



Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação
Departamento de Engenharia da Computação e
Automação Industrial

Regulação de Trens em Sistemas Metroviários

Autor: Wagner Schalch Mendes
Orientador: Rafael Santos Mendes

Trabalho apresentado à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Comissão Examinadora
Walter da Cunha Borelli
Paulo Eigi Miyagi

Campinas, 14 de Agosto de 2009



Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação
Departamento de Engenharia da Computação e
Automação Industrial

Regulação de Trens em Sistemas Metroviários

Autor: Wagner Schalch Mendes

Orientador: Rafael Santos Mendes

Trabalho apresentado à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Comissão Examinadora

Walter da Cunha Borelli

Paulo Eigi Miyagi

Este exemplar corresponde à redação final da Dissertação de
defendida por Wagner Schalch Mendes
e aprovada através da comissão julgada em 07/05/09
Rafael Santos Mendes
Orientador

Campinas, 14 de Agosto de 2009

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

M522r	Mendes, Wagner Schalch Regulação de trens em sistemas metroviários / Wagner Schalch Mendes. --Campinas, SP: [s.n.], 2009. Orientador: Rafael Santos Mendes. Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. 1. Sistemas de controle por realimentação - Modelos matemáticos. 2. Teoria do controle. 3. Transporte urbano. 4. Metrô. I. Mendes, Rafael Santos. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.
-------	---

Título em Inglês: Train regulation for mass transit systems

Palavras-chave em Inglês: Feedback control system - Mathematical models,
Control theory, City transportation, Subways

Área de concentração: Modelagem e controle de sistemas a eventos discretos

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Walter da Cunha Borelli, Paulo Eigi Miyagi

Data da defesa: 07/05/2009

Programa de Pós Graduação: Engenharia Elétrica

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE MESTRADO

Candidato: Wagner Schalch Mendes

Data da Defesa: 7 de maio de 2009

Título da Tese: "Regulação de Trens em Sistemas Metroviários"

Prof. Dr. Rafael Santos Mendes (Presidente):

Prof. Dr. Paulo Eigi Miyagi:

Prof. Dr. Walter da Cunha Borelli:

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a Rafael Santos Mendes pela notável orientação na execução e condução desse trabalho. Sua paciência e dedicação foram fundamentais para o sucesso alcançado.

Agradeço à Universidade Estadual de Campinas por permitir pessoas com vínculos empregatícios retornarem à universidade para compartilhar novos conhecimentos e tecnologias, permitindo, assim, o desenvolvimento de trabalhos voltados às necessidades hoje existentes na indústria.

Gostaria de agradecer a Alstom Brasil, em particular meus gestores imediatos, por permitirem minha ausência durante longos períodos para a realização desse trabalho, e aos meus colegas da empresa que me ajudaram a não deixar esse trabalho se desviar do problema original.

Agradeço, ainda, minha família pelo apoio incondicional e pelo incentivo durante esses longos anos de árduo trabalho, principalmente nos momentos quando a motivação e vontade apresentavam sinais de esvanecimento.

Dedico esse trabalho ao
meu pai pelo exemplo
de dedicação que aos
67 anos nunca parou um
dia se quer de estudar.

Resumo

O problema de regulação de trens é particularmente importante entre os problemas de escalonamento encontrados nos sistemas de transporte metroviários, sendo caracterizados por trens percorrendo regiões urbanas levando passageiros de uma localização para outra. Se o intervalo entre trens desejado, tempos de parada em plataformas e os tempos de percurso entre plataformas são determinados e conhecidos a-priori, a solução de estado estável (tabela horária) pode ser calculada. Entretanto, sistemas reais estão sujeitos a perturbações como passageiros impedindo o fechamento de portas, falhas mecânicas ou elétricas, etc., que podem desviar os trens do estado estável. Nesse contexto, esse trabalho está direcionado para a determinação de uma lei de controle, i.e., uma lei para a determinação dos instantes de chegada e partida de cada trem em cada plataforma nos ciclos do sistema para restabelecer e manter a tabela horária (solução de referência). A lei de controle proposta está baseada nos conceitos da álgebra max-plus. Os instantes desejáveis de chegada e partida de cada trem em cada plataforma são calculados a partir dos últimos instantes de ocorrência dos eventos do sistema e de um conjunto de matrizes definido na álgebra max-plus.

Palavras-chave: Sistemas a eventos discretos, regulação de trens, álgebra max-plus, leis de controle, sistemas de transporte de massa.

Abstract

The train regulation problem is of particular importance among the scheduling problems found in mass transit systems, being characterized by trains running in urban regions taking passengers from one location to another. If the desired headway between trains, dwell-times in platforms and running times between platforms are determined and known a-priori, the steady state solution (timetable) can be calculated. However, real systems are subject to disturbances such as passengers preventing doors from closing, mechanical or electrical failures, etc., that can deviate the trains from the steady state. In this context, this work is concerned with the determination of a control law, i.e., a law for the determination of the arrival and departure times of each train on each platform in the system's cycles in order to reestablish and maintain the timetable (reference solution). The proposed control law is based on max-plus algebra concepts. The desired arrival and departure times of each train on each platform are calculated from the last occurrence instants of the system's events and from a set of matrices defined in max-plus algebra.

Keywords: Discrete event systems, train regulation, max-plus algebra, control laws, mass transit systems.

Sumário

Lista de Figuras.....	ii
Lista de Tabelas.....	iii
Lista de Símbolos.....	iv
Trabalhos afins publicados pelo autor.....	v
1. Introdução.....	1
2. Revisão Bibliográfica.....	5
3. Regulação de Trens.....	12
3.1. Conceitos de Transporte Metroviário.....	13
3.2. Tabela Horária.....	16
3.3. Problema da Regulação de Trens.....	19
4. Problema de Controle.....	29
4.1. Grafo de eventos.....	30
4.2. Díóide Max-Plus.....	33
4.2.1. Matrizes em Z_{max}	35
4.3. Modelagem e controle da planta.....	37
4.4. Comportamento Periódico.....	41
5. Projeto do Controlador.....	44
5.1. Estrutura do Controlador.....	44
5.2. Síntese do Controlador.....	46
6. Simulações.....	51
6.1. Método de Simulação.....	51
6.2. Resultados.....	53
6.2.1. Exemplo Baseado em um Sistema Hipotético de Pequeno Porte.....	54
6.2.2. Exemplo Baseado em um Sistema Hipotético de Grande Porte.....	69
6.2.3. Exemplo Baseado na Linha 2 do Metrô de São Paulo.....	72
6.3. Além dos Teoremas.....	76
6.4. Dados Reais.....	79
7. Conclusões.....	81
Referências Bibliográficas.....	84

Lista de Figuras

Fig. 3.1: Exemplo de uma linha circular.....	20
Fig. 3.2: Resultados da simulação do exemplo.....	23
Fig. 3.3: Resultados da simulação do exemplo de entrada e saída de trem.....	25
Fig. 3.4: Via de circulação em escala temporal.....	27
Fig. 4.1: Diagrama de blocos do sistema controlado.....	29
Fig. 4.2: Exemplo de um grafo de eventos com marcação inicial.....	31
Fig. 4.3: Parte de uma via de circulação representada através de um grafo de eventos.....	38
Fig. 4.4: grafo de eventos com ação de controle.....	39
Fig. 4.5: Bloco da planta expandido.....	40
Fig. 5.1: Bloco do Controlador expandido.....	45
Fig. 5.2: Diagrama de blocos expandido do sistema controlado.....	46
Fig. 6.1: Modelo de uma plataforma para permitir entrada e saída de trens da via.....	52
Fig. 6.2: Modelo da planta do exemplo didático.....	55
Fig. 6.3: Resultados da simulação sem controle para a plataforma 'C'.....	57
Fig. 6.4: Resultados da simulação sem perturbações para a plataforma 'C'.....	58
Fig. 6.5: Resultados da simulação com perturbações para a plataforma 'C'.....	60
Fig. 6.6: Resultados da simulação para uma tabela horária inconsistente.....	63
Fig. 6.7: Resultados da simulação para entrada e saída de trens da via.....	65
Fig. 6.8: Resultados da simulação para os diferentes tipos de controle.....	67
Fig. 6.9: Resultados da simulação com o uso dos controles dados pelas equações 5.6 e 5.7.....	68
Fig. 6.10: Simulação do cenário sem a presença de perturbações.....	71
Fig. 6.11: Simulação do cenário com a presença de perturbações.....	72
Fig. 6.12: Resultados da simulação nominal observados na plataforma ANR1.....	74
Fig. 6.13: Entradas e saídas de trens da via de circulação.....	75
Fig. 6.14: Novo procedimento de atuação do controlador sem a entrada e saída de trens da via..	78
Fig. 6.15: Dados reais de um dia de operação da Linha 2 do metrô de São Paulo.....	80

Lista de Tabelas

Tab. 3.1: Instantes de ocorrências de eventos de um sistema hipotético.....	14
Tab. 3.2: Tabela horária de referência para o exemplo.....	21
Tab. 4.1: Notação $Z_{\max}$	35
Tab. 6.1: Tabela horária de referência para o exemplo didático.....	56
Tab. 6.2: Nova referência horária para um suposto horário de pico.....	61

Lista de Símbolos

λ	Período do sistema a ser controlado.
$x_i^\#$	Instante de referência da primeira ocorrência do i -ésimo evento do sistema.
$x_i^\#(k)$	Instante de referência da k -ésima ocorrência do i -ésimo evento do sistema.
$x^\#(k)$	Vetor contendo a referência dos instantes de ocorrência dos eventos no k -ésimo ciclo do sistema.
x_i	Instante da primeira ocorrência do i -ésimo evento do sistema.
$x_i(k)$	Instante da k -ésima ocorrência do i -ésimo evento do sistema.
$x(k)$	Vetor contendo os instantes de ocorrência dos eventos no k -ésimo ciclo do sistema.
$x_r(k)$	Vetor contendo os instantes de referência de ocorrência dos eventos no k -ésimo ciclo do sistema.
$\oplus$	Soma na álgebra max-plus, que corresponde à maximização na álgebra convencional.
$\otimes$	Multiplicação na álgebra max-plus, que corresponde à soma na álgebra convencional.
ε	Elemento neutro da adição na álgebra convencional, correspondendo a $-\infty$.
e	Elemento neutro da multiplicação na álgebra convencional, correspondendo a 0.
$\mathbf{Z}_{\max}$	Dióide max-plus.
A_k	Matriz característica do sistema no seu k -ésimo ciclo.
F_k	Controlador não-linear no sentido max-plus com realimentação de estado.
$F_k^\#$	Controlador linear no sentido max-plus sem realimentação de estado.

Trabalhos afins publicados pelo autor

1. Mendes, W. S., Mendes, R. S. Train Regulation for Mass Transit Transportation Systems. *Congresso Brasileiro de Automática*. Setembro 2008.
2. Mendes, W. S., Mendes, R. S. Train Regulation for Rapid Transit Systems. *European Control Conference*. August 2009.

Capítulo 1

Introdução

Em um sistema metroviário de transporte, trens prestando serviço efetuam paradas em plataformas para o embarque e desembarque de passageiros. A fim de atender a demanda de passageiros aguardando trens nas plataformas ao longo de um dia de operação, as companhias que operam tais sistemas usualmente criam escalonamentos dos trens nas plataformas. A esse escalonamento dá-se o nome de tabela horária e pode ser considerado como uma referência horária para aquele dia de operação. Como no dia a dia os trens estão sujeitos a imprevistos, tais como passageiros impedindo o fechamento das portas ou defeitos de equipamentos, faz-se necessário um sistema de controle que consiga manter os trens aderentes à tabela horária previamente estabelecida, assegurando a convergência do sistema para essa solução de referência. Esse controle é comumente conhecido como regulação de trens (Faria, 2000) e está amplamente difundido entre as companhias que operam sistemas metroviários devido ao constante aumento da demanda de passageiros, o que exige uma maior qualidade do serviço por elas prestado. Essa qualidade no serviço abrange uma variedade de fatores, dentre eles o índice de conforto dos passageiros dentro dos trens circulando na linha, que é medido pelo número de passageiros por metro quadrado. Caso a oferta de trens nas plataformas não seja periódica, não será possível manter esse índice de conforto dos passageiros em um valor constante, uma vez que o número de passageiros embarcando e desembarcando nas plataformas será diferente a cada novo trem. Isso, além de poder degradar a qualidade do serviço sendo ofertado aos passageiros, pode impossibilitar a tomada de ações corretivas por parte da companhia operando o sistema metroviário, como por exemplo a inserção e retirada de trens da via de circulação.

Manter a regularidade com que os trens são ofertados nas plataformas é uma característica que deve ser garantida devido a vários motivos. Começando por garantir o consumo de energia dentro dos valores contratuais, passando pela garantia da qualidade do serviço prestado à população e chegando na análise pós-operação de problemas ocorridos para se propor ações de melhoria da oferta. É por isso que as companhias que operam sistemas metroviários exigem cada vez mais sistemas de controle garantindo rapidamente a convergência para a tabela horária

estabelecida para o dia de operação no caso de ocorrência de perturbações que o façam sair do seu regime permanente.

A título de comparação, em sistemas ferroviários de transporte de passageiros, como por exemplo os trens europeus transportando passageiros entre os grandes centros urbanos, possuem objetivos diferentes. Manter as conexões entre os trens das diferentes linhas existentes é o essencial para garantir um bom serviço. Uma conexão entre trens de diferentes linhas é considerada como o encontro desses trens em um dado horário numa mesma estação para possibilitar a baldeação de passageiros. A perda de uma conexão devido a uma falha do sistema de supervisão e controle de tráfego causa um transtorno enorme aos passageiros que deveriam fazer a baldeação, pois eles deverão esperar um intervalo de tempo grande até o próximo trem com o mesmo destino, uma vez que o intervalo entre os trens nesse tipo de sistema de transporte é muito maior se comparado com os de um sistema metroviário. Essa característica é retratada inclusive na própria venda de bilhetes, onde os passageiros compram seus bilhetes para dias e horários determinados, ao passo que os bilhetes de metrô não possuem tal validade.

Em ambos os tipos de sistemas de transporte, mas ainda mantendo o foco nos sistemas de transporte metroviários, uma referência horária é utilizada para planejar a oferta dos trens em um dado dia de operação. Essa referência é usualmente chamada de tabela horária e representa um escalonamento dos trens em termos dos instantes de ocorrência dos seus eventos de chegada e partida nas plataformas existentes. De posse do tempo de volta da linha (tempo necessário para um trem realizar uma volta completa na linha utilizando tempos ideais¹ de parada em plataformas e tempos ideais de percurso de trechos entre plataformas) e do número de trens disponíveis para a circulação no momento em questão é possível calcular o intervalo entre eles possível de ser ofertado (relação entre o tempo de volta da linha e a quantidade de trens disponível) e, por consequência, a tabela horária a ser utilizada.

Uma outra maneira de se orientar a obtenção da tabela horária é justamente o contrário do mencionado acima, ou seja, ao invés de começar pelos recursos disponíveis i.e., trens disponíveis, parte-se da demanda de passageiros a ser atendida, que inclusive varia ao longo de um dia de operação. De posse de dados históricos de operações prévias determina-se a demanda de passageiros para os dias de operação (dias úteis, finais de semana, feriados, etc). Tendo em vista o índice de conforto desejável para os passageiros e o tempo de volta da linha é possível

¹Tempo ideal é aquele que garante melhor custo-benefício da utilização do material rodante em termos de energia e desgaste mecânico.

determinar o intervalo entre trens necessário de ser ofertado para atender a essa demanda calculada e, por consequência, as referências horárias que garantem essa meta.

De posse dessa referência horária, o sistema de controle deve, portanto, regular a movimentação dos trens a fim de mantê-los aderentes a essa tabela horária. Esse trabalho está baseado no método estabelecido por Noronha (1999), originalmente destinado ao controle de transitórios no problema de escalonamento de job shop cíclico.

A grande maioria das soluções para o problema da regulação de trens em sistemas metroviários existentes hoje em dia utilizam algoritmos heurísticos ou algoritmos de otimização para regeer a tabela horária no caso da ocorrência de uma perturbação, o que conduziria o sistema novamente ao seu regime permanente. O primeiro tipo de solução, apesar de ter seu funcionamento comprovado na prática e exigir um esforço computacional relativamente baixo, não possui nenhuma garantia de que o sistema será efetivamente reconduzido à sua referência horária original. Já o segundo tipo de solução, apesar de possuir tal garantia, peca no esforço computacional desperdiçado no cálculo de uma tabela horária que pode nem vir a ser utilizada devido a novas condições externas exigindo novos cálculos.

A proposta desse trabalho é, portanto, uma solução de regulação dos trens em uma linha metroviária unindo as duas qualidades das soluções anteriores. Garantir a aderência dos trens à tabela horária estabelecida para o dia de operação com um baixo esforço computacional. Será determinada, então, uma lei de controle baseada na teoria de controle de sistemas a eventos discretos (Baccelli et alli, 2001 e Casandras & Lafortune, 2008) que garantirá a convergência para a solução de referência quando alguma perturbação retirar o sistema de seu regime permanente. Ela utilizará os instantes em que os eventos de chegada e partida de trens em plataformas ocorreram, juntamente com os dados da tabela horária para calcular os próximos instantes de ocorrência dos referidos eventos com o objetivo reconduzir o sistema ao seu regime. O controlador que será proposto aqui será não-linear com realimentação de estado e utilizará álgebra max-plus (Baccelli et alli, 2001) como ferramenta de modelagem.

Esse trabalho encontra-se dividido em sete capítulos. O capítulo 1 apresenta uma introdução sobre o problema a ser discutido nesse trabalho e a solução adotada.

O capítulo 2 revisa a literatura existente, apresentando abordagens de problemas similares ao estudado nesse trabalho, bem como soluções propostas para o mesmo problema aqui discutido.

O capítulo 3 descreve o problema da regulação de trens em sistemas metroviários, apresentando os conceitos necessários para os desenvolvimentos teóricos e práticos do trabalho.

São apresentados, também, métodos propostos na literatura existente para se obter uma tabela horária de referência partindo-se de dados previamente conhecidos.

O capítulo 4 revisa a base teórica de dióides e da álgebra max-plus, incluindo matrizes, autovalores e autovetores, essenciais para os desenvolvimentos teóricos contidos nesse trabalho.

O capítulo 5 apresenta o desenvolvimento teórico para o projeto do controlador, que representa o objetivo principal desse trabalho. Em primeiro lugar tem-se a descrição do controle em regime permanente. Após são apresentadas as condições necessárias para que o controle obtido conduza o sistema à sua solução de referência no caso de alguma perturbação retirá-lo de seu regime permanente.

O capítulo 6 consiste de simulações e seus resultados ao utilizar o controle anteriormente determinado para reconduzir o sistema sendo controlado ao seu regime permanente. O objetivo principal desses resultados é mostrar a convergência do controlador obtido para a solução de referência após a ocorrência de perturbações que desestabilizem o sistema.

Finalmente no capítulo 7 são apresentadas as conclusões, discussões e perspectivas finais.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

O problema de regulação da circulação de trens em uma rede de transporte de passageiros sujeita a perturbações é um assunto já bastante explorado na literatura com diferentes soluções seguindo as mais diversas abordagens. Os algoritmos de controle ou controladores podem estar implementados, de maneira geral, em dois ambientes distintos: nos sistemas embarcados e nos centros de controle. Os equipamentos a bordo dos trens têm como objetivo controlá-los de acordo com referências recebidas do centro de controle, esse responsável pela regulação da circulação dos trens na linha como um todo.

No caso dos sistemas embarcados o controlador atua diretamente no maquinário do trem e possui características de controle de um sistema dinâmico, ou seja, deve-se levar em conta na determinação de suas soluções as taxas de aceleração e frenagem da composição, tempos de resposta de equipamentos periféricos, entre outros fatores de natureza dinâmica. Uma outra característica importante desse tipo de controle é o fato do seu contexto se limitar somente ao trem no qual ele está instalado, ou seja, ele atua nos equipamentos do trem com o intuito de alcançar uma referência da melhor maneira possível. Por exemplo, Yasunobu & Myamoto (1985) propõem um controlador utilizando lógica fuzzy preditiva baseada na experiência de operadores de trens para ser instalado nos sistemas embarcados de operação automática de trens, que controlam trens baseados na avaliação de segurança, conforto, rastreabilidade da velocidade de referência, precisão na parada, tempo de percurso de trechos entre plataformas e consumo de energia. Esse controlador seleciona o comando baseado na predição dos resultados dos comandos e na avaliação dos objetivos de controle.

Já no caso de centro de controle, esse consegue observar todos os trens em circulação em um dado momento, o que lhe permite atuar de forma a manter uma regularidade na circulação dos trens da linha. Sobre esse tema, alguns trabalhos para solucionar o problema de regulação da circulação de trens em uma rede de transporte de passageiros serão agora apresentados.

Uma delas é o re-escalonamento dos trens na ocorrência de uma perturbação com o intuito de regularizar a circulação. Chang & Thia (1996) propõem o reescalonamento de trens de um sistema de transporte de massa após um acréscimo repentino do fluxo de passageiros. Em particular, os autores consideram o uso do controle fuzzy preditivo para controlar os tempos de paradas em plataformas em um sistema orientado a eventos. Dois sistemas especialistas baseados em controle fuzzy para melhorar a performance de sistemas de transporte de massa e para aprimorar as funções típicas de um sistema de controle automático de trens são propostos. Usando a abordagem de orientação a eventos, a única decisão a ser tomada pelos dois sistemas especialistas baseados em controle fuzzy será despachar ou não os trens em instantes re-escalados. Já Chang & Chung (2005) propõem um algoritmo genético para realizar a regulação dos trens recalculando a tabela horária a cada perturbação que desestabilize o sistema. O modelo também mostra que quando um atraso acontece, o tempo de espera dos passageiros nas plataformas será o custo de atrasar todos os trens e, se esse atraso não for suficientemente grande, o sistema poderá possuir algumas folgas para absorção da influência desses atrasos. Em resposta a perturbações que possam ocorrer, Mladenović & Čangalović (2007) consideram o reescalonamento de trens partindo da topologia da rede metroviária e uma tabela horária previamente conhecidas. Assumindo que as viagens dos trens são tarefas que requerem elementos de infraestrutura i.e., recursos, os autores mapeiam o problema inicial como sendo um caso especial do problema de escalonamento de job shop e resolve o problema utilizando uma abordagem de programação por restrições. O suporte para achar soluções 'quase-ótimas' é fornecido por algoritmos heurísticos. Törnquist & Persson (2007) discutem como perturbações são propagadas ao longo da via de circulação e quais ações devem ser tomadas para minimizar suas consequências. Os autores apresentam uma abordagem de otimização para o problema de re-escalonamento dos trens quando uma perturbação acontece, propondo uma formulação para esse problema baseada na programação linear inteira mista. Nguyen-Duc & Descotes-Genon (2007) considera a regulação de tráfego em tempo real de uma rede de transporte onde perturbações ocorreram. Os autores têm como objetivo encontrar uma nova tabela horária para um sistema de trânsito de ônibus após a detecção de uma perturbação em um dado momento para minimizar o tempo de espera de passageiros nas estações. Para isso, ele apresenta um modelo matemático modificado para o re-escalonamento de ônibus em operações de trânsito urbano, que é solucionado com a utilização de um algoritmo genético e de um algoritmo de *simulated annealing*. O custo computacional de uma solução com essas características tende a ser elevado,

pois a cada perturbação o controlador recalculará uma nova tabela horária factível por completo, sendo que a maior parte desse cálculo muito provavelmente será descartada na ocorrência de uma nova perturbação.

Uma outra abordagem é a utilização de sistemas especialistas para auxiliar os despachadores na resolução de ocorrências que possam desestabilizar o sistema. Devido à existência de inúmeras alternativas para se resolver o problema de re-escalonamento de trens na ocorrência de uma perturbação, Adenso-Díaz et alli (1999) propõem um modelo em tempo de execução que ajudará o operador do sistema a escolher a solução mais apropriada, baseada em um método de exploração do espaço de soluções. Os autores propõem um procedimento heurístico baseado em *backtracking* para a exploração desse espaço de soluções, que reduz a busca eliminando certas ramificações que não gerarão “boas” soluções. A avaliação da qualidade de cada solução obtida é feita com base na prioridade de cada viagem, quantidade de passageiros transportados e os atrasos impostos aos passageiros. Os melhores resultados são apresentados ao operador do sistema que deverá, então, escolher o mais adequado deles para ser aplicado naquele momento. Fay (2000) descreve um sistema de suporte aos despachos de trens para ser usado em uma operação do sistema de controle, onde o sistema de suporte à decisão é concebido através de uma notação de rede de Petri fuzzy, combinando o poder gráfico da rede de Petri e as capacidade da lógica fuzzy para modelar o conhecimento de especialistas baseado em regras. Já Sahin (1999) analisa o processo de decisão de despachadores na resolução de conflitos entre trens para melhor utilização dos recursos disponíveis e desenvolve um algoritmo heurístico para reescalonar os trens, modificando os planos existentes de conexões entre eles em situações de conflito em uma via férrea singela (e.g., trens ocupando um mesmo recurso da via). O algoritmo heurístico proposto determina os pesos analisando as decisões prévias tomadas pelos despachadores. Essas abordagens estão muito mais apropriadas a aplicações de transporte de passageiros em ferrovias (i.e., sistemas ferroviários de transporte de passageiros entre grandes cidades), onde manter as conexões entre trens é o objetivo a ser atingido e os despachadores possuem um tempo maior para aplicar quaisquer ações corretivas necessárias. Nos casos de sistemas metroviários de transporte de passageiros, as conexões entre trens não deve ser levada em consideração devido ao baixo intervalo entre eles e as companhias desejam que os despachadores somente interfiram na atuação do sistema de controle em casos excepcionais e não previstos. Nos casos usuais² o sistema deverá atuar de forma completamente automática, sem a intervenção humana.

²Mesmo a maioria das perturbações que ocorrem em um dia de operação devem ser consideradas usuais.

Ainda na linha de sistemas ferroviários de transporte de passageiros, Heidergott et alli (2006) propõem a modelagem de um sistema com essas características através da teoria de sistemas a eventos discretos e da álgebra max-plus. Através do modelo obtido, os autores mostram um método analítico para obtenção da tabela horária ótima para o sistema, baseado no caminho crítico, i.e., caminho mais longo em termos de tempo de percurso e que, consequentemente, possuirá a menor folga para absorção de alguma perturbação que venha a causar atrasos no sistema. Quando tais atrasos ultrapassam os valores das folgas existentes ou as perturbações acontecem no caminho crítico (que por construção não possui folgas), os autores analisam sistematicamente a propagação dos atrasos em toda a malha ferroviária modelada. Considerando esse modelagem, Heidergott & Vries (2001) propõem uma estrutura algébrica baseada na álgebra max-plus, que reduz o espaço de busca, para formular e solucionar o problema de controle determinístico e estocástico. Segundo os autores, o problema de controle se resume em fazer um trem esperar ou não por uma conexão com um outro trem que esteja atrasado, tendo como principal objetivo minimizar a propagação do atraso pela rede de transporte mantendo o maior número possível de conexões entre trens. Para a resolução do nível de planejamento reativo do escalonamento de trens, ou seja, uma reação do sistema de controle a perturbações para reescalonar e reorganizar os trens, Ambrosio (1999) utiliza adaptações de teorias sobre dinâmica de sistemas a eventos discretos e técnicas de simulação. Para lidar com eventos não planejados, visando que o sistema retorne ao seu regime regular, a autora apresenta duas estratégias reativas, estratégia min-max e estratégia de simulação, que devem ser acionadas pelo despachador em intervalo de tempos arbitrários. Novamente, essas abordagens não fazem muito sentido para sistemas metroviários de transporte de passageiros (i.e., sistemas de alta densidade), onde os despachadores não possuem muito tempo para aplicar ações corretivas e as conexões entre trens não são relevantes para o problema de regulação da circulação de trens, uma vez que o intervalo entre eles é relativamente baixo.

Modelando sistemas de transporte metroviários através da abordagem de sistemas a eventos discretos, Breusegem et alli (1991) propõem e simulam um controle com realimentação de estado, analisando e garantido a estabilidade do sistema controlado. No trabalho, os autores estudam algumas classes de problemas: via de circulação em regime aberto (trens entram por uma plataforma e saem por outra sem a realização de ciclos), via de circulação em regime fechado (trens permanecem circulando em ciclos na linha) e presença ou não de uma referência horária regendo a movimentação dos trens. Para cada uma delas, um controle linear com

realimentação de estado e garantia de estabilidade é proposta, tendo como base a minimização de uma função objetivo para um dado trem que leva em conta o seu desvio em relação à tabela horária, o seu desvio em relação ao intervalo entre trens definido pela tabela horária e a própria ação de controle aplicada sobre ele. Obviamente, esse fato mostra que o controlador proposto não enxerga a linha como um todo, mas somente alguns trens (no caso, o trem em questão, seu antecessor e seu sucessor). Uma primeira dificuldade na proposta desse trabalho é a convivência entre a factibilidade e a estabilidade da solução gerada pelos controladores. É simplesmente mencionado que as ações de controles devem estar limitadas a valores mínimos que não comprometam a segurança do sistema, mas essa restrição não está presente nas funções objetivo nem nas equações que produzem as tais ações de controle. A dificuldade de implementação do controle proposto pode se tornar impeditiva em um caso onde todas as classes de problemas analisadas no trabalho aparecerem concomitantemente. Nessa situação, seria necessário implementar todos os tipos de controle propostos e através de uma árvore de decisão escolher o algoritmo apropriado a ser utilizado em um dado momento. Uma outra limitação do trabalho é a suposição de que a tabela horária sempre representará o sistema na sua condição nominal, o que nem sempre é verdadeiro como será observado no capítulo 3. Ao analisar os resultados do mencionado trabalho (que é apresentado na forma de um gráfico do desvio em segundos de um dado trem nas plataformas ao longo da linha) nota-se a estabilidade do sistema controlado, mas o intervalo entre trens não permanece constante, o que pode causar desconforto aos passageiros.

Corrêa (1999) estende o trabalho de Breusegem et alli (1991) propondo duas novas formulações para o problema de regulação de trens em sistemas metroviários de transporte de passageiros: controle linear invariante no tempo e controle não linear calculado em tempo real. Em ambos os casos, o controle é feito em malha fechada (i.e., com realimentação de estado) e está baseado na solução de pequenos problemas de programação linear. Como adicional às soluções propostas no trabalho de origem, essas novas formulações levam em conta a aleatoriedade da demanda de passageiros em suas funções objetivo, o que pode representar uma complexidade desnecessária a ser implementada pelo controlador. As próprias companhias que operam os sistemas de controle de tráfego ao redor do mundo mantém um histórico de operações, com o qual é possível determinar as faixas de utilização dos tempos de parada em plataformas e tempos de percurso de trechos entre plataformas para diferentes situações e dias de operação (e.g., dias úteis, feriados, dias especiais, finais de semana, etc). Utilizando no controlador esses dados previamente disponibilizados pela companhia gestora do tráfego de trens, não seria

necessário adicionar complexidades em seus algoritmos para se levar em conta variações nas demandas de passageiros. O autor também desenvolve todo o trabalho considerando que todas as linhas de metrô, mesmo fisicamente sendo fechadas, podem ser analisadas como operando em regime aberto. Para isso ser verdade, o autor menciona que basta existir um trem reserva nas plataformas terminais para garantir que as saídas de trens dessas plataformas sempre ocorram no horário programado. Essa suposição não é realista uma vez que um trem é um recurso muito caro para se manter parado, portanto, as companhias trabalham no planejamento antes de colocá-lo em operação de forma a manter o menor número de trens possível em circulação em uma dada linha.

