

UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas  
FEEC - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação  
DSEE - Departamento de Sistemas de Energia Elétrica

**MÉTODO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR  
DUAL PARA O CÁLCULO DO CORTE DE  
CARGAS EM PLANEJAMENTO DA  
EXPANSÃO DE SISTEMAS DE  
TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA**

**André Chainho Gandini**

**Alcir José Monticelli  
Orientador**

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da  
UNICAMP, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre  
em Engenharia Elétrica.

Campinas, Abril de 1998

Este exemplar corresponde a redação final da tese  
defendida por André Chainho Gandini  
e aprovada pela Comissão  
Julgada em 24/04/98  
Alcir Monticelli  
Orientador



FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

G152m Gandini, André Chainho  
Método de programação linear dual para o cálculo do  
corte de cargas em planejamento da expansão de sistemas  
de transmissão de energia elétrica. / André Chainho  
Gandini.--Campinas, SP: [s.n.], 1998.

Orientador: Alcir José Monticelli.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de  
Computação.

1. Programação linear. 2. Sistemas de energia elétrica –  
Planejamento. 3. Energia elétrica - Transmissão. I.  
Monticelli, Alcir José. II. Universidade Estadual de  
Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de  
Computação. III. Título.

**“MÉTODO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR  
DUAL PARA O CÁLCULO DO CORTE DE  
CARGAS EM PLANEJAMENTO DA  
EXPANSÃO DE SISTEMAS DE  
TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA”**

André Chainho Gandini

Campinas - SP  
24 de Abril de 1998

A meus pais,  
Dinoel e Raquel.

## Agradecimentos

- Ao professor Alcir José Monticelli pela orientação e apoio irrestrito;
- Ao CNPq pelo apoio financeiro;
- Aos colegas Ramón Alfonso Gallego Rendón e Sérgio Azevedo de Oliveira pela ajuda com os testes na rotina de *Simulated Annealing*;
- À D. Edna Servidone, secretária do DSEE, pela ajuda dispensada;
- Aos professores e colegas do DSEE.

## Resumo

Este trabalho apresenta uma metodologia de programação linear dual especializada para resolver o problema do corte de cargas em planejamento da expansão de sistemas da transmissão de energia elétrica. Este problema deriva da necessidade de, para cada configuração proposta por um algoritmo de planejamento de expansão baseado no modelo DC, determinar se é viável ou não e, quando não é viável, quanto e em quais barras se deve diminuir a carga, no mínimo, para torná-la viável. Neste trabalho propõe-se uma metodologia de programação linear baseada no eficiente algoritmo dual de Stott, como alternativa ao método primal simplex de duas fases. Este algoritmo, originalmente formulado para cálculos de segurança da operação de sistemas de potência, é adaptado para a resolução do problema do corte de carga. Nessa adaptação as variáveis de controle passam a ser as injeções líquidas de potência ativa em lugar das variações de geração na barra, é usado o modelo DC puro em lugar do modelo incremental, são incorporadas técnicas de aproveitamento da esparsidade de vetores independentes, fatorização parcial com reordenamento de colunas e propõe-se uma técnica alternativa para prevenção de ciclagem. O problema das redes desconexas é resolvido identificando-se previamente as ilhas do sistema e resolvendo-as separadamente, atribuindo-se uma barra de referência para cada ilha. São examinados os aspectos de precisão do resultado, número de iterações, tempo de execução e particionamento do tempo de execução para um sistema de pequeno porte (Sistema Garver - 6 barras), um sistema de médio porte (sistema sul brasileiro - 46 barras) e um sistema de grande porte (sistema norte-nordeste brasileiro - 87 barras). O algoritmo é aplicado em uma rotina de planejamento da expansão baseada em Simulated Annealing. O programa MINOS, por ser uma implementação consagrada do método primal simplex de duas fases, é tomado como referência para comparação, e os resultados obtidos são consistentemente melhores sendo o método proposto de 2 a 10 vezes mais rápido que o MINOS, o que comprova a sua eficiência. A aceleração aumenta com o aumento do número de barras e com a diminuição do corte de cargas, correspondendo à situação típica encontrada no planejamento da expansão de sistemas da energia elétrica, e portanto o algoritmo é altamente especializado e indicado para esta aplicação.

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>O PROBLEMA DO CORTE DE CARGAS NO PLANEJAMENTO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO</b>	<b>4</b>
2.1	Geradores Fictícios . . . . .	4
2.2	Modelagens do Problema de Planejamento da Expansão . . . . .	6
2.2.1	Modelo DC . . . . .	6
2.2.2	Modelo de Transportes . . . . .	8
2.2.3	Modelo Híbrido . . . . .	9
2.3	Redes Desconexas . . . . .	10
<b>3</b>	<b>O MÉTODO DE STOTT PARA OTIMIZAÇÃO CORRETIVA DE REDES DE ENERGIA</b>	<b>11</b>
3.1	Introdução . . . . .	11
3.2	O método dual de Stott . . . . .	13
3.2.1	Introdução . . . . .	13
3.2.2	Modelagem do sistema . . . . .	15
3.2.3	Variáveis de Controle . . . . .	16
3.2.4	Formulação do Problema . . . . .	16
3.3	Esquema geral de solução . . . . .	17
3.3.1	Bloco A . . . . .	17
3.3.2	Bloco B . . . . .	21
3.3.3	Bloco C . . . . .	22

3.3.4	Blocos D, E e F . . . . .	24
3.4	Bloco D: O algoritmo de PL . . . . .	25
3.4.1	Introdução . . . . .	25
3.4.2	Características Gerais . . . . .	25
3.4.3	Metodologia de otimização . . . . .	28
3.4.4	Atualização da base . . . . .	32
3.4.5	Atualização dos geradores livres . . . . .	33
3.4.6	Bloco E: Há alguma geração violada? . . . . .	34
3.4.7	Bloco D: Iteração 2 . . . . .	34
3.4.8	Bloco E - Iteração 2 . . . . .	37
3.4.9	Bloco F: Atualização de $\Delta\theta$ . . . . .	37
3.4.10	Bloco C . . . . .	38
3.4.11	Bloco B: Re-identificação do subconjunto monitorado . . . . .	39
3.4.12	Estado final de operação . . . . .	40
<b>4</b>	<b>MÉTODO PROPOSTO</b>	<b>42</b>
4.1	Introdução . . . . .	42
4.2	O Método de Stott e o problema do corte de cargas . . . . .	42
4.3	Método proposto . . . . .	44
4.3.1	Modelagem do Sistema . . . . .	44
4.3.2	Introdução dos geradores fictícios . . . . .	44
4.3.3	Variáveis de controle . . . . .	45
4.3.4	Formulação do Problema . . . . .	46
4.3.5	Esquema geral de solução . . . . .	47
4.3.6	Bloco C . . . . .	49
4.4	Ilhamentos . . . . .	51
4.5	Detalhes da implementação . . . . .	54
4.5.1	Pré-despacho de potência ativa . . . . .	54
4.5.2	Cálculos de sobrecargas . . . . .	54
4.5.3	Teste de elegibilidades . . . . .	54

4.5.4	Ciclagem . . . . .	55
4.5.5	Resolução de sistemas lineares . . . . .	56
<b>5</b>	<b>TESTES E RESULTADOS</b>	<b>60</b>
5.1	Introdução . . . . .	60
5.2	Precisão dos resultados . . . . .	60
5.2.1	Introdução . . . . .	60
5.2.2	Sistema Garver - 6 barras . . . . .	61
5.2.3	Sistema Sul Brasileiro - 46 barras . . . . .	61
5.2.4	Sistema Norte-Nordeste Brasileiro - 87 barras . . . . .	62
5.3	Número de Iterações . . . . .	62
5.3.1	Sistema Garver - 6 barras . . . . .	62
5.3.2	Sistema Sul Brasileiro - 46 barras . . . . .	63
5.3.3	Sistema Norte-Nordeste Brasileiro - 87 barras . . . . .	64
5.3.4	Análise comparativa . . . . .	65
5.4	Tempo de Execução . . . . .	69
5.4.1	Sistema Garver - 6 barras . . . . .	69
5.4.2	Sistema Sul Brasileiro - 46 barras . . . . .	70
5.4.3	Sistema Norte-Nordeste Brasileiro - 87 barras . . . . .	71
5.4.4	Análise comparativa . . . . .	72
5.5	Particionamento do Tempo de Execução . . . . .	75
5.5.1	Introdução . . . . .	75
5.5.2	Sistema Garver - 6 barras . . . . .	75
5.5.3	Sistema Sul Brasileiro - 46 barras . . . . .	76
5.5.4	Sistema Norte-Nordeste Brasileiro - 87 barras . . . . .	76
5.6	Aplicação em Simulated Annealing . . . . .	77
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>79</b>
<b>A</b>	<b>Dados dos sistemas testados</b>	<b>85</b>
A.1	Sistema Garver - 6 barras . . . . .	86

A.2 Sistema sul brasileiro - 46 barras . . . . .	87
A.3 Sistema Norte-Nordeste brasileiro - 87 barras . . . . .	91

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

Um dos problemas enfrentados por uma concessionária de energia elétrica é o planejamento da expansão de seu sistema de geração e transmissão de energia. Continuamente, novas cargas são ligadas ao sistema, aumentando a demanda de geração e o fluxo nas linhas. Sendo o sistema dimensionado para atender com alguma folga o pico da demanda, este aumento de cargas vai diminuindo cada vez mais as folgas de geração e transmissão com as quais o sistema opera, até que eventualmente torna-se impossível atender a todas as cargas que estão conectadas.

Assim, a rede têm que ser periodicamente aumentada para melhorar sua capacidade de transmissão e de geração. As mudanças a serem efetuadas na rede envolvem custos muito altos e longos prazos de execução. Por isso, elas devem ser planejadas com grande antecedência como, por exemplo, 5 ou 10 anos.

O problema do planejamento da expansão de redes de energia elétrica foi modelado de várias maneiras, e diversos métodos foram propostos para resolvê-lo na literatura especializada.

Nestas pesquisas foram propostos três modelos para representar matematicamente o problema de planejamento: modelo DC, modelo de transportes e modelo híbrido. O modelo DC foi considerado o ideal para a formulação matemática do problema de planejamento.

As técnicas propostas na literatura para resolução dos modelos acima se dividem em três grupos: *métodos aproximados* ou *heurísticos*, tais como os métodos de Garver [2], Villasana-Garver [3], Mínimo Esforço [4] e Mínimo Corte de Cargas [11]; *métodos de otimização clássicos*, que usam basicamente a técnica de decomposição de Benders, de várias formas [12, 14, 13]; e os *métodos de otimização combinatorial*, tais como *Simulated Annealing* (SA) [5, 6], Algoritmos Genéticos (AG) [7, 9], Busca Tabu (TS) [7, 10]. Existem ainda técnicas que combinam vários métodos

de otimização combinatorial, tais como Algoritmos Híbridos [7] e Times Assíncronos (estes podem usar ainda métodos como Grasp e Redes Neurais).

Os métodos heurísticos se mostraram adequados para a resolução de sistemas de pequeno porte, tais como o sistema Garver de 6 nós e 15 linhas; com os métodos de decomposição foram obtidas as soluções globais para sistemas de porte pequeno (como o de Garver) e médio (Sistema Sul brasileiro, de 46 nós e 79 linhas). Os métodos de otimização combinatoriais se mostraram adequados para a resolução de sistemas de grande porte (Sistema Nordeste brasileiro, 87 nós e 179 linhas), tendo obtido soluções de boa qualidade em tempos de computação razoáveis.

Todos os métodos funcionam basicamente da seguinte maneira: partem de uma configuração atual e uma situação de carga e geração prevista para o futuro, buscando encontrar um plano de expansão com custo mínimo, ou seja, onde e que tipos de equipamentos devem ser instalados. Entre a solução inicial e a final os métodos encontram um número de soluções intermediárias. O que muda de método para método é a metodologia usada no processo de obtenção do plano de expansão. Mas nenhum dos métodos obtém diretamente a configuração final proposta; todos geram diversas configurações intermediárias, perfazendo uma busca ao longo do espaço de configurações possíveis.

Nos métodos que usam a formulação DC, para uma dada configuração proposta para a rede, será necessário determinar se é factível ou não do ponto de vista da operação. Mais ainda, a mera informação de que uma configuração seja infactível em geral não ajuda muito, uma vez que um grande número de configurações infactíveis será gerado no caminho até a solução final. Isto dá origem ao PROBLEMA DO CORTE DE CARGAS, cujo objetivo é determinar *quanto e em quais barras* se deve reduzir, no mínimo, a carga de maneira a tornar viável a operação de uma dada configuração da rede, informação que será utilizada de maneira diferente por cada metodologia de planejamento.

Uma vez que para cada configuração proposta é necessário calcular o corte de cargas, essa tarefa requer considerável do esforço computacional de um algoritmo de planejamento, pois para cada cálculo de corte de cargas é necessário resolver um problema de programação linear (PL).

O problema do corte de cargas é um problema de programação linear no qual busca-se minimizar a quantidade de carga cortada atendendo às restrições de operação (limites de geração e fluxo nos ramos). Os métodos de planejamento que se encontram na literatura têm resolvido este problema por meio de programação linear tipo primal simplex canalizado padrão.

Neste trabalho estuda-se a resolução do problema do corte de cargas no planejamento da expansão de sistemas de energia, propondo-se para a sua resolução um algoritmo especializado, baseado no método desenvolvido por B. Stott e outros para

aplicações de segurança em sistemas de potência [15, 16, 17].

No Capítulo II apresenta-se a modelagem do problema do corte de cargas como parte do problema de planejamento da expansão de sistemas de energia. Apresenta-se também a técnica de factibilização que emprega *geradores fictícios* e discute-se o problema dos ilhamentos (redes desconexas).

No Capítulo III apresenta-se o algoritmo de programação linear dual especializado para aplicações em segurança em redes de energia ("Método de Stott") proposto em 1978 por Stott e Hobson [15, 16] e aperfeiçoado logo em seguida por Stott e Marinho [17]. Este método se mostrou muito eficiente para a solução de problemas de programação linear originados da operação de redes de energia. O algoritmo é aplicado a um sistema-exemplo de 4 barras.

No Capítulo IV se propõe um algoritmo de programação linear especializado para a resolução do problema do corte de cargas baseado no Método de Stott.

No Capítulo V apresentam-se os resultados dos testes da aplicação do algoritmo à resolução do problema do corte de cargas em um sistema de pequeno porte (Garver), um de médio porte (sul brasileiro) e um de grande porte (nordeste brasileiro). Cada sistema é testado em 5 níveis de corte de carga: 0%, 5%, 30%, 50% e 70%, e os resultados são avaliados dos pontos de vista da exatidão dos resultados, número de iterações, tempo de execução e particionamento do tempo de execução. Além disso, apresentam-se os testes da aplicação do algoritmo a uma rotina de planejamento baseada em "Simulated Annealing" desenvolvida em pesquisas anteriores [5, 6] no DSEE-Departamento de Sistemas de Energia Elétrica da Faculdade de Engenharia Elétrica da Unicamp. Este algoritmo também é aplicado aos três sistemas citados. Em todos os testes o desempenho do algoritmo é comparado com o do pacote de programação linear de uso geral MINOS, desenvolvido em Stanford, que serve como referência de número de iterações, velocidade e convergência, e que era a alternativa anteriormente adotada nas pesquisas do DSEE - Departamento de Sistemas de Energia da UNICAMP.

No Capítulo VI são feitos comentários sobre os resultados obtidos e as perspectivas de desenvolvimentos futuros. No Anexo A se encontram os dados dos sistemas testados.

## Capítulo 2

# O PROBLEMA DO CORTE DE CARGAS NO PLANEJAMENTO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO

### 2.1 Geradores Fictícios

Uma boa parte das propostas de investimento que são geradas por um algoritmo de planejamento corresponde a sistemas inviáveis.

A ocorrência de infactibilidades pode ser evitada com uma alteração nas características de geração da rede, que exclui a possibilidade de que sua operação seja infactível.

A idéia básica desta técnica é que deve haver um gerador em cada barra cuja injeção líquida de potência ativa seja negativa, e a capacidade de geração deste gerador deve ser igual à carga líquida na barra. Em consequência a operação do sistema necessariamente será viável mesmo que não exista nenhuma linha de transmissão, pois cada carga pode eventualmente ser atendida pelo gerador acoplado na mesma barra.

Estes geradores são adicionados ao sistema original, sendo chamados de *geradores fictícios*. Mas estes geradores devem ser de alguma maneira diferenciados dos outros geradores originais do sistema. Mais ainda, eles só deverão entrar em operação se absolutamente necessário, e gerando apenas o mínimo necessário. Se possível, toda a demanda do sistema deveria ser atendida pelos geradores reais.

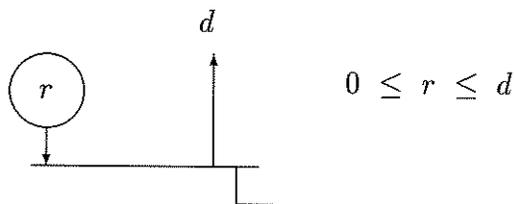


Figura 2.1: Gerador fictício em uma barra de carga

Isto é conseguido atribuindo-se um custo de operação às gerações fictícias. Este custo deve ser maior que o de qualquer outro gerador real da rede, porém igual para todos os geradores fictícios.

No caso do planejamento da expansão de sistemas de energia elétrica, o custo incremental dos geradores fictícios é unitário e os geradores reais têm custo zero. Portanto, o custo final da solução ótima corresponde ao valor do corte de cargas.

Na figura 2.1 vemos como os geradores fictícios são representados. Nesta  $r$  representa o gerador fictício e  $d$  representa a demanda líquida na barra.

Se o custo incremental do gerador fictício for unitário, o custo da operação do gerador fictício em uma barra será igual ao corte de carga na barra. Esta é a idéia básica usada na formulação do problema do corte de cargas.

A técnica dos geradores fictícios apresentada pode ser utilizada para factibilizar outros problemas em sistemas de energia elétrica. Por exemplo, numa curva de custo de operação linear por partes os geradores fictícios poderiam ser introduzidos em cada barra de carga (tal como descrito) atribuindo-se a eles um custo incremental maior do que o maior custo incremental (em algum segmento) de todos os geradores do sistema. Assim, a solução ótima do PL lançaria mão do gerador fictício somente quando estritamente necessário.

A conveniência do uso desta técnica é ainda mais acentuada se lembrarmos que para a maioria dos problemas de otimização é insatisfatório que um algoritmo termine com uma mensagem de infactibilidade. É bem melhor, em qualquer caso, que o algoritmo force a factibilização do sistema ao mesmo tempo em que fornece uma informação a respeito de *quanto* e *onde* o sistema real é infactível, proporcionando uma informação de muito maior utilidade tanto para outros módulos de otimização quanto para um eventual operador. O custo dos geradores fictícios pode ser diferenciado para representar uma ordem de prioridade no corte de cargas.

## 2.2 Modelagens do Problema de Planejamento da Expansão

O problema de planejamento da expansão foi modelado de três formas: modelo de transportes, modelo DC e modelo híbrido. Para cada uma destas modelagens foram desenvolvidas diversas metodologias de resolução. O modelo DC foi considerado o ideal para a resolução do problema de planejamento e o problema do corte de cargas estudado neste trabalho é derivado desta modelagem.

### 2.2.1 Modelo DC

O problema geral para o planejamento da transmissão em sistemas de energia elétrica usando o modelo DC e usando geradores fictícios pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \min v = & \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} + \sum_i \alpha_i r_i \\ \text{s.a.} \quad & B(x + \gamma^o)\theta + g + r = d \\ & (x_{ij} + \gamma_{ij}^o)|\theta_i - \theta_j| \leq (x_{ij} + \gamma_{ij}^o)\bar{\phi}_{ij} \\ & 0 \leq g \leq \bar{g} \\ & 0 \leq r \leq d \\ & 0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\ & \forall (i, j) \in \Omega \end{aligned} \tag{2.1}$$

Descrição das variáveis da formulação:

$x_{ij}$  Nova susceptância a ser instalada no ramo  $(i, j) \in \Omega$ .

$B(\cdot)$  Matriz de susceptâncias.

$\theta$  Ângulos das tensões nodais.

$\gamma_{ij}^o$  Susceptância inicial dos circuitos no ramo  $(i, j) \in \Omega$ .

$n_{ij}$  Número de linhas adicionadas em paralelo no ramo  $(i, j) \in \Omega$ .

$\bar{\phi}_{ij}$  Parâmetro definido pela relação  $\bar{\phi}_{ij} = \frac{\bar{f}_{ij}}{\gamma_{ij}}$ , sendo  $\bar{f}_{ij}$  o fluxo máximo de potência no ramo  $(i, j) \in \Omega$  e  $\gamma_{ij}$  a susceptância de um circuito no ramo  $(i, j)$ .

$\Omega$  Conjunto de todos os ramos definidos pelas linhas existentes e alternativas de expansão.

$g$  Vetor de gerações.

$d$  Vetor de cargas.

$\bar{g}$  Vetor de limites de geração

$r$  Vetor de gerações fictícias

$\alpha$  Parâmetro adequado de transformação de unidades.

O problema (2.1) é chamado de modelo DC. Em sua formulação original somente são levadas em conta as duas leis de Kirchoff para o sistema elétrico e a capacidade de transmissão das linhas existentes e das candidatas.

A formulação apresentada está modificada pelo termo  $\sum_i \alpha_i r_i$  adicionado na função objetivo, o qual representa a introdução dos geradores fictícios. Quando é escolhido um valor de  $\alpha$  relativamente grande, na solução final todos os  $r_i$  tendem a ser os menores possíveis, se possível zero. E nestas condições a solução obtida é exatamente igual para a formulação original e a modificada. Esta formulação é considerada ideal para ser usada no planejamento de sistemas de transmissão.

O problema apresentado é um problema PNLIM que pertence ao conjunto de problemas chamados NP-completo de difícil tratamento, que apresenta o problema da explosão combinatorial, pois além de geralmente existirem muitos caminhos candidatos, em cada caminho podem ser alocadas várias linhas.

Entretanto, para uma determinada proposta de investimentos  $x^k$  (uma configuração) o problema (2.1) é simplesmente um problema de programação linear (PL). Se sua resolução apresenta corte de cargas ( $r \neq 0$ ), então a proposta de investimentos não é factível para a formulação original mas é factível para a formulação (2.1). Portanto, um algoritmo eficiente que resolva (2.1) deve apresentar uma solução final sem corte de cargas para que essa solução seja equivalente à formulação original. No processo de resolução, eventualmente a formulação (2.1) encontra soluções que apresentam corte de cargas, mas as mesmas participam do mecanismo de obtenção de novas configurações e permitem sair mais facilmente de soluções ótimas locais.

Assim, uma vez especificada uma determinada proposta de investimentos  $n^k = n_{ij}^k$ , o problema (2.1) se reduz ao seguinte problema de programação linear:

$$\begin{aligned}
 \min w &= \sum_i \alpha_i r_i \\
 \text{s.a.} \quad & B(x + \gamma^o)\theta + g + r = d \\
 & (x_{ij}^k + \gamma_{ij}^o)|\theta_i - \theta_j| \leq (x_{ij}^k + \gamma_{ij}^o)\bar{\phi}_{ij} \\
 & 0 \leq g \leq \bar{g} \\
 & 0 \leq r \leq d
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

O valor ótimo de (2.2) é o mínimo corte de cargas para a proposta especificada.

O objetivo central deste trabalho de pesquisa foi resolver o problema de corte de cargas acima de maneira eficiente.

## 2.2.2 Modelo de Transportes

Este modelo foi formulado por Garver [2] e teve muito sucesso, tendo sido a primeira proposta para planejamento de redes de transmissão que utilizou programação linear. No modelo de Garver somente são levadas em consideração a Primeira Lei de Kirchoff e a capacidade de transmissão das linhas. Assim, este modelo é uma versão relaxada do modelo DC e pode ser escrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\min v &= \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} + \sum_i \alpha_i r_i \\
s.a. \quad Sf + g + r &= d \\
|f_{ij}| &\leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \\
0 \leq g &\leq \bar{g} \\
0 \leq r &\leq d \\
0 \leq n_{ij} &\leq \bar{n}_{ij} \\
\forall (i, j) &\in \Omega
\end{aligned} \tag{2.3}$$

onde  $S$  é a matriz de incidência nó-ramo e  $f_{ij}$  é o fluxo de potência ativa no ramo  $i$ - $j$ .

