

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

UNICAMP

Este exemplar corresponde à versão final da tese
defendida por José Luciano Aslan
D'Annibale
Julgadora em 15 05 92
Michel Daoud Yacoub
Orientador

MÉTODOS NÃO EXATOS PARA SOLUÇÃO DA CADEIA DE MARKOV
APLICADOS A SISTEMAS CELULARES DE GRANDE PORTE

ORIENTANDO

José Luciano Aslan D'Annibale

ORIENTADOR

Michel Daoud Yacoub

Tese apresentada na Faculdade de Engenharia
Elétrica, Departamento de Comunicações,
como parte dos requisitos para a obtenção do
título de Mestre em Engenharia Elétrica

Maio de 1992

Sumário

As unidades de operação dos sistemas móveis modernos (células), usualmente representadas por hexágonos regulares, possuem, na verdade, fronteiras bastante indefinidas devido aos fenômenos inerentes à rádio propagação. Nestas regiões há uma superposição significativa do raio de ação de estações rádio-base vizinhas e, desta forma, um móvel tentando operar em tais regiões fronteiriças tem, em geral, possibilidade de acesso a mais de uma estação rádio-base.

É possível manipular-se o tráfego flexível (próximo às fronteiras das células) no sentido de se estabelecerem algumas técnicas de encaminhamento alternativo para este tráfego e com isto melhorar significativamente o desempenho do sistema celular.

As diretrizes deste trabalho estão justamente relacionadas a estudo e proposta de métodos de obtenção do bloqueio médio do sistema celular (como medida de seu desempenho), sendo este sistema dotado das estratégias acima mencionadas a título de empreender uma forma de aplicação. A modelagem do sistema é feita através de Processos Markovianos de Nascimento e Morte.

Os métodos propostos oferecem um resultado aproximado e cujo erro permanece em níveis toleráveis em função da variação de parâmetros da modelagem, sempre que tais parâmetros configurem situações práticas do sistema. Em face do reduzido esforço computacional, os métodos podem eventualmente ser aplicados na avaliação de grandes sistemas celulares e se prestar à utilização em tempo real. Além disto tais métodos apresentam um caráter de aplicabilidade geral, podendo ser utilizados em uma gama variada de situações onde a cadeia de Markov é usada.

Agradecimentos

Meus agradecimentos especiais são dirigidos ao professor Michel, por sua orientação precisa, por seu incentivo constante, por sua paciência. Mais que um orientador, um grande Mestre.

Meus agradecimentos ao professor Anilton por suas valiosas sugestões de leitura.

A todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente na preparação deste trabalho, meus sinceros agradecimentos.

Para Isabel

"Nós olhamos não para as coisas que são vistas,
mas para as coisas que não são vistas.
Porque as coisas que são vistas são transitórias
mas as coisas que não são vistas são eternas."
(Ap. Paulo, II, Cor. 4. 18)

"O Místico crê num Deus desconhecido.
O pensador e o cientista crêem numa Ordem desconhecida.
É difícil dizer qual deles sobrepõe o outro
em sua devoção não racional."
(L. L. Whyte)

ÍNDICE

CAPÍTULO 1

Introdução

1.1 Sistema Rádio Móvel.....	1
1.2 Sistema Rádio Móvel Celular.....	2
1.2.1 Estruturas Básicas do Sistema.....	2
1.2.2 Elementos Básicos do Conceito Celular.....	3
1.2.3 Técnicas de Controle do Sistema.....	6
1.3 Técnicas de Melhoria no Desempenho do Sistema Celular.....	8
1.3.1 Algoritmos de Alocação de Canais.....	8
1.3.2 Limites Indefinidos das Células.....	9
1.4 Sistema Bicelular com Limites Indefinidos das Células.....	10
1.5 Técnicas de Encaminhamento Alternativo.....	12
1.6 Objetivos deste Trabalho de Tese.....	13
1.7 Conclusão.....	13

CAPÍTULO 2

Modelagem de Sistema de Células Adjacentes para Estudo de Tráfego

2.1 Introdução.....	15
2.2 Cadeia de Markov.....	15
2.3 Processos de Nascimento e Morte.....	18
2.4 Cadeia de Markov para Duas Células Adjacentes.....	22
2.5 Conclusão.....	25

CAPÍTULO 3

Métodos de Solução da Cadeia de Markov

3.1	Introdução.....	26
3.2	Parâmetros de Tráfego para o Sistema Bicelular [1].....	26
3.3	Matriz de Coeficientes do Sistema Linear para Duas Células Adjacentes.....	29
3.4	Métodos Exatos para Solução de Sistemas Lineares.....	32
3.5	Métodos Iterativos para Solução de Sistemas Lineares.....	34
3.6	Um Método Não Exato para Solução da Cadeia de Markov.....	36

CAPÍTULO 4

Métodos Não Exatos para Solução da Cadeia de Markov

4.1	Introdução.....	38
4.2	O Bloqueio Médio do Sistema Celular.....	38
4.3	Conjecturas sobre o Estado de Máxima probabilidade na Cadeia de Markov.....	40
4.4	Um Método Proposto - O Método da Cruz.....	44
4.4.1	Descrição Geral do Método.....	45
4.4.2	Busca do Estado de Máxima Probabilidade.....	45
4.4.3	Cálculo Aproximado das Probabilidades Incondicionais de cada Célula do Sistema.....	48
4.4.4	Cálculo das Probabilidades de Bloqueio.....	52
4.4.5	Estimativa do Erro.....	54
4.4.6	Considerações Gerais.....	57
4.5	Descrição do Método Proposto em [8].....	59
4.6	Outro Método Proposto - O Método Combinado.....	63
4.7	Conclusão.....	65

CAPÍTULO 5

Resultados

5.1	Introdução.....	71
5.2	Sistema Bicelular de Referência.....	72
5.3	Outros Sistemas Bicelulares.....	82
5.4	Primeiros Comentários.....	86
5.5	Outro Critério de Apresentação dos Dados.....	87
5.6	Sistema com Elevado Número de Canais.....	90
5.7	Discernimento das Estratégias de Encaminhamento Alternativo.....	92
5.8	Conclusão.....	93

CAPÍTULO 6

Conclusão

6.1	Introdução.....	95
6.2	Sistemas Pluricelulares.....	95
6.3	Trabalho em Preparação.....	97
6.4	Aplicações Gerais dos Métodos Não Exatos.....	98
6.5	Trabalhos que Exigem o Cálculo de <i>Bm</i>	99

CAPÍTULO 1

Introdução

1.1 Sistema Rádio Móvel

Com a invenção do rádio no século passado, ficaram estabelecidos os elementos fundamentais para se realizar um elo de comunicação bilateral que dispensasse o uso de cabos ou fios. Desta forma, para se chegar à comunicação na qual um ou ambos os pontos em conversação pudessem estar em movimento, bastariam algumas poucas etapas, inseridas num processo natural de evolução, que criariam a tão importante Comunicação Móvel.

A primeira aplicação de um Sistema Rádio Móvel se fez em auxílio à navegação, permitindo a comunicação entre barcos e uma estação fixa terrestre cujo alcance era algo em torno de 18 milhas. Já em 1921 era instalado em Detroit um sistema móvel, servindo ao departamento de polícia e representando o primeiro a implicar em significativos benefícios sociais com sua aplicação.

Os primeiros sistemas móveis eram constituídos por uma estação de rádio fixa e um elemento móvel, dotados ambos de um transceptor de sinais, e estando o primeiro localizado em lugares altos para a redução do nível de ruído. Tais sistemas eram operados manualmente, possuíam um reduzido número de canais e uma grande área de cobertura associada às suas estações fixas.

Por volta de 1960 é que surgiam os primeiros sistemas automáticos e que apesar disto ainda obrigavam seus usuários ao reinício de chamada na eventualidade de perda de sinal. Muito embora tais sistemas ainda apresentassem limitações técnicas, já se permitia ao assinante ter acesso a outras áreas além daquela de cobertura de sua própria unidade.

As inúmeras formas de aplicação de sistemas rádio móveis tornaram-se fatos reais na atualidade, haja vista ao crescimento da demanda verificado a partir de meados deste século. Diversos setores da sociedade não mais poderiam prescindir da possibilidade de comunicação entre pontos móveis, comunicação esta caracterizada

por rapidez e eficiência. Desta forma é notável o que se empreendeu para a navegação, aeronáutica e comunicações terrestres, destacando-se para esta última a Telefonia Móvel Celular.

Os avanços tecnológicos criaram o substrato necessário à implantação de sistemas de larga escala e à possibilidade de comutação com o sistema telefônico convencional, conferindo à mobilidade uma tendência incontestável do telefone comum.

1.2 Sistema Rádio Móvel Celular

O Sistema Rádio Móvel Celular é uma estrutura moderna cujos elementos básicos de sua concepção remontam a meados deste século e se devem à Bell Telephone Laboratories [2]. As implementações com base em tais conceitos, no entanto, ocorreram em épocas mais recentes em função dos avanços tecnológicos.

Com o objetivo de permitir um conhecimento geral dos termos e elementos próprios do sistema celular, serão descritas inicialmente, e em poucas linhas, as estruturas básicas que o compõem. Após o que citam-se os principais conceitos, entre os quais os que criaram a realidade de um sistema de grande porte. Finalmente apresentam-se os termos associados às principais técnicas utilizadas para o controle de um sistema celular.

1.2.1 Estruturas Básicas do Sistema

O sistema celular compõe-se de três partes principais: Estação Móvel - MS (Mobile Station) -, Estação Rádio Base - RBS (Radio Base Station) - e Central de Comutação do Sistema Móvel - MSC (Mobile Switching Center).

Como pode ser visto na figura 1.2.1.1, a MS comunica-se via rádio com a RBS que por sua vez comunica-se via cabos com a MSC. A MSC, caracterizada pela tecnologia CPA (Controle por Programa Armazenado), faz a conexão com os sistemas de telefonia fixa

- PSTN (Public Switched Telephone Network, representada na figura pela central trânsito) - o que permite a comunicação entre assinantes fixos e móveis.

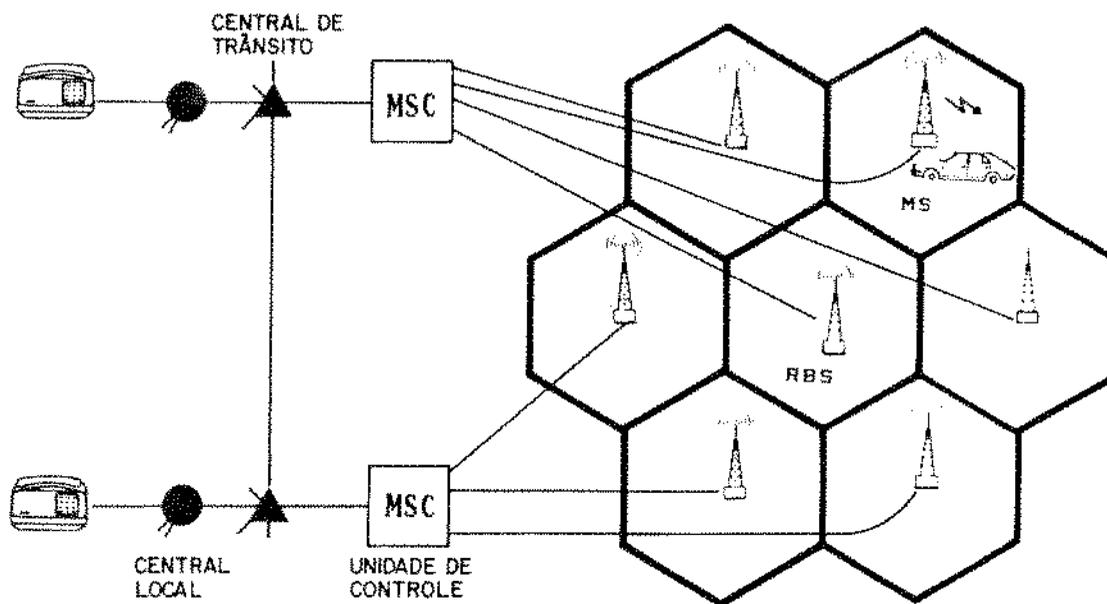


Figura 1.2.1.1 - Estruturas do Sistema Celular

A modularidade dos sistemas celulares confere grande facilidade para uma eventual ampliação, que se faz pelo acréscimo de RBS's e MSC's. O tamanho das células pode variar em função da distribuição e densidade de tráfego de forma que, em geral, regiões urbanas e rurais são servidas respectivamente por células pequenas e grandes. Esta variação das dimensões da célula contribui, portanto, para a possibilidade de cobertura de extensas áreas que podem envolver várias cidades ou até mesmo países.

1.2.2 Elementos Básicos do Conceito Celular

Alguns objetivos técnicos sempre estiveram ligados ao conceito de Telefonia Celular e impuseram a superação de inúmeras limitações características dos sistemas móveis convencionais.

Entre os principais objetivos estão:

- Uso eficiente do espectro de frequência.
- Sistema de larga escala.
- Compatibilidade nacional do sistema.
- Adaptabilidade à variação de tráfego.
- Qualidade de serviço.
- Custo reduzido.

Os dois primeiros objetivos, graças aos esforços que suscitaram, deram base à elaboração dos fundamentos da Teoria Celular. Tais objetivos estão representados respectivamente nos conceitos Reutilização de Frequência (Frequency Reuse) e Divisão Celular (Cell Splitting). O sistema celular deveria crescer indefinidamente, sem um concomitante alargamento do espectro utilizado. Em termos quantitativos, o que se desejava então é que milhares de usuários pudessem compartilhar algumas centenas de canais disponíveis.

O conceito Reutilização de Frequência se traduz no emprego de uma mesma portadora na constituição de mais de um canal do sistema. Isto se faz desde que tais canais sejam alocados a uma distância suficiente para que a interferência entre eles (Interferência de Co-canal) seja tolerável. Este conceito implica na subdivisão da região de operação do sistema em unidades básicas denominadas células, de forma que células vizinhas não utilizem o mesmo conjunto de frequências portadoras. Além disto procura-se evitar que na mesma célula coexistam frequências adjacentes, o que poderia causar também alguma interferência (Interferência de Canal Adjacente).

À medida que o tráfego de uma dada célula exige o aumento do número de canais, pode-se subdividir tal célula em N células menores e reutilizar, para cada uma destas, uma parcela da gama de frequências já existentes no sistema, respeitando-se obviamente distâncias mínimas para se evitar a interferência de co-canal. Este processo é denominado Divisão Celular.

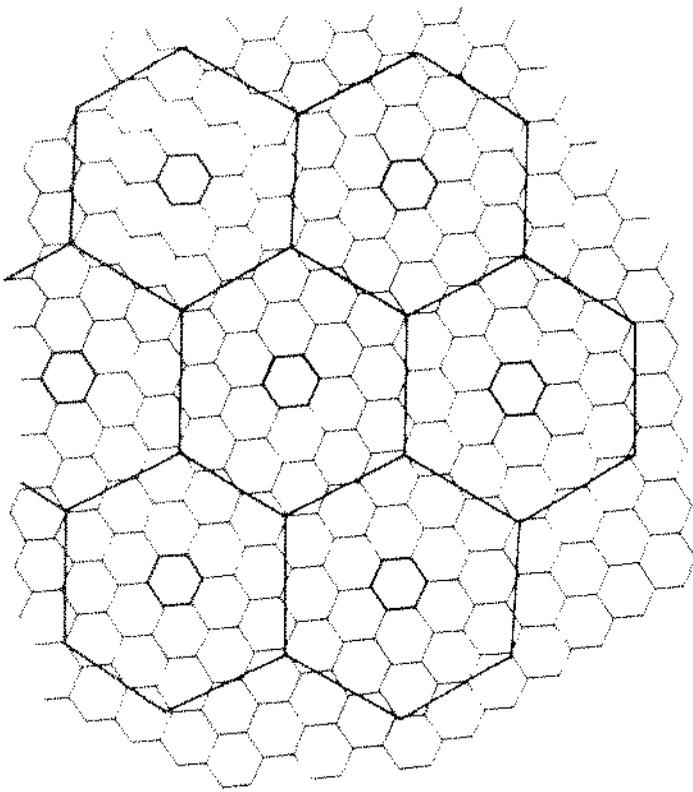
Com relação ao formato das células, este não é tão importante

uma vez que em termos práticos os limites celulares não são bem definidos. Para maior facilidade de projeto, e melhor representação do sistema, optou-se pelo uso de um polígono regular, em particular o hexágono. A justificativa precisa para esta escolha pode ser encontrada em [2].

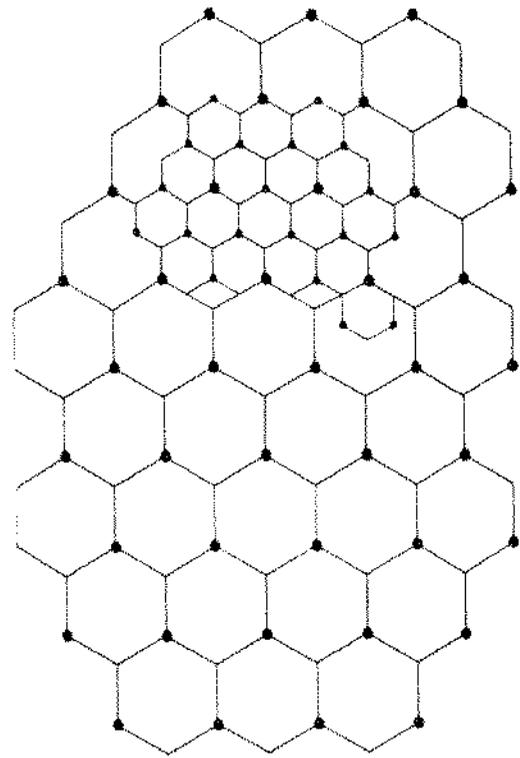
O conjunto de frequências portadoras do sistema encontra-se agrupado ao longo da região de operação e constitui os denominados "clusters" do sistema, que nada mais são que conjuntos de células. A quantidade de células de cada "cluster" caracteriza o Padrão de Repetição ("Repeat Pattern") do sistema que, por implicações geométricas [2], assume em geral valores específicos tais como 4, 7, 12 etc.

Para uma dada quantidade de frequências portadoras do sistema, uma relação básica pode ser verificada entre alguns parâmetros: Quanto menor o Padrão de Repetição do sistema, maior o número de canais por célula (ou maior o tráfego por célula), menor a distância entre as células com o mesmo conjunto de frequências, maior a interferência de co-canal.

A figura 1.2.2.1 tenta representar alguns dos importantes conceitos descritos anteriormente.



(a)



(b)

Figura 1.2.2.1 - a) "Clusters" no sistema celular, sendo este caracterizado por um Padrão de Repetição igual a 19. b) Divisão Celular; o símbolo '●' indica o contorno previamente existente enquanto que '.' indica as células novas que surgiram posteriormente

1.2.3 Técnicas de Controle do Sistema

O sistema celular apresenta algumas técnicas básicas para que seu controle global seja implementado. Estão brevemente descritas aqui algumas destas técnicas .

1) "Locating" - Técnica responsável pela medida e manutenção da relação sinal-ruído, supervisionando as conversações em andamento.

2) Busca ("paging") - Técnica através da qual se faz a

localização de determinado móvel por entre as células do sistema, a fim de que este receba uma chamada. Os canais responsáveis por esta técnica são denominados canais de busca ("paging channels" - pc).

3) Acesso - Técnica que pode ser tida como complementar do processo de busca e que é responsável por informar ao sistema sobre a presença de determinado móvel. Isto se faz através dos dígitos de sua identificação. Os canais que para isso empreendem a sinalização necessária são denominados canais de acesso ("access channel" - ac).

Através da apresentação sucinta destas técnicas de controle, facilita-se a descrição dos processos fundamentais do sistema de comunicações móveis. Tais processos encontram-se delineados a seguir.

1) Chamada de Saída - A MS varre os canais de acesso (ac) e sintoniza o de melhor relação sinal-ruído para que possa ser feita a transmissão dos dígitos de sua identificação à RBS. Esta por sua vez repassa a identificação à MSC que controla os processos de alocação de canal de voz à MS. A MSC também determina o encaminhamento da chamada o que se faz através da análise dos dígitos da identificação da MS e do envio da sinalização necessária.

2) Chamada de Entrada - A MSC informa às RBS's sob sua gerência para que transmitam através de seus pc's a identificação de determinado móvel. A MS, ao reconhecer sua identificação, sintoniza um canal de acesso (ac), associado em geral à RBS mais próxima, e através do qual informa à RBS que a busca teve sucesso. A RBS, por sua vez, comunica-se com a MSC que então seleciona um canal de voz na referida RBS.

3) Hand Over - Com a ampla movimentação dos usuários dentre as células do sistema, é relativamente grande a probabilidade de

que um usuário em conversação cruze as fronteiras das células. Com isto, através do "locating" é possível detectar-se uma relação sinal-ruído inconveniente, indicando a necessidade de se alocar um novo canal para a MS. Isto é feito através da RBS associada à MS. A RBS informa à MSC para alocar um canal pertencente a uma das células (RBS's) vizinhas. Este processo de mudança de canal, de uma RBS para outra, é denominado Hand-Over e ocorre sem a intervenção do usuário e também sem que o mesmo perceba o instante em que se dá a transição (esta se faz em questão de décimos de segundo [1]).

1.3 Técnicas de Melhoria no Desempenho do Sistema Celular

Com o rápido crescimento da demanda pelas vantagens da telefonia celular, ao lado dos objetivos traçados para a evolução ótima dos sistemas, importantes técnicas de melhoria do desempenho frente ao tráfego têm sido propostas com certa intensidade. As técnicas apresentadas a seguir estão diretamente relacionadas com os intuítos deste trabalho, uma vez que não implicam numa ampliação do número de estações rádio-base, tampouco no alargamento do espectro de frequências utilizadas.

1.3.1 Algoritmos de Alocação de Canais

As técnicas de alocação de canal estão intimamente ligados ao desempenho do sistema celular. Muito embora os sistemas, atualmente em operação, se utilizem ainda unicamente da alocação fixa, importantes métodos de alocação dinâmica [4] têm se apresentado propícios à aplicação prática. As principais técnicas de alocação de canal são apresentadas a seguir e podem ser detalhadamente estudadas em [5].

1) Alocação fixa de canal - Nesta técnica cada célula possui um conjunto de canais que podem ser alocados apenas no interior do

raio de ação da respectiva estação rádio-base. Quando todos os seus canais encontram-se ocupados, as novas chamadas serão então bloqueadas. Em geral esta técnica oferece um resultado satisfatório quando aplicada em regiões onde o nível de tráfego incorre em pequena variabilidade.

2) Alocação dinâmica de canais - Os canais, na alocação dinâmica, pertencem ao sistema como um todo e são oferecidos às células à medida que a demanda local o exige. Este tipo de alocação, no entanto, deve obedecer aos critérios de Mínima Distância [5] para Reutilização de Frequências, a fim de se evitar interferência de Co-canal. A alocação dinâmica exige porém que a escolha de canal, feita por cada estação rádio-base, esteja sob controle de uma estação central. Esta última possui uma visão completa do sistema, sem o que a escolha (alocação) independente de canais poderia se tornar ineficiente do ponto de vista global.

A técnica em questão se mostra propícia à aplicação em regiões cujo tráfego é bastante variável, apresentando porém certas limitações em resposta a um tráfego elevado [6].

3) Alocação híbrida de canais - Esta técnica combina as características da alocação fixa com as da alocação dinâmica, de maneira que há dois grupos de canais no sistema cada qual associado a uma destas técnicas de alocação.

4) Alocação por empréstimo de canais - Quando uma chamada tenta encaminhar-se a uma célula do sistema cujos canais encontram-se ocupados, sua estação rádio-base, através da MSC, sinaliza às suas estações vizinhas solicitando o empréstimo de um canal livre.

1.3.2 Limites Indefinidos das Células

A indefinição dos limites celulares é um fenômeno natural que ocorre nas regiões de intersecção de raios de ação de estações

rádio-base vizinhas. Estas regiões são, em geral, possuidoras de um tráfego significativo cuja manipulação devida pode trazer benefícios ao desempenho de um sistema móvel. O tráfego de tais regiões é usualmente denominado tráfego flexível.

A possibilidade de acesso a mais de uma estação rádio-base tem uma implicação positiva também para o Hand-Over, de forma que este pode ocorrer de maneira gradual à medida que um determinado móvel está cruzando a região de fronteira das células. Com isso tem-se uma adaptabilidade maior às condições em que o Hand-Over não pode ocorrer imediatamente, ou por não haver canais disponíveis ou por uma questão de prioridade.

A implementação do aproveitamento do tráfego flexível não representa aumento da complexidade estrutural do sistema, uma vez que para isso pode-se utilizar a técnica de alocação fixa de canal.

Nos itens seguintes tenta-se demonstrar que é expressiva a quantidade de tráfego flexível de um sistema celular e, além disto, apresentam-se algumas técnicas para direcionar eficientemente este tráfego (técnicas de encaminhamento alternativo) às células que lhe dão possibilidade de acesso. O controle destas técnicas não exige uma visão global do sistema, podendo ser feito de maneira local através das MSC's, o que caracteriza um outro motivo para sua implementação em sistemas móveis celulares.

1.4 Sistema Bicelular com Limites Indefinidos das Células

A utilização de um sistema bicelular se explica por uma desnecessária complexidade na formalização do que se propõe neste trabalho, dificuldade esta que seria obviamente exigida por sistemas maiores. Outra vantagem é a possibilidade de fácil comparação dos resultados obtidos uma vez que em [1] estuda-se intensamente o mesmo sistema. Como poderá ser visto nos capítulos procedentes, os resultados obtidos para um sistema com duas células podem bem ser estendidos a sistemas maiores.

A figura 1.4.1 é a representação de um sistema bicelular no qual se estabelecem as fronteiras das células, impostas pela utilização convencional de hexágonos regulares. São vistos também limites práticos aproximados e denotados por circunferências que tangenciam os vértices dos hexágonos, limites estes que supõem o uso de antenas omnidirecionais localizadas no centro destes destes polígonos.

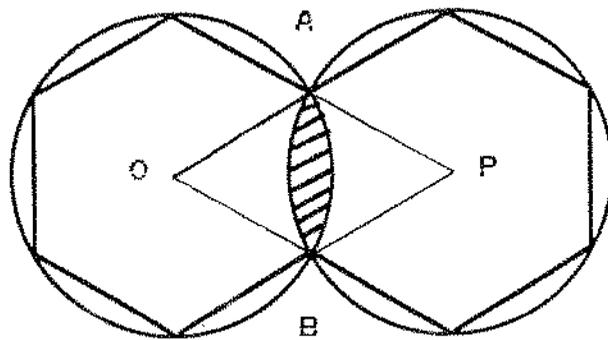


Figura 1.4.1 - Sistema bicelular

A região hachurada da figura 1.4.1 representa uma área de tráfego flexível do sistema, onde há superposição das áreas de cobertura de cada estação rádio-base. Em contrapartida ao tráfego flexível, denomina-se tráfego fixo aquele capaz de acessar apenas uma estação rádio-base. Supondo-se o sistema bicelular imerso num sistema maior onde as células 1 e 2 encontram-se totalmente rodeadas por outras células, define-se χ , segundo a equação 1.4.1, como a relação entre o tráfego total e flexível do sistema.

$$\chi = \frac{\text{Área Hachurada}}{\text{Área do polígono OAPB}} \quad (1.4.1)$$

Supondo-se uniforme a distribuição do tráfego no sistema, mostra-se facilmente que o valor de χ está em torno de 20%, o que sem dúvida representa uma parcela significativa de tráfego.

