TESE

preparada no

Laboratório de Eletrônica e Dispositivos - LED da Faculdade de Engenharia Elétrica da UNICAMP

visando a obtenção

do Título de Mestre em Engenharia Elétrica FEE/UNICAMP

Especialidade: Eletrônica

por

Adriano F. Vieira

Engenheiro Elétrico

ESTUDO EXPERIMENTAL DA CORRELAÇÃO DOS PARÂMETROS ELÉTRICOS DC E O RUÍDO EM TRANSISTORES BIPOLARES PLANARES

Banca Examinadora:	
Prof. Dr. José Antonio Siqueira	Dias (Orientador) - LED/DEMIC/FEE/UNICAMP.
Prof. Dr. Oséas Valente de Avile:	
Prof. Dra. Reusi Inês Fonseca.	este exemplar corresponde à redação final da te
	J'gadora AO 09 1992

WIRLIOTECA CENTRAL

ÍNDICE

Agradecimentos	•••••	5
1.	INTRODUÇÃO	ϵ
2.	RUÍDO EM TRANSISTORES BIPOLARES	7
2.1.	Histórico da pesquisa sobre o assunto	7
2.2.	Definição de ruído e conceitos correlatos	8
2.2.1.	Ruído	8
2.2.2.	Ruído gaussiano	9
2.2.3.	Ruído branco	12
2.2.4.	Largura de banda de ruído	13
2.2.5.	Densidade espectral de ruído	15
2.2.6.	Geradores de ruído	18
2.2.6.1. 2.2.6.2.	Gerador de tensão de ruído Gerador de corrente de ruído	19 19
2.2.7.	Adição de tensões de ruído	20
2.2.8.	Modelo de tensão e corrente de ruído	22
2.2.9.	Figura de ruído	26
2.3.	Ruído térmico	28
2.4.	Ruído "shot"	32
2.5.	Ruído 1/f	34
2.6.	Ruído "pipoca"	40
2.7.	Modelo de ruído em transistores bipolares	43
2.7.1.	Ruído térmico	44

2.7.2.	Ruído "shot"	45
2.7.3.	Ruído 1/f	48
2.7.4.	Ruído "pipoca"	49
2.7.5.	Modelo ¶-híbrido	50
2.7.6.	Modelo de ruído ¶-híbrido	52
2.8.	Figura de ruído de transistores bipolares	55
Bibliografia	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	63
3.	ESTUDO DA CORRELAÇÃO ENTRE OS PARÂMETROS ELÉTRICOS DC DO TRANSISTOS BIPOLAR PLANAR E O RUÍDO	
3.1.	Contexto do estudo	65
3.2.	Medidas	65
3.3.	Resultados experimentais	66
Bibliografia		90
4.	CONCLUSÃO	79

Para minha esposa Ivanine, única inspiração e maior razão para qualquer coisa que eu faça.

Para meus pais, Adriano e Gilda, pelo imenso apoio que sempre me deram.

AGRADECIMENTOS

O autor gostaria de agradecer à Fairchild Semicondutores Ltda., especialmente nas pessoas dos engenheiros José Antonio Baptista, chefe da Divisão de Engenharia de Processos e Desenvolvimento, e Elynor Rey Parrado Jr., chefe da Divisão de Controle de Qualidade e Confiabilidade, e do Sr. Karl Frederich Stahl, diretor industrial, pelo apoio dado à pesquisa alvo deste trabalho.

INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é apresentar um estudo do fenômeno de ruído elétrico em transistores bipolares, com vistas ao estabelecimento de uma correlação entre a Figura de Ruído e um ou mais dos parâmetros elétricos do transistor, o que viabilizaria a separação de peças com ruído potencialmente alto durante a fase de teste em um processo de fabricação de transistores bipolares discretos, sem a necessidade de testes específicos e lentos.

Para tanto, será apresentado um breve histórico dos trabalhos disponíveis na literatura técnica sobre o assunto, e um capítulo será dedicado à teoria sobre ruído, com a definição de conceitos importantes para o desenvolvimento do trabalho.

Serão também apresentados alguns resultados experimentais obtidos durante a elaboração deste trabalho, com base nos quais será apresentada uma proposta de modelo para a relação entre NF e os parâmetros do transistor.

RUÍDO EM TRANSISTORES BIPOLARES

2.1. HISTÓRICO DA PESQUISA SOBRE O ASSUNTO

Pode-se considerar como marco inicial da pesquisa sobre ruído em dispositivos eletrônicos ativos a publicação do artigo do cientista alemão Walter Schottky[1], ainda que menores tenham sido publicados anteriormente. trabalhos Neste artigo, escrito ainda nos primórdios das válvulas amplificadoras e sob um contexto político e econômico negativo na Alemanha, Schottky delineia com admirável exatidão as características de dois mecanismos de ruído: térmico e "shot". Posteriormente, Johnson[2] revelou existência do ruído 1/f (então chamado ruído "flicker" devido à oscilação que provocava na corrente de placa das $\mathbf{E}\mathbf{m}$ 1928, em outro trabalho clássico, apresentada a fórmula de Nyquist para a tensão de ruído térmico[3].

As primeiras investigações sobre ruído em transistores, por sua vez, são quase tão antigas quanto o próprio advento deste dispositivo (discussões sobre este assunto podem ser encontradas já no clássico livro "Electrons and Holes in 1950, de Semiconductors", de um dos inventores transistor, William Shockley[4]). Isto decorre do fato de que o ruído elétrico, ainda que presente em qualquer circuito eletrônico, representava um problema ainda mais sério para os circuitos transistorizados de então, devido à sua magnitude. Com o passar do tempo, e através do avanço da fabricação de transistores, de tecnologia introduzido pelos mesmos se reduziu significativamente. Por lado, o nível de ruído exigido pelos equipamentos continua impulsionando o desenvolvimento de novas tecnologias de fabricação que resultem em níveis de ruído ainda mais baixos.

Alguns dos artigos que ajudaram a estender a nossa compreensão sobre os fenômenos associados ao ruído em transistores se encontram listados na bibliografia^[5], juntamente com alguns trabalhos de maior porte que oferecem uma boa visão de conjunto dos conhecimentos obtidos até então.

2.2. DEFINIÇÃO DE RUÍDO E CONCEITOS CORRELATOS

Nesta seção definem-se alguns conceitos que serão utilizados ao longo deste trabalho.

2.2.1. Ruído

Ruído, em sentido geral, é definido como "distúrbios indesejados superpostos a um sinal desejado, que tendem a obscurecer seu conteúdo de informação" [6]. (A origem do termo "ruído" vem do fato de que se se toma estes distúrbios indesejados, amplifica-se e alimenta-se com eles um altofalante, este irá produzir um som similar a um assovio. A partir daí, convencionou-se chamar de ruído todo e qualquer distúrbio ao sinal desejado, ainda que não produza som).

O ruído é um importante problema na ciência e na engenharia, porque ele estabelece os limites inferiores para a precisão de qualquer medida e para a intensidade dos sinais que podem ser processados eletronicamente.

Ele pode ser originado em fontes externas ou internas ao sistema em consideração. Como exemplos de ruído causado por fontes externas pode-se citar: acoplamento eletrostático ou eletromagnético entre o circuito e a rede de energia elétrica de 60 Hz, interferência de transmissores de rádio, luzes fluorescentes, ignição automotiva ou partida de

motores/geradores, "cross-talk" entre circuitos adjacentes, oscilações de fontes de alimentação, microfonia causada pela vibração mecânica dos componentes, captação de radiação galática (ruído cósmico) е de relâmpagos (ruído eletrostático), etc. As fontes internas são geradores de flutuações expontâneas aleatório ou na corrente, ou temperatura que resultam da física tensão dispositivos e dos materiais que formam o sistema elétrico. no caso a ser tratado aqui - os transistores - os mecanismos importantes que causam ruído resultam todos da físicos natureza discreta dos portadores eletrônicos de carga. Neste trabalho, está-se interessado nestes mecanismos.

2.2.2. Ruído gaussiano

No que se refere a este trabalho, o ruído é um sinal totalmente aleatório. (Um sinal aleatório é um sinal cuja amplitude em qualquer instante de tempo não é previsível, exceto em sentido estatístico)[7].

O ruído consiste de componentes de frequência que são aleatórias tanto em amplitude quanto em fase. Apesar de não ser possível prever a amplitude instantânea de ruído, podevalor RMS medir seu ao longo đе um período relativamente longo (comparado a sua frequência). Pode-se, além disso, prever a aleatoriedade do ruído: a maior parte do ruído tem uma distribuição gaussiana ou normal amplitudes instantâneas com o tempo[8].

Se fosse montado um sistema de medida que permitisse registrar, para cada dado valor assumido pela tensão de ruído, a fração de tempo durante o qual o sinal de ruído não excede este valor, se chegaria a uma curva da forma da amostra na Figura (2-1)

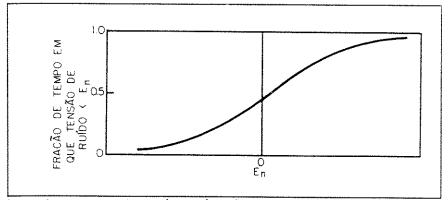


Figura (2-1) - Função distribuição $P(E_n)$ do ruído [extraído de: W. R. Bennett, *Electrical Noise*, p. 34].

Diz-se que a curva da Figura (2-1) define a função distribuição $P(E_n)$ do ruído. Isto é, a função distribuição é a expressão da fração de tempo em que a tensão de ruído é menor que um dado valor. Esta fração é também chamada de probabilidade que a tensão seja menor que o referido valor.

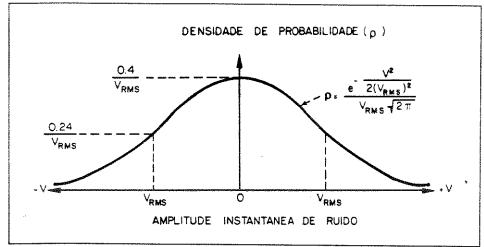


Figura (2-2) - Função densidade de probabilidade p(E_n) (distribuição gaussiana) [extraído de: H. W. Ott, Noise Reduction Techniques in Electronic Systems, p. 203].

A inclinação da função distribuição representa outra importante característica do ruído [Figura (2-2)]. Ela é chamada função densidade de probabilidade $\rho(E_n)$, sendo que a área sob a curva em um intervalo entre E_{n1} e E_{n2} deve ser igual à fração de tempo que E_n assume valores entre E_{n1} e

 E_{n2} , pois

$$\int_{E_{n1}}^{E_{n2}} \rho(E_n) dE_n = P(E_n) \Big|_{E_{n1}}^{E_{n2}} = P(E_{n2}) - P(E_{n1})$$
 (2-1)

A área total sob a curva deve portanto ser igual a um, ou seja

$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho(E) dE = 1$$
 (2-2)

A Equação (2-2) é chamada relação de normalização.

O caso mostrado na Figura (2-2) é o de uma distribuição gaussiana (ou normal), cuja função densidade de probabilidade é dada por

$$\rho(E_n) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(E_n - E_{n0})^2}{2\sigma_n^2}}$$
 (2-3)

onde: E_{nO} = valor médio da tensão de ruído, que no caso mais comum é zero

 σ_n = desvio padrão da distribuição, definido como

$$\sigma = \sqrt{\left(E_{\rm n} - E_{\rm n0}\right)^2} \tag{2-4}$$

Para o caso $E_{nO} = 0$, então $\sigma = E_{n(RMS)}$.

A distribuição gaussiana é a forma limite para a função distribuição da soma de um grande número de quantidades independentes.

A importância da distribuição gaussiana com respeito ao ruído reside no fato de que uma fonte de ruído é frequentemente a soma composta de um grande número de processos independentes (por exemplo, o movimento aleatório de grande número de contribuição eletrônicas praticamente independentes), tendo portanto uma distribuição gaussiana.

2.2.3. Ruído branco

Ruído branco é o ruído que tem um espectro de freqüência plano na faixa de interesse^[9]. Assim, para uma largura de banda especificada em qualquer região do espectro, a potência de ruído existente é constante. Isto é, há a mesma potência de ruído em cada Hertz de largura de banda.

O termo "ruído branco" é uma analogia com o fato de que o ruído é formado por várias componentes representando todas as freqüências (em igual quantidade), assim como a luz branca é formada por várias cores.

Uma fonte de ruído branco que se encaixasse perfeitamente nesta definição forneceria uma potência de ruído média total infinita a uma rede passa-tudo. Na prática, no entanto, diz-se que uma fonte é de ruído branco se a mesma apresenta uma distribuição uniforme de potências

de ruído na faixa de freqüências de interesse.

Os ruídos do tipo térmico e "shot" (definidos adiante) são exemplos de ruído branco.

2.2.4. Largura de banda de ruído

Seja um sistema ou circuito com uma curva de ganho de potência x freqüência como o mostrado na Figura (2-3).

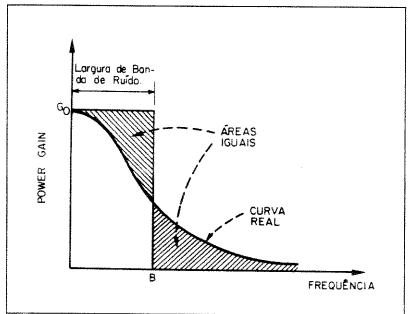


Figura (2-3) - Curva de ganho de potência e largura de banda de ruído equivalente x freqüência para um circuito passabaixas (escala linear) [extraído de: H. W. Ott, Noise Reduction Techniques in Electronic Systems, p. 205].

A largura de banda de ruído de um sistema ou circuito é a largura de banda de um filtro ideal que tenha um valor de ganho na sua banda de passagem igual ao valor máximo G_0 do ganho de potência e que forneça na saída a partir de uma fonte de ruído branco a mesma potência que a do sistema ou circuito[10]. Esta definição, colocada de maneira mais gráfica [refira-se à Figura (2-3)], seria: a largura de banda de ruído é a largura de banda de uma curva de ganho de

potência de formato retangular de área igual à da curva real de ganho de potência x freqüência[11].

Em forma de equação:

$$\mathbf{B}_{\mathrm{W}} = \frac{1}{G_0} \int_0^\infty \mathbf{G}(\mathbf{f}) d\mathbf{f}$$
 (2-5)

onde: B_W = largura de banda de ruído (em Hz)

G(f) = ganho de potência em função da freqüência

G₀ = valor máximo do ganho de potência

Como o ganho de potência é proporcional ao quadrado do ganho de tensão, a largura de banda de ruído pode também ser escrita:

$$\mathbf{B}_{W} = \frac{1}{A_{v}^{2}} \int_{0}^{\infty} \mathbf{A}_{v}^{2} (\mathbf{f}) d\mathbf{f}$$
 (2-6)

onde: $A_V(f)$ = ganho de tensão em função da freqüência

A_{VO} = valor máximo do ganho de tensão

A Figura (2-4) mostra o caso mais geral de um sistema ou circuito passa-banda, identificando ambas a largura de banda de ruído e a mais conhecida largura de banda de sinal, esta última definida como a largura de banda entre os pontos no eixo das freqüências para os quais o sinal apresente a metade da potência apresentada na freqüência central f_0 , isto é, os pontos de -3dB.

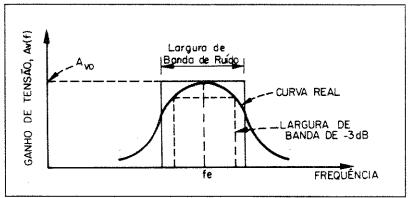


Figura (2-4) - Curva de ganho de tensão, largura de banda de sinal e largura de banda de ruído versus freqüência para um circuito passa-banda (escala linear) [extraído de: H. W. Ott, Noise Reduction Techniques in Electronic Systems, p. 205].

2.2.5. Densidade espectral de ruído

A densidade espectral de ruído é usada para descrever o conteúdo de ruído presente em um Hertz de largura de banda.

O sinal de ruído contem um grande número de componentes de freqüência. Para indicar como estas componentes estão distribuídas como função da freqüência, pode-se desenvolver um gráfico da tensão de ruído média quadrática $\overline{e_n^2}$ por Hertz de largura de banda versus freqüência. Neste gráfico, o eixo das ordenadas representaria a densidade espectral de ruído.

