

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA

FLUXO DE CARGA TRIFÁSICO

Maria Goretti Zago

Orientador: Ariovaldo Verandio Garcia†

Tese apresentada à Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Campinas, 04 de dezembro de 1992

Este exemplar corresponde à relação final da tese
defendida por Maria Goretti Zago
Julgadora em 04 / 12 / 92 pela Comissão

Orientador 

A Deus,

que é Pai e Amor...

Agradecimentos

Ao professor Ariovaldo V. Garcia pelo excelente trabalho de orientação e pela amizade;

Aos diretores da Incotraza - Indústria e Comércio de Transformadores Zago Ltda. por terem possibilitado meus estudos na UNICAMP;

Aos professores do DSEE pela colaboração e sugestões;

Aos amigos do DSEE pelo incentivo, ajuda e amizade sempre presentes;

Aos professores Orlando e Vera Lopes do IMECC pela cooperação dispensada;

A Sra. Cibeli Martins Domingues, funcionária da Biblioteca da Faculdade de Engenharia Elétrica, pelos conselhos na fase de estruturação deste trabalho;

A minha família pelo incentivo e

A André Nunes de Souza pelo apoio e carinho em todos os momentos.

Sumário

1	Introdução	1
2	Modelagem Trifásica de Sistemas	3
2.1	Análise	3
2.1.1	Método das Componentes Simétricas	3
2.1.2	Método das Admitâncias Compostas	5
2.2	Modelo Trifásico de Máquinas Síncronas	7
2.3	Modelo Trifásico de Linhas de Transmissão	9
2.3.1	Parâmetros das Linhas de Transmissão	9
2.3.2	Impedância Série	10
2.3.3	Admitância “Shunt”	11
2.3.4	Representação: Modelo II	12
2.3.5	Linhas Trifásicas Mutuamente Acopladas	13
2.3.6	Linhas Acopladas com Terminais Conectados	14
2.3.7	Elementos “Shunt”	14
2.4	Modelo Trifásico de Transformadores	15
2.4.1	Parâmetros de Transformadores Trifásicos	15
2.4.2	Modelos para Conexões Comuns de Transformadores	17
3	Métodos de Resolução para o Fluxo de Carga Trifásico - Revisão Bibliográfica	21
3.1	Método de Gauss	21
3.2	Método de Newton-Raphson	22
4	Fluxo de Carga Trifásico - Método Desacoplado Rápido	24
4.1	Notação	24
4.2	Valores Especificados	24
4.3	Versão Completa - Equacionamento Básico	25
4.4	Versão Desacoplada	27
5	Fluxo de Carga Trifásico: Método Desacoplado Proposto	31
5.1	Sistemas Monofásicos	31
5.1.1	Propriedades Básicas	32
5.2	Sistemas Trifásicos	35

5.2.1	Método Desacoplado Novo	38
5.2.2	Considerações Complementares	39
6	Testes e Resultados	44
6.1	Sistema 1	44
6.1.1	Dados das Barras	45
6.1.2	Dados das Linhas	45
6.1.3	Resultados	45
6.2	Sistema 2	47
6.2.1	Dados das Barras	47
6.2.2	Dados das Linhas	47
6.2.3	Testes	49
6.2.4	Resultados	51
6.3	Sistema 3	51
6.3.1	Dados das Barras	51
6.3.2	Dados das Linhas	53
6.3.3	Resultados	54
6.4	Sistema 4	54
6.4.1	Dados das Barras	56
6.4.2	Dados das Linhas	59
6.4.3	Resultados	59
6.5	Sistema 5	59
6.5.1	Resultados	59
7	Conclusões	61
A	Cálculo dos Parâmetros de Linhas de Transmissão - Sistemas de Distribuição	65
A.1	Formulação Básica	65
A.1.1	Impedância	65
A.1.2	Reatância Capacitiva	67
A.2	Sistemas de Distribuição	67
A.2.1	Dados Básicos	67
A.2.2	Características Construtivas das Linhas	67
B	Demonstração	76

Lista de Figuras

2.1	Admitâncias de um Elemento Trifásico	4
2.2	Circuito Primitivo de Seis Admitâncias Acopladas	6
2.3	Admitâncias Compostas Acopladas	7
2.4	Modelo Trifásico do Gerador	8
2.5	Modelo II de uma Linha de Transmissão	9
2.6	Linha de Transmissão Trifásica: Impedância Série Equivalente	10
2.7	Linha de Transmissão Trifásica: Admitância “Shunt” Equivalente	11
2.8	Circuito de Duas Linhas Trifásicas Mutuamente Acopladas	13
2.9	Circuito de Duas Linhas Paralelas Acopladas com Terminais Conectados	14
2.10	Modelo II Equivalente para Transformador Monofásico	15
2.11	Circuito Primitivo para Transformador Trifásico	16
2.12	Transformador Trifásico: Conexão Estrela Aterrado - Delta	17
2.13	Transformador Trifásico com Duas Bobinas	18
2.14	Circuito Equivalente de um Transformador Trifásico	19
4.1	Esquema de Iterações para o Método Desacoplado Rápido	30
5.1	Sistema Trifásico de Duas Barras	36
5.2	Esquema de Iterações para o Método Desacoplado Novo	40
5.3	Modelo: Gerador / Regulador de Tensão	42
6.1	Sistema 1	45
6.2	Sistema 2	48
6.3	Sistema 2 - Acoplamento Mútuo	50
6.4	Sistema 3	52
6.5	Sistema 4	55
A.1	Distâncias entre Condutores das Linhas Aéreas	66
A.2	Tipos de Estruturas para Linhas Aéreas	69

Lista de Tabelas

2.1	Submatrizes Características usadas na Formação das Matrizes Admitâncias de Transformadores	20
6.1	Sistema 1: Número de Iterações	46
6.2	Sistema 2: Dados das Barras	47
6.3	Sistema 2: Dados dos Transformadores	47
6.4	Sistema 2: Dados dos Geradores	47
6.5	Sistema 2: Número de Iterações	51
6.6	Sistema 3: Dados das Barras	53
6.7	Sistema 3: Dados dos Bancos de Capacitores	54
6.8	Sistema 3: Dados do Transformador	54
6.9	Sistema 3: Número de Iterações	54
6.10	Sistema 4: Dados dos Bancos de Capacitores	56
6.11	Sistema 4: Dados do Transformador	56
6.12	Sistema 4: Dados das Barras	57
6.13	Sistema 4: Dados das Barras - Continuação	58
6.14	Sistema 4: Número de Iterações	59
6.15	Sistema 5: Número de Iterações	60
A.1	Tipos de Estruturas para Linhas Aéreas	67
A.2	Características dos Condutores das Linhas Aéreas	68
A.3	Descrição dos Códigos de Configuração – Sistema 34 Barras	68
A.4	Dados das Linhas – Sistema 34 Barras	71
A.5	Descrição dos Códigos de Configuração – Sistema 123 Barras	72
A.6	Dados das Linhas – Sistema 123 Barras	73
A.7	Dados das Linhas – Sistema 123 Barras (Continuação)	74
A.8	Dados das Linhas – Sistema 123 Barras (Continuação)	75

Resumo

O modelo por fase que é empregado na análise e planejamento de sistemas de energia elétrica tem por hipótese básica que tanto o sistema de transmissão quanto as cargas são equilibrados. Esse modelo, que tem como principal vantagem a simplicidade dos cálculos envolvidos, fornece resultados satisfatórios em muitos casos e tem sido utilizado em larga escala. Em algumas aplicações, entretanto, esse modelo não se mostra adequado, como é o caso de análise de sistemas de distribuição com cargas desequilibradas, sistemas com linhas de transmissão com impedâncias mútuas elevadas, linhas de transmissão sem transposição, etc. Esses problemas requerem um modelo trifásico para as suas análises e neste trabalho é apresentada uma extensão de teoria recentemente proposta visando a obtenção de um fluxo de carga desacoplado rápido trifásico, para a aplicação em redes de distribuição.

1

Introdução

O modelo de fluxo de carga convencional que é empregado na análise e planejamento de sistemas de energia elétrica tem por hipótese básica que tanto o sistema de transmissão quanto as cargas são equilibrados. Esse modelo constitui uma ferramenta exaustivamente utilizada na análise e planejamento dos sistemas elétricos, e dependendo da aplicação, o mesmo pode incorporar um alto grau de sofisticação na modelagem de controles e limites dos componentes do sistema ou utilizar de técnicas de esparsidade e fatoração triangular¹ das matrizes da rede, o que permite obter soluções rápidas e seguras para sistemas de grandes dimensões. Em algumas aplicações, entretanto, este método não se mostra adequado, como é o caso de sistemas de distribuição com cargas desequilibradas, sistemas com linhas de transmissão com impedâncias mútuas elevadas, linhas de transmissão sem transposição, etc. Esses problemas requerem um modelo trifásico dos componentes do sistema, onde estejam representadas as condições em que opera cada uma de suas fases. Os métodos propostos para a solução do problema do fluxo de carga trifásico podem ser divididos em dois grupos:

- Algoritmos tipo Gauss ou Gauss-Seidel que utilizam as matrizes impedância ou admitância nodal ([CHEN et alii, 1990], [CHEN et alii, 1991], [RUDNICK, 1990]);
- Algoritmos derivados do método de Newton utilizando a versão desacoplada [ARRILLAGA et alii, 1983] ou tradicional ([BIRT et alii, 1976], [WASLEY et alii, 1974]).

Neste trabalho é feita uma análise do método de Newton dando-se ênfase à sua versão desacoplada, visando melhoria no aspecto computacional principalmente no que diz respeito à memória necessária. A partir dessa análise é apresentado um novo método para a resolução do problema de fluxo de carga trifásico, de forma desacoplada, o qual se baseia na análise das equações para o método de Newton segundo teoria publicada recentemente [MONTICELLI et alii, 1990].

O novo método difere de outros publicados [ARRILLAGA et alii, 1983] no que se refere à obtenção das matrizes \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' envolvidas no cálculo das correções dos ângulos

¹Decomposição LDU para matrizes esparsas

e magnitudes das tensões, apresentando um desempenho superior, quando comparado a outros métodos, para os casos testados. O método proposto aplica-se principalmente à análise de sistemas de distribuição de energia elétrica para os quais a hipótese de cargas equilibradas não pode ser adotada. A linguagem de programação utilizada foi FORTRAN e o computador uma estação de trabalho SUN SPARC-station 2.

Este trabalho está estruturado da seguinte forma:

- Capítulo 2: Análise do modelo trifásico dos componentes dos sistemas de energia elétrica;
- Capítulo 3: Revisão bibliográfica relativa aos métodos para a resolução de um fluxo de carga trifásico;
- Capítulo 4: Apresentação de um modelo baseado no Método de Newton, em uma versão desacoplada [ARRILLAGA et alii, 1983];
- Capítulo 5: Análise das equações referentes à aplicação do Método de Newton para sistemas trifásicos e apresentação de um novo método desacoplado baseado em [MONTICELLI et alii, 1990];
- Capítulo 6: Testes e resultados comparativos;
- Capítulo 7: Conclusões.

Observação:

No decorrer de todo o texto o termo “monofásico” é utilizado para identificar o modelo por fase, além disso, é utilizada a seguinte notação para diferenciar as equações do fluxo de carga relativas aos casos monofásico (por fase) e trifásico:

Monofásico- caracteres simples (ex. L)

Trifásico- caracteres em negrito (ex. \mathbf{L})

2

Modelagem Trifásica de Sistemas

Os modelos trifásicos dos componentes dos sistemas de energia elétrica encontram-se detalhados em várias publicações. O objetivo deste capítulo é apresentar uma síntese do conteúdo destas publicações, estabelecendo as regras para a formação da matriz admitância do sistema. Esta matriz por sua vez, constitui uma base para o desenvolvimento dos algoritmos que visam a resolução de um fluxo de carga trifásico.

Observa-se que as referências básicas para este capítulo são: [ARRILLAGA et alii, 1983] e [CHEN et alii, 1974].

2.1 Análise

2.1.1 Método das Componentes Simétricas

O estudo de sistemas trifásicos, em alguns casos, é simplificado pelo uso do método das componentes simétricas. Este método consiste na decomposição das correntes e tensões de fase, assimétricas, num conjunto de componentes que possuam certa simetria [ELGERD, 1971]. Seja o exemplo da Figura 2.1, a matriz admitância, que relaciona as correntes e tensões nos nós, é dada por:

$$[I_{abc}] = [Y_{abc}] [V_{abc}]$$

onde:

$$[Y_{abc}] = \begin{bmatrix} y_{aa} & y_{ab} & y_{ac} \\ y_{ba} & y_{bb} & y_{bc} \\ y_{ca} & y_{cb} & y_{cc} \end{bmatrix}$$

Pelo uso de componentes simétricas as admitâncias das fases, no exemplo, podem ser representadas por três admitâncias desacopladas. Isto torna possível que cada uma seja tratada separadamente, com uma grande simplificação dos conceitos matemáticos envolvidos na análise.

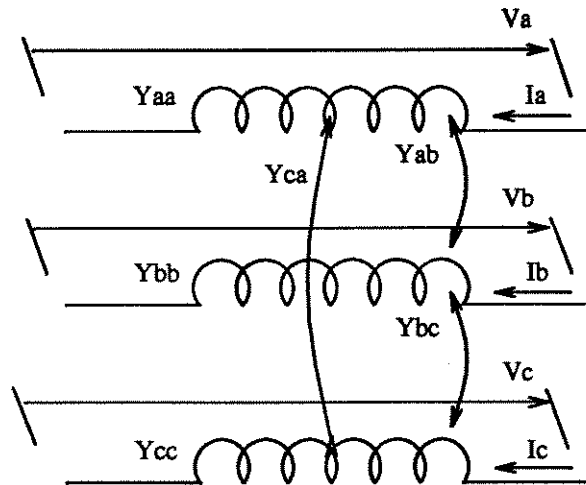


Figura 2.1: Admitâncias de um Elemento Trifásico

Como:

$$[V_{012}] = [T]^{-1} [V_{abc}]$$

$$[I_{012}] = [T]^{-1} [I_{abc}]$$

tem-se que:

$$[Y_{012}] = [T]^{-1} [Y_{abc}] [T]$$

onde

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

é a matriz de transformação de componentes simétricas e

$$a = \cos 120^\circ + j \operatorname{sen} 120^\circ$$

Assumindo que os elementos são equilibrados, isto é,

$$y_{aa} = y_{bb} = y_{cc}$$

$$y_{ab} = y_{bc} = y_{ca}$$

$$y_{ba} = y_{cb} = y_{ac}$$

a matriz $[Y_{012}]$ será diagonal. Neste caso o sistema trifásico mutuamente acoplado pode ser representado por um sistema simétrico desacoplado. Além disso, se a geração e a carga são balanceadas, ou são consideradas como tal, tem-se:

$$\begin{bmatrix} I_{a_0} \\ I_{a_1} \\ I_{a_2} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

onde

$$I_a = I \angle 0^\circ$$

$$I_b = I \angle 240^\circ$$

$$I_c = I \angle 120^\circ$$

e

$$I_{a_0} = I_a + I_b + I_c = 0$$

$$I_{a_1} = I_a + aI_b + a^2I_c = I \angle 0^\circ$$

$$I_{a_2} = I_a + a^2I_b + aI_c = 0$$

Portanto, somente o sistema de seqüência positiva tem alguma corrente fluindo e os outros dois podem ser ignorados. Esta é, essencialmente, a situação com o modelo monofásico. No entanto se a matriz admitância original, $[Y_{abc}]$, não possui seus elementos equilibrados, a matriz transformada em componentes simétricas, $[Y_{012}]$, será cheia. Logo, correntes fluindo em uma seqüência darão origem a quedas de tensões em todas as seqüências, isto é, os circuitos em componentes simétricas serão mutuamente acoplados.

Das considerações anteriores conclui-se que o método de componentes simétricas constitui uma ferramenta útil somente quando os elementos do circuito são equilibrados, como por exemplo, em geradores síncronos. No caso de linhas de transmissão e em menor extensão em transformadores ocorrem acoplamentos assimétricos entre fases, logo, o uso de componentes simétricas não simplifica o problema.

2.1.2 Método das Admitâncias Compostas

Este método, de acordo com o exposto em [ARRILLAGA et alii, 1983], baseia-se no uso de quantidades matriciais para representar as admitâncias do sistema. As leis e equações dos circuitos ordinários são todas válidas para circuitos compostos, pela simples substituição de quantidades escalares por matrizes apropriadas.

O circuito primitivo ilustrado na Figura 2.2 [ARRILLAGA et alii, 1983], com seis admitâncias mutuamente acopladas, é usado como exemplo para ilustrar este conceito. A matriz que relaciona as injeções de correntes nodais e as tensões dos ramos é dada por:

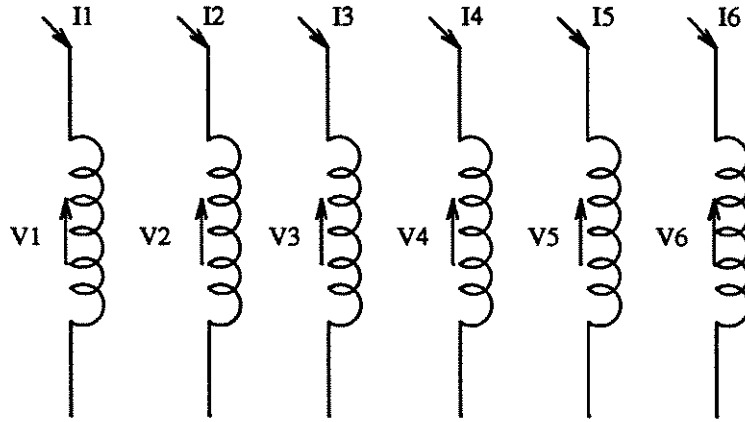


Figura 2.2: Circuito Primitivo de Seis Admitâncias Acopladas

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & y_{14} & y_{15} & y_{16} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & y_{24} & y_{25} & y_{26} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} & y_{34} & y_{35} & y_{36} \\ y_{41} & y_{42} & y_{43} & y_{44} & y_{45} & y_{46} \\ y_{51} & y_{52} & y_{53} & y_{54} & y_{55} & y_{56} \\ y_{61} & y_{62} & y_{63} & y_{64} & y_{65} & y_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Particionando a equação anterior em matrizes 3x3 e vetores 3x1, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} [I_a] \\ [I_b] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Y_{aa}] & [Y_{ab}] \\ [Y_{ba}] & [Y_{bb}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [V_a] \\ [V_b] \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

onde

$$[I_a] = [I_1 \ I_2 \ I_3]^T$$

$$[I_b] = [I_4 \ I_5 \ I_6]^T$$

$$[Y_{aa}] = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{bmatrix} \quad [Y_{bb}] = \begin{bmatrix} y_{44} & y_{45} & y_{46} \\ y_{54} & y_{55} & y_{56} \\ y_{64} & y_{65} & y_{66} \end{bmatrix}$$

$$[Y_{ab}] = \begin{bmatrix} y_{14} & y_{15} & y_{16} \\ y_{24} & y_{25} & y_{26} \\ y_{34} & y_{35} & y_{36} \end{bmatrix} \quad [Y_{ba}] = \begin{bmatrix} y_{41} & y_{42} & y_{43} \\ y_{51} & y_{52} & y_{53} \\ y_{61} & y_{62} & y_{63} \end{bmatrix}$$

Esta partição é representada por duas bobinas (a) e (b) cada qual composta por três admitâncias, segundo ilustrado na Figura 2.3.

Da análise de $[Y_{ab}]$ e $[Y_{ba}]$ observa-se que:

$$[Y_{ba}] = [Y_{ab}]^T$$

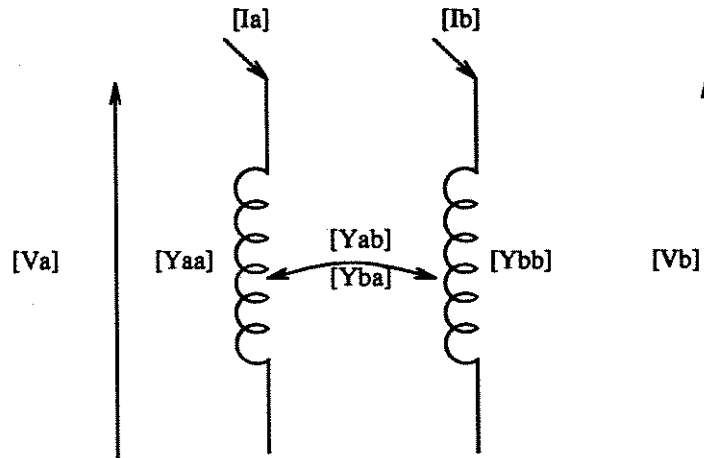


Figura 2.3: Admitâncias Compostas Acopladas

se, e somente se,

$$y_{ik} = y_{ki}$$

para $i = 1$ até 3 e $k = 4$ até 6. Isto é, se e somente se o acoplamento entre os dois grupos de admitâncias for bilateral. Neste caso a equação (2.2) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} [I_a] \\ [I_b] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Y_{aa}] & [Y_{ab}] \\ [Y_{ab}^T] & [Y_{bb}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [V_a] \\ [V_b] \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Portanto o circuito primitivo de circuitos formados por admitâncias compostas é obtido da mesma maneira que para admitâncias “simples”, com a diferença de que ao invés das quantidades serem valores escalares, são matrizes.