O valor de χ foi também estimado em [1] como função da tolerância admissível entre os sinais de rádio chegando a duas

estações vizinhas. Se admitirmos uma tolerância de 6 dB, o parâmetro γ chega a valores em torno de 40%. De fato uma tolerância maior que 6 dB deve ser considerada para se evitarem freqüentes "hand-overs" [3]. Portanto, a proporção de tráfego flexível pode ser na realidade até mesmo maior que 40%. De fato medidas de campo [15] confirmam os estudos teóricos feitos em [1].

1.5. Técnicas de Encaminhamento Alternativo

As técnicas de encaminhamento alternativo propostas em [1] se apresentam como estudos de caráter bastante significativo em dias atuais por justamente estarem, em essência, voltados à otimização de tráfego em sistemas de comunicação. Este fato é relevante em vista não só do crescimento da demanda por serviços da telefonia móvel celular, mas também em face de dificuldades semelhantes associadas à telefonia convencional.

As técnicas, ou estratégias, levam em conta a possibilidade de se conhecer, num dado instante e para uma dada célula do sistema, o número de canais ocupados, a ocorrência de bloqueio, o tráfego médio fixo e o tráfego médio flexível. A obtenção de tais parâmetros do sistema se faz de maneira simples em centrais de comutação do tipo CPA.

Estão brevemente descritas a seguir as estratégias propostas em [1].

MAP ("Mean Adaptation") - Estratégia na qual o tráfego flexível é direcionado à célula de menor tráfego fixo médio, procurando desta forma restabelecer o equilíbrio no sistema.

ARB ("Adaptive Response to Blocking") - Estratégia em que, estando uma das células bloqueadas (todos os canais ocupados), o tráfego flexível é totalmente direcionado à célula vizinha.

AMB ("Adaptation to Mean and Blocking") - Combinação das

estratégias MAP e ARB. Estando uma das células bloqueadas ativa-se a ARB, caso contrário permanece em operação a MAP.

IAP ("Instantaneous Adaptation") - Estratégia baseada no conhecimento instantâneo do estado de ocupação de cada célula, procurando direcionar o tráfego flexível à célula com maior número de canais livres.

IMA ("Instantaneous and Mean Adaptation") - Além de operar como a IAP, esta estratégia também utiliza o conhecimento do tráfego fixo médio nas situações em que as células estão igualmente ocupadas. Nestas situações, o tráfego flexível é direcionado à célula de menor tráfego fixo médio.

1.6 Objetivos deste Trabalho de Tese

A modelagem de sistemas celulares nem sempre oferece uma forma tão simples e eficiente de obtenção do bloqueio médio (B_m), o que poderá ser visto em capítulos subseqüentes. A criação e otimização de métodos de solução da Cadeia de Markov (a partir do que se obtém o parâmetro B_m), objetivo central, são conduzidas ao longo deste trabalho mediante aplicação direta a um sistema celular dotado de estratégia de encaminhamento alternativo.

Os Métodos Não Exatos, como serão denominados, devem possuir um caráter de aplicabilidade geral, podendo ser utilizados em uma gama variada de situações onde a Cadeia de Markov é construída para modelagem de sistemas.

1.7 Conclusão

De posse desta abordagem genérica do Sistema Rádio Móvel Celular, os estudos a que se propõe este trabalho têm, sem dúvida, um contexto minimamente elaborado onde possam de alguma forma justificar suas devidas contribuições.

Cabe ainda reafirmar a referência [2] como primordial no conhecimento básico da Teoria Celular, destacando-se de seu conteúdo os artigos 1 a 4.

A referência [1] motivou o aprimoramento de métodos para solução da Cadeia de Markov, e será utilizada neste trabalho de tese como uma aplicação. O estudo de seu respectivo Capítulo 4 deve certamente contribuir no conhecimento do contexto em que se propõem os Métodos Não Exatos para solução da cadeia.

CAPÍTULO 2

Modelagem de Sistema de Células Adjacentes para Estudo de Tráfego

2.1 Introdução

A modelagem do tráfego em sistemas de comunicação se faz usualmente através da Teoria de Filas, a qual reúne os conceitos necessários para o tratamento dos processos de chegada de usuários ao sistema e de permanência destes usuários no sistema (utilização dos recursos do sistema). Os Processos Markovianos são uma classe de processos estocásticos que ocupam posição central no estudo da Teoria de Filas, e que serão considerados de forma especial para os intuits deste trabalho.

Os processos aleatórios (estocásticos) são especificados através de funções de densidade de probabilidade que envolvem conjuntos de variáveis aleatórias bem como a variável *tempo* (instante de observação do sistema). As probabilidades associadas aos estados de ocupação do sistema móvel celular (número de canais ocupados) definem o processo aleatório markoviano a ser estudado.

A Cadeia de Markov, que por sua vez é o conceito de importância fundamental dentro de processos markovianos, será utilizada na obtenção do desempenho global do sistema celular. Isto se faz pela análise cuidadosa de regiões distintas do sistema celular, considerando-se suas respectivas características.

2.2 Cadeia de Markov

Os Processos Markovianos são processos estocásticos cuja relação fundamental entre as suas variáveis aleatórias se faz através da propriedade 'Ausência de Memória'. Esta propriedade, como seu próprio nome diz, implica no comportamento futuro do sistema de forma dependente unicamente do estado em que se encontra o sistema no instante de observação.

A Cadeia de Markov é um processo markoviano cujo espaço amostral é discreto. Isto significa que o conjunto de variáveis aleatórias $\{ X(t_n) \}$ que constitui a cadeia de Markov assume usualmente valores pertencentes ao conjunto dos inteiros $\{ 0, 1, 2, \dots \}$. Além do mais, a probabilidade de que o sistema assumira valor b ($X(t_{n+1})=b$) depende do estado corrente ($X(t_n)=\alpha$) e independe totalmente dos estados prévios assumidos pela sistema, de acordo com a propriedade 'Ausência de Memória'.

Representa-se usualmente a Cadeia de Markov por um diagrama de estado. Neste diagrama podem ser observadas também as transições possíveis entre os diversos estados do sistema. A figura 2.2.1 é um diagrama de estados de um sistema de comunicação genérico com dois canais cuja alocação é disputada por seus usuários. Desta forma o sistema pode estar com 0, 1 ou 2 canais ocupados, o que define os seus três estados distintos (discretos).

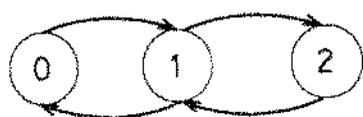


Figura 2.2.1 - Cadeia de Markov de sistema com dois canais disponíveis e as possíveis transições de estado.

Com relação aos instantes em que pode ocorrer uma transição de estado no sistema, a cadeia de Markov pode ser classificada como discreta ou contínua no tempo. No primeiro caso as transições podem ocorrer em instantes preordenados e inteiros $(0, 1, 2, \dots, n, \dots)$ enquanto que no segundo caso podem ocorrer em qualquer instante no tempo. A cadeia de Markov contínua no tempo se adapta convenientemente à maioria dos sistemas a serem modelados uma vez que a tomada de servidores (canais) do sistema em geral pode ocorrer num instante qualquer.

Como decorrência da propriedade 'Ausência de Memória', a cadeia de Markov contínua no tempo apresenta uma característica especial [7] que é o comportamento da função de densidade de probabilidade do tempo de permanência do sistema num estado

qualquer i ($f_i(t)$). A função é exponencial e depende unicamente do estado i , como pode ser visto em (2.2.1).

$$f_i(t) = f_i(0) \cdot e^{-f_i(0) \cdot t} \quad (2.2.1)$$

A probabilidade de transitar de um estado i para um estado j na cadeia de Markov é estudada como um processo estacionário. Desta forma, em qualquer instante de observação do sistema, tem-se o mesmo valor de probabilidade associado à transição $i \rightarrow j$. A cadeia de Markov com esta propriedade é chamada cadeia homogênea. Agora, através da distribuição exponencial do tempo de permanência nos estados, pode-se deduzir [7] o comportamento da probabilidade associada a cada estado do sistema, para o caso em que a cadeia de Markov é homogênea e contínua no tempo. Este resultado é expresso na equação seguinte:

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = q_{ii} \cdot p_i(t) + \sum_{k \neq i} q_{ki} \cdot p_k(t) \quad (2.2.2)$$

Em (2.2.2) tem-se $p_i(t)$ como a probabilidade de se estar no estado i do sistema e $q_{ki}(t)$ como a taxa de transição do estado k para o estado i . Desta forma tem-se que a taxa de variação de $p_i(t)$ é igual à somatória do produto $q_{ki} \cdot p_k(t)$ (probabilidade de se estar no estado k , podendo-se transitar para o estado i com taxa q_{ki}) mais o produto $q_{ii} \cdot p_i(t)$ (probabilidade de se estar no estado i , podendo-se permanecer neste estado com taxa q_{ii}).

As taxas de transição são parâmetros (constantes desde que a cadeia seja homogênea) associados aos estados origem e destino, e que podem inclusive adquirir a conotação de probabilidades (se é feito o produto por dt). As taxas, no entanto, podem ser especificadas por grandezas mais genéricas tais como Erlang, usuários por segundo, eventos por segundo, canais por segundo etc.

A maior parte dos sistemas a serem modelados através da cadeia de Markov se utiliza de uma cadeia do tipo irredutível.

Isto significa que qualquer estado da cadeia pode ser atingido a partir de qualquer outro estado (passando-se ou não por estados intermediários). A cadeia de Markov é ergódica se a distribuição da densidade de probabilidade $\rho_i(t)$ sempre converge para uma distribuição estacionária (2.2.3). Demonstra-se que a cadeia irredutível é sempre ergódica [7].

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \rho_i(t) = \rho_i \quad (2.2.3)$$

O resultado expresso em (2.2.3) permite tratar sistemas em situações de equilíbrio, as quais, particularmente neste trabalho, são mais relevantes que as situações transitórias. Além disto, a modelagem de sistemas em equilíbrio é significativamente mais simples, o que pode ser visto em (2.2.4). Esta equação representa o estado i da cadeia de Markov de um sistema em equilíbrio e é obtida a partir de (2.2.2) aplicando-se o resultado expresso em (2.2.3).

$$q_{ii} \cdot \rho_i + \sum_{k \neq i} q_{ki} \cdot \rho_k = 0 \quad (2.2.4)$$

2.3 Processos de Nascimento e Morte

Os processos de nascimento e morte são processos markovianos de importância fundamental para a modelagem de um sistema de comunicação. Tais processos se caracterizam por permitir transições na cadeia de Markov apenas entre estados vizinhos. Isto significa que um sistema no estado i pode transitar para o estado $i+1$ ou para o estado $i-1$. Esta condição dos processos de nascimento e morte se adapta com perfeição à modelagem do processo de alocação de canais de sistemas de comunicação, devido à reduzida probabilidade de que mais de um canal seja coincidentemente alocado no mesmo instante [7]. O mesmo ocorre no

processo de abandono dos canais (término das conversações) pelos seus usuários.

As taxas não nulas de transição de estado em processos de nascimento e morte serão aqui representadas pelos símbolos u_k ('up') e d_k ('down') e estão relacionadas, segundo (2.3.1) e (2.3.2), com as taxas anteriormente mencionadas.

$$u_k = q_{kk+1} \quad (2.3.1)$$

$$d_k = q_{kk-1} \quad (2.3.2)$$

As taxas representadas por u_k correspondem a 'nascimentos' na cadeia de Markov, e estão associadas à transição do sistema, que se encontra com uma população k , para o estado $k+1$ (aumento na população). Analogamente as taxas d_k correspondem a 'mortes', estando associadas à transição do estado k para o estado $k-1$ (diminuição da população). Por conseguinte, u_k e d_k recebem, respectivamente, as seguintes denominações: taxa de nascimento e taxa de morte.

A cadeia de Markov homogênea e contínua no tempo pode ser estudada através do sistema de equações diferenciais, visto a seguir, desde que o processo a ser modelado esteja caracterizado como um processo de nascimento e morte.

$$\frac{dp_0(t)}{dt} = -u_0 \cdot p_0(t) + d_1 \cdot p_1(t) \quad (k = 0) \quad (2.3.3.a)$$

$$\frac{dp_k(t)}{dt} = -(u_k + d_k) \cdot p_k(t) + u_{k-1} \cdot p_{k-1}(t) + d_{k+1} \cdot p_{k+1}(t) \quad (k \geq 1) \quad (2.3.3.b)$$

Estando o sistema em equilíbrio, pode-se expressar (2.3.3) da seguinte forma:

$$-u_0 \cdot p_0 + d_1 \cdot p_1 = 0 \quad (k = 0) \quad (2.3.4.a)$$

$$-(u_k + d_k) \cdot p_k + u_{k-1} \cdot p_{k-1} + d_{k+1} \cdot p_{k+1} = 0 \quad (k \geq 1) \quad (2.3.4.b)$$

Cabe observar que (2.3.4) pode também ser deduzida de forma empírica, considerando-se o sistema numa situação de equilíbrio. Assim, adotando-se um raciocínio condizente a este equilíbrio, tem-se que a probabilidade de o sistema estar no estado k (p_k), multiplicada pela soma das taxas associadas ao abandono do estado k (u_k e d_k), é igual à soma dos produtos das probabilidades associadas aos estados vizinhos do estado k (p_{k-1} e p_{k+1}) pelas suas respectivas taxas que levam ao estado k (u_{k-1} e d_{k+1}).

Seja um sistema genérico com um total de m canais de comunicação (servidores) e cuja cadeia de Markov está representada no diagrama de estado da figura 2.3.1. Os respectivos canais são disputados por usuários que chegam a este sistema com uma taxa constante u (usuários por unidade de tempo), de forma que $u_k = u$. O tempo médio de utilização de um servidor é $1/d$, sendo d a taxa de morte associada a um servidor isoladamente. Estando o sistema com k servidores (canais) ocupados, a taxa de morte d_k é considerada a soma das taxas de morte de cada servidor que se encontra ocupado, o que é bastante intuitivo pois qualquer um dos k servidores ocupados pode ser liberado por seu usuário. Desta forma, para o sistema abandonar o estado k e atingir o estado $k-1$, tem-se uma taxa de morte $k \cdot d$ ($d_k = k \cdot d$).

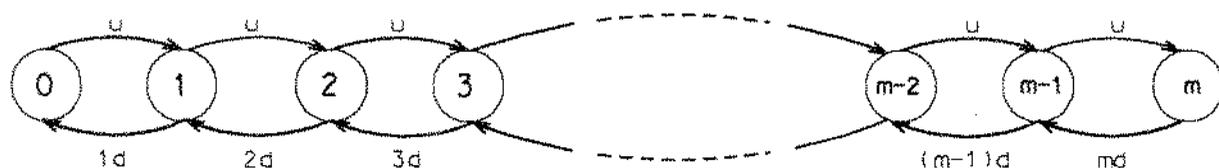


Figura 2.3.1 - Diagrama de estado da cadeia de Markov

Em (2.3.5) tem-se a equação de equilíbrio deste mesmo sistema.

$$u_0 \cdot p_0 = d_1 \cdot p_1 \quad (k = 0) \quad (2.3.5a)$$

$$(u + k \cdot d) \cdot p_k = u \cdot p_{k-1} + (k + 1) \cdot d \cdot p_{k+1} \quad (k \geq 1) \quad (2.3.5b)$$

Estando todos os m canais ocupados na chegada de um usuário, fica caracterizada uma situação de bloqueio do sistema. Nesta situação supõe-se que não haverá tentativas de chamada pelo usuário bloqueado. Esta aproximação é conveniente e leva à denominação 'sistema com perda'.

Agora, em busca de uma expressão genérica para p_k , com base em (2.3.5), tem-se o seguinte:

$$p_1 = p_0 \frac{u}{d} \quad (2.3.6)$$

$$p_2 = \frac{p_1(u + d)}{2d} - \frac{p_0 u}{2d} \quad (2.3.7)$$

Através de (2.3.6) e (2.3.7):

$$p_2 = p_0 \left(\frac{u}{d} \right)^2 \cdot \frac{1}{2} \quad (2.3.8)$$

Novamente de (2.3.5) tem-se

$$p_3 = \frac{p_2(u + d)}{3d} - \frac{p_1 u}{3d} \quad (2.3.9)$$

Agora de (2.3.9), (2.3.8) e (2.3.6):

$$p_3 = p_0 \left(\frac{u}{d} \right)^3 \cdot \frac{1}{3 \cdot 2} \quad (2.3.10)$$

Por indução encontra-se que

$$p_k = p_0 \left(\frac{u}{d} \right)^k \cdot \frac{1}{k!} \quad (0 \leq k \leq m) \quad (2.3.11)$$

A soma de todas as probabilidades, associadas cada qual a um estado do sistema, deve ser unitária. Desta forma, a partir de (2.3.11) tem-se

$$p_0 \sum_{k=0}^m \left(\frac{u}{d} \right)^k \cdot \frac{1}{k!} = 1 \quad (2.3.12)$$

Donde se conclui que

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^m \left(\frac{u}{d} \right)^k \cdot \frac{1}{k!}} \quad (2.3.13)$$

Agora, de (2.3.11) e (2.3.13) tem-se

$$p_k = \frac{\left(\frac{u}{d} \right)^k \cdot \frac{1}{k!}}{\sum_{k=0}^m \left(\frac{u}{d} \right)^k \cdot \frac{1}{k!}} \quad (0 \leq k \leq m) \quad (2.3.14)$$

A expressão (2.3.14) é conhecida como Distribuição de Erlang, tendo larga aplicação em telefonia. A mesma expressão será oportunamente utilizada em importantes considerações a respeito dos Métodos Não Exatos a que se propõe este trabalho.

2.4 Cadeia de Markov para Duas Células Adjacentes

Um sistema composto por duas células adjacentes pode ser facilmente modelado utilizando-se a cadeia de Markov e as

aproximações anteriormente apresentadas, que culminaram nos processos de nascimento e morte.

A cada estado do sistema bicelular está associado um conjunto de variáveis (i, j) representando respectivamente o número de canais ocupados na célula 2 e 1. Estando o sistema num estado qualquer (i, j) , pode ocorrer um dentre quatro tipos (no máximo) de transição, implicando portanto na definição de quatro tipos de taxas de transição de estado. Assim definem-se u_1 , u_2 , d_1 e d_2 . A figura 2.4.1 é o diagrama de estado deste sistema celular, no qual as células 1 e 2 possuem respectivamente um total de N_1 e N_2 canais.

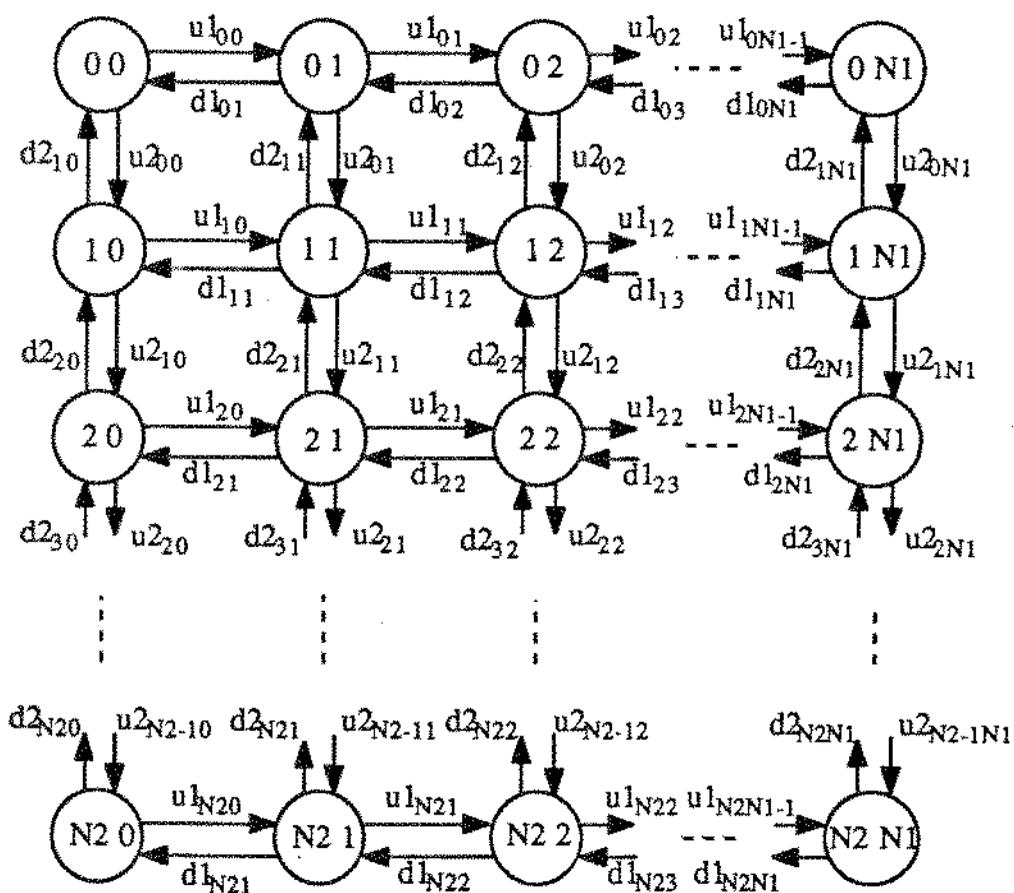


Figura 2.4.1 - Diagrama de estado para um sistema bicelular

Cada taxa de transição positiva de estado (u_1 e u_2) é função

de ambas as variáveis i e j (como será visto no capítulo seguinte mediante o equacionamento destas taxas) pois o tráfego que é absorvido por determinada célula depende da configuração (ocupação) da sua célula vizinha. Isto decorre dos limites indefinidos das células e é acentuado no contexto de utilização das estratégias de encaminhamento alternativo, que direcionam o tráfego flexível em função do número de canais ocupados em cada célula. Desta forma o diagrama de estado bidimensional deverá representar a dependência natural entre as células bem como a presença de estratégias que manipulam o tráfego flexível.

Analogamente à forma empírica utilizada para a obtenção de (2.3.5), pode-se deduzir uma equação de equilíbrio (2.4.1) associada ao estado genérico (i, j) da cadeia de Markov, isolando-o do diagrama juntamente com seus estados vizinhos (figura 2.4.2).

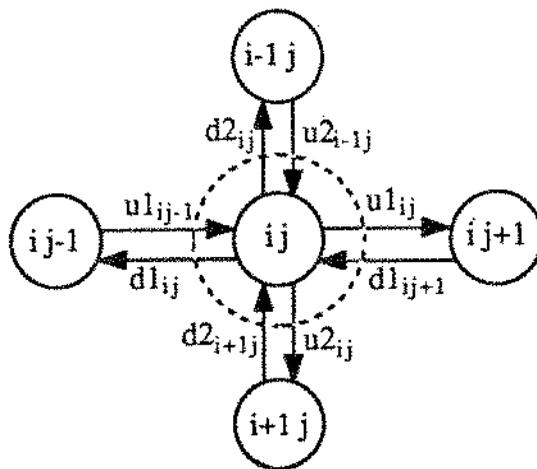


Figura 2.4.2 - Estado (i, j) e seus quatro possíveis estados vizinhos

Seja $P_{i, j}$ a probabilidade de que o sistema bicelular se encontre no estado de ocupação (i, j) tem-se

$$\begin{aligned}
 (u_{1, i, j} + u_{2, i, j} + d_{1, i, j} + d_{2, i, j}) P_{i, j} &= u_{1, i, j-1} P_{i, j-1} + \\
 + u_{2, i-1, j} P_{i-1, j} + d_{1, i, j+1} P_{i, j+1} + d_{2, i+1, j} P_{i+1, j} &\quad (2.4.1)
 \end{aligned}$$

2.5 Conclusão

Para um sistema bicelular com N_1 canais para a célula 1 e N_2 canais para a célula 2, tem-se $(N_1+1)(N_2+1)$ estados possíveis, podendo-se associar a cada estado uma equação semelhante à (2.4.1). Assim, para a obtenção da probabilidade de um estado qualquer de ocupação ($P_{i,j}$), é necessária a resolução de um sistema linear de $(N_1+1)(N_2+1)$ equações. A obtenção do bloqueio médio do sistema celular, questão central deste trabalho, exige o conhecimento de algumas probabilidades de estado, o que por sua vez exige a resolução de um sistema linear.

Pode-se notar claramente que para sistemas celulares com elevado número de canais, a solução do sistema linear pode eventualmente trazer dificuldades associadas ao tempo de processamento e à utilização de memória (grande número de variáveis), o que será objeto de estudo do capítulo seguinte.

CAPÍTULO 3

Métodos de Solução da Cadeia de Markov

3.1 Introdução

No capítulo anterior, através da modelagem do sistema bicelular de capacidade N_1 e N_2 canais, demonstrou-se a necessidade de solução de um sistema de equações lineares para se obter a probabilidade associada a cada estado de ocupação dos canais. O cálculo destas probabilidades implica em solucionar a cadeia de Markov do sistema celular em questão.

No presente capítulo serão apresentadas algumas técnicas de solução de sistemas lineares, levando-se em conta as particularidades de suas respectivas matrizes de coeficientes. Os métodos podem ser classificados como **métodos exatos** e **métodos iterativos**, sendo que, para cada um destes grupos, são estudadas, de maneira qualitativa, as vantagens e desvantagens de sua aplicação. Além disto apresenta-se um **método não exato** para solução da cadeia de Markov, dispensando o uso do sistema linear de equações.

A solução da cadeia de Markov, objetivo deste capítulo, pode excepcionalmente dispensar a solução do sistema linear, desde que seja tolerável uma aproximação para o valor das probabilidades de estado do sistema celular. Como introdução a uma nova classe de métodos, um importante trabalho [8] é apresentado em suas características gerais, oferecendo possibilidades de resultados significativos.

3.2 Parâmetros de Tráfego para o Sistema Bicelular [1]

Definida a equação de equilíbrio (2.4.1) para cada estado do sistema celular, faz-se necessária a obtenção (definição) das taxas de transição ($u_{1,i,j}$, $u_{2,i,j}$, $d_{1,i,j}$, $d_{2,i,j}$) contidas nesta equação e associadas a cada estado (i,j) do sistema. Para tal é

preciso conhecer o tráfego de cada uma das regiões do sistema bicelular vistas na figura 3.2.1.

