UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE COMUNICAÇÕES

Estimação de canais MIMO variantes no tempo usando filtros de Kalman

Autor
Murilo Bellezoni Loiola

Orientador
Prof. Dr. Renato da Rocha Lopes
Co-orientador
Prof. Dr. João Marcos Travassos Romano

Banca Examinadora:
Prof. Dr. Renato da Rocha Lopes (FEEC/UNICAMP)
Prof. Dr. Paulo Sérgio Ramirez Diniz (PEE/COPPE/UFRJ)
Prof. Dr. Richard Demo Souza (DAELN/CPGEI/UTFPR)
Prof. Dr. Amauri Lopes (FEEC/UNICAMP)
Prof. Dr. Michel Daoud Yacoub (FEEC/UNICAMP)

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Telecomunicações e Telemática.

Campinas, SP
2009

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Loiola, Murilo Bellezoni
L834e Estimação de canais MIMO variantes no tempo usando filtros de Kalman / Murilo Bellezoni Loiola. -- Campinas, SP: [s.n.], 2009.

Orientadores: Renato da Rocha Lopes, João Marcos Travassos Romano.
Tese de Doutorado - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Sistemas de comunicação sem fio. 2. Kalman, Filtragem de. 3. Processamento de sinais. 4. Sistemas MIMO. 5. Teoria da estimativa. I. Lopes, Renato da Rocha. II. Romano, João Marcos Travassos . III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. IV. Título.

Título em Inglês: Time-varying MIMO channel estimation using Kalman filters
Palavras-chave em Inglês: Wireless communication systems, Kalman filters, Signal processing, MIMO systems, Estimation theory
Área de concentração: Telecomunicações e Telemática
Titulação: Doutor em Engenharia Elétrica
Banca examinadora: Paulo Sérgio Ramirez Diniz , Richard Demo Souza, Amauri Lopes, Michel Daoud Yacoub
Data da defesa: 18/05/2009
Programa de Pós Graduação: Engenharia Elétrica

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE DOUTORADO

Candidato: Murilo Bellezoni Loiola

Data da Defesa: 18 de maio de 2009

Título da Tese: "Estimação de Canais MIMO Variantes no Tempo Usando Filtros de Kalman"

Prof. Dr. Renato da Rocha Lopes (Presidente): Renato Lopes

Prof. Dr. Paulo Sérgio Ramirez Diniz: Paulo Sergio Ramirez Diniz

Prof. Dr. Richard Demo Souza: Richard Demo

Prof. Dr. Amauri Lopes: Amauri Lopes

Prof. Dr. Michel Daoud Yacoub:

Resumo

Neste trabalho utilizamos filtros de Kalman para estimar canais de comunicação sem fio variantes no tempo em sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas. Primeiramente, propusemos um estimador ótimo (no sentido de minimização do erro quadrático médio de estimação) para rastrear canais planos em sistemas utilizando códigos espaço-temporais ortogonais por blocos. Graças à ortogonalidade destes códigos, foi possível simplificar as equações do filtro de Kalman. Mostramos que as estimativas fornecidas pelo estimador proposto correspondem a somas ponderadas de estimativas instantâneas de máxima verossimilhança do canal. Ainda para este sistema, propusemos um filtro de Kalman em estado estacionário para modulações de módulo constante. O filtro em estado estacionário tem desempenho semelhante ao do filtro de Kalman ótimo, embora necessite apenas de uma fração dos cálculos envolvidos. Em seguida, propusemos um receptor baseado no filtro de Kalman estendido para realizar conjuntamente as tarefas de estimação de canais seletivos em freqüência e detecção de sinais em sistemas com múltiplas entradas, múltiplas saídas (MIMO, do inglês *multiple-input, multiple-output*) e multiplexação espacial. Por fim, adaptamos este estimador conjunto para incorporá-lo a um receptor turbo. Desta maneira, o estimador conjunto pode aproveitar a redundância introduzida pela codificação de canal para aprimorar as estimativas dos coeficientes do canal e dos símbolos transmitidos por meio de um processo iterativo.

Abstract

In this work we use Kalman filters to estimate time-varying wireless channels in multiple-input, multiple-output (MIMO) systems. First, we propose an optimal estimator (in the minimum mean squared error sense) to track flat channels in orthogonal space-time block coded systems. Due to the orthogonality inherent to these codes, the Kalman filter equations can be simplified. We also show that the channel estimates provided by the proposed estimator correspond to weighted sums of instantaneous maximum likelihood channel estimates. For constant modulus signal constellations, we propose a steady-state Kalman filter. The proposed steady-state Kalman filter suffers negligible performance degradation compared to the optimal Kalman filter while requiring just a fraction of its complexity. After that, we propose an extended Kalman filter-based receiver that jointly performs the estimation of time-varying frequency-selective MIMO channels and the detection of transmitted signals in spatial multiplexing systems. Finally, we adapt this joint estimator to a turbo receiver. Therefore, the joint estimator can benefit from the error correction capabilities of channel codes to iteratively improve channel and signal estimates.

Aos meus pais,

Manoel e Rita.

Agradecimentos

Talvez tão difícil quanto escrever esta tese foi encontrar palavras apropriadas para expressar minha gratidão a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram com esta realização. Espero que esses agradecimentos possam, ao menos, retribuir um pouco da atenção que me foi dada.

Ao meu orientador Renato da Rocha Lopes, pela amizade, pela orientação segura e dedicada e pelas agradáveis conversas, técnicas ou não, que muito contribuíram com minha formação. Sem dúvida, suas valiosas sugestões e comentários fazem, no meu entendimento, este trabalho tão dele quanto meu.

Ao meu co-orientador João Marcos Travassos Romano, pela orientação dedicada, pela amizade e pela convivência extremamente agradável desde os tempos da iniciação científica.

Aos meus queridos pais, Manoel e Rita, por todo o carinho e compreensão. Certamente palavras são insuficientes para agradecer aqueles sem os quais nada disso teria sido possível ou teria valido a pena e cujo amor sempre me inspirou e incentivou.

Às minhas irmãs, Edna e Ednéia, pelo incentivo e zelo. Com elas, meu prazer em viver é certamente muito maior.

Ao professor Paulo Sérgio Ramirez Diniz, pela disponibilidade, pelo interesse demonstrado e pelo rigor ao elaborar suas sugestões.

Ao professor Richard Demo Souza, pela leitura minuciosa do texto e pelas questões e sugestões extremamente importantes, não só para o aprimoramento deste trabalho, mas também para a sua continuação.

Ao professor Amauri Lopes, por suas valiosas sugestões e pela revisão criteriosa deste documento.

Ao professor Michel Daoud Yacoub, pelas sugestões e discussões enriquecedoras, que muito contribuíram para o aprimoramento desta tese.

Aos amigos Rafael Ferrari e Ricardo Suyama, pelo companheirismo desde o início da graduação.

Aos amigos Romis Ribeiro de Faissol Attux e Cristiano Magalhães Panazio, pela amizade e pela pronta disponibilidade em servir como membros suplentes da banca examinadora desta tese.

Aos demais amigos do Laboratório de Processamento de Sinais para Comunicações (DSPCom), pela ajuda e pelos agradáveis momentos que passamos juntos.

À Celi, pelo apoio indispensável em todos os quesitos burocráticos.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP, pelo apoio financeiro.

Conteúdo

Lista de Figuras

Notação

a	Escalar a
$\mathbf{a}$	Vetor $\mathbf{a}$
$\mathbf{A}$	Matriz $\mathbf{A}$
$\mathrm{E}[\cdot]$	Esperança estatística
$\log(x)$	Logaritmo de x
$\ln(x)$	Logaritmo natural de x
$(\cdot)^{\mathsf{H}}$	Conjugado transposto de uma matriz
$(\cdot)^{\mathsf{T}}$	Transposto de uma matriz
$(\cdot)^{*}$	Complexo conjugado
$\det(\cdot)$	Determinante de uma matriz
$\mathbf{I}_M$	Matriz identidade de ordem M
	(M omitido sempre que não houver confusão)
$\mathbf{x} \sim \mathcal{N}_C(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{Q})$	$\mathbf{x}$ é uma variável aleatória gaussiana complexa, circularmente simétrica, com média $\boldsymbol{\mu}$ e matriz de covariância $\mathbf{Q}$
$\otimes$	Produto de Kronecker
$\mathrm{vec}(\mathbf{A})$	Vetor obtido pelo empilhamento das colunas da matriz $\mathbf{A}$
$\mathbf{A}^{1/2}$	Raiz quadrada da matriz $\mathbf{A}$
$\mathrm{AR}(p)$	Modelo auto-regressivo de ordem p

$\mathcal{J}_0(\cdot)$	Função de Bessel do primeiro tipo e ordem zero
$\min\{\mathbf{a}\}$	Menor elemento do vetor $\mathbf{a}$
$\max\{\mathbf{a}\}$	Maior elemento do vetor $\mathbf{a}$
$\lvert a\rvert$	Valor absoluto de a
$[\mathbf{A}]_{i,j}$	Elemento (i, j) da matriz $\mathbf{A}$
$\lVert \cdot \rVert$	Norma Euclidiana de um vetor
$\delta_{i,j}$	Função delta de Kronecker, isto é, $\delta_{i,j} = 1$ para $i = j$, e 0 para $i \neq j$
$\mathcal{O}(\cdot)$	Operador que indica a ordem da complexidade computacional de um algoritmo
$\mathbf{a}\,(i : j)$	Subvetor de $\mathbf{a}$ formado pelos seus elementos de i a j
$\mathbf{A}(i : j, k : l)$	Submatriz de $\mathbf{A}$ formada por suas linhas de i a j e colunas de k a l
$\oplus$	Adição módulo-2
$\mathrm{diag}(\mathbf{a})$	Operador que cria uma matriz diagonal a partir dos elementos do vetor $\mathbf{a}$
exp	Função exponencial

Abreviaturas

APP	Probabilidade *a posteriori* (do inglês *a posteriori probability*)
AR	Auto-regressivo
ARMA	Auto-regressivo de média móvel (do inglês *autoregressive moving average*)
BCJR	Decodificador MAP símbolo-a-símbolo de Bahl, Cocke, Jelinek e Raviv
BER	Taxa de erro de bit (do inglês *bit error rate*)
CO	Central de um sistema DSL (do inglês *central office*)
CP	Usuário final de um sistema DSL (do inglês *customer premise*)
CPC	Conhecimento perfeito do canal
DARE	Equação algébrica discreta de Riccati (do inglês *discrete algebraic Riccati equation*)
DFE	Equalizador com realimentação de decisão (do inglês *decision-feedback equalizer*)
DSL	Linha de assinante digital (do inglês *digital subscriber line*)
EKF	Filtro de Kalman estendido (do inglês *extended Kalman filter*)
EKF-SAF	Filtro de Kalman estendido com suavização de atraso fixo
EKF-SAF-IP	Filtro de Kalman estendido com suavização de atraso fixo e informação *a priori*
FIR	Resposta ao impulso finita (do inglês *finite impulse response*)
FK	Filtro de Kalman

FK-CR	Filtro de Kalman com complexidade reduzida
FK-EE	Filtro de Kalman em estado estacionário
FK-PED	Filtro de Kalman com ponderação exponencial dos dados
ISI	Interferência intersimbólica (do inglês *intersymbol interference*)
LDPC	Código de verificação de paridade de baixa densidade (do inglês *low-density parity check)*
LMS	Algoritmo de mínima média quadrática (do inglês *least-mean squares*)
MAP	Máxima probabilidade *a posteriori* (do inglês *maximum a posteriori probability*)
MIMO	Múltiplas entradas e múltiplas saídas (do inglês *multiple input, multiple output*)
MISO	Múltiplas entradas e uma saída (do inglês *multiple input, single output*)
ML	Máxima verossimilhança (do inglês *maximum likelihood*)
MMSE	Erro quadrático médio mínimo (do inglês *minimum mean squared error*)
MSE	Erro quadrático médio (do inglês *mean squared error*)
OFDM	Multiplexação por divisão ortogonal de freqüências (do inglês *orthogonal frequency division multiplexing*)
OSTBC	Código espaço-temporal ortogonal por bloco (do inglês *orthogonal space-time block code*)
PSAM	Modulação assistida por símbolos-piloto (do inglês *pilot symbol assisted modulation*)
RLS	Algoritmo recursivo de quadrados mínimos (do inglês *recursive least-squares*)
RSCC	Código convolucional sistemático recursivo (do inglês *recursive systematic convolutional code*)
SAF	Suavização de atraso fixo
SAF-IP	Suavização de atraso fixo usando informação *a priori*

SER	Taxa de erro de símbolo (do inglês *symbol error rate*)
SISO	Entrada e saída suaves (do inglês *soft input, soft output*)
SISO	Uma entrada e uma saída (do inglês *single input, single output*)
SNR	Relação sinal-ruído (do inglês *signal to noise ratio*)
SOBI	Identificação cega usando estatísticas de segunda ordem (do inglês *second-order blind identification*)
ST-BICM	Modulação espaço-temporal codificada com entrelaçamento de bit (do inglês *space-time bit-interleaved coded-modulation*)
STBC	Códigos espaço-temporais de bloco (do inglês *space-time block codes*)
STTC	Códigos espaço-temporais em treliça (do inglês *space-time trellis codes*)
UKF	Filtro de Kalman *unscented* (do inglês *unscented Kalman filter*)
V-BLAST	Esquema de multiplexação espaço-temporal por camadas verticais (do inglês *vertical Bell Labs layered space-time*)
v.a.	Variável aleatória
WSSUS	Modelo de canal estacionário no sentido amplo com espalhadores descorrelacionados (do inglês *wide-sense stationary uncorrelated scattering*)
ZF	Critério que força a ISI a zero nos instantes de amostragem (do inglês *zero forcing*)

1

Introdução

A crescente demanda por serviços multimídia e acesso de banda larga à Internet a partir de computadores pessoais, *laptops* ou *smartphones* conectados a redes locais sem fio ou mesmo a redes celulares, exige transmissão de dados a taxas cada vez mais elevadas e com baixa probabilidade de erro. Duas soluções óbvias para aumentar as taxas de transmissão consistem no aumento da largura de banda e da potência de transmissão. Porém, aumentar a largura de banda não é tão simples uma vez que o espectro de freqüências é um recurso escasso e controlado. Além disso, alargar a banda de transmissão pode introduzir uma maior seletividade em freqüência do canal, resultando em maior interferência no sinal recebido. Aumentar a potência de transmissão, por sua vez, eleva os custos de implantação e operação do sistema e pode esbarrar em barreiras regulatórias que buscam limitar a interferência entre sistemas.

Uma solução promissora para o aumento da taxa de transmissão de dados sem nenhuma expansão da largura de banda requerida nem aumento da potência do sistema é utilização de arranjos de antenas no transmissor e no receptor. Sistemas com múltiplas antenas de transmissão (múltiplas entradas) e múltiplas antenas de recepção (múltiplas saídas) são denominados sistemas MIMO (do inglês *multiple-input, multiple-output*). Estes sistemas têm despertado muito interesse desde que os estudos teóricos iniciais [1, 2] mostraram os ganhos de capacidade dos sistemas MIMO em relação ao sistemas convencionais, com uma entrada e uma saída.

Além de possibilitar o aumento da taxa de transmissão, os sistemas MIMO também podem ser usados para melhorar a qualidade do sinal recebido. Graças à exploração da dimensão espacial, cópias de um mesmo símbolo podem ser enviadas e/ou recebidas por diferentes antenas. Através da combinação apropriada destas cópias, é possível aumentar a confiabilidade do sistema de comunicação [3–7]. A idéia por trás dos sistemas MIMO é, portanto, explorar também a dimensão espacial dos sistemas de comunicações, processando conjuntamente os múltiplos sinais de entrada e os múltiplos sinais de saída do canal, de forma que a qualidade e/ou a taxa de transmissão seja aumentada.

Grande parte dos algoritmos desenvolvidos para sistemas MIMO, como aqueles em [7–11], consideram que o canal é conhecido perfeitamente pelo receptor. Porém, em situações práticas, isto nem sempre ocorre. Nestes casos, é necessário estimar os parâmetros desconhecidos para continuar empregando tais algoritmos. Os algoritmos de estimação de canal podem ser divididos em três grandes classes: supervisionados, semicegos e cegos, estes últimos também conhecidos como autodidatas ou não-supervisionados.

Os algoritmos supervisionados, como os apresentados em [12–15], utilizam uma seqüência de treinamento conhecida pelo receptor para realizar a estimação do canal. O sistema GSM de telefonia celular [16], por exemplo, dispõe de bits de treinamento incluídos em cada *burst*, permitindo que a estimação de canal seja feita periodicamente. Nos sistemas que empregam estimação supervisionada, as estimativas do canal são mantidas constantes após o final da seqüência de treinamento, ou seja, durante a transmissão dos símbolos de informação. Também é possível utilizar os símbolos detectados para estimar o canal, usando-os como se eles fossem símbolos de treinamento, o que dá origem a estratégias de realimentação de decisão.

Os algoritmos cegos, por sua vez, não fazem uso de seqüências de treinamento, utilizando apenas o conhecimento do sinal recebido e das características estatísticas dos sinais transmitidos. Exemplos de algoritmos cegos podem ser vistos em [17–20]. Já os algoritmos semicegos combinam características dos algoritmos supervisionados e dos não-supervisionados, utilizando não apenas a seqüência de treinamento, mas todo o sinal recebido para estimar o canal. Os esquemas de realimentação de decisão discutidos anteriormente se enquadram nesta categoria. Outros algoritmos semicegos, como os mostrados em [21–24], possibilitam uma melhora de desempenho em relação aos algoritmos baseados unicamente na seqüência de treinamento. Além disso, o conhecimento de alguns símbolos pode evitar problemas de convergência tipicamente associados aos algoritmos cegos [25].

Uma particularidade de sistemas de transmissão sem fio é que transmissor e/ou receptor podem ter mobilidade. Este movimento relativo entre transmissor e receptor leva a uma variação temporal do canal de comunicação. Mesmo que o transmissor e o receptor estejam fixos, o próprio ambiente de propagação dos sinais pode sofrer mudanças ao longo de tempo. Assim, os algoritmos de estimação devem ser capazes de acompanhar essas variações temporais do canal. Para tanto, faz-se necessário o desenvolvimento de algoritmos adaptativos. Dentre os vários algoritmos conhecidos na teoria de filtragem adaptativa, um dos mais utilizados para estimar sistemas variantes no tempo, graças à sua habilidade intrínseca de funcionamento em ambientes não-estacionários, é o chamado filtro de Kalman [26–29].

O filtro de Kalman, ferramenta clássica nas áreas de processamento de sinais, controle e teoria de estimação, é baseado na descrição em espaço de estados de um sistema dinâmico linear. Ele fornece uma solução recursiva, e computacionalmente eficiente, de mínimo erro quadrático médio para o problema de estimação de estados. Em sistemas móveis, a variação temporal do canal pode ser modelada por equações de estado, tornando natural a aplicação do filtro de Kalman.

O objetivo desta tese é, portanto, o estudo e a proposição de algoritmos, baseados no filtro de Kalman, para estimar canais MIMO variantes no tempo. Focaremos nossa atenção nos estimadores supervisionados e semicegos, uma vez que a maioria dos sistemas de comunicações digitais utilizam algum tipo de treinamento. Iremos propor estimadores de canal tanto para sistemas MIMO que buscam melhorar a qualidade do sinal recebido, quanto para sistemas que procuram aumentar a taxa de transmissão. Estas propostas são descritas em mais detalhes a seguir.

1.1 Organização e contribuições da tese

O restante desta tese se organiza da seguinte maneira:

- **Capítulo 2** – *Sistemas MIMO: características e modelos*
  São apresentados conceitos básicos sobre sistemas MIMO, capacidade de canal, diversidade, multiplexação e modelagem de canais de comunicação sem fio. São introduzidos também os modelos de canal e sinais utilizados no restante deste trabalho.

- **Capítulo 3** – *Estimação de canal em sistemas com diversidade de transmissão*
  É abordado o problema de estimação de canais MIMO planos em sistemas com diversidade espacial de transmissão. São apresentados conceitos básicos sobre códigos espaço-temporais ortogonais por blocos e filtros de Kalman.

  – Contribuição 1: Utilizando a ortogonalidade inerente à classe de códigos espaço-temporais considerada, as equações do filtro de Kalman são simplificadas, produzindo um estimador ótimo (no sentido de minimização do erro quadrático médio), recursivo e com complexidade inferior à implementação tradicional do filtro de Kalman.

  – Contribuição 2: Propõe-se um estimador em estado estacionário equivalente ao filtro de Kalman ótimo e mostra-se a relação entre os estimadores propostos e estimadores instantâneos de máxima verossimilhança.

  - Contribuição 3: Propõe-se a utilização de um filtro de Kalman com memória para aumentar a robustez do estimador a erros de modelagem do canal.

- **Capítulo 4** – *Estimação de canal e detecção conjuntas em sistemas MIMO com multiplexação espacial*

  É abordado o problema de estimação de canais MIMO seletivos em freqüência em sistemas de multiplexação espacial.

  - Contribuição 1: Propõe-se uma formulação em espaço de estados para o problema de estimação conjunta do canal e dos sinais transmitidos em sistemas MIMO.
  - Contribuição 2: A partir desta formulação, é proposto um receptor baseado no filtro de Kalman estendido para realizar conjuntamente as tarefas de estimação de canal e detecção de sinais. Utilizando as características dos modelos empregados, a complexidade computacional do filtro de Kalman estendido original é reduzida.

  Através de simulações, verificou-se a superioridade do receptor proposto sobre alguns receptores que separam as tarefas de estimação de canal e de equalização.

- **Capítulo 5** – *Equalizador turbo semicego para sistema MIMO com multiplexação espacial*

  Os princípios de funcionamento dos equalizadores turbo são discutidos.

  - Contribuição 1: Mostra-se como uma simples reescrita da equação de processo do estimador conjunto proposto no Cap. 4 permite que informações *a priori* sobre os símbolos transmitidos sejam incluídas na estrutura do filtro de Kalman.

  Este novo estimador conjunto é, então, utilizado em um receptor turbo. Resultados de simulação indicam que o procedimento iterativo característico dos receptores turbo possibilita ganhos consideráveis em relação aos receptores não-iterativos.

- **Capítulo 6** – *Conclusões e Perspectivas*
  Este capítulo conclui a tese, apresentando as considerações finais e mostrando as perspectivas de trabalhos futuros.

1.2 Publicações

A seguir, listamos os trabalhos publicados/submetidos no decorrer do Doutorado:

- Artigos de revista:
  - **M. B. Loiola**, R. R. Lopes e J. M. T. Romano, "Low-Complexity Channel Estimation in Space-Time Coded Systems," *IEEE Trans. Commun.*, 2009 (submetido).
  - D. Zanatta Filho, R. R. Lopes, R. Ferrari, **M. B. Loiola**, R. Suyama, G. C. C. P. Simões and B. Dortschy, "Achievable Rates of DSL with Crosstalk Cancellation ," *European Transactions on Telecommunications*, vol. 20, pags. 81–86, Jan. 2009.
- Artigos de congresso:
  - **M. B. Loiola**, R. R. Lopes e J. M. T. Romano, "Kalman Filter-Based Channel Tracking in MIMO-OSTBC Systems," *2009 IEEE Global Communications Conference - GLOBECOM'09*, Havaí, EUA, Nov.–Dez. 2009.
  - **M. B. Loiola** e R. R. Lopes, "A State-Space Approach to Semi-Blind Signal Detection in Fast Frequency-Selective Fading MIMO Channels," *2008 IEEE Workshop on Signal Processing Advances for Wireless Communications - SPAWC'08*, pags. 276–280, Recife, Brasil, Jul. 2008.
  - **M. B. Loiola** e R. R. Lopes, "Estimação Semicega de Canais com Correlação Usando Filtro de Kalman e Códigos Espaço-Temporais," *XXVI Simp. Bras. de Telecomun. - SBrT'08*, Rio de Janeiro, Brasil, Set. 2008.

- R. Suyama, **M. B. Loiola**, R. R. F. Attux e C. Junqueira, "Separação de Fontes Usando o Filtro de Kalman Estendido," *XXV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBrT'07*, Recife, Brasil, Set. 2007.
- M. V. Ribeiro, **M. B. Loiola** e R. R. Lopes, "Turbo-Fuzzy Equalization for Single-Carrier Power Line Channels," *2007 IEEE International Symposium on Power Line Communications and its Applications - ISPLC'07*, pags. 167–172, Pisa, Itália, Mar. 2007.
- T. Magesacher, J. Rius i Riu, M. Jakovljevič, **M. B. Loiola**, P. Ödling e P. O. Börjesson, "Measurement and Modelling of Short Copper Cables for Ultra-Wideband Communications," *SPIE OpticsEast Broadband Access Communication Technologies*, Boston, EUA, Out. 2006.
- D. Zanatta Filho, R. R. Lopes, R. Ferrari, **M. B. Loiola**, R. Suyama, G. C. C. P. Simões, C. Wada, J. M. T. Romano, B. Dortschy e J. Rius i Riu, "The Capacity of Binders for MIMO Digital Subscriber Lines," *2006 International Telecommunications Symposium - ITS'06*, pags. 999–1004, Fortaleza, Brasil, Set. 2006.
- **M. B. Loiola**, R. R. Lopes e J. M. T. Romano, "Receptores Turbo Cegos de Baixa Complexidade," *XXII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBrT'05*, pags. 82–87, Campinas, Brasil, Set. 2005.
- **M. B. Loiola**, R. R. Lopes e J. M. T. Romano, "Equalização Turbo: Fundamentos e Aplicações," *XXII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBrT'05*, pags. 71–76, Campinas, Brasil, Set. 2005.

• Patente:

- B. Dortschy, D. Zanatta Filho, R. Suyama, **M. B. Loiola**, R. Ferrari, R. R. Lopes, J. M. T. Romano, "Method for Bit-Loading in a Multi-Tone DSL System," *International Publication Number WO 2008/030150 A1* (Pendente).

2

Sistemas MIMO: características e modelos

2.1 Sistemas MIMO

Em sistemas de comunicação sem fio, o uso de múltiplas antenas no transmissor ou no receptor vem sendo bastante estudado nas últimas décadas.

Os métodos conhecidos genericamente pelo nome de "antenas inteligentes", ou "antenas adaptativas", combinam técnicas de processamento de sinais e arranjos de antenas (no transmissor e/ou no receptor) para melhorar o desempenho dos sistemas de transmissão digital na presença de condições adversas de propagação.

Um conceito chave na área de antenas inteligentes é o de formatação de feixes (*beamforming*, em inglês), cujo objetivo é aumentar a relação sinal-ruído (SNR, do inglês *signal to noise ratio*) no receptor através da modificação do diagrama de radiação do arranjo de antenas transmissoras [3,30,31]. Assim, é possível direcionar a energia disponível para transmissão em uma determinada região do espaço, aumentando a potência recebida e diminuindo a interferência em outros sistemas e/ou em outros usuários. No receptor, o emprego das técnicas de formatação de feixes permite combinar os sinais observados em cada antena de forma a mitigar os sinais interferentes e melhorar a SNR dos sinais desejados.

Em sistemas móveis, um outro efeito do uso de antenas inteligentes no receptor é a obtenção da chamada diversidade espacial de recepção [4, 5, 31]. Devido aos fenômenos de reflexão, difração e espalhamento, o sinal transmitido pode se propagar por vários trajetos diferentes [3, 4, 30, 32, 33]. O sinal captado pelo receptor corresponde, portanto, à soma dos sinais vindos de cada trajeto. Como cada um destes trajetos introduz atenuação e atraso, a superposição dos sinais no receptor pode ser destrutiva, impossibilitando a recuperação da informação. Ao se empregar um arranjo de antenas no receptor, cada elemento deste arranjo capta sinais provenientes de trajetos possivelmente diferentes e independentes. Combinando apropriadamente os sinais em cada antena receptora, tem-se um aumento da confiabilidade da transmissão [4, 5, 31].

Esta confiabilidade também pode ser melhorada usando técnicas de diversidade espacial de transmissão. Quando o transmissor conhece o canal de comunicação, que é o meio físico pelo qual se propagam os sinais que carregam as informações, métodos de formatação de feixes podem ser empregados para realizar também diversidade de transmissão. Por outro lado, quando o transmissor não tem nenhuma informação sobre o canal, diversidade espacial de transmissão pode ser obtida por meio de técnicas recentes, como as apresentadas em [4, 5, 7, 34].

Além de aumentar a confiabilidade, as antenas inteligentes também podem permitir um aumento na taxa de transmissão de dados sem nenhuma expansão da largura de banda requerida nem aumento da potência utilizada [3, 4, 31]. Neste caso, tanto o transmissor quanto o receptor devem possuir arranjos de antenas. Sistemas com múltiplas antenas de transmissão (múltiplas entradas) e múltiplas antenas de recepção (múltiplas saídas) são denominados sistemas MIMO (do inglês *multiple-input, multiple-output*). O aumento na taxa de transmissão é possível pois, num ambiente sem fio rico em múltiplos trajetos, os sinais provenientes das antenas transmissoras aparecem praticamente descorrelacionados em cada uma das antenas receptoras. Neste caso, o canal MIMO pode ser convertido em múltiplos canais SISO (do inglês *single-input, single-output*) independentes, paralelos e não-interferentes [1, 3, 31]. Devido a este fato, a capacidade dos canais MIMO cresce aproximadamente linearmente com o número de canais não-interferentes.

A idéia por trás dos sistemas MIMO é explorar não apenas a dimensão temporal dos sinais, mas também a dimensão espacial originada do uso de múltiplas antenas. Embora os sinais dos diversos transmissores interfiram entre si[1], uma vez que todos são transmitidos simultaneamente e na mesma banda de freqüências, o processamento conjunto dos múltiplos sinais disponíveis, tanto no transmissor quanto no receptor, suprime de maneira efetiva esta interferência. É exatamente esta supressão da interferência existente entre os sinais enviados pelas diversas antenas que permite o desacoplamento do canal MIMO.

O interesse no estudo e implementação dos sistemas de comunicação com múltiplas entradas e saídas vem crescendo continuamente desde que os estudos teóricos iniciais [1,2] mostraram os ganhos dos sistemas MIMO em relação ao sistemas SISO convencionais. O termo *ganho de diversidade* é normalmente utilizado para designar o aumento da confiabilidade da transmissão, enquanto o termo *ganho de multiplexação* é usado para designar o aumento da taxa de transmissão. Estes dois tipos de ganho serão discutidos em maiores detalhes nas Subseções 2.1.2 e 2.1.3.

Embora quase sempre associado aos sistemas sem fio, o processamento conjunto de múltiplos sinais no transmissor e no receptor não ocorre apenas nesses sistemas de comunicação. Os sistemas de linha de assinante digital (DSL, do inglês *digital subscriber line*), que exploram a infraestrutura telefônica existente para prover acesso de banda larga à Internet, também podem se beneficiar da possibilidade de processamento conjunto oferecida pelas múltiplas entradas e saídas.

Os cabos telefônicos utilizados pelos sistemas DSL são compostos por um grande

[1] Dependendo do sistema de comunicação considerado, esta interferência pode ser chamada de interferência co-canal, *crosstalk* ou interferência multi-usuário.

número de pares trançados. Como a separação entre esses pares é muito pequena, o acoplamento eletromagnético entre eles gera interferência nos sinais que trafegam em cada um dos pares trançados. Esta interferência, denominada *crosstalk*, é um dos principais fatores que limitam as taxas alcançadas pelos sistemas DSL [35].

Nos sistemas DSL comerciais, a comunicação entre a central (CO, do inglês *central office*) e cada um dos usuários finais (CP, do inglês *customer premise*) é feita por um único par trançado. Ainda que a central tenha acesso aos sinais de todos os usuários, ela não executa nenhum processamento conjunto. Em outras palavras, os sistemas DSL atuais utilizam canais SISO para a transmissão de informação. Desta maneira, pouco pode ser feito para reduzir ou remover o *crosstalk* que, em geral, é tratado como ruído.

Trabalhos recentes [36–39] mostram que o processamento conjunto dos sinais no CO melhora consideravelmente o desempenho do sistema, mitigando o *crosstalk* e atingindo taxas maiores que as dos sistemas DSL tradicionais. Neste caso, a comunicação entre o CO e cada CP é realizada através de canais MISO (do inglês *multiple input, single output*). Se os usuários tivessem acesso a mais de um par trançado, situação que ocorre na comunicação entre as centrais e os terminais remotos, por exemplo, seria possível estabelecer um sistema DSL com múltiplas entradas e múltiplas saídas. Assim, teríamos um sistema MIMO-DSL no qual os sinais das diversas linhas (pares trançados) poderiam ser processados conjuntamente no transmissor e no receptor, permitindo o uso de técnicas mais efetivas de combate ao *crosstalk* [38, 40].

A Fig. 2.1 ilustra os dois sistemas MIMO descritos anteriormente. Nessa figura, N_T representa o números de transmissores e N_R, o número de receptores. Vale mencionar que nos sistemas MIMO-DSL o número de transmissores é igual ao número de receptores. As linhas pontilhadas na Fig. 2.1(b) representam o *crosstalk* entre os pares trançados.

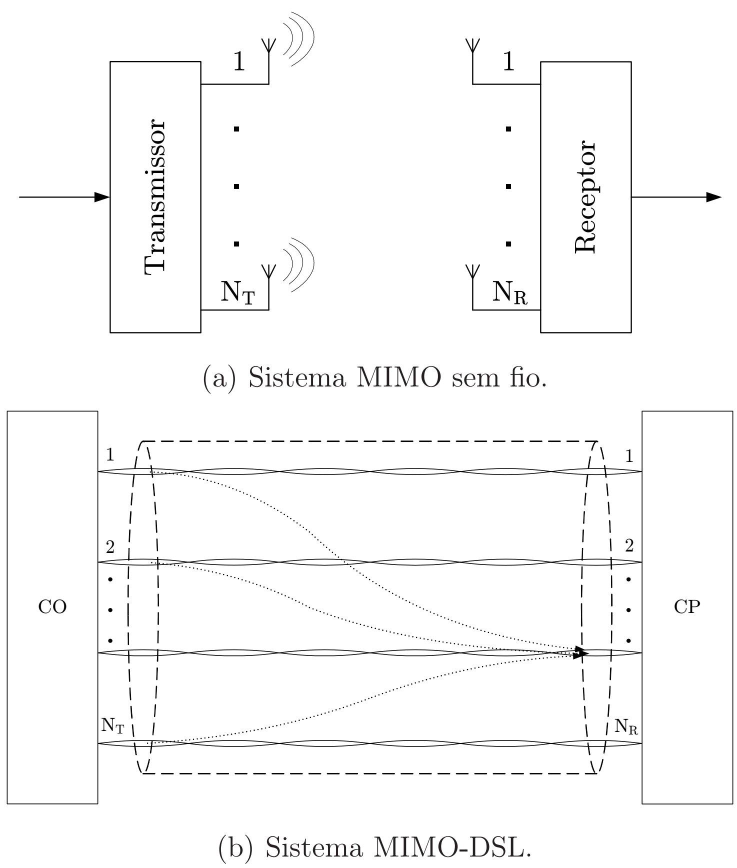

Figura 2.1: Exemplos de sistemas MIMO monousuário.

2.1.1 Capacidade de canal

Como mencionado na Seção 2.1, o crescente interesse nos sistemas de comunicação MIMO se deve aos ganhos de capacidade destes sistemas em relação ao sistemas SISO convencionais. Nesta subseção, apresentaremos de forma sucinta alguns resultados sobre a capacidade dos canais MIMO.

Em teoria da informação, a capacidade de um canal de comunicação é definida como a maior taxa de transmissão suportada pelo canal e que garanta uma probabilidade de erro arbitrariamente baixa na recepção [3–5, 31]. Para sistemas SISO, a capacidade instantânea do canal, isto é, aquela calculada num instante k, é dada por [3, 4, 31]

$$C(\rho) = \log\left(1 + \rho|h_k|^2\right), \tag{2.1}$$

onde ρ é a SNR na antena receptora e h_k é o ganho complexo do canal, conhecido pelo receptor e modelado como uma variável aleatória (v.a.) gaussiana, de média nula e variância unitária, representando o efeito causado pela propagação em múltiplos trajetos.

De maneira análoga, podemos representar um canal MIMO como uma matriz $\mathbf{H}_k$, de dimensões $N_R \times N_T$, cujos elementos $h_{i,j}$, modelados como v.a.'s independentes, gaussianas, circularmente simétricas, de média nula e variância unitária, representam os ganhos complexos do canal entre as antenas transmissoras j e as antenas receptoras i num instante k. A escolha de distribuições normais complexas para os elementos de $\mathbf{H}$, justificada na Seção 2.2, modela canais MIMO com espaçamento suficiente entre as antenas de transmissão e de recepção para garantir a independência dos ganhos do canal entre cada par de antenas transmissora-receptora.

Supondo que o receptor conheça perfeitamente o canal e que o transmissor tenha apenas conhecimento da distribuição de $\mathbf{H}$, a capacidade do canal MIMO é expressa por [1–5, 31]

$$C(\rho) = \log\det\left(\mathbf{I}_{N_R} + \frac{\rho}{N_T}\mathbf{H}\mathbf{H}^{\mathsf{H}}\right), \tag{2.2}$$

onde $\det(\cdot)$ é o determinante de uma matriz, $\mathbf{I}_{N_R}$ é a matriz identidade de ordem N_R e $(\cdot)^{\mathsf{H}}$ representa o conjugado transposto de uma matriz. A capacidade em (2.2) é atingida ao se transmitir sinais gaussianos complexos de média nula e mesma potência, independentes no tempo e no espaço.

Como os elementos de $\mathbf{H}$ são v.a.'s, a capacidade $C(\rho)$ em (2.2) também é uma variável aleatória. Quando o canal varia bastante durante a transmissão de um bloco de dados, é usual supor que a cada uso do canal seja sorteada uma realização independente de $\mathbf{H}$ de tal forma que o canal seja ergódico. Assim, através da codificação de blocos de dados suficientemente longos, é possível aproximar a média estatística da capacidade (2.2) por sua média temporal [4, 31]. Logo, quando o canal é conhecido pelo receptor, mas não pelo transmissor, a capacidade ergódica, ou média, é dada por [1–5, 31]

$$C(\rho) = \mathrm{E}\left[\mathcal{I}(\mathbf{H})\right], \tag{2.3}$$

onde a esperança estatística é calculada em relação à distribuição de $\mathbf{H}$ e a variável aleatória

$$\mathcal{I}(\mathbf{H}) \triangleq \log\det\left(\mathbf{I}_{N_R} + \frac{\rho}{N_T}\mathbf{H}\mathbf{H}^{\mathsf{H}}\right) \tag{2.4}$$

é, às vezes, chamada de informação mútua instantânea do canal [31]. Podemos, então, interpretar a capacidade ergódica como a taxa média suportada pelo canal.

Por outro lado, em algumas situações, o canal permanece praticamente constante durante a transmissão de um bloco de dados. Para modelar este cenário, uma realização do canal é sorteada no início da transmissão e mantida fixa durante todo o bloco de informação. Neste caso, a capacidade ergódica deixa de ter sentido uma vez que a média temporal da informação mútua instantânea do canal não se aproximará da sua média estatística num bloco de dados. Assim, o canal é não-ergódico e, independente do comprimento do código utilizado, haverá uma probabilidade não-nula de que o canal não suporte a taxa de transmissão escolhida *a priori* pelo transmissor e sem o conhecimento do canal [1–5, 31]. Desta maneira, ao invés de considerar apenas a média da capacidade, deve-se considerar a distribuição estatística de (2.2). Isto pode ser feito através do cálculo da probabilidade de *outage* (P_{out}), definida como a probabilidade de que uma taxa de transmissão R exceda a informação mútua instantânea (2.4) do canal [1–5, 31], isto é,

$$P_{\text{out}}(R) \triangleq P\left(\mathcal{I}(\mathbf{H}) < R\right). \tag{2.5}$$

A maior taxa suportada pelo canal para uma certa probabilidade de *outage* é denominada capacidade de *outage*.

Utilizando as definições de capacidade ergódica (2.3) e de probabilidade de *outage* (2.5) mostraremos, nas duas subseções seguintes, como a capacidade dos sistemas MIMO está relacionada ao aumento da confiabilidade ou da taxa de transmissão em relação aos sistemas SISO.

2.1.2 Diversidade

Em sistemas de comunicação sem fio, o sinal captado pelo receptor pode sofrer flutuações aleatórias no tempo, na freqüência e/ou no espaço. Esta flutuação do sinal recebido, denominada desvanecimento, é ocasionada pela propagação em múltiplos trajetos e influencia diretamente o desempenho dos sistemas de comunicação digital. Uma forma de mitigar o desvanecimento e aumentar a confiabilidade dos sistemas de comunicação é utilizar técnicas de diversidade [4, 5, 31].

De modo geral, o termo diversidade se refere ao conjunto de métodos cujo objetivo é fornecer ao receptor réplicas, desvanecidas independentemente, de um mesmo símbolo de informação. Assim, quanto maior o número de réplicas, maior a probabilidade de pelo menos uma delas ser recebida corretamente.

As técnicas de diversidade podem ser realizadas no tempo, na freqüência, na polarização, etc. Nos sistemas MIMO, a existência de múltiplas antenas também permite a obtenção de diversidade espacial. Ao se enviar um mesmo símbolo apropriadamente através de várias antenas, obtém-se diversidade espacial de transmissão, como ilustrado no exemplo a seguir.

Exemplo 2.1:

Suponha que se queira transmitir dois símbolos complexos, s_1 e s_2, em dois instantes de tempo consecutivos num sistema com duas antenas de transmissão e uma de recepção. O canal de comunicação é representado pelo vetor $\mathbf{h} = [h_1 \; h_2]$, onde h_1 e h_2 denotam os ganhos complexos entre cada antena transmissora e a antena receptora. No primeiro instante, os símbolos s_1 e s_2 são transmitidos, respectivamente, pelas antenas transmissoras 1 e 2. Já no instante de tempo seguinte, $-s_2^*$ é enviado pela antena 1, enquanto s_1^* é enviado pela antena 2, onde $(\cdot)^*$ indica o complexo conjugado. Supondo que o canal é um sistema linear invariante, os sinais observados pela antena receptora nos dois instantes de tempo são expressos por

$$\begin{aligned} y_1 &= h_1 s_1 + h_2 s_2 + n_1 \\ y_2 &= -h_1 s_2^* + h_2 s_1^* + n_2, \end{aligned} \tag{2.6}$$

onde n_1 e n_2 são variáveis aleatórias independentes e complexas representando o ruído aditivo branco e gaussiano nas observações.

Se o receptor conhecer os ganhos do canal, é possível combinar os sinais observados da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \tilde{s}_1 &= h_1^* y_1 + h_2 y_2^* \\ \tilde{s}_2 &= h_2^* y_1 - h_1 y_2^*. \end{aligned} \tag{2.7}$$

Substituindo (2.6) em (2.7), obtém-se

$$\begin{aligned} \tilde{s}_1 &= \left(|h_1|^2 + |h_2|^2\right) s_1 + h_1^* n_1 + h_2 n_2^* = \left(|h_1|^2 + |h_2|^2\right) s_1 + \tilde{n}_1 \\ \tilde{s}_2 &= \left(|h_1|^2 + |h_2|^2\right) s_2 - h_1 n_2^* + h_2^* n_1 = \left(|h_1|^2 + |h_2|^2\right) s_2 + \tilde{n}_2. \end{aligned} \tag{2.8}$$

Analisando (2.8), vê-se que os sinais $\tilde{s}_1$ e $\tilde{s}_2$ correspondem a versões ruidosas, respectivamente, de s_1 e s_2. Além disso, nota-se que mesmo quando um dos coeficientes do canal é severamente afetado pelo desvanecimento, os sinais s_1 e s_2 ainda podem ser recuperados a partir $\tilde{s}_1$ e $\tilde{s}_2$, uma vez que os ganhos de s_1 e s_2 dependem de $|h_1|^2 + |h_2|^2$. Em outras palavras, tanto s_1 quanto s_2 chegam ao receptor através dos trajetos h_1 e h_2, caracterizando a diversidade de transmissão. Vale ainda mencionar que o esquema de diversidade espacial de transmissão apresentado neste exemplo é conhecido como código espaço-temporal de Alamouti [41]. Este código é descrito em maiores detalhes na Seção 3.1.

Já a diversidade espacial de recepção é alcançada ao se combinar as diferentes cópias de um mesmo símbolo que são captadas por antenas receptoras distintas. Graças à presença de diversidade espacial, a confiabilidade dos sistemas MIMO é maior que a dos sistemas SISO. Nesta tese, o termo diversidade será usado para indicar, exclusivamente, diversidade espacial.

Uma forma de quantificar o aumento da confiabilidade dos sistemas MIMO em relação aos sistemas SISO é por meio do chamado *ganho de diversidade* [3, 31, 42]. Intuitivamente, o ganho de diversidade corresponde ao número de trajetos independentes que um símbolo de informação percorre entre o transmissor e o receptor. Formalmente, o ganho de diversidade é definido como o negativo da inclinação da curva da probabilidade de erro em função da SNR numa escala log-log e para SNR's elevadas. Matematicamente, o ganho de diversidade d é definido como [3, 31, 42]

$$d = -\lim_{\rho \to \infty} \frac{\log P_e(\rho)}{\log \rho}, \tag{2.9}$$

onde $P_e(\rho)$ é a probabilidade de erro média e ρ corresponde à SNR média por antena receptora. A partir de (2.9) vê-se que o desempenho do sistema, para SNR's elevadas, é determinado por d, uma vez que a probabilidade de erro decai com ρ^{-d}. Logo, quanto maior o ganho de diversidade proporcionado pelo esquema de transmissão, menor a probabilidade de detecção errônea da informação enviada. Para um canal MIMO com N_R antenas de recepção e N_T antenas de transmissão, o ganho de diversidade máximo é dado por $N_R \times N_T$ [3, 31, 42]

Como mencionado na Subseção 2.1.1, probabilidades de erro de palavra arbitrariamente pequenas podem ser conseguidas quando se transmite a taxas menores que a capacidade do canal. Por outro lado, quando a taxa de transmissão ultrapassa a capacidade, a probabilidade de erro não é desprezível. Como mostrado em [42], a probabilidade de erro média $P_e(\rho)$ é assintoticamente (para $\rho \to \infty$) dominada pela probabilidade de *outage*, ou seja, dada a ocorrência de *outage*, a probabilidade de erro de palavra é necessariamente próxima de 1. Conseqüentemente, a probabilidade de *outage* é um limitante inferior assintótico para a probabilidade de erro.

Além disso, é possível mostrar [3, 42] que o maior ganho de diversidade, para uma certa taxa de transmissão, é dado pelo expoente de ρ na expressão da probabilidade de *outage*. Logo, pode-se dizer que os esquemas de diversidade são normalmente projetados para ter um desempenho o mais próximo possível da curva da probabilidade de *outage*.

Exemplos de esquemas que atingem diversidade máxima são os chamados códigos espaço-temporais [4, 5, 7, 34]. A idéia fundamental destes códigos é introduzir correlação entre os sinais transmitidos pelas diferentes antenas e em diferentes intervalos de tempo. As duas principais classes de códigos espaço-temporais são os códigos espaço-temporais de blocos (STBC, do inglês *space-time block codes*) [4, 5, 7, 34] e os códigos espaço-temporais em treliça (STTC, do inglês *space-time trellis codes*) [4,34]. Podemos ver estas duas classes de código como extensões para múltiplas antenas de transmissão dos códigos de bloco e dos códigos convolucionais, respectivamente. Os códigos espaço-temporais de blocos serão discutidos em maiores detalhes no Cap. 3.

2.1.3 Multiplexação

Além de melhorar a confiabilidade através da diversidade espacial, os canais MIMO também podem suportar taxas de transmissão maiores que as dos canais SISO.

Para SNR's elevadas, isto é, para $\rho \to \infty$, a capacidade ergódica (2.3) de um canal MIMO pode ser aproximada por [1–3, 31]

$$C_{\mathrm{MIMO}}(\rho) \approx \min\{N_T, N_R\} \log \rho, \tag{2.10}$$

ou ainda [31]

$$\lim_{\rho \to \infty} \frac{C_{\mathrm{MIMO}}(\rho)}{\log \rho} = \min\{N_T, N_R\}, \tag{2.11}$$

enquanto a capacidade ergódica assintótica (para $\rho \to \infty$) de um canal SISO é aproximada por [1–3, 31]

$$C_{\mathrm{SISO}}(\rho) \approx \log \rho. \tag{2.12}$$

Observando (2.10) e (2.12), fica evidente o ganho de capacidade proporcionado pela utilização de múltiplas antenas: para SNR's elevadas, a capacidade ergódica aumenta com $\min\{N_T, N_R\} \log \rho$ para canais MIMO, em contraste com $\log \rho$ para canais SISO. Este fato sugere que um canal MIMO pode ser visto como $\min\{N_T, N_R\}$ canais SISO paralelos e não-interferentes por onde se podem transmitir sinais independentes. A transmissão simultânea e paralela de sinais independentes a partir das antenas transmissoras é denominada *multiplexação espacial*. Desta maneira, tem-se um aumento da taxa de transmissão sem, contudo, aumentar a largura de banda requerida e a potência total de transmissão.

Uma vez que a capacidade ergódica do canal aumenta linearmente com $\log \rho$, podemos considerar esquemas de transmissão cujas taxas R também crescem com $\log \rho$. Supondo que as taxas são frações fixas da capacidade ergódica para SNR's elevadas, isto é, $R(\rho) \approx r \log \rho$, podemos definir o *ganho de multiplexação* r como [3, 31, 42]

$$r = \lim_{\rho \to \infty} \frac{R(\rho)}{\log \rho}. \tag{2.13}$$

O ganho de multiplexação pode ser interpretado como uma taxa de transmissão normalizada pela relação sinal-ruido.

Comparando (2.11) e (2.13), nota-se que o ganho de multiplexação máximo, $r_{\max}$, é dado por $r_{\max} = \min\{N_T, N_R\}$, situação que ocorre quando transmitimos a taxas próximas da capacidade ergódica do canal. Em outras palavras, quanto mais próxima da capacidade ergódica estiver a taxa de transmissão, maior será o número de canais SISO paralelos e não-interferentes utilizados.

Dentre os esquemas propostos para maximizar o ganho de multiplexação, um dos mais simples e conhecidos é o esquema de multiplexação espaço-temporal por camadas verticais (V-BLAST, do inglês *vertical Bell Labs layered space-time*) [9,15]. Este esquema atinge ganho de multiplexação máximo considerando $N_R \geq N_T$. Para tanto, os dados de entrada são divididos em N_T seqüências independentes, cada uma das quais enviada por uma das antenas transmissoras. Empregando a técnica de cancelamento sucessivo de interferência [9,15], o receptor consegue desacoplar o canal MIMO, transformando-o em múltiplos canais SISO paralelos. Outros esquemas de transmissão desenvolvidos para explorar a multiplexação espacial são apresentados em [3, 4, 34].

Embora exista uma grande variedade de esquemas que atinjam o máximo ganho de diversidade ou o máximo ganho de multiplexação, não é possível alcançar simultaneamente os valores máximos destes dois ganhos [3, 42]. Quando o ganho de diversidade é máximo, o ganho de multiplexação é nulo, e vice-versa. Em outras palavras, em esquemas que atingem o ganho de diversidade máximo, a taxa de transmissão é a mesma para qualquer valor de SNR, ao passo que em sistemas com máximo ganho de multiplexação, a probabilidade de *outage* decai com o mesmo expoente que os sistemas SISO. Entre estes dois extremos, contudo, é possível achar soluções de compromisso que forneçam parcialmente os dois tipos de ganho [3,42,43].

Vale mencionar que nesta tese são propostos algoritmos de estimação de canal para as duas estratégias mencionadas anteriormente (STBC e VBLAST). Assim, o problema de estimação de canal em sistemas com diversidade espacial será abordado no Cap. 3, enquanto algoritmos de estimação de canal em sistemas com multiplexação espacial serão propostos nos Caps. 4 e 5.

2.2 Modelos de canal e sinais

Em sistemas de comunicação sem fio, objetos como casas, montanhas, prédios, árvores, carros e até mesmo pessoas, podem interferir na propagação das ondas eletromagnéticas responsáveis pela transmissão de informação. Como mencionado na Seção 2.1, devido aos fenômenos de reflexão, difração e espalhamento, os sinais transmitidos através de um canal de comunicação sem fio chegam ao receptor por múltiplos trajetos diferentes. A superposição desses sinais pode gerar interferências construtivas ou destrutivas, levando a uma flutuação na potência do sinal captado. Esta flutuação do nível do sinal recebido recebe o nome de desvanecimento.

Como trajetos distintos têm, em geral, comprimentos também distintos, as várias réplicas de um mesmo sinal sofrem atenuações, atrasos e rotações de fase diferentes. O intervalo de tempo decorrido entre a recepção do sinal vindo do trajeto mais curto e aquele vindo do trajeto mais longo é chamado de espalhamento do atraso (T_m) [3, 4, 30, 32, 33]. Se o espalhamento do atraso for maior que o período de símbolo (T_s), o sinal transmitido num determinado instante interfere com sinais transmitidos em outros instantes. Este fenômeno, denominado interferência intersimbólica (ISI, do inglês *intersymbol interference*), é um dos principais fatores que limitam o desempenho dos sistemas de comunicação. Na presença de ISI, o sinal recebido é composto pela superposição de símbolos enviados em diferentes instantes, sendo matematicamente representado por uma convolução entre o canal e os símbolos de informação.

Por outro lado, se $T_m \ll T_s$, as cópias de um mesmo símbolo que se propagam pelos múltiplos trajetos chegam ao receptor antes do início da recepção do símbolo seguinte. Logo, não existe interferência intersimbólica e o canal exerce apenas um efeito multiplicativo sobre o sinal transmitido.

De maneira análoga, podemos fazer uma caracterização do canal no domínio da freqüência. Para tanto, definimos a banda de coerência B_c do canal como a faixa na qual todas as freqüências são igualmente afetadas pelo desvanecimento causado pela propagação em múltiplos percursos [3, 4, 30, 32, 33]. A banda de coerência está diretamente relacionada ao espalhamento do atraso, sendo dada aproximadamente por

$$B_c \approx \frac{1}{T_m}. \tag{2.14}$$

Um canal é dito seletivo em freqüência quando a largura de banda B do sinal for maior que a banda de coerência do canal. Neste caso, o desvanecimento não atinge uniformemente todas as freqüências componentes do sinal. Em outras palavras, o canal atua como um filtro. Como $B_c \approx 1/T_m$ e $B \approx 1/T_s$, vê-se claramente que num canal seletivo em freqüência haverá interferência intersimbólica. Já para canais planos, tem-se que $B \ll B_c$, ou equivalentemente, $T_m \ll T_s$. Conseqüentemente, todas as freqüências contidas na banda do sinal são igualmente afetadas pelo desvanecimento, não havendo ISI.

Em geral, o modelo linear, causal, discreto e equivalente em banda-base de um canal com ISI é dado por um filtro de resposta ao impulso finita (FIR, do inglês *finite impulse response*) de comprimento L, no qual $L-1$ coeficientes representam os termos responsáveis pela ISI [6,32]. Assim, podemos interpretar o comprimento L do canal como sendo aproximadamente o espalhamento do atraso medido em intervalos de símbolo. Utilizando este modelo e o princípio da superposição, é possível descrever um canal MIMO seletivo em freqüência, com N_T entradas e N_R saídas, como um conjunto de filtros FIR de comprimento L, em que cada um destes filtro “liga” uma antena transmissora a uma antena receptora.

