

Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica
Departamento de Microondas e Óptica

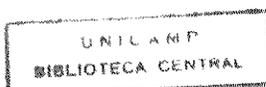
**Estudo de Lasers Semicondutores
Acoplados a Cavidades Externas
para Aplicação em Sistemas
de Alta Velocidade**

Autor: Luiz Eugênio Monteiro de Barros Jr
Orientador: Prof. Dr. Rui F. Souza *Fragassi*
Co-Orientador: Prof. Dr. Edson Moschim *†*

Este trabalho foi aprovado para a defesa final da tese
defendida por Luiz Eugênio Monteiro de
Barros Júnior em 31/07/92.
Julgadora em 31/07/92.
Rui F. Souza
Orientador

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Campinas - FEE-UNICAMP, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

JULHO - 1992.



*À minha esposa Cida,
aos meus pais e aos meus irmãos.*

A G R A D E C I M E N T O S

Ao Prof. Rui F. Souza pela orientação e autonomia durante o trabalho.

Ao Prof. Edson Moschim pela orientação no trabalho, incentivo e amizade.

À minha maior incentivadora, presente nos bons e maus momentos, pelo apoio incondicional durante estes dois anos e meio, CIDA minha esposa e companheira.

Aos amigos de vida e de trabalho Tetê, Izavan e João pelas discussões, incentivo e acima de tudo pela Amizade.

Às amizades mais novas, mas não menos importantes, Luiza (DMO), Ramiro (ex-DMO), Josué (DECOM), Motta (DECOM) e Chico Egashira (DECOM) pelo companheirismo.

Aos amigos Rubem Farias (ex-DMO) e Antônio (ex-DMO) Leal pelas discussões enriquecedoras e pelo apoio.

Ao Marcelo, técnico e à Marcinha secretária, ambos do DMO; com os quais sempre pude contar para resolver os *pepinos* do dia-a-dia.

À CAPES pela bolsa de estudos, indispensável para realização deste trabalho.

À todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente para que mais esta etapa, na minha vida, pudesse ser vencida.

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo sobre os diodos laser a semicondutor acoplados a uma cavidade externa e sua aplicação a sistemas de comunicação digital de alta velocidade.

Primeiramente, é feita uma análise estática do conjunto laser a semicondutor acoplado a uma cavidade externa passiva onde discute-se regimes e pontos de operação. Neste sentido, estuda-se a influência da cavidade externa na frequência de ressonância e na densidade de portadores necessária para oscilação, bem como no número de modos presentes. Posteriormente, faz-se uma análise dinâmica baseada no desenvolvimento e na solução numérica das equações de taxa que regem o funcionamento do sistema laser+cavidade externa. Finalmente, faz-se uma avaliação do desempenho desta fonte óptica sob modulação direta quando inserida num sistema de comunicação digital com taxas de transmissão de até 5 Gbit/s.

ABSTRACT

This work deals with semiconductor laser diodes coupled to an external cavity and its application to high velocity digital communication systems.

Initially, a static analysis is performed for the semiconductor laser coupled to an external cavity, including mode and point of operation. In this sense, the influence of the external cavity on the resonance frequency and on the carrier density required for oscillation, as well as the number of modes involved, is investigated. Later, a dynamic analysis is presented based on the development and numerical solution of the rate equations that govern the operation of the assemble laser plus external cavity. Finally, an evaluation of the performance of this optical source under direct modulation is presented for a digital communication system operating at transmission rates up to 5 Gbit/s.

Conteúdo

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Introdução à Teoria de Laser a Semicondutor | 1 |
| 1.1 | Princípios Básicos | 1 |
| 1.2 | Ganho | 2 |
| 1.3 | Condições de Oscilação | 4 |
| 1.4 | As Equações de Taxa | 5 |
| 1.5 | O Espectro do Laser | 8 |
| 1.6 | Laser a Semicondutor Monomodo | 10 |
| 1.6.1 | Estruturas Monomodo | 10 |
| 1.7 | Conclusões | 10 |
| 2 | Análise Estática de Laser Semicondutor Acoplado a Cavidade Ex- | |
| | terna | 13 |
| 2.1 | Introdução | 13 |
| 2.2 | Analogia com Linhas de Transmissão | 13 |
| 2.3 | Condições de Contorno | 14 |
| 2.4 | Soluções estacionárias | 18 |
| 2.5 | Largura de Linha | 25 |
| 2.6 | Conclusões | 28 |
| 3 | Análise Dinâmica de Laser Semicondutor Acoplado a Cavidade Ex- | |
| | terna | 32 |
| 3.1 | Introdução | 32 |
| 3.2 | Representação dos Campos na Cavidade | 33 |
| 3.3 | Caracterização da Realimentação Óptica | 35 |
| 3.4 | Desenvolvimento das Equações de Taxa | 39 |
| 3.5 | Solução Numérica | 43 |
| 3.6 | Resposta transiente do laser | 44 |
| 3.7 | Conclusões | 47 |

| | |
|---|-----------|
| 4 Lasers monomodo sob Modulação Direta Acoplados a Cavityde Externa | 50 |
| 4.1 Introdução | 50 |
| 4.2 A Modulação | 50 |
| 4.3 Potência Óptica | 52 |
| 4.4 Chirping em Freqüência | 53 |
| 4.5 Conclusões | 57 |
| 5 Sistema de Transmissão | 60 |
| 5.1 Introdução | 60 |
| 5.2 A Fibra Óptica | 61 |
| 5.3 O Receptor | 65 |
| 5.4 Simulação da Transmissão pelo Sistema | 65 |
| 5.5 Resultados da Simulação do Sistema | 68 |
| 5.6 Conclusões | 73 |
| 6 Conclusões Gerais | 81 |
| A Expressão Geral para o Coeficiente de Reflexão Efetivo para a Cavityde Externa | 83 |
| B Dedução das Expressões (2.12) e (2.13) | 86 |
| C Determinação de $r(\omega)$ por Expansão de Taylor | 89 |
| D Expansão em Série de Taylor de Função de Duas variáveis | 91 |
| E Dedução da equação da equação primitiva das equações de taxa | 92 |
| F Equações de taxa | 95 |

Lista de Figuras

| | | |
|-----|--|----|
| 1.1 | Esquema de Dupla-Heteroestrutura de laser semiconductor | 2 |
| 1.2 | Esquema da configuração de bandas de energia do laser semiconductor sob polarização direta | 3 |
| 1.3 | Comportamento do ganho em função da energia do fóton | 3 |
| 1.4 | Esquema da cavidade do laser com coeficientes de reflexão r_1 e r_2 nas faces. O caminho em malha fechada é tomado em relação ao ponto P. | 4 |
| 1.5 | Esquema representativo da dinâmica de um laser a semiconductor | 6 |
| 1.6 | Espectro do laser Semiconductor | 9 |
| 1.7 | Estruturas Propostas para operação monomodo | 11 |
| 2.1 | Configuração laser + cavidade externa | 14 |
| 2.2 | Esquema da cavidade utilizado para cálculo das condições de contorno | 15 |
| 2.3 | Fator de Excesso de Ganho | 17 |
| 2.4 | Condição de fase para espelho plano simples | 22 |
| 2.5 | Condição de fase para grade de difração - $\lambda_{grade} = 1,55\mu m$; $r_0 = 0,6$; $N_{eff} = 1625$ | 23 |
| 2.6 | Diferença na densidade de portadores requerida para oscilação quando a realimentação óptica é feita por um espelho plano posicionado a 15cm | 24 |
| 2.7 | Diferença na densidade de portadores requerida para oscilação quando a realimentação óptica é feita por uma grade de difração , com frequência de ressonância centrada na linha do laser | 25 |
| 3.1 | Configuração das componentes de campo no sistema ECSL | 33 |
| 3.2 | Resposta transiente do número de fótons e da densidade de portadores em $[cm^{-3}s^{-1}]$ para um laser solitário. $\beta_{sp} = 1 \times 10^{-4}$ | 45 |
| 3.3 | Resposta transiente do número de fótons e da densidade de portadores em $[cm^{-3}s^{-1}]$ para um laser solitário. $\beta_{sp} = 1 \times 10^{-3}$ | 45 |
| 3.4 | Resposta transiente do número de fótons e da densidade de portadores em $[cm^{-3}s^{-1}]$ para um laser solitário. $\beta_{sp} = 1 \times 10^{-2}$ | 46 |
| 4.1 | Exemplo do formato do pulso de corrente na fonte | 51 |

| | | |
|------|---|----|
| 4.2 | Resposta da potência óptica em ECSL e laser solitário .Taxa de Transmissão de 1 GBit/seg | 53 |
| 4.3 | Resposta da potência óptica em ECSL e laser solitário .Taxa de Transmissão de 2 GBit/seg | 54 |
| 4.4 | Resposta da potência óptica em ECSL e laser solitário .Taxa de Transmissão de 4 GBit/seg | 54 |
| 4.5 | Comparação do <i>chirping</i> entre o laser solitário e o ECSL. | 56 |
| 4.6 | Variação do <i>chirping</i> com os parâmetros A e B. A curva A corresponde a valores variáveis de A (eixo horizontal) e B fixo; na curva B o parâmetro A é fixo. | 57 |
| 5.1 | Representação do sistema de comunicação estudado neste capítulo | 60 |
| 5.2 | Dispersão de um pulso gaussiano, inicialmente, sem <i>chirping</i> , devido a dispersão do atraso de grupo | 64 |
| 5.3 | Representação matemática do sistema | 66 |
| 5.4 | Exemplo da concordância entres os dados primários, obtidos da solução numérica das equações , e os obtidos através de interpolação por <i>splines</i> cúbicas | 67 |
| 5.5 | Potência no receptor para diferentes comprimentos de fibra óptica. Taxa de transmissão de 3,95 Gbit/s (Laser solitário) | 69 |
| 5.6 | Potência no receptor para diferentes comprimentos de fibra óptica. Taxa de transmissão de 3,95 Gbit/s (Laser com cavidade externa). Utilizou-se o mesmo laser que no caso solitário, e mesma potência óptica injetada na fibra. | 70 |
| 5.7 | Visualização da propagação do pulso, gerado pelo laser solitário, ao longo da fibra. Taxa de transmissão de 4 Gbit/s. | 71 |
| 5.8 | Visualização da propagação do pulso, gerado pelo laser com cavidade externa, ao longo da fibra. Taxa de transmissão de 4 Gbit/s. | 72 |
| 5.9 | Taxa de transmissão de 1 Gbit/s e 80 km de fibra óptica (Laser Solitário) | 74 |
| 5.10 | Taxa de transmissão de 1 Gbit/s e 80 km de fibra óptica (Laser com cavidade externa) | 75 |
| 5.11 | Taxa de transmissão de 2 Gbit/s e 80 km de fibra óptica (Laser Solitário) | 76 |
| 5.12 | Taxa de transmissão de 2 Gbit/s e 80 km de fibra óptica (Laser com cavidade externa) | 77 |
| 5.13 | Taxa de transmissão de 3 Gbit/s e 80 km de fibra óptica (Laser Solitário) | 78 |
| 5.14 | Taxa de transmissão de 3 Gbit/s e 80 km de fibra óptica (Laser com cavidade externa) | 79 |
| A.1 | Equivalente, em linha de transmissão , para o acoplamento laser - cavidade externa | 84 |

B.1 Ilustração para o fluxo de potência óptica na direção z , através de um meio de cujo coeficiente de ganho de emissão estimulada é g_{st} . . . 87

Lista de Tabelas

| | | |
|-----|--|----|
| 2.1 | Tabela de valores | 24 |
| 4.1 | Valores utilizados para a obtenção da Figura do pulso | 52 |
| 4.2 | Valores usados na solução do sistema de equações para obtenção das respostas transientes | 55 |
| 5.1 | Palavras utilizadas como sinal modulante do laser, para formação do diagrama de olho. | 73 |

Introdução Geral

Os sistemas de comunicações ópticas estão cada vez mais sofisticados, esquemas de modulação e demodulação antes só possíveis com circuitos eletrônicos (sinal elétrico) agora estão sendo implementados a nível do sinal óptico. Um esforço muito grande está sendo feito no estudo de sistemas ópticos coerentes, o que representaria um salto gigantesco para sistemas de comunicação em termos da capacidade de informação. Para implementação de sistemas coerentes e esquemas sofisticados de modulação e demodulação é ainda necessário que se melhore o desempenho das fontes.

O acoplamento de laser semicondutor a uma cavidade externa passiva (ECSL - *External cavity semiconductor laser*) pode melhorar bastante o desempenho do laser, entre outras coisas reduzindo a largura de linha e também o *chirping* (ou gorjeio) em frequência.

Em se tratando de sistemas coerentes, a pureza espectral da fonte óptica é um fator essencial. Lasers tipo DFB (*Distributed Feedback*), realimentação distribuída e DBR (*Distributed Bragg reflector*), refletor de Bragg distribuído, mais puros espectralmente, do que os convencionais, apesar de operarem em um único modo (operação monomodo), apresentam largura de linha consideravelmente grande para operação em sistemas coerentes. Acoplando-os à cavidades externas pode-se conseguir redução de largura de linha da ordem de 1000 vezes ¹.

Outro fator que limita o desempenho dos sistemas de comunicação é a variação da frequência de emissão durante a transmissão de um pulso; o *chirping*. Quando injeta-se corrente modulada na região ativa do diodo, está-se modulando não apenas o número de portadores, mas também o índice de refração e com isso a frequência de emissão. O *chirping* causa alargamento do pulso, devido ao caráter dispersivo da fibra, limitando os sistemas de comunicação a baixas taxas de transmissão. Com o uso da cavidade externa consegue-se uma redução expressiva desse problema, uma vez que a frequência de ressonância da cavidade passiva não é afetada pela variação do número de portadores. Portanto o ECSL é uma proposta, atraente, do ponto de vista de redução do *chirping* e da largura de linha, de solução para se operar em altas taxas e/ou em sistemas coerentes. Neste trabalho será enfatizada a solução do problema do *chirping*.

No primeiro Capítulo são apresentados os conceitos básicos de funcionamento de lasers semicondutores. Também são apresentadas propostas de configurações de fontes ópticas para operação monomodo. No Capítulo 2 é feita uma análise estática do laser semicondutor acoplado a cavidade externa (ECSL), onde discute-

¹R. Wyatt e W.J. Devlin, "10 kHz linewidth 1.5 μ m InGaAsP external cavity laser with 55 nm tuning range", *Electron. Lett.*, Vol.19, pp.110-112, 1983

se o ponto de operação e a largura de linha deste tipo de fonte. No Capítulo 3 são desenvolvidas e solucionadas numericamente as equações de taxa que regem o funcionamento dinâmico do ECSL; neste capítulo e nos seguintes o laser estudado, é considerado monomodo. No Capítulo 4 é feito um estudo do comportamento do ECSL sob modulação direta. Finalmente, no Capítulo 5, o ECSL é inserido num sistema de comunicações completo; seu desempenho é analisado do ponto de vista do receptor.

Capítulo 1

Introdução à Teoria de Laser a Semicondutor

Neste capítulo serão apresentados os fundamentos sobre o funcionamento do diodo laser a semicondutor e a motivação para o presente estudo.

Para uma investigação mais detalhada do assunto as referências [1], [3] e [4] são altamente recomendadas.

1.1 Princípios Básicos

Um laser é basicamente um oscilador operando em frequência óptica. Para que exista oscilação é necessário que haja uma amplificação e uma realimentação. Num diodo laser a semicondutor a amplificação é fornecida pelo ganho da região ativa, quando se injeta corrente, e a realimentação se dá pelos coeficientes de reflexão das paredes do diodo. Duas situações distintas devem ser observadas: (1) operação em estado-estacionário, na qual o ganho iguala as perdas; e (2) comportamento dinâmico, regido por um sistema de equações denominadas “equações de taxa” do laser. A Figura 1.1 mostra uma estrutura básica para o diodo laser.

A região ativa é colocada entre duas regiões que têm maior banda proibida, o que, conseqüentemente criará barreira de potenciais que evita a fuga de portadores da região ativa, gerando um confinamento elétrico.

Além disso, a diferença de índice de refração entre a região ativa (mais alto) e as regiões laterais (mais baixo), para este tipo de estrutura, proporcionará um guiamento do campo óptico. Este tipo de construção é conhecida como laser de dupla-heteroestrutura (DH), e o laser a semicondutor utilizando esta estrutura é conhecido como o DHSL (*Double Heterostructure Semiconductor Laser*).

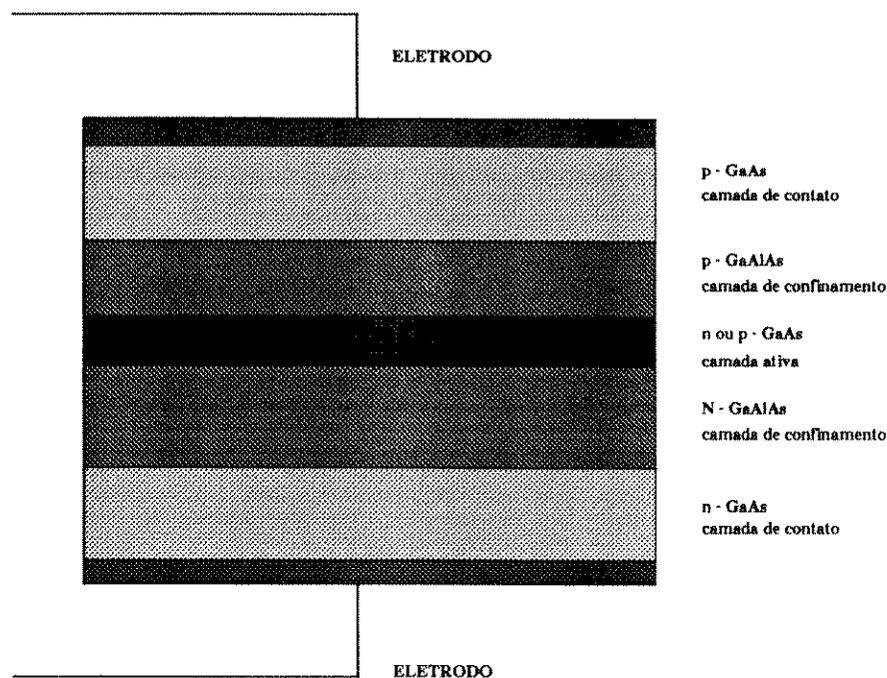


Figura 1.1: Esquema de Dupla-Heteroestrutura de laser semiconductor

A Figura 1.2 mostra um esquema das bandas de energia da dupla-heteroestrutura polarizada diretamente.

A condição para que haja confinamento eletrônico é que a amplitude da banda proibida das regiões laterais sejam maiores que a diferença dos níveis de Fermi.

Para que haja emissão estimulada, a densidade de portadores (elétrons) na banda de condução deve ser maior do que a densidade de portadores na banda de valência. Isto significa que a probabilidade de ocupação na banda de condução é maior que a probabilidade de ocupação na banda de valência. Esta situação é conseguida com fortes níveis de injeção de corrente quando a diferença entre os níveis de Fermi é maior que a banda proibida da região ativa.

1.2 Ganho

O ganho ocorre devido à inversão de população, resultante da injeção de portadores na região ativa. Neste trabalho está-se interessado apenas em aspectos gerais do ganho. A Figura 1.3 mostra o comportamento do ganho com a energia do fóton (hf) usando a densidade de portadores (N) como parâmetro.

Observa-se que o material é transparente para fótons de baixas energias, mas quando E_{gn} (diferença de energia entre os limites das bandas de condução e valência,

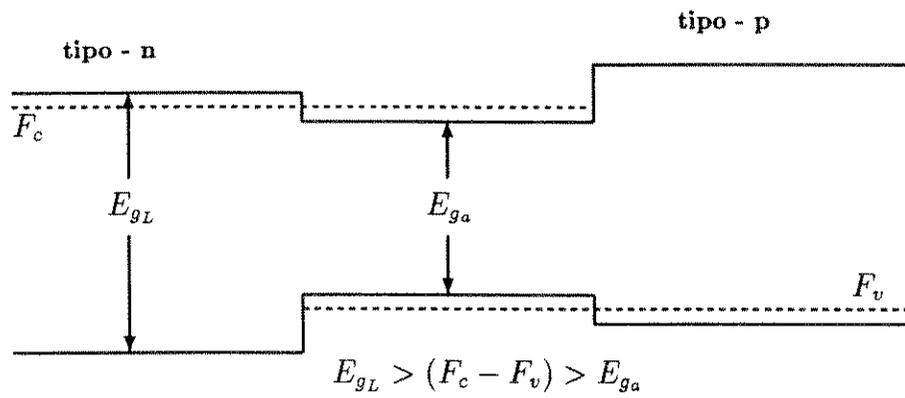


Figura 1.2: Esquema da configuração de bandas de energia do laser semiconductor sob polarização direta

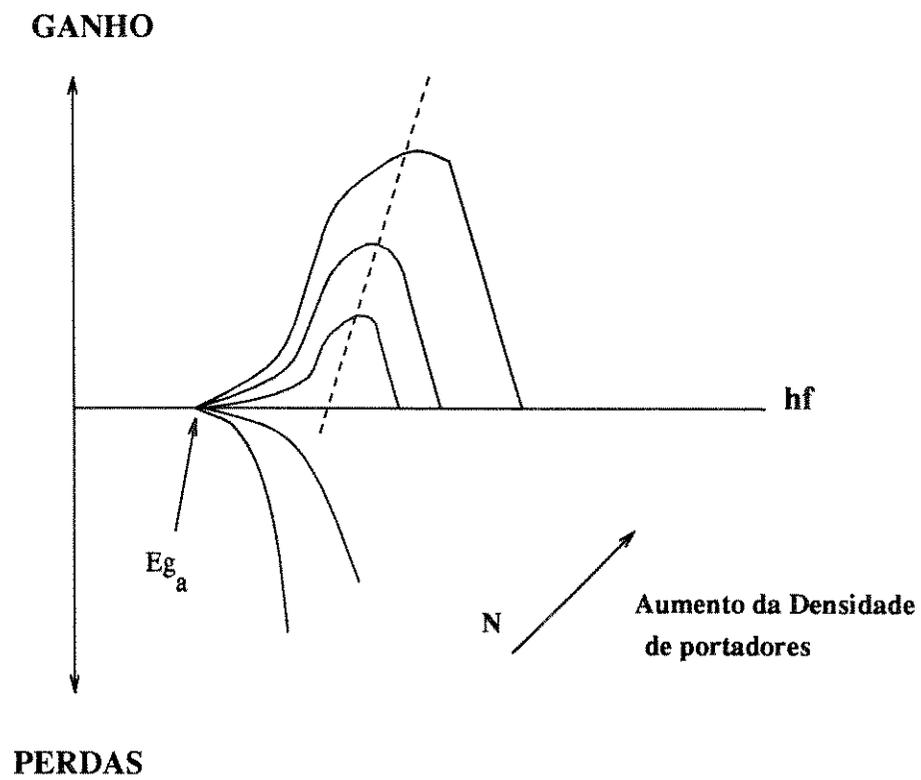


Figura 1.3: Comportamento do ganho em função da energia do fóton

na região ativa) é ultrapassada os fótons experimentam uma alta absorção (ou ganho negativo). À medida em que a densidade de portadores aumenta começam a aparecer regiões de energia para as quais o ganho é positivo. Estas regiões são bem largas podendo chegar a dezenas de nanômetros (em termos de comprimento de onda).

Outro fato de grande importância é que para uma dada energia ou frequência de emissão, o ganho máximo (g_{max}), ou ganho de pico, cresce com a densidade de portadores. Uma aproximação frequentemente utilizada na literatura é que este crescimento é linear (reta tracejada na Figura 1.3), tal que:

$$g_{max} = a(N - N_\ell) \quad (1.1)$$

onde N_ℓ indica um limiar de ganho positivo e a é uma constante.

Esta aproximação não é válida para lasers de poços quânticos [2]. Além disso, essa expressão não leva em conta efeitos não-lineares que serão considerados no Capítulo 3.

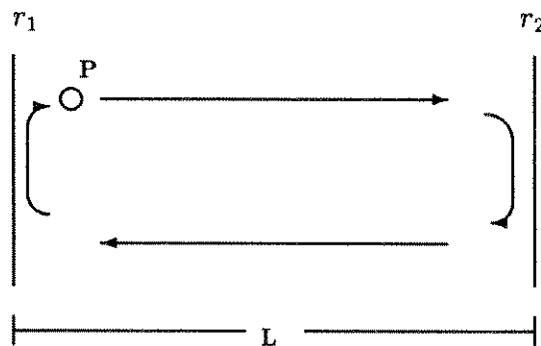


Figura 1.4: Esquema da cavidade do laser com coeficientes de reflexão r_1 e r_2 nas faces. O caminho em malha fechada é tomado em relação ao ponto P.

