

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

CONTRIBUIÇÕES À ESTATÍSTICA DO
SINAL DE RÁDIO MÓVEL

Orientando

LEONARDO GUERRA DE REZENDE, GUEDES

Orientador

MICHEL DAOUD YACOUB

Este exemplar corresponde à versão final da TCC
defendida por Leonardo Guerra de
Rezende Guedes e aprovada pela Comissão
Julgadora em 16 / 12 / 96.

Michel Daud Yacoub
Orientador

CAMPINAS, dezembro de 1996

618.715

UNIDADE	78C
N.º CHAMADA:	
TIPO	unicamp
	G934c
VOL.	1
T.M.30 DO	31850
PROC.	281/97
C	☐
D	☒
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	18/10/97
N.º CPD	

CM-00102650-B

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

G934c Guedes, Leonardo Guerra de Rezende
Contribuições à estatística do sinal de rádio móvel/
Leonardo Guerra de Rezende Guedes.--Campinas, SP:
[s.n.], 1996

Orientador: Michel Daoud Yacoub.†
Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas,
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Sistemas de comunicação móvel.† 2. Rádio celular.†
3. Sistemas de telecomunicação.† 4. Estações móveis de
rádio.† 5. Microondas - Sistemas de comunicação.†
I. Yacoub, Michel Daoud. II. Universidade Estadual de
Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação. III. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

CONTRIBUIÇÕES À ESTATÍSTICA DO
SINAL DE RÁDIO MÓVEL

Orientando

LEONARDO GUERRA DE REZENDE GUEDES

Orientador

MICHEL DAOUD YACOUB

CAMPINAS, dezembro de 1996

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

CONTRIBUIÇÕES À ESTATÍSTICA DO
SINAL DE RÁDIO MÓVEL

Orientando

LEONARDO GUERRA DE REZENDE GUEDES

Orientador

MICHEL DAOUD YACoub

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Departamento de Comunicações, como parte dos requisitos para obtenção do título Doutor em Engenharia Elétrica.

CAMPINAS, dezembro de 1996

Resumo

Neste trabalho apresentamos algumas contribuições ao estudo do comportamento estatístico do sinal de rádio em um sistema rádio móvel. Fazemos o estudo da estatística de segunda ordem do sinal pelos cálculos da *taxa de cruzamento de nível* e *tempo médio de desvanecimento*. Também temos por objetivo a determinação da área de sobreposição entre células a partir do modelamento estatístico do comportamento do sinal.

Considera-se que o sinal recebido decresce com a distância x na forma $x^{-\alpha}$ onde α é o coeficiente de perda por percurso, em geral, na faixa de 2 a 5. Além disso, considera-se a envoltória do sinal obedecendo várias distribuições do sinal de rádio móvel conhecidas da literatura.

Relativamente ao cálculo da taxa de cruzamento de nível, estima-se o número de vezes que o sinal de rádio cruza um dado limiar. No cálculo do tempo médio de desvanecimento, estima-se tempo médio em que o sinal fica abaixo deste limiar.

Nos cálculos das áreas de sobreposição, estima-se (i) a proporção da área de uma célula que é sobreposta por outra célula considerando-se as condições de cobertura das células e (ii) a proporção da área de uma célula sobreposta por duas outras células adjacentes considerando-se 100% de cobertura das células. Mostra-se que esta proporção é significativa, da ordem de 40%, com potencial de ser utilizada em algoritmos de encaminhamento alternativo de tráfego e “soft-handoff”.

Agradecimentos

À Universidade Federal de Goiás e à Universidade Estadual de Campinas pela oportunidade oferecida.

Aos colegas da UFG e da UNICAMP, companheiros e incentivadores deste trabalho.

Em especial, ao meu orientador Michel Daoud Yacoub pelo incentivo e apoio durante todo o período de estudos.

Aos amigos, familiares e namorada pela paciência e auxílio.

**À minha irmã Aline de Rezende Guedes,
aos meus pais.**

Índice

PARTE I - SISTEMAS DE RÁDIO MÓVEL

CAPÍTULO 1

Introdução.....	3
1.1. Introdução	3
1.2. Definições Básicas	5
1.3. Planejamento do Sistema Rádio Móvel.....	8
1.4. Objetivo do Trabalho	10
1.5. Plano de Trabalho e Contribuições.....	13

CAPÍTULO 2

Distribuições da Envoltória do Sinal	15
2.1. Introdução	15
2.2. Ambiente Lognormal.....	16
2.3. Ambiente Rayleigh	18
2.4. Ambiente Rice.....	22
2.5. Ambiente Nakagami	23
2.5.1. Proposta para a Determinação da Distribuição de Nakagami	26
2.5.2. Propriedades da Distribuição de Nakagami	28
2.6. Ambiente Suzuki.....	30
2.7. Ambiente Nakagami-sombreado	32
2.8. Ambiente Rice-sombreado	34
2.9. Sumário e Conclusões.....	36

PARTE II - ESTATÍSTICAS DE SEGUNDA ORDEM

CAPÍTULO 3

Distribuições da Derivada da Envoltória	39
3.1. Introdução	39
3.2. Ambiente Rayleigh	40
3.3. Ambiente Rice.....	44
3.4. Ambiente Nakagami	49
3.5. Ambiente Suzuki.....	51
3.6. Ambiente Nakagami-sombreado	53
3.7. Ambiente Rice-sombreado	55
3.8. Sumário e Conclusões.....	57

CAPÍTULO 4

Taxa de Cruzamento de Nível.....	59
4.1. Introdução	59
4.2. Taxa de Cruzamento de Nível	60
4.3. Ambiente Rayleigh	61
4.4. Ambiente Rice.....	62
4.5. Ambiente Nakagami	63
4.6. Ambiente Suzuki.....	64
4.7. Ambiente Nakagami-sombreado	67
4.8. Ambiente Rice-sombreado	70

4.9. Resultados	74
4.9.1. Ambiente Rayleigh	74
4.9.2. Ambiente Rice	76
4.9.3. Ambiente Nakagami	78
4.9.4. Ambiente Suzuki	80
4.9.5. Ambiente Nakagami-sombreado	82
4.9.6. Ambiente Rice-sombreado	85
4.10. Sumário e Conclusões.....	88

CAPÍTULO 5

Tempo Médio de Desvanecimento.....	91
5.1. Introdução	91
5.2. Tempo Médio de Desvanecimento	92
5.3. Ambiente Rayleigh	93
5.4. Ambiente Rice.....	94
5.5. Ambiente Nakagami	95
5.6. Ambiente Suzuki.....	96
5.7. Ambiente Nakagami-sombreado	98
5.8. Ambiente Rice-sombreado	99
5.9. Resultados	101
5.9.1. Ambiente Rayleigh	101
5.9.2. Ambiente Rice	103
5.9.3. Ambiente Nakagami	105
5.9.4. Ambiente Suzuki	107
5.9.5. Ambiente Nakagami-sombreado	109
5.9.6. Ambiente Rice-sombreado	112
5.10. Sumário e Conclusões.....	115

PARTE III - SOBREPOSIÇÃO ENTRE CÉLULAS

CAPÍTULO 6

Área de Sobreposição entre Duas Células	119
6.1. Introdução	119
6.2. Modelo de Propagação	120
6.3. Restrição de Cobertura	120
6.4. Proporção de Área Sobreposta	128
6.4.1. Densidade Conjunta de Dois Sinais Rayleigh	131
6.4.2. Densidade Conjunta de Dois Sinais Lognormal	131
6.4.3. Densidade Conjunta de Dois Sinais Nakagami	132
6.5. Cálculo da Área de Sobreposição	132
6.6. Resultados	140
6.6.1. Área de Sobreposição no Ambiente Rayleigh	140
6.6.2. Área de Sobreposição no Ambiente Lognormal	146
6.6.3. Área de Sobreposição no Ambiente Nakagami	150
6.7. Sumário e Conclusões	155

CAPÍTULO 7

Área de Sobreposição entre Três Células	159
7.1. Introdução	159
7.2. Modelo de Propagação	160
7.3. Proporção de Área Sobreposta	160

7.4. Proporção de Área Sobreposta no Ambiente Rayleigh	162
7.4.1. Cálculo da Distribuição Conjunta no Ambiente Rayleigh	165
7.5. Proporção de Área Sobreposta no Ambiente Lognormal	170
7.5.1. Cálculo da Distribuição Conjunta no Ambiente Lognormal ...	173
7.6. Proporção de Área Sobreposta no Ambiente Suzuki	179
7.7. Resultados	182
7.7.1. Cálculo da Área de Sobreposição no Ambiente Rayleigh	182
7.7.2. Cálculo da Área de Sobreposição no Ambiente Lognormal	184
7.7.3. Cálculo da Área de Sobreposição no Ambiente Suzuki	186
7.8. Sumário e Conclusões	189

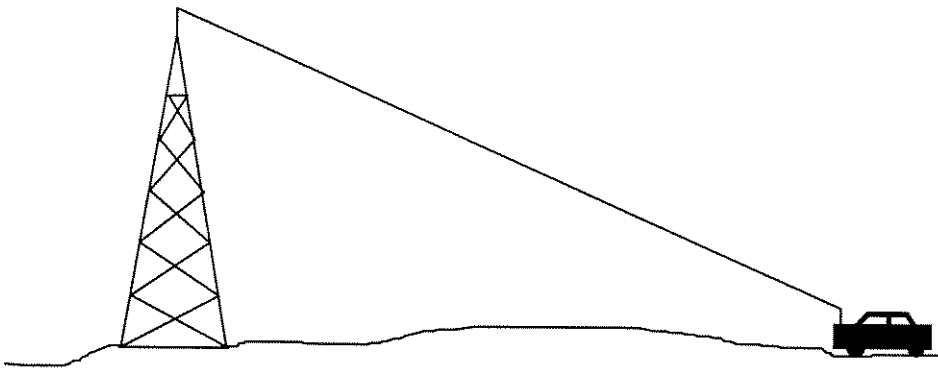
CAPÍTULO 8

Conclusão	190
8.1. Introdução	190
8.2. Taxa de cruzamento de Nível	193
8.3. Tempo Médio de Desvanecimento	194
8.4. Área de Sobreposição de entre Duas Células	195
8.5. Área de Sobreposição entre Três Células	197
8.6. Trabalhos Futuros	198

<i>BIBLIOGRAFIA</i>	<i>199</i>
----------------------------------	-------------------

PARTE I

SISTEMAS DE RÁDIO MÓVEL



Capítulo 1 - Introdução

Capítulo 2 - Distribuições da Envoltória do Sinal

Capítulo 1

Introdução

Este Capítulo tem como objetivo apresentar de forma sucinta os conceitos básicos em sistemas rádio móvel celular, os objetivos desta tese e o plano de trabalho aliado às contribuições.

1.1.Introdução

A partir da invenção do rádio no século passado, verificou-se a potencialidade da comunicação bilateral que dispensasse o uso de cabos ou fios. As primeiras experiências em comunicação por rádio móvel foram feitas por M.G. Marconi no final do século XIX. Seu primeiro uso se fez em auxílio à navegação.

Até a Segunda Guerra Mundial, a tecnologia dos sistemas de rádio móvel era quase que totalmente dominada pelas instituições militares. Os sistemas comerciais surgiram para atender às necessidades e apresentar facilidades ao mercado das telecomunicações.

Os primeiros sistemas rádio móvel eram constituídos por um elemento móvel e uma estação de rádio fixa com um transmissor instalado geralmente a grandes altitudes para maior alcance. Estes sistemas eram operados manualmente, com um reduzido número de canais e para uma grande área coberta.

As limitações no número de usuários dos sistemas rádio móvel convencionais levou ao desenvolvimento de um novo sistema, de alta capacidade, o Sistema Rádio Móvel Celular. A maior capacidade desse sistema celular é obtida de duas maneiras [1,2]:

- oferecendo mais canais de rádio por unidade de espectro;
- e permitindo que esses canais sejam reutilizados mais freqüentemente em uma determinada área.

Suas principais características são:

- alcance limitado por interferência;
- grande capacidade de tráfego;
- reutilização de frequências;
- transmissão de baixa potência.

A demanda por serviços de rádio móvel aumentou muito rapidamente. Hoje há sistemas rádio móvel em funcionamento em mais de noventa países, com a previsão de 7 milhões de novos assinantes por ano. Estima-se que para o ano 2000 teremos mais de 100 milhões de assinantes em todo o mundo [3].

O desenvolvimento dos sistemas rádio móvel deve continuar com os novos conceitos de comunicação pessoal, em que as chamadas são feitas à pessoa e não mais ao local. Para este sistema são previstos transmissão digital de alta qualidade, serviços de voz, radiochamada, dados e fac-símile.

1.2. Definições Básicas

A seguir serão apresentados de maneira sucinta alguns conceitos em sistemas de rádio móvel celular.

Estação Rádio Base (ERB)

A Estação Rádio Base (ou estação base) é o último ponto da rede responsável pela transmissão e recepção dos sinais de rádio para e das estações rádio móveis. Tem a função de avaliar a integridade dos canais de voz e trocar sinalização com as estações rádio móveis.

Estação Rádio Móvel

A Estação Rádio Móvel (ou estação móvel) é o equipamento de uso do assinante responsável pela transmissão e recepção dos sinais de rádio para e da ERB. Deve trocar sinalização com a ERB e prover a interface eletro-acústica.

As estações móveis podem ser dos seguintes tipos:

- telefone móvel: instalado permanentemente em um veículo;
- telefone transportável: tem a portabilidade do telefone portátil mas pode ser instalado também no veículo.
- telefone portátil: facilmente transportado de um lugar para outro com baterias recarregáveis;
- unidade de assinante fixa: para locais que não possuem serviço telefônico fixo ou não podem acomodar a demanda de uso. Podem ser usados com máquinas fax e computadores notebook.

Célula

Célula é a área coberta pelo sinal proveniente da estação base e adequadamente recebido pela estação móvel. Fatores como relevo, frequência e altura das antenas são determinantes para o cálculo da área de cobertura da célula. As células, em geral, têm raio variando entre 0,5 e 20 km.

Centro de Controle e Comutação (CCC)

O Centro de Controle e Comutação liga as várias estações base à rede telefônica pública. Além de alocar e gerenciar os canais das estações base, coleta dados para comutação, tarifação e estatísticas do sistema.

A modularidade dos sistemas celulares confere grande facilidade para uma eventual ampliação, feitas apenas pelo acréscimo de ERBs e CCCs.

Centro de Operação e Manutenção (COM)

O Centro de Operação e Manutenção é responsável por gerenciar os vários Centros de Controle e Comutação do sistema. Centraliza as tarefas de operação e manutenção das configurações do sistema e dos assinantes em sua área de atuação.

Área de Controle

Área de Controle é a área coberta por um Centro de Controle e Comutação.

Área de Serviço

Área de Serviço é a área onde a estação móvel tem acesso ao serviço de rádio móvel.

Área de Localização

Área de Localização é o conjunto de células pelas quais a estação móvel pode mover-se livremente sem necessidade de atualização de seu registro.

"Handoff"

É o processo de comutação de uma chamada em andamento de uma estação base para outra quando a estação móvel cruza a fronteira entre as células.

Estação Móvel Visitante

É a estação móvel que acessa o sistema fora de sua Área de Localização e necessita da atualização de seu registro de localização.

1.3. Planejamento do Sistema Rádio Móvel

O planejamento de um sistema rádio móvel celular inicia-se com estudos e projeções do volume e do perfil do tráfego rádio-telefônico para a determinação do número de canais de voz necessários nas diversas áreas de serviço.

Em seguida faz-se um estudo das características de propagação do sinal de rádio na área considerada e colhem-se dados de relevo, obstruções e

vegetação para o posicionamento das estações rádio base e cálculo da sua área de cobertura.

Finalmente, realiza-se a alocação dos canais considerando-se as projeções de crescimento futuro do sistema.

Em planejamento celular a predição de cobertura, aliada ao cálculo de interferência, constitui um dos passos mais decisivos para a operação do sistema.

Vários métodos têm sido propostos para a avaliação do sinal recebido pela estação rádio móvel. Os Métodos Determinísticos, baseados na teoria de propagação em espaço livre, em terreno plano, e por difração, simplificam demasiadamente o ambiente de propagação e não fornecem resultados satisfatórios.

Os Métodos Empíricos, os mais usados atualmente, e desenvolvidos a partir de soluções determinísticas e de medidas de campo, aplicam-se diferentemente de acordo com a região exigindo ajustes de campo.

Os Métodos Estatísticos, que consideram uma modelagem estatística do desvanecimento do sinal, e que portanto, interpreta a área de cobertura como uma variável aleatória cuja distribuição de probabilidade deve ser determinada.

1.4. Objetivo do Trabalho

Neste trabalho trataremos do sinal de rádio móvel por uma abordagem estatística. Assim, são objetos deste trabalho os seguintes modelos estatísticos para o desvanecimento da envoltória do sinal:

- distribuição Lognormal, relativa ao sombreamento;
- distribuição de Rayleigh, relativa ao multipercurso;
- distribuição de Rice, combinando o efeito de multipercurso a uma componente direta;
- distribuição de Suzuki, relativa ao sombreamento e multipercurso combinados;
- distribuição de Nakagami, que é uma distribuição geral e que também caracteriza o desvanecimento rápido;
- distribuição Nakagami-Sombreado, que considera sombreamento combinado à distribuição de Nakagami;
- distribuição Rice-sombreado, que considera sombreamento combinado a uma componente em linha de visada além do multipercurso.

A primeira parte deste trabalho visa apresentar conceitos básicos sobre o sistema rádio móvel e o comportamento da estatística do sinal em diversos ambientes característicos ao sistema.

A segunda parte leva a cabo um estudo do comportamento da estatística de segunda ordem do nível do sinal em condições de desvanecimento. O objetivo é calcular a *taxa com que o nível do sinal desvanecido cruza um determinado limiar*, e também o *tempo médio em que o sinal desvanecido fica abaixo deste limiar*.

A terceira parte considera o fato de que, dado que a predição tem como base o nível médio do sinal, as células são indefinidas e suas fronteiras se sobrepõem devido às flutuações estatísticas do sinal. Desta forma, o usuário próximo à fronteira pode experimentar uma comunicação com mais de uma estação rádio base.

Se por um lado isto constitui mais um fator a ser considerado nas estimativas da interferência, por outro lado ele pode ser utilizado para melhorar a performance do tráfego do sistema através de técnicas de encaminhamento alternativo, em que as chamadas flexíveis são direcionadas para uma outra célula com o intuito de aliviar aquela que estiver mais sobrecarregada. Além disso, os sistemas com técnica de acesso *CDMA* fazem uso destas características de sobreposição para implementar o *soft handoff*.

Desta forma, a caracterização mais precisa das fronteiras entre células é, sem dúvida, um passo importante no planejamento do sistema.

A proporção da área de sobreposição entre células já foi estimada em trabalhos anteriores [4-7] em que foram consideradas as distribuições de Rayleigh, Lognormal, Rice, Suzuki, Nakagami, Nakagami-sombreado e Rice-sombreado. Nestes trabalhos estabeleceu-se que as potências transmitidas das estações rádio base das células eram as mesmas. Além disso, supôs-se um requisito de 100% de cobertura da célula.

Na prática as potência das estações rádio base podem variar de célula para célula e o requisito de 100% de cobertura da célula nunca é satisfeito. As potências das estações rádio base são determinadas de acordo com a área a ser coberta e a porcentagem de cobertura constitui especificação do sistema sendo 90% um valor usual.

Quando o planejamento do sistema é feito através de métodos empíricos, não há restrição de cobertura, mas na verdade considera-se implicitamente 50% da periferia da célula coberta ou, equivalentemente, 73% da área celular coberta no ambiente Lognormal.

Neste trabalho estima-se a *proporção da área de sobreposição entre dois setores celulares adjacentes*, considerando-se uma potência limiar para recepção adequada e a porcentagem da área das células coberta por este limiar.

A situação de estações base vizinhas operando com potências diferentes é, então, obtida através do uso de proporções diversas da área coberta.

Ainda neste trabalho estima-se a *proporção da área de sobreposição entre três células adjacentes*, considerando-se que os sinais recebidos de três estações rádio base não difiram entre si mais que um determinado limiar.

1.5.Plano de Trabalho e Contribuições

No Capítulo 2 são apresentadas as distribuições citadas anteriormente e que descrevem os desvanecimentos do sinal de rádio comuns ao sistemas de rádio móvel. Detalharemos algumas de suas propriedades, para aplicação em diversos cálculos desta tese. A nossa contribuição neste Capítulo está em uma proposta para a determinação analítica da distribuição de Nakagami, provendo, de certa maneira, uma explicação física para o entendimento do fenômeno empiricamente verificado por Nakagami [17].

No Capítulo 3 são apresentadas as distribuições da derivada da envoltória dos sinais de rádio móvel. Estas distribuições serão usadas para estudar o comportamento do sinal em condições de desvanecimento em diversos cálculos. A nossa contribuição está no cálculo destas funções de densidades de probabilidade para os ambientes Rice, Nakagami, Suzuki, Nakagami-sombreado e Rice-sombreado.

No Capítulo 4 é determinada a taxa com a qual um sinal de rádio móvel cruza um dado limiar em diversas condições de desvanecimento. A nossa contribuição está no cálculo da taxa de cruzamento de nível para os ambientes Rice, Nakagami, Suzuki, Nakagami-sombreado e Rice-sombreado.

No Capítulo 5 é determinado o tempo médio que um sinal fica abaixo de um dado limiar em diversas condições de desvanecimento. A nossa contribuição está na determinação do tempo médio de desvanecimento para os ambientes Rice, Nakagami, Suzuki, Nakagami-sombreado e Rice-sombreado.

No Capítulo 6 é determinada a área de sobreposição entre as fronteiras de duas células adjacentes. A nossa contribuição está na determinação da proporção da área de uma célula que é sobreposta pela célula vizinha, considerando-se que células adjacentes possuem diferentes condições de desvanecimento e requisitos de cobertura, para os ambientes Rayleigh, Lognormal e Nakagami.

No Capítulo 7 é determinada a área de sobreposição entre as fronteiras de três células adjacentes através de métodos estatísticos. A nossa contribuição está na determinação da proporção da área de uma célula que é sobreposta por duas células vizinhas, para os ambientes Rayleigh, Lognormal e Suzuki. E no Capítulo 8 apresentaremos as conclusões e considerações sobre trabalho futuros.

Capítulo 2

Distribuições da Envoltória do Sinal

O objetivo deste Capítulo é apresentar as distribuições que descrevem os desvanecimentos do sinal de rádio comuns aos sistemas rádio móvel assim como detalhar algumas de suas propriedades, para aplicação em diversos cálculos desta tese.

A nossa contribuição neste Capítulo está em uma sugestão para a determinação analítica da distribuição de Nakagami e consequente explicação física para o fenômeno empiricamente comprovado por Nakagami.

2.1.Introdução

Vários métodos têm sido propostos para a avaliação do sinal recebido pela estação rádio móvel [9-15]:

- os métodos determinísticos são baseados na teoria de propagação, simplificam muito o ambiente de propagação e não fornecem resultados satisfatórios.

- os métodos empíricos foram desenvolvidos a partir de soluções determinísticas e de medidas de campo, aplicam-se de acordo com a região estudada exigindo ajustes de campo.
- os métodos estatísticos consideram uma modelagem estatística do desvanecimento do sinal e interpreta o sinal de rádio móvel como uma variável aleatória cuja distribuição de probabilidade deve ser determinada.

Neste Capítulo iremos apresentar as distribuições que descrevem os desvanecimentos comuns ao sistemas de rádio móvel e algumas de suas propriedades.

Estas distribuições serão utilizadas para os cálculos da área de sobreposição entre células, taxa de cruzamento de nível e tempo médio de desvanecimento.

2.2.Ambiente Lognormal

Quando um sinal de rádio é sombreado por obstáculos em seu caminho de propagação, verificam-se flutuações lentas no nível do sinal de recepção. Se o móvel encontra infinitos obstáculos dentro de uma área de cobertura, podemos considerar as resultantes das amplitudes do sinal, após os mesmos obstáculos, como variáveis aleatórias.

Esta componente de um desvanecimento de longo prazo tem sido convenientemente modelada através da distribuição Lognormal, onde a média local R da envoltória do sinal r , expressa em decibéis, tem distribuição Gaussiana [1,7]. Assim, a função densidade de probabilidade $p_L(R)$ é dada por

$$p_L(R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_R} \exp\left[-\frac{(R - M_R)^2}{2\sigma_R^2}\right] \quad (2.1)$$

onde M_R é a média e σ_R é o desvio padrão de R , todos em decibéis.

Medidas de campo em áreas urbanas [16], mostram que os valores de σ_R encontram-se no intervalo de 4 a 10 dB.

A densidade $p_L(W)$ da potência do sinal é calculada através de uma transformação de variáveis $W = 2R - 10\log 2$ dada por $p_L(W)|dW| = p_L(R)|dR|$.

Logo, temos

$$p_L(W) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_W} \exp\left[-\frac{(W - M_W)^2}{2\sigma_W^2}\right] \quad (2.2)$$

onde a média M_W e o desvio padrão σ_W são expressos em decibéis. Note que $p_L(W)$ é também uma Lognormal.

A densidade $p_L(w)$ da potência w em unidades naturais é

$$p_L(w) = \frac{10}{\sqrt{2\pi} \ln 10 \sigma_W w} \exp\left[-\frac{50 \log^2(w/\bar{w})}{\sigma_W^2}\right] \quad (2.3)$$

A Equação 2.3 está traçada na Figura 2.1.

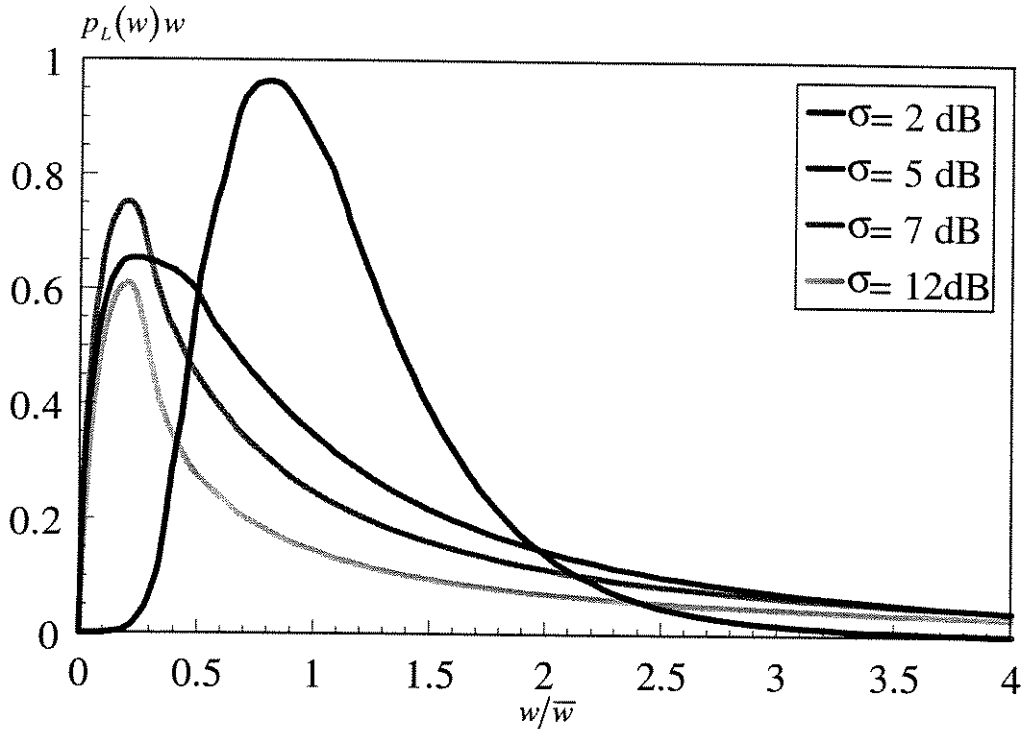


Figura 2.1: Distribuição Lognormal.

2.3. Ambiente Rayleigh

Quando o sinal recebido pelo móvel é o resultado de múltiplas reflexões, que alteram sua amplitude e sua fase, ocorre um desvanecimento rápido (ou de curto prazo). Considere $s = a \exp(j\omega_0 t)$ como a onda transmitida. Devido ao ambiente de multipercurso, cada percurso de comprimento r_i implicará em uma defasagem θ_i . Assim, o sinal recebido pelo i -ésimo caminho é dado por

$$s_i = a_i \exp[j(\omega_0 t + \theta_i)] \quad (2.4)$$

Se considerarmos que a onda transmitida sofreu n reflexões, então em um espaço de tempo infinitesimal dT e ângulo infinitesimal $d\theta$, o sinal resultante recebido por uma antena omnidirecional é

$$s_r = \sum_{i=1}^n a_i \exp[j(\omega_0 t + \theta_i)] = \exp(j\omega_0 t) \sum_{i=1}^n a_i \exp(j\theta_i) \quad (2.5)$$

Equivalentemente,

$$s_r = r \exp[j(\omega_0 t + \theta)] \quad (2.6)$$

onde

$$r \exp(j\theta) = \sum_{i=1}^n a_i \exp(j\theta_i) \quad (2.7)$$

Desta forma

$$r \exp(j\theta) = \sum_{i=1}^n a_i \cos\theta_i + j \sum_{i=1}^n a_i \sin\theta_i = X + jY \quad (2.8)$$

Assim obtemos

$$\begin{aligned} X &= \sum_{i=1}^n a_i \cos\theta_i = r \cos\theta \\ Y &= \sum_{i=1}^n a_i \sin\theta_i = r \sin\theta \end{aligned} \quad (2.9)$$

Note que $r^2 = X^2 + Y^2$ é a envoltória do sinal recebido e $\theta = \tan^{-1}(Y/X)$ é sua fase.

Considerando um número grande de sinais recebidos, devido ao multipercurso, e supondo-se que as amplitudes individuais a_i são randômicas e ainda uma distribuição uniforme da fase no intervalo 0 a 2π , pelo teorema do limite central podemos assumir que as variáveis aleatórias X e Y são ambas Gaussianas independentes de média nula e variâncias $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma_r^2$.

A distribuição conjunta $p(X, Y)$ é dada por

$$p_r(X, Y) = \frac{1}{2\pi\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{X^2 + Y^2}{2\sigma_r^2}\right) \quad (2.10)$$

A partir da transformação $p_r(r, \theta) = |J| p_r(X, Y)$ temos

$$p_r(r, \theta) = \frac{r}{2\pi\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right) \quad (2.11)$$

A função densidade de probabilidade $p_r(r)$ da envoltória r é calculada como

$$p_r(r) = \int_0^{2\pi} \frac{r}{2\pi\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right) d\theta \quad (2.12a)$$

Ou seja,

$$p_r(r) = \frac{r}{\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right) \quad (2.12b)$$

onde $\sigma_r \sqrt{\pi/2}$ é a média e $\sigma_r \sqrt{2 - \pi/2}$ é o desvio padrão de r .

A densidade $p_r(w)$ da potência do sinal calculada através da transformação dada por $p_r(w)|dw| = p_r(r)|dr|$. Assim

$$p_r(w) = \frac{1}{\sigma_w} \exp\left(-\frac{w}{\sigma_w}\right) \quad (2.13a)$$

A potência média no ambiente Rayleigh é $\bar{w} = \sigma_w$. Assim

$$p_r(w) = \frac{1}{\bar{w}} \exp\left(-\frac{w}{\bar{w}}\right) \quad (2.13b)$$

A Equação 2.13b está traçada na Figura 2.2.

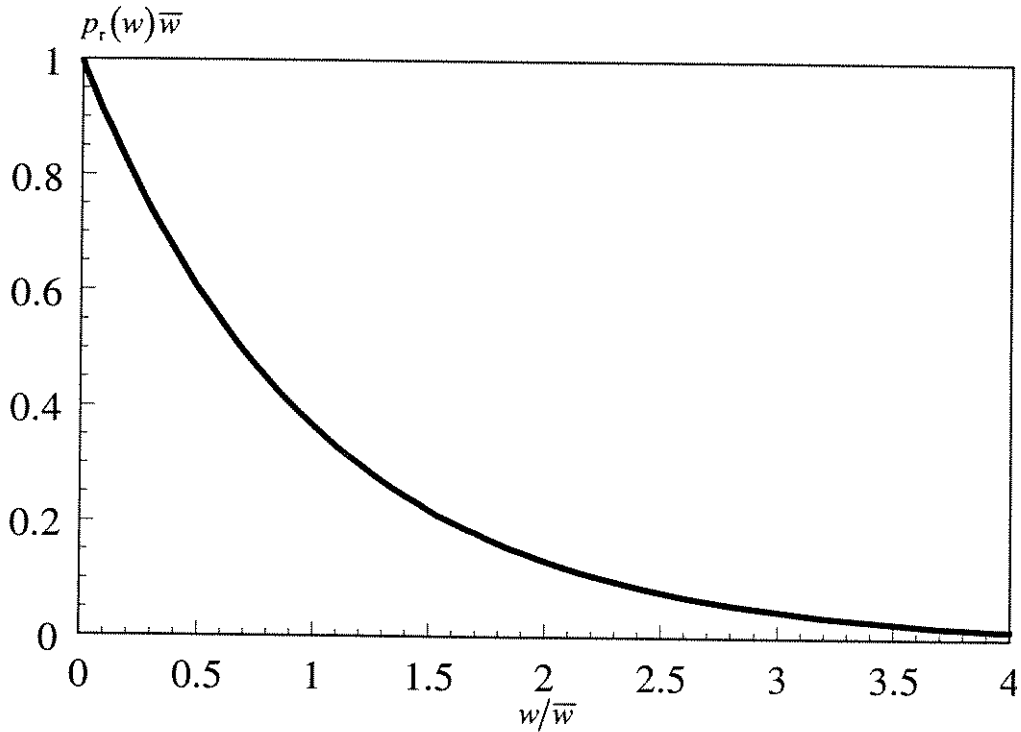


Figura 2.2: Distribuição de Rayleigh.

2.4. Ambiente Rice

Para propagação com componente direta e espalhadas do sinal o desvanecimento segue a distribuição de Rice [1,7].

$$p_R(r) = \frac{r}{\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{r^2 + c^2}{2\sigma_r^2}\right) I_0\left(\frac{rc}{\sigma_r^2}\right) \quad (2.14)$$

onde $c^2/2$ é potência do sinal direto, σ_r^2 a potência dos sinais espalhados, $k = c^2/(2\sigma_r^2)$ é o fator de Rice, $\sigma_R = \sigma_r \sqrt{1+k}$ é a variância da distribuição e I_0 é a função de Bessel modificada de ordem zero, definida como

$$I_0(u) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \exp[u \cos(\theta)] d\theta \quad (2.15)$$

Vemos que para $c=0$ a Equação 2.14 se reduz à distribuição de Rayleigh dada pela Equação 2.12.

A densidade $p_R(w)$ da potência do sinal é dada por

$$p_R(w) = \frac{1}{\sigma_w} \exp\left(-\frac{2w + c^2}{2\sigma_w}\right) I_0\left(\frac{c\sqrt{2w}}{\sigma_w}\right) \quad (2.16a)$$

A potência média no ambiente Rice é $\bar{w} = \sigma_w(1+k)$. Assim

$$p_R(w) = \frac{(1+k)}{\bar{w}} \exp\left(-\frac{(1+k)w}{\bar{w}} - k\right) I_0\left(2\sqrt{\frac{wk(1+k)}{\bar{w}}}\right) \quad (2.16b)$$

A Equação 2.16b está traçada na Figura 2.3.

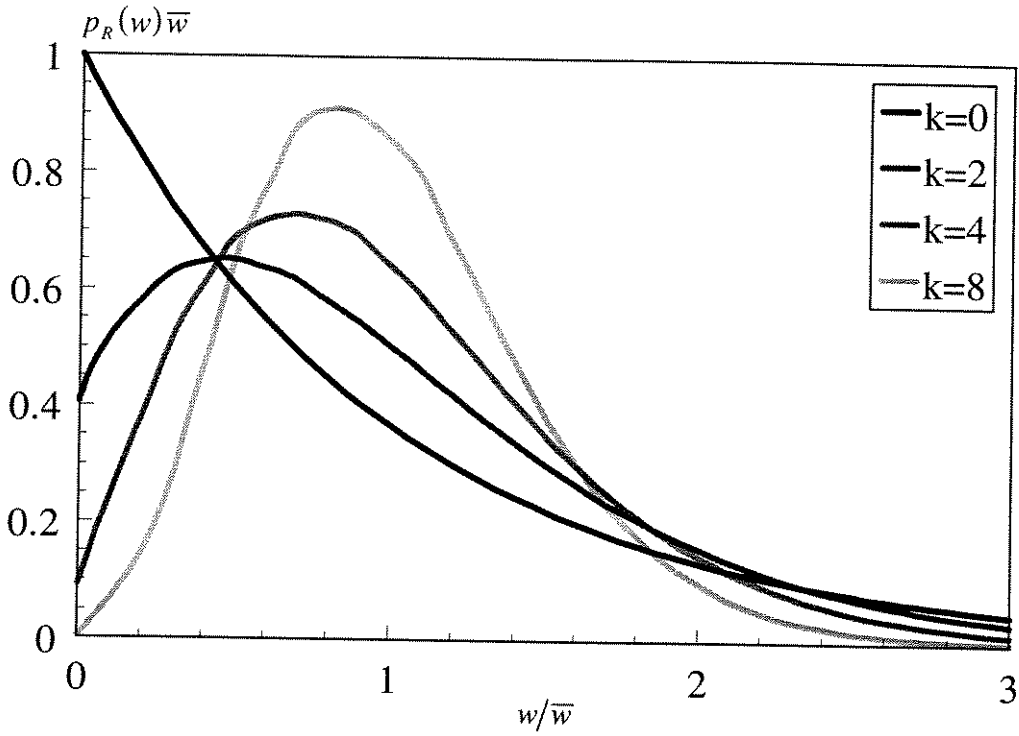


Figura 2.3: Distribuição de Rice.

2.5. Ambiente Nakagami

A distribuição de Nakagami foi introduzida por Nakagami em 1940 para caracterizar o desvanecimento rápido em propagação de sinais HF em longas distâncias [17].

Após várias medições de campo, considerando-se apenas o desvanecimento rápido, foi verificado, por inspeção, que a distribuição dessas medições poderia ser aproximada por

$$p'(\chi) = \exp \left[m \left(1 + \frac{2\chi}{M} - e^{2\chi/M} \right) \right] \quad (2.17)$$

onde χ é a intensidade do sinal em decibéis, $M = 20 \log e$ e m determina a inclinação das curvas dos valores medidos traçados em coordenadas log-log. Esta aproximação é válida apenas para a condição $m \geq 1/2$.

Pela normalização da Equação 2.17 descrita na Referência 17, obtemos a função de distribuição de χ em decibéis.

$$p(\chi) = \frac{2m^m}{M \Gamma(m)} \exp \left\{ m \left[\frac{2\chi}{M} - \exp \left(\frac{2\chi}{M} \right) \right] \right\} \quad (2.18)$$

Fazendo-se a transformação $e^{\chi/M} = X = \frac{r}{\sqrt{\Omega}}$, onde Ω é a média de r^2 , chega-se à Distribuição de Nakagami [17]

$$p(X) = \frac{2m^m}{\Gamma(m)} X^{2m-1} \exp(-mX^2) \quad (2.19)$$

Fazendo-se agora a transformação $X = \frac{r}{\sqrt{\Omega}}$, chega-se finalmente à distribuição da envoltória de um sinal Nakagami.

Ou seja,

$$p_N(r) = \frac{2m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m) \Omega^m} \exp \left(-\frac{mr^2}{\Omega} \right) \quad (2.20)$$

Essencialmente, esta distribuição é uma distribuição chi-quadrada centralizada onde r é a envoltória do sinal, $m = \frac{\Omega^2}{\text{Var}(r^2)} \geq \frac{1}{2}$ é o fator de desvanecimento e $\Omega = E[r^2]$.

Os momentos e variâncias para uma variável Nakagami são apresentados na Referência 15 e estão reescritos em seguida.

$$E[r^v] = \frac{\Gamma(m + v/2)}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m} \right)^{v/2} \quad (2.21)$$

$$Var(r^2) = \frac{\Omega^2}{m}, \quad Var(r) = \Omega \left\{ 1 - \left[\frac{\Gamma(m + 1/2)}{\sqrt{m} \Gamma(m)} \right]^2 \right\} \equiv \frac{\Omega}{5m} \quad (2.22)$$

onde v é um número inteiro positivo. Assim, para $v=1$ temos a média estatística de r dada por

$$\bar{r} = E[r] = \frac{\Gamma(m + 1/2)}{\Gamma(m)} \sqrt{\frac{\Omega}{m}} \quad (2.23)$$

Seja $w = r^2/2$ a potência do sinal recebido e $\bar{w} = E[w]$. Assim, utilizando-se a transformação $p_N(w)|dw| = p_N(r)|dr|$ obtém-se

$$p_N(w) = \left(\frac{m}{\bar{w}} \right)^m \frac{w^{m-1}}{\Gamma(m)} \exp\left(-\frac{mw}{\bar{w}} \right) \quad (2.24)$$

A Equação 2.24 está traçada na Figura 2.4.

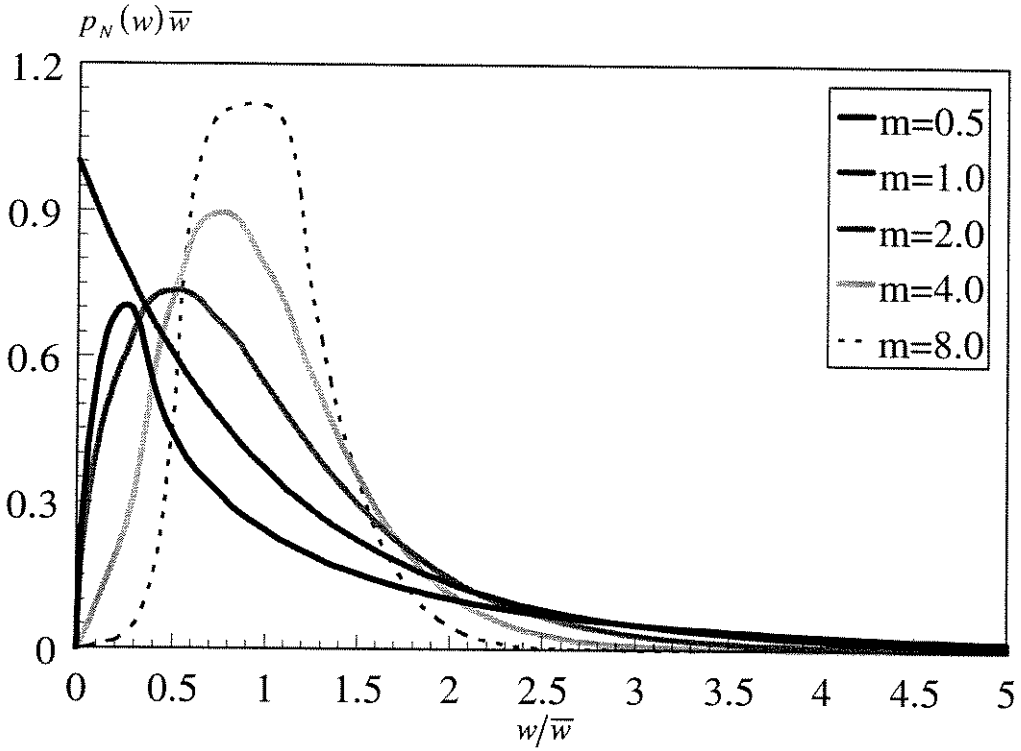


Figura 2.4: Distribuição de Nakagami

2.5.1. Proposta para a Determinação da Distribuição de Nakagami

Seja w_i a potência de um sinal de multipercurso e seja w_0 a potência média. A função densidade de probabilidade de w_i é aquela da distribuição de Rayleigh.

$$p(w_i) = \frac{1}{w_0} \exp\left(-\frac{w_i}{w_0}\right) \quad (2.25)$$

Desejamos obter a função densidade de probabilidade $p(w)$ da potência

$w = \sum_{i=1}^m w_i$. Para isto faremos uso da Transformada de Laplace na Equação 2.25.

Assim

$$p(w_i) \Leftrightarrow p(s_i) = \frac{1}{1 + w_0 s_i} \quad (2.26)$$

Supondo w_i , $i = 1, \dots, m$ variáveis aleatórias independentes

$$p(w) \Leftrightarrow p(s) = \prod_{i=1}^m p(s_i) = \frac{1}{(1 + w_0 s_i)^m} \quad (2.27)$$

Aplicando-se a Transformada Inversa de Laplace obtemos

$$p(w) = \frac{w^{m-1}}{w_0^m \Gamma(m)} \exp\left(-\frac{w}{w_0}\right) \quad (2.28)$$

Como $w = \sum_{i=1}^m w_i$, então para $\bar{w}_i = w_0$, $i = 1, \dots, m$, $\bar{w} = m w_0$, ou seja, $w_0 = \bar{w}/m$.

Assim, obtemos a distribuição de Nakagami para a potência recebida na forma

$$p_N(w) = \left(\frac{m}{\bar{w}}\right)^m \frac{w^{m-1}}{\Gamma(m)} \exp\left(-\frac{mw}{\bar{w}}\right) \quad (2.29)$$

Desta forma, conclui-se que o sinal Nakagami nada mais é senão a soma de sinais Rayleigh independentes e de mesma média.

Vale ressaltar que a dedução aqui sugerida considera m como número inteiro enquanto que a distribuição de Nakagami admite m real, $m \geq 1/2$. Neste caso m poderia ser considerado como a extensão para o real da condição $\sum_{i=1}^m w_i$.

No caso explorado aqui considerou-se a soma não coerente de sinais. Para o caso do real a soma seria do tipo coerente, onde as flutuações de fase são

relevantes. No entanto, este é um trabalho para investigações futuras. Em ambas as situações a fórmula continua sendo a mesma daquela da equação 2.29.

2.5.2. Propriedades da Distribuição de Nakagami

Rayleigh a partir de Nakagami: a distribuição de Rayleigh é um caso especial da distribuição de Nakagami quando $m = 1$.

$$p_r(r) = \frac{2r}{\Omega} \exp\left(-\frac{r^2}{\Omega}\right) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.30)$$

Na Equação 2.30 tem-se

$$\Omega = E[r^2] = 2\sigma^2 \quad (2.31)$$

Rice a partir de Nakagami: a distribuição de Rice pode ser bem aproximada pela distribuição de Nakagami, utilizando-se a relação entre o fator de Rice k e m dada por [7]

$$k = \frac{\sqrt{m^2 - m}}{m - \sqrt{m^2 - m}} \quad m > 1 \quad (2.32)$$

$$k = \frac{c^2}{2\sigma^2} \quad (2.33)$$

$$c^2 = \frac{\Omega}{m} \sqrt{m^2 - m}, \quad 2\sigma^2 = \frac{\Omega}{m} (m - \sqrt{m^2 - m}) \quad (2.34)$$

Neste caso

$$p_R(r) = \frac{r}{\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{r^2 + c^2}{2\sigma_r^2}\right) I_0\left(\frac{rc}{\sigma_r^2}\right) \quad (2.35)$$

Lognormal a partir de Nakagami: a Equação 2.18 tem seu ponto de máximo em $\chi = 0$, ou $r = \sqrt{\Omega}$ ¹, para m grande [17]. Assim

$$p(0) = \frac{2m^m}{M\Gamma(m)e^m} \equiv \frac{1}{M} \sqrt{\frac{2m}{\pi}} \quad (2.36)$$

Aplicando-se este resultado uma distribuição em decibéis, para $\chi \leq M$, a Equação 2.18 se aproxima à Lognormal na forma

$$p(\chi) \equiv \frac{1}{M} \sqrt{\frac{2m}{\pi}} \exp\left[-2m\left(\frac{\chi}{M}\right)^2\right] \quad (2.37)$$

Generalizando este resultado obtemos

$$p(\tau) = \frac{2m^m}{M\Gamma(m)} \exp\left\{m\left[2\frac{\tau - \tau_0}{M} - \exp\left(2\frac{\tau - \tau_0}{M}\right)\right]\right\} \quad (2.38)$$

onde τ e τ_0 são r e $\sqrt{\Omega}$ em decibéis, respectivamente.

¹ Note que $e^{\chi/M} = r/\sqrt{\Omega}$.

2.6.Ambiente Suzuki

Quando o sinal recebido pelo móvel sofre um desvanecimento de longo prazo sobreposto ao efeito de multipercurso, usa-se um modelo estatístico que inclui as distribuições de Rayleigh e Lognormal combinadas entre si. Esta distribuição é conhecida como distribuição de Suzuki e pode ser representada por [1,7]

$$p_s(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_r(r|R) p_L(R) dR \quad (2.39)$$

onde r é a envoltória do sinal recebido, $p_r(r|R)$ é a distribuição de Rayleigh condicionada à média local R em decibéis, e $p_L(R)$ é a distribuição Lognormal desta média local.

Logo, a distribuição proposta por Suzuki é dada por

$$p_s(r) = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{1}{\sigma_R} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{r}{10^{R/10}} \exp \left[-\frac{\pi r^2}{4 \cdot 10^{R/10}} - \frac{(R - M_R)^2}{2\sigma_R^2} \right] dR \quad (2.40)$$

onde M_R é a média e σ_R é o desvio padrão, todos em decibéis, da distribuição Lognormal. Alterando-se a variável de integração onde $R = 10 \log(m_r^2/t)$,

$M_R = 20 \log(m_r)$ e $a = 10/\ln 10$, temos

$$p_s(r) = \frac{\sqrt{\pi} a r}{2\sqrt{2} m_r^2 \sigma_R} \int_0^{\infty} \exp \left(-\frac{\pi r^2}{4 m_r^2} t - \frac{a^2 \ln^2 t}{2\sigma_R^2} \right) dt \quad (2.41)$$

A densidade $p_s(w)$ da potência do sinal é dada por

$$p_s(w) = \frac{a}{\sqrt{2\pi} m_w \sigma_w} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{w}{m_w} t - \frac{a^2 \ln^2 t}{2\sigma_w^2}\right) dt \quad (2.42)$$

A Equação 2.42 está traçada na Figura 2.5.