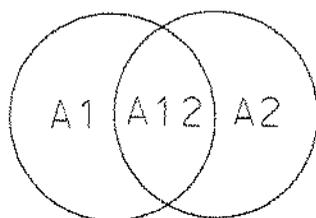


Figura 3.2.1 - Sistema bicelular e suas três regiões distintas

Define-se o parâmetro $A1$ como o tráfego fixo (exclusivo) da célula 1. Da mesma forma, $A2$ é o tráfego fixo da célula 2. O tráfego flexível é representado pelo parâmetro $A12$. Podem-se então definir dois novos parâmetros do sistema celular, β e γ , como função, cada qual, de $A1$, $A2$ e $A12$. Desta forma tem-se

$$\gamma = A12 / A \quad (3.2.1)$$

$$\beta = (A1 - A2) / (A1 + A2) \quad (3.2.2)$$

$$\text{onde } A = A1 + A2 + A12 \quad (3.2.3)$$

O parâmetro γ indica a proporção de tráfego flexível do sistema. O parâmetro β , por sua vez, indica o desbalanceamento do sistema no que diz respeito aos tráfegos exclusivos das células.

As taxas de nascimento de (2.4.1) são agora definidas através dos parâmetros de tráfego, segundo (3.2.4) e (3.2.5). Nas mesmas expressões são aplicadas (3.2.1) a (3.2.3), dando uma conotação especial às taxas, que passam a ser funções de parâmetros mais genéricos do sistema (β e γ):

$$u_{1,i,j} = A1 + \left[\frac{1}{2} A12 (1 + \alpha_{i,j}) \right] = \frac{1}{2} A [1 + \beta + \gamma (\alpha_{i,j} - \beta)] \quad (3.2.4)$$

$$u_{2,i,j} = A2 + \left[\frac{1}{2} A12 (1 - \alpha_{i,j}) \right] = \frac{1}{2} A [1 - \beta - \gamma (\alpha_{i,j} - \beta)] \quad (3.2.5)$$

Para as taxas relacionadas ao aumento de canais ocupados ($u_{1,i,j}$ e $u_{2,i,j}$), o parâmetro $\alpha_{i,j}$ representa a estratégia utilizada e, segundo [1], $\alpha_{i,j}$ pertence ao conjunto dos Reais tal que $-1 \leq \alpha_{i,j} \leq 1$. Na estratégia IAP, em particular, o parâmetro $\alpha_{i,j}$ pode assumir valores pertencentes ao conjunto $[-1, 0, 1]$. Seu intuito é direcionar o tráfego flexível à célula de menor número de canais ocupados. Se ambas as células possuem o mesmo número de canais ocupados, o tráfego flexível é igualmente dividido (direcionado) entre as células. Para $i > j$, célula 2 mais ocupada que célula 1, tem-se $\alpha_{i,j} = 1$, de forma que a célula 1 passa a receber todo o tráfego flexível: $u_{1,i,j} = A1 + A12$ e $u_{2,i,j} = A2$. Para $i < j$ é a célula 2 que deve receber o tráfego flexível; assim $\alpha_{i,j} = -1$, $u_{1,i,j} = A1$ e $u_{2,i,j} = A2 + A12$. Se $i = j$ tem-se $\alpha_{i,j} = 0$, $u_{1,i,j} = A1 + A12/2$ e $u_{2,i,j} = A2 + A12/2$. A estratégia IAP pode então ser expressa por (3.2.6) na modelagem do sistema bicelular.

$$\alpha_{i,j} = -\text{sgn}(j - i) \quad (3.2.6)$$

onde

$$\text{sgn}(x) = 1 \text{ para } x > 0,$$

$$\text{sgn}(x) = -1 \text{ para } x < 0 \text{ e}$$

$$\text{sgn}(x) = 0 \text{ para } x = 0.$$

Todas as estratégias descritas no Capítulo 1 podem ser representadas através do parâmetro $\alpha_{i,j}$, observando-se que são funções do estado (i, j) em que se encontra o sistema. Não é, porém, objetivo deste trabalho descrever cuidadosamente todas estas equações, o que se encontra em [1]. As estratégias, no entanto, têm influência na formação da matriz de coeficientes do sistema linear a ser resolvido, motivo pelo qual foram aqui

mencionadas.

Para as taxas relacionadas à diminuição do número de canais ocupados ($d1_{i,j}$ e $d2_{i,j}$), pode-se utilizar o mesmo conceito presente na dedução da Distribuição de Erlang. A taxa de morte $d1_{i,j}$ (3.2.7) deve ser proporcional à quantidade de canais ocupados na célula 1. A constante de proporcionalidade é atribuído o valor unitário, para maior simplicidade no equacionamento. Analogamente se define a taxa $d2_{i,j}$ (3.2.8).

$$d1_{i,j} = j \quad (3.2.7)$$

$$d2_{i,j} = i \quad (3.2.8)$$

3.3 Matriz de Coeficientes do Sistema Linear para Duas Células Adjacentes.

Um sistema linear genérico pode ser representado de forma compacta através da seguinte equação matricial:

$$A x = b \quad (3.3.1)$$

A matriz A é conhecida como matriz de coeficientes. Os parâmetros x e b são conhecidos, respectivamente, como vetor das incógnitas e vetor dos termos independentes.

A cada estado (i,j) do sistema bicelular, como visto anteriormente, tem-se associada uma equação de equilíbrio (2.4.1) e uma variável ($\rho_{i,j}$). Os estados do diagrama da figura 2.4.1 podem ser ordenados convenientemente, para que sejam ordenadas, em consequência, suas respectivas equações e variáveis na construção do sistema linear. A devida ordenação dos estados deve caracterizar a matriz de coeficientes de forma que se possa prever seu comportamento, dando assim possibilidade de se avaliar cada método de solução do sistema linear.

Estando o diagrama de estados disposto em linhas (i) e colunas (j), faz-se a ordenação dos estados percorrendo-se as

colunas ($0 < j < N1+1$) da linha i , de maneira crescente, passando-se em seguida à linha $i+1$ ($0 < i < N2+1$). Desta forma o estado genérico (i,j) do diagrama de estado está associado à $[(i(N1+1) + (j+1))]$ -ésima equação do sistema linear. Sendo $n = [(i(N1+1) + (j+1))]$, a n -ésima equação pode ser construída da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 & a_{n,0} p_{e,0} + a_{n,1} p_{e,1} + \dots + a_{n,n} p_{i,j} + \dots \\
 & \dots + a_{n,(N2+1)(N1+1)} p_{(N2+1)(N1+1),(N2+1)(N1+1)} = 0
 \end{aligned}
 \tag{3.3.2}$$

A equação (3.3.2), sendo a equação de equilíbrio do estado (i,j) , deve conter grande proporção de coeficientes ($a_{n,x}$) nulos, uma vez que o estado (i,j) pode transitar apenas para seus estados vizinhos (processo de nascimento e morte).

Se x assumir valores diferentes de $n, n+1, n-1, n+(N1+1)$ e $n-(N1+1)$, então o coeficiente $a_{n,x}$ deve ser necessariamente nulo. Os coeficientes não nulos assumem os seguintes valores, já implícitos em (2.4.1):

$$a_{n,n} = -(u1_{i,j} + u2_{i,j} + d1_{i,j} + d2_{i,j}) \tag{3.3.3.a}$$

$$a_{n,n+1} = d1_{i,j+1} \tag{3.3.3.b}$$

$$a_{n,n-1} = u1_{i,j-1} \tag{3.3.3.c}$$

$$a_{n,n+(N1+1)} = d2_{i+1,j} \tag{3.3.3.d}$$

$$a_{n,n-(N1+1)} = u2_{i-1,j} \tag{3.3.3.e}$$

Para um sistema bicelular com 2 canais por célula, a forma matricial do respectivo sistema de equações lineares pode ser vista na figura 3.3.1, onde os elementos não nulos são representados pelo caracter '*' na matriz de coeficientes.

$$\begin{bmatrix}
 * & * & 0 & * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 * & * & * & 0 & * & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & * & * & * & 0 & * & 0 & 0 & 0 \\
 * & 0 & * & * & * & 0 & * & 0 & 0 \\
 0 & * & 0 & * & * & * & 0 & * & 0 \\
 0 & 0 & * & 0 & * & * & * & 0 & * \\
 0 & 0 & 0 & * & 0 & * & * & * & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & * & 0 & * & * & * \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & * & 0 & * & *
 \end{bmatrix}
 \cdot
 \begin{bmatrix}
 p_{0,0} \\
 p_{0,1} \\
 p_{0,2} \\
 p_{1,0} \\
 p_{1,1} \\
 p_{1,2} \\
 p_{2,0} \\
 p_{2,1} \\
 p_{2,2}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}$$

Figura 3.3.1 - Forma matricial do sistema linear para duas células adjacentes.

As características do sistema linear, as quais estão relacionadas com os métodos a serem avaliados nos itens subseqüentes e que foram anteriormente sugeridas, são enumeradas a seguir:

1) Matriz esparsa - Apenas uma pequena proporção de elementos da matriz de coeficientes não se compõe de elementos nulos, caracterizando uma matriz esparsa. A relação entre o número de elementos não nulos e o total de elementos deve decrescer quando se eleva o número de canais por célula.

2) Localização dos elementos não nulos - Os elementos não nulos da matriz de coeficientes podem ser conhecidos previamente como mostra (3.3.3).

3) Matriz não simétrica - Os coeficientes $\alpha_{i,j}$ e $\alpha_{j,i}$ não são necessariamente iguais, de forma que a matriz não é simétrica. Há, no entanto, uma simetria entre os valores necessariamente nulos (simetria na estrutura esparsa).

4) Diagonal não dominante em relação à linha e à coluna. - A diagonal é dita dominante em relação à linha quando o módulo do elemento da diagonal é maior que a somatória dos módulos dos demais elementos da linha, o que deve ocorrer para todas as linhas da matriz. Analogamente se define diagonal dominante em relação à coluna. Há apenas uma tendência de que o elemento da diagonal seja

dominante o que pode ser notado através de (3.3.3).

5) Sistema homogêneo de equações - Cada uma das equações do sistema linear é na verdade uma equação de equilíbrio. Desta forma, todos os termos independentes (vetor b de (3.3.1)) são nulos, caracterizando o sistema linear como homogêneo.

3.4 Métodos Exatos para Solução de Sistemas Lineares

Os métodos exatos são algoritmos finitos, isto é, possuem uma quantidade previsível e finita de operações, e que, a menos de erros de arredondamento inerentes às operações matemáticas realizadas pelo computador, oferecem resultados exatos às variáveis de um sistema linear.

Os métodos exatos, no entanto, apresentam uma limitação. O que ocorre na verdade é que o número de operações (somadas e produtos) efetuadas para a solução de um sistema linear é proporcional a N^3 , aproximadamente, onde N é o número de equações do sistema. Sendo o número de operações um elemento predominante frente às demais decisões do algoritmo, o tempo de processamento necessário para a execução de um método exato é por sua vez proporcional a esta quantidade de operações, em particular à quantidade de produtos. Um sistema bicelular com apenas 9 canais por célula será representado por um sistema linear com 100 equações, tendo-se portanto o número de operações proporcional a 10^6 . Desta forma é evidente a possibilidade de se tornar crítica a limitação do tempo de processamento para os métodos exatos aplicados à solução da cadeia de Markov.

Um primeiro método a ser mencionado seria a **Regra de Cramer**, cujo número de operações vai muito além daquele valor genérico acima apresentado, descartando sua eventual aplicação [9].

Uma forma bastante natural de se resolver o sistema $Ax = b$ é na verdade expressar esta equação matricial como $x = A^{-1}b$ e portanto obter a matriz A^{-1} . O **Cálculo da Matriz Inversa** pode eventualmente levar a erros cumulativos de arredondamento, de

maneira que A^{-1} encontrada pode diferir bastante da verdadeira matriz inversa.

Há métodos exatos mais aprimorados, como por exemplo o **Método de Gauss**, o qual pode reduzir os erros de arredondamento através de suas estratégias de pivoteamento [9]. Apesar de mais elaborado, este método continua desprezando a esparsidade da matriz de coeficientes: matriz que, quando submetida à triangularização (procedimento do método), perde esta importante característica. A esparsidade pode ser explorada quando é possível prever-se a localização dos elementos nulos, otimizando-se a utilização de memória. O mesmo ocorre com outros métodos como o **Esquema de Khaletsky** e o **Método da Raiz Quadrada** [9].

Um importante trabalho [10], apresentando o **Método da Bi-Fatoração**, vem ao encontro de uma característica importante da matriz. Este método se presta a matrizes esparsas cujos elementos da diagonal não são nulos, e em cuja matriz há simetria ou pelo menos estrutura simétrica esparsa. Um importante esquema de armazenamento (não ótimo) da estrutura esparsa é apresentado. O método assume, no entanto, que a matriz é diagonalmente dominante de forma a minorar os erros de arredondamento.

A homogeneidade do sistema linear pode ser contornada pela substituição de uma de suas equações por (3.4.1). Este procedimento, porém, leva à ruptura da estrutura simétrica esparsa da matriz de coeficientes. Outra maneira de se obter um sistema não homogêneo, sem destruir a esparsidade, é atribuir um valor inicial qualquer a uma variável, retirando-se portanto uma equação do sistema linear a ser resolvido. Qualquer resultado (valor obtido para determinada variável) da solução do sistema linear deve ser então dividido pela somatória de todos os resultados (normalização). A solução final pode, contudo, apresentar erro de arredondamento em função da variável escolhida inicialmente e do valor a ela atribuído.

$$\sum_{i=0}^{N2} \sum_{j=0}^{N1} P_{i,j} = 1 \quad (3.4.1)$$

A utilização de um método exato, muito embora de alguma forma aprimorado, deve sempre apresentar limitações, especialmente com relação ao tempo de processamento. A sua própria implementação pode conter certas dificuldades, cujos benefícios podem não ser compensatórios. Os métodos exatos se prestam a sistemas celulares fictícios, com reduzido número de canais por célula. O sistema bicelular, a exemplo, é utilizado em [1] onde são estudadas qualitativamente as estratégias de encaminhamento alternativo.

3.5 Métodos Iterativos para Solução de Sistemas Lineares

Os métodos iterativos permitem obter, com uma dada precisão, as raízes de um sistema linear, através de processos que podem ser infinitamente repetidos e que carregam a solução, de maneira convergente, ao resultado do sistema linear.

O método iterativo mais simples é conhecido como **Método de Iterações** e pode fornecer, através de seu equacionamento bastante elementar, uma noção do conceito básico dos métodos iterativos em geral. O sistema linear $Ax = b$ pode ser facilmente transformado [9] num sistema do tipo $x = g + h x$. Este último sistema é resolvido através de sucessivas aproximações, a partir da atribuição de um valor inicial qualquer ao vetor x , valor este denotado por $x^{(0)}$. Através de $x^{(0)}$ obtém-se $x^{(1)}$, como se nota em (3.5.1). Generalizando o resultado, a $(k+1)$ -ésima solução é computada pela fórmula (3.5.2). A seqüência leva o vetor x a um valor limite (3.5.3), que é na verdade a solução exata do sistema linear.

$$x^{(1)} = g + h \cdot x^{(0)} \quad (3.5.1)$$

$$x^{(k+1)} = g + h \cdot x^{(k)} \quad (3.5.2)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x^{(k)} = x \quad (3.5.3)$$

A problemática dos métodos iterativos está associada tanto à estimativa da quantidade de iterações necessárias para se atingir a precisão desejada como, principalmente, à condição de convergência destas iterações ao resultado exato do sistema linear. Tais colocações estão única e intimamente associadas à matriz de coeficientes.

Na referência [9] dedica-se um capítulo inteiro ao estudo de condições suficientes de convergência de métodos iterativos, as quais são funções, basicamente, da dominância da diagonal na matriz de coeficientes. No mesmo capítulo é demonstrada uma estimativa da quantidade de iterações necessárias para que o resultado se apresente com um erro de aproximação sempre menor que um valor previamente definido. A implementação das condições suficientes de convergência não traz grandes esforços computacionais. Condições necessárias e suficientes são também apresentadas em [9] envolvendo, porém, o cálculo de autovalores da matriz, o que representa um esforço não compensatório em virtude do elevado número de operações a serem realizadas.

O **Método de Seidel** é um processo iterativo muito importante e se caracteriza por apresentar uma convergência mais rápida à solução do sistema linear, em relação ao Método de iterações. O estudo da problemática dos métodos iterativos em [9] abrange primorosamente este método. Outro método, de menor importância porém, é o **Método da Relaxação**, cujo estudo da convergência pode ser encontrado em [13].

Uma grande vantagem dos métodos iterativos sobre os métodos exatos é a possibilidade de preservação da estrutura esparsa da matriz de coeficientes. Na verdade a matriz permanece intacta ao longo do processo, como pode ser visto em (3.5.1). Neste contexto, a referência [12] pode exemplificar alguns métodos eficientes de armazenamento da matriz que levam à redução da memória utilizada. Uma variação do método de iterações pode ser encontrada em [14] onde também se destaca um importante processo de armazenamento da matriz.

Os métodos em questão são também praticamente insensíveis aos

erros de arredondamento. Somente os erros cometidos na última iteração afetam a solução. Os erros cometidos em iterações anteriores não levarão à divergência do processo iterativo nem à convergência a um outro vetor que não a solução.

Um outro método a ser citado é o **Método do Gradiente** [9] aplicado à solução de sistemas lineares, pois seu resultado mais genérico se faz para sistemas de equações não lineares. O número de operações envolvidas em cada iteração é relativamente maior que o do Método de Seidel, não fornecendo, em geral, um desempenho vantajoso.

O tempo de processamento de métodos iterativos, em particular na aplicação à solução da cadeia de Markov, é proporcional a $C \cdot v \cdot N$, onde v é o número de iterações, N o número de equações do sistema e a constante C representa o número de coeficientes não nulos de cada equação ($C = 5$ para o sistema bicelular). De maneira mais genérica pode-se considerar este tempo como proporcional a N^2 .

Apesar de conviver com a possibilidade de não convergência, o uso de tais métodos consegue, sem dúvida, extrapolar os limites dimensionais de sistemas celulares, impostos pelos métodos exatos, principalmente na tentativa de se elevar consideravelmente o número de canais por célula.

3.6 Um método Não Exato para Solução da Cadeia de Markov

Um método proposto em [8] pode ser aplicado à solução da cadeia de Markov do sistema bicelular sem contudo implicar na construção de um sistema de equações lineares. Tal método fornece um resultado aproximado cujo erro é tolerável para certas condições do sistema celular (γ , β e A - (3.2.1) a (3.2.3)), como será oportunamente demonstrado. Cabe observar que o erro de aproximação já citado no estudo de métodos iterativos não é comparável ao deste método, havendo origens diferentes para ambos. Os primeiros apresentam, em geral, erros residuais.

A grande vantagem deste método é o reduzido tempo de

processamento necessário para sua execução, sendo esta avaliação relativa aos métodos anteriormente apresentados. Este tempo é proporcional ao número de estados do sistema celular, o que equivale dizer que é proporcional a N , onde N seria o número de equações do respectivo sistema linear eventualmente construído para a aplicação de um método exato ou iterativo. Outro destaque deve ser feito à quantidade de memória necessária que pode inclusive ser menor do que N unidades de armazenamento.

As implicações de tais vantagens serão também apresentadas em capítulos subseqüentes. Além disto serão propostos dois novos métodos não exatos, conservando as características de rapidez e utilização de memória como daquele proposto em [8]. Será possível avaliar as dimensões de sistemas celulares que poderão se submeter aos métodos não exatos, dando ao cálculo do bloqueio médio uma aplicação em situações mais próximas da realidade. Neste contexto vê-se ampliada também a quantidade de células de determinado sistema celular, além do número de canais por célula.

CAPÍTULO 4

Métodos Não Exatos para Solução da Cadeia de Markov

4.1 Introdução.

No presente capítulo serão apresentados alguns eficientes métodos para solução aproximada da Cadeia de Markov. Dois dos três métodos descritos são originários neste trabalho de tese, enquanto que o outro foi proposto em [8].

O primeiro método, denominado Método da Cruz, foi desenvolvido anteriormente ao conhecimento do descrito na referência [8]. A implementação deste último e sua aplicação ao sistema celular dotado de estratégias de encaminhamento alternativo trouxe bons resultados e motivou, em meio a comparações, os próprios resultados do Método da Cruz. Posteriormente, uma combinação de ambos os métodos resultou no denominado Método Combinado, trazendo resultados valiosos.

Antes porém de descrevermos estes métodos não exatos, obteremos a expressão geral do bloqueio médio do sistema celular a ser analisado. Veremos como esta expressão se relaciona com as probabilidades de equilíbrio de estado da Cadeia de Markov correspondente, motivando portanto a obtenção de uma solução otimizada para a mesma.

Apesar de todos os métodos se apresentarem aptos à solução da Cadeia de Markov, como devem demonstrar os resultados, as suas diferenças deverão ser ponderadas no contexto de sua aplicação, evitando qualquer dispêndio desnecessário de tempo e memória, parâmetros estes analisados neste capítulo.

4.2 O Bloqueio Médio do Sistema Celular.

O desempenho de um sistema celular deverá ser avaliado por

melo do bloqueio médio, como já mencionado no primeiro capítulo. Este importante parâmetro deve ser função, por sua vez, do respectivo tráfego e probabilidade de bloqueio de cada uma das três regiões distintas mostradas na figura 3.2.1. Cada uma destas probabilidades, definidas como em (4.2.1), juntamente com o tráfego, devem sintetizar as características de uma região.

O tráfego A1, representando usuários restritos à célula 1, deve ser escoado nesta região que estará sujeita a uma situação crítica quando todos os canais que lhe servem encontram-se, com certa probabilidade (B1), ocupados. Para o tráfego A2, raciocínio análogo pode ser elaborado para se definir a probabilidade B2. O tráfego flexível A12 depende de ambas as células estarem com seus canais totalmente ocupados para que não possa ser escoado de alguma forma, levando à definição do parâmetro B12. Todas estas definições exigem, a rigor, o conhecimento da probabilidade de cada um dos estados do sistema celular, o que pode ser empreendido através da solução de um sistema de equações lineares. Neste ínterim, os métodos não exatos devem constituir formas alternativas para se obter B1, B2 e B12, como será visto oportunamente.

$$B1 = \sum_{l=0}^{N2} P_{l,N1} \quad (4.2.1.a)$$

$$B2 = \sum_{j=0}^{N1} P_{N2,j} \quad (4.2.1.b)$$

$$B12 = P_{N1,N2} \quad (4.2.1.c)$$

De posse dos parâmetros de cada região, apresenta-se em (4.2.2) a definição do bloqueio médio (B_m), segundo [1], na qual o tráfego de determinada região aparece como seu elemento característico numa média ponderada dos bloqueios B1, B2 e B12.

$$B_m = \frac{A1 B1 + A2 B2 + A12 B12}{A1 + A2 + A12} \quad (4.2.2)$$

A expressão (4.2.2) foi empregada, no contexto de [1], apenas em sistemas cujas células possuem a mesma capacidade, isto é, igual número de canais disponíveis. O conceito de bloqueio médio implícito em (4.2.2), no entanto, é mais abrangente, o que significa a possibilidade de se aplicar esta equação a sistemas com os parâmetros N_1 e N_2 não necessariamente iguais entre si. Este fato pode ser justificado uma vez que o parâmetro N_1 encontra-se embutido no cálculo de B_1 , bem como N_2 em B_2 , e N_1 juntamente com N_2 em B_{12} . As variações nos parâmetros indicativos de bloqueio são funções, portanto, dos parâmetros que indicam as quantidades de canais por célula.

A generalidade do bloqueio médio, centralizada na ponderação da média (realizada pelos parâmetros de tráfego) dos bloqueios individuais, torna-se bastante clara no exemplo a seguir. Seja um sistema bicelular onde $N_1 = N_2 = 10$. Num dado instante N_2 sofre uma variação passando de 10 para 1. Nenhum parâmetro de tráfego sofre variações, permanecendo válidas as seguintes relações: $A_2 \gg A_1$ e $A_2 \gg A_{12}$. Apesar de a maior parte dos canais do sistema se concentrar, agora, na célula 1, é o produto $B_2 \times A_2$ que prevalece em (4.2.2); em outras palavras, o tráfego A_2 , representando a maioria dos usuários do sistema, se submete a um B_2 que sofreu uma variação positiva decorrente da diminuição de N_2 , e, no âmbito do conceito de bloqueio médio, este último deve certamente aumentar em função de B_2 . A variação de B_2 é ainda deveras acentuada pelo valor significativo de A_2 naquele produto. A expressão (4.2.2) é sem dúvida mais abrangente.

4.3 Conjecturas sobre o Estado de Máxima Probabilidade na Cadeia de Markov

Todos os métodos aqui descritos pressupõem na Cadeia de Markov a existência de um estado de máxima probabilidade e que as probabilidades de equilíbrio de estado decrescem assintoticamente, ou no máximo permanecem constantes, a partir deste estado.

Esta hipótese é de suma importância uma vez que tais métodos não exatos podem desconsiderar diversos estados do sistema tidos como de baixa probabilidade e irrelevantes em termos práticos. Isto é feito a partir do estado de máxima probabilidade, de modo que outras regiões importantes do diagrama, comprovada a hipótese, nunca estariam sendo desprezadas. A presença de qualquer depressão no diagrama (estado a partir do qual chega-se a um estado de maior probabilidade para ambos os sentidos de uma direção) invalidaria esta eliminação de estados bem como as posteriores decisões a serem tomadas nos métodos. A busca do estado mais provável ficaria, indesejavelmente, restrita à simples localização de um ponto de máximo de uma certa região do diagrama (máximo local).

A hipótese acima mencionada pode ser verificada inicialmente através do estudo de uma cadeia de Markov unidimensional. Esta, em seguida, é apontada como estrutura fundamental da cadeia bidimensional: com isto chega-se ao resultado desejado para o próprio sistema bidimensional. Não se pretende aqui realizar uma demonstração rigorosa dado que a ausência de depressões no diagrama, embora mereça comentários teóricos, é um fato intuitivo em vista do comportamento das taxas de transição de estado das estratégias estudadas. Tanto a razão $\mu_{1,j}/d_{1,j}$ como a razão $\mu_{2,j}/d_{2,j}$ decrescem com o aumento do número de canais ocupados ao longo da linha e da coluna, respectivamente, independentemente de qualquer estratégia utilizada, imprimindo uma tendência única ao comportamento das probabilidades no diagrama bidimensional.

