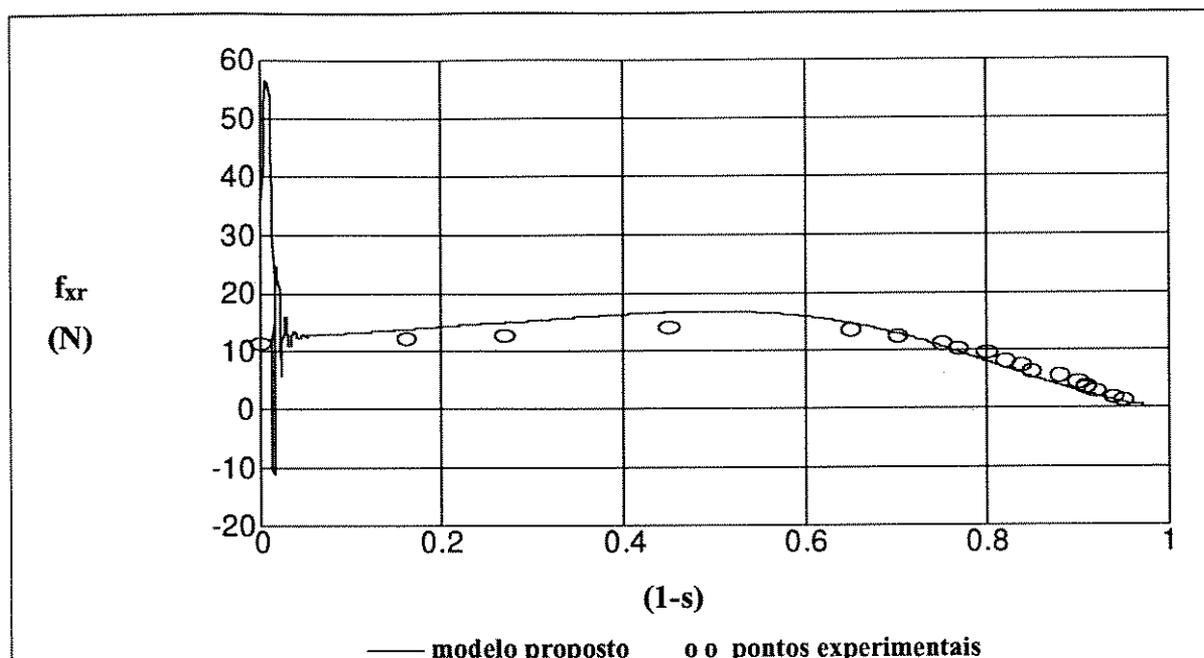


Figura 5.7 - Força Propulsora em função do escorregamento para MIL tipo disco

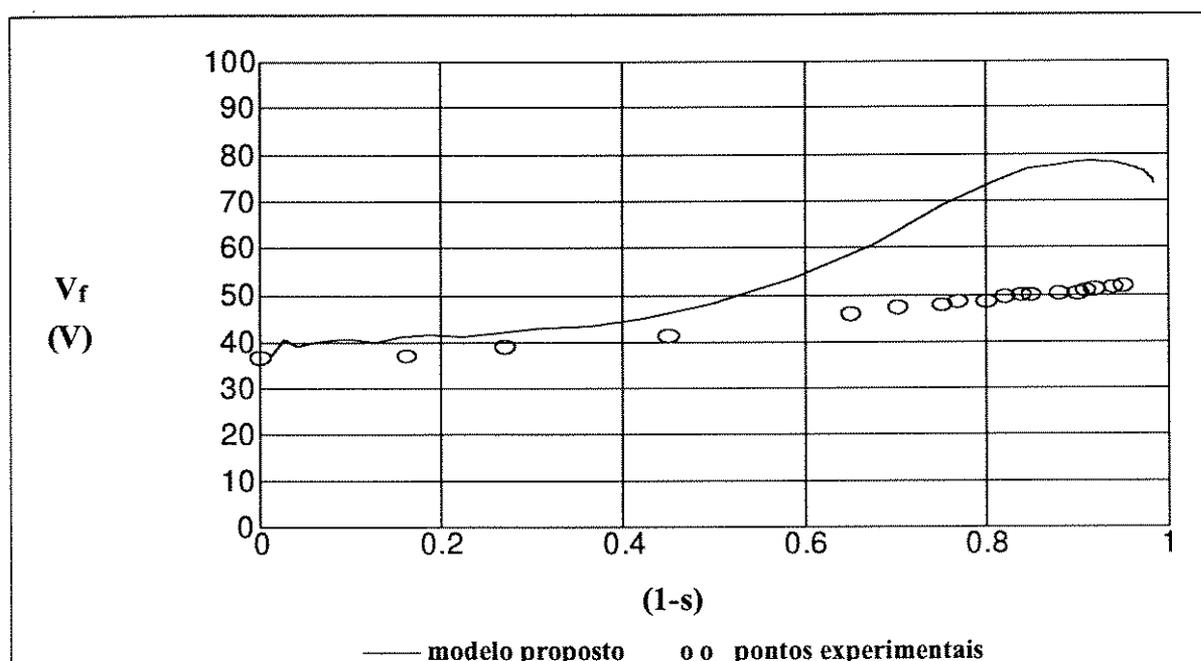


Figura 5.8 - Tensão de fase em função do escorregamento para MIL tipo disco

Os valores de tensão mostrados nos gráficos da figura 5.8 mostram que a tensão determinada matematicamente está muito próxima dos valores de laboratório para baixas velocidades. Em altas velocidade a tensão calculada é maior que a observada

experimentalmente, mostrando que a correção do ELE de Entrada, que se verificou produzir excelente resultados para a força propulsora, ainda necessita de um maior aprimoramento, para obtenção de melhor resposta de tensão.

### 5.3 MIL Tipo Setorial

A facilidade de construção dos motores de indução setoriais faz com que muitos pesquisadores utilizem este recurso para seus estudos de máquinas de indução lineares (e.g. T. A. Lipo e T.A. Nondahl, 1979), com a vantagem de oferecer grandes facilidades para os ensaios de laboratório.

Os motores setoriais podem ser construídos a partir de motores de indução de gaiola, que são facilmente encontrados e com custos muito baixo. As modificações devem ser feitas basicamente no indutor, que perde um arco de seu núcleo ferromagnético e tem seu enrolamento refeito para a nova situação, seu rotor deve ter seu diâmetro reduzido através de um passe em torno mecânico para aumentar o comprimento de seu entreferro.

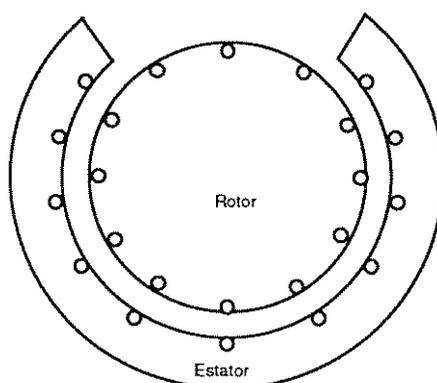


Figura 5.9 - MIL tipo setorial

O motor setorial utilizado em laboratório, foi construído a partir de uma carcaça de motor rotativo que teve seu estator seccionado de um ângulo de  $90^\circ$ , ficando o restante do núcleo com 24 ranhuras disponíveis para a colocação de um enrolamento trifásico. O rotor teve seu diâmetro diminuído de cerca de 99 mm para 98,5 mm, deixando um entreferro de 1,25 mm (valor superior ao original). A figura 5.9 mostra, esquematicamente, o motor setorial.

### 5.3.1 Simulação para MIL Tipo Setorial

De forma semelhante ao executado para o motor tipo disco, o motor setorial foi simulado matematicamente, sem considerar nenhuma carga mecânica e força frenante. Em  $t=0$ , com o motor em repouso, são aplicadas correntes alternadas simétricas e equilibradas no indutor com valor eficaz constante de 1,0 A e frequência nominal (60 Hz), fazendo o motor acelerar livremente.

Para as simulações relativas ao motor setorial, foi admitido que o mesmo apresenta indutância de dispersão de linor idêntica à indutância de dispersão de indutor, ou seja, apresenta  $C_r = 0,5$  (veja expressão 4.10).

Os gráficos seguintes, das figuras 5.10 a 5.12, mostram o processo de aceleração e seus valores determinados matematicamente:

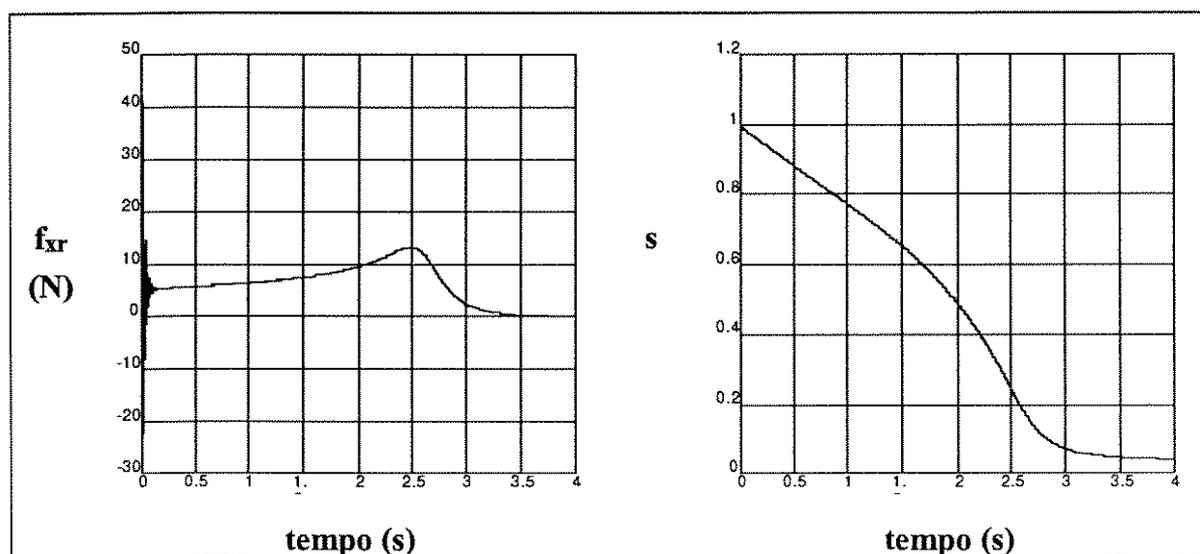


Figura 5.10 - Força e escorregamento em função do tempo para MIL tipo setorial em aceleração livre

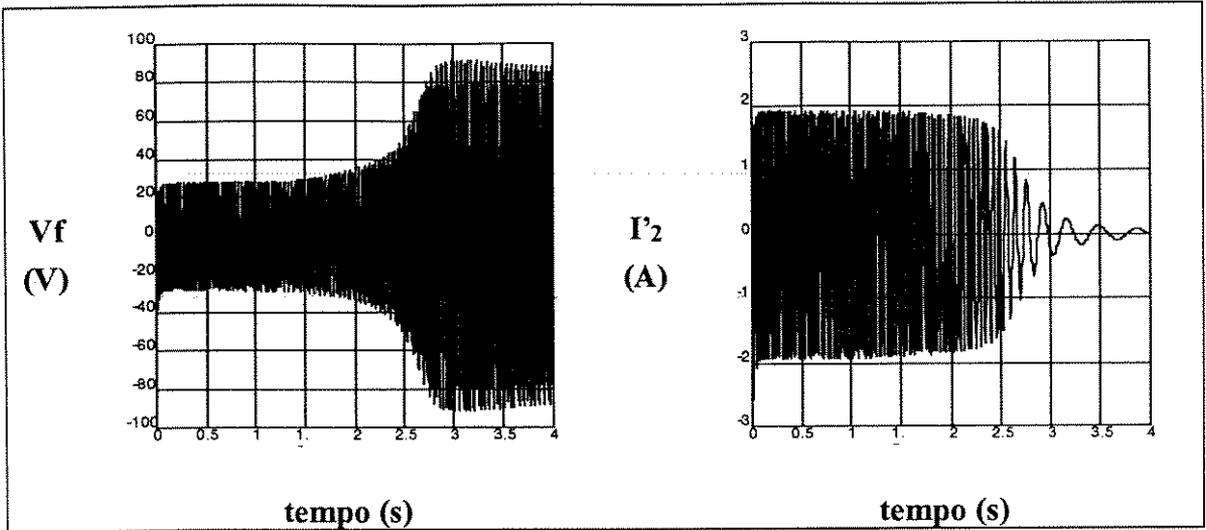


Figura 5.11 - Tensão de indutor (fase as) e corrente de linor refletida (fase ar), em função do tempo, para MIL tipo setorial em aceleração livre

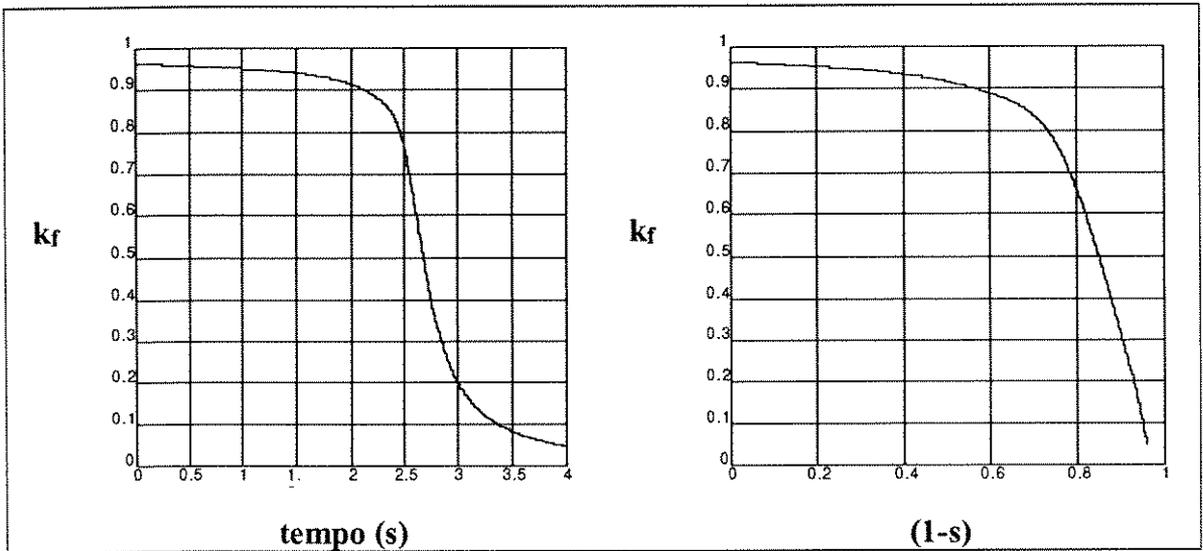


Figura 5.12 -  $k_f$  em função do tempo e do escorregamento para MIL tipo setorial em aceleração livre

### 5.3.2 Confrontação com Resultados de Modelos em Regime Permanente

A figura 5.13 mostra as curvas de força propulsora em função da velocidade (1-s) para um motor setorial operando com corrente eficaz constante de 1,0 A, obtidas a partir do modelo dinâmico e da Força de Lorentz (Hirasa et al., 1980).

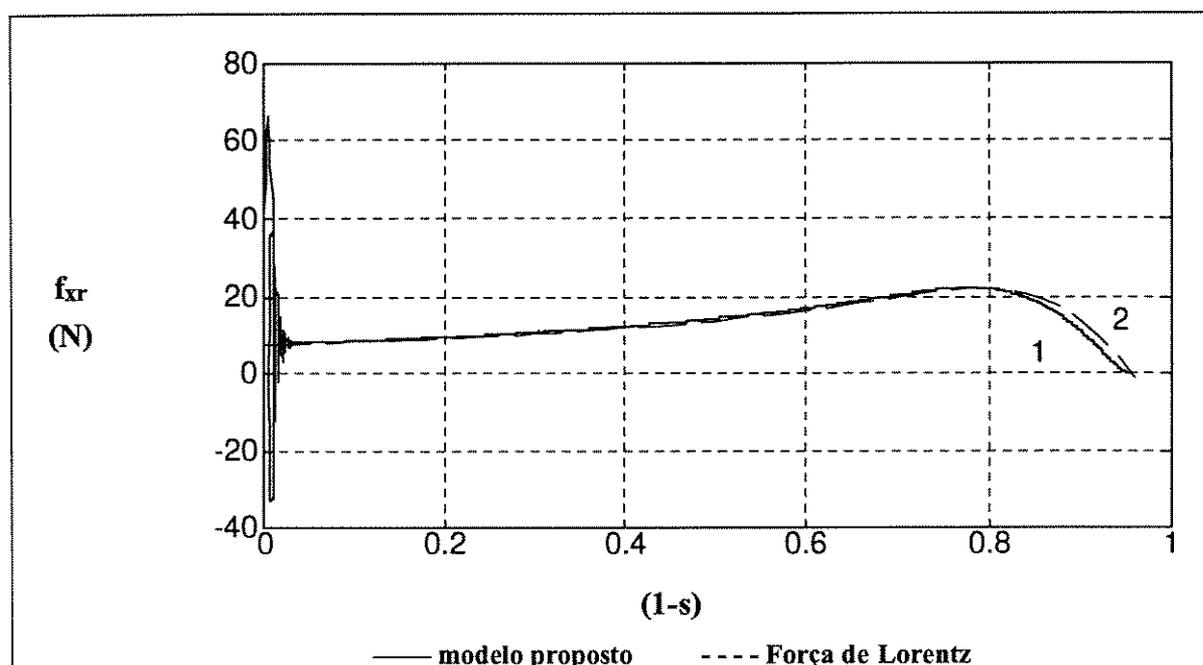


Figura 5.13 - Força Propulsora em função do escorregamento para MIL tipo setorial

A figura 5.13 mostra que a superposição dos resultados obtidos do modelo matemático proposto e do modelo baseado na Força de Lorentz estão bastante próximos, considerando o valor médio de força produzido pelo modelo matemático proposto e lembrando da natureza distinta de suas respostas.

A figura 5.14 mostra a comparação dos resultados obtidos do circuito elétrico equivalente e do modelo matemático proposto para o motor setorial, operando com corrente eficaz constante 1,0 A. Nesta figura é possível observar-se significativo desvio de resultados, pois, o circuito elétrico equivalente foi desenvolvido especificamente para a análise de motores planos com linor de alumínio/cobre, onde a reatância de dispersão de secundário é muito pequena. Foi utilizado sem nenhuma alteração para a simulação do motor setorial, precisamente para realçar a diferença significativa na características dos diversos tipos de máquinas de indução lineares.

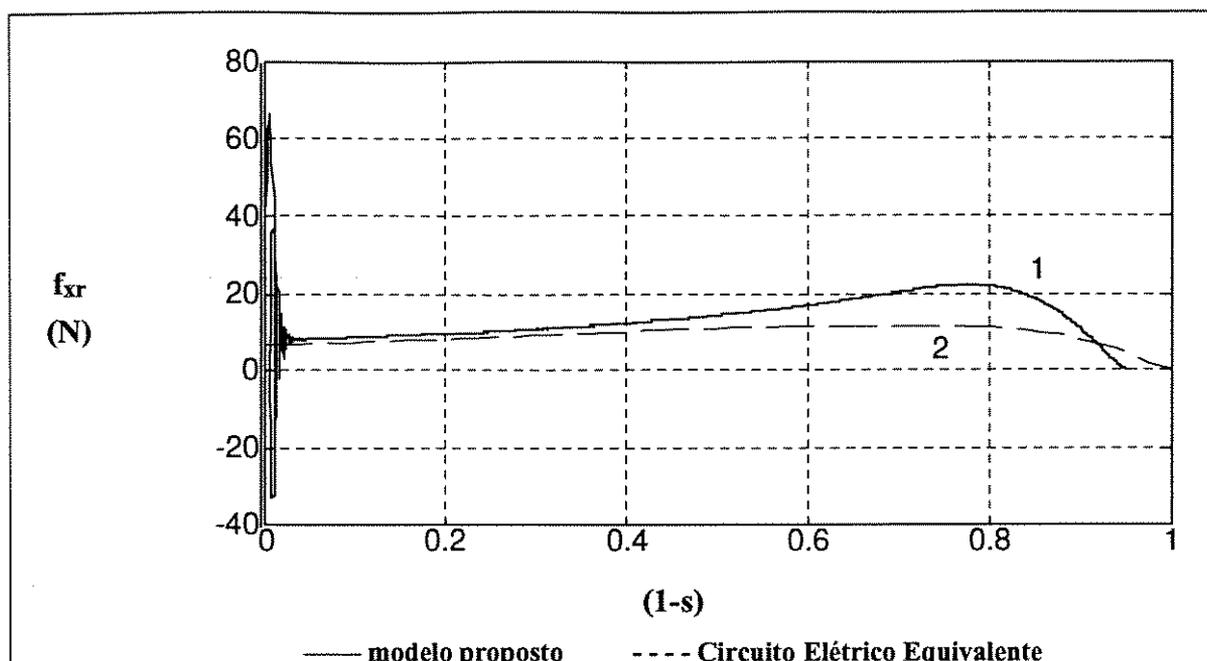


Figura 5.14 - Força Propulsora em função do escorregamento para MIL tipo setorial

### 5.3.3 Confrontação de Resultados com Testes de Laboratório

O motor setorial, submetido a ensaios semelhantes àqueles efetuados no motor tipo disco, produziu os resultados mostrados na tabela 5.2, onde pode-se observar os valores de fase de corrente e tensão, bem como o escorregamento e a força propulsora desenvolvida.