A matriz admitância desses circuitos é obtida pelo método de transformação linear:

$$[Y] = [C]^T [Y_{prim}] [C] \quad (2.4)$$

sendo $[C]$ a matriz de incidência, cujos elementos são matrizes identidade com dimensão, $n \times n$, igual a das matrizes compostas.

2.2 Modelo Trifásico de Máquinas Síncronas

As máquinas síncronas, por apresentarem máxima simetria entre os enrolamentos das três fases, são adequadamente modeladas por suas impedâncias de seqüência. Tais impedâncias contêm todas as informações necessárias para a análise do comportamento das máquinas síncronas em condições de regime e de não balanceamento das fases.

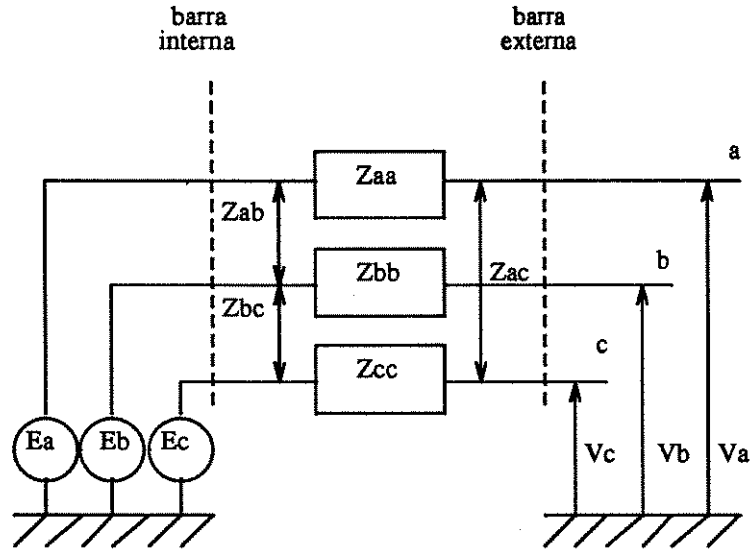


Figura 2.4: Modelo Trifásico do Gerador

A representação dos geradores em componentes de fase pode ser derivada da matriz de impedâncias de seqüência $[Zg]_{012}$ como segue:

$$[Zg]_{abc} = [T][Zg]_{012}[T]^{-1} \quad (2.5)$$

onde $[T]$ = matriz de transformação linear definida em 2.1.1

Portanto,

$$[Zg]_{abc} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_0 + Z_1 + Z_2 & Z_0 + aZ_1 + a^2Z_2 & Z_0 + a^2Z_1 + aZ_2 \\ Z_0 + a^2Z_1 + aZ_2 & Z_0 + Z_1 + Z_2 & Z_0 + aZ_1 + a^2Z_2 \\ Z_0 + aZ_1 + a^2Z_2 & Z_0 + a^2Z_1 + aZ_2 & Z_0 + Z_1 + Z_2 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

A matriz admitância nodal, relacionando as correntes injetadas nas barras do gerador com suas respectivas tensões, é obtida pela inversão da matriz $[Zg]_{abc}$. O modelo de componentes de fase do gerador é ilustrado na Figura 2.4. A excitação da máquina atua simetricamente nas três fases e as tensões nas barras internas formam um conjunto trifásico balanceado:

$$E^a = E^b = E^c \quad (2.7)$$

e

$$\theta^a = \theta^b + 2\pi/3 = \theta^c - 2\pi/3 \quad (2.8)$$

para a barra interna, considerando seqüência de fase direta.

Segundo a referência [ARRILLAGA et alii, 1983] para o fluxo de carga trifásico o regulador de tensão deve ser cuidadosamente modelado devido a sua influência na máquina sob condições não balanceadas. O regulador de tensão monitora as tensões terminais da

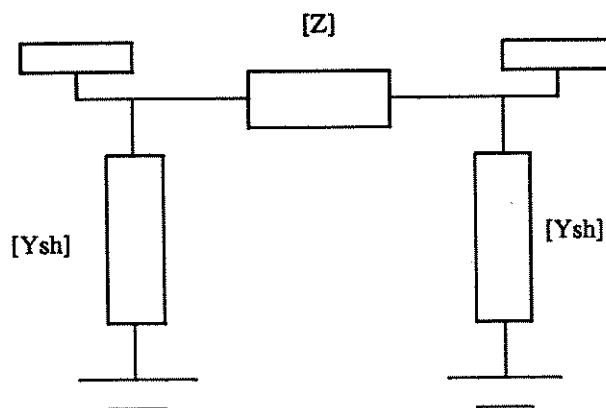


Figura 2.5: Modelo II de uma Linha de Transmissão

máquina e controla a tensão de excitação de acordo com uma função predeterminada da tensão terminal. A atuação do regulador de tensão será discutida no Capítulo 5.

2.3 Modelo Trifásico de Linhas de Transmissão

2.3.1 Parâmetros das Linhas de Transmissão

No estudo de sistemas elétricos em regime permanente, as linhas de transmissão podem ser representadas por um circuito equivalente em modelo π , Figura 2.5, sendo que no caso de uma análise trifásica as impedâncias série e admitâncias “shunt”¹ do modelo são grandezas matriciais.

O significado físico e o método de cálculo dos elementos destas matrizes são discutidos em muitas publicações e podem ser encontrados, por exemplo, em [CLARKE, 1943]. Esses elementos, que são os parâmetros da linha, dependem de características construtivas e apresentam muitas diferenças quanto ao arranjo dos condutores nas torres, número e tipo dos condutores, etc... No Apêndice A, a título de ilustração, foram incluídas as equações para o cálculo dos parâmetros das linhas de transmissão do sistema de distribuição analisado neste trabalho.

O modelo das linhas de transmissão é grandemente simplificado quando estas são representadas por um sistema equivalente de três condutores, isto é, quando os efeitos de correntes de retorno e de cabos aterrados são incluídos nos valores dos parâmetros [CHEN et alii, 1974], [HESSE, 1963].

¹O termo “shunt” significa elemento de derivação

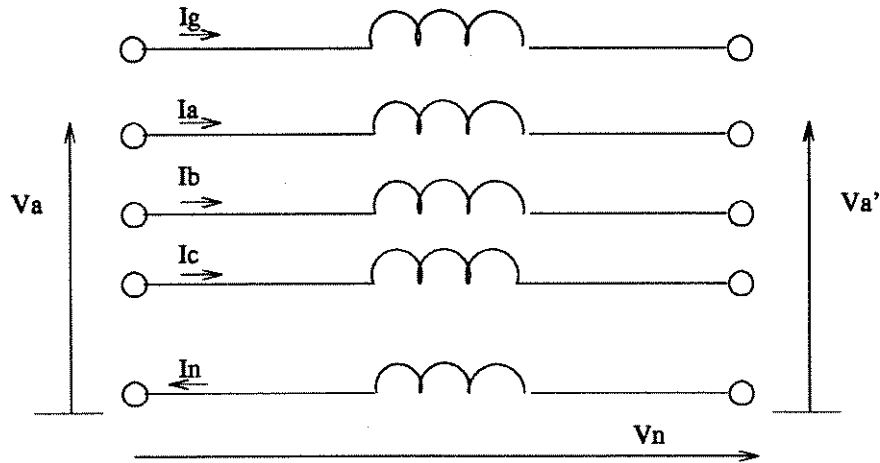


Figura 2.6: Linha de Transmissão Trifásica: Impedância Série Equivalente

2.3.2 Impedância Série

As seguintes equações podem ser escritas para a fase a da linha de transmissão ilustrada na Figura 2.6 [CHEN et alii, 1974] onde o índice g indica um cabo aterrado e n o neutro.

$$\begin{aligned} V_a - V'_a &= I_a(R_a + j\omega L_a) + I_b(j\omega L_{ab}) + I_c(j\omega L_{ac}) + I_g(j\omega L_{ag}) - I_n(j\omega L_{an}) + V_n \\ V_n &= I_n(R_n + j\omega L_n) - I_a j\omega L_{na} - I_b j\omega L_{nb} - I_c j\omega L_{nc} - I_g j\omega L_{ng} \end{aligned}$$

e substituindo:

$$I_n = I_a + I_b + I_c + I_g$$

$$V_a - V'_a = I_a(R_a + j\omega L_a) + I_b j\omega L_{ab} + I_c j\omega L_{ac} + I_g j\omega L_{ag} - (I_a + I_b + I_c + I_g) j\omega L_{an} + V_n$$

Reagrupando a equação e substituindo V_n tem-se:

$$\begin{aligned} \Delta V_a &= V_a - V'_a \\ &= I_a(R_a + j\omega L_a - 2j\omega L_{an} + R_n + j\omega L_n) \\ &\quad + I_b(j\omega L_{ab} - j\omega L_{bn} - j\omega L_{an} + R_n + j\omega L_n) \\ &\quad + I_c(j\omega L_{ac} - j\omega L_{cn} - j\omega L_{an} + R_n + j\omega L_n) \\ &\quad + I_g(j\omega L_{ag} - j\omega L_{gn} - j\omega L_{an} + R_n + j\omega L_n) \end{aligned}$$

ou

$$\Delta V_a = Z_{aa-n}I_a + Z_{ab-n}I_b + Z_{ac-n}I_c + Z_{ag-n}I_g \quad (2.9)$$

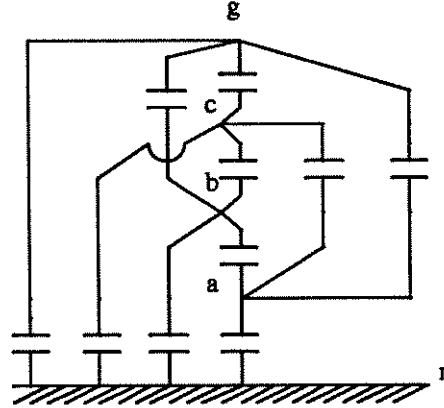


Figura 2.7: Linha de Transmissão Trifásica: Admitância “Shunt” Equivalente

Repetindo para as fases b e c o procedimento utilizado para a fase a , obtém-se a seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_a \\ \Delta V_b \\ \Delta V_c \\ \Delta V_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa-n} & Z_{ab-n} & Z_{ac-n} & Z_{ag-n} \\ Z_{ba-n} & Z_{bb-n} & Z_{bc-n} & Z_{bg-n} \\ Z_{ca-n} & Z_{cb-n} & Z_{cc-n} & Z_{cg-n} \\ Z_{ga-n} & Z_{gb-n} & Z_{gc-n} & Z_{gg-n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_g \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Colocando a matriz anterior na forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_{abc} \\ \Delta V_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_A & Z_B \\ Z_C & Z_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{abc} \\ I_g \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

e considerando que o cabo aterrado está em um potencial zero:

$$\Delta V_{abc} = Z'_{abc} I_{abc} \quad (2.12)$$

onde:

$$Z'_{abc} = Z_A - Z_B Z_D^{-1} Z_C = \begin{bmatrix} Z'_{aa-n} & Z'_{ab-n} & Z'_{ac-n} \\ Z'_{ba-n} & Z'_{bb-n} & Z'_{bc-n} \\ Z'_{ca-n} & Z'_{cb-n} & Z'_{cc-n} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Este procedimento pode ser aplicado para qualquer número de condutores aterrados ou grupo de condutores.

2.3.3 Admitância “Shunt”

Com referência à Figura 2.7 [ARRILLAGA et alii, 1983], os potenciais dos condutores da linha são relacionados com suas cargas pela equação [CHEN et alii, 1974]:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{aa} & P_{ab} & P_{ac} & P_{ag} \\ P_{ba} & P_{bb} & P_{bc} & P_{bg} \\ P_{ca} & P_{cb} & P_{cc} & P_{cg} \\ P_{ga} & P_{gb} & P_{gc} & P_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_a \\ Q_b \\ Q_c \\ Q_g \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$\begin{bmatrix} V_{abc} \\ V_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_A & P_B \\ P_C & P_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{abc} \\ Q_g \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Considerações similares às que foram feitas para a matriz impedância série conduzem a:

$$V_{abc} = P'_{abc} Q_{abc} \quad (2.16)$$

Onde $[P'_{abc}]$ é uma matriz 3x3 que inclui os efeitos do cabo aterrado.

A matriz capacitância² da linha de transmissão é dada por [CHEN et alii, 1974]:

$$C'_{abc} = P'^{-1}_{abc} = \begin{bmatrix} C_{aa} & -C_{ab} & -C_{ac} \\ -C_{ba} & C_{bb} & -C_{bc} \\ -C_{ca} & -C_{cb} & C_{cc} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

2.3.4 Representação: Modelo II

Segundo as regras desenvolvidas para a formação da matriz admitância usando o conceito de admitâncias compostas, as injeções de correntes nos nós podem ser relacionadas às respectivas tensões (Figura 2.5) pela equação:

$$\begin{bmatrix} [I_i] \\ [I_k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Z]^{-1} + [Ysh]/2 & -[Z]^{-1} \\ -[Z]^{-1} & [Z]^{-1} + [Ysh]/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [V_i] \\ [V_k] \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Os elementos da matriz admitância correspondentes às barras i e k são matrizes 3x3.

A equação obtida pode não ser suficientemente precisa para linhas longas. O comprimento físico para o qual uma linha é considerada eletricamente longa ou curta depende do comprimento de onda, logo, com o uso das teorias de propagação de ondas em linhas de transmissão pode-se obter modelos mais exatos. No entanto, para a análise em frequências de regime permanente (60 Hz), é considerado suficiente para modelar uma linha longa uma série de duas ou três seções π .

²Com o intuito de facilitar a leitura foi adotado o termo "matriz capacitância" para designar a matriz C' . Esta matriz, no entanto, é a matriz das admitâncias divididas por $j.2.\pi.f$

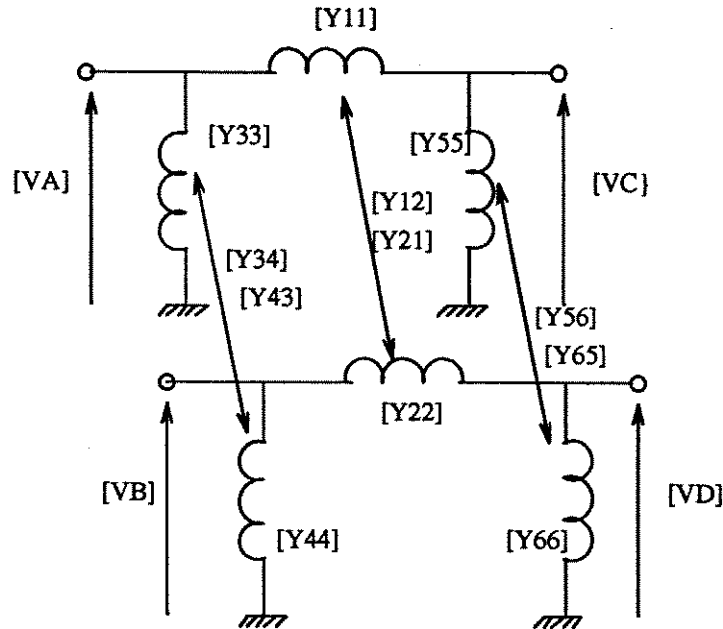


Figura 2.8: Circuito de Duas Linhas Trifásicas Mutuamente Acopladas

2.3.5 Linhas Trifásicas Mutuamente Acopladas

Quando duas ou mais linhas de transmissão ocupam o mesmo “caminho” por um comprimento considerável, o acoplamento eletrostático e eletromagnético entre estas linhas deve ser levado em conta.

Seja o caso de duas linhas paralelas segundo a Figura 2.8. Os elementos série representam um acoplamento eletromagnético, enquanto que os elementos “shunt” representam acoplamento eletrostático. Mediante a aplicação das regras de transformação linear para o sistema da figura a matriz admitância é definida como segue:

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \\ I_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} + Y_{33} & Y_{12} + Y_{34} & -Y_{11} & -Y_{12} \\ Y_{12}^T + Y_{34}^T & Y_{22} + Y_{44} & -Y_{12}^T & -Y_{22} \\ -Y_{11} & -Y_{12} & Y_{11} + Y_{55} & Y_{12} + Y_{56} \\ -Y_{12}^T & -Y_{22} & Y_{12}^T + Y_{56}^T & Y_{22} + Y_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \\ V_D \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Sendo que o acoplamento é, por hipótese, bilateral $Y_{ij} = Y_{ji}^T$.

Os dados necessários para que linhas acopladas sejam tratadas de maneira similar a linhas desacopladas são as matrizes de impedância série e admitâncias “shunt”. Estas matrizes são 3x3 para linhas desacopladas, 6x6 para duas linhas acopladas, 9x9 para três linhas acopladas e 12x12 para quatro linhas acopladas. Uma vez que $[Z]$ e $[Y_{sh}]$ estejam disponíveis, a matriz admitância para o subsistema é formada pela aplicação da equação (2.18).

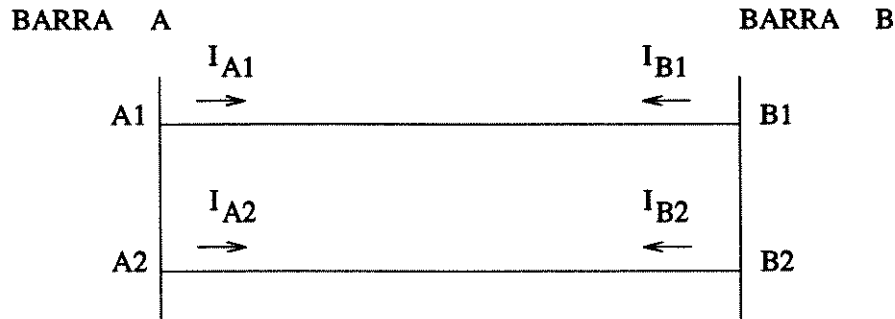


Figura 2.9: Circuito de Duas Linhas Paralelas Acopladas com Terminais Conectados

2.3.6 Linhas Acopladas com Terminais Conectados

Seja, por exemplo, o caso de duas linhas acopladas com os terminais conectados conforme Figura 2.9. Segundo o que foi analisado anteriormente, a equação matricial que relaciona as tensões e correntes nas quatro barras: A1, A2, B1, B2 do sistema é dada por:

$$\begin{bmatrix} I_{A1} \\ I_{A2} \\ I_{B1} \\ I_{B2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{A1A2B1B2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{A1} \\ V_{A2} \\ V_{B1} \\ V_{B2} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Sendo que:

$$I_A = I_{A1} + I_{A2}$$

$$I_B = I_{B1} + I_{B2}$$

e

$$V_{A1} = V_{A2} = V_A$$

$$V_{B1} = V_{B2} = V_B$$

Inserindo estas relações na equação (2.20), pode-se obter através de operações com linhas e colunas da matriz admitância, a seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{AB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

A matriz $[Y_{AB}]$ será então a matriz admitância para o subsistema. Nota-se, no entanto, que a matriz admitância deve voltar à sua forma original (equação 2.20) quando for necessário calcular os fluxos individuais nas linhas.

2.3.7 Elementos “Shunt”

Reatores e capacitores “shunt” são utilizados para, entre outras aplicações, controlar potência reativa nas barras. Os dados para estes elementos estão normalmente em termos de sua potência e tensão.

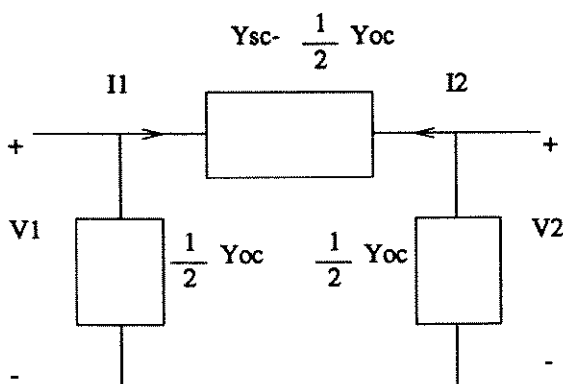


Figura 2.10: Modelo II Equivalente para Transformador Monofásico

A matriz admitância para elementos “shunt” é usualmente diagonal já que normalmente não existe nenhum acoplamento entre os componentes de cada fase. Esta matriz é incorporada diretamente na matriz admitância do sistema contribuindo somente para a admitância própria da barra em particular.

Modelos mais sofisticados de elementos “shunt”, como por exemplo reatores de neutro, não foram enfocados neste trabalho, podendo no entanto serem obtidos tendo como base a teoria apresentada.

2.4 Modelo Trifásico de Transformadores

Tradicionalmente os transformadores trifásicos são representados por seus circuitos equivalentes em componentes simétricas, já que a hipótese de que suas três fases são equilibradas é justificada pela maioria das situações práticas. Entretanto métodos foram desenvolvidos [CHEN et alii, 1974] para que as conexões mais usadas de transformadores trifásicos fossem modeladas em componentes de fase.