1.3 Condições de Oscilação

Considera-se a Figura 1.4 como representação de um diodo laser de coeficientes de reflexão r_1 e r_2 nas paredes e comprimento L . Depois de percorrer um caminho em malha fechada (*round-trip path*), o campo óptico fica multiplicado por um fator C , complexo, dado por :

$$C = r_1 r_2 \exp(-j2\beta L) \quad (1.2)$$

onde β é a constante de propagação no laser, dada por [1]:

$$\beta = \frac{2\pi f}{\lambda} \mu_e + j \frac{g}{2} \quad (1.3)$$

onde μ_e é o índice de refração efetivo do meio, λ é o comprimento de onda no vácuo, f é a frequência de emissão e g é o ganho na região ativa.

O fator 2 aparece no segundo termo do segundo membro da equação (1.3) devido ao ganho ser definido como ganho de amplitude e não de potência.

Logo, o fator de amplitude (A) num caminho fechado, a partir da equação (1.2), fica:

$$A = r_1 r_2 \exp(gL) \quad (1.4)$$

Num oscilador em regime estacionário ganho de malha fechada deve ser igual a 1. Nesta situação, o ganho de malha iguala-se às perdas e a equação (1.4) fica na forma:

$$g = \frac{1}{L} \ln \left(\frac{1}{r_1 r_2} \right) = \alpha_e \quad (1.5)$$

onde α_e são as perdas efetivas nas faces do diodo.

Incluindo as perdas internas (α_i) devido à absorção, espalhamento e recombinações não radiativas, o ganho de malha fechada na condição em que o ganho é igual às perdas fica:

$$g = \alpha_i + \alpha_e = g_{th} \quad (1.6)$$

onde g_{th} é o ganho de limiar de oscilação.

Com a injeção de corrente o ganho aumenta até g_{th} . Neste ponto, o ganho fica, aproximadamente, fixo e qualquer excedente na densidade de portadores é consumido por recombinação estimulada.

1.4 As Equações de Taxa

A dinâmica de um laser semiconductor pode ser esquematicamente representada pela Figura 1.5.

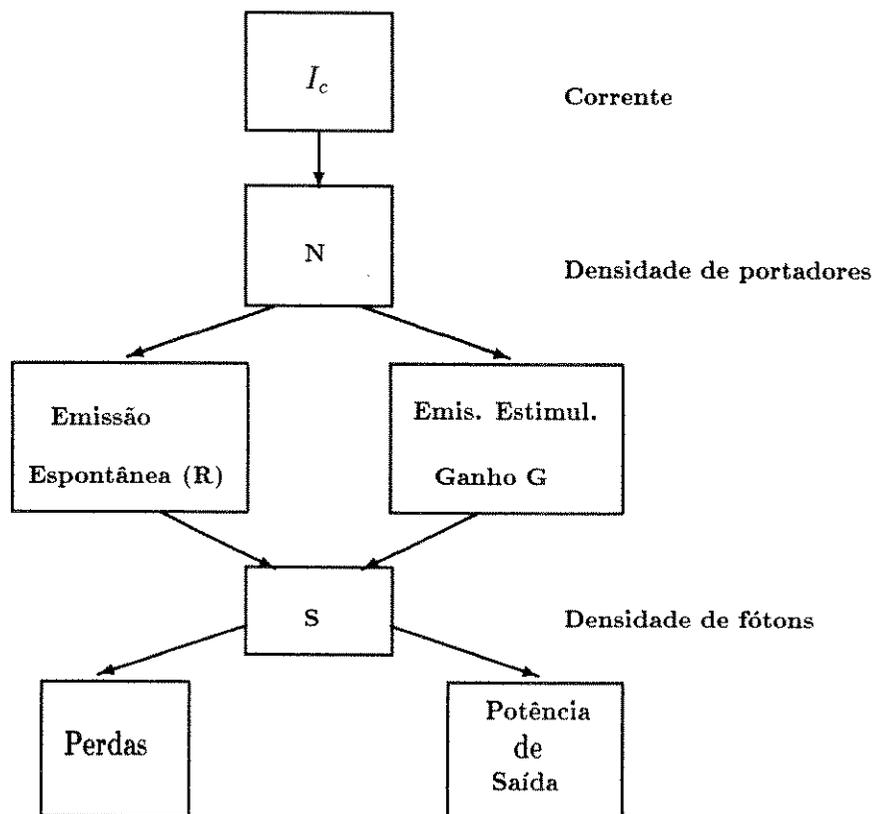


Figura 1.5: Esquema representativo da dinâmica de um laser a semicondutor

De maneira sucinta, pode-se descrever o funcionamento do laser semiconductor da seguinte maneira. A corrente elétrica I_c injeta portadores na região ativa que, por sua vez, sofrem recombinações estimuladas e espontâneas, gerando fótons. Alguns desses fótons são perdidos e alguns são emitidos, dando origem à potência óptica de saída.

Seguindo a seqüência indicada nesse diagrama pode-se chegar às equações de taxa para as densidades de fótons e de portadores.

O número de portadores injetados num volume V_c da região ativa, está diretamente ligado à corrente aplicada I_c . Alguns portadores se recombinam espontaneamente com um tempo médio de vida τ_n ; outros são consumidos por recombinações estimuladas, descritas por um fator de ganho G . Portanto, para o fluxo da densidade de portadores pode-se escrever [1, 3]:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I_c}{eV_c} - \frac{N}{\tau_n} - GS \quad (1.7)$$

onde G é o ganho por unidade de tempo [s^{-1}] e S é a densidade de fótons [m^{-3}].

O ganho G se relaciona com o ganho g [m^{-1}] pela relação :

$$G = v_g g \quad (1.8)$$

onde v_g é a velocidade de grupo no laser.

A equação de taxa para a densidade de fótons é dada por:

$$\frac{dS}{dt} = GS - \alpha S + \beta_{sp} \frac{N}{\tau_n} \quad (1.9)$$

onde α é o coeficiente de perdas dos fótons e β_{sp} é o fator que determina a fração das emissões espontâneas que é acoplada ao modo oscilante.

O primeiro termo do segundo membro representa as recombinações estimuladas. Este termo é igual ao último termo da equação (1.7), indicando que cada portador que sofre recombinação estimulada gera um fóton. O segundo termo representa as perdas. O último termo representa a fração das emissões espontâneas acopladas no modo oscilante.

As equações (1.7) e (1.9), associadas a uma terceira equação que rege a dependência temporal da fase do campo óptico, formam a base para todo o estudo do comportamento dinâmico do laser semiconductor. Dentre os assuntos mais importantes que serão investigados utilizando essas equações estão : o laser sob modulação , ruído e largura espectral.

1.5 O Espectro do Laser

Até agora foi considerada apenas uma parte do problema, isto é, a condição de amplitude, extraída da equação (1.2). A outra parte da análise vem desta mesma equação quando da imposição da condição de fase, que diz que a variação de fase do sinal depois de percorrido um caminho em malha fechada deve ser zero ou múltipla de $2\pi rad$. No caso do laser esta condição é dada por:

$$2\frac{2\pi}{\lambda}\mu_e L = 2\pi p \quad (1.10)$$

onde p é o número do modo (valor inteiro).

Daí tem-se que:

$$\mu_e L = p\frac{\lambda}{2} \quad (1.11)$$

Da equação (1.11) tira-se que a separação, em comprimento de onda, entre dois modos é:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2\mu_e L} \quad (1.12)$$

Ou escrevendo (1.11) em termos da frequência f :

$$\Delta f = \frac{c}{2\mu_e L} \quad (1.13)$$

Portanto, equacionando o espaçamento modal para um laser operando em $1,55 \mu m$ e de comprimento $L = 300 \mu m$, encontra-se um valor de $\approx 120 GHz$, ou $1 nm$. Como foi mencionado anteriormente, esta separação é bem menor que a faixa onde o ganho é positivo.

Portanto, cada frequência que satisfizer à equação (1.10) é um possível modo oscilante na cavidade. O ganho necessário para sua oscilação será dado pela equação (1.4). Num laser multimodo a condição de ganho é independente do comprimento de onda. Portanto, o ganho necessário para oscilação é o mesmo para todos os modos. Logo, devido à faixa larga da curva de ganho, vários modos vão oscilar na cavidade.

A consequência imposta por este fato é que existirá uma equação de taxa para a densidade de fótons para cada modo oscilante, resultando em:

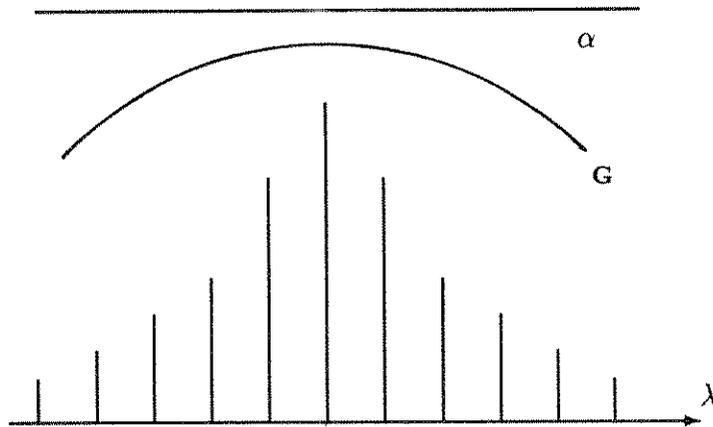


Figura 1.6: Espectro do laser Semicondutor

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I_c}{eV_c} - \frac{N}{\tau_n} - \sum_i G_i S_i \quad (1.14)$$

$$\frac{dS_i}{dt} = G_i S_i - \alpha S_i + \beta \frac{N}{\tau_n} \quad (1.15)$$

Analisando o caso do estado estacionário a equação (1.15) informa que:

$$S_i = \frac{\beta \frac{N}{\tau_n}}{\alpha - G_i} \quad (1.16)$$

Devido à presença da emissão espontânea o ganho G_i não é totalmente igual às perdas α , sendo um pouco menor. A diferença é suprida pelos fótons da emissão espontânea. Portanto, como cada modo experimenta um ganho G_i diferente, o espectro multimodo pode ter a forma apresentada na Figura 1.6.

Um espectro multimodo é uma característica altamente negativa nas aplicações em sistemas coerentes e para altas taxas de transmissão. Este tipo de espectro forma-se com fator mais limitante ao desempenho de sistemas de comunicações por fibras ópticas devido às fibras serem dispersivas. É, em geral, um fator muito mais restritivo do que o limite imposto pelas perdas.

Surge daí a necessidade de se estudar fontes de espectro estreito. São os chamados "lasers monomodo".

1.6 Laser a Semicondutor Monomodo

Entende-se como operação em modo único (monomodo) quando a razão entre a potência do modo principal e a potência de um modo secundário é maior que um certo valor. Quando o laser é modulado, um fator de segurança para esta razão seria 100 [2]. Em termos de ganho de limiar isto significa uma diferença de 5 cm^{-1} entre os ganhos dos modos principal e secundário.

Observa-se que este valor é grande se comparado à largura da curva de ganho da Figura 1.3. Numa faixa de ganho de 5 cm^{-1} do modo principal existem vários outros modos que oscilam. Portanto, operação em modo único sob modulação direta para lasers simples é uma característica difícil de ser alcançada na prática.

Deve-se, então, criar mecanismos para baixar o ganho de limiar somente para o modo principal, tal que a diferença do ganho requerido para oscilação entre este modo e os outros fique da ordem de 5 cm^{-1} .

No próximo sub-ítem são apresentadas algumas estruturas que têm sido utilizadas para solucionar o problema do espectro multi-modo.

1.6.1 Estruturas Monomodo

Várias estruturas foram propostas para a solução do problema da emissão multi-modo em lasers, dentre as quais podem-se distinguir quatro grandes grupos :

1. Laser de Cavidade Curta
2. Amarramento por Injeção (*injection locking*)
3. Cavidades Acopladas
4. Realimentação Seletiva em Frequência

Algumas dessas propostas estão ilustradas na Figura 1.7. A primeira e a segunda categoria acima apresentam problemas de fabricação e estabilidade. A terceira e a quarta têm sido largamente utilizadas, inclusive em soluções híbridas.

Um exemplo deste tipo de solução é o uso de lasers tipo DFB (*Distributed feedback laser*) realimentados externamente por uma grade de difração ou acoplados a refletores de Bragg implantados em guias [5, 6].

1.7 Conclusões

Neste capítulo foram apresentados conceitos básicos do funcionamento de lasers semicondutores. Também foram discutidos aspectos dinâmicos responsáveis pelo

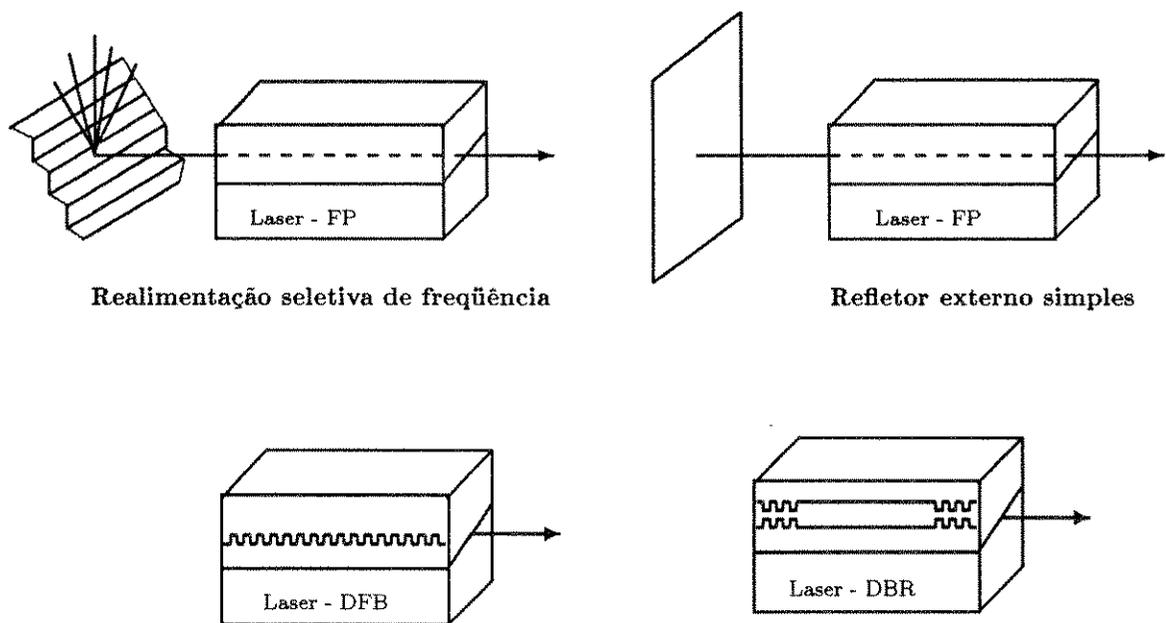


Figura 1.7: Estruturas Propostas para operação monomodo

espectro multi-modo do dispositivo, característica que limita o desempenho destas fontes em sistemas de comunicações de altas taxas de transmissão. Foram apresentados critérios que diferenciam operação multimodo de monomodo. Finalmente apresentou-se propostas para a implementação de fontes monomodo.

Este trabalho tem por objetivo investigar o comportamento e desempenho de algumas dessas propostas visando sua utilização em sistemas coerentes e/ou de detecção direta.

No próximo capítulo será feita uma análise estática do sistema laser+cavidade externa, independente do regime do laser, monomodo ou multimodo. Esta análise visa determinar o ponto de operação da fonte, quanto à frequência e densidade de portadores.

Bibliografia

- [1] G.H.B.Thompson, *Physics of Semiconductor Laser Devices*, J.Wiley & Sons, USA (1980)
- [2] J.Buus, *Single Frequency Semiconductor Lasers*, Vol.TT5, Spie Optical Engineering Press (1991)
- [3] K.Peterman, *Laser Diode Modulation and Noise*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (1988)
- [4] J.Gowar, *Optical Communication Systems*, Prentice-Hall, London (1984)
- [5] A.Olsson et al, "Performance characteristics of a $1.5\mu\text{m}$ single-frequency semiconductor laser with an external waveguide Bragg reflector", *IEEE J.Quantum Elect.*, QE-24, n^o 2, p.143, 1988
- [6] R.F.Kazarinov, C.H.Henry e A.Olsson, "Narrow-band resonant optical reflectors and resonant optical transformers for laser stabilization and wavelength division multiplexing", *IEEE J.Quantum Elect.*, QE-23, n^o 9, p.1419, 1987

Capítulo 2

Análise Estática de Laser Semicondutor Acoplado a Cavity Externa

2.1 Introdução

Neste capítulo serão estudadas as características estacionárias do sistema composto de um laser semicondutor acoplado a uma cavidade externa, que iremos designar por ECSL (*External Cavity Semiconductor Laser*). Como visto no capítulo anterior estas soluções são caracterizadas por uma frequência de operação e por uma densidade de portadores específicas, esta última intimamente ligada a um ganho ou a um número de fótons específico. Deseja-se então, determinar pontos (ou regiões) solução onde tanto a frequência quanto a densidade de portadores satisfaz às condições de contorno impostas pelo problema.

As estruturas a serem estudadas são aquelas propostas na Figura 1.7 e que podem ser representadas pelo esquema da Figura 2.1. Nesta Figura r_1 e r_2 representam os coeficientes de reflexão nas faces do laser, $r_3(\omega)$ é um número real que representa o coeficiente de reflexão, dependente da frequência (ω), da cavidade externa em $z = L + L_{ext}$.

2.2 Analogia com Linhas de Transmissão

Existem, basicamente, duas maneiras de estudar este problema: uma é tratar a estrutura representada pela Figura 2.1 como uma estrutura multi-seção e considerar o cascadeamento dos cálculos; a outra maneira, é desenvolver um coeficiente

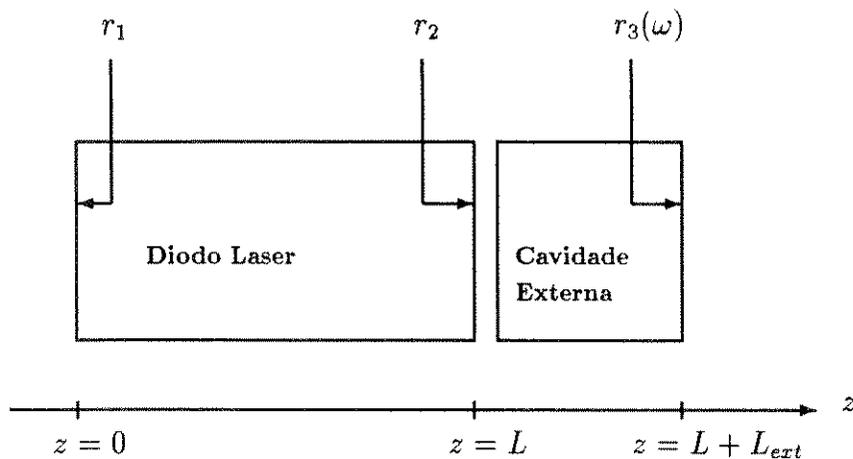


Figura 2.1: Configuração laser + cavidade externa

de reflexão genérico $r(\omega)$ em $z=L$ que possa substituir a cavidade externa. Dessa maneira todos os efeitos impostos pela cavidade externa estarão imbutidos no coeficiente de reflexão $r(\omega)$ e o problema passa a ser tratado como um laser solitário cujos coeficientes de reflexão nas faces são r_1 e $r(\omega)$. Neste trabalho utiliza-se esta segunda forma de atacar o problema.

Fazendo uma analogia com linhas de transmissão o acoplamento do laser a uma cavidade externa passiva é representado pela conexão de dois trechos de linha de transmissão de impedâncias características diferentes Z_{01} e Z_{02} , comprimentos L e L_{ext} e com terminações em cargas cujos coeficientes de reflexão são dados por r_2 e $r_3(\omega)$. Desta maneira, utilizando o procedimento descrito no Apêndice A, o coeficiente de reflexão genérico $r(\omega) = |r(\omega)|exp(-j\phi_r)$ em $z=L$ será dado por:

$$r(\omega) = \frac{r_2 + r_3(\omega)exp(-j2\gamma L_{ext})}{1 + r_2 r_3(\omega)exp(-j2\gamma L_{ext})} \quad (2.1)$$

onde γ é coeficiente de propagação no meio externo.

Trata-se agora o problema como um laser solitário.

2.3 Condições de Contorno

O primeiro passo para encontrar as soluções estacionárias é determinar as condições de contorno da cavidade. Analogamente ao Capítulo 1, considerando o cami-

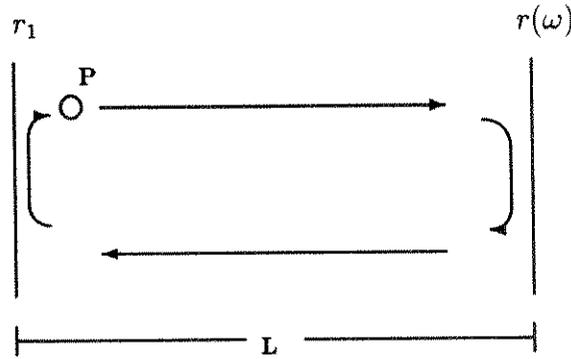


Figura 2.2: Esquema da cavidade utilizado para cálculo das condições de contorno em malha fechada na cavidade apresentada pela Figura 2.2 a equação que dá a condição de oscilação é dada por :

$$\exp(-j2\beta L)r_1r(\omega)\exp(g - \alpha_i)L = 1 \quad (2.2)$$

onde :

- β – coeficiente de propagação no meio ativo
- g – ganho na região ativa
- α_i – perdas no laser

Define-se um parâmetro de realimentação [1] como um número complexo dado pela relação:

$$s = \frac{1 + r_2r_3(\omega)\exp(-j\omega\tau_{ext})}{1 + \frac{r_3(\omega)}{r_2}\exp(-j\omega\tau_{ext})} \equiv \exp(G' - j\phi_0) \quad (2.3)$$

onde :

$$2\gamma L_{ext} = \omega\tau_{ext} \quad (2.4)$$

τ_{ext} – tempo de ida-e-volta na cavidade externa

As condições de ganho e fase para oscilação são então determinadas a partir de (2.3) e (2.1), combinadas na eq.(2.2). Separando, depois, em partes real e i-

maginária obtém-se as duas equações que descrevem o funcionamento do laser em estado estacionário.

Condição de fase :

$$2\pi p = \phi_r + 2\beta L \quad p - \text{número inteiro} \quad (2.5)$$

Condição de ganho :

$$g = \alpha_i + \frac{G'}{L} + \frac{1}{L} \ln \left(\frac{1}{r_1 r_2} \right) \quad (2.6)$$

Esta condição é análoga àquela apresentada no capítulo 1; neste caso g representa o ganho de limiar para a cavidade externa.

A influência da realimentação óptica, na condição de fase é controlada por ϕ_r e, na condição de ganho, pelo fator de excesso de ganho G' , isto é, pelo valor extra de ganho necessário para se obter oscilação. Fazendo $r_3(\omega) = 0$ as expressões (2.5) e (2.6) se reduzem àquelas para o caso do laser solitário.

Verifica-se, da expressão (2.3), que $G' = \ln |s|$ e que s é periódico, com período $\phi_0 = \omega\tau_{ext}$. Traçando s , no plano complexo, encontra-se $\phi_0 = 0$ e $\phi_0 = \pi \text{ rad}$ como pontos de mínimo e máximo, respectivamente. Para $\phi_0 = 0$ tem-se :

$$s_1 = \frac{r_2(1 + r_2 r_3)}{r_2 + r_3} \quad (2.7)$$

e para $\phi_0 = \pi$ tem-se :

$$s_2 = \frac{r_2(1 - r_2 r_3)}{r_2 - r_3} \quad (2.8)$$

Então, dependendo de ϕ_0 , o fator de excesso de ganho vai estar sempre entre dois valores limites : $G'_{min} = \ln |s_1|$ e $G'_{max} = \ln |s_2|$. A Figura 2.3 mostra a variação de G'_{min} e G'_{max} quando varia-se $r_3(\omega)$ de 0 a 1; a avaliação é feita para uma frequência fixa.

