

Modulação Codificada por Blocos
para
Constelações M-QAM Não Quadradas

por

Geraldo Gil R. Gomes

Orientador

Prof. Dr. Renato Baldini Filho
Departamento de Comunicações - FEEC/UNICAMP

Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

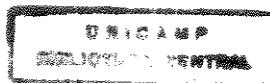
Este exemplar corresponde a redação final da tese defendida por <u>GERALDO GIL R. GOMES</u>	
Aprovada pela Comissão	
Julgada em	<u>20</u> / <u>06</u> / <u>97</u>
	<u>Renato Baldini Filho</u>
	Orientador

Tese submetida à Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
como requisito para o grau de Mestre em Engenharia Elétrica
na Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

Junho de 1997

G585m

31790/BC



UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	T/Unicamp
G585m	
V0	Es
TÍTULO	31790
PROC	281/97
C	<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	17/10/97
N.º CPD	

CM-00101495-1

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

G585m Gomes, Geraldo Gil R.
Modulação codificada por blocos para constelações
M-QAM não quadradas / Geraldo Gil R. Gomes.--
Campinas, SP: [s.n.], 1997.

Orientador: Renato Baldini Filho
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação.

1. Modulação digital. 2. Códigos de controle de erros
(Teoria da informação). 3. Comunicações digitais. 4.
Teoria da informação. 5. Teoria da codificação. I. Baldini
Filho, Renato. II. Universidade Estadual de Campinas.
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III.
Título.

*Em memória de meu pai,
Agilberto dos Santos Gomes,
um homem simples,
com uma notável admiração
pelo desenvolvimento científico.*

ÍNDICE

Título	i
Dedicatória	ii
Índice	iii
Agradecimentos	v
Declaração	vi
Resumo	1
Abstract	2
Glossário de Abreviaturas e Notações	3
Capítulo I - Modulação Codificada por Bloco - Conceitos Básicos	6
I.1. Introdução	6
I.2. Conceitos Básicos de Modulação Codificada	8
I.2.1. Distância de Hamming e Distância Euclidiana	8
I.2.2. Ganho de Codificação	11
I.2.3. Partição de Conjunto	12
I.3. BCM em Constelações QAM	16
I.3.1. O Esquema de Modulação de Cusack-Sayegh	16
I.3.2. A Decodificação Sub-Ótima de Sayegh	21
Capítulo II - Modulação Codificada por Blocos de Baixa Complexidade Uma Solução para Constelações QAM Quadradas	26
II.1. Redução da Dimensionalidade das Constelações QAM	26
II.2. Considerações sobre as Distâncias Euclidianas de Constelações ASK	27
II.3. Codificação QAM por Meio de Constelações Unidimensionais	28
II.4. Decodificação Baseada numa Linha Real	34
II.5. Considerações sobre Sincronização	40
II.6. Considerações sobre Imunidade à Deslocamentos de Fase	43

Capítulo III - Modulação Codificada por Blocos de Baixa Complexidade Uma Solução para Constelações QAM Não Quadradas	47
III.1. Considerações sobre Constelações Não Quadradas e suas Distâncias Euclidianas	47
III.2. Codificação de Constelações Não Quadradas através de Constelações Unidimensionais - Método 1	51
III.3. Codificação de Constelações Não Quadradas através de Constelações Unidimensionais - Método 2	58
III.4. Considerações sobre Sincronização e Imunidade a Deslocamentos de Fase	62
III.5. Desempenho Obtido por Simulação de um Esquema BCM 32-QAM	64
Conclusões	67
Apêndice A - Código de Hamming Estendido $C = (8, 4, 4)$	69
Apêndice B - Programas Para Simulação	70
B.1. Programa para Simulação do Esquema 16-QAM não Codificado	70
B.2. Programa para Simulação do Esquema 32-QAM Codificado por Bloco	71
Referências Bibliográficas	79

AGRADECIMENTOS

Eu gostaria de expressar, inicialmente, meus sinceros agradecimentos ao Prof. Renato Baldini Filho, meu professor orientador, por seu total apoio, confiança, opinião, otimismo, amizade e também pela objetividade com que conduziu nossos trabalhos.

Eu gostaria de agradecer ainda aos meus colegas do INATEL, particularmente ao Prof. Navantino Dionísio Barbosa Filho, chefe do Departamento de Eletrônica, ao Prof. José Paulo Falsarella, Chefe do Departamento de Telecomunicações e ao Prof. Pedro Sérgio Monti, Diretor do INATEL, pelo suporte e compreensão que tiveram, diante das pequenas mazelas cometidas em minhas obrigações institucionais, nos momentos mais difíceis. Ao Prof. José Santo G. Panaro, gostaria de agradecer por suas opiniões e pela ajuda dada na fase inicial dos trabalhos de simulação.

Finalmente eu gostaria de agradecer à minha família, particularmente à minha esposa Vera Lúcia e minhas filhas Thaís, Ana Luíza e Mônica, pelo carinho, pelo incentivo sempre constante, pelo tempo de convivência que foi tomado delas durante minhas ausências e pela paciência com que suportaram meu humor, nem sempre estável e previsível. À minha mãe Maria e minhas irmãs Goretti e Bernadete, meus agradecimentos pela torcida do meu mais fiel e suspeito fã clube.

DECLARAÇÃO

Nenhuma parte do trabalho referente a esta tese foi submetido como suporte para uma aplicação, como requisito à outro grau ou qualificação, nesta ou em qualquer outra universidade, ou qualquer outra instituição de ensino.

RESUMO

A redução da complexidade de decodificação é, provavelmente, uma das principais linhas de pesquisa a respeito de como tornar mais atrativa a utilização de esquemas de modulação codificada por blocos (BCM). Um método para redução da complexidade de decodificação de esquemas M -QAM codificados por blocos foi apresentado por Williams [5]. Este método está fundamentado no fato de que qualquer constelação QAM quadrada pode ser considerada a composição de dois esquemas ASK ortogonais e que cada esquema ASK pode ser codificado por bloco individualmente. Entretanto, o método apresentado por Williams [5] é válido somente para $M = 2^N$ onde N é um número par não incluindo, portanto, constelações M -QAM não quadradas. O principal objetivo desta tese é apresentar uma extensão do método proposto por Williams [5] para os esquemas M -QAM não quadrados.

Esta tese é dividida basicamente em três partes. Os conceitos fundamentais sobre BCM e suas aplicações a constelações M -QAM, através dos algoritmos de codificação e decodificação propostos por Cusack [2] e Sayegh [3], estão contidos na primeira parte.

A segunda parte desenvolve o método de Williams [1] para constelações M -QAM quadradas através da proposta de redução de dimensionalidade. Um conjunto de códigos adequados aos esquemas M -QAM quadrados e seus respectivos ganhos de codificação assintóticos são mostrados, bem como as soluções de Williams [5] para os problemas de sincronização dos blocos e invariância aos deslocamentos de fase.

A terceira parte descreve duas formas de solução de BCM para esquemas M -QAM não quadrados. Um conjunto de códigos adequados aos esquemas M -QAM não quadrados e seus respectivos ganhos assintóticos de codificação são mostrados. Finalmente, é apresentada a curva de desempenho obtido por simulação computacional, de um esquema 32-QAM codificado por bloco.

ABSTRACT

The decoding complexity reduction is probably one of the main research topics concerning how to make the use of block coded modulation more attractive. Williams [5] has shown a method to reduce the decoding complexity of a block coded M -QAM scheme. That method has the advantage of the fact that any QAM constellation can be considered as a two orthogonal ASK scheme, and that each ASK scheme can be individually block encoded. However, the Williams' method is valid only for $M = 2^N$ where N is an even number not including, therefore, non-square M -QAM. The main purpose of this thesis is to present an extension of the encoding method proposed by Williams [5] for non-square M -QAM.

This thesis is basically divided into three parts. The fundamental concepts of block coded modulation and their applications for M -QAM schemes, based on the encoding and decoding algorithms proposed by Cusack [2] and Sayegh [3], are presented in the first part.

The second part develops the Williams' method for square M -QAM by using the proposal of dimensionality reduction. A set of suitable codes for square M -QAM and their respective asymptotic coding gains are shown, as well as the Williams' solutions for block synchronization and phase shift invariance problems.

The third part describes two solutions for non-square M -QAM block coded modulation. A set of suitable codes for non-square M -QAM and their respective asymptotic coding gains are shown. Finally, a 32-QAM block coded modulation performance curve obtained by computer simulation is presented.

GLOSSÁRIO DE ABREVIATURAS E NOTAÇÕES

BCM	<i>Block Coded Modulation</i> - Modulação Codificada por Bloco
C	Código de bloco linear
C_l	Código de bloco linear da l -ésima linha de um arranjo
d_{Ec}^2	Distância euclidiana quadrática mínima da constelação em que se usou codificação
d_{El}^2	Distância euclidiana quadrática da l -ésima linha de um arranjo de palavras código
d_{Emin}	Distância euclidiana mínima de uma constelação (correspondente a Δ_0)
d_{Es}^2	Distância euclidiana quadrática mínima da constelação sem codificação (constelação de referência)
d_i	Distância euclidiana da origem até o i -ésimo símbolo
d_l	Distância de Hamming mínima do código usado na l -ésima linha do arranjo de palavras código
d_{min} ou d	Distância de Hamming mínima de um código de bloco C
$d(\mathbf{v}, \mathbf{w})$	Distância de Hamming entre dois vetores \mathbf{v} e \mathbf{w}
d_{xi}	Diferença entre os valores dos números inteiro I_{xi} e o real x_i correspondente à projeção sobre o eixo X do i -ésimo símbolo recebido
d_{yi}	Diferença entre os valores dos números inteiro I_{yi} e o real y_i correspondente à projeção sobre o eixo Y do i -ésimo símbolo recebido
Δ_{l-1}^2	Distância euclidiana mínima de um subconjunto resultante da $(l-1)$ -ésima partição
$\Delta_0, \Delta_1, \dots, \Delta_n$	Distâncias euclidianas mínimas dos subconjuntos correspondentes a cada nível de partição de conjunto de uma constelação

$\Delta x_0, \Delta x_1, \dots, \Delta x_n$	Distâncias euclidianas mínimas dos subconjuntos correspondentes a cada nível de partição da constelação unidimensional do eixo X
$\Delta y_0, \Delta y_1, \dots, \Delta y_n$	Distâncias euclidianas mínimas dos subconjuntos correspondentes a cada nível de partição da constelação unidimensional do eixo Y
\bar{E}	Energia média da constelação
E_b/N_0	Relação entre a energia de bit e a densidade espectral de ruído
G	Matriz geradora de um código de bloco linear
G_∞	Ganho de codificação assintótico
H^T	Matriz verificação de paridade transposta
I_{xi}	Número inteiro mais próximo do número real correspondente à projeção sobre o eixo X do i -ésimo símbolo recebido
I_{yi}	Número inteiro mais próximo do número real correspondente à projeção sobre o eixo Y do i -ésimo símbolo recebido
k	Número de bits de informação de uma palavra código
k_l	Número de bits de informação do código usado na l -ésima linha do arranjo de palavras código.
k_{xl}	Número de bits de informação da l -ésima linha do arranjo de palavras código do eixo X
k_{yl}	Número de bits de informação da l -ésima linha do arranjo de palavras código do eixo Y
L	Número de linhas de um arranjo de palavras código
l	Número da linha das L linhas de um arranjo de palavras código
L_x	Número de linhas do arranjo de palavras código do eixo X
L_y	Número de linhas do arranjo de palavras código do eixo Y
M	Número de símbolos de uma constelação
M_c	Cardinalidade da constelação em que se usou codificação
M_s	Cardinalidade da constelação sem codificação (constelação de referência)

N	Número de bits das palavras que rotulam os M símbolos de uma constelação
n	Comprimento de um código de bloco, de um vetor código ou de um arranjo de palavras código
$p(c_1)$	Probabilidade de decodificação correta da primeira linha de um arranjo de palavras código
$p(c_L c_{L-1}, \dots, c_1)$	Probabilidade de decodificação correta da linha L de um arranjo de palavras código, dado que todas as linhas anteriores foram decodificadas corretamente
P_c	Probabilidade de decodificação correta de um arranjo de palavras códigos
PSK	<i>Phase Shift Keying</i> - Chaveamento por Deslocamento de Fase
QAM	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i> - Modulação de Amplitude em Quadratura
R_c	Taxa de codificação
S_l	Síndrome do vetor correspondente à l -ésima linha do arranjo de palavras código
TCM	<i>Trellis Coded Modulation</i> - Modulação Codificada por Treliça
\vec{v}_l	Vetor recebido correspondente a l -ésima linha de um arranjo de palavras código
x_i	Número real correspondente à projeção sobre o eixo X do i -ésimo símbolo recebido
y_i	Número real correspondente à projeção sobre o eixo Y do i -ésimo símbolo recebido

CAPÍTULO I

MODULAÇÃO CODIFICADA POR BLOCO

CONCEITOS BÁSICOS

I.1. Introdução

Pesquisas a respeito da *modulação codificada* têm sido objeto de considerável interesse desde que Ungerboeck (1982) [1] apresentou um método revolucionário para aumentar a eficiência da transmissão digital. Esta técnica permite, basicamente, obter ganhos de codificação significativos sobre um esquema convencional de modulação digital (não codificado), sem expansão da ocupação espectral ou diminuição da taxa de dados de informação original, para uma mesma potência média de transmissão.

A técnica de Ungerboeck foi utilizada em um esquema de modulação codificada usando códigos convolucionais, conhecido como *mapeamento por partição de conjunto*, foi utilizada em um esquema de modulação conhecido como *modulação codificada por treliça* ou TCM (*Trellis Coded Modulation*).

A técnica de mapeamento por partição de conjunto, foi posteriormente utilizada por Cusack (1984) [2] que apresentou um esquema de modulação utilizando uma classe de códigos de bloco em espaços de sinais para constelações QAM. A *modulação codificada por bloco* - BCM (*Block Coded Modulation*), apresentada por Cusack, consiste na utilização de códigos da classe Reed-Muller sobre constelações QAM quadradas.

A extensão do trabalho de Cusack para esquemas de modulação M -PSK foi feita por Sayegh (1986) [3], que mostrou a capacidade e flexibilidade potenciais que os esquemas BCM podem oferecer. Tanto os esquemas de Cusack quanto os de Sayegh apresentam desempenhos comparáveis aos obtidos com a técnica de Ungerboeck. Além disso, dentro de determinados limites, a codificação por bloco evita atrasos de decodificação e risco de propagação ilimitada de erros associados aos códigos convolucionais. A forma tradicional de decodificação de esquemas BCM, baseia-se em algoritmos de *máxima verossimilhança* descritos por Forney (1984) [4]; contudo, tornam-se complexos quando o número de partições é igual ou maior que quatro [2].

Os esquemas TCM, ao contrário dos esquemas BCM, obtiveram grande progresso através da técnica de Ungerboeck ou mesmo de técnicas similares, e tornaram-se mais populares, aparentemente devido a suas relativamente baixas complexidades de decodificação. Um exemplo disto é a adoção de esquemas de modulação TCM nos *modems* padrão V.32 (1986) e V.34 (1993).

Por esses motivos, técnicas alternativas de decodificação para esquemas BCM foram e têm sido pesquisadas, com o objetivo de diminuir sua complexidade. Como consequência, Williams & Farrell [5], [6] apresentaram esquemas de codificação e de decodificação de baixa complexidade para esquemas M -PSK e constelações QAM quadradas. Williams (1993) [7] obteve desempenho comparável ao do modem baseado nas especificações V-32 (TCM) quando substituiu o esquema TCM deste modem por um esquema BCM equivalente.

As soluções propostas por Williams & Farrell, no entanto, não contemplam constelações QAM não quadradas, ou seja, constelações com 2^N pontos, quando N é um número ímpar. Baldini (1992) [8] mostrou a possibilidade de decodificação de um esquema

BCM em uma constelação 8-QAM, ou seja $N = 3$. O propósito deste trabalho é apresentar, nos capítulos posteriores, uma generalização do esquema de Williams & Farrell para constelações QAM não quadradas.

I.2. Conceitos Básicos de Modulação Codificada

I.2.1. Distância de Hamming e Distância Euclidiana

Os códigos de bloco binários caracterizam-se por possuírem um comprimento determinado, definido pelo número de bits n de uma palavra ou vetor código. As palavras provenientes da fonte de informação possuem k bits, de modo que no processo de codificação as palavras de k bits são transformadas em palavras código com n bits. Conseqüentemente $n > k$, e o valor $n-k$ representa o número de bits de redundância acrescentados aos k bits de informação. Desta forma, o conjunto formado pelas 2^k palavras código de comprimento n , linearmente independentes entre si formam um código de bloco linear (n, k) que é definido como sendo um subespaço vetorial do $GF(2^n)$. Entretanto, o conjunto das palavras possíveis contendo n bits é 2^n . Assim, o conjunto das 2^n palavras é formado pela união do subconjunto das 2^k palavras código de n bits com o subconjunto das $2^n - 2^k$ palavras não pertencentes ao código.

Desta forma, dados dois vetores \mathbf{v} e \mathbf{w} , define-se como *distância de Hamming*, representada por $d(\mathbf{v}, \mathbf{w})$, o número de posições em que os bits dos mesmos diferem. A menor distância de Hamming entre duas palavras código quaisquer, não idênticas, de um código de bloco linear é definida como *distância de Hamming mínima de C* , ou ainda $d_{min} = \min\{d(\mathbf{v}, \mathbf{w}): \mathbf{v}, \mathbf{w} \in C, \mathbf{v} \neq \mathbf{w}\}$ [9]. Por exemplo, a distância de Hamming entre os vetores 1010 e 1100 é 2. Assim, pode-se caracterizar um código de bloco linear como

sendo um código $C = (n, k, d)$, onde d representa a distância mínima do código de bloco linear C . Um código $C = (7, 4, 3)$, é um código cujas palavras possuem comprimento 7, o número de bits de informação é 4 e a distância de Hamming mínima é 3.

Muitas vezes, os canais de comunicações disponíveis não são adequados para a propagação dos sinais digitais provenientes diretamente da fonte de informação. Nestes casos, estes sinais modulam uma portadora, variando de maneira discreta alguns de seus parâmetros, tais como, a fase e/ou amplitude. O número discreto de fases, amplitudes ou a combinação de ambos, assumido pela portadora durante o processo de modulação, pode ser representado por pontos em um *espaço de sinais*, onde cada ponto é denominado *símbolo*. Uma constelação é um conjunto de M símbolos e, uma vez que a fonte de informação considerada é binária, torna-se necessário que $2^N = M$, onde N é o número de bits que um símbolo pode transportar.

Durante a propagação, os símbolos transmitidos sofrem a ação do ruído, de forma que na recepção, o demodulador recebe pontos de sinais dispersos em torno da posição do símbolo que foi transmitido. Assim, desde que o ruído seja AWGN (*aditive white gaussian noise* - ruído gaussiano branco aditivo) e os símbolos sejam equiprováveis, a regra de decodificação será escolher o símbolo (ou sinal) mais próximo do símbolo recebido. A distância entre símbolos no espaço de sinais é definida pela *distância euclidiana*, e a probabilidade de demodularmos um símbolo de forma errada está associada à *distância euclidiana mínima* da constelação. Uma vez que a energia de ruído necessária para provocar um erro de decisão entre dois pontos no espaço de sinais é igual ao *quadrado da metade da distância euclidiana* entre os dois pontos, a probabilidade de haver erro de decisão é inversamente proporcional à distância euclidiana entre os dois pontos elevada ao quadrado [10]. A Fig. I.1 apresenta uma simulação da recepção de dois

pontos de uma constelação PSK, corrompidos por ruído branco gaussiano aditivo. Utilizou-se uma relação entre a energia de bit por densidade espectral de ruído (E_b/N_0) igual a 6 dB e cada símbolo foi transmitido 3.000 vezes. Pode-se observar que alguns pontos ultrapassam a fronteira de decisão entre os dois símbolos, o que implicaria em erros de detecção. A distância euclidiana entre os símbolos não corrompidos por ruído é igual a 2.