2.4.1 Parâmetros de Transformadores Trifásicos

Da análise de transformadores monofásicos encontrada em [CHEN et alii, 1974] conclui-se que uma boa aproximação para seus parâmetros, quando representados por um modelo π , seria conforme indicado na Figura 2.10:

onde:

Y_{sc} =impedância obtida nos testes de curto circuito e

Y_{oc} =impedância obtida nos testes de circuito aberto.

Para transformadores trifásicos a obtenção destes parâmetros torna-se mais difícil. Para o caso, por exemplo, mostrado na Figura 2.11 a matriz primitiva tem a seguinte forma:

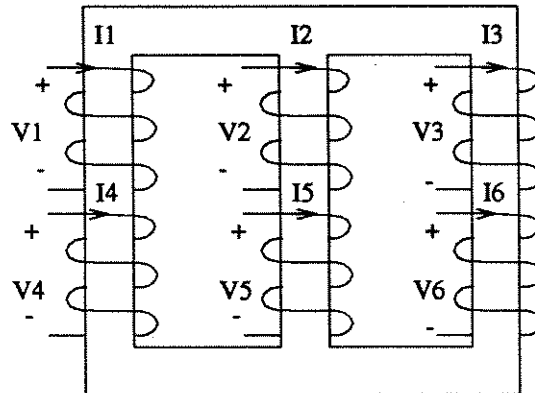


Figura 2.11: Circuito Primitivo para Transformador Trifásico

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & y_{14} & y_{15} & y_{16} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & y_{24} & y_{25} & y_{26} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} & y_{34} & y_{35} & y_{36} \\ y_{41} & y_{42} & y_{43} & y_{44} & y_{45} & y_{46} \\ y_{51} & y_{52} & y_{53} & y_{54} & y_{55} & y_{56} \\ y_{61} & y_{62} & y_{63} & y_{64} & y_{65} & y_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Portanto, assumindo que esta matriz é simétrica, seriam necessários vinte e um valores obtidos em testes para formá-la. Além disso, formam-se caminhos para fluxos de dispersão através do tanque e das ferragens que fazem parte da estrutura construtiva do transformador, o que torna a determinação dos parâmetros ainda mais complexa. Entretanto, conforme considerado na referência [CHEN et alii, 1974], para um estudo mais geral algumas aproximações podem ser feitas, tal como considerar o fluxo simétrico. Desta forma a equação (2.22) pode ser simplificada:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_p & y'_m & y'_m & -y_m & y''_m & y''_m \\ y'_m & y_p & y'_m & y''_m & -y_m & y''_m \\ y'_m & y'_m & y_p & y''_m & y''_m & -y_m \\ -y_m & y''_m & y''_m & y_s & y'''_m & y'''_m \\ y''_m & -y_m & y''_m & y'''_m & y_s & y'''_m \\ y''_m & y''_m & -y_m & y'''_m & y'''_m & y_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

onde

- y_p é a admitância própria das bobinas primárias;
- y_s é a admitância própria das bobinas secundárias;
- y'_m é a admitância mútua entre bobinas primárias;
- y''_m é a admitância mútua entre bobinas primárias e secundárias de diferentes núcleos;
- y'''_m é a admitância mútua entre bobinas secundárias.

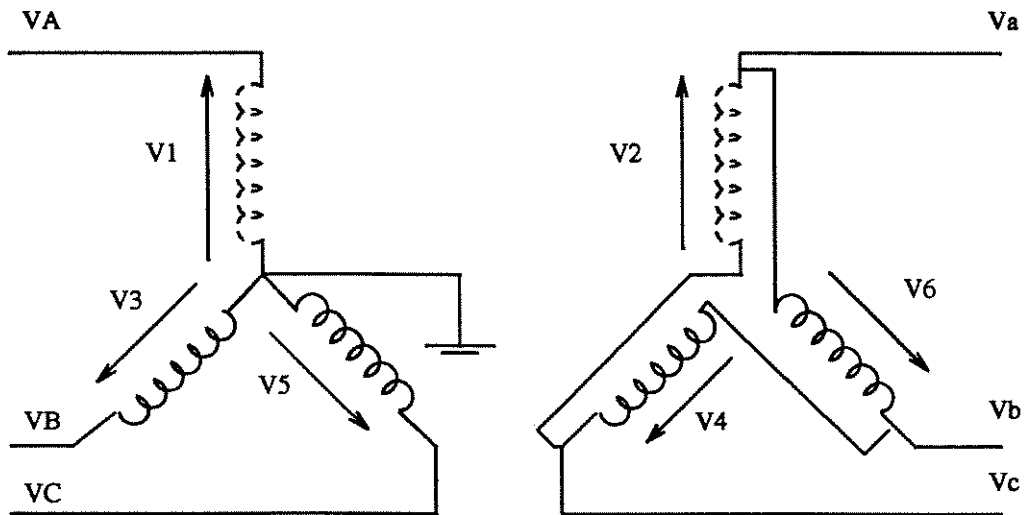


Figura 2.12: Transformador Trifásico: Conexão Estrela Aterrado - Delta

Quando consideramos três unidades monofásicas formando um banco trifásico de transformadores as admitâncias y'_m , y''_m e y'''_m são iguais a zero. Já para transformadores trifásicos, devido ao acoplamento entre as bobinas, estas admitâncias apesar de terem valores numericamente pequenos exercem um efeito considerável nos modelos em componentes simétricas, assim como, no desempenho dos transformadores trifásicos em sistemas de potência. Uma análise mais detalhada destes efeitos pode ser encontrada em [CHEN et alii, 1974]. Ressalta-se que o tipo do estudo e os dados disponíveis podem justificar a inclusão destas admitâncias no cálculo dos parâmetros. Se, no entanto, esse acoplamento for ignorado a matriz admitância primitiva será:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_p & & & -y_m & & \\ & y_p & & & -y_m & \\ & & y_p & & & -y_m \\ -y_m & & & y_s & & \\ & -y_m & & & y_s & \\ & & -y_m & & & y_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

2.4.2 Modelos para Conexões Comuns de Transformadores

A matriz admitância do circuito de qualquer transformador trifásico de dois enrolamentos pode ser obtida com o método de transformação linear.

Para ilustrar este método, é apresentado o caso de um transformador com o primário conectado em estrela-aterrado e o secundário em delta (Figura 2.12).

A matriz de incidência $[C]$ que relaciona as tensões de linha do circuito primitivo com as tensões nodais do circuito real é :

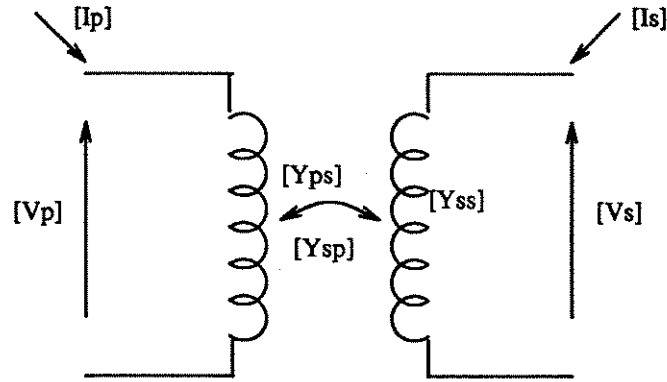


Figura 2.13: Transformador Trifásico com Duas Bobinas

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \\ V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

A matriz admitância nodal $[Y]$ é dada por:

$$[Y] = [C]^T [Y]_{primitiva} [C] \quad (2.26)$$

Sendo que a $[Y]_{primitiva}$ é obtida da equação (2.23).

Desta forma

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_p & y'_m & y'_m & -(y_m + y''_m) & (y_m + y''_m) & 0 \\ y'_m & y_p & y'_m & 0 & -(y_m + y''_m) & (y_m + y''_m) \\ y'_m & y'_m & y_p & (y_m + y''_m) & 0 & -(y_m + y''_m) \\ -(y_m + y''_m) & 0 & (y_m + y''_m) & 2(y_s - y'''_m) & -(y_s - y'''_m) & -(y_s - y'''_m) \\ (y_m + y''_m) & -(y_m + y''_m) & 0 & -(y_s - y'''_m) & 2(y_s - y'''_m) & -(y_s - y'''_m) \\ 0 & (y_m + y''_m) & -(y_m + y''_m) & -(y_s - y'''_m) & -(y_s - y'''_m) & 2(y_s - y'''_m) \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Em geral, um transformador trifásico de dois enrolamentos pode ser representado usando admitâncias compostas, conforme Figura 2.13. A equação matricial para esta representação é:

$$\begin{bmatrix} I_p \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{pp} & Y_{ps} \\ Y_{sp} & Y_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_p \\ V_s \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

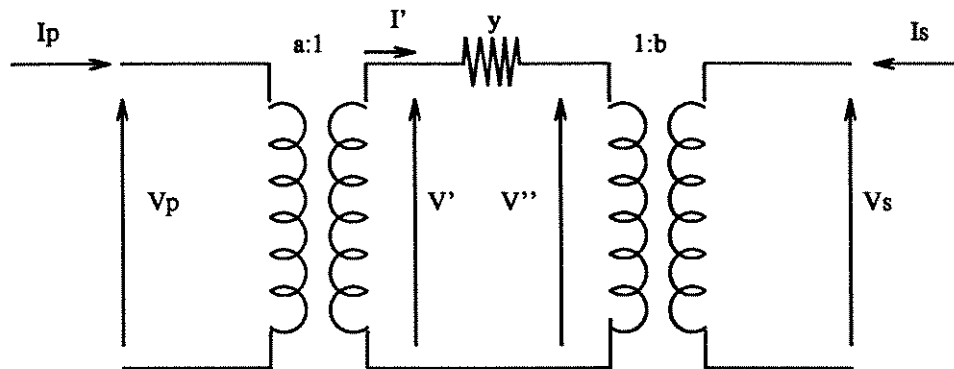


Figura 2.14: Circuito Equivalente de um Transformador Trifásico

Deve-se notar que $[Y_{ps}]^T = [Y_{sp}]$ já que o acoplamento é bilateral. O modelo deve ser ainda modificado, no caso de existirem conexões de bobinas em delta, quando as admitâncias primitivas e tensões são expressas em p.u., e considerar uma relação de espiras no lado delta igual a $\sqrt{3}$. O novo modelo pode ser obtido a partir do circuito equivalente da Figura 2.14, que representa uma unidade monofásica do conjunto formado por um banco de transformadores trifásicos delta/estrela conectado em série a outro banco estrela/delta por meio de uma impedância nula, sendo que os neutros são solidamente aterrados.

Resolvendo este circuito para correntes terminais tem-se:

$$\begin{aligned} I_p &= \frac{I'}{a} \\ &= \frac{(V' - V'')}{a} y \\ &= \frac{\left(\frac{V_p}{a} - \frac{V_s}{b}\right)}{a} y \\ &= \frac{y}{a^2} V_p - \frac{y}{ab} V_s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -I_s &= \frac{I'}{b} \\ &= \frac{y}{ab} V_p - \frac{y}{b^2} V_s \end{aligned}$$

Para o caso de transformadores trifásicos, usa-se na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} I_p \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a^2} [Y_{pp}] & \frac{1}{ab} [Y_{ps}] \\ \frac{1}{ab} [Y_{sp}] & \frac{1}{b^2} [Y_{ss}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_p \\ V_s \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Por exemplo, no caso de conexão delta/delta $a = \sqrt{3}$ e $b = \sqrt{3}$, e para conexão estrela/delta $a = 1$ e $b = \sqrt{3}$. Frequentemente, porque informações mais detalhadas não

Tipo de conexão		Admitâncias Próprias		Admitâncias Mútuas
Barra p	Barra s	Y_{pp}	Y_{ss}	Y_{esp}, Y_{ps}
Y - g	Y - g	Y_I	Y_I	$-Y_I$
Y - g	Y	$Y_{II}/3$	$Y_{II}/3$	$-Y_{II}/3$
Y - g	Δ	Y_I	Y_{II}	Y_{III}
Y	Y	$Y_{II}/3$	$Y_{II}/3$	$-Y_{II}/3$
Y	Δ	$Y_{II}/3$	Y_{II}	Y_{III}
Δ	Δ	Y_{II}	Y_{II}	$-Y_{II}$

Y - g - ligação estrela com neutro aterrado
Y - ligação estrela; Δ -ligação delta

Tabela 2.1: Submatrizes Características usadas na Formação das Matrizes Admitâncias de Transformadores

são necessárias, os parâmetros das três fases são considerados balanceados. Neste caso as conexões comuns podem ser modeladas por três submatrizes básicas [CHEN et alii, 1974]. As submatrizes, $[Y_{pp}]$ e $[Y_{ps}]$ etc., são dadas na Tabela 2.1 para as conexões mais comuns, onde

$$Y_I = \begin{bmatrix} y_t & & \\ & y_t & \\ & & y_t \end{bmatrix}$$

$$Y_{II} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2y_t & -y_t & -y_t \\ -y_t & 2y_t & -y_t \\ -y_t & -y_t & 2y_t \end{bmatrix}$$

$$Y_{III} = \frac{\sqrt{3}}{3} \begin{bmatrix} -y_t & y_t & \\ & -y_t & y_t \\ y_t & & -y_t \end{bmatrix}$$

e y_t é a admitância de dispersão do transformador.

Finalmente, estas submatrizes devem ser modificadas para considerar relações de espiras iguais a a e b no primário e secundário, como segue:

- Dividem-se as admitâncias próprias do primário por a^2 .
- Dividem-se as admitâncias próprias do secundário por b^2 .
- Dividem-se as admitâncias mútuas por ab .

3

Métodos de Resolução para o Fluxo de Carga Trifásico - Revisão Bibliográfica

Nos estudos até agora desenvolvidos para a resolução do fluxo de carga em sistemas elétricos segundo a modelagem trifásica foram empregados basicamente o método de Gauss, com algumas variações, e o de Newton-Raphson.

O bom desempenho de cada método pode ser avaliado mediante análise de suas características de convergência e da capacidade de memória computacional requerida, sendo que no tocante à memória computacional deve-se ter em mente que a quantidade de dados necessários para o equacionamento do problema do fluxo de carga com a modelagem trifásica é muito maior que para o caso monofásico.

A seguir tem-se um breve relato de alguns métodos encontrados na literatura.

3.1 Método de Gauss

Entre os trabalhos baseados no método de Gauss pode-se citar :

- Método Híbrido [CHEN et alii, 1990]:

Este método consiste em usar a matriz Z-Barra implícita do método de Gauss, com ordenação ótima, para cálculo das tensões das barras de carga e a matriz Y-Barra para resolver as equações das barras terminais dos geradores.

Os geradores são especificados através da potência ativa total e do módulo da tensão em suas barras terminais, exceto para a máquina de referência que é especificada pela tensão de seqüência positiva em módulo e ângulo em sua barra terminal.

Uma outra característica deste método é que o limite de potência reativa também é considerado no algoritmo.

A formulação do fluxo de carga utiliza valores em componentes de fase.

- **Análise de Fluxo de Potência em Sistemas de Distribuição [CHEN et alii, 1991]:**
Orientada para aplicações em sistemas de distribuição, a análise desenvolvida neste trabalho utiliza o método da fatoração triangular de Y-Barra otimamente ordenada (matriz Z-Barra implícita do método de Gauss) para resolução do fluxo de carga.
O método de Gauss (Z-Barra) é baseado no princípio de superposição aplicado para as tensões das barras do sistema. A tensão de cada barra é considerada como resultante de duas contribuições: da tensão especificada da fonte da barra de referência, e das injeções de corrente equivalentes às potências das demais barras. As cargas, cogeradores, capacitores e reatores do sistema são modelados como uma fonte de corrente injetada em suas respectivas barras.
Segundo o princípio da superposição, os dois tipos de fontes devem ser considerados separadamente. A componente de cada tensão de barra referente à fonte de tensão representa o sistema sem carga, e pode ser obtida diretamente. Por outro lado, a outra componente afetada pelas correntes das cargas e cogeradores não pode ser determinada diretamente, uma vez que estas correntes dependem das tensões das barras e vice-versa e, portanto, devem ser calculadas de uma forma iterativa.
Os sistemas de distribuição são apropriados para este método. Nestes sistemas somente a barra da subestação tem sua tensão especificada e todas as outras barras são tratadas como barras PQ's, ou seja, com potências ativa e reativa especificadas.
- **Método das somas de potências [RUDNICK, 1990]**
Empregado para a análise de sistemas radiais, este método é uma técnica iterativa em que se distinguem dois processos: cálculo das potências nodais e cálculo das tensões nodais. Estes dois processos se incorporam em uma mesma iteração. No primeiro é previamente suposto um perfil de tensões a partir do qual as cargas e as perdas são calculadas e somadas, obtendo como resultado uma potência equivalente em cada nó. No segundo as tensões são calculadas e seus valores são utilizados na iteração seguinte. Uma vez realizados estes dois processos em uma mesma iteração, se controla a convergência de tensões (em módulo e ângulo) para as três fases.

3.2 Método de Newton-Raphson

Com relação ao método de Newton-Raphson, os trabalhos baseiam-se tanto na sua versão completa como em sua versão desacoplada:

- **Algoritmo de Newton-Raphson para fluxo de carga trifásico [WASLEY et alii, 1974]**
Consiste na aplicação do método de Newton-Raphson com as equações na forma de coordenadas retangulares. A escolha deste método baseou-se, segundo os autores, no fato de possuir boas características de convergência e confiabilidade, assim como grande flexibilidade para a representação das várias condições dos sistemas. Pelo fato do método exigir grande capacidade de memória computacional foram utilizadas técnicas de esparsidade em sua elaboração.

- Fluxo de carga trifásico [BIRT et alii, 1976]

Neste trabalho os autores utilizam o método de Newton-Raphson em coordenadas polares combinado com técnicas de ordenação e fatoração ótima, que exploram a esparsidade das matrizes dos sistemas.

- Fluxo de carga desacoplado rápido [ARRILLAGA et alii, 1983]

Este método é uma variação do método de Newton-Raphson, para o qual foram feitas as mesmas considerações e aplicadas as mesmas simplificações propostas por Stott e Alsac para o caso monofásico, com exceção da não consideração das resistências das linhas de transmissão na formação de uma das submatrizes. O método resultante consiste em uma versão onde as iterações $\mathbf{P} - \Theta$ e $\mathbf{Q} - \mathbf{V}$ são desacopladas e utilizam matrizes constantes, o que exige menor esforço computacional.

4

Fluxo de Carga Trifásico - Método Desacoplado Rápido

Neste capítulo são estudadas as condições e as simplificações introduzidas nas equações do método de Newton aplicado a sistemas trifásicos que resultam na obtenção da versão desacoplada [ARRILLAGA et alii, 1983]. É ainda apresentado um algoritmo básico para a resolução do fluxo de carga.

4.1 Notação

A notação utilizada é a seguinte:

$$n = nb + ng$$

onde nb é o número de barras de carga mais as barras terminais dos geradores e ng é o número de máquinas síncronas

Os índices superiores p, m identificam as três fases em uma barra particular. São também usados os seguintes índices:

reg - refere-se à tensão do regulador

int - refere-se à barra interna de um gerador

ger - refere-se a um gerador

esp - refere-se a valores especificados

4.2 Valores Especificados

As seguintes variáveis formam um conjunto mínimo e suficiente para definir um sistema trifásico operando em regime:

- Magnitude da tensão na barra interna do gerador de referência: V_{int_j} , onde $j = nb + ng$ (o ângulo Θ_{int_j} é tomado como referência).
- Magnitude e ângulo das tensões nas barras internas de todos os outros geradores: V_{int_j} e Θ_{int_j} , onde j varia de $nb + 1$ a $nb + ng - 1$.

- As três magnitudes e os três ângulos das barras terminais de todos os geradores e de todas as barras de carga do sistema.

Observação: Somente duas variáveis são associadas a cada barra interna dos geradores. Isto se justifica pelo fato de que as tensões dos mesmos são balanceadas, e portanto seria redundante considerar as três amplitudes e os três ângulos como variáveis.

As equações necessárias para obtenção das variáveis definidas acima são derivadas das condições de operação especificadas, isto é:

- Potências ativas e reativas, por fase, de todas as barras de carga do sistema.
- Potência ativa total de geração de cada máquina síncrona, com exceção da referência.
- Especificação dos reguladores de tensão dos geradores.

4.3 Versão Completa - Equacionamento Básico

A topologia de um sistema trifásico é descrita pela equação:

$$[Y] = [G] + j[B] \quad (4.1)$$

A matriz $[Y]$ é obtida conforme o método desenvolvido no capítulo 2. As relações matemáticas das condições especificadas são as seguintes:

- Barras de carga e barras terminais dos geradores (barras com potência ativa e reativa especificadas para cada fase):

$$\Delta P_i^p = (P_i^p)^{esp} - P_i^p = 0 \quad (4.2)$$

$$\Delta Q_i^p = (Q_i^p)^{esp} - Q_i^p = 0 \quad (4.3)$$

$$i = 1, \dots, n$$

sendo que

$$P_i^p = V_i^p \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^3 V_k^m [G_{ik}^{pm} \cos \Theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sin \Theta_{ik}^{pm}]$$

$$Q_i^p = V_i^p \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^3 V_k^m [G_{ik}^{pm} \sin \Theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos \Theta_{ik}^{pm}]$$

são, respectivamente, a potência ativa e a potência reativa na fase p da barra i e, ainda, i e k são índices de barras e p e m representam as fases.