Considerem-se as condições em que se obteve a distribuição de Erlang (2.3.14), distribuição esta que pode ser reescrita conforme (4.3.1) fazendo-se $\mu/d = A$.

$$P_k = \frac{A^k / k!}{\sum_{i=0}^m A^i / i!} \quad (0 \leq k \leq m) \quad (4.3.1)$$

O denominador de (4.3.1) depende unicamente de A e m , não

sendo portanto função do estado k em que se encontra o sistema. O respectivo numerador, $Nd(k)$, único fator relacionando ρ_k ao estado k , pode ser reescrito conforme (4.3.2).

$$Nd(0) = 1 \quad (k = 0)$$

$$Nd(k) = \frac{A}{k} \frac{A}{(k-1)} \frac{A}{(k-2)} \frac{A}{(k-3)} \dots \frac{A}{[k-(k-2)]} \frac{A}{[k-(k-1)]} \quad (0 < k \leq m)$$

Note que

$$Nd(0) = 1$$

$$Nd(1) = A/1 \quad Nd(0)$$

$$Nd(2) = A/2 \quad Nd(1)$$

:

$$Nd(k) = A/k \quad Nd(k-1) \quad (0 < k \leq m) \quad (4.3.2)$$

Assim, o numerador ($Nd(k)$), associado à probabilidade ρ_k , pode ser reescrito como função do numerador ($Nd(k-1)$), associado por sua vez a ρ_{k-1} .

O termo A/k , para um dado k , varia somente em função de seu denominador, decrescendo, obviamente, com o aumento de k . Assim, A/k possui um comportamento previsível, estendendo-se a ρ_k esta característica. Com o aumento de k ($0 < k \leq m$), enquanto $A/k > 1$ tem-se $\rho_k > \rho_{k-1}$. Quando $A/k = 1$, e isto caso aconteça será por uma única vez, tem-se $\rho_k = \rho_{k-1}$. O termo A/k , ao passar eventualmente a ser menor que 1, implica em $\rho_k < \rho_{k-1}$. Desta forma, ρ_k pode ser representado por uma curva (i) apenas crescente, (ii) apenas decrescente ou (iii) de concavidade para baixo. Em qualquer um destes comportamentos o ponto de máximo encontrado é certamente absoluto (ausência de depressões na cadeia unidimensional).

Para um diagrama bidimensional, a probabilidade associada ao estado (i, j) pode ser escrita como

$$P_{i,j} = P(i|j) P1(j) = P(j|i) P2(i) \quad (4.3.3)$$

Isto significa que a probabilidade $P_{i,j}$ pode ser obtida conhecendo-se a probabilidade incondicional de a célula 1 estar no estado j ($P1(j)$) e calculando-se a probabilidade (condicional) de que a célula 2 esteja no estado i dado que isolou-se a coluna j do diagrama ($P(i|j)$). Analogamente se pode escrever $P_{i,j}$ conforme o segundo termo de (4.3.3). Na verdade, o que se quer observar é que para analisar o comportamento de $P_{i,j}$ ao longo de uma linha ou coluna do diagrama bidimensional, basta analisar o comportamento de $P(j|i)$ ou $P(i|j)$, dado que $P2(i)$ ou $P1(j)$ permanecem invariantes ao longo da linha ou da coluna respectivamente.

Isolada, como exemplo, a coluna j do diagrama, $P(i|j)$ deve apresentar o seguinte numerador:

$$Nd(i) = 1 \quad (i = 0)$$

$$Nd(i) = u_{2,i,j} / i \quad Nd(i-1) \quad (0 < i \leq N2) \quad (4.3.4)$$

O termo $u_{2,i,j} / i$ é análogo a A/k de (4.3.2) no que diz respeito a seu denominador. No diagrama bidimensional tem-se que o numerador dos termos $u_{2,i,j} / i$ pode não permanecer constante devido às estratégias de encaminhamento alternativo. O numerador, eventualmente, pode diminuir com o aumento de i , não alterando o comportamento de $Nd(i)$ em relação àquele estudado através de (4.3.2). A observação de que $u_{2,i,j}$ sempre diminui (ou pelo menos permanece constante) com o aumento do número de canais ocupados, pode ser comprovada em [1]. Particularmente a estratégia IAP pode ser aqui avaliada (a partir de (3.2.6), (3.2.4) e (3.2.5)) em relação às taxas $u_{1,i,j}$ e $u_{2,i,j}$ que fazem as vezes do parâmetro A de (4.3.1). Desta forma $P_{i,j}$ comporta-se (ao longo da linha ou coluna) de maneira análoga a P_k .

Agora, localizado um estado de máxima probabilidade (P_m) e cujos estados circunvizinhos possuem probabilidade menor ou igual a P_m , pode-se afirmar que está localizado o ponto de máximo do

diagrama. Isto está representado na figura 4.3.1, onde se tem o estado (i_m, j_m) e seus 8 estados vizinhos com a citada característica.

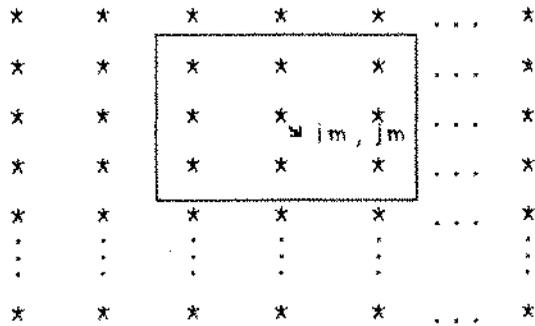


Figura 4.3.1 - Diagrama bidimensional e respectivo estado de máxima probabilidade.

Assim, dado que $p_{i_m, j_m-1} \leq p_{i_m, j_m}$ e que $p_{i_m, j_m+1} \leq p_{i_m, j_m}$, pode-se afirmar que $p_{i_m, x-1} < p_{i_m, x}$ e que $p_{i_m, y+1} < p_{i_m, y}$, onde $0 < x < j_m$ e $j_m < y < N1$. Analogamente se conclui que $p_{x-1, j_m} < p_{x, j_m}$ e que $p_{y+1, j_m} < p_{y, j_m}$ para $0 < x < i_m$ e $i_m < y < N2$.

4.4 Um Método Proposto - O Método da Cruz

O desenvolvimento do método da Cruz teve sua origem no instante em que se quis, a partir dos estudos realizados em [1], expandir as variáveis de um sistema celular, o que significa ampliar o número de canais por célula bem como criar o substrato necessário para ampliação da própria quantidade de células do sistema a ser estudado. A intenção era, na verdade, avaliar as estratégias de encaminhamento alternativo propostas em [1] sob as mais diversas configurações de sistemas celulares, obtendo-se resultados que poderiam dizer respeito a situações práticas, ou pelo menos aproximar-se destas, indo além de configurações simples para avaliações qualitativas das próprias estratégias. Os resultados obtidos com o desenvolvimento deste método, que sem

dúvida foram significativos, permitiram, inclusive, que se visualizassem algumas aplicações para o método, as quais oportunamente serão expostas.

4.4.1 Descrição Geral do Método

Dado um estado (i_m, j_m) de máxima probabilidade na cadeia bidimensional de Markov, este método elege os estados (i_m, j) , onde $0 \leq j \leq N_1$ e (i, j_m) , onde $0 \leq i \leq N_2$ como os mais representativos desta cadeia. Nota-se que pictoricamente estes estados formam uma cruz na cadeia, daí o nome do método. Uma vez isolados estes estados, o sistema bidimensional é tratado, sob um determinado aspecto, como dois sistema unidimensionais.

Este primeiro método será detalhado através de uma sucessão coerente de passos. Em primeiro lugar será proposta uma forma de se empreender a (i) busca do estado mais provável da Cadeia de Markov bidimensional. Em seguida, de posse do estado de máxima probabilidade, e através deste, elabora-se o (ii) cálculo aproximado das probabilidades incondicionais de cada célula do sistema, isto é, a probabilidade de que a célula 1 se encontre no estado de ocupação j ; o mesmo se empreende para a célula 2 num estado qualquer i . O (iii) cálculo do bloqueio associado a cada região distinta do sistema celular e cálculo do bloqueio médio propriamente dito serão finalmente empreendidos com base nas probabilidades incondicionais, acima mencionadas, e condicionais, isto é, o estado de ocupação j da célula 1, supondo-se a célula 2 no estado i , tem sua probabilidade avaliada; o mesmo se faz, por analogia, para a célula 2.

As justificativas para as aproximações realizadas se apóiam em conceitos teóricos, não se deixando de lado, porém, as avaliações intuitivas, cabíveis no estudo de sistemas probabilísticos. Os resultados condizentes serão também oportunos.

4.4.2 Busca do Estado de Máxima Probabilidade

O estado de máxima probabilidade será obtido tratando-se as duas unidades (células) do sistema de forma individual. Este procedimento tem base na grande facilidade de se obter os parâmetros desejados quando não há correlação entre i e j , a qual se estabelece como decorrência do tráfego flexível. A simples retirada do tráfego flexível, a fim de descaracterizar esta correlação, não conduziria à realidade do sistema. Uma aproximação razoável, no entanto, é distribuir às células parcelas do tráfego A_{12} , incluindo-as nos respectivos tráfegos fixos. A partição de A_{12} deve ser feita com base no desbalanceamento do sistema (β). Agora, havendo apenas os novos tráfegos fixos, não há correlação e o sistema pode ser visto como um conjunto de células "desacopladas".

O sistema bicelular com um tráfego flexível é transformado num sistema equivalente (figura 4.4.2.1), isto é, onde as células, embora "desacopladas", continuam se sujeitando individualmente e aproximadamente à mesma distribuição de probabilidades dos seus estados de ocupação. As parcelas do tráfego flexível estão representadas por A_{c1} e A_{c2} .

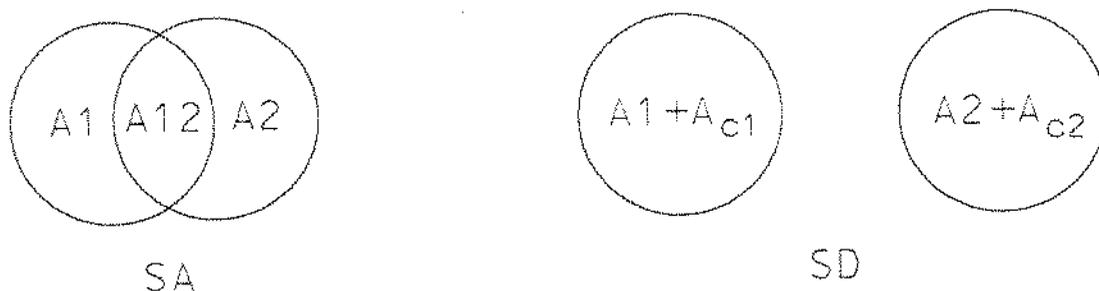


Figura 4.4.2.1 - Sistema de Células Acopladas (SA) e Sistema Equivalente de Células Desacopladas (SD)

Pretende-se utilizar apenas a estratégia IAP para que seja exposta a forma de se obter os tráfegos complementares (A_{c1} e A_{c2}). Isto se deve à prévia apresentação de sua equação bem como

de seu significado prático no Capítulo 3.

Supondo-se $N_1 = N_2$, para se obter A_{c1} e A_{c2} , um paralelo entre o sistema acoplado (SA) e desacoplado equivalente (SD) pode ser elaborado. O que deve ser essencialmente considerado são as condições de equilíbrio do SA sujeito à IAP. Para SA onde não há desbalanceamento entre os tráfegos fixos ($\beta = 0$), faz sentido oferecer a cada uma das células de SD um tráfego equivalente ao respectivo tráfego fixo do SA acrescido de metade do seu tráfego flexível. O mesmo deve ser oferecido às células de SD quando o tráfego flexível for exatamente igual ao tráfego total do sistema ($\gamma = 1$). Tais propostas estão baseadas na grande probabilidade de que $i = j$ em (3.2.6) desde que $\gamma = 1$ ou $\beta = 0$: deve-se recolocar a questão da aproximação uma vez que se desprezam os instantes em que $i - j \neq 0$.

Queremos escrever A_{c1} e A_{c2} em termos de A_{12} , γ e β satisfazendo a condição $A_{c1} = A_{c2} = A_{12}/2$ quando $\gamma = 1$ ou $\beta = 0$. Sabe-se que

$$A_{c1} + A_{c2} = A_{12} \quad (4.4.2.1.a)$$

Propõe-se

$$A_{c1} = A_{12}/2 [1 - f(\gamma, \beta)] \quad (4.4.2.1.b)$$

$$A_{c2} = A_{12}/2 [1 + f(\gamma, \beta)] \quad (4.4.2.1.c)$$

onde $f(\gamma, \beta)$ é uma função arbitrária que se anula para $\gamma = 1$ e/ou $\beta = 0$. Sugere-se

$$f(\gamma, \beta) = (1-\gamma)\beta \quad (4.4.2.1.d)$$

Note que para $f(\gamma, \beta) = 0$ tem-se que o tráfego T_1 oferecido à célula 1 de SD é igual a $A_1 + A_{12}/2$. Da mesma forma $T_2 = A_2 + A_{12}/2$, onde T_2 é o tráfego total oferecido à célula 2 de SD.

Para situações em que γ não é significativo ($\gamma \approx 0$) tem-se

$f(\gamma, \beta) \approx \beta$, de forma que $f(\gamma, \beta)$ adquire portanto a conotação de desbalanceamento do sistema fazendo com que o tráfego flexível seja direcionado mais intensamente à célula de menor tráfego fixo. Neste contexto, sendo $\beta = 1$ tem-se $T1 = A1$ e $T2 = A2 + A12$.

Obtidos os valores $T1$ e $T2$, faz-se uso da distribuição de Erlang para que se possa chegar ao estado de máxima probabilidade (i_m, j_m) . Assim, com base em (2.3.14), dados $\lambda/\mu = T2$ e $m = N2$, o estado $k = i_m$ é na verdade o estado da célula 2 para o qual ρ_k é máximo. Da mesma forma, $k = j_m$ é o estado da célula 1 para o qual ρ_k é máximo. Posteriormente será estudada uma forma eficiente de se chegar ao valor máximo de expressões do tipo ρ_k dado $\lambda/\mu = A$ e $m = N$.

Para a situação em que $N1 \neq N2$, $f(\gamma, \beta)$ deve ser modificada, de forma que o desbalanceamento β possa levar em conta o número de canais de cada célula. Este estudo não deve suscitar maiores dificuldades, não sendo porém empreendido neste trabalho.

4.4.3 Cálculo Aproximado das Probabilidades Incondicionais de cada Célula do Sistema.

Uma vez obtido o estado (i_m, j_m) de máxima probabilidade, uma nova aproximação será empreendida para que sejam calculadas as probabilidades incondicionais de cada célula do sistema. Isto significa que valores aproximados, e cujos erros são toleráveis, serão atribuídos a $P1(j)$, que é a probabilidade de a célula 1 encontrar-se com j canais ocupados, e a $P2(i)$, que analogamente se relaciona à célula 2.

A técnica utilizada, para se calcularem as probabilidades acima mencionadas, é isolar a linha e a coluna cuja interseção é o estado de máxima probabilidade (i_m, j_m) , conforme está representado na figura 4.4.3.1.

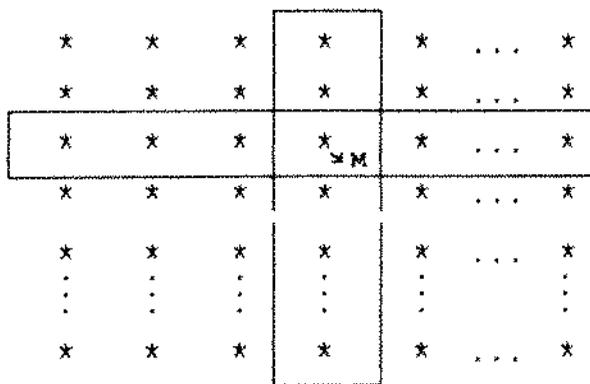


Figura 4.4.3.1 - Diagrama bidimensional simplificado. O estado M é o estado de máxima probabilidade

A aproximação se dá no momento em que, isolada a linha, por exemplo, consideram-se seus estados, agora estados de uma cadeia unidimensional, como representativos das probabilidades incondicionais da célula 1. A mesma característica seria atribuída à coluna em relação à célula 2. Em (4.4.3.1) tais aproximações são apresentadas.

$$P1(j) = \sum_{i=0}^{N2} p_{i,j} \approx P(j|i_m) \quad (4.4.3.1.a)$$

$$P2(i) = \sum_{j=0}^{N1} p_{i,j} \approx P(i|j_m) \quad (4.4.3.1.b)$$

Isolar a linha i_m do diagrama se faz para que cada estado j desta linha represente a somatória dos estados da coluna j . Assim, a condição de se estar no estado i_m da célula 2 ($P(j|i_m)$) permite a representação, numa aproximação razoável, das probabilidades incondicionais ($P1(j)$) da célula 1. Raciocínio análogo se faz quando se isola a coluna j_m .

O cálculo das probabilidades condicionais de (4.4.3.1) pode ser efetuado conforme (4.4.3.2), em analogia à obtenção de (2.3.14). Assim

$$P(j|i_m) = G1(j) / \sum_{v=0}^{N1} G1(v) \quad (0 \leq j \leq N1) \quad (4.4.3.2.a)$$

$$G1(0) = 1$$

$$G1(k) = \prod_{n=1}^k [u1_{i_m, n-1}] / k! \quad (0 < k \leq N1)$$

$$P(i|j_m) = G2(i) / \sum_{v=0}^{N2} G2(v) \quad (0 \leq i \leq N2) \quad (4.4.3.2.b)$$

$$G2(0) = 1$$

$$G2(k) = \prod_{n=1}^k [u2_{n-1, j_m}] / k! \quad (0 < k \leq N2)$$

É importante notar, mais uma vez, que as estratégias de encaminhamento alternativo estão presentes nas taxas $u1_{i,j}$ e $u2_{i,j}$. O respeito às devidas taxas de transição de estado é sem dúvida um fator importante em meio a tantas aproximações empreendidas.

As expressões do tipo (4.4.3.2) são diferentes de (4.3.1) apenas pela inconstância do numerador da relação u/d desta última expressão, o que sem dúvida impõe maior dificuldade ao se efetuar o cálculo das probabilidades. Assim, para se empreender esta tarefa, é computacionalmente conveniente se notar a relação (4.4.3.3). Cada valor de $G2(i)$ ou $G1(j)$ que se deseja calcular em (4.4.3.2) sempre deve ser obtido diretamente de $G2(i-1)$ ou $G1(j-1)$ respectivamente. A quantidade de produtos, desta forma, deve chegar a $(3 N2) - 1$, associado à obtenção de $P2(i)$ e $(3 N1) - 1$, que diz respeito a $P1(j)$.

$$G2(K) = G2(K-1) [u2_{K-1, j_m} / k] \quad (4.4.3.3.a)$$

$$G1(K) = G1(K-1) [u1_{i_m, K-1} / k] \quad (4.4.3.3.b)$$

Este procedimento bem como outro representado em (4.4.3.4) pode ser utilizado para cadeias unidimensionais de processos de nascimento e morte, na obtenção de suas probabilidades de estado. Obviamente que a condição de se estar numa linha ou coluna do sistema bidimensional equivale a se operar com um sistema unidimensional.

$$j \quad P'(j|i,m) = \mu_{i,m,j-1}^1 \quad P'(j-1|i,m) \quad (0 < j \leq N1) \quad (4.4.3.4.a)$$

$$P'(0|i,m) = C1$$

$$i \quad P'(i|j,m) = \mu_{j,m,i-1}^2 \quad P'(i-1|j,m) \quad (0 < i \leq N2) \quad (4.4.3.4.b)$$

$$P'(0|j,m) = C2$$

onde C1 e C2 são constantes quaisquer.

Note que (4.4.3.4) é obtida através das condições de equilíbrio da Cadeia de Markov unidimensional, como descrito no Capítulo 2. As probabilidades em (4.4.3.4) são calculadas iterativamente, sempre a partir do estado anterior, sendo que para a primeira probabilidade atribui-se um valor qualquer (1 por exemplo). Dado que à probabilidade inicial foi atribuído um valor qualquer (C1 e C2), faz-se necessário normalizar as probabilidades obtidas (P'(j|i,m) e P'(i|j,m)), tal que a soma das verdadeiras probabilidades (P(j|i,m) e P2(i|j,m)) se iguale a 1, isto é

$$\sum_{j=0}^{N1} P1(j|i,m) = \sum_{i=0}^{N2} P2(i|j,m) = 1 \quad (4.4.3.4.c)$$

Assim

$$P(j|i'm) = \frac{P'(j|i'm)}{\sum_{v=0}^{N1} P'(v|i'm)} \quad (4.4.3.4.d)$$

$$P(i|j'm) = \frac{P'(i|j'm)}{\sum_{v=0}^{N2} P'(v|j'm)} \quad (4.4.3.4.e)$$

Este procedimento é tão eficiente quanto aquele exposto através de (4.4.3.2), fazendo uso, este último, da otimização de (4.4.3.3). A quantidade de produtos necessários é exatamente a mesma.

Cabe ainda observar que $(N1+N2+2)$ unidades de memória são utilizadas para armazenarem-se as probabilidades incondicionais a serem calculadas através de ambos os procedimentos acima expostos. Para o procedimento exposto através de (4.4.3.2) armazenam-se inicialmente $G2(i)$ e $G1(j)$, substituindo-se em seguida as respectivas variáveis, convenientemente, por $P(i|j'm)$ e $P(j|i'm)$. Para (4.4.3.4) armazenam-se $P'(i|j'm)$ e $P'(j|i'm)$ que são depois substituídos por $P(i|j'm)$ e $P(j|i'm)$.

4.4.4 Cálculo das Probabilidades de Bloqueio

O cálculo das probabilidades de bloqueio refere-se aos parâmetros $B1$, $B2$ e $B12$, expostos no item 4.2, bem como da aplicação, em seqüência, de (4.2.2), donde se obtém Bm . O procedimento empreendido na busca dos referidos parâmetros corresponde à mais importante etapa do Método da Cruz. Isto se deve à redução dos erros de aproximação, cometidos até este instante, justamente na expressão que leva a $B1$ e $B2$.

Uma primeira tentativa de obtenção de resultados consistentes seria empreender as seguintes igualdades: $B1 = P1(N1)$ e $B2 = P2(N2)$. As probabilidades de ocupação total ($P1(N1)$ e $P2(N2)$) podem ser calculadas de maneira aproximada através de (4.4.3.1). Muito embora isto se apresente razoável, os valores de

B_m assim obtidos se mostram bastante grosseiros e sem maior significado.

Uma forma alternativa de se obter B_1 e B_2 pode ser vista em (4.4.4.1).

$$B_1 = P_{1A}(N_1) = \sum_{i=0}^{N_2} P(i, N_1) = \sum_{i=0}^{N_2} P(N_1|i) P_2(i) \quad (4.4.4.1.a)$$

$$B_2 = P_{2A}(N_2) = \sum_{j=0}^{N_1} P(N_2, j) = \sum_{j=0}^{N_1} P(N_2|j) P_1(j) \quad (4.4.4.1.b)$$

A probabilidade de que a célula 1 se apresente com N_1 canais ocupados, dado que a célula 2 se encontra com i canais ocupados ($P(N_1|i)$), pode ser calculada segundo o procedimento representado por (4.4.3.2) ou (4.4.3.4), não apresentando qualquer dificuldade maior. O mesmo se pode dizer de $P(N_2|j)$. As probabilidades incondicionais individuais ($P_2(i)$ e $P_1(j)$), por sua vez, são aquelas obtidas segundo (4.4.3.1).

Neste ínterim, a expressão (4.4.4.1) não implica simplesmente no aumento das operações a serem efetuadas já que, a menos das aproximações em questão, (4.4.4.1) equivale a um desenvolvimento de $P_1(N_1)$ e de $P_2(N_2)$ a partir de conceitos básicos da Teoria de Probabilidades. O que na verdade ocorre é que a distribuição da probabilidade incondicional individual aproximada se relaciona de maneira interessante com a sua correspondente de valor exato, conforme demonstra o item seguinte.

Feitas as aproximações $B_2 = P_{2A}(N_2)$ e $B_1 = P_{1A}(N_1)$, resta agora apenas o cálculo de B_{12} para que se possa aplicar (4.2.2) obtendo-se assim B_m . O cálculo da probabilidade de que o tráfego flexível encontre uma situação de bloqueio pode ser realizado através de uma das aproximações vistas em (4.4.4.2).

$$B_{12}' = P(N_2, N_1) = P(N_2|N_1) P_{1A}(N_1) \quad (4.4.4.2.a)$$

$$B_{12}'' = P(N_2, N_1) = P(N_1|N_2) P_{2A}(N_2) \quad (4.4.4.2.b)$$

No método da Cruz utiliza-se uma média simples dos parâmetros B_{12}' e B_{12}'' .

4.4.5 Estimativa do Erro

Seja $P_{1E}(j)$ e $P_1(j)$ as probabilidades associadas à célula 1, a primeira obtida através de um método exato qualquer e a segunda através de (4.4.3.1), a relação (4.4.5.1) é obviamente verdadeira.

$$\sum_{j=0}^{N_1} P_{1E}(j) = \sum_{j=0}^{N_1} P_1(j) = 1 \quad (4.4.5.1)$$

Como as somatórias de ambas as probabilidades são iguais, pode-se afirmar que $\Delta_1(j)$, conforme (4.4.5.2), não pode assumir valores sempre positivos ou sempre negativos para $0 \leq j \leq N_1$.

$$\Delta_1(j) \equiv P_{1E}(j) - P_1(j) \quad (4.4.5.2)$$

Neste mesmo intervalo de j deve haver pelo menos uma inversão de sinal de $\Delta_1(j)$ para que seja mantido o equilíbrio imposto pela igualdade. Na prática, após exaustivo levantamento de dados, detectou-se que a inversão de sinal pode ocorrer até por duas vezes no intervalo de j . Conjecturas semelhantes poderiam ter sido elaboradas para a célula 2, levando-se também à definição $\Delta_2(i) \equiv P_{2E}(i) - P_2(i)$.