Tabela 5.2 - Resultados dos Testes de Laboratório para MIL tipo setorial

$I_f$ (A)	$V_f$ (V)	(1-s)	F (N)
0,915423	21,47995	0	5,354932
0,970395	46,199	0,833866	10,11487
0,964607	47,26278	0,853007	8,329895
0,971905	48,32153	0,870483	7,13991
0,973743	48,61012	0,873812	5,949925
0,974171	49,48209	0,886295	5,354932
0,977876	49,48209	0,890456	4,75994
0,980204	49,68266	0,893785	3,569955
0,974679	49,38684	0,940388	0

Destes resultados experimentais, foram construídos os gráficos mostrados nas figuras 5.15 e 5.16:

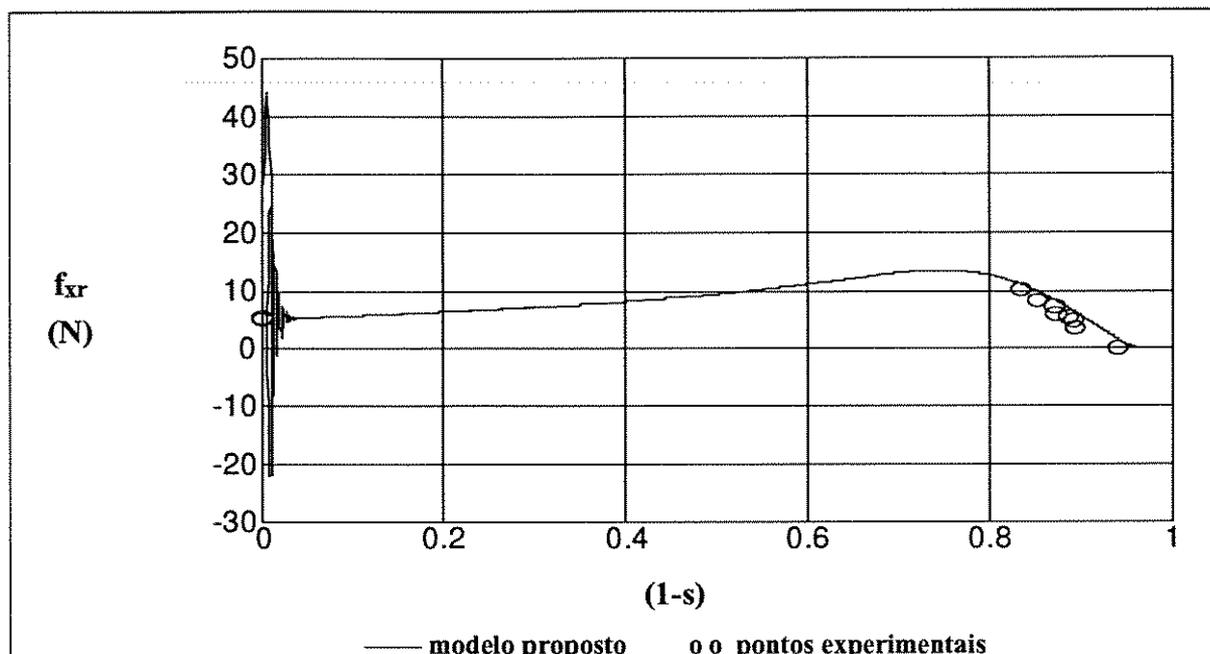


Figura 5.15 - Força Propulsora em função do escorregamento para MIL tipo setorial

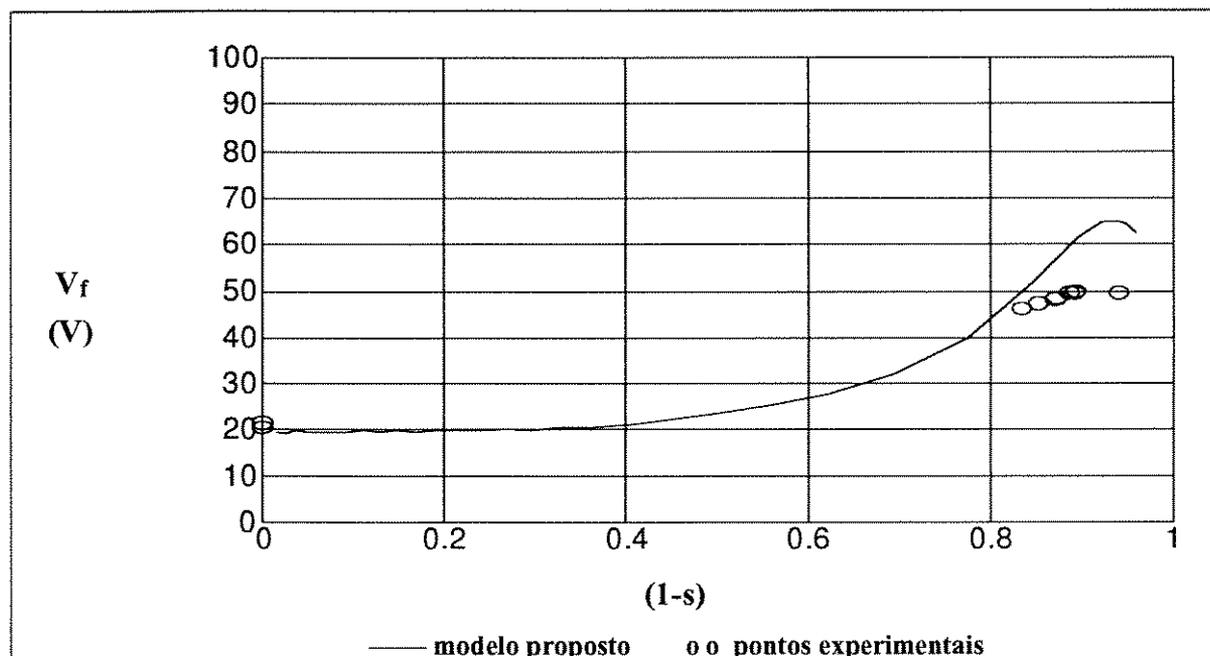


Figura 5.16 - Tensão de fase em função do escorregamento para MIL tipo setorial

O gráfico da figura 5.15 mostra que os valores de força propulsora produzidos pelo modelo proposto ficam muito próximos dos valores reais de força propulsora do motor setorial, obtidos em ensaios de laboratório. Pode-se também observar que a força de partida real está situada no ponto para o qual tende a força média de partida do modelo matemático.

O gráfico da figura 5.16 compara os valores eficazes de tensão obtidos através de ensaios com aqueles fornecidos pelo modelo matemático proposto. Neste gráfico, é possível observar-se uma maior diferença entre estes valores na região de elevada velocidade, de forma semelhante ao observado no motor tipo disco. Porém, as diferenças entre os valores experimentais e matemáticos, para o motor setorial, são relativamente menores que as observadas no motor tipo disco.

#### **5.4 Outras Simulações Realizadas**

Com o modelo proposto neste trabalho, foram realizadas diversas simulações relativas a diferentes condições de operação dos MILs. Todas as simulações apresentam grande interesse prático e, algumas delas, mostram comportamentos que são próprios das máquinas lineares como, por exemplo, a variação do entreferro durante sua operação.

As simulações realizadas estão apresentadas, detalhadamente, no Apêndice I, com os resultados na forma de gráficos. As condições de operação simuladas para os MILs são:

- Variação de Carga Mecânica
- Variação do Entreferro
- Variação de Resistividade de Linor
- Variação de Frequência
- Aceleração Livre com Diferentes Frequências
- Frenagem por Inversão de Fase

## 5.5 Considerações

O modelo proposto aplicado aos MILs produz respostas relativas aos transitórios mecânicos de força propulsora muito próximas dos resultados experimentais e dos resultados produzidos por modelos estáticos, mostrando que a metodologia de simulação que está sendo proposta é viável e interessante para o estudo dos MILs.

As diferenças relativas aos valores observadas entre simulações e ensaios de laboratório para a tensão devem ser melhor analisadas e o modelo deve ser aprimorado para que estas diferenças sejam minimizadas.

A correção do ELE através do fator  $k_f$  mostrou-se bastante interessante para o estudo dos MILs, tanto em regime permanente quanto em regime transitório. Sua aplicação através da modificação da indutância de magnetização deve ser analisada como alternativa para aprimoramento do modelo.

## CAPÍTULO 6

# SIMULAÇÃO MATEMÁTICA DOS MILs

### 6.1 Introdução

O comportamento em regime transitório dos motores de indução rotativos, para os casos mais comuns de análise, é bastante conhecido, permitindo prever, qualitativamente, seu comportamento em casos como falta de fase, variação brusca de carga, variação de frequência, etc. Isto permite um rápido posicionamento sobre os problemas que podem advir de operações sob condições imprevistas.

Como os MILs pertencem à família dos motores de indução, muitos de seus comportamentos podem ser previstos, tomando como referência o que acontece com seus semelhantes rotativos. Assim, pode-se afirmar que para uma variação súbita de carga, o escorregamento dos MILs tenderá a crescer, ou seja, ocorrerá uma redução de velocidade, acompanhada de um aumento da corrente de linor. Contudo, algumas operações dos MILs são pouco conhecidas e suas respostas não são encontradas imediatamente, através de analogias com a máquina rotativa.

A operação com corrente de estator em valor eficaz constante é muito pouco aplicada às máquinas rotativas se comparada com a operação a corrente constante. Nesta operação, para uma variação brusca de carga a velocidade tenderá a cair, com aumento da corrente de linor, mas com corrente de estator invariável, forçando a uma redução na tensão aplicada aos terminais de estator.

Algumas operações características dos MILs são muito improváveis em máquinas rotativas convencionais, como é o caso da variação do entreferro durante uma determinada etapa de seu funcionamento. Nos MILs, este fenômeno ocorre comumente, pois, o comprimento de sua linha de operação pode atingir valores da ordem de dezenas de quilômetros, tornando impossível a tarefa de manter mecanicamente constante a distância entre estator e linor. Os fenômenos que acompanham as variações de entreferro devem ser bem conhecidos para que suas possíveis implicações sobre os MILs possam ser corretamente previstas em seu projeto.

Outras alterações durante a operação, que são particulares aos MILs, são aquelas causadas pela variação da resistividade do linor. Estas modificações na resistividade podem ser originadas por diferenças na constituição das chapas utilizadas para

a construção do linor, ou por diferenças de temperatura do linor ao longo de seu comprimento.

Dessa forma, a simulação matemática tem o objetivo de auxiliar o desenvolvimentos dos MILs, facilitar a compreensão de seu funcionamento, promovendo a ampliação de sua utilização.

As simulações mostradas a seguir tomam como base o motor linear tipo disco, procurando mostrar seu comportamentos e operações que são típicas e algumas vezes não existentes em máquinas rotativas

## 6.2 Variação de Carga Mecânica

A partir dos dados do motor de disco, simula-se a variação de carga do MIL, considerando-se que o motor está em repouso. Em  $t=0$ , são aplicadas correntes nominais (6A) em seu estator e o motor acelera com uma força de carga de 5 N (força contrária à força propulsora), até atingir seu ponto de operação. Em  $t=6$  s é aplicada, abruptamente, uma força de carga adicional de 3 N (aumento de carga de 60%). A carga adicional é mantida até um novo ponto de equilíbrio ser atingido. Em  $t=9$  s a carga adicional é retirada. Os gráficos 6.1 a 6.4, mostram o comportamento do motor para esta situação.

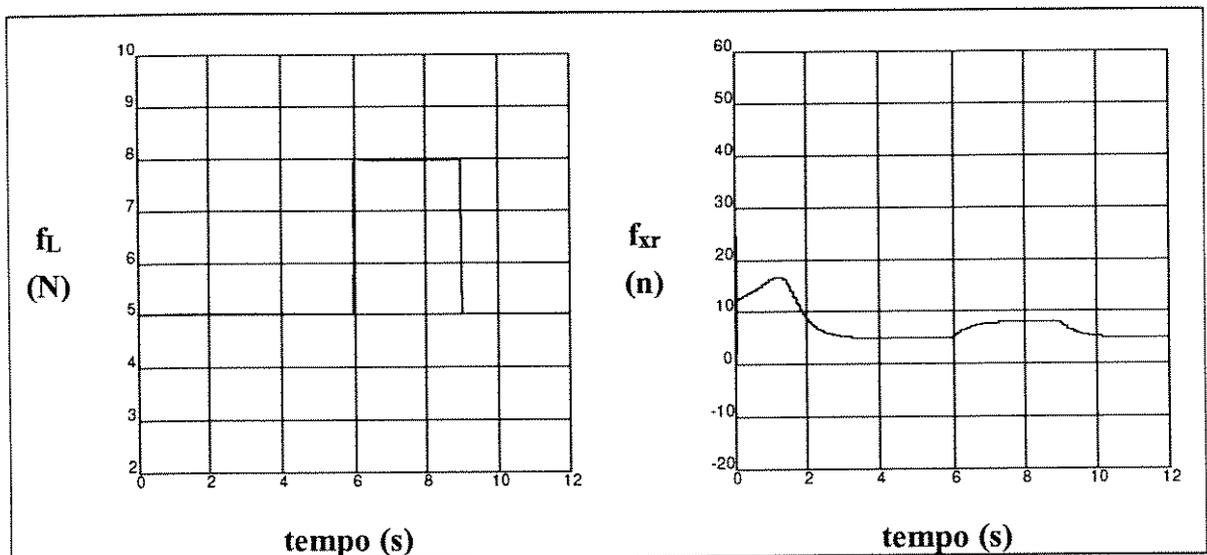


Figura 6.1 - Força de carga e força propulsora em função do tempo

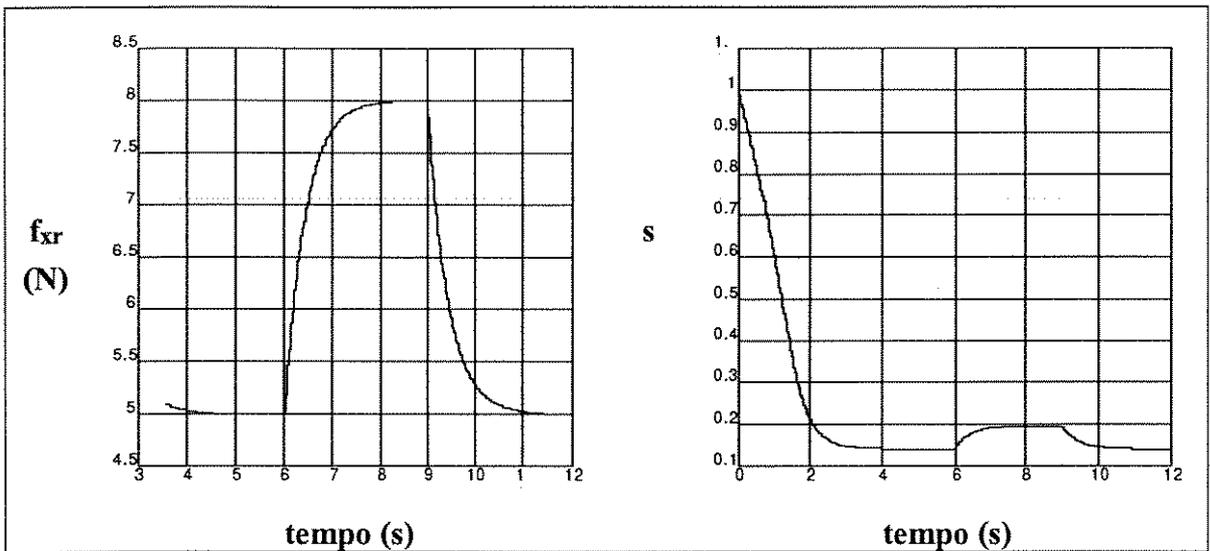


Figura 6.2 - Força propulsora e escorregamento em função do tempo

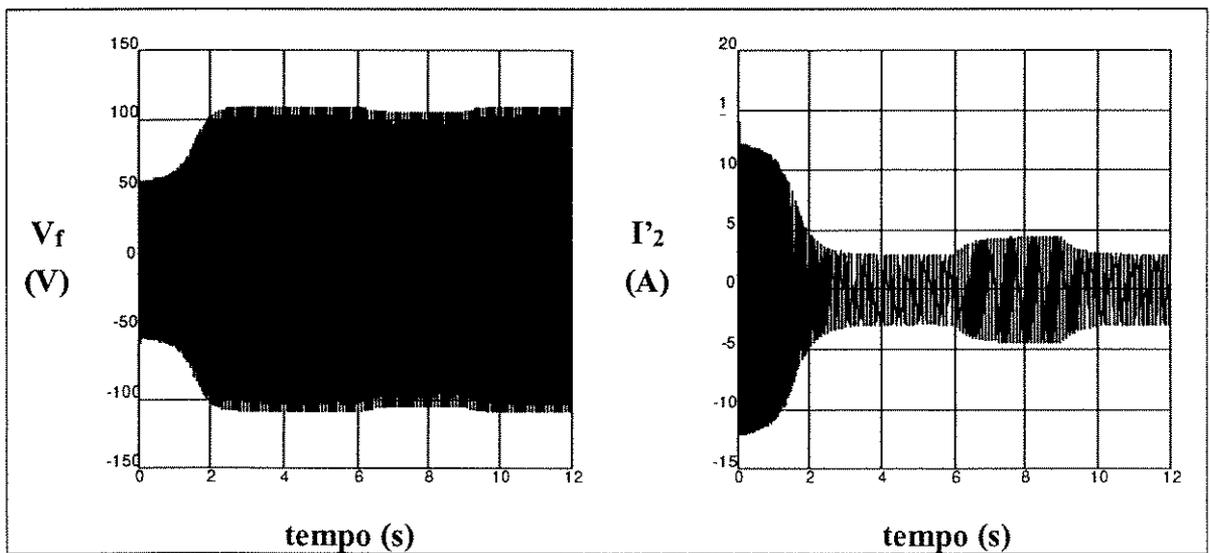


Figura 6.3 - Tensão de indutor (fase as) e corrente de linor refletida (fase ar) em função do tempo

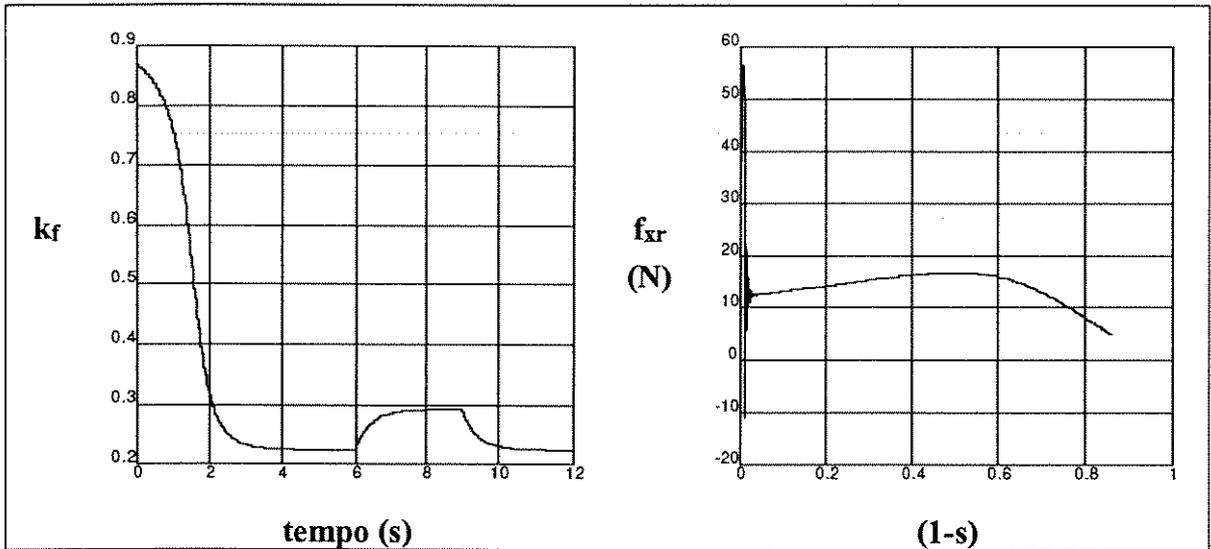


Figura 6.4 -  $k_f$  em função do tempo e força em função do escorregamento

### 6.3 Simulação para Aceleração com Carga e Variação de Entreferro

A partir dos mesmos dados da simulação anterior foi realizada uma nova simulação, considerando-se que o motor está inicialmente em repouso. Em  $t=0$  são aplicadas correntes nominais (6A) em seu estator e o motor acelera com uma força de carga de 5 N (força contrária à força propulsora), até atingir seu ponto de operação de regime. Em  $t=6$  s ocorre, abruptamente, um aumento no comprimento do entreferro, passando o mesmo de 7,9 mm para 10 mm (aumento de 26,5%). Esta situação é mantida até um novo ponto de equilíbrio ser atingido. Em  $t=9$  s, o entreferro volta ao seu valor inicial. Os gráficos 6.5 a 6.8 mostram o comportamento do motor para esta situação.