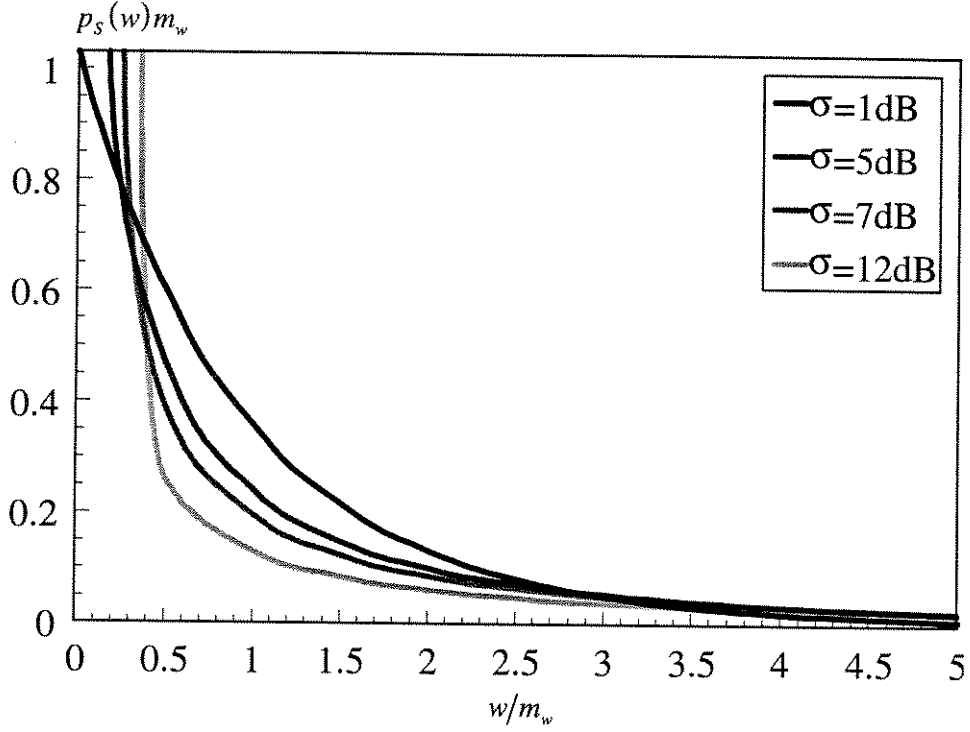


Figura 2.5: Distribuição de Suzuki.

2.7. Ambiente Nakagami-sombreado

No caso mais geral quando o desvanecimento de curto prazo se sobrepõe ao de longo prazo, é possível modelar a estatística do sinal recebido também através da distribuição de Nakagami-sombreado. A obtenção da densidade resultante segue o mesmo procedimento daquele para a de Suzuki.

Considerando-se que na equação 2.24 a distribuição de w é condicional a que sua média $\bar{w}$ sofra desvanecimento lento, a distribuição incondicional será obtida integrando-se a Equação 2.24 multiplicada pela distribuição de $\bar{w}$ no intervalo apropriado, tal que

$$p_{NS}(w) = \int_0^{+\infty} p_N(w|\bar{w}) p_L(\bar{w}) d\bar{w} \quad (2.43)$$

onde $w = r^2/2$ é a potência do sinal recebido, $p_N(w|\bar{w})$ é a distribuição de Nakagami condicionada ao valor $\bar{w}$ e $p_L(\bar{w})$ é a distribuição Lognormal desta média local. Assim para

$$p_N(w|\bar{w}) = \left(\frac{m}{\bar{w}}\right)^m \frac{w^{m-1}}{\Gamma(m)} \exp\left(-\frac{mw}{\bar{w}}\right) \quad (2.44)$$

$$p_L(\bar{w}) = \frac{a}{\sqrt{2\pi} \sigma \bar{w}} \exp\left[-\frac{a^2 \ln^2(\bar{w}/m_w)}{2\sigma^2}\right] \quad (2.45)$$

onde $a = 10/\ln 10$, $m_w = E[\bar{w}]$ e σ é o desvio padrão. Obtém-se

$$p_{NS}(w) = \int_0^{+\infty} \frac{a m^m w^{m-1}}{\Gamma(m) \sqrt{2\pi} \sigma \bar{w}^{m+1}} \exp\left\{-\frac{mw}{\bar{w}} - \frac{a^2 \ln^2(\bar{w}/m_w)}{2\sigma^2}\right\} d\bar{w} \quad (2.46)$$

Alterando-se a variável de integração para $t = m_w/\bar{w}$, temos

$$p_{NS}(w) = \int_0^{+\infty} \frac{a m^m w^{m-1} t^{m-1}}{\Gamma(m) \sqrt{2\pi} \sigma m_w^m} \exp\left(-\frac{mw}{m_w} t - \frac{a^2 \ln^2 t}{2\sigma^2}\right) dt \quad (2.47)$$

A equação 2.47 está traçada na Figura 2.6.

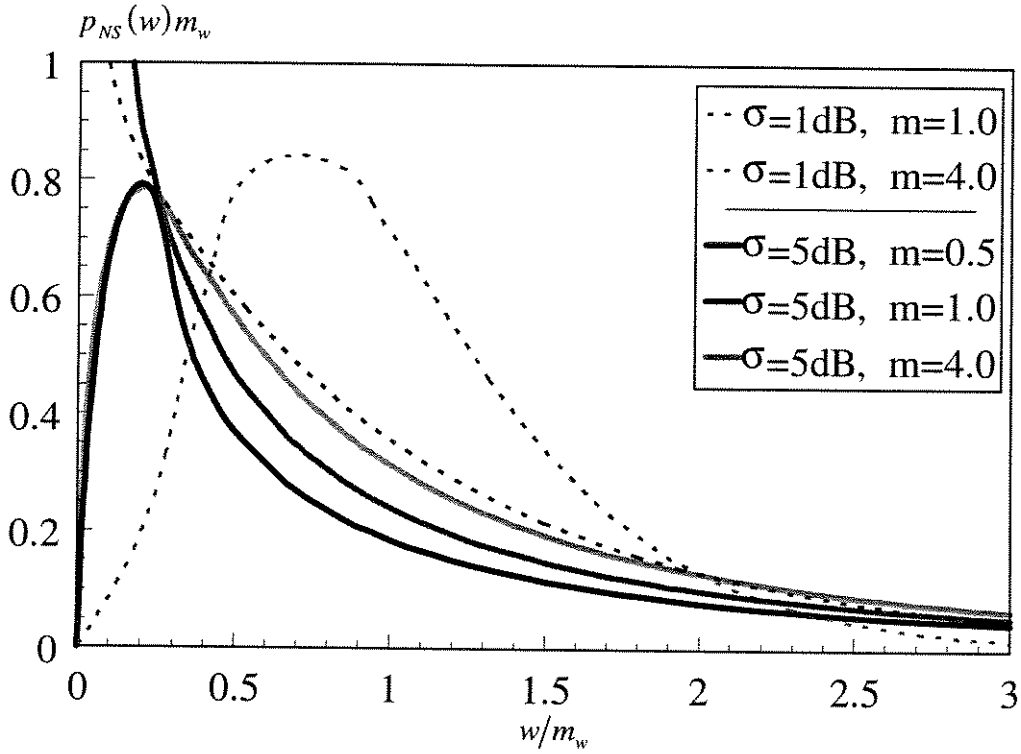


Figura 2.6: Distribuição de Nakagami-sombreado.

Assim como para a distribuição de Nakagami, a distribuição de Nakagami-sombreado pode aproximar ou igualar às demais distribuições

quando o desvio padrão σ tende a 1dB. Isto diminui o efeito do sombreamento.

Da mesma forma, às distribuições de Suzuki e Rice-sombreado podem ser igualadas ou aproximadas de acordo com as propriedades apresentadas na seção 2.5.2.

2.8.Ambiente Rice-sombreado

No caso em que tem-se uma componente do sinal transmitido se destacando e que o desvanecimento de curto prazo se sobrepõe ao de longo prazo, é possível modelar a estatística do sinal recebido pela distribuição de Rice-sombreado.

O sombreamento da distribuição de Rice é feito pelo mesmo procedimento do sombreamento da distribuição de Nakagami. Assim, considera-se que na Equação 2.16 a distribuição de w é condicional a que sua média $\bar{w} = \sigma_w(1+k)$ sofra desvanecimento lento, a incondicional será obtida integrando-se esta equação multiplicada pela distribuição de $\bar{w}$ no intervalo apropriado.

$$p_{RS}(w) = \int_0^{+\infty} p_R(w|\bar{w}) p_L(\bar{w}) d\bar{w} \quad (2.48)$$

onde $w = r^2/2$ é a potência do sinal recebido, $p_R(w|\bar{w})$ é a distribuição de Rice condicionada ao valor $\bar{w} = \sigma_w(1+k)$ e $p_L(\bar{w})$ é a distribuição Lognormal desta média local.

Assim

$$p_R(w|\bar{w}) = \frac{(1+k)}{\bar{w}} \exp\left(-\frac{w(1+k)}{\bar{w}} - k\right) I_0\left(2\sqrt{\frac{wk(1+k)}{\bar{w}}}\right) \quad (2.49)$$

Utilizamos a distribuição $p_L(\bar{w})$ na sua forma linear dada pela equação 2.45.

Com as Equações 2.45 e 2.49 em 2.48 obtém-se a distribuição de Rice-sombreado como

$$p_{RS}(w) = \int_0^{+\infty} \frac{a(1+k)}{\sqrt{2\pi} \sigma \bar{w}^2} \exp\left\{-\frac{w(1+k)}{\bar{w}} - k - \frac{a^2 \ln^2(\bar{w}/m_w)}{2\sigma^2}\right\} I_0\left(2\sqrt{\frac{wk(1+k)}{\bar{w}}}\right) d\bar{w} \quad (2.50)$$

Alterando-se a variável de integração para $t = m_w/\bar{w}$, temos

$$p_{RS}(w) = \int_0^{+\infty} \frac{a(1+k)}{\sqrt{2\pi} \sigma m_w} \exp\left\{-(1+k)\frac{w}{m_w}t - k - \frac{a^2 \ln^2 t}{2\sigma^2}\right\} I_0\left(2\sqrt{tk(1+k)}\sqrt{\frac{w}{m_w}}\right) dt \quad (2.51)$$

A Equação 2.51 está traçada na Figura 2.7.

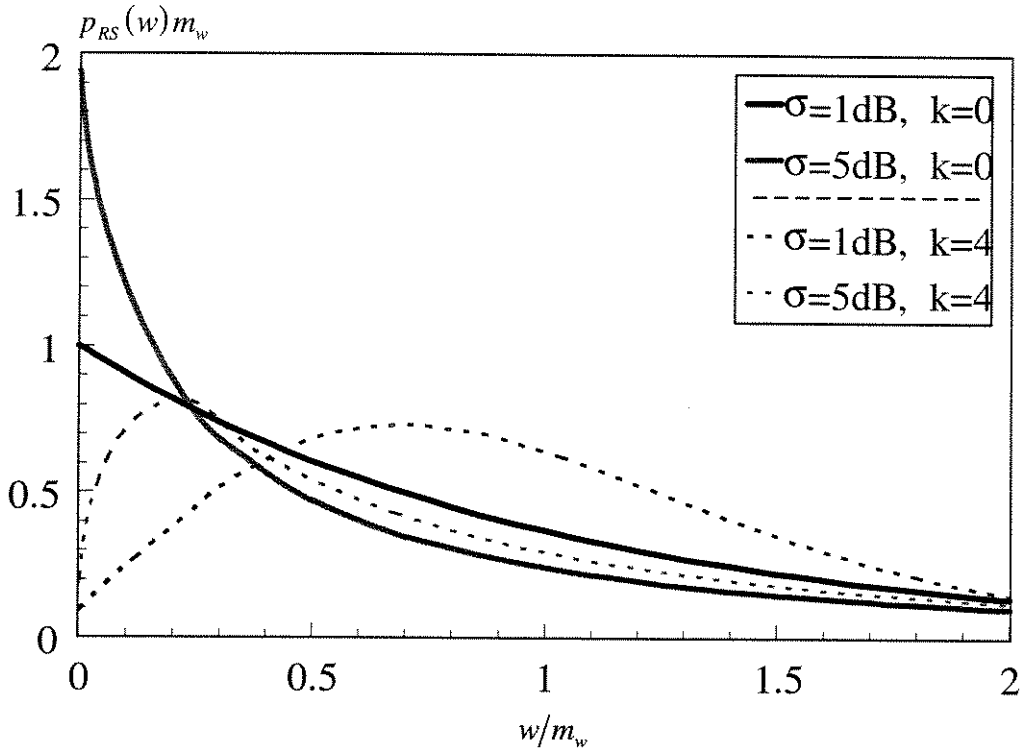


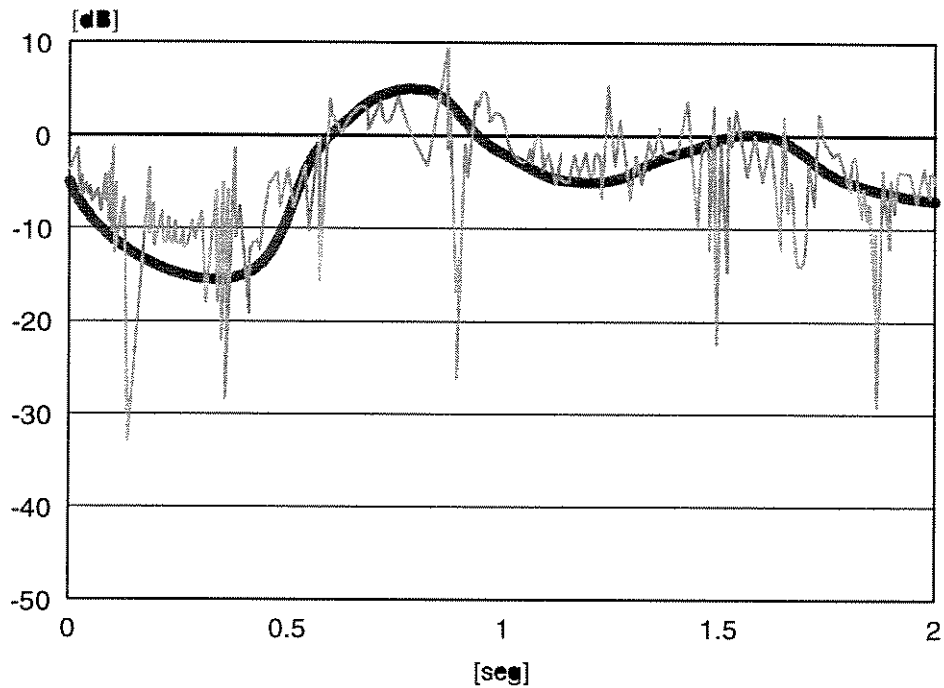
Figura 2.7: Distribuição de Rice-sombreado.

2.9. Sumário e Conclusões

A distribuição de Nakagami tem uma grande flexibilidade e simplicidade matemática quando comparada com outras distribuições de desvanecimento. Pelas várias propriedades da distribuição de Nakagami (seção 2.5.2), ela vem sendo usada para modelar ambientes microcelulares e também ambientes celulares onde há desvanecimento rápido.

PARTE II

ESTATÍSTICAS DE SEGUNDA ORDEM



Capítulo 3 - Distribuições da Derivada da Envoltória

Capítulo 4 - Taxa de Cruzamento de Nível

Capítulo 5 - Tempo Médio de Desvanecimento

Capítulo 3

Distribuições da Derivada da Envoltória

O objetivo deste Capítulo é apresentar as distribuições da derivada da envoltória dos sinais de rádio móvel. Estas distribuições serão usadas para estudar o comportamento do sinal em condições de desvanecimento em diversos cálculos.

A função de densidade de probabilidade conjunta da envoltória do sinal e de sua derivada para o ambiente Rayleigh já foi calculado na literatura.

A nossa contribuição está no cálculo destas funções de densidades de probabilidade conjunta para os ambientes Rice, Nakagami, Suzuki, Nakagami-sombreado e Rice-sombreado.

3.1.Introdução

O sinal de rádio transmitido pela estação de rádio base sofre múltiplas reflexões até chegar à antena da estação móvel. Estas reflexões são responsáveis pelo desvanecimento do sinal ao longo do percurso de propagação.

Neste Capítulo iremos apresentar as distribuições da derivada da envoltória dos sinais de rádio móvel. Estas distribuições serão usadas para estudar o comportamento do sinal em condições de desvanecimento (Cap. 4,5).

3.2.Ambiente Rayleigh

Desejamos calcular a distribuição conjunta $p(r, \dot{r})$ onde r é a envoltória do sinal recebido e $\dot{r}$ é sua derivada. Para isto, considere $s = a \exp(j\omega_0 t)$ como sinal transmitido.

Desta forma, o sinal recebido em um ambiente de multipercurso para o móvel em deslocamento é dada por

$$s_r = \sum_{i=1}^n a_i \exp[j(\omega_0 t + \theta_i)] = \exp(j\omega_0 t) \sum_{i=1}^n a_i \exp(j\theta_i) \quad (3.1)$$

onde $\theta_i = \omega_i t - \omega_0 T_i$, $\omega_i = \beta v \cos \phi_i = 2\pi f_m \cos \phi_i$, T_i é o atraso de tempo devido ao i -ésimo percurso, β é o coeficiente de fase, v é a velocidade do veículo e f_m é o deslocamento Doppler máximo.

Equivalentemente,

$$s_r = r \exp[j(\omega_0 t + \theta)] \quad (3.2)$$

onde

$$r \exp(j\theta) = \sum_{i=1}^n a_i \exp(j\theta_i) \quad (3.3)$$

Assim,

$$X = \sum_{i=1}^n a_i \cos \theta_i = r \cos \theta \quad (3.4)$$

$$Y = \sum_{i=1}^n a_i \sin \theta_i = r \sin \theta \quad (3.5)$$

Note que $r^2 = X^2 + Y^2$ é a envoltória do sinal recebido e $\theta = \tan^{-1}(X/Y)$ é sua fase. As derivadas de X e Y são, respectivamente

$$\dot{X} = 2\pi f_m \sum_{i=1}^n -a_i \sin \theta_i \cos \phi_i \quad (3.6)$$

$$\dot{Y} = 2\pi f_m \sum_{i=1}^n a_i \cos \theta_i \cos \phi_i \quad (3.7)$$

Desejamos determinar a distribuição conjunta $P(X, Y, \dot{X}, \dot{Y})$.

Note que as quatro variáveis aleatórias são Gaussianas. A função densidade de probabilidade conjunta Gaussiana de dimensão n é dada por

$$p(Z_1, \dots, Z_n) = \frac{\exp \left[-\frac{1}{2[\Lambda]} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n |\Lambda|_{jk} (Z_j - M_j)(Z_k - M_k) \right]}{(2\pi)^{n/2} |\Lambda|^{1/2}} \quad (3.8)$$

onde Z_j , $j = 1, \dots, n$, são as variáveis aleatórias, $M_j = E[Z_j]$ são as médias e $|\Lambda|_{jk}$ é o cofator do elemento λ_{jk} do determinante $|\Lambda|$ da Matriz Covariância.

Os elementos λ_{jk} são as covariâncias

$$\lambda_{jk} = \text{Cov}(Z_j, Z_k) = E[(Z_j - M_j)(Z_k - M_k)] = E[Z_j Z_k] - E[Z_j]E[Z_k] \quad (3.9)$$

Verifica-se que [1]

$$E[\dot{X}] = E[\dot{Y}] = E[XY] = E[X\dot{X}] = E[X\dot{Y}] = E[\dot{X}Y] = E[\dot{X}\dot{Y}] = E[Y\dot{Y}] = 0 \quad (3.10a)$$

$$E[X^2] = E[Y^2] = a^2/2 = \sigma^2 \quad (3.10b)$$

$$E[\dot{X}^2] = E[\dot{Y}^2] = (a\pi f_m)^2 \equiv \dot{\sigma}^2 = (\sqrt{2\pi} f_m \sigma)^2 \quad (3.10c)$$

Note que $\dot{\sigma}$ não é derivada de σ , mas apenas uma notação.

Estes resultados formam a Matriz Covariância Λ que é uma matriz diagonal. Assim, obtemos a função densidade de probabilidade

$$P(X, Y, \dot{X}, \dot{Y}) = \frac{1}{4\pi^2 \sigma^2 \dot{\sigma}^2} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{X^2 + Y^2}{\sigma^2} + \frac{\dot{X}^2 + \dot{Y}^2}{\dot{\sigma}^2} \right) \right] \quad (3.11)$$

Por transformação de variáveis aleatórias

$$p(r, \dot{r}, \theta, \dot{\theta}) = |J| p(X, Y, \dot{X}, \dot{Y}) \quad (3.12)$$

Das equações 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7 temos

$$X = r \cos \theta \quad \text{e} \quad Y = r \sin \theta \quad (3.13)$$

$$\dot{X} = \dot{r} \cos \theta - r \dot{\theta} \sin \theta \quad \text{e} \quad \dot{Y} = \dot{r} \sin \theta + r \dot{\theta} \cos \theta \quad (3.14)$$

O Jacobiano da transformação é

$$|J| = \begin{vmatrix} \partial X / \partial r & \partial X / \partial \theta & \partial X / \partial \dot{r} & \partial X / \partial \dot{\theta} \\ \partial Y / \partial r & \partial Y / \partial \theta & \partial Y / \partial \dot{r} & \partial Y / \partial \dot{\theta} \\ \partial \dot{X} / \partial r & \partial \dot{X} / \partial \theta & \partial \dot{X} / \partial \dot{r} & \partial \dot{X} / \partial \dot{\theta} \\ \partial \dot{Y} / \partial r & \partial \dot{Y} / \partial \theta & \partial \dot{Y} / \partial \dot{r} & \partial \dot{Y} / \partial \dot{\theta} \end{vmatrix} \quad (3.15)$$

$$|J| = \begin{vmatrix} \cos\theta & -r\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & r\cos\theta & 0 & 0 \\ -\dot{\theta}\sin\theta & -\dot{r}\sin\theta - r\dot{\theta}\cos\theta & \cos\theta & -r\sin\theta \\ \dot{\theta}\cos\theta & \dot{r}\cos\theta - r\dot{\theta}\sin\theta & \sin\theta & r\cos\theta \end{vmatrix} = r^2 \quad (3.16)$$

Assim obtemos a distribuição conjunta

$$p_r(r, \dot{r}, \theta, \dot{\theta}) = \frac{r^2}{4\pi^2 \sigma^2 \dot{\sigma}^2} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{r^2}{\sigma^2} + \frac{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2}{\dot{\sigma}^2}\right)\right] \quad (3.17)$$

Integrando esta distribuição nos limites adequados obtemos

$$p_r(r, \dot{r}) = \frac{r^2}{4\pi^2 \sigma^2 \dot{\sigma}^2} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{r^2}{\sigma^2} + \frac{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2}{\dot{\sigma}^2}\right)\right] d\dot{\theta} d\theta \quad (3.18)$$

Finalmente temos a distribuição conjunta $p(r, \dot{r})$ na forma

$$p_r(r, \dot{r}) = \frac{r}{\sqrt{2\pi} \sigma^2 \dot{\sigma}} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2} - \frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right) \quad (3.19)$$

Verifica-se que as variáveis r e $\dot{r}$ são independentes pois

$$p_r(r, \dot{r}) = \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi} \dot{\sigma}} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right) \right] \left[\frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \right] = p(r)p(\dot{r}) \quad (3.20)$$

Logo temos a distribuição $p(\dot{r})$ dada por

$$p_r(\dot{r}) = \int_0^{\infty} p(r, \dot{r}) dr = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \dot{\sigma}} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right) \quad (3.21)$$

Sabemos que $r_{rms} = \sqrt{2\overline{w}} = \sqrt{2}\sigma$. Logo $\dot{\sigma} = \pi f_m r_{rms}$ e

$$p_r(\dot{r}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \pi f_m r_{rms}} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2}{2\pi^2 f_m^2 r_{rms}^2}\right) \quad (3.22)$$

A equação 3.22 está traçada figura 3.1.

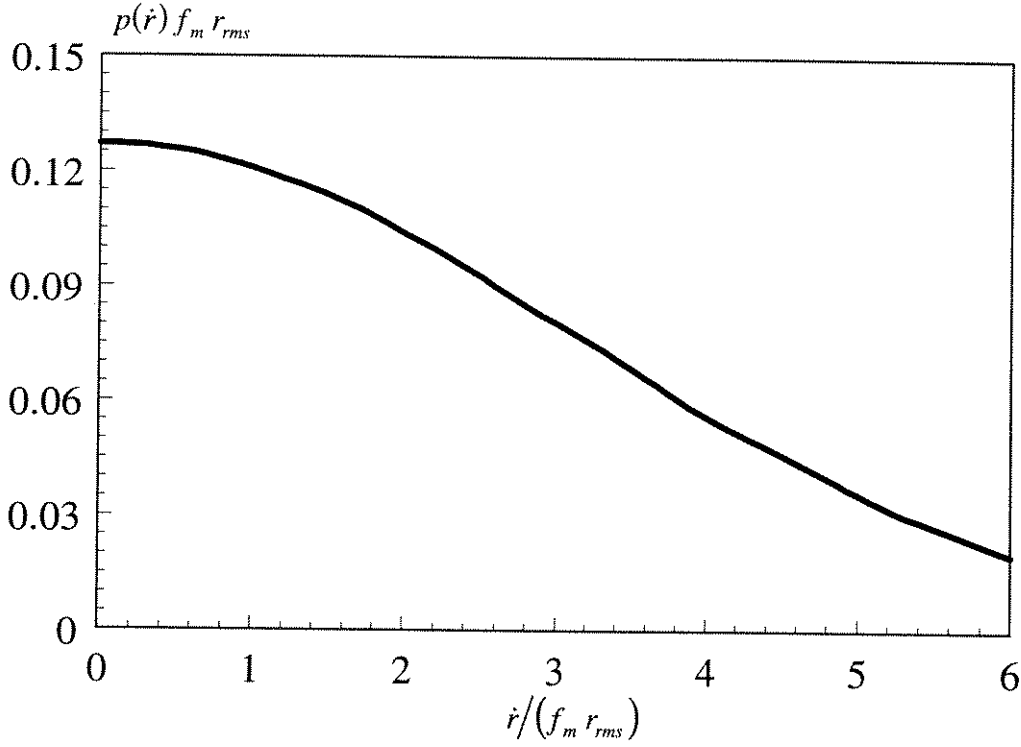


Figura 3.1: Distribuição da derivada da envoltória.

3.3. Ambiente Rice

Vamos calcular a distribuição conjunta $p(r, \dot{r})$, agora para o ambiente Rice. Considere $s = a \exp(j\omega_0 t)$ como o sinal transmitido. Assim, o sinal recebido neste ambiente por uma antena omnidirecional é

$$s_r = \sum_{i=1}^n a_i \exp[j(\omega_0 t + \theta_i)] = \exp(j\omega_0 t) \sum_{i=1}^n a_i \exp(j\theta_i) \quad (3.23)$$

Equivalentemente,

$$s_r = r \exp[j(\omega_0 t + \theta)] \quad (3.24)$$

$$r \exp(j\theta) = \sum_{i=1}^n a_i \exp(j\theta_i) \quad (3.25)$$

Desta forma

$$r \exp(j\theta) = \sum_{i=1}^n a_i \cos\theta_i + j \sum_{i=1}^n a_i \sin\theta_i \quad (3.26)$$

Supondo-se a predominância de uma componente em fase a e outra em quadratura b temos

$$r \exp(j\theta) = a + \sum_{i=1}^n a_i \cos\theta_i + j \left(b + \sum_{i=1}^n a_i \sin\theta_i \right) \quad (3.27a)$$

$$r \exp(j\theta) = (a + X) + j(b + Y) \quad (3.27b)$$

Sabemos que X e Y são variáveis aleatórias Gaussianas. Assim

$$X = \sum_{i=1}^n a_i \cos\theta_i = r \cos\theta - a \quad (3.28a)$$

$$Y = \sum_{i=1}^n a_i \sin\theta_i = r \sin\theta - b \quad (3.28b)$$

Nas equações acima temos $\theta_i = \omega_i t - \omega_0 T_i$, $\omega_i = 2\pi f_m \cos\phi_i$ devido ao efeito Doppler, T_i é o atraso de tempo devido ao i -ésimo percurso e f_m é o deslocamento Doppler máximo.

As derivadas de X e Y são, respectivamente

$$\dot{X} = 2\pi f_m \sum_{i=1}^n -a_i \sin\theta_i \cos\phi_i \quad (3.29a)$$

$$\dot{Y} = 2\pi f_m \sum_{i=1}^n a_i \cos\theta_i \cos\phi_i \quad (3.29b)$$

Desejamos determinar a distribuição conjunta $P(X, Y, \dot{X}, \dot{Y})$. Note que as quatro variáveis aleatórias são Gaussianas.

Assim, pelos mesmos procedimentos usados na seção 3.2 obtemos a distribuição conjunta

$$P(X, Y, \dot{X}, \dot{Y}) = \frac{1}{4\pi^2 \sigma^2 \dot{\sigma}^2} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{X^2 + Y^2}{\sigma^2} + \frac{\dot{X}^2 + \dot{Y}^2}{\dot{\sigma}^2} \right) \right] \quad (3.30)$$

Note que $\dot{\sigma}$ não é derivada de σ , mas apenas uma notação.

$$\dot{\sigma} = \sqrt{2\pi} f_m \sigma \quad (3.31)$$

Fazemos a seguinte transformação de variáveis aleatórias.

$$P(r, \dot{r}, \theta, \dot{\theta}) = |J| p(X, Y, \dot{X}, \dot{Y}) \quad (3.32)$$

Das equações 2.28 e 2.29 temos

$$X = r \cos\theta - a \quad \text{e} \quad Y = r \sin\theta - b \quad (3.33a)$$

$$\dot{X} = \dot{r} \cos\theta - r\dot{\theta} \sin\theta \quad \text{e} \quad \dot{Y} = \dot{r} \sin\theta - r\dot{\theta} \cos\theta \quad (3.33b)$$

O Jacobiano da transformação é equivalente ao do caso Rayleigh, ou seja

$$|J| = \begin{vmatrix} \cos\theta & -r\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & r\cos\theta & 0 & 0 \\ -\dot{\theta}\sin\theta & -\dot{r}\sin\theta - r\dot{\theta}\cos\theta & \cos\theta & -r\sin\theta \\ \dot{\theta}\cos\theta & \dot{r}\cos\theta - r\dot{\theta}\sin\theta & \sin\theta & r\cos\theta \end{vmatrix} = r^2 \quad (3.34)$$

Fazendo

$$X^2 + Y^2 = (r\cos\theta - a)^2 + (r\sin\theta - b)^2 = r^2 + a^2 + b^2 - 2r(a\cos\theta + b\sin\theta) \quad (3.35)$$

Definindo $a = c\cos\phi$, $b = c\sin\phi$ e $a^2 + b^2 = c^2$ temos

$$X^2 + Y^2 = r^2 + c^2 - 2rc\cos(\theta - \phi) \quad (3.36)$$

Da mesma forma chegamos a

$$\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 \quad (3.37)$$

Desta forma obtemos a distribuição conjunta procurada

$$p_R(r, \dot{r}, \theta, \dot{\theta}) = \frac{r^2}{4\pi^2\sigma^2\dot{\sigma}^2} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{r^2 + c^2 + 2rc\cos(\theta - \phi)}{\sigma^2} + \frac{\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2}{\dot{\sigma}^2}\right)\right] \quad (3.38)$$

Integrando esta distribuição nos limites adequados obtemos

$$p_R(r, \dot{r}) = \frac{r^2}{4\pi^2\sigma^2\dot{\sigma}^2} \exp\left(-\frac{r^2 + c^2}{2\sigma^2}\right) \int_0^{2\pi} \exp\left(-\frac{rc\cos(\theta - \phi)}{\sigma^2}\right) d\theta \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right) d\dot{\theta} \quad (3.39)$$

Resolvendo a primeira integral temos

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\left(-\frac{rc\cos(\theta - \phi)}{\sigma^2}\right) d\theta = I_0\left(\frac{rc}{\sigma^2}\right) \quad (3.40)$$

3.4. Ambiente Nakagami

Apresentamos na seção 2.5.1 uma proposta de dedução da distribuição Nakagami. Desta forma um sinal Nakagami w é dado pela somatória de vários sinais Rayleigh w_i . Assim, para a envoltória r , onde $w = r^2/2$, teremos

$$r^2 = \sum_{i=1}^m r_i^2 \quad (3.46)$$

Tomando a derivada $\dot{r}$ da envoltória r na equação 3.46 vem

$$\dot{r} = \frac{\sum_{i=1}^m r_i \dot{r}_i}{r} \quad (3.47)$$

As derivadas $\dot{r}_i$ das amplitudes individuais são Gaussianas de média nula e variância $\dot{\sigma}_i^2 = 2\pi^2 f_m^2 \sigma_i^2$, onde σ_i^2 é a variância do i -ésimo sinal Rayleigh componente do sinal Nakagami e f_m é o deslocamento de Doppler máximo.

Pela forma linear da equação 3.47 a derivada resultante $\dot{r}$, dadas as amplitudes individuais, tem uma distribuição Gaussiana de média nula com variância $\dot{\sigma}^2$ dada por

$$\dot{\sigma}^2 = \frac{2\pi^2}{E[r^2]} \sum_{i=1}^m E[r_i^2] f_m^2 \sigma_i^2 \quad (3.48)$$

Para o ambiente Nakagami temos que $\sigma_i = \sigma$, $i = 1, \dots, m$. Logo

$$\Omega = E[r^2] = \sum_{i=1}^m E[r_i^2] = \sum_{i=1}^m 2\sigma_i^2 = 2m\sigma^2 \quad (3.49)$$

$$\dot{\sigma}^2 = 2\pi^2 f_m^2 \sigma^2 \quad (3.50)$$

Assim a distribuição da derivada $\dot{r}$ da envoltória r é

$$p_N(\dot{r}|r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\dot{\sigma}} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right) \quad (3.51)$$

Obtemos a distribuição conjunta $p_N(r, \dot{r}) = p_N(\dot{r}|r)p_N(r)$ onde

$$p_N(r) = \frac{2m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right) \quad (3.52)$$

Assim

$$p_N(r, \dot{r}) = \frac{2m^m r^{2m-1}}{\sqrt{2\pi} \Gamma(m)\Omega^m \dot{\sigma}} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega} - \frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right) \quad (3.53)$$

Novamente r e $\dot{r}$ são variáveis aleatórias independentes.

$$p_N(r, \dot{r}) = \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}\dot{\sigma}} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right) \right] \left[\frac{2m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right) \right] = p_N(r)p_N(\dot{r}) \quad (3.54)$$

A distribuição $p(\dot{r})$ é a mesma fórmula da distribuição de $\dot{r}$ para Rayleigh

e Rice e é dada por

$$p_N(\dot{r}) = \int_0^\infty p_N(r, \dot{r}) dr = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\dot{\sigma}} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right) \quad (3.55)$$

3.5. Ambiente Suzuki

Usaremos o mesmo procedimento usado na seção 2.6 para o cálculo da distribuição de Suzuki para determinarmos a distribuição conjunta $p_s(r, \dot{r})$ no ambiente Suzuki. Assim

$$p_s(r, \dot{r}) = \int_0^{+\infty} p_r(r, \dot{r} | \bar{w}) p_L(\bar{w}) d\bar{w} \quad (3.56)$$

onde r é a envoltória do sinal recebido, $\dot{r}$ é sua derivada, $p_r(r, \dot{r} | \bar{w})$ é a distribuição conjunta de Rayleigh condicionada ao valor da potência média local $\bar{w}$ e $p_L(\bar{w})$ é a distribuição Lognormal de $\bar{w}$ dada pela equação 2.3 reescrita abaixo

$$p_L(\bar{w} | m_w) = \frac{10}{\sqrt{2\pi} \ln 10 \sigma_w \bar{w}} \exp \left[-\frac{50 \log^2(\bar{w}/m_w)}{\sigma_w^2} \right] \quad (3.57)$$

Sabemos que $\sigma = \sqrt{2\pi} f_m \sigma$ e $\bar{w} = \sigma^2$. Assim $\sigma = \pi f_m \sqrt{2\bar{w}}$.

Escrevendo $p_r(r, \dot{r} | \bar{w})$ já em função da média $\bar{w}$ temos

$$p_r(r, \dot{r} | \bar{w}) = \frac{r \bar{w}^{-\frac{3}{2}}}{2\pi \sqrt{\pi} f_m} \exp \left(-\frac{r^2}{2\bar{w}} - \frac{\dot{r}^2}{4\pi^2 f_m^2 \bar{w}} \right) \quad (3.58)$$

Assim, a distribuição conjunta $p_s(r, \dot{r})$ é dada por

$$p_s(r, \dot{r}) = \frac{5r}{\sqrt{2} \ln 10 \pi^2 f_m \sigma_w} \int_0^{\infty} \bar{w}^{-\frac{5}{2}} \exp \left(-\frac{r^2}{2\bar{w}} - \frac{\dot{r}^2}{4\pi^2 f_m^2 \bar{w}} - \frac{50 \log^2(\bar{w}/m_w)}{\sigma_w^2} \right) d\bar{w} \quad (3.59)$$

Alterando-se a variável de integração para $\bar{w} = m_w/t$, temos

$$p_s(r, \dot{r}) = \frac{5r}{\sqrt{2} \ln 10 \pi^2 f_m \sigma_w m_w} \int_0^\infty \sqrt{\frac{t}{m_w}} \exp\left(-\frac{r^2 t}{2m_w} - \frac{\dot{r}^2 t}{4\pi^2 f_m^2 m_w} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) dt \quad (3.60)$$

A distribuição $p_s(\dot{r})$ é calculada pela integração

$$p_s(\dot{r}) = \frac{5}{\sqrt{2} \ln 10 \pi^2 f_m \sigma_w m_w} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty r \sqrt{\frac{t}{m_w}} \exp\left(-\frac{r^2 t}{2m_w} - \frac{\dot{r}^2 t}{4\pi^2 f_m^2 m_w} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) dr dt \quad (3.61)$$

$$p_s(\dot{r}) = \frac{5}{\sqrt{2} \ln 10 \pi^2 f_m \sigma_w m_w} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{tm_w}} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2 t}{4\pi^2 f_m^2 m_w} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) dt \quad (3.62)$$

Sabemos que $r_{rms} = \sqrt{2m_w}$. Logo

$$p_s(\dot{r}) = \frac{10}{\ln 10 \pi^2 f_m \sigma_w r_{rms}^3} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2 t}{2\pi^2 f_m^2 r_{rms}^2} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) dt \quad (3.63)$$

A equação 3.63 está traçada na figura 3.2 para diversos valores do desvio padrão σ_w .

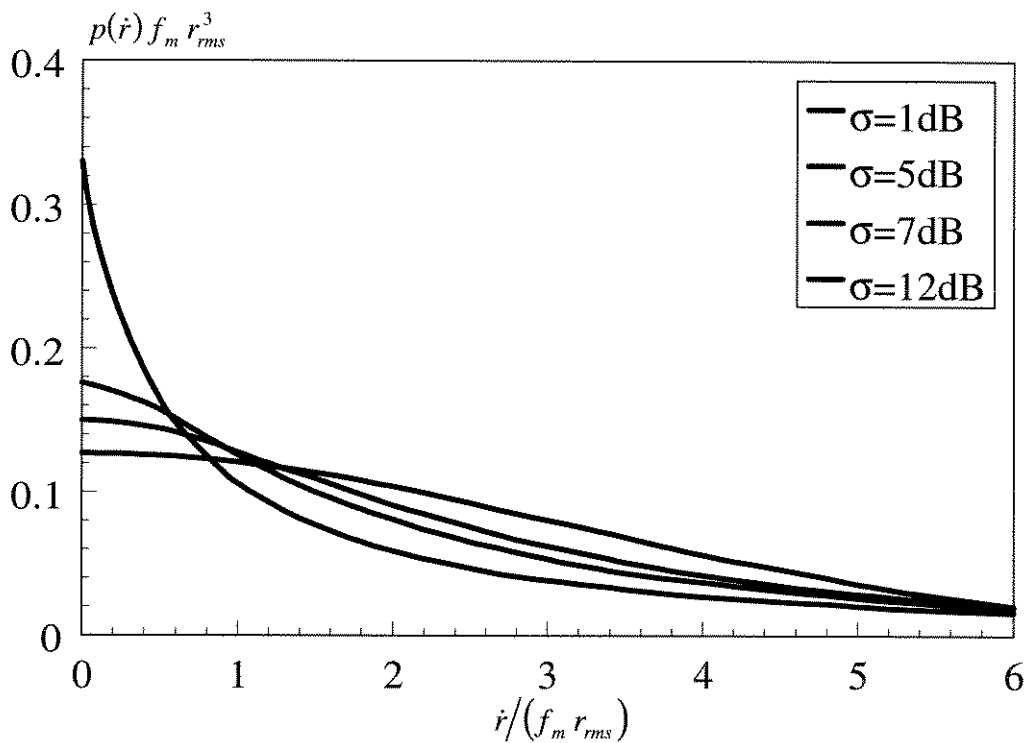


Figura 3.2: Distribuição sombreada da derivada da envoltória.

3.6. Ambiente Nakagami-sombreado

Usaremos o mesmo procedimento da seção anterior para determinarmos a distribuição conjunta $p_{NS}(r, \dot{r})$ no ambiente Nakagami-sombreado na forma

$$p_{NS}(r, \dot{r}) = \int_0^{+\infty} p_N(r, \dot{r} | \bar{w}) p_L(\bar{w}) d\bar{w} \quad (3.64)$$

onde r é a envoltória do sinal recebido, $\dot{r}$ é sua derivada, $p_N(r, \dot{r} | \bar{w})$ é a distribuição conjunta condicionada ao valor da potência média local $\bar{w}$ e $p_L(\bar{w})$ é a distribuição Lognormal.

$$p_L(\bar{w}|m_w) = \frac{10}{\sqrt{2\pi} \ln 10 \sigma_w \bar{w}} \exp \left[-\frac{50 \log^2(\bar{w}/m_w)}{\sigma_w^2} \right] \quad (3.65)$$

Sabemos que $\sigma = \sqrt{2\pi} f_m \sigma$ e $\bar{w} = \Omega/2 = m\sigma^2$. Assim $\sigma = \pi f_m \sqrt{2\bar{w}/m}$.

Escrevendo $p_N(r, \dot{r}|\bar{w})$ já em função da média $\bar{w}$ temos

$$p_N(r, \dot{r}|\bar{w}) = \frac{m^{m+1/2} r^{2m-1}}{2^m \Gamma(m) \pi \sqrt{\pi} f_m \bar{w}^{m+1/2}} \exp \left(-\frac{mr^2}{2\bar{w}} - \frac{m\dot{r}^2}{4\pi^2 f_m^2 \bar{w}} \right) \quad (3.66)$$

Assim, a distribuição conjunta $p_{NS}(r, \dot{r})$ é dada por

$$p_{NS}(r, \dot{r}) = \frac{10 m^{m+1/2} r^{2m-1}}{2^m \Gamma(m) \sqrt{2} \ln 10 \pi^2 f_m \sigma_w} \int_0^\infty \bar{w}^{-m-\frac{3}{2}} \exp \left[-\frac{mr^2}{2\bar{w}} - \frac{m\dot{r}^2}{4\pi^2 f_m^2 \bar{w}} - \frac{50 \log^2(\bar{w}/m_w)}{\sigma_w^2} \right] d\bar{w} \quad (3.67)$$

Alterando-se a variável de integração para $\bar{w} = m_w/t$, temos

$$p_{NS}(r, \dot{r}) = \frac{10 m^{m+1/2} r^{2m-1}}{2^m \Gamma(m) \sqrt{2} \ln 10 \pi^2 f_m \sigma_w} \int_0^\infty \frac{t^{m-1/2}}{m_w^{m+1/2}} \exp \left(-\frac{mr^2 t}{2m_w} - \frac{m\dot{r}^2 t}{4\pi^2 f_m^2 m_w} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2} \right) dt \quad (3.68)$$

A distribuição $p_{NS}(\dot{r})$ é calculada pela integração

$$p_{NS}(\dot{r}) = \frac{10 m^{m+1/2}}{2^m \Gamma(m) \sqrt{2} \ln 10 \pi^2 f_m \sigma_w} \int_0^\infty \int_0^\infty r^{2m-1} \frac{t^{m-1/2}}{m_w^{m+1/2}} \exp \left(-\frac{mr^2 t}{2m_w} - \frac{m\dot{r}^2 t}{4\pi^2 f_m^2 m_w} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2} \right) dr dt \quad (3.69)$$

$$p_{NS}(\dot{r}) = \frac{5\sqrt{m}}{\sqrt{2} \ln 10 \pi^2 f_m \sigma_w m_w} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{tm_w}} \exp \left(-\frac{m\dot{r}^2 t}{4\pi^2 f_m^2 m_w} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2} \right) dt \quad (3.70)$$

Os resultados da equação 3.70 são coincidentes com aqueles da Figura 3.2 obtidos da equação 3.63 para o ambiente Suzuki.

3.7.Ambiente Rice-sombreado

Pelo mesmo procedimento usado anteriormente a distribuição conjunta $p_{RS}(r, \dot{r})$ no ambiente Rice-sombreado é dado por

$$p_{RS}(r, \dot{r}) = \int_0^{+\infty} p_R(r, \dot{r} | \bar{w}) p_L(\bar{w}) d\bar{w} \quad (3.71)$$

onde r é a envoltória do sinal recebido, $\dot{r}$ é sua derivada, $p_R(r, \dot{r} | \bar{w})$ é a distribuição conjunta de Rice condicionada ao valor da potência média local $\bar{w}$ e $p_L(\bar{w})$ é a distribuição Lognormal de $\bar{w}$ dada pela equação 2.3 reescrita abaixo

$$p_L(\bar{w} | m_w) = \frac{10}{\sqrt{2\pi} \ln 10 \sigma_w \bar{w}} \exp \left[-\frac{50 \log^2(\bar{w}/m_w)}{\sigma_w^2} \right] \quad (3.72)$$

Sabemos que $\sigma = \sqrt{2\pi} f_m \sigma$ e $\bar{w} = \sigma^2(1+k)$. Escrevendo $p_R(r, \dot{r} | \bar{w})$ já em função da média $\bar{w}$ temos

$$p_R(r, \dot{r} | \bar{w}) = \frac{r \bar{w}^{-\frac{3}{2}} (1+k)^{\frac{3}{2}}}{2\pi \sqrt{\pi} f_m} \exp \left(-\frac{r^2(1+k)}{2\bar{w}} - k - \frac{\dot{r}^2(1+k)}{4\pi^2 f_m^2 \bar{w}} \right) I_0 \left(2\sqrt{\frac{r^2 k(1+k)}{2\bar{w}}} \right) \quad (3.73)$$

Assim, a distribuição conjunta $p_S(r, \dot{r})$ é dada por

$$\begin{aligned}
 p_{RS}(r, \dot{r}) &= \frac{5r(1+k)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2} \ln 10 \pi^2 f_m \sigma_w} \\
 &\times \int_0^\infty \bar{w}^{-\frac{5}{2}} \exp\left(-\frac{r^2(1+k)}{2\bar{w}} - k - \frac{\dot{r}^2(1+k)}{4\pi^2 f_m^2 \bar{w}} - \frac{50 \log^2(\bar{w}/m_w)}{\sigma_w^2}\right) I_0\left(2\sqrt{\frac{r^2 k(1+k)}{2\bar{w}}}\right) d\bar{w}
 \end{aligned} \tag{3.74}$$

Alterando-se a variável de integração para $\bar{w} = m_w/t$, temos

$$\begin{aligned}
 p_{RS}(r, \dot{r}) &= \frac{5r(1+k)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2} \ln 10 \pi^2 f_m \sigma_w m_w} \\
 &\times \int_0^\infty \sqrt{\frac{t}{m_w}} \exp\left(-\frac{r^2(1+k)t}{2m_w} - k - \frac{\dot{r}^2(1+k)t}{4\pi^2 f_m^2 m_w} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) I_0\left(2\sqrt{\frac{r^2 k(1+k)t}{2m_w}}\right) dt
 \end{aligned} \tag{3.75}$$

A distribuição $p_{RS}(\dot{r})$ é calculada pela integração

$$\begin{aligned}
 p_{RS}(\dot{r}) &= \frac{5r(1+k)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2} \ln 10 \pi^2 f_m \sigma_w m_w} \\
 &\times \int_0^\infty \int_0^\infty r \sqrt{\frac{t}{m_w}} \exp\left(-\frac{r^2(1+k)t}{2m_w} - k - \frac{\dot{r}^2(1+k)t}{4\pi^2 f_m^2 m_w} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) I_0\left(2\sqrt{\frac{r^2 k(1+k)t}{2m_w}}\right) dr dt
 \end{aligned} \tag{3.76}$$

$$p_S(\dot{r}) = \frac{5\sqrt{1+k}}{\sqrt{2} \ln 10 \pi^2 f_m \sigma_w m_w} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{tm_w}} \exp\left(-\frac{(1+k)\dot{r}^2 t}{4\pi^2 f_m^2 m_w} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) dt \tag{3.77}$$

Os resultados da equação 3.77 são coincidentes com aqueles da Figura 3.2 para obtidos da equação 3.63 para ambiente Suzuki.

3.8. Sumário e Conclusões

As distribuições da derivada da envoltória dos sinais de rádio móvel apresentadas neste Capítulo serão usadas no Capítulos 4 e 5. No Capítulo 4 calcularemos a taxa de cruzamento de nível e no Capítulo 5 calcularemos o tempo médio de desvanecimento para os diversos ambientes considerados.

Utilizamos o mesmo procedimento de sombreamento da média do sinal usado na seção 2.6 para determinarmos as distribuições conjuntas $p(r, \dot{r})$ para os ambiente Suzuki, Nakagami-sombreado e Rice-sombreado.

Pudemos verificar que a função densidade de probabilidade da derivada da envoltória do sinal é a mesma para os ambientes Rayleigh, Rice e Nakagami. Nestes casos também verificamos que r e $\dot{r}$ são variáveis aleatórias independentes.

As funções densidade de probabilidade da derivada da envoltória para os ambientes Suzuki, Nakagami-sombreado e Rice-sombreado nos dão os mesmos resultados.

Capítulo 4

Taxa de Cruzamento de Nível

O objetivo deste Capítulo é determinar a taxa com a qual um sinal de rádio móvel cruza um dado limiar em diversas condições de desvanecimento.

