

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
DEPTO. DE MÁQUINAS, COMPONENTES E SISTEMAS INTELIGENTES

**CONTRIBUIÇÃO AO PROJETO, MODELAGEM,  
SIMULAÇÃO E CONTROLE DE MOTORES DE  
IMÃS PERMANENTES E COMUTAÇÃO ELETRÔNICA  
DE ELEVADA POTÊNCIA**

**Autor : CLOVIS GOLDEMBERG**

**Orientador : Prof. Dr. YARO BURIAN JR.**

**Tese de doutorado apresentada à Faculdade de  
Engenharia Elétrica da Universidade Estadual  
de Campinas, como parte dos requisitos  
exigidos para a obtenção do título de DOUTOR  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA.**

**CAMPINAS**

**ABRIL - 1995**

9812668

Este exemplar corresponde à redação final da tese  
defendida por Clovis Goldeberg  
Julgadora em 23 de maio de 1995  
Yaro Burian Jr.  
Orientador

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
BIBLIOTECA CENTRAL

*"Falta muito pra terminar?"  
cada uma à sua maneira  
Flora, Diana, Bernadette*

## **AGRADECIMENTOS**

### **Às seguintes instituições:**

COPESP - Coordenadoria de Projetos Especiais do Ministério da Marinha

EPUSP - Escola Politécnica da USP

FDTE - Fundação para o Desenvolvimento Técnico da Engenharia

IEE - Instituto de Eletrotécnica e Energia da USP

FINEP - Financiadora de Estudos e Projetos

FAPESP - Fundação para o Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo

CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

### **Às pessoas que trabalharam no projeto do motor de ímãs permanentes:**

Prof. Dr. Orlando Silvio Lobosco

Prof. Emérito Rubens Guedes Jordão

Eng<sup>o</sup>. Simão Copeliovitch

Eng<sup>o</sup>. Paolo La Rosa

Prof. Dr. Walter Kaiser

Eng<sup>o</sup>. Jorge Shimabokuro

**Ao amigo e orientador Prof. Dr. Yaro Burian Jr.**

## RESUMO

O projeto e construção de motores de imãs permanentes e comutação eletrônica de elevada potência têm sido objetos de vários estudos e já existem em operação vários protótipos dentre os quais alguns com potência da ordem de milhares de CV. Tal tipo de acionamento envolve um número maior de fases do que aquele utilizado em servomotores "Brushless DC" além de utilizar arranjos diferentes para a eletrônica de potência.

Este trabalho contribui para o aprimoramento das técnicas de projeto, modelamento, simulação e controle deste tipo de máquina. O modelo matemático desenvolvido incorpora os efeitos provocados pela gaiola amortecedora, avançando em relação aos modelos previamente existentes. As técnicas de projeto delineadas permitem calcular de maneira simples o desempenho de uma máquina a partir das suas dimensões básicas (no caso de um rotor magneticamente isotrópico). Os efeitos de reação do induzido são discutidos qualitativamente e quantitativamente. Detalha-se o controlador de corrente utilizado, comparando-o com outras alternativas técnicas existentes.

A parte experimental deste trabalho foi realizado em uma máquina de 100 CV. As técnicas de modelamento, projeto e simulação foram aplicadas ao estudo desta máquina, permitindo comprovações experimentais.

As contribuições apresentadas por este trabalho fornecem, em primeiro lugar, uma melhor compreensão deste tipo de máquina. Em segundo lugar, possibilitam o estudo de outras máquinas de imãs permanentes, eventualmente de potência superior.

## **ABSTRACT**

The design and construction of permanent magnet converter-fed electronically commutated machines of large power has been the subject of many studies and there are already some of these drives, with power of thousands of HP, in service. This kind of drive involves more phases than usually found in "Brushless DC Drives", and uses different configurations for the power electronic converters.

This work contributes to the development of the design, modeling, simulation and control of this kind of machine. The mathematical model includes the effects of the damper cage, improving previously existing models. The design technique enables the calculation, by simple means, of the machine behavior from its basic dimensions (in the case of a magnetically isotropic rotor). Armature reaction effects are discussed qualitatively and quantitatively. The current controller is examined, comparing it against other technical choices.

The experimental work was done in a machine of 100 HP. The modeling, design and simulation techniques were applied to the study of this machine, enabling comparisons.

The contributions presented by this work give, first of all, a better understanding of this kind of machine. Next, they turn possible the study of other permanent-magnet machines, eventually with larger power rating.

# SUMÁRIO

Agradecimentos	
Resumo	
Abstract	
<b>1. Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Histórico	1
1.2 Delineamento deste trabalho	3
<b>2. Descrição do acionamento</b>	<b>6</b>
2.1 Motor	6
2.2 Eletrônica de potência	8
2.3 Controle	8
<b>3. Princípio de funcionamento</b>	<b>10</b>
3.1 Convenções adotadas	10
3.2 Funcionamento no modo motor	11
3.3 Funcionamento no modo gerador	14
<b>4. Modelo matemático</b>	<b>15</b>
4.1 Equacionamento do motor de ímãs permanentes	15
4.2 Circuito equivalente	17
<b>5. Matriz indutância</b>	<b>19</b>
5.1 Matriz de indutâncias do motor de ímã permanente	19
5.2 Convenções adotadas	19
5.3 Indutâncias próprias do estator	19
5.4 Indutâncias mútuas do estator	20
5.4.1 Rotor isotrópico	20
5.4.2 Rotor anisotrópico	22
5.5 Indutâncias próprias do rotor	23
5.6 Indutâncias mútuas do rotor	23
5.7 Indutâncias mútuas entre estator e rotor	23
5.8 Dedução da expressão matemática que representa o acoplamento estator-rotor	26
5.9 Parâmetros necessários para a construção da matriz de indutâncias do motor	29
5.10 Matriz indutância do motor	30
5.11 Derivada da matriz indutância	30
<b>6. Medição dos parâmetros da máquina</b>	<b>31</b>
6.1 Medida da resistência do estator	31
6.2 Particularidades dos enrolamentos da máquina de ímãs permanentes	31
6.3 Procedimento utilizado nas medidas sem gaiola amortecedora	32
6.4 Resultados experimentais obtidos sem gaiola amortecedora	33
6.5 Interpretação dos resultados obtidos sem gaiola amortecedora	33
6.6 Procedimento utilizado na medida do acoplamento estator-rotor	34
6.7 Interpretação das medidas do acoplamento estator-rotor	35
6.8 Medida do acoplamento estator-rotor com a presença da gaiola	36
6.9 Estimativa do valor da resistência da gaiola amortecedora a partir das medidas do acoplamento estator-rotor obtidas com a presença da gaiola	37

6.10	Medidas das indutâncias mútuas entre as fases do estator, com a presença da gaiola .....	41
6.11	Interpretação qualitativa das medidas de indutância obtidas com gaiola .....	42
6.12	Interpretação quantitativa das medidas de indutância obtidas com gaiola .....	44
6.13	Análise da distorção existente nas mútuas $M_{13}$ e $M_{15}$ da matriz indutância .....	47
6.13.1	Interpretação da distorção nas mútuas $M_{13}$ e $M_{15}$ como resultado da defasagem entre tensão e corrente na gaiola .....	47
6.13.2	Interpretação da distorção nas mútuas $M_{13}$ e $M_{15}$ como resultado do acoplamento parcial com o fluxo de dispersão do estator .....	48
6.14	Resumo dos resultados obtidos .....	49
<b>7.</b>	<b>Determinação das características da máquina a partir das dimensões físicas .....</b>	<b>50</b>
7.1	Introdução .....	50
7.2	Dados construtivos básicos do motor .....	50
7.3	Determinação do entreferro .....	52
7.4	Determinação da indutância de magnetização .....	54
7.4.1	Procedimento de cálculo .....	54
7.4.2	Exemplo numérico .....	54
7.5	Determinação da indutância de dispersão .....	55
7.5.1	Dispersão de ranhura .....	55
7.5.2	Dispersão de dente de ranhura .....	56
7.5.3	Dispersão de cabeça de bobina .....	56
7.5.4	Dispersão total .....	57
7.5.5	Exemplo numérico .....	57
7.6	Determinação do parâmetro $L_s$ da matriz indutância .....	58
7.7	Determinação do parâmetro $M_s$ da matriz indutância .....	58
7.8	Determinação do parâmetro $M_D$ da matriz indutância .....	59
7.9	Valores numéricos para $L_s$ $M_s$ $M_D$ .....	59
7.10	Comparação entre os valores experimentais e teóricos de indutância .....	59
7.11	Cálculo da tensão nominal do motor .....	60
7.11.1	Procedimento de cálculo .....	60
7.11.2	Exemplo numérico .....	60
7.12	Cálculo da potência nominal do motor .....	62
7.12.1	Exemplo numérico .....	62
7.13	Cálculo do nível de reação de armadura .....	62
7.13.1	Estimativa do nível da reação de armadura através da FMM .....	62
7.13.2	Exemplo numérico .....	64
7.14	Otimização da espessura do imã permanente .....	64
7.15	Cálculo dos parâmetros fundamentais do conversor eletrônico .....	67
7.15.1	Estimativa da tensão do "link DC" .....	67
7.15.2	Estimativa do "duty-cycle" do inversor .....	67
7.15.3	Estimativa da corrente do "link DC" do inversor .....	67
7.15.4	Estimativa da frequência de chaveamento do inversor .....	68
7.15.5	Exemplo numérico .....	69
<b>8.</b>	<b>Reação do induzido .....</b>	<b>70</b>
8.1	Introdução .....	70
8.2	Resultados experimentais .....	73
8.3	Comentários sobre os trabalhos de OLIVEIRA [43,44,46] .....	78

<b>9. Programa de simulação</b>	<b>80</b>
9.1 Introdução	80
9.2 Equação básica do programa de simulação e técnicas de resolução	80
9.2.1 Resolução rigorosa	80
9.2.2 Resolução simplificada	81
9.2.3 Resolução evitando inversão matricial	81
9.3 Programas de simulação	82
9.4 Técnicas adotadas em trabalhos anteriores de outros autores	82
9.5 Equações adicionais	83
<b>10. Resultados experimentais e simulados no modo gerador</b>	<b>84</b>
10.1 Tensão em vazio	84
10.2 Condições de medida com o gerador em carga	85
10.3 Tensão e corrente em carga: resultados experimentais e simulados	85
10.4 Potência elétrica	88
10.5 Tensão terminal	88
10.6 Componentes da tensão terminal	89
10.7 Visualização das componentes DQ da corrente do estator	91
10.8 O papel da gaiola amortecedora	94
10.9 Tensão sobre a bobina exploratória do rotor	96
10.10 Simulações obtidas eliminando-se a gaiola amortecedora	97
<b>11. Controlador de corrente</b>	<b>100</b>
11.1 Introdução	100
11.2 Modelo simplificado por fase	100
11.3 Modos de funcionamento do inversor	100
11.4 Técnicas de revezamento	101
11.5 Alternativas para o controlador de corrente	103
11.5.1 PWM "síncrono" versus PWM "assíncrono"	104
11.5.2 Controle "proporcional-integral" ou "proporcional+feedforward"	106
11.5.3 Limitação do "duty-cycle" máximo	107
11.5.4 Controlador de histerese - Funcionamento básico	107
11.5.5 Problemas de um controlador de histerese	108
11.5.5.1 Limitação da frequência de chaveamento	109
11.5.5.2 Condução descontínua de corrente	110
11.6 Descrição do controlador de corrente implementado	112
11.7 Resultados experimentais	113
<b>12. Resultados experimentais e simulados no modo motor</b>	<b>116</b>
<b>13. Otimização</b>	<b>133</b>
13.1 Otimização da espessura dos ímãs e do entreferro	133
13.2 Otimização da forma da referência de corrente	138
<b>14. Conclusões</b>	<b>141</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>142</b>

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 Histórico

O uso de ímãs permanentes em máquinas elétricas é antigo e tem acompanhado a contínua evolução dos materiais magnéticos. No início da década de 50, chegaram a ser produzidas máquinas síncronas de até 75 kVA [4,48,54] utilizando Alnico.

Também é antiga a idéia de comutação eletrônica [59]. Em 1917 Bolliger propôs um motor DC de comutação eletrônica enquanto que em 1931 Kern propôs o "thyatron-commutator machine" para aplicações de tração, que chegou a ser testado pela Brown Boveri. Por sua vez, o "thyatron motor" utilizado pela General Electric em 1934 para alimentar uma máquina síncrona foi o precursor do cicloconversor e do LCI - "Load Commutated Inverter" [42]. Nesta última aplicação ficou clara a confluência entre várias disciplinas técnicas: máquinas elétricas, eletrônica de potência, eletrônica de controle, técnicas de controle.

A disponibilidade de ímãs de alta densidade de energia e de chaves semicondutoras de alto desempenho viabilizou o uso generalizado de motores de ímãs permanentes.

Em 1976, os avanços da Siemens usando ferrites (com técnicas de concentração de fluxo) foram descritos de forma detalhada [57]. Destacamos algumas informações referentes aos motores da família Siemosyn (cuja denominação usual na literatura internacional é "Brushless AC"):

- já haviam sido fornecidos cerca de 100.000 motores;
- motores compactos (um motor de 2.5 kW de ímãs permanentes no mesmo volume de um motor de indução trifásico de 1.1 kW) e eficientes (84%);
- motores de alta velocidade (18000 RPM);

Com relação aos motores da família Simotron (cuja denominação usual na literatura internacional é "Brushless DC"):

- disponibilidade de potências de até 30 kW;
- 60% do peso de um motor de indução de potência 30 kW; 25% do peso de um motor DC de 25.5 kW;
- ganhos consideráveis no volume, tanto em relação aos motores de indução como em relação aos motores DC equivalentes;
- grau de proteção IP44;
- robustez e requisitos mínimos de manutenção;
- dispensa o uso de ventilação externa independente.

Esta visão promissora do futuro dos motores "Brushless DC" é compartilhada por artigos publicados em revistas norte-americanas [2,3] perto de 1990. No primeiro, uma avaliação do mercado norte americano relatava o consumo de 5.6 milhões de motores "Brushless DC" em 1986, com uma previsão de 26.5 milhões de unidades para 1991. No segundo, anuncia a disponibilidade de motores "Brushless DC" de até 300 HP, de fornecimento da Powertec. Tais acionamentos são comercializados no Brasil, através de acordo técnico-comercial, pela Varimot [55].

Apesar de ser possível fabricar motores de imãs permanentes de elevada potência, a grande maioria é de pequena potência. Na visão exposta por MILLER [39] em 1989:

*"...quanto menor o motor, mais sentido faz o uso de imãs permanentes para a excitação. Não existe um 'ponto de ruptura' abaixo do qual os motores de imãs permanentes superam a performance dos motores de indução, mas este se situa entre 1 a 10 kW. Acima deste faixa o desempenho do motor de indução melhora, enquanto que o custo dos imãs atua contra o motor de imãs permanentes. Abaixo deste ponto, o motor de imãs permanentes tem uma melhor eficiência, melhor relação torque/corrente e melhor fator de potência. Além disso, o enrolamento de potência está no estator onde o calor dissipado pode ser removido facilmente, enquanto que as perdas no rotor são extremamente pequenas. Todos estes fatores se combinam para manter a relação torque/inércia alta em pequenos motores de imãs permanentes."*

Existe um enorme número de artigos técnicos [5,9,15,22] e livros [29,39] referentes aos motores "Brushless DC".

O amplo mercado existente para este tipo de motor motivou algumas empresas de semicondutores a fabricarem circuitos integrados dedicados para este tipo de motor, simplificando e reduzindo o custo do controle:

- |                          |  |
|--------------------------|--|
| • Motorola               | MC33034 Brushless DC Motor Controller      |
| • Philips/Signetics      | NE5570 Brushless DC Motor Controller       |
| • Unitrode               | UC3625 Brushless DC Motor Controller       |
| • Hewlett Packard        | HCTL1000 General Purpose Motion Control IC |
| • National Semiconductor | LM621 Brushless Motor Commutator           |
| • Philips/Signetics      | TDA5140 Brushless DC Motor Controller      |
| • Micro Linear           | ML4410 Sensorless Spindle Motor Controller |

Os dois últimos circuitos listados dispensam o uso de sensores de posição no rotor, sendo capazes de detectá-la através da FCEM.

O uso de motores de imãs permanentes nas aplicações de potência mais elevada, ou mesmo a busca de uma melhor performance tem motivado algumas configurações alternativas, dentre as quais:

- KRÜGER [30], com um arranjo de 7 fases para motor de 10 kW;
- WEH et al. [58], usando também um arranjo de 7 fases;
- McLEER et al. [35], usando um arranjo de 5 fases, para motor de 10 kW.

No final da década de 80, o uso de imãs permanentes em motores com comutação eletrônica também passou a ser considerado para acionamentos de propulsão naval, exigindo configurações especiais para o motor, eletrônica de potência e controle, pois as potências envolvidas podem atingir vários MW. Esta não era a única alternativa frente às soluções mecânicas tradicionais [34]:

- propulsão com motores diesel lentos, diretamente acoplados aos eixos de propulsão e utilizando hélices com pás orientáveis;
- propulsão mecânica com motores diesel semi-rápidos, redutores e hélices de passo variável;

Algumas das alternativas elétricas que surgiram na década de 80 e as empresas proponentes foram:

- motores DC de grande potência, Siemens [26,51];
- motores síncronos alimentados por cicloconversores [20], CGEE-Alsthom [34], General Electric [53];
- motores síncronos alimentados por LCI-"Load commutated inverters" [20], CGEE-Alsthom [34];
- motores utilizando ímãs permanentes - Siemens [14,41,51], Jeumont-Schneider [36,37], ABB (relatado em 46)), KEC (USA) [8,53];

A discussão sobre o tipo de acionamento a ser utilizado em uma dada aplicação é sempre multidisciplinar, não existindo solução universal. O caso da propulsão elétrica naval envolve de forma particular os aspectos: peso, volume, eficiência, confiabilidade e naturalmente, custo. Os caminhos adotados pelas diversas empresas refletem evidentemente ponderações peculiares dadas a cada um dos aspectos mencionados. Mesmo quando as empresas optam pelo uso de ímãs permanentes, as soluções adotadas para o motor, eletrônica de potência e controle diferem enormemente.

As iniciativas da Siemens, Jeumont-Schneider e ABB tiveram repercussão no Brasil. No início da década de 90, por iniciativa da COPESP-Coordenação de Projetos Especiais do Ministério da Marinha, foram iniciados dois projetos de pesquisa voltados ao estudo de motores utilizando ímãs permanentes para uso em propulsão naval, resultando a construção de duas máquinas-protótipo de 100 CV.

Um dos projetos de pesquisa foi realizado no âmbito da própria COPESP e produziu um conjunto de trabalhos [43,44,45,46,47] que descreve as características, desempenho e resultados alcançados.

O outro projeto de pesquisa, do qual tive a oportunidade de participar, foi realizado por um grupo de professores da Escola Politécnica da USP, através de convênio entre a COPESP e a FDTE - Fundação para o Desenvolvimento Técnico da Engenharia. Os testes deste segundo protótipo foram realizados no Instituto de Eletrotécnica e Energia da USP. O conjunto de trabalhos publicados retrata [7,16,17,18,19,23,24,33] os resultados alcançados.

## 1.2 Delineamento deste trabalho

Esta tese de doutorado também é um resultado indireto do trabalho de pesquisa realizado pelo grupo de professores da Escola Politécnica da USP, salientando-se que as opiniões aqui expressas são de minha única responsabilidade.

Os Capítulos 2 e 3 descrevem o acionamento e seu princípio de funcionamento, reproduzindo em grande medida alguns dos trabalhos anteriores [17,18,24].

Os Capítulos 4 e 5 tratam do modelo matemático e da matriz indutância do motor, tomando como ponto de partida o trabalho de JORDÃO [23]. A idéia de que uma máquina elétrica seja representada por uma equação diferencial matricial é quase universal. Entretanto, nesta tese incorporamos o efeito da gaiola amortecedora. Isto não havia sido feito anteriormente, nem sequer nos trabalhos de FÜRSICH [14] e OLIVEIRA [46], que tratam de motores similares nos quais existe uma gaiola amortecedora. Isto faz com que a matriz indutância tenha dimensão  $8 \times 8$ , enquanto que nos trabalhos mencionados fosse tratada como matriz  $6 \times 6$ . Existem algumas alterações em relação aos trabalhos [23,24] que simplificam a notação. Discute-se de forma detalhada cada um dos termos da matriz indutância, em particular a indutância mútua entre as várias fases do estator e a gaiola. Este acoplamento não pode reproduzir de forma simples o que se faz tradicionalmente no caso de máquinas síncronas (KRAUSE [28]), uma vez que a distribuição espacial de fluxo não é senoidal. A incorporação da gaiola amortecedora na modelagem matemática é fundamental para o estudo da comutação eletrônica e dos transitórios. Apesar de muitos motores convencionais do tipo "Brushless DC" também possuírem gaiolas, apenas HIJAZI e DEMERDASH [21] incorporam esta na modelagem, discutindo as vantagens do seu uso.

O Capítulo 6 trata das medidas dos parâmetros da máquina, concentrando-se na determinação dos parâmetros da matriz indutância. Mostramos que a pulsação das indutâncias observada experimentalmente é introduzida pela gaiola amortecedora e validamos o equacionamento da matriz indutância proposto no Capítulo 5. A distorção observada nos termos  $M_{13}$  e  $M_{15}$  da matriz indutância tinha sido interpretada previamente por LOBOSCO e JORDÃO [33]. Além de detalhar a linha de raciocínio destes autores, apresentamos uma interpretação distinta para este efeito, baseando-se unicamente no equacionamento do Capítulo 5 e capaz de uma verificação quantitativa.

O Capítulo 7 mostra que é possível determinar as características da máquina a partir das suas dimensões físicas. O procedimento de projeto não reproduz integralmente o trabalho original de JORDÃO e LOBOSCO [25]. As principais diferenças existentes são:

- determinação da tensão nominal do motor, que é afetada pela inclinação das ranhuras do estator;
- determinação dos termos da matriz indutância ( $L_s$ ,  $M_s$ ,  $M_D$ ) a partir dos cálculos da indutância de magnetização e dispersão. Em particular, mostramos que uma parte do fluxo de dispersão de cabeça de bobina contribui para o acoplamento entre as diferentes fases do estator;
- a estimativa do nível de reação de armadura.

Outra contribuição do Capítulo 7 é uma discussão sobre o efeito da espessura dos ímãs sobre as características da máquina.

O Capítulo 8 discute a reação do induzido. Este tema foi tratado no caso do motor de ímãs permanentes com rotor anisotrópico [58], sendo fenômeno conhecido no caso de

geradores síncronos de ímãs permanentes [48] e motores de corrente contínua com ímãs permanentes [6]. Neste capítulo são mostrados resultados experimentais da máquina operando como gerador alimentando carga resistiva, nos quais a reação do induzido é significativa. Discute-se qualitativamente os mecanismos de atuação da reação do induzido e apresentamos resultados quantitativos que confirmam o nível de reação de armadura previsto no Capítulo 7.

O Capítulo 9 apresenta o programa de simulação, descrevendo as possíveis técnicas de resolução do sistema de equações diferenciais estabelecido no Capítulo 4. Ao incorporar os efeitos da gaiola amortecedora torna-se mandatória resolução rigorosa deste sistema de equações diferenciais, invertendo a matriz indutância a cada passo de integração, aumentando a carga computacional. Esta técnica difere daquela apresentada em trabalho anterior [16] deste autor.

O Capítulo 10 aplica o programa de simulação para a análise da máquina funcionando como gerador (com e sem gaiola amortecedora). São apresentados diversos resultados experimentais para comprovar a adequação do modelo matemático. A validação do modelo matemático e do programa de simulação com a máquina operando como gerador fica simplificada. Ao se tentar tal comprovação quando a máquina opera como motor somos forçados a levar em conta o funcionamento dos conversores, que muitas vezes ofuscam o funcionamento básico da máquina.

O Capítulo 11 discute o controlador de corrente. O texto apresentado é uma extensão das idéias apresentadas pelo autor em [19], justificando a adoção de um controlador de histerese como opção básica e as modificações em relação a um controlador de histerese "puro".

No Capítulo 12 simulamos o funcionamento do sistema motor. O funcionamento do controlador de corrente pode ser verificado tanto teórica como experimentalmente. Discute-se a influência da gaiola amortecedora e da reação do induzido.

O Capítulo 13 apresenta de forma simplificada algumas das alternativas de otimização existentes sem a menor pretensão de esgotar o assunto. São mencionadas a otimização da espessura dos ímãs e a alteração da forma da referência de corrente.

Repetindo o que já era válido em 1934 [42] podemos dizer: "ficou clara a confluência entre várias disciplinas técnicas: máquinas elétricas, eletrônica de potência, eletrônica de controle, técnicas de controle". Na realidade, a multidisciplinariedade aumentou envolvendo uma sofisticação no arsenal das técnicas de controle. O uso de microprocessadores para o controle de máquinas elétricas e a implementação das técnicas de controle através do software dão uma enorme flexibilidade, antes inexistente. A sofisticação também é notável nas técnicas de projeto: as ferramentas de simulação matemática [10,52] e de projeto de máquinas elétricas [11,12] são elementos insubstituíveis que permitem antever de forma precisa o funcionamento de uma máquina, antes da sua construção.

Esperamos que esta tese tenha, conforme declara seu título, contribuído para o desenvolvimento e a compreensão das máquinas de ímãs permanentes de elevada potência.

## 2. DESCRIÇÃO DO ACIONAMENTO

Esta descrição repete de forma abreviada os trabalhos [17,24].

### 2.1 Motor

O motor foi construído em uma carcaça 315 convencional e possui 8 pólos. Sua velocidade nominal é de 900 RPM e a frequência nominal é 60 Hz. O enrolamento de armadura possui dois circuitos que podem ser conectados em paralelo ou série. O uso da ligação série permite otimizar o funcionamento do acionamento em velocidades abaixo de aproximadamente 50% da rotação nominal. Tal técnica foi utilizada nos acionamentos propostos pela Siemens [14.41] e também por DEMERDASH [8].

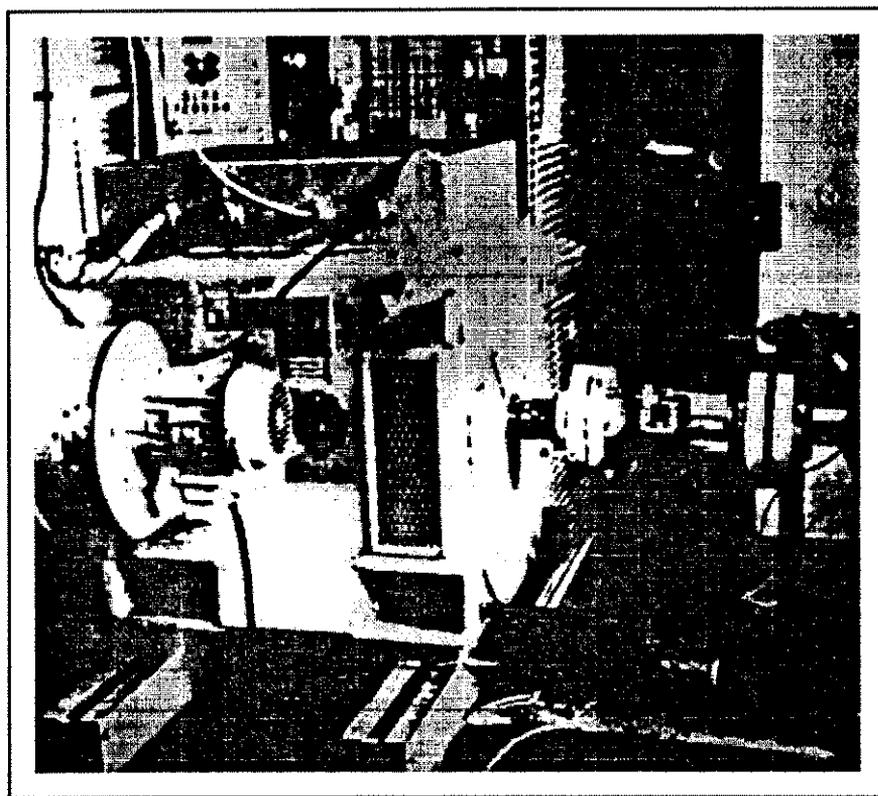


Fig. 2.1 Fotografia do motor de ímãs permanentes construído.

O enrolamento é de dupla camada com uma bobina por pólo por fase. Existem dois conjuntos independentes de 6 fases, deslocadas de  $30^\circ$ . As ranhuras estão inclinadas de um passo de ranhura. Optou-se por inclinar as ranhuras do estator ao invés do rotor simplificando assim a construção do rotor. Para evitar o efeito pelicular, as bobinas do estator são pré-formadas com transposição dos condutores.

Para observar a distribuição de fluxo em diferentes condições de operação foram inseridas várias bobinas exploratórias no estator. Também foram colocadas bobinas exploratórias no rotor, cujo acesso é feito através de um arranjo de anéis e escovas.

O rotor é um pacote de ferro-silício laminado formando aproximadamente um cilindro, cuja superfície é facetada, sobre o qual um grande número de pequenos ( $6 \times 6 \times 22$  mm) ímãs de samário cobalto são colados. Para reforçar o conjunto, uma fita de fibra de

vidro foi enrolada sobre os imãs. Após a impregnação e cura, isto garantiu uma boa proteção mecânica para os imãs. Estes foram colocados de modo a produzir uma distribuição de fluxo retangular ao longo do entreferro, configuração que produz o máximo torque.

Uma gaiola amortecedora foi construída no rotor, com a possibilidade de ser aberta, de modo a permitir o estudo da performance do motor com e sem gaiola. Esta gaiola possui apenas uma barra entre os pólos.

O resfriamento do motor é feito por um sistema de ventilação independente sobredimensionado, permitindo que testes sejam feitos em condições de sobrecarga. Existem sensores de temperatura que permitem monitorar todas as fases do estator.

O diagrama esquemático do acionamento está apresentado na Fig. 2.2.

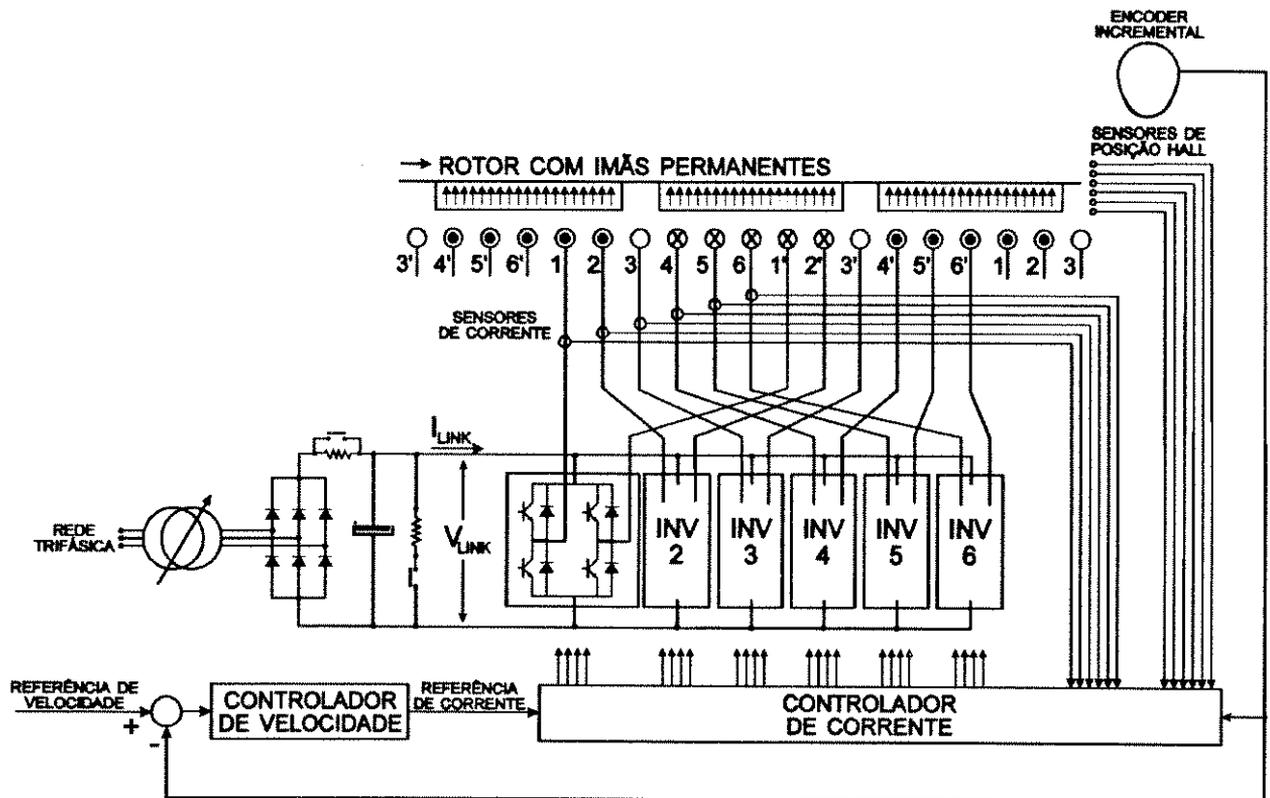


Fig. 2.2 Diagrama de blocos do acionamento com motor de ímãs permanentes e comutação eletrônica.

Existe um disco metálico solidário com o rotor que atravessa 6 sensores (baseados em efeito Hall) fixados no estator, permitindo uma resolução de  $30^\circ$  magnéticos na determinação da posição do rotor. A comutação pode ser alterada mecanicamente, ajustando a posição deste disco. Entretanto, tal alteração só pode ser feita com a máquina em repouso.

Também existe um encoder incremental cuja função é dupla. Em primeiro lugar, para produzir o sinal de realimentação para a malha de velocidade; em segundo lugar, o uso deste encoder associado aos sensores magnéticos, possibilita uma resolução  $0.25^\circ$  na medida da posição do rotor. O uso deste arranjo permite que a comutação seja alterada eletronicamente, com a máquina em operação.

## 2.2 Eletrônica de potência

Existem 6 inversores idênticos alimentando cada uma das fases do motor, conectados ao mesmo barramento de tensão contínua, cuja tensão pode ser ajustada. Estes inversores estão na configuração "full-bridge" e utilizam transistores bipolares.

Cada transistor possui um circuito de comando que controla a corrente de base do mesmo e implementa as funções básicas de proteção. Em particular existe uma dupla proteção contra sobrecorrentes que é feita através da detecção da tensão coletor-emissor  $V_{CE}$  e através da medida da tensão sobre um pequeno resistor ligado em série com emissor. Assim, cada chave semicondutora atua como uma unidade auto-protegida que se inibe em condições de falha e sinaliza esta condição para o controle principal. Tanto o sinal de comando como o sinal de "status" dos transistores estão ligados ao controle principal do acionamento através de acopladores óticos, isolando eletricamente os módulos de potência.

O controle principal do acionamento monitora continuamente de forma individual cada um dos módulos de potência. Quando um dos transistores sinaliza uma condição de falha o controle principal do acionamento automaticamente desliga os outros transistores da fase correspondente. Todas as falhas são memorizadas e indicadas para o operador, discriminando a primeira falha ocorrida.

Para permitir a operação do sistema nos quatro quadrantes torque  $\times$  velocidade existe um resistor de frenagem dinâmica que é conectado ao "link DC", através de contadores, para dissipar a energia cinética do rotor.

## 2.3 Controle

O controle do acionamento é feito usando os seguintes cartões eletrônicos:

- cartão da CPU contendo um NEC-V40 (equivalente a uma CPU INTEL 286) com clock de 12 MHz;
- cartão de controle de corrente;
- cartão de entrada/saída digital;
- cartão sensor de velocidade e posição;
- cartão de monitoramento de variáveis, que não exerce função direta no controle.

Este conjunto de cartões realiza todas as tarefas de controle, sequenciamento, proteção, diagnóstico do acionamento. A forma encontrada para dar flexibilidade ao projeto foi fazer com que a CPU assumisse o máximo de funções de controle, bastando reescrever o software que foi escrito em linguagem "C" (excetuando-se alguns pequenos trechos de código escritos em "ASSEMBLER").

A Fig. 2.2 mostra o controle do acionamento, que é feito usando um arranjo em cascata, no qual uma malha de corrente se subordina a uma malha de velocidade [29].

A malha de velocidade é totalmente microprocessada e usa um algoritmo convencional do tipo proporcional-integral [1,29], executado a cada 20 ms. Alguns cuidados especiais foram tomados no projeto do algoritmo de "anti-windup". Dentre as várias técnicas

testadas, o método do "back-calculation" foi adotado [11], com bons resultados. De acordo com esta técnica, o erro de velocidade é limitado entre valores máximo/mínimo que são recalculados a cada nova amostragem, mantendo o sinal da referência de corrente dentro dos limites permitidos.

A corrente em cada fase do motor é controlada individualmente por um controlador dedicado que tenta impor às fases do estator correntes com um perfil retangular. Os intervalos de condução podem ser ajustados usando apenas as informações dos sensores de posição Hall (cuja resolução é limitada em 30° magnéticos) ou usando as informações do encoder incremental (melhorando a resolução para 0,25° magnéticos). A realimentação de corrente é dada por sensores de corrente baseados no efeito Hall.

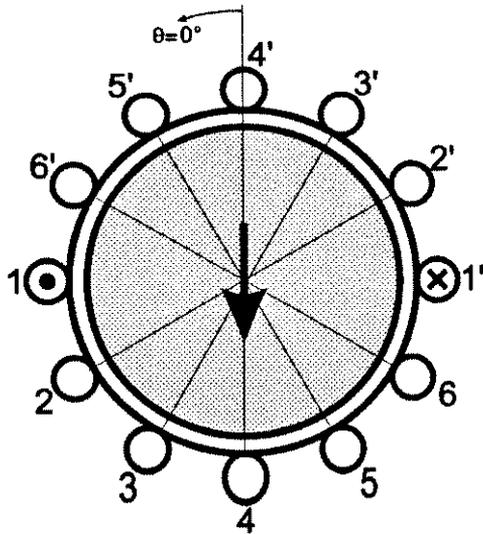
O papel do microprocessador no controlador de corrente é essencialmente supervisor, monitorando e programando os vários modos de comutação eletrônica. Alguns dos sinais do microprocessador que afetam o funcionamento do controlador de corrente são:

- indicação de conexão série ou paralelo dos enrolamentos do motor;
- indicação do modo de funcionamento da máquina (motor/gerador);
- sentido de rotação da máquina (motor/gerador);
- limite de corrente para cada modo de operação;
- habilitação individual/coletiva das fases do motor;
- habilitação do funcionamento do controlador de "corrente descontínua".

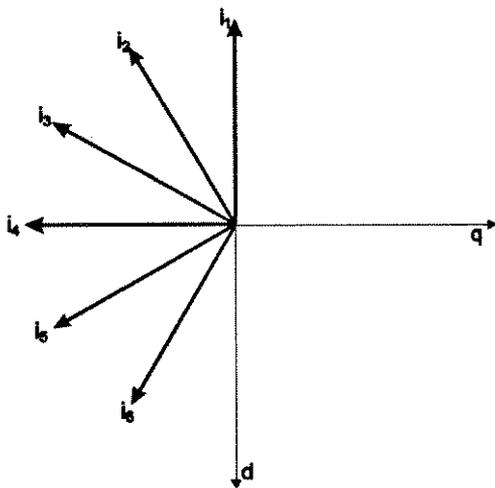
O cartão da CPU se comunica através de um canal serial com um microcomputador do tipo IBM-PC. Neste microcomputador são realizadas as funções de interface homem-máquina permitindo tanto o comando do acionamento como a visualização da sua condição de funcionamento. Este microcomputador pode atuar como "osciloscópio virtual" para algumas variáveis do acionamento, registrando dados para análise posterior.

### 3. PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO

#### 3.1 Convenções adotadas



**Fig. 3.1** Diagrama esquemático do motor, com a identificação da posição de origem, sentido de rotação e polaridade dos enrolamentos do estator.

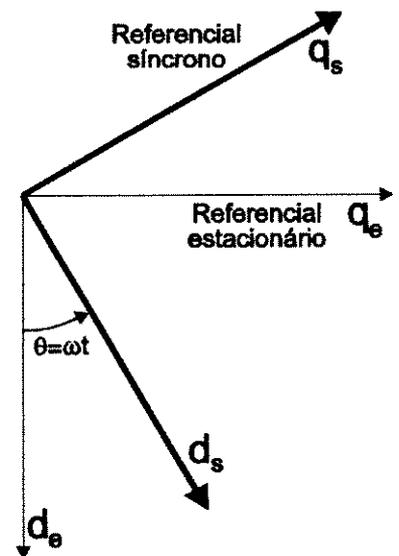


**Fig. 3.2** Convenção referente à direção das forças magnetomotrizes do estator, em relação aos eixos DQ do referencial estacionário, quando todas as correntes do estator são positivas.

O diagrama básico do motor está indicado na Fig. 3.1, onde podemos identificar a posição de origem do rotor  $\theta$  e o sentido positivo de rotação. Além disso, temos na mesma figura a convenção de polaridade dos enrolamentos, segundo a qual corrente através do terminal 1 no sentido indicado corresponde a uma corrente positiva.

Aplicando a convenção estabelecida obtemos o diagrama da Fig. 3.2, onde estão indicados as forças magnetomotrizes de todos os enrolamentos do estator quando se considera corrente positiva fluindo em cada um deles. Além disso indicamos a posição dos eixos DQ do referencial estacionário. Em algumas das figuras utilizaremos uma representação do tipo "polos salientes", buscando uma maior clareza nos diagramas, apesar do rotor do protótipo ser de "polos lisos".

Podemos definir também os eixos DQ do referencial síncrono na forma indicada pela Fig. 3.3. Assim no instante  $\omega t = 0^\circ$ , os referenciais estacionário e síncrono coincidem.



**Fig. 3.3** Eixos DQ nos referenciais estacionário e síncrono.

### 3.2 Funcionamento no modo motor

Se o rotor estiver girando no sentido positivo, aparecem nos enrolamentos do estator (em vazio) um conjunto de tensões na forma indicada pela Fig. 3.4.

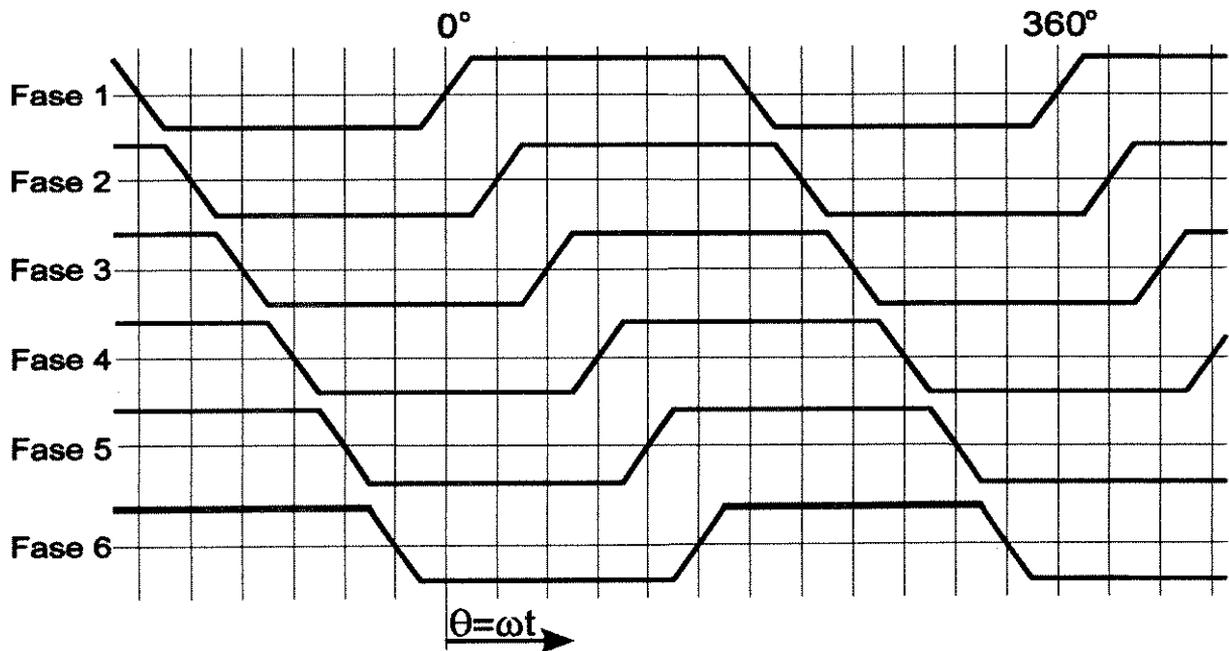


Fig. 3.4 Diagrama esquemático das tensões da máquina girando em vazio.

A Fig. 3.5 mostra as correntes no estator no instante  $\omega t = 0^\circ$ . A máquina atuando como motor. Percebe-se que a corrente na fase 1 é nula e negativa nos enrolamentos restantes. Em outras palavras, a fase 1 está no seu período de comutação. Observa-se também nesta figura que se a corrente  $I_1$  não fosse nula neste instante, sua contribuição para a produção de torque seria pequena, degradando a eficiência do acionamento.

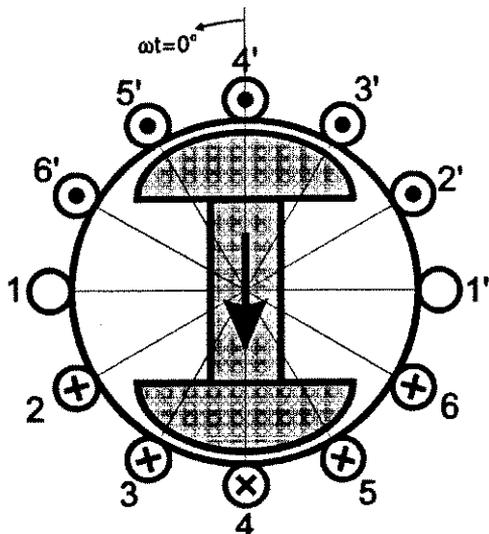


Fig. 3.5 Diagrama esquemático do acionamento operando como motor na posição  $\omega t = 0^\circ$ . Temos corrente nula no enrolamento 1 e correntes negativas nos enrolamentos 2,3,4,5,6.

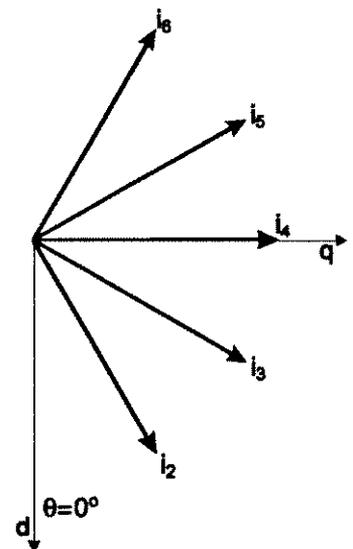
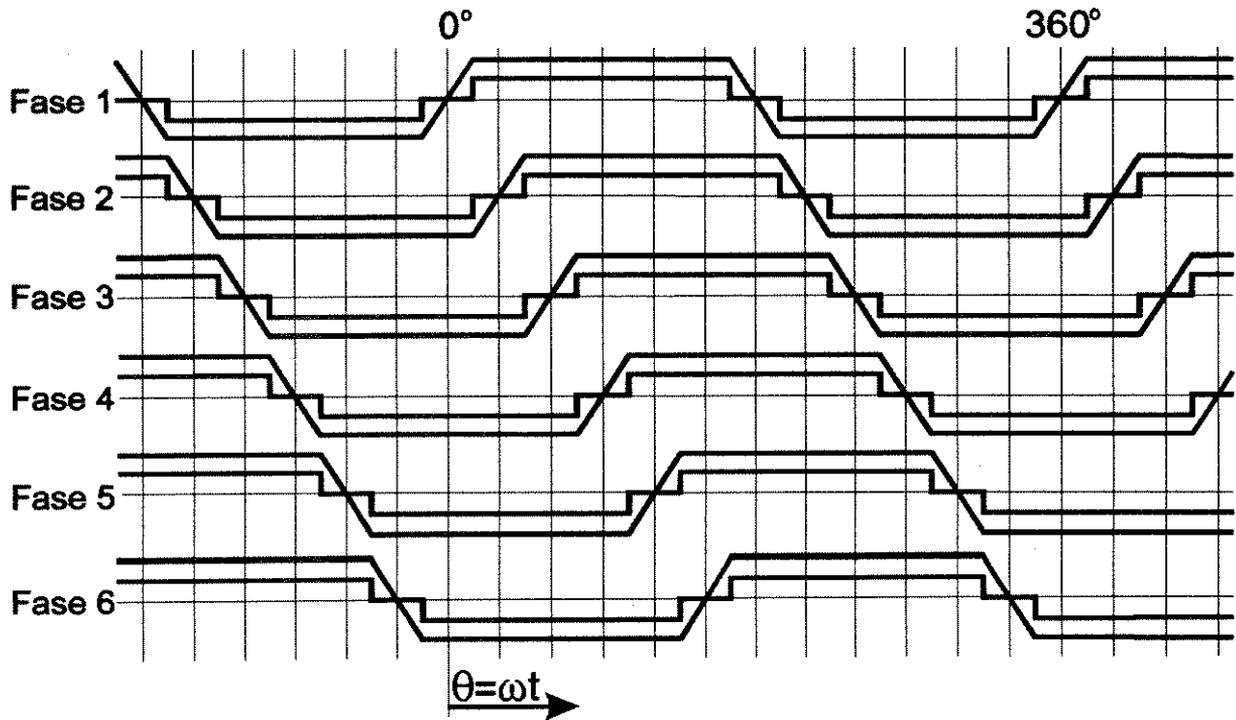


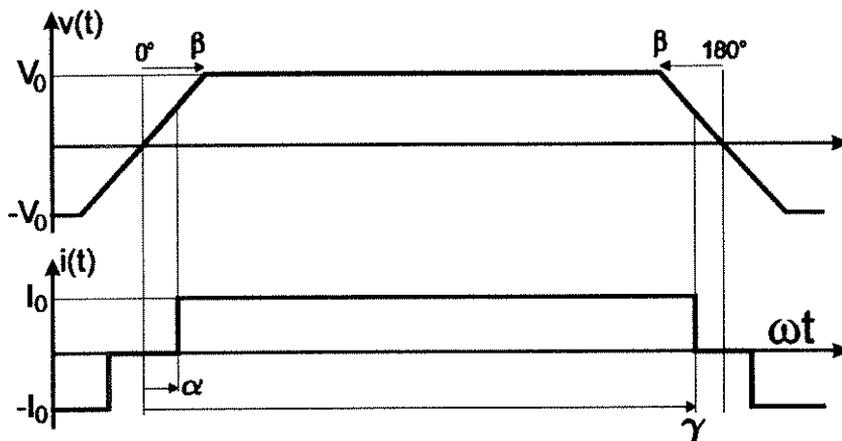
Fig. 3.6 Composição das forças magnetomotrizes do estator, com o rotor na posição  $\omega t = 0^\circ$ .

Considerando que o rotor se movimenta no sentido anti-horário em poucos instantes deveremos ter  $I_1$  positiva e efetuar a comutação na fase 2, ou seja, anular  $I_2$ . Assim, estabelecemos na Fig. 3.7 a relação temporal entre tensões e correntes para todas as fases.



**Fig. 3.7** Diagrama esquemático das tensões e correntes em cada fase, quando o acionamento opera como motor.

A relação entre a tensão e corrente em uma das fases pode ser vista em maior detalhe na Fig. 3.8.



**Fig. 3.8** Detalhamento da tensão e corrente de uma fase, no tempo.

Na Fig. 3.8 foram definidos:

- $\alpha$     ângulo para o início da condução de corrente
- $\gamma$     ângulo para o final da condução de corrente
- $\beta$     ângulo para o início do patamar de tensão
- $I_0$     intensidade da corrente durante o intervalo de condução
- $V_0$     valor da tensão durante o patamar de tensão

Os ângulos ( $\alpha, \gamma$ ) podem ser ajustados através do controle eletrônico da comutação sendo que este aspecto será discutido com mais detalhes no Capítulo 11.

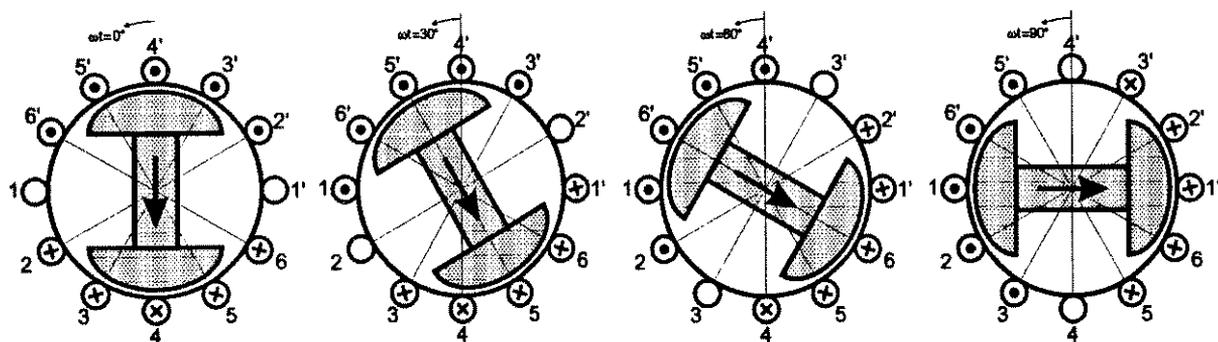
O ajuste básico dos ângulos de condução é:

$$\alpha = 15^\circ$$

$$\gamma = 165^\circ$$

O valor idealizado de  $\beta$  depende da forma construtiva da máquina, particularmente do passo polar dos ímãs e da inclinação das ranhuras. Idealmente temos  $\beta = 15^\circ$ .

A imagem física correspondente às tensões e correntes estabelecidas pelo diagrama da Fig. 3.7 pode ser ilustrada através da Fig. 3.9 onde são mostrados alguns dos momentos do ciclo de funcionamento motor. Percebe-se claramente o papel da comutação eletrônica que deve habilitar, em cada instante, a passagem de corrente nas fases apropriadas e na direção apropriada.



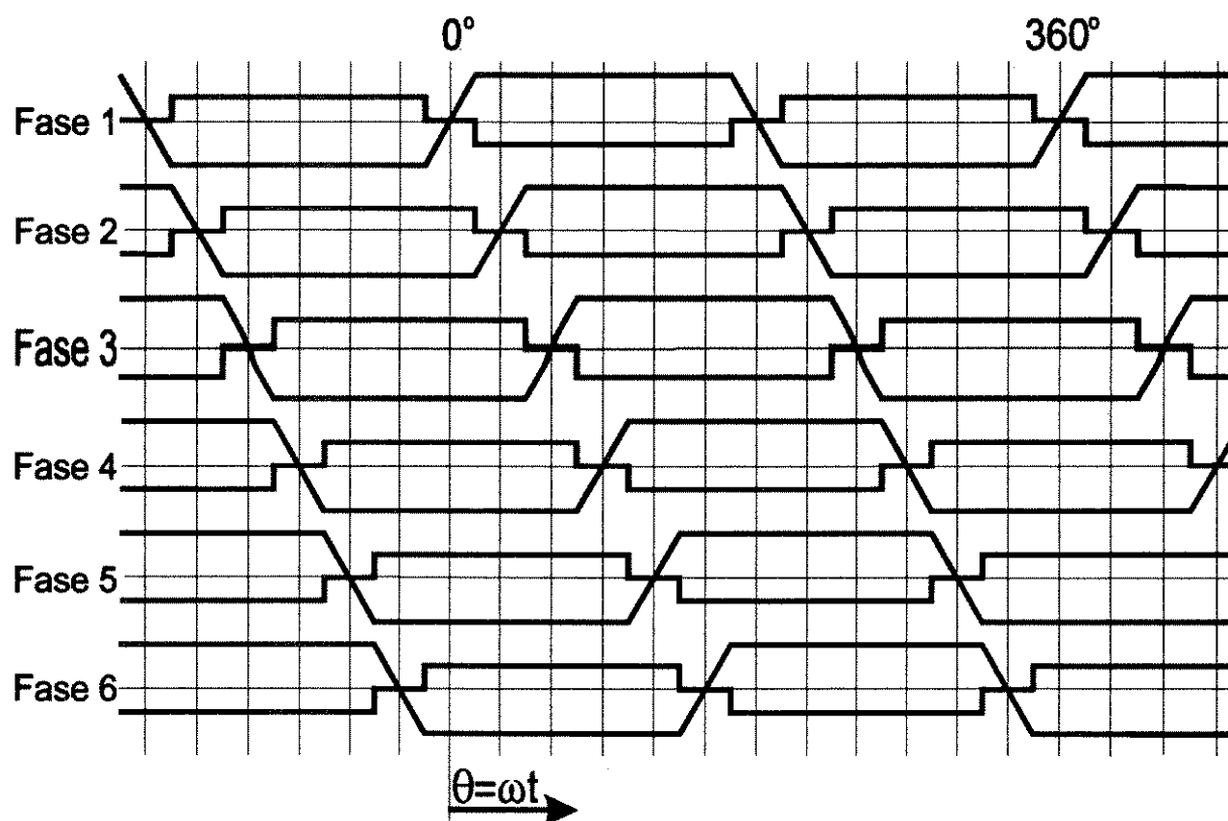
**Fig. 3.9** Diagrama esquemático do acionamento operando como motor nos instantes  $\omega t = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  e  $90^\circ$ .

Considerando as condições idealizadas ( $\alpha = 15^\circ; \gamma = 165^\circ; \beta = 15^\circ$ ), corrente perfeitamente lisa e comutação instantânea de corrente (na forma indicada pela Fig. 3.8) podemos mostrar que o motor irá produzir torque constante. Como a tensão  $V_0$  e corrente  $I_0$  em cada uma das fases são constantes durante o intervalo de  $15^\circ$  a  $165^\circ$  a potência eletromagnética será constante. Uma vez que existem apenas 5 fases conduzindo em cada instante teremos uma potência eletromagnética total de  $5I_0V_0$  e não haverá pulsação de torque.