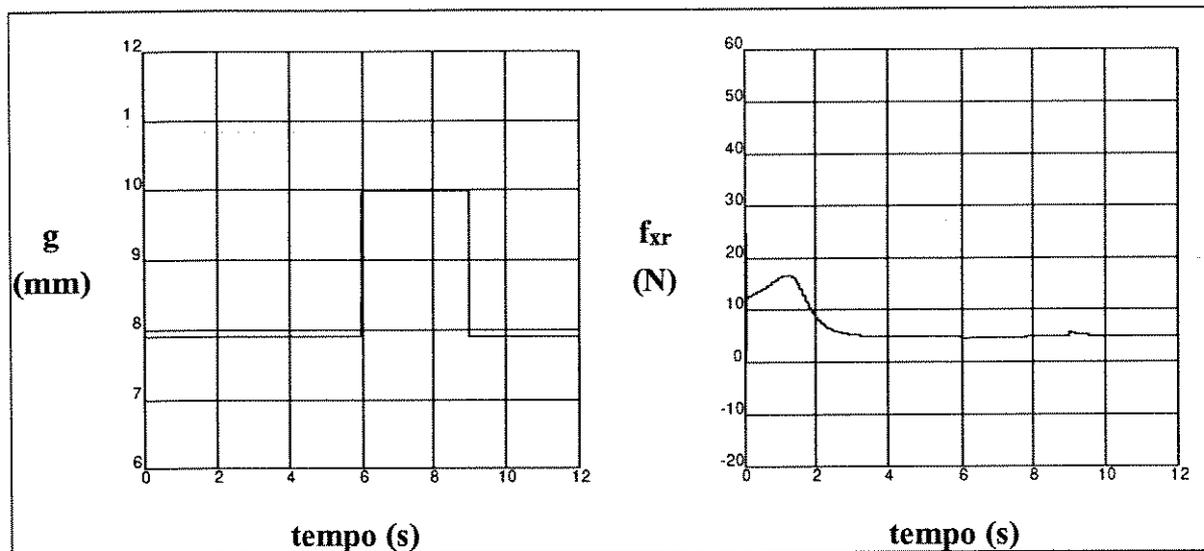


Figura 6.5 - Entreferro e força propulsora em função do tempo

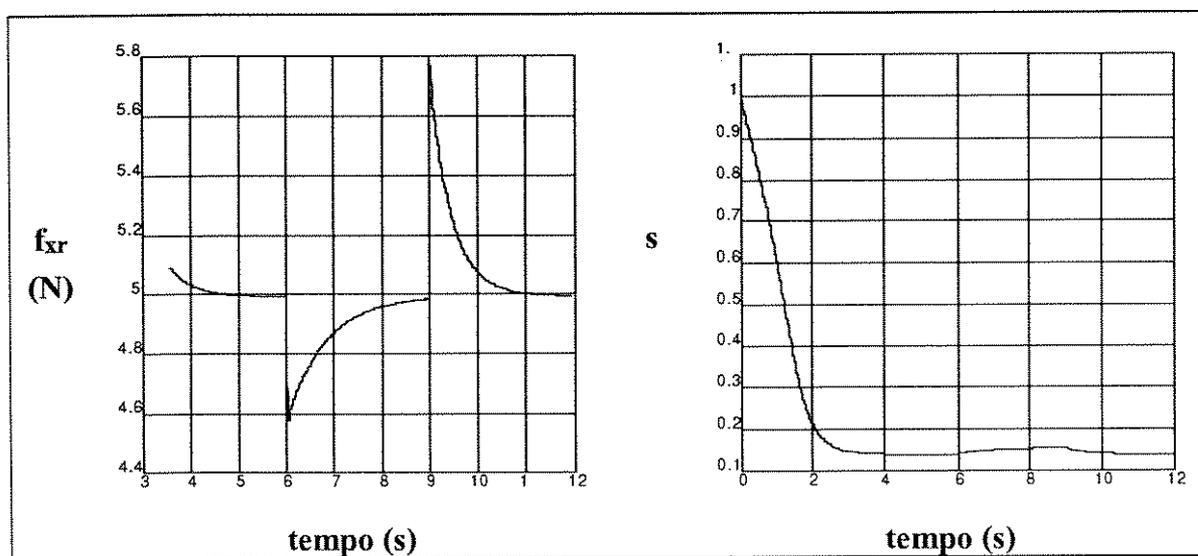


Figura 6.6 - Força propulsora e escorregamento em função do tempo

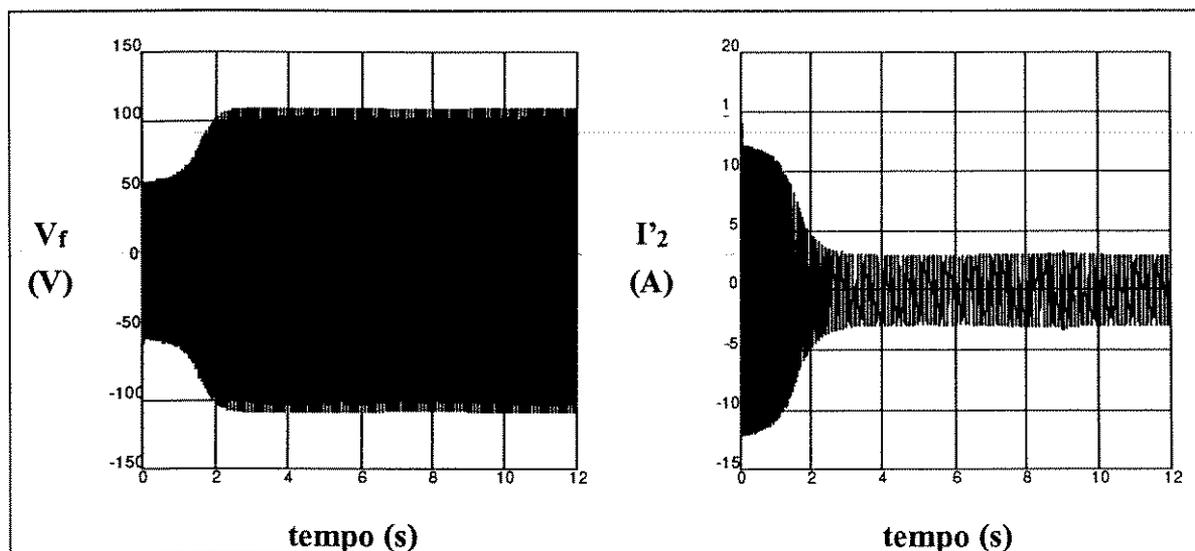


Figura 6.7 - Tensão de Indutor (fase as) e corrente de linor refletida (fase ar) em função do tempo

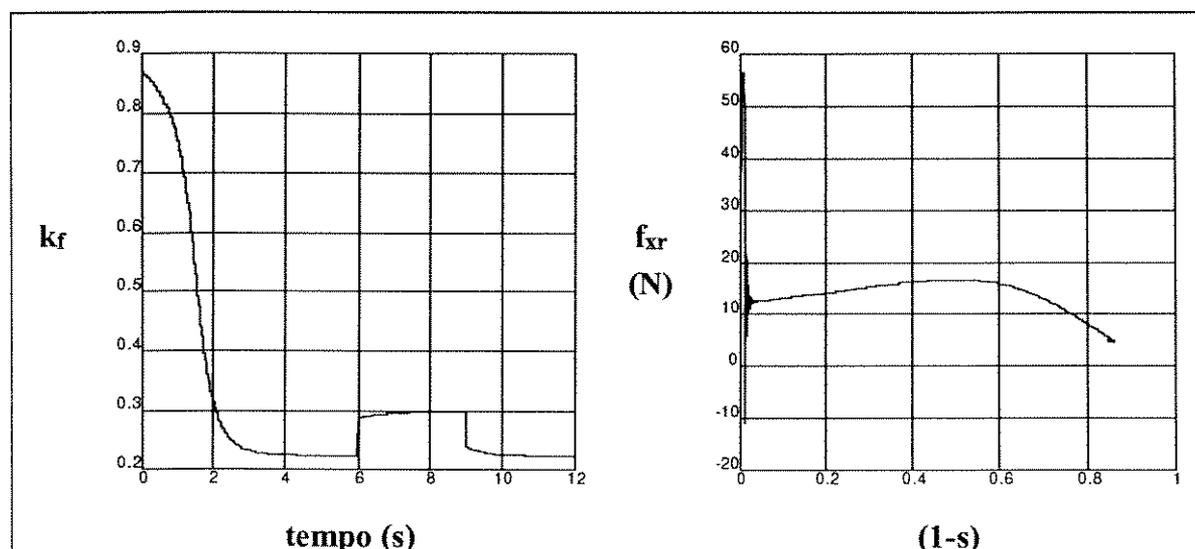


Figura 6.8 -  $k_f$  em função do tempo e força propulsora em função do escorregamento

Das figuras anteriores é possível notar que o transitório provocado pelo aumento no entreferro tem pouca influência para a tensão e para a corrente de linor,

que, praticamente, não variam. Apenas é notado um aumento no escorregamento e uma redução na força propulsora.

#### 6.4 Simulação para Aceleração com Carga e Variação de Resistividade de Linor

Os MILs podem apresentar um percurso de trabalho extremamente longo, levando a construção de extensos linores. Durante a operação através destes longos linores, o MIL pode encontrar seções com resistividades alteradas em relação ao resto do trajeto, devido a diferenças na composição das chapas ou mesmo de sua espessura. Assim, admitiu-se que, inicialmente, o motor está em repouso. Em  $t=0$  são aplicadas correntes nominais (6A) em seu estator com frequência de 60 Hz. O motor acelera com uma força de carga de 5 N (força contrária à força propulsora), até atingir um ponto de operação de regime. Em  $t=6$  s é ocorre um aumento repentino resistividade de linor passando de 19,2 para 23,1  $\mu\Omega\cdot m$ . (aumento de 20%). Esta situação é mantida por 3 segundos e, em  $t=9$  s, a resistividade volta ao seu valor inicial. Os gráficos 6.9 a 6.12 mostram o comportamento do motor para esta situação.

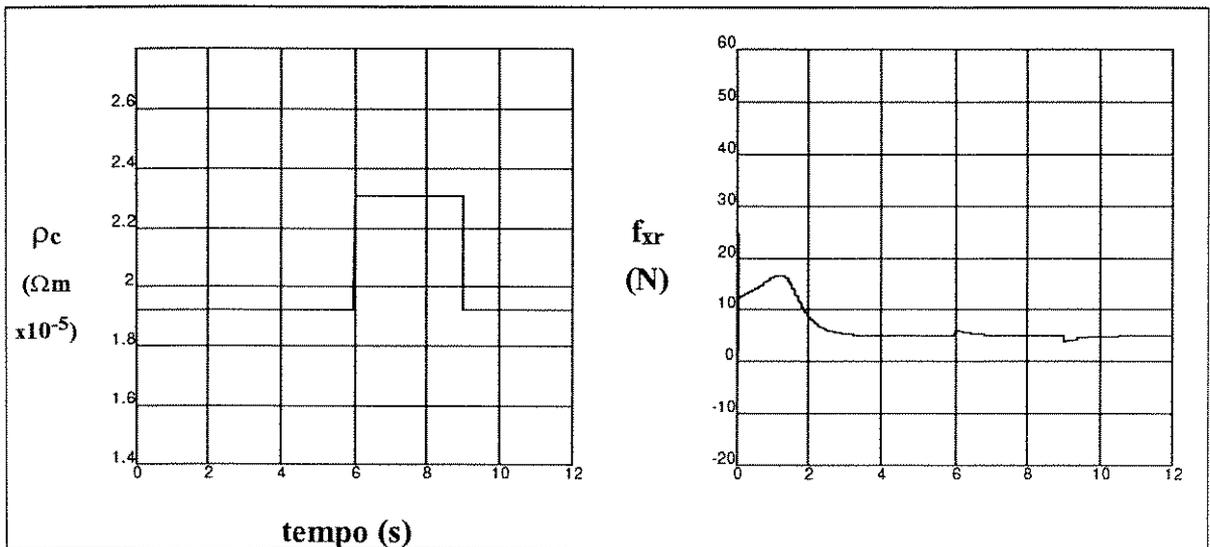


Figura 6.9 - Resistividade de linor e força propulsora em função do tempo

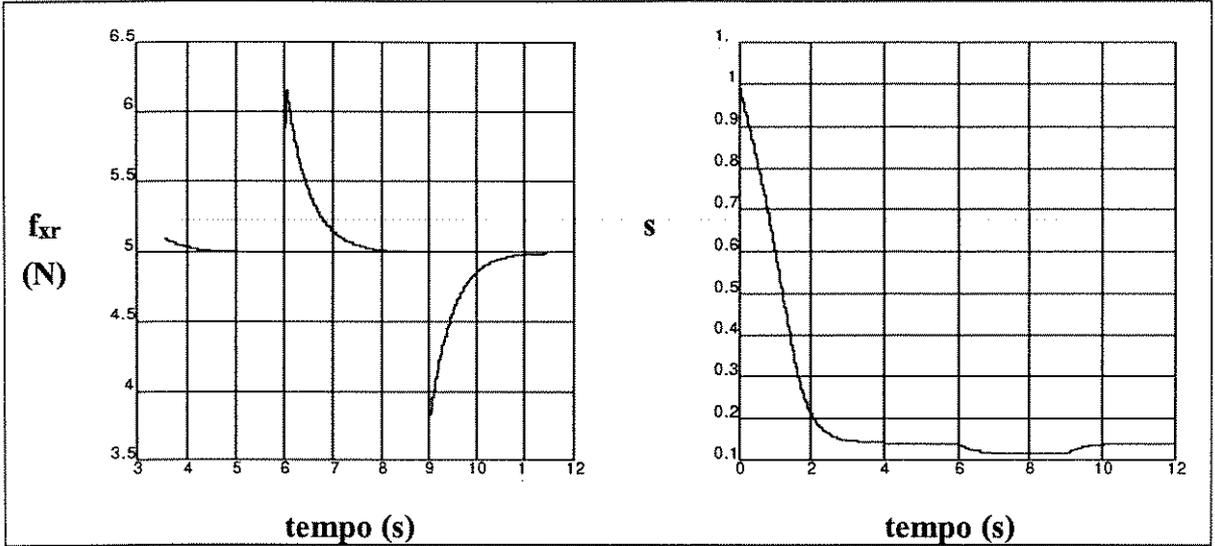


Figura 6.10 - Força Propulsora e escorregamento em função do tempo

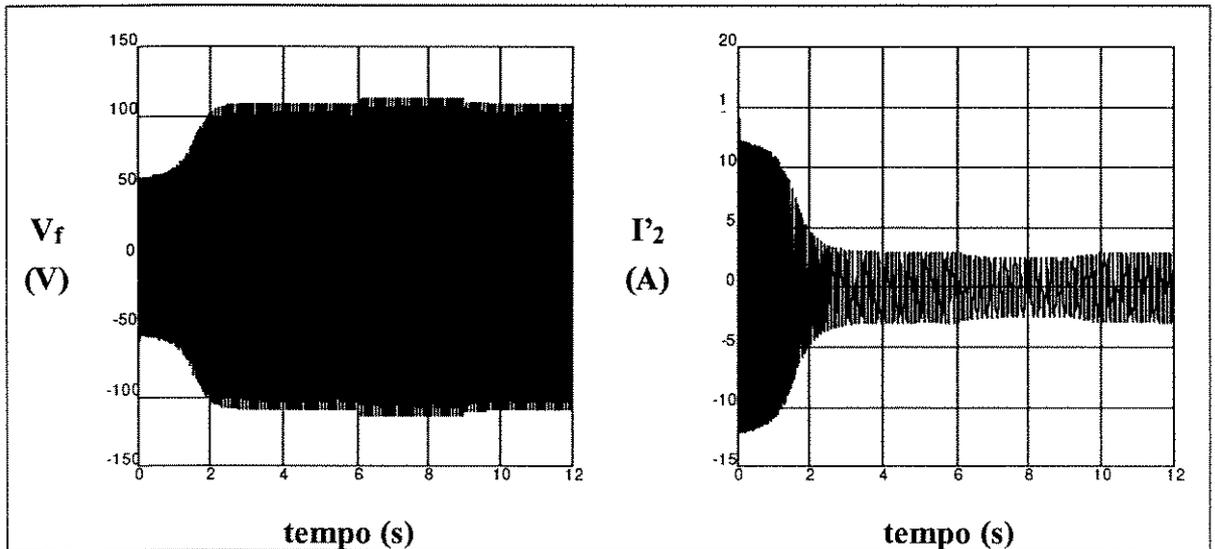


Figura 6.11- Tensão de indutor (fase as) e corrente de linor refletida (fase ar) em função do tempo

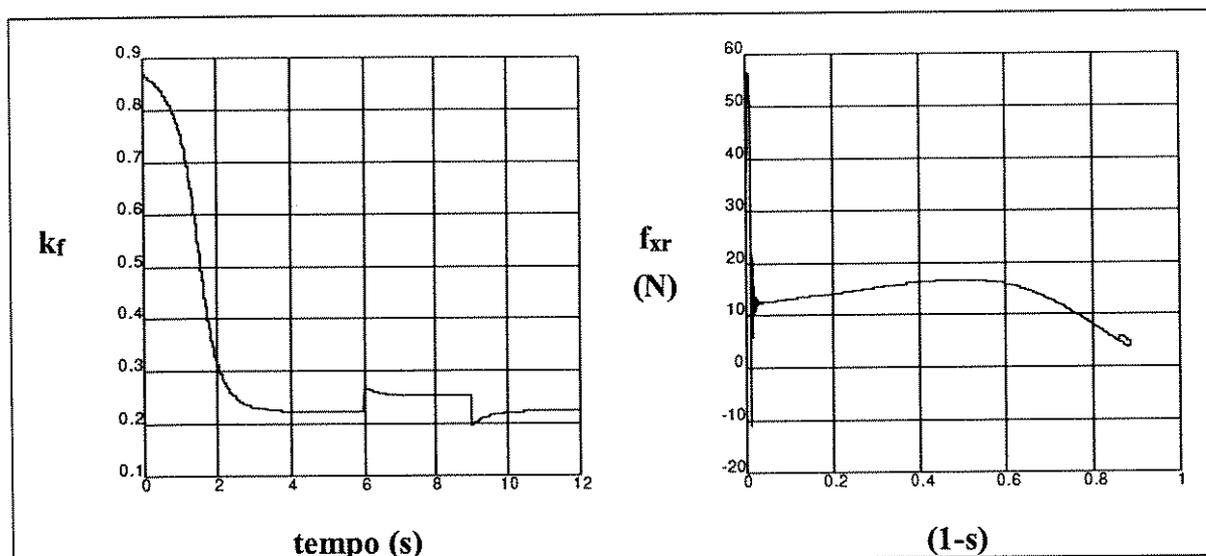


Figura 6.12 -  $k_f$  em função do tempo e força propulsora em função do escorregamento

A resistividade de linor pode alterar significativamente a força propulsora, a tensão e o escorregamento do MIL. A determinação e escolha da resistividade de linor, na fase de projeto, é um ponto que deve ser feito com muito cuidado, devido ao elevado impacto no desempenho e no custo final destes motores de indução.

## 6.5 Simulação para Aceleração com Carga e Variação de Frequência

Nesta simulação o motor de indução linear de disco foi submetido a uma variação na sua frequência de alimentação. Assim, admitiu-se que o motor está, inicialmente, em repouso. Em  $t=0$ , são aplicadas correntes nominais (6A) em seu estator com frequência de 60 Hz. O motor acelera com uma força de carga de 5 N (força contrária à força propulsora), até atingir seu ponto de operação de regime. Em  $t=6$  s é ocorre um aumento repentino na frequência das correntes de estator, passando de 60 para 65 Hz (aumento de 8,3%). Esta situação é mantida por 3 segundos e, em  $t=9$  s, a frequência volta ao seu valor inicial. Os gráficos 6.13 a A116 mostram o comportamento do motor para esta situação.

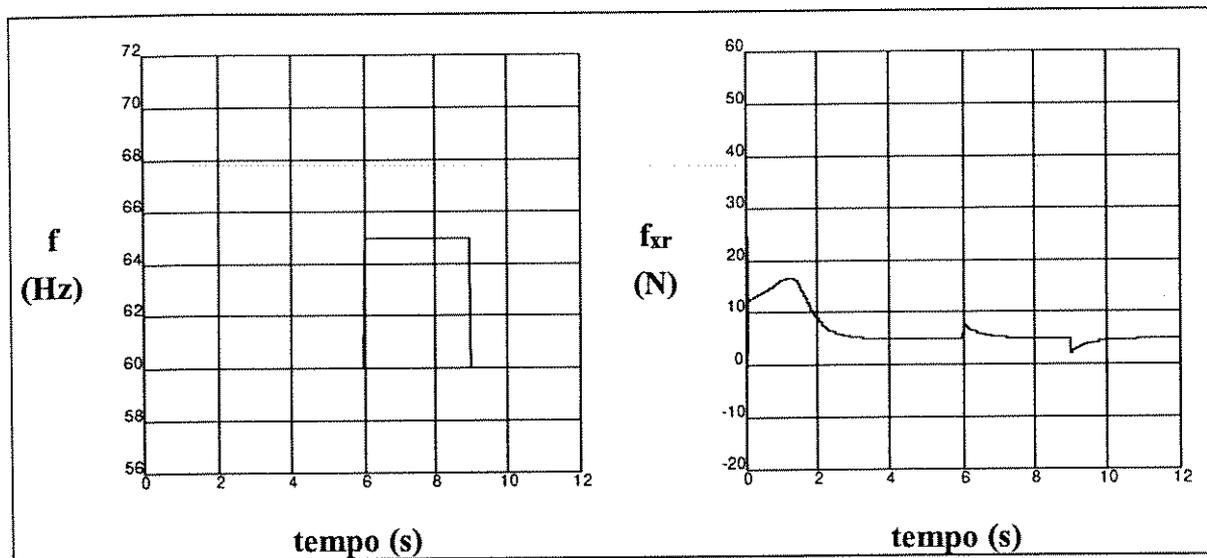


Figura 6.13 - Frequência e força propulsora em função do tempo

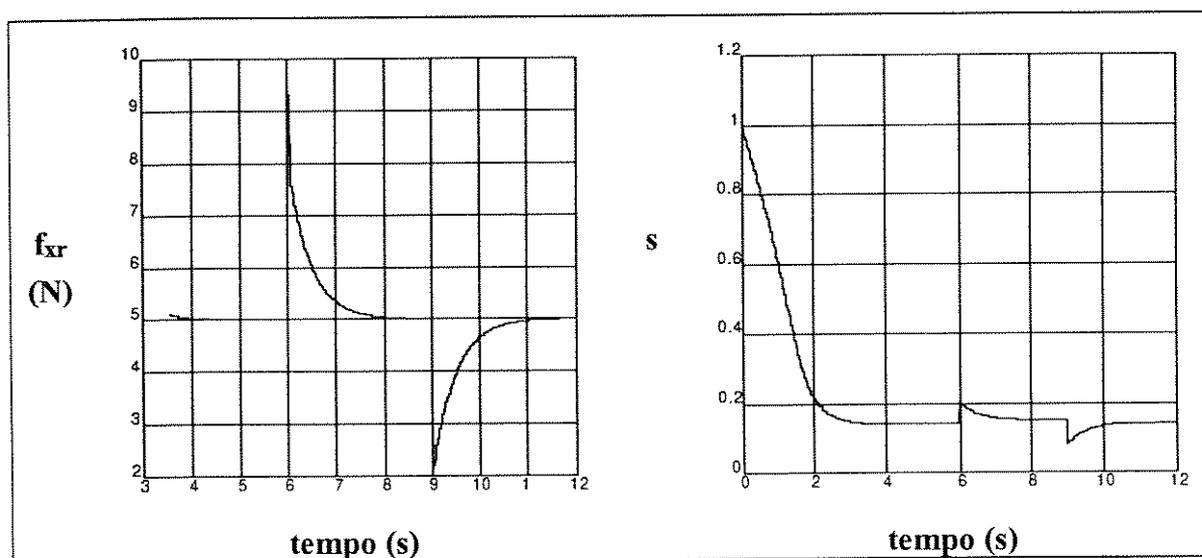


Figura 6.14 - Força Propulsora e escorregamento em função do tempo

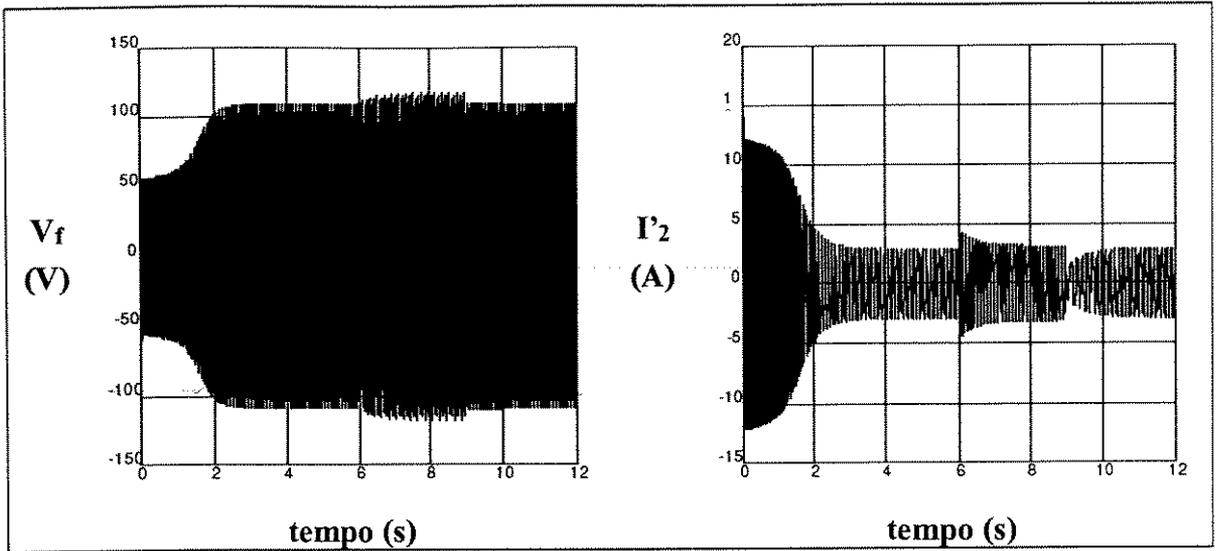


Figura 6.15- Tensão de indutor (fase as) e corrente de linor refletida (fase ar) em função do tempo