Quando o campo na cavidade externa volta em fase com o campo do laser ($\phi_0 = 0$ ou $2\pi \text{ rad}$), observa-se que $G' = G'_{min}$, o que era esperado. Mais ainda, a Figura 2.3 mostra que para $\phi_0 = 0$, à medida que r_3 aumenta G' diminui ficando sempre menor que zero dB o que indica que o ganho necessário para oscilação, neste caso, é ainda menor do que para o laser solitário. Espera-se, então, que o aumento da realimentação diminua a corrente de limiar, se comparada à do laser solitário, concordando com dados experimentais [1].

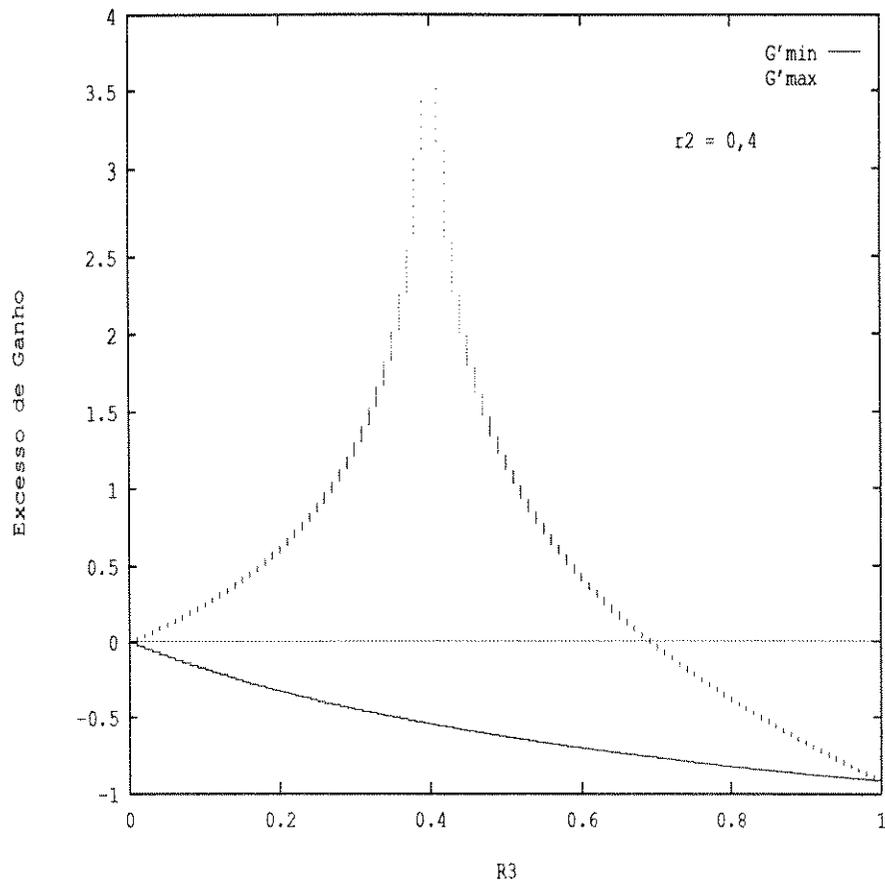


Figura 2.3: Fator de Excesso de Ganho

Para a situação em que o campo na cavidade externa volta em oposição de fase com o campo no laser ($\phi_0 = \pi \text{ rad}$) observa-se que, quando $r_3 = r_2$, tem-se uma reflexão efetiva nula pelo espelho da face 2, equação (2.1) e o laser precisará de ganho infinito para oscilar. O valor de r_2 utilizado na Figura 2.3 foi de 0,4.

2.4 Soluções estacionárias

Analisando a condição de fase, equação (2.5), observa-se que a influência da cavidade externa está explicitamente representada no termo ϕ_r , e encontra-se implicitamente embutida em β , devido às variações na frequência de emissão e no número de portadores. Pode-se escrever :

$$\beta = \frac{2\pi f \mu_e}{c_0} \quad (2.9)$$

onde :

$$\begin{aligned} \mu_e & - \text{índice de refração do meio ativo} \\ c_0 & - \text{velocidade da luz no vácuo} \\ f = \frac{\omega}{2\pi} & - \text{frequência de emissão} \end{aligned}$$

Para o caso em que não há realimentação ($\phi_r = 0$), a equação (2.5) resulta em :

$$f = f_{th} = p \frac{1}{\tau_L} \quad p - \text{número inteiro} \quad (2.10)$$

onde :

f_{th} - frequência de emissão do laser solitário τ_L é o tempo de ida-e-volta no laser

e é dado por :

$$\tau_L = \frac{2\mu_e L}{c_0} \quad (2.11)$$

A alteração no ganho, devido à realimentação externa, provoca uma variação do número de portadores e, portanto, também do índice de refração. Então, para

o estudo do comportamento do ECSL é necessário levar em consideração as variações tanto do índice de refração como da frequência de emissão, cujas influências na condição de fase são notadas através da eq.(2.9). Estas alterações podem ser representadas pela variação do produto desses dois parâmetros, tal que:

$$\Delta(\mu_e f) = f_{th} \Delta\mu_e + (f - f_{th})\mu_e \quad (2.12)$$

A variação do índice de refração pode ser expressa como função da frequência e do número de portadores, segundo a expressão :

$$\Delta\mu_e = \frac{\partial\mu_e}{\partial n}(n - n_{th}) + \frac{\partial\mu_e}{\partial f}(f - f_{th}) \quad (2.13)$$

onde :

- n — número de portadores na condição ganho=perdas para o ECSL
- n_{th} — número de portadores na condição ganho=perdas para o laser comum

Substituindo (2.13) em (2.12) e, depois, em (2.5), tem-se :

$$\frac{4\pi L}{c_0} \left[f_{th} \frac{\partial\mu_e}{\partial n} + \bar{\mu}_e(f - f_{th}) \right] + \phi_r = 2\pi p \quad (2.14)$$

onde :

$\bar{\mu}_e$ é o índice de refração efetivo de grupo [2], dado por :

$$\bar{\mu}_e = \mu_e + f \frac{\partial\mu_e}{\partial f} \quad (2.15)$$

e o índice de refração efetivo por :

$$\mu_e = \mu'_e - j\mu''_e \quad (2.16)$$

As partes real e imaginária de μ_e estão ligadas pelas relações de Kramers-Kronig [2, 2, 9], que estabelece :

$$\frac{\partial \mu'_e}{\partial \mu''_e} = \alpha \quad (2.17)$$

Utilizando a derivação em cadeia do índice de refração e a relação expressa na eq.(2.17), obtém-se :

$$\frac{\partial \mu_e}{\partial n} = \alpha \frac{\partial \mu''_e}{\partial n} \quad (2.18)$$

A parte imaginária do índice de refração está diretamente ligada ao ganho da região ativa segundo [Apêndice B] :

$$\mu''_e = -\frac{g_{st}c_0}{4\pi f} \quad (2.19)$$

onde :

- α – fator de alargamento da largura de linha [3]
- g_{st} – coeficiente de ganho de emissão estimulada

Substituindo (2.15) - (2.19) em (2.14), supondo pequenas perturbações em torno do ganho do laser sem realimentação (g_{th}) e definindo o primeiro membro de (2.14) como $h(\omega)$, tem-se :

$$h(\omega) = -\alpha L(g - g_{th}) + \frac{2\bar{\mu}_e L}{c_0}(\omega - \omega_{th}) + \phi_r \quad (2.20)$$

onde :

- g – ganho do laser com cavidade externa
- ω_{th} – frequência angular de emissão do laser solitário

Escrevendo a eq.(2.2) para o ECSL e para o laser solitário, e dividindo uma expressão pela outra, obtém-se :

$$g - g_{th} = \frac{1}{L} \ln \left(\frac{r_2}{|r(f)|} \right) \quad (2.21)$$

Substituindo a eq.(2.21) em (2.20), chega-se a :

$$h(\omega) = -\alpha \ln \left(\frac{r_2}{|r(\omega)|} \right) + (\omega - \omega_{th})\tau_L + \phi_r \quad (2.22)$$

Como os modos de oscilação devem satisfazer à condição de fase, dada pela eq.(2.5), então :

$$h(\omega) = 2\pi p \quad , p - \text{número inteiro} \quad (2.23)$$

Portanto, $h(\omega)$ representa a variação de fase sofrida pelo campo, num percurso de ida e volta, introduzida pela cavidade externa. A Figura 2.4 apresenta o gráfico de $h(\omega) \times \omega$ para o caso em que a cavidade externa é composta de um espelho plano posicionado em $z = L + L_{ext}$. Na Figura 2.5 apresenta-se esta mesma relação para o caso em que a cavidade externa é uma grade de difração posicionada em $z = L + L_{ext}$. Em ambos os casos o meio externo é o ar. Para o caso do espelho plano o coeficiente de reflexão é dado simplesmente por um número real, independente da frequência ω e para a grade de difração, este coeficiente é dado por [5, 6] :

$$r_3(\omega) = r_0 \exp \left(- \left[\frac{\pi}{2\omega_c} N_{eff} (\omega - \omega_c) \right]^2 \right) \quad (2.24)$$

onde:

- r_0 - coeficiente de reflexão central da grade
- ω_c - frequência angular central da grade
- N_{eff} - número de linhas iluminadas

As soluções estacionárias para os modos de oscilação são as interseções da curva de $h(\omega)$ com as retas $2\pi p$. Observa-se, também, nas Figuras 2.4 e 2.5, que o comportamento de $h(\omega)$ é crescente com a frequência, em ambos os casos, acompanhando a inclinação da reta $\omega\tau_L$ que seria a curva de $h(\omega)$ para o laser solitário. Para o caso do espelho simples, as oscilações em $h(\omega)$ permanecem mesmo para frequências muito afastadas da linha do laser; isto não acontece para a grade, já que, quando se está muito longe de sua frequência central, seu coeficiente de reflexão se torna muito pequeno, o que implica em pouca, ou nenhuma, realimentação óptica. Por esta razão, a curva de $h(\omega)$, para o segundo caso, tende a uma reta com inclinação igual a τ_L .

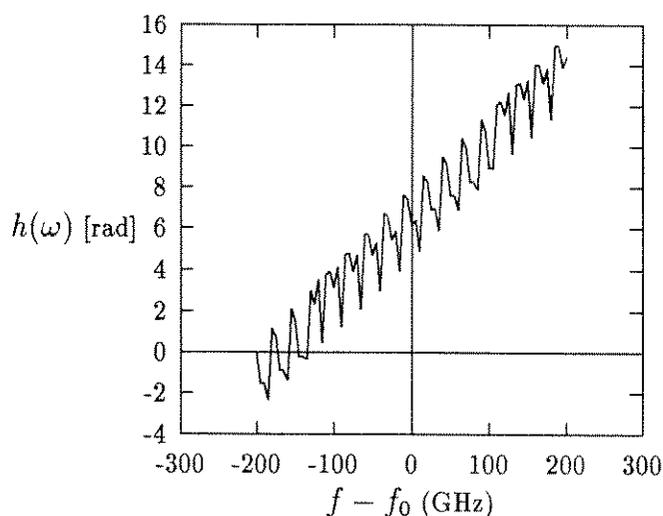


Figura 2.4: Condição de fase para espelho plano simples

Para completar o estudo resta determinar a outra parte da solução estacionária, referente à condição de ganho. A solução estacionária do problema está completa quando se encontra um par de pontos (ω_0, N_0) que satisfaçam, simultaneamente às condições de fase e ganho. Portanto, para determinar N_0 parte-se da equação (2.21) que determina a condição sobre o ganho do sistema para que haja oscilação. Daí :

$$\Delta g = \frac{1}{L} \ln \left(\frac{r_2}{|r(\omega)|} \right) \quad (2.25)$$

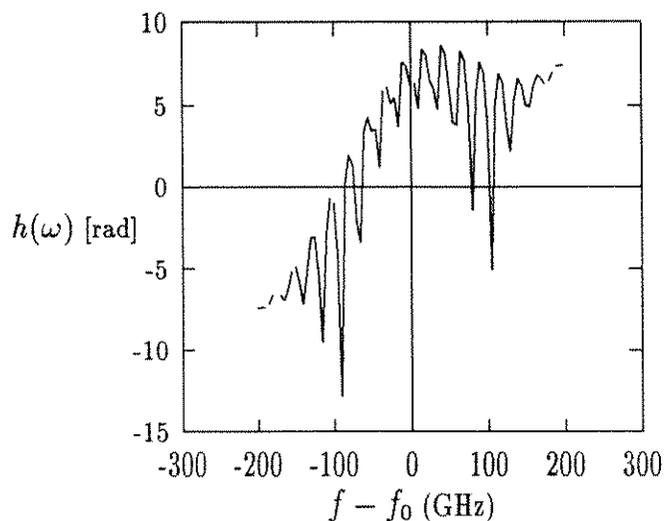


Figura 2.5: Condição de fase para grade de difração - $\lambda_{grade} = 1,55\mu m$; $r_0 = 0,6$; $N_{eff} = 1625$

Utilizando expansão em série de Taylor para o ganho do sistema ECSL (g) em torno da densidade de portadores, necessária para oscilação, do laser solitário (g_{th}) truncada no termo linear, obtém-se :

$$\Delta G = G_N (N - N_{th}) \quad (2.26)$$

onde N_{th} é a densidade de portadores necessária para se alcançar inversão de população no laser solitário e G_N é uma constante.

Valores típicos encontrados na literatura [11, 12] para o fator linear do ganho são $G_N \sim 1,5 \times 10^{-6}$ a $2,5 \times 10^{-6} cm^3 s^{-1}$. Observa-se que as eq.(2.25) e (2.26) têm unidades distintas; a primeira é referente ao ganho por unidade de comprimento e a segunda é referente ao ganho por unidade de tempo. Estas duas equações se relacionam através de [eq. (1.8)]:

$$\Delta g = \frac{\Delta G}{v_g} \quad (2.27)$$

onde v_g é a velocidade de grupo (suposta constante).

Utilizando as eq.(2.25) e (2.26) em (2.27) chega-se a :

$$N - N_{th} = \frac{2}{\tau_L G_N} (\ln r_2 - \ln |r(\omega)|) \quad (2.28)$$

| | |
|-----------|--|
| r_2 | 0.2 |
| L | $300\mu\text{m}$ |
| μ_e | 4 |
| G_N | $2 \times 10^{-6} \text{cm}^3 \text{seg}^{-1}$ |
| r_0 | 0.6 |
| N_{eff} | 1625 |

Tabela 2.1: Tabela de valores

onde τ_L é dado pela eq.(2.11).

As Figuras 2.6 e 2.7 correspondentes apresentam a densidade de portadores necessária para oscilação em relação ao valor para o caso do laser solitário. Também são estudados os casos do espelho plano (Fig. 2.6) e da grade de difração (Fig. 2.7).

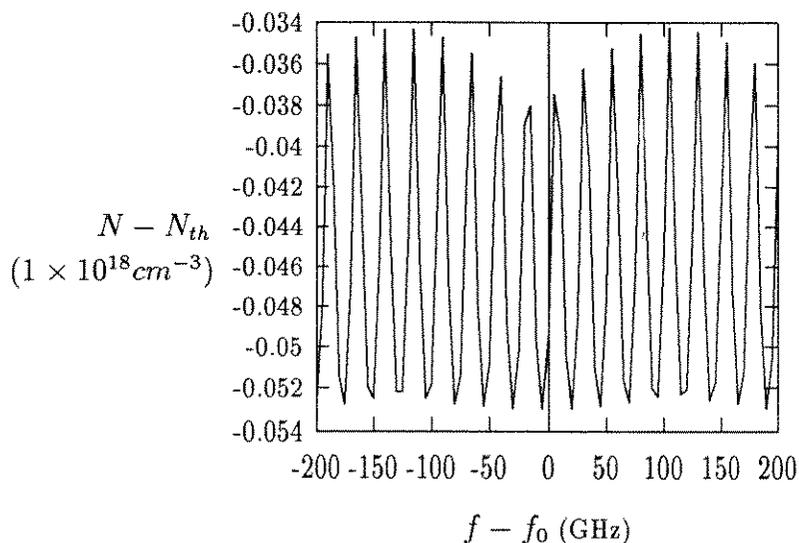


Figura 2.6: Diferença na densidade de portadores requerida para oscilação quando a realimentação óptica é feita por um espelho plano posicionado a 15cm

Observa-se, claramente, que a utilização da cavidade externa promove uma redução no ganho necessário para oscilação para os modos próximos da linha central do laser, aproximadamente 100GHz em torno da frequência central. No entanto, no caso do espelho plano, praticamente todos os modos laterais sofrem a mesma redução causando operação multimodo. Este problema é resolvido quando se adiciona um mecanismo de seleção de frequências à estrutura como é o caso apresentado na Figura 2.7. Neste caso a grade de difração é responsável pela alta seletividade

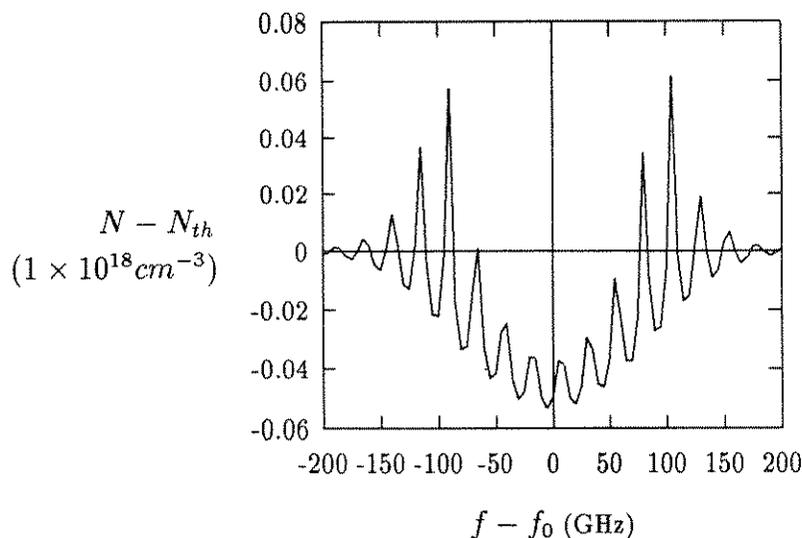


Figura 2.7: Diferença na densidade de portadores requerida para oscilação quando a realimentação óptica é feita por uma grade de difração, com frequência de ressonância centrada na linha do laser

do modo oscilante provocando uma diferença de ganho entre o modo principal e os secundários suficientemente grande para que se obtenha operação monomodo.

2.5 Largura de Linha

Para estimar a largura de linha Δf do ECSL, pode-se fazer uma analogia com o laser solitário, onde Δf é proporcional ao inverso do quadrado do tempo de ida e volta na cavidade ($\frac{1}{\tau_L^2}$). A largura de linha para um laser solitário é dada pela fórmula modificada de Schawlow-Townes [2, 3, 2]:

$$\Delta f = \frac{W_\phi}{2\pi} = \frac{K_{tot} n_{sp}}{4\pi\tau_{ph} \langle S \rangle} (\alpha^2 + 1) \quad (2.29)$$

onde :

- W_ϕ — densidade espectral do ruído de fase
- τ_{ph} — tempo médio de vida dos fótons
- $\langle S \rangle$ — número médio de fótons

- K_{tot} – fator de aumento das emissões espontâneas
- n_{sp} – taxa de emissões espontâneas
- α – fator de alargamento da largura de linha

O número de fótons na cavidade é diretamente proporcional ao comprimento desta e, portanto, proporcional a τ_L . O tempo de vida τ_{ph} é proporcional a τ_L e às perdas na cavidade (α_i). Sem prejuízo para a análise, pode-se considerar constante as perdas no interior do laser; neste caso, tanto τ_{ph} quanto $\langle S \rangle$ serão proporcionais a τ_L . Logo, $\Delta f \propto \frac{1}{\tau_L}$. Analogamente, para o ECSL $\Delta f \propto \frac{1}{\tau_{eff}^2}$, onde τ_{eff} é o tempo de ida-e-volta efetivo da cavidade composta. Considerando que a fase imposta ao campo no percurso de ida-e-volta no ECSL é $\omega\tau_{eff}$, o tempo efetivo pode ser calculado pela derivada desta fase com relação a frequência. Assim :

$$\tau_{eff} = \frac{d}{d\omega} [h(\omega)] \quad (2.30)$$

Utilizando uma expansão em série de Taylor, truncada após o termo linear, para o coeficiente de reflexão $r(\omega)$, em torno da frequência de oscilação do laser solitário, obtém-se [Apêndice C] :

$$r(\omega) = r_2 \left[1 + \left(\frac{1}{r_2} \frac{d|r|}{d\omega} - j \frac{d\phi_r}{d\omega} \right) (\omega - \omega_{th}) \right] \quad (2.31)$$

Também :

$$|r(\omega)| = r_2 \left[1 + \frac{1}{r_2} \frac{d|r|}{d\omega} (\omega - \omega_{th}) \right] \quad (2.32)$$

e,

$$\arg [r(\omega)] = \frac{d\phi_r}{d\omega} (\omega - \omega_{th}) = \phi_r \quad (2.33)$$

Substituindo (2.32) em (2.21), para $\frac{1}{r_2} \frac{d|r|}{d\omega}(\omega - \omega_{th})$ pequeno, obtém-se :

$$g - g_{th} = -\frac{1}{L} \left[\frac{1}{r_2} \frac{d|r|}{d\omega} (\omega - \omega_{th}) \right] \quad (2.34)$$

Substituindo, agora, as equações (2.34) e (2.33) em (2.20), e depois em (2.30), resulta em :

$$\frac{d}{d\omega} [h(\omega)] = \tau_{eff} = \tau_L \left[1 + \frac{1}{\tau_L} \frac{d\phi_r}{d\omega} + \frac{\alpha}{\tau_L r_2} \frac{d|r|}{d\omega} \right] \quad (2.35)$$

Define-se, neste ponto, o fator de redução de largura de linha F [7,8] tal que:

$$\tau_{eff} = \tau_L F \quad (2.36)$$

e,

$$F = 1 + A + B \quad (2.37)$$

onde :

$$A = \frac{1}{\tau_L} \frac{d\phi_r}{d\omega} \quad (2.38)$$

$$B = \frac{\alpha}{\tau_L r_2} \frac{d|r|}{d\omega} \quad (2.39)$$

Assim, lembrando a equação (2.30), tem-se que :

$$\Delta f = \frac{\Delta f_0}{F^2} \quad (2.40)$$

onde Δf_0 é a largura de linha do laser solitário.

Do ponto de vista de redução da largura de linha é importante obter o maior F possível, porém a correspondente alteração dos parâmetros de acoplamento com a cavidade externa (A e B) altera a resposta dinâmica do laser.

O parâmetro A está relacionado com a inclinação da curva de fase da cavidade composta, enquanto B está relacionado com a inclinação da curva de perdas.

De acordo com o que foi visto anteriormente neste capítulo o laser não vai operar, necessariamente, na região do mínimo de perdas da cavidade, isto é, com máxima realimentação óptica. Isto ocorre porque a condição de fase da cavidade composta, eq.(2.23), deve ser também satisfeita simultaneamente. Estudos anteriores [8] concluíram que para se obter mínima largura de linha e mínimo *chirping* em frequência (conforme será mostrado mais adiante neste trabalho), deseja-se que o laser opere fora deste mínimo de perdas, isto é, com máximo fator F; esta situação que na literatura é chamada de *detuned-loading configuration*.

Observou-se que baixos valores de A são desejáveis para aumentar a frequência das oscilações de relaxação, mas o fator de amortecimento dessas oscilações sempre diminui quando comparado ao do laser solitário. Portanto, uma escolha apropriada do parâmetro F pode permitir um aumento considerável da taxa de transmissão de um sistema digital.

Na prática não se pode escolher A e B independentemente; estes números estão ligados à configuração da cavidade externa em questão, principalmente à parâmetros tais como, comprimento da cavidade externa (L_{ext}) e coeficiente de reflexão $r_3(\omega)$. Um estudo [7] mostrou que para o caso de refletor óptico externo ressonante, quando F é máximo tem-se a relação ótima $\frac{B}{A} = \alpha$.

2.6 Conclusões

A análise abordada neste capítulo independe do tipo de laser utilizado, monomodo ou multimodo. Determinou-se as condições de fase e ganho a que o laser deve satisfazer para a operação. Foi deduzido um fator de redução de largura de linha quando da utilização de cavidades externas.

Percebeu-se que a cavidade externa por si só não garante operação monomodo (caso do espelho plano). Notou-se necessária a utilização de um dispositivo seletor de frequências para este fim.

Portanto, nos próximos capítulos o alvo dos estudos serão as soluções híbridas propostas no capítulo 1 que combinam o uso de cavidade externa com realimentação

óptica seletiva em frequência.