De acordo com Wong & Ho (2007), os tempos de paradas em plataformas e os tempos de percurso de trechos entre elas são os dois grandes parâmetros para se manter o escalonamento em um dado serviço ferroviário. Práticas usuais de controle de tempos de paradas em plataformas e percurso de trechos entre elas só são ótimas, de acordo com os autores, em condições nominais de tráfego, mas não necessariamente nas condições de demanda real do serviço. No trabalho, os autores apresentam uma abordagem de aplicação da programação dinâmica em conjunto com o auxílio de um modelo orientado a eventos para aplicar nos trens em uma dada condição operacional de tráfego considerando um conjunto ótimo de tempos de paradas em plataformas e tempos de percursos em trechos entre elas. Por ser um problema multi-dimensional que exigiria alto esforço computacional, os autores também propõem a quebra da linha de circulação em regiões, cada uma controlada por um controlador de tempos de parada e tempos de percurso isoladamente, a fim de reduzir tal esforço computacional a níveis aceitáveis. Entretanto, tal divisão da linha em regiões de controle poderá não solucionar definitivamente o problema do esforço computacional exigido, dependendo do tamanho original da via de circulação. Nessa mesma linha, Goodman & Murata (2001) utilizam conceitos de otimização linear para minimizar uma função objetivo que penaliza tempos de espera, tempos de viagem e congestionamentos excessivos oriundos de perturbações (atrasos nos eventos de chegada e partida de trens), atuando nos tempos de parada em plataforma e de percurso de trechos entre plataformas.

De maneira geral, para solucionar o problema da regulação de trens, pode-se observar que os trabalhos buscam formular um controle reativo (i.e., que atue na ocorrência de alguma perturbação a fim de reconduzir o sistema ao seu regime permanente) e com certa simplicidade implementacional para reduzir o esforço computacional tanto para o seu desenvolvimento quanto para a sua execução em tempo real em um sistema centralizado de controle. Entretanto, grande parte deles se destina ao controle de malhas ferroviárias de transporte de passageiros entre grande

idades e não ao controle de malhas metroviárias para o transporte de passageiros dentro dos grandes centros urbanos. Dentre aqueles que o fazem, alguns propõem algoritmos heurísticos que não garantirão a estabilidade do sistema controlado e outros ou assumem simplificações que comprometerão uma abordagem realista ou adicionam complicações que aumentarão o esforço computacional. O objetivo desse trabalho, portanto, será justamente propor e simular um controle reativo para um sistema de transporte metroviário que supra essas deficiências, ou seja, com garantia de estabilidade do sistema controlado e que não exija grandes esforços computacionais em tempo de execução. Mais ainda, diferentemente dos trabalhos estudados e pelo próprio fato da existência de uma tabela horária para o sistema, a abordagem através da teoria de controle de sistemas a eventos discretos foi a escolhida e, conseqüentemente, a álgebra max-plus foi a ferramenta escolhida para realizar as modelagens necessárias.

Capítulo 3

Regulação de Trens

Em um sistema de transporte de massa, pode-se enumerar vários objetivos, como por exemplo, atender a uma determinada demanda de passageiros em um dado dia de operação, manter o consumo de energia elétrica dentro dos limites contratuais acordados junto à distribuidora, minimizar os desgastes dos trens e, conseqüentemente, aumentar o intervalo das manutenções preventivas, etc. Nesse trabalho, será destacado o objetivo de atender a diferentes demandas de passageiros ao longo de um dia de operação, mantendo valores mínimos para os índices de conforto dos passageiros dentro dos trens. Para isso, o sistema deverá ofertar ao longo de um dia de operação uma quantidade razoável de trens regularmente distribuídos nas plataformas existentes nas linhas de circulação, de maneira a atender a essa demanda de passageiros em espera por trens. Essa demanda de passageiros é variável ao longo de um dia de operação, apresentando horários de pico e de vale. Com isso, a operadora do sistema deverá sempre adequar a oferta de trens nas plataformas, usualmente através da entrada ou saída de trens da linha de circulação.

Essa oferta é previamente planejada e transformada em uma tabela horária que estipula, em geral, os instantes em que os trens devem chegar e partir das diferentes plataformas existentes na linha afim de atender à demanda de passageiros. O sistema de controle deve, portanto, atuar na movimentação dos trens de modo a fazer com que eles fiquem ao máximo aderentes a essa referência horária.

Esse capítulo está organizado da seguinte maneira: na primeira seção são explicitados alguns conceitos importantes da área de transporte metroviário a serem utilizados no decorrer desse trabalho, na segunda seção o conceito de tabela horária é detalhado e, finalmente, na terceira seção é descrito o problema da regulação de trens em sistemas metroviários.

3.1. *Conceitos de Transporte Metroviário*

O sistema de transporte metroviário aqui estudado é periódico, sendo o seu período igual à diferença entre dois instantes consecutivos de ocorrência de um dado evento i.e., chegada ou partida de um trem em uma dada plataforma da linha de circulação. Esse período é conhecido como o intervalo entre trens sendo observado no sistema e também pode ser chamado de oferta de trens em uma dada plataforma, uma vez que ele representa a regularidade de trens sendo ofertados aos passageiros em espera nesse recurso da via. Esse período pode variar ao longo de um dia de operação para adequar a oferta de trens aos passageiros em espera de acordo com a demanda, ou seja, o intervalo entre trens pode ser maior em um horário de vale, ou seja, durante uma baixa demanda, do que em um horário de pico correspondendo a uma alta demanda. Em geral, esse controle é feito injetando-se trens na via de circulação para diminuir o período do sistema ou retirando-se trens da via de circulação para diminuir a oferta de trens aos passageiros em espera. O fato do sistema de transporte metroviário ser periódico é uma das mais importantes características a ser mantida por um sistema de controle, uma vez que qualquer variação é imediatamente notada pelos passageiros, causando ou um desconforto muito grande devido ao acúmulo de passageiros em uma dada plataforma da via ou um esforço desnecessário em manter trens circulando sem passageiros para serem transportados.

Um conceito muito importante para o desenvolvimento desse trabalho é o conceito de ciclo do sistema sendo modelado. O ciclo corrente do sistema representa os últimos instantes de ocorrência de seus eventos e o próximo ciclo representa os próximos instantes de ocorrência desses eventos. É uma particularidade dos sistemas metroviários de transporte de passageiros tratados nesse trabalho que, em seu funcionamento regular, os trens devam observar entre si um intervalo temporal fixo. Desse modo, cada evento do sistema se repetirá regularmente e dado um evento qualquer, tomado como referência (evento base), todos os demais eventos do sistema em regime ocorrem em instantes situados entre duas ocorrências consecutivas desse evento base. Nesse trabalho, os eventos de um sistema metroviários são considerados de dois tipos: chegadas e partidas de plataformas.

Hipótese 3.1. Estando o sistema em seu funcionamento regular e considerando que o evento base ocorra em $t = 0$ e que λ seja a periodicidade do sistema, assumi-se que entre os instantes $-\lambda$ e 0 todos os outros eventos do sistema apresentam uma e somente uma ocorrência. $\square$

Seja $x_i^\#$, com $i = 1..n$, onde n é o número de eventos do sistema, o instante de ocorrência do i -ésimo evento do sistema tal que $-\lambda < x_i^\# \leq 0$. Considere o evento correspondente a $i = 1$ como sendo o evento base, isto é, $x_1^\# = 0$. A k -ésima ocorrência do i -ésimo evento para $t > 0$ pode ser obtida a partir da equação:

$$x_i^\#(k) = k\lambda + x_i^\# \quad (3.1)$$

É importante observar que o intervalo entre diferentes eventos dentro do mesmo ciclo é arbitrário desde que menor que o período do sistema, isto é:

$$0 \leq |x_i^\# - x_j^\#| < \lambda \quad (3.2)$$

Visando a formalização que será apresentada nos capítulos 4 e 5, defini-se os vetores:

$$x^\# = [x_1^\# \ x_2^\# \ \dots \ x_n^\#]^T \quad (3.3a)$$

$$x^\#(k) = [x_1^\#(k) \ x_2^\#(k) \ \dots \ x_n^\#(k)]^T \quad (3.3b)$$

onde $x^\#$ é o vetor contendo os instantes de ocorrência de cada evento do sistema no seu primeiro ciclo e $x^\#(k)$ o vetor contendo os instantes de ocorrência dos eventos do k -ésimo ciclo do sistema.

Para exemplificar esse conceito, considere um sistema hipotético possuindo dez eventos nomeados de x_1 a x_{10} . Supondo que a primeira ocorrência de cada eventos do sistema aconteça em instantes arbitrários e que as demais ocorrências de cada evento estejam igualmente espaçadas de sete unidades de tempo, pode-se montar uma tabela contando os instantes de ocorrência dos eventos desse sistema. Na tabela a seguir tem-se destacado algumas ocorrências desses eventos.

Nº Ocorrência → Eventos ↓	...	7 ^a	8 ^a	9 ^a	10 ^a	11 ^a	12 ^a	13 ^a	14 ^a	15 ^a	16 ^a	17 ^a	18 ^a	19 ^a	20 ^a
x_1	...	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133
x_2	...	51	58	65	72	79	86	93	100	107	114	121	128	135	142
x_3	...	55	62	69	76	83	90	97	104	111	118	125	132	139	146
x_4	...	66	73	80	87	94	101	108	115	122	129	136	143	150	157
x_5	...	79	86	93	100	107	114	121	128	135	142	149	156	163	170
x_6	...	82	89	96	103	110	117	124	131	138	145	152	159	166	173
x_7	...	92	99	106	113	120	127	134	141	148	155	162	169	176	183
x_8	...	104	111	118	125	132	139	146	153	160	167	174	181	188	195
x_9	...	116	123	130	137	144	151	158	165	172	179	186	193	200	207
x_{10}	...	122	129	136	143	150	157	164	171	178	185	192	199	206	213

Tab. 3.1: Instantes de ocorrências de eventos de um sistema hipotético.

As linhas da tabela representam os eventos enquanto as colunas representam os instantes de ocorrência dos eventos. Por exemplo, na coluna intitulada 9^a tem-se a nona ocorrência de cada evento.

Escolhendo o evento x_1 como sendo o evento de referência ou base, a cada nova ocorrência desse evento, soma-se o período de sete unidades de tempo nos últimos instantes de ocorrência de todos os eventos do sistema para se obter os instantes de ocorrência de seus eventos no seu próximo ciclo. Em destaque na tabela tem-se os instantes de ocorrência dos eventos em um suposto ciclo corrente do sistema, ou seja, na vigésima ocorrência do evento x_1 . Nota-se ainda a característica anteriormente mencionada: todos os eventos do sistema ocorrem entre os instantes de duas ocorrências consecutivas do evento base.

Nesse exemplo:

$$x^{\#} = [0 \quad -5 \quad -1 \quad -4 \quad -5 \quad -2 \quad -6 \quad -1 \quad -3 \quad -4]^T$$

assim,

$$x^{\#}(19) = 19 \cdot 7 + [0 \quad -5 \quad -1 \quad -4 \quad -5 \quad -2 \quad -6 \quad -1 \quad -3 \quad -4]^T = [133 \quad 128 \quad 132 \quad 129 \quad 128 \quad 131 \quad 127 \quad 132 \quad 130 \quad 129]^T$$

que é o ciclo em destaque.

Uma diferença importante entre a terminologia usual de ciclo e aquela usada nesse trabalho deve ser observada. Em geral, quando se fala nos instantes de ocorrência de eventos no k -ésimo ciclo de um sistema, tem-se em mente um vetor contendo os instantes da k -ésima ocorrência de cada evento desse sistema, o que pela tabela 3.1 não pode ser aplicado no contexto desse trabalho. Na verdade, aqui os termos k -ésimo ciclo do sistema (ou ciclo k do sistema) e $(k+1)$ -ésimo ciclo do sistema significarão, respectivamente, o ciclo corrente e o próximo ciclo do sistema.

O termo carrossel de trens, largamente utilizado na linguagem do dia a dia de um ambiente metroviário, refere-se aos trens em circulação em um dado momento, por estarem uniformemente distribuídos ao longo da linha circular do ponto de vista lógico. Nesse trabalho os termos linha e via de circulação serão utilizados tendo o mesmo significado i.e., o meio físico por onde os trens circulam, apesar de algumas vezes na literatura possuírem significados distintos: linha de circulação é conjunto completo do meio físico por onde os trens circulam e via de circulação se restringe a um dado sentido de movimentação, ou seja, uma linha de circulação pode ter duas vias com sentidos de circulação opostos.

Normalmente em sistemas metroviários as linhas possuem estações, que por sua vez possuem plataformas. São nas plataformas que os trens param para o embarque e desembarque de passageiros. As estações possuem, em geral, duas plataformas, uma para cada sentido de movimentação dos trens. Já em sistemas ferroviários o termo estação é mais abrangente e

utilizado para expressar o local de parada dos trens, uma vez que elas possuem várias plataformas.

Um outro conceito bastante importante no estudo de sistemas de transporte metroviários é a tabela horária, que é apresentada na seção seguinte.

3.2. Tabela Horária

No caso de um sistema de transporte metroviário, foco desse trabalho, a tabela horária representa o escalonamento dos trens para um dado dia de operação, contendo os instantes de ocorrência de referência dos eventos do sistema, i.e., chegadas e partidas de trens em plataformas para o embarque e desembarque de passageiros. Em outras palavras, a tabela horária de um sistema metroviário nada mais é do que a instanciamento dos seus diversos ciclos $x^{\#}(k)$ nesse dia de operação.

A título comparativo, nos sistemas de transporte ferroviário tanto de passageiros (i.e., transporte entre grandes centros urbanos) quanto de cargas, por exemplo, as tabelas horárias podem chegar a representar o escalonamento dos trens previstos para meses.

Em geral, uma dada tabela horária é preparada previamente e carregada pelo sistema de controle e supervisão de tráfego no momento de sua utilização. A elaboração de uma tabela horária está, normalmente, relacionada a dois grandes objetivos a saber: a demanda de passageiros a ser atendida naquele dia de operação e o intervalo entre trens possível de ser ofertado com os recursos disponibilizados pela companhia de transporte metroviário, tais como, número de trens disponíveis, sistema de sinalização da via de circulação, topologia da linha com suas restrições físicas, etc. Para se criar uma tabela horária atendendo a uma demanda de passageiros, são utilizados habitualmente dados estatísticos de operações passadas para se obter o perfil dessa demanda nos diferentes tipos de dias de operação (e.g., finais de semana, feriados, dias úteis, etc). De posse da demanda, é possível obter o intervalo entre trens necessário para atendê-la e, conseqüentemente, a tabela horária para possibilitar a companhia de transporte ofertar o serviço com a qualidade desejada. Do ponto de vista dos recursos disponíveis, dado o número de trens que circularão na linha e o intervalo entre trens, é possível obter o tempo de volta (i.e., tempo necessário para um trem percorrer uma volta completa na linha). A partir dessas informações obtém-se a tabela horária. Em geral, existem velocidades (i.e., tempos de percurso

de trechos entre plataformas) e tempos de paradas em plataformas ideais³ para os trens definidos pelo fabricante dos trens, pelo projeto da via de circulação e pela própria companhia que opera o sistema metroviário de transporte. Caso o tempo de volta obtido conduza a tempos acima dos ideais, caberá à companhia estabelecer um compromisso entre o atendimento da demanda de passageiros e o desgaste do material rodante, bem como o consumo de energia elétrica.

A Companhia do Metropolitano de São Paulo, por exemplo, tem como objetivo atender às demandas de passageiros em espera por trens nas plataformas, portanto, elabora suas tabelas horárias com esse foco. Para isso, ela utiliza ferramentas de processamento de dados para analisar as informações estatísticas de operações prévias e determinar as demandas de passageiros, que por consequência, determinarão as tabelas horárias a serem utilizadas nos diferentes dias de operação.

Diversas maneiras são utilizadas na literatura para obtenção da tabela horária ótima para um determinado problema de escalonamento de trens, tanto para sistemas ferroviários de transporte de passageiros entre grandes cidades como para sistemas metroviários de transporte de passageiros nos grandes centros urbanos.

Heidergott et alli (2006) utilizam como exemplo uma rede ferroviária simples para elaborar uma tabela horária, utilizando os conceitos da álgebra max-plus que serão apresentados no capítulo 4 desse trabalho. Tendo como entrada a topologia da rede ferroviária e algumas premissas, tais como, tempos de percurso, tempos de paradas, tempos de conexão entre trens de diferentes linhas, é possível montar equações na álgebra max-plus que representam os instantes de ocorrência dos eventos do sistema i.e., chegadas e partidas de trens em estações. De posse dessas equações é possível prever o comportamento do sistema em termos dos instantes de ocorrência de seus eventos e, por consequência, determinar a tabela horária do sistema modelado. Essa metodologia pode ser facilmente estendida para sistemas reais.

Chang & Chung (2007), utilizando como base o sistema metroviário de Taipei, propõem o uso de um algoritmo genético para conceber a tabela horária ótima para o sistema. De posse da topologia da rede, dados históricos, como por exemplo, fluxo de passageiros, e de restrições previamente definidas, o algoritmo genético otimiza uma função objetivo definida, determinando a melhor tabela horária para atender ao fluxo de passageiros exigido. As restrições são classificadas em dois grandes grupos: restrições rigorosas e restrições leves. Uma tabela horária que falhe em satisfazer alguma das restrições estipuladas pertencentes ao primeiro grupo é

³No jargão das operadoras dos sistemas metroviários o termo 'nominal' é usado no lugar do termo 'ideal'.

chamada de tabela horária infactível. Nem toda tabela horária factível é a melhor em termos práticos e, por essa razão, restrições do segundo grupo são introduzidas ao algoritmo para tornar a tabela horária gerada mais adequada ao mundo real. Restrições rigorosas são, por exemplo, tempos mínimos de paradas em plataformas, tempos mínimos de percurso de trechos entre plataformas, mínimo intervalo entre os trens, capacidades em geral, etc. Já restrições leves são, por exemplo, tempo médio de viagem dos passageiros, lotação média dos trens em circulação, etc.

Oliveira & Smith (2000) modelam o problema de escalonamento ferroviário em via singela como um problema de escalonamento de job shop e propõem um algoritmo para gerar a tabela horária ótima de acordo com restrições fornecidas. As viagens dos trens são consideradas como conjuntos de tarefas a serem executadas e escalonadas nos recursos da via (chamados de jobs) sem levar em conta os conflitos resultantes da utilização simultânea da via. Uma tarefa, por sua vez, pode ser considerada como sendo a movimentação de um trem de um recurso da via a outro, sendo esses recursos as plataformas de parada para embarque e desembarque de passageiros. Conflitos i.e., trens escalonados para ocupar o mesmo recurso ao mesmo tempo são resolvidos escalonando novamente os trens de forma a minimizar o atraso causado por tal correção.

Isaai (2005) propõe uma técnica híbrida de escalonamento preditivo de trens de passageiros, que aumenta a eficiência da estratégia de *simulated annealing*. O processo de obtenção da tabela horária final inicia-se a partir de uma solução gerada por um escalonamento heurístico baseado em restrições e prossegue de acordo com a estratégia de *simulated annealing* para controle de busca, que substitui a solução atual por uma solução próxima (i.e., na sua vizinhança no espaço de soluções), escolhida de acordo com uma função objectivo e com uma variável. Quanto maior for a variável, maior será a componente aleatória incluída na próxima solução escolhida. À medida que o algoritmo progride, o valor da variável é decrementado, começando, então, a convergir para uma solução ótima, necessariamente local.

Ambrosio (1999) propõe uma adaptação da solução proposta por Portugal (1999) na resolução do problema de escalonamento de job shop cíclico com jobs distintos para o problema de despacho de trens, uma vez que o conceito de viagem de um trem é similar ao conceito de job, o conceito de “trecho” similar ao conceito de máquina e o conceito de movimentação de um trem similar ao conceito de tarefa, ou seja, o trem percorrendo o trecho.

Linder (2000) mostra os conflitos de demanda existentes para se resolver o problema de escalonamento de trens como sendo de restrições operacionais, de mercado e de custos, e propõe,

utilizando como exemplo os sistemas ferroviários da Alemanha e Holanda, um modelo baseado no problema de escalonamento de mínimo custo para obter um escalonamento otimizado dos trens.

Fleurent et alli (2004), utilizando exemplos do transporte público de Montreal, propõem uma abordagem de otimização que engloba a sincronização de viagens em um algoritmo global também capaz de minimizar outros custos do escalonamento de veículos. Na prática, o tamanho da frota, períodos não produtivos e desvios nas restrições devem ser considerados para que a tabela horária, que gera melhorias na sincronização, seja capaz também de conduzir a um escalonamento eficiente de veículos. Nessa abordagem, um conjunto inicial de viagens é utilizado para gerar um primeiro grafo da rede sendo estudada. Após acrescentar outros custos além do custo de sincronização, um algoritmo heurístico é então utilizado para se gerar um escalonamento otimizado de veículos que enfatiza mais ou menos a sincronização, dependendo de parâmetros configurados.

Löbel (1997), utilizando exemplos do sistema de transporte público da Alemanha, propõe abordagens baseadas em técnicas de otimização combinatorial para solucionar o problema de escalonamento de veículos nos sistemas de transporte estudados. Uma combinação bem escolhida desses métodos possibilita solucionar quase todos os problemas de interesse prático em um tempo de execução aceitável.

Cury & Gomide (1980) apresentam um método desenvolvido para a geração automática da tabela horária ótima para a Linha 1 da Companhia do Metropolitano de São Paulo. No trabalho, os autores criam um modelo analítico para representar o comportamento do sistema, ou seja, movimentação de trens e passageiros. Baseado nas características do modelo, os autores utilizam o método de coordenação de objetivo para produzir a tabela horária ótima, considerando níveis de conforto dos passageiros, número de trens na linha e a performance dos trens. Segundo os autores, o escalonamento ótimo para o período de pico da manhã foi gerado e uma grande melhora em comparação com a estratégia em vigor foi obtida.

3.3. *Problema da Regulação de Trens*

Os trens circulando em uma linha de um sistema metroviário de transporte de passageiros estão sujeitos a imprevistos, tais como falhas mecânicas ou elétricas nos equipamentos a bordo ou até mesmo nos equipamentos instalados na via de circulação. Passageiros podem impedir o

fechamento das portas nos instantes de partida das plataformas. Até mesmo a entrada ou saída planejada de trens na via para alterar o intervalo entre eles com o objetivo de atender a uma nova demanda de passageiros (e.g., mudança para horário de pico ou mudança para horário de vale) causa uma perturbação no carrossel de trens.

Esses imprevistos interferem na regularidade do carrossel de trens em forma de atrasos nos instantes de ocorrência dos eventos de chegada e partida de trens em plataformas em relação à tabela horária. Esses atrasos são propagados de um trem a outro dentro do carrossel, mas quanto mais afastado do trem perturbador estiver um trem, menor será o impacto dessa perturbação nesse trem. Para exemplificar esse comportamento, considere um sistema hipotético constituído de uma linha circular com duas estações, cada uma com duas plataformas, uma para cada sentido de movimentação, possuindo quatro trens em circulação. A figura 3.1 ilustra a linha em questão.

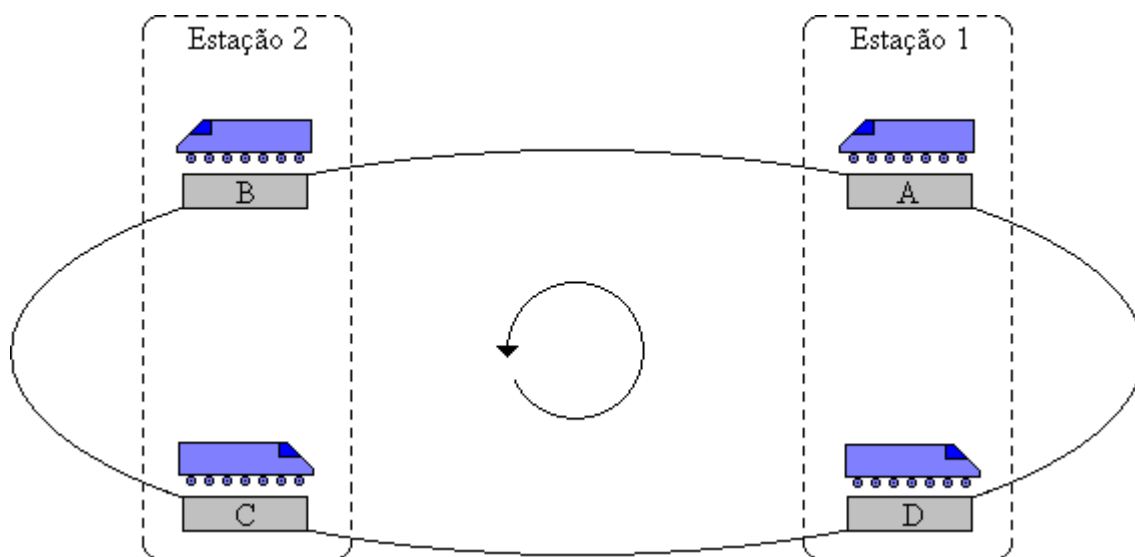


Fig. 3.1: Exemplo de uma linha circular.

Imaginando o tempo de volta constante ao longo de toda a operação e igual a dez minutos. Tendo quatro trens disponíveis para circular na via, estabelece-se o intervalo entre eles sendo igual a dois minutos e meio. Por questões de simplicidade, assume-se que o tempo nominal de parada nas plataformas para o embarque e desembarque de passageiros seja igual a trinta segundos e o tempo nominal de percurso dos trechos entre as plataformas seja igual a dois minutos. De posse desses valores é possível elaborar uma tabela horária para, por exemplo, oito voltas

completas de cada trem disponível, ou seja, 32 ocorrências de cada evento do sistema. A tabela 3.2 mostra essa referência horária obtida.

	Chegada na Plataforma A	Partida da Plataforma A	Chegada na Plataforma B	Partida da Plataforma B	Chegada na Plataforma C	Partida da Plataforma C	Chegada na Plataforma D	Partida da Plataforma D
1	00:00:00	00:00:30	00:02:30	00:03:00	00:05:00	00:05:30	00:07:30	00:08:00
2	00:02:30	00:03:00	00:05:00	00:05:30	00:07:30	00:08:00	00:10:00	00:10:30
3	00:05:00	00:05:30	00:07:30	00:08:00	00:10:00	00:10:30	00:12:30	00:13:00
4	00:07:30	00:08:00	00:10:00	00:10:30	00:12:30	00:13:00	00:15:00	00:15:30
5	00:10:00	00:10:30	00:12:30	00:13:00	00:15:00	00:15:30	00:17:30	00:18:00
6	00:12:30	00:13:00	00:15:00	00:15:30	00:17:30	00:18:00	00:20:00	00:20:30
7	00:15:00	00:15:30	00:17:30	00:18:00	00:20:00	00:20:30	00:22:30	00:23:00
8	00:17:30	00:18:00	00:20:00	00:20:30	00:22:30	00:23:00	00:25:00	00:25:30
9	00:20:00	00:20:30	00:22:30	00:23:00	00:25:00	00:25:30	00:27:30	00:28:00
10	00:22:30	00:23:00	00:25:00	00:25:30	00:27:30	00:28:00	00:30:00	00:30:30
11	00:25:00	00:25:30	00:27:30	00:28:00	00:30:00	00:30:30	00:32:30	00:33:00
12	00:27:30	00:28:00	00:30:00	00:30:30	00:32:30	00:33:00	00:35:00	00:35:30
13	00:30:00	00:30:30	00:32:30	00:33:00	00:35:00	00:35:30	00:37:30	00:38:00
14	00:32:30	00:33:00	00:35:00	00:35:30	00:37:30	00:38:00	00:40:00	00:40:30
15	00:35:00	00:35:30	00:37:30	00:38:00	00:40:00	00:40:30	00:42:30	00:43:00
16	00:37:30	00:38:00	00:40:00	00:40:30	00:42:30	00:43:00	00:45:00	00:45:30
17	00:40:00	00:40:30	00:42:30	00:43:00	00:45:00	00:45:30	00:47:30	00:48:00
18	00:42:30	00:43:00	00:45:00	00:45:30	00:47:30	00:48:00	00:50:00	00:50:30
19	00:45:00	00:45:30	00:47:30	00:48:00	00:50:00	00:50:30	00:52:30	00:53:00
20	00:47:30	00:48:00	00:50:00	00:50:30	00:52:30	00:53:00	00:55:00	00:55:30
21	00:50:00	00:50:30	00:52:30	00:53:00	00:55:00	00:55:30	00:57:30	00:58:00
22	00:52:30	00:53:00	00:55:00	00:55:30	00:57:30	00:58:00	01:00:00	01:00:30
23	00:55:00	00:55:30	00:57:30	00:58:00	01:00:00	01:00:30	01:02:30	01:03:00
24	00:57:30	00:58:00	01:00:00	01:00:30	01:02:30	01:03:00	01:05:00	01:05:30
25	01:00:00	01:00:30	01:02:30	01:03:00	01:05:00	01:05:30	01:07:30	01:08:00
26	01:02:30	01:03:00	01:05:00	01:05:30	01:07:30	01:08:00	01:10:00	01:10:30
27	01:05:00	01:05:30	01:07:30	01:08:00	01:10:00	01:10:30	01:12:30	01:13:00
28	01:07:30	01:08:00	01:10:00	01:10:30	01:12:30	01:13:00	01:15:00	01:15:30
29	01:10:00	01:10:30	01:12:30	01:13:00	01:15:00	01:15:30	01:17:30	01:18:00
30	01:12:30	01:13:00	01:15:00	01:15:30	01:17:30	01:18:00	01:20:00	01:20:30
31	01:15:00	01:15:30	01:17:30	01:18:00	01:20:00	01:20:30	01:22:30	01:23:00
32	01:17:30	01:18:00	01:20:00	01:20:30	01:22:30	01:23:00	01:25:00	01:25:30

Tab. 3.2: Tabela horária de referência para o exemplo.

Para efeito de ilustração, imagine o sistema acima descrito funcionando sem a atuação de um centro de controle e supervisão de tráfego. De modo geral, os trens em um sistema metroviário conseguem se movimentar sem a presença de um centro de controle e supervisão de tráfego determinando os tempos de paradas em plataformas para embarque e desembarque de passageiros e os tempos de percurso de trechos entre plataformas que deveriam ser observados para o cumprimento da tabela horária estipulada para aquele dia de operação. Nesse caso, os trens usariam tempos nominais de paradas em plataformas e percurso de trechos entre plataformas.