- Barras internas dos geradores:

$$\Delta P_{ger_j} = P_{ger_j}^{esp} - P_{ger_j} \quad (4.4)$$

sendo que

$$\mathbf{P}_{ger_j} = \sum_{p=1}^3 \mathbf{V}_{int_j} \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^3 \mathbf{V}_k^m [G_{jk}^{pm} \cos \Theta_{jk}^{pm} + B_{jk}^{pm} \text{sen} \Theta_{jk}^{pm}]$$

onde $j = nb + 1, \dots, nb + ng$ e \mathbf{V}_{int_j} é a tensão interna do gerador j .

- Para todo gerador j ,

$$\Delta \mathbf{V}_{reg_j} = f(\mathbf{V}_k^1, \mathbf{V}_k^2, \mathbf{V}_k^3) \quad (4.5)$$

onde k é o número da barra terminal do gerador j .

Considerações preliminares:

- As equações algébricas definidas formam um conjunto em termos das variáveis do sistema, que definem matematicamente o fluxo de carga trifásico. A solução do fluxo de carga é o conjunto de variáveis as quais quando substituídas nestas equações, aproximam a zero a diferença entre os valores especificados e calculados dentro de uma margem de erro anteriormente estabelecida.
- Para o caso de sistemas de distribuição as equações de \mathbf{P}_{ger} e \mathbf{V}_{reg} não são utilizadas, pois a barra da subestação é considerada como $\mathbf{V}\Theta$ (tensão especificada em módulo e ângulo) e as demais barras como \mathbf{PQ} 's (potências ativa e reativa especificadas) [CHEN et alii, 1991].
- As equações (4.2) e (4.4) são idênticas exceto para a somatória das três fases na barra interna do gerador. Isto significa que a soma das potências deixando o gerador pode ser calculada da mesma forma que as potências nas outras barras do sistema. Por este motivo as submatrizes jacobianas correspondentes às derivadas parciais de \mathbf{P}_{ger} constituem uma soma dos elementos respectivos das submatrizes \mathbf{H} e \mathbf{N} (definidas a seguir).
- A tensão do regulador, \mathbf{V}_{reg} , é normalmente uma função linear simples das tensões da barra terminal do respectivo gerador [ARRILLAGA et alii, 1983] e, portanto, no cálculo da matriz jacobiana para aplicação do método de Newton as derivadas parciais envolvendo \mathbf{V}_{reg} assumirão os seguintes valores:

$$\partial \mathbf{V}_{reg_j} / \partial \Theta_k^m = 0$$

e

$$\partial \mathbf{V}_{reg_j} / \partial \mathbf{V}_k^m = 0$$

exceto quando k é a barra terminal do gerador j .

- Neste trabalho, o equacionamento do método de Newton, em suas versões completa e desacoplada, será inicialmente desenvolvido prevendo sua utilização para a resolução do fluxo de carga trifásico para sistemas de distribuição, logo, as equações referentes a geradores/reguladores de tensão não serão consideradas. A inserção destas equações será posteriormente discutida no Capítulo 5.

Feitas estas considerações, a aplicação do método de Newton na solução deste sistema de equações resulta em:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \Theta \\ \Delta \mathbf{V} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

onde

$$[\mathbf{H}_{ik}^{pm}] = [\partial \mathbf{P}_i^p / \partial \Theta_k^m] \quad [\mathbf{N}_{ik}^{pm}] = [\partial \mathbf{P}_i^p / \partial \mathbf{V}_k^m]$$

$$[\mathbf{M}_{ik}^{pm}] = [\partial \mathbf{Q}_i^p / \partial \Theta_k^m] \quad [\mathbf{L}_{ik}^{pm}] = [\partial \mathbf{Q}_i^p / \partial \mathbf{V}_k^m]$$

Considerando que G_{ik} é a parte real e que B_{ik} é a parte imaginária de Y_{ik} , e ainda, que Θ_i^p e Θ_k^m são os ângulos das tensões das fases p e m nas barras i e k respectivamente, pode se verificar que os elementos das matrizes \mathbf{H} , \mathbf{N} , \mathbf{M} e \mathbf{L} são dados por:

$$\mathbf{H}_{ik}^{pm} = \mathbf{V}_i^p \mathbf{V}_k^m [G_{ik}^{pm} \sin \Theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos \Theta_{ik}^{pm}] \quad (4.7)$$

$$\mathbf{H}_{kk}^{mm} = -B_{kk}^{mm} (\mathbf{V}_k^m)^2 - \mathbf{Q}_k^m \quad (4.8)$$

$$\mathbf{N}_{ik}^{pm} = \mathbf{V}_i^p [G_{ik}^{pm} \cos \Theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sin \Theta_{ik}^{pm}] \quad (4.9)$$

$$\mathbf{N}_{kk}^{mm} = [G_{kk}^{mm} (\mathbf{V}_k^m)^2 + \mathbf{P}_k^m] / \mathbf{V}_k^m \quad (4.10)$$

$$\mathbf{M}_{ik}^{pm} = -\mathbf{V}_i^p \mathbf{V}_k^m [G_{ik}^{pm} \cos \Theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sin \Theta_{ik}^{pm}] \quad (4.11)$$

$$\mathbf{M}_{kk}^{mm} = -G_{kk}^{mm} (\mathbf{V}_k^m)^2 + \mathbf{P}_k^m \quad (4.12)$$

$$\mathbf{L}_{ik}^{pm} = \mathbf{V}_i^p [G_{ik}^{pm} \sin \Theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos \Theta_{ik}^{pm}] \quad (4.13)$$

$$\mathbf{L}_{kk}^{mm} = [-B_{kk}^{mm} (\mathbf{V}_k^m)^2 + \mathbf{Q}_k^m] / \mathbf{V}_k^m \quad (4.14)$$

onde

$$\Theta_{ik}^{pm} = \Theta_i^p - \Theta_k^m$$

4.4 Versão Desacoplada

Baseadas em considerações semelhantes às feitas por Stott e Alsac para o fluxo de carga monofásico [STOTT - ALSAÇ, 1974], algumas simplificações podem ser introduzidas nas equações do método de Newton-Raphson descritas acima, a fim de se obter uma versão desacoplada conforme proposto em [ARRILLAGA et alii, 1983].

Supondo que os efeitos de $\Delta\Theta$ no fluxo de potência reativa e de ΔV no fluxo de potência ativa sejam ignorados:

$$[\mathbf{N}] = [\mathbf{M}] = 0$$

Logo, a equação (4.6) pode ser reescrita na forma:

$$[\Delta \mathbf{P}] = [\mathbf{H}] [\Delta \Theta] \quad (4.15)$$

$$[\Delta \mathbf{Q}] = [\mathbf{L}] [\Delta V] \quad (4.16)$$

Além disso:

- Em todos os nós (isto é todas as fases e todas as barras),

$$Q_k^m \ll B_{kk}^{mm} (V_k^m)^2$$

- Entre nós conectados de uma mesma fase,

$$\cos \Theta_{ik}^{mm} \approx 1$$

isto é, Θ_{ik}^{mm} é pequeno e

$$G_{ik}^{mm} \sin \Theta_{ik}^{mm} \ll B_{ik}^{mm}$$

- Para fases de uma mesma barra,

$$\Theta_{kk}^{pm} \approx \pm 120^\circ$$

para $p \neq m$.

- Finalmente agrupando as considerações anteriores,

$$\Theta_{ik}^{pm} \approx \pm 120^\circ$$

para $p \neq m$, ou

$$\cos \Theta_{ik}^{pm} \approx -0.5$$

e

$$\sin \Theta_{ik}^{pm} \approx \pm 0.866$$

Estes valores são modificados em $\pm 30^\circ$ de acordo com o tipo de conexão dos transformadores.

Aplicando estas aproximações nos coeficientes das matrizes Jacobianas e substituindo nas equações (4.15) e (4.16), obtém-se:

$$[\Delta \mathbf{P}_i^p] = [\mathbf{V}_i^p \mathbf{D}_{ik}^{pm} \mathbf{V}_k^m] [\Delta \Theta_k^m] \quad (4.17)$$

e

$$\left[\Delta \mathbf{Q}_i^p \right] = \left[\mathbf{V}_i^p \mathbf{D}_{ik}^{pm} \right] \left[\Delta \mathbf{V}_k^m \right] \quad (4.18)$$

onde

$$\mathbf{D}_{ik}^{pm} = G_{ik}^{pm} \operatorname{sen} \Theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos \Theta_{ik}^{pm}$$

sendo

$$\begin{aligned} \Theta_{kk}^{mm} &= 0^\circ \\ \Theta_{ik}^{mm} &= 0^\circ \\ \Theta_{ik}^{pm} &= \pm 120^\circ \end{aligned}$$

para $p \neq m$.

Todos os termos da matriz $[\mathbf{D}]$ são constantes, sendo derivados da matriz admitância do sistema. A similaridade na estrutura das submatrizes jacobianas reduzem a complexidade da resolução computacional do problema.

Os elementos das equações (4.17) e (4.18) são idênticos, exceto para os termos que envolvem a modelagem do gerador quando são introduzidos. Essas funções são mais lineares em termos da magnitude de tensão do que das funções $[\Delta \mathbf{P}]$ e $[\Delta \mathbf{Q}]$. No método utilizado a confiabilidade e a velocidade de convergência melhoram com a linearidade das funções definidas. Em vista disto, as seguintes modificações são introduzidas:

- O lado esquerdo das equações são redefinidas como $[\Delta \mathbf{P}_i^p / \mathbf{V}_i^p]$ e $[\Delta \mathbf{Q}_i^p / \mathbf{V}_i^p]$.
- Na equação que relaciona \mathbf{P} e Θ , as tensões do lado direito (\mathbf{V}_k^m) são igualadas a 1 p.u.

O que resulta nas seguintes expressões para $\mathbf{B}'_{ik}{}^{pm} = \mathbf{D}_{ik}^{pm}$ e $\mathbf{B}''_{ik}{}^{pm} = \mathbf{D}_{ik}^{pm}$:

$$\left[\Delta \mathbf{P}_i^p / \mathbf{V}_i^p \right] = \left[\mathbf{B}'_{ik}{}^{pm} \right] \left[\Delta \Theta_k^m \right] \quad (4.19)$$

e

$$\left[\Delta \mathbf{Q}_i^p / \mathbf{V}_i^p \right] = \left[\mathbf{B}''_{ik}{}^{pm} \right] \left[\Delta \mathbf{V}_k^m \right] \quad (4.20)$$

As matrizes $[\mathbf{B}']$ e $[\mathbf{B}'']$ são constantes.

O esquema de iterações descrito na Figura 4.1 foi proposto em [ARRILLAGA et alii, 1983] para a resolução do sistema de equações (4.19) e (4.20).

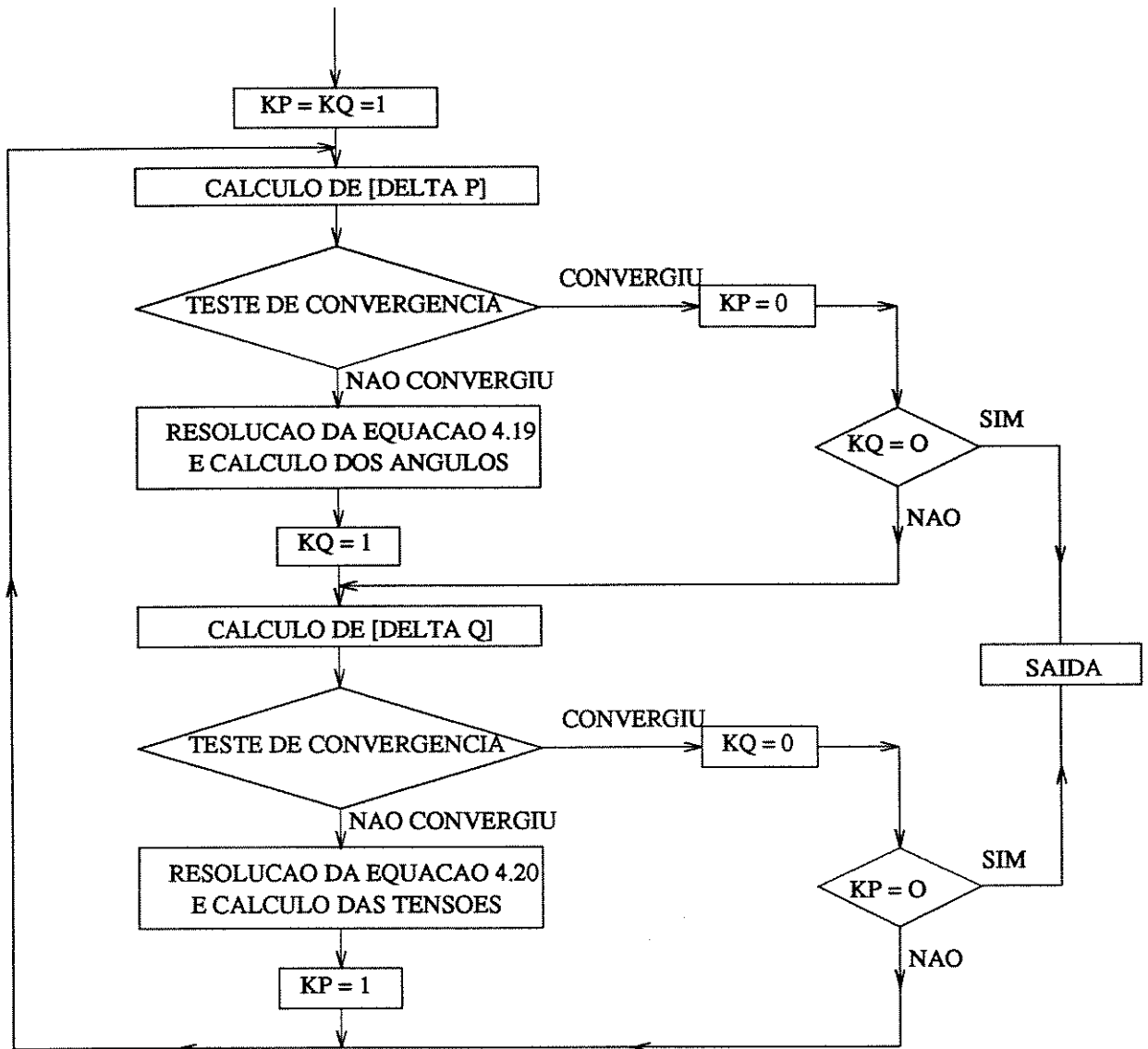


Figura 4.1: Esquema de Iterações para o Método Desacoplado Rápido

5

Fluxo de Carga Trifásico: Método Desacoplado Proposto

Em [MONTICELLI et alii, 1990] explica-se o excelente desempenho do método desacoplado para o modelo monofásico. Mostra-se ainda, nesse trabalho, que a utilização do inverso das reatâncias das linhas de transmissão em lugar das susceptâncias na formação da matriz B' (versão XB) ou da matriz B'' (versão BX), não significa que estamos desprezando as resistências das linhas de transmissão; na realidade essa modificação aparece naturalmente quando se leva em conta o acoplamento entre os subproblemas ativo e reativo sendo que aparentemente esse acoplamento é desprezado[MONTICELLI et alii, 1990] A seguir esta teoria, conforme está em [MONTICELLI et alii, 1990], é apresentada e posteriormente aplicada para sistemas trifásicos dando origem a um método diferente para resolução do fluxo de carga, aqui chamado de Método Desacoplado Novo, que consiste no principal resultado deste trabalho.

5.1 Sistemas Monofásicos

O método de Newton aplicado na solução do sistema de equações do fluxo de carga é dado por:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

para $\Delta \theta$ e ΔV .

O sistema de equações (5.1) pode ser reescrito como:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q - MH^{-1}\Delta P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ 0 & L - MH^{-1}N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Observações

- As equações (5.1) e (5.2) são equivalentes.

- Para simplificação da notação define-se:

$$L_{eq} = L - MH^{-1}N \quad (5.3)$$

- De forma similar ao que foi feito em (5.2), pode-se também obter o sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} \Delta P - NL^{-1}\Delta Q \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H - NL^{-1}M & 0 \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

e ainda um outro, que consiste na combinação de (5.2) e (5.4):

$$\begin{bmatrix} \Delta P - NL^{-1}\Delta Q \\ \Delta Q - MH^{-1}\Delta P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H - NL^{-1}M & 0 \\ 0 & L - MH^{-1}N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Serão analisadas agora algumas propriedades que ajudam a descrever o comportamento do método desacoplado rápido partindo do sistema de equações (5.2), e que servem como base para a versão BX (algoritmo primal). Deve-se ressaltar, no entanto, que um estudo similar foi feito em [MONTICELLI et alii, 1990] para o sistema (5.4) resultando na versão XB (algoritmo dual).

5.1.1 Propriedades Básicas

Propriedade 1

Desenvolvendo a função $\Delta Q(\cdot)$ em termos da Série de Taylor obtém-se:

$$\Delta Q(V, \theta + H^{-1}\Delta P) \simeq \Delta Q(V, \theta) - MH^{-1}\Delta P \quad (5.6)$$

Logo, mesmo quando se resolve o sistema (5.2) de forma desacoplada, o acoplamento entre Q e θ é considerado sem aproximações.

Propriedade 2

O seguinte algoritmo descreve a solução da equação (5.2) para $\Delta \theta$ e ΔV sem introduzir qualquer aproximação:

- Cálculo da correção temporária dos ângulos

$$\Delta \theta_H = H^{-1}\Delta P(V, \theta) \quad (5.7)$$

- Cálculo da correção das tensões

$$\Delta V = L_{eq}^{-1}\Delta Q(V, \theta + \Delta \theta_H) \quad (5.8)$$

- Cálculo da correção adicional dos ângulos

$$\Delta\theta_N = -H^{-1}N\Delta V \quad (5.9)$$

Observar que existem dois aspectos que tornam este algoritmo menos atraente sob o ponto de vista de implementação:

- o cálculo da correção do ângulo, $\Delta\theta$, utiliza dois passos no processo
- a matriz Leq pode ser cheia

Estes inconvenientes são resolvidos com as propriedades 3 e 4, respectivamente.

Propriedade 3

Considerando a ν -ésima iteração do algoritmo tem-se:

$$\Delta\theta_H^\nu = H^{-1}\Delta P(V^\nu, \theta^\nu)$$

$$\theta_{temp}^{\nu+1} = \theta^\nu + \Delta\theta_H^\nu$$

$$\Delta V^\nu = L_{eq}^{-1}\Delta Q(V^\nu, \theta_{temp}^{\nu+1})$$

$$V^{\nu+1} = V^\nu + \Delta V^\nu$$

$$\Delta\theta_N^\nu = -H^{-1}N\Delta V^\nu$$

$$\theta^{\nu+1} = \theta_{temp}^{\nu+1} + \Delta\theta_N^\nu.$$

O vetor θ_{temp} para a iteração seguinte é dado por:

$$\Delta\theta_H^{\nu+1} = H^{-1}\Delta P(V^{\nu+1}, \theta^{\nu+1})$$

$$\theta_{temp}^{\nu+2} = \theta^{\nu+1} + \Delta\theta_H^{\nu+1}$$

e adicionando as duas correções sucessivas dos ângulos:

$$\begin{aligned} \Delta\theta_N^\nu + \Delta\theta_H^{\nu+1} &= H^{-1}[\Delta P(V^{\nu+1}, \theta^{\nu+1}) - N\Delta V^\nu] \\ &\simeq H^{-1}[\Delta P(V^{\nu+1}, \theta_{temp}^{\nu+1}) - H\Delta\theta_N^\nu - N\Delta V^\nu] \\ &\simeq H^{-1}\Delta P(V^{\nu+1}, \theta_{temp}^{\nu+1}) \end{aligned}$$

Isto significa que a correção $\Delta\theta_N$ é automaticamente levada em consideração na iteração seguinte de ΔP .

As propriedades de 1 a 3 mostram que o acoplamento entre elementos introduzido pelo método de Newton é corretamente considerado nos cálculos desacoplados.

Propriedade 4

Segundo a equação (5.1) uma matriz Jacobiana com dimensão $2n \times 2n$ pode ser representada por quatro submatrizes $n \times n$. Com o intuito de simplificar a teoria que será apresentada, as linhas e colunas do Jacobiano referentes às barras PV e $V\theta$ são removidas através da adição de números grandes nos elementos diagonais correspondentes a estas barras.

Seja:

- r_{ij} = resistência do ramo entre as barras i e j ,
- x_{ij} = reatância do ramo entre as barras i e j ,
- g_{ij} = condutância do ramo entre as barras i e j ,
- b_{ij} = susceptância do ramo entre as barras i e j ,
- C = matriz de incidência de barras,
- $diag(B)$ = matriz diagonal das susceptâncias dos ramos,
- $diag(G)$ = matriz diagonal das condutâncias dos ramos.