A ausência de pulsação de torque não é óbvia, em particular na Fig. 3.9. Ocorre entretanto que a distribuição de fluxo dos ímãs ao longo do entreferro é constante. Assim, o torque (corrente  $\times$  fluxo) produzido por cada uma das 5 fases em condução é idêntico.

### 3.3 Funcionamento no modo gerador

Para fazer com que a máquina atue como gerador quando o rotor está na posição  $\omega t = 0^\circ$  será necessário impor correntes no estator no sentido contrário ao que foi estabelecido pela Fig. 3.5. Novamente a corrente na fase 1 é nula, pois este corresponde ao seu período de comutação, sendo positiva nos demais enrolamentos.



**Fig. 3.10** Diagrama esquemático das tensões e correntes em cada fase, quando o acionamento opera como gerador.

## 4. MODELO MATEMÁTICO

### 4.1 Equacionamento do motor de ímãs permanentes

O equacionamento adotado para o motor foi desenvolvido de forma bastante detalhada por JORDÃO [21] levando em conta apenas a anisotropia do rotor. Este trabalho retoma a análise prévia, alterando a notação e incluindo os efeitos da gaiola amortecedora.

As hipóteses básicas são:

- materiais magnéticos lineares (indutâncias invariantes em relação à corrente);
- resistências dos enrolamentos do estator não são afetadas pelo efeito pelicular, adotando-se seu valor DC;
- diodos e transistores são tratados como chaves eletrônicas "ideais" e não são levados em consideração "snubbers";
- apesar das altas frequências de chaveamento envolvidas, não serão consideradas capacitâncias parasitas internas ao motor;
- a gaiola amortecedora será representada por dois enrolamentos, alinhados com os eixos direto e de quadratura da máquina.

A equação básica do motor é expressa pela diferencial matricial:

$$[v(t)] = [R][i(t)] + \left[ \frac{d\lambda(\theta, t)}{dt} \right] \quad (4.1)$$

O vetor tensão é dado por:

$$[v(t)] = [v_1(t) \ v_2(t) \ v_3(t) \ v_4(t) \ v_5(t) \ v_6(t) \ v_D \ v_Q]^T \quad (4.2)$$

onde  $v_j(t)$  são as tensões aplicadas em cada uma das fases do motor e  $v_D$  e  $v_Q$  são as tensões das gaiolas amortecedoras. Evidentemente temos:

$$\begin{aligned} v_D &= 0 \\ v_Q &= 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

resultando:

$$[v(t)] = [v_1(t) \ v_2(t) \ v_3(t) \ v_4(t) \ v_5(t) \ v_6(t) \ 0 \ 0]^T \quad (4.4)$$

O vetor corrente é dado por:

$$[i(t)] = [i_1(t) \ i_2(t) \ i_3(t) \ i_4(t) \ i_5(t) \ i_6(t) \ i_D(t) \ i_Q(t)]^T \quad (4.5)$$

O vetor fluxo-concatenado é dado por:

$$[\lambda(\theta, t)] = [\lambda_1(\theta, t) \ \lambda_2(\theta, t) \ \lambda_3(\theta, t) \ \lambda_4(\theta, t) \ \lambda_5(\theta, t) \ \lambda_6(\theta, t) \ \lambda_D(\theta, t) \ \lambda_Q(\theta, t)]^T \quad (4.6)$$

Por fim, o vetor resistência é dado por:

$$[R] = [R_F \ R_F \ R_F \ R_F \ R_F \ R_F \ R_D \ R_Q] \quad (4.7)$$

onde:

$R_F$  - resistência de cada fase do motor

$R_D$  - resistência do enrolamento de eixo direto do rotor

$R_Q$  - resistência do enrolamento de eixo de quadratura do rotor

O vetor fluxo-concatenado  $[\lambda(\theta, t)]$  pode ser desmembrado em duas componentes.

A primeira é produzida pelos imãs do rotor. Neste caso o fluxo concatenado com cada fase do estator depende unicamente da posição relativa  $\theta$  entre o rotor e o estator.

A segunda componente do fluxo concatenado depende das correntes  $[i(t)]$  e do acoplamento magnético existente entre as fases, expresso pela matriz  $[L(\theta)]$ . Na notação utilizada os 6 enrolamentos do estator são referenciados pelos subscritos de 1 a 6 enquanto que os enrolamentos amortecedores são indicados pelo subscritos D e Q.

Podemos escrever a equação dos fluxos concatenados para estes 8 circuitos como:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \\ \lambda_5 \\ \lambda_6 \\ \lambda_D \\ \lambda_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} & L_{15} & L_{16} & L_{1D} & L_{1Q} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & L_{24} & L_{25} & L_{26} & L_{2D} & L_{2Q} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & L_{34} & L_{35} & L_{36} & L_{3D} & L_{3Q} \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} & L_{45} & L_{46} & L_{4D} & L_{4Q} \\ L_{51} & L_{52} & L_{53} & L_{54} & L_{55} & L_{56} & L_{5D} & L_{5Q} \\ L_{61} & L_{62} & L_{63} & L_{64} & L_{65} & L_{66} & L_{6D} & L_{6Q} \\ L_{D1} & L_{D2} & L_{D3} & L_{D4} & L_{D5} & L_{D6} & L_{DD} & L_{DQ} \\ L_{Q1} & L_{Q2} & L_{Q3} & L_{Q4} & L_{Q5} & L_{Q6} & L_{QD} & L_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Portanto podemos expressar o vetor fluxo como:

$$[\lambda(\theta, t)] = [L(\theta)][i(t)] + [\varphi(\theta)] \quad (4.9)$$

onde

$$[\varphi(\theta)] = [\varphi_1(\theta) \ \varphi_2(\theta) \ \varphi_3(\theta) \ \varphi_4(\theta) \ \varphi_5(\theta) \ \varphi_6(\theta) \ \varphi_D \ \varphi_Q]^T \quad (4.10)$$

expressa o fluxo dos imãs acoplado com cada enrolamento do motor. Evidentemente:

$$\begin{aligned} \varphi_D &= \text{constante (determinado pelos imãs)} \\ \varphi_Q &= 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

A variação (temporal) do vetor fluxo  $[\lambda(\theta, t)]$  é uma tensão (do ponto de vista dimensional) que possui também duas componentes.

A primeira é a tensão mocional (forças contra eletromotrizes) produzidas pelo movimento relativo entre rotor e estator, fazendo com que estas tensões sejam diretamente proporcionais à velocidade do rotor. Ou seja:

$$[e(t)] = \frac{d[\varphi(\theta)]}{dt} = \frac{d[\varphi(\theta)]}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{d[\varphi(\theta)]}{d\theta} \omega \quad (4.12)$$

A segunda é a tensão variacional produzida pela variação temporal do fluxo concatenado com cada fase. Estas variações são provocadas tanto pelas mudanças nas correntes  $[i(t)]$  como pelas alterações do acoplamento magnético existente entre as fases, expresso pela matriz  $[L(\theta)]$ , à medida que o rotor se movimenta.

Agrupando as Eqs. 4.1, 4.9 e 4.10 temos:

$$[v(t)] = [R][i(t)] + [L(\theta)] \left[ \frac{di(t)}{dt} \right] + \left[ \frac{dL(\theta)}{dt} \right] [i(t)] + [e(t)] \quad (4.13)$$

Utilizando o operador  $p = \frac{d}{dt}$  para simplificar a notação resulta:

$$[v(t)] = [R][i(t)] + [L(\theta)] p[i(t)] + p[L(\theta)] [i(t)] + [e(t)] \quad (4.14)$$

## 4.2 Circuito equivalente

Levando-se em conta a equação matricial Eq. 4.14 podemos construir o circuito equivalente para uma das fases do motor.

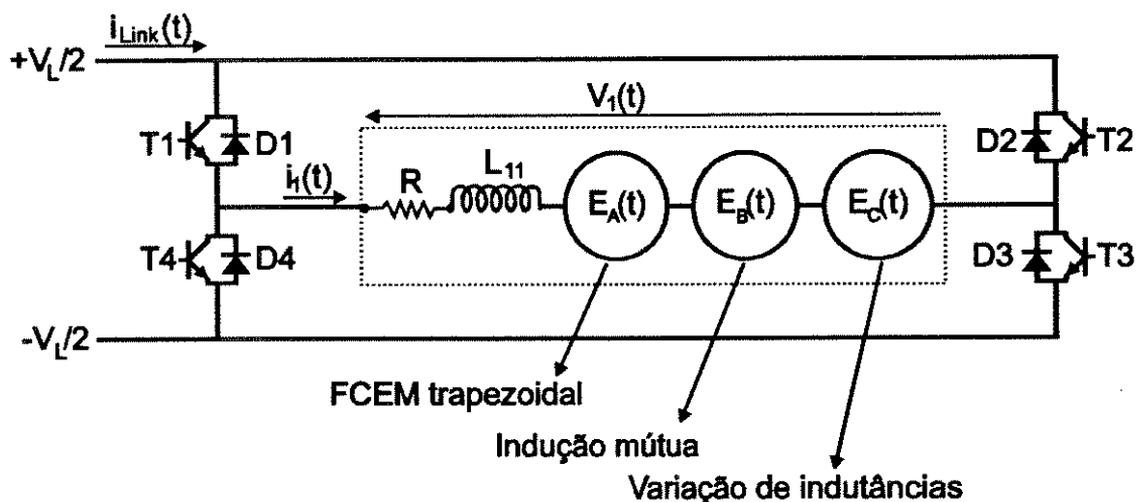


Fig. 4.1 Circuito equivalente para uma das fases do motor de ímã permanente (fase 1).

O significado físico das fontes de tensão é:

a)  $E_A(t)$  corresponde à tensão induzida pelos imãs permanentes em movimento, sendo um trapézio cuja amplitude depende unicamente da rotação do motor. Na Eq. 4.14 este termo é parte de  $[e(t)]$ .

b)  $E_B(t)$  corresponde à tensão induzida pelas correntes circulando nas fases restantes do motor. Na Eq. 4.14 este termo é parte de  $[L(\theta)] p[i(t)]$ . Para ser mais exato, podemos escrever (para a fase 1):

$$E_B(t) = L_{12}(\theta)pi_2(t) + L_{13}(\theta)pi_3(t) + L_{14}(\theta)pi_4(t) + L_{15}(\theta)pi_5(t) + \dots \quad (4.15) \\ + L_{16}(\theta)pi_6(t) + L_{1D}(\theta)pi_D(t) + L_{1Q}(\theta)pi_Q(t)$$

Ou seja,  $E_B(t)$  representa apenas o efeito produzido pelas indutâncias mútuas entre os diversos enrolamentos.

c)  $E_C(t)$  corresponde à tensão produzida pela anisotropia do rotor. Na Eq. 4.14 este termo é parte de  $p[L(\theta)] [i(t)]$ .

## 5. MATRIZ INDUTÂNCIA

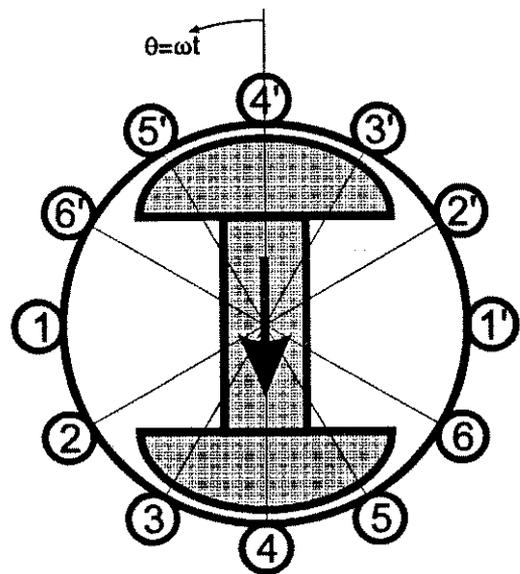
### 5.1 Matriz de indutâncias do motor de imã permanente

Um motor de imã permanente com 6 fases pode ser interpretado genericamente através de um conjunto de 8 bobinas acopladas. Existem 6 enrolamentos no estator (referenciadas pelos subscritos de 1 a 6) e dois enrolamentos amortecedores (indicados pelo subscritos D e Q). Repetindo o que foi feito no item 4.1 e considerando os materiais magnéticos lineares podemos escrever a equação dos fluxos concatenados para estes 8 circuitos como:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \\ \lambda_5 \\ \lambda_6 \\ \lambda_D \\ \lambda_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} & L_{15} & L_{16} & L_{1D} & L_{1Q} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & L_{24} & L_{25} & L_{26} & L_{2D} & L_{2Q} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & L_{34} & L_{35} & L_{36} & L_{3D} & L_{3Q} \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} & L_{45} & L_{46} & L_{4D} & L_{4Q} \\ L_{51} & L_{52} & L_{53} & L_{54} & L_{55} & L_{56} & L_{5D} & L_{5Q} \\ L_{61} & L_{62} & L_{63} & L_{64} & L_{65} & L_{66} & L_{6D} & L_{6Q} \\ L_{D1} & L_{D2} & L_{D3} & L_{D4} & L_{D5} & L_{D6} & L_{DD} & L_{DQ} \\ L_{Q1} & L_{Q2} & L_{Q3} & L_{Q4} & L_{Q5} & L_{Q6} & L_{QD} & L_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

### 5.2 Convenções adotadas

Na notação adotada, indutâncias com um subscrito duplo (por exemplo,  $L_{12}$ ) correspondem a termos que geralmente dependem de  $\theta$  enquanto que indutâncias com subscrito simples (por exemplo,  $L_D$ ) são constantes. A identificação dos enrolamentos segue a convenção 11', onde corrente saindo do papel pelo terminal 1 corresponde a uma corrente positiva.



### 5.3 Indutâncias próprias do estator

Considerando que o rotor seja anisotrópico, podemos obter as indutâncias próprias do estator a partir da Fig. 5.1. Esta indutância é máxima quando o rotor está alinhado com o eixo magnético da fase correspondente. Por outro lado, a indutância própria

Fig. 5.1 Diagrama para obtenção das indutâncias próprias do estator.

será mínima quando o rotor estiver ortogonal ao eixo magnético da fase correspondente. A Fig. 5.1 mencionada ilustra a condição em que a indutância própria da fase 1 é máxima enquanto que a indutância da fase 4 é mínima. Quando o rotor se movimenta, podemos supor que a indutância própria de cada enrolamento pulsa entre o valor máximo e mínimo de forma senoidal, sobrepondo-se a um valor médio que não depende da posição do rotor. Esta pulsação ocorre com periodicidade  $2\theta$ , por se tratar de uma variação de relutância magnética. Definindo-se:

$L_s$  indutância própria do estator (valor médio)

$L_p$  amplitude da pulsação da indutância própria do estator, em função da anisotropia magnética do rotor.

Com a hipótese de variação senoidal, as equações para as indutâncias próprias do estator serão:

$$\begin{aligned} L_{11} &= L_s + L_p \cos(2\theta - 0^\circ) \\ L_{22} &= L_s + L_p \cos(2\theta - 60^\circ) \\ L_{33} &= L_s + L_p \cos(2\theta - 120^\circ) \\ L_{44} &= L_s + L_p \cos(2\theta - 180^\circ) \\ L_{55} &= L_s + L_p \cos(2\theta - 240^\circ) \\ L_{66} &= L_s + L_p \cos(2\theta - 300^\circ) \end{aligned} \quad (5.2)$$

## 5.4 Indutâncias mútuas do estator

### 5.4.1 Rotor isotrópico

Considerando um rotor isotrópico, na forma indicada pela Fig. 5.2, podemos verificar que o fluxo concatenado entre duas fases distintas depende da posição relativa entre as mesmas e da distribuição espacial de fluxo. Considerando que a distribuição espacial de fluxo seja retangular então a bobina 2 acopla com  $2/3$  do fluxo mútuo criado pela bobina 1; a bobina 3 acopla com  $1/3$  do fluxo mútuo criado pela bobina 1. Por outro lado, a bobina 4 não acopla com o fluxo criado pela bobina 1, em virtude a ortogonalidade entre os enrolamentos. Além disso existe a relação  $L_{ij} = L_{ji}$  entre as indutâncias mútuas, sempre que  $i \neq j$ . Definindo-se  $M_s$  como a indutância mútua entre fases vizinhas do estator, podemos escrever todas as indutâncias mútuas correspondentes a um rotor isotrópico :

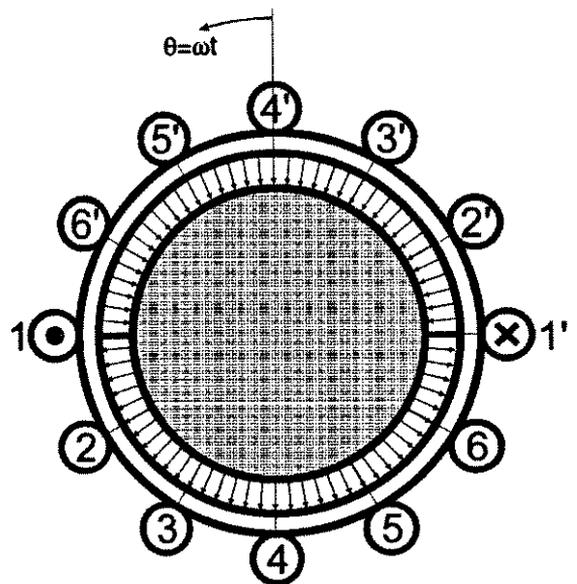


Fig. 5.2 Diagrama para obtenção das indutâncias mútuas do estator (com rotor isotrópico).

$$\begin{aligned}
 L_{12} &= L_{21} = +1.0M_S \\
 L_{13} &= L_{31} = +0.5M_S \\
 L_{14} &= L_{41} = 0 \\
 L_{15} &= L_{51} = -0.5M_S \\
 L_{16} &= L_{61} = -1.0M_S \\
 L_{23} &= L_{32} = +1.0M_S \\
 L_{24} &= L_{42} = +0.5M_S \\
 L_{25} &= L_{52} = 0 \\
 L_{26} &= L_{62} = -0.5M_S \\
 L_{34} &= L_{43} = +1.0M_S \\
 L_{35} &= L_{53} = +0.5M_S \\
 L_{36} &= L_{63} = 0 \\
 L_{45} &= L_{54} = +1.0M_S \\
 L_{46} &= L_{64} = +0.5M_S \\
 L_{56} &= L_{65} = +1.0M_S
 \end{aligned}
 \tag{5.3}$$

Uma outra forma de verificar as relações existentes entre as indutâncias mútuas do estator é fazendo uso do diagrama planejado dos enrolamentos, na forma indicada na Fig. 5.3, onde inclusive foi representada a inclinação das ranhuras do estator.

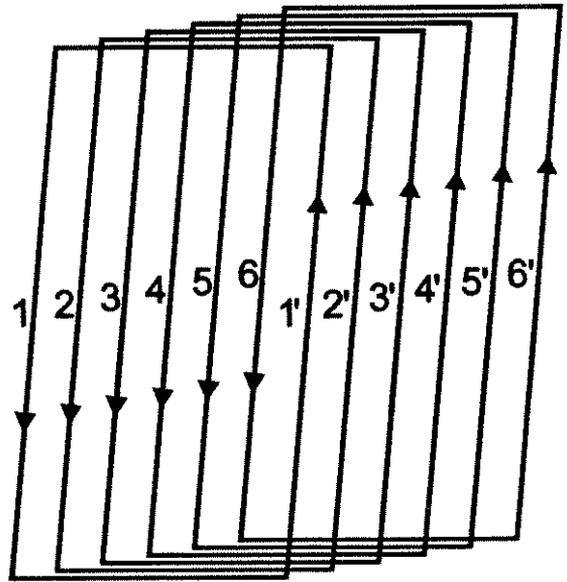


Fig. 5.3 Diagrama planejado das bobinas do estator, com pequeno deslocamento vertical entre bobinas para facilitar a visualização.

### 5.4.2 Rotor anisotrópico

Considerando que o rotor seja anisotrópico as indutâncias mútuas do estator podem ser deduzidas considerando o diagrama dado na Fig. 5.4 ao lado.

Valem as seguintes considerações:

- as indutâncias mútuas variam com periodicidade  $2\theta$ , por se tratar de uma variação de relutância magnética;
- existe a relação  $M_{ij} = M_{ji}$  entre as indutâncias mútuas, sempre que  $i \neq j$ ;
- o acoplamento máximo entre duas fases ocorre quando o rotor está alinhado com a bissetriz entre os eixos magnéticos destas fases. A Fig. 5.4 ilustra a condição em que a indutância mútua  $M_{12}$  é máxima.

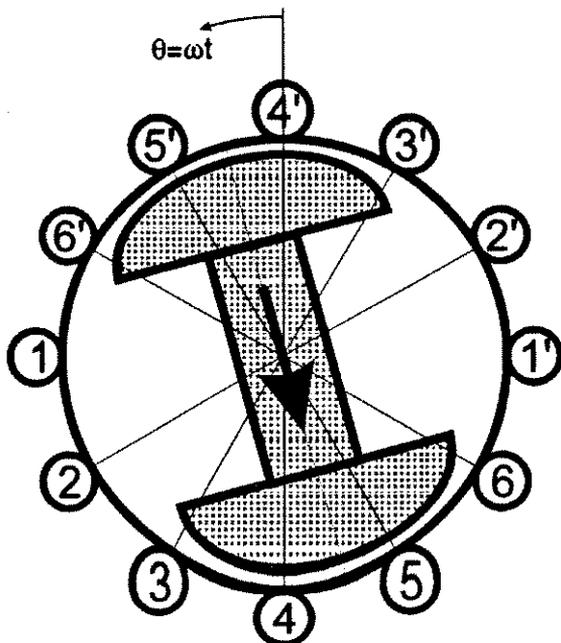


Fig. 5.4 Diagrama para obtenção das indutâncias mútuas do estator.

Definindo-se:

$M_S$  - indutância mútua entre fases vizinhas do estator (valor médio)

e considerando que a pulsação de indutância mútua ocorre de forma senoidal, podemos estabelecer as indutâncias mútuas correspondentes a um rotor anisotrópico:

$$\begin{aligned}
 L_{12} &= L_{21} = +1.0M_S + M_{P1} \cos(2\theta - 30^\circ) \\
 L_{13} &= L_{31} = +0.5M_S + M_{P2} \cos(2\theta - 60^\circ) \\
 L_{14} &= L_{41} = \quad \quad \quad +M_{P3} \cos(2\theta - 90^\circ) \\
 L_{15} &= L_{51} = -0.5M_S + M_{P2} \cos(2\theta - 120^\circ) \\
 L_{16} &= L_{61} = -1.0M_S + M_{P1} \cos(2\theta - 150^\circ) \\
 L_{23} &= L_{32} = +1.0M_S + M_{P1} \cos(2\theta - 90^\circ) \\
 L_{24} &= L_{42} = +0.5M_S + M_{P2} \cos(2\theta - 120^\circ) \\
 L_{25} &= L_{52} = \quad \quad \quad +M_{P3} \cos(2\theta - 150^\circ) \\
 L_{26} &= L_{62} = -0.5M_S + M_{P2} \cos(2\theta - 180^\circ) \\
 L_{34} &= L_{43} = +1.0M_S + M_{P1} \cos(2\theta - 150^\circ) \\
 L_{35} &= L_{53} = +0.5M_S + M_{P2} \cos(2\theta - 180^\circ) \\
 L_{36} &= L_{63} = \quad \quad \quad +M_{P3} \cos(2\theta - 210^\circ) \\
 L_{45} &= L_{54} = +1.0M_S + M_{P1} \cos(2\theta - 210^\circ) \\
 L_{46} &= L_{64} = +0.5M_S + M_{P2} \cos(2\theta - 240^\circ) \\
 L_{56} &= L_{65} = +1.0M_S + M_{P1} \cos(2\theta - 270^\circ)
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

A amplitude das pulsações das indutâncias mútuas, causada pela anisotropia magnética do rotor, só é idêntica nos termos que possuem a mesma defasagem espacial. Assim temos:

- $M_{P1}$  amplitude da pulsação da indutância mútua do estator, para fases defasadas de  $30^\circ$  magnéticos
- $M_{P2}$  amplitude da pulsação da indutância mútua do estator, para fases defasadas de  $60^\circ$  magnéticos
- $M_{P3}$  amplitude da pulsação da indutância mútua do estator, para fases defasadas de  $90^\circ$  magnéticos

### 5.5 Indutâncias próprias do rotor

Uma vez que a saturação e os efeitos de ranhuras estão sendo desprezados, as indutâncias próprias do rotor são constantes, ou seja:

$$\begin{aligned} L_{QQ} &= L_Q \\ L_{DD} &= L_D \end{aligned} \quad (5.5)$$

O diagrama correspondente está dado na Fig. 5.5.

### 5.6 Indutâncias mútuas do rotor

As indutâncias mútuas entre os enrolamentos **D** e **Q** do rotor são nulas, em função da ortogonalidade entre os mesmos. Ou seja:

$$L_{DQ} = L_{QD} = 0 \quad (5.6)$$

### 5.7 Indutâncias mútuas entre estator e rotor

As indutâncias mútuas entre rotor e estator são funções da posição do rotor  $\theta$  e da distribuição espacial de fluxo. Tal função não é necessariamente senoidal e será deduzida adiante, sendo representada por enquanto por uma função genérica  $f(\theta)$  de periodicidade  $360^\circ$  graus elétricos. A partir da Fig. 5.5 podemos escrever para os acoplamentos entre estator e o enrolamento de eixo direto do rotor:

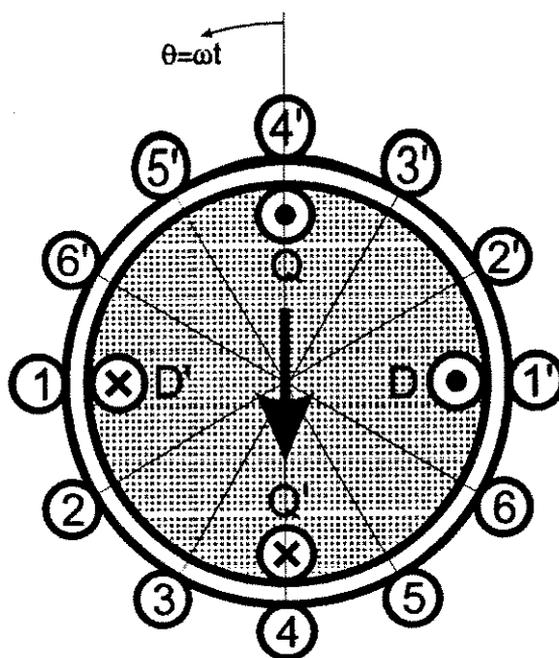


Fig. 5.5 Diagrama para obtenção das indutâncias mútuas entre estator e enrolamentos **DQ** do rotor.

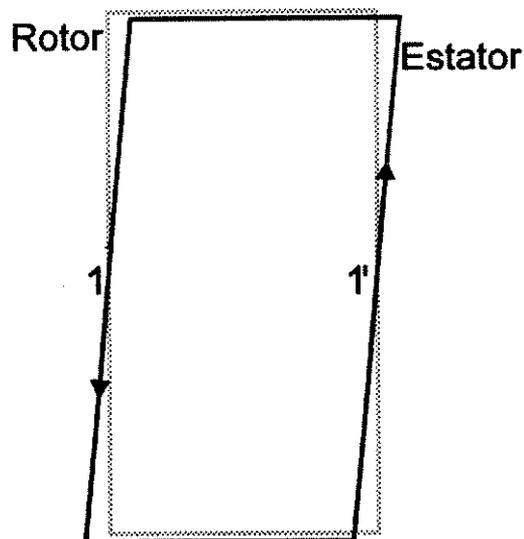
$$\begin{aligned}
 L_{1D} &= L_{D1} = -M_D f(\theta - 0^\circ) \\
 L_{2D} &= L_{D2} = -M_D f(\theta - 30^\circ) \\
 L_{3D} &= L_{D3} = -M_D f(\theta - 60^\circ) \\
 L_{4D} &= L_{D4} = -M_D f(\theta - 90^\circ) \\
 L_{5D} &= L_{D5} = -M_D f(\theta - 120^\circ) \\
 L_{6D} &= L_{D6} = -M_D f(\theta - 150^\circ)
 \end{aligned}
 \tag{5.7}$$

O sinal negativo surge em função da convenção de sentido de correntes adotada.

Analogamente escrevemos para os acoplamentos entre estator e o enrolamento de eixo de quadratura do rotor:

$$\begin{aligned}
 L_{1Q} &= L_{Q1} = -M_Q f(\theta - 90^\circ) \\
 L_{2Q} &= L_{Q2} = -M_Q f(\theta - 120^\circ) \\
 L_{3Q} &= L_{Q3} = -M_Q f(\theta - 150^\circ) \\
 L_{4Q} &= L_{Q4} = -M_Q f(\theta - 180^\circ) \\
 L_{5Q} &= L_{Q5} = -M_Q f(\theta - 210^\circ) \\
 L_{6Q} &= L_{Q6} = -M_Q f(\theta - 240^\circ)
 \end{aligned}
 \tag{5.8}$$

A função  $f(\theta)$  apresentada nas Eqs. 5.7 e 5.8 acima precisa ser detalhada. No item 5.4.1 consideramos que a distribuição espacial de fluxo era retangular. Sendo assim, o fluxo concatenado com a gaiola amortecedora (em função da posição  $\theta$ ) seria triangular. Entretanto, as ranhuras do estator são inclinadas de um passo de ranhura ( $30^\circ$ ), resultando um diagrama planificado similar ao da Fig. 5.6. Isto modifica o perfil do fluxo concatenado com o enrolamento amortecedor.



**Fig. 5.6** Diagrama planificado da bobina 1 do estator e enrolamento amortecedor. Foi feito um pequeno deslocamento no sentido vertical entre as bobinas apenas para facilitar a visualização.

Podemos, para efeito de análise, subdividir o enrolamento amortecedor em vários setores, na forma indicada pela Fig. 5.7. Novamente, o fluxo concatenado (em função de  $\theta$ ) de cada setor do rotor será triangular e o fluxo concatenado com a gaiola será a soma dos mesmos.

A inclinação das ranhuras do estator corresponde a  $30^\circ$  magnéticos, fazendo com que exista a mesma defasagem entre os fluxos concatenados dos setores situados no extremo inferior e superior do rotor.

A Fig. 5.8 ilustra esta situação, mostrando na parte superior da figura o fluxo individual por setor e na parte inferior o fluxo total abraçado pelo enrolamento amortecedor.

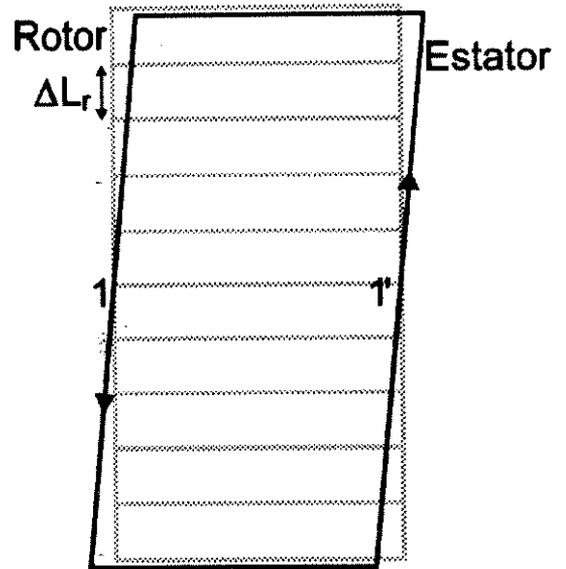


Fig. 5.7 Diagrama planificado da bobina 1 do estator e enrolamento amortecedor (subdividido).

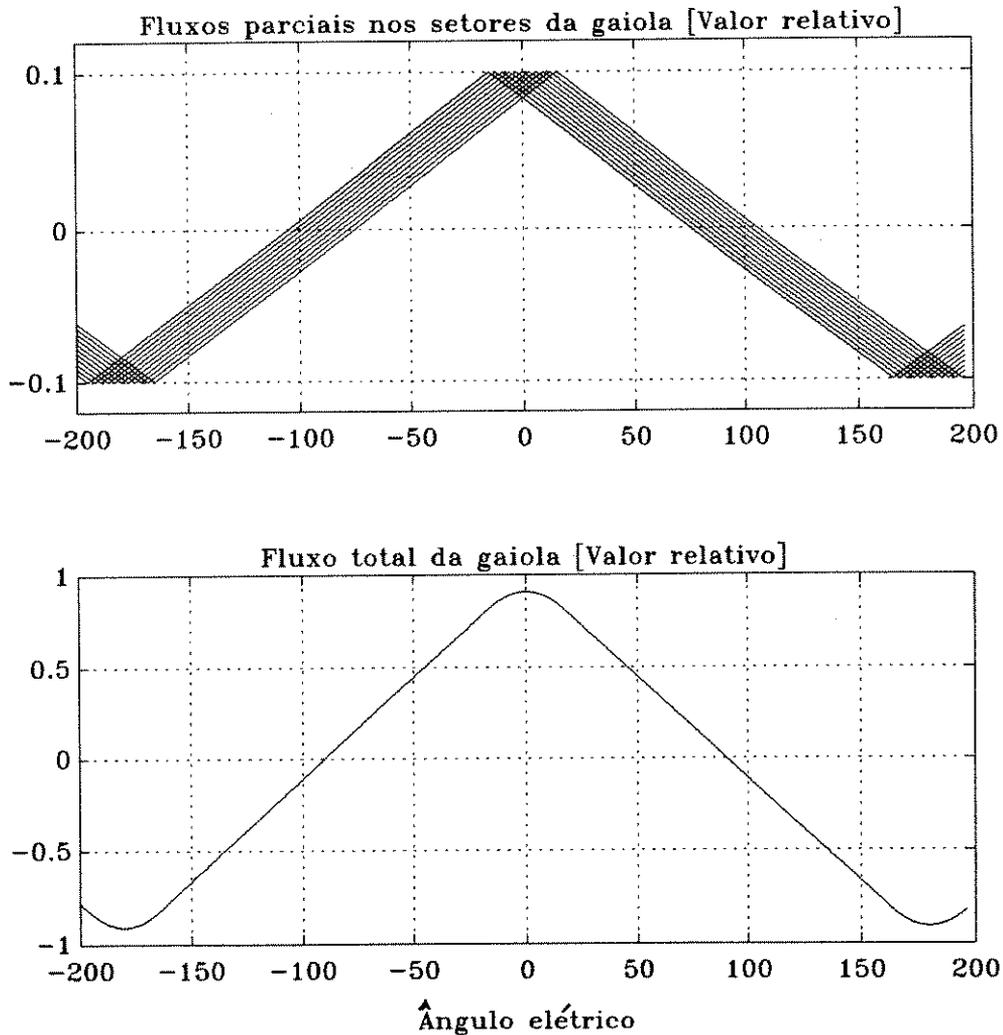


Fig. 5.8 (Parte superior) Fluxos parciais concatenados com cada setor do enrolamento amortecedor. (Parte inferior) Fluxo total concatenado.

### 5.8 Dedução da expressão matemática que representa o acoplamento estator-rotor

A função matemática  $f(\alpha)$  que representa o acoplamento entre estator e rotor possui vários trechos distintos, como pode ser visto na Fig. 5.8. Deduziremos a forma desta função ignorando fluxos de dispersão e relações de espiras.

Primeiramente iremos considerar os trechos lineares. Este comportamento pode ser interpretado através dos diagramas das Figs. 5.9 e 5.10. No primeiro diagrama verificamos que o fluxo concatenado pelo rotor será proporcional à área do retângulo  $BGJE$  menos a área do trapézio  $FGJI$ .

A área resultante está indicada na Fig. 5.10, no retângulo dado por  $BEJ'G'$ , de onde podemos deduzir:

$$\text{Área } BEJ'G' = (\pi - 2\alpha)L \quad (5.9)$$

O fluxo total produzido pela bobina do estator corresponde à área do paralelograma  $ADIF$ , que vale:

$$\text{Área } ADIF = \pi L \quad (5.10)$$

A indutância mútua depende da relação entre as duas áreas expressas nas Eqs. 5.9 e 5.10 resultando:

$$f(\alpha) = \frac{(\pi - 2\alpha)L}{\pi L} = 1 - 2\left(\frac{\alpha}{\pi}\right) \quad \text{para } +\frac{\pi}{12} \leq \alpha \leq +\frac{11\pi}{12} \quad (5.11)$$

Deduz-se de forma análoga que:

$$f(\alpha) = 1 + 2\left(\frac{\alpha}{\pi}\right) \quad \text{para } -\frac{11\pi}{12} \leq \alpha \leq -\frac{\pi}{12} \quad (5.12)$$

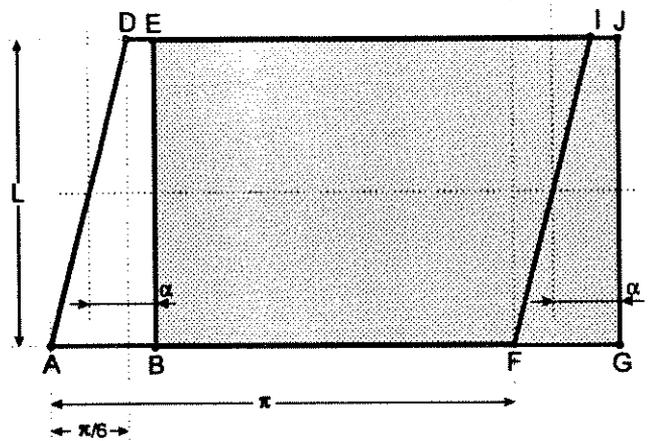


Fig. 5.9 Diagrama ilustrativo dos trechos lineares da função  $f(\alpha)$ .

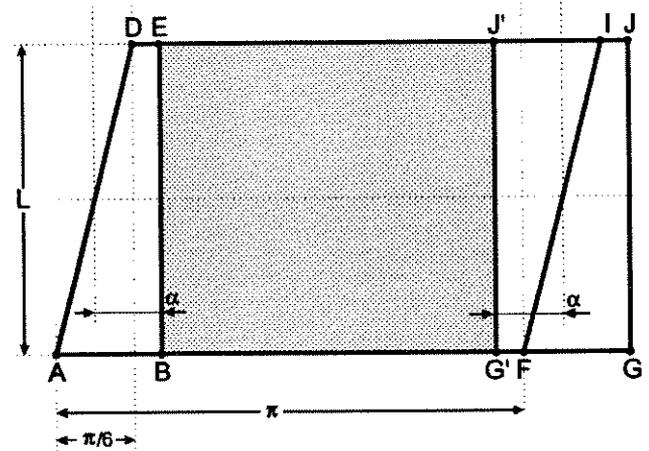


Fig. 5.10 Diagrama auxiliar ilustrativo dos trechos lineares da função  $f(\alpha)$ .

O trecho não-linear da função matemática  $f(\alpha)$  pode ser deduzido a partir do diagrama da Fig. 5.11 onde o ângulo  $\alpha$  é inferior a  $\pi/12$ . O fluxo concatenado com o rotor está indicado pelas áreas sombreadas da Fig. 5.12.

Vamos estabelecer  $h = GH = BC$  para simplificar a notação. Por semelhança de triângulos temos:

$$\frac{h}{\left(\frac{\pi}{12} + \alpha\right)} = \frac{L}{\left(\frac{\pi}{6}\right)} \quad (5.13)$$

e portanto:

$$h = L \frac{\left(\frac{\pi}{12} + \alpha\right)}{\left(\frac{\pi}{6}\right)} = 6L \left(\frac{1}{12} + \frac{\alpha}{\pi}\right) \quad (5.14)$$

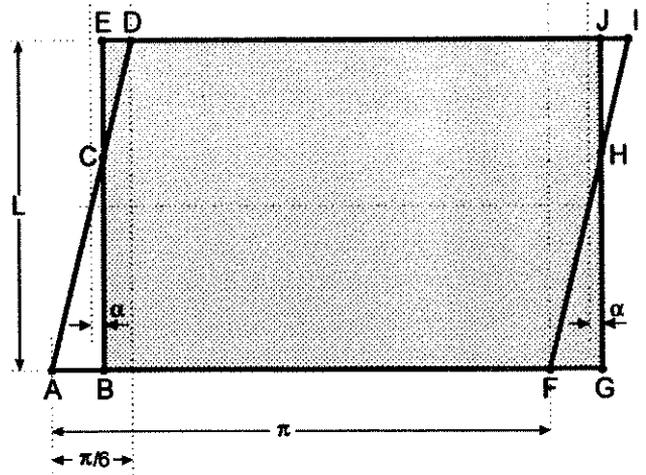


Fig. 5.11 Diagrama ilustrativo dos trechos não-lineares da função  $f(\alpha)$ .

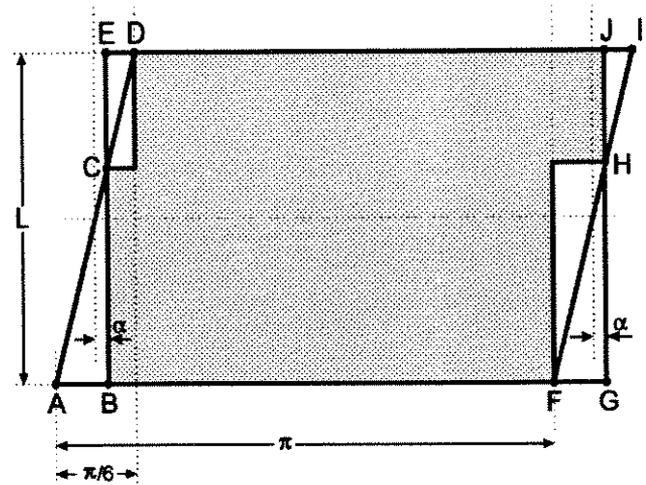


Fig. 5.12 Diagrama auxiliar ilustrativo dos trechos não-lineares da função  $f(\alpha)$ .

A área a ser calculada é:

$$\text{Área} = \frac{5\pi}{6}L + \left(\frac{\pi}{12} - \alpha\right)h + \left(\frac{\pi}{12} + \alpha\right)(L-h) = \frac{11\pi}{12}L - 2\alpha h + \alpha L \quad (5.15)$$

Substituindo a Eq. 5.14 em 5.15 e efetuando as operações algébricas convenientes:

$$\text{Área} = \frac{11\pi}{12}L - 12\pi L \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \quad (5.16)$$

Dividindo a área obtida na Eq. 5.16 pela área dada em 5.10 teremos:

$$f(\alpha) = \frac{11}{12} - 12 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \quad (5.17)$$

A Eq. 5.17 é válida no trecho não-linear onde:

$$|\alpha| < \frac{\pi}{12} \quad (5.18)$$

A função matemática para  $f(\alpha)$  foi definida para o trecho entre  $\pm\pi$  através das Eqs. 5.11, 5.12 e 5.18. Entretanto, como se trata de uma função periódica fica simples estender o seu campo de definição. Definida desta forma os valores máximo/mínimo que esta função assume são  $\pm 11/12$ , indicando que o fluxo máximo acoplado pelo rotor é sempre ligeiramente menor do que o fluxo total produzido pelo estator. Sintetizando os resultados anteriores, escrevemos:

$$\begin{aligned}
 f(\alpha) &= \left[ 1 - 2 \left( \frac{\alpha}{\pi} \right) \right] & \text{para } +\frac{\pi}{12} \leq \alpha \leq +\frac{11\pi}{12} \\
 f(\alpha) &= \left[ 1 + 2 \left( \frac{\alpha}{\pi} \right) \right] & \text{para } -\frac{11\pi}{12} \leq \alpha \leq -\frac{\pi}{12} \\
 f(\alpha) &= +\frac{11}{12} - 12 \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^2 & \text{para } -\frac{\pi}{12} < \alpha < +\frac{\pi}{12} \\
 f(\alpha) &= -\frac{11}{12} + 12 \left( \frac{\alpha + \pi}{\pi} \right)^2 & \text{para } -\pi < \alpha < -\frac{11\pi}{12} \\
 f(\alpha) &= -\frac{11}{12} + 12 \left( \frac{\alpha - \pi}{\pi} \right)^2 & \text{para } +\frac{11\pi}{12} < \alpha < +\pi
 \end{aligned} \tag{5.19}$$

A derivada  $g(\alpha) = \frac{df(\alpha)}{d\alpha}$  é dada por:

$$\begin{aligned}
 g(\alpha) &= -\frac{2}{\pi} & \text{para } +\frac{\pi}{12} \leq \alpha \leq +\frac{11\pi}{12} \\
 g(\alpha) &= +\frac{2}{\pi} & \text{para } -\frac{11\pi}{12} \leq \alpha \leq -\frac{\pi}{12} \\
 g(\alpha) &= -\frac{24}{\pi^2} \alpha & \text{para } -\frac{\pi}{12} < \alpha < +\frac{\pi}{12} \\
 g(\alpha) &= +\frac{24}{\pi^2} (\alpha + \pi) & \text{para } -\pi < \alpha < -\frac{11\pi}{12} \\
 g(\alpha) &= +\frac{24}{\pi^2} (\alpha - \pi) & \text{para } +\frac{11\pi}{12} < \alpha < +\pi
 \end{aligned} \tag{5.20}$$

Os gráficos correspondentes às funções  $f(\alpha)$  e  $g(\alpha)$  estão dados na Fig. 5.13 .

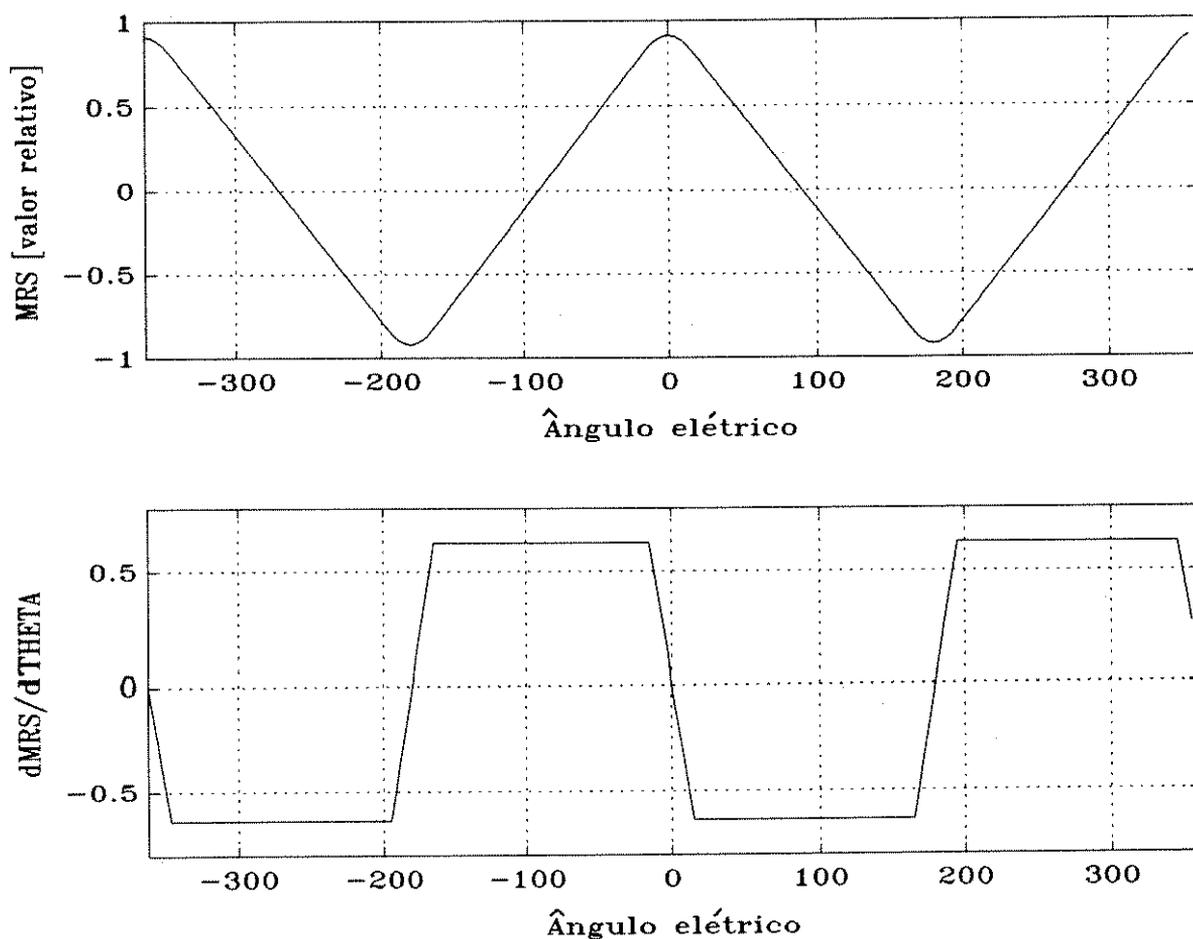


Fig. 5.13 Forma das funções  $f(\alpha)$  e  $g(\alpha)$ , correspondentes às Eqs. 5.19 e 5.20, respectivamente.

### 5.9 Parâmetros necessários para a construção da matriz de indutâncias do motor

Para definir a matriz de indutâncias é necessário conhecer os parâmetros:

- $L_S$  indutância própria do estator (valor médio);
- $L_P$  amplitude da pulsação da indutância própria do estator, em função da anisotropia magnética do rotor;
- $M_S$  indutância mútua entre fases vizinhas do estator (valor médio);
- $M_{P1}$  amplitude da pulsação da indutância mútua do estator, para fases defasadas de  $30^\circ$  magnéticos;
- $M_{P2}$  amplitude da pulsação da indutância mútua do estator, para fases defasadas de  $60^\circ$  magnéticos;
- $M_{P3}$  amplitude da pulsação da indutância mútua do estator, para fases defasadas de  $90^\circ$  magnéticos;
- $L_D$  indutância própria do enrolamento de eixo direto do rotor;
- $L_Q$  indutância própria do enrolamento de eixo de quadratura do rotor;
- $M_D$  indutância mútua entre o enrolamento de eixo direto do rotor e as fases do estator;
- $M_Q$  indutância mútua entre o enrolamento de eixo de quadratura do rotor e as fases do estator.

### 5.10 Matriz indutância do motor

A partir dos elementos dados nos itens anteriores podemos estabelecer a forma geral da matriz indutância do motor:

$$\begin{array}{l}
 L_s + L_p \cos(2\theta - 0^\circ) + 1.0M_s + M_{p1} \cos(2\theta - 30^\circ) + 0.5M_s + M_{p2} \cos(2\theta - 60^\circ) + M_{p3} \cos(2\theta - 90^\circ) - 0.5M_s + M_{p1} \cos(2\theta - 120^\circ) - 1.0M_s + M_{p2} \cos(2\theta - 150^\circ) - M_{p3} \cos(2\theta - 180^\circ) - M_{p0} f(\theta - 90^\circ) \\
 + 1.0M_s + M_{p1} \cos(2\theta - 30^\circ) \quad L_s + L_p \cos(2\theta - 60^\circ) + 1.0M_s + M_{p1} \cos(2\theta - 90^\circ) + 0.5M_s + M_{p2} \cos(2\theta - 120^\circ) + M_{p3} \cos(2\theta - 150^\circ) - 0.5M_s + M_{p1} \cos(2\theta - 180^\circ) - M_{p2} \cos(2\theta - 210^\circ) - M_{p3} \cos(2\theta - 240^\circ) - M_{p0} f(\theta - 120^\circ) \\
 + 0.5M_s + M_{p1} \cos(2\theta - 60^\circ) + 1.0M_s + M_{p1} \cos(2\theta - 90^\circ) \quad L_s + L_p \cos(2\theta - 120^\circ) + 1.0M_s + M_{p1} \cos(2\theta - 150^\circ) + 0.5M_s + M_{p2} \cos(2\theta - 180^\circ) + 1.0M_s + M_{p2} \cos(2\theta - 210^\circ) + 0.5M_s + M_{p3} \cos(2\theta - 240^\circ) - M_{p3} \cos(2\theta - 270^\circ) - M_{p0} f(\theta - 150^\circ) \\
 + M_{p3} \cos(2\theta - 90^\circ) + 0.5M_s + M_{p2} \cos(2\theta - 120^\circ) + 1.0M_s + M_{p2} \cos(2\theta - 150^\circ) \quad L_s + L_p \cos(2\theta - 180^\circ) + 1.0M_s + M_{p1} \cos(2\theta - 210^\circ) + 0.5M_s + M_{p2} \cos(2\theta - 240^\circ) + 1.0M_s + M_{p2} \cos(2\theta - 270^\circ) + L_s + L_p \cos(2\theta - 300^\circ) - M_{p3} \cos(2\theta - 330^\circ) - M_{p0} f(\theta - 180^\circ) \\
 - 0.5M_s + M_{p1} \cos(2\theta - 120^\circ) \quad + M_{p1} \cos(2\theta - 150^\circ) + 0.5M_s + M_{p2} \cos(2\theta - 180^\circ) + 1.0M_s + M_{p2} \cos(2\theta - 210^\circ) + 0.5M_s + M_{p3} \cos(2\theta - 240^\circ) - M_{p3} \cos(2\theta - 270^\circ) \quad L_s + L_p \cos(2\theta - 210^\circ) + 0.5M_s + M_{p3} \cos(2\theta - 240^\circ) - M_{p3} \cos(2\theta - 270^\circ) - M_{p0} f(\theta - 210^\circ) \\
 - M_{p3} \cos(2\theta - 150^\circ) - M_{p0} f(\theta - 0^\circ) \quad - M_{p0} f(\theta - 30^\circ) \quad - M_{p0} f(\theta - 60^\circ) \quad - M_{p0} f(\theta - 90^\circ) \quad - M_{p0} f(\theta - 120^\circ) \quad - M_{p0} f(\theta - 150^\circ) \quad - M_{p0} f(\theta - 180^\circ) \quad - M_{p0} f(\theta - 210^\circ) \quad - M_{p0} f(\theta - 240^\circ) \\
 - M_{p0} f(\theta - 90^\circ) \quad - M_{p0} f(\theta - 120^\circ) \quad - M_{p0} f(\theta - 150^\circ) \quad - M_{p0} f(\theta - 180^\circ) \quad - M_{p0} f(\theta - 210^\circ) \quad - M_{p0} f(\theta - 240^\circ) \quad 0 \quad 0 \quad L_0
 \end{array} \quad (5.21)$$

### 5.11 Derivada da matriz indutância

A partir da matriz indutância fica simples determinar sua matriz-derivada:

$$\frac{d\theta}{dt} \begin{array}{l}
 -2L_p \sin(2\theta - 0^\circ) - 2M_{p1} \sin(2\theta - 30^\circ) - 2M_{p2} \sin(2\theta - 60^\circ) - 2M_{p3} \sin(2\theta - 90^\circ) - 2M_{p1} \sin(2\theta - 120^\circ) - 2M_{p2} \sin(2\theta - 150^\circ) - M_{p3} \sin(2\theta - 180^\circ) - M_{p0} g(\theta - 90^\circ) \\
 -2M_{p1} \sin(2\theta - 30^\circ) \quad -2L_p \sin(2\theta - 60^\circ) - 2M_{p1} \sin(2\theta - 90^\circ) - 2M_{p2} \sin(2\theta - 120^\circ) - 2M_{p3} \sin(2\theta - 150^\circ) - 2M_{p1} \sin(2\theta - 180^\circ) - M_{p2} \sin(2\theta - 210^\circ) - M_{p3} \sin(2\theta - 240^\circ) - M_{p0} g(\theta - 120^\circ) \\
 -2M_{p2} \sin(2\theta - 60^\circ) - 2M_{p1} \sin(2\theta - 90^\circ) \quad -2L_p \sin(2\theta - 120^\circ) - 2M_{p1} \sin(2\theta - 150^\circ) - 2M_{p2} \sin(2\theta - 180^\circ) - 2M_{p3} \sin(2\theta - 210^\circ) - M_{p1} \sin(2\theta - 240^\circ) - M_{p2} \sin(2\theta - 270^\circ) - M_{p3} \sin(2\theta - 300^\circ) - M_{p0} g(\theta - 150^\circ) \\
 -2M_{p3} \sin(2\theta - 90^\circ) - 2M_{p2} \sin(2\theta - 120^\circ) - 2M_{p1} \sin(2\theta - 150^\circ) \quad -2L_p \sin(2\theta - 180^\circ) - 2M_{p1} \sin(2\theta - 210^\circ) - 2M_{p2} \sin(2\theta - 240^\circ) - 2M_{p3} \sin(2\theta - 270^\circ) - M_{p1} \sin(2\theta - 300^\circ) - M_{p2} \sin(2\theta - 330^\circ) - M_{p3} \sin(2\theta - 360^\circ) - M_{p0} g(\theta - 180^\circ) \\
 -2M_{p1} \sin(2\theta - 120^\circ) - 2M_{p2} \sin(2\theta - 150^\circ) - 2M_{p3} \sin(2\theta - 180^\circ) \quad -2L_p \sin(2\theta - 210^\circ) - 2M_{p1} \sin(2\theta - 240^\circ) - 2M_{p2} \sin(2\theta - 270^\circ) - 2M_{p3} \sin(2\theta - 300^\circ) - M_{p1} \sin(2\theta - 330^\circ) - M_{p2} \sin(2\theta - 360^\circ) - M_{p0} g(\theta - 210^\circ) \\
 -M_{p3} \sin(2\theta - 150^\circ) - M_{p0} g(\theta - 30^\circ) \quad -M_{p0} g(\theta - 60^\circ) \quad -M_{p0} g(\theta - 90^\circ) \quad -M_{p0} g(\theta - 120^\circ) \quad -M_{p0} g(\theta - 150^\circ) \quad -M_{p0} g(\theta - 180^\circ) \quad -M_{p0} g(\theta - 210^\circ) \quad -M_{p0} g(\theta - 240^\circ) \\
 -M_{p0} g(\theta - 90^\circ) \quad -M_{p0} g(\theta - 120^\circ) \quad -M_{p0} g(\theta - 150^\circ) \quad -M_{p0} g(\theta - 180^\circ) \quad -M_{p0} g(\theta - 210^\circ) \quad -M_{p0} g(\theta - 240^\circ) \quad 0 \quad 0 \quad 0
 \end{array} \quad (5.22)$$

## 6. MEDIÇÃO DOS PARÂMETROS DA MÁQUINA

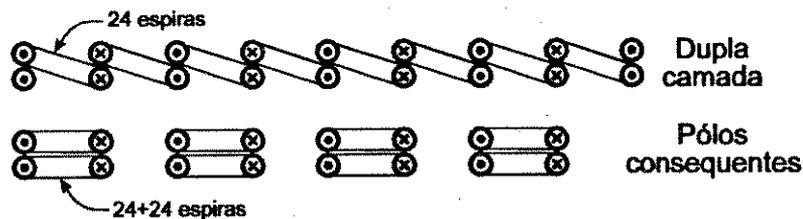
### 6.1 Medida da resistência do estator

A resistência medida de uma das bobinas do estator (48 espiras) é:

$$R_1 = 0.36475 \, \Omega \text{ a } 25^\circ\text{C}$$

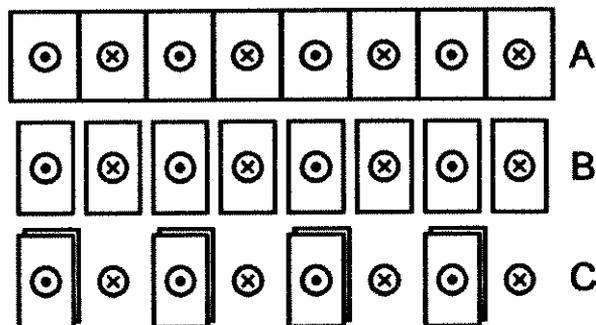
### 6.2 Particularidades dos enrolamentos da máquina de ímãs permanentes

A Fig. 6.1 mostra o enrolamento de uma das fases do estator, onde temos 8 bobinas de 24 espiras distribuídas em um enrolamento de dupla camada. Entretanto, do ponto de vista de cálculo será conveniente interpretar este enrolamento como sendo de pólos consequentes. Como pode ser visto na Fig. 6.1, esta equivalência é perfeita desde que sejam considerados 4 grupos de 48 espiras.