A nossa contribuição está no cálculo da taxa de cruzamento de nível para os ambientes Rice, Nakagami, Suzuki, Nakagami-sombreado e Rice-sombreado.

4.1.Introdução

Pelos efeitos de desvanecimento rápido em sinais de rádio móvel é interessante determinar a frequência destes desvanecimentos, ou seja, a taxa de cruzamento de nível. A taxa de cruzamento de nível de um sinal é definida como o número médio de vezes que um sinal desvanecido cruza um determinado nível num certo período de tempo [1].

A seguir calcularemos esta taxa para os ambientes Rayleigh, Rice, Nakagami, Suzuki, Nakagami-sombreado e Rice-sombreado, apenas o ambiente Rayleigh não constituindo contribuição deste trabalho.

4.2. Taxa de Cruzamento de Nível

Seja $\dot{r}$ a variação no tempo da envoltória r ($\dot{r} = dr/dt$) e o nível de cruzamento do sinal escolhido R .

Então, a taxa de cruzamento de nível R_c é a esperança de $\dot{r}$ para $r = R$ e na direção positiva dada por

$$R_c = E[\dot{r}, r = R] = \int_0^{+\infty} \dot{r} p(\dot{r}, r = R) d\dot{r} \quad (4.1)$$

onde $p(\dot{r}, r = R)$ é a distribuição conjunta de r e $\dot{r}$ para $r = R$.

Do Capítulo 3 temos que $p(r, \dot{r}) = p(r)p(\dot{r})$ para os ambientes Rayleigh, Rice e Nakagami. Assim, a equação 4.1 se reduz a

$$R_c = p(r = R) \int_0^{+\infty} \dot{r} p(\dot{r}) d\dot{r} \quad (4.2)$$

Sabemos também que a função densidade de probabilidade $p(\dot{r})$ da derivada da envoltória é a mesma para os três casos citados e dada pela equação

$$p(\dot{r}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.3)$$

Assim, usando a equação 4.3 na equação 4.2 obtemos a taxa de cruzamento de nível R_c na simples forma a seguir para os casos de Rayleigh, Rice e Nakagami.

$$R_C = \frac{\dot{\sigma}}{\sqrt{2\pi}} p(r = R) \quad (4.4)$$

4.3. Ambiente Rayleigh

A taxa de cruzamento de nível para o ambiente Rayleigh é calculada pelo uso da equação 4.4 onde $\dot{\sigma} = \sqrt{2\pi} f_m \sigma$ (seção 3.2), f_m é o deslocamento de Doppler máximo e a distribuição de Rayleigh dada pela equação 2.12, onde

$$p_r(r = R) = \frac{R}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.5)$$

Assim, obtemos a taxa de cruzamento de nível para o ambiente Rayleigh na forma

$$R_{Cr} = \sqrt{\pi} f_m \frac{R}{\sigma} \exp\left[-\left(\frac{R}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2\right] \quad (4.6)$$

Rescrevemos a equação 4.6 em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal $r_{rms} = \sqrt{2\overline{w}} = \sqrt{2}\sigma$.

Logo

$$R_{Cr} = \sqrt{2\pi} f_m \frac{R}{r_{rms}} \exp\left[-\left(\frac{R}{r_{rms}}\right)^2\right] \quad (4.7)$$

4.4. Ambiente Rice

A taxa de cruzamento de nível para o ambiente Rice é calculada pelo uso da equação 4.4 onde $\dot{\sigma} = \sqrt{2\pi} f_m \sigma$ (seção 3.3), f_m é o deslocamento de Doppler máximo e a distribuição de Rice dada pela equação 2.14, onde

$$p_R(r=R) = \frac{R}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{R^2 + c^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{Rc}{\sigma^2}\right) \quad (4.8)$$

Assim, obtemos a taxa de cruzamento de nível para o ambiente Rice na forma

$$R_{CR} = \sqrt{\pi} f_m \frac{R}{\sigma} \exp\left(-\frac{R^2 + c^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{Rc}{\sigma^2}\right) \quad (4.9)$$

Rescrevemos a equação 4.9 em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal $r_{rms} = \sqrt{2\overline{W}} = \sqrt{2(1+k)}\sigma$, onde $k = c^2/(2\sigma^2)$ é o fator de Rice.

$$R_{CR} = \sqrt{2\pi(1+k)} f_m \frac{R}{r_{rms}} \exp\left[-(1+k)\left(\frac{R}{r_{rms}}\right)^2 - k\right] I_0\left(2\sqrt{k(1+k)} \frac{R}{r_{rms}}\right) \quad (4.10)$$

4.5. Ambiente Nakagami

A taxa de cruzamento de nível para o ambiente Nakagami é calculada pelo uso da equação 4.4 onde $\sigma = \sqrt{2\pi} f_m \sigma$ (seção 3.4), $\sigma = \sqrt{\Omega/2m}$, f_m é o deslocamento de Doppler máximo e a distribuição de Nakagami dada pela equação 2.20, onde

$$p_N(r=R) = \frac{2m^m R^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(-\frac{mR^2}{\Omega}\right) \quad (4.11)$$

Assim, obtemos a taxa de cruzamento de nível para o ambiente Nakagami na forma

$$R_{CN} = \sqrt{2\pi} f_m \frac{m^{m-1/2} R^{2m-1}}{\Omega^{m-1/2} \Gamma(m)} \exp\left(-\frac{mR^2}{\Omega}\right) \quad (4.12)$$

Rescrevemos a equação 4.12 em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal $r_{rms} = \sqrt{2W} = \sqrt{\Omega}$.

$$R_{CN} = \sqrt{2\pi} f_m \frac{m^{m-1/2}}{\Gamma(m)} \left(\frac{R}{r_{rms}}\right)^{2m-1} \exp\left[-m\left(\frac{R}{r_{rms}}\right)^2\right] \quad (4.13)$$

4.6. Ambiente Suzuki

A distribuição conjunta de r e $\dot{r}$ para o ambiente Suzuki foi calculada na seção 3.5 e é dada por

$$p_s(r, \dot{r}) = \frac{5r}{\sqrt{2} \ln 10 \pi^2 f_m \sigma_w m_w} \int_0^\infty \sqrt{\frac{t}{m_w}} \exp\left(-\frac{r^2 t}{2m_w} - \frac{\dot{r}^2 t}{4\pi^2 f_m^2 m_w} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) dt \quad (4.14)$$

onde f_m é o deslocamento de Doppler máximo.

A taxa de cruzamento de nível para o ambiente Suzuki é calculada através da equação 4.1. Assim

$$R_{CS} = \frac{5R}{\sqrt{2} \ln 10 \pi^2 f_m \sigma_w m_w} \int_0^\infty \left[\int_0^\infty \dot{r} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2 t}{4\pi^2 f_m^2 m_w}\right) d\dot{r} \right] \sqrt{\frac{t}{m_w}} \exp\left(-\frac{R^2 t}{2m_w} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) dt \quad (4.15)$$

Resolvendo a integral em $\dot{r}$ obtemos

$$\int_0^\infty \dot{r} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2 t}{4\pi^2 f_m^2 m_w}\right) d\dot{r} = \frac{2\pi^2 f_m^2 m_w}{t} \quad (4.16)$$

Logo a taxa de cruzamento de nível no ambiente Suzuki é

$$R_{CS} = \frac{10 f_m R}{\ln 10 \sigma_w \sqrt{2m_w}} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{R^2 t}{2m_w} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) dt \quad (4.17)$$

Rescrevemos a equação 4.17 em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal $r_{rms} = \sqrt{2m_w}$. Logo

$$R_{CS} = \frac{10 f_m}{\ln 10 \sigma_w} \frac{R}{r_{rms}} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{t}} \exp \left[- \left(\frac{R}{r_{rms}} \right)^2 t - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2} \right] dt \quad (4.18)$$

Desenvolvemos um segundo procedimento para se chegar a taxa de cruzamento de nível em ambientes sombreados. No caso do ambiente Suzuki partimos da taxa de cruzamento de nível para o ambiente Rayleigh, reescrita abaixo, e consideramos que a potência média do sinal segue a distribuição Lognormal.

$$R_{Cr} = \sqrt{\pi} f_m \frac{R}{\sigma} \exp \left[- \left(\frac{R}{\sqrt{2} \sigma} \right)^2 \right] \quad (4.19)$$

Defina

$$V = \frac{W_T - W}{a} \quad , \quad \frac{w_T}{\bar{w}} = \exp V \quad (4.20)$$

onde $W = 10 \log \bar{w}$, $\bar{w} = \sigma^2$, $W_T = 10 \log w_T$, $w_T = R^2/2$ e $a = 10/\ln 10$.

Substituindo a equação 4.20 na equação 4.19 obtemos

$$R_{Cr} = \sqrt{2\pi} f_m \exp(V/2 - \exp V) \quad (4.21)$$

Consideramos que a potência média W , em decibéis, é uma variável aleatória Lognormal e segue a distribuição dada por

$$p_L(W) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_w} \exp \left(- \frac{(W - M_w)^2}{2\sigma_w^2} \right) \quad (4.22)$$

com a média $M_w = 10 \log m_w$ e o desvio padrão σ_w em decibéis.

Pela transformação $p(V)|dV| = p(W)|dW|$ obtemos a distribuição

$$p(V) = \frac{a}{\sqrt{2\pi}\sigma_w} \exp\left(-\frac{(W_T - M_w - aV)^2}{2\sigma_w^2}\right) \quad (4.23)$$

A função densidade de probabilidade de R_c pode ser calculada por

$$p(R_{Cr}) = p(V) \left| \frac{dV}{dR_{Cr}} \right| \quad (4.24)$$

Desejamos calcular a taxa de cruzamento de nível para o ambiente Suzuki, ou seja, calcular a esperança $E[R_{Cr}]$. Então

$$R_{CS} = E[R_{Cr}] = \int_0^\infty R_{Cr} p(R_{Cr}) dR_{Cr} = \int_0^\infty R_{Cr} p(V) \left| \frac{dV}{dR_{Cr}} \right| dR_{Cr} \quad (4.25)$$

Alterando a variável de integração para V temos

$$R_{CS} = \int_{-\infty}^\infty R_{Cr} p(V) dV \quad (4.26)$$

onde sabemos que $R_{Cr} = f(V)$. Finalmente obtemos R_{CS} na forma

$$R_{CS} = \frac{10 f_m}{\ln 10 \sigma_w} \int_{-\infty}^\infty \exp\left[V/2 - \exp V - \frac{(W_T - M_w - aV)^2}{2\sigma_w^2}\right] dV \quad (4.27)$$

Rescrevemos a equação 4.27 em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal $r_{rms} = \sqrt{2m_w}$. Logo

$$R_{CS} = \frac{10 f_m}{\ln 10 \sigma_w} \int_{-\infty}^\infty \exp\left\{V/2 - \exp V - \frac{[20 \log(R/r_{rms}) - 10V/\ln 10]^2}{2\sigma_w^2}\right\} dV \quad (4.28)$$

4.7. Ambiente Nakagami-sombreado

A distribuição conjunta de r e $\dot{r}$ para o ambiente Nakagami-sombreado foi calculada na seção 3.6 e é dada por

$$p_{NS}(r, \dot{r}) = \frac{10m^{m+1/2} r^{2m-1}}{2^m \Gamma(m) \sqrt{2} \ln 10 \pi^2 f_m \sigma_w} \int_0^\infty \frac{t^{m-1/2}}{m_w^{m+1/2}} \exp\left(-\frac{mr^2 t}{2m_w} - \frac{m\dot{r}^2 t}{4\pi^2 f_m^2 m_w} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) dt \quad (4.29)$$

onde f_m é o deslocamento de Doppler máximo.

A taxa de cruzamento de nível para o ambiente Nakagami-sombreado é calculada através da equação 4.1. Assim

$$R_{CNS} = \frac{10m^{m+1/2} R^{2m-1}}{2^{m+1/2} \Gamma(m) \ln 10 \pi^2 f_m \sigma_w} \int_0^\infty \int_0^\infty \dot{r} \exp\left(-\frac{m\dot{r}^2 t}{4\pi^2 f_m^2 m_w}\right) d\dot{r} \left[\frac{t^{m-1/2}}{m_w^{m+1/2}} \exp\left(-\frac{mR^2 t}{2m_w} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) dt \right] \quad (4.30)$$

Resolvendo a integral em $\dot{r}$ obtemos

$$\int_0^\infty \dot{r} \exp\left(-\frac{m\dot{r}^2 t}{4\pi^2 f_m^2 m_w}\right) d\dot{r} = \frac{2\pi^2 f_m^2 m_w}{mt} \quad (4.31)$$

Assim para o ambiente Nakagami-sombreado temos

$$R_{CNS} = \frac{10f_m m^{m-1/2} R^{2m-1}}{\Gamma(m) \ln 10 \sigma_w (2m_w)^{m-1/2}} \int_0^\infty t^{m-3/2} \exp\left(-\frac{mR^2 t}{2m_w} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) dt \quad (4.32)$$

Rescrevemos a equação 4.32 em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal $r_{rms} = \sqrt{2m_w}$. Logo

$$R_{CNS} = \frac{10 f_m m^{m-1/2}}{\Gamma(m) \ln 10 \sigma_w} \left(\frac{R}{r_{rms}} \right)^{2m-1} \int_0^\infty t^{m-3/2} \exp \left[-m \left(\frac{R}{r_{rms}} \right)^2 t - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2} \right] dt \quad (4.33)$$

Pelo segundo procedimento partimos da taxa de cruzamento de nível para o ambiente Nakagami, reescrita abaixo, e consideramos que a potência média do sinal segue a distribuição Lognormal.

$$R_{CN} = \sqrt{2\pi} f_m \frac{m^{m-1/2}}{\Gamma(m)} \left(\frac{R^2}{\Omega} \right)^{m-1/2} \exp \left(-\frac{mR^2}{\Omega} \right) \quad (4.34)$$

Defina

$$V = \frac{W_T - W}{a} \quad , \quad \frac{W_T}{\bar{W}} = \exp V \quad (4.35)$$

onde $w_T = R^2/2$, $\bar{w} = \Omega/2$, $W_T = 10 \log w_T$, $W = 10 \log \bar{w}$ e $a = 10/\ln 10$.

Substituindo a equação 4.35 na equação 4.34 obtemos

$$R_{CN} = \sqrt{2\pi} f_m \frac{m^{m-1/2}}{\Gamma(m)} \exp \left[(m-1/2)V - m \exp V \right] \quad (4.36)$$

Consideramos que a potência média W , em decibéis, é uma variável aleatória Lognormal e segue a distribuição abaixo.

$$p_L(W) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_w} \exp \left[-\frac{(W - M_w)^2}{2\sigma_w^2} \right] \quad (4.37)$$

com a média $M_w = 10 \log m_w$ e o desvio padrão σ_w em decibéis.

Pela transformação $p(V)|dV| = p(W)|dW|$ obtemos a distribuição

$$p(V) = \frac{a}{\sqrt{2\pi}\sigma_w} \exp \left[-\frac{(W_T - M_w - aV)^2}{2\sigma_w^2} \right] \quad (4.38)$$

Assim, a função densidade de probabilidade de R_C é

$$p(R_{CN}) = p(V) \left| \frac{dV}{dR_{CN}} \right| \quad (4.39)$$

Desejamos calcular a taxa de cruzamento de nível para o ambiente

Nakagami-sombreado, ou seja, calcular

$$R_{CNS} = E[R_{CN}] = \int_0^{\infty} R_{CN} p(R_{CN}) dR_{CN} = \int_0^{\infty} R_{CN} p(V) \left| \frac{dV}{dR_{CN}} \right| dR_{CN} \quad (4.40)$$

Alterando a variável de integração para V temos

$$R_{CNS} = \int_{-\infty}^{\infty} R_{CN} p(V) dV \quad (4.41)$$

onde sabemos que $R_{CN} = f(V)$. Finalmente obtemos R_{CNS} na forma

$$R_{CNS} = \frac{10 f_m m^{m-1/2}}{\Gamma(m) \ln 10 \sigma_w} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[(m-1/2)V - m \exp V - \frac{(W_T - M_w - aV)^2}{2\sigma_w^2} \right] dV \quad (4.42)$$

Rescrevemos a equação 4.42 em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal $r_{rms} = \sqrt{2m_w}$. Logo

$$R_{CNS} = \frac{10 f_m m^{m-1/2}}{\Gamma(m) \ln 10 \sigma_w} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ (m-1/2)V - m \exp V - \frac{[20 \log(R/r_{rms}) - 10V/\ln 10]^2}{2\sigma_w^2} \right\} dV \quad (4.43)$$

4.8. Ambiente Rice-sombreado

A distribuição conjunta de r e $\dot{r}$ para o ambiente Rice foi calculada na seção 3.7 e é dada por

$$p_{RS}(r, \dot{r}) = \frac{5r(1+k)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2} \ln 10 \pi^2 f_m \sigma_w m_w} \times \int_0^\infty \sqrt{\frac{t}{m_w}} \exp\left(-\frac{r^2(1+k)t}{2m_w} - k - \frac{\dot{r}^2(1+k)t}{4\pi^2 f_m^2 m_w} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) I_0\left(2\sqrt{\frac{r^2 k(1+k)t}{2m_w}}\right) dt \quad (4.44)$$

onde f_m é o deslocamento de Doppler máximo.

A taxa de cruzamento de nível para o ambiente Rice-sombreado é calculada através da equação 4.1. Assim

$$R_{CRS} = \frac{5R(1+k)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2} \ln 10 \pi^2 f_m \sigma_w m_w} \times \int_0^\infty \left[\int_0^\infty \dot{r} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2(1+k)t}{4\pi^2 f_m^2 m_w}\right) d\dot{r} \right] \sqrt{\frac{t}{m_w}} \exp\left(-\frac{R^2(1+k)t}{2m_w} - k - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) I_0\left(2\sqrt{\frac{R^2 k(1+k)t}{2m_w}}\right) dt \quad (4.45)$$

Resolvendo a integral em $\dot{r}$ obtemos

$$\int_0^\infty \dot{r} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2(1+k)t}{4\pi^2 f_m^2 m_w}\right) d\dot{r} = \frac{2\pi^2 f_m^2 m_w}{(1+k)t} \quad (4.46)$$

Assim, para o ambiente Rice-sombreado temos

$$R_{CRS} = \frac{10 f_m R \sqrt{1+k}}{\ln 10 \sigma_w \sqrt{2m_w}} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{t}} \exp \left[-\frac{R^2(1+k)t}{2m_w} - k - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2} \right] I_0 \left(2 \sqrt{\frac{R^2 k(1+k)t}{2m_w}} \right) dt \quad (4.47)$$

Rescrevemos a equação 4.47 em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal $r_{rms} = \sqrt{2m_w}$. Logo

$$R_{CRS} = \frac{10 f_m \sqrt{1+k}}{\ln 10 \sigma_w} \frac{R}{r_{rms}} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{t}} \exp \left[-(1+k) \left(\frac{R}{r_{rms}} \right)^2 t - k - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2} \right] I_0 \left(2 \frac{R}{r_{rms}} \sqrt{k(1+k)t} \right) dt \quad (4.48)$$

Pelo segundo procedimento sugerido partimos da taxa de cruzamento de nível para o ambiente Rice, reescrita abaixo, e consideramos que a potência média do sinal segue a distribuição Lognormal.

$$R_{CR} = \sqrt{\pi} f_m \frac{R}{\sigma} \exp \left(-\frac{R^2}{2\sigma^2} - k \right) I_0 \left(2\sqrt{k} \sqrt{\frac{R^2}{2\sigma^2}} \right) \quad (4.49)$$

Defina

$$V = \frac{W_T - W}{a} \quad , \quad \frac{w_T}{\bar{w}} = \exp V \quad (4.50)$$

onde $W = 10 \log \bar{w}$, $\bar{w} = (1+k)\sigma^2$, $W_T = 10 \log w_T$, $w_T = R^2/2$ e $a = 10/\ln 10$.

Substituindo a equação 4.50 na equação 4.49 obtemos

$$R_{CR} = \sqrt{2\pi(1+k)} f_m \exp[V/2 - (1+k)\exp V - k] I_0 \left(2\sqrt{k(1+k)\exp(V/2)} \right) \quad (4.51)$$

Consideramos que a potência média W , em decibéis, é uma variável aleatória Lognormal e segue a distribuição abaixo.

$$p_L(W) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_w} \exp\left(-\frac{(W - M_w)^2}{2\sigma_w^2}\right) \quad (4.52)$$

com a média $M_w = 10\log m_w$ e o desvio padrão σ_w em decibéis.

Pela transformação $p(V)|dV| = p(W)|dW|$ obtemos a distribuição

$$p(V) = \frac{a}{\sqrt{2\pi}\sigma_w} \exp\left(-\frac{(W_T - M_w - aV)^2}{2\sigma_w^2}\right) \quad (4.53)$$

Assim, a função densidade de probabilidade de R_{CR} é

$$p(R_{CR}) = p(V) \left| \frac{dV}{dR_{CR}} \right| \quad (4.54)$$

Desejamos calcular a taxa de cruzamento de nível para o ambiente Rice-sombreado, ou seja, calcular a esperança $E[R_{CR}]$. Então

$$R_{CRS} = E[R_{CR}] = \int_0^{\infty} R_{CR} p(R_{CR}) dR_{CR} = \int_0^{\infty} R_{CR} p(V) \left| \frac{dV}{dR_{CR}} \right| dR_{CR} \quad (4.55)$$

Alterando a variável de integração para V temos

$$R_{CRS} = \int_{-\infty}^{\infty} R_{CR} p(V) dV \quad (4.56)$$

onde sabemos que $R_{CR} = f(V)$. Finalmente obtemos R_{CRS} na forma

$$R_{CRS} = \frac{10\sqrt{1+k}f_m}{\ln 10\sigma_w} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[\frac{V}{2} - (1+k)\exp V - k - \frac{(W_T - M_w - aV)^2}{2\sigma_w^2}\right] I_0\left(2\sqrt{k(1+k)}\exp\left(\frac{V}{2}\right)\right) dV \quad (4.57)$$

Rescrevemos a equação 4.57 em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal $r_{rms} = \sqrt{2m_w}$. Logo

$$R_{CRS} = \frac{10\sqrt{1+k}f_m}{\ln 10\sigma_w} \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{\frac{V}{2} - (1+k)\exp V - k - \frac{[20\log(R/r_{rms}) - 10V/\ln g10]^2}{2\sigma_w^2}\right\} I_0\left(2\sqrt{k(1+k)}\exp\left(\frac{V}{2}\right)\right) dV \quad (4.58)$$

4.9.Resultados

Nesta seção apresentaremos os resultados dos cálculos feitos para os diversos ambientes. Faremos também, uma análise e comparação dos resultados.

4.9.1.Ambiente Rayleigh

A taxa de cruzamento de nível para o ambiente Rayleigh em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal é

$$R_{Cr} = \sqrt{2\pi} f_m \frac{R}{r_{rms}} \exp\left[-\left(\frac{R}{r_{rms}}\right)^2\right] \quad (4.59)$$

A equação 4.59 está traçada nas figuras 4.1 e 4.2.

Verifica-se que, para níveis maiores que 3dB do valor r.m.s. do sinal, obtemos taxas de cruzamento de nível menores. Note que o número máximo de cruzamentos no tempo ocorre 3dB abaixo do valor r.m.s. do sinal.

Como esperado, quando escolhemos um nível de sinal mais exigente a taxa de cruzamento deste nível decai rapidamente.

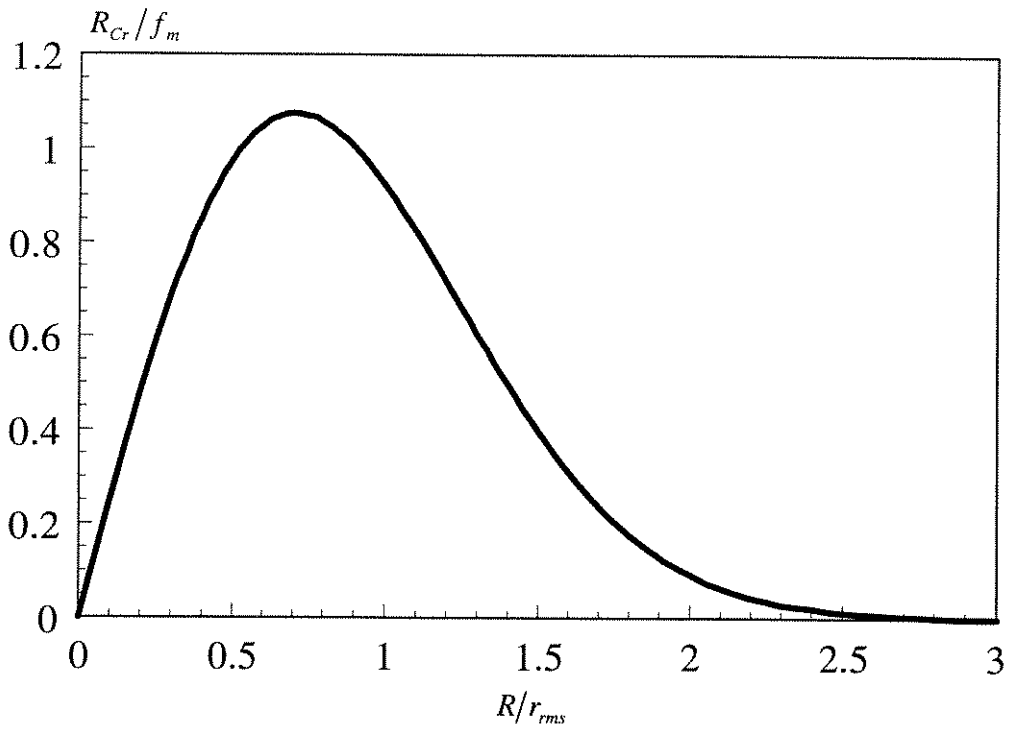


Figura 4.1: Taxa de cruzamento de nível - Rayleigh

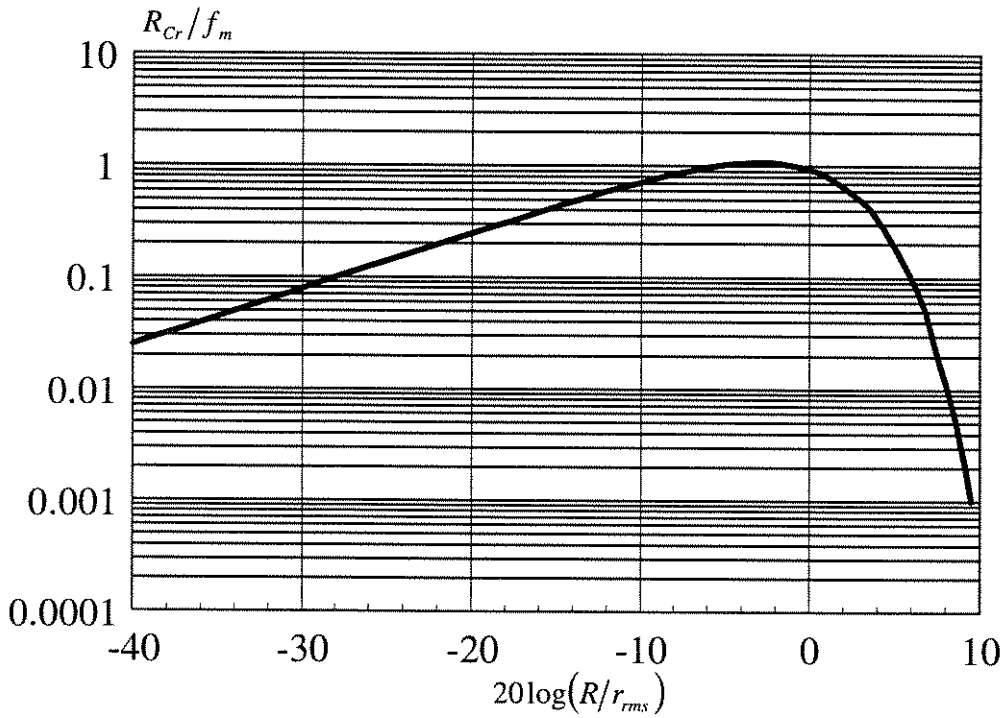


Figura 4.2: Taxa de cruzamento de nível - Rayleigh

4.9.2. Ambiente Rice

A taxa de cruzamento de nível para o ambiente Rice em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal é

$$R_{CR} = \sqrt{2\pi(1+k)} f_m \frac{R}{r_{rms}} \exp \left[-(1+k) \left(\frac{R}{r_{rms}} \right)^2 - k \right] I_0 \left(2\sqrt{k(1+k)} \frac{R}{r_{rms}} \right) \quad (4.60)$$

A equação 4.60 está traçada nas figuras 4.3 e 4.4.

Podemos verificar como o fator de Rice k pode influenciar a taxa de cruzamento de nível neste ambiente. Valores maiores de k implicam em taxas mais baixas. Isto ocorre porque o sinal se torna mais determinístico.

Neste caso, quando a componente em linha de visada se destaca mais em relação às componentes de multipercurso, o sinal se torna mais bem comportado com poucas variações em torno da média. Assim observam-se baixas taxas para valores afastados da média do sinal.

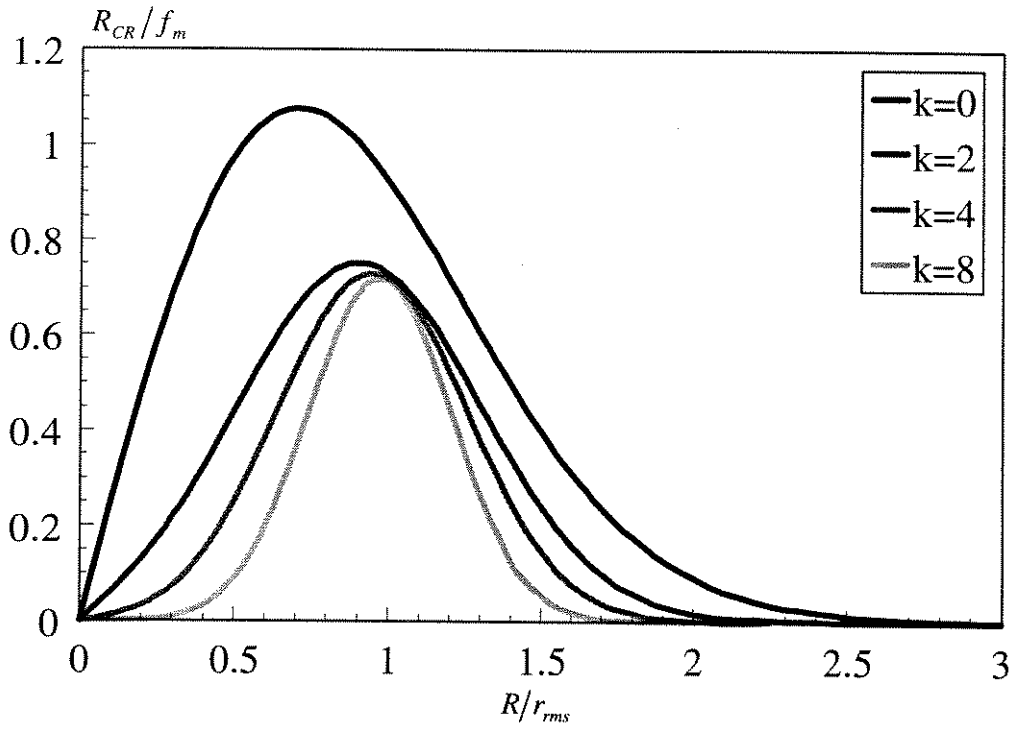


Figura 4.3: Taxa de cruzamento de nível - Rice

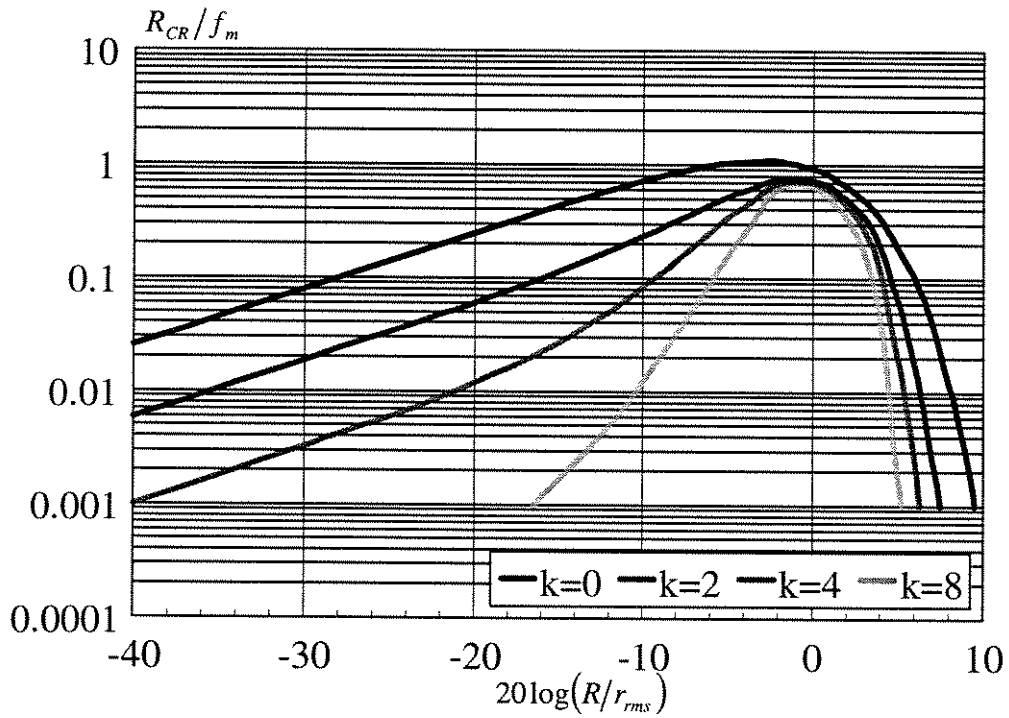


Figura 4.4: Taxa de cruzamento de nível - Rice

4.9.3. Ambiente Nakagami

A taxa de cruzamento de nível para o ambiente Nakagami em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal é

$$R_{CN} = \sqrt{2\pi} f_m \frac{m^{m-1/2}}{\Gamma(m)} \left(\frac{R}{r_{rms}} \right)^{2m-1} \exp \left[-m \left(\frac{R}{r_{rms}} \right)^2 \right] \quad (4.61)$$

A equação 4.61 está traçada nas figuras 4.5 e 4.6.

Podemos verificar a influência do fator de Nakagami m na taxa de cruzamento de nível. Valores maiores de m implicam em taxas mais baixas, isto ocorre porque o sinal também se torna mais determinístico.

Nos casos em que o fator m é grande obtemos clusters de sinais provenientes de multipercurso mais concentrados em torno da antena receptora e o sinal se torna mais bem comportado com poucas variações em torno da média do sinal. Também observam-se baixas taxas para valores afastados da média do sinal neste caso.

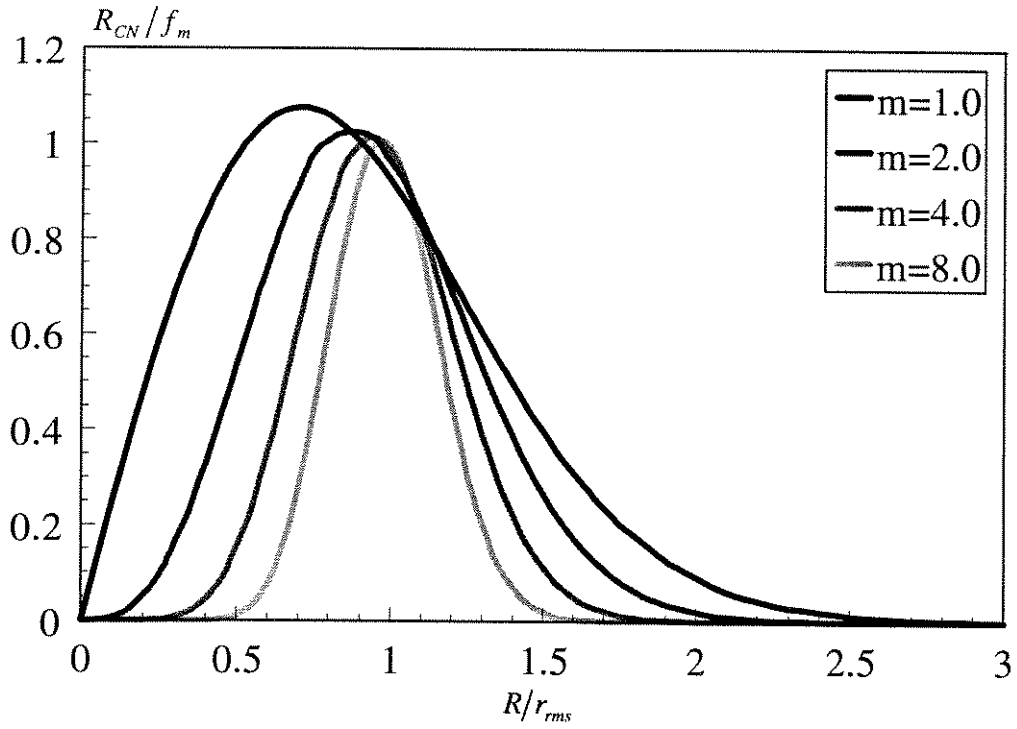


Figura 4.5: Taxa de cruzamento de nível - Nakagami

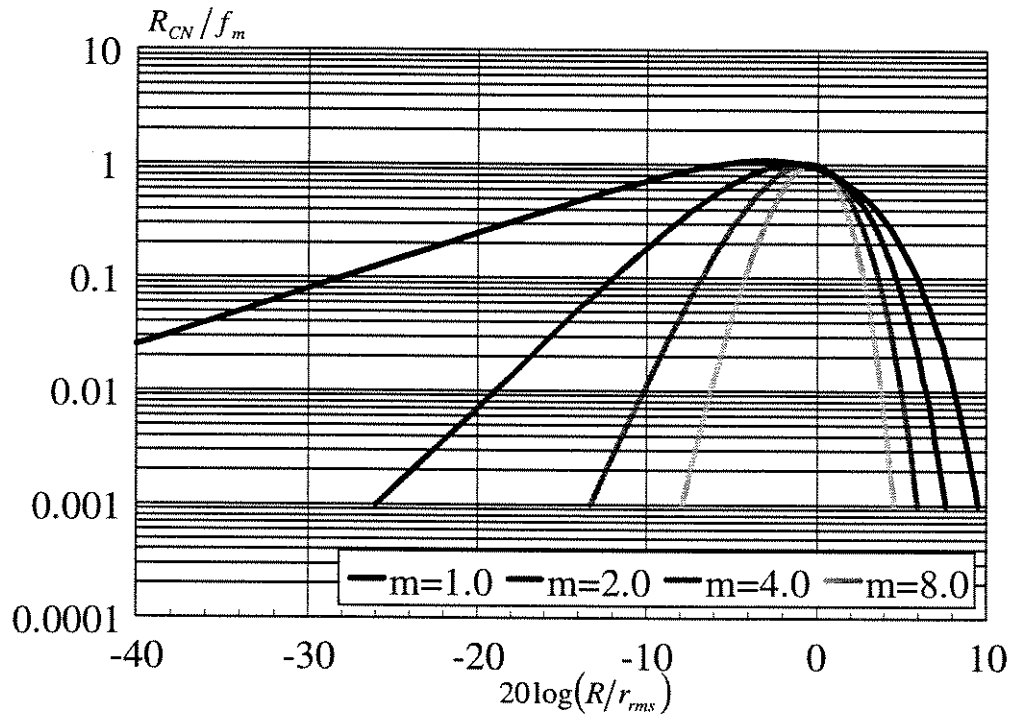


Figura 4.6: Taxa de cruzamento de nível - Nakagami

4.9.4. Ambiente Suzuki

As duas taxas de cruzamento de nível para o ambiente Suzuki em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. são

$$R_{CS} = \frac{10 f_m}{\ln 10 \sigma_w} \frac{R}{r_{rms}} \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{t}} \exp \left[- \left(\frac{R}{r_{rms}} \right)^2 t - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2} \right] dt \quad (4.62)$$

$$R_{CS} = \frac{10 f_m}{\ln 10 \sigma_w} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ V/2 - \exp V - \frac{[20 \log(R/r_{rms}) - 10V/\ln 10]^2}{2\sigma_w^2} \right\} dV \quad (4.63)$$

A equações 4.62 e 4.63 nos dão os mesmos resultados no calculo da taxa de cruzamento de nível para o ambiente Suzuki, como esperado. Estas equações estão traçadas nas figuras 4.7 e 4.8.

Verificamos a influência do desvio padrão σ_w da potência do sinal recebido na taxa de cruzamento de nível.

Valores menores de σ_w implicam em menor efeito de sombreamento do sinal. Assim o sinal tende a ter variações mais concentradas em torno do valor médio do sinal. Por isso a taxa de cruzamento de nível é maior próximo ao valor r.m.s. do sinal.

Quando o desvio padrão σ_w é grande obtemos um maior espalhamento do sinal e temos maiores taxas de cruzamento em valores mais afastados do valor r.m.s. do sinal.

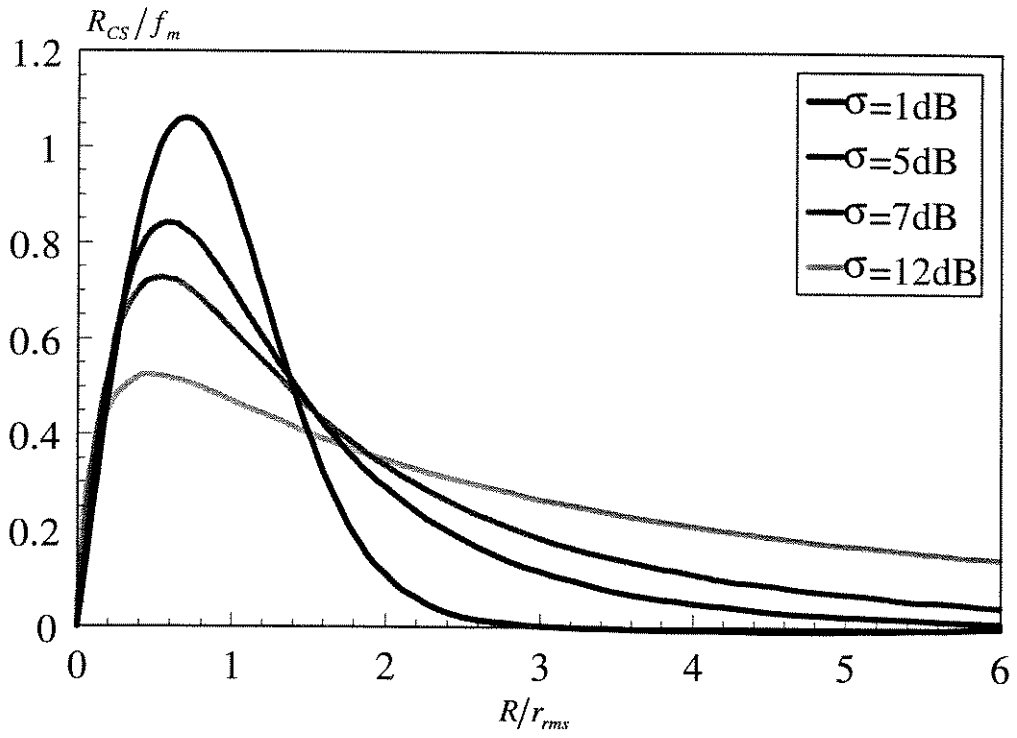


Figura 4.7: Taxa de cruzamento de nível - Suzuki

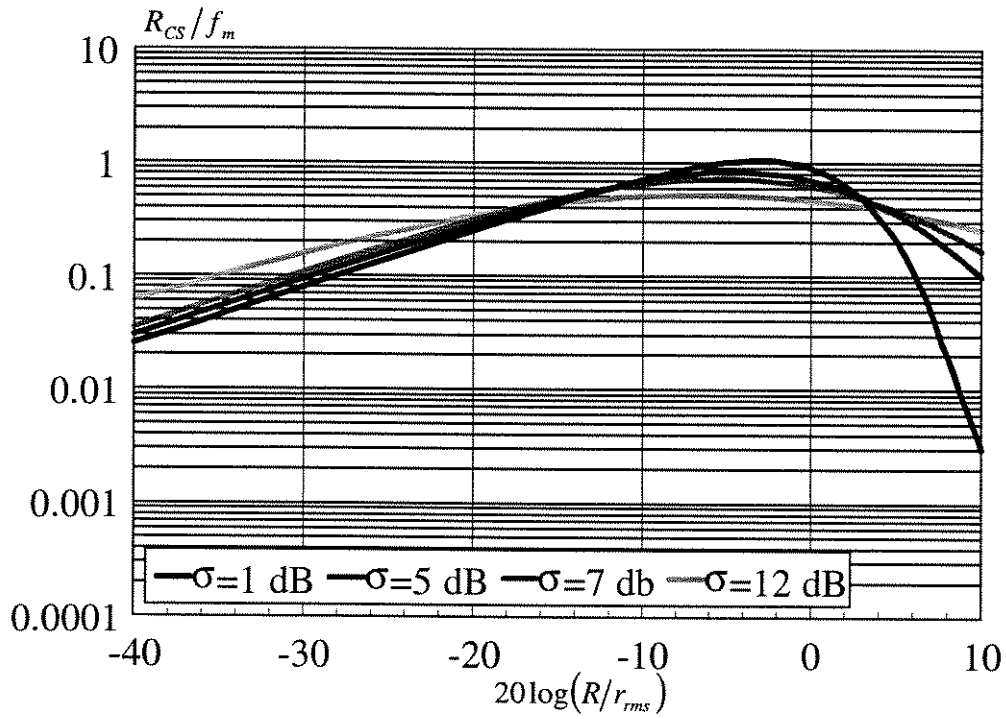


Figura 4.8: Taxa de cruzamento de nível - Suzuki

4.9.5. Ambiente Nakagami-sombreado

As duas taxas de cruzamento de nível para o ambiente Nakagami-sombreado em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. são

$$R_{CNS} = \frac{10 f_m m^{m-1/2}}{\Gamma(m) \ln 10 \sigma_w} \left(\frac{R}{r_{rms}} \right)^{2m-1} \int_0^\infty t^{m-3/2} \exp \left[-m \left(\frac{R}{r_{rms}} \right)^2 t - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2} \right] dt \quad (4.64)$$

$$R_{CNS} = \frac{10 f_m m^{m-1/2}}{\Gamma(m) \ln 10 \sigma_w} \int_{-\infty}^\infty \exp \left[(m-1/2)V - m \exp V - \frac{[20 \log(R/r_{rms}) - 10V/\ln 10]^2}{2\sigma_w^2} \right] dV \quad (4.65)$$

A equações 4.64 e 4.65 estão traçadas nas figuras 4.9, 4.10, 4.11 e 4.12.

Nas figuras 4.9 e 4.10 podemos verificar a influência do fator de Nakagami m na taxa de cruzamento de nível para um determinado desvio padrão. Novamente valores maiores de m implicam em taxas mais baixas pois o sinal se torna mais bem comportado com poucas variações em torno da média.

Nas figuras 4.11 e 4.12 verificamos a influência do desvio padrão σ_w da potência do sinal recebido no ambiente Nakagami.

Novamente temos que valores maiores do desvio padrão σ_w implicam num maior espalhamento do sinal. Assim temos maiores taxas de cruzamento para níveis mais afastados da média.