Para derivar-se a densidade espectral, podería-se a princípio tentar usar as técnicas convencionais da transformada de Fourier¹. No entanto, a transformada simples de Fourier de um sinal aleatório não é definida, uma vez que

¹ Transformação matemática que fornece uma variável transformada no domínio da frequência para uma variável original no domínio do tempo, preenchidas certas condições matemáticas.

e portanto contem energia infinita; assim, a integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} e_n(t)e^{-j\omega t} dt$$
 (2-7)

onde: $\omega = 2\pi f$

não converge e portanto a transformada de Fourier de $e_n(t)$ não tem significado. Assim, precisa-se primeiro introduzir a função autocorrelação de $e_n(t)$, isto é, uma medida da correlação entre uma variável e ela própria deslocada de um tempo τ , que indica, de modo genérico, por quanto tempo uma dada flutuação persiste, sendo definida como²

$$R(\tau) = \overline{e_n(t) \cdot e_n(t+\tau)} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T e_n(t) \cdot e_n(t+\tau) dt$$
 (2-8)

Não iremos aqui nos preocupar com a dedução da função autocorrelação ou mesmo com uma definição mais detalhada da densidade espectral a partir da função autocorrelação. Uma dedução minuciosa é encontrada em Betts[12].

A densidade espectral é então definida como a transformada de Fourier da função autocorrelação $R(\tau)$, ou seja,

$$S(f) = F[R(\tau)] = \int_0^\infty R(\tau) e^{-j\omega t} d\tau$$
 (2-9)

A transformada inversa de Fourier correspondente entre $R(\tau)$ e S(f) é

$$R(\tau) = \int_0^\infty \hat{S}(f)e^{i\omega t}df \qquad (2-10)$$

O par de transformadas de Fourier das Equações (2-9) e (2-10), que estabelecem a relação entre a autocorrelação e a densidade espectral, é conhecida como Teorema de Wiener-Khintchine.

Na Equação (2-10) tem-se, para $\tau = 0$,

$$R(0) = \int_0^\infty S(f) df$$
 (2-11)

Entretanto, na Eq. (2-8), para $\tau = 0$,

$$R(0) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T e_n^2(t) dt = \overline{e_n^2(t)}$$
 (2-12)

Combinando as Eqs. (2-11) e (2-12), chega-se a uma importante relação chamada Teorema de Parseval:

$$\overline{e_n^2(t)} = \int_0^\infty \hat{S}(f)df \qquad (2-13)$$

que estabelece que a potência média do sinal de ruído deve ser a mesma que a potência no seu espectro (a área sob a curva da densidade espectral), um fato óbvio que conclui a derivação que foi proposta.

A densidade espectral tem a dimensão de (Volts) 2 /Hertz, uma vez que, na Eq. (2-8), $e_n(t)$ tem a dimensão de Volts e portanto, na Eq. (2-9), $R(\tau)$ tem a dimensão de (Volts) 2 .

Quando se lida com instrumentação, no entanto, é comum trabalhar-se com medidas de ruído em valores RMS. Assim, pode-se obter uma medida da densidade espectral de ruído se se dividir o valor RMS da tensão de ruído medida pela raiz quadrada da largura de banda de ruído, obtendo uma leitura com dimensão de $V/\sqrt{\rm Hz}$.

É fácil deduzir que a curva da densidade espectral de ruído de uma fonte de ruído branco será simplesmente uma linha horizontal, uma vez que, pela definição de ruído branco, o mesmo tem igual potência de ruído em cada Hertz de largura de banda.

2.2.6. Geradores de ruído

São definidos a seguir dois conceitos importantes para a compreensão do modelo usado para representar um circuito ou dispositivo levando-se em conta o ruído presente neste circuito.

2.2.6.1. Gerador de tensão de ruído

Um gerador de tensão de ruído é um gerador de tensão cuja saída é descrita como uma função aleatória do tempo[13].

De modo a realizar uma análise de ruído em um sistema ou circuito eletrônico, pode-se representar cada fonte de térmico (como se verá adiante, as fontes por alimentação geram ruído deste tipo um circuito equivalente, composto de um gerador de tensão de ruído de magnitude igual ao ruído gerado pela fonte (com dimensão de resistência série uma sem Volts) em com [Figura (2-5a)]. Uma transformação deste tipo é também possível para o caso de ruído "shot".

2.2.6.2. Gerador de corrente de ruído

Analogamente, um gerador de corrente de ruído é um gerador de corrente cuja saída é descrita como uma função aleatória do tempo[14].

Por vezes será mais conveniente representar-se uma fonte de ruído através de um circuito equivalente composto de um gerador de corrente de ruído de magnitude igual ao ruído gerado pela fonte (com dimensão de Ampères) em paralelo com uma resistência sem ruído [Figura (2-5b)]. Novamente, uma transformação deste tipo é também possível para o caso de ruído "shot".

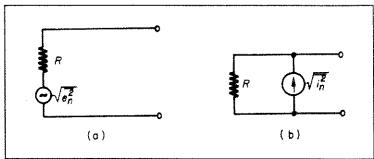


Figura (2-5) - Circuitos equivalentes para representação de fontes de ruído térmico [extraído de: A. van der Ziel, Noise in Solid State Devices and Circuits, p. 26].

2.2.7. Adição de tensões de ruído

Geradores de tensão de ruído equivalentes representam um número muito grande de componentes de freqüência, com uma distribuição aleatória de amplitudes e fases. Assim, usa-se para representar as tensões de ruído a seguinte notação:

$$\overline{e_n^2(t)} \equiv \text{ valor quadratico medio de } e_n(t)$$
 (2-14)

Considere-se duas fontes de ruído $e_{n1}(t)$ e $e_{n2}(t)$ e $e_{nT}(t)$ como a soma $e_{n1}(t)$ + $e_{n2}(t)$. Em termos dos valores quadráticos médios, tem-se:

$$\overline{e_{nT}^2(t)} = \overline{\left[e_{n1}(t) + e_{n2}(t)\right]^2} = \overline{e_{n1}^2(t)} + \overline{e_{n2}^2(t)} + \overline{2e_{n1}(t)e_{n2}(t)}$$
(2-15)

Define-se

$$C_{12} = \frac{\overline{e_{n1}(t)e_{n2}(t)}}{\sqrt{e_{n1}(t)e_{n2}(t)}}$$
 (2-16)

onde: C_{12} = coeficiente de correlação entre as duas variáveis aleatórias $e_{n1}(t)$ e $e_{n2}(t)$. C_{12} está na faixa -1 < C_{12} < 1.

Assim,

$$\overline{e_{nT}^{2}(t)} = \overline{e_{n1}^{2}(t)} + \overline{e_{n2}^{2}(t)} + 2C_{12}\sqrt{e_{n1}(t)e_{n2}(t)}$$
(2-17)

Quando se conecta em série dois geradores de ruído independentes, seus valores não se somam nem se subtraem, mas se combinam na forma da Eq. (2-17) para $C_{12}=0$, ou seja, não há correlação entre as duas fontes de ruído e portanto a tensão quadrática média total será a soma das tensões quadráticas médias individuais. Diz-se que duas fontes de ruído não são correlacionadas quando são produzidas independentemente e não há nenhuma relação entre os valores instantâneos das tensões. É muito comum duas fontes de ruído terem coeficiente de correlação zero, como por exemplo quando são causadas por mecanismos físicos independentes. Entretanto, nem sempre é fácil determinar se duas fontes são ou não correlacionadas.

Se $C_{12}=1$, então diz-se que as duas fontes são completamente correlacionadas, e pode-se soma-las (para $C_{12}=1$) ou subtraí-las (para $C_{12}=-1$) aritmeticamente. Entretanto, duas fontes podem ter $0 < C_{12} < 1$. Neste caso, diz-se que são parcialmente correlacionadas. Isto pode ocorrer quando cada fonte contem parte de seu ruído causado por um fenômeno comum, e parte causado por um fenômeno independente.

2.2.8. Modelo de tensão e corrente de ruído

Existe um modelo de ruído para quadripolos muito usado devido à facilidade que oferece para representar qualquer dispositivo com poucos parâmetros, além de ser relativamente simples medir estes parâmetros básicos do modelo, a partir dos quais se podem obter outras informações importantes sobre o sistema ou circuito sob análise.

Neste modelo, o quadripolo é considerado um dispositivo sem ruído, e seu ruído é representado por um gerador de tensão de ruído E_n de impedância zero em série com a entrada, representando o ruído existente quando $R_S=0$, e um gerador de corrente de ruído I_n de impedância infinita em paralelo com a entrada, representando o ruído adicional que ocorre quando $R_S=0$ (onde E_n é a notação simplificada para o valor quadrático médio da tensão de ruído $\overline{e_n^2}$ e I_n é a notação simplificada para o valor quadrático médio da corrente de ruído $\overline{i_n^2}$) conectados na entrada do quadripolo, como mostrado na Figura (2-6).

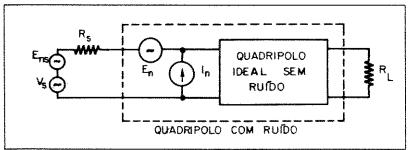


Figura (2-6) - Modelo de tensão e corrente de ruído aplicado a um quadripolo [extraído de: H. W. Ott, Noise Reduction Techniques in Electronic Systems, p. 221].

Faz parte ainda do modelo um coeficiente de correlação complexo C (não mostrado na figura) entre os dois geradores. (Apesar de E_n e I_n serem normalmente de algum modo correlacionados, os efeitos deste coeficiente de correlação são freqüentemente eclipsados pelo espalhamento de valores de E_n e I_n para um dado dispositivo, e portanto pode-se considerar este coeficiente como zero sem incorrer em erros significativos). Estes três números (na verdade quatro, uma vez que o coeficiente C é um número complexo) caracterizam completamente o comportamento do dispositivo quanto ao ruído.

É importante ressaltar que estes parâmetros são dependentes da freqüência. A Figura (2-7) mostra curvas típicas para E_n e I_n por \sqrt{Hz} de largura de banda. Existe uma curva de E_n e uma curva de I_n para cada condição de polarização. Assim, um conjunto de curvas deve ser conhecido para a especificação completa do dispositivo para aquela faixa de variação de condições de polarização.

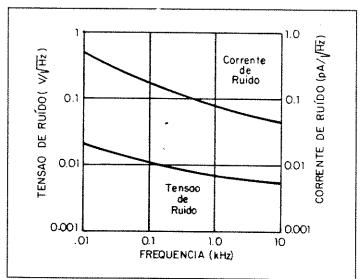


Figura (2-7) - Curvas típicas de tensão e corrente de ruído do modelo E_n - I_n [extraído de: H. W. Ott, Noise Reduction Techniques in Electronic Systems, p. 221].

A partir do modelo de tensão e corrente de ruído (também chamado modelo E_n - I_n) alguns parâmetros importantes podem ser facilmente derivados, tais como a tensão equivalente de ruído de entrada E_{ni} , a relação sinal-ruído S/N e o fator de ruído F (ou a figura de ruído NF).

A tensão equivalente de ruído de entrada combina o efeito de ${\rm E_n}$, ${\rm I_n}$ e da tensão de ruído térmico da fonte ${\rm E_{nS}}$, e pode ser escrita

$$E_{ni} = \sqrt{E_{ns}^2 + E_n^2 + (I_n R_s)^2}$$
 (2-18)

onde os termos $E_{\rm nS}$, $E_{\rm n}$ e $I_{\rm n}$ representam o ruído dentro da largura de banda $B_{\rm W}$. Estes valores podem ser obtidos para $E_{\rm n}$ e $I_{\rm n}$ por integração das curvas da Figura (2-7) na faixa de interesse e para $E_{\rm nS}$ através da fórmula para ruído térmico, Seção 2.3.

Em um circuito, está-se normalmente interessado na

relação sinal-ruído na saída, pois é onde se usa o sinal para a aplicação de interesse. A derivação da expressão para esta relação é direta, a partir do circuito da Figura (2-6).

Quando se refere à relação sinal-ruído, a menos que especificado em contrário, está-se referindo à relação entre potência de sinal x potência de ruído. Assim, como a potência é proporcional ao quadrado da tensão, e levando-se em consideração que o circuito da Figura (2-6) tem um ganho de tensão A_V , tem-se

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{A_v^2 V_s^2}{A_v^2 E_s^2} \tag{2-19}$$

onde: S_O/N_O = relação sinal-ruído na saída

 V_S = tensão de sinal na entrada

Substituindo E_{ni} na Eq. (2-19) pela expressão obtida anteriormente [Eq. (2-18)], tem-se

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{V_s^2}{E_{rs}^2 + E_o^2 + (I_0 R_s)^2}$$
 (2-20)

A expressão para o fator de ruído a partir do modelo $\mathbf{E}_{n}\text{-}\mathbf{I}_{n}$ será obtida na seção a seguir.

2.2.9. Figura de ruído

O fator de ruído (ou a figura de ruído, expressão em decibéis para o fator de ruído) de um dispositivo é a razão entre a potência de ruído disponível na saída por largura de banda unitária e a porção deste ruído causada pela fonte conectada aos terminais de entrada do dispositivo, medida na temperatura padrão de 290 K[14].

Assim,

$$F = \frac{\text{potencia total de ruido na saida}}{\text{potencia de ruido na saida devido ao ruido da fonte}}$$
 (2-21)

е

$$NF = 10\log F \tag{2-22}$$

Uma definição equivalente para o fator de ruído é a razão entre a relação sinal-ruído de potência na entrada e a relação sinal-ruído de potência na saída

$$F = \frac{S_i / N_i}{S_0 / N_0}$$
 (2-23)

Esta definição pode ser entendida como uma medida da deterioração da relação sinal-ruído pela transmissão do sinal através do dispositivo. Uma vez que o ganho do dispositivo se aplica igualmente ao sinal de entrada e ao ruído na entrada (da fonte), a relação sinal-ruído na saída

é deteriorada pela relação da potência total de ruído na saída pela potência de ruído na saída devido apenas ao circuito de entrada.

A partir das equações (2-21) e (2-23) acima, pode-se concluir que, caso o dispositivo fosse ideal no que se refere ao ruído, não acrescentando nenhum ruído ao sinal, o fator de ruído F seria igual a 1 e a figura de ruído NF seria igual a zero.

Existem duas maneiras de se especificar o fator de ruído ou a figura de ruído. a figura de ruído "spot", ou figura de ruído de banda estreita, é a medida da figura de ruído a uma dada freqüência f₀, digamos 1 KHz, e com largura de banda B_W usualmente igual a 1 Hz. A figura de ruído de banda estreita é uma função da freqüência, e uma curva de NF(f) x f pode ser facilmente obtida variando-se a freqüência central f₀. Mais adiante neste capítulo são mostradas curvas deste tipo. A outra maneira de se especificar a figura de ruído é através da figura de ruído de banda larga ou figura de ruído média, que consiste na integração da figura de ruído ao longo de toda a largura de banda de interesse, expressa em termos médios

$$NF_{media} = \frac{\int_{f_1}^{f_2} NF(f) df}{f_2 - f_1}$$
 (2-24)

onde: $f_2 - f_1 = largura de banda de interesse$

Com base nos parâmetros definidos anteriormente para o modelo E_n - I_n , pode-se definir a figura de ruído como

$$NF = 10\log\frac{E_{ni}^2}{E_{ns}^2} = 10\log\frac{E_{ns}^2 + E_n^2 + I_n^2 R_s^2}{E_{ns}^2}$$
 (2-25)

O principal uso da figura de ruído é para a comparação de dispositivos amplificadores medidos nas mesmas condições, como é o caso na fabricação e classificação de transistores bipolares em função do ruído, etapa em que está-se interessado neste trabalho.

A figura de ruído varia com a resistência de fonte, condições de polarização, freqüência e temperatura e portanto todos estes parâmetros devem ser definidos quando se especifica a figura de ruído. Uma vez que estes parâmetros estejam definidos, pode-se usar este valor para expressar o ruído de um dado transistor.

Este conceito é amplamente aceito e constitui a base deste trabalho.