**Fig. 6.1** Diagrama ilustrando a equivalência entre um enrolamento de dupla camada (com 8 bobinas de 24 espiras) e um enrolamento de pólos consequentes (com 4 bobinas de 48 espiras).

A Fig. 6.2A mostra de forma esquemática a gaiola amortecedora e o sentido do fluxo magnético em um dado instante. A Fig. 6.2B apresenta o gaiola amortecedora considerando 8 gaiolas "independentes", onde a largura da barra destas gaiolas "independentes" é a metade da largura original da barra amortecedora. A Fig. 6.2C mostra que estas gaiolas "independentes" podem ser agrupadas 2 a 2, em uma configuração equivalente à da Fig. 6.2A.



**Fig. 6.2** (A) Diagrama ilustrando a gaiola amortecedora e o sentido do fluxo magnético em um dado instante; (B) Diagrama com 8 gaiolas "independentes" no rotor; (C) Diagrama com 4 grupos de 2 espiras por gaiola.

A relação de espiras existente entre os enrolamentos do estator, da gaiola amortecedora e da bobina exploratória existente no rotor pode ser vista na Fig. 6.3. Nesta figura mostramos apenas o que ocorre em um dos pólos do motor.

A bobina exploratória abraça apenas um pólo magnético no rotor e está alojada na parte inferior da ranhura. Iremos considerar o acoplamento entre a bobina exploratória e a gaiola amortecedora perfeito.

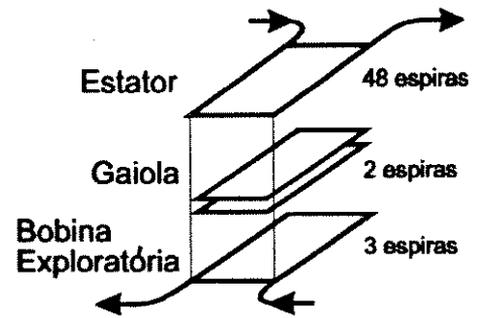


Fig. 6.3 Relação de espiras entre estator, gaiola amortecedora e bobina exploratória do rotor.

### 6.3 Procedimento utilizado nas medidas sem gaiola amortecedora

O procedimento de medida utilizado, ilustrado pela Fig. 6.4, foi:

- os enrolamentos de cada fase estavam ligados em série;
- a fase 1 foi alimentada com tensão AC variável, 60 Hz, ajustando-se a amplitude para obter corrente de 3 A (cerca de 20% da corrente nominal para a condição de ligação série);
- mediu-se a tensão na fase 1 do motor e as tensões induzidas nas fases restantes, variando-se a posição angular do rotor;
- verificou-se que as indutâncias medidas não se alteravam em função do nível de corrente, prevalecendo assim a hipótese da linearidade do circuito magnético;

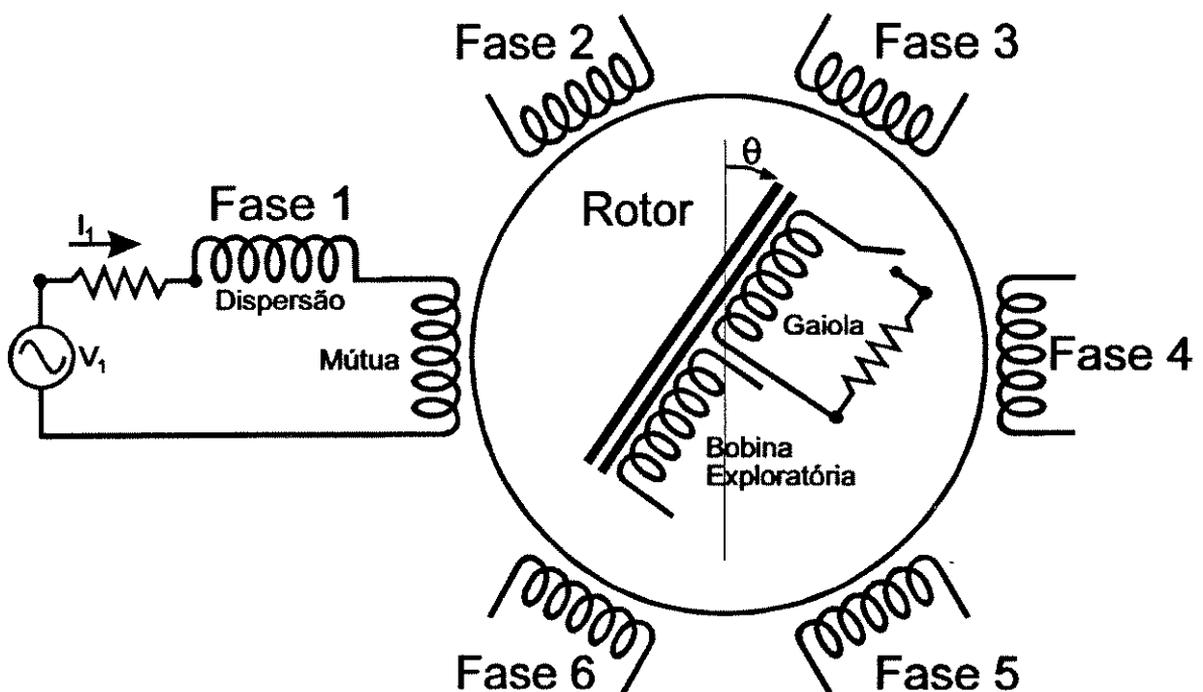
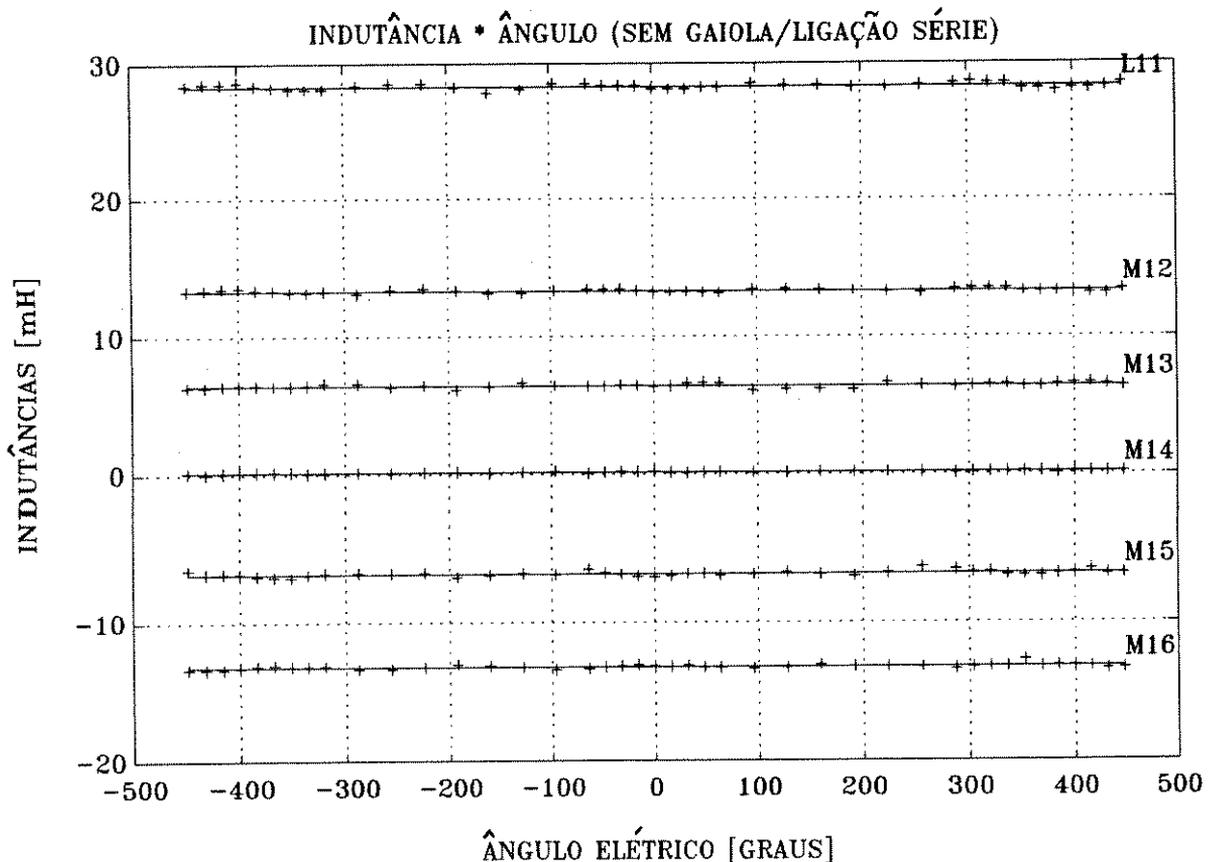


Fig. 6.4 Esquema utilizado para as medidas de indutância da máquina.

## 6.4 Resultados experimentais obtidos sem gaiola amortecedora

Os resultados experimentais obtidos estão dados na Fig. 6.5



**Fig. 6.5** Medidas experimentais de indutância, sem gaiola amortecedora e com os enrolamentos do estator na ligação série.

Os resultados numéricos correspondentes são:

$$\begin{aligned}
 L_{11} \text{ (valor médio)} &= 28.34 \text{ [mH]} \\
 M_{12} \text{ (valor médio)} &= 13.28 \text{ [mH]} \\
 M_{13} \text{ (valor médio)} &= 6.42 \text{ [mH]} \\
 M_{14} \text{ (valor médio)} &= 0.12 \text{ [mH]} \\
 M_{15} \text{ (valor médio)} &= -6.48 \text{ [mH]} \\
 M_{16} \text{ (valor médio)} &= -13.26 \text{ [mH]}
 \end{aligned}$$

## 6.5 Interpretação dos resultados obtidos sem gaiola amortecedora

6.5.1 As medidas feitas com a gaiola amortecedora em aberto, mostradas na Fig. 6.5, comprovam que o rotor é magneticamente isotrópico.

6.5.2 Verificamos que  $M_{14}$  é muito menor do que as outras indutâncias medidas (0.4% da indutância  $L_{11}$ ), comprovando a hipótese do desacoplamento entre fases deslocadas de  $90^\circ$  magnéticos.

6.5.3 Verificamos que  $M_{12} \approx -M_{16}$  e também que  $M_{13} \approx -M_{15}$ .

6.5.4 Fazendo os cálculos:

$$\frac{|M_{12}| + |M_{16}|}{2} = 13.27 \text{ [mH]}$$

$$\frac{|M_{13}| + |M_{15}|}{2} = 6.45 \text{ [mH]}$$

notamos que o primeiro valor é aproximadamente o dobro (206%) do segundo valor, comprovando as hipóteses estabelecidas na Eq. 5.3. Assim, estabelecemos:

$$M_s = \frac{|M_{12}| + |M_{13}| + |M_{15}| + |M_{16}|}{3} = 13.15 \text{ [mH]} \quad (\text{Ligação série}) \quad (6.1)$$

6.5.5 Os resultados obtidos no item 6.5.4 comprovam que a distribuição espacial de fluxo (produzida pelas bobinas do estator) é retangular.

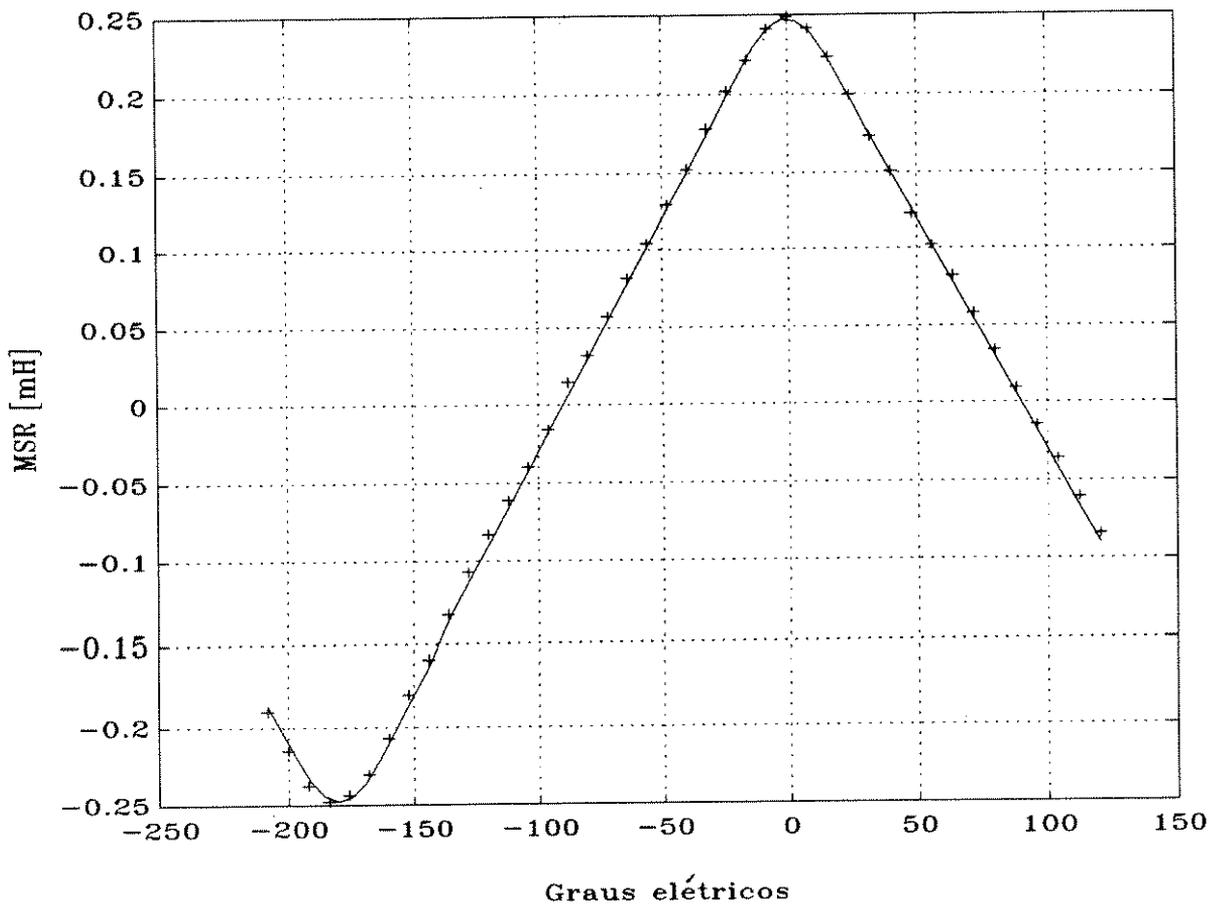
6.5.6 O valor de  $L_{11}$  medido corresponde ao valor da indutância própria na ligação série. Portanto:

$$L_s = 28.34 \text{ [mH]} \quad (\text{Ligação série}) \quad (6.2)$$

## 6.6 Procedimento utilizado na medida do acoplamento estator-rotor

O procedimento de medida utilizado nesta condição de operação, ilustrado pela Fig. 6.4, foi:

- a) os enrolamentos de cada fase estavam ligados em série;
- b) a fase 1 foi alimentada com tensão AC variável, 60 Hz, ajustando-se a amplitude para obter corrente de 4 A (cerca de 20% da corrente nominal para a condição de ligação série); durante o restante do ensaio esta tensão não foi modificada;
- c) as fases restantes do estator e a gaiola amortecedora do motor permanecem em circuito aberto;
- d) mediu-se a tensão induzida na bobina exploratória do rotor, variando-se a posição angular do rotor.
- e) Pelo fato das medidas terem sido feitas com voltímetros foi perdida a informação de fase referente às medidas do rotor. Corrigindo as medidas do rotor para levar em conta a fase teremos a curva da Fig. 6.6. Nesta figura os dados experimentais estão indicados por +.
- f) O valor obtido para a indutância própria foi  $L_s = 28.95 \text{ [mH]}$  (Ligação série) que é um valor levemente superior àquele medido no item 6.4.



**Fig. 6.6** Medidas da indutância mútua estator-rotor. Dados experimentais indicados com "+" e curva contínua dada por função  $f(\alpha)$ . (Ligação série e com gaiola em aberto).

## 6.7 Interpretação das medidas do acoplamento estator-rotor

- 6.7.1 A curva contínua na Fig. 6.6 corresponde à uma função  $f(\alpha)$  definida através da Eq. 5.19, cuja **amplitude** foi ajustada pelo método dos mínimos quadrados em relação aos dados experimentais. A amplitude  $M_{RS}$  calculada foi 0.27 mH.
- 6.7.2 A Fig. 6.6 comprova que a função  $f(\alpha)$  expressa adequadamente o acoplamento estator-rotor e mostra mais uma vez que a distribuição espacial de fluxo é retangular.
- 6.7.3 O valor de  $M_{RS}$  pode ser corrigido para indicar o acoplamento entre estator-rotor de forma independente da relação de espiras. Conhecendo as relações de espiras:

$$N_{\text{Estator}} = 4 \text{ grupos de } 48 \text{ espiras}$$

$$N_{\text{Rotor}} = 3 \text{ espiras}$$

obtemos  $M'_{SR}$  (valor corrigido da indutância estator-rotor):

$$M'_{SR} = \frac{N_{\text{Estator}}}{N_{\text{Rotor}}} M_{SR} = \left( \frac{48 \times 4}{3} \right) 0.27 \text{ [mH]} = 17.29 \text{ [mH]} \quad (\text{Ligação série})$$

6.7.4 A indutância de magnetização do motor é precisamente o valor de  $M'_{SR}$ . Em resumo:

$$L_{Magnetização} = 17.29 [mH] \quad (Ligação série) \quad (6.3)$$

6.7.5 Portanto, a indutância de dispersão entre estator-rotor será:

$$L_{Dispersão} = L_S - L_{Mag} = 28.34 - 17.29 = 11.05 [mH] \quad (Ligação série) \quad (6.4)$$

6.7.6 Em termos percentuais, isto significa que a dispersão vale:

$$L_{Dispersão SR} [\%] = 100 \times \frac{L_S - L_{Mag}}{L_S} = 100 \times \frac{11.05}{28.34} = 39 [\%] \quad (6.5)$$

Este valor elevado de dispersão (em comparação com os níveis típicos para motores de indução) é consistente com as dimensões do entreferro efetivo de um motor de imã permanente. Neste tipo de máquina a espessura do imã praticamente se soma ao entreferro físico do motor pois a permeabilidade magnética dos imãs é muito próxima à do ar.

6.7.7 Estamos considerando que o acoplamento entre a bobina exploratória do rotor e a gaiola amortecedora seja perfeito. Isto permite determinar o valor de  $M_D$  a partir de  $M_{RS}$  pois conhecemos as relações de espiras entre ambos. Entretanto, tal transformação não precisa ser feita, pois o valor de ambas, referido ao estator, é idêntico. Ou seja,

$$M_D = M'_{RS} = 17.29 [mH] \quad (Ligação série) \quad (6.6)$$

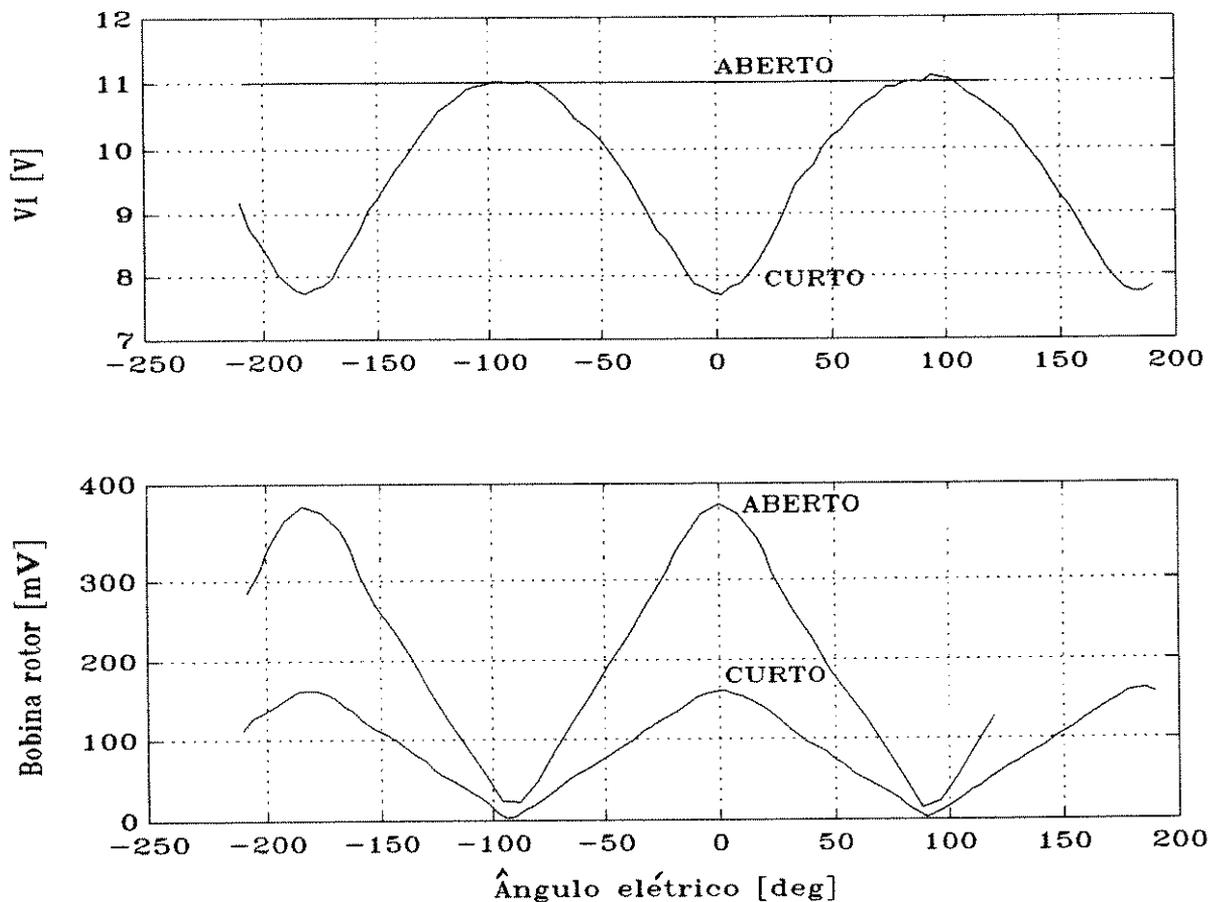
## 6.8 Medida do acoplamento estator-rotor com a presença da gaiola amortecedora

O procedimento de medida utilizado nesta condição de operação foi idêntico ao descrito no item 6.6, exceto nos seguintes aspectos:

- a) A gaiola amortecedora estava em curto-circuito. Convém esclarecer que se trata da gaiola "reconstituída". Durante a sequência de experiências realizadas a gaiola foi aberta e posteriormente recolocada em curto-circuito. Esta operação, apesar das precauções tomadas, não é perfeita, resultando em uma resistência ôhmica superior ao valor original.
- b) A fase 1 foi alimentada com tensão AC variável, 60 Hz, ajustando-se a amplitude para obter sempre corrente de 4 A (cerca de 25% da corrente nominal para a condição de ligação série).

A Fig. 6.7 mostra os resultados, sobrepostos àqueles obtidos previamente quando a gaiola estava em aberto. Notamos que a tensão medida na bobina exploratória se reduz, o que era previsto, pois a gaiola tenta cancelar o fluxo. Esta ação, caso fosse perfeita, anularia a tensão observada na bobina exploratória sendo que neste caso a redução foi de

aproximadamente 60%. Esta redução do fluxo também é observada pelo estator, resultando em uma tensão menor, como pode ser observado na parte superior da Fig. 6.7.



**Fig. 6.7** Medidas da tensão obtidas com e sem a presença da gaiola amortecedora. Parte superior: tensão no estator (por bobina). Parte inferior: tensão na bobina exploratória do rotor.

### 6.9 Estimativa do valor da resistência da gaiola amortecedora a partir das medidas do acoplamento estator-rotor obtidas com a presença da gaiola

A partir da Fig. 6.7 será possível estimar o valor da resistência  $R_D$  da gaiola amortecedora.

A matriz indutância teórica (no caso mais geral) seria dada pela Eq. 5.21, que necessita de 10 parâmetros  $[L_S L_P M_S M_{P1} M_{P2} M_{P3} L_D M_D L_Q M_Q]$  para ser caracterizada. Entretanto, no caso do protótipo construído pela FDTE :

- a) o rotor pode ser considerado magneticamente isotrópico
- b) só existe enrolamento amortecedor ao longo do eixo direto do rotor, tendo sido implementado com apenas uma barra por pólo.

Portanto:

$$\begin{aligned}
 L_p &= 0 \\
 M_{p1} &= M_{p2} = M_{p3} = 0 \\
 L_Q &= 0 \\
 M_Q &= 0
 \end{aligned} \tag{6.7}$$

Tomando-se em consideração a Eq. 6.7 podemos reescrever a matriz de indutâncias dada pela Eq. 5.21 na forma dada pela Eq. 6.8:

$$\begin{bmatrix}
 L_s & +1.0M_s & +0.5M_s & +0 & -0.5M_s & -1.0M_s & -M_D f(\theta-0^\circ) \\
 +1.0M_s & L_s & +1.0M_s & +0.5M_s & 0 & -0.5M_s & -M_D f(\theta-30^\circ) \\
 +0.5M_s & +1.0M_s & L_s & +1.0M_s & +0.5M_s & 0 & -M_D f(\theta-60^\circ) \\
 0 & +0.5M_s & +1.0M_s & L_s & +1.0M_s & +0.5M_s & -M_D f(\theta-90^\circ) \\
 -0.5M_s & 0 & +0.5M_s & +1.0M_s & L_s & +1.0M_s & -M_D f(\theta-120^\circ) \\
 -M_s & -0.5M_s & 0 & +0.5M_s & +1.0M_s & L_s & -M_D f(\theta-150^\circ) \\
 -M_D f(\theta-0^\circ) & -M_D f(\theta-30^\circ) & -M_D f(\theta-60^\circ) & -M_D f(\theta-90^\circ) & -M_D f(\theta-120^\circ) & -M_D f(\theta-150^\circ) & L_D
 \end{bmatrix} \tag{6.8}$$

Quando o rotor está em repouso temos:

$$\begin{aligned}
 [e(t)] &= 0 \\
 \left[ \frac{dL(\theta)}{dt} \right] &= 0
 \end{aligned} \tag{6.9}$$

A partir das Eqs. 4.13 e 6.8 podemos escrever:

$$[v(t)] = [R][i(t)] + [L(\theta)] \frac{d[i(t)]}{dt} \tag{6.10}$$

Quando a gaiola está em curto ( $v_D(t)=0$ ), temos:

$$[i(t)] = [i_1(t) \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ i_D(t)]^T \tag{6.11}$$

$$[v(t)] = [v_1(t) \ v_2(t) \ v_3(t) \ v_4(t) \ v_5(t) \ v_6(t) \ 0]^T \tag{6.12}$$

Vamos ignorar o que ocorre nas fases 2 a 6 do estator. Agrupando as Eqs. 4.7, 6.8, 6.10, 6.11 e 6.12 temos:

$$\begin{bmatrix} v_1(t) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_D(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s & -M_D f(\theta-0^\circ) \\ -M_D f(\theta-0^\circ) & L_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_1(t)}{dt} \\ \frac{di_D(t)}{dt} \end{bmatrix} \tag{6.13}$$

Podemos utilizar notação fasorial para tensões e correntes, (representando-as por letras maiúsculas) uma vez que estas grandezas são senoidais. Resulta:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + j\omega L_S & -j\omega M_D f(\theta) \\ -j\omega M_D f(\theta) & R_D + j\omega L_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_D \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

onde  $\omega$  é a frequência angular da rede elétrica. Na Eq. 6.14 desconhecemos os valores de  $R_D$ ,  $I_D$  e  $L_D$ . Iremos considerar que não existe dispersão na gaiola amortecedora, ou seja:

$$L_D = M_D \quad (6.15)$$

A partir desta hipótese, a solução computacional para a determinação destes valores segue aproximadamente o seguinte roteiro:

- a) escolhemos as medidas feitas em um determinado ângulo  $\theta$ . Nesta etapa são utilizados apenas os ângulos nos quais a presença da gaiola é mais significativa, ou seja, as medidas nas quais a tensão  $V_1$  é inferior a um determinado patamar.
- b) arbitra-se um valor de  $R_D$
- c) calculam-se os valores de corrente através de:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + j\omega L_S & -j\omega M_D f(\theta) \\ -j\omega M_D f(\theta) & R_D + j\omega L_D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

- d) compara-se o valor calculado de  $I_1$  com o valor medido experimentalmente =  $4 A_{\text{RMS}}$ . Caso seja diferente, voltamos à etapa (b), arbitrando um novo valor para  $R_D$ . Caso seja igual, teremos estimado o valor de resistência  $R_D$  para um ângulo específico  $\theta$ .
- e) voltamos à etapa 1, escolhendo um novo valor do ângulo  $\theta$ . Ao final deste processo teremos feito um conjunto de estimativas de  $R_D$ , do qual extraímos a média.
- f) conhecendo o valor de  $(R_D)_{\text{Médio}}$  podemos calcular as correntes através da Eq. 6.16 para todos os valores de  $\theta$ , resultanto uma estimativa de  $I_D$  para cada ângulo  $\theta$ .
- g) calculamos a tensão existente sobre a resistência da gaiola através de:

$$V_{R_D}(\theta) = (R_D)_{\text{Média}} I_D(\theta) \quad (6.17)$$

- h) a tensão da bobina exploratória será calculada através da relação de espiras (3/48).

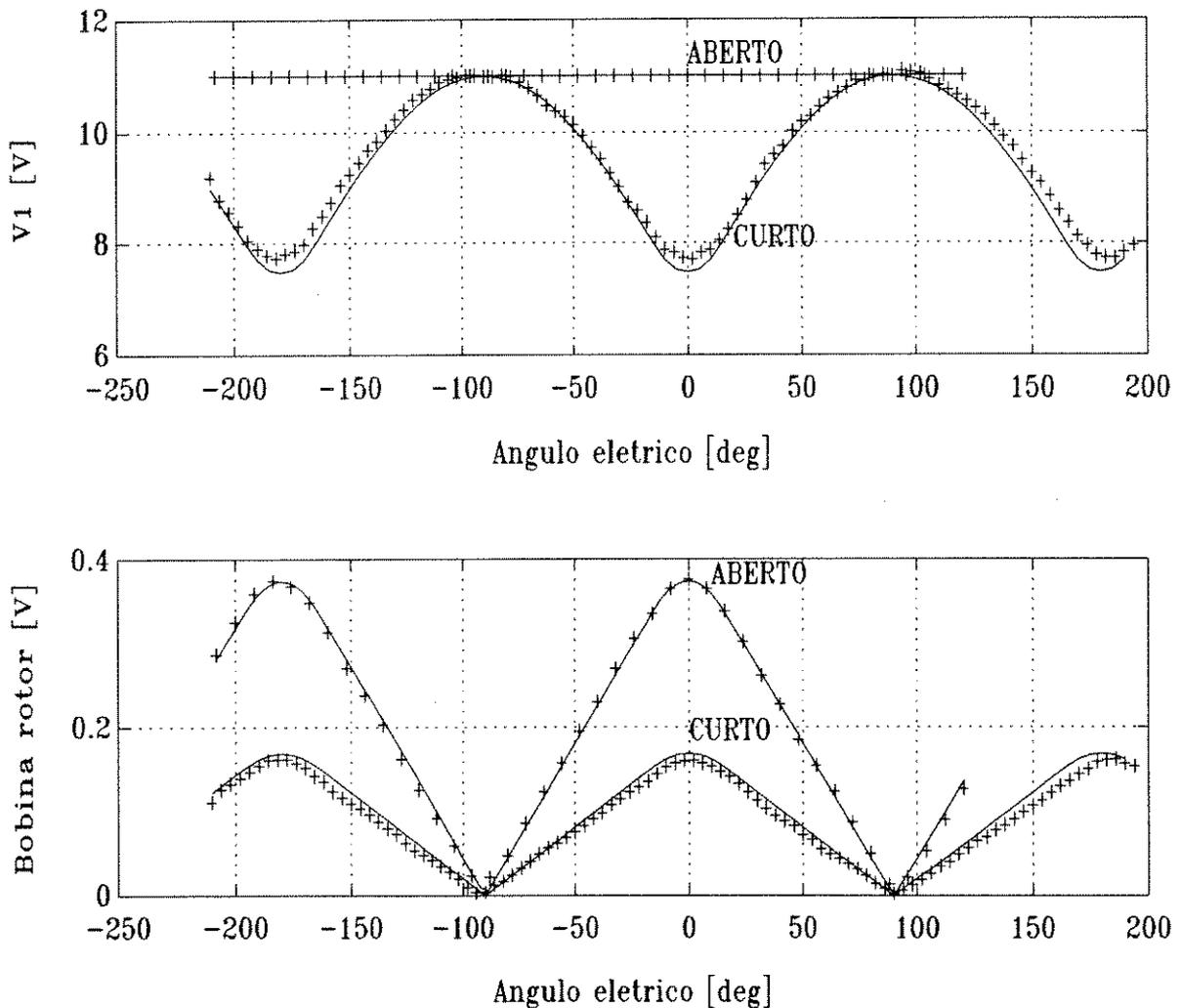
Efetuando tal processo obtém-se (lembrar que este é o valor de resistência referido ao estator):

$$R_D = 0.825 [\Omega] \quad (6.18)$$

Utilizando os seguintes parâmetros (que refletem o que ocorre em um par de pólos da máquina):

$$\begin{aligned}
 R_1 &= 0.34675 \text{ } [\Omega] \\
 R_D &= 0.825 \text{ } [\Omega] \\
 L_S &= 7.24 \text{ } [mH] \\
 M_S &= 3.28 \text{ } [mH] \\
 M_D = L_D &= 4.32 \text{ } [mH] \\
 I_1 &= 4.0 \text{ } [A_{RMS}]
 \end{aligned}
 \tag{6.19}$$

calculamos a tensão  $V_1$  e a tensão na bobina exploratória quando a gaiola amortecedora está em aberto e em curto. O resultado está mostrado na Fig. 6.8, sobreposto aos valores experimentais, indicados por (+).



**Fig. 6.8** Medidas da tensão obtidas com e sem a presença da gaiola. Superior: tensão no estator (por bobina). Inferior: tensão na bobina exploratória do rotor. Pontos experimentais (+).

### 6.10 Medidas das indutâncias mútuas entre as fases do estator, com a presença da gaiola

O procedimento de medida utilizado nesta condição de operação (ver Fig. 6.4) foi:

- os enrolamentos de cada fase estavam ligados em paralelo;
- a fase 1 foi alimentada com tensão AC variável, 60 Hz, ajustando-se a amplitude para obter corrente de 10 A (cerca de 30% da corrente nominal para a condição de ligação paralela);
- mediu-se a tensão na fase 1 do motor e as tensões induzidas nas fases restantes, variando-se a posição angular do rotor;
- verificou-se que os resultados não se alteravam em função do nível de corrente, prevalecendo assim a hipótese da linearidade do circuito magnético;

Os resultados obtidos estão dados na Fig. 6.9 onde os pontos experimentais estão indicados por "+".

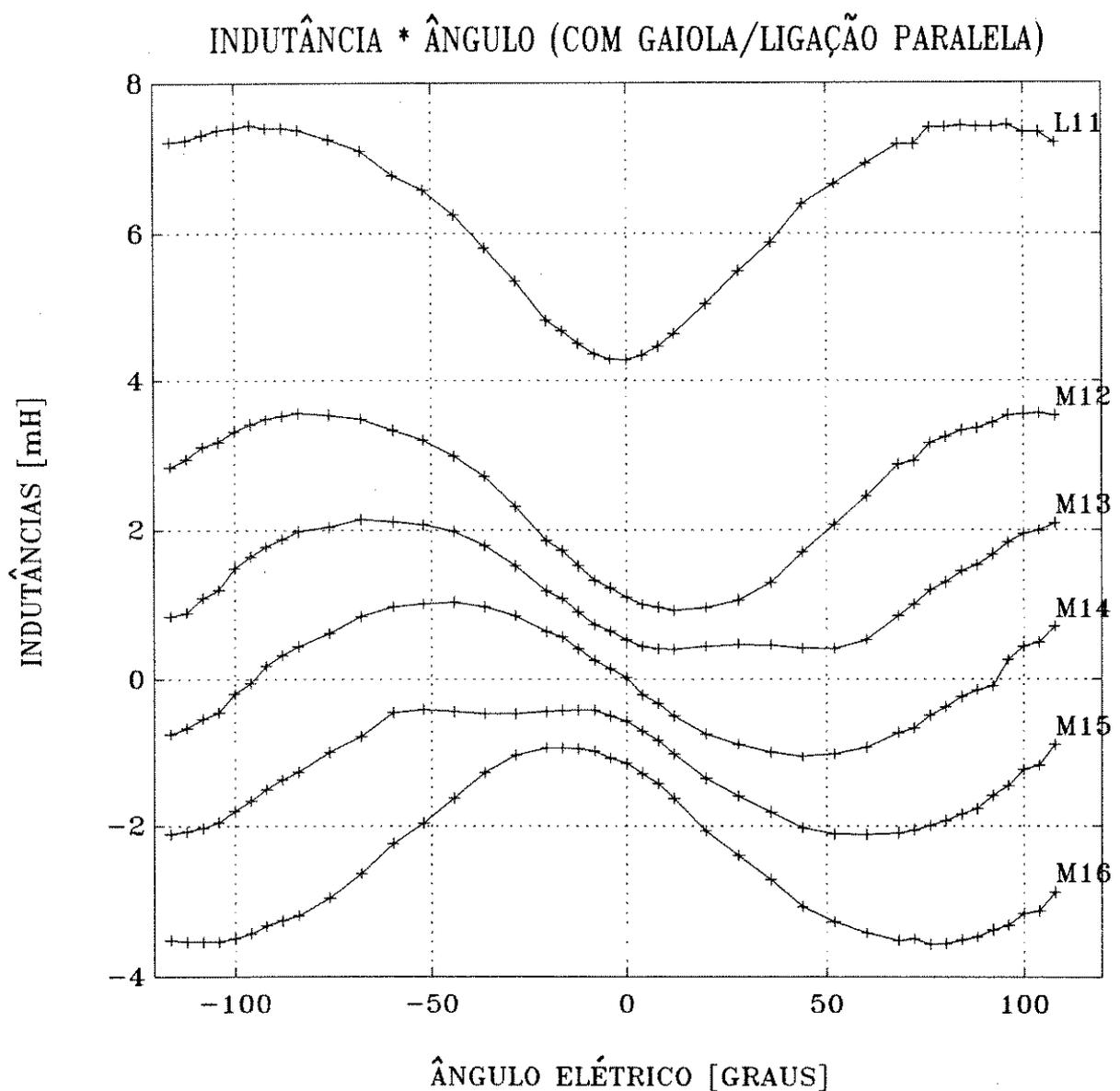


Fig. 6.9 Medidas experimentais de indutância, com gaiola amortecedora.

### 6.11 Interpretação qualitativa das medidas de indutância obtidas com gaiola

Pelo fato do rotor ser magneticamente isotrópico, a pulsação das indutâncias observada é resultante da ação da gaiola amortecedora.

Adotaremos na análise a seguir a convenção de ângulos indicada na Fig. 6.10 onde  $0^\circ$  corresponde à posição de alinhamento entre o eixo magnético da fase 1 com o eixo magnético da gaiola amortecedora.

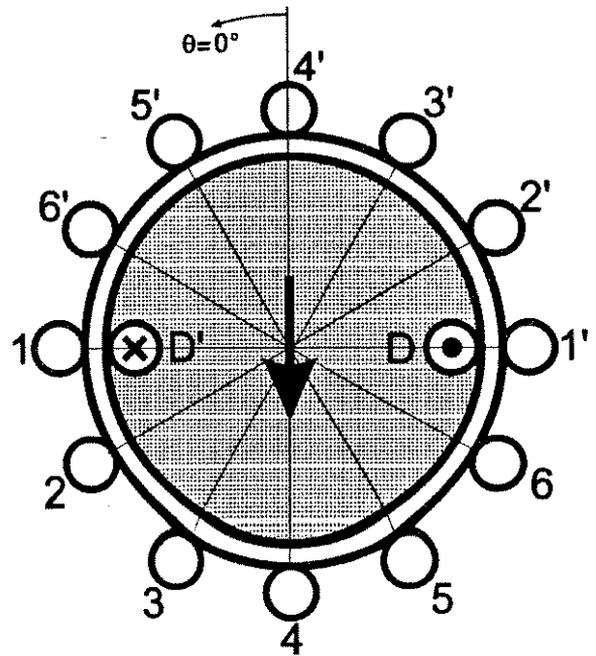


Fig. 6.10 Convenção de ângulos utilizada para identificar a posição do rotor.

Podemos comprovar através da Fig. 6.9 que:

a) a indutância própria  $L_{11}$  é máxima em  $\pm 90^\circ$  e mínima em  $0^\circ$ , como ilustra a Fig. 6.11;

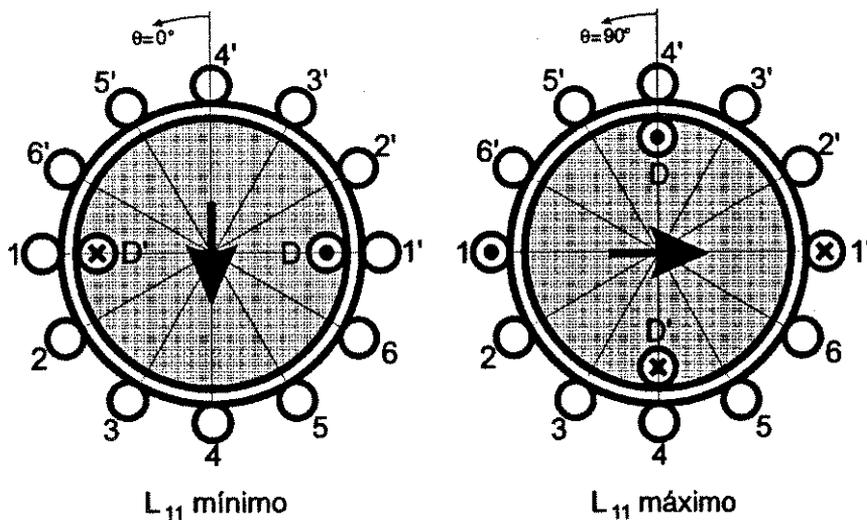
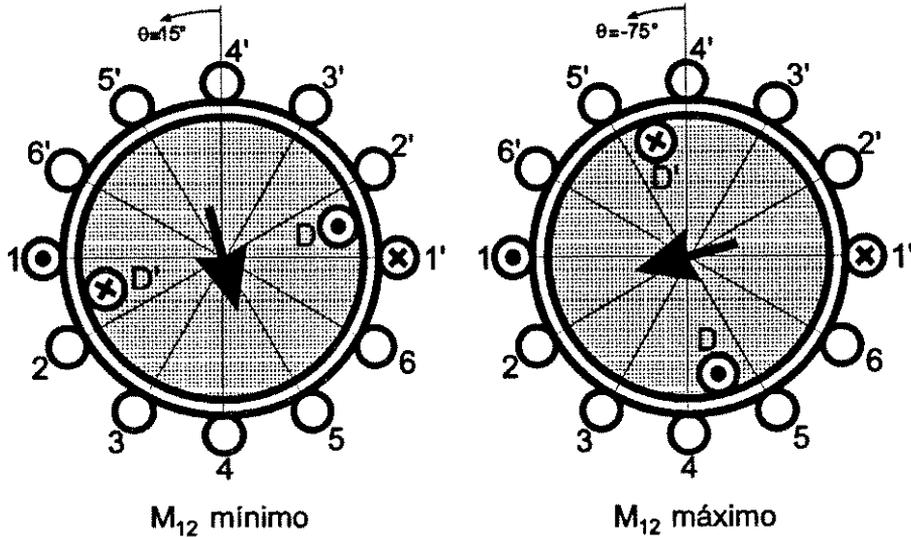


Fig. 6.11 Ilustração da variação da indutância própria  $L_{11}$  em função da posição da gaiola amortecedora do rotor.

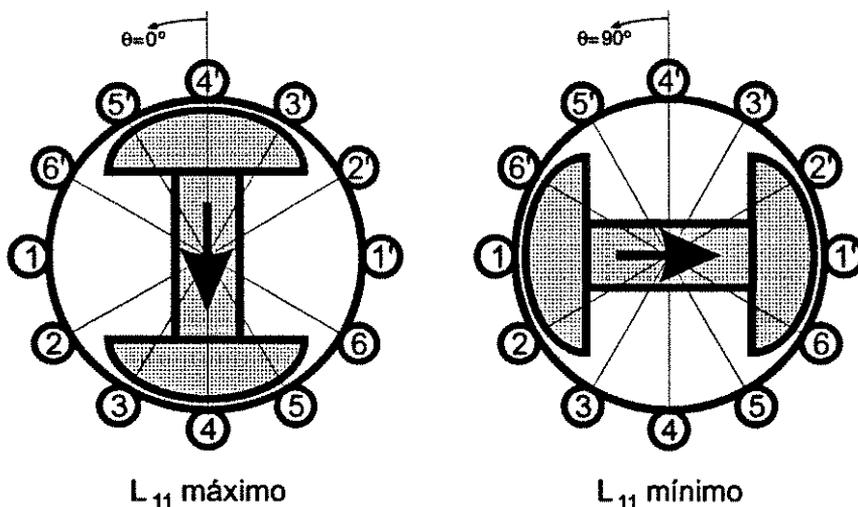
b) a indutância mútua  $M_{12}$  é máxima em  $-75^\circ$  e mínima em  $+15^\circ$ , como ilustra a Fig. 6.12.



**Fig. 6.12** Ilustração da variação da indutância mútua  $M_{12}$  em função da posição da gaiola amortecedora do rotor.

- c) a indutância mútua  $M_{13}$  é máxima na posição  $-60^\circ$  e mínima em  $+30^\circ$ ;
- d) a indutância mútua  $M_{14}$  é máxima na posição  $-45^\circ$  e mínima em  $+45^\circ$ ;
- e) a indutância mútua  $M_{14}$  é nula nas posições  $0^\circ, \pm 90^\circ$  e seu valor médio é nulo;
- f) a indutância mútua  $M_{15}$  é máxima na posição  $-30^\circ$  e mínima em  $+60^\circ$ ;
- g) a indutância mútua  $M_{16}$  é máxima na posição  $-15^\circ$  e mínima em  $+75^\circ$ ;

Os mesmos resultados seriam obtidos considerando-se um rotor sem gaiola mas com uma anisotropia magnética [33], excetuando-se o fato de que todos estes efeitos apareceriam defasados de  $90^\circ$ . Assim,  $L_{11}$  seria mínima quando o rotor estivesse nas posições  $\pm 90^\circ$  e máxima na posição  $0^\circ$ . Esta alternativa de interpretação está dada na Fig. 6.13.



**Fig. 6.13** Ilustração da similaridade entre os efeitos de uma gaiola amortecedora e de uma variação de relutância, apesar da defasagem de  $90^\circ$ .

## 6.12 Interpretação quantitativa das medidas de indutância obtidas com gaiola

6.12.1 Na Fig. 6.9 existem ângulos particulares nos quais a presença da gaiola amortecedora não provoca efeito algum, pois esta está ortogonal ao plano da fase "1". Estes ângulos são aqueles nos quais a indutância  $L_{11}$  é máxima e a mútua  $M_{14}$  é nula. Os valores de indutância medidos nesta condição (ligação paralela) são:

$$\begin{aligned} L_{11} &= 7.37 \text{ [mH]} \\ M_{12} &= 3.42 \text{ [mH]} \\ M_{13} &= 1.66 \text{ [mH]} \\ M_{15} &= -1.62 \text{ [mH]} \\ M_{16} &= -3.40 \text{ [mH]} \end{aligned}$$

Evidentemente, na ligação série os resultados seriam quatro vezes maiores. Desta forma podemos comparar as medidas feitas com e sem a presença da gaiola amortecedora.

**Tabela 6.1 Comparativo entre as medidas de indutâncias feitas em ligação série e paralela**

	Sem gaiola & conexão série	Com gaiola & conexão paralela (4x)	Diferença (módulo) [%] (relativa à ligação série)
$L_{11}$ [mH] (Ver nota)	28.34 (28.95)	29.48	+4.0 (+1.8)
$M_{12}$ [mH]	13.28	13.68	+3.0
$M_{13}$ [mH]	6.42	6.66	+3.7
$M_{15}$ [mH]	-6.48	-6.50	+0.3
$M_{16}$ [mH]	-13.26	-13.58	+2.4

Nota: Existem duas determinações distintas da indutância própria.

6.12.2 Usando um procedimento análogo ao do item 6.9 podemos escrever a partir das Eqs. 6.8, 6.10, 6.11 e 6.12:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + j\omega L_S & -j\omega M_D f(\theta - 0^\circ) \\ +1.0j\omega M_S & -j\omega M_D f(\theta - 30^\circ) \\ +0.5j\omega M_S & -j\omega M_D f(\theta - 60^\circ) \\ 0 & -j\omega M_D f(\theta - 90^\circ) \\ -0.5j\omega M_S & -j\omega M_D f(\theta - 120^\circ) \\ -1.0j\omega M_S & -j\omega M_D f(\theta - 150^\circ) \\ -j\omega M_D f(\theta - 0^\circ) & R_D + j\omega L_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_D \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

6.12.3 A partir da Eq. 6.20 e considerando os parâmetros dados na Eq. 6.19 é possível obter os valores de tensão em cada uma das fases da máquina. A partir da linha 7 da Eq. 6.20 e do valor de  $I_1$  escrevemos:

$$0 = -j\omega M_D f(\theta - 0^\circ) I_1 + [R_D + j\omega L_D] I_D \quad (6.21)$$

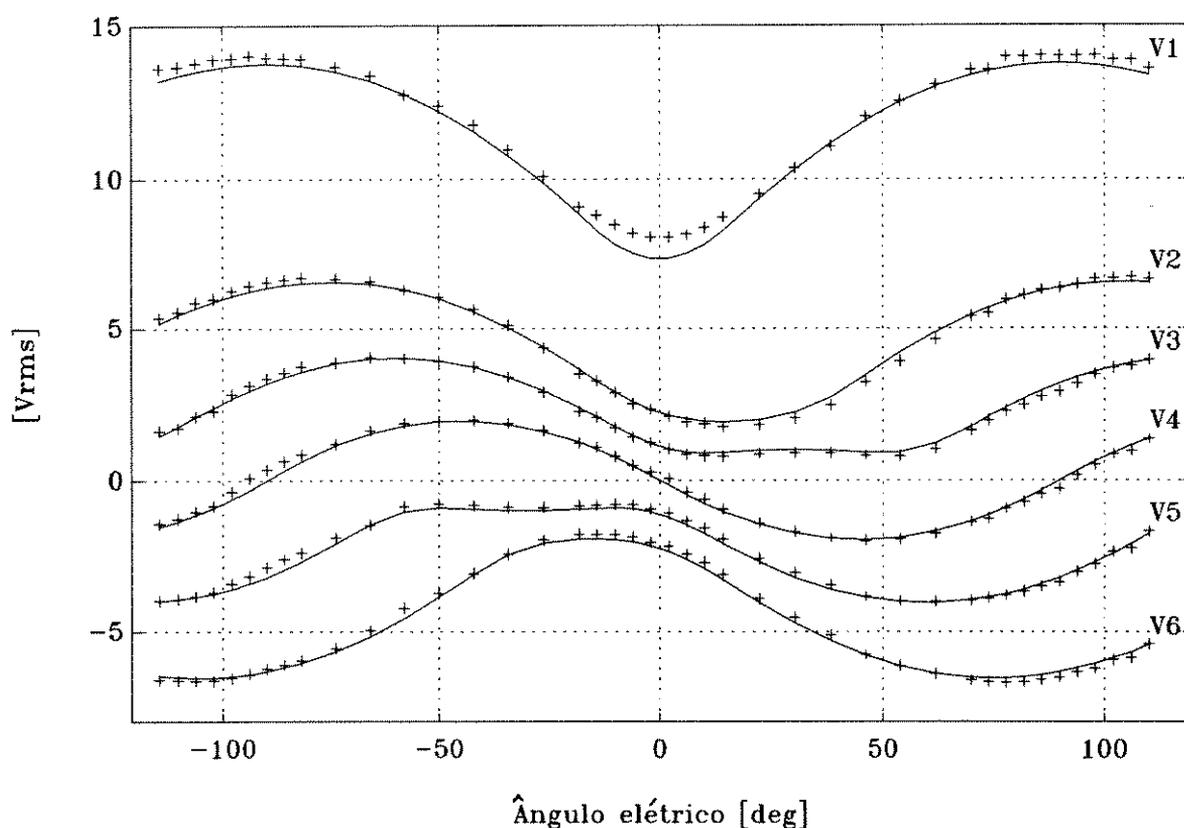
e também:

$$I_D = \frac{j\omega M_D f(\theta - 0^\circ)}{R_D + j\omega L_D} I_1 \quad (6.22)$$

Os valores de  $V_1$  até  $V_6$  são calculados a partir das linhas 1 até 6 da Eq. 6.20.

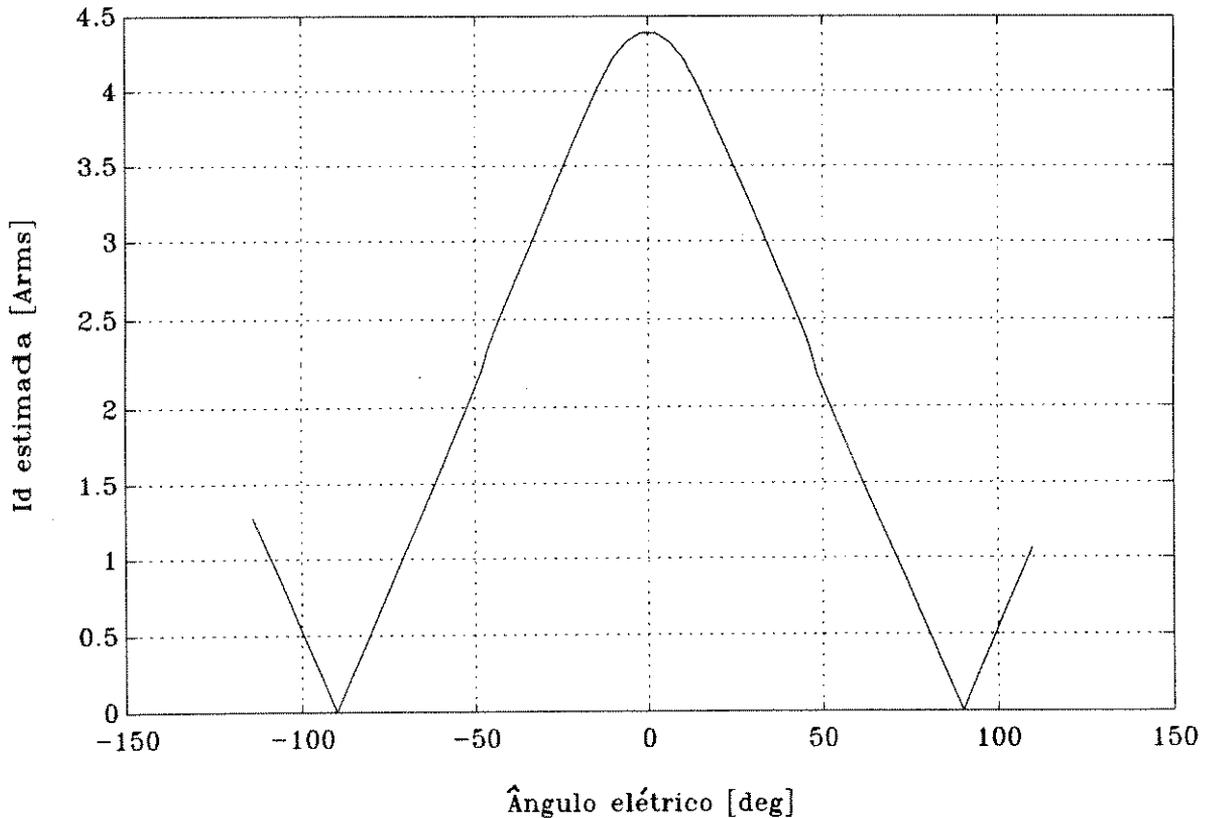
6.12.4 Usando o procedimento descrito no item anterior é possível construir a Fig. 6.14 na qual comparamos os valores experimentais e teóricos de tensão. Entretanto, o valor de  $R_D$  calculado previamente no item 6.9 (0.825  $\Omega$ ) se refere à resistência da gaiola "reconstituída" que certamente é superior ao valor original. Por outro lado, os dados experimentais neste item foram obtidos com a gaiola original. Portanto foi feito um processo de otimização do valor de  $R_D$  de forma a minimizar o erro quadrático entre os valores teóricos e experimentais, resultando:

$$R_D = 0.48 [\Omega] \quad (6.23)$$



**Fig. 6.14** Valores experimentais de tensão (indicados por +) e valores teóricos (curva contínua). Condições de medida: gaiola em curto, ligação paralela no estator.