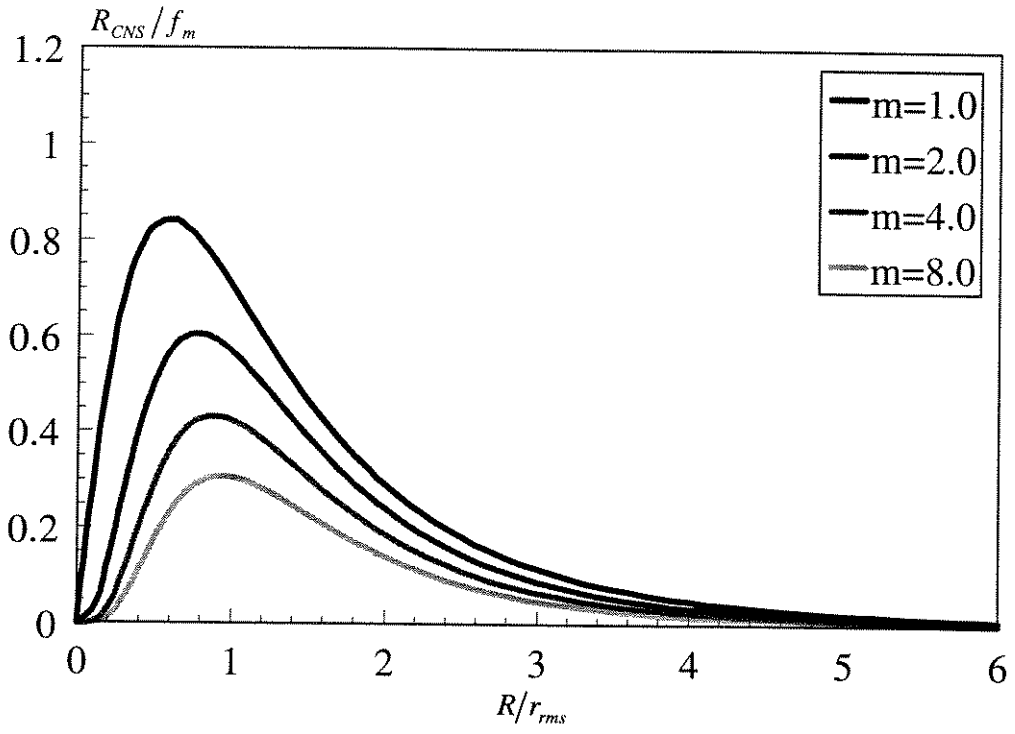


Figura 4.9: Taxa de cruzamento de nível - Nakagami-sombreado

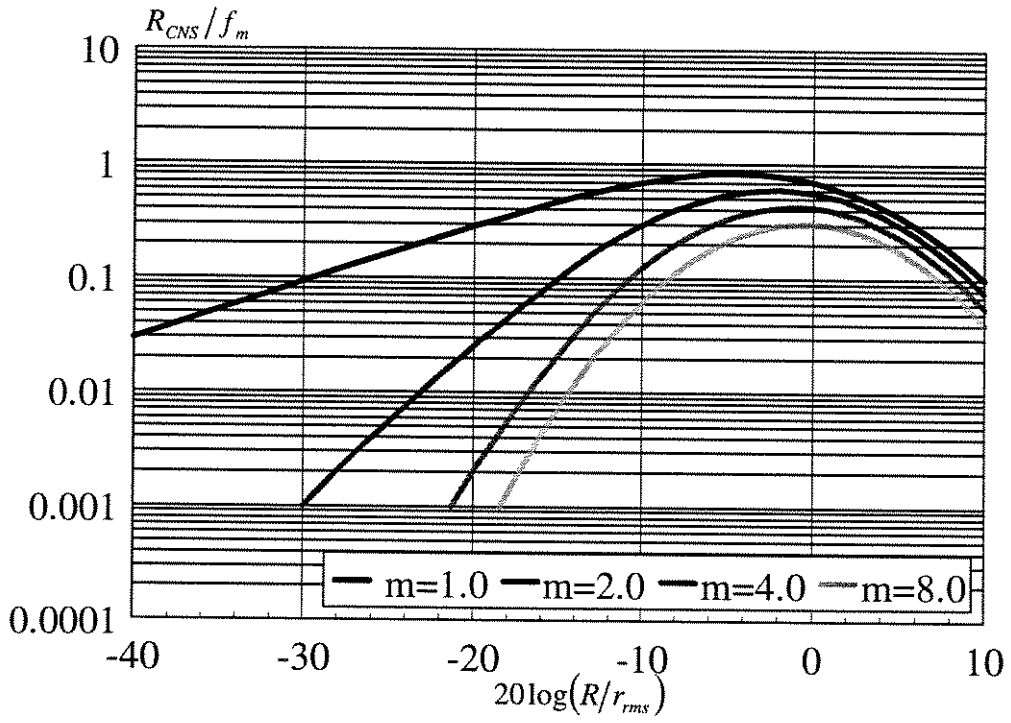


Figura 4.10: Taxa de cruzamento de nível - Nakagami-sombreado

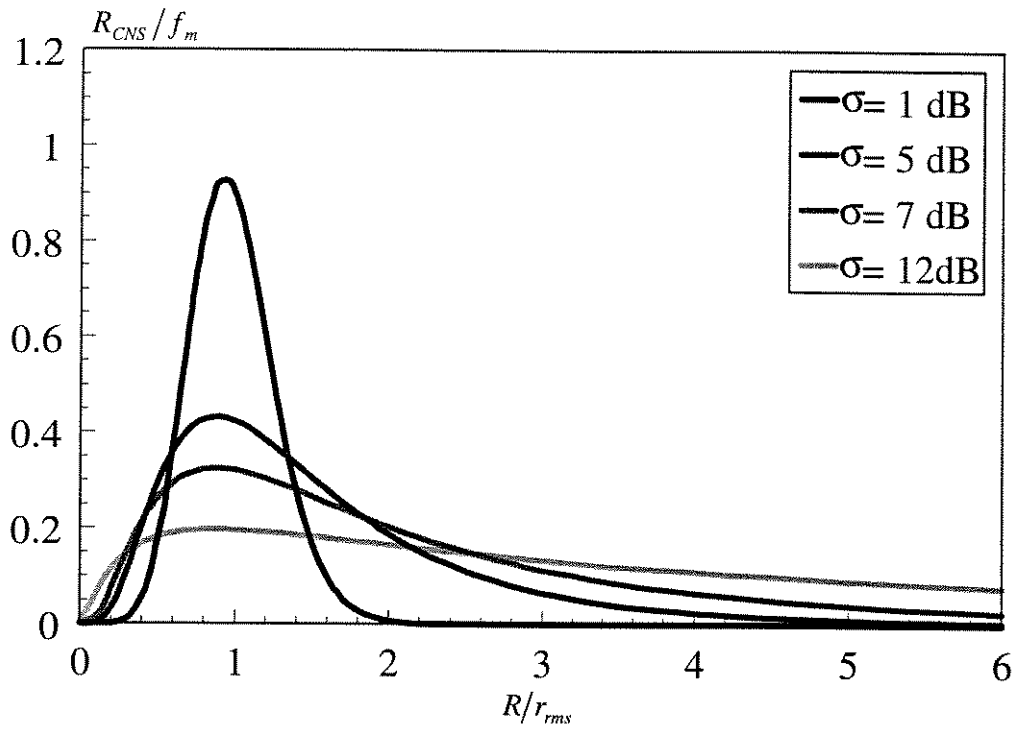


Figura 4.11: Taxa de cruzamento de nível - Nakagami-sombreado

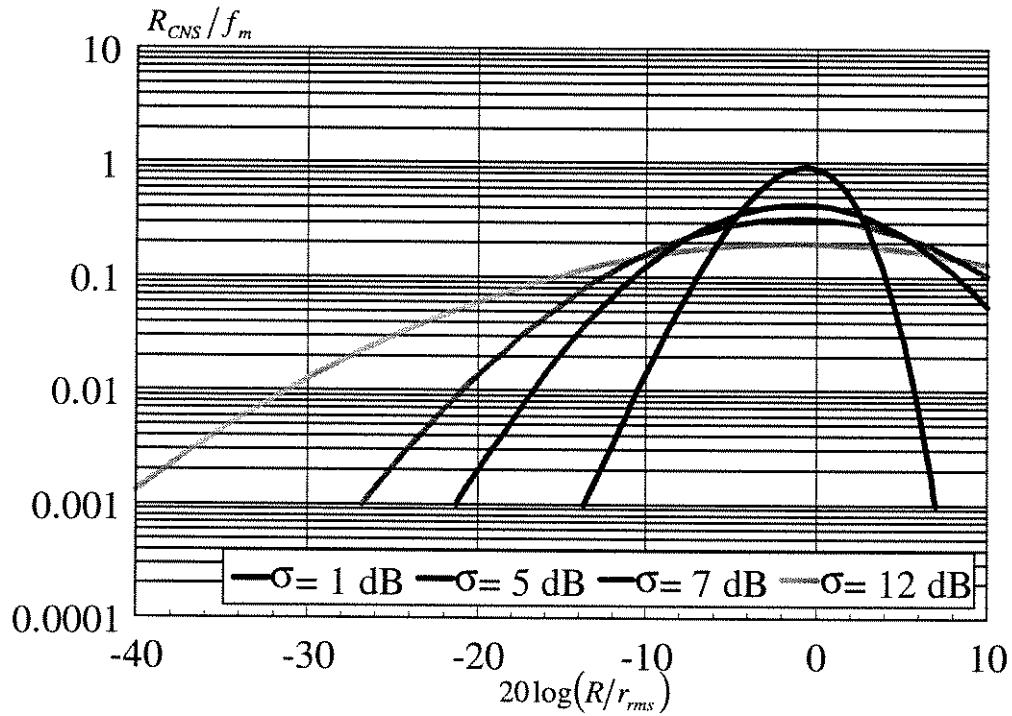


Figura 4.12: Taxa de cruzamento de nível - Nakagami-sombreado

Valores menores de σ_w implicam num sinal com variações mais concentradas em torno do valor médio do sinal. Desta forma a taxa de cruzamento de nível é maior próximo ao valor r.m.s. do sinal.

4.9.6. Ambiente Rice-sombreado

As duas taxas de cruzamento de nível para o ambiente Rice-sombreado em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. são

$$R_{CRS} = \frac{10 f_m \sqrt{1+k}}{\ln 10 \sigma_w} \frac{R}{r_{rms}} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{t}} \exp \left[-(1+k) \left(\frac{R}{r_{rms}} \right)^2 t - k - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2} \right] I_0 \left(2 \frac{R}{r_{rms}} \sqrt{k(1+k)t} \right) dt \quad (4.66)$$

$$R_{CRS} = \frac{10 \sqrt{1+k} f_m}{\ln 10 \sigma_w} \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ \frac{V}{2} - (1+k) \exp V - k - \frac{[20 \log(R/r_{rms}) - 10V/\ln 10]^2}{2\sigma_w^2} \right\} I_0 \left(2 \sqrt{k(1+k)} \exp \left(\frac{V}{2} \right) \right) dV \quad (4.67)$$

A equações 4.66 e 4.67 estão traçadas nas figuras 4.13, 4.14, 4.15 e 4.16.

Também neste caso valores maiores de k implicam em taxas mais baixas pois o sinal se torna mais bem comportado com poucas variações em torno da média do sinal.

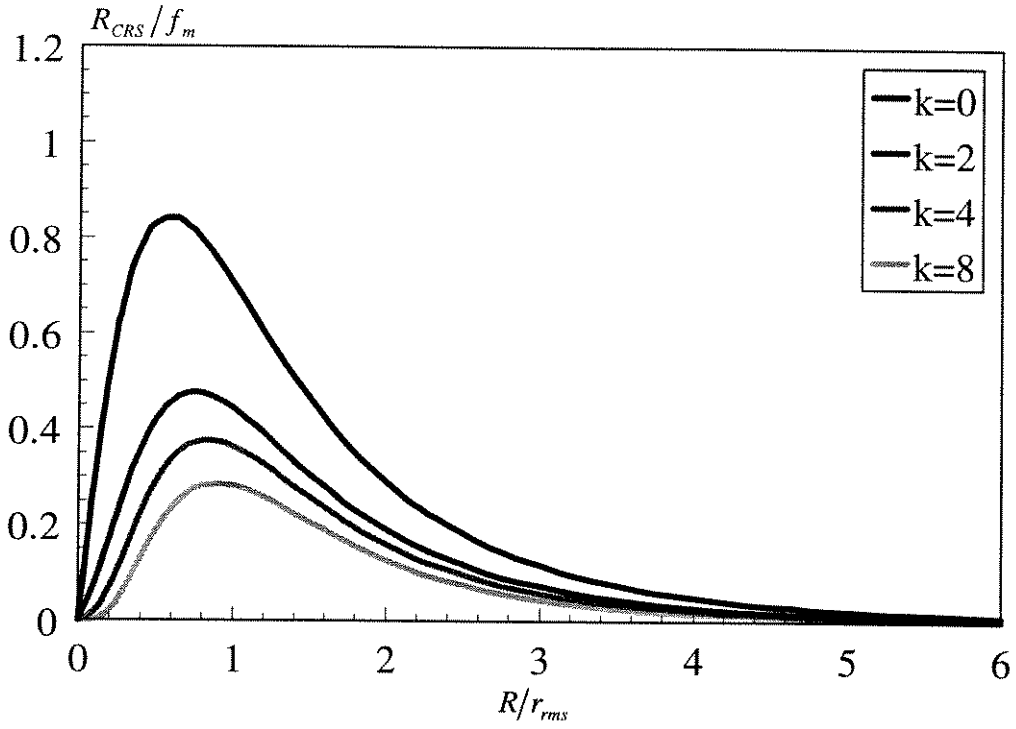


Figura 4.13: Taxa de cruzamento de nível - Rice-sombreado

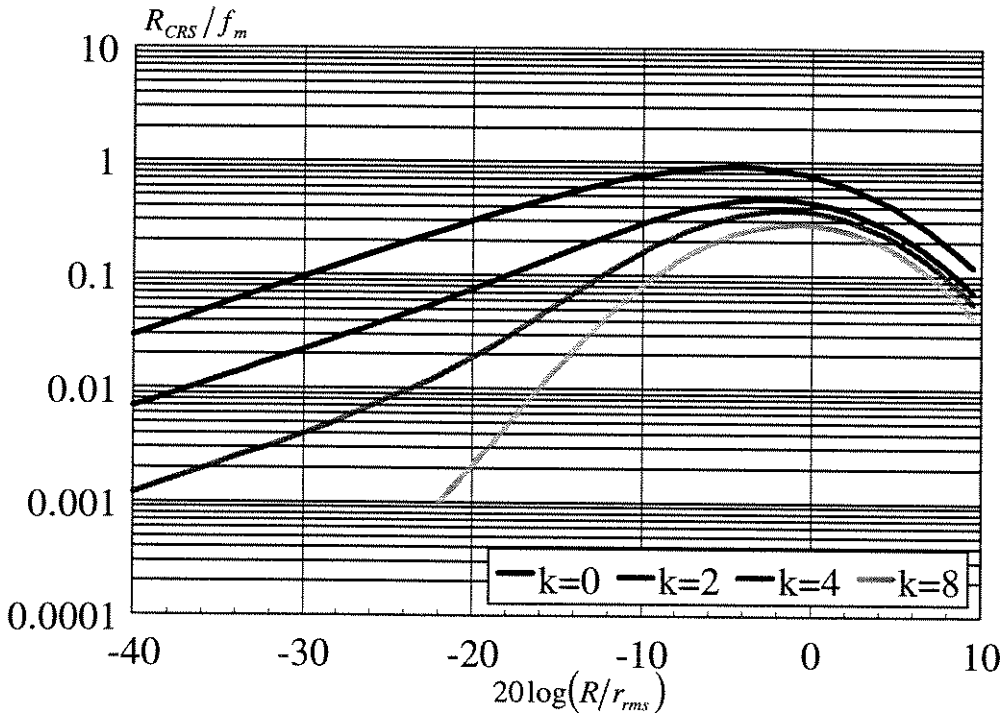


Figura 4.14: Taxa de cruzamento de nível - Rice-sombreado

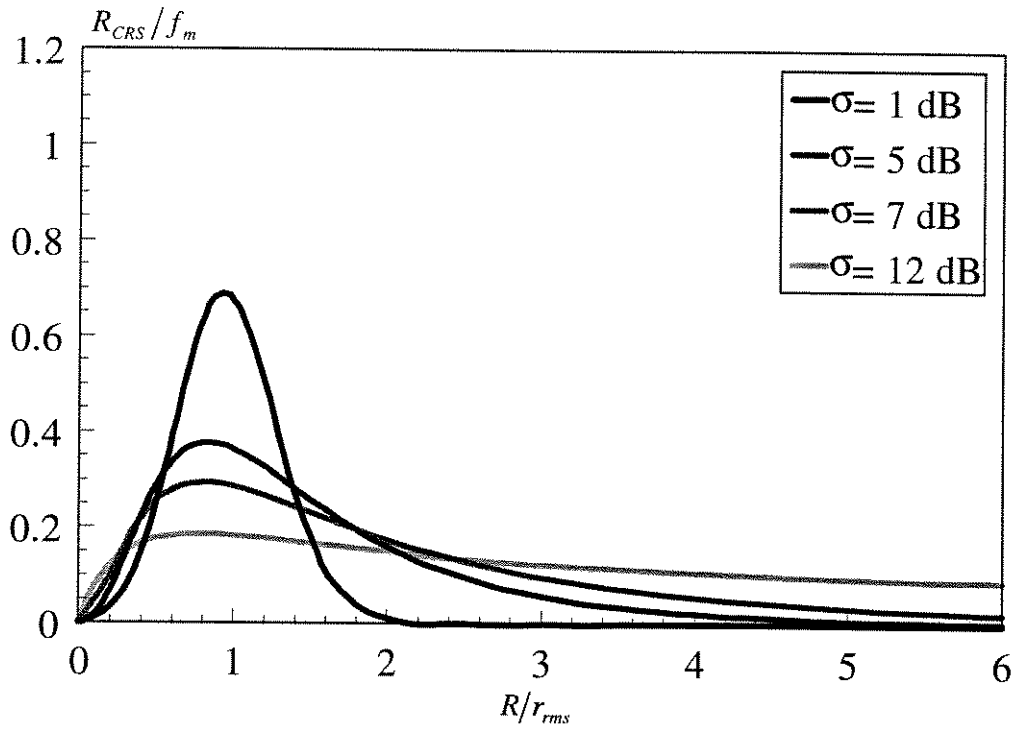


Figura 4.15: Taxa de cruzamento de nível - Rice-sombreado

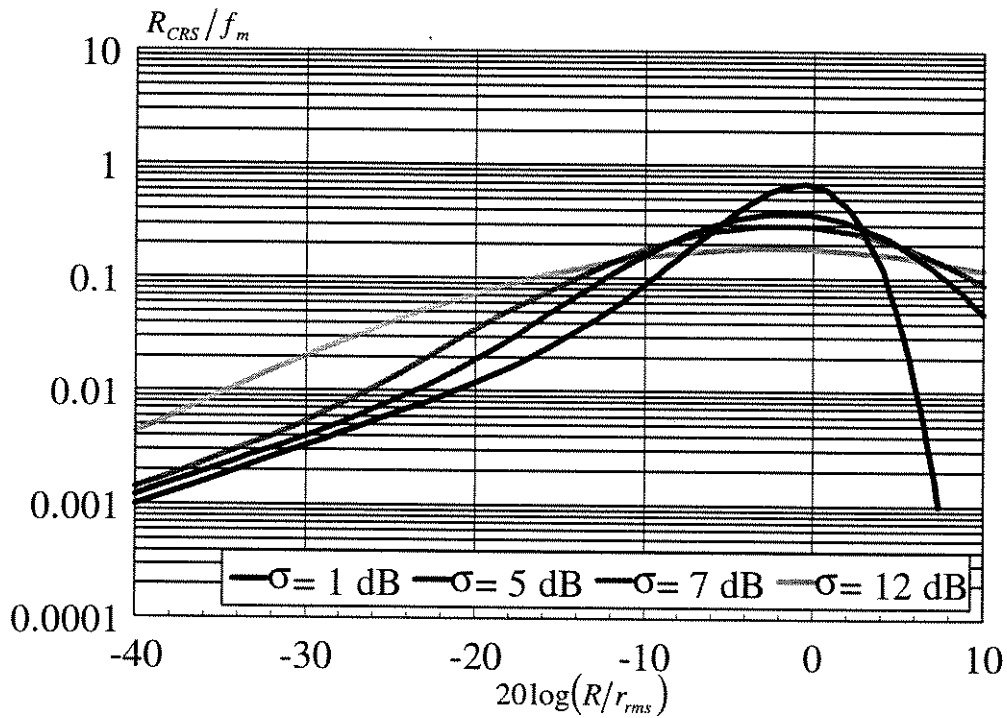


Figura 4.16: Taxa de cruzamento de nível - Rice-sombreado

Nas figuras 4.15 e 4.16 vemos que o sinal tende a ter variações mais concentradas em torno do valor médio do sinal para valores menores de σ_w . Assim obtemos taxas de cruzamento menores para níveis de cruzamento afastados da média e taxas maiores para níveis próximos da média do sinal.

Valores maiores do desvio padrão σ_w implicam em maior espalhamento do sinal e maiores taxas de cruzamento para níveis mais afastados da média.

4.10. Sumário e Conclusões

Determinamos neste Capítulo a taxa com a qual um sinal de rádio móvel cruza um dado limiar em diversas condições de desvanecimento.

O cálculo da taxa de cruzamento de nível foi feito para os seguintes ambientes: Rayleigh, Rice, Nakagami, Suzuki, Nakagami-sombreado e Rice-sombreado, sendo os cinco últimos a nossa contribuição neste trabalho.

Podemos concluir que para um nível de sinal mais exigente a taxa de cruzamento deste nível decai rapidamente.

Sinais com características mais determinísticas apresentam uma menor taxa de cruzamento de nível devido ao bom comportamento do sinal em torno da média.

Verificamos também o efeito de sombreamento com o espalhamento do sinal indicando taxas altas de cruzamento de nível para valores afastados do valor r.m.s. do sinal.

Os cálculos feitos neste Capítulo também serão utilizados no Capítulo seguinte para o cálculo do tempo médio de desvanecimento.

Capítulo 5

Tempo Médio de Desvanecimento

A nossa contribuição está na determinação do tempo médio de desvanecimento para os ambientes Rice, Nakagami, Suzuki, Nakagami-sombreado e Rice-sombreado.

5.1.Introdução

O tempo médio de desvanecimento de um sinal é definido como a relação entre o tempo total que o sinal ficou abaixo de um dado nível e o número total de desvanecimentos, isto num certo período de tempo [1].

A seguir calcularemos o tempo médio de desvanecimento para os ambientes Rayleigh, Rice, Nakagami, Suzuki, Nakagami-sombreado e Rice-sombreado, apenas o ambiente Rayleigh não constituindo contribuição deste trabalho.

5.2. Tempo Médio de Desvanecimento

Dado um nível de sinal R , o tempo médio de desvanecimento do sinal é determinado pela razão entre o tempo total que o sinal ficou abaixo do limiar R e o número total de desvanecimentos, assumindo um intervalo de tempo T .

Seja τ o tempo médio de desvanecimento, τ_i a duração de cada desvanecimento e R_c a taxa de cruzamento de nível calculada no Capítulo anterior. Então

$$\tau = \frac{\sum \tau_i}{R_c T} \quad (5.1)$$

A razão $\sum \tau_i / T$ na equação 5.1 corresponde à probabilidade de que o sinal esteja abaixo do limiar R . Assim

$$\tau = \frac{1}{R_c} \text{prob}[r \leq R] = \frac{1}{R_c} \int_0^R p(r) dr \quad (5.2)$$

5.3. Ambiente Rayleigh

Na seção 2.3 temos a distribuição de Rayleigh dada por

$$p_r(r) = \frac{r}{\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right) \quad (5.3)$$

Na seção 4.3 calculamos a taxa de cruzamento de nível para o ambiente Rayleigh dada pela equação 4.6 e reescrita a seguir.

$$R_{Cr} = \sqrt{\pi} f_m \frac{R}{\sigma_r} \exp\left[-\left(\frac{R}{\sqrt{2}\sigma_r}\right)^2\right] \quad (5.4)$$

onde f_m é o deslocamento de Doppler máximo.

Desejamos calcular o resultado da equação 5.2. Portanto

$$\tau_r = \frac{\sigma_r}{\sqrt{\pi} f_m R} \exp\left(\frac{R^2}{2\sigma_r^2}\right) \int_0^R \frac{r}{\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right) dr \quad (5.5)$$

Finalmente resolvendo a equação acima chegamos a

$$\tau_r = \frac{\sigma_r}{\sqrt{\pi} f_m R} \left[\exp\left(\frac{R^2}{2\sigma_r^2}\right) - 1 \right] \quad (5.6)$$

Rescrevemos a equação 5.6 em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal $r_{rms} = \sqrt{2W} = \sqrt{2}\sigma_r$.

Logo

$$\tau_r = \frac{1}{\sqrt{2\pi} f_m (R/r_{rms})} \left\{ \exp\left[(R/r_{rms})^2\right] - 1 \right\} \quad (5.7)$$

5.4. Ambiente Rice

Na seção 2.4 temos a distribuição de Rice dada por

$$p_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2 + c^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{rc}{\sigma^2}\right) \quad (5.8)$$

Na seção 4.4 calculamos a taxa de cruzamento de nível para o ambiente Rice dada pela equação 4.9 e reescrita a seguir.

$$R_{CR} = \sqrt{\pi} f_m \frac{R}{\sigma} \exp\left(-\frac{R^2 + c^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{Rc}{\sigma^2}\right) \quad (5.9)$$

onde f_m é o deslocamento de Doppler máximo.

Desejamos calcular o resultado da equação 5.2. Portanto

$$\tau_R = \frac{\sigma_r}{\sqrt{\pi} f_m R} \frac{\exp\left(\frac{R^2 + c^2}{2\sigma_r^2}\right)}{I_0(Rc/\sigma_r^2)} \int_0^R \frac{r}{\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{r^2 + c^2}{2\sigma_r^2}\right) I_0\left(\frac{rc}{\sigma_r^2}\right) dr \quad (5.10)$$

Rescrevemos a equação 5.10 em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal $r_{rms} = \sqrt{2(1+k)}\sigma_r$, onde $k = c^2/(2\sigma^2)$ é o fator de Rice e $g = r/r_{rms}$ é a variável de integração.

$$\tau_R = \frac{\sqrt{2(1+k)}}{\sqrt{\pi} f_m} \int_0^{(R/r_{rms})} \frac{g \exp\left[(1+k)\left((R/r_{rms})^2 - g^2\right)\right] I_0\left(2g\sqrt{k(1+k)}\right)}{(R/r_{rms}) I_0\left(2(R/r_{rms})\sqrt{k(1+k)}\right)} dg \quad (5.11)$$

5.5. Ambiente Nakagami

Na seção 2.5 temos a distribuição de Nakagami dada por

$$p_N(r) = \frac{2m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right) \quad (5.12)$$

Na seção 4.5 calculamos a taxa de cruzamento de nível para o ambiente Nakagami dada pela equação 4.12 e reescrita a seguir.

$$R_{CN} = \sqrt{2\pi} f_m \frac{m^{m-1/2} R^{2m-1}}{\Omega^{m-1/2} \Gamma(m)} \exp\left(-\frac{mR^2}{\Omega}\right) \quad (5.13)$$

onde f_m é o deslocamento de Doppler máximo.

Desejamos calcular o resultado da equação 5.2. Portanto

$$\tau_N = \frac{\Gamma(m)\Omega^{m-1/2}}{m^{m-1/2}\sqrt{2\pi}f_m R^{2m-1}} \exp\left(\frac{mR^2}{\Omega}\right) \int_0^R \frac{2m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right) dr \quad (5.14)$$

Rearranjando a equação acima temos

$$\tau_N = \frac{2\sqrt{m}\Omega^{m-1/2}}{\sqrt{2\pi}f_m R^{2m-1}} \exp\left(\frac{mR^2}{\Omega}\right) \int_0^R \frac{r^{2m-1}}{\Omega^m} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right) dr \quad (5.15)$$

Deseja-se calcular a integral

$$I = \int_0^R \frac{r^{2m-1}}{\Omega^m} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right) dr \quad (5.16)$$

A função exponencial da equação 5.16 pode ser expandida em série de potências, tal que

$$I = \int_0^R \frac{r^{2m-1}}{\Omega^m} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-mr^2/\Omega)^i}{i!} dr = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-m)^i}{i! \Omega^{m+i}} \int_0^R r^{2m+2i-1} dr \quad (5.17)$$

Logo obtemos a integral da equação 5.17 na forma

$$I = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-m)^i}{2(m+i)! i!} \frac{R^{2m+2i}}{\Omega^{m+i}} \quad (5.18)$$

Finalmente obtemos o tempo médio de desvanecimento para o ambiente Nakagami na forma

$$\tau_N = \frac{\sqrt{m} \exp(mR^2/\Omega)}{\sqrt{2\pi} f_m} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-m)^i}{(m+i)! i!} \frac{R^{2i+1}}{\Omega^{i+1/2}} \quad (5.19)$$

Rescrevemos a equação 5.19 em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal $r_{rms} = \sqrt{2W} = \sqrt{\Omega}$.

$$\tau_N = \frac{\sqrt{m} \exp\left[m(R/r_{rms})^2\right]}{\sqrt{2\pi} f_m} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-m)^i (R/r_{rms})^{2i+1}}{(m+i)! i!} \quad (5.20)$$

5.6. Ambiente Suzuki

Escrevemos a distribuição de Suzuki da seção 2.6 na forma

$$p_s(r) = \frac{10r}{\sqrt{2\pi} \ln 10 m_w \sigma_R} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{r^2}{2m_w} t - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) dt \quad (5.21)$$

Na seção 4.6 calculamos a taxa de cruzamento de nível para o ambiente Suzuki dada pela equação 4.6 e reescrita a seguir.

$$R_{CS} = \frac{10 f_m R}{\ln 10 \sigma_w \sqrt{2m_w}} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{R^2 t}{2m_w} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) dt \quad (5.22)$$

onde f_m é o deslocamento de Doppler máximo.

Desejamos calcular o resultado da equação 5.2. Portanto

$$\tau_s = \frac{1}{\sqrt{2\pi} f_m \sqrt{2m_w} R} \frac{\int_0^R \int_0^\infty r \exp\left(-\frac{r^2 t}{2m_w} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) dt dr}{\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{R^2 t}{2m_w} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) dt} \quad (5.23)$$

Alterando-se a variável de integração onde $g = r/\sqrt{2m_w}$ temos

$$\tau_s = \frac{\sqrt{2m_w}}{\sqrt{2\pi} f_m R} \frac{\int_0^{(R/\sqrt{2m_w})} \int_0^\infty g \exp\left[-g^2 t - (50 \log^2 t)/\sigma_w^2\right] dt dg}{\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left[-R^2 t/(2m_w) - (50 \log^2 t)/\sigma_w^2\right] dt} \quad (5.24)$$

Rescrevemos a equação 4.24 em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal $r_{rms} = \sqrt{2m_w}$. Logo

$$\tau_s = \frac{1}{\sqrt{2\pi} f_m (R/r_{rms})} \frac{\int_0^{(R/r_{rms})} \int_0^\infty g \exp\left(-g^2 t - 50 \log^2 t / \sigma_w^2\right) dt dg}{\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left[-(R/r_{rms})^2 t - 50 \log^2 t / \sigma_w^2\right] dt} \quad (5.25)$$

5.7. Ambiente Nakagami-sombreado

A distribuição de Nakagami-sombreado dada na seção 2.7 é

$$p_{NS}(w) = \int_0^\infty \frac{10m^m w^{m-1} t^{m-1}}{\Gamma(m) \ln 10 \sqrt{2\pi} \sigma_w^m} \exp\left(-\frac{mw}{m_w} t - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) dt \quad (5.26)$$

Pela transformação $p(r)|dr| = p(w)|dw|$ onde $w = r^2/2$ obtemos

$$p_{NS}(r) = \int_0^\infty \frac{10\sqrt{2} m^m r^{2m-1} t^{m-1}}{\Gamma(m) \ln 10 \sqrt{\pi} \sigma_w (2m_w)^m} \exp\left(-\frac{mr^2}{2m_w} t - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) dt \quad (5.27)$$

Na seção 4.7 calculamos a taxa de cruzamento de nível para o ambiente

Nakagami-sombreado reescrita abaixo

$$R_{CNS} = \frac{10f_m m^{m-1/2} R^{2m-1}}{\Gamma(m) \ln 10 \sigma_w (2m_w)^{m-1/2}} \int_0^\infty t^{m-3/2} \exp\left(-\frac{mR^2 t}{2m_w} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) dt \quad (5.28)$$

onde f_m é o deslocamento de Doppler máximo.

Desejamos calcular o resultado da equação 5.2. Portanto

$$\tau_{NS} = \frac{\sqrt{2m}}{\sqrt{\pi} f_m R^{2m-1} \sqrt{2m_w}} \frac{\int_0^R \int_0^\infty r^{2m-1} t^{m-1} \exp\left(-\frac{mr^2 t}{2m_w} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) dt dr}{\int_0^\infty t^{m-3/2} \exp\left(-\frac{mR^2 t}{2m_w} - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) dt} \quad (5.29)$$

Alterando-se a variável de integração para $g = r/\sqrt{2m_w}$ temos

$$\tau_{NS} = \frac{\sqrt{2m} (2m_w)^{m-1/2}}{\sqrt{\pi} f_m R^{2m-1}} \frac{\int_0^{(R/\sqrt{2m_w})^\infty} \int_0^\infty g^{2m-1} t^{m-1} \exp\left(-mg^2 t - 50 \log^2 t / \sigma_w^2\right) dt dg}{\int_0^\infty t^{m-3/2} \exp\left(-mR^2 t / (2m_w) - 50 \log^2 t / \sigma_w^2\right) dt} \quad (5.30)$$

Rescrevemos a equação 5.30 em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal $r_{rms} = \sqrt{2m_w}$. Logo

$$\tau_{NS} = \frac{\sqrt{2m}}{\sqrt{\pi} f_m (R/r_{rms})^{2m-1}} \frac{\int_0^{(R/r_{rms})^\infty} \int_0^\infty g^{2m-1} t^{m-1} \exp(-mg^2 t - 50 \log^2 t / \sigma_w^2) dt dg}{\int_0^\infty t^{m-3/2} \exp[-m(R/r_{rms})^2 t - 50 \log^2 t / \sigma_w^2] dt} \quad (5.31)$$

5.8. Ambiente Rice-sombreado

A distribuição de Rice-sombreado mostrado na seção 2.8 é

$$p_{RS}(w) = \int_0^{+\infty} \frac{10(1+k)}{\ln 10 \sqrt{2\pi} \sigma_w m_w} \exp\left\{-\frac{w(1+k)t}{m_w} - k - \frac{a^2 \ln^2 t}{2\sigma^2}\right\} I_0\left(2\sqrt{\frac{wk(1+k)t}{m_w}}\right) dt \quad (5.32)$$

Pela transformação $p(r)|dr| = p(w)|dw|$ onde $w = r^2/2$ obtemos

$$p_{RS}(r) = \int_0^{+\infty} \frac{10(1+k)r}{\ln 10 \sqrt{2\pi} \sigma_w m_w} \exp\left\{-\frac{r^2(1+k)t}{2m_w} - k - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right\} I_0\left(2\sqrt{\frac{r^2 k(1+k)t}{2m_w}}\right) dt \quad (5.33)$$

Na seção 4.8 calculamos a taxa de cruzamento de nível para o ambiente Rice-sombreado dada pela equação reescrita abaixo

$$R_{CRS} = \frac{10\sqrt{1+k} f_m R}{\ln 10 \sigma_w \sqrt{2m_w}} \times \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left[-\frac{R^2(1+k)t}{2m_w} - k - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right] I_0\left(2\sqrt{\frac{R^2 k(1+k)t}{2m_w}}\right) dt \quad (5.34)$$

onde f_m é o deslocamento de Doppler máximo.

Desejamos calcular o resultado da equação 5.2. Portanto

$$\tau_{RS} = \frac{\sqrt{2(1+k)}}{\sqrt{\pi} f_m \sqrt{2m_w} R} \quad (5.35)$$

$$\times \frac{\int_0^R \int_0^\infty r \exp\left(-\frac{r^2(1+k)t}{2m_w} - k - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) I_0\left(2r \sqrt{\frac{k(1+k)t}{2m_w}}\right) dt dr}{\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{R^2(1+k)t}{2m_w} - k - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) I_0\left(2R \sqrt{\frac{k(1+k)t}{2m_w}}\right) dt}$$

Alterando-se a variável de integração onde $g = r/\sqrt{2m_w}$ temos

$$\tau_{RS} = \frac{\sqrt{2(1+k)} \sqrt{2m_w}}{\sqrt{\pi} f_m R} \quad (5.36)$$

$$\times \frac{\int_0^{(R/\sqrt{2m_w})} \int_0^\infty g \exp\left(-(1+k)g^2 t - k - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) I_0\left(2g \sqrt{k(1+k)t}\right) dt dg}{\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{(1+k)R^2 t}{2m_w} - k - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) I_0\left(2R \sqrt{\frac{k(1+k)t}{2m_w}}\right) dt}$$

Rescrevemos a equação 5.36 em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal $r_{rms} = \sqrt{2m_w}$. Logo

$$\tau_{RS} = \frac{\sqrt{2(1+k)}}{\sqrt{\pi} f_m (R/r_{rms})} \quad (5.37)$$

$$\times \frac{\int_0^{(R/r_{rms})} \int_0^\infty g \exp\left(-(1+k)g^2 t - k - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) I_0\left(2g \sqrt{k(1+k)t}\right) dt dg}{\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left(-(1+k)(R/r_{rms})^2 t - k - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) I_0\left(2 \frac{R}{r_{rms}} \sqrt{k(1+k)t}\right) dt}$$

5.9.Resultados

Nesta seção apresentaremos os resultados dos cálculos feitos para os diversos ambientes. Faremos também, uma análise e comparação dos resultados.

5.9.1.Ambiente Rayleigh

O tempo médio de desvanecimento para o ambiente Rayleigh em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal é

$$\tau_r = \frac{1}{\sqrt{2\pi} f_m (R/r_{rms})} \left\{ \exp \left[\left(R/r_{rms} \right)^2 \right] - 1 \right\} \quad (5.38)$$

A equação 5.38 está traçada nas figuras 5.1 e 5.2.

Verificamos que o tempo médio de desvanecimento se eleva mais rapidamente para valores do limiar maiores que o valor r.m.s. do sinal.

Na condição da máxima taxa de cruzamento de nível, ou seja, 3dB abaixo do valor r.m.s. do sinal obtemos um tempo médio de desvanecimento de $0.33f_m$.

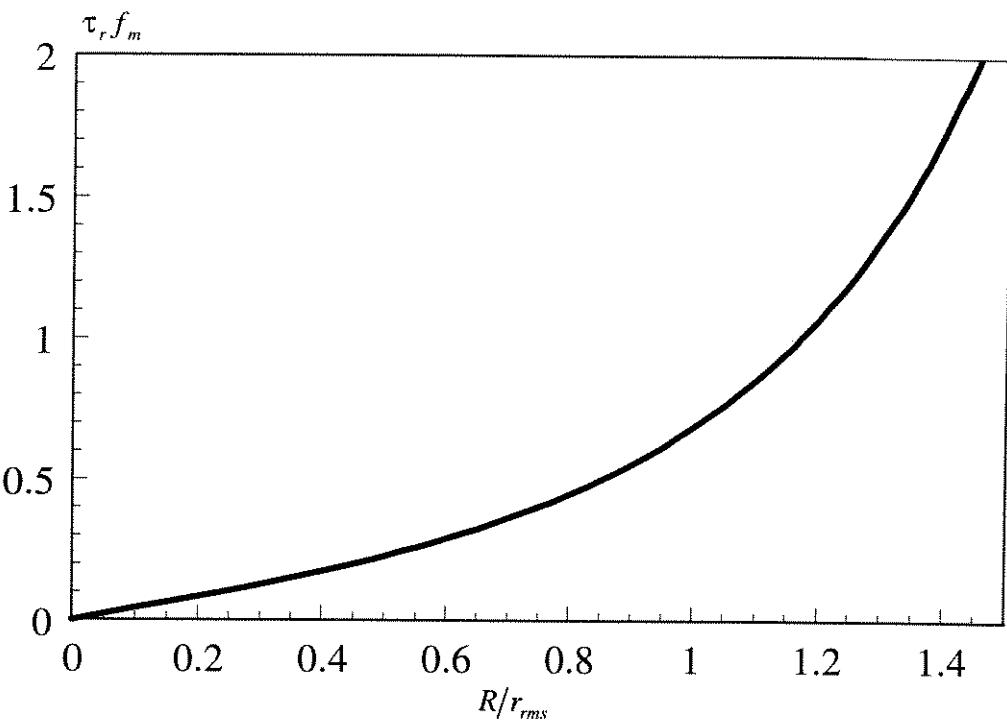


Figura 5.1: Tempo médio de desvanecimento - Rayleigh

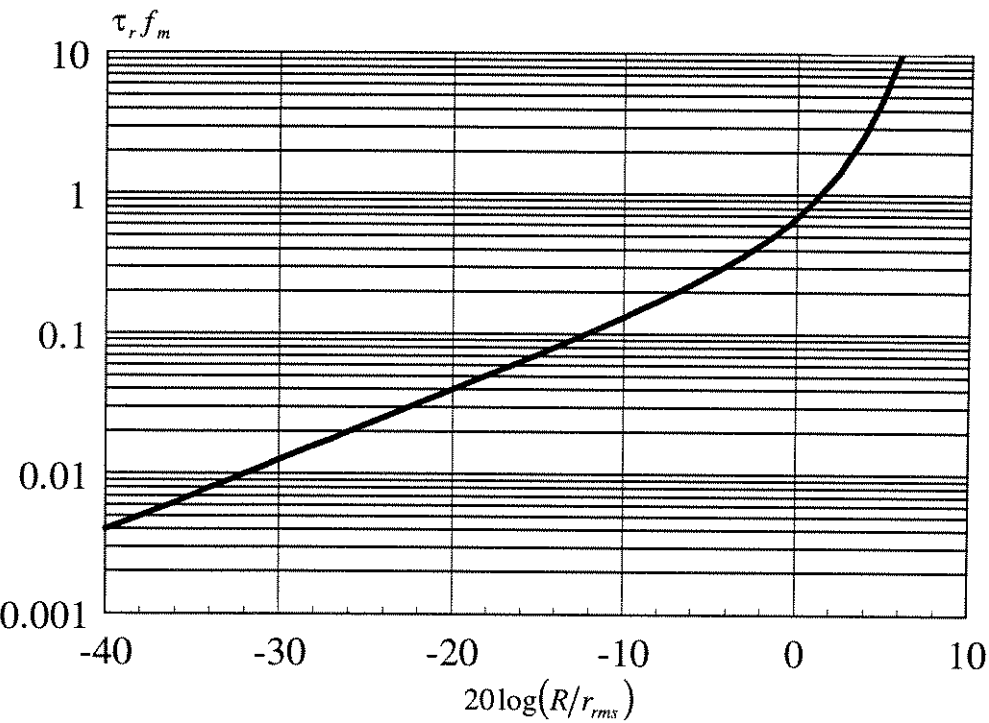


Figura 5.2: Tempo médio de desvanecimento - Rayleigh

5.9.2. Ambiente Rice

O tempo médio de desvanecimento para o ambiente Rice em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal é

$$\tau_R = \frac{\sqrt{2(1+k)}}{\sqrt{\pi} f_m} \int_0^{(R/r_{rms})} \frac{g \exp\left[(1+k)\left((R/r_{rms})^2 - g^2\right)\right] I_0\left(2g\sqrt{k(1+k)}\right)}{(R/r_{rms}) I_0\left(2(R/r_{rms})\sqrt{k(1+k)}\right)} dg \quad (5.39)$$

A equação 5.39 está traçada nas figuras 5.3 e 5.4.

Podemos verificar que valores maiores do fator k implicam em tempos mais longos para valores do limiar mais afastados do valor r.m.s. do sinal. Isto ocorre em especial no ambiente Rice onde um sinal mais determinístico significa que a componente em linha de visada se destaca em relação aos sinais de multipercurso.

Assim, também observam-se tempos mais curtos de desvanecimento de sinais mais determinísticos para valores próximos da média do sinal.

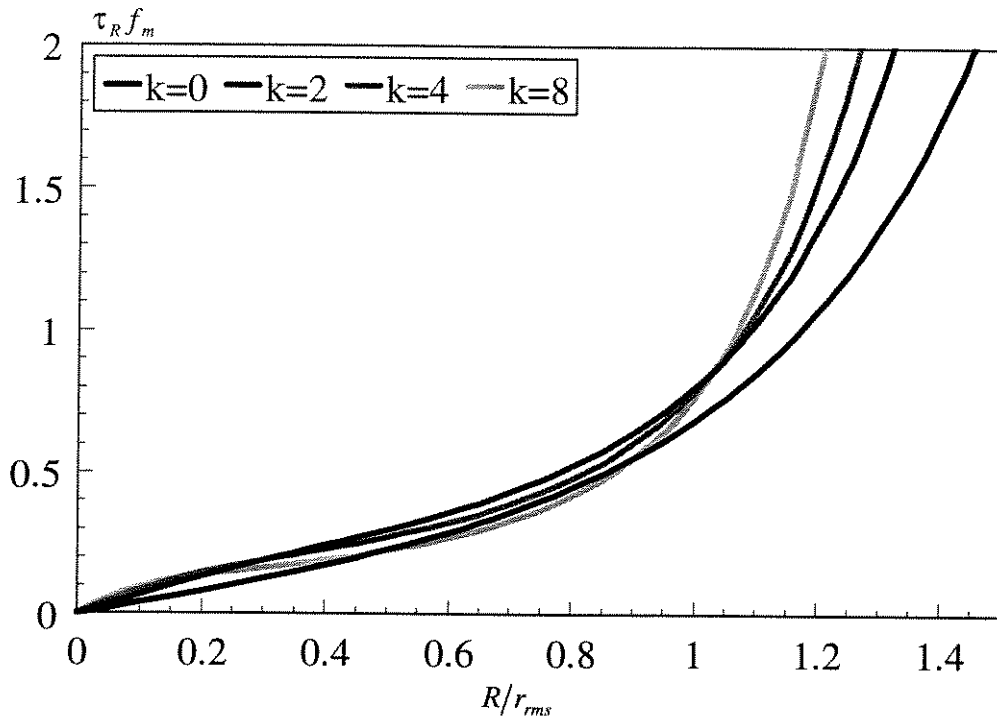


Figura 5.3: Tempo médio de desvanecimento - Rice

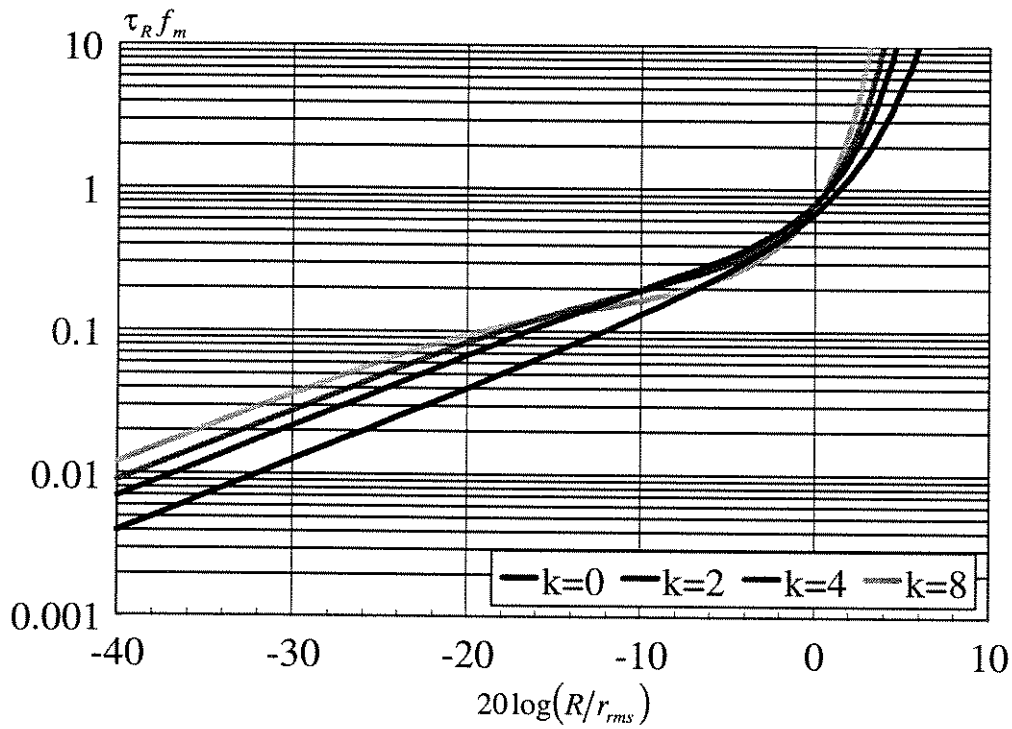


Figura 5.4: Tempo médio de desvanecimento - Rice

5.9.3. Ambiente Nakagami

O tempo médio de desvanecimento para o ambiente Nakagami em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal é

$$\tau_N = \frac{\sqrt{m} \exp\left[m(R/r_{rms})^2\right]}{\sqrt{2\pi} f_m} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-m)^i (R/r_{rms})^{2i+1}}{(m+i)! i!} \quad (5.40)$$

A equação 5.40 está traçada nas figuras 5.5 e 5.6.

Verificamos a influência do fator de desvanecimento m no tempo médio de desvanecimento.

Podemos verificar que valores maiores do fator m , ou seja, sinais mais determinísticos implicam em tempos mais longos para valores do limiar maiores que o valor r.m.s. do sinal.

Também observam-se tempos mais curtos de desvanecimento de sinais mais determinísticos para valores inferiores a média do sinal. Isto se verifica pois diminui a probabilidade de encontrarmos sinais mais determinísticos abaixo de seu valor r.m.s.

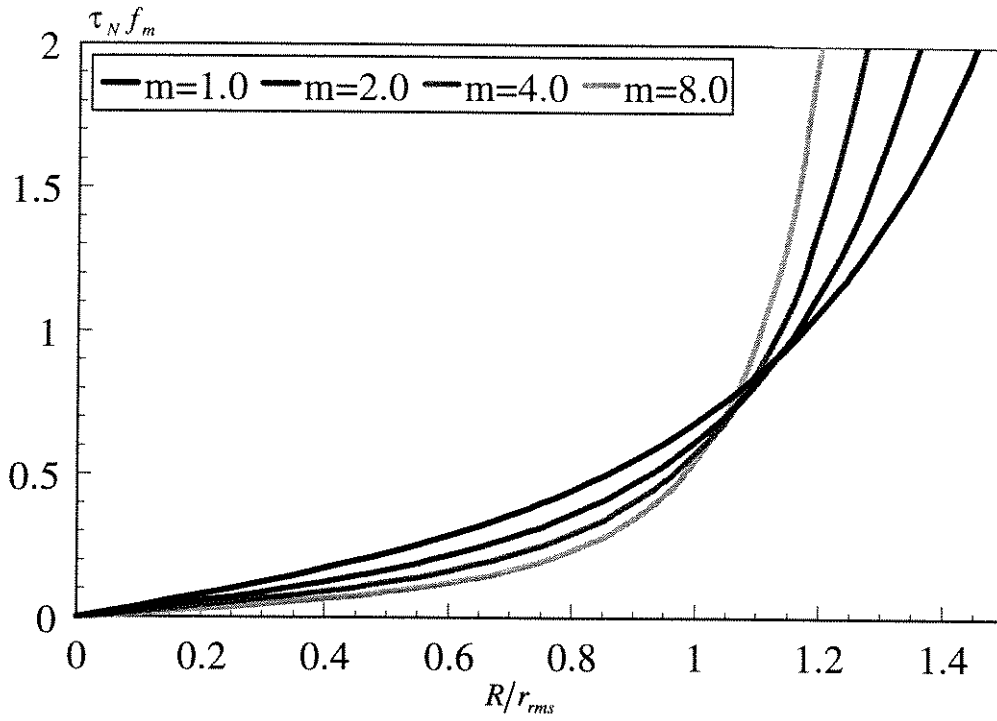


Figura 5.5: Tempo médio de desvanecimento - Nakagami

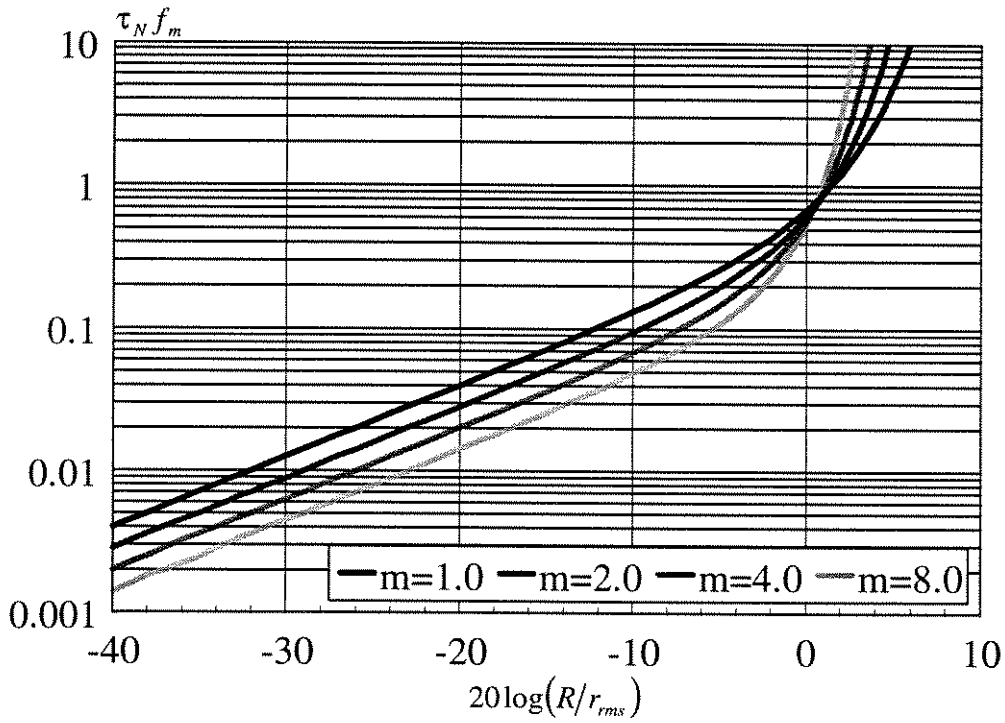


Figura 5.6: Tempo médio de desvanecimento - Nakagami

5.9.4. Ambiente Suzuki

O tempo médio de desvanecimento para o ambiente Suzuki em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal é

$$\tau_s = \frac{1}{\sqrt{2\pi} f_m (R/r_{rms})} \frac{\int_0^{(R/r_{rms})^\infty} \int_0^\infty g \exp(-g^2 t - 50 \log^2 t / \sigma_w^2) dt dg}{\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left[-(R/r_{rms})^2 t - 50 \log^2 t / \sigma_w^2\right] dt} \quad (5.41)$$

A equação 5.41 está traçada nas figuras 5.7 e 5.8.