Simulando esse sistema contando somente com uma suposta automação a bordo dos trens e instalada na via de circulação para sempre garantir o uso dos tempos nominais de parada nas plataformas e percurso dos trechos entre plataformas, e aplicando uma perturbação em algum evento do sistema, pode-se observar a propagação desse atraso para os demais trens circulando na linha. Nesse capítulo e no capítulo 6 os resultados das simulações serão apresentados, principalmente, através de gráficos do intervalo entre trens e do atraso dos trens observados em uma determinada plataforma. Para o primeiro caso, pode-se imaginar uma pessoa parada na plataforma observando e cronometrando a diferença entre duas ocorrências consecutivas de um mesmo tipo de evento na plataforma em questão, ou seja, o intervalo entre trens é determinado, por exemplo, através da diferença entre duas chegadas consecutivas de trens na plataforma. Já o atraso é determinado pela diferença entre os valores absolutos dos instantes de referência e real da ocorrência de um dado evento na plataforma, ou seja, basta subtrair o instante de ocorrência previsto na tabela horária para aquele evento do seu instante de ocorrência efetivamente observado.

Nesses gráficos, o eixo das abscissas conterá a contagem de trens na dada plataforma, ou seja, a quantidade de trens produzindo um determinado tipo de evento (chegada ou partida) que um observador contou até aquele momento naquela plataforma. Já o eixo das ordenadas conterá o valor em segundos da grandeza sendo medida (e.g., intervalo entre trens, atraso, etc), portanto, esses gráficos contém marcações discretas dos valores dessas grandezas. Apesar dessa característica, linhas contínuas interligando os pontos serão utilizadas nos gráficos, mesmo que essa representação seja comumente utilizada para representar variações dinâmicas no tempo de alguma grandeza. Essa decisão está baseada no fato da quantidade de medições ser grande, o que tornaria uma representação por marcações se aproximar de uma linha contínua, e uma melhor visualização do que ocorreu com o sistema. Outro fato a destacar é que o eixo das abscissas não conterá todos os valores desde a primeira passagem de um trem, simplesmente para melhorar a resolução dos gráficos. Os gráficos começarão, portanto, a partir de uma contagem de trens julgada adequada para balancear a resolução com a qualidade da informação apresentada.

Voltando ao exemplo, será simulada uma perturbação equivalente a um atraso de sessenta segundos no décimo terceiro evento de chegada na plataforma 'C' do sistema anteriormente apresentado. A figura 3.2 mostra dois gráficos com os resultados dessa simulação observados para a plataforma 'C'. O primeiro gráfico fornece os intervalos de referência e ocorrido entre trens durante a operação dos quatro trens existentes na linha de circulação. Já o segundo gráfico

apresenta o atraso ocorrido no mesmo período em relação ao evento de chegada na plataforma sendo considerada.

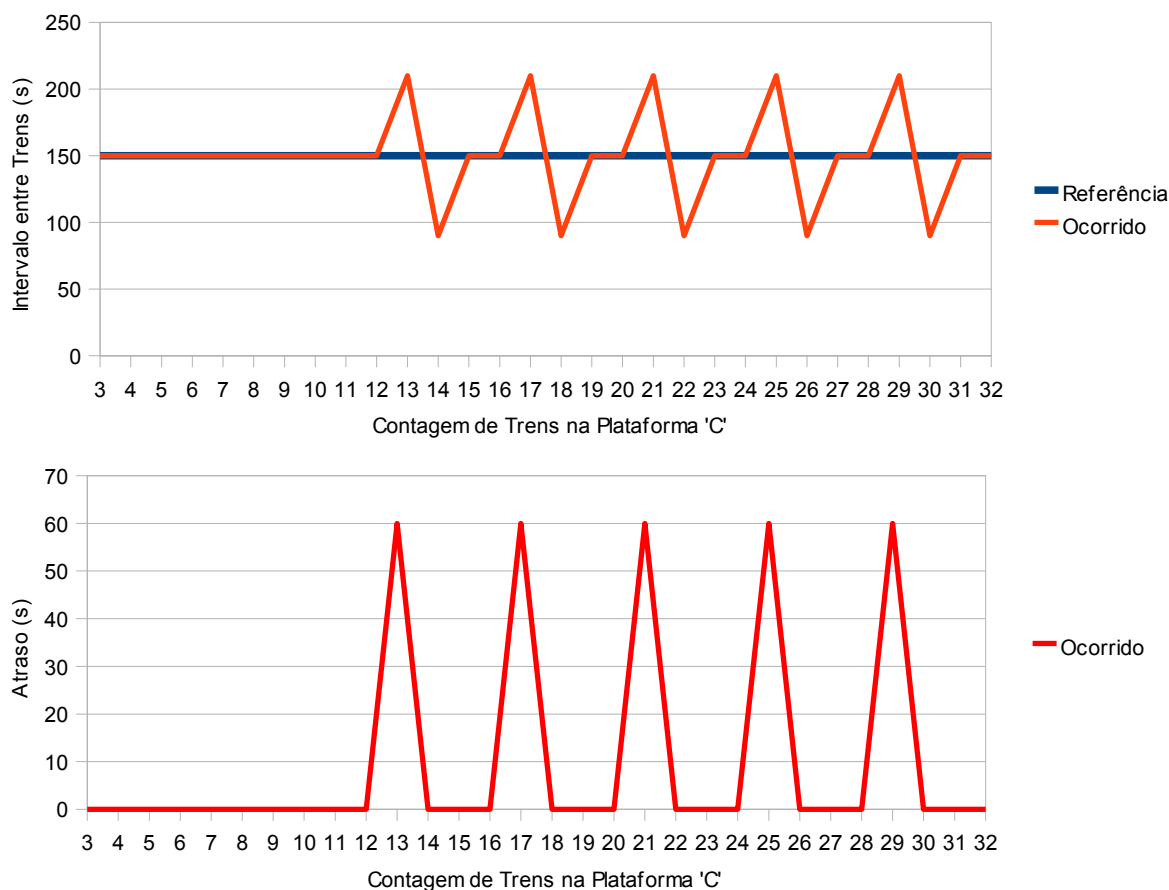


Fig. 3.2: Resultados da simulação do exemplo.

Até o 12º trem observado na plataforma, nota-se que o intervalo entre trens medido é igual ao intervalo entre trens obtido da tabela horária e que o atraso de chegada dos trens na plataforma é nulo. O 13º trem a entrar na plataforma chegou com um atraso de 60 segundos, que é a perturbação sendo simulada, portanto, o intervalo entre esse trem e o trem anterior teve um acréscimo de sessenta segundos. Como os trens sempre cumprem os tempos nominais de parada em plataformas e de percurso de trechos entre plataformas, o 14º trem se aproximou do 13º trem, como pode ser visto pelo declínio do intervalo entre esses dois trens. Mais ainda, o 14º trem chegou no horário previsto na plataforma sendo observada, como pode ser visto pelo atraso igual a zero, o mesmo acontecendo com o 15º trem, o que fez o intervalo entre os trens voltar ao valor originalmente previsto na tabela horária. Como existem quatro trens circulando, o 17º trem a

entrar na plataforma é o mesmo trem físico referente ao 13º trem já observado, ou seja, é o trem que sofreu a perturbação, repetindo o processo anteriormente descrito. A periodicidade observada nos gráficos é explicada pelo fato dos trens sempre utilizarem os mesmos tempos nominais de parada em plataformas e de percurso de trechos entre plataformas.

No caso, por exemplo, da exigência do sistema atender a uma nova demanda de passageiros aguardando trens nas plataformas em um suposto horário de pico, mas ainda utilizando os tempos originais de parada em plataformas e percurso de trechos entre plataformas, seria necessária a inserção de mais trens na linha. Seguindo o mesmo raciocínio, quando o horário de vale retornar, ou seja, a demanda de passageiros aguardando trens nas plataformas voltar a cair, poder-se-ia, então, elevar o intervalo entre trens, retirando alguns deles da via de circulação. Como já mencionado anteriormente nessa seção, esses eventos programados podem ser considerados como perturbações, que desestabilizam o carrossel de trens. Na ausência de um controlador, contando somente com uma suposta automação a bordo dos trens e instalada na via de circulação para sempre garantir o uso dos tempos nominais de parada em plataformas e percurso de trechos entre plataformas, o sistema não consegue acomodar os novos trens de forma a mantê-los uniformemente distribuídos e nem reorganizá-los quando alguns deles saem da via formando “buracos” no carrossel.

Utilizando a mesma via de circulação ilustrada na figura 3.1, mas supondo que durante um determinado período do dia de operação fosse necessária a presença de cinco trens circulando para atender uma nova demanda referente a um horário de pico previamente conhecido, seria possível ver o comportamento do sistema na ocorrência desses eventos programados, sem a presença de um controlador. Para simplificação, serão utilizados o mesmo tempo de volta e os mesmos tempos nominais de parada em plataformas e percurso de trechos entre plataformas do exemplo anterior. De acordo com esses valores, durante esse horário de pico previamente estabelecido, o intervalo entre trens será igual a dois minutos. A figura 3.3 mostra dois gráficos com os resultados dessa simulação observados para a chegada de trens na plataforma 'C'. O primeiro gráfico fornece os intervalos de referência e ocorrido entre trens em um período do dia de operação incluindo o horário de pico. Já o segundo gráfico apresenta o atraso ocorrido no mesmo período em relação ao evento de chegada na plataforma sendo considerada.

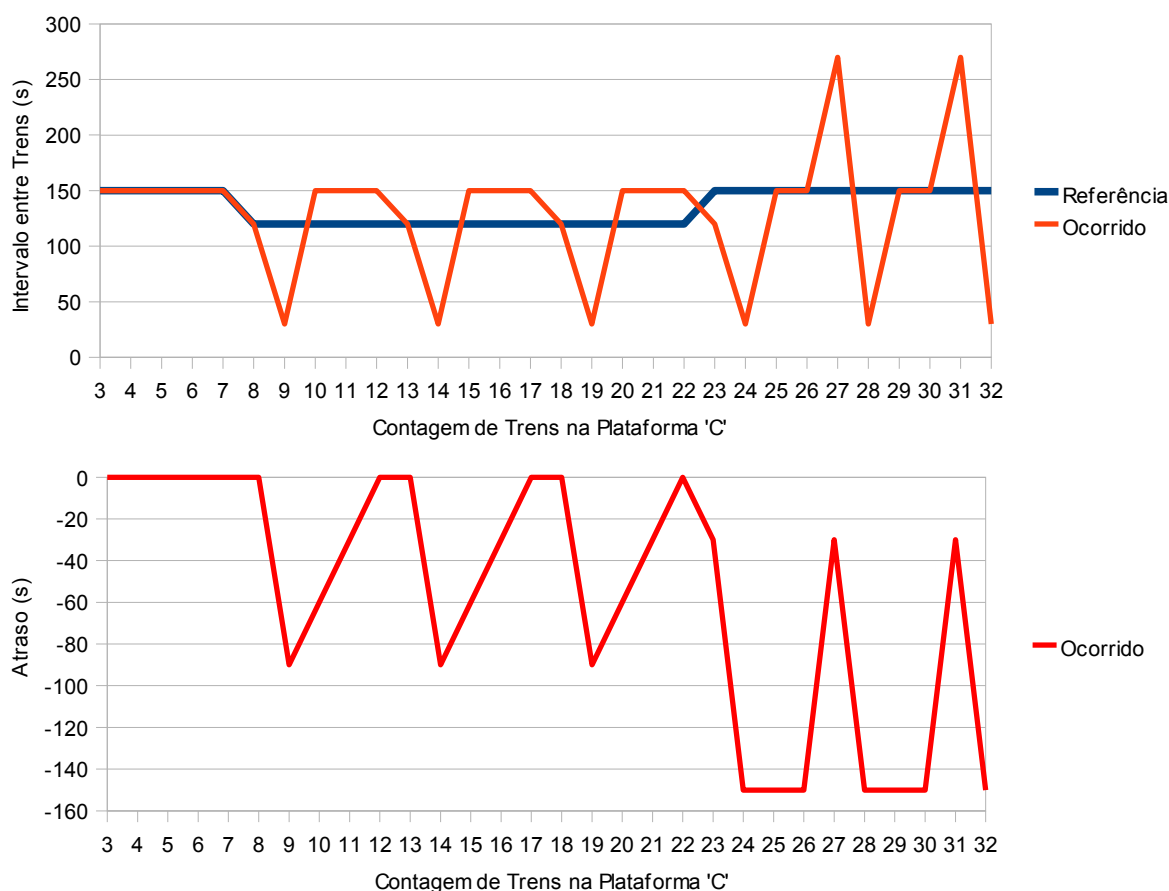


Fig. 3.3: Resultados da simulação do exemplo de entrada e saída de trem.

O oitavo trem a chegar na plataforma representa o trem que foi inserido no sistema para diminuir o intervalo entre trens para atender à demanda dentro do suposto horário de pico. Nota-se que para esse trem o intervalo entre trens ficou no novo valor desejado, pois ele foi inserido no exato momento previsto na tabela horária. Como os tempos de paradas em plataformas e tempos de percurso de trechos entre plataformas não são alterados, o nono trem chega logo depois do oitavo trem na plataforma sendo observada. Isso causa uma queda brusca no intervalo entre trens e um atraso negativo, ou seja, o trem está adiantado. O 10º, 11º e 12º trens não são afetados pela entrada do novo trem e permanecem cumprindo os horários como se nada tivesse acontecido, ou seja, o intervalo entre trens permaneceu no valor antigo e o atraso começou a voltar gradativamente para zero. Como existem cinco trens circulando, o 13º trem corresponde ao trem que foi inserido na linha, ou seja, tem o mesmo comportamento do oitavo trem observado e a partir daí o comportamento do sistema permanece igual ao já descrito. No 23º trem ao chegar na

plataforma, a referência muda, pois o suposto horário de pico acaba e o intervalo entre trens desejado volta ao valor do início da operação. Devido a essa mudança na referência (eventos agora acontecem mais espaçados no tempo), o atraso fica mais negativo ainda, ou seja, os trens ficam ainda mais adiantados. A partir do 27º trem a chegar na plataforma, o intervalo entre trens aumenta, pois um trem (não o mesmo que foi inserido) foi retirado do sistema deixando um “buraco”. O sistema permanece, portanto, com dois trens próximos um do outro (trem que foi inserido e o trem logo atrás) e dois trens com um espaçamento maior (trem a frente e trem atrás do trem retirado). Isso gera a oscilação no intervalo entre trens e atraso medidos na plataforma. Em um dado instante o intervalo é grande e o atraso menos negativo (“buraco” entre dois trens) e em um outro momento o intervalo é baixo e o atraso mais negativo (dois trens próximos um do outro).

Usualmente chamado de sistema de regulação ou sistema de regulação automática de trens, o sistema de supervisão e controle de tráfego será o responsável por monitorar a movimentação dos trens circulando na via e mantê-los aderentes à tabela horária de referência em vigor. Em alguns desses sistemas hoje em operação, é comum a existência de diferentes modos de regulação que são selecionados de acordo com as necessidades observadas pelo operador do sistema em um dado momento ou de acordo com as condições da via de circulação. Dentre eles, existe a regulação por tabela horária, onde como o próprio nome diz o sistema de controle deve manter os trens circulando aderentes a uma tabela horária de referência previamente carregada pelo sistema; a regulação por intervalo entre trens constante, onde o sistema de controle deve manter os trens circulando com um intervalo constante entre eles, definido pelo número de trens presente no instante da seleção desse modo e o tempo de volta da linha; e a regulação por intervalo entre trens dinâmico, onde o sistema deve criar dinamicamente uma nova referência horária de acordo com o o tempo de volta da linha e número de trens presentes no momento da seleção do modo, e mantê-los circulando aderentes a essa nova referência horária. A abordagem adotada nesse trabalho será a regulação por tabela horária.

A figura 3.4 mostra uma representação temporal da via de circulação com os trens nela presentes e suas respectivas referências horárias que devem ser atingidas. Na figura tem-se em destaque um trem que está atrasado em relação à sua correspondente referência.

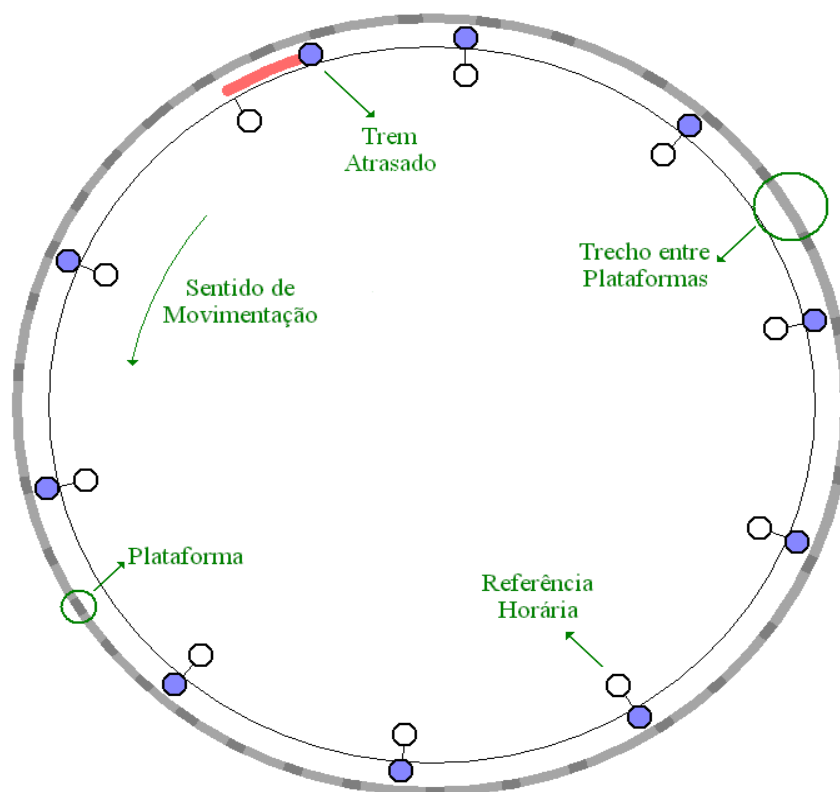


Fig. 3.4: Via de circulação em escala temporal.

Esse tipo de representação é largamente utilizado para se ter uma visão geral da distribuição dos trens na linha, bem como a aderência deles em relação às referências horárias em andamento. Uma volta completa no círculo representa uma volta completa na via, sendo o tempo de volta distribuído uniformemente pelos seus 360°. Através dessa representação temporal da linha, é imediato observar as consequências dos atrasos na uniformidade do carrossel de trens, sendo esse o objetivo do sistema de supervisão e controle de tráfego: manter esse carrossel de trens uniformemente distribuído na via de circulação e, mais ainda, aderente à tabela horária previamente planejada.

Será considerado nesse trabalho como sistema a ser controlado, ou planta, o conjunto dos trens, plataformas e trechos entre plataformas do sistema metroviário, com suas respectivas restrições de velocidade e de capacidade de trens. Será considerada somente uma linha circular sem a existência de compartilhamento de recursos (i.e., plataformas e trechos entre plataformas) com outras linhas, uma vez que o intuito do controle proposto neste trabalho não é a garantia de

conexões entre trens, como discutido por Heidergott et alli (2006), mas sim o cumprimento de um programa pré-estabelecido pela tabela horária de referência. Essa é uma característica importante de sistemas metroviários, pois o esforço para garantir essas supostas conexões entre trens não é justificado, uma vez que o intervalo entre trens é relativamente pequeno se comparado com sistemas ferroviários de transporte de passageiros. Como variáveis medidas estão os instantes de ocorrência real dos eventos de chegada e partida em plataformas ocasionadas pela movimentação dos trens em circulação. Como variáveis de atuação, o sistema poderá alterar os tempos de parada em plataformas para o embarque e desembarque de passageiros e os tempos de percurso de trechos entre plataformas, que indiretamente correspondem às velocidades dos trens. Com isso, o controlador atuará fazendo com que os trens permaneçam mais ou menos tempo parados nas plataformas e/ou percorram os trechos entre plataformas levando mais ou menos tempo.

Capítulo 4

Problema de Controle

Como visto no capítulo 3, um trem circulando em uma linha está sujeito a imprevistos, tais como falhas mecânicas ou elétricas e passageiros impedindo o fechamentos de portas no momento da sua partida de uma plataforma, originando, então, uma perturbação na solução de referência. É necessário desta forma, que se determine um controlador para permitir a continuidade da circulação dos trens e ao mesmo tempo garantir a convergência para a solução de referência pré-estabelecida. Tendo em vista tais necessidades, buscou-se encontrar uma lei de controle para determinação dos instantes de ocorrência dos eventos de chegada e partida dos trens em plataformas nos ciclos do sistema, capaz de restabelecer e manter a tabela horária.

Na proposta desse trabalho, o controlador deve basicamente calcular os próximos eventos de plataformas (variáveis de decisão) a partir de informações sobre os eventos já ocorridos (variáveis medidas), da tabela horária de referência pré-estabelecida e do conhecimento do sistema físico (modelo da planta). A figura 4.1 ilustra um diagrama de blocos do sistema controlado.

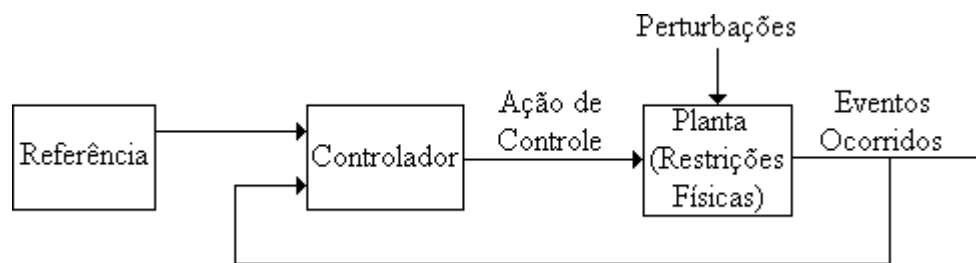


Fig. 4.1: Diagrama de blocos do sistema controlado.

Um sistema metroviário de transporte de passageiros pode ser classificado como um sistema a eventos discretos (Casandras & Lafortune, 2008) e pode ser modelado a partir de um grafo de eventos, cuja possível ferramenta algébrica utilizada para descrever sua dinâmica é a

álgebra max-plus, fundamentada na teoria de dióides (Baccelli et alli, 2001). Tal ferramenta algébrica já vem sendo largamente empregada em diversas outras classes de problemas. Baccelli et alli (2001) analisam, com o auxílio da álgebra max-plus, sistemas periódicos e preemptivos de tempo real, já Cochet-Terrasson et alli (1998) explora o problema da computação numérica de elementos espectrais utilizando a álgebra max-plus, enquanto Goverde (2007) usa a álgebra max-plus para analisar a estabilidade de tabelas horárias de redes ferroviárias de transporte de passageiros. De extrema importância para este trabalho, Noronha (1999) utiliza a álgebra max-plus para o controle de transitórios no problema de escalonamento de job shop cíclicos com garantia de estabilidade do sistema sendo controlado.

Como o controle de um sistema a eventos discretos se dá em geral pela inibição dos eventos controláveis, tem-se que o sistema sob a ação de controle é em geral mais lento se comparado com o sistema sem a ação de controle, como discutido por Casandras & Lafortune (2008). Desse modo, a planta deve representar o sistema real na sua condição menos restritiva possível, ou seja, tempos mínimos de parada em plataformas e tempos mínimos de percurso de trechos entre plataformas.

No sistema apresentado na figura 4.1, o algoritmo de controle deve calcular os instantes de ocorrência dos eventos futuros a partir dos instantes dos eventos já ocorridos no ciclo corrente (o conceito de ciclo do sistema foi apresentado no capítulo 3) e dos valores de referência, isto é, a tabela horária. Dado que o controle é visto como a ação de atrasar a ocorrência dos eventos do sistema, o controlador não pode produzir soluções infactíveis.

Este capítulo está organizado da seguinte forma: na primeira seção é apresentada a teoria de grafo de eventos; na segunda seção é apresentada a teoria de dióides, juntamente com a álgebra max-plus; na terceira seção são apresentados a modelagem e o controle da planta e, finalmente, na quarta seção é apresentado o conceito de comportamento periódico de um sistema a eventos discretos.

4.1. Grafo de eventos

Um grafo de eventos (Baccelli et alli, 2001) é uma rede de Petri temporizada particular, onde cada lugar possui somente uma transição de entrada e uma transição de saída, e os tempos estão associados aos lugares. As transições da rede não possuem restrições de número de lugares de entrada ou saída. Conforme Cohen (2001), os disparos de transições que não possuem lugares

de entrada (i.e., seus disparos não estão condicionados a variáveis do sistema sendo modelado) devem ser conhecidos a priori e representam um ponto de entrada de fichas na rede. Transições que não possuem lugares de saída representam um ponto de saída de fichas da rede. A figura 4.2 ilustra um exemplo de um grafo de eventos:

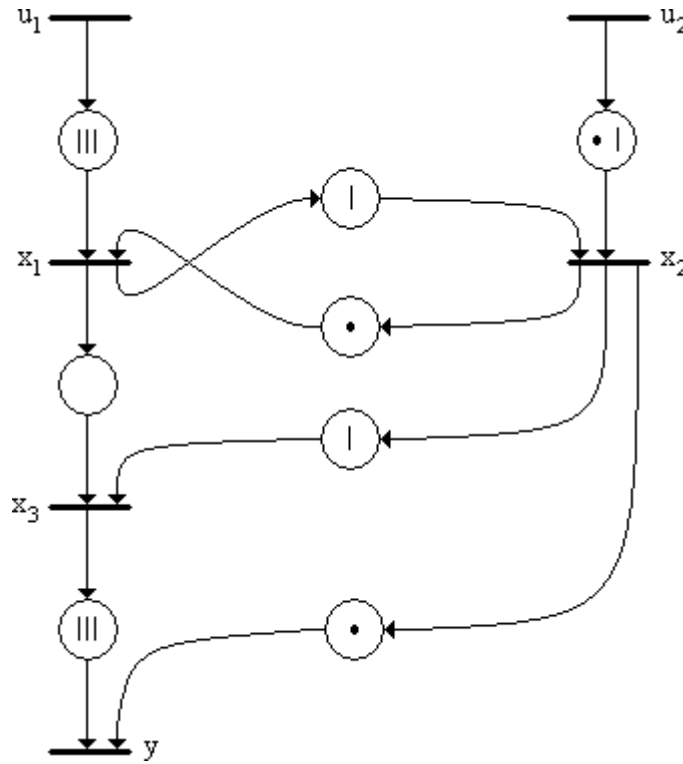


Fig. 4.2: Exemplo de um grafo de eventos com marcação inicial.

Na figura, os traços dentro de um lugar estão representando as unidades de tempo do atraso imposto para a habilitação da sua transição de saída após uma ficha ter sido colocada nesse lugar, enquanto os pontos dentro de um lugar estão representando as fichas colocadas dentro dele.

Na álgebra de dióides, os sistemas representáveis por um grafo de eventos podem ser representados através de equações lineares, que respondem às questões de quantos eventos de um determinado tipo ocorreram até um determinado instante e em que estante ocorreu o n -ésimo evento de um determinado tipo.

Considerando o grafo de eventos apresentado na figura 4.2, chama-se de datadores as variáveis $(x_i)_n$ que contém o instante do n -ésimo disparo da transição x_i . No exemplo tem-se que:

$$(x_1)_n = \max[(x_2)_{n-1}, (u_1)_n + 3] \quad (4.1)$$

pois o n -ésimo disparo da transição x_1 só acontecerá após o $(n-1)$ -ésimo disparo da transição x_2 (o lugar que sai de x_2 e entra em x_1 já possui uma ficha, por isso leva-se em consideração o disparo anterior da primeira transição) e três unidades de tempo depois do n -ésimo disparo da transição u_1 (lugar que sai de u_1 e entra em x_1 não possui nenhuma ficha e possui um atraso de três unidades de tempo, por isso leva-se em consideração o mesmo disparo da primeira transição atrasado de três unidades de tempo).

Considerando agora o conjunto dos números inteiros $\mathbf{Z} \cup \{-\infty\}$ e as operações de soma $\oplus$ equivalente à operação de maximização da álgebra convencional e produto $\otimes$ equivalente à operação de soma da álgebra convencional, a equação 4.1 pode ser reescrita na forma:

$$(x_1)_n = (x_2)_{n-1} \oplus [3 \otimes (u_1)_n]$$

que é uma equação linear.

De uma maneira geral, todos os datadores podem ser descritos por equações lineares:

$$(x_2)_n = [1 \otimes (x_1)_n] \oplus [1 \otimes (u_2)_{n-1}]$$

$$(x_3)_n = (x_1)_n \oplus [1 \otimes (x_2)_n]$$

$$(y)_n = (x_2)_{n-1} \oplus [3 \otimes (x_3)_n]$$

Observa-se que as operações acima definidas satisfazem algumas propriedades típicas das operações de adição e multiplicação, tais como, associatividade, comutatividade, distributividade, existência de um elemento nulo ($\varepsilon = -\infty$) e de um elemento unitário ($e = 0$), absorção pelo elemento nulo. Contudo elas apresentam algumas características não tão usuais: idempotência ($a \oplus a = a$) e inexistência de um elemento simétrico.

As equações do exemplo acima podem ainda ser escritas utilizando matrizes:

$$x_{n+1} = A_0 x_{n+1} \oplus A_1 x_n \oplus B_0 u_{n+1} \oplus B_1 u_n \quad (4.2a)$$

$$y_n = C_0 x_n \oplus C_1 x_{n-1} \quad (4.2b)$$

onde

$$x_n = \begin{bmatrix} (x_1)_n \\ (x_2)_n \\ (x_3)_n \end{bmatrix} ; \quad u_n = \begin{bmatrix} (u_1)_n \\ (u_2)_n \end{bmatrix} ; \quad y_n = [(y)_n]$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 1 & \varepsilon & \varepsilon \\ e & 1 & \varepsilon \end{bmatrix} ; \quad A_1 = \begin{bmatrix} \varepsilon & e & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 3 & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon \end{bmatrix} ; \quad B_1 = \begin{bmatrix} \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 1 \\ \varepsilon & \varepsilon \end{bmatrix}$$

$$C_0 = [\varepsilon \quad \varepsilon \quad 3] ; \quad C_1 = [\varepsilon \quad e \quad \varepsilon]$$

Considere, de maneira geral, a equação:

$$x = Ax \oplus b$$

$$x = A(Ax \oplus b) \oplus b = A^2x \oplus Ab \oplus b$$

$$x = A^2(Ax \oplus b) \oplus Ab \oplus b = A^3 \oplus A^2x \oplus Ab \oplus b$$

No limite: $x = A^*b$, onde $A^* = e \oplus A^+ e$ e $A^+ = A \oplus A^2 \oplus \dots \oplus A^n \oplus A^{n+1} \oplus \dots$

Portanto a equação 4.2a pode ser reescrita como:

$$x_{n+1} = A_0^* A_1 x_n \oplus A_0^* B_0 u_{n+1} \oplus A_0^* B_1 u_n$$

Definindo $\widetilde{x}_n = [x_n \mid x_{n-1} \mid u_n]^T$, podemos reescrever as equações 4.2a e 4.2b da forma:

$$\widetilde{x}_{n+1} = A \widetilde{x}_n \oplus B u_{n+1} \quad (4.3a)$$

$$y_n = C \widetilde{x}_n \quad (4.3b)$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} A_0^* A_1 & \varepsilon & A_0^* B_1 \\ \mathbf{1} & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \end{bmatrix} ; \quad B_0 = \begin{bmatrix} A_0^* B_0 \\ \varepsilon \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

$$C = [C_0 \quad C_1]$$

Observando as equações 4.3a e 4.3b, nota-se uma certa semelhança com a equação de estado descrevendo o comportamento de um sistema dinâmico de tempo contínuo (Baccelli et alli, 2001). Seguindo nessa mesma linha, as formulações teóricas presentes nesse trabalho utilizam a álgebra max-plus apresentada acima e detalhada na seção seguinte.