- 6.12.5 Nota-se na Fig. 6.14 a adequação entre os valores calculados com as medidas experimentais, inclusive no que se refere ao achatamento existente na forma das tensões  $V_3$  e  $V_5$ . Este aspecto será rediscutido no item 6.13.
- 6.12.6 O valor de corrente da gaiola  $I_D$  calculado está mostrado na Fig. 6.15. Observamos que a forma da corrente é a mesma da função  $f(\alpha)$  (item 5.8) e que a amplitude máxima é pouco menor do que a corrente do estator  $5A_{RMS}$ .



**Fig. 6.15** Valor eficaz da corrente  $I_D$ , estimada através da Eq. 6.22.

Convém lembrar que se trata do módulo desta corrente, sendo que existe uma defasagem entre as correntes  $I_1$  e  $I_D$  que pode ser obtida a partir da Eq. 6.22, calculando-se:

$$\angle I_D = 90^\circ - \arctan\left(\frac{\omega L_D}{R_D}\right) \quad (6.24)$$

Numericamente:

$$\angle I_D = 90^\circ - \arctan\left(\frac{377 \times 4.32 \times 10^{-3}}{0.48}\right) = 16.4^\circ \quad (6.25)$$

### 6.13 Análise da distorção existente nas mútuas $M_{13}$ e $M_{15}$ da matriz indutância

Existem duas formas de interpretar a distorção existente na tensão/indutância das fases 3 e 5 :

- considerando que a tensão e corrente não estão em fase no circuito da gaiola amortecedora;
- considerando o acoplamento parcial da gaiola com o fluxo de dispersão do estator.

A primeira linha de interpretação é original enquanto que a segunda foi apresentada de forma muito resumida na referência [33].

O ponto de partida das duas interpretações é o mesmo podendo ser visto na Fig. 6.16. Considere inicialmente o efeito da gaiola, assumindo que o núcleo ferromagnético do rotor seja perfeitamente homogêneo. Quando a posição do rotor é  $30^\circ$ , o eixo direto do rotor coincide com a bissetriz entre as fases 1 e 3. Nesta condição o acoplamento entre estas fases fica mínimo, fazendo cair a indutância mútua. Em outras palavras, a gaiola amortecedora está em uma posição na qual atuaria eficazmente como um "curto-circuito magnético".

A partir daí as duas interpretações seguem linhas distintas.

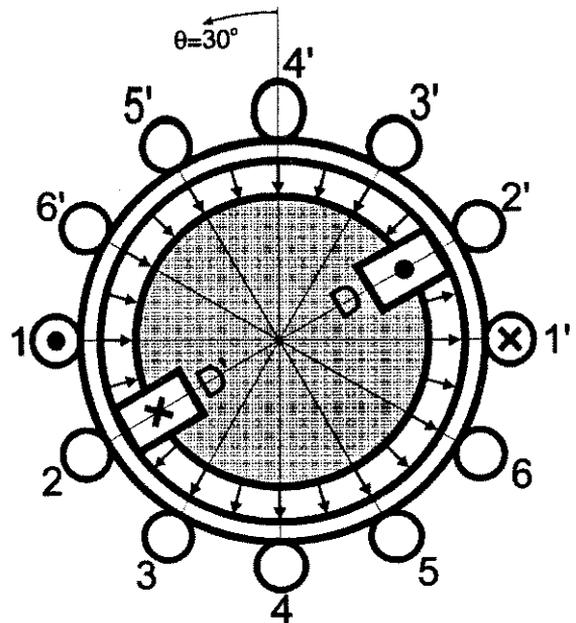


Fig. 6.16 Diagrama auxiliar para ilustrar as discrepâncias em  $M_{13}$  e  $M_{15}$ .

#### 6.13.1 Interpretação da distorção nas mútuas $M_{13}$ e $M_{15}$ como resultado da defasagem entre tensão e corrente na gaiola.

Nesta linha de interpretação a tensão induzida na fase 3 depende não apenas da posição geométrica da gaiola mas também da defasagem temporal existente entre as correntes  $I_1$  e  $I_D$ . Apesar da corrente  $I_D$  relativamente alta (em módulo), apenas uma parcela desta corrente (definida pela defasagem temporal, calculada na Eq. 6.25) atua no sentido de curto-circuitar o fluxo produzido pelo estator. Assim, o fluxo líquido visto pela fase 3 é maior do que o previsto, produzindo a distorção vista na forma da indutância/tensão da fase correspondente.

Esta linha de interpretação permite uma quantificação matemática, na forma ilustrada pela Fig. 6.14.



Adotando-se esta linha de interpretação, o acoplamento com o fluxo disperso também iria afetar os outros elementos da matriz indutância, em particular a indutância própria da fase 1. O fato deste efeito não ser perceptível nos outros elementos da matriz indutância se deve a razões quantitativas, pois este efeito é pequeno e não seria notado quando o valor da indutância fosse elevado.

#### 6.14 Resumo dos resultados obtidos

Os resultados numéricos obtidos neste capítulo serão sintetizados nas Tabela 6.3 e 6.4 abaixo. Valem as seguintes observações:

- como existem várias medidas para alguns dos parâmetros fomos obrigados a escolher entre os diferentes ensaios realizados;
- os valores transcritos abaixo serão utilizados nas simulações matemáticas dos capítulos posteriores;
- os valores de resistência e indutância da gaiola estão referidos ao estator.

**Tabela 6.3 Tabela-resumo das medidas de resistências**

$R_1$ [ $\Omega$ ] @ 25° C	0.34675	Resistência de cada bobina do estator
$R_D$ [ $\Omega$ ]	0.48	Resistência referida ao estator, na ligação paralela.

**Tabela 6.4 Tabela-resumo das medidas de indutâncias**

	Conexão série [mH]	Conexão paralela [mH]
$L_S$	28.34	7.09
$L_P$	0	0
$M_S$	13.15	3.29
$M_{P1} = M_{P2} = M_{P3}$	0	0
$L_D = M_D = L_{Magnetização}$	17.29	4.32
$L_Q$	0	0
$M_Q$	0	0
$L_{Dispersão}$	11.05	2.76

## 7. DETERMINAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DA MÁQUINA A PARTIR DAS DIMENSÕES FÍSICAS

### 7.1 Introdução

Neste capítulo iremos:

- determinar a matriz indutância da máquina;
- determinar a tensão nominal da máquina;
- estimar o nível da reação de armadura existente na máquina;
- discutir o dimensionamento do conversor;
- discutir o efeito da espessura dos imãs sobre o desempenho da máquina.

Algumas considerações iniciais sobre este capítulo são:

- o procedimento que será aqui adotado **não** pretende ser uma "metodologia de projeto" no sentido pleno;
- o roteiro aqui apresentado não reproduz exatamente aquele utilizado para o projeto original desta máquina [25];
- faremos apenas uma comparação entre alguns valores de projeto e os resultados experimentais. Apesar desta comparação estar sendo feita "a posteriori" ainda assim é interessante pois permite incorporar tal experiência em projetos futuros;
- iremos usar apenas as técnicas analíticas tradicionais [6,32,49], apesar de terem sido usados para o projeto deste motor programas computacionais baseados no método dos elementos finitos [11,13].
- iremos tratar aqui apenas do caso em que o rotor é magneticamente isotrópico;
- a análise de um rotor anisotrópico limitaria o escopo da discussão a algumas geometrias específicas e tornaria mandatório o uso das técnicas computacionais acima mencionadas.

### 7.2 Dados construtivos básicos do motor

- a) Número de pólos =  $P$  = 8 pólos
- b) Fases do estator = 6 fases
- c) Potência nominal = 100 CV
- d) Raio do estator =  $R_e$  = 157.5 [mm]
- e) Comprimento pacote =  $L_p$  = 220.0 [mm]
- f) "Raio" do rotor =  $R_r$  = 149.2 [mm]

Na realidade o rotor não é circular. Trata-se um rotor cuja superfície tem 76 facetas. O valor indicado corresponde à distância entre o ponto central de cada faceta e o eixo do rotor, ou seja, o raio do cilindro inscrito ao rotor. Cada faceta abrange um arco polar  $\beta$  =  $360^\circ/76 = 4.736^\circ$ .

g) Espessura dos imãs =  $\delta_i = 6$  [mm]. Os imãs são fornecidos em pequenas peças de dimensão  $6 \times 6 \times 22$  [mm].

h) Característica magnética dos imãs (Vacomax 225). A característica  $B \times H$  dos imãs é praticamente linear entre o valor da densidade de fluxo remanente  $B_R$  e o valor do campo coercitivo  $H_C$ . Temos (a  $60^\circ$  C):  $B_R = 1.08$  [T]

$$H_C = 800.0 \text{ [kA/m]}$$

Portanto a curva característica  $B \times H$  dos imãs será expressa por:

$$B_i = B_R - \left( \frac{B_R}{H_C} \right) H_i \quad [T] \quad (7.1)$$

A permeabilidade magnética relativa dos imãs  $\mu_r$  será dada por:

$$\mu_r = \frac{1}{\mu_0} \left( \frac{B_R}{H_C} \right) = 1.074 \quad (7.2)$$

Considerando tal comportamento podemos traçar a Fig. 7.1 onde estão representadas a curva  $B \times H$  e a densidade energética dos imãs.

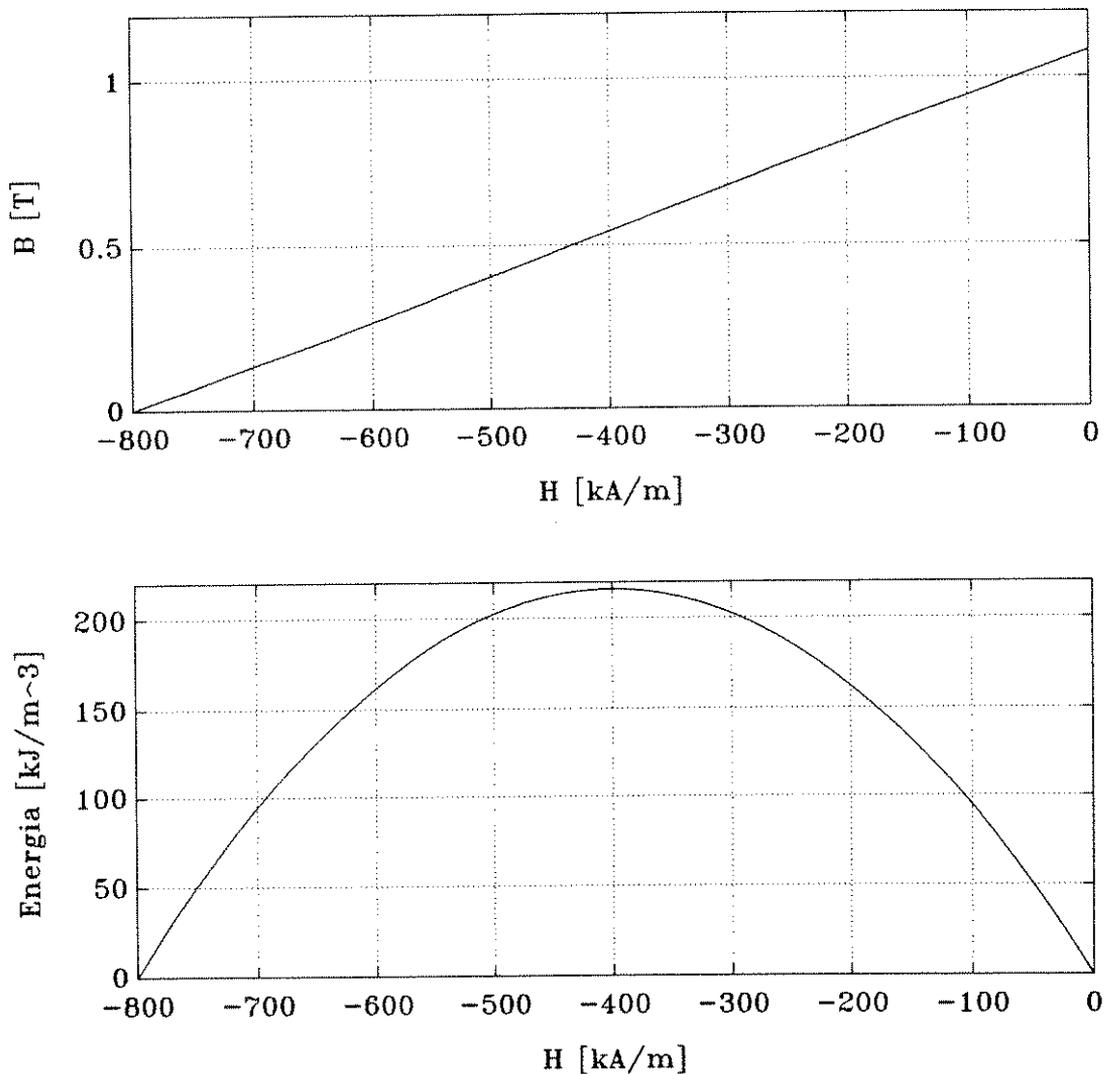


Fig. 7.1 Curvas características do material magnético utilizado (Vacomax 225).

i) O enrolamento do estator é composto por 4 bobinas de 48 espiras para cada fase do estator.

Sabendo que temos 1 bobina alojada em cada ranhura temos:

$$z = 48 \text{ [condutores/ranhura]}$$

Calculamos o número de ranhuras:

$$N_R = 48 \text{ ranhuras} = 2 \text{ [ranhuras/bobina]} \times 4 \text{ [bobinas/fase]} \times 6 \text{ [fases]}$$

j) As bobinas do estator podem ser ligadas nas configurações:

- 4 bobinas em série;
- associação paralela de 2 conjuntos de 2 bobinas em série.

A corrente nominal na ligação série é de 16.5 A. Evidentemente, na ligação paralela teremos corrente nominal 33.0 A.

k) As ranhuras utilizadas são "abertas", e seu formato detalhado será fornecido adiante. Por enquanto basta mencionar que:

- Largura de ranhura ("slot width") =  $w_s = 10.30$  [mm];
- Passo de ranhura ("slot pitch") =  $y_s = 20.61$  [mm].

Estes valores poderiam ser facilmente estimados a partir do raio do estator  $R_e$  e do número de ranhuras  $N_R$ , pois:

$$y_s = 2 w_s = \frac{2 \pi R_e}{N_R} \quad [\text{mm}] \quad (7.3)$$

l) A gaiola amortecedora é composta por uma barra por pólo com largura  $w_g = 6$  [mm].

### 7.3 Determinação do entreferro

Uma vez que o rotor é facetado a determinação do entreferro precisa ser detalhada. A geometria do sistema pode ser vista de forma esquemática através da Fig. 7.1.

Portanto, o entreferro varia ao longo da faceta, sendo máximo no seu centro e mínimo nas suas extremidades. Considerando a espessura  $\delta_i$  dos imãs, o valor máximo do entreferro será dado por:

$$g_{Max} = R_e - (R_r + \delta_i) \quad [\text{mm}] \quad (7.4)$$

Cada faceta abrange um arco polar  $\beta = 360^\circ/76 = 4.736^\circ$  ( $82.67 \times 10^{-3}$  rd). Pode-se deduzir que o entreferro mínimo é dado por:

$$g_{Min} = R_e - \frac{(R_r + \delta_i)}{\cos\left(\frac{\beta}{2}\right)} \quad [\text{mm}] \quad (7.5)$$

Em um ângulo genérico  $\alpha$  (em relação ao raio que liga o ponto central da faceta ao eixo da máquina) temos o entreferro:

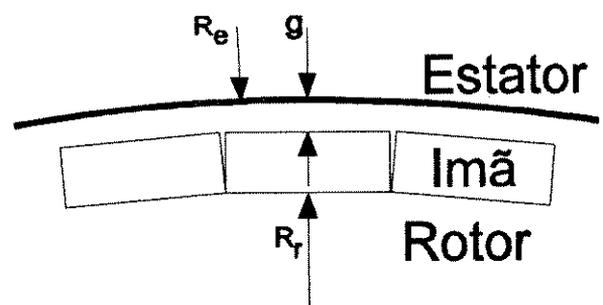


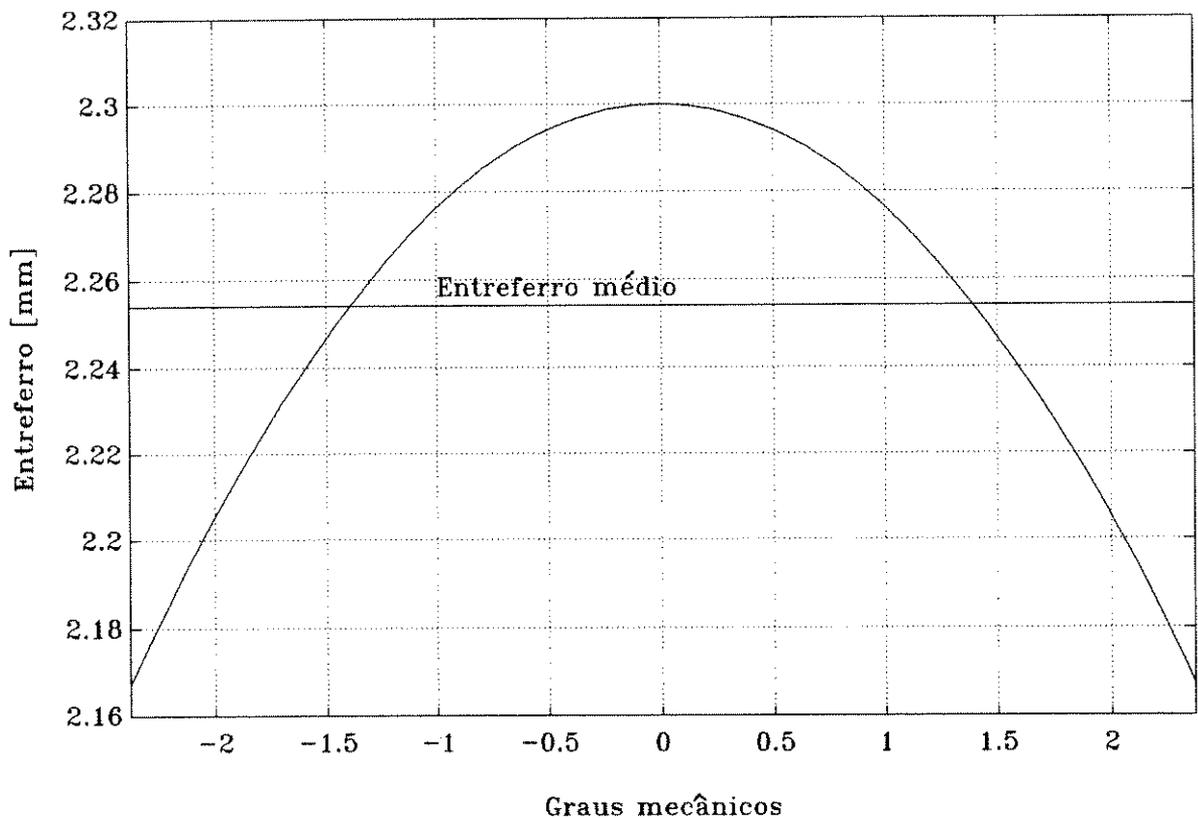
Fig. 7.2 Diagrama do entreferro, mostrando o rotor facetado.

$$g(\alpha) = R_e - \frac{(R_r + \delta_i)}{\cos(\alpha)} \quad [mm] \quad (7.6)$$

Desta maneira podemos calcular a Fig. 7.3 onde estão indicados o entreferro para cada posição angular, assim como seu valor médio. Como a indutância é proporcional ao inverso do entreferro iremos definir como valor médio do entreferro:

$$g_{Médio} = \frac{1}{\left(\frac{1}{g(\alpha)}\right)_{Médio}} \quad (7.7)$$

A média indicada na Eq. 7.7 será feita dividindo-se o arco polar  $\beta$  em um grande número de ângulos  $\alpha$  e fazendo os cálculos correspondentes. O mesmo raciocínio pode ser aplicado para se definir o raio médio do rotor  $R_r'$ . Neste caso repetimos os cálculos das Eqs. 7.6 e 7.7 fazendo  $\delta_r = 0$  e considerando que o arco polar na superfície do rotor e na superfície do ímã são idênticos (uma simplificação aceitável considerando o número elevado de facetas e espessura relativamente pequena dos ímãs).



**Fig. 7.3** Variação do entreferro em função da posição angular.

## 7.4 Determinação da indutância de magnetização

### 7.4.1 Procedimento de cálculo

Em primeiro lugar é necessário calcular o Fator de Carter (ver LIWCHITZ [32]) para a geometria correspondente, na qual os imãs deixam de existir. Assim:

$$K_{Carter_1} = \frac{y_s [5(R_e - R_r') + w_s]}{y_s [5(R_e - R_r') + w_s] - w_s^2} \quad (7.8)$$

Em seguida calcula-se o passo polar médio  $\tau_{Médio}$  fazendo-se a média entre os passos polares na superfície do estator e rotor (respectivamente  $\tau_e$  e  $\tau_r$ ). Então:

$$\begin{aligned} \tau_e &= \frac{2\pi R_e}{P} \quad [mm] \\ \tau_r &= \frac{2\pi R_r'}{P} \quad [mm] \\ \tau_{Médio} &= \frac{\tau_e + \tau_r}{2} = \frac{\pi(R_e + R_r')}{P} \quad [mm] \end{aligned} \quad (7.9)$$

Calcula-se a área do pólo:

$$S_{Pólo} = \tau_{Médio} L_R \times 10^{-6} \quad [m^2] \quad (7.10)$$

A relutância do circuito magnético (para um pólo) é:

$$\mathbb{R} = \frac{K_{Carter_1} 10^{-3}}{S_{Pólo} \mu_0} \left( \mathcal{G}_{Médio} + \frac{\delta_j}{\mu_r} \right) \quad \left[ \frac{A}{Wb} \right] \quad (7.11)$$

E finalmente a indutância de magnetização:

$$L_{Magnetização} = \frac{Z^2}{2\mathbb{R}} \quad [H] \quad (7.12)$$

### 7.4.2 Exemplo numérico

Usando os valores numéricos dados no item 7.2 calculamos:

$$\begin{aligned} \mu_r &= 1.074 \\ \mathcal{G}_{Médio} &= 2.255 \text{ [mm]} \\ R_r' &= 149.243 \text{ [mm]} \\ K_{Carter_1} &= 1.111 \\ \tau_e &= 123.70 \text{ [mm]} \\ \tau_r &= 117.21 \text{ [mm]} \\ \tau_{Médio} &= 120.46 \text{ [mm]} \\ S_{Pólo} &= 26.50 \times 10^{-3} \text{ [m}^2\text{]} \end{aligned}$$

$$R = 261499.2 \text{ A/Wb}$$

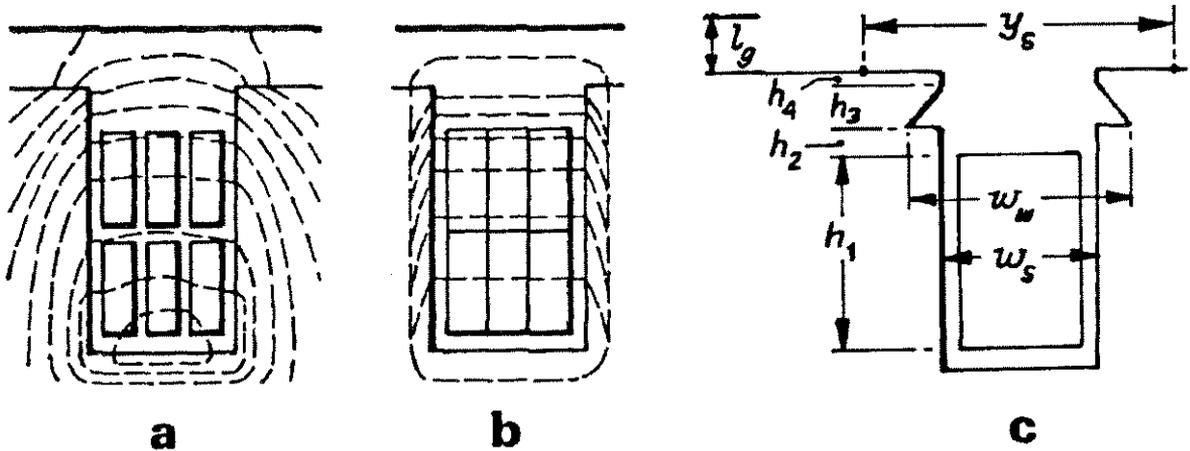
$$L_{\text{Magnetização}} = 4.41 \text{ mH}$$

### 7.5 Determinação da indutância de dispersão

Iremos nos basear essencialmente nas abordagens de SAY [49] e CLAYTON [6]. Apesar de usarem denominações e símbolos distintos ambos identificam 3 elementos que compõe o fluxo de dispersão:

- dispersão de ranhura ("slot leakage")  $\lambda_s$  ;
- dispersão de dente de ranhura ("tooth tip leakage")  $\lambda_H$  ;
- dispersão de cabeça de bobina ("overhang leakage")  $\lambda_o$  .

As expressões matemáticas apresentadas por estes autores são quase idênticas. Utilizaremos o diagrama proposto por SAY, reproduzido na Fig. 7.4 abaixo, para a discussão dos dois primeiros termos do fluxo de dispersão.



**Fig. 7.4** Diagramas propostos por SAY para a discussão dos fluxos de dispersão de ranhura e de "dente de ranhura". (A) Mapeamento dos fluxos de dispersão mencionados; (B) Simplificação adotada para a dedução das expressões analíticas; (C) Detalhamento da geometria da ranhura.

#### 7.5.1 Dispersão de ranhura

A partir das dimensões da ranhura indicadas na Fig. 7.4c podemos calcular  $\lambda_s$  (fluxo de dispersão por unidade de comprimento) usando a expressão proposta por SAY:

$$\lambda_s = \mu_0 \left[ \frac{h_1}{3 w_s} + \frac{h_2}{w_s} + \frac{2 h_3}{w_s + w_w} + \frac{h_4}{w_s} \right] \left[ \frac{Wb}{m} \right] \quad (7.13)$$

Escrevendo a expressão dada por CLAYTON (para uma ranhura de geometria levemente distinta) com a mesma simbologia dada por SAY temos:

$$\lambda_s = \mu_0 \left[ \frac{h_1}{3 w_s} + \frac{(h_3 + h_3 + h_4)}{w_s} \right] \left[ \frac{Wb}{m} \right] \quad (7.14)$$

A indutância  $L_s$  associada à dispersão de ranhura é dada por:

$$L_s = 2 z^2 L_p \lambda_s \quad (7.15)$$

### 7.5.2 Dispersão de dente de ranhura

A partir das dimensões dadas na Fig. 7.4c podemos calcular  $\lambda_u$  (fluxo de dispersão por unidade de comprimento) a partir de SAY. Apesar deste autor não discriminar explicitamente este termo da dispersão ele é tomado em consideração somado diretamente ao termo de dispersão de ranhura. A expressão utilizada é:

$$\lambda_u = \mu_0 \frac{I_g}{y_s} \left[ \frac{Wb}{m} \right] \quad (7.16)$$

CLAYTON indica (para máquinas sem interpólo) a expressão (convertida para a simbologia de SAY):

$$\lambda_u = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \left( 1 + \frac{\pi y_s - w_s}{2 w_s} \right) \left[ \frac{Wb}{m} \right] \quad (7.17)$$

A indutância  $L_u$  associada à dispersão de dente de ranhura é dada por:

$$L_u = 2 z^2 L_p \lambda_u \quad [H] \quad (7.18)$$

### 7.5.3 Dispersão de cabeça de bobina

Tanto SAY quanto CLAYTON apontam as dificuldades para estimar  $\lambda_o$  (fluxo de dispersão de cabeça de bobina por unidade de comprimento da ranhura). Entretanto, a expressão dada por ambos é idêntica, sendo:

$$\lambda_o = \left( \frac{I_{fr}}{L_p} \right) \frac{2.3}{\pi} \log \left( \frac{I_{fr}}{b} + 0.07 \right) \left[ \frac{Wb}{m} \right] \quad (7.19)$$

As grandezas utilizadas na expressão acima podem ser identificadas no diagrama da Fig. 7.5 reproduzido a partir de CLAYTON. Em particular,  $b$  é o perímetro dos condutores da bobina.

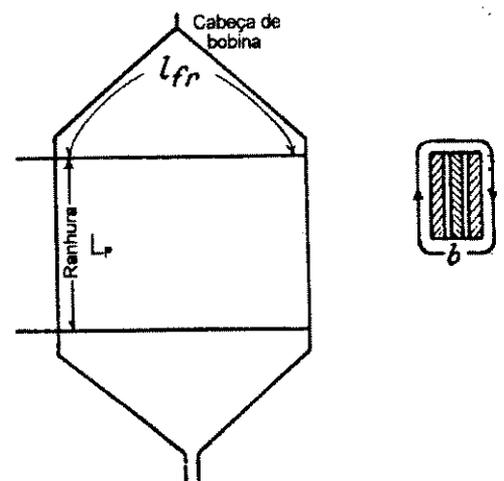


Fig. 7.5 Diagrama ilustrando as grandezas utilizadas para o cálculo da dispersão de cabeça de ranhura [6].

A indutância  $L_o$  associada à dispersão de cabeça de bobina é dada por:

$$L_o = 2z^2 L_p \lambda_o \quad [H] \quad (7.20)$$

#### 7.5.4 Dispersão total

A indutância de dispersão da máquina é simplesmente a soma dos termos calculados nos itens anteriores, ou seja:

$$L_{Dispersão} = L_s + L_{it} + L_o \quad (7.21)$$

#### 7.5.5 Exemplo numérico

Usando os valores numéricos dados no item 7.2, os valores obtidos no item 7.4.2 e os valores abaixo:

$$\begin{aligned} h_1 &= 36.80 \text{ [mm]} \\ h_2 &= 0.00 \text{ [mm]} \\ h_3 &= 2.90 \text{ [mm]} \\ h_4 &= 1.40 \text{ [mm]} \\ w_s &= 10.30 \text{ [mm]} \\ y_s &= 20.61 \text{ [mm]} \\ l_{fr} &= 340.0 \text{ [mm]} \\ L_p &= 220.0 \text{ [mm]} \\ b &= 2(h_1 + w_s) = 94.20 \text{ [mm]} \\ z &= 48 \text{ condutores} \end{aligned}$$

calculamos:

**Tabela 7.1 - Comparativo entre os cálculos de indutâncias de dispersão.**

	SAY	CLAYTON	Diferença
	[mH]	[mH]	[%]
$L_s$	2.00	2.05	+2.4
$L_{it}$	0.51	0.38	-24.8
$L_o$	0.49	0.49	0.0
$L_{Dispersão}$	3.00	2.92	-2.6

Os procedimentos de cálculo de indutância de dispersão produzem resultados muito próximos, exceto no cálculo da indutância  $L_u$ . Esta diferença, que afeta pouco a dispersão total, decorre do fato de que CLAYTON está considerando uma máquina com DC sem interpólos, na qual o entreferro é muito elevado.

### 7.6 Determinação do parâmetro $L_S$ da matriz indutância

A indutância própria  $L_S$  que irá compor a matriz indutância do motor de imã permanente é dada por:

$$L_S = L_{Magnetização} + L_{Dispersão} \quad (7.22)$$

### 7.7 Determinação do parâmetro $M_S$ da matriz indutância

A indutância mútua  $M_S$  que irá compor a matriz indutância do motor de imã permanente precisa ser melhor discutida. Uma análise superficial iria estabelecer:

$$M_S = \frac{2}{3} L_{Magnetização} \quad (7.23)$$

Esta resposta é parcialmente correta. Considere duas bobinas vizinhas do estator, denominadas de 1 e 2 respectivamente. A bobina 2 do estator se concatena apenas com 2/3 do fluxo magnetizante da bobina 1, em virtude do deslocamento de 30° magnéticos entre ambas (ver Fig. 7.6). Entretanto, o fluxo de dispersão de cabeça de bobina também acopla estas bobinas. A denominação de fluxo de dispersão advém do fato de que este fluxo não se concatena com o rotor. Em outras palavras, o fluxo de dispersão de cabeça de bobina é disperso em relação ao rotor mas é mútuo (parcialmente) em relação às bobinas vizinhas do estator. Corrigindo a Eq. 7.23 de modo a incorporar tal parcela (estimada em 2/3) do fluxo de cabeça de bobina temos:

$$M_S = \frac{2}{3} (L_{Magnetização} + L_o) \quad (7.24)$$

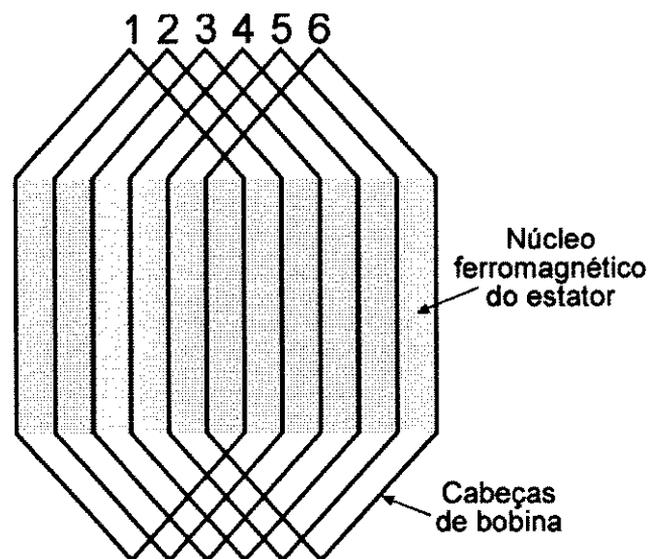


Fig. 7.6 Diagrama das bobinas do estator, mostrando que o acoplamento ocorre tanto no núcleo ferromagnético como nas cabeças de bobina.

### 7.8 Determinação do parâmetro $M_D$ da matriz indutância

Refletindo a gaiola amortecedora para o estator, temos:

$$M_D = L_{\text{Magnetização}} \quad (7.25)$$

Em virtude da inclinação das ranhuras do estator nem todo o fluxo expresso pela indutância de magnetização se concatena com a gaiola amortecedora. Entretanto, este fator é levado em conta na própria função  $f(\alpha)$  elaborada no item 5.8, cujo valor máximo é 11/12.

### 7.9 Valores numéricos para $L_S$ $M_S$ $M_D$

A partir dos valores estabelecidos no item 7.4.2 e na Tabela 7.1 obtemos:

$$\begin{aligned} L_S &= 7.41 \text{ [mH] (SAY) / 7.33 [mH] (CLAYTON)} \\ M_S &= 3.26 \text{ [mH]} \\ M_D &= 4.41 \text{ [mH]} \end{aligned}$$

### 7.10 Comparação entre os valores experimentais e teóricos de indutância

A Tabela 7.2 compara as medidas experimentais (Tabela 6.3) com os resultados teóricos (Tabela 7.1 e item 7.9). Considera-se em todos os casos o motor na ligação paralela. Os valores teóricos entre parênteses na Tabela 7.2 correspondem aos valores calculados usando as expressões propostas por CLAYTON.

**Tabela 7.2 - Comparação entre os resultados teóricos e experimentais de indutâncias**

	Valores experimentais [mH]	Valores teóricos [mH]	Diferença [mH]	Diferença [%]
$L_S$	7.09	7.41 (7.33)	+0.32 (+0.24)	+4.5 (+3.4)
$M_S$	3.29	3.26	-0.03	-0.9
$M_D = L_{\text{Magnetização}}$	4.32	4.41	+0.09	+2.1
$L_{\text{Dispersão}}$	2.76	3.00 (2.92)	+0.24 (+0.16)	+8.7 (+5.8)

A Tabela 7.2 mostra que, apesar dos resultados teóricos e experimentais serem bastante próximos, o problema principal é a estimativa do fluxo de dispersão.

## 7.11 Cálculo da tensão nominal do motor

### 7.11.1 Procedimento de cálculo

A questão central é descobrir o ponto de operação do imã permanente. Ignorando-se as quedas de potencial magnético nos núcleos ferromagnéticos da máquina podemos escrever:

$$\frac{H_i}{H_e} = \frac{K_{Carter_2} \mathcal{G}_{Medio}}{\delta_i} \quad (7.26)$$

onde  $K_{Carter_2}$  é o Coeficiente de Carter calculado considerando-se apenas o entreferro (distinto daquele calculado na Eq. 7.9). O cálculo deste coeficiente é dado por:

$$K_{Carter_2} = \frac{y_s [5 \mathcal{G}_{Medio} + w_s]}{y_s [5 \mathcal{G}_{Medio} + w_s] - w_s^2} \quad (7.27)$$

Além disso temos:

$$H_e = \frac{B_e}{\mu_0} \quad (7.28)$$

Agrupando as Eqs. 7.1 e 7.2 obtemos:

$$H_i = \frac{B_R - B_i}{\mu_0 \mu_r} \quad (7.29)$$

Evidentemente na superfície do imã temos:

$$B_e = B_i \quad (7.30)$$

Agrupando as Eqs. 7.26 e as Eqs. 7.28 até 7.30 temos:

$$\frac{K_{Carter_2} \mathcal{G}_{Medio}}{\delta_i} = \frac{B_R - B_i}{\mu_r B_i} \quad (7.31)$$

e finalmente:

$$B_i = \frac{B_R}{1 + \frac{K_{Carter_2} \mathcal{G}_{Medio} \mu_r}{\delta_i}} \quad (7.32)$$

A partir do valor de  $B_i$  calculado determinam-se facilmente os valores de  $B_e$ ,  $H_e$  e  $H_i$ . Para se obter a tensão induzida no estator é preciso calcular o fluxo concatenado. A área de cada pólo do motor (descontando o espaço ocupado pela gaiola) é:

$$S_{Polo} = L_P \left( \frac{2\pi R_r'}{P} - w_g \right) \quad (7.33)$$

O fluxo por pólo do motor é:

$$\phi_{\text{pólo}} = S_{\text{pólo}} B_i \quad [\text{Wb}] \quad (7.34)$$

Entretanto, em função da inclinação das ranhuras do estator apenas 11/12 deste fluxo se acoplam com o estator (ver ítem 5.8). Considere que uma bobina do estator esteja alinhada com um dos pólos do rotor (por exemplo, um pólo Norte). Se este girar 1/8 de volta (em uma máquina de 8 pólos) a mesma bobina estará alinhada com um pólo Sul, ou seja, o fluxo terá variado de  $2\phi_{\text{pólo}}$  :

$$\Delta\phi = \frac{2\left(\frac{11}{12}\right)\phi_{\text{pólo}}}{\left(\frac{1}{8}\right)} \quad \left[ \frac{\text{Wb}}{\text{volta}} \right] \quad (7.35)$$

Considerando:

- que a velocidade nominal do motor é de 900 RPM = 15 RPS ;
- que o estator, quando ligado em paralelo, possui  $2 \times 48 = 96$  espiras, calculamos:

$$V_{\text{Nominal}} (\text{Ligação paralela}) = 96 \times 15 \times 16 \times \left(\frac{11}{12}\right) \phi_{\text{pólo}} \quad [\text{V}] \quad (7.36)$$

### 7.11.2 Exemplo numérico

Calculamos:

$K_{\text{Carter}_2}$	= 1.313
$H_i/H_e$	= 0.493
$B_i$	= 0.706 [Wb/m <sup>2</sup> ]
$H_i$	= 277.17 [kA/m]
$H_e$	= 561.67 [kA/m]
$S_{\text{pólo}}$	= $25.504 \times 10^{-3}$ [m <sup>2</sup> ]
$\phi_{\text{pólo}}$	= $18.00 \times 10^{-3}$ [Wb]
$V_{\text{Nominal}}$	= 380.2 [V] (ligação paralela, a 900 RPM)

**Tabela 7.3 - Comparação com o valor experimental de tensão nominal**

	Experimental	Teórico
Tensão nominal [V] (Ligação paralela, a 900 RPM)	380.6	380.2

## 7.12 Cálculo da potência nominal do motor

Este cálculo pode ser feito a partir das seguintes considerações:

- temos  $m$  fases no motor;
- cada fase conduz uma corrente nominal  $I_{Nominal}$  durante  $m/(m-1)$  do tempo total;
- a tensão nominal de cada fase é  $V_{Nominal}$ ;

Calculamos:

$$P_{Nominal} = m I_{Nominal} \frac{(m-1)}{m} V_{Nominal} = (m-1) I_{Nominal} V_{Nominal} \quad (7.37)$$

### 7.12.1 Exemplo numérico

No protótipo construído pela FDTE, a potência nominal calculada a partir da Eq. 7.37 seria:

$$P_{Nominal} = (6-1) \times 380 \times 33 = 62700 [W] = 85.25 CV$$

Entretanto, os valores nominais de tensão/velocidade e corrente/conjugado foram posteriormente redefinidos, aproveitando margens de projeto existentes, para alcançar o valor desejado de 100 CV.

## 7.13 Cálculo do nível de reação de armadura

### 7.13.1 Estimativa do nível da reação de armadura através da FMM

O nível de reação de armadura pode ser estimado comparando-se a FMM do campo (imã) e da armadura. No item 7.11.1 calculamos a densidade de fluxo magnético na superfície do imã  $B_e$ . A densidade de fluxo magnético na superfície do estator é levemente distinta, em função da diferença de áreas. Corrigindo em função da diferença de raios e do espaço ocupado pela gaiola:

$$B_e' = B_e \frac{\left( \frac{2\pi R_r'}{P} - w_g \right)}{\left( \frac{2\pi R_e}{P} \right)} \quad (7.38)$$

A pergunta colocada é: "qual a FMM equivalente que, atuando na superfície ferromagnética do rotor, teria criado a densidade de fluxo magnético  $B_e'$  ?". Calculamos:

$$NI_{Equivalente} = \left( \frac{B_e'}{\mu_0} \right) (R_e - R_r') K_{Carter_1} \quad (7.39)$$

O cálculo da FMM da armadura pode ser feito referindo-se à Fig. 7.7.

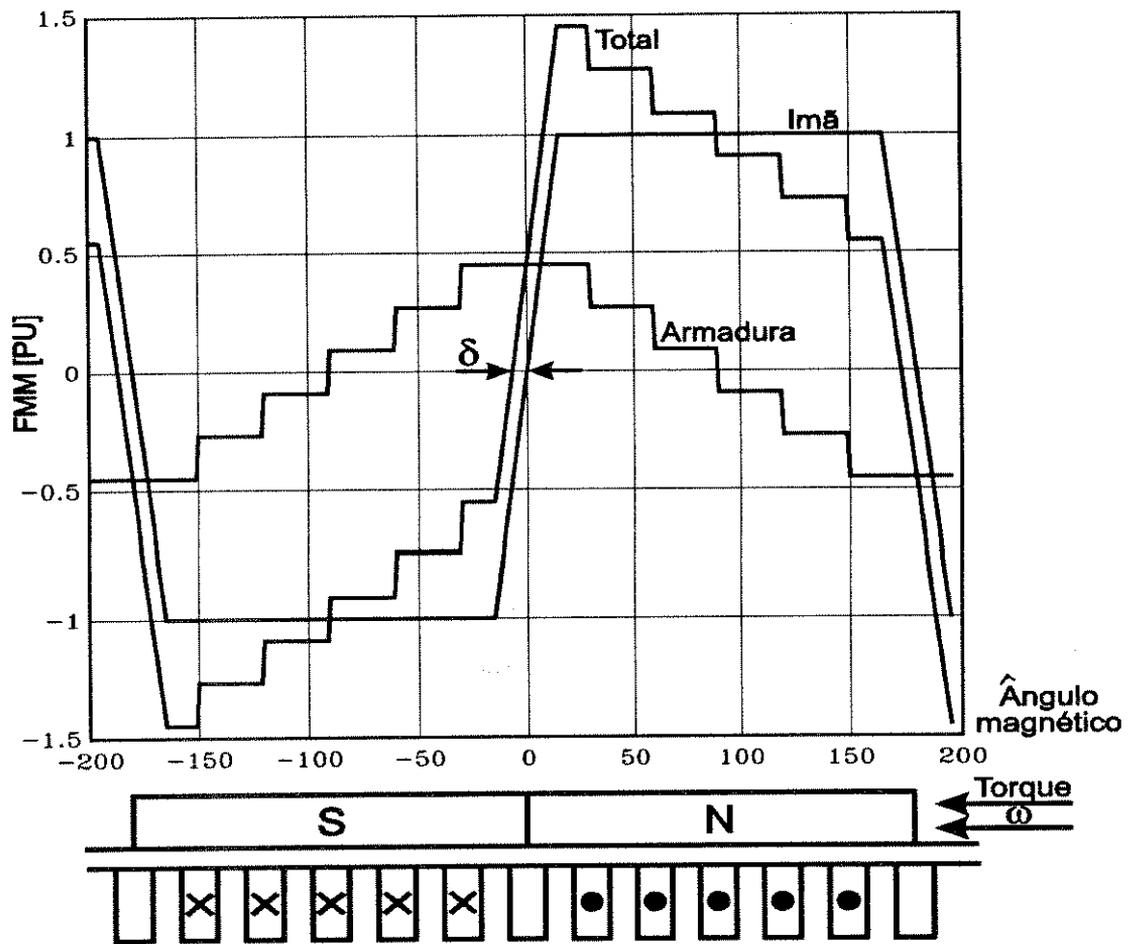


Fig. 7.7 Diagrama para o cálculo da FMM de armadura (Máquina operando como motor).

Na Fig. 7.7 estão representadas a FMM do imã, cuja amplitude foi considerada unitária. Ao mesmo tempo representou-se a FMM de armadura, de amplitude arbitrária. Para compor a FMM de armadura considerou-se que circulam correntes idênticas em 5 das fases do estator. A amplitude de cada degrau da FMM de armadura é  $zI_A$  (onde  $z$  é o número de condutores por ranhura e  $I_A$  é a corrente de armadura). O valor máximo da FMM total de armadura será:

$$(NI_{Armadura})_{Max} = \frac{5}{2} zI_A = 2.5 zI_A \quad (7.40)$$

A FMM de armadura, quando a máquina opera como motor, atua da maneira pela Fig. 7.7, distorcendo a FMM do imã total atuando ao longo do entreferro. Iremos definir o nível de distorção causado pela reação de armadura como:

$$K_{Rearm} = \frac{(NI_{Armadura})_{Max}}{NI_{Equivalente}} \quad (7.41)$$

A forma e amplitude das tensões induzidas nas bobinas do estator, com a máquina em carga, dependerão evidentemente do nível de reação de armadura observado. Nos capítulos posteriores voltaremos a discutir tal questão, apresentando resultados experimentais.

### 7.13.2 Exemplo numérico

A partir dos valores previamente calculados resulta:

$$\begin{aligned}
 B'_e &= 0.66 \text{ [Wb/m}^2\text{]} \\
 NI_{\text{Equivalente}} &= 4827.9 \text{ [A.esp]} \\
 I_A &= 16.5 \text{ [A]} \\
 (NI_{\text{Armadura}})_{\text{Max}} &= 1980.0 \text{ [A.esp]} \\
 K_{\text{Rearm}} &= 0.41
 \end{aligned}$$

Convém notar que o nível de reação de armadura calculado não é desprezível.

### 7.14 Otimização da espessura do imã permanente

A discussão neste item é uma tentativa de responder às seguintes questões:

- O valor encontrado para a densidade de fluxo magnético é levemente inferior ao que havia sido projetado para a máquina (0.75 T). Isto ocorreu em parte devido a mudanças feitas durante a construção do protótipo. Qual deveria ter sido a espessura do imã para alcançar tal densidade de fluxo magnético?
- O valor calculado para a reação de armadura é relativamente alto. Caso tivessem sido utilizados imãs mais altos, isto teria reduzido a reação de armadura para qual nível?

As duas questões propostas podem ser agrupadas em uma única questão, tendo em vista que o parâmetro variável em ambos os casos é a espessura do imã. Do ponto de vista conceitual estamos tentando otimizar o projeto da máquina variando apenas este parâmetro.

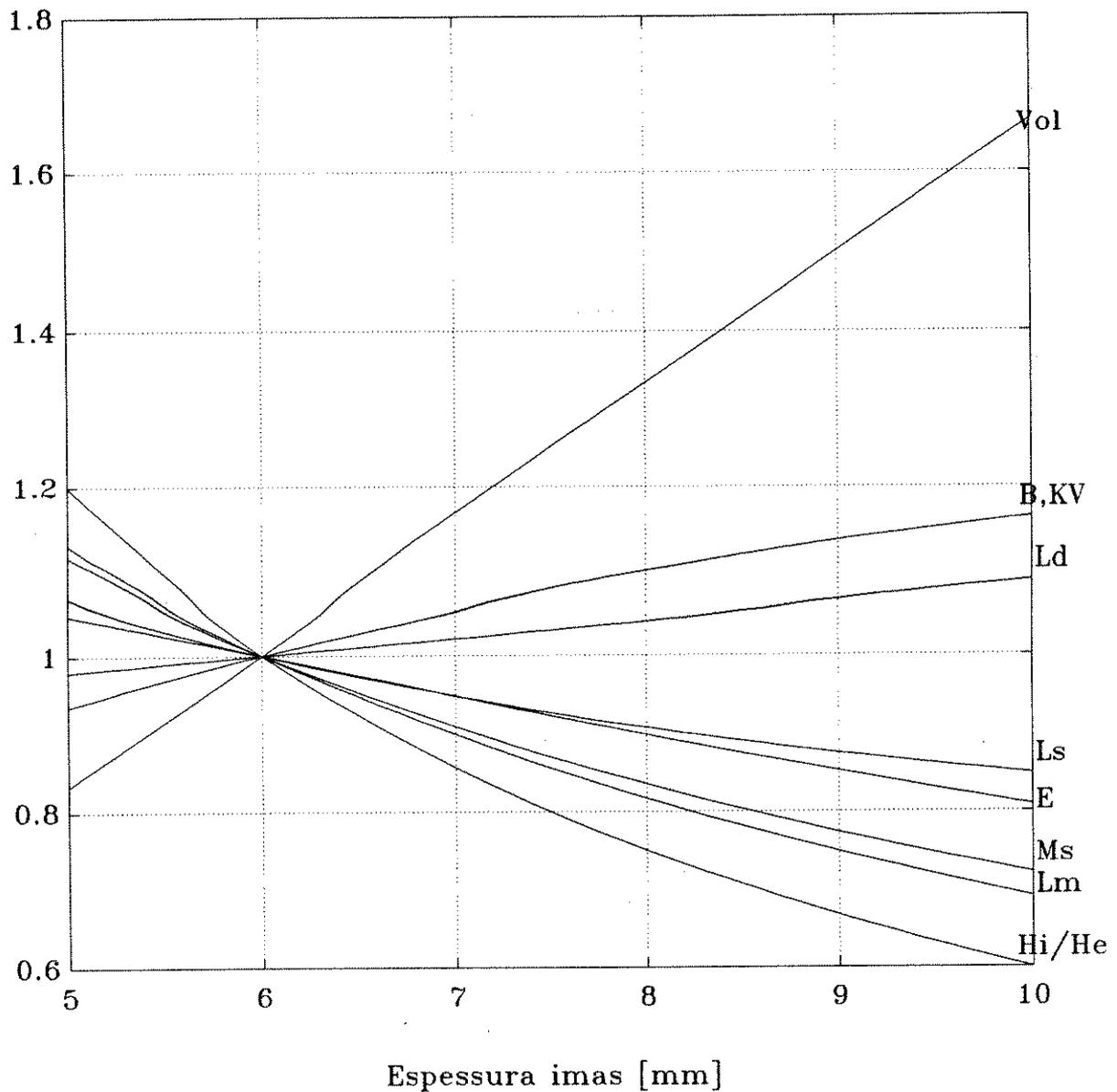
O procedimento é computacionalmente simples, pois se trata de executar uma planilha de cálculos (indicados claramente ao longo deste capítulo) para diversas espessuras de imãs. Na medida em que variamos a espessura dos imãs iremos reduzindo o raio do rotor, mantendo o entreferro constante. Todos os outros parâmetros físicos serão mantidos constantes.

Uma forma alternativa de otimização, **que não será apresentada**, é manter a relação entre entreferro e altura dos imãs constante.

O resultado típico de tal processo de otimização pode ser visto nas Figs. 7.8 e 7.9 onde todas as grandezas estão referenciadas ao valor calculado para imãs com espessura de 6 mm. Estes valores estão agrupados na Tabela 7.4.

**Tabela 7.4 - Valores de base considerando imãs com espessura de 6 mm.**

$L_M = 4.41 \text{ [mH]}$	$V_{\text{Nominal}} = 380.2 \text{ [V]} \text{ a } 900 \text{ [RPM]}$
$L_D = 3.00 \text{ [mH]}$	$K_V = 4.03 \text{ [V/(rd/s)]}$
$L_S = 7.41 \text{ [mH]}$	$B_i = 0.706 \text{ [T]}$
$M_S = 3.26 \text{ [mH]}$	$E = 195.6 \text{ [kJ/m}^3\text{]}$
$H_i/H_e = 0.493$	$(\text{Volume})_{\text{Imãs}} \approx 1204 \text{ [cm}^3\text{]}$
$K_{\text{Rearm}} = 0.41$	



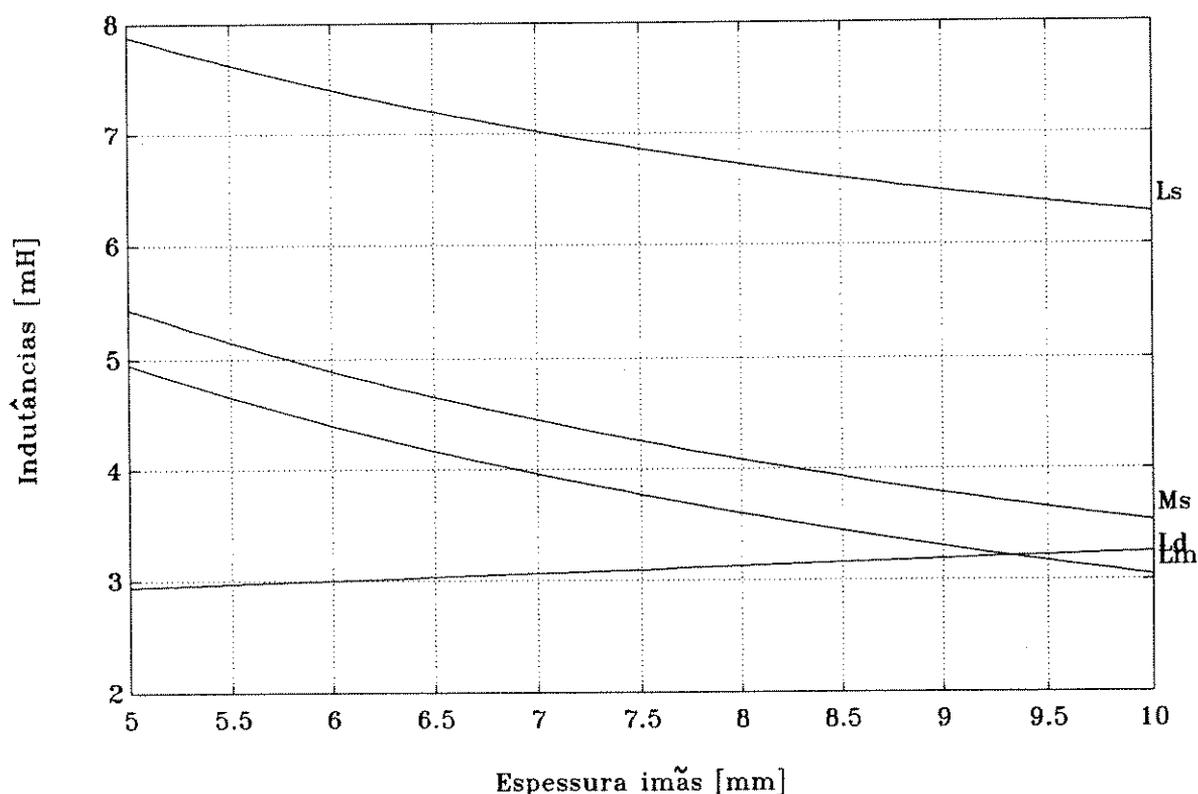
**Fig. 7.8** Variação dos parâmetros do motor de ímã permanente em função da espessura dos ímãs.

$Vol$  = volume de material magnético;  $L_M$  = indutância de magnetização;  $L_D$  = indutância de dispersão;  $L_S$  = indutância própria;  $M_S$  = indutância mútua (matriz indutância);  $KV$  = relação entre tensão/rotação da máquina;  $E$  = densidade de energia do material magnético;  $H_i/H_e$  = relação entre intensidade de campo do ímã e do entreferro;  $B$  = densidade de fluxo magnético. O valor  $K_{Rearm}$  = nível de reação de armadura é dado pela mesma curva que  $H_i/H_e$ . Os valores de base para cada uma das variáveis estão dados na Tabela 7.4.