Verificamos a influência do desvio padrão σ_w da potência do sinal recebido no tempo médio de desvanecimento. Valores menores de σ_w implicam num menor efeito de sombreamento do sinal. Assim as variações mais rápidas são mais significativas em torno do valor médio do sinal. Por isso o tempo médio de desvanecimento é menor próximo ao valor r.m.s. do sinal neste caso.

Quando o desvio padrão σ_w é grande obtemos um maior espalhamento do sinal. Assim as variações de longo prazo da média do sinal são mais significativas. Portanto temos tempos de desvanecimento mais longos em valores menores que o valor r.m.s. do sinal.

Verifica-se que as curvas se invertem para valores do limiar superiores ao valor r.m.s. do sinal.

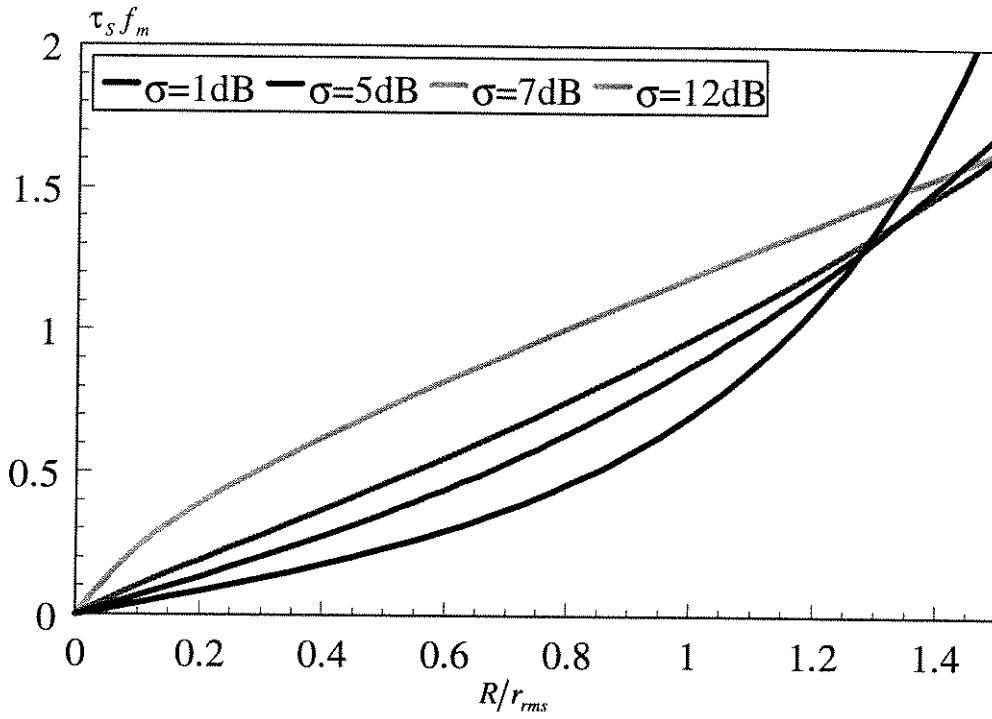


Figura 5.7: Tempo médio de desvanecimento - Suzuki

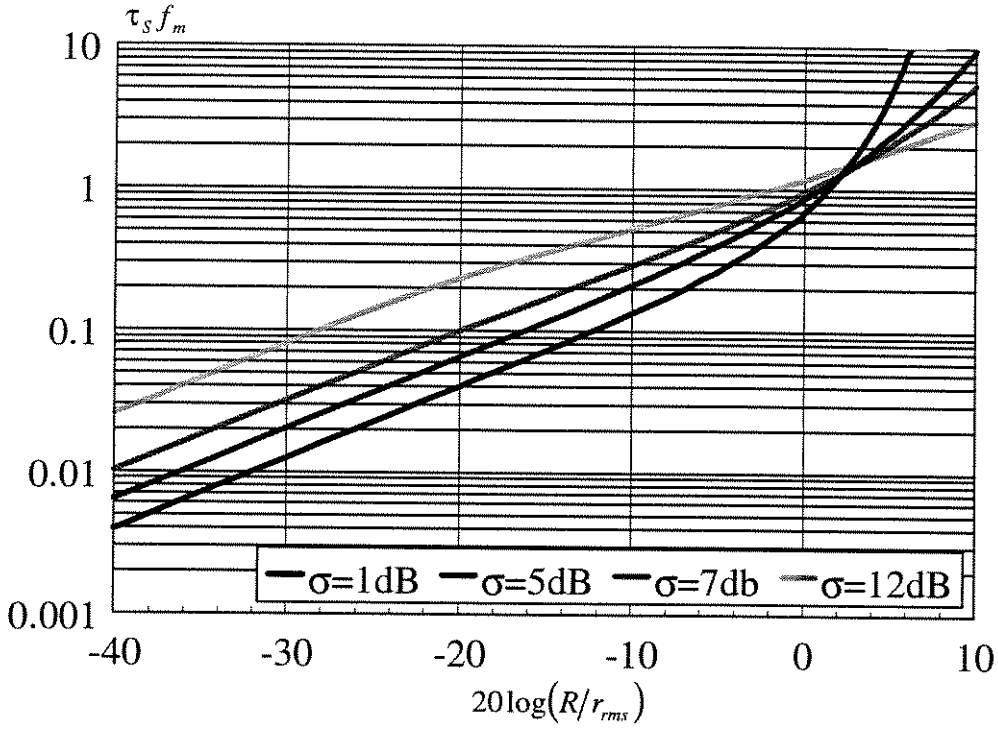


Figura 5.8: Tempo médio de desvanecimento - Suzuki

5.9.5. Ambiente Nakagami-sombreado

O tempo médio de desvanecimento para o ambiente Nakagami-sombreado em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal é

$$\tau_{NS} = \frac{\sqrt{2m}}{\sqrt{\pi} f_m (R/r_{rms})^{2m-1}} \frac{\int_0^{(R/r_{rms})^\infty} \int_0^\infty g^{2m-1} t^{m-1} \exp(-mg^2 t - 50 \log^2 t / \sigma_w^2) dt dg}{\int_0^\infty t^{m-3/2} \exp[-m(R/r_{rms})^2 t - 50 \log^2 t / \sigma_w^2] dt} \quad (5.42)$$

A equação 5.42 está traçada nas figuras 5.9, 5.10, 5.11 e 5.12.

Nas figuras 5.9 e 5.10 verificamos a influência do fator de desvanecimento m no tempo médio de desvanecimento.

Podemos verificar que valores maiores do fator m , ou seja, sinais mais determinísticos implicam em tempos mais longos de desvanecimento do sinal. Isto ocorre neste caso, pois estamos considerando o efeito de sombreamento em que a média segue a distribuição Lognormal com desvio padrão $\sigma_w = 5dB$.

Nas figuras 5.11 e 5.12 verificamos a influência do desvio padrão σ_w da potência média no tempo médio de desvanecimento. Quando o desvio padrão σ_w é grande obtemos um maior espalhamento do sinal, assim as variações de longo prazo da média do sinal são mais significativas, portanto temos tempos de desvanecimento mais longos em valores menores que o valor r.m.s. do sinal.

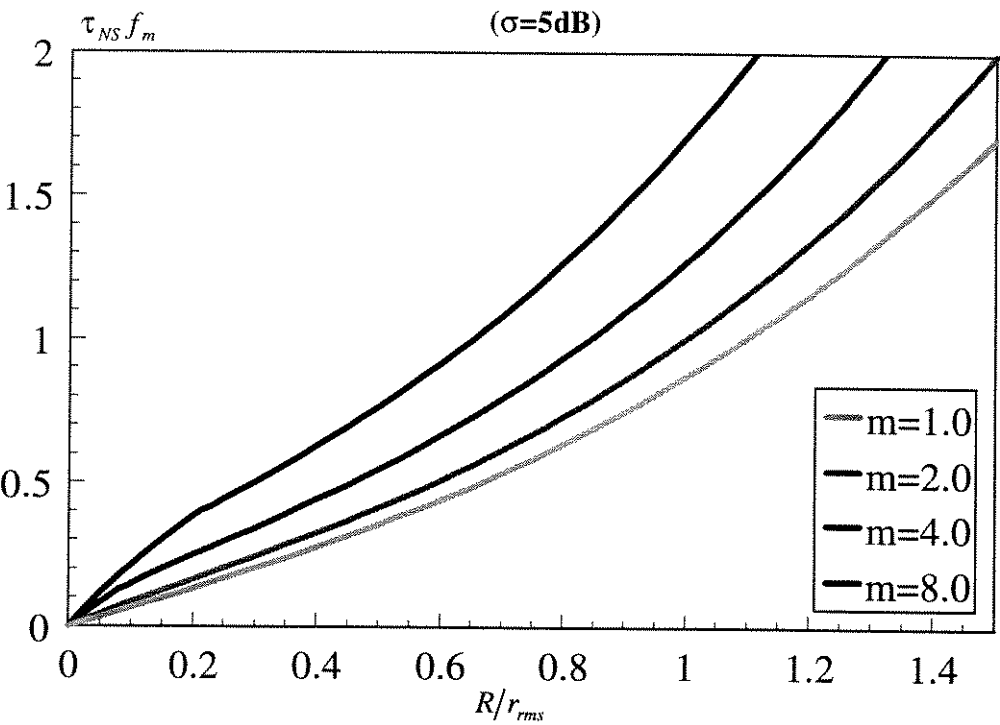


Figura 5.9: Tempo médio de desvanecimento - Nakagami-sombreado

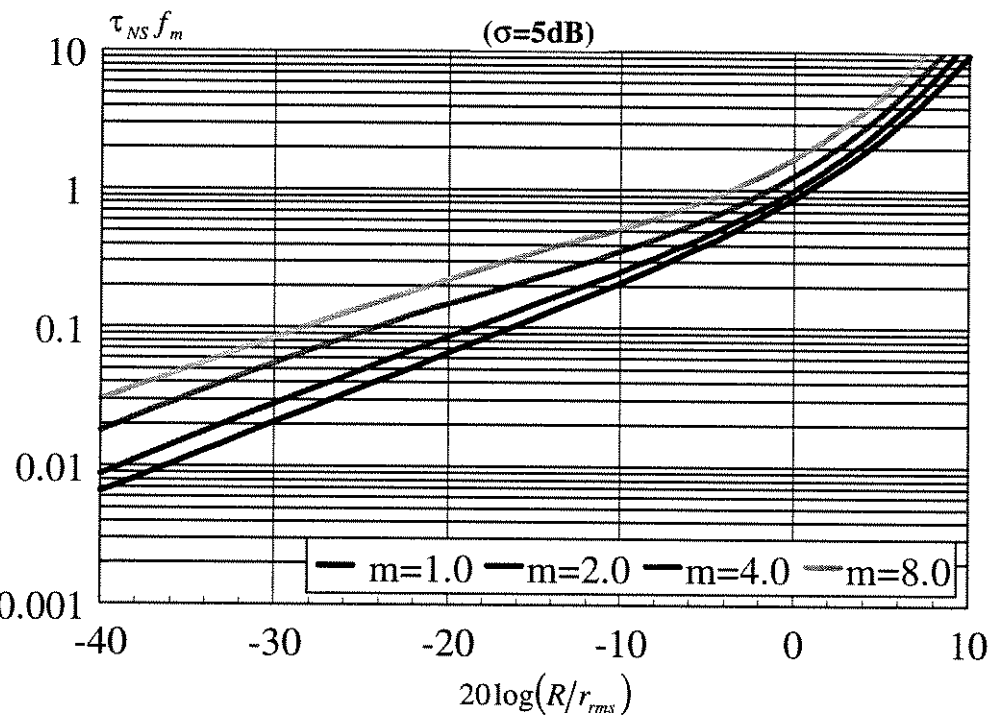


Figura 5.10: Tempo médio de desvanecimento - Nakagami-sombreado

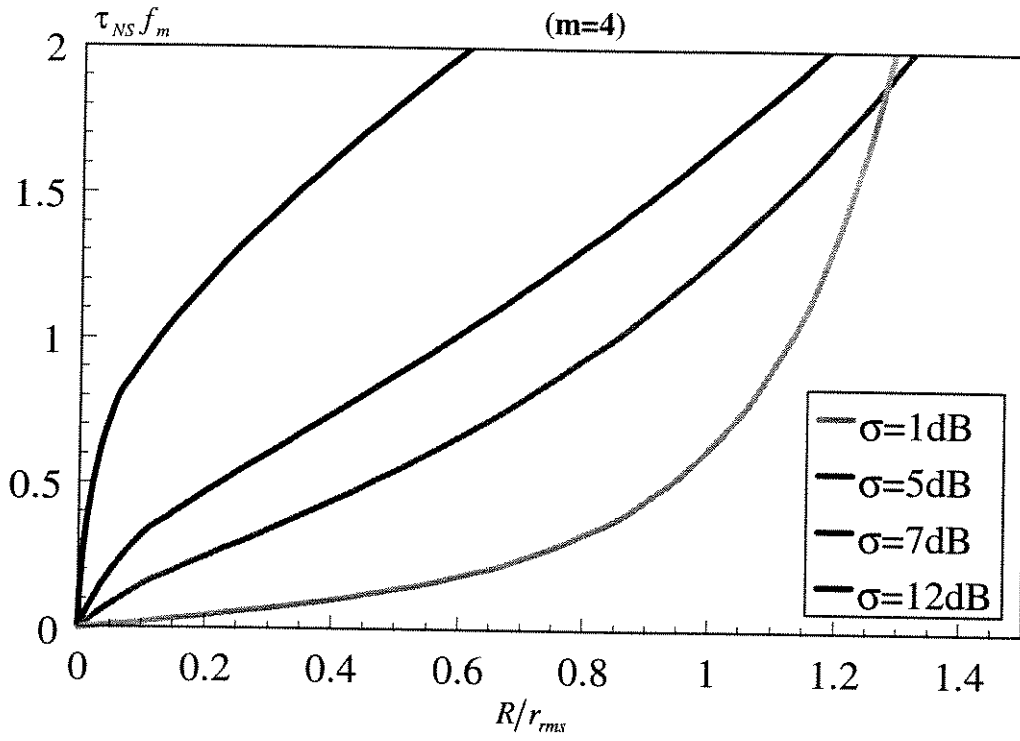


Figura 5.11: Tempo médio de desvanecimento - Nakagami-sombreado

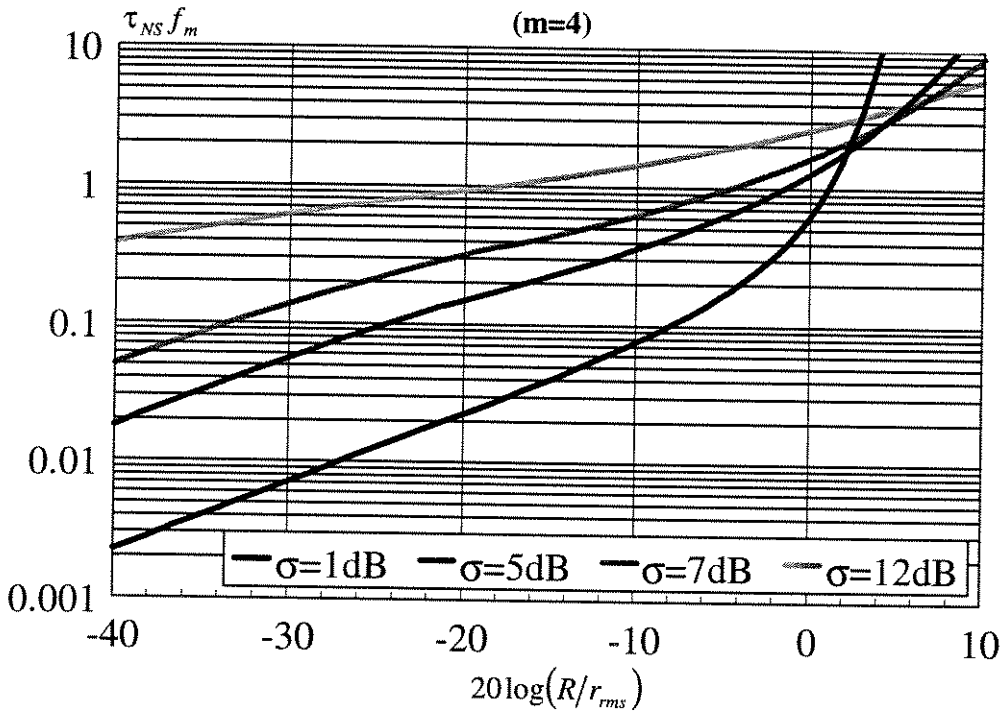


Figura 5.12: Tempo médio de desvanecimento - Nakagami-sombreado

5.9.6. Ambiente Rice-sombreado

O tempo médio de desvanecimento para o ambiente Rice-sombreado em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor r.m.s. do sinal é

$$\tau_{RS} = \frac{\sqrt{2(1+k)}}{\sqrt{\pi} f_m (R/r_{rms})} \times \frac{\int_0^{(R/r_{rms})} \int_0^\infty g \exp\left(-(1+k)g^2 t - k - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) I_0\left(2g\sqrt{k(1+k)t}\right) dt dg}{\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left(-(1+k)(R/r_{rms})^2 t - k - \frac{50 \log^2 t}{\sigma_w^2}\right) I_0\left(2\frac{R}{r_{rms}}\sqrt{k(1+k)t}\right) dt} \quad (5.43)$$

A equação 5.43 está traçada nas figuras 5.13, 5.14, 5.15 e 5.16.

Nas figuras 5.13 e 5.14 verificamos a influência do fator de Rice k no tempo médio de desvanecimento. Podemos verificar que valores maiores do fator k , ou seja, sinais mais determinísticos, implicam em tempos mais longos de desvanecimento do sinal, pois estamos considerando o efeito de sombreamento em que a média tem um desvio padrão $\sigma_w = 5dB$.

Nas figuras 5.15 e 5.16 verificamos a influência do desvio padrão σ_w da potência média no tempo médio de desvanecimento. Quando o desvio padrão σ_w é grande obtemos um maior espalhamento do sinal, portanto temos tempos de desvanecimento mais longos em valores menores que o valor r.m.s. do sinal.

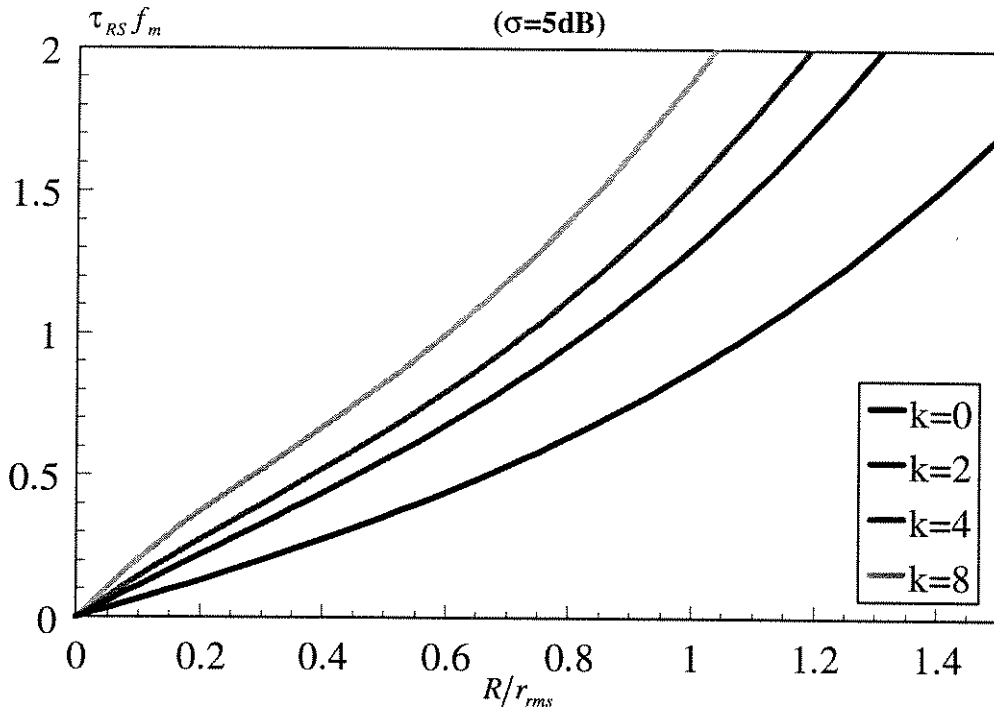


Figura 5.13: Tempo médio de desvanecimento - Rice-sombreado

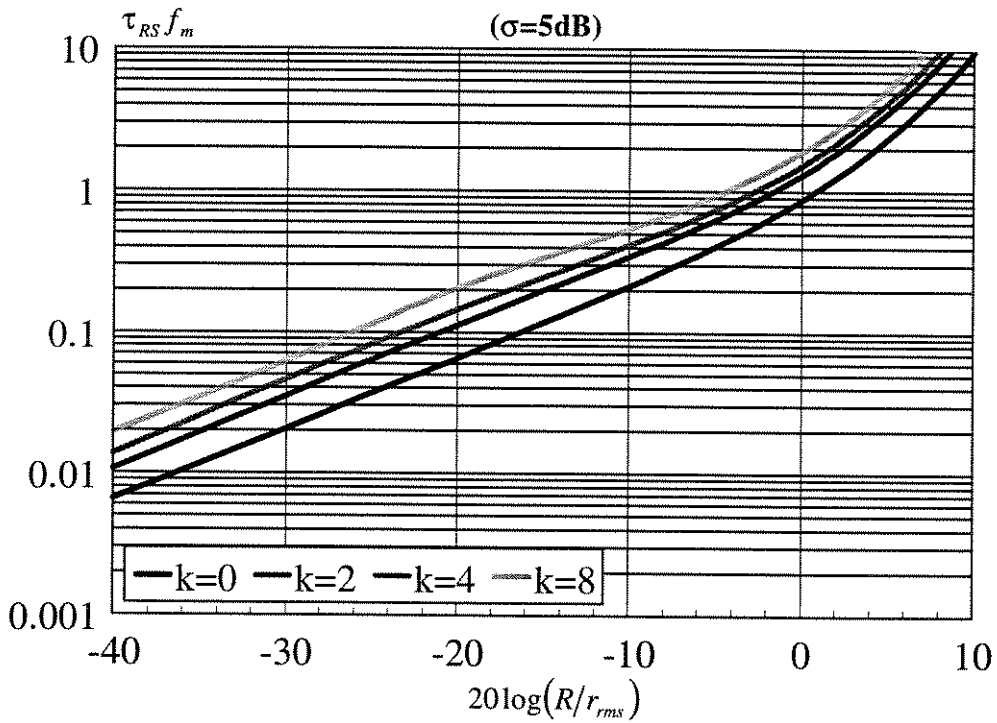


Figura 5.14: Tempo médio de desvanecimento - Rice-sombreado(σ=5dB)

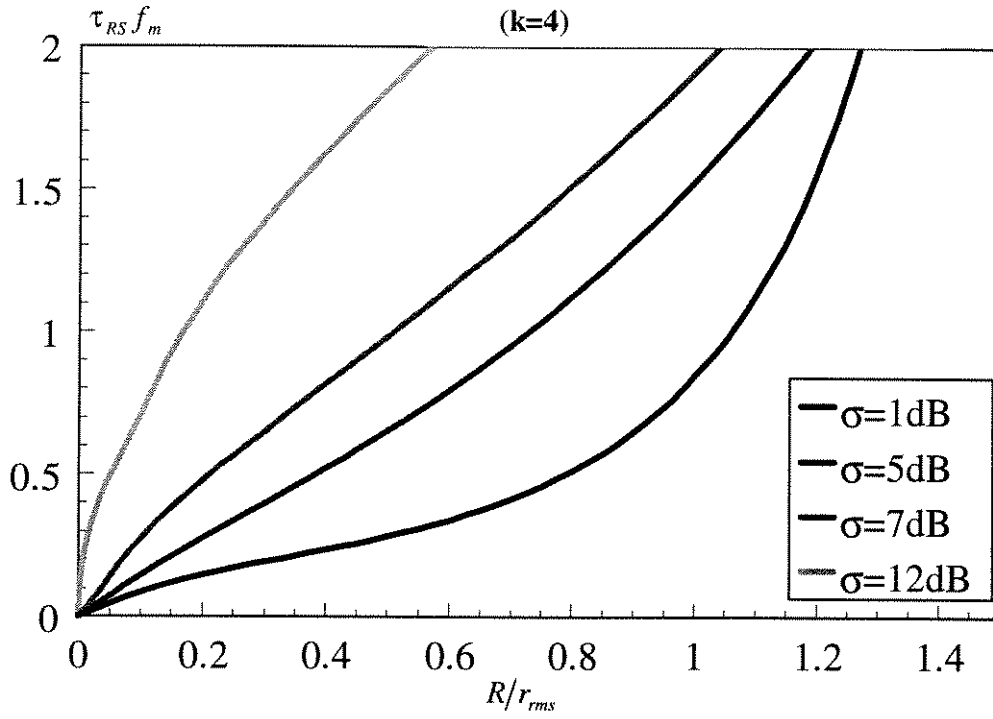


Figura 5.15: Tempo médio de desvanecimento - Rice-sombreado

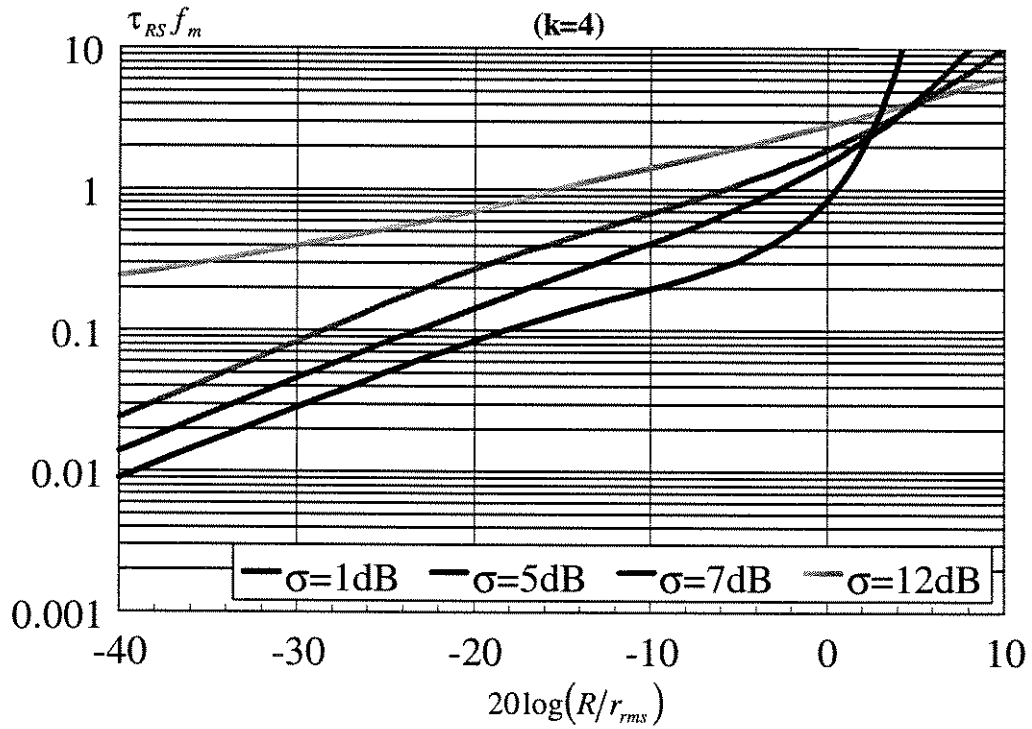


Figura 5.16: Tempo médio de desvanecimento - Rice-sombreado

5.10. Sumário e Conclusões

Determinamos neste Capítulo o tempo médio de desvanecimento de um sinal de rádio móvel em diversas condições de desvanecimento.

O cálculo do tempo médio de desvanecimento foi feito para os seguintes ambientes: Rayleigh, Rice, Nakagami, Suzuki, Nakagami-sombreado e Rice-sombreado. Sendo os cinco últimos a nossa contribuição neste trabalho.

Podemos concluir que para um nível de sinal mais exigente o tempo médio de desvanecimento sobe rapidamente.

Sinais com características mais determinísticas apresentam um tempo médio de desvanecimento longo devido ao bom comportamento do sinal em torno da média.

Verificamos também o efeito de sombreamento com o espalhamento do sinal indicando o tempo de desvanecimento mais longo para sinais mais espalhados.

PARTE III

SOBREPOSIÇÃO ENTRE CÉLULAS

Capítulo 6 - Área de Sobreposição entre Duas Células

Capítulo 7 - Área de Sobreposição entre Três Células

Capítulo 8 - Conclusão

Capítulo 6

Área de Sobreposição entre Duas Células

Este Capítulo tem por objetivo determinar a área de sobreposição entre as fronteiras de duas células adjacentes.

A nossa contribuição está na determinação da proporção da área de uma célula que é sobreposta pela célula vizinha, considerando-se que as adjacentes possuem diferentes condições de desvanecimento e cobertura, para os ambientes Rayleigh, Lognormal e Nakagami.

6.1.Introdução

As células dos sistemas rádio móvel não são bem definidas. Elas possuem fronteiras que se sobrepõem devido a flutuações estatísticas nas perdas de propagação. Se as estações móveis estão próximas à fronteira da célula elas podem ter comunicação adequada com mais de uma estação base.

A proporção da área da célula na qual as estações móveis podem ter acesso a mais de uma estação base depende da distribuição do desvanecimento, da tolerância permitida entre as perdas por percurso para comunicação

adequada com mais de uma estação base e da distribuição geográfica das estações móveis na célula.

Neste Capítulo iremos estimar a proporção da área da célula na qual os sinais recebidos de duas estações base não difiram mais que uma dada tolerância entre si. Os cálculos serão feitos separadamente com base na potência média e na potência instantânea.

6.2. Modelo de Propagação

O modelo de propagação utilizado considera que a média do sinal recebido decresce com a distância x da estação base na forma $x^{-\alpha}$, onde α é o coeficiente de perda por percurso geralmente entre 2 e 5. **Neste estudo consideramos $\alpha = 3.5$.** Outro valor poderia ser escolhido.

Consideramos também que a envoltória do sinal segue sua distribuição de desvanecimento. Para isto devemos conhecer a distribuições conjuntas dos sinais cujas estatísticas serão consideradas.

6.3. Restrição de Cobertura

Neste trabalho o cálculo da área sobreposta considera as células num padrão hexagonal e os cálculos das proporções de cobertura são referentes à área circular que circunscreve a célula hexagonal.

Assim, pela figura 6.1, verificamos que a potência média na periferia da célula considerada para os cálculos de cobertura da região circular é obtida a uma distância da estação base equivalente a $2/\sqrt{3}$ vezes a distância entre a estação base e a potência média na periferia da célula considerada para o cálculo da área de sobreposição. Por isso, devemos considerar uma correção para a potência média na periferia da célula.

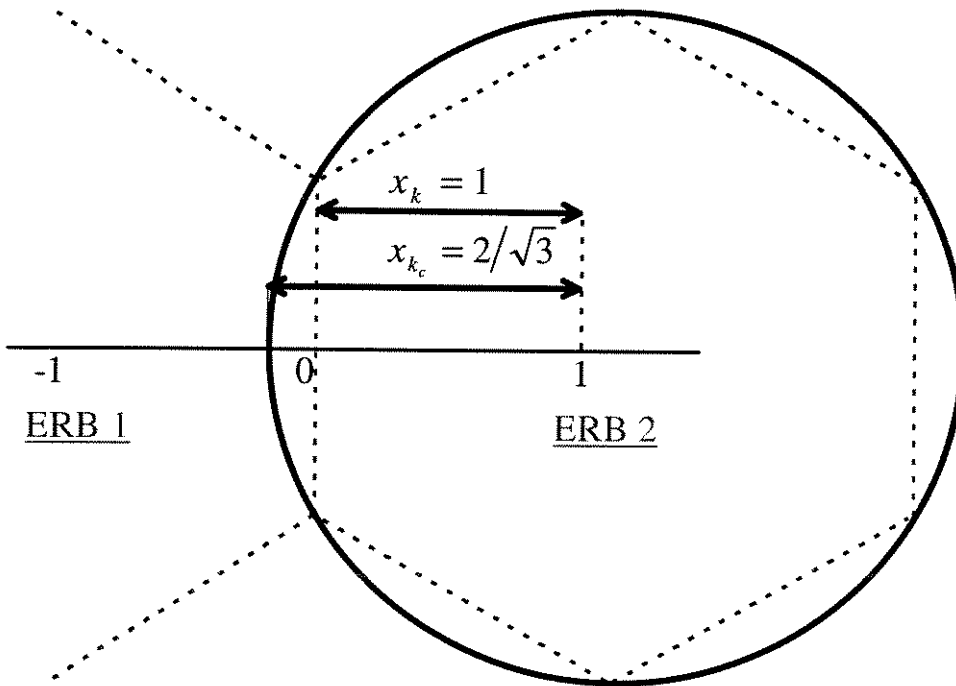


Figura 6.1: Área coberta inscrita à célula hexagonal

Seja k_c a potência média a uma distância de $2/\sqrt{3}$ unidades da estação rádio base e k a potência média a uma unidade da estação rádio base. Então

pelo modelo simplificado de propagação apresentado na seção 6.2 e pela figura 6.1 temos

$$\frac{k_c}{k} = \left(\frac{x_{k_c}}{x_k} \right)^{-\alpha} = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{-\alpha} \quad (6.1)$$

$$k_c = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^{\alpha} k \quad (6.2)$$

O cálculo da área coberta por uma estação rádio base pode ser efetuado através de duas abordagens.

Abordagem 1: Considera-se a proporção β da periferia de um círculo centrado na estação base, no qual o nível de potência do sinal recebido esteja acima de um limiar preestabelecido.

Para esta abordagem devemos calcular a probabilidade

$$\beta = \text{prob}(k_c \geq c) \quad (6.3)$$

onde k_c é a potência média na periferia do círculo que circunscreve a célula hexagonal e c é o limiar considerado para comunicação adequada.

Abordagem 2: Considera-se a proporção μ da área de um círculo centrado na estação base, no interior do qual o nível de potência do sinal recebido esteja acima de um limiar preestabelecido.

Para esta abordagem devemos calcular a probabilidade

$$\mu = \frac{1}{S} \int_S \text{prob}(w \geq c, k_c) dS \quad (6.4)$$

onde S é a área da região circular que circunscreve o hexágono, dS é o incremento infinitesimal da área, c é o limiar considerado para comunicação adequada e k_c é a potência média na periferia desse círculo.

Estas probabilidades já foram calculadas em [1,7,18] para diversos casos de desvanecimento e estão escritas abaixo já com a correção da equação 6.2.

Consideramos $\alpha = 3.5$.

Em particular para a distribuição de Rayleigh, temos

$$\beta_r = \exp \left[-\frac{c}{k} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^\alpha \right] \quad (6.5)$$

$$\mu_r = \frac{3}{2\alpha} \left(\frac{c}{k} \right)^{-\frac{2}{\alpha}} \gamma \left[\frac{2}{\alpha}, \frac{c}{k} \right] \quad (6.6)$$

onde a função Gama incompleta é definida por

$$\gamma[x, y] = \int_0^y t^{x-1} e^{-t} dt \quad (6.7)$$

Nas figuras 6.2 e 6.3 estão traçadas as curvas da proporção β_r e μ_r em função de $C - K = 10 \log(c/k)$.

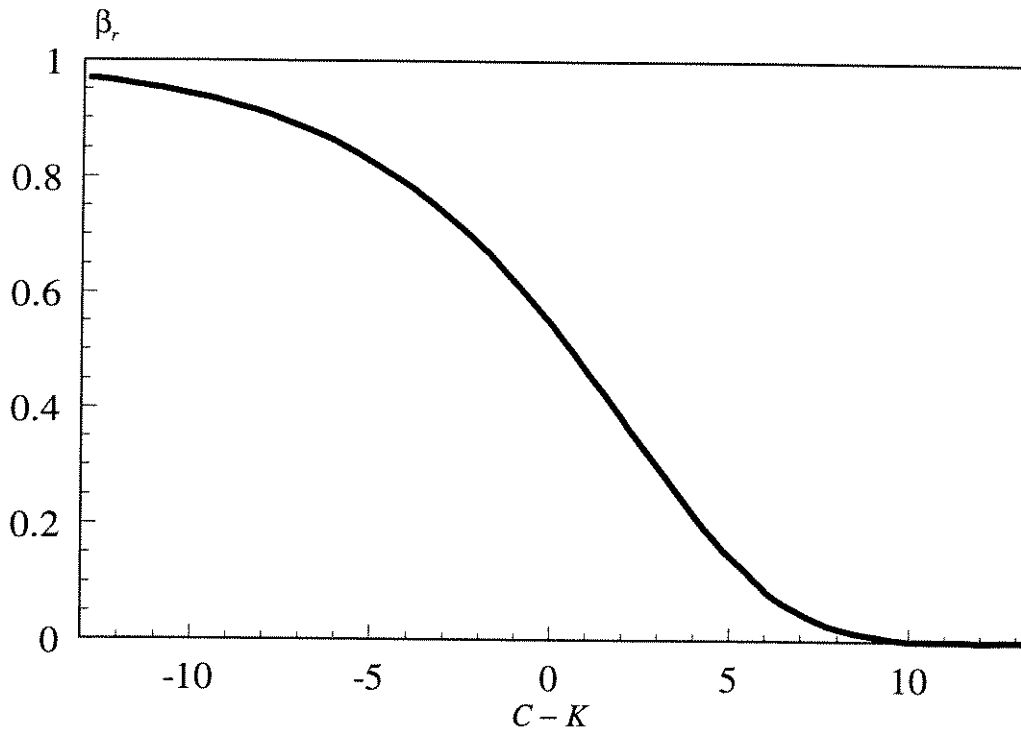


Figura 6.2: Proporção da periferia coberta - Rayleigh

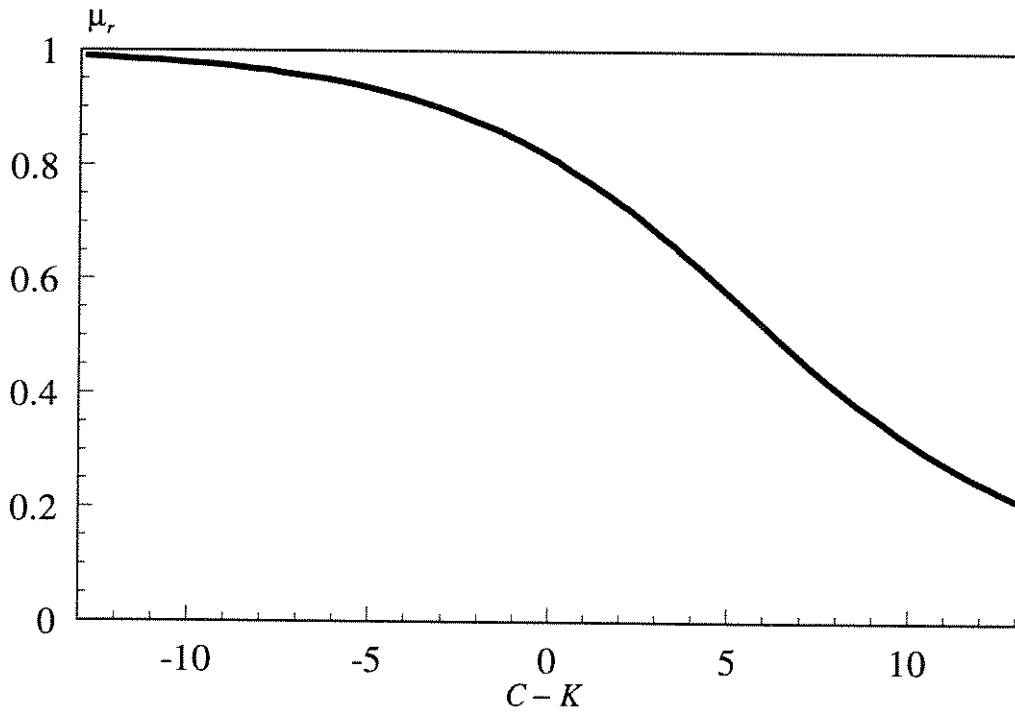


Figura 6.3: Proporção da área coberta - Rayleigh

Para a distribuição Lognormal temos

$$\beta_L = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{C - K - 10\alpha \log(\sqrt{3}/2)}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right] \quad (6.8)$$

$$\mu_L = 0.5 \left\{ 1 + \operatorname{erf}(a) + \exp \left(\frac{2ab+1}{b^2} \right) \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{ab+1}{b} \right) \right] \right\} \quad (6.9)$$

onde $a = [K - C + 10\alpha \log(\sqrt{3}/2)] / \sqrt{2}\sigma$, $b = 10\alpha \log e / \sqrt{2}\sigma$, σ é o desvio padrão em dB, $C = 10\log c$, $K = 10\log k$ e $\operatorname{erf}(\cdot)$ é a função erro.

Nas figuras 6.4 e 6.5 estão traçadas as curvas da proporção β_L e μ_L em função de $C - K = 10\log(c/k)$.

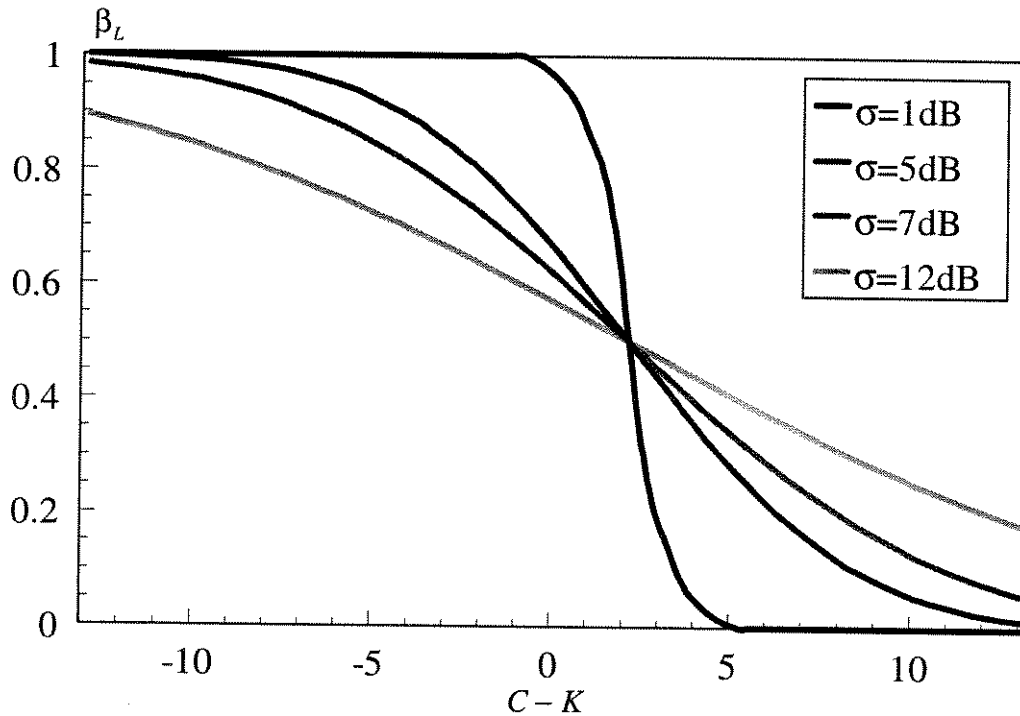


Figura 6.4: Proporção da periferia coberta - Lognormal

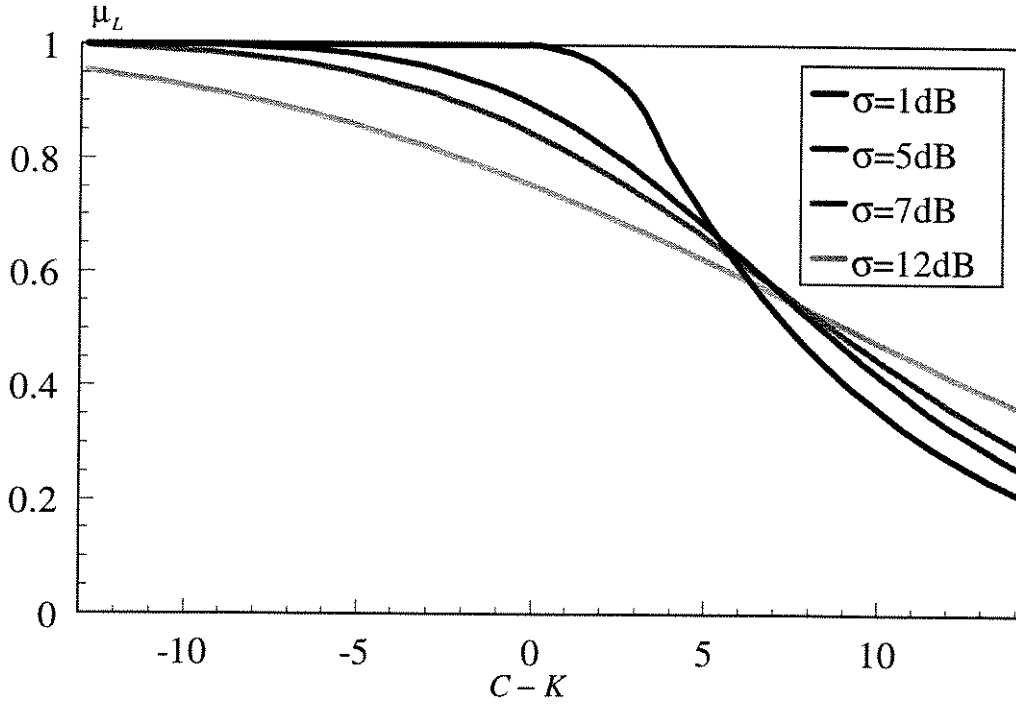


Figura 6.5: Proporção da área coberta - Lognormal

Para a distribuição de Nakagami temos

$$\beta_N = 1 + \frac{1}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1} m^{m+i} (c/k)^{m+i} (\sqrt{3}/2)^{\alpha(m+i)}}{i!(m+i)} \quad (6.10)$$

$$\mu_N = 1 + \frac{2}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{\alpha(m+1)+2} \frac{(-1)^{i+1} m^{m+1} (c/k)^{m+i} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{\alpha(m+i)}}{i!(m+i)} \quad (6.11)$$

Nas figuras 6.6 e 6.7 estão traçadas as curvas da proporção β_N e μ_N em função de $C - K = 10 \log(c/k)$.