2.3. RUÍDO TÉRMICO

As primeiras investigações detalhadas sobre o ruído térmico foram conduzidas por J. B. Johnson [2] e H. Nyquist [3] no final dos anos 20^3 . Eles mostraram que o movimento aleatório devido à agitação térmica (movimento browniano) que os eléctrons de um condutor (ou resistor) apresentam dá origem a uma corrente de ruído tal que todas as freqüências do espectro estão representadas nas suas variações (fato devido ao grande número de eléctrons envolvidos). Considerando-se que não há nenhuma força eletromotriz externa aplicada, a corrente média de ruído $\overline{i_n(t)}$ é zero. Entretanto, a corrente quadrática média de ruído $\overline{i_n(t)}$ não é zero. Nyquist forneceu um tratamento

³ Para uma descrição histórica das pesquisas sobre ruído desta época, ver artigo de J. B. Johnson^[15].

teórico quantitativo para este fenômeno, fazendo uso teorema da equipartição de energia de Maxwell-Boltzmann, da estatística mecânica. Este princípio é aplicável a qualquer sistema no qual a energia total possa ser expressa como a soma de um grande número de termos individuais, cada um dos proporcional ao quadrado de uma coordenada independente que descreva a configuração do sistema. Diz-se que cada termo destes representa a energia associada com um liberdade do sistema. Assim, grau de sob condições equilíbrio térmico, o valor médio de longo alcance de cada termo é igual a kT/2, onde k é a constante de Boltzmann $(k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})$ e T é a temperatura em Kelvin. Este sistema pode ser um volume contendo moléculas de um gás ou condutor no qual existem eléctrons em browniano. Nyquist mostrou que

$$\frac{\vec{i}_{n}^{2}(t)}{\vec{k}_{n}} = \frac{4kTB_{W}}{R}$$
(2-26)

onde: R = resistência, em Ohms

 B_W = parte do espectro de freqüência usado para calcular a corrente quadrática média, em Hertz [na prática, é a largura de banda de ruído do sistema de medida de $\overline{i_n^2(t)}$]

Esta corrente de ruído em um condutor (ou resistor) dá origem a uma tensão de ruído $e_n(t)$ entre seus terminais, cujo valor médio $\overline{e_n(t)}$ é também zero, e cujo valor quadrático médio $\overline{e_n^2(t)}$ é dado por

$$\overline{\mathbf{e}_{\mathbf{n}}^{2}(\mathbf{t})} = \overline{\mathbf{i}_{\mathbf{n}}^{2}(\mathbf{t})} \cdot \mathbf{R}^{2} = 4kTR\mathbf{B}_{\mathbf{W}}$$
 (2-27)

A potência máxima disponível é a potência que pode ser fornecida por uma fonte quando esta alimenta uma resistência de carga igual à sua resistência interna. Assim, a potência máxima disponível de ruído por unidade de largura de banda $p_n(t)$ é

$$\overline{p_n(t)} = \left[\overline{e_n(t)}/2R\right]^2 \cdot R = \frac{\overline{e_n(t)}}{4R} = kT$$
 (2-28)

Pode-se então concluir que uma resistência pura constitui uma fonte de ruído branco. [Na verdade, se a Eq. (2-28) fosse válida para todas as freqüências, a quantidade total de potência de ruído disponível seria infinita. A equação completa, apresentada por Planck em 1900, corrige este problema. No entanto, para freqüências abaixo de 30 GHz a equação acima é uma boa aproximação e será inteiramente suficiente para o que se propõe neste trabalho].

Como mostrado na Seção 2.2.6.2, é possível representarse, para fins de análise de ruído em circuitos, os geradores de ruído térmico como mostrados na Figura (2-8).

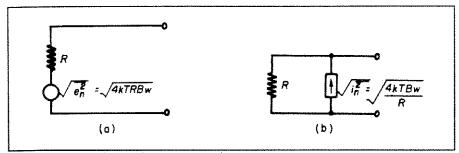


Figura (2-8) - Circuitos equivalentes para representação de fontes de ruído térmico incluindo as expressões para os geradores [extraído de: A. van der Ziel, Noise in Solid State Devices and Circuits, p. 26].

Para o cálculo da tensão de ruído térmico $\overline{e_n^2}$ usa-se geralmente um gráfico como o da Figura (2-9), onde se vê $(\overline{e_n^2}$ @ BW) x R a 290 K (17°C).

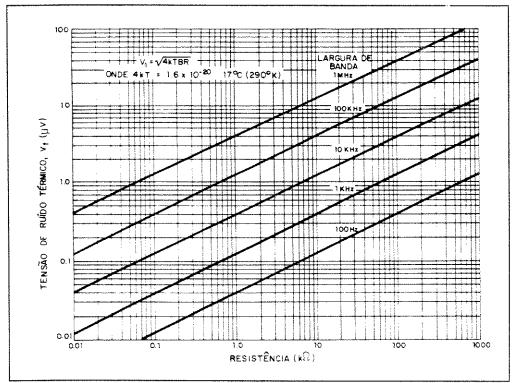


Figura (2-9) - Tensão de ruído térmico como função da resistência e largura de banda de ruído [extraído de: H. W. Ott, Noise Reduction Techniques in Electronic Systems, p. 199].

O ruído térmico tem uma distribuição espectral de potência de ruído uniforme, e portanto é um ruído branco. O ruído térmico tem ainda uma distribuição gaussiana das amplitudes instantâneas, sendo portanto ruído gaussiano.

2.4. RUÍDO "SHOT"

O ruído "shot" está associado ao fluxo de corrente através de uma barreira de potencial. Esta corrente não é contínua, mas sim a soma de um grande número de pequenos pulsos de corrente causados pelo fluxo de portadores de carga, cada um deles com carga q. Desta forma, a corrente resultante será a corrente média (ou DC) $\overline{i(t)}$ acrescida de variações devido a este efeito granular, como ilustra a Figura (2-10).

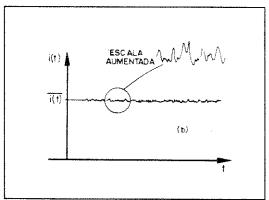


Figura (2-10) - Variações aleatórias no entorno de um valor médio de corrente (efeito granular) [extraído de: J. A. Betts, Signal Processing, Modulation and Noise, p. 82].

Não é, entretanto, apenas a característica discreta das cargas que causam ruído, mas a combinação desta característica com a emissão aleatória de portadores (uma vez que se os portadores de carga chegassem a intervalos de constantes tq, a corrente seria periódica COM freqüência 1/ta e, termos definição nos da dada anteriormente, não haveria ruído). Α aleatoriedade da corrente é devido ao fato de que o instante em que um portador atravessa a junção é estatisticamente independente instante em que qualquer outro portador atravesse a mesma, e portanto os pulsos de corrente podem ser assumidos como completamente independentes um do outro.

Com base no que foi visto acima, pode-se afirmar que a corrente de ruído quadrática média associada à corrente que atravessa uma junção PN genérica é proporcional ao produto da carga eletrônica, da taxa média de travessia de portadores e da largura de banda, ou

$$\overline{i_n^2} = 2qi_{dc}B_W \tag{2-29}$$

onde: $q = carga eletrônica (= 1,59 x <math>10^{-19} C)$

Idc = corrente direta através da junção, em A

 B_W = largura de banda de ruído, em Hz

A Eq. (2-29) mostra que o ruído "shot" é proporcional à largura de banda mas não à freqüência. Logo, se trata de ruído branco, tanto quanto o ruído térmico. Além disso, de acordo com a definição dada anteriormente, o ruído "shot" é também gaussiano. Assim, as propriedades das formas de onda devido ao ruído térmico e ao ruído "shot" na saída de um circuito são indistingüíveis.

No entanto, o ruído "shot" difere do ruído térmico em vários aspectos.

- O primeiro é função da corrente enquanto o último é função da temperatura.
- A corrente média de ruído "shot" não é zero, mas igual ao valor médio ou DC da corrente do dispositivo.
- Uma vez que a existência do ruído "shot" é causada pelo fluxo de corrente, não é mais possível ter um sistema em equilíbrio térmico como no caso adotado com fins de simplificação quando analisou-se o ruído térmico. Assim, os princípios da termodinâmica não se aplicam em sua totalidade na análise do ruído "shot", embora valha a classificação como ruído branco.

Uma análise mais completa das correntes de ruído "shot" presentes em um transistor bipolar será apresentada na Seção 2.7.

2.5. RUÍDO 1/F

O ruído 1/f é assim chamado por ter uma densidade

espectral que aumenta à medida que se diminui a frequência central de um sistema de medição.

Ele está presente em resistores, onde é chamado de ruído excedente. Este tipo de ruído aparece sempre que uma corrente flui em um meio descontínuo. Por isso, o ruído excedente é maior em resistores de carvão (formados por grãos de carvão prensados), apesar de também ser identificado em resistores de fio.

Além disso, o ruído 1/f é observado em válvulas, diodos e transistores, filmes finos, fontes luminosas, contatos, etc., sendo chamado por diversos nomes tais como ruído "flicker", ruído rosa, ruído de semicondutor, ruído de baixa freqüência e ruído de contato.

Infelizmente, este tipo de ruído não pode ser calculado com precisão nem se presta a uma análise física tão facilmente quanto no caso dos ruídos térmico e "shot". Entretanto, é possível medir o ruído 1/f para um dispositivo em particular e incluir uma representação da medida no modelo do circuito.

A causa principal do ruído 1/f em dispositivos semicondutores é atribuível às propriedades da superfície do material. A geração e recombinação de portadores em estados de energia de superfície e a densidade de estados de superfície são importantes fatores. Com o desenvolvimento da tecnologia de fabricação de semicondutores, o tratamento da superfície trouxe melhoras no que se refere ao ruído 1/f, mas mesmo a interface entre a superfície do silício e a passivação são centros de geração de ruído.

Quanto ao modelo físico de fenômeno, parece que há concordância entre os pesquisadores de que o ruído 1/f seja causado por flutuações na resistividade do material. No entanto, existe ainda alguma controvérsia no que se refere a

duas teorias que tentam explicar estas flutuações: a da flutuação da concentração de portadores disponíveis para tomar parte no processo de condução, e a da flutuação da mobilidade dos portadores. Não está muito claro ainda se o mecanismo do ruído 1/f envolveria a primeira, a segunda ou ambas as teorias acima, com os resultados mais recentes apontando para a última alternativa.

Pode-se entender melhor no que se baseiam as duas teorias se se fizer referência a um resistor de comprimento L com N eléctrons de mobilidade μ . A resistência R seria então

$$R = \frac{L^2}{q\mu N} \tag{2-30}$$

Pode-se ver que apenas μ e N podem variar de modo a dar origem ao ruído 1/f. No caso em que N varia, tem-se ruído de flutuação de concentração. No caso em que μ varia, tem-se ruído de flutuação de mobilidade.

A flutuação da concentração de portadores envolvidos no processo de condução pode ser causada pelas armadilhas nas os portadores podem aleatoriedade cair posteriormente escapar ou pelas variações nos níveis críticos de energia que controlam а capacidade portadores de quebrar ligações e formar outras. Isto pode ser melhor compreendido se se imagina um evento ocorrendo isoladamente, digamos, uma carga q em um dado material que é capturada por uma armadilha (por exemplo, um estado de superfície) em um instante t e escapa desta armadilha no instante $t + \Delta t$. Pode-se ver claramente que a resistência do material em questão será aumentada de AR acima de seu valor médio R entre os instantes t e t + Δt. Assuma agora como aleatórias e independentes o instante

captura t, a duração Δt do mesmo, e ainda que todos os eventos ocorram no material também aleatória e independentemente. Tem-se então uma flutuação aleatória da concentração de portadores que podem gerar ruído 1/f.

A flutuação da mobilidade dos portadores é de compreensão mais difícil e além disso existem vários modelos que se propõem a tornar esta teoria aceitável, nenhum deles inequivocamente vitorioso 4 .

Como foi visto, o ruído 1/f tem uma densidade espectral inversamente proporcional à freqüência

 $^{^4}$ Uma análise detalhada do ruído 1/f e das teorias que competem para explicá-lo está presente em van der Ziel[16].

$$S_{N}(f) = \frac{K_{f}}{f^{\alpha}}$$
 (2-31)

onde: S(f) = densidade espectral de ruído $1/f [V^2/Hz]$

- $K_{
 m f}$ = constante de proporcionalidade, de difícil cálculo e que assume valores diferentes para cada modelo proposto, nenhum destes ainda definitivos, no entanto.
- α = expoente que define a característica de variação do ruído 1/f com a frequência. α assume valores entre 0,8 e 1,3, sendo α = 1 o valor mais comum.

Uma questão que surge quando se analisa a Eq. (2-31) para $\alpha=1$ é a de que esta relação não pode valer para f=0 nem para $f=\infty$, uma vez que isto resultaria em potência de ruído infinita, o que não se confirma na prática. De fato, um modelo que pretenda explicar o ruído 1/f deve prever uma freqüência f_{LL} abaixo da qual a densidade de ruído varie mais lentamente que 1/f e uma freqüência f_{HH} acima da qual ela varie mais rapidamente.

O ruído 1/f tem uma densidade espectral de potência de ruído que varia inversamente com a frequência e portanto não é ruído branco. O termo ruído rosa é aplicado neste caso. Entretanto, a distribuição das amplitudes instantâneas é gaussiana, e o ruído 1/f é um ruído gaussiano.

Além disso, o ruído 1/f é proporcional ao valor médio da corrente que circula no material. A expressão mais geral da corrente quadrática média de ruído 1/f é

$$\overline{i_n^2} = \frac{KI_{dc}^{\gamma} B_W}{f_{\alpha}}$$
 (2-32)

onde: γ = expoente que varia entre 1 e 2 e é função do material (tipo e geometria)

 B_{W} = largura de banda de ruído centrada na freqüência f (em Hz).

Mas foi descoberto que

$$K = 2qf_L \tag{2-33}$$

onde: f_L = constante que tem forte correlação com a freqüência de canto ou freqüência de corte de ruído do modelo \P -híbrido do transistor, e cujo valor se situa na faixa de 3,7 KHz a 7 MHz.

Adotando-se para γ e α seus valores mais comuns (iguais a 1), obtem-se uma expressão útil para o ruído 1/f:

$$\frac{\overline{i_n^2} = \frac{2qf_L I_{dc} B_W}{f}}{f} \tag{2-34}$$

2.6. RUÍDO "PIPOCA"

O ruído "pipoca" ou ruído de estouro (do inglês, "burst noise") tem este nome devido ao som que produz quando amplificado e alimentado a um alto-falante.

Este tipo de ruído ocorre em pulsos que provocam uma variação discreta no nível de ruído, fosse ele devido ao ruído térmico, "shot", 1/f ou qualquer combinação destes [Fig. (2-11)].

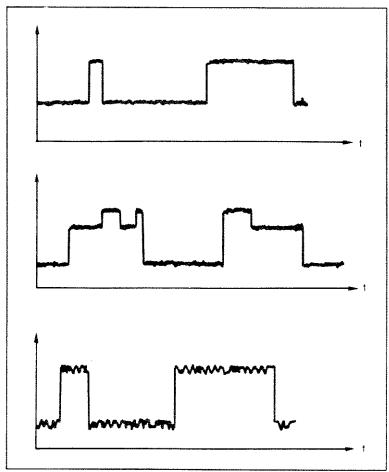


Figura (2-11) - Formas de onda de ruído "pipoca" típicas observadas no coletor de um transistor [extraído de: R. C. Jaeger et alii, Record 1968 Region III IEEE Convention, p. 58].

Estes pulsos são aleatórios, têm comprimento variável fixa, altura ainda mas que por vezes pareçam superpostos. Α largura dos pulsos varia de microsegundos até vários segundos. A amplitude é tipicamente de 2 a 100 vezes maior que o valor RMS do ruído térmico. A taxa de repetição, que é não periódica, varia tipicamente de várias centenas de pulsos por segundo até menos de um pulso por minuto.

O ruído "pipoca" só está presente em dispositivos semicondutores, uma vez que parece estar ligado a defeitos na estrutura cristalina. Evidências indicam que ele é causado por um defeito localizado na junção, geralmente uma

impureza metálica. Sabendo-se isto, fica claro que a altura dos pulsos deva ser constante, já que é uma função da característica do defeito. Na segunda forma de onda da Fig. (2-11) pode-se imaginar que existem dois defeitos provocando pulsos que se sobrepõem em determinados instantes.

Para se procurar entender o mecanismo do "pipoca", imagine-se um pulso de ruído típico. Em um pulso este estão envolvidos um número muito grande que possivelmente não estariam envolvidos portadores, diretamente no processo. Assim, é mais provável que exista um mecanismo de modulação envolvendo um número menor de portadores que controlam o fluxo maior. Um dos modelos propostos baseia-se na existência de dois tipos de defeitos: o defeito de junção referido acima e um centro de geraçãorecombinação ou armadilha situado na região de carga espacial deste. Assim, a ocupação ou não do centro g-r modula o fluxo de corrente através de defeito.

A densidade espectral de potência do ruído "pipoca" é proporcional a $1/f^{\alpha}$, onde α = 2 na maioria dos casos. Logo,

$$S_{N}(f) = \frac{K_{p}}{f^{2}}$$
 (2-35)

Uma expressão para a corrente de ruído "pipoca" que apresenta maior exatidão seria

$$\overline{i_n^2} = \frac{KI_{dc}B_W}{1 + \pi^2 f^2 / 4a^2}$$
 (2-36)

onde: a = número de pulsos por segundo

Como o ruído "pipoca" é um fenômeno relacionado com a corrente, a tensão de ruído "pipoca" é maior em um circuito de alta impedância, como exemplifica a Figura (2-12) para um transistor com resistência de fonte $R_{\rm S}$ = 270 Ω e $R_{\rm S}$ = 20k Ω .