Bibliografia

- [1] J.H.Osmundsen and N.Gade , “Influence of optical feedback on laser frequency ”, *IEEE J.Quantum Electron.*, pp.465-469, 1983
- [2] K.Peterman , *Laser diode modulation and noise*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht(1988)
- [3] C.H.Henry, “Theory of linewidth of semiconductor laser”, *IEEE J.Quantum Electron.*, pp.259-264, 1982
- [4] G.H.B.Thompson,*Physics of semiconductor laser devices*, J.Wiley, USA (1980)
- [5] A.Leal, *Análise de lasers com cavidade externa*, Tese de Mestrado, Unicamp, julho 1990
- [6] B.Tromborg, “Transmission line description of optical feedback and injection locking for fabry-perot and DFB lasers”,*IEEE J.Quantum Electron.*, p.1875, 1987
- [7] C.H.Henry and R.F.Kazarinov, “The relation of line narrowing and chirp reduction resulting from the coupling of a semiconductor to a passive resonator”,*IEEE J.Quantum Electron.*, pp.1401-1409, 1987
- [8] C.H.Henry and G.P.Agrawal, “Modulation performance of a semiconductor laser coupled to an external high-Q resonator”, *IEEE J.Quantum Electron.*, pp.134-142, 1988
- [9] A.Yariv ,*Optical Electronics*,Pub. Holt, Rinehart and Winston USA (1985)
- [10] A.Yariv,*Quantum Electronics*, J.Wiley & Sons (1989)
- [11] E.Patzak, P.Meissner and D.Yevick, “An analysis of the linewidth and spectral behavior of DBR lasers”, *IEEE J.Quantum Electron.*, vol.QE-21, , pp.1318-1325, 1985

- [12] P.M.Boers et al, "Dynamic Behavior of semiconductor lasers", *Electron. Lett.*, Vol.11, pp.206-208, 1975
- [13] R.F.Kazarinov, C.H.Henry and N.A.Olsson, "Narrow-band resonant optical reflectors and resonant optical transformers for laser stabilization and wavelength division multiplexing", *IEEE J.Quantum Electron.*, Vol.QE-23, pp.1419-1425, 1987

Capítulo 3

Análise Dinâmica de Laser Semicondutor Acoplado a Cavidade Externa

3.1 Introdução

Apesar de lasers tipo DFB e DBR já apresentarem espectro monomodo a resposta dinâmica destes dispositivos ainda não é satisfatória para sua utilização em sistemas de comunicação com taxas de transmissão acima de 2 Gbit/s. Isto se deve ao problema do *chirping* em frequência, que será discutido no capítulo 4. Justifica-se a utilização destes lasers em configurações híbridas (V. capítulo 1) dado a forte redução do *chirping* resultante da utilização destas configurações .

Neste capítulo serão desenvolvidas e solucionadas as equações que regem o funcionamento dinâmico do ECSL. O sistema considerado está representado esquematicamente na Figura 3.1. A idéia é similar à do capítulo anterior, porém, como o objetivo é a resposta dinâmica do sistema, será usado o conceito de campo propagante e não de raio. Contudo, a busca de um coeficiente de reflexão efetivo que englobe os efeitos da cavidade externa também é feita, mas sob a nova ótica. Na análise utiliza um coeficiente de reflexão efetivo $r_R(\omega)$, em $z = 0$, visto pelo campo propagante para a direita e um coeficiente de reflexão $r_L(\omega)$, também em $z = 0$, visto pelo campo propagante para a esquerda. Depois, aplica-se as condições de contorno para as componentes do campo neste ponto. A solução das equações daí resultantes irão gerar as equações dinâmicas (ou equações de taxa) do ECSL.

3.2 Representação dos Campos na Cavity

Na Figura 3.1, estão representadas, no laser tipo Fabry-Perot, as componentes da transformada de Fourier do campo elétrico propagante $\vec{E}(t)$, onde E_{ω}^{+} e E_{ω}^{-} são as componentes do campo propagantes para a direita e esquerda, respectivamente.

No interior do diodo vale a seguinte equação:

$$E_{\omega}(z) = E_{\omega}^{+}(z) + E_{\omega}^{-}(z) \quad (3.1)$$

e, como condição de contorno em $z = 0$, tem-se :

$$E_{\omega}^{-}(0) = r_R(\omega)E_{\omega}^{+}(0) \quad (3.2)$$

onde $r_R(\omega)$ é coeficiente de reflexão, visto em $z=0$, para o campo propagante para a direita.

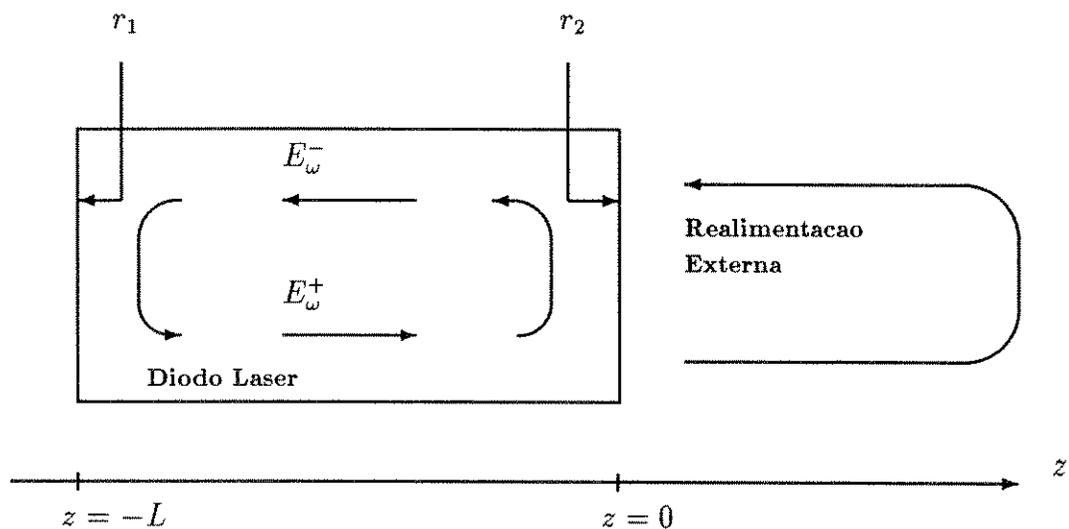


Figura 3.1: Configuração das componentes de campo no sistema ECSL

Por analogia com linhas de transmissão, Tromborg et al. em [1] mostrou que a condição de fronteira em $z = -L$ pode ser transformada em condição de fronteira em $z = 0$. Isso leva à outra condição de contorno :

$$E_{\omega}^{+}(0) = r_L(\omega, N)E_{\omega}^{-}(0) + F_L(\omega) \quad (3.3)$$

onde:

$r_L(\omega, N)$ - coeficiente de reflexão efetivo, visto em $z = 0$,

para o campo propagante para a esquerda

$F_L(\omega)$ – fator de ruído de Langevin
 N – densidade de portadores

O coeficiente $r_L(\omega, N)$ pode ser representado por :

$$r_L(\omega, N) = r_1 \exp[-j2\kappa(\omega, N)L] \quad (3.4)$$

sendo κ o vetor de onda dado por [12] :

$$\kappa(\omega, N) = \frac{\omega}{c_0} \mu_e(\omega, N) + j \frac{1}{2} [g(\omega, N) - \alpha_i] \quad (3.5)$$

Da solução das equações (3.2) e (3.3) podem ser obtidos dois importantes resultados : condição para oscilação do modo ressonante e a equação de taxa para o campo elétrico que descreve as características dinâmicas do ECSL. As soluções estacionárias (ω_0, N_0) do sistema são as soluções das eqs.(3.2) e (3.3) na ausência de ruído, i.e., para $F_L(\omega) = 0$. Tem-se:

$$E_\omega^+(0) = r_L(\omega_0, N_0)E_\omega^-(0) \quad (3.6)$$

$$E_\omega^-(0) = r_R(\omega_0)E_\omega^+(0) \quad (3.7)$$

Neste caso,

$$r_L(\omega_0, N_0)r_R(\omega_0) = 1 \quad (3.8)$$

A eq.(3.8) é equivalente à eq.(2.2), do capítulo anterior; dela obtém-se as condições de ganho e de fase.

3.3 Caracterização da Realimentação Óptica

Como está-se interessado em obter um conjunto de equações que descreva o comportamento dinâmico (temporal), é conveniente introduzir as funções envoltórias complexas do campo elétrico no plano de referência $z = 0$ [1]. Define-se as funções envoltórias complexas como sendo :

$$A^\pm(t) \triangleq \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty E_\omega^\pm(0) \exp(j\omega t) d\omega \quad (3.9)$$

Utilizando a expansão em série de Taylor de duas variáveis [12] para o inverso do coeficiente de reflexão $r_L(\omega, N)$ [Apêndice D], tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_L(\omega, N)} = \frac{1}{r_L(\omega_0, N_0)} & \left\{ 1 - \left[\frac{\partial}{\partial \omega} (\ln r_L) \right] (\omega - \omega_0) - \right. \\ & \left. - \left[\frac{\partial}{\partial N} (\ln r_L) \right] (N - N_0) \right\} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Dividindo a eq.(3.3) por $r_L(\omega, N)$ e substituindo a eq.(3.10) no resultado [Apêndice E], resulta:

$$\begin{aligned} f_D E_\omega^+(0) + j(\omega - \omega_0) E_\omega^+(0) - \frac{1}{2} C G_N (N - N_0) E_\omega^+(0) = \\ = f_D r_{L0} E_\omega^-(0) + f_D F_L(\omega) \end{aligned} \quad (3.11)$$

onde :

$$f_D = \left[j \frac{\partial}{\partial \omega} (\ln r_L) \right]^{-1} \quad (3.12)$$

e utiliza-se a aproximação a , $r_L(\omega, N) \approx r_L(\omega_0, N_0)$.

De (3.9) tem-se que:

$$E^\pm(t) = A^\pm(t) \exp(j\omega_0 t) \quad (3.13)$$

Aplicando a transformada de Fourier para a componente (+) desta equação e rearranjando os termos, obtém-se:

$$\mathcal{F} \left[\frac{dA^+}{dt} \exp(j\omega_0 t) \right] = j(\omega - \omega_0) E^+(\omega) \quad (3.14)$$

Passando a eq.(3.11) para o domínio do tempo e substituindo (3.14) no resultado, tem-se:

$$\frac{dA^+}{dt} - \frac{1}{2} CG_N \Delta N A^+(t) = f_D [r_{L0} A^-(t) - A^+(t)] + F_L(t) \quad (3.15)$$

onde :

$$F_L(t) \exp(j\omega_0 t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty F_L(\omega) \exp(j\omega t) d\omega \quad (3.16)$$

A eq.(3.15) é totalmente determinada a menos do termo $A^-(t)$, que pode ser obtido passando-se a eq.(3.2) para o domínio do tempo. Feito isto, resulta em :

$$A^-(t) = \rho(t) * A^+(t) \quad (3.17)$$

onde $\rho(t)$ é a transformada inversa de $r_R(\omega)$.

Portanto, para que o comportamento dinâmico do ECSL fique completamente descrito, falta apenas acrescentar, ao sistema de equações formado por (3.15) e (3.17), uma equação que descreva a variação da densidade de portadores com o tempo. Esta equação é bastante conhecida na literatura e para o caso do laser monomodo é dada por [1, 4, 5, 11, 12] :

$$\frac{d}{dt} N(t) = J(t) - R(N) - v_g \frac{g(\omega_0, N) I(t)}{V_c} + F_N(t) \quad (3.18)$$

onde:

- $J(t)$ – densidade de corrente de bombeio [$m^{-3}s^{-1}$]
- $R(N)$ – taxa total de recombinação espontânea por volume
- V_c – volume ocupado pelos portadores
- $I(t)$ – número de fótons na cavidade
- $F_N(t)$ – função de ruído de Langevin para os portadores

É natural que se deseje ter como variáveis descritivas do sistema o número de fótons ou a potência óptica, a fase do campo e a densidade de portadores. Portanto, define-se o número de fótons no laser como [1]:

$$I(t) = \sigma(\omega_0, N_0) | A^+(t) | \quad (3.19)$$

onde:

$$\begin{aligned} A^+ &= | A | \exp(j\phi(t)) \\ \sigma &- \text{fator de normalização [1]} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Multiplicando (3.15) por $2\sigma(A^+)^*$ e usando o resultado de Henry [4] que demonstra a relação:

$$2\sigma F_L(t)(A^+)^* = R(N) + F_I(t) + j2I(t)F_\phi(t) \quad (3.21)$$

tem-se, como resultado:

$$\frac{d}{dt}I + j2I\frac{d\phi}{dt} - CG_N\Delta N I + f(t) = R(N) + F_I(t) + j2I(t)F_\phi(t) \quad (3.22)$$

onde :

$$f(t) = 2\sigma f_D \left[\frac{I(t)}{\sigma} - r_{L0}A^-(t) (A^+(t))^* \right] \quad (3.23)$$

Irá se trabalhar agora, no termo de realimentação visando eliminar a convolução, eq.(3.17), e as envoltórias complexas. Para pequenas variações em torno das soluções estacionárias, tem-se:

$$\begin{aligned} I(t) &= I_0 + \delta I(t) \\ N(t) &= N_0 + \delta N(t) \\ A^+(t) &= A_0^+ + \delta A^+(t) \\ \phi(t) &= \delta\phi(t) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Define-se, também [2]:

$$\begin{aligned}\omega &= \omega_0 + \Omega \\ \rho(\Omega) &= r_R(\omega_0 + \Omega) \\ A^-(\Omega) &= \rho(\Omega)A^+(\Omega)\end{aligned}\tag{3.25}$$

Dessas definições tem-se que:

$$\delta A(t) = \frac{\partial A^+}{\partial I} \delta I + \frac{\partial A^+}{\partial \phi} \delta \phi = \frac{1}{2A_0^* \sigma_0} \delta I + jA_0^+ \delta \phi\tag{3.26}$$

Da eq.(3.17), tira-se que:

$$A_0^- = A_0^+ * \rho(t)\tag{3.27}$$

Usando a propriedade da convolução de uma função por uma constante, a eq.(3.27) pode ser reescrita, no domínio da freqüência, como:

$$A_0^- = r_R(\omega_0)A_0^+\tag{3.28}$$

Avaliando, agora, a eq.(3.23), utilizando (3.25) - (3.28) e desprezando os termos de perturbação de 2ª ordem, obtém-se:

$$f(t) = f_D \left[\delta I - \frac{\rho(t) * \delta I}{r_{R0}} \right] + j2f_D I \left[\delta \phi - \frac{\rho(t) * \delta \phi}{r_{R0}} \right]\tag{3.29}$$

Aplicando a transformada de Fourier em banda-base Ω :

$$F(\Omega) = f_D [\delta I + j2I_0 \delta \phi] \left[1 - \frac{r_R(\omega_0 + \Omega)}{r_{R0}} \right]\tag{3.30}$$

Expandindo $r_R(\omega)$ em torno de ω_0 , substituindo em (3.30), lembrando que $\omega = \omega_0 + \Omega$, e aplicando transformada inversa de Fourier resulta em:

$$f(t) = f_D [\dot{\delta}I + j2I_0\dot{\delta}\phi] \left[j \frac{d}{d\omega} (\ln r_R(\omega)) \right] \quad (3.31)$$

onde o ponto sobre as grandezas denota derivada em relação ao tempo.

A natureza da realimentação óptica é inteiramente caracterizada pela função $f(t)$ na eq.(3.31) Substituindo (3.31) em (3.22) e separando o resultado em partes real e imaginária tem-se como resultado as seguintes equações de taxas, que concordando inteiramente com Henry [5] :

$$\dot{I}(1 + A) - \frac{2B}{\alpha} I_0 \dot{\phi} = G_N \Delta N I(t) + R(N) + F_I(t) \quad (3.32)$$

$$\dot{\phi}(1 + A) + \frac{B}{2\alpha I} \dot{I} = \frac{\alpha}{2} G_N \Delta N + F_\phi(t) \quad (3.33)$$

onde:

$$A = f_D \frac{d}{d\omega} \phi_R \quad (3.34)$$

$$B = f_D \alpha \frac{d}{d\omega} \ln r \quad (3.35)$$

e $R(N)$ denota a fração da emissão espontânea acoplada ao modo ressonante.

Como está-se considerando o laser funcionando próximo ao pico da curva de ganho, isto é, $\frac{\partial g}{\partial \omega} = 0$, de acordo com a eq.(3.12) pode-se dizer que $f_D = \frac{1}{\tau_L}$, e os parâmetros A e B são os mesmos definidos no capítulo anterior. Apesar das eqs.(3.32) - (3.35) serem representativas do sistema, do ponto de vista de resolução numérica elas não estão dispostas da melhor maneira.

O próximo item trata da manipulação destas equações visando colocá-las numa melhor forma mais adequada para sua manipulação numérica para obtenção da solução do sistema.

3.4 Desenvolvimento das Equações de Taxa

Henry e Kazarinov [3] chegaram a estas mesmas equações , eqs.(3.32) e (3.33), partindo da equação , bem conhecida e relatada na literatura [4, 5, 11, 12], da envoltória complexa do campo, para o laser solitário, dada por :

$$\dot{\beta} = \frac{1}{2}\Delta G(1 - j\alpha)\beta + F_{\beta} \quad (3.36)$$

onde :

$$\beta = I^{\frac{1}{2}} \exp(-j\phi) \quad (3.37)$$

é a envoltória complexa do campo

I – número de fótons

ΔG – desvio de ganho do valor de limiar

F_{β} – fonte de ruído de Langevin

Fazendo o caminho inverso de Henry conclui-se que a modificação causada pela realimentação óptica externa, na equação do laser solitário (3.36), consiste de um fator (número complexo), multiplicando $\dot{\beta}$, que é determinado pela natureza desta realimentação. Mais especificamente, a equação (3.36) modificada fica :

$$\left(1 + A - j\frac{B}{\alpha}\right) \dot{\beta} = \frac{\Delta G}{2}(1 - j\alpha)\beta + F_{\beta} \quad (3.38)$$

onde, neste caso, o coeficiente de reflexão efetivo é definido por :

$$r(\omega) = |r(\omega)| \exp[j\phi(\omega)] \quad (3.39)$$

Observar que foram trocados os sinais da parte imaginária das definições da envoltória complexa do campo e do coeficiente de reflexão efetivo, o que não implica em conflito com o desenvolvimento anterior. Aplicando as definições do coeficiente de reflexão, eq.(3.39), e da envoltória complexa do campo à equação (3.38) e separando o resultado em partes real e imaginária chega-se [5] às equações (3.32) e (3.33). Como deseja-se rearranjar estas equações utiliza-se um procedimento um pouco diferente, descrito no Apêndice F, para obter as equações de taxa numa forma propícia para solução numérica.

Um dos fenômenos físicos mais importantes que ocorre no laser semiconductor é a largura espectral finita desses dispositivos devido às emissões espontâneas. Este alargamento pode ser verificado, por exemplo, no espectro de ganho e é responsável por um efeito chamado na literatura [12, 13] de *saturação do ganho*; é o fenômeno pelo qual o ganho diminui à medida que a intensidade do campo aumenta. Este

efeito se manifesta diferentemente quando se trata de meios com alargamento espectral homogêneo e não-homogêneo. No primeiro caso os átomos da amostra são considerados indistinguíveis, isto é, agem todos da mesma maneira, têm a mesma frequência de transição. Isto leva a que o alargamento espectral da curva de ganho do laser seja característico de cada átomo da amostra; esta curva descreve a resposta de qualquer átomo. Para estes casos, a saturação do ganho se dá pela diminuição da inversão de população em presença de um campo óptico.

Em meios com alargamento não-homogêneo, cada átomo tem frequência de transição diferente do outro; os átomos são considerados distintos. O principal fator responsável por este comportamento são as imperfeições na rede cristalina. Esta característica dá origem a efeitos não lineares importantes tais como o *spectral hole-burning* [12, 13, 14].

Para aumentar a fidelidade do sistema de equações ao sistema físico, deve-se incluir tais efeitos à variação do ganho ΔG na eq.(3.38), ficando esta variação, portanto, associada a dois fatores :

$$\Delta G = \Delta G_N + \Delta G_I \quad (3.40)$$

O primeiro fator, ΔG_N , é representa a variação do ganho devido à variação do número de portadores (alargamento homogêneo). O segundo retrata a variação do ganho devido à variação do número de fótons. Este último termo representa efeitos não lineares (p.ex. *Hole-Burning*) que ocorrem para meios com alargamento não homogêneo. As perdas na cavidade são dadas por $\frac{1}{\tau_{ph}}$. O fator não linear acrescentado na análise será dado por um fator multiplicativo, dependente do número de fótons, que altera o ganho linear do dispositivo. O ganho líquido pode, então, ser apresentado na forma :

$$\Delta G = G(1 - \epsilon S) - \frac{1}{\tau_{ph}} \quad (3.41)$$

onde :

$$\begin{aligned} \epsilon & - \text{parâmetro não linear de ganho} \\ S & - \text{densidade de fótons} \end{aligned} \quad (3.42)$$

e,

$$G = G_N(N - N_0) \quad - \text{perfil de ganho} \quad (3.43)$$

Apesar da variação do número de portadores e do número de fótons afetarem o ganho, somente ΔG_N acarreta numa variação significativa do índice de refração. Portanto, no desenvolvimento das equações do sistema ECSL (Apêndice F), o produto $\alpha\Delta G_I$ será desprezado em face de $\alpha\Delta G_N$.

Com isto chega-se às equações que descrevem o comportamento dinâmico do ECSL. É conveniente reproduzir aqui a eq.(3.18) que descreve a variação da densidade de portadores, sem a qual o sistema não estará completo. O sistema total fica descrito por :

$$\frac{d}{dt}N(t) = J(t) - R(n) - v_g \frac{g(\omega_0, N)I(t)}{V_c} + F_N(t) \quad (3.44)$$

onde a dimensão prática de cada termo da equação é $cm^{-3}s^{-1}$ e :

$$J(t) = \frac{I_c(t)}{eV_c} \quad (3.45)$$

$$R(N) = \frac{\Gamma\beta_{sp}V_c}{\tau_n} N(t) \quad (3.46)$$

$N(t)$ – densidade de portadores

$I(t)$ – número de fótons

O número de fótons e a densidade de portadores serão dados pelas seguintes equações :

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dt} = & \frac{[(1+A+B)\Delta G_N + (1+A)\Delta G_I]I + R}{(1+A)^2 + (\frac{B}{\alpha})^2} + \\ & + \frac{F_I(t)}{[(1+A)^2 + (\frac{B}{\alpha})^2]^{\frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\phi}{dt} = & \frac{1}{2} \frac{\alpha(1+A)\Delta G_N + \frac{B}{\alpha}(\Delta G_N + \Delta G_I)}{(1+A)^2 + (\frac{B}{\alpha})^2} + \\ & + \frac{F_\phi(t)}{[(1+A)^2 + (\frac{B}{\alpha})^2]^{\frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad (3.48)$$

Vale ressaltar que, fazendo $A = B = 0$ em (3.47) e (3.48), o sistema de equações se reduz ao caso do laser solitário, uma vez que toda a informação sobre a natureza da realimentação óptica está contida nesses dois parâmetros.

3.5 Solução Numérica

Para solucionar um sistema de equações diferenciais como o apresentado no item anterior, o método utilizado neste trabalho será o de Runge-Kutta de 4ª ordem (RK4) [7] com passo adaptativo. Métodos de Runge-Kutta de ordem superior não se mostram mais precisos, além de serem mais lentos, e métodos de ordem inferior, apesar de fácil implementação e maior velocidade, são bem menos precisos. O RK4 é o ponto de equilíbrio entre estas características; por esta razão este método encontra larga aplicação no meio científico.

A utilização do RK4 com passo fixo não é eficiente, uma vez que o passo tem que ser escolhido com muita precisão, caso contrário o método apresenta problemas de convergência. Além disso processo com passo fixo tem que ser repetido cada vez que houver mudança nos parâmetros do sistema de equações. No método com passo adaptativo, a rotina rastreia com passos bem pequenos regiões que apresentam variações bruscas e com passos largos regiões que apresentam um perfil mais suave. Deste modo, resultados com precisão predeterminada podem ser alcançados com esforço computacional mínimo.