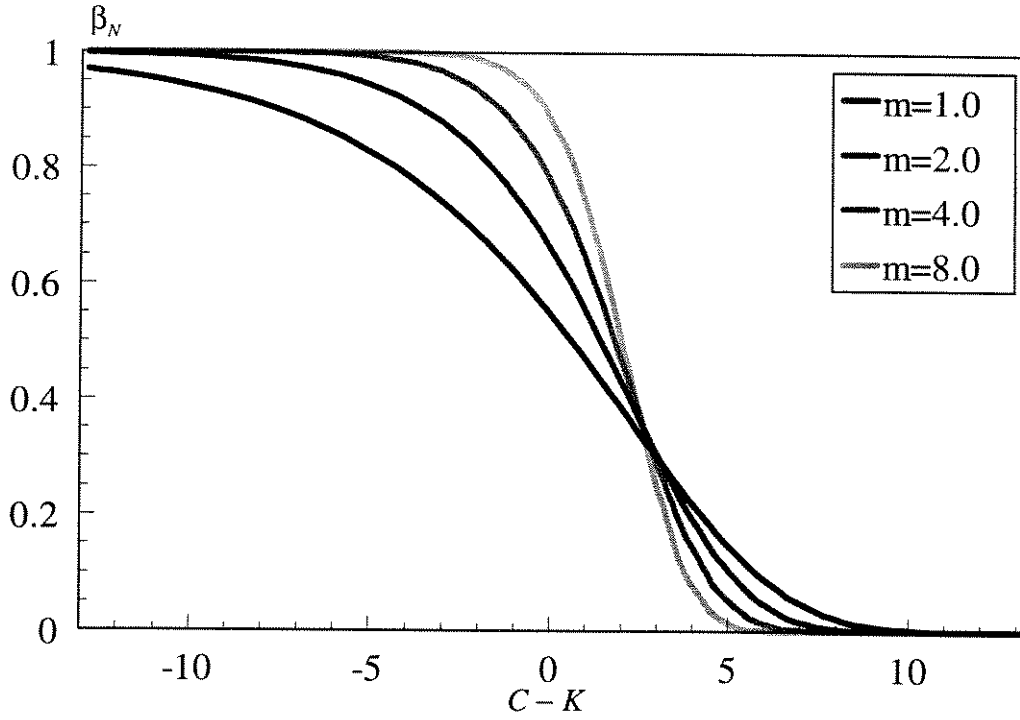


Figura 6.6: Proporção da periferia coberta - Nakagami

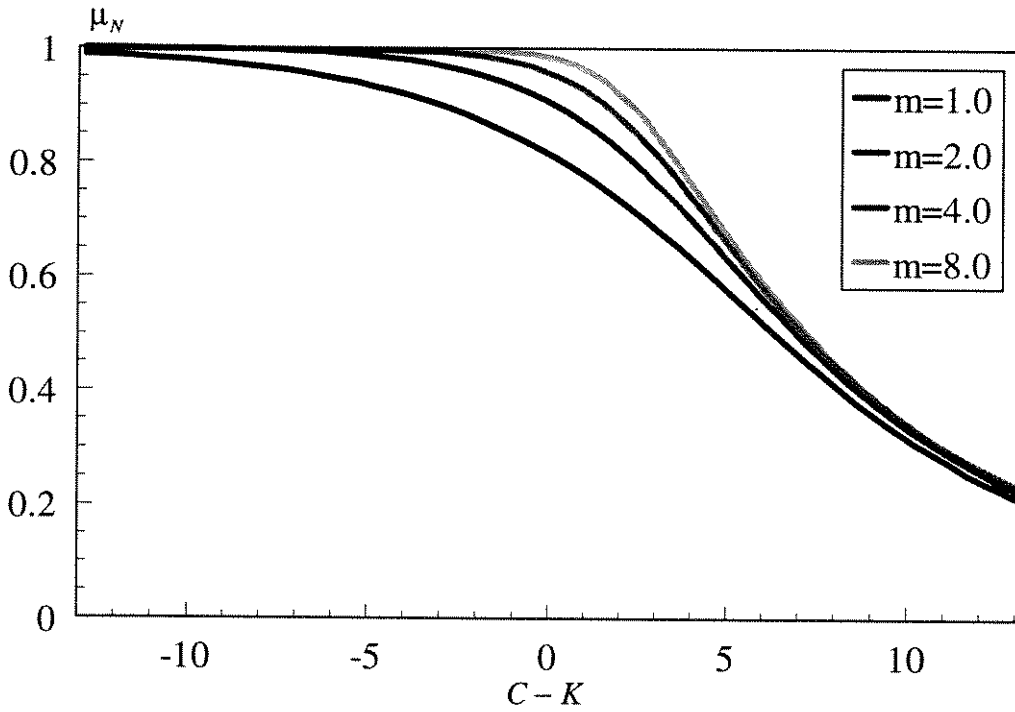


Figura 6.7: Proporção da área coberta - Nakagami

É importante ressaltar que a proporção da periferia e da área coberta é função da relação entre a potência limiar escolhida c e a potência média na periferia da célula k . Isto é

$$\beta = f(c/k) \quad (6.12a)$$

$$\mu = f(c/k) \quad (6.12b)$$

6.4. Proporção de Área Sobreposta

Nem todas as estações móveis na região de fronteira entre duas células irão ter acesso as estações base com a mesma tolerância, pois um ou os dois sinais poderão divergir do valor médio. Por outro lado, algumas estações móveis fora da fronteira da célula terão acesso aos dois caminhos.

Consideramos a figura 6.8 onde x é a variável de posição. A densidade de estações móveis na vizinhança de x é $d(x)$.

Seja $P(a, c | x)$ a probabilidade de uma estação móvel, tendo sua posição descrita pela variável x , ter acesso a dois caminhos com uma tolerância $A = 10 \log a$ dB.

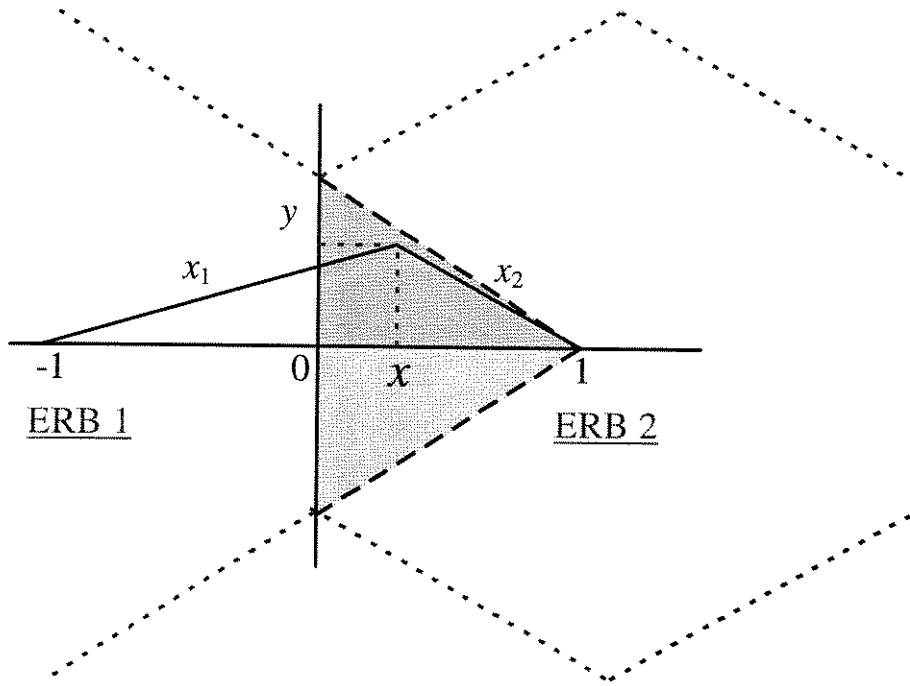


Figura 6.8: Fronteira entre células num padrão hexagonal

Então, a probabilidade incondicional

$$\gamma = \int_0^1 d(x)P(a, c|x)dx \quad (6.13)$$

é a proporção média de estações móveis **no setor da célula 2** adjacente à célula 1, tendo acesso a dois caminhos com uma tolerância $A = 10 \log a$ dB, levando-se em conta o desvanecimento.

Pela simetria do padrão hexagonal consideramos a densidade $d(x) = 2(1-x)$, que dá uma boa aproximação para a distribuição uniforme no semi-setor sombreado na figura 6.8 [1,5,7].

Note que, como a razão $b = \bar{w}_1/\bar{w}_2$ das potências médias recebidas a uma distancia $1+x$ e $1-x$ das estações base é função da própria distância x , de fato temos $P(a, c|x) = P(a, c|b)$ onde $P(a, c|b)$ constitui a distribuição calculada para cada um dos ambientes considerados.

Sejam w_1 e w_2 as potências instantâneas de dois sinais com desvanecimento independentes.

Desejamos, então, calcular a probabilidade $P(a, c|b)$ de que os dois sinais não difiram mais que $A = 10 \log a$ dB entre si, onde $b = \bar{w}_1/\bar{w}_2$ é a razão entre as potências médias e c é o nível mínimo de potência permitido para recepção dos sinais.

Considerando os dois sinais w_1 e w_2 como variáveis aleatórias independentes, então a probabilidade $P(a, c|b)$, dada a razão entre potências médias $b = \bar{w}_1/\bar{w}_2$, pode ser determinada integrando-se adequadamente a densidade conjunta de w_1 e w_2 por

$$p(w_1, w_2 | \bar{w}_1, \bar{w}_2) = p(w_1 | \bar{w}_1) p(w_2 | \bar{w}_2) \quad (6.14)$$

6.4.1.Densidade Conjunta de Dois Sinais Rayleigh

Para um sinal w obedecendo a distribuição de Rayleigh, temos que a função densidade de probabilidade é dada por

$$p_r(w|\bar{w}) = \frac{1}{\bar{w}} \exp\left(-\frac{w}{\bar{w}}\right) \quad (6.15)$$

onde $\bar{w}$ é a potência média do sinal.

Defina $z = w/\bar{w}$. Pela transformação $p_r(z)|dz| = p_r(w)|dw|$ temos

$$p_r(z) = \exp(-z) \quad (6.16)$$

A densidade conjunta $p_r(z_1, z_2) = p_r(z_1)p_r(z_2)$ de z_1 e z_2 é

$$p_r(z_1, z_2) = \exp(-z_1 - z_2) \quad (6.17)$$

6.4.2.Densidade Conjunta de Dois Sinais Lognormal

Para um sinal w obedecendo à distribuição Lognormal, temos a função densidade de probabilidade dada por

$$p_L(w|\bar{w}) = \frac{10}{\sqrt{2\pi} \ln 10 \sigma w} \exp\left[-\frac{50 \log^2(w/\bar{w})}{\sigma^2}\right] \quad (6.18)$$

onde $\bar{w}$ é a potência média e σ o desvio padrão em decibéis.

Defina $z = w/\bar{w}$. Pela transformação $p_L(z)|dz| = p_L(w)|dw|$ temos

$$p_L(z) = \frac{10}{\sqrt{2\pi} \ln 10 \sigma z} \exp\left[-\frac{50 \log^2 z}{\sigma^2}\right] \quad (6.19)$$

A densidade conjunta $p_L(z_1, z_2) = p_L(z_1)p_L(z_2)$ de z_1 e z_2 é

$$p_L(z_1, z_2) = \frac{50}{\pi \ln^2 10 \sigma_1 \sigma_2 z_1 z_2} \exp \left[-\frac{50 \log^2 z_1}{\sigma_1^2} - \frac{50 \log^2 z_2}{\sigma_2^2} \right] \quad (6.20)$$

6.4.3. Densidade Conjunta de Dois Sinais Nakagami

Para um sinal w num ambiente Nakagami temos

$$p_N(w) = \left(\frac{m}{\bar{w}} \right)^m \frac{w^{m-1}}{\Gamma(m)} \exp \left(-\frac{mw}{\bar{w}} \right) \quad (6.21)$$

onde $\bar{w}$ é a potência média do sinal e $\Gamma(\cdot)$ é a Função Gama.

Defina $z = w/\bar{w}$. Pela transformação $p_N(z)|dz| = p_N(w)|dw|$ temos

$$p_N(z) = \frac{m^m z^{m-1}}{\Gamma(m)} \exp(-mz) \quad (6.22)$$

A densidade conjunta $p_N(z_1, z_2) = p_N(z_1)p_N(z_2)$ de z_1 e z_2 é

$$p_N(z_1, z_2) = \frac{m_1^{m_1} m_2^{m_2} z_1^{m_1-1} z_2^{m_2-1}}{\Gamma(m_1) \Gamma(m_2)} \exp(-m_1 z_1 - m_2 z_2) \quad (6.23)$$

6.5. Cálculo da Área de Sobreposição

Iremos calcular a probabilidade $P(a, c|b)$ de que dois sinais não difiram mais que $A = 10 \log a$ dB entre si considerando-se um limiar c para comunicação adequada, dado a razão entre as potências médias $b = \bar{w}_1/\bar{w}_2$.

Para este calculo iremos considerar duas situações diferentes descritas a seguir.

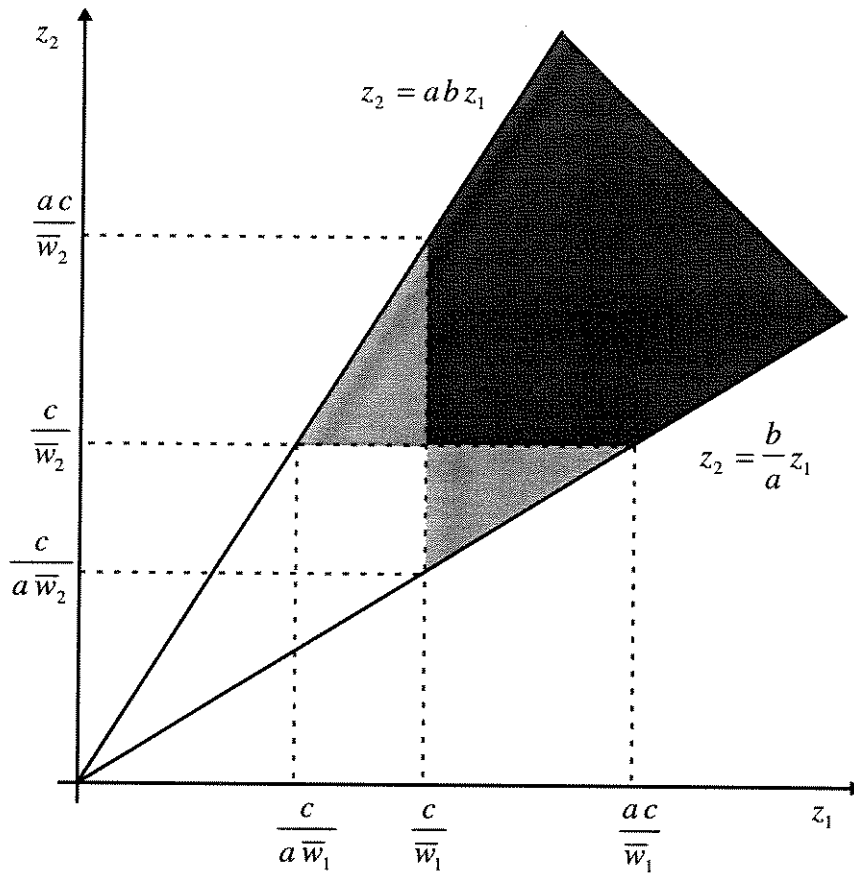


Figura 6.9: Área de integração da densidade conjunta

Situação 1: Probabilidade de que dois sinais não difiram entre si mais que uma dada tolerância e que **pelo menos um sinal** esteja em condição favorável para comunicação, ou seja

$$P(a, c | b) = \text{prob} \left\{ \frac{1}{a} \leq \frac{w_1}{w_2} \leq a \text{ e } (w_1 > c \text{ ou } w_2 > c) | b \right\} \quad (6.24)$$

Definindo $z = w/\bar{w}$ temos

$$P(a, c|b) = \text{prob} \left\{ \frac{\bar{w}_2}{a \bar{w}_1} \leq \frac{z_1}{z_2} \leq a \frac{\bar{w}_2}{\bar{w}_1} \text{ e } \left[\left(z_1 > \frac{c}{\bar{w}_1} \text{ e } z_2 > \frac{c}{a \bar{w}_2} \right) \text{ ou } \left(z_2 > \frac{c}{\bar{w}_2} \text{ e } z_1 > \frac{c}{a \bar{w}_1} \right) \right] | b \right\} \quad (6.25)$$

Esta probabilidade é obtida integrando-se as densidades conjuntas de z_1 e z_2 calculadas anteriormente **em toda a área sombreada** da figura 6.9. Para isto faremos a soma das integrais como mostrado na Figura 6.10.

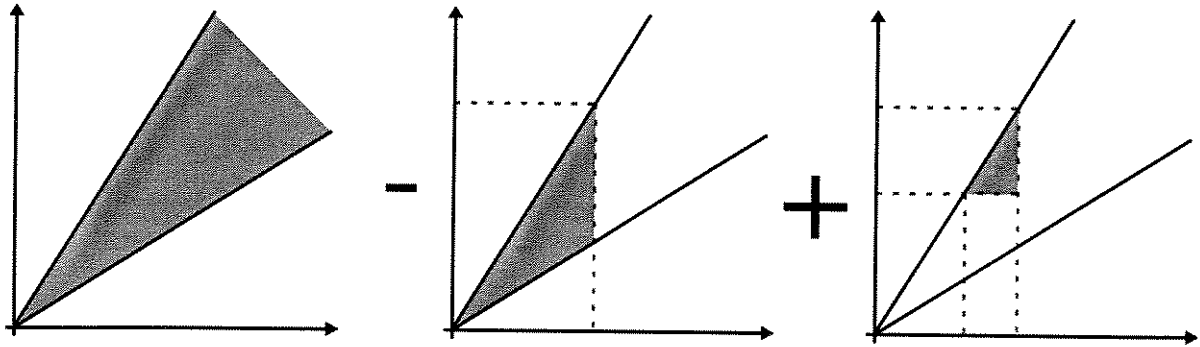


Figura 6.10: Integração para a primeira situação.

Situação 2: Probabilidade de que dois sinais não difiram entre si mais que uma dada tolerância e que **os dois sinais** estejam em condição favorável para comunicação, ou seja

$$P(a, c|b) = \text{prob} \left\{ \frac{1}{a} \leq \frac{w_1}{w_2} \leq a \text{ e } w_1 > c \text{ e } w_2 > c | b \right\} \quad (6.26)$$

Novamente definindo $z = w/\bar{w}$ temos

$$P(a, c|b) = \text{prob} \left\{ \frac{\bar{w}_2}{a \bar{w}_1} \leq \frac{z_1}{z_2} \leq a \frac{\bar{w}_2}{\bar{w}_1} \text{ e } z_1 > \frac{c}{\bar{w}_1} \text{ e } z_2 > \frac{c}{\bar{w}_2} \middle| b \right\} \quad (6.27)$$

Esta probabilidade é obtida integrando-se as densidades conjuntas de z_1 e z_2 calculadas anteriormente **somente na área sombreada mais escura** da figura 6.9. Para isto faremos a soma das integrais como mostrado na Figura 6.11.

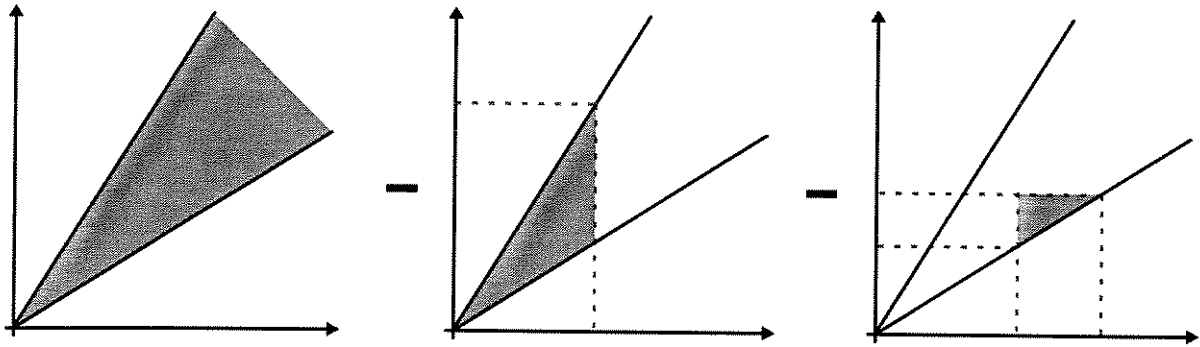


Figura 6.11: Integração para a segunda situação

Assim, dado o modelo de propagação adotado, a relação entre a potência média $\bar{w}$ em um local da célula e a potência média k na sua periferia, considerando-se a figura 6.8, para ambas as células é

$$\frac{\bar{w}_1}{k_1} = \frac{1}{(1+x)^\alpha} \quad (6.28)$$

$$\frac{\bar{w}_2}{k_2} = \frac{1}{(1-x)^\alpha} \quad (6.29)$$

Das relações acima obtemos a relação entre as potências médias das duas células adjacentes dada por

$$b = \frac{\bar{w}_1}{\bar{w}_2} = \frac{k_1}{k_2} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^\alpha \quad (6.30a)$$

$$b = \frac{(c/k_2)}{(c/k_1)} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^\alpha \quad (6.30b)$$

$$b = 10^{\left(\frac{K_2 - K_1}{10} \right)} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^\alpha \quad (6.31)$$

onde $K_i = 10 \log(c/k_i)$. Lembramos que para a restrição de cobertura as proporções calculadas são função de $K_i = 10 \log(c/k_i)$.

Utilizando as equações 6.28, 6.29 e 6.31 alteramos os limites de integração da figura 6.9 como mostrado na Figura 6.12.

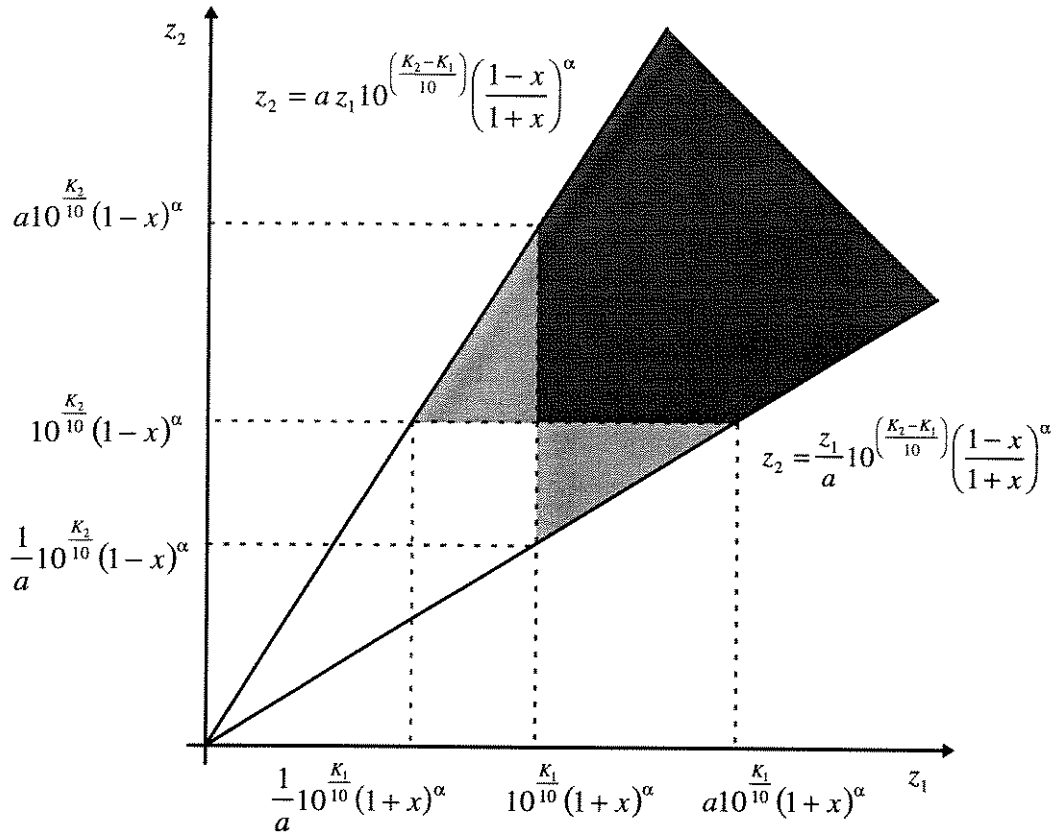


Figura 6.12: Nova área de integração da densidade conjunta

A probabilidade $P(a, c|b)$ para os ambientes considerados é obtida integrando-se as densidades conjuntas de z_1 e z_2 nas áreas da figura 6.12 de acordo com as abordagens propostas.

Defina:

$$i_1 = (1+x)^\alpha 10^{\frac{K_1}{10}} \quad (6.32a)$$

$$i_2 = (1+x)^\alpha 10^{\left(\frac{K_1-A}{10}\right)} \quad (6.32b)$$

$$i_3 = (1+x)^\alpha 10^{\left(\frac{K_1+A}{10}\right)} \quad (6.32c)$$

$$j_1 = z_1 10^{\left(\frac{K_2 - K_1 - A}{10}\right)} \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^\alpha \quad (6.32d)$$

$$j_2 = z_1 10^{\left(\frac{K_2 - K_1 + A}{10}\right)} \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^\alpha \quad (6.32e)$$

$$j_3 = (1-x)^\alpha 10^{\frac{K_2}{10}} \quad (6.32f)$$

onde $A = 10 \log a$, $K_1 = 10 \log(c/k_1)$ e $K_2 = 10 \log(c/k_2)$, todos em decibéis.

Assim para a **primeira situação** teremos $P(a, c|x)$ dada por

$$P(a, c|b) = \int_0^{\infty} \int_{j_1}^{j_2} p(z_1, z_2) dz_2 dz_1 - \int_0^{i_1} \int_{j_1}^{j_2} p(z_1, z_2) dz_2 dz_1 + \int_{i_2}^{i_1} \int_{j_3}^{j_2} p(z_1, z_2) dz_2 dz_1 \quad (6.33)$$

E para a **segunda situação** teremos $P(a, c|x)$ dada por

$$P(a, c|b) = \int_0^{\infty} \int_{j_1}^{j_2} p(z_1, z_2) dz_2 dz_1 - \int_0^{i_1} \int_{j_1}^{j_2} p(z_1, z_2) dz_2 dz_1 - \int_{i_1}^{i_3} \int_{j_1}^{j_3} p(z_1, z_2) dz_2 dz_1 \quad (6.34)$$

Pelos limites de integração vemos que $P(a, c|b)$ é função da tolerância a , da variável de posição x e das relações entre o limiar e as potências médias na periferia K_1 e K_2 . Logo

$$P(a, c|b) = P(a, c/k_1, c/k_2|x) \quad (6.35)$$

Para determinarmos a proporção da área sobreposta devemos substituir a equação acima na equação 6.13 para descondicionar a probabilidade em função da variável de posição x .

Assim obtemos a proporção $P(a, c/k_1, c/k_2)$ da área de uma célula na qual dois sinais não difiram mais que $A = 10 \log a$ dB entre si, isto para as relação entre o limiar escolhido e a potência média na periferia das células dadas por c/k_1 e c/k_2 .

Observamos da seção 6.3 que as proporções β e μ da periferia e da área da célula que recebe o sinal acima de um dado limiar é dada em função da relação entre este limiar e a potência média na periferia da célula c/k .

Logo, para uma dada proporção de cobertura β ou μ obtemos o correspondente valor da razão c/k e, então, a proporção da área sobreposta da célula, em função da tolerância $A = 10 \log a$ dB.

Desta forma, para as proporções de cobertura β_1 e β_2 da periferia das células 1 e 2, respectivamente, temos que

$$P(a, c/k_1, c/k_2) = P(a, \beta_1, \beta_2) \quad (6.36)$$

E para as proporções de cobertura μ_1 e μ_2 da área temos

$$P(a, c/k_1, c/k_2) = P(a, \mu_1, \mu_2) \quad (6.37)$$

As integrais não parecem chegar a uma fórmula fechada, mas foram calculadas através de métodos numéricos.

6.6.Resultados

Nesta seção apresentaremos os resultados dos cálculos da proporção da área celular sobreposta feitos para os diversos ambientes. Faremos uma análise e comparação dos resultados.

6.6.1.Área de Sobreposição no Ambiente Rayleigh

A densidade conjunta de z_1 e z_2 para o ambiente Rayleigh é

$$p_r(z_1, z_2) = \exp(-z_1 - z_2) \quad (6.38)$$

Para a **primeira situação** obtemos $P(a, c|x)$ substituindo a equação 6.38 na equação 6.33 reescrita abaixo.

$$P(a, c|b) = \int_0^\infty \int_{j_1}^{j_2} p(z_1, z_2) dz_2 dz_1 - \int_0^{i_1} \int_{j_1}^{j_2} p(z_1, z_2) dz_2 dz_1 + \int_{i_2}^{i_1} \int_{j_3}^{j_2} p(z_1, z_2) dz_2 dz_1 \quad (6.39)$$

Assim obtemos

$$P_r(a, c|b) = e^{-i_1} (e^{-j_1} - e^{-j_3}) - e^{-i_2} (e^{-j_3} - e^{-j_2}) \quad (6.40)$$

Finalmente obtemos a proporção da área sobreposta substituindo a probabilidade $P(a, c|x)$ na equação 6.13.

Para a **segunda situação** obtemos $P(a, c|x)$ substituindo a equação 6.38 na equação 6.34 reescrita a seguir.

$$P(a, c|b) = \int_0^\infty \int_{j_1}^{j_2} p(z_1, z_2) dz_2 dz_1 - \int_0^{i_1} \int_{j_1}^{j_2} p(z_1, z_2) dz_2 dz_1 - \int_{i_1}^{i_3} \int_{j_1}^{j_3} p(z_1, z_2) dz_2 dz_1 \quad (6.41)$$

Assim obtemos

$$P_r(a, c|b) = e^{-i_1} (e^{-j_3} - e^{-j_2}) - e^{-i_3} (e^{-j_1} - e^{-j_3}) \quad (6.42)$$

Finalmente obtemos a proporção da área sobreposta substituindo a probabilidade $P(a, c|x)$ na equação 6.13.

A proporção γ_r da área sobreposta foi calculada através de métodos numéricos para as duas situações e os resultados estão traçados nas curvas a seguir. Consideramos $\alpha = 3.5$.

As curvas são traçadas considerando-se que pelo menos um sinal deve suportar comunicação adequada (*situação 1*) e também que os dois sinais estejam acima do limiar para comunicação adequada (*situação 2*).

Nas figuras 6.13 e 6.14 vemos a influência das condições de cobertura no ambiente Rayleigh. Observamos valores menores da área de sobreposição para proporções de cobertura menores da periferia ou área celular.

É fácil de entender que os valores da proporção da área sobreposta considerando-se a cobertura da periferia são superiores aos valores obtidos considerando-se a cobertura da área celular, pois 90% da periferia coberta pelo limiar escolhido implica em mais de 90% da área celular coberta.

Para uma tolerância $A = 8dB$ temos valores de até **40%** de área de celular sobreposta para primeira situação e valores de até **30%** de sobreposição para a segunda situação.

Na figuras 6.15 e 6.16 temos traçadas as curvas da proporção da área celular sobreposta para diferentes condições de cobertura da célula 2 (figura 6.8) e considerando-se 90% de cobertura da periferia e da área da célula 1, respectivamente. Como nos cálculos a integração é feita no semi-setor da célula 2, temos aqui somente a proporção da área da célula 2 que é sobreposta pela célula 1. Como esperado valores maiores de cobertura da célula 2 implicam em maior probabilidade de que os sinais das duas células estejam em condições de comunicação descritas pelas situações 1 e 2.

Na figuras 6.17 e 6.18 temos traçadas as curvas da proporção da área celular sobreposta para diferentes condições de cobertura da célula 1 (figura 6.8) e considerando-se 90% de cobertura da periferia e da área da célula 2, respectivamente. Neste caso valores maiores de cobertura da célula 1 implicam em maior sobreposição da área da célula 2. Note que quando observamos duas células de mesmo tamanho mas condições de cobertura diferentes, podemos entendê-las como células de mesma condição de cobertura mas tamanhos diferentes se sobrepondo.

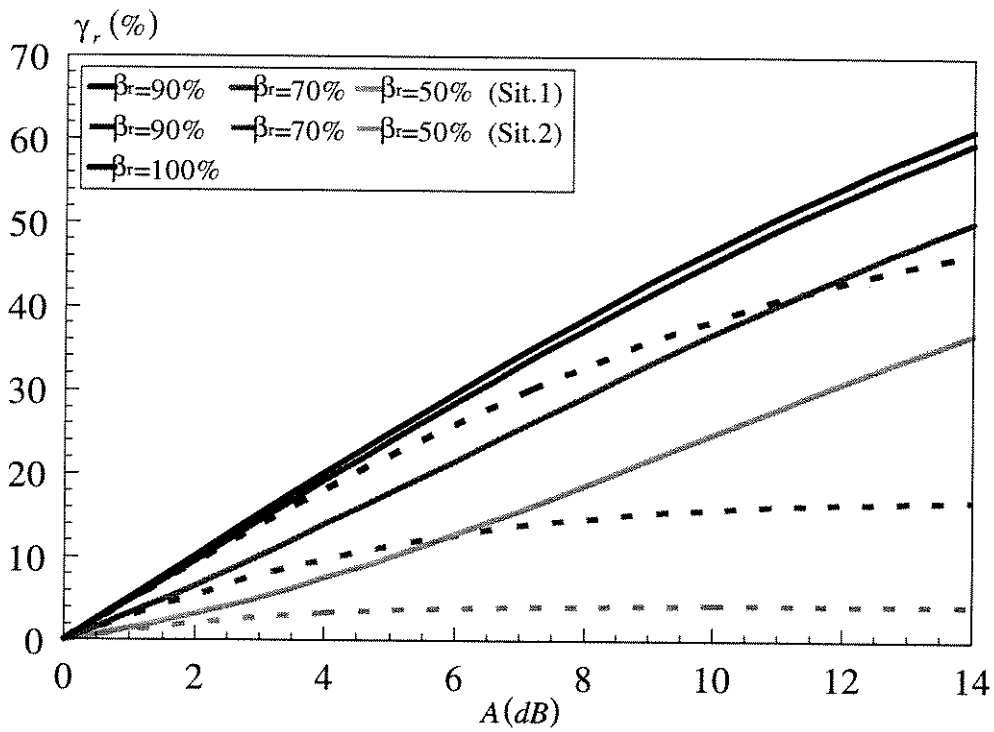


Figura 6.13: Área Celular Sobreposta - Rayleigh

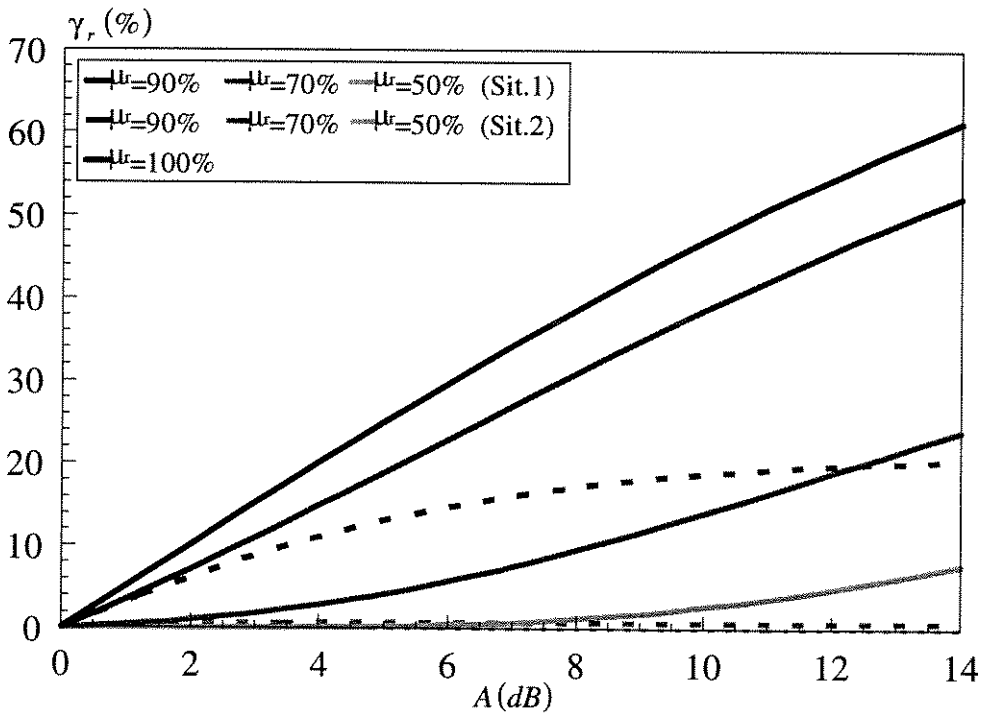
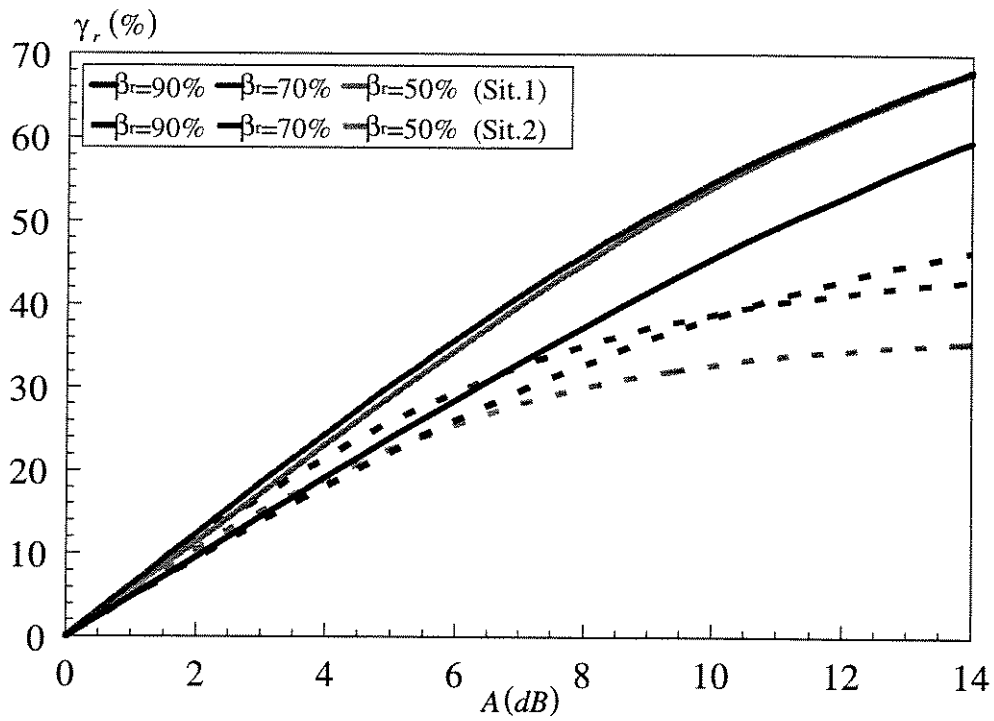
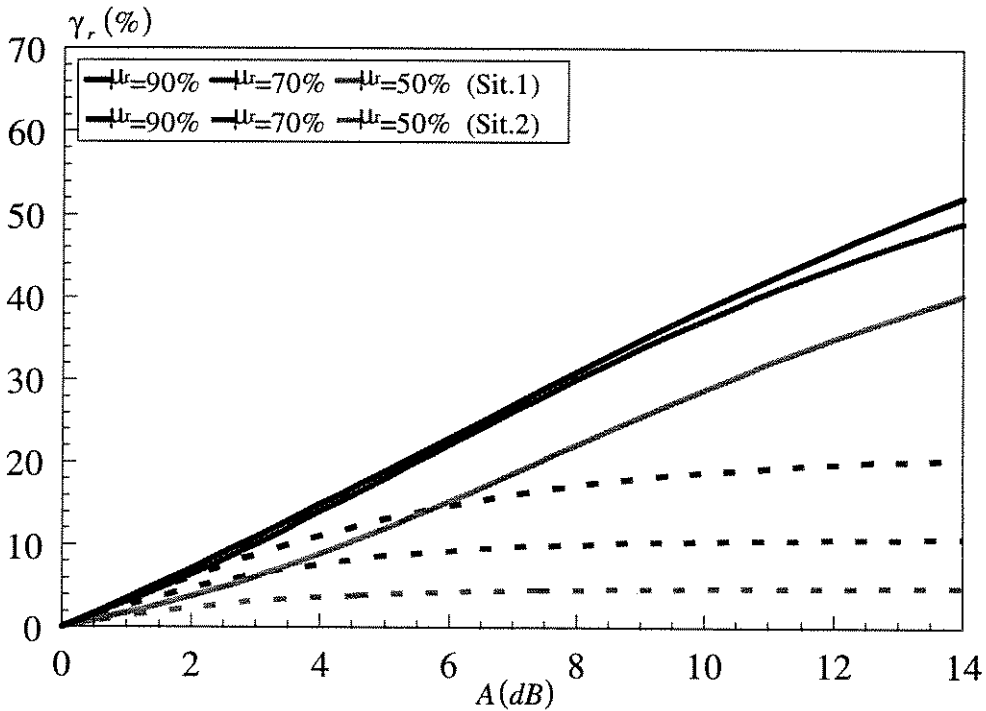


Figura 6.14: Área Celular Sobreposta - Rayleigh


 Figura 6.15: Área Celular Sobreposta - Rayleigh - Célula 1: $\beta_r = 90\%$

 Figura 6.16: Área Celular Sobreposta - Rayleigh - Célula 1: $\mu_r = 90\%$

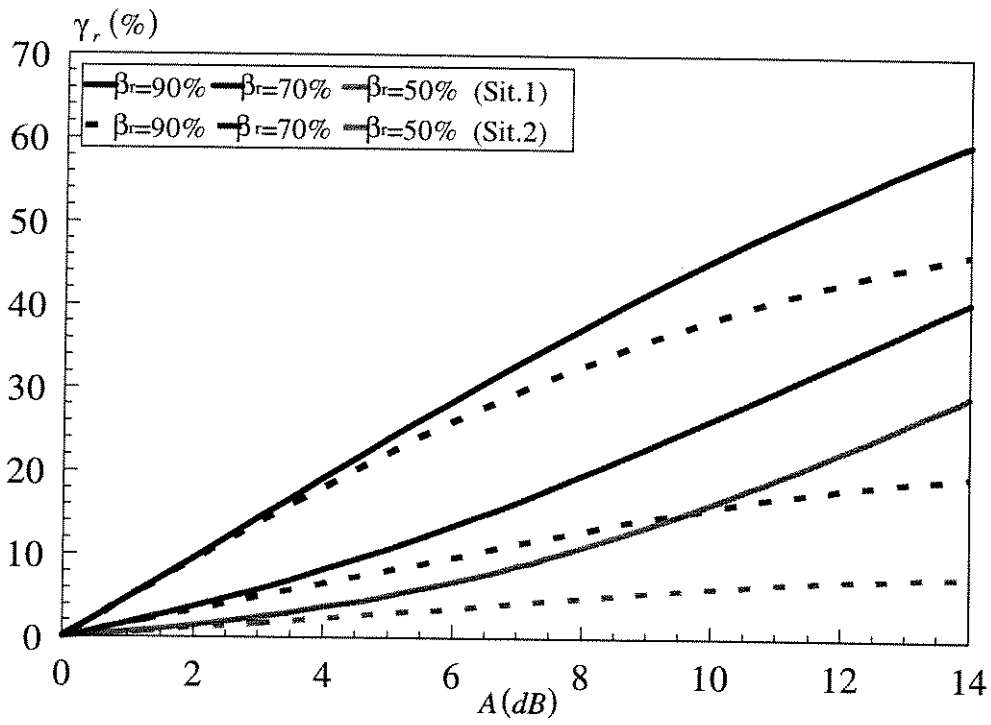


Figura 6.17: Área Celular Sobreposta - Rayleigh - Célula 2: $\beta_r = 90\%$

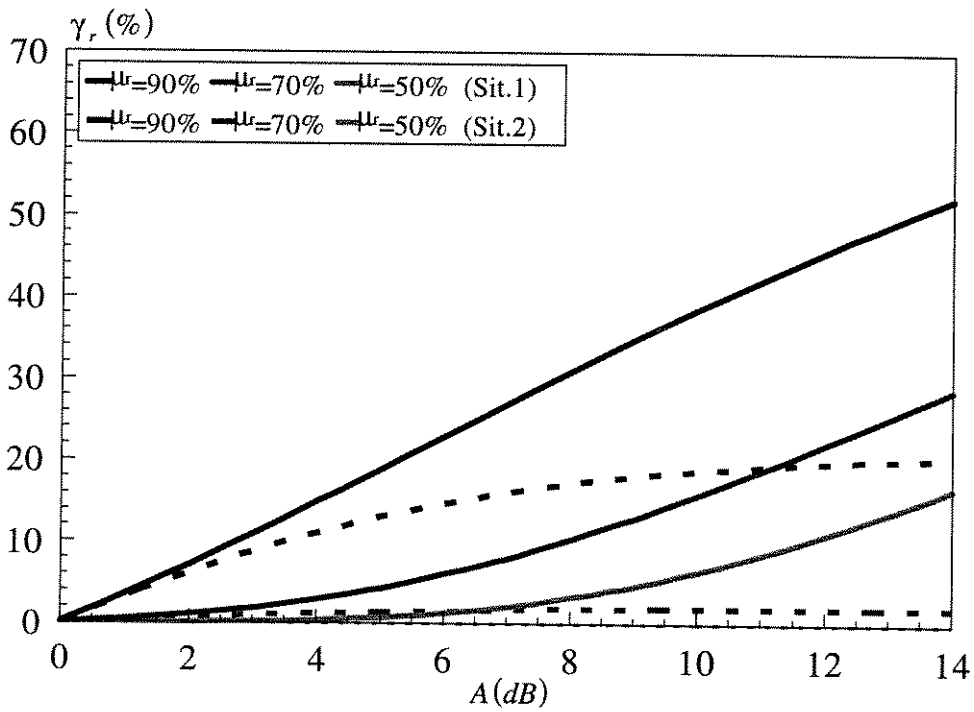


Figura 6.18: Área Celular Sobreposta - Rayleigh - Célula 2: $\mu_r = 90\%$

6.6.2. Área de Sobreposição no Ambiente Lognormal

A densidade conjunta de z_1 e z_2 para o ambiente Rayleigh é

$$p_L(z_1, z_2) = \frac{50}{\pi \ln^2 10 \sigma_1 \sigma_2 z_1 z_2} \exp \left[-\frac{50 \log^2 z_1}{\sigma_1^2} - \frac{50 \log^2 z_2}{\sigma_2^2} \right] \quad (6.43)$$

Para a **primeira situação** obtemos $P(a, c|x)$ substituindo a equação 6.43 na equação 6.33. Finalmente obtemos a proporção da área sobreposta substituindo a probabilidade $P(a, c|x)$ encontrada na equação 6.13.

Para a **segunda situação** obtemos $P(a, c|x)$ substituindo a equação 6.43 na equação 6.34. Finalmente obtemos a proporção da área sobreposta substituindo a probabilidade $P(a, c|x)$ encontrada na equação 6.13.

A integral na equação 6.13 pode ser calculada por métodos numéricos. As proporções γ_L da área sobreposta para as duas situações estão traçados nas curvas a seguir. Consideramos $\alpha = 3.5$.

As curvas são traçadas considerando-se que pelo menos um sinal deve suportar comunicação adequada (*situação 1*) e também que os dois sinais estejam acima do limiar para comunicação adequada (*situação 2*).

Nas figuras 6.19 e 6.20 vemos a influência do desvio padrão σ no ambiente Lognormal considerando-se que 90% da periferia da célula e 90% da

área celular recebe o sinal em condições para comunicação adequada, respectivamente.

Observamos valores menores da área de sobreposição para valores maiores de σ . Como sabemos maiores valores de σ implicam num maior espalhamento da potência do sinal. Para uma tolerância $A = 8dB$ temos valores entre **10%** e **40%** de área de celular sobreposta para primeira situação e valores entre **15%** e **30%** para a segunda situação.

Nas figuras 6.21 e 6.22 vemos a influência das condições de cobertura no ambiente Lognormal considerando-se $\sigma = 5dB$.

Observamos valores menores da área de sobreposição para proporções de cobertura menores da periferia ou área celular. Para uma tolerância $A = 8dB$ temos valores de até **40%** de área de celular sobreposta para as duas situações.

Na figura 6.23 temos as curvas da proporção da área sobreposta para diferentes valores do desvio padrão caracterizando células em ambientes distintos. Como nos cálculos a integração é feita no semi-setor da célula 2, temos aqui somente a proporção da área da célula 2 que é sobreposta pela célula 1 (figura 6.8). Verifique que sendo o sinal da célula 1 menos espalhado, é maior a probabilidade de encontra-lo na célula 2 em condições de comunicação adequada.