Devido à presença da ISI, o sinal observado em cada uma das N_R antenas do receptor, além de ser corrompido pelo ruído, sofre interferência não apenas dos símbolos enviados pelas antenas no mesmo instante, mas também dos símbolos enviados por todas as N_T antenas nos $L-1$ instantes anteriores. Como o canal é suposto linear e variante no tempo, a relação entre os sinais de entrada e de saída, num instante k, pode ser expressa por

$$\mathbf{y}_k = \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{H}_{l,k}\mathbf{x}_{k-l} + \mathbf{n}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{0,k} & \mathbf{H}_{1,k} & \cdots & \mathbf{H}_{L-1,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ \mathbf{x}_{k-1} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{k-L+1} \end{bmatrix} + \mathbf{n}_k, \tag{2.15}$$

onde $\mathbf{y}_k = [y_{1,k} \quad y_{2,k} \quad \cdots \quad y_{N_R,k}]^{\mathsf{T}}$ é o vetor com os sinais recebidos pelas N_R antenas receptoras, $\mathbf{H}_{l,k}$, $l = 0, \ldots, L-1$ são matrizes de dimensão $N_R \times N_T$ cujos elementos $h_{i,j,l,k}$, $i = 1, \ldots, N_R$, $j = 1, \ldots, N_T$, $l = 0, \ldots, L-1$, modelam o l-ésimo coeficiente do canal entre a antena transmissora j e a antena receptora i no instante k, $\mathbf{x}_k = [x_{1,k} \quad x_{2,k} \quad \cdots \quad x_{N_T,k}]^{\mathsf{T}}$ é o vetor com os sinais enviados pelas N_T antenas transmissoras, $\mathbf{n}_k = [n_{1,k} \quad n_{2,k} \quad \cdots \quad n_{N_R,k}]^{\mathsf{T}}$ é o vetor com as amostras de ruído aditivo, branco, gaussiano, circularmente simétrico, de média nula e variância σ_n^2, isto é, $\mathbf{n}_k \sim \mathcal{N}_C(\mathbf{0}, \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_R})$ e $(\cdot)^{\mathsf{T}}$ indica transposição. É importante salientar que para um canal MIMO plano, ou seja, sem interferência intersimbólica, $L = 1$ e (2.15) se reduz a

$$\mathbf{y}_k = \sum_{l=0}^{1-1} \mathbf{H}_{l,k}\mathbf{x}_{k-l} + \mathbf{n}_k = \mathbf{H}_{0,k}\mathbf{x}_k + \mathbf{n}_k = \mathbf{H}_k\mathbf{x}_k + \mathbf{n}_k. \tag{2.16}$$

Independente da natureza convolutiva ou multiplicativa do canal, consideraremos nesta tese que não existe linha de visada entre o transmissor e o receptor, isto é, não há um trajeto primário ou preferencial pelo qual se pode transmitir a informação. Assim, o sinal recebido é composto unicamente pela soma dos sinais provenientes de trajetos secundários (refletidos). Neste caso, e supondo a existência de um grande número de trajetos secundários com atenuações e fases aleatórias, a aplicação do teorema central do limite [44] nos permite modelar os coeficientes do canal, isto é, os elementos $h_{i,j,l,k}$ das matrizes $\mathbf{H}_{l,k}$, como variáveis aleatórias gaussianas complexas, circularmente simétricas e de média nula[2]. Canais deste tipo são conhecidos como canais com desvanecimento de *Rayleigh* [3, 6, 30, 32, 33]. Além disso, consideraremos nesta tese que os coeficientes do canal têm variância σ_h^2 unitária e que não há correlação entre coeficientes com atrasos l distintos.

Já que em sistemas de comunicação sem fio o transmissor, o receptor e até mesmo os objetos que refletem os sinais podem ter mobilidade, os caminhos de propagação das ondas eletromagnéticas podem não permanecer fixos, sendo esta a causa da natureza variante no tempo do canal. A variação temporal é freqüentemente modelada por um processo estocástico estacionário no sentido amplo [3, 30, 32, 33]. Para caracterizá-lo de uma maneira mais rigorosa, convém recordar que o movimento relativo entre transmissor e receptor leva a um aparente deslocamento na freqüência da portadora (f_c) conhecido como desvio Doppler. Para uma velocidade relativa entre transmissor e receptor de v m/s, o desvio Doppler máximo f_D, em Hz, é dado por [3, 30, 32, 33]

$$f_D = \frac{v}{c} f_c, \tag{2.17}$$

onde c é a velocidade da luz no ar. Desta maneira, a freqüência aparente “vista” pelo receptor fica limitada entre $f_c \pm f_D$, onde os sinais + e − indicam, respectivamente, aproximação ou afastamento entre transmissor e receptor. A faixa de freqüências delimitada por $f_c - f_D$ e $f_c + f_D$ recebe o nome de espalhamento Doppler (B_D). Considerando o modelo de Jakes/Clark [3,30,32,33] e um sinal transmitido na freqüência f, pode-se mostrar que a densidade espectral de potência do sinal recebido, em con-

[2]Na presença de linha de visada, os coeficientes do canal também teriam distribuição normal complexa, porém com média não-nula. Este tipo de canal é denominado canal de Rice [3, 6, 30, 32, 33].

seqüência do efeito Doppler, é expressa matematicamente por [3, 30, 32, 33]

$$S(f) = \begin{cases} \frac{1}{\pi f_D} \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{f}{f_D}\right)^2}}, & |f| < f_D \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \tag{2.18}$$

Vale destacar que a densidade espectral de potência (2.18) modela canais isotrópicos, onde as antenas transmissoras não apresentam diretividade, transmitindo uniformemente em todas as direções.

Em um sistema MIMO sem fio como o da Fig. 2.1(a), todas as antenas transmissoras se deslocam conjuntamente, o mesmo ocorrendo com as antenas receptoras. Desta forma, todos os pares de antenas transmissora-receptora têm a mesma velocidade relativa. Conseqüentemente, todos os coeficientes $h_{i,j,l,k}$ do canal apresentam o espectro Doppler (2.18).

Então, para finalizar a caracterização do processo estacionário no sentido amplo que descreve o comportamento variante no tempo do canal, calcula-se a transformada de Fourier inversa do espectro Doppler (2.18), obtendo-se a função de autocorrelação temporal [3, 32, 33]

$$\mathrm{E}\left[h_{i,j,l,k} h^*_{i,j,l,t}\right] = \mathcal{J}_0(2\pi f_D T_s \, |k-t|), \tag{2.19}$$

onde $\mathcal{J}_0$ é a função de Bessel do primeiro tipo e ordem zero, $f_D T_s$ é o desvio Doppler normalizado pelo período de símbolo T_s e $(\cdot)^*$ representa o complexo conjugado. É importante salientar que o modelo de canal descrito faz parte da classe de modelos estatísticos conhecidos como estacionários no sentido amplo com espalhadores descorrelacionados (WSSUS, do inglês *wide-sense stationary uncorrelated scattering*) [32, 33].

Como o espalhamento Doppler B_D fornece uma estimativa do alargamento espectral sofrido pelo sinal recebido, ele pode ser interpretado como o dual do espalhamento do atraso T_m, que dá uma indicação do alargamento temporal sofrido pelo sinal. Seguindo esta analogia, o dual da banda de coerência do canal é o tempo de coerência T_c, definido como o intervalo de tempo durante o qual as características do desvanecimento do canal permanecem praticamente inalteradas [3, 32, 33]. Uma vez que a taxa de variação do canal depende da velocidade relativa entre transmissor e receptor, o tempo de coerência do canal é calculado aproximadamente por [3, 32, 33]

$$T_c \propto \frac{1}{B_D} = \frac{1}{2f_D}. \tag{2.20}$$

Podemos dizer que um canal apresenta desvanecimento rápido quando o período de símbolo é maior ou igual ao tempo de coerência do canal, isto é, $T_s \geq T_c$. Por outro lado, quando $T_s < T_c$ o canal apresenta desvanecimento lento, ficando praticamente inalterado durante a transmissão de vários símbolos [4, 32]. Sem perda de generalidade, consideraremos nesta tese que os coeficientes do canal permanecem constantes por um período de $N \geq 1$ símbolos, variando entre períodos consecutivos de acordo com a função de autocorrelação temporal (2.19). Assim, empilhando os N vetores recebidos durante o período no qual o canal permanece fixo, é possível generalizar (2.15) por [5, 30, 31]

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_k \\ \mathbf{y}_{k-1} \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{k-N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{0,k} & \mathbf{H}_{1,k} & \cdots & \mathbf{H}_{L-1,k} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_{0,k} & \cdots & \mathbf{H}_{L-2,k} & \mathbf{H}_{L-1,k} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{H}_{0,k} & \cdots & \cdots & \mathbf{H}_{L-1,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ \mathbf{x}_{k-1} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{k-N-L+2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_k \\ \mathbf{n}_{k-1} \\ \vdots \\ \mathbf{n}_{k-N+1} \end{bmatrix},$$

ou de uma forma mais compacta

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \boldsymbol{\mathcal{H}}_k \tilde{\mathbf{x}}_k + \tilde{\mathbf{n}}_k, \tag{2.21}$$

onde $\tilde{\mathbf{y}}_k = [\mathbf{y}_k^\mathsf{T} \;\; \mathbf{y}_{k-1}^\mathsf{T} \;\; \cdots \;\; \mathbf{y}_{k-N+1}^\mathsf{T}]^\mathsf{T}$ denota o vetor coluna de comprimento $N_R N$ contendo os N vetores recebidos, $\tilde{\mathbf{x}}_k = [\mathbf{x}_k^\mathsf{T} \;\; \mathbf{x}_{k-1}^\mathsf{T} \;\; \cdots \;\; \mathbf{x}_{k-N-L+2}^\mathsf{T}]^\mathsf{T}$ é um vetor $N_T(N + L - 1) \times 1$ formado pelo empilhamento de $N + L - 1$ vetores de símbolos transmitidos, $\tilde{\mathbf{n}}_k = [\mathbf{n}_k^\mathsf{T} \;\; \mathbf{n}_{k-1}^\mathsf{T} \;\; \cdots \;\; \mathbf{n}_{k-N+1}^\mathsf{T}]^\mathsf{T}$ é o vetor $N_R N \times 1$ com as amostras do ruído e

$$\boldsymbol{\mathcal{H}}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{0,k} & \mathbf{H}_{1,k} & \cdots & \mathbf{H}_{L-1,k} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_{0,k} & \cdots & \mathbf{H}_{L-2,k} & \mathbf{H}_{L-1,k} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{H}_{0,k} & \cdots & \cdots & \mathbf{H}_{L-1,k} \end{bmatrix} \tag{2.22}$$

é uma matriz de Toeplitz por blocos, de dimensões $N_R N \times N_T(N+L-1)$, contendo os coeficientes do canal. Para canais planos, $\boldsymbol{\mathcal{H}}_k$ se transforma numa matriz diagonal por blocos com os elementos diagonais dados por $\mathbf{H}_k$.

Observando (2.15) e (2.21), percebe-se que os vetores recebidos são expressos como combinações lineares dos símbolos transmitidos. Embora (2.15) e (2.21) possam ser de interpretação fácil, intuitiva e direta, é possível obter uma formulação alternativa, útil para a análise e estimação tanto de canais MIMO/SISO planos quanto seletivos em freqüência. Para tanto, reescreve-se a convolução em (2.15) e (2.21) como uma operação linear sobre os coeficientes do canal. Definindo $\mathbf{x}_k^{'}$ como o vetor obtido pelo empilhamento dos L mais recentes vetores transmitidos, isto é, $\mathbf{x}_k^{'} = [\mathbf{x}_k^{\mathsf{T}} \quad \mathbf{x}_{k-1}^{\mathsf{T}} \quad \cdots \quad \mathbf{x}_{k-L+1}^{\mathsf{T}}]^{\mathsf{T}}$, (2.15) é reescrita como

$$\mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{0,k} & \mathbf{H}_{1,k} & \cdots & \mathbf{H}_{L-1,k} \end{bmatrix} \mathbf{x}_k^{'} + \mathbf{n}_k. \tag{2.23}$$

Para que (2.23) seja expressa como uma combinação linear dos coeficientes do canal, é necessário utilizar a seguinte propriedade do produto de Kronecker

Propriedade 2.1: Definindo vec$(\cdot)$ como o operador que empilha as colunas de uma matriz, tem-se que, para quaisquer matrizes $\mathbf{D} = \mathbf{ABC}$ de dimensões compatíveis [45, 46],

$$\text{vec}\,(\mathbf{D}) = \left(\mathbf{C}^{\mathsf{T}} \otimes \mathbf{A}\right) \text{vec}\,(\mathbf{B})\,, \tag{2.24}$$

onde $\otimes$ representa o produto de Kronecker.

◇

Fazendo $\mathbf{A} = \mathbf{I}_{N_R}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{0,k} & \mathbf{H}_{1,k} & \cdots & \mathbf{H}_{L-1,k} \end{bmatrix}$ e $\mathbf{C} = \mathbf{x}_k^{'}$ em (2.24), pode-se reescrever (2.23) como

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{X}_k \mathbf{h}_k + \mathbf{n}_k, \tag{2.25}$$

onde $\mathbf{X}_k = \mathbf{x}_k^{'\mathsf{T}} \otimes \mathbf{I}_{N_R}$ e

$$\mathbf{h}_k = \text{vec}\left(\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{0,k} & \mathbf{H}_{1,k} & \cdots & \mathbf{H}_{L-1,k} \end{bmatrix}\right) \tag{2.26}$$

é o vetor de dimensão $N_R N_T L \times 1$ obtido pelo empilhamento seqüencial de todas as colunas de $\mathbf{H}_{l,k},\ l = 0, \ldots, L-1$.

Então, utilizando (2.25) e empilhando os N vetores recebidos durante o período no qual o canal permanece fixo, isto é, considerando uma janela de observação de tamanho N, obtém-se

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_k \\ \mathbf{y}_{k-1} \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{k-N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_k \\ \mathbf{X}_{k-1} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{k-N+1} \end{bmatrix} \mathbf{h}_k + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_k \\ \mathbf{n}_{k-1} \\ \vdots \\ \mathbf{n}_{k-N+1} \end{bmatrix},$$

ou ainda

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \boldsymbol{\mathcal{X}}_k \mathbf{h}_k + \tilde{\mathbf{n}}_k, \tag{2.27}$$

onde $\boldsymbol{\mathcal{X}}_k$ é uma matriz de dimensões $N_R N \times N_R N_T L$ dada por

$$\boldsymbol{\mathcal{X}}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_k \\ \mathbf{X}_{k-1} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{k-N+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k^{\prime\mathsf{T}} \otimes \mathbf{I}_{N_R} \\ \mathbf{x}_{k-1}^{\prime\mathsf{T}} \otimes \mathbf{I}_{N_R} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{k-N+1}^{\prime\mathsf{T}} \otimes \mathbf{I}_{N_R} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\mathfrak{X}}_k \otimes \mathbf{I}_{N_R}, \tag{2.28}$$

sendo $\boldsymbol{\mathfrak{X}}_k$ uma matriz de Hankel por blocos, de tamanho $N \times N_T L$, definida como [5, 30, 31]

$$\boldsymbol{\mathfrak{X}}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k^{\prime\mathsf{T}} \\ \mathbf{x}_{k-1}^{\prime\mathsf{T}} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{k-N+1}^{\prime\mathsf{T}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k^{\mathsf{T}} & \mathbf{x}_{k-1}^{\mathsf{T}} & \cdots & \mathbf{x}_{k-L+1}^{\mathsf{T}} \\ \mathbf{x}_{k-1}^{\mathsf{T}} & \mathbf{x}_{k-2}^{\mathsf{T}} & \cdots & \mathbf{x}_{k-L}^{\mathsf{T}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{x}_{k-N+1}^{\mathsf{T}} & \mathbf{x}_{k-N}^{\mathsf{T}} & \cdots & \mathbf{x}_{k-N-L+2}^{\mathsf{T}} \end{bmatrix}. \tag{2.29}$$

Já que (2.25) e (2.27) fornecem uma abordagem comum para a análise e estimação tanto de canais MIMO planos quanto seletivos em freqüência, utilizaremos estas duas expressões ao longo desta tese.

2.2.1 Modelo auto-regressivo para canais variantes no tempo

Uma questão de grande importância para propósitos de simulação, estimação e rastreamento de canais de comunicação sem fio é o desenvolvimento de modelos simplificados que obedeçam, ao menos aproximadamente, o espectro Doppler de potência (2.18) e a função de autocorrelação temporal (2.19). Uma possível escolha para se alcançar tal objetivo é a utilização de processos auto-regressivos (AR).

O amplo uso de modelos AR para aproximar processos aleatórios discretos com espectro arbitrário vem da simplicidade do cálculo dos parâmetros do modelo. Dada uma função de autocorrelação temporal desejada, os parâmetros, ou coeficientes, do modelo AR de ordem p, AR(p), são calculados a partir da resolução de p equações lineares denominadas de Yule-Walker [47, 48]. Desta maneira, a função de autocorrelação do processo AR é exatamente igual à função de autocorrelação desejada até o atraso p [47].

Embora a representação exata da evolução temporal dos coeficientes do canal por um processo AR de ordem finita seja impossível, uma vez que a função de autocorrelação temporal (2.19) não é racional e o espectro (2.18) é de banda limitada, modelos AR de ordens elevadas, que descrevem o comportamento do canal com boa precisão, são desenvolvidos em [47]. De fato, os primeiros termos de (2.19), para atrasos pequenos, são os mais importantes para a estimação e rastreamento do canal já que eles capturam a maior parte da dinâmica dos coeficientes [14, 49]. Conseqüentemente, modelos AR de ordens baixas podem ser empregados para descrever aproximadamente a evolução temporal do canal. Por questões de simplicidade, utilizamos nesta tese, assim como em [14, 49–53], um modelo AR de primeira ordem para o canal [3]. Portanto, a partir de (2.26), a natureza dinâmica dos coeficientes do canal é expressa por

$$\mathbf{h}_k = \mathbf{F}_{\text{canal}}\mathbf{h}_{k-1} + \mathbf{w}_k, \tag{2.30}$$

onde a matriz de transição $\mathbf{F}_{\text{canal}}$ é dada por

$$\mathbf{F}_{\text{canal}} = \beta \mathbf{I}_{LN_RN_T}, \tag{2.31}$$

$$\beta = \mathcal{J}_0(2\pi f_D T_s) \tag{2.32}$$

[3]Embora modelos AR(1) sejam utilizados no decorrer desta tese, nada impede a utilização de modelos AR de ordem p qualquer.

e $\mathbf{w}_k$ é um vetor $LN_RN_T \times 1$ com amostras independentes de ruído de excitação gaussiano, circularmente simétrico, de média nula e matriz de covariância

$$\mathbf{Q}_{\text{canal}} = \sigma_w^2 \mathbf{I}_{LN_RN_T}, \tag{2.33}$$

sendo $\sigma_w^2 = (1 - |\beta|^2)P_k$, com $P_k = \mathrm{E}\left[|h_{m,k}|^2\right]$, $m = 1, \ldots, LN_RN_T$.

A velocidade de variação dos coeficientes do canal, quantificada por β em (2.31), é determinada pelo desvio Doppler ou, equivalentemente, pela velocidade relativa entre as N_T antenas transmissoras e as N_R antenas receptoras. Quanto maior o valor de f_DT_s, menor é o valor de β e mais rápidas são as variações do canal. Já a magnitude destas variações é controlada por σ_w.

Observando (2.30), nota-se que o modelo AR(1) pode caracterizar canais MIMO seletivos em freqüência ($L > 1$), planos ($L = 1$), variantes no tempo ($f_DT_s > 0$) ou invariantes durante a transmissão de um bloco de dados ($f_DT_s = 0$).

É importante mencionar que, embora o modelo (2.30) seja o mais difundido na literatura, ele não é o único a aproximar o canal por um processo AR. Em [33] é apresentado um modelo AR(1) cujos parâmetros não são obtidos pela resolução de uma equação de Yule-Walker, mas sim pela definição da freqüência de corte do filtro AR em $f_D/4$. Além disso, trabalhos recentes [54, 55] procuram aproximar o espectro Doppler (2.18) e a função de autocorrelação temporal (2.19) por modelos auto-regressivos de média móvel (ARMA, do inglês *autoregressive-moving average*). O interesse os processos ARMA vem do fato que, em princípio, modelos AR de ordens elevadas podem ser aproximados por modelos ARMA de ordens bem mais baixas, gerando modelos com reduzida carga computacional. Em [54], um modelo ARMA é obtido a partir de um modelo AR de ordem elevada calculado da forma proposta em [47]. Já em [55], primeiramente é proposto um espectro mais geral que aquele em (2.18) e que leva explicitamente em consideração as flutuações de fase do canal, existentes mesmo quando não há movimento relativo entre transmissor e receptor. A partir disto, é proposta uma maneira de se calcular funções de transferência racionais para modelar um canal sem fio com espectro de potência arbitrário.

2.2.2 Canais MIMO com correlação espacial

Até este ponto, os coeficientes do canal MIMO foram considerados variáveis aleatórias independentes entre si e com função de autocorrelação temporal dada por (2.19). Contudo, os coeficientes do canal geralmente apresentam correlação espacial. Esta correlação depende do ambiente de propagação, da polarização dos elementos dos arranjos de antenas, bem como do espaçamento entre estes elementos. Dentre os modelos existentes de canal com correlação espacial, um dos mais usados separa a correlação espacial em dois termos independentes, um relativo à correlação entre as antenas de transmissão e outro relativo à correlação entre as antenas de recepção. Este modelo representa de maneira bastante satisfatória canais MIMO sem linha de visada, ricos em múltiplos trajetos e com até 3 ou 4 antenas de cada lado [30, 56]. Assim, segundo este modelo, um canal MIMO plano com correlação espacial pode ser modelado por [5, 30, 31, 56–58]

$$\mathbf{H}_k^{\mathrm{c}} = \mathbf{R}_R^{1/2}\mathbf{H}_k\left(\mathbf{R}_T^{1/2}\right)^{\mathsf{T}}, \tag{2.34}$$

onde a matriz $\mathbf{R}_R$ modela a correlação entre as antenas de recepção, $\mathbf{R}_T$ modela a correlação entre as antenas de transmissão, $\mathbf{H}_k$ representa o canal MIMO com elementos independentes, de média nula e variância unitária, $\mathbf{H}_k^{\mathrm{c}}$ denota o canal com correlação espacial e $(\cdot)^{1/2}$ representa uma raiz quadrada de uma matriz [45,59]. Para canais MIMO seletivos em freqüência, os coeficientes $\mathbf{H}_{l,k}$, para cada atraso l, podem ser modelados como em (2.34) [30, 58].

Já para descrever canais MIMO com correlação espacial e um grande número de elementos nos arranjos de antenas pode-se, por exemplo, empregar o modelo proposto por Weichselberger *et al.* [57]. Este modelo consiste numa generalização de (2.34) e de outros modelos existentes. Ao modelar não apenas a correlação entre as antenas de transmissão e de recepção, mas também a dependência mútua entre elas, o modelo de Weichselberger parece descrever melhor a estrutura espacial de um canal MIMO [56,57]. Infelizmente, os trabalhos que utilizam o modelo mais geral proposto em [57] estimam os parâmetros necessários para a modelagem a partir de medidas de canais reais, não dando uma indicação clara dos valores utilizados. Devido a isto e ao fato do modelo (2.34) ser bastante difundido na literatura, empregaremos nesta tese o modelo (2.34) para representar canais com correlação espacial.

2.2.3 Modelo de canal variante no tempo e com correlação espacial

Assim como feito na Seção 2.2.1 para canais com coeficientes independentes, seria interessante desenvolver modelos simplificados para caracterizar o comportamento dinâmico de um canal com correlação espacial. Como $\mathbf{H}_k^{\mathrm{c}}$ em (2.34) é gerado a partir do canal com coeficientes descorrelacionados, seria natural tentar formular a evolução temporal do canal com correlação espacial de forma análoga a (2.30). Em [60], um modelo AR de primeira ordem para canais com correlação espacial é desenvolvido usando o modelo de Weichselberger [57]. Infelizmente, os autores de [60] não explicitam a forma da matriz de transição do modelo AR(1), dizendo apenas que ela é estimada a partir de medidas de canais reais. Desta maneira, é necessário propor um modelo para caracterizar a natureza dinâmica do canal com correlação espacial.

Para isto, consideramos inicialmente um canal plano. Aplicando (2.24) em (2.34) obtemos

$$\operatorname{vec}\left(\mathbf{H}_k^{\mathrm{c}}\right) = \mathbf{h}_k^{\mathrm{c}} = \left(\mathbf{R}_T^{1/2} \otimes \mathbf{R}_R^{1/2}\right) \operatorname{vec}\left(\mathbf{H}_k\right) = \mathbf{G}\mathbf{h}_k, \tag{2.35}$$

onde

$$\mathbf{G} = \mathbf{R}_T^{1/2} \otimes \mathbf{R}_R^{1/2}. \tag{2.36}$$

Usando (2.34) juntamente com as propriedades do produto de Kronecker [45,46], calculamos a matriz de correlação de $\mathbf{h}_k^{\mathrm{c}}$, $\mathbf{R}_{\mathbf{h}}$, como

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_{\mathbf{h}} &= \mathrm{E}\left[\mathbf{h}_k^{\mathrm{c}} \left(\mathbf{h}_k^{\mathrm{c}}\right)^{\mathsf{H}}\right] = \mathbf{G}\,\mathrm{E}\left[\mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^{\mathsf{H}}\right] \mathbf{G}^{\mathsf{H}} = \mathbf{G}\mathbf{I}_{N_R N_T} \mathbf{G}^{\mathsf{H}} = \mathbf{G}\mathbf{G}^{\mathsf{H}} \\
&= \left(\mathbf{R}_T^{1/2} \otimes \mathbf{R}_R^{1/2}\right) \left(\mathbf{R}_T^{1/2} \otimes \mathbf{R}_R^{1/2}\right)^{\mathsf{H}} = \left(\mathbf{R}_T^{1/2} \otimes \mathbf{R}_R^{1/2}\right) \left(\mathbf{R}_T^{\mathsf{H}/2} \otimes \mathbf{R}_R^{\mathsf{H}/2}\right) \\
&= \left(\mathbf{R}_T^{1/2} \mathbf{R}_T^{\mathsf{H}/2} \otimes \mathbf{R}_R^{1/2} \mathbf{R}_R^{\mathsf{H}/2}\right) = \mathbf{R}_T \otimes \mathbf{R}_R.
\end{aligned} \tag{2.37}$$

Por outro lado, a pré-multiplicação de (2.30) por $\mathbf{G}$ resulta em

$$\mathbf{G}\mathbf{h}_k = \mathbf{G}\mathbf{F}_{\text{canal}}\mathbf{h}_{k-1} + \mathbf{G}\mathbf{w}_k = \beta\mathbf{G}\mathbf{h}_{k-1} + \mathbf{G}\mathbf{w}_k. \tag{2.38}$$

Definindo $\mathbf{w}_k^{'}$ como

$$\mathbf{w}_k^{'} = \mathbf{G}\mathbf{w}_k \tag{2.39}$$

e usando (2.33) e (2.37), a matriz de covariância do novo ruído de excitação $\mathbf{w}_k^{'}$ é dada por

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{\text{canal}}^{'} &= \mathrm{E}\left[\mathbf{w}_k^{'}\mathbf{w}_k^{'\mathsf{H}}\right] = \mathrm{E}\left[\mathbf{G}\mathbf{w}_k\mathbf{w}_k^{\mathsf{H}}\mathbf{G}^{\mathsf{H}}\right] = \mathbf{G}\,\mathrm{E}\left[\mathbf{w}_k\mathbf{w}_k^{\mathsf{H}}\right]\mathbf{G}^{\mathsf{H}} \\ &= \mathbf{G}\mathbf{Q}_{\text{canal}}\mathbf{G}^{\mathsf{H}} = \mathbf{G}\left(\sigma_w^2\mathbf{I}\right)\mathbf{G}^{\mathsf{H}} = \sigma_w^2\mathbf{G}\mathbf{G}^{\mathsf{H}} = \sigma_w^2\mathbf{R}_{\mathbf{h}}. \end{aligned} \tag{2.40}$$

Substituindo (2.39) em (2.38) e comparando o resultado com (2.35), podemos descrever a dinâmica de um canal MIMO plano com correlação espacial por

$$\mathbf{h}_k^{\mathrm{c}} = \beta\mathbf{h}_{k-1}^{\mathrm{c}} + \mathbf{w}_k^{'}. \tag{2.41}$$

Este modelo é similar a (2.30), porém em (2.41) o ruído de excitação é correlacionado.

A extensão do modelo (2.41) para canais seletivos em freqüência é feita definindo $\mathbf{G}$ como uma matriz diagonal por blocos, com os blocos diagonais calculados como em (2.36). Além disso, fazendo $\mathbf{G}$ igual a uma matriz identidade, (2.41) se reduz a (2.30). Conseqüentemente, adotaremos (2.41) como aproximação para o comportamento dinâmico dos coeficientes do canal com correlação espacial.

2.3 Conclusão

Este capítulo apresentou, de forma bastante sucinta, alguns conceitos básicos sobre sistemas MIMO, bem como os modelos de canal e sinais utilizados no restante da tese.

Na Seção 2.1, apresentamos as vantagens de se utilizar múltiplas antenas na transmissão e na recepção. Basicamente, os ganhos proporcionados pelos sistemas

MIMO se dividem em duas categorias: ganho de diversidade e ganho de multiplexação. Enquanto o objetivo dos métodos de diversidade espacial é diminuir a probabilidade de erro no receptor, o objetivo das técnicas de multiplexação espacial é maximizar a taxa de transmissão.

Já na Seção 2.2, introduzimos modelos de canal MIMO variantes no tempo e com correlação espacial. A partir do empilhamento seqüencial de todas as colunas das matrizes constituintes da resposta ao impulso de um canal MIMO-FIR, obtivemos uma representação comum para a análise e a estimação de canais MIMO planos e seletivos em freqüência. Após mostrar como a natureza dinâmica do canal pode ser aproximada por um processo auto-regressivo propusemos, na Subseção 2.2.3, um modelo auto-regressivo para canais variantes no tempo e com correlação espacial.

Utilizando o material apresentado neste capítulo proporemos, no Cap. 3, algoritmos para estimação de canais MIMO planos em sistemas com diversidade espacial de transmissão. Já nos Caps. 4 e 5, a estimação de canais seletivos em freqüência em sistemas com multiplexação espacial será feita conjuntamente com a detecção dos sinais transmitidos.

3

Estimação de canal em sistemas com diversidade de transmissão

Como mencionado na Subseção 2.1.2, uma maneira efetiva e prática de se explorar diversidade espacial em sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas é empregar códigos espaço-temporais. Como o próprio nome sugere, a codificação dos códigos espaço-temporais é feita nos domínios espacial e temporal, introduzindo correlação entre os sinais transmitidos por diferentes antenas em diferentes intervalos de tempo. No receptor, esta correlação entre os sinais transmitidos é utilizada para reduzir os efeitos do desvanecimento do canal e melhorar a qualidade do sinal recebido. O uso da codificação espaço-temporal possibilita a obtenção de diversidade de transmissão sem aumento da potência total do sistema e sem o conhecimento do canal no transmissor.

Dentre os diferentes esquemas de codificação espaço-temporal existentes, os códigos espaço-temporais ortogonais por blocos (OSTBC, do inglês *orthogonal space-time block codes*) [4, 5, 7, 34, 41] são particularmente interessantes pois permitem alcançar diversidade máxima usando receptores de baixa complexidade. Mais precisamente, o decodificador de máxima verossimilhança (ML, do inglês *maximum likelihood*) para OSTBC's consiste em um simples receptor linear seguido por um decisor símbolo-a-símbolo.

Para decodificar corretamente os sinais recebidos, o receptor ML para OSTBC deve conhecer perfeitamente o canal de comunicação. Como normalmente os receptores não dispõem de tal informação, técnicas de estimação de canal são essenciais para o bom funcionamento do sistema. Quando o canal é estático, métodos como os apresentados em [4, 5, 30, 34, 61] podem ser empregados com sucesso. Porém, como descrito no Cap. 2, o canal pode variar com o tempo em decorrência, por exemplo, da mobilidade do transmissor e/ou do receptor. Neste caso, o algoritmo de estimação deve ser capaz de acompanhar as variações do canal. Um dos algoritmos adaptativos mais empregados para tal fim é o filtro de Kalman (FK), graças à sua habilidade intrínseca de funcionamento em ambientes estacionários e não-estacionários [26, 27, 29]. Exemplos de aplicação do filtro de Kalman em problemas de rastreamento de canais MIMO podem ser vistos em [14, 22, 60]. Em [14], é proposto um filtro de Kalman para rastrear canais MIMO seletivos em freqüência com desvanecimento de Rice, enquanto os trabalhos em [22, 60] desenvolvem filtros de Kalman para estimação de canal em sistemas MIMO-OFDM (do inglês *orthogonal frequency division multiplexing*).

O uso de filtros de Kalman para estimar canais variantes no tempo em sistemas MIMO com codificação espaço-temporal por blocos também é abordado na literatura. Em [62], um FK é usado para estimar canais MIMO planos, com desvanecimento rápido, em sistemas baseados no código de Alamouti [41]. Conseqüentemente, este esquema é limitado a duas antenas transmissoras. Já o estimador semicego proposto em [50] generaliza o método de [62] para qualquer tipo de OSTBC. Além disso, a ortogonalidade dos OSTBC's é utilizada em [50] para reduzir a complexidade do

FK convencional.

Uma hipótese fundamental no desenvolvimento dos algoritmos propostos em [50] e [62] é a descorrelação espacial entre os coeficientes do canal de comunicação. De fato, a redução de complexidade obtida em [50] não pode ser alcançada se os canais forem correlacionados. Porém, como já discutido no Cap. 2, em situações práticas normalmente existe correlação espacial entre as antenas de transmissão e/ou de recepção. Isto acontece, por exemplo, quando a separação entre antenas adjacentes não é suficiente para permitir que os sinais sofram desvanecimentos independentes.

Portanto, a primeira contribuição deste capítulo ao problema de estimação de canal em sistemas usando códigos espaço-temporais ortogonais por blocos é a proposição, na Seção 3.3, de um estimador recursivo ótimo (no sentido de minimização do erro quadrático médio de estimação a cada palavra-código espaço-temporal recebida), derivado do filtro de Kalman, para canais MIMO planos, variantes no tempo e que apresentam correlação espacial entre as antenas transmissoras e/ou receptoras. Graças ao uso dos OSTBC's, o filtro de Kalman original pode ser simplificado, levando a um algoritmo de complexidade reduzida. Os algoritmos apresentados em [50] e [62] podem, portanto, ser considerados como casos particulares do algoritmo proposto na Seção 3.3 quando a matriz de correlação espacial é diagonal. Ainda na Seção 3.3, mostramos que as estimativas do canal fornecidas pelo algoritmo proposto correspondem à somas ponderadas das estimativas anteriores e das estimativas instantâneas de máxima verossimilhança do canal.

Embora o algoritmo da Seção 3.3 seja menos complexo que o FK convencional, ainda há a necessidade de se realizar uma inversão de matriz a cada iteração. A partir de simulações, verificou-se que a matriz inversa converge rapidamente. Graças a este fato, é possível obter um filtro de Kalman em estado estacionário que calcula o valor assintótico da inversa apenas uma vez, durante a etapa de inicialização do algoritmo, mantendo-o constante para todos os cálculos subseqüentes. Assim, a segunda contribuição deste capítulo para a estimação de canais em sistemas usando códigos espaço-temporais ortogonais por blocos é a proposição, na Seção 3.4, de um filtro de Kalman em estado estacionário para modulações de módulo constante. O filtro de Kalman em estado estacionário proposto tem apenas uma fração da complexidade do algoritmo proposto na Seção 3.3 e também gera estimativas do canal a partir de médias ponderadas de estimativas anteriores e estimativas instantâneas de máxima verossimilhança. Além disso, resultados de simulação, apresentados na Seção 3.7, mostram que o desempenho do filtro de Kalman em estado estacionário é indistinguível do estimador recursivo ótimo proposto na Seção 3.3.

Os algoritmos das Seções 3.3 e 3.4 não levam em consideração os possíveis erros de modelagem do comportamento dinâmico dos coeficientes do canal. Isto pode causar uma degradação do desempenho dos algoritmos propostos. Uma das maneiras de compensar esse erro de modelagem, como mostrado na Seção 3.5, é fazer com que os filtros de Kalman propostos dêem uma ênfase maior ao dados medidos recentemente, "esquecendo" os sinais observados num passado mais distante. Desta maneira, os filtros se tornam menos sensível ao erros de modelagem do processo, uma vez que a confiabilidade das estimativas baseadas no modelo é diminuída, enquanto a importância das estimativas baseadas nos sinais recém medidos torna-se maior. Resultados de simulação, vistos na Seção 3.7, mostram que a utilização deste mecanismo de compensação dos erros de modelagem permite, em geral, uma melhora de desempenho dos algoritmos propostos.

Antes de apresentar os algoritmos propostos, iremos discutir brevemente as características dos códigos espaço-temporais ortogonais por blocos na Seção 3.1 e do filtro de Kalman na Seção 3.2.

3.1 Códigos espaço-temporais ortogonais por blocos

Considere um sistema MIMO com N_T antenas transmissoras enviando blocos de dados de tamanho T para N_R antenas receptoras. O canal é suposto plano e constante durante a transmissão de um bloco de dados, variando entre blocos consecutivos segundo a função de autocorrelação temporal (2.19). A relação entre os sinais transmitido e recebido para o bloco k pode ser expressa por [4, 5]

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{H}_k^{\mathrm{c}}\mathbf{X}_k + \mathbf{N}_k, \tag{3.1}$$

onde $\mathbf{Y}_k$ é uma matriz $N_R \times T$ com os sinais recebidos, $\mathbf{X}_k$ é uma matriz $N_T \times T$ cujos elementos $[\mathbf{X}_k]_{i,j}$, $i = 1, \ldots, N_T$, $j = 1, \ldots, T$ representam os sinais transmitidos pela antena i no j-ésimo instante de tempo do bloco k, $\mathbf{N}_k$, de dimensões $N_R \times T$, contém amostras independentes de ruído gaussiano, branco, circularmente simétrico, de média nula e variância σ_n^2, enquanto o canal com correlação espacial, modelado como em (2.34), é representado pela matriz $\mathbf{H}_k^{\mathrm{c}}$ de tamanho $N_R \times N_T$.

Na codificação espaço-temporal por blocos, a matriz $\mathbf{X}_k$ é obtida a partir de um mapeamento que transforma um bloco de símbolos de comprimento M, $\mathbf{s}_k = [s_{1,k}\ s_{2,k}\ \cdots\ s_{M,k}]^{\mathsf{T}}$, em uma matriz complexa $N_T \times T$. A palavra-código espaço-temporal $\mathbf{X}_k$ é então usada para transmitir os M símbolos em T usos do canal, atingindo uma taxa igual a M/T.

A matriz $\mathbf{X}_k$ é dita um OSTBC se [4, 5, 7, 34]

- todos os elementos de $\mathbf{X}_k$ forem funções lineares dos símbolos de $\mathbf{s}_k$ e seus complexos conjugados;
- para um $\mathbf{s}_k$ arbitrário, $\mathbf{X}_k\mathbf{X}_k^{\mathsf{H}} = \|\mathbf{s}_k\|^2\mathbf{I}_{N_T}$, onde $\|\cdot\|^2$ representa o quadrado da norma euclidiana.

O primeiro OSTBC proposto foi apresentado por Alamouti em [41]. Para este código, a palavra-código espaço-temporal $\mathbf{X}_k$ é dada por

$$\mathbf{X}_k = \begin{bmatrix} s_{1,k} & -s_{2,k}^* \\ s_{2,k} & s_{1,k}^* \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

com $\mathbf{s}_k = [s_{1,k}\ s_{2,k}]^{\mathsf{T}}$. A Fig. 3.1 ilustra o processo de codificação espaço-temporal de Alamouti. Como podemos observar na Fig. 3.1, no primeiro uso do canal os símbolos $s_{1,k}$ e $s_{2,k}$ são transmitidos, respectivamente, pelas antenas transmissoras 1 e 2. Já no segundo uso do canal, $-s_{2,k}^*$ é enviado pela antena um, enquanto $s_{1,k}^*$ é enviado pela antena 2.

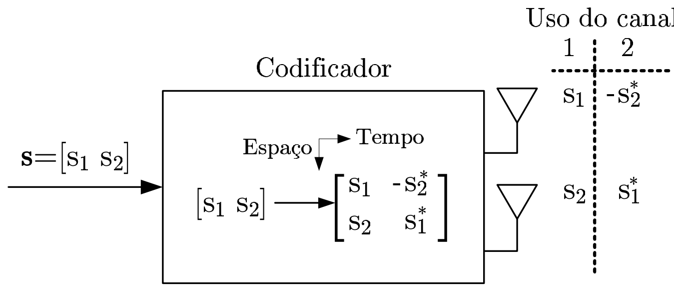

Figura 3.1: Diagrama de bloco do codificador espaço-temporal de Alamouti.

Uma característica importante do código de Alamouti é que ele é o único OSTBC formado por símbolos $\mathbf{s}_k$ complexos a atingir diversidade máxima com taxa unitária [4, 5, 7, 34]. Em outras palavras, para símbolos pertencentes a uma constelação complexa, como QAM e PSK, código espaço-temporais ortogonais com taxa 1 existem se, e somente se, $N_T = 2$. Por outro lado, para sistemas com mais de 2 antenas de transmissão, é possível obter OSTBC's que atinjam diversidade máxima com símbolos complexos, porém com taxas menores que 1 [5,7]. Como exemplo, a matriz $\mathbf{X}_k$ a seguir representa um OSTBC para 4 antenas de transmissão e taxa 1/2 [4,5,7,34].

$$\mathbf{X}_k = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} s_{1,k} & -s_{2,k} & -s_{3,k} & -s_{4,k} & s_{1,k}^* & -s_{2,k}^* & -s_{3,k}^* & -s_{4,k}^* \\ s_{2,k} & s_{1,k} & s_{4,k} & -s_{3,k} & s_{2,k}^* & s_{1,k}^* & s_{4,k}^* & -s_{3,k}^* \\ s_{3,k} & -s_{4,k} & s_{1,k} & s_{2,k} & s_{3,k}^* & -s_{4,k}^* & s_{1,k}^* & s_{2,k}^* \\ s_{4,k} & s_{3,k} & -s_{2,k} & s_{1,k} & s_{4,k}^* & s_{3,k}^* & -s_{2,k}^* & s_{1,k}^* \end{bmatrix}. \tag{3.3}$$

Tanto o código de Alamouti (3.2) quanto o código (3.3) podem ser descritos por meio de uma mesma representação matemática. Na verdade, a palavra-código espaço-temporal $\mathbf{X}_k$ de um OSTBC qualquer pode ser escrita como [4, 5, 7]

$$\mathbf{X}_k = \sum_{m=1}^{M} \big(s_{m,k}\mathbf{A}_m + s_{m,k}^*\mathbf{B}_m \big), \tag{3.4}$$

onde $s_{m,k},\ m = 1, \ldots, M$ é o m-ésimo símbolo do vetor de dados $\mathbf{s}_k$ e as matrizes $\mathbf{A}_m$ e $\mathbf{B}_m$, de dimensões $N_T \times T$, descrevem o código. Como podemos observar, $\mathbf{X}_k$ é obtida como uma combinação linear dos símbolos de $\mathbf{s}_k$ e seus complexos conjugados.

Além disso, a ortogonalidade dos OSTBC's é expressa em função das matrizes $\mathbf{A}_m$ e $\mathbf{B}_m$ como [4, 5, 7]

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_i\mathbf{A}_j^{\mathsf{H}} + \mathbf{B}_j\mathbf{B}_i^{\mathsf{H}} &= \delta_{i,j}\mathbf{I}_{N_T}\\ \mathbf{A}_i\mathbf{B}_j^{\mathsf{H}} + \mathbf{A}_j\mathbf{B}_i^{\mathsf{H}} &= \mathbf{0}_{N_T},\end{aligned} \tag{3.5}$$

onde $\delta_{i,j}$ é a função delta de Kronecker, isto é, $\delta_{i,j} = 1$ para $i = j$, e 0 para $i \neq j$. Os exemplos 3.1 e 3.2 mostram como as matrizes $\mathbf{A}_m$ e $\mathbf{B}_m$ são definidas, respectivamente, para o código de Alamouti (3.2) e para o código (3.3). Vale ainda mencionar que se as condições de ortogonalidade (3.5) forem removidas, (3.4) passa a representar uma classe maior de códigos, chamados de códigos de dispersão linear [4, 5]. Além de generalizar os OSTBC's e várias outras classes de códigos espaço-temporais lineares de bloco, os códigos de dispersão linear podem ser projetados para atingir taxas de transmissão maiores ou taxas de erro menores que as alcançadas pelos OSTBC's. Por outro lado, a decodificação dos códigos de dispersão linear não é tão simples quanto a dos OSTBC's [4, 5].

Exemplo 3.1:

Utilizando a representação (3.4), o código de Alamouti (3.2) é descrito por

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Exemplo 3.2:

Para o código apresentado em (3.3), as matrizes $\mathbf{A}_m$ e $\mathbf{B}_m$, $m = 1, \ldots, 4$, são dadas por

$$\mathbf{A}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Como mencionado no início deste capítulo, uma das principais características de qualquer OSTBC é a simplicidade do decodificador. Mais precisamente, o decodificador de máxima verossimilhança para OSTBC's consiste em um simples processamento linear, que desacopla o canal, seguido por um decisor símbolo-a-símbolo [4–7, 34]. O processamento linear gera estatísticas suficientes [1] através de uma combinação linear do sinais recebidos [4–6]. Estas estatísticas suficientes são, então, passadas ao decisor.

[1]As estatísticas suficientes de um sinal observado y contém toda a informação sobre y que é relevante para o processo de detecção, independente do critério de otimização escolhido para a detecção [6].

Para formar as estatísticas suficientes, define-se $\mathbf{y}_{i,k}$ como o vetor $1 \times T$ contendo os sinais recebidos pela antena i durante a transmissão da palavra-código espaço-temporal $\mathbf{X}_k$, isto é, $\mathbf{y}_{i,k}$ corresponde à i-ésima linha de $\mathbf{Y}_k$ em (3.1). Define-se também $\mathbf{h}_{i,k}$ como vetor $1 \times N_T$ com os coeficientes do canal entre todas as N_T antenas transmissoras e a antena receptora i, ou seja, $\mathbf{h}_{i,k}$ é a i-ésima linha de $\mathbf{H}_k^{\mathsf{c}}$ em (3.1). A partir destas definições, é possível mostrar [4] que as estatísticas suficientes u_m para cada símbolo $s_{m,k}$ do vetor $\mathbf{s}_k$ são calculadas por

$$u_m = \sum_{i=1}^{N_R} \mathbf{y}_{i,k}\mathbf{A}_m^{\mathsf{H}}\mathbf{h}_{i,k}^{\mathsf{H}} + \mathbf{h}_{i,k}\mathbf{B}_m\mathbf{y}_{i,k}^{\mathsf{H}}. \tag{3.6}$$

Exemplo 3.3:

Para o código de Alamouti ($N_T = 2$), representado por (3.2), as estatísticas suficientes para os símbolos $s_{1,k}$ e $s_{2,k}$ são calculadas, respectivamente, por

$$\begin{aligned} u_1 &= \sum_{i=1}^{N_R} h_{i,1,k}^* y_{i,1} + h_{i,2,k} y_{i,2}^* \\ u_2 &= \sum_{i=1}^{N_R} h_{i,2,k}^* y_{i,1} - h_{i,1,k} y_{i,2}^*, \end{aligned}$$

onde $y_{i,t},\ t = 1, 2$, corresponde ao sinal recebido pela antena receptora i no t-ésimo uso do canal no bloco k e $h_{i,j,k}, i = 1 \ldots, N_R,\ j = 1, 2$ representa o elemento (i, j) da matriz $\mathbf{H}_k$. Vale mencionar que este exemplo generaliza, para um número qualquer de antenas de recepção, as expressões (2.7) do exemplo 2.1 da pág. 17.

Exemplo 3.4:

Utilizando agora o código (3.3), as estatísticas suficientes (3.6) para os símbolos de informação $s_{1,k}$, $s_{2,k}$, $s_{3,k}$ e $s_{4,k}$ são escritas como

$$\begin{aligned}
u_1 =&(1\big/\sqrt{2})\sum_{i=1}^{N_R} h^*_{i,1,k}y_{i,1} + h^*_{i,2,k}y_{i,2} + h^*_{i,3,k}y_{i,3} + h^*_{i,4,k}y_{i,4} + h_{i,1,k}y^*_{i,5} + h_{i,2,k}y^*_{i,6}\\
&+ h_{i,3,k}y^*_{i,7} + h_{i,4,k}y^*_{i,8}\\
u_2 =&(1\big/\sqrt{2})\sum_{i=1}^{N_R} h^*_{i,2,k}y_{i,1} - h^*_{i,1,k}y_{i,2} - h^*_{i,4,k}y_{i,3} + h^*_{i,3,k}y_{i,4} + h_{i,2,k}y^*_{i,5} - h_{i,1,k}y^*_{i,6}\\
&- h_{i,4,k}y^*_{i,7} + h_{i,3,k}y^*_{i,8}\\
u_3 =&(1\big/\sqrt{2})\sum_{i=1}^{N_R} h^*_{i,3,k}y_{i,1} + h^*_{i,4,k}y_{i,2} - h^*_{i,1,k}y_{i,3} - h^*_{i,2,k}y_{i,4} + h_{i,3,k}y^*_{i,5} + h_{i,4,k}y^*_{i,6}\\
&- h_{i,1,k}y^*_{i,7} - h_{i,2,k}y^*_{i,8}\\
u_4 =&(1\big/\sqrt{2})\sum_{i=1}^{N_R} h^*_{i,4,k}y_{i,1} - h^*_{i,3,k}y_{i,2} + h^*_{i,2,k}y_{i,3} - h^*_{i,1,k}y_{i,4} + h_{i,4,k}y^*_{i,5} - h_{i,3,k}y^*_{i,6}\\
&+ h_{i,2,k}y^*_{i,7} - h_{i,1,k}y^*_{i,8}
\end{aligned}$$

Como pode ser claramente notado em (3.6), o cálculo das estatísticas suficientes para a decodificação dos OSTBC's depende do conhecimento do canal no receptor. Por isso, técnicas de estimação de canal são necessárias para a correta decodificação e recuperação da informação. Os algoritmos propostos nas Seções 3.3 e 3.4 são baseados na formulação em espaço de estados do problema de estimação de canal e são derivados a partir de uma ferramenta clássica nas teorias de estimação, processamento de sinais e controle, denominada filtro de Kalman. Devido a este fato, apresentaremos na próxima seção uma visão geral da teoria de estimação de estados e das propriedades do filtro de Kalman.

3.2 Estimação de estados e filtro de Kalman

Uma tarefa comum em praticamente todas as áreas da engenharia, e das ciências em geral, é determinar como certos parâmetros associados à operação de um determinado sistema dinâmico variam com o tempo. Muitas vezes, os parâmetros de interesse apresentam erros de medição ou não podem ser observados diretamente. Neste caso, podemos recorrer a medidas, possivelmente corrompidas por ruído, das grandezas disponíveis para obter informação sobre algum parâmetro essencialmente interno ao sistema. Ao conjunto de variáveis que fornece uma representação completa das condições internas do sistema num dado instante de tempo dá-se o nome de *estado* [26, 27]. Mais rigorosamente, o estado de um sistema num instante k_0 pode ser definido como a quantidade mínima de informação que, juntamente com a entrada para $k \geq k_0$, determina de maneira única a saída do sistema para $k \geq k_0$ [28].

Em geral, o estado é uma grandeza vetorial cujos elementos são denominados *variáveis de estado*. Exemplos de variáveis de estados em sistemas de comunicações são os sinais transmitidos, num problema de equalização, e os coeficientes do canal num problema de estimação.

Para realizar a estimação de estados, o primeiro passo é construir um modelo matemático do sistema em questão. No espaço de estados, um sistema dinâmico pode ser representado por dois conjuntos de equações: as equações de processo, conhecidas também como equações de estado, e as equações de medida, também chamadas de equações de observação. Enquanto as equações de processo definem a dinâmica das variáveis de estado, isto é, caracterizam o comportamento do estado ao longo do tempo, as equações de medidas relacionam as variáveis de estados aos sinais que são realmente observados [26–29]. A Fig. 3.2 ilustra uma possível maneira de associar esses dois conjuntos de equações a um sistema dinâmico genérico, linear e a tempo discreto.

Matematicamente, a Fig. 3.2 nos diz que

$$\mathbf{h}_k = \mathbf{F}_k\mathbf{h}_{k-1} + \mathbf{G}_k\mathbf{w}_k \quad \text{(equação de processo)}, \tag{3.7a}$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \boldsymbol{\mathcal{X}}_k\mathbf{h}_k + \tilde{\mathbf{n}}_k \quad \text{(equação de medida)}. \tag{3.7b}$$

Nestas equações, $\mathbf{h}_k$ representa o estado que se deseja estimar a cada instante k, $\mathbf{F}_k$ é a matriz de transição de estados, que descreve a evolução temporal das variáveis de estados entre os instantes $k-1$ e k, $\mathbf{w}_k$ é o vetor contendo amostras

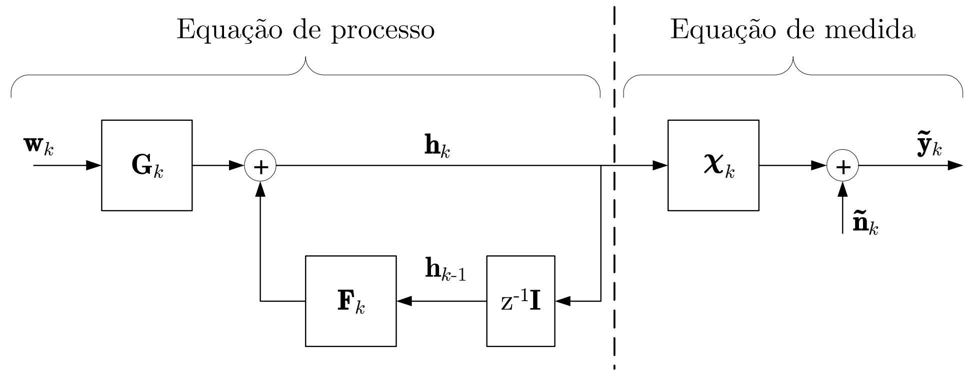

Figura 3.2: Representação de um sistema dinâmico linear e a tempo discreto.

do ruído de excitação, ou de processo, que alimenta o sistema, $\boldsymbol{\mathcal{X}}_k$ é a matriz de medida (ou de observação), $\tilde{\mathbf{n}}_k$ é um ruído aditivo de medida e $\tilde{\mathbf{y}}_k$ é o vetor com os sinais observados no instante k. Sem perda de generalidade, os ruídos $\mathbf{w}_k$ e $\tilde{\mathbf{n}}_k$ são considerados brancos, descorrelacionados, com média nula e matrizes de covariância dadas, respectivamente, por

$$\mathrm{E}\left[\mathbf{w}_k\mathbf{w}_t^{\mathsf{H}}\right] = \begin{cases} \mathbf{Q}_k, & k = t \\ \mathbf{0}, & k \neq t \end{cases} \qquad \text{e} \qquad \mathrm{E}\left[\tilde{\mathbf{n}}_k\tilde{\mathbf{n}}_t^{\mathsf{H}}\right] = \begin{cases} \mathbf{R}_k, & k = t \\ \mathbf{0}, & k \neq t \end{cases}. \tag{3.8}$$

O objetivo dos métodos de estimação de estados é, portanto, calcular estimativas do estado $\mathbf{h}_k$, a cada instante, a partir do conhecimento da dinâmica do sistema e do sinal observado. Em função da quantidade de informação observada disponível, os estimadores de estados são divididos em três grandes classes [26–29]: filtragem, predição e suavização (*smoothing*, em inglês).

Na classe conhecida como filtragem, a estimativa do estado num instante k é calculada usando todas as medidas disponíveis do instante inicial até o instante k. Já na categoria de predição, utilizam-se os sinais recebidos até o instante $k-M$, $M > 0$, para se estimar o estado no instante k. Por fim, se medidas posteriores ao instante k também estiverem disponíveis, é possível obter uma estimativa do estado no instante k usando métodos de suavização.

