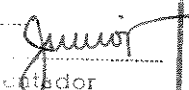




UM NOVO MÉTODO DE SOLUÇÃO PARA O FLUXO DE CARGA COM OTIMIZAÇÃO DE PASSO

Luciana Maria Coelho Braz

Este exemplar corresponde a redação final da tese	
defendida por <u>LUCIANA M. COELHO BRAZ</u>	
aprovada pela Comissão	
Julgada em <u>18</u>	<u>Ago</u> / <u>97</u>
	
Orientador	

9413683





Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Departamento de Sistemas de Energia Elétrica

Tese apresentada à FEEC - UNICAMP
como parte dos requisitos exigidos
para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador : Prof. Dr. Carlos Alberto Castro Jr.

Campinas, agosto de 1997.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

B739n Braz, Luciana Maria Coelho
Um novo método de solução para o fluxo de carga com
otimização de passo / Luciana Maria Coelho Braz.--
Campinas, SP: [s.n.], 1997.

Orientador: Carlos Alberto Castro Jr.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação.

1. Sistemas de energia elétrica - Estabilidade. 2.
Newton-Raphson, método. 3. Otimização matemática. I.
Castro Jr., Carlos Alberto. II. Universidade Estadual de
Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação. III. Título.

aos meus pais,

Eleonora e Adelvani.

*“ A todo homem é dado escolher o rumo de seus esforços;
e todo homem pode também extrair algum consolo
das belas palavras de Lessing:
a busca da verdade é mais preciosa que sua posse. ”*

(Albert Einstein, 1940)

Conteúdo

Prefácio	iii
Resumo	v
1 Introdução	1
2 Métodos existentes de resolução de fluxo de carga usando otimização de passo	7
2.1 Método de Iwamoto e Tamura [9]	8
2.1.1 Processo iterativo básico do método de Iwamoto e Tamura	14
2.2 Método de Scudder [16]	15
2.2.1 Processo iterativo básico do método de Scudder	22
2.2.2 Alguns aspectos do método de Scudder	23
2.3 Método de Dehnel e Dommel [22]	25
3 Método proposto	30
3.0.1 Processo iterativo básico do método proposto	34

3.1	Exemplo de utilização do método proposto	35
3.2	Algumas considerações sobre o método proposto	38
4	Testes e resultados	39
4.1	Rede exemplo de 3 barras	42
4.2	Redes bem-condicionadas	48
4.3	Redes mal-condicionadas	54
4.4	Redes de grande porte	70
4.5	Caso extremo: rede de grande porte sobrecarregada	74
4.6	Algumas considerações sobre as simulações	77
5	Aplicação de μ ao fluxo de carga desacoplado rápido	78
5.1	Formulações de μ para o FCDD ($\text{FCDD}+\mu$)	79
5.2	Comentários	87
6	Conclusões	90
	Apêndices	96
A	Equações do fluxo de carga em coordenadas retangulares e sua expansão em série de Taylor	96
A.1	Definição 1	96
A.2	Definição 2	96
A.3	Teorema: Expansão de uma função na sua série de Taylor, [26]	97

A.4	Teorema: <i>Expansão de uma função de duas dimensões em série de Taylor, [26]</i>	97
A.5	O fluxo de carga na forma retangular	98
A.6	Teorema: <i>Expansão das equações do fluxo de carga em série de Taylor</i> . . .	98
B	Introdução de μ na expressão da expansão das equações do fluxo de carga em série de Taylor	100
C	Função custo em sua forma explícita, em função dos vetores a, b e c	102
D	Desenvolvimento de $\frac{\partial^2 x^r}{\partial x^p^2}$	104
E	Solução literal da equação cúbica	106
F	Descrição da rede de 11 barras	108

Prefácio

A formação que recebi de meus pais foi fundamental em todas as minhas realizações. A eles devo um agradecimento especial, não só pelo carinho e apoio em todas as horas, mas também pelo amor, amizade e respeito.

Gostaria de lembrar de algumas pessoas que colaboraram na realização deste trabalho; em especial às minhas avós, D. Deda e D. Lucy, pelas palavras sempre cheias de força, encorajamento e carinho. À minha irmã Ana Catarina, devo grande parte do meu treinamento de arguição e debates para a defesa pública desta tese.

A Eng^o. Fernando Auto Marinho (Philips Medical Systems Ltda), obrigada pelo suporte técnico de hardware e por seu apoio irrestrito. Sua compreensão pelos muitos finais de semana, feriados e noites que passei dedicada ao trabalho foi de grande importância para a realização desta tese.

Agradeço ao Prof. Castro sua parceria, sua orientação foi valiosa no decorrer dos trabalhos.

Não posso deixar de lembrar dos amigos do LSEE, pelas várias colaborações. O bom clima de trabalho, o respeito e a amizade que há no LSEE tornou as longas e desgastantes jornadas de trabalho menos árduas.

Este trabalho contou com o apoio financeiro do CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) e com o patrocínio de Dr. Adelvani Braz (ALEC Assessoria & Consultoria Contábil).

Luciana Braz.

Resumo

Este trabalho apresenta uma nova abordagem para a resolução do problema do fluxo de carga pelo método de Newton, utilizando otimização de passo para sistemas mal-condicionados e/ou sem solução. A cada iteração obtém-se um fator que é multiplicado pelo vetor de correção das variáveis de estado de forma a minimizar uma função quadrática baseada nos *mismatches* de potência.

O método proposto é testado para redes de pequeno e grande portes e comparado com outros métodos existentes de otimização de passo. Atenção especial é dada a redes mal-condicionadas e sobrecarregadas. Mesmo que não haja um ponto de operação factível (solução das equações de fluxo de carga), a utilização da otimização de passo fornece como resultado o estado mais próximo possível da região de operação factível da rede. Esse resultado admite uma interpretação importante do ponto de vista da operação de redes, a distância do ponto de operação da rede ao colapso de tensão.

O método proposto mostrou-se preciso, robusto e apresentou um desempenho geral superior aos outros métodos conhecidos. Ele pode ser utilizado como uma ferramenta útil de suporte aos estudos de instabilidade de tensão e colapso de tensão.

Capítulo 1

Introdução

Os primeiros estudos para solucionar computacionalmente problemas de fluxo de carga remontam a 1956, com o método de Ward e Hale [1]. Pouco tempo depois o método Newton-Raphson (N-R) é desenvolvido [2, 3] e até hoje é largamente utilizado. Com o desenvolvimento das tecnologias dos computadores digitais, surge a necessidade de algoritmos mais rápidos, especialmente em ambientes de tempo real. Um grande avanço foi o desenvolvimento do fluxo de carga desacoplado rápido [4, 5] e de técnicas de esparsidade e armazenamento compacto [6, 7]. Mas a solução de sistemas mal-condicionados e a determinação da existência de uma solução para o fluxo de carga nestes casos ainda merece atenção.

Uma análise eficiente de sistemas de potência tem se tornado imprescindível com o aumento do carregamento dos sistemas e com a necessidade de transferência de potência inter-áreas. Isto pode resultar numa instabilidade do sistema e até no colapso de tensão, que representam as mais severas condições de operação de um sistema de potência. Nas últimas décadas, o problema da solução das equações do fluxo de carga tem recebido muita atenção, principalmente na análise de contingências e no planejamento de operação. Apesar disso, pouco se fez no estudo de situações onde as equações do fluxo de carga não têm solução real. Este problema pode ser melhor entendido usando o conceito de *regiões de segurança*, já bem conhecido e descrito em [8] e nas referências contidas nele. Três regiões de segurança são definidas no espaço multi-dimensional de parâmetros, como mostra a figura 1.1.

Os parâmetros usados para delimitar as regiões de segurança de um sistema de potência podem ser as tensões das barras de carga, injeções de MW dos geradores ou tensão de

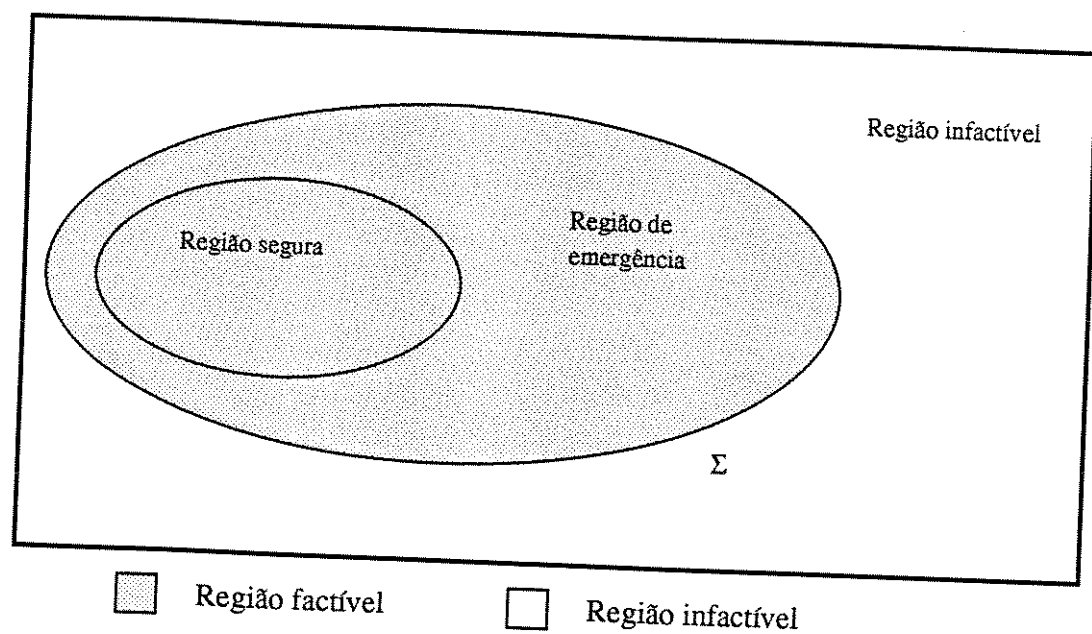


Figura 1.1: Regiões de Segurança

referência, níveis de mudança de MW, etc [8,9]. Considera-se a *região factível* como o conjunto de pontos, no espaço multi-dimensional de parâmetros, no qual as equações do fluxo de carga têm uma solução real e a operação da rede é possível. A *região infactível* é o conjunto de pontos para os quais as equações do fluxo de carga têm pelo menos uma solução não-real e onde a operação do sistema não é possível. A fronteira entre estas duas regiões, vista na figura 1.1, é denominada Σ .

A região factível pode ser dividida em duas regiões, segundo os limites de operação do sistema: região factível do *tipo seguro* e do *tipo de emergência*. A região que representa a operação da rede com todos os seus limites respeitados é denominada de *região factível do tipo seguro*. E onde há limites de operação do sistema violados é a *região factível do tipo de emergência*. A região segura é onde se deseja operar o sistema. Algumas vezes é possível operar o sistema na região de emergência pelo menos por algum tempo, sendo necessário adotar algumas medidas corretivas para forçar o sistema voltar à sua condição normal de operação (região segura).

Os casos nos quais as equações do fluxo de carga têm solução não real, na região infactível, são certamente não convergentes. Qualquer tentativa de operar nessa região provavelmente resultará na instabilidade do sistema e/ou no colapso de tensão. Estes casos representam as mais fortes ameaças à operação segura dos sistemas de potência. Há de fazer o sistema voltar a operar na região com solução, mesmo que na região de emergência por pelo menos algum tempo. Muitas pesquisas se voltaram para o desenvolvimento de ferramentas que quantificassem a distância do ponto de operação sem solução até a fronteira, identificando o grau de insolubilidade e os parâmetros que otimizem a volta do sistema para a região com solução [10,11].

Um sistema já sobrecarregado tem suas condições de operação mais críticas durante a remoção de um equipamento da rede ou durante o processo de inter-conexão. Quando isto ocorre, infelizmente a maioria dos algoritmos apenas alerta o usuário que o fluxo de carga não convergiu para uma solução. Enquanto as equações do fluxo de carga podem não ter solução real ou podem ter ainda mais de uma solução real, isto é, *soluções múltiplas*, existem situações (até para casos base) onde o fluxo de carga Newton-Raphson não converge ou oscila em torno de uma solução, apesar da operação da rede ser possível [9].

Usando um método convencional para o cálculo do fluxo de carga não podemos ter certeza se as condições de operação dadas têm solução real ou não para a estimativa inicial, ou se o fluxo de carga não converge para uma solução. Isto ocorre porque o fluxo de carga pode sofrer dificuldades numéricas, tendo o sistema um ponto de operação factível ou não. O usuário, por muitas vezes, determina de forma heurística quais os parâmetros que deverão ser modificados para fazer o sistema retornar à região com solução.

Alguns métodos que quantificam a distância do ponto de operação da rede ao colapso de tensão, como o proposto por Flatabø *et alii* [17] e Alvarado *et alii* [15, 16] baseiam-se no aumento gradativo de carga até que o estado do sistema atinja a fronteira Σ entre as regiões factível e infactível, indicando que a rede está sujeita ao colapso de tensão. Em particular, o aumento de carga definido pelo método de Flatabø [17], é obtido através de análise de sensibilidade. Como, ao se aproximar de Σ , o problema se torna cada vez mais não linear (rede mais carregada), os fatores de sensibilidade são cada vez menos precisos, e pode ser definido um aumento de carga tal que o estado da rede saia da região factível. Torna-se então necessário fazer modificações no método tradicional de solução do problema do fluxo de carga de forma a fornecer informações adicionais sobre o resultado obtido, que não seja simplesmente um aviso de não convergência. Dispõe-se, então, de duas alternativas básicas de abordagem do problema. A primeira é a utilização dos chamados métodos de continuação, [3, 7]. Neste caso resolve-se as equações do fluxo de carga parametrizadas, e o parâmetro dá uma indicação de que o problema tem solução (se igual a zero) ou não (se diferente de zero).

Uma segunda alternativa foi sugerida por Wallash [12] e Sasson [13, 14], na qual o cálculo de uma solução para as equações do fluxo de carga pode ser considerado como um problema de programação não-linear, método até hoje largamente utilizado. Nele é determinada a direção e a magnitude da correção de estado, tal que uma certa função custo seja minimizada através de um vetor corretor Δx . O valor da função custo torna-se zero (ou bem perto disso) quando houver uma solução para a estimativa inicial, ou permanece não nulo (e praticamente constante) se não existir uma solução para as equações do fluxo de carga. Modificando o caminho de convergência e/ou o passo de cada iteração pode-se conseguir uma melhor característica de convergência para o fluxo de carga Newton-Raphson.

Dependendo das características próprias das redes, os métodos de resolução do problema do fluxo de carga podem ou não obter um ponto de operação para elas, mesmo quando existe um ponto de operação para a rede na região factível ou para redes com múltiplas soluções. Um artifício válido na tentativa de obter informações úteis do estado final de um sistema sem solução é a introdução de um multiplicador escalar que otimize cada passo de iteração do fluxo de carga. Esse *fator de otimização de passo* (μ) modifica o vetor de correção do estado, a cada iteração, para melhorar o caminho de convergência do fluxo de carga [9]. Esse fator μ é calculado de forma a minimizar uma função quadrática baseada nos *mismatches* de potência e é multiplicado pelo vetor de correção de estado para melhorar o caminho de convergência do fluxo de carga, a cada iteração. Alguns métodos foram propostos para tal fim, mas as restrições ao seu uso eram muitas. Alguns deles exigiam consideráveis esforços computacionais e memória, o que não tornava viável sua utilização para qualquer programa de fluxo de carga Newton. Um bom método, seguindo a idéia de considerar o fluxo de carga como um problema de programação não

linear e utilizando um fator μ , foi proposto por Iwamoto e Tamura [9], aplicado ao fluxo de carga com as tensões em coordenadas retangulares. O método faz uso do fato que “A expansão em série de Taylor das equações do fluxo de carga é expressa de forma exata até o termo de segunda ordem, sendo que este último termo apresenta a mesma forma do termo de ordem zero, mas com valores diferentes” [12], que resultava numa formulação simples para fluxos de carga em coordenadas retangulares.

Scudder [15, 16], adaptou este método à formulação do fluxo de carga com as tensões em coordenadas polares. Para isto, foram necessárias algumas transformações trigonométricas envolvendo tensões e ângulos, e aproximações para que o método fosse aplicável a fluxos de carga Newton com formulação polar. No caso da formulação em coordenadas polares, a expansão das equações em série de Taylor apresenta infinitos termos, não sendo válida a afirmação feita anteriormente.

Dehnel e Dommel [22] propuseram um método originalmente desenvolvido para o caso no qual as tensões são expressas em coordenadas polares. A idéia básica do método é similar ao método de Iwamoto e Tamura [9]. Um fator de amortecimento λ é multiplicado pelo vetor de correção de estado a cada iteração. A função a ser minimizada no entanto é diferente da utilizada em [5, 9]. Este método apresenta algumas dificuldades básicas em relação ao cálculo de λ :

- considera-se a função a ser minimizada apresentando queda quadrática da norma do vetor de *mismatches* de potência. Isto pode não ser verdadeiro e resultar em valores de λ não utilizáveis, especialmente para redes bem condicionadas.
- seu valor depende de um fator de ajuste que é obtido empiricamente.
- ele funciona bem para casos nos quais não há solução para o fluxo de carga, mas pode resultar num desempenho fraco para redes bem condicionadas.
- seu cálculo apresenta problemas na primeira iteração, sendo eventualmente necessário mudar o ponto de operação inicial para valores não usuais.

Este trabalho propõe um método de cálculo de solução das equações do fluxo de carga para sistemas de potência mal-condicionados, mesmo quando ele não tem solução real ou tem múltiplas soluções. A formulação proposta é aplicada a fluxos de carga com tensões em coordenadas polares e não exige transformações trigonométricas nem aproximações matemáticas. Caso não tenha solução real, o método fornece informações sobre a distância entre o ponto de operação infactível obtido e a fronteira Σ . Ele faz uso do *teorema de Taylor* para as equações do fluxo de carga e resulta em um *fator de otimização de passo* (μ) que controla cada passo de iteração do fluxo de carga. Usando o método proposto,

o fluxo de carga nunca diverge e é garantida a obtenção de uma *melhor solução possível* para a estimativa inicial, mesmo para os casos do fluxo de carga sem solução real ou com soluções múltiplas.

Uma grande vantagem desse método é não precisar de maiores esforços computacionais nem de muita memória. O método proposto pode ser facilmente incorporado a um programa de fluxo de carga em coordenadas polares com poucas e simples subrotinas, que apenas são adicionadas ao programa para calcular μ . Assim, a formulação básica do algoritmo do fluxo de carga Newton-Raphson em coordenadas polares não é alterada.

A introdução do fator de otimização de passo, μ , no cálculo do fluxo de carga o torna uma ferramenta poderosa. Ele é capaz de melhorar as características de convergência da rede, caso ela seja mal-condicionada e/ou esteja sobrecarregada e haja, ou não, um ponto de operação na região factível. Um ponto de operação para a rede é sempre obtido, mesmo que não haja solução real para ela. Além disso, a distância do estado da rede obtido até a fronteira Σ pode ser quantificada, identificando o grau de insolubilidade do problema.

Capítulo 2

Métodos existentes de resolução de fluxo de carga usando otimização de passo

Este capítulo descreve os métodos existentes de solução do fluxo de carga usando otimização de passo.

A seção 2.1 descreve um método para o fluxo de carga com as tensões em coordenadas retangulares, [5] e [9]. As seções seguintes mostram os métodos que adaptaram a formulação de Iwamoto e Tamura para o fluxo de carga com as tensões em coordenadas retangulares.

2.1 Método de Iwamoto e Tamura [9]

Um bom método de solução para o problema do fluxo de carga para sistemas mal-condicionados foi proposto por Iwamoto e Tamura [5,9]. O método interpreta o problema do fluxo de carga em coordenadas retangulares como sendo um problema de programação não-linear [12–14], usando o fato que “*As equações do fluxo de carga são um conjunto de equações algébricas quadráticas quando expressas em coordenadas retangulares*”. Nele é determinada a cada iteração a direção e a magnitude da correção de estado tal que uma certa função custo seja minimizada, modificando o caminho de convergência do fluxo de carga através de um incremento escalar ao vetor de correção de estado Δx no processo iterativo.

Para resolver o problema do fluxo de carga é necessário conhecer as tensões em todos os nós do sistema para ter idéia do estado do sistema, todas as injeções de potências, fluxos de corrente nas linhas (que podem ser calculados, uma vez obtidas as tensões nas barras).

Em coordenadas retangulares, algumas variáveis do fluxo de carga são definidas como segue,

$$V_k \equiv e_k + j f_k, \text{ tensão na barra } k \quad (2.1)$$

$$S_k \equiv P_k + j Q_k, \text{ potência na barra } k \quad (2.2)$$

$$Y_{km} \equiv G_{km} + j B_{km}, \text{ elemento } (k, m) \text{ na matriz admitância} \quad (2.3)$$

As equações do fluxo de carga em coordenadas retangulares para um sistema de n barras são expressas como segue:

$$P_k = e_k \sum_{m=1}^n (G_{km} e_m - B_{km} f_m) + f_k \sum_{m=1}^n (G_{km} f_m + B_{km} e_m) \quad (2.4)$$

$$Q_k = -e_k \sum_{m=1}^n (G_{km} f_m + B_{km} e_m) + f_k \sum_{m=1}^n (G_{km} e_m - B_{km} f_m) \quad (2.5)$$

para $k = 1, \dots, n$.

Note em 2.4 e 2.5 que as equações do fluxo de carga são expressas em termos quadráticos das tensões e e f . Isto é visto nos termos $e_k e_m, e_k f_m, f_k f_m, f_k e_m, e_k^2, f_k^2$. Assim fica claro que o problema do fluxo de carga em coordenadas retangulares pode ser resumido ao problema de resolver um conjunto de equações algébricas quadráticas. Baseados neste fato, Iwamoto e Tamura [5] desenvolveram um algoritmo que soluciona esse conjunto de equações [9].

A representação matricial das equações do fluxo de carga em coordenadas retangulares precisa de algumas definições :

- $y(x)$ representa o vetor de *mismatches* calculados.
- y_s consiste nos valores de P e Q especificados nas barras.
- A matriz A , dos coeficientes constantes em $y(x)$, contém os valores das admitâncias G e B .
- J é a matriz Jacobiana do fluxo de carga.
- Δx é o vetor corretor de cada iteração do fluxo de carga Newton-Raphson:

$$\Delta x = x - x_e$$

- x_e é o vetor dos valores estimados de estado.
- Δy tem dimensão $(2n \times 1)$ e representa o vetor dos *mismatches* de potência, constituído pelas partes ativa, ΔP ($n \times 1$), e reativa, ΔQ ($n \times 1$).
- Os *mismatches* são dados pela diferença entre as injeções de potência especificadas para as barras e as injeções calculadas através das equações do fluxo de carga.
- x é o vetor de tensões, em termos de e e f , com dimensão $(2n \times 1)$.

Alguns elementos de x não são incógnitas mas constituem dados iniciais do problema. Por exemplo, a barra de referência tem e_k e f_k previamente definidos. Para barras de geração e_k e f_k devem ser calculados de tal forma que $(e_k^2 + f_k^2)^{\frac{1}{2}} = V_k$, onde V_k também é previamente definido. Essas particularidades alteram a forma das equações do fluxo de carga, porém não são relevantes para o entendimento do princípio geral do método proposto neste trabalho. As mesmas considerações são válidas para os vetores de potência.

As equações básicas do fluxo de carga para uma rede de n barras podem ser colocadas na forma matricial:

$$\Delta y(x) = y_s - y(x)$$

$$\Delta y(x) = \begin{bmatrix} \Delta P(x) \\ \Delta Q(x) \end{bmatrix} = 0 \quad (2.6)$$

Então as equações do fluxo de carga em coordenadas retangulares podem ser expressas como sendo:

$$\Delta x = \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$y(x) = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 x_1 \\ x_1 x_2 \\ \vdots \\ x_i x_j \\ \vdots \\ x_n x_n \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Devido à característica de as equações dos *mismatches* de potência serem de forma quadrática, pode-se mostrar que a expansão das equações do fluxo de carga em coordenadas retangulares, 2.8, em série de Taylor é expressa de forma exata até o termo de segunda ordem numa série finita. A expressão que deriva do desenvolvimento de 2.8 em série de Taylor é obtida por completa até o terceiro termo sem que se façam aproximações numéricas ou qualquer outro tipo de simplificação, pois é gerada uma série de finitos termos:

$$\Delta y(x + \Delta x) = y_s - y(x) - J \cdot \Delta x - y(\Delta x) = 0 \quad (2.9)$$

$$y_s = y(x_e) + J \cdot \Delta x + y(\Delta x) \quad (2.10)$$

No apêndice A são mostrados os cálculos para a obtenção das equações do fluxo de carga em coordenadas retangulares expandidas em série de Taylor, 2.10.

Re-escrevendo 2.10, teremos:

$$y_s - y(x_e) - J \cdot \Delta x - y(\Delta x) = 0 \quad (2.11)$$

Observe que se excluirmos o terceiro termo à direita da equação 2.10, teremos a expressão do método Newton-Raphson que resolve o problema do cálculo do fluxo de carga 2.12 na forma retangular. Isto porque na formulação tradicional do fluxo de carga somente são considerados os termos até primeira ordem da expansão em série de Taylor, o termo $y(\Delta x)$ em 2.11 é desprezado, e o estado da rede na iteração r é obtido por :

$$x(r + 1) = x(r) + \Delta x(r) \quad (2.12)$$

na qual

$$\Delta x(r) = - [J]^{-1} \cdot \Delta y(r)$$

Supondo que o vetor corretor de estado (Δx) foi obtido por algum método iterativo, tem-se em mãos a magnitude e a direção de cada passo de convergência do fluxo de carga 2.12. A idéia do método é alterar cada passo de convergência a fim de otimizar o processo iterativo do fluxo de carga. O ajuste de Δx é feito multiplicando-o por uma quantidade escalar μ que irá quantificar as mudanças necessárias para uma melhor convergência a cada iteração. Aplicando essa idéia em 2.12,

$$x(r+1) = x(r) + \mu \cdot \Delta x(r) \quad (2.13)$$

na qual μ é o fator de otimização de passo calculado de forma a minimizar uma função custo escolhida adequadamente.