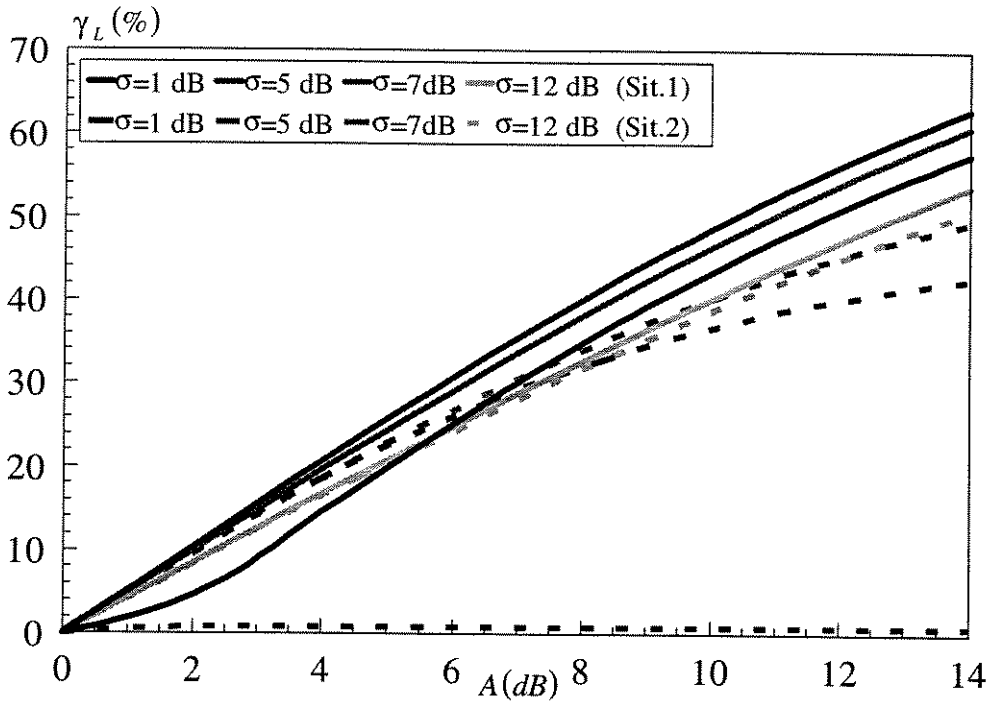


Figura 6.19: Área Celular Sobreposta - Lognormal - $\beta_L = 90\%$

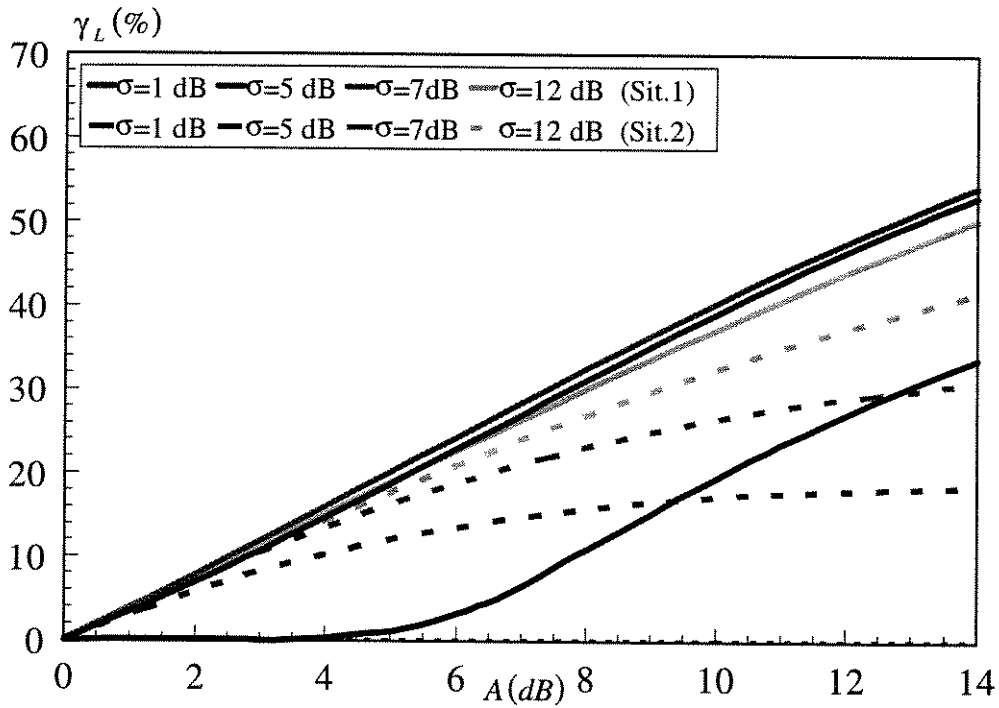


Figura 6.20: Área Celular Sobreposta - Lognormal - $\mu_L = 90\%$

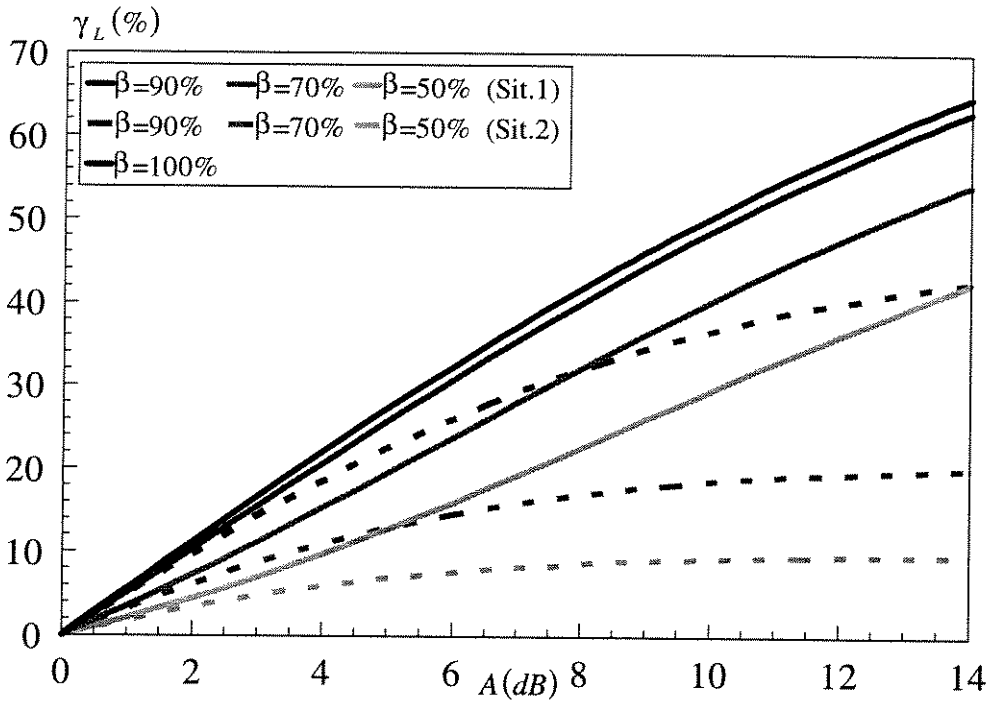


Figura 6.21: Área Celular Sobreposta - Lognormal - $\sigma = 5dB$

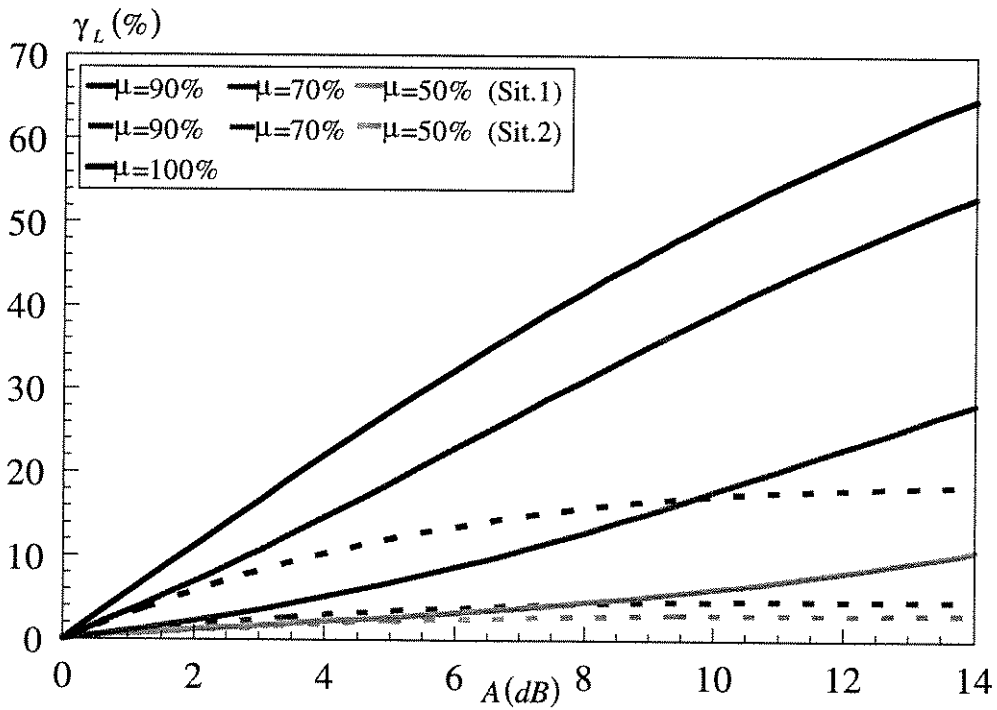
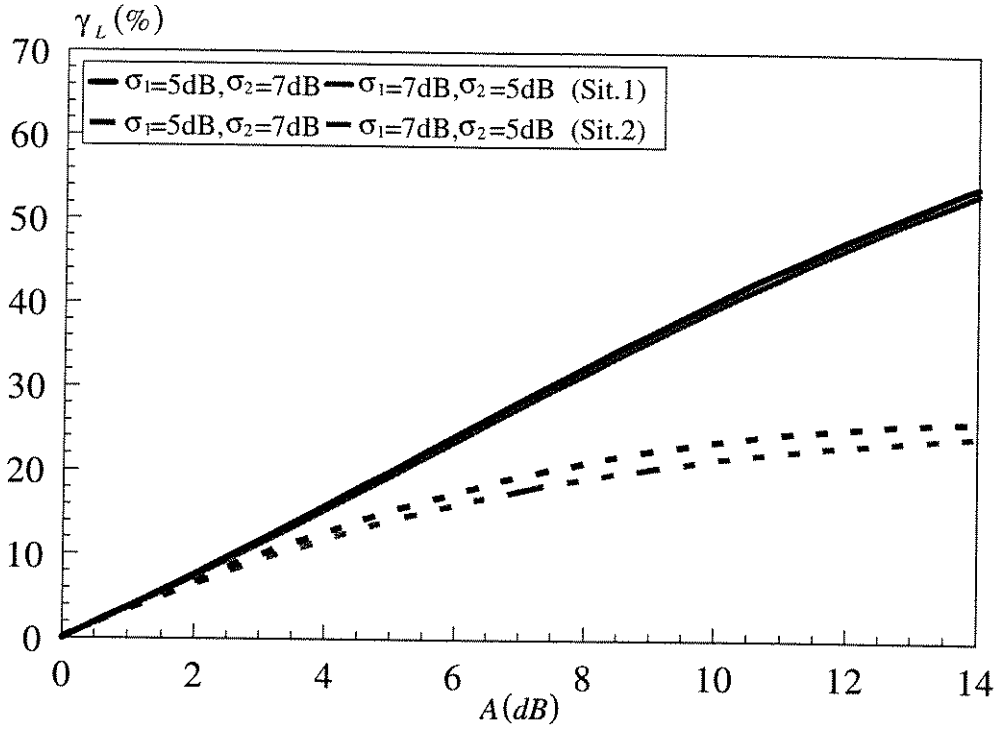


Figura 6.22: Área Celular Sobreposta - Lognormal - $\sigma = 5dB$


 Figura 6.23: Área Celular Sobreposta - Lognormal - $\mu_L = 90\%$

6.6.3. Área de Sobreposição no Ambiente Nakagami

A densidade conjunta de z_1 e z_2 para o ambiente Nakagami é

$$p_N(z_1, z_2) = \frac{m_1^{m_1} m_2^{m_2} z_1^{m_1-1} z_2^{m_2-1}}{\Gamma(m_1) \Gamma(m_2)} \exp(-m_1 z_1 - m_2 z_2) \quad (6.44)$$

Para a **primeira situação** obtemos $P(a, c|x)$ substituindo a equação 6.44 na equação 6.33. Finalmente obtemos a proporção da área sobreposta substituindo a probabilidade $P(a, c|x)$ encontrada na equação 6.13.

Para a **segunda situação** obtemos $P(a, c|x)$ substituindo a equação 6.44 na equação 6.34. Finalmente obtemos a proporção da área sobreposta substituindo a probabilidade $P(a, c|x)$ encontrada na equação 6.13.

Tal como as demais a integral na equação 6.13 parece não chegar a uma forma fechada, mas pode ser calculada por métodos numéricos. As proporções γ_N da área sobreposta para as duas situações estão traçados nas curvas a seguir para $\alpha = 3.5$.

As curvas são traçadas para considerando-se que pelo menos um sinal deve suportar comunicação adequada (*situação 1*) e também que os dois sinais estejam acima do limiar para comunicação adequada (*situação 2*).

Nas figuras 6.24 e 6.25 vemos a influência do fator de desvanecimento m no ambiente Nakagami considerando-se que 90% da periferia da célula e 90% da área celular recebe o sinal em condições para comunicação adequada, respectivamente.

Observamos valores menores da área de sobreposição para valores maiores de m . Como sabemos maiores valores de m implicam num sinal mais determinístico, mais bem comportado, diminuindo assim a probabilidade de encontrarmos sinais provenientes da célula 1 em condições de comunicação adequada na célula 2 (figura 6.8) segundo as situações apresentadas.

Para uma tolerância $A = 8dB$ temos valores entre **15%** e **40%** de área de celular sobreposta para primeira situação e valores até de **32%** de sobreposição para a segunda situação.

Nas figuras 6.26 e 6.27 vemos a influência das condições de cobertura no ambiente Nakagami considerando-se $m = 4$.

Observamos valores menores da área de sobreposição para proporções de cobertura menores da periferia ou área celular.

Para uma tolerância $A = 8dB$ temos até **40%** de área de celular sobreposta para primeira situação e valores até **15%** para a segunda situação.

Na figura 6.28 temos as curvas da proporção da área sobreposta para diferentes valores do fator de desvanecimento caracterizando células diferentes condições de desvanecimento.

Como nos cálculos a integração é feita no semi-setor da célula 2, temos aqui somente a proporção da área da célula 2 que é sobreposta pela célula 1 (figura 6.8). Verifique que sendo o sinal da célula 1 menos determinístico, é maior a probabilidade de encontra-lo na célula 2 em condições de comunicação adequada.

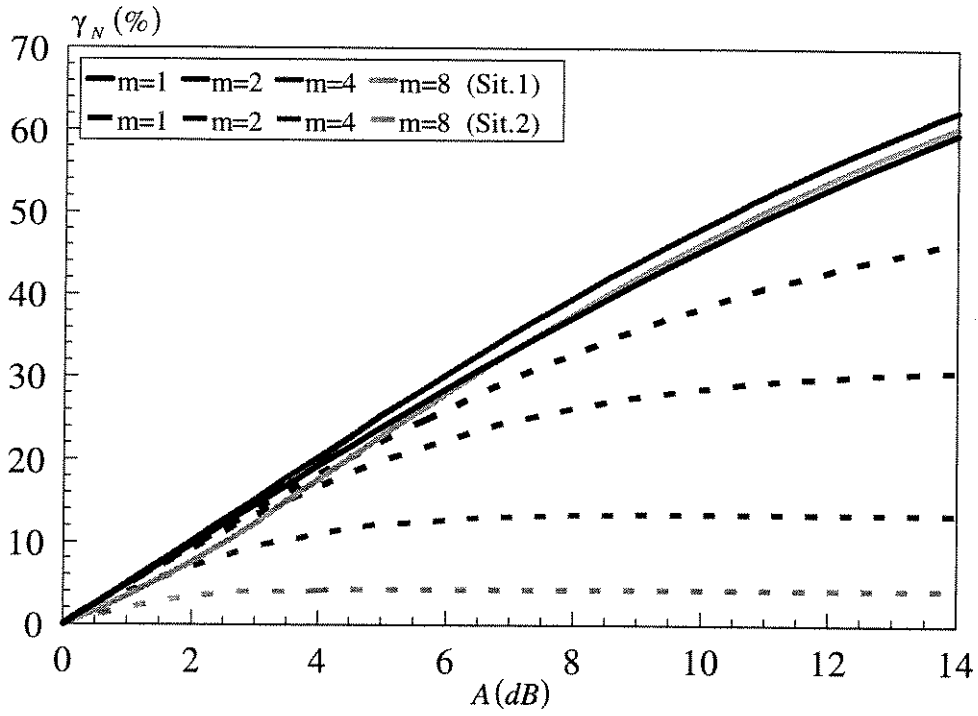


Figura 6.24: Área Celular Sobreposta - Nakagami - $\beta_N = 90\%$

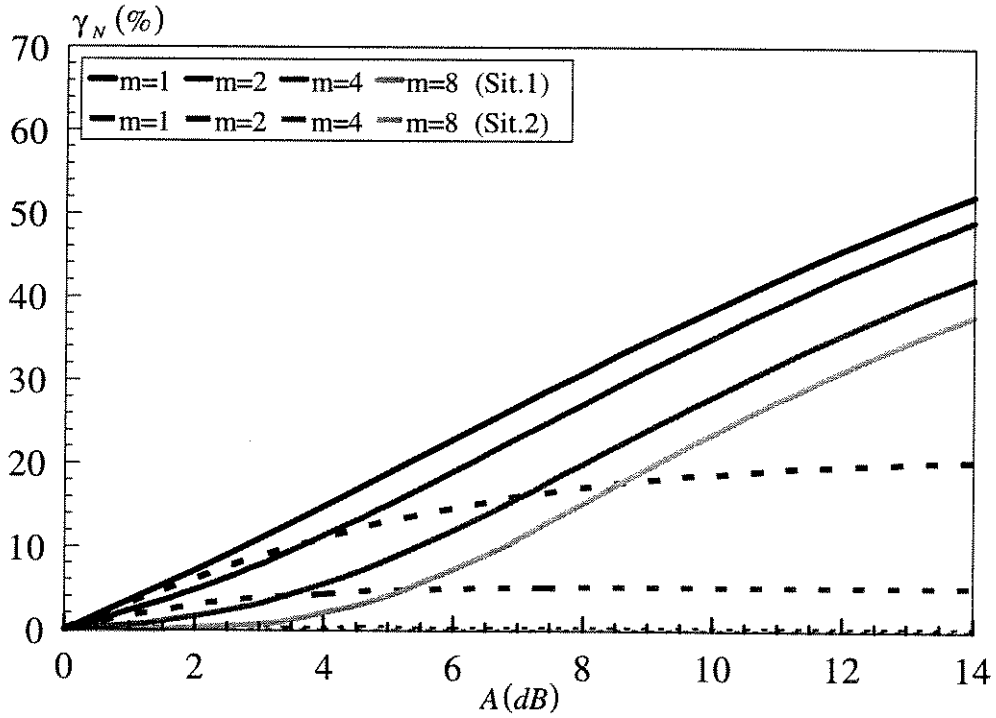


Figura 6.25: Área Celular Sobreposta - Nakagami - $\mu_N = 90\%$

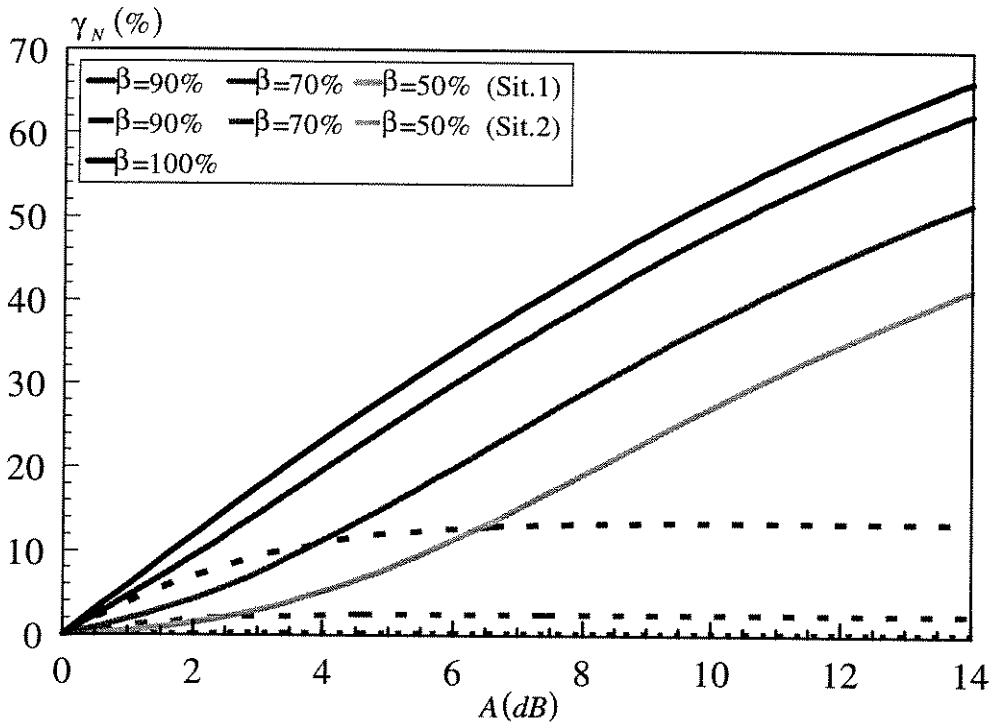


Figura 6.26: Área Celular Sobreposta - Nakagami - $m = 4$

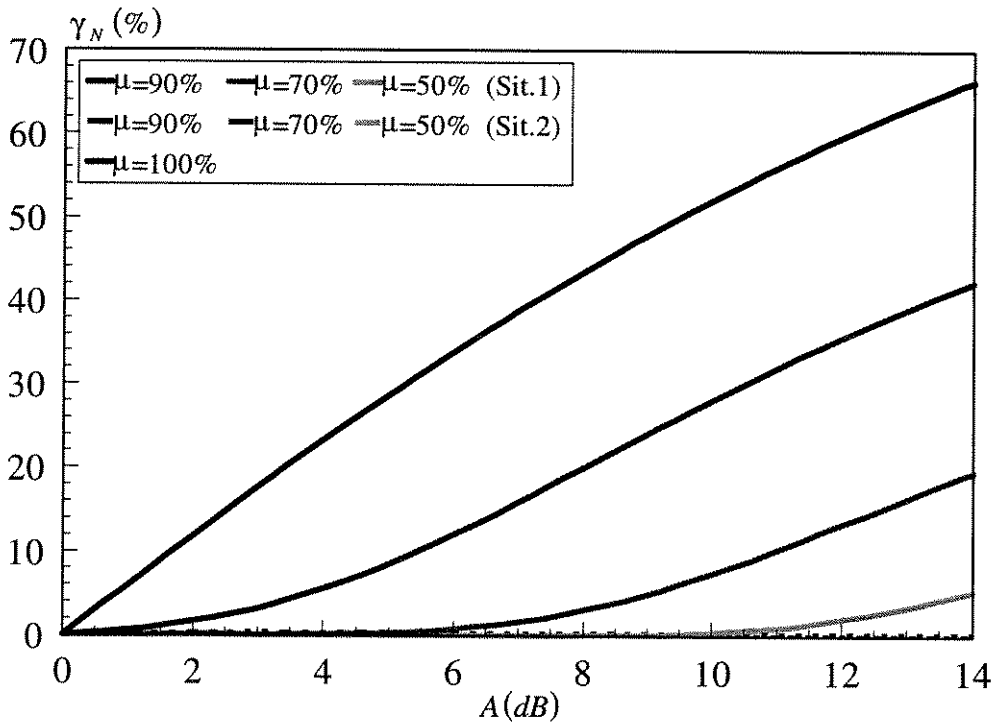


Figura 6.27: Área Celular Sobreposta - Nakagami - $m = 4$

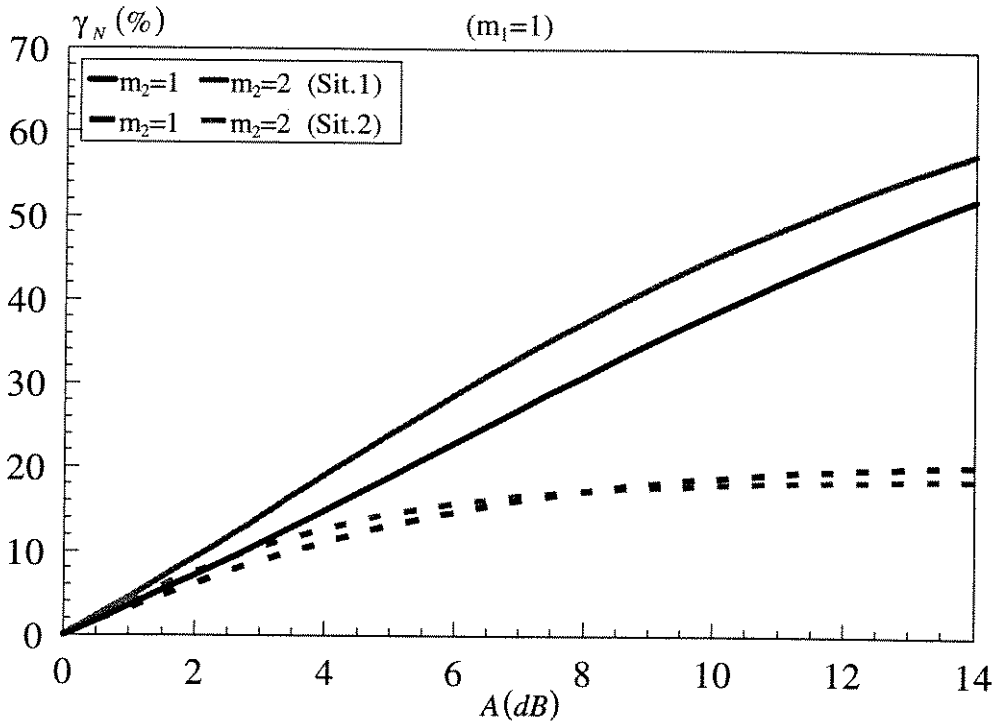


Figura 6.28: Área Celular Sobreposta - Nakagami - $\mu_N = 90\%$

6.7. Sumário e Conclusões

Foi estimada a proporção da área de uma célula em que as estações móveis podem ter comunicação adequada com mais de uma estação base em diferentes condições de desvanecimento e cobertura para os seguintes ambientes: Rayleigh, Lognormal e Nakagami.

A condição de cobertura é definida a partir de duas abordagens diferentes: cobertura da periferia e cobertura da área celular.

Verifica-se que os resultados obtidos para a abordagem de cobertura da periferia celular apresentam valores inferiores de área de cobertura se

comparados aos obtidos para a abordagem de cobertura da área celular. Isto é esperado já que na abordagem da periferia a proporção é estimada sobre o perímetro da circunferência enquanto que na abordagem da área os cálculos são feitos sobre toda a área do círculo.

Para os resultados no ambiente Lognormal, o fator de maior influência é o desvio padrão σ . Já para o ambiente Nakagami o fator de maior influência é o fator de desvanecimento m .

Verifica-se, em todos os resultados, a grande dependência da área de sobreposição em relação às condições de desvanecimento e de cobertura.

O cálculo da área de sobreposição entre as fronteiras das células através dos modelos derivados das distribuições Nakagami mostra-se muito atraente, pois pode se igualar ou aproximar bem a varias outras distribuições descritas no Capítulo 2.

Os resultados obtidos para a área de sobreposição entre células são bem significativos e de grande importância, pois esta regiões possuem um tráfego muitas vezes considerável e cuja correta manipulação pode trazer benefícios ao desempenho do sistema rádio móvel [20-23].

Os cálculos com base na potência instantânea dependem dos parâmetros de propagação, onde o sinal sofre um desvanecimento que pode ser modelado pelas distribuições apresentadas nos Capítulo 2. Assim este estudo pode ser estendido às demais distribuições apresentadas naquele Capítulo.

Capítulo 7

Área de Sobreposição entre Três Células

Este capítulo tem por objetivo determinar a área de sobreposição entre as fronteiras de três células adjacentes através de métodos estatísticos.

A nossa contribuição está na determinação da proporção da área de uma célula que é sobreposta por duas células vizinhas, para os ambientes Rayleigh, Lognormal e Suzuki.

7.1.Introdução

No capítulo 6 calculamos a proporção da área de uma célula na qual os sinais recebidos de duas estações rádio base não diferem mais que uma dada tolerância entre si e são recebidas em condições para comunicação adequada de acordo com as condições de cobertura.

Neste capítulo estaremos calculando a proporção da área de uma célula na qual os sinais recebidos de três estações rádio base não difiram mais que uma dada tolerância entre si, sem levar em consideração um limiar mínimo para

comunicação adequada. Desta forma estaremos estudando a região de indefinição da fronteira entre três células.

7.2. Modelo de Propagação

O modelo de propagação utilizado é o mesmo considerado para os cálculos feitos no Capítulo 6, ou seja, considera-se que a média do sinal recebido decresce com a distância x da estação base na forma $x^{-\alpha}$, onde α é o coeficiente de perda por percurso geralmente entre 2 e 5.

Consideramos também que a envoltória do sinal segue sua distribuição de desvanecimento.

7.3. Proporção de Área Sobreposta

Seja $P(a, x, y)$ a probabilidade de uma estação móvel, tendo sua posição descrita pelas variáveis de posição x e y , ter acesso a três caminhos com uma tolerância $A = 10 \log a$ dB.

Então, a probabilidade

$$\delta = \frac{1}{T} \iint_T P(a, x, y) dx dy \quad (7.1)$$

é a proporção média de estações móveis **no setor da célula 2** adjacente às células 1 e 3, tendo acesso a dois caminhos com uma tolerância $A = 10 \log a$ dB, levando-se em conta o desvanecimento, onde T é a área do setor triangular.

Pela simetria do problema faremos os cálculos considerando apenas $1/12$ do hexágono (*semi-setor da célula 2* - figura 7.1).

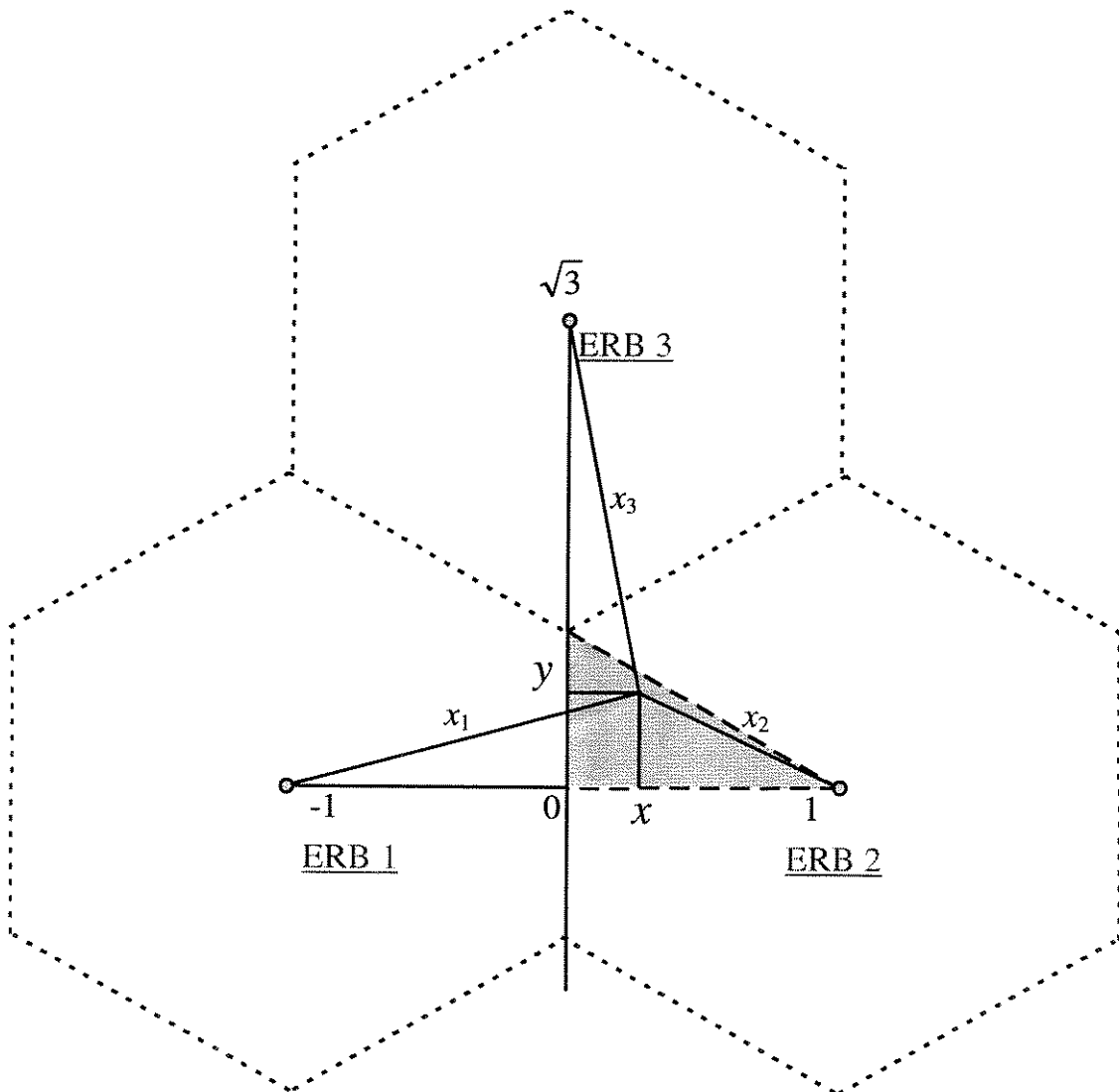


Figura 7.1: Fronteira entre células num padrão hexagonal.

Sabemos do modelo de propagação adotado que a relação entre as potências médias de duas estações rádio base é equivalente a uma relação entre as distâncias da estação móvel às estações rádio base.

Assim a probabilidade $P(a, x, y)$ é equivalente a probabilidade $P(a, b, c)$ de que três sinais não difiram entre si mais que $A = 10 \log a$ dB, dadas as relações entre potências médias $b = \bar{w}_2/\bar{w}_1$ e $c = \bar{w}_3/\bar{w}_2$, onde

$$b = \frac{\bar{w}_2}{\bar{w}_1} = \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^{-\alpha} = \left[\frac{(x-1)^2 + y^2}{(x+1)^2 + y^2} \right]^{-\frac{\alpha}{2}} \quad (7.2a)$$

$$c = \frac{\bar{w}_3}{\bar{w}_2} = \left(\frac{x_3}{x_2} \right)^{-\alpha} = \left[\frac{x^2 + (y - \sqrt{3})^2}{(x-1)^2 + y^2} \right]^{-\frac{\alpha}{2}} \quad (7.2b)$$

7.4. Proporção de Área Sobreposta no Ambiente Rayleigh

Desejamos calcular a probabilidade conjunta $P_r(a, b, c)$ de que três sinais não difiram mais que $A = 10 \log a$ dB entre si. Assim desejamos que os sinais obedeçam as seguintes condições:

$$w_2/a \leq w_1 \leq aw_2 \quad (7.3a)$$

$$w_3/a \leq w_2 \leq aw_3 \quad (7.3b)$$

$$w_1/a \leq w_3 \leq aw_1 \quad (7.3c)$$

Estas condições definem a região delineada na figura 7.2.

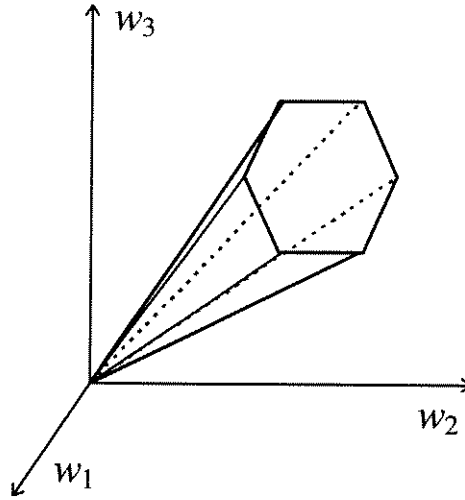


Figura 7.2: Região com os três sinais dentro da tolerância.

Rescrevendo as equações 7.3 agora normalizadas obtemos

$$\frac{1}{a} \frac{\bar{w}_2}{\bar{w}_1} \leq \frac{w_1/\bar{w}_1}{w_2/\bar{w}_2} \leq a \frac{\bar{w}_2}{\bar{w}_1} \quad (7.4a)$$

$$\frac{1}{a} \frac{\bar{w}_3}{\bar{w}_2} \leq \frac{w_2/\bar{w}_2}{w_3/\bar{w}_3} \leq a \frac{\bar{w}_3}{\bar{w}_2} \quad (7.4b)$$

$$\frac{1}{a} \frac{\bar{w}_1}{\bar{w}_3} \leq \frac{w_3/\bar{w}_3}{w_1/\bar{w}_1} \leq a \frac{\bar{w}_1}{\bar{w}_3} \quad (7.4c)$$

Defina $z_i = w_i/\bar{w}_i$, $i = 1, 2, 3$, $b = \bar{w}_2/\bar{w}_1$, $c = \bar{w}_3/\bar{w}_2$ e $d = \bar{w}_1/\bar{w}_3$. Note que

$bcd = 1$. Assim temos

$$a^{-1}b \leq z_1/z_2 \leq ab \quad (7.5a)$$

$$a^{-1}c \leq z_2/z_3 \leq ac \quad (7.5b)$$

$$a^{-1}d \leq z_3/z_1 \leq ad \quad (7.5c)$$

Novamente defina $z_{ij} = z_i/z_j$. Note que $z_{12}z_{23}z_{31} = 1$. Logo

$$a^{-1}b \leq z_{12} \leq ab \quad (7.6a)$$

$$a^{-1}c \leq z_{23} \leq ac \quad (7.6b)$$

$$a^{-1}d \leq z_{31} \leq ad \quad (7.6c)$$

Sabemos que as variáveis aleatórias z_1 , z_2 e z_3 são independentes entre si.

Desta forma somente um par de variáveis aleatórias, z_{12} e z_{23} , ou z_{23} e z_{31} , ou z_{31} e z_{12} , é independente, pois $z_{12}z_{23}z_{31} = 1$.

Escolhemos o par z_{12} e z_{23} , onde agora $z_{31} = \frac{1}{z_{12}z_{23}}$ e $d = \frac{1}{bc}$.

Assim reduzimos um problema tridimensional a duas dimensões apenas, onde

$$a^{-1}b \leq z_{12} \leq ab \quad (7.7a)$$

$$a^{-1}c \leq z_{23} \leq ac \quad (7.7b)$$

$$(abc)^{-1} \leq z_{31} \leq a(bc)^{-1} \quad (7.7c)$$

A nova região a considerada é representada na figura 7.3.

A probabilidade $P_r(a,b,c)$ pode ser calculada integrando-se a distribuição $p(z_{12}, z_{23})$ em toda a região S da figura 7.3.

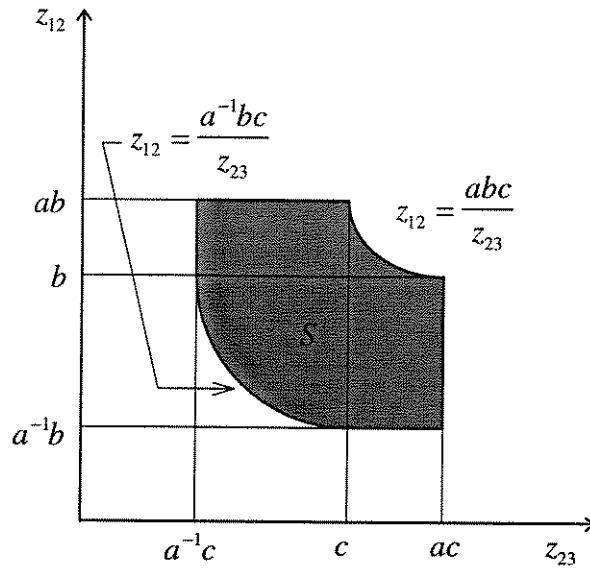


Figura 7.3: Nova região com os três sinais dentro da tolerância.

7.4.1. Cálculo da Distribuição Conjunta no Ambiente Rayleigh

Desejamos calcular a probabilidade abaixo

$$P_r(a, b, c) = \iint_S p(z_{12}, z_{23}) dz_{12} dz_{23} \quad (7.8)$$

Para isto devemos primeiramente calcular a distribuição conjunta de z_{12} e z_{23} no ambiente Rayleigh. Assim, defina

$$z_{12} = z_1 / z_2 \quad (7.9a)$$

$$z_{23} = z_2 / z_3 \quad (7.9b)$$

$$z = z_2 \quad (7.9c)$$

Então temos

$$z_1 = z z_{12} \quad (7.10a)$$

$$z_2 = z \quad (7.10b)$$

$$z_3 = z/z_{23} \quad (7.10c)$$

Obtemos a distribuição $p(z_{12}, z_{23})$ pela transformação

$$p(z_{12}, z_{23}, z) = |J| p(z_1, z_2, z_3) \quad (7.11)$$

onde

$$|J| = \begin{vmatrix} \partial z_1 / \partial z_{12} & \partial z_1 / \partial z_{23} & \partial z_1 / \partial z \\ \partial z_2 / \partial z_{12} & \partial z_2 / \partial z_{23} & \partial z_2 / \partial z \\ \partial z_3 / \partial z_{12} & \partial z_3 / \partial z_{23} & \partial z_3 / \partial z \end{vmatrix} \quad (7.12)$$

$$|J| = \begin{vmatrix} z & 0 & z_{12} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -z/z_{23}^2 & 1/z_{23} \end{vmatrix} \quad (7.13)$$

$$|J| = \left(\frac{z}{z_{23}} \right)^2 \quad (7.14)$$

Logo

$$p(z_{12}, z_{23}, z) = \left(\frac{z}{z_{23}} \right)^2 p(z z_{12}) p(z) p(z/z_{23}) \quad (7.15)$$

Finalmente obtemos a distribuição $p(z_{12}, z_{23})$ pela integração

$$p(z_{12}, z_{23}) = \int_0^\infty p(z_{12}, z_{23}, z) dz \quad (7.16)$$

A distribuição da potência de um sinal no ambiente Rayleigh é dada por

$$p(w_i) = \frac{1}{\bar{w}_i} \exp\left(-\frac{w_i}{\bar{w}_i}\right) \quad (7.17)$$

Defina $z_i = w_i / \bar{w}_i$. Pela transformação $p(z_i)|dz_i| = p(w_i)|dw_i|$ temos

$$p(z_i) = \exp(-z_i) \quad (7.18)$$

Logo

$$p(z_{12}, z_{23}, z) = \left(\frac{z}{z_{23}}\right)^2 \exp\left[-z\left(1 + z_{12} + \frac{1}{z_{23}}\right)\right] \quad (7.19)$$

$$p(z_{12}, z_{23}) = \int_0^\infty \left(\frac{z}{z_{23}}\right)^2 \exp\left[-z\left(1 + z_{12} + \frac{1}{z_{23}}\right)\right] dz \quad (7.20)$$

Finalmente obtemos a distribuição conjunta na forma

$$p(z_{12}, z_{23}) = \frac{2z_{23}}{(1 + z_{23} + z_{12}z_{23})} \quad (7.21)$$

Agora podemos calcular a probabilidade $P_r(a|b, c)$ integrando a equação

7.21 nas áreas indicadas na figura 7.4.

$$P(a|b, c) = \int_S \int p(z_{12}, z_{23}) dz_{12} dz_{23} \quad (7.22)$$

$$P(a|b, c) = \int_{S_1} \int p(z_{12}, z_{23}) dz_{12} dz_{23} + \int_{S_2} \int p(z_{12}, z_{23}) dz_{12} dz_{23} \quad (7.23)$$

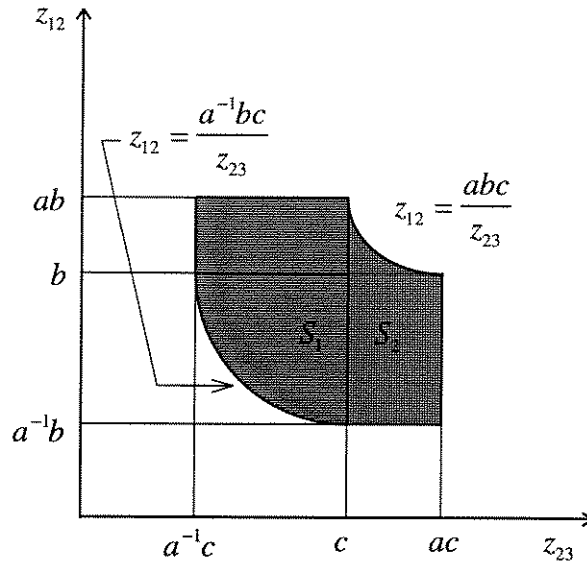


Figura 7.4: Área de integração da distribuição conjunta.

A seguir temos a integração na área S_1 .

$$I_{S_1} = \iint_{S_1} p(z_{12}, z_{23}) dz_{12} dz_{23} = \int_{a^{-1}c}^c \int_{\frac{a^{-1}bc}{z_{23}}}^{ab} p(z_{12}, z_{23}) dz_{12} dz_{23} \quad (7.24)$$

$$I_{S_1} = \int_{a^{-1}c}^c \int_{\frac{a^{-1}bc}{z_{23}}}^{ab} \frac{2z_{23}}{(1 + z_{23} + z_{12}z_{23})} dz_{12} dz_{23} \quad (7.25)$$

$$I_{S_1} = \int_{a^{-1}c}^c \frac{dz_{23}}{(1 + a^{-1}bc + z_{23})^2} - \int_{a^{-1}c}^c \frac{dz_{23}}{[1 + z_{23}(1 + ab)]^2} \quad (7.26)$$

$$I_{S_1} = [1 + (1 + b)a^{-1}c]^{-1} - [1 + c(1 + a^{-1}b)]^{-1} + [(1 + ab) + c(1 + ab)^2]^{-1} - [(1 + ab) + (1 + ab)^2 a^{-1}c]^{-1} \quad (7.27)$$

Abaixo temos integração na área S_2 .

$$I_{S_2} = \int \int_{S_2} p(z_{12}, z_{23}) dz_{12} dz_{23} = \int_c^{\frac{abc}{a^{-1}b}} \int_{a^{-1}b}^{\frac{ac}{z_{23}}} p(z_{12}, z_{23}) dz_{12} dz_{23} \quad (7.28)$$

$$I_{S_2} = \int_c^{\frac{abc}{a^{-1}b}} \int_{a^{-1}b}^{\frac{ac}{z_{23}}} \frac{2z_{23}}{(1 + z_{23} + z_{12}z_{23})} dz_{12} dz_{23} \quad (7.29)$$

$$I_{S_2} = \int_c^{\frac{ac}{a^{-1}b}} \frac{dz_{23}}{[1 + z_{23}(1 + a^{-1}b)]^2} - \int_c^{\frac{ac}{a^{-1}b}} \frac{dz_{23}}{[1 + abc + z_{23}]^2} \quad (7.30)$$

$$I_{S_2} = [1 + abc + ac]^{-1} - [1 + abc + c]^{-1} + [(1 + a^{-1}b) + c(1 + a^{-1}b)^2]^{-1} - [(1 + a^{-1}b) + (1 + a^{-1}b)^2 ac]^{-1} \quad (7.31)$$

Finalmente a probabilidade $P_r(a, b, c)$ de que três sinais não difiram entre si mais que $A = 10 \log a$ dB, dadas as relações entre potências médias b e c , para o ambiente Rayleigh é dada pela fórmula *exata e fechada* da equação 7.32.

$$\begin{aligned} P_r(a, b, c) = & [1 + (1 + b)a^{-1}c]^{-1} - [1 + c(1 + a^{-1}b)]^{-1} + [(1 + ab) + c(1 + ab)^2]^{-1} - [(1 + ab) + (1 + ab)^2 a^{-1}c]^{-1} \\ & + [1 + abc + ac]^{-1} - [1 + abc + c]^{-1} + [(1 + a^{-1}b) + c(1 + a^{-1}b)^2]^{-1} - [(1 + a^{-1}b) + (1 + a^{-1}b)^2 ac]^{-1} \end{aligned} \quad (7.32)$$

7.5. Proporção de Área Sobreposta no Ambiente Lognormal

Desejamos calcular a probabilidade conjunta $P_L(A, B, C)$ de que três sinais não difiram mais que $A = 10 \log a$ dB entre si, dada as relações entre potência médias $B = 10 \log b$ e $C = 10 \log c$. Assim desejamos que os sinais obedeçam as seguintes condições:

$$-A \leq W_1 - W_2 \leq A \quad (7.33a)$$

$$-A \leq W_2 - W_3 \leq A \quad (7.33b)$$

$$-A \leq W_3 - W_1 \leq A \quad (7.33c)$$

Rescrevendo as equações 7.33 agora normalizadas obtemos

$$\frac{-A + \bar{W}_2 - \bar{W}_1}{\sqrt{2}\sigma} \leq \frac{W_1 - \bar{W}_1}{\sqrt{2}\sigma} - \frac{W_2 - \bar{W}_2}{\sqrt{2}\sigma} \leq \frac{A + \bar{W}_2 - \bar{W}_1}{\sqrt{2}\sigma} \quad (7.34a)$$

$$\frac{-A + \bar{W}_3 - \bar{W}_2}{\sqrt{2}\sigma} \leq \frac{W_2 - \bar{W}_2}{\sqrt{2}\sigma} - \frac{W_3 - \bar{W}_3}{\sqrt{2}\sigma} \leq \frac{A + \bar{W}_3 - \bar{W}_2}{\sqrt{2}\sigma} \quad (7.34b)$$

$$\frac{-A + \bar{W}_1 - \bar{W}_3}{\sqrt{2}\sigma} \leq \frac{W_3 - \bar{W}_3}{\sqrt{2}\sigma} - \frac{W_1 - \bar{W}_1}{\sqrt{2}\sigma} \leq \frac{A + \bar{W}_1 - \bar{W}_3}{\sqrt{2}\sigma} \quad (7.34c)$$

Defina $Z_i = \frac{W_i - \bar{W}_i}{\sqrt{2\sigma}}$, $B = W_2 - \bar{W}_1$, $C = W_3 - \bar{W}_2$ e $D = W_1 - \bar{W}_3$. Temos

$$\frac{-A+B}{\sqrt{2\sigma}} \leq Z_1 - Z_2 \leq \frac{A+B}{\sqrt{2\sigma}} \quad (7.35a)$$

$$\frac{-A+C}{\sqrt{2\sigma}} \leq Z_2 - Z_3 \leq \frac{A+C}{\sqrt{2\sigma}} \quad (7.35b)$$

$$\frac{-A+D}{\sqrt{2\sigma}} \leq Z_3 - Z_1 \leq \frac{A+D}{\sqrt{2\sigma}} \quad (7.35c)$$

Novamente defina $Z_{ij} = Z_i - Z_j$. Note que $Z_{12} + Z_{23} + Z_{31} = 0$. Logo

$$\frac{-A+B}{\sqrt{2\sigma}} \leq Z_{12} \leq \frac{A+B}{\sqrt{2\sigma}} \quad (7.36a)$$

$$\frac{-A+C}{\sqrt{2\sigma}} \leq Z_{23} \leq \frac{A+C}{\sqrt{2\sigma}} \quad (7.36b)$$

$$\frac{-A+D}{\sqrt{2\sigma}} \leq Z_{31} \leq \frac{A+D}{\sqrt{2\sigma}} \quad (7.36c)$$

Sabemos que as variáveis aleatórias Z_1 , Z_2 e Z_3 são independentes entre si. Desta forma somente um par de variáveis aleatórias, Z_{12} e Z_{23} , ou Z_{23} e Z_{31} , ou Z_{31} e Z_{12} , é independente, pois $Z_{12} + Z_{23} + Z_{31} = 0$.

Escolhemos o par Z_{12} e Z_{23} , onde $Z_{31} = -(Z_{12} + Z_{23})$ e $D = -(B + C)$.

Assim reduzimos um problema tridimensional a duas dimensões apenas, onde

$$\frac{-A+B}{\sqrt{2}\sigma} \leq Z_{12} \leq \frac{A+B}{\sqrt{2}\sigma} \quad (7.37a)$$

$$\frac{-A+C}{\sqrt{2}\sigma} \leq Z_{23} \leq \frac{A+C}{\sqrt{2}\sigma} \quad (7.37b)$$

$$\frac{-A+B+C}{\sqrt{2}\sigma} \leq Z_{12} + Z_{23} \leq \frac{A+B+C}{\sqrt{2}\sigma} \quad (7.37c)$$

A região definida acima é representada na figura 7.5.