Em todas as classes de estimadores de estado acima mencionadas, a qualidade das estimativas é freqüentemente quantificada pela energia do erro de estimação. Quanto menor a energia do erro, melhor é a estimativa produzida. Assim, um dos critérios mais utilizados para o projeto dos estimadores de estado é a minimização da energia do erro ou, em outras palavras, a minimização do erro quadrático médio (MSE, do inglês *mean squared error*) de estimação.

É sabido da teoria de estimação que o estimador de mínimo erro quadrático médio (MMSE, do inglês *minimum mean squared error*) é obtido pela média condicional dos parâmetros desconhecidos (variáveis de estado) dados os sinais observados [26, 28, 29], isto é,

$$\hat{\mathbf{h}}^{(\mathrm{MMSE})} = \mathrm{E}\left[\mathbf{h} \middle| \{\tilde{\mathbf{y}}\}\right], \tag{3.9}$$

onde $\{\tilde{\mathbf{y}}\}$ representa a seqüência observada disponível.

Já que o estado pode ter uma natureza dinâmica, ou seja, as variáveis de estado podem evoluir ao longo do tempo, é interessante desenvolver algoritmos que calculem a estimativa ótima (3.9) a cada instante de tempo. Se nos restringirmos aos estimadores lineares, isto é, aqueles calculados como combinações lineares das medidas disponíveis, a solução ótima é dada pelo conhecido *filtro de Kalman* [26–29].

Podemos, então, dizer que o filtro de Kalman é uma ferramenta baseada na descrição em espaço de estados de um sistema dinâmico linear e que fornece uma solução recursiva de mínimo erro quadrático médio para o problema de estimação de estados. A solução produzida pelo filtro de Kalman é recursiva no sentido de que cada atualização do vetor de estado é calculada a partir da estimativa imediatamente anterior e dos dados recém observados. Desta maneira, não há necessidade de se armazenar todo o histórico de sinais recebidos, o que torna o FK computacionalmente eficiente. Além disso, uma outra vantagem do FK em relação a outros algoritmos adaptativos é a sua versatilidade para trabalhar em ambientes estacionários e não-estacionários.

Sendo o filtro de Kalman uma ferramenta clássica nas áreas de estimação, processamento de sinais e controle, há uma vasta literatura sobre o assunto. Como exemplo, podemos citar os textos apresentados em [26–29, 63]. Portanto, não detalharemos como as equações do FK são obtidas. Ao invés disso, analisaremos de forma mais intuitiva o funcionamento e as propriedades dessa ferramenta tradicional de estimação de estados.

Em linhas gerais, o processo recursivo da filtragem de Kalman pode ser dividido em duas etapas: na fase de predição, também denominada atualização temporal, a equação de processo é usada para predizer o valor do estado num instante k, a partir da estimativa do estado calculada no instante $k-1$; na etapa de filtragem, os valores preditos para as variáveis de estados são atualizados a partir da equação de medida e dos sinais observados no instante k.

A Fig. 3.3 ilustra como as etapas de predição e filtragem atuam no cálculo recursivo das estimativas. Nesta figura, $\hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-2}$ representa a estimativa do estado no instante $k-1$ baseada nos sinais observados até o instante $k-2$. Assim, vê-se que após a observação do sinal $\tilde{\mathbf{y}}$ no instante $k-1$, a estimativa existente $\hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-2}$ é atualizada na etapa de filtragem. Esta nova estimativa $\hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1}$ é, então, usada para predizer o valor do estado no instante seguinte. Quando o sinal $\tilde{\mathbf{y}}_k$ se torna disponível, o estado predito $\hat{\mathbf{h}}_{k|k-1}$ é refinado, gerando a estimativa $\hat{\mathbf{h}}_{k|k}$.

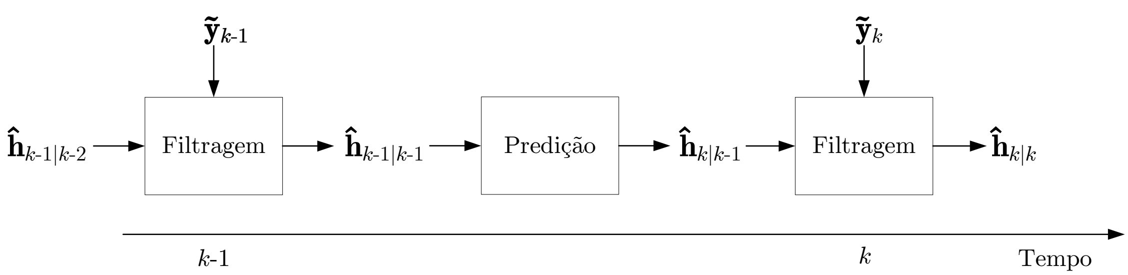

Figura 3.3: Linha do tempo mostrando a evolução das estimativas do estado em um filtro de Kalman.

A partir de (3.9), a melhor estimativa do estado no instante k, dada a observação dos sinais $\tilde{\mathbf{y}}$ do instante inicial até o instante k, é calculada como

$$\hat{\mathbf{h}}_{k|k} = \mathrm{E}\left[\mathbf{h}_k | \tilde{\mathbf{y}}_1, \tilde{\mathbf{y}}_2, \cdots, \tilde{\mathbf{y}}_k\right]. \tag{3.10}$$

Por outro lado, se tivermos acesso a todas as medidas, exceto a atual, podemos computar uma estimativa *a priori* do estado como a média condicional de $\mathbf{h}_k$ dados todos os sinais observados anteriormente, isto é,

$$\hat{\mathbf{h}}_{k|k-1} = \mathrm{E}\left[\mathbf{h}_k|\tilde{\mathbf{y}}_1, \tilde{\mathbf{y}}_2, \cdots, \tilde{\mathbf{y}}_{k-1}\right]. \tag{3.11}$$

Tanto $\hat{\mathbf{h}}_{k|k}$ quanto $\hat{\mathbf{h}}_{k|k-1}$ são estimativas de $\mathbf{h}_k$. A diferença entre elas reside no fato de que $\hat{\mathbf{h}}_{k|k-1}$ é calculada antes da observação de $\tilde{\mathbf{y}}_k$, enquanto $\hat{\mathbf{h}}_{k|k}$ é obtida levando em consideração a informação contida em $\tilde{\mathbf{y}}_k$.

Já que o comportamento dinâmico do sistema é representado pela equação de processo (3.7a), a estimativa *a priori* do estado é reescrita como

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{h}}_{k|k-1} &= \mathrm{E}\left[\mathbf{F}_k\mathbf{h}_{k-1} + \mathbf{G}_k\mathbf{w}_k|\tilde{\mathbf{y}}_1, \tilde{\mathbf{y}}_2, \cdots, \tilde{\mathbf{y}}_{k-1}\right] \\
&= \mathbf{F}_k\,\mathrm{E}\left[\mathbf{h}_{k-1}|\tilde{\mathbf{y}}_1, \tilde{\mathbf{y}}_2, \cdots, \tilde{\mathbf{y}}_{k-1}\right] + \mathbf{G}_k\,\mathrm{E}\left[\mathbf{w}_k|\tilde{\mathbf{y}}_1, \tilde{\mathbf{y}}_2, \cdots, \tilde{\mathbf{y}}_{k-1}\right] \\
&= \mathbf{F}_k\hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1} + \mathbf{G}_k\,\mathrm{E}\left[\mathbf{w}_k\right] = \mathbf{F}_k\hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1},
\end{aligned} \tag{3.12}$$

uma vez que o ruído de processo $\mathbf{w}_k$ tem média nula e é independente das observações.

Uma forma de avaliar a qualidade das estimativas $\hat{\mathbf{h}}_{k|k-1}$, a cada instante k, é por meio do cálculo da matriz de covariância do erro de estimação. Assim, definindo a matriz em questão como

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathrm{E}\left[\left(\mathbf{h}_k - \hat{\mathbf{h}}_{k|k-1}\right)\left(\mathbf{h}_k - \hat{\mathbf{h}}_{k|k-1}\right)^{\mathsf{H}}\right] \tag{3.13}$$

e empregando (3.7a), (3.8) e (3.12), obtém-se

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_{k|k-1} &= \mathrm{E}\left[\left(\mathbf{F}_k\mathbf{h}_{k-1} + \mathbf{G}_k\mathbf{w}_k - \mathbf{F}_k\hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1}\right)\left(\mathbf{F}_k\mathbf{h}_{k-1} + \mathbf{G}_k\mathbf{w}_k - \mathbf{F}_k\hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1}\right)^{\mathsf{H}}\right] \\
&= \mathrm{E}\left[\left(\mathbf{F}_k\left(\mathbf{h}_{k-1} - \hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1}\right) + \mathbf{G}_k\mathbf{w}_k\right)\left(\mathbf{F}_k\left(\mathbf{h}_{k-1} - \hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1}\right) + \mathbf{G}_k\mathbf{w}_k\right)^{\mathsf{H}}\right] \\
&= \mathbf{F}_k\,\mathrm{E}\left[\left(\mathbf{h}_{k-1} - \hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1}\right)\left(\mathbf{h}_{k-1} - \hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1}\right)^{\mathsf{H}}\right]\mathbf{F}_k^{\mathsf{H}} + \mathbf{G}_k\,\mathrm{E}\left[\mathbf{w}_k\mathbf{w}_k^{\mathsf{H}}\right]\mathbf{G}_k^{\mathsf{H}} \\
&= \mathbf{F}_k\mathbf{P}_{k-1|k-1}\mathbf{F}_k^{\mathsf{H}} + \mathbf{G}_k\mathbf{Q}_k\mathbf{G}_k^{\mathsf{H}},
\end{aligned} \tag{3.14}$$

onde a matriz de covariância *a posteriori*, $\mathbf{P}_{k-1|k-1}$, é dada por

$$\mathbf{P}_{k-1|k-1} = \mathrm{E}\left[\left(\mathbf{h}_{k-1} - \hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1}\right)\left(\mathbf{h}_{k-1} - \hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1}\right)^{\mathsf{H}}\right]. \tag{3.15}$$

Observando (3.12) e (3.14), percebe-se que as estimativas do estado e da matriz de covariância do erro de estimação são atualizadas com base, apenas, no conhecimento da dinâmica do sistema e na respectiva estimativa anterior. Desta forma, estas duas expressões constituem a etapa de predição, ou de atualização temporal, do filtro de Kalman. É interessante notar que as equações de predição (3.12) e (3.14) são similares às equações de propagação temporal da média e da variância do estado [26–29].

Uma vez mostrado como o conhecimento da dinâmica do sistema permite atualizar a estimativa do estado e da matriz de covariância do erro de estimação, o próximo passo é entender como os sinais medidos são usados para refinar os resultados obtidos na etapa de predição. Para tanto, vamos considerar o estimador recursivo linear

$$\hat{\mathbf{h}}_{k|k} = \mathbf{C}_{1,k}\hat{\mathbf{h}}_{k|k-1} + \mathbf{C}_{2,k}\tilde{\mathbf{y}}_k, \tag{3.16}$$

onde $\hat{\mathbf{h}}_{k|k-1}$ é a estimativa do estado gerada na fase de predição, $\tilde{\mathbf{y}}_k$ é o vetor com os sinais observados no instante k e $\mathbf{C}_{1,k}$ e $\mathbf{C}_{2,k}$ são os coeficientes, variantes no tempo, da combinação linear.

Utilizando a equação de medida (3.7b), os coeficientes $\mathbf{C}_{1,k}$ e $\mathbf{C}_{2,k}$ que minimizam o MSE a cada instante são dados por [26–29]

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{1,k} &= \mathbf{I} - \mathbf{K}_k\boldsymbol{\mathcal{X}}_k \\ \mathbf{C}_{2,k} &= \mathbf{K}_k, \end{aligned} \tag{3.17}$$

sendo a matriz do *ganho de Kalman*, $\mathbf{K}_k$, computada como [26–29]

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\left(\boldsymbol{\mathcal{X}}_k\mathbf{P}_{k|k-1}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} + \mathbf{R}_k\right)^{-1}. \tag{3.18}$$

O estimador linear recursivo ótimo é expresso, então, por

$$\hat{\mathbf{h}}_{k|k} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\boldsymbol{\mathcal{X}}_k\right)\hat{\mathbf{h}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k\tilde{\mathbf{y}}_k. \tag{3.19}$$

Rearranjando os termos de (3.19), tem-se que

$$\hat{\mathbf{h}}_{k|k} = \hat{\mathbf{h}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k\left(\tilde{\mathbf{y}}_k - \boldsymbol{\mathcal{X}}_k\hat{\mathbf{h}}_{k|k-1}\right) = \hat{\mathbf{h}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k\boldsymbol{\alpha}_k. \tag{3.20}$$

Logo, podemos interpretar a estimativa calculada em (3.20) como uma combinação da melhor estimativa linear de $\mathbf{h}_k$ baseada nas observações passadas, $\hat{\mathbf{h}}_{k|k-1}$, e um termo de correção, $\boldsymbol{\alpha}_k = \tilde{\mathbf{y}}_k - \boldsymbol{\mathcal{X}}_k\hat{\mathbf{h}}_{k|k-1}$, que representa o erro na predição de $\tilde{\mathbf{y}}_k$ a partir de $\hat{\mathbf{h}}_{k|k-1}$. Quanto menor o valor de $\boldsymbol{\alpha}_k$, mais próxima do sinal medido estará a estimativa $\boldsymbol{\mathcal{X}}_k\hat{\mathbf{h}}_{k|k-1}$ e, conseqüentemente, menor será o fator de correção acrescentado na etapa de filtragem. A Fig. 3.4 ilustra o funcionamento do FK, mostrando a relação entre as duas etapas de atualização das estimativas do estado.

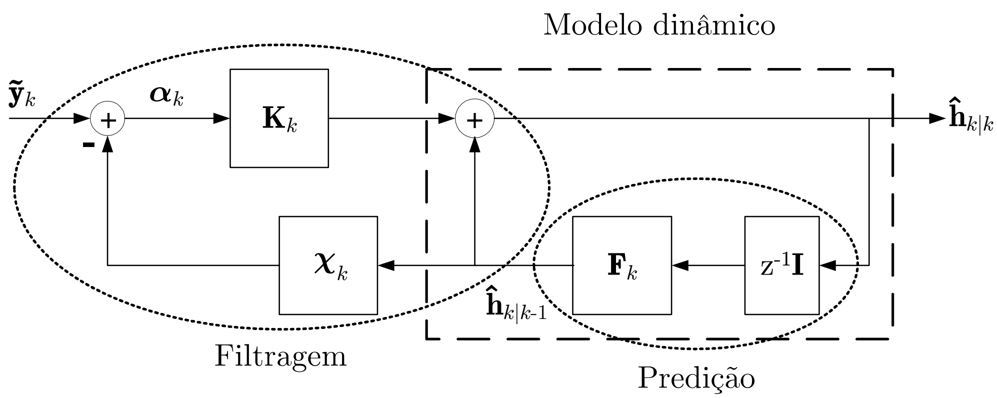

Figura 3.4: Diagrama de blocos do filtro de Kalman.

Como indicado na Fig. 3.4, o modelo dinâmico do sistema é uma parte integral do FK. Desta maneira, é possível comparar esta figura com a Fig. 3.2. Assim, o termo de correção $\mathbf{K}_k\boldsymbol{\alpha}_k$ do FK pode ser visto como uma estimativa do ruído de excitação $\mathbf{G}_k\mathbf{w}_k$ apresentado na Fig. 3.2. É exatamente devido ao fato do FK usar uma "cópia" do modelo dinâmico do sistema que ele é capaz de rastrear a evolução temporal do estado.

Para completar a descrição matemática do FK, falta mostrar como a matriz de covariância do erro de estimação é atualizada na etapa de filtragem. Conforme calculado em [26–29], a matriz $\mathbf{P}_{k|k}$ é dada por

$$\mathbf{P}_{k|k} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\boldsymbol{\mathcal{X}}_k]\,\mathbf{P}_{k|k-1}. \tag{3.21}$$

Portanto, reunindo (3.12), (3.14), (3.18), (3.20) e (3.21), obtém-se o filtro de Kalman apresentado no quadro do algoritmo 3.2.1.

Algoritmo 3.2.1 Filtro de Kalman

`Predição`

$$\hat{\mathbf{h}}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1} \tag{3.22a}$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_k^{\mathsf{H}} + \mathbf{G}_k \mathbf{Q}_k \mathbf{G}_k^{\mathsf{H}} \tag{3.22b}$$

`Filtragem`

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} \left(\boldsymbol{\mathcal{X}}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} + \mathbf{R}_n \right)^{-1} \tag{3.23a}$$

$$\boldsymbol{\alpha}_k = \tilde{\mathbf{y}}_k - \boldsymbol{\mathcal{X}}_k \hat{\mathbf{h}}_{k|k-1} \tag{3.23b}$$

$$\hat{\mathbf{h}}_{k|k} = \hat{\mathbf{h}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \boldsymbol{\alpha}_k \tag{3.23c}$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \left[\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \boldsymbol{\mathcal{X}}_k \right] \mathbf{P}_{k|k-1} \tag{3.23d}$$

É importante relembrar que o filtro de Kalman é o estimador linear de erro quadrático médio mínimo para o sistema de equações representado por (3.7a) e (3.7b). Em razão disto, apenas as estatísticas de segunda ordem são necessárias para o cálculo recursivo das estimativas do estado [26–29]. Isto quer dizer que, para ruídos de processo $\mathbf{w}_k$ e de medida $\tilde{\mathbf{n}}_k$ não gaussianos, o FK é o melhor estimador obtido como uma combinação linear das medidas. Por outro lado, para $\mathbf{w}_k$ e $\tilde{\mathbf{n}}_k$ gaussianos, o FK é o estimador MMSE.

Também vale mencionar que o termo de correção $\boldsymbol{\alpha}_k$ em (3.23b) é freqüentemente denominado *inovação*. Para entender o porquê do nome inovação, começamos por definir $\hat{\tilde{\mathbf{y}}}_{k|k-1}$ como a estimativa de $\tilde{\mathbf{y}}_k$ baseada nos sinais observados até o instante $k-1$, ou seja,

$$\hat{\tilde{\mathbf{y}}}_{k|k-1} = \mathrm{E}\left[\tilde{\mathbf{y}}_k | \tilde{\mathbf{y}}_1, \tilde{\mathbf{y}}_2 \cdots \tilde{\mathbf{y}}_{k-1} \right]. \tag{3.24}$$

Utilizando agora (3.7b), (3.11) e o fato de que o ruído de medida no instante k é independente dos sinais observados até o instante $k-1$, obtemos

$$\begin{aligned}\hat{\tilde{\mathbf{y}}}_{k|k-1} &= \mathrm{E}\left[\boldsymbol{\mathcal{X}}_k \mathbf{h}_k + \tilde{\mathbf{n}}_k | \tilde{\mathbf{y}}_1, \tilde{\mathbf{y}}_2 \cdots \tilde{\mathbf{y}}_{k-1}\right] = \mathrm{E}\left[\boldsymbol{\mathcal{X}}_k \mathbf{h}_k | \tilde{\mathbf{y}}_1, \tilde{\mathbf{y}}_2 \cdots \tilde{\mathbf{y}}_{k-1}\right] + \mathrm{E}\left[\tilde{\mathbf{n}}_k | \tilde{\mathbf{y}}_1, \tilde{\mathbf{y}}_2 \cdots \tilde{\mathbf{y}}_{k-1}\right] \\ &= \boldsymbol{\mathcal{X}}_k \,\mathrm{E}\left[\mathbf{h}_k | \tilde{\mathbf{y}}_1, \tilde{\mathbf{y}}_2 \cdots \tilde{\mathbf{y}}_{k-1}\right] + \mathrm{E}\left[\tilde{\mathbf{n}}_k\right] = \boldsymbol{\mathcal{X}}_k \hat{\mathbf{h}}_{k|k-1}.\end{aligned} \tag{3.25}$$

Com isso, o sinal de erro $\boldsymbol{\alpha}_k$ é reescrito como

$$\boldsymbol{\alpha}_k = \tilde{\mathbf{y}}_k - \hat{\tilde{\mathbf{y}}}_{k|k-1} \tag{3.26}$$

e, portanto,

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \hat{\tilde{\mathbf{y}}}_{k|k-1} + \boldsymbol{\alpha}_k. \tag{3.27}$$

Analisando (3.27), fica claro que $\hat{\tilde{\mathbf{y}}}_{k|k-1}$ é a parcela de $\tilde{\mathbf{y}}_k$ que pode ser predita com base nas observações passadas, enquanto $\boldsymbol{\alpha}_k$ corresponde a uma parcela de informação incremental, nova, que não pode ser predita. Daí a designação inovação. Em termo geométricos, podemos ver $\hat{\tilde{\mathbf{y}}}_{k|k-1}$ como a projeção ortogonal de $\tilde{\mathbf{y}}_k$ no espaço gerado por $\{\tilde{\mathbf{y}}_1, \tilde{\mathbf{y}}_2 \cdots \tilde{\mathbf{y}}_{k-1}\}$ e $\boldsymbol{\alpha}_k$ como a componente de $\tilde{\mathbf{y}}_k$ ortogonal a esse espaço. Sendo $\boldsymbol{\alpha}_k$ a informação nova contida em $\tilde{\mathbf{y}}_k$, descorrelacionada das observações anteriores, é possível demonstrar que a seqüência produzida pela inovação é branca [26–29].

3.3 Filtro de Kalman de complexidade reduzida

Uma vez apresentadas algumas noções fundamentais a respeito dos OSTBC's e do FK iremos, nesta seção, propor um filtro de Kalman com complexidade reduzida para a estimação de canais MIMO com correlação espacial entre as antenas de transmissão e/ou de recepção.

Conforme mencionado na Seção 3.2, a formulação do problema de estimação de canal como um problema de estimação de estados exige a presença de duas equações: a equação de processo, que descreve o comportamento dinâmico das variáveis de estado a serem estimadas, e a equação de medida, que apresenta a relação entre as variáveis de estados e os sinas observados na saída do sistema. Ao comparar (3.7a) com (2.41) e (2.39), vê-se claramente que o modelo AR(1) desenvolvido para aproximar o comportamento variante no tempo do canal MIMO com correlação espacial se encaixa perfeitamente na equação de processo. Por isso, usaremos (2.41) como equação de processo e $\mathbf{h}_k^{\mathrm{c}}$ como o estado.

Já o sinal na saída do sistema, no caso de um sistema MIMO-OSTBC, é o próprio sinal na saída do canal, isto é, $\mathbf{Y}_k$ em (3.1). Portanto, a equação de medida pode ser formada pelo empilhamento das colunas de $\mathbf{Y}_k$, $\mathbf{H}_k^{\mathrm{c}}$ e $\mathbf{N}_k$ em (3.1). Logo, definindo $\mathbf{y}_k = \mathrm{vec}(\mathbf{Y}_k)$, $\mathbf{h}_k^{\mathrm{c}} = \mathrm{vec}(\mathbf{H}_k^{\mathrm{c}})$ e $\mathbf{n}_k = \mathrm{vec}(\mathbf{N}_k)$, a aplicação da propriedade 2.1 da pág. 27 em (3.1), resulta em

$$\mathbf{y}_k = \boldsymbol{\mathcal{X}}_k \mathbf{h}_k^{\mathrm{c}} + \mathbf{n}_k, \tag{3.28}$$

onde $\boldsymbol{\mathcal{X}}_k = \mathbf{X}_k^{\mathsf{T}} \otimes \mathbf{I}_{N_R}$ e $\mathbf{R}_n = \sigma_n^2 \mathbf{I}$ é a matriz de covariância do ruído de medida $\mathbf{n}_k$.

Por fim, reunindo (2.41) e (3.28), obtemos a formulação em espaço de estados do problema de estimação de canais MIMO planos, variantes no tempo e com correlação espacial entre as antenas:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_k^{\mathrm{c}} &= \beta \mathbf{h}_{k-1}^{\mathrm{c}} + \mathbf{w}_k^{'} && \text{(3.29a)} \\ \mathbf{y}_k &= \boldsymbol{\mathcal{X}}_k \mathbf{h}_k^{\mathrm{c}} + \mathbf{n}_k. && \text{(3.29b)} \end{aligned}$$

Como tanto (3.29a) quanto (3.29b) são funções lineares do vetor de estados $\mathbf{h}_k^{\mathrm{c}}$ e os ruídos $\mathbf{w}_k^{'}$ e $\mathbf{n}_k$ são independentes, brancos, gaussianos e de média nula, o FK fornece o estimador MMSE recursivo [26, 27, 29] dos coeficientes do canal para o modelo AR(1) (3.29a).

Especificando o FK mostrado no quadro do algoritmo 3.2.1 da pág. 52 para o sistemas de equações (3.29a) e (3.29b), tem-se o algoritmo apresentado no quadro 3.3.1.

Algoritmo 3.3.1 Filtro de Kalman para sistemas MIMO-OSTBC

$$\hat{\mathbf{h}}^{\mathrm{c}}_{k|k-1} = \beta \hat{\mathbf{h}}^{\mathrm{c}}_{k-1|k-1} \tag{3.30a}$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \beta^2 \mathbf{P}_{k-1|k-1} + \mathbf{Q}'_{\mathrm{canal}} \tag{3.30b}$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} \left(\boldsymbol{\mathcal{X}}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} + \mathbf{R}_n \right)^{-1} \tag{3.30c}$$

$$\boldsymbol{\alpha}_k = \mathbf{y}_k - \boldsymbol{\mathcal{X}}_k \hat{\mathbf{h}}^{\mathrm{c}}_{k|k-1} \tag{3.30d}$$

$$\hat{\mathbf{h}}^{\mathrm{c}}_{k|k} = \hat{\mathbf{h}}^{\mathrm{c}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \boldsymbol{\alpha}_k \tag{3.30e}$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \left[\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \boldsymbol{\mathcal{X}}_k \right] \mathbf{P}_{k|k-1} \tag{3.30f}$$

Como mencionado na seção 3.1, uma das principais características dos OSTBC's é a ortogonalidade das palavra-códigos. Esta propriedade se mantém na palavra-código transformada $\boldsymbol{\mathcal{X}}_k$, como provamos no seguinte lema:

Lema 3.3.1 (*Ortogonalidade de $\boldsymbol{\mathcal{X}}_k$*)

A matriz $\boldsymbol{\mathcal{X}}_k$ satisfaz $\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} \boldsymbol{\mathcal{X}}_k = \|\mathbf{s}_k\|^2 \mathbf{I}_{N_R N_T}$.

Demonstração: *Dado que $\mathbf{X}_k$ é um OSTBC e usando as propriedades do produto de Kronecker [45, 46], podemos escrever*

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} \boldsymbol{\mathcal{X}}_k &= \left(\mathbf{X}_k^{\mathsf{T}} \otimes \mathbf{I}_{N_R} \right)^{\mathsf{H}} \left(\mathbf{X}_k^{\mathsf{T}} \otimes \mathbf{I}_{N_R} \right) = \left(\mathbf{X}_k^{*} \otimes \mathbf{I}_{N_R} \right) \left(\mathbf{X}_k^{\mathsf{T}} \otimes \mathbf{I}_{N_R} \right) = \mathbf{X}_k^{*} \mathbf{X}_k^{\mathsf{T}} \otimes \mathbf{I}_{N_R} \\ &= \left(\mathbf{X}_k \mathbf{X}_k^{\mathsf{H}} \right)^{\mathsf{T}} \otimes \mathbf{I}_{N_R} = \|\mathbf{s}_k\|^2 \mathbf{I}_{N_T} \otimes \mathbf{I}_{N_R} = \|\mathbf{s}_k\|^2 \mathbf{I}_{N_R N_T}, \end{aligned} \tag{3.31}$$

sendo $(\cdot)^*$ o conjugado de uma matriz. ■

Assim como em [50], podemos ainda utilizar a ortogonalidade dos OSTBC's, bem como as características do modelo, para reduzir a complexidade computacional do algoritmo do quadro 3.3.1. Como mostrado no apêndice 3.A da pág. 93, o algoritmo proposto do filtro de Kalman com complexidade reduzida (FK-CR) para sistemas MIMO-OSTBC com correlação espacial é dado no quadro do algoritmo 3.3.2.

É interessante observar que as estimativas do canal produzidas pelo filtro de Kal-

Algoritmo 3.3.2 Filtro de Kalman com complexidade reduzida (FK-CR) para OSTBC

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \beta^2 \mathbf{P}_{k-1|k-1} + \sigma_w^2 \mathbf{R}_{\mathbf{h}} \tag{3.32a}$$

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \left(\frac{\sigma_n^2}{\|\mathbf{s}_k\|^2} \mathbf{I}_{N_R N_T} + \mathbf{P}_{k|k-1} \right)^{-1} \tag{3.32b}$$

$$\mathbf{B}_k = \mathbf{I}_{N_R N_T} - \mathbf{A}_k \tag{3.32c}$$

$$\hat{\mathbf{h}}^{\mathrm{c}}_{k|k} = \beta \mathbf{B}_k \hat{\mathbf{h}}^{\mathrm{c}}_{k-1|k-1} + \frac{1}{\|\mathbf{s}_k\|^2} \mathbf{A}_k \boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} \mathbf{y}_k \tag{3.32d}$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{B}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \tag{3.32e}$$

man proposto em (3.32a)–(3.32e) correspondem à somas ponderadas de estimativas instantâneas de máxima verossimilhança. Para ver isso, considere a estimativa instantânea de máxima verossimilhança do canal, isto é, a estimativa calculada usando apenas o k-ésimo bloco $\boldsymbol{\mathcal{X}}_k$, que é dada por [30]

$$\hat{\mathbf{h}}_k^{(\mathrm{ML})} = \left(\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} \boldsymbol{\mathcal{X}}_k \right)^{-1} \boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} \mathbf{y}_k. \tag{3.33}$$

Para OSTBC's, graças ao lema 3.3.1 da pág. 55, (3.33) se reduz a

$$\hat{\mathbf{h}}_k^{(\mathrm{ML})} = \left(\|\mathbf{s}_k\|^2 \mathbf{I}_{N_R N_T} \right)^{-1} \boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} \mathbf{y}_k = \frac{1}{\|\mathbf{s}_k\|^2} \boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} \mathbf{y}_k. \tag{3.34}$$

Portanto, a estimativa do canal (3.32d) pode ser reescrita como

$$\hat{\mathbf{h}}^{\mathrm{c}}_{k|k} = \beta \mathbf{B}_k \hat{\mathbf{h}}^{\mathrm{c}}_{k-1|k-1} + \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{h}}_k^{(\mathrm{ML})}. \tag{3.35}$$

Logo, o filtro de Kalman proposto atualiza as estimativas do canal através de somas ponderadas de estimativas instantâneas de máxima verossimilhança. Em outras palavras, o estimador MMSE recursivo é obtido por uma combinação linear de estimativas ML instantâneas. Vale ainda notar que os pesos são variantes no tempo e ótimos, no sentido MMSE, para cada bloco de dados recebido. Além disso, as estimativas instantâneas de máxima verossimilhança do canal terão grande importância na Subseção 3.4.1, onde será derivada uma equação de medida invariante no tempo e equivalente a (3.29b).

Considerando que seqüências de treinamento são inseridas periodicamente entre os símbolos de informação, o algoritmo proposto no quadro 3.3.2 pode funcionar tanto em modo de treinamento quanto em modo de realimentação de decisão. Primeiramente, quando seqüências de treinamento estão disponíveis, a matriz $\boldsymbol{\mathcal{X}}_k$ em (3.32d) é construída a partir dos símbolos conhecidos pelo receptor. Finalizada a transmissão dos símbolos de treinamento, o algoritmo passa para o modo de realimentação de decisão, sendo a matriz $\boldsymbol{\mathcal{X}}_k$ formada com as decisões fornecidas pelo decodificador espaço-temporal de máxima verossimilhança dos OSTBC's. Estas decisões, por sua vez, são geradas usando as estimativas de canal fornecidas pelo algoritmo proposto no instante anterior.

Como já mencionado no início deste capítulo, uma das chaves para a redução de complexidade em [50] é a natureza descorrelacionada dos coeficientes do canal. Neste caso, e supondo que o valor inicial $\mathbf{P}_{0|0}$ é uma matrix diagonal, $\mathbf{P}_{k|k-1}$ e $\mathbf{P}_{k|k}$ serão sempre diagonais [50], simplificando todos os cálculos subseqüentes. No entanto, para uma matriz de correlação espacial $\mathbf{R}_{\mathbf{h}}$ genérica, não é possível eliminar o cálculo da matriz inversa em (3.32b). Por esta razão, seguimos uma outra linha para reduzir a complexidade do FK mostrado em (3.32a)–(3.32e), propondo um filtro de Kalman em estado estacionário na próxima seção. Como será mostrado na seção 3.4, o filtro de Kalman em estado estacionário funciona também com matrizes de correlação espacial não-diagonais, além de apresentar uma ordem de complexidade menor ou igual àquela do algoritmo em [50].

3.4 Filtro de Kalman em estado estacionário

A equação de medida (3.29b) representa um sistema variante no tempo, uma vez que a matriz de observação $\boldsymbol{\mathcal{X}}_k$ muda a cada bloco de informação transmitido. Nas equações do filtro de Kalman proposto no quadro 3.3.2 da pág. 56, no entanto, apenas (3.32d) apresenta uma dependência explícita de $\boldsymbol{\mathcal{X}}_k$. Devido a ortogonalidade dos OSTBC's, todas as outras equações do estimador recursivo proposto no quadro 3.3.2 dependem apenas da energia $\|\mathbf{s}_k\|^2$ do bloco de dados não codificado $\mathbf{s}_k$. Para modulações de módulo constante como, por exemplo, M-PSK, $\|\mathbf{s}_k\|^2$ é constante para todo k. Neste caso, (3.32a)–(3.32c) e (3.32e) são apenas funções da estimativa inicial de $\mathbf{P}_{k|k}$, do desvio Doppler normalizado, da matriz de correlação espacial, da energia dos símbolos da constelação e da variância do ruído de medida.

Estes parâmetros são constantes e podem ser estimados previamente usando, por exemplo, os métodos propostos em [64] e nas referências citadas nele. Conseqüentemente, consideramos que os parâmetros em (3.32a)–(3.32c) e (3.32e) são conhecidos. Logo, podemos analisar o modelo em espaço de estados (3.29a) e (3.29b) para verificar se as matrizes $\mathbf{P}_{k|k}$, $\mathbf{A}_k$ e $\mathbf{B}_k$ convergem para valores fixos em estado estacionário. Em caso afirmativo, se for possível calcular estes valores de antemão, as matrizes variantes no tempo podem ser substituídas por matrizes constantes, originando um estimador sub-ótimo de complexidade reduzida conhecido como filtro de Kalman em estado estacionário (FK-EE). Como observado em [27], o FK-EE normalmente apresenta um desempenho equivalente ao do filtro ótimo (variante no tempo).

Para determinar o FK-EE, começamos por substituir (3.32e) em (3.32a), obtendo

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \beta^2 \mathbf{B}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-2} + \sigma_w^2 \mathbf{R}_{\mathbf{h}}. \tag{3.36}$$

Usando agora (3.32c) em (3.36), chega-se a

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \beta^2 \left(\mathbf{I}_{N_R N_T} - \mathbf{A}_{k-1} \right) \mathbf{P}_{k-1|k-2} + \sigma_w^2 \mathbf{R}_{\mathbf{h}}. \tag{3.37}$$

Por fim, empregando (3.32b), é possível reescrever (3.37) como

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_{k|k-1} &= \beta^2 \left[\mathbf{I}_{N_R N_T} - \mathbf{P}_{k-1|k-2} \left(\frac{\sigma_n^2}{n_s} \mathbf{I}_{N_R N_T} + \mathbf{P}_{k-1|k-2} \right)^{-1} \right] \mathbf{P}_{k-1|k-2} + \sigma_w^2 \mathbf{R}_{\mathbf{h}} \\
&= \beta^2 \mathbf{P}_{k-1|k-2} - \beta^2 \mathbf{P}_{k-1|k-2} \left(\frac{\sigma_n^2}{n_s} \mathbf{I}_{N_R N_T} + \mathbf{P}_{k-1|k-2} \right)^{-1} \mathbf{P}_{k-1|k-2} + \sigma_w^2 \mathbf{R}_{\mathbf{h}},
\end{aligned} \tag{3.38}$$

onde $n_s = \|\mathbf{s}\|^2$ é um valor constante que corresponde à energia total do bloco de informação não codificado $\mathbf{s}$.

Se $\mathbf{P}_{k|k-1}$ converge para um valor em estado estacionário, então $\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{P}_{k-1|k-2}$ para valores grandes de k. Denotando este valor em estado estacionário por $\mathbf{P}_\infty$, o limite de (3.38) quando $k \to \infty$ satisfaz

$$\mathbf{P}_\infty = \beta^2 \mathbf{P}_\infty - \beta^2 \mathbf{P}_\infty \left(\mathbf{P}_\infty + \frac{\sigma_n^2}{n_s} \mathbf{I}_{N_R N_T} \right)^{-1} \mathbf{P}_\infty + \sigma_w^2 \mathbf{R}_\mathbf{h}. \tag{3.39}$$

A equação (3.39) é uma equação algébrica discreta de Riccati (DARE, do inglês *Discrete Algebraic Riccati Equation*) [27, 29]. Se esta equação puder ser resolvida, podemos utilizar $\mathbf{P}_\infty$ em (3.32b) e (3.32c) para calcular os valores em estado estacionário das matrizes $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$, designados, respectivamente, por $\mathbf{A}_\infty$ e $\mathbf{B}_\infty$. Assim, o estimador proposto originado do FK-EE é dado simplesmente por

Algoritmo 3.4.1 Filtro de Kalman em estado estacionário para sistemas MIMO-OSTBC

$$\hat{\mathbf{h}}^{\mathrm{c}}_{k|k} = \beta \mathbf{B}_\infty \hat{\mathbf{h}}^{\mathrm{c}}_{k-1|k-1} + \frac{1}{n_s} \mathbf{A}_\infty \boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} \mathbf{y}_k. \tag{3.40}$$

Assim como em (3.35), o FK-EE estima o canal através de médias ponderadas de estimativas instantâneas de máxima verossimilhança. Porém, diferentemente de (3.35), os fatores de ponderação em (3.40) não são variantes no tempo.

O problema, então, é determinar a solução de (3.39). Como a DARE é não-linear, as soluções $\mathbf{P}_\infty$ podem ou não existir, elas podem ser únicas ou não e elas podem gerar filtros em estado estacionário instáveis. Por esta razão, o restante desta seção é devotada à análise da equação de Riccati (3.39). Para tanto, na seção 3.4.1 derivamos um modelo em espaço de estados equivalente, invariante no tempo e que tem a mesma DARE que (3.39). Em seguida, baseado em propriedades do modelo invariante equivalente, são estabelecidas condições para a existência de soluções da DARE (3.39).

3.4.1 Modelo equivalente invariante no tempo

Como mencionado no início da seção 3.4, a equação de medida (3.29b) representa um sistema variante no tempo, uma vez que a matriz de observação $\boldsymbol{\mathcal{X}}_k$ varia a cada bloco de dados transmitido. No entanto, para constelações de módulo constante, este modelo variante no tempo pode ser transformado em um modelo equivalente invariante no tempo, isto é, um modelo no qual a matriz de observação é constante. Tal transformação é obtida por um simples processamento linear no receptor. Para isto, pré-multiplicamos (3.29b) por $\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}$, obtendo

$$\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\mathbf{y}_k = \boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k\mathbf{h}_k^{\mathsf{c}} + \boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\mathbf{n}_k. \tag{3.41}$$

Lembrando que as palavras-código espaço-temporais $\boldsymbol{\mathcal{X}}_k$ são ortogonais, como provado no lema 3.3.1 na pág. 55, e que a energia total de um bloco de informação é representada por n_s para uma modulação M-PSK, tem-se que

$$\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\mathbf{y}_k = n_s\mathbf{h}_k^{\mathsf{c}} + \boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\mathbf{n}_k, \tag{3.42}$$

e, portanto,

$$\frac{1}{n_s}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\mathbf{y}_k = \mathbf{h}_k^{\mathsf{c}} + \frac{1}{n_s}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\mathbf{n}_k. \tag{3.43}$$

Definindo

$$\mathbf{y}_k^{'} = \frac{1}{n_s}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\mathbf{y}_k \qquad \text{e} \qquad \mathbf{n}_k^{'} = \frac{1}{n_s}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\mathbf{n}_k, \tag{3.44}$$

obtém-se a equação de medida invariante no tempo

$$\mathbf{y}_k^{'} = \mathbf{h}_k^{\mathsf{c}} + \mathbf{n}_k^{'}, \tag{3.45}$$

sendo que a matriz de covariância do ruído $\mathbf{n}_k^{'}$ é dada por

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_n^{'} &= \mathrm{E}\left[\mathbf{n}_k^{'}\mathbf{n}_k^{'\,\mathsf{H}}\right] = \mathrm{E}\left[\left(\frac{1}{n_s}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\mathbf{n}_k\right)\left(\frac{1}{n_s}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\mathbf{n}_k\right)^{\mathsf{H}}\right] = \frac{1}{n_s^2}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\,\mathrm{E}\left[\mathbf{n}_k\mathbf{n}_k^{\mathsf{H}}\right]\boldsymbol{\mathcal{X}}_k \\ &= \frac{1}{n_s^2}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\mathbf{R}_n\boldsymbol{\mathcal{X}}_k = \frac{1}{n_s^2}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\left(\sigma_n^2\mathbf{I}_{N_RT}\right)\boldsymbol{\mathcal{X}}_k = \frac{\sigma_n^2}{n_s^2}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k = \frac{\sigma_n^2}{n_s^2}n_s\mathbf{I}_{N_RN_T} = \frac{\sigma_n^2}{n_s}\mathbf{I}_{N_RN_T}.\end{aligned} \tag{3.46}$$

É interessante observar que a definição de $\mathbf{y}_k^{'}$ em (3.44) corresponde exatamente à estimativa instantânea de máxima verossimilhança do canal, apresentada em (3.34). De fato, a equação de medida invariante (3.45) poderia ser obtida diretamente a partir de (3.34). Neste caso, a substituição de (3.29b) em (3.34) resulta em

$$\hat{\mathbf{h}}_k^{(\mathrm{ML})} = \frac{1}{n_s}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\left(\boldsymbol{\mathcal{X}}_k\mathbf{h}_k^{\mathrm{c}} + \mathbf{n}_k\right) = \mathbf{h}_k^{\mathrm{c}} + \frac{1}{n_s}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\mathbf{n}_k = \mathbf{h}_k^{\mathrm{c}} + \Delta\mathbf{h}_k, \tag{3.47}$$

sendo $\Delta\mathbf{h}_k = \mathbf{n}_k^{'}$ o erro de estimação de canal resultante do uso da estimativa ML instantânea no lugar do canal real, para o bloco k. A Fig. 3.5 ilustra a obtenção do modelo invariante equivalente a partir do modelo original da equação de medida.

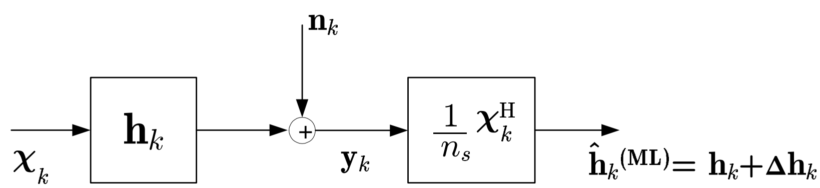

Figura 3.5: Relação entre as equações de medida variante e invariante no tempo.

Tendo em vista (3.29a) e (3.47), o modelo em espaço de estados equivalente e invariante no tempo é dado por

$$\mathbf{h}_k^{\mathrm{c}} = \beta\mathbf{h}_{k-1}^{\mathrm{c}} + \mathbf{w}_k^{'} \tag{3.48a}$$

$$\hat{\mathbf{h}}_k^{(\mathrm{ML})} = \mathbf{h}_k^{\mathrm{c}} + \Delta\mathbf{h}_k. \tag{3.48b}$$

É fácil mostrar que a equação de Riccati (3.39) também pode ser obtida pelo simples modelo em espaço de estados (3.48a) e (3.48b).

Utilizando a solução da DARE $\mathbf{P}_\infty$, o ganho de Kalman em estado estacionário para o modelo em espaço de estados invariante (3.48a) e (3.48b) é dado por

$$\mathbf{K}_\infty^{'} = \mathbf{P}_\infty\mathbf{I}_{N_RN_T}^{\mathsf{H}}\left(\mathbf{I}_{N_RN_T}\mathbf{P}_\infty\mathbf{I}_{N_RN_T}^{\mathsf{H}} + \mathbf{R}_n^{'}\right)^{-1} = \mathbf{P}_\infty\left(\mathbf{P}_\infty + \frac{\sigma_n^2}{n_s}\mathbf{I}_{N_RN_T}\right)^{-1} = \mathbf{A}_\infty. \tag{3.49}$$

Logo, usando (3.44) e (3.49), o filtro de Kalman em estado estacionário para o modelo em espaço de estado invariante no tempo também é dado por (3.40).

Uma vez feita a transformação do modelo em espaço de estados variante no tempo no modelo invariante, utilizaremos (3.48a) e (3.48b) para analisar o comportamento em estado estacionário do modelo MIMO-OSTBC com correlação espacial (3.29a) e (3.29b), estabelecendo assim condições de existência para as soluções da equação de Riccati (3.39).

3.4.2 Existência de soluções para a equação de Riccati

Como discutido previamente, a existência do filtro de Kalman em estado estacionário (3.40) está diretamente ligada à solução da equação de Riccati (3.39). O objetivo, então, é procurar uma solução $\mathbf{P}_\infty$ definida positiva e estabilizante, ou seja, uma solução definida positiva que forneça um FK-EE estável [26, 27, 29].

Já que a DARE é não-linear e em geral não apresenta solução fechada, mostraremos a seguir os teoremas mais importantes, retirados de [27, 29], sobre existência de soluções da equação de Riccati. Analisaremos cada um destes teoremas utilizando um modelo em espaço de estados genérico e invariante no tempo definido por

$$\mathbf{h}_k^{\mathrm{c}} = \mathbf{F}^{'}\mathbf{h}_{k-1}^{\mathrm{c}} + \mathbf{w}_k^{'} \tag{3.50a}$$

$$\mathbf{y}_k^{'} = \mathbf{H}^{'}\mathbf{h}_k^{\mathrm{c}} + \mathbf{n}_k^{'}. \tag{3.50b}$$

Iremos também particularizar os resultados para o sistema invariante no tempo descrito por (3.48a) e (3.48b). Para este modelo, a matriz de transição de estados é dada por $\mathbf{F}^{'} = \beta\mathbf{I}_{N_R N_T}$, a matriz de covariância do ruído de processo é definida por $\mathbf{Q}^{'} = \mathrm{E}\left[\mathbf{w}_k^{'}\mathbf{w}_k^{'\,\mathsf{H}}\right] = \mathbf{E}^{'}\mathbf{E}^{'\mathsf{H}} = (\sigma_w\mathbf{G})(\sigma_w\mathbf{G})^{\mathsf{H}}$, $\mathbf{y}_k^{'} = \hat{\mathbf{h}}_k^{(\mathrm{ML})}$, a matriz de observação é representada por $\mathbf{H}^{'} = \mathbf{I}_{N_R N_T}$ e a matriz de covariância do ruído de medida é dada por $\mathrm{E}\left[\mathbf{n}_k^{'}\mathbf{n}_k^{'\,\mathsf{H}}\right] = \mathrm{E}\left[\Delta\mathbf{h}_k\Delta\mathbf{h}_k^{\mathsf{H}}\right] = \mathbf{R}_n^{'} = \sigma_n^2\,/n_s\,\mathbf{I}_{N_R N_T}$.

Dividiremos a etapa de análise de (3.39) em duas partes: primeiramente, a análise dos teoremas sobre existência de soluções da DARE (3.39) será feita para canais variantes no tempo ($\beta < 1$). Em seguida, mostraremos que para canais invariantes ($\beta = 1$) é possível resolver analiticamente a equação de Riccati em questão.

<u>**Teorema 3.1**</u>: *A DARE tem pelo menos uma solução semidefinida positiva* $\mathbf{P}_\infty$

se o par de matrizes $(\mathbf{F}^{'}, \mathbf{H}^{'})$ *for detectável. Além disso, pelo menos uma dentre tais soluções resulta em um FK-EE marginalmente estável, o que significa que o FK-EE pode ter autovalores em cima da circunferência de raio unitário* [27, 29].

É sabido que se o sistema $(\mathbf{F}^{'}, \mathbf{H}^{'})$ é estável ou observável, então ele também é detectável [27]. Para o modelo invariante (3.48a) e (3.48b), a estabilidade de $(\mathbf{F}^{'}, \mathbf{H}^{'})$ pode ser verificada pela análise dos autovalores da matriz de transição de estados $\mathbf{F}^{'} = \beta \mathbf{I}_{N_R N_T}$. Quando existe movimento relativo entre transmissor e receptor, o parâmetro β, definido em (2.32), é menor que 1 e os autovalores de $\mathbf{F}^{'} = \beta \mathbf{I}_{N_R N_T}$ se encontram no interior da circunferência de raio unitário. Portanto, neste caso o sistema é estável e detectável.

Uma outra forma de verificar a detectabilidade de $(\mathbf{F}^{'}, \mathbf{H}^{'})$ é através da análise da observabilidade de $(\mathbf{F}^{'}, \mathbf{H}^{'})$. Isto pode ser realizado através da construção da matriz de observabilidade $\boldsymbol{\mathcal{Q}}$ do sistema. Se o posto de $\boldsymbol{\mathcal{Q}}$ for igual ao número de estados, isto é, igual ao número de coeficientes do canal, então o sistema é observável. Para o modelo invariante (3.48a) e (3.48b), a matriz de observabilidade é escrita como

$$\boldsymbol{\mathcal{Q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^{'} \\ \mathbf{H}^{'}\mathbf{F}^{'} \\ \vdots \\ \mathbf{H}^{'}\mathbf{F}^{'N_R N_T - 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N_R N_T} \\ \beta \mathbf{I}_{N_R N_T} \\ \vdots \\ \beta^{N_R N_T - 1} \mathbf{I}_{N_R N_T} \end{bmatrix}. \tag{3.51}$$

A partir de (3.51), não é difícil ver que $\boldsymbol{\mathcal{Q}}$ tem $N_R N_T$ colunas independentes, resultando em posto$(\boldsymbol{\mathcal{Q}}) = N_R N_T$. Portanto, o sistema $(\mathbf{F}^{'}, \mathbf{H}^{'})$ é observável e também detectável.

$\square$

Conclui-se então que $(\mathbf{F}^{'}, \mathbf{H}^{'})$ é sempre detectável para o modelo invariante (3.48a) e (3.48b). Conseqüentemente, a DARE (3.39) tem pelo menos uma solução semidefinida positiva, sendo que pelo menos uma dentre tais soluções resulta em um FK-EE marginalmente estável.

A condição de detectabilidade é claramente necessária para a existência de uma solução estabilizante. Contudo, ela não é suficiente. Para isto ser verdade, também é necessário que o par $(\mathbf{F}^{'}, \mathbf{E}^{'})$ seja controlável na circunferência unitária [27, 29]. Controlabilidade na circunferência unitária significa que existe alguma matriz $\mathbf{K}$ tal que $(\mathbf{F}^{'} - \mathbf{E}^{'}\mathbf{K})$ não tem nenhum autovalor com magnitude unitária. Desta maneira, o segundo teorema sobre a existência de solução da equação de Riccati (3.39) diz que

TEOREMA 3.2: *A DARE tem pelo menos uma solução semidefinida positiva* $\mathbf{P}_{\infty}$ *se e somente se*

1. $(\mathbf{F}^{'}, \mathbf{H}^{'})$ *for detectável e*

2. $(\mathbf{F}^{'}, \mathbf{E}^{'})$ *for controlável na circunferência de raio unitário.*

Além disso, exatamente uma das soluções semidefinidas positivas resultará em um FK-EE estável [27, 29].

Considerando o modelo (3.48a) e (3.48b) e supondo canais variantes no tempo $(\beta < 1)$, é possível achar uma matriz $\mathbf{K}$ tal que nenhum autovalor de $\mathbf{F}^{'} - \mathbf{E}^{'}\mathbf{K} = \beta\mathbf{I}_{N_R N_T} - \sigma_w \mathbf{G}\mathbf{K}$ tenha magnitude 1. Por exemplo, a matriz $\mathbf{K} = \mathbf{0}$ satisfaz a condição de controlabilidade na circunferência unitária.

$\square$

Portanto, para canais MIMO variantes no tempo, podemos garantir que apenas uma das soluções semidefinidas positivas da DARE (3.39) resultará num filtro (3.40) estável.

Se o sistema for controlável não apenas na circunferência unitária, mas também em seu interior, podemos garantir que a solução estabilizante é, de fato, definida positiva [27, 29]. O sistema é controlável no interior da circunferência unitária se existir alguma matriz $\mathbf{K}$ para a qual $(\mathbf{F}^{'} - \mathbf{E}^{'}\mathbf{K}) = (\beta\mathbf{I} - \sigma_w\mathbf{G}\mathbf{K})$ não tenha nenhum autovalor dentro da circunferência de raio unitário. Tem-se então:

TEOREMA 3.3: *A DARE tem pelo menos uma solução definida positiva* $\mathbf{P}_{\infty}$ *se e somente se*

1. $(\mathbf{F}^{'}, \mathbf{H}^{'})$ *for detectável e*

2. $(\mathbf{F}^{'}, \mathbf{E}^{'})$ *for controlável na circunferência unitária e também em seu interior.*

Além disso, exatamente uma das soluções definidas positivas resultará em um FK-EE estável [27, 29].

Considerando o modelo em espaço de estados invariante (3.48a) e (3.48b) e $\beta < 1$, é possível achar uma matriz $\mathbf{K}$ que satisfaça as condições de controlabilidade. Por exemplo, supondo que a matriz $\mathbf{G}$ seja inversível, a escolha $\mathbf{K} = (-10/\sigma_w)\,\mathbf{G}^{-1}$ resulta em um sistema que é controlável tanto no interior quanto na própria circunferência unitária.

$\square$

Logo, a partir dos teoremas 3.2 e 3.3 conclui-se que, para canais variantes no tempo, apenas uma dentre as possíveis soluções definidas positivas gera um filtro em estado estacionário estável. Em outras palavras, a solução estabilizante é única e definida positiva.

Finalmente, como mostrado no teorema 3.4, se o par de matrizes $(\mathbf{F}^{'}, \mathbf{E}^{'})$ também for estabilizável, então a DARE (3.39) terá uma única solução definida positiva e tal solução é estabilizante.

TEOREMA 3.4: *A DARE tem uma única solução semidefinida positiva* $\mathbf{P}_\infty$ *se e somente se*

1. $(\mathbf{F}^{'}, \mathbf{H}^{'})$ *for detectável e*

2. $(\mathbf{F}^{'}, \mathbf{E}^{'})$ *for estabilizável.*

Além disso, o FK-EE correspondente a esta solução é estável [27, 29].

É sabido da teoria de sistemas lineares que um par de matrizes $(\mathbf{F}^{'}, \mathbf{E}^{'})$ que é controlável ou estável, é também estabilizável [27]. Quando há movimento relativo entre transmissor e receptor, conforme mencionado na discussão do teorema 3.1, o sistema representado por (3.48a) e (3.48b) é estável.