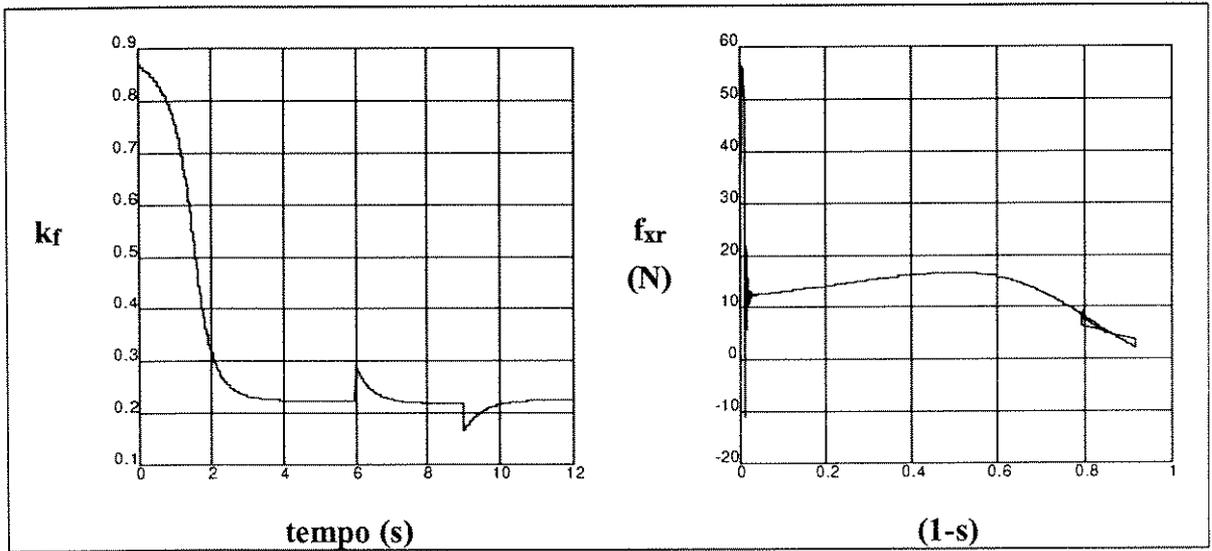


Figura 6.16 -  $k_f$  em função do tempo e força propulsora em função do escorregamento

A variação de frequência produz alterações significativas no comportamento da máquina, modificando a força propulsora e a velocidade de operação, além de influir de maneira importante na atuação do efeito de extremidade longitudinal.

## 6.6 Simulação para Aceleração sem Carga com Diferentes Frequências

A operação dos MILs em conjunto com dispositivos que fornecem correntes em diferentes frequências é importante para o controle de sua velocidade, possibilitando seu emprego em diversas áreas. Neste conjunto de simulações é observada a partida e a aceleração livre do MIL tipo disco (sem carga mecânica), com diversas frequência de alimentação. Em todas as simulações a forma da corrente de estator é admitida como sendo perfeitamente senoidal, sem nenhuma componente harmônica. As figuras 6.17 a 6.21 mostram as acelerações para as diversas frequências aplicadas.

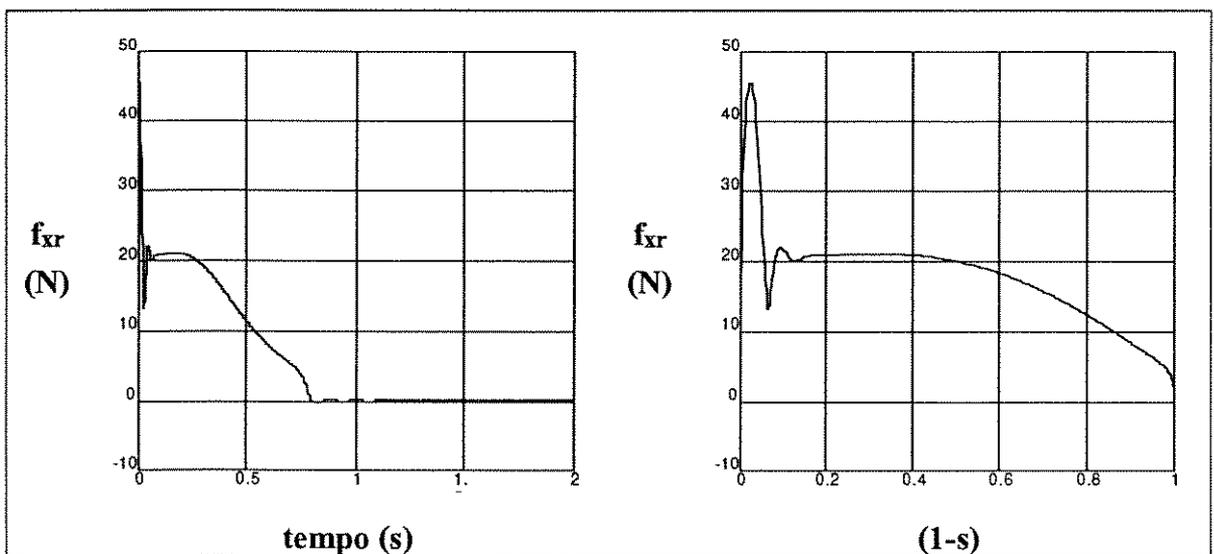


Figura 6.17 - Força propulsora em função do tempo e do escorregamento para frequência de alimentação de 30 Hz (senoidal)

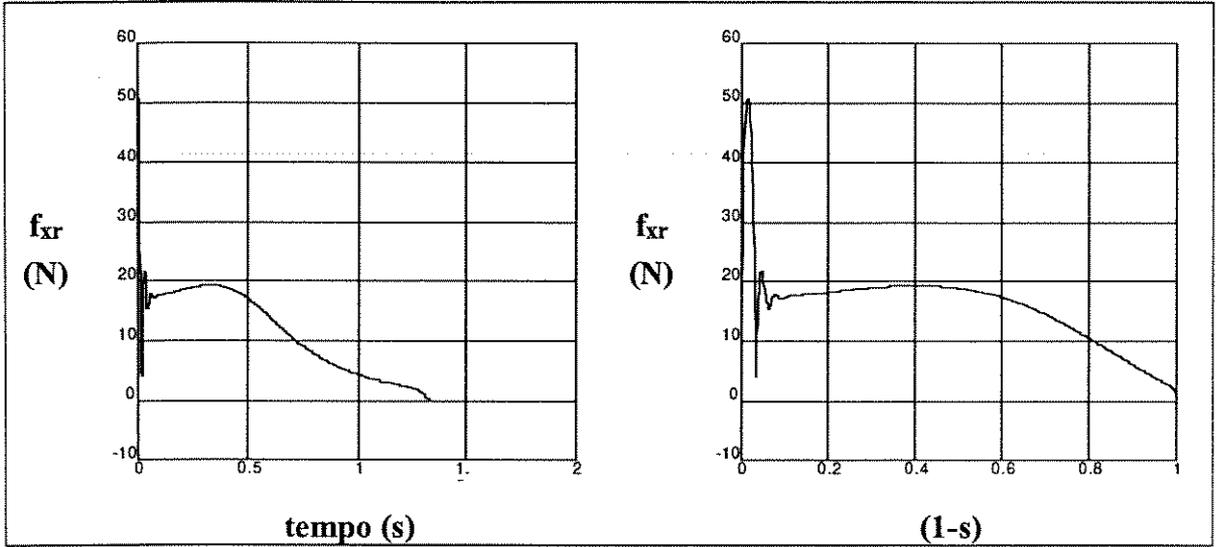


Figura 6.18 - Força propulsora em função do tempo e do escorregamento para frequência de alimentação de 40 Hz (senoidal)

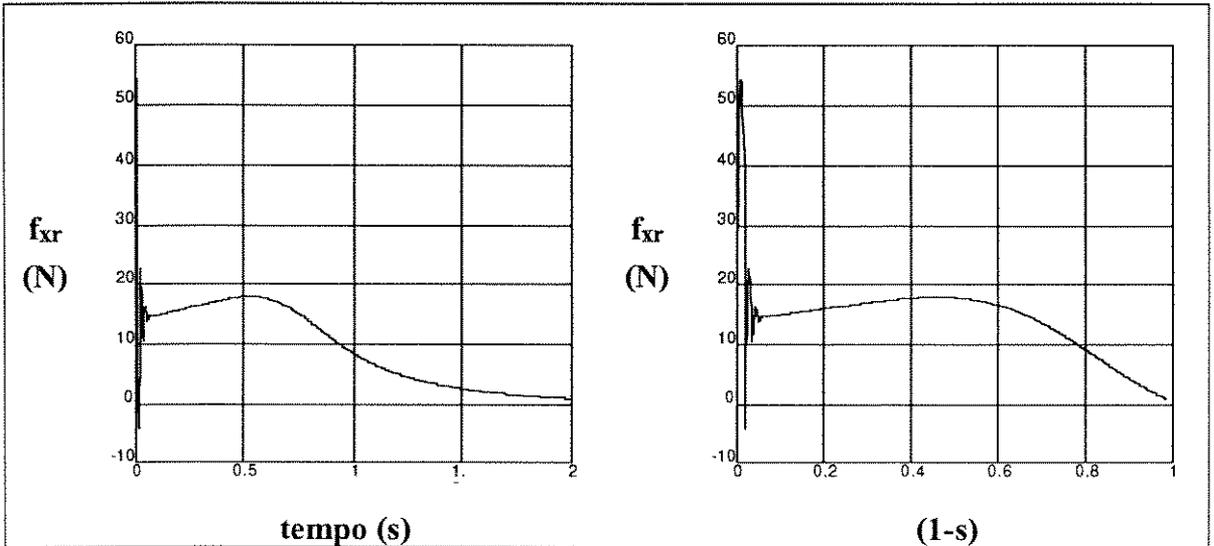


Figura 6.19 - Força propulsora em função do tempo e do escorregamento para frequência de alimentação de 50 Hz (senoidal)

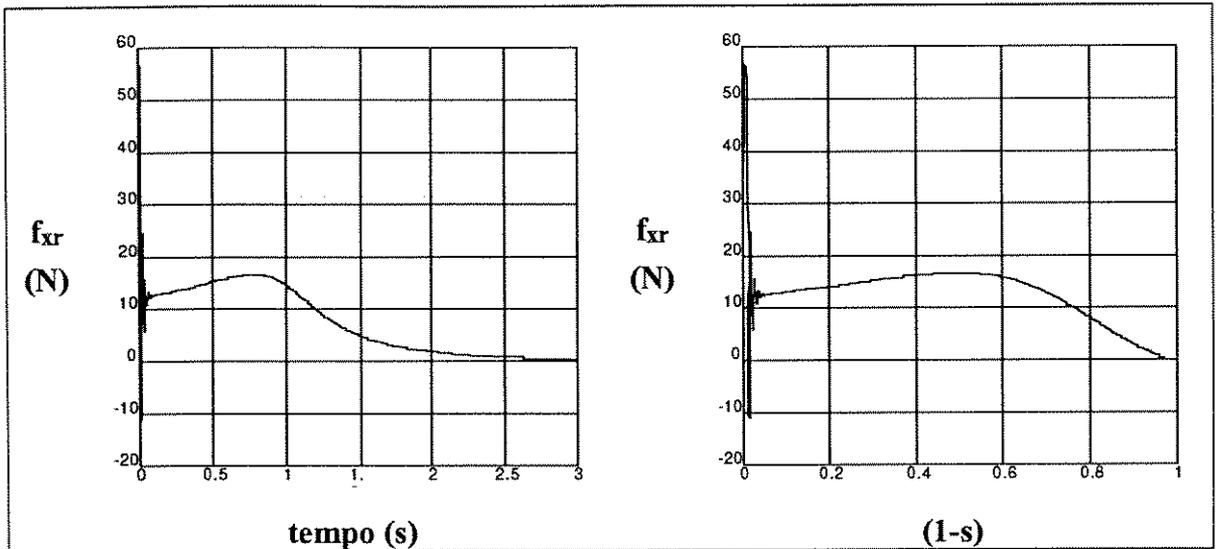


Figura 6.20 - Força propulsora em função do tempo e do escorregamento para frequência de alimentação de 60 Hz (senoidal)

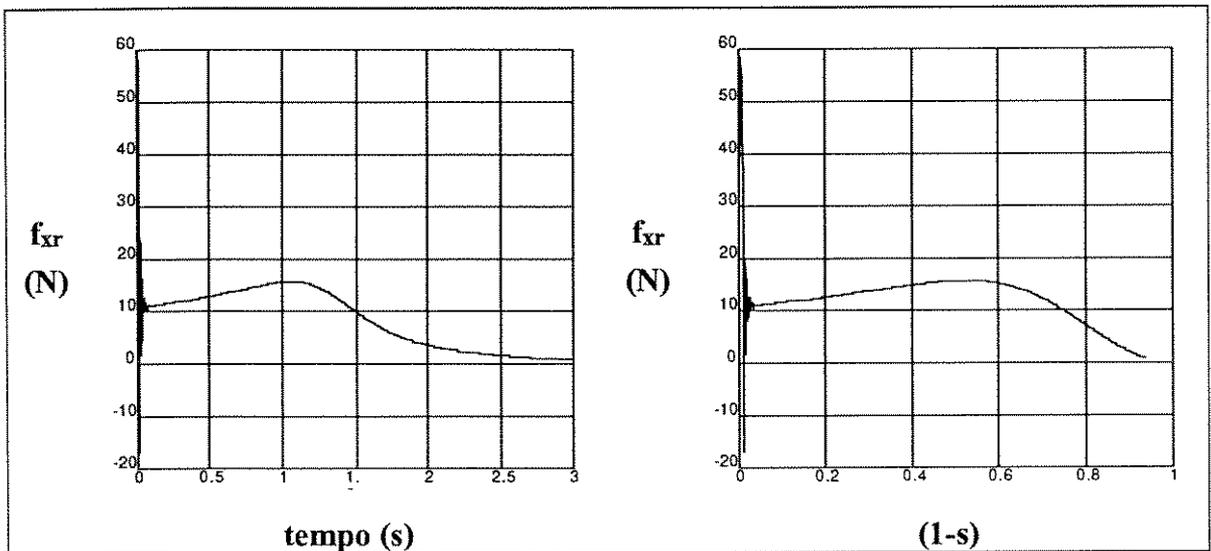


Figura 6.21 - Força propulsora em função do tempo e do escorregamento para frequência de alimentação de 70 Hz (senoidal)

Nas figuras anteriores é interessante notar que o comportamento do motor muda sensivelmente com a frequência. Nas baixas frequências (30-40 Hz) é possível observar que o motor de indução linear apresenta forças positivas para velocidade próximas à síncrona ( $s=0$ ), caracterizando um comportamento típico de motor de "baixa velocidade". Para a frequência de 50 Hz, observa-se que o motor apresenta força propulsora nula para

escorregamento nulo, como é normalmente estabelecido para as máquinas rotativas. Em frequências superiores, ou seja, maiores que 50 Hz é possível observar que ocorre uma redução muito forte na força propulsora, a medida que a máquina aumenta sua velocidade. Dessa forma, nos gráficos para frequência de alimentação de 60 e 70 Hz, observa-se que a força propulsora atinge valor igual a zero em escorregamentos relativamente elevados, caracterizando um comportamento de máquina de "alta velocidade".

## 6.7 Simulação de Frenagem por Inversão de Fase

Considera-se, nesta simulação que o MIL tipo disco acelera livremente (sem carga) a partir do instante de aplicação de correntes (6A) em seus terminais ( $t=0$ ). Após a aceleração do MIL, em  $t=3$  s, ocorre a inversão de duas fases do estator. Neste instante, o MIL que opera livremente próximo de sua velocidade de sincronismo é submetido a um campo girante contrário. Os resultados obtidos são mostrados nas figuras 6.22 a 6.24.

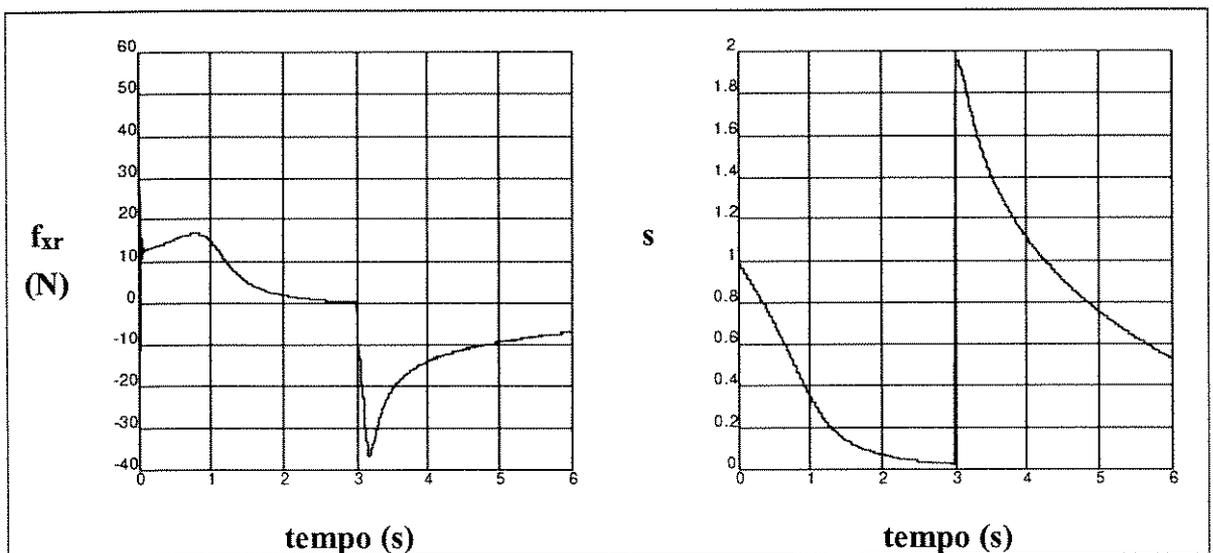


Figura 6.22 - Força propulsora e escorregamento em função do tempo

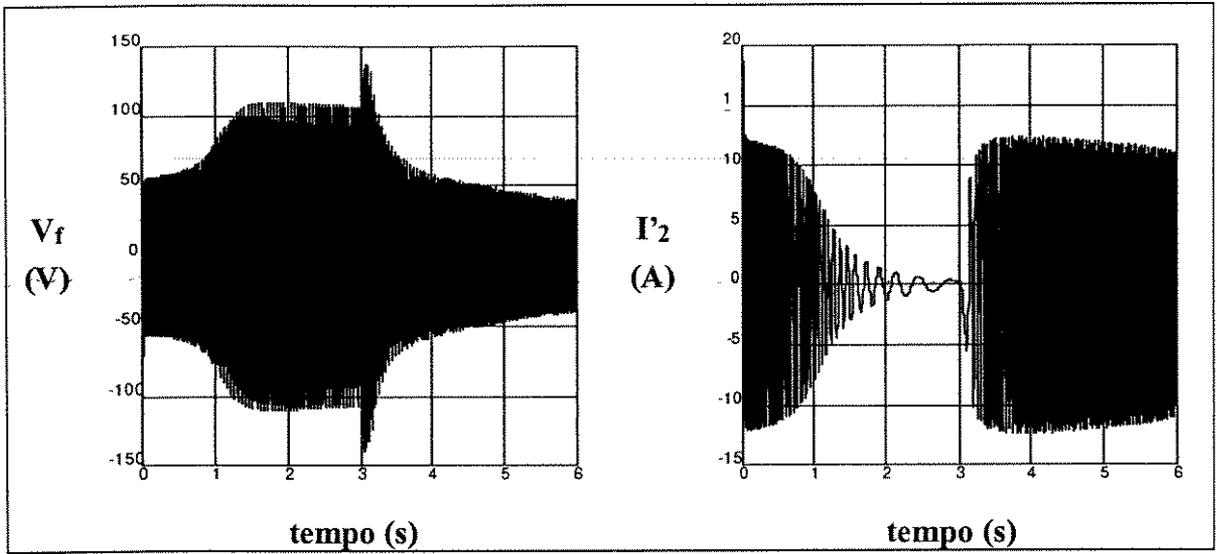


Figura 6.23- Tensão de indutor (fase as) e corrente de linor refletida (fase ar) em função do tempo

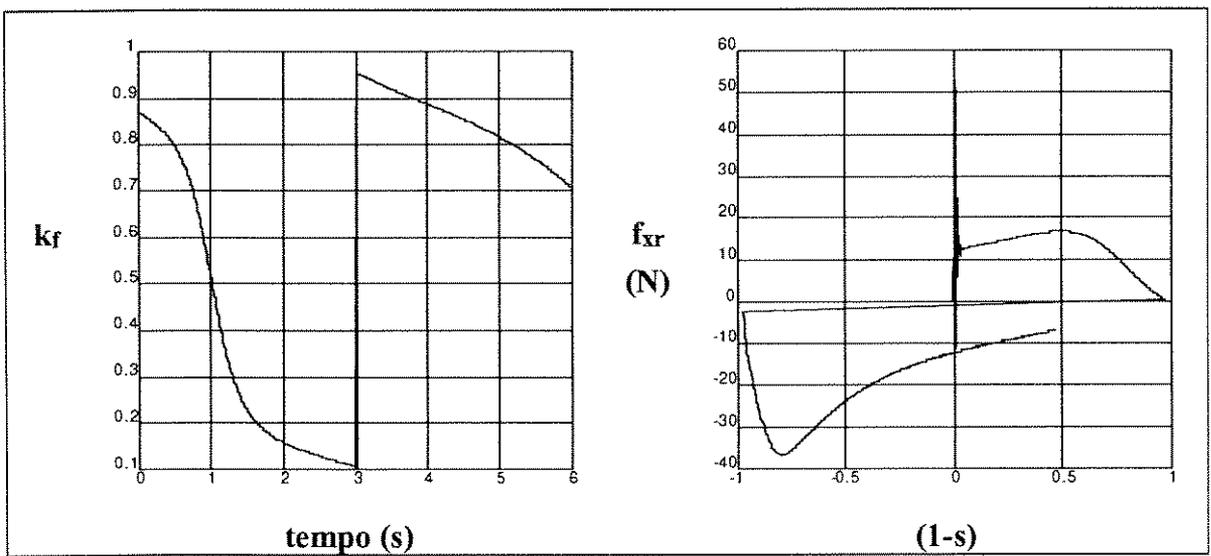


Figura 6.24 -  $k_f$  em função do tempo e força propulsora em função do escorregamento

## CAPÍTULO 7

### COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

---

#### 7.1 Introdução

No presente trabalho foi apresentado um estudo dos Motores de Indução Lineares, no sentido de estabelecer um novo modelo para simulação dinâmica, considerando os efeitos de extremidades presentes nestas máquinas.