Inserindo μ na equação 2.11:

$$y_s - y(x_e) - J \cdot \mu \cdot \Delta x - y(\mu \cdot \Delta x) = 0 \quad (2.14)$$

O cálculo do terceiro termo de 2.10 parece não ser muito fácil por ele ser quadrático, mas a única diferença entre ele e o primeiro termo é que o terceiro termo usa Δx como variável e o primeiro usa x_e . Em 2.14, μ no terceiro termo aparece multiplicando o vetor corretor Δx , mas ele pode ser trazido à frente para multiplicar a matriz Jacobiana. Isto é possível porque μ é um escalar. O mesmo pode ser aplicado ao quarto termo, que se torna $\mu^2 \cdot y(\Delta x)$. O Apêndice B mostra as manipulações algébricas, referentes ao μ , aplicadas à equação 2.14. Assim 2.14 pode ser escrita no mesmo formato de 2.8, com seu termo quadrático explicitado.

$$y_s - y(x_e) - \mu \cdot [J \cdot \Delta x] - \mu^2 \cdot y(\Delta x) = 0 \quad (2.15)$$

Cada termo de 2.15 pode ser definido como sendo os vetores a , b e c :

$$a = y_s - y(x_e) \quad (2.16)$$

$$b = -J \cdot \Delta x \quad (2.17)$$

$$c = -y(\Delta x) \quad (2.18)$$

Então a equação 2.15 pode ser re-escrita aplicando-se as definições de 2.16, 2.17 e 2.18:

$$a + \mu \cdot b + \mu^2 \cdot c = 0 \quad (2.19)$$

Note, em 2.16, que o vetor a é o vetor de *mismatches* de potência do fluxo de carga, e que, se a Jacobiana é calculada a cada iteração do fluxo de carga, na equação 2.17 o vetor b é igual a $-J \cdot \Delta x$, assim $b = -a$. O vetor c , em 2.18, é calculado aplicando-se as equações do fluxo de carga em coordenadas retangulares 2.4, 2.5 ao vetor de correção de tensões Δx , em 2.7, não necessitando para isto esforços computacionais adicionais.

Como já foi mencionado anteriormente, o problema do fluxo de carga pode ser resolvido usando a formulação de programação não-linear [12-14] que minimiza uma determinada função custo adequada ao problema (veja a figura 2.1).

O Apêndice C explicita esta função custo.

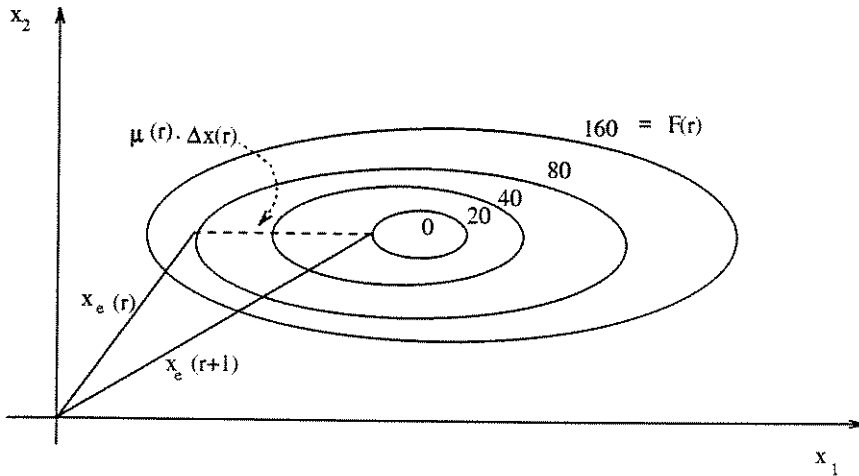


Figura 2.1: Conceito de programação não-linear

Tendo em vista que o problema do fluxo de carga em coordenadas retangulares é da forma quadrática (veja a equação 2.8), uma boa escolha para a função custo é a que é igual a metade do somatório dos quadrados dos *mismatches* de potência.

$$\begin{aligned} F_c &= \frac{1}{2} \cdot [\Delta y(x + \mu \Delta x)]^t \cdot [\Delta y(x + \mu \Delta x)] \\ F_c &= \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{2n} (a_i + \mu b_i + \mu^2 c_i)^2 \end{aligned} \quad (2.20)$$

A solução ótima de 2.19 é encontrada quando 2.20 está em seu mínimo local, ou seja, quando sua derivada primeira é nula:

$$\frac{\partial F_c}{\partial \mu} = 0 \quad (2.21)$$

Desenvolvendo 2.21, teremos :

$$\sum_{i=1}^{2n} (a_i \cdot b_i) + \mu \cdot \sum_{i=1}^{2n} (b_i^2 + 2 \cdot a_i \cdot c_i) + \mu^2 \cdot 3 \sum_{i=1}^{2n} (b_i \cdot c_i) + \mu^3 \cdot 2 \sum_{i=1}^{2n} (c_i^2) = 0 \quad (2.22)$$

Cada termo de 2.22 pode ser definido como segue,

$$\left. \begin{aligned} g_0 &= \sum_{i=1}^{2n} (a_i \cdot b_i) \\ g_1 &= \sum_{i=1}^{2n} (b_i^2 + 2 \cdot a_i \cdot c_i) \\ g_2 &= 3 \cdot \sum_{i=1}^{2n} (b_i \cdot c_i) \\ g_3 &= 2 \cdot \sum_{i=1}^{2n} (c_i^2) \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

Aplicando as definições de 2.22:

$$g_0 + \mu \cdot g_1 + \mu^2 \cdot g_2 + \mu^3 \cdot g_3 = 0 \quad (2.24)$$

Note que 2.24 é uma equação cúbica escalar em relação a μ . Esta equação pode ser facilmente resolvida por algum método iterativo. Por conta de sua forma cúbica, as soluções de 2.24 podem ser puramente reais ou complexas.

Como o escalar μ direciona e quantifica cada passo de iteração do fluxo de carga Newton-Raphson, sua solução deve ser um valor puramente real e não-negativo. Para redes bem condicionadas, μ apresenta valores em torno de 1,0. Para redes sem solução, μ assume valores muito baixos, tendendo a zero. Isto indica que a solução encontrada não poderá ser melhorada a fim de minimizar a função custo.

Aplicando o multiplicador ótimo escalar μ no fluxo de carga Newton-Raphson em coordenadas retangulares [9], a solução não diverge e garante que a função custo está em seu mínimo local [14].

2.1.1 Processo iterativo básico do método de Iwamoto e Tamura

O processo iterativo básico de solução do fluxo de carga utilizando μ proposto por Tamura e Iwamoto, [9] é o seguinte :

1. Inicializar o contador de iterações $r = 0$ e escolher a estimativa inicial de estado $x_e(r)$.
2. Calcular os *mismatches* de potência $\Delta y(x(r))$ e os vetores a e b .
3. Calcular a correção de estado $\Delta x(r) = -[J(r)]^{-1} \cdot \Delta y(x(r))$
4. Calcular o vetor c .
5. Calcular os coeficientes da equação cúbica g_0, g_1, g_2 e g_3 .
6. Calcular o fator μ .
7. Obter o novo estado $x(r + 1) = x(r) + \mu \cdot \Delta x(r)$.
8. Incrementar o contador de iterações: $r = r + 1$ e voltar ao passo 2.

A introdução dos passos 4, 5 e 6 e as modificações dos passos 2 e 7 representam um esforço computacional adicional muito pequeno ao problema.

2.2 Método de Scudder [16]

Scudder e Alvarado [15,16] adaptaram para a formulação polar do fluxo de carga a aplicação de um multiplicador escalar, descrito em [5,9] e desenvolvido para programas em coordenadas retangulares. Esse multiplicador escalar determina uma direção e a magnitude de cada passo de iteração, de tal forma que otimize a convergência do fluxo de carga.

Trabalhos na área de programação não-linear aplicada a sistemas de potência [12–14] mostram que os *mismatches*, a cada iteração, podem ser tratados como uma função custo a ser minimizada. Esta idéia foi aplicada em fluxos de carga Newton-Raphson em coordenadas retangulares, baseada no fato que “ *A expansão em série de Taylor das equações do fluxo de carga em coordenadas retangulares é finita e expressa completamente até seu termo de segunda ordem* ”, [9]. Isto não ocorre com as equações do fluxo de carga em coordenadas polares, sua expansão gera uma série de infinitos termos.

A representação das equações do fluxo de carga em coordenadas polares precisa de algumas definições:

- $V_k \angle \theta_k$ é a tensão da barra k .

- $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$

- x é o vetor de estado:

$$x = \left[\theta_1 V_1 \theta_2 V_2 \cdots \theta_n V_n \right]^t \quad (2.25)$$

- J é a matriz Jacobiana calculada pelo fluxo de carga e constituída pelas submatrizes H , N , M , L que são associadas às sensibilidades $\frac{\partial P}{\partial \theta}$, $\frac{\partial P}{\partial V}$, $\frac{\partial Q}{\partial \theta}$, $\frac{\partial Q}{\partial V}$, respectivamente.
- o índice r refere-se a coordenadas retangulares e p a coordenadas polares.

As equações do fluxo de carga em coordenadas polares são expressas como segue:

$$P_k = V_k \sum_{m=1}^n V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (2.26)$$

$$Q_k = V_k \sum_{m=1}^n V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (2.27)$$

A formulação tradicional do fluxo de carga desenvolve as equações dos *mismatches* de potência (equações 2.26 e 2.27) em série de Taylor e despreza os termos de ordem superior a um:

$$\Delta y = J \cdot \Delta x \quad (2.28)$$

Pode-se re-escrever 2.28 na forma matricial:

$$\Delta y = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

A idéia proposta por Scudder [16], baseia-se na adaptação da formulação em coordenadas retangulares proposta por Iwamoto *et alii*, [5, 9], diretamente para coordenadas polares. A dificuldade, associada à adaptação da formulação, refere-se à obtenção do vetor de correção de estado Δx^r .

Desenvolvendo as equações 2.26 e 2.27 em série de Taylor, e introduzindo μ analogamente como foi feito em 2.11, tem-se:

$$y_s - y^p(x_e^p) - J^p \cdot \mu \Delta x^p - y^p(\mu \cdot \Delta x^p) = 0 \quad (2.30)$$

Como μ é uma grandeza escalar, podemos manipular 2.30, como foi feito no capítulo anterior, para chegar a 2.15. Veja o apêndice B para maiores esclarecimentos.

Re-escrevendo 2.30:

$$y_s - y^p(x_e^p) - \mu \cdot [J^p \cdot \Delta x^p] - \mu^2 \cdot y^p(\mu \cdot \Delta x^p) = 0 \quad (2.31)$$

Comparando as equações do fluxo de carga em coordenadas retangulares 2.15 com as em coordenadas polares 2.31 algumas considerações foram descritas por Scudder em [16]:

- $y^r(x_e^r)$, em coordenadas retangulares, é igual a $y^p(x_e^p)$, em coordenadas polares.

$$y^r(x_e^r) = y^p(x_e^p) \quad (2.32)$$

- A matriz Jacobiana do fluxo de carga é definida como sendo $\frac{\partial y(x)}{\partial x}$. Então a Jacobiana pode ser expressa da seguinte forma:

$$J^r = \frac{\partial y^r}{\partial x^r}, \text{ em coordenadas retangulares} \quad (2.33)$$

e

$$J^p = \frac{\partial y^p}{\partial x^p}, \text{ em coordenadas polares} \quad (2.34)$$

- Usando a identidade 2.32, podemos expressar a Jacobiana em coordenadas retangulares, 2.33, em função de sua formulação em coordenadas polares, 2.34 :

$$J^r = J^p \frac{\partial x^p}{\partial x^r} \quad (2.35)$$

- Podemos escrever Δx em coordenadas retangulares em função dos seus elementos em coordenadas polares, desenvolvendo Δx^r em sua série de Taylor até o termo de segunda ordem tem-se:

$$\Delta x^r = \frac{\partial x^r}{\partial x^p} \cdot \Delta x^p + \frac{1}{2} \cdot \Delta x^p \cdot \frac{\partial^2 x^r}{\partial x^{p^2}} \cdot \Delta x^p \quad (2.36)$$

- Dado um ponto x^p e seu correspondente x^r , note que os respectivos vetores de correção de estado são diferentes (em [15] afirma-se o oposto):

$$\Delta x^p = [J^p]^{-1} \cdot \Delta y(x^p) \neq \Delta x^r = [J^r]^{-1} \cdot \Delta y(x^r) \quad (2.37)$$

A diferença deve-se às matrizes Jacobianas, já que os vetores de *mismatches* são os mesmos. Observando as equações 2.10, 2.15 e 2.16 nota-se que o vetor a é o mesmo para ambas as formulações.

Para aplicar a idéia do multiplicador ótimo desenvolvido em coordenadas retangulares, [9] a um fluxo de carga em coordenadas polares, é necessário expressar as equações do fluxo de carga 2.29, 2.30 e 2.31 em função de seus elementos na forma retangular. Fazendo uso de algumas manipulações algébricas, o segundo termo da equação 2.11 pode ser expresso em função de algumas grandezas do fluxo de carga na forma polar:

$$\begin{aligned} J^r \cdot \Delta x^r &= J^p \cdot \frac{\partial x^p}{\partial x^r} \cdot \left[\frac{\partial x^r}{\partial x^p} \cdot \Delta x^p + \frac{1}{2} \cdot \Delta x^p \cdot \frac{\partial^2 x^r}{\partial x^{p^2}} \cdot \Delta x^p \right] \\ &= J^p \cdot \Delta x^p + \frac{1}{2} \cdot J^p \cdot \frac{\partial x^p}{\partial x^r} \cdot \Delta x^p \cdot \frac{\partial^2 x^r}{\partial x^{p^2}} \cdot \Delta x^p \\ &= J^p \cdot \Delta x^p + J^p \cdot \frac{\partial x^p}{\partial x^r} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \Delta x^p \cdot \frac{\partial^2 x^r}{\partial x^{p^2}} \cdot \Delta x^p \right] \end{aligned} \quad (2.38)$$

Define-se $\Delta\Delta x^p$ como:

$$\Delta\Delta x^p \equiv \frac{\partial x^p}{\partial x^r} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \Delta x^p \cdot \frac{\partial^2 x^r}{\partial x^{p^2}} \cdot \Delta x^p \right] \quad (2.39)$$

Pode-se mostrar que:

$$\Delta\Delta x^p = \begin{bmatrix} \frac{\Delta\theta^1 \cdot \Delta V^1}{V^1} \\ -\frac{V^1 \cdot \Delta\theta_1^2}{2} \\ \vdots \\ \frac{\Delta\theta^n \cdot \Delta V^n}{V^n} \\ -\frac{V^n \cdot \Delta\theta_n^2}{2} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Aplicando a definição 2.39 ao segundo termo de 2.38, vê-se a diferença mostrada em 2.37:

$$J^r \cdot \Delta x^r = J^p \cdot \Delta x^p + J^p \cdot \Delta\Delta x^p \quad (2.41)$$

Assim a equação 2.11, que derivou da expansão em série de Taylor das equações do fluxo de carga em coordenadas retangulares, pode ser expressa em função de algumas variáveis na forma polar. Substituindo 2.41 no segundo termo de 2.11, tem-se:

$$y_s^p - y(x_e^p) - \mu \cdot [J^p \cdot \Delta x^p + J^p \cdot \Delta\Delta x^p] - \mu^2 \cdot y^r(\Delta x^r) = 0 \quad (2.42)$$

Da expressão 2.42, define-se os vetores a , b , c :

$$a = y_s - y^p(x_e^p) \quad (2.43)$$

$$b = -J^p \cdot \Delta x^p - J^p \cdot \Delta\Delta x^p \quad (2.44)$$

$$c = -y^r(\Delta x^r) \quad (2.45)$$

Aplicando as definições 2.43, 2.44, 2.45 em 2.42, tem-se:

$$a + \mu b + \mu^2 c = 0 \quad (2.46)$$

Scudder afirma em [15] que Δx^p é igual a Δx^r , e usa isto para construir o vetor c . Na verdade, o vetor c não é o mesmo nas duas formulações (veja as equações 2.18 e 2.45), o que pode ser confirmado por uma análise da equação 2.37. Se os vetores de correção são diferentes, as equações de potência calculadas para estes vetores resultarão em valores diferentes. Neste trabalho foi mantida a idéia originalmente apresentada por Scudder em [15], para fins de implementação computacional e comparação de resultados entre métodos. O efeito desta aproximação será avaliado nos próximos capítulos.

O fato de Δx^p ser diferente de Δx^r , 2.37, e dessa diferença aumentar quanto mais longe estiver da solução, faz com que o vetor c calculado com Δx^p , 2.45, seja diferente dos calculados com Δx^r , 2.18. Portanto, há uma aproximação no cálculo do vetor c .

Note que a equação 2.46 é não-linear em relação a Δx . A cada iteração do fluxo de carga, o valor ótimo de μ é determinado minimizando uma função custo escolhida adequadamente, devido à natureza quadrática das equações do fluxo de carga (veja as equações 2.11 e 2.46):

$$F_c = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{2n} (a_i + \mu b_i + \mu^2 c_i)^2 \quad (2.47)$$

O Apêndice C explicita a equação 2.47.

Como foi mostrado no capítulo anterior, a função custo estará em seu valor mínimo quando sua derivada primeira for nula,

$$\frac{\partial F_c}{\partial \mu} = 0 \quad (2.48)$$

resultando na equação cúbica:

$$g_0 + \mu g_1 + \mu^2 g_2 + \mu^3 g_3 = 0 \quad (2.49)$$

que tem como solução o fator de otimização de passo μ .

Algumas observações merecem atenção:

- Note que a equação 2.49 é escalar em relação a μ . Em [16], Scudder sugere que esta equação pode ser resolvida analiticamente pela fórmula de Cardano, o que nem sempre é possível.
- Veja que na equação 2.36 os termos acima de segunda ordem não foram considerados. O valor de μ obtido pode ser ligeiramente diferente caso esses termos desprezados fossem considerados. Por outro lado, esses termos que não foram considerados se tornam desprezíveis a medida que o valor de Δx^p decresce com o aumento do número de iterações do fluxo de carga.

Para que o multiplicador ótimo seja aplicado a um fluxo de carga na forma polar, os vetores a , b e c deverão ser calculados de uma forma eficiente.

O vetor a , como foi definido em 2.43 pode ser claramente entendido como sendo o vetor dos *mismatches* de potência do fluxo de carga:

$$a = y_s - y^p(x_e^p) \quad (2.50)$$

O vetor b , como foi definido em 2.44, depende de $\Delta\Delta x^p$, definido em 2.39.

Considera-se Δx como:

$$\Delta x^p = \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

$$\Delta x^r = \begin{bmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

Calcula-se cada elemento da matriz que contém os valores de $\frac{\partial^2 x^r}{\partial x^p \partial x^p}$ (a formulação desses valores estão no apêndice D). Os elementos não nulos dessa matriz são os que resultam das derivadas parciais em relação aos próprios nós. O produto interno visto na segunda parcela de 2.39 resulta num vetor de dimensão n , com a seguinte forma:

$$\frac{1}{2} \cdot [\Delta x^p]^t \cdot [\Delta x^p] = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 e_1}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} (\partial \theta_1)^2 + 2 \frac{\partial^2 e_1}{\partial \theta_1 \partial V_1} (\partial \theta_1) (\partial V_1) + \frac{\partial^2 e_1}{(\partial V_1)^2} (\partial V_1)^2 \\ \frac{\partial^2 f_1}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} (\partial \theta_1)^2 + 2 \frac{\partial^2 f_1}{\partial \theta_1 \partial V_1} (\partial \theta_1) (\partial V_1) + \frac{\partial^2 f_1}{(\partial V_1)^2} (\partial V_1)^2 \\ \frac{\partial^2 e_n}{\partial \theta_n \partial \theta_n} (\partial \theta_n)^2 + 2 \frac{\partial^2 e_n}{\partial \theta_n \partial V_n} (\partial \theta_n) (\partial V_n) + \frac{\partial^2 e_n}{(\partial V_n)^2} (\partial V_n)^2 \\ \frac{\partial^2 f_n}{\partial \theta_n \partial \theta_n} (\partial \theta_n)^2 + 2 \frac{\partial^2 f_n}{\partial \theta_n \partial V_n} (\partial \theta_n) (\partial V_n) + \frac{\partial^2 f_n}{(\partial V_n)^2} (\partial V_n)^2 \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

na qual o termo $\frac{\partial x^p}{\partial x^r}$ é uma matriz de dimensão $n \times n$,

$$\frac{\partial x^p}{\partial x^r} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta_1}{\partial e_1} & \frac{\partial \theta_1}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial \theta_1}{\partial e_n} & \frac{\partial \theta_1}{\partial f_n} \\ \frac{\partial V_1}{\partial e_1} & \frac{\partial V_1}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial V_1}{\partial e_n} & \frac{\partial V_1}{\partial f_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \theta_n}{\partial e_1} & \frac{\partial \theta_n}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial \theta_n}{\partial e_n} & \frac{\partial \theta_n}{\partial f_n} \\ \frac{\partial V_n}{\partial e_1} & \frac{\partial V_n}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial V_n}{\partial e_n} & \frac{\partial V_n}{\partial f_n} \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

Novamente observa-se em 2.54 que seus termos não-nulos aparecem onde as derivadas parciais são tomadas em relação aos termos dos mesmos nós.

Para calcular o termo $\Delta\Delta x^p$ só é necessário algum esforço computacional para o cálculo do termo em 2.40 de ordem n . Se o algoritmo de Newton-Raphson for usado para o cálculo do fluxo de carga, a segunda parcela da equação 2.39 pode ser obtida pela fatoração da matriz Jacobiana, [6, 7].

$$J^p \cdot \Delta\Delta x^p = \begin{bmatrix} L & \dots & U \end{bmatrix} \cdot \Delta\Delta x^p \quad (2.55)$$

Este produto 2.55 pode ser obtido adicionando mais um passo ao processo iterativo da fatoração da matriz Jacobiana.

Aplicando 2.55 a definição do vetor b , tem-se:

$$b = -J^p \cdot \Delta x^p - L [U \cdot \Delta \Delta x^p] \quad (2.56)$$

Em 2.56, $J^p \cdot \Delta x^p$ pode ser considerado como o vetor dos *mismatches* de potência, calculados a cada iteração do fluxo de carga em coordenadas polares.

O vetor c é calculado aplicando o vetor corretor de tensões, 2.52, às equações do fluxo de carga 2.28, 2.29. Estas equações tornam-se simples quando expressas em sua forma retangular e o número de transformações trigonométricas é razoavelmente pequeno quando são expressas em coordenadas polares. O termo Δx^r pode ser facilmente calculado das quantidades disponíveis na formulação polar do fluxo de carga, como já foi visto em 2.52.

Explicando 2.52 em função das variáveis de estado em coordenadas polares, 2.51, tem-se:

$$\Delta x^r = \begin{bmatrix} e_k [\cos (\Delta \theta_k) - 1] - f_k \operatorname{sen} (\Delta \theta_k) + \Delta f_k \cos (\theta_k + \Delta \theta_k) \\ f_k [\cos (\Delta \theta_k) - 1] + e_k \operatorname{sen} (\Delta \theta_k) + \Delta f_k \operatorname{sen} (\theta_k + \Delta \theta_k) \\ \vdots \\ e_n [\cos (\Delta \theta_n) - 1] - f_n \operatorname{sen} (\Delta \theta_n) + \Delta f_n \cos (\theta_n + \Delta \theta_n) \\ f_n [\cos (\Delta \theta_n) - 1] + e_n \operatorname{sen} (\Delta \theta_n) + \Delta f_n \operatorname{sen} (\theta_n + \Delta \theta_n) \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

Aplicando 2.57 em 2.28 e 2.29, tem-se o vetor c como sendo,

$$c = \begin{bmatrix} - \Delta e_k \sum_{m=1}^n (G_{km} \Delta e_m - B_{km} \Delta f_m) - \Delta f_k \sum_{m=1}^n (G_{km} \Delta f_m + B_{km} \Delta e_m) \\ \Delta e_k \sum_{m=1}^n (G_{km} \Delta f_m + B_{km} \Delta e_m) - \Delta f_k \sum_{m=1}^n (G_{km} \Delta e_m - B_{km} \Delta f_m) \\ \vdots \\ - \Delta e_n \sum_{m=1}^n (G_{nm} \Delta e_m - B_{nm} \Delta f_m) - \Delta f_n \sum_{m=1}^n (G_{nm} \Delta f_m + B_{nm} \Delta e_m) \\ \Delta e_n \sum_{m=1}^n (G_{nm} \Delta f_m + B_{nm} \Delta e_m) - \Delta f_n \sum_{m=1}^n (G_{nm} \Delta e_m - B_{nm} \Delta f_m) \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

Para que o cálculo do vetor c não prejudique a eficiência do método, é preciso que ele seja calculado durante a multiplicação $L \cdot [U \cdot \Delta \Delta x^p]$; e que Δx^r seja calculado durante o cálculo de $\Delta \Delta x^p$.

2.2.1 Processo iterativo básico do método de Scudder

O processo iterativo básico de solução do fluxo de carga utilizando μ proposto por Scudder em [15] é o seguinte:

1. Inicializar o contador de iterações $r = 0$ e escolher a estimativa inicial de estado $x_e(r)$, em coordenadas polares e retangulares.
2. Calcular os *mismatches* de potência $\Delta y(x^p)$ e o vetor a .
3. Calcular a correção de estado $\Delta x^p = -[J^p]^{-1} \cdot \Delta y(x^p)$
4. Obter Δx^r e $\Delta \Delta x^p$
5. Calcular os vetores b e c
6. Calcular os coeficientes da equação cúbica g_0, g_1, g_2 e g_3 .
7. Calcular o fator μ .
8. Obter o novo estado $x^r(r+1) = x^r(r) + \mu \cdot \Delta x^r(r)$.
9. Obter o novo x^p a partir de x^r
10. Incrementar o contador de iterações: $r = r + 1$ e voltar ao passo 2.

2.2.2 Alguns aspectos do método de Scudder

Um estudo mais detalhado mostrou alguns aspectos do multiplicador proposto por Scudder em [15], que serão discutidos a seguir.

O método baseia-se em uma adaptação direta do método existente em coordenadas retangulares. Ele faz uso do fato que “a expansão em série de Taylor das equações do fluxo de carga em coordenadas retangulares apresenta termos finitos e é exata até os termos de segunda ordem”. Mas para sua representação em coordenadas polares, sua série de Taylor apresenta infinitos termos. A consideração dessa expressão até o termo de segunda ordem constitui, então, uma aproximação.

Os autores, em [16], partem do pressuposto que a matriz Jacobiana e o vetor dos *mismatches* de potência em coordenadas polares do fluxo de carga, 2.26 e 2.27, são calculados diretamente em função das tensões nodais estimadas em sua forma polar.

O fato de Δx^p ser diferente de Δx^r , 2.37, e dessa diferença aumentar quanto mais longe estiver da solução, faz com que o vetor c calculado com Δx^p , 2.45, seja diferente dos calculados com Δx^r , 2.18. Portanto, há uma aproximação no cálculo do vetor c .

O terceiro termo da equação 2.57, que descreve o vetor corretor de tensões, não poderia ser desprezado ou aproximado a um valor pequeno. Sua contribuição ao valor do vetor c é significativa. Os autores não incluem este termo em sua formulação, visto na referência [16].

Durante o processo iterativo é possível que um ou mais geradores atinjam seus limites de fornecimento de potência reativa. Seguindo a idéia tradicionalmente utilizada na resolução do fluxo de carga, tais barras (de geração) são transformadas em barras de carga, com suas injeções de potência reativa iguais aos limites violados e suas tensões passam a variar. Essa alteração implica no aparecimento de valores não nulos de *mismatches* de potência reativa nas referidas barras. Estes “novos” *mismatches* aparecem também nos vetores a e b e podem assumir valores grandes ou pequenos dependendo da violação, fazendo que os valores dos fatores μ possam assumir valores muito baixos.