Uma outra forma de analisar a estabilizabilidade de $(\mathbf{F}^{'}, \mathbf{E}^{'})$ é através do estudo da controlabilidade de $(\mathbf{F}^{'}, \mathbf{E}^{'})$. Um sistema é controlável se, e somente se, o posto da matriz de controlabilidade é igual ao número de estados (número de canais a serem estimados). Para o modelo (3.48a) e (3.48b), a matriz de controlabilidade é dada por [27]

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\mathcal{P}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{E}' & \mathbf{F}'\mathbf{E}' & \cdots & \mathbf{F}'^{N_R N_T - 1}\mathbf{E}' \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sigma_w \mathbf{G} & \beta\sigma_w \mathbf{G} & \cdots & \beta^{N_R N_T - 1}\sigma_w \mathbf{G} \end{bmatrix}.\end{aligned} \tag{3.52}$$

É possível relacionar a matriz de controlabilidade $\boldsymbol{\mathcal{P}}$ com as matrizes de correlação espacial do canal. Observando (3.52) percebe-se que, para $\beta < 1$, o posto da matriz de controlabilidade $\boldsymbol{\mathcal{P}}$ é igual ao posto da matriz $\mathbf{G} = \mathbf{R}_T^{1/2} \otimes \mathbf{R}_R^{1/2}$ definida em (2.36). Conseqüentemente, se $\mathbf{G}$ tiver posto completo, então o modelo (3.48a) e (3.48b) será estabilizável e a DARE (3.39) terá uma única solução definida positiva. Usando as propriedades do produto de Kronecker [46], o posto de $\mathbf{G}$ pode ser expresso como

$$\text{posto}(\mathbf{G}) = \text{posto}(\mathbf{R}_T^{1/2} \otimes \mathbf{R}_R^{1/2}) = \text{posto}(\mathbf{R}_T^{1/2}) \cdot \text{posto}(\mathbf{R}_R^{1/2}). \tag{3.53}$$

Portanto, $\mathbf{G}$ terá posto completo se, e somente se, ambas as matrizes $\mathbf{R}_T^{1/2}$ e $\mathbf{R}_R^{1/2}$ tiverem posto completo.

É interessante notar que a condição de controlabilidade sobre $\boldsymbol{\mathcal{P}}$ está diretamente relacionada ao ganho de diversidade do sistema. Considerando que o canal de propagação segue o modelo descrito em (2.34), o ganho de diversidade d do sistema é igual a [5]

$$d = \text{posto}(\mathbf{R}_T \otimes \mathbf{R}_R) = \text{posto}(\mathbf{R}_T) \cdot \text{posto}(\mathbf{R}_R). \tag{3.54}$$

Conseqüentemente, o OSTBC atinge diversidade máxima $N_R N_T$ se, e somente se, as matrizes $\mathbf{R}_T$ e $\mathbf{R}_R$ tiverem posto completo. Como o posto de uma matriz é igual ao posto de sua raiz quadrada, a comparação entre (3.53) e (3.54) nos permite concluir que

$$d = \text{posto}(\mathbf{G}). \tag{3.55}$$

Assim, quando o código atinge diversidade máxima, a matriz $\mathbf{G}$ tem posto completo, $\boldsymbol{\mathcal{P}}$ é controlável e estabilizável e a equação de Riccati (3.39) tem uma única solução estabilizante e definida positiva.

□

Reunindo os resultados obtidos pela análise dos teoremas 3.1 a 3.4 conclui-se que, para o modelo em espaço de estados (3.48a) e (3.48b) e canais variantes no tempo, a equação de Riccati (3.39) tem apenas uma solução definida positiva e esta solução gera um FK-EE estável.

Considerando agora o caso de canais invariantes no tempo, vamos mostrar que é possível resolver analiticamente a DARE (3.39). Para isto, reescreve-se a equação de Riccati (3.39) com $\beta = 1$ e $\sigma_w^2 = 1 - \beta^2 = 0$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_\infty = \mathbf{P}_\infty - \mathbf{P}_\infty \left(\mathbf{P}_\infty + \frac{\sigma_n^2}{n_s} \mathbf{I}_{N_R N_T} \right)^{-1} \mathbf{P}_\infty \Rightarrow \\ \mathbf{P}_\infty \left(\mathbf{P}_\infty + \frac{\sigma_n^2}{n_s} \mathbf{I}_{N_R N_T} \right)^{-1} \mathbf{P}_\infty = \mathbf{0}. \end{aligned} \tag{3.56}$$

Como $\mathbf{P}_\infty$ é uma matriz simétrica (seus autovalores são reais) e a inversa em (3.56) sempre existe, pode-se mostrar que a solução de (3.56) é dada por

$$\mathbf{P}_\infty = \mathbf{0}. \tag{3.57}$$

Portanto, vê-se que a solução da equação de Riccati é realmente semidefinida positiva. Já para provar que a solução (3.57) leva a um FK-EE marginalmente estável basta mostrar que $(\mathbf{I} - \mathbf{K}_\infty' \mathbf{H}')\mathbf{F}' = \mathbf{I}_{N_R N_T} - \mathbf{A}_\infty$ tem algum autovalor sobre a circunferência de raio unitário [27, 29].

Assim, substituindo (3.57) em (3.32b) obtém-se que $\mathbf{A}_\infty = \mathbf{0}$. Portanto, todos os autovalores de $\mathbf{I}_{N_R N_T} - \mathbf{A}_\infty = \mathbf{I}_{N_R N_T}$ são iguais a 1 e o FK-EE resultante é marginalmente estável. Vale mencionar que, neste caso, $\mathbf{B}_\infty = \mathbf{I}_{N_R N_T}$ e o FK-EE é dado por

$$\hat{\mathbf{h}}_{k|k}^{\mathsf{c}} = \beta \mathbf{B}_\infty \hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1}^{\mathsf{c}} + \frac{1}{n_s} \mathbf{A}_\infty \boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} \mathbf{y}_k = \hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1}^{\mathsf{c}}. \tag{3.58}$$

Em outras palavras, quando o canal não apresenta variação temporal, o FK-EE simplesmente não atualiza a estimativa do estado. Este comportamento é ilustrado na Seção 3.7, que apresenta alguns resultados de simulações.

3.5 Estimador para sistemas com erro de modelagem do canal

Conforme mencionado na Seção 2.2.3, o modelo AR de primeira ordem utilizado como equação de processo em (3.29a) e (3.48a) tenta aproximar o comportamento dinâmico do canal, representando pela função de autocorrelação temporal (2.19). Em outras palavras, a equação de processo não descreve precisamente a evolução temporal dos coeficientes do canal, o que pode degradar o desempenho dos filtros de Kalman propostos nas seções precedentes.

Uma das maneiras de compensar esse erro de modelagem é fazer com que o FK dê uma ênfase maior ao dados medidos recentemente, "esquecendo" os sinais observados num passado mais distante. Desta maneira, o filtro se torna menos sensível ao erros de modelagem do processo, uma vez que a confiabilidade das estimativas baseadas na equação de processo é diminuída, enquanto a importância das estimativas baseadas nos sinais recém medidos torna-se maior [26, 27, 65].

Para entender como isto é feito, vamos considerar o modelo em espaço de estados representado por (3.29a) e (3.29b). Para este modelo, é possível mostrar [26,27] que a seqüência de estimativas $\{\hat{\mathbf{h}}^{\mathrm{c}}_{1|0}\ \hat{\mathbf{h}}^{\mathrm{c}}_{2|1}\ \cdots\ \hat{\mathbf{h}}^{\mathrm{c}}_{N|N-1}\}$ produzidas pelo FK minimizam $\mathrm{E}\left[J_N\right]$, onde J_N é dada por

$$J_N = \sum_{k=1}^{N} \left[\left(\mathbf{y}_k - \boldsymbol{\mathcal{X}}_k \hat{\mathbf{h}}^{\mathrm{c}}_{k|k-1} \right)^{\mathsf{H}} \mathbf{R}_n^{-1} \left(\mathbf{y}_k - \boldsymbol{\mathcal{X}}_k \hat{\mathbf{h}}^{\mathrm{c}}_{k|k-1} \right) + \mathbf{w}_k^{\mathsf{H}} \mathbf{Q}'^{-1}_{\mathrm{canal}} \mathbf{w}_k \right]. \tag{3.59}$$

Analisando (3.59), vê-se que observações mais recentes podem receber uma ponderação maior no cálculo das estimativas se reescrevermos a função custo (3.59) como [26, 27]

$$\tilde{J}_N = \sum_{k=1}^{N} \left[\left(\mathbf{y}_k - \boldsymbol{\mathcal{X}}_k \hat{\mathbf{h}}^{\mathrm{c}}_{k|k-1} \right)^{\mathsf{H}} \alpha^{2k} \mathbf{R}_n^{-1} \left(\mathbf{y}_k - \boldsymbol{\mathcal{X}}_k \hat{\mathbf{h}}^{\mathrm{c}}_{k|k-1} \right) + \mathbf{w}_k^{\mathsf{H}} \alpha^{2k+2} \mathbf{Q}'^{-1}_{\mathrm{canal}} \mathbf{w}_k \right], \tag{3.60}$$

onde o escalar $\alpha \geq 1$ é responsável pela ponderação exponencial dos sinais medidos.

Comparando (3.59) com (3.60) nota-se que, ao definir as matrizes de covariância dos ruídos de processo e de medida de (3.60), respectivamente, como $\alpha^{-2k}\mathbf{R}_n$ e $\alpha^{-2k-2}\mathbf{Q}'_{\text{canal}}$, o filtro de Kalman pode ser empregado para minimizar $\mathrm{E}[\tilde{J}_N]$. Como mostrado em [26,27,65], a única diferença entre o FK padrão e o FK com ponderação exponencial dos sinais recebidos é a presença, neste último algoritmo, de um fator α^2 multiplicando o primeiro termo da equação de predição da matriz de covariância do erro de estimação.

Assim, a partir do filtro de Kalman com complexidade reduzida apresentado no quadro do algoritmo 3.3.2 na pág. 56, o filtro de Kalman com ponderação exponencial dos dados (FK-PED) para sistemas utilizando OSTBC's é dado no quadro do algoritmo 3.5.1.

Algoritmo 3.5.1 Filtro de Kalman para sistemas com erro de modelagem do canal

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = (\alpha\beta)^2\,\mathbf{P}_{k-1|k-1} + \sigma_w^2\mathbf{R}_{\mathbf{h}} \tag{3.61a}$$

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{P}_{k|k-1}\left(\frac{\sigma_n^2}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{I}_{N_RN_T} + \mathbf{P}_{k|k-1}\right)^{-1} \tag{3.61b}$$

$$\mathbf{B}_k = \mathbf{I}_{N_RN_T} - \mathbf{A}_k \tag{3.61c}$$

$$\hat{\mathbf{h}}^{\mathrm{c}}_{k|k} = \beta\mathbf{B}_k\hat{\mathbf{h}}^{\mathrm{c}}_{k-1|k-1} + \frac{1}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{A}_k\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\mathbf{y}_k \tag{3.61d}$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{B}_k\mathbf{P}_{k|k-1} \tag{3.61e}$$

Quando a constante α for igual a 1, o FK com ponderação exponencial se reduz ao FK padrão. Já no caso limite, para $\alpha \to \infty$, o modelo do sistema é totalmente ignorado e as estimativas do estado são formadas apenas com base nos sinais medidos.

É importante destacar que uma outra forma de diminuir a confiança no modelo do sistema e aumentar a importância dos sinais observados no cálculo das estimativas é através da adição de um ruído de processo fictício [26, 27, 65, 66]. Isto pode ser feito de uma maneira matematicamente equivalente à ponderação exponencial dos sinais recebidos. Para tanto, podemos reescrever (3.61a) como

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_{k|k-1} &= (\alpha\beta)^2\,\mathbf{P}_{k-1|k-1} + \sigma_w^2\mathbf{R}_\mathbf{h} = \left(\alpha^2 - 1 + 1\right)\beta^2\mathbf{P}_{k-1|k-1} + \sigma_w^2\mathbf{R}_\mathbf{h} \\ &= \beta^2\mathbf{P}_{k-1|k-1} + \sigma_w^2\mathbf{R}_\mathbf{h} + \left(\alpha^2 - 1\right)\beta^2\mathbf{P}_{k-1|k-1} = \beta^2\mathbf{P}_{k-1|k-1} + \tilde{\mathbf{Q}}_{\text{canal}},\end{aligned} \tag{3.62}$$

onde

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{\text{canal}} = \sigma_w^2\mathbf{R}_\mathbf{h} + \left(\alpha^2 - 1\right)\beta^2\mathbf{P}_{k-1|k-1} \tag{3.63}$$

e o termo $(\alpha^2 - 1)\,\beta^2\mathbf{P}_{k-1|k-1}$ corresponde à matriz de covariância do ruído fictício adicionado.

Devido à semelhança entre o filtro de Kalman com complexidade reduzida do quadro do algoritmo 3.3.2 e o FK com ponderação exponencial do quadro do algoritmo 3.5.1, é natural pensar que este último algoritmo também deva possuir um equivalente em estado estacionário. Seguindo os mesmos passos feitos na Seção 3.4 para a obtenção de (3.39), não é difícil mostrar que a equação de Riccati para o FK com ponderação exponencial é expressa por

$$\mathbf{P}_\infty = (\alpha\beta)^2\,\mathbf{P}_\infty - (\alpha\beta)^2\,\mathbf{P}_\infty\left(\mathbf{P}_\infty + \frac{\sigma_n^2}{n_s}\mathbf{I}_{N_R N_T}\right)^{-1}\mathbf{P}_\infty + \sigma_w^2\mathbf{R}_\mathbf{h}. \tag{3.64}$$

Esta mesma equação pode ser derivada a partir do seguinte modelo em espaço de estados invariante no tempo:

$$\mathbf{h}_k^{\text{c}} = \alpha\beta\mathbf{h}_{k-1}^{\text{c}} + \mathbf{w}_k^{'} \tag{3.65a}$$

$$\hat{\mathbf{h}}_k^{(\text{ML})} = \mathbf{h}_k^{\text{c}} + \Delta\mathbf{h}_k. \tag{3.65b}$$

Ao se comparar (3.48a) e (3.48b) com (3.65a) e (3.65b), percebe-se que a ponderação exponencial dos sinais recebidos se traduz numa modificação da matriz de transição de estados no modelo invariante (3.65a). Lembrando que $\beta = \mathcal{J}_0(2\pi f_D T_s)$, vê-se que o valor máximo de β é 1, situação que ocorre quando o canal é invariante no tempo ($f_D T_s = 0$). Isto quer dizer que quanto menor o valor de β, maior é a velocidade relativa entre transmissor e receptor. Como $\alpha \geq 1$, $\beta^{'} = \alpha\beta \geq \beta$ e, conseqüentemente, o modelo (3.65a) considera uma velocidade relativa entre transmissor e receptor menor que a velocidade real, porém sem afetar a variância do ruído de processo $\mathbf{w}_k^{'}$ (isto é, a variância de $\mathbf{w}_k^{'}$ não depende de α). Visto de outra forma, $\mathbf{w}_k^{'}$ em (3.65a) apresenta uma variância maior que aquela que seria obtida por $1 - {\beta^{'}}^2 = 1 - (\alpha\beta)^2$. Portanto, de certa forma, o fator α acaba aumentando artificialmente a variância do ruído de processo.

O modelo invariante (3.65a) e (3.65b) também pode ser utilizado para analisar a equação de Riccati (3.64). A partir das condições mostradas na Seção 3.4.2, pode-se verificar que (3.64) satisfaz os teoremas 3.1 a 3.3, mesmo para canais invariantes. Logo, podemos garantir que (3.64) tem pelo menos uma solução definida positiva e apenas uma dentre tais soluções resulta em um FK estável. Uma vez obtida esta solução estabilizante, o FK-EE para sistemas com erro de modelagem do canal também é dado por (3.40).

3.6 Complexidade computacional

O filtro de Kalman convencional, representado por (3.30a)–(3.30f), envolve o cálculo da inversa de uma matriz $N_RT \times N_RT$. Isto leva a uma complexidade computacional $\mathcal{O}(N_R^3T^3)$ por bloco de dados. Embora os estimadores propostos em (3.32a)–(3.32e) e (3.61a)–(3.61e) ainda requeiram uma inversão de matriz, suas complexidades são menores ou iguais àquela do FK convencional. Isto ocorre porque a complexidade do cálculo das inversas em (3.32b) e (3.61b) é da ordem de $\mathcal{O}(N_R^3N_T^3)$. Uma vez que $T \geq N_T$ para OSTBC's, a complexidade dos algoritmos propostos nos quadros 3.3.2 da pág. 56 e 3.5.1 da pág. 69 é, no máximo, da mesma ordem do FK tradicional. Também é possível observar que o número de multiplicações matriciais nos algoritmos de complexidade reduzida dos quadros 3.3.2 e 3.5.1 é significativamente menor que o requerido pelo FK do quadro 3.3.1 da pág. 55.

Em relação ao FK-EE, nota-se que a etapa de inicialização envolve a inversão de uma matriz $N_RN_T \times N_RN_T$, apresentando, portanto, uma complexidade computacional de ordem $\mathcal{O}(N_R^3N_T^3)$. No entanto, para cada iteração do algoritmo, isto é, para cada bloco de dados, apenas (3.40) precisa ser calculada. A multiplicação matriz-vetor $\mathbf{B}_\infty\hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1}$ tem complexidade da ordem $\mathcal{O}(N_R^2N_T^2)$. Se dividirmos o cálculo de $\mathbf{A}_\infty \boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} \mathbf{y}_k$ em duas partes, podemos primeiramente calcular $\mathbf{D} = \boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} \mathbf{y}_k$, que apresenta complexidade da ordem de $\mathcal{O}(N_R N_T T)$, uma vez que existem, no máximo, $N_R N_T T$ elementos não-nulos em $\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}$. Em seguida, computamos o valor de $\mathbf{A}_\infty \mathbf{D}$, cuja ordem de complexidade é, no máximo, igual a $\mathcal{O}(N_R^2 N_T^2)$. Logo, a ordem da complexidade computacional, por iteração, do FK-EE é igual a $\mathcal{O}(N_R N_T T)$, se $N_R < T\,/N_T$, e $\mathcal{O}(N_R^2 N_T^2)$, se $N_R \geq T\,/N_T$.

A complexidade, por iteração, do estimador de Kalman apresentado em [50] é da ordem $\mathcal{O}(N_R^2 N_T T)$, que é maior ou igual (quando $T = N_T$) à ordem de complexidade do FK-EE proposto na Seção 3.4. Vale destacar que a redução de complexidade obtida em [50] somente foi alcançada devido a inexistência de correlação espacial entre os coeficientes do canal. Por outro lado, o FK-EE da Seção 3.4 apresenta uma complexidade ainda menor para uma matriz de correlação espacial genérica. A Tab. 3.1 mostra a complexidade por iteração de cada um dos algoritmo analisados.

Tabela 3.1: Ordem de complexidade de alguns estimadores de canal

Algoritmo	Complexidade por iteração
FK	$\mathcal{O}(N_R^3 T^3)$
FK-CR	$\mathcal{O}(N_R^3 N_T^3)$
FK [50]	$\mathcal{O}(N_R^2 N_T T)$
FK-EE	$\begin{cases} \mathcal{O}(N_R N_T T), & N_R < T\,/N_T\ ; \\ \mathcal{O}(N_R^2 N_T^2), & N_R \geq T\,/N_T \end{cases}$

3.7 Simulações

Nesta seção, alguns resultados de simulação serão apresentados para ilustrar o desempenho dos estimadores de canal propostos no presente capítulo. Em todas as simulações, os canais correlacionados foram gerados seguindo o modelo apresentado em (2.35), onde os elementos de $\mathbf{h}_k$ são variáveis aleatórias gaussianas complexas com função de autocorrelação temporal não-racional dada por (2.19) e geradas conforme a técnica descrita na Seção 9.1.3.5.2 de [32]. É importante relembrar que os estimadores propostos aproximam a dinâmica do canal pelo modelo AR de primeira ordem (2.41). O receptor opera em modo de realimentação de decisões, isto é, após um certo número de palavras-código espaço-temporais de treinamento, os estimadores de canal passam a empregar as decisões fornecidas pelo decodificador ML espaço-temporal dos OSTBC's. Nas simulações a seguir, sempre que não houver menção explícita, 25 palavras-código de treinamento foram inseridas a cada 225 palavras-código de informação. Além disso, para cada cenário de simulação, a solução da equação de Riccati (3.39) foi obtida numericamente com a função `dare` do Matlab ®.

Para determinar as matrizes de correlação espacial, supusemos que o coeficiente de correlação espacial entre quaisquer duas antenas receptoras (transmissoras) adjacentes é dado por p_r (p_t). Desta forma, é possível expressar cada elemento (i, j) da matriz de correlação espacial R_R (R_T) como $p_r^{|i-j|}$, $i, j = 1, \ldots, N_R$ ($p_t^{|i-j|}$, $i, j = 1, \ldots, N_T$). Consideramos também que o receptor conhece perfeitamente a matriz de correlação espacial, o desvio Doppler normalizado β e as variâncias dos ruídos de processo $\sigma_w^2 = 1 - \beta^2$ e de medida σ_n^2. Os resultados apresentados a seguir correspondem a médias de 10 realizações do canal, em cada uma das quais foi simulada a transmissão de 1×10^6 palavras-código ortogonais. Para propósitos de comparação, simulou-se também um estimador de canal implementado pelo algoritmo RLS [48], com um fator de esquecimento igual a 0,98. Este valor foi determinado por tentativa e erro de forma a prover o melhor desempenho do algoritmo.

Como mencionado na seção 3.4, o filtro de Kalman em estado estacionário normalmente tem desempenho semelhante ao do filtro ótimo. Para verificar este fato, simulou-se a transmissão de símbolos 8-PSK em um sistema com $N_T = 2$ antenas transmissoras e $N_R = 2$ antenas receptoras usando o código espaço-temporal de Alamouti (3.2). Considerou-se também $p_t = 0{,}4$, $p_r = 0$ e dois valores de desvio Doppler normalizado ($f_D T_s = 0{,}0015$ e $f_D T_s = 0{,}0075$). A Fig. 3.6 mostra o erro quadrático médio de estimação para o FK-CR e o FK-EE. Desta figura, percebe-se que as curvas para os dois algoritmos não são distinguíveis. Isto significa que o FK-EE apresenta o mesmo desempenho que o FK-CR ótimo para os dois valores de $f_D T_s$ considerados, embora tenha apenas uma fração da complexidade. Como esperado, quanto maior o valor de $f_D T_s$, maiores são as variações do canal e mais difícil é o rastreamento dos coeficientes. Para $f_D T_s = 0{,}0015$, por exemplo, os dois algoritmos atingem um MSE de 10^{-2} para uma relação sinal-ruído de 23 dB, enquanto este mesmo valor de MSE só é alcançado em 28 dB quando $f_D T_s = 0{,}0075$.

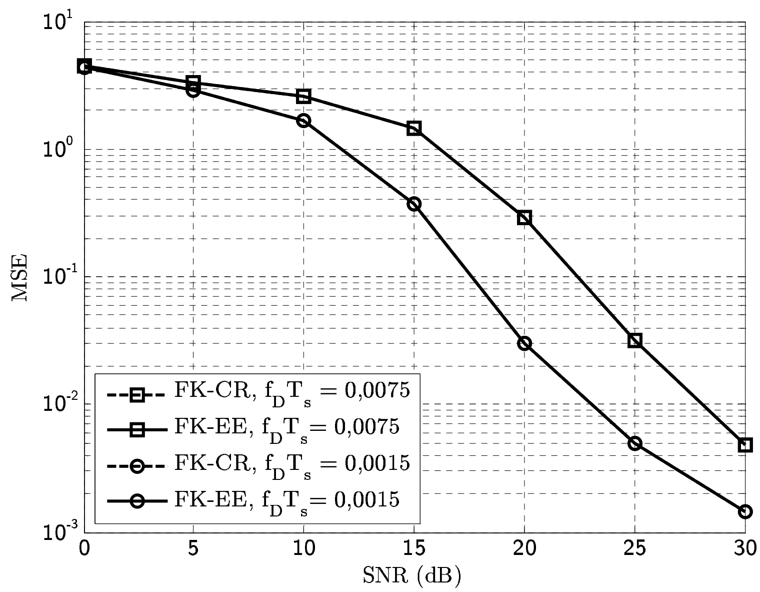

Figura 3.6: Erro quadrático médio de estimação para FK-CR e FK-EE. Note que as curvas são indistinguíveis.

A equivalência de desempenho entre o FK-CR e o FK-EE também pode ser vista na Fig. 3.7, que apresenta as taxas de erro de símbolos (SER, do inglês *symbol error rate*) na saída do decodificador espaço-temporal de máxima verossimilhança alimentado pelas estimativas do canal produzidas pelos dois algoritmos em questão. Também é mostrada a curva do decodificador ML com conhecimento perfeito do canal (CPC). Mais uma vez, as curvas para os dois algoritmos de estimação de canal são indistinguíveis. Para $f_D T_s = 0{,}0015$ e uma SER de 10^{-3}, os receptores usando os canais estimados sofrem uma degradação de aproximadamente 3 dB em relação ao decodificador com conhecimento perfeito do canal. Já para $f_D T_s = 0{,}0075$, as curvas para os receptores usando o FK-CR e o FK-EE ficam a cerca de 10 dB da curva do decodificador com CPC para uma SER de 10^{-3}.

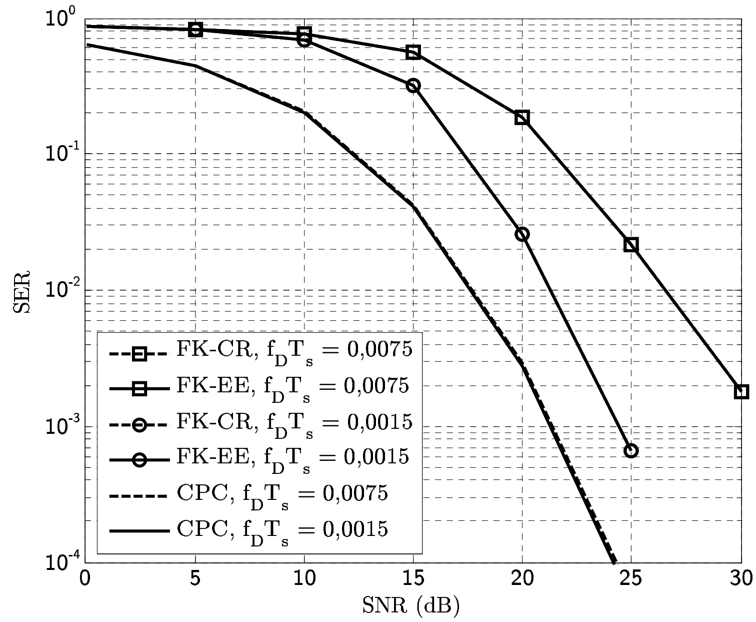

Figura 3.7: Taxas de erro de símbolo na saída de decodificadores ML alimentados com estimativas do canal.

Para verificar até que ponto o FK-EE apresenta um comportamento idêntico ao do FK-CR, simulou-se a transmissão de dados pelo mesmo sistema de comunicação digital usado nas simulações anteriores, porém com $f_D T_s$ variando de 10^{-6} à 10^{-1}. As curvas de erro quadrático médio de estimação resultantes podem ser vistas na Fig. 3.8. Observando esta figura, nota-se que os dois algoritmos têm exatamente o mesmo desempenho para valores de $f_D T_s$ maiores que 10^{-4}. Para valores de $f_D T_s$ entre 10^{-5} e 10^{-4}, o FK-CR apresenta desempenho ligeiramente superior ao do FK-EE. Por outro lado, valores de $f_D T_s$ menores que 10^{-5} causam uma grande degradação de desempenho ao FK-EE. No limite, quando $f_D T_s = 0$, não existe movimento relativo entre transmissor e receptor. Neste caso, o canal é invariante no tempo e, como mencionado na Subseção 3.4.2, o FK-EE simplesmente não atualiza a estimativa do estado.

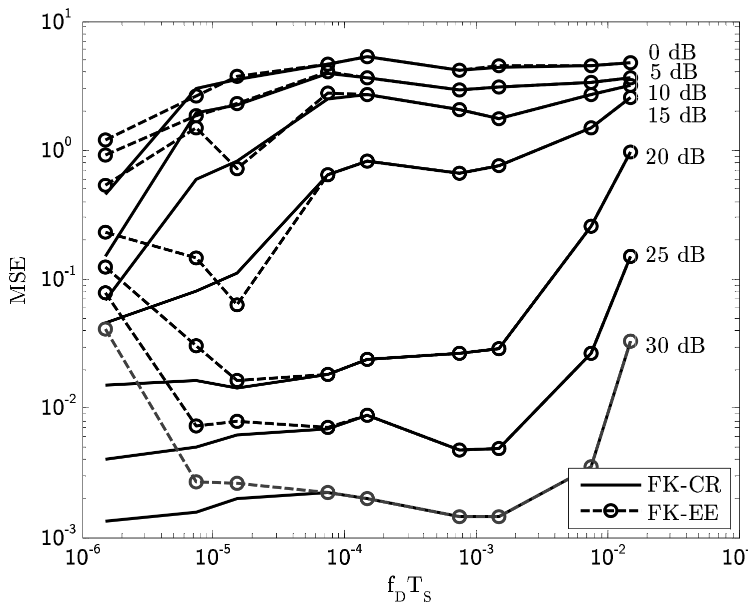

Figura 3.8: Erro quadrático médio de estimação do FK-CR e do FK-EE em função de $f_D T_s$.

O desempenho similar do FK-CR e do FK-EE, para $f_D T_s$ maiores que 10^{-4}, pode ser explicado pela rápida convergência da matriz $\mathbf{P}_{k|k-1}$ para seu valor em estado estacionário. Isto significa que o FK-EE passa a utilizar os valores ótimos de $\mathbf{A}_k$ e $\mathbf{B}_k$ apenas alguns blocos de dados depois da inicialização do algoritmo. Conseqüentemente, após estes poucos blocos, as estimativas produzidas pelo FK-EE são iguais àquelas geradas pelo filtro ótimo FK-CR. Para exemplificar a rápida convergência de $\mathbf{P}_{k|k-1}$, a Fig. 3.9 mostra a evolução dos elementos de $\mathbf{P}_{k|k-1}$ para um sistema 8-PSK utilizando o código de Alamouti com $N_R = N_T = 2$, $f_D T_s = 0{,}0015$, $p_r = 0{,}4$, $p_t = 0{,}8$, SNR $= 15\,\mathrm{dB}$ e condição inicial $\mathbf{P}_{0|0} = \mathbf{I}_{N_R N_T}$. A partir desta figura, fica claro que os elementos da matriz $\mathbf{P}_{k|k-1}$ atingem os valores em estado estacionário antes da transmissão de 200 blocos. Como o sistema simulado insere 25 blocos de treinamento a cada 225 bloco de dados, $\mathbf{P}_{k|k-1}$ converge antes mesmo do segundo período de treinamento. Devido à semelhança entre os desempenhos do FK-CR e do FK-EE mostraremos, a partir de agora, apenas os resultados obtidos com o FK-EE sempre que $f_D T_s$ for maior ou igual a 10^{-4}.

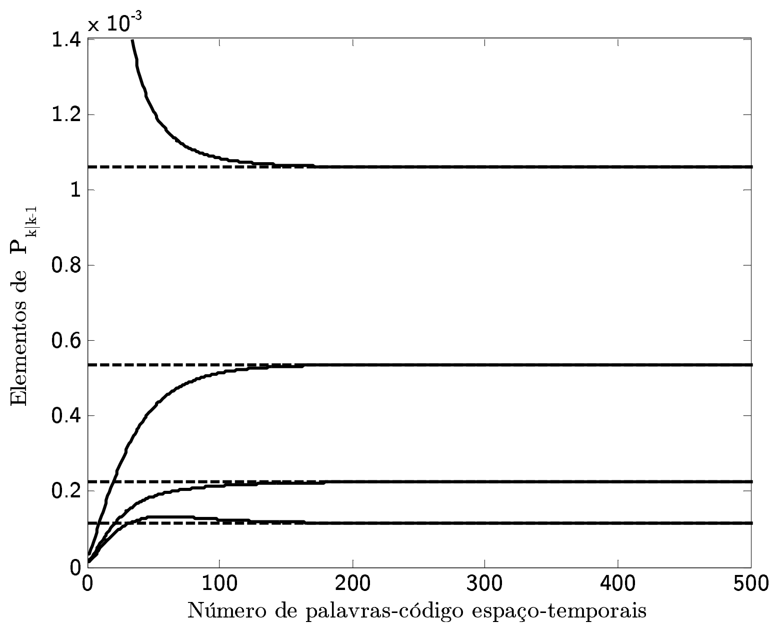

Figura 3.9: Evolução dos elementos de $\mathbf{P}_{k|k-1}$.

É importante observar que a diferença de desempenho entre os decodificadores com CPC e com o canal estimado na Fig. 3.7 é, em grande parte, devida ao uso do modelo AR de primeira ordem para aproximar o comportamento dinâmico do canal. Para ilustrar este fato, na Fig. 3.10 são apresentadas as taxas de erro de símbolos na saída de decodificadores com CPC e com o canal estimado pelo FK-EE para o mesmo cenário utilizado na Fig. 3.7, exceto pelo canal que, agora, também é gerado por um modelo AR de primeira ordem. Para $f_D T_s = 0{,}0015$, o receptor composto pelo FK-EE e o decodificador espaço-temporal ML tem o mesmo desempenho do decodificador ML com CPC. Já para $f_D T_s = 0{,}0075$ e uma taxa de erro de símbolo de 10^{-3}, o receptor que emprega o FK-EE sofre uma perda de cerca de 5 dB em relação ao decodificador com CPC. Este valor é igual a metade daquele mostrado na Fig. 3.7.

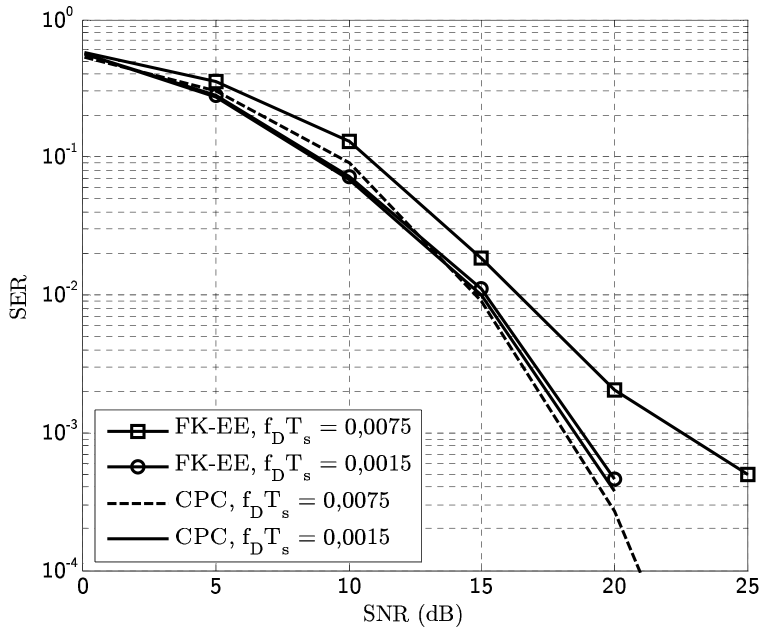

Figura 3.10: Taxas de erro de símbolo na saída dos decodificadores para canais AR(1).

Para analisar o impacto da correlação espacial no desempenho dos estimadores de canal propostos, o próximo cenário simula a transmissão de símbolos QPSK para 2 antenas receptoras usando o código de Alamouti e um desvio Doppler normalizado $f_D T_s = 0{,}0045$. O coeficiente de correlação espacial do receptor p_r é nulo, enquanto o do transmissor (p_t) assume os valores 0,2 e 0,8. A Fig. 3.11 apresenta o erro quadrático médio de estimação de canal para o FK-EE e para o RLS. Desta figura, nota-se que o desempenho dos estimadores quase não é afetado pela correlação espacial e que as curvas do RLS não são distinguíveis. É também evidente que o

FK-EE funciona muito melhor que o RLS. As taxas de erro de símbolos na saída dos decodificadores ML alimentados pelas estimativas do canal geradas pelo FK-EE e pelo RLS estão na Fig. 3.12. Uma vez que o filtro adaptativo implementado com o algoritmo RLS não é capaz de acompanhar as variações do canal, o decodificador não consegue decodificar corretamente o sinal recebido, levando a uma degradação de desempenho. Por outro lado, o decodificador alimentado pelas estimativas do FK-EE fica a mais ou menos 3 dB do decodificador com CPC, para os dois valores de p_t considerados, numa SER de 10^{-4}.

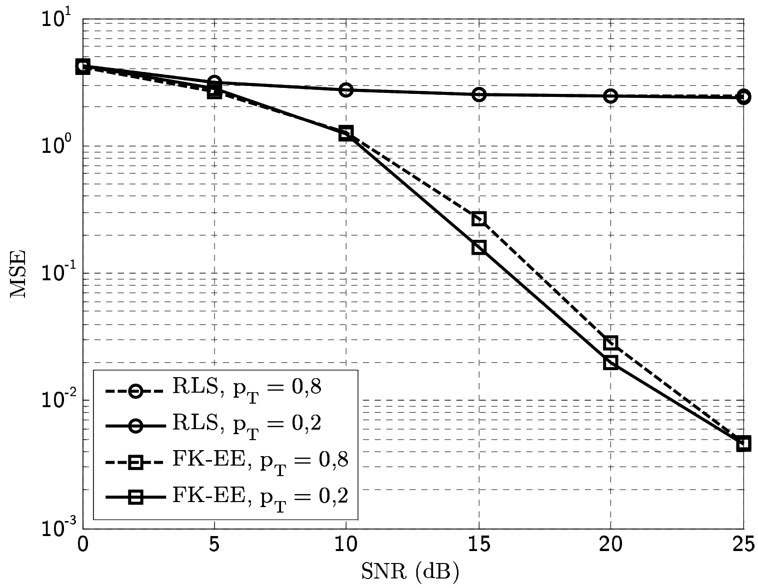

Figura 3.11: Erro quadrático médio de estimação para diferentes valores do coeficiente de correlação espacial do transmissor. Note que o desempenho do RLS é o mesmo para ambos os valores de p_t.

Nas simulações anteriores, os estimadores de canal rastrearam, simultaneamente, todos os 4 canais possíveis entre as 2 antenas de transmissão e as 2 antenas de recepção. Se o número de antenas aumentar, o número de canais a serem rastreados simultaneamente também aumentará, dificultando o problema de estimação. Para

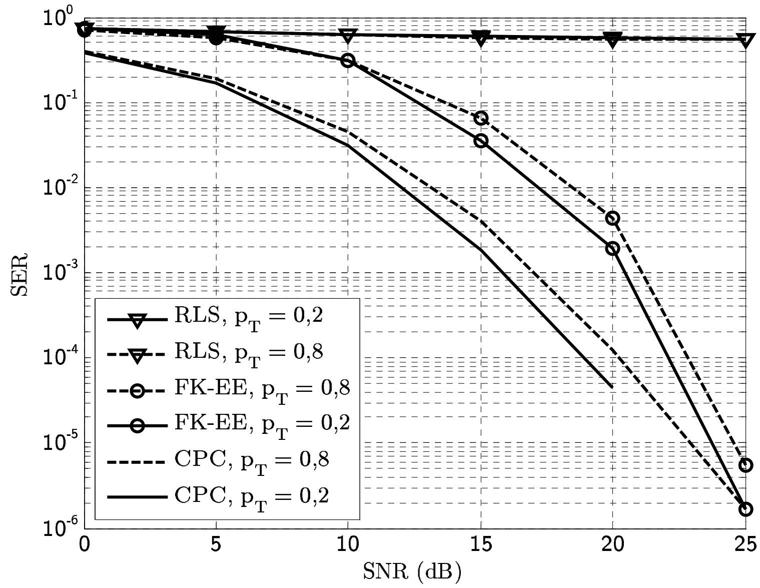

Figura 3.12: Taxas de erro de símbolo para diferentes valores do coeficiente de correlação espacial do transmissor.

ilustrar a capacidade dos algoritmos propostos em estimar um grande número de canais variantes no tempo, simulou-se um sistema enviando símbolos QPSK de $N_T = 4$ antenas transmissoras para $N_R = 4$ antenas receptoras. Foi empregado o OSTBC de taxa 1/2 (3.3) para $p_t = 0{,}8$ e $p_r = 0{,}4$. O erro quadrático médio de estimação para o RLS e para o FK-EE pode ser visto na Fig. 3.13. Vê-se que as estimativas produzidas pelo RLS são bastante afetadas pela taxa de variação do canal. Ainda mais, a qualidade das estimativas do RLS não melhora para SNR's maiores que 10 dB. Por outro lado, neste cenário, o FK-EE proposto se comporta de maneira semelhante para ambos os valores de $f_D T_s$ considerados, apresentando um erro quadrático médio de estimação que decresce com a relação sinal-ruído. O desempenho similar do FK-EE para $f_D T_s = 0{,}0015$ e $f_D T_s = 0{,}0045$ também está refletido nas taxas de erro de símbolos estimadas na saída dos decodificadores ML, como pode ser visto na Fig. 3.14. Para uma SER de 10^{-3}, os decodificadores empregando as estimativas fornecidas pelo FK-EE estão a aproximadamente 1 dB das curvas dos decodificadores com CPC. Em relação ao algoritmo RLS, quando $f_D T_s = 0{,}0015$, o receptor usando as estimativas do canal sofre uma degradação de cerca de 4 dB para uma SER de 10^{-3}, enquanto para $f_D T_s = 0{,}0045$, a taxa de erro de símbolo não fica menor que 10^{-1} em toda a faixa de SNR simulada.

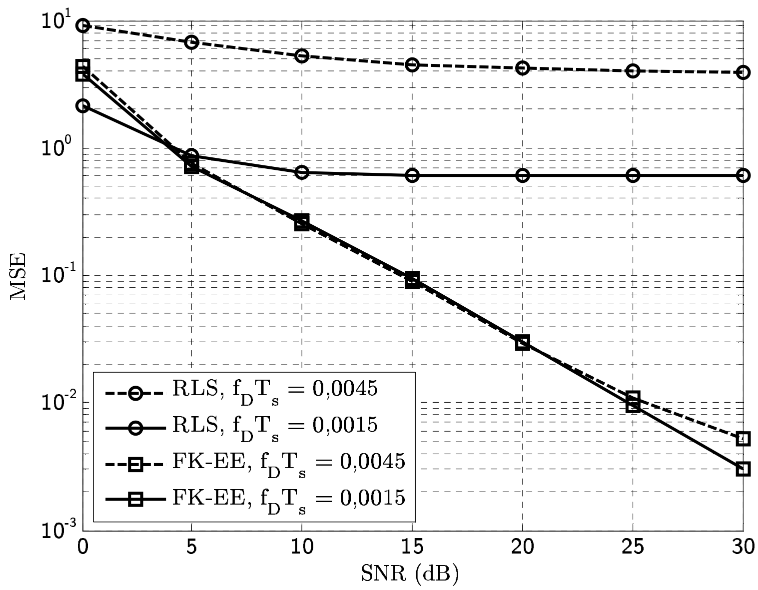

Figura 3.13: Erro quadrático médio de estimação para diferentes valores de $f_D T_s$.

Até este ponto, analisamos o desempenho dos algoritmos propostos sem considerar o erro na modelagem da dinâmica do canal. Como mencionado na Seção 3.5, este erro de modelagem pode degradar o desempenho dos filtros de Kalman propostos neste capítulo, e uma das formas de compensá-lo é por meio do FK-PED do quadro do algoritmo 3.5.1 da pág. 69. Assim, nas simulações apresentadas a seguir, mostraremos que o FK-PED realmente compensa boa parte do erro de modelagem, apresentando desempenho superior ao do FK-CR e ao do FK-EE.

Num primeiro cenário de comparação entre o FK-EE e o FK-PED, simulamos um sistema MIMO com 2 antenas de transmissão enviando símbolos QPSK para 2

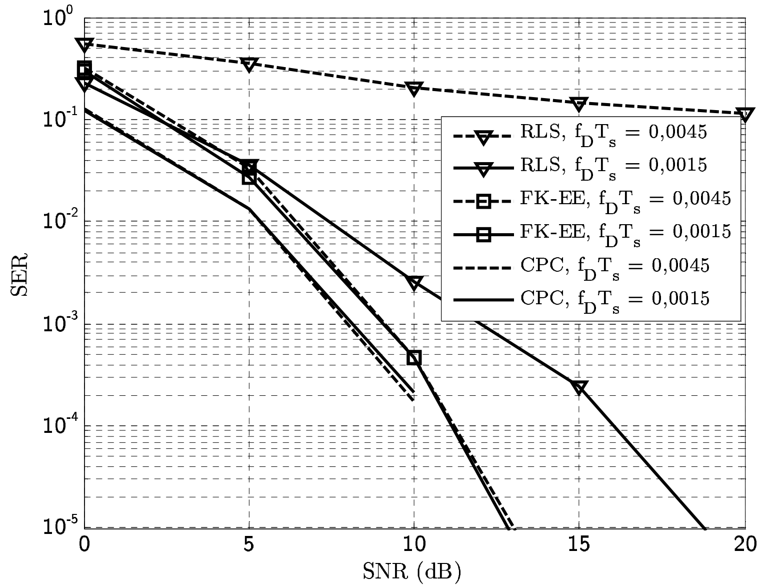

Figura 3.14: Taxa de erro de símbolo para diferentes valores de $f_D T_s$.

antenas de recepção através do código de Alamouti (3.2) e com um desvio Doppler normalizado de 0,0015. As antenas de recepção não apresentam correlação espacial, ou seja, $p_r = 0$, enquanto o coeficiente de correlação espacial das antenas transmissoras vale $p_t = 0{,}4$. Para blocos de dados (treinamento+informação) de tamanho fixo e igual a 160 palavras-código, variamos o número de palavras-código de treinamento de 4 a 32. Além disso, utilizamos o fator de ponderação do FK-PED $\alpha = 1{,}1$.

Na Fig. 3.15, apresentamos as curvas do erro quadrático médio de estimação para o FK-EE e para a versão em estado estacionário do FK-PED, obtida a partir da resolução da equação de Riccati (3.64), para $4, 8, 12, 16, 20, 24, 28$ e 32 palavras-código de treinamento. As setas na Fig. 3.15 indicam, em ordem crescente, o número de palavras-código de treinamento empregadas. Nesta figura, fica evidente a superioridade do FK-PED em relação ao FK-EE. Diferentemente do FK-EE, cujo desempenho melhora progressivamente à medida que aumentamos o número de palavras-código de treinamento em cada bloco de dados, o FK-PED apresenta praticamente o mesmo desempenho para toda a faixa de valores de palavras-código de treinamento simulada. Para um MSE de 10^{-2}, por exemplo, o FK-PED tem um ganho de cerca de 5 dB em relação ao FK-EE com 4 palavras-código de treinamento e um ganho de aproximadamente 3,5 dB em relação ao FK-EE com 32 palavras-código de treinamento.

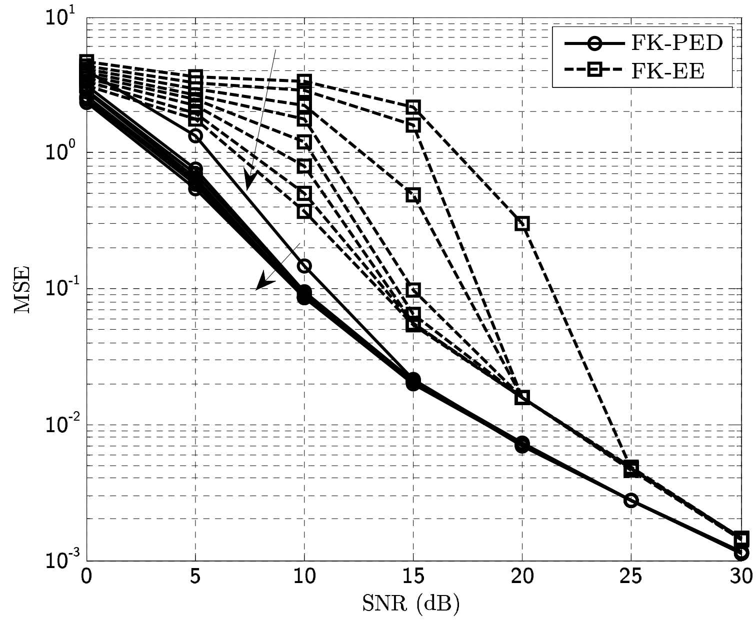

Figura 3.15: Erro quadrático médio de estimação do FK-EE e do FK-PED para $4, 8, 12, 16, 20, 24, 28$ e 32 palavras-código de treinamento com o código de Alamouti. As setas indicam, em ordem crescente, a quantidade de palavras-código de treinamento utilizadas.

O desempenho superior do FK-PED também pode ser observado na Fig. 3.16, que mostra as curvas de taxa de erro de símbolos na saída de decodificadores ML alimentados pelas estimativas do canal fornecidas pelo FK-PED e pelo FK-EE, bem como com CPC, para os diferentes comprimentos da seqüência de treinamento. Note que o desempenho do FK-PED não varia com o tamanho da seqüência de treinamento. Para uma SER de 10^{-3} o receptor com o FK-PED fica a mais ou menos

0,8 dB do decodificador com conhecimento perfeito do canal, enquanto o receptor com o FK-EE apresenta perdas de 3 e 5,5 dB em relação ao receptor com CPC para, respectivamente, 32 e 4 palavras-código de treinamento. Já para uma SER de 10^{-4}, o FK-PED sofre uma degradação de apenas 0,5 dB em relação ao decodificador ML espaço-temporal com CPC, apresentando ganhos de aproximadamente 2 e 3,5 dB em relação ao receptor com o FK-EE treinado com 32 e 4 palavras-código, respectivamente.

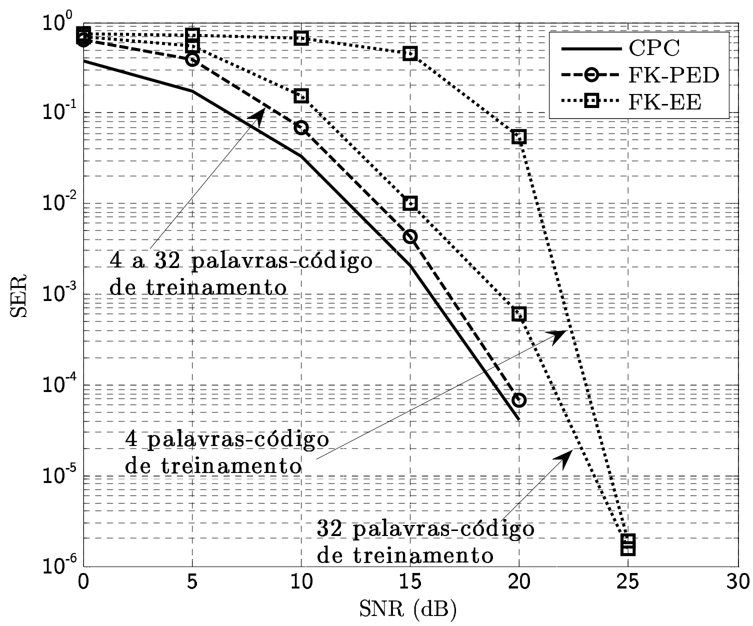

Figura 3.16: Taxas de erro de símbolo para o FK-EE e para o FK-PED utilizando o código de Alamouti e diferentes comprimento da seqüências de treinamento.

Para ilustrar a capacidade de rastreamento do FK-EE e do FK-PED mostramos, na Fig. 3.17, a evolução temporal dos coeficientes do canal, bem como das estimativas produzidas pelos dois algoritmos em questão, durante a transmissão de alguns blocos de dados para o sistema descrito anteriormente e numa SNR de 25 dB. Para este valor de SNR, o desempenho dos algoritmos de estimação de canal não varia com os comprimentos da seqüência de treinamento, conforme já apresentado nas Figs. 3.15

e 3.16. Observando a Fig. 3.17, nota-se que os dois algoritmos de estimação considerados acompanham as variações temporais dos 4 coeficientes do canal de maneira bastante satisfatória, resultando num baixo erro de estimação e, conseqüentemente, em receptores com desempenhos próximos ao do receptor com conhecimento preciso do canal.

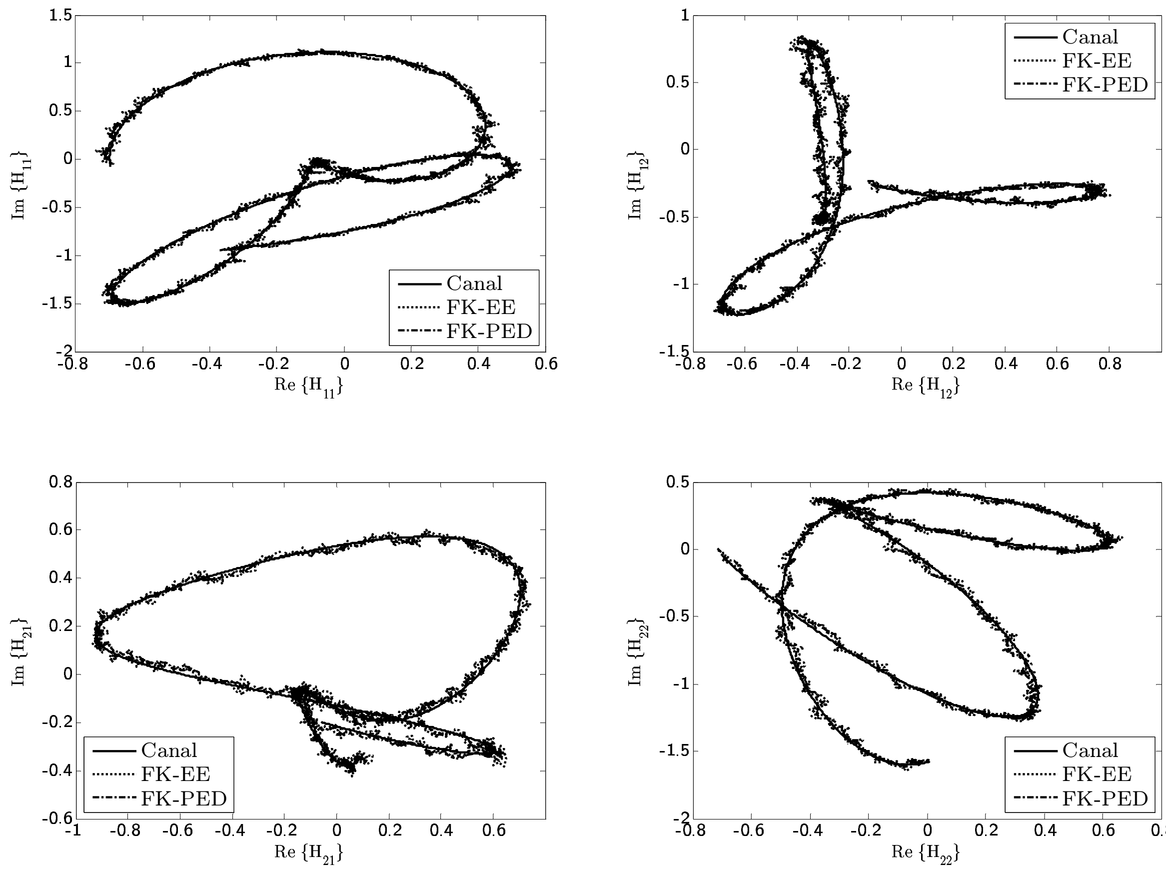

Figura 3.17: Evolução temporal dos coeficientes do canal e das estimativas geradas pelo FK-EE e pelo FK-PED.