A expressão (5.3) pode ser reescrita como segue:

$$\begin{aligned} L_{eq} &= L - MH^{-1}N \\ &= -C^T diag(B)C - C^T diag(G)C [C^T diag(B)C]^{-1} C^T diag(G)C \end{aligned} \quad (5.10)$$

Para sistemas radiais a matriz C não é singular, logo,

$$\begin{aligned} L_{eq} &= -C^T [diag(B) + diag(G^2/B)]C \\ &= C^T diag(X^{-1})C \end{aligned} \quad (5.11)$$

onde $diag(G^2/B)$ e $diag(X^{-1})$ são matrizes diagonais cujos elementos (i, i) são g_{ii}^2/b_{ii} e $1/x_{ii}$, respectivamente.

Da equação (5.11) pode-se concluir que para sistemas radiais a matriz L_{eq} tem a mesma estrutura que a matriz L e seus elementos são iguais a $1/x$. De maneira similar, pode-se mostrar que esta equação é válida para sistemas “malhados” com r/x constante em todo sistema e ainda que, se a matriz L_{eq} for cheia os elementos “fill-in” podem ser desprezados na maior parte das aplicações. Em [MONTICELLI et alii, 1990] mostra-se por meio de exemplos numéricos que mesmo quando as hipóteses feitas para obtenção de (5.11) não são atendidas, esta equação consiste em uma boa aproximação para L_{eq} .

Conclusões

- Os mesmos resultados da primeira iteração do método de Newton são obtidos quando se utiliza a matriz H para a 1/2 iteração $P - \theta$ e a matriz L_{eq} para a 1/2 iteração $Q - V$; sendo que nas iterações subseqüentes o erro cometido por não considerar a atualização de ΔQ é compensado, se na obtenção de ΔQ forem usados os valores atualizados de θ (obtidos na primeira 1/2 iteração).
- A matriz L_{eq} pode ser obtida se nas expressões de L substituirmos as susceptâncias das linhas de transmissão pelos inversos das reatâncias. Este procedimento é exato

para sistemas radiais e também para não radiais com razão r/x uniforme em todo sistema. Para os demais, esse procedimento dá uma excelente aproximação para L_{eq} .

- O bom desempenho do método desacoplado está diretamente relacionado com os valores de r/x para cada elemento do sistema, uma vez que, para valores de r/x muito altos os resultados obtidos com este método se distanciam dos resultados da primeira iteração do método de Newton.

5.2 Sistemas Trifásicos

No Capítulo 4 encontram-se as expressões que descrevem o comportamento de sistemas de potência trifásicos, assim como, as equações do método de Newton aplicado para estes sistemas, ou seja,

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \Theta \\ \Delta \mathbf{V} \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

onde

$$[\mathbf{H}_{ik}^{pm}] = [\partial \mathbf{P}_i^p / \partial \Theta_k^m] \quad [\mathbf{N}_{ik}^{pm}] = [\partial \mathbf{P}_i^p / \partial \mathbf{V}_k^m]$$

$$[\mathbf{M}_{ik}^{pm}] = [\partial \mathbf{Q}_i^p / \partial \Theta_k^m] \quad [\mathbf{L}_{ik}^{pm}] = [\partial \mathbf{Q}_i^p / \partial \mathbf{V}_k^m]$$

e para

G_{ik} = parte real de Y_{ik} ,

B_{ik} = parte imaginária de Y_{ik} ,

Θ_i^p = ângulo da tensão da fase p na barra i e

Θ_k^m = ângulo da tensão da fase m na barra k ,

$$\mathbf{H}_{ik}^{pm} = \mathbf{V}_i^p \mathbf{V}_k^m [G_{ik}^{pm} \sin \Theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos \Theta_{ik}^{pm}] \quad (5.13)$$

$$\mathbf{H}_{kk}^{mm} = -B_{kk}^{mm} (\mathbf{V}_k^m)^2 - \mathbf{Q}_k^m \quad (5.14)$$

$$\mathbf{N}_{ik}^{pm} = \mathbf{V}_i^p [G_{ik}^{pm} \cos \Theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sin \Theta_{ik}^{pm}] \quad (5.15)$$

$$\mathbf{N}_{kk}^{mm} = [G_{kk}^{mm} (\mathbf{V}_k^m)^2 + \mathbf{P}_k^m] / \mathbf{V}_k^m \quad (5.16)$$

$$\mathbf{M}_{ik}^{pm} = -\mathbf{V}_i^p \mathbf{V}_k^m [G_{ik}^{pm} \cos \Theta_{ik}^{pm} + B_{ik}^{pm} \sin \Theta_{ik}^{pm}] \quad (5.17)$$

$$\mathbf{M}_{kk}^{mm} = -G_{kk}^{mm} (\mathbf{V}_k^m)^2 + \mathbf{P}_k^m \quad (5.18)$$

$$\mathbf{L}_{ik}^{pm} = \mathbf{V}_i^p [G_{ik}^{pm} \sin \Theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \cos \Theta_{ik}^{pm}] \quad (5.19)$$

$$\mathbf{L}_{kk}^{mm} = [-B_{kk}^{mm} (\mathbf{V}_k^m)^2 + \mathbf{Q}_k^m] / \mathbf{V}_k^m \quad (5.20)$$

onde

$$\Theta_{ik}^{pm} = \Theta_i^p - \Theta_k^m$$



Figura 5.1: Sistema Trifásico de Duas Barras

Aplicação das Propriedades

Analogamente ao caso monofásico, baseado na teoria desenvolvida por [MONTICELLI et alii, 1990] pode-se aplicar as propriedades de 1 a 3 a sistemas trifásicos, resultando nas mesmas conclusões. Desta forma o sistema de equações (5.12) pode ser reescrito como:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q - \mathbf{M}\mathbf{H}^{-1}\Delta P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ 0 & \mathbf{L} - \mathbf{M}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta \mathbf{V} \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

Analogamente ao caso monofásico (matriz L_{eq}) define-se:

$$\mathbf{L}' = \mathbf{L} - \mathbf{M}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{N} \quad (5.22)$$

Fazendo as mesmas hipóteses para sistema radiais ou malhados com razão r/x aproximadamente constante para todo o sistema, pode-se obter resultados muito próximos aos da primeira iteração do método de Newton quando se utiliza o seguinte procedimento desacoplado na resolução do sistema de equações (5.21):

- Cálculo de $\Delta \theta$:

$$\Delta \theta = \mathbf{H}^{-1}\Delta P(\mathbf{V}, \theta) \quad (5.23)$$

- Cálculo de $\Delta \mathbf{V}$:

$$\Delta \mathbf{V} = \mathbf{L}'^{-1}\Delta Q(\mathbf{V}, \theta + \Delta \theta) \quad (5.24)$$

sendo que a correção adicional dos ângulos é considerada automaticamente na próxima iteração de ΔP conforme a propriedade 3.

Propriedade 4 - Cálculo de \mathbf{L}'

Nesta seção são aplicadas ao modelo trifásico as mesmas deduções e hipóteses que, quando aplicadas ao modelo monofásico resultaram na utilização dos inversos das reatâncias em substituição às susceptâncias das linhas de transmissão para a obtenção da matriz B'' (versão BX). No modelo trifásico queremos uma regra semelhante para a formação de \mathbf{L}' diretamente a partir de \mathbf{L}

Seja o sistema trifásico da Figura 5.1. Considerando “flat-start” o que significa que:

- todas as magnitudes das tensões são iguais a 1,00 p.u. e
- todos os ângulos das fases são iguais a seus valores equilibrados, ou seja, para seqüência de fases direta (0, $-2\pi/3$, $2\pi/3$);

o sistema de equações (5.12) pode ser escrito somente em função dos elementos da matriz admitância nodal – Y e dos ângulos entre as fases.

Neste caso as expressões (5.13) a (5.15) podem ser reescritas como:

$$\mathbf{H}_{ik}^{pm} = \mathbf{I}_{ik}^{pm} = -Im \left[Y_{ik}^{pm} e^{-j\Theta_{ik}^{pm}} \right] \quad (5.25)$$

$$\mathbf{N}_{ik}^{pm} = -\mathbf{M}_{ik}^{pm} = Re \left[Y_{ik}^{pm} e^{-j\Theta_{ik}^{pm}} \right] \quad (5.26)$$

onde $j = \sqrt{-1}$.

Observar que analogamente ao procedimento adotado na análise monofásica, as linhas e colunas do Jacobiano referentes às barras PV e $V\theta$ devem ser removidas.

No “flat-start” os valores de Θ_{ik}^{pm} , representados pela matriz Θ_{ik} (3x3) são, considerando a seqüência de fases positiva,

$$\Theta_{ik} = \begin{bmatrix} 0 & 2\pi/3 & -2\pi/3 \\ -2\pi/3 & 0 & 2\pi/3 \\ 2\pi/3 & -2\pi/3 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

Definindo então a matriz (complexa) \tilde{Y} como sendo

$$\tilde{Y}_{ik}^{pm} = Y_{ik}^{pm} e^{-j\Theta_{ik}^{pm}}$$

e ainda,

- \tilde{G} como sua parte real e
- \tilde{B} como sua parte imaginária

a equação (5.12) aplicada ao sistema da Figura 5.1 pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tilde{B} & \tilde{G} \\ -\tilde{G} & -\tilde{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \Theta \\ \Delta \mathbf{V} \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

Desta forma, a matriz \mathbf{L}' é dada por:

$$\mathbf{L}' = -\tilde{B} - \tilde{G}[\tilde{B}]^{-1}\tilde{G} \quad (5.29)$$

Nota-se que essa expressão é a mesma obtida quando se inverte \tilde{Y} utilizando como submatrizes suas partes real e imaginária, ou seja:

$$[\tilde{G} + j\tilde{B}]^{-1} = [(\tilde{B}^{-1}\tilde{G} - j)(\tilde{B} + \tilde{G}\tilde{B}^{-1}\tilde{G})^{-1}]$$

Definindo-se a matriz \tilde{Z} como

$$\tilde{Z}_{ik}^{pm} = Z_{ik}^{pm} e^{-j\Theta_{ik}^{pm}}$$

onde Z é a matriz impedância da linha (Figura 5.1) podendo ser escrita na forma: $Z = R + jX$, no Apêndice B mostra-se que se

$$Z = Y^{-1}$$

então:

$$\tilde{Z} = \tilde{Y}^{-1}$$

Logo a matriz que se procura (L') para utilizar no fluxo de carga desacoplado é a inversa da parte imaginária da matriz \tilde{Z} .

Definindo \mathbf{T} como sendo a parte imaginária de \tilde{Z} :

$$\mathbf{L}' = \mathbf{T}^{-1}$$

onde

$$\mathbf{T}_{ik}^{pm} = \text{Im} \left[Z_{ik}^{pm} e^{-j\Theta_{ik}^{pm}} \right]$$

ou

$$\mathbf{T}_{ik}^{pm} = -R_{ik}^{pm} \text{sen}\Theta_{ik}^{pm} + X_{ik}^{pm} \text{cos}\Theta_{ik}^{pm}$$

Portanto, pode-se formar diretamente a matriz L' a partir das submatrizes R e X , parte real e imaginária da matriz Z , respectivamente. Para isso, basta a inversão da matriz \mathbf{T} de dimensão (3x3). Este procedimento deve ser aplicado a todos os elementos da rede e desta forma, obtém-se uma regra simples para formação da matriz L' .

5.2.1 Método Desacoplado Novo

Mediante os resultados obtidos na seção anterior e redefinindo o lado esquerdo da equações como $[\Delta P_i^p / V_i^p]$ e $[\Delta Q_i^p / V_i^p]$, devido as mesmas considerações feitas no Capítulo 4, propõe-se o Método Desacoplado Novo para resolução do fluxo de carga segundo modelagem trifásica, que constitui uma versão muito próxima da primeira iteração do Método de Newton.

Equacionamento Básico

$$\left[\Delta P_i^p / V_i^p \right] = \left[\mathbf{H}' \right] \left[\Delta \Theta_k^m \right] \quad (5.30)$$

$$\left[\Delta Q_i^p / V_i^p \right] = \left[\mathbf{L}' \right] \left[\Delta V_k^m \right] \quad (5.31)$$

onde,

- No “flat-start” a matriz $[H']$ é calculada de maneira idêntica à matriz $[B']$ da versão desacoplada apresentada no Capítulo 4 deste trabalho, ou seja:

$$H' = D$$

e

$$D_{ik}^{pm} = G_{ik}^{pm} \text{sen} \Theta_{ik}^{pm} - B_{ik}^{pm} \text{cos} \Theta_{ik}^{pm}$$

- A matriz $[L']$, por sua vez, resulta da aplicação da Propriedade 4:

$$L' = T^{-1}$$

onde

$$T_{ik}^{pm} = -R_{ik}^{pm} \text{sen} \Theta_{ik}^{pm} + X_{ik}^{pm} \text{cos} \Theta_{ik}^{pm}$$

Esquema de Iterações

Para este método foi adotado o esquema de iterações estritamente sucessivos segundo Figura 5.2, pelo fato de ter apresentado melhor desempenho para alguns casos testados, atenuando a ocorrência de iterações cíclicas, ou seja, iterações onde o valor de Δ máximo oscila em torno de um ponto ao redor da convergência.

Em [MONTICELLI et alii, 1990] os autores dizem acreditar que existe um mecanismo comum que explica o comportamento cíclico, quando da utilização de um esquema de iterações equivalente ao da Figura 4.1 do Capítulo 4 deste trabalho, para resolução de sistemas críticos, ou seja, com valores altos para a razão r/x . Partindo-se, por exemplo, da equação (5.2), quando M é desprezível, em outras palavras $r/x \ll 1$, o cálculo de $\Delta P = 0$ e $\Delta Q - MH^{-1}\Delta P = 0$ é equivalente a $\Delta P = 0$ e $\Delta Q = 0$ o que não apresenta problemas. No entanto, se a razão r/x é ruim, ΔQ tende a ser um múltiplo de ΔP , o que sugere que as tolerâncias de convergência, neste caso, não sejam as mesmas para os dois subproblemas ativo e reativo.

5.2.2 Considerações Complementares

Elementos “Shunt”

A expressão para os elementos da diagonal da matriz $[L]$ para o método de Newton aplicado à sistemas com modelagem monofásica é a seguinte:

$$L_{kk}/V_k = -B_{kk} + Q_k/V_k^2$$

Em [MONTICELLI, 1983] observou-se que explicitando a injeção da potência reativa na barra k e considerando tensões iguais a 1,00 p.u. e ângulos iguais a zero, a expressão anterior pode ser aproximada para:

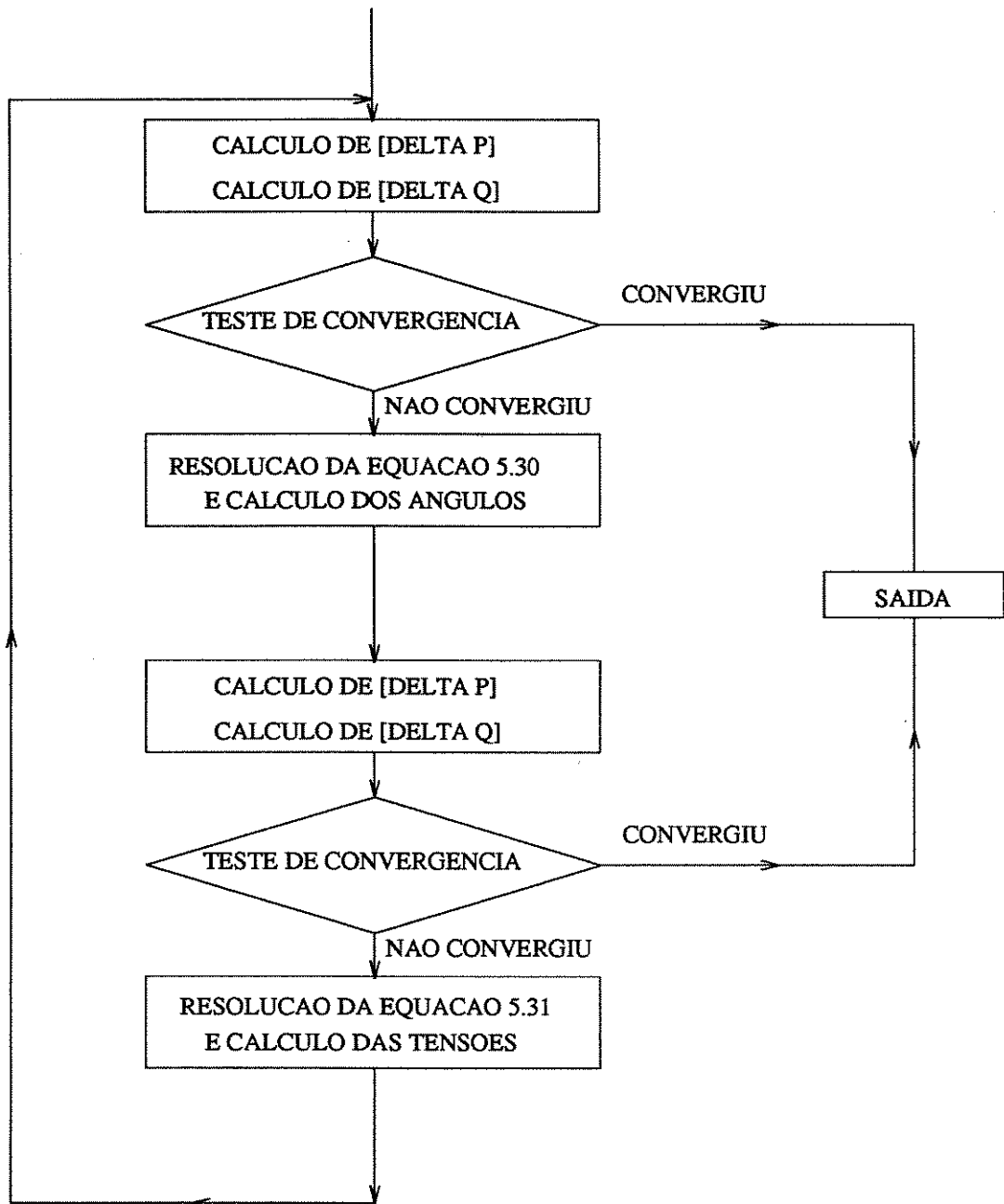


Figura 5.2: Esquema de Iterações para o Método Desacoplado Novo

$$L_{kk} \simeq \sum_{m \in \Omega_k} b_{km} - 2(b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} b_{km}^{sh})$$

onde:

Ω_k é o conjunto de barras vizinhas da barra k ,

b_{km} são susceptâncias série,

b_k^{sh} são susceptâncias “shunt”,

b_{km}^{sh} são susceptâncias “shunts” conectadas diretamente na barra. Portanto, os elementos “shunts” aparecem multiplicados por 2. Esta consideração foi utilizada na formação da matriz B'' para o método XB e posteriormente para o método BX e tornou possível a resolução de alguns problemas que não podiam ser resolvidos pela versão original.

Aplicando este conceito na formação da diagonal da matriz $[T]$ do Método Novo para sistemas trifásicos, foram observados melhores resultados para sistemas com susceptâncias “shunt” com valores consideráveis.

Logo, a diagonal de $[T]$ deve ser calculada da seguinte forma:

$$\mathbf{T}_{ii}^{pp} = -R_{ii}^{pp} \text{sen} \Theta_{ii}^{pp} + X_{ii}^{pp} \text{cos} \Theta_{ii}^{pp} - 2Y sh_{ii}^{pp}$$

o que resulta em :

$$\mathbf{T}_{ii}^{pp} = X_{ii}^{pp} - 2Y sh_{ii}^{pp}$$

Geradores

No estudo de sistemas de transmissão trifásicos, quando o efeito do desbalanceamento entre fases é considerado, a utilização de um modelo detalhado para geradores faz-se necessário. Os geradores, conforme a referência [BIRT et alii, 1976], podem ser representados por três barras trifásicas conectadas segundo a Figura 5.3, sendo que:

- Barra Interna (INT): representa as tensões induzidas. Todas as tensões nesta barra são balanceadas e devido a isso somente a tensão e o ângulo da fase A são usados como variável, sendo que o ângulo Θ_{int}^A de um dos geradores é usado como referência para todo o sistema. A potência total \mathbf{P}_{ger} , que consiste na soma das potências geradas nas três fases é injetada nesta barra.
- Barra Externa (EXT): representa a barra terminal do gerador. A carga nesta barra é igual a zero.
- Barra de Conexão com o Sistema (P): é a barra de alta tensão conectada no sistema de transmissão. É tratada como uma barra de carga.