Para proposta do modelo é necessário o conhecimento da Teoria Unidimensional, que analisa o comportamento da densidade de campo magnético no entreferro das máquinas lineares em seu sentido longitudinal, mostrando a alteração provocada pelas ondas de extremidade longitudinais, que modificam a força propulsora das máquinas lineares operando em regiões de alta velocidade.

Como a Teoria Unidimensional não abrange o comportamento da densidade de campo magnético no sentido transversal, um fator ( $k_s$ ), ligado às dimensões da máquina, é introduzido no modelo para representar a atuação do Efeito Transversal de Borda.

A técnica de simulação empregada utiliza-se da modelagem fundamental da máquina linear, através de suas equações de corrente e das equações de movimento mecânico, sem utilizar transformações de variáveis para a eliminação da variação da indutância com o tempo. Esta abordagem aumenta o tempo de processamento matemático mas possibilita uma rápida formulação dos problemas, permitindo que a simulação de diferentes operações fique clara e simples, além de possibilitar a introdução dos efeitos de extremidade não tornem o problema demasiadamente complexo.

A determinação dos parâmetros necessários para a simulação é feita através de equacionamento derivado dos motores rotativos e permite que a simulação possa ser efetuada sem a necessidade de construção de protótipos.

O Efeito Longitudinal de Extremidade de Entrada, responsável por fortes alterações no comportamento da máquina é incluído no modelo através de um novo fator, chamado de "*fator  $k_f$  de extremidade*". Este fator nascido da expressão da Teoria Unidimensional, representa uma relação de força devida à extremidade longitudinal de entrada e da força propulsora real (líquida) da máquina, sendo função apenas de características construtivas da máquina e de sua velocidade de operação.

O fator *kf de extremidade* representa uma nova possibilidade de inclusão do Efeito Longitudinal de Extremidade de Entrada, tanto para modelos matemáticos estáticos (em regime permanente) quanto para modelos dinâmicos (regime transitório e permanente). O novo fator não necessita de condições simplificadoras ou de aproximações nem exige hipóteses iniciais sobre o comportamento do motor, como os atualmente utilizados, permitindo que o comportamento do efeito longitudinal de extremidade de entrada seja explicado apenas através de informações relativas à própria construção do motor de indução linear.

A existência de dois tipos de motores lineares (disco e setor) para realização de ensaios foi de vital importância para o balizamento das respostas obtidas com o modelo. A indisponibilidade de melhores equipamentos de laboratório não permitiu a execução de ensaios mais apurados que certamente enriqueceriam os resultados matemáticos apresentados.

## 7.2 Proposta para Futuros Trabalhos

O tema máquinas de indução lineares representa um grande campo de estudos e pesquisas, devido a sua grande possibilidade de aplicação comercial, permitindo que sejam feitas algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Aperfeiçoamento do presente modelo através de rotinas de cálculo mais elaboradas para a determinação dos parâmetros do MIL;
- Introdução da correção do Efeito Longitudinal de Extremidade de Entrada através da variação do valor da indutância de magnetização;
- Análise detalhada da variação dos parâmetros do motor linear com a frequência, temperatura e velocidade de operação;
- Criação de um modelo matemático que considere a real variação da indutância mútua estator-linor com a posição.

Além das sugestões acima, uma série de trabalhos e pesquisas ainda estão por serem feitas, esperando que um pouco mais de recursos financeiros e humanos sejam investidos nesta direção. Diversos países conseguiram dominar a tecnologia das máquinas lineares e já estão colocando à venda esta tecnologia para aqueles que ainda não entenderam as reais possibilidades das máquinas lineares.

O desenvolvimento deste trabalho de tese propiciou a publicação dos seguintes artigos relacionados com o tema pesquisado:

"Sector-Motor Transient Behavior Direct Calculation" - IEE of Japan Power & Energy 96, p. 279-284, Osaka, Japão, agosto, 1996.

"Modelo em Regime Transitório de Motores de Indução Lineares" 7º Congresso Latinoamericano Control Automatico, p. 755-759, Buenos Aires, Argentina, setembro, 1996.

"Linear Motors Direct Thrust Evaluation Under Transient Conditions" - Energy, Power & Motion Congress, p. 162-167, Tel Aviv, Israel, maio, 1997.

"Simulação em Regime Transitório de Motores de Indução Lineares e Setoriais" - XII Congreso Chileno de Ingeniería Eléctrica" - Artigo aceito para publicação, Temuco, Chile, novembro, 1997.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALGER, P. L. - "Induction Machines - Their Behavior and Uses" - Gordon and Breach Science Publishers, 518 p., 2. ed., Nova York, 1970.
- BARBI, I. - "Teoria Fundamental do Motor de Indução" - Editora da Universidade Federal de Santa Catarina, 234 p., Florianópolis, 1985.
- BOLTON, H. - "Transverse Edge Effect in Sheet-rotor Induction Motors" - Proceedings IEE, vol. 115, nº 5, p. 725-731, maio, 1969.
- CREPPE, R. C. - "Circuito Elétrico Equivalente Para Conversores Assíncronos Lineares: Análise da Força Propulsora" - Dissertação de Mestrado, Unicamp, Campinas, junho, 1992.
- CREPPE, R. C. et al. - "Aspectos do Estudo Dinâmico de Motores de Indução Lineares" - XIII Seminário Ciências Exatas Engenharias, Unesp, p. 114-117, Guaratinguetá, novembro, 1994.
- CREPPE, R. C. et al. - "Sector-Motor Transient Behavior Direct Calculation" - IEE of Japan Power & Energy 96, p. 279-284, Osaka, agosto, 1996.
- CREPPE, R. C. et al. - "Modelamento em Regime Transitório de Motores de Indução Lineares" 7º Congresso Latinoamerica Control Automatico, p. 755-759, Buenos Aires, setembro, 1996.
- GENTILE, G. et al. - "The Linear Induction Motor in Transient operation" - Revista L'Energia Elettrica, nº 7-8, p. 359-363, 1988.
- GIERAS, J. F. et al. - "A New Longitudinal End Effect Factor for Linear Induction Motors" - IEEE Trans. on Energy Conversion, Vol. EC-2, nº 1, p.152-159, março, 1987.
- GIERAS, J. F. - "Sizing Equations for Single-Sided Linear Induction Motors" - Electrical Machines and Power Systems, nº 2, p. 25-37, 1993.
- GIERAS, J. F. - "Linear Induction Drives" - Clarendon Press/Oxford University Press, 297 p., Nova York, 1994.
- HIRASA, T. et al. - "Equivalent Circuit of LIM with End Effect Taken Into Account" - Electrical Engineering in Japan, vol. 100, nº 2, p. 65-71, 1980.
- IVANOV-SMOLENSKI, A. V. - "Máquinas Eléctricas" - Editorial Mir Moscú, 3 vol., Moscou, 1988.
- KRAUSE, P. C., THOMAS, C. H. - "Simulation of Symmetrical Induction Machinery" - IEEE Trans. on PAS, vol. 84, nº 11, p. 1038-1053, novembro, 1965.

- KRAUSE, P.C. - "Analysis of Electric Machinery" - McGraw-Hill Book Company, 564 p., Nova York, 1986.
- KRAUSE, P. C., WASYNCZUK O. - "Electromechanical Motion Devices" - McGraw-Hill Book Company, 432 p., Nova York, 1989.
- LAITHWAITE, E. R. - "Linear Induction Motors" - Proceedings IEE, paper nº 2433, p. 461-470, dezembro, 1957.
- LAITHWAITE, E. R. - "Maquinas de Induccion Especiales" - Editorial Labor S.A., 371 p., Barcelona, 1976.
- LANGSDORF, A. S. - "Teoria de Las Máquinas de Corriente Alterna" - Libros McGraw-Hill, 2. ed., 320 p., Cidade do México, 1971.
- LIPO, T. A., NONDAHL, T. A. - "Pole-by-Pole d-q Model of a Linear Induction Machine" - IEEE Trans. on PAS, vol. 98, nº 2, p. 629-638, março/abril, 1979.
- MATSUMIYA, T., TAKAGI, K. - "End Effect and Equivalent Circuit of Linear Induction Machines" - Electrical Engineering in Japan, vol. 91, nº 1, p. 117-126, 1971.
- MATSUMOTO, A. - "Research and Development of Linear Motor Driven Metro System" - Japanese Railway Engineering, nº 107, p. 8-11, setembro, 1988.
- McLEAN, G. W. - "Review of Recent Progress in Linear Motors" - Proceedings IEE, vol. 135, pt. B, nº6, p. 380-415, novembro, 1988.
- MOREIRA, M. A. C. - "Análise do Desempenho de Motores Lineares de Indução Através da Teoria Eletromagnética" - Dissertação de Mestrado, COPPE, Rio de Janeiro, 1994.
- NONDAHL, T. A., LIPO, T. A. - "Pole-by-Pole d-q Model of a Linear Induction Machine" - IEEE Trans. on PAS, vol. 98, nº 4, p. 1345-1353, julho/agosto, 1979.
- OSAWA, S. et al. - "Ligth-Weight Type Linear Induction Motor and Its Characteristics" - IEEE Trans. on Magnetics, vol. 28, nº 5, p. 3003-3005, setembro, 1992.
- PAI, R. M. et al. - "A Complete Equivalent Circuit of A LIM with Sheet Secondary" - IEEE Trans. on Magnetics, vol.24, nº 1, p.639-654, janeiro, 1988.
- PARK, R. H. - "Two-Reaction Theory of Synchronous Machines" - Transactions of AIEE, vol. 48, p. 716-727, julho, 1929.
- POLOUJADOFF, M. - "Linear Induction Machines I - History and Theory of Operation" - IEE Spectrum, p. 72-80, fevereiro, 1971.
- POLOUJADOFF, M. - "The Theory of Linear Induction Machinery" - Clarendon Press/Oxford University Press, 273 p., Oxford, 1980.
- RUSSEL, E. L., NORSWORTHY, K. H. - "Eddy Currents and Wall Losses in Screened-Rotor Induction Motors" - Proceedings IEE, Vol. 105A, p. 163-175, 1958.
- SIMONE, G. A. - "Conversores Assíncronos Lineares: Teoria e Projeto" - Tese de Doutorado, Unicamp, Campinas, junho, 1992.
- SIMONE, G. A. et al. - "Motor Setorial: Uma Nova Fonte de Força Motriz" - Revista Eletricidade Moderna, nº 253, p. 84-90, abril, 1995.

- SIMONE, G. A. et al. - "Motores Monofásicos Lineares de Indução: Um Campo Aberto de Aplicações" - Revista Eletricidade Moderna, nº 263, p. 28-35, fevereiro, 1996.
- SIMONE, G. A. et al. - "Projeto de Elevador Movido por Motor Linear de Indução" - Revista Eletricidade Moderna, nº 268, p. 140-145, julho, 1996.
- SIMONE, G. A. et al. - "A Força Propulsora e o Fator de Relação Kr na Máquina de Indução Linear" - XI CBA, p. 1459-1463, setembro, 1996.
- STANLEY, H. C. - "An Analysis of The Induction Machine", Transactions of AIEE, vol. 57, p. 751-755, 1957.
- TURNER, D. R., LOYE, T. H. - "The Transient Performance of Linear Induction Motors" - IEEE Trans. on PAS, vol. 100, nº 12, p. 4958-4964, dezembro, 1981.
- WALLACE, A.K. et al. - "Slip Control for LIM Propelled Transit Vehicles" - IAS Transactions, p. 754-756, março, 1980.
- YAMAMURA, S. - "Theory of Linear Induction Motors" - University of Tokyo Press, 235 p., 2. ed., Tóquio, 1972.
- YAMAMURA, S. - "Theoretical Analysis of Linear Induction Motors" - IEEE Trans. on PAS, vol. 98, nº 2, p. 679-688, março/abril, 1979.
- YAMANAKA, T. et al. - "Inauguration of a New Osaka Municipal Subway ..." - Japanese Railway Engineering, nº 114, p. 18-24, junho, 1990.

## BIBLIOGRAFIA ADICIONAL RECOMENDADA

- ALWASH, J. H. H. et al. - "Permeance Harmonic Analysis of Short-Stator Machines" - Proceedings IEE, vol. 123, nº 12, dezembro, 1976.
- BOLDEA I., NASAR, S. A. - "Electric Machines Dynamics" - MacMillan Publishing Company, 259 p., Nova York, 1986.
- CABRITA, C. M. P. - "Motor Linear de Indução: Análise Teórica, Projeto e Ensaio" - Tese de Doutorado, IST-UTL, Lisboa, 1988.
- FALCONE, A. G. - "Proposta Para Uma Nova Aplicação de Motores Planos de Indução" - Tese de Livre-Docência, Escola Politécnica da USP, São Paulo, dezembro, 1982.
- FREEMAN, E. M., LOWTHER, D. A. - "Normal Forces in Single-Sided Linear Induction Motors" - Proceedings IEE, vol. 120, nº 12, p. 1499-1506, dezembro, 1973.
- GENTILE, G. et al. - "Analisi del Funzionamento Transitorio del Motore Lineare" - Revista L'Energia Elettrica, nº 5, p. 205-212, 1987.
- IDIR, K. et al. - "Modeling And Performance of LIM with Saturable Primary" - IEEE Trans. on Industry Application, vol. 29, nº 6, p. 1123-1128, dezembro, 1993.
- JANSEN, P. L. et al. - "Analysis of Competing Topologies of LIM for High-Speed Material Transport" - IEEE Trans. on Industry Applications, vol. 31, nº 4, p. 925-932, julho, 1995.
- KATANO, O. J. - "MILs Aplicados à Tração Elétrica: Bancada de Ensaio e Análise de Protótipo acionado por Inversor" - Tese de Mestrado, USP São Carlos, 1996.
- KOSTENKO, M., PIOTROVSKI, L. - "Máquinas Eléctricas" - Lopes Silva Editora, 2 vol., Porto, 1979.
- LAITHWAITE, E. R. - "Adapting a Linear Induction Motor for Acceleration of Large Masses to High Velocities" - Proceedings IEE, vol 142, nº 4, p. 262-268, julho 1995.
- LU, C., et al - "Transient and Dynamic Performance of a Linear Induction Motor" - Proceedings of the 28th Industry Applications, vol. 1, p. 266-273, Toronto, 1993.
- LUO, X. et al. - "Multiple Coupled Circuit Modeling of Induction Machines" - IEEE Trans. on Industry Applications, vol. 31, nº 2, p. 311-318, março, 1995.
- MARTELLI, M., TASSONI, C. - "Dynamical Circuit Analysis: Mathematical and Physical Approaches" - Revista L'Energia Elettrica, nº 7-8, p. 305-312, 1990.
- MATSUMIYA, T., TAKAGI, K. - "End Effect and Equivalent Circuit of Linear Induction Machines" - Electrical Engineering in Japan, vol. 91, nº 1, p. 117-126, 1971.

- MERRILL, E. F. - "Dynamics of AC Electrical Machines" - IEEE Trans. on Industry Applications, vol. 30, nº 2, p. 277-285, março/abril, 1994.
- MOREIRA, M. A. C. - "Análise do Desempenho de Motores Lineares de Indução Através da Teoria Eletromagnética" - Dissertação de Mestrado, COPPE, Rio de Janeiro, 1994.
- NONAKA, S. - "Approximate Equations for Calculation of Characteristics of Single-Sided Linear Induction Motors" - Electrical Engineering in Japan, vol. 102, nº 5, p. 18-25, 1980.
- NONAKA, S., et al. - "Examination with Test Facility on Dynamic Characteristics of LIM for Urban Transit" - Anais do ICEM, p. 127-132, 1988.
- NONDAHL, T. A., LIPO, T. A. - "Transient Analysis of Linear Induction Machine Using dq Pole-by-pole Model" - IEEE Trans. on PAS, vol. 98, nº 4, p. 1366-1374, julho, 1979.
- NONDAHL, T. A., NOVOTNY, D. W. - "Three-Phase Pole-by-Pole Model of a Linear Induction Machine" - IEE Proceedings, vol. 127, pt. B, nº 2, p. 68-82, março, 1980.
- PAI, R. M. et al. "A Complete Equivalent Circuit of a Linear Induction Motor with Sheet Secondary" - IEEE Trans. on Magnetics, vol. 24, nº 1, p. 654, janeiro, 1988.
- POSYLEK, Z. - "Two-Dimensional Cylindrical Model of Sector Motor with Solid Rotor" - Archiv für Elektrotechnik, nº 7, p. 237-244, 1988.
- PRESTON, T. W., REECE, A. B. J. - "Transverse Edge Effects in Linear Induction Motors" Proceedings IEE, vol. 116, nº 6, p. 973-980, junho, 1969.
- SANKARAN, R. et al. - "Transient Performance of Linear Induction Machines Following Reconnection of Supply" - Proceedings IEE, vol. 126, nº 10, p. 979-983, outubro, 1979.
- SANKARAN, R. et al. - "Voltage-Fed Operation of Linear Induction Motors Under Conditions of Supply Unbalance" - Proceedings IEE, vol. 126, nº 4, p. 293-297, abril, 1979.
- STANLEY, H. C. - "An Analysis of The Induction Machine", Transactions of AIEE, vol. 57, p. 751-755, 1957.
- THALER, G. J., WILCOX, M. L. - "Maquinas Electricas: Estado dinámico y permanente" - Editorial Limusa, 675 p., Cidade do México, 1974.
- ZHANG, Z. et al. - "LIM Dynamic Performance Assessment From Parameter Identification"- Proceedings of the 28th Industry Applications, vol. 1, p. 295-300, Toronto, 1993.

# APÊNDICE I

## SIMULAÇÃO DE MÁQUINAS DE INDUÇÃO ROTATIVAS

### AI.1 Introdução

As máquinas elétricas são elementos fundamentais para a existência e para o desenvolvimento de uma sociedade industrial como a atual e estão presentes nos mais variados processos de produção, desde as potências fracionárias dos motores domésticos de geladeiras e ventiladores até as extraordinárias potências dos geradores hidrelétricos síncronos.

Da mesma forma como são variadas e complexas as aplicações das máquinas elétricas, também são variadas e complexas as condições de operação a que estas máquinas estão submetidas. Mesmo sendo projetadas para operar dentro de certas faixas de tolerância quanto às suas características nominais, quando são colocadas em situações adversas de funcionamento seu desempenho pode ser profundamente alterado ou sua vida útil pode ser drasticamente reduzida. Assim, o estudo de situações não ideais de funcionamento deve ser feito para a correta especificação das máquinas elétricas, dos sistemas de alimentação, proteção, acionamento e controle envolvidos.

Uma grande dificuldade para o estudo de condições transitórias de funcionamento é a própria máquina elétrica que é um sistema eletromecânico bastante complexo e exige um árduo trabalho matemático e computacional para a explicação de seu comportamento.