O próximo cenário de comparação entre o FK-EE e o FK-PED consiste na transmissão de símbolos 8-PSK usando o OSTBC mostrado em (3.3) através de um canal MIMO com 4 antenas de transmissão, 4 de recepção, $f_D T_s = 0{,}0045$, $p_t = 0{,}4$ e $p_r = 0$. Assim como no cenário anterior, $\alpha = 1{,}1$ e o comprimento da seqüência de treinamento variou entre 4 e 32 palavras-código, sempre mantendo blocos de dados com um comprimento constante e igual a 160 palavras-código. As curvas do erro quadrático médio de estimação para o FK-EE e o FK-PED com seqüências de treinamento contendo $4, 8, 12, 16, 20, 24, 28$ e 32 palavras-código são mostradas na Fig. 3.18, onde as setas indicam tamanho crescente da seqüência de treinamento. Nesta figura, vê-se que o desempenho dos algoritmos de estimação de canal quase não muda com o aumento do número de palavras-código de treinamento. A partir de 20 dB, os dois algoritmos apresentam o mesmo MSE, enquanto para SNR's inferiores a 20 dB o FK-PED tem um desempenho ligeiramente superior ao do FK-EE. O desempenho similar dos dois algoritmos também se reflete nas taxas de erro de símbolo na saída dos decodificares espaço-temporais, como pode ser visto na Fig. 3.19. Nota-se que o desempenho do receptor composto pelo FK-EE e pelo decodificador ML depende do tamanho da seqüência de treinamento apenas para valores de SNR menores que 10 dB. Para uma SER de 10^{-3}, o decodificador ML alimentado pelas estimativas do canal geradas pelo FK-PED tem uma perda de cerca de 0,5 dB em relação ao decodificador ML com CPC e um ganho de mais ou menos 0,3 dB em relação ao decodificador que utiliza as estimativas fornecidas pelo FK-EE.

O terceiro cenário de comparação considera o uso do FK-EE e da versão em estado estacionário do FK-PED para estimar canais com 4 antenas de transmissão e de 1 a 6 antenas de recepção. O sistema de comunicação simulado utiliza o OSTBC de taxa 1/2 (3.3) para transmitir símbolos 8-PSK num canal com $f_D T_s = 0{,}0045$, $p_t = 0{,}2$ e $p_r = 0$. A cada 144 palavras-código de informação são inseridas 16 palavras-código de treinamento. Além disso, usa-se $\alpha = 1{,}1$. A Fig. 3.20 apresenta o desempenho dos dois filtros de Kalman em estado estacionário em função do número de antenas receptoras. Quanto maior o número de antenas receptoras, maior o número de canais a serem rastreados simultaneamente, dificultando a tarefa de estimação. Isto se traduz num aumento do MSE, como pode ser observado na

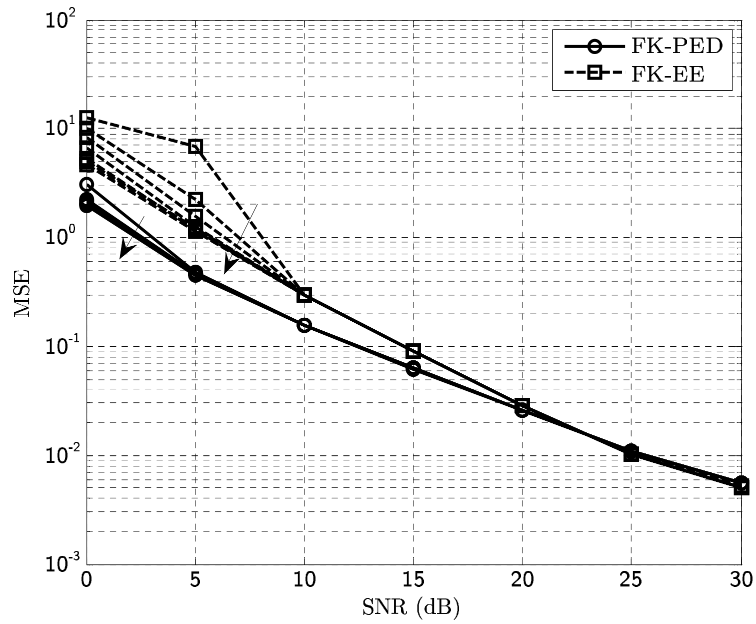

Figura 3.18: Erro quadrático médio de estimação do FK-EE e do FK-PED para $4, 8, 12, 16, 20, 24, 28$ e 32 palavras-código de treinamento utilizando o OSTBC (3.3). As setas indicam, em ordem crescente, a quantidade de palavras-código de treinamento utilizadas.

Fig. 3.20. Para SNR's maiores que 20 dB, os dois algoritmos de estimação têm o mesmo desempenho. Porém, para SNR's inferiores a 15 dB, o MSE atingido pelo FK-PED é menor que aquele alcançado pelo FK-EE para todos os diferentes números de antenas receptoras simulados. A Fig. 3.21 mostra a SER para receptores formados pelos algoritmos de estimação e decodificadores ML. Para os três valores de N_R considerados, o receptor com a versão estacionária do FK-PED se comporta melhor que o receptor com o FK-EE, sobretudo para SNR's menores que 10 dB. Para SER inferiores a 10^{-3}, os receptores contendo o FK-EE e o FK-PED têm o mesmo desempenho. Além disso, fica visível nesta figura o ganho de diversidade proporcionado pela utilização de múltiplas antenas no transmissor e no receptor. Quanto maior o número de antenas, maior o ganho de diversidade e menor a probabilidade

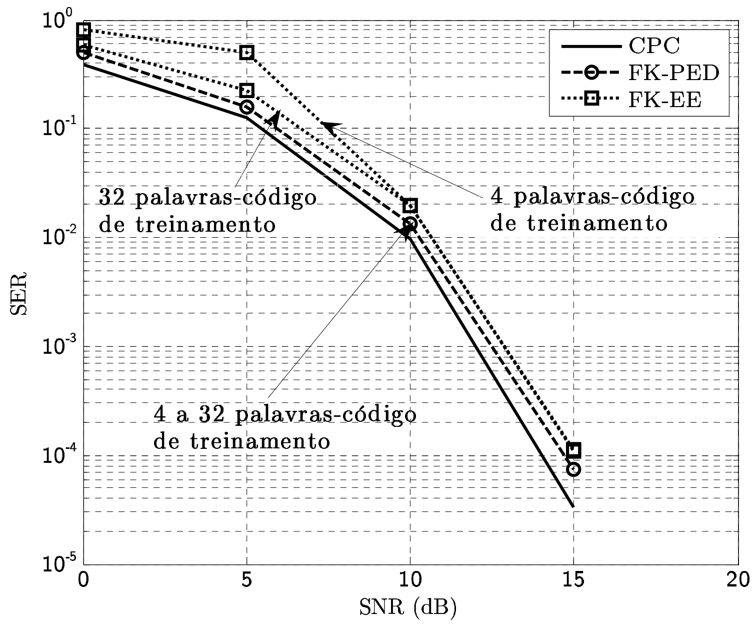

Figura 3.19: Taxas de erro de símbolo para o FK-EE e para o FK-PED utilizando o código (3.3) e diferentes comprimento da seqüências de treinamento.

de erro na recepção.

Por fim, para ilustrar o fraco desempenho do FK-EE com canais invariantes no tempo, simulamos a transmissão de símbolos QPSK, codificados pelo código espaço-temporal de Alamouti (3.2), para duas antenas de recepção. Cada bloco de dados é composto por 150 palavras-código de informação e 10 palavras-código de treinamento. Além disso, utilizamos $p_t = 0{,}2$, $p_r = 0$ e $\alpha = 1{,}1$. Diferentemente das simulações anteriores, consideramos agora que o canal apresenta desvanecimento por blocos, permanecendo invariante ($f_D T_s = 0$ e $\beta = 1$) durante a transmissão de 100 blocos de dados. Ao final da transmissão de cada conjunto de 100 blocos de dados, é sorteada aleatoriamente uma nova realização do canal.

Na Fig. 3.22, apresentamos o MSE médio do FK-CR, do FK-EE e da versão em estado estacionário do FK-PED para 1000 realizações do canal. Como podemos observar, o FK-EE tem um desempenho pífio. Isto porque, como mostrado no final

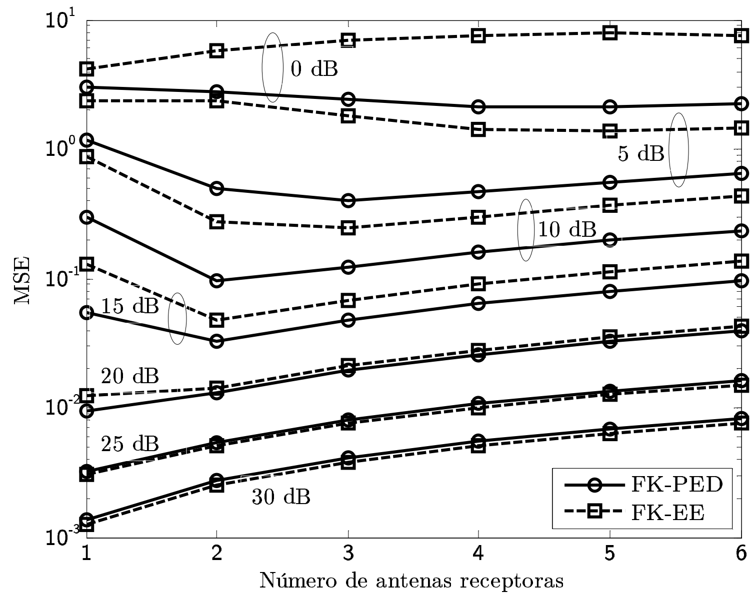

Figura 3.20: Erro quadrático médio de estimação para diferentes números de antenas receptoras.

da Subseção 3.4.2, o FK-EE não atualiza as estimativas do estado quando $\beta = 1$, utilizando sempre a estimativa inicial fornecida ao algoritmo. Por outro lado, a versão em estado estacionário do FK-PED apresenta um desempenho bem superior ao do FK-EE, uma vez que o fator α na equação de Riccati estabiliza o filtro em estado estacionário. Assim, tem-se que $\mathbf{A}_\infty$ não é nula e o filtro de Kalman continua refinando a estimativa do estado a cada novo sinal observado. Já o FK-CR tem o melhor desempenho dentre os algoritmos simulados, chegando a um MSE de 10^{-3} para uma SNR de 10 dB. Embora as matrizes $\mathbf{P}_{k|k-1}$, $\mathbf{A}_k$ e $\mathbf{B}_k$ do FK-CR convirjam para os respectivos valores calculados pelo FK-EE, esta convergência é mais lenta que a convergência da estimativa do estado. Visto de outra forma, quando o FK-CR passa a se comportar como o FK-EE em (3.58), a estimativa do estado já está próxima do valor real do estado.

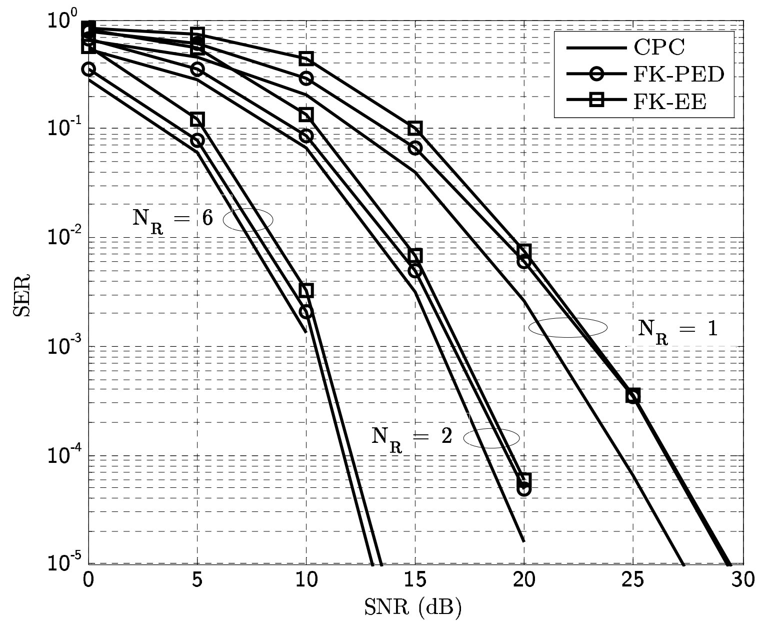

Figura 3.21: Taxas de erro de símbolo para diferentes números de antenas receptoras.

3.8 Conclusão

Neste capítulo, propusemos algoritmos de complexidade reduzida para a estimação de canais MIMO planos, variantes no tempo e com correlação espacial em sistemas usando códigos espaço-temporais ortogonais por blocos. Antes de desenvolver os algoritmos propostos, no entanto, apresentamos na Seção 3.1 as características fundamentais dos OSTBC's, enquanto na Seção 3.2 apresentamos os fundamentos teóricos do filtro de Kalman.

Utilizando os conceitos apresentados nas Seções 3.1 e 3.2 formulamos, na Seção 3.3, o problema de estimação de canal como um problema de estimação de estados. Então, aplicando o filtro de Kalman a este modelo e usando a ortogonalidade característica dos OSTBC's, foi possível obter um estimador de canal ótimo e de complexidade reduzida. Mostramos também que este estimador é uma generalização de outros estimadores propostos na literatura e que as estimativas de canal

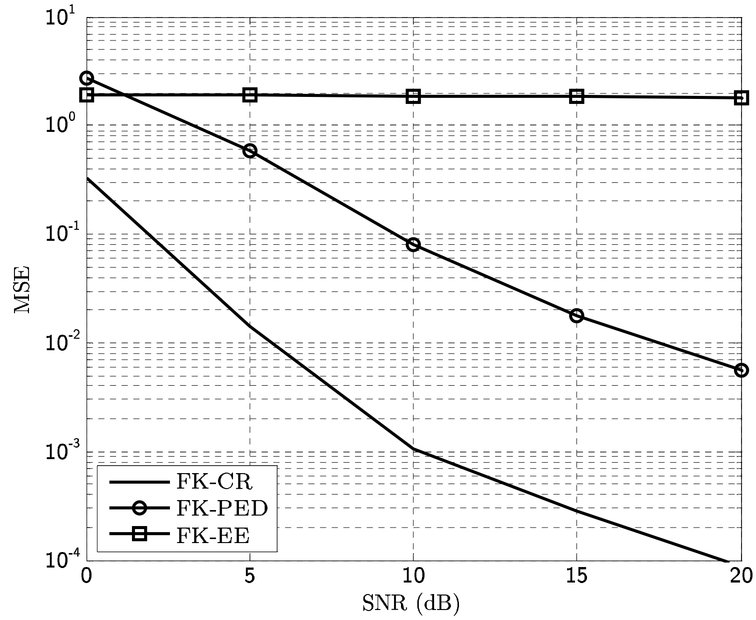

Figura 3.22: Erro quadrático médio de estimação para canais invariantes ($f_D T_s = 0$).

geradas por esse algoritmo correspondem, de fato, a somas ponderadas de estimativas instantâneas de máxima verossimilhança do canal.

Para modulações de módulo constante, a complexidade do algoritmo de estimação proposto na Seção 3.3 foi reduzida ainda mais na Seção 3.4 com a proposição de um filtro de Kalman em estado estacionário. Este filtro também produz estimativas do canal através de médias de estimativas ML instantâneas e sua existência e estabilidade estão diretamente relacionadas à existência de solução da equação algébrica discreta de Riccati obtida a partir algoritmo da Seção 3.3. Para analisar a equação de Riccati desenvolvemos, na Subseção 3.4.1 um modelo em espaço de estados invariante no tempo e equivalente ao modelo original (variante no tempo). Utilizando o modelo invariante, estudamos as condições para existência de soluções definidas positivas e estabilizantes da equação de Riccati na Subseção 3.4.2. Ainda nesta subseção, mostramos que uma condição necessária e suficiente para a existência de uma solução única, estabilizante e definida positiva para a equação de Riccati é que o canal seja variante no tempo. Além disso, outra condição suficiente ocorre quando código espaço-temporal ortogonal por blocos atinge diversidade máxima.

Os algoritmos desenvolvidos nas Seções 3.3 e 3.4 não levam em conta os possíveis erros de modelagem do processo a ser estimado. Assim, para compensar esses possíveis erros propusemos, na Seção 3.5 um filtro de Kalman com ponderação exponencial dos sinais recebidos. Este filtro dá uma ênfase maior ao dados medidos recentemente, "esquecendo" os sinais observados num passado mais distante. Desta maneira, o filtro se torna menos sensível ao erros de modelagem do processo, uma vez que a confiabilidade das estimativas baseadas na equação de processo é diminuída, enquanto a importância das estimativas baseadas nos sinais recém medidos torna-se maior.

Em termos de complexidade computacional, como visto na Seção 3.6, o FK-CR e o FK-PED têm, no máximo, a mesma ordem de complexidade do filtro de Kalman tradicional. Por outro lado, o FK-EE e a versão em estado estacionário do FK-PED apresentam uma ordem de complexidade menor que as apresentadas por outros filtros de Kalman de baixa complexidade propostos na literatura. Contudo, os métodos existentes funcionam apenas em canais sem correlação espacial, enquanto os algoritmos propostos neste capítulo trabalham também com canais correlacionados. Resultados de simulações, apresentados na Seção 3.7, indicam que o FK-EE tem desempenho semelhante ao do filtro de Kalman ótimo, embora necessite apenas de uma fração dos cálculos envolvidos, além de superar outros filtros adaptativos. Além disso, o desempenho do FK-PED geralmente é superior ao do FK-CR e do FK-EE, necessitando de um número bastante reduzido de palavras-código de treinamento para atingir um desempenho próximo ($< 1\,\mathrm{dB}$) do receptor ML com conhecimento perfeito do canal.

3.A Derivação do filtro de Kalman de complexidade reduzida

Neste apêndice, derivamos o filtro de Kalman com complexidade reduzida, apresentado no quadro do algoritmo 3.3.2 da pág. 56, a partir do filtro de Kalman (3.30a)–(3.30f). Para começar, vamos substituir (2.40) em (3.30b)

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_{k|k-1} &= \beta^2\mathbf{P}_{k-1|k-1} + \mathbf{G}\mathbf{Q}_{\text{canal}}\mathbf{G}^{\mathsf{H}} \\ &= \beta^2\mathbf{P}_{k-1|k-1} + \sigma_w^2\mathbf{G}\mathbf{G}^{\mathsf{H}} = \beta^2\mathbf{P}_{k-1|k-1} + \sigma_w^2\mathbf{R}_{\mathbf{h}}.\end{aligned} \tag{3.66}$$

Utilizando o lema de inversão de matrizes juntamente com o lema 3.3.1 e lembrando que $\mathbf{R}_n = \sigma_n^2\mathbf{I}_{N_RT}$, podemos reescrever (3.30c) como

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_{k|k-1}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\left[\mathbf{R}_n^{-1} - \mathbf{R}_n^{-1}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k\left(\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\mathbf{R}_n^{-1}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k + \mathbf{P}_{k|k-1}^{-1}\right)^{-1}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\mathbf{R}_n^{-1}\right] \\ &= \mathbf{P}_{k|k-1}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\left[\frac{1}{\sigma_n^2}\mathbf{I}_{N_RT} - \frac{1}{\sigma_n^4}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k\left(\frac{1}{\sigma_n^2}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k + \mathbf{P}_{k|k-1}^{-1}\right)^{-1}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\right] \\ &= \mathbf{P}_{k|k-1}\left[\frac{1}{\sigma_n^2}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} - \frac{1}{\sigma_n^4}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k\left(\frac{\|\mathbf{s}_k\|^2}{\sigma_n^2}\mathbf{I}_{N_RN_T} + \mathbf{P}_{k|k-1}^{-1}\right)^{-1}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\right] \\ &= \frac{1}{\sigma_n^2}\mathbf{P}_{k|k-1}\left[\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} - \frac{\|\mathbf{s}_k\|^2}{\sigma_n^2}\left(\frac{\|\mathbf{s}_k\|^2}{\sigma_n^2}\mathbf{I}_{N_RN_T} + \mathbf{P}_{k|k-1}^{-1}\right)^{-1}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\right] \\ &= \frac{1}{\sigma_n^2}\mathbf{P}_{k|k-1}\left[\mathbf{I}_{N_RN_T} - \frac{\|\mathbf{s}_k\|^2}{\sigma_n^2}\left(\frac{\|\mathbf{s}_k\|^2}{\sigma_n^2}\mathbf{I}_{N_RN_T} + \mathbf{P}_{k|k-1}^{-1}\right)^{-1}\right]\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}.\end{aligned} \tag{3.67}$$

Empregando mais uma vez o lema de inversão de matrizes, é possível reescrever a matriz inversa na última linha de (3.67) como

$$\begin{aligned}&\left(\frac{\|\mathbf{s}_k\|^2}{\sigma_n^2}\mathbf{I}_{N_RN_T} + \mathbf{P}_{k|k-1}^{-1}\right)^{-1} = \left(\frac{\|\mathbf{s}_k\|^2}{\sigma_n^2}\mathbf{I}_{N_RN_T} + \mathbf{I}_{N_RN_T}\mathbf{P}_{k|k-1}^{-1}\mathbf{I}_{N_RN_T}\right)^{-1} \\ &= \frac{\sigma_n^2}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{I}_{N_RN_T} - \frac{\sigma_n^2}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\left(\frac{\sigma_n^2}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{I}_{N_RN_T} + \mathbf{P}_{k|k-1}\right)^{-1}\left(\frac{\sigma_n^2}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{I}_{N_RN_T}\right) \\ &= \frac{\sigma_n^2}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{I}_{N_RN_T} - \left(\frac{\sigma_n^2}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\right)^2\left(\frac{\sigma_n^2}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{I}_{N_RN_T} + \mathbf{P}_{k|k-1}\right)^{-1}.\end{aligned} \tag{3.68}$$

Substituindo (3.68) em (3.67), a equação de adaptação da matriz do ganho de Kalman é dada por

$$
\begin{aligned}
\mathbf{K}_k &= \frac{1}{\sigma_n^2}\mathbf{P}_{k|k-1}\left\{\mathbf{I}_{N_R N_T} - \frac{\|\mathbf{s}_k\|^2}{\sigma_n^2}\left[\frac{\sigma_n^2}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{I}_{N_R N_T} - \left(\frac{\sigma_n^2}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\right)^2\left(\frac{\sigma_n^2}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{I}_{N_R N_T} + \mathbf{P}_{k|k-1}\right)^{-1}\right]\right\}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} \\
&= \frac{1}{\sigma_n^2}\mathbf{P}_{k|k-1}\left[\mathbf{I}_{N_R N_T} - \mathbf{I}_{N_R N_T} + \frac{\sigma_n^2}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\left(\frac{\sigma_n^2}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{I}_{N_R N_T} + \mathbf{P}_{k|k-1}\right)^{-1}\right]\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} \\
&= \frac{1}{\sigma_n^2}\mathbf{P}_{k|k-1}\left[\frac{\sigma_n^2}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\left(\frac{\sigma_n^2}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{I}_{N_R N_T} + \mathbf{P}_{k|k-1}\right)^{-1}\right]\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} \\
&= \frac{1}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{P}_{k|k-1}\left(\frac{\sigma_n^2}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{I}_{N_R N_T} + \mathbf{P}_{k|k-1}\right)^{-1}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} \\
&= \frac{1}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{A}_k\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}},
\end{aligned}
\tag{3.69}
$$

onde definiu-se

$$
\mathbf{A}_k = \mathbf{P}_{k|k-1}\left(\frac{\sigma_n^2}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{I}_{N_R N_T} + \mathbf{P}_{k|k-1}\right)^{-1}. \tag{3.70}
$$

Usando (3.30a), (3.30d), (3.69) e o lema 3.3.1 da pág. 55 em (3.30e), temos que

$$
\begin{aligned}
\hat{\mathbf{h}}^{\mathsf{c}}_{k|k} &= \hat{\mathbf{h}}^{\mathsf{c}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k\left(\mathbf{y}_k - \boldsymbol{\mathcal{X}}_k\hat{\mathbf{h}}^{\mathsf{c}}_{k|k-1}\right) = \hat{\mathbf{h}}^{\mathsf{c}}_{k|k-1} + \frac{1}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{A}_k\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\left(\mathbf{y}_k - \boldsymbol{\mathcal{X}}_k\hat{\mathbf{h}}^{\mathsf{c}}_{k|k-1}\right) \\
&= \hat{\mathbf{h}}^{\mathsf{c}}_{k|k-1} - \frac{1}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{A}_k\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\boldsymbol{\mathcal{X}}_k\hat{\mathbf{h}}^{\mathsf{c}}_{k|k-1} + \frac{1}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{A}_k\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\mathbf{y}_k \\
&= \hat{\mathbf{h}}^{\mathsf{c}}_{k|k-1} - \frac{1}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{A}_k\left(\|\mathbf{s}_k\|^2\mathbf{I}_{N_R N_T}\right)\hat{\mathbf{h}}^{\mathsf{c}}_{k|k-1} + \frac{1}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{A}_k\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\mathbf{y}_k \\
&= \left(\mathbf{I}_{N_R N_T} - \mathbf{A}_k\right)\hat{\mathbf{h}}^{\mathsf{c}}_{k|k-1} + \frac{1}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{A}_k\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\mathbf{y}_k \\
&= \left(\mathbf{I}_{N_R N_T} - \mathbf{A}_k\right)\left(\beta\hat{\mathbf{h}}^{\mathsf{c}}_{k-1|k-1}\right) + \frac{1}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{A}_k\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\mathbf{y}_k \\
&= \beta\mathbf{B}_k\hat{\mathbf{h}}^{\mathsf{c}}_{k-1|k-1} + \frac{1}{\|\mathbf{s}_k\|^2}\mathbf{A}_k\boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}}\mathbf{y}_k,
\end{aligned}
\tag{3.71}
$$

sendo $\mathbf{B}_k$ definido por

$$
\mathbf{B}_k = \left(\mathbf{I}_{N_R N_T} - \mathbf{A}_k\right). \tag{3.72}
$$

Finalmente, usando o lema 3.3.1 e substituindo (3.69) em (3.30f), obtemos

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_{k|k} &= \left(\mathbf{I}_{N_R N_T} - \mathbf{K}_k \boldsymbol{\mathcal{X}}_k\right) \mathbf{P}_{k|k-1} = \left(\mathbf{I}_{N_R N_T} - \frac{1}{\|\mathbf{s}_k\|^2} \mathbf{A}_k \boldsymbol{\mathcal{X}}_k^{\mathsf{H}} \boldsymbol{\mathcal{X}}_k\right) \mathbf{P}_{k|k-1} \\ &= \left(\mathbf{I}_{N_R N_T} - \mathbf{A}_k\right) \mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{B}_k \mathbf{P}_{k|k-1}.\end{aligned} \tag{3.73}$$

Reunindo (3.66), (3.70), (3.71), (3.72) e (3.73), obtém-se o algoritmo do filtro de Kalman com complexidade reduzida (FK-CR) para sistemas MIMO-OSTBC mostrado no quadro do algoritmo 3.3.2 da pág. 56.

4

Estimação de canal e detecção conjuntas em sistemas MIMO com multiplexação espacial

No Cap. 3, abordamos o problema de estimação de canais planos em sistemas com diversidade espacial de transmissão. Já neste capítulo, o foco será na estimação de canais MIMO seletivos em freqüência e variantes no tempo em sistemas empregando multiplexação espacial.

Conforme explicado na Subseção 2.1.3, a idéia por trás dos sistemas de multiplexação espacial é aumentar a taxa de transmissão, em relação aos sistemas SISO, por meio da transmissão simultânea e paralela de sinais independentes a partir das antenas transmissoras. Um dos esquemas mais conhecidos para tal fim é o chamado V-BLAST [9, 15]. Para este sistema e supondo canais planos, técnicas de cancelamento sucessivo de interferência [9, 15] podem ser usadas para eliminar a interferência co-canal e desacoplar o canal MIMO, atingindo ganho de multiplexação máximo sem conhecimento do canal no transmissor.

Porém, em canais seletivos em freqüência, o receptor deve tentar eliminar não apenas a interferência entre os sinais transmitidos por todas as antenas no mesmo instante, mas também a interferência intersimbólica. Para mitigar a ISI e recuperar os sinais transmitidos, os receptores normalmente empregam um filtro denominado equalizador. Quando o canal é conhecido perfeitamente pelo receptor, equalizadores ótimos (segundo diversos critérios de otimização) podem ser calculados como em [6]. Já quando o conhecimento do canal não está disponível, uma solução freqüentemente adotada é estimar o canal e então usar esta estimativa no cálculo dos equalizadores mostrados em [6].

Quando o canal de comunicação não é estático, o algoritmo de estimação deve ser capaz de rastrear sua variação temporal, alimentando o equalizador com estimativas do canal a cada instante de tempo. Como já mencionado, um dos algoritmos mais utilizados para a estimação de canais variantes no tempo é o filtro de Kalman. Exemplos de aplicação do filtro de Kalman para o rastreamento de canais MIMO seletivos em freqüência podem ser encontrados em [14, 22, 60, 67]. Em [14], é desenvolvido um filtro de Kalman que utiliza as saídas de um equalizador MMSE-DFE (do inglês *decision-feedback equalizer*) para rastrear canais MIMO seletivos em freqüência com desvanecimento de Rice, ao passo que os artigos [22, 60, 67] usam filtros de Kalman para estimar canais em sistemas MIMO-OFDM. Especificamente, em [60], o FK que rastreia o canal utiliza estimativas da matriz de transição de estado e das variâncias dos ruídos de processo e de medida obtidas a partir dos sinais recebidos. Já em [22], um banco de filtros de Kalman é acoplado a um decodificador baseado no algoritmo de Viterbi para realizar a estimação do canal e a decodificação de sinais com modulação espaço-temporal codificada em treliça. Finalmente, em [67], dois filtros de Kalman são utilizados de maneira iterativa para refinar as estimativas do canal.

Um problema dos esquemas em que estimação e detecção são feitas separadamente é o surgimento de correlação entre as estimativas do canal e dos sinais. Isto acontece pois o equalizador usa as estimativas fornecidas pelo estimador de canal, e vice-versa. Essa correlação é difícil de se quantificar e, geralmente, é ignorada nos processos de estimação. Por outro lado, técnicas que realizam conjuntamente as tarefas de estimação de canal e detecção de sinais não apresentam tal problema e normalmente têm melhor desempenho [51].

O receptor conjunto ótimo consiste na estimação conjunta de máxima verossimilhança do canal e dos sinais transmitidos. A solução ML conjunta é obtida por meio de um procedimento de busca exaustiva, no qual a estimação de canal é feita para cada uma das possíveis seqüências de dados candidatas. Esta abordagem, no entanto, apresenta uma complexidade computacional elevada e que cresce exponencialmente com o comprimento do canal, com o número de antenas transmissoras e com tamanho da constelação de sinais transmitidos.

Por este motivo, propomos neste capítulo um método semicego, baseado em espaço de estados, para realizar conjuntamente as tarefas de estimação de canal e detecção de sinais. O algoritmo proposto tem uma complexidade computacional menor que a do receptor ML conjunto e que não depende do número de símbolos presentes na constelação de sinais. Como será mostrado na Seção 4.2, a formulação conjunta dos problemas de estimação de canal e detecção de sinais produz uma equação de observação não-linear em relação às variáveis de estados, impedindo a utilização do filtro de Kalman. Para contornar esse obstáculo, recorreremos ao filtro de Kalman estendido, descrito na Seção 4.1, para calcular estimativas recursivas das variáveis de estado.

Para sistemas SISO, métodos semelhantes ao proposto neste capítulo são encontrados em [51–53, 68]. Já para sistemas MIMO, o uso do filtro de Kalman estendido pode ser visto em [69, 70]. Porém, os receptores propostos em [69, 70] foram desenvolvidos para sistemas OFDM e, portanto, sem ISI. Enquanto em [69] é feita a estimação conjunta do canal e de sua matriz de transição de estados, canal e *offset* de freqüência são estimados conjuntamente em [70].

Antes de desenvolver o algoritmo proposto na Seção 4.2, iremos apresentar sucintamente o filtro de Kalman estendido na Seção 4.1.

4.1 Filtro de Kalman estendido

No Cap. 3, as equações de processo e de medida eram funções lineares dos estados. Porém, freqüentemente nos deparamos com sistemas cujas equações de processo e/ou de medida são não-lineares. Nestes casos, não é possível aplicar diretamente o filtro de Kalman na estimação recursiva das variáveis de estados. Dentre as soluções existentes, a mais comum é linearizar as equações não-lineares em torno das estimativas das variáveis de estado e empregar o filtro de Kalman tradicional no sistema linearizado. Este “novo” filtro de Kalman, empregado quando as equações envolvidas são não-lineares, é conhecido como filtro de Kalman estendido (EKF, do inglês *extended Kalman filter*) [26–28].

Considerando, então, um sistema dinâmico genérico, podemos escrever

$$\mathbf{h}_k = \mathbf{F}(k, \mathbf{h}_{k-1}) + \mathbf{G}_k \mathbf{w}_k \tag{4.1a}$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{C}(k, \mathbf{h}_k) + \tilde{\mathbf{n}}_k, \tag{4.1b}$$

onde $\mathbf{F}(k, \mathbf{h}_{k-1})$ e $\mathbf{C}(k, \mathbf{h}_k)$ são funções, possivelmente não-lineares, do estado $\mathbf{h}$. As equações do filtro de Kalman estendido podem ser observadas no quadro do algoritmo 4.1.1 na pág. 101. Nestas equações, $\mathbf{F}_k$ e $\mathbf{C}_k$ são matrizes obtidas da linearização, respectivamente, de $\mathbf{F}(k, \mathbf{h}_{k-1})$ e $\mathbf{C}(k, \mathbf{h}_k)$ em torno das estimativas do estado. Mais precisamente, as matrizes $\mathbf{F}_k$ e $\mathbf{C}_k$ correspondem, respectivamente, às matrizes jacobianas de $\mathbf{F}(k, \mathbf{h}_{k-1})$ e $\mathbf{C}(k, \mathbf{h}_k)$. Portanto, podemos escrever

$$\mathbf{C}_k = \left.\frac{\partial \mathbf{C}(k, \mathbf{h}_k)}{\partial \mathbf{h}_k}\right|_{\mathbf{h}_k = \hat{\mathbf{h}}_{k|k-1}} \qquad \text{e} \qquad \mathbf{F}_k = \left.\frac{\partial \mathbf{F}(k, \mathbf{h}_{k-1})}{\partial \mathbf{h}_{k-1}}\right|_{\mathbf{h}_{k-1} = \hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1}}. \tag{4.2}$$

É importante destacar que quando as funções $\mathbf{F}(k, \mathbf{h}_{k-1})$ e $\mathbf{C}(k, \mathbf{h}_k)$ são lineares, o EKF se reduz ao filtro de Kalman convencional.

Algoritmo 4.1.1 Filtro de Kalman estendido (EKF)

$$\hat{\mathbf{h}}_{k|k-1} = \mathbf{F}\left(k, \hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1}\right) \tag{4.3a}$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_k^{\mathsf{H}} + \mathbf{Q}_k \tag{4.3b}$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{C}_k^{\mathsf{H}} \left[\mathbf{C}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{C}_k^{\mathsf{H}} + \mathbf{R}_k\right]^{-1} \tag{4.3c}$$

$$\boldsymbol{\alpha}_k = \tilde{\mathbf{y}}_k - \mathbf{C}\left(k, \hat{\mathbf{h}}_{k|k-1}\right) \tag{4.3d}$$

$$\hat{\mathbf{h}}_{k|k} = \hat{\mathbf{h}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \boldsymbol{\alpha}_k \tag{4.3e}$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \left[\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{C}_k\right] \mathbf{P}_{k|k-1} \tag{4.3f}$$

Embora o EKF seja o estimador de estado mais usado em sistemas não-lineares, ele não é o único. Enquanto o EKF é baseado na linearização das equações envolvidas na propagação da média e da covariância do estado, o filtro de Kalman *unscented* (UKF, do inglês *unscented Kalman filter*) [27, 63] utiliza a transformação *unscented* para aproximar a média e a covariância de uma variável aleatória que passou por uma transformação não-linear. Quando o sistema é linear mas não gaussiano pode-se utilizar, por exemplo, estimadores baseados em soma de gaussianas [26, 27]. A idéia por trás destes métodos é aproximar funções densidade de probabilidade não-gaussianas por uma soma de M funções densidade de probabilidade gaussianas. Desta forma, é possível usar M filtros de Kalman em paralelo, cada um deles aplicado a um problema gaussiano. Para sistemas não-lineares e/ou não-gaussianos, podemos ainda recorrer aos filtros de partículas [27, 63], que são métodos de busca exaustiva desenvolvidos para implementar numericamente o estimador Bayesiano. Como estas outras técnicas não serão utilizadas nesta tese, não detalharemos o funcionamento de cada uma delas.

4.2 Estimação conjunta do canal e dos sinais transmitidos

O objetivo desta seção é derivar um receptor em espaço de estados que realize conjuntamente as tarefas de estimação do canal e detecção dos sinais transmitidos em sistemas MIMO com multiplexação espacial. Para isto, vamos considerar um sistema com N_T antenas transmissoras enviando sinais independentes para N_R antenas receptoras através de um canal MIMO seletivo em freqüência, de comprimento L, e variante no tempo. Para uma janela de observação de tamanho N, a relação entre as entradas e as saídas deste sistema é dada por (2.21) na pág. 26, reproduzida aqui por conveniência:

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \boldsymbol{\mathcal{H}}_k^{\mathrm{c}} \tilde{\mathbf{x}}_k + \tilde{\mathbf{n}}_k, \tag{4.4}$$

onde $\tilde{\mathbf{y}}_k = [\mathbf{y}_k^{\mathsf{T}} \quad \mathbf{y}_{k-1}^{\mathsf{T}} \quad \cdots \quad \mathbf{y}_{k-N+1}^{\mathsf{T}}]^{\mathsf{T}}$ denota o vetor coluna de comprimento $N_R N$ contendo os N vetores recebidos, $\tilde{\mathbf{x}}_k = [\mathbf{x}_k^{\mathsf{T}} \quad \mathbf{x}_{k-1}^{\mathsf{T}} \quad \cdots \quad \mathbf{x}_{k-N-L+2}^{\mathsf{T}}]^{\mathsf{T}}$ é o vetor $N_T(N+L-1) \times 1$ formado pelo empilhamento de $N+L-1$ vetores de símbolos transmitidos, $\tilde{\mathbf{n}}_k = [\mathbf{n}_k^{\mathsf{T}} \quad \mathbf{n}_{k-1}^{\mathsf{T}} \quad \cdots \quad \mathbf{n}_{k-N+1}^{\mathsf{T}}]^{\mathsf{T}}$ é o vetor $N_R N \times 1$ com as amostras do ruído de observação aditivo, branco, gaussiano, circularmente simétrico de média nula e variância σ_n^2, e

$$\boldsymbol{\mathcal{H}}_k^{\mathrm{c}} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{0,k}^{\mathrm{c}} & \mathbf{H}_{1,k}^{\mathrm{c}} & \cdots & \mathbf{H}_{L-1,k}^{\mathrm{c}} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_{0,k}^{\mathrm{c}} & \cdots & \mathbf{H}_{L-2,k}^{\mathrm{c}} & \mathbf{H}_{L-1,k}^{\mathrm{c}} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{H}_{0,k}^{\mathrm{c}} & \cdots & \cdots & \mathbf{H}_{L-1,k}^{\mathrm{c}} \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

é uma matriz de Toeplitz por blocos, de dimensões $N_R N \times N_T(N+L-1)$, contendo os coeficientes do canal.

Como já mostrado na Seção 2.2, a utilização da propriedade 2.1 da pág. 27 nos permite reescrever (4.4) como uma combinação linear dos coeficientes do canal, ou seja,

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \boldsymbol{\mathcal{X}}_k \mathbf{h}_k^{\mathrm{c}} + \tilde{\mathbf{n}}_k, \tag{4.6}$$

onde $\mathbf{h}_k^{\mathrm{c}} = \mathrm{vec}\left(\mathbf{H}_{l,k}^{\mathrm{c}}\right), l = 0, \ldots, L-1$, é definido em (2.26) na pág. 27 e $\boldsymbol{\mathcal{X}}_k$ é uma matriz de dimensões $N_R N \times N_R N_T L$ dada por

$$\boldsymbol{\mathcal{X}}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k^{'\mathsf{T}} \otimes \mathbf{I}_{N_R} \\ \mathbf{x}_{k-1}^{'\mathsf{T}} \otimes \mathbf{I}_{N_R} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{k-N+1}^{'\mathsf{T}} \otimes \mathbf{I}_{N_R} \end{bmatrix}, \tag{4.7}$$

com $\mathbf{x}_k^{'} = [\mathbf{x}_k^{\mathsf{T}} \quad \mathbf{x}_{k-1}^{\mathsf{T}} \quad \cdots \quad \mathbf{x}_{k-L+1}^{\mathsf{T}}]^{\mathsf{T}}$.

Uma vez que os sinais $\tilde{\mathbf{y}}_k$ observados na saída do sistema são modelados por (4.4) ou (4.6), podemos usar qualquer uma destas duas equações como equação de medida da formulação em espaço de estados do problema de estimação e detecção conjuntas.

Já para obter a equação de processo devemos, primeiramente, definir quais serão as variáveis de estados. Como queremos estimar tanto os sinais transmitidos quanto os coeficientes do canal, a escolha óbvia para o vetor de estado $\mathbf{z}_k$ é

$$\mathbf{z}_k = \left[\tilde{\mathbf{x}}_k^{\mathsf{T}} \quad \mathbf{h}_k^{\mathrm{c}\,\mathsf{T}}\right]^{\mathsf{T}}. \tag{4.8}$$

Em outras palavras, o vetor de estado $\mathbf{z}_k$ é composto pelo empilhamento de $N+L-1$ vetores de tamanho N_T, correspondentes aos sinais transmitidos, e L vetores de tamanho $N_R N_T$, cada um destes representando o empilhamento das colunas de $\mathbf{H}_{l,k}$, $l = 0, \ldots, L-1$.

Assim como no Cap. 3, utilizaremos (2.41) da pág. 33 para caracterizar a evolução temporal dos coeficientes do canal. Tem-se, portanto,

$$\mathbf{h}_k^{\mathrm{c}} = \mathbf{F}_{\mathrm{canal}} \mathbf{h}_{k-1}^{\mathrm{c}} + \mathbf{w}_k^{'} = \beta \mathbf{h}_{k-1}^{\mathrm{c}} + \mathbf{w}_k^{'}, \tag{4.9}$$

com $\mathbf{Q}_{\mathrm{canal}}^{'} = \mathrm{E}\left[\mathbf{w}_k^{'} \mathbf{w}_k^{'\mathsf{H}}\right] = \sigma_w^2 \mathbf{R}_{\mathbf{h}}$ calculada como em (2.40).

O próximo passo é modelar a dinâmica do vetor $\tilde{\mathbf{x}}_k$ de símbolos transmitidos. Da definição de $\tilde{\mathbf{x}}_k$ em (4.4), nota-se que $\tilde{\mathbf{x}}_k$ apresenta uma estrutura de deslocamento temporal, na qual o vetor de símbolos no instante k é formado pelo deslocamento do vetor de símbolos no instante anterior seguido pela adição do vetor $\mathbf{x}_k$ contendo os sinais transmitidos pelas N_T antenas no instante k. Desta maneira, pode-se descrever a evolução temporal de $\tilde{\mathbf{x}}_k$ por uma equação de estado da forma

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \mathbf{F}_{\text{simb}}\tilde{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{u}_k, \tag{4.10}$$

onde a matriz de deslocamento $\mathbf{F}_{\text{simb}}$ e o ruído de excitação $\mathbf{u}_k$ são definidos, respectivamente, por

$$\mathbf{F}_{\text{simb}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N_T \times N_T(N+L-2)} & \mathbf{0}_{N_T \times N_T} \\ \mathbf{I}_{N_T(N+L-2)} & \mathbf{0}_{N_T(N+L-2) \times N_T} \end{bmatrix} \tag{4.11}$$

e

$$\mathbf{u}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k^{\mathsf{T}} & \mathbf{0}_{1 \times N_T(N+L-2)} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}, \tag{4.12}$$

com $\mathbf{0}_{i \times j}$ denotando uma matriz de dimensão $i \times j$ composta unicamente por zeros. Vale mencionar que, como $\mathbf{u}_k$ é formado por símbolos de um alfabeto discreto, ele não é gaussiano.

A partir de (4.12), calcula-se a matriz de covariância do ruído de excitação $\mathbf{u}_k$ como

$$\mathbf{Q}_{\text{simb}} = \mathrm{E}\left[\mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^{\mathsf{H}}\right] = \sigma_u^2 \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N_T} & \mathbf{0}_{N_T \times N_T(N+L-2)} \\ \mathbf{0}_{N_T(N+L-2) \times N_T} & \mathbf{0}_{N_T(N+L-2) \times N_T(N+L-2)} \end{bmatrix}, \tag{4.13}$$

onde σ_u^2 representa a energia média dos símbolos da constelação de sinais transmitidos.

Uma vez caracterizado o comportamento dinâmico dos sinais $\tilde{\mathbf{x}}_k$ e do canal $\mathbf{h}_k^{\mathsf{c}}$, nos resta agora modelar a dinâmica do estado $\mathbf{z}_k$. Considerando que os sinais transmitidos são independentes das realizações do canal, é possível definir a matriz de transição de estados $\mathbf{F}$ como uma matriz diagonal por blocos da forma

$$\mathbf{F} = \left[\begin{array}{c:c} \mathbf{F}_{\text{simb}} & \mathbf{0} \\ \hdashline \mathbf{0} & \mathbf{F}_{\text{canal}} \end{array}\right], \tag{4.14}$$

onde $\mathbf{F}_{\text{simb}}$ é dado por (4.11) e $\mathbf{F}_{\text{canal}}$ por (2.31).

Combinado (4.4), (4.6), (4.8), (4.9), (4.10) e (4.14), obtemos a formulação em espaço de estados para o problema de estimação de canal e detecção conjuntas em sistemas MIMO:

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{F}\mathbf{z}_{k-1} + \mathbf{q}_k, \tag{4.15a}$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{C}(k, \mathbf{z}_k) + \tilde{\mathbf{n}}_k, \tag{4.15b}$$

sendo

$$\mathbf{q}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_k^{\mathsf{T}} & \mathbf{w}_k^{'\,\mathsf{T}} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}, \quad \mathbf{Q} = \mathrm{E}\left[\mathbf{q}_k \mathbf{q}_k^{\mathsf{H}}\right] = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\text{simb}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}'_{\text{canal}} \end{bmatrix}, \tag{4.16}$$

e

$$\mathbf{C}(k, \mathbf{z}_k) = \boldsymbol{\mathcal{H}}_k^{\mathrm{c}} \tilde{\mathbf{x}}_k = \boldsymbol{\mathcal{X}}_k \mathbf{h}_k^{\mathrm{c}}. \tag{4.17}$$

Em virtude da escolha do vetor de estado feita em (4.8), as equações de medida (4.4) e (4.6) se tornam não-lineares nas variáveis de estado. Isto ocorre porque a saída do sistema, $\tilde{\mathbf{y}}_k$ em (4.4) e (4.6), passa a depender de produtos entre as variáveis de estado, como pode ser claramente observado em (4.17). Devido a este fato, iremos utilizar o filtro de Kalman estendido, mostrado no quadro do algoritmo 4.1.1 da pág. 101, para obter estimativas recursivas do vetor de estado.

O uso do EKF, como explicado na Seção 4.1, exige a linearização da função não-linear $\mathbf{C}(k, \mathbf{z}_k) = \boldsymbol{\mathcal{H}}_k^{\mathrm{c}} \tilde{\mathbf{x}}_k = \boldsymbol{\mathcal{X}}_k \mathbf{h}_k^{\mathrm{c}}$ em torno das estimativas do estado. Para tanto, devemos calcular a matriz jacobiana de $\mathbf{C}(k, \mathbf{z}_k)$ em relação à $\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}$, ou seja, em relação à estimativa de $\mathbf{z}_k$, no instante k, baseada nos sinais observados até o instante $k-1$. Utilizando a definição da matriz jacobiana de $\mathbf{C}(k, \mathbf{z}_k)$ em (4.2), tem-se que

$$[\mathbf{C}_k]_{i,j} = \left.\frac{\partial\left[\mathbf{C}(k, \mathbf{z}_k)\right]_i}{\partial\left[\mathbf{z}_k\right]_j}\right|_{\mathbf{z}_k = \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}}, \tag{4.18}$$

onde o elemento (i, j) da matriz $\mathbf{C}_k$ é dado pela derivada da i-ésima linha de $\boldsymbol{\mathcal{H}}_k^{\mathrm{c}} \tilde{\mathbf{x}}_k = \boldsymbol{\mathcal{X}}_k \mathbf{h}_k^{\mathrm{c}}$ em relação à variável de estado j. Assim, lembrando que $\mathbf{z}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_k^{\mathsf{T}} & \mathbf{h}_k^{\mathrm{c}\,\mathsf{T}} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$, é possível escrever a matriz jacobiana de $\mathbf{C}(k, \mathbf{z}_k) = \boldsymbol{\mathcal{H}}_k^{\mathrm{c}} \tilde{\mathbf{x}}_k = \boldsymbol{\mathcal{X}}_k \mathbf{h}_k^{\mathrm{c}}$ como

$$\mathbf{C}_k = \left.\frac{\partial(\boldsymbol{\mathcal{H}}_k^{\mathrm{c}} \tilde{\mathbf{x}}_k = \boldsymbol{\mathcal{X}}_k \mathbf{h}_k^{\mathrm{c}})}{\partial \mathbf{z}_k}\right|_{\mathbf{z}_k = \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}} = \left[\hat{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{k|k-1}^{\mathrm{c}} \;\vdots\; \hat{\boldsymbol{\mathcal{X}}}_{k|k-1}\right]. \tag{4.19}$$

Vale destacar que as matrizes $\hat{\boldsymbol{\mathcal{X}}}_{k|k-1}$ e $\hat{\boldsymbol{\mathcal{H}}}^{\mathrm{c}}_{k|k-1}$ são formadas, respectivamente, pelas estimativas de $\tilde{\mathbf{x}}_k$ e $\mathbf{h}^{\mathrm{c}}_k$ contidas em $\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}$. Vale ainda mencionar que (4.19) é bastante genérica. De fato, as expressões derivadas para sistemas SISO em [51, 52] podem ser vistas como casos particulares de (4.19) quando $N_T = N_R = 1$.

Usando (4.8)–(4.17) e (4.19), é possível empregar o EKF apresentado no quadro do algoritmo 4.1.1 da pág. 101 para realizar recursivamente a estimação conjunta do canal e dos sinais transmitidos.

O exemplo a seguir ilustra como a metodologia proposta pode ser usada num sistema de transmissão digital por um canal MIMO seletivo em freqüência.

Exemplo 4.1:

Vamos supor que se queira transmitir sinais digitais por um canal com memória. O sistema possui duas antenas transmissoras ($N_T = 2$) enviando sinais independentes ($x_{1,k}$ e $x_{2,k}$) para duas antenas receptoras ($N_R = 2$) através de um canal seletivo em freqüência com dois coeficientes ($\mathbf{H}_0$ e $\mathbf{H}_1$), invariantes durante a transmissão de um bloco de dados e sem correlação espacial. Além disso, vamos supor que o receptor utilize dois vetores recebidos ($N = 2$) para tentar eliminar a interferência intersimbólica.

Antes de descrever as dinâmicas dos sinais e do canal é importante notar que, como o canal é invariante no tempo, $f_D T_s = 0$ e, portanto, $\beta = 1$ e $\sigma_w^2 = 0$. Isto simplifica a equação de processo pois o canal passa a ter uma dinâmica trivial. Logo, as equações de processo são dadas por

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} x_{1,k} \\ x_{2,k} \\ x_{1,k-1} \\ x_{2,k-1} \\ x_{1,k-2} \\ x_{2,k-2} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}_{\text{simb}}} \cdot \begin{bmatrix} x_{1,k-1} \\ x_{2,k-1} \\ x_{1,k-2} \\ x_{2,k-2} \\ x_{1,k-3} \\ x_{2,k-3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{1,k} \\ x_{2,k} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{h}_k = \mathbf{h} = \text{vec}(\mathbf{H}) = [\ h_{1,1,0} \quad h_{2,1,0} \quad h_{1,2,0} \quad h_{2,2,0} \quad h_{1,1,1} \quad h_{2,1,1} \quad h_{1,2,1} \quad h_{2,2,1}\ ]^{\mathsf{T}}, \tag{4.20}$$

com $\mathbf{F}_{\text{canal}} = \mathbf{I}_{8\times 8}$.

O vetor de sinais recebidos no instante k é expresso como

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_{0,k}\mathbf{x}_k + \mathbf{H}_{1,k}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{n}_k. \tag{4.21}$$

Reescrevendo esta equação na forma de (4.4), obtemos

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y_{1,k} \\ y_{2,k} \\ y_{1,k-1} \\ y_{2,k-1} \end{bmatrix} &= \left[\begin{array}{cc:cc:cc} h_{1,1,0} & h_{1,2,0} & h_{1,1,1} & h_{1,2,1} & 0 & 0 \\ h_{2,1,0} & h_{2,2,0} & h_{2,1,1} & h_{2,2,1} & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & h_{1,1,0} & h_{1,2,0} & h_{1,1,1} & h_{1,2,1} \\ 0 & 0 & h_{2,1,0} & h_{2,2,0} & h_{2,1,1} & h_{2,2,1} \end{array}\right] \begin{bmatrix} x_{1,k} \\ x_{2,k} \\ x_{1,k-1} \\ x_{2,k-1} \\ x_{1,k-2} \\ x_{2,k-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{1,k} \\ n_{2,k} \\ n_{1,k-1} \\ n_{2,k-1} \end{bmatrix} \\ &= \underbrace{\begin{bmatrix} h_{1,1,0}x_{1,k} + h_{1,2,0}x_{2,k} + h_{1,1,1}x_{1,k-1} + h_{1,2,1}x_{2,k-1} \\ h_{2,1,0}x_{1,k} + h_{2,2,0}x_{2,k} + h_{2,1,1}x_{1,k-1} + h_{2,2,1}x_{2,k-1} \\ h_{1,1,0}x_{1,k-1} + h_{1,2,0}x_{2,k-1} + h_{1,1,1}x_{1,k-2} + h_{1,2,1}x_{2,k-2} \\ h_{2,1,0}x_{1,k-1} + h_{2,2,0}x_{2,k-1} + h_{2,1,1}x_{1,k-2} + h_{2,2,1}x_{2,k-2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}(k,\mathbf{z}_k)} + \begin{bmatrix} n_{1,k} \\ n_{2,k} \\ n_{1,k-1} \\ n_{2,k-1} \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{4.22}$$

Mais uma vez, vê-se claramente que a equação de medida depende de produtos entre as variáveis de estado. Assim, para completar a formulação em espaço de estados, só nos resta calcular $\mathbf{C}_k$, isto é, a derivada do vetor $\mathbf{C}(k, \mathbf{z}_k)$ em relação ao vetor de estado $\mathbf{z}_k$. Fazendo uso de (4.20) e (4.22), é fácil ver que

$$\frac{\partial\left(\mathbf{C}\left(k, \mathbf{z}_k\right)\right)}{\partial \tilde{\mathbf{x}}_k} = \begin{bmatrix} h_{1,1,0} & h_{1,2,0} & h_{1,1,1} & h_{1,2,1} & 0 & 0 \\ h_{2,1,0} & h_{2,2,0} & h_{2,1,1} & h_{2,2,1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_{1,1,0} & h_{1,2,0} & h_{1,1,1} & h_{1,2,1} \\ 0 & 0 & h_{2,1,0} & h_{2,2,0} & h_{2,1,1} & h_{2,2,1} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\mathcal{H}}_k \tag{4.23}$$

e

$$\frac{\partial\left(\mathbf{C}\left(k, \mathbf{z}_k\right)\right)}{\partial \mathbf{h}_k} = \begin{bmatrix} x_{1,k} & 0 & x_{2,k} & 0 & x_{1,k-1} & 0 & x_{2,k-1} & 0 \\ 0 & x_{1,k} & 0 & x_{2,k} & 0 & x_{1,k-1} & 0 & x_{2,k-1} \\ x_{1,k-1} & 0 & x_{2,k-1} & 0 & x_{1,k-2} & 0 & x_{2,k-2} & 0 \\ 0 & x_{1,k-1} & 0 & x_{2,k-1} & 0 & x_{1,k-2} & 0 & x_{2,k-2} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\mathcal{X}}_k. \tag{4.24}$$

Substituindo os valores de h em (4.23) e os de x em (4.24) pelas respectivas estimativas contidas em $\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}$, tem-se que

$$\mathbf{C}_k = \left.\frac{\partial\left(\mathbf{C}\left(k, \mathbf{z}_k\right)\right)}{\partial \mathbf{z}_k}\right|_{\mathbf{z}_k = \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{k|k-1} & \hat{\boldsymbol{\mathcal{X}}}_{k|k-1} \end{bmatrix}. \tag{4.25}$$

Levando em consideração a estrutura especial da matriz de transição de estados $\mathbf{F}$ em (4.14) e supondo que a energia média da constelação de símbolos é unitária ($\sigma_u^2 = 1$ em (4.13)), é possível simplificar as equações de predição do EKF do quadro do algoritmo 4.1.1 da pág. 101. Como mostrado no apêndice 4.A na pág. 132, a equação de predição do estado (4.3a) pode ser reescrita como

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N_T \times 1}^{\mathsf{T}} & \hat{\tilde{\mathbf{x}}}_{k-1|k-1}^{\mathsf{T}}\left(1 : N_T(N + L - 2)\right) & \beta \hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1}^{\mathsf{T}} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}, \tag{4.26}$$

onde a notação $\hat{\tilde{\mathbf{x}}}_{k-1|k-1}(i : j)$ representa um subvetor de $\hat{\tilde{\mathbf{x}}}_{k-1|k-1}$ formado pelos seus elementos de i a j. Já a equação de predição da matriz de covariância do erro de estimação é expressa por

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \left[\begin{array}{c:c} \mathbf{I}_{N_T} & \mathbf{0}_{N_T\times N_T(N+L-2)+LN_RN_T} \\ \hdashline \mathbf{0}_{N_T(N+L-2)+LN_RN_T\times N_T} & \begin{array}{c:c} \mathbf{A}_2 & \mathbf{B}_2 \\ \hdashline \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_2 \end{array} \end{array}\right], \tag{4.27}$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_2 &= \mathbf{P}_{k-1|k-1}\left(1\!:\!\mathrm{P}_1, 1\!:\!\mathrm{P}_1\right), & \mathbf{B}_2 &= \beta\mathbf{P}_{k-1|k-1}\left(1\!:\!\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2\!:\!\mathrm{P}_3\right), \\ \mathbf{C}_2 &= \beta\mathbf{P}_{k-1|k-1}\left(\mathrm{P}_2\!:\!\mathrm{P}_3, 1\!:\!\mathrm{P}_1\right), & \mathbf{D}_2 &= \beta^2\mathbf{P}_{k-1|k-1}\left(\mathrm{P}_2\!:\!\mathrm{P}_3, \mathrm{P}_2\!:\!\mathrm{P}_3\right) + \sigma_w^2\mathbf{R}_{\mathbf{h}}, \end{aligned}$$

$\mathrm{P}_1 = N_T(N+L-2)$, $\mathrm{P}_2 = N_T(N+L-1)+1$, $\mathrm{P}_3 = N_T(N+L-1)+LN_RN_T$ e a notação $\mathbf{P}_{k-1|k-1}(i\!:\!j, k\!:\!l)$ representa uma submatriz de $\mathbf{P}_{k-1|k-1}$ formada por suas linhas de i a j e colunas de k a l.