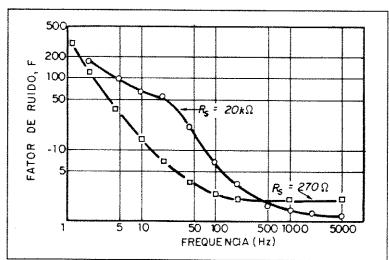


Figura (2-12) - Figura de ruído de um transistor tipo 2N930 para I_C = 100 μ A e V_{CE} = 2,2V [extraído de: R. C. Jaeger et alii, Record 1968 Region III IEEE Convention, p. 58].

O ruído "pipoca" não é evidentemente um ruído branco. O termo ruído vermelho é aplicado neste caso. Além disso, como as variações no nível de ruído são discretas, não há distribuição gaussiana de amplitudes instantâneas e o ruído "pipoca" não é tampouco gaussiano.

Como pode-se deduzir pela sua característica espectral, o ruído "pipoca" só se torna um problema para operação em baixas freqüências. Além disso, sendo causado por um defeito de fabricação do dispositivo, o avanço na tecnologia de semicondutores tende a minimizar este problema.

2.7. MODELO DE RUÍDO EM TRANSISTORES BIPOLARES

Será analisado agora o ruído em transistores bipolares e o modelo usado para representá-lo. Para isso, se verá como cada tipo de ruído visto anteriormente está presente nestes dispositivos e em seguida será apresentado o modelo completo, incluindo todas as fontes de ruído significativas existentes.

2.7.1. Ruído térmico

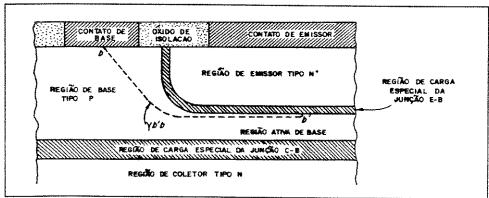


Figura (2-13) - Secção reta de um transistor NPN evidenciando o resistor de base rb'b (representado pela linha pontilhada) [extraído de: R. D. Thornton et alii, Characteristics and Limitations of Transistors, p. 17].

A Figura (2-13) mostra uma vista em corte de um transistor, onde pode-se ver o caminho percorrido pela corrente de base. Uma vez que a região de base de um transistor bipolar é feita intencionalmente muito fina e pouco dopada (de modo a reduzir a recombinação de portadores ali), sua resistividade é alta, dando origem a um resistor rb'b (representado pelo pontilhado na figura) entre o contato externo de base e a região ativa da base, de valor significativo.

Este resistor é real e portanto gera ruído térmico:

$$E_{tb} = \sqrt{e_{ntb}^2} = \sqrt{4kTr_{b'b}}$$
 (2-37)

onde: E_{tb} = tensão RMS de ruído térmico por largura de banda (em V/\sqrt{Hz})

2.7.2. Ruído "shot"

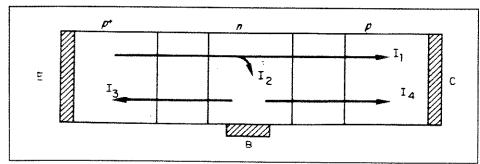


Figura (2-14) - Correntes que fluem em um transistor P+-N-P [extraído de: A. van der Ziel, Noise in Solid State Devices and Circuits, p. 142].

Como se vê, o ruído "shot" em transistores bipolares está associado ao fluxo de corrente através de uma junção.

A Figura (2-14) mostra os fluxos de portadores presentes em um transistor. As características DC deste dispositivo são dadas pelas relações de Ebers-Moll

$$I_{E} = I_{ES} \left[e^{qV_{EB}/kT} - 1 \right] - \alpha_{R} I_{CS} \left[e^{qV_{CB}/kT} - 1 \right]$$
 (2-38a)

$$I_{C} = -\alpha_{F}I_{ES}[e^{qV_{EB}/kT} - 1] + I_{CS}[e^{qV_{CB}/kT} - 1]$$
 (2-38b)

Com o objetivo de chegar a um modelo de ruído que apresente apenas fontes não-correlacionadas, as Eqs. (2-38) são desmembradas em expressões que representem cada uma um componente de ruído fisicamente distinto, identificando-o a uma fonte de ruído.

Para condições normais de polarização, $(qV_{\mbox{CB}}/kT)$ << -1.

Assim, usando-se a relação de reciprocidade, $\alpha_{\rm F} I_{\rm ES}$ = $\alpha_{\rm R} I_{\rm CS}$, obtem-se

$$I_{E} = \alpha_{F} I_{ES} e^{qV_{EB}/r} + (1 - \alpha_{F}) I_{ES} e^{qV_{EB}/r} - I_{ES} (1 - \alpha_{F})$$
 (2-39a)

$$I_{C} = -\alpha_{F} I_{ES} e^{qV_{EB}/kT} - I_{CS}(1 - \alpha_{R})$$
 (2-39b)

$$I_{B} = -(1 - \alpha_{F})I_{ES}e^{qV_{EB}/kT} + I_{ES}(1 - \alpha_{F}) + I_{CS}(1 - \alpha_{R})$$
 (2-39c)

Analisando as Eqs. (2-39) pode-se identificar quatro correntes distintas:

$$I_{l} = \alpha_{F} I_{ES} e^{qV_{EB}/kT}$$
 (2-40a)

$$I_2 = (1 - \alpha_F)I_{ES}e^{\frac{qV_{EB}}{kT}}$$
 (2-40b)

$$I_3 = I_{ES}(1 - \alpha_F)$$
 (2-40c)

$$I_4 = I_{CS}(1 - \alpha_R)$$
 (2-40d)

onde as correntes I_1 , I_2 , I_3 e I_4 são as mostradas na Fig. (2-14) e têm as seguintes interpretações no que se refere à física do dispositivo:

- I₁: eléctrons injetados do emissor para a base e coletados pelo coletor. Esta é a corrente principal no transistor.
- I₂: eléctrons injetados do emissor para a base e que recombinam na base. Esta corrente representa a quase totalidade da corrente de base.
- ${
 m I}_3$: eléctrons gerados termicamente na região de base e injetados no emissor. Pode-se ver na Eq. (2-39a) que esta é a corrente de emissor para ${
 m V}_{\rm EB}$ << 0, ou seja, ambas as junções polarizadas reversamente. Esta corrente freqüentemente pode ser desprezada.
- ${
 m I}_4$: eléctrons gerados termicamente na região de base e injetados no coletor. Pode-se ver na Eq. (2-39b) que esta é a corrente de coletor para ${
 m V}_{\rm EB}$ << 0, ou seja, ambas as junções polarizadas reversamente. Esta corrente freqüentemente pode ser desprezada.

Em termos do presente modelo de ruído, é suficiente considerar, para uma configuração emissor comum, as correntes terminais de base (entrada) e coletor (saída).

A partir da Eq. (2-29), obtem-se

$$I_{\rm sb} = \sqrt{i_{\rm nsb}^2} = \sqrt{2qI_{\rm B}} \tag{2-41}$$

e

$$I_{sc} = \sqrt{\overline{i_{nsc}^2}} = \sqrt{2qI_C}$$
 (2-42)

onde: I_{sb} = corrente RMS de ruído "shot" na base por largura de banda (em V/\sqrt{Hz})

 I_{SC} = corrente RMS de ruído "shot" no coletor por largura de banda (em V/\sqrt{Hz})

2.7.3. Ruído 1/f

Com base no apresentado na Seção 2.5 com relação ao mecanismo físico do ruído 1/f, seria esperado que houvessem duas fontes de ruído deste tipo em transistores bipolares, uma devido à corrente de base e outra à de coletor. No entanto, alguns pesquisadores^[18] mostraram que a fonte devido à corrente de coletor é desprezível. Assim, a partir da Eq. (2-34), obtem-se

$$I_{fb} = \sqrt{i_{nfb}^2} = \sqrt{\frac{2qf_L I_B}{f}}$$
 (2-43)

onde: I_{fb} = corrente RMS de ruído 1/f por largura de banda (em V/\sqrt{Hz})

A tensão de ruído 1/f é o produto da corrente de ruído 1/f dada acima pela resistência $r_{b\,!\,b}$ que esta corrente percorre

$$E_{fb} = \sqrt{\frac{e_{nfb}^2}{e_{nfb}^2}} = \sqrt{\frac{2qf_L I_B r_{b'b}}{f}}$$
 (2-44)

onde: E_{fb} = tensão RMS de ruído 1/f por largura de banda (em V/\sqrt{Hz})

2.7.4. Ruído "pipoca"

Também no caso do ruído "pipoca", pesquisadores[19] mostraram que o ruído "pipoca" pode ser representado por apenas uma fonte de ruído, localizada na região próxima à junção emissor-base.

Usando-se o método de Plumb & Chenette [20] para localização de uma fonte de ruído, verifica-se que o ruído "pipoca" é gerado mais próximo ao contato externo de base que o ruído 1/f, uma vez que a resistência de base r_{b1} resultante é menor que a resistência $r_{b^{\dagger}b}$ do transistor.

Assim, a partir da Eq. (2-36), obtem-se

$$I_{pb} = \sqrt{i_{npb}^{2}} = \sqrt{\frac{KI_{B}}{1 + \pi^{2}f_{4}^{2}a^{2}}}$$
 (2-45)

onde: I_{pb} = corrente RMS de ruído "pipoca" por largura de banda (em V/\sqrt{Hz})

A tensão de ruído "pipoca" é o produto da corrente de ruído "pipoca" dada acima pela resistência $r_{\rm b1}$ que esta corrente percorre

$$E_{pb} = \sqrt{\overline{e_{npb}^2}} = \sqrt{\frac{KI_B r_{bl}}{1 + \pi^2 f_{4a^2}^2}}$$
 (2-46)

2.7.5. Modelo ¶-híbrido

O modelo ¶-híbrido é um dos modelos de pequenos sinais mais usados para representação do transistor bipolar. O modelo básico é composto de sete parâmetros, como mostra a Figura (2-15).

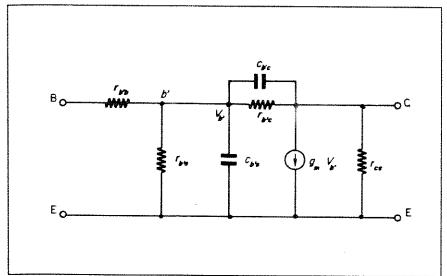


Figura (2-15) - Circuito equivalente π -híbrido do transistor bipolar [extraído de: C. D. Motchenbacher et alii, Low-Noise Electronic Design, p. 62].

Quando se usa este modelo para analisar ruído, pode-se desprezar os parâmetros $r_{b'c}$, $c_{b'c}$ e $c_{b'e}$, já que são representações do efeito de modulação da largura de base (de segunda ordem no caso) e das capacitâncias da região de depleção (desprezíveis em baixas freqüências).

Pode-se mostrar que o parâmetro qm é:

$$g_{\rm m} = \frac{qI_{\rm C}}{kT} \tag{2-47}$$

Além disso, é útil introduzir o parâmetro $r_{\rm e}$, resistência de emissor:

$$r_{\rm e} = \frac{1}{g_{\rm m}} = \frac{kT}{qI_{\rm C}} \tag{2-48}$$

Note-se que esta resistência não é real, sendo

representação do efeito transistor, e portanto não gera ruído térmico.

2.7.6 Modelo de ruído ¶-híbrido

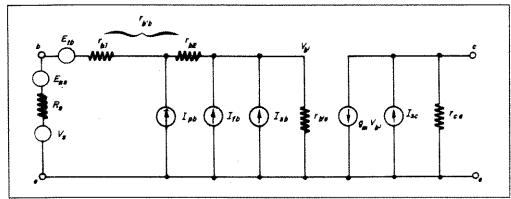


Figura (2-16) - Circuito equivalente π-híbrido modificado para incluir fontes de ruído [extraído de: C. D. Motchenbacher et alii, Low-Noise Electronic Design, p. 97].

A Figura (2-16) mostra o modelo \P -híbrido após a inclusão dos geradores E_{tb} , I_{pb} , I_{fb} , I_{sb} e I_{sc} , relativos respectivamente aos ruídos térmico, "pipoca", 1/f e "shot", este último devido à corrente de base e coletor.

Note-se que, de acordo com o discutido, o gerador de corrente de ruído "pipoca" está situado mais próximo do contato de base, produzindo tensão de ruído proporcional a r_{b1} e não a $r_{b^{\dagger}b^{\dagger}}$

Segue-se agora derivando as expressões para a relação sinal ruído $S_{\rm O}/N_{\rm O}$ e os parâmetros $E_{\rm n}$ e $I_{\rm n}$ do modelo de tensão e corrente de ruído. Para isso, escreve-se a corrente de ruído na saída para saída em curto

$$I_{no}^{2} = I_{sc}^{2} + (g_{m}V_{b})^{2}$$
 (2-49)

para

$$V_{b}^{2} = \frac{r_{b'e}^{2}}{(r_{b'b} + R_{s} + r_{b'e})^{2}} E_{tb}^{2} + \frac{(r_{b'e})^{2} (r_{b'b} + R_{s})^{2}}{(r_{b'b} + R_{s} + r_{b'e})^{2}} (I_{sb}^{2} + I_{fb}^{2}) + \frac{(r_{b2} + r_{b'b})^{2} (r_{b1} + R_{s})^{2}}{(r_{b'b} + R_{s} + r_{b'e})^{2}} I_{pb}^{2}$$
(2-51)

A corrente de sinal na saída para saída em curto, com tensão de sinal $V_{\rm S}$ é

$$I_{O} = g_{m}V_{b'} = \frac{r_{b'e}}{(r_{b'b} + R_{s} + r_{b'e})}g_{m}V_{S}$$
 (2-51)

Pode-se definir uma transmitância

$$Y = \frac{I_O}{V_S} = \frac{r_{b'e}}{r_{b'b} + R_s + r_{b'e}} g_m$$
 (2-52)

A tensão equivalente de ruído na entrada ${\tt E}_{{\tt ni}}$ seria então

$$E_{ni}^{2} = \frac{I_{no}^{2}}{Y^{2}}$$
 (2-53)

Substituindo as Eqs. (2-49) a (2-52) na Eq. (2-53), e para $r_{b2} << r_{b'e}$ (como é geralmente o caso), obtem-se

$$E_{ni}^{2} = E_{tb}^{2} + (r_{b'b} + R_{s})^{2} (I_{sb}^{2} + I_{fb}^{2}) + (r_{bl} + R_{s})^{2} I_{pb}^{2} + \frac{(r_{b'b} + R_{s} + r_{b'e})^{2}}{g_{m}^{2} r_{b'r}^{2}} I_{sc}$$
 (2-54)

Substituindo os geradores da Eq. (2-54) pelas expressões vistas anteriormente para cada tipo de ruído (para BW = 1 Hz) e considerando que, para baixas freqüências, $g_m r_{b'e} = \beta_0$, obtem-se a expressão final para a tensão equivalente de ruído na entrada

$$\begin{split} E_{ni}^{\;2} \; &= 4kTr_{b'b} + 2qI_B(\,r_{b'b} + R_s)^2 + \frac{2qf_LI_B}{f}(\,r_{b'b} + R_s)^2 + \ldots \\ &\qquad \qquad (2-55) \\ \dots + \frac{KI_B}{1+\,\pi^2f_{\;\;4a^2}^2}(\,r_{b1} + R_s)^2 + \frac{2qI_C}{\beta_0^2}(\,r_{b'b} + R_s + r_{b'e})^2 \end{split}$$

onde: 4kTr_{b'b}: ruído térmico da resistência de base

 $2qI_{\text{B}}(\,r_{\!_{b'b}}+R_{\!_{s}})^{2}\!:$ ruído "shot" associado à corrente de base

 $\frac{2qf_LI_B}{f}(\,r_{b'b}+R_s)^2\!:$ ruído 1/f associado à corrente de base

$$\frac{KI_{\text{B}}}{1+\pi^2f^2\!\!/4a^2}(r_{\text{bl}}\!+\!R_{\text{s}})^2\!: \qquad \text{ruído "pipoca" associado à}$$

corrente de base

$$\frac{2qI_{C}}{\beta_{0}^{2}}(\,r_{\!_{b'b}}+R_{\!_{s}}+\,r_{\!_{b'e}})^{2}$$
 : ruído "shot" associado à corrente de coletor referido à entrada

Para obter a relação sinal-ruído na saída, agora que dispõe-se de uma expressão para E_{ni} , usa-se a Eq. (2-19).