As Figs. 7.8 e 7.9 merecem alguns comentários:

- Evidentemente a altura dos ímãs é um dos parâmetros fundamentais no projeto de máquinas de ímã permanente, definindo seu comportamento.
- Na otimização da máquina de ímã permanente existe o interesse de operar com densidades de fluxo magnético que permitam o melhor aproveitamento do material ferromagnético, o que exige ímãs de maior espessura. Entretanto, existe um limite dado pela saturação dos materiais ferromagnéticos que deve ser considerado.

- c) Também existe o interesse de diminuir os efeitos de reação de armadura, o que acarreta um aumento na espessura dos imãs.
- d) Qualquer aumento na espessura dos imãs tem impacto direto sobre o volume de material magnético e sobre seu custo.
- e) Ao operar com espessuras mais elevadas do imã estamos nos afastando do ponto de máxima densidade de energia para o material magnético.
- f) Os efeitos sobre os elementos da matriz indutância podem ser vistos na Fig. 7.9. Aumentar a espessura dos imãs diminui de forma significativa a indutância de magnetização. Este efeito dominante aparece claramente nos valores de  $L_S$ ,  $M_S$  e  $M_D$  (que é idêntica à indutância de magnetização) sendo que a queda em  $M_S$  é um pouco mais intensa, em valores relativos, do que a queda em  $L_S$ .
- g) A indutância de dispersão quase não depende das dimensões dos imãs (exceto pela dispersão do dente de ranhura).



**Fig. 7.9** Variação das indutâncias do motor de imã permanente em função da espessura dos imãs. Os valores indicados se referem a uma bobina do estator.  $L_M$  = indutância de magnetização;  $L_D$  = indutância de dispersão;  $L_S$  = indutância própria;  $M_S$  = indutância mútua (matriz indutância).

É evidente que não se pode aumentar indefinidamente a espessura dos imãs, fazendo com que uma otimização para um motor de imã permanente deva considerar ao menos outro parâmetro, ou seja, a dimensão do entreferro. Entretanto, como resposta às perguntas feitas no início do item 7.14, podemos afirmar que, no caso do protótipo da FDTE, teria sido vantajoso utilizar imãs com espessura de 8 mm ao menos.

## 7.15 Cálculo dos parâmetros fundamentais do conversor eletrônico

A partir do dimensionamento básico da máquina é possível estimar alguns dos parâmetros fundamentais do conversor eletrônico. Vale aqui a mesma observação feita anteriormente, de que o roteiro delineado abaixo não reproduz exatamente aquele utilizado para o projeto do conversor.

### 7.15.1 Estimativa da tensão do "link DC"

A tensão do "link DC"  $V_{Link}$  deve ser no mínimo igual à máxima "tensão interna" do motor. Como esta "tensão interna" é afetada pelo nível de reação de armadura existente devemos levar este fator em conta ao dimensionar  $V_{Link}$ . Adotando-se uma margem de 20% em relação à máxima tensão interna do motor teremos:

$$V_{Link} = 1.2 \times V_{Nominal} \times (1 + K_{Rearm}) \quad (7.42)$$

### 7.15.2 Estimativa do "duty-cycle" do inversor

Como a "tensão interna" do motor varia ao longo do semi-período, isto faz com que o "duty-cycle" do conversor varie ao longo do período de condução do inversor. Entretanto, podemos estimar um "duty-cycle" médio desprezando a reação de armadura. Assim teremos:

$$\tau_{Médio} = \left( \frac{t_{on}}{t_{on} + t_{off}} \right)_{Médio} = \frac{V_{Nominal}}{V_{Link}} \quad (7.43)$$

Agrupando as Eqs. 7.42 e 7.43 temos:

$$\tau_{Médio} = \frac{1}{1.2 \times (1 + K_{Rearm})} \quad (7.44)$$

### 7.15.3 Estimativa da corrente do "link DC" do inversor

A corrente média no "link DC" (produzida por 1 inversor) é dado por:

$$(I_{Link})_{Médio} \text{ (para 1 inversor)} = I_{Nominal} \tau_{Médio} \quad (7.45)$$

Existem 5 fases conduzindo em cada instante. Então a corrente total no "link DC" é:

$$(I_{Link})_{Médio} = 5 I_{Nominal} \tau_{Médio} \quad (7.46)$$

### 7.15.4 Estimativa da frequência de chaveamento do inversor

A dedução que iremos apresentar está baseada no trabalho de MICHEL [38]. Considere o chopper básico indicado e o diagrama de tensões e correntes típicos desta configuração apresentados na Fig. 7.10.

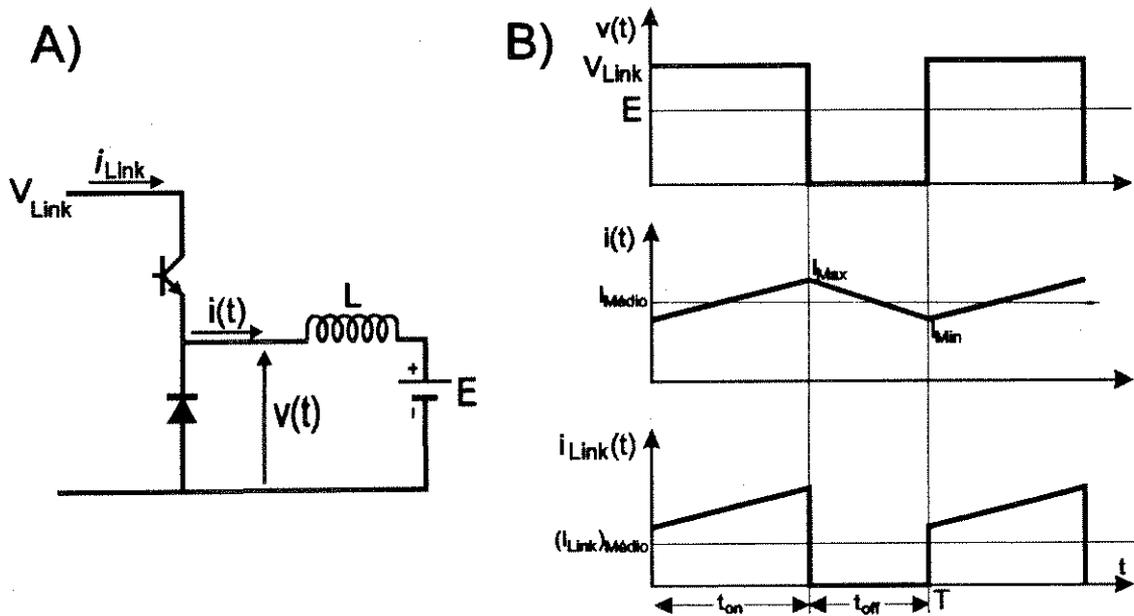


Fig. 7.10 (A) Circuito elétrico de chopper básico. (B) Diagrama de tensões e correntes.

Podemos escrever:

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{I_{Max} - I_{Min}}{t_{on}} = \frac{\Delta I}{t_{on}} = \frac{V - E}{L} \quad (7.47)$$

e também:

$$\tau = \frac{t_{on}}{t_{on} + t_{off}} = \frac{t_{on}}{T} \quad (7.48)$$

$$\frac{E}{V} = \frac{t_{on}}{T} \quad (7.49)$$

Agrupando as Eqs. 7.47 até 7.49 teremos:

$$\Delta I = \frac{V - E}{L} t_{on} = \frac{V \left(1 - \frac{E}{V}\right)}{L} \left(\frac{t_{on}}{T}\right) T = \frac{V}{fL} (1 - \tau) \tau \quad (7.50)$$

A Eq. 7.50 vincula o "ripple" de corrente, a frequência de chaveamento a tensão de alimentação, a indutância da carga e o "duty-cycle". Apesar de ter sido deduzida para um chopper elementar esta relação é válida para outras configurações. Podemos provar facilmente que o máximo "ripple" ocorre quando  $\tau = 0.5$ , resultando:

$$\Delta I_{Max} = \frac{V}{4fL} \quad (7.51)$$

Existem duas formas essencialmente distintas de se controlar inversores. Na primeira, fixamos a frequência de chaveamento e o "ripple" de corrente irá depender do "duty-cycle", podendo atingir o valor máximo estabelecido pela Eq. 7.51. Uma segunda forma de controlar inversores fixa o "ripple" de corrente. Desta forma a frequência de chaveamento irá depender do "duty-cycle" podendo atingir o valor máximo que pode ser calculado a partir da Eq. 7.52.

$$f_{Max} = \frac{V}{4\Delta I_{Max}L} \quad (7.52)$$

A Eq. 7.52 produz uma estimativa superestimada da frequência de chaveamento por duas razões. A primeira é que o tempo de condução de cada fase depende do ajuste dos ângulos "on/off" adotado, sendo aproximadamente 5/6 do tempo total. A segunda é que a atuação do controlador de corrente no início de cada período de condução afeta a frequência de chaveamento. Em particular, o controlador de histerese utilizado (ver Capítulo 11), aplica tensão plena ao motor, suprimindo todos os chaveamentos até que seja atingido o valor desejado de corrente. Convém ressaltar que a frequência de chaveamento aqui calculada é aquela vista pela carga. Na configuração do inversor utilizada é possível utilizar uma técnica de revezamento (a ser discutida no item 11.4) pela qual a frequência de chaveamento dos transistores cai à metade.

### 7.15.5 Exemplo numérico

No protótipo construído, adotamos como política de controle do inversor fixar o "ripple" de corrente. A partir dos dados:

$$\begin{array}{ll} V_{Nominal} & = 380 \text{ [V]} \\ I_{Nominal} & = 33 \text{ [A]} \\ L & = L_{Própria} = 7.41 \text{ [mH]} \end{array} \quad \begin{array}{ll} K_{Rearm} & = 0.41 \\ \Delta I_{Max} & = 5 \text{ [A]} \end{array}$$

calculamos:

$$V_{Link} = 1.2 \times 380 \times (1 + 0.41) = 643.0 \text{ [V]}$$

$$\tau_{Médio} = \frac{1}{1.2 \times (1 + 0.41)} = 0.591$$

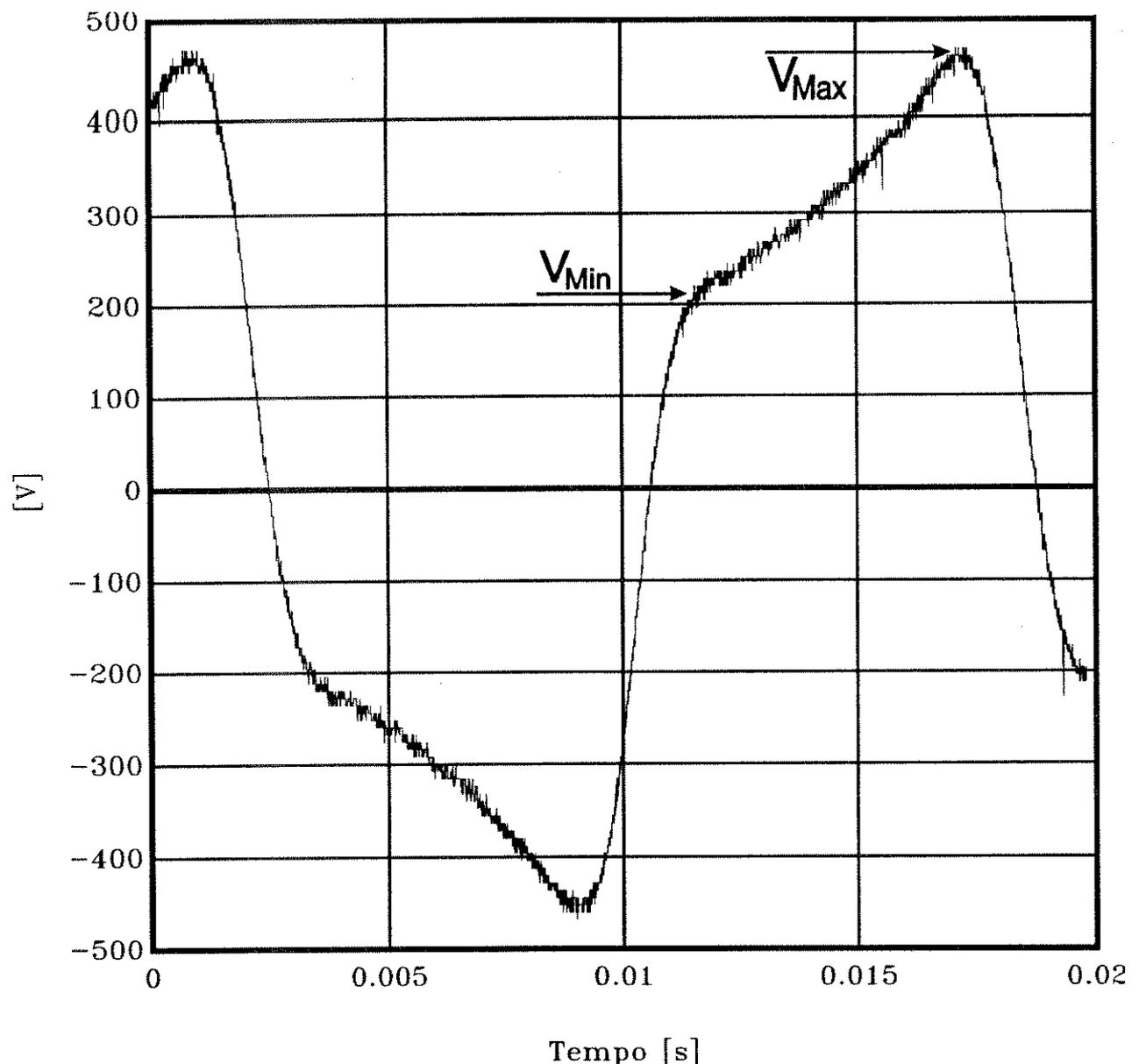
$$(I_{Link})_{Médio} = 5 \times 33 \times 0.591 = 97.5 \text{ [A]}$$

$$f_{Max} = \frac{643}{4 \times 5 \times 7.41 \times 10^{-3}} = 4.34 \text{ [kHz]}$$

## 8. REAÇÃO DO INDUZIDO

### 8.1 Introdução

Neste capítulo iremos discutir alguns aspectos da reação do induzido quando o acionamento funciona como gerador, alimentando uma carga puramente resistiva. Foram realizadas diversos ensaios com a máquina operando com diferentes níveis de carga, tanto em ligação série como paralela. Quando opera nesta condição os efeitos da reação de induzido podem ser vistos claramente, permitindo uma avaliação qualitativa e quantitativa. Um resultado típico pode ser visto na Fig. 8.1 . Nesta figura também estão indicados os valores de  $V_{Max}$  e  $V_{Min}$  que correspondem respectivamente aos valores máximo/mínimo do patamar de tensão.



**Fig. 8.1** Tensão terminal da máquina operando como gerador alimentando carga resistiva. Condições do ensaio: ligação paralela; 910 RPM; torque medido 505.7 N.m; potência calculada 48.2 kW; resistência aproximada 12Ω;  $V_{Max} = 452$  V;  $V_{Min} = 214$  V.

A medida experimental de  $V_{Min}$  não é muito precisa, correspondendo ao ponto onde ocorre a mudança na derivada da tensão. A tensão média do patamar será dada por:

$$V_{Média} = \frac{V_{Max} + V_{Min}}{2} \quad (8.1)$$

O nível de reação de armadura, medido experimentalmente, é dado por:

$$(K_{Rearm})_{Exp} = \frac{\left( \frac{V_{Max} - V_{Min}}{2} \right)}{V_{Médio}} \quad (8.2)$$

Agrupando as Eqs. 8.1 e 8.2 resulta:

$$(K_{Rearm})_{Exp} = \frac{V_{Max} - V_{Min}}{V_{Max} + V_{Min}} \quad (8.3)$$

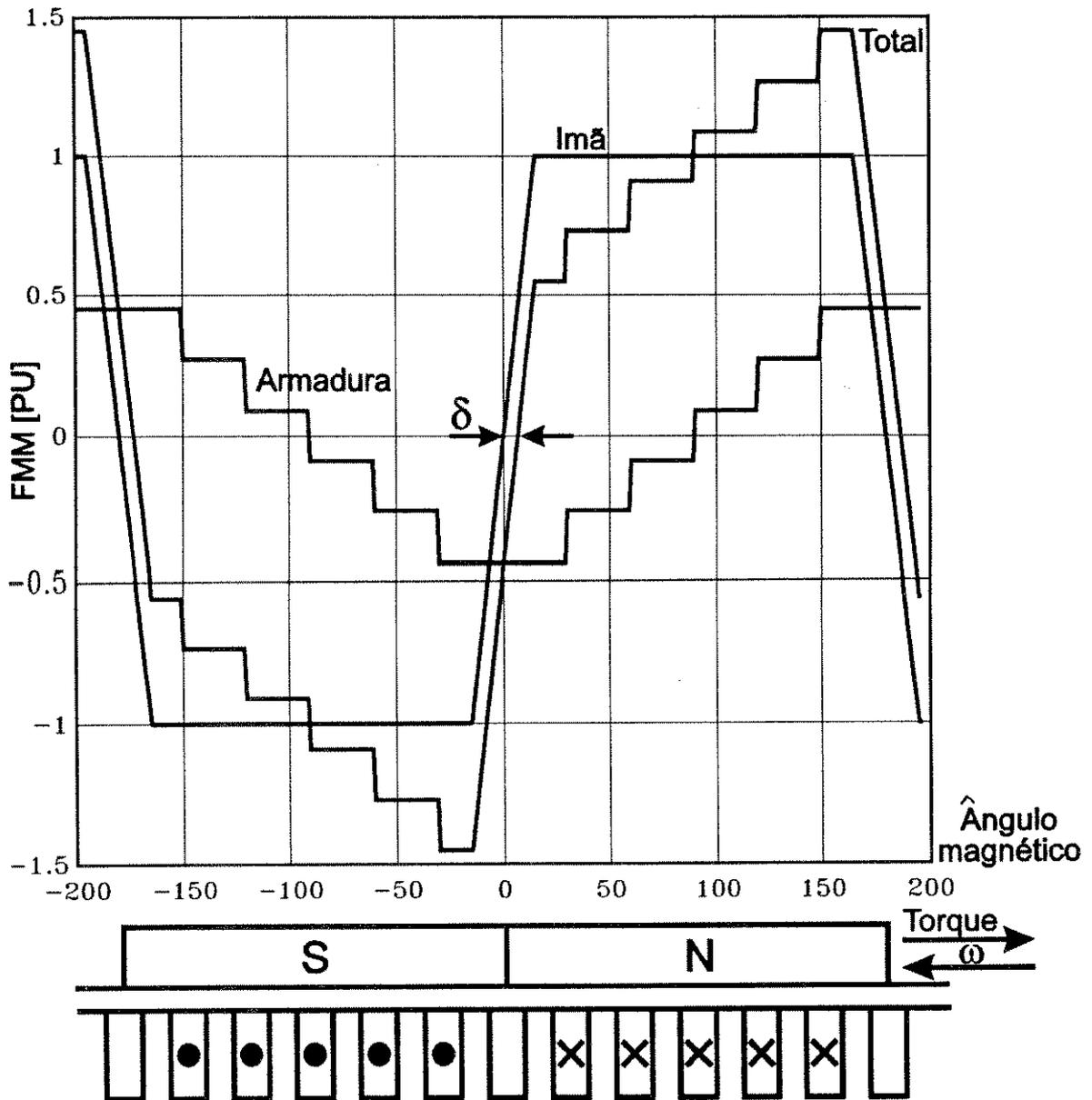
De modo análogo serão definidos os valores de  $I_{Min}$  e  $I_{Max}$ , assim como os valores de corrente média de patamar:

$$I_{Média} = \frac{I_{Max} + I_{Min}}{2} \quad (8.4)$$

e o nível de reação de armadura, obtido a partir das medidas de corrente, será:

$$(K_{Rearm})_{Exp} = \frac{I_{Max} - I_{Min}}{I_{Max} + I_{Min}} \quad (8.5)$$

O diagrama básico para a análise está dado na Fig. 8.2 onde estão indicadas as forças magnetomotrizes do imã permanente (considerada unitária) e da armadura, assim como a FMM total.



**Fig. 8.2** Forças magnetomotrizas do campo (ímã permanente), da armadura e a FMM resultante quando a máquina atua como gerador alimentando carga resistiva. Considera-se a amplitude do campo como sendo unitária, sendo a FMM de armadura e a FMM total referenciadas a este valor.

Na construção da Fig. 8.2 foram assumidas as seguintes hipóteses:

- circulam correntes idênticas em 5 dos enrolamentos do estator e a corrente no enrolamento restante é nula;
- o eixo magnético do rotor (ímã) e eixo magnético do estator estão ortogonais;
- ranhuras de largura infinitesimal.

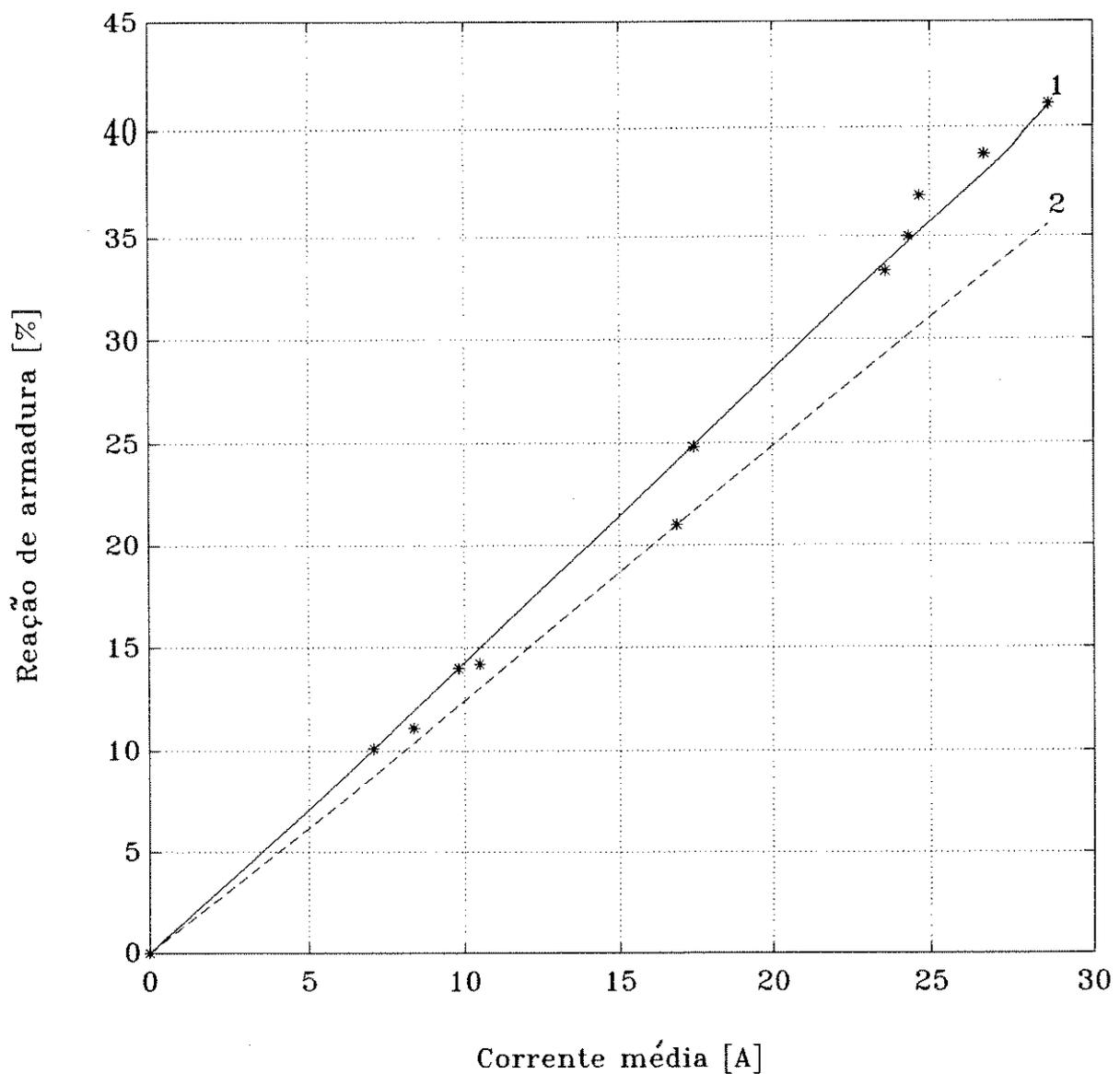
Evidentemente a Eq. 7.41, que estabelecia o valor teórico da reação de armadura  $K_{Rearm}$  quando a máquina opera como motor, continua valendo quando a máquina opera como gerador.

## 8.2 Resultados experimentais

Como já mencionado, foram realizadas diversos ensaios com a máquina operando com diferentes níveis de carga, tanto em ligação série como paralela. Os registros oscilográficos, tanto de tensão como de corrente, apresentam sempre uma forma similar à da Fig. 8.1. Os resultados obtidos utilizando ligação série foram referenciados à ligação paralela equivalente.

A Fig. 8.3 apresenta o nível de reação de armadura  $K_{Rearm}$  medido experimentalmente em função da corrente média  $I_{Média}$ . Na mesma figura estão apresentadas:

- a "melhor reta" que corresponde aos dados experimentais, determinada através de um processo de mínimos quadrados (curva 1, com traço contínuo);
- a reação de armadura calculado teoricamente através da Eq. 7.41 (curva 2, tracejada).



**Fig. 8.3** Nível de reação de armadura  $K_{Rearm}$  medido experimentalmente em função da corrente média  $I_{Média}$ . A curva 1 (traço contínuo) corresponde à "melhor reta", determinada através de um processo de mínimos quadrados a partir dos dados experimentais (indicados por \*). A curva 2 (tracejada) corresponde à reação de armadura calculada teoricamente através da Eq. 7.41. As correntes estão sempre referidas à ligação paralela dos enrolamentos do estator.

A partir da Fig. 8.3 podemos extrair as seguintes conclusões:

- o nível de reação de armadura observado experimentalmente é bastante próximo do nível teórico calculado a partir das dimensões da máquina. Apesar de próximo, nota-se claramente que o cálculo teórico é sempre inferior ao experimental;
- o nível de reação de armadura observado experimentalmente segue uma lei "aproximadamente linear". Tal afirmativa será discutida com mais detalhe adiante.

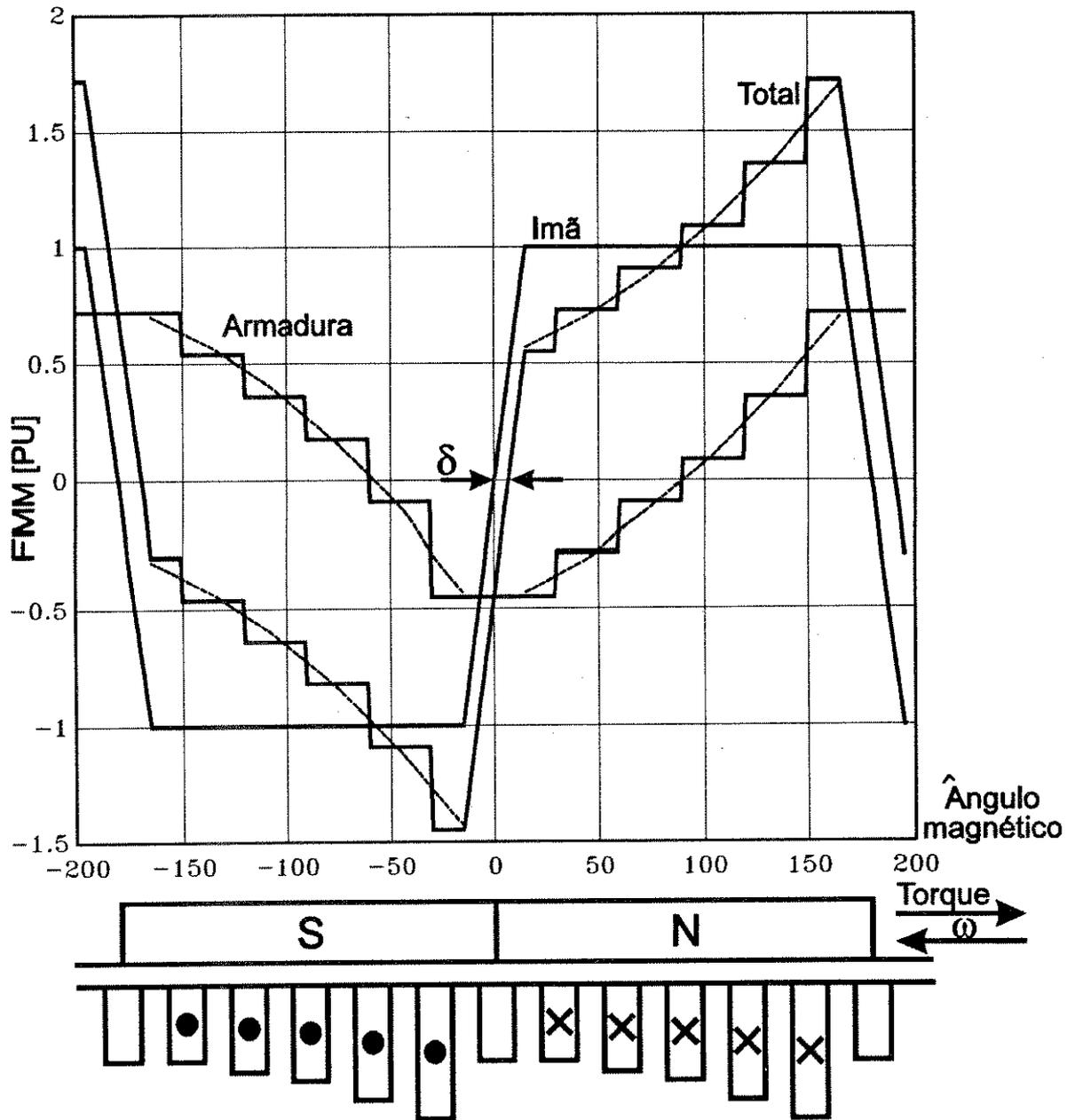
A hipótese de que as correntes sejam idênticas, utilizada no item 8.1 para a montagem da Fig. 8.2 e para a dedução da Eq. 7.41, não é totalmente verdadeira. Considere a seguinte linha de raciocínio:

- as "tensões internas" da máquina são muito próximas à tensão terminal medida;
- a "tensão interna" é uma imagem da FMM total atuando ao longo do entreferro;
- as tensões terminais e as correntes em cada uma das 6 fases do estator, apesar de idênticas na forma, estão deslocadas no tempo. Isto faz com que, **em um dado instante**, as correntes nas várias fases não sejam iguais.

O diagrama da Fig. 8.4 ilustra tal situação. Nota-se que aparece uma distorção na FMM e na tensão da máquina que pode ser explicada da seguinte forma: "quanto mais alta for a tensão em um dado enrolamento, maior será a corrente naquele enrolamento e maior será a reação do induzido provocada por aquela fase."

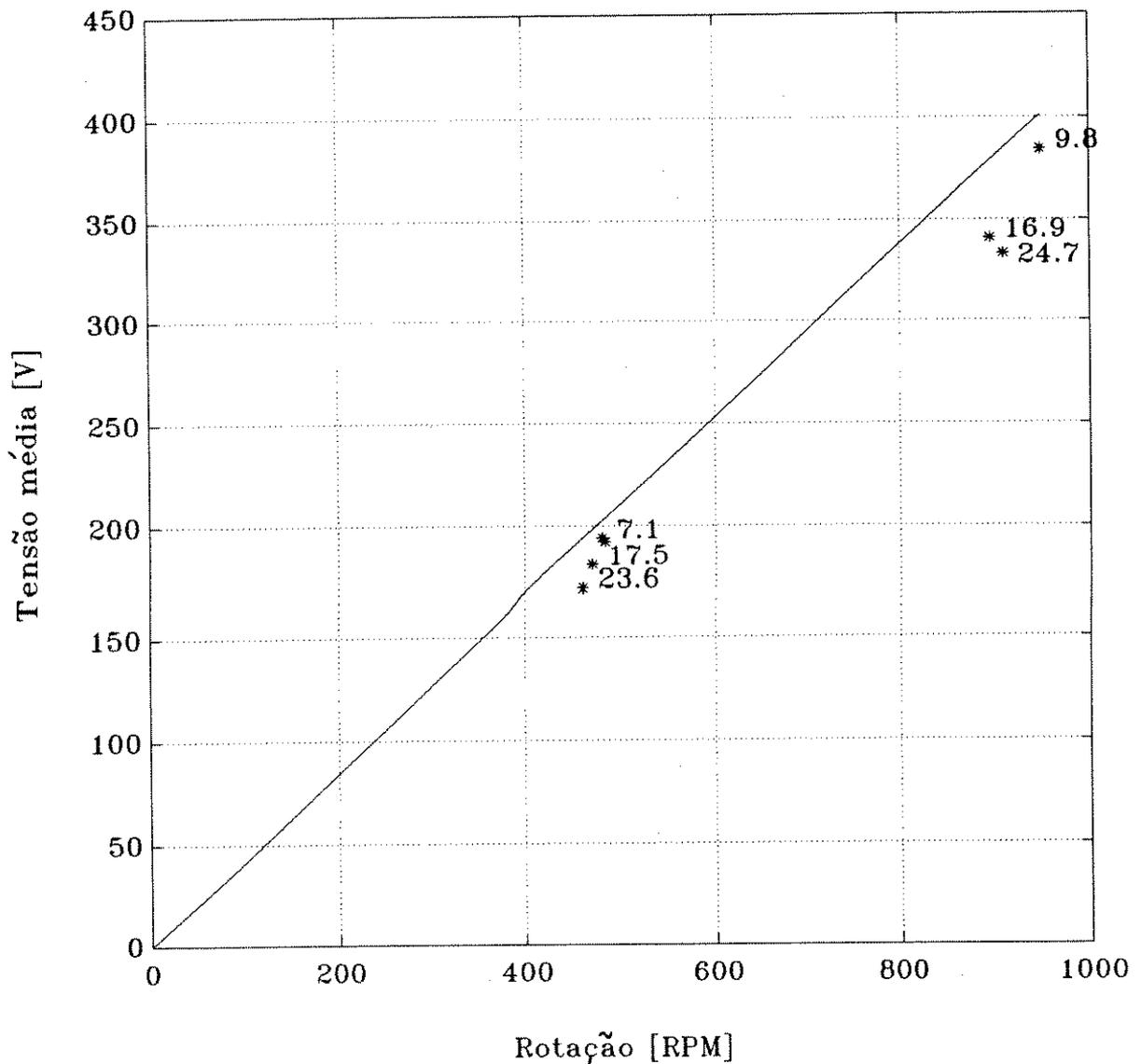
A reação de induzido assume um forma "quadrática" provocando uma curvatura correspondente na FMM e na tensão. Tal curvatura pode ser observada na Fig. 8.1, aparecendo de forma significativa apenas no caso de correntes relativamente altas.

O cálculo teórico da reação de armadura havia sido baseado na premissa de correntes idênticas em todas as fases. Tal simplificação nos leva a uma estimativa ligeiramente inferior àquela observada experimentalmente.



**Fig. 8.4** Forças magnetomotrices quando a máquina atua como gerador. As correntes em cada enrolamento do estator assumem amplitudes diferentes, proporcionais às tensões em cada fase. A FMM resultante fica distorcida de forma ligeiramente "quadrática".

A Fig. 8.5 apresenta o nível de tensão médio  $V_{Médio}$  medido experimentalmente em função da velocidade da máquina. Novamente os resultados foram sempre referenciados à ligação paralela equivalente. A curva contínua na Fig. 8.5 corresponde à tensão da máquina "em vazio".

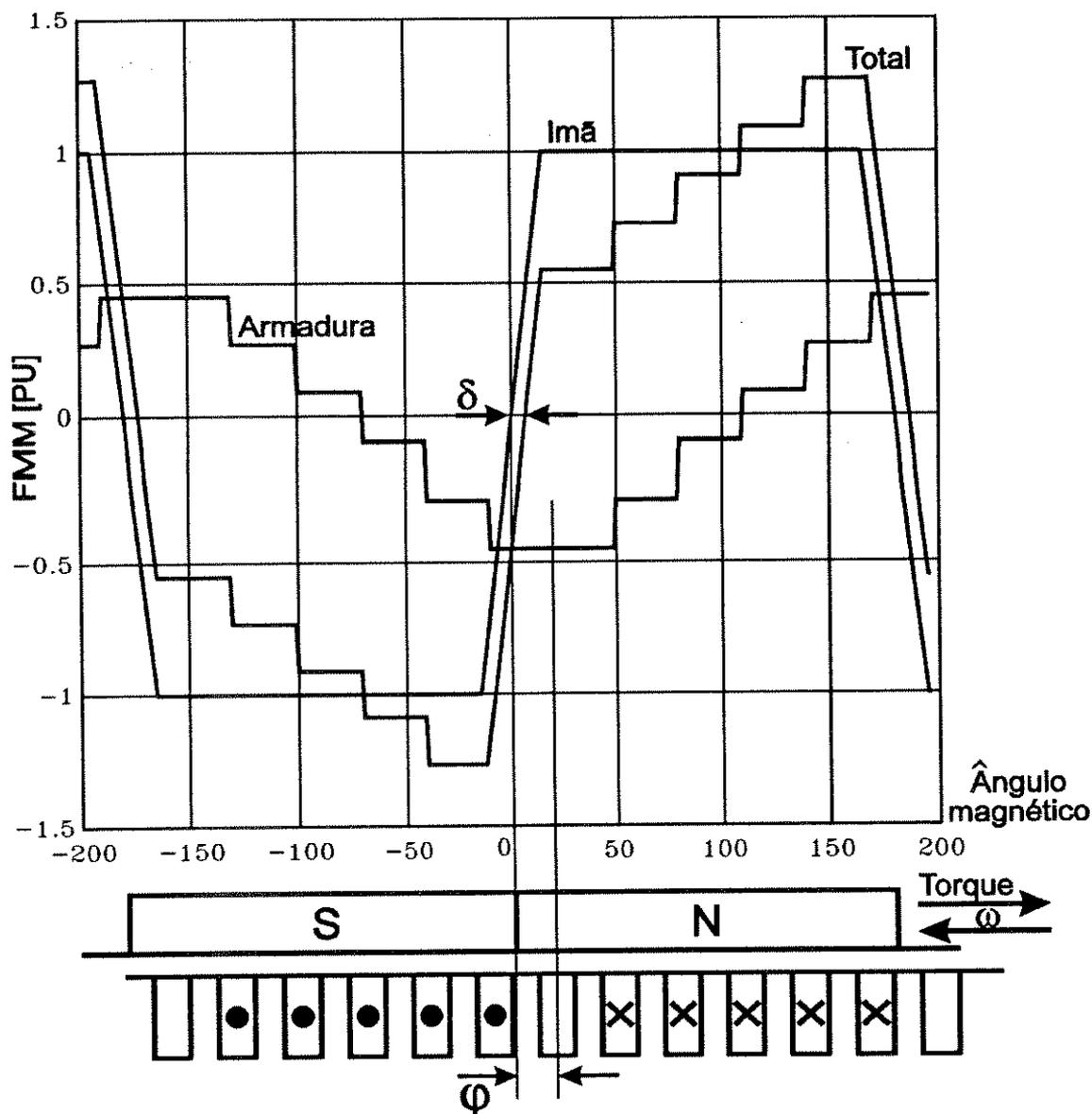


**Fig. 8.5** Tensão média  $V_{Média}$  em função da velocidade do motor. Os pontos experimentais estão indicados pelo símbolo (\*), juntamente com a indicação da corrente média  $I_{Média}$  [A]. A reta apresentada corresponde à tensão em vazio da máquina. Todos os dados estão referenciados à ligação paralela equivalente.

Observamos na Fig. 8.5 que a tensão média medida nos terminais da máquina é sempre inferior à tensão em vazio calculada para a mesma condição de operação. Além disso, a queda de tensão é uma função clara do nível de corrente de carga. Se o modelo adotado para a elaboração da Fig. 8.2 fosse correto, isto não deveria acontecer, pois a perda de FMM em uma parte do entreferro seria compensada pelo aumento de FMM em outra parte do entreferro.

Uma explicação possível para esta queda na tensão  $V_{Média}$  seria que o aumento da FMM acabaria saturando o circuito ferromagnético. Entretanto tal abordagem teria dificuldades em explicar porque esta queda de tensão ocorre mesmo em condições de baixa corrente de carga.

Outra explicação para tal fenômeno pode ser dada fazendo uso da Fig. 8.6, na qual consideramos correntes idênticas apenas para simplificar o raciocínio e mostrar que se trata de um efeito distinto daquele indicado na Fig. 8.4 .



**Fig. 8.6** Forças magnetomotrices quando a máquina atua como gerador. As correntes do estator se "atrasam" fazendo com que o eixo magnético do rotor e do estator não fiquem ortogonais.

A hipótese de que o eixo magnético do rotor (imã) e eixo magnético do estator sejam ortogonais, utilizada no item 8.1 para a elaboração da Fig. 8.2 não é totalmente verdadeira. Na medida em que os enrolamentos da máquina tem características indutivas as correntes nos vários enrolamentos do estator aparecem deslocadas (de um ângulo  $\varphi$ ) em relação ao campo do rotor, fazendo com que o eixo magnético entre estator/rotor seja inferior a  $90^\circ$ . Esta condição está ilustrada na Fig. 8.6 onde voltamos a considerar a hipótese de correntes idênticas nas várias fases. Nota-se que o valor médio da FMM total é inferior ao valor médio da FMM do imã. Isto ocorre porque a FMM da armadura possui uma componente desmagnetizante que atua ao longo do eixo direto.

Para explicar porque a queda de tensão é função da corrente de carga basta fazer uma analogia com o que ocorre com geradores síncronos (evidentemente no nosso caso as tensões e correntes não são senoidais). Para tanto iremos fazer uso do circuito equivalente simplificado dado na Fig. 8.7 e considerar constantes a velocidade da máquina, a tensão interna  $E$  e a indutância "síncrona" da máquina.

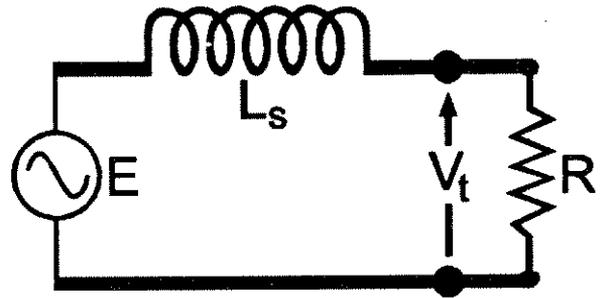


Fig. 8.7 Circuito equivalente simplificado de gerador síncrono.

Ao aumentar progressivamente a corrente de carga da máquina estamos diminuindo o valor ôhmico do resistor de carga. Além disso, do ponto de vista da "tensão interna"  $E$  da máquina estamos com uma carga cada vez mais indutiva. Tanto o aumento da corrente como a queda no fator de potência atuam no sentido de diminuir a tensão terminal  $V_t$  da máquina. Do ponto de vista interno à máquina aumenta não apenas a intensidade da FMM de armadura mas também sua componente desmagnetizante.

Para levar em conta simultaneamente, de forma precisa, os dois efeitos indicados neste capítulo (correntes distintas em cada enrolamento e defasagem entre a FMM de campo e de armadura) é necessário fazer uma simulação dinâmica do sistema, que será objeto de capítulo posterior.

### 8.3 Comentários sobre os trabalhos de OLIVEIRA [43,44,46]

No trabalho de OLIVEIRA [46], referente a um motor de ímãs permanentes de 100 CV, este afirma que a reação de armadura observada é desprezível, usando essencialmente três argumentos:

- "a forma construtiva dos pólos";
- "o entreferro visto pelos enrolamentos de armadura é aproximadamente 10.5 [mm]. Já o entreferro visto pelos ímãs é de 2.3 [mm], ou seja, 4.5 vezes menor.";
- "o teste de torque estático, descrito minuciosamente na Ref. [43], mostra com bastante clareza que a reação de armadura para o protótipo pode ser considerada desprezível, quando analisada a produção de torque em uma ou mais fases energizadas simultaneamente, com valores próximos aos da corrente nominal."

O primeiro argumento, referente à forma construtiva dos pólos, é qualitativamente correto pois no caso descrito por OLIVEIRA o rotor utilizado é magneticamente anisotrópico. Os valores de indutância calculados pelo método dos elementos finitos [46] estão reproduzidas abaixo na Fig. 8.8, onde se nota a pequena pulsação das indutâncias. O argumento apresentado precisaria ser avaliado quantitativamente, para verificar se o grau de anisotropia introduzido é efetivamente capaz de garantir uma reação de armadura desprezível.

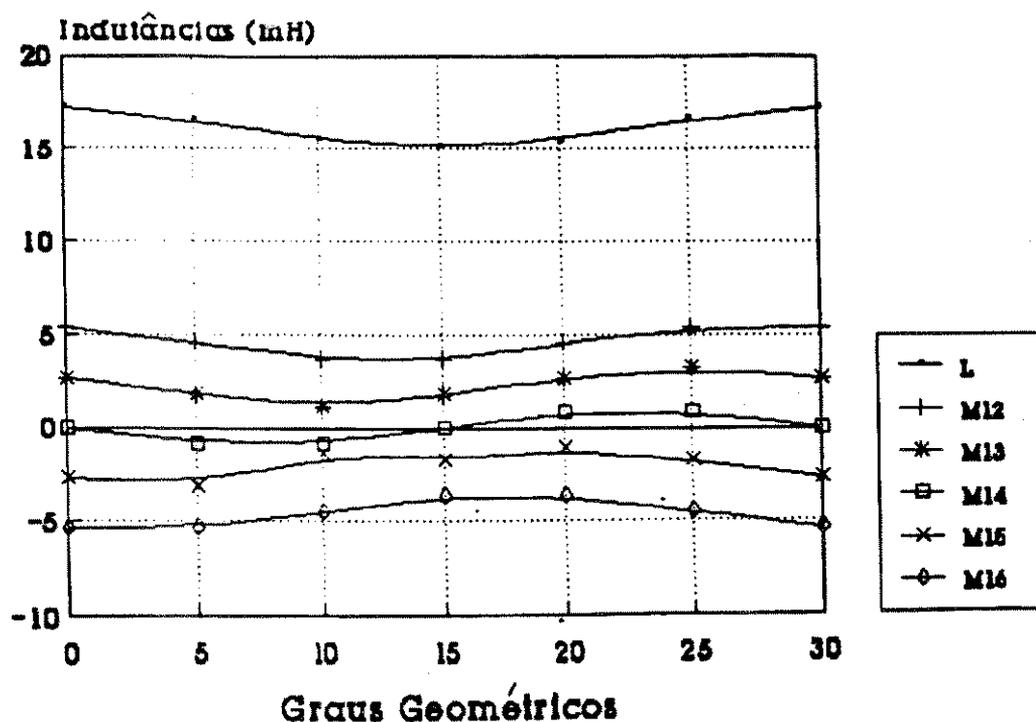


Fig. 8.8 Indutâncias do motor-protótipo construído pela COPESP, reproduzindo dados apresentados por OLIVEIRA [46] (valores obtidos pelo método dos elementos finitos).

O segundo argumento, referente aos entreferrós distintos vistos pelos ímãs e pela armadura é essencialmente informativo. Tal dado por si só não permite uma comparação entre o nível das forças magneto-motrizes de armadura frente ao esforço magnetizante dos ímãs, que efetivamente definem o nível da reação de armadura.

O terceiro argumento, referente aos resultados obtidos no teste de torque estático, não permite concluir que a reação de armadura seja desprezível. Neste tipo de teste aplica-se corrente contínua aos enrolamentos do motor, forçando um perfil de correntes similar ao da Fig. 7.7. Desloca-se o rotor de um certo ângulo mecânico e mede-se o conjugado necessário para manter o rotor nesta dada posição. Repete-se o procedimento obtendo-se ao final uma tabela ângulo×torque para um dado valor de corrente (eventualmente corrente nominal). Na Fig. 7.7 notamos que a contribuição de cada uma das fases para o torque desenvolvido será distinta. Enquanto não houver saturação magnética, a "perda de torque" em algumas fases será compensada pelo "ganho de torque" em outras fases. Assim, o teste de torque estático permite concluir que não há saturação magnética significativa mas **não comprova** a ausência de reação de armadura.

## 9. PROGRAMA DE SIMULAÇÃO

### 9.1 Introdução

Nos capítulos anteriores discutiu-se o modelo matemático do motor de imã permanente e a vinculação existente entre os enrolamentos do motor, expressa pela matriz indutâncias. Iremos primeiramente tratar da simulação do sistema operando como gerador alimentando carga resistiva uma vez que já estão presentes todos os elementos necessários para tal simulação. Deixaremos para capítulos posteriores a simulação do sistema operando como motor pois ainda falta estabelecer a lei de controle que define o vetor de tensões  $[v(t)]$  aplicado aos terminais do motor em cada instante. Entretanto, o modelo matemático e as formas de resolução adotadas são exatamente as mesmas tanto no modo gerador como motor. Uma das vantagens de se adotar tal sequência é que se torna mais simples validar o modelo matemático e o programa de simulação quando se opera no modo gerador.

### 9.2 Equação básica do programa de simulação e técnicas de resolução

A equação básica do sistema é a equação diferencial matricial (Eq. 4.14), cujos termos podem ser rearranjados na forma abaixo:

$$[L(\theta)] p[i(t)] = [v(t)] - [R][i(t)] - p[L(\theta)] [i(t)] - [e(t)] \quad (9.1)$$

Passando o termo  $[L(\theta)]$  para o lado direito resulta:

$$p[i(t)] = [L(\theta)]^{-1} \{ [v(t)] - [R][i(t)] - p[L(\theta)] [i(t)] - [e(t)] \} \quad (9.2)$$

Para que tal sistema de equações possa ser resolvido é evidente que é necessário o conhecimento das matrizes  $[L(\theta)]$  e  $p[L(\theta)]$ , do vetor resistência  $[R]$  e do vetor de tensões  $[v(t)]$  aplicado aos terminais do motor. Existem essencialmente três técnicas para se resolver este problema matemático.

#### 9.2.1 Resolução rigorosa

A resolução rigorosa exige a inversão de uma matriz 8x8 a cada novo passo de integração, uma vez que a matriz  $[L(\theta)]$  varia em função da posição do rotor. As operações matemáticas restantes são operações matriciais simples, apesar de trabalhosas.

### 9.2.2 Resolução simplificada

Uma simplificação possível em algumas circunstâncias é considerar constante a matriz  $[L(\theta)]$ , o que exige apenas uma inversão matricial. Esta abordagem só é válida quando:

- não existe gaiola amortecedora;
- o rotor é magneticamente isotrópico.

Nestas condições a matriz  $[L(\theta)]$  terá ordem  $6 \times 6$  e a matriz  $p[L(\theta)]$  é nula. Assim, a resolução computacional do sistema de equações diferenciais é extremamente simples e rápida.

### 9.2.3 Resolução evitando inversão matricial

Uma técnica que pode ser utilizada para evitar a inversão de matrizes está baseada no seguinte desmembramento (vamos indicar apenas para a fase 1) e formular o problema para o caso em que a matriz  $[L(\theta)]$  possui dimensão  $6 \times 6$ :

$$[L(\theta)] p[i(t)]_{j=1} = L_{11}pi_1 + M_{12}pi_2 + M_{13}pi_3 + M_{14}pi_4 + M_{15}pi_5 + M_{16}pi_6 \quad (9.3)$$

Substituindo a Eq. 9.3 na Eq. 9.1 e reagrupando os termos obtém-se:

$$pi_1(t) = \frac{1}{L_{11}(\theta)} \left\{ [v(t)] - [R][i(t)] - p[L(\theta)] [i(t)] - [e(t)] \right\}_{j=1} \dots \quad (9.4)$$

$$- \frac{1}{L_{11}(\theta)} \left\{ M_{12}pi_2 + M_{13}pi_3 + M_{14}pi_4 + M_{15}pi_5 + M_{16}pi_6 \right\}$$

A tentativa de resolução da Eq. 9.4 conduz a "loops algébricos". Isto porque para o cálculo de  $pi_1$  é necessário ter calculado previamente  $(pi_2 \ pi_3 \ pi_4 \ pi_5 \ pi_6)$ . Entretanto, para o cálculo de  $pi_2$  é necessário o cálculo prévio de  $(pi_1 \ pi_3 \ pi_4 \ pi_5 \ pi_6)$ . Para eliminar este "loop algébrico" foi utilizado um mecanismo de atraso ("delay algébrico"). Num determinado passo de cálculo  $k$  ainda não se conhece  $(pi_1 \ pi_2 \ pi_3 \ pi_4 \ pi_5 \ pi_6)_k$ . É justamente este o vetor que se deseja determinar para conhecer quanto o sistema evolui durante este passo de cálculo. Entretanto, já se conhece  $(pi_1 \ pi_2 \ pi_3 \ pi_4 \ pi_5 \ pi_6)_{(k-1)}$ , que foi calculado no passo anterior. Se o passo de cálculo utilizado for muito pequeno os vetores  $(pi_1 \dots pi_6)$  no instante  $k$  e no instante  $(k-1)$  são bastante próximos, o que permite que na resolução da Eq. 9.4 seja utilizado o vetor correspondente ao instante  $(k-1)$ . Desta maneira quebra-se o "loop algébrico" e o sistema de equações diferenciais passa a ser resolvido sem a inversão explícita da matriz  $[L(\theta)]$ .

A hipótese de que os vetores  $(p i_1 \dots p i_6)$  no instante  $(k-1)$  e no instante  $k$  sejam bastante próximos é bastante razoável na maior parte do tempo, exceto nos instantes onde exista uma alteração brusca no vetor de tensões  $[v(t)]$ . O "delay algébrico" introduzido (da ordem de  $\mu s$ ) faz com que esta mudança brusca em  $[v(t)]$  só influencie as outras fases após este atraso.

### 9.3 Programas de simulação

Podem ser usados vários programas de simulação matemática para resolver o problema proposto, tendo cada um vantagens e desvantagens. Além disso deve se levar em conta o nível de familiaridade do usuário com as linguagens de programação peculiares de cada programa. Foram utilizados essencialmente 2 programas: SIMNON [10] e SIMULINK [52] que oferecem ambos um leque de algoritmos de integração numérica.

As escolhas adotadas pelo autor em cada um dos casos foi:

Técnica de resolução	Item	Softwares utilizados	Observações
Rigorosa	9.2.1	Simulink	
Simplificada	9.2.2	Simnon & Simulink	
Evitando inversão matricial	9.2.3	Simnon	Ver Referência [16]

Outro aspecto a ser salientado nos vários programas de simulação é a forma pela qual os resultados numéricos são explorados. A maior parte dos resultados gráficos de simulações que serão apresentados nos capítulos posteriores foi obtida utilizando MATLAB [40].

### 9.4 Técnicas adotadas em trabalhos anteriores de outros autores

Um levantamento das técnicas utilizadas em trabalhos anteriores:

- OLIVEIRA [46] utiliza a técnica de resolução simplificada (9.2.2) e como ferramenta matemática o SIMNON;
- MICHEL [37] (Jeumont-Schneider) utiliza a técnica de resolução simplificada (9.2.2) e como ferramenta matemática o SIMNON;
- FÜRSICH [14] (Siemens) não identifica de forma clara a técnica de resolução adotada. Sabe-se entretanto que considerou a matriz indutância com dimensões  $6 \times 6$ , cujos elementos dependem da posição angular do rotor.

## 9.5 Equações adicionais

Além de resolver o conjunto de equações diferenciais existem uma série de cálculos adicionais a serem executados. As correntes do estator podem ser decompostas em suas componentes de eixo direto e de quadratura (ver KRAUSE [28]), obtendo-se:

$$\begin{aligned} I_{dse} &= I_1 \cos 0^\circ + I_2 \cos 30^\circ + I_3 \cos 60^\circ + I_4 \cos 90^\circ + I_5 \cos 120^\circ + I_6 \cos 150^\circ \\ I_{qse} &= I_1 \sen 0^\circ + I_2 \sen 30^\circ + I_3 \sen 60^\circ + I_4 \sen 90^\circ + I_5 \sen 120^\circ + I_6 \sen 150^\circ \end{aligned} \quad (9.5)$$

Na Eq. 9.5 todas as correntes são funções do tempo. A notação para as componentes DQ de corrente segue as convenções adotadas por KRAUSE. Por exemplo,  $I_{dse}$  se refere à:

- d* - componente de eixo direto,
- s* - das correntes do estator,
- e* - projetadas sobre um referencial DQ estacionário.