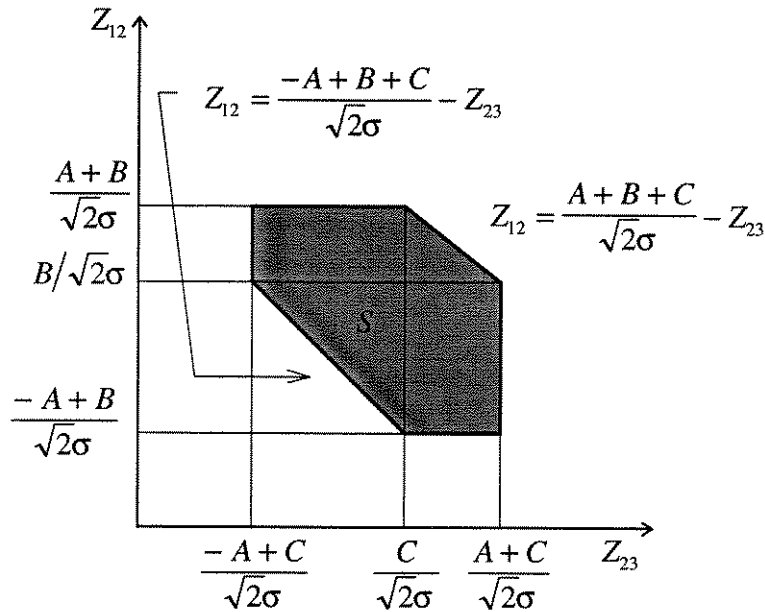


Figura 7.5 Nova região com os três sinais dentro da tolerância.

A probabilidade $P_L(A, B, C)$ pode ser calculada integrando-se a distribuição $p(Z_{12}, Z_{23})$ em toda a região S da figura 7.5.

7.5.1. Cálculo da Distribuição Conjunta no Ambiente Lognormal

Desejamos calcular a probabilidade abaixo

$$P_L(A|B, C) = \int \int_S p(Z_{12}, Z_{23}) dZ_{12} dZ_{23} \quad (7.38)$$

Para isto devemos primeiramente calcular a distribuição conjunta de Z_{12} e Z_{23} no ambiente Lognormal. A distribuição da potência de um sinal no ambiente Lognormal é dada por

$$p(W_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\left(\frac{W_i - \bar{W}_i}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2\right] \quad (7.39)$$

Defina $z_i = \frac{W_i - \bar{W}_i}{\sqrt{2}\sigma}$. Pela transformação $p(Z_i)|dZ_i| = p(W_i)|dW_i|$ temos

$$p(Z_i) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-Z_i^2) \quad (7.40)$$

onde

$$E[Z_i] = 0 \quad (7.41)$$

$$\text{Var}[Z_i] = E[Z_i^2] - E^2[Z_i] = E[Z_i^2] \quad (7.42)$$

$$E[Z_i^2] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Z_i^2}{\sqrt{\pi}} \exp(-Z_i^2) dZ_i = 2 \times \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} Z_i^2 \exp(-Z_i^2) dZ_i \quad (7.43)$$

De tabelas de integral conhecidas sabemos que

$$\int_0^{\infty} t^{2n} \exp(-at^2) dt = \frac{1.3...(2n-1)}{2^{n+1} a^n} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (7.44)$$

No nosso caso $a = 1$ e $n = 1$. Logo

$$\text{Var}[Z_i] = E[Z_i^2] = 1/2 \quad (7.45)$$

Assim temos Z_1 , Z_2 e Z_3 como variáveis aleatórias Gaussianas de média nula, desvio padrão $1/\sqrt{2}$ e independentes entre si. A distribuição de $Z_{ij} = Z_i - Z_j$, $i = 1, 2, 3$, também é uma Gaussiana de média

$$E[Z_{ij}] = E[Z_i] - E[Z_j] = 0 \quad (7.46)$$

e variância calculada abaixo

$$\text{Var}[Z_{ij}] = E[Z_{ij}^2] - E^2[Z_{ij}] = E[Z_{ij}^2] \quad (7.47)$$

$$E[Z_{ij}^2] = E[(Z_i - Z_j)^2] = E[Z_i^2 - 2Z_i Z_j + Z_j^2] = E[Z_i^2] - 2E[Z_i Z_j] + E[Z_j^2] \quad (7.48)$$

$$E[Z_{ij}^2] = E[Z_i^2] - 2E[Z_i]E[Z_j] + E[Z_j^2] = 2E[Z_i^2] = 2E[Z_j^2] \quad (7.49)$$

$$\text{Var}[Z_{ij}] = 1 \quad (7.50)$$

Logo a distribuição de $Z_{ij} = Z_i - Z_j$, $i = 1, 2, 3$, é dada por

$$p(Z_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{Z_{ij}^2}{2}\right) \quad (7.51)$$

Desejamos determinar a distribuição conjunta $p(Z_{12}, Z_{23})$. Como as variáveis aleatórias Z_{12} e Z_{23} são Gaussianas, a função densidade de probabilidade de dimensão n é dada por

$$p(X_1, \dots, X_n) = \frac{\exp\left[-\frac{1}{2[\Lambda]} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n |\Lambda|_{jk} (X_j - M_j)(X_k - M_k)\right]}{(2\pi)^{n/2} |\Lambda|^{1/2}} \quad (7.52)$$

onde X_j , $j=1, \dots, n$, são as variáveis aleatórias, $M_j = E[X_j]$ são as médias e $|\Lambda|_{jk}$ é o cofator do elemento λ_{jk} do determinante $|\Lambda|$ da Matriz Covariância.

Os elementos λ_{jk} são as covariâncias

$$\lambda_{jk} = \text{Cov}(X_j, X_k) = E[(X_j - M_j)(X_k - M_k)] = E[X_j X_k] - E[X_j]E[X_k] \quad (7.53)$$

Sabemos que $E[Z_{12}] = E[Z_{23}] = 0$. Logo

$$\text{Cov}(Z_{12}, Z_{12}) = \text{Cov}(Z_{23}, Z_{23}) = E[Z_{12}^2] = E[Z_{23}^2] = 1 \quad (7.54)$$

$$\text{Cov}(Z_{12}, Z_{23}) = \text{Cov}(Z_{12}, Z_{23}) = E[Z_{12} Z_{23}] = E[(Z_1 - Z_2)(Z_2 - Z_3)] \quad (7.55)$$

$$\text{Cov}(Z_{12}, Z_{23}) = E[Z_1]E[Z_2] - E[Z_1]E[Z_3] - E[Z_2^2] + E[Z_2]E[Z_3] = -E[Z_2^2] = -1/2 \quad (7.56)$$

Neste caso temos

$$\Lambda = \begin{vmatrix} \text{Cov}(Z_{12}, Z_{12}) & \text{Cov}(Z_{12}, Z_{23}) \\ \text{Cov}(Z_{23}, Z_{12}) & \text{Cov}(Z_{23}, Z_{23}) \end{vmatrix} \quad (7.57)$$

$$\Lambda = \begin{vmatrix} 1 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \end{vmatrix} \quad (7.58)$$

$$|\Lambda| = 3/4 \quad (7.59)$$

Os cofatores são $|\Lambda|_{11} = 1$, $|\Lambda|_{12} = 1/2$, $|\Lambda|_{21} = 1/2$ e $|\Lambda|_{22} = 1$.

Finalmente obtemos a distribuição conjunta na forma

$$p(Z_{12}, Z_{23}) = \frac{1}{\pi\sqrt{3}} \exp\left[-\frac{2}{3}(Z_{12}^2 + Z_{12}Z_{23} + Z_{23}^2)\right] \quad (7.60)$$

Agora podemos calcular a probabilidade $P_L(A, B, C)$ integrando a equação 7.60 nas áreas indicadas na figura 7.6 abaixo.

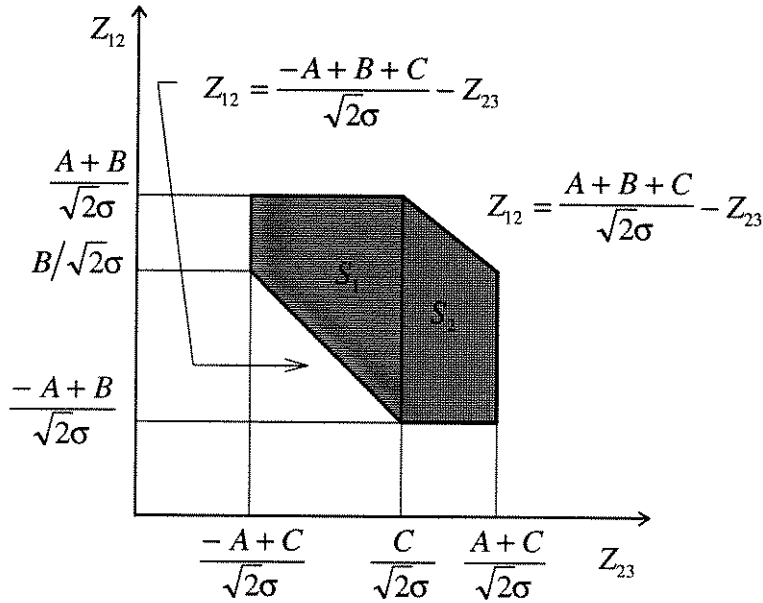


Figura 7.6: Área de integração da distribuição conjunta.

Assim devemos calcular

$$P(A, B, C) = \int \int_S p(Z_{12}, Z_{23}) dZ_{12} dZ_{23} \quad (7.61)$$

$$P(A, B, C) = \int \int_{S_1} p(Z_{12}, Z_{23}) dZ_{12} dZ_{23} + \int \int_{S_2} p(Z_{12}, Z_{23}) dZ_{12} dZ_{23} \quad (7.62)$$

A seguir temos integração na área S_1 onde $D = -(B + C)$.

$$I_{S_1} = \int \int_{S_1} p(Z_{12}, Z_{23}) dZ_{12} dZ_{23} = \int_{\frac{C-A}{\sqrt{2\sigma}}}^{\frac{C}{\sqrt{2\sigma}}} \int_{\frac{-A-D}{\sqrt{2\sigma}}}^{\frac{A+B}{\sqrt{2\sigma}}} p(Z_{12}, Z_{23}) dZ_{12} dZ_{23} \quad (7.63)$$

$$I_{S_1} = \int_{\frac{-A+C}{\sqrt{2\sigma}}}^{\frac{C}{\sqrt{2\sigma}}} \int_{\frac{-A-D}{\sqrt{2\sigma}}}^{\frac{A+B}{\sqrt{2\sigma}}} \frac{1}{\sqrt{3\pi}} \exp\left[-\frac{2}{3}(Z_{12}^2 + Z_{12}Z_{23} + Z_{23}^2)\right] dZ_{12} dZ_{23} \quad (7.64)$$

De tabelas de integral conhecidas sabemos que

$$\int \exp[-(ax^2 + 2bx + c)] dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left(\frac{b^2 - ac}{a}\right) \operatorname{erf}\left(\sqrt{a}x + \frac{b}{\sqrt{a}}\right) + cte \quad (7.65)$$

Em nosso caso temos $a = 2/3$, $b = Z_{23}/2$ e $c = 2Z_{23}^2/3$. Logo

$$I_{S_1} = \int_{\frac{C-A}{\sqrt{2\sigma}}}^{\frac{C}{\sqrt{2\sigma}}} \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{Z_{23}^2}{2}\right) \left[\operatorname{erf}\left(\frac{A+B}{\sqrt{3\sigma}} + \frac{Z_{23}}{\sqrt{6}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{-A-D}{\sqrt{3\sigma}} - \frac{Z_{23}}{\sqrt{6}}\right) \right] dZ_{23} \quad (7.66)$$

Abaixo temos integração na área S_2 .

$$I_{S_2} = \int \int_{S_2} p(Z_{12}, Z_{23}) dZ_{12} dZ_{23} = \int_{\frac{C}{\sqrt{2\sigma}}}^{\frac{A+C}{\sqrt{2\sigma}}} \int_{\frac{B-A}{\sqrt{2\sigma}}}^{\frac{A-D}{\sqrt{2\sigma}}} p(Z_{12}, Z_{23}) dZ_{12} dZ_{23} \quad (7.67)$$

$$I_{S_2} = \int_{\frac{C}{\sqrt{2\sigma}}}^{\frac{A+C}{\sqrt{2\sigma}}} \int_{\frac{B-A}{\sqrt{2\sigma}}}^{\left(\frac{A-D}{\sqrt{2\sigma}} - Z_{23}\right)} \frac{1}{\sqrt{3\pi}} \exp\left[-\frac{2}{3}(Z_{12}^2 + Z_{12}Z_{23} + Z_{23}^2)\right] dZ_{12} dZ_{23} \quad (7.68)$$

Novamente de tabelas de integral conhecidas chegamos a

$$I_{S_2} = \int_{\frac{C}{\sqrt{2\sigma}}}^{\frac{A+C}{\sqrt{2\sigma}}} \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{Z_{23}^2}{2}\right) \left[\operatorname{erf}\left(\frac{A-D}{\sqrt{3\sigma}} - \frac{Z_{23}}{\sqrt{6}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{-A+B}{\sqrt{3\sigma}} + \frac{Z_{23}}{\sqrt{6}}\right) \right] dZ_{23} \quad (7.69)$$

Finalmente a probabilidade $P_L(A, B, C)$ de que três sinais não difiram entre si mais que $A = 10 \log a$ dB, dadas as relações entre potências médias B e C , para o ambiente Lognormal é

$$\begin{aligned} P_L(A, B, C) = & \int_{\frac{C-A}{\sqrt{2\sigma}}}^{\frac{C}{\sqrt{2\sigma}}} \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{Z_{23}^2}{2}\right) \left[\operatorname{erf}\left(\frac{A+B}{\sqrt{3\sigma}} + \frac{Z_{23}}{\sqrt{6}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{-A-D}{\sqrt{3\sigma}} - \frac{Z_{23}}{\sqrt{6}}\right) \right] dZ_{23} \\ & + \int_{\frac{C}{\sqrt{2\sigma}}}^{\frac{A+C}{\sqrt{2\sigma}}} \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{Z_{23}^2}{2}\right) \left[\operatorname{erf}\left(\frac{A-D}{\sqrt{3\sigma}} - \frac{Z_{23}}{\sqrt{6}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{-A+B}{\sqrt{3\sigma}} + \frac{Z_{23}}{\sqrt{6}}\right) \right] dZ_{23} \end{aligned} \quad (7.70)$$

7.6. Proporção de Área Sobreposta no Ambiente Suzuki

Desejamos calcular a probabilidade conjunta $P_s(a,b,c)$ de que três sinais não difiram mais que $A = 10 \log a$ dB entre si. Para determinarmos esta probabilidade procedemos de forma semelhante à determinação da distribuição de Suzuki obtida pelo sombreamento da distribuição de Rayleigh pela distribuição Lognormal.

Assim as potência médias da distribuição $P_r(a,b,c)$ são consideradas variáveis aleatórias que seguem a distribuição Lognormal. Seja a distribuição abaixo obtida para o ambiente Rayleigh.

$$\begin{aligned}
 P_r(a,b,c) = & \left[1 + (1+b)a^{-1}c\right]^{-1} - \left[1 + c(1+a^{-1}b)\right]^{-1} + \left[(1+ab) + c(1+ab)^2\right]^{-1} - \left[(1+ab) + (1+ab)^2 a^{-1}c\right]^{-1} \\
 & + \left[1 + abc + ac\right]^{-1} - \left[1 + abc + c\right]^{-1} + \left[(1+a^{-1}b) + c(1+a^{-1}b)^2\right]^{-1} - \left[(1+a^{-1}b) + (1+a^{-1}b)^2 ac\right]^{-1}
 \end{aligned}
 \tag{7.71}$$

Sabemos que b e c são razões entre duas potência médias recebidas pela estação móvel e de distribuição Lognormal.

Assim, pela notação adotada temos

$$b = \frac{\bar{w}_2}{\bar{w}_1} \quad ; \quad 10 \log b = 10 \log \bar{w}_2 - 10 \log \bar{w}_1
 \tag{7.72a}$$

$$c = \frac{\bar{w}_3}{\bar{w}_2} \quad ; \quad 10 \log c = 10 \log \bar{w}_3 - 10 \log \bar{w}_2
 \tag{7.72b}$$

Defina

$$W_{21} = 10\log b \quad ; \quad W_1 = 10\log \bar{w}_1 \quad ; \quad W_2 = 10\log \bar{w}_2 \quad (7.73a)$$

$$W_{32} = 10\log c \quad ; \quad W_2 = 10\log \bar{w}_2 \quad ; \quad W_3 = 10\log \bar{w}_3 \quad (7.73b)$$

Logo

$$W_{21} = W_2 - W_1 \quad (7.74a)$$

$$W_{32} = W_3 - W_2 \quad (7.74b)$$

Novamente defina

$$Z_i = \frac{W_i - \bar{W}_i}{\sqrt{2\sigma}} \quad (7.75a)$$

$$Z_{ij} = Z_i - Z_j \quad (7.75b)$$

$$B = \bar{W}_1 - \bar{W}_2 \quad (7.75c)$$

$$C = \bar{W}_2 - \bar{W}_3 \quad (7.75d)$$

Note que as variáveis aleatórias Z_i e Z_{ij} obedecem a distribuição

Lognormal já que as potência médias locais W_i também têm característica

Lognormal. Manipulando as expressões acima temos

$$W_1 - W_2 = W_1 - \bar{W}_1 - (W_2 - \bar{W}_2) + \bar{W}_1 - \bar{W}_2 \quad (7.76a)$$

$$W_1 - W_2 = \sqrt{2\sigma} \left(\frac{W_1 - \bar{W}_1}{\sqrt{2\sigma}} \right) - \sqrt{2\sigma} \left(\frac{W_2 - \bar{W}_2}{\sqrt{2\sigma}} \right) + \bar{W}_1 - \bar{W}_2 \quad (7.76b)$$

$$W_1 - W_2 = \sqrt{2\sigma} (Z_1 - Z_2) + B = \sqrt{2\sigma} Z_{12} + B = W_{12} \quad (7.76c)$$

Finalmente, pelo procedimento acima, chegamos a

$$W_{12} = \sqrt{2}\sigma Z_{12} + B \quad (7.77a)$$

$$W_{23} = \sqrt{2}\sigma Z_{23} + C \quad (7.77b)$$

Utilizando as equações 7.73 e 7.77 obtemos

$$b = 10^{-\frac{1}{10}(\sqrt{2}\sigma Z_{12} + B)} \quad (7.78a)$$

$$c = 10^{-\frac{1}{10}(\sqrt{2}\sigma Z_{23} + C)} \quad (7.78b)$$

A probabilidade $P_r(a,b,c)$ no ambiente Rayleigh pode ser reescrita na seguinte forma

$$P_r(a,b,c) = P_r(a, B, C | Z_{12}, Z_{23}) \quad (7.79)$$

A distribuição das variáveis aleatórias Z_{12} e Z_{23} foram calculadas anteriormente para o ambiente Lognormal. Esta distribuição é descrita pela equação 7.60 e é reescrita abaixo

$$p_L(Z_{12}, Z_{23}) = \frac{1}{\pi\sqrt{3}} \exp\left[-\frac{2}{3}(Z_{12}^2 + Z_{12}Z_{23} + Z_{23}^2)\right] \quad (7.80)$$

A probabilidade $P_s(a, B, C)$ de que três sinais não difiram entre si mais que $A = 10\log a$ dB, dadas as relações entre potências médias B e C , para o ambiente Suzuki é dada por

$$P_s(a, B, C) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P_r(a, B, C | Z_{12}, Z_{23}) p_L(Z_{12}, Z_{23}) dZ_{12} dZ_{23} \quad (7.81)$$

onde $P_r(a, B, C | Z_{12}, Z_{23})$ é obtida substituindo-se as equações 7.78 na distribuição

$P_r(a, B, C)$ para o ambiente Rayleigh que é reescrita abaixo

$$\begin{aligned} P_r(a, b, c) = & \left[1 + (1+b)a^{-1}c\right]^{-1} - \left[1 + c(1+a^{-1}b)\right]^{-1} + \left[(1+ab) + c(1+ab)^2\right]^{-1} - \left[(1+ab) + (1+ab)^2 a^{-1}c\right]^{-1} \\ & + \left[1 + abc + ac\right]^{-1} - \left[1 + abc + c\right]^{-1} + \left[(1+a^{-1}b) + c(1+a^{-1}b)^2\right]^{-1} - \left[(1+a^{-1}b) + (1+a^{-1}b)^2 ac\right]^{-1} \end{aligned} \quad (7.82)$$

7.7.Resultados

Nesta seção apresentaremos os resultados dos cálculos da proporção da área celular sobreposta entre três células feitos para os diversos ambientes. Faremos uma análise e comparação dos resultados.

7.7.1.Cálculo da Área de Sobreposição no Ambiente Rayleigh

Pelo modelo de propagação adotado sabemos que a probabilidade $P_r(a, x, y)$ é equivalente a probabilidade $P_r(a, b, c)$ dada pela equação 7.32, onde as relações b e c são dadas pelas equações 7.2.

Assim a proporção da área celular sobreposta por outras duas células adjacentes é dada pela integral

$$\delta_r = \frac{1}{T} \int_0^1 \int_0^{(1-x)/\sqrt{3}} P_r(a, x, y) dy dx \quad (7.83)$$

onde a probabilidade $P_r(a, x, y)$ é obtida substituindo a equação 7.2 na equação 7.32. A equação 7.83 está traçada na figura 7.7 para alguns valores do coeficiente de perda por percurso α .

A figura 7.7 ilustra a influência do coeficiente de perda de percurso α no ambiente Rayleigh. Verifica-se que valores menores do coeficiente de perda por percurso implicam em valores maiores da área de sobreposição.

Para uma tolerância $A = 8dB$ temos valores entre **20%** e **30%** de área de sobreposição entre três células adjacentes.

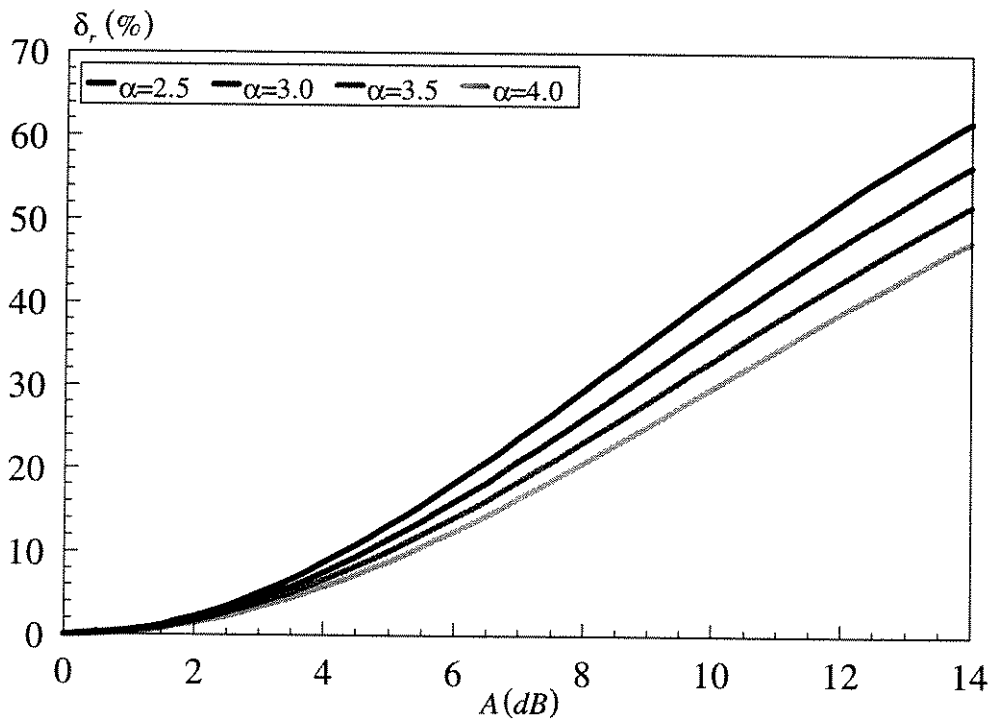


Figura 7.7: Área de Sobreposta entre Três Células - Rayleigh

7.7.2. Cálculo da Área de Sobreposição no Ambiente Lognormal

Pelo modelo de propagação adotado sabemos que a probabilidade $P_L(A, x, y)$ é equivalente a probabilidade $P_L(A, B, C)$ dada pela equação 7.70, onde $B = 10 \log b$ e $C = 10 \log c$ são dadas pelas equações 7.2.

Assim a proporção da área celular sobreposta por outras duas células adjacentes é dada pela integral

$$\delta_L = \frac{1}{T} \int_0^1 \int_0^{(1-x)/\sqrt{3}} P_L(A, x, y) dy dx \quad (7.84)$$

onde a probabilidade $P_L(A, x, y)$ é obtida substituindo a equação 7.2 na equação 7.70, onde $B = 10 \log b$ e $C = 10 \log c$.

A equação 7.84 está traçada nas figuras 7.8 e 7.9 para alguns valores do desvio padrão σ e do coeficiente de perda por percurso α .

Na figura 7.8 vemos a influência do desvio padrão σ no ambiente Lognormal considerando-se o coeficiente de perda por percurso fixo em $\alpha = 3.5$.

A figura 7.9 ilustra a influência do coeficiente de perda de percurso α no ambiente Lognormal dado o desvio padrão $\sigma = 5 \text{ dB}$. Verifica-se que valores menores do coeficiente de perda por percurso implicam em valores maiores da área de sobreposição.

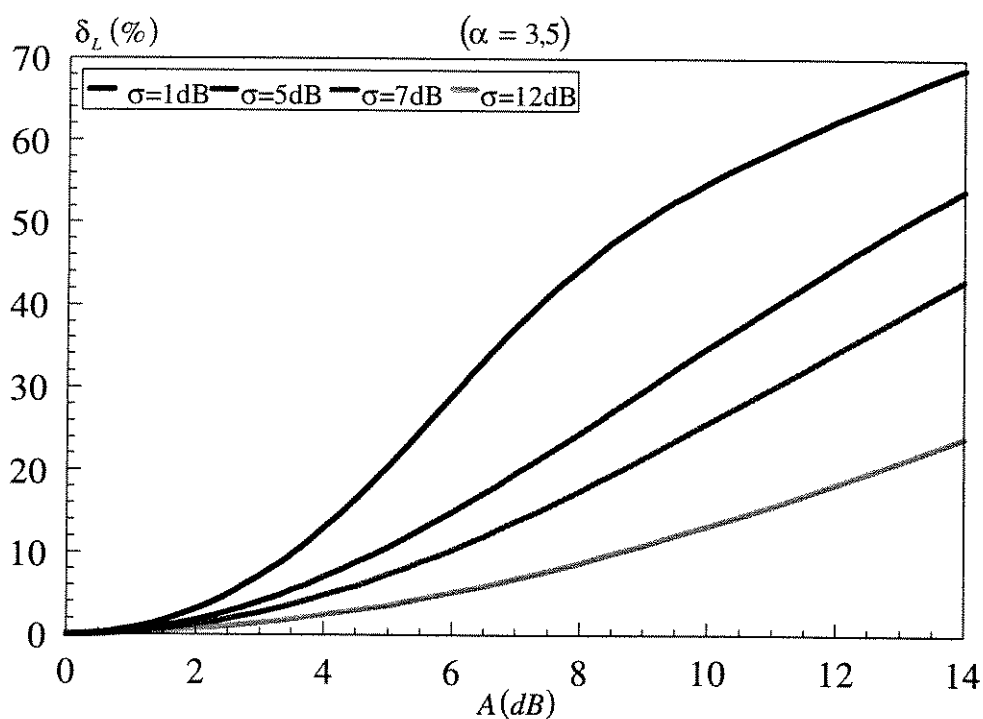


Figura 7.8: Área de Sobreposta entre Três Células - Lognormal

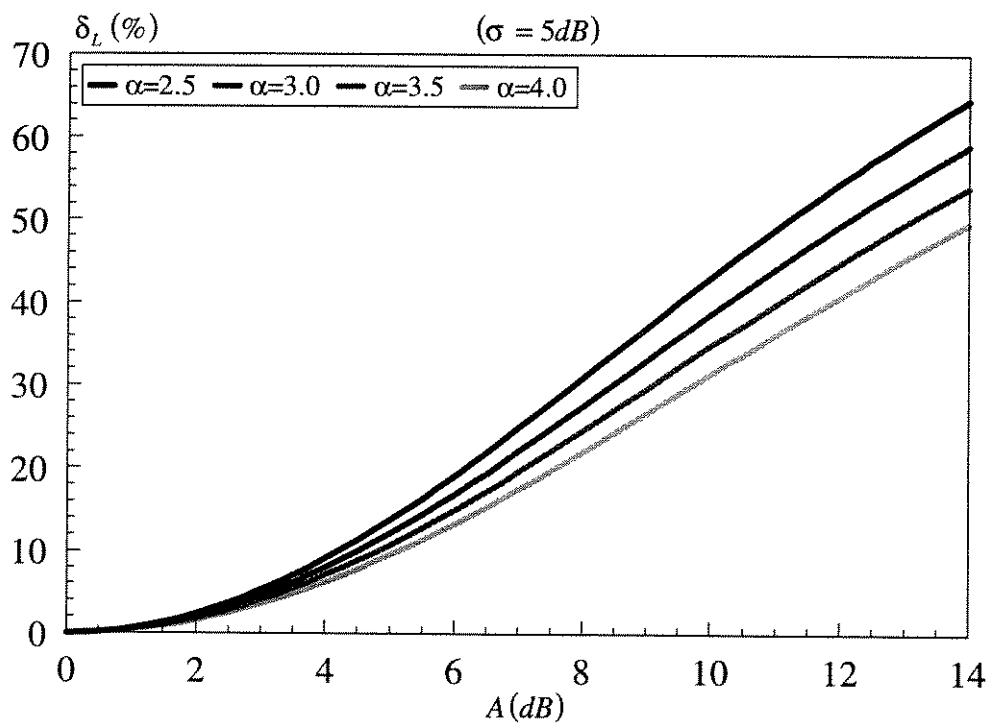


Figura 7.9: Área de Sobreposta entre Três Células - Lognormal

Observamos valores menores da área de sobreposição para valores maiores do desvio padrão σ . Como sabemos maiores valores de σ implicam num maior espalhamento da potência do sinal. Nota-se que o fator de maior influência no caso do ambiente Lognormal é o desvio padrão σ .

Verifica-se também que para uma tolerância $A = 8dB$ temos valores entre **10%** e **45%** de área de sobreposição entre três células adjacentes.

7.7.3.Cálculo da Área de Sobreposição no Ambiente Suzuki

A probabilidade $P_s(a, x, y)$ é obtida substituindo na probabilidade $P_s(a, B, C)$, dada pela equação 7.81, as relações onde $B = 10 \log b$ e $C = 10 \log c$ dadas pelas equações 7.2.

Assim a proporção da área celular sobreposta por outras duas células adjacentes é calculada pela integral

$$\delta_s = \frac{1}{T} \int_0^1 \int_0^{(1-x)/\sqrt{3}} P_s(a, x, y) dy dx \quad (7.85)$$

Pela dificuldade e complexidade computacional apresentada no cálculo da proporção δ_s recorreremos a métodos numéricos.

Calculamos a proporção δ_s da seguinte forma

$$\delta_s \approx \frac{\Delta x \Delta y}{T} \sum_{i=0}^{\frac{1}{\Delta x}} \sum_{j=0}^{\left(\frac{1}{\Delta x}\right)-i} W\left(-i \Delta x, j \frac{\Delta x}{\sqrt{3}}\right) P_s\left(a, -i \Delta x, j \frac{\Delta x}{\sqrt{3}}\right) \quad (7.86)$$

onde $W(i, j)$ são os pesos das probabilidades $P_s(a, i, j)$ e Δx e Δy são os incrementos de distância nos quais o setor foi dividido nas direções x e y , respectivamente.

A equação 7.86 está traçada nas figuras 7.10 e 7.11 para alguns valores do desvio padrão σ e coeficiente de perda por percurso α para valores da tolerância $A = 10 \log a$ dB até $8dB$, por questões de convergência do método computacional adotado.

Observamos um comportamento semelhante ao caso Lognormal para variações do desvio padrão σ e do coeficiente α .

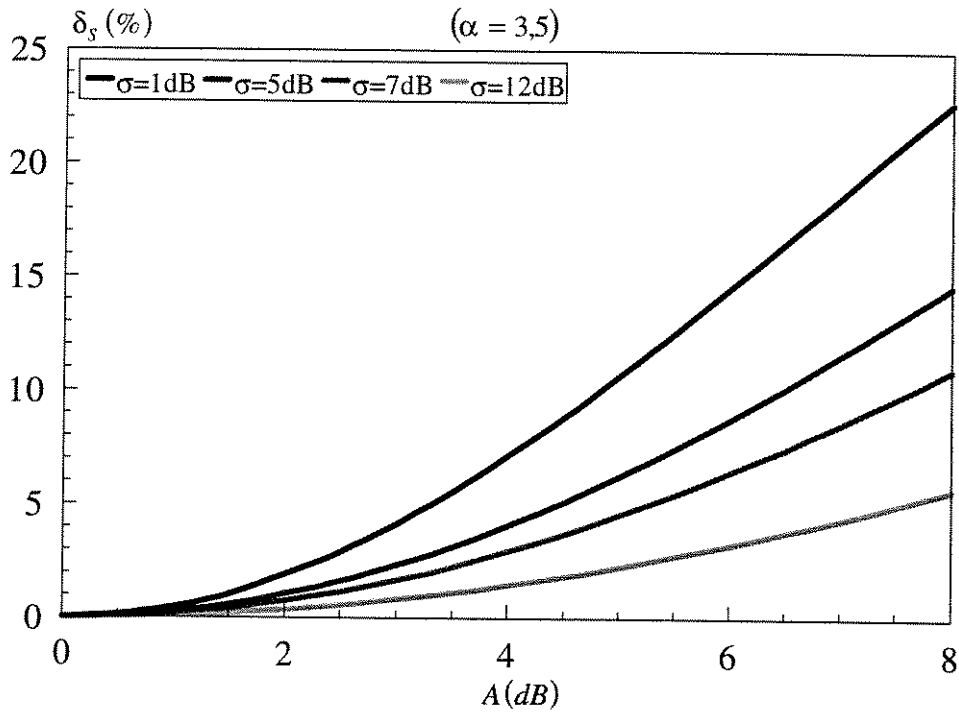


Figura 7.10: Área de Sobreposta entre Três Células - Suzuki

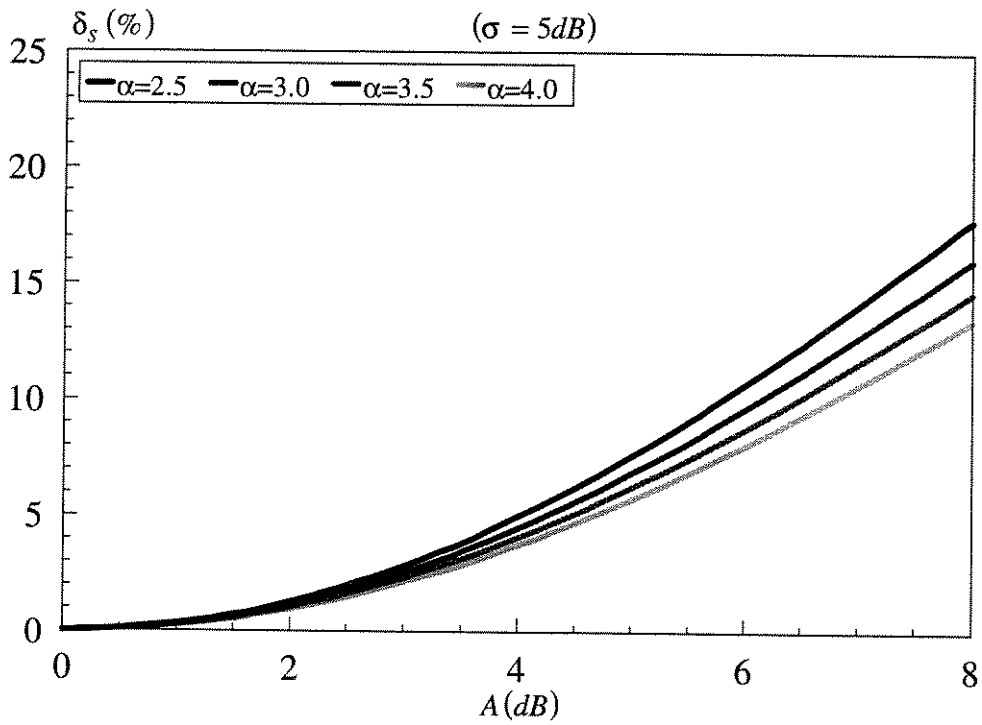


Figura 7.11: Área de Sobreposta entre Três Células - Suzuki

7.8. Sumário e Conclusões

Neste capítulo estimamos a proporção da área da célula na qual os sinais recebidos de três estações base de células adjacentes não diferem entre si mais do que uma dada tolerância.

Os resultados dos cálculos foram apresentados para os ambientes Rayleigh, Lognormal, e Suzuki.

Para os resultados nos ambientes Lognormal e Suzuki, o fator de maior influência é o desvio padrão σ . Verifica-se, em todos os resultados, a grande dependência da área de sobreposição em relação às condições de desvanecimento.

Para uma tolerância $A = 8dB$ encontramos valores da área sobreposta de até **40%** da área da célula. Os valores mais baixos são relativos aos maiores valores do desvio padrão para os ambientes com sombreamento.

Os resultados obtidos mostram valores bem significativos de área de sobreposição entre células. Como sabemos estas regiões possuem um tráfego muitas vezes considerável e cuja pode trazer benefícios ao desempenho do sistema [20-23].

Capítulo 8

Conclusão

Neste capítulo algumas importantes conclusões foram extraídas dos resultados obtidos no cálculo da taxa de cruzamento de nível, do tempo médio de desvanecimento, da área de sobreposição entre duas e três células.

8.1.Introdução

Na prática a área de cobertura de um sistema de rádio toma diversas formas de acordo com os obstáculos que o sinal encontra no seu caminho de propagação. A propagação do sinal de rádio é variável tanto em espaço como em tempo.

O canal de rádio móvel é um meio extremamente complexo onde três fenômenos distintos podem interagir: perdas por percurso, desvanecimento de longo prazo e desvanecimento de curto prazo.

A perda por percurso depende basicamente do ambiente de propagação e é proporcional à distância x da forma $x^{-\alpha}$, onde α é o coeficiente de perda por percurso, normalmente no intervalo 2 a 5.

Os desvanecimentos de longo e curto prazos podem ser modelados pelas distribuições Lognormal e de Rayleigh, respectivamente.

Para modelar os ambientes onde os efeitos de sombreamento e multipercurso são combinados temos a distribuição de Suzuki.

A distribuição de Rice modela o ambiente onde o efeito de multipercurso é combinado à uma componente direta do sinal.

A distribuição de Nakagami vem sendo usada para modelar ambientes microcelulares e também ambientes celulares onde há desvanecimento rápido. Além de ter uma grande flexibilidade e simplicidade matemática quando comparada com outras distribuições, ela pode aproximar ou até igualar-se à maioria das distribuições citadas anteriormente.

Combinando o efeito de sombreamento com as características do desvanecimento rápido da distribuição de Nakagami, obtemos a distribuição Nakagami-Sombreado.

Combinando o efeito de sombreamento com as características de multipercurso e linha de visada da distribuição de Rice, obtemos a distribuição Rice-sombreado.

Neste trabalho objetivamos o estudo do comportamento do nível do sinal desvanecido. Assim calculamos a taxa em que o nível do sinal desvanecido cruza um determinado limiar no tempo (*Taxa de Cruzamento de Nível*).

Calculamos também o tempo médio em que o sinal desvanecido fica abaixo de um determinado limiar (*Tempo médio de desvanecimento*).

Para estes cálculos foi necessário calcular a distribuição da derivada do sinal de rádio móvel desvanecido para as diversas distribuições citadas.

Na segunda parte deste trabalho estimamos a *proporção da área de sobreposição entre duas células* adjacentes, considerando-se uma potência limiar para recepção adequada e a porcentagem da área das células coberta por este limiar.

Na terceira parte deste trabalho estimamos a *proporção da área de sobreposição entre três células* adjacentes, considerando-se que os sinais recebidos de três estações rádio base não difiram entre si mais que um determinado limiar.

A seguir faremos uma análise dos resultados obtidos para:

- a taxa de cruzamento de nível e tempo médio de desvanecimento calculados para as distribuições de Rayleigh, Rice, Nakagami, Suzuki, Nakagami-sombreado e Rice-sombreado;
- a proporção da área de sobreposição entre duas células adjacentes calculada para os ambientes Rayleigh, Lognormal e Nakagami;
- a proporção da área de sobreposição entre três células adjacentes calculada para os ambientes Rayleigh, Lognormal e Suzuki.

8.2. Taxa de cruzamento de Nível

A taxa de cruzamento de nível de um sinal é definida como o número médio de vezes que um sinal desvanecido cruza um determinado nível num certo período de tempo. Seu cálculo foi feito para os seguintes ambientes: Rayleigh, Rice, Nakagami, Suzuki, Nakagami-sombreado e Rice-sombreado. Constituindo os cinco últimos a nossa contribuição neste trabalho.

Podemos concluir que para um nível de sinal mais exigente a taxa de cruzamento deste nível decai rapidamente.

Sinais com características mais determinísticas apresentam uma menor taxa de cruzamento de nível devido ao bom comportamento do sinal em torno da média. Verificamos também o efeito de sombreado com o espalhamento do sinal indicando taxas altas de cruzamento de nível para valores afastados do valor r.m.s. do sinal.

Os cálculos feitos neste capítulo também foram utilizados para o cálculo do tempo médio de desvanecimento.

8.3. Tempo Médio de Desvanecimento

O tempo médio de desvanecimento de um sinal é definido como relação entre o tempo total que o sinal ficou abaixo de um dado nível e o número total de desvanecimentos, isto num certo tempo.

O cálculo do tempo médio de desvanecimento foi feito para os seguintes ambientes: Rayleigh, Rice, Nakagami, Suzuki, Nakagami-sombreado e Rice-sombreado. Constituindo os cinco últimos a nossa contribuição neste trabalho.

Podemos concluir que, para um nível de sinal mais exigente, o tempo médio de desvanecimento sobe rapidamente.

Sinais com características mais determinísticas apresentam um tempo médio de desvanecimento longo devido ao bom comportamento do sinal em torno da média.

Verificamos também o efeito de sombreamento com o espalhamento do sinal indicando o tempo de desvanecimento mais longo para sinais mais espalhados.

:

8.4.Área de Sobreposição de entre Duas Células

Outro objetivo desta tese foi estimar a proporção da área de uma célula em que as estações móveis podem ter comunicação adequada com mais de uma estação base, ou seja, a área de sobreposição entre duas células.

Na prática, a área de cobertura de um sistema de rádio não coincide com a forma hexagonal idealizada, e toma diversas formas de acordo com os obstáculos que o sinal encontra no seu caminho de propagação. A indefinição dos limites celulares ocorre nas regiões de interseção dos raios de ação de estações rádio base vizinhas. Estas regiões possuem um tráfego muitas vezes significativo cuja correta manipulação pode trazer benefícios ao desempenho do sistema rádio móvel.

Muitos aspectos de projeto de sistemas de rádio móvel celular e medidas de desempenho dos sistemas são estudados considerando-se as fronteiras entre as células como fixas.

Mas, como visto, as fronteiras não são bem definidas e mudam devido a que a propagação de rádio é variável tanto em espaço como em tempo. Assim, se uma estação rádio móvel se encontra perto da fronteira entre duas células, pode ter comunicação adequada com mais de uma estação rádio base.

Esta possibilidade de acesso adequado a mais de uma estação rádio base tem uma implicação positiva ao *Handoff*, que pode acontecer de uma forma gradual à medida que a estação de rádio móvel cruza a região de fronteiras entre células.

Os cálculos foram feitos com base na potência instantânea, onde o sinal sofre um desvanecimento que pode ser modelado pelas distribuições de Rayleigh, Lognormal e de Nakagami.

Encontramos, para uma tolerância $A = 8dB$, valores da área sobreposta de até **40%** da área da célula.

Os valores mais baixos são relativos aos maiores valores do desvio padrão para os ambientes com sombreamento Lognormal, onde o fator de maior influência é o desvio padrão σ .

Já para o ambiente Nakagami o fator de maior influência é o fator de desvanecimento.

Verifica-se, em todos os resultados, a grande dependência da área de sobreposição em relação às condições de desvanecimento e cobertura.

8.5.Área de Sobreposição entre Três Células

Os resultados obtidos para a área de sobreposição entre três células são bastante significativos e de grande importância, pois estas regiões possuem um tráfego muitas vezes considerável. O tráfego de tais regiões é usualmente chamado de tráfego flexível. Através de técnicas de alocação de canais pode-se direcionar eficientemente este tráfego a fim de melhorar o desempenho do sistema celular sem a necessidade de ampliação do número de estações base nem do alargamento do espectro de frequência utilizadas [16,17].

Os cálculos foram feitos com base na potência instantânea, onde o sinal sofre um desvanecimento que pode ser modelado pelas distribuições de Rayleigh, Lognormal e Suzuki.

Encontramos, para uma tolerância $A = 8dB$, valores da área sobreposta de até **45%** da área da célula.

Os valores mais baixos são relativos aos maiores valores do desvio padrão para os ambientes sombreados Lognormal e Suzuki, onde o fator de maior influência é o desvio padrão σ .

Verifica-se, em todos os resultados, a grande dependência da área de sobreposição em relação às condições de desvanecimento.

8.6.Trabalhos Futuros

É interessante ressaltar que todos os cálculos aqui sugeridos para a taxa de cruzamento de nível e tempo médio de desvanecimento foram comparados com resultados de simulação utilizando o pacote da Referência 24, e as curvas coincidiram exatamente, o que valida o trabalho.

Ainda, o estudo teórico para a área de sobreposição, acrescido da restrição de cobertura, dá uma dimensão mais realista do problema e pode ser utilizado para planejamento celular, incluindo sistemas CDMA.

Com relação à estatística de segunda ordem, trabalhos futuros poderiam incluir o estudo do FM aleatório para todas estas distribuições.

A metodologia empregada para o cálculo de sobreposição entre células poderia incluir um modelo de propagação mais completo e realista (método de Lee, Okumura, etc) além de considerar formatos não regulares de célula.

Bibliografia

- [1] M.D.Yacoub, "Foundations of Mobile Radio Engineering", CRC Press, Boca Raton, FL, USA, 1993.
- [2] Lee,W.C.Y., "Mobile Communications Engineering", McGraw-Hill Book Co., New York, 1982.
- [3] __, "Seminário Latino Americano de Telecomunicações sem Fio", Motorola, São Paulo, Brasil, 1993.
- [4] L.G. de R. Guedes e M.D. Yacoub, Overlapping Cell Area in Different Fading Conditions, Vehicular Technology Conference, IEEE VTC'95, Chicago, E.U.A., Jul 1995.
- [5] L.G. de R. Guedes e M.D. Yacoub, Boundaries Between Cell in Nakagami Fading Conditions, International Telecommunication Symposium, IEEE/SBT ITS'94, Rio de Janeiro, Brasil, Ago 1994.

[6] R.Amorim, "Fronteiras entre células: Casos Rice e Suzuki", Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Brasil, 1995.

[7] L.G. de R. Guedes, "Área de Cobertura e Sobreposição de Células no Ambiente nakagami", Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Brasil, Jul 1994.

[8] Reudink,D.O., "Large-Scale Variations of the Average Signal in Microwave Mobile Communications", John Wiley & Sons, pp.79-131, New York, 1974.

[9] Bullington,K., "Radio Propagation at Frequencies above 30 Mc/s", Proc. IRE 35, pp.1122-1136, 1947.

[10] Epstein,J., Peterson, D.W., "An Experimental Study of Wave Propagation at 850 Mc", Proc. IRE 41, pp.595-611, 1947.

[11] Deygout,J., "Multiple Knife-edge Diffraction of Microwaves", IEEE Trans.Ant.Prop. 14, pp.480-489, 1966.

[12] Egli,J., "Radio Propagation above 40 Mc over Irregular terrain", Proc. IRE 45, pp.1383,1391. 1957.

[13] Okumura,Y., Ohmori,E., Kawano,T., Fukuda,K., "Field Strength and its Variability in VHF and UHF Land Mobile Service", Rev.Electr.Commun. 16, pp.825-873, 1968.

[14] Hata,M., "Empirical Formula for Propagation Loss in Land-Mobile Radio Services", IEEE Trans.Veh.Tech. 29, pp.317-325, 1980.

[15] Ibrahim,M.F., Parsons,J.D., "Signal Strength Prediction in Built-up Areas", Part 1: Median Signal Strength, Proc. IEE Part F 130, pp.377-384, 1983.

[16] Parsons,J.D., Gardiner,J.G., "Mobile Communications Systems", Blakie and Son Ltd., London, England, 1989.

[17] Nakagami,M., "The m Distribution, A General Formula of Intensity Distribution of Rapid Fading", Statistical Methods in Radio Wave Propagation. W.G.Hoffman, Ed., pp.3-36, Oxford, England, 1960.

[18] E.J.Leonardo, "Métodos Estatísticos para a Determinação da Área de cobertura de Células e Microcélulas em Sistemas de Rádio Móvel", Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Brasil, 1992.

[19] L.G. de R. Guedes e M.D. Yacoub, "Sobreposição entre Células com Restrição de Cobertura", XIV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, TELEMO'96, Curitiba, Brasil, Jul 1996.

[20] Mencia,J.C.E., "Desempenho de um Sistema de Comunicações Móveis com a Variação do Limiar de Bloqueio", Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Brasil, Jan 1991.

[21] A.A. Shinoda, "Algoritmos para Alocação de Canal em Sistemas de Comunicações sem Fio", Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Brasil, Jul 1996.

[22] A.A. Shinoda e M.D. Yacoub, “Combined Channel Allocation in Mobile Radio Systems”, XIV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, TELEMO’96, Curitiba, Brasil, Jul 1996.

[23] D'Annibale, J.L.A., "Métodos Não Exatos para a Solução da Cadeia de Markov Aplicados a Sistemas Celulares de Grande Porte", Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Brasil, Maio, 1992.

[24] José E. Vargas B. e M.D. Yacoub, “Simulação do Canal Rádio Móvel de Faixa Larga com Desvanecimento Nakagami Sombreado”, XIV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, TELEMO’96, Curitiba, Brasil, Jul 1996.