### 2.2.3 Modelo Híbrido

Este modelo foi proposto por Villasana [3] e é uma extensão da metodologia de Garver, na qual se adiciona a segunda lei de Kirchoff na rede existente na formulação apresentada em (2.3), e assim este modelo pode ser formulado da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\min v &= \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} + \sum_i \alpha_i r_i \\
s.a. \quad B_1 \theta + S_2 f + g + r &= d \\
|\theta_i - \theta_j| &\leq \bar{\phi}_{ij} \quad \forall (i, j) \in \Omega_1 \\
|f_{ij}| &\leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \quad \forall (i, j) \in \Omega_2 \\
0 \leq g &\leq \bar{g} \\
0 \leq r &\leq d \\
0 \leq n_{ij} &\leq \bar{n}_{ij}
\end{aligned} \tag{2.4}$$

em que

$\Omega_1$  Representa o conjunto de ramos onde já existem linhas na configuração básica.

$\Omega_2$  Representa o conjunto de ramos candidatos em caminhos onde não existe linha na configuração inicial.

$B_1$  É a matriz de susceptância para os ramos que pertencem a  $\Omega_1$ .

$S_2$  É a matriz de incidência nó-ramo para os ramos que pertencem a  $\Omega_2$ .

## 2.3 Redes Desconexas

Qualquer metodologia de planejamento deve ser capaz de levar em consideração o problema das redes desconexas, porque sempre são previstas novas barras de carga e geração para o horizonte de planejamento, que deverão ser interligadas aos sistemas.

Na metodologia que Garver desenvolveu para a resolução do Modelo de Transportes, a presença de sistemas desconexos não apresenta nenhuma dificuldade, pois o modelo não leva em conta a susceptância dos circuitos. Este foi um dos grandes méritos da formulação de Garver.

Na Metodologia do Mínimo Esforço, desenvolvida na UNICAMP [4], a dificuldade de desconexões na rede inicial é contornada adotando-se, superposta à configuração do sistema, uma "rede fictícia" constituída por ligações com susceptâncias iguais a, por exemplo  $10^{-4}$  vezes os valores nominais, colocados em todos os ramos onde são permitidas a construção de novas linhas. A baixa capacidade de transmissão da rede fictícia faz com que estas só sejam utilizadas quando não houver possibilidade de transporte de potência pela rede real. Como esta situação causa uma forte indicação de sobrecarga nos ramos fictícios, o problema de conectar áreas isoladas pode ser tratado da mesma maneira que o problema de reduzir sobrecargas no sistema pela adição de novos circuitos.

No modelo DC modificado pela introdução dos geradores fictícios, qualquer barra de carga isolada será atendida por seu gerador fictício associado, e assim o problema será sempre factível mesmo quando a rede é desconexa. O problema de PL gerado será resolvido sem problemas por algoritmos de PL de uso geral pois a variável do gerador fictício nunca estará na base (pois ele é obrigado a estar no limite desde a primeira solução factível e depois nunca será elegível para entrar na base) e assim esta não se torna singular.

## Capítulo 3

# O MÉTODO DE STOTT PARA OTIMIZAÇÃO CORRETIVA DE REDES DE ENERGIA

### 3.1 Introdução

Na resolução de problemas de programação linear costuma-se usar pacotes comerciais, nos quais o problema é definido pelos coeficientes de cada variável em cada restrição do problema (incluindo a função custo), e as restrições são identificadas como inequações ou equações. No DSEE, para a resolução de problemas de PL, têm sido usado o programa MINOS, desenvolvido pela Universidade de Stanford, o qual utiliza o método simplex primal de duas fases.

Entretanto, para a resolução do problema do corte de cargas o método primal apresenta algumas desvantagens. Para cada restrição de desigualdade o algoritmo gera uma variável de folga. Para um sistema típico de 100 linhas, teremos 200 restrições de desigualdade e portanto 200 variáveis de folga.

Para um sistema de potência real, na solução ótima teremos apenas uma pequena parcela das linhas de transmissão operando no limite, sendo que as outras estarão operando com folga. Se soubéssemos de antemão quais são estas linhas, poderíamos simplesmente descartar as restrições de desigualdade que representam sua capacidade de transmissão (2 por linha), reduzindo enormemente o número de restrições do problema. Como o número de iterações necessário para se chegar à solução ótima de um problema de PL é aproximadamente proporcional ao número de restrições, poderíamos esperar uma grande redução no número de iterações necessárias para se chegar à solução ótima.

Mas como se poderia identificar de antemão as linhas que estarão operando no limite na solução ótima? Bem, se na solução ótima temos poucas linhas no limite, esta solução deve ser topologicamente próxima à que seria obtida resolvendo-se o problema sem considerar nenhuma restrição devida à linhas de transmissão.

Este problema, que é o mesmo problema anterior, porém tendo sido eliminadas as restrições de fluxo nos ramos, pode ser escrito:

$$\begin{aligned}
 \min w &= \sum_i \alpha_i r_i \\
 \text{s.a.} \quad & B(x + \gamma^o)\theta + g + r = d \\
 & 0 \leq g \leq \bar{g} \\
 & 0 \leq r \leq d
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Não é necessário resolver-se um PL para obter a solução ótima deste problema. Basta realizar o seguinte pré-despacho ótimo de geração: inicialmente todas as gerações são fixadas em seu valor mínimo. A seguir é feito o despacho das gerações, em ordem crescente de custo incremental, até se alcançar o balanço de potência ativa ( $\sum$  gerações =  $\sum$  cargas).

No problema do corte de cargas derivado do planejamento, isto equivale a despachar todos os geradores reais originais até se alcançar o balanço de potência. O custo de operação é o menor possível: zero.

Este ponto de operação é factível do ponto de vista das capacidades de geração, devido à metodologia utilizada no pré-despacho. Porém provavelmente não é do ponto de vista das capacidades de transmissão das linhas: as capacidades de transmissão de algumas linhas deverão estar com seus limites violados. Para determinar quais linhas estão com seus limites violados, devemos calcular o fluxo em todas as linhas do sistema e comparar com os respectivos limites.

Sabemos as gerações e demandas em cada barra (devidas ao pré-despacho); utilizando a equação matricial do fluxo de carga DC, calculamos os ângulos nas barras, ou seja resolvemos a equação:

$$B(x + \gamma^o)\theta + g + r = d \tag{3.2}$$

para determinar os ângulos nodais. Então, utilizamos estes ângulos para calcular os fluxos nas linhas de transmissão:

$$f_{ij} = (x_{ij} + \gamma_{ij}^o)(\theta_i - \theta_j) \quad (3.3)$$

Comparamos estes fluxos com as capacidades de transmissão em cada ramo e descobrimos quais estão violados ou próximos do limite (por exemplo 90%).

Ora, como vimos, este estado deve estar topologicamente próximo da solução ótima do problema completo. Então, os fluxos que estão no limite na solução ótima do problema completo devem ser aqueles que estão violados ou próximos da violação nesta solução ótima.

Montamos então um problema reduzido, composto pelas mesmas equações (3.1), porém incluindo entre as restrições de desigualdade que representam os limites de fluxo nos ramos somente aquelas que estão violadas ou próximas da violação. Resolvemos este problema de PL e chegamos à solução ótima - muito mais rapidamente, esperamos, que no caso do problema completo que incorpora todas as restrições de fluxo. Então, para a solução ótima, calculamos novamente os fluxos nas outras linhas de transmissão (que não foram incluídas no subproblema) e comparamos com os respectivos limites para determinar se há violações. Se houver, repetimos o processo incluindo desta vez as linhas violadas, até que não haja mais violações.

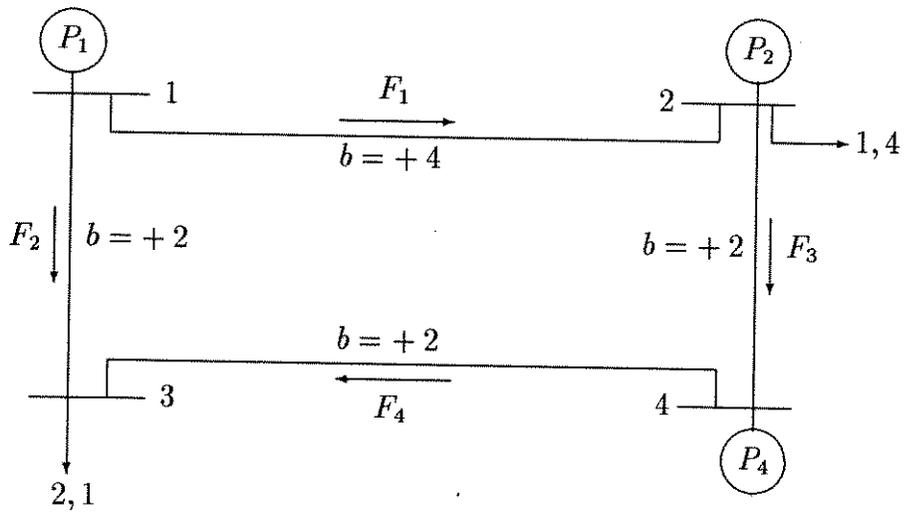
Além disso, uma vez que o estado obtido no pré-despacho deve estar topologicamente próximo à solução ótima do problema completo, podemos utilizá-lo como estado inicial para o PL e aplicar um método dual, incluindo sucessivamente as restrições violadas.

## 3.2 O método dual de Stott

### 3.2.1 Introdução

O método de programação linear descrito foi exposto pela primeira vez em 1978 por B. Stott e E. Hobson [15, 16] e aperfeiçoado por Stott e Marinho [17] logo em seguida. O algoritmo básico segue o processo que explicamos, com algumas pequenas diferenças.

Este algoritmo (“Algoritmo de Stott”) se destina a calcular despachos de segurança e controle emergencial em sistemas de potência de grande porte. Trabalha diretamente com as variáveis e limites normais dos sistemas de potência, sem usar variáveis de folga e/ou não-negatividade. Além disso, comporta a representação de curvas de custo de geração multi-segmentadas, utilizando somente uma variável de PL por geração controlável, ao invés da clássica solução que emprega uma variável por segmento.



• LIMITES

$$0,4 \leq P_1 \leq 3,2$$

$$0,0 \leq P_2 \leq 0,6$$

$$0,0 \leq P_4 \leq 1,0$$

$$-1,0 \leq F_1 \leq 1,2$$

$$-1,5 \leq F_2 \leq 1,8$$

$$-1,0 \leq F_3 \leq 1,0$$

$$-1,0 \leq F_4 \leq 1,0$$

• CUSTOS

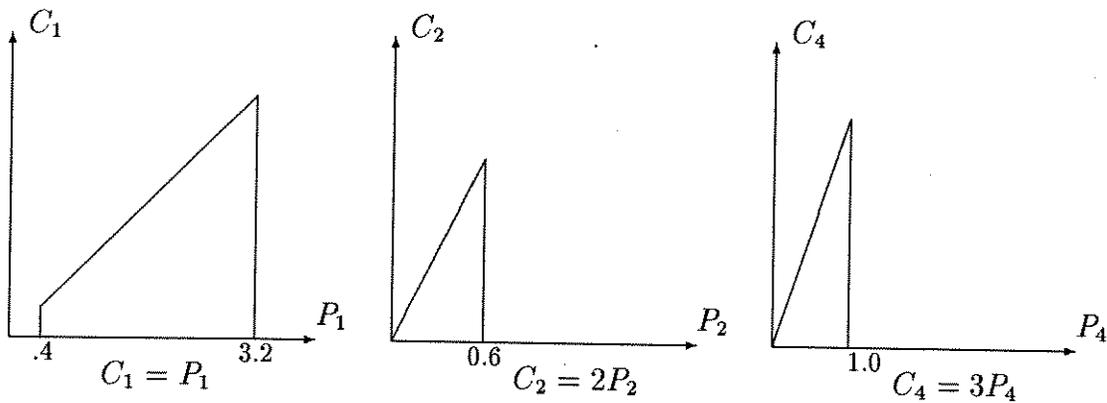


Figura 3.1: Sistema de 4 barras

Ao longo de toda a exposição do algoritmo, juntamente com a descrição de cada etapa apresentamos sua aplicação a um sistema de 4 barras, cujos dados aparecem na Figura (3.1).

### 3.2.2 Modelagem do sistema

O sistema de potência a ser otimizado é formado por 4 barras, sendo 3 com geração controlada, e duas barras de carga.

É usado um modelo incremental da rede, isto é, uma linearização em torno de um dado ponto de operação:

$$\Delta P_b = [H] \Delta \theta \quad (3.4)$$

onde  $\Delta P_b$  representa o vetor (esparso) das variações nas injeções de potência ativas em todas as barras ( exceto a de folga - *slack*) e  $\Delta \theta$  é o vetor das variações nos ângulos das tensões nodais. A referência [16] indicou que uma escolha adequada para  $[H]$  é a matriz  $[B']$  do fluxo de carga DC, cujos fatores simétricos são calculados somente uma vez no início do estudo, quando já não estão disponíveis a partir de, por exemplo, uma execução prévia de fluxo de carga desacoplado rápido [1] ou mesmo de PL.

Para o nosso sistema de 4 barras, a matriz  $[B']$  é:

$$\begin{bmatrix} 6 & -4 & -2 & 0 \\ -4 & 6 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & -2 & 4 \end{bmatrix}$$

Os limites de fluxo de potência ativa nos ramos são representados por:

$$\hat{L}_j^{\min} \leq \Delta \theta_i - \Delta \theta_k \leq \hat{L}_j^{\max} \quad (3.5)$$

onde  $\hat{L}_j$  é o limite  $L_j$  vezes a reatância do ramo i-k. Os limites superior e inferior em cada ramo não precisam ser simétricos (o inferior ser o negativo do superior). Os limites de fluxo de potência em cada ramo do sistema de 4 barras estão representados na figura (3.1)

### 3.2.3 Variáveis de Controle

O problema considerado por este algoritmo é o alívio de sobrecargas em ramos da rede por controle de potência ativa, ou o despacho de potência ativa com restrições de sobrecargas na rede. Os controles de potência ativa compreendem a operação de geradores, transformadores defasadores, links de corrente contínua HVDC, partidas de emergência e corte de cargas. Todas estas ações de controle podem ser representadas analiticamente por variações nas injeções de potência ativa nas barras, i.e. como mudanças de geração equivalentes. Assim, todas as ações de controle são referidas como variações em geração nas barras, e o vetor das variáveis de controle é:

$$\Delta \mathbf{P} = (\Delta P_1 \dots \Delta P_n)^t \quad (3.6)$$

para  $n$  gerações controláveis. No nosso exemplo, possuem geração controlável as barras 1, 2 e 4. Portanto, associada a cada uma dessas barras teremos as variáveis de controle  $\Delta P_1$ ,  $\Delta P_2$  e  $\Delta P_4$ . Neste exemplo, as variáveis de controle são identificadas diretamente com o número da barra a que pertence a geração controlável, mas na programação cria-se um vetor identificando a que barra pertence cada variável de controle.

### 3.2.4 Formulação do Problema

O problema aqui é minimizar uma função objetivo:

$$f = \mathbf{C} \cdot \Delta \mathbf{P} \quad (3.7)$$

onde  $\mathbf{C}$  é o vetor linha dos custos *incrementais* dos geradores.

Em nossa descrição do algoritmo, assumimos que na equação acima cada gerador possui um único coeficiente de custo incremental, constante. Todavia, o algoritmo suporta a representação de curvas de custo de geração lineares por parte, com apenas uma variável por geração controlável, o que constitui uma das principais melhorias desse algoritmo. Também podem ser representados vários tipos de função objetivo: econômico, mínimo desvio, quadrática, etc. Todavia, estes aspectos não são importantes em nossa descrição porque para os problema do corte de cargas em planejamento o custo é constante e, ainda por cima, zero ou unitário, enquanto a função objetivo é econômica (mínimo custo final ou seja mínimo corte de cargas). Uma descrição completa de como as curvas de custo lineares por parte e os outros tipos de função objetivo são tratados no método de Stott podem ser encontrados em [17].

A função objetivo considerada está sujeita à restrição de balanço de potência ativa do sistema de potência:

$$\beta_1 \Delta P_1 + \beta_2 \Delta P_2 + \dots + \beta_n \Delta P_n = 0 \quad (3.8)$$

onde os  $\beta$ 's são os fatores incrementais de perdas de potência ativa por transmissão. No Anexo 1 da ref. [17] encontra-se o procedimento para obtenção dos fatores de perda. Se as perdas por transmissão são desprezadas, todos os  $\beta$ 's têm valor unitário, o que é o caso para o problema de planejamento.

Além da equação de balanço, a função objetivo também está sujeita a um conjunto extenso de restrições:

$$L_j^{\min} \leq \mathbf{A}_j \cdot \Delta \mathbf{P} \leq L_j^{\max} \quad (3.9)$$

Há dois tipos de restrição neste conjunto:

- a-) limites superiores e inferiores em cada variação de geração  $\Delta P_i$ , para a qual o vetor  $\mathbf{A}_j$  é nulo com exceção de 1 na posição  $i$ . *Estas restrições são tratadas implicitamente no método de PL.*
- b-) limites superiores e inferiores nas variações de fluxo de potência ativa nos ramos, para os quais  $\mathbf{A}_j$  é não-esparso; uma vez que cada um de seus elementos é um fator de distribuição relacionando uma mudança no fluxo de potência ativa no ramo com uma variação na geração da barra de folga. *Muito poucas linhas  $\mathbf{A}_j$  necessitam ser calculadas explicitamente.*

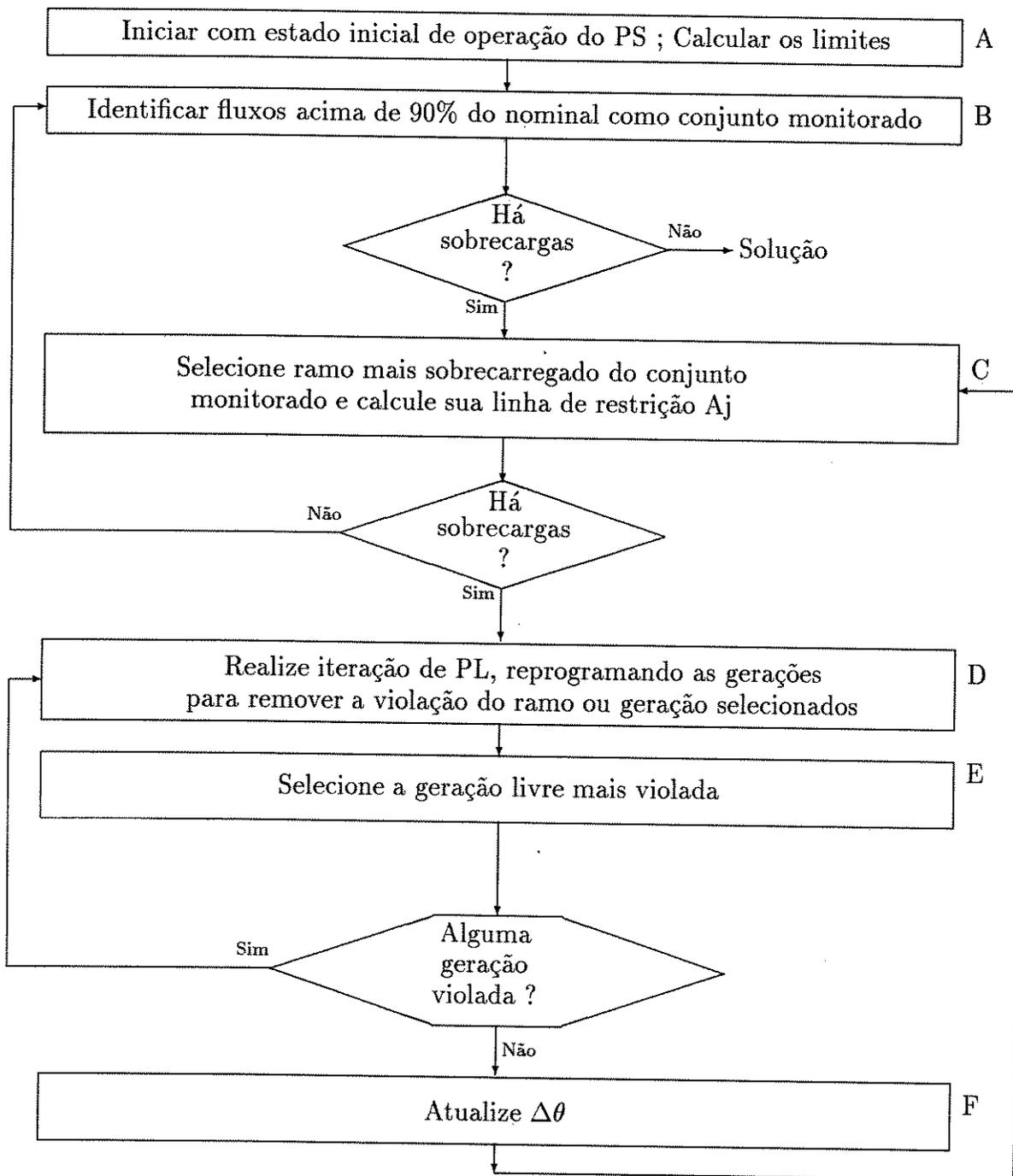
Mais adiante explicaremos como são calculadas estas restrições.

### 3.3 Esquema geral de solução

Na figura podemos ver o fluxograma geral deste método de solução. Como veremos, é fácil perceber que ele segue as idéias citadas na introdução deste capítulo.

#### 3.3.1 Bloco A

O processo se inicia no Bloco A, a partir de um estado inicial fornecido externamente (por um fluxo de carga AC, por exemplo). No nosso exemplo partimos do seguinte estado inicial:



Gerações
$P_1 = 3.2$ (limite superior)
$P_2 = 0.3$ (livre)
$P_4 = 0.0$ (limite inferior)

Fluxos
$F_1 = 1.54$
$F_2 = 1.66$
$F_3 = 0.44$
$F_4 = 0.44$

(3.10)

### Limites Incrementais

Em torno deste estado inicial a solução é inicializada calculando-se os limites incrementais e realizando o pré-despacho ótimo das gerações.

Como estamos trabalhando com as variáveis  $\Delta P$ , os limites absolutos nas potências de geração e nas restrições de fluxos nos ramos devem ser convertidos para a forma incremental a partir do estado de operação em torno do qual está sendo feita a linearização. No nosso caso, os limites absolutos são

$$\begin{array}{ll}
 0.4 \leq P_1 \leq 3.2 & -1.0 \leq F_1 \leq 1.2 \\
 0.0 \leq P_2 \leq 0.6 & -1.5 \leq F_2 \leq 1.8 \\
 0.0 \leq P_4 \leq 1.0 & -1.0 \leq F_3 \leq 1.0 \\
 & -1.0 \leq F_4 \leq 1.0
 \end{array}
 \tag{3.11}$$

Os valores finais devem obedecer aos limites acima. Considerando que  $F_{final} = F_{inicial} + \Delta F$  e  $P_{final} = P_{inicial} + \Delta P$ , e sendo os valores iniciais aqueles obtidos no despacho inicial, teremos:

$$\begin{array}{ll}
 -2.8 \leq \Delta P_1 \leq 0.0 & -2.54 \leq \Delta F_1 \leq -0.34 \\
 -0.3 \leq \Delta P_2 \leq 0.3 & -3.16 \leq \Delta F_2 \leq 0.14 \\
 0.0 \leq \Delta P_4 \leq 1.0 & -1.44 \leq \Delta F_3 \leq 0.56 \\
 & -1.44 \leq \Delta F_4 \leq 0.56
 \end{array}
 \tag{3.12}$$

### Pré-despacho

Tal como explicado anteriormente, este pré-despacho consiste em colocar-se todas as gerações em seus valores mínimos, ajustando os respectivos  $\Delta P$ 's no limite inferior, e incrementar sucessivamente e em ordem crescente de custo incremental as gerações para seus valores máximos, correspondentes aos limites superiores dos  $\Delta P$ 's, até

que seja satisfeita a equação de balanço de potência. Este incremento é feito passo a passo, colocando-se cada geração controlável no limite superior até que a soma seja maior ou igual a zero. Quando a soma ultrapassa zero o último gerador a ser despachado é ajustado subtraindo-se de sua geração o valor igual ao valor da soma, de maneira que a soma das variações de geração seja zero, respeitando-se assim a equação de balanço de potências em sua forma incremental.