As componentes  $I_{dse}$  e  $I_{qse}$  podem ser projetadas sobre um referencial DQ síncrono (ver Fig. 3.3), obtendo-se as correntes:

$$\begin{aligned} I_{dss} &= I_{dse} \cos(\omega t) - I_{qse} \sen(\omega t) \\ I_{qss} &= I_{dse} \sen(\omega t) + I_{qse} \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (9.6)$$

Neste caso  $I_{dss}$  se refere à:

- d* - componente de eixo direto,
- s* - das correntes do estator,
- s* - projetadas sobre um referencial DQ síncrono

Outros cálculos feitos nos programas de simulação se referem:

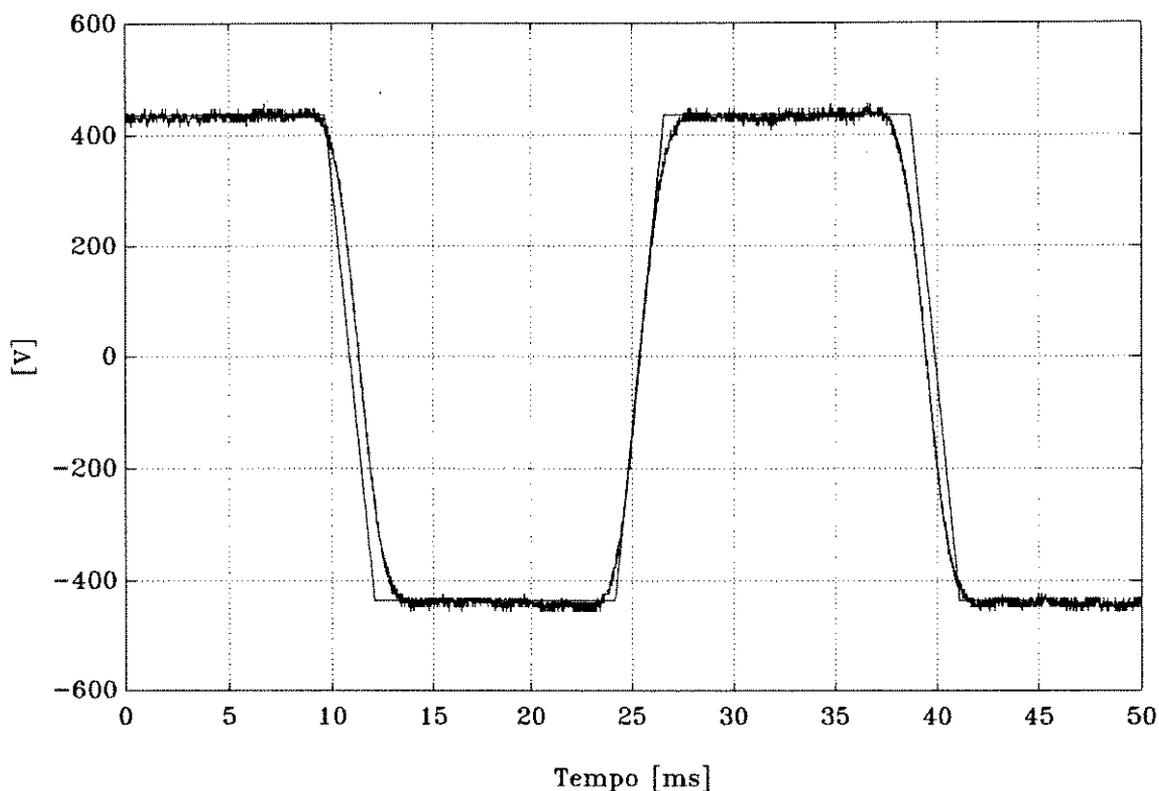
- ao funcionamento dos conversores, permitindo o cálculo das correntes e tensões individuais em cada dispositivo semicondutor;
- aos cálculos de conjugado e potência da máquina.

## 10. RESULTADOS EXPERIMENTAIS E SIMULADOS NO MODO GERADOR

### 10.1 Tensão em vazio

A tensão em vazio do gerador, quando este opera na velocidade de 517 RPM, em ligação paralela, está mostrada na Fig. 10.1 . Na mesma figura está mostrado o valor simulado de tensão, notando-se que:

- existe uma pequena diferença na escala horizontal, provavelmente devida a uma imprecisão na medida de velocidade;
- a amplitude do patamar de tensão está próxima ao valor experimental;
- existe um arredondamento na tensão produzida pelo motor, além do fato de que a largura do patamar de tensão é inferior a  $150^\circ$ . Isto ocorre em função da dispersão do fluxo dos ímãs [35] e da presença da gaiola amortecedora na superfície do rotor, diminuindo o passo polar efetivo do rotor.



**Fig. 10.1** Tensão da máquina em vazio. Resultados experimentais (curva com ruído sobreposto, em função do uso de osciloscópio digital) e teóricos, em ligação série, a 517 RPM.

## 10.2 Condições de medida com o gerador em carga

Apesar do grande número de ensaios realizados com o gerador alimentando carga resistiva equilibrada iremos nos referir apenas à duas condições de carga:

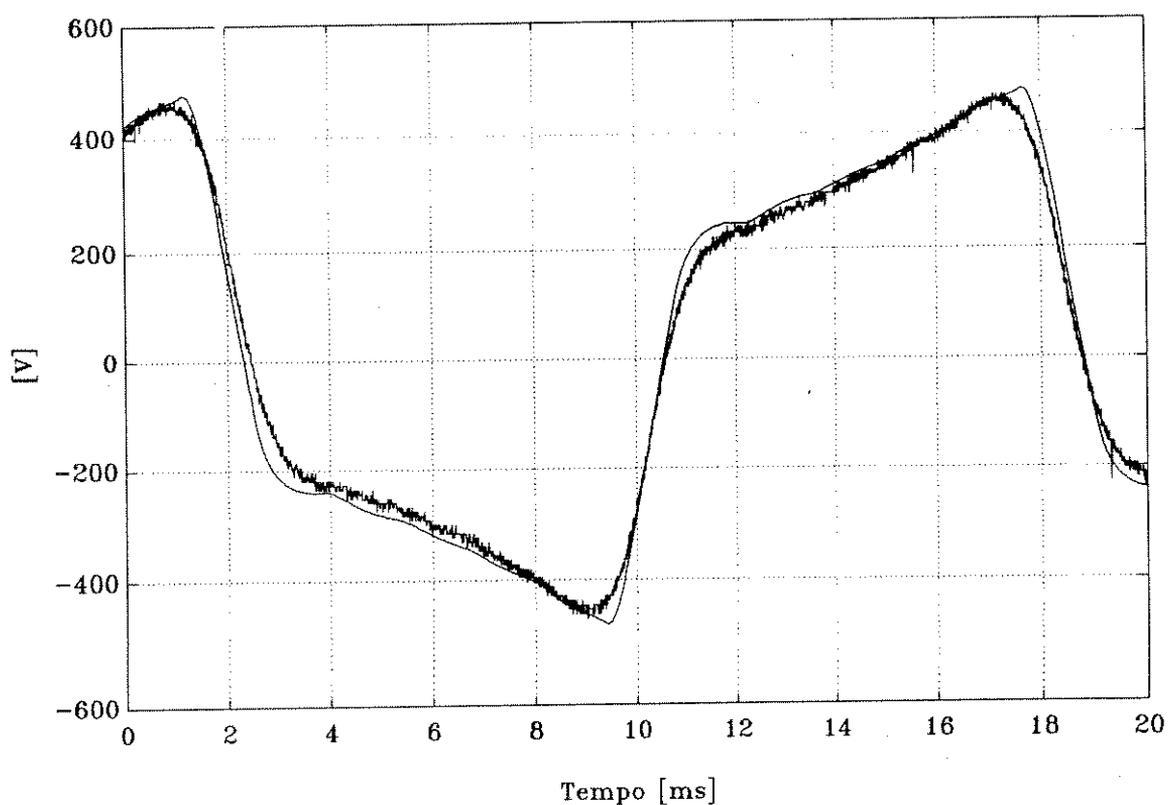
Carga "elevada":	Ligação paralela
	Velocidade = 910 RPM = 95.29 rd/s
	Resistência conectada a cada fase (valor estimado) = 13.3 $\Omega$
	Conjugado medido = 505.7 N.m
	Potência calculada = 48.19 kW
Carga "reduzida"	Ligação série
	Velocidade = 483 RPM = 50.58 rd/s
	Resistência conectada a cada fase (valor estimado) = 75.2 $\Omega$
	Conjugado (valor estimado) $\approx$ 200 N.m
	Potência (valor estimado) $\approx$ 10.00 kW

Quase todos os resultados experimentais que serão mostrados se referem à condição de carga elevada, excetuando-se o item 10.3 onde também existem resultados obtidos com carga reduzida.

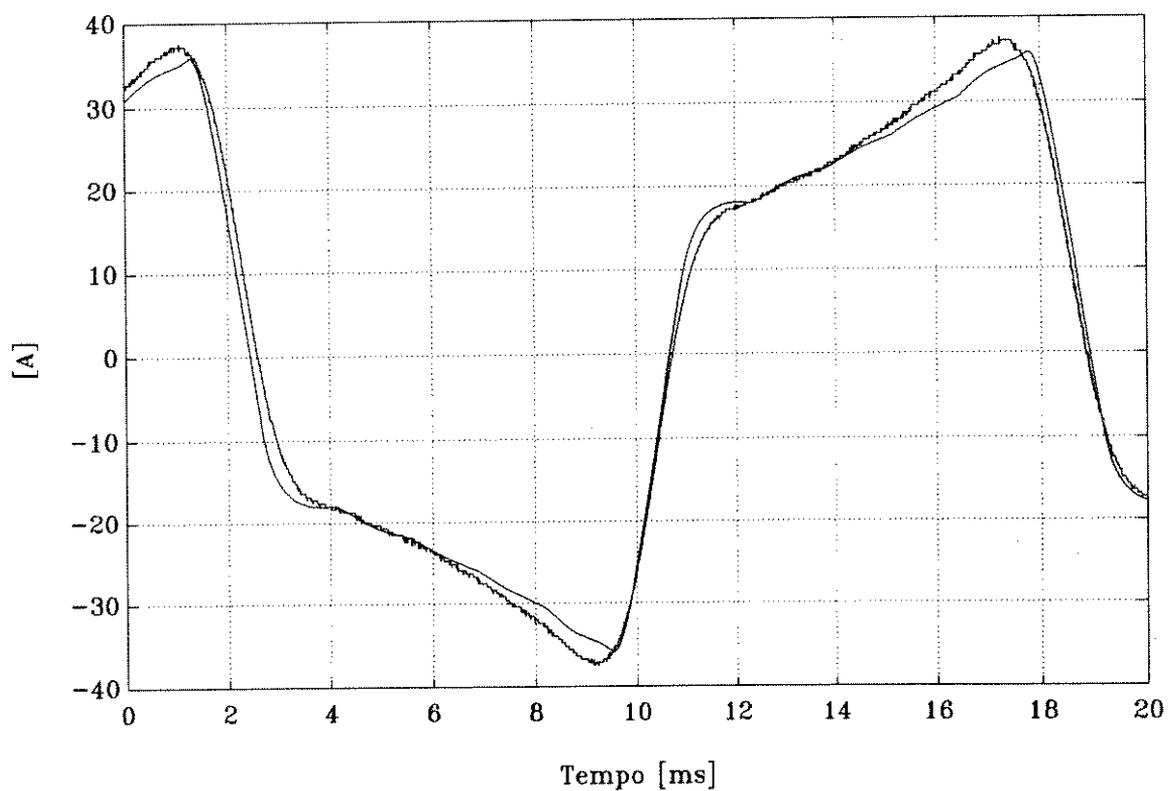
## 10.3 Tensão e corrente em carga: resultados experimentais e simulados

As Figs. 10.2 e 10.3 mostram respectivamente a tensão terminal e a corrente em uma das fases do gerador quando este opera em condição de carga elevada. As Figs. 10.4 e 10.5 mostram resultados similares quando o gerador opera em carga reduzida. Estão sobrepostos em cada uma das figuras mencionadas os valores simulados correspondentes.

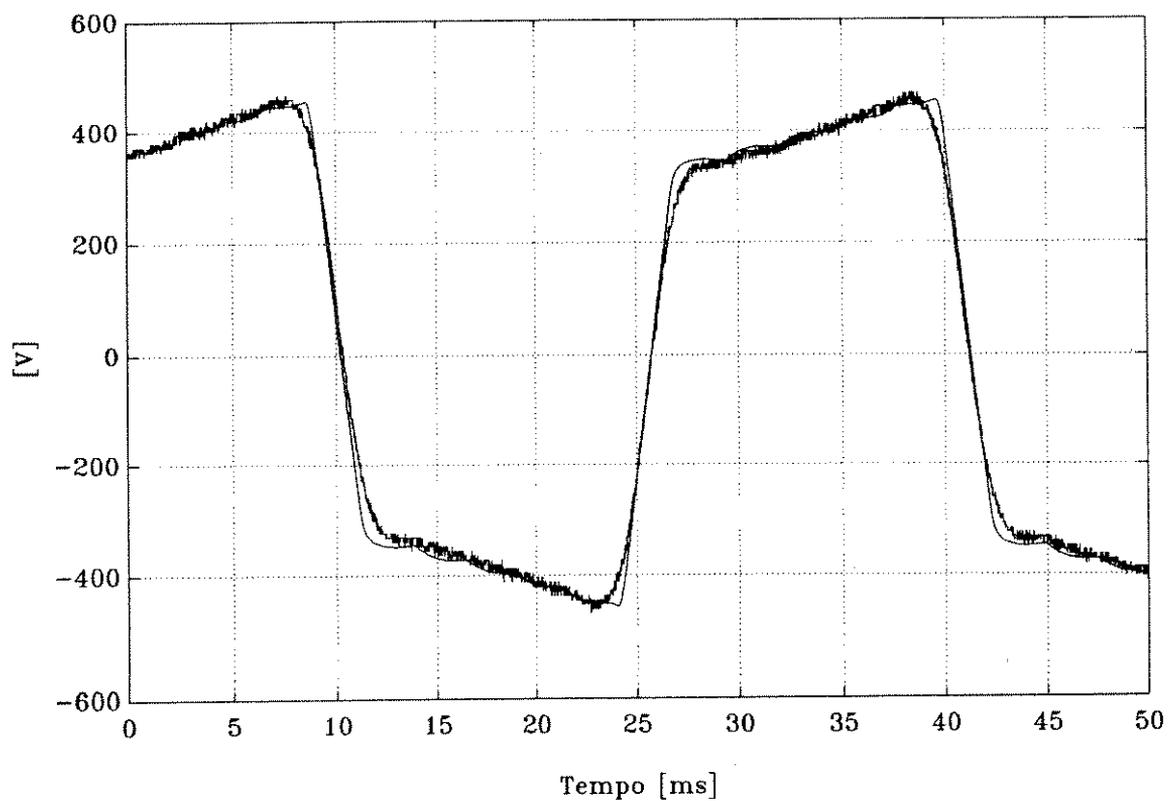
Notamos que os resultados simulados são muito próximos aos valores medidos. Também verificamos, particularmente nos ensaios com carga elevada das Figs. 10.2 e 10.3, uma pequena curvatura nos sinais de corrente e tensão terminal, comprovando o efeito descrito na Fig. 8.4.



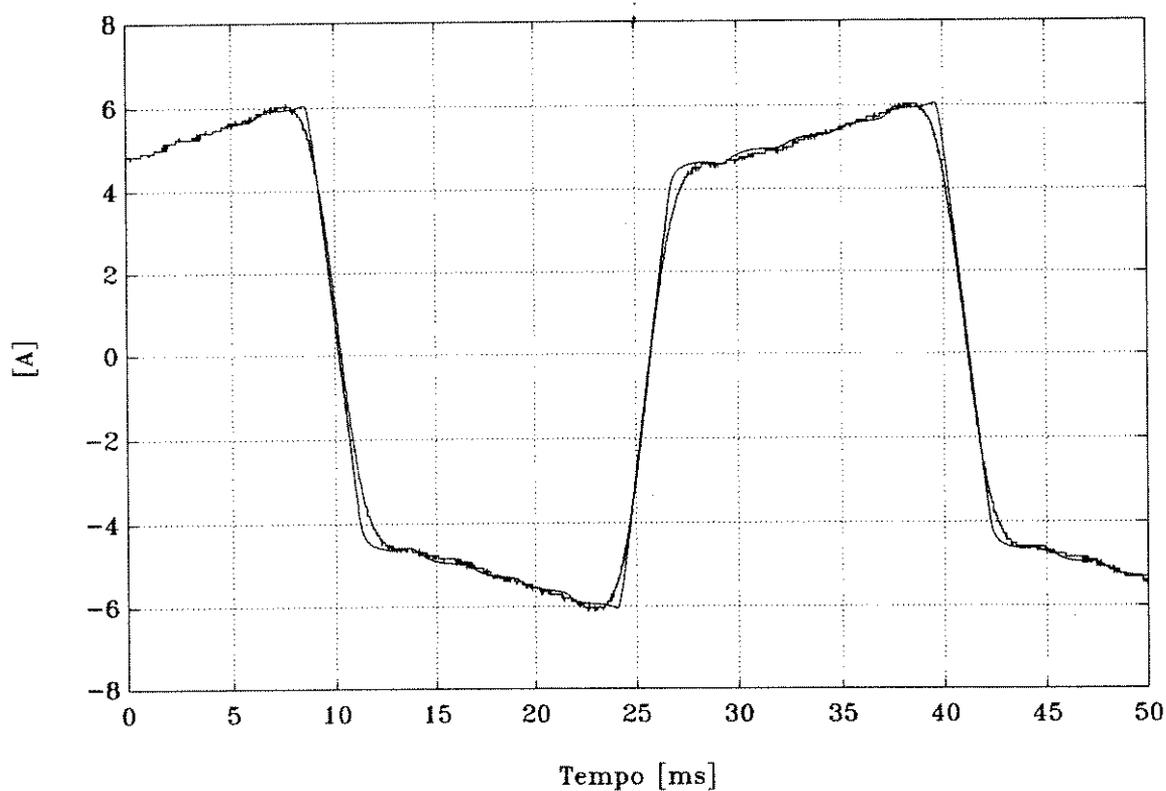
**Fig. 10.2** Tensão terminal experimental e simulada em condições de carga elevada (detalhes da configuração no item 10.2).



**Fig. 10.3** Corrente experimental e simulada em condições de carga elevada (detalhes da configuração no item 10.2).



**Fig. 10.4** Tensão terminal experimental e simulada em condições de carga reduzida (detalhes da configuração no item 10.2).

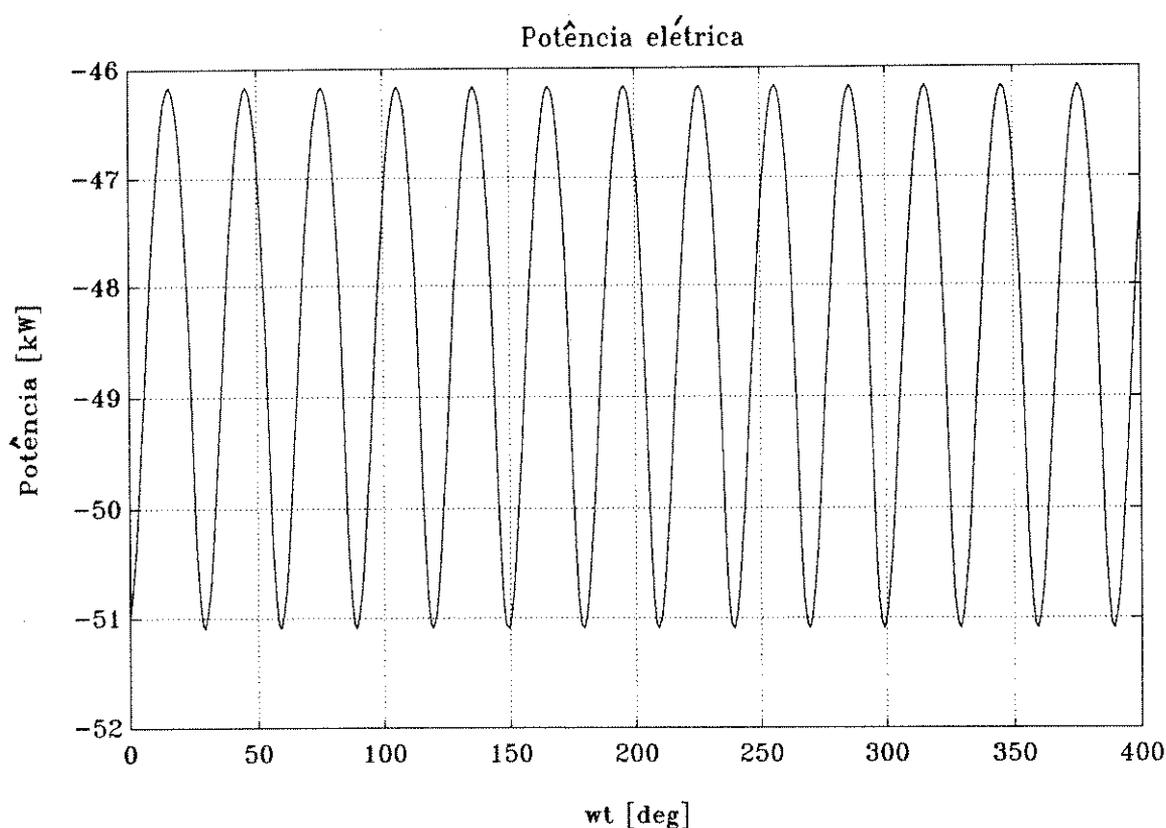


**Fig. 10.5** Corrente experimental e simulada em condições de carga reduzida (detalhes da configuração no item 10.2).

## 10.4 Potência elétrica

A potência elétrica dissipada (valor simulado) nos terminais do gerador quando este opera em condições de carga elevada está mostrada na Fig. 10.6 abaixo. O valor médio obtido através da simulação é de -48.43 kW (o sinal negativo ocorre em função da operação no modo gerador) enquanto o valor obtido experimentalmente foi -48.19 kW.

Notamos que a pulsação de potência existente é de aproximadamente 4.6 kW (pico-pico). Considerando que não exista variação de velocidade em função da elevada inércia da carga isto significaria um ripple de torque de quase 10% (valor pico-pico). Esta pulsação de potência/torque ocorre em uma frequência 12 vezes superior à velocidade da máquina. O valor do ripple de conjugado/potência calculado depende do valor assumido para a resistência da gaiola. Tal aspecto será rediscutido adiante neste capítulo.



**Fig. 10.6** Potência elétrica nos terminais da máquina (simulação). Obs: o sinal negativo na potência ocorre pois o sistema opera como gerador.

## 10.5 Tensão terminal

No item 8.2 e em particular na Fig. 8.6 mencionamos que as correntes de estator produziam um efeito desmagnetizante que reduzia a tensão terminal da máquina. Este mesmo fenômeno pode ser visto na Fig. 10.7 onde mostramos a tensão interna  $E$  produzida pelos ímãs e a tensão terminal  $V_t$ . Como a forma de onda da tensão terminal e da corrente são idênticas (carga resistiva) as correntes estão atrasadas em relação ao

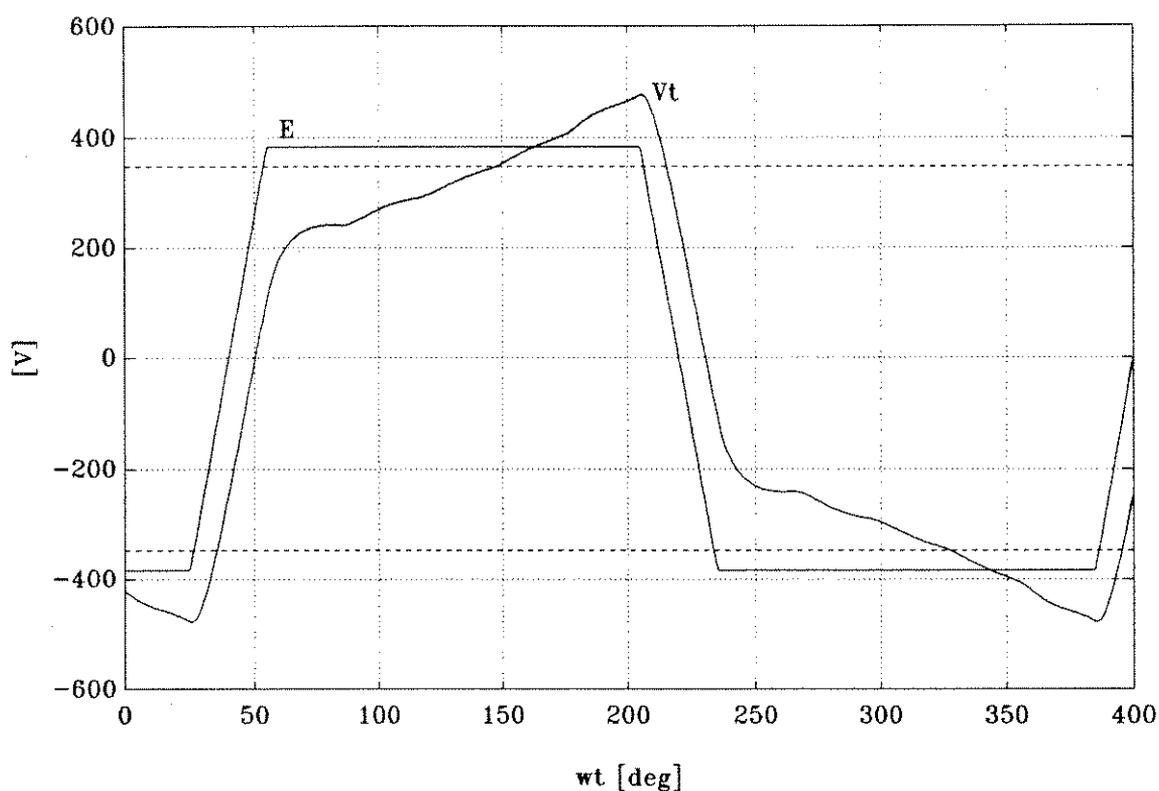
eixo magnético do rotor, provocando a desmagnetização e a queda de tensão terminal. O valor médio da tensão terminal (ver Fig. 8.1 e Eq. 8.1) está indicado através de uma reta pontilhada. Numericamente temos:

$$\begin{aligned} E &= 384.0 \text{ V} \\ (V_t)_{Max} &= 477.5 \text{ V} \\ (V_t)_{Min} &= 217.6 \text{ V} \\ (V_t)_{Média} &= 347.5 \text{ V} \end{aligned}$$

A queda de tensão terminal observada foi:

$$\Delta V_t [\%] = 100 \frac{[(V_t)_{Média} - E]}{E} = 100 \frac{(347.5 - 384.0)}{384.0} = -9.5\%$$

Este valor é relativamente impreciso, pois a medida do valor mínimo do patamar é subjetiva.



**Fig. 10.7** Tensão "interna"  $E$  e tensão terminal  $V_t$  da máquina (simulação), indicando o valor médio da tensão do patamar (reta pontilhada).

## 10.6 Componentes da tensão terminal

Na equação matricial Eq. 4.14 temos várias componentes de tensão. Estas componentes podem ser vistas nas Figs. 10.8 e 10.9. O termo correspondente à  $p[L(\theta)][i(t)]$ , pelo fato de ser muito menor do que os termos restantes, está indicado na Fig. 10.9.

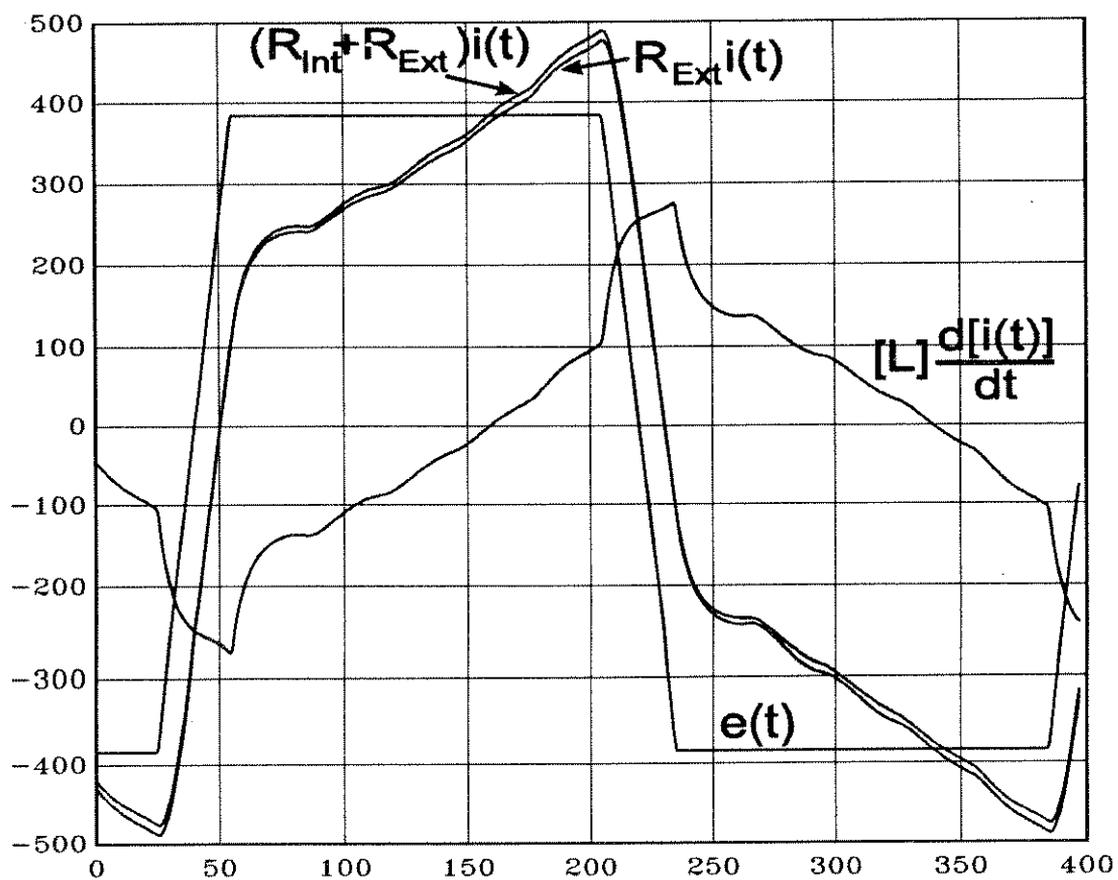


Fig. 10.8 Decomposição da tensão terminal  $V_t$  da máquina em suas componentes.

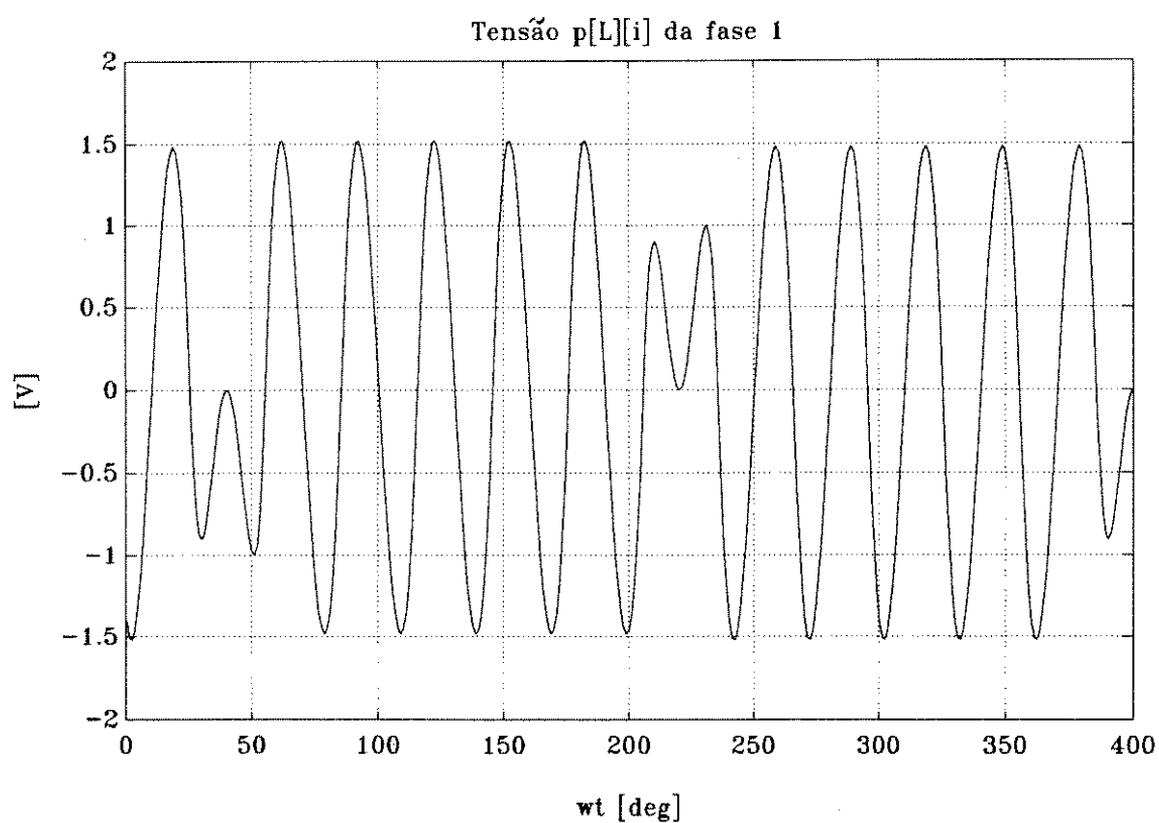


Fig. 10.9 Componente  $p[L(\theta)][i(t)]$  da tensão da máquina.

### 10.7 Visualização das componentes DQ da corrente do estator

As correntes nas 6 fases do estator estão mostradas na Fig. 10.10. Ao projetar estas correntes ao longo de um referencial estacionário DQ obtemos a Fig. 10.11.

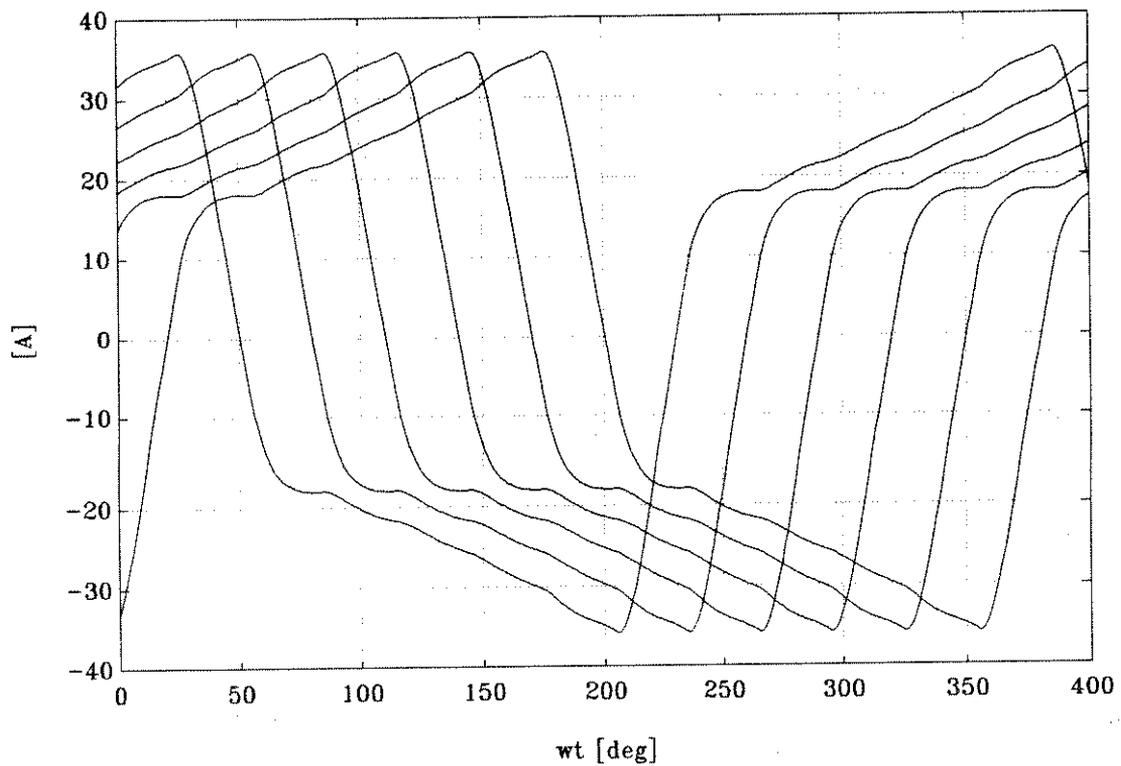


Fig. 10.10 Correntes nas 6 fases, em condições de carga elevada (simulação).

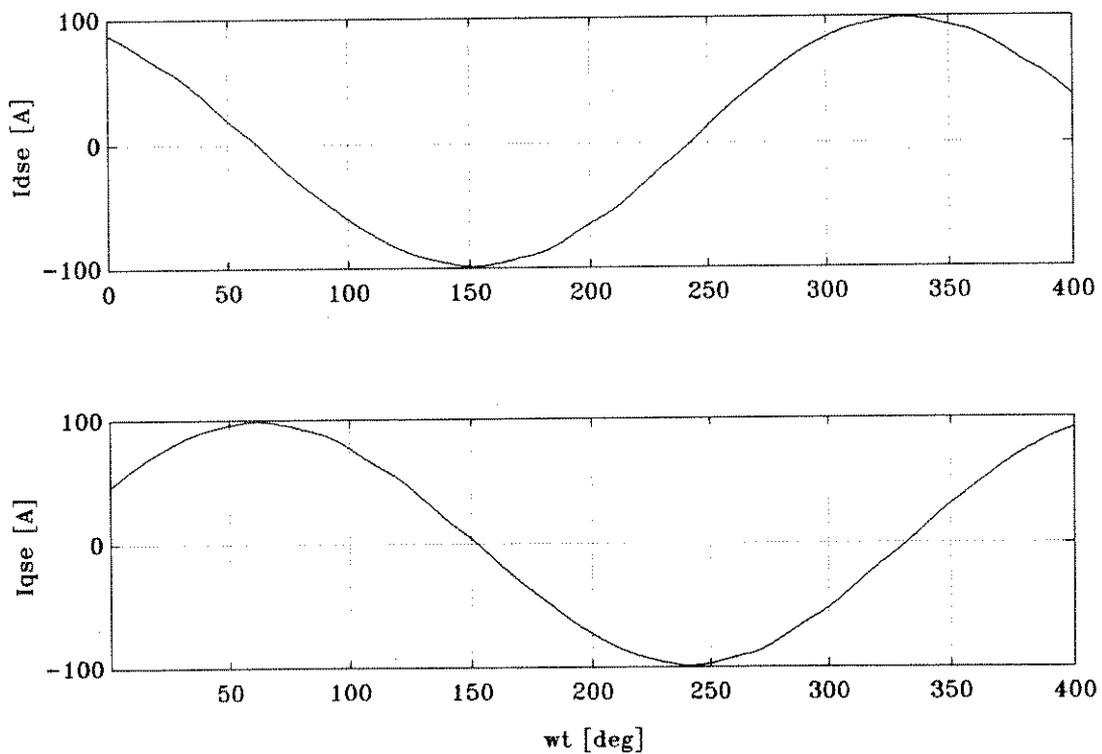


Fig. 10.11 Componentes  $I_{dse}(t)$  e  $I_{qse}(t)$  da corrente do estator (simulação).

Uma outra forma de visualizar as componentes  $I_{dse}$  e  $I_{qse}$  está dada na Fig. 10.12, onde apresentamos  $I_{qse}(t) \times I_{dse}(t)$ . Esta forma de apresentação está relacionada com o o que KOVACS [27] e VAS [56] denominam de "vetor espacial" ("space vector"). Neste gráfico notamos que o "vetor espacial" da corrente de armadura percorre uma trajetória quase circular.

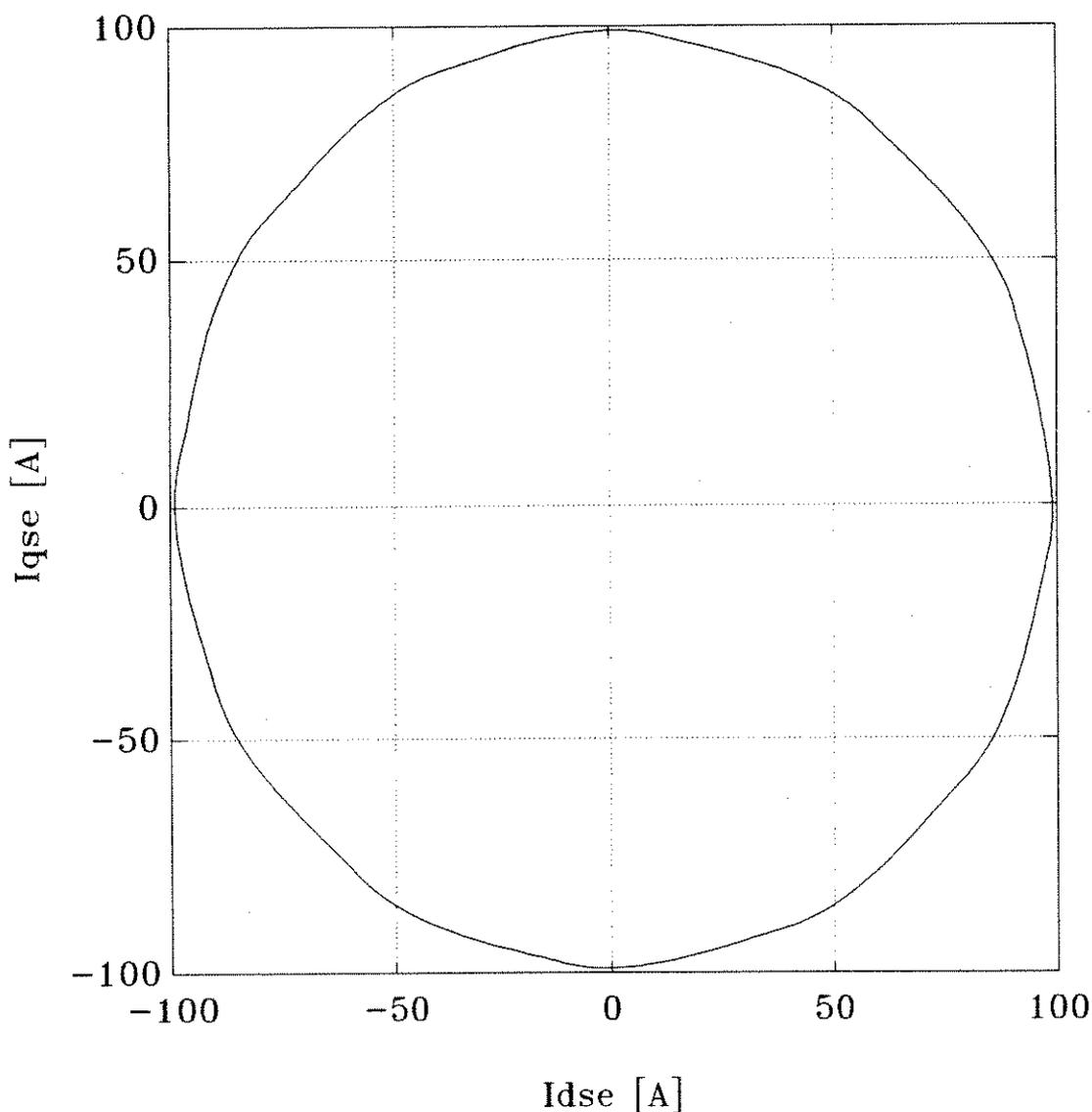


Fig. 10.12 Componente  $I_{qse}(t)$  em função da componente  $I_{dse}(t)$  da corrente do estator (simulação).

Se as correntes do estator forem projetadas sobre um referencial síncrono com o campo dos ímãs obteremos as componentes  $I_{dss}(t)$  e  $I_{qss}(t)$  que estão apresentadas na Fig. 10.13 em função do tempo. Ambas tem valores médios negativos, sobrepostos a pulsações de valor distinto. Estas componentes são plotadas uma contra a outra nas Figs. 10.14 e 10.15. A primeira delas produz uma excelente imagem física do que ocorre internamente à máquina. O fluxo dos ímãs aponta no sentido positivo do eixo horizontal enquanto que a componente  $I_{dss}$  aponta no sentido negativo, correspondendo a um efeito desmagnetizante. A componente  $I_{qss}$  (de valor negativo) está relacionada com o torque produzido no modo gerador.

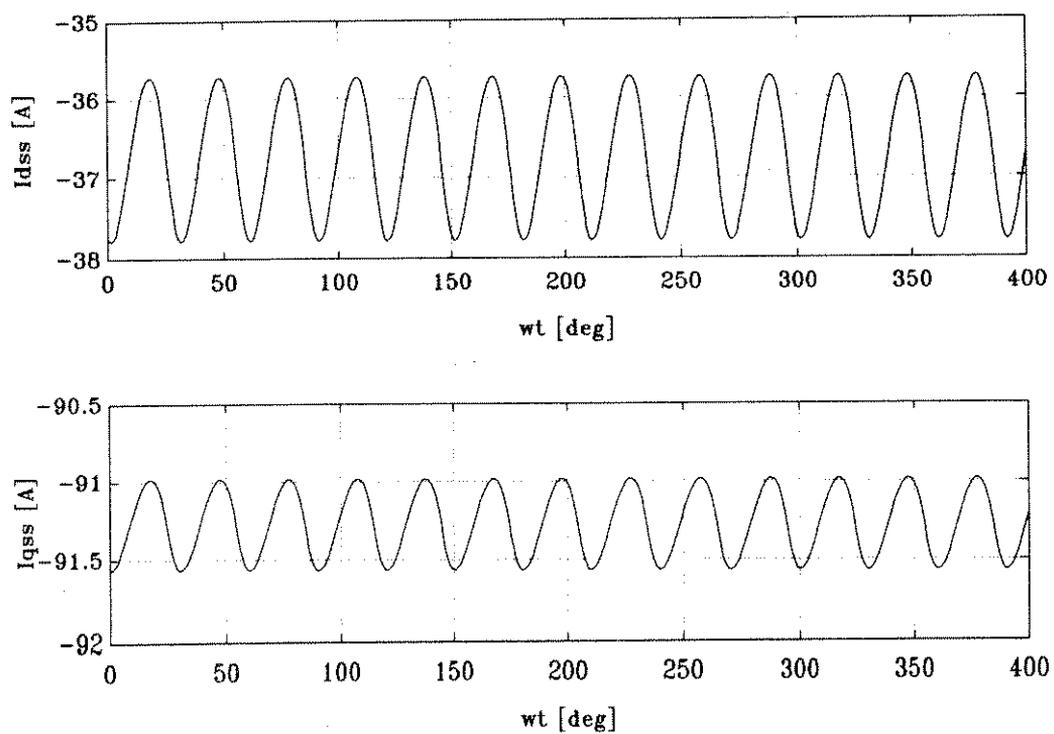


Fig. 10.13 Componentes  $I_{dss}(t)$  e  $I_{qss}(t)$  da corrente do estator (simulação).

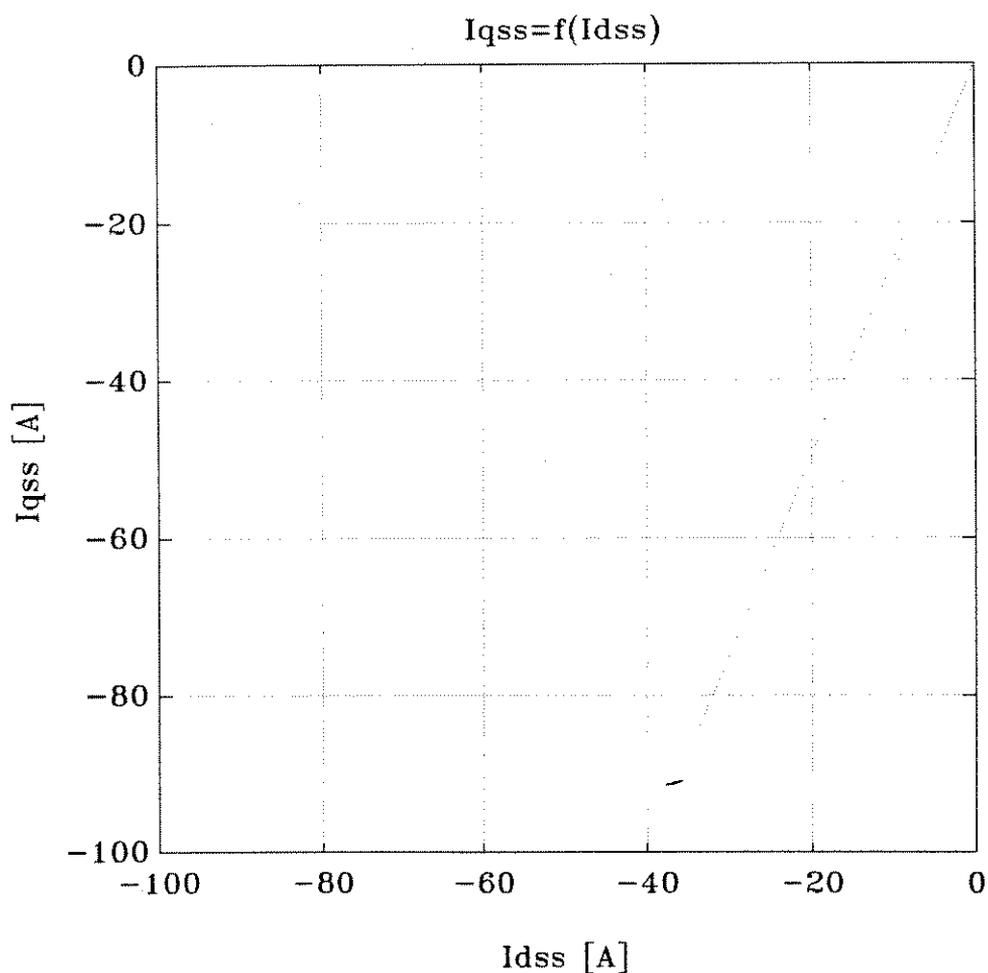
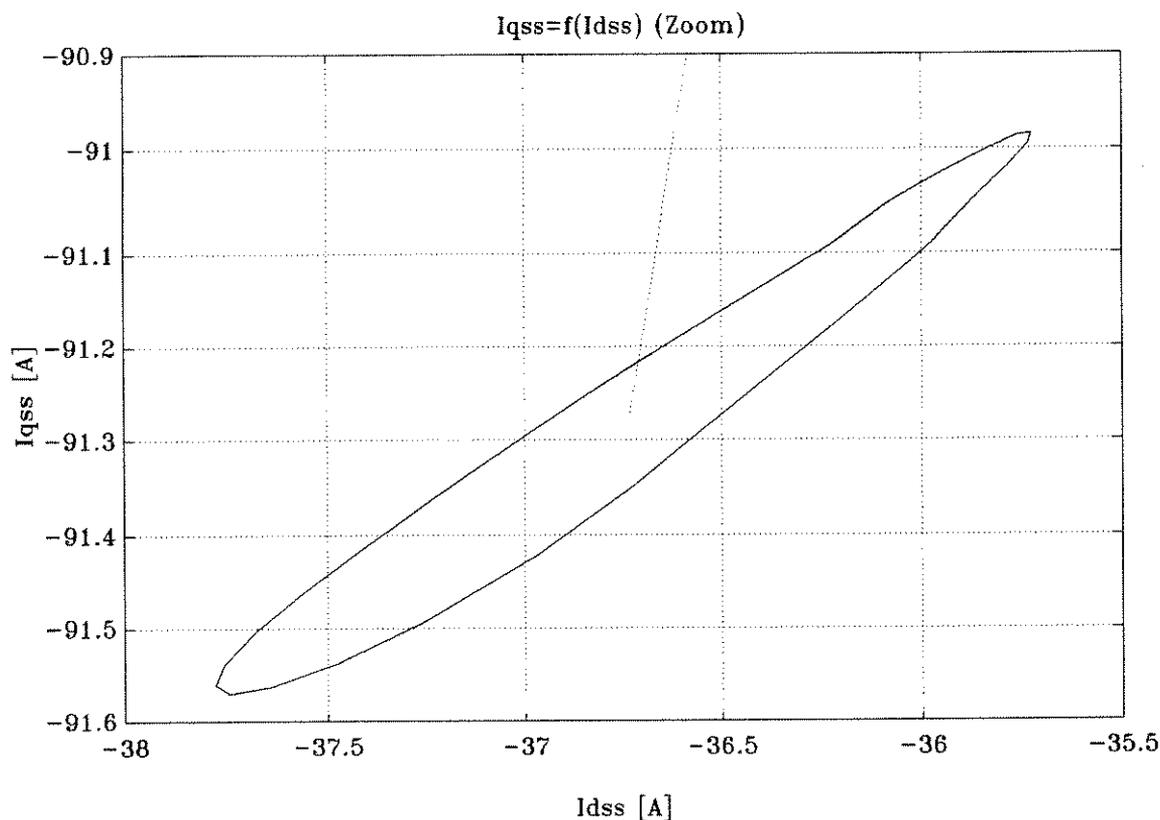


Fig. 10.14 Componente  $I_{qss}(t)$  em função da componente  $I_{dss}(t)$  da corrente do estator.

A Fig. 10.14 mostra que, apesar das pequenas pulsações existentes, a FMM da armadura está essencialmente parada em relação ao campo dos ímãs. O ângulo de potência  $\delta$  entre ambos é de :

$$\delta = \tan^{-1} \left( \frac{I_{qss}}{I_{dss}} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{-91.3}{-36.8} \right) = -112^\circ$$

Uma imagem ampliada mostra que a FMM da armadura descreve a trajetória dada na Fig. 10.15.



**Fig. 10.15** "Zoom" da Fig. 10.13, mostrando a componente  $I_{qss}(t)$  em função da componente  $I_{dss}(t)$  da corrente do estator.

### 10.8 O papel da gaiola amortecedora

A gaiola amortecedora tenta cancelar as pulsações de fluxo existentes ao longo do eixo direto. Evidentemente, se a trajetória descrita pela FMM da armadura fosse perfeitamente circular (ver Fig. 10.12) não haveria necessidade de uma gaiola. Quando a máquina opera como gerador notamos que tais pulsações são pequenas, tornando até dispensável a presença da gaiola amortecedora. Entretanto, como será visto adiante, quando opera como motor o papel da gaiola será bem mais relevante.

A Fig. 10.16 mostra a corrente  $I_d(t)$  da gaiola amortecedora e as correntes nas fases do estator. A Fig. 10.17 mostra o fluxo ao longo do eixo direto, juntamente com a componente pulsante de  $I_{dss}(t)$  e a corrente  $I_d(t)$ .

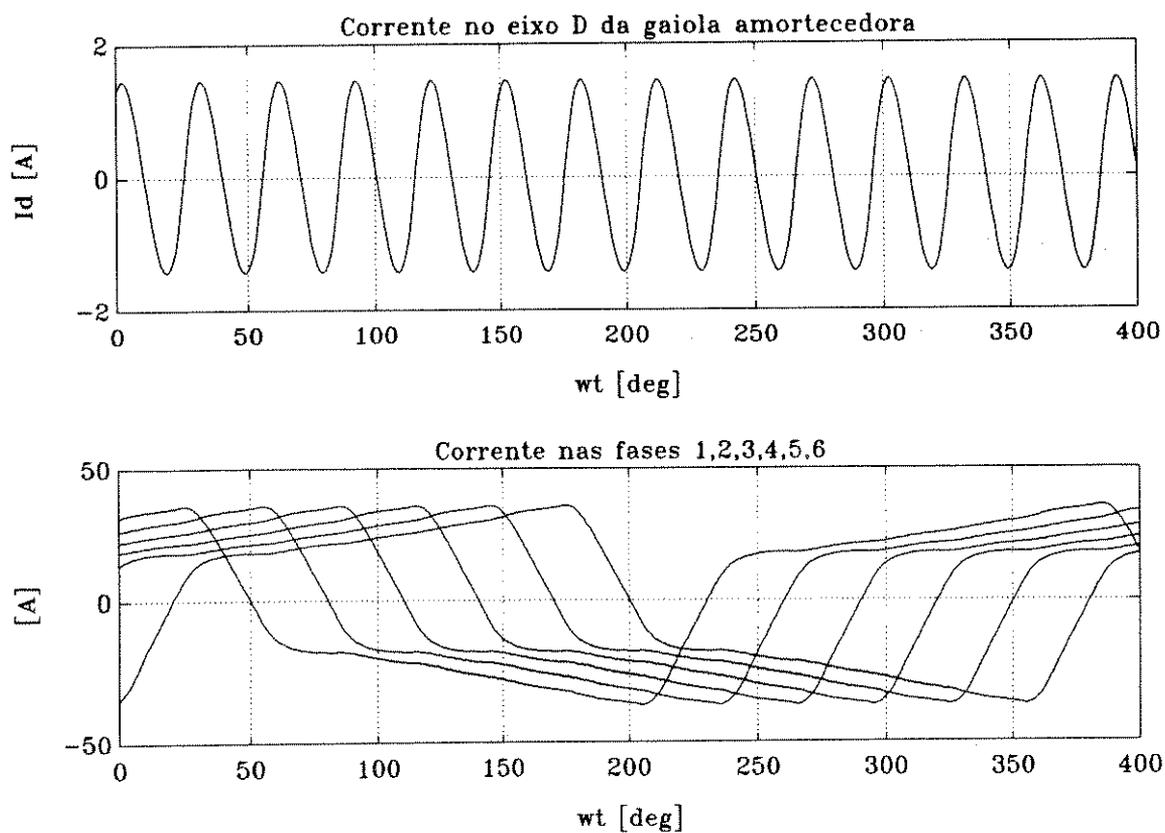


Fig. 10.16 Componente da gaiola e correntes nas 6 fases do estator (simulação).

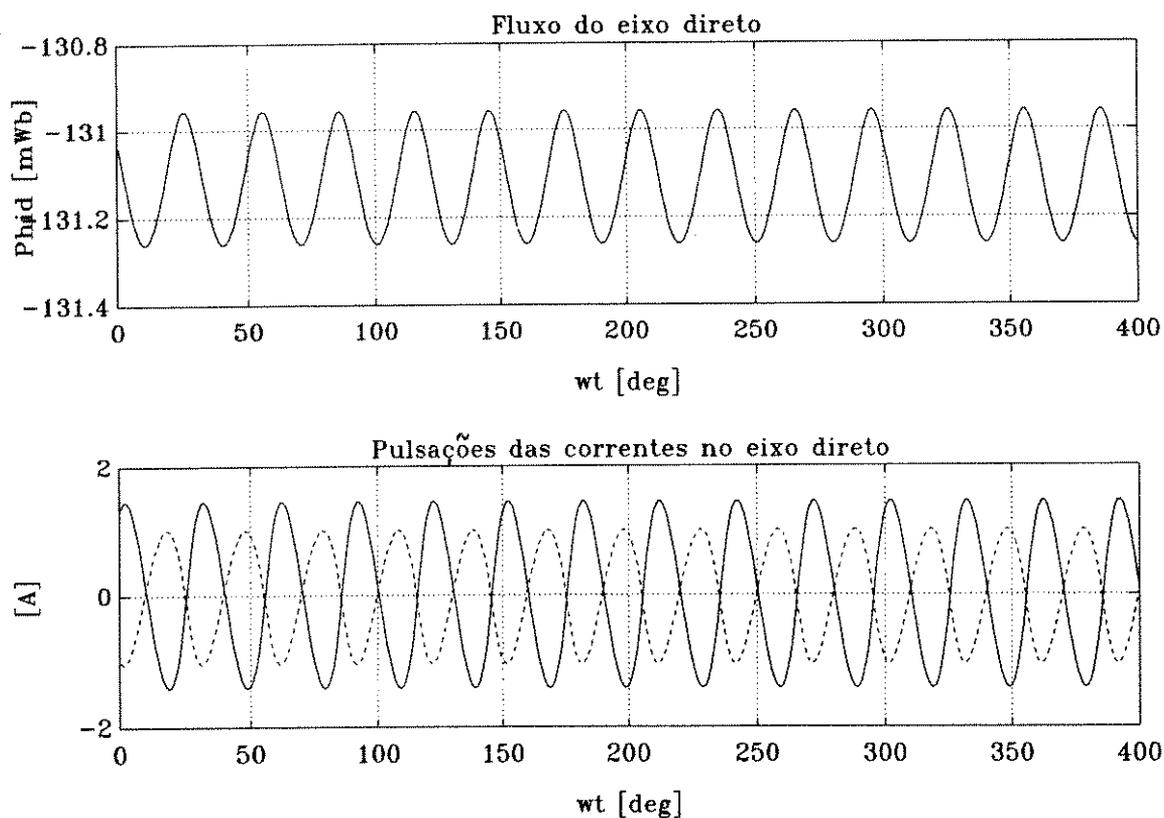


Fig. 10.17 (Superior): fluxo produzido pelo estator ao longo do eixo direto da máquina. (Inferior): pulsação da componente de corrente  $I_{dss}(t)$  (curva tracejada) e corrente na gaiola  $I_d(t)$  (curva contínua).