Esta representação requer que se inclua a atuação do regulador de tensão no equacionamento do sistema. Usualmente a tensão do regulador, V_{reg} , é uma função linear da tensão da barra externa V_{ext} . No sistema de transmissão estudado neste trabalho foi

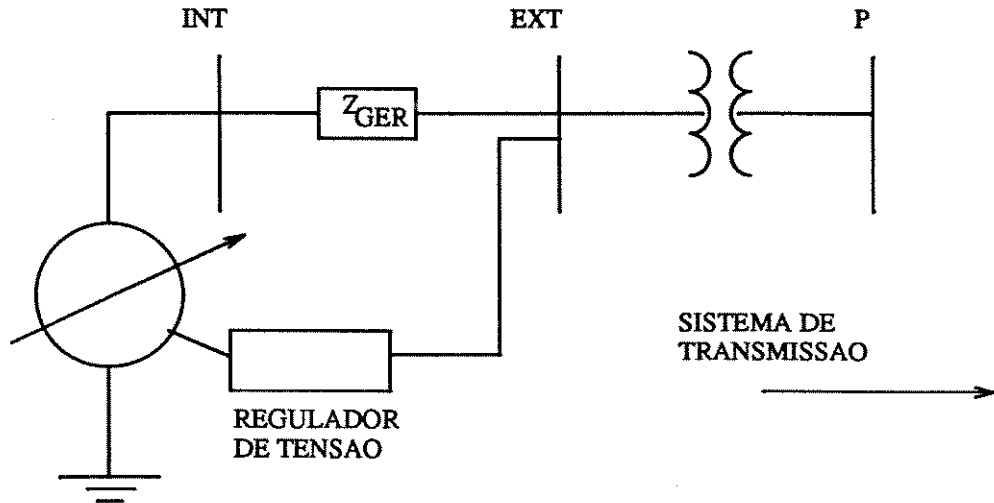


Figura 5.3: Modelo: Gerador / Regulador de Tensão

considerado que o regulador mantém a tensão da fase *A* da barra externa em um valor fixo, no entanto outras representações poderiam ser introduzidas.

Conforme teoria do Capítulo 4, as equações que descrevem a atuação dos geradores no sistema são:

$$\Delta P_{ger_j} = P_{ger_j}^{esp} - P_{ger_j} \quad (5.32)$$

ou seja

$$\Delta P_{ger_j} = \sum_{p=1}^3 V_{int_j} \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^3 V_k^m [G_{jk}^{pm} \cos \Theta_{jk}^{pm} + B_{jk}^{pm} \text{sen} \Theta_{jk}^{pm}] \quad (5.33)$$

e segundo a modelagem adotada para o regulador de tensão:

$$\Delta V_{reg_j} = V_{reg}^{esp} - V_{reg} \quad (5.34)$$

onde

$$V_{reg} = V_{ext}^A \quad (5.35)$$

As derivadas parciais correspondentes a estas equações são:

- Para potência total gerada (P_{ger}):

$$\partial \Delta P_{ger_j} / \partial \Theta_k^m = \sum_{p=1}^3 V_{int_j} V_k^m [G_{jk}^{pm} \cos \Theta_{jk}^{pm} + B_{jk}^{pm} \sin \Theta_{jk}^{pm}] \quad (5.36)$$

sendo que esta equação corresponde a uma soma dos elementos de $[\mathbf{H}]$.

- Para a tensão do regulador (V_{reg}):

$$\partial \Delta V_{reg_j} / \partial V_k^m = 0 \quad (5.37)$$

a menos de

$$\partial \Delta V_{reg_j} / \partial V_k^A = 1 \quad (5.38)$$

quando k é a barra externa do gerador j .

Observação:

A inclusão da equação do regulador na formação da matriz jacobiana do sistema, pode ocasionar a existência de elementos nulos na diagonal. Este fato pode ser contornado com uma simples reordenação da equação matricial em questão.

Transformadores

A utilização do método proposto, segundo o que foi apresentado neste trabalho, se restringe a sistemas com transformadores com o primário e o secundário conectados em estrela-aterrado, para os quais as equações desenvolvidas refletem exatamente a situação obtida na 1ª iteração do método de Newton.

Para o caso de transformadores conectados em estrela-aterrado/delta, a matriz \mathbf{L}' calculada a partir das submatrizes da 1ª iteração do método de Newton, ou seja, $\mathbf{L}' = \mathbf{L} - \mathbf{M}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{N}$, não pode ser obtida com a utilização das equações do método desacoplado novo, uma vez que a matriz admitância para este caso é formada de maneira atípica como pode ser visto na Tabela 2.1.

E ainda, para as outras conexões descritas na Tabela 2.1 ocorrem problemas de singularidade das matrizes jacobianas, pelo fato destas apresentarem a mesma estrutura da matriz admitância, no caso singular. Estes problemas ocorrem também quando os outros métodos são aplicados.

No decorrer deste trabalho não foi possível encontrar uma maneira de contornar estas dificuldades, uma vez que a pesquisa foi direcionada para a análise das equações gerais e a elaboração do método desacoplado novo. No entanto, pesquisas futuras que enfoquem basicamente os problemas inerentes à modelagem de transformadores, seguramente permitirão que a utilização deste método se estenda para sistemas com transformadores com outros tipos de conexões, além do caso estrela-aterrado/estrela-aterrado.

6

Testes e Resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados de testes feitos em vários sistemas elétricos, com o intuito de estabelecer parâmetros para a comparação do desempenho dos métodos: Desacoplado segundo a referência [ARRILLAGA et alii, 1983], Newton - Raphson e Método Desacoplado Novo (desenvolvido neste trabalho).

Comparou-se o desempenho dos três métodos quanto ao número de iterações para três valores de convergência diferentes (para o método Newton - Raphson os resultados representam as iterações completas e para os desacoplados as iterações completas e entre parênteses as meias iterações).

Os sistemas estudados incluem um exemplo de duas barras, com o qual foi possível analisar a influência da variação da razão r/x no desempenho dos métodos, além de permitir uma análise comparativa entre as matrizes:

- $L' = L - MH^{-1}N$, calculada a partir das submatrizes da 1ª iteração do Método de Newton;
- $L' = T^{-1}$, calculada segundo teoria desenvolvida neste trabalho;
- B'' , calculada pelo método desacoplado segundo referência [ARRILLAGA et alii, 1983].

Os programas de fluxo de carga trifásico foram implementados segundo os esquemas de iterações citados nos Capítulos 4 e 5, sendo que foi elaborada uma versão onde se utilizou das técnicas de esparsidade de maneira análoga ao procedimento usual para o caso monofásico. A linguagem de programação utilizada foi o FORTRAN e o computador uma estação de trabalho SUN SPARC-station 2.

6.1 Sistema 1

Sistema de 2 barras conforme Figura 6.1.

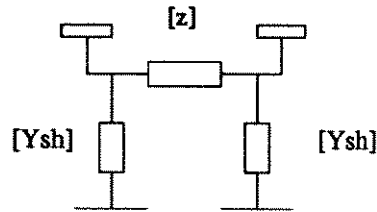


Figura 6.1: Sistema 1

6.1.1 Dados das Barras

- Barra1: As magnitudes (1,0 p.u.) e ângulos (0°, -120° e 120°) das tensões desta barra constituem a referência do sistema.
- Barra2: Os valores das cargas ativas e reativas para esta barra são (em p.u.):

$$[P_2] = \begin{bmatrix} 1,345 \\ 1,228 \\ 1,424 \end{bmatrix}$$

e

$$[Q_2] = \begin{bmatrix} 0,196 \\ 0,153 \\ -0,082 \end{bmatrix}$$

6.1.2 Dados das Linhas

As matrizes $[Z]$ e $[Y_{sh}]$ para o sistema são:

$$[Z] = \begin{bmatrix} 0,006 + j0,045 & 0,002 + j0,015 & 0,001 + j0,017 \\ 0,002 + j0,015 & 0,006 + j0,05 & 0,002 + j0,017 \\ 0,001 + j0,017 & 0,002 + j0,017 & 0,007 + j0,047 \end{bmatrix}$$

$$[Y_{sh}] = \begin{bmatrix} j0,175 & -j0,03 & -j0,02 \\ -j0,03 & j0,176 & -j0,03 \\ -j0,02 & -j0,03 & j0,170 \end{bmatrix}$$

6.1.3 Resultados

Comparação entre as matrizes

- $L' = L - MH^{-1}N$ (1ª iteração do Método de Newton para inicialização “flat start”):

Razão r/x (Valor médio)		Método		
		Newton Raphson	Desacoplado - Referência [ARRILLAGA et alii, 1983]	Desacoplado Novo
Sistema original	0,114	2	4,0(4/4)	2,0(2/2)
Variando o valor de r	0,735	2	diverge	5,0(5/5)
	1,801	3	diverge	9,0(9/9)
Variando o valor de x	0,892	2	diverge	3,5(4/3)
	4,283	2	diverge	5,5(6/5)
Tolerância para o processo iterativo: 0,001 p.u.				

Tabela 6.1: Sistema 1: Número de Iterações

$$K' = \begin{bmatrix} 23,57 & 5,06 & 4,97 \\ 3,82 & 21,07 & 5,26 \\ 5,28 & 4,08 & 22,70 \end{bmatrix}$$

- $L' = T^{-1}$ (Método Desacoplado Novo –proposto neste trabalho):

$$K' = \begin{bmatrix} 23,56 & 5,09 & 4,99 \\ 3,85 & 21,07 & 5,29 \\ 5,32 & 4,1 & 22,69 \end{bmatrix}$$

e

- B'' (Método Desacoplado –proposto na referência [ARRILLAGA et alii, 1983]):

$$B'' = \begin{bmatrix} 26,33 & 2,38 & 5,45 \\ 3,06 & 23,57 & 2,44 \\ 1,86 & 4,09 & 25,70 \end{bmatrix}$$

Observa-se que $L' = T^{-1}$ está mais próxima de $L' = L - MH^{-1}N$ calculada na 1ª iteração do método de Newton que B'' .

Influência da Razão r/x no Processo de Convergência dos Três Métodos

O valor da razão r/x calculada para os elementos da matriz $[Z]$ é em média igual a 0,114. Este valor foi alterado através da variação inicialmente dos valores de r na matriz $[Z]$ e posteriormente dos valores de x , resultando em vários sistemas com valores médios de r/x distintos. Para estes sistemas foi calculado o fluxo de carga, segundo os três métodos considerados. A Tabela 6.1 apresenta os resultados obtidos quanto ao número de iterações.

Barras	Fase A		Fase B		Fase C	
	MW	MVA _r	MW	MVA _r	MW	MVA _r
4	150	80	157	78	173	72
5	50	15	45	14,0	48,3	16,6
6	48	20	47	12	51,3	28,3

Tabela 6.2: Sistema 2: Dados das Barras

Barras		Impedância (zt) em p.u.	Tipo de Conexão
Primário	Secundário		
2	1	$0,0006 + j0,0164$	Y - g / Y - g
6	7	$0,0020 + j0,0380$	Y - g / Y - g

Tabela 6.3: Sistema 2: Dados dos Transformadores

6.2 Sistema 2

Sistema com sete barras e dois geradores, conforme a Figura 6.2 [ARRILLAGA et alii, 1983]. A barra número 3 é uma barra fictícia e foi introduzida neste ponto devido a mudanças construtivas na linha. A base p.u. adotada para este sistema é 33,3 MVA.

6.2.1 Dados das Barras

Os valores das cargas, potências ativas e reativas, estão na Tabela 6.2. Os dados referentes aos transformadores e geradores estão nas Tabelas 6.3 e 6.4.

6.2.2 Dados das Linhas

As matrizes $[Z]$ e $[Y_{sh}]$ para as diversas linhas do sistema podem ser encontradas na referência [ARRILLAGA et alii, 1983].

Gerador nº	Impedâncias			P(total) MW	Tensão p.u.
	Z0	Z1	Z2		
1	$j0,08$	$j0,01$	$j0,021$	Ref.	1,0669
2	$j0,15$	$j0,01$	$j0,091$	281,27	1,0738

Tabela 6.4: Sistema 2: Dados dos Geradores

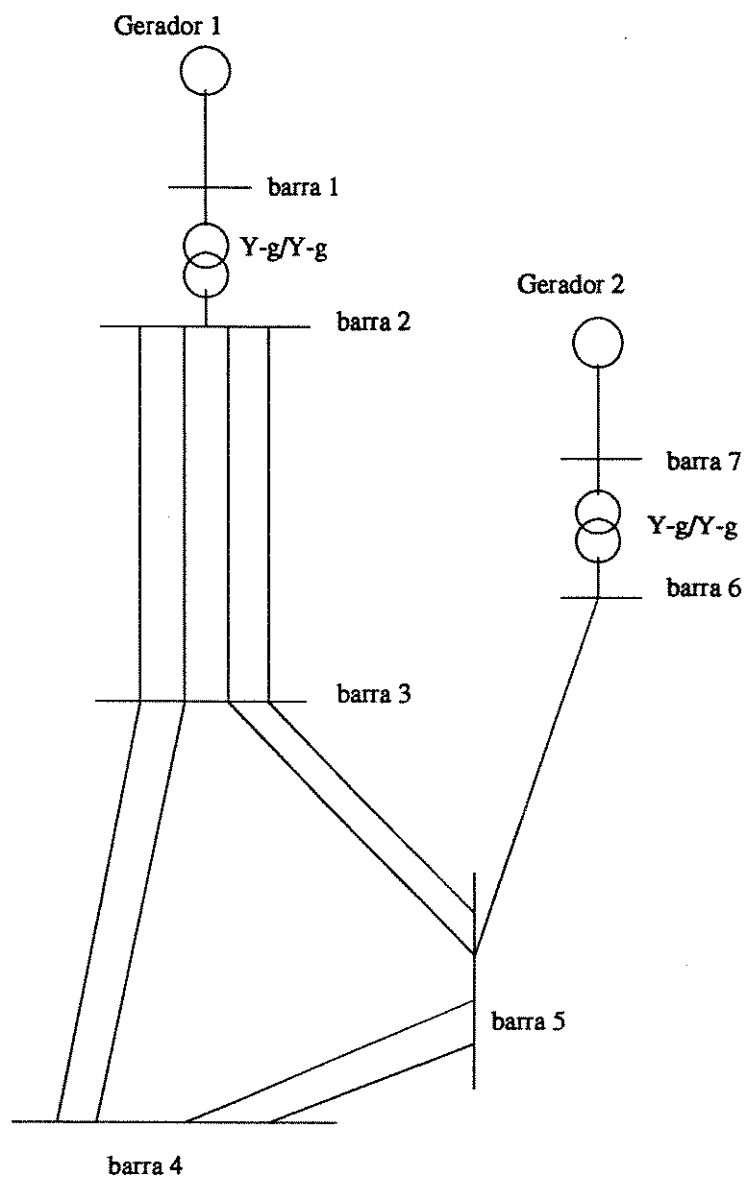


Figura 6.2: Sistema 2

6.2.3 Testes

Os seguintes sistemas de testes foram criados baseados nos dados do Sistema 2:

- **Teste 1:** Sistema balanceado, com cargas balanceadas e sem acoplamento mútuo entre as linhas trifásicas paralelas;
- **Teste 2:** Sistema balanceado, com cargas balanceadas e com acoplamento mútuo balanceado entre as linhas trifásicas paralelas;
- **Teste 3:** Sistema com cargas balanceadas e com acoplamento mútuo desbalanceado entre as linhas trifásicas paralelas introduzido pelas capacitâncias “shunt” das linhas (matrizes $[Y_{sh}]$);
- **Teste 4:** Sistema com cargas balanceadas e com acoplamento mútuo desbalanceado entre as linhas trifásicas paralelas introduzido pelas impedâncias série das linhas (matrizes $[Z]$);
- **Teste 5:** Sistema com cargas balanceadas e com acoplamento mútuo desbalanceado entre as linhas trifásicas paralelas introduzido pelos elementos série e capacitâncias “shunt”;
- **Teste 6:** Idêntico ao Teste 1, mas com cargas desbalanceadas;
- **Teste 7:** Idêntico ao Teste 2, mas com cargas desbalanceadas;
- **Teste 8:** Idêntico ao Teste 5, mas com cargas desbalanceadas;
- **Teste 9:** Idêntico ao Teste 8, mas com um grande desbalanceamento na potência ativa da carga da barra 5;
- **Teste 10:** Idêntico ao Teste 8, mas com um grande desbalanceamento na potência reativa da carga da barra 5.

Observações:

1. A condição de sistema balanceado supõe um sistema trifásico simétrico, operando com cargas balanceadas, com geradores sem acoplamento entre fases e modelados pela impedância de seqüência positiva. Nestas condições o Teste 1 corresponde exatamente ao modelo usado no fluxo de carga monofásico.

2. A condição de cargas balanceadas foi obtida pelo uso do valor médio das cargas nas três fases;

3. O acoplamento mútuo entre linhas trifásicas paralelas está indicado na Figura 6.3;

4. Os valores de potências ativas [MW] e reativas [MVar] para a carga da barra 5 nos Teste 9 e 10 respectivamente são:

$$[P_5] = \begin{bmatrix} 50,0 \\ 11,3 \\ 12,0 \end{bmatrix}$$

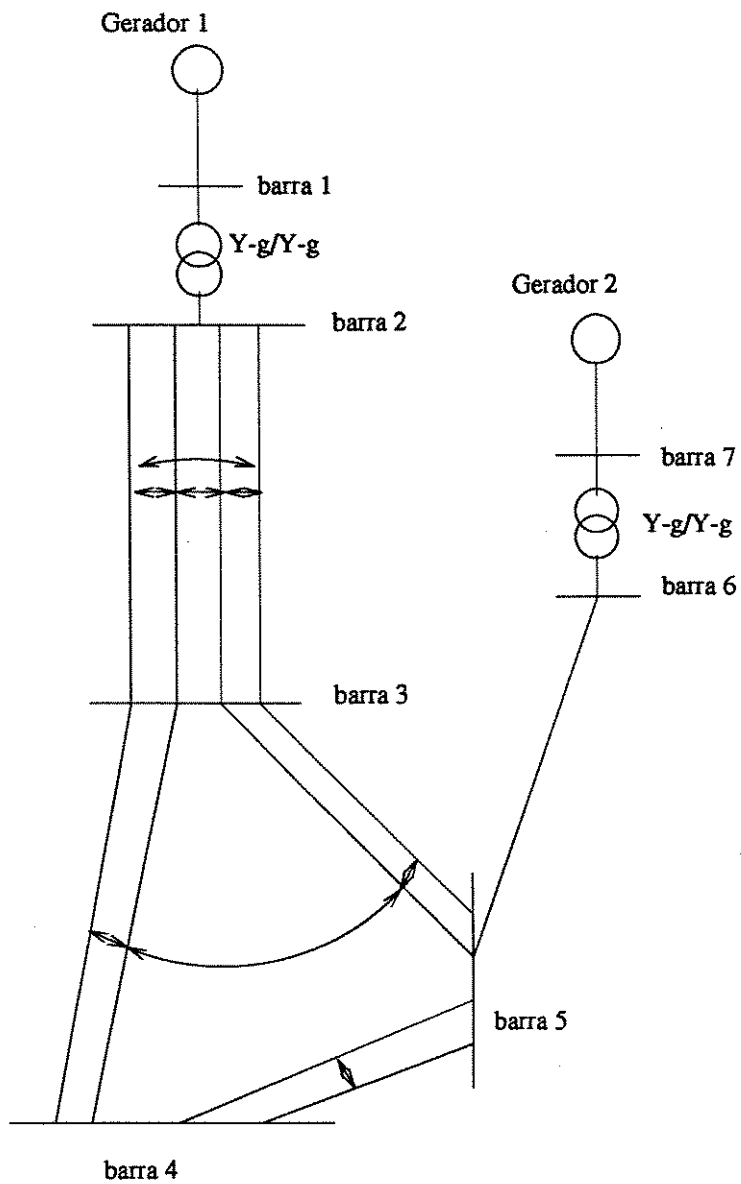


Figura 6.3: Sistema 2 - Acoplamento Mútuo

Sistema de Teste	Método		
	Newton Raphson	Desacoplado - Referência [ARRILLAGA et alii, 1983]	Desacoplado Novo
Teste 1	3	3,5 (4/3)	3,5 (4/3)
Teste 2	4	4,5 (5/4)	4,5 (5/4)
Teste 3	4	6,5 (7/6)	5,5 (6/5)
Teste 4	3	12,0 (12/12)	6,5 (7/6)
Teste 5	3	10,0 (10/10)	4,5 (5/4)
Teste 6	3	3,5 (4/3)	3,5 (4/3)
Teste 7	4	4,5 (5/4)	4,5 (5/4)
Teste 8	3	9,0 (9/9)	4,5 (5/4)
Teste 9	4	10,0 (10/10)	5,5 (6/5)
Teste 10	4	11,0 (11/11)	6,5 (7/6)

Tabela 6.5: Sistema 2: Número de Iterações

e

$$[Q_5] = \begin{bmatrix} 66,7 \\ 14,0 \\ 16,6 \end{bmatrix}$$

5. A tolerância utilizada no processo iterativo é 0,003 p.u.

6.2.4 Resultados

Os resultados obtidos quanto ao número de iterações para os três métodos analisados quando aplicados aos vários sistemas de testes estão na Tabela 6.5.

6.3 Sistema 3

Sistema de distribuição baseado no sistema IEEE 34 barras proposto no artigo “Radial Distribution Test Feeders” [IEEE, 1991], conforme a Figura 6.4. É composto por linhas de transmissão aéreas trifásicas e monofásicas, cargas trifásicas (balanceadas e desbalanceadas), cargas monofásicas e bancos de capacitores “shunt”. Os reguladores de tensão não foram considerados.

A barra de referência é a número 1, com tensão balanceada igual a 1,03 p.u. A base p.u. adotada para este sistema é 1MVA (potência/fase) e 24,9kV (tensão fase-fase).