4.2. Dióide Max-Plus

Um dióide, também chamado de semi-anel idempotente, é uma estrutura abstrata formada por um conjunto munido de duas operações internas denominadas adição (ou soma) e multiplicação (ou produto). O dióide é usualmente denotado por $\langle \mathbf{D}, \oplus, \otimes \rangle$, de modo que as seguintes propriedades sejam satisfeitas.

Propriedade 1 – Associatividade da adição:

$$\forall a, b, c \in \mathbf{D}, (a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c)$$

Propriedade 2 – Comutatividade da adição:

$$\forall a, b \in \mathbf{D}, a \oplus b = b \oplus a$$

Propriedade 3 – Associatividade da multiplicação:

$$\forall a, b, c \in \mathbf{D}, (a \otimes b) \otimes c = a \otimes (b \otimes c)$$

Propriedade 4 – Distributividade da multiplicação sobre a adição:

$$\text{à direita: } \forall a, b, c \in \mathbf{D}, (a \oplus b) \otimes c = (a \otimes c) \oplus (b \otimes c)$$

$$\text{à esquerda: } \forall a, b, c \in \mathbf{D}, c \otimes (a \oplus b) = (c \otimes a) \oplus (c \otimes b)$$

Propriedade 5 – Existência do elemento neutro da adição, denominado ε :

$$\forall a \in \mathbf{D}, a \oplus \varepsilon = \varepsilon \oplus a = a$$

Propriedade 6 – Absorção do elemento neutro da adição em relação à multiplicação:

$$\forall a \in \mathbf{D}, a \otimes \varepsilon = \varepsilon \otimes a = \varepsilon$$

Propriedade 7 – Existência do elemento neutro da multiplicação, denominado e :

$$\forall a \in \mathbf{D}, a \otimes e = e \otimes a = a$$

Propriedade 8 – Idempotência da adição:

$$\forall a \in \mathbf{D}, a \oplus a = a$$

Definindo o conjunto $\mathbf{Z}_{\max} = \mathbf{Z} \cup \{-\infty\}$, onde $\mathbf{Z}$ é o conjunto dos números inteiros, um exemplo de dióide é o terno $\langle \mathbf{Z}_{\max}, \max, + \rangle$, no qual a operação de maximização da álgebra convencional é a operação de adição no dióide e a operação de adição da álgebra convencional é a operação de multiplicação no dióide. Nesse dióide, também chamado de "max-plus", $\varepsilon = -\infty$ e $e = 0$ são, respectivamente, os elementos neutros das operações de adição e de multiplicação. É possível verificar que esse dióide satisfaz todas as propriedades anteriormente identificadas.

A tabela 4.1 apresenta exemplos de notações nas duas álgebras (max-plus e convencional).

Notação $\mathbf{Z}_{\max}$	Notação convencional
$2 \oplus 3 = 3$	$\max(2, 3) = 3$
$6 \oplus 4 = 6$	$\max(6, 4) = 6$
$8 \oplus 8 = 8$	$\max(8, 8) = 8$
$1 \oplus \varepsilon = 1$	$\max(1, -\infty) = 1$
$3 \otimes 2 = 5$	$3 + 2 = 5$
$7 \otimes e = 7$	$7 + 0 = 7$
$5 \otimes \varepsilon = \varepsilon$	$5 + (-\infty) = -\infty$

 Tab. 4.1: Notação $\mathbf{Z}_{\max}$.

4.2.1. Matrizes em $\mathbf{Z}_{\max}$

De modo similar à álgebra convencional, o conjunto de matrizes de dimensões $n \times m$ baseadas na álgebra max-plus é denotado por $\mathbf{Z}_{\max}^{n \times m}$, sendo o elemento da linha i e coluna j de uma matriz $A \in \mathbf{Z}_{\max}^{n \times m}$ denotado por a_{ij} , com $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ e $j \in \{1, 2, \dots, m\}$, fazendo com que essa matriz possa ser escrita como

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

A soma das matrizes $A, B \in \mathbf{Z}_{\max}^{n \times m}$ é a matriz $C \in \mathbf{Z}_{\max}^{n \times m}$, cujos elementos são definidos como sendo $c_{ij} = a_{ij} \oplus b_{ij}$. Assim como verificado na soma de matrizes na álgebra convencional, pode-se observar a comutatividade na adição de matrizes definidas em $\mathbf{Z}_{\max}$, ou seja, $A \oplus B = B \oplus A$.

Para $A \in \mathbf{Z}_{\max}^{n \times m}$ e $\alpha \in \mathbf{Z}$, define-se a multiplicação por um escalar como sendo a matriz $[\alpha \otimes A] \in \mathbf{Z}_{\max}^{n \times m}$, cujos elementos são definidos por $\alpha \otimes a_{ij}$.

A multiplicação das matrizes $A \in \mathbf{Z}_{\max}^{n \times k}$ e $B \in \mathbf{Z}_{\max}^{k \times m}$ é a matriz $D \in \mathbf{Z}_{\max}^{n \times m}$, cujos elementos são definidos como $d_{ij} = (a_{i1} \otimes b_{1j}) \oplus (a_{i2} \otimes b_{2j}) \oplus \dots \oplus (a_{ik} \otimes b_{kj})$. Similarmente como verificado na multiplicação de matrizes na álgebra convencional, a comutatividade na multiplicação de matrizes definidas em $\mathbf{Z}_{\max}$ não é observada, ou seja, $A \otimes B \neq B \otimes A$.

Definem-se as matrizes de dimensões $n \times m$ $\mathbf{E}(n, m)$ com todos os elementos iguais a ϵ e $\mathbf{E}(n, m)$ com os elementos $[\mathbf{E}(n, m)]_{ij} = e$ caso $i = j$ e $[\mathbf{E}(n, m)]_{ij} = \epsilon$ caso contrário. Se $n = m$, então $\mathbf{E}(n, n)$ é chamada de matriz identidade $n \times n$. Com as dimensões definidas claramente no contexto sendo estudado, as notações das dimensões podem ser omitidas sem nenhuma perda de informação.

Tendo em vistas as definições acima fornecidas, pode-se observar as seguintes características para qualquer inteiro positivo n . A adição de matrizes $n \times n$ em $\mathbf{Z}_{\max}$ é associativa, comutativa e possui o elemento nulo. A multiplicação de matrizes em $\mathbf{Z}_{\max}$ é associativa, distributiva em relação à adição, possui elemento unitário e o elemento nulo da adição é absorvente em relação à multiplicação. Assim como na álgebra convencional, para efeito de simplificação de expressões algébricas, a multiplicação possui maior prioridade em relação à adição. Pode-se definir a transposta da matriz $A \in \mathbf{Z}_{\max}^{n \times m}$ como sendo a matriz $A^T \in \mathbf{Z}_{\max}^{m \times n}$, cujos elementos são definidos por $[A^T]_{ij} = a_{ji}$. Pode-se, ainda, definir potência de uma matriz quadrada $A \in \mathbf{Z}_{\max}^{n \times n}$ como sendo $A^k \in \mathbf{Z}_{\max}^{n \times n}$, onde $A^k = A \otimes A \otimes \dots \otimes A$. Tem-se, também, a definição de vetores em $\mathbf{Z}_{\max}$ como sendo uma simples especialização do correspondente conceito de matrizes em $\mathbf{Z}_{\max}$, ou seja, $x \in \mathbf{Z}_{\max}^{n \times 1}$ (ou simplesmente $\mathbf{Z}_{\max}^n$) é um vetor, cujo j -ésimo elemento é representado por x_j . As mesmas características observadas para as matrizes são válidas também para os vetores, tais como, a existência do vetor unitário com todos os seus elementos iguais ao elemento unitário e . É possível finalmente estender os conceitos de autovalor e autovetor para matrizes definidas em $\mathbf{Z}_{\max}$. Dada uma matriz $A \in \mathbf{Z}_{\max}^{n \times n}$, se $x \in \mathbf{Z}_{\max}^{n \times 1}$ é um vetor não-nulo ($\neq \epsilon$) e $\lambda \in \mathbf{R}_{\max}$ ⁴ é um número real tais que a igualdade $A \otimes x = \lambda \otimes x$ seja verdadeira, diz-se que λ é um autovalor de A com autovetor x associado.

A matriz $A \in \mathbf{Z}_{\max}^{n \times m}$ é chamada de matriz regular se ela conter pelo menos um elemento diferente de ϵ em cada coluna. Regularidade é meramente uma condição técnica: caso a matriz falhe em ser regular (i.e., a matriz contém colunas redundantes), sistemas modelados da forma recursiva $x(k+1) = A \otimes x(k)$ podem ser também modelados considerando-se uma versão reduzida e regular de A , na qual todas as colunas redundantes e colunas a elas relacionadas são descartadas. Essa matriz possuirá autovalor único se ela for irredutível ou redutível com todos os componentes irredutíveis possuindo o mesmo autovalor.

⁴Mesmo que a matriz A e o vetor x só contenham elementos inteiros, o autovalor da matriz A pode ainda ser um número real.

4.3. Modelagem e controle da planta

Como já mencionado, pelo fato de um sistema de transporte metroviário poder ser classificado como um sistema a eventos discretos, o modelo da planta será concebido através de um grafo de eventos temporizado (Bacelli et alli, 2001), ou seja, uma rede de Petri onde os lugares só podem possuir uma única transição de entrada e uma única transição de saída e os tempos estão associados aos lugares.

O grafo irá representar a topologia da linha por onde os trens circularão, com seus respectivos recursos e, assim como a linha, o grafo será circular, ou seja, da última plataforma os trens deverão seguir novamente para a primeira plataforma com o intuito de iniciar uma nova viagem. Para a representação de plataformas e trechos entre plataformas no grafo de eventos serão utilizados lugares, cujos tempos a eles associados representarão os tempos de parada em plataformas e os tempos de percurso de trechos entre plataformas, respectivamente. A dinâmica das fichas desse grafo de eventos representará os trens circulando na linha, ou seja, trens parando em plataformas para o embarque e desembarque de passageiros ou trens percorrendo trechos entre plataformas. Interligando tais lugares do grafo estão as transições, que são traduzidas em eventos de plataforma, i.e., chegadas ou partidas de trens.

Como no sistema real, os recursos da linha possuem capacidade finita de acomodação de trens, portanto, além de modelar a linha e a circulação propriamente dita, é necessário modelar também as restrições físicas do sistema, aqui sendo o número máximo de trens que poderão ocupar os recursos da linha, i.e., plataformas ou trechos entre plataformas num dado instante. Tais restrições serão modeladas utilizando-se o conceito de lugares com capacidade finita (Bacelli et alli, 2001), ou seja, as restrições serão representadas também por lugares no grafo de eventos e existirá um lugar de restrição para cada lugar de recurso da linha. Esses lugares não possuirão tempos a eles associados, mas somente marcações iniciais (i.e., fichas iniciais) representando o número máximo de trens que poderão ocupar os recursos a eles relacionados, ou seja, eles estarão diretamente associados com a habilitação e desabilitação das transições que permitem trens (i.e., fichas) ocuparem os lugares de recursos da linha. Dessa forma garante-se a conservação de fichas do grafo (rede de Petri conservativa), i.e., número de trens permanece constante durante um período do dia de operação. Em outras palavras, quando um trem ocupa um recurso da linha (i.e., uma ficha é colocada em um lugar de recurso), uma ficha será retirada do seu correspondente lugar de restrição. Quando o número de fichas de um dado lugar de restrição

chegar a zero, a transição que possibilita a ocupação do tal recurso da linha será desabilitada, impondo a restrição física desejada. A figura 4.3 ilustra uma parte de um grafo contendo duas plataformas 'A' e 'B' e um trecho 'AB' entre elas.

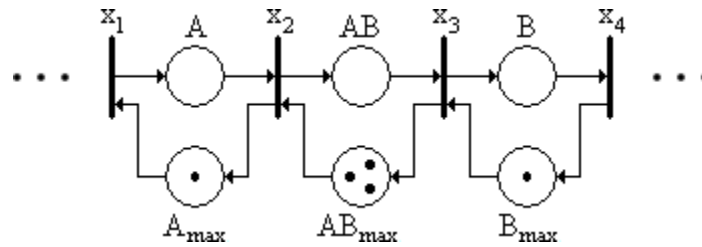


Fig. 4.3: Parte de uma via de circulação representada através de um grafo de eventos.

Duas outras características que devem ser levadas em conta na modelagem da planta são a entrada e a saída de trens da via de circulação. Pode-se dizer que o sistema real possui modos de operação que estão diretamente relacionados aos intervalos entre trens desejados (o conceito de intervalo entre trens foi apresentado no capítulo 3). Ao longo de um dia de operação, a demanda de trens circulando varia de acordo com a variação do número de passageiros em espera por trens nas diferentes plataformas da linha. Por exemplo, existem horários de pico, onde o número de passageiros aguardando por trens atinge valores máximos, e horários de vale, onde tal número atinge seus valores mínimos. Essa variação rege a quantidade de trens ofertados que devem estar circulando na linha e essa característica faz com que seja necessária a programação prévia dos instantes em que os trens entrarão e sairão da via de circulação para adequação do intervalo entre eles necessário para atender a demanda dos passageiros naquele período do dia. Conclui-se, então, que os diferentes modos de operação do sistema ao longo de um determinado dia correspondem a diferentes intervalos entre trens no dia de operação que devem ser observados.

No caso do grafo de eventos representando a linha de circulação, a entrada ou a saída de trens será representada pela mudança do número de fichas presentes no grafo. A entrada de um novo trem na linha corresponde à inserção de uma nova ficha no grafo no lugar representando o recurso pelo qual o novo trem entrou na via. Já a saída de um trem da linha acarreta na remoção de uma ficha da rede do lugar associado ao recurso pelo qual o trem saiu da via de circulação.

Como discutido por Baccelli et alli (2001) e Heidergott et alli (2006), o grafo de eventos utilizado nesse trabalho para modelar a planta, constitui um grafo autônomo. A equação de estado na álgebra max-plus que rege o seu comportamento é dada por:

$$x(k+1) = A_k \otimes x(k) \quad (4.4)$$

onde $x(k)$ é o vetor contendo os instantes de disparos das transições do grafo no k -ésimo ciclo. A matriz A_k determina o comportamento dinâmico do sistema e, como definido por Heidergott et alli (2006), é formada a partir dos tempos associados aos lugares do grafo. Observa-se que a matriz A_k representa o comportamento menos restritivo do sistema i.e., tempos mínimos de parada em plataformas e percurso de trechos entre plataformas para um dado modo de operação (um modo de operação está associado ao número de trens presentes no sistema).

É através de uma ação de controle, juntamente com a inserção do número apropriado de fichas, que se obtém a realização da tabela horária. Como o controle de um grafo de eventos se dá pela inibição de seus eventos, ou seja, pelo atraso nos instantes de ocorrência de seus eventos, essa ação de controle pode ser representada pela inclusão de novas transições, cada uma delas conectada a uma das transições já existentes através de um lugar sem tempo associado e sem marcação inicial. No contexto desse trabalho admiti-se que todos os estados do sistema são mensuráveis e inibíveis (da teoria de controle supervisorio todos os eventos do sistema são observáveis e controláveis), ou seja, o vetor $x(k)$ para os ciclos já ocorridos são sempre conhecidos e é possível inibir o disparo de qualquer transição do grafo. A figura 4.4 ilustra essa representação da ação de controle.

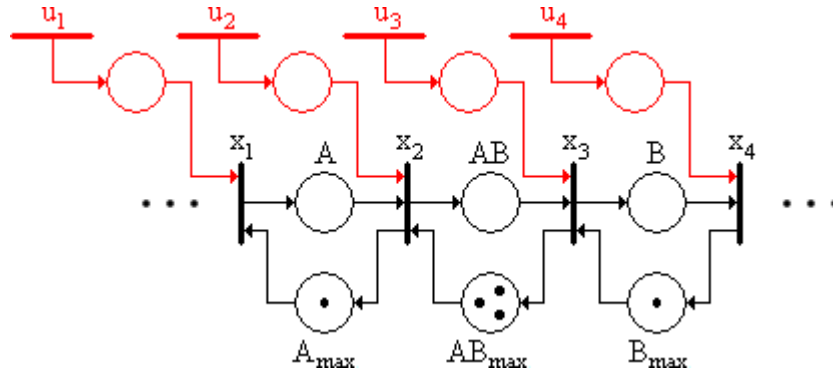


Fig. 4.4: grafo de eventos com ação de controle.

Como efeito dessa inclusão, os disparos das novas transições condicionarão os disparos das transições a elas associadas, proporcionando a referida ação de controle. Por esse motivo, as transições e lugares incluídos serão chamados, no contexto desse trabalho, de transições e lugares de controle, respectivamente.

Observando novamente a figura 4.4, nota-se que a equação de estado, anteriormente definida pela equação 4.4, passa agora a ser dada por:

$$x(k+1) = A_k \otimes x(k) \oplus u(k+1) \quad (4.5)$$

onde $u(k+1)$ é o vetor contendo os instantes de disparos das transições de controle da rede de Petri no $(k+1)$ -ésimo ciclo do sistema.

De modo geral, um sistema max-plus linear possui uma equação de estado dada por:

$$x(k+1) = A_k \otimes x(k) \oplus B \otimes u(k+1) \quad (4.6)$$

onde $u(k+1)$ é o vetor contendo os instantes de disparos das transições de entrada do grafo no $(k+1)$ -ésimo ciclo do sistema e a matriz B é formada a partir dos tempos associados aos lugares de entrada do grafo. Comparando as equações 4.5 e 4.6, nota-se que o grafo de eventos ilustrado na figura 4.4 é um grafo não autônomo linear no sentido max-plus. Como todos os eventos do sistema são observáveis e controláveis, assim como mencionado anteriormente, e os tempos associados aos lugares de controle adicionados no grafo são iguais a e (i.e., atraso nulo), a dimensão do vetor $u(k+1)$ contendo as ações de controle será igual à dimensão do vetor $x(k)$ e a matriz B será igual à matriz identidade, tendo a mesma dimensão da matriz A_k . A figura 4.5 expande o bloco da planta apresentado anteriormente na figura 4.1 de acordo com a equação 4.6.

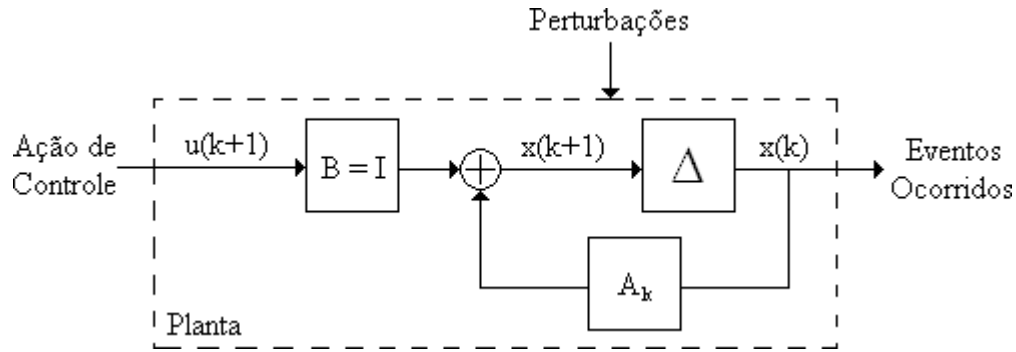


Fig. 4.5: Bloco da planta expandido.

onde o bloco contendo o símbolo Δ representa um atraso de um passo (i.e., o atraso de um ciclo).

4.4. Comportamento Periódico

Considere um sistema a eventos discretos, cujos instantes de ocorrência de seus eventos são regidos pela relação de recorrência

$$x(k+1) = A \otimes x(k) = A^{k+1} \otimes x_0 \quad (4.7)$$

onde a matriz A é irredutível e representa o modelo do sistema e x_0 representa sua condição inicial. Caso essa condição inicial coincida com um autovetor da matriz A associado ao seu autovalor único, a equação 4.7 pode ser reescrita da forma

$$x(k+1) = \lambda \otimes x(k) = \lambda^{k+1} \otimes x_0 \quad (4.8)$$

onde λ é o autovalor único da matriz A , com autovetor associado igual a x_0 .

Tendo em vista que a operação de multiplicação na álgebra max-plus é, na verdade, a operação de adição na álgebra convencional e observando a equação 4.8, nota-se que o sistema se comportará de maneira periódica com período igual ao autovalor da sua matriz característica, desde que a condição inicial coincida com um autovetor associado a este autovalor.

As demonstrações do lema e do teorema a seguir encontram-se em Heidergott et alli (2006).

Lema 4.1. Considere a relação de recorrência $x(k+1) = A \otimes x(k)$ para $k \geq 0$, com $A \in \mathbf{Z}_{\max}^{n \times n}$ uma matriz regular quadrada e x_0 como condição inicial. Se $x_0 \in \mathbf{Z}^n$ é uma condição inicial particular, tal que o limite $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{x(k; x_0)}{k}$ existe, então esse limite tem o mesmo valor para qualquer condição inicial finita. $\square$

Uma interpretação mais intuitiva desse lema seria que para um k suficientemente grande, o sistema regido pela equação de recorrência mencionada seria periódico, com o período igual ao valor do limite apresentado, ou seja, supondo que esse limite tenha um valor igual a c , poderíamos escrever as equações:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{x(k; x_0)}{k} = c \Rightarrow \lim_{k \rightarrow \infty} x(k; x_0) = c \cdot k$$

ou seja, para uma dada condição inicial finita e um k suficientemente grande, $x(k) = c \cdot k$.

Teorema 4.2. Considere a relação de recorrência $x(k+1) = A \otimes x(k)$ para $k \geq 0$, com $A \in \mathbf{Z}_{\max}^{n \times n}$ uma matriz regular quadrada contendo um único autovalor $\lambda \in \mathbf{R}_{\max}$ e $x_0 \in \mathbf{Z}^n$ a condição inicial. Então, para todo $j \in \{1, \dots, n\}$ a equação $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{x_j(k; x_0)}{k} = \lambda$ é verdadeira para qualquer condição inicial finita. $\square$

Tendo em vista o lema 4.1 e o teorema 4.2 apresentados, o sistema representado pela equação 4.7 terá um comportamento periódico, com período igual ao autovalor da sua matriz característica, para qualquer que seja sua condição inicial.

Considere, novamente, o sistema dinâmico, cujo comportamento é regido pela equação de recorrência 4.7. O comportamento periódico desse sistema se resume em estudar o comportamento assintótico de A^k . Se a matriz A possuir somente um autovalor, dado por λ , e um autovetor associado $x^\#$, é possível definir a matriz B tal que $A = \lambda \otimes B$, ou seja, a matriz B é uma matriz com um único autovalor igual a e e o mesmo autovetor único da matriz A . Portanto, $A^k = \lambda^k \otimes B^k$ e o estudo do comportamento periódico pode ser focado no comportamento assintótico de B^k . É possível atestar que, se autovalor único de B for e e seu autovetor associado for $x^\#$, então para um k suficientemente grande e x_0 finito e arbitrário, tem-se que:

$$B^k \otimes x_0 = \delta \otimes x^\# \quad (4.9)$$

Definição 4.3. Um conjunto de matrizes $\beta = \{B_1, \dots, B_m\} \in \mathbf{Z}_{\max}^{n \times n}$ (todas com um autovalor único $e = 0$) é dito “ $x^\#$ -estável” ($x^\# \in \mathbf{Z}_{\max}^n$) se para um mapeamento arbitrário $j: \{1, \dots, k\} \rightarrow \{1, \dots, m\}$, uma condição inicial finita e arbitrária $x_0 \in \mathbf{Z}^n$ e k suficientemente grande, a equação abaixo é verificada:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \bigotimes_{i=1}^k B_{j(i)} \otimes x_0 = \delta \otimes x^\#$$

com δ sendo um escalar constante dependendo de x_0 e B_j . $\square$

Na verdade, essa definição simplesmente mostra formalmente que ao multiplicar uma condição inicial finita e arbitrária por produtos de matrizes de um conjunto $x^\#$ -estável, a solução gerada será um simples deslocamento no tempo do vetor $x^\#$ (lembrando que a multiplicação na álgebra max-plus equivale à soma na álgebra convencional).

O teorema seguinte fornece uma condição suficiente para um conjunto de matrizes ser $x^\#$ -estável. As demonstrações do lema e teoremas que seguem encontram-se em Noronha (1999).

Teorema 4.4. Se $\beta = \{B_1, \dots, B_m\}$ é um conjunto finito de matrizes em $\mathbf{Z}_{\max}^{n \times n}$, tais que:

- a) cada matriz B_i possui somente um autovalor $e = 0$ e somente um autovetor $x^\# \in \mathbf{Z}_{\max}^n$;
- b) a matriz resultante de qualquer produto de matrizes de β possui somente um autovalor $e = 0$ e somente um autovetor $x^\# \in \mathbf{Z}_{\max}^n$.

Então, o conjunto β é $x^\#$ -estável. $\square$

Lema 4.5. A matriz $B^\# \in \mathbf{Z}_{\max}^{n \times n}$ definida da seguinte forma:

$$B^\# \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} e & x_1^\# - x_2^\# & x_1^\# - x_3^\# & \dots & x_1^\# - x_n^\# \\ x_2^\# - x_1^\# & e & x_2^\# - x_3^\# & \dots & x_2^\# - x_n^\# \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_n^\# - x_1^\# & x_n^\# - x_2^\# & x_n^\# - x_3^\# & \dots & e \end{bmatrix}$$

possui as seguintes propriedades:

- a) $(B^\#)^2 = B^\#$;
- b) $B^\# = (B^\#)^* = (B^\#)^+$;
- c) $\forall x_0 \in \mathbf{Z}^n, \exists \delta \in \mathbf{Z}_{\max}^n$, tal que $B^\# \otimes x_0 = \delta \otimes x^\#$ $\square$

Definição 4.6. Dado um vetor $x^\# \in \mathbf{Z}_{\max}^n$, $\beta_n(x^\#)$ é definido como o conjunto contável de todas as matrizes obtidas da matriz $B^\#$ definida anteriormente, tal que, para cada matriz $B_i \in \beta_n(x^\#)$:

- a) pelo menos uma coluna da matriz B_i deve ser estritamente igual à correspondente coluna da matriz $B^\#$;
- b) todas as outras colunas da matriz B_i devem ser estritamente menores (no sentido max-plus) do que as correspondentes colunas da matriz $B^\#$. $\square$

Teorema 4.7. Dado um vetor $x^\# \in \mathbf{Z}_{\max}^n$, todo subconjunto finito de $\beta_n(x^\#)$ é $x^\#$ -estável. $\square$

Esse teorema pode ser encarado como uma generalização do teorema 4.2. Ele garante a estabilidade de um sistema da forma $x(k+1) = \lambda(k) \otimes B_j(k) \otimes x(k)$ no sentido de que para qualquer condição inicial finita x_0 , a variável de estado $x(k)$ convergirá para a solução $\delta(k) \otimes x(k)$ (um simples deslocamento no tempo do vetor $x(k)$), sendo $\delta(k)$ um escalar dependendo de x_0 e k , e $x(k)$ o autovetor comum das matrizes $B_j(k)$.

Capítulo 5

Projeto do Controlador

O objetivo principal desse capítulo é estabelecer um modelo algébrico para o controle do comportamento transitório de trens circulando em uma linha para a qual se conhece uma solução de referência, aqui chamada de tabela horária.

Este capítulo está organizado da seguinte forma: na primeira seção é apresentada a estrutura do controlador a ser utilizada e na segunda seção é apresentado a síntese do controlador, juntamente com a discussão sobre a estabilidade do sistema em malha fechada com o controlador proposto.

5.1. Estrutura do Controlador

A proposta aqui constitui-se de um controle em malha fechada com realimentação completa de estado. Essa realimentação de estado no controle de um grafo de eventos se mostra vantajosa, conforme discutido por Lüders (2001) e Maia (2003). Diferentemente dos controladores propostos por esses autores, que são lineares, a ideia desse trabalho é propor um controlador com realimentação de estado não-linear, utilizando o teorema 4.7 para garantir a estabilidade do sistema controlado.

O controle proposto é implementado por uma matriz de realimentação de estados calculada em função do estado corrente do sistema e do sinal de referência para esse k -ésimo ciclo, ou seja, F_k é uma função de $x(k)$ e $x_r(k)$. Esse controlador será utilizado para a determinação das ações de controle para o próximo ciclo do sistema, com o objetivo de restabelecer e manter a solução de referência após a ocorrência de uma perturbação. Com isso tem-se que:

$$u(k+1) = F_k \otimes x(k) \quad (5.1)$$

onde o vetor $x(k)$ representa os instantes de ocorrência dos eventos de chegada e partida de trens em plataformas ocorridos no ciclo corrente e o vetor $u(k+1)$ representa os instantes de ocorrência

dos referidos eventos para o próximo ciclo do sistema a fim de restabelecer e manter o regime do sistema, conforme já apresentado anteriormente.

Utilizando a equação 5.1, pode-se reescrever a equação 4.5 da forma:

$$x(k+1) = A_k \otimes x(k) \oplus F_k \otimes x(k) = (A_k \oplus F_k) \otimes x(k) \quad (5.2)$$

onde o vetor $x(k)$ representa os instantes de ocorrência dos eventos de chegada e partida de trens em plataformas ocorridos no ciclo corrente, a matriz A_k representa a planta (i.e., sistema real) e a matriz F_k é a matriz de realimentação de estado calculada de modo a restabelecer e manter o regime permanente do sistema i.e., a tabela horária de referência previamente estipulada. A figura 5.1 expande o bloco do controlador apresentado anteriormente na figura 4.1, de acordo com a equação 5.1.

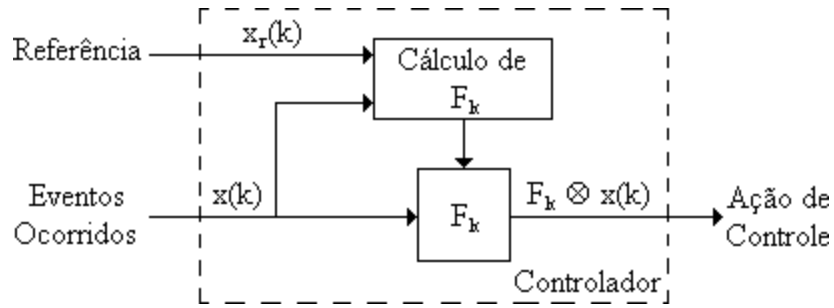


Fig. 5.1: Bloco do Controlador expandido.

Como pode-se observar, a matriz F_k dependerá do vetor $x(k)$, ou seja, dependerá dos instantes de ocorrência dos eventos de chegada e partida de trens em plataformas do ciclo corrente do sistema, caracterizando a não linearidade do controlador proposto.

Interligando o bloco da planta expandido apresentado na figura 4.5 com o bloco do controlador apresentado na figura 5.1, obtém-se o diagrama de blocos expandido do sistema controlado, o qual é apresentado abaixo na figura 5.2.