Seja a tentativa de se calcular B_2 , como exemplo, por meio de (4.4.4.1). Conforme (4.4.3.1) obtem-se $P_2(N_2)$, e através de um método exato qualquer obtem-se $P_{2E}(N_2)$. Tem-se assim $\Delta_2(N_2)$, segundo (4.4.5.3), como o erro cometido quando se tenta aproximar $P_{2E}(N_2)$ por $P_2(N_2)$.

$$\Delta_2(N_2) = P_{2E}(N_2) - P_2(N_2) \quad (4.4.5.3)$$

Reescrevendo-se (4.4.4.1) tem-se

$$P_{2A}(N_2) = \sum_{j=0}^{N_1} P(N_2|j) P_1(j) \quad (4.4.5.4)$$

Dado que $P_{2E}(N_2)$ pode ser expandido da mesma forma que $P_{2A}(N_2)$ tem-se então

$$P_{2E}(N_2) = \sum_{j=0}^{N_1} P(N_2|j) P_{1E}(j) \quad (4.4.5.5)$$

Através de (4.4.5.4) e (4.4.5.5) pode-se definir um novo parâmetro para avaliação de erro, $\Delta_{2R}(\xi)$ segundo (4.4.5.6), e obter a importante igualdade (4.4.5.7) que será logo mais considerada em comparação.

$$\Delta_{2R}(\xi) \equiv P_{2E}(\xi) - P_{2A}(\xi) \quad (4.4.5.6)$$

$$\Delta_{2R}(N_2) = \sum_{j=0}^{N_1} P(N_2|j) \Delta_1(j) \quad (4.4.5.7)$$

Considerem-se agora as seguintes expressões

$$\sum_{j=0}^{N_1} P(N_2|j) = 1 \quad (4.4.5.8)$$

$$|\Delta_1(j)| = |P_{1E}(j) - P_1(j)| \quad (4.4.5.9)$$

$$|\Delta_2(N_2)| \cong \Delta_{1m} \equiv \sum_{j=0}^{N_1} P(N_2|j) |\Delta_1(j)| \quad (4.4.5.10)$$

Definiu-se em (4.4.5.10) um erro médio, Δ_{1m} , quando se utiliza (4.4.3.1) no cálculo das probabilidades incondicionais. Observa-se que a média dos erros $|\Delta_1(j)|$ é ponderada pelas probabilidades condicionais $P(N_2|j)$ cuja somatória é unitária. A partir deste fato faz-se a suposição de que $|\Delta_2(N_2)|$, sendo um

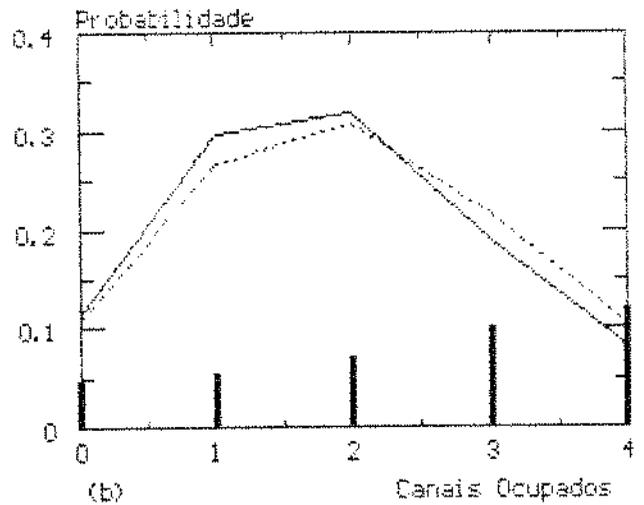
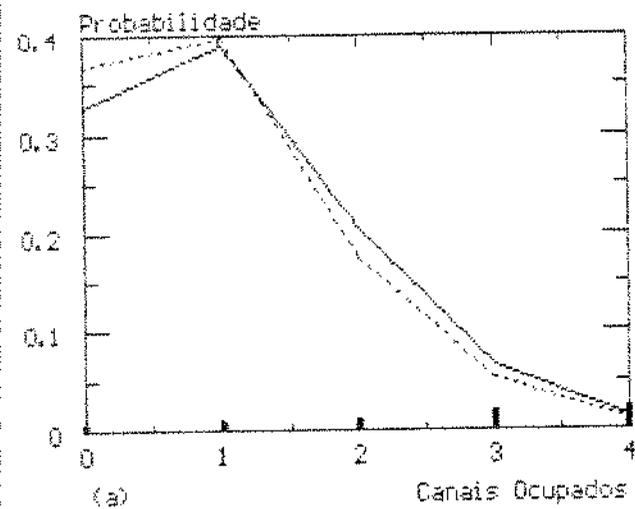
erro qualquer do tipo $|\Delta 2(i)|$, possui a mesma ordem de grandeza de $\Delta 1_m$. De outra forma, estamos considerando que os erros $\Delta 2(i)$, $\Delta 1(j)$ e $\Delta 1_m$ são comparáveis entre si, de modo que a ponderação da média feita através de $P(N2|j)$ não altera a grandeza de $\Delta 2(i)$.

Comparando-se agora (4.4.5.7) e (4.4.5.10) chega-se a um resultado muito importante, expresso em (4.4.5.11), que é na verdade a redução do erro no cálculo de $B2$, dado que $B2 = P2\Delta(N2)$.

$$|\Delta 2R(N2)| < \Delta 1_m \approx |\Delta 2(N2)| \quad (4.4.5.11)$$

Na Prática os resultados se mostram além do esperado em termos de redução de erros, satisfazendo a relação $|\Delta 2R(N2)| \ll |\Delta 2(N2)|$.

A figura 4.4.5.1 é apresentada com intuito de mostrar uma inversão de sinal do parâmetro $\Delta 1(j)$, inversão esta que reduz o erro de $B2$. Desta forma apresentam-se os valores de $P1E(j)$, $P1(j)$ bem como de $P(N2|j)$ que multiplica $\Delta 1(j)$ no cálculo de $P2\Delta(N2)$. Deve ser observado que as curvas contínuas se devem a uma união de pontos empreendida para se melhor visualizar a inversão de sinal de $\Delta 1(j)$ ao longo de $0 \leq j \leq N1$.



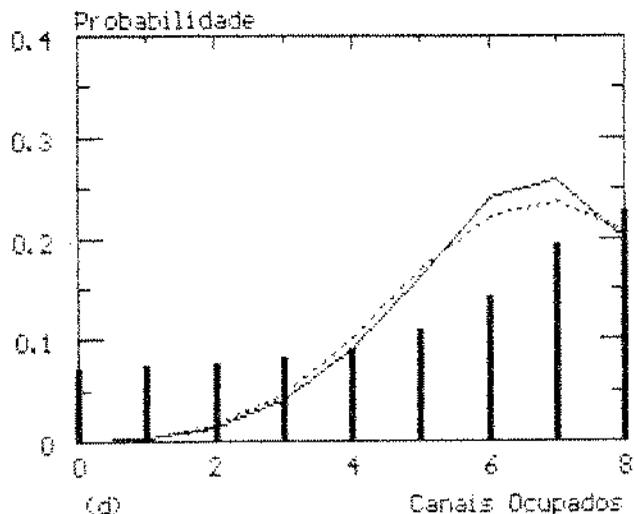
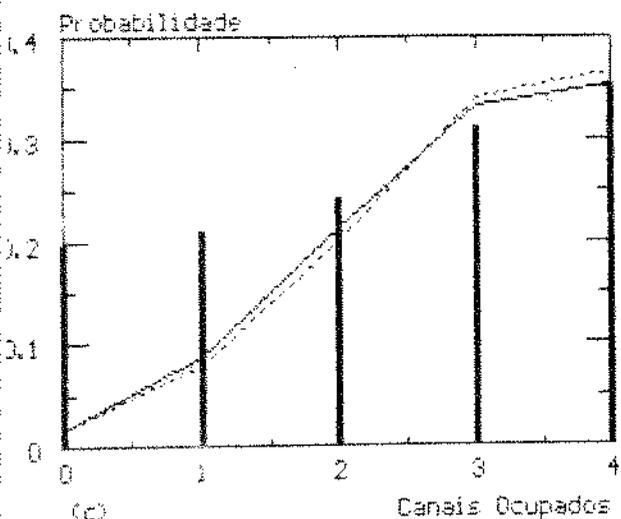


Figura 4.4.5.1 - Sistema celular com 4 canais por célula ($\gamma = 0.2$ e $\beta = 0.1$) sujeito a baixo tráfego (a), médio tráfego (b) e alto tráfego (c), onde são observadas as relações entre $P1E(N1)$ (linha cheia), $P1(N1)$ (linha pontilhada) e $P(N2|j)$ ("palitos"). Um sistema com 8 canais por célula (d) apresenta dupla inversão do sinal $\Delta1(j)$.

É interessante notar que para se calcular $P2A(N2)$ e $P1A(N1)$ foram consideradas todas as taxas de transição de estado do diagrama bidimensional. Este fato resulta da necessidade de se obter $P(N1|i)$ e $P(N2|j)$. Uma outra forma de se justificar a redução dos erros está associada a esta varredura completa do diagrama. Uma vez que se incluem, de forma adequada, todos os parâmetros do sistema (embutidos nas taxas de transição de estado) no cálculo de $B1$ e $B2$, é bastante intuitivo que os erros cometidos em $P1(i)$ e $P2(j)$ sejam de alguma forma minorados.

4.4.6 Considerações Gerais

Nas situações em que o sistema celular pode ser considerado como sujeito a um tráfego dito excessivamente elevado, nota-se que os resultados se apresentam, em geral, com melhor precisão. Consideremos, no intuito de justificar este fato, a figura 4.4.6.1

onde são apresentadas duas curvas de $P1\mathbb{E}(N1)$ para diversos níveis de tráfego.

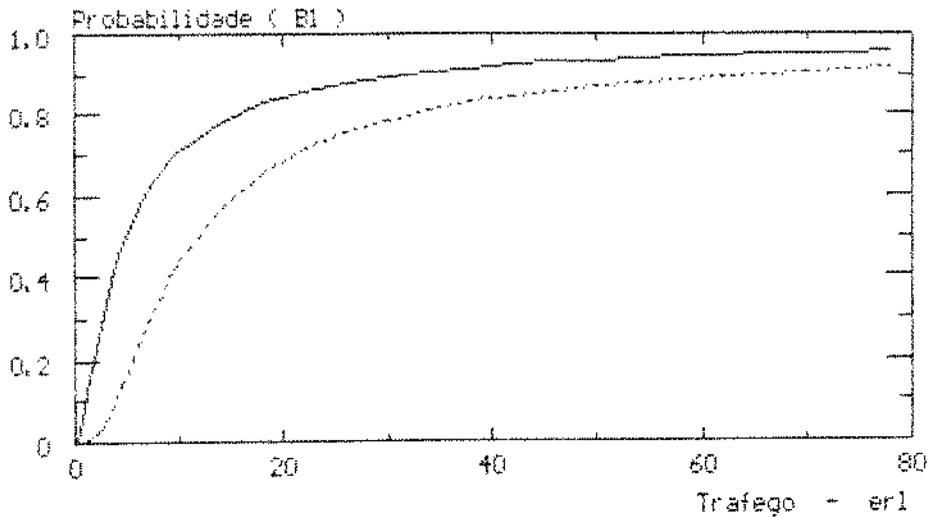


Figura 4.4.6.1 - Comportamento da probabilidade de bloqueio da célula 1 de um sistema bicelular com 2 canais por célula (linha cheia) e de outro com 4 canais por célula (linha pontilhada). Para ambos tem-se que $\beta = \gamma = 0.1$.

Para regiões da curva de $P1\mathbb{E}(N1)$ em que o tráfego é bastante elevado, pode-se considerar que a sensibilidade do sistema é reduzida para refletir variações na probabilidade de bloqueio. Isto significa que os erros de aproximação cometidos no cálculo das probabilidades de estado, e que se refletem numa variação Δ_T na figura 4.4.6.1, devem alterar o valor correto das probabilidades de maneira irrelevante. Já na região de derivada com valor alto espera-se que a mesma variação Δ_T altere com maior relevância o valor das probabilidades. Uma pequena variação na distribuição das taxas de transição, como efeito de uma aproximação (representada pelo citado Δ_T no Tráfego total do sistema) conduz a uma avaliação, a partir da observação da figura 4.4.6.1, da correspondente variação da probabilidade.

Para sistemas bicelulares em que, sendo $N1 = N2$, devido a um alto desbalanceamento (β) entre os tráfegos fixos, ocorre que embora uma das células se sujeite a um tráfego elevado enquanto a

outra se sujeite a um baixo tráfego, a precisão de B_m é igualmente muito boa. Isto se dá pois embora a precisão de $P_1(N_1)$, como exemplo, seja pobre, seu valor é irrelevante frente a $P_2(N_2)$, que por sua vez carrega uma excelente precisão. Além disto, dado que $A_1 < A_2$, a imprecisão é ainda minorada no produto $A_1 \times P_1(N_1)$, para o cálculo de B_m .

Para uma certa configuração de sistema bicelular em que se faz uma redução em N_1 ou N_2 , a precisão deve também melhorar dado que tanto $P_1(N_1)$ como $P_2(N_2)$ tendem a aumentar. Neste caso, como pressuposto, A_1 e A_2 permanecem constantes.

4.5 Descrição do Método Proposto em [8]

O método descrito na referência [8] foi proposto no intuito de se obter, de forma aproximada, o bloqueio interno em diversas configurações de matrizes de comutação. O seu procedimento básico, em face de sua generalidade, aplicou-se adequadamente à avaliação do bloqueio médio do sistema celular, em meio às estratégias de encaminhamento alternativo.

O método de [8] possui também etapas bem distintas e que serão aqui enumeradas semelhantemente ao que se fez para o método anterior.

i) Busca do estado mais provável da Cadeia de Markov - é deveras interessante a forma pela qual se obtém este estado, dada sua generalidade frente às diversas configurações que o sistema celular pode assumir (variação dos parâmetros: β , γ , A , N_1 e N_2). Toma-se inicialmente um estado qualquer (i, j) do diagrama de estados. Isola-se do diagrama este estado juntamente com seus estados vizinhos $(i-1, j)$, $(i+1, j)$, $(i, j-1)$ e $(i, j+1)$, conforme a figura 4.5.1. Ao estado central é atribuído um valor qualquer de probabilidade (1 por simplicidade). Calculam-se agora as probabilidades dos estados vizinhos supondo-se o sistema em equilíbrio, de acordo com (4.5.1). Nota-se que em (4.5.1), ao se atribuir um valor qualquer à probabilidade do estado (i, j) , se está calculando uma probabilidade de estado $p_{x,y}$ não normalizada,

o que de forma alguma é problemático dado que se deseja simplesmente uma relação com as probabilidades vizinhas. Nota-se ainda que (4.5.1) é uma aproximação, dado que o conjunto de estados encontra-se isolado do diagrama completo. Escolhe-se o estado de maior probabilidade dentre os 5 estados em questão, a partir do que repete-se este procedimento, centralizando agora o estado selecionado. No momento em que a probabilidade do estado central superar a de seus estados vizinhos, considera-se este estado como o de maior probabilidade do diagrama completo.

$$\begin{aligned}
 pb_{i-1,j} &= (d2_{i,j} / u2_{i-1,j}) pb_{i,j} & pb_{i+1,j} &= (u2_{i,j} / d2_{i+1,j}) pb_{i,j} \\
 pb_{i,j-1} &= (d1_{i,j} / u1_{i,j-1}) pb_{i,j} & pb_{i,j+1} &= (u1_{i,j} / d1_{i,j+1}) pb_{i,j}
 \end{aligned}
 \tag{4.5.1}$$

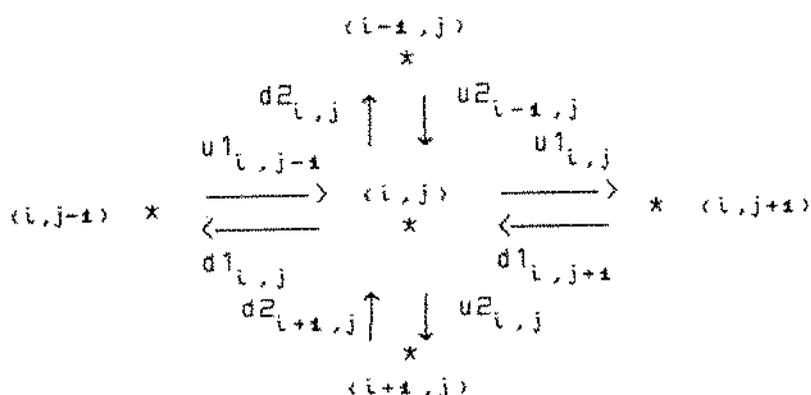


Figura 4.5.1 - Estado genérico i,j com seus quatro estados vizinhos, isolados do diagrama bidimensional.

Este procedimento deve contar com a hipótese de que no diagrama em estudo não há depressão, caracterizando o estado de máxima probabilidade como o máximo absoluto do diagrama. Cabe observar também que as situações em que $N1 \neq N2$ não encerram nenhuma problemática, quando assim o fazem para o Método da Cruz.

ii) Cálculo das probabilidades incondicionais $(p_{i,j})$ do diagrama bidimensional - Obtido o estado de ocupação de máxima

probabilidade do sistema, atribui-se um valor qualquer (1 por simplicidade) à probabilidade deste estado. Calculam-se agora as probabilidades de toda a primeira camada de estados vizinhos, através de uma aproximação, de forma que cada valor é sempre obtido numa equação de primeiro grau (única incógnita), nunca através de um sistema de equações. Em seguida calculam-se as probabilidades da nova camada de estados de maneira análoga. Este procedimento deve continuar até que todo o diagrama seja analisado ou até que um teste de parada identifique que as probabilidades atingiram valores, a partir de uma certa camada, tidos como irrelevantes. Na figura 4.5.2 são vistas tais camadas tomadas em seqüência, a partir de um estado de máxima probabilidade (2,1), como exemplo.

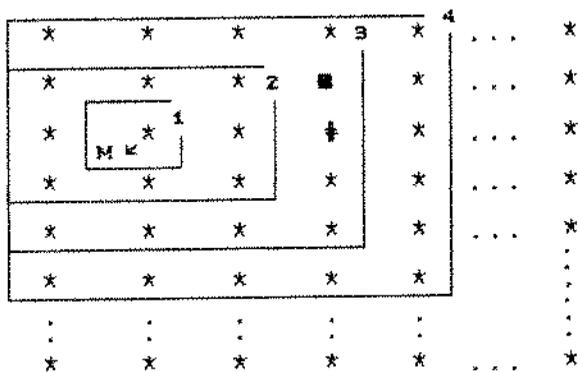


Figura 4.5.2 - Diagrama bidimensional e as diversas camadas de estados em seqüência

Para os estados pertencentes à coluna j_m ou à linha i_m do diagrama, suas respectivas probabilidades são calculadas considerando-se apenas um estado da camada imediatamente anterior. Para os demais estados podem ser utilizados dois estados já conhecidos. A cada nova camada de estados a ser analisada, inicia-se o processo sempre através dos estados pertencentes à coluna j_m e à linha i_m . Este procedimento não é imutável, tendo sido adotado na implementação do método; não há influência do mesmo no resultado final a ser obtido.

Para o estado (2,3), representado por '♦' na figura 4.5.2 e pertencente à cruz traçada a partir de (i,m,j,m), calcula-se sua probabilidade segundo (4.5.2.a). Para o estado (1,3), representado por '■', utiliza-se (4.5.2.b) que envolve o conhecimento prévio do valor das probabilidades $p'_{1,2}$ e $p'_{2,3}$.

$$p'_{2,3} = (p'_{2,2} u_{2,2}) / (d_{2,3}) \quad (4.5.2.a)$$

$$p'_{1,3} = (p'_{1,2} u_{1,2} + p'_{2,3} d_{2,3}) / (d_{1,3} + u_{1,3}) \quad (4.5.2.b)$$

Obtidos todos os valores de $p'_{i,j}$ tidos como significativos, o próximo passo é multiplicar estas probabilidades por um fator de normalização k_0 , tal que (4.5.3) seja satisfeita.

$$\sum_{i=0}^{N2} \sum_{j=0}^{N1} p_{i,j} = 1 \quad (4.5.3.a)$$

$$\text{onde } p_{i,j} = k_0 p'_{i,j} \quad (4.5.3.b)$$

O fator de normalização, k_0 , é dado por

$$k_0 = 1 / \sum_{i=0}^{N2} \sum_{j=0}^{N1} p'_{i,j} \quad (4.5.4)$$

iii) Cálculo de B1, B2, B12 e B_m - Para o cálculo destes parâmetros basta a aplicação de (4.2.1.a), (4.2.1.b), (4.2.1.c) e, na seqüência, (4.2.2). Os parâmetros $p_{i,j}$ são aqueles obtidos de (4.5.3.b).

Uma observação bastante oportuna é a de que, caso os estados (camadas de estados) $(N2,j)$ e/ou $(i,N1)$ não sejam considerados no processo de varredura do diagrama, o que decorre do teste de parada em face da precisão requerida, então B2 e/ou B1

(respectivamente) serão parâmetros nulos para o cálculo de B_m . Neste contexto tem-se sempre $B_{12} = 0$. É sempre possível a varredura completa do diagrama de estados, a menos das situações em que os parâmetros tempo e/ou memória estejam próximos de valores críticos. Caso anulem-se B_{12} e B_1 e/ou B_2 , o método poderá fornecer valores discrepantes de B_m (se $B_1 = B_2 = 0$ então $B_m = 0$).

Numa consideração intuitiva, a varredura do diagrama no cálculo das probabilidades $p_{i,j}$ é uma forma de se recolherem todas as informações relevantes do sistema celular expressas nas taxas de transição de estado. Isto deve conferir, de alguma forma, aos resultados a boa precisão característica.

Sem entrar em considerações mais detalhadas sobre este método, o que se encontra em [8], reafirma-se aqui o intuito principal de elaborar a comparação de seus resultados.

4.6 Outro Método Proposto - O Método Combinado

Este método, segundo o que seu próprio nome diz, é a combinação de elementos importantes dos métodos estudados anteriormente.

i) A busca do estado mais provável pode ser empreendida como proposto no Método da Cruz ou como está delineado no método descrito em [8]. Esta possibilidade de opção se justifica pela coincidência, na maioria dos casos, dos estados de máxima probabilidade obtidos por um ou por outro método. Quando os estados não coincidem, sua grande proximidade faz com que os resultados finais não sejam alterados significativamente pela localização de (i_m, j_m) , de forma que os valores de B_m obtidos de uma ou de outra forma são praticamente indistinguíveis. Adotou-se o procedimento de [8] em virtude de sua maior generalidade (ausência da problemática $N_1 \neq N_2$).

ii) O cálculo das probabilidades incondicionais do sistema bidimensional ($p_{i,j}$) é empreendido, conforme se faz em [8], através da varredura completa ou parcial do diagrama, tomando-se camadas de estados concêntricas ao estado de máxima probabilidade.

Utilizou-se apenas a varredura completa do diagrama para se elaborar a comparação de resultados.

iii) Para o cálculo das probabilidades de bloqueio utilizam-se os conceitos propostos no Método da Cruz e que reduzem de maneira significativa os erros cometidos nas probabilidades incondicionais de cada célula individualmente. Desta forma, tomando-se (4.4.4.1), os termos $P2(i)$ e $P1(j)$ podem ser substituídos nestas equações por funções das probabilidades $\rho_{i,j}$, segundo (4.6.1), estando as probabilidades $\rho_{i,j}$ já calculadas de maneira aproximada na etapa anterior (ii) do procedimento do Método Combinado.

$$P1(j) = \sum_{i=0}^{N2} \rho_{i,j} \quad (4.6.1.a)$$

$$P2(i) = \sum_{j=0}^{N1} \rho_{i,j} \quad (4.6.1.b)$$

Reescreve-se, portanto, (4.4.4.1) em (4.6.2), adequando-se assim as primeiras equações ao contexto de [8].

$$B1 = P1A(N1) = \sum_{i=0}^{N2} \rho_{i,N1} = \sum_{i=0}^{N2} P(N1|i) P2(i) = \sum_{i=0}^{N2} P(N1|i) \sum_{j=0}^{N1} \rho_{i,j} \quad (4.6.2.a)$$

$$B2 = P2A(N2) = \sum_{j=0}^{N1} \rho_{N2,j} = \sum_{j=0}^{N1} P(N2|j) P1(j) = \sum_{j=0}^{N1} P(N2|j) \sum_{i=0}^{N2} \rho_{i,j} \quad (4.6.2.b)$$

É importante notar que $B1$ e $B2$ nunca se anulam, como no método descrito em [8] em decorrência de uma eventual varredura parcial do diagrama que não envolva os estados $(i, N1)$ e $(N2, j)$. Para estes estados muito embora $\rho_{i,j}$ seja nulo, (4.6.2) considera todos os demais estados de probabilidade não nula do diagrama

bidimensional para computar os parâmetros B1 e B2

O parâmetro B12, por analogia a (4.4.4.2), é obtido considerando-se a média dos parâmetros B12' e B12'', mostrados em (4.6.3).

$$B12' = P(N2, N1) = P(N2|N1) \sum_{i=0}^{N2} P_{i,j} \quad (4.6.3.a)$$

$$B12'' = P(N2, N1) = P(N1|N2) \sum_{j=0}^{N1} P_{i,j} \quad (4.6.3.b)$$

Novamente é cabível um comentário a respeito da precisão, insuperável pelos métodos anteriores, e que é intrínseca ao Método Combinado, conforme demonstrarão os resultados. Isto certamente decorre da dupla varredura dos parâmetros do sistema: a primeira no cálculo das probabilidades incondicionais, $P1(j)$ e $P2(i)$, expressas por (4.6.1) e a segunda no cálculo das probabilidades condicionais, $P(N1|i)$ e $P(N2|j)$, de (4.6.2).

4.7. Conclusão

Para uma primeira comparação entre os três métodos não exatos, os seus respectivos tempos de processamento serão analisados. Isto será feito através da quantidade de produtos necessária ao método, já que o tempo de processamento é praticamente proporcional a esta quantidade. Também serão analisadas as respectivas quantidades de memória necessária durante o processamento dos métodos.

O método da Cruz se caracteriza pelas seguintes quantidades:

α) A busca do estado mais provável é empreendida basicamente com $(2 N1 - 2 + 2 N2 - 2)$ produtos, no máximo (encontrado um estado cujos estados vizinhos possuem probabilidade menor, então encontrou-se o estado de máxima probabilidade), e que se devem à utilização do numerador de (4.4.3.2) apenas. Não é necessário

normalizar os termos $G1(j)$ e $G2(i)$, uma vez que se quer comparar tais termos entre si, reconhecendo-se aquele cujo valor é máximo.

b) O cálculo das probabilidades $P2(i)$ e $P1(j)$ é empreendido com $(3 N1 - 1 + 3 N2 - 1)$ produtos conforme já mencionado no item 4.4.3.

c) O cálculo das probabilidades $P1A(N1)$ e $P2A(N2)$ ($B1$ e $B2$ respectivamente) depende da obtenção prévia de probabilidades condicionais, segundo (4.4.4.1), que deve se utilizar literalmente do procedimento (4.4.3.3) ou (4.4.3.4). Desta forma, para $B1$ juntamente com $B2$, pode-se contabilizar um total de $[(3 N1 - 1)(N2 + 1) + (3 N2 - 1)(N1 + 1)]$ produtos.

Desprezando-se alguns produtos, cuja quantidade não é função de $N1$ e $N2$ (como aqueles contidos em (4.2.2)) tem-se um total de T_c produtos segundo (4.7.1).

$$T_c = (3 N1 - 1) + (N2 + 1)(3 N1 - 1) + (3 N2 - 1) + \\ + (N1 + 1)(3 N2 - 1) + 2 N1 - 2 + 2 N2 - 2 \quad (4.7.1.a)$$

$$T_c \cong 6 N1 N2 + 7 N1 + 7 N2 - 8 \quad (4.7.1.b)$$

Não é necessário armazenar os valores de $G1(j)$ e $G2(i)$, bastando reconhecer o estado (i,m,j,m) . São necessárias $(N1 + 1 + N2 + 1)$ unidades de memória para se armazenarem as probabilidades incondicionais. Há possibilidade de se obter $B1$ e $B2$, segundo (4.4.4.1), de uma forma dinâmica, isto é, ao se obter $P(N1|i)$, por exemplo, faz-se o produto com $P2(i)$, somando-se em seguida este produto a uma variável $b1$ (zerada no início do processo). Percorrendo-se todos os valores de i tem-se, por fim, que $B1 = b1$. Desta forma não há necessidade de se armazenar cada probabilidade condicional para se obter $B1$ ou $B2$.