Outro problema que, em geral, causa divergência do método é quando existe uma diferença muito grande entre as ordens de grandeza das variáveis de integração. No caso da equação (3.44), trabalha-se com ordem de grandeza de 1×10^{18} ; e (3.47), ordem de grandeza 1×10^5 , a diferença brutal entre as ordens de grandeza causa problemas do tipo *overflow* e *underflow*. Fêz-se, então, analiticamente, uma estimativa dos valores de estado estacionário do número de fótons (I) e da densidade de portadores (N) e normalizou-se as equações com relação a estes valores.

Além desta citada normalização, uma outra ainda é necessária no eixo dos tempos. Os tempos envolvidos nas equações são de grandezas diferentes e todos muito pequenos, o que torna a observação da evolução temporal da solução bastante difícil. A solução encontrada for eliminar a dimensão tempo das equações através de uma normalização adequada. Para tanto fez-se a seguinte mudança no eixo dos tempos :

$$t' = \sqrt{\frac{1}{\tau_n} \frac{1}{\tau_{ph}}} \times t \quad (3.49)$$

onde t' é adimensional.

Os tempos τ_n e τ_{ph} foram escolhidos por serem os mais característicos do sistema. A normalização indicada na eq.(3.49) implica em se fazer a seguinte alteração :

$$\frac{d}{dt} = \left(\frac{1}{\tau_n} \frac{1}{\tau_{ph}} \right)^{-\frac{1}{2}} \frac{d}{dt'} \quad (3.50)$$

A implementação desses ajustes está demonstrada no programa, em linguagem FORTRAN, chamado *ADSRUNG* descrito em [9].

3.6 Resposta transiente do laser

Para testar a representatividade das equações fez-se um estudo do estado transiente do diodo laser. Para tanto considere o caso do diodo solitário ($A = B = 0$) e que, em $t = 0$, é aplicada uma corrente de polarização $I = 1,2I_{th}$, onde I_{th} é a corrente de limiar do laser. As Figuras 3.2 a 3.4 mostram a variação do número de fótons e da densidade de portadores, durante o transiente, para diferentes valores do parâmetro β_{sp} , que representa a fração das emissões espontâneas que é acoplada ao modo oscilante.

Observa-se que a densidade de portadores tem inicialmente, um crescimento linear com o tempo e atinge valores superiores ao de equilíbrio. O número de fótons gerados na cavidade é bem pequeno durante esta primeira etapa, correspondendo apenas aos fótons gerados por emissão espontânea. Seu crescimento dispara quando a densidade de portadores excede o valor de transparência, dando início às recombinações estimuladas. Este tempo de retardo depende, principalmente, da corrente aplicada anterior ao tempo $t = 0$, do tempo de vida dos portadores injetados e do valor de pico do degrau de corrente aplicado.

Quando a densidade de portadores excede o valor de transparência, o número de fótons cresce exponencialmente até um valor de pico que se situa acima, também,

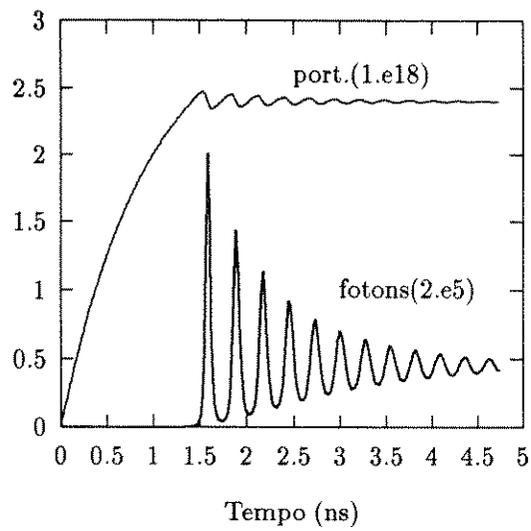


Figura 3.2: Resposta transiente do número de fótons e da densidade de portadores em $[cm^{-3}s^{-1}]$ para um laser solitário. $\beta_{sp} = 1 \times 10^{-4}$

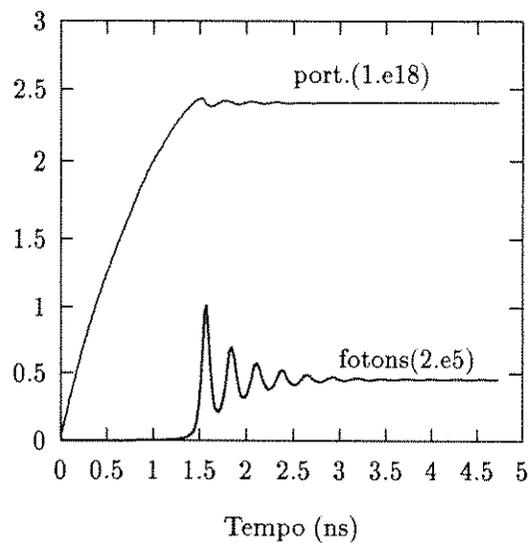


Figura 3.3: Resposta transiente do número de fótons e da densidade de portadores em $[cm^{-3}s^{-1}]$ para um laser solitário. $\beta_{sp} = 1 \times 10^{-3}$

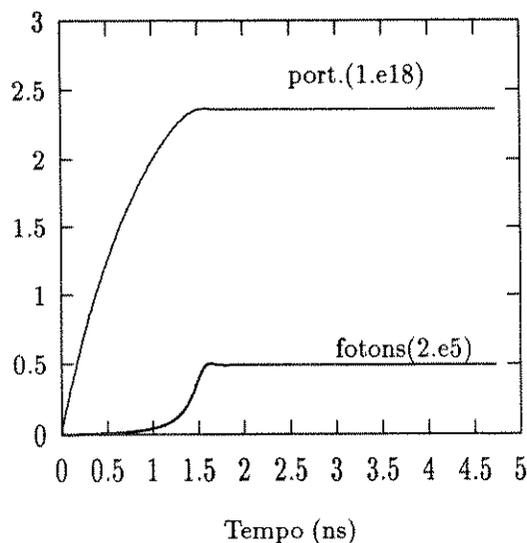


Figura 3.4: Resposta transiente do número de fótons e da densidade de portadores em $[cm^{-3}s^{-1}]$ para um laser solitário. $\beta_{sp} = 1 \times 10^{-2}$

do seu valor de equilíbrio; a duração dessa resposta está intimamente ligada com o tempo de vida dos fótons na cavidade.

Como tanto a densidade de portadores quanto o número de fótons excedem seus valores de equilíbrio no início do transitório a existência do retardo entre a injeção de portadores e o seu consumo pela geração de fótons, vai provocar oscilações amortecidas como as observadas nas figuras anteriores. Este amortecimento é devido, principalmente, ao tempo de recombinação espontânea dos portadores [5]. Observe-se que quanto menor β_{sp} maiores são as oscilações. Para $\beta_{sp} \approx 1 \times 10^{-2}$ vê-se que as oscilações desaparecem, o que concorda com resultados apresentados na literatura [10, 11]. Porém, fatores β_{sp} altos significam maior largura espectral o que é prejudicial do ponto de vista de redução do ruído de fase como vai ser visto mais adiante neste trabalho.

Estes resultados asseguram uma boa fidelidade entre o sistema de equações apresentado e o sistema físico laser+cavidade.

No próximo capítulo será feita uma análise da fonte óptica sob modulação direta.

3.7 Conclusões

Foram desenvolvidas as equações de taxa que regem o funcionamento dinâmico de um laser semiconductor monomodo acoplado a uma cavidade externa passiva. Discutiu-se o método numérico empregado na solução do sistema de equações, bem como as normalizações efetuadas para tal solução. Para comprovação da representatividade das equações foi efetuado um estudo do estado transiente do laser solitário que mostrou excelente concordância com a literatura.

No próximo capítulo será feita uma análise da fonte óptica sob modulação direta.

Bibliografia

- [1] B.Tromborg, "Transmission line description of optical feedback and injection locking for fabry-perot and DFB lasers", *IEEE J. Quantum Electron.*, p.1875, 1987,
- [2] C.H.Henry and G.P.Agrawal, "Modulation performance of a semiconductor laser coupled to an external high-Q resonator", *IEEE J. Quantum Electron.*, Vol.24, pp.134-142, 1988
- [3] C.H.Henry and R.F.Kazarinov, "The relation of line narrowing and chirp reduction resulting from the coupling of a semiconductor to a passive resonator", *IEEE J. Quantum Electron.*, Vol.23, pp.1401-1409, 1987
- [4] K.Peterman, *Laser Diode Modulation and Noise*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (1988)
- [5] G.H.B.Thompson, *Physics of Semiconductor Laser Devices*, J.Wiley & Sons, USA (1980)
- [6] E.Patzak, P.Meissner and D.Yevick, "An analysis of the linewidth and spectral behavior of DBR lasers", *IEEE J. Quantum Electron.*, vol.QE-21, pp.1318-1325, 1985
- [7] B.P.Flannery et al, *Numerical Recipes*, Cambridge University Press (1986)
- [8] Spiegel, *Manual de Fórmulas e Tabelas*, Coleção Schaumm
- [9] L.E.M.Barros Jr, *Software para Solução Numérica do Sistema de Equações de Taxa de Laser Semicondutor Monomodo Acoplado à Cavidades Externas*, Relatório Técnico, DMO/FEE/UNICAMP, julho de 1992
- [10] P.M.Boers et al, "Dynamic Behavior of semiconductor lasers", *Electron. Lett.*, Vol.11, pp.206-208, 1975

- [11] *Semiconductors and Semimetals*; Vol.22 of Lightwave Communication Technology - Academic Press, London 1985
- [12] A.Yariv ,*Optical Electronics*,Pub. Holt, Rinehart and Winston USA (1985)
- [13] A.Yariv,*Quatum Electronics*, J.Wiley & Sons (1989)
- [14] Fleming e Mooradian, "Spectral characteristics of external cavity controlled semiconductor lasers", *IEEE J.Quantum Electron.*, Vol.17, n^o1, pp.44-59, 1981
- [15] C.H.Henry, "Theory of linewidth of semiconductor laser", *IEEE J.Quantum Electron.*, pp.259-264, 1982

Capítulo 4

Lasers monomodo sob Modulação Direta Acoplados a Cavidade Externa

4.1 Introdução

O objetivo deste capítulo é demonstrar a vantagem obtida, em termos de desempenho sob modulação direta, quando se utiliza lasers monomodo acoplados a cavidades externas passivas de alto- Q em relação ao uso de diodos solitários.

Será feito um estudo comparativo entre estas duas configurações no sentido de levantar as características mais importantes da fonte óptica, no que concerne ao seu comportamento dinâmico. Do ponto de vista do sistema de comunicações, estas características são a potência óptica gerada (resposta em potência) e o *chirping* em frequência da fonte.

4.2 A Modulação

Neste trabalho utiliza-se modulação direta da corrente na fonte com trem de pulsos no código NRZ, dado pela equação :

$$I_c(t) = I_b + \sum_k a_k I_m f_p(t) \quad (4.1)$$

onde:

$$\begin{aligned} I_b & - \text{corrente de polarização} \\ I_m & - \text{corrente de modulação} \end{aligned}$$

$f_p(t)$ – perfil do pulso

O perfil $f_p(t)$, do pulso de corrente, será dado por:

$$f_p(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 - \exp\left(\frac{-t}{\tau_r}\right) & 0 \leq t \leq T \\ \exp\left[-\frac{(t-T)}{\tau_r}\right] & t > T \end{cases} \quad (4.2)$$

onde:

$$T = B^{-1}$$

B – taxa de transmissão

τ_r – tempo de subida do pulso decorrente

A Figura 4.1 mostra o pulso de corrente dado pelas equações anteriores, enquanto que os valores utilizados são mostrados na Tabela 4.1.

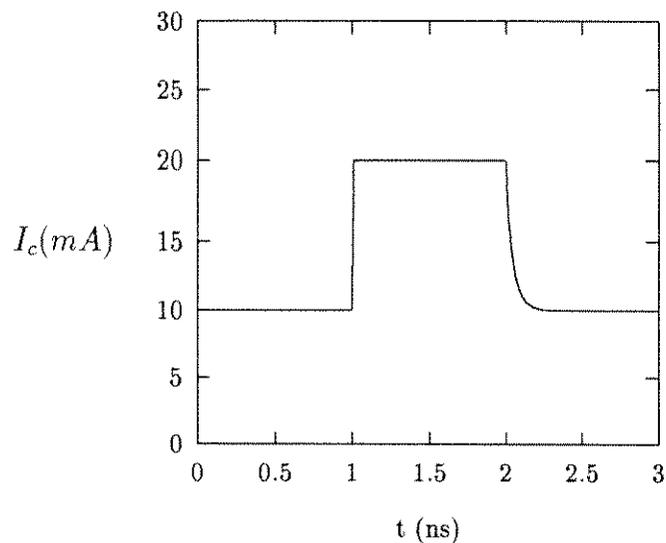


Figura 4.1: Exemplo do formato do pulso de corrente na fonte

| | |
|----------|---------|
| a_k | 1 |
| I_b | 10 mA |
| I_m | 10 mA |
| T | 1 nseg |
| τ_r | 50 pseg |

Tabela 4.1: Valores utilizados para a obtenção da Figura do pulso

O trem de pulsos é formado por uma seqüência de pulsos conforme a equação (4.1), onde o coeficiente a_k tem probabilidade $\frac{1}{2}$ de ser um ou zero, e k é o número de bits da palavra do sinal modulante.

Um primeiro passo na análise é verificar a resposta do sistema a um único pulso de corrente. Posteriormente, a análise com trem de pulsos será feita para se obter uma medida da qualidade do sistema de transmissão digital através do diagrama de olho feito no receptor.

4.3 Potência Óptica

A potência óptica é diretamente proporcional ao número de fótons gerados na região ativa. Também são levados em consideração parâmetros importantes tais como o fator de confinamento Γ , que indica o quanto do campo óptico consegue ser efetivamente guiado, e a eficiência quântica diferencial η , que é uma imformação da inclinação da curva DC (corrente \times potência) do laser. A potência pode ser extraída do resultado numérico do sistema de equações, pela seguinte relação [2, 1, 4, 5, 6]:

$$P(t) = \frac{1}{2} \frac{I(t)\eta hf}{\Gamma\tau_{ph}} \quad (4.3)$$

onde:

- $I(t)$ — número de fótons
- h — constante de Planck
- f — freqüência do pico de emissão
- τ_{ph} — tempo de vida média dos fótons

O fator $\frac{1}{2}$ refere-se à saída de potência por apenas uma das faces do diodo.

As Figuras 4.2 a 4.4 mostram uma comparação entre as respostas em potência óptica, para o ECSL e para o laser solitário, a um pulso de corrente para diferentes

taxas de transmissão . Os valores dos parâmetros envolvidos são dados na Tabela 4.2.

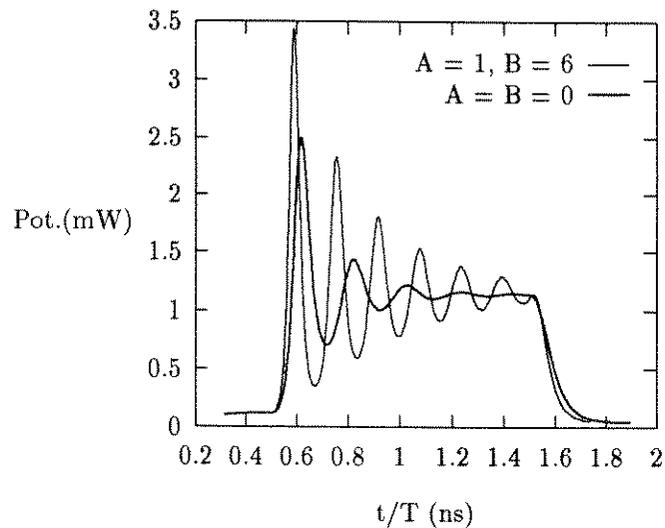


Figura 4.2: Resposta da potência óptica em ECSL e laser solitário .Taxa de Transmissão de 1 GBit/seg

Observa-se que o pulso gerado pelo ECSL sofre mais distorção que aquele obtido com o laser solitário. Isso se deve ao fato de que a cavidade externa diminui o fator de amortecimento das oscilações de relaxação ; em compensação , ela promove um estreitamento do espectro de emissão , característica altamente favorável à sua utilização . Observe, também (Tab.4.2) que utilizou-se a razão ótima [7] $\frac{B}{A} = \alpha$.

Apesar das distorções , o ECSL possui uma alta seletividade modal, característica fundamental para operação em sistemas de altas taxas de transmissão e em sistemas coerentes.

4.4 Chirping em Frequência

O *chirping*, fenômeno que sempre ocorre quando se coloca um laser sob modulação direta, é a variação da frequência de emissão da fonte óptica durante a resposta ao pulso de corrente. Isto significa que, apesar do laser ser monomodo, o valor da frequência no pico de emissão , durante o pulso óptico, não é o mesmo.

Este fenômeno ocorre devido ao fato de que, quando se modula a corrente de injeção , está-se modulando também a densidade de portadores na região ativa. A

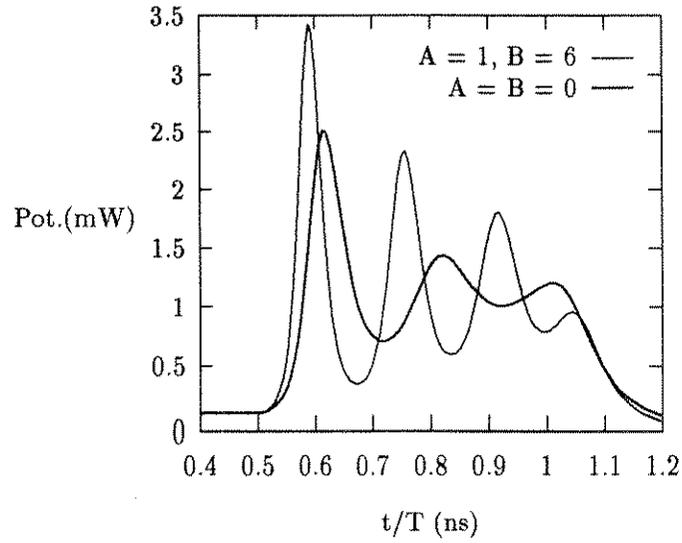


Figura 4.3: Resposta da potência óptica em ECSL e laser solitário .Taxa de Transmissão de 2 GBit/seg

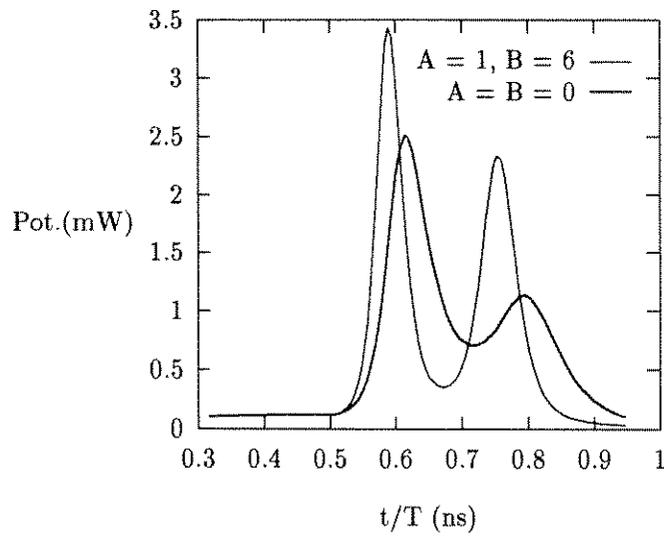


Figura 4.4: Resposta da potência óptica em ECSL e laser solitário .Taxa de Transmissão de 4 GBit/seg

| | |
|------------|------------------------------------|
| I_b | 40mA |
| I_m | 20mA |
| α | 6 |
| ϵ | $2.5 \times 10^{-17} \text{cm}^3$ |
| a | $3.17 \times 10^{-16} \text{cm}^2$ |
| Γ | 0.3 |
| V_c | $1 \times 10^{-10} \text{cm}^3$ |
| N_0 | $1 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ |

Tabela 4.2: Valores usados na solução do sistema de equações para obtenção das respostas transientes

variação na densidade de portadores afeta diretamente o índice de refração desta região. Como visto no Capítulo 2 e em [1, Cap.1] a variação deste índice irá causar uma variação na frequência de emissão do dispositivo, pois o mesmo deve se adequar para satisfazer a condição de fase para oscilação; como visto esta condição obriga que a variação de fase imposta ao campo deve ser $2\pi p$. Isto causa um inevitável alargamento espectral da fonte que é bastante prejudicial para o sistema; quando o canal de comunicação é um meio dispersivo; neste caso, cada componente de frequência do pulso óptico viaja com velocidade diferente, causando alargamento do pulso. Este alargamento limita o sistema quanto à taxa de transmissão, devido ao surgimento do problema de interferência intersimbólica.

O *chirping* pode ser medido, como variação em frequência, pela seguinte equação:

$$\Delta f = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (4.4)$$

onde:

$\phi(t)$ – fase do campo óptico propagante

Portanto, a partir do resultado numérico $\phi(t)$ do sistema de equações, obtém-se uma medida, em hertz, do *chirping* causado pela modulação direta do diodo. A Figura 4.5 mostra uma comparação entre o *chirping* no laser solitário e no ECSL.

Uma vez que a frequência de ressonância da cavidade externa não depende da variação da densidade de portadores, esta frequência torna-se mais estável e, portanto, menos sensível ao *chirping*. Logo, em regimes de forte realimentação óptica, quando a frequência de ressonância da cavidade externa domina sobre a do laser, haverá uma diminuição considerável do *chirping*. Na Figura 4.5 observa-se

que a redução do *chirping* do valor para laser sem cavidade (≈ 15.3 GHz - valor de pico) para o valor do laser com cavidade (≈ 5.0 GHz) é de 3 vezes.

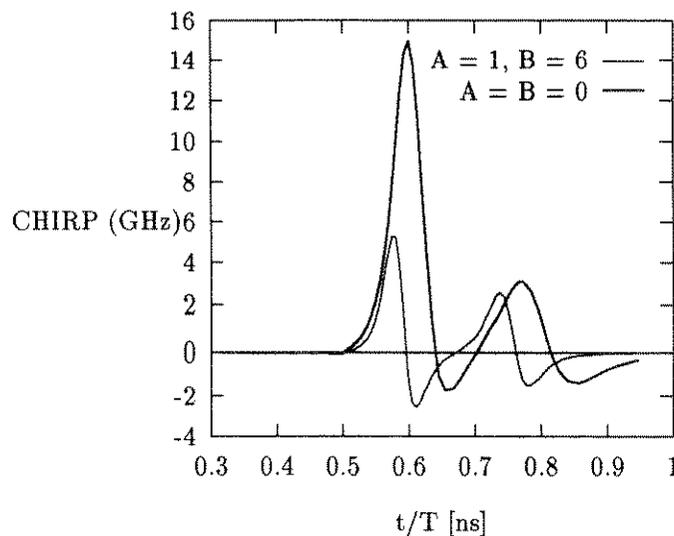


Figura 4.5: Comparação do *chirping* entre o laser solitário e o ECSL.

A Figura 4.6 mostra o comportamento do *chirping* com a variação dos parâmetros A e B.

Na prática estes parâmetros não podem ser tomados de maneira aleatória. Como visto no Capítulo 2, a escolha da configuração da fonte óptica define os parâmetros A e B, que não são independentes. Observou-se [7, 8, 9] que fora da frequência central de ressonância (região de mínima perda na cavidade ativa) o fator de redução do *chirping* ($F = 1 + A + B$) atinge valores elevados. Esta região é caracterizada pela rampa decrescente da curva de perdas na cavidade e pelo conseqüente aumento do parâmetro B [8].

No caso do espelho simples como refletor externo, não é possível a utilização de modos de maior F, isto porque estes modos apresentam ganho de limiar muito alto [8]. Neste caso, o modo ressonante vai ser o de menor ganho de limiar e não haverá melhora significativa quanto à redução do *chirp* ou da largura de linha do laser, apesar do uso da cavidade externa.