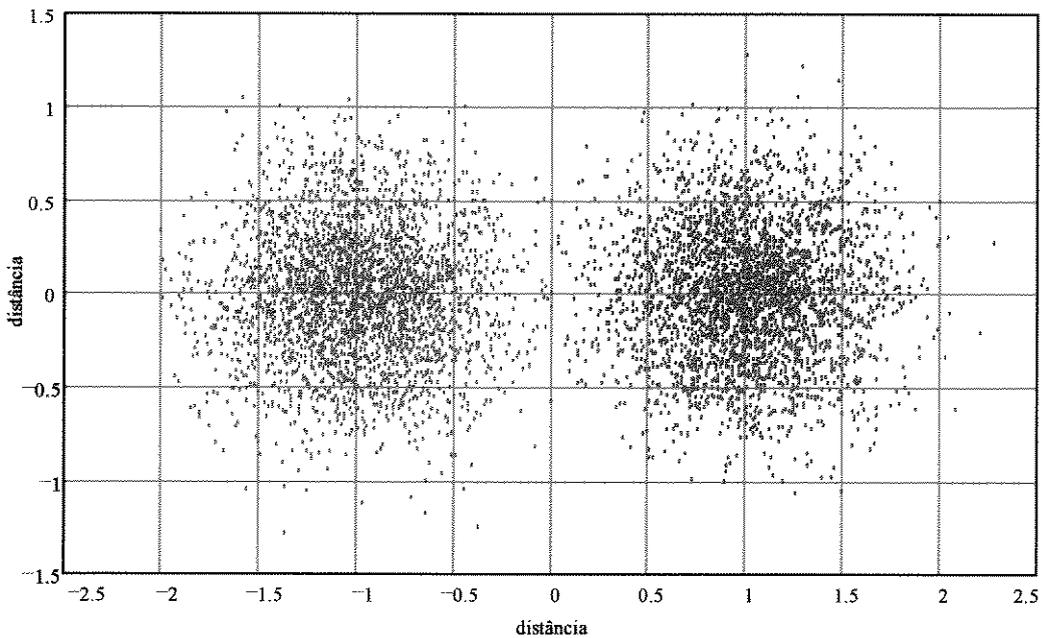


Fig. I.1 - Recepção dois símbolos PSK corrompidos por ruído branco gaussiano aditivo.

Assim, da mesma forma que códigos para correção de erros são procurados, visando a maximização da distância de Hamming mínima do código, um dos principais objetivos, quando um conjunto de símbolos no espaço de sinais deve ser transmitido, é a busca de geometrias de constelações que permitam maximizar suas distâncias euclidianas mínimas.

Fundamentalmente, a modulação codificada reúne a utilização de códigos corretores de erros juntamente com um mapeamento por partição de conjunto em pontos

da constelação, de forma a se obter, em última análise, um aumento efetivo da distância euclidiana mínima da mesma. Então, o aumento de desempenho de um sistema de comunicação digital pode ser interpretado sob dois pontos de vista:

- (1) a utilização da modulação codificada permite que se trabalhe com relações sinal/ruído menores para uma mesma taxa de erro, em comparação com um esquema de modulação equivalente sem codificação;
- (2) a utilização da modulação codificada permite que se obtenha taxas de erros menores para a mesma relação sinal/ruído, em comparação com um esquema de modulação equivalente sem codificação.

I.2.2. Ganho de Codificação

Supondo uma taxa de erro constante, pode-se definir *ganho de codificação assintótico em dB* (G_∞) como sendo a diferença entre as relações da energia de bit pela densidade espectral de ruído de uma modulação não codificada e de uma modulação codificada, para altos valores de relações sinal/ruído e mesma energia média de símbolo para ambas as constelações, ou seja,

$$G_\infty = \left(\frac{E_b}{N_0} \right)_{\text{sem cod}} - \left(\frac{E_b}{N_0} \right)_{\text{com cod}}. \quad (\text{I.1})$$

O ganho de codificação assintótico pode ser determinado pela expressão apresentada a seguir [8].

$$G_\infty = 10 \log_{10} \left[\frac{\log_2 M_c}{\log_2 M_s} \cdot R_c \cdot \frac{d_{Ec \min}^2}{d_{Es \min}^2} \right], \quad (\text{I.2})$$

onde M_c e M_s são, respectivamente, as cardinalidades das constelações com codificação e sem codificação, R_c é a taxa de codificação, enquanto que d_{Ec}^2 e d_{Es}^2 são,

respectivamente, as distâncias euclidianas mínimas quadráticas das constelações com codificação e sem codificação. Pode-se observar que o ganho de codificação é afetado por três parâmetros:

- (1) a relação entre as distâncias com e sem codificação;
- (2) a taxa de codificação, definida pela relação k/n total do esquema de codificação;
- e
- (3) a relação entre o número de pontos da constelação codificada pelo número de pontos da constelação sem codificação (*relação das cardinalidades*).

O ganho de codificação é diretamente proporcional à relação entre as distâncias euclidianas (1), e esse é o objetivo da codificação. O efeito da introdução dos bits de redundância dos códigos de bloco no processo de modulação, representado na expressão (I.2) pela taxa de codificação (k/n), representa uma penalidade (2), uma vez que o ganho de codificação é inversamente proporcional ao número de bits de redundância introduzidos no processo de codificação. De fato, a relação k/n na expressão garante que apenas os bits de informação estão sendo computados no cálculo do ganho. Finalmente, a relação das cardinalidades (3) *tende a compensar* o efeito da introdução dos bits de redundância.

I.2.3. Partição de Conjunto

A atribuição de uma distância de Hamming a uma distância euclidiana em uma constelação é um problema que foi resolvido por Ungerboeck (1982) [1]. A regra de partição de conjunto, para um dado esquema de modulação, consiste em dividir sucessivamente o conjunto de símbolos deste esquema de modulação, de forma que a distância euclidiana mínima entre os pontos de cada subconjunto, se torne cada vez maior a cada partição. Para cada subconjunto resultante de uma partição, deve-se determinar a

distância mínima entre seus símbolos. Esta distância é denotada por Δ_i , onde o índice i , neste caso, representa o número do nível da partição. Para o conjunto inicial (constelação original), a distância mínima é denominada Δ_0 . A Fig. I.2 apresenta a partição de uma constelação 16-QAM.

A primeira partição da constelação gera dois subconjuntos. Cada subconjunto é rotulado por um bit zero e um bit um, respectivamente. Cada um dos subconjuntos é particionado novamente e os subconjuntos restantes também são rotulados com bits zero e um, na mesma ordem arbitrada na primeira partição.

O processo de partição continua até o último nível de partição. A palavra binária atribuída a cada símbolo é então formada pelos rótulos atribuídos em cada partição, sendo o bit mais significativo o bit que rotulou a última partição em que se encontra o símbolo. Os demais bits são aqueles que rotularam as partições anteriores, no sentido do símbolo em direção à constelação original.

A determinação dos valores das distâncias euclidianas mínimas, em cada subconjunto resultante de um partição, pode ser feita levando-se em consideração que a energia média da constelação é unitária. Este procedimento permite uma comparação justa entre os esquemas sem codificação e com codificação, e conseqüentemente, a determinação correta do ganho de codificação. A expressão que determina a energia média de uma constelação é apresentada a seguir [10].

$$\bar{E} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M d_i^2, \quad (I.3)$$

onde, \bar{E} representa a energia média da constelação; M representa o número de símbolos da constelação; e d_i representa a distância do centro da constelação até o símbolo rotulado pelo número i do conjunto de símbolos de 1 até M .

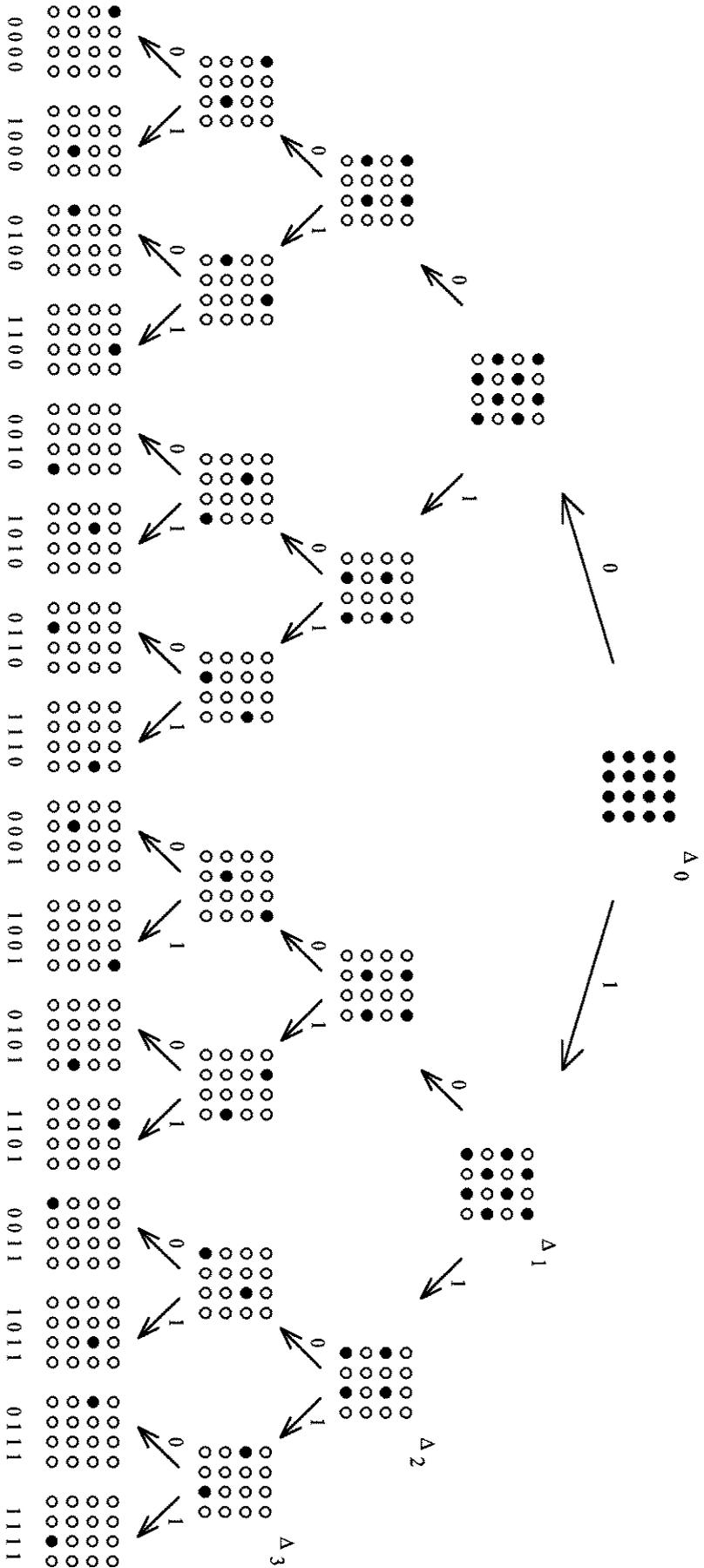


Fig. 1.2 - Partição de conjunto para a constelação 16-QAM.

Uma forma de solução para este cálculo nas constelações QAM quadradas, consiste na geração dos pontos da constelação em apenas um quadrante (por simplicidade o primeiro quadrante) e o cálculo da distância mínima, utilizando-se recursos computacionais, já que os cálculos podem se tornar trabalhosos para grandes constelações. A expressão que permite esse cálculo, obtida a partir de (I.3), é dada por

$$d_{Emin} = 2 \cdot \sqrt{\frac{N}{\sum_{x=0}^{\sqrt{N}-1} \sum_{y=0}^{\sqrt{N}-1} (1+2 \cdot x)^2 + (1+2 \cdot y)^2}}, \quad (I.4)$$

onde d_{Emin} representa a distância euclidiana mínima, N é o número de símbolos do primeiro quadrante; e x e y representam as coordenadas em que os símbolos do primeiro quadrante serão gerados.

Para constelações QAM quadradas, a cada partição a distância mínima aumenta $\sqrt{2}$ vezes e o número de partições é igual ao $\log_2 M$, ou seja, exatamente igual ao número de bits que cada símbolo pode transportar.

A tabela a seguir apresenta os valores de d_{Emin} e Δ_i para constelações quadradas de 16; 64 e 256 pontos, para energia média da constelação igual a unidade.

M	16	64	256
$d_{Emin} = \Delta_0$	0,6324	0,3086	0,1534
Δ_1	0,8943	0,4364	0,2169
Δ_2	1,2680	0,6172	0,3068
Δ_3	1,7887	0,8729	0,4339
Δ_4	-	1,2344	0,6136
Δ_5	-	1,7457	0,8678
Δ_6	-	-	1,2272
Δ_7	-	-	1,7355

Tabela I.1 - Valores de d_{Emin} e Δ_i para constelações QAM quadradas.

I.3. BCM em constelações QAM

I.3.1. O Esquema de Modulação de Cusack-Sayegh

No esquema de codificação generalizado por Sayegh [3], os pontos do espaço de sinais são rotulados por dígitos binários de acordo com o esquema de partição de conjunto de Ungerboeck [1], conforme exemplo dado na Fig. I.2. O processo de codificação baseia-se em um arranjo de n colunas e L linhas, onde n é o comprimento das palavras código dos códigos de bloco e L é o logaritmo na base 2 do número de pontos do espaço de sinais. Cada coluna do arranjo corresponde a um ponto do espaço de sinais, sendo que os bits da primeira e da última linha correspondem, respectivamente, aos dígitos menos significativos e mais significativos dos rótulos binários que são atribuídos a cada ponto, conforme mostrado na Fig. I.3.

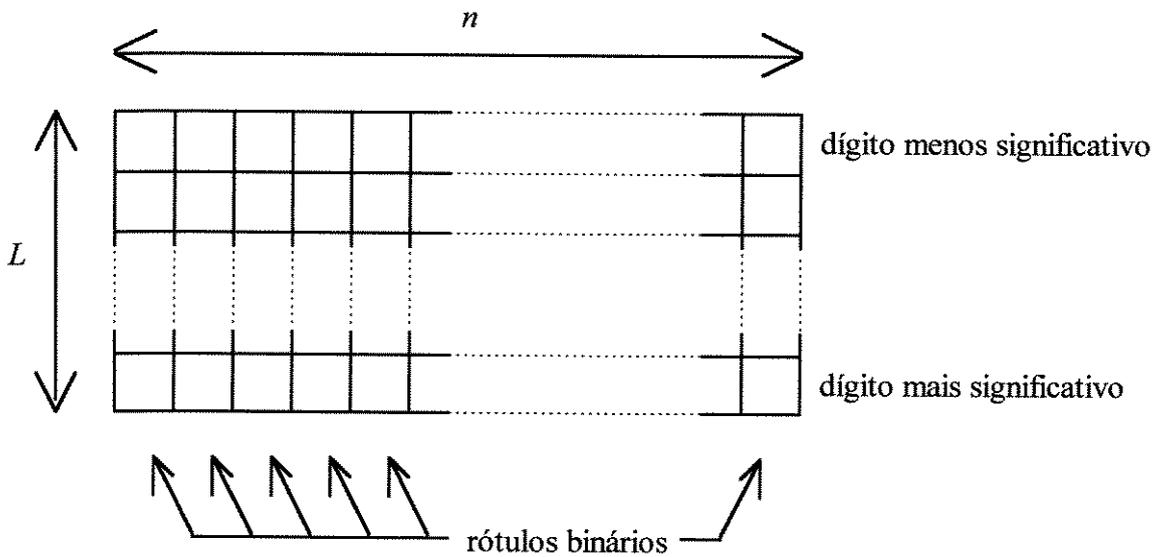


Fig. I.3. Arranjo de Sayegh.

A transmissão é feita enviando-se uma coluna de cada vez, sendo cada coluna representada pelo seu ponto do espaço de sinais. Cada linha do arranjo é uma palavra código de um

código binário $C_l = (n, k_l, d_l)$, onde o índice l corresponde ao número da linha de 1 a L .

Desta forma, a taxa total de codificação (R_c) pode ser determinada como se segue:

$$R_c = \frac{\sum_{l=1}^L k_l}{L.n} \quad (I.5)$$

Sendo que

$$0 < k_l \leq n \quad l = 1, \dots, L \quad (I.6)$$

O arranjo composto por $L.n$ bits, possui $L.n.R_c$ bits de informação e os demais são bits de paridade.

Os valores de k_l , sujeitos às condições apresentadas, devem ser escolhidos de forma a maximizar a distância euclidiana mínima entre as palavras código do código M -ário. Conforme demonstrado por Sayegh [3], a distância euclidiana ao quadrado d_{El}^2 obtida na l -ésima linha do arranjo satisfazer a seguinte desigualdade:

$$d_{El}^2 \geq \Delta_{l-1}^2 \cdot d_l, \quad (I.7)$$

onde Δ_{l-1} é a menor distância euclidiana entre dois símbolos quaisquer pertencentes ao subconjunto resultante da $(l-1)$ -ésima partição. Conseqüentemente, a distância euclidiana mínima quadrática d_{Ec}^2 entre as palavras código de todo o espaço de sinais deve satisfazer

$$d_{Ec}^2 \geq \min(\Delta_0^2 \cdot d_1; \Delta_1^2 \cdot d_2; \dots; \Delta_{L-1}^2 \cdot d_L). \quad (I.8)$$

A partir dos conceitos genéricos apresentados, o Exemplo I.1 mostra um esquema BCM para uma constelação 16-QAM.

Exemplo I.1.

Neste exemplo um esquema de codificação de uma constelação 16-QAM ($L = 4$) é comparada com 8-PSK e 8-QAM não codificadas. É mostrado aqui o esquema de

codificação apresentado por Cusack [2]. Da Tabela I.1, obtém-se:

$$\Delta_0 = 0,6324; \quad \Delta_1 = 0,8943; \quad \Delta_2 = 1,2680; \quad \Delta_3 = 1,7887.$$

Neste esquema, suponha que o objetivo seja aumentar a distância euclidiana mínima quadrática do espaço de sinais para 3,1994; ou seja $(d_{Ec})^2 = (\Delta_3)^2$. Assim as distâncias de Hamming de cada código para cada linha do arranjo, obtidas a partir de (I.7) serão respectivamente:

$$d_1 = 8; \quad d_2 = 4; \quad d_3 = 2; \quad d_4 = 1.$$

Os códigos escolhidos foram: $C_1 = (8, 1, 8)$ - repetição;

$C_2 = (8, 4, 4)$ - Hamming estendido;

$C_3 = (8, 7, 2)$ - paridade par;

$C_4 = (8, 8, 1)$ - sem codificação.

O arranjo tem, portanto, 8 colunas e 4 linhas. Para a transmissão da seqüência binária de comprimento $k = 20$, $(0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0)$, por exemplo, o arranjo ficaria conforme apresentado na Fig. I.4,

- significativo	0	<u>0</u>	C_1						
	1	1	0	1	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>1</u>	C_2
	0	0	0	0	0	1	1	<u>0</u>	C_3
+ significativo	0	1	0	1	1	1	1	0	C_4
	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	
seqüência de transmissão:	1^0	2^0	3^0	4^0	5^0	6^0	7^0	8^0	

Fig. I.4 - Arranjo para a transmissão do Exemplo I.1.

onde os bits de informação são os bits não sublinhados que preenchem o arranjo da esquerda para a direita e de cima para baixo. Os bits sublinhados são os de redundância. A

Fig. I.5 apresenta os pontos do espaço de sinais transmitidos, que representam cada coluna do arranjo.