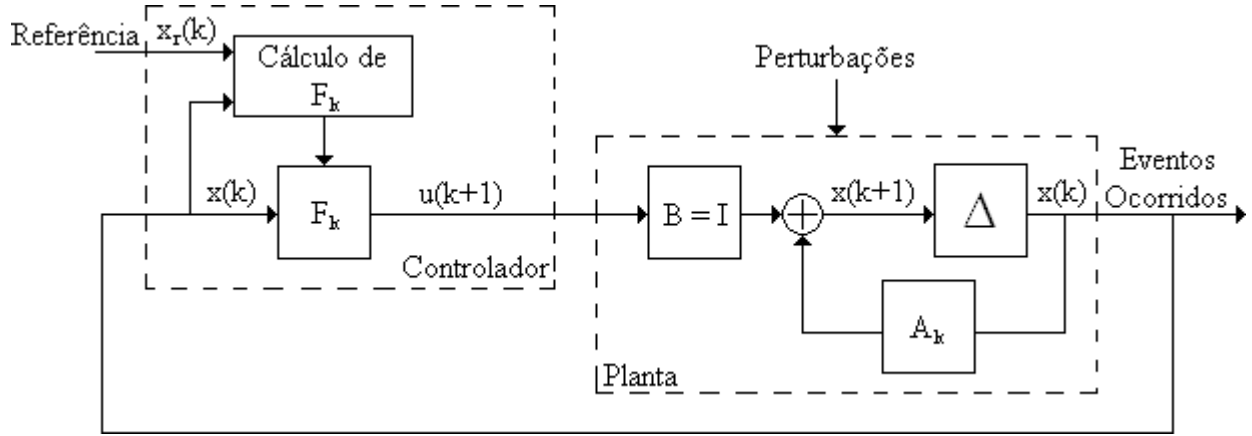


Fig. 5.2: Diagrama de blocos expandido do sistema controlado.

Com relação à estabilidade do sistema, essa estará garantida se a matriz em malha fechada obtida pela expressão $(A_k \oplus F_k)$ pertencer ao conjunto de matrizes do teorema 4.7, o que será discutido ao longo da próxima seção.

5.2. Síntese do Controlador

Nessa seção será apresentado a síntese do controlador não-linear $F_k(x(k), x_r(k))$ capaz de manter o sistema em regime permanente enquanto não existirem perturbações na sua solução cíclica de referência, como também de reconduzir o sistema à sua solução de referência quando perturbações, indiferentemente de suas origens, o retirarem do seu comportamento periódico de referência.

Para definir o controle para o sistema em regime permanente, considera-se o problema de trens circulando em uma linha obedecendo a uma tabela horária de referência i.e., uma solução de referência sem a ocorrência de nenhuma perturbação. Como já discutido no capítulo 3, essa solução de referência é periódica, pois isso garantirá o conforto dos passageiros. Nesse contexto, os instantes de ocorrência dos eventos de chegada e partida de trens em plataformas no k -ésimo ciclo do sistema são fixos e serão representados pelo vetor:

$$x_r(k) = [(x_r(k))_1 (x_r(k))_2 \dots (x_r(k))_n]^T$$

onde $(x_r(k))_i$, com $i \in \{1, \dots, n\}$, corresponde ao instante de ocorrência de referência (tabela horária) de um evento i de chegada ou partida do k -ésimo ciclo do sistema em uma dada plataforma. No caso de i ser ímpar, o correspondente evento será de chegada e caso i for par, o

evento será de partida. O limite superior n para os valores de i é igual ao número de plataformas existentes na linha de circulação multiplicado por dois, uma vez que para cada plataforma existem dois tipos de evento: chegada e partida.

De uma maneira geral, caso não haja nenhuma perturbação, os instantes de ocorrência dos eventos de chegada e partida de trens em plataformas do $(k+1)$ -ésimo ciclo do sistema são dados pelo vetor:

$$x(k+1) = \lambda_{k+1} \otimes x_r(k) \quad (5.3)$$

onde λ_{k+1} corresponde ao intervalo entre trens estabelecido pela tabela horária de referência a ser mantido no $(k+1)$ -ésimo ciclo e $x_r(k)$ corresponde aos instantes de ocorrência de referência (tabela horária) dos eventos do sistema no ciclo corrente.

Considere uma matriz $F_k^\# \in \mathbf{Z}_{\max}^{n \times n}$ tal que:

$$F_k^\# \otimes x_r(k) = \lambda_{k+1} \otimes x_r(k)$$

Conclui-se, então, que qualquer matriz cujo autovalor seja único e igual a λ_{k+1} e o autovetor correspondente seja $x_r(k)$, pode ser utilizada no contexto do controle definido anteriormente quando o sistema estiver em regime permanente para cálculo dos instantes de ocorrência dos eventos de chegada e partida de trens em plataformas dos ciclos subsequentes. Então, reescrevendo a equação 5.3, tem-se que:

$$x(k+1) = F_k^\# \otimes x_r(k) \quad (5.4)$$

Assumindo que a tabela horária represente um regime mais lento do que a planta, $F_k^\# > A_k$, pois o autovalor da matriz A_k será seguramente menor do que o autovalor da matriz $F_k^\#$. Isso faz com que $A_k \oplus F_k^\# = F_k^\#$.

Considere a matriz $B_k^\# \in \mathbf{Z}_{\max}^{n \times n}$ definida a seguir:

$$B_k^\# \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} e & [x_r(k)]_1 - [x_r(k)]_2 & [x_r(k)]_1 - [x_r(k)]_3 & \dots & [x_r(k)]_1 - [x_r(k)]_n \\ [x_r(k)]_2 - [x_r(k)]_1 & e & [x_r(k)]_2 - [x_r(k)]_3 & \dots & [x_r(k)]_2 - [x_r(k)]_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [x_r(k)]_n - [x_r(k)]_1 & [x_r(k)]_n - [x_r(k)]_2 & [x_r(k)]_n - [x_r(k)]_3 & \dots & e \end{bmatrix}$$

Essa matriz possui autovetor $x_r(k)$ e um autovalor correspondente único igual a e e é uma majorante para toda matriz possuindo autovalor igual a e e autovetor associado $x_r(k)$, conforme enunciado no capítulo 4.

Multiplicando, agora, essa matriz pelo período desejado para o sistema no próximo ciclo λ_{k+1} , estipulado pela tabela horária de referência, obtém-se uma matriz cujo autovetor é $x_r(k)$ e autovalor associado é λ_{k+1} , ou seja, fazendo:

$$F_k^\# = \lambda_{k+1} \otimes B_k^\# \quad (5.5)$$

obtém-se a matriz a ser utilizada no cálculo dos instantes de ocorrência dos eventos de chegada e partida de trens em plataformas do $(k+1)$ -ésimo ciclo quando o sistema estiver em regime permanente.

No caso da ocorrência de alguma perturbação fazendo o sistema sair do regime permanente, o controlador deverá calcular os instantes de ocorrência dos eventos de chegada e partida de trens em plataformas nos ciclos subsequentes, a fim de restabelecer o regime permanente. Caso o regime não seja alcançado com uma única iteração, o controlador deverá continuar a calcular os instantes de ocorrência dos eventos de chegada e partida de trens em plataformas nos ciclos seguintes até que a solução de referência seja atingida.

Nota-se que a matriz $F_k^\#$ definida pela equação 5.5 é um possível controlador para restabelecer a solução de referência na ocorrência de uma perturbação, uma vez que ela por construção pertence ao conjunto de matrizes do teorema 4.7, o que garante a estabilidade da solução $x(k+1)$ encontrada pela equação 5.4. O uso dessa matriz caracteriza um controle linear em malha fechada com uma realimentação de estado dependendo somente do modelo de referência. Analisando a equação 5.5, nota-se que a solução $x(k+1)$ gerada pela equação 5.4 propagará os atrasos existentes para o próximo ciclo do sistema de modo a conduzir o sistema a um novo regime deslocado no tempo em relação ao regime originalmente estabelecido pela tabela horária, ou seja, esse é um novo regime onde todos os eventos estão igualmente deslocados no tempo em relação a $x_r(k)$.

Faz-se necessário, portanto, determinar de forma sistemática o controlador $F_k(x(k), x_r(k))$ de modo que quando não existirem perturbações ele se comporte de acordo com a equação 5.4, ou seja, mantendo o sistema em regime permanente, mas na presença de perturbações, que façam com que o sistema se desestabilize, ele consiga reconduzi-lo à sua referência.

Considere a matriz $B_k \in \mathbf{Z}_{\max}^{n \times n}$ definida a partir de $x_r(k)$ e $x(k)$:

$$B_k \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} [x_r(k)]_1 - ([x(k)]_1 \oplus [x_r(k)]_1) & [x_r(k)]_1 - ([x(k)]_2 \oplus [x_r(k)]_2) & \dots & [x_r(k)]_1 - ([x(k)]_n \oplus [x_r(k)]_n) \\ [x_r(k)]_2 - ([x(k)]_1 \oplus [x_r(k)]_1) & [x_r(k)]_2 - ([x(k)]_2 \oplus [x_r(k)]_2) & \dots & [x_r(k)]_2 - ([x(k)]_n \oplus [x_r(k)]_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [x_r(k)]_n - ([x(k)]_1 \oplus [x_r(k)]_1) & [x_r(k)]_n - ([x(k)]_2 \oplus [x_r(k)]_2) & \dots & [x_r(k)]_n - ([x(k)]_n \oplus [x_r(k)]_n) \end{bmatrix}$$

O controlador não-linear com realimentação de estado proposto é dado pela matriz $F_k \in \mathbf{Z}_{\max}^{n \times n}$ estabelecida pela equação:

$$F_k = \alpha \otimes F'_k \quad (5.6)$$

onde

$$F'_k = \lambda_{k+1} \otimes B_k \quad (5.7)$$

com λ_{k+1} sendo o período desejado para o sistema no seu $(k+1)$ -ésimo ciclo e o escalar $\alpha \in \mathbf{Z}$ sendo definido por:

$$\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} \max_{i,j} (a_{ij} - f'_{ij}) & \text{caso } a_{ij} > f'_{ij} \\ e & \text{caso contrário} \end{cases}$$

onde a_{ij} e f'_{ij} são, respectivamente, os elementos da linha i e coluna j das matrizes A_k e F'_k com $i, j \in \{1, \dots, n\}$.

Teorema 5.1. A matriz $A_k \oplus F_k$ pertence ao conjunto de matrizes do teorema 4.7.

Demonstração:

Primeiramente nota-se que $A_k \oplus F_k = F_k$ por construção, pois o fator α garante que todos os elementos de F_k sejam maiores ou iguais aos correspondentes elementos de A_k e, como a adição na álgebra max-plus representa a operação de maximização da álgebra convencional, $F_k \geq A_k$ será sempre verdadeiro. Portanto, a demonstração do teorema pode se restringir à demonstração de que a matriz $F'_k = \lambda_{k+1} \otimes B_k$ pertença ao conjunto de matrizes do teorema 4.7.

Caso 1: $\exists j \mid (x(k))_j \leq (x_r(k))_j$

Para a coluna j : $(x(k))_j \oplus (x_r(k))_j = (x_r(k))_j \Rightarrow \forall i \ (B_k)_{ij} = (B_k^\#)_{ij}$

Em conclusão, existe uma coluna de B_k que é igual à correspondente coluna de $B_k^\#$. Para as demais colunas ℓ , tem-se que $(x(k))_\ell > (x_r(k))_\ell$ e $\forall i \ (B_k)_{i\ell} < (B_k^\#)_{i\ell}$. Portanto, a matriz $F'_k = \lambda_{k+1} \otimes B_k$ satisfaz as condições do teorema 4.7.

Caso 2: $\forall j \ (x(k))_j > (x_r(k))_j$

Seja $\lambda''_{k+1} \stackrel{\text{def}}{=} \min_j [(x(k))_j - (x_r(k))_j]$

Considere agora a matriz $B'_k = \lambda''_{k+1} \otimes B_k$. Claramente a matriz B'_k satisfaz o caso 1 acima, portanto, com $\lambda_{k+1} = \lambda'_{k+1} \otimes \lambda''_{k+1}$ a matriz $F'_k = \lambda_{k+1} \otimes B_k = \lambda'_{k+1} \otimes \lambda''_{k+1} \otimes B_k = \lambda'_{k+1} \otimes B'_k$ satisfaz as condições do teorema 4.7.

Observação: No caso 2, dependendo do valor de λ''_{k+1} , ou seja, do valor do menor de todos os atrasos existentes no sistema no seu k -ésimo ciclo, o valor de λ'_{k+1} pode se tornar negativo. Isso de nenhuma forma invalida o teorema, pois o fator α de correção garante que no final $F_k \geq A_k$.

□

De uma maneira mais intuitiva, pode-se entender o controle proposto expandindo a equação 5.1 na forma:

$$(u(k+1))_i = \left[(f_k)_{i1} \quad (f_k)_{i2} \quad \dots \quad (f_k)_{ij} \quad \dots \quad (f_k)_{in} \right] \otimes \begin{bmatrix} (x(k))_1 \\ (x(k))_2 \\ \vdots \\ (x(k))_j \\ \vdots \\ (x(k))_n \end{bmatrix}$$

onde $(u(k+1))_i$ e $(x(k))_i$, com $i \in \{1, \dots, n\}$, representam os elementos i dos vetores $u(k+1)$ e $x(k)$, respectivamente, e $(f_k)_{ij}$ é o elemento da linha i e coluna j da matriz F_k , com $j \in \{1, \dots, n\}$. Supondo que o evento j tenha ocorrido com um certo atraso, nota-se que os elementos da coluna j da matriz F_k serão os responsáveis por propagá-lo para o próximo ciclo do sistema (eles são multiplicados pelo instante de ocorrência do evento atrasado). Se esse atraso fosse subtraído do valor dos elementos mencionados, a contribuição desse atraso no cálculo do instante de ocorrência do evento i para próximo ciclo do sistema seria anulada. Com isso o resultado seria um instante de ocorrência do dado evento dentro da solução de referência. Esse fato garante a estabilidade do sistema sendo controlado.

Capítulo 6

Simulações

Sendo o objetivo principal desse trabalho a formulação de um controle reativo para o problema de regulação de trens circulando em uma linha, os resultados das simulações aqui apresentados visam verificar a viabilidade e a convergência para a solução de referência do algoritmo proposto, quando perturbações são impostas ao sistema. Considerou-se, portanto, três exemplos de aplicação: um sistema hipotético de pequenas dimensões, que servirá para comprovar os desenvolvimentos e constatações teóricas apresentadas no capítulo 5, um sistema hipotético de dimensões realistas e um sistema real. O primeiro sistema consiste no mesmo sistema utilizado no capítulo 3 e ilustrado na figura 3.1. O sistema hipotético de dimensões reais consiste em uma linha circular fictícia de metrô com 20 estações (40 plataformas) e 40 trens disponíveis para a circulação. Já o sistema real consiste na Linha 2 (verde) do Metrô da cidade de São Paulo. Para todos os sistemas, a solução de referência, i.e., tabela horária é assumida como previamente conhecida.

Este capítulo está organizado da seguinte forma: a primeira seção detalha como serão realizadas as simulações dos sistemas para gerar os resultados desejados, esses apresentados na segunda seção do capítulo através de simulações dos três sistemas detalhados em sub-seções, sendo a primeira referente ao sistema hipotético de pequeno porte, a segunda referente ao sistema hipotético de grande porte, e a terceira referente ao sistema real. Na terceira seção são apresentados alguns resultados provenientes de simulações que, intuitivamente, vão além dos teoremas apresentados nos capítulos 4 e 5. Finalmente, na quarta e última seção do capítulo são apresentados dados reais de um dia de operação da Linha 2 do metrô de São Paulo.

6.1. Método de Simulação

As simulações realizadas nesse trabalho estão baseada completamente na evolução de um grafo de eventos, que representa um sistema, como já visto no capítulo 5. O simulador utilizado

no presente trabalho possibilita primeiramente a criação de um grafo, ou seja, criar lugares com tempos e fichas iniciais, transições e, finalmente, conexões entre lugares e transições afim de montar a topologia do grafo. Os conceitos de transições e lugares de entrada e saída, assim como definido por Cohen (2001), também são suportados pelo simulador.

Transições de entrada são aquelas que não possuem lugares de entrada associados, ou seja, são transições que representam eventos externos ao sistema modelado e cujos disparos não estão condicionados por variáveis internas ao sistema. Os instantes de ocorrência de tais eventos externos devem ser previamente conhecidos e fornecidos como dados de entrada para a simulação. Já transições de saída são aquelas que não possuem lugares de saída associados, ou seja, são transições que representam eventos internos ao sistema sendo modelado e cujos disparos indicam eventos observados externamente ao sistema, sendo esses condicionados por variáveis internas ao sistema.

Uma segunda funcionalidade suportada pelo simulador é o atraso de disparos de transições com o intuito de simular perturbações externas, sendo essas previamente configuradas antes do início da simulação do grafo de eventos.

A simulação de entradas e saídas de trens na via de circulação por uma dada plataforma é feita da seguinte maneira (figura 6.1):

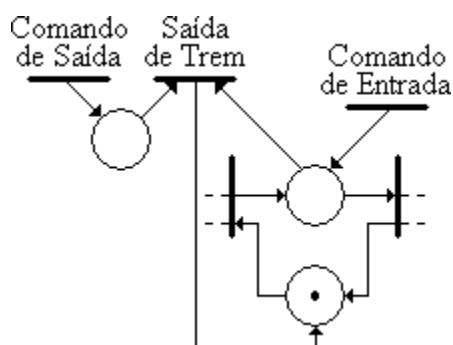


Fig. 6.1: Modelo de uma plataforma para permitir entrada e saída de trens da via.

As entradas e saídas de trens da via de circulação são previamente conhecidas e planejadas. As entradas corresponderão aos disparos da transição identificada como “Comando de Entrada”. Esses disparos farão com que novas fichas sejam inseridas na rede, representando novos trens no sistema. Como o lugar representando a plataforma passa agora a possuir duas possíveis transições

de entrada, deve-se estabelecer uma prioridade entre elas. No caso do simulador utilizado, a transição “Comando de Entrada” tem prioridade sobre a transição representando o evento de chegada de trem na plataforma. Já as saídas de trens da linha corresponderão aos disparos da transição denominada “Comando de Saída” que, em conjunto com trens cumprindo o tempo de parada em plataforma estipulado pela temporização do lugar correspondente, habilitarão a transição “Saída de Trem”. Da mesma forma, o lugar representando a plataforma passa agora a possuir duas possíveis transições de saída e deve-se, portanto, estabelecer uma prioridade entre elas. No caso do simulador utilizado, a transição “Saída de Trem” tem prioridade sobre a transição representando o evento de partida de trem da plataforma. Nessa situação, os disparos da referida transição farão com que fichas sejam retiradas da rede, representando trens deixando o sistema. Essa novo grafo deixa de ser classificado como um grafo de eventos, mas considerando-se as prioridades de transições mencionadas anteriormente, pode-se dizer que do ponto de vista de evolução das marcações, o grafo se comporta como um grafo de eventos.

Assim como as perturbações, as entradas e saídas de trens na via de circulação são previamente configuradas antes do início da simulação do grafo de eventos.

Finalmente, o simulador de grafo de eventos disponibiliza a funcionalidade de iniciar a simulação da rede, aplicando a dinâmica de disparos de transições e movimentação das fichas de acordo com a teoria de redes de Petri Cassandras & Lafortune (2008) e Cohen (2001).

Como dados de entrada para a simulação, são necessários a topologia da linha de circulação (i.e., sequência de plataformas interligadas pelos respectivos trechos entre plataformas), as restrições físicas do sistema (i.e., número máximo de trens em plataformas e trechos entre plataformas, tempos mínimos de paradas em plataformas para embarque e desembarque de passageiros e tempos mínimos de percurso de trechos entre plataformas), a tabela horária de referência (i.e., solução de referência a ser perseguida pelo sistema) e a programação das entradas e saídas de trens da via de circulação. Caso se deseje inserir perturbações no sistema, elas deverão ser configuradas antes do início da simulação.

6.2. Resultados

Nessa seção serão apresentados os resultados obtidos através da simulação de dois exemplos: um exemplo didático e um exemplo real. Os resultados da simulação do primeiro exemplo servem para comprovar o comportamento teórico esperado do controle reativo não-

linear com realimentação de estado proposto no capítulo 5. Os resultados da simulação do segundo exemplo servem para verificar o comportamento do controlador atuando em um sistema de proporções reais, onde padrões mais agressivos de perturbações serão aplicados. Já os resultados da simulação do terceiro exemplo servem para verificar o comportamento do controlador atuando em um sistema real.

Como explicado no capítulo 3, os resultados das simulações serão apresentados, principalmente, através de gráficos do intervalo entre trens e do atraso dos trens observados em uma determinada plataforma, onde o eixo das abscissas não conterá todos os valores desde a primeira passagem de um trem, simplesmente para melhorar a resolução dos gráficos. Os gráficos começarão, portanto, a partir de uma contagem de trens julgada adequada para balancear a resolução com a qualidade da informação apresentada.

6.2.1. Exemplo Baseado em um Sistema Hipotético de Pequeno Porte

Considere a linha circular apresentada no capítulo 3 pela figura 3.1 com duas estações, cada uma com duas plataformas: uma de ida e outra de volta. Entre as estações existem dois trechos, um de ida e outro de volta, interligando as correspondentes plataformas e após cada estação existe um trecho de manobra para os trens iniciarem o percurso no sentido oposto. Como restrições físicas do sistema, podem-se enumerar o número de trens disponíveis igual a quatro, o tempo mínimo de parada em uma plataforma igual a cinco segundos, o tempo mínimo de percurso de um trecho entre plataformas igual a cinquenta segundos, o número máximo de trens a ocupar uma plataforma igual a um e o número máximo de trens a ocupar um trecho entre plataformas igual a dois.

As plataformas são chamadas de 'A', 'B', 'C' e 'D' e os trechos entre elas de 'AB', 'BC', 'CD' e 'DA', respectivamente. A figura 6.2 mostra o modelo da planta em grafo de eventos a ser utilizado no simulador para o exemplo citado.

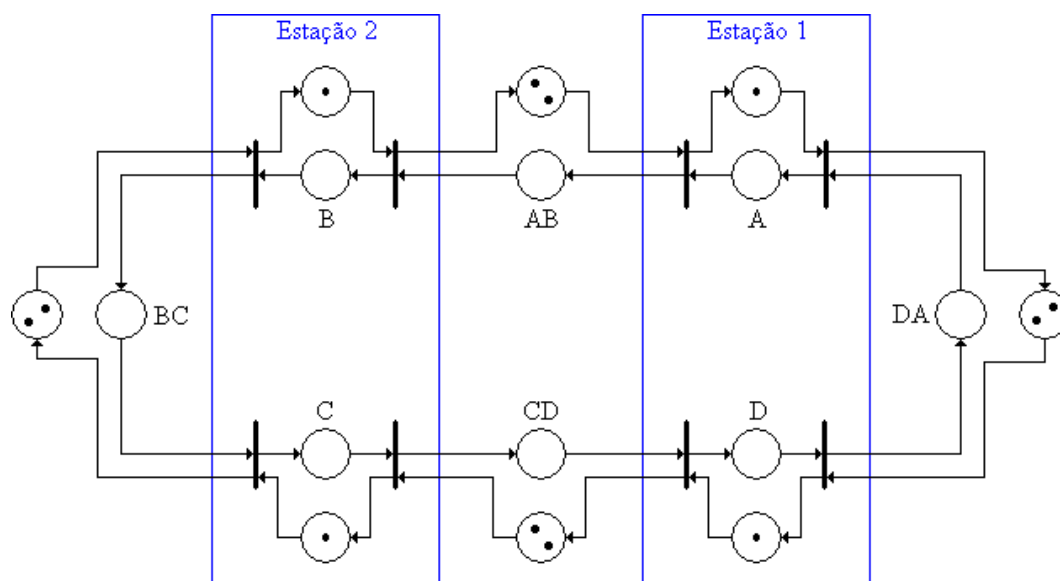


Fig. 6.2: Modelo da planta do exemplo didático.

Como movimentação dos trens, pode-se dizer que eles entram na via de circulação pela plataforma 'A', seguem em sentido anti-horário até a plataforma 'D', onde eles podem retornar à primeira plataforma afim de iniciar uma nova viagem ou sair da via de circulação quando for o fim de sua operação.

Imaginando um tempo de volta igual a dez minutos e tendo quatro trens disponíveis para circularem na via, estabelece-se facilmente o intervalo entre trens sendo igual a dois minutos e meio. Por questões de simplicidade, assume-se que o tempo nominal de parada nas plataforma para o embarque e desembarque de passageiros seja igual a trinta segundos e o tempo nominal de percurso dos trechos entre as plataformas seja igual a dois minutos.

De posse desses valores é possível determinar a tabela horária para o sistema afim de se obter os instantes de referência de ocorrência dos eventos de plataforma. Para esse exemplo, imaginou-se que as quatro primeiras ocorrências do evento de chegada na plataforma 'A' corresponderão às entradas dos quatro trens existentes na via de circulação e seus respectivos instantes de ocorrência estarão igualmente espaçados no tempo de acordo com o intervalo entre trens desejado para o sistema. Como operação de cada um dos quatro trens, imaginou-se que esses executarão oito voltas completas antes de deixar a linha de circulação, fazendo com que cada transição da planta seja disparada 32 vezes. A tabela 6.1 contém a tabela horária de referência obtida para o exemplo didático.

	Chegada na Plataforma A	Partida da Plataforma A	Chegada na Plataforma B	Partida da Plataforma B	Chegada na Plataforma C	Partida da Plataforma C	Chegada na Plataforma D	Partida da Plataforma D
1	00:00:00	00:00:30	00:02:30	00:03:00	00:05:00	00:05:30	00:07:30	00:08:00
2	00:02:30	00:03:00	00:05:00	00:05:30	00:07:30	00:08:00	00:10:00	00:10:30
3	00:05:00	00:05:30	00:07:30	00:08:00	00:10:00	00:10:30	00:12:30	00:13:00
4	00:07:30	00:08:00	00:10:00	00:10:30	00:12:30	00:13:00	00:15:00	00:15:30
5	00:10:00	00:10:30	00:12:30	00:13:00	00:15:00	00:15:30	00:17:30	00:18:00
6	00:12:30	00:13:00	00:15:00	00:15:30	00:17:30	00:18:00	00:20:00	00:20:30
7	00:15:00	00:15:30	00:17:30	00:18:00	00:20:00	00:20:30	00:22:30	00:23:00
8	00:17:30	00:18:00	00:20:00	00:20:30	00:22:30	00:23:00	00:25:00	00:25:30
9	00:20:00	00:20:30	00:22:30	00:23:00	00:25:00	00:25:30	00:27:30	00:28:00
10	00:22:30	00:23:00	00:25:00	00:25:30	00:27:30	00:28:00	00:30:00	00:30:30
11	00:25:00	00:25:30	00:27:30	00:28:00	00:30:00	00:30:30	00:32:30	00:33:00
12	00:27:30	00:28:00	00:30:00	00:30:30	00:32:30	00:33:00	00:35:00	00:35:30
13	00:30:00	00:30:30	00:32:30	00:33:00	00:35:00	00:35:30	00:37:30	00:38:00
14	00:32:30	00:33:00	00:35:00	00:35:30	00:37:30	00:38:00	00:40:00	00:40:30
15	00:35:00	00:35:30	00:37:30	00:38:00	00:40:00	00:40:30	00:42:30	00:43:00
16	00:37:30	00:38:00	00:40:00	00:40:30	00:42:30	00:43:00	00:45:00	00:45:30
17	00:40:00	00:40:30	00:42:30	00:43:00	00:45:00	00:45:30	00:47:30	00:48:00
18	00:42:30	00:43:00	00:45:00	00:45:30	00:47:30	00:48:00	00:50:00	00:50:30
19	00:45:00	00:45:30	00:47:30	00:48:00	00:50:00	00:50:30	00:52:30	00:53:00
20	00:47:30	00:48:00	00:50:00	00:50:30	00:52:30	00:53:00	00:55:00	00:55:30
21	00:50:00	00:50:30	00:52:30	00:53:00	00:55:00	00:55:30	00:57:30	00:58:00
22	00:52:30	00:53:00	00:55:00	00:55:30	00:57:30	00:58:00	01:00:00	01:00:30
23	00:55:00	00:55:30	00:57:30	00:58:00	01:00:00	01:00:30	01:02:30	01:03:00
24	00:57:30	00:58:00	01:00:00	01:00:30	01:02:30	01:03:00	01:05:00	01:05:30
25	01:00:00	01:00:30	01:02:30	01:03:00	01:05:00	01:05:30	01:07:30	01:08:00
26	01:02:30	01:03:00	01:05:00	01:05:30	01:07:30	01:08:00	01:10:00	01:10:30
27	01:05:00	01:05:30	01:07:30	01:08:00	01:10:00	01:10:30	01:12:30	01:13:00
28	01:07:30	01:08:00	01:10:00	01:10:30	01:12:30	01:13:00	01:15:00	01:15:30
29	01:10:00	01:10:30	01:12:30	01:13:00	01:15:00	01:15:30	01:17:30	01:18:00
30	01:12:30	01:13:00	01:15:00	01:15:30	01:17:30	01:18:00	01:20:00	01:20:30
31	01:15:00	01:15:30	01:17:30	01:18:00	01:20:00	01:20:30	01:22:30	01:23:00
32	01:17:30	01:18:00	01:20:00	01:20:30	01:22:30	01:23:00	01:25:00	01:25:30

Tab. 6.1: Tabela horária de referência para o exemplo didático.

Caso não exista nenhum controlador no sistema e supondo que os trens não possuam nenhum automatismo para garantir a utilização dos tempos nominais de parada em plataformas e percurso de trechos entre plataformas, os instantes de ocorrência dos eventos seria regido pela equação 4.4, conforme visto no capítulo 4, ou seja, ter-se-ia o comportamento da planta, i.e., comportamento mais acelerado possível (trens circulando com velocidades máximas e parando o menos possível nas plataformas). A figura 6.3 mostra dois gráficos com os resultados da simulação nesse cenário, observados a partir do evento de chegada na plataforma 'C'. O primeiro gráfico fornece as curvas dos intervalos entre trens de referência e ocorrido durante a operação.

Já o segundo gráfico apresenta a curva do valor do atraso ocorrido no mesmo período em relação à referência.