Para o nosso exemplo temos abaixo a sequência dos passos do pré-despacho:

Variável	Passo 1	Passo 2	Passo 3	Passo 4	Situação
$\Delta P_1$	-2.80	0.00	0.00	0.00	Lim. Sup
$\Delta P_2$	-0.30	-0.30	0.30	0.00	Livre
$\Delta P_4$	0.00	0.00	0.00	0.00	Lim. Inf.
Soma	-3.10	-0.30	0.30	0.00	

Ao final do pré-despacho temos uma parcela de geradores ajustada no limite inferior (os que não foram incrementados), uma parcela de geradores ajustada no limite superior (os que foram incrementados, com exceção de um) e um gerador operando em um valor intermediário (o último a ser incrementado), ou seja, *livre*.

Observamos que, no nosso exemplo, ao final do pré-despacho as variações nas gerações são nulas.

Em consequência deste despacho, este estado inicial é a solução ótima do mesmo problema de PL, tendo sido removidas as restrições de rede (limites de fluxos nos ramos). Tal como explicado anteriormente, esperamos que este estado inicial esteja topologicamente próximo à solução do problema completo. Além disso, este estado é dual-factível, ou seja, uma solução do problema dual.

### Cálculo das variações angulares

Tendo em mãos os valores de  $\Delta P$  a partir do pré-despacho inicial, calculam-se os valores de  $\Delta \theta$  resolvendo a equação

$$\Delta P_b = [\mathbf{H}] \Delta \theta \quad (3.13)$$

Na equação acima  $\Delta P_b$  é o vetor esparsa das *variações nas potências injetadas nas barras*, cujos únicos elementos não-zero são os  $\Delta P$  correspondentes às barras

com geração controlável. A matriz  $\mathbf{H}$  é adotada, no nosso caso, como sendo a matriz simétrica  $\mathbf{B}'$  do fluxo de carga DC. A resolução do sistema é feita através dos fatores triangulares de  $\mathbf{B}'$ , que são calculados uma única vez previamente à execução do algoritmo. É necessária a adoção de uma barra de referência angular para a resolução do sistema acima, pois a matriz  $\mathbf{B}'$  completa é singular.

Nesse momento não precisamos realizar este cálculo, pois os  $\Delta P$  são zero e portanto os  $\Delta\theta$  também são zero (solução trivial). Assim, todas variações angulares correspondentes ao estado inicial são nulas *para esse exemplo*, mas isso de maneira alguma constitui uma regra geral, podendo as variações assumirem valores diferentes de zero para outro estado inicial neste mesmo sistema.

### 3.3.2 Bloco B

Usando (3.5), o Bloco B identifica todos os ramos com fluxo superior a 90% do fluxo máximo como o subconjunto de (3.9-b) a ser monitorado no processo de PL.

Ou seja, para cada ramo  $j$  entre as barras  $i$  e  $k$ , calculamos a variação no fluxo de potência ativa por

$$\Delta f_{ik} = -(\Delta\theta_i - \Delta\theta_k)B'_{ik} \quad (3.14)$$

e a variação no fluxo é checada contra seus limites (já calculados).

Para o nosso exemplo, uma vez que os  $\Delta\theta$ 's são nulos, encontraremos todos os  $\Delta F_{ik}$  iguais a zero. Comparando com os limites incrementais, concluiremos que há violação em  $\Delta F_1$ , cujos limites são:

$$-2.54 \leq \Delta F_1 \leq -0.34 \quad (3.15)$$

#### TESTE: Há sobrecargas?

Se não há sobrecargas nos fluxos do subconjunto monitorado, ou seja, se todos os limites das variações de fluxo são respeitados, então a solução atual é factível e o programa termina. Entretanto, há sobrecarga em  $\Delta F_1$ . Portanto, ainda não estamos na solução ótima.

### 3.3.3 Bloco C

O bloco C, novamente usando (3.5), calcula os fluxos dos ramos pertencentes ao subconjunto monitorado e seleciona o mais sobrecarregado, se existir. *Somente neste ponto* é necessário expressar a restrição do fluxo de ramo mais sobrecarregado na forma (3.9), calculando-se a linha de restrição  $\mathbf{A}_j$ .

Como se realiza este cálculo? Podemos escrever:

$$L_j = \mathbf{G} \cdot \Delta\theta \quad (3.16)$$

onde  $\mathbf{G}$  é um vetor nulo exceto por  $\pm 1/x_{ik}$  nas posições  $i$  e  $k$ . Observe que o vetor  $\Delta\theta$  tem a dimensão do número de barras da rede. Queremos obter um vetor  $\mathbf{D}_j$  tal que:

$$L_j = \mathbf{D}_j \cdot \Delta\mathbf{P} \quad (3.17)$$

Igualando-se as duas equações, obtemos:

$$\mathbf{G} \cdot \Delta\theta = \mathbf{D}_j \cdot \Delta\mathbf{P} \quad (3.18)$$

e, lembramos que de acordo com o modelamento do sistema:

$$\Delta\mathbf{P} = [\mathbf{B}'] \Delta\theta \quad (3.19)$$

Substituindo-se (3.19) em (3.18) chegamos a:

$$\mathbf{G} \cdot \Delta\theta = \mathbf{D}_j [\mathbf{B}'] \Delta\theta \quad (3.20)$$

ou seja

$$\mathbf{G} = \mathbf{D}_j [\mathbf{B}'] \quad (3.21)$$

Transpondo ambos os lados desta equação matricial, e lembrando que  $[\mathbf{B}']$  é simétrica, obtemos finalmente:

$$\mathbf{G}^t = [\mathbf{B}'] \mathbf{D}_j^t \quad (3.22)$$

Resolvemos (3.22) para  $\mathbf{D}_j^t$ . Este vetor compreende os fatores de distribuição para todas as barras exceto a de folga (cujo fator é zero por definição).

Para o nosso sistema, o fluxo mais sobrecarregado do conjunto monitorado é  $\Delta F_1$ , o único elemento do conjunto.

Devemos resolver para  $D$  a equação

$$G = [B'] D \quad (3.23)$$

onde  $G$  é um vetor nulo exceto por  $1/x_{12}$  nas posições 1 e 2, já que o ramo por onde passa o fluxo  $F_1$  liga as barras 1 e 2.

Então o sistema a resolver é

$$\begin{bmatrix} 4 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -4 & 0 \\ -4 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_4 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

A solução do sistema acima é

$$D_j = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.28571 \\ -0.57143 \\ -0.28571 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

O vetor linha  $A_j$  é então obtido extraindo-se de  $D_j^\dagger$  os elementos correspondentes às gerações controláveis. Assim, conseguimos escrever a equação:

$$L_j = A_j \cdot \Delta P \quad (3.26)$$

onde  $A_j$  é o limite (inferior ou superior) que está violado na restrição de fluxo do ramo  $j$ . Este fluxo será fixado neste limite através da introdução de sua restrição como igualdade pelo processo PL, no Bloco D.

Portanto a restrição que deverá entrar na base em nosso exemplo é:

$$-0.34 = \begin{bmatrix} 0.28571 & -0.57143 & -0.28571 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_4 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Como veremos, em troca da fixação no limite de uma restrição que estava *livre* (e passa a estar *ativa*), uma restrição que estava no limite, de fluxo ou de geração, deverá ser liberada.

## Há sobrecargas ?

Se o Bloco C não tivesse detectado nenhuma sobrecarga no subconjunto monitorado, este deveria ser recalculado para verificar se algum fluxo não pertencente ao subconjunto monitorado está sobrecarregado. No entanto, há violação no limite superior em  $\Delta F_1$ . Portanto ainda não estamos na solução ótima e, como veremos, em troca da fixação no limite de uma restrição que estava *livre* (e se tornará *ativa*), uma restrição que estava no limite, de fluxo ou de geração, deverá ser liberada.

### 3.3.4 Blocos D, E e F

O Bloco D realiza a iteração de PL propriamente dita. Resumidamente, esta iteração consiste no reajuste das variáveis de controle do sistema de maneira a satisfazer a nova restrição entrante de igualdade. Este reajuste não necessariamente leva a um despacho de geração que satisfaça aos limites 3.9 b-). Se violações nos limites de geração forem detectadas pelo Bloco E, a geração mais violada é fixada em seu limite (violado) através da inserção da correspondente restrição de igualdade, de novo pelo Bloco D.

Depois que tenha sido restaurada a factibilidade nos limites de geração (nenhum limite violado), os ângulos das tensões de barra são recalculados no bloco F, resolvendo-se a equação:

$$\Delta P = [B'] \Delta \theta \quad (3.28)$$

usando-se para isto os fatores triangulares de  $[B']$

O processo então retorna ao Bloco C para encontrar o próximo fluxo de ramo mais sobrecarregado e ajustá-lo em seu limite violado, e assim por diante até que o problema seja resolvido.

O algoritmo lida com sobrecargas na rede original. Pode-se acrescentar um loop externo para incluir restrições de sobrecargas em ramos devidas a contingências na rede. E neste caso o esforço computacional para testar as restrições de contingências será muito maior do que para realizar o processo de PL propriamente dito.

## 3.4 Bloco D: O algoritmo de PL

### 3.4.1 Introdução

Vamos agora discutir o algoritmo de PL realizado pelo bloco D. Vejamos inicialmente qual é o aspecto geral de uma iteração de PL.

#### Sumário dos passos em uma iteração de PL

Uma iteração completa de PL, representada no fluxograma pelo Bloco D, envolve os seguintes passos:

1. Calcular as sensibilidades das restrições ativas  $S^b$  e  $S^g$
2. Testar e identificar as elegibilidades das restrições ativas
3. Calcular o vetor  $\lambda$
4. Aplicar o Teste da Razão Mínima para selecionar a restrição básica a ser liberada
5. Atualizar a equação básica
6. Atualizar as gerações livres

A função central deste procedimento é detectar qual a restrição que sai da base. Além disso, ele promove a atualização da equação básica e das gerações livres. Nesta seção explicaremos cada um destes conceitos e procedimentos.

### 3.4.2 Características Gerais

Qualquer estado de operação do sistema de potência é descrito de maneira única em termos de  $n$  variáveis de controle e  $n$  equações. Uma destas equações deve ser a equação de balanço de potência (3.8), restando  $n - 1$  equações para serem especificadas.

No nosso caso, as variáveis de controle são as variações nas injeções de potência ativa nas barras. Entretanto, as restrições do problema do corte de cargas são devidas a limites nas gerações (variáveis de controle, ou independentes) e nos fluxos de potência ativa nos ramos, que por sua vez são funções dos ângulos das tensões de barra (variáveis dependentes). Mas podemos representar todas estas restrições em

função somente das variáveis de controle, utilizando-se os fatores de distribuição, os quais relacionam implicitamente as variáveis dependentes (ângulos -  $\theta$ ) às variáveis independentes (injeções de potência ativa nas barras -  $P$ ), em consequência da metodologia usada em seu cálculo pelo Bloco C.

Os ângulos nodais não fazem parte do conjunto de variáveis do PL, sendo usados somente para o rastreamento de violações nos limites dos fluxos em ramos, e neste caso terão sido calculados a partir da equação do fluxo de carga DC incremental  $\Delta P = [B']\Delta\theta$ , no pré-despacho ou no Bloco F. Novamente, podemos esperar que isto nos traga um aumento da velocidade da solução, devido à diminuição do número de variáveis do PL. Além disso, esta equação pode ser resolvida muito rapidamente com o uso dos fatores triangulares, aproveitando-se integralmente as características de esparsidade da matriz  $[B']$  e também do vetor independente.

A solução do problema de PL se encontra em algum vértice do conjunto de restrições. Isto é, as  $n - 1$  equações de estado acima devem estar em restrições de igualdade representando gerações de barra ou fluxos de ramos em seus limites (ativos), obtidas do conjunto (3.9) substituindo os sinais  $\leq$  relevantes por  $=$ . Em consequência, o processo de PL restringe sua atenção aos estados de operação do sistema em tais vértices, movendo-se de um para o outro, iteração por iteração, até que o ponto de solução seja encontrado.

Em qualquer estágio deste processo, a equação que representa o estado de operação do sistema de potência é a equação "básica" matricial:

$$L = [B] \Delta P \quad (3.29)$$

onde  $B$  é a base da solução, não devendo ser confundida com a matriz  $[B']$ .

### Construção da equação básica - Base Reduzida

A primeira linha desta equação matricial corresponde à equação de balanço de potência (3.8). As  $n - 1$  linhas restantes são formadas pelos limites ativos  $L_j$  e os coeficientes dos vetores linha  $A_j$  de (3.9). Estas linhas compreendem uma mistura de restrições de fluxo de ramo ativas (3.9 b-) e restrições de limites de gerações de (3.9 a-).

A equação (3.29) é então construída da seguinte maneira:

- Em primeiro lugar aparece a equação de balanço de potência (3.8)
- A seguir aparecem as restrições (3.9 b-) ativas, correspondentes aos ramos cujos fluxos se encontram fixados em um de seus limites. São formadas pelos fatores de distribuição e pelo correspondente limite violado.

- Por último aparecem as restrições (3.9 a-), que representam os geradores que estão ativos em um de seus limites (gerações limitadas). As linhas destas restrições são formadas por zeros, com exceção de 1 na posição correspondente ao gerador em questão.
- O vetor  $\Delta P$  deve ser ordenado de acordo com esta disposição, resultando que em primeiro lugar aparecem as gerações livres e abaixo aparecem as gerações limitadas. Se  $m - 1$  limites de fluxo estão ativos, deve haver exatamente  $m$  gerações livres, que não têm restrições de igualdade na base.

A equação básica assim formada apresenta o seguinte aspecto:

termo de balanço (zero) & $m - 1$ limites de ramos	$L^b$	=	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><math>B^f</math></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><math>B^l</math></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <table style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td style="text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">⋮</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">⋮</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1</td></tr> </table> </td> </tr> </table>	$B^f$	$B^l$	0	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td style="text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">⋮</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">⋮</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1</td></tr> </table>	1	⋮	1	⋮	1	=	$\Delta P^f$	$m$ gerações livres  $n - m$ gerações ativas
$B^f$	$B^l$														
0	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td style="text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">⋮</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">⋮</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">1</td></tr> </table>	1	⋮	1	⋮	1									
1															
⋮															
1															
⋮															
1															
limites de geração	$L^g$				$\Delta P^l$										

(3.30)

As linhas correspondentes às gerações ativas são triviais, representadas apenas por um apontador para cada geração, indicando se está ou não ativa, e em qual limite. *Somente as primeiras  $m$  linhas não-esparsas da equação básica são armazenadas e manipuladas explicitamente.* Estas linhas formam a *equação básica reduzida*:

$$L^b = [B^f] \Delta P^f + [B^l] \Delta P^l = [B^r] \Delta P \quad (3.31)$$

Uma vez que o valor das gerações limitadas é conhecido, para determinar o estado do sistema é necessário somente determinar o valor das gerações livres. Para isto, resolvemos (3.31), obtendo:

$$\Delta P^f = [B^f]^{-1} (L^b - [B^l] \Delta P^l) \quad (3.32)$$

A base inicial do processo é decorrente do pré-despacho. Como após o pré-despacho temos somente uma geração controlável livre, esta base é construída trivialmente, sendo sua primeira linha a restrição de balanço (coeficientes unitários) e as restantes formadas tal como explicado. Para o nosso sistema de 4 barras, a equação básica inicial, após o pré-despacho, é:

$$\begin{array}{l}
\text{(balanço)} \\
(\Delta P_1) \\
(\Delta P_4)
\end{array}
\begin{array}{|c|}
\hline
0,00 \\
\hline
0,00 \\
\hline
0,00 \\
\hline
\end{array}
=
\begin{array}{|c|c|c|}
\hline
1 & 1 & 1 \\
\hline
0 & 1 & 0 \\
\hline
0 & 0 & 1 \\
\hline
\end{array}
\begin{array}{|c|}
\hline
\Delta P_2 \\
\hline
\Delta P_1 \\
\hline
\Delta P_4 \\
\hline
\end{array}
\begin{array}{l}
\text{(livre)} \\
\text{(lim.sup)} \\
\text{(lim.inf)}
\end{array}
\quad (3.33)$$

A obtenção da inversa ou dos fatores triangulares da matriz  $m \times m$   $[B^f]$  requer pouco esforço computacional, pois  $m$  é tipicamente bem pequeno (2 a 6, por exemplo).

A cada iteração de PL, uma restrição (ativa) da equação básica é substituída por outra (previamente livre). A estrutura particionada mostrada é então atualizada pelo reordenamento das equações a cada passo.

### 3.4.3 Metodologia de otimização

O estado de operação do sistema de potência no início de cada iteração de PL é definido pela equação básica corrente. Em nosso exemplo, estamos no início da 1ª iteração de PL, e o estado está definido pela equação básica inicial.

Alguma restrição violada de ramo ou geração é escolhida (pelo bloco C ou pelo bloco E) para ser fixada no limite violado, através de sua introdução na base como restrição de igualdade. No nosso exemplo, foi escolhida a restrição do fluxo  $F_1$ , correspondente ao fluxo do ramo 1-2 (como é fácil perceber, na primeira iteração sempre será uma restrição de fluxo a que entrará na base).

Para isto, uma restrição ativa de ramo ou geração têm que ser removida (liberada, relaxada) da base. Esta mudança de base significa um movimento para um novo estado de operação do sistema.

Como podemos observar no fluxograma, o algoritmo se inicia tentando aliviar uma violação em uma restrição de ramo. Porém, as restrições de ramo do subconjunto monitorado só serão testadas novamente para detectar violações após terem sido corrigidas todas as violações em restrições de geração.

A escolha da restrição entrante na base, entre as (possivelmente) várias restrições de ramo ou geração violadas em cada passo, é em princípio arbitrária. Adota-se o critério de forçar a entrada da restrição mais violada. Principalmente para as restrições de ramo, em muitos casos fixando-se no limite a restrição mais violada as outras violações são automaticamente removidas, fenômeno conhecido como *relaxação*.

Todavia, a escolha da restrição que deixa a base deve ser adequada, a fim de que o algoritmo encontre a solução ótima. Esta seleção deve ser efetuada em dois passos:

- (i) As restrições básicas existentes (ativas) são testadas para verificar sua *elegibilidade*. Uma restrição é elegível se quando liberada para dar lugar na base à restrição entrante ela iria **aliviar** o seu limite previamente ativo. Se não existem restrições elegíveis, o problema é infactível. Observe que a restrição básica, ao ser liberada, não pode violar o seu limite previamente ativo, mas pode violar o outro limite. Neste caso, eventualmente o algoritmo fixará a restrição no outro limite que agora foi violado.
- (ii) Entre as restrições básicas elegíveis, é escolhida aquela cuja liberação causará o menor aumento na função objetivo. Isto é feito usando-se o "teste da razão mínima".

### Teste de elegibilidade

A chave para a elegibilidade é a sensibilidade entre a restrição entrante e cada restrição ativa existente  $k$ :

$$S_k = \frac{\Delta\phi_{in}}{\Delta\phi_k} \quad (3.34)$$

onde:

- $-\Delta\phi_{in}$  é a quantidade pela qual a geração ou fluxo de ramo violado será corrigida pela entrada de sua restrição na base.
- $\Delta\phi_k$  é a quantidade pela qual a restrição ativa existente  $k$  irá mudar quando liberada.

O teste da elegibilidade pode então ser enunciado da seguinte forma:

*A restrição  $k$  é elegível se: a-) ela e a restrição entrante estão ambas no limite superior ou ambas no limite inferior, e  $S_k$  é positivo, ou b-) elas estão em limites opostos, e  $S_k$  é negativo*

A explicação deste teste é a seguinte: Conhecidos os sinais de  $S_k$  e  $\Delta\phi_{in}$ , sabemos por (3.34) o sinal de  $\Delta\phi_k$ . Por exemplo, se  $\Delta\phi_{in}$  é positivo, a restrição entrante estava violando um limite *inferior*. Então, se  $S_k$  é também *positivo*, então  $\Delta\phi_k$  será positivo. Isto significa que  $\Delta P_k$  pode aliviar seu limite previamente ativo se e somente se este limite era um limite *inferior*. O argumento é facilmente estendido para cobrir todas as possibilidades, resultando no teste de elegibilidade tal como enunciado.

E como é feito o cálculo destas sensibilidades? Seja  $A_{in}$  o vetor linha formado pelos coeficientes da restrição entrante. De acordo com a teoria do Método Dual Simplex Revisado, o vetor linha  $S$  das sensibilidades é dado por:

$$S = A_{in}[B]^{-1} \quad (3.35)$$

onde  $B$  é a matriz básica, a qual têm a mesma estrutura descrita em (3.20). Particionando a restrição entrante de acordo a estrutura citada, podemos simplificar a equação acima:

$$S^b = A_{in}^f [B^f]^{-1} \quad (3.36)$$

$$S^g = A_{in}^l - S^b [B^l] \quad (3.37)$$

Para uma geração, os vetores  $A_{in}^f$  e  $A_{in}^l$  são nulos, exceto por um elemento unitário no primeiro.

Calculando as sensibilidades  $S^b$  e  $S^g$  para o nosso exemplo, o vetor  $A_{in}$  é:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \Delta P_2 & \Delta P_1 & \Delta P_4 \\ \hline -0.57143 & 0.28571 & -0.28571 \\ \hline A^f & A^l & \\ \hline \end{array} \quad (3.38)$$

E para a base inicial temos  $B_f = [1]$  e  $B_l = [1 \ 1]$ . Portanto:

$$S^b = A_{in}^f [B^f]^{-1} = -0,57143 \text{ (balanço)}$$

$$S^g = A_{in}^l - S^b [B^l]$$

$$S^g = [0,85714 \ 0,28572]$$

Tendo calculado as sensibilidades podemos testar e identificar as elegibilidades das restrições ativas:

Lembremos que:

- $\Delta\phi_{in} = -0,34 \leq 0$
- $S_{\Delta P_1} = \frac{\Delta\phi_{in}}{\Delta\phi_{\Delta P_1}} = 0,28572$
- $S_{\Delta P_4} = \frac{\Delta\phi_{in}}{\Delta\phi_{\Delta P_4}} = 0,85714$

Então:

- Restrição de  $\Delta P_1$  está no limite superior & Restrição Entrante está no limite superior  $\rightarrow S_{\Delta P_1}$  deve ser positivo  $\rightarrow$  elegível
- Restrição de  $\Delta P_4$  está no limite inferior & Restrição Entrante está no limite superior  $\rightarrow S_{\Delta P_1}$  deve ser negativo  $\rightarrow$  não elegível

Portanto, o Conjunto Elegível é  $\{\Delta P_1\}$  (único candidato)

### Teste da Razão Mínima

O teste da razão mínima serve para determinar qual das restrições elegíveis deverá ser liberada.

Em princípio, qualquer uma das restrições elegíveis poderia ser liberada. O critério é escolher a restrição cuja liberação causará o menor aumento na função objetivo.