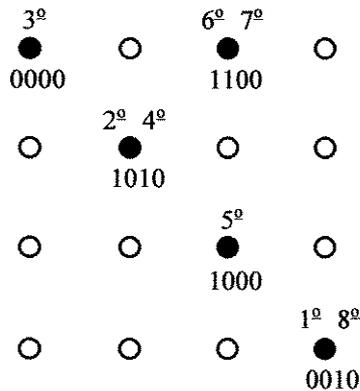


Fig. I.5 - Pontos do espaço de sinais transmitidos conforme o arranjo do Exemplo I.1.

A determinação dos ganhos assintóticos em relação aos esquemas 8-PSK e 8-QAM não codificados, de acordo com a Eq. I.2, leva em consideração as cardinalidades das constelações envolvidas e as distâncias euclidianas mínimas dos esquemas de modulação sem codificação e com codificação, para a energia média das constelações igual a unidade. Assim, para a constelação 8-PSK não codificada, a distância euclidiana mínima é $d_{Es\ min} = 0,765$. A distância euclidiana mínima para o esquema 16-QAM codificado é $d_{Ec\ min} = 1,7887$. As cardinalidades das constelações não codificada e codificada são, respectivamente, $M_s = 8$ e $M_c = 16$. A taxa de codificação é determinada pela relação k/n do arranjo de códigos que é igual a $R_c = 20/32 = 5/8$. Conseqüentemente o ganho assintótico da constelação 16-QAM codificada em relação à constelação 8-QAM não codificada é:

$$G_\infty = 10 \log_{10} \left[\frac{\log_2 16}{\log_2 8} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{1,7887^2}{0,765^2} \right] \cong 6,59 \text{ dB}$$

Para a determinação do ganho assintótico da constelação 16-QAM codificada em relação à constelação 8-QAM não codificada, a única diferença está na distância euclidiana mínima da constelação 8-QAM que é $d_{Es\ min} = 0,894$. Logo, o ganho assintótico é:

$$G_{\infty} = 10 \log_{10} \left[\frac{\log_2 16}{\log_2 8} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{1,7887^2}{0,894^2} \right] \cong 5,23 \text{ dB}.$$

A Tabela I.2 apresenta um resumo das características do esquema de modulação 16-QAM codificada.

Esquema Codificado	Taxa Total de Codificação R_c	Comprimento do Código n	Ganho Assintótico [dB]
16-QAM	5/8	8	6,59 sobre 8-PSK
16-QAM	5/8	8	5,23 sobre 8-QAM ¹

Tabela I.2 - Características da modulação 16-QAM codificada do Exemplo I.1.

Pode-se notar neste exemplo que para a obtenção do aumento da distância euclidiana pretendida após a codificação, a escolha dos códigos resultou em uma taxa total de codificação de 5/8. Isto significa que o esquema apresentado não mantém exatamente a mesma taxa de transmissão por intervalo de sinalização da modulação base, uma vez que para isso a taxa de codificação deveria ser de 3/4. Para a manutenção da mesma taxa de transmissão do esquema 8-PSK ou 8-QAM não codificado, é necessário aumentar ligeiramente a taxa de transmissão deste 16-QAM codificado, o que acarreta, naturalmente, em uma ligeira expansão da banda passante necessária à transmissão. Os ganhos de codificação apresentados na Tabela I.2 levam em conta essa penalidade.

¹ A Geometria da constelação 8-QAM não codificada utilizada como referência é igual à do subconjunto gerado a partir da primeira partição da constelação 16-QAM quadrada apresentada na Fig. I.2.

I.3.2. A Decodificação Sub-ótima de Sayegh

A proposta de decodificação sub-ótima apresentada por Sayegh [3] para esquemas BCM, tem como principal propriedade a sua simplicidade, ao contrário das estratégias de decodificação ótima por máxima verosimilhança, conforme já mencionado no Item I.1.

Este processo de decodificação particiona todas as palavras código em 2^{k_1} conjuntos. Todos os elementos pertencentes a um conjunto específico são arranjos que possuem a mesma palavra código binária na primeira linha.

O primeiro passo no processo de decisão é o de identificar ao qual dos 2^{k_1} conjuntos a primeira linha do arranjo recebido pertence. Uma vez encontrada a palavra código mais próxima da linha recebida, assumimos que ela é a linha correta e inspecionamos os 2^{k_2} subconjuntos dentro conjunto escolhido. Mais uma vez, todos os elementos pertencentes a um conjunto são arranjos que possuem a mesma palavra código binária na segunda linha, assim como possuem a mesma palavra código binária na primeira linha.

O segundo passo é identificar ao qual dos 2^{k_2} conjuntos a segunda linha pertence e proceder da mesma forma como no passo anterior. Este processo continua até a última linha, onde obtém-se então o resultado da decodificação sub-ótima da forma de onda recebida. A probabilidade de decodificação correta (P_c) de um arranjo é dada por:

$$P_c = p(c_1) \cdot p(c_2 | c_1) \cdot p(c_3 | c_2, c_1) \cdot \dots \cdot p(c_L | c_{L-1}, \dots, c_1), \quad (I.9)$$

onde $p(c_1)$ é a probabilidade de decodificação correta da primeira linha do arranjo; $p(c_2 | c_1)$ é a probabilidade de decodificação correta da segunda linha do arranjo dado que a primeira linha foi decodificada corretamente; $p(c_3 | c_1, c_2)$ é a probabilidade de decodificação correta

da terceira linha do arranjo dado que a primeira e a segunda linha foram decodificadas corretamente e $p(c_L | c_{L-1}, \dots, c_1)$ é a probabilidade de decodificação correta da L -ésima linha do arranjo dado que todas as linhas anteriores foram decodificadas corretamente.

No primeiro passo de decodificação as distâncias euclidianas quadráticas entre os 2^{k_1} conjuntos são iguais, dada por $d_{E_1}^2 \geq \Delta_0^2 \cdot d_1$. Do mesmo modo, no segundo passo de decodificação as distâncias euclidianas quadráticas entre os 2^{k_2} subconjuntos do primeiro conjunto escolhido são iguais, dada por $d_{E_2}^2 \geq \Delta_1^2 \cdot d_2$, e assim por diante até os últimos subconjuntos, que são separados entre si por $d_{EL}^2 \geq \Delta_{L-1}^2 \cdot d_L$.

Para valores elevados de E_b/N_0 , o principal fator que afeta a taxa de erro de bit é a distância euclidiana. Assim essa decodificação sub-ótima possui desempenho próximo das estratégias de decodificação por máxima verossimilhança.

Exemplo I.2.

Suponha que o esquema de modulação codificada do Exemplo I.1, tenha sido usado para transmissão de um bloco com 20 bits de informação e os pontos do espaço de sinais, detectados por *decisão abrupta*, sejam os apresentados na figura a seguir.

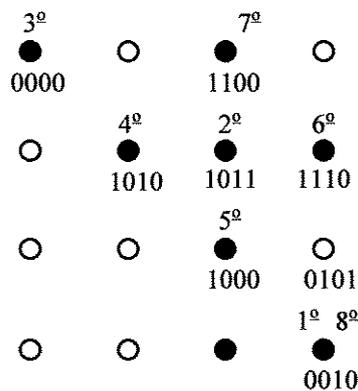


Fig. 1.6 - Pontos do espaço de sinais detectados (*decisão abrupta*) do Exemplo I.2.

O arranjo correspondente aos pontos de sinais recebidos é, portanto:

- significativo	0	<u>1</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	C_1
	1	1	0	1	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>0</u>	<u>1</u>	C_2
	0	0	0	0	0	1	1	<u>0</u>	C_3
+ significativo	0	1	0	1	1	1	1	0	C_4
	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	
seqüência de recepção:	1^0	2^0	3^0	4^0	5^0	6^0	7^0	8^0	

Fig. 1.7 - Arranjo recebido de acordo com os pontos de sinais detectados do Exemplo I.2.

A decodificação do arranjo recebido, de acordo com o algoritmo sub-ótimo de Sayegh, se processa da seguinte forma:

1º Passo: O código de repetição utilizado na primeira linha força a escolha entre dois conjuntos possíveis: o conjunto onde a primeira linha é toda zero ou o conjunto onde a primeira linha é toda um. Por decisão majoritária assume-se que a primeira linha é toda zero, passando-se então para o segundo passo.

2º Passo: O vetor (1 1 0 1 0 1 0 1), que representa a segunda linha do arranjo, apresenta uma síndrome igual a (0 1 0 0), cujo padrão de erro é (0 0 0 0 0 1 0 0), desta forma, assume-se que a segunda linha é composta pela palavra código (1 1 0 1 0 0 0 1) (Apêndice A).

3º Passo: A terceira linha não apresenta erro de paridade e é assumida como correta.

4º Passo: A última linha não é codificada e é assumida como correta.

O arranjo, após a decodificação da última linha fica conforme mostrado a seguir.

- significativo	0	<u>0</u>	C_1						
	1	1	0	1	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>1</u>	C_2
	0	0	0	0	0	1	1	<u>0</u>	C_3
+ significativo	0	1	0	1	1	1	1	0	C_4
seqüência de recepção:	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	
	1^0	2^0	3^0	4^0	5^0	6^0	7^0	8^0	

Fig. I.8 - Arranjo decodificado do Exemplo I.2.

Assim, a seqüência binária decodificada é (0 1 1 0 1 0 0 0 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1 0).

* * *

Esta forma de combinação de codificação por blocos e de decodificação em constelações QAM também apresenta desvantagens. A primeira desvantagem está na decodificação do arranjo de palavras código. Apesar de cada linha do arranjo conter um código de bloco bastante simples e, portanto, individualmente ser possível lançar mão de algoritmos de decodificação igualmente simples, a decodificação de todas as linhas de forma iterativa de maneira ótima, pode tornar-se um problema complexo. Quando o arranjo é recebido, as linhas são decodificadas uma a uma, sendo que a decodificação de uma nova linha é sempre feita a partir da premissa de que a linha anterior foi corretamente decodificada. Assim este método é sub-ótimo, uma vez que ele não permite uma alteração de decisão tomada na linha anterior. Em canais com baixas relações E_b/N_0 , é possível ocorrer situações em que a distância entre dois pontos decididos por decodificação de uma linha mais baixa do arranjo, possa ser diminuída caso a palavra código assumida em uma linha anterior fosse outra [7]. Este problema acontece pelo fato de que os pontos recebidos não foram considerados dentro do contexto do espaço de sinais, ou seja, este processo de decodificação leva em consideração apenas a distância de Hamming do código usado em cada linha, sem levar em conta a distância euclidiana entre o símbolo recebido e o símbolo

decodificado (decisão suave). Em outras palavras, é possível encontrar situações em que o número de vizinhos (palavras código) com a menor distância possível da palavra recebida, ocorram em número bastante elevado, tornando a decisão correta meramente casual, uma vez que neste caso, a escolha de qualquer uma delas é equiprovável.

No capítulo seguinte é apresentada uma forma de decodificação de menor complexidade e maior eficiência, para as constelações QAM quadradas.

CAPÍTULO II

MODULAÇÃO CODIFICADA POR BLOCOS DE BAIXA COMPLEXIDADE

UMA SOLUÇÃO PARA CONSTELAÇÕES QAM QUADRADAS

II.1. Redução da Dimensionalidade das Constelações QAM

Uma das formas de redução da complexidade de decodificação de esquemas BCM em constelações QAM, passa pela redução da dimensionalidade da constelação. O processo de decodificação leva em consideração a projeção do ponto recebido sobre eixos ortogonais (coordenadas reais) e a diferença entre os valores destas projeções e os valores correspondentes às coordenadas dos pontos do espaço de sinais que foram transmitidos [5] [6] [11] [12].

A redução de dimensionalidade das constelações QAM quadradas, isto é, aquelas contendo 2^N pontos onde N é um número par, através de constelações ASK ortogonais contendo $2^{N/2}$ pontos, é bem conhecida [4]. Como exemplo, na Fig. II.1 apresentamos uma constelação 16-QAM decomposta em duas constelações 4-ASK. Pode-se observar que a palavra binária atribuída como rótulo para cada ponto do espaço de sinais, é a composição ortogonal das componentes binárias dos eixos vertical e horizontal. Assim, tanto a codificação quanto a decodificação podem ser feitas sobre as constelações 4-ASK, separadamente, tornando tais processos inerentemente mais simples.

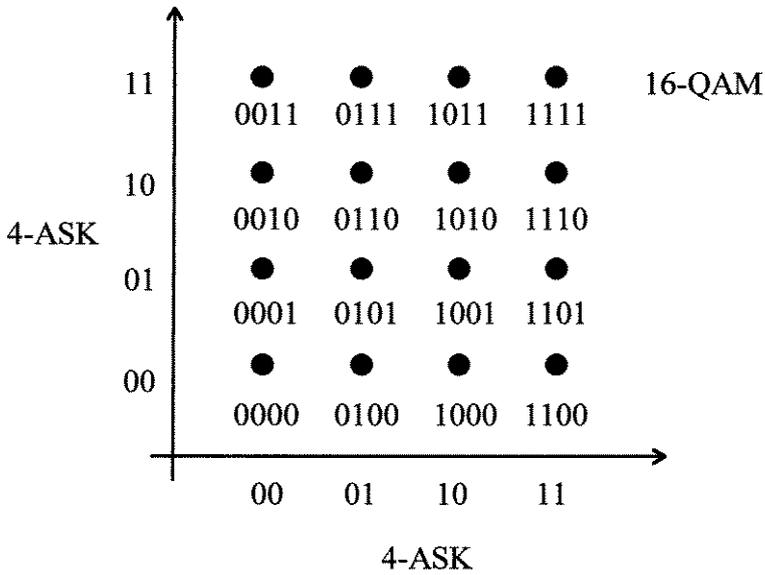


Fig. II.1 - 16-QAM obtido a partir de 2 constelações 4-ASK

II.2. Considerações Sobre as Distâncias Euclidianas de Constelações ASK

Do mesmo modo como apresentado na Fig. I.2 do capítulo anterior, pode-se usar o mesmo critério para a determinação das distâncias euclidianas entre pontos, em cada nível de partição de uma constelação ASK. A Fig. II.2 apresenta um exemplo de partição por conjuntos e respectivas distâncias euclidianas mínimas para uma constelação 4-ASK.

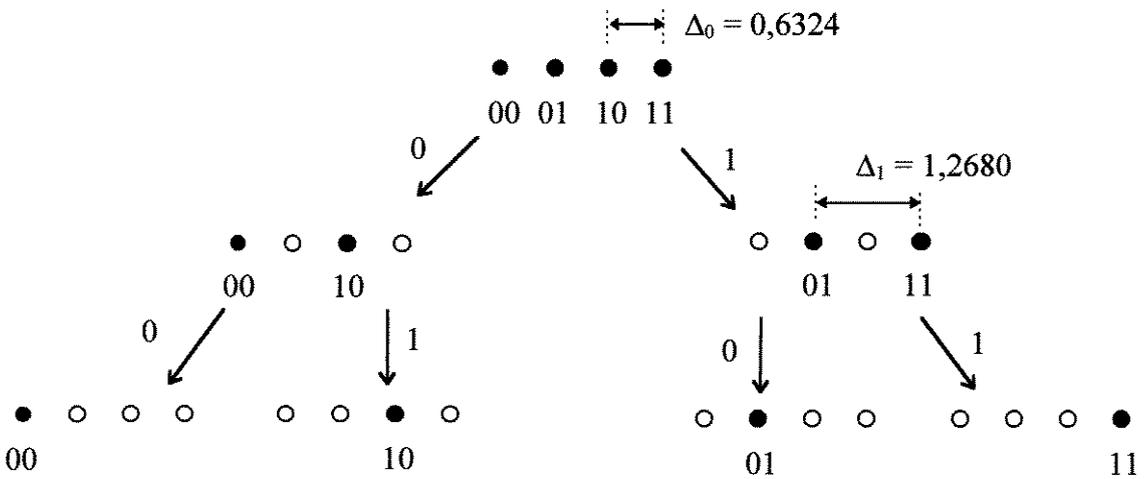


Fig. II.2 - Partições e distâncias euclidianas de uma constelação 4-ASK.

É interessante observar que enquanto o incremento na distância euclidiana em

uma constelação QAM quadrada, é de $\sqrt{2}$ a cada partição (Item I.2.3), na partição das constelações ASK o incremento da distância euclidiana é de 2.

II.3. Codificação QAM por Meio de Constelações Unidimensionais

O processo de codificação de constelações QAM através de constelações unidimensionais segue, praticamente, o mesmo procedimento apresentado no item I.2.1. A diferença agora é que a constelação QAM de 2^N pontos é decomposta em duas constelações unidimensionais iguais com $2^{N/2}$ pontos. Cada constelação unidimensional pode ser codificada independentemente uma da outra. O número de colunas do arranjo de códigos de cada constelação unidimensional é igual ao comprimento do código e o número de linhas é igual ao número de partições da constelação ou seja, $L = N/2$. Assim cada um desses arranjos tem $(N/2) \times n$ bits. Considerando os arranjos nas duas dimensões, tem-se um total de $2 \times (N/2) \times n$ bits, sendo que $2 \times (N/2) \times n \times R_c$ são os bits de informação e os demais são bits de paridade. A distância euclidiana quadrática de cada linha do arranjo pode também ser obtida a partir da Eq. (I.7) e a distância euclidiana quadrática mínima a partir da Eq. (I.8), ambas do capítulo anterior. O exemplo a seguir ilustra o processo de codificação de uma constelação 16-QAM a partir de duas constelações iguais 4-ASK.

Exemplo II.1.

Suponha que sejam transmitidos três bits por símbolo em uma constelação 16-QAM a uma taxa de codificação de 3/4. A constelação de referência não codificada é 8-QAM [5]. A constelação 16-QAM é decomposta em duas constelações unidimensionais iguais, conforme mostrado na Fig. II.1. O arranjo correspondente a cada uma destas constelações possui $N/2$ linhas, ou seja, como $N = 4$, tem-se duas linhas. As distâncias euclidianas associadas às

linhas são:

$$\Delta_0 = 0,6324; \quad \Delta_1 = 1,2680.$$

A fim de se obter distâncias euclidianas quadráticas finais iguais a aproximadamente 1,6; foi empregado códigos de comprimento igual a 8 e distância mínima de Hamming igual a 4 na primeira linha. Assim o arranjo de códigos para cada constelação ASK fica:

$$C_1 = (8, 4, 4) - \text{Hamming estendido ou Reed-Muller}$$

$$C_2 = (8, 8, 1) - \text{sem codificação}$$

A taxa total de codificação é: $R_c = (4+8)/(2 \cdot 8) = 3/4$. Os pontos do espaço de sinais são transmitidos combinando-se os dois arranjos, ou *empilhando* os dois arranjos, conforme mostrado na Fig. II.3. Suponha também que a seqüência binária de informação de comprimento $K = 24$, (0 1 1 0 1 0 0 0 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1 1 0 1 0 0 1), seja transmitida. Por conveniência a 1ª e a 3ª linhas do arranjo de transmissão são codificadas com o código de Hamming estendido (vide Apêndice A). Assim o arranjo de transmissão será:

- significativo (y_1)	0	1	1	0	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>0</u>	<u>1</u>	C_{y_1}
+ significativo (y_2)	1	0	0	0	0	0	1	1	C_{y_2}
- significativo (x_1)	0	1	0	1	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	C_{x_1}
+ significativo (x_2)	1	1	1	0	1	0	0	1	C_{x_2}
seqüência de transmissão:	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	
	1^0	2^0	3^0	4^0	5^0	6^0	7^0	8^0	

Fig. II.3 - Arranjo para a transmissão do Exemplo II.1.

Os pontos do espaço de sinais transmitidos, correspondentes às colunas do arranjo são apresentados na Fig. II.4.