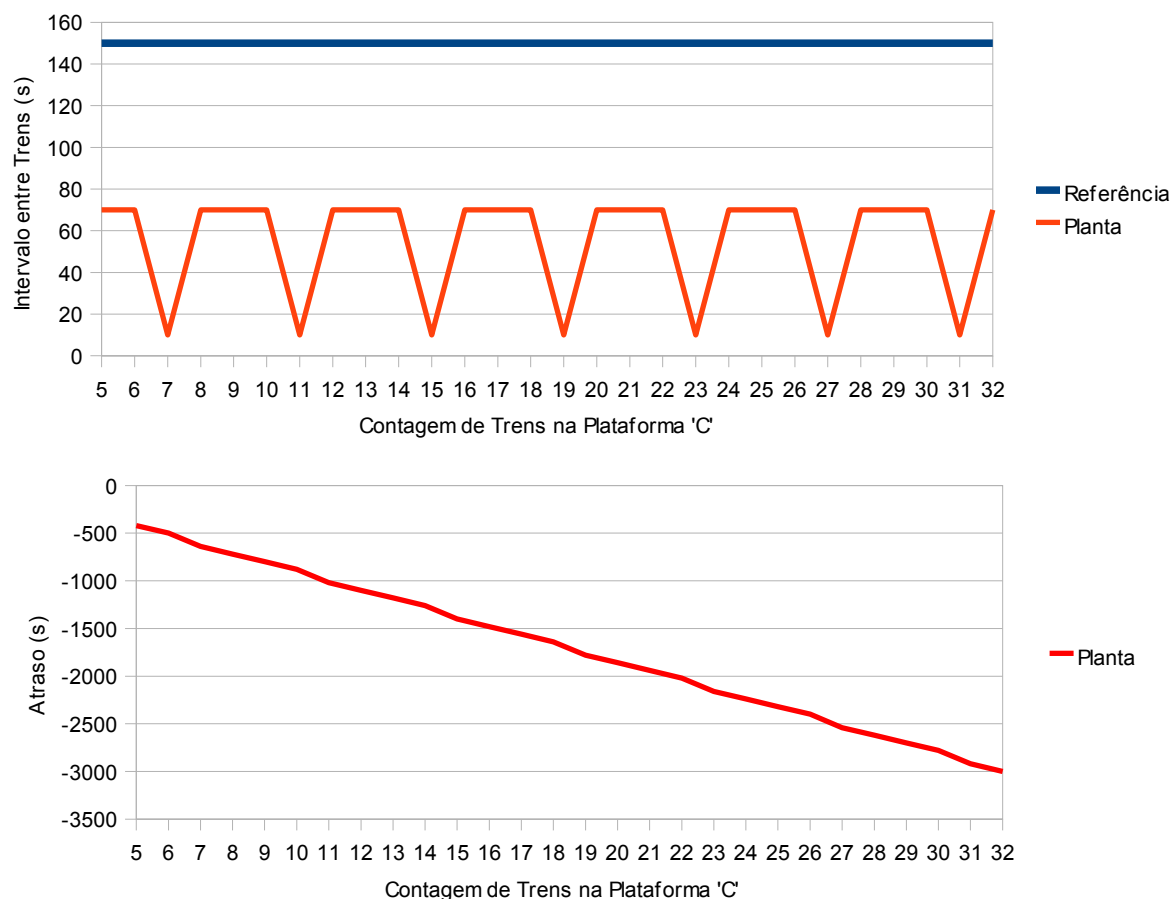


Fig. 6.3: Resultados da simulação sem controle para a plataforma 'C'.

Imaginando os trens circulando na linha do exemplo de maneira descontrolada (cumprindo tempos mínimos de parada em plataformas e percurso de trechos entre plataformas), pode-se prever que a movimentação desses trens será igualmente desordenada (trens ficando parados nos túneis esperando que a plataforma a sua frente seja liberada, trens permanecendo nas plataformas esperando que o trecho a sua frente aceite a entrada de mais um trem, etc). Isso é exatamente o que é notado nos gráficos acima. O intervalo entre trens oscilando ao longo da operação e, como os trens estão circulando de forma mais acelerada (valor médio do intervalo entre trens observado abaixo do valor de referência), um atraso monotonicamente decrescente, ou seja, os trens ficam cada vez mais adiantados. Conclui-se, então, que o sistema não cumpre a tabela horária e nem mantém um intervalo entre trens constante ao longo do dia de operação.

Acoplando o controlador proposto nesse trabalho pela equação 5.6 ao sistema, como mostrado anteriormente no capítulo 5 pela figura 5.2, e iniciando-se a simulação do exemplo didático sem a ocorrência de perturbações, o controlador irá regular a movimentação dos trens com o objetivo de mantê-los aderentes à mencionada referência horária e, conseqüentemente, irá manter constante o intervalo entre trens nas plataformas. Observando novamente a equação 5.6, nota-se que essa torna-se igual à equação 5.5 na ausência de perturbações, o que já era esperado uma vez que essa última representa a matriz de referência a ser utilizada quando o sistema está em regime permanente. A figura 6.4 mostra dois gráficos com os resultados da simulação do exemplo acima, com o controlador acoplado, observados a partir do evento de chegada na plataforma 'C' e sem a presença de perturbações. No primeiro gráfico são mostradas as curvas dos intervalos entre trens ocorridos durante a operação dos quatro trens existentes na linha de circulação. Já o segundo gráfico apresenta a curva do valor do atraso ocorrido no mesmo período em relação ao evento de chegada de referência na plataforma sendo considerada.

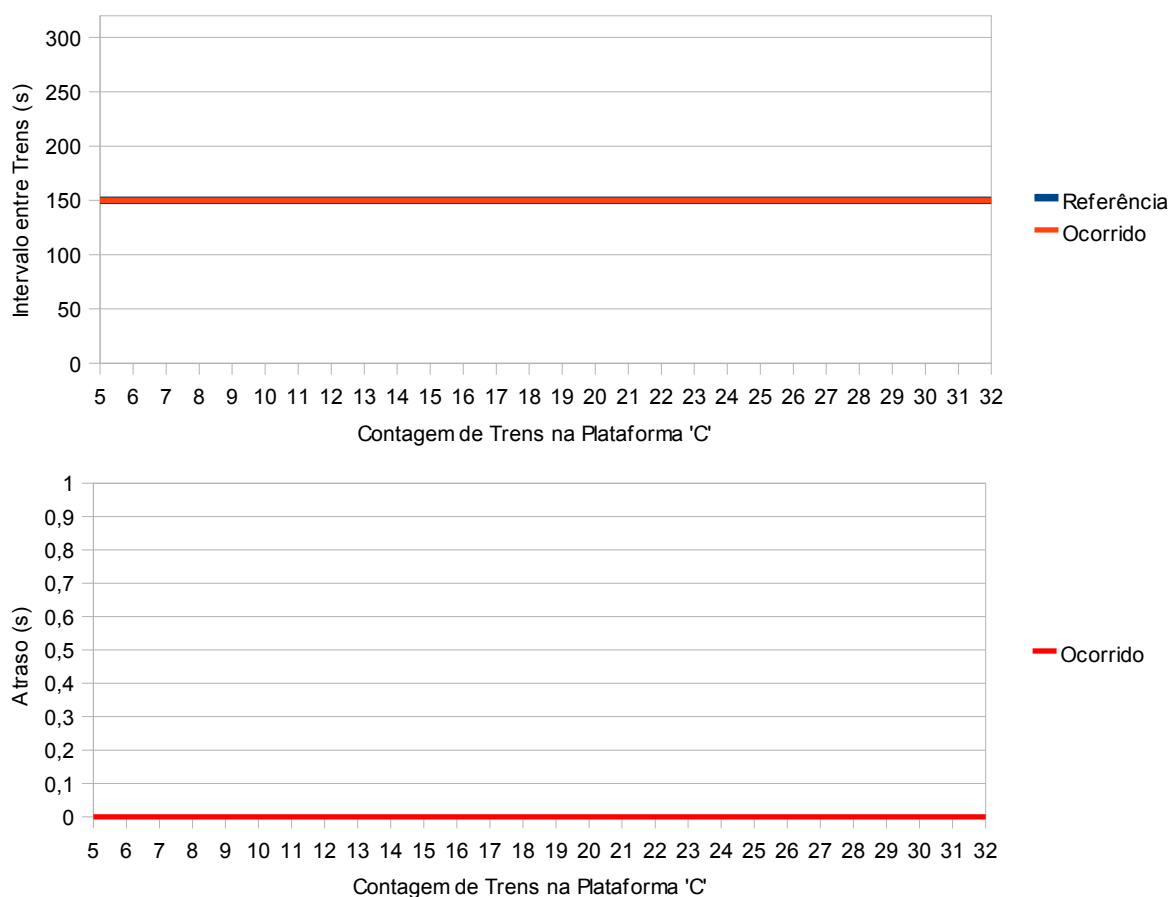
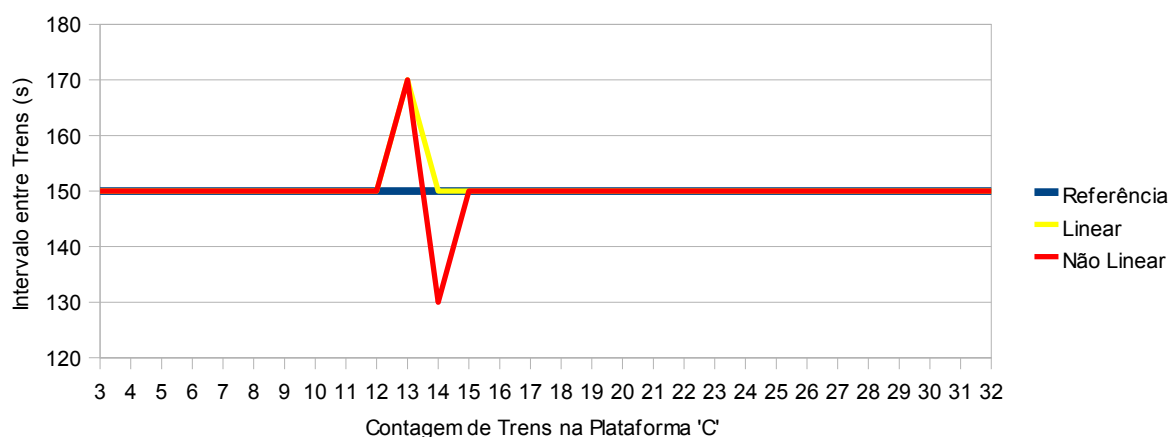


Fig. 6.4: Resultados da simulação sem perturbações para a plataforma 'C'.

Nesse cenário, o intervalo entre trens observado foi exatamente igual ao intervalo entre trens previsto na tabela horária. Mais ainda, o atraso observado foi igual a zero, o que significa que os trens permaneceram aderentes à referência horária durante toda a operação. Isso mostra que o controlador foi capaz de manter o sistema no seu regime permanente na ausência de perturbações.

Conforme descrito no capítulo 5, na presença de alguma perturbação que faça com que o sistema saia de sua solução de referência i.e., tabela horária, o controlador deverá impor instantes de ocorrência dos eventos de chegada e partida de trens em plataformas para os ciclos do sistema após a ocorrência da perturbação afim de restabelecer e manter o regime permanente. Como mencionado no capítulo 5, as matrizes $F_k^{\#}$ obtidas pela equação 5.5 também podem ser utilizadas no contexto de controle do sistema, representando um controle linear arbitrário com realimentação de estado baseado somente no modelo de referência do sistema. A figura 6.5 contém dois gráficos com os resultados da simulação do exemplo acima com a presença de um atraso de vinte segundos no décimo terceiro evento de chegada na plataforma 'C'. O primeiro gráfico fornece três curvas referentes ao intervalo entre trens observado a partir desse evento na plataforma 'C' no período da simulação para as seguintes situações: intervalo entre trens definido pela tabela horária, intervalo entre trens observado com o uso do controle linear arbitrário mencionado e intervalo entre trens observado com o uso do controle não-linear proposto nesse trabalho. No segundo gráfico observam-se duas curvas referentes ao valor do atraso ocorrido no mesmo período em relação à tabela horária para os casos do controle linear e não-linear já mencionados.



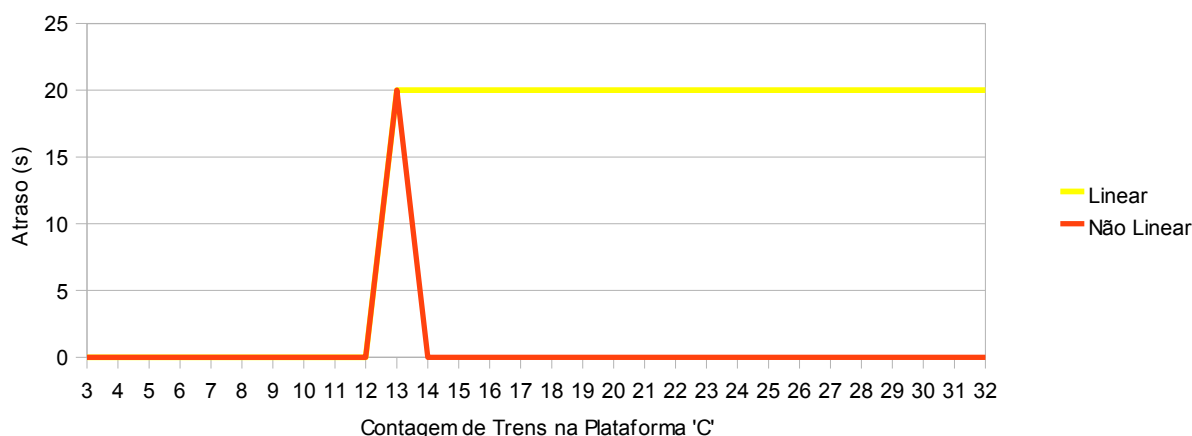


Fig. 6.5: Resultados da simulação com perturbações para a plataforma 'C'.

Observando os gráficos, nota-se que até a décima segunda chegada de trem na plataforma sendo observada o intervalo entre trens ocorrido foi exatamente igual ao intervalo entre trens previsto na tabela horária e o atraso observado foi igual a zero (sistema em regime permanente). Na décima terceira chegada de trem na plataforma observa-se a ocorrência da perturbação: atraso de 20 segundos na ocorrência do evento. Por isso, os valores do intervalo entre trens e atraso observados são acrescidos dos mesmo 20 segundos. A partir desse momento os controladores (não-linear e linear) começam a atuar para regularizar a situação. Na décima quarta ocorrência do evento sendo observado nota-se que o controlador linear já conduziu o sistema para o intervalo entre trens desejado, ao passo que o controlador não-linear só o fez na décima quinta chegada de trem na plataforma. Analisando, agora, o atraso observado na plataforma para ambos os controladores, nota-se que o controlador linear não recuperou o atraso ocasionado pela perturbação na décima terceira ocorrência do evento, ao passo que o controlador não-linear recuperou completamente o atraso já na décima quarta chegada de trem na plataforma. Isso indica que o regime alcançado com o uso do controle linear na ocorrência de uma perturbação não é o mesmo regime originalmente definido pela tabela horária, mas sim um novo regime deslocado no tempo, sendo esse deslocamento igual ao valor do atraso causado pela perturbação. Já o controle não-linear recolocou o sistema no regime, previamente estabelecido pela sua solução de referência.

Como já mencionado no capítulo 3, as perturbações em um problema de regulação de trens em um sistema metroviário de transporte nem sempre são aleatoriedades que acontecem devido a

imprevistos. Muitas vezes, deseja-se atender uma nova demanda de passageiros e isso é feito alterando-se o intervalo entre os trens, que pode ser feito alterando ou não o número de trens circulando.

Uma das formas de se alterar o intervalo entre os trens consiste em alterar a tabela horária, por exemplo, alterando-se os horários de partidas dos trens para atender ao novo intervalo entre eles. A tabela 6.2 mostra essa nova tabela horária considerando o mesmo exemplo anterior, mas assumindo que do oitavo ao vigésimo segundo evento o intervalo entre trens desejado seja de dois minutos ao invés de dois minutos e meio (em destaque na tabela).

	Chegada na Plataforma A	Partida da Plataforma A	Chegada na Plataforma B	Partida da Plataforma B	Chegada na Plataforma C	Partida da Plataforma C	Chegada na Plataforma D	Partida da Plataforma D
1	00:00:00	00:00:30	00:02:30	00:03:00	00:05:00	00:05:30	00:07:30	00:08:00
2	00:02:30	00:03:00	00:05:00	00:05:30	00:07:30	00:08:00	00:10:00	00:10:30
3	00:05:00	00:05:30	00:07:30	00:08:00	00:10:00	00:10:30	00:12:30	00:13:00
4	00:07:30	00:08:00	00:10:00	00:10:30	00:12:30	00:13:00	00:15:00	00:15:30
5	00:10:00	00:10:30	00:12:30	00:13:00	00:15:00	00:15:30	00:17:30	00:18:00
6	00:12:30	00:13:00	00:15:00	00:15:30	00:17:30	00:18:00	00:20:00	00:20:30
7	00:15:00	00:15:30	00:17:30	00:18:00	00:20:00	00:20:30	00:22:30	00:23:00
8	00:17:00	00:17:30	00:19:30	00:20:00	00:22:00	00:22:30	00:24:30	00:25:00
9	00:19:00	00:19:30	00:21:30	00:22:00	00:24:00	00:24:30	00:26:30	00:27:00
10	00:21:00	00:21:30	00:23:30	00:24:00	00:26:00	00:26:30	00:28:30	00:29:00
11	00:23:00	00:23:30	00:25:30	00:26:00	00:28:00	00:28:30	00:30:30	00:31:00
12	00:25:00	00:25:30	00:27:30	00:28:00	00:30:00	00:30:30	00:32:30	00:33:00
13	00:27:00	00:27:30	00:29:30	00:30:00	00:32:00	00:32:30	00:34:30	00:35:00
14	00:29:00	00:29:30	00:31:30	00:32:00	00:34:00	00:34:30	00:36:30	00:37:00
15	00:31:00	00:31:30	00:33:30	00:34:00	00:36:00	00:36:30	00:38:30	00:39:00
16	00:33:00	00:33:30	00:35:30	00:36:00	00:38:00	00:38:30	00:40:30	00:41:00
17	00:35:00	00:35:30	00:37:30	00:38:00	00:40:00	00:40:30	00:42:30	00:43:00
18	00:37:00	00:37:30	00:39:30	00:40:00	00:42:00	00:42:30	00:44:30	00:45:00
19	00:39:00	00:39:30	00:41:30	00:42:00	00:44:00	00:44:30	00:46:30	00:47:00
20	00:41:00	00:41:30	00:43:30	00:44:00	00:46:00	00:46:30	00:48:30	00:49:00
21	00:43:00	00:43:30	00:45:30	00:46:00	00:48:00	00:48:30	00:50:30	00:51:00
22	00:45:00	00:45:30	00:47:30	00:48:00	00:50:00	00:50:30	00:52:30	00:53:00
23	00:47:30	00:48:00	00:50:00	00:50:30	00:52:30	00:53:00	00:55:00	00:55:30
24	00:50:00	00:50:30	00:52:30	00:53:00	00:55:00	00:55:30	00:57:30	00:58:00
25	00:52:30	00:53:00	00:55:00	00:55:30	00:57:30	00:58:00	01:00:00	01:00:30
26	00:55:00	00:55:30	00:57:30	00:58:00	01:00:00	01:00:30	01:02:30	01:03:00
27	00:57:30	00:58:00	01:00:00	01:00:30	01:02:30	01:03:00	01:05:00	01:05:30
28	01:00:00	01:00:30	01:02:30	01:03:00	01:05:00	01:05:30	01:07:30	01:08:00
29	01:02:30	01:03:00	01:05:00	01:05:30	01:07:30	01:08:00	01:10:00	01:10:30
30	01:05:00	01:05:30	01:07:30	01:08:00	01:10:00	01:10:30	01:12:30	01:13:00
31	01:07:30	01:08:00	01:10:00	01:10:30	01:12:30	01:13:00	01:15:00	01:15:30
32	01:10:00	01:10:30	01:12:30	01:13:00	01:15:00	01:15:30	01:17:30	01:18:00

Tab. 6.2: Nova referência horária para um suposto horário de pico.

Sendo o intervalo entre trens igual ao tempo de volta dividido pelo número de trens circulando, caso se deseje alterar o intervalo entre trens sem alterar o número de trens circulando deve-se necessariamente alterar o tempo de volta, adequando para isso os tempos de parada em plataformas e os tempos de percurso de trechos entre plataformas. Caso essa adequação não seja feita, a tabela horária resultante pode se tornar inconsistente, que é o caso do cenário acima.

Propositalmente os tempos de paradas em plataformas e os tempos de percurso de trechos entre plataformas foram mantidos os mesmos, ou seja, o tempo de volta continuou igual a dez minutos, mesmo que o novo regime exija um tempo de volta igual a oito minutos (dois minutos de intervalo entre trens vezes quatro trens circulando na via). Como mencionado, essa tabela horária ficou inconsistente. Note que a oitava e a décima segunda linhas da tabela correspondem ao mesmo trem (no caso o quarto trem a entrar na via). Reparando o horário de partida desse trem da plataforma 'D' na oitava linha da tabela e o horário de chegada desse trem na plataforma 'A' na décima segunda linha da tabela, nota-se que esse trem deve sair da plataforma 'D' e chegar na plataforma 'A' no mesmo horário, ou seja, cumprir um tempo de percurso entre essas duas plataformas igual a zero segundo, sendo menor do que o tempo mínimo de percurso do trecho e impossível de ser cumprido. Mesmo assim, para essa nova referência horária, o controlador tentará fazer os trens circularem de forma mais acelerada no período de menor intervalo entre eles, com o intuito de mantê-los aderentes a essa nova tabela horária. Esse cenário tem o intuito de verificar o comportamento do controlador quando uma referência inconsistente é utilizada.

A figura 6.6 contém dois gráficos com os resultados da simulação do exemplo didático para a nova referência horária, contendo a mudança do intervalo entre trens desejado para o período do suposto horário de pico. No primeiro gráfico são apresentadas três curvas referentes ao intervalo entre trens observado a partir do evento de chegada na plataforma 'A' no período da simulação para as seguintes situações: intervalo entre trens definido pela nova tabela horária, intervalo entre trens observado com o uso do controle linear já mencionado e intervalo entre trens observado com o uso do controle não-linear proposto nesse trabalho. No segundo gráfico observam-se duas curvas referentes ao valor do atraso ocorrido no mesmo período em relação à tabela horária para os dois casos de controle mencionados.

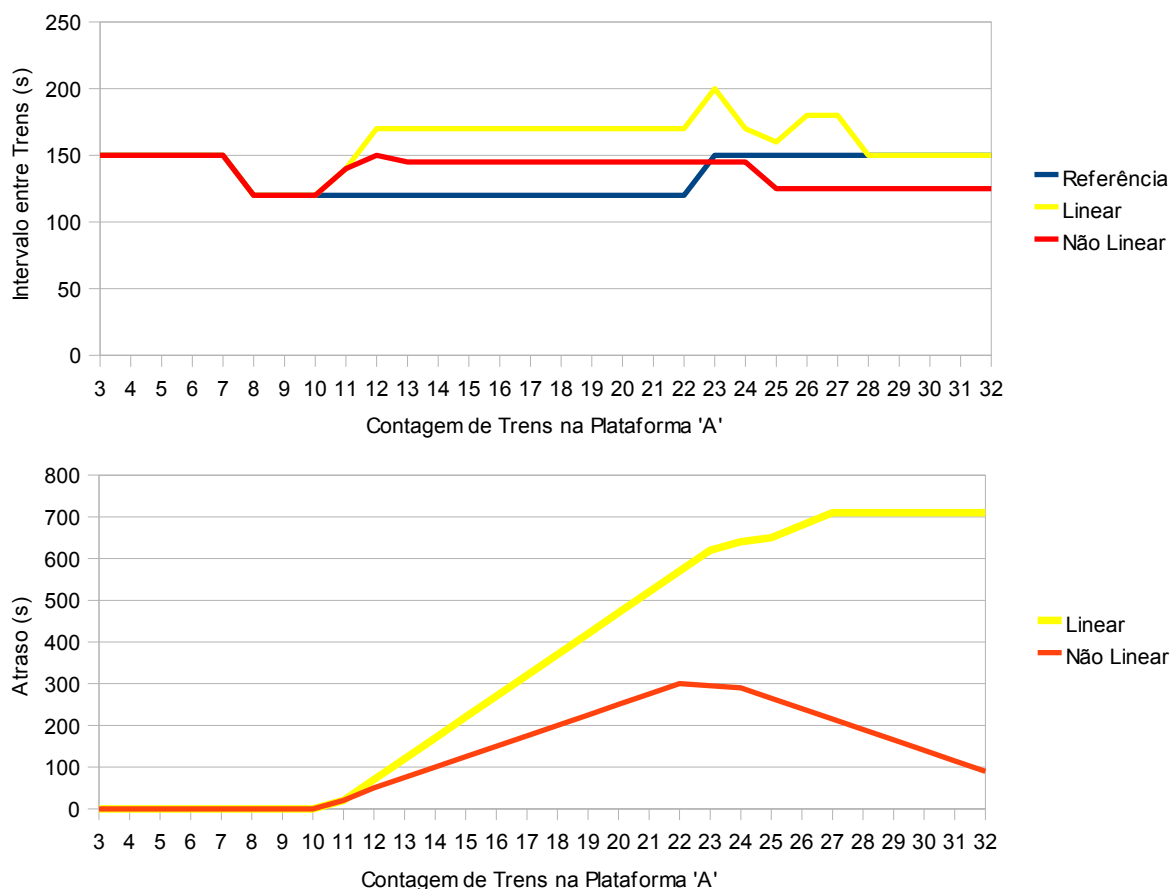


Fig. 6.6: Resultados da simulação para uma tabela horária inconsistente.

Observando o intervalo entre trens de referência, nota-se a alteração do seu valor de 150 segundos para 120 segundos a partir da oitava chegada de trem na plataforma sendo observada, voltando para o valor de 150 segundos na vigésima terceira ocorrência do evento (o período de menor intervalo entre trens vai da oitava contagem de trens à vigésima segunda contagem de trens). Da oitava à décima ocorrência do evento, o controlador não-linear conseguiu conduzir o sistema ao novo regime, mesmo com uma tabela horária inconsistente, mas a partir desse momento, devido a essa inconsistência, esse controlador conduziu o sistema a um novo regime mais lento do que o desejado, causando um atraso monotonicamente crescente, até que a situação voltasse ao normal na vigésima quinta chegada de trem na plataforma, onde o controlador conduziu o sistema a um regime mais rápido do que o desejado, fazendo o atraso começar a decrescer. Já o controlador linear apresentou comportamento similar, mas com aquela mesma característica de conduzir o sistema a regimes deslocados no tempo.

O comportamento do controlador proposto nesse trabalho para o cenário de uma tabela horária apresentando um período de inconsistência foi bastante satisfatório. Não só o controlador manteve o intervalo entre trens constante durante esse período, mas também iniciou um processo de recuperação do atraso acumulado quando a tabela horária voltou a ser consistente.

Uma forma mais usual de se atuar sobre o intervalo entre trens circulando é a inserção e retirada de trens da via de circulação. No caso da referência horária apresentada na tabela 6.2, pode-se imaginar um trem entrando na via de circulação no oitavo evento de chegada na plataforma 'A'. Dessa maneira, a partir desse instante existirão cinco trens circulando na linha. Supondo que um trem saia da via no vigésimo segundo evento de partida da plataforma 'D', reduzindo novamente o número de trens circulando para quatro, ou seja, fazendo com que o intervalo entre eles suba para dois minutos e meio. Nesse cenário, também não serão feitas mudanças nos tempos de paradas em plataformas e nos tempos de percurso de trechos entre plataformas, mas nesse caso a tabela horária não apresentará nenhuma inconsistência, pois a relação entre o tempo de volta e o número de trens em circulação será sempre compatível com o intervalo entre trens desejado. Dessa forma, a atuação do controlador será somente ajustar o carrossel de trens para acomodar o novo trem no caso da sua entrada na via, ou reorganizar a distribuição dos trens na via para “tapar o buraco” deixado pela saída de um trem. Após atingidos esses objetivos, basta manter os trens circulando de acordo com a referência.

A figura 6.7 contém dois gráficos com os resultados da simulação dessa nova situação contendo uma entrada e uma saída de trem da via de circulação. No primeiro gráfico são mostradas três curvas referentes ao intervalo entre trens observado a partir do evento de chegada na plataforma 'A' no período da simulação para as seguintes situações: intervalo entre trens obtido pela tabela horária, intervalo entre trens observado com o uso do controle linear já mencionado e intervalo entre trens observado com o uso do controle não-linear proposto nesse trabalho. No segundo gráfico observam-se duas curvas referentes ao valor do atraso ocorrido no mesmo período em relação à tabela horária para os dois casos de controle mencionados.

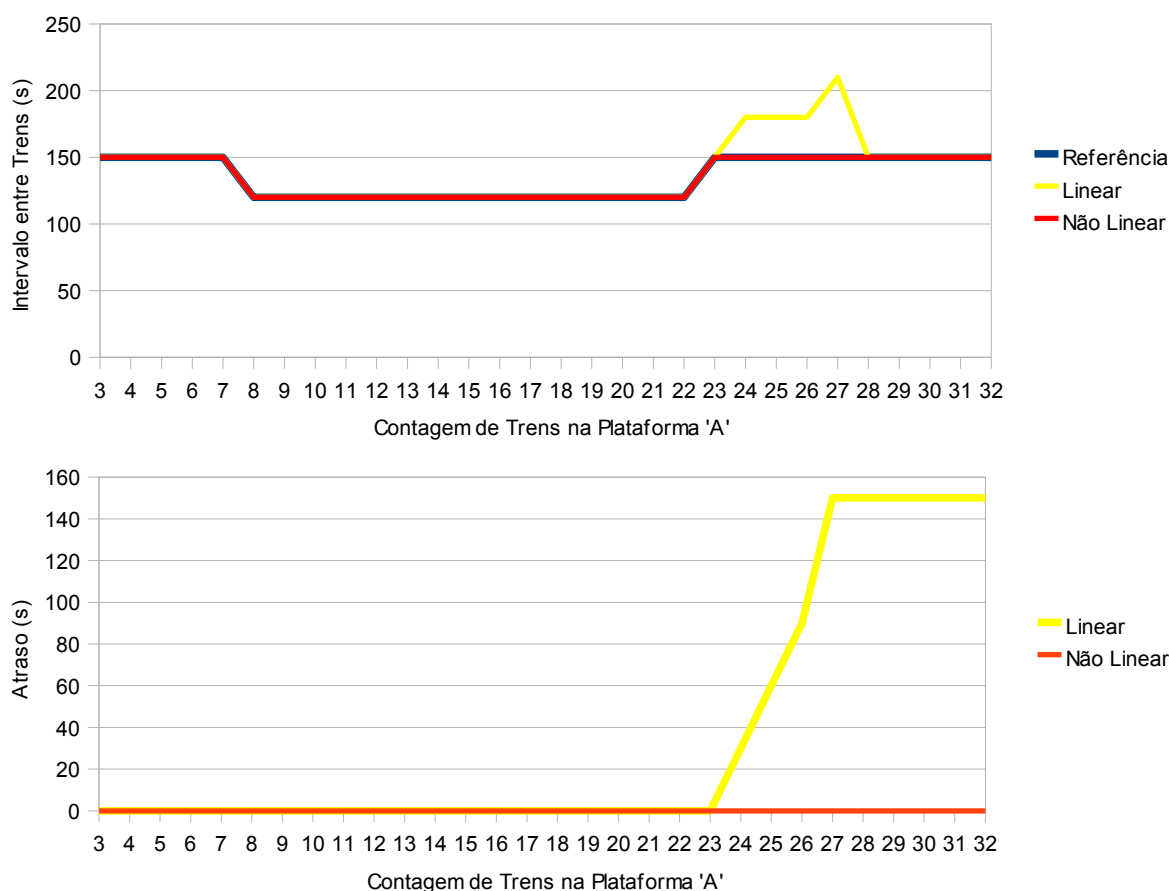


Fig. 6.7: Resultados da simulação para entrada e saída de trens da via.

Nesse cenário, a variação do intervalo entre trens de referência se dá pela entrada de um trem na oitava ocorrência do evento de chegada na plataforma 'A' (por isso é notado o declínio no seu valor logo na oitava ocorrência do evento observado) e pela saída de um trem na vigésima segunda ocorrência do evento de partida da plataforma 'D' (por isso o acréscimo do valor do intervalo entre trens só é notado na vigésima terceira chegada de trem na plataforma observada).