O teste, que envolve o cálculo dos custos incrementais  $\lambda_k$  de cada restrição ativa, pode ser enunciado como:

*A restrição ativa  $i$  a ser liberada da base deve ser aquela, entre todas as restrições elegíveis  $k$ , para a qual a razão  $\left| \frac{\lambda_k}{S_k} \right|$  é mínima.*

Este critério nos leva a escolher a restrição cuja liberação causará o menor aumento na função objetivo; seja a variação na função objetivo dada por  $\Delta f_k$ :

$$\Delta f_k = \frac{\frac{\Delta f_k}{\Delta \phi_k}}{\frac{\Delta \phi_{in}}{\Delta \phi_k}} \Delta \phi_{in} = \frac{\lambda_k}{S_k} \Delta \phi_{in} \quad (3.39)$$

Na equação acima,  $\Delta \phi_{in}$  é uma constante; depende da violação da restrição entrante. Assim, é suficiente encontrar a restrição  $k$  para a qual a razão  $\left| \frac{\lambda_k}{S_k} \right|$  seja mínima.

O vetor linha dos custos incrementais das restrições ativas é dado por:

$$\lambda = C[B]^{-1} \quad (3.40)$$

onde  $[B]$  é a matriz básica, a qual têm a mesma estrutura descrita em (3.20). Particionando os vetores  $\lambda$  e  $C$ , obtemos:

$$\lambda^b = C^f [B^f]^{-1} \quad (3.41)$$

$$\lambda^g = C^l - \lambda^b [B^l] \quad (3.42)$$

Para qualquer mudança em um elemento de  $C^l$ , o correspondente valor de  $\lambda^g$  é atualizado trivialmente.

Não é necessário realizar o teste da razão mínima em nosso exemplo nesse estágio, uma vez que há somente uma restrição elegível. Mesmo assim, a título de ilustração, vamos efetuar o cálculo dos  $\lambda$ : Particionando o vetor dos custos, obteremos:

$$C^f = \begin{bmatrix} 2 \\ \Delta P_2 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

$$C^l = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ \Delta P_1 & \Delta P_4 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Assim, calculamos os  $\lambda$ :

$$\lambda^b = C^f [B^f]^{-1} = 2 \cdot 1 = \begin{bmatrix} 2 \\ \Delta P_2 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

$$\lambda^g = C^l - \lambda^b [B^l] = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ \Delta P_1 & \Delta P_4 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

### 3.4.4 Atualização da base

Cada vez que uma mudança de base é realizada, a equação básica (3.29) tem que ser atualizada. Na prática, uma vez que as restrições de geração podem ser tratadas implicitamente, o problema se reduz a armazenar e atualizar a base reduzida.

As  $m$  linhas não-esparsas da matriz básica em (3.29) são armazenadas explicitamente em uma matriz bi-dimensional retangular, ou seja, a própria matriz  $[B^r]$ . A 1ª linha contém os coeficientes  $\beta$  de (3.8), que no nosso caso são unitários e cujo valor nunca muda. As linhas 2 a  $m$  compreendem os vetores  $A_j$  dos fluxos de ramo ativos, que foram obtidos ao longo do processo de otimização até se alcançar a base atual, e representam as linhas de restrição ativas dos fluxos de ramo que estão no limite. Uma lista é mantida para registrar quais variáveis de geração estão livres e quais estão limitadas.

A base pode mudar de 4 maneiras, apresentadas a seguir em ordem decrescente de probabilidade:

- (i) uma geração livre se torna limitada em troca de uma geração limitada que se torna livre. Seus apontadores são simplesmente modificados.  $[B^r]$  não é afetada.
- (ii) uma nova restrição de ramo é introduzida, e sua linha  $A_j$  é adicionada na parte inferior de  $[B^r]$ . Uma geração é liberada, e o seu apontador é simplesmente redirecionado.
- (iii) uma nova restrição de ramo substitui uma previamente existente, cuja linha  $A_j$  é substituída pela linha da nova restrição ativa.
- (iv) uma geração previamente livre entra na base em troca de uma restrição ativa de ramo, cuja linha  $A_j$  é removida de  $[B^r]$ . O apontador da geração é redirecionado.

O vetor  $L$  em (3.29) é atualizado em cada uma destas trocas, de forma a preservar a estrutura das equações. A matriz  $[B^f]$  é formada novamente a cada mudança de base, extraíndo-se as colunas apropriadas de  $[B^r]$ , e pode então ser fatorada ou mesmo invertida explicitamente, já que o número de restrições de ramo ativas em geral é pequeno. A matriz  $[B^l]$  pode ser formada individualmente, ou as suas colunas podem ser acessadas diretamente de  $[B^r]$ .

No nosso exemplo, a atualização está acontecendo de acordo com a maneira descrita em (ii). Após a atualização, a equação básica terá o seguinte aspecto:

$$\begin{array}{l}
 \text{(balanço)} \\
 (\Delta F_1) \\
 (\Delta P_4)
 \end{array}
 \begin{array}{|c|}
 \hline
 0,00 \\
 \hline
 -0,34 \\
 \hline
 0,00 \\
 \hline
 \end{array}
 =
 \begin{array}{|cc|}
 \hline
 1,00000 & 1,00000 \\
 \hline
 -0,57143 & 0,28571 \\
 \hline
 0,00000 & 0,00000 \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{|c|}
 \hline
 1,00000 \\
 \hline
 -0,28571 \\
 \hline
 1,00000 \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{|c|}
 \hline
 \Delta P_2 \\
 \hline
 \Delta P_1 \\
 \hline
 \Delta P_4 \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{(livres)} \\
 \\
 \text{(lim. inf)}
 \end{array}
 \quad (3.47)$$

### 3.4.5 Atualização dos geradores livres

A atualização dos geradores livres, conforme já explicado anteriormente, é feita através da equação:

$$\Delta P^f = [B^f]^{-1} (L^b - [B^l] \Delta P^l) \quad (3.48)$$

No nosso exemplo de 4 barras, explicitemos, para a base atual, as variáveis da equação acima:

$$B^f = \begin{bmatrix} 1,00000 & 1,00000 \\ -0,57143 & 0,28571 \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

$$L^b = \begin{bmatrix} 0,00 \\ -0,34 \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

$$B^l = \begin{bmatrix} 1,00000 \\ -0,28571 \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

$$\Delta P^l = 0,0 \quad (3.52)$$

Substituindo as variáveis na equação (2.23), obteremos as novas gerações livres  $\Delta P_2$  e  $\Delta P_1$ :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,40 \\ -0,40 \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

### 3.4.6 Bloco E: Há alguma geração violada?

Após a atualização da equação básica e das gerações livres, as variações das gerações controláveis estão programadas em:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,40 \\ 0,40 \\ 0,00 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{livre} \\ \text{livre} \\ \text{limite inferior} \end{array} \quad (3.54)$$

Relembrando os limites incrementais:

$$\begin{aligned} -2.8 &\leq \Delta P_1 \leq 0.0 \\ -0.3 &\leq \Delta P_2 \leq 0.3 \\ 0.0 &\leq \Delta P_4 \leq 1.0 \end{aligned} \quad (3.55)$$

Assim, verificamos que há violação na geração  $\Delta P_2$  (limite superior). Devemos então realizar nova iteração de PL para remover a violação da geração  $\Delta P_1$ , retornando a algoritmo ao Bloco D.

### 3.4.7 Bloco D: Iteração 2

Antes de efetuar a iteração de PL, vamos escrever a linha  $A_j$  da restrição entrante da geração  $\Delta P_2$  (trivial):

$$0,30 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_1 \\ \Delta P_4 \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

Portanto,  $A_{in} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \Delta P_2 & \Delta P_1 & \Delta P_4 \end{bmatrix}$ .

Particionando o vetor  $A_{in}$ , obteremos:

$$A_{in}^f = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

$$A_{in}^l = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

Passamos então à iteração de PL.

### 1. Calcular as sensibilidades $S^b$ e $S^g$

Calculando as sensibilidades:

$$S^b = A_{in}^f [B^f]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} [B^f]^{-1} = \begin{matrix} \text{(balanço)} & \Delta F_1 \\ \left[ 0,33 & -1,67 \right] \end{matrix} \quad (3.59)$$

$$S^g = A_{in}^l - S^b [B^l] = [0] - \begin{bmatrix} 0,33 & -1,67 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1,00000 \\ -0,28571 \end{bmatrix} = -0,66666 \quad (3.60)$$

### 2. Testar e identificar as elegibilidades das restrições ativas

- Restrição de  $\Delta F_1$  está no limite superior & Restrição Entrante está no limite superior

→  $S_{\Delta F_1}$  deve ser positivo → não elegível

- Restrição de  $\Delta P_4$  está no limite inferior & Restrição Entrante está no limite superior

→  $S_{\Delta P_4}$  deve ser negativo → elegível

Portanto, o Conjunto Elegível é  $\{\Delta P_4\}$  (único candidato)

### 3. Cálculo de $\lambda$

### 4. Teste da Razão Mínima

Não é preciso aqui calcularmos  $\lambda$  nem realizar o teste da razão mínima, uma vez que o conjunto elegível é formado por um único candidato.

### 5. Atualização da Equação Básica

A mudança na equação básica está acontecendo da seguinte maneira:

” Uma geração livre se torna ativa em troca de uma geração ativa que se torna livre. Seus apontadores são simplesmente trocados - A base reduzida  $[B^r]$  não é afetada.”

A troca do apontador se reflete na mudança da última linha da equação básica. Lembramos que, na verdade, essa linha é computacionalmente armazenada somente como um apontador na geração  $\Delta P_2$  indicando que a mesma está ativa em seu limite superior.

$$\begin{array}{l}
 \text{(balanço)} \\
 (\Delta F_1) \\
 (\Delta P_2)
 \end{array}
 \begin{array}{|c|}
 \hline
 0,00 \\
 \hline
 -0,34 \\
 \hline
 0,30 \\
 \hline
 \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|c|c|}
 \hline
 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \\
 \hline
 -0,57143 & 0,28571 & -0,28571 \\
 \hline
 1,00000 & 0,00000 & 0,00000 \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{|c|}
 \hline
 \Delta P_2 \\
 \hline
 \Delta P_1 \\
 \hline
 \Delta P_4 \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{(em limite superior)} \\
 \text{(livre)} \\
 \text{(livre)}
 \end{array}
 \quad (3.61)$$

Entretanto, como ocorreu nesta iteração um intercâmbio entre gerações livres e ativas, é necessário um re-ordenamento nas colunas da matriz para que possamos enxergar as bases  $[B^f]$  e  $[B^l]$ :

$$\begin{array}{l}
 \text{(balanço)} \\
 (\Delta F_1) \\
 (\Delta P_2)
 \end{array}
 \begin{array}{|c|}
 \hline
 0,00 \\
 \hline
 -0,34 \\
 \hline
 0,30 \\
 \hline
 \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|c|c|}
 \hline
 1,00000 & 1,00000 & 1,00000 \\
 \hline
 -0,28571 & 0,28571 & -0,57143 \\
 \hline
 0,00000 & 0,00000 & 1,00000 \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{|c|}
 \hline
 \Delta P_4 \\
 \hline
 \Delta P_1 \\
 \hline
 \Delta P_2 \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{(livres)} \\
 \text{(em limite superior)}
 \end{array}
 \quad (3.62)$$

Agora, é possível enxergarmos facilmente as bases  $[B^f]$  e  $[B^l]$ .

### 6. Atualização dos geradores livres

Mais uma vez, lembremos que:

$$\Delta P^f = [B^f]^{-1} (L^b - [B^l] \Delta P^l) \quad (3.63)$$

Substituindo, encontramos:

$$\Delta P^f = \begin{bmatrix} \Delta P_4 \\ \Delta P_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,145 \\ -0,445 \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

### 3.4.8 Bloco E - Iteração 2

Agora o algoritmo verifica novamente se há violações nos limites das gerações livres. Relembramos que o subconjunto monitorado só é rastreado para a detecção de violações nas restrições de ramo após terem sido eliminadas todas as violações nas restrições de geração.

Após a atualização da equação básica e das gerações livres, as variações das gerações controláveis estão programadas em:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,445 \\ 0,30 \\ 0,145 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{livre} \\ \text{limite superior} \\ \text{livre} \end{array} \quad (3.65)$$

Relembrando os limites incrementais:

$$\begin{aligned} -2.8 &\leq \Delta P_1 \leq 0.0 \\ -0.3 &\leq \Delta P_2 \leq 0.3 \\ 0.0 &\leq \Delta P_4 \leq 1.0 \end{aligned} \quad (3.66)$$

Portanto, não há violação dos limites nas gerações livres! Chegamos ao fim do bloco de PL.

### 3.4.9 Bloco F: Atualização de $\Delta\theta$

Tendo em mãos os valores de  $\Delta P$ , calculamos os valores de  $\Delta\theta$  resolvendo a equação

$$\Delta P = [B'] \Delta\theta \quad (3.67)$$

$$\begin{array}{l} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_4 \end{array} \begin{bmatrix} -0.445 \\ 0.300 \\ 0.145 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -4 & 0 \\ -4 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_4 \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

onde a barra 3 foi tomada como referência angular ( $\Delta\theta_3 = 0$ ). A resolução deve ser feita usando-se os fatores triangulares de  $[B']$ . Resolvendo o sistema, encontramos  $\Delta\theta$ :

$$\begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0525 \\ 0.0325 \\ 0.0525 \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

### 3.4.10 Bloco C

Agora que todas as violações nas restrições de geração foram removidas, o algoritmo retorna ao Bloco C para verificar se há ainda violações nos fluxos do subconjunto monitorado.

O único elemento do atual subconjunto monitorado é  $\Delta F_1$ , que representa a variação no fluxo do ramo que liga as barras 1 e 2. Para este fluxo temos:

$$\Delta F_1 = \Delta F_{12} = (\Delta\theta_1 - \Delta\theta_2) b_{12} = (-0.0525 - 0.0325) \cdot 4 = -0.34 \quad (3.70)$$

Relembrando seus limites incrementais:

$$-2.54 \leq \Delta F_1 \leq -0.34 \quad (3.71)$$

vemos que não há sobrecargas em  $\Delta F_1$ ; mais especificamente, ele está no limite superior.

Deveríamos esperar este resultado? Evidentemente sim, uma vez que a primeira iteração de PL teve por objetivo justamente ajustar as gerações de modo a fixar o fluxo no ramo 1-2 em seu limite superior, o qual estava violado após o pré-despacho inicial. A algoritmo de PL consegue isto introduzindo a restrição do fluxo 1-2 na base como igualdade. Como esta restrição está em função das variações de geração, qualquer ajuste destas levará ao resultado pretendido pois a restrição de igualdade representa o fluxo no ramo em seu limite.

Chamamos a atenção para o fato que cada vez que um fluxo é ajustado em um de seus limites, um gerador deverá estar livre na solução atual e sua geração precisará ser calculada, aumentando o tamanho da base reduzida e reduzindo a eficiência do cálculo. Assim, esta técnica pode não ser vantajosa para sistemas cujo ponto de operação envolve muitas linhas operando em sua capacidade máxima. Mas felizmente este não é o caso para os sistemas de potência reais, nos quais se observa

justamente o contrário. Como já dissemos anteriormente, este é um dos fatores que torna este algoritmo muito apropriado para otimização de sistemas de potência.

De qualquer maneira, o número de fluxos no limite será sempre menor que o número de gerações controláveis. Para sistemas com muitos fluxos no limite, na verdade, é necessário o uso de técnicas mais elaboradas para se resolver os sistemas lineares baseados na base reduzida (atualização dos geradores livres e obtenção das sensibilidades e custos relativos).

O fato de termos obtido o mesmo resultado para o fluxo calculando-o através da diferença na variação angular demonstra a exatidão do processo. É claro que neste caso este era o único resultado aceitável e portanto não precisaríamos efetuar este cálculo, mas em geral o subconjunto monitorado possui mais de um elemento.

### 3.4.11 Bloco B: Re-identificação do subconjunto monitorado

Neste estágio do processo, o algoritmo ajustou o sistema em um ponto de operação que respeita todas as restrições de geração e todas as restrições de fluxo pertencentes ao sub-conjunto monitorado. Entretanto, pode acontecer que para este estado algum fluxo não-pertencente ao subconjunto monitorado esteja violado. Assim, o subconjunto monitorado deve ser recalculado para o estado atual, repetindo-se o processo, de acordo com o fluxograma, se este ainda contiver fluxos violados.

Em geral, no entanto, este bloco só é executado duas vezes no processo de otimização: uma ao início e outra ao final. Esta técnica possibilita uma redução no tempo de execução, porque não é necessário calcular os fluxos de todos os ramos da rede toda vez que se quer determinar se há violações de ramo.

Para cada ramo monitorado  $j$  entre as barras  $i$  e  $k$ , calculamos a variação no fluxo de potência ativa por

$$\Delta F_{ik} = (\Delta\theta_i - \Delta\theta_k)b_{ik} \quad (3.72)$$

Ou seja:

$$\begin{aligned} \Delta F_1 &= \Delta F_{12} = (-0.0525 - 0.0325) \cdot 4 = -0.340 \\ \Delta F_2 &= \Delta F_{13} = (-0.0525 - 0.0) \cdot 2 = -0.105 \\ \Delta F_3 &= \Delta F_{24} = (0.0325 - 0.0525) \cdot 2 = -0.04 \\ \Delta F_4 &= \Delta F_{43} = (0.0525 - 0.0) \cdot 2 = 0.105 \end{aligned} \quad (3.73)$$

Relembrando os limites nas variações de fluxo:

$$\begin{aligned} -2.54 &\leq \Delta F_1 \leq -0.34 \\ -3.16 &\leq \Delta F_2 \leq 0.14 \\ -1.44 &\leq \Delta F_3 \leq 0.56 \\ -1.44 &\leq \Delta F_4 \leq 0.56 \end{aligned} \tag{3.74}$$

verificamos que não há violação nos fluxos nas linhas.

## Há violações?

Como vimos, não há violações nos fluxos das linhas. Portanto, estamos na SOLUÇÃO ÓTIMA.

### 3.4.12 Estado final de operação

Chegamos ao fim do processo de otimização. Como trabalhamos, em todo o processo, com variáveis incrementais representando variações em torno de um dado ponto de operação, devemos agora retornar ao sistema original somando estes valores nos valores iniciais do sistema.

Os fluxos na rede são então calculados:

$$F_{ik} = F_{ik}^0 + \Delta F_{ik} \tag{3.75}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow F_1 &= 1.54 - 0.34 = 1.200 && \text{(limite superior)} \\ \Rightarrow F_2 &= 1.660 - 0.105 = 1.555 && \text{(livre)} \\ \Rightarrow F_3 &= 0.44 - 0.04 = 0.400 && \text{(livre)} \\ \Rightarrow F_4 &= 0.44 + 0.105 = 0.545 && \text{(livre)} \end{aligned} \tag{3.76}$$

A título de ilustração, relembramos os limites dos fluxos:

$$\begin{aligned} -1.0 &\leq F_1 \leq 1.2 \\ -1.5 &\leq F_2 \leq 1.8 \\ -1.0 &\leq F_3 \leq 1.0 \\ -1.0 &\leq F_4 \leq 1.0 \end{aligned} \tag{3.77}$$

verificando que não há violações. Analogamente, calculamos as gerações obtendo o estado final tal como representado na figura (3.3)

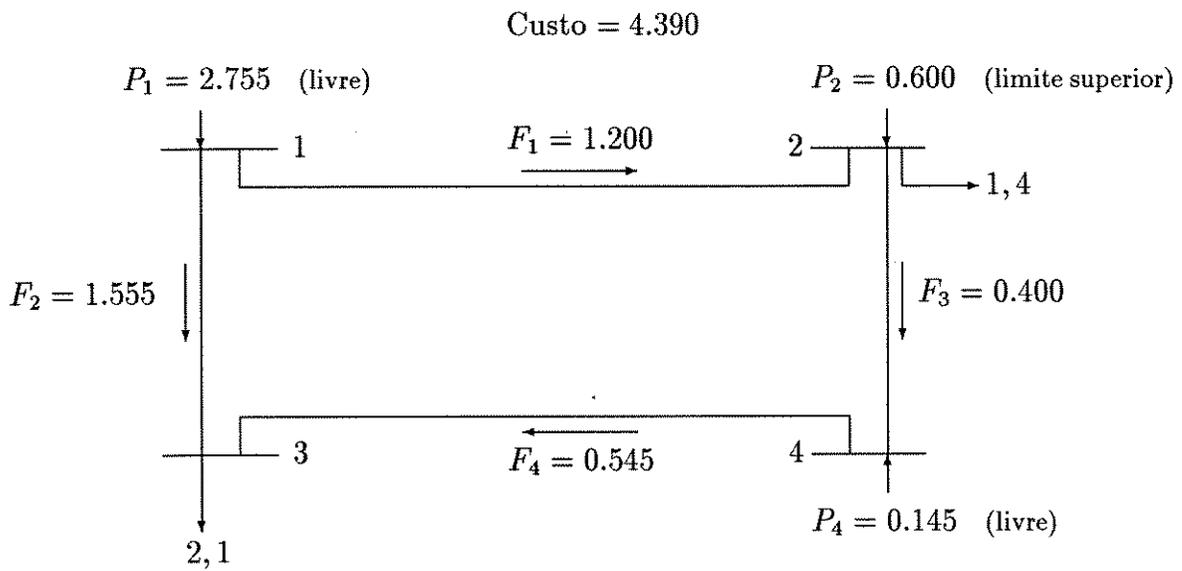


Figura 3.3: Estado Final de Operação

# Capítulo 4

## MÉTODO PROPOSTO

### 4.1 Introdução

O algoritmo de otimização apresentado na seção anterior foi muito elogiado quando da sua publicação, pois resolveu praticamente todos os principais problemas que ocorriam quando se tentava aplicar a programação linear a problemas originados da operação de sistemas de potência de larga escala. O método é confiável, rápido, flexível, de programação relativamente simples, e incorporando técnicas de armazenamento compacto de matrizes, com fatoração designada especialmente para sistemas de potência. Além disso permite a representação de curvas de custo de geração lineares por partes, *utilizando somente uma variável por gerador*, um aspecto que não abordamos em nossa discussão pois os problemas com que tratamos incluem somente geradores com custo constante.

Uma vez que a metodologia proposta por Stott se mostrou muito eficiente para otimização da operação de sistemas de potência, propus-me a investigar se ela também não poderia ser utilizada para resolver o problema do corte de cargas advindo do problema de planejamento.

### 4.2 O Método de Stott e o problema do corte de cargas

Embora os problemas de planejamento e operação de uma rede de energia sejam de natureza muito diferente, o problema do corte de cargas é essencialmente um problema de otimização da operação. Após o sistema ter sido apropriadamente ajustado, primeiro tomando-se a demanda ou geração líquida em cada barra e em

seguida introduzindo-se os geradores fictícios, o problema consiste em determinar o despacho econômico de potência ativa, no qual os únicos custos se devem à atuação dos geradores fictícios.

E é precisamente esse o problema que o método de Stott resolve, só que com uma modelagem diferente do sistema. O método de Stott realiza uma linearização da rede em torno de um dado ponto de operação, obtido externamente em geral a partir de um fluxo de carga AC. Essa linearização é feita segundo o modelo DC incremental, em torno do ponto de operação. As variáveis de controle são as variações nas injeções líquidas de potência ativa, somente nas barras que possuem injeção de potência controlável. Inclusive o próprio Stott sugere a representação das cargas como injeções negativas controláveis de potência ativa, quando se deseja considerar o corte de cargas como uma das possíveis ações de controle.

Já no problema do corte de cargas a modelagem da rede é DC pura, ou seja, não é necessário dispor de um ponto inicial de linearização obtido externamente, porque a linearização é feita sobre toda a faixa de operação do sistema. Desta forma, os limites de geração e transmissão são os limites originais dos componentes do sistema.

Outra diferença é que no problema do corte de cargas são consideradas somente as reatâncias das linhas de transmissão no fluxo de carga DC, enquanto no método de Stott consideram-se também as resistências, dispondo-se inclusive de uma técnica de representação das perdas de transmissão.

Um outro problema é a ocorrência de ilhamentos (redes desconexas), que é comum nas rotinas de planejamento uma vez que se prevê, digamos para daqui a 10 anos, a existência de novas barras (por exemplo novas usinas de geração de energia), as quais precisam ser conectadas ao sistema de maneira ótima. Embora a ocorrência de ilhamentos não torne o problema infactível, pois cada carga pode ser atendida pelo gerador fictício instalado em sua própria barra, torna a sua resolução mais difícil pois a matriz  $[B']$  se torna singular. Na prática, os ilhamentos que ocorrem durante a execução de algoritmos de planejamento consiste em barras isoladas.