Na determinação dos parâmetros $E_{\rm n}$ e $I_{\rm n}$ do modelo de tensão e corrente de ruído, usa-se a Eq. (2-18), repetida aqui como Eq. (2-56)

$$E_{ni}^{2} = E_{ns}^{2} + E_{n}^{2} + I_{n}^{2}R_{s}^{2}$$
 (2-56)

Vê-se claramente que, para $R_S=0$, $E_{ni}=E_n$. Assim, substituindo na Eq. (2-55), e considerando que $r_{b'e}/\beta_0=r_e$,

$$E_{n} = 4kTr_{b'b} + 2qI_{B}r_{b'b}^{2} + \frac{2qf_{L}r_{b'b}^{2}}{f} + \frac{KI_{B}r_{b|}^{2}}{1 + \pi^{2}f_{4}^{2}a^{2}} + 2qI_{C}r_{e}^{2}$$
 (2-57)

De forma análoga, se se considera $R_S=\infty$ na Eq. (2-56), vê-se que $E_{\text{ni}}/R_S=I_{\text{n}}.$ Assim, novamente substituindo na Eq. (2-55), tem-se

$$I_{n} = 2qI_{B} + \frac{2qf_{L}I_{B}}{f} + \frac{KI_{B}}{1 + \pi^{2}f_{4}^{2}a^{2}}$$
 (2-58)

2.8.

FIGURA DE RUÍDO DE TRANSISTORES BIPOLARES

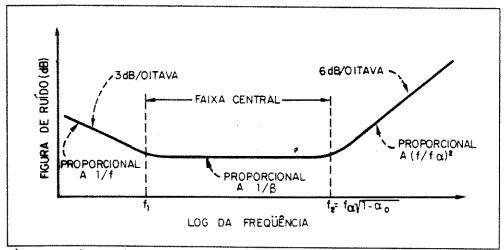


Figura (2-17) - Característica de figura de ruído x freqüência para transistor bipolar (escala logarítmica) [extraído de: H. W. Ott, Noise Reduction Techniques in Electronic Systems, p. 233].

A característica figura de ruído x freqüência de um transistor bipolar é mostrada na Fig. (2-17). Pode-se identificar três regiões distintas nesta figura. Para baixas freqüências, até a freqüência f₁, NF é dominada pelo ruído 1/f. A freqüência f_1 é aquela para a qual a magnitude do ruído 1/f se torna pequena o bastante para que os ruídos brancos térmico e "shot" dominem o gráfico. Para frequências médias, entre f_1 e f_2 , tem-se NF constante, região chamada de ruído limitante, uma vez que, para uma dada polarização e temperatura de operação, apresenta menor NF. Acima de f_2 vêse novamente o crescimento de NF, uma vez que para altas frequências, o fenômeno de ruído predominante passa a ser o ruído "shot" no coletor, proporcional a f2. (Note-se que isto não significa que o ruído "shot" seja uma função da freqüência. Ocorre que, ao derivar-se a expressão para a figura de ruído, como será visto a seguir, se refere todas as fontes de ruído à entrada, e a fonte de ruído "shot" de coletor deve ser dividida pelo ganho do dispositivo. Para frequências maiores que f2, o ganho cai, aumentando magnitude do ruído "shot" de coletor e sua importância em relação aos ruídos térmico e "shot" de base).

Para a derivação da figura de ruído (excluídos os efeitos do ruído 1/f), será usado o circuito equivalente T do transistor, assumindo que, para a faixa de freqüências de interesse, a impedância de coletor $Z_{\rm C}$ pode ser simplificada para $r_{\rm C}$. Este circuito é mostrado na Figura (2-18).

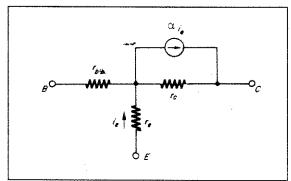


Figura (2-18) - Circuito equivalente T do transistor bipolar [extraído de: C. D. Motchenbacher et alii, Low-Noise Electronic Design, p. 79].

Acrescenta-se agora ao modelo acima as fontes de ruído E_{tb} , E_{se} e E_{sc} , a fonte de sinal V_{s} e sua resistência de fonte R_{s} , além da fonte de ruído térmico E_{ts} associada a esta resistência [Figura (2-19)]. Além disso, o gerador dependente de corrente αi_{e} foi substituído por um gerador dependente de tensão $\alpha i_{e}r_{c}$.

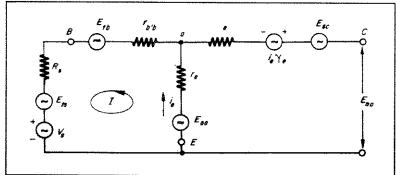


Figura (2-19) - Circuito equivalente T modificado para incluir fontes de ruído [extraído de: C. D. Motchenbacher et alii, Low-Noise Electronic Design, p. 79].

As expressões para os geradores de ruído existentes são:

$$E_{ts}^2 = 4kTR_sB_W$$
 (2-59a)

$$E_{tb}^{2} = 4kTr_{b'b}B_{W}$$
 (2-59b)

$$E_{se}^{2} = 2qI_{E}B_{W}$$
 (2-59c)

$$E_{sc}^{2} = 2qI_{c} \left[1 - \frac{|\alpha|^{2}}{\alpha_{0}}\right] B_{W}$$
 (2-59d)

onde: α_0 = ganho de corrente para baixas freqüências.

Como foi visto na Seção 2.7.5, pode-se escrever

$$r_{\rm e} = \frac{kT}{qI_{\rm E}} \tag{2-60}$$

Assim, a Eq. (2-59c) pode ser reescrita como

$$E_{se}^{2} = 2kTr_{e}B_{W}$$
 (2-61)

A Eq. (2-59d) é a chave para o comportamento da figura de ruído em altas freqüências. Como pode-se ver, para baixas freqüências, $\alpha = \alpha_0$, e ${\rm E_{SC}}^2$ é reduzida por um fator (1 - α 0). No entanto, à medida que se aumenta a freqüência, α decresce, aumentando o valor de ${\rm E_{SC}}^2$ até o limite em que

 $\alpha = 0$, quando então tem-se

$$E_{sc}^2|_{\alpha=0} = 2qI_Cr_CB_W$$
 (2-62)

A Eq. (2-59d) pode ser modificada para torná-la mais útil. sabendo-se que

$$I_{\rm C} = \alpha_{\rm 0} I_{\rm E} \tag{2-63}$$

е

$$\left|\alpha\right| = \frac{\left|\alpha_{0}\right|}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_{\alpha}}\right)^{2}}} \tag{2-64}$$

onde: f_{α} = freqüência de corte de α (freqüência para a qual α cai 3dB em relação a $\alpha_0) \,,$ pode-se escrever

$$E_{sc}^{2} = 2 \frac{kT}{r_{e}} \alpha_{0} (1 - \alpha_{0}) r_{c} \frac{\left[1 + (f/f_{\alpha} \sqrt{1 - \alpha_{0}})^{2}\right]}{1 + (f/f_{\alpha})^{2}}$$
(2-65)

Segundo a Eq. (2-23),

$$F = \frac{S_i N_i}{S_0 N_0}$$
 (2-66)

Mas

$$\frac{S_{i}}{N_{i}} = \frac{V_{s}^{2}}{E_{ts}^{2}}$$
 (2-67)

e

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{A_{v(oc)}^2 V_s^2}{E_{no}^2}$$
 (2-68)

onde: $A_{V(OC)}$ = ganho de tensão em circuito aberto

 E_{nO} = tensão de ruído na saída, representada na Fig. (2-19).

Ou

$$F = \frac{E_{no}^2}{A_{v(oc)}^2 E_{ts}^2}$$
 (2-69)

Logo, é preciso determinar $A_{V(OC)}$ e E_{nO} .

Estudando as contribuições de cada fonte de ruído para E_{nO} , vê-se que:

- contribuição de
$$E_{ts}$$
: $E_{ts} = \frac{r_e}{r_e + r_{b'b} + R_s}$

- contribuicao de
$$E_{tb}$$
: $E_{tb} \frac{r_e}{r_e + r_{b'b} + R_s}$

- contribuição de
$$E_{se}$$
: - $E_{se} \frac{r_{b'b} + R_s}{r_e + r_{b'b} + R_s}$

- contribuicao de E_{sc}: E_{sc}

- contribuicao de
$$\alpha i_e r_c$$
: $\alpha i_e r_c = \alpha r_c \sqrt{\frac{E_{ts}^2 + E_{tb}^2 + E_{se}^2}{(r_e + r_{b'b} + R_s)^2}}$

Somando-se as contribuições, tem-se

$$E_{no}^{2} = \frac{E_{ts}^{2} (r_{e} + \alpha r_{c})^{2} + E_{tb}^{2} (r_{e} + \alpha r_{c})^{2} + E_{se}^{2} (\alpha r_{c} - r_{b'b} + R_{s})^{2}}{(r_{e} + r_{b'b} + R_{s})^{2}} + E_{sc}^{2}$$
(2-70)

Pode-se considerar $r_C >> r_e$ e $r_C >> r_{b^*b} + R_S$. Assim, simplificando a Eq. (2-70), tem-se

$$E_{no}^{2} = \frac{E_{ts}^{2} (\alpha r_{c})^{2} + E_{tb}^{2} (\alpha r_{c})^{2} + E_{se}^{2} (\alpha r_{c})^{2}}{(r_{e} + r_{b'b} + R_{s})^{2}} + E_{sc}^{2}$$
(2-71)

Pode-se demonstrar que
$$A_{V(oc)}^2 = (\alpha r_c)^2 / (r_e + r_b r_b + R_S)^2$$
.

Assim, na Eq. (2-69),

$$F = 1 + \frac{E_{tb}^{2}}{E_{ts}^{2}} + \frac{E_{sc}^{2}}{E_{ts}^{2}} + \frac{E_{sc}^{2}}{E_{ts}^{2}} + \frac{(r_{c} + r_{b'b} + R_{s})^{2}}{(\alpha r_{c})^{2}}$$
(2-72)

Substituindo na Eq. (2-72) as expressões encontradas anteriormente [Eq. (2-59a), Eq. (2-59b), Eq. (2-61) e Eq. (2-65)] e usando-se a relação β_0 = α_0 / (1 - α_0), obtemse

$$F = 1 + \frac{r_{b'b}}{R_s} + \frac{r_e}{2R_s} + \frac{(r_e + r_{b'b} + R_s)^2}{2r_eR_s\beta_0} [1 + (f/f_\alpha)(1 + \beta_0)]$$
 (2-73)

que é a expressão final para a figura de ruído em transistores bipolares sem levar em conta o ruído 1/f. Ela é válida, portanto, para todas as freqüências acima de f_1 na Fig. (2-17).

BIBLIOGRAFIA

- [1] Schottky, W., "Über spontane Stromschwänkungen in verschiedenen Elektrizitätsleitern", Ann. Phys., vol. 57, p. 541-567 (1918).
- [2] Johnson, J. B., "The Schottky effect in low-frequency circuits", Phys. Rev., vol. 26, p. 71-85 (1925).
- [3] Nyquist, H., "Thermal agitation of electric charge in conductors", Phys. Rev., vol. 32, p. 110-113 (1928).
- [4] Shockley, W., Electrons and Holes in Semiconductors, D. Van Nostrand, Nova York, 1950, p. 342.
- [5] Petritz, R. L., "On the theory of noise in PN junctions and related devices", Proc. IRE, vol. 40, p. 1440-1456 (1952). Este artigo apresenta ainda um bom resumo das investigações anteriores sobre ruído em semicondutores.

van der Ziel, A., "Theory of shot noise in junction diodes and junction transistors", *Proc. IRE*, vol. 43, p. 1639-1646 (1955).

Nielsen, E. G., "Behavior of noise figures in junction transistors", *Proc. IRE*, vol. 45, p. 957-963 (1957).

Lauritzen, P. O., "Noise due to generation and recombination of carriers in PN junction transistor regions", *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. ED-15, p. 770-776 (1968).

van der Ziel, A., Noise, Prentice-Hall, Nova York, 1954.

Bennett, W. R., Electrical Noise, McGraw-Hill, Nova York, 1960.

van der Ziel, A., Noise: Sources, Characterization and Measurement, Prentice-Hall, Nova York, 1970.

- [6] IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronic Terms, IEEE Press, 1988, p. 617.
- [7] IEEE Std. Dict., op. cit., p. 779.
- [8] IEEE Std. Dict., op. cit., p. 620.
- [9] IEEE Std. Dict., op. cit., p. 1099.
- [10] Bennett, W. R., op. cit., p.15.

- [11] Motchenbacher, C. D. & F. C. Fitchen, Low-Noise Electronic Design, John Wiley, Nova york, 1973, p. 13.
- [12] Betts, J. A., Signal Processing, Modulation and Noise, Unibooks, Londres, 1970, apendices II e III.
- [13] IEEE Std. Dict., op. cit., p. 620.
- [13] IEEE Std. Dict., op. cit., p. 617.
- [14] "IRE Standards on Methods of Measuring Noise in Linear Twoports, 1959", Proc. IRE, vol. 48, p. 60-68 (1959).
- [15] Johnson, J. B., "Electronic noise: the first two decades", IEEE Spectrum, vol. 8, p. 42-46 (1971).
- [16] van der Ziel, A., Noise in Solid State Devices and Circuits, John Wiley, Nova York, 1986, p. 145 e seguintes.
- [17] Halford, D., "A general model for f spectral density random noise with special reference to flicker noise 1/f", Proc. IEEE, vol. 56, p. 251 (1968).
- [18] Zhu, X. C. & A. van der Ziel, IEEE Trans. Electron Devices, vol. ED-32, p. 658 (1985).
 - Kilmer, J., Identification of 1/f noise producing mechanisms in electronic devices, Ph.D. Thesis, Univ. da Florida, FL, 1984.
 - Zhang, X. N. & A. van der Ziel, Annals of the 8th. Intl. Conf. on Noise in Physical Systems & 4th Intl. Conf. on 1/f Noise, Roma, Itália (1985).
- [19] Jaeger, R. C., A. J. Broderson & E. R. Chenette, Record 1968 Region III IEEE Conv., p. 58 (1968).
- [20] Plumb, J. L. & E. R. Chenette, "Flicker noise in transistors", *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. ED-10, p. 304 (1963).

ESTUDO DA CORRELAÇÃO ENTRE OS PARÂMETROS ELÉTRICOS DC DO TRANSISTOR BIPOLAR PLANAR E O RUÍDO

3.1. CONTEXTO DO ESTUDO

Este estudo teve sua origem na National Semiconductors, Campinas-SP, fabricante de diodos e transistores discretos de baixa potência, onde o autor exercia à época o cargo de Engenheiro de Teste Elétrico.

Entre os tipos de transistores fabricados, todos eles em encapsulamento epóxi TO-92, alguns continham especificação de baixo ruído.

Diante da dificuldade intrínseca do teste de 100% das peças contra esta especificação, uma vez que a medição de ruído não era automatizada e, mesmo que o fosse, o tempo de medida seria proibitivo, surgiu o interesse na busca de uma correlação entre os parâmetros DC do transistor e o ruído. Como estes parâmetros eram medidos em 100% das peças com rapidez e precisão, caso fosse possível estabelecer tal correlação ou mesmo uma regra de descarte que aumentasse a segurança no cumprimento da especificação de ruído, isto seria de grande valia no que se refere à qualidade e produtividade do processo.

3.2. MEDIDAS

Para a medição de ruído dispunha-se de um equipamento Quan-Tech 5173 - Semiconductor Noise Analyzer. Este equipamento apresenta a tensão equivalente de ruído (em nV/\sqrt{Hz}), possibilitando uma leitura de NF (em dB) ou F em função da resistência de fonte R_S por meio de uma tabela de conversão. O método de medida usado consiste da aplicação de

um sinal através de uma fonte com resistência R_S ajustável e da leitura da tensão de ruído através de filtros de bandas de passagem estreitas e freqüências centrais de 10Hz, 100Hz, 1KHz, 10KHz e 100KHz, apresentando leituras sempre para $B_W=1$ Hz (figura de ruído "spot").

A especificação de ruído a ser cumprida (referida anteriormente) era:

NF @ $I_C=200uA$, $V_{CE}=5V$, $R_S=2K\Omega$, f=1KHz, $B_W=200Hz$ < 4 dB

Estas foram as condições de polarização usadas. Quanto à largura de banda de leitura, o equipamento utiliza efetivamente 300 Hz, posteriormente dividindo a tensão de ruído por $\sqrt{300}$ Hz, sendo este o resultado apresentado. Assim, obtem-se uma leitura de ruído por $\sqrt{\rm Hz}$, onde o erro introduzido pela diferença entre a largura de banda especificada e a utilizada é desprezível.