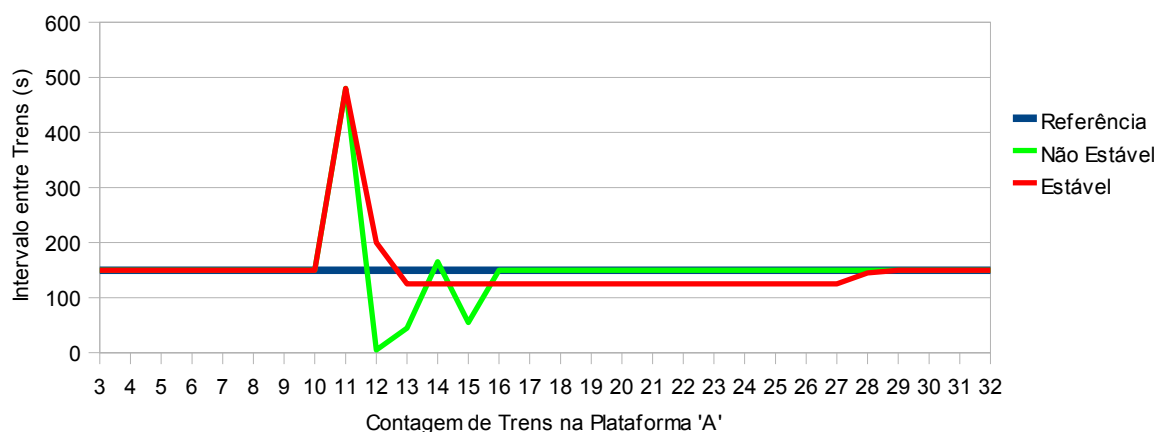
Nessa situação, o controle não-linear conseguiu perfeitamente acomodar o novo trem que entrou na via a partir da oitava ocorrência do evento sendo observado e redistribuir os trens a partir da vigésima terceira chegada de trem na plataforma, após a saída de um trem da via. O controlador linear, por sua vez, apresentou comportamento similar, mas com aquela mesma característica de conduzir o sistema a regimes deslocados no tempo.

Com o objetivo de explorar um pouco mais o comportamento do controlador não-linear proposto nesse trabalho, considere o mesmo exemplo anterior i.e., a referência horária estipulada

pela tabela 6.2 e a entrada de um trem na via no oitavo evento de chegada na plataforma 'A' para reduzir o intervalo entre trens para dois minutos, mas sem a saída de um trem no vigésimo segundo evento de partida da plataforma 'D'. Com isso, a partir desse instante, o sistema terá cinco trens, mas um intervalo desejado entre eles de dois minutos e meio. Os resultados para o controlador não-linear dessa simulação foram iguais aos resultados apresentados na figura 6.7, ou seja, esse controlador conseguiu organizar o carrossel de trens de tal forma que, mesmo com um trem a mais do que o necessário, eles permaneceram aderentes à tabela horária, ou seja, intervalo entre eles igual ao desejado e atraso igual a zero.

Para fins de comparação, será utilizado o controle não-linear com realimentação de estado sem garantia de estabilidade definido pela equação 5.7. Como $F'_k \geq A_k$ não é garantido (vide observação na demonstração do teorema 5.1), a igualdade $A_k \oplus F'_k = F'_k$ não é necessariamente verdadeira, portanto, não é possível garantir que a matriz $A_k \oplus F'_k$ sempre pertença ao conjunto de matrizes do teorema 4.7, ou seja, não é possível garantir que esse controlador seja estável.

Aplicando uma perturbação equivalente a um atraso relativamente grande de quase quatro vezes o intervalo entre trens desejado no décimo evento de saída da plataforma 'A', pode-se observar os comportamentos de cada um dos controles definidos pelas equações 5.6 e 5.7. Diferentemente dos resultados apresentados até agora, nesse caso específico o evento que será utilizado para medir o intervalo entre trens e o atraso não será o mesmo evento que sofreu a perturbação. Aqui utilizar-se-á o evento de chegada na plataforma 'A' para medir as grandezas mencionadas. A figura 6.8 apresenta dois gráficos, sendo que o primeiro contém as curvas dos intervalos entre trens estabelecido pela tabela horária, alcançado pelo uso do controlador não-estável e, finalmente, pela utilização do controle com garantia de estabilidade. Já o segundo gráfico mostra as curvas do valor do atraso que cada um dos diferentes tipos de controle apresentou em relação à tabela horária na plataforma citada.



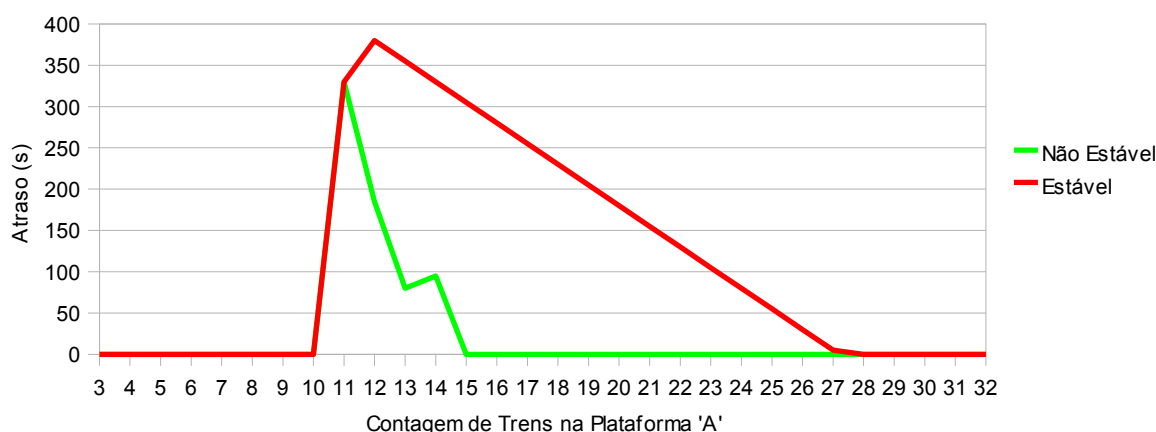


Fig. 6.8: Resultados da simulação para os diferentes tipos de controle.

Devido ao evento base que determina os ciclos do sistema ser o seu primeiro evento, ou seja, o evento de chegada na plataforma 'A', a perturbação que foi aplicada no décimo evento de saída da plataforma 'A' só foi observada na décima primeira ocorrência do evento de chegada na plataforma 'A', onde vê-se que o intervalo entre trens e o atraso aumentaram significativamente. Analisando os gráficos, nota-se que o controle sem garantia de estabilidade e o controle com garantia de estabilidade conseguem, de fato, recuperar o atraso causado pela perturbação e restabelecer o regime do sistema, mas o primeiro controlador o faz após oscilações, enquanto o segundo tipo de controle leva o sistema a um novo regime mais acelerado até conseguir recuperar por completo o atraso causado pela perturbação, reconduzindo, então, o sistema ao seu regime desejado. Obviamente, as oscilações no intervalo entre trens causadas pelo controle sem garantia de estabilidade podem causar um desconforto tanto aos passageiros aguardando os trens nas plataformas quanto aos passageiros dentro dos trens, pois isso pode ocasionar trens vazios chegando em plataformas também vazias ou trens muito cheios chegando em plataformas também cheias.

Considere novamente a situação que gerou os resultados apresentados na figura 6.6, ou seja, mudar o intervalo entre trens desejado somente alterando a tabela horária de referência sem a adequação do tempo de volta. A figura 6.9 contém os dois gráficos com os resultados da simulação dessa situação com o uso dos dois controles acima utilizados. No primeiro gráfico são mostradas três curvas referentes ao intervalo entre trens observado a partir do evento de chegada na plataforma 'A' no período da simulação para as seguintes situações: intervalo entre trens dado

pela tabela horária, obtido com o uso do controle sem e com garantia de estabilidade. No segundo gráfico observam-se duas curvas referentes ao valor do atraso ocorrido no mesmo período em relação à tabela horária na plataforma citada para os dois tipos de controle mencionados.

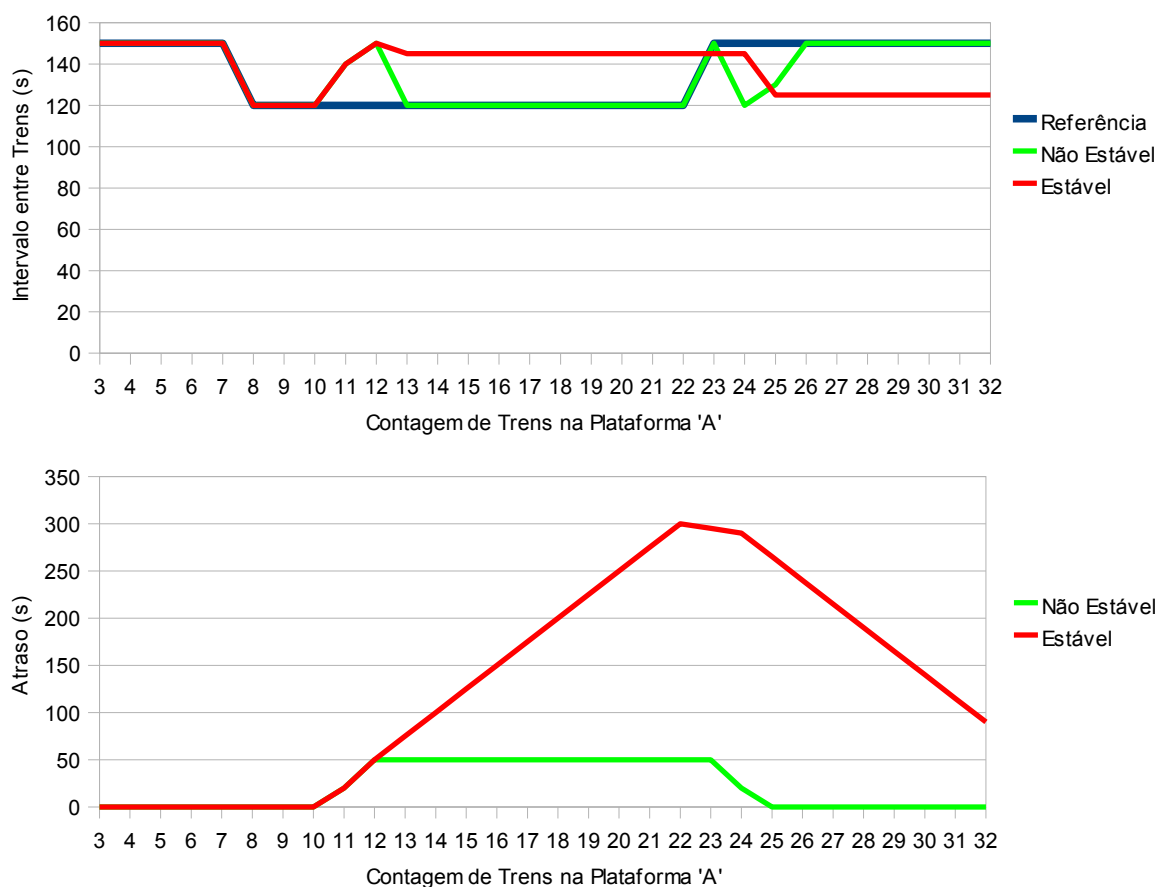


Fig. 6.9: Resultados da simulação com o uso dos controles dados pelas equações 5.6 e 5.7.

A diferença entre esses resultados e os resultados apresentados na figura 6.6 está justamente na presença do controlador sem garantia de estabilidade do sistema controlado. Esse controlador, a partir da décima ocorrência do evento de chegada na plataforma 'A', conduziu o sistema a um novo regime deslocado no tempo (i.e., todos os eventos do sistema igualmente atrasados) enquanto a inconsistência na tabela horária permaneceu (intervalo entre trens igual a 120 segundos). Quando o intervalo entre trens volta para o valor de 150 segundos, ou seja, a referência horária deixa de ser inconsistente, o controlador sem garantia de estabilidade recupera o atraso existente nos eventos do sistema conduzindo o sistema rapidamente para um regime mais acelerado do que o desejado, o que pode ser visto na décima quarta ocorrência do evento sendo

observado. Depois desse momento, o controlador conduziu o sistema ao regime desejado. Apesar de visualmente esse controlador aparentar ter uma resposta melhor do que o controlador com garantia de estabilidade proposto nesse trabalho, vale lembrar que o primeiro controlador pode causar oscilações no intervalo entre trens.

O sistema metroviário de transporte utilizado nos exemplos acima é relativamente simples quando comparado com os sistemas reais, tendo dimensões reduzidas, os tempos de parada iguais nas quatro plataformas e os tempos de percurso de trechos entre plataformas iguais para todos os trechos. Outras simulações foram feitas, onde esses tempos eram diferentes para cada plataforma e para cada trecho entre plataformas. Os resultados dessas simulações não serão apresentados, pois foram semelhantes os resultados obtidos com o exemplo apresentado no início dessa seção, não acrescentando nenhuma informação adicional à aquelas já apresentadas.

Todos os resultados apresentados até agora partiram de perturbações que podem ser traduzidas em atrasos nos instantes de ocorrência dos eventos de chegada e partida de trens em plataformas. De uma maneira geral, podem ocorrer perturbações que causem adiantamentos nos instantes de ocorrência dos mencionados eventos. Um exemplo seria a entrada adiantada de um trem na via de circulação por erro no despacho. Simulações para esse tipo de perturbação foram feitas, mas seus resultados não serão apresentados nesse trabalho, pois eles não acrescentaram nenhuma informação adicional à aquelas já apresentadas.

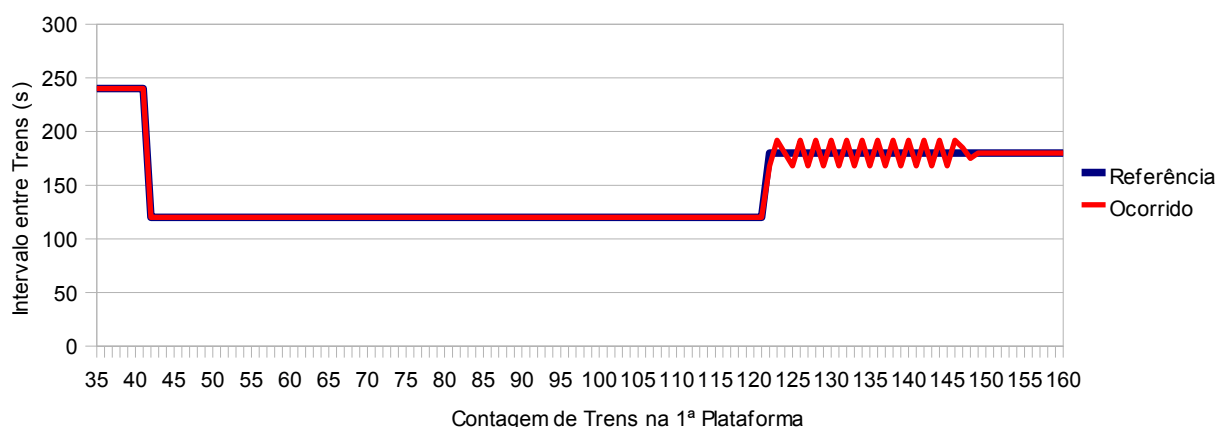
6.2.2. Exemplo Baseado em um Sistema Hipotético de Grande Porte

Para verificar o comportamento do controlador proposto nesse trabalho em cenários mais exigentes, foi simulado sua ação em um sistema hipotético constituído de uma via circular com 20 estações, sendo essas compostas por duas plataformas cada, uma para cada sentido de movimentação. Como restrições físicas, foi assumido que somente um trem pode ocupar uma plataforma em um dado instante e número máximo de trens nos trechos entre plataformas foi assumido como sendo um número aleatório uniformemente distribuído entre os valores sete e dez (esses valores foram escolhidos arbitrariamente, tendo como base o sistema da Companhia do Metropolitano de São Paulo). Para uma simulação mais realista e para exigir um maior controle dos trens, foi assumida a existência de diferentes intervalos entre trens desejados ao longo do dia de operação. A operação começará com um intervalo entre trens igual a quatro minutos, passando para dois minutos e depois três minutos, voltando para dois minutos começando, então, um aumento gradativo passando pelos valores de três, quatro e seis minutos, respectivamente. Os

tempos de paradas em plataformas são número aleatório uniformemente distribuídos entre 16 segundos e 25 segundos, enquanto os tempos de percurso dos trechos entre plataformas existentes são número aleatório uniformemente distribuídos entre 81 segundos e 99 segundos (esses valores foram escolhidos arbitrariamente, tendo como base o sistema da Companhia do Metropolitano de São Paulo). De posse desses valores é possível calcular o tempo de volta da via circular desse sistema hipotético e, conseqüentemente, o número necessário de trens para poder cumprir o intervalo entre eles desejado. Para o intervalo entre trens de dois minutos são necessários 40 trens, para três minutos, 26 trens, para quatro minutos, 20 trens e, finalmente, para um intervalo entre trens de seis minutos são necessários 13 trens. Trens serão injetados e retirados da linha nos momentos apropriados para se obter o intervalo entre trens desejado.

Serão apresentadas duas simulações para esse sistema. Uma primeira simulação será realizada em um cenário perfeito, ou seja, sem a presença de perturbações externas. Já a segunda simulação será feita em um cenário com a presença de perturbações, que serão números aleatórios uniformemente distribuídos entre cinco e 60 segundos. Essas perturbações acontecerão em todos os eventos do sistema durante todo o dia de operação e tem como objetivo simular atrasos causados, por exemplo, por passageiros impedindo o fechamento das portas das composições ou baixa performance dos equipamento de tração dos trens ao tentarem cumprir os tempos de percurso exigidos.

A figura 6.10 mostra o gráfico dos intervalos entre trens desejado e ocorrido na primeira plataforma da linha durante um período do dia de operação sem a presença de perturbações e um gráfico contendo o valor do atraso ocorrido no mesmo período em relação à tabela horária na plataforma citada.



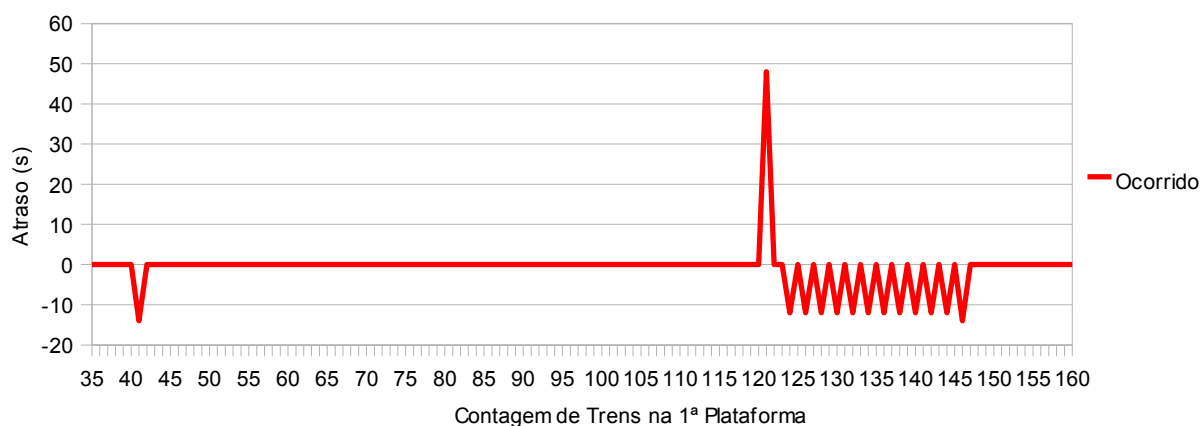
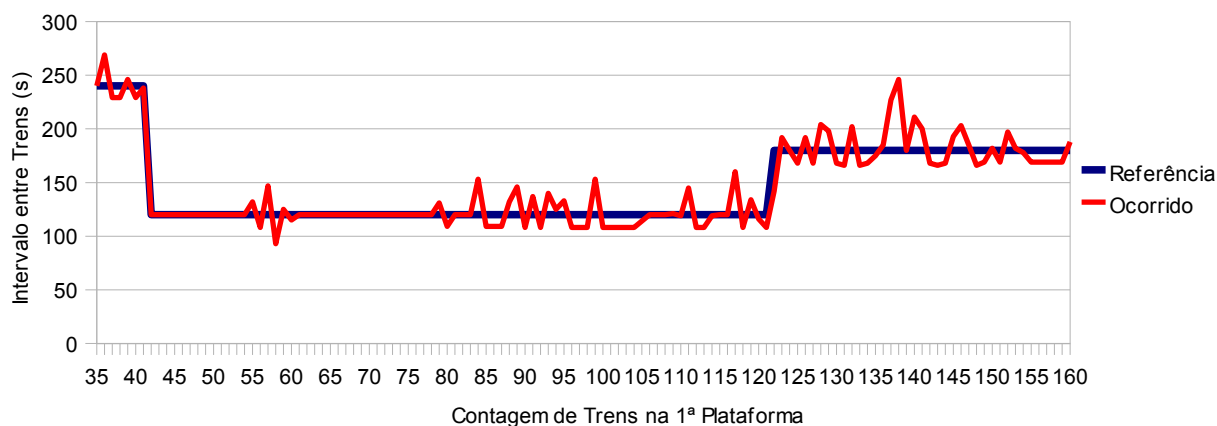


Fig. 6.10: Simulação do cenário sem a presença de perturbações.

Analisando o primeiro gráfico, no início do período apresentado o intervalo entre trens desejado é de quatro minutos, passando para dois minutos a partir da 42ª chegada de trem na primeira plataforma do sistema e aumentando para três minutos a partir da 122ª chegada de trem nessa mesma plataforma. Essas variações no intervalo entre trens serão obtidas injetando 20 trens para a redução de dois minutos e retirando 14 trens para o acréscimo de um minuto. Como as inserções de trens foram feitas de forma a já garantir o intervalo desejado entre eles, o controlador não teve muitos problemas para adequar os novos trens no carrossel existente. Já na retirada de trens aconteceu um período de transitório até que o controlador fosse capaz de fechar os “buracos” deixados pelas saídas de trens do carrossel.

A figura 6.11 mostra o gráfico dos intervalos entre trens desejado e ocorrido na primeira plataforma da linha durante um período do dia de operação com a presença de perturbações e um gráfico contendo o valor do atraso ocorrido no mesmo período em relação à tabela horária na plataforma citada.



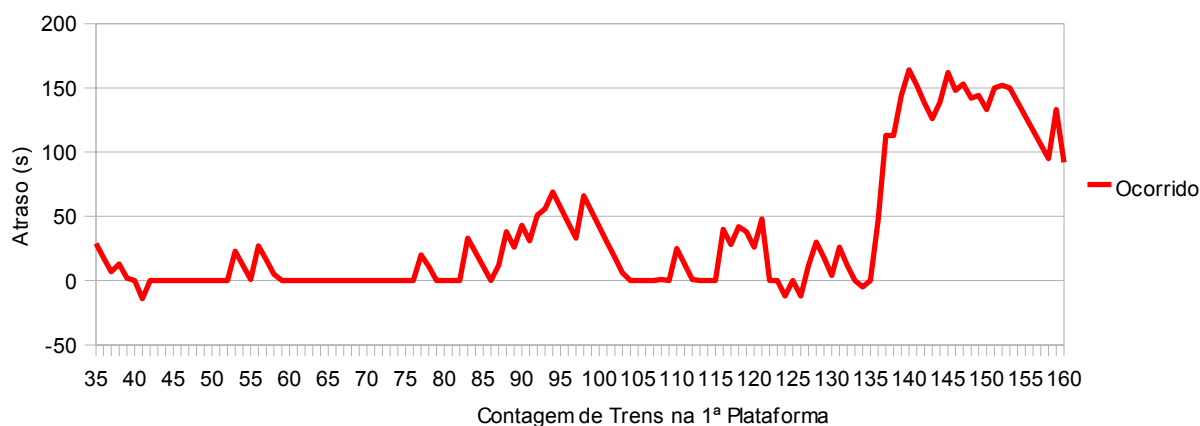


Fig. 6.11: Simulação do cenário com a presença de perturbações.

O período apresentado nos gráficos é o mesmo período da simulação anterior, mas nesse cenário perturbações acontecem ao longo de todo o dia de operação e em todas as ocorrências dos eventos do sistema. Pelo primeiro gráfico, note-se que na presença de perturbações o controlador atua de forma a manter os trens aderentes à referência horária estipulada e pelo segundo gráfico, nota-se que o controlador realmente conduz o sistema ao seu regime originalmente previsto na tabela horária, pois os atrasos são sempre anulados.

6.2.3. Exemplo Baseado na Linha 2 do Metrô de São Paulo

Também conhecida como linha verde, a Linha 2 do Metrô de São Paulo, no momento da realização desse trabalho, possuía onze estações, cada uma com duas plataformas, sendo uma para cada sentido de movimentação. No contexto desse trabalho as estações são: Alto do Ipiranga, Imigrantes, Chácara Klabin, Ana Rosa, Paraíso, Brigadeiro, Trianon-Masp, Consolação, Clínicas, Sumaré e Vila Madalena. Já as plataformas são nomeadas com três letras representando a estação a qual elas pertencem e os números '1' ou '2' para indicar o sentido de movimentação. Por exemplo, 'ANR1' é a plataforma de ida da estação Ana Rosa, já 'BGD2' é a plataforma de volta da estação Brigadeiro. Em se tratando de uma linha circular, nas estações que estão geograficamente nas pontas da linha verde existem trechos dedicados às manobras dos trens para esses iniciarem suas movimentações no sentido oposto.

A companhia possui um número determinado de trens à sua disposição para circular na linha e cumprir as ofertas programadas para cada dia. Tais ofertas são planejadas de acordo com a

demanda de passageiros ao longo do dia, ou seja, quanto maior a demanda maior o número de trens circulando na linha e vice-versa. Assim como descrito no capítulo 5, ao longo do dia essa demanda varia em horários de picos e horários de vale, e afim de atendê-las o intervalo entre os trens deve ser menor ou maior, respectivamente. O intervalo entre trens é alterado injetando-se ou retirando-se trens da linha de circulação e todas essas mudanças são previamente planejadas e previstas no programa de ofertas para aquele dia de operação, o qual é assumido conhecido a priori. Nele podem-se encontrar a tabela horária de referência e as restrições físicas do sistema como os tempos mínimos de parada em cada plataforma para o embarque e desembarque de passageiros, os tempos mínimos de percurso dos trechos entre as plataformas e a quantidade de trens disponíveis para realizar as viagens previstas para aquele dia.

Em uma operação normal os trens iniciam e terminam suas viagens em locais específicos ao longo da linha e, conseqüentemente, tais locais predeterminados são por onde os trens entram ou saem da linha de circulação. Por motivos de simplicidade, mas sem perder características significativas, foi assumido no contexto desse trabalho que os trens sempre iniciam suas viagens na plataforma de ida da estação Alto do Ipiranga (primeira plataforma da linha) e as terminam na plataforma de volta da estação Imigrantes (última plataforma da linha). A plataforma de volta da estação Alto do Ipiranga, como previsto no programa de ofertas utilizado como referência para esse trabalho, não será utilizada. Seguindo o mesmo raciocínio essas duas plataformas serão por onde os trens entrarão e sairão da via de circulação, respectivamente.

A tabela horária de referência a ser utilizada como base pelo controlador e o modelo da planta para a Linha 2 do Metrô de São Paulo não são apresentados por motivo de restrição de espaço, mas essa última pode ser idealizada a partir do modelo da planta do exemplo didático, que nada mais é do que uma forma de macro-visão de uma linha real de circulação. Ou seja, agrupando-se os modelos de plataformas e trechos entre plataformas coerentemente de acordo com a topologia da via do problema a ser estudado, é possível montar uma linha circular de qualquer tamanho, desde que essa respeite as características temporais do problema.

Antes de apresentar os resultados obtidos para esse exemplo com o uso do controlador não-linear com realimentação de estado proposto nesse trabalho, uma característica interessante da tabela horária de referência pode ser destacada. Utilizando-se o mesmo modelo de grafo de eventos utilizado para a planta, mas com os tempos ideais de parada em plataformas para embarque e desembarque de passageiros e com os tempos ideais de percurso de trechos entre plataformas, é possível simular como seria o comportamento ideal do sistema. O que se nota é

que os trens não obedecem a tabela horária circulando apenas com tais valores ideais pré-estabelecidos, ou seja, para se obter uma oferta de trens igual àquela prevista na tabela horária é necessário ou manter os trens existentes circulando de forma mais acelerada (i.e., com a utilização de um controlador para a correção dos tempos de paradas em plataformas e percurso de trechos entre plataformas) ou adicionar trens na via. A figura 6.12 mostra o gráfico dos intervalos entre trens de referência e ocorrido na plataforma ANR1 durante um período do dia de operação para essa simulação do sistema.

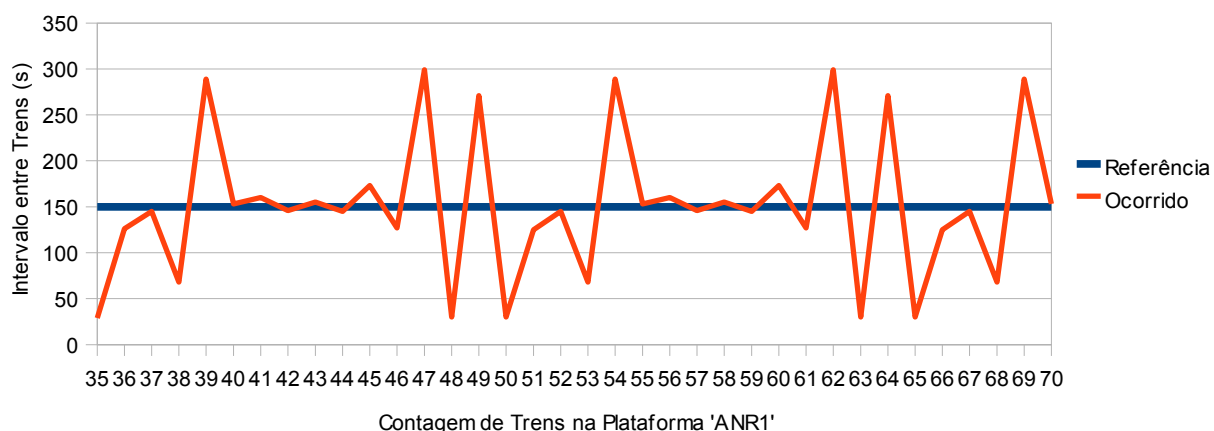


Fig. 6.12: Resultados da simulação nominal observados na plataforma ANR1.

Como dito anteriormente, os trens não permanecem aderentes à tabela horária quando esses utilizam os tempos ideais de parada em plataformas e percurso de trechos entre plataformas. Por esse motivo vê-se no gráfico alguns trens fora de suas respectivas referências horárias. Devido a esses tempos ideais serem constantes durante o período dessa simulação, o comportamento de movimentação dos trens possuirá um padrão, fato que também pode ser comprovado pelo gráfico, observando-se inclusive uma certa periodicidade na curva do intervalo entre trens ocorrido.