Além disso, no problema da operação os custos de geração são variáveis, permitindo-se inclusive a representação completa da curva de custo de geração linearizada por partes. Já no problema do corte de cargas em planejamento, os custos incrementais de geração são zero (geradores reais) ou unitários (geradores fictícios).

Poderíamos dizer que o problema do corte de cargas é uma caso particular do problema de operação corretiva que o método de Stott resolve, mas baseado em uma modelagem um pouco diferente.

Devido às diferenças apresentadas é necessário realizar algumas modificações no método de Stott para aplicá-lo ao problema do corte de cargas.

## 4.3 Método proposto

Propus o método a seguir para resolver o problema do corte de cargas. O algoritmo é fortemente baseado no método de Stott, mas com modificações que permitem levar em consideração as diferenças acima apresentadas. A fim de facilitar a comparação com o método de Stott, a exposição do algoritmo proposto segue a mesma ordem do método de Stott, assinalando-se as semelhanças e diferenças.

### 4.3.1 Modelagem do Sistema

A modelagem do sistema passa a ser DC pura em lugar de DC incremental. Ou seja, o estado do sistema, que era representado pela equação do fluxo de carga DC incremental

$$\Delta P = [B'] \Delta \theta \quad (4.1)$$

passa a ser representado pela equação fluxo de carga DC puro

$$P = [B'] \theta \quad (4.2)$$

e na formação da matriz  $[B']$  são consideradas somente as reatâncias das linhas de transmissão, enquanto as resistências são desprezadas.

Para o cálculo dos fluxos com o objetivo de determinar se há sobrecargas utiliza-se a forma

$$f_{ik}^{\min} \leq \frac{\theta_i - \theta_k}{x_{ik}} \leq f_{ik}^{\max} \quad (4.3)$$

### 4.3.2 Introdução dos geradores fictícios

As características do sistema são pré-alteradas de forma a incluir os geradores fictícios. Nas barras que possuem carga e geração, no sistema original, considera-se somente a carga ou geração líquida para efeito da otimização. Uma barra genérica do sistema poderia conter simultaneamente carga e geração, e está representada na Figura 4.1.

Podemos ter duas situações : geração maior do que a carga ou geração menor do que a carga (se a geração é igual a carga então considera-se que a barra não possui nem uma nem outra). Considera-se somente a injeção líquida, de maneira que se

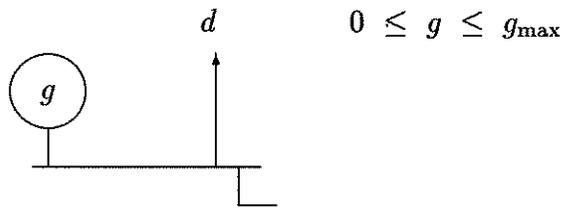


Figura 4.1: Barra genérica do sistema

$$g_{liq} = g_{max} - d$$

$$d_{liq} = d - g_{max}$$

$$0 \leq g_{eq} \leq g_{liq}$$

$$0 \leq r \leq d_{liq}$$

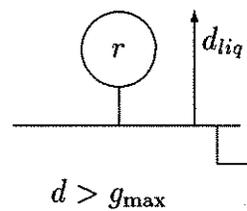
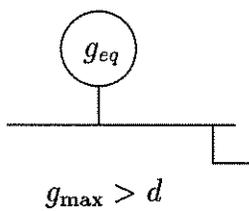


Figura 4.2: Introdução dos geradores fictícios

a geração é maior do que a carga, a barra equivalente possui somente uma geração real cujo valor máximo é igual à diferença entre carga e geração. Por outro lado, se a carga é maior que a geração, a barra equivalente possui uma carga de valor igual à diferença entre a carga original e a geração real original, e um gerador fictício de capacidade de geração igual à carga líquida. As duas situações estão representadas na Figura 4.2.

### 4.3.3 Variáveis de controle

As variáveis de controle do sistema passam a ser as injeções líquidas de potência ativa nas barras que possuem injeção de potência ativa controlável. Ou seja, todas as barras que originalmente possuíam geração (gerações reais: custo zero) ou carga (gerações fictícias: custo unitário).

A injeção líquida de potência ativa é definida como a diferença entre a geração de potência ativa e a demanda ativa em cada barra. Já nos restringindo ao sistema simplificado e após a introdução dos geradores fictícios, observamos que nas barras

$$\begin{array}{ll}
g_{liq} = g_{\max} - d & d_{liq} = d - g_{\max} \\
P_{liq} = g_{eq} - 0 = g_{eq} & P_{liq} = r - d_{liq} \\
0 \leq g_{eq} \leq g_{liq} & -d_{liq} \leq P_{liq} \leq 0
\end{array}$$

Figura 4.3: Variáveis de Controle: Injeções Líquidas

que possuem geração real a injeção de potência ativa varia entre 0 e a geração real máxima na barra. Por outro lado, nas barras que possuem geração fictícia, a injeção líquida variará entre menos a demanda líquida na barra ( $-d_{liq}$ ), quando a geração fictícia é nula, e zero, quando a geração fictícia é máxima, ou seja, toda a carga na barra está sendo cortada. Essa situação está representada na Figura 4.3.

Haveria talvez outras alternativas de variáveis para serem escolhidas como variáveis de controle, como por exemplo as próprias gerações ativas, reais e fictícias. Entretanto, a escolha das injeções líquidas controláveis de potência ativa como variáveis de controle é um ponto fundamental na adaptação, pois possibilita representar os fluxos nos ramos através de fatores de distribuição, que multiplicam as injeções líquidas controláveis, o que não seria possível se escolhêssemos como variáveis de controle as gerações, por exemplo.

Portanto, o vetor das variáveis de controle passa a ser:

$$\mathbf{P} = (P_1 \dots P_n)^t \quad (4.4)$$

onde  $n$  é o número de barras que possuem injeção líquida controlável.

#### 4.3.4 Formulação do Problema

O problema aqui continua sendo minimizar uma função objetivo:

$$f = \mathbf{C} \cdot \mathbf{P} \quad (4.5)$$

onde  $\mathbf{C}$  é o vetor linha dos custos *incrementais* dos geradores. Para o problema do corte de cargas, os geradores reais tem custo zero e os geradores fictícios têm custo unitário.

A função objetivo considerada está sujeita à restrição de balanço de potência ativa do sistema de potência:

$$P_1 + P_2 + \dots + P_n = 0 \quad (4.6)$$

onde os  $P_i$  representam as *injeções líquidas de potência ativa* em cada barra. Como as perdas não são consideradas aqui não temos os fatores  $\beta$ .

Além da equação de balanço, a função objetivo também está sujeita a um conjunto extenso de restrições:

$$L_j^{\min} \leq \mathbf{A}_j \cdot \mathbf{P} \leq L_j^{\max} \quad (4.7)$$

Temos os mesmos dois tipos de restrição neste conjunto:

- a-) limites superiores e inferiores em cada injeção líquida  $P_i$ , para a qual o vetor  $\mathbf{A}_j$  é nulo com exceção de 1 na posição  $i$ . Estas restrições são tratadas implicitamente no método de PL.
- b-) limites superiores e inferiores nos fluxos de potência ativa nos ramos, para os quais  $\mathbf{A}_j$  é não-esparso. Muito poucas linhas  $\mathbf{A}_j$  necessitam ser calculadas explicitamente.

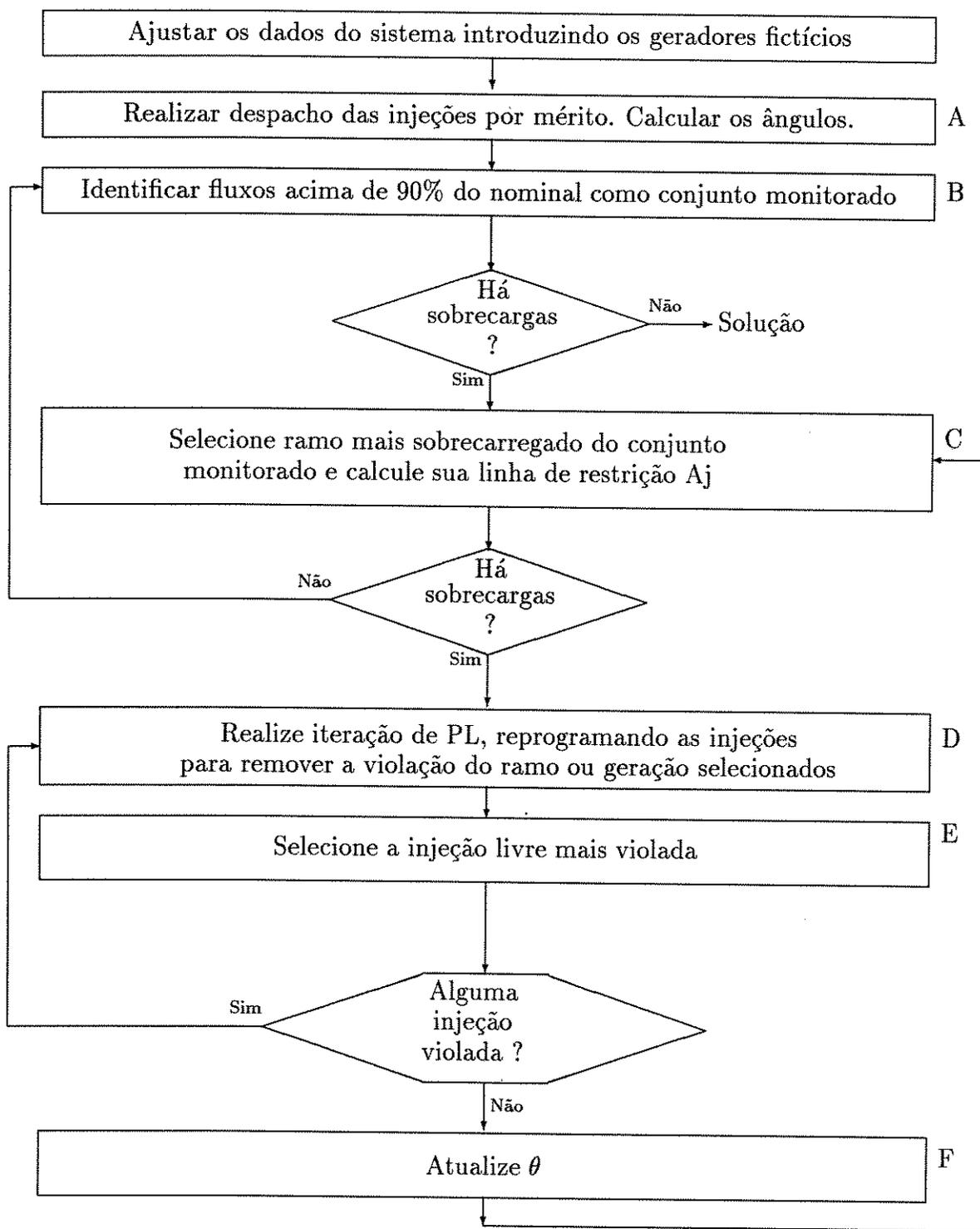
Veremos adiante, ao ser explicado o Bloco C, como são calculadas as linhas de restrição dos fluxos de ramos.

### 4.3.5 Esquema geral de solução

O fluxograma do processo é mostrado na figura 4.4.

#### Inicialização

O processo se inicia com a modificação do sistema através da introdução dos geradores fictícios.



## Bloco A

No bloco A realiza-se o pré-despacho de potência ativa por mérito, o qual leva à solução ótima global do problema relaxado (sem restrições de fluxo). Tendo em mãos os valores de  $P$  a partir do pré-despacho de potência ativa, calcula-se os valores de  $\theta$  resolvendo a equação

$$P_b = [B'] \theta \quad (4.8)$$

Na equação acima  $P_b$  é o vetor das *injeções líquidas de potência nas barras*, cujos elementos são os  $P$  correspondentes às barras com geração controlável. Este vetor, diferentemente do que ocorre no método de Stott, não é esparso pois todas as posições correspondente a barras de carga ou geração são elementos não-nulos.

## Bloco B

Assim como no método de Stott, o bloco B identifica todos os fluxos de ramo carregados em mais de 90% do limite como subconjunto monitorado. Os fluxos são calculados a partir dos ângulos (determinados no bloco A) e comparados com os limites originais de fluxo nos ramos, usando-se a equação (4.3). No método de Stott estes limites tinham que ser considerados na forma incremental.

### 4.3.6 Bloco C

O bloco C, novamente usando (4.3), calcula os fluxos dos ramos pertencentes ao subconjunto monitorado e seleciona o mais sobrecarregado, se existir. *Somente neste ponto* é necessário expressar a restrição do fluxo de ramo mais sobrecarregado na forma (4.7), calculando-se a linha de restrição  $A_j$ .

Este cálculo se realiza de forma análoga à do método de Stott. Podemos escrever:

$$L_j = G \cdot \theta \quad (4.9)$$

onde  $G$  é um vetor nulo exceto por  $\pm 1/x_{ik}$  nas posições  $i$  e  $k$ . O vetor  $\theta$  tem a dimensão do número de barras da rede. Queremos obter um vetor  $D_j$  tal que:

$$L_j = D_j \cdot P \quad (4.10)$$

Igualando-se as duas equações, obtemos:

$$\mathbf{G} \cdot \theta = \mathbf{D}_j \cdot \mathbf{P} \quad (4.11)$$

de acordo com o modelamento do sistema:

$$\mathbf{P} = [\mathbf{B}'] \theta \quad (4.12)$$

Substituindo-se (4.12) em (4.11) chegamos a:

$$\mathbf{G} \cdot \theta = \mathbf{D}_j [\mathbf{B}'] \theta \quad (4.13)$$

ou seja

$$\mathbf{G} = \mathbf{D}_j [\mathbf{B}'] \quad (4.14)$$

Transpondo ambos os lados desta equação matricial, e lembrando que  $[\mathbf{B}']$  é simétrica, obtemos finalmente:

$$\mathbf{G}^t = [\mathbf{B}']^t \mathbf{D}_j^t \quad (4.15)$$

Resolvemos (4.15) para  $\mathbf{D}_j^t$ . Este vetor compreende os fatores de distribuição para todas as barras exceto a de folga (cujo fator é zero por definição).

Tudo se passa como se simplesmente eliminássemos os  $\Delta$ 's de todas as variáveis. O que permite isto é a adoção das injeções líquidas de potência ativa como variáveis de controle.

### Blocos D, E e F

Tal como no método de Stott, o Bloco D realiza a iteração de PL propriamente dita, a qual consiste no reajuste das variáveis de controle do sistema de maneira a satisfazer a nova restrição entrante de igualdade. Este reajuste não necessariamente leva a um despacho que satisfaça aos limites 4.x b-). Se violações nos limites das injeções forem detectadas pelo Bloco E, a injeção mais violada é fixada em seu limite (violado) através da inserção da correspondente restrição de igualdade, de novo pelo Bloco D.

Depois que tenha sido restaurada a factibilidade nos limites das injeções (nenhum limite violado), os ângulos das tensões de barra são recalculados no bloco F, resolvendo-se a equação:

$$\mathbf{P} = [B'] \theta \quad (4.16)$$

usando-se para isto os fatores triangulares de  $[B']$

O processo então retorna ao Bloco C para encontrar o próximo fluxo de ramo mais sobrecarregado e ajustá-lo em seu limite violado, e assim por diante até que o problema seja resolvido.

### **Bloco D: O algoritmo de PL**

A metodologia de otimização, a formação da base reduzida, os testes de elegibilidade e razão mínima, são exatamente iguais aos do método de Stott, sendo a diferença que em lugar dos  $\Delta P$  temos  $P$ , e os limites correspondentes às restrições de fluxo são os limites originais e os limites correspondentes às injeções devem ser fixados apropriadamente após a introdução dos geradores fictícios.

Uma iteração completa de PL, representada no fluxograma pelo Bloco D, envolve os mesmos passos:

1. Calcular as sensibilidades das restrições ativas  $S^b$  e  $S^g$
2. Testar e identificar as elegibilidades das restrições ativas
3. Calcular o vetor  $\lambda$
4. Aplicar o Teste da Razão Mínima para selecionar a restrição básica a ser liberada
5. Atualizar a equação básica
6. Atualizar as injeções livres

A função central deste procedimento é detectar qual a restrição que sai da base. Além disso, ele promove a atualização da equação básica e das injeções livres.

## **4.4 Ilhamentos**

Tal como mencionado anteriormente, um grande número de redes desconexas é gerado antes que se alcance a configuração final, e mesmo nesta a rede pode continuar desconexa se alguma opção não for utilizada. Os ilhamentos consistem de barras

isoladas que surgem com a introdução de novas barras de geração e cargas, previstas para o horizonte de planejamento. Esta introdução é feita previamente pelo planejador, que também decide de antemão as novas linhas que podem ser introduzidas e o custo estimado para a sua introdução. Assim, as seguintes informações fazem parte do arquivo de dados do sistema e não são modificadas ao longo de sua execução: número de barras, número de linhas, barra de referência, linhas existentes e linhas possíveis de serem adicionadas, com as respectivas reatâncias, capacidades de transmissão, e o investimento por circuito associado. O programa de planejamento decide quais serão as novas linhas e o número de circuitos que estas linhas terão. Há também a possibilidade de se aumentar o número de circuitos das linhas pré-existentes.

O sistema desconexo não torna o sistema ineficaz, pois cada carga pode ser atendida por seu gerador fictício, mas dificulta a resolução do fluxo de carga DC pois a matriz  $[B']$  se torna singular.

O método proposto contorna esta situação resolvendo o problema do corte de cargas ilha por ilha. Para isto é preciso configurar o sistema antes de calcular o corte, determinando-se as barras que pertencem a cada ilha do sistema. As ilhas são então capturadas, uma de cada vez, e o problema do corte de cargas é resolvido determinando-se qual o corte em cada ilha e somando-se os cortes de todas as ilhas para se obter o corte total. Uma barra isolada é considerada uma ilha de uma barra e nenhuma linha, e nesse caso o corte da ilha é igual à carga líquida na barra, não sendo necessário executar nenhum PL. Quando a ilha não contém a barra de referência e não é uma barra isolada, escolhe-se uma barra da ilha para servir de referência angular.

Observamos que não é suficiente determinar se o sistema é desconexo ou não: é necessário identificar as barras que pertencem a cada ilha. O programa contém uma rotina específica para esta finalidade, atribuindo a cada barra e a cada linha do sistema um número que identifica a que ilha pertence.

Desta forma, o algoritmo global do método inclui um loop externo que identifica e captura as ilhas do sistema. O fluxograma deste algoritmo pode ser visto na figura 4.5.

Este método permite que a resolução das ilhas seja paralelizada pois os problemas de corte de carga são independentes em cada ilha.

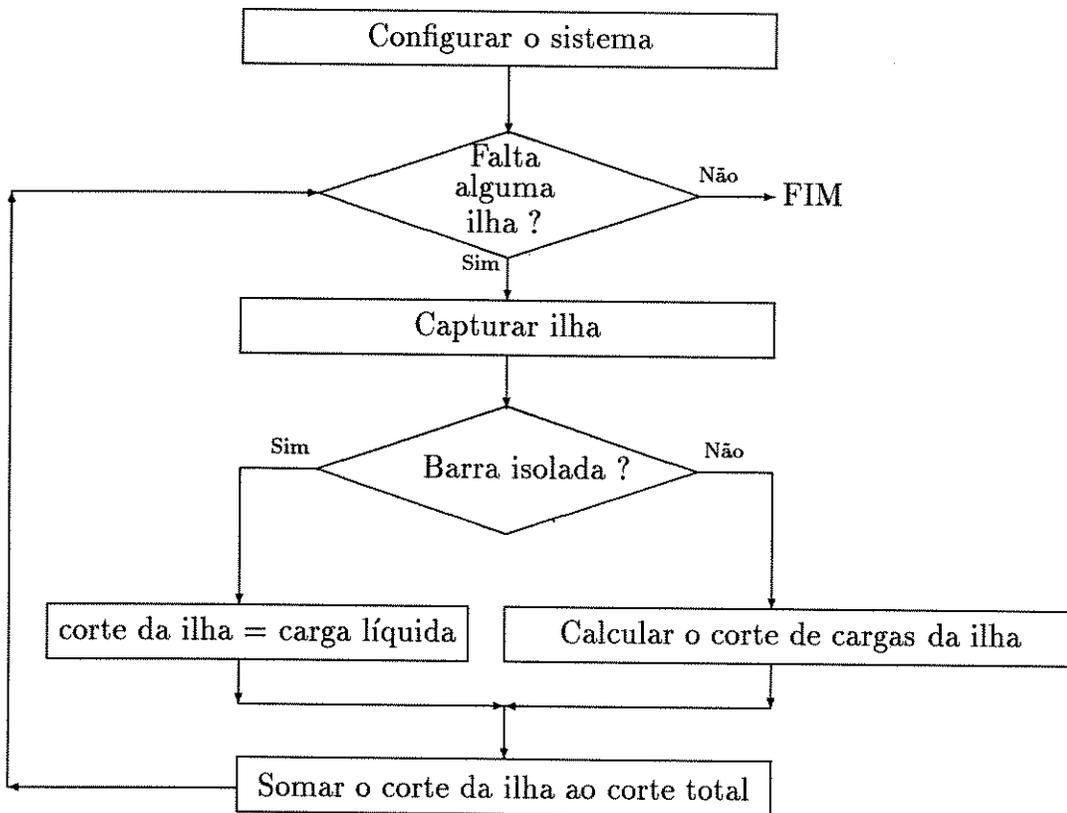


Figura 4.5: Algoritmo para corte de cargas em sistemas desconexos

## 4.5 Detalhes da implementação

### 4.5.1 Pré-despacho de potência ativa

No bloco A realiza-se o pré-despacho de potência ativa seguindo a mesma lógica do método de Stott. Ajusta-se todas as injeções de potência ativa controláveis em seus limiters inferiores, e incrementa-as por ordem de mérito até se atingir o balanço de potência. No método de Stott era necessário ordenar os custos dos geradores para se determinar a ordem de despacho, mas aqui como os custos são ou zero ou unitários não é preciso ordenar as variáveis: primeiro incrementa-se as gerações reais (em qualquer ordem) e depois as fictícias até que se atinja o balanço de potência (soma das injeções = 0), ficando livre a última injeção a ser incrementada.

### 4.5.2 Cálculos de sobrecargas

No bloco B e C o algoritmo determina se há sobrecargas nos ramos, e no bloco E o algoritmo determina se há violações nos limites das injeções livres. No cálculo das sobrecargas tanto em ramos como nas injeções adota-se uma tolerância quando se compara o valor calculado com o limite nominal.

Tanto para os limites nos fluxos como para os limites nas injeções líquidas a tolerância adotada foi de  $10^{-3}$ .

### 4.5.3 Teste de elegibilidades

O teste de elegibilidade para as restrições leva em conta o sinal da sensibilidade da restrição. Quando esta sensibilidade torna-se muito próxima de zero erros de arredondamento podem levar a falhas ou dúvidas na determinação da elegibilidade. Reescrevemos o teste a fim de tornar mais clara a nossa exposição:

*A restrição  $k$  é elegível se: a-) ela e a restrição entrante estão ambas no limite superior ou ambas no limite inferior, e  $S_k$  é positivo, ou b-) elas estão em limites opostos, e  $S_k$  é negativo*

onde as sensitividades são calculadas tal como explicado na Seção 3.4.3.

A elegibilidade é determinada numericamente, da seguinte maneira: atribuímos à restrição entrante uma variável que identifica o limite em que está a restrição, cujo sinal é positivo quando a restrição entrante está no limite superior. A cada restrição ativa (básica) também se atribui uma variável similar.

Tendo definido as variáveis desta maneira, fazendo-se o produto da variável que identifica o limite da restrição entrante, pela variável que identifica o limite da restrição básica, e pela sensibilidade da restrição básica cuja elegibilidade estamos testando, para que a restrição seja elegível o produto acima deve ser *positivo*.