Na Fig. 10.16 notamos que a gaiola amortecedora atua sempre que uma das fases do estator comuta. Na parte superior da Fig. 10.17 mostramos o fluxo produzido pela armadura. Como esperado, este fluxo possui um valor médio negativo sobreposto a uma pulsação de fluxo. Na parte inferior da Fig. 10.17 vemos a corrente  $I_d(t)$  atuando sempre no sentido inverso à componente pulsante da corrente  $I_{dss}(t)$ .

Existe um aspecto quantitativo a ser mencionado com as curvas acima. O valor médio do fluxo desmagnetizante de armadura é de  $\phi_{Desmag} = -0.1311 \text{ Wb}$ .

O fluxo produzido pelos ímãs é de (ver ítem 7.11 e em particular o exemplo numérico 7.11.2):

$$\phi_{Polo} = 18.00 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

O fluxo visto por uma única espira do estator é 11/12 do valor acima em função da inclinação das ranhuras. Na ligação paralela existem 96 espiras em série. O fluxo total visto pelo estator será:

$$\phi_{Estator} = 96 \times \frac{11}{12} 18.00 \times 10^{-3} \text{ Wb} = 1.584 \text{ Wb}$$

A redução percentual de fluxo é de:

$$\Delta\phi [\%] = 100 \times \frac{\phi_{Desmag}}{\phi_{Estator}} = 100 \times \frac{-0.1311}{1.584} = -8.3 [\%]$$

A redução de 8.3% no valor de fluxo corresponde à redução de 9.5% no valor médio do patamar de tensão observada no ítem 10.5.

### 10.9 Tensão sobre a bobina exploratória do rotor

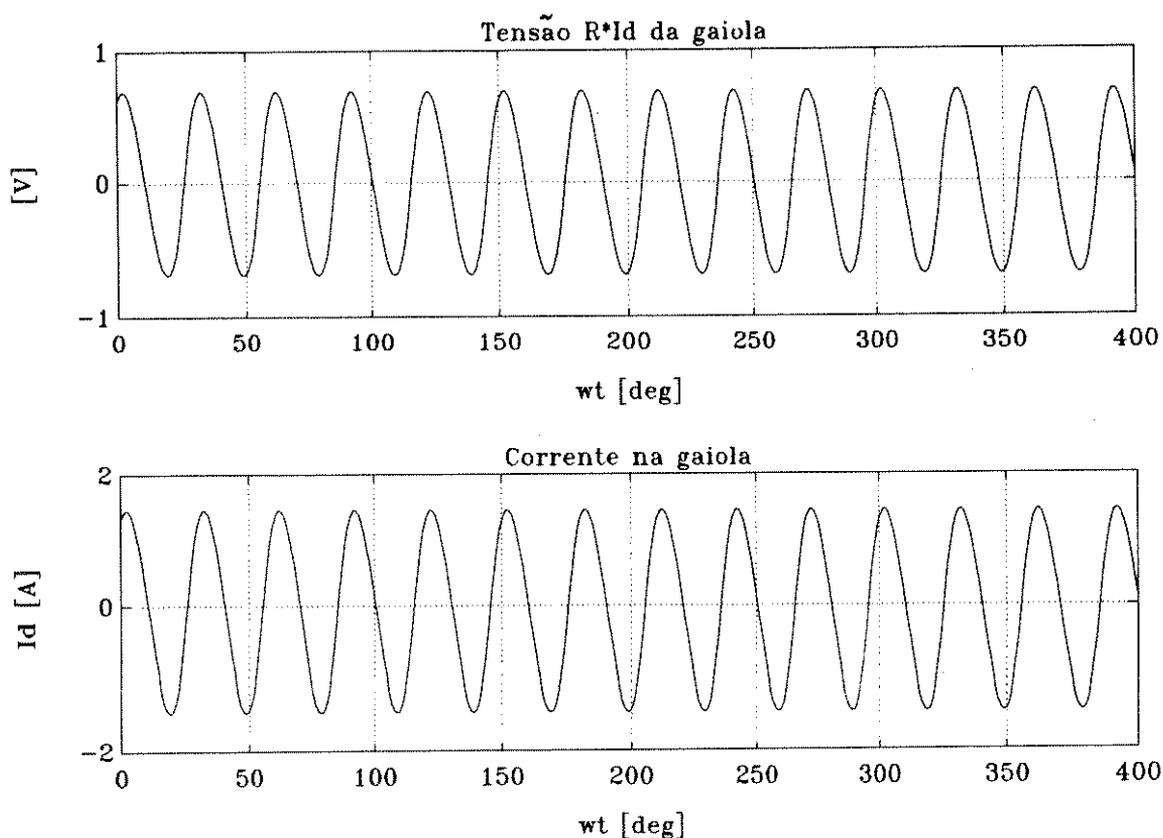
A tensão medida na bobina exploratória do rotor é proporcional à variação de fluxo vista pela gaiola amortecedora. Este sinal também é calculado através do programa de simulação. Tomando-se como base a Eq. 4.1, escrevemos para a gaiola:

$$0 = v_d(t) = R_d i_d(t) + \frac{d\lambda_d(\theta, t)}{dt} \quad (10.1)$$

A tensão induzida sobre a bobina exploratória será proporcional a:

$$\frac{d\lambda_d(\theta, t)}{dt} = R_d i_d(t) \quad (10.2)$$

restando apenas uma relação de espiras a ser levada em conta. O sinal de tensão existente sobre a resistência da gaiola amortecedora está mostrado na Fig. 10.18, juntamente com a corrente  $I_d(t)$ . Convém lembrar que os resultados apresentados se referem à uma gaiola equivalente, refletida ao estator.

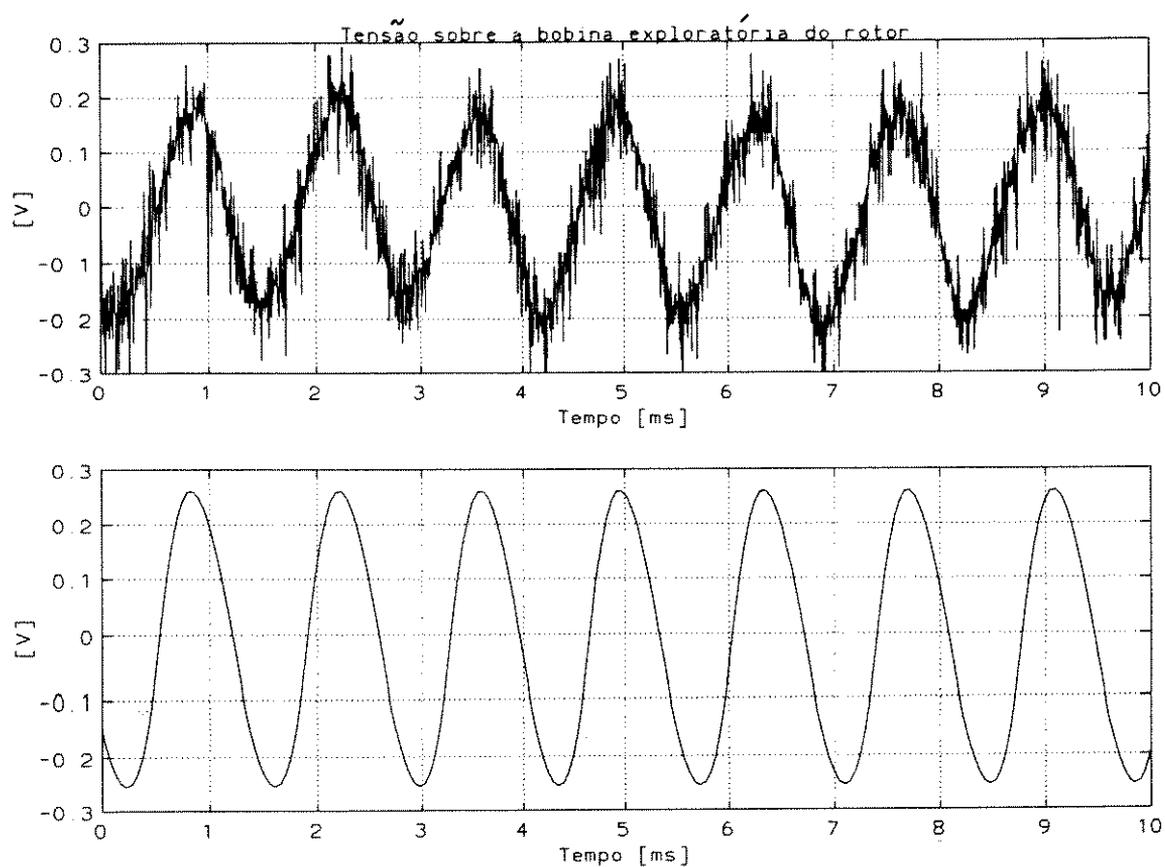


**Fig. 10.18** Resultados simulados mostrando a tensão existente sobre a resistência da  $R_d$  da gaiola (curva superior) e a corrente na gaiola  $I_d(t)$  (curva inferior).

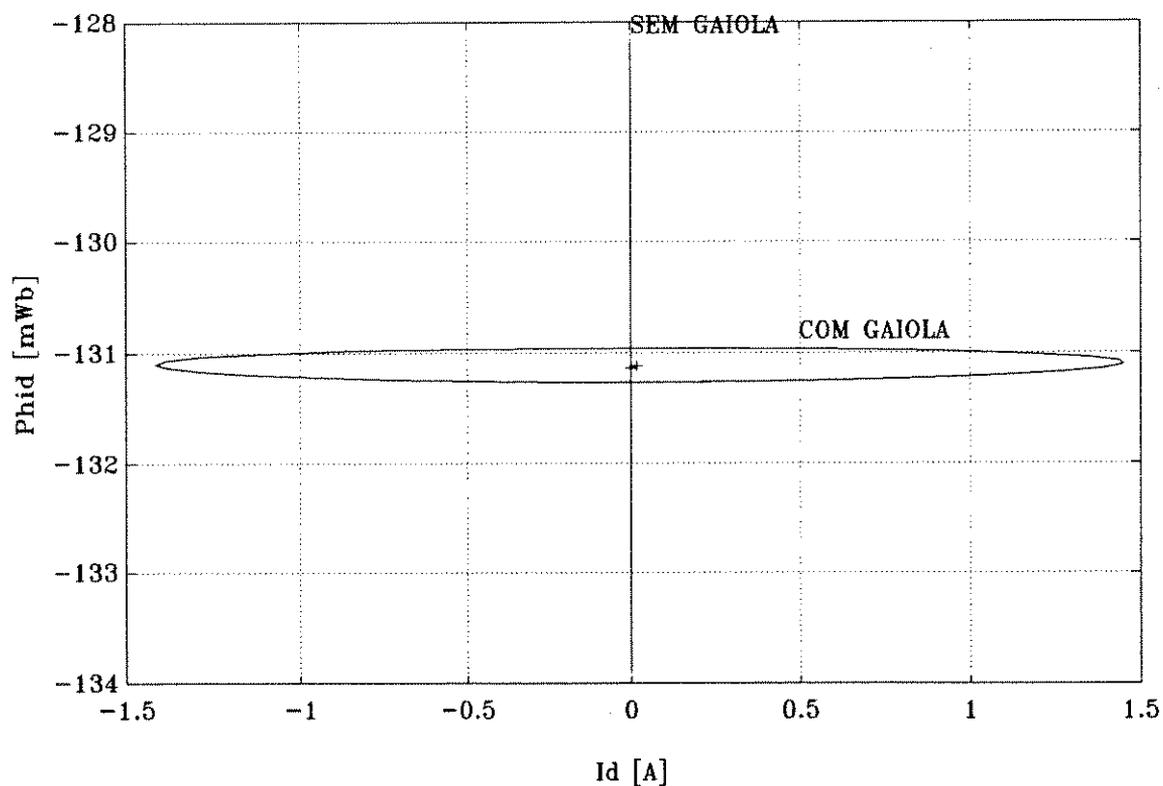
O sinal existente na bobina exploratória do rotor (valor experimental) está mostrado na parte superior da Fig. 10.19, notando-se o elevado nível de ruído. Na parte inferior desta figura tem-se o valor simulado deste mesmo sinal, corrigido pela relação de espiras existente entre a gaiola e a bobina exploratória. As duas formas de onda são similares.

### 10.10 Simulações obtidas eliminando-se a gaiola amortecedora

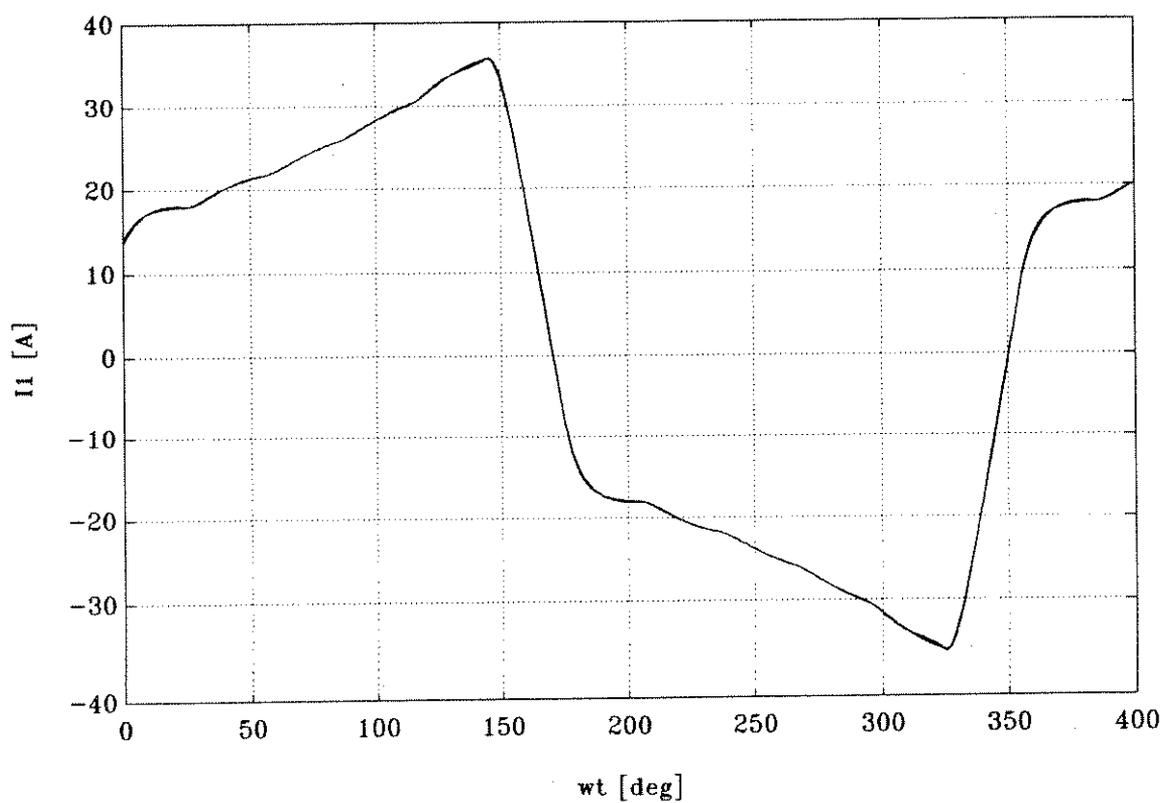
Foram feitas simulações eliminando-se a gaiola amortecedora. Na Fig. 10.20 mostramos o valor do fluxo direto em função da corrente  $I_d(t)$ , com e sem a gaiola amortecedora. A presença da gaiola reduz as pulsações do fluxo direto, como esperado. Na Fig. 10.21 mostramos as correntes na fase 1 nas duas situações, sendo impossível distinguir os dois casos. Apesar disso, existe uma atenuação na pulsação de potência, como mostra a Fig. 10.22.



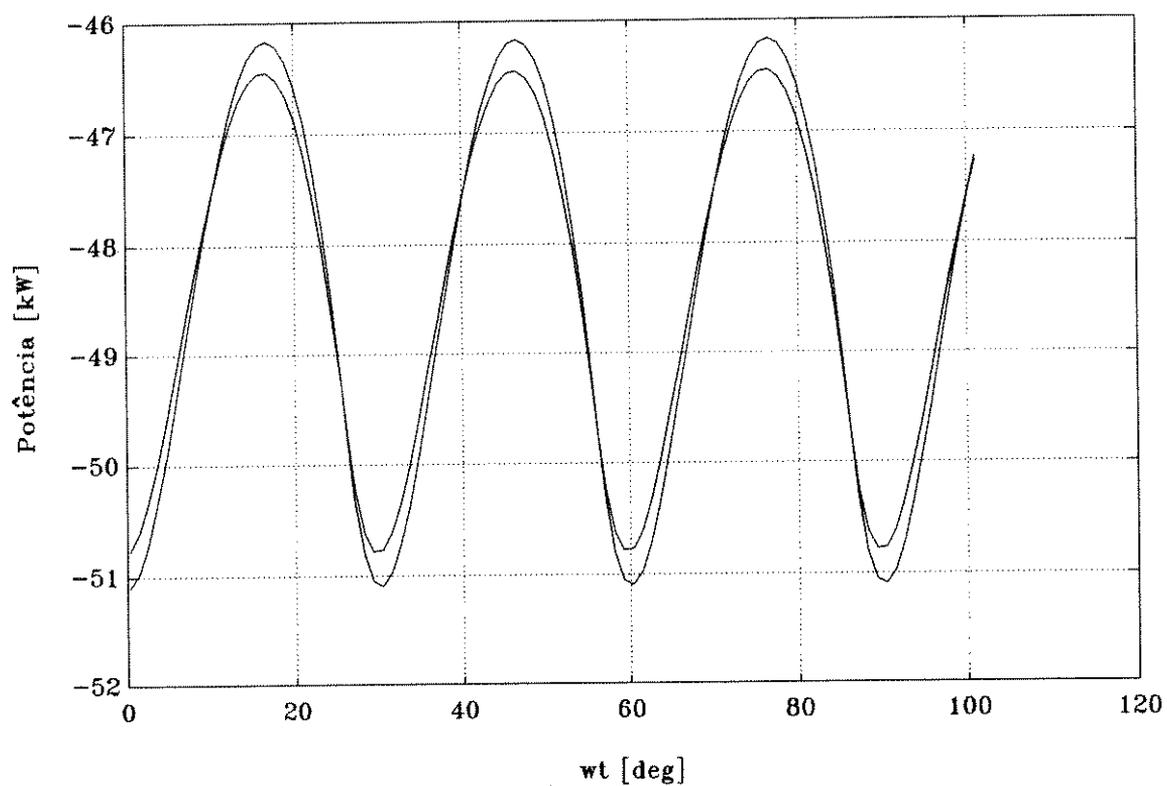
**Fig. 10.19** Tensão na bobina exploratória do rotor. Curva superior: registro experimental; Curva inferior: simulação computacional.



**Fig. 10.20** Fluxo produzido pelo estator ao longo do eixo direto em função da corrente da gaiola. Resultados simulados com e sem a presença da gaiola.



**Fig. 10.21** Corrente na fase 1 (simulação) com e sem a presença da gaiola amortecedora, sendo impossível distinguir ambas.



**Fig. 10.22** Potência elétrica nos terminais da máquina. Resultados simulados obtidos com e sem a presença da gaiola amortecedora. A curva com menor pulsação corresponde à condição de gaiola amortecedora presente.

## 11. CONTROLADOR DE CORRENTE

### 11.1 Introdução

A utilização de uma malha interna de corrente (torque), subordinada à uma malha de velocidade, é a forma usual de controle de acionamentos elétricos [31]. No caso de acionamentos com comutação eletrônica, o papel desempenhado pela malha de corrente ganha ainda maior relevância, determinando a performance global do acionamento.

O controlador de corrente utilizado neste acionamento já foi objeto de trabalho anterior [19]. Entretanto, neste capítulo iremos detalhar o seu funcionamento e discutir as vantagens da solução adotada, apresentando resultados experimentais.

### 11.2 Modelo simplificado por fase

O circuito equivalente mostrado na Fig. 4.1 pode ser simplificado, resultando o circuito equivalente simplificado da Fig. 11.1 :

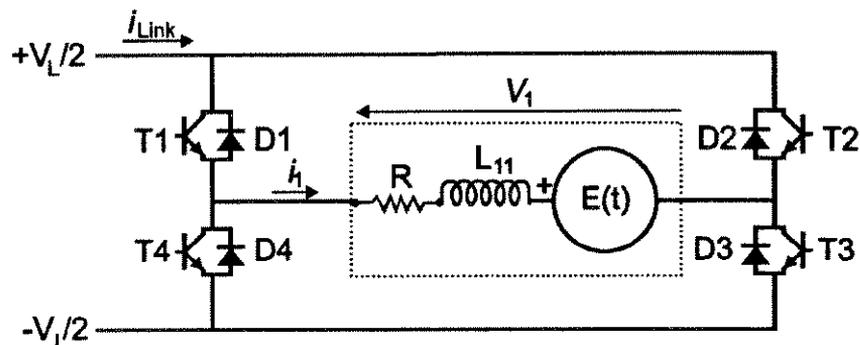


Fig. 11.1 Circuito equivalente simplificado para uma das fases do motor (fase 1).

Neste diagrama a fonte de tensão interna à máquina é a soma de 3 componentes (detalhadas no item 4.2):

- uma tensão trapezoidal ideal, produzida unicamente pelos ímãs;
- uma tensão correspondente às tensões mútuas induzidas entre as fases;
- uma tensão resultante da variação de indutâncias;

### 11.3 Modos de funcionamento do inversor

O circuito apresentado na Fig. 11.1 é uma ponte completa de transistores que pode operar nos quatro quadrantes de corrente e tensão. Os modos de funcionamento do inversor estão indicados na Tabela 11.1 . A tensão indicada na tabela supõe chaves semicondutoras ideais, nas quais a queda de tensão é nula.

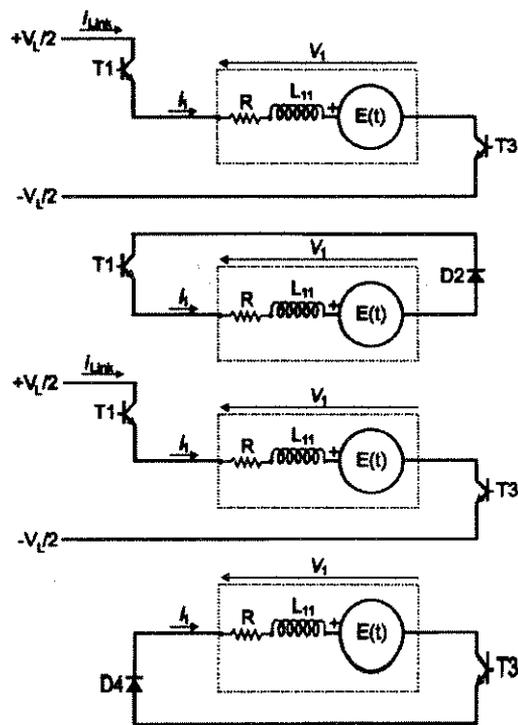
Tabela 11.1 - Modos de funcionamento do inversor

Modo	Chaves ativas	Corrente $i_1$	Tensão $v_1$	Corrente $i_{Link}$
1	T1 & T3	$i_1 > 0$	$v_1 = +V_L$	$I_1$
2	T1 & D2	$i_1 > 0$	$v_1 = 0$	0
3	T3 & D4	$i_1 > 0$	$v_1 = 0$	0
4	D2 & D4	$i_1 > 0$	$v_1 = -V_L$	$-I_1$
5	T2 & T4	$i_1 < 0$	$v_1 = -V_L$	$-I_1$
6	T2 & D1	$i_1 < 0$	$v_1 = 0$	0
7	T4 & D3	$i_1 < 0$	$v_1 = 0$	0
8	D1 & D3	$i_1 < 0$	$v_1 = +V_L$	$I_1$
9	"Tri-state"	0	FCEM do motor	0

#### 11.4 Técnicas de revezamento

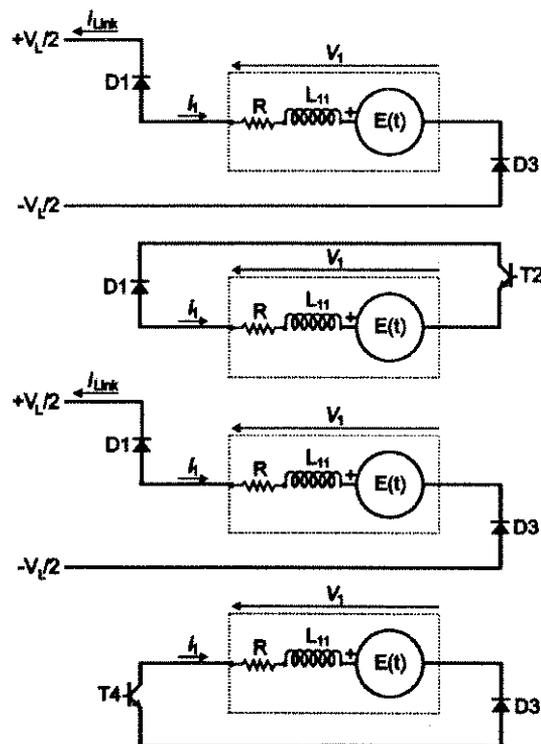
Na Tabela 11.1 verificamos que existem 4 modos de funcionamento (1,2,3,4) nos quais a corrente  $i_1$  é positiva. Destes 4 modos, os modos (2,3) correspondem a estados de "free-wheeling", nos quais a tensão aplicada ao motor é nula. Uma das técnicas de revezamento existente (revezamento "pulso por pulso") alterna entre estes dois modos a cada novo intervalo de desligamento.

A Fig. 11.2 ilustra esta técnica de revezamento quando o acionamento funciona como motor, durante o semi-ciclo em que a FCEM é positiva. Ao utilizar esta técnica, fazemos com que a frequência de chaveamento vista pela carga seja duas vezes superior à frequência de chaveamento dos transistores, reduzindo à metade as perdas por chaveamento dos transistores.



**Fig. 11.2** Revezamento entre transistores no modo motor, no semi-ciclo em que temos FCEM positiva. Sucedem-se os modos 1,2,1,3... ao longo do tempo.

A Fig. 11.3 ilustra o revezamento entre transistores quando o acionamento funciona como freio, durante o semi-ciclo em que a FCEM é positiva.



**Fig. 11.3** Revezamento entre transistores no modo freio, no semi-ciclo em que temos FCEM positiva. Sucedem-se os modos 4,2,4,3... ao longo do tempo.

A lógica de revezamento deve operar tanto no caso motor como freio. Deve operar também com FCEM positiva ou negativa. Todas estas possibilidades estão apresentadas na Tabela 11.2, mostrando a seqüência dos modos de operação da ponte de transistores em cada caso.

**Tabela 11.2 - Lógica de revezamento**

Operação	Motor	Motor	Freio	Freio
	FCEM > 0	FCEM < 0	FCEM > 0	FCEM < 0
Etapa 1	Modo 1	Modo 5	Modo 8	Modo 4
Etapa 2	Modo 2	Modo 6	Modo 6	Modo 2
Etapa 3	Modo 1	Modo 5	Modo 8	Modo 4
Etapa 4	Modo 3	Modo 7	Modo 7	Modo 3

### 11.5 Alternativas para o controlador de corrente

O controle da corrente é feito através da determinação dos intervalos de condução e não-condução dos transistores. Entretanto, qualquer estratégia de controle deve levar em conta que o número de modos de operação da ponte de transistores é limitado, como mostrado na Tabela 11.1. Ou seja, a tarefa do controle em cada instante é definir qual o modo de operação da ponte de transistores.

Foram considerados e implementados programas de simulação para vários tipos de controlador de corrente:

- PWM síncrono com controle Proporcional-Integral;
- PWM assíncrono com controle Proporcional-Integral;
- PWM síncrono com controle Proporcional + "feed-forward";
- PWM assíncrono com controle Proporcional + "feed-forward";
- Controlador de histerese com banda fixa;
- Controlador de histerese com banda variável.

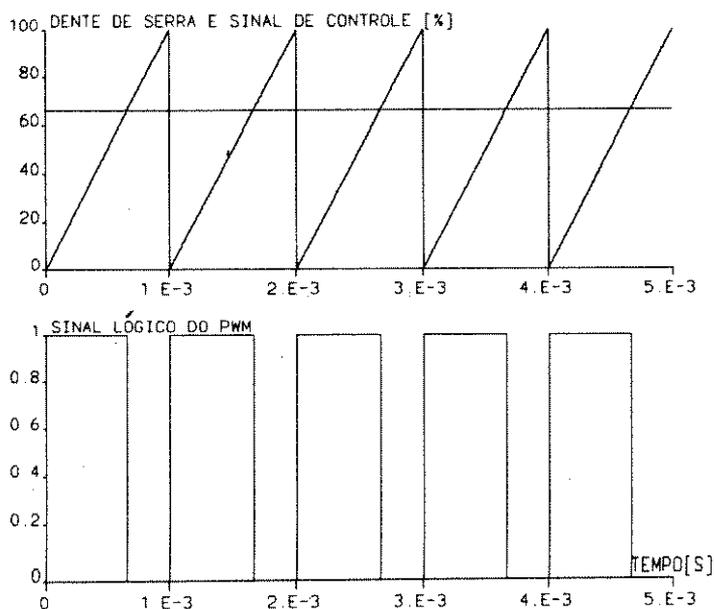
Não iremos discutir todos os aspectos referentes a cada um dos controladores, apontando apenas as principais limitações de cada opção e deixando claro as razões pelas quais foi escolhida a última das alternativas apontadas.

As soluções apresentadas nos trabalhos [14,36,37,41,46] são similares e utilizam essencialmente um controlador de corrente do tipo proporcional-integral, associado a um controlador PWM assíncrono (que será explicado adiante, neste capítulo). O uso de controladores de histerese aparece nos trabalhos [5,30].

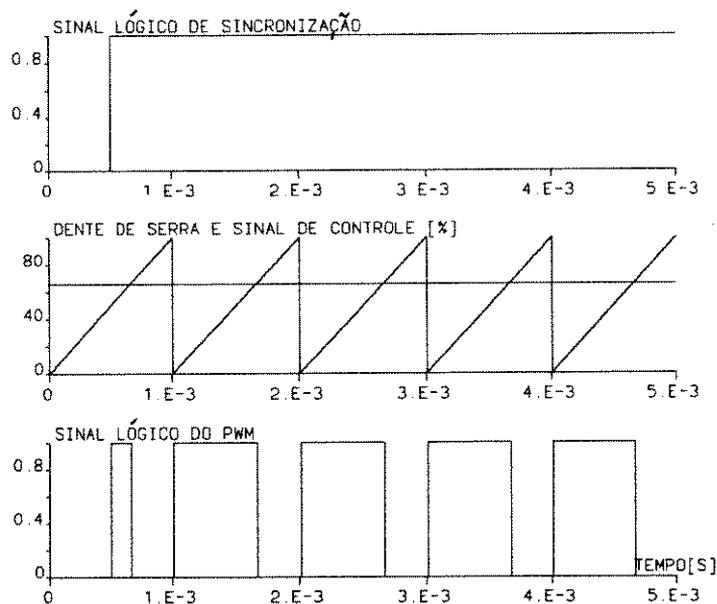
### 11.5.1 PWM "síncrono" versus PWM "assíncrono"

O funcionamento básico de um controlador PWM está mostrado na Fig. 11.4 onde são mostrados o sinal "dente de serra", o sinal de controle (neste caso um nível DC) e o sinal lógico PWM resultante. Notar que uma das bordas do sinal PWM é definida pelo sinal "dente de serra", ou seja por uma temporização fixada "a priori". A única borda que pode variar é aquela definida pelo cruzamento do sinal de controle com a subida da "dente de serra".

Considere a existência de um sinal lógico que habilita e inibe os pulsos do PWM. No caso do PWM "assíncrono" este sinal auxiliar não guarda nenhuma relação (no domínio do tempo) com o sinal "dente de serra". Existem duas formas pelas quais pode ocorrer esta habilitação. Na primeira forma ela atua na saída do gerador PWM. Ou seja, os sinais PWM são gerados "normalmente" e posteriormente combinados com o sinal de habilitação. Neste caso, o funcionamento do PWM será dado pela Fig. 11.5 onde se verifica que o primeiro pulso do sinal PWM foi "truncado" (podendo eventualmente desaparecer).



**Fig. 11.4** Diagrama básico de funcionamento de um controlador PWM no qual a largura dos pulsos é definida pela amplitude de um sinal de controle em relação a uma "dente de serra".

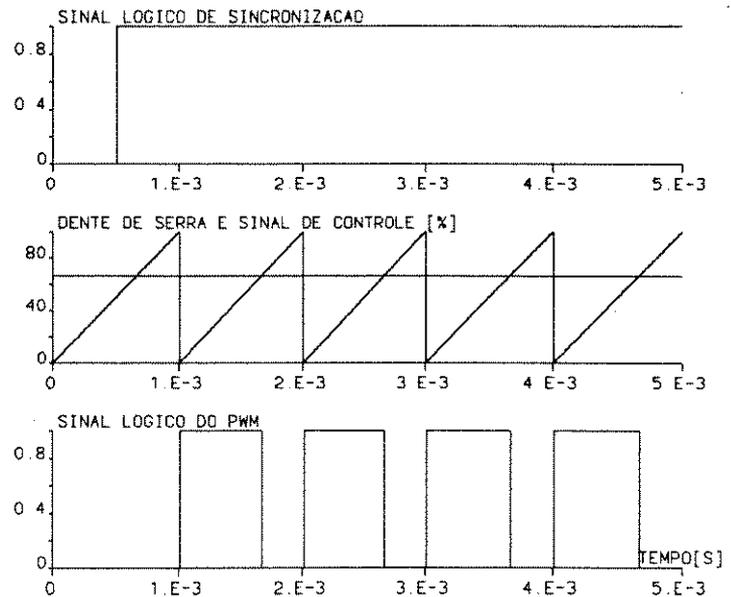


**Fig. 11.5** Diagrama básico de funcionamento de um controlador PWM no qual a "dente de serra" é "assíncrona" em relação a um sinal lógico auxiliar (a habilitação atua na saída do sinal PWM).

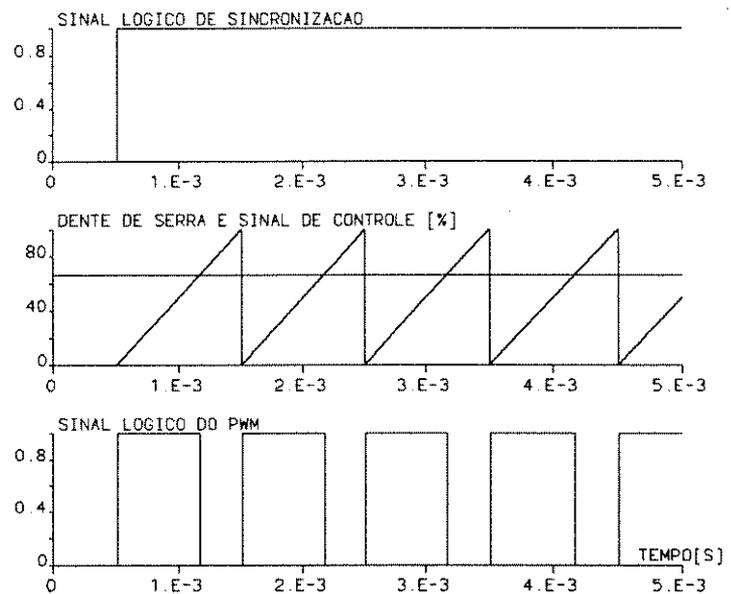
No segundo caso de PWM "assíncrono" o sinal auxiliar de habilitação atua na entrada do gerador de sinal PWM. Considere que o gerador PWM seja produzido por um "flip-flop" no qual o sinal de "set" é dado pela borda do sinal "dente de serra" e o sinal de "reset" é dado pelo cruzamento do sinal DC com a "dente de serra". Imagine que o sinal auxiliar de habilitação atue diretamente sobre o sinal de "set" mencionado. Neste caso, o funcionamento do PWM será dado pela Fig. 11.6 onde se verifica o primeiro pulso do sinal PWM desaparece.

No caso do PWM "síncrono" este sinal "dente de serra" é gerado de forma a manter um sincronismo com o início do sinal lógico auxiliar. Neste caso, o funcionamento do PWM será dado pela Fig. 11.7 onde se verifica que a largura do primeiro pulso do sinal PWM não é afetada.

O sinal lógico auxiliar mencionado na discussão acima existe no acionamento sendo precisamente o sinal correspondente à comutação eletrônica do motor, na forma mostrada na Fig. 3.8. Portanto, caso utilizássemos uma técnica de PWM "assíncrona" isto afetaria o primeiro pulso do sinal PWM, introduzindo um atraso indesejável no crescimento da corrente. Por outro lado, a utilização de técnicas de PWM "síncronas" complica ligeiramente o circuito gerador do sinal "dente de serra".



**Fig. 11.6** Diagrama básico e funcionamento de um controlador PWM no qual a "dente de serra" é "assíncrona" em relação a um sinal lógico auxiliar. (a habilitação atua no sinal de "set").



**Fig. 11.7** Diagrama básico de funcionamento de um controlador PWM no qual a "dente de serra" é "síncrona" em relação a um sinal lógico auxiliar.

### 11.5.2 Controle "proporcional-integral" ou "proporcional+feedforward"

Neste tópico tentamos discutir algumas das alternativas para o estabelecimento da tensão de controle  $v_c(t)$ , que no tópico anterior era sempre considerada como um sinal DC.

Uma das alternativas tradicionais para o cálculo de  $v_c(t)$ , seguindo o que se faz freqüentemente na malha de corrente de armadura de motores DC, é utilizar um controlador do tipo proporcional-integral [31]. Esta técnica produz boa resposta dinâmica e erro de regime nulo. A sua aplicação neste problema, apesar de possível, é delicada.

Alguns tipos de controlador proporcional-integral (e em particular aqueles utilizados no controle de corrente de armadura de motores DC) possuem mecanismos auxiliares para:

- inicializar o termo integral do controlador (eventualmente zero);
- congelar o termo integral do controlador;
- limitar o termo integral em valores pré-estabelecidos.

Todos estes aspectos devem ser discutidos uma vez que existirá um período de tempo na qual o controlador de corrente deverá ser inibido, em função da comutação eletrônica do motor. Recorrendo à Fig. 3.8, este período terá uma duração que depende evidentemente dos valores escolhidos de  $\alpha$ ,  $\gamma$  e também da velocidade  $\omega$ . O que fazer com o controlador PI durante este período ?

a) Nada. Neste caso o controlador de corrente verá um erro elevado na sua entrada, aumentando a tensão na saída do controlador e eventualmente provocando sua saturação. Ou seja, no início do próximo ciclo de condução existe o risco de provocar correntes excessivas no motor.

b) Inicializar o termo integral. Com qual valor?

c) Congelar o termo integral. Esta alternativa conserva o valor existente na saída do controlador até o início do próximo período de condução. Esta provavelmente é estratégia de menor risco, considerando que no final do semi-ciclo anterior possivelmente o controlador já estaria "em regime".

As críticas acima se dirigem basicamente ao termo integral do controlador "proporcional-integral". Porque não utilizar outro tipo de controlador que não possua termo integral?

Uma alternativa é o uso de um controlador do tipo proporcional+"feed-forward" no qual o nível DC básico da tensão de controle  $v_c(t)$  é definido a partir do sinal de velocidade. Assim, em baixas rotações o valor de  $v_c(t)$  seria baixo fazendo com que fosse aplicada uma tensão reduzida nos terminais do motor. Reciprocamente, em altas rotações o valor de  $v_c(t)$  será alto, aplicando uma tensão elevada nos terminais do motor. O termo proporcional do controlador irá atuar apenas como mecanismo complementar, ajustando o nível de  $v_c(t)$  para conseguir o valor de corrente desejado.

### 11.5.3 Limitação do "duty-cycle" máximo

Em controladores do tipo PWM é usual o estabelecimento de um valor máximo para a tensão de controle  $v_c(t)$ . Desta forma, estabelece-se um valor mínimo para o período de desligamento do transistor. A contrapartida é que nunca se aplica tensão plena ao motor. Este mecanismo simples para a limitação de  $v_c(t)$  nem sempre é conveniente pois implica em abdicar voluntariamente de uma parcela de tensão que pode ser necessária em condições transitórias. Uma forma alternativa é criar uma política de "skip-pulse". Esta técnica age aproximadamente da seguinte forma:

"Se o sinal de comando  $v_c(t)$  for inferior a um certo valor limite (por exemplo, 95% da amplitude da "dente de serra") o PWM funciona normalmente. Entretanto, se o sinal de comando  $v_c(t)$  for superior a este valor limite então deixamos o circuito ligado mais tempo. Mas quanto tempo? Uma das respostas possíveis é: até que se ocorra o próximo cruzamento da tensão de controle  $v_c(t)$  com a "dente de serra". Como este cruzamento pode levar muito tempo para ocorrer, outra resposta (que corresponde a uma implementação usual) seria: até que se perceba que a corrente subiu excessivamente."

Em outras palavras, momentaneamente se abandona a estratégia convencional de um PWM convencional, adotando uma estratégia que se assemelha a um controlador de histerese.

### 11.5.4 Controlador de histerese - Funcionamento básico

Estabelece-se uma banda de histerese em torno da corrente de referência. Quando a corrente real atinge o limite superior desta faixa os transistores são comandados no sentido de diminuir esta corrente. De forma análoga, quando se atinge o limite inferior o comando atua no sentido de aumentar a corrente. O diagrama esquemático de um controlador de histerese está mostrado na Fig. 11.8.

Se  $(I_{Real} - I_{Ref}) > h$  então "resetamos" o "flip-flop" que gera o PWM.

Caso  $(I_{Real} - I_{Ref}) < -h$  então "setamos" o "flip-flop" mencionado.

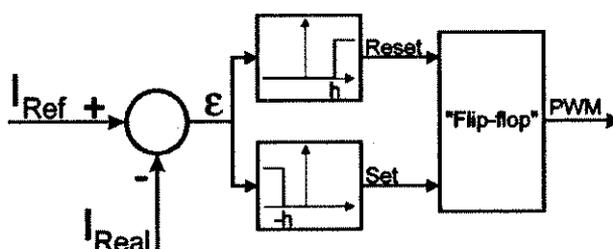


Fig. 11.8 Diagrama esquemático de um controlador de histerese.

O funcionamento de um controlador por histerese está ilustrado na Fig. 11.9.

Neste tipo de controlador não existe periodicidade explícita nos instantes em que se liga/desliga os transistores.

Algumas das vantagens do controlador de histerese estão listadas abaixo:

- os termos da discussão "síncrono/assíncrono" desaparecem. Apesar do controlador de histerese ser totalmente assíncrono com qualquer base de tempo ele reage instantaneamente sempre que for ultrapassada a banda de histerese. Assim que for habilitada a condução de corrente, o controle de histerese atuará, sem atraso algum;
- os termos da discussão sobre "duty-cycle máximo" exposta previamente também desaparecem. Os transistores ficarão ligados o tempo que for necessário, aplicando a máxima tensão disponível, até que a corrente atinja o valor de referência;
- os termos em que foi colocada a discussão sobre quem estabelece o valor de  $v_c(t)$  também desaparecem, pois não existe "dente de serra";
- o controlador de histerese não possui "memória" do passado, atuando sempre em função do erro instantâneo. Isto faz com que não tenhamos que nos preocupar com o que ocorre durante o intervalo de comutação;
- o controlador de histerese associa boa precisão estática, produzindo erro de regime nulo, com ótimo desempenho dinâmico;
- a implementação física do controlador de histerese é bastante simples.

### 11.5.5 Problemas do controlador de histerese

Existem aplicações na quais a ausência de periodicidade explícita no chaveamento dos transistores pode impedir a utilização deste tipo de controlador. Em algumas aplicações metro-ferroviárias, onde a linha de alimentação do sistema também conduz sinais de comunicação, é fundamental evitar sobreposição de sinais diferentes na mesma banda de frequência. Apesar deste não ser o caso do motor de ímãs permanentes, é conveniente tomar as precauções necessárias para evitar interferências entre os sinais do circuito de potência e outros circuitos eletrônicos.

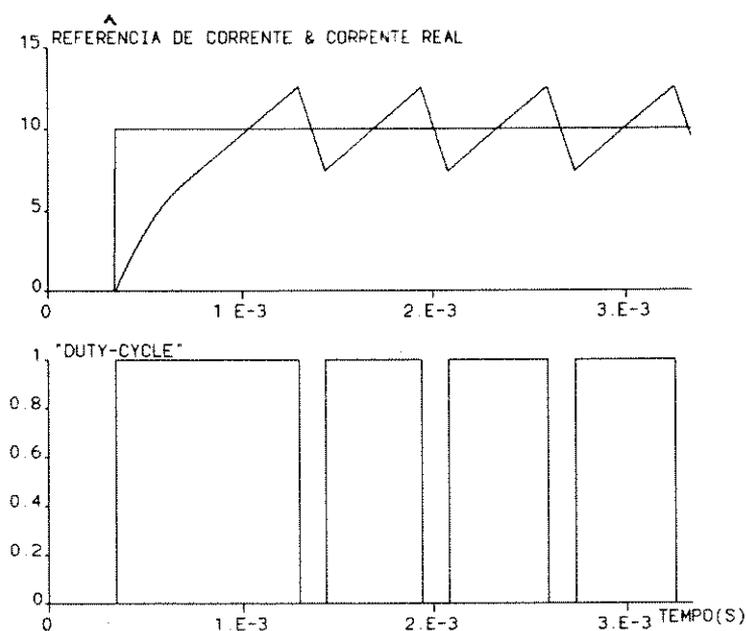


Fig. 11.9 Diagrama básico de funcionamento de um controlador de histerese.

### 11.5.5.1 Limitação da frequência de chaveamento

A frequência de chaveamento dos transistores (na realidade a frequência média de chaveamento) depende de diversos fatores entre os quais o valor da banda de histerese. Como regra básica, quanto menor a banda de histerese maior será a frequência de chaveamento. Existem algumas técnicas para se manter a frequência média de chaveamento dentro de limites operacionais aceitáveis:

a) Ajustar dinamicamente a

banda de histerese de modo a manter a frequência de chaveamento controlada.

Um diagrama esquemático desta técnica está mostrado na Fig. 11.10. A frequência de chaveamento do inversor  $f_{Real}$

é comparada com a frequência média de chaveamento desejada  $f_{Ref}$ . Se  $f_{Real} > f_{Ref}$  então aumentamos a banda de histerese. Caso  $f_{Real} < f_{Ref}$  então diminuímos a banda de histerese. Uma variante

simplificada desta técnica ajusta, de acordo com uma regra pré-estabelecida (ou seja, em malha aberta), o valor de histerese para cada condição de operação. Uma das possibilidades (que foi utilizada no protótipo) é definir o valor da histerese  $h$  como uma função da corrente de referência  $I_{Ref}$ , observando-se valores mínimos/máximos para a histerese.

b) Estabelecer valores de  $t_{on}$

e  $t_{off}$  mínimos. Sempre que ocorrer um chaveamento, dispara-se um circuito monoestável que impedirá um novo chaveamento enquanto não transcorrer o tempo estabelecido. Esta técnica também foi utilizada no protótipo construído.

c) "Induzir" digitalmente o controlador de histerese a

atuar apenas em instantes pré-determinados. Uma das formas de implementar tal política é introduzir um sinal de "clock" em um dos estágios de saída do controlador de histerese, sincronizando assim os sinais de "set" e "reset" com este sinal de "clock". O diagrama correspondente a esta escolha está mostrado na Fig. 11.11.

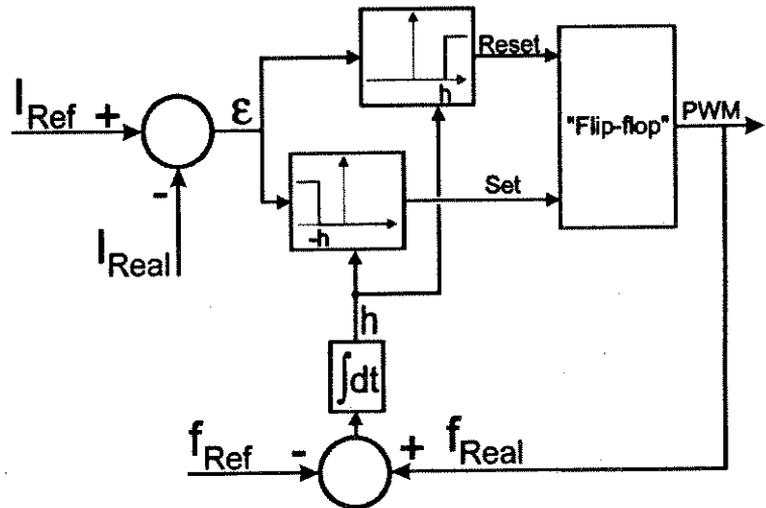


Fig. 11.10 Mecanismo para ajustar dinamicamente a banda de histerese de modo a obter uma dada frequência de chaveamento.

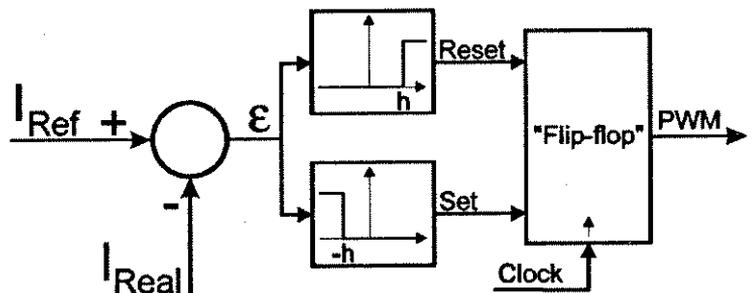


Fig. 11.11 Mecanismo para "induzir" digitalmente uma frequência de chaveamento em um controlador de histerese.

d) "Induzir" analogicamente o controlador de histerese a atuar apenas em instantes pré-determinados. Uma das formas de implementar tal política é somar um sinal de erro periódico (por exemplo, uma forma de onda triangular) ao erro de corrente efetivamente medido, produzindo assim um sinal de erro modificado. É este sinal de erro modificado (que apresenta algum grau de periodicidade) que será comparado com os limites da banda de histerese. O diagrama correspondente a esta técnica está dado na Fig. 11.12.

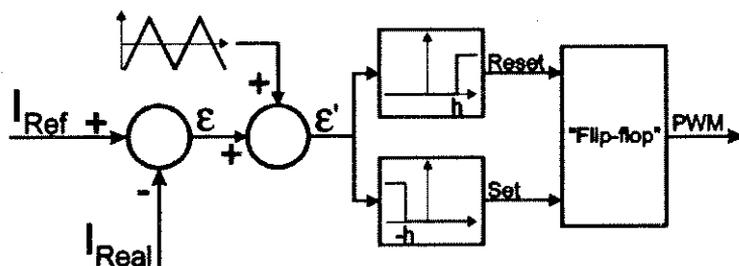


Fig. 11.12 Mecanismo para "induzir" analogicamente uma frequência de chaveamento em um controlador de histerese.

### 11.5.5.2 Condução descontínua de corrente

Na realidade este problema é comum a todos os tipos de controladores. Existem condições de operação nas quais o conjugado solicitado ao motor é muito baixo, fazendo com que a referência de corrente seja tão pequena que a corrente em cada fase do motor deixa de ser "contínua".

As dificuldades em operar o motor nas condições de condução descontínua de corrente não são exclusivas do controle de histerese. No caso de acionamentos com motores DC (quer alimentados por conversores quer por "choppers") tornou-se comum a utilização de um controlador de corrente específico para o "modo de condução descontínua" [31].

Uma das soluções possíveis para o problema está mostrada na Fig. 11.13.

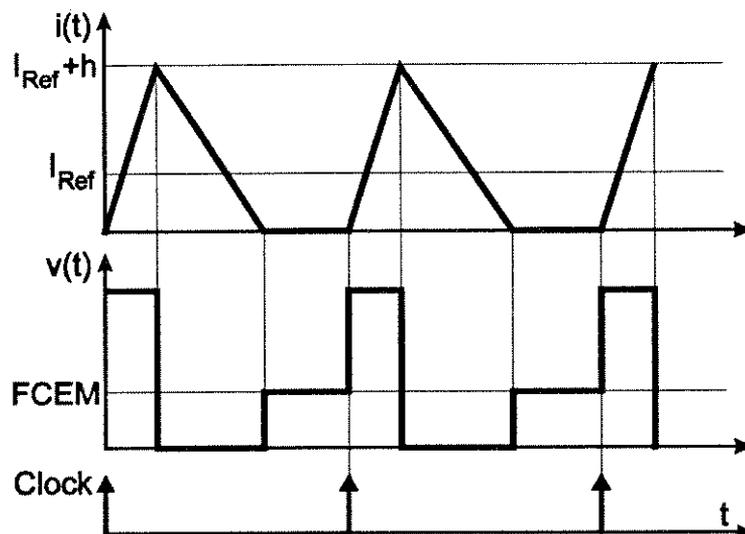


Fig. 11.13 Condição descontínua de corrente.

Quando o controlador de histerese funciona no modo de condução contínua o sinal de "set" é produzido sempre a corrente atinge o valor  $(i_{Ref} - h)$ . Entretanto, quando o sistema opera com níveis de  $i_{Ref}$  muito baixos pode ocorrer que  $(i_{Ref} - h)$  seja negativo, fazendo desaparecer o sinal de "set". Para controlar a corrente nesta condição de operação, é necessário gerar artificialmente um sinal de "set", o que é feito através de

um VCO ("voltage controlled oscillator"). A frequência dos pulsos de "set" será proporcional ao nível da referência de corrente. Quanto maior a frequência dos pulsos maior será a corrente na carga. O diagrama de blocos correspondente à solução proposta acima está dado na Fig. 11.14.

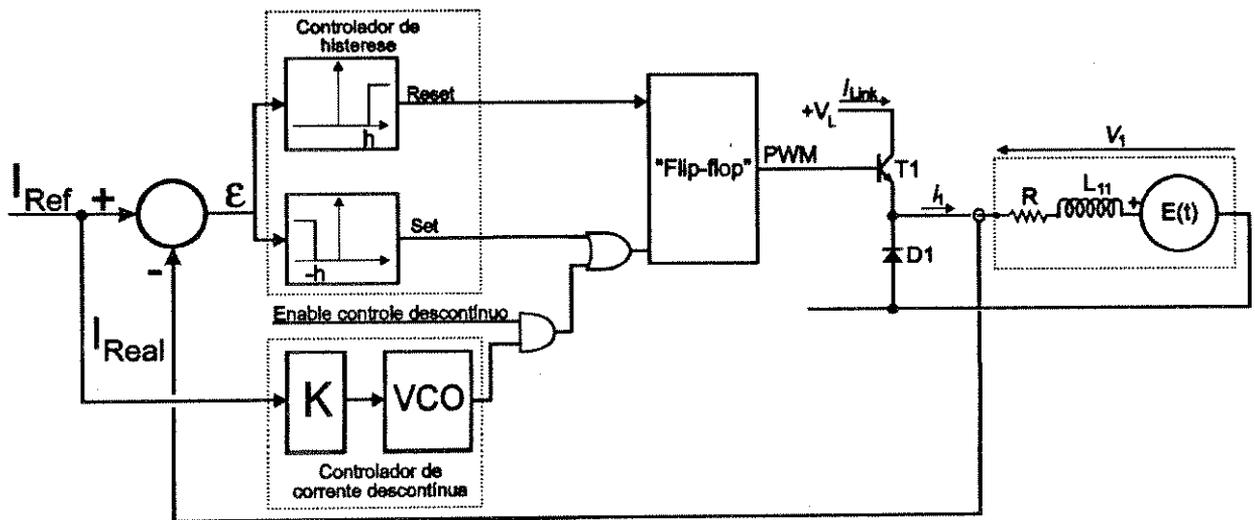


Fig. 11.14 Diagrama de blocos do controlador de corrente descontínua implementado.

A solução proposta não é perfeita mas é capaz de garantir um mínimo de funcionalidade, como será visto no item 11.7, referente aos resultados experimentais. Conceitualmente estamos operando em malha aberta, ficando dependentes do ganho do VCO (a relação entre frequência de saída e o sinal de controle) e da linearidade do sistema. Uma alternativa mais elaborada (que não foi implementada) seria operar em malha fechada, usando um controlador do tipo integral, como mostra o arranjo esquemático da Fig. 11.15. Esta alternativa garantiria uma melhor precisão estática, mas acarretaria dificuldades em função da comutação eletrônica do motor, período no qual o integrador teria que ser inibido ou congelado de alguma forma.