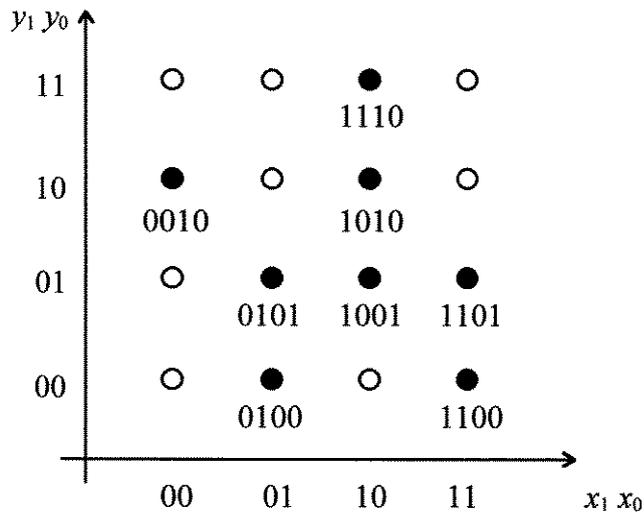


Fig. II.4 - Pontos do espaço de sinais transmitidos do Exemplo II.1.

A Tabela II.2 apresenta as características do esquema BCM 16-QAM deste exemplo.

Esquema de Modulação Codificada	Taxa Total de Codificação R_c	Comprimento do Código n	Ganho Assintótico [dB]
16-QAM	3/4	8	3,01 sobre 8-QAM

Tabela II.1 - Características do esquema BCM 16-QAM do Exemplo II.1.

* * *

O aumento do comprimento dos códigos utilizados, afeta o ganho de codificação de duas formas: pode-se obter aumentos das distâncias de Hamming com conseqüente aumento da distância euclidiana quadrática mínima e/ou é possível obter-se aumento da taxa de codificação. Ambos os efeitos, individualmente ou simultaneamente, produzem um aumento no ganho de codificação. Naturalmente, um aumento no comprimento dos códigos utilizados implica em uma maior complexidade de codificação e decodificação.

Exemplo II.2.

Neste exemplo são apresentados dois esquemas de codificação para uma constelação 16-QAM feita através de constelações unidimensionais, utilizando-se para isso códigos com comprimentos iguais a 16 e 32, respectivamente [7]. Para ambos os casos as distâncias euclidianas das partições por conjuntos são as mesmas do exemplo anterior, ou seja:

$$\Delta_0 = 0,6324; \quad \Delta_1 = 1,2680.$$

(a) Para $n = 16$, os códigos são: $C_1 = (16, 5, 8)$ - Reed-Muller

$C_2 = (16, 15, 2)$ - paridade par

A distância euclidiana mínima quadrática do esquema codificado é dada por:

$$d_{Ec}^2 = \min(0,6324^2 \times 8; 1,2680^2 \times 2) \cong 3,2.$$

A taxa total de codificação é: $R_c = (5 + 15)/(2 \cdot 16) = 5/8 = 0,625$.

(b) Para $n = 32$, os códigos são: $C_1 = (32, 16, 8)$ - Reed-Muller

$C_2 = (32, 31, 2)$ - paridade par

A distância euclidiana mínima quadrática do esquema codificado é idêntica à do item (a), ou seja, $d_{Ec}^2 \cong 3,2$. A taxa de codificação é: $R_c = (16 + 31)/(2 \cdot 32) = 47/64 = 0,734$. A Tabela II.2 apresenta as características dos esquemas 16-QAM codificados por bloco deste exemplo.

Esquema Codificado	Taxa de Codificação R_c	Comprimento do Código n	Ganho Assintótico [dB]
16-QAM	5/8	16	5,23 sobre 8-QAM
16-QAM	47/64	32	5,93 sobre 8-QAM

Tabela II.2 - Características dos esquemas BCM 16-QAM do Exemplo II.2.

* * *

No item (a) do exemplo apresentado ($n = 16$), a distância euclidiana quadrática dobrou em relação à distância do Exemplo II.1, apesar de ter havido uma diminuição da taxa total de codificação (de $3/4$ para $5/8$). Já no item (b), a distância euclidiana quadrática mínima dobrou em relação à distância do Exemplo II.1 sem que houvesse perda significativa devido à diminuição da taxa de codificação total (de $3/4$ para $47/64$), o que justifica o previsível acréscimo do ganho assintótico de aproximadamente 3 dB, em relação ao ganho assintótico do Exemplo II.1.

O mesmo procedimento pode ser empregado em constelações de maior cardinalidade como por exemplo, 64-QAM e 256-QAM. Além disso, os arranjos de códigos utilizados nos exemplos anteriores também podem ser utilizados diretamente para codificar constelações de maior ordem. Para isso, basta acrescentar aos arranjos existentes, o número de linhas não codificadas necessárias para completar o arranjo para constelações de maior cardinalidade. Tais soluções, entretanto, conduzem a baixos ganhos de codificação [5].

A Tabela II.3 apresenta várias combinações de arranjos de códigos e constelações e seus respectivos ganhos de codificação, incluindo os exemplos já apresentados.

Esquemas Codificados	Taxas Totais de Codificação R_c	Distâncias euclidianas Mínimas Quadráticas d_{Ec}^2	Arranjos de Códigos por Eixo (n, k, d)	Referências	Ganhos Assintóticos [dB]
16-QAM	3/4	1,6	(8, 4, 4) (8, 8, 1)	[5]	3,01 sobre 8-QAM
16-QAM	5/8	3,2	(16, 5, 8) ¹ (16, 15, 2)	[7]	5,23 sobre 8-QAM
16-QAM	3/4	2,4	(22, 12, 6) ² (22, 21, 2)	[5]	4,77 sobre 8-QAM
16-QAM	47/64	3,2	(32, 16, 8) ³ (32, 31, 2)	[7]	5,93 sobre 8-QAM
16-QAM	3/4	3,2	(36, 19, 8) ⁴ (36, 35, 2)	[5]	6,02 sobre 8-QAM
64-QAM	5/6	0,381	(8, 4, 4) (8, 8, 1) (8, 8, 1)	[5]	2,80 sobre 32-QAM
64-QAM	5/6	0,571	(22, 12, 6) (22, 21, 2) (22, 22, 1)	[5]	4,56 sobre 32-QAM
64-QAM	5/6	0,762	(36, 19, 8) (36, 35, 2) (36, 36, 1)	[5]	5,81 sobre 32-QAM
256-QAM	7/8	0,094	(8, 4, 4) (8, 8, 1) (8, 8, 1) (8, 8, 1)	[5]	2,85 sobre 128-QAM
256-QAM	7/8	0,141	(22, 12, 6) (22, 21, 2) (22, 22, 1) (22, 22, 1)	[5]	4,62 sobre 128-QAM
256-QAM	7/8	0,188	(36, 19, 8) (36, 35, 2) (36, 36, 1) (36, 36, 1)	[5]	5,86 sobre 128-QAM

Tabela. II.3 - Características dos arranjos de códigos e seus respectivos ganhos de codificação para esquemas BCM em constelações QAM quadradas codificadas por constelações unidimensionais.

¹ Reed-Muller.

² Golay puncionado.

³ Reed-Muller puncionado.

⁴ (48, 31, 8) truncado.

II.4. Decodificação Baseada Numa Linha Real [5]

A decodificação baseada numa linha real, para constelações QAM quadradas, considera que os dígitos binários das constelações unidimensionais que rotulam as posições dos pontos do espaço de sinais, possam ser transformados em seus equivalentes inteiros decimais, conforme mostrado na Fig. II.5.

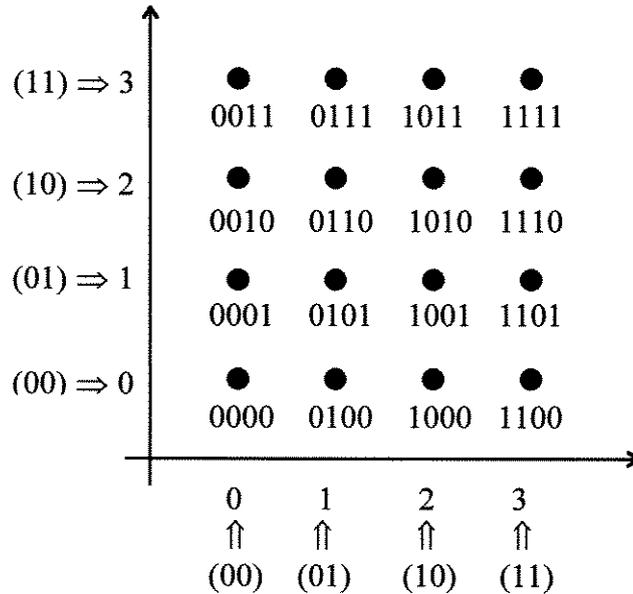


Fig. II.5 - Eixos de inteiros para decodificação baseada numa linha real.

Os pontos recebidos são projetados sobre os eixos, gerando assim números reais (x_i e y_i). É fácil determinar quais são os inteiros I_{x_i} e I_{y_i} mais próximos dos respectivos reais x_i e y_i , e quais são as suas respectivas distâncias d_{x_i} e d_{y_i} , conforme mostrado na Fig. II.6.

Uma vez que os números inteiros representam as coordenadas dos pontos do espaço de sinais transmitidos e os números reais as coordenadas dos pontos do espaço de sinais recebidos, têm-se a informação necessária e suficiente para a elaboração de um algoritmo eficiente de decodificação por decisão suave.

Como é possível a utilização dos mais variados códigos no processo de modulação codificada, o algoritmo utilizado no processo de decodificação deve ser otimizado, levando-se em consideração as características dos códigos empregados nos arranjos, juntamente com as informações das distâncias entre os pontos transmitidos e os pontos recebidos, obtidas na detecção.

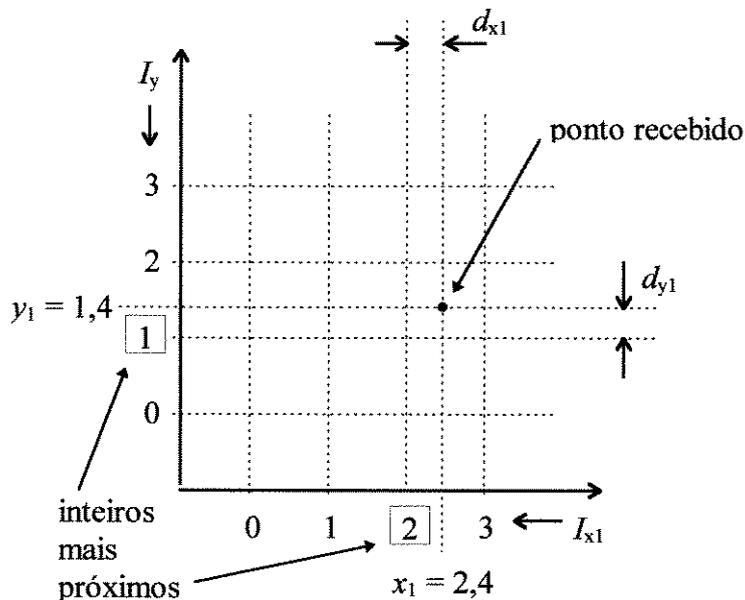


Fig. II.6 - Coordenadas reais correspondentes a um ponto recebido no espaço de sinais.

Genericamente, o primeiro passo no processo de decodificação deve ser a aproximação das coordenadas dos pontos recebidos para os inteiros mais próximos. Em seguida, deve-se verificar se as aproximações feitas resultam em um arranjo em que todas as linhas, para cada eixo isoladamente, são palavras código. Caso isso tenha acontecido, extrai-se os bits de informação do arranjo de códigos. Caso contrário, deve-se passar para o passo seguinte da decodificação.

O segundo passo consiste em calcular todas as distâncias entre os números reais recebidos e os números inteiros resultantes das aproximações. O ponto do espaço de sinais

que apresentar a maior distância entre os números reais recebidos e os números inteiros correspondentes, resultantes das aproximações, é considerado o ponto com maior probabilidade de estar errado, isto é, este é o ponto menos confiável do arranjo. Então o segundo inteiro mais próximo da coordenada que apresentou a maior distância é escolhido para substituir o primeiro. Verifica-se novamente se o novo conjunto de inteiros resulta em um arranjo em que todas as suas linhas são palavras código. Dependendo da capacidade de detecção/correção dos códigos utilizados e das distâncias euclidianas envolvidas, é possível que mais de uma alteração possa ser feita simultaneamente. Se todas as linhas do arranjo tornarem-se palavras códigos, considera-se que o arranjo foi decodificado. Caso contrário, deve-se passar para o próximo passo.

O terceiro passo é basicamente uma repetição do segundo e consiste da identificação do ponto recebido no espaço de sinal que apresenta a segunda maior distância entre os números reais recebidos e os números inteiros correspondentes resultantes das aproximações. Agora deve-se considerar a alteração do inteiro que apresentou a segunda maior distância isoladamente ou em combinação com o primeiro. Esta rotina continua até que todas as linhas do arranjo resultem em palavras código.

Como conseqüência, o arranjo decodificado é aquele em todas as linhas são palavras código e a soma das distâncias resultante das aproximações de reais para inteiros resulte no menor valor possível.

Exemplo II.3.

Suponha que um bloco de bits de informação de comprimento $K = 24$ tenha sido transmitido de acordo com o esquema de modulação utilizado no Exemplo II.1. Suponha também que os pontos do espaço de sinais transmitidos tenham sido os da Fig. II.3 e o

receptor tenha apresentado como coordenadas de cada ponto os seguintes números reais:

$$y_i: \quad 1,4 \quad 0,9 \quad 0,4 \quad -0,6 \quad -0,2 \quad 1,1 \quad 1,7 \quad 3,3$$

$$x_i: \quad 2,4 \quad 2,5 \quad 1,8 \quad 0,6 \quad 2,9 \quad 1,1 \quad 0,6 \quad 1,6$$

1º Passo: Aproximação dos reais para inteiros válidos mais próximos.

$$I_{y_i}: \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3$$

$$I_{x_i}: \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 1 \quad 3 \quad 1 \quad 1 \quad 2$$

A soma das distâncias em cada eixo é:

$$\Sigma d_{y_i} = 0,4 + 0,1 + 0,4 + 0,6 + 0,2 + 0,1 + 0,3 + 0,3 = 2,4$$

$$\Sigma d_{x_i} = 0,4 + 0,5 + 0,2 + 0,4 + 0,1 + 0,1 + 0,4 + 0,4 = 2,5$$

A aproximação feita resulta no seguinte arranjo:

- significativo (y_1)	1	1	0	0	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>0</u>	<u>1</u>	$Cy_1 = (8, 4, 4)$
+ significativo (y_2)	0	0	0	0	0	0	1	1	$Cy_2 = (8, 8, 1)$
- significativo (x_1)	0	0	0	1	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>0</u>	$Cx_1 = (8, 4, 4)$
+ significativo (x_2)	1	1	1	0	1	0	0	1	$Cx_2 = (8, 8, 1)$

seqüência de transmissão: \uparrow 1^0 \uparrow 2^0 \uparrow 3^0 \uparrow 4^0 \uparrow 5^0 \uparrow 6^0 \uparrow 7^0 \uparrow 8^0

Fig. II.7 - Arranjo correspondente ao primeiro passo de decodificação do Exemplo II.3.

Como apenas a primeira e a terceira linha do arranjo estão codificadas (Apêndice A), deve-se calcular a síndrome para ambas (S_1 e S_3).

$$S_1 = 0011 \quad (\text{padrão de erro } 10100000)$$

$$S_3 = 1001 \quad (\text{padrão de erro } 10000100)$$

As síndromes mostram que as linhas 1 e 3 não são palavras códigos. Assim é necessário passar para o próximo passo de decodificação.

2º Passo: Analisando-se as aproximações feitas no primeiro passo de decodificação, observa-se que os números I_{yi} na primeira e terceira posições apresentam distâncias iguais a 0,4 em relação aos números reais recebidos, coincidindo com o padrão de duplo erro determinado pela síndrome calculada. Neste caso para que a primeira linha transforme-se em palavra código é necessário alterar simultaneamente as duas coordenadas em questão. Fazendo nova aproximação para este eixo, obtemos:

$$I_{yi} \quad 2 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3$$

O número inteiro I_{xi} que apresenta a maior distância a partir do número real recebido, está na segunda posição (I_{x2}), cuja distância é $d_{x2} = 0,5$. A síndrome calculada aponta um padrão de duplo erro que não coincide com a posição da maior distância encontrada. Neste caso altera-se apenas o inteiro da segunda posição. Assim a sequência de inteiros deste eixo torna-se:

$$I_{xi} \quad 2 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 3 \quad 1 \quad 1 \quad 2$$

A soma das distâncias em cada eixo passa a ser:

$$\Sigma d_{yi} \quad 0,6 + 0,1 + 0,6 + 0,6 + 0,2 + 0,1 + 0,3 + 0,3 = 2,6$$

$$\Sigma d_{xi} \quad 0,4 + 0,5 + 0,2 + 0,4 + 0,1 + 0,1 + 0,4 + 0,4 = 2,5$$

A nova aproximação feita, resulta no seguinte arranjo:

- significativo (y_1)	0	1	1	0	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>0</u>	<u>1</u>	$Cy_1 = (8, 4, 4)$
+ significativo (y_2)	1	0	0	0	0	0	1	1	$Cy_2 = (8, 8, 1)$
- significativo (x_1)	0	1	0	1	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>0</u>	$Cx_1 = (8, 4, 4)$
+ significativo (x_2)	1	1	1	0	1	0	0	1	$Cx_2 = (8, 8, 1)$
seqüência de transmissão:	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	
	1^0	2^0	3^0	4^0	5^0	6^0	7^0	8^0	

Fig. II.8 - Arranjo correspondente ao segundo passo de decodificação do Exemplo II.3.

As síndromes agora são:

$$S_1 = 0 0 0 0$$

$$S_3 = 0 0 1 0 \quad (\text{padrão de erro } 0 0 0 0 0 0 1 0)$$

Como os eixos são decodificados separadamente, assume-se que os inteiros I_{yi} estão corretos e passa-se para o terceiro passo de decodificação apenas para determinar os inteiros I_{xi} , cuja sequência agora resulta em um padrão único de erro.

3º Passo: A segunda maior distância obtida na aproximação para os inteiros I_{xi} encontram-se na primeira, quarta, sétima e oitava posições, ou seja I_{x1} , I_{x4} , I_{x7} e I_{x8} ; que apresentam $d_{x1} = d_{x4} = d_{x7} = d_{x8} = 0,4$. A posição que coincide com a síndrome calculada no segundo passo é a sétima. Assim deve-se alterar a sétima posição e a nova sequência de inteiros I_{xi} torna-se:

$$I_{xi} : \quad 2 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 3 \quad 1 \quad 0 \quad 2$$

Com a nova aproximação feita, a soma Σd_{xi} fica:

$$\Sigma d_{xi} = 0,4 + 0,5 + 0,2 + 0,4 + 0,1 + 0,1 + 0,6 + 0,4 = 2,7$$

E o arranjo completo torna-se:

- significativo (y_1)	0	1	1	0	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>0</u>	<u>1</u>	$Cy_1 = (8, 4, 4)$
+ significativo (y_2)	1	0	0	0	0	0	1	1	$Cy_2 = (8, 8, 1)$
- significativo (x_1)	0	1	0	1	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	$Cx_1 = (8, 4, 4)$
+ significativo (x_2)	1	1	1	0	1	0	0	1	$Cx_2 = (8, 8, 1)$
seqüência de transmissão:	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	
	1^0	2^0	3^0	4^0	5^0	6^0	7^0	8^0	

Fig. II.9 - Arranjo correspondente ao terceiro passo de decodificação do Exemplo II.3.

A síndrome da terceira linha do arranjo agora é $S_3 = 0\ 0\ 0\ 0$.

O arranjo é considerado decodificado e a seqüência binária recebida é:

(0 1 1 0 1 0 0 0 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1 1 0 1 0 0 1).