O produto é multiplicado por 10 e é então considerado positivo quando é maior do que uma tolerância específica.

O valor desta tolerância influi na convergência do método e também no número de iterações. Uma pequena mudança no valor modifica o número de iterações e pode levar o método à ciclagem.

#### 4.5.4 Ciclagem

Teoricamente o método proposto não seria sujeito à ocorrência de ciclagem, desde que se escolhesse o primeiro ramo violado no bloco C e o primeiro gerador violado no bloco E (em vez do gerador ou ramo mais violado). Todavia esta técnica leva à ocorrência de caminhos grandes (inclusive no método primal) e, pior ainda, não funciona para o sistema nordeste, porque este sistema é muito mal-condicionado numericamente.

Quando utilizamos zero como tolerância de positividade/negatividade, muitas vezes acontece que um gerador retorna à base na iteração seguinte àquela na qual foi liberado. Ou seja, na verdade este gerador não estava elegível. Nem sempre sai da base o mesmo gerador/ramo que havia entrado na base na iteração anterior. Muitas vezes ocorre ciclagem, e observamos ciclos de duas até mais de vinte iterações.

Este foi um dos principais problemas que enfrentamos no desenvolvimento do método. Ocorre que para um determinado valor de tolerância em relação ao zero no teste de elegibilidades o sistema apresentava ciclagem, mas mudando-se o valor apresentava convergência. Mas, para este novo valor, outras configurações apresentavam ciclagem, as quais convergiam com o valor anterior.

A solução que encontramos para este problema foi variar o valor da tolerância ao longo do processo iterativo, por exemplo de 17 em 17 iterações, entre os valores 0.01 (baixo) e 0.1 (alto). Esta tolerância alta diminui o número de geradores/ramos elegíveis, deixando somente aqueles cuja saída da base se reflete em uma liberação maior do limite ativo, o que possibilita ao algoritmo escapar da região degenerada.

O problema da ciclagem no sistema nordeste é de certa forma análogo ao que ocorre com algoritmos de programação não-linear quando ficam aprisionados em um ótimo local. O sistema realiza muitas iterações removendo violações sem modificar o valor da função objetivo. Como os custos são zero ou um, existem muitas soluções básicas com o mesmo valor de corte e é nessas regiões que o algoritmo corre o risco

de cair em uma ciclagem.

## 4.5.5 Resolução de sistemas lineares

A resolução de sistemas lineares é um ponto chave de qualquer algoritmo de PL, sendo responsável pelos maiores esforços computacionais dos algoritmos. Nesta seção descrevemos as técnicas utilizadas em nossa implementação.

### 4.5.4.1 Sistemas baseados na matriz $[B']$

A matriz  $[B']$  é usada em duas situações no algoritmo:

- 1-) Para calcular os ângulos das tensões dos nós após o pré-despacho (Bloco A) e após terem sido removidas as violações em injeções líquidas (Bloco F).

Em ambos os casos os ângulos serão utilizados para verificar se há sobrecargas nos fluxos. O cálculo realizado é um fluxo de carga DC, ou seja, resolve-se a equação  $P = [B']\theta$  adotando-se uma barra de referência por ilha.

Para a resolução desta equação utiliza-se as técnicas de bi-fatorização de matrizes esparsas de Zolenkopf [21]. A matriz  $[B']$  é montada separadamente para cada ilha e fatorada logo após a captura da ilha.

Não dispomos de uma versão que levasse em conta os ilhamentos através da superposição de redes fictícias, mas provavelmente é mais eficiente fatorar separadamente as matrizes  $[B']$  de cada ilha do que fatorar a matriz  $[B']$  do sistema completo original ao qual se superpõe a rede fictícia. Além disso a introdução da rede fictícia também requer a configuração prévia do sistema para se determinar o número mínimo de linhas que deveriam ser introduzidas para tornar a rede conexa.

Por esse motivo implementamos somente a versão que resolve o corte de cargas separadamente, ilha por ilha.

- 2-) Cálculo das linhas das restrições de fluxo nos ramos

Nesse caso resolvemos a equação (4.15)

$$G^t = [B'] D_j^t$$

para  $D_j^t$ . Este vetor compreende os fatores de distribuição para todas as barras exceto a de folga (cujo fator é zero por definição), enquanto  $G^t$  é um vetor nulo exceto por  $\pm 1/x_{ik}$  nas posições  $i$  e  $k$ .

Como a matriz  $[B^f]$  é esparsa e o vetor  $G$  é um vetor muito esparsa, utilizamos na resolução do sistema acima as técnicas de esparsidade de Zolenkopf (a matriz já está fatorada) em conjunto com técnicas que exploram a esparsidade do vetor independente, através da determinação dos nós da matriz  $[B^f]$  que participam da obtenção do vetor solução [20, 19].

#### 4.5.4.2 Sistemas baseados na matriz $[B^f]$

A principal característica do método de Stott, mantida no método proposto, é o uso da base reduzida, técnica que permite que se trabalhe com uma base de pequenas dimensões mesmo quando os sistemas são de grande porte. Isso porque a dimensão da base reduzida é igual ao número de violações de fluxo em ramos mais um, e os sistemas de potência reais em geral apresentam um número pequeno de ramos trabalhando no limite.

A matriz  $[B^f]$  é utilizada em três situações: Cálculo das sensitividades, cálculo das variáveis duais (vetor  $\lambda$ ) e atualização das gerações livres.

##### 1-) Cálculo das sensitividades e do vetor $\lambda$

A matriz  $[B^f]$  entra na equação (3.36).  $S^b = A_{in}^f [B^f]^{-1}$ , ou seja, o sistema linear a ser resolvido é

$$S^b [B^f] = A_{in}^f \quad (4.17)$$

ou transpondo ambos os lados de (4.17)

$$[B^f]^t S^{bt} = A_{in}^{f\ t} \quad (4.18)$$

Analogamente o cálculo do vetor  $\lambda$  envolve a resolução do seguinte sistema linear:

$$[B^f]^t \lambda^{bt} = C^{ft} \quad (4.19)$$

ou seja, são sistemas lineares baseados na matriz  $[B^f]^t$ .

##### 2-) Atualização das injeções de potência ativa livres

A atualização das injeções de potência ativa livres é feita através da equação

$$P^f = [B^f]^{-1} (L^b - [B^l] P^l) \quad (4.20)$$

ou seja, o sistema linear a ser resolvido é

$$[B^f] P^f = \psi \quad (4.21)$$

onde

$$\psi = (L^b - [B^l] P^l) \quad (4.22)$$

ou seja, é um sistema linear baseado na matriz  $[B^f]$ .

Esta distinção é importante porque as matrizes  $[B^f]$  e  $[B^f]^t$  são diferentes, uma vez que  $[B^f]$  não é simétrica. É claro que se a matriz  $[B^f]$  é invertida isto não têm importância, mas a matriz  $[B^f]$  nem sempre pode ser invertida diretamente com facilidade, pois ao longo do processo iterativo surgem matrizes  $[B^f]$  mau-condicionadas, com zeros na diagonal principal, que levam a singularidades. Este fato foi observado especialmente para sistemas de grande porte (nordeste brasileiro).

Inicialmente invertíamos a matriz  $[B^f]$  *in-place* através do método de Shipley-Coleman. Este método se mostrou satisfatório para sistemas de pequeno porte, mas para sistemas de grande porte não apresenta convergência porque o programa termina ao encontrar uma matriz  $[B^f]$  mau-condicionada. Assim foi preciso utilizar uma técnica mais refinada, que fosse capaz de resolver estes sistemas mal-condicionados.

O próprio Stott utilizou em seu método a fatoração LU *in-place*, mas ele não faz menção a problemas de mau-condicionamento de  $[B^f]$ . A fatoração LU simples não se mostrou melhor do que a inversão de Shipley-Coleman do ponto de vista do condicionamento numérico da matriz  $[B^f]$ .

Utilizamos um método de fatoração LU com reordenamento de linhas, de maneira que a cada passo do pivoteamento se escolhe o maior pivô da linha (pivoteamento parcial). A sequência de reordenamento é armazenada para ser utilizada na resolução de sistemas usando os fatores. Estas técnicas estão descritas na referência [23].

Uma vez fatorada a matriz, pode-se resolver os sistemas através de substituição backward. Usando-se esta substituição backward poderia-se finalmente calcular a inversa coluna por coluna, adotando como vetor independente as colunas da matriz identidade e resolvendo-se para as colunas da inversa.

Qual a vantagem desta técnica? É que se a substituição backward for usada diretamente para resolver os sistemas (4.18), (4.19) e (4.21) é necessário fatorar  $[B^f]$  e  $[B^f]^t$ , já que os fatores de uma não podem ser aproveitados para resolver os sistemas da outra.

Acontece que para o sistema norte-nordeste o uso desta técnica (fatoração+inversão) acaba introduzindo erros de arredondamento e o método não converge para alguns casos. Por isso utilizamos somente a fatoração LU, e fatoramos  $[B^f]$  e  $[B^f]^t$ .

É interessante observar que mesmo para as configurações do sistema norte-nordeste que convergem quando se usa a inversão o número de iterações é em geral diferente dependendo da técnica escolhida para resolução de sistemas lineares.

# Capítulo 5

## TESTES E RESULTADOS

### 5.1 Introdução

Neste capítulo apresentamos os resultados dos testes para um sistema de pequeno porte (Sistema Garver, 6 barras), um sistema de médio porte (Sistema Sul Brasileiro, de 46 nós e 79 linhas) e um sistema de grande porte (Sistema Nordeste brasileiro, 87 nós e 179 linhas). Cada sistema é testado em 5 configurações perfazendo 5 níveis de corte de carga: 0%, 5%, 30%, 50% e 80%.

São apresentados testes relativos a número de iterações, tempo de execução, parcelamento do tempo de execução (configuração x PL), precisão dos resultados e aplicação do método proposto em uma rotina de planejamento por *simulated annealing*. Com exceção dos testes de parcelamento do tempo, em todos os testes o desempenho do método proposto é comparado com o do método primal (MINOS).

Os dados das configurações básicas dos sistemas testados se encontram no Anexo A. Nesta seção o método proposto será identificado por FPO. Todos os testes foram realizados em uma estação SUN SPARCstation 20, com exceção dos testes em *simulated annealing*, que foram realizados em uma estação Sparc Ultra 1.

### 5.2 Precisão dos resultados

#### 5.2.1 Introdução

Nesta seção apresentamos os resultados do corte de cargas para os sistemas estudados. O resultado do MINOS é usado como referência de precisão.

Uma vez que se observam diferenças no resultado final até mesmo entre duas

implementações diferentes de uma mesma técnica de PL, os resultados podem ser considerados muito bons, já que a diferença entre os resultados se verifica somente na segunda casa decimal, quando considerado o corte percentual.

Na verdade, o método proposto converge inclusive para algumas configurações particularmente críticas do ponto de vista da estabilidade numérica que são geradas ao longo da execução da rotina de planejamento por simulated annealing para o sistema norte-nordeste, *para as quais o MINOS não converge*, sendo o programa obrigado a modificá-las adicionando ou retirando alguns elementos da rede até que a configuração resultante convergisse. Isso leva a uma diferença muito significativa na execução da rotina de planejamento para este sistema, como veremos mais adiante neste capítulo nos resultados dos testes em simulated annealing. A convergência para estas configurações críticas foi alcançada após a introdução das técnicas de fatoração com pivoteamento parcial e prevenção de ciclagem descritas no capítulo anterior.

### 5.2.2 Sistema Garver - 6 barras

Conf.	Corte FPO	Corte Primal	Dif.%	Carga Total	Corte % FPO	Corte % Primal
A	0,000	0,000	0,000	640,000	0,000	0,000
B	40,000	40,002	0,005	765,000	5,229	5,229
C	246,254	246,206	0,019	800,000	30,782	30,776
D	317,000	317,044	0,014	630,000	50,317	50,324
E	467,000	467,003	0,001	670,000	69,701	69,702

Sistema Garver - 6 Barras

### 5.2.3 Sistema Sul Brasileiro - 46 barras

Conf.	Corte FPO	Corte Primal	Dif.%	Carga Total	Corte % FPO	Corte % Primal
A	0,000	0,000	0,000	5.849,000	0,000	0,000
B	299,579	299,590	0,004	5.849,000	5,122	5,122
C	5.245,497	5.245,604	0,002	17.316,000	30,293	30,293
D	3.523,000	3.522,772	0,006	7.000,000	50,329	50,325
E	5.930,100	5.930,122	0,000	8.480,000	69,930	69,931

Sistema Sul - 46 Barras

## 5.2.4 Sistema Norte-Nordeste Brasileiro - 87 barras

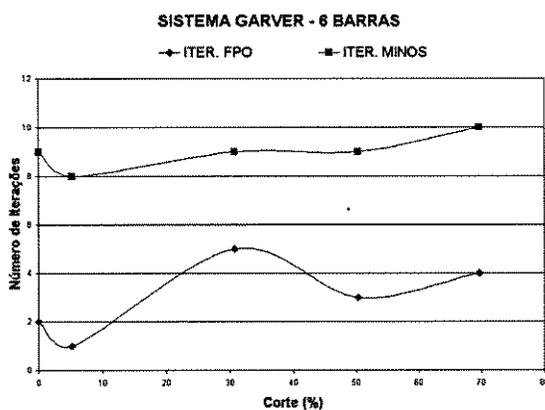
Conf.	Corte FPO	Corte Primal	Dif.%	Carga Total	Corte % FPO	Corte % Primal
A	106,838	106,735	0,097	20.316,000	0,526	0,525
B	1.072,000	1.072,296	0,028	20.316,000	5,277	5,278
C	6.254,409	6.254,627	0,003	20.316,000	30,786	30,787
D	10.251,913	10.252,140	0,002	20.416,000	50,215	50,216
E	19.213,370	19.213,534	0,001	27.448,000	69,999	70,000

Sistema Nordeste - 87 Barras

## 5.3 Número de Iterações

### 5.3.1 Sistema Garver - 6 barras

Config.	Corte %	Iter. FPO	Iter. Primal	SPI
A	0,00	2	9	4,50
B	5,23	1	8	8,00
C	30,78	5	9	1,80
D	50,32	3	9	3,00
E	69,70	4	10	2,50



Sistema Garver - Iterações x Corte

Na tabela anterior, SPI é o Speed-Up do número de iterações do método proposto em relação ao primal, definido como:

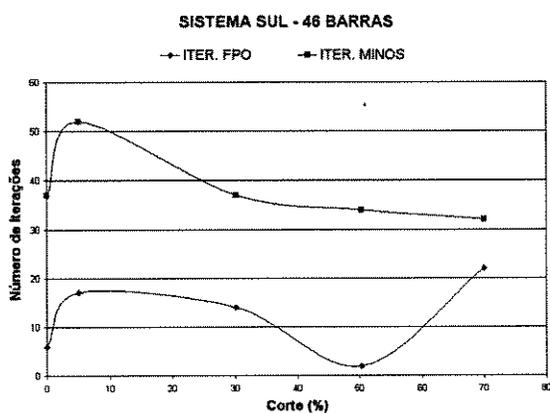
$$SPI = \frac{\text{Iter.Primal}}{\text{Iter.FPO}} \quad (5.1)$$

Verificamos que para o sistema Garver o número de iterações do método proposto é sempre bem menor do que o do primal.

### 5.3.2 Sistema Sul Brasileiro - 46 barras

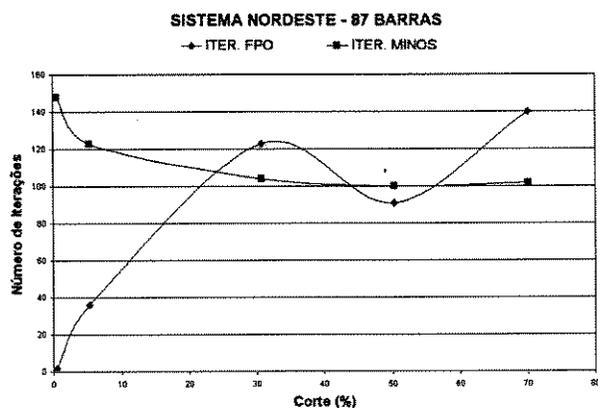
Config.	Corte %	Iter. FPO	Iter. Primal	SPI
A	0,00	6	37	6,17
B	5,12	17	52	3,06
C	30,16	14	37	2,64
D	50,33	2	34	17,00
E	69,93	22	32	1,45

Para o Sistema Sul o número de iterações do método proposto também é sempre menor que o do primal, embora os dois programas apresentem uma oscilação de número total de iterações. Observamos que apesar do aumento considerável do número de barras ainda temos uma configuração que converge em 6 iterações e uma que converge em 2 iterações, no método proposto.



### 5.3.3 Sistema Norte-Nordeste Brasileiro - 87 barras

Config.	Corte %	Iter. FPO	Iter. Primal	SPI
A	0,53	2	148	74,00
B	5,28	36	123	3,42
C	30,79	123	104	0,85
D	50,22	91	100	1,10
E	70,00	140	102	0,73

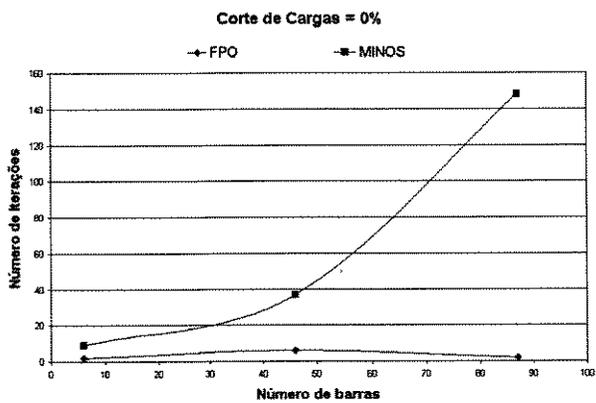


Para o sistema norte-nordeste observamos que o método proposto apresenta um número de iterações bastante variável e oscilatório em relação ao corte e com forte diminuição do número de iterações quando o corte é pequeno, enquanto o primal se mantém sempre acima de 100 iterações, com aumento do número de iterações quando o corte diminui.

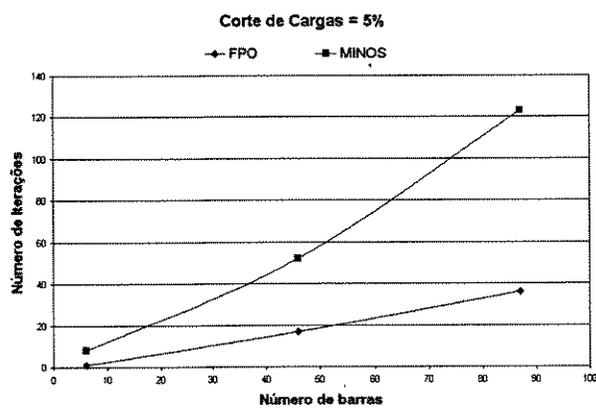
É digna de nota, para a configuração A, a convergência ao ótimo em apenas 2 iterações para um sistema deste porte. Com o aumento do corte de cargas, entretanto, verificamos que o número de iterações aumenta rapidamente e pode ser maior que o do primal. Todavia, veremos nos resultados de tempos de execução que este aumento não se reflete proporcionalmente em um aumento no tempo de execução.

### 5.3.4 Análise comparativa

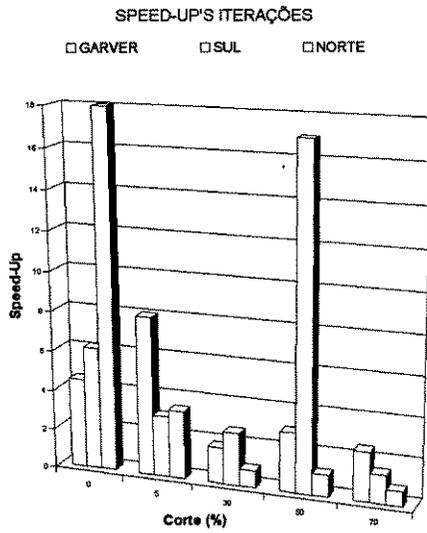
Nesta seção comparamos o desempenho dos algoritmos para os três sistemas com relação ao número de iterações, considerando um mesmo corte de cargas.



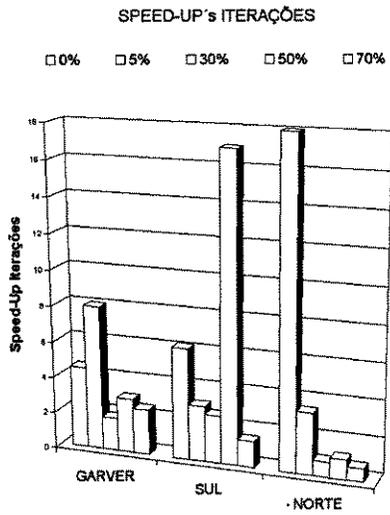
Número de Iterações - Corte 0%



Número de Iterações - Corte 5%



Speed-Up's x Cortes



Speed-Up's por sistemas

Analisando os gráficos apresentados observamos que, como era de se esperar, para um mesmo corte de cargas o número de iterações tende a aumentar com o aumento do número de barras. Mas quando o corte percentual é baixo o aumento é muito pequeno para o método proposto (no caso de corte zero) ou pequeno, bem menor que o do primal. Por outro lado ocorre um aumento grande do número de iterações quando aumentamos o número de barras para níveis de corte mais elevados. Já para o primal o aumento do número de iterações com relação ao aumento do número de barras não parece ser muito dependente do nível de corte de cargas.

Esta análise nos indica que quando o corte de cargas é pequeno, a rotina de pré-despacho tende a encontrar uma solução inicial próxima do ótima. Isto é coerente com o fato que para sistemas de corte pequeno devemos ter poucas linhas de transmissão operando no limite na solução ótima, caso em que esta será próxima à solução obtida no pré-despacho (do ponto de vista das restrições de ramo ativas), independentemente do número de barras do sistema.

Com o primal ocorreu exatamente o oposto: o número de iterações aumentou quando o corte do sistema diminuiu, especialmente para o sistema norte. Isto pode ocorrer se o primal estiver encontrando uma solução inicial factível na qual muitas linhas estejam no limite, em todos os casos. Então esta solução estaria mais próxima topologicamente da solução ótima quanto maior fosse o corte de cargas do sistema, e vice-versa. E, de fato, a formulação primal deste problema trabalha com todas as restrições de ramo simultaneamente, introduzindo uma variável de folga para cada restrição. Se a variável de folga não estiver na base a sua restrição estará ativa, desta forma levando a solução inicial a se distanciar da solução ótima no caso de cortes pequenos e a se aproximar para o caso de cortes elevados, tal como observado.

Infelizmente para a metodologia primal, a maioria das configurações geradas pelos algoritmos de planejamento terá corte percentual pequeno, pois as configurações que apresentam corte elevado não podem ser utilizadas, sendo geradas somente como etapas intermediárias até se chegar a uma configuração factível (ou seja, com corte nulo ou menor que uma tolerância especificada) e servindo também para sair de ótimos locais, tal como está explicado com detalhes na tese de Doutorado de R. Gallego [7] na qual se discutem vários métodos de planejamento. Então, a maior parte do tempo o método primal trabalha na região de seu pior desempenho enquanto no método proposto acontece o oposto. Como veremos, isso se reflete em speed-up's altos quando aplicamos o método em uma rotina de planejamento.

Assim temos dupla vantagem em usar a metodologia dual de Stott: a solução inicial está próxima da solução ótima e simplesmente não existem variáveis de folga, devido ao uso do mecanismo de busca iterativa de restrições. Ou seja, o método só trabalha com as restrições de ramo violadas, que fatalmente serão poucas para sistemas de corte pequeno.