Uma característica importante do receptor conjunto proposto nesta seção é a possibilidade de se realizar a suavização das estimativas dos símbolos transmitidos. Conforme mencionado na Seção 3.2, os métodos de suavização utilizam não apenas os sinais observados até o instante k, mas também os sinais observados em instantes posteriores para calcular estimativas das variáveis de estado no instante k. Esta situação ocorre, por exemplo, quando se permite um atraso entre a observação dos sinais e a disponibilização das estimativas das variáveis de estado. Recordando a definição do vetor de estado em (4.8), vemos que o vetor com o empilhamento das estimativas dos símbolos transmitidos é dado por

$$\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k|k} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{\mathsf{T}} & \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k}^{\mathsf{T}} & \cdots & \hat{\mathbf{x}}_{k-N-L+2|k}^{\mathsf{T}} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}. \tag{4.28}$$

Conseqüentemente, $\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k|k}$ contém informação não apenas sobre o vetor atual $\mathbf{x}_k$ de símbolos transmitidos, mas também sobre os vetores de símbolos transmitidos nos $N+L-2$ instantes anteriores.

Desta maneira, se tolerarmos um atraso fixo e igual a $N+L-2$ períodos de símbolo, poderemos usar $N+L-2$ observações adicionais para obter a estimativa final do vetor de símbolos transmitidos. Graças a esta quantidade adicional de informação observada, o resultado do processo de suavização é, em geral, melhor que o do processo de filtragem (definido aqui como o processo de estimação do estado no instante k a partir dos sinais medidos até o instante k) [26, 27]. A Fig. 4.1 ilustra a idéia por trás do processo de suavização de atraso fixo (SAF) para a estimação dos símbolos transmitidos.

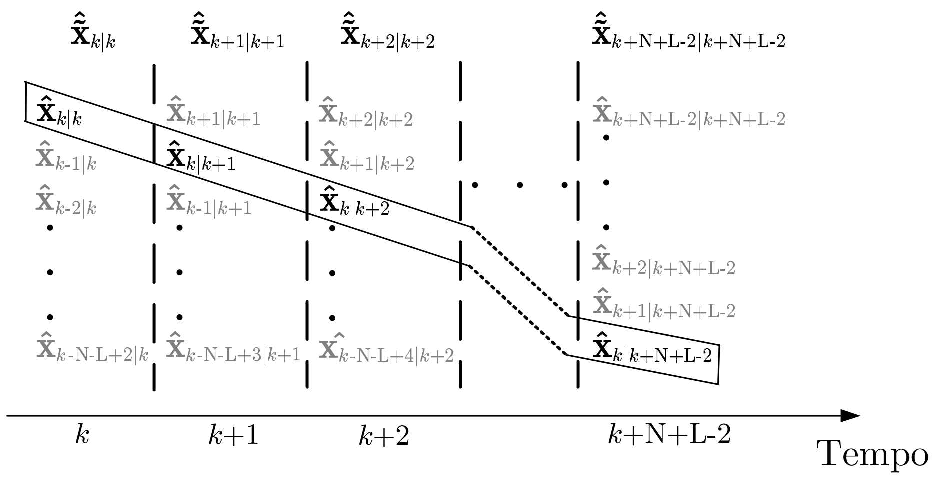

Figura 4.1: Suavização de atraso fixo das estimativas dos sinais transmitidos.

Portanto, a estimativa final do vetor de símbolos transmitidos no instante k, $\hat{\mathbf{x}}_k^{\text{final}}$, é dada pelo último elemento de $\hat{\hat{\mathbf{x}}}_{k+N+L-2|k+N+L-2}$. Equivalentemente,

$$\hat{\mathbf{x}}_k^{\text{final}} = \hat{\mathbf{z}}_{k+N+L-2|k+N+L-2}^{(N+L-1)}, \tag{4.29}$$

onde $\hat{\mathbf{z}}_{k+N+L-2|k+N+L-2}^{(N+L-1)}$ corresponde ao $(N+L-1)$-ésimo vetor de tamanho N_T contido na estimativa do estado no instante $k+N+L-2$.

Por fim, reunindo todas as expressões derivadas nesta seção, apresentamos no quadro do algoritmo 4.2.1 da pág. 111 o filtro de Kalman estendido com suavização de atraso fixo (EKF-SAF) proposto para a estimação conjunta do canal e dos símbolos transmitidos.

Embora os focos deste capítulo sejam o rastreamento de canais de comunicação MIMO sem fio e a detecção de sinais digitais, a formulação proposta para o problema de estimação e detecção conjuntas é bem mais geral. Ela pode ser aplicada, por

Algoritmo 4.2.1 Filtro de Kalman estendido com suavização de atraso fixo (EKF-SAF) para estimação conjunta do canal e dos símbolos transmitidos

`Define-se`

$$\mathbf{z}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_k^{\mathsf{T}} & \mathbf{h}_k^{\mathsf{T}} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$$

$$\mathrm{P}_1 = N_T(N+L-2)$$

$$\mathrm{P}_2 = N_T(N+L-1)+1$$

$$\mathrm{P}_3 = N_T(N+L-1)+LN_RN_T$$

`Para` $k = 1, 2, ...$

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N_T\times 1}^{\mathsf{T}} & \hat{\tilde{\mathbf{x}}}_{k-1|k-1}^{\mathsf{T}}(1\!:\!N_T(N+L-2)) & \beta\hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1}^{\mathsf{T}} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \\
\mathbf{A}_2 &= \mathbf{P}_{k-1|k-1}(1\!:\!\mathrm{P}_1, 1\!:\!\mathrm{P}_1), \\
\mathbf{B}_2 &= \beta\mathbf{P}_{k-1|k-1}(1\!:\!\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2\!:\!\mathrm{P}_3), \\
\mathbf{C}_2 &= \beta\mathbf{P}_{k-1|k-1}(\mathrm{P}_2\!:\!\mathrm{P}_3, 1\!:\!\mathrm{P}_1), \\
\mathbf{D}_2 &= \beta^2\mathbf{P}_{k-1|k-1}(\mathrm{P}_2\!:\!\mathrm{P}_3, \mathrm{P}_2\!:\!\mathrm{P}_3) + \sigma_w^2\mathbf{R}_{\mathbf{h}} \\
\mathbf{P}_{k|k-1} &= \left[\begin{array}{c:c} \mathbf{I}_{N_T} & \mathbf{0}_{N_T\times N_T(N+L-2)+LN_RN_T} \\ \hdashline \mathbf{0}_{N_T(N+L-2)+LN_RN_T\times N_T} & \begin{array}{c:c} \mathbf{A}_2 & \mathbf{B}_2 \\ \hdashline \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_2 \end{array} \end{array}\right] \\
\mathbf{C}_k &= \left[\begin{array}{c:c} \hat{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{k|k-1} & \hat{\boldsymbol{\mathcal{X}}}_{k|k-1} \end{array}\right] \\
\mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{C}_k^{\mathsf{H}}\left[\mathbf{C}_k\mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{C}_k^{\mathsf{H}} + \mathbf{R}_k\right]^{-1} \\
\boldsymbol{\alpha}_k &= \tilde{\mathbf{y}}_k - \hat{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{k|k-1}\hat{\tilde{\mathbf{x}}}_{k|k-1} = \tilde{\mathbf{y}}_k - \hat{\boldsymbol{\mathcal{X}}}_{k|k-1}\hat{\mathbf{h}}_{k|k-1} \\
\hat{\mathbf{z}}_{k|k} &= \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k\boldsymbol{\alpha}_k \\
\mathbf{P}_{k|k} &= \left[\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{C}_k\right]\mathbf{P}_{k|k-1}
\end{aligned}$$

`Estimativa final de` $\mathbf{x}_k \rightarrow$ `suavização com atraso fixo de` $N+L-2$

$$\hat{\mathbf{x}}_k^{\text{final}} = \hat{\tilde{\mathbf{x}}}_{k+N+L-2|k+N+L-2}^{(N+L-1)} = \hat{\mathbf{z}}_{k+N+L-2|k+N+L-2}^{(N+L-1)}$$

exemplo, ao problema de separação cega de fontes, cujo objetivo é separar fontes de informação tendo por base apenas versões misturadas das mesmas sem, contudo, conhecer como se deu o processo de mistura. Neste contexto, se N_R sensores medirem versões ruidosas de N_T sinais linearmente misturados, podemos escrever a equação de medida de maneira análoga a (4.4). Já para obter a equação de processo, devemos levar em consideração os modelos dinâmicos específicos de cada fonte de informação, bem como o do sistema "misturador". Este conhecimento prévio do modelo dinâmico dos sinais transmitidos possibilita a realização da estimação conjunta sem supervisão, isto é, sem a transmissão inicial de uma seqüência de treinamento. Para o caso de sinais digitais, a estimação conjunta não-supervisionada não pode ser obtida pois os símbolos transmitidos por cada antena num certo instante são considerados independentes dos símbolos enviados previamente.

Ilustraremos agora, através de um exemplo, como a formulação proposta pode ser aplicada ao problema de separação cega de fontes.

EXEMPLO 4.2:

Vamos considerar um cenário com duas fontes de informação ($N_T = 2$) gaussianas e independentes e dois sensores ($N_R = 2$) que captam sinais misturados por um sistema linear, instantâneo (o que equivale a um canal plano no contexto de comunicações digitais) e variante no tempo. Além disso, vamos supor que a janela de observação dos sinais medidos é formada apenas pelos sinais atuais, ou seja, $N = 1$ em (4.4).

O primeiro passo para a obtenção da formulação conjunta é modelar a dinâmica das fontes de informação. Neste exemplo, vamos supor que as duas fontes gaussianas são modeladas por processos AR(1). Esta escolha é motivada pela ampla utilização de modelos AR em processamento de sinais [48]. Assim,

$$\begin{aligned} x_{1,k} &= \zeta_1 x_{1,k-1} + u_{1,k}, \\ x_{2,k} &= \zeta_2 x_{2,k-1} + u_{2,k} \end{aligned} \tag{4.30}$$

e tanto os coeficientes $\zeta_i, i = 1, 2$, quanto as variâncias $\sigma^2_{u,i}, i = 1, 2$, dos ruídos de excitação u_1 e u_2 são calculados a partir dos pólos dos modelos AR das fontes, como mostrado em [48]. A partir de (4.30), a equação de processo para os sinais das fontes é dada por

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} x_{1,k} \\ x_{2,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \zeta_1 & 0 \\ 0 & \zeta_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{1,k-1} \\ x_{2,k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{1,k} \\ u_{2,k} \end{bmatrix}. \tag{4.31}$$

A caracterização da dinâmica da mistura (canal) também será feita por um processo AR(1). Logo,

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} h_{1,1,k} & h_{1,2,k} \\ h_{2,1,k} & h_{2,2,k} \end{bmatrix} = \beta \cdot \begin{bmatrix} h_{1,1,k-1} & h_{1,2,k-1} \\ h_{2,1,k-1} & h_{2,2,k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{1,1,k} & w_{1,2,k} \\ w_{2,1,k} & w_{2,2,k} \end{bmatrix}, \tag{4.32}$$

onde β está relacionada à taxa de variação temporal da mistura e os ruídos $w_{i,j,k}$, $i, j = 1, 2$, são variáveis aleatórias gaussianas, independentes, de média zero e variância σ^2_w.

Fazendo $\mathbf{h}_k = \text{vec}(\mathbf{H}_k) = [h_{1,1,k} \quad h_{2,1,k} \quad h_{1,2,k} \quad h_{2,2,k}]^\mathsf{T}$ e usando (4.31), podemos definir o estado $\mathbf{z}$ no instante k como

$$\mathbf{z}_k = [\mathbf{x}_k^\mathsf{T} \;\vdots\; \mathbf{h}_k^\mathsf{T}\;]^\mathsf{T} = [\; x_{1,k} \quad x_{2,k} \;\vdots\; h_{1,1,k} \quad h_{2,1,k} \quad h_{1,2,k} \quad h_{2,2,k}]^\mathsf{T}. \tag{4.33}$$

Desta maneira, a nova equação de processo é dada por

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{F}\mathbf{z}_{k-1} + \mathbf{q}_k, \tag{4.34}$$

sendo a matriz de transição de estados $\mathbf{F}$ e o vetor com os ruídos de excitação $\mathbf{q}_k$ escritos, respectivamente, como

$$\mathbf{F} = \left[\begin{array}{cc:cccc} \zeta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \zeta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & \beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta \end{array}\right] \quad \text{e} \quad \mathbf{q}_k = \left[\begin{array}{c} u_{1,k} \\ u_{2,k} \\ \hdashline w_{1,1,k} \\ w_{2,1,k} \\ w_{1,2,k} \\ w_{2,2,k} \end{array}\right]. \tag{4.35}$$

Uma vez definida a equação de processo, nos resta estabelecer a equação de medida. Já que o sistema misturador é considerado linear e instantâneo, a equação de medida pode ser expressa por

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{n}_k = \begin{bmatrix} h_{1,1,k} & h_{1,2,k} \\ h_{2,1,k} & h_{2,2,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1,k} \\ x_{2,k} \end{bmatrix} + \mathbf{n}_k = \underbrace{\begin{bmatrix} h_{1,1,k} x_{1,k} + h_{1,2,k} x_{2,k} \\ h_{2,1,k} x_{1,k} + h_{2,2,k} x_{2,k} \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}(k,\mathbf{z}_k)} + \mathbf{n}_k, \quad (4.36)$$

onde $\mathbf{y}_k = [y_{1,k} \quad y_{2,k}]^\mathsf{T}$ é o vetor com os sinais recebidos em cada um dos sensores e $\mathbf{n}_k = [n_{1,k} \quad n_{2,k}]^\mathsf{T}$ contém amostras independentes do ruído de medida aditivo, branco, gaussiano, de média nula e variância σ_n^2.

Como podemos notar em (4.36), o caráter não-linear da equação de medida é devido às multiplicações entre as variáveis de estado. Para que o filtro de Kalman estendido possa ser usado na estimação do estado, ainda é necessário calcular a derivada do vetor $\mathbf{C}(k, \mathbf{z}_k)$ em relação aos elementos de $\mathbf{z}_k$:

$$\mathbf{C}_k = \frac{\partial(\mathbf{C}(k, \mathbf{z}_k))}{\partial \mathbf{z}_k} = \left[\begin{array}{cc:cccc} h_{1,1,k} & h_{1,2,k} & x_{1,k} & 0 & x_{2,k} & 0 \\ h_{2,1,k} & h_{2,2,k} & 0 & x_{1,k} & 0 & x_{2,k} \end{array}\right] = [\mathbf{H}_k \quad \underbrace{\mathbf{x}_k^\mathsf{T} \otimes \mathbf{I}_{N_R}}_{\boldsymbol{\mathcal{X}}_k}]. \quad (4.37)$$

Portanto, o conhecimento de (4.34)-(4.37) permite que o filtro de Kalman estendido, apresentado no quadro do algoritmo 4.1.1 da pág. 101, seja empregado para o cálculo recursivo das variáveis de estados, isto é, dos sinais das fontes e dos coeficientes da mistura.

É importante destacar que a complexidade do EKF-SAF mostrado no quadro do algoritmo 4.2.1 na pág. 111 tem um crescimento polinomial com N_R, N_T, L e N, além de não depender da constelação de símbolos escolhida. Vale ainda notar que o EKF-SAF aplicado a sistemas de comunicação digital opera normalmente em modo semicego: no início da transmissão, o canal é estimado com o auxílio de símbolos de treinamento. Quando começa o envio dos símbolos de informação, o EKF-SAF passa a operar sem supervisão, estimando conjuntamente os símbolos transmitidos e os coeficientes do canal.

4.3 Simulações

Nesta seção serão apresentados alguns resultados de simulação que ilustram o desempenho do receptor conjunto proposto na Seção 4.2. Primeiramente, será considerada a transmissão de sinais digitais através de canais MIMO seletivos em freqüência em sistemas com multiplexação espacial. Em seguida, serão apresentados resultados para alguns cenários comuns na área de separação cega de fontes e que mostram a superioridade do receptor proposto em relação a outros algoritmos existentes.

Em todas as simulações no contexto de comunicações digitais, os coeficientes do canal são variáveis aleatórias gaussianas, independentes, sem correlação espacial, circularmente simétricas, de média nula, variância unitária, função de autocorrelação temporal não-racional dada por (2.19) e gerados conforme as técnicas detalhadas em [32]. O receptor proposto, por sua vez, aproxima o comportamento dinâmico do canal pelo modelo AR(1) em (4.9). Considera-se ainda que as antenas transmissoras enviam cerca de $1{\times}10^7$ símbolos independentes divididos em blocos de 150 símbolos, sendo que cada bloco é formado por 25 símbolos de treinamento seguidos por 125 símbolos de informação.

Para fins de comparação, além do receptor semicego proposto na Seção 4.2, receptores cujas tarefas de estimação de canal e detecção de sinais são feitas separadamente também foram simulados. Nestes casos, os receptores passam a operar em modo de realimentação de decisão ao final da seqüência de treinamento. Para rastrear o canal foram implementados dois algoritmos: o filtro de Kalman do quadro do algoritmo 3.2.1 da pág. 52 aplicado ao modelo em espaço de estados (4.6) e (4.9) e o algoritmo LMS (do inglês *least-mean squares*) [48]. Já para a detecção, foi empregado o FK aplicado a (4.4) e (4.10) seguido por (4.29) para obter um SAF. Além disso, considerou-se que todos os receptores conheciam perfeitamente os valores de β e das variâncias dos ruído de processo e de medida. É importante mencionar que, a partir das simulações, constatou-se que o EKF implementado com (4.26) e (4.27) é, em geral, de 10 a 15% mais rápido que o EKF usando (4.3a) e (4.3b).

Para comparar os desempenhos do EKF-SAF e de um receptor cuja estimação de canal é realizada pelo algoritmo LMS e a equalização é feita por um suavizador de atraso fixo, simulou-se a transmissão independente de símbolos 4-QAM entre 2 antenas de transmissão e 4 de recepção através de um canal MIMO seletivo em freqüência de comprimento $L = 2$. Foram utilizados dois valores de desvio Doppler normalizado ($f_D T_s = 0{,}001$ e $f_D T_s = 0{,}01$). Para $f_D T_s = 0{,}001$, $N = 6$ vetores recebidos foram empilhados, enquanto para $f_D T_s = 0{,}01$, $N = 10$. Estes valores de N foram determinados por tentativa e erro de forma que valores maiores de N não levaram a melhora significativa de desempenho dos algoritmos. A Fig. 4.2 apresenta o MSE do EKF-SAF e do LMS para os dois valores de $f_D T_s$ em função da SNR média por antena receptora. Como pode ser claramente observado, o LMS, com um passo de adaptação de 0,015 (este valor também foi escolhido por tentativa e erro de forma a prover o melhor desempenho do algoritmo), não é capaz de rastrear as variações do canal. De fato, o MSE do LMS permanece praticamente constante para toda a faixa de SNR's simulada. Por outro lado, o receptor proposto apresenta uma queda logarítmica do MSE com a SNR, sendo que para SNR's maiores que 20 dB o EKF-SAF tem desempenho similar para ambos os valores de $f_D T_s$.

As curvas de taxa de erro de símbolo para o EKF-SAF e para um receptor (LMS+SAF) que usa um SAF alimentado pelas estimativas do canal geradas pelo algoritmo LMS são mostradas na Fig. 4.3. Esta mesma figura também apresenta a SER de um SAF com conhecimento perfeito do canal. Como esperado, quanto menor o valor de $f_D T_s$, melhor o desempenho do receptor. Para uma SER de 10^{-3}, a diferença entre o EKF-SAF e o SAF-CPC é de cerca de 4 dB para $f_D T_s = 0{,}001$ e 9 dB para $f_D T_s = 0{,}01$. Para ambos os valores de $f_D T_s$, uma SER de 10^{-4} é atingida pelo EKF-SAF quando este alcança um MSE de estimação de aproximadamente 0,03. Para melhorar o desempenho do EKF-SAF poderíamos, por exemplo, aumentar a janela de observação, isto é, o valor de N. Desta forma, a suavização das estimativas dos sinais seria realizada com um número maior de observações. Por outro lado, o LMS+SAF não atinge uma SER menor que 10^{-1}. Isto pode ser explicado pelo fraco desempenho do algoritmo LMS na estimação do canal. Com estimativas ruins, o SAF não é capaz de detectar corretamente os símbolos transmitidos. Estes símbolos

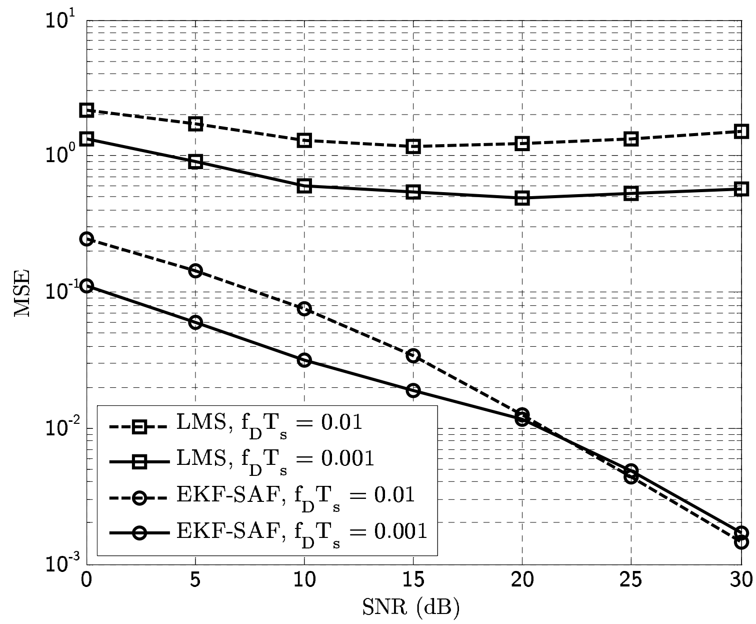

Figura 4.2: Erro quadrático médio de estimação do EKF-SAF e do LMS para diferentes valores de $f_D T_s$.

errôneos são, por sua vez, usados pelo LMS na tentativa de rastreamento do canal, propagando o erro e deteriorando ainda mais as novas estimativas.

Para mostrar a superioridade de rastreamento e de equalização do EKF-SAF em relação a um receptor equivalente e separado, no qual a estimação de canal é feita por um FK e a equalização é feita por um SAF, simulamos a transmissão de símbolos 16-QAM por um canal MIMO de comprimento $L = 5$ e desvio Doppler normalizado $f_D T_s = 0,01$. Foram empregadas duas antenas de transmissão ($N_T = 2$), três de recepção ($N_R = 3$) e o vetor de observação foi composto por $N = 18$ vetores recebidos. Na Fig. 4.4 podemos ver a evolução temporal do MSE do EKF-SAF e do FK para uma SNR de 20 dB. O comportamento cíclico visto na Fig. 4.4 para ambos os algoritmos é devido ao modo semicego de operação, sendo que as quedas abruptas do MSE ocorrem nos períodos de treinamento. Vê-se claramente que enquanto o EKF-SAF consegue manter um nível aceitável de MSE durante toda a transmissão,

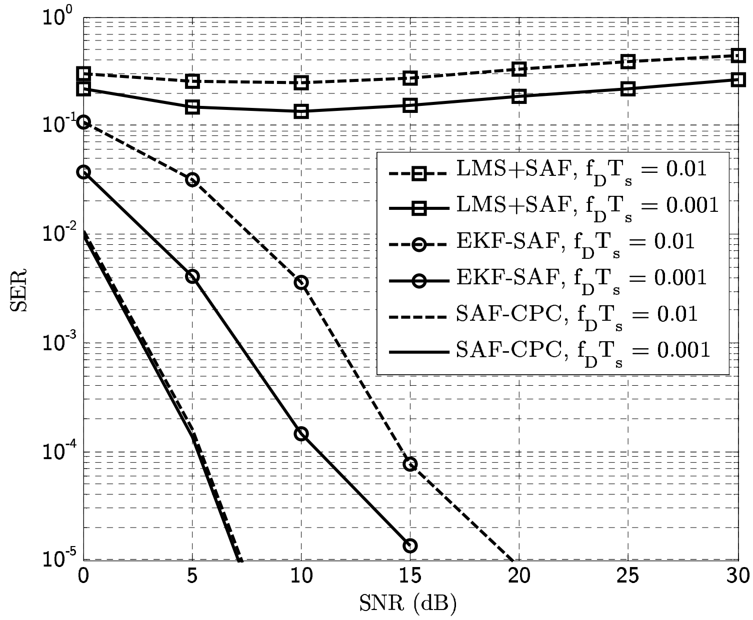

Figura 4.3: Taxas de erro de símbolo para o EKF-SAF e para o receptor LMS+SAF em diferentes valores de $f_D T_s$.

o FK não consegue rastrear adequadamente o canal durante o período em que opera no modo de realimentação de decisão. Conseqüentemente, como o erro quadrático médio de estimação atingido pelo EKF-SAF é bem menor que aquele alcançado pelo FK, as estimativas do canal geradas pelo EKF-SAF são melhores, o que favorece a detecção correta dos símbolos. Já com o FK, os valores elevados do MSE prejudicam o desempenho do suavizador de atraso fixo usado com equalizador.

Com o objetivo de avaliar o impacto da taxa de variação do canal nos desempenhos do EKF-SAF e do FK+SAF, simulamos um canal MIMO com duas entradas ($N_T = 2$), quatro saídas ($N_R = 4$), comprimento $L = 4$ e dois valores de desvio Doppler normalizado ($f_D T_s = 0{,}003$ e $f_D T_s = 0{,}0075$). Além disso, o sistema de comunicação simulado utiliza modulação 16-QAM e uma janela de observação de tamanho $N = 18$. Os erros quadráticos médios de estimação do EKF-SAF e do FK para ambos os valores de $f_D T_s$ são mostrados na Fig. 4.5. Como podemos observar,

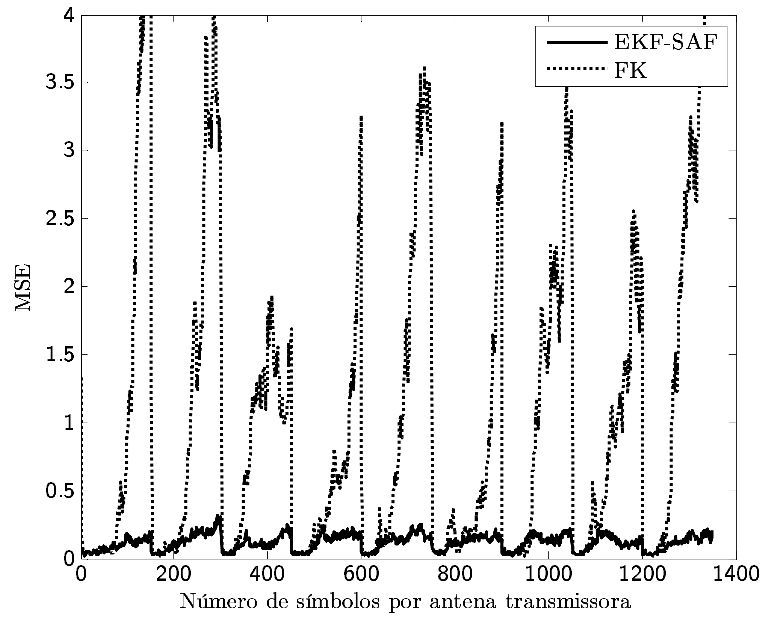

Figura 4.4: Evolução temporal do MSE para o EKF-SAF e para o FK numa SNR de 20 dB.

o filtro de Kalman apresenta um desempenho superior ao do EKF-SAF para as duas taxas de variação consideradas. Para um MSE de 10^{-2}, por exemplo, o FK tem um ganho de aproximadamente 6 dB em relação ao EKF-SAF quando $f_D T_s = 0{,}003$ e um ganho de mais ou menos 2,5 dB quando $f_D T_s = 0{,}0075$. Embora a degradação de desempenho provocada pelo aumento da taxa de variação do canal seja notória para os dois algoritmos, o EKF-SAF parece ser menos afetado pelo aumento de $f_D T_s$. Isto porque, para um MSE de 10^{-2}, o EKF-SAF sofreu uma degradação de aproximadamente 2,5 dB entre $f_D T_s = 0{,}003$ e $f_D T_s = 0{,}0075$, enquanto para o FK constatou-se um perda de cerca de 6 dB entre as duas taxas de variação consideradas. Esta maior robustez do EKF-SAF em relação à variação de $f_D T_s$ pode ser devida ao caráter não-linear do EKF-SAF. De fato, ao observar a Fig. 4.5, notamos que quanto maior o valor de $f_D T_s$, menor a diferença de desempenho entre o FK e o EKF-SAF. Ao aumentarmos ainda mais o valor de $f_D T_s$, o EKF-SAF passa a ter um desempenho superior ao do FK, como já mostrado na Fig. 4.4 para $f_D T_s = 0{,}01$. Vale mencionar que as curvas de erro quadrático médio apresentadas representam os valores médios do quadrado da norma do vetor com os erros em cada coeficiente do canal. Assim, as curvas de MSE não representam o erro de cada coeficiente, mas a soma dos erros em todos os coeficientes.

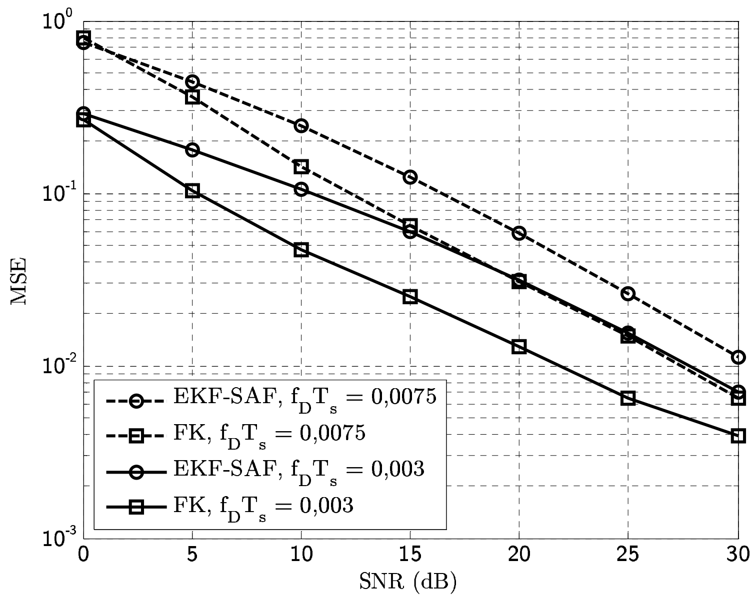

Figura 4.5: MSE de estimação do EKF-SAF e do FK para diferentes valores de $f_D T_s$.

Embora o estimador de canal implementado pelo FK tenha um desempenho superior ao do EKF-SAF para os dois valores de desvio Doppler normalizado simulados na Fig. 4.5, estes ganhos não se refletem na mesma proporção nas taxas de erro de símbolo, como pode ser visto na Fig. 4.6. Quando $f_D T_s = 0{,}003$, o receptor disjunto FK+SAF apresenta um ganho de mais ou menos 1,5 dB em relação ao EKF-SAF para uma SER de 10^{-3}. Para estes mesmos valores de SER e $f_D T_s$, o FK+SAF fica a cerca de 4 dB do SAF com CPC. Já para $f_D T_s = 0{,}0075$, o EKF-SAF e o FK+SAF apresentam desempenho equivalente até uma SNR de 15 dB. A partir deste ponto, no entanto, o EKF-SAF passa a apresentar taxas de erro menores que o FK+SAF, que chega a ter uma perda de mais ou menos 1 dB em relação ao receptor proposto numa SER de 10^{-3}. Provavelmente, o melhor desempenho do EKF-SAF em relação ao FK+SAF, neste caso, se deve ao fato do EKF-SAF realizar conjuntamente a estimação do canal e a equalização dos sinais recebidos. De alguma forma, a não-linearidade presente no receptor conjunto EKF-SAF parece compensar a pior qualidade das suas estimativas do canal. Ainda para uma SER de 10^{-3}, o EKF-SAF fica a 9 dB do receptor SAF com CPC. Esta diferença pode ser explicada em parte pela utilização do modelo AR(1) para aproximar a dinâmica de cada coeficiente do canal e em parte pela dificuldade em se rastrear simultaneamente os 32 coeficientes do canal variando com $f_D T_s = 0{,}0075$.

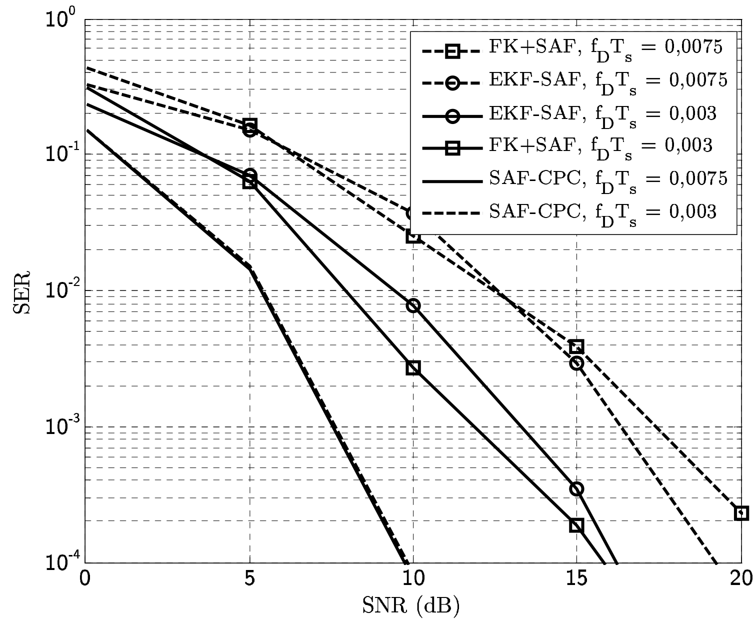

Figura 4.6: SER do EKF-SAF e do FK+SAF para diferentes valores de $f_D T_s$.

Para finalizar a análise das simulações de sistemas de comunicação digital com multiplexação espacial, consideramos um cenário semelhante ao anterior, porém com um canal MIMO de comprimento $L = 5$. O sistema simulado transmitia símbolos

16-QAM por um canal MIMO seletivo em freqüência com duas entradas ($N_T = 2$) e quatro saídas ($N_R = 4$). Além disso, consideramos também $N = 18$ e $f_D T_s = 0{,}007$. As curvas do MSE de estimação para o EKF-SAF e para o FK podem ser observadas na Fig. 4.7. Nota-se que os dois estimadores têm desempenhos similares para SNR's entre 0 e 17 dB, aproximadamente. Para SNR's maiores que este último valor, o FK não consegue melhorar a qualidade das estimativas, mantendo o MSE num patamar de 10^{-1}. Já o EKF-SAF continua aprimorando as estimativas do canal com o aumento da SNR. O melhor desempenho do EKF-SAF também se reflete nas curvas de taxa de erro de símbolo, mostradas na Fig. 4.8. Entre 0 e 10 dB, os dois receptores que empregam canais estimados apresentam desempenho equivalente, tendo perdas que variam entre 5 e 8 dB em relação ao SAF com CPC nesta faixa de SNR. Porém, para SNR's maiores que 10 dB, o EKF-SAF tem um desempenho bastante superior ao do receptor FK+SAF. De fato, enquanto o FK+SAF mantém uma SER aproximadamente constante em 3×10^{-2}, o EKF-SAF apresenta um decaimento exponencial da taxa de erro em função da SNR, ficando a cerca de 10 dB do SAF-CPC.

Nos próximos cenários de simulação, avaliaremos o receptor conjunto proposto na Seção 4.2 no contexto de separação cega de fontes. Diferentemente das simulações mostradas previamente, vamos supor agora que o receptor conjunto opera sem supervisão, isto é, não existe nenhum tipo de treinamento do algoritmo antes do envio dos sinais de informação. Como já explicado, isto é possível pois considera-se que os sinais de cada fonte são temporalmente correlacionados e o receptor conhece o modelo dinâmico das fontes. Em todas as simulações apresentadas na seqüência desta seção, consideramos misturas instantâneas (canais plano), reais e invariantes no tempo. Supomos ainda duas fontes de informação ($N_T = 2$) independentes, cada uma delas transmitindo sinais gaussianos reais modelados por processos AR de primeira ordem. As fontes são excitadas por ruídos gaussianos de média nula e variância unitária. Uma das fontes possui pólo em 0,9 e a outra, em $-0{,}9$. Faz-se ainda uma normalização da matriz do sistema misturador (canal) de forma que cada linha tenha norma unitária. A potência do ruído aditivo de medida é definida

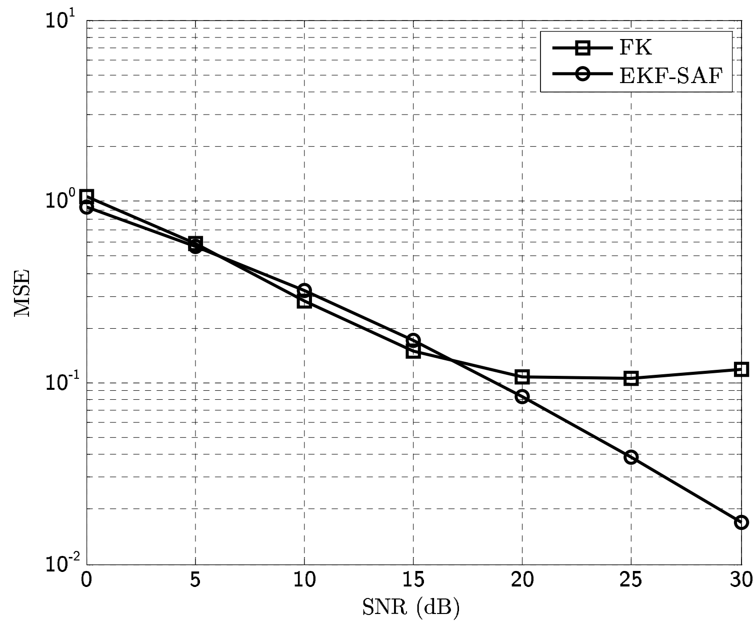

Figura 4.7: MSE de estimação do EKF-SAF e do FK para $f_D T_s = 0{,}007$ e $L = 5$.

pela relação sinal-ruído na entrada do sistema separador, isto é, na saída do canal. Além disso, foi considerada uma janela de observação de comprimento $N = 1$. Os resultados apresentados para estes cenários correspondem à média de 100 realizações das fontes para cada SNR.

Estas escolhas representam cenários normalmente encontrados em problemas de separação cega de fontes. Assim, para comparar o desempenho do algoritmo proposto na seção 4.2, vamos empregar uma técnica usual em separação cega de fonte denominada SOBI (do inglês *second-order blind identification*) [71,72]. Este método é capaz de recuperar os sinais e estimar o canal baseando-se apenas em estatísticas de ordem 2, isto é, na matriz de correlação dos sinais observados, desde que as fontes possuam espectros distintos.

Como tanto o EKF quanto o SOBI operam sem supervisão utilizando estatísticas de ordem 2 dos sinais recebidos, eles são capazes de estimar o canal a menos de uma matriz de permutação. Desta maneira, ao invés de quantificar a qualidade das

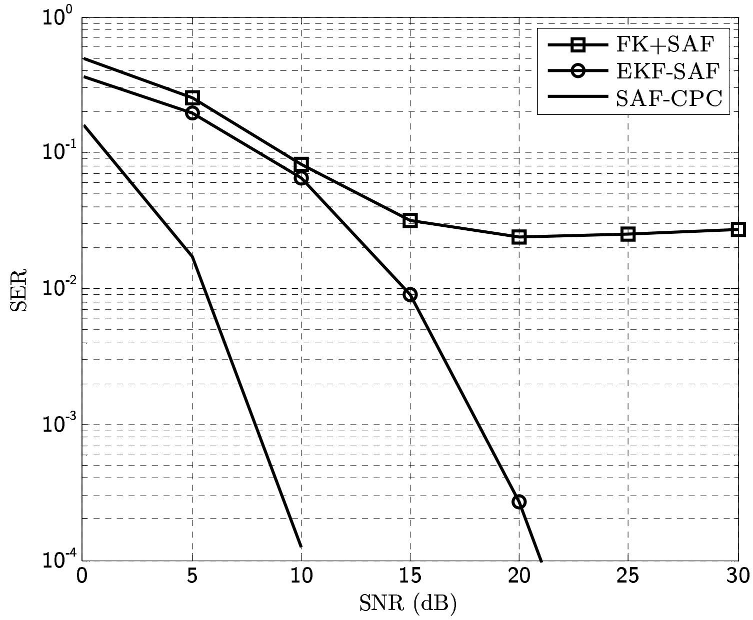

Figura 4.8: SER do EKF-SAF e do receptor FK+SAF para $f_D T_s = 0{,}007$ e $L = 5$.

estimativas $\hat{h}_{i,j}, i = 1, \ldots, N_R, j = 1, \ldots, N_T$, dos coeficientes do sistema misturador pelo erro quadrático médio, preferiu-se utilizar a seguinte métrica [73]:

$$E_1 = \sum_{i=1}^{N_T} \left(\sum_{j=1}^{N_T} \frac{|t_{i,j}|}{\max_k |t_{i,k}|} - 1 \right) + \sum_{j=1}^{N_T} \left(\sum_{i=1}^{N_T} \frac{|t_{i,j}|}{\max_k |t_{k,j}|} - 1 \right), \tag{4.38}$$

onde $t_{i,j}$ corresponde ao elemento (i, j) da matriz $\boldsymbol{\mathcal{T}} = \mathbf{WH}$, $\mathbf{H}$ é a matriz de mistura (canal) e $\mathbf{W}$ é a matriz de separação, cujo objetivo é separar os sinais e recuperar a informação transmitida. No caso do filtro de Kalman estendido, a matriz $\mathbf{W}$ é dada por $\hat{\mathbf{H}}^{-1}$. A métrica E_1 em (4.38) mede o quão próxima $\boldsymbol{\mathcal{T}}$ está de uma matriz de permutação. Da mesma forma que para o erro quadrático médio, quanto menor a métrica (4.38), menor o erro de estimação dos coeficientes do canal.

Posto isto, no primeiro cenário de comparação entre o EKF e o SOBI consideramos receptores com 1 e 2 sensores e matriz de mistura (não normalizada)

$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0.2 \\ 0.9 & 0.4 \end{bmatrix}$. Para uma SNR de 15 dB mostramos, na Fig. 4.9, 100 amostras de cada uma das fontes bem como das estimativas feitas pelo filtro de Kalman estendido quando utilizados 2 sensores ($N_R = 2$). Já na Fig. 4.10 são apresentados os resultados da estimação das duas fontes quando se dispõe de apenas 1 sensor ($N_R = 1$) e também para uma SNR de 15 dB. É importante ressaltar que este caso subparametrizado ($N_R = 1$) apresenta um grau de dificuldade muito maior para os algoritmos de detecção pois tenta-se recuperar os dois sinais transmitidos a partir de um único sinal observado.

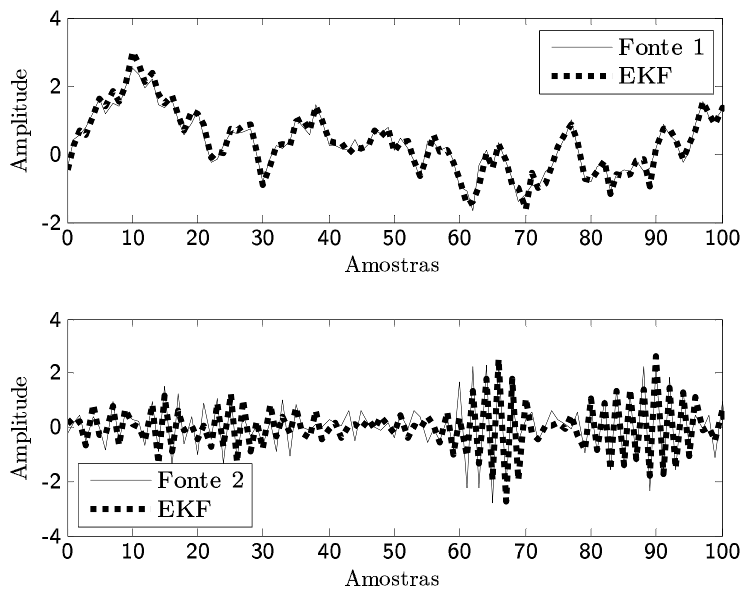

Figura 4.9: Evolução temporal das fontes e das estimativas geradas pelo EKF (com 2 sensores) numa SNR de 15 dB.

A Fig. 4.11 mostra os valores dos erros quadráticos médios de estimação de cada fonte usando o algoritmo SOBI com 2 sensores, o método proposto com 2 sensores (EKF2) e o método proposto com 1 sensor (EKF1). Como podemos notar, o desempenho obtido pelo EKF para a fonte 1 em ambos os casos (1 e 2 sensores)

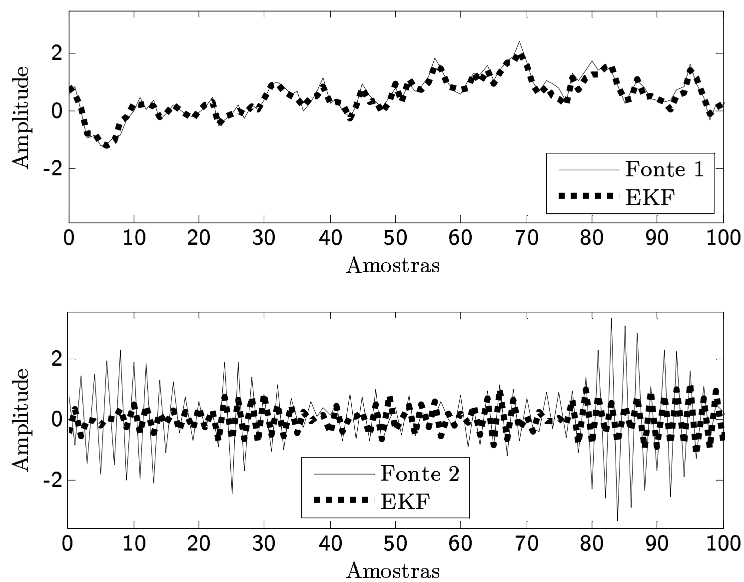

Figura 4.10: Evolução temporal das fontes e das estimativas geradas pelo EKF (com 1 sensor) numa SNR de 15 dB.

é superior ao do SOBI. Já para a fonte 2, a qualidade da estimativa produzida pelo EKF com apenas um sensor é significativamente inferior, embora se possa perceber pela Fig. 4.10 que o sinal obtido acompanha o caráter geral da seqüência desejada. Essa degradação não chega a ser surpreendente, uma vez que há menos sensores que fontes, isto é, $N_R < N_T$. Percebe-se ainda na Fig. 4.11 que as curvas de MSE do SOBI tendem a se aproximar das curvas do EKF2 à medida que a SNR aumenta.

Os valores da métrica (4.38) para o SOBI e para o EKF com 2 sensores são apresentados na Fig. 4.12. É possível observar que os valores calculados para o EKF são menores que aqueles obtidos para o SOBI, indicando que o EKF foi capaz de produzir estimativas mais precisas dos coeficientes da mistura.

No segundo cenário de comparação entre o SOBI e o EKF vamos considerar um receptor com 2 sensores e matriz de mistura (não normalizada) $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0.6 \\ 0.8 & 0.5 \end{bmatrix}$. A Fig. 4.13 apresenta 100 amostras de cada uma das fontes bem como as estimativas

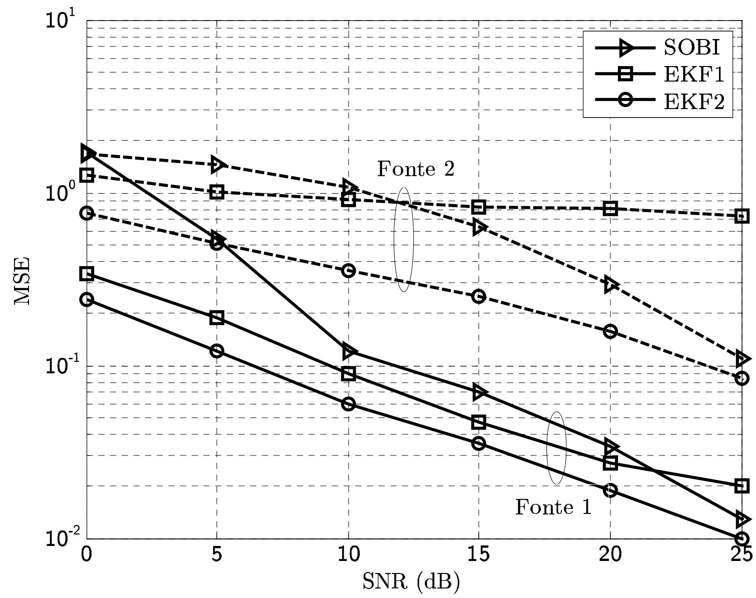

Figura 4.11: Erro quadrático médio de estimação das fontes.

produzidas pelo filtro de Kalman estendido numa SNR de 15 dB. Já a Fig. 4.14 apresenta os valores dos erros quadráticos médios de estimação das duas fontes para o SOBI e para o EKF. A partir destas duas figuras, é possível observar que o EKF tem um desempenho melhor que o do SOBI na estimação das duas fontes. Aparentemente, para a matriz de mistura usada neste cenário, o algoritmo SOBI não consegue calcular boas estimativas das fontes, independentemente da SNR considerada. O EKF, por sua vez, apresenta valores de erro quadrático médio que decrescem bem mais rapidamente com o aumento da SNR.

Por fim, a Fig. 4.15 mostra os valores da métrica (4.38) para as estimativas dos coeficientes da mistura calculadas tanto pelo SOBI quanto pelo EKF. Aqui também o desempenho do método proposto é superior ao do SOBI. De fato, a qualidade das estimativas geradas pelo SOBI não melhora com o aumento da SNR, chegando mesmo a piorar para SNR's maiores que 20 dB. O EKF, por outro lado, apresenta uma queda aproximadamente exponencial da métrica E_1 em função da SNR.

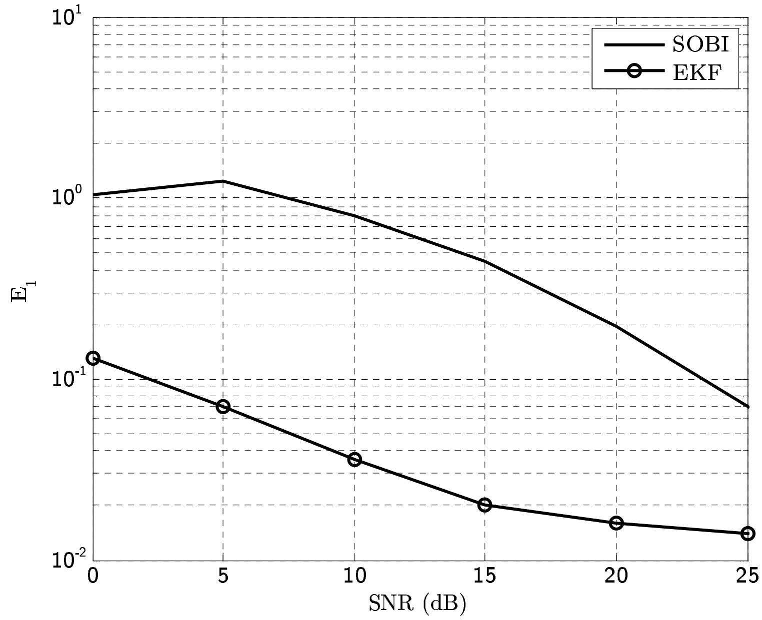

Figura 4.12: Valor da métrica (4.38).

É importante ressaltar que houve casos em que a metodologia proposta não teve bom desempenho, especialmente em cenários nos quais os pólos dos modelos AR das fontes tinham o mesmo sinal. Ainda não chegamos a uma explicação plenamente satisfatória para esse fenômeno, mas acreditamos que o fato de uma configuração de pólos desse tipo levar a sinais com características espectrais semelhantes pode ser indicativo de um elevado grau de complexidade associado à tarefa de separação.