A metodologia de estudo da dinâmica das máquinas elétricas teve importante contribuição de R. H. Park (1929), propondo como forma de análise a substituição das variáveis ligadas ao enrolamento de estator de máquinas síncronas de pólos salientes (corrente, tensão e fluxos) por novas variáveis associadas a enrolamentos fictícios girando juntamente com um sistema de referência preso ao rotor. Esta forma de analisar as máquinas elétricas permitiu contornar o problema da variação das indutâncias com o tempo, facilitando a solução do sistema de equações diferenciais que descrevem a máquina síncrona.

Posteriormente, H. C. Stanley (1938), analisando a variação de velocidade de motores de indução acionando compressores, observou que o método de

Park poderia ser aplicado às máquinas de indução através de uma transformação de variáveis associadas com o rotor destas para um novo sistema de referência fixado no estator, permitindo a análise em regime permanente e transitório das máquinas de indução de uma maneira mais rápida e simples.

Em 1951, G. Kron introduziu uma nova mudança de variáveis para a eliminação da variação com o tempo das indutâncias de máquinas de indução simétricas, através da transformação das variáveis de estator e rotor para um sistema de referência ligado ao campo magnético girante da máquina.

Em 1957, D. S. Brereton levou a transformação original de Park, idealizada para máquinas síncronas, para o estudo das máquinas de indução, transformando as variáveis de estator e rotor para um sistema de referência ligado ao seu rotor.

Finalmente, em 1965, P. C. Krause e C. H. Thomas sintetizaram as teorias anteriores propondo uma transformação de variáveis de estator e rotor para um "sistema de referência arbitrário". Nesta nova proposta o equacionamento é realizado admitindo-se que o sistema de referência gira com uma velocidade que não é necessariamente a do rotor ou a do campo girante, mas possui um valor arbitrário. Posteriormente, de acordo com o problema a ser solucionado, uma velocidade conveniente é adotada para o sistema de referência que pode, eventualmente, possuir velocidade nula.

Neste apêndice, o Equacionamento Fundamental da máquina de indução rotativa e uma Transformação de Variáveis são apresentados de forma resumida. Esta teoria, largamente conhecida e utilizada, é tomada para elaboração do modelo matemático básico, que inicialmente é aplicado às máquinas de indução rotativas, permitindo sua aferição com resultados bastante conhecidos. Posteriormente, o modelo matemático é adaptado ao estudo das máquinas de indução lineares.

## AI.2 Equacionamento Fundamental

A máquina de indução é descrita, matematicamente, por um conjunto de equações diferenciais, aqui denominadas de *equações fundamentais*, que estão associadas ao conjunto de seus terminais elétricos (enrolamentos) e mecânicos (eixo). Estas *equações fundamentais* podem variar em número e complexidade de acordo com a máquina a ser analisada, mas, de uma forma geral, formam um sistema de equações diferenciais que permitem uma representação bastante precisa do comportamento real da máquina.

Para o estabelecimento das equações fundamentais, sem recorrer a sofisticções além do essencial, é tomada uma máquina de indução trifásica, rotativa, com 2 pólos e simétrica, como mostrada na figura AI.1, onde o índice  $s$  representa elemento ou grandeza de estator e o índice  $r$  de rotor. Nesta máquina são válidas as hipóteses abaixo:

- i) O estator e o rotor são lisos e seu entreferro pode ser considerado uniforme;
- ii) O circuito magnético é magneticamente linear;
- iii) Os enrolamentos de fase de estator são idênticos e simetricamente dispostos, produzindo uma onda espacial senoidal de FMM;
- iv) As correntes de estator são simétricas e defasadas de  $120^\circ$  e
- v) o enrolamento de rotor é simétrico e, assim como o enrolamento de estator, produz uma onda espacial de FMM senoidal.

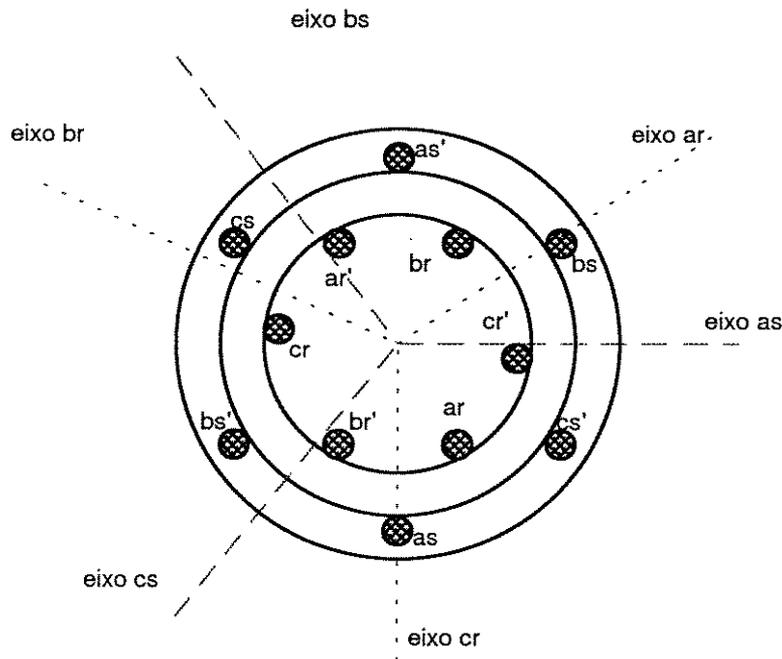


Figura AI.1 - Máquina de indução trifásica simétrica

Para o motor proposto, a equação de tensão de fase, para uma determinada fase do enrolamento  $n$  de estator ou de rotor, é do tipo:

$$v_n = i_n \cdot r_n + \frac{d\lambda_n}{dt} \quad (\text{AI.1})$$

Na expressão (AI.1),  $\lambda_n$  é o fluxo concatenado e  $r_n$  a resistência elétrica do enrolamento  $n$ . Para a máquina proposta na figura AI.1, são necessárias três equações de tensão para representar o estator (3 enrolamentos) e três equações de tensão para o rotor, totalizando um conjunto particular de seis equações diferenciais. Este número pode variar para máquinas bifásicas, monofásicas ou com configurações especiais. As

expressões dos fluxos concatenados para este caso são dadas pela matriz mostrada em (AI.2):

$$\begin{bmatrix} \lambda_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & L_{sr} \\ (L_{sr})^T & L_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_s \\ I_r \end{bmatrix} \quad (\text{AI.2})$$

quando as variáveis de rotor estão refletidas para o estator, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \lambda_s \\ \lambda'_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & L'_{sr} \\ (L'_{sr})^T & L'_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_s \\ I'_r \end{bmatrix} \quad (\text{AI.2a})$$

Como a máquina possui vários enrolamentos,  $L_s$  representa a matriz das indutâncias próprias e mútuas do estator,  $L_r$  a matriz de indutâncias do rotor e  $L_{sr}$  a matriz de indutâncias mútuas estator-rotor e  $(L_{sr})^T$  sua matriz transposta. Os outros componentes de (AI.2) são os vetores corrente e fluxo concatenado pelo estator e rotor. A matriz de indutâncias de estator possui a diagonal principal composta por indutâncias próprias das fases de estator, enquanto os outros termos são as indutâncias mútuas entre fases do estator. Como o enrolamento de estator é formado por três bobinas idênticas as indutâncias próprias de estator possuem o mesmo valor, assim como suas mútuas. Comportamento semelhante é encontrado no rotor.

Nas matrizes  $L_s$  e  $L'_r$  as indutâncias são funções do número de espiras da bobina de estator ( $N_s$ ) e rotor ( $N_r$ ) e também da relutância do circuito magnético ( $\mathfrak{R}_m$ ) e independem da posição do rotor (liso).

$$L_{ms} = \frac{N_s N_s}{\mathfrak{R}_m} \quad (\text{AI.3})$$

$$L_{mr} = \frac{N_r N_r}{\mathfrak{R}_m} \quad (\text{AI.4})$$

As indutâncias  $L_{ms}$  e  $L_{mr}$  estão ligadas entre si através da relação quadrática do número de espiras de seus enrolamentos, ou seja, quando observadas a partir do estator  $L_{ms}$  apresenta o mesmo valor que  $L_{mr}$  refletida

$$L_{mr} = \left( \frac{N_r}{N_s} \right)^2 \cdot L_{ms} \quad (\text{AI.4a})$$

$$L'_{mr} = L_{ms} \quad (\text{AI.4b})$$

O valor final da indutância própria de estator e rotor e função da respectiva indutância de magnetização e da indutância de dispersão a que estão sujeitos:

$$L_{ss} = L_{ls} + L_{ms} \quad (\text{AI.5})$$

$$L_{rr} = L_{lr} + L_{mr} \quad (\text{AI.6})$$

observada a partir do estator  $L_{rr}$  fica:

$$L'_{rr} = L'_{lr} + L_{ms} \quad (\text{AI.6a})$$

A matriz  $L'r$  apresenta sua diagonal principal composta por elementos com valores iguais a  $L'_{rr}$ , mostrados em (AI.6a) e, nas outras posições, referentes às indutâncias mútuas, valores iguais a  $L'_{mr}$  multiplicados pelo cosseno do ângulo de defasamento no espaço ( $120^\circ$  para a máquina da figura AI.1).

O valor máximo da indutância mútua entre estator e rotor, quando o rotor encontra-se em posição que leva ao maior acoplamento possível, é expresso por:

$$L_{sr} = \frac{N_s N_r}{\mathfrak{R}_m} \quad (\text{AI.7})$$

Como o material magnético empregado nas máquinas elétricas possui permeabilidade extremamente elevada, a relutância  $\mathfrak{R}_m$  pode ser tomada como sendo exclusivamente a relutância devida ao entreferro e toda força magnetomotriz imposta é utilizada para vencer este caminho de baixa permeabilidade.

Como a máquina proposta é do tipo estator liso e rotor liso, somente as indutâncias mútuas entre estator e rotor variam com a posição do rotor. As indutâncias exclusivamente de rotor ou de estator podem ser consideradas com sendo constantes e não variam com a posição do rotor.

Definindo-se  $\theta$  como sendo o ângulo entre o eixo  $as$  (fixo) e o eixo  $ar$  (móvel), obtém-se:

$$L'_{sr} = L'_{sr} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (\text{AI.8})$$

como:

$$L_{ms} = \frac{N_s}{N_r} L_{sr} \quad (\text{AI.8a})$$

$$L'_{sr} = \frac{N_s}{N_r} L_{sr} \quad (\text{AI.8b})$$

$$L'_{sr} = L_{ms} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (\text{AI.8c})$$

A maioria das máquinas de indução são do tipo "gaiola de esquilo", ou seja, as correntes de rotor são induzidas e circulam por barras de alumínio ou cobre que estão uniformemente distribuídas, inseridas em material ferromagnético de alta permeabilidade e com seus terminais curto-circuitados por anéis do mesmo material condutor, em cada uma das extremidades axiais do rotor. Mesmo este tipo de enrolamento de rotor pode ser adequadamente descrito pelo sistema mostrado pela expressão (AI.8) e ser representado por um enrolamento trifásico equivalente (Krause, 1986). Nas máquinas com rotor em forma de gaiola, as grandezas não estão acessíveis por meio de terminais e devem ser avaliadas indiretamente através do estator. Como todas as variáveis de rotor podem ser refletidas, de forma semelhante aos transformadores, para o enrolamento de estator pela relação de espiras de seus enrolamentos ao quadrado, o estudo das máquinas de "gaiola de esquilo" é feito através das variáveis avaliadas a partir do estator.

O conjugado produzido pelos motores de indução é unicamente do tipo eletromagnético, porque o modelo adotado é do tipo estator liso e rotor liso, não possuindo parcelas devidas a variação da relutância e pode ser obtido (Barbi, 1985), para um motor da figura AI.1, através da expressão:

$$T_e = I_s^T \frac{\partial L_{sr}}{\partial \theta} I_r \quad (\text{AI.9})$$

O conjugado eletromagnético desenvolvido é oposto ao conjugado de carga ( $T_L$ ) e permite a obtenção da velocidade angular através da relação seguinte:

$$T_e - T_L = J \cdot \frac{d\omega_r}{dt} \quad (\text{AI.10})$$

com:

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_r \quad (\text{AI.11})$$

onde  $J$  é o momento de inércia e  $\omega_r$  é a velocidade angular do rotor.

### AI.3 Transformação de Variáveis

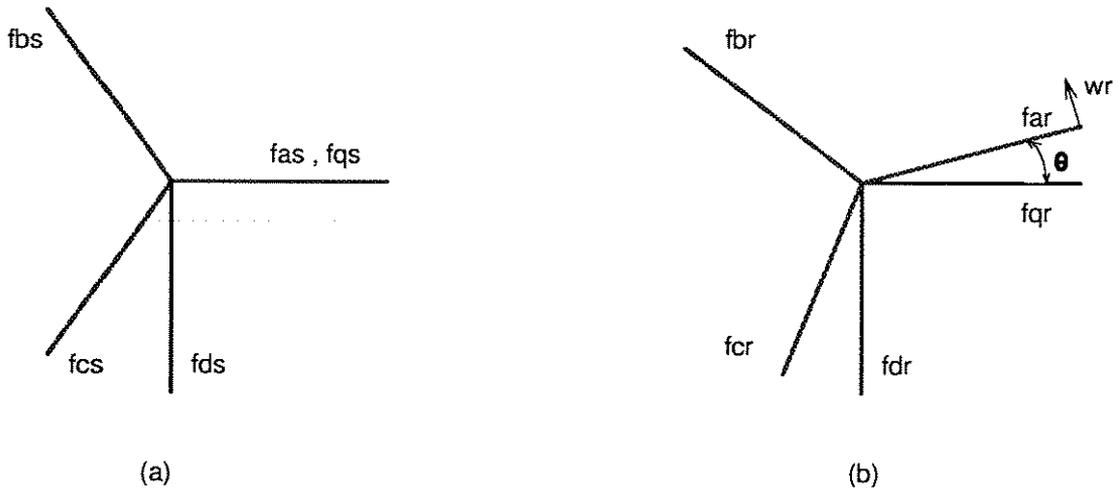
Como já foi observado, é possível estabelecer uma transformação linear que modifica as equações da máquina, introduzindo um novo conjunto de variáveis hipotéticas para sua análise, eliminando a variação das indutâncias com o tempo.

Na máquina trifásica pode-se admitir a existência de três variáveis (corrente, tensão ou fluxo concatenado) no estator e três no rotor, genericamente chamadas de  $f$ , dando origem ao conjunto *fas, fbs, fcs, far, fbr e fcr*. Estas variáveis podem ser referidas a um novo sistema de referência que possui velocidade determinada. Para um sistema de referência estacionário, as transformações para as variáveis de estator (Krause e Wasynczuk, 1989), são:

$$\begin{bmatrix} f_{qs} \\ f_{ds} \\ f_{os} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} fas \\ fbs \\ fcs \end{bmatrix} \quad (\text{AI.12})$$

Para as variáveis ligadas ao rotor, as transformações são obtidas através de:

$$\begin{bmatrix} f_{qr} \\ f_{dr} \\ f_{or} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta + 2\pi/3) & -\sin(\theta - 2\pi/3) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} far \\ fbr \\ fcr \end{bmatrix} \quad (\text{AI.13})$$



(a) Variáveis de Estator (b) Variáveis de Rotor

Figura AI.2 - Interpretação trigonométrica para a mudança de variáveis para um motor de indução trifásico

As transformações anteriores, para as variáveis de estator e de rotor, podem ser feitas no sentido inverso, através da apropriada inversão das matrizes de multiplicação. A interpretação trigonométrica para as mudanças de variáveis efetuadas anteriormente pode ser observada na figura AI.2, onde são mostrados os sistemas de estator e de rotor e o sistema de referência adotado.

As expressões de tensão da máquina (AI.1), para o novo sistema de referência são:

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + p \lambda_{qs} \quad (\text{AI.14})$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} + p \lambda_{ds} \quad (\text{AI.15})$$

$$v_{os} = r_s i_{os} + p \lambda_{os} \quad (\text{AI.16})$$

$$v'_{qr} = r'_r i'_{qr} - \omega_r \lambda'_{dr} + p \lambda'_{qr} \quad (\text{AI.17})$$

$$v'_{dr} = r'_r i'_{dr} + \omega_r \lambda'_{qr} + p \lambda'_{dr} \quad (\text{AI.18})$$

$$v'_{or} = r'_r i'_{or} + p \lambda'_{or} \quad (\text{AI.19})$$

onde  $p$  é o operador  $d/dt$ .

Os fluxos concatenados, para um sistema magneticamente linear, são:

$$\lambda_{qs} = L_{ls}i_{qs} + M(i_{qs} + i_{qr}) \quad (AI.20)$$

$$\lambda_{ds} = L_{ls}i_{ds} + M(i_{ds} + i_{dr}) \quad (AI.21)$$

$$\lambda_{os} = L_{ls}i_{os} \quad (AI.22)$$

$$\lambda'_{qr} = L'_{lr}i'_{qr} + M(i_{qs} + i'_{qr}) \quad (AI.23)$$

$$\lambda'_{dr} = L'_{lr}i'_{dr} + M(i_{ds} + i'_{dr}) \quad (AI.24)$$

$$\lambda'_{or} = L'_{lr}i'_{or} \quad (AI.25)$$

Trabalhando-se as expressões anteriores e compondo um novo sistema matricial de tensões, encontra-se:

$$\begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ v_{os} \\ v'_{qr} \\ v'_{dr} \\ v'_{or} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + pL_s & 0 & 0 & pM & 0 & 0 \\ 0 & r_s + pL_s & 0 & 0 & pM & 0 \\ 0 & 0 & r_s + pL_{ls} & 0 & 0 & 0 \\ pM & -\omega_r M & 0 & r'_r + pL'_r & -\omega_r M & 0 \\ \omega_r M & pM & 0 & \omega_r M & r'_r + pL'_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r'_r + pL'_{lr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{os} \\ i'_{qr} \\ i'_{dr} \\ i'_{or} \end{bmatrix} \quad (AI.26)$$

com:

$$M = \frac{3}{2}L_{ms} \quad (AI.27)$$

$$L_s = L_{ls} + M \quad (AI.28)$$

$$L'_r = L'_{lr} + M \quad (AI.29)$$

O sistema mostrado em (AI.26) em muitas situações é representado por um circuito elétrico equivalente (circuito tipo T), que facilita a observação das novas

variáveis atribuídas à máquina e sua interdependência. Outra característica interessante deste sistema de equações é que todas as suas indutâncias apresentam um valor constante, facilitando muito sua solução.

A expressão do conjugado eletromagnético desenvolvido pela máquina de  $p$  pólos é dado, em função das novas variáveis, por:

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{p}{2} M (i_{qs} i'_{dr} - i_{ds} i'_{qr}) \quad (\text{AI.30})$$

A expressão (AI.30) apresenta o conjugado eletromagnético, admitido como sendo positivo para a ação motora. Outras expressões para o conjugado podem ser obtidas através da manipulação matemática desta expressão.

Além das expressões anteriores, é necessário incorporar ao estudo da máquinas as expressões associadas ao comportamento mecânico, já mencionadas anteriormente (ver expressões (AI.10) e (AI.11)):

$$T_e - T_L = J \cdot \frac{d\omega_r}{dt} \quad (\text{AI.31})$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_r \quad (\text{AI.32})$$

A transformação matemática, apresentada anteriormente, mostra a máquina observada através de um sistema de referência estacionário. Esta escolha particular representa uma das possibilidades existente para o equacionamento. As condições de operação podem determinar outro sistema de referência que seja mais adequado para os processos de análise e simulação. Dessa maneira, se o problema a ser resolvido envolve tensões desequilibradas ou descontínuas, o sistema de referência estacionário pode ser a melhor alternativa. Por outro lado, se o circuito do rotor está associado a resistências externas desequilibradas, o sistema de referência, girando com o rotor, é mais indicado. Por sua vez, o sistema de referência girando com velocidade síncrona pode ser mais conveniente quando a análise dinâmica da máquina é apenas uma parte de um estudo mais amplo de um grande sistema de potência (Krause, 1986).

## AI.4 Simulação Digital

As representações matemáticas, mostradas anteriormente, permitem que o comportamento da máquina seja analisado em condições transitórias de operação. Estas análises utilizam-se da grande velocidade de processamento dos computadores digitais e permitem que o estudo de um elemento bastante complexo de conversão de energia, com múltiplos enrolamentos, como é o caso das máquinas elétricas, seja feito de forma rápida e sem a necessidade de expor diretamente a máquina ao fenômeno pesquisado, poupando recursos e tempo de experimentação, além de garantir a integridade e a operacionalidade da máquina, quando esta estiver submetida a operações adversas.

A escolha do equacionamento a ser utilizado, ficará a critério do pesquisador, uma vez que tanto as equações fundamentais da máquina (equações (AI.1) a (AI.11)), como as equações obtidas a partir de uma transformação matemática (equações (AI.12) a (AI.32)), podem ser utilizadas. A transformação de variáveis para um sistema de referência do tipo estacionário permite que a solução do problema seja obtida mais rapidamente, quando comparada ao tempo da solução obtida a partir das equações fundamentais da máquina, porém, introduz duas transformações matemáticas (direta e inversa) e também cria um grupo de novas variáveis para o estudo da máquina elétrica. Com o aumento extraordinário na velocidade de processamento dos computadores atuais que, a cada dia ficam mais potentes e mais baratos, a solução matemática pode ser obtida facilmente por qualquer um dos modelos mostrados.

Para observação dos resultados obtidos a partir da simulação dos dois grupos de equações e para verificar a consistência dos modelos matemáticos, será tomado um par de máquinas trifásicas simétricas, enrolamentos ligados em Y, com seus parâmetros conhecidos e indicados na tabela AI.1. As máquinas são consideradas simétricas e alimentadas por um sistema equilibrado de tensões.

Nas simulações apresentadas nas figuras AI.3-AI.6 observa-se a aceleração das máquinas a partir do repouso, sem nenhuma carga externa ou conjugado frenante aplicado ao eixo. Em  $t = 0$  os terminais da máquina são conectados a um sistema trifásico de alimentação que fornece tensão eficaz igual ao valor nominal. Para esta condição são obtidos os gráficos de sua aceleração em termos de conjugado. Os valores eficazes das tensões de fase e o valor da frequência do sinal de estator são admitidos como constantes durante todo o processo de aceleração.