* * *

Este processo de decodificação, ao contrário do algoritmo de Sayegh [3], leva em consideração a distância euclidiana recebida em conjunto com as características de detecção/correção de erro do código. É interessante observar, através do exemplo apresentado acima, que apesar do código utilizado indicar a existência de um padrão de duplo erro na seqüência dos inteiros I_{xi} , a observação das distâncias euclidianas originadas nas aproximações indicou a existência de apenas um inteiro com maior probabilidade de estar errado (I_{x2}). Em seguida, quatro dos inteiros apresentavam a mesma probabilidade de estarem errados, sob o ponto de vista de distância euclidiana (I_{x1} , I_{x4} , I_{x7} e I_{x8}). A nova aproximação de I_{x2} e a determinação de uma nova síndrome, indicou um padrão de erro único (I_{x7}) entre os quatro inteiros I_{x1} , I_{x4} , I_{x7} e I_{x8} . Em outras palavras, apesar do código utilizado indicar, no segundo passo, um padrão de duplo erro, este não era o padrão de duplo erro com maior probabilidade de ter ocorrido. A observação da distância euclidiana permitiu a alteração de um primeiro inteiro (I_{x2}) e uma nova síndrome indicou (I_{x7}) entre os demais inteiros (I_{x1} , I_{x4} , I_{x7} e I_{x8}). Como conseqüência, corrigiu-se um padrão de duplo erro que, não seria corrigido pelo algoritmo de Sayegh [3], uma vez que este é um padrão de erro não corrigível pelo código utilizado (ver tabela de padrões de erro - Apêndice A).

II.5. Considerações sobre Sincronização [7]

A decodificação dos arranjos de códigos de esquemas BCM, dependem fundamentalmente das posições dos símbolos em cada bloco de símbolos recebido. Desta



forma o arranjo montado para a decodificação deve corresponder, mesmo que corrompido por ruído, às posições dos símbolos do arranjo transmitido. Em outras palavras, os blocos recebidos e submetidos à decodificação devem começar e terminar no mesmo ponto dos blocos que foram transmitidos, caso contrário, o fluxo de dados obtidos a partir da decodificação apresentariam uma quantidade de erros inaceitável. Conseqüentemente, existe a necessidade da adoção de um método que permita a identificação e a imediata correção de uma situação de falta de sincronização entre os blocos transmitidos e os blocos recebidos.

Para assegurar que a sincronização esteja sendo mantida, pode-se enviar algum sinal, facilmente reconhecível, periodicamente. Uma forma de sincronização de bloco consiste em se enviar, regularmente, um ponto de sinal fora do espaço de sinais padrão. Isto pode ser feito utilizando um segundo conjunto de símbolos em torno do conjunto regular, exclusivamente para a sincronização, conforme mostrado na Fig. II.10. Quando um sinal de sincronismo é enviado, os dados que seriam transmitidos em um símbolo do conjunto regular são então transportados por um dos símbolos do conjunto externo. Este método resulta em um ligeiro aumento da potência média da constelação bem como da relação entre a potência de pico e a potência média. Entretanto um ponto externo à constelação pode ser reconhecido com alta confiabilidade.

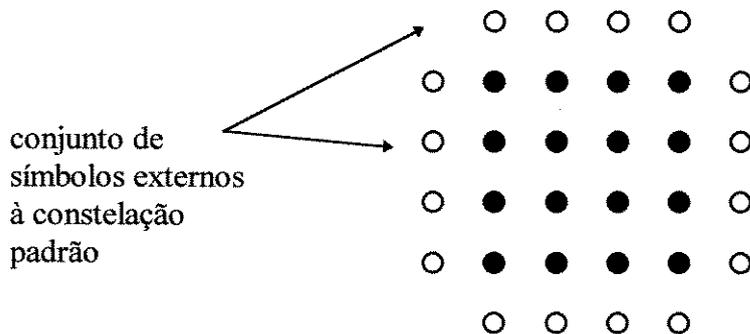


Fig. II.10 - Conjunto dos símbolos de sincronismo externos à constelação padrão.

O intervalo de tempo entre o recebimento de dois símbolos externos é constantemente monitorado e comparado com o tempo de bloco padrão. Se este intervalo de tempo é igual ao tempo esperado, então o bloco de símbolos está sincronizado. Se por algum motivo, houver perda de sincronismo o intervalo de tempo entre os dois símbolos externos será diferente do esperado. Neste caso o bloco de símbolos está fora de sincronismo e os próximos intervalos de tempo entre dois símbolos externos são monitorados até que o tempo esperado seja reconhecido como o tempo de bloco padrão. Uma vez que isso ocorra é possível sincronizar novamente os blocos de símbolos seguintes. Este é um método de sincronização bastante robusto.

Uma pequena modificação do processo permite que um bit extra de informação possa ser transmitido. Esta alteração consiste em se acrescentar um bit extra a uma coluna do arranjo de códigos de transmissão, na posição do símbolo designado para a sincronização. Se o bit extra de informação for 1, então o símbolo que é transmitido é um ponto do conjunto externo, ou seja um ponto do conjunto de sincronização. Se o bit de informação for 0, o ponto transmitido é um ponto do conjunto padrão. Os dados que os símbolos transportam podem ser representados tanto por símbolos da constelação padrão como por símbolos de sincronização pertencentes ao conjunto externo. Desta forma, os pontos do conjunto externo são utilizados para prover a sincronização de forma probabilística. Isto pode resultar na necessidade de transmissão dos símbolos de sincronismo com mais frequência ou então garantir, através de codificação, que o símbolo designado para a sincronização ocorra com, no mínimo, uma determinada taxa de repetição.

II.5. Considerações sobre Imunidade a Deslocamentos de Fase [5][7]

Nas constelações QAM quadradas, rotações de fase de 90° , não detectadas pelo receptor, resultam em decodificação dos símbolos pertencentes ao quadrante adjacente anterior ou posterior, dependendo do sentido em que a fase foi rotacionada. Assim, para evitar que a seqüência decodificada na saída do receptor esteja errada devido à rotação de fase, deve-se dotar o sistema de codificação/modulação de recurso que permita a demodulação/decodificação correta dos sinais transmitidos.

É possível proteger os códigos de bloco apresentados neste capítulo, das ambigüidades de fase do demodulador. Em esquemas de modulação convolucional, a solução para este problema consiste em se codificar diferencialmente todos os símbolos transmitidos. Nos esquemas BCM apresentados aqui, ao invés disso, a codificação diferencial será aplicada em cada bloco do esquema de codificação por blocos. Isto é feito observando-se a diferença de fase entre a fase do primeiro símbolo do bloco presente com com a fase do primeiro símbolo do bloco precedente. Esta diferença de fase é utilizada para rotacionar todos os símbolos do bloco presente. Esta forma de codificação diferencial pode ser entendida considerando-se a constelação 16-QAM da Fig. II.11.

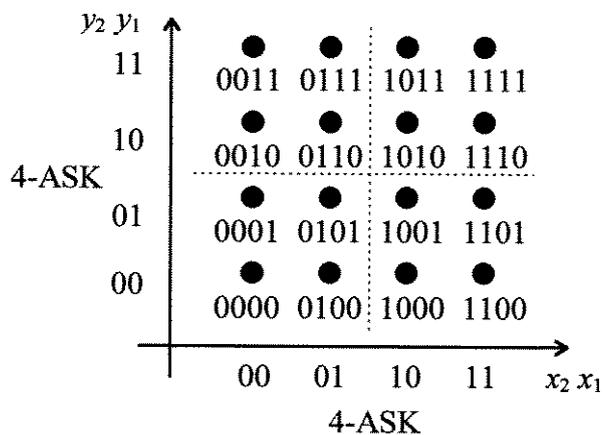


Fig. II.11 - Constelação 16-QAM a partir de duas 4-ASK.

Como já apresentado, o arranjo de transmissão é composto pelo arranjo de palavras código de uma constelação 4-ASK (y), sobreposto ao arranjo de palavras código da outra constelação 4-ASK (x). Assim, deslocamentos de fase não detectados fazem com que as palavras código correspondentes aos símbolos recebidos tornem-se aqueles mostrados na Fig. II.12, onde $\overline{x_2x_1}$ e $\overline{y_2y_1}$ são palavras código complementares às palavras código x_2x_1 e y_2y_1 , respectivamente. Conseqüentemente, os arranjos rotacionados são compostos por palavras que também são palavras código, desde que a palavra formada por *uns* seja também uma palavra código dos códigos de bloco lineares utilizados.

A codificação diferencial do bloco é feita então, considerando-se os bits que rotulam cada símbolo, em que está contida a informação que identifica o seu quadrante de origem. Estes bits são os bits mais significativos de cada constelação unidimensional, como pode ser observado através dos rótulos dos símbolos da Fig. II.11 (1^{os} e 3^{os} bits de cada rótulo) e apresentados na Fig. II.13.

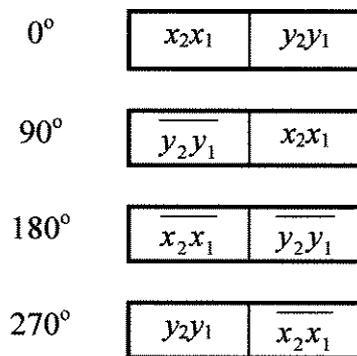


Fig. II.12 - Rótulos dos símbolos em função da rotação de fase.

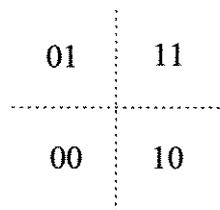


Fig. II.13 - Bits que identificam cada quadrante.

Antes da transmissão do arranjo de palavras código, os bits que rotulam o quadrante do primeiro símbolo do arranjo de palavras código (bits x_2 e y_2) são codificados diferencialmente em relação aos bits que rotulam o quadrante do primeiro símbolo do arranjo de palavras código precedente. A Tabela II.4 apresenta todas as possibilidades de codificação diferencial para o primeiro símbolo de cada arranjo, em relação ao primeiro símbolo de cada arranjo antecessor.

Entrada atual	Entrada precedente	Saída
00	00	00
00	01	10
00	11	11
00	10	01
10	00	10
10	01	11
10	11	01
10	10	00
11	00	11
11	01	01
11	11	00
11	10	10
01	00	01
01	01	00
01	11	10
01	10	11

Tab. II.4 - Tabela de codificação diferencial para os bits que identificam o quadrante do primeiro símbolo de cada bloco.

O resultado obtido a partir da codificação diferencial, ou seja, o deslocamento de fase encontrado, é utilizado para rotacionar todos os pontos do arranjo a serem transmitidos, incluindo o primeiro símbolo do arranjo com exceção dos bits já codificados diferencialmente.

Transmissão, demodulação e decodificação são feitos normalmente. Os símbolos do arranjo decodificados são rotacionados de volta de acordo com a diferença de

fase indicada pelos bits que identificam o quadrante no primeiro símbolo, com exceção dos bits do primeiro símbolo que foram codificados diferencialmente. Finalmente, os bits que identificam o quadrante do primeiro símbolo são decodificados diferencialmente. O diagrama em blocos da Fig. II.14 ilustra a operação.

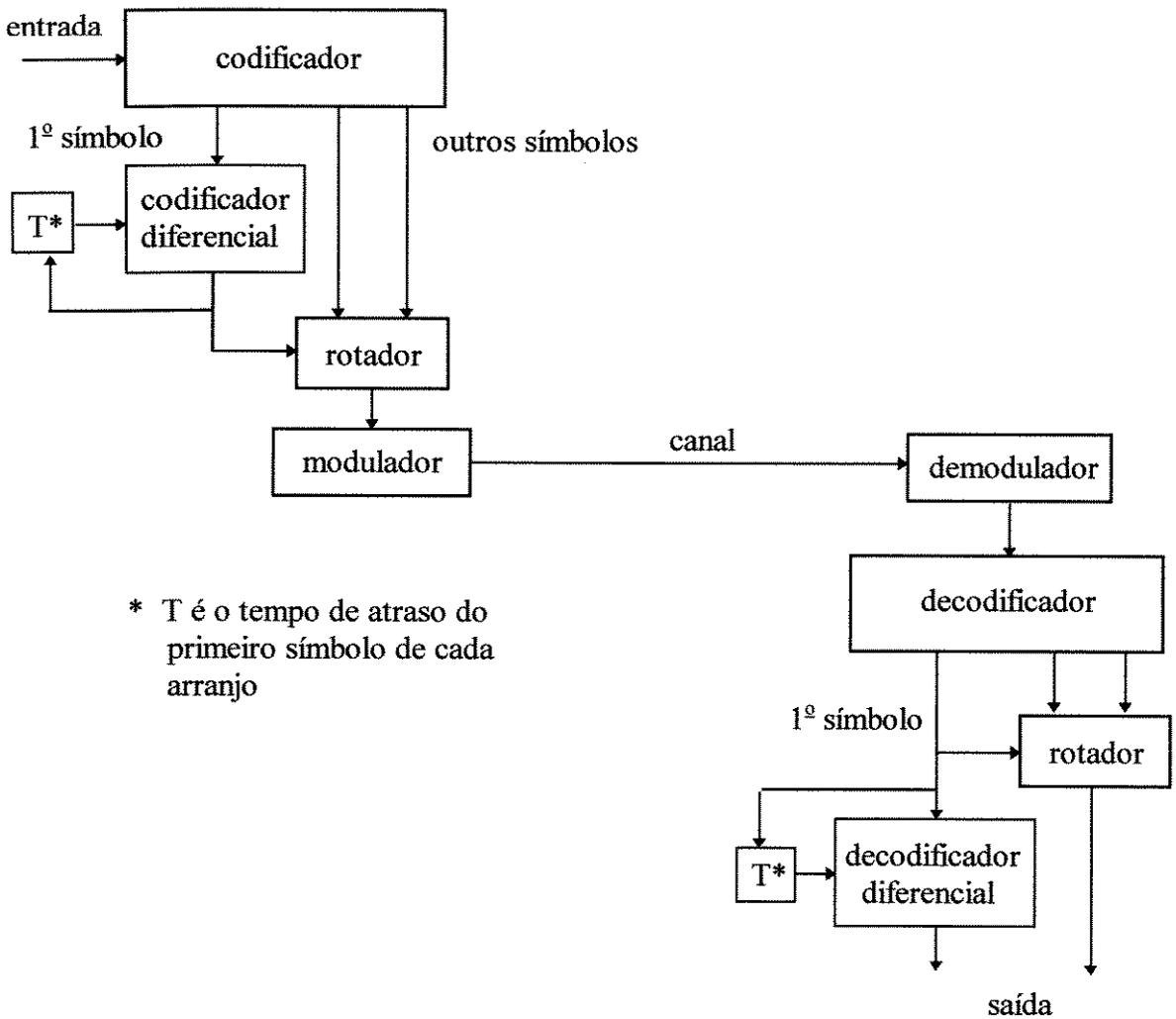


Fig. II.14 - Diagrama em blocos da operação de codificação/decodificação diferencial.

CAPÍTULO III

MODULAÇÃO CODIFICADA POR BLOCOS DE BAIXA COMPLEXIDADE

UMA SOLUÇÃO PARA CONSTELAÇÕES NÃO QUADRADAS

III.1. Considerações Sobre Constelações Não Quadradas e suas Distâncias Euclidianas

As constelações não quadradas ou constelações com 2^N pontos, onde N é ímpar, podem ser construídas de diversas formas. São comuns as constelações onde os pontos do espaço de sinais ocupam reticulados retangulares, que resultam em *constelações retangulares* ou *constelações em cruz*, conforme mostrado na Fig. III.1 [13].

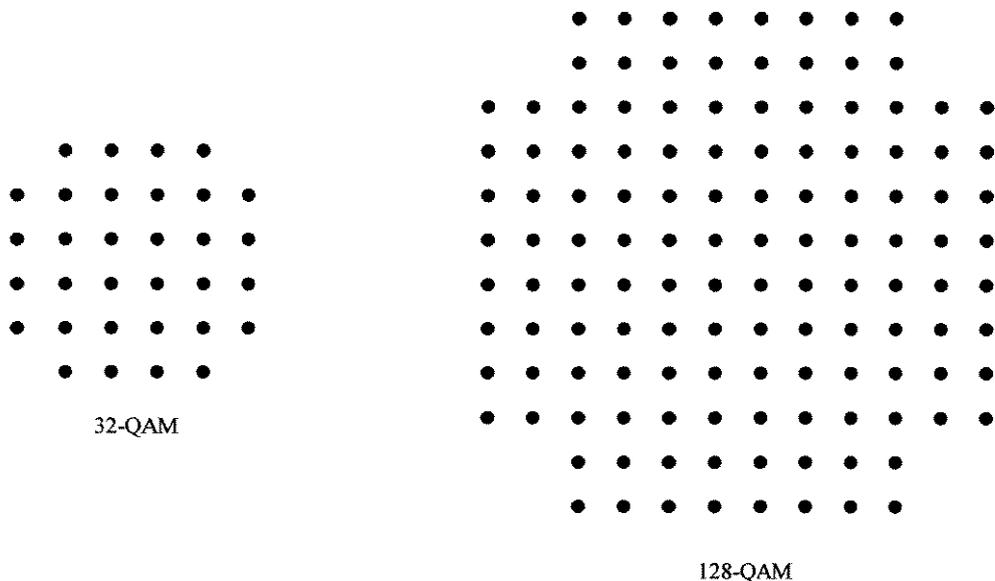


Fig. III.1 - Constelações retangulares ou em cruz.

Devido às características de suas geometrias, constelações em cruz não são adequadas para decomposição em eixos ortogonais. Uma outra forma de construção de constelações não quadradas é apresentada na Fig. III.2. Nota-se que tais constelações são constituídas pelo entrelaçamento de duas constelações quadradas com 2^{N-1} pontos cada.

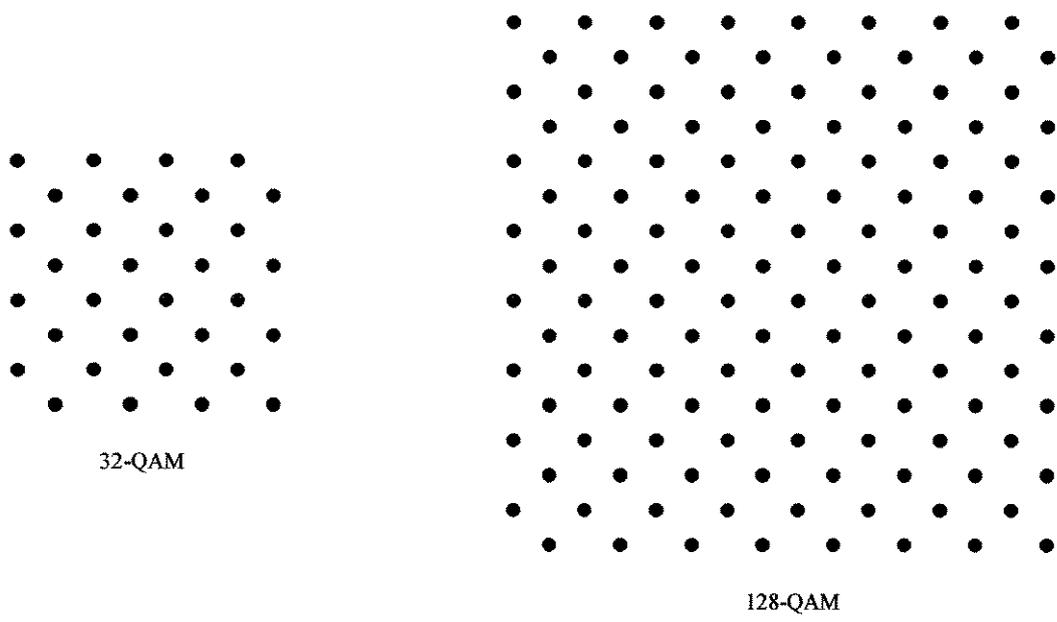


Fig. III.2 - Constelações para $N = 5$ e $N = 7$.