Há em [16] a recomendação de não utilizar o multiplicador para sistemas bem-condicionados e/ou sem problemas de convergência, para que a eficiência do método não seja prejudicada. Isto fica claro em simulações com redes desse tipo em que, nas primeiras iterações, a convergência se dá de forma demorada devido às aproximações na formulação do método, que resulta em valores pequenos para μ .

Verificou-se, nas várias simulações realizadas com este método, que um fator μ pequeno devido à violação de limites de geradores não implica na ausência de solução para o fluxo de carga, apesar de um aumento no valor da função custo numa certa iteração. Por isso foi introduzido um critério de interrupção do processo iterativo associado à obtenção de um valor baixo para μ , desde que não haja violação dos limites de geradores envolvidos. Este critério será discutido mais adiante, no capítulo 4.

A solução analítica da equação cúbica, 2.49, pela fórmula de Cardano, como foi sugerido por Scudder em [16], não produz bons resultados devido às simplificações inclusas neste tipo de resolução.

Na implementação do método proposto por Scudder em [15], fez-se uso da formulação das soluções possíveis de uma equação cúbica de uma variável geradas pelo *Mathematica*® (Apêndice E). Apesar de ser uma poderosa ferramenta de cálculo, a formulação gerada pelo *Mathematica*®, quando aplicada ao cálculo de μ acarretou vários problemas numéricos com alguns coeficientes da cúbica, 2.49. Após algumas tentativas de implementação desse método foi constatado que a melhor alternativa para a solução da equação cúbica é a utilização do processo iterativo de Newton.

Uma desvantagem do multiplicador formulado em [15, 16] é a necessidade de transformações trigonométricas com as tensões nodais em todas as barras. O algoritmo assim formulado, adapta o fluxo de carga em coordenadas polares para aceitar a formulação do multiplicador em coordenadas retangulares. Este artifício não põe em risco a eficiência total do método, mas acarreta manipulações trigonométricas com valores estimados do fluxo de carga em coordenadas polares que podem trazer complicações de ordem numérica.

2.3 Método de Dehnel e Dommel [22]

O método proposto em [22] identifica áreas fracas do sistema afim de auxiliar o usuário de programas de fluxo de carga na modificação ou correção do sistema de dados para obter uma convergência. Ele faz uso de uma versão modificada do método de Newton-Raphson amortecido, proposto em [25], que produz uma *melhor solução possível* para os mínimos *mismatches* de potência do fluxo de carga. A partir desta solução, Dehnel e Dommel identificam os nós mais fracos da rede, [22].

Nesta seção será mostrado o fluxo de carga, usado em [22], que usa um fator de amortecimento que modifica o passo de iteração para melhorar a convergência do sistema.

Lembrando que o fluxo de carga Newton-Raphson encontra uma solução (x) para um sistema de equações algébricas não lineares ($\Delta y(x) = 0$), a partir de uma estimativa inicial x_e , usando um vetor corretor de estado Δx a cada iteração (r indica a iteração corrente):

$$\Delta y = y_s - y(x_e) \quad (2.59)$$

$$\Delta y = J \cdot \Delta x \quad (2.60)$$

$$x(r+1) = x(r) + \Delta x(r) \quad (2.61)$$

A introdução de um fator de amortecimento λ_{min} ao Newton-Raphson modifica o passo de iteração equação 2.61 para :

$$x(r+1) = x(r) + \lambda_{min} \cdot \Delta x(r) \quad (2.62)$$

A função custo adotada é a norma euclidiana dos *mismatches* de potência:

$$F_c = (\Delta y_1^2(x) + \dots + \Delta y_n^2(x))^{\frac{1}{2}} \quad (2.63)$$

Quando estes *mismatches* tornam-se zero, isto indica que o sistema chegou na solução. A função custo se aproxima da solução através do vetor corretor Δx do Newton-Raphson, por uma função quadrática $\phi(\lambda)$. λ quantifica o passo de iteração, 2.62. Esta função de aproximação $\phi(\lambda)$ faz uso de três pontos para chegar ao valor mínimo de λ , (veja a figura 2.2). São eles:

- ϕ_1 , quando $\lambda_1 = -\Delta\lambda$.
- ϕ_2 , quando $\lambda_2 = 0$.
- ϕ_3 , quando $\lambda_3 = \Delta\lambda$.
- $\phi_j = f(x(r) + \lambda_j \cdot \Delta x(r))$

Assim a função de aproximação se torna:

$$\phi(\lambda) = \phi_2 - \frac{\phi_1 - \phi_3}{2(\Delta\lambda)} + \frac{\phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3}{2(\Delta\lambda)^2} \cdot \lambda^2 \quad (2.64)$$

A função de aproximação 2.64 estará em seu valor mínimo quando $\frac{\partial\phi}{\partial\lambda} = 0$, determinando, assim, o valor mínimo de λ :

$$\lambda_{min} = \frac{\Delta\lambda(\phi_1 - \phi_3)}{2\phi_1 - 4\phi_2 + 2\phi_3} \quad (2.65)$$

A figura 2.2 mostra a parábola resultante de 2.64, determinada pelos pontos ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3 .

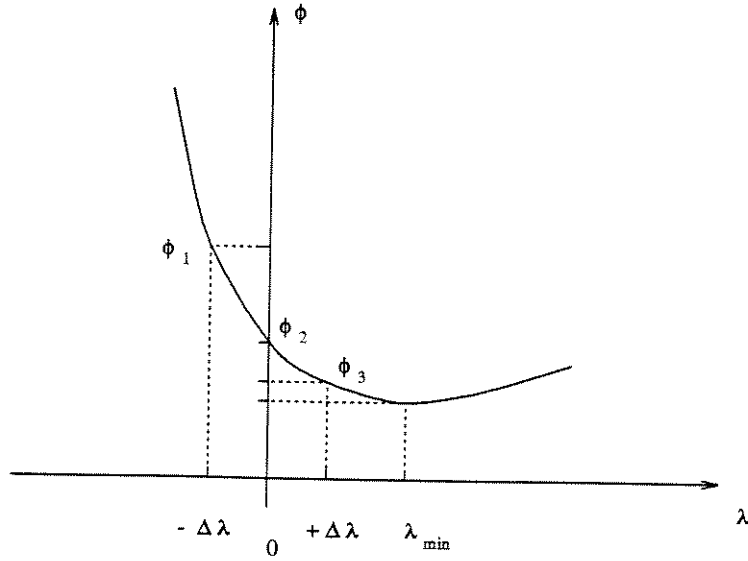


Figura 2.2: Função de aproximação em função de ϕ

O cálculo de $\Delta\lambda$ pode gerar alguns problemas numéricos para resolução das equações 2.64 e 2.65. Se $\Delta\lambda$ for muito pequeno, ϕ_1 e ϕ_3 serão muito grandes para construir a

parábola da figura 2.2. Se $\Delta\lambda$ for muito grande, a parábola da figura 2.2 só será representada nas vizinhanças de $x(r)$. Assim, $\Delta\lambda$ deve assumir um valor adequado para o cálculo de λ_{min} pela equação 2.65.

Para encontrar um valor apropriado de $\Delta\lambda$, calcula-se ϕ_1 e ϕ_3 a uma determinada distância $d(r)$ de $x(r)$, veja na figura 2.3:

$$d(r) = \lambda_3 \parallel \Delta x(r) \parallel = \Delta\lambda \cdot \parallel \Delta x(r) \parallel \quad (2.66)$$

A distância $d(r)$ é uma fração especificada do vetor corretor de estado do fluxo de carga Newton-Raphson:

$$d(r) = \alpha \cdot D(r-1) \quad (2.67)$$

na qual,

$$D(r-1) = \parallel x(r) - x(r-1) \parallel = \lambda_{min}(r-1) \cdot \parallel \Delta x(r-1) \parallel \quad (2.68)$$

A figura 2.3 mostra graficamente os parâmetros para o cálculo de $D(r-1)$:

Fazendo algumas manipulações algébricas com as equações 2.66 e 2.67, chega-se a seguinte expressão:

$$\alpha \cdot D(r-1) = \Delta\lambda \cdot \parallel \Delta x(r) \parallel \quad (2.69)$$

da qual pode-se obter o valor de $\Delta\lambda$, resolvendo a seguinte expressão:

$$\Delta\lambda = \alpha \cdot \lambda_{min}(r-1) \frac{\parallel \Delta x(r-1) \parallel}{\parallel \Delta x(r) \parallel} \quad (2.70)$$

O valor da constante α é determinado empiricamente. O autor, em [22] arbitra $\alpha = 0,25$ como um bom valor para casos nos quais o FC não converge, quando o Newton-Raphson com amortecimento obtém uma “ *melhor solução* ”.

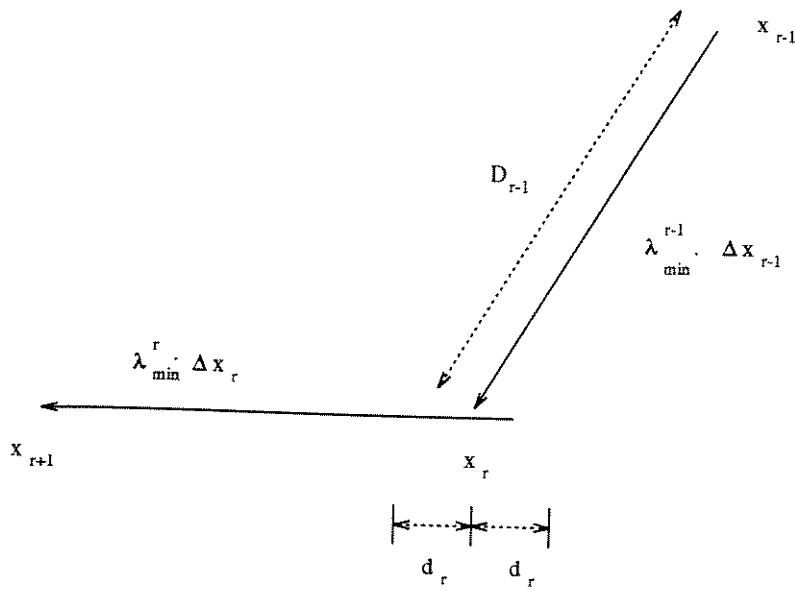


Figura 2.3: Parâmetros para o cálculo do fator de amortecimento de Dehnel e Dommel

Note que, na equação 2.70, o termo $\| \Delta x(r - 1) \|$ não existe na primeira iteração. Neste caso, assume-se $\Delta \lambda = \alpha$.

Se a estimativa inicial x_e , para o cálculo do fluxo de carga, já está próxima da solução x , tem-se um valor de $\| \Delta x \|$ muito grande, assim como $d(r)$. Isto pode se tornar um grave problema numérico para esta formulação. O autor sugere que, neste caso, escolha-se uma outra estimativa inicial mais longe da solução, o que, naturalmente, nem sempre é conveniente.

As várias simulações realizadas com este método mostraram que ele apresenta alguns sérios inconvenientes, assim como foi mencionado anteriormente para o método de Scudder. O cálculo de λ_{min} apresenta problemas numéricos, assumindo valores extremamente grandes nas primeiras iterações. Isto ocorre inclusive quando o método é usado para redes bem condicionadas. Nestes casos os valores calculados para λ_{min} fogem da faixa aceitável, sendo necessário forçar seu valor para 1,0, e assim não modificando o passo de iteração do fluxo de carga. O capítulo de resultados traz tabelas que mostram a evolução do fator de amortecimento λ com seus valores calculados e os que são usados pelo método.

Capítulo 3

Método proposto

A formulação proposta neste trabalho é aplicada ao fluxo de carga em que as tensões aparecem originalmente em coordenadas polares. Sua formulação para obtenção do *fator de otimização de passo* é baseada na idéia apresentada em [5, 9] de resolver o problema do fluxo de carga como um problema de programação não-linear, usando as equações dos *mismatches* de potência desenvolvidas em série de Taylor. Deve-se lembrar porém, que o desenvolvimento das equações dos *mismatches* de potência quando expressos em coordenadas polares possui infinitos termos. Diferentemente do que acontece em coordenadas retangulares, essa expansão gera uma série de infinitos termos. Note que a consideração dos termos até segunda ordem nas equações 3.1 e 3.2 representa uma aproximação.

Como foi visto anteriormente, e como foi utilizado nesta formulação, as equações dos *mismatches* de potência do fluxo de carga em coordenadas polares são:

$$P_k = V_k \sum_{m=1}^n V_m \cdot (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (3.1)$$

$$Q_k = V_k \sum_{m=1}^n V_m \cdot (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (3.2)$$

Sua expressão em série de Taylor em torno de um ponto de operação x , considerando os termos de ordem igual ou inferior a dois resulta em:

$$\begin{aligned}\Delta P_k(x + \Delta x) &= \Delta P_k(x) + \left[\sum_{m \in K} \Delta x_m \cdot \frac{\partial}{\partial x_m} \right] \cdot \Delta P_k(x) + \\ &\quad \frac{1}{2} \left[\sum_{m \in K} \Delta x_m \cdot \frac{\partial}{\partial x_m} \right]^2 \cdot \Delta P_k(x) = 0\end{aligned}\tag{3.3}$$

$$\begin{aligned}\Delta Q_k(x + \Delta x) &= \Delta Q_k(x) + \left[\sum_{m \in K} \Delta x_m \cdot \frac{\partial}{\partial x_m} \right] \cdot \Delta Q_k(x) + \\ &\quad \frac{1}{2} \left[\sum_{m \in K} \Delta x_m \cdot \frac{\partial}{\partial x_m} \right]^2 \cdot \Delta Q_k(x) = 0\end{aligned}\tag{3.4}$$

Lembrando que os *mismatches* de potência são dados pela diferença entre um valor constante e um valor calculado, que depende o próprio estado da rede :

$$\Delta y(x) = \begin{bmatrix} \Delta P(x) \\ \Delta Q(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P^{esp} - P(x) \\ Q^{esp} - Q(x) \end{bmatrix} = 0\tag{3.5}$$

Aplicando 3.5 em 3.3 e 3.4, tem-se:

$$\begin{aligned}\Delta P_k(x) &+ \left[\sum_{m \in K} \Delta x_m \cdot \frac{\partial}{\partial x_m} \right] \cdot \Delta P_k(x) + \\ &\quad \frac{1}{2} \left[\sum_{m \in K} \Delta x_m \cdot \frac{\partial}{\partial x_m} \right]^2 \cdot \Delta P_k(x) = 0\end{aligned}\tag{3.6}$$

$$\begin{aligned}\Delta Q_k(x) &+ \left[\sum_{m \in K} \Delta x_m \cdot \frac{\partial}{\partial x_m} \right] \cdot \Delta Q_k(x) + \\ &\quad \frac{1}{2} \left[\sum_{m \in K} \Delta x_m \cdot \frac{\partial}{\partial x_m} \right]^2 \cdot \Delta Q_k(x) = 0\end{aligned}\tag{3.7}$$

Lembrando que a matriz Jacobiana pode ser escrita da forma:

$$J(x) = - \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix}\tag{3.8}$$

e que as submatrizes que compõem a matriz Jacobiana são geralmente representadas por:

$$H = \frac{\partial P}{\partial \theta} \quad N = \frac{\partial P}{\partial V} \quad M = \frac{\partial Q}{\partial \theta} \quad L = \frac{\partial Q}{\partial V} \quad (3.9)$$

Escrevendo equações similares para todas as barras da rede ($k = 1...n$), podemos definir cada termo de 3.6 e 3.7 como segue:

$$a_p = \Delta P(x) \quad (3.10)$$

$$b_p = \left[\sum_{m \in K} \Delta x_m \cdot \frac{\partial}{\partial x_m} \right] \cdot \Delta P_k(x) = -H \cdot \Delta \theta - N \cdot \Delta V = -a_p \quad (3.11)$$

$$c_p = \frac{1}{2} \left[\sum_{m \in K} \Delta x_m \cdot \frac{\partial}{\partial x_m} \right]^2 \cdot \Delta P_k(x) \quad (3.12)$$

$$a_q = \Delta Q(x) \quad (3.13)$$

$$b_q = \left[\sum_{m \in K} \Delta x_m \cdot \frac{\partial}{\partial x_m} \right] \cdot \Delta Q_k(x) = -M \cdot \Delta \theta - L \cdot \Delta V = -a_q \quad (3.14)$$

$$c_q = \frac{1}{2} \left[\sum_{m \in K} \Delta x_m \cdot \frac{\partial}{\partial x_m} \right]^2 \cdot \Delta Q_k(x) \quad (3.15)$$

Na formulação tradicional do fluxo de carga somente é considerado os termos até primeira ordem de seu desenvolvimento em série de Taylor. Então o estado da rede na iteração r é obtido por $x(r+1) = x(r) + \Delta x(r)$, 2.12, na qual $\Delta x(r) = -J^{-1} \cdot \Delta y(r)$.

A idéia proposta neste trabalho baseia-se no método descrito em [9], no qual o estado da rede é obtido por $x(r+1) = x(r) + \mu \cdot \Delta x(r)$, 2.13.

μ é um fator de otimização de passo calculado de forma a minimizar uma função custo escolhida adequadamente, tal qual expressa na equação 2.29. A introdução desse escalar μ faz melhorar as características de convergência do processo iterativo de obtenção da solução do estado da rede, principalmente para redes muito carregadas e/ou mal condicionadas, [8, 9].

O processo de cálculo de μ , assim como o algoritmo básico de resolução do fluxo de carga, é idêntico ao método proposto por Iwamoto *et alii*, [9], mostrado no capítulo 2. A

formulação proposta respeita as equações do fluxo de carga originalmente em coordenadas polares, 3.1 e 3.2.

Assim, podemos re-escrever a equação 3.5 :

$$\Delta y(x + \Delta x) = a + \mu \cdot b + \mu^2 \cdot c = 0 \quad (3.16)$$

na qual os vetores a , b e c tem dimensão $(2n \times 1)$ constituído pelas partes ativa a_p , b_p , c_p (como visto nas equações 3.10, 3.11 e 3.12) e reativas a_q , b_q , c_q (como visto nas equações 3.13, 3.14 e 3.15).

Para encontrar um valor de μ que otimize cada passo de iteração do fluxo de carga, é preciso que uma função custo seja minimizada. Dada a natureza quadrática das equações do fluxo de carga (3.1 e 3.2), uma função custo adequada é aquela igual ao somatório dos quadrados dos *mismatches* de potência do fluxo de carga:

$$F_c = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{2n} (a_i + \mu b_i + \mu^2 c_i)^2 \quad (3.17)$$

A função custo estará em seu valor mínimo local quando sua derivada primeira for nula,

$$\frac{\partial F_c}{\partial \mu} = 0 \quad (3.18)$$

tal qual foi descrito no capítulo 3.

Para redes bem condicionadas, μ apresenta valores bem próximos de 1,0. Teoricamente μ tende a zero neste caso, indicando que a solução atual não pode ser melhorada a fim de minimizar a função custo 3.17.

3.0.1 Processo iterativo básico do método proposto

O processo iterativo básico de solução do fluxo de carga utilizando o fator de otimização de passo μ , proposto neste trabalho, é:

1. Inicializar o contador de iterações $r = 0$ e escolher a estimativa inicial de estado $x(r)$.
2. Calcular os *mismatches* de potência $\Delta y(x(r))$ e o vetor a ;
3. Calcular a correção no estado: $\Delta x(r) = -[J(r)]^{-1} \cdot \Delta y(x(r))$
4. Calcular os vetores b e c ;
5. Calcular os coeficientes da equação cúbica g_0, g_1, g_2 e g_3 ;
6. Calcular o fator μ ;
7. Obter o novo estado $x(r+1) = x(r) + \mu \cdot \Delta x(r)$;
8. Incrementar o contador de iterações $r = r + 1$ e voltar ao passo 2.

A introdução dos passos 4, 5 e 6 e as modificações nos passos 2 e 7 representam um esforço computacional adicional muito pequeno ao programa.

3.1 Exemplo de utilização do método proposto

A figura 3.1 mostra uma rede exemplo de três barras. A barra 1 é adotada como referência, com V_1 e θ_1 especificados. As barras 2 e 3 são barras de carga, com P_2 , Q_2 , P_3 e Q_3 especificados. A tensão na barra 1 é igual a $1,06\angle 0^\circ$ pu. A potência de carga na barra 2 é de $130 + j30$ MVA e a potência de carga na barra 3 é de $130 + jQ_3$ MVA, com Q_3 sendo variável. As linhas que conectam as barras são idênticas e representadas por seus modelos π . A impedância série é de $0,05 + j0,20$ pu e a susceptância *shunt* é de $0,05$ pu.

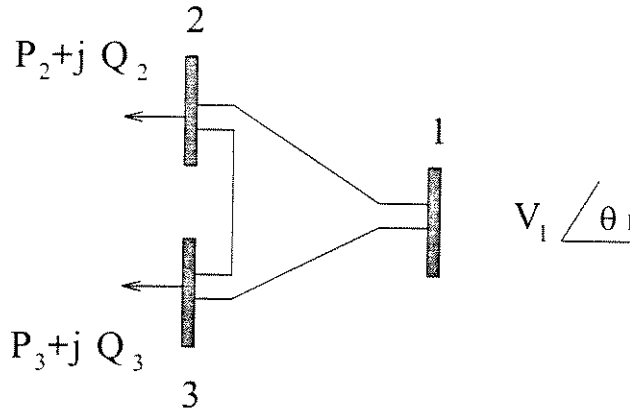


Figura 3.1: Rede exemplo de 3 barras

O sistema de equações do fluxo de carga que descreve este sistema exemplo é composto de quatro equações (correspondentes aos *mismatches* de potência ativa e reativa nas barras 2 e 3) e quatro incógnitas (θ_2 , V_2 , θ_3 e V_3) :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Lembrando que os *mismatches* de potência são calculados como sendo a diferença entre a potência especificada na barra e a potência calculada nela (veja a equação 3.5), as potências especificadas não aparecem nas equações das expansões em série de Taylor dos *mismatches*. Isto fica claro observando as equações 3.6, 3.7 e 3.5. Tem-se, então, para o sistema da rede exemplo de 3 barras as seguintes equações:

- Expansão em série de Taylor da equação de *mismatches* de potência ativa para a barra 2 :

$$\begin{aligned} \Delta P_2(x + \Delta x) = & \Delta P_2(x) - \frac{\partial}{\partial \theta_2} P_2 \cdot \Delta \theta_2 - \frac{\partial}{\partial \theta_3} P_2 \cdot \Delta \theta_3 - \frac{\partial}{\partial V_2} P_2 \cdot \Delta V_2 - \\ & \frac{\partial}{\partial V_3} P_2 \cdot \Delta V_3 - \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\partial^2}{\partial \theta_2^2} P_2 \cdot \Delta \theta_2^2 + \frac{\partial^2}{\partial \theta_3^2} P_2 \cdot \Delta \theta_3^2 + \frac{\partial^2}{\partial V_2^2} P_2 \cdot \Delta V_2^2 + \right. \\ & \frac{\partial^2}{\partial V_3^2} P_2 \cdot \Delta V_3^2 + 2 \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta_2 \partial \theta_3} P_2 \cdot \Delta \theta_2 \Delta \theta_3 + \frac{\partial^2}{\partial \theta_2 \partial V_2} P_2 \cdot \Delta \theta_2 \Delta V_2 + \right. \\ & \frac{\partial^2}{\partial \theta_2 \partial V_3} P_2 \cdot \Delta \theta_2 \Delta V_3 + \frac{\partial^2}{\partial \theta_3 \partial V_2} P_2 \cdot \Delta \theta_3 \Delta V_2 + \frac{\partial^2}{\partial \theta_3 \partial V_3} P_2 \cdot \Delta \theta_3 \Delta V_3 + \\ & \left. \left. \frac{\partial^2}{\partial V_2 \partial V_3} P_2 \cdot \Delta V_2 \Delta V_3 \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.20)$$

- Expansão em série de Taylor da equação de *mismatches* de potência reativa para a barra 2 :

$$\begin{aligned} \Delta Q_2(x + \Delta x) = & \Delta Q_2(x) - \frac{\partial}{\partial \theta_2} Q_2 \cdot \Delta \theta_2 - \frac{\partial}{\partial \theta_3} Q_2 \cdot \Delta \theta_3 - \frac{\partial}{\partial V_2} Q_2 \cdot \Delta V_2 - \\ & \frac{\partial}{\partial V_3} Q_2 \cdot \Delta V_3 - \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\partial^2}{\partial \theta_2^2} Q_2 \cdot \Delta \theta_2^2 + \frac{\partial^2}{\partial \theta_3^2} Q_2 \cdot \Delta \theta_3^2 + \frac{\partial^2}{\partial V_2^2} Q_2 \cdot \Delta V_2^2 + \right. \\ & \frac{\partial^2}{\partial V_3^2} Q_2 \cdot \Delta V_3^2 + 2 \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta_2 \partial \theta_3} Q_2 \cdot \Delta \theta_2 \Delta \theta_3 + \frac{\partial^2}{\partial \theta_2 \partial V_2} Q_2 \cdot \Delta \theta_2 \Delta V_2 + \right. \\ & \frac{\partial^2}{\partial \theta_2 \partial V_3} Q_2 \cdot \Delta \theta_2 \Delta V_3 + \frac{\partial^2}{\partial \theta_3 \partial V_2} Q_2 \cdot \Delta \theta_3 \Delta V_2 + \frac{\partial^2}{\partial \theta_3 \partial V_3} Q_2 \cdot \Delta \theta_3 \Delta V_3 + \\ & \left. \left. \frac{\partial^2}{\partial V_2 \partial V_3} Q_2 \cdot \Delta V_2 \Delta V_3 \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.21)$$

- Expansão em série de Taylor da equação de *mismatches* de potência ativa para a barra 3 :

$$\begin{aligned} \Delta P_3(x + \Delta x) = & \Delta P_3(x) - \frac{\partial}{\partial \theta_3} P_3 \cdot \Delta \theta_3 - \frac{\partial}{\partial \theta_2} P_3 \cdot \Delta \theta_2 - \frac{\partial}{\partial V_3} P_3 \cdot \Delta V_3 - \\ & \frac{\partial}{\partial V_2} P_3 \cdot \Delta V_2 - \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\partial^2}{\partial \theta_3^2} P_3 \cdot \Delta \theta_3^2 + \frac{\partial^2}{\partial \theta_2^2} P_3 \cdot \Delta \theta_2^2 + \frac{\partial^2}{\partial V_3^2} P_3 \cdot \Delta V_3^2 + \right. \\ & \frac{\partial^2}{\partial V_2^2} P_3 \cdot \Delta V_2^2 + 2 \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta_3 \partial \theta_2} P_3 \cdot \Delta \theta_3 \Delta \theta_2 + \frac{\partial^2}{\partial \theta_3 \partial V_3} P_3 \cdot \Delta \theta_3 \Delta V_3 + \right. \\ & \frac{\partial^2}{\partial \theta_3 \partial V_2} P_3 \cdot \Delta \theta_3 \Delta V_2 + \frac{\partial^2}{\partial \theta_2 \partial V_3} P_3 \cdot \Delta \theta_2 \Delta V_3 + \frac{\partial^2}{\partial \theta_2 \partial V_2} P_3 \cdot \Delta \theta_2 \Delta V_2 + \\ & \left. \left. \frac{\partial^2}{\partial V_3 \partial V_2} P_3 \cdot \Delta V_3 \Delta V_2 \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.22)$$

- Expansão em série de Taylor da equação de *mismatches* de potência reativa para a barra 3 :

$$\begin{aligned} \Delta Q_3(x + \Delta x) = & \Delta Q_3(x) - \frac{\partial}{\partial \theta_3} Q_3 \cdot \Delta \theta_3 - \frac{\partial}{\partial \theta_2} Q_3 \cdot \Delta \theta_2 - \frac{\partial}{\partial V_3} Q_3 \cdot \Delta V_3 - \\ & \frac{\partial}{\partial V_2} Q_3 \cdot \Delta V_2 - \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\partial^2}{\partial \theta_3^2} Q_3 \cdot \Delta \theta_3^2 + \frac{\partial^2}{\partial \theta_2^2} Q_3 \cdot \Delta \theta_2^2 + \frac{\partial^2}{\partial V_3^2} Q_3 \cdot \Delta V_3^2 + \right. \\ & \frac{\partial^2}{\partial V_2^2} Q_3 \cdot \Delta V_2^2 + 2 \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta_3} \frac{\partial}{\partial \theta_2} Q_3 \cdot \Delta \theta_3 \Delta \theta_2 + \frac{\partial^2}{\partial \theta_3 \partial V_3} Q_3 \cdot \Delta \theta_3 \Delta V_3 + \right. \\ & \frac{\partial^2}{\partial \theta_3 \partial V_2} Q_3 \cdot \Delta \theta_3 \Delta V_2 + \frac{\partial^2}{\partial \theta_2 \partial V_3} Q_3 \cdot \Delta \theta_2 \Delta V_3 + \frac{\partial^2}{\partial \theta_2 \partial V_2} Q_3 \cdot \Delta \theta_2 \Delta V_2 + \\ & \left. \left. \frac{\partial^2}{\partial V_3 \partial V_2} Q_3 \cdot \Delta V_3 \Delta V_2 \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

Note que os termos da derivada primeira da potência em relação aos ângulos são os elementos da submatriz H e os em relação às magnitudes de tensão são os elementos da submatriz N .