Ao longo de um dia de operação acontecem esporadicamente entradas e saídas de trens para ajustes do intervalo entre trens em circulação. Tais entradas e saídas devem ser levadas em conta pelo controlador afim de reorganizar o carrossel de trens para atender ao novo intervalo desejado entre eles, ou seja, essas entradas e saídas de trens são vistas pelo controlador como sendo perturbações que fazem com que o sistema altere o seu regime e necessite de ações de controle para reconduzi-lo à solução de referência, que passa agora a ser um novo regime, i.e., um novo

intervalo entre trens devendo ser observado. A figura 6.13 apresenta os resultados obtidos com o controlador acoplado ao sistema para a simulação de um dia de operação da Linha 2 do Metrô de São Paulo, compreendendo somente um período onde acontecem entradas e saídas de trens para alteração do intervalo entre eles. Nessa figura são fornecidos dois gráficos, sendo o primeiro os resultados do ponto de vista do intervalo entre trens observados através do evento de chegada na plataforma 'ANR1' e o segundo os resultados do ponto de vista do valor do atraso em relação à referência horária observado na mesma plataforma e para o mesmo evento.

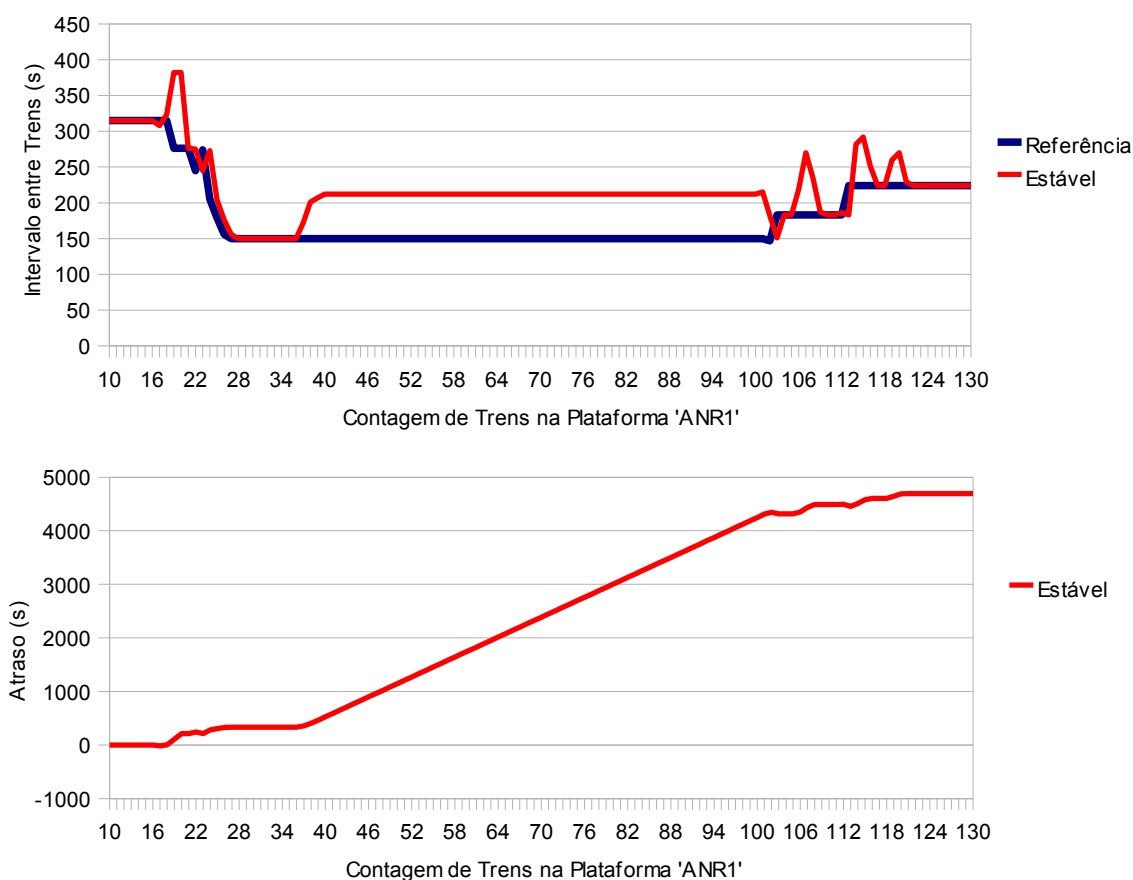


Fig. 6.13: Entradas e saídas de trens da via de circulação.

Da 19^a à 27^a ocorrência do evento sendo observado são inseridos sete trens em instantes distintos para diminuir o intervalo entre eles de 315 segundos para 150 segundos, que é mantido até a 102^a ocorrência do evento. Entre a 102^a e 113^a ocorrência do evento de chegada na plataforma sendo observada foram retirados dois trens para aumentar o intervalo entre eles de

150 segundos para 183 segundos. A partir da 113ª em diante foram retirados três trens para aumentar o intervalo entre eles de 183 segundos para 224 segundos.

No início do período apresentado nos gráficos, o controlador conseguiu manter o intervalo entre trens na referência desejada, mesmo após a entrada de alguns trens na via de circulação para diminuir o intervalo entre eles. Durante as primeiras ocorrências do evento de chegada na plataforma 'ANR1' com o intervalo entre trens de 150 segundos (até a 36ª ocorrência), apesar do controlador conduzir o sistema a esse regime, ele o fez aplicando um atraso constante aos eventos do sistema, ou seja, o regime alcançado pelo controlador é um regime deslocado no tempo em relação ao regime original da tabela horária. Após a 36ª contagem, o controlador conduziu o sistema a um regime mais lento do que o regime original, causando um atraso monotonicamente crescente aos eventos do sistema. Após a saída de alguns trens da via de circulação para aumentar o intervalo entre eles, o controlador foi novamente capaz de conduzir o sistema ao regime desejado. Mais uma vez, esse regime é, na verdade, um regime deslocado no tempo em relação ao regime da tabela horária (atraso constante observado nos eventos do sistema).

Voltado à análise do período em que o controlador conduziu o sistema a um regime mais lento do que o regime desejado, pode-se notar um comportamento semelhante àquele apresentado na figura 6.6, onde o motivo pelo qual o controlador se comportou dessa forma foi uma inconsistência na tabela horária. No caso acima apresentado não existe inconsistências na tabela horária utilizada. Os tempos mínimos de parada em plataformas e percurso de trechos entre plataformas disponíveis para utilização nesse exemplo não correspondem efetivamente aos limites físicos do sistema, mas sim aos limites inferiores para se obter o menor intervalo entre trens naquele dado dia de operação, que é de 150 segundos. Consequentemente, a matriz A_k obtida não corresponde ao comportamento menos restritivo (comportamento mais acelerado) do sistema, mas sim o comportamento do sistema para se obter o menor intervalo entre trens dentre aqueles desejados no dia. Pela equação 5.6, o controlador F_k sempre se aproxima por cima da matriz A_k , portanto, ele não consegue aplicar esse comportamento ao sistema e não consegue conduzi-lo ao intervalo entre trens de 150 segundos.

6.3. Além dos Teoremas

Como visto no capítulo 5, o controlador proposto nesse trabalho atua a cada ciclo do sistema calculando os instantes de ocorrência dos seus eventos para o seu próximo ciclo.

Conforme detalhado no capítulo 3, para se definir um ciclo deve-se escolher um evento como sendo o evento de referência ou base, cujas ocorrências determinarão o início de um novo ciclo.

Para as simulações apresentadas até agora, o evento de chegada na primeira plataforma foi considerado como o evento base, ou seja, a cada ocorrência desse evento a equação 5.2 é executada utilizando-se a matriz F_k determinada pela equação 5.6. Dessa forma, todas as condições dos teoremas apresentados anteriormente para garantia da estabilidade do sistema controlado são satisfeitas.

O que aconteceria se, por exemplo, ocorresse uma perturbação justamente nesse evento tomado como base de forma a atrasar a sua ocorrência? O controlador demoraria mais para atuar, afinal seu cálculo seria postergado até a nova ocorrência do evento de referência. Do ponto de vista teórico isso não é um problema, pois quando o controlador atuar, ele irá determinar uma solução que garantidamente conduzirá o sistema a um regime periódico, mesmo que esse seja um regime deslocado no tempo em relação ao regime originalmente determinado pela tabela horária. Entretanto, do ponto de vista prático esse fato poderia causar um certo transtorno operacional, uma vez que o sistema levará mais tempo para se estabilizar do que quando as perturbações ocorrem em outros eventos que não o evento base. O que aconteceria, então, se ao invés do controlador atuar somente na ocorrência do evento base, ele atuasse na ocorrência de qualquer evento do sistema? Como visto na capítulo 3, para cada evento do sistema tomado como evento base existe um modelo e, conseqüentemente, uma nova matriz F_k relacionada. Ou seja, entre duas ocorrências de um mesmo evento a equação 5.2 passaria agora a ser calculada tantas vezes quantos forem o número de eventos do sistema e a cada novo cálculo, a solução gerada para o modelo referente ao evento ocorrido sobreporia a solução calculada para o modelo referente ao evento ocorrido anteriormente. Apesar de intuitivamente esse procedimento aparentar ser bastante razoável, ele infringe as condições do teorema 4.7, pois não haverá mais garantia de que essa sobreposição de soluções conduza o sistema controlado ao regime.

A figura 6.14 apresenta os resultados obtidos utilizando o mesmo cenário considerado para obter os resultados da figura 6.6, mas com esse novo procedimento de atuação do controlador discutido a pouco. Na figura existem dois gráficos, sendo o primeiro referente ao intervalo entre trens observados na plataforma 'C' e o segundo referente ao valor do atraso dos eventos ocorridos na mesma plataforma em relação à tabela horária.

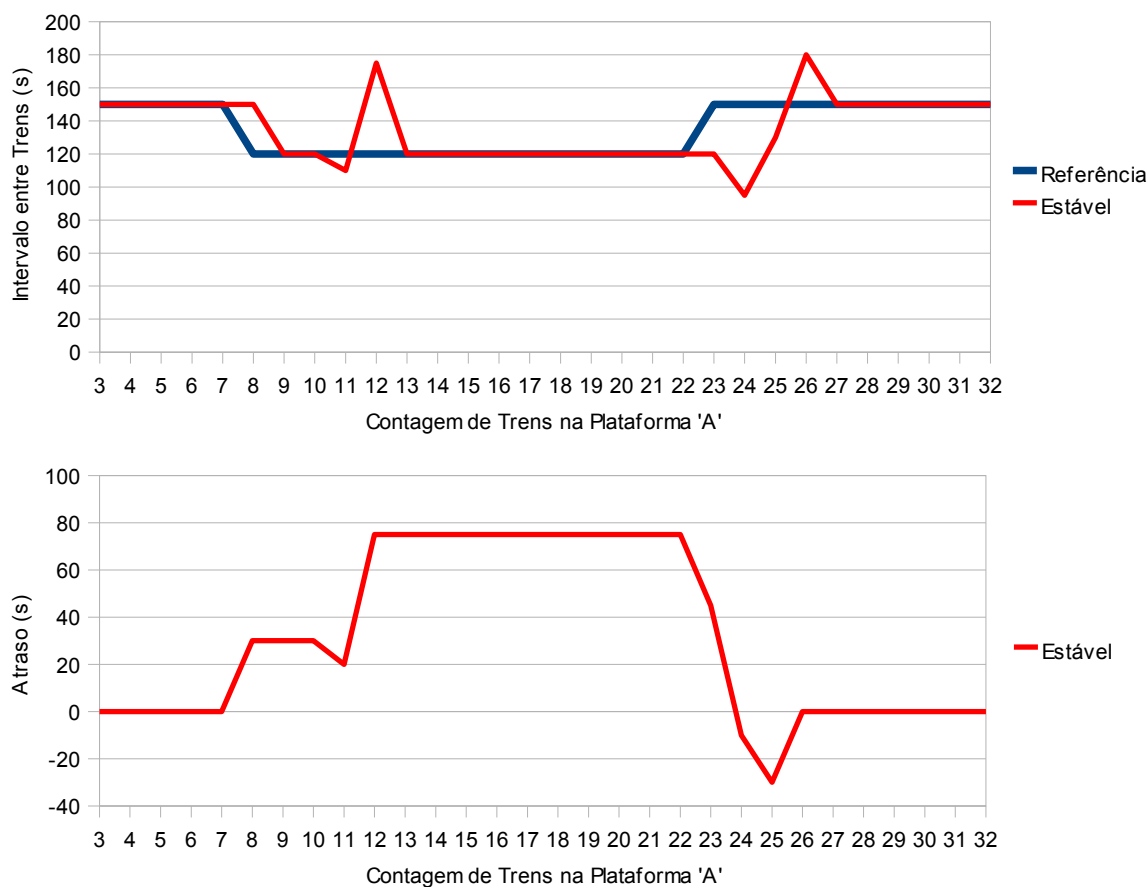


Fig. 6.14: Novo procedimento de atuação do controlador sem a entrada e saída de trens da via.

Nesse cenário, onde o intervalo entre trens foi alterado sem a adequação do tempo de volta, o controlador proposto nesse trabalho atuando na ocorrência de todos os eventos do sistema reagiu de forma diferente do que quando estava atuando somente na ocorrência do evento base. Através dos gráficos, vê-se que no horário de pico (período no qual o intervalo de referência entre trens apresenta o menor valor) o sistema foi conduzido não a um novo regime mais lento do que o original, mais sim ao regime desejado com os eventos do sistema estando igualmente deslocados no tempo em relação às suas referências horárias. Nota-se, também, que o controlador apresentou uma maior oscilação nos resultados quando atuando na ocorrência de todos os eventos do sistema.

6.4. *Dados Reais*

Como já mencionado anteriormente nesse trabalho, a Companhia do Metropolitano de São Paulo já possui atualmente um sistema de supervisão e controle de tráfego. Esse sistema incorpora, entre outras funcionalidades, a regulação dos trens. No caso específico do metrô de São Paulo, existem três modos distintos de regulação a saber: regulação por tabela horária, regulação por intervalo constante entre trens e regulação por intervalo dinâmico entre trens. Esses modos são selecionadas pelo operador do sistema de acordo com situações por ele observadas e que requeiram mudanças na estratégia de regulação. Em outras palavras, o operador vai escolher a estratégia de regulação que ele jure mais apropriada para manter o carrossel de trens uniformemente distribuído na via de circulação.

O primeiro modo mencionado, ou seja, a regulação por tabela horária é o modo mais utilizado e corresponde a manter os trens em circulação aderentes a uma tabela horária de referência previamente conhecida.

Já o modo de regulação por intervalo constante entre trens é, em geral, um modo de operação degradada imposto pelo operador do sistema quando esse constata alguma anomalia que impede o uso da tabela horária de referência. Esse modo consiste em atuar na movimentação dos trens afim de mantê-los com um intervalo constante, determinado pela relação entre o tempo de volta nominal e número de trens existentes no momento em que o modo foi selecionado. Devido à falta de uma referência horária, a atuação na movimentação dos trens somente leva em consideração os instantes de ocorrência dos eventos passados.

O terceiro e último modo de regulação mencionado, não sendo considerado um modo degradado de operação, consiste na determinação dinâmica de uma nova referência horária i.e., uma nova tabela horária de referência que possibilite ofertar trens em plataformas com um intervalo igual ao intervalo determinado pela relação entre o tempo de volta nominal e número de trens existentes no momento em que o modo foi selecionado. Essa nova referência horária deverá, portanto, ser utilizada para regular a movimentação dos trens em circulação.

Uma primeira análise dos dois últimos modos de regulação apresentados pode levar à conclusão de que eles são exatamente iguais, mas uma análise mais minuciosa revela suas diferenças. Sem entrar em muitos detalhes, pode-se estabelecer um simples cenário para ressaltar uma diferença entre esses dois modos de regulação. Se um dado trem, por algum motivo, atrasar sua partida de uma dada plataforma em um minuto e, coincidentemente, o trem logo atrás atrasar

um minuto para chegar na mesma plataforma, a regulação por intervalo constante não atuará de nenhuma forma nesse trem, pois o intervalo entre eles permaneceu inalterado. Já a regulação por intervalo dinâmico entre trens atuaria nesse último trem, pois ele não estaria aderente à tabela horária de referência criada dinamicamente no momento da seleção do modo.

A figura 6.15 apresenta um gráfico contendo os intervalos entre trens de referência e ocorrido observados na plataforma 'PSO1' em um dia normal de operação da Linha 2 do metrô de São Paulo.

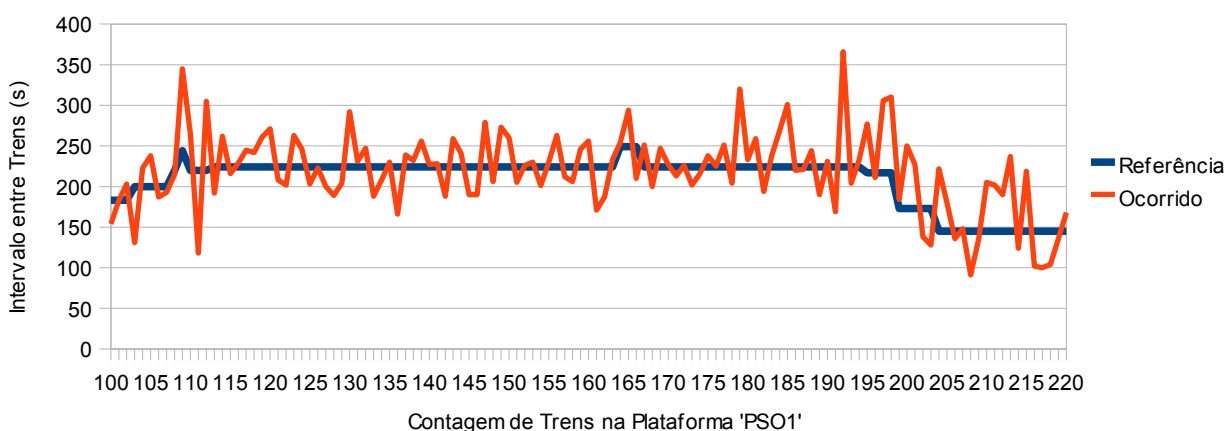


Fig. 6.15: Dados reais de um dia de operação da Linha 2 do metrô de São Paulo.

Uma primeira análise do gráfico poderia conduzir a uma conclusão de que o controlador utilizado pela Companhia do Metropolitano de São Paulo não é capaz de regular de forma suave o sistema controlado, mas além de não se saber quais foram as condições reais de campo no período amostrado, esse controlador deve trabalhar com restrições de tempos máximos de parada em plataformas e percurso de trechos entre plataformas. Essa característica não foi em nenhum momento considerada durante a obtenção através e simulação dos resultados apresentados na seção anterior.

Capítulo 7

Conclusões

Nesse trabalho apresentou-se um controle de transitórios no problema de regulação de trens em um sistema metroviário. Esse controle é feito por um controlador não-linear com realimentação de estado e garantia de estabilidade conforme a lei de controle proposta por Noronha (1999). Esse controlador mostrou-se mais eficiente do que um controle linear arbitrário desenvolvido para fins de comparação, pois efetivamente conduz o sistema controlado ao regime desejado e estabelecido pela tabela horária. Já o segundo controlador atua de forma a atrasar igualmente os eventos do sistema, conduzindo-o a um regime deslocado no tempo. O controlador proposto nesse trabalho também efetua menos cálculos do que os algoritmos de controle apresentados no capítulo 2 que recalculam a tabela horária a cada perturbação ocorrida, pois somente os instantes de ocorrência dos eventos do sistema no seu próximo ciclo são efetivamente calculados. Em geral, os sistemas de regulação por tabela horária existentes nos sistemas metroviários operando pelo mundo efetuam os cálculos e atuam nos trens de forma individual, ou seja, dado um trem chegando ou partindo de plataforma, o controlador verifica o atraso e, de acordo com regras estratégicas, atua no trem de forma a recuperar tal perturbação. Já o controle proposto nesse trabalho leva em conta todos os trens circulando no momento dos cálculos, uma vez que ele sempre utiliza os instantes de ocorrência de todos eventos do sistema no seu ciclo corrente para determinar os instantes de ocorrência de seus eventos no próximo ciclo.

Confirme visto no capítulo 3, partindo-se de um tempo de volta e de um número de trens disponíveis ou de uma demanda de passageiros a ser atendida é possível obter um escalonamento cíclico ótimo para o problema, que corresponde à solução de referência, i.e., tabela horária. Entretanto, em situações reais, a movimentação dos trens está sujeita a imprevistos como falhas em equipamentos ou até mesmo passageiros retardando as partidas de trens ao impedir o fechamento de suas portas. Buscou-se, então, nesse trabalho formular uma lei de controle que, além de produzir soluções factíveis, garanta a estabilidade do sistema sendo controlado.

Também conforme mencionado no capítulo 3, os sistemas de supervisão e controle de tráfego existentes hoje em dia possuem, em geral, modos distintos de regulação que são selecionados pelo operador do sistema sempre que necessários. Muitos desses modos não fazem menção explícita a uma tabela horária de referência, como, por exemplo, o modo de regulação por intervalo constante entre trens, mas todos eles poderiam ser traduzidos na determinação de uma nova referência horária a ser obedecida pelo sistema, ou seja, desde que essa nova tabela horária seja calculada e esteja disponível. Assim o controlador proposto nesse trabalho poderia ser empregado, independentemente do modo de regulação desejado para o sistema.

O controle proposto nesse trabalho é sintetizado no capítulo 5 pela equação 5.6 e representa um controle não-linear com realimentação de estado garantindo a estabilidade do sistema controlado, conforme demonstrado pelo teorema 5.1. Recorrendo aos resultados apresentados no capítulo 6, outros controles também forneceram resultados interessantes e significativos quando utilizados na equação 5.2 para cálculo dos instantes de ocorrência dos eventos de chegada e partida de trens em plataformas. Foram eles: o controle linear utilizando somente o modelo de referência (i.e., a tabela horária) e o controlador não-linear sem a garantia de estabilidade do sistema controlado, respectivamente obtidos pelas equações 5.5 e 5.7.

Uma primeira análise dos resultados apresentados no capítulo 6 leva à conclusão de que o controlador não-linear com realimentação de estado proposto nesse trabalho sempre fornece soluções melhores para os instantes de ocorrência dos eventos de chegada e partida de trens em plataformas do que as soluções obtidas com o uso do controle linear definido pela equação 5.5, que utiliza somente a tabela horária como fonte para a determinação dos instantes de ocorrência dos eventos do sistema.

Resgatando uma conclusão já apresentada no próprio capítulo 6, em determinadas situações o controlador proposto nesse trabalho conduz o sistema a um outro regime mais lento em relação ao regime originalmente previsto pela tabela horária o que ocasiona um atraso monotônico crescente nos eventos de chegada e partida de trens em plataformas. Esse resultado, porém, não deve ser encarado como uma característica puramente negativa. O aumento monotônico crescente do atraso leva o sistema a uma situação ao mesmo tempo factível e confortável para os passageiros, uma vez que o intervalo entre trens sendo ofertados nas plataformas permanece constante. De fato, esse resultado também mostra a influência de um planejamento operacional adequado no controle reativo de um sistema de transporte metroviário utilizando o controlador

proposto nesse trabalho. Quanto melhor for o planejamento da circulação dos trens em um dado dia de operação, melhor será a resposta do controlador.

Outra discussão, também com seus resultados apresentados no capítulo 6, foi a atuação do controlador não somente na ocorrência do evento tomado como base, mas na ocorrência de qualquer um dos eventos do sistema. Conforme explorado no capítulo 3, para cada evento do sistema tomado como evento de referência, tem-se um modelo para o sistema, que apesar de todos eles apresentarem o mesmo comportamento periódico, não deixam de ser modelos diferentes. Esse fato faz com que as condições dos teoremas apresentados nesse trabalho não sejam satisfeitas, ou seja, não foi demonstrada uma garantia de estabilidade quando soluções geradas pelo controlador para cada modelo do sistema são sobrepostas. Mesmo assim, os resultados obtidos com essa nova atuação do controlador são considerados como satisfatórios. Em algumas situações, onde o controlador atuando somente na ocorrência do evento base conduziu o sistema a um regime mais lento, o controlador atuando na ocorrência de todos os eventos do sistema o conduziu ao seu regime originalmente previsto na tabela horária. Já em outras situações, onde ambos os controladores conduziram o sistema ao seu regime previsto, o controlador atuando na ocorrência de todos os eventos do sistema apresentou mais oscilações no intervalo entre trens do que o controlador atuando somente na ocorrência do evento de referência. Mais ainda, em outras simulações onde ambos os controladores conduziram o sistema a um regime mais lento do que o regime determinado pela tabela horária, o regime alcançado pelo controlador atuando somente na ocorrência do evento base correspondeu a um intervalo entre trens menor do que o intervalo entre trens representado pelo regime obtido pelo controlador atuando na ocorrência de todos os eventos do sistema.

Vale lembrar ainda, que a restrição dos tempos máximos de parada em plataformas e percurso de trechos entre plataformas não foi considerada na determinação do controlador. Se essa restrição fosse implementada, esses resultados naturalmente seriam bastante diferentes. Acrescentar a restrição dos tempos máximos de parada em plataformas e percurso de trechos entre plataformas na equação que determina o controle não-linear com realimentação de estado proposto nesse trabalho, sem perder a garantia da estabilidade do sistema controlado, pode ser encarado como um trabalho futuro. Outro trabalho futuro a ser desenvolvido seria a determinação de um controle com garantia de estabilidade do sistema controlado que não dependesse de uma referência horária, ou seja, um controlador que não dependesse da existência de uma tabela horária.

Referências Bibliográficas

Adenso-Díaz, B., M. O. González, P. González-Torre. On-line timetable re-scheduling in regional train services. *Transportation Research Part B*, Pages 387-398, 1999.

Ambrosio, A. Técnicas de Planejamento e Controle de Sistemas a Eventos Discretos Aplicadas ao Problema de Despacho de Trens. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, 1999.

Baccelli, F., G. Cohen, G. J. Olsder, J. P. Quadrat. *Synchronization and Linearity. An Algebra for Discrete Event Systems*. Disponível online (web edition): <http://cermics.enpc.fr/~coheng/SED/book-online.html>, Novembro 2001.

Baccelli, F., B. Gaujal, D. Simon. Analysis of preemptive periodic real-time systems using the (max,plus) algebra with applications in robotics. *Control Systems Technology*, Volume 10, Pages 368-380, 2002.

Breusegem, V. V., G. Campion, G. Bastin. Traffic Modeling and State Feedback Control for Metro Lines. *IEEE Transactions on Automatic Control*, volume 36, issue 7, pages 770-784, July 1991.

Cassandras, C. G., S. Lafortune. *Introduction to Discrete Event Systems*. Springer (2nd edition), 2008.

Chang, S. C., Y. C. Chung. From timetabling to train regulation - a new train operation model. *Information and Software Technology* 47, 2005.

Chang, S. C., B. S. Thia. Online rescheduling of mass rapid transit systems: fuzzy expert system approach. *IEEE Proceedings on Electric Power Applications*, volume 143, issue 4, pages 307-316, July 1996.

Cochet-Terrasson, J., G. Cohen, S. Gaubert, M. M. Gettrick, J. P. Quadrat. Numerical Computation of Spectral Elements in Max-Plus Algebra. *IFAC Conference on System Structure and Control*, 1998.

Cohen, G. Analisis y Control de Sistemas de Eventos Discretos: de redes de Petri Temporizadas al Algebra, Cuaderno 29. Cuadernos del Instituto de Matematica “Beppo Levi”, Facultad de Ciencias Exactas, Ingenieria y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario, 2001.

Corrêa, S. S. Regulação Robusta de Tráfego em Linhas de Metrô. Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, Setembro 1999.

Cury, J., F. Gomide. A methodology for generation of optimal schedules for an underground railway system. *IEEE Transactions on Automatic Control*, volume 25, issue 2, pages 217-222, April 1980.

Faria, G. E. G. Modelamento e Regulação de Tráfego de Trens em Linhas Metroviárias. Tese de mestrado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, Junho 2000.

Fay, A. A fuzzy knowledge-based system for railway traffic control. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, volume 13, issue 6, pages 719-729, December 2000.

Fleurent, C., R. Lessard, L. Séguin. Transit Timetable Synchronization: Evaluation and Optimization. *9th International Conference on Computer-Aided Scheduling of Public Transport (CASPT)*. San Diego, California, Agosto 2004.

Goodman, C. J., S. Murata. Metro traffic regulation from the passenger perspective. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, volume 215, number 2, pages 137-147, 2001.

Goverde, R. M. P. Railway timetable stability analysis using max-plus system theory. *Transportation Research Part B*, Volume 41, Pages 179–201, 2007.

Heidergott, B., G. J. Olsder, J. Woude. *Max Plus at Work. Modeling and Analysis of Synchronized Systems: A Course on Max-Plus Algebra and Its Applications*. Princeton University Press, 2006.

Heidergott, B., R. Vries. Towards a $(\text{Max}, +)$ Control Theory for Public Transportation Networks. *Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications*, Volume 11, Pages 371–398, 2001.

Isaai, M. T. An Intelligent Search Technique for Solving Train Scheduling Problems: Simulated Annealing & Constraint Satisfaction. *35th International Computers & Industrial Engineering Conference*, Junho 2005.

Lindner, T. Train Schedule Optimization in Public Rail Transport. Tese de Doutorado, Departamento de Matemática e Informática, Universidade de Braunschweig, Junho 2000.

Löbel, A. Optimal Vehicle Scheduling in Public Transit. Tese de Doutorado, Departamento de Matemática, Universidade de Berlin, Novembro 1997.

Lüders, R. Controle Multivariável de Sistemas a Eventos Discretos em Dióides. Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, Dezembro 2001.

Maia, C. A. Identificação e Controle de Sistemas a a Eventos Discretos na Álgebra $(\text{max}, +)$. Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, Julho 2003.

Mladenović, S., M. Čangalović. Heuristic Approach to Train Rescheduling. *Yugoslav Journal of Operations Research*. Number 1, Pages 9-29, 2007.

Nguyen-Duc, K., B. Descotes-Genon. Rescheduling in the Urban Transportation Networks. *Computational Engineering in Systems Applications*, Volume: 1, Pages 953-959, 2007.

Noronha, A. B. Controle de Transitórios em Escalonamento de Job Shop Cíclico. Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, Outubro 1999.

Oliveira, E., B. M. Smith. A Job-Shop Scheduling Model for the Single-Track Railway Scheduling Problem. University of Leeds - School of Computing. *Research Report Series*, Report 2000.21, August 2000.

Portugal, D. S. V. Estudo e Modelagem de Job Shops Ciclicos com Jobs Distintos. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, Julho 1999.

Sahin, I. Railway traffic control and train scheduling based on inter-train conflict management. *Transportation Research Part B: Methodological*, volume 33, issue 7, pages 511-534, September 1999.

Törnquist, J., J. Persson. A. N-tracked Railway Traffic Re-Scheduling During Disturbances. *Transportation Research Part B*, Pages 342–362, 2007.

Wong, K.K., T. K. Ho. Dwell-time and run-time control for DC mass rapid transit railways. *The Institution of Engineering and Technology, Electric Power Applications*, pages 956–966, 2007.

Yasunobu, S., S. Myamoto. Automatic Train Operation System by Predictive Fuzzy Control. *Industrial Applications of Fuzzy Control*, 1985.