Para corrigir esta deficiência deve-se incluir um mecanismo de seleção modal à cavidade externa tal que torne possível a operação do laser em um modo distante do mínimo de perdas. Substitui-se, então, o refletor externo por uma grade de difração, caso o meio externo seja o ar, ou por um *refletor de Bragg*, caso o meio externo seja

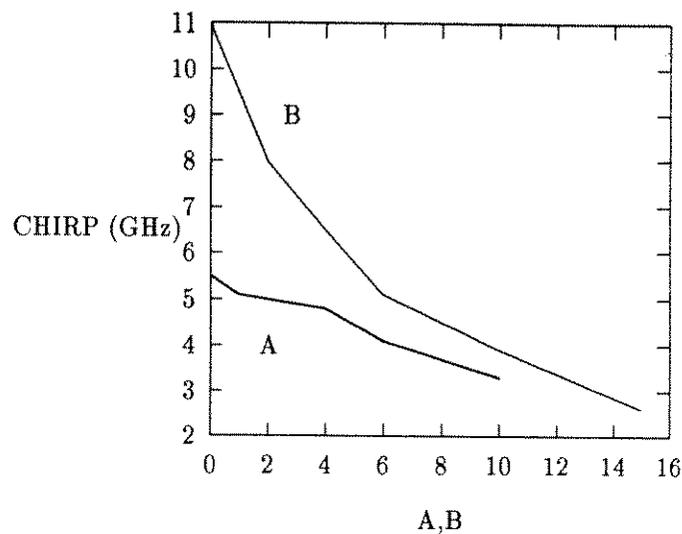


Figura 4.6: Variação do *chirping* com os parâmetros A e B. A curva A corresponde a valores variáveis de A (eixo horizontal) e B fixo; na curva B o parâmetro A é fixo.

um guia de onda. Este tipo de configuração está sendo implicitamente assumida quando se utiliza valores grandes e positivos para o parâmetro B [7] (V. Tabela 4.2).

4.5 Conclusões

Foram estudadas várias configurações de cavidade externa, através da variação dos parâmetros da realimentação óptica A e B, para diferentes taxas de transmissão. Verificou-se que o uso da cavidade externa apesar de diminuir a taxa de amortecimento das oscilações de relaxação do laser sob modulação direta, impõem uma forte redução do *chirping* em frequência. Utilizando valores de A e B de forma a otimizar este compromisso obteve-se uma redução do *chirping* da ordem de 3 vezes em relação ao laser solitário. Os resultados apresentados nesta análise estão de acordo com resultados experimentais relatados em [9, 10, 11, 12]. A redução acentuada do *chirping* pela cavidade externa é um dos fatores que fortemente recomenda, o uso deste tipo de configuração em sistemas de comunicação; análise que será feita no próximo capítulo.

Bibliografia

- [1] A.Yariv, *Quantum Electronics*, J.Wiley & Sons (1989)
- [2] G.H.B.Thompson, *Physics of Semiconductor Laser Devices*, J.Wiley & Sons, USA (1980)
- [3] A.Yariv, *Optical Electronics*, Pub. Holt, Rinehart and Winston USA (1985)
- [4] J.C.Cartledge, "Improved transmission performance resulting from the reduced chirp of a semiconductor laser coupled to an external high-Q resonator", *J.Lightwave Technol.*, Vol.8, n^o5, pp.716-721, 1990
- [5] J.C.Cartledge, "The effect of laser chirping on lightwave system performance", *J.Lightwave Technol.*, Vol.7, n^o3, p.568, 1989
- [6] J.C.Cartledge, "Theoretical performance of multigigabit-per-second lightwave systems using injection-locked semiconductor laser", *J.Lightwave Technol.*, Vol.8, n^o7, p.1017, 1990
- [7] R.F.Kazarinov, C.H.Henry and N.A.Olsson, "Narrow-band resonant optical reflectors and resonant optical transformers for laser stabilization and wavelength division multiplexing", *IEEE J.Quantum Electron.*, Vol.QE-23, pp.1419-1425, 1987
- [8] C.H.Henry and R.F.Kazarinov, "The relation of line narrowing and chirp reduction resulting from the coupling of a semiconductor to a passive resonator", *IEEE J.Quantum Electron.*, p.1401, 1987
- [9] A.Olsson et al, "Performance characteristics of a 1.5 μ m single-frequency semiconductor laser with an external waveguide Bragg reflector", *IEEE J.Quantum Electron.*, Vol.24, n^o2, p.143, 1987
- [10] E.Brinkmeyer et al, "Fibre Bragg reflector for mode selection and line narrowing of injection lasers", *Electron.Lett.*, Vol.22, n^o3, p.134, 1986

- [11] A.Olsson et al,"Relation between chirp and linewidth reduction in external Bragg reflector semiconductor laser",*Appl.Phys.Lett.*, Vol.51, n^o2, p.92, 1987
- [12] G.Eisenstein, R.S.Tucker et al,"Linewidth characteristics of fiber-extended-cavity distributed-feedback lasers",*Appl.Phys.Lett.*, Vol.48, n^o2,p.1039, 1986

Capítulo 5

Sistema de Transmissão

5.1 Introdução

Devido às baixíssimas perdas apresentadas pela fibra, para o comprimento de onda de $1,55\mu m$, os sistemas de comunicação tendem a utilizar esta faixa do espectro. No entanto, como a operação se faz distante do zero de dispersão ($1,3\mu m$), em altas taxas de transmissão (Gbit/s) os sistemas de modulação direta estão sujeitos a sérias limitações no seu desempenho. Como está-se considerando o laser operando em modo único, a principal razão para tais limitações é o *chirping* em frequência que ocorre na fonte; este fenômeno foi descrito e estudado no capítulo anterior.

Neste capítulo será apresentado um estudo do desempenho do ECSL como fonte óptica de um sistema de comunicação digital operando na terceira janela do espectro óptico. Considera-se o sistema composto de transmissor (ECSL), canal (fibra óptica) e receptor (filtro). Um esquema do sistema a ser estudado é apresentado na Figura 5.1.

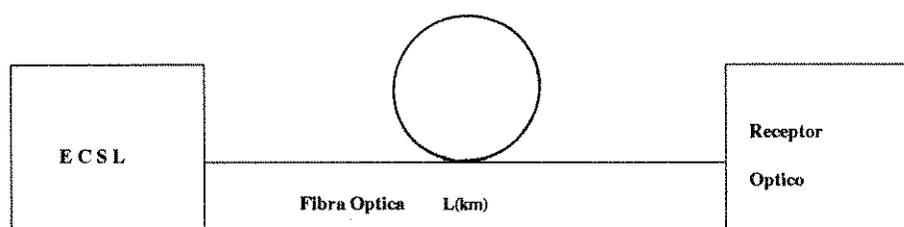


Figura 5.1: Representação do sistema de comunicação estudado neste capítulo

Serão apresentados, modelos de cada componente do sistema visando construir funções de transferência que permitam efetuar a simulação da transmissão e recepção

do pulso óptico gerado pelo ECSL. A *caixa preta* que representa o ECSL tem seu comportamento dinâmico regido pelas equações de taxa desenvolvidas no Capítulo 3 cuja solução numérica (Capítulo 4) é aqui utilizada como dado de entrada para a simulação.

5.2 A Fibra Óptica

A função de transferência de um guia de onda com relação a um campo óptico propagante pode ser dada por [1, 2]:

$$H(\omega) = \exp(-\gamma z) \quad (5.1)$$

onde:

$$\gamma = \alpha_A + j\beta \quad (5.2)$$

- γ – constante de propagação
- α_A – constante de atenuação
- β – constante de fase

Está-se interessado em analisar os efeitos causados pela dispersão na fibra devido ao *chirping* do pulso óptico; portanto, neste estudo, o guia é considerado sem perdas, isto é, $\alpha_A = 0$, o que não causa nenhum prejuízo para a análise. A equação (5.1) fica, portanto:

$$H(\omega) = \exp(-j\beta z) \quad (5.3)$$

Na prática β não é uma constante; varia com a frequência; isto significa que cada comprimento de onda vai "enxergar" uma constante de propagação diferente. Para levar em consideração este efeito, faz-se uma expansão em série de Taylor do parâmetro $\beta(\omega)$ em torno da frequência central do laser ω_0 ; este parâmetro, de agora em diante, será chamado de constante de propagação. A constante de propagação é, então, dada por:

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \frac{\partial\beta}{\partial\omega}(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2\beta}{\partial\omega^2}(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3\beta}{\partial\omega^3}(\omega - \omega_0)^3 + \dots \quad (5.4)$$

Cada um dos termos da expansão anterior é responsável por um efeito diferente no pulso propagante. O primeiro termo representa um desvio de fase fixo; o segundo representa um atraso de propagação. De acordo com as propriedades das transformadas de Fourier, demonstra-se que o efeito do segundo termo sobre o pulso é de um deslocamento no eixo dos tempos e não causa nenhuma distorção ao perfil do pulso; por isso é também denominado de atraso de grupo τ_g . O terceiro termo da expansão representa a dispersão do atraso de grupo. Toda a contribuição para o alargamento e distorção do pulso começa a partir deste termo. O quarto termo é sempre desprezível em face da dispersão de atraso de grupo, menos quando o comprimento de onda de operação é bem próximo de $1,3\mu m$ onde, neste caso, o termo de segunda ordem é praticamente nulo e, então, termos de ordem mais elevada devem ser levados em consideração.

Outro efeito que será desprezado na propagação do pulso na fibra, neste trabalho, é a *Auto-Modulação de Fase* (SPM). O estudo não perde em generalidade, uma vez que está-se tratando de baixas potências e largura de pulso da ordem de centenas de pico-segundos. Nestas condições, este efeito é desprezível.

Portanto, neste trabalho, considera-se apenas o termo de segunda ordem da equação (5.4) que caracteriza o efeito denominado, na literatura [2], *Dispersão de Velocidade de Grupo* (GVD).

Pode-se trabalhar o termo da GVD para que ele possa ser dado ou calculado através de parâmetros físicos da fibra. Deste modo:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2\beta}{\partial\omega^2} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial\omega} \left(\frac{\partial\beta}{\partial\omega} \right) \quad (5.5)$$

Tem-se que por definição [3];

$$\frac{\partial\beta}{\partial\omega} \equiv \frac{1}{v_g} \quad (5.6)$$

e, também:

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{1}{v_g} \right) \equiv D \quad (5.7)$$

onde D é a dispersão da fibra dada em $\frac{ps}{nm \cdot km}$.

Dado que $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$ e substituindo as equações (5.6) e (5.7) na equação (5.5), o termo da GVD fica expresso por:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \beta}{\partial \omega^2} = -\frac{\lambda^2 D}{4\pi c} \quad (5.8)$$

Portanto, lembrando a eq. (5.3), a função de transferência da fibra de comprimento L pode ser expressa na forma:

$$H_A(\omega) = \exp \left(j \frac{\lambda^2 D (\omega - \omega_0)^2}{4\pi c} L \right) \quad (5.9)$$

Neste ponto, define-se um comprimento de dispersão L_D a partir do qual os efeitos da GVD começam a ser sentidos :

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \quad (5.10)$$

onde:

$$\begin{aligned} T_0 & \text{ é por definição , a meia largura } rms \text{ do pulso} \\ \beta_2 & = \frac{\partial^2 \beta}{\partial \omega^2} \end{aligned} \quad (5.11)$$

A fim de ilustrar o efeito causado pela dispersão da velocidade de grupo, via eq.(5.9), será feita a simulação da propagação de um pulso gaussiano, dado pela equação (5.12), através de um comprimento z de fibra óptica.

$$P(0, t) = \exp \left(-\frac{t^2}{2T_0^2} \right) \quad (5.12)$$

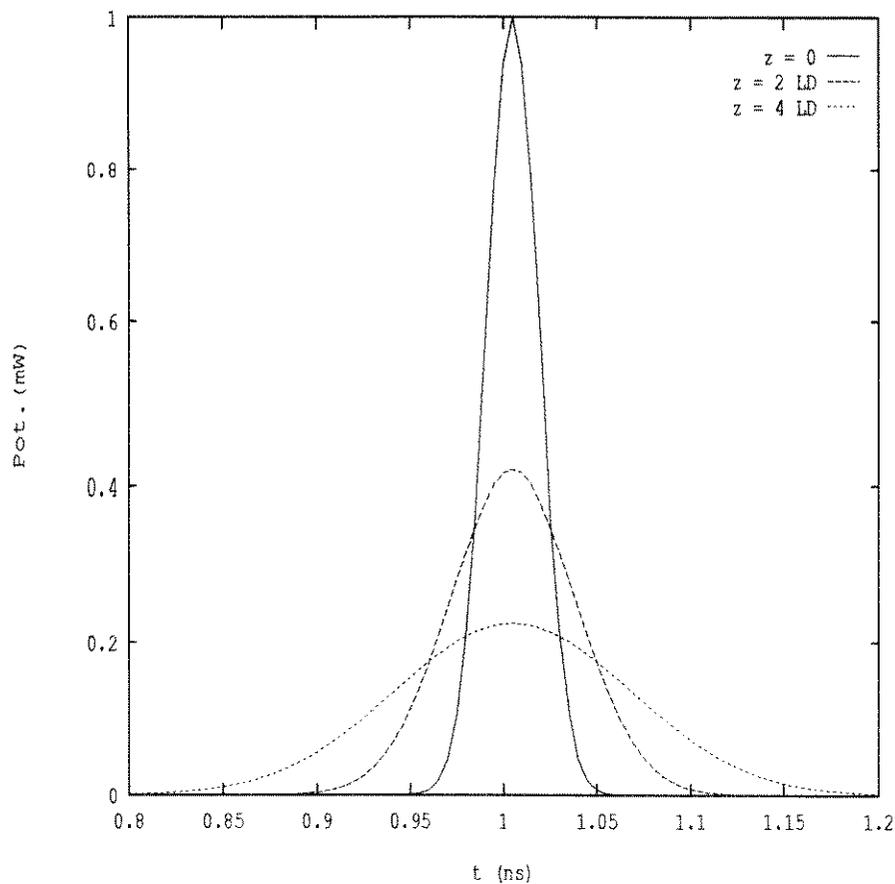


Figura 5.2: Dispersão de um pulso gaussiano, inicialmente, sem *chirping*, devido a dispersão do atraso de grupo

A simulação consiste na convolução do sinal $P(0, t)$ com a função de transferência da fibra $H_A(\omega)$.

A Figura 5.2 mostra o alargamento sofrido por um pulso gaussiano, inicialmente sem *chirping*. Observa-se que, durante a propagação, o pulso não sofreu distorção do seu perfil, somente um alargamento. Neste caso (pulso inicialmente sem *chirping*), o alargamento é o mesmo, tanto no regime normal de dispersão ($\beta_2 > 0$) quanto no regime anômalo de dispersão ($\beta_2 < 0$) [2, 4].

O mesmo não acontece quando considera-se o pulso gaussiano inicialmente com *chirping* cuja equação, para o caso de *chirping* linear, é dada por [2]:

$$P(0, t) = \exp\left(-\frac{(1 + jC)}{2T_0^2}t^2\right) \quad (5.13)$$

onde C relaciona-se com a intensidade do *chirping* (*chirping* nulo quando $C = 0$).

A diferença, neste caso, se dá quando $\beta_2 C < 0$, quando o pulso sofre inicialmente um estreitamento; depois de uma certa distância de propagação, ele se alarga novamente.

5.3 O Receptor

Basicamente, o bloco do receptor vai ser representado por um filtro Butterworth de segunda ordem, dado pela seguinte equação [5, Cap.]:

$$H_f(f) = \frac{f_c^2}{f_c^2 - f^2 + j\sqrt{2}ff_c} \quad (5.14)$$

onde, f_c é a frequência de corte do filtro.

A representação do receptor, incluindo o filtro passa-baixa da equação (5.14), torna a análise mais realística. Neste caso, o objetivo será verificar quais são as penalidades impostas ao desempenho total do sistema devido somente à fonte. Por esta razão não é levado em consideração um modelo completo do receptor; considera-se um fotodetector de responsividade igual a 1 e sem ruídos.

5.4 Simulação da Transmissão pelo Sistema

A simulação da transmissão óptica é feita pelo cascadeamento das funções de transferência encontradas ao longo do percurso. Conforme a Figura 5.3, um sinal $x(t)$, gerado pelo laser, é injetado na fibra de comprimento L e função de transferência $h_A(t)$. O sinal emergente $y(t)$, é então, filtrado no receptor cuja função de transferência é $h_f(t)$. O resultado final $z(t)$ é, então, amostrado.

Sabe-se que:

$$y(t) = x(t) * h_A(t) \quad (5.15)$$

Utilizando o teorema da transformada de Fourier da convolução, a eq. (5.15) transforma-se em:

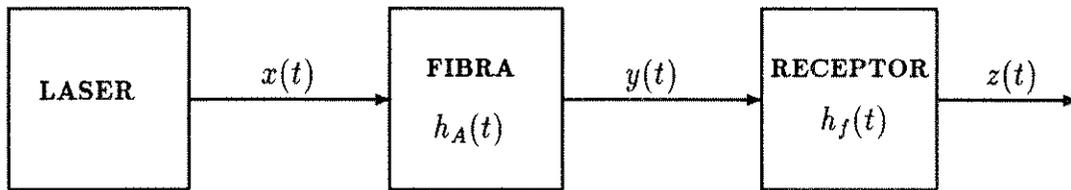


Figura 5.3: Representação matemática do sistema

$$Y(\omega) = X(\omega)H_A(\omega) \quad (5.16)$$

Para se obter os sinais no domínio da frequência utiliza-se o método numérico da Transformada Discreta Rápida de Fourier (FFT) [6], uma vez que os sinais em questão têm origem na solução numérica do sistema das equações de taxa.

Porém, este método requer que o sinal de entrada seja uniformemente discretizado com uma taxa Δ em cada segundo, o que não ocorre, a princípio, neste trabalho, uma vez que a rotina que soluciona o sistema de equações de taxa do laser tem passo adaptativo. Torna-se, então, necessário interpolar os pontos-solução com uma taxa uniforme, para prosseguir na análise. Esta interpolação é feita numa rotina, separada, utilizando-se *splines* cúbicas [6], o que acrescenta um tempo desprezível de computação e apresenta excelente concordância com os dados primários. A Figura 5.4 ilustra esta afirmação.

Trabalhou-se com um total de 2048 pontos na FFT, número que assegura ótima representatividade das funções e um mínimo de erros. O sinal de potência $y(t)$, na saída da fibra, é dado por [7, 8] :

$$y(t) = |\sqrt{P(t)} \exp(j\phi(t)) * h_A(t)|^2 \quad (5.17)$$

onde $P(t)$ é a potência na saída do laser, cuja equação foi determinada no Capítulo 4. Portanto $\sqrt{P(t)}$ é proporcional à intensidade do campo e $\phi(t)$ é a fase do campo.

O sinal real de potência $y(t)$ é, na seqüência, filtrado no receptor, de maneira que :

$$z(t) = \mathcal{F}[Y(\omega) \times H_f(\omega)] \quad (5.18)$$

onde :

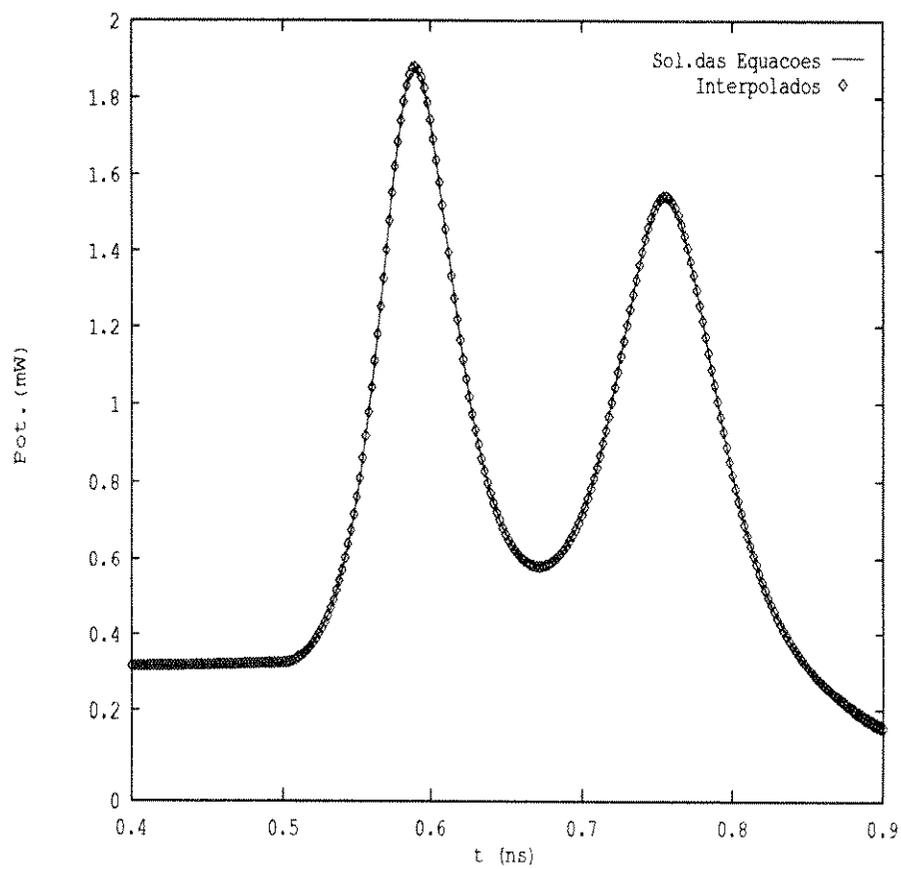


Figura 5.4: Exemplo da concordância entre os dados primários, obtidos da solução numérica das equações , e os obtidos através de interpolação por *splines* cúbicas

$$\begin{aligned}
Y(\omega) &= \mathcal{F}[y(t)] \\
H_f(\omega) &= \mathcal{F}[h_f(t)] \\
z(t) &- \text{potência na saída do receptor} \\
\mathcal{F} &- \text{indica a operação de tomar a transformada de Fourier}
\end{aligned}$$

5.5 Resultados da Simulação do Sistema

A Figura 5.5 mostra a potência recebida $[z(t)]$ para diferentes comprimentos de fibra óptica, quando considera-se o laser solitário.

O caso em que a fonte é um laser semiconductor acoplado a uma cavidade externa passiva encontra-se representado na Figura 5.6.

Na Figura 5.6 observa-se um pequeno aumento na potência de pico do pulso. Como considera-se a fibra sem perdas, esse aumento é resultante de um pequeno estreitamento sofrido pelo pulso, uma vez que a energia total deve ser conservada. Este estreitamento se dá devido à diferença de sinal do *chirping* do pulso e do parâmetro da *GVD*, provocando assim um cancelamento temporário da ação da dispersão sobre o pulso. Após uma certa distância [2, 4] percorrida na fibra o pulso volta a se alargar. No caso aqui estudado, esta distância é aproximadamente 35 km.