O esforço computacional para o cálculo dos termos das derivadas segundas é o equivalente ao esforço de cálculo dos *mismatches* de potência.

Os vetores a , b e c são montados seguindo as equações 3.10, 3.11, 3.12, 3.13, 3.14 e 3.15.

3.2 Algumas considerações sobre o método proposto

O vetor c é expresso completamente, com todas as suas derivadas parciais, tanto em relação à parte ativa, 3.12, quanto em relação à parte reativa, 3.15. Qualquer tentativa de simplificar os termos de derivadas de segunda ordem do vetor c modifica drasticamente o valor de μ calculado.

Em geral, o método proposto neste trabalho apresenta maiores valores para μ nas primeiras iterações. Isto pode implicar, para certas redes, em uma convergência um pouco mais rápida. Quando o *fator de otimização de passo*, numa certa iteração, é menor que seu valor mínimo, o processo é interrompido e a solução corrente é adotada como a melhor solução possível. Foi definido o valor 0,1 como valor mínimo para μ .

Durante o processo iterativo é possível que um ou mais geradores atinjam seus limites de fornecimento de potência reativa. Seguindo a idéia tradicionalmente utilizada na resolução do problema do fluxo de carga, tais barras (de geração) são transformadas em barras de carga, com suas injeções de potências reativas iguais aos limites violados e suas tensões passam a variar. Essa alteração implica no aparecimento de valores não nulos de *mismatches* de potência reativa nas referidas barras. Estes *mismatches* aparecem também nos vetores a e b , e podem ser grandes ou pequenos dependendo da violação, fazendo com que os valores dos fatores μ possam assumir valores baixos. Verificou-se, nas várias simulações realizadas, que um fator μ pequeno devido à violações de limites de geradores não implica na ausência de solução para o problema do fluxo de carga.

No método proposto neste trabalho, considera-se que um valor baixo de μ multiplicado por um vetor de correção de estado, 2.25, cujos elementos também apresentam valores baixos não alteram significativamente o resultado final. Verifica-se também, quando ocorrem violações dos limites dos geradores, o aumento das funções custo em uma certa iteração.

Foi testado um procedimento alternativo de tratamento de violações de limites de geradores desconsiderando o valor de μ nas iterações que ocorrem estas violações. Tal procedimento fixava $\mu = 1$ para as iterações que apresentavam violações de limites de geradores. Este tipo de artifício é necessário no método proposto por Denhel e Dommel, [22], e muito útil no método proposto por Scudder, [15, 16]. Já no método proposto neste trabalho ele não é necessário, pois a formulação do cálculo do fator μ é robusta o suficiente para não ser afetada significativamente por violações dos limites de geradores. Tal procedimento será discutido no próximo capítulo.

Capítulo 4

Testes e resultados

Neste trabalho inúmeras simulações foram realizadas para os métodos de otimização de passo existentes afim de traçar um perfil de desempenho para cada método (incluindo o método proposto). Este capítulo irá mostrar os resultados dessas simulações e uma comparação entre os desempenhos apresentados pelos outros métodos e o proposto.

Os sistemas foram testados para todos os métodos sob os mesmos critérios. A tolerância adotada para a convergência em todos os métodos foi de 0,1 MW/MVAr. O processo iterativo é interrompido quando o fator μ calculado for muito pequeno, (μ menor que 0,1). A solução corrente do sistema nesta iteração é adotada como sendo a *melhor solução possível* para o sistema. O valor de μ considerado muito grande para os métodos de Scudder e proposto foi de 2,3. Mas esta condição limite não chegou a ser usada pelo método proposto. Isto porque seus fatores são calculados sem apresentar problemas numéricos.

O valor do fator calculado pelo método de Dehnell e Dommel apresenta alguns problemas numéricos, o que exige algumas aproximações, descritas em [22], até mesmo para redes bem condicionadas. Quando $|\lambda_{min}|$ é maior que 1,0, λ_{min} deve assumir um valor igual a 1,0. Isto faz esse método “seguir” o caminho de convergência do método de Newton-Raphson, quando ele deveria alterar o passo de iteração do fluxo de carga.

A notação adotada nas tabelas é a seguinte:

- Newton - fluxo de carga que usa o método de Newton convencional
- Scudder - método de Scudder

- Dommel - método de Dehnél e Dommel
- Proposto - método proposto neste trabalho
- NC - indica a não convergência do método
- C - o método convergiu em um certo número de iterações (que vem em seguida a letra C)
- MS - o método encontrou uma melhor solução para o sistema em um certo número de iterações (que vem em seguida as letras MS)

A tabela 4.1 mostra a convergência dos métodos de otimização de passo, o método proposto e o método de Newton convencional (sem otimização de passo). A primeira coluna contém as várias redes testadas e suas variações (variação de potência total do sistema e de potência reativa em certas barras, etc). Estes sistemas serão descritos ao longo deste capítulo.

Sistemas	Newton	Scudder	Dommel	Proposto
2 barras	C 3	C 3	C 3	C 2
3 barras, Q(3) = 132 MVA _r (*1)	C 5	C 6	C 5	C 4
3 barras, Q(3) = 133 MVA _r	NC	MS 6	MS 6	MS 4
11 barras, Q(8) = 101 MVA _r	NC	C 5	MS 4	C 4
11 barras, Q(8) = 120 MVA _r	C 9	C 5	MS 4	C 4
11 barras, Q(8) = 122 MVA _r	NC	C 5	MS 4	C 4
11 barras, Q(8) = 123 MVA _r	C 10	C 5	MS 4	C 4
14 barras	C 2	C 3	C 4	C 2
14 barras (+10%) (*2)	C 3	C 3	C 4	C 3
14 barras (+20%)	C 5	C 8	C 5	C 5
14 barras (-10%)	C 2	C 3	C 3	C 2
14 barras (-20%)	C 4	C 3	C 3	C 2
14 barras, Q(14) = 55 MVA _r	C 4	C 7	C 4	C 4
14 barras, Q(14) = 73 MVA _r	C 5	C 8	C 5	C 4
14 barras, Q(14) = 74 MVA _r	NC	MS 9	MS 6	MS 4
14 barras, Q(14) = 80 MVA _r	NC	MS 7	MS 5	MS 4
14 barras, Q(14) = 100 MVA _r	NC	MS 5	MS 6	MS 5
28 barras	C 5	C 5	C 6	C 5
28 barras, Q(1) = 97 MVA _r	NC	MS 6	MS 7	MS 6
30 barras	C 3	C 4	C 3	C 3
57 barras	C 3	C 3	C 4	C 3
118 barras	C 3	C 4	C 4	C 3
145 barras	C 3	C 5	C 5	C 3
162 barras	C 2	C 3	C 4	C 2
300 barras	C 2	C 2	C 5	C 2
662 barras	C 6	C 10	C 7	C 6
904 barras	C 8	C 9	MS 8	C 7
904 barras (+2%)	NC	MS 50	MS 6	MS 5
904 barras (+5%)	C 8	C 11	C 8	C 6
904 barras (+6%)	NC	MS 8	MS 5	MS 4
904 barras (+10%)	NC	MS 9	MS 7	MS 3
904 barras (+15%)	NC	MS 9	MS 3	MS 2

(*1) Sistema de 3 barras com 132 MVA_r na barra 3

(*2) Sistema de 14 barras com aumento de sua carga em 10%

Tabela 4.1: Comparação entre os métodos para as várias redes simuladas : convergência

4.1 Rede exemplo de 3 barras

Esta seção mostra os resultados das várias simulações realizadas para a rede de três barras, descrita na seção 3.1 e usada como exemplo para demonstrar o método proposto. A tabela 4.2 mostra os valores dos fatores μ para esta rede, que apresenta uma solução para valores de Q_3 menores que 132 MVar.

Iteração	Scudder	Dommel	Proposto
0	1,04186	1,00000	1,28171
		2,29361 (*1)	
1	0,80274	1,00000	1,23924
		1,97874 (*1)	
2	0,83814	1,00000	1,25521
		1,99618 (*1)	
3	0,77443	1,00000	1,05958
		2,18198 (*1)	
4	0,85222	1,00000	
		3,04752 (*1)	
5	0,77708		
6	1,00000		

(*1) Valor de μ calculado pelo método e não usado.

Tabela 4.2: Comparação entre os métodos para a rede **3BARRAS** com $Q_3 = 132$ MVar: fatores μ .

Para $Q_3 > 133$ MVar, a rede exemplo de 3 barras não tem solução. E o método de Newton convencional não converge. Seus fatores μ são mostrados na tabela 4.3.

Quando não há solução, para esta rede com $Q_3 > 132$ MVar, a tensão se mantém dentro de uma pequena faixa de variação. Isto indica que quando não há um ponto de operação para o sistema, o resultado final dado pelo método proposto é aquele mais próximo da fronteira Σ (figura 1.1). Neste caso, Σ é representada na figura 4.1 pelo ponto correspondente a $Q_3 = 132$ MVar. Essa é uma consequência importante da utilização de otimização de passo no fluxo de carga. Pois, mesmo que não haja uma solução para o problema, o processo iterativo não é levado a soluções finais absolutamente sem significado

físico. Isto pode ser visto mais facilmente observando o gráfico da figura 4.1.

Iteração	Scudder	Dommel	Proposto
0	1,04174	1,00000	1,28466
		2,27896 (*1)	
1	0,79886	1,00000	1,24027
		1,94587 (*1)	
2	0,83593	1,00000	1,32680
		1,86532 (*1)	
3	0,76332	1,00000	0,73251
		1,66453 (*1)	
4	0,81283	1,00000	0,00283
		1,00096 (*1)	
5	0,71474	1,00000	
		0,00032 (*1)	
6	0,00182	0,00003	

(*1) Valor de μ calculado pelo método e não usado.

Tabela 4.3: Comparação entre os métodos para a rede **3BARRAS** com $Q_3 = 133$ MVar: fatores μ .

A figura 4.1 mostra, em linha contínua, a tensão na barra 3 em função de sua potência reativa quando é utilizado o fator μ calculado pelo método proposto neste trabalho. A linha pontilhada juntamente com parte da linha contínua à esquerda do “fronteira” $Q_3 = 132$ MVar constituem a curva $Q - V$ da barra 3.

A figura 4.2 mostra a evolução da função custo para $Q_3 = 132$ MVar. A figura 4.3 mostra a evolução da função custo para $Q_3 = 133$ MVar. Note que neste caso o método de Newton convencional não converge e utilizando μ , o método proposto chega a uma solução com uma função custo menor. Veja a figura 4.4 que mostra as primeiras iterações da evolução da função custo para este caso.

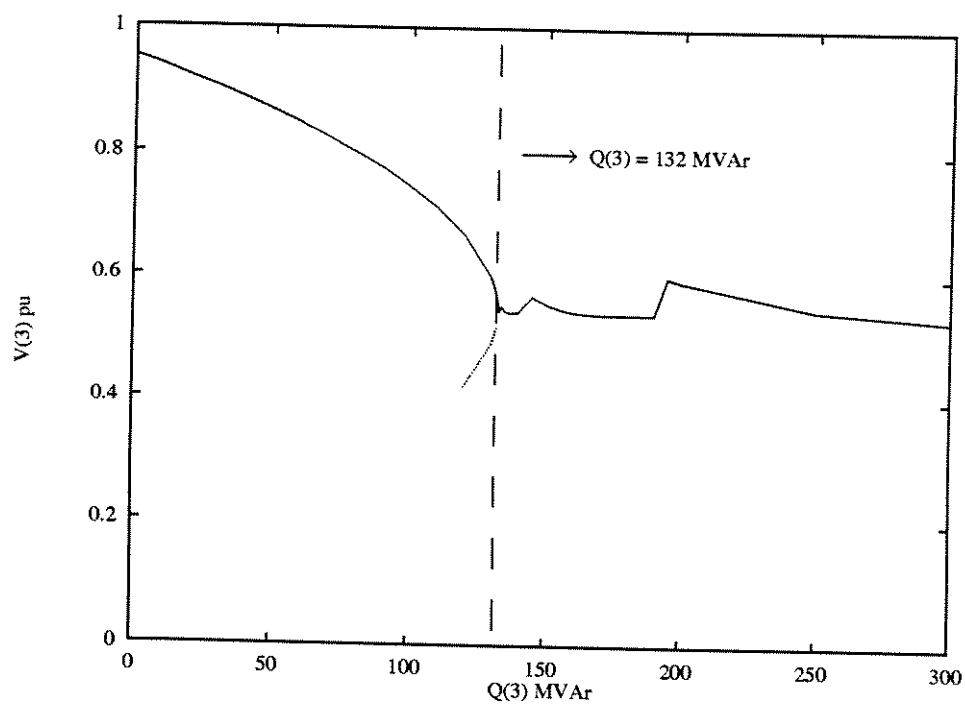


Figura 4.1: Tensão na barra 3 da rede exemplo de 3 barras

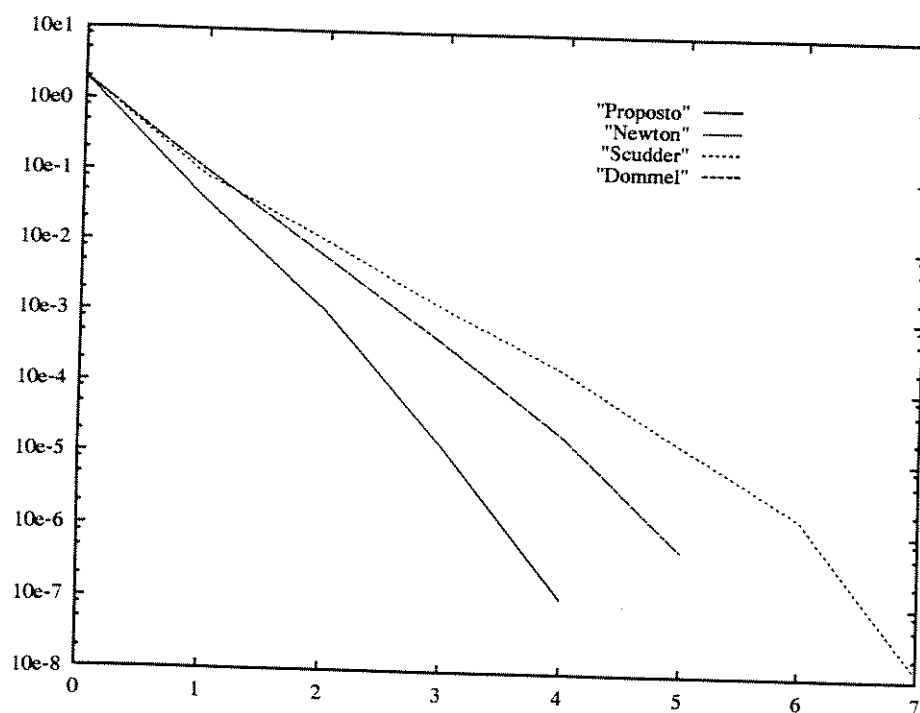


Figura 4.2: Evolução da função custo da rede exemplo de 3 barras com 132 MVAR na barra 3

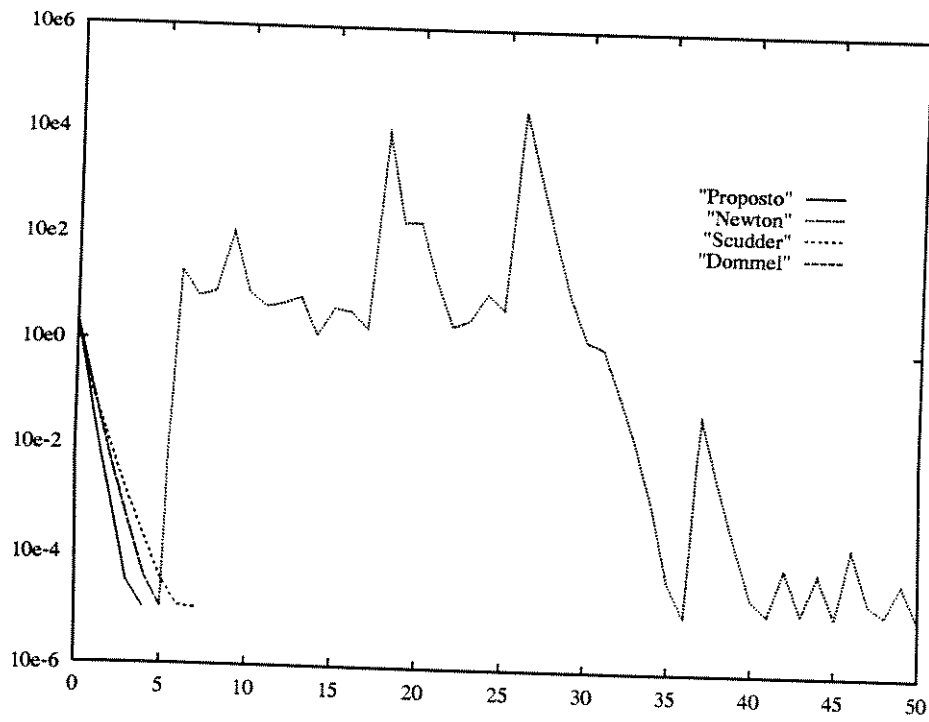


Figura 4.3: Evolução da função custo da rede exemplo de 3 barras com 133 MVar na barra 3

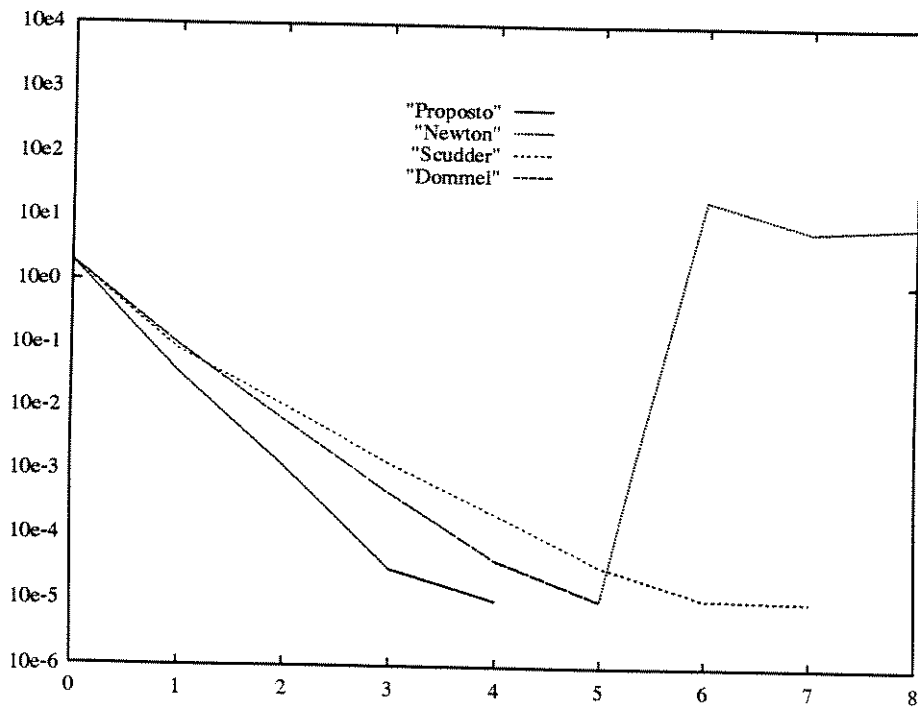


Figura 4.4: Primeiras iterações da evolução da função custo da rede exemplo de 3 barras com 133 MVar na barra 3

4.2 Redes bem-condicionadas

Em [22], uma rede de 28 barras foi apresentada como rede teste para o método de Dehnel e Dommel. Para fins de comparação entre os métodos, algumas simulações foram realizadas para esta rede. A tabela 4.4 mostra os valores de μ para os vários métodos testados.

Iteração	Scudder	Dommel	Proposto
0	0,54785	1,00000	0,66901
		-0,9836 (*1)	
1	0,84809	1,00000	0,97416
		2,98091 (*1)	
2	1,17020	1,00000	0,99496
		14,5232 (*1)	
3	0,930375	1,00000	1,13844
		7,93890 (*1)	
4	1,00533	1,00000	1,0000
		1,30551 (*1)	
5		0,69079	

(*1) Valor de μ calculado pelo método e não usado.

Tabela 4.4: Comparação entre os métodos para a rede **28BARRAS**: fatores μ .

Note que os fatores μ calculados pelo método de Dehnel e Dommel não estão na faixa aceitável de valores. Neste caso, como foi mencionado anteriormente, força-se o valor de μ para igual a 1,0. Seu desempenho, portanto, é semelhante ao método de Newton convencional. A figura 4.5 mostra a evolução da função custo para a rede de 28 barras.

A rede de 14 barras é uma rede de pequeno porte, cujos dados são apresentados em [21], e bem condicionada. A tabela 4.5 mostra os fatores μ calculados pelos vários métodos testados.

Note que, neste caso, os desempenhos dos três métodos de otimização de passo são

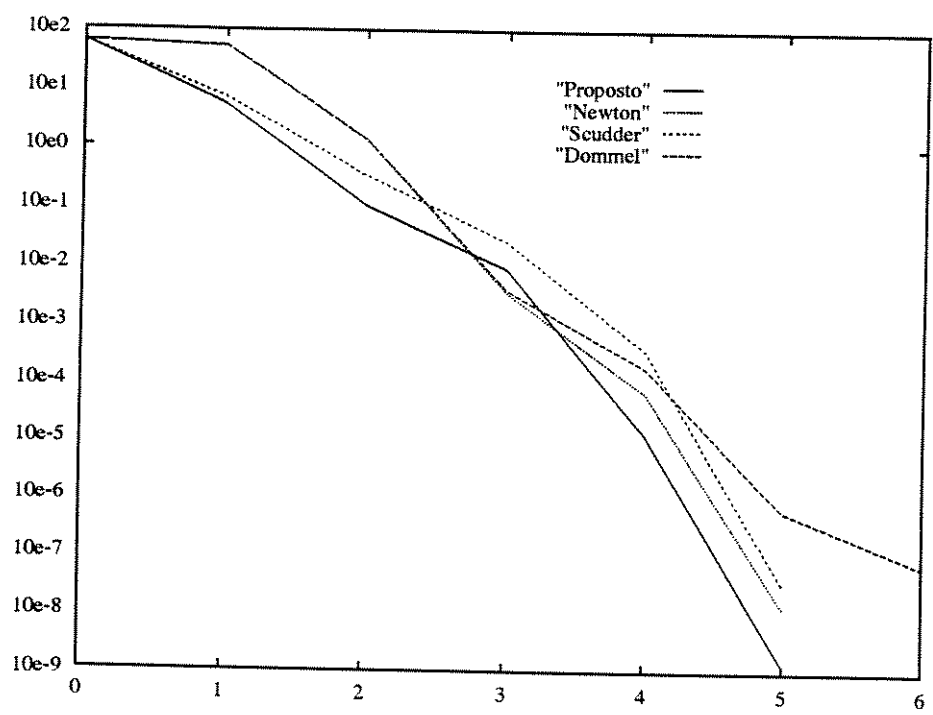


Figura 4.5: Evolução da função custo da rede de 28 barras

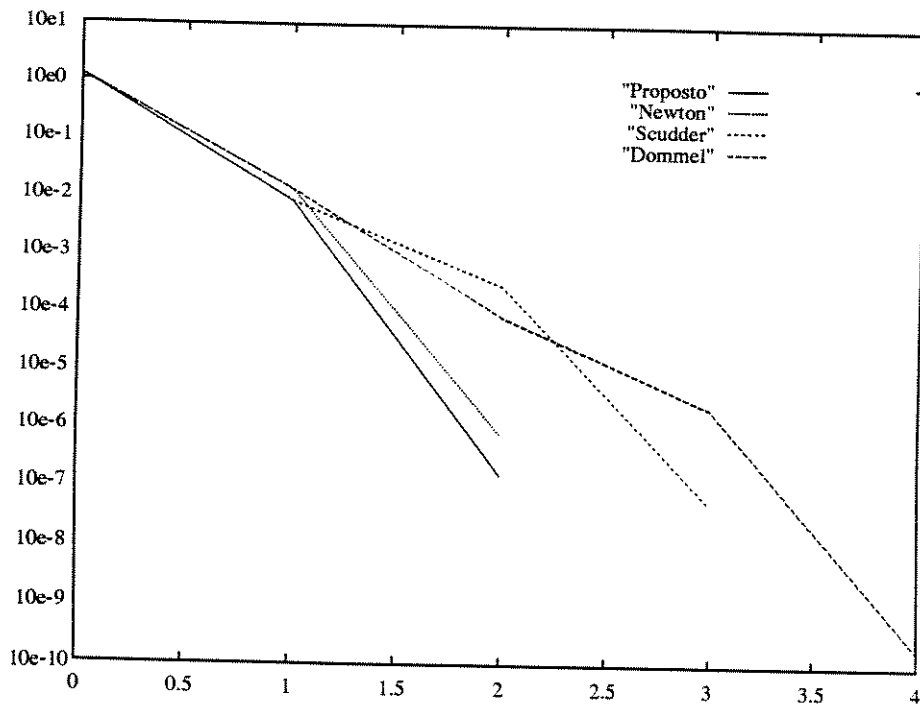


Figura 4.6: Evolução da função custo da rede de 14 barras

semelhantes. O método de Scudder realiza uma iteração a mais, atingindo um valor menor da função custo. Do ponto de vista do estado de operação final da rede, no entanto, isto não é relevante. A figura 4.6 mostra a evolução da função custo para a rede de 14 barras.