Assim é possível reduzir a dimensionalidade de uma constelação M -QAM não quadrada utilizando-se uma partição como a apresentada na Fig. III.3 para a constelação 32-QAM. Nesta partição duas constelações 16-QAM quadradas são produzidas. O bit menos significativo atribuído a cada ponto da constelação 32-QAM seleciona uma das duas constelações 16-QAM que compõe a principal. O bit menos significativo é também o bit mais vulnerável aos erros introduzidos pelo canal. Um desvio de $\Delta_0/2$ no ponto de modulação recebido em relação ao ponto transmitido pode produzir um erro nesta posição de bit.

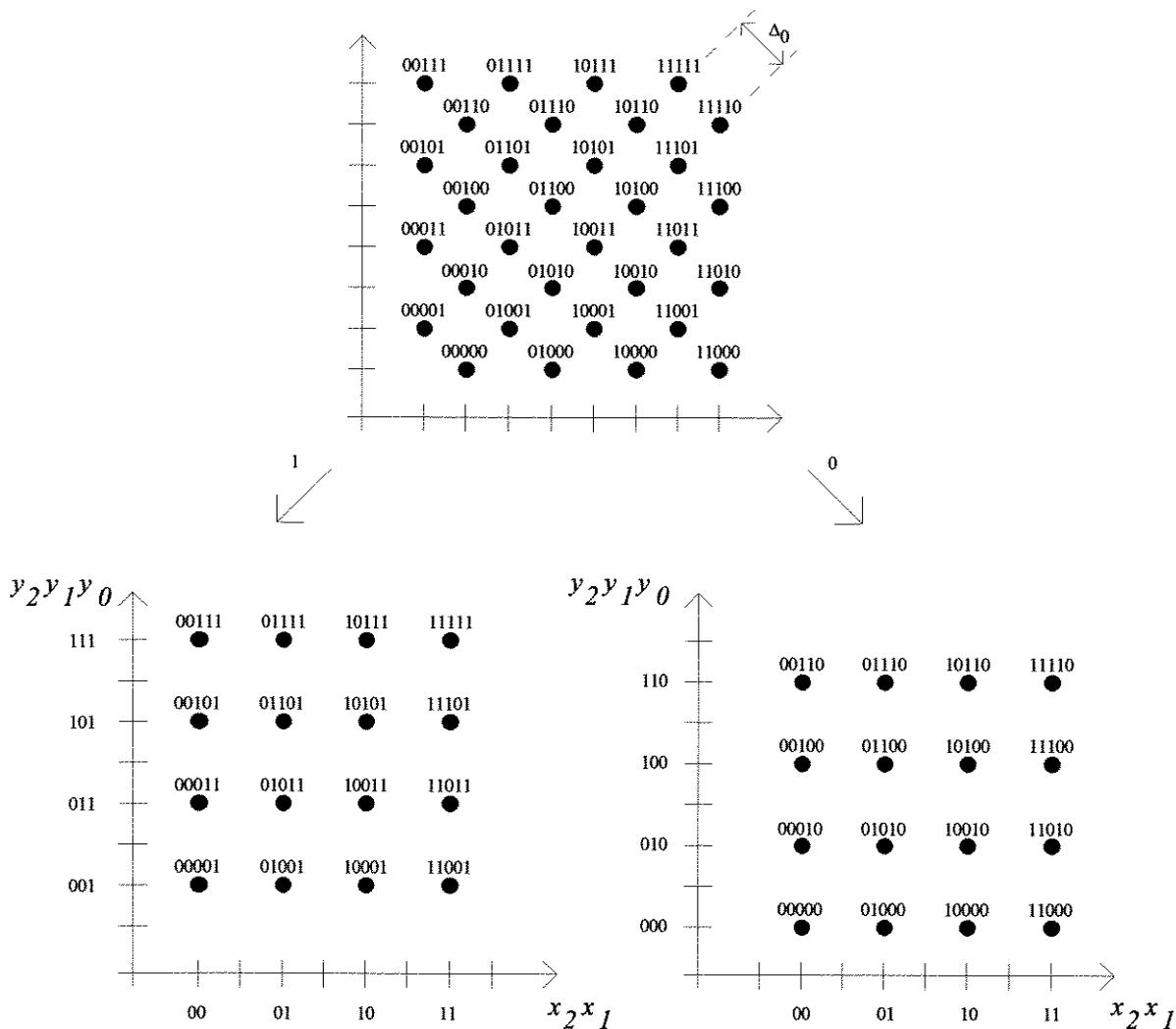


Fig. III.3 - Partição de uma constelação 32-QAM.

A partir das duas constelações 16-QAM resultantes da primeira partição, é possível decompor cada uma delas em duas constelações ASK unidimensionais e então aplicar o método de codificação descrito no Capítulo II.

As partições destas constelações sobre eixos ortogonais e suas respectivas distâncias euclidianas, podem ser obtidas generalizando-se os esquemas mostrados na Fig. III.4 (32-QAM). Deve-se observar que, nesse esquema de partição, as distâncias mínimas dos conjuntos gerados é a menor distância projetada sobre o eixo considerado para a partição.

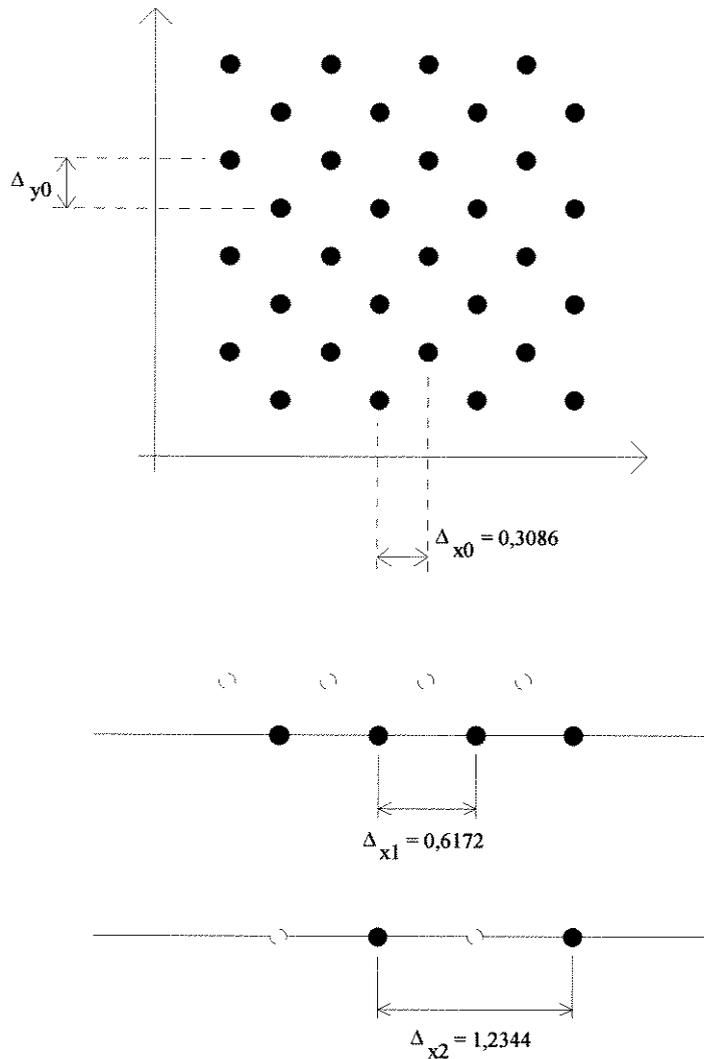


Fig. III.4 - Distâncias euclidianas correspondentes às partições de uma constelação 32-QAM quando projetada sobre eixos ortogonais

A cada partição, as distâncias mínimas entre os pontos de cada subconjunto são denominadas Δ_{y_i} ou Δ_{x_i} dependendo do eixo considerado, y ou x respectivamente, sendo que o índice i indica o conjunto resultante da i -ésima partição. Da mesma forma que para constelações quadradas, o incremento da distância euclidiana mínima dos subconjuntos resultantes de cada partição é igual a 2 vezes a distância euclidiana mínima de cada subconjunto resultante da partição anterior. A Tabela III.1 apresenta os valores de Δ_{y_i} e Δ_{x_i} para constelações com 32, 128 e 512 pontos, para energia média da constelação igual a unidade.

M	32	128	512
Δy_0	0,3086	0,1534	0,0766
$\Delta y_1 = \Delta x_1$	0,6172	0,3068	0,1532
$\Delta y_2 = \Delta x_2$	1,2344	0,6136	0,3063
$\Delta y_3 = \Delta x_3$	-	1,2272	0,6126
$\Delta y_4 = \Delta x_4$	-	-	1,2253

Tabela III.1 - Valores de Δy_i e Δx_i para constelações com 32, 128 e 512 pontos.

III.2. Codificação de Constelações Não Quadradas através de Constelações Unidimensionais - Método 1

Conforme mostrado no item anterior, uma constelação 2^N - QAM onde N é ímpar pode ser separada em duas constelações QAM quadradas. Desta forma a primeira linha do arranjo, ou o primeiro nível de codificação, será o nível da palavra código responsável pela seleção de uma das duas constelações quadradas que compõem a constelação principal. Os demais níveis de codificação são iguais para as duas dimensões ASK da subconstelação quadrada selecionada. As outras linhas do arranjo de códigos são iguais para os dois eixos, desta forma o arranjo de códigos de um dos eixos fica, necessariamente, com uma linha a mais do que o outro, ou seja, um arranjo de códigos fica com $(N+1)/2$ linhas e o outro com $(N-1)/2$ linhas conforme mostrado na Fig. III.5.

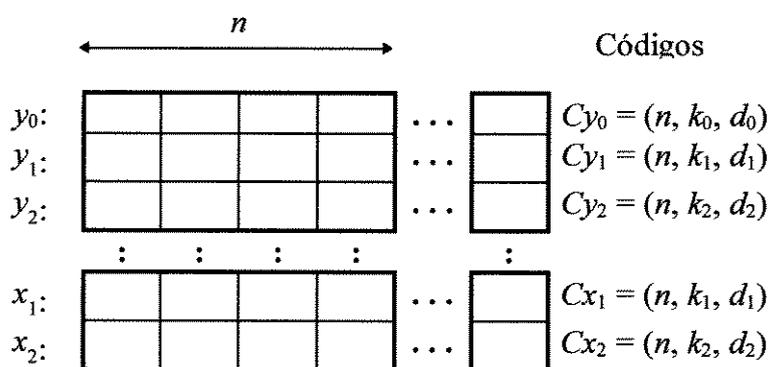


Fig. III.5 - Arranjo de códigos para o Método 1 de codificação.

A escolha do eixo que terá em seu arranjo de códigos, a palavra código responsável pela decomposição da constelação original em duas, é arbitrária. Da mesma

forma que nos casos apresentados anteriormente, cada arranjo de códigos tem n colunas, onde n é igual ao comprimento dos códigos utilizados. Consequentemente, os dois arranjos têm $n \times N$ bits, sendo que $n \times R_C \times N$ são bits de informação e os demais são bits de paridade. A taxa total de codificação R_c , considerando-se os dois arranjos, pode ser determinada pela expressão a seguir.

$$R_c = \frac{\sum_{l=1}^{L_x} k_{xl} + \sum_{l=1}^{L_y} k_{yl}}{n \cdot (L_x + L_y)}, \quad (\text{III.1})$$

onde k_{xl} e k_{yl} são os bits de informação da l -ésima linha dos arranjos dos eixos x e y , respectivamente, e L_x e L_y são os números de linhas dos arranjos de códigos dos eixos x e y , respectivamente.

É importante observar que a menor distância apresentada na Fig. III.4 é $\Delta y_0 = 0,3086$ (distância projetada sobre o eixo y); enquanto que se considerarmos a constelação bidimensional, a menor distância euclidiana é igual a $\Delta_0 = \sqrt{2} \times \Delta y_0$. Este talvez seja o principal inconveniente deste método de codificação, uma vez que o primeiro nível de codificação, ou seja, aquele responsável pela seleção das subconstelações, exigirá um código com distância maior do que se a constelação fosse codificada diretamente no plano bidimensional.

Exemplo III.1.

Suponha o esquema de modulação codificada para uma constelação com 32 pontos ($M = 2^N = 2^5$), de acordo com o procedimento apresentado, comparado com uma constelação 16-QAM não codificada.

De acordo com a Tabela III.1, tem-se:

$$\Delta y_0 = 0,3086; \quad \Delta y_1 = \Delta x_1 = 0,6172; \quad \Delta y_2 = \Delta x_2 = 1,2344$$

Associado ao eixo y tem-se um arranjo com $(N + 1)/2$ linhas, logo o arranjo terá $(5+1)/2 = 3$ linhas. O código escolhido para decompor a constelação em duas subconstelações quadradas é:

$$Cy_0 = (8, 1, 8) - \text{Repetição}$$

Os demais códigos do arranjo são:

$$Cy_1 = (8, 7, 2) - \text{Paridade par}$$

$$Cy_2 = (8, 8, 1) - \text{sem codificação}$$

eixo x fica então com $(5 - 1)/2 = 2$ linhas e os códigos para este arranjo de códigos são iguais aos códigos escolhidos para a segunda e terceira linhas do arranjo de códigos do eixo y . Ou seja:

$$Cx_1 = (8, 7, 2) - \text{Paridade par}$$

$$Cx_2 = (8, 8, 1) - \text{sem codificação.}$$

A distância euclidiana mínima do esquema codificado, de acordo com os códigos utilizados é $d_{Ec}^2 = 0,7619$. A taxa total de codificação é: $R_c = (1+7+8+7+8)/[8 \times (3+2)] = 31/40$. Da mesma forma como apresentado anteriormente para as constelações quadradas, os pontos do espaço de sinais são transmitidos *empilhando-se* os dois arranjos, conforme mostrado na Fig. III.6. Suponha ainda que um bloco com $k = 32$ bits de informação seja a sequência (0 1 1 0 1 0 0 0 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1 1 0 1 0 0 1 0 1 0 1 1 1 1). Então o arranjo de transmissão pode ser representado por:

y_0	0	<u>0</u>	$Cy_0 = (8, 1, 8)$						
y_1	1	1	0	1	0	0	0	<u>1</u>	$Cy_1 = (8, 7, 1)$
y_2	0	0	1	1	0	1	0	1	$Cy_2 = (8, 8, 1)$
x_1	1	1	1	0	1	0	0	<u>0</u>	$Cx_1 = (8, 7, 1)$
x_2	1	0	1	0	1	1	1	1	$Cx_2 = (8, 8, 1)$
	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	
	1 ^o	2 ^o	3 ^o	4 ^o	5 ^o	6 ^o	7 ^o	8 ^o	
	seqüência de transmissão								

Fig. III.6 - Arranjo para a transmissão do Exemplo III.1.

Sendo que os bits sublinhados representam a redundância introduzida pelos códigos de bloco binários. Os pontos do espaço de sinais, correspondentes às colunas do arranjo são

apresentados na Fig. III.7 e a Tabela III.2 apresenta um resumo das características do esquema de modulação codificada 32-QAM deste exemplo.

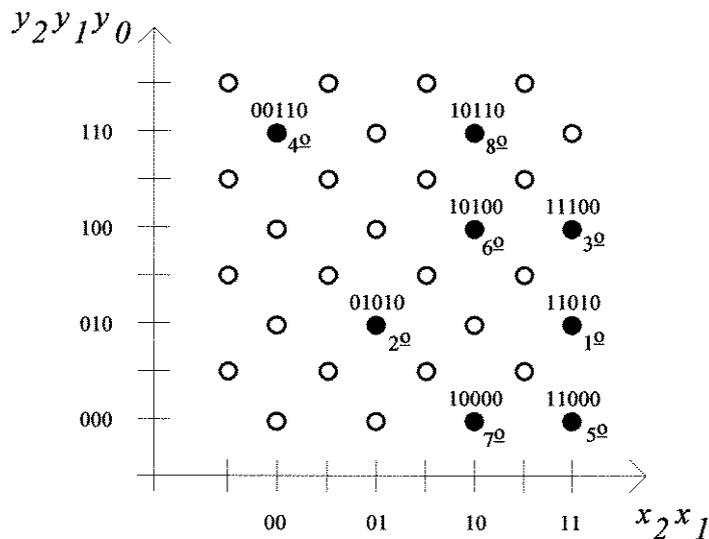


Fig. III.7 - Pontos do espaço de sinais transmitidos do Exemplo III.1.

Esquema de Modulação Codificada	Taxa Total de Codificação R_c	Distância euclidiana Mínima Quadrática $d_{Ec\min}^2$	Comprimento do Código n	Ganho Assintótico [dB]
32-QAM	31/40	0,762	8	2,67 sobre 16-QAM

Tabela III.2 - Características do esquema BCM 32-QAM do Exemplo III.1.

* * *

No exemplo apresentado utilizou-se apenas códigos de repetição e paridade. A máxima distância euclidiana quadrática da constelação, projetada nos eixos, que é $(\Delta y_2)^2 = (\Delta x_2)^2 = (1,2344)^2 = 1,524$; não foi alcançada com a codificação. O ganho de codificação assintótico pode ser melhorado aumentando-se o comprimento do código e escolhendo-se novos códigos com distâncias mínimas de Hamming maiores. O Exemplo III.2 apresenta um

esquema de codificação em 32-QAM, onde o ganho de codificação foi aumentado em aproximadamente 2,5 [dB] em relação ao esquema do Exemplo III.1.

Exemplo III.2.

Suponha uma codificação de uma constelação de 32 pontos, onde o objetivo da codificação é aumentar a distância euclidiana para a máxima distância euclidiana da constelação projetada nos eixos, ou seja, $d_{ec}^2 = (\Delta y_2)^2 = (\Delta x_2)^2 = (1,2344)^2$. Assim as distâncias de Hamming necessárias para que todos os conjuntos resultantes das partições tenham esta distância são

$$d_0 = \frac{(1,2344)^2}{(0,3086)^2} = 16 \qquad d_1 = \frac{(1,2344)^2}{(0,6172)^2} = 4 \qquad d_2 = \frac{(1,2344)^2}{(1,2344)^2} = 1$$

Os arranjos de códigos de comprimento $n = 16$ escolhidos, que satisfazem tais condições são:

$$C_{y_0} = (16, 1, 16) - \text{Repetição}$$

$$C_{y_1} = (16, 11, 4) - \text{Hamming estendido}$$

$$C_{y_2} = (16, 16, 1) - \text{sem codificação}$$

$$C_{x_1} = (16, 11, 4) - \text{Hamming estendido}$$

$$C_{x_2} = (16, 16, 1) - \text{sem codificação}$$

A taxa total de codificação é: $R_c = (1+11+16+11+16) = 11/16$. A Tabela III.3 apresenta um resumo das características do esquema de modulação codificada deste exemplo.

Esquema de Modulação Codificada	Taxa Total de Codificação R_c	Distância euclidiana Mínima Quadrática d_{Ecmin}^2	Comprimento do Código n	Ganho Assintótico [dB]
32-QAM	11/16	1,524	16	5,16 sobre 16-QAM

Tabela III.3 - Características do esquema BCM 32-QAM do Exemplo III.1.

* * *

Como no caso das constelações quadradas, este procedimento pode ser empregado em constelações de ordem ímpar de maior cardinalidade (e. g.) 128-QAM e 516-QAM), acrescentando-se linhas não codificadas aos arranjos existentes. A Tabela III.4 apresenta várias combinações de códigos e constelações de ordem ímpar com seus respectivos ganhos de codificação, incluindo os exemplos já apresentados.