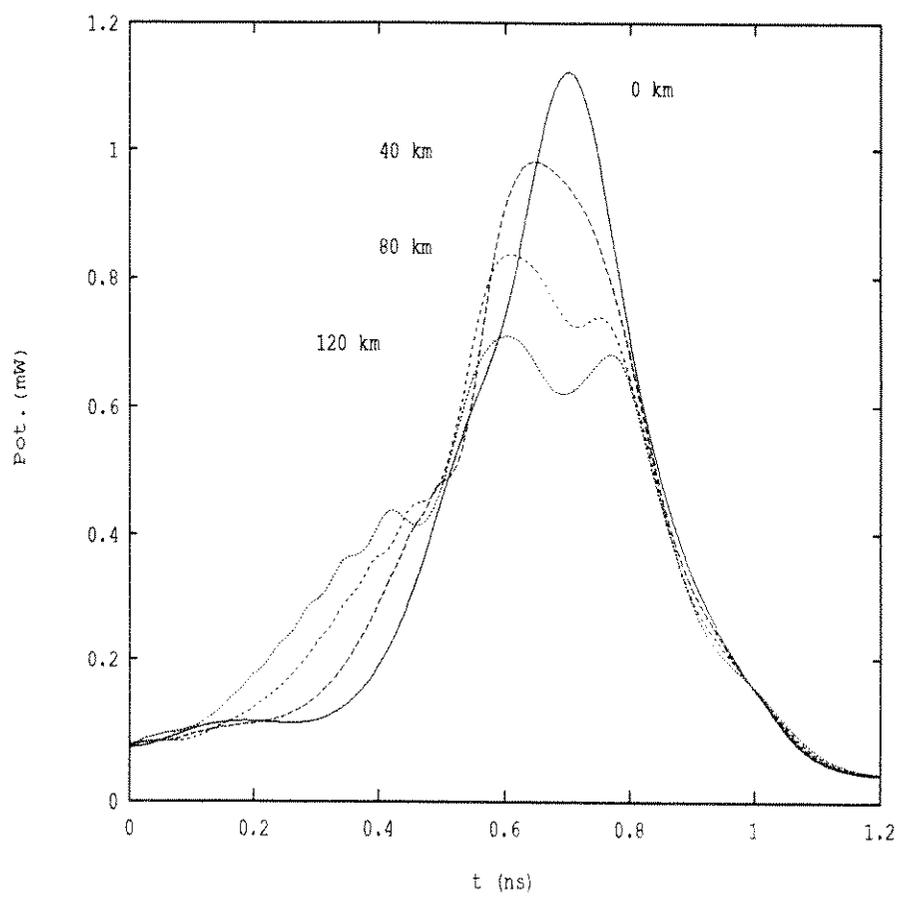


Figura 5.5: Potência no receptor para diferentes comprimentos de fibra óptica. Taxa de transmissão de 3,95 Gbit/s (Laser solitário)

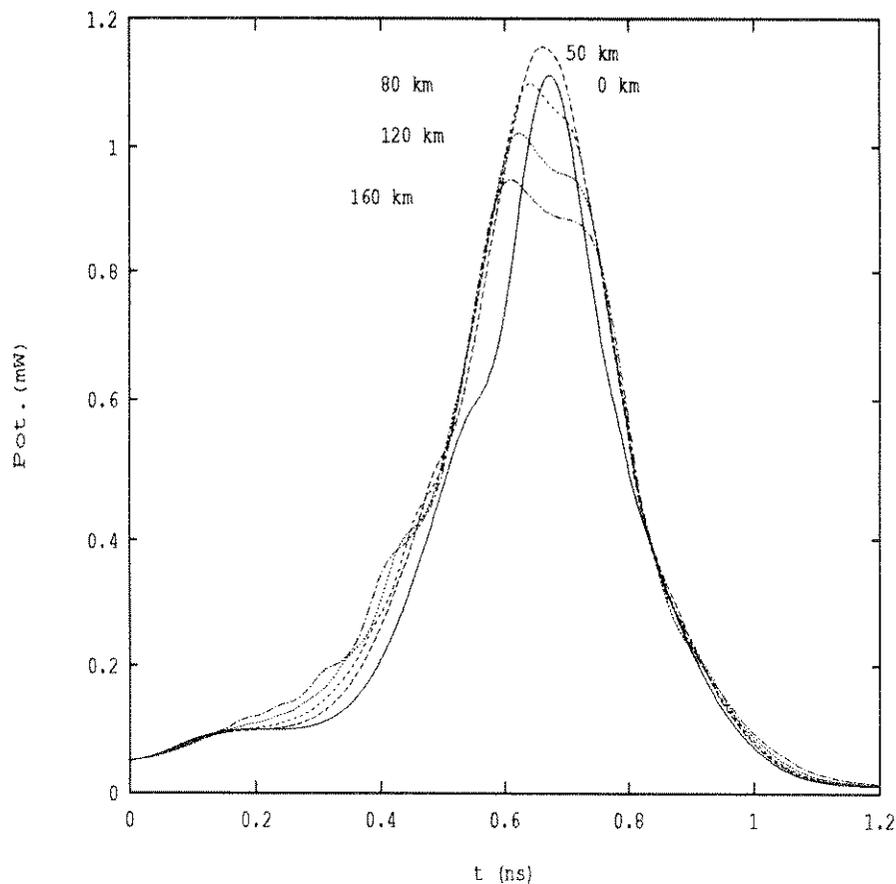


Figura 5.6: Potência no receptor para diferentes comprimentos de fibra óptica. Taxa de transmissão de 3,95 Gbit/s (Laser com cavidade externa). Utilizou-se o mesmo laser que no caso solitário, e mesma potência óptica injetada na fibra.

Como era esperado, devido à forte redução do *chirping* alcançada com o uso da cavidade externa, esta configuração é menos sensível à ação da dispersão na fibra. Esta característica pode representar um ganho de mais de 2 vezes na capacidade do sistema de comunicações.

Nota-se que as oscilações de relaxação não mais estão presentes nos pulsos no receptor. Isso se deve ao fato da frequência de corte do filtro Butterworth utilizado ser um pouco menor que a frequência das oscilações de relaxação da fonte. No entanto, o uso do filtro distorce um pouco a resposta obtida, uma vez que sua resposta de fase não é perfeitamente linear com a frequência [5].

Para visualização dos efeitos causados ao pulso durante a propagação, as Figuras 5.7 e 5.8 mostram a evolução do pulso de potência ao longo da fibra. Cabe ressaltar

que o pulso mostrado já foi filtrado, para facilitar a observação .

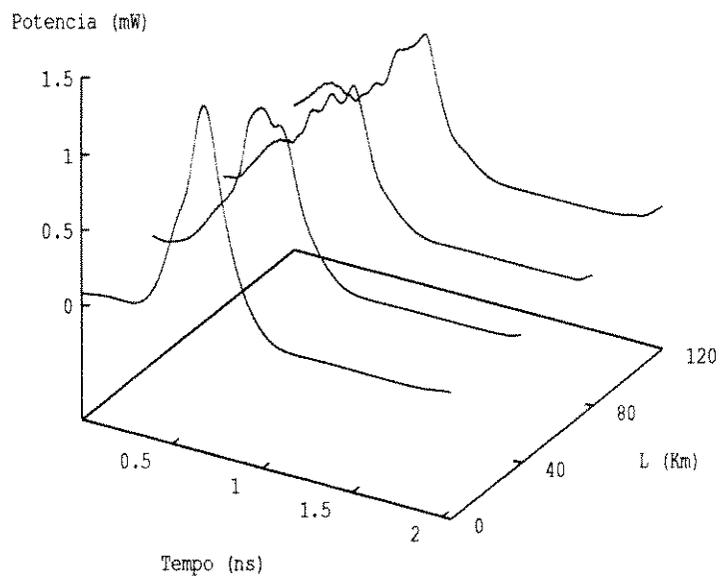


Figura 5.7: Visualização da propagação do pulso, gerado pelo laser solitário, ao longo da fibra. Taxa de transmissão de 4 Gbit/s.

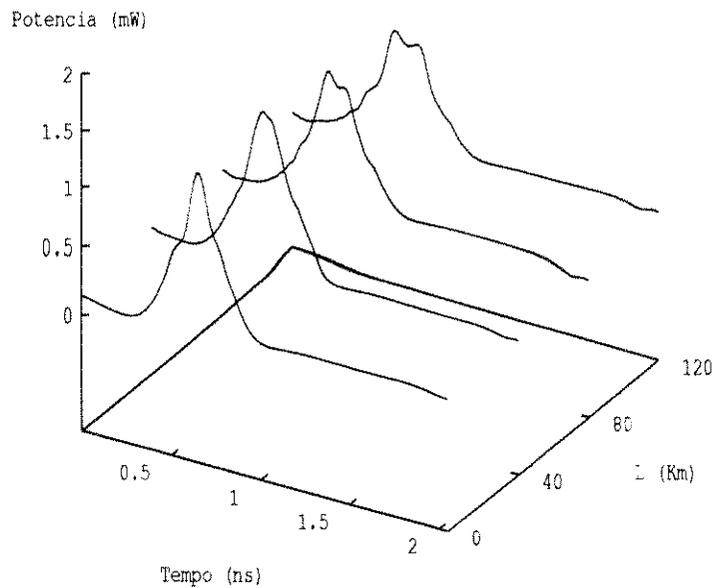


Figura 5.8: Visualização da propagação do pulso, gerado pelo laser com cavidade externa, ao longo da fibra. Taxa de transmissão de 4 Gbit/s.

Os resultados mostrados até aqui representam a resposta do sistema a um único bit. Para se ter uma idéia real do desempenho do sistema de comunicação deve-se saber como este responde aos diferentes padrões de bits que serão utilizados durante a operação normal.

Um mecanismo que permite avaliar qualitativa e quantitativamente este desempenho é o *diagrama de olho* feito no receptor.

O diagrama de olho é formado pela superposição das respostas aos diferentes padrões de bits aplicados na modulação do laser.

Neste trabalho utiliza-se código NRZ com palavras de 4 bits. Embora não tenham sido utilizados todos os padrões possíveis o procedimento seguido é suficiente para ilustrar o presente propósito. A Tabela 5.1 mostra os padrões utilizados.

As Figura 5.9 a 5.14 apresentam o diagrama de olho feito no receptor para taxas

| N° da palavra | Código |
|------------------------|---------|
| 1 | 0 1 0 1 |
| 2 | 1 0 1 0 |
| 3 | 0 0 1 1 |
| 4 | 0 1 1 0 |
| 5 | 1 0 0 1 |
| 6 | 1 0 1 1 |
| 7 | 1 1 0 1 |
| 8 | 1 1 1 0 |

Tabela 5.1: Palavras utilizadas como sinal modulante do laser, para formação do diagrama de olho.

de transmissão de 1, 2 e 3 Gbit/s, 80 km de fibra óptica utilizando laser monomodo solitário e com cavidade externa.

5.6 Conclusões

Neste capítulo analisou-se o desempenho do ECSL, inserido num sistema de comunicações ponto-a-ponto, através dos resultados apresentados por simulação numérica. Foram discutidos os efeitos causados por cada componente do sistema de comunicações ao pulso óptico; principalmente, analisou-se o efeito da dispersão na fibra óptica que se mostra como o fator mais limitante à qualidade da transmissão e à capacidade do sistema, quando está-se transmitindo em um comprimento de onda diferente de $1,3\mu m$ (zero de dispersão).

Verificou-se que a redução do *chirping*, causado pelo uso da cavidade externa, torna a transmissão menos sensível ao problema da dispersão; o pulso gerado pelo laser com cavidade externa sofre muito menos alargamento que aquele gerado pelo laser solitário. Esta característica traduz-se num ganho, em termos de, taxa de transmissão, de pelo menos, 2 vezes, conforme demonstraram os diagramas de olho feitos no receptor.

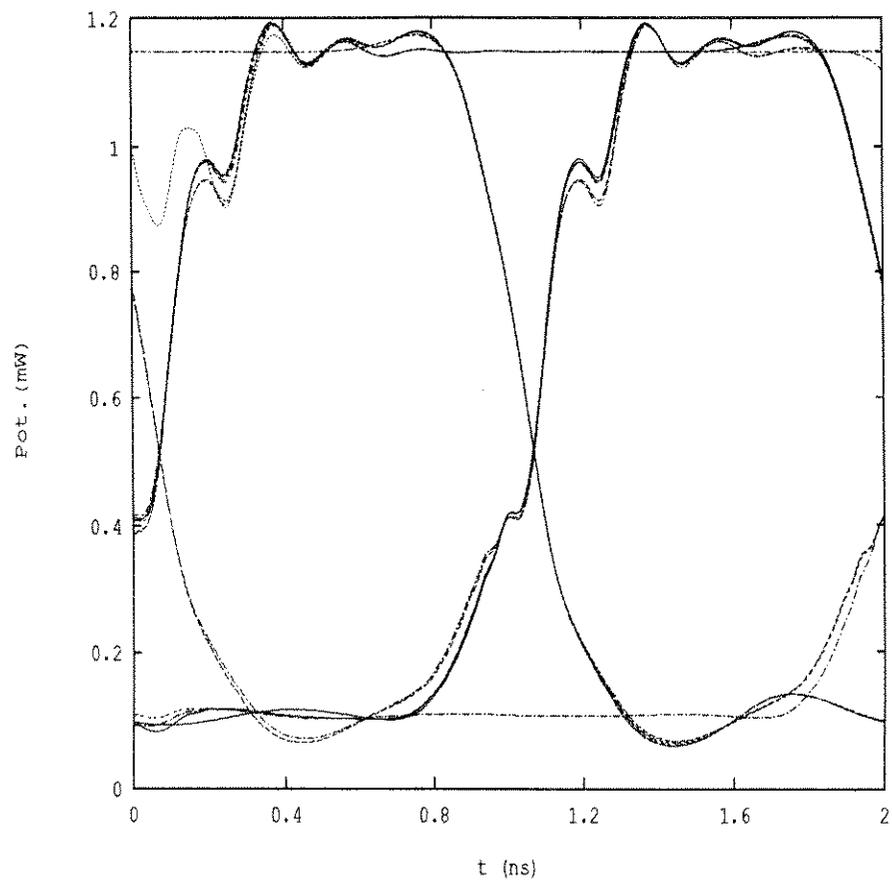


Figura 5.9: Taxa de transmissão de 1 Gbit/s e 80 km de fibra óptica (Laser Solitário)

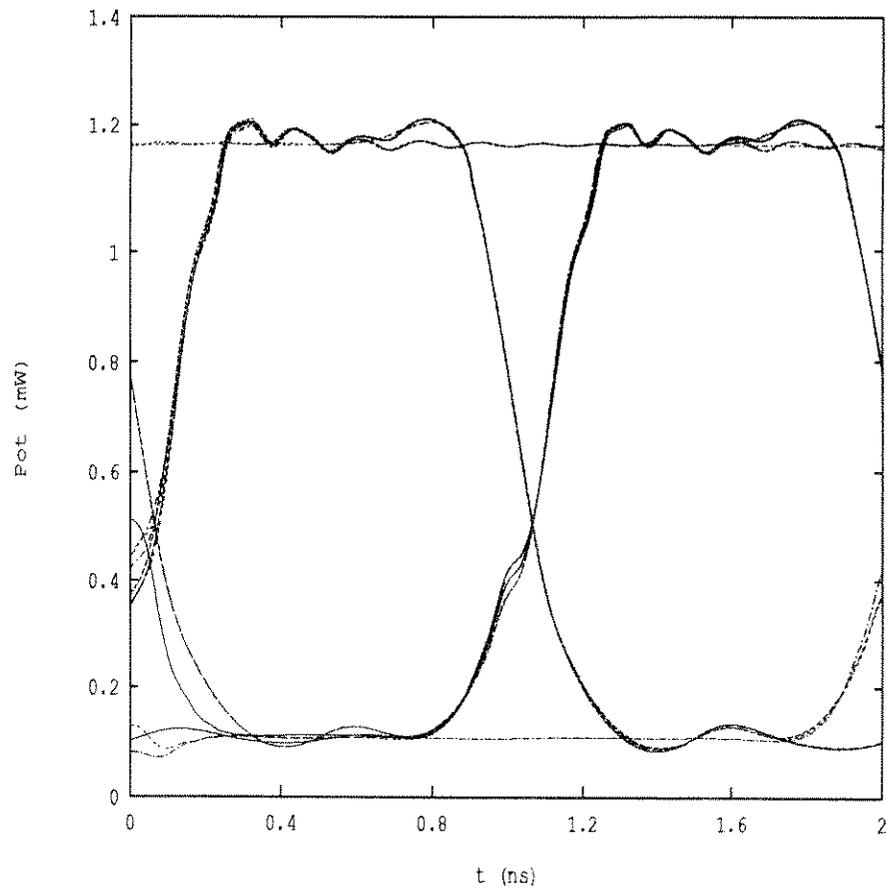


Figura 5.10: Taxa de transmissão de 1 Gbit/s e 80 km de fibra óptica (Laser com cavidade externa)

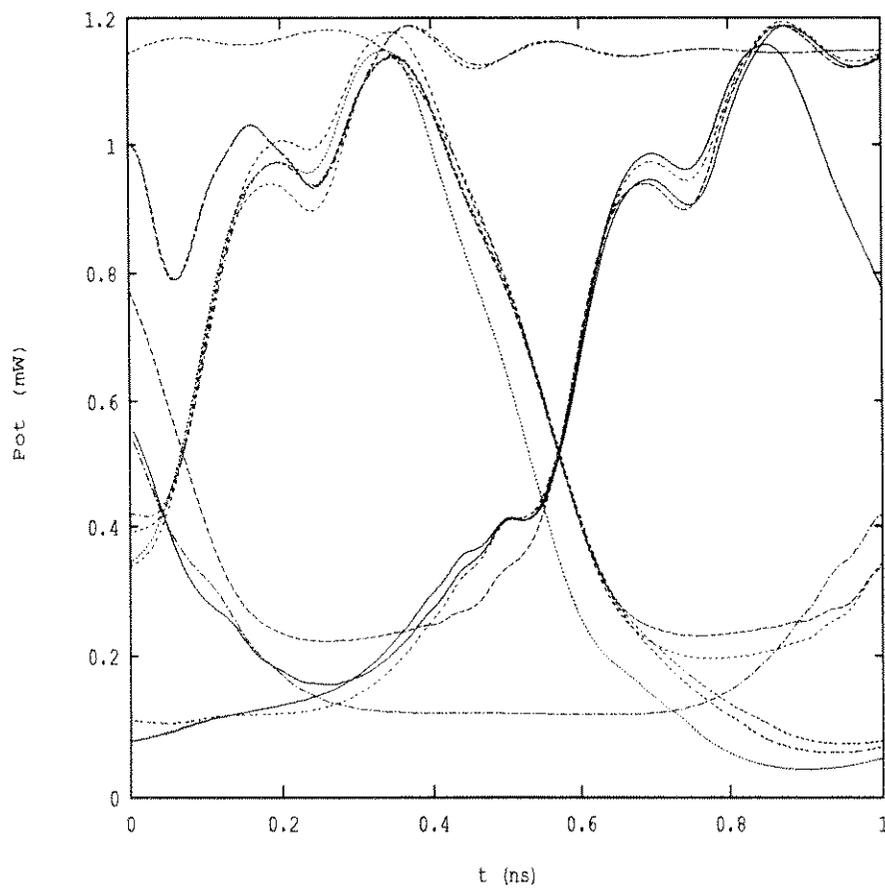


Figura 5.11: Taxa de transmissão de 2 Gbit/s e 80 km de fibra óptica (Laser Solitário)

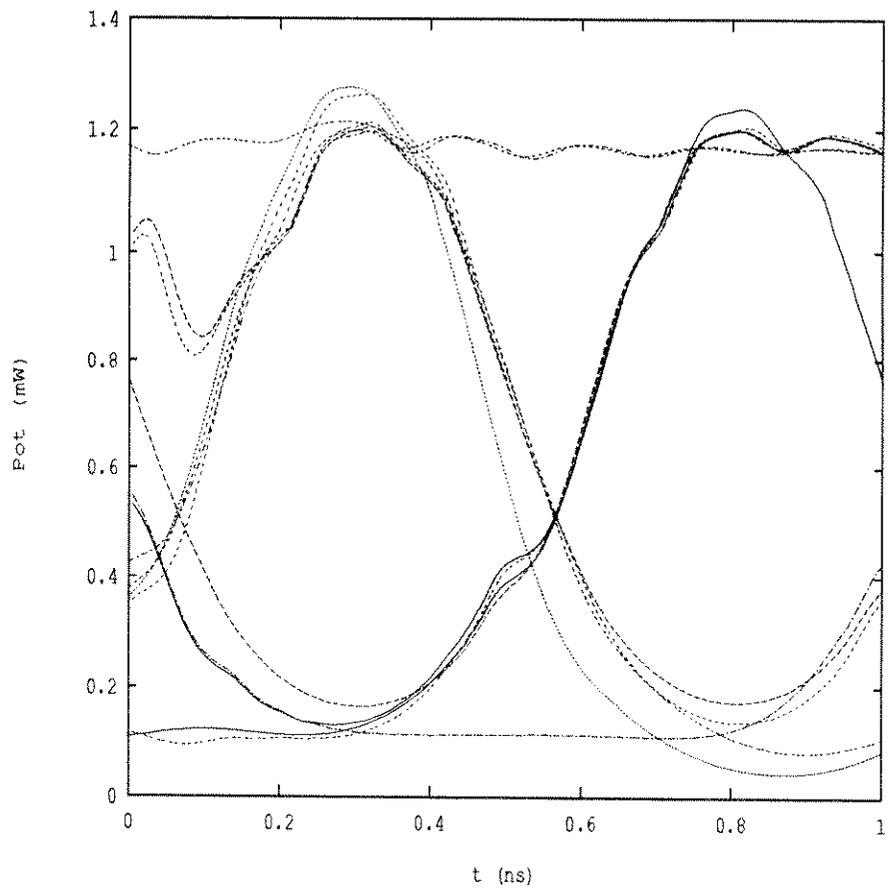


Figura 5.12: Taxa de transmissão de 2 Gbit/s e 80 km de fibra óptica (Laser com cavidade externa)

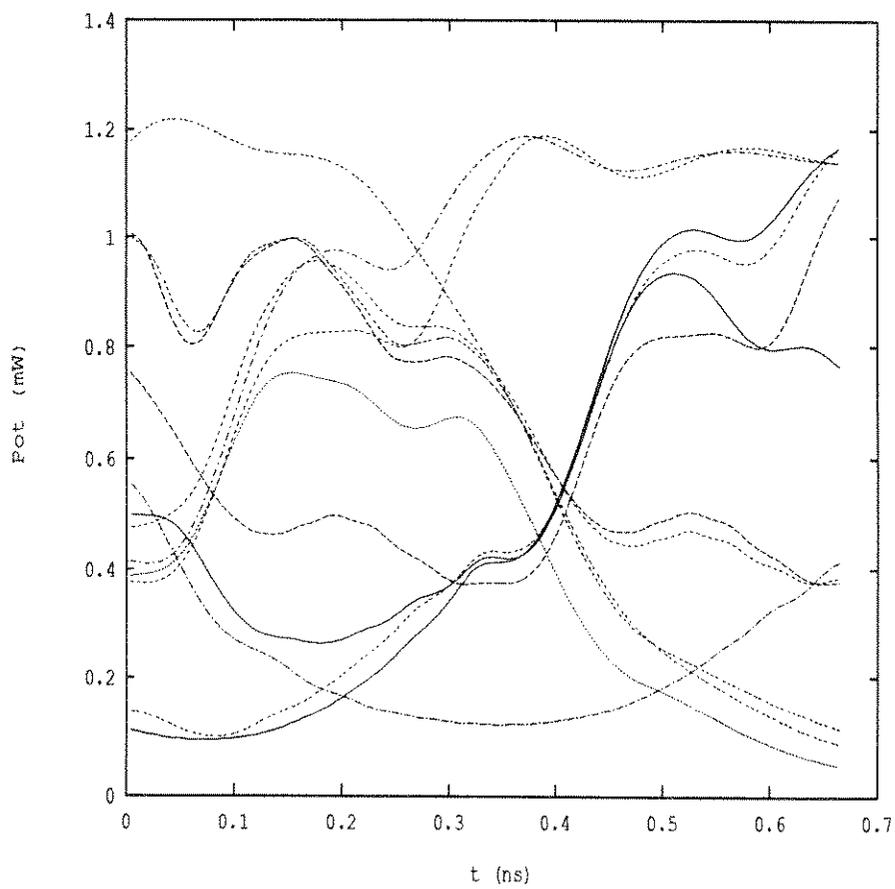


Figura 5.13: Taxa de transmissão de 3 Gbit/s e 80 km de fibra óptica (Laser Solitário)

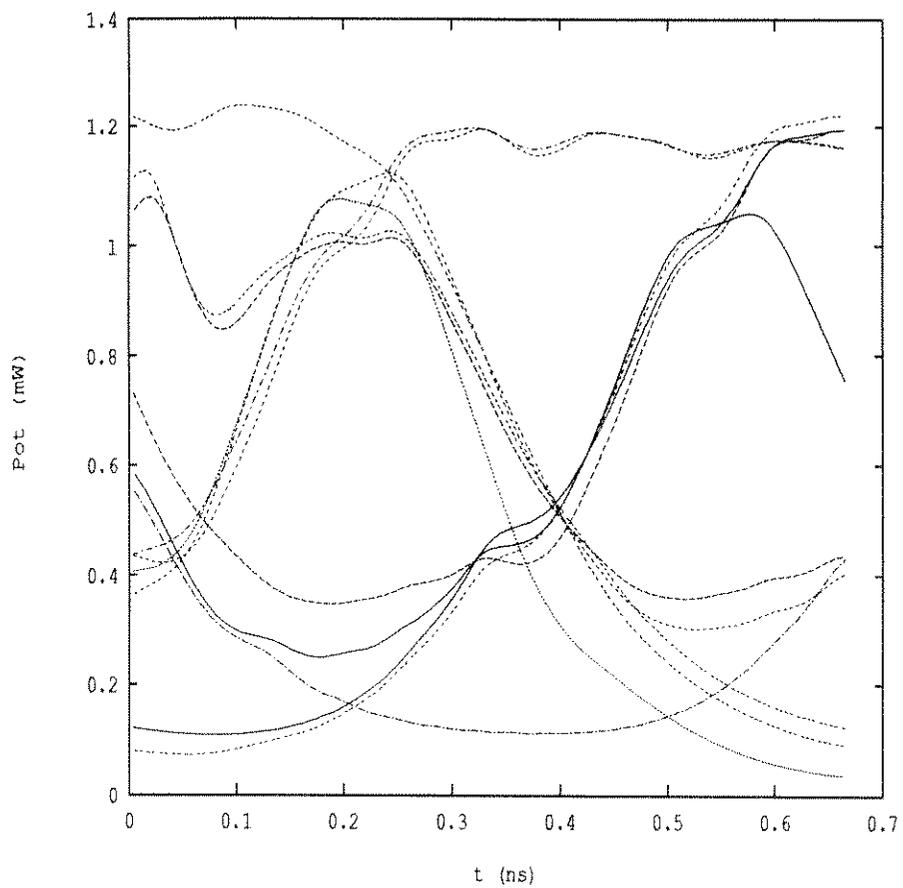


Figura 5.14: Taxa de transmissão de 3 Gbit/s e 80 km de fibra óptica (Laser com cavidade externa)

Bibliografia

- [1] A.Yariv ,*Optical Electronics*,Pub. Holt, Rinehart and Winston, USA (1985)
- [2] G.P.Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, Academic Press, Inc. (1989)
- [3] K.Peterman, *Laser Diode Modulation and Noise*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (1988)
- [4] D.Marcuse,“ ”, *Appl.Optics*, Vol.20, n^o 20, p.3573, 1981
- [5] A.B.Carlson, *Communication Systems - An Introduction to Signal and Noise in Electrical Communication*, McGraw-Hill, Inc. (1986)
- [6] B.P.Flannery et al , *Numerical Recipes*, Cambridge University Press (1986)
- [7] B.E.A.Saleh, “Coherence and intersymbol interference in digital fiber optic communication system”, *IEEE J.Quantum Electron.*, QE-18, n^o 6, p.944, 1982
- [8] J.C.Cartledge,“Improved transmission performance resulting from the reduced chirp of a semiconductor laser coupled to an external high-Q resonator”,*J.Lightwave Technol.*, Vol.8,n^o5, pp.716-721, 1990

Capítulo 6

Conclusões Gerais

Este trabalho apresentou, inicialmente, os conceitos fundamentais do funcionamento de lasers a semicondutor. Foram apresentados critérios que diferenciam operação monomodo de multimodo. O fato de uma fonte óptica apresentar um espectro multimodo (caso dos lasers convencionais), é altamente restritivo quanto ao seu uso em sistemas coerentes e/ou de altas taxas de transmissão. Logo, foram apresentadas propostas para se obter fontes monomodo, dentre elas o uso de cavidades externas.