Iteração	Scudder	Dommel	Proposto
0	0,9479	1,00000 -10,0576 (*1)	0,9431
1	0,8178	0,92695	1,0072
2	1,0155	0,83458	
3	1,0155	1,00000 3,1667 (*1)	

(*1) Valor de μ calculado pelo método e não usado.

Tabela 4.5: Comparação entre os métodos para a rede **14BARRAS**: fatores μ .

A tabela 4.6 mostra os fatores μ para a rede de 14 barras alterando a potência reativa de carga da barra 14 para 73 MVar (o valor original é 5 MVar). Neste caso, apesar da sobrecarga, o método de Newton ainda converge.

A figura 4.7 mostra a evolução da função custo para a rede de 14 barras com $Q_{14} = 73$ MVar. Note que método proposto faz a função custo cair mais rapidamente, melhorando o desempenho do fluxo de carga em relação aos demais métodos. Observando a tabela 4.6, para o método de Scudder, há um valor pequeno do fator μ . Ele é pequeno devido a violações de limites de fornecimento de potência reativa dos geradores, por isso o processo iterativo não foi interrompido. Este aspecto importante dos desempenhos dos métodos será mais amplamente discutido na seção 4.3.

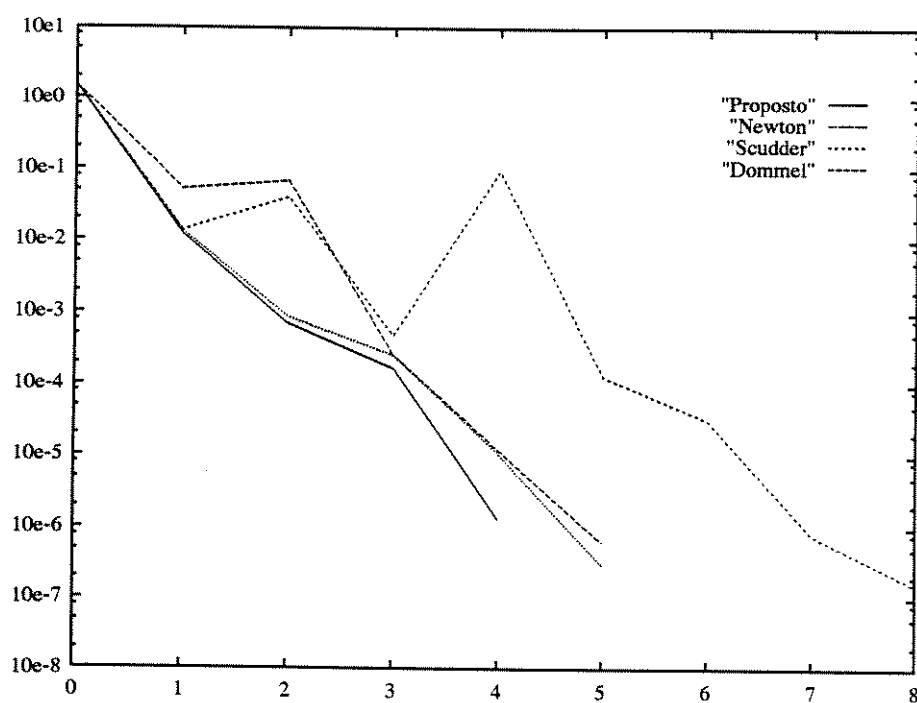


Figura 4.7: Evolução da função custo da rede de 14 barras com 73 MVar na barra 14

Iteração	Scudder	Dommel	Proposto
0	0,94260	1,00000	0,97288
		-42,260 (*1)	
1	0,20165	1,00000	1,08790
		5,20512 (*1)	
2	1,11369	1,00000	1,03161
		14,6211 (*1)	
3	0,00399	1,00000	1,34562
		2,77045 (*1)	
4	1,02925	1,00000	
		2,91964 (*1)	
5	0,57399		
6	1,03857		
7	0,59365		

(*1) Valor de μ calculado pelo método e não usado.

Tabela 4.6: Comparação entre os métodos para a rede **14BARRAS** com $Q_{14} = 73$ MVar: fatores μ .

4.3 Redes mal-condicionadas

Em [15,16] é mencionada uma rede mal-condicionada de 11 barras e seus resultados para o método de Scudder são apresentados. Vários testes foram realizados com esta rede com fins comparativos entre os métodos, devido às suas características singulares de convergência. Os dados da rede de 11 barras são fornecidos no Apêndice F, como também seu diagrama unifilar.

A rede de 11 barras é mal-condicionada e o fluxo de carga pelo método de Newton convencional tanto apresenta múltiplas soluções quanto não tem solução para algumas faixas de valores de injeção de potência reativa na barra 8. Estas faixas de convergência são descritas como segue:

- Para $Q_8 \leq 101$ MVar, o método de Newton não converge;
- Para $101 < Q_8 \leq 120$ MVar, o método de Newton converge para tensões baixas e a barra 11 (*slack*) fornece potência reativa;
- Para $120 < Q_8 < 123$ MVar, o método de Newton não converge;
- Para $Q_8 \geq 123$ MVar, o método de Newton converge para tensões altas e a barra 11 (*slack*) consome potência reativa.

Veja na tabela 4.1 a convergência dos métodos para valores de Q_8 nas quatro faixas de convergência da rede de 11 barras, descritas acima. Nota-se uma convergência mais rápida do método proposto comparado ao método de Scudder em função de um valor pequeno para o fator μ nas primeiras iterações deste último. As tabelas 4.7, 4.8, 4.9 e 4.10 mostram a evolução dos fatores μ para todos os métodos de otimização de passo, para cada faixa de convergência da rede de 11 barras.

Utilizando o fator de otimização de passo proposto para a rede de 11 barras, as tensões obtidas no estado final (para todas as faixas de convergência) foram altas nas barras de carga: de 1,33 a 1,44 pu para 123 MVar e 122 MVar; de 1,33 a 1,43 pu para 120 MVar e de 1,30 a 1,41 pu para 101 MVar. Estes resultados são mais coerentes que os obtidos pelo método de Newton convencional, fornecendo tensões próximas para pequenas variações de Q_8 .

Iteração	Scudder	Dommel	Proposto
0	0,46075	1,00000	0,48076
		-0,2515 (*1)	
1	0,12792	1,00000	1,03822
		-0,1280 (*1)	
2	0,94491	1,00000	1,05564
		-1,3549 (*1)	
3	0,98656	0,09149	1,0000
4	0,94575		

(*1) Valor de μ calculado pelo método e não usado.

Tabela 4.7: Comparação entre os métodos para a rede **11BARRAS** com $Q_8 = 101$ MVar: fatores μ .

Os gráficos das figuras 4.8, 4.9, 4.10 e 4.11 mostram a evolução da função custo para as quatro faixas de valores de Q_8 da rede de 11 barras.

As características de convergência apresentadas pelo método de Newton convencional

Iteração	Scudder	Dommel	Proposto
0	0,45288	1,00000	0,47587
		-0,2453 (*1)	
1	0,12635	1,00000	1,04756
		-0,1418 (*1)	
2	0,95795	1,00000	1,03965
		-0,5555 (*1)	
3	0,99164	-0,01212	1,0000
4	0,93861		

(*1) Valor de μ calculado pelo método e não usado.

Tabela 4.8: Comparação entre os métodos para a rede **11BARRAS** com $Q_8 = 120$ MVar: fatores μ .

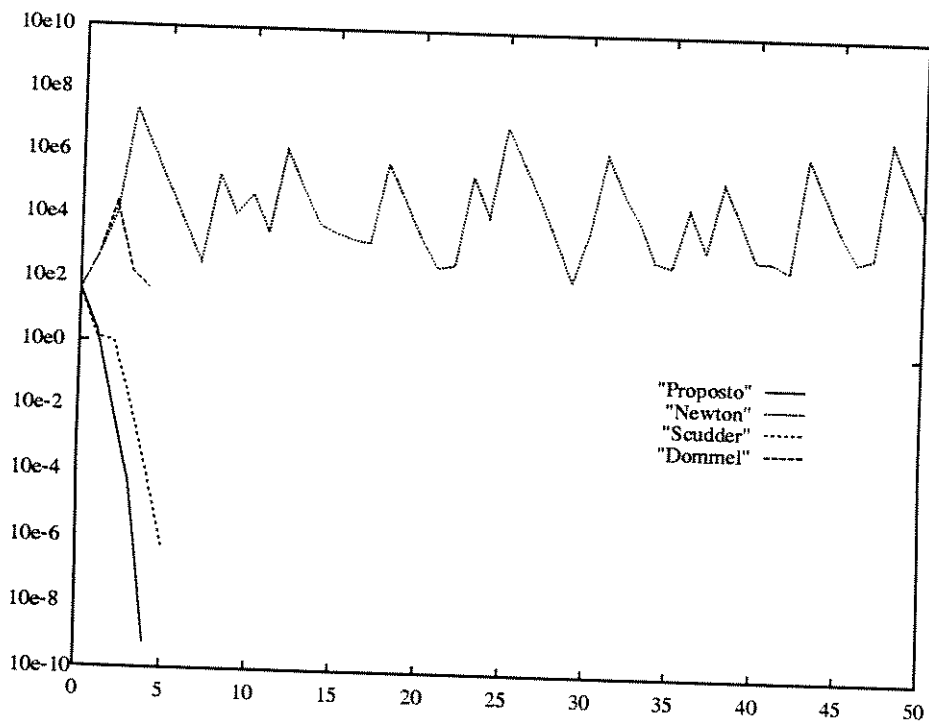


Figura 4.8: Evolução da função custo da rede de 11 barras com 101 MVar na barra 8

Iteração	Scudder	Dommel	Proposto
0	0,45207	1,00000 -0,2447 (*1)	0,47536
1	0,12627	1,00000 -0,1433 (*1)	1,04836
2	0,95923	1,00000 -0,5034 (*1)	1,03819
3	0,99208	0,00089	1,0000
4	0,93744		

(*1) Valor de μ calculado pelo método e não usado.

Tabela 4.9: Comparação entre os métodos para a rede **11BARRAS** com $Q_8 = 122$ MVar: fatores μ .

para esta rede de 11 barras ilustram a existência de múltiplas soluções para o problema de fluxo de carga, conforme discutido em [5,9]. Para $Q_8 = 120$ MVar foram obtidas duas soluções utilizando ou não o fator μ .

O gráfico da figura 4.10 mostra a evolução da função custo para $Q_8 = 122$ MVar. Neste caso o método de Newton convencional não converge e a utilização de fatores

Iteração	Scudder	Dommel	Proposto
0	0,45167	1,00000 -0,2444 (*1)	0,47511
1	0,12623	1,00000 -0,1440 (*1)	1,04874
2	0,95988	1,00000 -0,4810 (*1)	1,03748
3	0,99258	0,00712	1,0000
4	0,93582		

(*1) Valor de μ calculado pelo método e não usado.

Tabela 4.10: Comparação entre os métodos para a rede **11BARRAS** com $Q_8 = 123$ MVar: fatores μ .

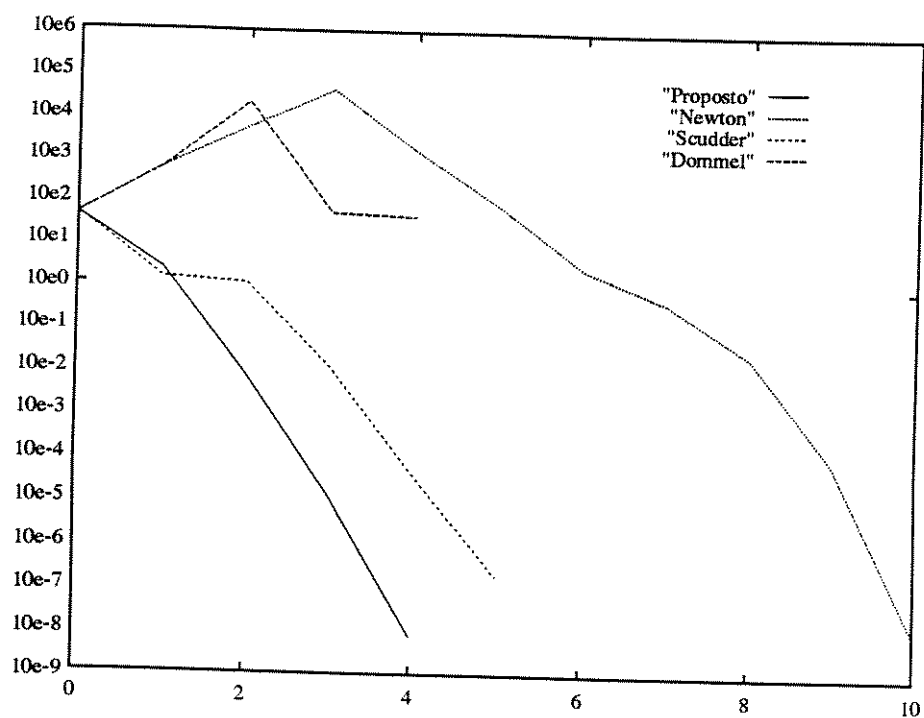


Figura 4.9: Evolução da função custo da rede de 11 barras com 120 MVar na barra 8

de otimização de passo faz que um ponto de operação factível possa ser encontrado. Este ponto de operação é logicamente bastante próximo daquele obtido para $Q_8 = 123$ MVar. Novamente o método proposto apresenta um desempenho melhor que o método de Scudder.

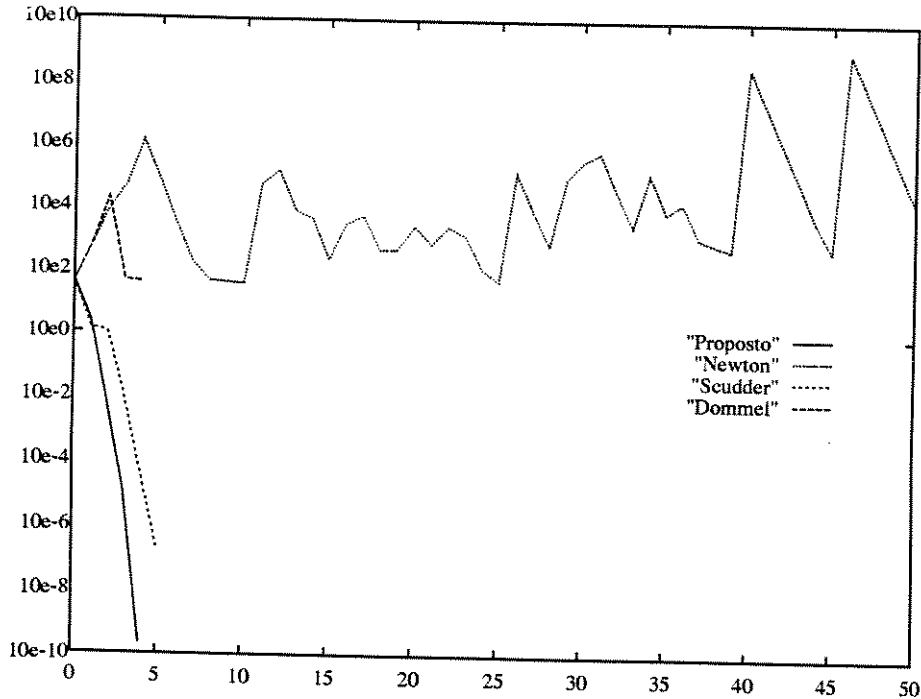


Figura 4.10: Evolução da função custo da rede de 11 barras com 122 MVar na barra 8

As figuras 4.12 e 4.13 mostram em detalhes as primeiras iterações para os métodos de otimização de passo em comparação com o Newton convencional para as duas faixas de valores nas quais a rede de 11 barras não converge para o método de Newton convencional. Nota-se claramente o mal condicionamento da rede através do comportamento da função custo para o método de Newton convencional e a superioridade de desempenho do método proposto.

Uma rede muito sobrecarregada também apresenta problemas de convergência no fluxo de carga Newton-Raphson. Para testar este tipo de situação, sobrecarregamos alguns sistemas para comparar os desempenhos dos métodos nestes casos.

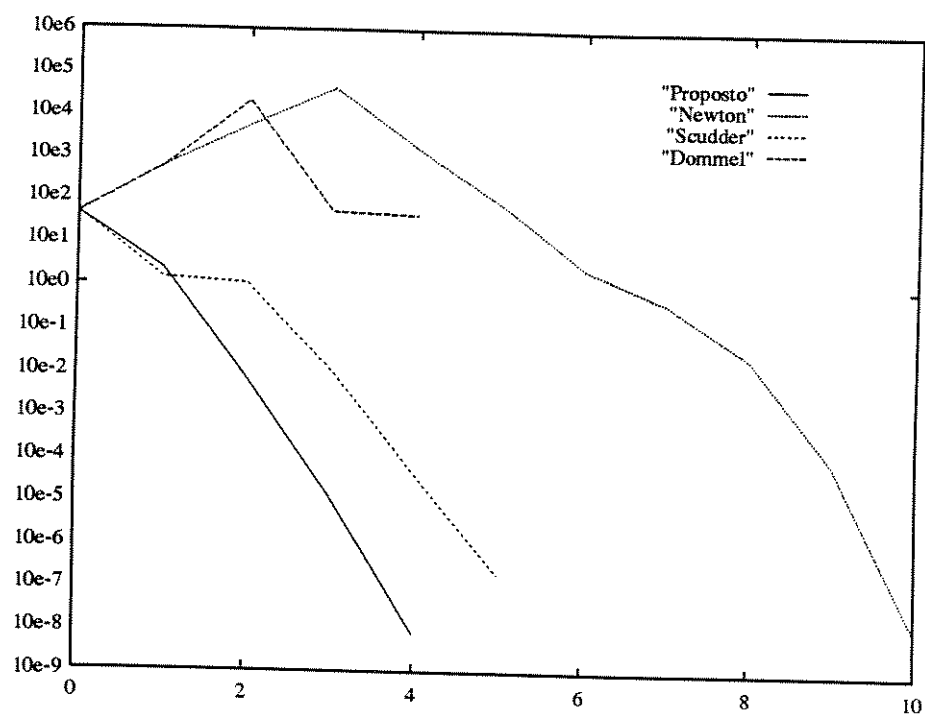


Figura 4.11: Evolução da função custo da rede de 11 barras com 123 MVar na barra 8

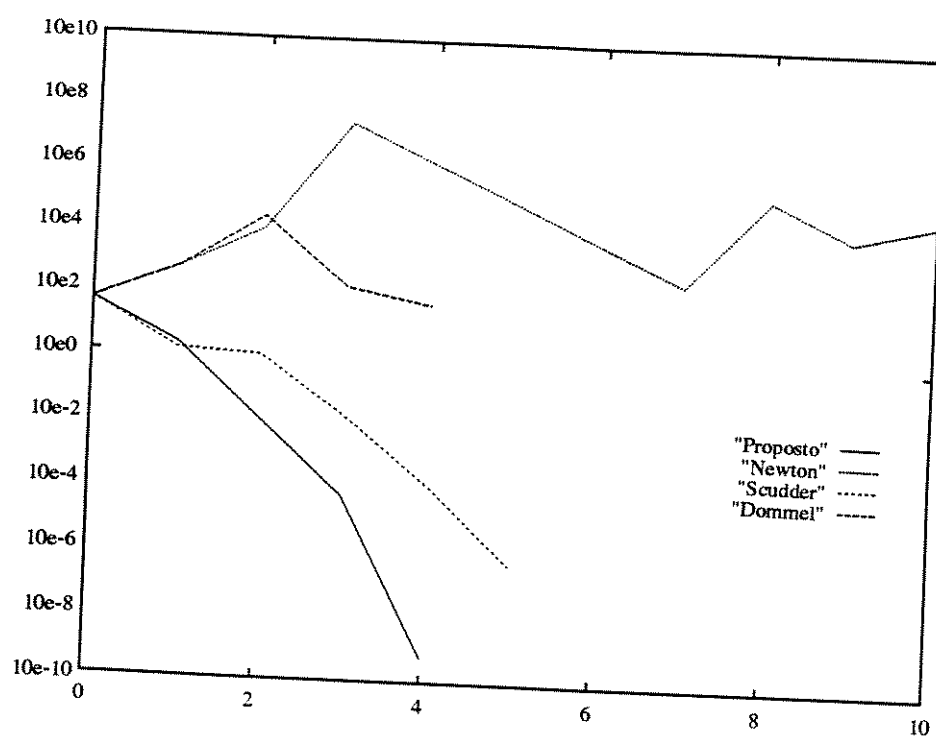


Figura 4.12: Primeiras iterações da evolução da função custo da rede de 11 barras com 101 MVar na barra 8

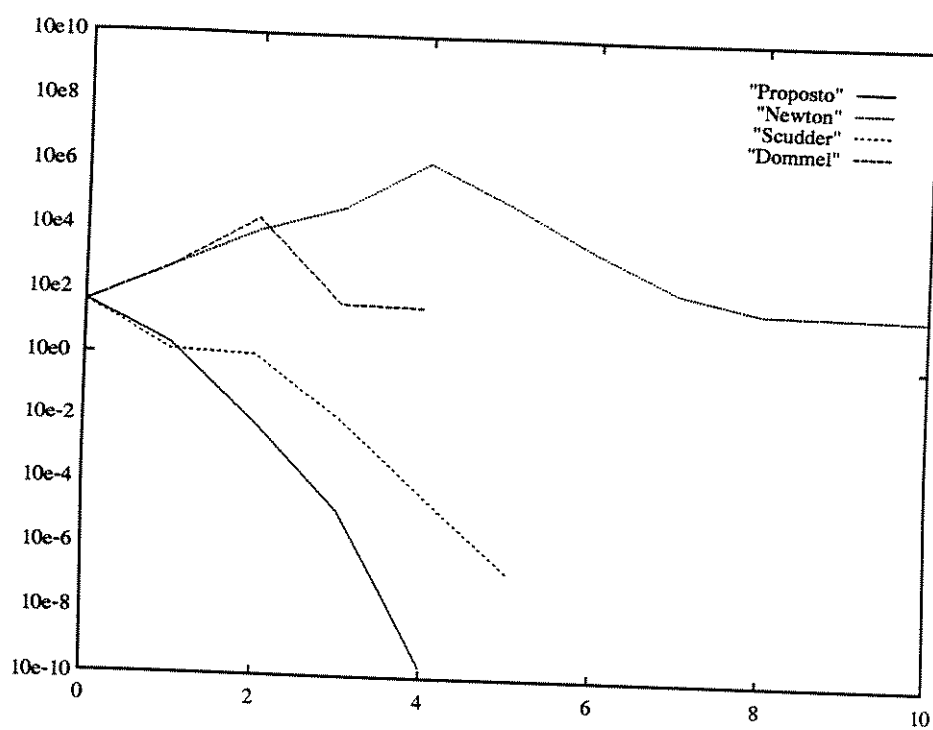


Figura 4.13: Primeiras iterações da evolução da função custo da rede de 11 barras com 122 MVar na barra 8

A rede de 14 barras foi sendo sobrecarregada aos poucos na potência reativa da barra 14; e também, com o aumento (e diminuição) de sua carga total. Veja a convergência dos métodos na tabela 4.1. A tabela 4.11 mostra os resultados de simulações obtidos para a rede de 14 barras alterando a potência reativa de carga da barra 14 para 100 MVar (o valor original é 5 MVar). A tabela 4.12 mostra os resultados de simulações obtidas para a rede de 28 barras alterando a potência reativa de carga da barra 1 para 97 MVar. Nestes casos, o fluxo de carga Newton convencional não converge.

Iteração	Scudder	Dommel	Proposto
0	0,94432	1,00000	0,99861
		18,0486 (*1)	
1	0,15365	1,00000	0,92731
		2,12075 (*1)	
2	0,96938	0,62782	0,13180
3	0,03787	1,00000	0,75136
		1,42514 (*1)	
4	1,00000	0,67844	0,20823
	-0,04881 (*1)		
5	0,02260	0,0026	0,02258

(*1) Valor de μ calculado pelo método e não usado.

Tabela 4.11: Comparação entre os métodos para a rede **14BARRAS** com $Q_{14} = 100$ MVar: fatores μ .

As figuras 4.14 e 4.15 mostram os desempenhos dos métodos em relação à minimização da função custo para os sistemas de 14 e de 28 barras sobrecarregados, respectivamente. A sobrecarga na rede faz o método de Newton não convergir, enquanto que o método proposto apresenta uma melhor solução possível boa para ambos os casos.

A função custo do método proposto acompanha a do método convencional nas primeiras iterações, enquanto seus valores diminuíram. A partir da iteração 3 a função custo do método convencional começa a sofrer grandes oscilações, que não são acompanhadas pelo método proposto. O aumento das funções custos nesta iteração deve-se à violação dos limites de fornecimento de potência reativa por geradores, que passam a se comportar como barras de carga. Os desempenhos dos métodos ficam mais claros observando as primeiras iterações da evolução da função custo. As figuras 4.16 e 4.17 mostram claramente como a função custo decai.