Esquemas Codificados	Taxa Total de Codificação R_c	Distância euclidiana Mínima Quadrática d_{Ec}^2	Arranjos de Códigos do Eixo y (n, k, d)	Ganhos Assintóticos [dB]
32-QAM	31/40	0,762	(8, 1, 8) (8, 7, 2) (8, 8, 1)	2,67 sobre 16-QAM
32-QAM	11/16	1,524	(16, 1, 16) (16, 11, 4) ¹ (16, 16, 1)	5,16 sobre 16-QAM
32-QAM	19/32	3,047	(32, 1, 32) (32, 16, 8) ² (32, 31, 2)	7,54 sobre 16-QAM
128-QAM	47/56	0,188	(8, 1, 8) (8, 7, 2) (8, 8, 1) (8, 8, 1)	2,87 sobre 64-QAM
128-QAM	87/112	0,377	(16, 1, 16) (16, 11, 4) (16, 16, 1) (16, 16, 1)	5,54 sobre 64-QAM
128-QAM	169/224	0,753	(32, 1, 32) (32, 16, 8) (32, 31, 2) (32, 32, 1)	8,16 sobre 64-QAM
512-QAM	7/8	0,047	(8, 1, 8) (8, 7, 2) (8, 8, 1) (8, 8, 1) (8, 8, 1)	2,94 sobre 256-QAM
512-QAM	119/144	0,094	(16, 1, 16) (16, 11, 4) (16, 16, 1) (16, 16, 1) (16, 16, 1)	5,7 sobre 256-QAM
512-QAM	223/288	0,188	(32, 1, 32) (32, 16, 8) (32, 31, 2) (32, 32, 1) (32, 32, 1)	8,42 sobre 256-QAM

Tabela III.4 - Resumo dos arranjos de códigos e seus respectivos ganhos de codificação para esquemas BCM em constelações QAM de ordem ímpar codificadas por constelações unidimensionais com seleção de subconstelações em um eixo.

¹ Hamming estendido.

² Reed-Muller puncionado.

III.3. Codificação de Constelações Não Quadradas através de Constelações Unidimensionais - Método 2

Como mostrado no item anterior, existe um inconveniente no Método 1 de codificação. Observa-se que a distância euclidiana mínima da constelação Δ_0 , quando projetada sobre o eixo responsável pela seleção de uma das constelações 16-QAM, sofre uma redução de $\sqrt{2}$. Isso força o uso de um código de repetição com distância de Hamming mínima 4 vezes maior do que a distância de Hamming mínima do segundo nível de codificação, para que, no caso do Exemplo III.2, a distância quadrática mínima final seja igual a distância quadrática mínima da última linha do arranjo, que não está codificada. Uma forma de contornar este inconveniente é considerar a projeção do segmento de reta que une quaisquer dois pontos mais próximos da constelação (Δ_0) nos dois eixos, fazendo com que a menor distância de decisão entre a subconstelação par ou ímpar seja a composição vetorial das projeções. Assim a redução de $\sqrt{2}$ é compensada e, agora, a distância de Hamming mínima do código de repetição pode ser a metade da anterior. Assim, um desempenho ligeiramente inferior ao obtido anteriormente pode ser alcançado com códigos de comprimento igual a metade do comprimento dos códigos utilizados no Exemplo III.2 (a redução do desempenho está associada à diminuição da taxa de codificação). O arranjo para o Método 2 de codificação está apresentado na Fig. III.8.

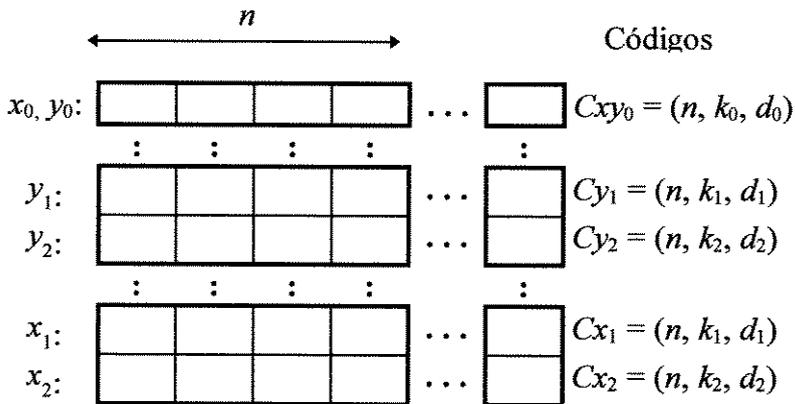


Fig. III.8 - Arranjo de códigos para o Método 2 de codificação.

A composição ortogonal da constelação 32-QAM pelas constelações ASK está apresentada na Fig. III.9.

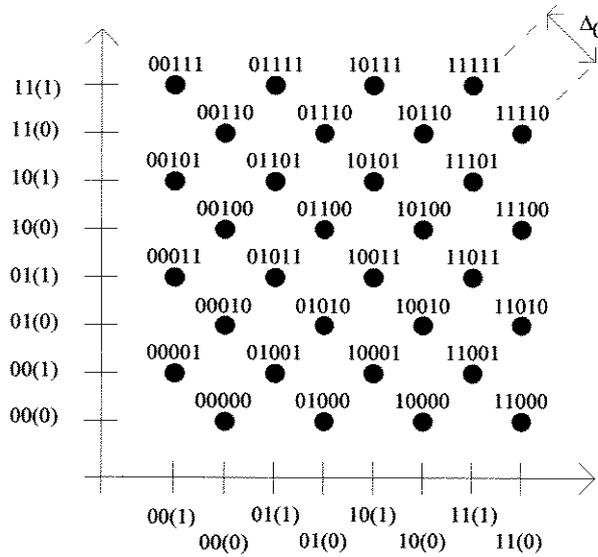


Fig. III.9 - Constelação 32-QAM codificada com seleção de subconstelações par ou ímpar nos dois eixos (Método 2).

O bit entre parênteses, que rotula cada um dos símbolos ASK nos dois eixos, é o bit mais à direita de cada palavra binária que rotula cada símbolo da constelação 32-QAM.

Exemplo III.3

Suponha o esquema de modulação codificada para uma constelação com 32 pontos ($M = 2^N = 2^5$), de acordo com o novo procedimento apresentado comparado a uma constelação 16-QAM não codificada. O objetivo deste exemplo é obter como distância euclidiana mínima quadrática, a distância obtida no Exemplo III.1, ou seja $d_{Ec}^2 = 0,7619$.

Como agora a seleção das subconstelações será decidida nos dois eixos, a menor distância da constelação é:

$$\Delta y_0 = \Delta x_0 = \sqrt{2} \times 0,3086 = 0,4364.$$

As demais distâncias são $\Delta y_1 = \Delta x_1 = 0,6172$ e $\Delta y_2 = \Delta x_2 = 1,2344$.

Assim as distâncias de Hamming necessárias para que todos os conjuntos resultantes dos particionamentos tenham esta distância são:

$$d_0 = \frac{0,7619}{(0,4364)^2} = 4 \quad d_1 = \frac{0,7619}{(0,6172)^2} = 2 \quad d_2 = \frac{0,7619}{(1,2344)^2} = 0,5 \Rightarrow 1$$

Os códigos escolhidos são:

$$C_{xy_0} = (4, 1, 4) - \text{Repetição}$$

$$C_{y_1} = (4, 3, 2) - \text{Paridade par}$$

$$C_{y_2} = (4, 4, 1) - \text{sem codificação}$$

$$C_{x_1} = (4, 3, 2) - \text{Paridade par}$$

$$C_{x_2} = (4, 4, 1) - \text{sem codificação}$$

A taxa total de codificação é: $R_c = (1+3+4+3+4)/[4 \times (3+2)] = 3/4$. E o ganho assintótico é 2,53 dB.

Esquema de Modulação Codificada	Taxa Total de Codificação R_c	Distância euclidiana Mínima Quadrática d_{Ec}^2	Comprimento do Código n	Ganho Assintótico [dB]
32-QAM	3/4	0,7619	4	2,53 sobre 16-QAM

Tabela III.5 - Características do esquema BCM 32-QAM do Exemplo III.3.

* * *

Comparando o resultado do Exemplo III.3 com o do Exemplo III.1, observa-se que os códigos empregados em ambos os casos produzem a mesma distância euclidiana mínima quadrática, entretanto, o comprimento das palavras código utilizadas no segundo caso é a metade do comprimento das palavras código do primeiro caso. A redução no tamanho do bloco diminui a complexidade de decodificação ao mesmo tempo que provoca uma ligeira diminuição na taxa de codificação de 31/40 (do primeiro caso) para 3/4 (no segundo caso). Consequentemente, o ganho de codificação assintótico também é afetado, passando de 2,67 dB (do primeiro caso) para 2,53 dB (do segundo caso). Uma redução de 0,14 dB.

Exemplo III.4

Suponha agora os mesmos esquemas do exemplo anterior, sendo entretanto, que o objetivo a ser atingido é a distância euclidiana mínima quadrática do Exemplo III.2, ou seja $d_{Ec}^2 = 1,524$.

Assim as distâncias de Hamming necessárias para que todos os conjuntos resultantes das partições tenham esta distância são:

$$d_0 = \frac{1,524}{(0,4364)^2} = 8 \qquad d_1 = \frac{1,524}{(0,6172)^2} = 4 \qquad d_2 = \frac{1,524}{(1,2344)^2} = 1$$

Os códigos escolhidos são:

$$C_{y_0} = (8, 1, 8) - \text{Repetição}$$

$$C_{y_1} = (8, 4, 4) - \text{Paridade par}$$

$$C_{y_2} = (8, 8, 1) - \text{sem codificação}$$

$$C_{x_1} = (8, 4, 4) - \text{Paridade par}$$

$$C_{x_2} = (8, 8, 1) - \text{sem codificação}$$

A taxa total de codificação é: $R_c = (1+4+8+4+8)/[8 \times (3+2)] = 5/8$. E o ganho assintótico é 4,75 dB.

Esquema de Modulação Codificada	Taxa Total de Codificação R_c	Distância euclidiana Mínima Quadrática d_{Ec}^2	Comprimento do Código n	Ganho Assintótico [dB]
32-QAM	5/8	1,524	8	4,75 sobre 16-QAM

Tabela III.6 - Características do esquema BCM 32-QAM do Exemplo III.4.

* * *

Comparando o resultado do Exemplo III.4 com o do Exemplo III.2, observa-se que distância euclidiana mínima quadrática atingida nos dois exemplos foi a mesma, utilizando-se porém, no segundo caso, códigos com metade do comprimento do primeiro caso. A taxa

de codificação que no primeiro caso era 11/16 passou para 5/8 no segundo caso. O ganho assintótico passou de 5,16 dB (primeiro caso) para 4,75 dB (segundo caso). Uma redução de 0,41 dB.

Assim como o método anterior, este também pode ser aplicado a outras constelações M -QAM não quadradas ($M = 8, 32, 128, 512$). A Tabela III.7 apresenta algumas combinações de códigos de bloco e modulações M -QAM não quadradas e seus respectivos ganhos de codificação, para o segundo método de codificação.

III.4. Considerações sobre Sincronização e Deslocamentos de Fase

Os métodos de sincronização e imunidade a deslocamentos de fase propostos por Williams [5] [7], são também aplicáveis aos procedimentos de codificação apresentados aqui para as constelações QAM não quadradas. Entretanto devido a algumas particularidades da geometria e códigos utilizados nas constelações QAM não quadradas, deve-se fazer algumas considerações.

No que se refere à sincronização, a utilização de códigos de repetição, como forma de separar duas constelações quadradas, abre a possibilidade da sincronização do arranjo (e conseqüentemente dos símbolos) ser mantida observando-se se a seqüência de símbolos que compõem o arranjo pertencente à subconstelação par ou ímpar. Neste caso, deve-se garantir a não ocorrência de longas seqüências de arranjos pares ou longas seqüências de arranjos ímpares. Isso eliminaria a necessidade de transmissão de um símbolo de sincronismo fora da constelação.

Quanto aos deslocamentos de fase, observa-se, pela própria geometria das constelações não quadradas, que os deslocamentos de fase não detectáveis são os de 180° . Deste modo as constelações QAM não quadradas são menos susceptíveis a erros de decodificação por rotação de fase, do que as constelações QAM quadradas, que são inerentemente vulneráveis aos deslocamentos de fase de 90° , 180° e 270° , caso nenhum cuidado tenha sido tomado para se evitar as ambigüidades em questão.

Esquemas Codificados	Taxa Total de Codificação R_C	Distância euclidiana Mínima Quadrática d_{Ec}^2	Arranjos de Códigos (n, k, d)	Ganhos Assintóticos [dB]
32-QAM	3/4	0,762	(4, 1, 4) (4, 3, 2) (4, 4, 1)	2,53 sobre 16-QAM
32-QAM	5/8	1,524	(8, 1, 8) (8, 4, 4) ¹ (8, 8, 1)	4,75 sobre 16-QAM
32-QAM	41/80	3,047	(16, 1, 16) (16, 5, 8) ² (16, 15, 2)	6,9 sobre 16-QAM
128-QAM	23/28	0,188	(4, 1, 4) (4, 3, 2) (4, 4, 1) (4, 4, 1)	2,78 sobre 64-QAM
128-QAM	41/56	0,377	(8, 1, 8) (8, 4, 4) (8, 8, 1) (8, 8, 1)	5,29 sobre 64-QAM
128-QAM	75/112	0,753	(16, 1, 16) (16, 5, 8) (16, 15, 2) (16, 16, 1)	7,91 sobre 64-QAM
512-QAM	31/36	0,047	(4, 1, 4) (4, 3, 2) (4, 4, 1) (4, 4, 1) (4, 4, 1)	2,87 sobre 256-QAM
512-QAM	19/24	0,094	(8, 1, 8) (8, 4, 4) (8, 8, 1) (8, 8, 1) (8, 8, 1)	5,51 sobre 256-QAM
512-QAM	107/144	0,188	(16, 1, 16) (16, 5, 8) (16, 15, 2) (16, 16, 1) (16, 16, 1)	8,16 sobre 256-QAM

Tabela III.7 - Arranjos de códigos e seus respectivos ganhos de codificação para esquemas BCM em constelações QAM de ordem ímpar codificadas por constelações unidimensionais com seleção de subconstelações nos dois eixos.

¹ Hamming estendido

² Reed-Muller

III.5. Desempenho Obtido por Simulação de um Esquema BCM 32-QAM

Este item tem por objetivo apresentar os resultados da simulação da transmissão e detecção/decodificação de símbolos de uma constelação 16-QAM não codificada utilizada como referência e a constelação 32-QAM codificada por bloco, utilizando-se os códigos $C_{xy_0} = (4, 1, 4)$; $C_{y_1} = C_{x_1} = (4, 3, 2)$ e $C_{y_2} = C_{x_2} = (4, 4, 1)$. Tais constelações estão apresentadas nas Fig. III.10 e III.11 respectivamente. O símbolo de coordenadas $y = 1$; $x = 1$ (1111) foi o símbolo escolhido para a transmissão na constelação 16-QAM, uma vez que este é um daqueles que representa o pior caso por possuir um maior número de símbolos vizinhos.

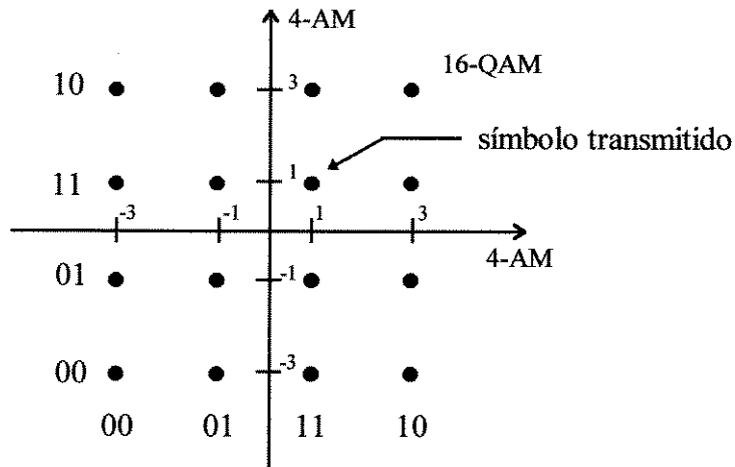


Fig. III.10 - Constelação 16-QAM de referência.

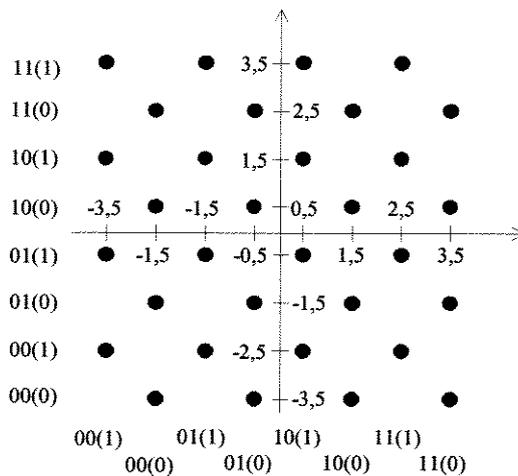


Fig. III.11 - Constelação 32-QAM codificada por bloco.

O símbolo de coordenadas $y = -0,5$; $x = 0,5$ (1001(1)), foi o símbolo da constelação 32-QAM escolhido para a transmissão, por possuir também um maior número de vizinhos. O desempenho obtido por simulação do esquema BCM 32-QAM comparado com o esquema 16-QAM não codificado está apresentado na Fig. III.12.

Conforme mostrado no Exemplo III.3, o ganho assintótico para o esquema que foi simulado é igual a 2,53 dB. Como pode-se observar, o ganho de codificação obtido para uma taxa de erro próxima de 10^{-6} é de aproximadamente 2,26 dB, ou seja, um resultado coerente com o ganho assintótico calculado. Os programas utilizados para esta simulação foram escritos em *quick basic* e fazem parte do Apêndice B.

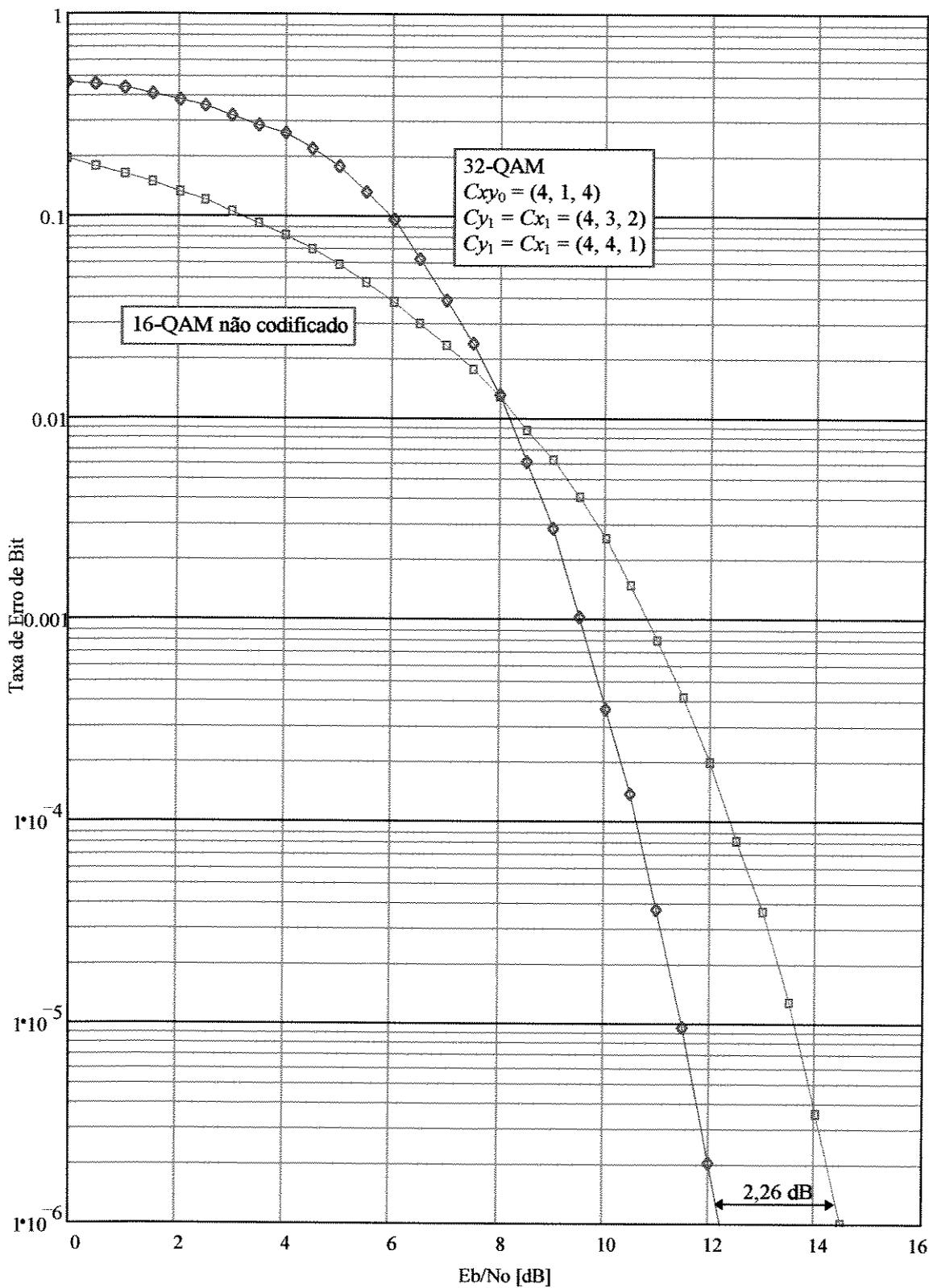


Fig. III.12 - Curvas da Taxa de Erro de Bits vs. E_b/N_0 de um esquema BCM 32-QAM e de um esquema 16-QAM não codificada.