Para a medição dos parâmetros elétricos do transistor, dispunha-se de um equipamento TESEC Spektra 881-TT - Discrete Device Test System, automático e de alta precisão, com possibilidade de programação total das condições de polarização e do tempo de aplicação da polarização antes da realização da leitura.

3.3. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

O procedimento utilizado na National para inspeção dos lotes de transistores quanto ao ruído consistia em se retirar uma amostra do mesmo, realizando-se a medição de ruído. A partir dos resultados desta medição, inferia-se sobre a condição do lote como um todo quanto à especificação, e este era direcionado para os tipos comerciais de baixo ruído ou convertido para os tipos sem esta especificação.

A experiência adquirida pelo autor a partir destas amostras indicava que a incidência média de peças com alto ruído era muito baixa (em torno de 1% ou menos), o que tornaria este trabalho extremamente difícil, tendo em vista o grande tamanho de amostra necessário para a obtenção de um número significativo de peças com problemas neste parâmetro.

analisados então alguns lotes, tendo Foram escolhido aquele que apresentou o maior índice de defeitos (quanto a ruído). Tomou-se então uma amostra de transistores, todos fabricados a partir de uma mesma "wafer" de silício, procurando-se garantir homogeneidade de alguns parâmetros, especialmente a resistência de base. Além disso, no que se refere ao objetivo inicial do trabalho, caso a correlação entre o ruído e os parâmetros elétricos em peças oriundas de uma mesma "wafer" possibilitasse uma maior certeza no processo de seleção, isto já representaria um grande aumento de produtividade em relação às condições de então.

Inicialmente foi feita uma caracterização total das peças quanto aos parâmetros DC. Em seguida foram realizadas as medidas de ruído.

Os testes de caracterização não evidenciaram nenhuma correlação entre o ruído e os parâmetros elétricos, com exceção de β_F , como era de se esperar [ver Eq. (2-73)]. A Tabela (3-1) apresenta os valores calculados para a média, o desvio padrão e limites superior e inferior para dispersão de \pm 1 Sigma em torno da média, para os parâmetros de interesse.

		Média (σx)	Desvio Padrão (o _X)	Lim. Inf. Lim. Sup. p/ faixa p/ faixa de \pm $1\sigma\Box_{\mathbf{X}}$ de \pm $1\sigma_{\mathbf{X}}$
HFE @	$I_{C}=10nA$	83.73	30.72	53.01 114.45
HFE @	$I_{C}=100nA$	133.80	31.32	102.48 165.12
HFE @	$I_C=1\mu A$	210.10	32.20	177.90 242.29
HFE @	$I_C=10\mu A$	315.75	33.22	282.53 348.97
HFE @	$I_{C}=100\mu A$	328.93	26.54	302.39 355.47
HFE @	$I_C=1mA$	354.84	26.78	328.06 381.63
HFE @	$I_{C}=10mA$	360.45	25.99	334.45 386.44
HFE @	$I_{C}=100mA$	278.12	17.01	261.11 295.14
Neq @	f=10Hz	19.01	15.04	3.97 34.05
Neq @	f=100Hz	8.54	4.12	4.42 12.66
Neq 0	f=1KHz	6.37	0.73	5.64 7.10

Tabela (3-1) - Resultados de média, desvio padrão e limite superior e inferior para dispersão de ± 1 Sigma em torno da média, para os parâmetros de interesse, para as 200 peças da amostra

Após análise qualitativa e quantitativa da correlação das várias leituras de HFE em décadas de $I_{\rm C}$ com o ruído, verificou-se que a leitura melhor correlacionada foi a de HFE @ 100 μ A, o que é justificável, tendo em vista que as leituras de ruído são feitas a $I_{\rm C}=200\mu$ A.

Foram estudadas as correlações para ruído a 1KHz (freqüência da especificação) e a 10Hz (menor freqüência disponível no equipamento de medição) com a intenção de se analisar a influência do ruído 1/f.

Além disso, para as leituras de ruído, foram feitas conversões de N_{eq} (ruído equivalente, em nV/\sqrt{Hz}) para F (fator de ruído, adimensional) e NF (figura de ruído = 10 log F, em dB), conversões estas que implicam em um espalhamento maior ou menor de uma determinada parte da faixa de valores, inicial, intermediária ou final.

Foram tentadas regressões simples com "fitamento" a quatro modelos básicos, quais sejam:

regressão	modelo
linear	y = ax + b
multiplicativa	$y = ax^b$
exponencial	$y = e^{ax + b}$
recíproca	$y = \frac{1}{ax + b}$

As Figuras (3-1) a (3-7) e a Tabela (3-2) mostram os resultados destas regressões.

	Coeficientes de Correlação					
	$N_{eq} (nV/\sqrt{Hz})$	F	NF (dB)			
	10Hz 1KHz	10Hz 1KHz	10Hz 1KHz			
Linear Multiplicativa Exponencial Recíproca	-0,19 -0,15 -0,29 -0,15 -0,30 -0,15 +0,37 +0,16	-0,11 -0,14 -0,29 -0,14 -0,30 -0,15 +0,40 +0,16	-0,30 -0,15 -0,36 -0,18 -0,37 -0,18 +0,37 +0,19			

Tabela (3-2) - Coeficientes de Correlação das regressões entre HFE @ $100\mu A$ e ruído a 10Hz e 1KHz, expresso como ruído equivalente $N_{\mbox{eq}}$ [nV/ \sqrt{Hz}], fator de ruído F e figura de ruído NF [dB], para quatro modelos básicos

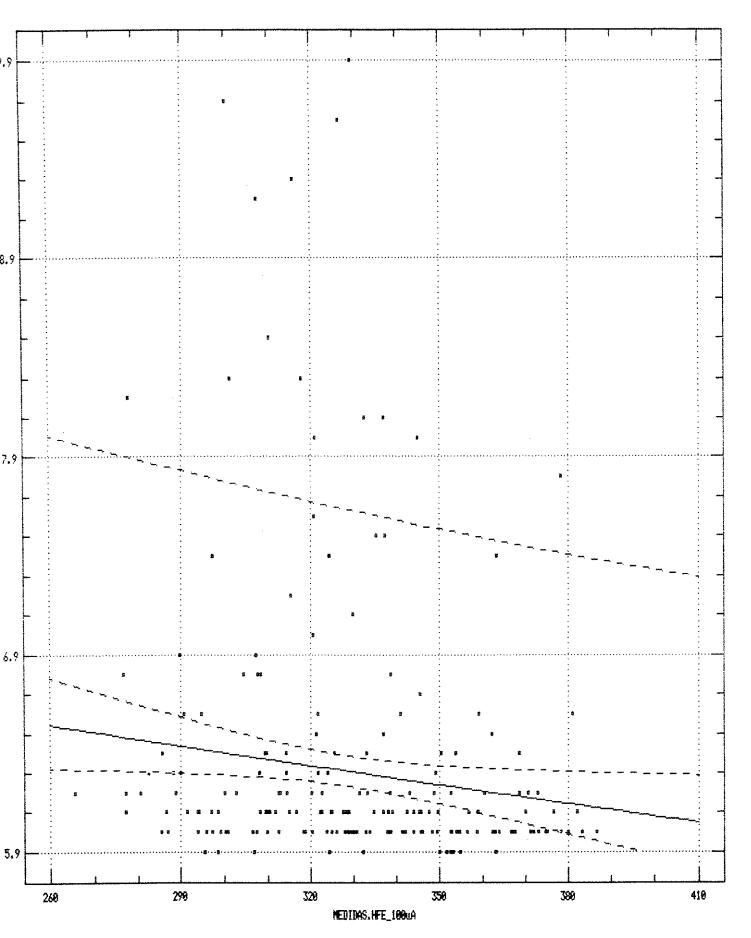


Figura (3-1): Regressão de Neq@1KHz sobre HFE@100 μ A, modelo reciproco. CR = 0,16.

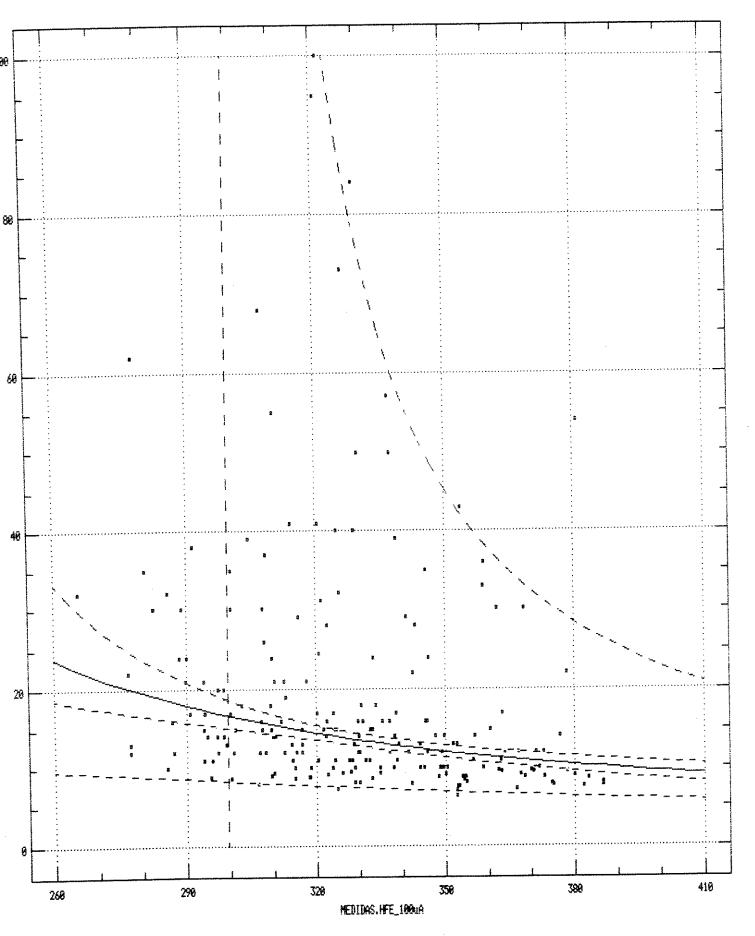


Figura (3-2): Regressão de N_{eq} @10Hz sobre HFE@100 μ A, modelo recíproco. CR = 0,37.

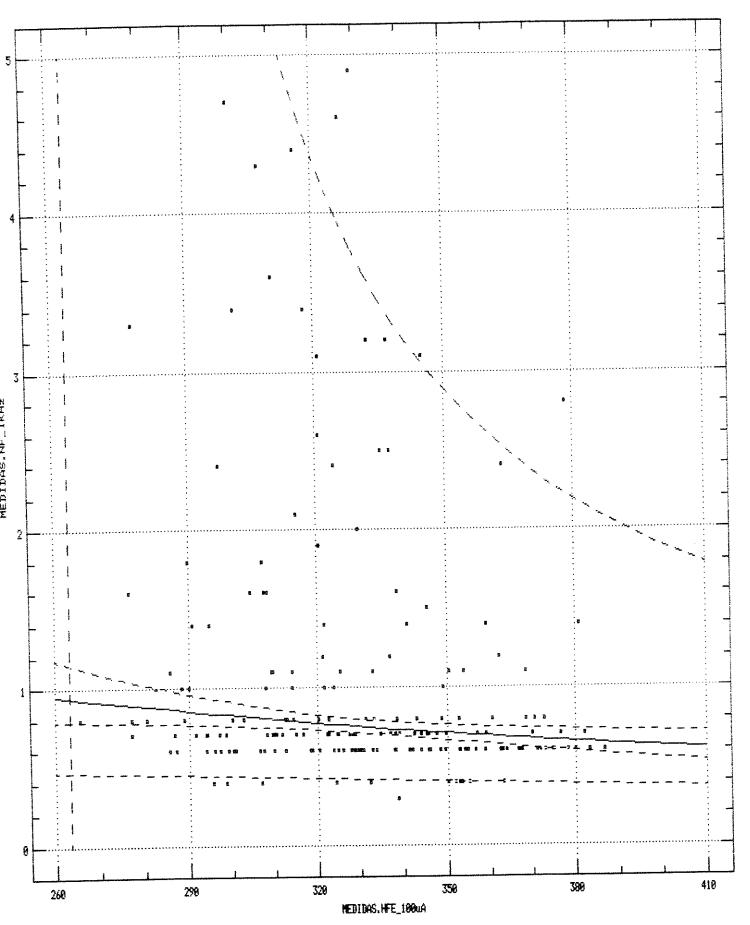


Figura (3-3): Regressão de NF@1KHz sobre HFE@ 100μ A, modelo recíproco. CR = 0,19. A escala da figura de ruído NF acentua as leituras mais baixas de ruído, o que melhora a correlação devido à maior concentração de peças com leitura de ruído a 1KHz nesta faixa.

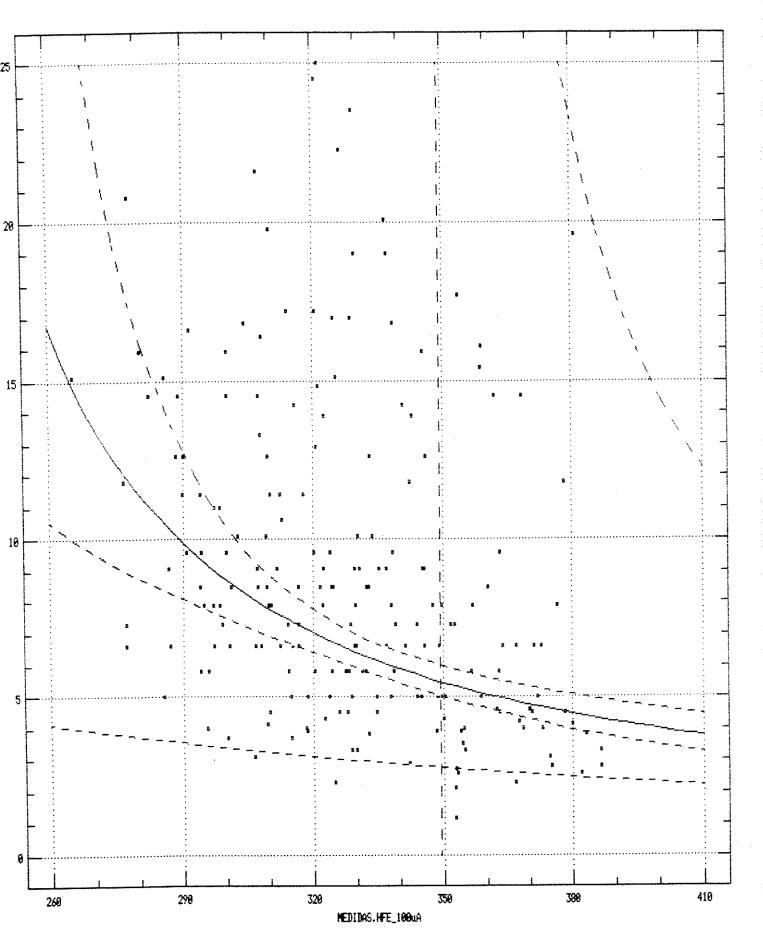


Figura (3-4): Regressão de NF@10Hz sobre HFE@100 μ A, modelo recíproco. CR = 0,37.

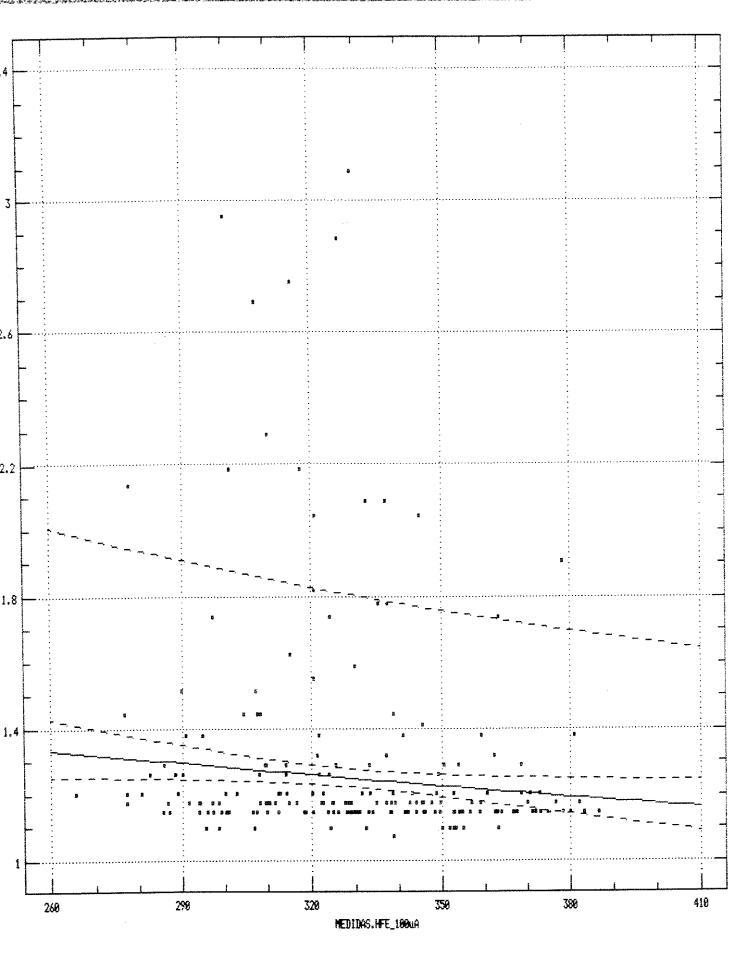


Figura (3-5): Regressão de F@1KHz sobre HFE@100 μ A, modelo recíproco. CR = 0,16.