6.3.1 Dados das Barras

As cargas, potências ativas e reativas do sistema, foram consideradas como concentradas nas respectivas barras, e conectadas em estrela para o caso de cargas trifásicas e entre

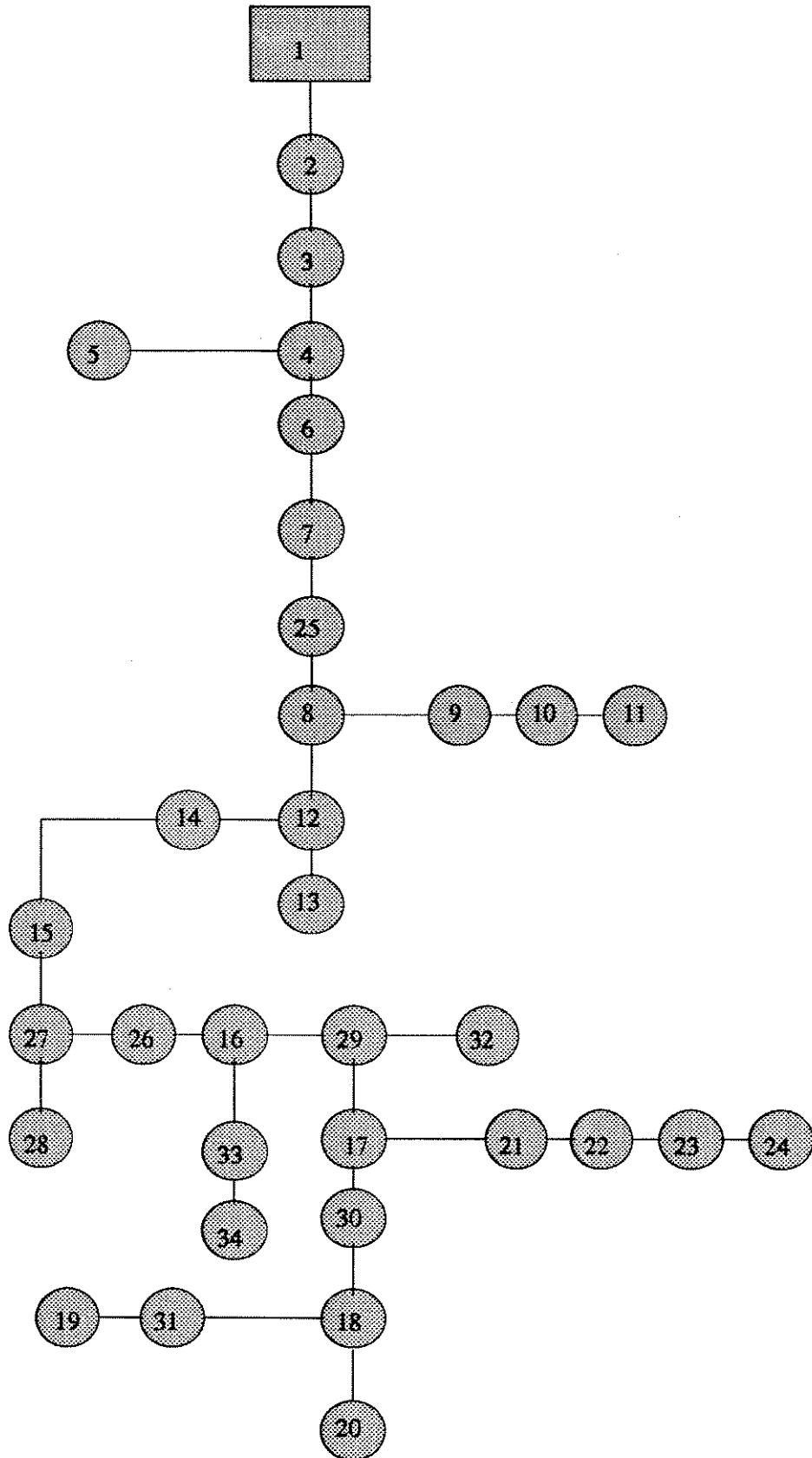


Figura 6.4: Sistema 3

Barra Número	Cargas (Ativas e Reativas)					
	Fase 1		Fase 2		Fase 3	
	kW	kVAr	kW	kVAr	kW	kVAr
002	0,000	0,000	31,220	16,140	26,070	13,480
004	0,000	0,000	15,880	8,210	0,000	0,000
008	0,000	0,000	0,390	0,200	,000	,000
009	33,900	17,520	0,000	0,000	0,000	0,000
010	35,530	70,070	0,000	0,000	0,000	0,000
012	0,000	0,000	41,930	21,680	2,780	1,440
014	6,180	3,200	0,000	0,000	0,000	0,000
016	6,680	3,450	1,080	0,560	5,350	2,770
017	15,660	8,090	20,860	10,780	111,150	57,460
018	17,490	9,040	21,810	11,270	0,000	0,000
020	8,860	7,090	8,860	7,090	8,860	7,090
021	9,120	4,710	0,000	0,000	0,000	0,000
022	133,440	106,830	158,030	119,540	155,670	118,320
023	0,000	0,000	22,620	11,700	0,000	0,000
024	19,450	15,570	19,450	15,570	19,450	15,570
027	0,000	0,000	3,710	1,920	0,000	0,000
029	4,620	2,390	12,550	6,490	12,820	6,630
030	47,280	30,090	30,460	21,390	61,960	37,680
031	27,610	14,270	0,000	0,000	0,000	0,000
034	27,000	21,620	27,000	21,620	27,000	21,620

Tabela 6.6: Sistema 3: Dados das Barras

linha e neutro para o caso de cargas monofásicas. Todas foram modeladas como valores constantes em kW e kVAr.

Os dados para as barras com cargas diferentes de zero estão na Tabela 6.6, os dados referentes ao banco de capacitores na Tabela 6.7 e os dados do transformador na Tabela 6.8.

6.3.2 Dados das Linhas

Os dados construtivos das linhas, assim como uma explanação a respeito das equações e considerações utilizadas no cálculo dos parâmetros das linhas e dos elementos das matrizes $[Z]$ e $[Y_{sh}]$ para as diversas linhas do sistema estão no Apêndice A. O valor da razão r/x calculada a partir dos elementos da matriz $[Z]$ é em média igual a 1,5 e atinge valores máximos iguais a 2,27.

Barra Número	Capacitores		
	Fase 1 kVAr	Fase 2 kVAr	Fase 3 kVAr
022	100,00	100,00	100,00
024	150,00	150,00	150,00

Tabela 6.7: Sistema 3: Dados dos Bancos de Capacitores

Barras		Impedância (zt) em p.u.	Tipo de Conexão
Primário	Secundário		
16	33	1,90 + j4,08	Y - g / Y - g

Tabela 6.8: Sistema 3: Dados do Transformador

6.3.3 Resultados

Os resultados obtidos quanto ao número de iterações para os três métodos analisados quando aplicados a este sistema estão na Tabela 6.9.

6.4 Sistema 4

Sistema de distribuição baseado no sistema IEEE 123 barras proposto no artigo “Radial Distribution Test Feeders” [IEEE, 1991], conforme a Figura 6.5. É composto por linhas de transmissão aéreas trifásicas, bifásicas e monofásicas, cargas trifásicas (balanceadas e desbalanceadas), cargas monofásicas, bancos de capacitores trifásicos e monofásicos e um motor de indução de 150 HP com fator de potência igual a 0,8 conectado à barra 119. As linhas trifásicas subterrâneas do sistema original foram substituídas por linhas aéreas

Tolerância em p.u.	Método		
	Newton Raphson	Desacoplado - Referência [ARRILLAGA et alii, 1983]	Desacoplado Novo
0,01	2	diverge	6,0(6/6)
0,001	3	diverge	9,0(9/9)
0,0001	3	diverge	12,5(13/12)

Tabela 6.9: Sistema 3: Número de Iterações

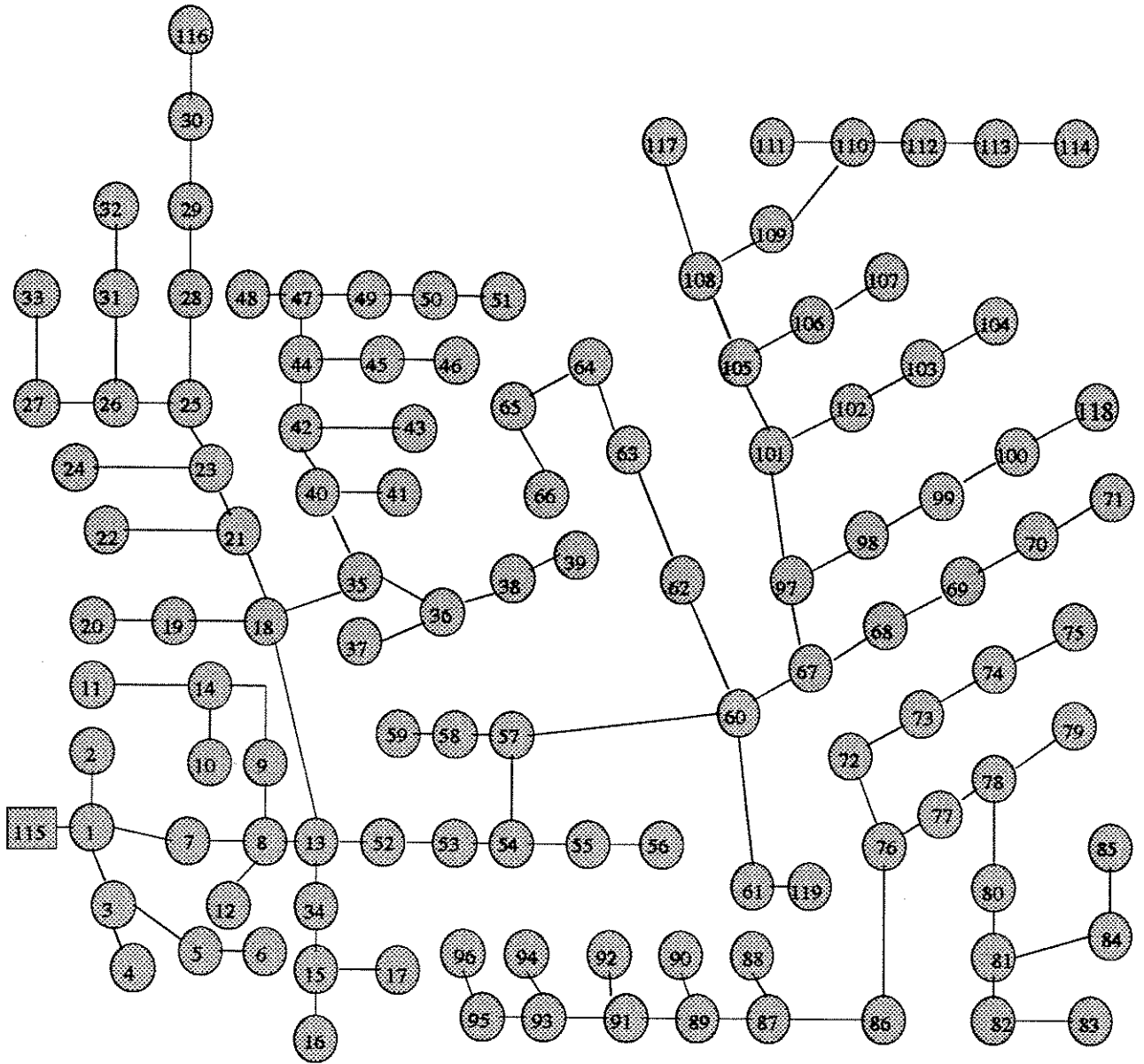


Figura 6.5: Sistema 4

Barra Número	Capacitores		
	Fase 1 kVAr	Fase 2 kVAr	Fase 3 kVAr
083	200,00	200,00	200,00
088	50,00		
090		50,00	
092			50,00

Tabela 6.10: Sistema 4: Dados dos Bancos de Capacitores

Barras		Impedância (zt) em p.u.	Tipo de Conexão
Primário	Secundário		
61	119	$0,0127 + j0,0272$	Y - g Y - g

Tabela 6.11: Sistema 4: Dados do Transformador

com configuração idêntica a das demais linhas trifásicas e os reguladores de tensão não foram considerados.

A barra de referência é a número 115, com tensão balanceada igual a 0,98 p.u. A base p.u. adotada para este sistema é 1,667MVA (potência/fase) e 4,16kV (tensão fase-fase).

6.4.1 Dados das Barras

As cargas, potências ativas e reativas do sistema, foram consideradas como concentradas nas respectivas barras, e conectadas em estrela para o caso de cargas trifásicas e entre linha e neutro para o caso de cargas monofásicas. Todas foram modeladas como valores constantes em kW e kVAr.

Os dados referentes ao banco de capacitores estão na Tabela 6.10, os dados do transformador na Tabela 6.11 e os dados para as barras com cargas diferentes de zero na Tabela 6.12.

Barra Número	Cargas (Ativas e Reativas)					
	Fase 1		Fase 2		Fase 3	
	kW	kVAr	kW	kVAr	kW	kVAr
001	38,470	19,220	0,000	0,000	0,000	0,000
002	0,000	0,000	19,230	9,610	0,000	0,000
004	0,000	0,000	0,000	0,000	34,470	19,220
005	0,000	0,000	0,000	0,000	19,230	9,610
006	0,000	0,000	0,000	0,000	38,470	19,220
007	19,230	9,610	0,000	0,000	0,000	0,000
009	38,470	19,220	0,000	0,000	0,000	0,000
010	19,230	9,610	0,000	0,000	0,000	0,000
011	38,470	19,22	0,000	0,000	0,000	0,000
012	0,000	0,000	19,230	9,610	0,000	0,000
016	0,000	0,000	0,000	0,000	38,470	19,220
017	0,000	0,000	0,000	0,000	19,230	9,610
019	38,470	19,220	0,000	0,000	0,000	0,000
020	38,470	19,220	0,000	0,000	0,000	0,000
022	0,000	0,000	38,470	19,220	0,000	0,000
024	0,000	0,000	0,000	0,000	38,470	19,220
028	38,470	19,220	0,000	0,000	0,000	0,000
029	38,470	19,220	0,000	0,000	0,000	0,000
030	0,000	0,000	0,000	0,000	38,470	19,220
031	0,000	0,000	0,000	0,000	19,230	9,610
032	0,000	0,000	0,000	0,000	19,230	9,610
033	38,470	19,220	0,000	0,000	0,000	0,000
034	0,000	0,000	0,000	0,000	38,470	19,220
035	38,470	19,220	0,000	0,000	0,000	0,000
037	38,470	19,220	0,000	0,000	0,000	0,000
038	0,000	0,000	19,230	9,610	0,000	0,000
039	0,000	0,000	19,230	9,610	0,000	0,000
041	0,000	0,000	0,000	0,000	19,230	9,610
042	19,230	9,610	0,000	0,000	0,000	0,000
043	0,000	0,000	38,470	19,220	0,000	0,000
045	19,230	9,610	0,000	0,000	0,000	0,000
046	19,230	9,610	0,000	0,000	0,000	0,000
047	34,190	26,460	34,190	26,460	34,190	26,460
048	68,380	52,910	68,380	52,910	68,380	52,910
049	34,190	26,460	68,380	52,910	34,190	26,460
050	0,000	0,000	0,000	0,000	38,470	19,220
051	19,230	9,610	0,000	0,000	0,000	0,000
052	38,470	19,220	0,000	0,000	0,000	0,000
053	38,470	19,220	0,000	0,000	0,000	0,000
055	19,230	9,610	0,000	0,000	0,000	0,000
056	0,000	0,000	19,230	9,610	0,000	0,000
058	0,000	0,000	19,230	9,610	0,000	0,000
059	0,000	0,000	19,230	9,610	0,000	0,000
060	19,230	9,610	0,000	0,000	0,000	0,000

Tabela 6.12: Sistema 4: Dados das Barras

Barra Número	Cargas (Ativas e Reativas)					
	Fase 1		Fase 2		Fase 3	
	kW	kVAr	kW	kVAr	kW	kVAr
062	0,000	0,000	0,000	0,000	38,470	19,220
063	38,470	19,220	0,000	0,000	0,000	0,000
064	0,000	0,000	76,930	38,440	0,000	0,000
065	34,190	26,460	34,190	26,460	68,380	52,910
066	0,000	0,000	0,000	0,000	76,930	38,440
068	19,230	9,610	0,000	0,000	0,000	0,000
069	38,470	19,220	0,000	0,000	0,000	0,000
070	19,230	9,610	0,000	0,000	0,000	0,000
071	38,470	19,220	0,000	0,000	0,000	0,000
073	0,000	0,000	0,000	0,000	38,470	19,220
074	0,000	0,000	0,000	0,000	38,470	19,220
075	0,000	0,000	0,000	0,000	38,470	19,220
076	102,570	79,370	68,380	52,910	68,380	52,910
077	0,000	0,000	38,470	19,220	0,000	0,000
079	38,470	19,220	0,000	0,000	0,000	0,000
080	0,000	0,000	38,470	19,220	0,000	0,000
082	38,470	19,220	0,000	0,000	0,000	0,000
083	0,000	0,000	0,000	0,000	19,230	9,610
084	0,000	0,000	0,000	0,000	19,230	9,610
085	0,000	0,000	0,000	0,000	38,470	19,220
086	0,000	0,000	19,230	9,610	0,000	0,000
087	0,000	0,000	38,470	19,220	0,000	0,000
088	38,470	19,220	0,000	0,000	0,000	0,000
090	0,000	0,000	38,470	19,220	0,000	0,000
092	0,000	0,000	0,000	0,000	38,470	19,220
094	38,470	19,220	0,000	0,000	0,000	0,000
095	0,000	0,000	19,230	9,610	0,000	0,000
096	0,000	0,000	19,230	9,610	0,000	0,000
098	38,470	19,220	0,000	0,000	0,000	0,000
099	0,000	0,000	38,470	19,220	0,000	0,000
100	0,000	0,000	0,000	0,000	38,470	19,220
102	0,000	0,000	0,000	0,000	19,230	9,610
103	0,000	0,000	0,000	0,000	38,470	19,220
104	0,000	0,000	0,000	0,000	38,470	19,220
106	0,000	0,000	38,470	19,220	0,000	0,000
107	0,000	0,000	38,470	19,220	0,000	0,000
109	38,470	19,220	0,000	0,000	0,000	0,000
111	19,230	9,610	0,000	0,000	0,000	0,000
112	19,230	9,610	0,000	0,000	0,000	0,000
113	38,470	19,220	0,000	0,000	0,000	0,000
114	19,230	9,610	0,000	0,000	0,000	0,000

Tabela 6.13: Sistema 4: Dados das Barras - Continuação

Tolerância em p.u.	Método		
	Newton Raphson	Desacoplado - Referência [ARRILLAGA et alii, 1983]	Desacoplado Novo
0,01	2	4,0(4/4)	2,5(3/2)
0,001	2	5,5(6/5)	3,5(4/3)
0,0001	3	6,5(7/6)	4,5(5/4)

Tabela 6.14: Sistema 4: Número de Iterações

6.4.2 Dados das Linhas

Os dados construtivos das linhas, assim como uma explanação a respeito das equações e considerações utilizadas no cálculo dos parâmetros das linhas e dos elementos das matrizes $[Z]$ e $[Y_{sh}]$ para as diversas linhas do sistema estão no Apêndice A. O valor da razão r/x calculada a partir dos elementos da matriz $[Z]$ é em média igual a 0,45 e atinge valores máximos iguais a 0,656.

6.4.3 Resultados

Os resultados obtidos quanto ao número de iterações para os três métodos analisados quando aplicados a este sistema estão na Tabela 6.14.

6.5 Sistema 5

Consiste em uma variação do Sistema 4, onde foram mantidos todos os dados de barras e os condutores de todas as linhas substituídos pelo tipo ACSR¹ – 2AWG². Desta forma foi alterada a razão r/x para o sistema passando para 1,5 em média e com valores máximos de até 1,534. A base p.u. adotada para este sistema é 1,667 MVA.

6.5.1 Resultados

Os resultados obtidos quanto ao número de iterações para os três métodos analisados quando aplicados a este sistema estão na Tabela 6.15.

¹ACSR: "Aluminum Cable Steel Reinforced"

²AWG: "American Wire Gauge"

Tolerância em p.u.	Método		
	Newton Raphson	Desacoplado - Referência [ARRILLAGA et alii, 1983]	Desacoplado Novo
0,01	2	diverge	6,0 (6/6)
0,001	3	diverge	10,0 (10/10)
0,0001	4	diverge	13,0 (13/13)

Tabela 6.15: Sistema 5: Número de Iterações

7

Conclusões

O objetivo principal que norteou a realização deste trabalho foi o estudo de métodos de resolução de fluxo de carga aplicados a sistemas de potência modelados de forma trifásica, uma vez que isto se torna fundamental quando as características dos sistemas analisados deixam de corresponder às hipóteses que justificam a utilização dos modelos por fase.