Outros valores e grandezas podem ser obtidos das simulações, como por exemplo as correntes de estator, as correntes de rotor refletidas, o escorregamento e a velocidade da máquina em função do tempo. Além disso, pode-se compor os resultados e obter informações importantes como o conjugado em função do escorregamento.

Tabela AI.1 - Parâmetros de motores de indução trifásicos

	Máquina 1	Máquina 2
Potência (cv)	3	50
Tensão (V)	220	460
Corrente (A)	5,8	46,8
pólos	4	4
Frequência (Hz)	60	60
$n_s$ (rpm)	1800	1800
$r_s$ ( $\Omega$ )	0,435	0,087
$L_{ls}$ (mH)	2,000	0,801
$L_{ms}$ (mH)	69,312	34,696
$L_{lr}$ (mH)	2,000	0,801
$r'_r$ ( $\Omega$ )	0,816	0,228
$J$ ( $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ )	0,089	1,662

(Fonte: P.C. Krause, 1986)

Os gráficos apresentados nas figuras AI.3-AI.6 confirmam que a simulação das máquinas elétricas pode ser feita indistintamente através dos dois sistemas de equações, levando aos mesmos resultados, com diferenças significativas apenas no tempo de simulação e no modo de abordar o problema, direta ou indiretamente (dq0). O tempo de processamento dos problemas anteriores, utilizando-se a transformação matemática é bastante menor (relação de 8:1) que o necessário para a solução do mesmo problema através das equações fundamentais, fato que sempre tornou este método atrativo. Por seu lado, a solução destes problemas de forma direta, sem transformações matemáticas, já não apresenta mais nenhum impedimento significativo, em razão do tempo de processamento requerido. Além disso, não introduz novas variáveis e torna a compreensão dos problemas envolvidos, muito mais simples.

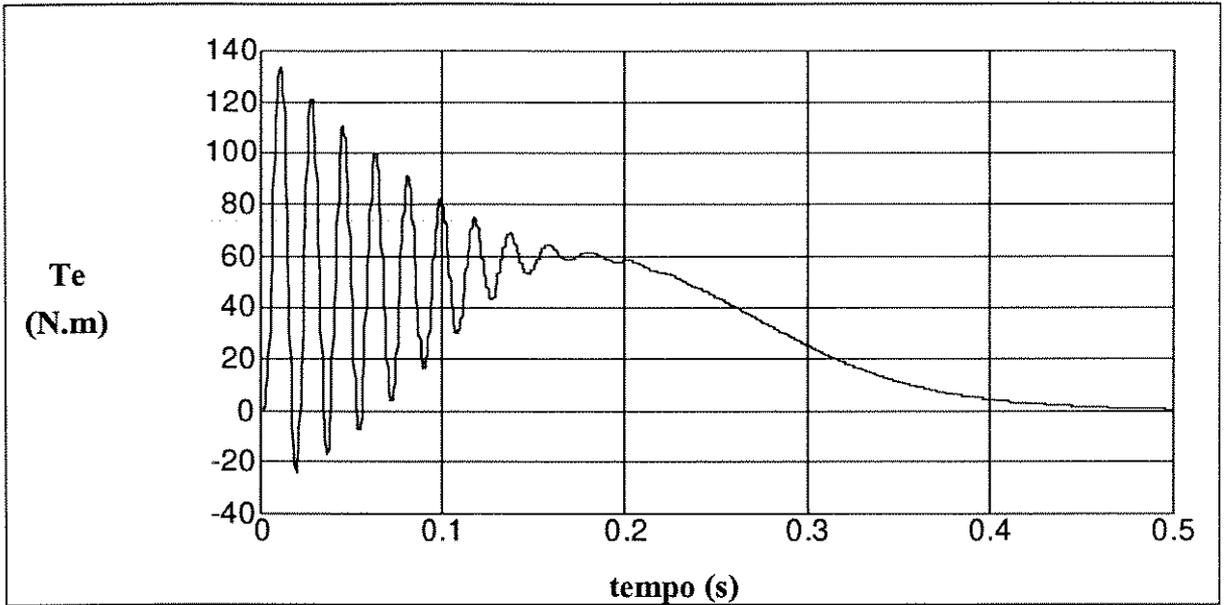


Figura AI.3 - Conjugado em função do tempo para motor de indução rotativo de 3 cv, obtido através da simulação direta

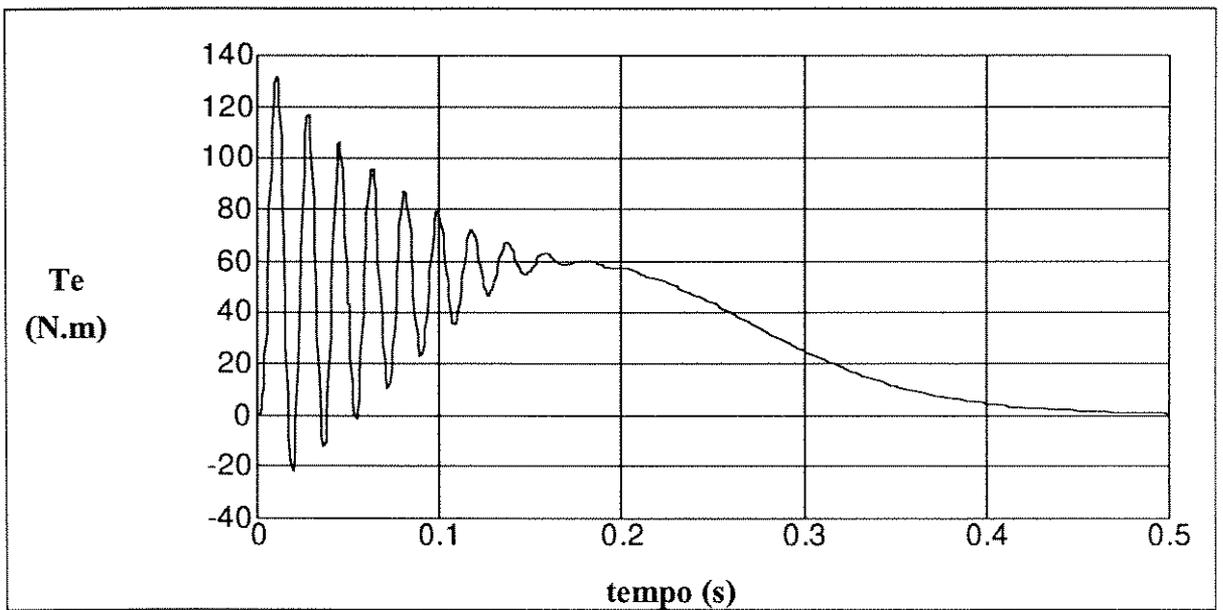


Figura AI.4 - Conjugado em função do tempo para motor de indução rotativo de 3 cv, obtido através da simulação com modelo dq0

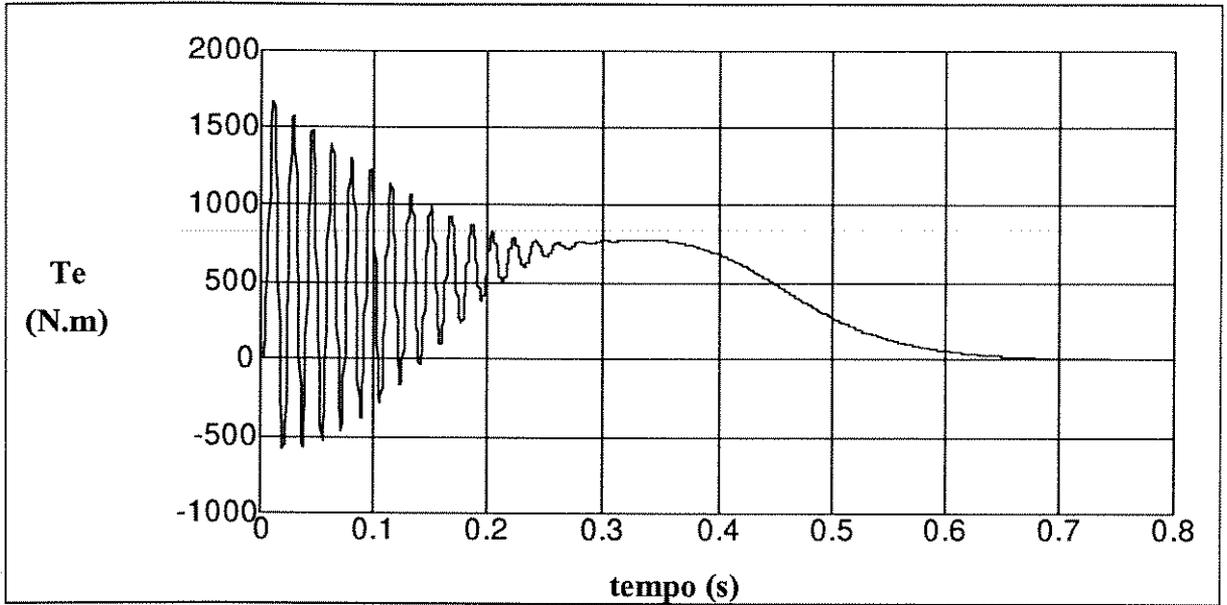


Figura AI.5 - Conjugado em função do tempo para motor de indução rotativo de 50 cv, obtido através da simulação direta

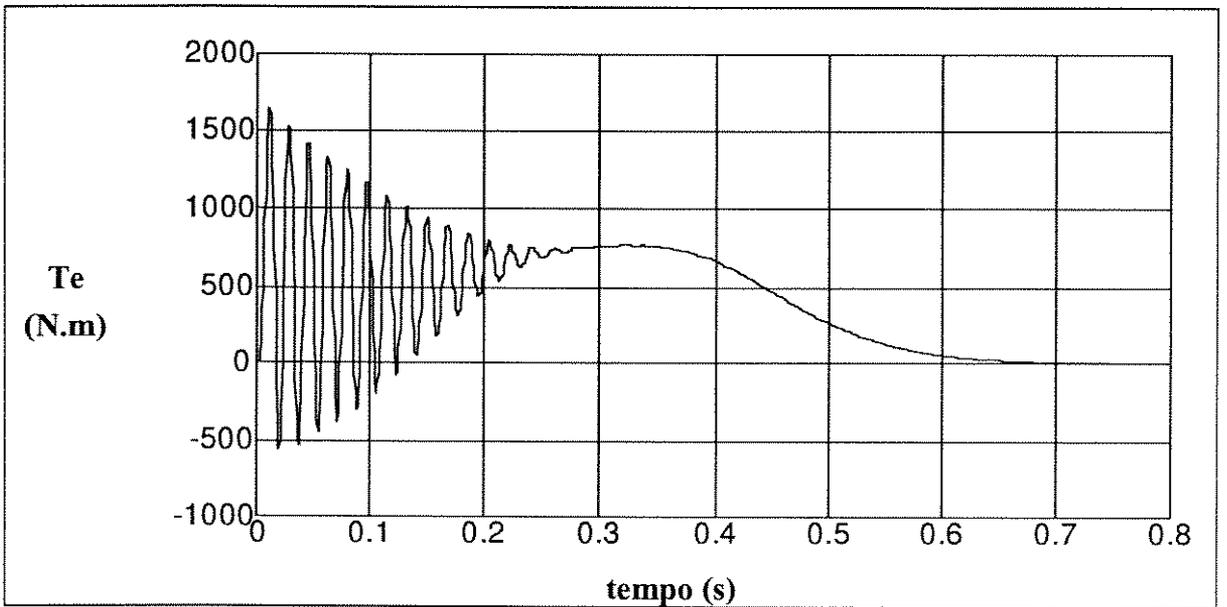


Figura AI.6 - Conjugado em função do tempo para motor de indução rotativo de 50 cv, obtido através da simulação com modelo dq0.

## AI.5 Corrente Eficaz Constante

A operação clássica das máquinas de indução é feita com tensão eficaz constante aplicada ao estator e a sua frequência é invariável. Nesta situação, o conjugado desenvolvido é função da velocidade, com um comportamento praticamente linear na região de operação, podendo-se muitas vezes afirmar que, nesta região, o motor opera com fluxo aproximadamente constante.

A variação da tensão aplicada aos terminais permite um certo controle da máquina de indução às custas de um aumento no escorregamento, nas perdas nos enrolamentos e na temperatura da máquina. Este tipo de operação é utilizado para o controle de alguns servo-motores e outras aplicações, mas tende ter menos interesse. Dessa forma, a variação exclusiva da tensão oferece poucos atrativos, sendo mais apropriada quando existe a possibilidade de variação conjunta de tensão e frequência.

A operação das máquinas de indução associada a conversores de frequência (inversores) permite obter controle de velocidade, mantendo-se o fluxo constante e operação com baixos escorregamentos, sendo uma técnica de acionamento de larga aplicação industrial e com muitas vantagens em relação a variação exclusiva da tensão.

Outra forma de operação de máquinas de indução é aquela onde a corrente aplicada ao estator é mantida constante, obviamente levando a uma operação com fluxo variável. Este tipo de alimentação é extremamente interessante para as máquinas lineares pois, permite um controle amplo de suas características operacionais. Como foi visto no Capítulo 2 e como será discutido posteriormente, a densidade de campo magnético, a força propulsora e outras grandezas da máquina são função da corrente que circula pelos indutores.

Tomando-se as mesmas máquinas trifásicas apresentadas na tabela AI.1 e com o auxílio do equacionamento fundamental da máquina (AI.1)-(3-11), é possível a simulação de uma operação com corrente eficaz constante. A figura AI.7 mostra este tipo de acionamento aplicado ao motor de indução rotativo de 50 cv, descrito na tabela AI.1.

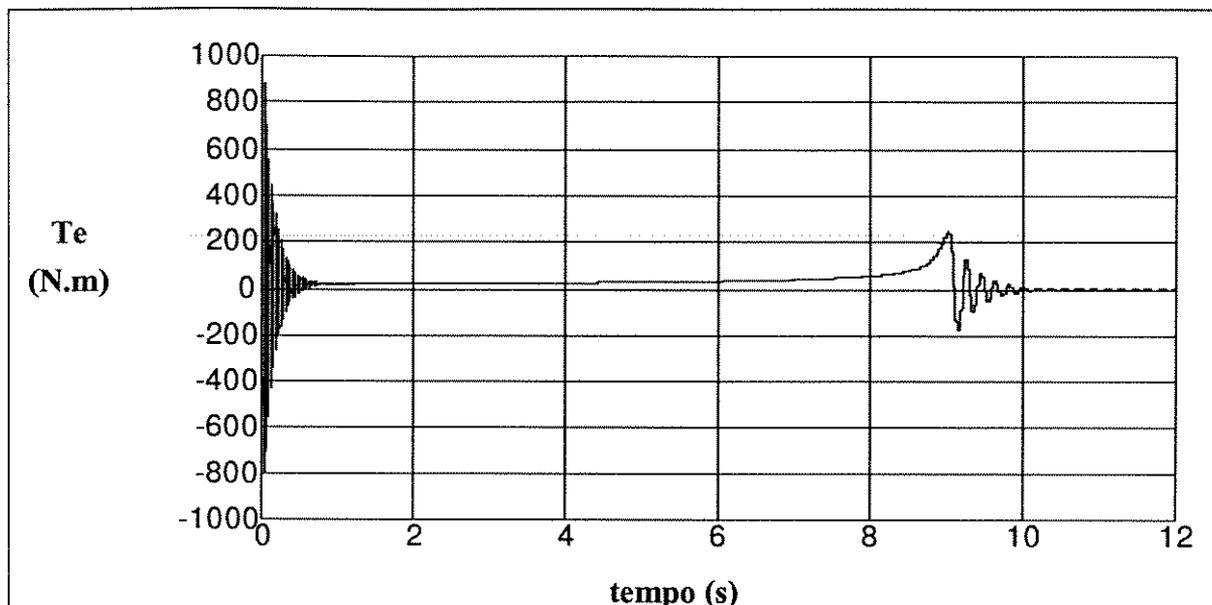


Figura AI.7 - Conjugado em função do tempo para acionamento com corrente eficaz constante (motor de 50 cv)

Na figura AI.7 pode-se observar que a curva em função do tempo, para acionamento com corrente eficaz constante, leva a conjugados de partida muito menores que aqueles obtidos para tensão eficaz constante, devido ao pequeno fluxo de entreferro estabelecido para manter corrente nominal em escorregamento unitário. A medida que a velocidade aumenta em direção à velocidade síncrona, a tensão de estator deve ser elevada, aumentando-se o fluxo de fluxo de entreferro e, conseqüentemente, aumentando-se o conjugado desenvolvido.

## AI.6 Operação sob Condições não Equilibradas

Em muitas situações de operação, a máquina de indução é forçada a operar em condições não simétricas como, por exemplo, quando é submetida a operação com tensões diferentes em cada fase ou quando, por motivos diversos, opera com enrolamentos não exatamente iguais.

Este tipo de operação acaba por alterar o comportamento da máquina, algumas vezes de forma insignificante e outras de forma bastante expressiva, podendo comprometer uma determinada especificação ou uma determinada aplicação.

Novamente, duas possibilidades para simulação se apresentam: diretamente pelas equações fundamentais da máquina ou através de uma transformação de

variáveis. Sob condições desequilibradas, a solução através de transformações das equações fundamentais é menos interessante porque a modelagem precisa ser modificada de acordo com o caso que se deseja simular. A abordagem direta das equações se torna, pois, mais apropriada. Em qualquer caso, a escolha do método de simulação deve ser feita considerando-se todas as características do problema e facilidades que cada método oferece para que uma solução adequada seja obtida.

Utilizando as equações fundamentais da máquina de indução, duas situações são analisadas: a primeira quando a máquina é alimentada por tensões diferentes e não uniformemente defasadas e a segunda quando resistências externas adicionais, com valores distintos são acrescentadas aos enrolamentos do rotor.

### *Tensões de Estator não Equilibradas*

Admitindo que a máquina de indução trifásica de 50 cv, com seus parâmetros apresentados na tabela AI.1, é alimentada por um sistema trifásico de frequência constante (60 Hz) e com as tensões de fase aplicadas do tipo:

$$V_{an} = 265,6 \cdot \cos(\omega t) \quad (V)$$

$$V_{bn} = 132,8 \cdot \cos(\omega t - 2\pi / 3) \quad (V)$$

$$V_{cn} = 265,6 \cdot \cos(\omega t + \pi / 2) \quad (V)$$

um conjugado externo (carga), próximo a metade do valor nominal da máquina (100 N.m) é aplicado ao eixo durante o processo de simulação, onde é observada a aceleração da máquina a partir do repouso até a velocidade de operação determinada pelas condições anteriores. Como uma carga é aplicada ao eixo, a máquina opera com um certo valor de escorregamento, certamente maior que quando opera em vazio.

O gráfico da figura AI.8 apresenta o conjugado em função do tempo, para a condição estipulada de tensões não equilibradas de estator. Pode-se observar neste gráfico (figura AI.8) que o comportamento é bastante alterado em relação a condição equilibrada mostrada anteriormente. É possível observar a pulsação de conjugado, na região de operação, oriunda deste desequilíbrio.

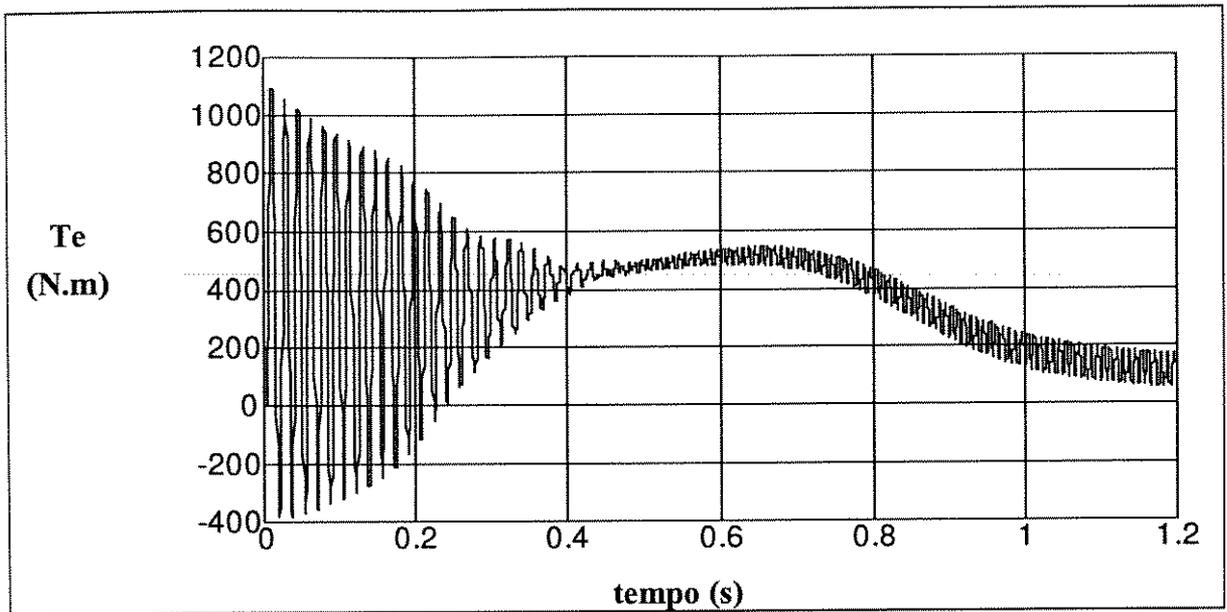


Figura A1.8 - Conjugado em função do tempo para tensões de fase desequilibradas (motor de 50 cv).

### *Resistências de Rotor não Equilibradas*

Lançando mão da máquina de indução trifásica, operando com tensões de estator perfeitamente equilibradas, simétricas e invariáveis, com frequência de operação (60 Hz) constante e com conjugado de carga também constante (100 N.m), observa-se seu comportamento quando as resistências de rotor assumem os valores:

$$R_{ra} = 0,228 \quad \Omega$$

$$R_{rb} = 0,328 \quad \Omega$$

$$R_{rc} = 0,428 \quad \Omega$$

Este caso pode ser observado em motores de indução de rotor bobinado que se utilizam de resistências externas para seu processo de partida. Nestes motores, se por qualquer motivo, as resistências externas inseridas não são idênticas para todas as fases, o conjugado desenvolvido pela máquina será fortemente influenciado e pulsações serão observadas na região de operação.