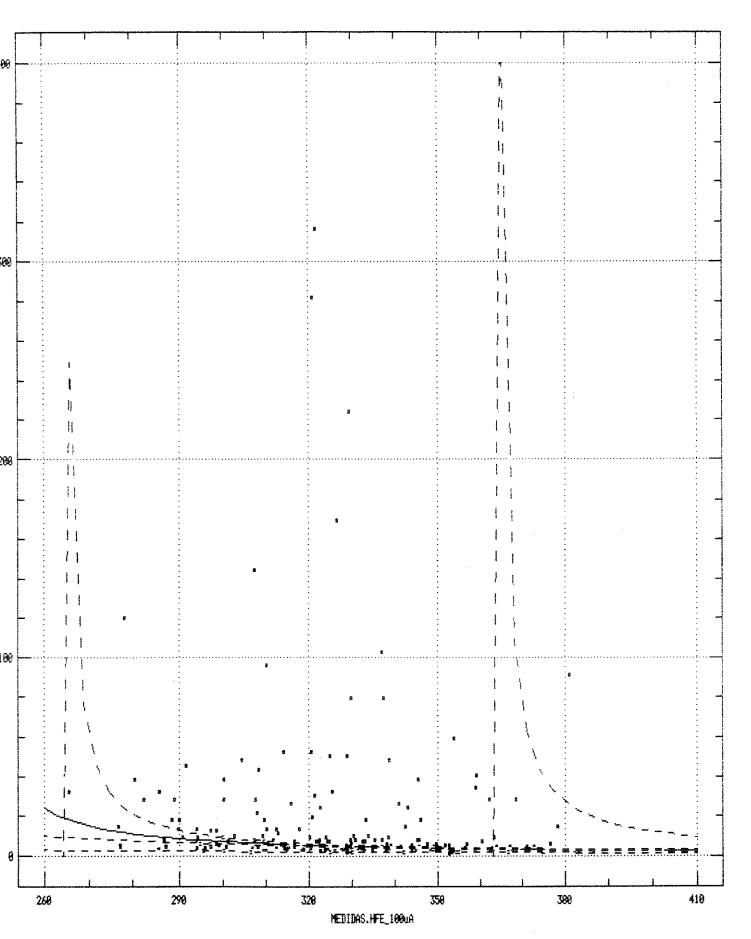


Figura (3-6): Regressão de F@10Hz sobre HFE@100 μ A, modelo recíproco. CR = 0,40. A escala do fator de ruído F acentua as leituras mais altas de ruído, o que melhora a correlação devido à maior dispersão do ruído a 10Hz.

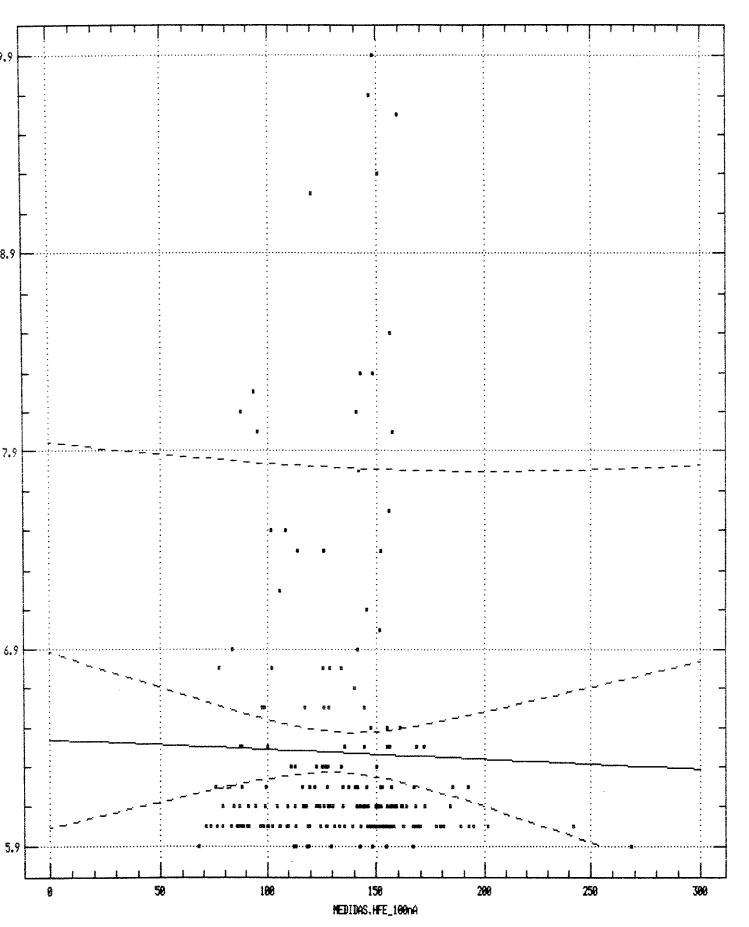


Figura (3-7): Regressão de N_{eq} @1KHz sobre HFE@100nA, modelo linear. Apesar do ruído estar relacionado com a queda de HFE a baixas correntes, o gráfico demonstra não haver nenhuma correlação significativa neste caso.

Como mostram as Figuras e a Tabela, as correlações são fracas. No entanto, algumas conclusões podem ser tiradas.

Em primeiro lugar, verifica-se que a regressão com modelo recíproco é a que apresenta melhores resultados entre as quatro realizadas. Isto decorre do fato de que a dispersão das leituras decresce à medida em que aumenta o HFE, resultando numa distribuição espacial de pontos no gráfico que se assemelha à forma $y = \frac{1}{X}$. Também, no que se refere à parcela de ruído devido aos ruídos térmico e "shot", deve-se lembrar que a Eq. (2-73) é da forma

$$y = b + \frac{a}{x} \tag{3-1}$$

onde:
$$b = 1 + \frac{r_{b'b}}{R_s} + \frac{r_e}{2R_s}$$

$$a = \frac{\left(r_e + r_{b'b} + R_s\right)^2}{2r_e R_s \beta_0}, \text{para baixas freqüências}$$

sendo portanto similar ao modelo recíproco.

Além disso, verifica-se que a melhor correlação se dá com o ruído a 1KHz expresso como figura de ruído NF e o ruído a 10Hz expresso como fator de ruído F. Isto se deve ao fato de que, para peças com ruído baixo (caso da maioria das peças a 1KHz), as medidas expressas como NF apresentam maior sensibilidade de leitura (maior variação na leitura para uma dada variação no parâmetro). De modo inverso, para peças com ruído alto (caso de grande parte das peças a 10Hz), as medidas expressas como F apresentam maior sensibilidade de leitura. Esta característica se deve portanto apenas a conversões entre unidades não lineares entre si, não sendo relevante para esta investigação.

Por último, observou-se que a correlação era melhor à

medida que se reduzia a freqüência de leitura do ruído. Isto pode tanto refletir o maior espalhamento das leituras a fregüências menores quanto ser um indício de que o ruído a 1KHz é em grande parte devido a ruído 1/f que se estende em 1KHz ou mais. significativos até Por interessante discutir a razão pela qual as correlações com o ruído a 10Hz são significativamente maiores do que frequências mais altas. Caso o ruído 1/f seja o responsável pela maioria das ocorrências de ruído alto a 1KHz, a melhor correlação com o ruído a 10Hz se justificaria pelas peças que apresentam ruído 1/f que não se estende em níveis significativos até 1KHz. Quando se realiza uma correlação das leituras de ruído a 10Hz nas de ruído a 1KHz, obtem-se um coeficiente de correlação de cerca de 0,6. A Figura (3mostra o resultado desta regressão, onde se observa claramente que as peças com maior ruído a 1KHz seguem (com considerável dispersão) uma reta com inclinação positiva, com exceção de duas peças com alto ruído a 10Hz com leituras baixa e intermediária de ruído a 1KHz, possivelmente devido ruído 1/f que não se estende até níveis 1KHz emsignificativos.

Nishida[1], Stojadinovic[2] e Mihaila & Amberiadis[3] demonstraram que o ruído 1/f excedente nos transistores sua origem em defeitos bipolares planares tem borda do emissor provocados deslocamento na por concentração superficial de dopante. As Figuras (3-9) para transistores NPN, com dopagem de (3-10)mostram, fósforo no emissor, como se comportam a densidade deslocamentos e a figura de ruído a baixa fregüência (10Hz) diferentes concentrações médias para cinco lotes com superficiais de dopante. Mihaila & Amberiadis encontraram uma concentração de 4,3 x 10²⁰ cm⁻³ como limite acima do qual o ruído 1/f aumenta abruptamente.

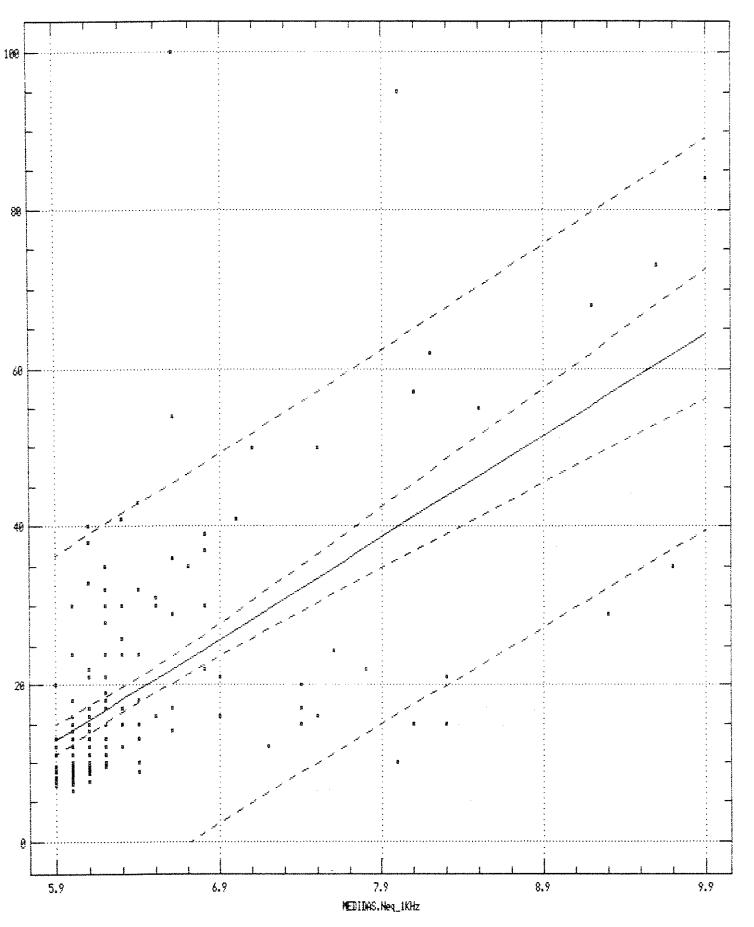


Figura (3-8): Regressão de N_{eq} @10Hz sobre N_{eq} @1KHz, modelo linear. CR = 0,62. É identificável o comportamento das peças com leituras mais altas de ruído a 1KHz, melhor correlacionadas com o ruído a 10Hz que as com leitura menor.

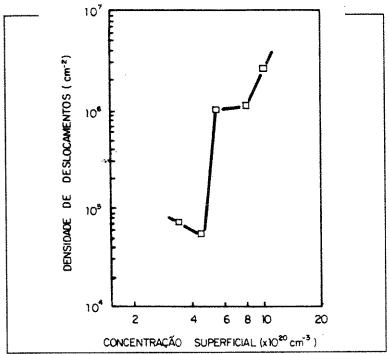


Figura (3-9) - Comportamento da densidade (por cm⁻²) de deslocamentos em função da concentração superficial de fósforo [Extraído de: Mihaila, M. & K. Amberiadis, "Noise phenomena associated with dislocations in bipolar transistors", Solid-State Electronics, 36, p. 109-113, 1983]

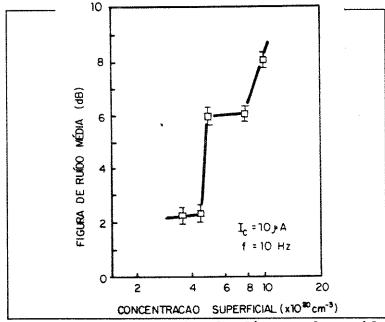


Figura (3-10) - Comportamento da figura de ruído média em função da concentração superficial de fósforo [Extraído de: Mihaila, M. & K. Amberiadis, "Noise phenomena associated with dislocations in bipolar transistors", Solid-State Electronics, 36, p. 109-113, 1983]

A Figura (3-11) mostra um gráfico típico da figura de ruído versus freqüência para três lotes, um dos quais livre de defeitos de deslocamento na borda do emissor devido à baixa concentração superficial de dopante, e os outros dois com concentrações que provocam o surgimento destes defeitos. Pode-se observar que os lotes com maior concentração apresentam maior ruído e que este se estende até freqüências mais altas ainda como principal contribuição para o ruído total do dispositivo.

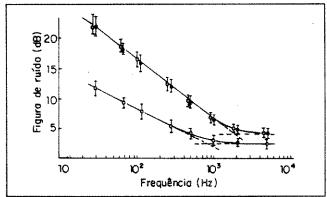


Figura (3-11) - Figura de ruído típica de transistores de três lotes, um dos quais livre de deslocamentos na borda do emissor (o) e os outros dois com estes deslocamentos (Δ e Δ) [Extraído de: Stojadinovic, N. D., "Effects of emitter edge dislocations on the low-frequency noise of silicon planar n-p-n transistors", Electronics Letters, 15, p. 340-342, 1979]

Estes defeitos de deslocamento na borda do emissor induzem estados de superfície e centros de geração-recombinação, dando origem ainda a um aumento da corrente reversa da junção base-emissor e uma redução do ganho direto (β_F) na configuração emissor-comum, podendo também provocar a falha futura do dispositivo.

O aumento da corrente reversa da junção, ainda segundo Mihaila & Amberiadis, é de cerca de duas décadas [ver Figura (3-12)], com seu valor absoluto para dispositivos livres de fuga não ultrapassando 300pA mesmo para a maior

concentração usada no trabalho, motivo pelo qual este aumento não foi detectado nesta caracterização.

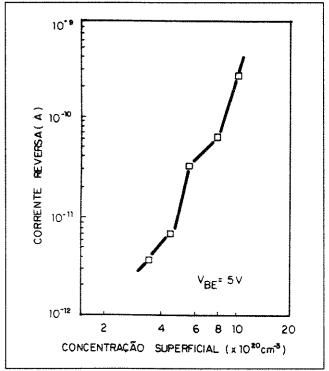


Figura (3-12) - Comportamento da corrente reversa média da junção base-emissor, I_R, em função da concentração superficial de fósforo [Extraído de: Mihaila, M. & K. Amberiadis, "Noise phenomena associated with dislocations in bipolar transistors", Solid-State Electronics, 36, p. 109-113, 1983]

No que se refere à redução em β_F , isto poderia explicar a melhor correlação obtida entre o ganho e o ruído a 10Hz. Além disso, para as peças que apresentam alto ruído a 10Hz e baixo ruído a 1KHz, verifica-se que existe uma queda mais acentuada no ganho à medida em que se reduz a corrente, resultado coerente com a existência de centros g-r nas proximidades da junção base-emissor. Sendo assim, estas peças podem apresentar ruído 1/f que não se estende até 1KHz, possivelmente devido à menor concentração de defeitos.

A existência de peças com problemas de ruído em meio a

peças tipicamente normais parece indicar a presença de nãohomogeneidades no processo de fabricação.

Além disso, a incidência de defeitos de ruído várias vezes maior neste lote pode significar que houve algum problema em seu processamento que não se manifestou na forma de falha nos testes dos parâmetros elétricos, mas que pode acarretar uma menor confiabilidade destas peças, indicando que o teste de ruído ou a eliminação dos defeitos pode ser um importante elemento de aumento da qualidade.