Em seguida, fez-se uma análise estática do conjunto laser+cavidade externa onde discutiu-se as condições de fase e ganho necessárias para oscilação. Neste ponto verificou-se que o uso de um elemento selecionador de frequências (p.ex. grade de difração) é essencial para operação monomodo. Determinou-se, também, um fator de redução da largura de linha, imposta pela cavidade externa.

No Capítulo seguinte, desenvolveu-se as equações de taxa que respondem pelo comportamento dinâmico do ECSL. No desenvolvimento considerou-se o laser monomodo. As equações de taxa foram solucionadas, numericamente, através do método de *Runge-Kutta* e um estudo do estado transiente do laser foi feito apresentando perfeita concordância com a literatura. Os lasers tipo DFB e DBR, apesar de serem monomodo, apresentam o problema do *chirping*, devido a modulação direta. O uso de cavidade externa demonstrou que o *chirping* pôde ser reduzido por um fator de 3 vezes, quando da utilização de valores ótimos^{1 2}, para os parâmetros característicos da realimentação óptica. No último Capítulo fêz-se a simulação de um sistema de comunicações completo. Estudou-se, principalmente, os problema da dispersão na

¹R.F.Kazarinov, C.H.Henry and N.A.Olsson, "Narrow-band resonant optical reflectors and resonant optical transformers for laser stabilization and wavelength division multiplexing", *IEEE J. Quantum Electron.*, Vol.QE-23, pp.1419-1425, 1987

²C.H.Henry and G.P.Agrawal, "Modulation performance of a semiconductor laser coupled to an external high-Q resonator", *IEEE J. Quantum Electron.*, Vol.24, pp.134-142, 1988

fibra óptica e as limitações por ele impostas. O pulso óptico gerado pelo ECSL se mostrou muito menos sensível à dispersão na fibra do que aquele gerado pelo laser solitário. O diagrama de olho no receptor demonstrou que o uso da cavidade externa aumentou a capacidade do sistema em 2 vezes quando comparada a um laser monomodo solitário. As simulações mostraram um desempenho satisfatório do ECSL para taxas de transmissão de até 3 Gbit/s.

Neste trabalho, desenvolveu-se uma “ferramenta” numérica de análise de fontes ópticas a laser semiconductor com cavidade externa; bem como, de simulação de um sistema de comunicações ópticas utilizando estas fontes.

Apêndice A

Expressão Geral para o Coeficiente de Reflexão Efetivo para a Cavidade Externa

O sistema ECSL pode ser representado por dois trechos de linha de transmissão com impedâncias características Z_{01} e Z_{02} e comprimentos L e L_{ext} , respectivamente, conforme a Figura A.1.

Tem-se que:

$$\Gamma_L(z) = r_3(\omega) \exp(-j2\gamma z) \quad (\text{A.1})$$

onde:

γ – coeficiente de propagação no meio 2

Então :

$$\frac{Z_{in}}{Z_{02}} = \frac{1 + \Gamma_L(L_{ext})}{1 - \Gamma_L(L_{ext})} \quad (\text{A.2})$$

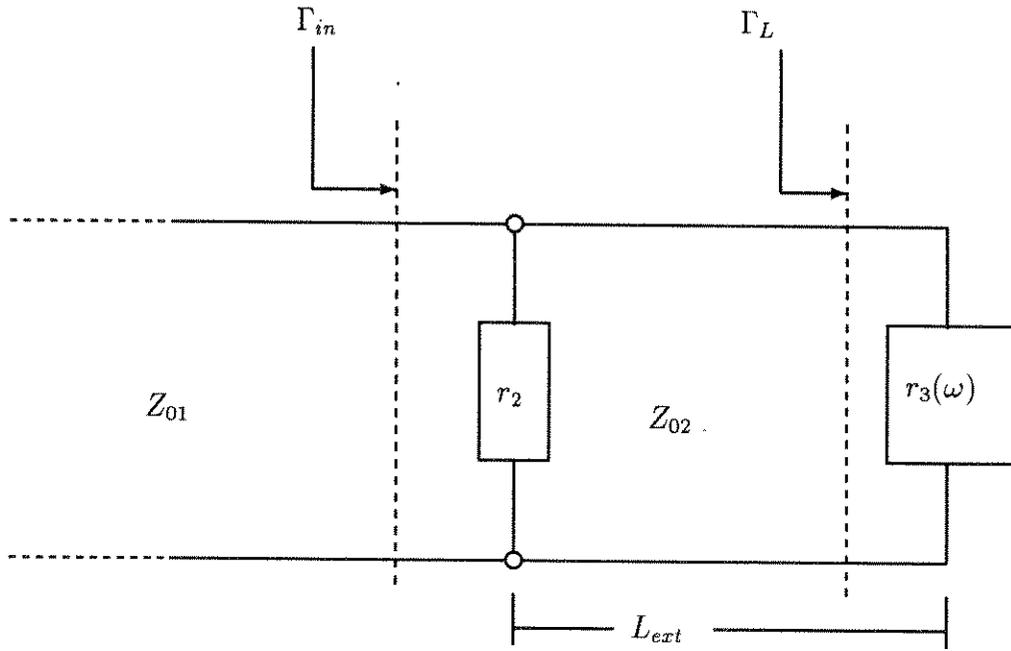


Figura A.1: Equivalente, em linha de transmissão, para o acoplamento laser - cavidade externa

Para o meio 1:

$$\frac{Z_{in}}{Z_{01}} = \frac{1 + \Gamma_{in}}{1 - \Gamma_{in}} \quad (\text{A.3})$$

Avaliando a equação (A.1) em L_{ext} , e isolando Z_{in} nas equações (A.2) e (A.3), obtém-se:

$$\frac{Z_{02}}{Z_{01}} \left(\frac{1 + r_3(\omega) \exp(-j2\gamma L_{ext})}{1 - r_3(\omega) \exp(-j2\gamma L_{ext})} \right) = \frac{1 + \Gamma_{in}}{1 - \Gamma_{in}} \quad (\text{A.4})$$

O coeficiente de reflexão entre dois meios distintos pode ser expresso como:

$$r_2 = \frac{Z_{02} - Z_{01}}{Z_{02} + Z_{01}} \quad (\text{A.5})$$

Portanto:

$$\frac{Z_{02}}{Z_{01}} = \frac{1 + r_2}{1 - r_2} \quad (\text{A.6})$$

Substituindo, agora, a equação (A.6) em (A.4) e isolando Γ_{in} chega-se a:

$$\Gamma_{in} = r(\omega) = \frac{1 + r_3(\omega)\exp(-j2\gamma L_{ext})}{1 - r_3(\omega)\exp(-j2\gamma L_{ext})} \quad (\text{A.7})$$

Apêndice B

Dedução das Expressões (2.12) e (2.13)

A taxa de geração de fótons num meio ativo pode ser dada por:

$$\frac{dI(t)}{dt} = r_{st}I(t) \quad (\text{B.1})$$

onde:

$$\begin{aligned} I(t) & - \text{número de fótons} \\ r_{st} & - \text{taxa de geração de fótons por emissão estimulada} \end{aligned}$$

Considerando um fluxo de potência na direção de propagação z através de um meio de largura dz conforme a figura B.1, tem-se que a energia liberada na passagem dos fótons por “ dz ” vai ser a energia de $I(t)$ fótons que irão estimular a geração de novos fótons; logo:

$$\text{Energia} = P(z)\Delta t = P(z)\frac{dz}{v_g} = hfI(t) \quad (\text{B.2})$$

onde:

$$\begin{aligned} v_g & - \text{velocidade de grupo} \\ hf & - \text{energia de um fóton} \end{aligned}$$

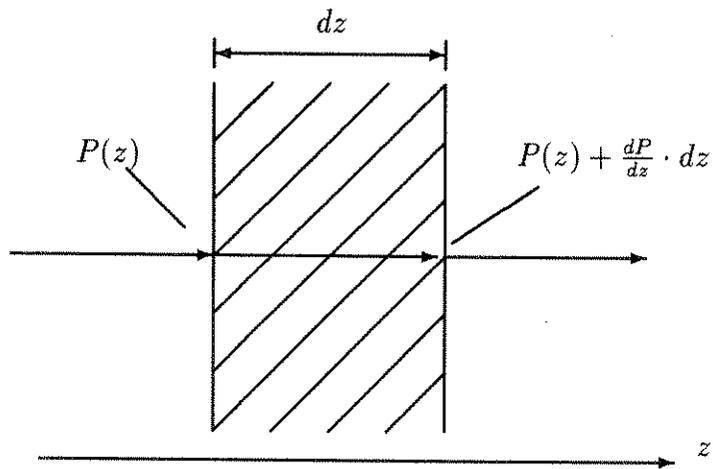


Figura B.1: Ilustração para o fluxo de potência óptica na direção z , através de um meio de cujo coeficiente de ganho de emissão estimulada é g_{st} .

Derivando a equação (B.2) com relação ao tempo, tem-se o incremento de potência que será somado a $P(z)$:

$$dP(z) = hf \frac{dI(t)}{dt} = hf r_{st} \quad (\text{B.3})$$

Da equação (B.2):

$$hfI(t) = P(z) \frac{dz}{v_g} \quad (\text{B.4})$$

obtem-se, então, que:

$$\frac{dP(z)}{dz} = P(z) \frac{r_{st}}{v_g} = P(z) g_{st} \quad (\text{B.5})$$

onde:

g_{st} — coeficiente de ganho de emissão estimulada

A componente de campo elétrico da onda óptica propagante na direção $+z$ pode ser escrita como:

$$E = E_0 \exp(-jk\mu z) \quad (\text{B.6})$$

onde:

$$\begin{aligned} \mu &= \mu' - j\mu'' && \text{— índice de refração do meio} \\ k &&& \text{— coeficiente de propagação do meio} \end{aligned}$$

Como a potência é proporcional a $|E|^2$, tem-se :

$$|E|^2 = E_0^2 \exp(-2\mu'' kz) \quad (\text{B.7})$$

Logo, usando a eq.(B.7), tem-se:

$$\frac{dP(z)}{dz} = -2\mu'' k P(z) \quad (\text{B.8})$$

Comparando as equações (B.5) e (B.8), obtém-se:

$$\mu'' = -\frac{g_{st}}{2k} = -\frac{g_{st} c_0}{4\pi f} \quad (\text{B.9})$$

Apêndice C

Determinação de $r(\omega)$ por Expansão de Taylor

Seja o coeficiente $r(\omega)$ dado por:

$$r(\omega) = |r(\omega)| \exp(-j\phi_r) \quad (\text{C.1})$$

Expandindo em série de Taylor em torno de ω_{th} , tem-se:

$$r(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (\omega - \omega_{th})^n \quad (\text{C.2})$$

onde:

$$a_n = \frac{1}{n!} f^n(\omega_{th}) \quad (\text{C.3})$$

Aplicando-se as equações (C.2) e (C.3) à equação (C.1) e sabendo-se que $r(\omega_{th}) = r_2$, obtém-se (truncando-se a expansão após o segundo termo):

$$r(\omega) = r_2 + \left(\frac{d|r(\omega)|}{d\omega} \exp(-j\phi_r) - j|r(\omega)| \frac{d\phi_r}{d\omega} \exp(-j\phi_r) \right) (\omega - \omega_{th}) \quad (\text{C.4})$$

$$r(\omega) = r_2 \left(1 + \frac{1}{r_2} \frac{d|r(\omega)|}{d\omega} - j \frac{d\phi_r}{d\omega} \right) (\omega - \omega_{th}) \quad (\text{C.5})$$

A fase de $r(\omega)$ é dada por:

$$-\phi_r = \arctan \left(-\frac{\frac{d\phi_r}{d\omega}(\omega - \omega_{th})}{1 + \frac{1}{r_2} \frac{d|r|}{d\omega}} \right) \quad (C.6)$$

Considerando $1 \gg \frac{1}{r_2} \frac{d|r(\omega)|}{d\omega}$ e pequenas oscilações em torno de ω_{th} tem-se:

$$\phi_r = \frac{d\phi_r}{d\omega}(\omega - \omega_{th}) \quad (C.7)$$

O módulo de $r(\omega)$, a partir da equação (C.5), será dado por:

$$|r(\omega)| = \left| r_2 + (\omega - \omega_{th}) \left(\frac{dr(\omega)}{d\omega} - jr_2 \frac{d\phi_r}{d\omega} \right) \right| \quad (C.8)$$

$$|r(\omega)|^2 = \left(r_2 + (\omega - \omega_{th}) \frac{d|r(\omega)|}{d\omega} \right)^2 + \left(r_2(\omega - \omega_{th}) \frac{d\phi_r}{d\omega} \right)^2 \quad (C.9)$$

Considerando pequenas oscilações em torno de ω_{th} , o segundo termo do segundo membro na equação (C.9) pode ser desprezado em relação ao primeiro. Obtém-se, então :

$$|r(\omega)| = r_2 \left(1 + \frac{1}{r_2} \frac{d|r|}{d\omega} (\omega - \omega_{th}) \right) \quad (C.10)$$

Apêndice D

Expansão em Série de Taylor de Função de Duas variáveis

A expansão em série de Taylor, da função $\frac{1}{r_L}$ de duas variáveis, truncada no termo linear, é dada por:

$$\frac{1}{r_L(\omega, N)} = \left(\frac{1}{r_L(\omega_0, N_0)} - \frac{(\omega_0 - \omega_0)}{r_L^2(\omega_0, N_0)} \frac{\partial r_L}{\partial \omega} - \frac{(N - N_0)}{r_L^2(\omega_0, N_0)} \frac{\partial r_L}{\partial N} \right) \quad (\text{D.1})$$

$$\frac{1}{r_L(\omega, N)} = \frac{1}{r_L^2(\omega_0, N_0)} \left(1 - \frac{(\omega_0 - \omega_0)}{r_L(\omega_0, N_0)} \frac{\partial r_L}{\partial \omega} - \frac{(N - N_0)}{r_L(\omega_0, N_0)} \frac{\partial r_L}{\partial N} \right) \quad (\text{D.2})$$

Tem-se que:

$$\frac{\partial[\ln f(x)]}{\partial x} = \frac{1}{f(x)} \frac{\partial f(x)}{\partial x} \quad (\text{D.3})$$

então :

$$\frac{1}{r_L(\omega, N)} = \frac{1}{r_L(\omega_0, N_0)} \left(1 - \left(\frac{\partial \ln r_L}{\partial \omega} \right) (\omega - \omega_0) - \left(\frac{\partial \ln r_L}{\partial N} \right) (N - N_0) \right) \quad (\text{D.4})$$

Apêndice E

Dedução da equação da equação primitiva das equações de taxa

Dividindo a equação (3.3) por r_L , fica:

$$\frac{E_{\omega}^{+}(0)}{r_L(\omega, N)} = E_{\omega}^{-}(0) + \frac{F_L(\omega)}{r_L(\omega, N)} \quad (\text{E.1})$$

Substituindo a equação (D.4) em (E.1), fica:

$$\frac{E_{\omega}^{+}(0)}{r_{L0}} - \frac{E_{\omega}^{+}(0)}{r_{L0}} \frac{\partial \ln r_L}{\partial \omega} (\omega - \omega_0) - \frac{E_{\omega}^{+}(0)}{r_{L0}} \frac{\partial \ln r_L}{\partial N} (N - N_0) = E_{\omega}^{-}(0) + \frac{F_L(\omega)}{r_L(\omega, N)} \quad (\text{E.2})$$

Da equação do número de onda ($kappa$), no Capítulo 3, obtém-se :

$$\frac{\partial K}{\partial \omega} = \frac{\mu_e(\omega, N)}{c_0} + \frac{\omega}{c_0} \frac{\partial \mu_e(\omega, N)}{\partial \omega} + j \frac{1}{2} \frac{\partial g(\omega, N)}{\partial \omega} \quad (\text{E.3})$$

e,

$$\frac{\partial K}{\partial N} = \frac{\omega}{c_0} \frac{\partial \mu_e(\omega, N)}{\partial N} + j \frac{1}{2} \frac{\partial g(\omega, N)}{\partial N} \quad (\text{E.4})$$

Dado que o índice de refração efetivo de grupo é definido como:

$$\bar{\mu}_e = \mu_e + \omega \frac{\partial \mu_e(\omega, N)}{\partial \omega} \quad (\text{E.5})$$

e, lembrando as relações de Kramers-Kronig (Cap.2), tem-se que:

$$\frac{\partial K}{\partial \omega} = \frac{1}{v_g} + j \frac{1}{2} \frac{\partial g(\omega, N)}{\partial \omega} \quad (\text{E.6})$$

onde:

$$v_g = \frac{c_0}{\mu_e} \text{ é a velocidade de grupo}$$

e,

$$\frac{\partial K}{\partial N} = j \frac{1}{2} \frac{\partial g(\omega, N)}{\partial N} (1 + j\alpha) \quad (\text{E.7})$$

Dado que r_L é dado pela equação (3.4) tem-se que:

$$\frac{\partial \ln r_L}{\partial \omega} = -j2l \frac{\partial K}{\partial \omega} \quad (\text{E.8})$$

$$\frac{\partial \ln r_L}{\partial N} = -j2l \frac{\partial K}{\partial N} \quad (\text{E.9})$$

Pode-se, então, escrever:

$$\frac{\frac{\partial \ln r_L}{\partial N}}{j \frac{\partial \ln r_L}{\partial \omega}} = \frac{\frac{\partial K}{\partial N}}{j \frac{\partial K}{\partial \omega}} \quad (\text{E.10})$$

Substituindo (E.6) em (E.7) fica:

$$\frac{\frac{\partial \ln r_L}{\partial N}}{j \frac{\partial \ln r_L}{\partial \omega}} = \frac{1}{2} C G_N \quad (\text{E.11})$$

onde:

$$G_N = v_g \frac{\partial g}{\partial N} \quad (\text{E.12})$$

$$C = \frac{1 + j\alpha}{1 + j\frac{1}{2}G_\omega} \quad (\text{E.13})$$

$$G_\omega = v_g \frac{\partial g}{\partial \omega} \quad (\text{E.14})$$

Definindo $f_D = \left(j \frac{\partial \ln r_L}{\omega} \right)^{-1}$, multiplicando a equação (E.2) por f_D e substituindo aí, os resultados obtidos nas eqs. (E.10)-(E.13), fica:

$$\begin{aligned} f_D E_\omega^+ + j(\omega - \omega_0) E_\omega^+(0) - \frac{1}{2} C G_N (N - N_0) E_\omega^+(0) = \\ = f_D r_{L0} E_\omega^-(0) + f_D \frac{r_{L0} F_L(\omega)}{r_L(\omega_0, N_0)} \end{aligned} \quad (\text{E.15})$$

onde, no termo de ruído supoe-se que r_L varia pouco em torno de (ω_0, N_0) , isto é, $r_L(\omega, N) \simeq r_{L0}$.

Apêndice F

Equações de taxa

Utilizando a relação entre a envoltória complexa do campo e o número de fótons, definida na eq.(3.36), a taxa de número de fótons pode ser calculada por:

$$\frac{dI}{dt} = \beta^* \frac{d\beta}{dt} + \beta \frac{d\beta^*}{dt} \quad (\text{F.1})$$

$$\frac{d\beta^*}{dt} = \frac{\Delta G(1 + j\alpha)}{2M^*} \beta^* + \frac{F_\beta^*}{M^*} \quad (\text{F.2})$$

onde:

$$M = 1 + A - j\frac{B}{\alpha} \quad (\text{F.3})$$

Então :

$$\frac{dI}{dt} = \left(\frac{\Re(\Delta G(1 - j\alpha)M^*)}{|M^2|} \right) I + \frac{F_\beta \beta^*}{M} + \frac{\beta F_\beta^*}{M^*} \quad (\text{F.4})$$

Seja, $Q = \Re(\Delta G(1 - j\alpha)M^*)$, então :

$$Q = \Re \left(\Delta G_N + A\Delta G_N + j\frac{B}{\alpha}\Delta G_N + \Delta G_I + A\Delta G_I + j\frac{B}{\alpha}\Delta G_I + B\Delta G_N \right) \quad (\text{F.5})$$

$$Q = \Delta G_N(1 + A + B) + \Delta G_I(1 + A) \quad (\text{F.6})$$

Utilizando os resultados de Lax [1] e Henry [2] para os termos com ruído, a equação completa fica:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{QI + R}{|M|^2} + \frac{F_I}{|M|} \quad (\text{F.7})$$

Para a equação de fase executa-se um procedimento análogo, obtendo-se:

$$\frac{d\beta}{dt}\beta^* = -j\omega I \quad (\text{F.8})$$

então :

$$\frac{d\phi}{dt} = -\Im \left(\frac{d\beta}{dt}\beta^* \right) \frac{1}{I} \quad (\text{F.9})$$

$$\frac{d\beta}{dt}\beta^* = \frac{\Delta G(1 - j\alpha)I}{2M} + \frac{F_\beta\beta^*}{M} \quad (\text{F.10})$$

Multiplicando o primeiro termo do segundo membro por $\frac{M^*}{M^*}$:

$$\begin{aligned} \frac{d\beta}{dt}\beta^* = & \left(\frac{\Delta G_N + A\Delta G_N + j\frac{B\Delta G_N}{\alpha} + \Delta G_I + A\Delta G_I + j\frac{B\Delta G_I}{\alpha}}{2|M|^2} - \right. \\ & \left. - \frac{-j\alpha\Delta G_N - j\alpha A\Delta G_N + B\Delta G_N}{2|M|^2} \right) I + \frac{F_\beta\beta^*}{M} \end{aligned} \quad (\text{F.11})$$

Tirando a parte estacionária e dividindo por -I fica:

$$\frac{d\phi}{dt} = \left(\frac{(1 + A)\alpha\Delta G_N - \frac{B}{\alpha}(\Delta G_N + \Delta G_I)}{2|M|^2} \right) - TR \quad (\text{F.12})$$

onde, o termo de ruído TR é dado por [1, 2]:

$$TR = \frac{F_\phi}{|M|} \quad (\text{F.13})$$

Bibliografia

- [1] M.Lax, "Classical noise IV : Langevin methods", *Rev.Modern Phys.*, Vol.38, n° 3, pp.541-566, 1966
- [2] C.H.Henry and G.P.Agrawal, "Modulation performance of a semiconductor laser coupled to an external high-Q resonator", *IEEE J.Quantum Electron.*, Vol.24, pp.134-142, 1988