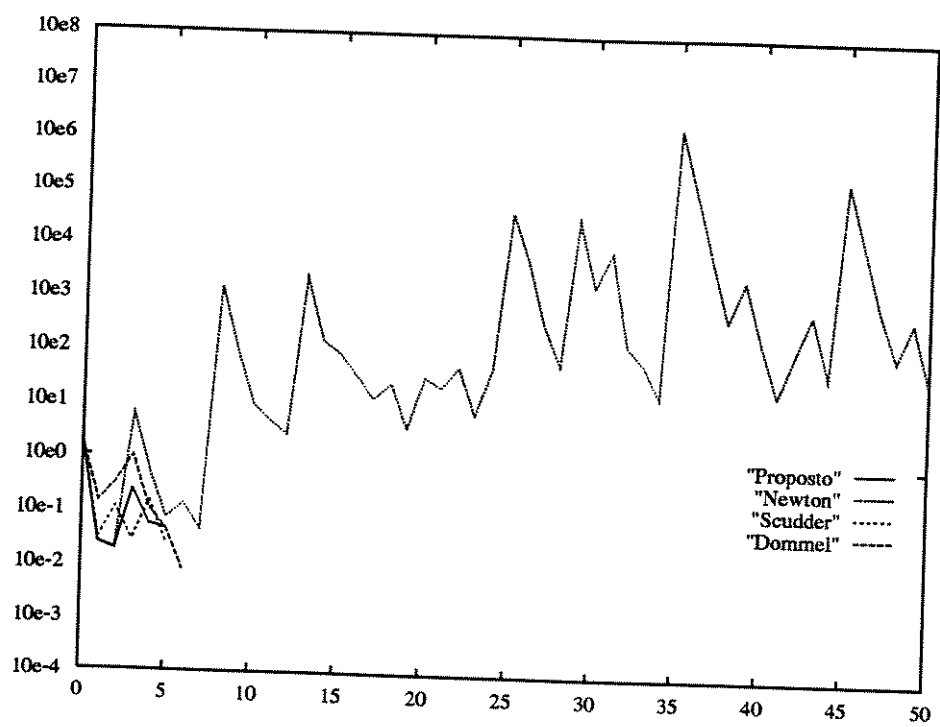


Figura 4.14: Evolução da função custo da rede de 14 barras com 100 MVar na barra 14

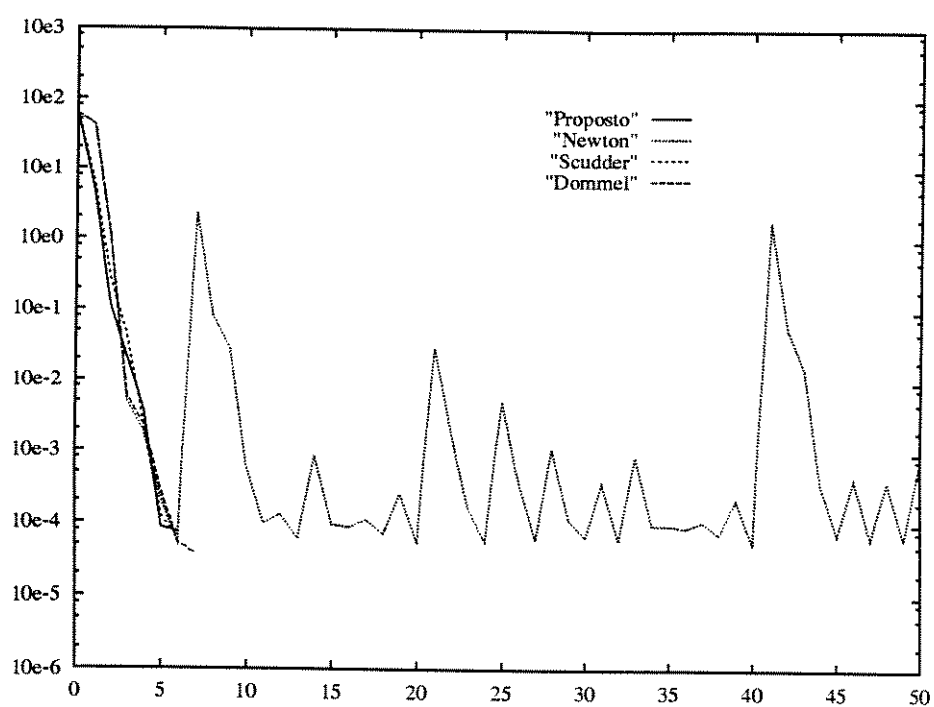


Figura 4.15: Evolução da função custo da rede de 28 barras com 97 MVar na barra 1

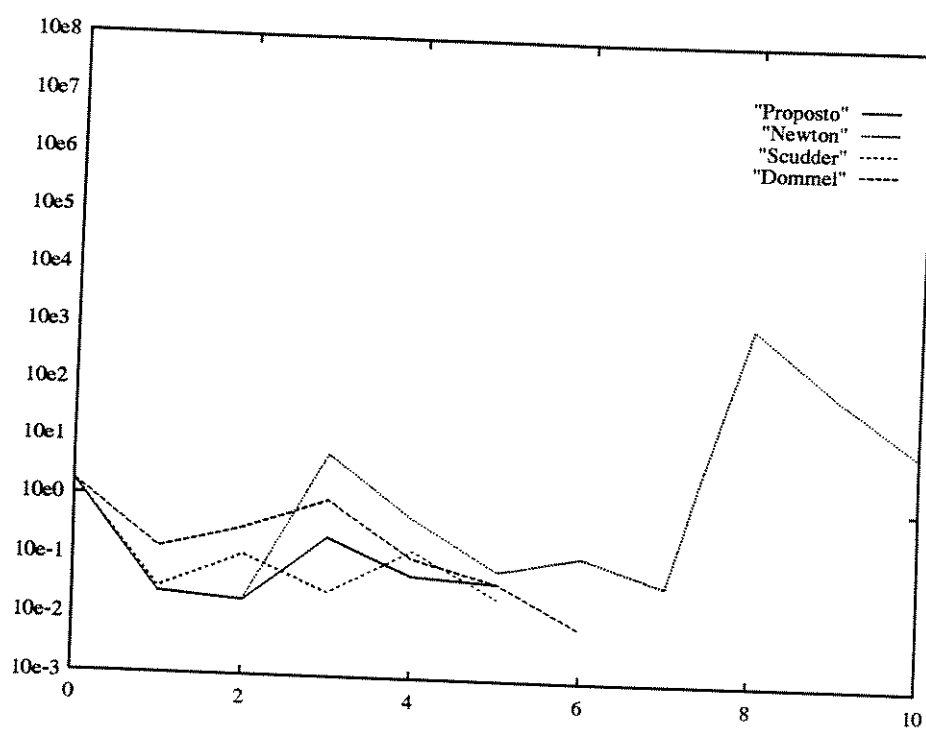


Figura 4.16: Primeiras iterações da evolução da função custo da rede de 14 barras com 100 MVAR na barra 14

Iteração	Scudder	Dommel	Proposto
0	0,56925	1,00000	0,68469
		-1,0632 (*1)	
1	0,89366	1,00000	0,95785
		3,22184 (*1)	
2	1,15081	1,00000	0,86874
		-395,171 (*1)	
3	1,04119	1,00000	1,05609
		1,10908 (*1)	
4	1,21389	1,00000	1,65143
		1,53161 (*1)	
5	0,91924	1,00000	0,12726
		1,31075 (*1)	
6	-0,1700	0,40645	0,00087
7		0,01909	

(*1) Valor de μ calculado pelo método e não usado.

Tabela 4.12: Comparação entre os métodos para a rede **28BARRAS** com $Q_1 = 97$ MVar: fatores μ .

O método de Scudder convergiu em um número menor de iterações. Porém, observando os gráficos das figuras 4.14 e 4.5 nota-se que seu caminho de convergência é diferente dos outros dois métodos já a partir da iteração 1. Esta diferença foi benéfica no caso da rede de 14 barras com $Q_{14} = 100$ MVar, mas prejudicou o processo de convergência na maioria dos outros casos simulados.

Nestes casos de sobrecargas há um aspecto importante relacionado com o desempenho dos métodos que deve ser discutido. Durante o processo iterativo é possível que um ou mais geradores atinjam seus limites de fornecimento de potência reativa. Seguindo a idéia tradicionalmente utilizada na resolução do problema de fluxo de carga, tais barras (de geração) são transformadas em barras de carga, com suas injeções de potência reativa iguais aos limites violados e as suas tensões passam a variar. Essa alteração implica no aparecimento de valores não nulos de *mismatches* de potências reativas nas referidas barras. Estes *mismatches* aparecem também nos vetores a e b , e podem ser grandes ou pequenos dependendo da violação, fazendo que os valores dos fatores μ possam assumir valores muito baixos. Na tabela 4.11, verifica-se que:

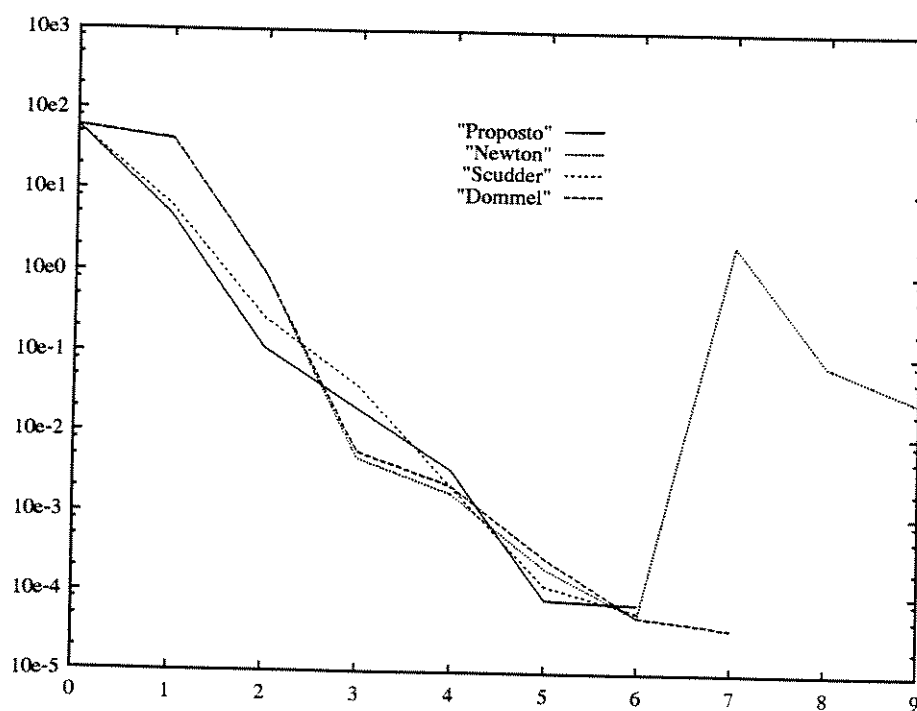


Figura 4.17: Primeiras iterações da evolução da função custo da rede de 28 barras com 97 MVar na barra 1

- na iteração 2 do método proposto aparece um fator baixo (0,1318) devido à violação dos limites de geradores. Continuando o processo iterativo, outros valores baixos voltam a ocorrer nas iterações 4 e 5. Sendo o valor obtido na iteração 5 menor que o limite mínimo pré-estabelecido para as simulações (neste trabalho foi 0,1), o processo de cálculo é interrompido e o estado de operação da rede considerado o melhor resultado possível. Considera-se que um valor baixo de μ multiplicado por um vetor de correção de estado cujos elementos também apresentam valores baixos não alteram significativamente o resultado final;
- na iteração 1 do método de Scudder aparece também um fator baixo (0,1537) devido a violações dos limites de geradores. Seguindo no processo iterativo, obtém-se outro valor baixo na iteração 3 (0,0379), também devido a violações de limites de geradores. Este valor é menor que o limite mínimo de 0,1 pré-estabelecido, o que implicaria, em princípio, na interrupção do processo iterativo. Porém, outras simulações realizadas (uma delas será mostrada adiante) mostraram que um fator μ pequeno devido a violações dos limites de geradores não implica na ausência de solução para o problema. Por isso, o critério de interrupção do processo é associado à obtenção de um valor baixo para μ , desde que não hajam violações dos limites dos geradores envolvidos. Continuando o processo iterativo, obteve-se na iteração 4 um outro valor baixo (-0,0488) sem que qualquer violação de limites de geradores fosse observada. Aí sim, o processo foi interrompido.

4.4 Redes de grande porte

O desempenho do fator μ proposto neste trabalho foi testado para algumas redes de grande porte sob condições normais de operação e sobrecarregadas (veja a tabela 4.1).

A rede de 662 barras e de 1073 ramos é uma rede de grande porte. A tabela 4.13 mostra os fatores μ da rede sob condições normais de operação para o método de Newton convencional, o método de Scudder, o método de Dehnell e Dommel e o método proposto neste trabalho.

Iteração	Scudder	Dommel	Proposto
0	0,97471	1,0000	1,03772
		-5,48410 (*1)	
1	0,71055	1,0000	0,95011
		35,1756 (*1)	
2	0,00312	1,0000	1,03488
		-10,5336 (*1)	
3	0,95280	1,0000	0,86933
		14,0299 (*1)	
4	0,99913	1,0000	0,97765
		-3,35132 (*1)	
5	0,93727	1,01602	1,00061
6	0,12678	1,03497	
7	0,98178		
8	0,98871		
9	1,00000		

Tabela 4.13: Comparação entre os métodos para a rede **662BARRAS**: fatores μ .

A rede de 904 barras e de 1283 ramos corresponde ao sistema reduzido da região Sudoeste dos Estados Unidos da América, e é uma rede de grande porte bastante carregada. A tabela 4.14 mostra os fatores μ da rede sob condições normais de operação para o método de Newton convencional, o método de Scudder, o método de Dehnell e Dommel e o método proposto neste trabalho.

As tabelas 4.13 e 4.14 ilustram um aspecto importante que diferencia o método de Scudder do método proposto. Este se relaciona com a afirmação feita em [15] que o

Iteração	Scudder	Dommel	Proposto
0	0,78093	1,0000	0,95454
		-10,2668 (*1)	
1	0,76727	1,0000	0,99561
		185,586 (*1)	
2	0,96328	0,10082	0,98603
3	0,96009	1,00000	1,00088
		-27,0675 (*1)	
4	0,00045 (*2)	0,61459	1,0000
5	0,98577	1,00000	1,0000
		34,9704 (*1)	
6	0,45067	0,31021	1,0000
7	1,00155	0,00081	
8	1,00000		

(*1) Valor de μ calculado pelo método e não usado.

(*2) Fator μ calculado muito pequeno devido a violações de limites de geradores.

Tabela 4.14: Comparação entre os métodos para a rede **904BARRAS**: fatores μ .

fator μ do método de Scudder pode assumir valores baixos nas primeiras iterações. Tal fato pode ser claramente observado nas tabelas 4.13 e 4.14 através da comparação com os fatores obtidos pelo método proposto. A razão para este tipo de comportamento é a aproximação no cálculo do vetor $\mathbf{c}$ do método de Scudder que já foi discutida na seção 2.2, além de possíveis violações dos limites dos geradores de potência reativa. Quanto mais longe o sistema está da solução (primeiras iterações), maior é diferença entre os vetores de correção de estado $\Delta \mathbf{x}^p$ e $\Delta \mathbf{x}^r$.

Conclui-se, então, que os métodos baseados em otimização de passo têm seus comportamentos fortemente baseados em um correto cálculo de $\mathbf{c}$. Nota-se também, na tabela 4.14, que é obtido um valor muito pequeno para μ na iteração 4 do método de Scudder. Como ele foi devido à violações dos limites de geradores, o processo não foi interrompido e o processo iterativo continuou até a obtenção de uma solução. Também ocorreram violações dos limites de geradores na iteração 2 do método proposto. Neste caso, estas violações não afetaram de maneira significativa o valor do fator μ .

As figuras 4.18 e 4.19 mostram a evolução das funções custos para os quatro métodos

implementados. Nelas, nota-se que para casos que têm solução e que são ainda bem condicionados, o método proposto tende a fornecer fatores μ próximos de 1,0 e os resultados são semelhantes as do método de Newton convencional. Já o método de Scudder apresenta um caminho de convergência diferente, o que em certos casos (para rede de 904 barras em particular) pode se tornar uma desvantagem em termos de eficiência. A diferença se deve, principalmente, aos pequenos valores iniciais de μ e ao grande impacto das violações dos geradores.

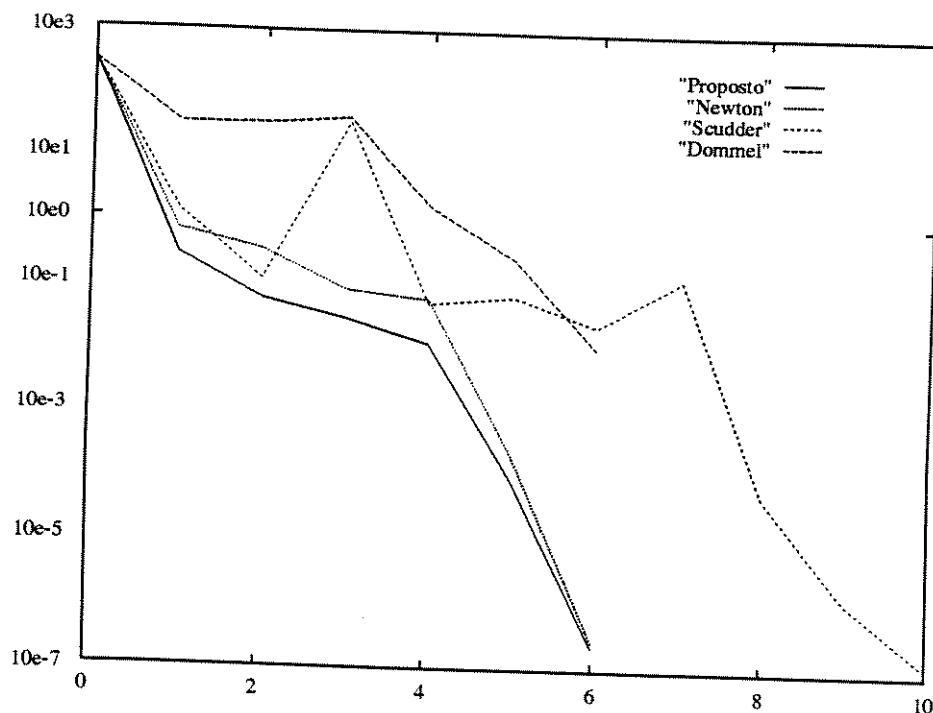


Figura 4.18: Evolução da função custo da rede de 662 barras

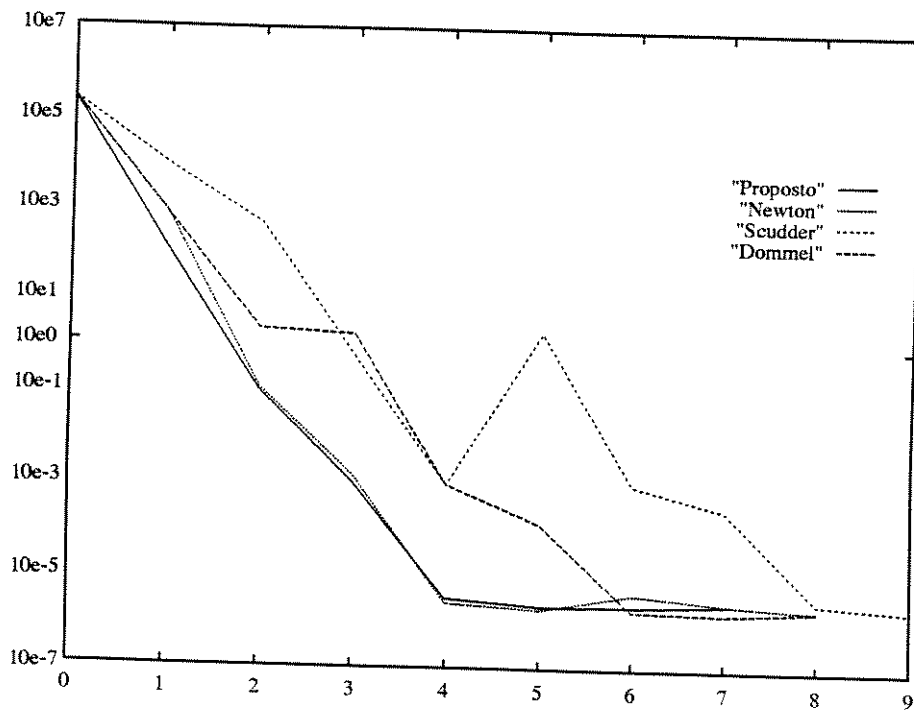


Figura 4.19: Evolução da função custo da rede de 904 barras

4.5 Caso extremo: rede de grande porte sobrecarregada

Foi testado, também, o desempenho de μ para uma rede de grande porte sobrecarregada. Para isto, a rede de 904 barras foi submetida a vários níveis de carregamento, veja na tabela 4.1. A tabela 4.15 mostra fatores μ para a rede de 904 barras com um aumento de 6% na carga total da rede. Neste caso, o método de Newton convencional não converge.

Iteração	Scudder	Dommel	Proposto
0	0,35504	1,0000 -10,2829 (*1)	0,95405
1	0,46221	1,0000 59,2182 (*1)	1,01686
2	0,64154	1,0000 2,41470 (*1)	1,10232
3	0,86875	0,28223	0,12920
4	0,96416	0,00551	0,00160
5	-0,00010 (*2)		
6	1,07574		
7	0,00081		

(*1) Valor de μ calculado pelo método e não usado

(*2) Fator μ calculado muito pequeno devido a violações de limites de geradores.

Tabela 4.15: Comparação entre os métodos para a rede **904BARRAS** com acréscimo de 6% na carga: fatores μ .

Observando a tabela 4.15, nota-se claramente a característica do método de Scudder de resultar em pequenos valores de μ nas primeiras iterações. Aparece novamente o problema da violação dos limites de fornecimento de potência reativa, situação em que μ assume valores muito pequenos no método de Scudder. Na iteração 2 do método proposto também ocorrem violações, mas elas não afetam significativamente o fator μ . A figura 4.20 mostra a evolução das funções custos para os quatro métodos testados. Note que a função custo aumenta quando há violação dos limites de fornecimento de potência reativa. Mas isto não afeta significativamente a convergência do método proposto.

Novamente observa-se que o método proposto acompanha o método de Newton convencional nas primeiras iterações, enquanto o método de Scudder segue um caminho diferente, principalmente em função dos pequenos valores de μ nas primeiras iterações. Conclui-se,

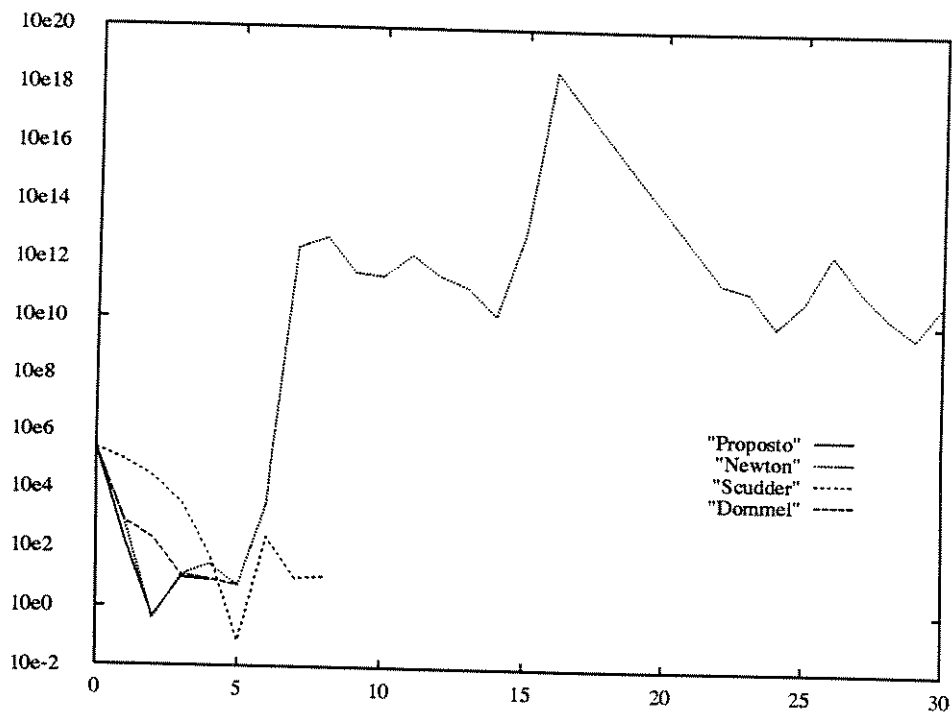


Figura 4.20: Evolução da função custo da rede de 904 barras com um aumento de 6% em sua carga

então, que utilizando o método proposto chega-se a uma melhor solução com um valor da função custo menor que a de outros métodos, obtida durante o processo iterativo (veja especificamente na iteração 2). Acontece, porém, que na iteração 2 o estado obtido é tal que há violação dos limites de geradores, não sendo, portanto, um estado seguro.

O desempenho dos métodos para redes de grande porte sobrecarregadas é mais claramente visto observando as primeiras iterações da evolução da função custo da rede de 904 barras com um aumento de carga de 6%, figura 4.21.

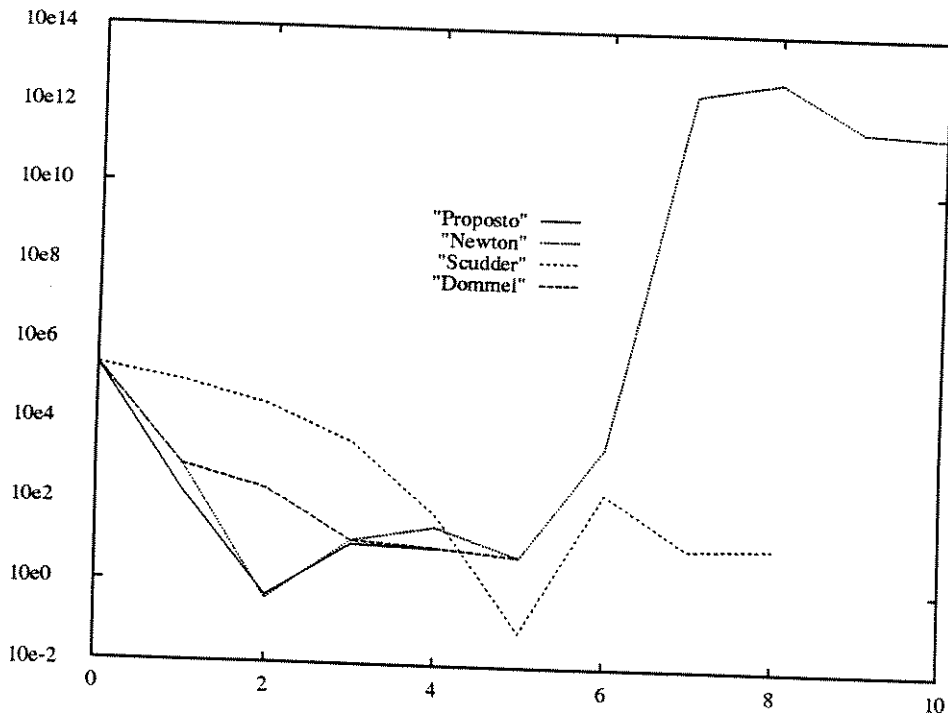


Figura 4.21: Primeiras iterações da evolução da função custo da rede de 904 barras com um aumento de 6% em sua carga

4.6 Algumas considerações sobre as simulações

Como já foi mencionado anteriormente, durante o processo iterativo é possível que um ou mais geradores atinjam seus limites de fornecimento de potência reativa. Seus efeitos no processo iterativo de convergência foram discutidos na seção 4.3 para os vários métodos tratados neste trabalho. Por isso foi testado um procedimento alternativo de tratamento de violações de limites de geradores, desconsiderando μ nas iterações em que estas ocorrerem. Isto equivale de fato a forçar $\mu = 1$ nestes casos. Para a rede de 14 barras esta opção se mostrou ineficiente, com o método proposto obtendo o melhor resultado em 9 iterações e o método de Scudder em 8.