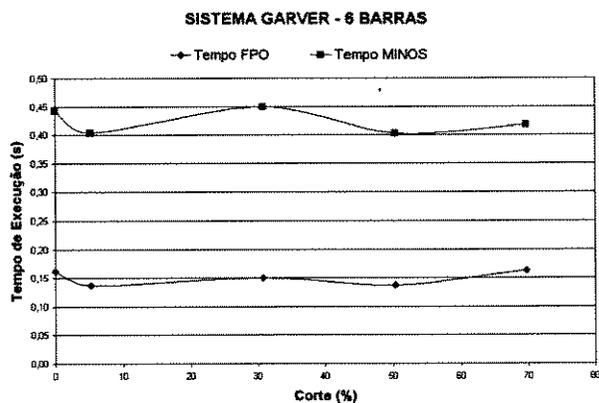
A oscilação que observamos no número total de iterações se deve ao fato de que nem sempre a solução inicial estará tão próxima da solução ótima. Mas, por outro lado, existem sistemas para os quais a solução inicial gerada pelo pré-despacho é a própria solução ótima, ou seja, o método converge em zero iterações (ou 1 se considerarmos o pré-despacho como uma iteração).

Um outro aspecto que leva a ocorrência destes fenômenos é a natureza topologicamente *flat* do problema do corte de cargas, devido aos custos serem ou zero ou unitários. Deveríamos, talvez, falar em *região ótima* ao invés de *solução ótima*, porque provavelmente haverá múltiplas soluções ótimas, tanto é que em *nenhum* caso do sistema nordeste que testamos a solução encontrada pelo método proposto foi a mesma que a do primal, do ponto de vista de geradores e fluxos no limite. Mas é esta mesma característica do problema que o torna tão sujeito a ciclagem, pois o método fica como que aprisionado em uma região de soluções de mesmo custo e os custos relativos serão parecidos se a rede for mal-condicionada, inclusive porque muitos serão nulos.

## 5.4 Tempo de Execução

### 5.4.1 Sistema Garver - 6 barras

Config.	Corte %	Tempo FPO (s)	Tempo Primal (s)	SPT
A	0,00	0,16188	0,44195	2,73
B	5,23	0,13274	0,40367	3,04
C	30,78	0,15008	0,45003	3,00
D	50,32	0,13690	0,40205	2,94
E	69,70	0,16277	0,41787	2,57



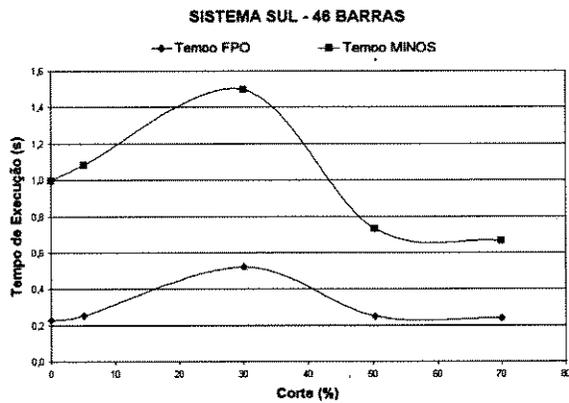
Na tabela anterior, SPT é o Speed-Up do tempo de execução do método proposto em relação ao método primal, definido como:

$$SPT = \frac{\text{Tempo Primal}}{\text{Tempo } FPO} \quad (5.2)$$

Para o sistema Garver observamos que os tempos de execução não variam muito com o corte de cargas, tanto para o método proposto como para o primal.

#### 5.4.2 Sistema Sul Brasileiro - 46 barras

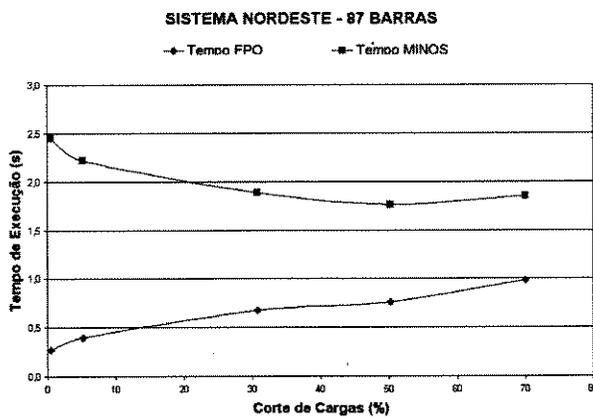
Config.	Corte %	Tempo FPO (s)	Tempo Primal (s)	SPT
A	0,00	0,22739	0,99744	4,39
B	5,12	0,25380	1,07989	4,25
C	30,16	0,52251	1,49832	2,87
D	50,33	0,25190	0,73238	2,91
E	69,93	0,24109	0,66737	2,77



Para o sistema Sul os tempos de execução variaram pouco no método proposto com relação ao corte de cargas, enquanto no primal encontramos tempos mais altos para cortes muito grandes e mais altos ainda para cortes muito pequenos.

### 5.4.3 Sistema Norte-Nordeste Brasileiro - 87 barras

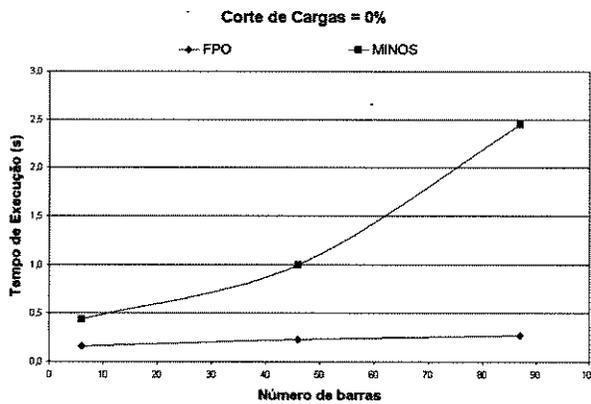
Config.	Corte %	Tempo FPO (s)	Tempo Primal (s)	SPT
A	0,53	0,27105	2,44861	9,03
B	5,28	0,39386	2,22201	5,64
C	30,79	0,67447	1,88430	2,79
D	50,22	0,76083	1,76053	2,31
E	70,00	0,98240	1,84981	1,88



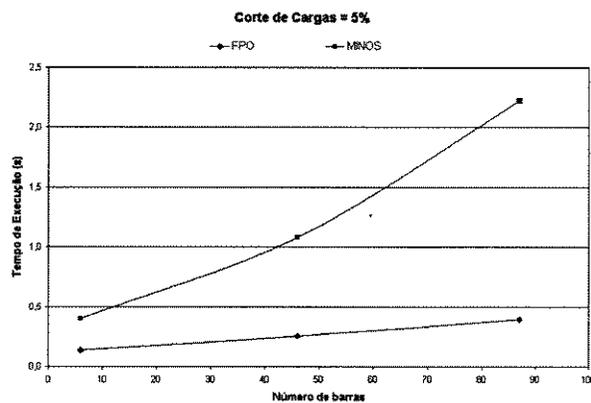
No sistema Norte é que podemos ver claramente que para o método proposto o tempo de execução diminui com a diminuição do corte enquanto para o primal ocorre exatamente o oposto, ou seja, o tempo de execução aumenta com a diminuição do corte. Como podemos ver no gráfico, isso se reflete em um speed-up muito elevado para corte zero ou próximo de zero, quando o método proposto é quase dez vezes mais rápido, diminuindo o speed-up para cortes elevados mas mesmo assim sendo o método proposto em geral em torno de duas vezes mais rápido que o primal. A explicação para estes resultados é a mesma apresentada na seção anterior quando discutimos as diferenças nos números de iterações.

#### 5.4.4 Análise comparativa

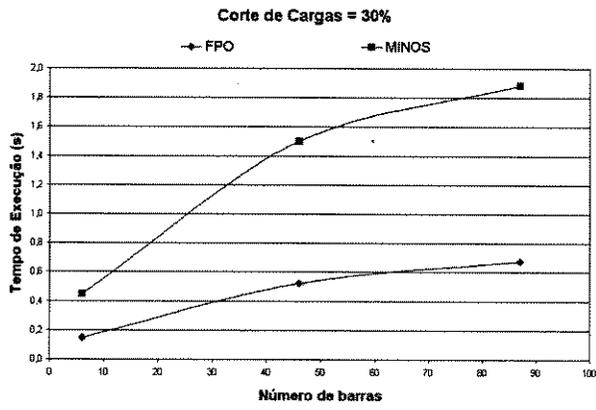
Nesta seção comparamos o desempenho dos algoritmos para os três sistemas, considerando um mesmo corte de cargas.



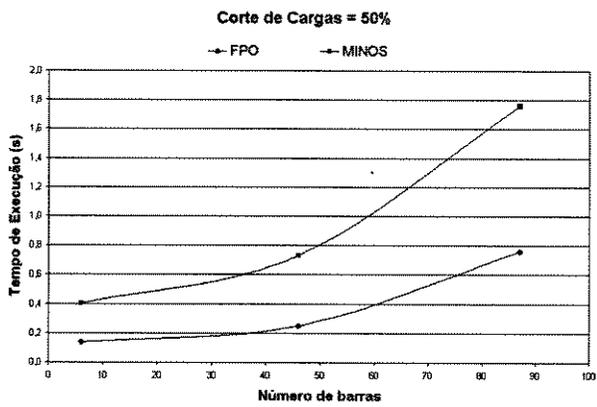
Tempo de Execução - Corte 0%



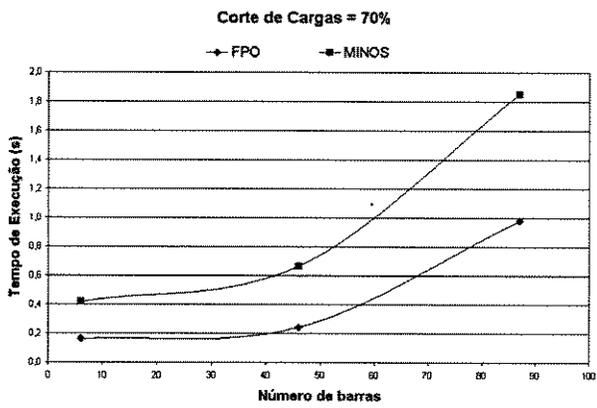
Tempo de Execução - Corte 5%



Tempo de Execução - Corte 30%

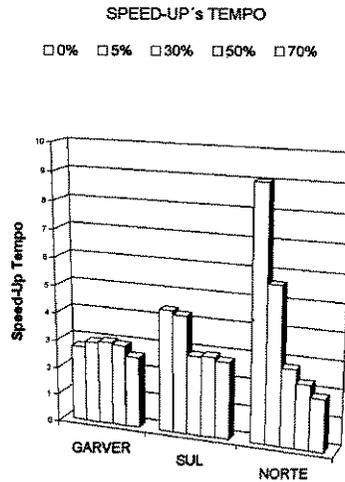


Tempo de Execução - Corte 50%



Tempo de Execução - Corte 70%

Analisando as curvas apresentadas, observamos em primeiro lugar que o tempo de método proposto é sempre muito menor que o do primal. Observamos ainda que para sistemas de corte pequeno, o tempo de execução aumenta pouco com o aumento do número de barras, enquanto para sistemas de corte elevado a curva tende a ser paralela à do primal, ou seja, mantendo sempre a mesma diferença de tempo de execução.



Speed-Up's por sistemas

Da análise das curvas de speed-up podemos concluir que para cortes pequenos o speed-up aumenta com o aumento do número de barras, e analogamente para sistemas grandes o speed-up aumenta com a diminuição do corte. Ou seja, o melhor desempenho do método proposto é para sistemas grandes e com corte de cargas pequeno. Como é exatamente este tipo de sistema que encontraremos com mais frequência nos algoritmos de planejamento, podemos dizer que o método proposto é especificamente indicado para este tipo de aplicação.

## 5.5 Particionamento do Tempo de Execução

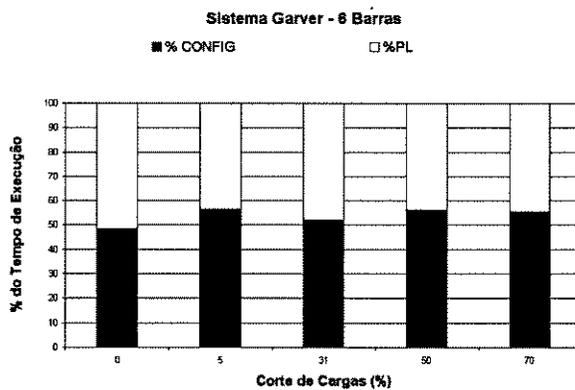
### 5.5.1 Introdução

Tal como explicado no capítulo 4, o método proposto requer uma pré-avaliação da rede para determinar as ilhas que compõe o sistema, as quais são resolvidas separadamente. O tempo necessário para configuração está incluído nos resultados apresentados na seção anterior.

Nesta seção examinamos qual a parcela do tempo de execução que é utilizada para a configuração da rede.

Este tempo de configuração não depende do corte de cargas do sistema, pois o seu cálculo envolve somente a análise da topologia da rede.

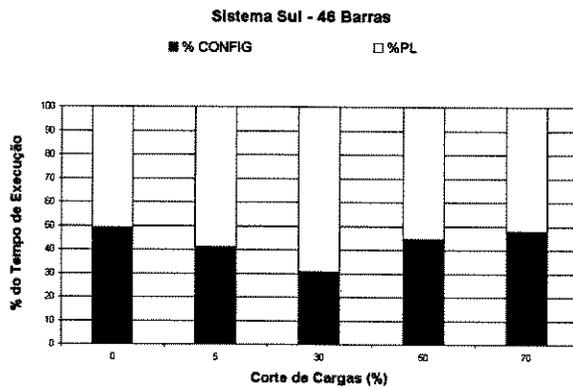
### 5.5.2 Sistema Garver - 6 barras



Sistema Garver

Para o sistema Garver, aproximadamente 50% do tempo de execução é utilizado para a pré-configuração da rede, independentemente do corte de carga.

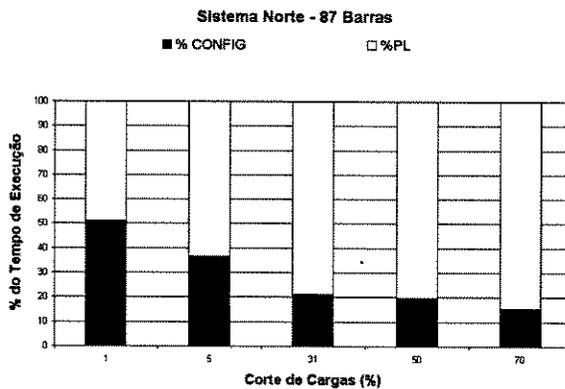
### 5.5.3 Sistema Sul Brasileiro - 46 barras



Sistema Sul

Para o sistema Sul, a configuração ocupa mais ou menos metade do tempo de execução para sistemas com corte muito elevado ou muito pequeno, e é proporcionalmente menor para sistema com corte médio.

### 5.5.4 Sistema Norte-Nordeste Brasileiro - 87 barras



Sistema Norte

Para o sistema norte-nordeste, a parcela do tempo que é usada para configuração é maior para cortes pequenos, o que é compreensível já que tanto o tempo de

execução como o número de iterações diminuem para estes sistemas, situando-se em torno de 50% e diminuindo com o aumento do corte.

Ou seja, no melhor caso de operação do método proposto, sistema grande com corte baixo, metade do tempo de processamento é utilizado na configuração do sistema (não realizando nenhuma iteração de PL).

## 5.6 Aplicação em Simulated Annealing

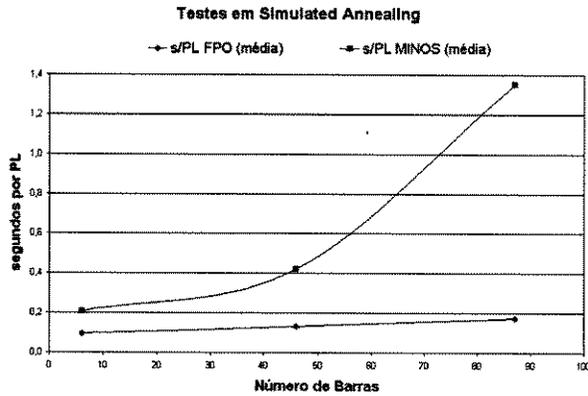
Aplicamos o método proposto no cálculo do corte de cargas em uma rotina de planejamento por Simulated Annealing (SA), desenvolvida em pesquisas anteriores no departamento [7]. Os testes foram feitos em uma estação Sparc Ultra 1 da SUN.

O número de iterações realizados pela rotina de simulated annealing foi diferente para cada método utilizado no corte de cargas, embora os resultados finais tenham sido equivalentes. Assim, para cada método utilizado a rotina de SA resolveu um número diferente de PLs, o que interfere no resultado final. Por isso, apresentamos os Speed-Up's em termos de tempo total de processamento e de segundos por PL, considerando (de maneira pessimista) que todo o tempo de processamento foi utilizado para a resolução de PLs.

No caso dos sistemas Garver e sul, esta diferença pode ser atribuída às pequenas diferenças percentuais no resultado do corte quando se utiliza um sistema ou outro (seção 1 deste capítulo). Como no modelo DC o valor da função objetivo da configuração é também função do corte de cargas, uma pequena diferença pode decidir que uma alternativa seja aceita ou não e desse momento em diante as duas versões (usando o método proposto ou o primal) trabalham com configurações diferentes, o que pode ocasionar que apresentem número de PLs diferentes. No caso do sistema norte-nordeste, além disto, temos ainda a ocorrência de configurações para as quais o método primal não converge e que serão modificadas quando se usa o método primal e não serão modificadas quando se usa o método proposto, podendo então a diferença ser maior ainda, como de fato se observa.

Sistema	Tempo FPO (s)	Tempo Primal (s)	No. de PLs FPO	No. de PLs Primal
Garver 1	217	550	2.136	2.618
Garver 2	228	530	2.532	2.553
Sul 1	1.628	4.820	11.878	11.586
Sul 2	1.548	5.083	12.289	11.834
Nor2008.dat	6.904	110.539	39.208	124.297
Nor2002.dat	13.901	177.180	80.033	152.017

Sistema	Spd.Up (Tempo Total)	(s/PL) FPO	(s/PL) Primal	Speed-Up (s/PL)
Garver 1	2,53	0,102	0,210	2,07
Garver 2	2,32	0,090	0,208	2,31
Sul 1	2,96	0,137	0,416	3,04
Sul 2	3,28	0,126	0,430	3,41
Nor2008.dat	16,01	0,176	0,889	5,05
Nor2002.dat	12,75	0,174	1,166	6,71



### Testes em Simulated Annealing - Segundos por PL

Analisando o gráfico apresentado concluímos que o desempenho foi tanto melhor quanto maior o número de barras do sistema, e a curva de segundos por PL x número de barras se assemelha muito à curva do tempo de execução x número de barras para corte zero, indicando que o algoritmo de SA provavelmente trabalha a maior parte de tempo nessa situação.

## Capítulo 6

# CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentamos uma metodologia de programação linear dual para a resolução do problema do corte de cargas em planejamento da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica. Esta metodologia preenche uma lacuna importante na pesquisa de métodos de planejamento da expansão, pois este problema deve ser enfrentado por todos os métodos de planejamento baseados no modelo DC e na verdade ocupa a maior parte do tempo de processamento destes algoritmos, e até o presente momento não se dispunha de um algoritmo de PL especializado para a sua resolução.

O método apresentado é rápido, robusto e sua eficiência aumenta com o aumento do número de barras. Além disso é capaz de lidar com sistemas desconexos, mal-condicionados numericamente e sujeitos a ciclagem, graças à introdução de técnicas sofisticadas de fatoração de matrizes e de uma nova técnica de prevenção de ciclagem, não existentes no método de Stott em sua versão original [17], onde se sugere ser possível inverter a base reduzida e o problema da ciclagem não é sequer mencionado, assim como as redes desconexas.

O problema das redes desconexas foi abordado de forma inovadora e que permite a redução do tamanho do problema, todavia a configuração da rede consome uma parcela considerável do tempo de execução. Há duas razões para que isto esteja ocorrendo:

- A metodologia usada para contornar o problema dos ilhamentos é excessivamente sofisticada para as necessidades do problema, e por isso consome muito tempo de processamento. O algoritmo supõe que possa haver várias ilhas independentes, cada uma com várias barras, identificando todas as barras e linhas com o número da ilha a que pertencem, capturando ilha por ilha e resolvendo o problema de cada ilha separadamente. Isto não seria necessário porque na

prática as redes consistem de uma única ilha (correspondente ao sistema original) e um número de barras isoladas as quais se pretende conectar ao sistema da forma mais econômica possível. Seria suficiente, então, apenas identificar as barras isoladas e removê-las do sistema, para uma dada configuração e provavelmente com o uso desta técnica o tempo de pré-configuração poderá ser reduzido.

- Para as configurações cujo corte de cargas é muito pequeno ou nulo, a solução inicial advinda do pré-despacho é ótima ou muito próxima da solução ótima, convergindo em poucas iterações e assim o tempo de processamento do PL é muito pequeno e pode ficar comparável ao tempo necessário para a pré-configuração, como de fato acontece.

Qualquer algoritmo de PL aplicado a problemas reais se depara com a necessidade de tratar de matrizes esparsas, de ordem elevada e instáveis numericamente, características cujas metodologias de resolução são conflitantes. Uma das principais características do método proposto é que ele consegue separar a matriz do problema em uma matriz de ordem elevada e muito esparsa, porém estável numericamente - a matriz  $[B']$  - e uma matriz de ordem reduzida porém de resolução elaborada e por vezes singular - a matriz  $[B^f]$ , permitindo utilizar-se técnicas específicas para cada situação: as técnicas de esparsidade conhecidas [21] para sistemas de potência na resolução da matriz  $[B']$  e a fatoração com pivoteamento parcial na resolução da matriz  $[B^f]$ .

A robustez, os baixos tempos de execução, o aumento da eficiência do algoritmo com o aumento do número de barras e com a diminuição do corte de cargas e os resultados consistentemente melhores que os do método primal são características que o tornam indicado para a aplicação em planejamento da expansão de sistemas de energia elétrica.

## Sugestões para trabalhos futuros

Como continuação deste trabalho sugerimos:

- Desenvolvimento de uma técnica de análise de sensibilidade que leve em consideração a solução ótima gerada na resolução da configuração anterior para a resolução da configuração atual. Isto pode aumentar a eficiência do método sobretudo em sistemas de corte elevado, para os quais o número de iterações do método proposto pode ser considerado alto;

- Desenvolvimento de técnicas alternativas para o tratamento das redes desconexas, tais como a superposição de rede fictícia ou formas eficientes de configuração;
- Paralelização da resolução de ilhas/barras isoladas;
- Aplicação do método em outras metodologias de planejamento baseadas no modelo DC tais como Algoritmos Genéticos, Busca Tabu, Times Assíncronos;
- Desenvolvimento de um método de pontos interiores para a resolução do problema do corte de cargas;

# Referências Bibliográficas

- [1] *B. Stott, O. Alsac*: “Fast Decoupled Load Flow”, IEEE Trans. Power App. Syst., Vol. PAS-93, pp 859-869, May/June 1974
- [2] *L. L. Garver*: “Transmission Network Estimation Using Linear Programming”, IEEE Trans. Power App. Syst., Vol. PAS-89, pp. 1688-1697, Sept/Oct 1970.
- [3] *R. Villasana, L. L. Garver, S. J. Salon*: “Transmission Network Planning Using Linear Programming”, IEEE Trans. Power App. Syst., Vol. PAS-104, No. 2, February 1985.
- [4] *A. Monticelli, A. Santos Jr., M.V.F. Pereira, S. Cunha, J. G. Praça, B. Park*: “Interactive Transmission Network Planning Using a Least Effort Criterion”, IEEE Transactions PAS, Vol. 101, No 10, pp 3919-3925, October 1982.
- [5] *R.A. Gallego, A. Monticelli, R. Romero*: “Transmission System Expansion Planning by Simulated Annealing”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, No. 1, pp364-369, February 1996.
- [6] *R.A. Gallego, R. Romero, A. Monticelli, A.B. Alves*: “Parallel Simulated Annealing Applied to Long-Term Transmission Network Expansion Planning”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No. 1, pp 181-188, February 1997.
- [7] *R.A. Gallego*: “Planejamento a Longo Prazo de Sistemas de Transmissão Usando Técnicas de Otimização Combinatorial”, Tese de Doutorado, BAE-Unicamp, Outubro de 1997.
- [8] *R. Romero and A. Monticelli*, “A hierarchical Decomposition Approach for Transmission Network Expansion Planning”, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 9, No. 1, pp 373-380, Feb. 1994
- [9] *R.A. Gallego, R. Romero, A. Monticelli*: “Transmission System Expansion Planning by Extended Genetic Algorithm”, para aparecer em IEEE Proceedings for Generation, Transmission and Distribution.