As unidades de memória necessárias (U_c) são computadas em (4.7.3), observando-se que desprezam-se algumas unidades tais como as variáveis que possam ser necessárias na programação e as que representam parâmetros do sistema.

$$U_c \cong N1 + N2 \quad (4.7.3)$$

O método exposto em [8] se caracteriza pelas seguintes quantidades:

a) A busca do estado (i_m, j_m) necessita de, no máximo, 4 $(N1 + N2)$ produtos. Isto se deve aos 4 produtos de uma única iteração (4.5.1), bem como à possibilidade de se percorrer o diagrama de extremo a extremo (de $(0,0)$ a $(N2,N1)$ por exemplo) no pior caso, realizando-se assim $(N1 + N2)$ iterações.

b) Supondo-se que as camadas de estados em torno de (i_m, j_m) acabem por envolver todo o diagrama de estado, o cálculo das probabilidades incondicionais $(P_{i,j})$ demanda, para os estados pertencentes à coluna j_m ou à linha i_m , $(2 N1 + 2 N2)$ produtos com base em (4.5.2.a). Todos os demais estados necessitam de $3 N1 N2$ produtos com base em (4.5.2.b).

c) Para o cálculo de $B1$, $B2$ e $B12$ são necessárias, basicamente, somas entre os parâmetros $P_{i,j}$. Os parâmetros $B1$, $B2$ e $B12$ devem obviamente ser normalizados, com base em (4.5.3); não é preciso, portanto, normalizar cada parâmetros $P_{i,j}$. A quantidade de produtos necessária nesta etapa é residual.

Desprezando-se alguns produtos, analogamente ao que se fez para o método anterior, tem-se um total de $T_{[8]}$ produtos para o método de [8], segundo (4.7.4).

$$T_{[8]} = 4 (N1+N2) + (2 N1 + 2 N2) + 3 N1 N2 \quad (4.7.4.a)$$

$$T_{[8]} = 3 N1 N2 + 6 N1 + 6 N2 \quad (4.7.4.b)$$

A quantidade de unidades de memória pode também ser otimizada neste método. À medida que uma nova camada de estados está sendo trabalhada, esta pode reutilizar as variáveis da camada que lhe está originando: acrescentam-se obviamente novas variáveis à quantidade das já existentes, em vista do crescimento (em geral) das camadas à medida em que estas se sucedem. Neste contexto

sugere-se o uso de variáveis dinâmicas (alocadas quando necessário), o que facilita, sem dúvida, aquele procedimento de otimização.

A cada probabilidade do tipo $p_{N1,j}$ obtida, esta é imediatamente acrescida a uma variável $b1$ (zerada inicialmente), de forma que ao fim das iterações tem-se $B1 = b1$. O mesmo se faz com $p_{i,N2}$ para que se obtenha uma aproximação para $B2$. Toda probabilidade ($p_{i,j}$) deve ser somada a uma variável s para que se possa aplicar (4.5.3) no instante adequado. Desprezando-se algumas unidades de memória, chega-se a $U_{[B1]}$, conforme (4.7.5), como uma quantidade máxima, supondo-se todo o envolvimento do diagrama de estados ao fim das iterações e que (im, jm) é o estado central do diagrama (pior caso).

$$U_{[B1]} = (2 N1 + 2 N2 - 8) \quad (4.7.5)$$

Esta expressão é a própria quantidade de estados da penúltima camada, uma vez que da última basta tomarem-se os valores necessários para os parâmetros $B1$, $B2$ e s , não havendo a necessidade de se memorizar cada um de seus valores.

A figura 4.7.1 mostra graficamente a razão pela qual $U_{[B1]}$ é máximo quando (im, jm) é central. Uma vez atingido um dos quatro limites do diagrama, antes que este esteja totalmente analisado, não é mais necessária a memorização de todos os estados deste limite. Cabe, neste contexto, reafirmar o uso de variáveis dinâmicas. Observa-se ainda que, ao se sucederem as camadas, as suas respectivas quantidades de estados podem não representar uma função crescente (figura 4.7.1.b).

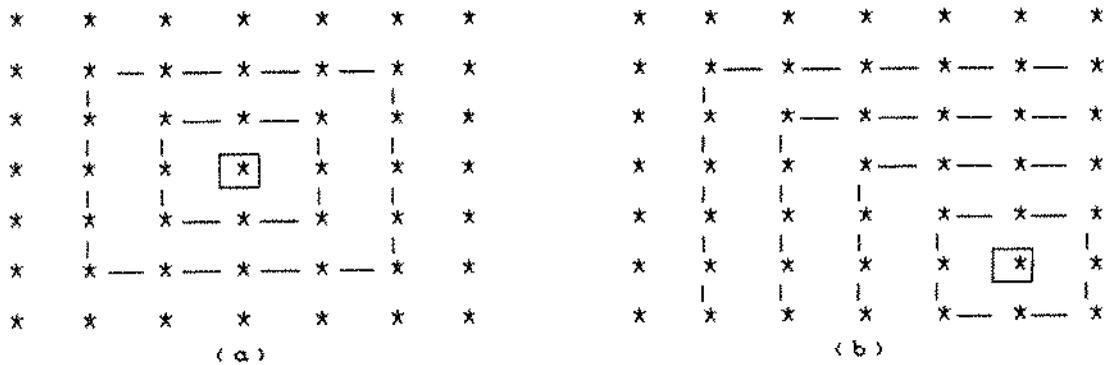


Figura 4.7.1 - diagramas de sistema bicelular com 6 canais por célula. Os valores de probabilidade a serem memorizados em cada etapa (camada) encontram-se unidos. Em (a) tem-se (i,m,j) central: camada 1 com 1 estado, 2 com 8, e 3 com 16 estados. Em (b) tem-se camada 1 com 1 estado, 2 com 8, 3 com 7 (função não crescente), 4 com 9 e 5 com 11 estados.

O método combinado, segundo a sua definição exposta no item 4.6, deve se caracterizar por quantidades (T_B e U_B) relacionadas às dos métodos anteriores. Desta forma T_B , quantidade de produtos do método combinado, pode ser expressa por (4.7.6), que encerra as quantidades do item a e b do Método descrito em [8] e item c do método da Cruz. Observa-se ainda que os parâmetros B1, B2 e B12, expressos por (4.6.2) e (4.6.3) é que devem ser normalizados, para que isto não seja empreendido diretamente nos parâmetros $P_{i,j}$ contidos nestas expressões, evitando assim aumentar o número de produtos necessários.

$$T_B = 4(N_1 + N_2) + (2N_1 + 2N_2) + 3N_1N_2 + [(3N_1 - 1)(N_2 + 1) + (3N_2 - 1)(N_1 + 1)] \quad (4.7.6.a)$$

$$T_B = 9N_1N_2 + 8N_1 + 8N_2 - 1 \quad (4.7.6.b)$$

Com relação à quantidade de memória, devem valer as observações feitas ao Método de [8], além do que cada probabilidade do tipo $P_{i,j}$ que é obtida deve ser acrescida a uma variável $p_2(i)$ e também a $p_1(j)$, implicando no aumento da quantidade de memória. Conquanto chega-se a (4.7.7).

$$U_b = U_{(B)} + (N_1 + 1) + (N_2 + 1) \quad (4.7.7)$$

Uma comparação entre os métodos é empreendida em (4.7.8).

$$T_{(B)} < T_C < T_B \quad (4.7.8.a)$$

$$U_C < U_{(B)} < U_B \quad (4.7.8.b)$$

Para o caso em que $N_1 = N_2$ e $N_1 \gg 1$, sendo $n = N_1^2$ tem-se

$$T_{(B)} \simeq 3n < T_C \simeq 6n < T_B \simeq 9n \quad (4.7.8.a)$$

Esta última expressão pode ser comparada às quantidades obtidas com métodos exatos e iterativos delineados no Capítulo 3. Os métodos não exatos são extremamente mais rápidos que aqueles, caracterizando-se por um *tempo de processamento proporcional à quantidade de estados de ocupação do sistema celular*.

CAPÍTULO 5

Resultados

5.1 Introdução

Os resultados do desempenho do sistema móvel bicelular, desempenho este expresso através do bloqueio médio a que está sujeito o respectivo tráfego, serão agora apresentados utilizando-se para tal os três métodos não exatos delineados no capítulo anterior.

Para uma eficiente apresentação dos resultados, já que devido às diversas possibilidades de configuração do sistema esta tarefa poderia ser exaustiva (há inúmeras combinações de β , γ , A , N_1 e N_2), foi necessário adotar-se um critério básico de demonstração dos dados.

Desta forma tentam-se estabelecer alguns níveis de tráfego ao sistema como um todo, níveis estes que devem englobar aqueles que seriam encontrados em grande parte das situações práticas. Para cada um dos níveis de tráfego estudados serão obtidos resultados para três situações distintas de desbalanceamento dos tráfegos fixos. O parâmetro γ deve ser a abscissa enquanto que B_m (Bloqueio médio) deve ser a ordenada das curvas. Através deste critério serão obtidas as conclusões mais importantes acerca dos métodos não exatos.

Os níveis de tráfego serão estabelecidos para a situação em que $\gamma = 1$, isto é, quando todo o tráfego do sistema é flexível. Desta forma tenta-se estabelecer, na verdade, uma probabilidade de bloqueio médio ao sistema celular que caracteriza seu nível de tráfego, e que é obtida sem grande dificuldade já que $B_m = E(A=A_1+2, N_1+N_2)$ quando $\gamma = 1$. À medida que γ diminui (até que seja nulo) o bloqueio médio deve aumentar já que a relação (5.1.1) é satisfeita segundo [1].

$$B_m(1) < B_m(\gamma) < B_m(0) \quad \text{onde} \quad 0 < \gamma < 1 \quad (5.1.1)$$

Após a apresentação dos resultados segundo o critério acima ($B_m \times \chi$), outro critério será utilizado no item 5.5 ($B_m \times \beta$). Um sistema com elevado número de canais por célula é apresentado em 5.6 e cujo estudo seria dificilmente empreendido por método exato. As próprias estratégias de [1] poderão ser comparadas em 5.7, compreendendo mais uma aplicação dos métodos não exatos.

As figuras poderão conter até 4 curvas denominadas C_z (obtida com o Método da Cruz), C_b (obtida com o Método Combinado) C_g (obtida com um método exato - Gauss) e C_r (obtida com o método de [8]). A curva C_b se apresentará sempre em estilo pontilhado, C_g em linha cheia e as demais em estilo tracejado.

Com relação ao desbalanceamento do sistema bicelular, procurar-se-á, sempre que possível, expressar os resultados através de duas situações quase extremas ($\beta = 0.1$ e $\beta = 0.9$) e uma situação intermediária ($\beta = 0.5$).

5.2. Sistema Bicelular de Referência

O sistema bicelular de referência adotado constitui-se de 4 canais por célula e servirá a uma apresentação básica dos diversos resultados. Pretende-se também extrair um comportamento do bloqueio médio, associado a determinados parâmetros, e que possa ser eventualmente generalizado. Desta forma, em vista de outras quantidades de canais por célula, poder-se-á avaliar a possibilidade de que os respectivos resultados sejam previsíveis.

O parâmetro $\epsilon(\chi)$ deve indicar o erro máximo associado a um certo método ou conjunto de métodos, sendo estudado como função de χ .

Para uma eventual aplicação dos métodos não exatos consideram-se incomuns [1] as situações em que $\chi \gg 0.4$ ou $\chi \ll 0.4$, isto é, 40% de tráfego flexível no sistema celular. A cada figura será apresentada uma tabela contendo $\epsilon(0.4)$ para cada método. Deve-se observar atentamente o comportamento das curvas até que χ atinja aquele valor. Apresenta-se, também a cada figura,

o valor correto de B_m para $\gamma = 0$ bem como para $\gamma = 1$ (o que se obtém sem maiores dificuldades através da Fórmula de Erlang) para o que se usará a notação $B_m(0)$ e $B_m(1)$, respectivamente; $B_m(0.4)$ é obtida precisamente utilizando-se o Método de Gauss. A variação de B_m ($\Delta B_m \equiv B_m(0) - B_m(1)$) é também citada, oferecendo uma idéia geral da rápida variação do bloqueio médio à medida que o sistema celular dotado de estratégias de encaminhamento alternativo se sujeita a um maior tráfego flexível.

As tabelas associadas a cada figura devem conter um indicativo de método adequado (s) ou não adequado (n) em função de $e(0.4)$ não superar ou superar, respectivamente, o patamar de 5%.

5.2.1 Sistema Bicelular com $B_m \approx 0.01$ (1%) para $\gamma = 1$

Para esta condição tem-se $A = 3$ erl (0.375 erl / canal)

5.2.1.1 Desbalanceamento Reduzido ($\beta = 0.1$)

- $B_m(0) = 0.0499$
- $B_m(1) = 0.0081$
- $\Delta B_m = 0.0418$
- $B_m(0.4) = 0.0235$

Método:	$C_z - n$	$C_r - s$	$C_b - s$
$e(0.4):$ (%)	14.2	1.2	3.0

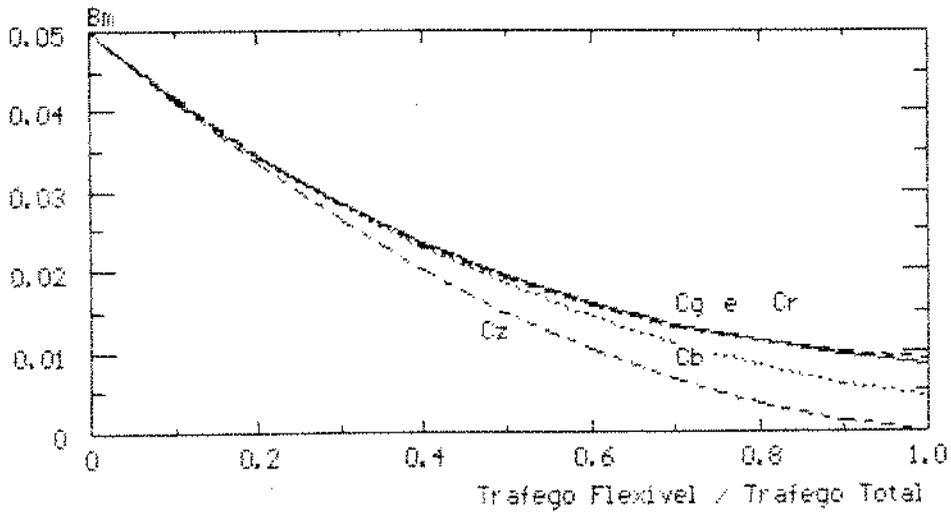


Figura 5.2.1.1

5.2.1.2 Desbalanceamento Moderado ($\beta = 0.5$)

- $B_m(0) = 0.0931$
- $B_m(1) = 0.0081$
- $\Delta B_m = 0.085$
- $B_m(0.4) = 0.0325$

Método:	$C_z - n$	$C_r - s$	$C_b - s$
$e(0.4): (\%)$	11.3	3.9	2.5

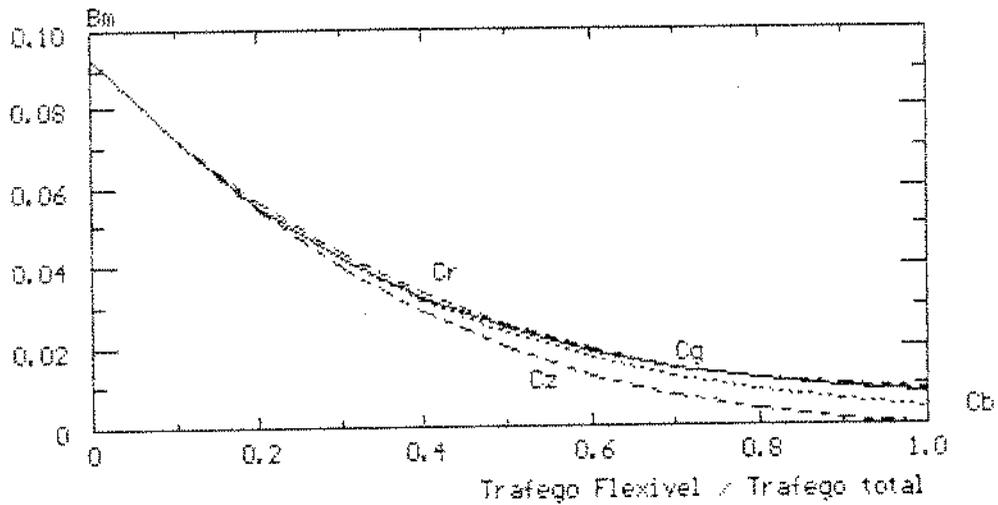


Figura 5.2.1.2

5.2.1.3 Desbalanceamento Intenso ($\beta = 0.9$)

- $Bm(0) = 0.1799$
- $Bm(1) = 0.0081$
- $\Delta Bm = 0.1718$
- $Bm(0.4) = 0.052$

Método:	$Cz - n$	$Cr - s$	$Cb - s$
$e(0.4): (\%)$	7.5	4.1	0.4

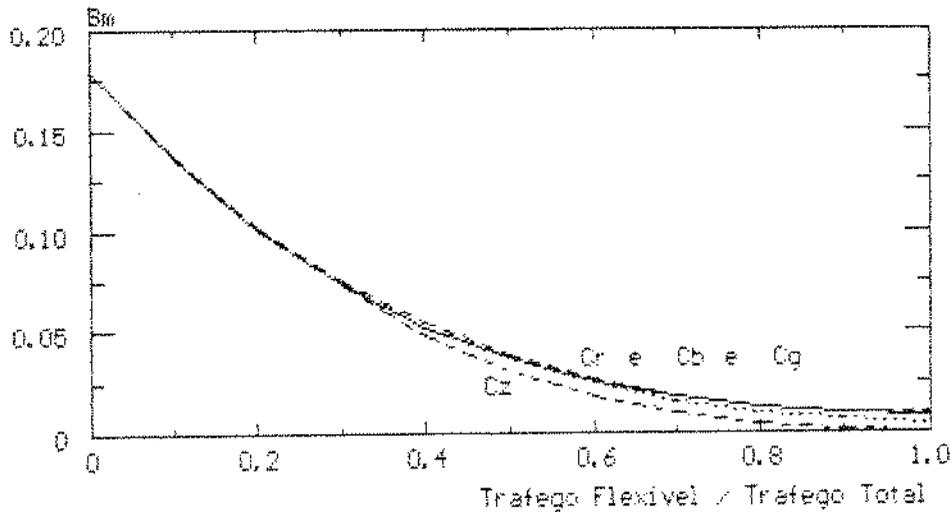


Figura 5.2.1.3

5.2.1.4 Observações

Nota-se que a curva Cz sempre subestima a curva Cg (método exato de Gauss), enquanto que Cr superestima Cg . Ocorre também que, à medida que o desbalanceamento (β) aumenta (elevando assim o nível de Bm), menos Cz subestima Cg e mais Cr superestima Cg . Esta tendência pode ser notada claramente com $e(0.4)$.

Sendo uma combinação de Cr e Cz , Cb permanece intermediária entre aquelas duas curvas, delineando assim sua relação com aqueles dois respectivos métodos.

5.2.2 Sistema Bicelular com $Bm \approx 0.05$ para $\gamma = 1$

Para esta condição tem-se $A = 4 \text{ eri}$ ($0.5 \text{ eri} / \text{canal}$)

5.2.2.1 Desbalanceamento Reduzido ($\beta = 0.1$)

- $Bm(0) = 0.0979$
- $Bm(1) = 0.0304$
- $\Delta Bm = 0.0675$
- $Bm(0.4) = 0.058$

Método:	$Cz - n$	$Cr - n$	$Cb - s$
$e(0.4): (\%)$	9.5	9.1	0.2

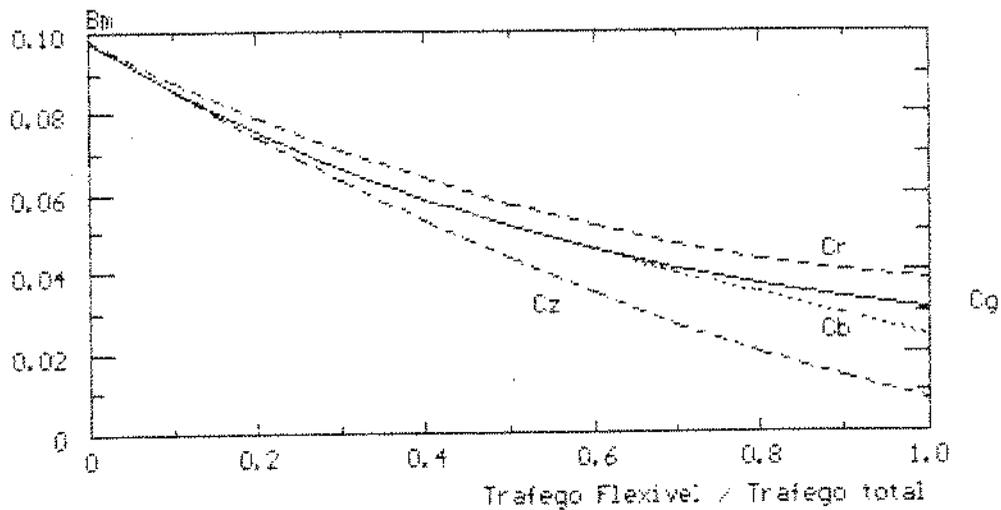


Figura 5.2.2.1

5.2.2.2 Desbalanceamento Moderado ($\beta = 0.5$)

- $Bm(0) = 0.1584$
- $Bm(1) = 0.0304$
- $\Delta Bm = 0.1280$
- $Bm(0.4) = 0.071$

Método:	$Cz - s$	$Cr - n$	$Cb - s$
$e(0.4): (\%)$	4.8	9.7	0.3

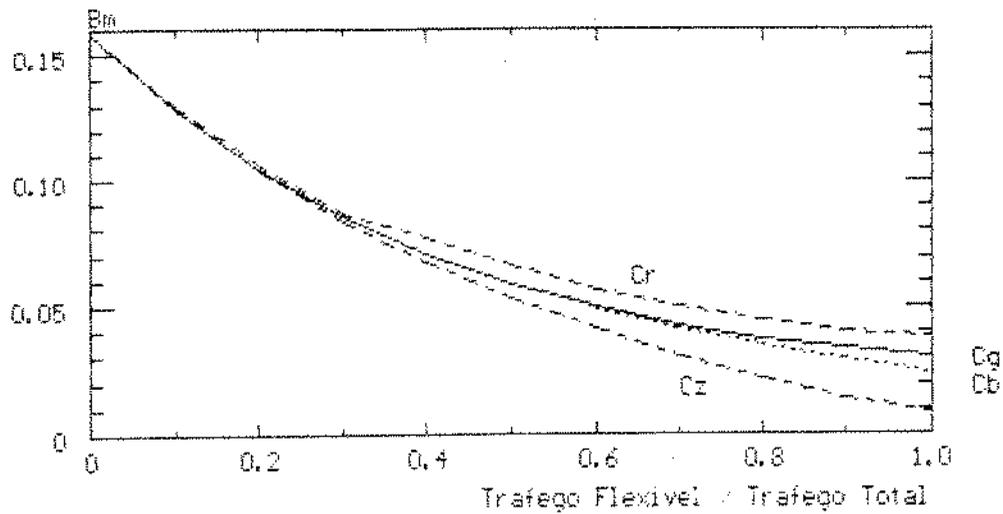


Figura 5.2.2.2

5.2.2.3 Debalaceamento Intenso ($\beta = 0.9$)

- $B_m(0) = 0.2785$
- $B_m(1) = 0.0304$
- $\Delta B_m = 0.2481$
- $B_m(0.4) = 0.1$

Método:	$C_z - s$	$C_r - s$	$C_b - s$
$e(0.4): (\%)$	2.2	3.0	0.2

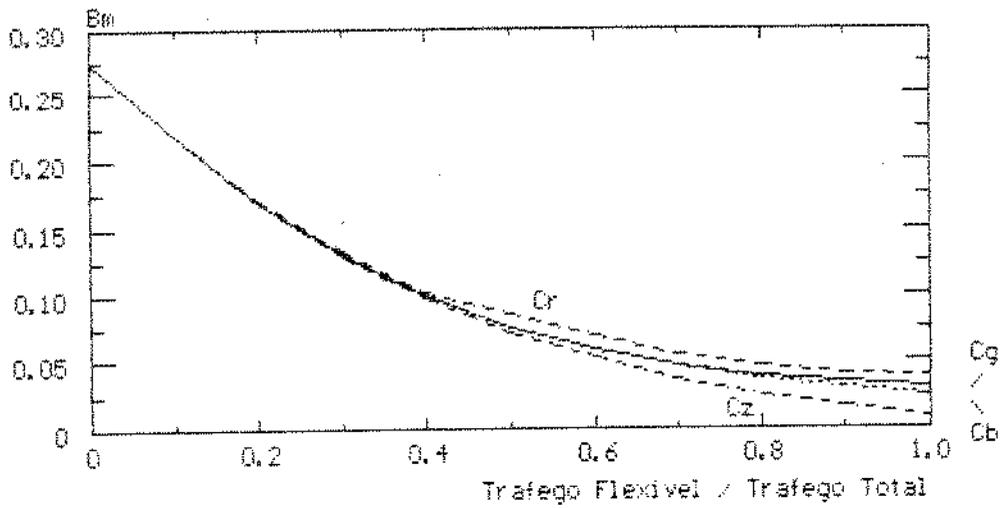


Figura 5.2.2.3

5.2.2.4 Observações

As mesmas observações de 5.2.1.4 são válidas para este nível de tráfego. Nota-se ainda que para valores idênticos de β , comparando-se gráficos deste item e de 5.2.1, mais C_r superestima C_g e menos C_z subestima C_g . A dependência de B_m é, desta forma, ainda mais evidente.

A curva C_b parece estar sempre numa posição intermediária (entre C_z e C_r) bastante conveniente (próxima de C_g).