Em geral o método proposto neste trabalho apresenta maiores valores de μ nas primeiras iterações. Isto pode implicar, para certas redes, numa convergência um pouco mais rápida. Isto fica claro observando os gráficos da função custo das várias redes testadas, principalmente nas primeiras iterações.

Capítulo 5

Aplicação de μ ao fluxo de carga desacoplado rápido

O processo de iteração do FCDR têm três componentes distintas: (a) a solução de $\frac{\Delta P}{V} = B' \cdot \Delta \theta$ para θ , (b) a solução de $\frac{\Delta Q}{V} = B'' \cdot \Delta V$ para V e (c) os efeitos das mudanças de V e θ nas funções $\frac{\Delta P}{V}$ e $\frac{\Delta Q}{V}$, respectivamente, a cada iteração.

Diante do bom desempenho do fator de otimização de passo aplicado ao Newton-Raphson, naturalmente surgiu a idéia de aplicá-lo ao fluxo de carga desacoplado (FCDR).

Os resultados obtidos para o FCDR+ μ não foram satisfatórios, como será mostrado adiante. No entanto, todo o trabalho de desenvolvimento do FCDR com otimização de passo será mostrado neste capítulo. Pois ele poderá servir de base para trabalhos futuros nesta área.

5.1 Formulações de μ para o FCDR (FCDR+ μ)

▷ O primeiro método implementado de FCDR+ μ consistia em aplicar ao método proposto neste trabalho a formulação do FCDR. Um único μ era calculado e usado tanto na meia iteração ativa quanto na reativa. Esse método foi chamado de *FCDR simultâneo*.

Os vetores a , b e c eram calculados tais como no método proposto (Newton), levando em consideração a formulação do FCDR e suas simplificações:

$$\begin{aligned}
 a_p &= \frac{\Delta P}{V} \\
 b_p &= -a_p \\
 c_p &= \frac{1}{2} \left[\sum_{m \in K} \Delta x_m \cdot \frac{\partial}{\partial x_m} \right]^2 \cdot \Delta P_k(x) \\
 a_q &= \frac{\Delta Q}{V} \\
 b_q &= -a_q \\
 c_q &= \frac{1}{2} \left[\sum_{m \in K} \Delta x_m \cdot \frac{\partial}{\partial x_m} \right]^2 \cdot \Delta Q_k(x)
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Este método não apresentou um bom desempenho. Os fatores μ calculados apresentavam problemas numéricos. O processo iterativo básico desse método é descrito como segue:

1. Calcular os *mismatches* de potência $\frac{\Delta P}{V}$ e $\frac{\Delta Q}{V}$;
2. Calcular os vetores a , b e c ;
3. Calcular o fator μ ;
4. Obter o novo estado:

$$\begin{aligned}
 \theta(r_p + 1) &= \theta(r_p) + \mu \cdot \Delta \theta(r_p) \\
 V(r_q + 1) &= V(r_q) + \mu \cdot \Delta V(r_q)
 \end{aligned}$$

▷ O segundo método implementado de FCDR+ μ fazia uso de dois fatores μ , um para a parte ativa e outro reativo. Como no primeiro método, seus vetores eram calculados

segundo a formulação do método proposto. Esse método foi chamado de *FCDR alternado*. A diferença entre eles está na utilização da parte ativa dos vetores a_p , b_p e c_p para calcular o fator μ para a meia iteração ativa e analogamente para a reativa. Ou seja, o fator μ_p usado na meia iteração ativa era calculado em função da parte ativa dos vetores a , b e c . O processo iterativo desse segundo método de FCDR+ μ é o seguinte:

1. Calcular os *mismatches* de potência ativa, $\frac{\Delta P}{V}$;
2. Calcular a parte ativa dos vetores a , b e c ;
3. Calcular o fator μ_p ;
4. Obter o novo estado de ângulo: $\theta(r_p + 1) = \theta(r_p) + \mu_p \cdot \Delta\theta(r_p)$
5. Calcular os *mismatches* de potência reativa, $\frac{\Delta Q}{V}$;
6. Calcular a parte reativa dos vetores a , b e c ;
7. Calcular o fator μ_q ;
8. Obter o novo estado de tensão: $V(r_q + 1) = V(r_q) + \mu_q \cdot \Delta V(r_q)$

O método FCDR alternado apresentou problemas de convergência para a parte ativa do fluxo de carga. A função custo ativa (apenas considerando os *mismatches* ativos), a partir de uma certa iteração, permanecia constante e não era minimizada. E, também, quando a função custo ativa aumentava a reativa diminuía e vice-versa, por causa da independência das partes ativa e reativa. Devido a esses problemas, pressupôs-se haver uma certa influência reativa nas iterações ativas. Este foi o ponto de partida para o terceiro método.

▷ O terceiro método implementado de FCDR+ μ fazia uso de dois fatores μ , um para a parte ativa e outro reativo. Mas ambos eram calculados a partir dos vetores a , b e c contendo uma parte ativa e outra reativa. Esta formulação exigia um cálculo antecipado de *mismatches* reativos na iteração ativa e vice-versa. Por isso ele foi considerado como um *FCDR alternado modificado*. O processo iterativo do método FCDR alternado modificado mostra mais claramente sua implementação:

1. Calcular os *mismatches* de potência ativa e reativa, $\frac{\Delta P}{V}$ e $\frac{\Delta Q}{V}$;
2. Calcular os vetores a_p , b_p e c_p , com parte ativa e reativa, tal qual no método FCDR simultâneo;
3. Calcular o fator μ_p ;
4. Obter o novo estado de ângulo: $\theta(r_p + 1) = \theta(r_p) + \mu_p \cdot \Delta\theta(r_p)$

5. Calcular os *mismatches* de potência ativa e reativa, $\frac{\Delta P}{V}$ e $\frac{\Delta Q}{V}$;
6. Calcular os vetores a_q , b_q e c_q , com parte ativa e reativa, tal qual no método FCDR simultâneo;
7. Calcular o fator μ_q ;
8. Obter o novo estado de tensão: $V(r_q + 1) = V(r_q) + \mu_q \cdot \Delta V(r_q)$

Apesar do esforço computacional não ser grande ao calcular duas vezes os *mismatches* ativos e reativos a cada iteração, o terceiro método produzia fatores μ com problemas numéricos. A convergência da parte ativa melhorou, mas havia problemas sérios para redes de grande porte. O fator μ calculado apresentava valores fora da faixa aceitável e o estado final obtido não era bom nem tinha um significado útil.

▷ O quarto método implementado de FCDR+ μ surgiu da idéia de incluir uma contribuição reativa diretamente na atualização de ângulo e uma contribuição ativa na atualização de tensão. Buscou-se na origem do FCDR uma formulação que permitisse a implementação dessa idéia. A seguir será apresentado, passo-a-passo, como foi desenvolvido o quarto método.

Relembrando que as equações dos *mismatches* para o método de Newton convencional são:

$$\Delta P = H \cdot \Delta \theta + N \cdot \Delta V \quad (5.2)$$

$$\Delta Q = M \cdot \Delta \theta + L \cdot \Delta V \quad (5.3)$$

As variações de estado são descritas pelas equações:

$$\Delta \theta = H^{-1} [\Delta P - N \cdot \Delta V] \quad (5.4)$$

$$\Delta V = L^{-1} [\Delta Q - M \cdot \Delta \theta] \quad (5.5)$$

Substituindo a equação 5.5 em 5.4, tem-se:

$$\begin{aligned} \Delta \theta &= H^{-1} [\Delta P - NL^{-1}(\Delta Q - M\Delta \theta)] \\ &= H^{-1}\Delta P - H^{-1}NL^{-1}(\Delta Q - M\Delta \theta) \\ &= H^{-1}\Delta P - H^{-1}NL^{-1}\Delta Q + H^{-1}NL^{-1}M\Delta \theta \end{aligned} \quad (5.6)$$

A equação 5.6 pode ser escrita de outra forma:

$$\Delta \theta = [I - H^{-1}NL^{-1}M]^{-1} \cdot [H^{-1}\Delta P - H^{-1}NL^{-1}\Delta Q] \quad (5.7)$$

Substituindo a equação 5.4 em 5.5, tem-se:

$$\begin{aligned}\Delta V &= L^{-1} [\Delta Q - MH^{-1}(\Delta P - N\Delta V)] \\ &= L^{-1}\Delta Q - L^{-1}MH^{-1}\Delta P + L^{-1}MH^{-1}N\Delta V\end{aligned}\quad (5.8)$$

Analogamente à obtenção da equação 5.7, tem-se:

$$\Delta V = [I - L^{-1}MH^{-1}N]^{-1} \cdot [L^{-1}\Delta Q - L^{-1}MH^{-1}\Delta P] \quad (5.9)$$

Note que as equações 5.7 e 5.9 são exatas. A única aproximação feita é o desenvolvimento em série de Taylor (método de Newton) que as produziu.

Tomando como exemplo a rede de duas barras mostrada na figura 5.1, seus *mismatches* são expressos pela equação 5.10.

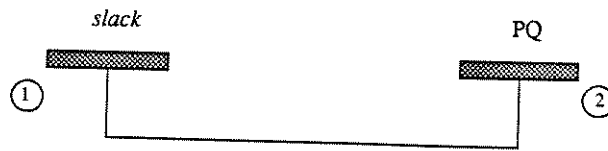


Figura 5.1: Rede exemplo de 2 barras

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & N_{22} \\ M_{22} & L_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Para a estimativa inicial de estado da rede exemplo de 2 barras, tem-se:

$$H_{22} = B_{21} = -b = \frac{x}{\Delta}$$

$$N_{22} = G_{22} + G_{22} + G_{21} = g - g + g = g = \frac{r}{\Delta}$$

$$M_{22} = -G_{22} + G_{21} + G_{22} = -g = -\frac{r}{\Delta}$$

$$L_{22} = -B_{22} + B_{21} + B_{22} = -b - (-b) - b = -b = \frac{x}{\Delta}$$

na qual,

$$\Delta = r^2 + x^2$$

Substituindo as expressões acima na equação 5.7, tem-se:

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= \left[1 - \frac{\Delta}{x} \frac{r}{\Delta} \frac{\Delta}{x} \left(-\frac{r}{\Delta}\right)^{-1}\right]^{-1} \cdot \left[\frac{\Delta}{x} \Delta P - \frac{\Delta}{x} \frac{r}{\Delta} \frac{\Delta}{x} \Delta Q\right] \\ &= \left[1 + \frac{r^2}{x^2}\right]^{-1} \cdot \left[\frac{\Delta}{x} \Delta P - \frac{\Delta r}{x^2} \Delta Q\right] \\ &= \left[\frac{\Delta}{x^2}\right]^{-1} \cdot \left[\frac{\Delta}{x} \Delta P - \frac{\Delta r}{x^2} \Delta Q\right] \\ \Delta\theta &= x \cdot \Delta P - r \cdot \Delta Q \end{aligned} \quad (5.11)$$

$$\begin{aligned} \Delta V &= \left[1 - \frac{\Delta}{x} \left(-\frac{r}{\Delta}\right) \frac{\Delta}{x} \frac{r}{\Delta}\right]^{-1} \cdot \left[\frac{\Delta}{x} \Delta Q - \frac{\Delta}{x} \left(-\frac{r}{\Delta}\right) \frac{\Delta}{x} \Delta P\right] \\ &= \left[1 + \frac{r^2}{x^2}\right]^{-1} \cdot \left[\frac{\Delta}{x} \Delta Q + \frac{\Delta r}{x^2} \Delta P\right] \\ &= \left[\frac{\Delta}{x^2}\right]^{-1} \cdot \left[\frac{\Delta}{x} \Delta Q + \frac{\Delta r}{x^2} \Delta P\right] \\ \Delta V &= x \cdot \Delta Q + r \cdot \Delta P \end{aligned} \quad (5.12)$$

Re-escrevendo as equações 5.2 e 5.3 para a estimativa inicial, tem-se :

$$\Delta P = \frac{x}{\Delta} \cdot \Delta\theta + \frac{r}{\Delta} \cdot \Delta V \quad (5.13)$$

$$\Delta Q = -\frac{r}{\Delta} \cdot \Delta\theta + \frac{x}{\Delta} \cdot \Delta V \quad (5.14)$$

Define-se a matriz G' como segue :

$$G'_{kk} = -\sum \frac{1}{r_{km}}$$

$$G'_{km} = \frac{1}{r_{km}}$$

$$G''_{kk} = \sum \frac{1}{r_{km}}$$

$$G''_{km} = -\frac{1}{r_{km}}$$

Adaptando esta formulação ao FCDR, tem-se as correções de estado para o FCDR+ μ :

$$\Delta\theta = (B')^{-1} \frac{\Delta P}{V} + (G')^{-1} \frac{\Delta Q}{V} \quad (5.15)$$

$$\Delta V = (B'')^{-1} \frac{\Delta Q}{V} + (G'')^{-1} \frac{\Delta P}{V} \quad (5.16)$$

Das equações 5.15 e 5.16, chega-se as expressões do mismatches para o FCDR+ μ :

$$\frac{\Delta P}{V} = B' \cdot \Delta\theta + G' \cdot \Delta V \quad (5.17)$$

$$\frac{\Delta Q}{V} = G' \cdot \Delta\theta + B' \cdot \Delta V \quad (5.18)$$

Expandindo em série de Taylor, os mismatches de potência até os termos de ordem 2. E considerando também os termos de ordem 2 da expansão em série de Taylor das equações 5.17 e 5.18, tem-se para a meia iteração ativa:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P}{V}(\theta + \Delta\theta) &= \frac{\Delta P(\theta)}{V} + \frac{\partial}{\partial\theta} \Delta P(\theta) \cdot \Delta\theta + c_p^\theta \\ &= \frac{\Delta P(\theta)}{V} - B' \cdot \Delta\theta + c_p^\theta \end{aligned} \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta Q}{V}(\theta + \Delta\theta) &= \frac{\Delta Q(\theta)}{V} + \frac{\partial}{\partial\theta} \Delta Q(\theta) \cdot \Delta\theta + c_p^v \\ &= \frac{\Delta Q(\theta)}{V} - G' \cdot \Delta\theta + c_p^v \end{aligned} \quad (5.20)$$

Analogamente, para a parte reativa:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P}{V}(V + \Delta V) &= \frac{\Delta P(V)}{V} + \frac{\partial}{\partial V} \Delta P(V) \cdot \Delta V + c_q^\theta \\ &= \frac{\Delta P(V)}{V} - G' \cdot \Delta V + c_q^\theta \end{aligned} \quad (5.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta Q}{V}(V + \Delta V) &= \frac{\Delta Q(V)}{V} + \frac{\partial}{\partial V} \Delta Q(V) \cdot \Delta V + c_q^v \\ &= \frac{\Delta Q(V)}{V} - B'' \cdot \Delta V + c_q^v \end{aligned} \quad (5.22)$$

Pelas equações 5.19 e 5.20, podemos definir os vetores a , b e c a serem usados na meia iteração ativa, como sendo:

$$a_p = \begin{bmatrix} \frac{\Delta P}{V} \\ \frac{\Delta Q}{V} \end{bmatrix}$$

$$b_p = \begin{bmatrix} -B' \cdot \Delta\theta \\ G' \cdot \Delta\theta \end{bmatrix}$$

$$c_p = \begin{bmatrix} c_p^\theta \\ c_p^v \end{bmatrix}$$

E das equações 5.21 e 5.22, podemos definir, de forma análoga, os vetores a , b e c a serem usados na meia iteração reativa:

$$a_q = \begin{bmatrix} \frac{\Delta P}{V} \\ \frac{\Delta Q}{V} \end{bmatrix}$$

$$b_q = \begin{bmatrix} -G' \cdot \Delta V \\ -B'' \cdot \Delta V \end{bmatrix}$$

$$c_q = \begin{bmatrix} c_q^\theta \\ c_q^v \end{bmatrix}$$

O fator de otimização de passo μ é calculado da mesma forma que no método proposto, minimizando a função custo, e fazendo uso dos vetores a , b e c descritos acima. Haverá, portanto, um fator μ_p para a meia iteração ativa e outro μ_q para a meia iteração reativa. Eles são introduzidos ao processo iterativo como segue:

1. Calcular os *mismatches* de potência ativa e reativa, $\frac{\Delta P}{V}$ e $\frac{\Delta Q}{V}$;
2. Calcular a parte ativa do vetor a ;
3. Calcular $\Delta\theta$;
4. Calcular a parte ativa dos vetores b e c ;
5. Calcular o fator μ_p ;
6. Obter o novo estado de ângulo: $\theta(r_p + 1) = \theta(r_p) + \mu_p \cdot \Delta\theta(r_p)$
7. Calcular os *mismatches* de potência ativa e reativa, $\frac{\Delta P}{V}$ e $\frac{\Delta Q}{V}$;
8. Calcular a parte reativa do vetor a ;
9. Calcular ΔV ;
10. Calcular a parte reativa dos vetores b e c ;
11. Calcular o fator μ_q ;
12. Obter o novo estado de tensão: $V(r_q + 1) = V(r_q) + \mu_q \cdot \Delta V(r_q)$

A introdução da influência reativa na meia iteração ativa contribui positivamente em alguns casos (quando ΔQ é pequeno). Quando ΔQ é muito grande o segundo termo à direita da equação 5.15 é desconsiderado.

Observe que, apesar da formulação do FCDR+ μ modificado, os fatores μ são calculados usando a idéia básica do método proposto, descrito no capítulo 3. O vetor c é construído com as derivadas parciais de segunda ordem da expansão em série de Taylor dos *mismatches* de potência.

Nesta quarta formulação, também foi observado, a partir de uma certa iteração, um comportamento de μ com valores quase constantes. Apesar de não apresentar os problemas que apareciam nas formulações anteriores de FCDR+ μ .

5.2 Comentários

O FCDR é um método de rápida convergência com velocidades diferentes para a meia iteração ativa e reativa. Isto porque a matriz Jacobiana é simplificada em sua formulação. Diante desta característica marcante, a convergência lenta do FCDR com o fator μ não constitui uma melhoria no desempenho do fluxo de carga.

O estado final obtido não é necessariamente, a melhor solução possível para o sistema. Isto se verifica tanto nas simulações com redes bem comportadas quanto nas sobrecarregadas. Já em redes de grande porte seu desempenho foi melhor.

A tabela 5.1 mostra a convergência de vários sistemas para algumas formulações de FCDR utilizando otimização de passo (FCDR+ μ). A notação adotada na tabela é a seguinte:

- FCDR - fluxo de carga desacoplado rápido
- Simultâneo - primeiro método implementado de FCDR+ μ
- Alternado - terceiro método implementado de FCDR+ μ
- FCDR-mult - quarto método implementado de FCDR+ μ

Sistemas	FCDR	Simultâneo	Alternado	FCDR-mult
11 barras, Q(8) = 101 MVar ^{(*)1}	C 9-8	NC	C 9-8	MS 3-1
11 barras, Q(8) = 120 MVar	C 9-8	NC	C 10-8	MS 4-1
11 barras, Q(8) = 122 MVar	C 8-8	NC	C 9-8	MS 4-1
11 barras, Q(8) = 123 MVar	C 8-8	NC	C 9-8	MS 4-1
14 barras	C 3-3	C 8-8	C 3-3	C 6-6
14 barras (+10%) ^{(*)2}	C 4-3	C 9-9	C 3-3	C 6-7
14 barras (+20%)	C 4-4	C 9-9	C 4-5	C 6-8
14 barras (-10%)	C 4-4	C 8-8	C 3-3	C 5-4
14 barras (-20%)	C 4-4	C 8-8	C 4-4	C 5-4
14 barras, Q(14) = 55 MVar	C 5-6	C 9-9	C 5-6	C 8-9
14 barras, Q(14) = 73 MVar	C 20-20	C 21-21	C 20-20	MS 14-11
14 barras, Q(14) = 74 MVar	NC	MS 29-29	MS 28-29	MS 15-11
14 barras, Q(14) = 80 MVar	NC	NC	MS 9-10	MS 9-7
30 barras	C 3-3	C 7-7	C 3-3	C 8-8
57 barras	C 3-3	C 11-11	C 3-3	C 5-5
118 barras	C 4-5	NC	C 4-5	C 5-5
145 barras	C 6-5	NC	C 6-5	C 11-10
162 barras	C 4-3	C 5-5	C 4-3	C 6-5
300 barras	C 2-5	NC	C 2-5	C 2-4
662 barras	C 12-14	NC	C 12-16	MS 4-8
904 barras	C 8-8	MS 1-1	MS 8-6	C 8-7
904 barras (+2%)	NC	MS 1-1	NC	MS 15-50
904 barras (+5%)	C 35-36	MS 1-1	C 37-41	C 5-5
904 barras (+6%)	NC	MS 1-1	MS 15-15	MS 4-4
904 barras (+10%)	NC	MS 1-1	MS 8-10	MS 4-4
904 barras (+15%)	NC	MS 1-1	MS 9-9	MS 1-3

(*)1 Sistema de 11 barras com 101 MVar na barra 8

(*)2 Sistema de 14 barras com aumento de sua carga em 10%

Tabela 5.1: Comparação entre as métodos aplicados ao FCDR+ μ : convergência

Note que o desempenho do $FCDR+\mu$ não é uniforme nas redes simuladas. No caso de sobrecarga na rede de 14 barras, uma solução foi encontrada para valores de tensões baixos nas barras. Para alguns sistemas bem condicionados, a convergência foi mais lenta. Isto se deve ao fato de o fator μ cair lentamente, quase se tornando um valor constante. Neste caso a função custo é minimizada até um certo ponto e, a partir daí, assume valores quase constantes.

O trabalho empenhado nas várias formulações de otimização de passo para o $FCDR$, foi válido. Esta experiência ajudou a elucidar alguns pontos de sua implementação no Newton-Raphson. Ampliando, assim, as metas para este trabalho. O aperfeiçoamento de uma formulação para o $FCDR+\mu$, constitui um excelente tema para trabalhos futuros.

Capítulo 6

Conclusões

Neste trabalho foi proposto um método de solução para o problema do fluxo de carga para sistemas mal-condicionados e/ou sem solução. O método proposto introduz um fator de otimização de passo, μ , no cálculo do fluxo de carga afim de melhorar a característica de convergência da rede. Assim, um ponto de operação para a rede é sempre obtido, mesmo que não haja solução para a rede. O método é capaz de quantificar a distância do estado obtido à fronteira Σ , identificando o grau insovitabilidade do problema.

O método proposto é baseado em uma formulação originalmente em coordenadas polares das equações do fluxo de carga. Não há, portanto, a necessidade de transformações trigonométricas (polar-retangular e/ou retangular-polar) durante o processo de cálculo. Uma única aproximação é feita referente à não consideração dos termos de ordem maior que dois na expansão em série de Taylor das equações do fluxo de carga.

A introdução do fator μ proposto no processo de solução do fluxo de carga é de fácil implementação. Para o cálculo de μ , poucas e pequenas modificações devem ser feitas no programa, sem alterar o algoritmo original de resolução do fluxo de carga. O esforço computacional adicional para o cálculo de μ e a memória de armazenamento adicional requeridos são muito pequenos. A utilização do fator de otimização de passo proposto produz uma melhor solução quando o fluxo de carga convencional não converge no sentido de minimizar a função custo. Para situações que as equações do fluxo de carga têm solução, o comportamento com e sem μ é aproximadamente o mesmo.

A utilização do fator de otimização de passo de iteração proposto para o fluxo de carga permite a obtenção de soluções para redes mal-condicionadas, mesmo quando o

método convencional falha. Caso não haja solução na região factível, o método proposto fornece resultados importantes para a análise da situação da rede. Ele fornece um ponto de operação o mais próximo possível da região de factibilidade. Isto permite a definição de estratégias de retorno à região de factibilidade através de análise de sensibilidade e rejeição de carga, por exemplo.

As muitas simulações realizadas mostram que o método proposto neste trabalho pode ser utilizado de maneira geral, ou seja, tanto para redes mal-condicionadas e/ou sobrecarregadas quanto para redes bem condicionadas. Ele mostrou-se preciso, robusto e apresentou um desempenho geral superior aos outros métodos conhecidos. Ele pode ser utilizado como uma ferramenta útil de suporte aos estudos de instabilidade de tensão e colapso de tensão.

O método proposto produz *mismatches* finais sempre próximo a zero, para rede na região factível (com solução). Quando a rede está na região infactível (sem solução), os valores dos *mismatches* finais aumentam. Esta variação é aproximadamente linear. Este fato pode ser de grande importância caso se deseje estabelecer uma estratégia de controle para a volta à região factível. Esta volta pode ser feita através de, por exemplo, rejeição de carga. Os métodos de obtenção de margens de segurança com relação ao colapso de tensão, [17], poderiam também se beneficiar desta característica quando o aumento de carga excede o limite e o fluxo de carga passa a não convergir. Naturalmente, se o aumento de carga ocorre em mais de uma barra, procedimentos mais elaborados de corte de carga devem ser obtidos, [8, 20].

Comparando o método proposto com os outros métodos conhecidos, vê-se que :

- Os vetores a e b do método proposto são os mesmos do método de Iwamoto [9], não havendo necessidade de calcular termos adicionais, como acontece com o vetor b no método de Scudder ($J^p \cdot \Delta \Delta x_p$).
- Não há aproximações em relação ao vetor c , já que ele representa o termo completo com todas as derivadas segundas no desenvolvimento das equações do fluxo de carga em série de Taylor, formuladas em coordenadas polares. Diferentemente do vetor c definido por Scudder [9]. Isto implica em diferenças fundamentais entre os desempenhos desses métodos, já que o vetor c exerce grande influência no valor do fator μ calculado.

	vetor a	vetor b	vetor c
Tamura	$\Delta y(x)$	$-\Delta y(x)$	$-\Delta y'(\Delta x')$
Scudder	$\Delta y(x)$	$J^p \cdot \Delta x^p =$ $= J^r \cdot \Delta x^r + J^p \cdot \Delta \Delta x^p$	$-\Delta y'(\Delta x')^*$
Proposto	$\Delta y(x)$	$-\Delta y(x)$	$-\frac{1}{2} \left[\sum_{m \in \mathcal{K}} \Delta x_m \frac{\delta}{\delta x_m} \right]^2 \cdot \Delta y^p(x^p)$

* segunda derivada incompleta

Figura 6.1: Diferenças entre os métodos existentes e o proposto.