- [10] *A. Monticelli, R. Romero, R.A. Gallego*: "Tabu Search Algorithm Applied to Transmission Network Expansion Planning", submitted for publication.
- [11] *Pereira M.V.F., Pinto L.M.V.G.*: "Application of Sensitivity Analysis of Load Supplying Capability to Interactive Transmission Network Planning", IEEE Transactions PAS, Vol. PAS-104, No. 2, February 1985.
- [12] *Pereira M.V.F., Pinto L.M.V.G.*: "A Decomposition Approach to Automated Generation/Transmission Expansion Planning", IEEE Transactions PAS, Vol. PAS-104, No. 11, November 1985.
- [13] *Pereira M.V.F., Pinto L.M.V.G., Oliveira G.C., Cunha S.H.F.*: "Composite Generation-Transmission Expansion Planning", EPRI-Research Project 2473-9, Stanford University, 1987.
- [14] *Granville S., Pereira M.V.F.*: "Analysis of the Linearized Power Flow Model in Benders Decomposition", EPRI-Report RP 2473-6, Stanford University, February 1985.
- [15] *B. Stott, E. Hobson*: "Power System Security Control Calculations Using Linear Programming, Part I", IEEE Transactions PAS, Vol. PAS-97, No. 5, Sept/Oct 1978.
- [16] *B. Stott, E. Hobson*: "Power System Security Control Calculations Using Linear Programming, Part II", IEEE Transactions PAS, Vol. PAS-97, No. 5, Sept/Oct 1978.
- [17] *B. Stott, J. L. Marinho*: "Linear Programming for Power-System Network Security Applications", IEEE Transactions PAS, Vol. PAS-98, No. 3, May/June 1979.
- [18] *B. Stott, J. L. Marinho, O. Alsac*: "Review of Linear Programming Applied to Power System Rescheduling", presented at the IEEE Power Industry Computer Applications Conference, 1979.
- [19] *A. Gomez, L.G. Franquelo*: "Node ordering algorithms for sparse vector method improvement", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, No. 1, February 1988.
- [20] *W.F. Tinney, V. Brandwajn, S.M. Chan*: "Sparse vector methods", IEEE Transactions PAS, Vol. PAS-104, No. 2, February 1985.
- [21] *K. Zollenkoff*: "Bi-Factorization - Basic Computational Algorithm and Programming Techniques", in Reid, J.K., Large Sparse Sets of Linear Equations, London, Academic Press, 1971, pp 75-96.

- [22] *J.K. Reid*: “Direct Methods for Sparse Matrices”, Clarendon Press, Oxford, 1986.
- [23] *William H. Press et alii*: “Numerical Recipes in FORTRAN - The Art of Scientific Computing”, 2ed. Cambridge University Press, 1992.
- [24] *V. Chvátal*: “Linear programming”, W.H. Freeman, New York, 1983
- [25] *Gallego R.A., Monticelli A., Romero R.*: “Comparative Studies on Non-Convex Optimization Methods for Transmission Network Expansion Planning”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 13, 1998.
- [26] *Romero R.* “Um Método de Decomposição para Planejamento a Longo Prazo de Sistemas de Transmissão”, Ph.D, Tese, Universidade Estadual de Campinas, Brasil, 1993.
- [27] *A.H.Land and S. Powell*: “FORTRAN Codes for Mathematical Programming: Linear, Quadratic and Discrete”, John Wiley & Sons, London, 1972.
- [28] *M. Bazaraa, J. Jarvis and H.D. Sherali*: “Linear programming and network flows”, 2ed., John Wiley & Sons, New York, 1990.

# Apêndice A

## Dados dos sistemas testados

Neste anexo apresentamos os dados das configurações A dos sistemas testados. Os sistemas são apresentados exatamente no mesmo formato de seus arquivos.

A primeira linha contém o número de barras do sistema.

A segunda linha contém, respectivamente, número de barras e número de linhas.

A seguir se apresenta uma seção formada por uma série de linhas de três colunas, que são os dados das barras. A primeira coluna é o número da barra, a segunda é a geração da barra e a terceira é a carga na barra.

A última seção consiste nos dados das linhas de transmissão e têm 7 colunas. A primeira coluna é a barra origem do ramo e a segunda coluna é a barra destino do ramo. A terceira coluna é o número de circuitos originalmente existentes no ramo; a quarta coluna é a reatância de cada circuito do ramo; a quinta coluna é a capacidade de transmissão de cada circuito no ramo; a sexta coluna é o número de circuitos a serem adicionados em paralelo no ramo e a última coluna é o custo de construção de cada circuito do ramo. O número total de circuitos em paralelo para cada ramo é igual ao número da terceira coluna mais o número sexta coluna.

## A.1 Sistema Garver - 6 barras

5							
6	15						
1	50.0		80.0				
2	0.0		240.0				
3	165.0		40.0				
4	0.0		160.0				
5	0.0		240.0				
6	545.0		0.0				
1	2	1	0.40	100.0	0	40.0	
1	3	0	0.38	100.0	0	38.0	
1	4	1	0.60	80.0	0	60.0	
1	5	1	0.20	100.0	0	20.0	
1	6	0	0.68	70.0	0	68.0	
2	3	1	0.20	100.0	0	20.0	
2	4	1	0.40	100.0	0	40.0	
2	5	0	0.31	100.0	0	31.0	
2	6	0	0.30	100.0	0	30.0	
3	4	0	0.59	82.0	0	59.0	
3	5	1	0.20	100.0	0	20.0	
3	6	0	0.48	100.0	0	48.0	
4	5	0	0.63	75.0	0	63.0	
4	6	0	0.30	100.0	0	30.0	
5	6	0	0.61	78.0	0	61.0	

## A.2 Sistema sul brasileiro - 46 barras

42	5.0	100.0	1	0
46	79			
1	0.000000	0.000000		
2	0.000000	443.100000		
3	0.000000	0.000000		
4	0.000000	300.700000		
5	0.000000	238.000000		
6	0.000000	0.000000		
7	0.000000	0.000000		
8	0.000000	72.200000		
9	0.000000	0.000000		
10	0.000000	0.000000		
11	0.000000	0.000000		
12	0.000000	511.900000		
13	0.000000	185.800000		
14	1257.000000	0.000000		
15	0.000000	0.000000		
16	2000.000000	0.000000		
17	1050.000000	0.000000		
18	0.000000	0.000000		
19	1670.000000	0.000000		
20	0.000000	1091.200000		
21	0.000000	0.000000		
22	0.000000	81.900000		
23	0.000000	458.100000		
24	0.000000	478.200000		
25	0.000000	0.000000		
26	0.000000	231.900000		
27	220.000000	0.000000		
28	800.000000	0.000000		
29	0.000000	0.000000		
30	0.000000	0.000000		
31	700.000000	0.000000		
32	500.000000	0.000000		
33	0.000000	229.100000		
34	748.000000	0.000000		
35	0.000000	216.000000		
36	0.000000	90.100000		
37	300.000000	0.000000		

38	0.000000	216.000000				
39	600.000000	0.000000				
40	0.000000	262.100000				
41	0.000000	0.000000				
42	0.000000	1607.900000				
43	0.000000	0.000000				
44	0.000000	79.100000				
45	0.000000	86.700000				
46	700.000000	0.000000				
1	7	1	0.0616	270.	0	4349.0
1	2	2	0.1065	270.	0	7076.0
4	9	1	0.0924	270.	0	6217.0
5	9	1	0.1173	270.	0	7732.0
5	8	1	0.1132	270.	0	7480.0
7	8	1	0.1023	270.	0	6823.0
4	5	2	0.0566	270.	0	4046.0
2	5	2	0.0324	270.	0	2581.0
8	13	1	0.1348	240.	0	8793.0
9	14	2	0.1756	220.	0	11267.0
12	14	2	0.0740	270.	0	5106.0
14	18	2	0.1514	240.	0	9803.0
13	18	1	0.1805	220.	0	11570.0
13	20	1	0.1073	270.	0	7126.0
18	20	1	0.1997	200.	0	12732.0
19	21	1	0.0278	1500.	0	32632.0
16	17	1	0.0078	2000.	0	10505.0
17	19	1	0.0061	2000.	0	8715.0
14	26	1	0.1614	220.	0	10409.0
14	22	1	0.0840	270.	0	5712.0
22	26	1	0.0790	270.	0	5409.0
20	23	2	0.0932	270.	0	6268.0
23	24	2	0.0774	270.	0	5308.0
26	27	2	0.0832	270.	0	5662.0
24	34	1	0.1647	220.	0	10611.0
24	33	1	0.1448	240.	0	9399.0
33	34	1	0.1265	270.	0	8288.0
27	36	1	0.0915	270.	0	6167.0
27	38	2	0.2080	200.	0	13237.0
36	37	1	0.1057	270.	0	7025.0
34	35	2	0.0491	270.	0	3591.0
35	38	1	0.1980	200.	0	12631.0

37	39	1	0.0283	270.	0	2329.0
37	40	1	0.1281	270.	0	8389.0
37	42	1	0.2105	200.	0	13388.0
39	42	3	0.2030	200.	0	12934.0
40	42	1	0.0932	270.	0	6268.0
38	42	3	0.0907	270.	0	6116.0
32	43	1	0.0309	1400.	0	35957.0
42	44	1	0.1206	270.	0	7934.0
44	45	1	0.1864	200.	0	11924.0
19	32	1	0.0195	1800.	0	23423.0
46	19	1	0.0222	1800.	0	26365.0
46	16	1	0.0203	1800.	0	24319.0
18	19	1	0.0125	600.	0	8178.0
20	21	1	0.0125	600.	0	8178.0
42	43	1	0.0125	600.	0	8178.0
2	4	0	0.0882	270.	0	5965.0
14	15	0	0.0374	270.	0	2884.0
46	10	0	0.0081	2000.	0	10889.0
4	11	0	0.2246	240.	0	14247.0
5	11	0	0.0915	270.	0	6167.0
46	6	0	0.0128	2000.	0	16005.0
46	3	0	0.0203	1800.	0	24319.0
16	28	0	0.0222	1800.	0	26365.0
16	32	0	0.0311	1400.	0	36213.0
17	32	0	0.0232	1700.	0	27516.0
19	25	0	0.0325	1400.	0	37748.0
21	25	0	0.0174	2000.	0	21121.0
25	32	0	0.0319	1400.	0	37109.0
31	32	0	0.0046	2000.	0	7052.0
28	31	0	0.0053	2000.	0	7819.0
28	30	0	0.0058	2000.	0	8331.0
27	29	0	0.0998	270.	0	6672.0
26	29	0	0.0541	270.	0	3894.0
28	41	0	0.0339	1300.	0	39283.0
28	43	0	0.0406	1200.	0	46701.0
31	41	0	0.0278	1500.	0	32632.0
32	41	0	0.0309	1400.	0	35957.0
41	43	0	0.0139	2000.	0	17284.0
40	45	0	0.2205	180.	0	13994.0
15	16	0	0.0125	600.	0	8178.0
46	11	0	0.0125	600.	0	8178.0

24	25	0	0.0125	600.	0	8178.0
29	30	0	0.0125	600.	0	8178.0
40	41	0	0.0125	600.	0	8178.0
2	3	0	0.0125	600.	0	8178.0
5	6	0	0.0125	600.	0	8178.0
9	10	0	0.0125	600.	0	8178.0

### A.3 Sistema Norte-Nordeste brasileiro - 87 barras

```
50 5.0 1000.0 0 0
87 179
1 0.000000 2747.000000
2 4550.000000 0.000000
3 0.000000 0.000000
4 6422.000000 0.000000
5 0.000000 0.000000
6 0.000000 0.000000
7 0.000000 31.000000
8 82.000000 0.000000
9 465.000000 0.000000
10 538.000000 0.000000
11 2260.000000 0.000000
12 4312.000000 0.000000
13 5900.000000 0.000000
14 542.000000 0.000000
15 0.000000 0.000000
16 0.000000 0.000000
17 0.000000 0.000000
18 0.000000 0.000000
19 0.000000 125.000000
20 0.000000 181.000000
21 0.000000 1044.000000
22 0.000000 446.000000
23 0.000000 84.000000
24 0.000000 230.000000
25 0.000000 2273.000000
26 0.000000 68.000000
27 0.000000 546.000000
28 0.000000 273.000000
29 0.000000 68.000000
30 0.000000 273.000000
31 0.000000 225.000000
32 0.000000 0.000000
33 0.000000 0.000000
34 0.000000 107.000000
35 1531.000000 0.000000
```

36	0.000000	325.000000
37	114.000000	0.000000
38	0.000000	0.000000
39	0.000000	269.000000
40	0.000000	1738.000000
41	0.000000	752.000000
42	0.000000	494.000000
43	0.500000	0.000000
44	0.000000	5819.000000
45	0.000000	0.000000
46	0.000000	297.000000
47	0.000000	0.000000
48	0.000000	432.000000
49	0.000000	1124.000000
50	0.000000	7628.000000
51	0.000000	420.000000
52	0.000000	1024.000000
53	0.000000	0.000000
54	0.500000	0.000000
55	0.000000	0.000000
56	0.000000	0.000000
57	0.000000	0.000000
58	0.000000	0.000000
59	0.000000	0.000000
60	0.000000	0.000000
61	0.500000	0.000000
62	0.000000	0.000000
63	0.000000	0.000000
64	0.000000	0.000000
65	0.500000	0.000000
66	0.000000	0.000000
67	1242.000000	0.000000
68	888.000000	0.000000
69	902.000000	0.000000
70	0.000000	0.000000
71	0.500000	0.000000
72	0.500000	0.000000
73	0.000000	0.000000
74	0.000000	0.000000
75	0.500000	0.000000
76	0.000000	0.000000

77	0.000000	0.000000				
78	0.000000	0.000000				
79	0.500000	0.000000				
80	0.500000	0.000000				
81	0.000000	0.000000				
82	0.500000	0.000000				
83	0.500000	0.000000				
84	0.500000	0.000000				
85	0.000000	705.000000				
86	0.000000	0.000000				
87	0.000000	0.000000				
1	2	2	0.0374	1000.	0	44056.0
2	4	0	0.0406	1000.	0	48880.0
2	60	0	0.0435	1000.	0	52230.0
2	87	1	0.0259	1000.	0	31192.0
3	71	0	0.0078	3200.	0	92253.0
3	81	0	0.0049	3200.	0	60153.0
3	83	0	0.0043	3200.	0	53253.0
3	87	0	0.0058	1200.	0	21232.0
4	5	1	0.0435	1000.	0	52230.0
4	6	0	0.0487	1000.	0	58260.0
4	32	0	0.0233	300.	0	7510.0
4	60	0	0.0215	1000.	0	26770.0
4	68	0	0.0070	1000.	0	10020.0
4	69	0	0.0162	1000.	0	20740.0
4	81	0	0.0058	1200.	0	21232.0
4	87	1	0.0218	1000.	0	26502.0
5	6	1	0.0241	1000.	0	29852.0
5	38	2	0.0117	600.	0	8926.0
5	56	0	0.0235	1000.	0	29182.0
5	58	0	0.0220	1000.	0	27440.0
5	60	0	0.0261	1000.	0	32130.0
5	68	0	0.0406	1000.	0	48880.0
5	70	0	0.0464	1000.	0	55580.0
5	80	0	0.0058	1200.	0	21232.0
6	7	1	0.0288	1000.	0	35212.0
6	37	1	0.0233	300.	0	7510.0
6	67	0	0.0464	1000.	0	55580.0
6	68	0	0.0476	1000.	0	56920.0
6	70	0	0.0371	1000.	0	44860.0
6	75	0	0.0058	1200.	0	21232.0

7	8	1	0.0234	1000.	0	29048.0
7	53	0	0.0452	1000.	0	54240.0
7	62	0	0.0255	1000.	0	31460.0
8	9	1	0.0186	1000.	0	23420.0
8	12	0	0.0394	1000.	0	47540.0
8	17	0	0.0447	1000.	0	53570.0
8	53	1	0.0365	1200.	0	44190.0
8	62	0	0.0429	1000.	0	51560.0
8	73	0	0.0058	1200.	0	21232.0
9	10	1	0.0046	1000.	0	7340.0
10	11	1	0.0133	1000.	0	17390.0
11	12	1	0.0041	1200.	0	6670.0
11	15	1	0.0297	1200.	0	36284.0
11	17	1	0.0286	1200.	0	35078.0
11	53	1	0.0254	1000.	0	31326.0
12	13	1	0.0046	1200.	0	7340.0
12	15	1	0.0256	1200.	0	31594.0
12	17	1	0.0246	1200.	0	30388.0
12	35	2	0.0117	600.	0	8926.0
12	84	0	0.0058	1200.	0	21232.0
13	14	0	0.0075	1200.	0	10690.0
13	15	0	0.0215	1200.	0	26770.0
13	17	0	0.0232	1200.	0	28780.0
13	45	1	0.0290	1200.	0	35480.0
13	59	1	0.0232	1200.	0	28780.0
14	17	0	0.0232	1200.	0	28780.0
14	45	0	0.0232	1200.	0	28780.0
14	59	0	0.0157	1200.	0	20070.0
15	16	2	0.0197	1200.	0	24760.0
15	45	0	0.0103	1200.	0	13906.0
15	46	1	0.0117	600.	0	8926.0
15	53	0	0.0423	1000.	0	50890.0
16	44	4	0.0117	600.	0	8926.0
16	45	0	0.0220	1200.	0	27440.0
16	61	0	0.0128	1000.	0	16720.0
16	77	0	0.0058	1200.	0	21232.0
17	18	2	0.0170	1200.	0	21678.0
17	59	0	0.0170	1200.	0	21678.0
18	50	4	0.0117	600.	0	8926.0
18	59	1	0.0331	1200.	0	40170.0
18	74	0	0.0058	1200.	0	21232.0

19	20	1	0.0934	170.	0	5885.0
19	22	1	0.1877	170.	0	11165.0
20	21	1	0.0422	470.	0	6960.0
20	38	2	0.1382	300.	0	12840.0
20	56	0	0.0117	600.	0	8926.0
20	66	0	0.2064	170.	0	12210.0
21	57	0	0.0117	600.	0	8926.0
22	23	1	0.1514	170.	0	9130.0
22	37	2	0.2015	170.	0	11935.0
22	58	0	0.0233	300.	0	7510.0
23	24	1	0.1651	170.	0	9900.0
24	25	1	0.2153	170.	0	12705.0
24	43	0	0.0233	300.	0	7510.0
25	26	1	0.0275	1110.	0	29636.0
25	55	0	0.0117	600.	0	8926.0
26	27	1	0.0360	1110.	0	25500.0
26	29	1	0.1081	170.	0	6710.0
26	54	0	0.0117	600.	0	8926.0
27	28	3	0.0826	170.	0	5335.0
27	35	2	0.1367	300.	0	25000.0
27	53	1	0.0117	600.	0	8926.0
28	35	3	0.1671	170.	0	9900.0
29	30	1	0.0688	170.	0	4510.0
30	31	1	0.0639	170.	0	4235.0
30	63	0	0.0233	300.	0	7510.0
31	34	1	0.1406	170.	0	8525.0
32	33	0	0.1966	170.	0	11660.0
33	67	0	0.0233	300.	0	7510.0
34	39	1	0.0417	500.	0	7150.0
34	41	2	0.0993	170.	0	6215.0
35	46	4	0.2172	170.	0	12705.0
35	47	2	0.1327	170.	0	8085.0
35	51	3	0.1602	170.	0	9625.0
36	39	2	0.1189	170.	0	7315.0
36	46	2	0.0639	170.	0	4235.0
39	42	1	0.0973	170.	0	6105.0
39	86	0	0.0233	300.	0	7510.0
40	45	1	0.0117	600.	0	8926.0
40	46	3	0.0875	170.	0	5500.0
41	64	0	0.0233	300.	0	7510.0
42	44	2	0.0698	170.	0	4565.0

42	85	2	0.0501	170.	0	3465.0
43	55	0	0.0254	1000.	0	31326.0
43	58	0	0.0313	1000.	0	38160.0
44	46	3	0.1671	170.	0	10010.0
47	48	2	0.1966	170.	0	11660.0
48	49	1	0.0757	170.	0	4895.0
48	50	2	0.0256	170.	0	2090.0
48	51	2	0.2163	170.	0	12760.0
49	50	1	0.0835	170.	0	5335.0
51	52	2	0.0560	170.	0	3795.0
52	59	1	0.0117	600.	0	8926.0
53	54	0	0.0270	1000.	0	32120.0
53	70	0	0.0371	1000.	0	44860.0
53	76	0	0.0058	1200.	0	21232.0
53	86	0	0.0389	1000.	0	46870.0
54	55	0	0.0206	1000.	0	25028.0
54	58	0	0.0510	1000.	0	60940.0
54	63	0	0.0203	1000.	0	25430.0
54	70	0	0.0360	1000.	0	43520.0
54	79	0	0.0058	1200.	0	21232.0
56	57	0	0.0122	1000.	0	16050.0
58	78	0	0.0058	1200.	0	21232.0
60	66	0	0.0233	300.	0	7510.0
60	87	0	0.0377	1000.	0	45530.0
61	64	0	0.0186	1000.	0	23420.0
61	85	0	0.0233	300.	0	7510.0
61	86	0	0.0139	1000.	0	18060.0
62	67	0	0.0464	1000.	0	55580.0
62	68	0	0.0557	1000.	0	66300.0
62	72	0	0.0058	1200.	0	21232.0
63	64	0	0.0290	1000.	0	35480.0
65	66	0	0.3146	170.	0	18260.0
65	87	0	0.0233	300.	0	7510.0
67	68	0	0.0290	1000.	0	35480.0
67	69	0	0.0209	1000.	0	26100.0
67	71	0	0.0058	1200.	0	21232.0
68	69	0	0.0139	1000.	0	18060.0
68	83	0	0.0058	1200.	0	21232.0
68	87	0	0.0186	1000.	0	23240.0
69	87	0	0.0139	1000.	0	18060.0
70	82	0	0.0058	1200.	0	21232.0

71	72	0	0.0108	3200.	0	125253.0
71	75	0	0.0108	3200.	0	125253.0
71	83	0	0.0067	3200.	0	80253.0
72	73	0	0.0100	3200.	0	116253.0
72	83	0	0.0130	3200.	0	149253.0
73	74	0	0.0130	3200.	0	149253.0
73	75	0	0.0130	3200.	0	149253.0
73	84	0	0.0092	3200.	0	107253.0
74	84	0	0.0108	3200.	0	125253.0
75	76	0	0.0162	3200.	0	185253.0
75	81	0	0.0113	3200.	0	131253.0
75	82	0	0.0086	3200.	0	101253.0
75	83	0	0.0111	3200.	0	128253.0
76	77	0	0.0130	3200.	0	149253.0
76	82	0	0.0086	3200.	0	101253.0
76	84	0	0.0059	3200.	0	70953.0
77	79	0	0.0151	3200.	0	173253.0
77	84	0	0.0115	3200.	0	132753.0
78	79	0	0.0119	3200.	0	137253.0
78	80	0	0.0051	3200.	0	62253.0
79	82	0	0.0084	3200.	0	98253.0
80	81	0	0.0101	3200.	0	117753.0
80	82	0	0.0108	3200.	0	125253.0
80	83	0	0.0094	3200.	0	110253.0
81	83	0	0.0016	3200.	0	23253.0
82	84	0	0.0135	3200.	0	155253.0
34	39	2	0.2968	80.	0	6335.0
20	21	1	0.1032	170.	0	6435.0
25	26	3	0.1691	170.	0	10120.0
26	27	3	0.2212	170.	0	12760.0