Um outro fenômeno interessante apareceu quando de analisou a curva $\beta_{\rm F} \times I_{\rm C}$ de algumas individualmente. Tentando identificar alguma característica comum às peças com ruído alto, verifica-se um comportamento estranho da curva para $I_C = 10\mu A$. Este ponto apresentou leitura consistentemente deslocada para cima em relação à variação normal de β_F . A Figura (3-13) mostra a curva da peça 78, que apresenta alto ruído. Foi calculado um Delta em função da leitura da peça em relação à dispersão ± 1 Sigma, subtraindo-se a posição a 10μA da posição a 100μA Ic. Procurando verificar se este fenômeno estaria associado ao ruído, analisou-se a amostra quanto a este Delta, observando-se dos quinze que defeitos $(N_{eq} \ge$ 7.5 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$), treze apresentam Delta menor que + 10 %, sugerindo a possibilidade do uso deste parâmetro em uma regra de descarte aproximada, sujeita ainda a verificação da validade para outros lotes. É importante notar ainda que para algumas peças o fenômeno ocorre também com valores absolutos, isto é, HFE @ 10μA maior que HFE @ 100μA. estratificar-se a amostra de acordo com Delta, foram obtidos índices de defeitos de ruído a 1KHz consideravelmente maiores entre as peças com Delta < +10% (especialmente entre -10% e +10%) do que entre as peças com Delta inferior a este valor, como mostra a Tabela (3-3). Já no que se refere ao ruído a 10Hz, este é mais acentuado entre as peças com Delta

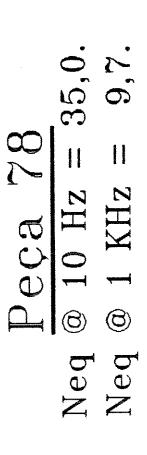
fortemente negativo (menor que -10%). Este fenômeno parece portanto estar relacionado ao ruído, sendo este último parâmetro o único a apresentar degradação detectável pelo equipamento de teste disponível, já que todas as peças na amostra possuiam resultados normais caracterização. Constatou-se, no entanto, a existência de com Delta fortemente negativo mas baixo [Figura (3-14)] e outras com Delta positivo e alto ruído [Figura (3-15)]. Além disso, as Figuras (3-16) e (3-17) mostram a ausência de correlação. Assim, a relação deste fenômeno com o ruído necessitaria ser ainda comprovada. É que este se deva a problemas associados concentração superficial de dopante de emissor.

Porcentagem de						
	_	N _{eq} @1KHz		N _{eq} @10Hz		
Estratos	>	7,0	<pre>≤ 7,0</pre>	≥ 30	entre 12 e 30	≤12
Amostra (100%) 	11	89	18	39	44
Delta > +10% (32% -10% ≤ Delta ≤ +10% (26% Delta < -10% (42% -10%))	8 17 10	92 83 90	17 17 18	38 31 44	45 52 38

Tabela (3-3) - Porcentagem de peças com e sem defeito de ruído para a amostra estratificada de acordo com o parâmetro Delta

Sendo assim, uma boa estratégia para o teste de ruído em linha de produção poderia consistir da caracterização do lote para identificação ou não do problema. Caso ele exista, pode-se optar entre o descarte de todo o lote para fabricação de transistores de baixo ruído, direcionando-o para tipos comerciais que não contenham esta especificação, ou ainda o teste de 100% das peças, devido à imprevisibilidade do fenômeno.

Uma outra estratégia possível para a separação de peças com ruído alto em escala de produção poderia ser o uso uma regra de descarte baseada em β_{F} medido próximo a ou com a mesma polarização exigida pela especificação de ruído. Devem ser feitas leituras do ganho em uma amostra das peças para o cálculo da faixa variação e posterior de estabelecimento do limite. Isto porque sucesso 0



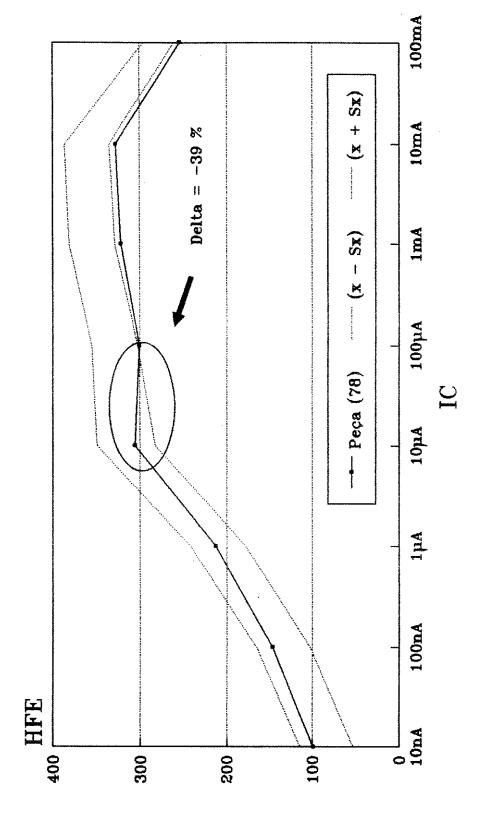
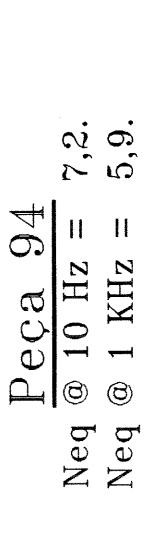


Figura (3-13): Curva de HFE x I_C para a peça nº 78 da amostra, que apresenta Delta fortemente negativo e ruido alto.



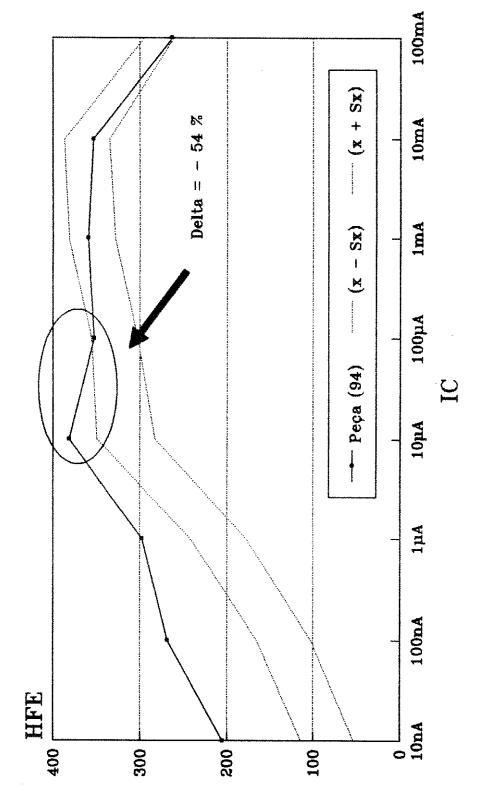
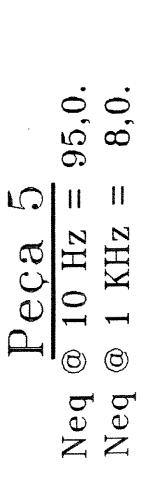


Figura (3-14): Curva de HFE x I_C para a peça nº 94 da amostra, que apresenta Delta fortemente negativo, porém ruído baixo.



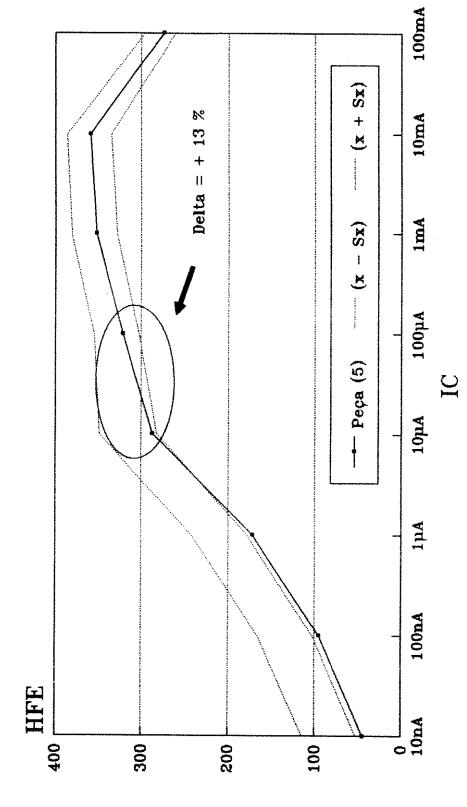


Figura (3-15): Curva de HFE x l_C para a peça nº 5 da amostra, que apresenta Delta positivo, porém ruído alto.

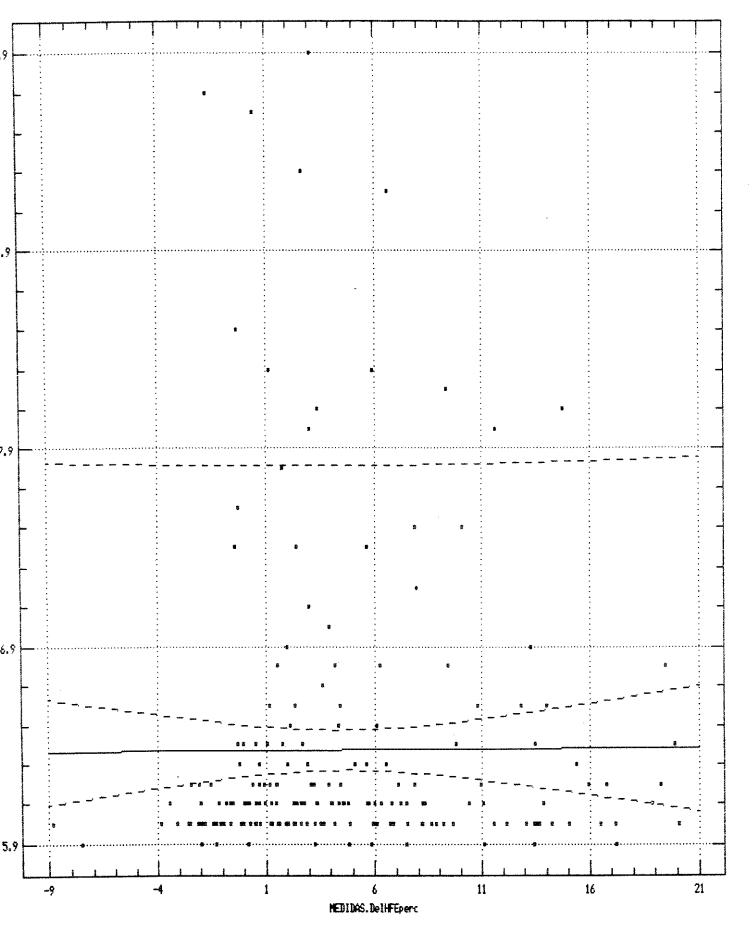


Figura (3-16): Regressão de N $_{\rm eq}$ @1KHz sobre Δ HFE% entre HFE@10 μ A e HFE@100 μ A.

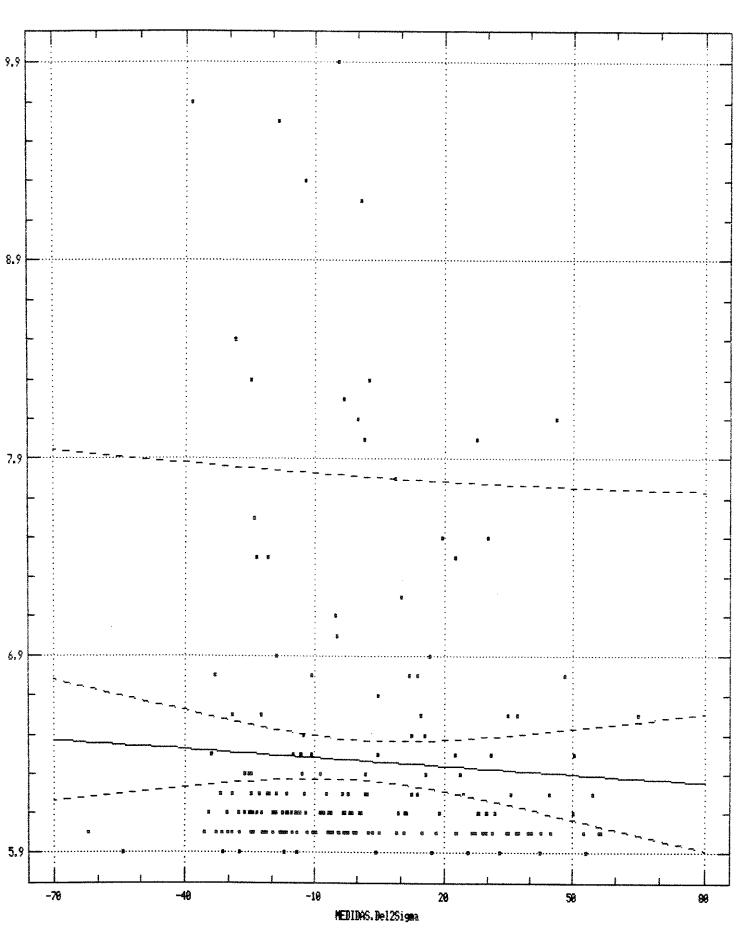


Figura (3-17): Regressão de $N_{eq}@1KHz$ sobre Delta entre a posição dentro da dispersão de $\pm 1\sigma$ para HFE@ $10\mu A$ e HFE@ $100\mu A$.

desta estratégia está vinculado a uma análise intra-"wafer". Uma investigação poderia ser feita para determinar a possibilidade de generalização para todas as "wafers" de um lote de difusão.

Se se observa a Figura (3-1) vê-se que a ocorrência de com ruído fora da especificação $(N_{eq}@1KHz > 8,9 \text{ nV}/\sqrt{Hz})$ - e mesmo várias daquelas com ruído $(8.0 < N_{eq} < 8.9 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}})$ _ se đá numa intermediária inferior da variação de β_F @ 100 μ A. possível estabelecer como limite o valor da mediana de β_F , permitindo assim o aproveitamento de 50% das peças. É claro que esta não é uma boa estratégia, uma vez que provoca o descarte de grande parte das peças. No entanto, pode-se usála em conjunto com a sugerida anteriormente, isto é, quando após a caracterização do lote for detectado o fenômeno descartaria-se 50% de as peças HFE @ Ic(espec.) menores, e submeteria-se as 50% com HFE maiores ao teste de ruído.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Nishida, M., "Effects of diffusion-induced dislocations on the excess low-frequency noise", *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. ED-20, p. 221-226 (1973).
- [2] Stojadinovic, N. D., "Effects of emitter edge dislocations on the low-frequency noise of silicon planar n-p-n transistors", *Electronics Letters*, vol. 15, p. 340-342 (1979).
- [3] Mihaila, M. & K. Amberiadis, "Noise phenomena associated with dislocations in bipolar transistors", Solid-State Electronics, vol. 26, p. 109-113 (1983).

CONCLUSÃO

Este trabalho consistiu na tentativa de identificar um ou mais parâmetros elétricos do transistor bipolar que pudessem estar correlacionados em nível significativo com o ruído, permitindo assim a eliminação destas peças em um processo industrial de fabricação sem a necessidade do teste direto do ruído, que é inviável.

Iniciou-se com uma apresentação da teoria sobre o assunto, para que os resultados experimentais pudessem ser analisados com base nos conhecimentos existentes.

Em seguida, foram tentadas correlações com diversos parâmetros e combinações de parâmetros, mas nenhuma se mostrou útil, com exceção do ganho direto estático, β_F . Mesmo este parâmetro, por não ser a única variável envolvida, como demonstrado no capítulo 2, não permite um grau de certeza satisfatório. No entanto, usado como base para uma regra de descarte, permite eliminar parte considerável dos defeitos de acordo com o estabelecimento de um valor maior ou menor para o limite acima do qual as peças tem uma maior probabilidade de não terem alto ruído.

A eficácia desta estratégia depende da leitura de β_F sob polarização igual ou próxima à determinada pela especificação, em uma amostra de tamanho adequado para estabelecimento da faixa de variação do parâmetro e do limite, uma vez que parece estar ligada ao valor de β_F em relação às outras peças da "wafer" e não a seu valor absoluto.

Foi ainda detectado um fenômeno de aumento de HFE @ 10μ A em relação à elevação normal da curva de HFE para I_C

crescente. Esta característica foi analisada e parece estar relacionada com o ruído, o que levou à sugestão de uma estratégia de teste do parâmetro: após caracterização, caso o lote apresente o problema, seriam descartadas as peças com valor de β_F abaixo da mediana do lote, e as peças com β_F acima da mediana seriam submetidas ao teste de ruído.