4.4 Conclusão

Neste capítulo, propusemos um receptor para realizar conjuntamente as tarefas de estimação de canal e detecção de sinais em sistemas MIMO com multiplexação espacial. O receptor proposto, baseado na formulação em espaço de estados do problema de estimação conjunta do canal e dos sinais transmitidos, pode ser usado em um grande número de cenários como, por exemplo, canais variantes ou invariantes

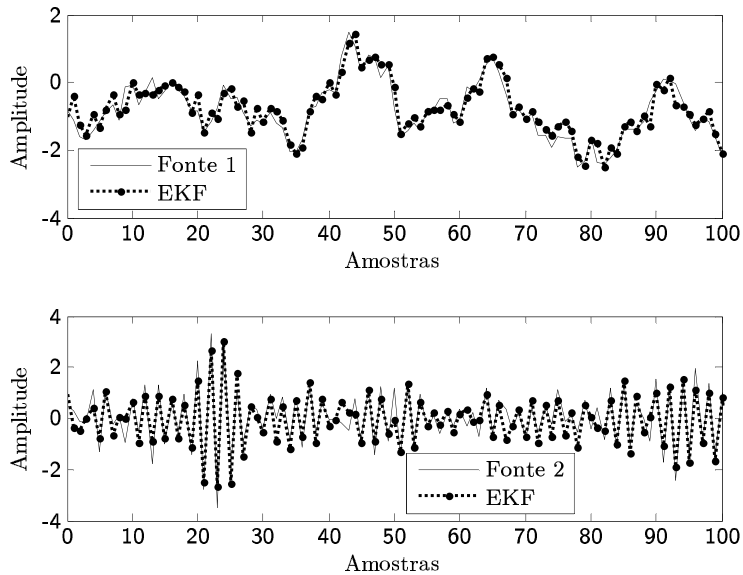

Figura 4.13: Evolução temporal das fontes e das estimativas geradas pelo EKF com 2 sensores numa SNR de 15 dB.

no tempo e planos ou seletivos em freqüência. Além disso, o receptor proposto na Seção 4.2 encontra aplicação tanto na área de comunicações digitais, quanto na área de separação cega de fontes.

Devido ao fato de consideramos tanto os sinais transmitidos quanto os coeficientes do canal como variáveis de estado, a equação de observação resultante se torna não-linear. Por isso, usamos o filtro de Kalman estendido, descrito brevemente na Seção 4.1, para obter estimativas recursivas do estado. Uma vantagem do receptor proposto é que ele possibilita a suavização de atraso fixo das estimativas dos símbolos transmitidos. Em outras palavras, ao se permitir um atraso na obtenção da estimativa final dos símbolos de informação, é possível utilizar uma quantidade maior de observações para melhorar a qualidade das estimativas dos símbolos. Uma outra vantagem do receptor proposto sobre outras técnicas de equalização e estimação conjuntas é que a complexidade computacional do EKF-SAF não depende da

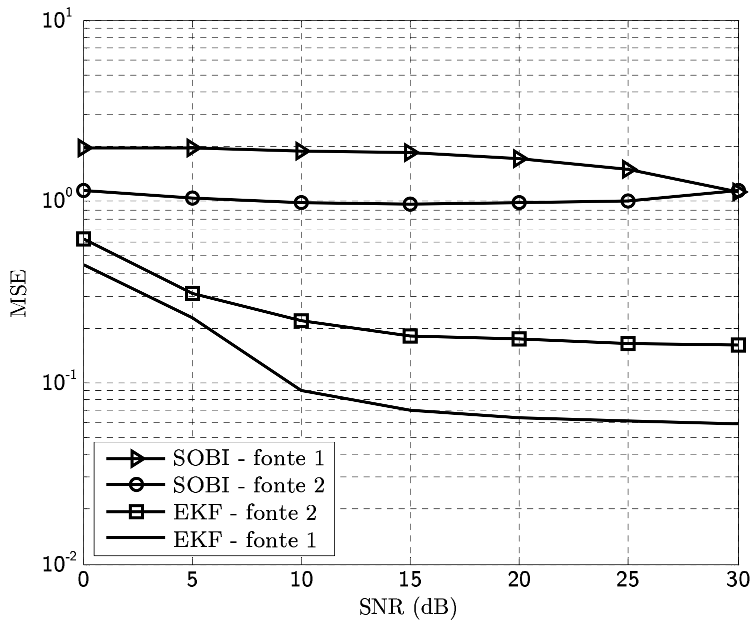

Figura 4.14: Erro quadrático médio de estimação das fontes.

ordem da modulação utilizada, além de ser polinomial em relação aos números de antenas transmissoras e receptoras, ao comprimento do canal e ao tamanho da janela de observação. Além disso, graças à estrutura particular da matriz de transição de estados, foi possível simplificar as equações de predição do estado e da matriz de covariância do erro de estimação, reduzindo a carga computacional do EKF-SAF.

Através de simulações, pudemos verificar na Seção 4.3 a superioridade de desempenho do receptor proposto sobre alguns receptores que separam as tarefas de estimação de canal e de equalização. Mesmo nas situações em que o erro quadrático médio de estimação do canal do EKF-SAF foi maior que o dos outros receptores, os processos de estimação conjunta e suavização compensaram o pior desempenho do EKF-SAF na estimação dos coeficientes do canal. Verificamos ainda que, quanto maiores os valores do desvio Doppler normalizado $f_D T_s$ e do comprimento L do canal, maior é a vantagem do EKF-SAF em relação aos receptores disjuntos.

Já em relação à utilização do receptor proposto na Seção 4.2 no contexto de

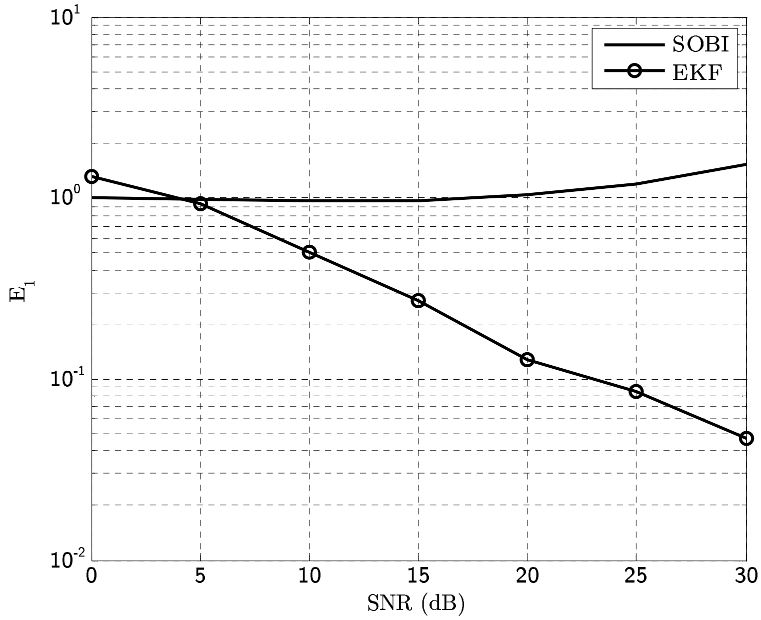

Figura 4.15: Valor da métrica (4.38).

separação cega de fontes, verificamos que, nos casos simulados, o receptor conjunto da Seção 4.2 teve desempenho melhor que o do SOBI. Porém, em alguns casos mais específicos, como quando os processos AR que modelam os sinais transmitidos têm pólos de mesmo sinal, o EKF parece não ter um desempenho tão bom. Portanto, um estudo mais aprofundado deve ser realizado para tentar entender o porquê desse comportamento.

No próximo capítulo, faremos algumas modificações ao EKF-SAF para que ele possa ser empregado em um receptor turbo. Desta forma, o EKF-SAF poderá utilizar a redundância introduzida pela codificação de canal para aprimorar as estimativas das variáveis de estado.

4.A Simplificação das equações de predição do EKF

Neste apêndice, simplificamos as equações de predição (4.3a) e (4.3b) mostradas no quadro do algoritmo 4.1.1 da pág. 101.

Dada a equação de processo (4.15a), a equação de predição do estado (4.3a) pode ser escrita como

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \mathbf{F}\hat{\mathbf{z}}_{k-1|k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\text{simb}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}_{\text{canal}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1|k-1} \\ \hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\text{simb}}\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1|k-1} \\ \mathbf{F}_{\text{canal}}\hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1} \end{bmatrix}. \tag{4.39}$$

Lembrando que $\mathbf{F}_{\text{simb}}$ é uma matriz de deslocamento e $\mathbf{F}_{\text{canal}}$ é uma matriz diagonal, tem-se que

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} &= \left[\mathbf{0}^{\mathsf{T}}_{N_T\times 1} \quad \hat{\bar{\mathbf{x}}}^{\mathsf{T}}_{k-1|k-1}(1:N_T(N+L-2)) \;\vdots\; \beta\hat{\mathbf{h}}^{\mathsf{T}}_{k-1|k-1} \right]^{\mathsf{T}} \\ &= \left[\mathbf{0}^{\mathsf{T}}_{N_T\times 1} \quad \hat{\mathbf{x}}^{\mathsf{T}}_{k-1|k-1} \quad \cdots \quad \hat{\mathbf{x}}^{\mathsf{T}}_{k-N-L+2|k-1} \quad \beta\hat{\mathbf{h}}^{\mathsf{T}}_{k-1|k-1} \right]^{\mathsf{T}}, \end{aligned} \tag{4.40}$$

onde a notação $\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1|k-1}(i:j)$ representa um subvetor de $\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1|k-1}$ formado pelos seus elementos de i a j.

Como $\mathbf{F}$ é uma matriz diagonal por blocos, sua matriz conjugada transposta é dada por

$$\mathbf{F}^{\mathsf{H}} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^{\mathsf{H}}_{\text{simb}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}^{\mathsf{H}}_{\text{canal}} \end{bmatrix}, \tag{4.41}$$

sendo que

$$\mathbf{F}^{\mathsf{H}}_{\text{simb}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N_T(N+L-2)\times N_T} & \mathbf{I}_{N_T(N+L-2)} \\ \mathbf{0}_{N_T\times N_T} & \mathbf{0}_{N_T\times N_T(N+L-2)} \end{bmatrix} \tag{4.42}$$

e $\mathbf{F}^{\mathsf{H}}_{\text{canal}} = \mathbf{F}_{\text{canal}}$.

Particionando a matriz $\mathbf{P}_{k-1|k-1}$ em 4 partes de tal forma que

$$\mathbf{P}_{k-1|k-1} = \left[\begin{array}{c:c} \mathbf{A}_1 & \mathbf{B}_1 \\ \hdashline \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_1 \end{array}\right], \tag{4.43}$$

$\mathbf{A}_1$ é uma matriz $N_T(N+L-1)\times N_T(N+L-1)$, $\mathbf{B}_1$ é $N_T(N+L-1)\times LN_RN_T$, $\mathbf{C}_1$ é $LN_RN_T \times N_T(N+L-1)$ e $\mathbf{D}_1$ é $LN_RN_T \times LN_RN_T$, podemos escrever o produto triplo em (4.3b) como

$$\mathbf{F}\mathbf{P}_{k-1|k-1}\mathbf{F}^{\mathsf{H}} = \left[\begin{array}{c:c} \mathbf{F}_{\text{simb}}\mathbf{A}_1\mathbf{F}_{\text{simb}}^{\mathsf{H}} & \mathbf{F}_{\text{simb}}\mathbf{B}_1\mathbf{F}_{\text{canal}} \\ \hdashline \mathbf{F}_{\text{canal}}\mathbf{C}_1\mathbf{F}_{\text{simb}}^{\mathsf{H}} & \mathbf{F}_{\text{canal}}\mathbf{D}_1\mathbf{F}_{\text{canal}} \end{array}\right]. \tag{4.44}$$

Já que $\mathbf{F}_{\text{simb}}$ é uma matriz de deslocamento, vê-se que a pré-multiplicação de $\mathbf{A}_1$ por $\mathbf{F}_{\text{simb}}$ resulta num deslocamento de $\mathbf{A}_1$ de N_T linhas para baixo. Ao se multiplicar a matriz assim obtida por $\mathbf{F}_{\text{simb}}^{\mathsf{H}}$, obtém-se um deslocamento de N_T colunas para a direita. Portanto,

$$\mathbf{F}_{\text{simb}}\mathbf{A}_1\mathbf{F}_{\text{simb}}^{\mathsf{H}} = \left[\begin{array}{c:c} \mathbf{0}_{N_T\times N_T} & \mathbf{0}_{N_T\times N_T(N+L-2)} \\ \hdashline \mathbf{0}_{N_T(N+L-2)\times N_T} & \mathbf{A}_1(1\!:\!N_T(N+L-2), 1\!:\!N_T(N+L-2)) \end{array}\right], \tag{4.45}$$

onde a notação $\mathbf{A}_1(i:j, k:l)$ representa uma submatriz de $\mathbf{A}_1$ formada por suas linhas de i a j e colunas de k a l.

De forma análoga, $\mathbf{F}_{\text{simb}}\mathbf{B}_1$ desloca $\mathbf{B}_1$ de N_T linhas para baixo, enquanto a posterior multiplicação da matriz deslocada por $\mathbf{F}_{\text{canal}}$ resulta simplesmente na multiplicação pelo escalar β. Assim,

$$\mathbf{F}_{\text{simb}}\mathbf{B}_1\mathbf{F}_{\text{canal}} = \beta \left[\begin{array}{c} \mathbf{0}_{N_T\times LN_RN_T} \\ \hdashline \mathbf{B}_1(1\!:\!N_T(N+L-2), 1\!:\!LN_RN_T) \end{array}\right]. \tag{4.46}$$

Já para calcular $\mathbf{F}_{\text{canal}}\mathbf{C}_1\mathbf{F}_{\text{simb}}^{\mathsf{H}}$, basta deslocar $\beta\mathbf{C}_1$ de N_T colunas para a direita. Logo,

$$\mathbf{F}_{\text{canal}}\mathbf{C}_1\mathbf{F}_{\text{simb}}^{\mathsf{H}} = \beta \left[\begin{array}{c:c} \mathbf{0}_{LN_RN_T\times N_T} & \mathbf{C}_1(1\!:\!LN_RN_T, 1\!:\!N_T(N+L-2)) \end{array}\right]. \tag{4.47}$$

Por fim, $\mathbf{F}_{\text{canal}}\mathbf{D}_1\mathbf{F}_{\text{canal}}$ é dado simplesmente por

$$\mathbf{F}_{\text{canal}}\mathbf{D}_1\mathbf{F}_{\text{canal}} = \beta^2\mathbf{D}_1. \tag{4.48}$$

Para finalizar a simplificação de (4.3b), só falta adicionar a matriz de covariância $\mathbf{Q}$ do ruído de processo, definida em (4.16). Usando (4.13) e lembrando que para canais seletivos em freqüência $\mathbf{Q}'_{\text{canal}}$ é uma matriz diagonal por blocos, tem-se que

$\mathbf{Q}$ também é uma matriz diagonal por blocos, cujos blocos diagonais são dados por $\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N_T} & \mathbf{0}_{N_T(N+L-2)\times N_T(N+L-2)} & \sigma_w^2 \mathbf{R}_{\mathbf{h}} \end{bmatrix}$. Portanto, reunindo (4.43)–(4.48), a equação de predição da matriz de covariância do erro é expressa por

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \left[\begin{array}{c:c} \mathbf{I}_{N_T} & \mathbf{0}_{N_T \times N_T(N+L-2)+LN_RN_T} \\ \hdashline \mathbf{0}_{N_T(N+L-2)+LN_RN_T \times N_T} & \begin{array}{c:c} \mathbf{A}_2 & \mathbf{B}_2 \\ \hdashline \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_2 \end{array} \end{array}\right], \tag{4.49}$$

onde

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_2 &= \mathbf{A}_1(1\!:\!\mathrm{P}_1, 1\!:\!\mathrm{P}_1) = \mathbf{P}_{k-1|k-1}\left(1\!:\!\mathrm{P}_1, 1\!:\!\mathrm{P}_1\right),\\
\mathbf{B}_2 &= \beta\mathbf{B}_1(1\!:\!\mathrm{P}_1, 1\!:\!LN_RN_T) = \beta\mathbf{P}_{k-1|k-1}\left(1\!:\!\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2\!:\!\mathrm{P}_3\right),\\
\mathbf{C}_2 &= \beta\mathbf{C}_1(1\!:\!LN_RN_T, 1\!:\!\mathrm{P}_1) = \beta\mathbf{P}_{k-1|k-1}\left(\mathrm{P}_2\!:\!\mathrm{P}_3, 1\!:\!\mathrm{P}_1\right),\\
\mathbf{D}_2 &= \beta^2\mathbf{D}_1 + \sigma_w^2\mathbf{I}_{LN_RN_T} = \beta^2\mathbf{P}_{k-1|k-1}\left(\mathrm{P}_2\!:\!\mathrm{P}_3, \mathrm{P}_2\!:\!\mathrm{P}_3\right) + \sigma_w^2\mathbf{R}_{\mathbf{h}},\\
\mathrm{P}_1 &= N_T(N+L-2),\\
\mathrm{P}_2 &= N_T(N+L-1)+1,\\
\mathrm{P}_3 &= N_T(N+L-1)+LN_RN_T.
\end{aligned}$$

Vale destacar que $\mathbf{C}_2$ pode ser obtida diretamente a partir de $\mathbf{B}_2$, uma vez que $\mathbf{P}_{k|k-1}$ é uma matriz hermitiana. Conseqüentemente, $\mathbf{C}_2 = \mathbf{B}_2^{\mathsf{H}}$.

5

Equalizador turbo semicego para sistema MIMO com multiplexação espacial

No sistema de transmissão digital estudado no Cap. 4, símbolos complexos de alfabetos finitos são enviados através de canais MIMO seletivos em freqüência e variantes no tempo. No entanto, nada foi dito a respeito de como os símbolos das constelações de sinais são obtidos a partir dos bits de informação gerados pelo processo de codificação de fonte[1]. Em outras palavras, o sistema considerado no Cap. 4

[1]A função da codificação de fonte é transformar a mensagem a ser enviada (que pode ser tanto uma forma de onda contínua, como no caso da voz, quanto uma seqüência de símbolos, como em um texto) em uma seqüência de bits, chamados de bits de informação. Esta transformação é feita de maneira a minimizar o número de bits por unidade de tempo necessários para representar a mensagem.

é transparente a qualquer tipo de processamento realizado antes do mapeamento dos bits para os símbolos (no transmissor) e após a detecção dos símbolos (no receptor). Como normalmente os bits de informação passam pelo processo de codificação de canal antes de serem mapeados para símbolos de uma constelação de sinais, o foco deste capítulo será a estimação conjunta do canal e dos sinais transmitidos em sistemas MIMO codificados.

O processo de codificação de canal utiliza códigos corretores de erros para aumentar a imunidade do sinal transmitido a erros de transmissão [74]. Estes códigos acrescentam uma redundância controlada à mensagem enviada, possibilitando ao receptor detectar e/ou corrigir erros ocorridos durante a transmissão. Graças a essa capacidade de correção, os sistemas de comunicação digital codificados podem operar com uma potência de transmissão menor que os sistemas não-codificados.

Em esquemas clássicos de recepção, os equalizadores não fazem uso da redundância introduzida pela codificação de canal, sendo equalização e decodificação realizadas separadamente. Uma alternativa interessante para a melhoria significativa do desempenho do receptor surgiu com a equalização turbo [75]. Nesta abordagem, inspirada na decodificação dos chamados códigos turbo [74, 76] e explicada em maiores detalhes na Seção 5.1, equalização e decodificação são realizadas conjuntamente através de um procedimento iterativo por blocos. A idéia é fazer com que o equalizador utilize a saída do decodificador como informação *a priori* sobre os símbolos enviados em um determinado bloco de dados. Desta forma, o equalizador pode aprimorar suas estimativas dos símbolos, que por sua vez serão empregadas pelo decodificador para produzir estimativas mais refinadas da mensagem transmitida, recomeçando o ciclo. É esta troca iterativa de informações entre equalizador e decodificador que faz com que os equalizadores turbo alcancem taxas de erro de bit muito menores que aquelas obtidas pelos receptores não-iterativos convencionais. Em outras palavras, a equalização turbo permite que se alcance uma certa taxa de erro de bit com uma potência de transmissão menor que a das técnicas usuais, não iterativas.

Desde a publicação do trabalho seminal [75] em 1995, a equalização turbo tem despertado muito interesse, havendo uma vasta literatura sobre o assunto. Exemplos de equalizadores turbo para sistemas com uma antena de transmissão e uma de recepção podem ser vistos em [75, 77–80].

O emprego de equalizadores turbo em sistemas MIMO também é amplamente abordado na literatura. Em [81–83], por exemplo, equalizadores turbo para canais MIMO seletivos em freqüência são desenvolvidos a partir do algoritmo BCJR (cuja sigla deriva das iniciais de seus autores: Bahl, Cocke, Jelinek e Raviv) [6, 74, 84]. Embora seja ótimo no sentido de minimizar a probabilidade de erro de bit (no contexto não-iterativo), o algoritmo BCJR apresenta complexidade computacional que cresce exponencialmente com a memória do canal, com o número de antenas transmissoras, bem como com a eficiência espectral do sistema. Para contornar este problema, em [10,30] são apresentados equalizadores turbo MIMO lineares que usam a saída do decodificador para tentar cancelar a ISI e filtros lineares obtidos a partir dos critério *zero forcing* (ZF) e MMSE para suprimir uma possível ISI residual. Já em [11], é proposto um equalizador turbo baseado no filtro de Kalman para canais estáticos e conhecidos pelo receptor.

Os equalizadores turbo MIMO citados anteriormente consideram que o canal é estático e perfeitamente conhecido pelo receptor. Contudo, como já mencionado nos capítulos anteriores, em situações reais é necessário estimar os parâmetros desconhecidos para que se possa empregar tais equalizadores. Nos receptores turbo existe a possibilidade de incluir o algoritmo de estimação nas iterações do receptor. Desta forma, a robustez introduzida pelo código corretor de erros pode ser aproveitada também pelo estimador de canal, dando origem a um estimador iterativo cujo desempenho normalmente supera o do receptor no qual a estimação de canal, a equalização e a decodificação são feitas de maneira não-iterativa. Exemplos de estimadores turbo aplicados à estimação de canais MIMO invariantes no tempo podem ser vistos em [85–87]. Já exemplos de estimação turbo em canais variantes no tempo podem ser encontrados em [88, 89]. Especificamente, em [88] é proposto um estimador de canal baseado no filtro de Kalman para sistemas com uma entrada e uma saída. Este estimador incorpora na estrutura do filtro de Kalman as informações provenientes do decodificador. Já em [89], o algoritmo RLS é utilizado para rastrear canais MIMO seletivos em freqüência.

Neste contexto, propomos neste capítulo um equalizador turbo semicego composto pelo estimador conjunto apresentado no Cap. 4 e um decodificador de canal. Conforme veremos na Seção 5.2, uma simples reescrita da equação de processo do estimador conjunto permite que a informação *a priori* proveniente do decodificador seja facilmente incorporada à estrutura do filtro de Kalman estendido. Com isto, apenas as equações de predição do EKF-SAF são ligeiramente modificadas, permanecendo inalteradas as equações de filtragem.

Um equalizador turbo semelhante ao proposto neste capítulo é desenvolvido em [51] para estimação de canal e equalização conjuntas em sistemas com uma entrada e uma saída. Conseqüentemente, podemos ver o equalizador turbo semicego da Seção 5.2 como uma generalização daquele em [51] para um número qualquer de antenas transmissoras e receptoras. Além disso, o receptor proposto na Seção 5.2 se torna equivalente ao equalizador turbo de [11] quando existe conhecimento perfeito do canal na recepção.

5.1 Equalização turbo

O objetivo desta seção é apresentar as características fundamentais dos equalizadores turbo. Para tanto, iremos começar descrevendo como a equalização turbo é realizada em sistemas de comunicação com uma antena de transmissão e uma de recepção. Em seguida, na Subseção 5.1.1, estenderemos esses conceitos para sistemas MIMO.

Como explicado no início deste capítulo, os bits de informação produzidos durante o processo de codificação de fonte passam pela codificação de canal antes de serem mapeados para símbolos de uma constelação de sinais. O processo de codificação de canal utiliza códigos corretores de erros para aumentar a robustez do sinal transmitido a erros de transmissão [6, 74]. O decodificador, conhecendo a estrutura do código, é capaz de detectar ou corrigir eventuais erros. Dentre as várias classes de códigos existentes, vamos considerar neste capítulo apenas os códigos convolucionais devido à simplicidade e à possibilidade de implementação prática de métodos de decodificação ótimos, como os algoritmos de Viterbi [6,74] e o BCJR [74]. É importante destacar que os conceitos discutidos nesta seção também valem para a utilização de outros códigos como, por exemplo, os códigos LDPC (do inglês *low-density parity check*) [74].

Um código convolucional é dito de taxa $R = k_c/n$, $n > k_c$, se para cada k_c bits na entrada do codificador são produzidos n bits em sua saída. Como $n > k_c$, vê-se que os bits codificados possuem informação redundante sobre os bits de informação. Dependendo de como as saídas de um codificador convolucional são obtidas a partir de suas entradas, podemos classificar os códigos convolucionais em não-sistemáticos ou sistemáticos, recursivos ou não-recursivos. Num código sistemático, as primeiras k_c saídas (bits sistemáticos) são réplicas exatas das k_c entradas. As demais saídas do codificador correspondem aos *bits de paridade*. Em um código sistemático recursivo (RSCC, do inglês *recursive systematic convolutional code*), os bits de paridade são gerados através de uma malha de realimentação. Já nos códigos não-sistemáticos, nenhuma das saídas é exatamente igual a qualquer uma das entradas. A Fig. 5.1 ilustra um codificador convolucional sistemático recursivo de taxa $R = 1/2$.

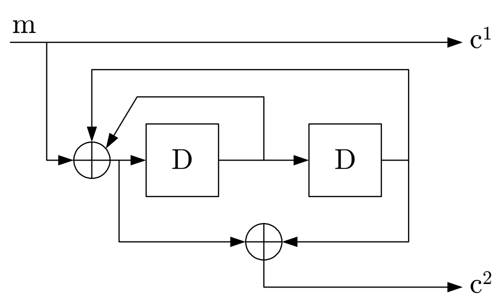

Figura 5.1: Exemplo de codificador convolucional sistemático recursivo.

Nesta figura, os blocos marcados com a letra D são elementos de atraso e o operador $\oplus$ indica adição módulo-2. Sendo a adição módulo-2 uma operação linear, o codificador é um sistema linear. Conseqüentemente, cada seqüência de saída de um codificador convolucional é obtida através da convolução[2] da seqüência de entrada com as respectivas "respostas ao impulso". Estas respostas ao impulso fornecem informações sobre a estrutura do código e podem ser representadas sob a forma de polinômios em D. Estes polinômios são conhecidos pelo nome de polinômios geradores. Para o codificador ilustrado na Fig. 5.1, o polinômio gerador associado à malha de realimentação é dado por $\mathbf{g_1} = 1 \oplus D \oplus D^2$, enquanto o polinômio associado aos bits de paridade $\mathbf{c}^2$ é escrito como $\mathbf{g_2} = 1 \oplus D^2$. Uma outra forma de representar os polinômios geradores é escrever seus valores em octal. Assim, o codificador da Fig. 5.1 tem polinômios geradores $(7, 5)$.

Da mesma forma que os bits codificados são produzidos pela convolução entre os bits de informação e as respostas ao impulso do codificador, os sinais na saída de um canal de comunicação com ISI são calculados a partir da convolução entre os símbolos transmitidos e a resposta ao impulso do canal, como mostrado na Fig. 5.2.

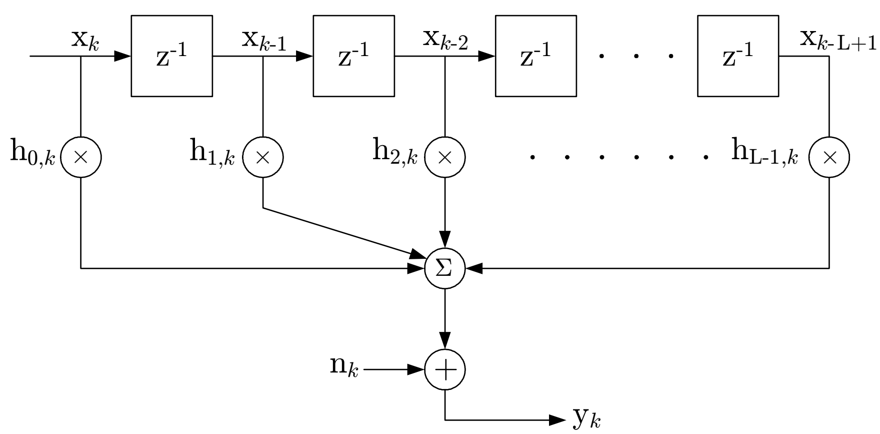

Figura 5.2: Modelo discreto equivalente em banda-base de um canal com ISI.

Logo, podemos ver o canal com ISI como um "código convolucional" não-sistemático, não-recursivo, não-binário, de taxa $R = 1$ e possivelmente variante no tempo [75, 79, 80]. Deste ponto de vista, a codificação de canal e o próprio canal formam um

[2]Daí a designação de códigos *convolucionais*.

esquema de códigos com concatenação serial, com o canal representando um código interno e o código convolucional representando um código externo. Esta estrutura está mostrada na Fig. 5.3. Nesta figura, o entrelaçador tem a função de permutar os bits codificados, fazendo com que eventuais erros ocorridos durante a transmissão sejam espalhados por todo o bloco de dados [75, 79, 80].

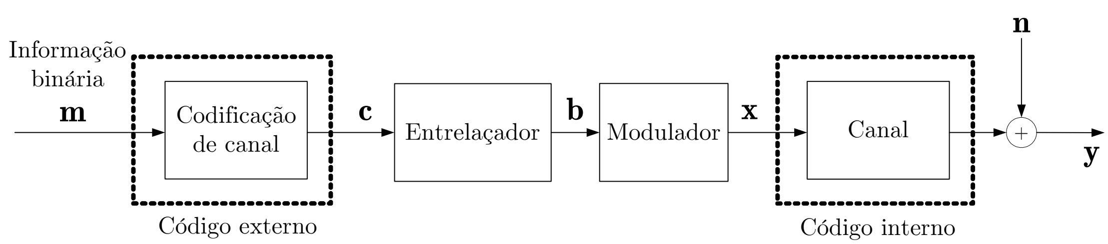

Figura 5.3: Concatenação serial do código corretor de erros com o canal.

Levando-se em conta a estrutura de transmissão representada na Fig. 5.3, fica claro que o receptor deve ser formado por uma concatenação serial de "decodificadores", cada um deles associado a um dos codificadores. Portanto, o equalizador tem o papel de "decodificar" o código interno, ou seja, o canal, enquanto o decodificador externo faz a decodificação de canal. Ao se permitir a troca iterativa de informações entre equalizador e decodificador, o receptor consegue mitigar a ISI de maneira mais efetiva, aprimorando as estimativas dos bits de informação a cada iteração. Esta estrutura iterativa de recepção, mostrada na Fig. 5.4, é conhecida como equalizador turbo [75, 79, 80].

Para entender o porquê das subtrações na Fig. 5.4 é preciso notar que, assim como nos códigos turbo, os componentes do equalizador turbo devem ser capazes de trocar entre si decisões suaves de forma a utilizar toda a informação disponível no sinal. Dispositivos que aceitam informações suaves na entrada e produzem informações suaves na saída são denominados dispositivo de entrada e saída suaves (SISO, do inglês *soft input, soft output*). **Para manter compatibilidade com a nomenclatura usual na literatura sobre equalização turbo, usaremos neste capítulo a sigla SISO para indicar exclusivamente dispositivos de entrada**

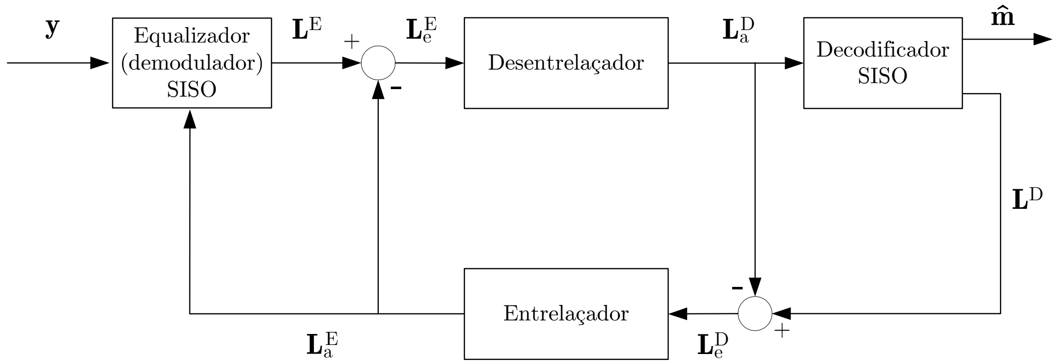

Figura 5.4: Equalizador turbo.

e saída suaves e não sistemas com uma entrada e uma saída.

As decisões suaves são normalmente expressas por meio do logaritmo de uma razão de probabilidades *a posteriori* (log-APP, do inglês *a posteriori probability*). Assim, o log-APP é definido como

$$L\left(m_k\right) \triangleq \ln \frac{\mathrm{p}\left(m_k = 1|\mathbf{y}\right)}{\mathrm{p}\left(m_k = 0|\mathbf{y}\right)}, \tag{5.1}$$

onde m_k é o bit da mensagem no instante k e $\mathbf{y}$ é o sinal recebido. A polaridade de $L\left(m_k\right)$ fornece a decisão de máxima probabilidade *a posteriori* (MAP, do inglês *Maximum a Posteriori Probability*), que minimiza a probabilidade de erro. Por outro lado, o módulo de $L\left(m_k\right)$ indica a confiabilidade da decisão tomada estar correta [4, 6, 30, 74, 75].

Usando a regra de Bayes, as probabilidades *a posteriori* podem ser escritas como

$$\mathrm{p}(m_k|\mathbf{y}) = \frac{\mathrm{p}(\mathbf{y}|m_k) \cdot \mathrm{p}(m_k)}{\mathrm{p}(\mathbf{y})}. \tag{5.2}$$

Logo,

$$\frac{\mathrm{p}(m_k = 1|\mathbf{y})}{\mathrm{p}(m_k = 0|\mathbf{y})} = \frac{\mathrm{p}(\mathbf{y}|m_k = 1)}{\mathrm{p}(\mathbf{y}|m_k = 0)} \cdot \frac{\mathrm{p}(m_k = 1)}{\mathrm{p}(m_k = 0)} \tag{5.3}$$

e, conseqüentemente,

$$\underbrace{\ln \frac{\mathrm{p}(m_k = 1|\mathbf{y})}{\mathrm{p}(m_k = 0|\mathbf{y})}}_{L_k} = \underbrace{\ln \frac{\mathrm{p}(\mathbf{y}|m_k = 1)}{\mathrm{p}(\mathbf{y}|m_k = 0)}}_{L_{e,k}} + \underbrace{\ln \frac{\mathrm{p}(m_k = 1)}{\mathrm{p}(m_k = 0)}}_{L_{a,k}}. \tag{5.4}$$

Observando (5.4), fica evidente que o log-APP produzido por cada um dos componentes do equalizador turbo é formado pela soma de dois termos: um vindo do conhecimento *a priori* das probabilidades de ocorrência dos bits (L_a) e o outro correspondente a uma informação incremental (L_e) sobre o bit m_k obtida a partir do processamento de todos os outros símbolos da respectiva seqüência de entrada. A esta informação incremental dá-se o nome de *informação extrínseca*. Assim, na Fig. 5.4, $\mathbf{L}^{\mathrm{E}}$ e $\mathbf{L}^{\mathrm{D}}$ representam, respectivamente, os log-APP's produzidos pelo equalizador e pelo decodificador, $\mathbf{L}_e^{\mathrm{E}}$ e $\mathbf{L}_e^{\mathrm{D}}$ representam as informações extrínsecas e $\mathbf{L}_a^{\mathrm{E}}$ e $\mathbf{L}_a^{\mathrm{D}}$ correspondem às informações *a priori*. Nota-se que a informação extrínseca de um bloco é usada pelo outro bloco como informação *a priori*.

O funcionamento do equalizador turbo da Fig. 5.4 pode, então, ser descrito da seguinte forma: na primeira iteração, o equalizador não dispõe de nenhuma informação *a priori* sobre os símbolos transmitidos, ou seja, os valores $\mathbf{L}_a^{\mathrm{E}}$ são nulos. Logo, o equalizador produz os log-APP's $\mathbf{L}^{\mathrm{E}}$ dos bits codificados utilizando apenas a seqüência ruidosa observada $\mathbf{y}$ e o conhecimento do canal. Os valores de $\mathbf{L}^{\mathrm{E}}$ são desentrelaçados e passados ao decodificador, que utiliza a estrutura do código para estimar as probabilidades *a posteriori* dos bits de saída do codificador. Em seguida, a informação extrínseca $\mathbf{L}_e^{\mathrm{D}}$, calculada subtraindo-se de $\mathbf{L}^{\mathrm{D}}$ a parcela correspondente à informação *a priori* $\mathbf{L}_a^{\mathrm{D}}$, é entrelaçada para o correto ordenamento dos bits, terminando a primeira iteração. Nas iterações seguintes, o equalizador utiliza não apenas os sinais recebidos, mas também a informação *a priori* fornecida pelo decodificador para refinar as estimativas dos sinais transmitidos. Maiores detalhes sobre o funcionamento dos equalizadores turbo podem ser encontrados em [11, 30, 51, 75].

É importante destacar que uma das chaves para o excelente desempenho dos equalizadores turbo reside exatamente no fato de equalizador e decodificador trocarem entre si apenas informações extrínsecas. Isto garante que cada componente do equalizador turbo utilize como informação *a priori* somente valores que não foram gerados diretamente por eles próprios na iteração anterior. Isto evita que o sistema tenha realimentação positiva, o que poderia gerar instabilidade no receptor [4, 6, 30, 75].

Os algoritmos normalmente empregados tanto para a equalização quanto para a decodificação são o BCJR [4, 6, 74, 84] e suas versões simplificadas, conhecidas como Log-Map e Max-Log-MAP [4, 74]. O grande inconveniente dessas soluções é que a complexidade computacional cresce exponencialmente com a memória do canal ou do codificador e com a eficiência espectral. Muitos esforços têm sido dedicados a esse respeito e esquemas utilizando equalizadores SISO lineares [77–80] têm sido aplicados com sucesso.

5.1.1 Equalização turbo para sistemas MIMO

A aplicação dos princípios fundamentais da equalização turbo aos sistemas MIMO dá origem a um grande número de esquemas de transmissão e recepção. É possível, por exemplo, usar um codificador de canal em cada antena, usar um único codificador e distribuir os bits codificados pelas diferentes antenas de transmissão, usar códigos convolucionais, STTC's, etc. Nesta tese, utilizaremos o esquema de modulação espaço-temporal codificada com entrelaçamento de bit (ST-BICM, do inglês *space-time bit-interleaved coded-modulation*) [11, 81–83, 90].

Neste esquema de transmissão por blocos, mostrado na Fig. 5.5, a mensagem binária $\mathbf{m}$ é primeiramente codificada por um codificador de canal. A mensagem codificada $\mathbf{c}$ é então passada por um entrelaçador. Em seguida, a mensagem entrelaçada $\mathbf{b}$ é divida em N_T partes, cada uma das quais enviada a uma das antenas transmissoras. Antes da transmissão, as seqüências de bits são mapeadas em símbolos de uma constelação complexa de maneira a aumentar a eficiência espectral do sistema.

Os sinais transmitidos passam então por um canal MIMO seletivo em freqüência de comprimento L. Como o canal entre cada par de antenas transmissora-receptora realiza uma convolução entre os sinais transmitidos, podemos ver o canal como um "código convolucional". Portanto, é possível empregar uma estrutura iterativa ("turbo"), como a da Fig. 5.6, no receptor.

O funcionamento do equalizador turbo da Fig. 5.6 é semelhante ao do receptor

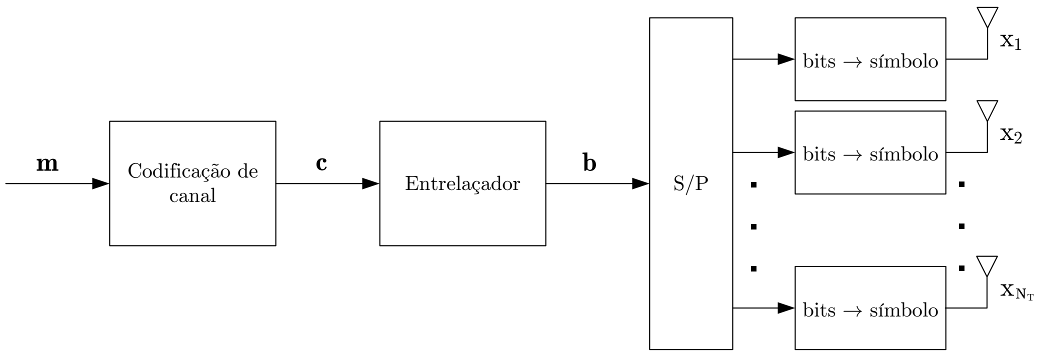

Figura 5.5: Esquema de transmissão ST-BICM.

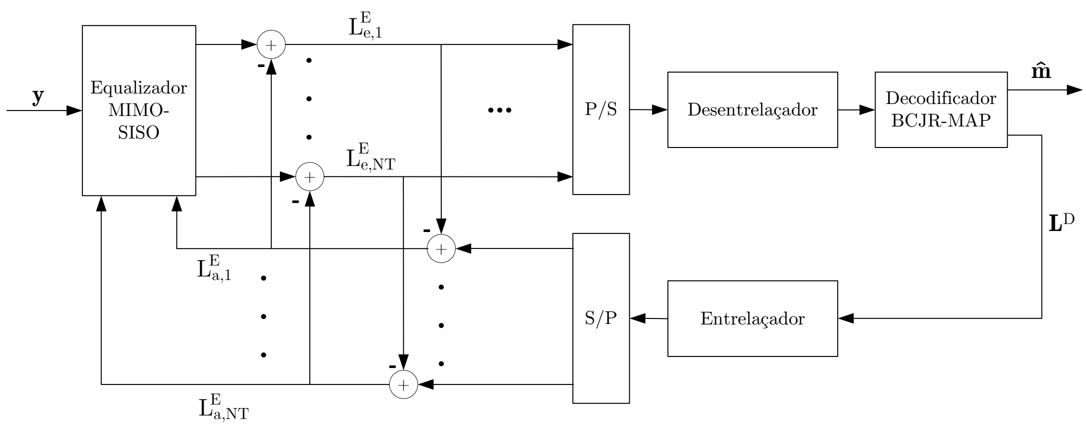

Figura 5.6: Equalizador turbo para sistemas MIMO ST-BICM.

da Fig. 5.4. O equalizador MIMO, porém, deve calcular informações extrínsecas (e utilizar informações *a priori*) dos sinais enviados por cada uma das N_T antenas transmissoras. Exemplos de equalizadores MIMO com entradas e saídas suaves (MIMO-SISO) podem ser encontrados em [10, 11, 30, 81–83, 85–87, 89].

5.2 Filtro de Kalman estendido usando informação *a priori*

O filtro de Kalman estendido proposto no Cap. 4 utilizava apenas uma eventual seqüência de treinamento e o sinal observado $\tilde{\mathbf{y}}_k$ para estimar o canal e detectar os símbolos transmitidos. Porém, para trabalhar em um receptor turbo como o da Fig. 5.6, o EKF-SAF deve ser modificado para aceitar também informações suaves, ou seja, informações *a priori* sobre os símbolos transmitidos, e gerar informações extrínsecas sobre os bits codificados. Para alcançar tal objetivo, convém relembrar como foi feita a formulação em espaço de estados do problema de estimação conjunta do canal e dos símbolos transmitidos.

Definindo o estado $\mathbf{z}_k$ como o vetor formado pelo empilhamento de $N+L-1$ vetores de tamanho N_T correspondentes aos sinais transmitidos e L vetores de tamanho $N_R N_T$, cada um destes representando o empilhamento das colunas de $\mathbf{H}_{l,k}$, $l = 0, \ldots, L-1$, mostramos na pág. 105 que o problema de estimação conjunta do canal e dos sinais transmitidos é descrito por

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{F}\mathbf{z}_{k-1} + \mathbf{q}_k, \tag{5.5a}$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \boldsymbol{\mathcal{H}}_k^{\mathsf{c}} \tilde{\mathbf{x}}_k + \tilde{\mathbf{n}}_k = \boldsymbol{\mathcal{X}}_k \mathbf{h}_k^{\mathsf{c}} + \tilde{\mathbf{n}}_k, \tag{5.5b}$$

onde $\mathbf{z}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_k^{\mathsf{T}} & \mathbf{h}_k^{\mathsf{c}\,\mathsf{T}} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$ é o estado no instante k, $\mathbf{F}$ é a matriz de transição de estados definida em (4.14),

$$\mathbf{q}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_k^{\mathsf{T}} & \mathbf{w}_k^{'\,\mathsf{T}} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}, \qquad \mathbf{u}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k^{\mathsf{T}} & \mathbf{0}_{1\times N_T(N+L-2)} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \tag{5.6}$$

e $\mathbf{w}_k^{'}$, definido em (2.39), é o ruído de processo do modelo AR do canal. Além disso,

$$\mathbf{Q} = \mathrm{E}\left[\mathbf{q}_k \mathbf{q}_k^{\mathsf{H}}\right] = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\text{simb}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{\text{canal}}^{'} \end{bmatrix}, \tag{5.7}$$

$$\mathbf{Q}_{\text{simb}} = \mathrm{E}\left[\mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^{\mathsf{H}}\right] = \begin{bmatrix} \sigma_u^2 \mathbf{I}_{N_T} & \mathbf{0}_{N_T\times N_T(N+L-2)} \\ \mathbf{0}_{N_T(N+L-2)\times N_T} & \mathbf{0}_{N_T(N+L-2)\times N_T(N+L-2)} \end{bmatrix}, \tag{5.8}$$

σ_u^2 representa a energia média dos símbolos da constelação de sinais transmitidos e $\mathbf{Q}'_{\text{canal}}$ é dada por (2.40).

Assim como em [11,51,88], vamos considerar que o vetor de símbolos transmitidos no instante k, $\mathbf{x}_k$, é um processo estocástico. Logo, é possível escrever $\mathbf{x}_k$ como

$$\mathbf{x}_k = \bar{\mathbf{x}}_k + \check{\mathbf{x}}_k, \tag{5.9}$$

onde $\bar{\mathbf{x}}_k = \mathrm{E}[\mathbf{x}_k]$ é um vetor determinístico contendo a média dos símbolos transmitidos por cada antena e $\check{\mathbf{x}}_k$ é um ruído descorrelacionado de média zero e matriz de covariância $\mathrm{E}[\check{\mathbf{x}}_k\check{\mathbf{x}}_k^{\mathsf{H}}] = \mathbf{V}_k = \mathrm{diag}(v_{1,k}\ v_{2,k}\ \cdots\ v_{N_T,k})$, sendo $\mathrm{diag}(\cdot)$ o operador que cria uma matriz diagonal a partir dos elementos de um vetor. Vale destacar que a descorrelação entre os elementos de $\check{\mathbf{x}}_k$ é devida ao uso do entrelaçador.

Usando (5.9), podemos reescrever o vetor $\mathbf{u}_k$ em (5.6) como

$$\mathbf{u}_k = \left[\mathbf{x}_k^{\mathsf{T}} \quad \mathbf{0}_{1\times N_T(N+L-2)}\right]^{\mathsf{T}} = \underbrace{\left[\bar{\mathbf{x}}_k^{\mathsf{T}} \quad \mathbf{0}_{1\times N_T(N+L-2)}\right]^{\mathsf{T}}}_{\bar{\mathbf{u}}_k} + \underbrace{\left[\check{\mathbf{x}}_k^{\mathsf{T}} \quad \mathbf{0}_{1\times N_T(N+L-2)}\right]^{\mathsf{T}}}_{\check{\mathbf{u}}_k}. \tag{5.10}$$

Conseqüentemente, o vetor $\mathbf{q}_k$ em (5.6) pode ser expresso como

$$\mathbf{q}_k = \left[\mathbf{u}_k^{\mathsf{T}} \quad \mathbf{w}_k^{'\mathsf{T}}\right]^{\mathsf{T}} = \left[\bar{\mathbf{u}}_k^{\mathsf{T}} \quad \mathbf{0}_{1\times LN_RN_T}\right]^{\mathsf{T}} + \left[\check{\mathbf{u}}_k^{\mathsf{T}} \quad \mathbf{w}_k^{'\mathsf{T}}\right]^{\mathsf{T}} = \bar{\mathbf{q}}_k + \check{\mathbf{q}}_k. \tag{5.11}$$

Como podemos notar, o vetor $\mathbf{q}_k$ contém uma parcela determinística, $\bar{\mathbf{q}}_k$, correspondente ao valor médio dos símbolos transmitidos no instante k, e uma parcela aleatória, $\check{\mathbf{q}}_k$, formada apenas por termos de ruído.

Substituindo (5.11) em (5.5a), obtém-se a nova equação de processo:

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{F}\mathbf{z}_{k-1} + \bar{\mathbf{q}}_k + \check{\mathbf{q}}_k, \tag{5.12}$$

sendo a variância do novo ruído de processo dada por

$$\check{\mathbf{Q}} = \mathrm{E}\left[\check{\mathbf{q}}_k\check{\mathbf{q}}_k^{\mathsf{H}}\right] = \begin{bmatrix} \check{\mathbf{Q}}_{\text{simb}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}'_{\text{canal}} \end{bmatrix}, \tag{5.13}$$

onde

$$\check{\mathbf{Q}}_{\text{simb}} = \mathrm{E}\left[\check{\mathbf{u}}_k\check{\mathbf{u}}_k^{\mathsf{H}}\right] = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_k & \mathbf{0}_{N_T\times N_T(N+L-2)} \\ \mathbf{0}_{N_T(N+L-2)\times N_T} & \mathbf{0}_{N_T(N+L-2)\times N_T(N+L-2)} \end{bmatrix}. \tag{5.14}$$

Aplicando o filtro de Kalman estendido ao modelo em espaço de estados (5.12) e (5.5b), não é difícil ver que apenas as equações da etapa de predição sofrem alteração em relação àquelas do EKF do Cap. 4. Isto porque, como comentado na Seção 3.2, as equações de atualização temporal (predição) de um filtro de Kalman indicam como a média dos estados e a variância dos erros de estimação são propagadas no tempo [26, 27, 29]. Portanto, as novas equações de predição do EKF são dadas por

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \mathbf{F}\hat{\mathbf{z}}_{k-1|k-1} + \hat{\bar{\mathbf{q}}}_k = \begin{bmatrix} \hat{\bar{\mathbf{x}}}_k^{\mathsf{T}} & \hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1|k-1}^{\mathsf{T}}(1\!:\!N_T(N+L-2)) & \beta\hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1}^{\mathsf{T}} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \tag{5.15}$$

e

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}\mathbf{P}_{k-1|k-1}\mathbf{F}^{\mathsf{H}} + \hat{\bar{\mathbf{Q}}}_k = \left[\begin{array}{c:c} \hat{\mathbf{V}}_k & \mathbf{0}_{N_T \times N_T(N+L-2)+LN_RN_T} \\ \hdashline \mathbf{0}_{N_T(N+L-2)+LN_RN_T \times N_T} & \begin{array}{c:c} \mathbf{A}_2 & \mathbf{B}_2 \\ \hdashline \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_2 \end{array} \end{array}\right], \tag{5.16}$$

onde $\hat{\bar{\mathbf{q}}}_k$ e $\hat{\mathbf{V}}_k$ são, respectivamente, estimativas de $\bar{\mathbf{q}}_k$ e $\mathbf{V}_k$, e as matrizes $\mathbf{A}_2$, $\mathbf{B}_2$, $\mathbf{C}_2$ e $\mathbf{D}_2$ são definidas como em (4.27).

Ao se comparar (5.15) com a equação de predição

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \mathbf{F}\hat{\mathbf{z}}_{k-1|k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N_T\times 1}^{\mathsf{T}} & \hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k-1|k-1}^{\mathsf{T}}(1\!:\!N_T(N+L-2)) & \beta\hat{\mathbf{h}}_{k-1|k-1}^{\mathsf{T}} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}} \tag{5.17}$$

definida em (4.26), nota-se que única diferença entre elas é a presença de $\hat{\bar{\mathbf{q}}}_k$, ou equivalentemente $\hat{\bar{\mathbf{x}}}_k$, em (5.15). Este vetor pode ser interpretado como uma informação *a priori* sobre a média dos símbolos transmitidos por cada antena no instante k. Da mesma forma, a matriz de covariância $\hat{\mathbf{V}}_k$ pode ser vista como informação *a priori* sobre a confiabilidade de $\hat{\bar{\mathbf{q}}}_k$.

Em um receptor turbo, tanto $\hat{\bar{\mathbf{x}}}_k$ quanto $\hat{\mathbf{V}}_k = \mathrm{diag}(\hat{v}_{1,k}\ \hat{v}_{2,k}\ \cdots\ \hat{v}_{N_T,k})$ podem ser estimados diretamente a partir da informação fornecida pelo decodificador sobre cada bit codificado [11,30,51,78]. Para entender como a informação *a priori* dos bits codificados é transformada em média e variância dos símbolos de uma constelação complexa de ordem M, vamos definir a informação *a priori* sobre o j-ésimo bit do

k-ésimo símbolo transmitido pela i-ésima antena, $L_a\left[b_i\left(k,j\right)\right]$, como

$$L_a\left[b_i\left(k,j\right)\right] = \ln \frac{\mathrm{p}\left[b_i\left(k,j\right)=1\right]}{\mathrm{p}\left[b_i\left(k,j\right)=0\right]}, \tag{5.18}$$

ou de maneira análoga

$$e^{L_a\left[b_i\left(k,j\right)\right]} = \frac{\mathrm{p}\left[b_i\left(k,j\right)=1\right]}{\mathrm{p}\left[b_i\left(k,j\right)=0\right]}. \tag{5.19}$$

A partir de (5.19), é possível escrever

$$\mathrm{p}\left[b_i\left(k,j\right)=1\right] = \mathrm{p}\left[b_i\left(k,j\right)=0\right] e^{L_a\left[b_i\left(k,j\right)\right]}. \tag{5.20}$$

Lembrando que um bit b só pode assumir os valores 0 ou 1, tem-se que

$$\mathrm{p}\left[b_i\left(k,j\right)=0\right] = 1 - \mathrm{p}\left[b_i\left(k,j\right)=1\right]. \tag{5.21}$$

Logo, substituindo (5.21) em (5.20) obtém-se

$$\begin{aligned} \mathrm{p}\left[b_i\left(k,j\right)=1\right] &= \left\{1 - \mathrm{p}\left[b_i\left(k,j\right)=1\right]\right\} e^{L_a\left[b_i\left(k,j\right)\right]} \\ &= e^{L_a\left[b_i\left(k,j\right)\right]} - e^{L_a\left[b_i\left(k,j\right)\right]}\,\mathrm{p}\left[b_i\left(k,j\right)=1\right]. \end{aligned} \tag{5.22}$$

Portanto,

$$\mathrm{p}\left[b_i\left(k,j\right)=1\right] = \frac{e^{L_a\left[b_i\left(k,j\right)\right]}}{1+e^{L_a\left[b_i\left(k,j\right)\right]}} \tag{5.23}$$

e

$$\mathrm{p}\left[b_i\left(k,j\right)=0\right] = \frac{1}{1+e^{L_a\left[b_i\left(k,j\right)\right]}}. \tag{5.24}$$

Agrupando (5.23) e (5.24) numa mesma expressão, pode-se escrever

$$\mathrm{p}\left[b_i\left(k,j\right)=b\right] = \frac{e^{bL_a\left[b_i\left(k,j\right)\right]}}{1+e^{L_a\left[b_i\left(k,j\right)\right]}}, \qquad b = 0, 1. \tag{5.25}$$

Graças à presença do entrelaçador, os bits que compõem os símbolos podem ser considerados independentes. Assim, utilizando (5.25), a média e a variância dos símbolos enviados por cada antena em cada instante de tempo são estimadas, respectivamente, por [11, 30, 51, 78]

$$\hat{\hat{x}}_{i,k} = \mathrm{E}\left[x_{i,k}\right] = \sum_{x\in\mathcal{M}} x\,\mathrm{p}\left(x_{i,k}=x\right) = \sum_{x\in\mathcal{M}} x \prod_{j=1}^{\log_2 M} \mathrm{p}\left[b_i\left(k,j\right)=b_j\right], \quad b_j \in \{0,1\} \tag{5.26}$$

e

$$\hat{v}_{i,k} = \mathrm{E}\left[|x_{i,k}|^2\right] - |\,\mathrm{E}\left[x_{i,k}\right]|^2 = \sum_{x\in\mathcal{M}} |x|^2 \prod_{j=1}^{\log_2 M} \mathrm{p}\left[b_i\left(k,j\right) = b_j\right] - |\bar{x}_{i,k}|^2, \qquad (5.27)$$

onde $\mathcal{M}$ representa a constelação de sinais adotada, M é o número de símbolos dessa constelação e $\log_2 M$ corresponde ao número de bits por símbolo.