Bibliografia

- [1] J. B. Ward, H. W. Hale, "Digital computer solution of power flow problems", AIEE Trans. Power App. Sys., vol. 75, pp.398-404, Jun 1956.
- [2] J. E. Van Ness, "Iteration methods for digital load flow studies", AIEE Trans. Power App. Sys., vol. 78, pp. 583-588, Aug 1959.
- [3] W. F. Tinney, C. E. Hart, "Power flow solution by Newton's method", IEEE Trans. Power App. Sys., vol. PAS-86, pp. 1449-1456, Nov 1967.
- [4] B. Stott, O. Alsac, "Fast decoupled load flow", IEEE Trans. Power App. Sys., vol. PAS-93, pp. 859-869, May/Jun 1974
- [5] S. Iwamoto, Y. Tamura, "A fast load flow method retaining nonlinearity", IEEE Trans. Power App. and Sys., vol. PAS-97, pp. 1586-1599, Sep/Oct 1978.
- [6] K. Zollenkopf, "Bi-factorisation - basic computational algorithm and programming techniques", in J. K. Reid, Ed., Large sparse sets of linear equations, Academic Press, 1971.
- [7] W. F. Tinney, J. W. Walker, "Direct solutions of sparse network equations by optimally ordered triangular factorization", Proceedings of the IEEE, vol.55, pp. 1801-1809, 1967.
- [8] T. J. Overbye, "A power flow measure for unsolvable cases", IEEE Trans. Power App. and Sys., vol.9 , pp. 1359-1365.
- [9] S. Iwamoto, Y. Tamura, "A load flow calculation method for ill-conditioned power systems", IEEE Trans. Power App. and Sys., vol. PAS-100, pp. 1736-1743, Apr 1981.
- [10] Proceedings: Bulk power systems voltage phenomena - voltage stability and security, EPRI Report EL-6183, Jan 1989.

- [11] Proceedings: Bulk power systems voltage phenomena - voltage stability and security, McHenry, MD, EPRI, Aug 1991.
- [12] Y. Wallash, "Gradient methods for load flow-problems", IEEE Trans. Power App. Sys., vol. PAS-87, pp. 1314-1318, May 1968.
- [13] A. M. Sasson, "Non-linear programming solutions for the load flow, minimum-loss, and economic dispatching problems", IEEE Trans. Power App. Sys., vol. PAS-88, pp.399-409, Apr 1969.
- [14] A. M. Sasson, C. Trevino, F. Aboytes, "Improved Newton's load flow through a minimization technique", IEEE Trans. Power App. Sys., vol. PAS-90, pp.1974-1981, Sep/Oct 1971.
- [15] J. M. Scudder, "Step size optimization in a polar Newton power flow" , relatório interno, University of Wisconsin, Madison, 1981.
- [16] J. M. Scudder, F. L. Alvarado, discussão de [5].
- [17] N. Flatabø, O. B. Fosso, R. Ognedal, T. Carlsen, K. R. Heggland, "A method for calculation of margins to voltage instability applied on the Norwegian System for maintaining required security level", IEEE Trans. Power App. Sys., vol. 8, n. 3, pp. 920-928, Aug 1993.
- [18] F. Alvarado, I. Dobson, Y. Hu, "Computation of closest bifurcations in power systems", IEEE Trans. Power Sys., vol. 9, n. 2, pp. 918-928, May 1994.
- [19] K. Iba, H. Suzuki, M. Egawa, T. Watanabe, "Calculation of critical loading condition with nose curve using homotopy continuation method", IEEE Trans. Power Sys., vol. 6, pp. 584-593, 1990.
- [20] T. J. Overbye, "Computation of a practical method to restore power flow solvability", IEEE Trans. Power Sys., vol. 10, pp. 280-287, 1994.
- [21] L. L. Freris, A. M. Sasson, "Investigation of the load flow problem", Proceedings of the IEE, vol. 115, n. 10, 1968.
- [22] M. Dehnel, H. W. Dommel, "A method for identifying weak nodes in nonconvergent load flows", IEEE Trans. Power Sys., vol. 4, n. 2, pp. 801-807, 1989.
- [23] R. A. M. Van Amerongen, "A general-purpose version of the fast decoupled load flow", IEEE Trans. Power Sys., vol. 4, pp. 760-770, 1988.
- [24] S. C. Tripathy, G. D. Prasad, O. P. Malik, G. S. Hope, "Load-flow solutions for ill-conditioned power systems by a Newton-like method", IEEE Trans. Power App. Sys., vol. PAS-101, n. 10, october, 1982.

- [25] U. M. Ascher, R. M. M. Mattheij , R. D. Russel, "Numerical Solution of Boundary Value Problems for Ordinary Differential Equations", Chapter VIII, Prentice-Hall 1987.
- [26] M. A. Munem, D. J. Foulis, "Cálculo", vol. 2, primeira edição, ed. Guanabara Dois, 1986.

Apêndice A

Equações do fluxo de carga em coordenadas retangulares e sua expansão em série de Taylor

A.1 Definição 1

Uma função f definida em um intervalo aberto J é dita ser infinitamente diferenciável em J se f tem derivadas $F_{(n)}$ de todas as ordens $n \geq 1$ em J , [26].

A.2 Definição 2

Seja a função $f(x)$ infinitamente diferenciável em um intervalo aberto J . Então a série de Taylor para f em x_0 é a série de potências :

$$\sum_{k=0}^{\infty} c_k (x - x_0)^k \tag{A.1}$$

na qual $c_k = \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}$, para $k = 1, 2, 3, 4 \dots$

A.3 Teorema: Expansão de uma função na sua série de Taylor, [26]

Seja a função $f(x)$ infinitamente diferenciável em algum intervalo aberto contendo o número x_0 . Suponha que existe um número positivo r e uma constante positiva M tal que $|f^{(n)}(x)| \leq M$ se verifica para todos os valores de x no intervalo $(x_0 - r, x_0 + r)$ e todos os inteiros positivos. Então $f(x)$ pode ser desenvolvida numa série de Taylor, isto é:

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k \quad (\text{A.2})$$

se verifica para todos os valores de x nos intervalos $(x_0 - r, x_0 + r)$.

A.4 Teorema: Expansão de uma função de duas dimensões em série de Taylor, [26]

Seja a função $f(x, y)$ infinitamente diferenciável em algum intervalo aberto contendo o número (x_0, y_0) . Suponha que existe um número positivo r e uma constante positiva M tal que $|f^{(n+1)}(x, y)| \leq M$ se verifica para todos os valores de (x, y) no intervalo $(x_0, y_0, x_0 + \Delta\xi, y_0 + \Delta\zeta)$ e todos os inteiros positivos $n + 1$. Então $f(x, y)$ pode ser desenvolvida numa série de Taylor; isto é,

$$f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) = f(x_0, y_0) + \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{j!} \left[\frac{\partial}{\partial x} \cdot \Delta x + \frac{\partial}{\partial y} \cdot \Delta y \right]^j \cdot f(x, y)|_{x=x_0, y=y_0} + \frac{1}{(n+1)!} \left[\frac{\partial}{\partial x} \cdot \Delta x + \frac{\partial}{\partial y} \cdot \Delta y \right]^{(n+1)} \cdot f(x, y)|_{x=x_0 + \Delta\xi, y=y_0 + \Delta\zeta} \quad (\text{A.3})$$

para o ponto $0 \leq \Delta \leq 1$.

OBS: O último termo da equação A.3 é o resíduo da série, [26].

A.5 O fluxo de carga na forma retangular

As equações 2.4 e 2.5 podem ser expressas de forma a explicitar seus termos quadráticos.

$$P_k = \sum_{m=1}^n (G_{km} e_k e_m + B_{km} e_k f_m + G_{km} f_k f_m - B_{km} f_k e_m) \quad (\text{A.4})$$

$$Q_k = \sum_{m=1}^n (G_{km} f_k e_m + B_{km} f_k f_m - G_{km} e_k f_m + B_{km} e_k e_m) \quad (\text{A.5})$$

Se $y_s = y(x)$ é o conjunto das equações do fluxo de carga em coordenadas retangulares, ele pode ser expresso em função de seus termos quadráticos das tensões e e f , (veja as equações 2.7 e 2.8).

A.6 Teorema: Expansão das equações do fluxo de carga em série de Taylor

Para as expressões 2.4 e 2.5 sua expansão em série de Taylor resulta em uma série finita e expressa completamente até seu termo de segunda ordem.

$$\begin{aligned} P_k(e_k + \Delta e_k, f_k + \Delta f_k) &= P_k(e_k, f_k) + \frac{\partial P_k}{\partial e_k} \cdot \Delta e_k + \frac{\partial P_k}{\partial f_k} \cdot \Delta f_k + \\ &\quad \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P_k}{\partial e_k^2} \cdot \Delta e_k^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P_k}{\partial f_k^2} \cdot \Delta f_k^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P_k}{\partial e_k \partial f_k} \cdot \Delta e_k \cdot \Delta f_k \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} Q_k(e_k + \Delta e_k, f_k + \Delta f_k) &= Q_k(e_k, f_k) + \frac{\partial Q_k}{\partial e_k} \cdot \Delta e_k + \frac{\partial Q_k}{\partial f_k} \cdot \Delta f_k + \\ &\quad \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Q_k}{\partial e_k^2} \cdot \Delta e_k^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Q_k}{\partial f_k^2} \cdot \Delta f_k^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Q_k}{\partial e_k \partial f_k} \cdot \Delta e_k \cdot \Delta f_k \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Note que os termos $\frac{\partial P_k}{\partial e_k}, \frac{\partial P_k}{\partial f_k}, \frac{\partial^2 P_k}{\partial e_k^2}, \frac{\partial^2 P_k}{\partial f_k^2}, \frac{\partial Q_k}{\partial e_k}, \frac{\partial Q_k}{\partial f_k}, \frac{\partial^2 Q_k}{\partial e_k^2}, \frac{\partial^2 Q_k}{\partial f_k^2}$ em A.6 e A.7 são elementos da matriz Jacobiana calculado pelo fluxo de carga em sua forma retangular.

Considerando que Δx é o vetor das variações de estado, que $[J]$ é a matriz Jacobiana do fluxo de carga e que x é o vetor das estimativas das tensões nodais. E aplicando as equações A.6 e A.7 na equação 2.8; obtém-se, então, a expressão de 2.8 desenvolvida em série de Taylor:

$$y_s = [A] \begin{bmatrix} x_{e1}x_{e1} \\ x_{e1}x_{e2} \\ \vdots \\ x_{ei}x_{ej} \\ \vdots \\ x_{en}x_{en} \end{bmatrix} + [A] \begin{bmatrix} x_{e1}\Delta x_1 \\ x_{e2}\Delta x_2 \\ \vdots \\ x_{ei}\Delta x_j \\ \vdots \\ x_{en}\Delta x_n \end{bmatrix} + [A] \begin{bmatrix} \Delta x_1x_{e1} \\ \Delta x_2x_{e2} \\ \vdots \\ \Delta x_jx_{ei} \\ \vdots \\ \Delta x_nx_{en} \end{bmatrix} + [A] \begin{bmatrix} \Delta x_1\Delta x_1 \\ \Delta x_1\Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_i\Delta x_j \\ \vdots \\ \Delta x_n\Delta x_n \end{bmatrix} \quad (A.8)$$

Algumas considerações podem ser feitas sobre a equação A.8:

- O primeiro termo é simplesmente igual a $y(x_e)$.
- A soma do segundo termo com o terceiro resulta em:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_k}{\partial e_k} \frac{\partial P_k}{\partial f_k} \\ \frac{\partial Q_k}{\partial e_k} \frac{\partial Q_k}{\partial f_k} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta e_k \\ \Delta f_k \end{bmatrix}$$

que é igual a $[J] \cdot [\Delta x]$.

- Note que o quarto termo tem a mesma forma do primeiro, mas com suas variáveis diferentes. Assim podemos re-escrever o quarto termo de A.8 como sendo $y(\Delta x)$.

Se aplicarmos as considerações descritas acima a expressão do fluxo de carga desenvolvida em série de Taylor a equação A.8 pode ser expressa como simplesmente:

$$y_s = y(x_e) + [J] \cdot \Delta x + y(\Delta x) \quad (A.9)$$

Apêndice B

Introdução de μ na expressão da expansão das equações do fluxo de carga em série de Taylor

A introdução de um multiplicador escalar que otimize cada passo de iteração do fluxo de carga na equação 2.11, a torna:

$$y_s - y(x_e) - J(\mu \cdot \Delta x) - y(\mu \cdot \Delta x) = 0 \quad (\text{B.1})$$

ou ainda,

$$\begin{bmatrix} y_s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{e1}x_{e1} \\ x_{e1}x_{e2} \\ \vdots \\ x_{ei}x_{ej} \\ \vdots \\ x_{en}x_{en} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} J \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mu \cdot \Delta x_1 \\ \mu \cdot \Delta x_2 \\ \vdots \\ \mu \cdot \Delta x_j \\ \vdots \\ \mu \cdot \Delta x_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} (\mu \cdot \Delta x_1)(\mu \cdot \Delta x_1) \\ (\mu \cdot \Delta x_2)(\mu \cdot \Delta x_2) \\ \vdots \\ (\mu \cdot \Delta x_i)(\mu \cdot \Delta x_j) \\ \vdots \\ (\mu \cdot \Delta x_n)(\mu \cdot \Delta x_n) \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{B.2})$$

Lembrando que μ é uma grandeza escalar, nota-se que μ pode multiplicar a terceira parcela da equação B.2 à frente da matriz. Assim, tem-se:

$$\begin{bmatrix} y_s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{e1}x_{e1} \\ x_{e1}x_{e2} \\ \vdots \\ x_{ei}x_{ej} \\ \vdots \\ x_{en}x_{en} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} J \end{bmatrix} \cdot \mu \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_j \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mu^2 \cdot \Delta x_1 \cdot \Delta x_1 \\ \mu^2 \cdot \Delta x_2 \cdot \Delta x_2 \\ \vdots \\ \mu^2 \cdot \Delta x_i \cdot \Delta x_j \\ \vdots \\ \mu^2 \cdot \Delta x_n \cdot \Delta x_n \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{B.3})$$

Da mesma forma, o quarto termo da equação B.3 pode ser multiplicado por μ^2 à frente da matriz $[A]$. E o terceiro termo pode ser multiplicado por μ à frente da matriz Jacobiana.

$$\begin{bmatrix} y_s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{e1}x_{e1} \\ x_{e1}x_{e2} \\ \vdots \\ x_{ei}x_{ej} \\ \vdots \\ x_{en}x_{en} \end{bmatrix} - \mu \cdot \begin{bmatrix} J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_j \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix} - \mu^2 \cdot \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_1 \cdot \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \cdot \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_i \cdot \Delta x_j \\ \vdots \\ \Delta x_n \cdot \Delta x_n \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{B.4})$$

Aplicando o resultado de B.4 na equação B.1, tem-se, então, a expressão das equações do fluxo de carga que usa o multiplicador como se vê no capítulo 2:

$$y - y(x_e) - \mu \cdot J \cdot \Delta x - \mu^2 \cdot y(\Delta x) = 0 \quad (\text{B.5})$$

Apêndice C

Função custo em sua forma explícita, em função dos vetores a , b e c

Considere F_c como sendo a função custo a ser minimizada para se obter a solução das equações do fluxo de carga 2.26, 2.27, 2.4 e 2.5. A função custo adequada a estes casos, descritos nesta tese em vários capítulos, é aquela que é igual a “ metade do somatório dos quadrados dos mismatches de potência do fluxo de carga ”.

$$F_c = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n} (a_i + \mu b_i + \mu^2 c_i)^2 \quad (C.1)$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n} \left[(a_i + \mu b_i + \mu^2 c_i) \cdot (a_i + \mu b_i + \mu^2 c_i) \right] \quad (C.2)$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n} \left[a_i^2 + \mu \cdot 2 \cdot a_i b_i + \mu^2 \cdot (b_i^2 + 2a_i c_i) + \mu^3 \cdot (2b_i c_i) + \mu^4 \cdot c_i^2 \right] \quad (C.3)$$

A função custo assume seu valor mínimo local quando sua derivada primeira é nula:

$$\frac{\partial F_c}{\partial \mu} = 0 \quad (C.4)$$

Esta é uma condição suficiente para garantir que o valor de μ encontrado para C.4, seja o valor que minimiza a função custo C.1.

Aplicando a condição de mínimo custo C.4 à função custo C.2, tem-se:

$$\sum_{i=1}^{2n} \left[2a_i b_i + 2 \cdot \mu \cdot (b_i^2 + 2a_i c_i) + 3 \cdot \mu^2 \cdot (2a_i c_i) + 4 \cdot \mu^3 \cdot (c_i^2) \right] = 0 \quad (\text{C.5})$$

$$\sum_{i=1}^{2n} \left[a_i b_i + \mu \cdot (b_i^2 + 2a_i c_i) + \mu^2 \cdot (2b_i c_i) + \mu^3 \cdot (2c_i^2) \right] = 0 \quad (\text{C.6})$$

O valor de μ obtido, na solução da equação C.6, será aquele que minimize a função custo C.1.

Apêndice D

Desenvolvimento de $\frac{\partial^2 x^r}{\partial x^{p2}}$

O termo $\frac{\partial^2 x^r}{\partial x^{p2}}$ pode ser calculado como um vetor de matriz que tem a seguinte estrutura:

$$\frac{\partial^2 x^r}{\partial x^{p2}} = \left[\begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_n \end{array} \right] \end{array} \right] \quad (D.1)$$

na qual M_1 , M_2 e M_n são as matrizes descritas como segue:

$$\left[M_1 \right] = \left[\begin{array}{ccccc} \frac{\partial^2 e_1}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} & \frac{\partial^2 e_1}{\partial \theta_1 \partial V_1} & \cdots & \frac{\partial^2 e_1}{\partial \theta_1 \partial \theta_n} & \frac{\partial^2 e_1}{\partial \theta_1 \partial V_n} \\ \frac{\partial^2 f_1}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} & \frac{\partial^2 f_1}{\partial \theta_1 \partial V_1} & \cdots & \frac{\partial^2 f_1}{\partial \theta_1 \partial \theta_n} & \frac{\partial^2 f_1}{\partial \theta_1 \partial V_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 e_n}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} & \frac{\partial^2 e_n}{\partial \theta_1 \partial V_1} & \cdots & \frac{\partial^2 e_n}{\partial \theta_1 \partial \theta_n} & \frac{\partial^2 e_n}{\partial \theta_1 \partial V_n} \\ \frac{\partial^2 f_n}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} & \frac{\partial^2 f_n}{\partial \theta_1 \partial V_1} & \cdots & \frac{\partial^2 f_n}{\partial \theta_1 \partial \theta_n} & \frac{\partial^2 f_n}{\partial \theta_1 \partial V_n} \end{array} \right] \quad (D.2)$$

$$\left[M_2 \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 e_1}{\partial V_1 \partial \theta_1} & \frac{\partial^2 e_1}{\partial V_1 \partial V_1} & \cdots & \frac{\partial^2 e_1}{\partial V_1 \partial \theta_n} & \frac{\partial^2 e_1}{\partial V_1 \partial V_n} \\ \frac{\partial^2 f_1}{\partial V_1 \partial \theta_1} & \frac{\partial^2 f_1}{\partial V_1 \partial V_1} & \cdots & \frac{\partial^2 f_1}{\partial V_1 \partial \theta_n} & \frac{\partial^2 f_1}{\partial V_1 \partial V_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 e_n}{\partial V_1 \partial \theta_1} & \frac{\partial^2 e_n}{\partial V_1 \partial V_1} & \cdots & \frac{\partial^2 e_n}{\partial V_1 \partial \theta_n} & \frac{\partial^2 e_n}{\partial V_1 \partial V_n} \\ \frac{\partial^2 f_n}{\partial V_1 \partial \theta_1} & \frac{\partial^2 f_n}{\partial V_1 \partial V_1} & \cdots & \frac{\partial^2 f_n}{\partial V_1 \partial \theta_n} & \frac{\partial^2 f_n}{\partial V_1 \partial V_n} \end{bmatrix} \quad (D.3)$$

$\vdots$

$\vdots$

$$\left[M_n \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 e_1}{\partial V_n \partial \theta_1} & \frac{\partial^2 e_1}{\partial V_n \partial V_1} & \cdots & \frac{\partial^2 e_1}{\partial V_n \partial \theta_n} & \frac{\partial^2 e_1}{\partial V_n \partial V_n} \\ \frac{\partial^2 f_1}{\partial V_n \partial \theta_1} & \frac{\partial^2 f_1}{\partial V_n \partial V_1} & \cdots & \frac{\partial^2 f_1}{\partial V_n \partial \theta_n} & \frac{\partial^2 f_1}{\partial V_n \partial V_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 e_n}{\partial V_n \partial \theta_1} & \frac{\partial^2 e_n}{\partial V_n \partial V_1} & \cdots & \frac{\partial^2 e_n}{\partial V_n \partial \theta_n} & \frac{\partial^2 e_n}{\partial V_n \partial V_n} \\ \frac{\partial^2 f_n}{\partial V_n \partial \theta_1} & \frac{\partial^2 f_n}{\partial V_n \partial V_1} & \cdots & \frac{\partial^2 f_n}{\partial V_n \partial \theta_n} & \frac{\partial^2 f_n}{\partial V_n \partial V_n} \end{bmatrix} \quad (D.4)$$

Apêndice E

Solução literal da equação cúbica

Para encontrar a formulação das possíveis soluções que uma equação cúbica pode ter, fez-se uso de uma poderosa ferramenta de cálculos matemáticos, o software “*Mathematica*®”. Para a equação cubica, 2.24:

$$g_0 + g_1x + g_2x^2 + g_3x^3 = 0 \quad (\text{E.1})$$

As expressões literais que representam as soluções possíveis de E.1, geradas pelo *Mathematica*®, x_1 , x_2 e x_3 são as seguintes:

$$x_1 = \alpha - \frac{(2)^{\frac{1}{3}} \cdot \beta}{3 \cdot (\delta)^{\frac{1}{3}} \cdot g_3} + \frac{(\delta)^{\frac{1}{2}}}{3 \cdot (2)^{\frac{1}{3}} \cdot g_3} \quad (\text{E.2})$$

$$x_2 = \alpha + \tau - \xi - j\sqrt{3} \cdot (\tau + \xi) \quad (\text{E.3})$$

$$x_2 = \alpha + \tau - \xi + j\sqrt{3} \cdot (\tau + \xi) \quad (\text{E.4})$$

Definição de algumas variáveis auxiliares usadas na expressões de x_1 , x_2 e x_3 , em E.2, E.3 e E.4:

$$\alpha = -\frac{g_2}{3 \cdot g_3} \quad (\text{E.5})$$

$$\beta = -(g_2)^2 + 3 \cdot g_1 g_3 \quad (\text{E.6})$$

$$\delta = \gamma + \sqrt{4(\beta)^3 + (\gamma)^2} \quad (\text{E.7})$$

$$\gamma = -2 \cdot (g_2)^3 + 9 \cdot g_1 g_2 g_3 - 27 \cdot g_0 (g_3)^2 \quad (\text{E.8})$$

$$\tau = \frac{\beta}{3 \cdot (2)^{\frac{2}{3}} \cdot (\delta)^{\frac{1}{3}} \cdot g_3} \quad (\text{E.9})$$

$$\xi = \frac{(\delta)^{\frac{1}{3}}}{6 \cdot (2)^{\frac{1}{3}} \cdot g_3} \quad (\text{E.10})$$

Apêndice F

Descrição da rede de 11 barras

Os dados da rede de 11 barras foram adaptados de [15]. A tabela F.1 mostra os dados de barra desta rede.

Barra	tipo	V (pu)	θ°	P (MW)	Q (MW)
1	carga			400,00 (*1)	87,00
2	carga			500,00	165,00
3	carga			-75,00	42,00
4	carga			25,00	81,00
5	carga			0,00	0,00
6	carga			-250,00	-11,00
7	carga			-200,00	-42,00
8	carga			-250,00	Q_8 (*2)
9	carga			-175,00	-3,00
10	carga			-375,00	-59,00
11	slack	1,0400	0,00		

(*1) Potências positivas indicam geração e potências negativas indicam consumo.

(*2) Valor a ser variado nas simulações.

Tabela F.1: Rede de 11 barras: dados de barras.

A tabela F.2 mostra os dados de ramos da rede de 11 barras.

De	Para	r (pu)	x (pu)	$b^{sh}(\text{pu})^{(*)}$
1	6	0,00400	0,08000	0,3500
2	7	0,00000	0,05000	0,0000
3	9	0,00500	0,10000	0,0000
4	10	0,00300	0,05000	0,0200
5	6	0,00100	0,02700	0,2140
5	8	0,00080	0,03300	0,1810
5	10	0,00500	0,10000	0,3000
5	11	0,00200	0,10000	0,4000
6	8	0,00022	0,00500	0,0220
7	8	0,00300	0,05000	0,1400
8	9	0,00230	0,03080	0,1122
9	10	0,00120	0,03200	0,1284

(*) Susceptância *shunt* total.

Tabela F.2: Rede de 11 barras: dados de ramos.

A figura F.1 mostra o diagrama unifilar da rede de 11 barras.

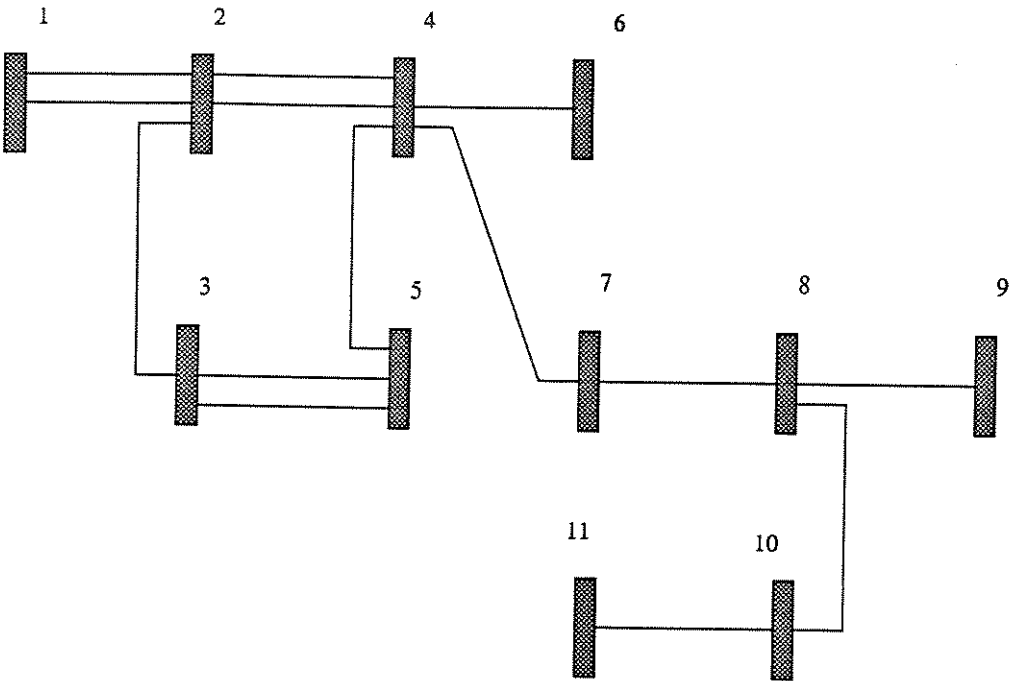


Figura F.1: Diagrama unifilar da rede de 11 barras