5.2.3 Sistema Bicelular com $B_m \approx 0.10$ para $\gamma = 1$

Para esta condição tem-se $A = 6$ erl (0.75 erl / canal)

5.2.3.1 Desbalanceamento Reduzido ($\beta = 0.1$)

- $B_m(0) = 0.2091$
- $B_m(1) = 0.1219$
- $\Delta B_m = 0.0872$
- $B_m(0.4) = 0.162$

Método:	$C_z - s$	$C_r - n$	$C_b - s$
$e(0.4): (\%)$	1.7	11.9	1.5

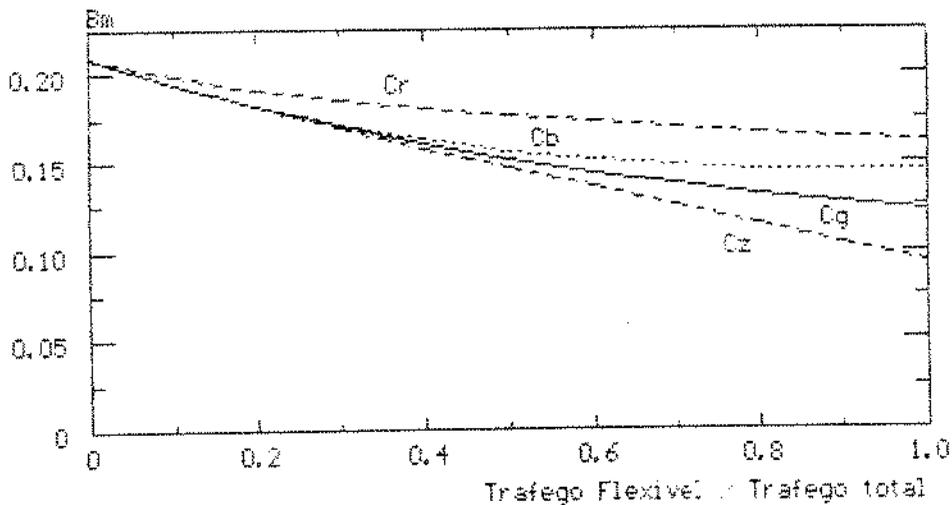


Figura 5.2.3.1

5.2.3.2 Desbalanceamento Moderado ($\beta = 0.5$)

- $Bm(0) = 0.2795$
- $Bm(1) = 0.1219$
- $\Delta Bm = 0.1576$
- $Bm(0.4) = 0.175$

Método:	$Cz - s$	$Cr - n$	$Cb - s$
$e(0.4): (\%)$	0.6	10.26	1.8

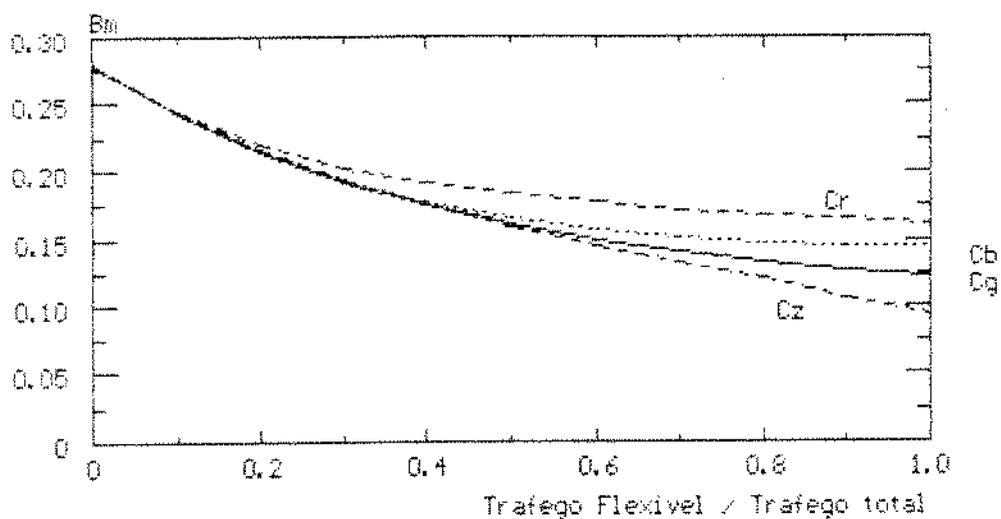


Figura 5.2.3.2

5.2.3.3 Desbalanceamento Intenso ($\beta = 0.9$)

- $Bm(0) = 0.4273$
- $Bm(1) = 0.1219$
- $\Delta Bm = 0.3054$
- $Bm(0.4) = 0.207$

Método:	$Cz - s$	$Cr - s$	$Cb - s$
$e(0.4): (\%)$	1.7	5.6	1.8

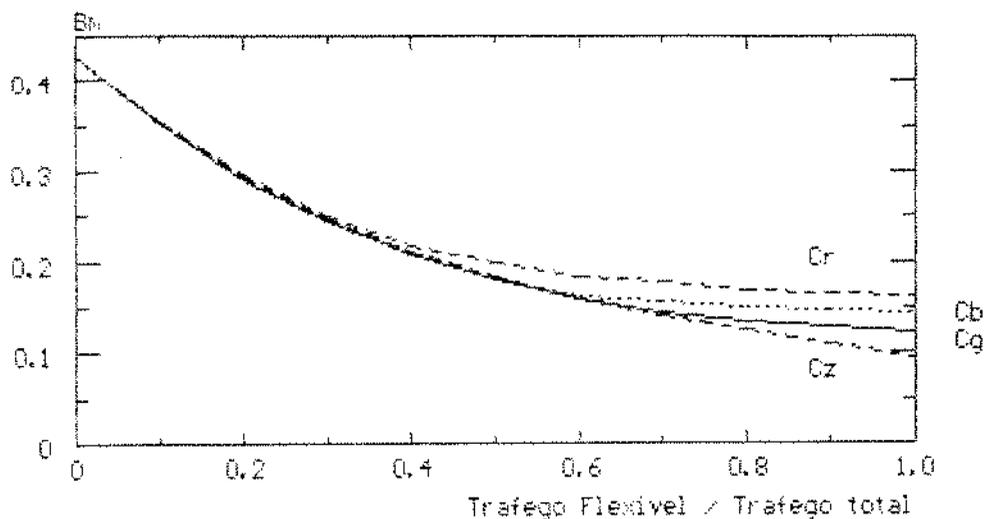


Figura 5.2.3.3

5.2.3.4 Observações

Com o aumento de β , e conseqüente aumento de B_m , a curva C_z tenta transpor a curva C_g (5.2.3.3) enquanto que a curva C_r menos superestima C_g , invertendo seu comportamento.

Permanece a grande estabilidade de $e(0.4)$ para C_b , em comparação com as grandes variações de C_r e C_z .

5.2.4 Sistema Bicelular com $B_m \approx 0.20$ para $\gamma = 1$

Para esta condição tem-se $A = 8 \text{ erl}$ (1.0 erl / canal)

5.2.4.1 Desbalanceamento Reduzido ($\beta = 0.1$)

- $B_m(0) = 0.3131$
- $B_m(1) = 0.2356$
- $\Delta B_m = 0.0775$
- $B_m(0.4) = 0.2736$

Método:	$C_z - s$	$C_r - s$	$C_b - s$
$e(0.4): (\%)$	2.1	1.1	1.5

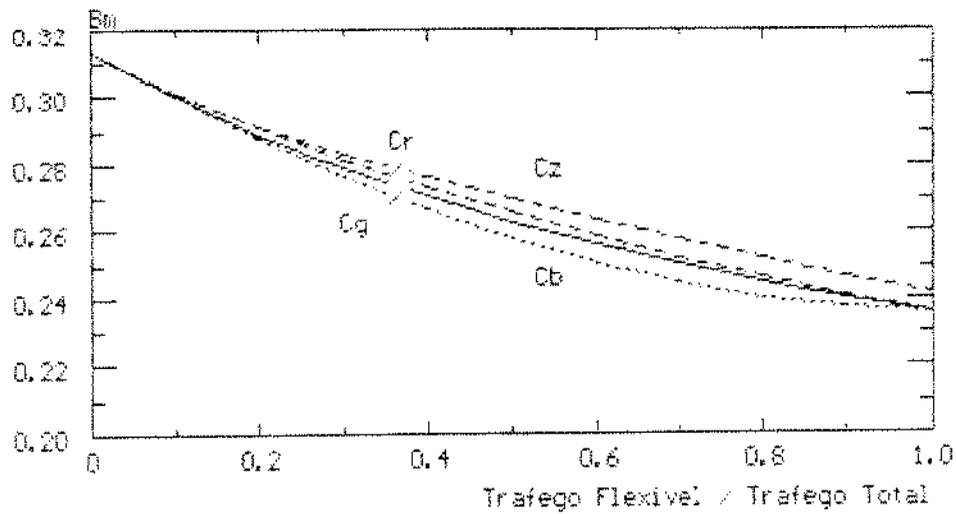


Figura 5.2.4.1

5.2.4.2 Desbalanceamento Moderado ($\beta = 0.5$)

- $Bm(0) = 0.3760$
- $Bm(1) = 0.2356$
- $\Delta Bm = 0.1404$
- $Bm(0.4) = 0.2817$

Método:	$Cz - s$	$Cr - s$	$Cb - s$
$e(0.4): (\%)$	2.7	0.4	0.3

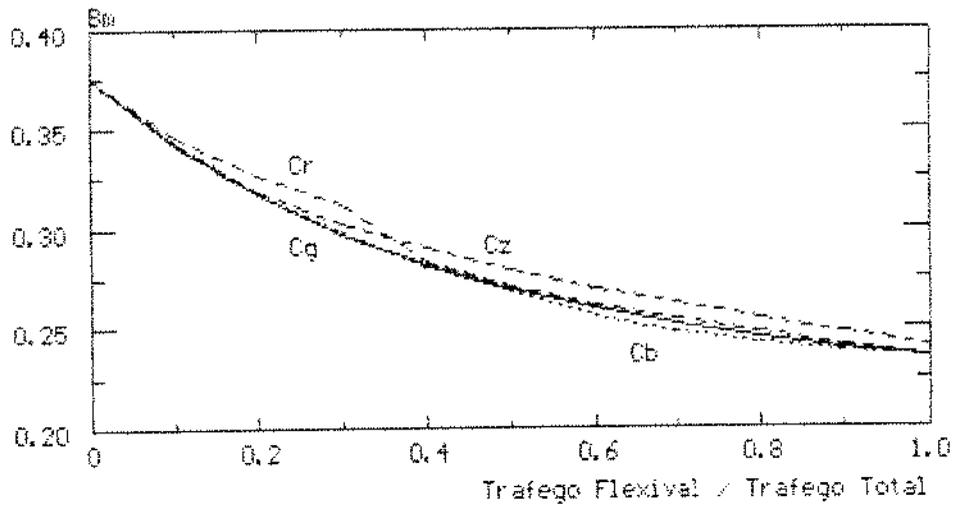


Figura 5.2.4.2

5.2.4.3 Desbalanceamento Intenso ($\beta = 0.8$)

- $Bm(0) = 0.5290$
- $Bm(1) = 0.2356$
- $\Delta Bm = 0.2934$
- $Bm(0.4) = 0.3086$

Método:	$Cz - s$	$Cr - n$	$Cb - s$
$e(0.4): (\%)$	2.3	8.4	1.5

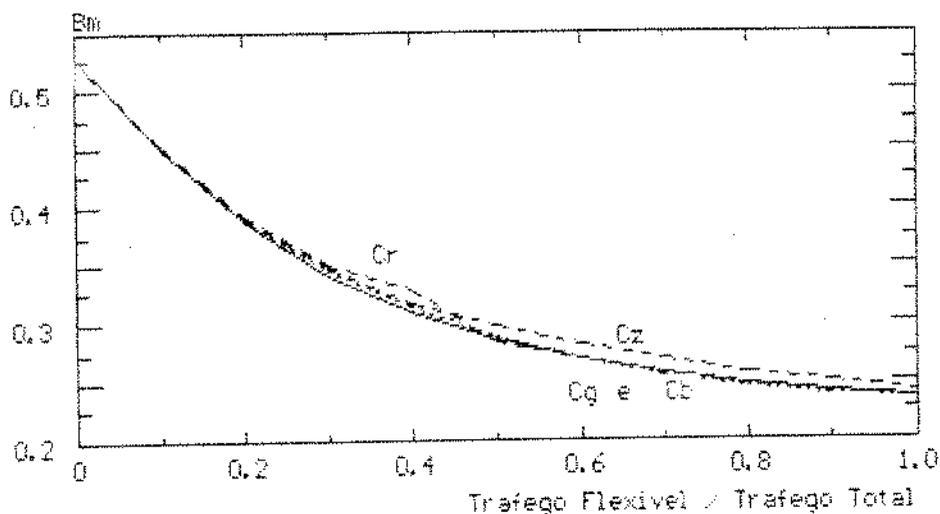


Figura 5.2.4.3

5.2.4.4 Observações

A curva Cr apresenta um comportamento bastante adverso, justamente para valores de X em torno de 0.4. A curva Cz agora superestima a curva Cg .

Nota-se surpreendentemente a permanente estabilidade de Cb , de forma que $e(0.4)$ mantém-se sempre reduzido.

5.3 Outros Sistemas Bicolulares

Os resultados apresentados a seguir estão associados a sistemas com outros números de canais por célula. As figuras estão

também diferenciadas através do nível de tráfego (B_m) do sistema.

5.3.1 Sistema Bicelular com $B_m \approx 0.01$ para $\gamma = 1$ ($A = 9$ erl para B canais/célula) e $\beta = 0.1$

- $B_m(0) = 0.052$
- $B_m(1) = 0.011$
- $\Delta B_m = 0.041$
- $B_m(0.4) = 0.023$

Método:	$C_z - n$	$C_r - s$	$C_b - s$
$e(0.4)$: (%)	25.8	1.7	3.5

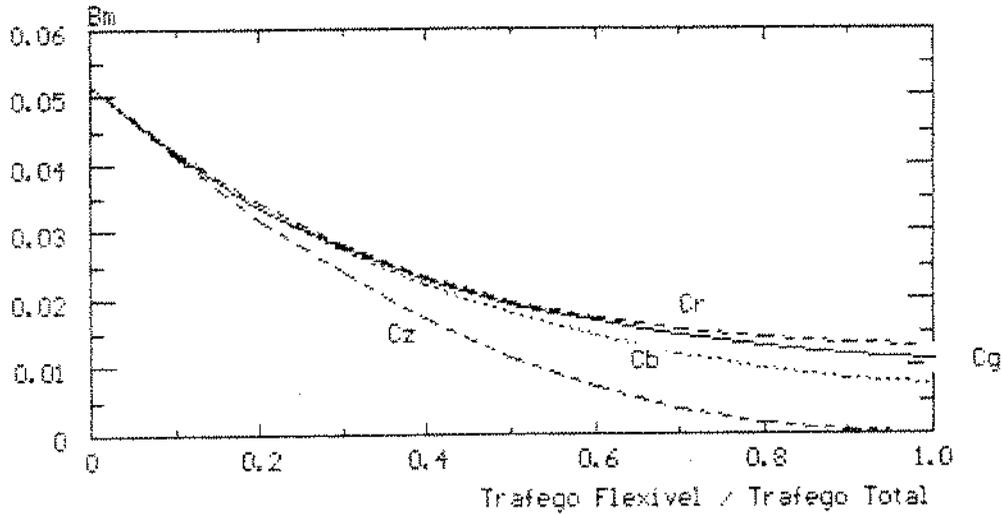


Figura 5.3.1.1

5.3.2 Sistema Bicelular com $B_m \approx 0.05$ para $\gamma = 1$ ($A = 9$ erl para 7 canais/célula) e $\beta = 0.5$

- $B_m(0) = 0.176$
- $B_m(1) = 0.034$
- $\Delta B_m = 0.142$
- $B_m(0.4) = 0.068$

Método:	$C_z - s$	$C_r - n$	$C_b - s$
$e(0.4)$: (%)	1.8	7.2	1.2

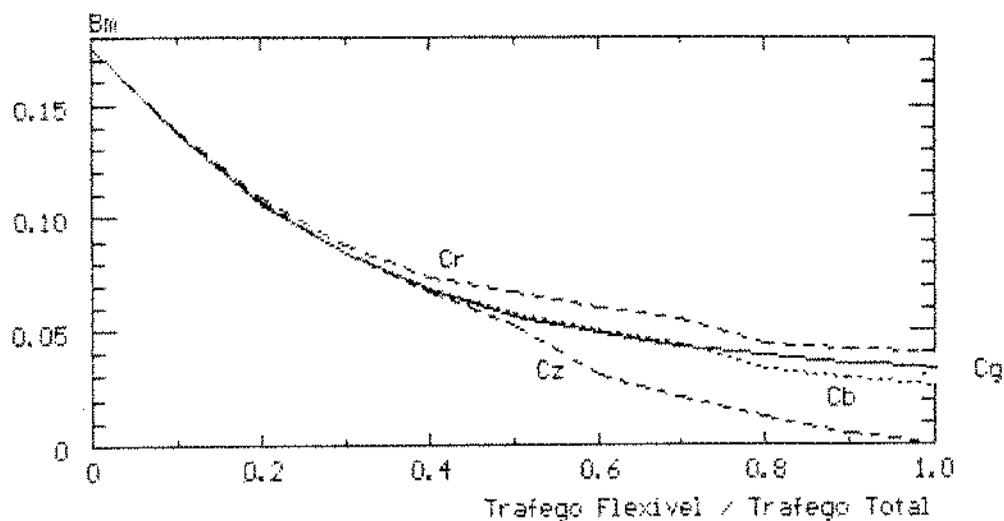


Figura 5.3.2.1

5.3.3 Sistema Bicelular com $Bm \cong 0.10$ para $\gamma = 1$ ($A = 10$ erl para 6 canais/célula) e $\beta = 0.9$

- $Bm(0) = 0.440$
- $Bm(1) = 0.12$
- $\Delta Bm = 0.32$
- $Bm(0.4) = 0.197$

Método:	$Cz - n$	$Cr - n$	$Cb - s$
$e(0.4): (\%)$	5.3	6.1	2.0

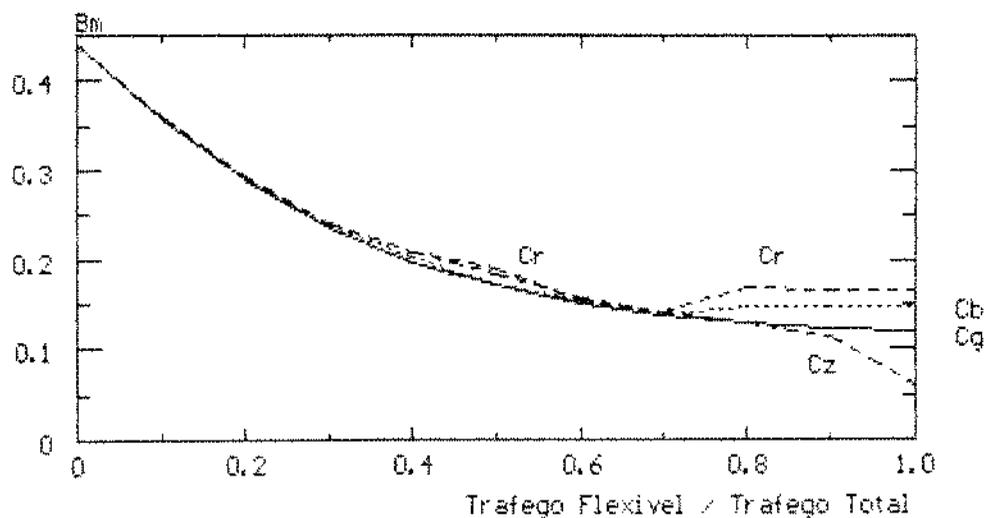


Figura 5.3.3.1

5.3.4 Sistema Bicelular com $Bm \approx 0.20$ para $\gamma = 1$ ($A = 10$ erl para 5 canais/célula) e $\beta = 0.9$

- $Bm(0) = 0.518$
- $Bm(1) = 0.215$
- $\Delta Bm = 0.303$
- $Bm(0.4) = 0.285$

Método:	$Cz - s$	$Cr - n$	$Cb - s$
$e(0.4): (\%)$	3.1	6.4	1.4

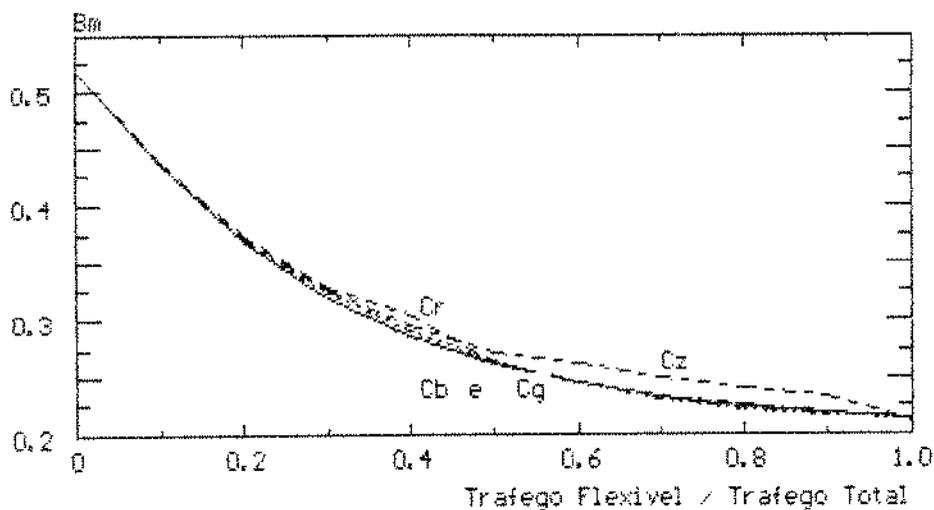


Figura 5.3.4.1

5.3.5 Observações

Novamente observam-se algumas irregularidades apenas no comportamento de Cz e Cr .

Cr sempre superestima Cg enquanto que Cz passa a superestimar Cg após um certo nível de tráfego.

Notem-se semelhanças (nível de Bm , β e $e(0.4)$) entre as seguintes curvas: figura 5.3.1.1 e 5.2.1.1; figura 5.3.4.1 e 5.2.4.3.

Permanece destacada a estabilidade de Cb .

5.4 Primeiros comentários

Os resultados apresentados segundo o critério adotado permitem um comentário sob dois importantes aspectos e que serão direcionados a cada método não exato. Estabilidade e previsibilidade do erro no bloqueio médio sintetizam tais aspectos.

Primeiramente é conveniente observar que $e(\gamma)$ sempre aumenta com o aumento de γ , como confirmam os resultados obtidos. Desta forma as considerações feitas para $\gamma = 0.4$ serão obviamente superestimadas para valores inferiores a $\gamma = 0.4$.

A estabilidade de um método pode ser definida como a sua capacidade de manter o erro no bloqueio médio do sistema abaixo de um certo patamar, sempre tendo em vista a condição $\gamma \leq 0.4$. A estabilidade pode ser ótima ou regular segundo a análise de $e(\gamma)$. Após exaustivo levantamento de dados nota-se que o Método Combinado é um método estável em qualquer circunstância (condições de β e Bm). Como se pode notar nos itens 5.2 e 5.3, a estabilidade deste método é ótima e caracterizada por $e(\gamma) \leq 5\%$ para $0 \leq \gamma \leq 0.4$. Com relação aos dois outros métodos, a estabilidade é regular, ocorrendo para valores mais elevados de erro em Bm , ainda com a ressalva da necessidade de se definir um patamar para Bm como uma condição a mais para esta estabilidade. Com o pressuposto de que erros acima de 20% não são desejados e com a observação de

que tais erros eventualmente ocorrem (vide item 5.3.1), para o Método da Cruz e o Método da referência [8] tem-se que $e(\gamma) \leq 20\%$ para $0 \leq \gamma \leq 0.4$ e $B_m \geq 0.05$ ou ainda que $e(\gamma) \leq 10\%$ para $0 \leq \gamma \leq 0.4$ e $B_m \geq 0.20$.

A previsibilidade do erro é a possibilidade de estimar o mesmo, conhecidos o valor de β e o nível de B_m . Os resultados no item 5.2 foram acima de tudo apresentados em níveis de B_m justamente por sua grande influência no erro, o que também motivou colocação dos resultados do item 5.3. Estes últimos foram elaborados conforme as seguintes associações (observem-se β e B_m): item 5.3.1 e 5.2.1.1, item 5.3.2 e 5.2.2.2, item 5.3.3 e 5.2.3.3 e item 5.3.4 e 5.2.4.2. Nestas comparações deve ser notada a grande semelhança entre ambos os erros em C_r bem como ambos os erros em C_b . Desta forma tanto o Método combinado como o de [8] permitem uma prévia avaliação do erro com base no sistema bicelular de referência.

5.5 Outro Critério de Apresentação dos Dados

Os dados a serem apresentados a seguir utilizam curvas do tipo $B_m \times \beta$. Quatro níveis distintos de tráfego (B_m) serão apreciados bem como, concomitantemente, sistemas diferenciados por suas quantidades de canais por célula.

O objetivo é demonstrar, sob outra óptica, a grande estabilidade do Método Combinado em comparação com os demais métodos não exatos. Todos os sistemas aqui apresentados se caracterizam por $\gamma = 0.4$ em vista das observações já elaboradas.