Em linhas gerais o desenvolvimento da pesquisa realizada pode ser dividido em:

- Estudo dos modelos a serem utilizados para os diversos componentes do sistema: Nessa etapa, foram analisadas várias publicações e observou-se que na grande maioria a modelagem dos sistemas foi baseada nos conceitos apresentados no artigo “Power Systems Modeling” [CHEN et alii, 1974]. Estes conceitos foram então estudados e encontram-se resumidos no Capítulo 2 deste trabalho.
- Análise e implementação dos métodos existentes:
Numa segunda etapa foi feita uma análise dos vários métodos existentes na literatura e conhecendo-se a potencialidade do método Newton-Raphson optou-se por sua implementação. Como seqüência natural foi implementado o método desacoplado rápido proposto por [ARRILLAGA et alii, 1983], que desenvolveu esse método aplicando para o caso trifásico, a maioria das hipóteses e considerações feitas por Stott e Alsac [STOTT - ALSAÇ, 1974] para o caso por fase. Este método, uma vez implementado, apresentou problemas de convergência quando aplicado a sistemas de distribuição onde a relação r/x dos parâmetros das linhas é mais elevada e, ainda, era extremamente dependente do nível de desequilíbrio existente entre as fases do sistema estudado. Isto pode ser verificado no texto do autor.
- Método desacoplado proposto:
Aplicando-se ao modelo trifásico as mesmas deduções e hipóteses [MONTICELLI et alii, 1990] que, quando aplicadas ao modelo monofásico resultaram na utilização dos inversos das reatâncias em substituição às susceptâncias das linhas de transmissão para a obtenção da matriz B'' (versão BX), verificou-se que as submatrizes utilizadas por Arrillaga não eram corretas. Foi, então desenvolvido um trabalho de pesquisa visando determinar quais seriam as matrizes corretas

o que resultaria em um método desacoplado novo para o modelo trifásico. Esse novo método é a principal (e original) contribuição deste trabalho.

O método proposto, além de possuir as mesmas vantagens com relação ao esforço computacional, pelo fato de ser desacoplado e utilizar matrizes jacobianas constantes, apresentou desempenho superior para os sistemas estudados, com relação às características de convergência, podendo ser utilizado para sistemas de distribuição.

Finalmente, pode-se dizer que este trabalho representa o início de uma linha de pesquisa que poderá resultar em métodos cada vez mais eficientes para o estudo de sistemas trifásicos.

Como sugestões para trabalhos futuros pode-se citar:

- O aprimoramento do método no que diz respeito a modelagem de transformadores;
- A aplicação do método para outros sistemas, diferentes dos estudados neste trabalho, que podem contribuir para a visualização de características ou deficiências a serem exploradas;
- Análise da aplicação do método estritamente para sistemas de distribuição o que implica na modelagem de outros componentes, como por exemplo, motores, reguladores de tensão, outros tipos de cargas, etc., que não foram considerados.

Referências Bibliográficas

- [AMERONGEN, 1989] VAN AMERONGEN, R. A. M. A General Purpose Version of the Fast Decoupled Load Flow. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 4, n. 2, p. 760-770, May 1989.
- [ARRILLAGA et alii, 1983] ARRILLAGA, J., ARNOLD, C. P., HARKER, B.J. **Computer Modeling of Eletrical Power Systems**. Chichester: John Wiley, 1983. 423p.
- [BIRT et alii, 1976] BIRT, K. A., GRAFFY, J. J., McDONALD, J. D., EL-ABIAD, A.H. Three Phase Load Flow Program. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. 95, n. 1, p. 59-65, January/February 1976.
- [CHEN et alii, 1974] CHEN, M. S., DILLON, W. E. Power System Modeling. **Proceedings of IEEE**, v. 62, n. 7, p. 901-915, July 1974.
- [CHEN et alii, 1990] CHEN, B. K., CHEN, M. S., SHOULTS, R. R., LIANG, C. C. Hybrid Three Phase Load Flow. **IEE Proceedings**, v. 137, n. 3, p. 177-185, May 1990.
- [CHEN et alii, 1991] CHEN, T. H., CHEN, M. S., HWANG, K. J., KOTAS, P., CHEBBLI, E. A. Distribution System Power Flow Analysis - A Rigid Approach. **IEEE Transactions on Power Delivery**, p. 1146-1152, July 1991.
- [CLARKE, 1943] CLARKE, E. **Circuit Analysis of Power Systems**. New York: John Wiley, 1943. v. 1.
- [ELGERD, 1971] ELGERD, O. I. **Eletric Energy Systems Theory: An Introduction**. New York: McGraw-Hill, 1971.
- [HEDMAN, 1983] HEDMAN, D. E. Matriz da linha de transmissão trifásica. — **Teoria das Linhas de Transmissão - I**. 2.ed. Santa Maria: Edições UFSM, 1983. v. 2, cap. 4, p. 139 - 182.
- [HESSE, 1963] HESSE, M. H. Electromagnetic and Electrostatic Transmission-Line Parameters by Digital Computer. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. 82, p. 282-291, June 1963.

- [IEEE, 1991] *IEEE Distribution Planning Working Group Report Radial Distribution Test Feeders. IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, n. 3, p. 975-985, August 1991.
- [JARDINI, 1970] *JARDINI, J. A. Cálculo de Constantes Quilométricas de Linhas de Transmissão com Computador Digital*. Tese de Mestrado em Engenharia Elétrica - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 1970. 73p.
- [LAUGHTON, 1968] *LAUGHTON, M. A. Analysis of unbalanced polyphase networks by the method of Phase co-ordinates - Part 1. Systems representation in phase frame of reference. IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems*, v. 93, n. 8, p. 1163-1168, August 1968.
- [MONTICELLI, 1983] *MONTICELLI, A. Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. São Paulo: Edgard Blucher, 1983. 164p.
- [MONTICELLI et alii, 1990] *MONTICELLI, A., GARCIA, A., SAAVEDRA, O. R. Fast Decoupled Load Flow: Hypothesis, Derivations, and Testing. IEEE Transactions on Power Systems*, v. 5, n. 4, p. 1425-1431, November 1990.
- [RUDNICK, 1990] *RUDNICK, H., MUÑOZ, M. Three Phase Load Flow Analysis in Radial Power Systems. I-SIDEE, The First International Conference on Power Distribution - Technical Papers*, v. I-Project and Construction, Minas Gerais, Brazil, November 1990.
- [STEVENSON, 1974] *STEVENSON Jr., W. D. Elementos de Análise de Sistemas de Potência*. São Paulo: McGraw-Hill, c1974. 347p.
- [STOTT - ALSAÇ, 1974] *STOTT, B., ALSAÇ, O. Fast Decoupled Load Flow. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 93, p. 859-869, May-June 1974.
- [WASLEY et alii, 1974] *WASLEY, R. G., SHLASH, M. A. Newton-Raphson Algorithm for 3-Phase Load Flow. Proceedings of IEE*, v. 121, n. 7, p. 630-638, July 1974.

Apêndice A

Cálculo dos Parâmetros de Linhas de Transmissão - Sistemas de Distribuição

A.1 Formulação Básica

A.1.1 Impedância

A impedância (z) entre os condutores das fases i e j de uma linha de transmissão é dada por:

$$z_{ij} = R_{ij} + j\omega L_{ij}$$

Se não são consideradas as perdas pela terra [ELGERD, 1971]:

- R_{ii} = resistência do condutor em Ω/m ;
- $R_{ij} = 0$;
- $L_{ii} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2h_i}{r'}$ em H/m

onde $r' = r \cdot e^{\frac{-1}{4}}$ e para cabos $r' = GMR$ (raio médio geométrico) do condutor [STEVENSON, 1974];

- $L_{ij} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D'_{ij}}{D_{ij}}$ em H/m

sendo que:

μ_0 = permeabilidade do vácuo = $4\pi \times 10^{-7}$ em H/m ;

r = raio do condutor;

h_i = distância do condutor da fase i ao solo;

D_{ij} = distância entre os condutores das fases i e j ;

D'_{ij} = distância entre o condutor da fase i e a imagem do condutor da fase j .

Portanto,

- $L_{ii} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{2h_i}{GMR}$ em H/m

ou

- $L_{ii} = 3,218 \times 10^{-7} \ln \frac{2h_i}{GMR}$ em $H/milhas$

e

- $L_{ij} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D'_{ij}}{D_{ij}}$ em H/m

ou

- $L_{ij} = 3,218 \times 10^{-7} \ln \frac{D'_{ij}}{D_{ij}}$ em $H/milhas$

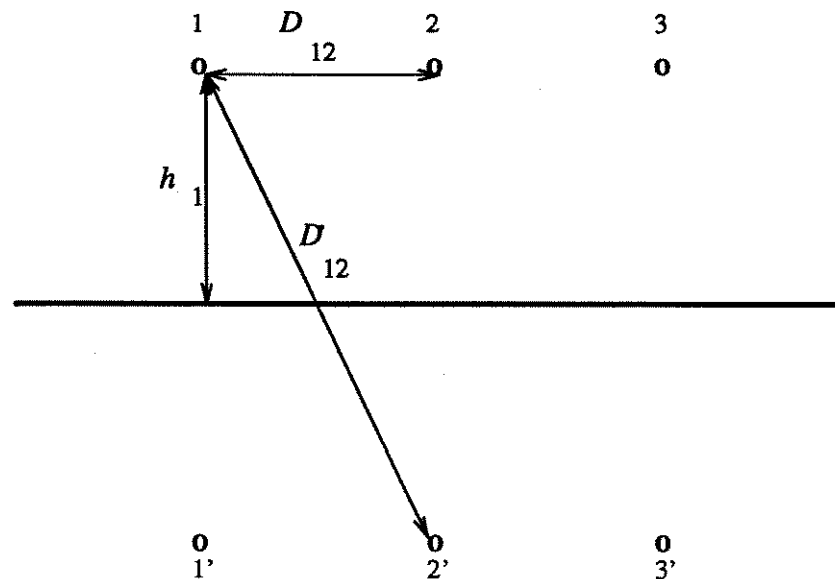


Figura A.1: Distâncias entre Condutores das Linhas Aéreas

Observação: A resistividade do solo (ρ) influencia na distribuição da corrente de retorno. Este problema foi equacionado por Carson, em 1926, e resultou em termos de correção para o cálculo da impedância, obtidos a partir de uma série infinita de funções de Bessel. Neste trabalho esta correção não foi considerada, no entanto, para aplicações que exijam valores mais precisos é necessário que se adicionem estes termos corretivos, uma vez que a resistividade do solo afeta as componentes de seqüência zero dos parâmetros das linhas de transmissão. Para mais detalhes ver: [CLARKE, 1943] e [JARDINI, 1970].

Tipos de Estruturas	Tipos de Linhas
500	Linha Trifásica (4 condutores)
505	Linha Bifásica (3 condutores)
510	Linha Monofásica (2 condutores)

Tabela A.1: Tipos de Estruturas para Linhas Aéreas

A.1.2 Reatância Capacitiva

A capacitância entre condutores depende da seção e da distância entre eles. Para linhas de transmissão de até 80 km, que é o caso de sistemas de distribuição, o efeito da capacitância é pequeno e pode ser desprezado; esse efeito passa a ser de grande importância em linhas mais extensas e de Alta Tensão [STEVENSON, 1974].

A.2 Sistemas de Distribuição

A.2.1 Dados Básicos

A seguir serão descritos os dados básicos necessários para o cálculo dos parâmetros das linhas de transmissão dos sistemas trifásicos propostos no artigo "Radial Distribution Test Feeders" [IEEE, 1991].

Tipos de Estruturas

Os tipos de estruturas e as distâncias entre condutores das linhas aéreas correspondentes estão descritos na Tabela A.1 e na Figura A.2.

Características dos Condutores

A Tabela A.2 apresenta os dados referentes aos condutores que são usados nos sistemas de distribuição estudados.

A.2.2 Características Construtivas das Linhas

Sistema de 34 Barras

Os dados das linhas para este sistema estão nas Tabelas A.3 e A.4.

Sistema de 123 Barras

Os dados das linhas para este sistema estão nas Tabelas A.5 e A.6.

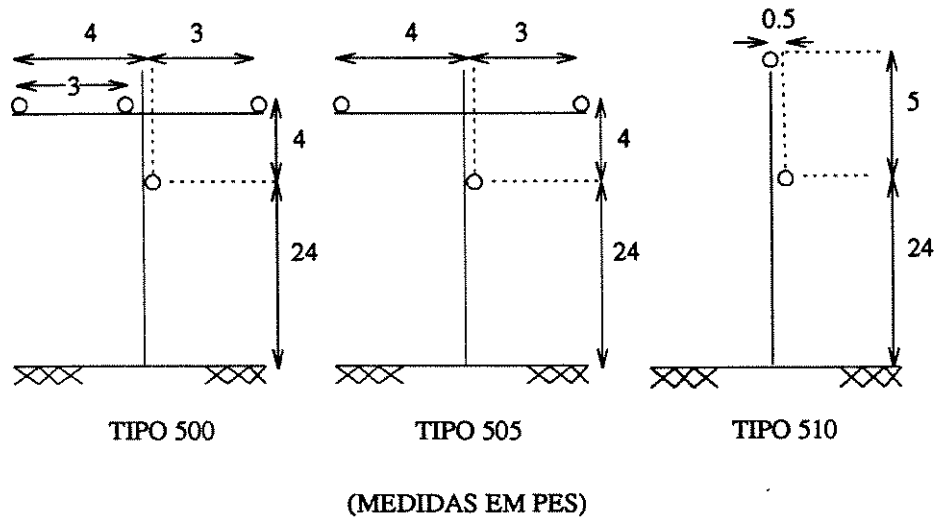


Figura A.2: Tipos de Estruturas para Linhas Aéreas

Condutor	Tipo	Resistência (ohm/milha)	Diâmetro (polegadas)	GMR (pés)	Amperes
336.400	ACSR	0,306	0,721	0,02440	530
4/0	ACSR	0,592	0,563	0,00814	340
1/0	CU	0,607	0,368	0,01113	310
2	ACSR	1,690	0,316	0,00418	180
4	ACSR	2,550	0,257	0,00452	140

Tabela A.2: Características dos Condutores das Linhas Aéreas

Código da Configuração	Seqüência de Fases	Condutor		Tipo de Estrutura
		Fases	Neutro	
300	B - A - C - N	1/0	1/0	500
301	B - A - C - N	2 (6/1)	2 (6/1)	500
302	A - N	4 (6/1)	4 (6/1)	510
303	B - N	4 (6/1)	4 (6/1)	510
304	A - N	2 (6/1)	2 (6/1)	510

Tabela A.3: Descrição dos Códigos de Configuração – Sistema 34 Barras

Barra A	Barra B	Comprimento em pés	Código da Configuração
001	002	2580	301
002	003	1730	301
003	004	32230	301
004	005	5840	303
004	006	37500	301
006	007	29730	301
007	025	1000	301
008	009	1710	302
008	012	10210	301
009	010	48150	302
010	011	13740	302
012	013	3030	303
012	014	840	301
014	015	20440	301
015	027	520	301
016	029	4900	301
016	033	100	301
017	030	2020	301
017	021	280	301
018	020	860	301
018	031	280	301
021	022	1350	301
022	023	3640	301
023	024	530	301
025	008	310	301
026	016	1000	301
027	028	23330	303
027	026	36830	301
029	032	1620	302
029	017	5830	301
030	018	2680	301
031	019	4860	304
033	034	10560	300

Tabela A.4: Dados das Linhas – Sistema 34 Barras

Código da Configuração	Seqüência de Fases	Condutor		Tipo de Estrutura
		Fases	Neutro	
01	A - B - C - N	336.400(26/7)	4/0(6/1)	500
02	C - A - B - N	336.400(26/7)	4/0(6/1)	500
03	B - C - A - N	336.400(26/7)	4/0(6/1)	500
04	C - B - A - N	336.400(26/7)	4/0(6/1)	500
05	B - A - C - N	336.400(26/7)	4/0(6/1)	500
06	A - C - B - N	336.400(26/7)	4/0(6/1)	500
07	A - C - N	336.400(26/7)	4/0(6/1)	505
08	A - B - N	336.400(26/7)	4/0(6/1)	505
09	A - N	1/0	1/0	510
10	B - N	1/0	1/0	510
11	C - N	1/0	1/0	510

Tabela A.5: Descrição dos Códigos de Configuração – Sistema 123 Barras

Barra A	Barra B	Comprimento em pés	Código da Configuração
001	002	175	10
001	003	250	11
001	007	300	01
003	004	200	11
003	005	325	11
005	006	250	11
007	008	200	01
008	012	225	10
008	009	225	09
008	013	300	01
009	014	425	09
013	034	150	11
013	018	825	02
014	011	250	09
014	010	250	09
015	016	375	11
015	017	350	11
018	019	250	09
018	021	300	02
019	020	325	09
021	022	525	10
021	023	116	02
023	024	550	11
023	025	275	02
025	026	350	07
025	028	200	02
026	027	275	07
026	031	225	11
027	033	500	09
028	029	300	02
029	030	350	02
030	116	200	02
031	032	300	11
034	015	100	11

Tabela A.6: Dados das Linhas – Sistema 123 Barras

Barra A	Barra B	Comprimento em pés	Código da Configuração
035	036	650	08
035	040	250	01
036	037	300	09
036	038	250	10
038	039	325	10
040	041	325	11
040	042	250	01
042	043	500	10
042	044	200	01
044	045	200	09
044	047	250	01
045	046	300	09
047	048	150	04
047	049	250	04
049	050	250	04
050	051	250	04
052	053	200	01
053	054	125	01
054	055	275	01
054	057	350	03
055	056	250	01
057	058	250	10
057	060	750	03
058	059	250	10
060	061	550	05
060	062	250	01
062	063	175	01
063	064	350	01
064	065	425	01
065	066	325	01
067	068	200	09
067	072	275	03
067	097	250	03
068	069	275	09
069	070	325	09
070	071	275	09
072	073	275	11
072	076	200	03
073	074	350	11
074	075	400	11
076	077	400	06

Tabela A.7: Dados das Linhas – Sistema 123 Barras (Continuação)

Barra A	Barra B	Comprimento em pés	Código da Configuração
076	086	700	03
077	078	100	06
078	079	225	06
078	080	475	06
080	081	175	06
081	082	250	06
081	084	675	11
082	083	250	06
084	085	475	11
086	087	450	06
087	088	175	09
087	089	275	06
089	090	250	10
089	091	225	06
091	092	300	11
091	093	225	06
093	094	275	09
093	095	300	06
095	096	200	10
097	098	275	03
098	099	550	03
099	100	300	03
100	118	800	03
101	102	225	11
101	105	275	03
102	103	325	11
103	104	700	11
105	106	225	10
105	108	325	03
106	107	575	10
108	109	450	09
108	117	1000	03
109	110	300	09
110	111	575	09
110	112	125	09
112	113	525	09
113	114	325	09
018	035	375	04
115	001	400	01
013	052	400	01
060	067	350	06
097	101	250	03

Tabela A.8: Dados das Linhas – Sistema 123 Barras (Continuação)

Apêndice B

Demonstração

Seja uma matriz \mathcal{A} de dimensão $n \times n$ com os elementos formados por

$$\mathcal{A}_{km} = a_k - a_m$$

onde o vetor a é um vetor real qualquer de dimensão n . Seja ainda uma matriz \mathcal{Y} , complexa, $(n \times n)$, não singular, tendo \mathcal{Z} como inversa ($\mathcal{Z} = \mathcal{Y}^{-1}$).

Definindo-se uma nova matriz $\tilde{\mathcal{Y}}$ por:

$$\tilde{\mathcal{Y}}_{km} = \mathcal{Y}_{km} e^{-j\mathcal{A}_{km}}$$

onde $j = \sqrt{-1}$, os elementos da inversa de $\tilde{\mathcal{Y}}$, aqui denominada $\tilde{\mathcal{Z}}$ são dados por:

$$\tilde{\mathcal{Z}}_{km} = \mathcal{Z}_{km} e^{-j\mathcal{A}_{km}}$$

Prova:

Se \mathcal{Z} é inversa de \mathcal{Y} então, para quaisquer $m, k \leq n, m \neq k$:

$$\sum_{i=1}^n \mathcal{Z}_{ki} \mathcal{Y}_{im} = 0;$$

e, ainda,

$$\sum_{i=1}^n \mathcal{Z}_{ki} \mathcal{Y}_{ik} = 1$$

Pela definição de \mathcal{A} :

$$e^{-j\mathcal{A}_{ki}} e^{-j\mathcal{A}_{im}} = e^{-j\mathcal{A}_{km}}$$

Assim, para $m, k \leq n, m \neq k$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \tilde{\mathcal{Z}}_{ki} \tilde{\mathcal{Y}}_{im} &= \\ \sum_{i=1}^n (\mathcal{Z}_{ki} e^{-j\mathcal{A}_{ki}}) (\mathcal{Y}_{im} e^{-j\mathcal{A}_{im}}) &= \\ e^{-j\mathcal{A}_{km}} \sum_{i=1}^n \mathcal{Z}_{ki} \mathcal{Y}_{im} &= \\ &= 0 \end{aligned}$$

pois pela definição de \mathcal{A} :

$$e^{-j\mathcal{A}_{ki}} e^{-j\mathcal{A}_{im}} = e^{-j\mathcal{A}_{km}}$$

Para $m = k$:

$$\sum_{i=1}^n \tilde{\mathcal{Z}}_{ki} \tilde{\mathcal{Y}}_{ik} = e^{-j\mathcal{A}_{kk}} \sum_{i=1}^n \mathcal{Z}_{ki} \mathcal{Y}_{ik} = 1$$

o que prova o teorema.