CONCLUSÕES

Foi apresentada nesta tese uma extensão do método de codificação proposto por Williams [5] para constelações QAM não quadradas. Como pode ser visto pelas Tabelas III.3 e III.5, arranjos simples podem produzir ganhos de codificação assintóticos muito bons para aquelas modulações QAM não quadradas.

Os dois métodos de codificação apresentados têm diferentes graus de complexidade de decodificação em função dos comprimentos dos códigos utilizados. Uma menor complexidade de decodificação pode ser obtida com uma ligeira redução do ganho de codificação assintótico. O desempenho obtido por simulação computacional apresentou resultado coerente com o valor teórico do ganho assintótico de codificação. É importante notar que a utilização de códigos de repetição na primeira linha do arranjo não é mandatória. O ganho de assintótico pode ser aumentado ainda mais através do aumento da taxa de codificação. A melhoria da taxa de codificação pode ser obtida utilizando-se código Reed-Muller na primeira linha do arranjo. Neste caso para manter a mesma distância de Hamming obtida com o uso de códigos de repetição na primeira linha, é necessário dobrar o comprimento do bloco, acarretando em aumento da complexidade de decodificação.

Por sua própria geometria as constelações M -QAM quadradas, utilizadas para a codificação, são vulneráveis a deslocamentos de fase de 90° sendo necessária a adoção de contramedidas para que estes deslocamentos não causem erros de decodificação. As constelações não quadradas aqui apresentadas possuem como uma característica inerente, a possibilidade de detecção das rotações de fase de 90° . Assim uma melhor investigação pode ser feita em trabalhos futuros, de forma a tentar se obter um sistema ainda mais

simples do que aquele apresentado no Capítulo II, para tornar as constelações não quadradas imunes a deslocamentos de fase de 180° .

Da mesma forma, conforme já mencionado no Capítulo III, merece também uma investigação mais cuidadosa, uma forma de sincronização para as constelações não quadradas, sem que haja a necessidade de se transmitir um símbolo de sincronismo fora da constelação. Os códigos de repetição, utilizados para de seleção de subconstelações, talvez possam ser usados para sincronização do bloco de símbolos resultantes de cada arranjo de palavras código.

Também não foi motivo de investigação, neste trabalho, o grau de complexidade de implementação dos esquemas propostos para constelações não quadradas. Entretanto, o fato de ser possível a obtenção de ganhos assintóticos com comprimentos de blocos relativamente pequenos, indica a possibilidade da aplicação destes esquemas BCM em sistemas de comunicações digitais operando em tempo real, com um grau de complexidade relativamente simples, em função da velocidade e da capacidade de processamento dos microcontroladores e dispositivos de processamento digital de sinais, disponíveis atualmente no mercado.

Apêndice A

Códigos de Hamming Estendido $C = (8, 4, 4)$

O código $C = (8, 4, 4)$ mencionado nos exemplos dos Capítulos 1, 2, e 3, é um código $C = (7, 4, 3)$ cuja matriz geradora é acrescida de uma coluna de paridade conforme apresentado a seguir.

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

A síndrome de erro é determinada por:

$$S_i = \vec{v}_i \cdot H^T = \vec{v}_i \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

A tabela de decodificação adotada para os exemplos apresentados é a seguinte.

Síndrome	Padrão de Erro	Síndrome	Padrão de Erro
1101	10000000	0110	11000000
1011	01000000	0011	10100000
1110	00100000	1010	10010000
0111	00010000	0101	10001000
1000	00001000	1001	10000100
0100	00000100	1111	10000010
0010	00000010	1100	10000001
0001	00000001		

Tab. A.1 - Tabela de decodificação para o código gerado pela matriz (A.1).

Apêndice B

Programas para Simulação

B.1. Programa para Simulação do Esquema 16-QAM Não Codificado

'PROGRAMA PARA DETERMINAÇÃO DE DESEMPENHO POR SIMULAÇÃO
'16-QAM NÃO CODIFICADO COM MAPEAMENTO GRAY

'Geraldo Gil R. Gomes - INATEL - Fev/1997

CLEAR

N = 10000

Mi = 1

Sg = 1.118

Ti = TIMER

FOR I = 1 TO N

'define o no. de simb

'----- gera pto + ruído X e Y
X = Mi + Sg * SQR(-2 * LOG(RND)) * COS(6.28319 * RND)
Y = Mi + Sg * SQR(-2 * LOG(RND)) * COS(6.28319 * RND)

'----- conta bits err X
IF X > 2 OR (X > -2 AND X < 0) THEN
 Erx = Erx + 1
ELSEIF X < -2 THEN
 Erx = Erx + 2
END IF

'----- conta bits err Y
IF Y > 2 OR (Y > -2 AND Y < 0) THEN
 Ery = Ery + 1
ELSEIF Y < -2 THEN
 Ery = Ery + 2
END IF

'----- calcula TEB

Tf = TIMER

BE = Erx + Ery

TEB = BE / (4 * N)

'----- apresenta no. simb TX

' BE

' TEB

' TEMPO

PRINT I, "BE ="; BE, "BER ="; BER, " TEMPO ="; Tf - Ti

NEXT I

'----- apresenta Sg

' BE

' TEB

' TEMPO

PRINT "Sg ="; Sg, "BE ="; BE, "TEB ="; TEB, " TEMPO ="; Tf - Ti

BEEP

END

B.1. Programa para Simulação do Esquema 32-QAM Codificado por Bloco

'-----
'PROGRAMA PARA DETERMINAÇÃO DE DESEMPENHO POR SIMULAÇÃO

'BCM 32-QAM Versão D

'Cxy = (4,1,4)

'Cx1 = (4,3,2)

'Cx2 = (4,4,1)

'Geraldo Gil R. Gomes - INATEL - Março-Abril/1997
'-----

```

CLS
CLEAR
Mix = 5
Miy = 5
Sg = .726
Ti = TIMER

```

```
FOR J = 1 TO 100
```

```
'define no. arranjos
```

```
'----- apres o no. arranjo
  'PRINT "ARRANJO"; J
```

```

  SdXp = 0
  SdXi = 0
  SdYp = 0
  SdYi = 0
  SdXpc = 0
  SdXic = 0
  SdYpc = 0
  SdYic = 0
  SIXp = 0
  SIXi = 0
  SIYp = 0
  SIYi = 0
  Sbex = 0
  Sbey = 0
  Sbes = 0

```

```
'----- define comp arranjo
  FOR I = 1 TO 4
```

```

    '----- gera pto + ruido X
    X(1, I) = Mix + Sg * SQR(-2 * LOG(RND)) * COS(6.2832 * RND)
    Xr = INT(X(1, I)) / 2
    IF Xr = INT(Xr) THEN
      Xip(1, I) = INT(X(1, I))
      dXp(1, I) = X(1, I) - INT(X(1, I))
      Xii(1, I) = INT(X(1, I)) + 1
      dXi(1, I) = X(1, I) - INT(X(1, I)) - 1
    ELSE
      Xip(1, I) = INT(X(1, I)) + 1
      dXp(1, I) = X(1, I) - INT(X(1, I)) - 1
      Xii(1, I) = INT(X(1, I))
      dXi(1, I) = X(1, I) - INT(X(1, I))
    END IF

```

```

SdXp = SdXp + ABS(dXp(1, I))           'soma dist seq par
SdXi = SdXi + ABS(dXi(1, I))           'soma dist seq impar
SIXp = SIXp + Xip(1, I)
SIXi = SIXi + Xii(1, I)

'----- gera pto + ruído Y
Y(1, I) = Miy + Sg * SQR(-2 * LOG(RND)) * COS(6.2832 * RND)
Yr = INT(Y(1, I)) / 2
IF Yr = INT(Yr) THEN                     'identifica int par
    Yip(1, I) = INT(Y(1, I))             'gera seq int par
    dYp(1, I) = Y(1, I) - INT(Y(1, I))   'calcula dist par
    Yii(1, I) = INT(Y(1, I)) + 1         'gera seq int impar
    dYi(1, I) = Y(1, I) - INT(Y(1, I)) - 1 'calcula dist impar
ELSE
    Yip(1, I) = INT(Y(1, I)) + 1         'identifica int impar
    dYp(1, I) = Y(1, I) - INT(Y(1, I)) - 1 'gera seq int par
    Yii(1, I) = INT(Y(1, I))             'calcula dist par
    dYi(1, I) = Y(1, I) - INT(Y(1, I))   'gera seq int impar
END IF
SdYp = SdYp + ABS(dYp(1, I))           'calcula dist impar
SdYi = SdYi + ABS(dYi(1, I))           'soma dist seq par
SIYp = SIYp + Yip(1, I)                 'soma dist seq impar
SIYi = SIYi + Yii(1, I)

'----- apresenta pontos receb
' soma dist
    'PRINT "X"; I, "="; X(1, I), "Y"; I, "="; Y(1, I)
NEXT I

'PRINT "Sdp =" ; SdXp + SdYp, "Sdi =" ; SdXi + SdYi
'PRINT "SIXp =" ; SIXp, "          SIXi =" ; SIXi
'PRINT "SIYp =" ; SIYp, "          SIYi =" ; SIYi

'----- verifica paridade Xip
IF INT(SIXp / 4) = SIXp / 4 THEN         'sem erro de par Xip
    SdXpc = SdXp                         'confirma seq Xip
ELSE                                     'com err parid Xip
    K = 1                                 'identif susp seq Xip
    FOR I = 1 TO 3
        IF ABS(dXp(1, K)) > ABS(dXp(1, I + 1)) THEN
            K = K
        ELSE
            K = I + 1
        END IF
    NEXT I
    IF dXp(1, K) > 0 THEN                 'subst susp seq Xip
        Xip(1, K) = Xip(1, K) + 2

```

```

ELSE
  Xip(1, K) = Xip(1, K) - 2
END IF
dXp(1, K) = X(1, K) - Xip(1, K)
FOR I = 1 TO 4
  SdXpc = SdXpc + ABS(dXp(1, I))
NEXT I
END IF

```

```

'----- verifica paridade Xii
IF INT(SIXi / 4) = SIXi / 4 THEN
  SdXic = SdXi
  'sem erro de par Xii
  'confirma seq Xii
ELSE
  'com err parid Xii
  'identif susp seq Xii
  K = 1
  FOR I = 1 TO 3
    IF ABS(dXi(1, K)) > ABS(dXi(1, I + 1)) THEN
      K = K
    ELSE
      K = I + 1
    END IF
  NEXT I
  IF dXi(1, K) > 0 THEN
    'subst susp seq Xii
    Xii(1, K) = Xii(1, K) + 2
  ELSE
    Xii(1, K) = Xii(1, K) - 2
  END IF
  dXi(1, K) = X(1, K) - Xii(1, K)
  FOR I = 1 TO 4
    SdXic = SdXic + ABS(dXi(1, I))
  NEXT I
END IF

```

```

'----- verifica paridade Yip
IF INT(SIYp / 4) = SIYp / 4 THEN
  SdYpc = SdYp
  'confirma seq Yip
ELSE
  'com err parid Yp
  'identif susp seq Yip
  K = 1
  FOR I = 1 TO 3
    IF ABS(dYp(1, K)) > ABS(dYp(1, I + 1)) THEN
      K = K
    ELSE
      K = I + 1
    END IF
  NEXT I
  IF dYp(1, K) > 0 THEN
    'subst susp seq Yip
    Yip(1, K) = Yip(1, K) + 2
  ELSE

```

```

    Yip(1, K) = Yip(1, K) - 2
  END IF
  dYp(1, K) = Y(1, K) - Yip(1, K)
  FOR I = 1 TO 4
    SdYpc = SdYpc + ABS(dYp(1, I))
  NEXT I
END IF

```

'----- verifica paridade Yii

```

IF INT(SIYi / 4) = SIYi / 4 THEN
  SdYic = SdYi                                'confirma seq Yii
ELSE                                           'com err parid Yii
  K = 1                                        'identif susp seq Yii
  FOR I = 1 TO 3
    IF ABS(dYi(1, K)) > ABS(dYi(1, I + 1)) THEN
      K = K
    ELSE
      K = I + 1
    END IF
  NEXT I
  IF dYi(1, K) > 0 THEN                        'subst susp seq Yii
    Yii(1, K) = Yii(1, K) + 2
  ELSE
    Yii(1, K) = Yii(1, K) - 2
  END IF
  dYi(1, K) = Y(1, K) - Yii(1, K)
  FOR I = 1 TO 4
    SdYic = SdYic + ABS(dYi(1, I))
  NEXT I
END IF

```

'----- apres nova soma das dist
 'PRINT "Sdpc ="; SdXpc + SdYpc, "Sdic ="; SdXic + SdYic

'----- selecao de const

```

SIX = 0
SIY = 0
FOR I = 1 TO 4
  IF SdXpc + SdYpc > SdXic + SdYic THEN      'selec const impar
    FLG = 1
    Xi(1, I) = Xii(1, I)                    'gera seq int selec
    Yi(1, I) = Yii(1, I)
  ELSE                                         'selec const par
    FLG = 0
    Xi(1, I) = Xip(1, I)                    'gera seq int selec
    Yi(1, I) = Yip(1, I)
  END IF

```

```

'----- apres inteiros selec
'PRINT "Xi"; I, "=", Xi(1, I), "      Yi"; I, "=", Yi(1, I)

NEXT I

'----- conta bits errados X
IF FLG = 0 THEN
  bes = 1
  FOR I = 1 TO 3
    IF Xi(1, I) = 4 THEN
      bex = 2
    ELSEIF Xi(1, I) >= 8 OR Xi(1, I) <= 2 THEN
      bex = 1
    ELSE
      bex = 0
    END IF
    Sbex = Sbex + bex          'soma bits err X
    Sbes = Sbes + bes
  NEXT I
  IF Xi(1, 4) = 4 OR Xi(1, 4) <= 2 THEN
    Sbex = Sbex + 1
  ELSE
    Sbex = Sbex
  END IF
ELSE
  FOR I = 1 TO 3
    IF Xi(1, I) = 3 THEN
      bex = 2
    ELSEIF Xi(1, I) <= 1 OR Xi(1, I) >= 7 THEN
      bex = 1
    ELSE
      bex = 0
    END IF
    Sbex = Sbex + bex
  NEXT I
  IF Xi(1, 4) = 3 OR Xi(1, 4) <= 1 THEN
    Sbex = Sbex + 1
  ELSE
    Sbex = Sbex
  END IF
END IF

```

'----- conta bits errados Y

```
IF FLG = 0 THEN
  FOR I = 1 TO 3
    IF Yi(1, I) = 4 THEN
      bey = 2
    ELSEIF Yi(1, I) >= 8 OR Yi(1, I) <= 2 THEN
      bey = 1
    ELSE
      bey = 0
    END IF
    Sbey = Sbey + bey
  NEXT I
  IF Yi(1, 4) = 4 OR Yi(1, 4) >= 2 THEN
    Sbey = Sbey + 1
  ELSE
    Sbey = Sbey
  END IF
ELSE
  FOR I = 1 TO 3
    IF Yi(1, I) = 3 THEN
      bey = 2
    ELSEIF Yi(1, I) <= 1 OR Yi(1, I) >= 7 THEN
      bey = 1
    ELSE
      bey = 0
    END IF
    Sbey = Sbey + bey           'soma erro de bit Y
  NEXT I

  IF Yi(1, 4) = 3 OR Yi(1, 4) <= 1 THEN
    Sbey = Sbey + 1
  ELSE
    Sbey = Sbey
  END IF
END IF
```

'----- apres bits errados X
' bits errados Y
' soma bits err acum
' taxa err bit
' tempo proces

```
'PRINT "Sbes ="; Sbes, "      Sbex ="; Sbex
'PRINT "Sbey ="; Sbey
```

```
Sbet = Sbet + Sbey + Sbex + Sbes      'soma bits err tot
TEB = (Sbet / (J * 15))              'calcula TEB
```

```
Tf = TIMER
```

```
PRINT J, "BE ="; Sbet, "TEB = "; TEB, "TEMPO ="; Tf - Ti
'STOP
```

```
NEXT J
```

```
BEEP
```

```
END
```

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Ungerboeck, G. - Channel coding with multilevel/phase signal. IEEE Transactions on Information Theory, IT-28(2) : 55-67, Jan., 1982.
- [2] Cusack, E. L. - Error control codes for QAM signalling. Electronics Letters, 20(2) : 62-63, Jan., 1984.
- [3] Sayegh, S. I. - A class of optimum block codes in signal space. IEEE Transactions on Communications, COM-34(10) : 1043-45, Oct., 1986.
- [4] Forney, G. D., Gallager, R. G., Lang, G. R., Longstaff, F. M. & Qureshi, S. U. - Efficient modulation for band-limited channels. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, v. SAC-2 : 632-46, Sept. 1984.
- [5] Williams, R. G. C. - *Low complexity block coded modulation*. Manchester, Victoria University of Manchester, 1988. Thesis (PhD) University of Manchester.
- [6] Williams, R. G. C. & Farrell, P. G. - *Block and trellis coded modulation schemes compared*. First International Symposium on Communication Theory & Application, Crieff (Hydro Hotel), Scotland, 9-13 Sept. 1991.
- [7] Williams, R. G. C. - Block coding for voiceband modems. BT Technology Journal, 10(1) : 101-11, Jan., 1992.
- [8] Baldini Filho, R. - *Coded modulation based on rings of integers*. Manchester, University of Manchester, 1992. Thesis (PhD) University of Manchester.
- [9] Lin, S. & Costello Jr., D. J. - *Error control coding: fundamentals and applications*. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, 1983.
- [10] Benedetto, S., Biglieri E. & Castellani, V. - *Digital transmission theory*. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, 1987.

- [11] Pessoa, A. M. & Arantes, D. S. - *A simple decoder for block encoded modulation using the Chase algorithm*. Apresentado no International Symposium on Information and Coding Theory (ISICT'87), Campinas, Brasil, Jul. 1987.
- [12] Farrell P. G., Williams, R. G. C., Borelli, W. C. & Lee, L. H. C. - *Codulation technics with block and convolutional codes*. Apresentado no International Symposium on Information and Coding Theory (ISICT'87), Campinas, Brasil, Jul. 1987.
- [13] Lee, E. A. & Messerschmitt, D. G. - *Digital Communication*. 2^a Edição. Boston, Massachusetts, Kluwer Academic Publisher, 1994.