Empregando então (5.15), (5.16), (5.25), (5.26) e (5.27), a informação suave de cada bit codificado, computada pelo decodificador, é facilmente incorporada à estrutura do EKF-SAF da Seção 4.2, gerando o filtro de Kalman estendido com suavização de atraso fixo e informação *a priori* (EKF-SAF-IP) mostrado no quadro do algoritmo 5.2.1 na pág. 151. É importante notar que na ausência de informação *a priori*, o EKF-SAF-IP se reduz ao EKF-SAF do Cap 4, uma vez que $\hat{\bar{\mathbf{x}}}_k = \mathbf{0}_{N_T\times 1}$ e $\hat{\mathbf{V}}_k = \mathbf{I}_{N_T}$. Vale ainda salientar que a informação *a priori* diz respeito apenas às estimativas dos símbolos transmitidos, não havendo qualquer tipo de informação *a priori* sobre os coeficientes do canal.

Para que o EKF-SAF-IP seja integrado a um receptor turbo como o da Fig. 5.6, resta apenas definir como serão obtidas as estimativas extrínsecas dos símbolos, isto é, as estimativas calculadas sem levar em consideração as informações *a priori* dos símbolos correspondentes. Como a estimativa *a posteriori* $\hat{\mathbf{x}}_k^{\mathrm{final}}$ é uma função não-linear da informação *a priori* $\hat{\bar{\mathbf{x}}}_k$ e $\hat{\mathbf{V}}_k$, a decomposição de $\hat{\mathbf{x}}_k^{\mathrm{final}}$ na soma de um termo "*a priori*" e um termo "extrínseco", como realizada em (5.4), se torna bastante complicada. Por isso, adotamos nesta tese, assim como em [51], a estrutura ilustrada na Fig. 5.7 para gerar as estimativas extrínsecas dos símbolos.

Nesta figura, cada bloco denominado "EKF" representa os cálculos do EKF-SAF-IP, apresentados no quadro do algoritmo 5.2.1, para um certo instante de tempo. Assim, no instante k, o bloco "EKF" utiliza como entradas o sinal observado $\tilde{\mathbf{y}}_k$, o estado predito $\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}$, a matriz de covariância do erro de estimação $\mathbf{P}_{k|k-1}$ e a informação *a priori* sobre o vetor de símbolos no instante $k+1$, $\hat{\bar{\mathbf{x}}}_{k+1}$ e $\hat{\mathbf{V}}_{k+1}$, para produzir novas estimativas do estado ($\hat{\mathbf{z}}_{k|k}$ e $\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}$) e da matriz de covariância do erro de estimação ($\mathbf{P}_{k|k}$ e $\mathbf{P}_{k+1|k}$).

Algoritmo 5.2.1 Filtro de Kalman estendido com suavização de atraso fixo e usando informação *a priori* (EKF-SAF-IP)

`Define-se`

$$\mathrm{P}_1 = N_T(N+L-2)$$
$$\mathrm{P}_2 = N_T(N+L-1)+1$$
$$\mathrm{P}_3 = N_T(N+L-1)+LN_RN_T$$

`Entrada no instante k`

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} \quad \hat{\tilde{\mathbf{x}}}_{k+1} \quad \mathbf{P}_{k|k-1} \quad \hat{\mathbf{V}}_{k+1} \quad \tilde{\mathbf{y}}_k$$

`EKF-SAF-IP`

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_k &= \left[\hat{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{k|k-1} \;\vdots\; \hat{\boldsymbol{\mathcal{X}}}_{k|k-1}\right] \\
\mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{C}_k^{\mathsf{H}}\left[\mathbf{C}_k\mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{C}_k^{\mathsf{H}}+\mathbf{R}\right]^{-1} \\
\boldsymbol{\alpha}_k &= \tilde{\mathbf{y}}_k - \hat{\boldsymbol{\mathcal{H}}}_{k|k-1}\hat{\tilde{\mathbf{x}}}_{k|k-1} = \tilde{\mathbf{y}}_k - \hat{\boldsymbol{\mathcal{X}}}_{k|k-1}\hat{\mathbf{h}}_{k|k-1} \\
\hat{\mathbf{z}}_{k|k} &= \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k\boldsymbol{\alpha}_k \\
\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k} &= \left[\hat{\tilde{\mathbf{x}}}_{k+1}^{\mathsf{T}} \quad \hat{\tilde{\mathbf{x}}}_{k|k}^{\mathsf{T}}(1:N_T(N+L-2)) \quad \beta\hat{\mathbf{h}}_{k|k}^{\mathsf{T}}\right]^{\mathsf{T}} \\
\mathbf{P}_{k|k} &= \left[\mathbf{I}-\mathbf{K}_k\mathbf{C}_k\right]\mathbf{P}_{k|k-1} \\
\mathbf{A}_2 &= \mathbf{P}_{k|k}(1:\mathrm{P}_1, 1:\mathrm{P}_1), \\
\mathbf{B}_2 &= \beta\mathbf{P}_{k|k}(1:\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2:\mathrm{P}_3), \\
\mathbf{C}_2 &= \beta\mathbf{P}_{k|k}(\mathrm{P}_2:\mathrm{P}_3, 1:\mathrm{P}_1), \\
\mathbf{D}_2 &= \beta^2\mathbf{P}_{k|k}(\mathrm{P}_2:\mathrm{P}_3, \mathrm{P}_2:\mathrm{P}_3) + \sigma_w^2\mathbf{R}_{\mathbf{h}} \\
\mathbf{P}_{k+1|k} &= \left[\begin{array}{c|c}
\hat{\mathbf{V}}_{k+1} & \mathbf{0}_{N_T\times N_T(N+L-2)+LN_RN_T} \\ \hline
\mathbf{0}_{N_T(N+L-2)+LN_RN_T\times N_T} & \begin{array}{c|c} \mathbf{A}_2 & \mathbf{B}_2 \\ \hline \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_2 \end{array}
\end{array}\right]
\end{aligned}$$

`Saída no instante k`

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k} \quad \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k} \quad \mathbf{P}_{k|k} \quad \mathbf{P}_{k+1|k}$$

`Estimativa final de` $\mathbf{x}_k \rightarrow$ `suavização com atraso fixo de` $N+L-2$

$$\hat{\mathbf{x}}_k^{\text{final}} = \hat{\tilde{\mathbf{x}}}_{k+N+L-2|k+N+L-2}^{(N+L-1)} = \hat{\mathbf{z}}_{k+N+L-2|k+N+L-2}^{(N+L-1)}$$

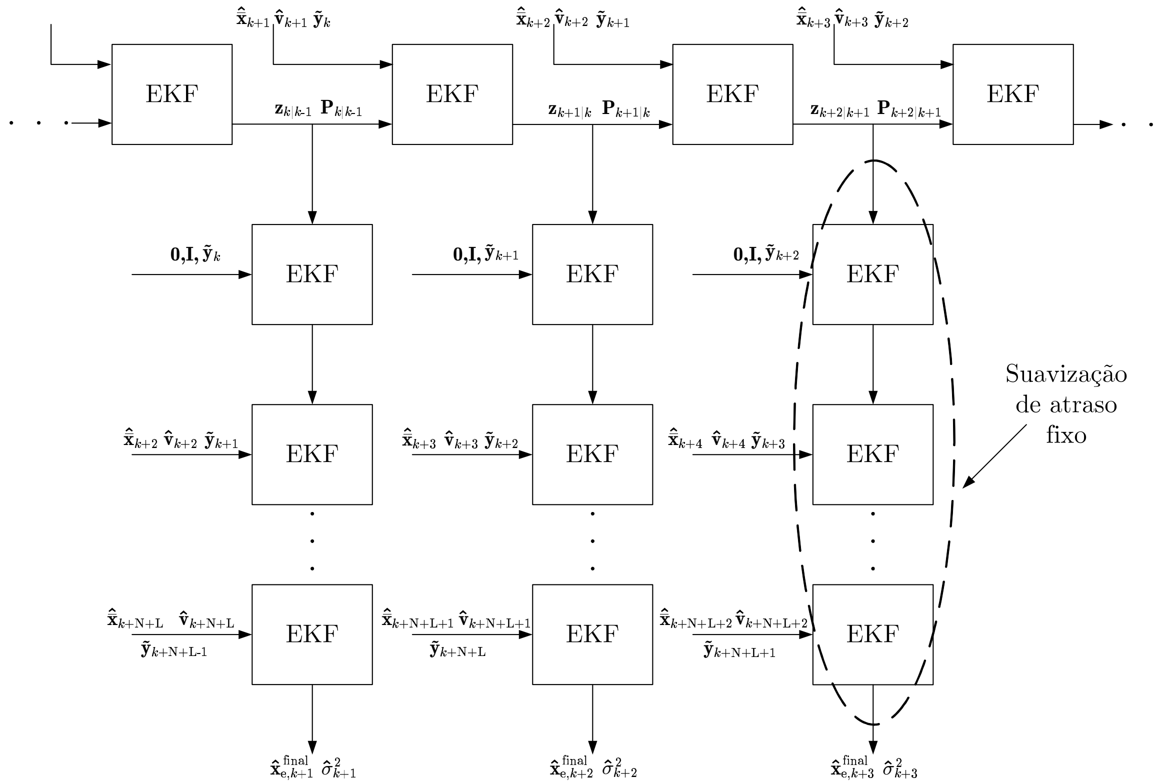

Figura 5.7: Obtenção das estimativas extrínsecas dos símbolos.

Cada ramo vertical representado na Fig. 5.7 é responsável pela suavização de atraso fixo e geração da estimativa extrínseca de um vetor de símbolos transmitidos. A estimativa extrínseca $\hat{\mathbf{x}}_{e,k}^{\text{final}}$ resulta da exclusão do efeito da informação *a priori* correspondente aos símbolos de interesse. Esta exclusão é feita pela substituição da média e da variância do vetor de símbolos por, respectivamente, $\mathbf{0}_{N_T \times 1}$ e $\mathbf{I}_{N_T}$, conforme pode ser visto no primeiro bloco de cada ramo vertical na Fig. 5.7.

Ainda observando a Fig. 5.7 nota-se que, durante a primeira iteração turbo, não existe informação *a priori*. Neste caso, as estimativas computadas nos ramos verticais são iguais àquelas calculadas no ramo horizontal, para todo k. Conseqüentemente, na primeira iteração o equalizador turbo proposto nesta seção se reduz ao EKF-SAF do Cap. 4, representado pela linha horizontal na Fig. 5.7. Além disso, durante a transmissão da seqüência de treinamento os ramos verticais também não são necessários, uma vez que não é preciso obter estimativas extrínsecas de símbolos já conhecidos pelo receptor.

Para finalizar a integração do EKF-SAF-IP a um receptor turbo, basta converter as estimativas extrínsecas dos símbolos em informações extrínsecas dos bits. Para tanto vamos supor, assim como em [11, 30, 51, 77, 78], que os símbolos na saída do equalizador têm distribuição gaussiana complexa. No caso do EKF-SAF-IP, a média é dada por $\hat{\mathbf{x}}_{e,k}^{\text{final}}$. Além disso, ao final de cada ramo vertical, temos não apenas a estimativa extrínseca dos símbolos, mas também a variância dos erros de estimação. Assim, denotando o vetor com essas variâncias para todas as N_T antenas no instante k por $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_k^2$, vemos que os elementos de $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_k^2$ correspondem aos elementos diagonais da submatriz de $\mathbf{P}_{k+N+L-1|k+N+L-1}$ formada por suas linhas de $N_T(N+L-2)+1$ a $N_T(N+L-1)$ e colunas de $N_T(N+L-2)+1$ a $N_T(N+L-1)$.

Portanto, utilizando a aproximação gaussiana, a informação extrínseca sobre o j-ésimo bit do k-ésimo símbolo transmitido pela i-ésima antena, $L_e\left[b_i\left(k,j\right)\right]$, é dada por [4, 11, 30, 90]

$$\begin{aligned} L_e\left[b_i\left(k,j\right)\right] &= \ln \frac{\mathrm{p}\left[\hat{x}_{e,i,k}^{\text{final}}|b_i\left(k,j\right)=1\right]}{\mathrm{p}\left[\hat{x}_{e,i,k}^{\text{final}}|b_i\left(k,j\right)=0\right]} \\ &= \ln \frac{\displaystyle\sum_{\forall x_i : b_i(k,j)=1} \exp \frac{-|\hat{x}_{e,i,k}^{\text{final}}-x_i|^2}{2\hat{\sigma}_{i,k}^2} \prod_{q\neq j} \mathrm{p}\left[b_i\left(k,q\right)=b_q\right]}{\displaystyle\sum_{\forall x_i : b_i(k,j)=0} \exp \frac{-|\hat{x}_{e,i,k}^{\text{final}}-x_i|^2}{2\hat{\sigma}_{i,k}^2} \prod_{q\neq j} \mathrm{p}\left[b_i\left(k,q\right)=b_q\right]}, \end{aligned} \tag{5.28}$$

onde $b_q \in \{0,1\}$ é o q-ésimo bit do símbolo x_i considerado, $\hat{x}_{e,i,k}^{\text{final}}$ é o i-ésimo elemento de $\hat{\mathbf{x}}_{e,k}^{\text{final}}$ e $\sigma_{i,k}^2$, o i-ésimo componente de $\boldsymbol{\sigma}_k^2$. Os produtos em (5.28) são realizados com as informações *a priori* (fornecidas pelo decodificador e computadas como em (5.25)) de todos os bits que compõem o símbolo k e que sejam diferentes do bit j.

Reunindo todos os componentes discutidos nesta seção mostramos, na Fig. 5.8, um diagrama de blocos do equalizador turbo proposto. É importante mencionar que, a partir das simulações, verificamos que o desempenho do EKF-SAF-IP melhora consideravelmente ao se calcular a média e variância dos símbolos transmitidos a partir dos log-APP's gerados pelo decodificador, e não a partir da informação *a priori*. Assim, calculamos (5.26) e (5.27) com os valores de $\mathbf{L}$ e não com os de $\mathbf{L}_a$ na Fig. 5.8.

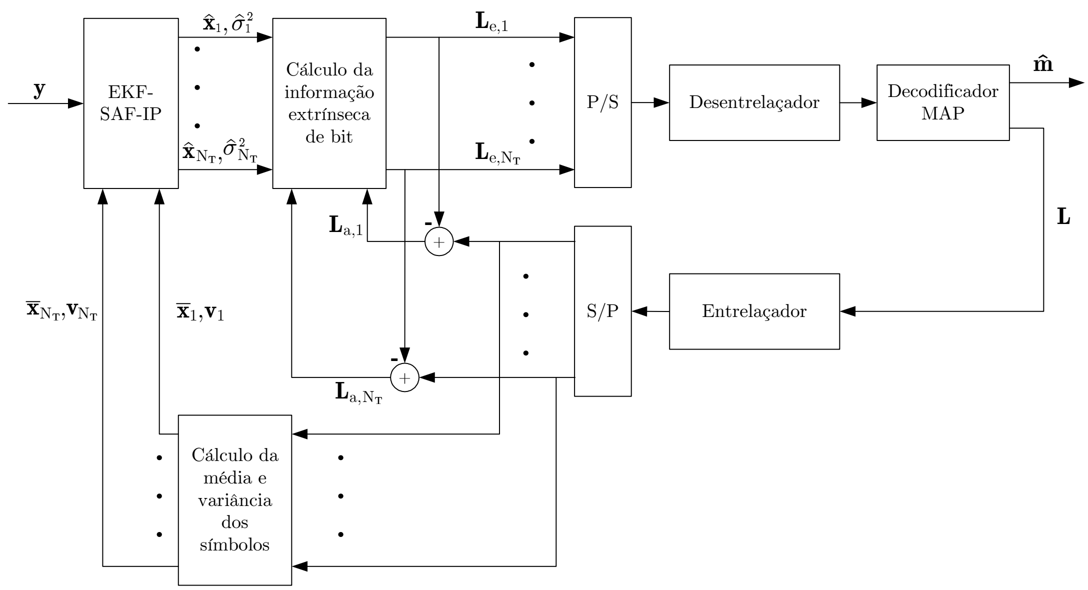

Figura 5.8: Receptor turbo proposto.

Podemos, então, descrever resumidamente o funcionamento do receptor turbo da Fig. 5.8 da seguinte maneira: na primeira iteração, o EKF-SAF-IP recebe um bloco de dados e realiza conjuntamente a estimação de canal e a equalização dos sinais observados. As estimativas extrínsecas dos sinais transmitidos e das variâncias dos erros de estimação são então passadas ao bloco seguinte, que transforma estas estimativas em informações extrínsecas sobre cada bit codificado e entrelaçado. Em seguida, as informações extrínsecas são desentrelaçadas e passadas ao decodificador, que utiliza a estrutura do código para estimar as probabilidades *a posteriori* dos bits de saída do codificador. Estas informações probabilísticas são entrelaçadas novamente e utilizadas tanto no cálculo das estimativas suaves dos símbolos que serão usadas pelo EKF-SAF-IP, quanto para a geração da informação *a priori* empregada no cálculo das estimativas extrínsecas de bits. Isto encerra a primeira iteração. Nas iterações subseqüentes, o EKF-SAF-IP utiliza não apenas os sinais recebidos, mas também os sinais fornecidos pelo decodificador, para refinar a estimação do canal e dos símbolos enviados.

5.3 Simulações

Nesta seção, alguns resultados de simulação serão apresentados para ilustrar o desempenho do receptor turbo proposto na seção anterior. Em todas as simulações, considera-se um esquema de transmissão como o mostrado na Fig. 5.5, onde 1×10^6 bits de informação são codificados, entrelaçados e mapeados, com o código de Gray, para símbolos de uma constelação complexa de energia média unitária. Os coeficientes do canal são variáveis aleatórias gaussianas, independentes, sem correlação espacial, circularmente simétricas, de média nula, mesma potência, função de autocorrelação temporal não-racional dada por (2.19) e gerados conforme as técnicas detalhadas em [32]. O canal entre cada par de antenas transmissora-receptora foi normalizado para apresentar ganho médio unitário. Com essas definições, a razão, em dB, entre a energia E_b de cada bit de informação e a densidade espectral de potência do ruído, N_0, é expressa em função da SNR média por antena receptora como

$$\frac{E_b}{N_0} = \mathrm{SNR}_{\mathrm{dB}} - 10\log_{10}\left(N_T R \log_2 M\right). \tag{5.29}$$

Além disso, são usados entrelaçadores aleatórios e a decodificação de canal é realizada pelo algoritmo BCJR [84].

Para mostrar o ganho de desempenho proporcionado pela troca iterativa de informações entre o EKF-SAF-IP e o decodificador MAP, simulamos um sistema com 2 antenas de transmissão enviando símbolos 4-QAM para 2 antenas de recepção através de um canal MIMO de comprimento $L = 2$ e desvio Doppler normalizado $f_D T_s = 0{,}001$. Cada bloco de símbolos transmitido é composto por 25 símbolos de treinamento e 128 símbolos de dados, os quais foram obtidos a partir da codificação de um bloco de 128 bits de informação por um RSCC de taxa $1/2$ e geradores $(7, 5)$.

A Fig. 5.9 mostra o erro quadrático médio de estimação do EKF-SAF-IP para dois valores da janela de observação ($N = 2$ e $N = 3$).

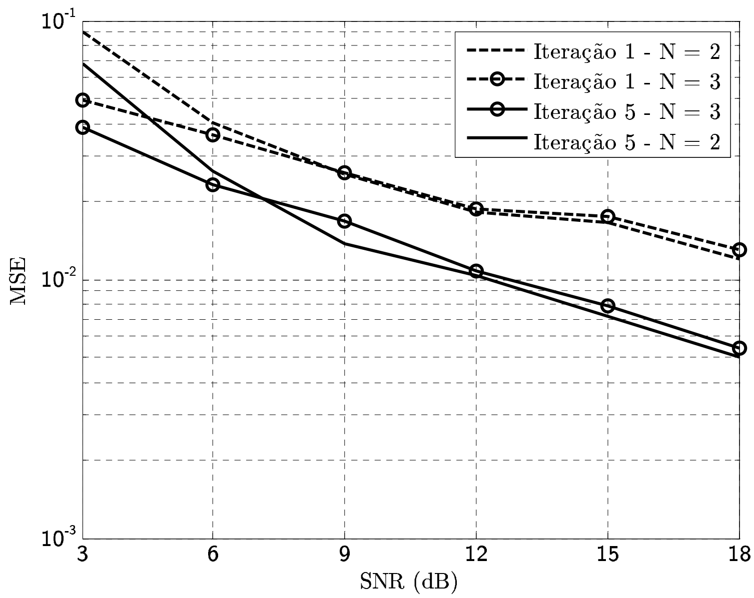

Figura 5.9: Erro quadrático médio de estimação do canal para dois valores de N.

Como pode ser observado, a qualidade das estimativas do canal é pouco afetada pelo aumento de N. Por outro lado, o número de iterações turbo tem grande influência na qualidade das estimativas do canal. Para um MSE de 10^{-2}, por exemplo, o ganho de desempenho entre a 1^a e a 5^a iterações é de um pouco mais de 6 dB. Já para uma SNR de 12 dB, o MSE dos estimadores na quinta iteração é aproximadamente igual à metade daquele calculado na primeira iteração. Esta melhora do desempenho com o passar da iterações também se reflete nas curvas de taxa de erro de bit (BER, do inglês *bit error rate*) apresentadas na Fig. 5.10. Para fins de comparação, além do EKF-SAF-IP simulamos também um SAF com conhecimento perfeito do canal (CPC) usando informação *a priori* (SAF-IP). Vê-se claramente nesta figura que o desempenho do receptor com $N = 3$ supera o do receptor com $N = 2$. Isto porque o valor de N determina o tamanho da janela de observação utilizada no processo de suavização de atraso fixo dos símbolos transmitidos. Quanto maior o valor de N, maior o atraso de suavização e mais precisas são as estimativas dos símbolos. Vale mencionar que para o cenário de simulação em questão, valores de N maiores que 3 não trouxeram melhoras significativas para justificar o aumento na carga computacional. Também é importante ressaltar que, para uma certa taxa de erro, os valores de N utilizados no receptor turbo proposto são bem menores que aqueles utilizados para o EKF-SAF no Cap. 4. Ainda analisando a Fig. 5.10, nota-se que o receptor turbo com $N = 2$ apresentou, para uma BER de 10^{-3}, um ganho de cerca de 5 dB entre a primeira e a quinta iterações, reduzindo a distância para o SAF-IP de mais ou menos 1,2 dB, na primeira iteração, para aproximadamente 0,3 dB na quinta iteração. Já o EKF-SAF-IP com $N = 3$ teve um ganho de 2,2 dB entre a primeira e a quinta iterações numa BER de 10^{-3}, mantendo a distância para o SAF-IP em 0,3 dB.

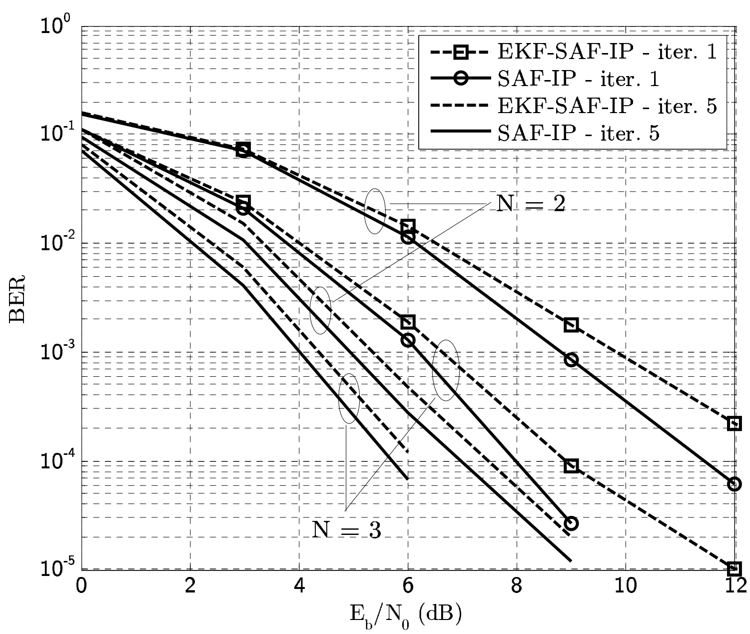

Figura 5.10: Taxas de erro de bit para diferentes valores de N.

5.4 Conclusão

Neste capítulo, propusemos um receptor turbo para sistemas MIMO com multiplexação espacial em canais seletivos em freqüência e variantes no tempo. Este receptor turbo é composto basicamente por um entrelaçador, um desentrelaçador, um decodificador de canal e um estimador SISO baseado no EKF-SAF.

A partir de uma simples reescrita da equação de processo do EKF-SAF mostramos, na Seção 5.2, que a informação *a priori* dos bits, gerada pelo decodificador, pode ser naturalmente incorporada à estrutura do filtro de Kalman. Mais precisamente, a informação *a priori* dos bits é incluída diretamente nas equações de predição do EKF através da alteração das médias e variâncias do ruído de processo. As demais equações, que correspondem à de etapa de filtragem, permanecem inalteradas.

Para garantir que apenas estimativas extrínsecas dos símbolos sejam geradas pelo EKF-SAF-IP, utilizamos a estrutura mostrada na Fig. 5.7. Desta forma, a estimativa de cada símbolo não é função da informação *a priori* deste símbolo. Então, a partir das estimativas extrínsecas dos símbolos e usando uma aproximação gaussiana para os sinais na saída do EKF-SAF-IP, a informação extrínseca da cada bit codificado pode ser facilmente computada.

Resultados de simulação indicam que o procedimento iterativo característico dos receptores turbo possibilita ganhos consideráveis em relação aos receptores não-iterativos. Estes ganhos são visíveis não apenas nas taxas de erro de bit, mas também nos valores de erro quadrático médio de estimação do canal. Isto ocorre porque, com o passar das iterações, as decisões suaves realimentadas ao EKF-SAF-IP vão se tornando cada vez mais precisas, refinando tanto as estimativas dos símbolos quanto dos coeficientes do canal. Analisamos o impacto do atraso de suavização no desempenho do receptor turbo. Notamos que esse parâmetro tem grande influência nas estimativas dos bits de informação mas não nas estimativas do canal. Estudos mais aprofundados serão realizados para avaliar também a influência do tamanho do entrelaçador no desempenho do receptor turbo proposto.

6

Conclusões e Perspectivas

Neste trabalho, propusemos e analisamos algoritmos baseados no filtro de Kalman para estimar canais MIMO variantes no tempo. Dedicamos a maior parte da tese ao estudo de estimadores supervisionados e semicegos, uma vez que a maioria dos sistemas de comunicações digitais utilizam algum tipo de treinamento. Concluímos que, em geral, os filtros de Kalman aplicados ao problema de estimação de canais MIMO apresentam uma relação muito boa entre capacidade de rastreamento e complexidade computacional, em relação a outros algoritmos clássicos em filtragem adaptativa, mostrando desempenho superior ao dos outros algoritmos adaptativos estudados nesta tese. A seguir, apresentaremos os comentários finais e as conclusões específicas de cada capítulo desta tese.

No Cap. 2, apresentamos alguns conceitos básicos sobre sistemas MIMO. Discutimos as vantagens de se utilizar múltiplas antenas na transmissão e na recepção, detalhando as características fundamentais dos métodos de diversidade e das técnicas de multiplexação espacial. Introduzimos também os modelos de sinais e de canal utilizados no restante da tese. Utilizando uma representação comum para a análise e a estimação de canais MIMO planos e seletivos em freqüência, propusemos, na Subseção 2.2.3, um modelo auto-regressivo para canais variantes no tempo e com correlação espacial.

Já no Cap. 3, propusemos algoritmos para a estimação de canais MIMO planos, variantes no tempo e com correlação espacial em sistemas com diversidade espacial de transmissão usando códigos espaço-temporais ortogonais por bloco. Antes de desenvolver os algoritmos propostos, no entanto, apresentamos na Seção 3.1 as características fundamentais dos OSTBC's e na Seção 3.2, os fundamentos teóricos do filtro de Kalman. Usando a ortogonalidade característica dos OSTBC's, foi possível simplificar as equações do filtro de Kalman. O estimador resultante, que gera estimativas a partir de somas ponderadas de estimativas instantâneas de máxima verossimilhança do canal, é uma generalização de outros estimadores propostos na literatura. Para modulações de módulo constante, propusemos um filtro de Kalman em estado estacionário que também produz estimativas do canal através de médias de estimativas ML instantâneas. A existência do filtro em estado estacionário está diretamente relacionada à existência de solução da equação algébrica discreta de Riccati obtida a partir algoritmo da Seção 3.3. As condições para existência de soluções definidas positivas e estabilizantes da equação de Riccati foram estudadas a partir do desenvolvimento de um modelo invariante no tempo equivalente ao modelo em espaço de estados original. Já na Seção 3.5, propusemos um filtro de Kalman com memória para compensar os possíveis erros de modelagem do canal. Através de simulações, concluímos que o filtro em estado estacionário tem desempenho semelhante ao do filtro de Kalman ótimo, embora necessite apenas de uma fração dos cálculos envolvidos. Concluímos ainda que o filtro com memória necessita de um número bastante reduzido de palavras-código de treinamento para atingir um desempenho próximo ($< 1\,\mathrm{dB}$) do receptor ML com conhecimento perfeito do canal.

No Cap. 4, abordamos o problema de estimação de canais MIMO seletivos em freqüência para sistemas com multiplexação espacial. Após uma breve descrição do filtro de Kalman estendido na Seção 4.1, formulamos o problema de estimação conjunta do canal e dos sinais transmitidos como um problema de estimação de estados. Devido ao fato de consideramos tanto os sinais transmitidos quanto os coeficientes do canal como variáveis de estado, a equação de observação resultante se torna não-linear. Isto nos levou à utilização do filtro de Kalman estendido para obter estimativas recursivas do estado. Uma vantagem do estimador proposto é que ele possibilita a suavização de atraso fixo das estimativas dos símbolos transmitidos. Além disso, a complexidade computacional do estimador conjunto proposto não depende da ordem da modulação utilizada. Mostramos também que, graças à estrutura particular da matriz de transição de estados, foi possível simplificar as equações de predição do estado e da matriz de covariância do erro de estimação. Através de simulações, verificamos a superioridade de desempenho do receptor proposto sobre alguns receptores que separam as tarefas de estimação de canal e de equalização. Por fim, mostramos que o estimador conjunto proposto também pode ser aplicado ao problema de separação cega de fontes, apresentando desempenho superior, nos casos simulados, ao de técnicas usuais nesta área de pesquisa.

Já o Cap. 5 apresenta um equalizador turbo semicego para sistemas MIMO com multiplexação espacial em canais seletivos em freqüência e variantes no tempo. Após uma breve descrição dos princípios de funcionamento dos equalizadores turbo na Seção 5.1, mostramos na Seção 5.2 que uma simples reescrita da equação de processo do estimador conjunto proposto no Cap. 4 permite que a informação *a priori* gerada pelo decodificador seja naturalmente incorporada à estrutura do filtro de Kalman. Para garantir que apenas estimativas extrínsecas dos símbolos sejam geradas pelo estimador conjunto, utilizamos a estrutura mostrada na Fig. 5.7. Resultados de simulação indicam que o procedimento iterativo característico dos receptores turbo possibilita ganhos consideráveis em relação aos receptores não-iterativos. Concluímos que o atraso de suavização têm grande influência nas estimativas dos bits de informação mas não nas estimativas do canal.

6.1 Trabalhos Futuros

Os estimadores propostos nesta tese consideram que os parâmetros do modelo AR do canal e a variância do ruído de medida são perfeitamente conhecidos pelo receptor. Porém, assim como os coeficientes do canal, em situações práticas estes parâmetros também devem ser estimados. Para tanto, podemos usar métodos como aqueles em [60,64]. Assim, uma próxima etapa do trabalho consiste na avaliação do impacto da estimação desses parâmetros nos algoritmos propostos para o rastreamento do canal.

Outro tópico a ser estudado é a utilização de processos AR de ordem maior que 1 para modelar o canal. Embora modelos de ordem superior aproximem melhor o comportamento dinâmico do canal, eles demandam uma maior carga computacional. Nesta linha, pretendemos analisar a relação entre ganho de desempenho e aumento da carga computacional em função da ordem do modelo AR.

Pretendemos ainda comparar o desempenho dos estimadores de canal propostos nesta tese com o de estimadores baseados em esquemas de modulação assistida por símbolos-piloto (PSAM, do inglês *pilot symbol assisted modulation*) [91–93]. Nestes esquemas, um símbolo piloto é inserido periodicamente a cada K_d símbolos de informação. No receptor, o processamento dos sinais recebidos é dividido em basicamente três etapas: na primeira, os sinais recebidos passam por um filtro casado e, através de um processo de decimação, os sinais correspondentes aos símbolos-piloto são separados dos sinais correspondentes aos símbolos de informação; em seguida, é feita a estimação do canal utilizando apenas os símbolos-piloto; por fim, estas estimativas são interpoladas, produzindo estimativas do canal para todos os símbolos do bloco de dados.

Em relação aos sistemas com diversidade espacial de transmissão, nota-se que códigos espaço-temporais ortogonais por blocos só existem para alguns números específicos de antenas de transmissão [4, 5, 7]. Além disso, o emprego de OSTBC's necessita apenas de conhecimento do canal no receptor. Porém, quando existe um número de antenas de transmissão diferente dos quais é garantida a existência de

OSTBC's ou quando o transmissor possui conhecimento parcial do canal, outras técnicas de diversidade espacial podem ser utilizadas. Exemplos destas outras técnicas são encontrados em [94–96], onde são descritos os chamados códigos grupo-coerentes. Estes códigos são, na verdade, uma família de códigos não-ortogonais gerada a partir de OSTBC's e usada em sistemas com conhecimento parcial do canal no transmissor. Este conhecimento parcial do canal é suprido por meio de uma canal de realimentação que admite a transmissão de um número limitado de bits por intervalo de tempo. Portanto, dentro deste tópico, iremos propor estimadores de canal, baseados no filtro de Kalman, para sistema usando os códigos grupo-coerentes.

No Cap. 4, dissemos que o ruído de processo da equação de processo conjunta não é gaussiano, uma vez que alguns elementos do vetor de ruído são formados por símbolos de um alfabeto discreto. Neste caso, o emprego de um filtro de partículas [27, 63] parece ser mais adequado que o do filtro de Kalman estendido para realizar a estimação conjunta e recursiva dos coeficientes do canal e dos símbolos transmitidos. Desta forma, uma próxima etapa dentro desta linha consiste na aplicação de filtros de partículas ao problema de estimação conjunta do canal e dos sinais. Também pretende-se avaliar o desempenho de uma recente variante do filtro de Kalman, denominada *Cubature Kalman Filters* [97], para este problema de estimação conjunta.

Ainda em relação ao Cap. 4, verificamos que em alguns casos mais específicos do problema de separação cega de fontes, como quando os processos AR que modelam os sinais transmitidos têm pólos de mesmo sinal, o EKF parece não ter um desempenho tão bom. Portanto, um estudo mais aprofundado deve ser realizado para tentar entender o porquê desse comportamento.

Por fim, considerando o equalizador turbo semicego proposto no Cap. 5, estudos mais aprofundados serão realizados para avaliar a influência do tamanho do entrelaçador, bem como de outros parâmetros, no desempenho do receptor. Também será estudada a implementação de um suavizador de intervalo fixo [26, 27, 29] no lugar do suavizador de atraso fixo. Isto porque o suavizador de intervalo fixo realiza um processamento por blocos, calculando estimativas das variáveis de estados a partir dos sinais observados em todo o bloco. Uma das maneiras de se implementar um suavizador de intervalo fixo é usando dois filtros de Kalman: um progressivo, indo do início até o final do bloco, e outro regressivo, começando no final e indo até o início do bloco. Pelo fato das estimativas computadas pelo suavizador de intervalo fixo serem obtidas a partir de um número maior de observações que as estimativas do SAF, espera-se uma melhora na qualidade dos sinais estimados, ainda que ao custo de um aumento na complexidade computacional.

Bibliografia

[1] E. Telatar, “Capacity of Multi-Antenna Gaussian Channels,” *Europ. Trans. Telecommun.*, vol. 10, n°. 6, pags. 585–596, Nov. 1999.

[2] G. J. Foschini, “On Limits of Wireless Communications in a Fading Environment when Using Multiple Antennas,” *Wireless Personal Commun.*, vol. 6, pags. 311–335, Mar. 1998.

[3] D. Tse e P. Viswanath, *Fundamentals of Wireless Communication*. Cambridge University Press, 2004.

[4] T. M. Duman e A. Ghrayeb, *Coding for MIMO Communication Systems*. John Wiley and Sons, 2007.

[5] E. Larsson e P. Stoica, *Space-Time Block Coding for Wireless Communications*. Cambridge University Press, 2003.

[6] J. R. Barry, E. A. Lee, e D. G. Messerschmit, *Digital Communication*, 3ª ed. Springer, 2004.

[7] V. Tarokh, H. Jafarkhani, e A. R. Calderbank, “Space-Time Block Codes from Orthogonal Designs,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 45, n°. 5, pags. 1456–1467, Jul. 1999.

[8] B. M. Hochwald e S. ten Brink, "Achieving Near-Capacity on a Multiple-Antenna Channel," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, n°. 3, pags. 389–399, Mar. 2003.

[9] G. D. Golden, G. J. Foschini, R. A. Valenzuela, e P. W. Wolniansky, "Detection Algorithm and Initial Laboratory Results Using V-BLAST Space-Time Communication Architecture," *Electron. Lett.*, vol. 35, n°. 1, pags. 14–16, Jan. 1999.

[10] T. Abe, S. Tomisato, e T. Matsumoto, "A MIMO Turbo Equalizer for Frequency-Selective Channels with Unknown Interference," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 52, n°. 3, pags. 476–482, Mai. 2003.

[11] S. Roy e T. M. Duman, "Soft Input Soft Output Kalman Equalizer for MIMO Frequency Selective Fading Channels," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 6, n°. 2, pags. 506–514, Fev. 2007.

[12] M. Biguesh e A. B. Gershman, "Training-Based MIMO Channel Estimation: A Study of Estimators Tradeoffs and Optimal Training Signals," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 54, n°. 3, pags. 884–893, Mar. 2006.

[13] J. H. Kotecha e A. M. Sayeed, "Transmit Signal Design for Optimal Estimation of Correlated MIMO Channels," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 52, n°. 2, pags. 546–557, Fev. 2004.

[14] C. Komninakis, C. Fragouli, A. H. Sayed, e R. D. Wesel, "Multi-Input Multi-Output Fading Channel Tracking and Equalization Using Kalman Estimation," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 50, n°. 5, pags. 1065–1076, Mai. 2002.

[15] T. L. Marzetta, "BLAST Training: Estimating Channel Characteristics for High Capacity Space-Time Wireless," em *Proc. 37^{th} Allerton Conf. on Communications, Control, and Computing*, Set. 1999.

[16] M. D. Yacoub, *Wireless Technology: Protocols, Standards, and Techniques.* CRC Press, 2002.

[17] Z. Ding e L. Qiu, "Blind MIMO Channel Identification from Second Order Statistics Using Rank Deficient Channel Convolution Matrix," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 51, n°. 2, pags. 535–544, Fev. 2003.

[18] I. Bradaric, A. P. Petropulu, e K. I. Diamantaras, "Blind MIMO FIR Channel Identification Based on Second-Order Spectra Correlations," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 51, n°. 6, pags. 1668–1674, Jun. 2003.

[19] J. K. Tugnait, "On Linear Predictors for MIMO Channels and Related Blind Identification and Equalization," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 5, n°. 11, pags. 289–291, Nov. 1998.

[20] C. Gao, M. Zhao, S. Zhou, e Y. Yao, "Blind Channel Estimation Algorithm for MIMO-OFDM Systems," *Electron. Lett.*, vol. 39, n°. 19, pags. 1420–1422, Set. 2003.

[21] A. K. Jagannatham e B. D. Rao, "Whitening-Rotation-Based Semi-Blind MIMO Channel Estimation," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 54, n°. 3, pags. 861–869, Mar. 2006.

[22] R. J. Piechocki, A. R. Nix, J. P. McGeehan, e S. M. D. Armour, "Joint Blind and Semi-Blind Detection and Channel Estimation for Space-Time Trellis Coded Modulation Over Fast Faded Channels," *IEE Proc. Commun.*, vol. 150, n°. 6, pags. 419–426, Dez. 2003.

[23] A. Medles, D. T. M. Slock, e E. Carvalho, "Linear Prediction Based Semi-Blind Estimation of MIMO FIR Channels," em *Proc. 3^{rd} IEEE Workshop on Signal Process. Advances in Wireless Commun. – SPAWC'03*, Mar. 2001, pags. 58–61.

[24] C. Andrieu, R. J. Piechocki, J. P. McGeehan, e S. M. Armour, "Semi-Blind Identification of Wideband MIMO Channels via Stochastic Sampling," em *Proc. IEEE 2003 Veh. Tech. Conf. – VTC'03 Spring*, vol. 2, Abr. 2003, pags. 994–997.

[25] Z. Ding e Y. Li, *Blind Equalization and Identification*. Marcel Dekker, 2000.

[26] B. D. O. Anderson e J. B. Moore, *Optimal Filtering*. Prentice-Hall, 1979.

[27] D. Simon, *Optimal State Estimation - Kalman, H_∞, and Nonlinear Approaches*. John Wiley and Sons, 2006.

[28] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing - Estimation Theory*. Prentice Hall, 1998, vol. 1.

[29] T. Kailath, A. H. Sayed, e B. Hassibi, *Linear Estimation*. Prentice Hall, 2000.

[30] T. Kaiser, A. Bourdoux, H. Boche, J. R. Fonollosa, J. B. Andersen, e W. Utschick, Eds., *Smart Antennas – State of the Art*. Hindawi Publishing Corporation, 2005.

[31] H. Bölcskei, D. Gesbert, C. B. Papadias, e A. J. V. der Veen, *Space-Time Wireless Systems – From Array Processing to MIMO Communications*. Cambridge University Press, 2006.

[32] M. C. Jeruchim, P. Balaban, e K. S. Shanmugan, *Simulation of Communication Systems*, 2ª ed. Kluwer Academic, 2000.

[33] G. L. Stüber, *Principles of Mobile Communication*. Kluwer Academic Publishers, 2007.

[34] B. Vucetic e J. Yuan, *Space-Time Coding*. John Wiley and Sons, 2003.

[35] T. Starr, J. M. Cioffi, e P. J. Silverman, *Understanding Digital Subscriber Line Technology*. Prentice Hall, 1999.

[36] G. Ginis e J. M. Cioffi, “Vectored Transmission for Digital Subscriber Line Systems,” *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 20, n°. 5, pags. 1085–1104, Jun. 2002.

[37] R. Cendrillon, “Multi-User Signal and Spectra Co-ordination for Digital Subscriber Lines,” Tese de Doutorado, Katholieke Universiteit Leuven (Bélgica), Dez. 2004.

[38] G. Tauböck e W. Henkel, “MIMO Systems in the Subscriber-Line Network,” em *Proc. 5th Int. OFDM-Workshop*, Ago. 2000, pags. 18.1–18.3.

[39] D. Z. Filho, R. R. Lopes, R. Ferrari, M. B. Loiola, R. Suyama, G. C. C. P. Simões, e B. Dortschy, “Achievable Rates of DSL with Crosstalk Cancellation,” *Europ. Trans. Telecommun.*, vol. 20, pags. 81–86, Jan. 2009.

[40] T. Starr, M. Sorbara, J. M. Cioffi, e P. J. Silverman, *DSL Advances.* Prentice Hall, 2003.

[41] S. M. Alamouti, “A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communications,” *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 16, n°. 10, pags. 1451–1458, Out. 1998.

[42] L. Zheng e D. N. C. Tse, “Diversity and Multiplexing: A Fundamental Tradeoff in Multiple-Antenna Channels,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 49, n°. 5, Mai. 2003.

[43] L. H. Grokop e D. N. C. Tse, “Diversity and Multiplexing Tradeoff in ISI Channels,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 55, n°. 1, pags. 190–135, Jan. 2009.

[44] A. Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, 4ª ed. McGraw-Hill, 2002.

[45] G. H. Golub e C. F. V. Loan, *Matrix Computations*, 3ª ed. John Hopkins University Press, 1996.

[46] R. A. Horn e C. R. Johnson, *Topics in Matrix Analysis.* Cambridge University Press, 1991.

[47] K. E. Baddour e N. C. Beaulieu, "Autoregressive Modeling for Fading Channel Simulation," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 4, n°. 4, pags. 1650–1662, Jul. 2005.

[48] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 4ª ed. Prentice-Hall, 2002.

[49] E. Karami e M. Shiva, "Blind Multi-Input Multi-Output Channel Tracking Using Decision-Directed Maximum-Likelihood Estimation," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 56, n°. 3, pags. 1447–1454, Mai. 2007.

[50] B. Balakumar, S. Shahbazpanahi, e T. Kirubarajan, "Joint MIMO Channel Tracking and Symbol Decoding Using Kalman Filtering," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 55, n°. 12, pags. 5873–5879, Dez. 2007.

[51] X. Li e T. F. Wong, "Turbo Equalization with Nonlinear Kalman Filtering for Time-Varying Frequency-Selective Fading Channels," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 6, n°. 2, pags. 691–700, Fev. 2007.

[52] H. Gerlach, D. Dahlhaus, M. Pesce, e W. Xu, "Joint Kalman Channel Estimation and Equalization for the UMTS FDD Downlink," em *Proc. Veh. Technol. Conf. – VTC'03*, vol. 2, 2003, pags. 1263–1267.

[53] Z. Zhu e H. Leung, "Adaptive Blind Equalization for Chaotic Communication Systems Using Extended-Kalman Filter," *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 48, n°. 8, pags. 979–989, Ago. 2001.

[54] H. Mehrpouyan e S. D. Blostein, "ARMA Synthesis of Fading Channels," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 7, n°. 8, pags. 2846–2850, Ago. 2008.

[55] F. Tao e T. R. Field, "A State-Space Model for Flat Fading Channels with a Novel Method of Rational Function Filter Design," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 7, n°. 12, pags. 5316–5324, Dez. 2008.

[56] M. Herdin, G. Gritsch, B. Badic, e E. Bonek, “The Influence of Channel Models on Simulated MIMO Performance,” em *Proc. Veh. Technol. Conf. – VTC’04 Spring*, vol. 1, Mai. 2004, pags. 304–307.

[57] W. Weichselberger, M. Herdin, H. Özcelik, e E. Bonek, “A Stochastic MIMO Channel Model with Joint Correlation of Both Link Ends,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 5, n°. 1, pags. 90–100, Jan. 2006.

[58] K. Yu e B. Ottersten, “Models for MIMO Propagation Channels: A Review,” *Wireless Commun. Mobile Comput.*, vol. 2, pags. 273–291, Nov. 2002.

[59] F. R. Gantmacher, *The Theory of Matrices.* AMS Chelsea Publishing, 1959, vol. 1.

[60] M. Enescu, T. Roman, e V. Koivunen, “State-Space Approach to Spatially Correlated MIMO OFDM Channel Estimation,” *Signal Process.*, vol. 87, n°. 9, pags. 2272–2279, Set. 2007.

[61] E. Larsson, P. Stoica, e J. Li, “Orthogonal Space-Time Block Codes: Maximum Likelihood Detection for Unknown Channels and Unstructured Interferences,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 51, n°. 2, pags. 362–372, Fev. 2003.

[62] Z. Liu, X. Ma, e G. B. Giannakis, “Space-Time Coding and Kalman Filtering for Time-Selective Fading Channels,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, n°. 2, pags. 183–186, Fev. 2002.

[63] M. S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon, e T. Clapp, “A Tutorial on Particle Filters for Online Nonlinear/Non-Gaussian Bayesian Tracking,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 50, n°. 2, pags. 174–188, Fev. 2002.

[64] A. Jamoos, E. Grivel, W. Bobillet, e R. Guidorzi, “Errors-In-Variables-Based Approach for the Identification of AR Time-Varying Fading Channels,” *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 14, n°. 11, pags. 793–796, Nov. 2007.

[65] H. W. Sorenson e J. E. Sacks, “Recursive Fading Memory Filtering,” *Inf. Sciences*, vol. 3, n°. 2, pags. 101–200, Abr. 1971.

[66] R. J. Fitzgerald, “Divergence of the Kalman Filter,” *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. AC-16, n°. 6, pags. 736–747, Dez. 1971.

[67] K. J. Kim e R. A. Iltis, “Data Detection and Soft-Kalman Filter Based Semi-Blind Channel Estimation Algorithms for MIMO-OFDM Systems,” em *Proc. 2005 Int. Conf. Commun. – ICC'05*, vol. 4, Mai. 2005, pags. 2488–2492.

[68] ——, “Joint Detection and Channel Estimation Algorithms for QS-CDMA Signals Over Time-Varying Channels,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, n°. 5, pags. 845–855, Mai. 2002.

[69] D. Schafhuber, G. Matz, e F. Hlawatsch, “Kalman Tracking of Time-Varying Channels in Wireless MIMO-OFDM Systems,” em *Proc. 37^{th} Asilomar Conf. Signals, Systems, and Computers*, vol. 2, 2003, pags. 1261–1265.

[70] T. Roman, “Advanced Receiver Structures for Mobile MIMO Multicarrier Communication Systems,” Tese de Doutorado, Helsinki University of Technology (Finlândia), Espoo, Finlândia, Abr. 2006.

[71] A. Belouchrani, K. Abed-Meraim, J.-F. Cardoso, e E. Moulines, “A Blind Source Separation Technique Using Second-Order Statistics,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 45, n°. 2, pags. 434–444, Fev. 1997.

[72] J.-F. Cardoso, “Blind Beamforming for Non-Gaussian Signals,” *IEE Proc.*, vol. 140, pags. 362–370, 1993.

[73] A. Hyvärinen, J. Karhunen, e E. Oja, *Independent Component Analysis*. Wiley, 2001.

[74] S. Lin e D. J. Costello, *Error Control Coding*, 2ª ed. Prentice-Hall, 2004.

[75] C. Douillard, M. Jézéquel, C. Berrou, A. Picart, P. Didier, e A. Glavieux, "Iterative Correction of Intersymbol Interference: Turbo-Equalization," *Europ. Trans. Telecommun.*, vol. 6, n°. 5, pags. 507–511, Set. 1995.

[76] C. Berrou, A. Glavieux, e P. Thitimajshima, "Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo-Codes," em *Proc. IEEE Int. Conf. Commun. – ICC'93*, vol. 2/3, Genebra, Suíça, 1993, pags. 1064–1070.

[77] R. R. Lopes e J. R. Barry, "Soft-Output Decision-Feedback Equalization with a Priori Information," em *Proc. IEEE Global Telecommun. Conf. – GLOBE-COM'03*, vol. 3, Dez. 2003, pags. 1705–1709.

[78] A. Dejonghe e L. Vandendorpe, "Turbo-Equalization for Multilevel Modulation: an Efficient Low-Complexity Scheme," em *Proc. 2002 IEEE Int. Conf. Commun. – ICC'02*, vol. 3, Abr. 2002, pags. 1863–1867.

[79] C. Laot, A. Glavieux, e J. Labat, "Turbo Equalization: Adaptive Equalization and Channel Decoding Jointly Optimized," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 19, n°. 9, pags. 1744–1752, Set. 2001.

[80] M. Tüchler, R. Koetter, e A. C. Singer, "Turbo Equalization: Principles and New Results," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, n°. 5, pags. 754–766, Mai. 2002.

[81] A. M. Tonello, "Space-Time Bit-Interleaved Coded Modulation over Frequency Selective Fading Channels with Iterative Decoding," em *Proc. 2000 IEEE Global Telecommun. Conf. – GLOBECOM'00*, vol. 3, Nov./Dez. 2000, pags. 1616–1620.

[82] ——, "MIMO MAP Equalization and Turbo Decoding in Interleaved Space-Time Coded Systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, n°. 2, pags. 155–160, Fev. 2003.

[83] H. Lee e V. Gulati, "Iterative Equalization/Decoding of LDPC Code Transmitted over MIMO Fading ISI Channels," em *Proc. 13th IEEE Int. Symp. on*

Personal, Indoor and Mobile Radio Commun. - PIMRC'02, vol. 3, Set. 2002, pags. 1330–1336.

[84] L. R. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek, e J. Raviv, "Optimal Decoding of Linear Codes for Minimizing Symbol Error Rate," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 20, n°. 2, pags. 284–287, Mar. 1974.

[85] M. Sellathurai e S. Haykin, "Turbo-BLAST for Wireless Communications: Theory and Experiments," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 50, n°. 10, pags. 2538–2546, Out. 2002.

[86] R. Visoz, A. O. Berthet, e J. J. Boutros, "Reduced-Complexity Iterative Decoding and Channel Estimation for Space Time BICM over Frequency-Selective Wireless Channels," em *Proc. 13th IEEE Int. Symp. on Personal, Indoor and Mobile Radio Commun. - PIMRC'02*, Set. 2002.

[87] M. Lončar, R. R. Müller, J. Wehinger, C. F. Mecklenbräuker, e T. Abe, "Iterative Channel Estimation and Data Detection in Frequency-Selective Fading MIMO Channels," *Europ. Trans. Telecommun.*, vol. 15, n°. 5, pags. 459–470, Mai. 2004.

[88] S. Song, A. C. Singer, e K. M. Sung, "Soft Input Channel Estimation for Turbo Equalization," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 52, n°. 10, pags. 2885–2894, Out. 2004.

[89] Y. Sun, M. Yee, e M. Sandell, "Iterative Channel Estimation with MIMO MMSE-Turbo Equalization," em *Proc. IEEE 2003 Veh. Technol. Conf., VTC 2003 – Fall*, vol. 2, Out. 2003, pags. 1278–1282.

[90] A. Stefanov e T. M. Duman, "Turbo-Coded Modulation for Systems with Transmit and Receive Antenna Diversity over Block Fading Channels: System Model, Decoding Appraches, and Practical Considerations," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 19, n°. 5, pags. 958–968, Mai. 2001.

[91] J. K. Cavers, "An Analysis of Pilot Symbol Assisted Modulation for Rayleigh Fading Channels," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 40, n°. 4, pags. 686–693, Nov. 1991.

[92] L. Tong, B. M. Sadler, e M. Dong, "Pilot-Assisted Wireless Transmissions: General Model, Design Criteria, and Signal Processing," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 21, n°. 6, pags. 12–25, Nov. 2004.

[93] Y. Chen e N. C. Beaulieu, "Optimum Pilot Symbol Assisted Modulation," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 55, n°. 8, pags. 1536–1546, Ago. 2007.

[94] J. Akhtar e D. Gesbert, "Partial Feedback Based Orthogonal Block Coding," em *Proc. 2003 Veh. Technol. Conf. – VTC'03 Spring*, vol. 1, Abr. 2003, pags. 287–291.

[95] ——, "Extending Orthogonal Block Codes with Partial Feedback," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 3, n°. 6, pags. 1959–1962, Nov. 2004.

[96] R. Machado, R. Silva, e B. F. U. Filho, "Sobre os Códigos Grupo-Coerentes," em *Proc. XXII Simp. Bras. Telecom. – SBrT'05*, Set. 2005.

[97] I. Arasaratnam e S. Haykin, "Cubature Kalman Filters," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 54, n°. 6, Jun. 2009.