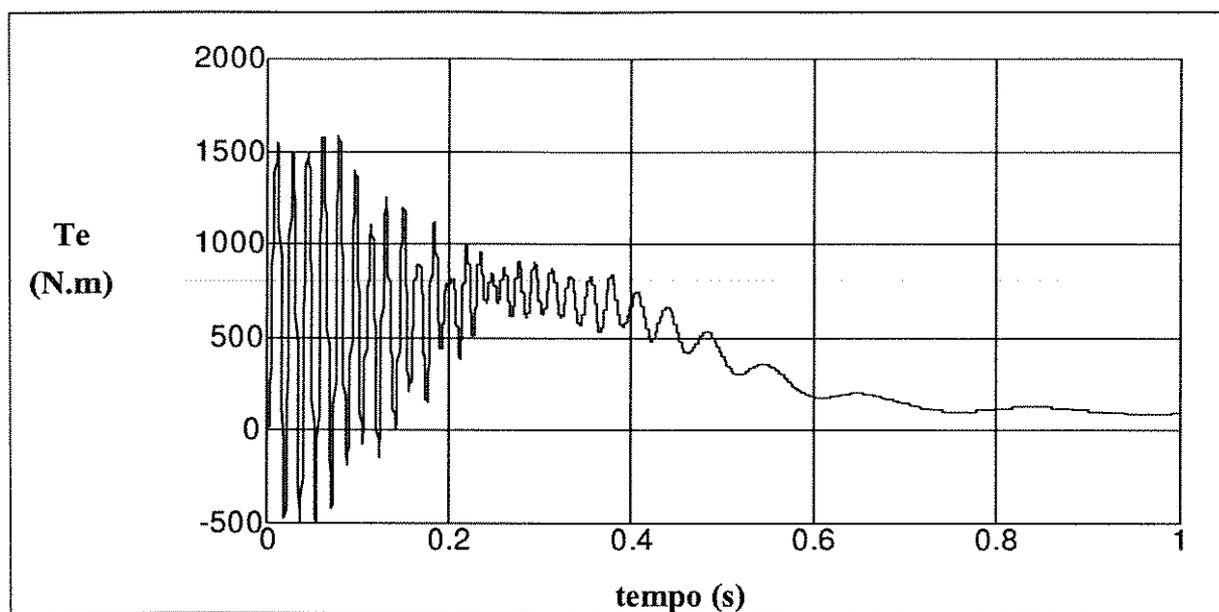


Figura AI.9 Conjugado em função do tempo para resistências de rotor desequilibradas (motor de 50 cv).

O gráfico da figura AI.9 mostra o comportamento do conjugado em função tempo para a condição de resistências de rotor não equilibradas, descrita anteriormente.

## APÊNDICE II

### MOTORES UTILIZADOS PARA ENSAIOS

#### AII.1 Aspectos Gerais

Para a construção de um MIL para ensaios em laboratório alguns problemas como espaço físico, custo de construção, forma de levantamento de suas características e instrumentação, tiveram que ser solucionados. Dessa forma, alguns protótipos foram construídos, com os poucos recursos disponíveis e com a ajuda de pessoas que decidiram colaborar com as pesquisas. Apesar de contar com quatro protótipos construídos, apenas dois foram utilizados com mais intensidade nos ensaios. Estes motores serão chamados de A e B.

O motor A, do tipo disco, foi construído com dois estatores de ferro laminado, dotados de ranhuras e enrolamentos trifásicos de cobre, que permanecem fixos, facilitando as medições de corrente, tensão, potência, etc. O Linor por sua vez, foi construído na forma de um disco, em alumínio, que gira entre os estatores, suportado por rolamentos, fazendo o papel de pista de reação, permitindo que a força propulsora seja determinada a partir do conjugado observado no eixo. A figura AII.1 mostra, esquematicamente o motor construído.

O MIL tipo A, possui a facilidade de operar com um ou dois estatores eletricamente ativos, bastando para isso, que um dos estatores ranhurados seja substituído por um outro "cego", e executado com as mesmas dimensões e mesmo material.

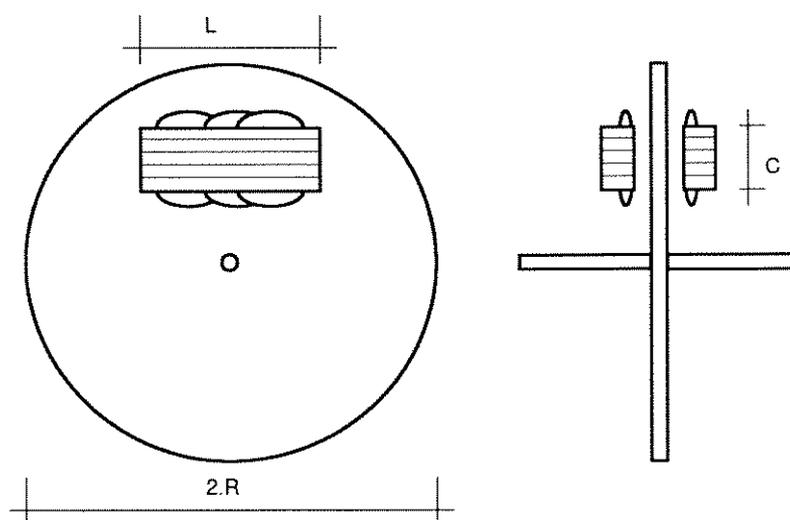


figura AII.1 - Motor A (disco) utilizado em laboratório

O motor B, do tipo setorial, foi construído a partir de um motor rotativo convencional. Nesse motor, o estator sofreu um corte de  $90^\circ$  em seu pacote de chapas, ficando os  $270^\circ$  restantes das chapas de ferro-silício, sem orientação magnética preferencial de seus domínios, como sede das ranhuras e do embobinamento de estator. O rotor, ranhurado e dotado de barras de alumínio curto-circuitadas por dois anéis, sofreu um "passe de torno" para que seu entreferro fosse aumentado.

Como o motor B possui um estator descontínuo e linor contínuo, o mesmo apresenta todos os fenômenos relativos ao campo magnético no entreferro, principalmente o efeito de extremidade. O linor, que no motor setorial apresenta um movimento rotativo, pode ser, também, chamado de rotor. A figura AII.2 mostra, esquematicamente, o motor B utilizado em laboratório.

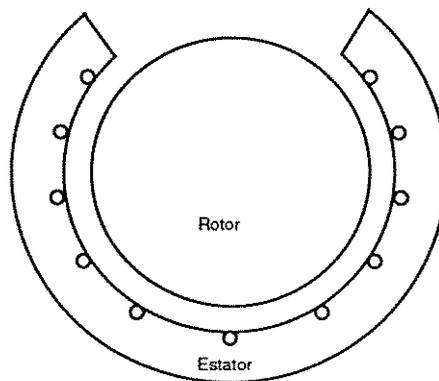


figura AII.1 - Motor B (setor) utilizado em laboratório

## AII.2 Características do Motor Tipo Disco (motor A)

As principais características construtivas e dimensões do motor tipo disco utilizado em laboratório para os ensaios são:

Dimensão de um bloco de estator : 40 mm x 51,8 mm x 290 mm

Diâmetro do disco de alumínio : 450 mm

Número de ranhuras por estator : 18

Número de pólos : 2

Número de ranhuras por fase : 3

Número de fases : 3

Condutor de estator : cobre eletrolítico AWG # 17 - classe H

Espessura da lâmina do linor : 5,6 mm  
Frequência do sinal de alimentação : 60 Hz  
Entreferro : 7,9 mm  
Passo polar : 125 mm  
Passo de bobina : 125 mm  
Velocidade linear síncrona : 15 m/s  
Número de condutores ativos por fase : 240  
Fator de ocupação da ranhura : 35 %  
Profundidade da ranhura : 15,2 mm

### **AII.3 Características do Motor Setorial (motor B)**

As principais características construtivas e dimensões do motor tipo setorial utilizado em laboratório para os ensaios são:

Diâmetro rotor : 98,5 mm  
Comprimento axial do motor : 63 mm  
Número de ranhuras por estator : 24  
Número de pólos : 4  
Número de ranhuras por fase : 2  
Número de fases : 3  
Condutor de estator : cobre eletrolítico AWG # 22 - classe H  
Frequência do sinal de alimentação : 60 Hz  
Entreferro : 1,25 mm  
Passo polar : 52,3 mm  
Passo de bobina : 52,3 mm  
Velocidade linear síncrona : 6,276 m/s  
Número de condutores ativos por fase : 540  
Fator de ocupação da ranhura : 35 %  
Profundidade da ranhura : 16 mm

## AII.4 Instrumentos de Laboratório

Os valores experimentais apresentados foram obtidos a partir de uma bancada de medição composta por:

03 amperímetros - marca Yokogawa - classe de exatidão 0,5 - 0/7,5/15 A

03 voltímetros - marca Lier - classe de exatidão 1 - 0/150/300 V

03 wattímetros - marca Lier - classe de exatidão 1 - 0/10 A 0/60/120/240 V

01 dinamômetro - marca Kratos - 0/2 kgf - menor divisão 0,020 kgf

01 tacômetro digital - marca Mitotoyo - 0/6000 rpm precisão  $\pm 1$  rpm

01 termômetro de contato - marca Gossen - 0/100 90/200 °C - menor divisão 2 °C

01 freio tipo Prony com braço de compensação - comprimento do braço 412,5 mm

## APÊNDICE III

### INDUTÂNCIA MÚTUA ESTATOR-LINOR

#### AIII.1 Aspectos Gerais

O motor de indução linear utilizado para estudos possui um secundário fechado que não permite a medição de seus parâmetros (correntes e tensões) diretamente. Dessa forma todas as grandezas do linor devem ser avaliadas de uma maneira indireta. Um dos pontos mais importantes para a simulação digital do MIL é o conhecimento da indutância mútua estator-linor. Assim, para o conhecimento deste comportamento, um ensaio com uma bobina sonda foi realizado no motor tipo disco.

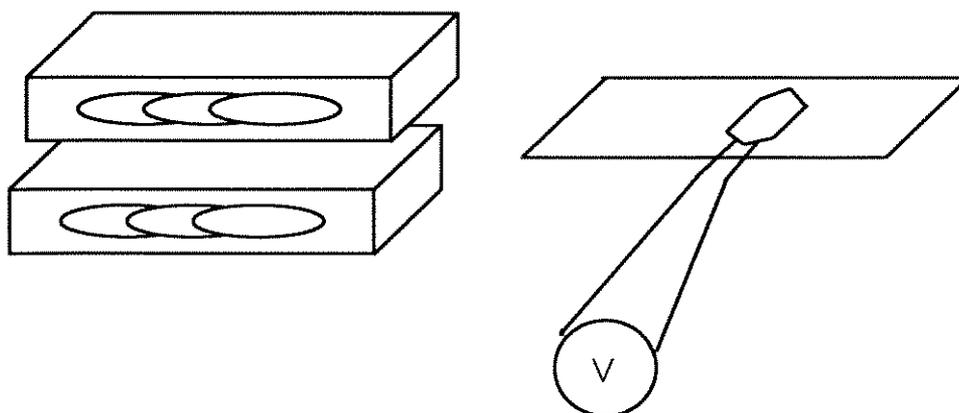


Figura AIII.1 - Representação do Ensaio realizado

Para este ensaio, o linor foi retirado e o motor ficou com seus estatores separados pelo mesmo entreferro original. Uma bobina sonda de cobre montada sobre um suporte não magnético e não condutor (papelão) foi construída para a observação da indutância mútua estator-linor. A bobina sonda foi construída com um passo semelhante ao passo da bobina do estator (12,5 cm) e colocada no entreferro de forma a caminhar por todo comprimento longitudinal do motor. Seus terminais estavam ligados a um voltímetro que registrava a tensão induzida, como mostra o esquema da figura AIII.1. Posteriormente o ensaio foi realizado com o auxílio de um osciloscópio para determinação da fase da tensão induzida. Quando uma bobina do estator é energizada a bobina sonda sofre a indução de tensão que depende, entre outros, de sua posição no entreferro da máquina.

Os resultados obtidos estão apresentados na figura AIII.2. A distância  $x$  mostrada no gráfico é tomada entre o eixo da bobina sonda e o início do estator. Assim, por exemplo, quando  $x = 0$  cm, o eixo da bobina está no ponto inicial do entreferro (início do pacote de estator) e, quando  $x = 27$  cm, o eixo da bobina está final do entreferro (fim do pacote do estator).

Do gráfico anterior, notamos que o efeito das extremidades do MIL modifica o comportamento das indutâncias mútuas estator-linor. Na máquina rotativa, que pode ser considerada um MIL com estator infinito, as indutâncias mútuas também são função da posição ( ângulo  $\theta$  ) mas com um comportamento matemático muito mais simples, ou seja, variam senoidalmente com a posição do rotor. No motor de indução linear a medida que a bobina aproxima-se das extremidades ocorre uma atenuação da tensão induzida, que corresponde a uma atenuação no valor da indutância mútua.

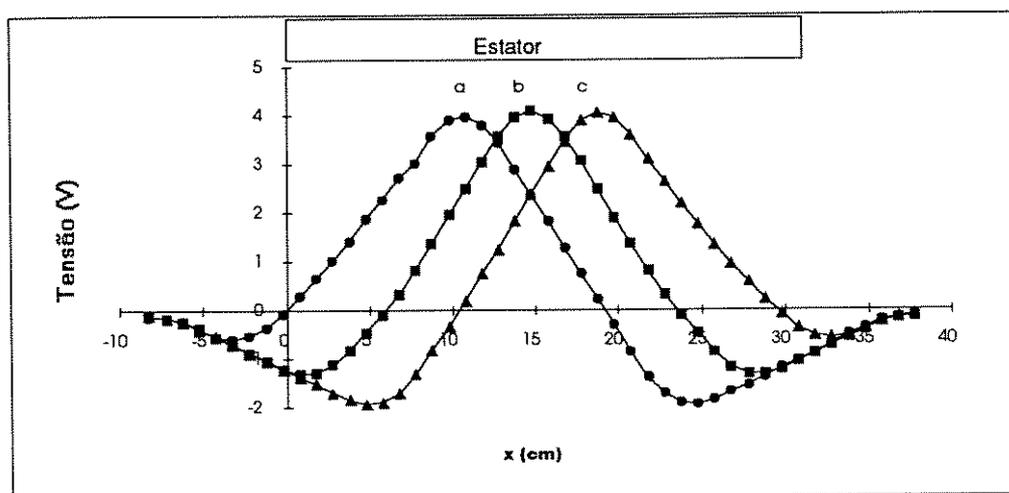


Figura AIII.2 - Tensão induzida no enrolamento sonda devido a tensão aplicada nas fases dos estator (a,b e c)

Para o cálculo da máxima indutância mútua entre a sonda e os enrolamentos de estator a bobina sonda foi colocada em uma posição central no entreferro da máquina e, uma por vez, as fases do estator foram energizadas com tensão alternada em frequência de 60 Hz. Os valores de tensão e corrente de estator bem como a tensão induzida na sonda foram anotados e, para a fase **a**, por exemplo, temos o conjunto de equações dado por:

$$\lambda_a = L_a \cdot i_a = N_a \cdot \Phi_a$$

$$E_s = 4,44 \cdot f \cdot N_s \cdot \Phi_a \quad (\text{AIII.1})$$

$$L_{as} \cdot I_a = N_s \cdot \Phi_a$$

Assim a indutância Múta entre a fase a e a sonda,  $L_{as}$  é dado pela expressão:

$$L_{as} = \frac{E_s}{4,44 \cdot f \cdot I_a} \quad (\text{AIII.1})$$

Procedendo-se os cálculos para uma corrente de alimentação das fases de 4 A, com a bobina sonda colocada na região central do MIL e, portanto, com a maior tensão induzida, temos as indutâncias mútuas máximas entre a bobina sonda e a bobina de estator para o motor em estudo.

## APÊNDICE IV

### ROTINAS DE CÁLCULO PARA SIMULAÇÃO

#### AIV.1 Introdução

As simulações apresentadas neste trabalho são derivadas de três rotinas de cálculo distintas: ROTD, LINEAR, LINEARD, para a simulação transitória de máquinas rotativas, simulação em regime permanente e transitório de máquinas lineares, respectivamente.

As rotinas para simulação em regime transitório foram desenvolvidas para o estudo de máquinas lineares trifásicas e rotativas trifásicas e monofásicas (com ou sem capacitor de partida). A rotina para o estudo de máquinas lineares monofásicas encontra-se ainda está em fase de desenvolvimento.

As rotinas finais são elaboradas em linguagem de alto nível e posteriormente compiladas e seus resultados podem comparados com rotinas semelhantes desenvolvidas em simuladores operando em ambiente Windows, porém, não compiladas (mais lentos).

#### AIV.2 Cálculo dos parâmetros

O cálculo dos parâmetros, inicialmente feito em rotina independente, foi incorporado ao respectivo programa, criando uma etapa inicial de cálculos para posterior simulação. Os parâmetros calculados derivam da tabela de características dos motores utilizados. Esta tabela contém informações sobre materiais, dimensões e temperaturas de operação do MIL.

A figura AIV.1 mostra o fluxograma de cálculo de parâmetros da subrotina PARAM do programa LINEARD. Os parâmetros calculados são apresentados ao final da rotina para uma análise inicial do programador e possível confrontação com valores levantados através de ensaios (principalmente quando o motor já existe e é possível a avaliação de parâmetros como a resistência de estator).

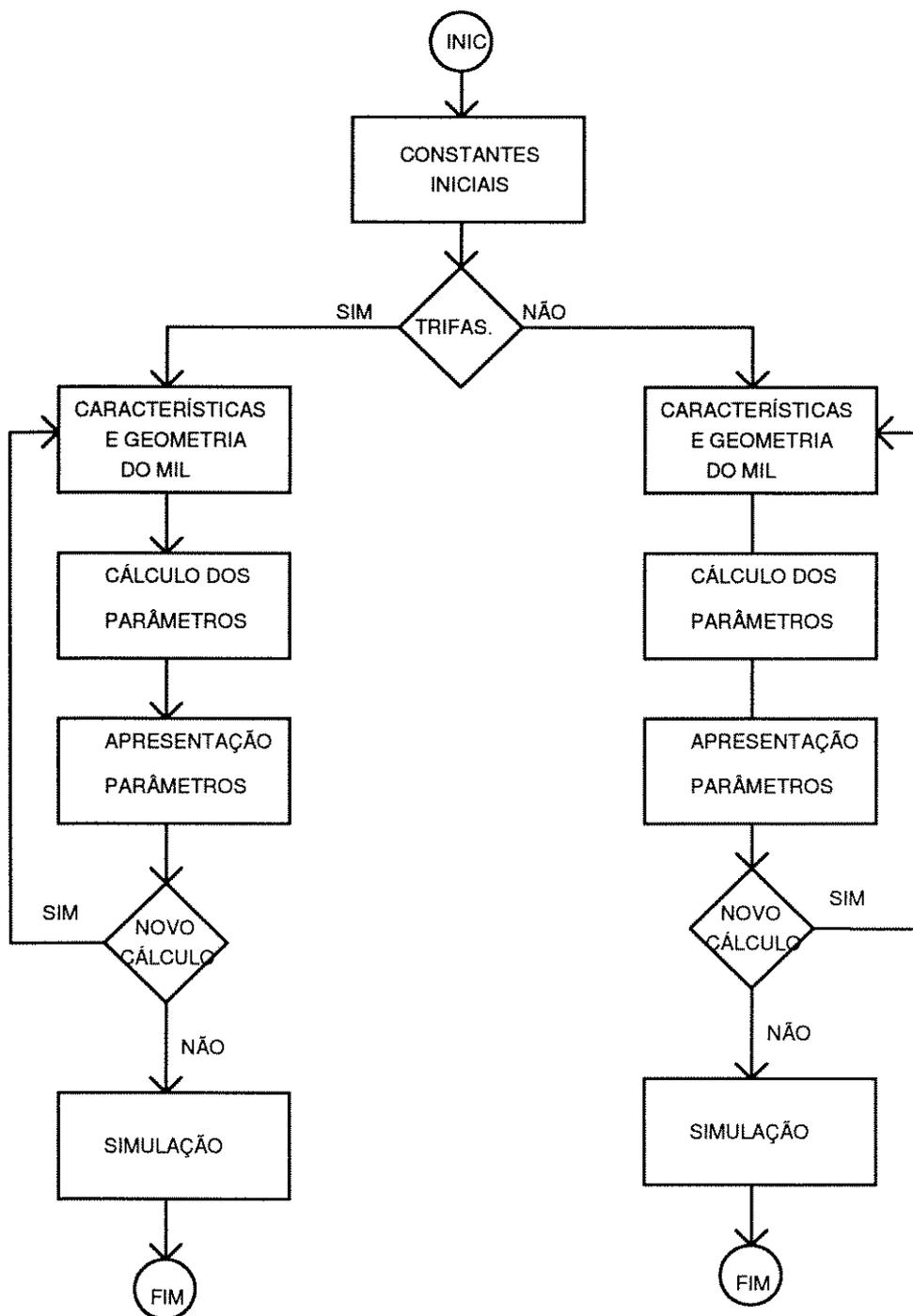


Figura AIV.1 - Fluxograma para cálculo dos parâmetros

### **AIV. 3 Simulação Matemática**

Os valores fornecidos pelas simulações podem sempre ser comparados com valores obtidos de rotinas auxiliares para cálculos específicos, permitindo que possíveis erros sejam localizados facilmente. Dessa forma, um conjunto rotinas independentes estão disponíveis para analisar os valores iniciais das simulações realizadas.

Os tempos de processamento (máquina rotativa) são comparados com rotinas tradicionais utilizando modelo **dq** sempre utilizando o mesmo tipo de programa de simulação, mesmo tipo de entradas e saídas e, obviamente, o mesmo processador matemático.

A principal diferença entre as rotinas desenvolvidas para as máquinas rotativas e lineares está na possibilidade simular estas últimas tanto em operação com tensão constante como com corrente constante, já as primeiras são simuladas apenas operando com tensão eficaz de alimentação constantes.