5.5.1 Sistema com 8 Canais por Célula e Tráfego Total de 9 erl

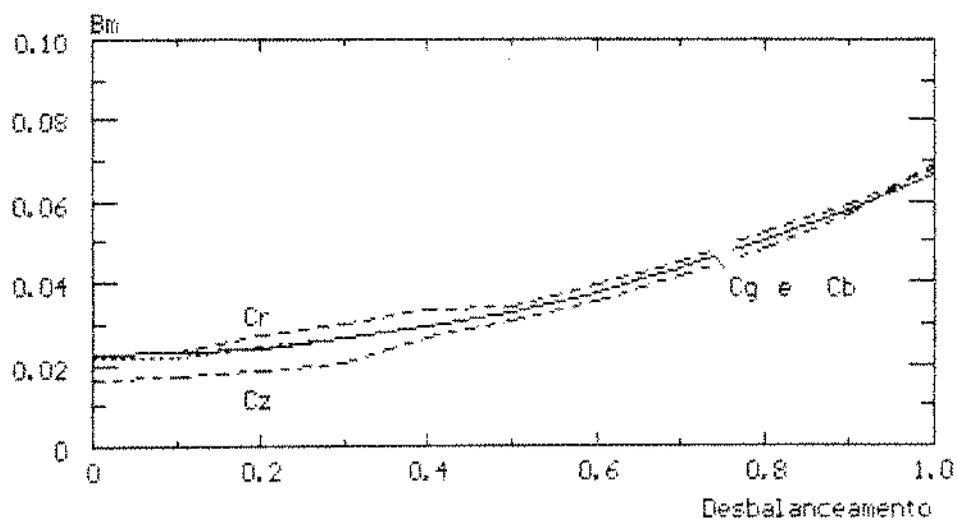


Figura 5.5.1.1

5.5.2 Sistema com 7 Canais por Célula e Tráfego Total de 9 erl

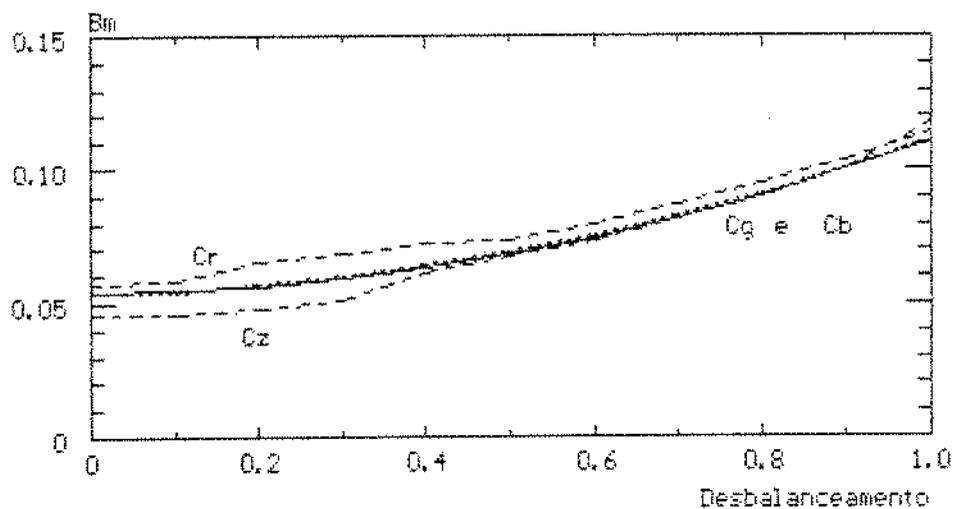


Figura 5.5.2.1

5.5.3 Sistema com 6 Canais por Célula e Tráfego Total de 10 erl

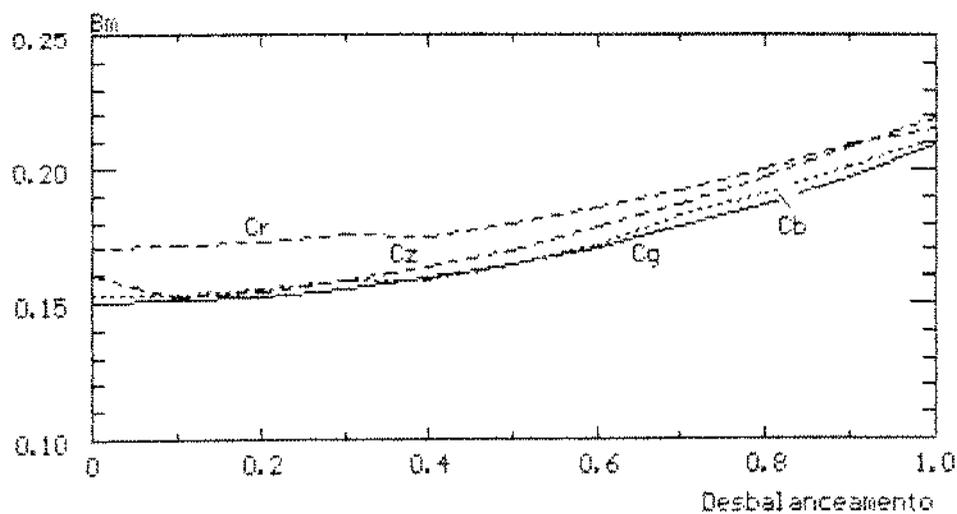


Figura 5.5.3.1

5.5.4 Sistema com 5 Canais por Célula e Tráfego Total de 10 erl

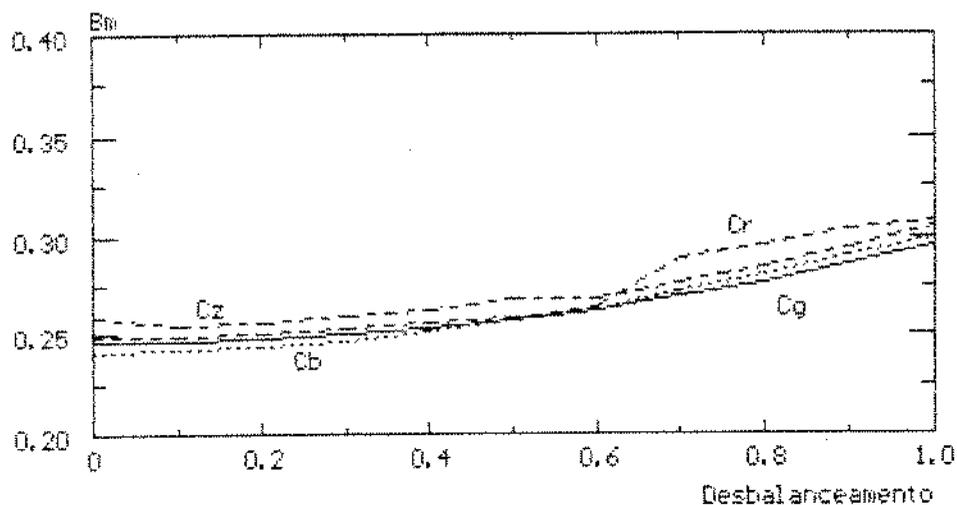


Figura 5.5.4.1

5.5.5 Comentários

O comportamento de Cr , embora de aparente melhor estabilidade que Cz , pode eventualmente apresentar súbita alteração como aquela vista no item 5.5.4. Este mesmo fato não foi verificado no Método

da Cruz tampouco no método Combinado, cuja estabilidade ótima deve ser aqui ressaltada.

5.6 Sistema com Elevado Número de Canais

Devido à grande demanda por tempo de processamento e memória requeridos pelos métodos exatos, estes não puderam ser aplicados no estudo de sistemas com grande número de canais por célula. Os três métodos não exatos não incorrem na mesma problemática sendo aqui aplicados a um sistema bicelular com 20 canais por célula. Dois níveis distintos de tráfego são apresentados em curvas do tipo $B_m \times \gamma$.

5.6.1 Sistema com $\beta = 0.9$ e B_m Variando de 20% a 50% (Aproximadamente)

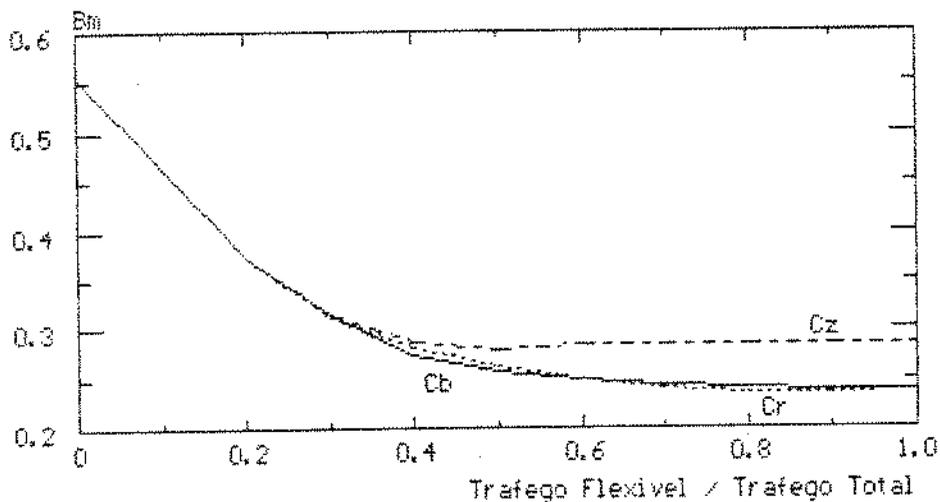


Figura 5.6.1.1

5.6.2 Sistema com $\beta = 0.1$ e B_m Variando de 1% a 5%, (Aproximadamente)

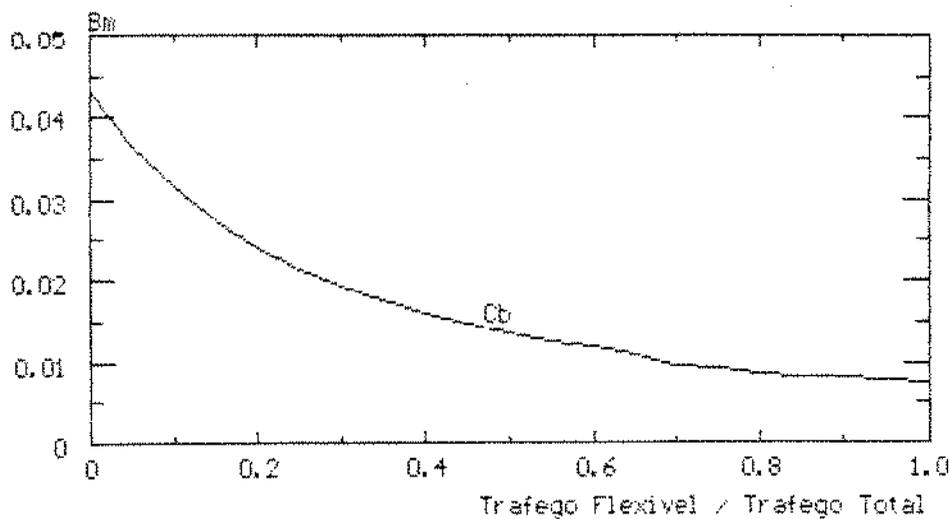


Figura 5.6.2.1

5.6.3 Comentários

Na figura 5.6.1.1 observa-se o bom comportamento de todos os métodos, até que $\gamma = 0.4$ seja atingido, em face do elevado nível de tráfego a que o sistema se submete.

Para a comprovação do bom resultado com o Método Combinado basta a comparação dos extremos da curva com seus respectivos valores exatos. Desta forma tem-se, como elementos de comparação, os seguintes valores: $Bm = 23,72\%$ em $\gamma = 1$ e $Bm = 55,55\%$ em $\gamma = 0$ para a figura 5.6.1.1; $Bm = 1,0\%$ em $\gamma = 1$ e $Bm = 4,32\%$ em $\gamma = 0$ para a figura 5.6.2.1.

5.7 Discernimento das Estratégias de Encaminhamento Alternativo

Concluindo a demonstração de resultados, todas as estratégias de encaminhamento alternativo descritas no Capítulo 1 serão apresentadas mediante a utilização do Método Combinado, em decorrência de suas características ótimas. Embora este não seja o objetivo principal deste trabalho, a comparação de estratégias é uma forma de se qualificar os resultados não exatos, já que de um dos métodos propostos se está efetuando uma aplicação específica como aquela exposta em [1]. A figura 5.7.1 foi obtida com um sistema bicelular com 5 canais por célula e tráfego total de 5 erl. O sistema se caracteriza por $\gamma = 0.35$. Tais especificações do sistema são exatamente aquelas da figura 6 do capítulo 4 de [1], onde é feita uma comparação do desempenho das estratégias. Com a apreciação de [1] pode-se notar que as figuras acima referidas são *praticamente indistinguíveis* confirmando assim os bons resultados.

Uma característica importante, que pode ser notada na figura a seguir, é que o uso de Cb permite discernir claramente o desempenho das várias estratégias, mesmo para níveis baixos de probabilidades de bloqueio, onde estes desempenhos são quase coincidentes.

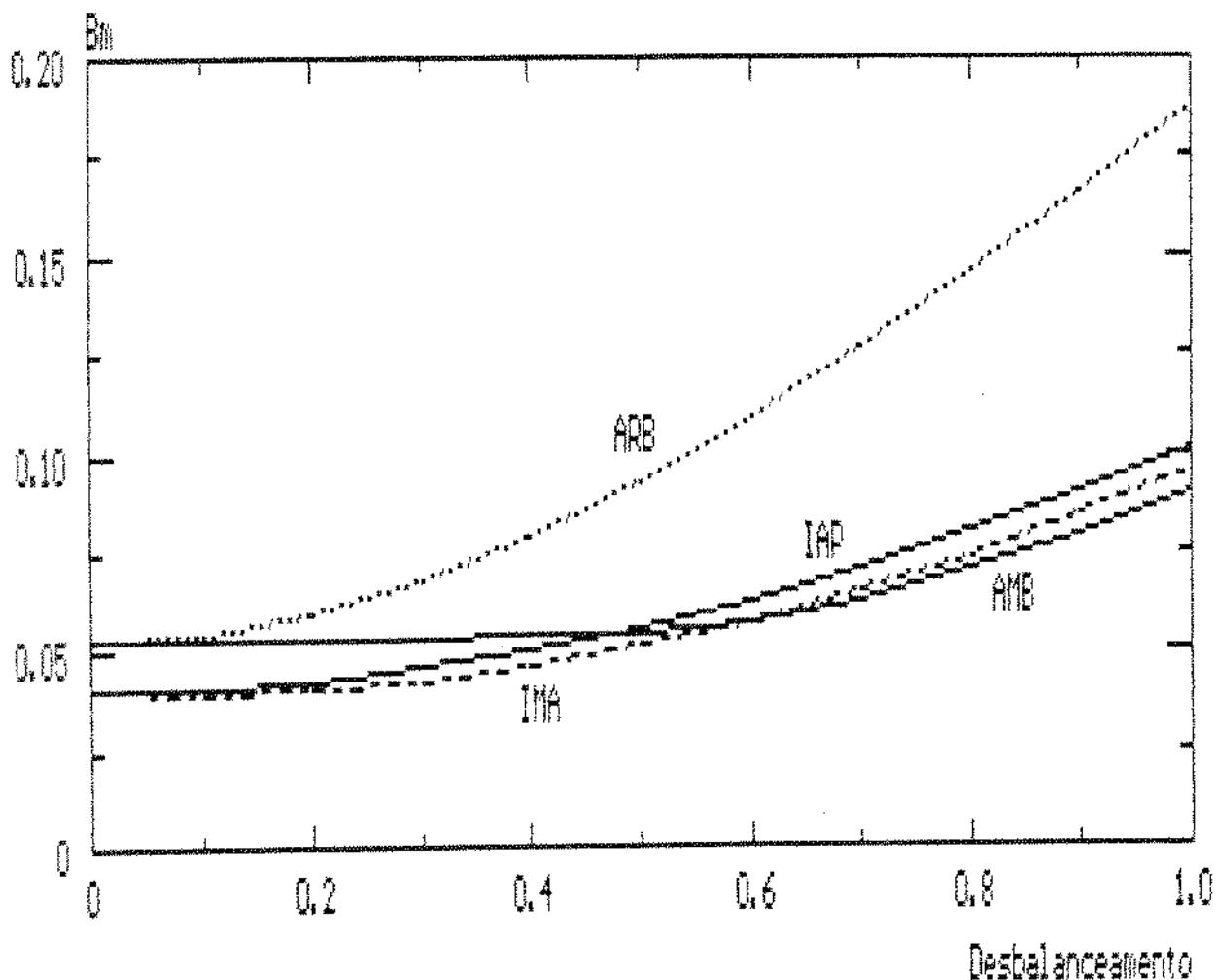


Figura 5.7.4

5.8 Conclusão

A partir da observação dos resultados é possível justificar o reduzido erro para valores mais elevados de B_m . Devido às aproximações empreendidas a partir do estado de máxima probabilidade, à medida que os estados a serem trabalhados se distanciam do estado máximo, tornam-se maiores os erros cometidos já que o erro incorre num processo cumulativo. Para valores elevados de B_m , o estado máximo encontra-se em geral próximo dos

limites de bloqueio (ρ_{i,N_1} e $\rho_{N_2,j}$) do diagrama bidimensional, limites estes que implicam diretamente no bloqueio médio do sistema bicelular como mostram (4.2.1) e (4.2.2). Desta forma as probabilidades mais significativas no cálculo de B_m devem carregar consigo um menor erro de aproximação.

A estabilidade ótima característica do método Combinado pode ser justificada pela dupla varredura do diagrama, já citada no Capítulo 4, que decorre dos procedimentos do próprio método.

Devem ser reafirmadas as condições favoráveis de operação dos métodos já citadas anteriormente: O Método Combinado se caracteriza por $e(\gamma) \leq 5\%$ para $0 \leq \gamma \leq 0.4$ sendo ainda possível uma estimativa do erro, a partir do sistema de referência, para as condições de β e B_m ; O Método de [8] e o Método da Cruz se caracterizam ambos por $e(\gamma) \leq 20\%$ para $0 \leq \gamma \leq 0.4$ e $B_m \geq 0.05$, e $e(\gamma) \leq 10\%$ para $0 \leq \gamma \leq 0.4$ e $B_m \geq 0.20$.

CAPÍTULO 6

Conclusão

6.1 Introdução

Neste capítulo final algumas importantes conclusões serão extraídas a partir dos resultados obtidos com o sistema bicelular, bem como das observações teóricas contidas na apresentação dos métodos não exatos.

Os principais tópicos deste capítulo obviamente se resumem nas possibilidades de expansão dos métodos não exatos a sistemas maiores e mais diversificados, criando-se importantes aplicações para tais métodos.

6.2 Sistemas Pluricelulares

A partir dos estudos realizados em [1], onde se dá principalmente um enfoque qualitativo às propostas estratégias de encaminhamento alternativo, nota-se a utilização de sistemas celulares com pouca diversidade de seus parâmetros. Desta forma sempre consideram-se células com igual número de canais: o tráfego flexível, por sua vez, é um parâmetro constante para todo o sistema celular: o tráfego flexível pode ser encaminhado para no máximo três células.

Neste mesmo contexto, porém, são expostas as maneiras de se elevar a quantidade de células do sistema, exigindo no entanto a resolução de sistemas lineares muito grandes. A título de exemplo, um sistema celular com 7 células e N canais por célula seria modelado por um sistema linear cujo número de variáveis é potência de 7: $(N+1)^7$. À medida que se eleva o número de canais por célula, o sistema linear se torna praticamente intratável através de Métodos Exatos.

Uma observação importante que se faz em [1] é que os resultados obtidos para um sistema celular com y células, e cujo tráfego flexível, para ser escoado, pode ter y caminhos, devem valer para sistemas com infinitas células onde qualquer parcela de tráfego flexível pode escoar por y caminhos. Desta forma, na tentativa de se expandir os métodos não exatos, pode-se atingir um valor de y maior que 3.

Em relação ao sistema bicelular, os estudos realizados neste trabalho de tese já permitem que o mesmo possa operar com $N1 \neq N2$. Além disto a quantidade de canais pode ser bastante elevada, haja vista às comparações abaixo empreendidas. Os seguintes tempos de processamento, para o cálculo de B_m , estão associados aos métodos utilizados para se avaliar um sistema bicelular com 20 canais por célula:

Método Combinado - menos que 3 segundos

Método de Gauss - mais que 2 horas

Cabe observar que tais tempos estão associados às características do equipamento utilizado (PC). Além disto o tempo relativo ao método de Gauss foi apenas estimado.

Retornando-se à questão do sistema pluricelular, seja um sistema com 3 células, onde os respectivos estados são especificados pelo conjunto (i, j, k) de variáveis (i - célula 2, j - célula 1, k - célula 3). Para se calcular B_2 (um dos termos utilizados na expressão do bloqueio médio), como exemplo, tem-se

$$B_2 = P_2(j=N_2) \approx \sum_i P(j=N_2|i) P_1(i) \approx \sum_i \left(\sum_k P(j=N_2|i, k) P_3(k) \right) P_1(i) \quad (6.2.1)$$

Empreendendo-se aproximações para $P_1(i)$ e $P_3(k)$ (como sugestão para expansão dos métodos não exatos), de forma semelhante ao que se fez para o sistema bicelular, pode-se eventualmente conseguir resultados satisfatórios. Observa-se que em (6.2.1) faz-se ainda outra aproximação quando se considera

$P3(k)$ independente de $P1(i)$.

6.3 Trabalho em Preparação

Uma primeira etapa, para a evolução dos métodos estudados no Capítulo 4, é a avaliação precisa do tempo de processamento e das unidades de memória necessárias na ampliação do número de células do sistema. Obviamente que se deve obter um compromisso entre a quantidade de canais e a quantidade de células do sistema.

O objetivo fundamental é a obtenção de um algoritmo que opere com um sistema dotado de no mínimo 5 células (prevendo-se um limite de 7 células), e que no entanto seja o mais genérico possível. Isto implica na possibilidade de coexistência de células com diferentes números de canais: cada região do sistema, caracterizada por tráfego flexível, não deverá estar limitada ao acesso de no máximo 3 células permitido a este tráfego; a distribuição de tráfego não deverá ser necessariamente uniforme podendo ser definida previamente por uma função ou por atribuição de valores para o tráfego às diversas regiões que se formam ao longo do sistema.

Habilitando-se os métodos não exatos a operar com as características acima citadas, a implementação do algoritmo sugere uma interface com o usuário que permita que o mesmo desenhe as células do sistema celular representando-as por circunferências, sendo estas os limites do raio de ação da respectiva estação rádio-base. A distribuição destas circunferências e a definição da dimensão de seus raios, parâmetros totalmente manipuláveis, permitiriam a formação de diversas regiões ao longo do sistema, caracterizadas por tráfego flexível ou fixo. Em caso de tráfego flexível, a própria figura indicaria as possibilidades de acesso (quantidade de células) deste tráfego.

Um estudo cuidadoso deve ainda ser empreendido no que diz respeito a uma Cadeia de Markov que não se caracterize por um processo de nascimento e morte. Isto seria deveras interessante para o estudo de sistemas acoplados à RDSI, o que implica na

alocação simultânea de um conjunto de canais.

6.4 Aplicações Gerais dos Métodos Não Exatos.

A partir de algumas adaptações a serem realizadas conforme o item anterior, diversas aplicações para os Métodos Não Exatos podem ser sugeridas.

Nos moldes propostos em [1], como já se observou anteriormente, sistemas com y células e y caminhos para o tráfego flexível podem representar qualitativamente sistemas infinitos com y caminhos para o tráfego flexível. Ampliando-se o valor de y tem-se portanto um primeira aplicação para os métodos.

Uma importante aplicação pode ser feita em tempo real, para a escolha da melhor estratégia (aquela que confere melhor desempenho ao sistema). Após um certo período de medição de tráfego empreendida pela MSC, o bloqueio médio pode ser medido, sugerindo ou não a alteração da estratégia de encaminhamento alternativo em uso.

Os métodos podem também se prestar ao projeto de sistemas celulares (a partir da citada interface com o usuário) restrito a uma certa região do sistema que englobe um conjunto de 5 a 7 células, por exemplo. Este projeto pode implicar na distribuição ótima das diversas estações rádio-base pelo sistema e dimensionamento de seus respectivos raios de ação, o que pode ser necessário principalmente em grandes centros urbanos. Permitindo-se ainda a definição de um formato qualquer para as células do sistema, o que representa uma evolução da interface do usuário sugerida no item anterior, pode-se ainda empreender o projeto de um pequeno sistema celular numa região acidentada onde se possa prever aproximadamente os contornos das células.

Todas as aplicações sugeridas neste trabalho foram direcionadas à medida de desempenho em sistemas celulares. No entanto, os métodos não exatos se aplicam à Cadeia de Markov cujas características foram delineadas no Capítulo 2. O método da referência [8] é desenvolvido a partir da necessidade de se

avaliar o desempenho de matrizes de comutação. Os demais métodos não exatos por sua vez podem bem se aplicar aos mesmos fins, como exemplo.

6.5 Trabalhos que Exigem o Cálculo de B_m

Neste item tem-se por objetivo a citação de alguns importantes trabalhos que exigem o modelamento do sistema celular para a obtenção do seu desempenho global ou local (para uma dada célula do sistema).

Em [16] são propostos três importantes algoritmos de encaminhamento alternativo, supondo-se o sistema caracterizado por alocação híbrida de canais, além de se considerar a existência de tráfego flexível.

O autor chega a citar, com base em outras referências, uma proporção de tráfego flexível entre 30 e 45%, reafirmando as condições de estudo dos Métodos Não Exatos.

Para análise do desempenho do sistema celular o autor se utiliza de um modelo analítico com base na teoria de transbordo de tráfego. Seu modelo no entanto supõe uma distribuição uniforme de tráfego e a possibilidade de acesso, pelo tráfego flexível, a duas estações rádio-base apenas.

A referência [17] se propõe à avaliação do desempenho do sistema celular sujeito a certas importantes características, e que supõem a evolução dos sistemas digitais. Desta forma são estudados sistemas de pequenas células, que se adaptam às condições de centros urbanos, sendo tais sistemas dotados de alocação dinâmica de canais. A grande variabilidade de tráfego também é considerada, bem como o impacto de chamadas de multicanal características dos sistemas acoplados à RDSI. As características de TDMA (que exige o agrupamento da canais) são também levadas em conta.

O autor cita algumas dificuldades com relação a solução analítica e até mesmo à simulação, sendo este último o método realmente utilizado.

Os Métodos Não Exatos, a partir de sua evolução, poderiam oferecer grande contribuição na avaliação do desempenho tanto do sistema celular sujeito aos algoritmos de [16] como do sistema celular urbano de [17].

BIBLIOGRAFIA

- [1] - M.D. Yacoub, "Mobile Radio Fuzzy Cell Boundaries", Ph.D. Thesis, University of Essex, England, April 1988.
- [2] - The Bell System Technical Journal, Vol.58, No 1, January 1979.
- [3] - C.F. Garcia Hernandez and C.J. Hughes, "Simulation of Handovers Conditions for Celular Radio Systems", Electronics, 14 th August, Vol. 22, No 17, pp 904 - 905.
- [4] - B. Arazi, "New Channel Assignment Strategy in Cellular Mobile Radiocommunication Systems", IEE Proceedings, Vol. 133, Pt. F, No 6, October 1986.
- [5] - J.H. Sanchez V., "Traffic Performance of Cellular Mobile Radio Systems", Ph.D. Thesis, University of Essex, England (a ser publicado).
- [6] - D.C. Cox, D.O. Reudink, "A Comparision of Channel Assignment Strategies in Large-Scale Mobile Communication Systems", IEEE Transactions on Communications Vol.Com-20, No 2, April, 1972.
- [7] - L. Kleinrock, "Queueing Systems", Volume 1: Theory, John Wiley & Sons, 1975.
- [8] - P.R. Dewes Scherer, "Estados Significativos e Bloqueio Interno em Matrizes de Comutaçãõ", Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - 1989.
- [9] - B.P. Demidovich, I.A. Maron, "Computational Mathematics", Mir Publishers, 1976.

- [10] - K. Zollenkopf, "Bi-Factorisation - Basic Computational Algorithm and Programming Techniques", Hamburgische Electricitats-Werke AG, Hamburg, Germany.
- [11] - G.E. Forsythe, C.B. Moler, "Computer Solution of Linear Algebraic System", Prentice-Hall, 1976.
- [12] - A. Jennings, "Matrix Computation for Engineers and Scientists", John Wiley & Sons, 1977.
- [13] - G.E. Forsythe, "Modern Mathematics for the Engineer", Edwin F. Bechenbach, 1956.
- [14] - V.L. Wallace, R.S. Rosenberg, "Markovian Models and Numerical Analysis of Computer System Behavior", The University of Michigan, Ann Arbor, Michigan.
- [15] - R.W. Lorenz, "Frequency Planning of Cellular Radio by the Use of Topographical Data Base", 35 th IEEE Vehicular Technology Conference, 1985.
- [16] - Y.K. Ling, "Alternative Routing Protocols for Cellular Mobile Radio", University of Essex.
- [17] - D. Everitt, D. Manfield, "Performance Analysis of Cellular Mobile Communication Systems with Dynamic Channel Assignment", IEEE Journal, Vol. 7, No 8, October 1989.