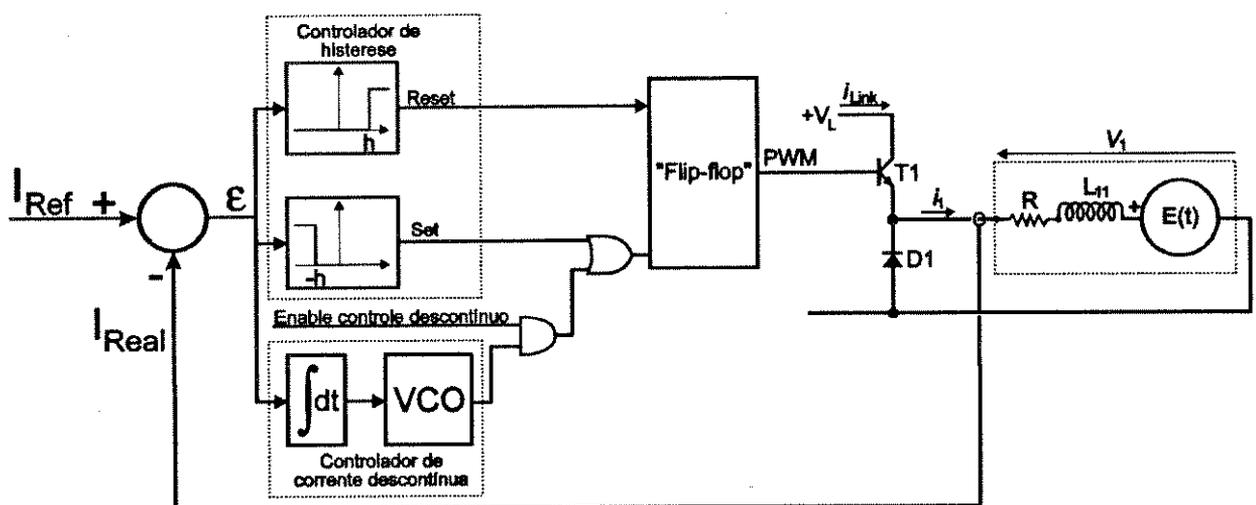


Fig. 11.15 Alternativa para controlador de corrente descontínua em malha fechada.

## 11.6 Descrição do controlador de corrente implementado

A Fig. 11.14 mostra o diagrama de blocos do controlador de histerese utilizado.

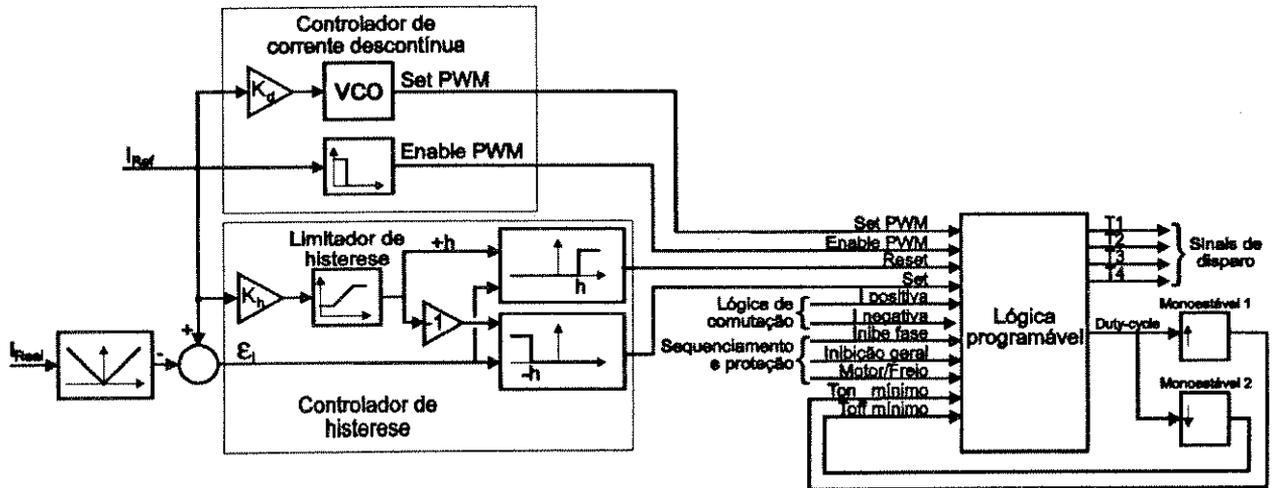


Fig. 11.16 Diagrama de blocos do controlador de corrente.

A referência de corrente é comparada com a realimentação de corrente (valor em módulo), produzindo o sinal de erro de corrente. Este sinal é comparado com o patamar de histerese atual. Caso o erro seja positivo e maior que o nível atual de histerese então se produz o sinal de "reset output". Caso o erro seja negativo e menor que o nível atual de histerese então se produz o sinal de "set output". Em condições de condução contínua de corrente é precisamente este par de sinais que irá definir o "duty-cycle", atuando através de um circuito lógico programável (PAL) desenvolvido. As bordas de subida e descida do sinal de "duty-cycle" atuam em dois circuitos monoestáveis, que definem os pulsos de " $t_{on}$  mínimo" e " $t_{off}$  mínimo". Estes pulsos também entram na PAL inibindo momentaneamente os sinais de "set" e "reset" que não respeitem os tempos mínimos adotados.

O nível de histerese é ajustado linearmente em função do nível da referência de corrente, fixando-se valores máximos e mínimos para a histerese.

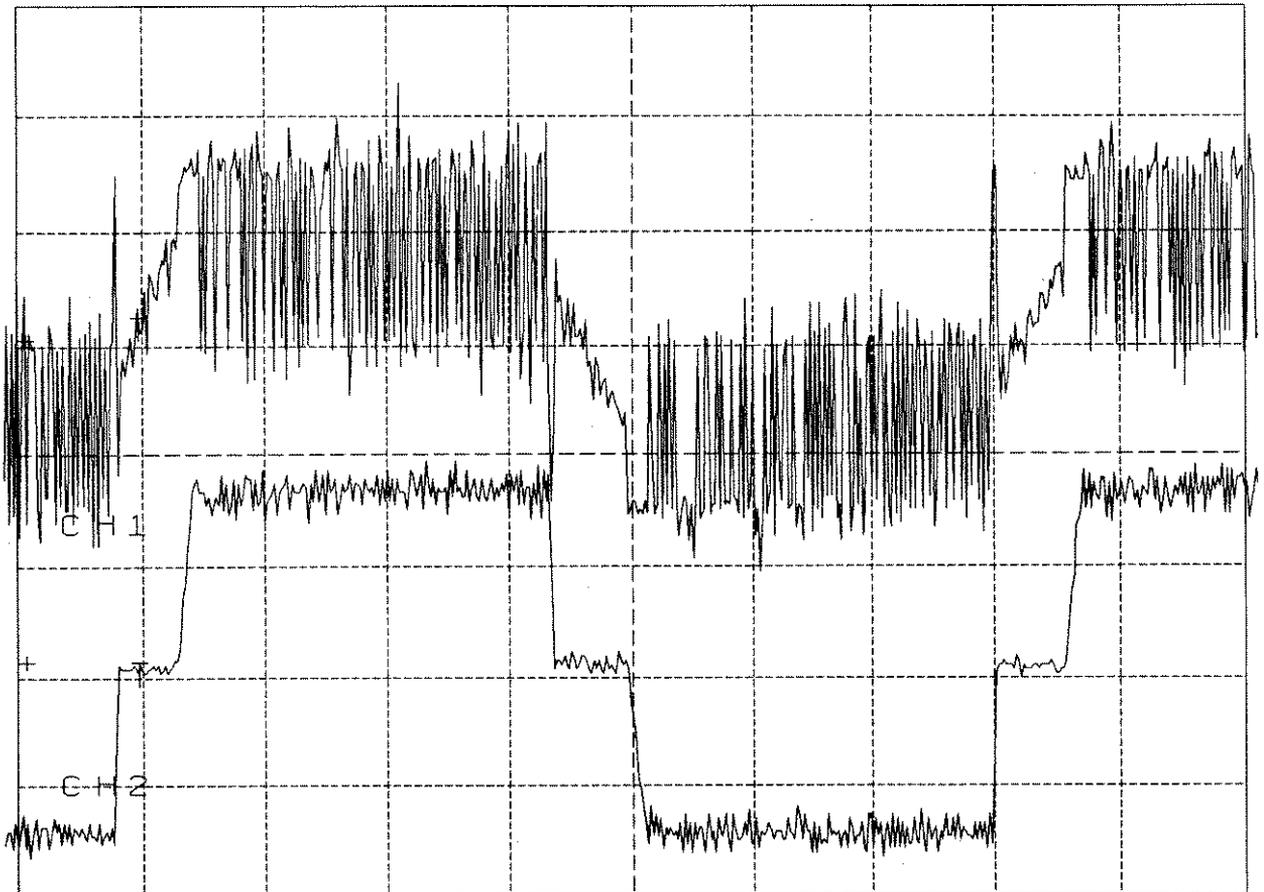
O sinal de "duty-cycle" é combinado com vários outros sinais lógicos dentro da PAL, entre os quais estão os sinais de inibição (geral ou individual por fase).

Os sinais de condução positiva e negativa irão direcionar o sinal de "duty-cycle" para os transistores correspondentes, levando-se em conta o modo de operação presente (motor ou gerador). Além deste direcionamento, a PAL implementa toda a lógica de revezamento entre transistores, na forma descrita pela Tabela 11.2.

### 11.7 Resultados experimentais

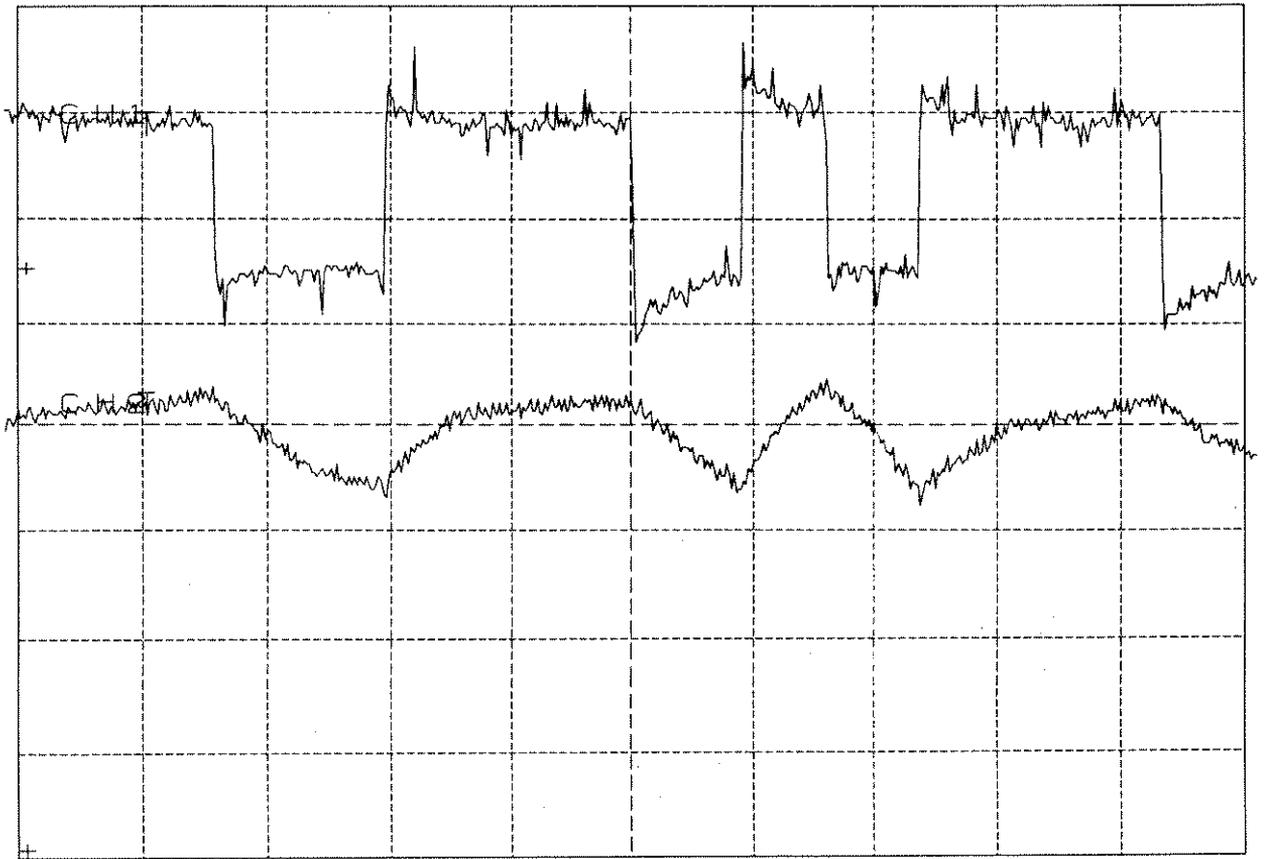
A Fig. 11.17 mostra o registro da corrente e da tensão em uma das fases do motor, notando-se claramente que o controlador de histerese é capaz de impor corrente "retangular" no motor. Os registros experimentais apresentam os seguintes problemas:

- o registro da tensão está levemente distorcido em função da utilização de um isolador galvânico de tensão;
- o osciloscópio tem resolução vertical e horizontal finita, sendo incapaz de registrar com detalhe pulsos muito estreitos.

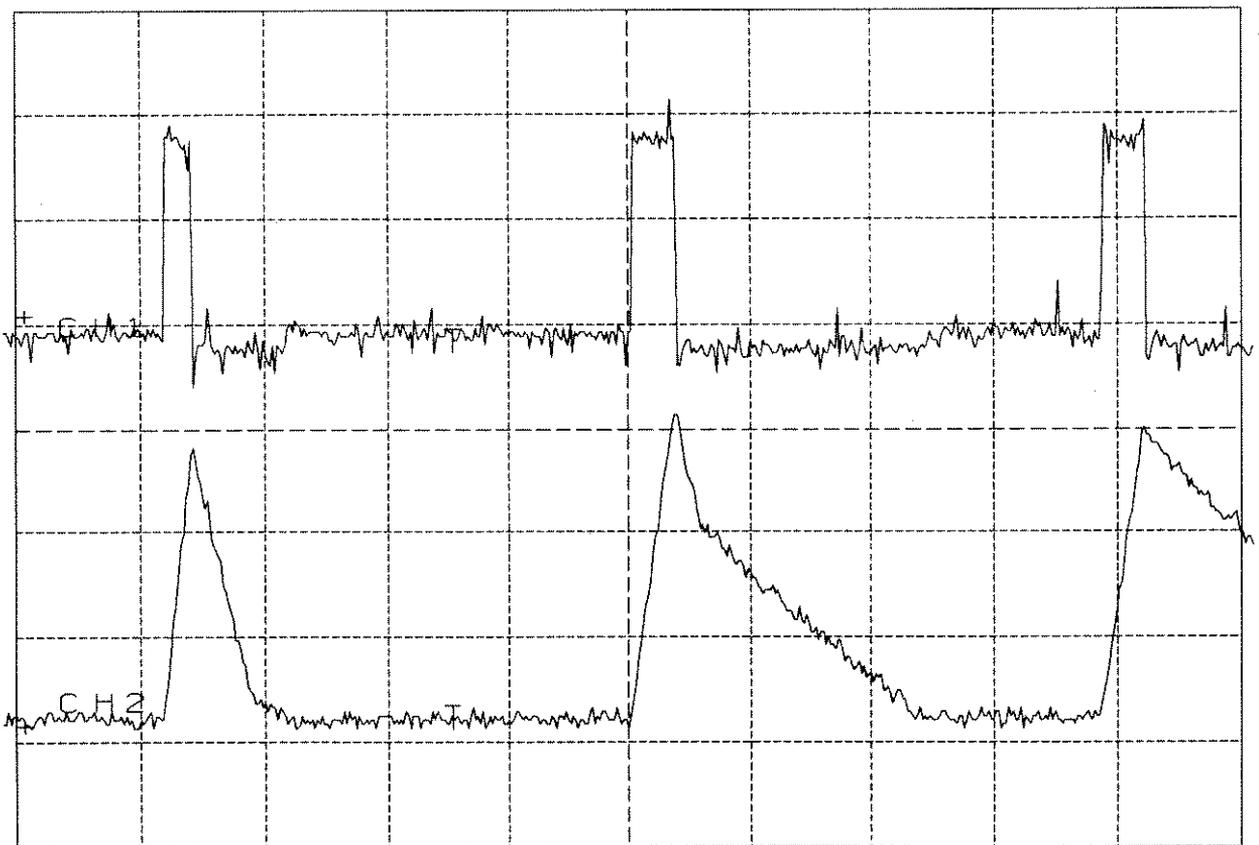


**Fig. 11.17** Corrente e tensão em uma das fases. Tensão (traço superior): 200 Volts/div; Corrente (traço inferior): 5 A/div; Escala horizontal: 10 ms/div.

A Fig. 11.18 apresenta uma visão ampliada de um trecho da Fig. 11.17, onde podemos notar que em diversos instantes existe uma descontinuidade na derivada da corrente. Isto ocorre em função do acoplamento entre as fases do motor, mencionado no Capítulo 4, que induz tensões que tentam afastar a corrente do seu nível de referência. Ao contrário dos controladores do tipo PWM, o controle de histerese reage instantaneamente a tais perturbações. A Fig. 11.19 apresenta a corrente e tensão do motor quando este opera no modo de condução descontínua de corrente.



**Fig. 11.18** "Zoom" da corrente e tensão em uma das fases. Tensão (traço superior): 200 Volts/div; Corrente (traço inferior): 2 A/div; Escala horizontal: 200  $\mu$ s/div.



**Fig. 11.19** Corrente e tensão no modo descontínuo. Tensão (traço superior): 50 Volts/div; Corrente (traço inferior): 0.5 A/div; Escala horizontal: 1 ms/div.

A Fig. 11.20 apresenta a curva de conjugado (medida experimentalmente através de um transdutor de torque) em função da corrente. Quando a corrente cai abaixo de 1 [A] o sistema opera no modo de condução descontínua de corrente. Verifica-se que não foi possível obter um comportamento perfeitamente linear na relação torque/corrente e verificou-se também que o ruído e a vibração mecânica do motor também aumentavam nesta situação. É importante salientar que o controle de corrente descontínuo é ativado apenas quando a referência de corrente é inferior a 6% da corrente nominal (16.5 [A] na ligação série). Num sistema real tal condição nem sempre ocorre, e representa uma máquina quase "em vazio", na qual os atritos do sistema mecânico são insignificantes.

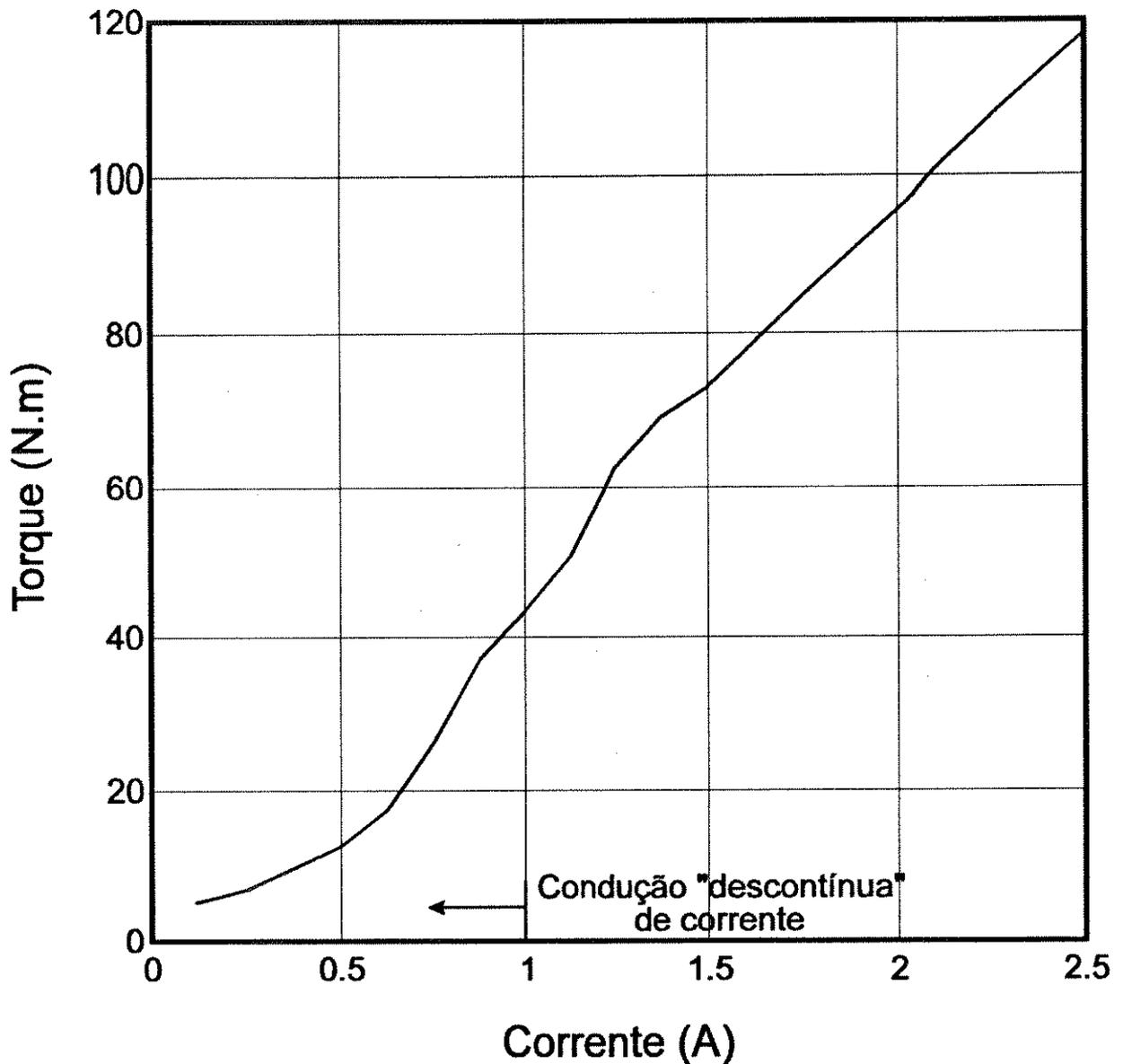


Fig. 11.20 Conjugado versus corrente quando o motor opera no modo de condução descontínua de corrente. O controle para o modo descontínuo é ativado para correntes inferiores a 1 A.

## 12. RESULTADOS EXPERIMENTAIS E SIMULADOS NO MODO MOTOR

Apesar de terem sido realizados inúmeros ensaios do sistema operando como motor, iremos nos limitar a discutir resultados obtidos em condições de carga e velocidade elevadas, ou seja:

Velocidade	: 1020 [RPM]
Torque mecânico	: 505.7 [N.m]
Potência mecânica útil	: 54 [kW]
Ligação do estator	: paralela
Gaiola amortecedora	: presente
Referência de corrente	: 26.5 [A]
Histerese (valor pico-pico)	: 4.0 [A]
Tensão do "link DC" $V_{Link}$	: 673 [V]
Ângulos on/off	: 2/170°

A Fig. 12.1 mostra o registro experimental da corrente e tensão em uma das fases do estator enquanto que a Fig. 12.2 mostra os mesmos sinais obtidos através de simulação. Comparando-se as duas figuras, alguns pontos merecem destaque:

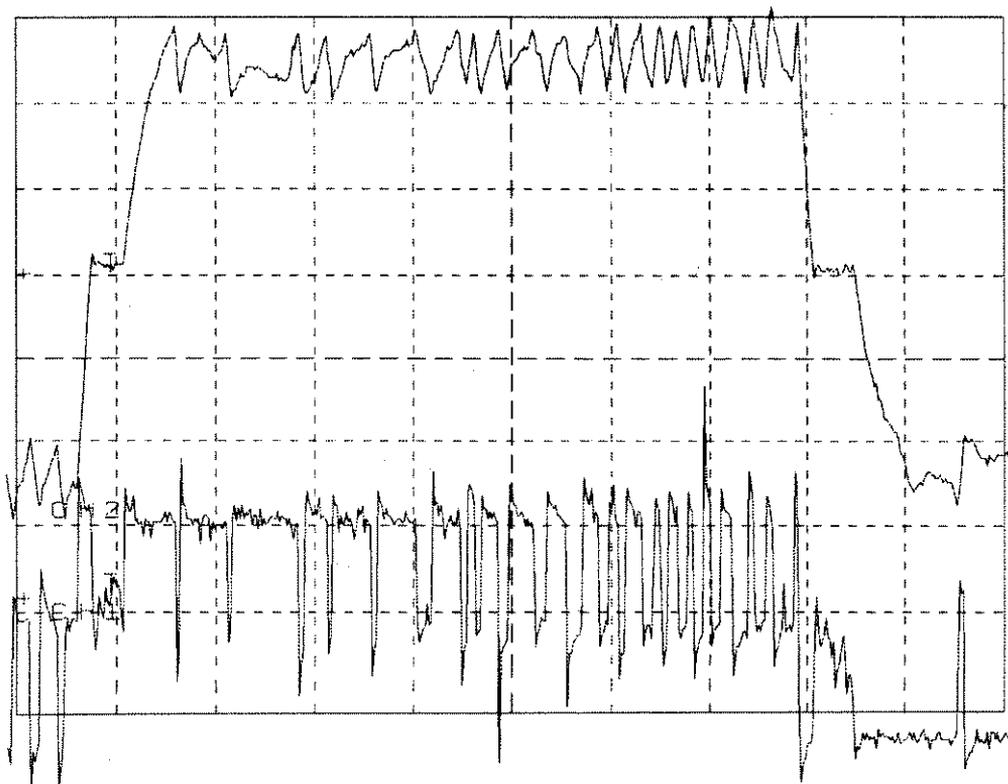
- o controlador de corrente é capaz de manter a corrente dentro da banda de corrente desejada. Entretanto, entre os instantes 2 a 3 ms do registro experimental a corrente não sobe, permanecendo aproximadamente constante. Tal situação pode ser descrita como uma "perda de controle momentânea", pois o controlador de corrente da fase correspondente, apesar de aplicar tensão  $V_{Link}$  sobre o enrolamento, se mostra incapaz de fazer a corrente evoluir no sentido crescente. Ocorre que, internamente ao motor, ficam sobrepostos os efeitos de reação de armadura e da comutação da fase 2, que induzem na fase 1 do motor uma tensão da mesma ordem de grandeza de  $V_{Link}$ ;
- na simulação o efeito descrito acima não aparece de forma tão evidente, o que indica uma imprecisão da simulação;
- a reação do induzido fica claramente evidenciada através das mudanças do "duty-cycle" ao longo do semi-período. No início do semi-período o "duty-cycle" é elevado, pois a "tensão interna" do motor é elevada enquanto que ao final do semi-período tanto o "duty-cycle" como a "tensão interna" do motor ficam reduzidos;
- no registro experimental existem 22 chaveamentos durante o semi-período enquanto que na simulação ocorrem apenas 20 chaveamentos durante o mesmo intervalo. Novamente, notamos que existe uma imprecisão da simulação;
- no registro experimental da Fig. 12.1 notamos que a corrente não fica confinada de forma exata entre os limites da banda de histerese, o que pode ser visto no

intervalo de 7 a 9 ms. A razão para isto é que existem pequenos atrasos no comando dos transistores. Além do "turn-off time" e do "turn-on time" dos próprios transistores existem outros elementos no circuito de comando dos transistores que também introduzem atrasos, como acopladores óticos e filtros RC (para evitar pulsos espúrios). Isto faz com que os transistores não se comportem como chaves instantâneas, mas sim como chaves nas quais existe um "delay-on" e um "delay-off" (este último mais significativo). Em condições de elevado  $di/dt$  estes atrasos fazem com que as correntes fiquem momentaneamente acima/abaixo do nível de histerese estipulado. Evidentemente, nas simulações efetuadas (Fig. 12.2) tal efeito não ocorre e a corrente fica confinada de forma precisa entre os limites da banda de histerese.

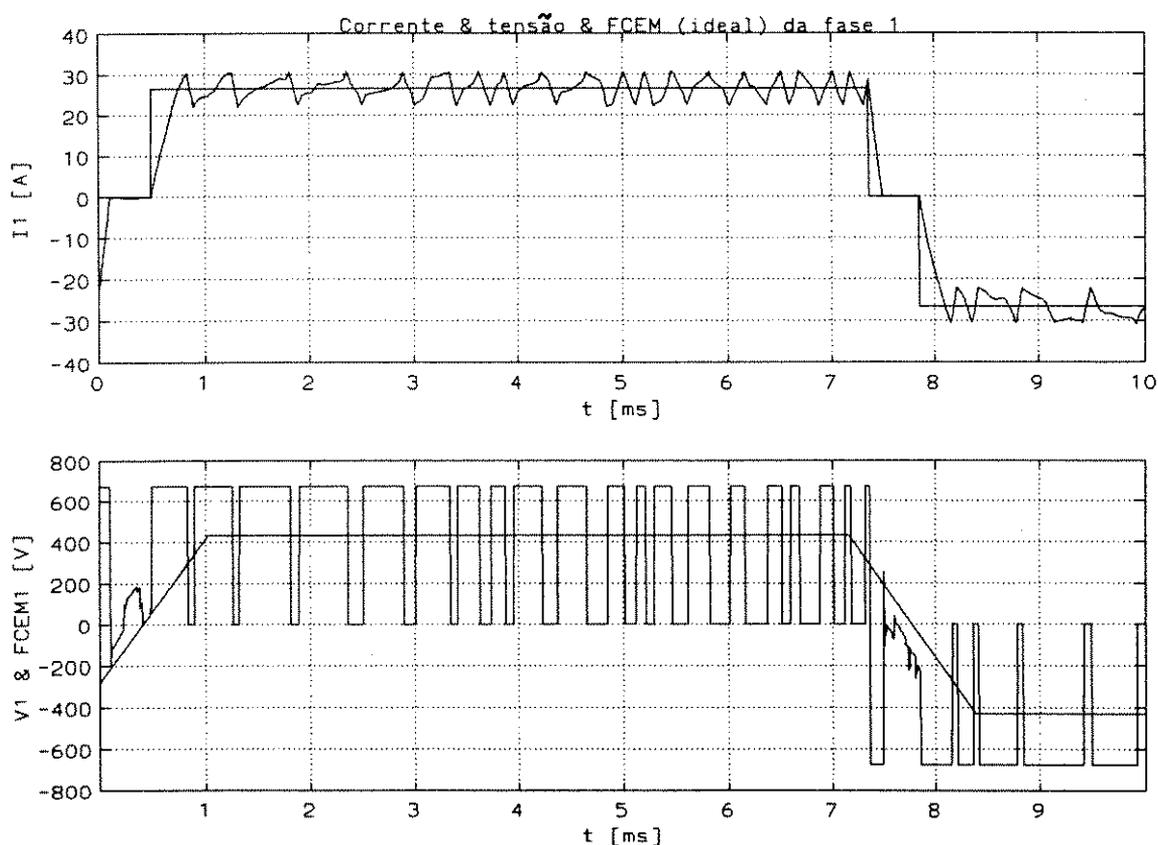
A dificuldade que existe em reproduzir de forma exata o registro experimental tem duas razões básicas:

- 1) Imprecisão de medidas. As medidas de velocidade, elementos da matriz indutância, corrente, tensão, são todas afetadas por algum nível de imprecisão, que afeta diretamente o resultado simulado.
- 2) A ausência de uma periodicidade explícita do controlador de histerese. Este fenômeno já foi abordado no capítulo 11. Entretanto, quando atuam diversas fases simultaneamente, esta aleatoriedade aparece de forma ainda mais clara. Considere as fases vizinhas 2, 3 e 4. Um chaveamento na fase 3 induz tensões nas duas fases vizinhas, podendo tanto atrasar como adiantar a comutação destas fases. No caso experimental, é conveniente lembrar que o sinal de corrente na entrada dos comparadores de tensão está sobreposto a um nível de ruído que agrava esta aleatoriedade. Por outro lado, quando são feitas simulações, apesar de estarmos operando com uma eletrônica "ideal" sem ruído, o intervalo de amostragem computacional finito provoca um eventual atraso nas comutações.

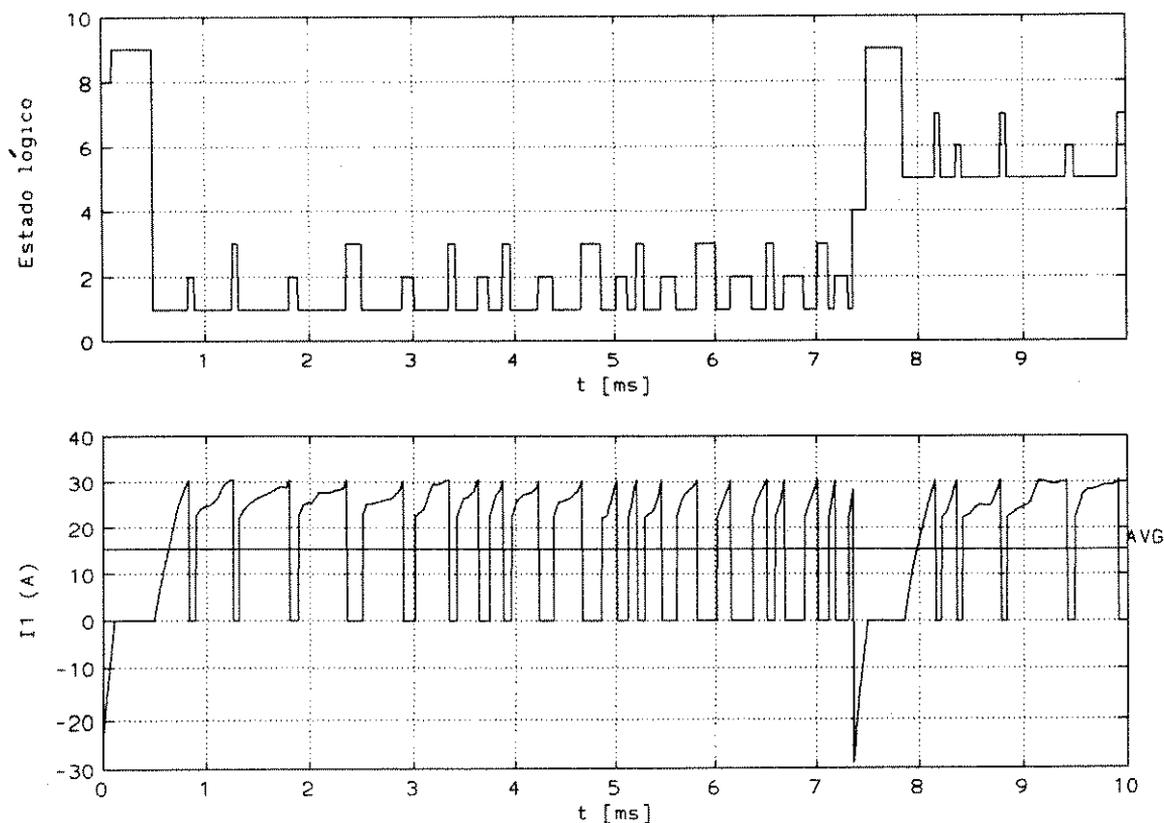
Esta aleatoriedade aparece claramente nos resultados experimentais. Comparando-se os registros de várias fases ou de diferentes semi-ciclos de uma mesma fase percebe-se que os resultados nunca são idênticos. Por exemplo, basta comparar os registros experimentais do sinal de corrente das Figs. 12.1 e 12.4, obtidos na mesma condição de operação. Outra comparação possível é o início do semi-ciclo positivo com o início do semi-ciclo negativo em cada uma das figuras mencionadas. O mesmo fenômeno também aparece nos resultados simulados da Fig. 12.2.



**Fig. 12.1** Curva superior: corrente na fase 1 do motor (10 A/divisão). Curva inferior: tensão na fase 1 (500 V/divisão) (o ruído sobreposto é provocado pelo isolador de tensão). Escala horizontal: 1 ms/divisão. Condições de operação descritas no início do Capítulo 12.



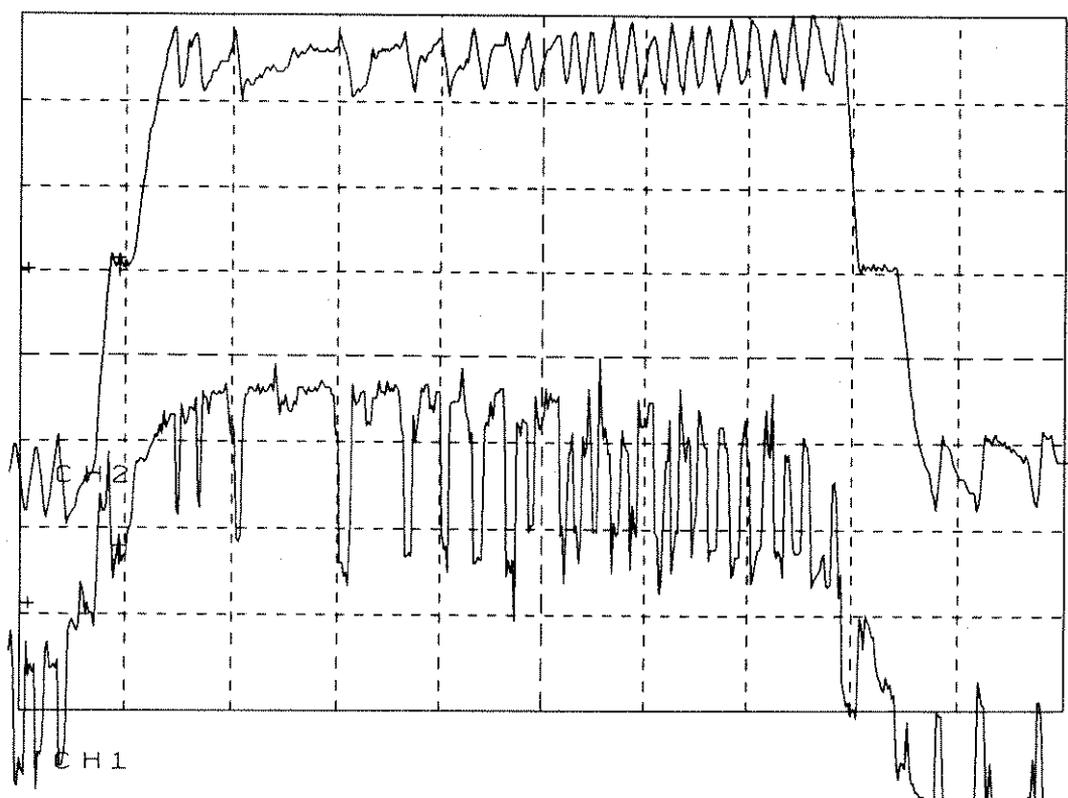
**Fig. 12.2** Curva superior: corrente e referência de corrente da fase 1. Curva inferior: tensão terminal e tensão produzida pelos ímãs da fase 1. Resultados simulados nas mesmas condições da Fig. 12.1.



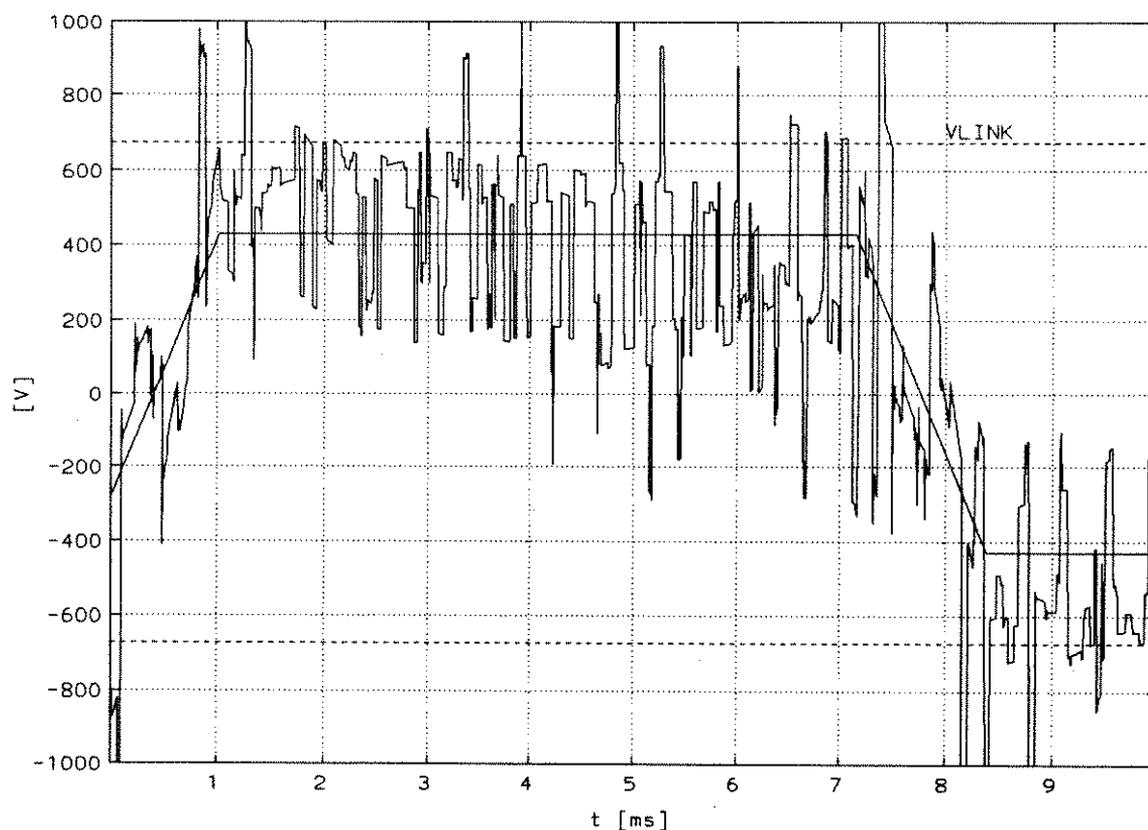
**Fig. 12.3** Resultados simulados. Curva superior: estados lógicos do inversor da fase 1, de acordo com a convenção estabelecida na Tabela 11.1. Curva inferior: corrente consumida pelo inversor 1 no "link DC".

Na parte superior da Fig. 12.3 mostramos o revezamento dos transistores indicando o estado lógico do inversor em cada intervalo de tempo, utilizando a convenção estabelecida na Tabela 11.1. Na parte inferior da figura mencionada temos a corrente no "link DC", na entrada do inversor da fase 1. Notamos que durante um breve intervalo a corrente no "link DC" fica negativa, justamente no final do semi-período. Apesar do inversor ter sido desabilitado ainda circula corrente através dos diodos. Esta corrente diminui até que o inversor fica em "tri-state" e a tensão dos terminais da máquina é definida pelo que ocorre nas outras fases do motor (ver Fig. 12.1 no intervalo de 8 a 9 ms e a Fig. 12.2 no intervalo de 7 a 8 ms). A componente média da corrente no "link DC" está indicada na figura e seu valor numérico é de 15.4 [A].

Uma das curvas da Fig. 12.4 mostra o registro experimental da tensão na bobina exploratória de uma das fases do estator. A Fig. 12.5 mostra a "tensão interna" calculada através de simulações. A semelhança entre os dois sinais é considerável, apesar dos "picos" registrados na simulação serem mais intensos. É provável que a resolução horizontal finita do osciloscópio e o modo de aquisição utilizado (modo "normal", pouco sensível a pulsos muito rápidos) tenham afetado as medidas experimentais. Um dos aspectos que fica claro nesta figura é que a "tensão interna" do motor fica muito próxima (eventualmente superior) à tensão  $V_{Link}$  durante o intervalo de 2 a 3 ms.



**Fig. 12.4** Curva superior: corrente na fase 1 do motor (10 A/divisão). Curva inferior: tensão na bobina exploratória da fase 1 (5 V/divisão). Escala horizontal: 1 ms/divisão. Condições de operação descritas no início do Capítulo 12.



**Fig. 12.5** Simulação. Tensão em vazio do motor (forma trapezoidal), "tensão interna" do motor (ou seja, tensão em vazio + tensão das mútuas) e tensão  $V_{Link}$ , indicada em linha tracejada.

Quando arbitramos um par de ângulos on/off e um nível de corrente de referência é possível efetuar um conjunto de cálculos que retratam a performance teórica nesta situação, mostrados na Fig. 12.6.

Na Fig. 12.6A mostramos a tensão dos imãs e a corrente na fase 1 do motor, sendo que ambos tem amplitude de 1.0 PU. Entretanto, fixamos a amplitude da corrente no gráfico em 0.9 PU, apenas para facilitar sua visualização no gráfico.

A potência eletromagnética pode ser calculada efetuando-se:

$$P_{Eletromagnética}(t) = \sum_{j=1}^6 [e(t) i_{Ref}(t)]_j \quad (12.1)$$

Onde:

- $e(t)$  tensão produzida pelos imãs, cuja forma é trapezoidal
- $i_{Ref}(t)$  referência de corrente, cuja forma é retangular, definida por uma amplitude constante e pelos ângulos inicial/final de condução

Este cálculo só depende dos valores de referência e a Fig. 12.6B mostra o valor da potência eletromagnética, no qual a periodicidade das pulsações existentes é clara, sendo 12 vezes superior à frequência elétrica da fundamental aplicada ao motor. Tanto o valor médio da potência eletromagnética como a intensidade das pulsações irá depender dos ângulos on/off escolhidos. Idealmente, com 15/165° teremos potência de 5.0 PU e pulsações nulas. Adotando-se 0/170° teremos uma potência um pouco superior e uma pulsação de potência perceptível.

É possível decompor as 6 correntes do estator em suas componentes de eixo direto e de quadratura ao longo de um referencial estacionário (ver Eq. 9.5). A Fig. 12.6C mostra o comportamento de  $I_{dse}(t)$  e  $I_{qse}(t)$ , através do "vetor espacial" (KOVACS [27], VAS [56]) da corrente de armadura, visto de um referencial estacionário. A referência de corrente percorre uma trajetória de um polígono regular de 12 lados, cujo raio inscrito pode ser calculado a partir da Eq. 9.5 estabelecendo  $[I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6] = [0, 1, 1, 1, 1, 1]$ . Resulta:

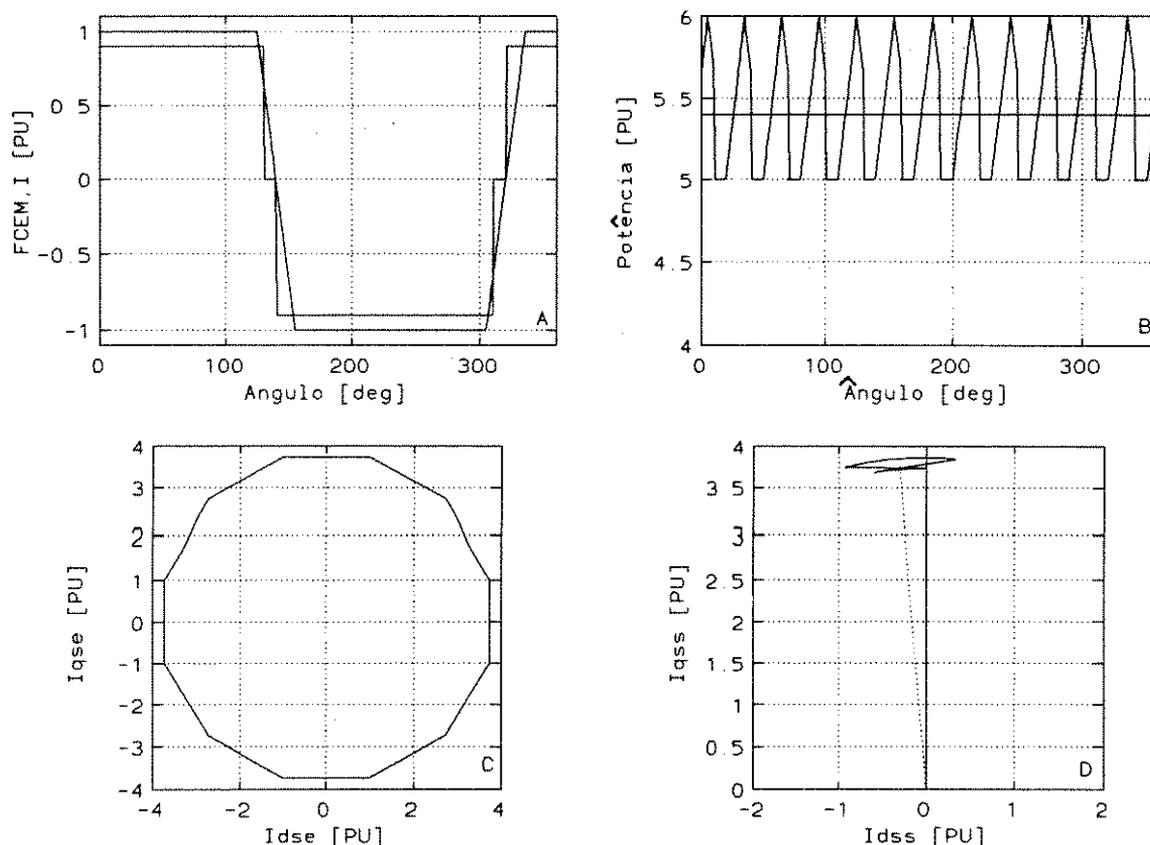
$$\begin{aligned} I_{dse} &= 0 \\ I_{qse} &= \text{sen } 30^\circ + \text{sen } 60^\circ + \text{sen } 90^\circ + \text{sen } 120^\circ + \text{sen } 150^\circ = 2 + \sqrt{3} = 3.732 \end{aligned} \quad (12.2)$$

O raio inscrito é calculado:

$$\text{Raio inscrito} = \sqrt{I_{dse}^2 + I_{qse}^2} = 3.732 \quad (12.3)$$

A Fig. 12.6D apresenta o comportamento de  $I_{dss}(t)$  e  $I_{qss}(t)$ , através do "vetor espacial" da corrente de armadura, visto de um referencial síncrono. Nesta figura podemos considerar que o campo magnético dos imãs, que não está representado, atua ao longo do eixo horizontal, no sentido da esquerda para a direita. Assim, o ângulo de

torque da máquina é aproximadamente  $90^\circ$ , apesar de existir uma pulsação do "vetor espacial" da corrente de armadura, tanto na amplitude como no valor do ângulo de torque.

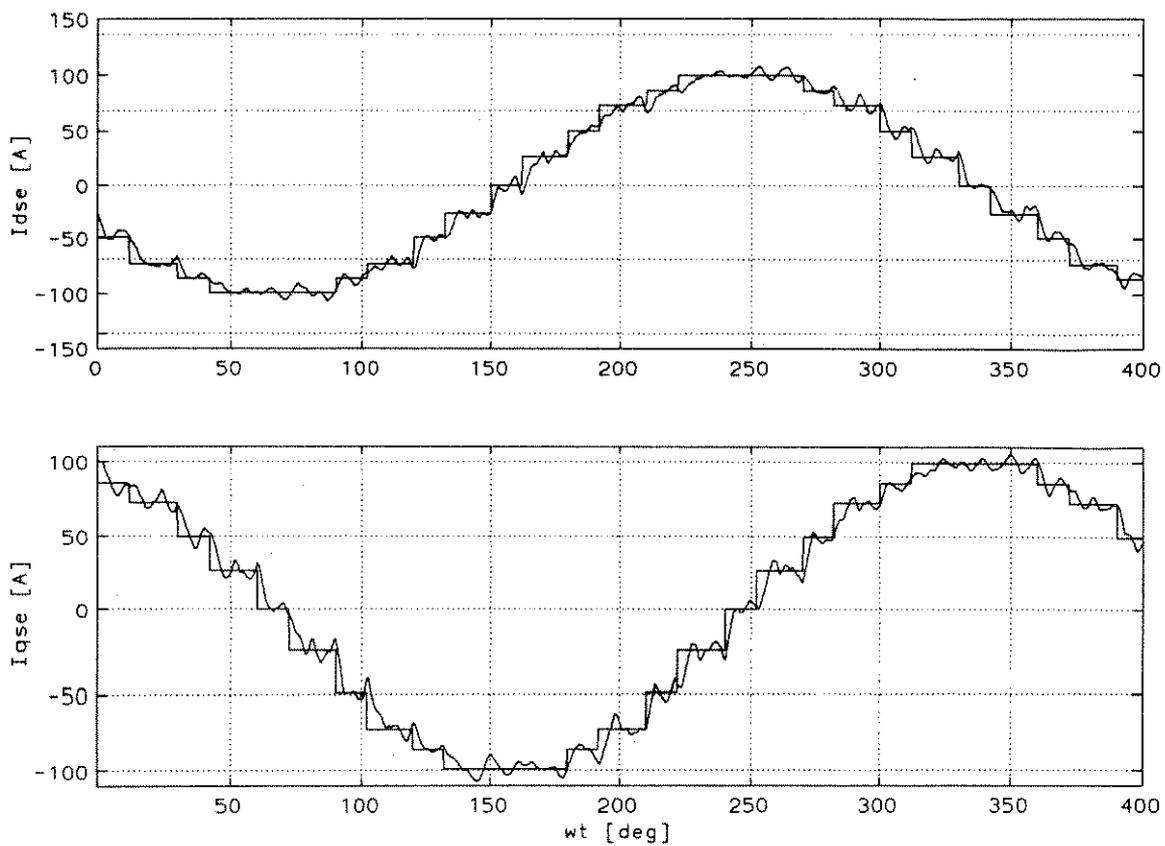


**Fig. 12.6** Simulações feitas com ângulos on/off de  $0/170^\circ$ , e corrente de referência de amplitude 1.0 [PU]. (A) Tensão produzida pelos ímãs e corrente na fase 1; No gráfico a corrente foi multiplicada por um fator 0.9 apenas para evitar sobreposição com o sinal de tensão. (B) Potência eletromagnética, calculada através da Eq. 12.3; (C) Corrente  $I_{qse}$  em função da corrente  $I_{dse}$ ; (D) Corrente  $I_{sss}$  em função da corrente  $I_{dss}$ .

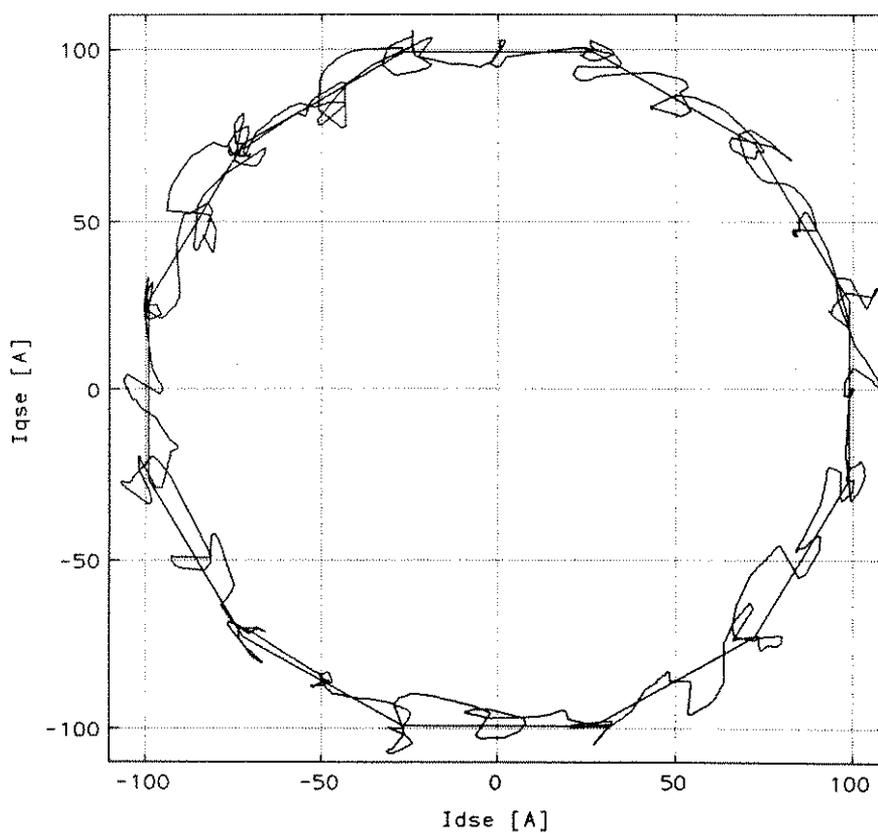
A Fig. 12.7 mostra uma simulação onde são indicados o comportamento de  $I_{dse}(t)$  e  $I_{qse}(t)$ , tanto o valor da referência como o valor "real". Dois aspectos merecem ser mencionados:

- a forma quase senoidal, tanto da referência como do valor real;
- a capacidade do controlador de histerese de fazer com que o valor "real" acompanhe de forma bastante próxima a referência de corrente.

A Fig. 12.8 mostra o comportamento de  $I_{dse}(t)$  e  $I_{qse}(t)$  através do "vetor espacial" da corrente de armadura, visto de um referencial estacionário. Neste caso a referência segue uma trajetória poligonal e o valor "real" acompanha de perto esta trajetória.



**Fig. 12.7** Curva superior: referência (forma em degraus) e valor simulado de  $I_{dse}(t)$ .  
Curva inferior: referência (forma em degraus) e valor simulado de  $I_{qse}(t)$ .



**Fig. 12.8**  $I_{dse}(t)$  em função de  $I_{qse}(t)$  (Referência e valor simulado).

A Fig. 12.9 mostra uma simulação onde são indicados o comportamento de  $I_{dss}(t)$  e  $I_{qss}(t)$ , tanto o valor da referência como o valor "real". O valor de referência é obtido aplicando-se a Eq. 9.6 sobre a referência de corrente das 6 fases. O valor "real" na realidade é o valor obtido através de simulação. Podemos perceber:

- a forma das duas componentes de corrente é dada por um nível DC sobreposto a uma pulsação de ordem 12 (em relação à frequência elétrica do estator);
- a capacidade do controlador de histerese de fazer com que o valor "real" acompanhe de forma bastante próxima a trajetória espacial da referência de corrente.

A Fig. 12.10 mostra novamente o comportamento de  $I_{dss}(t)$  e  $I_{qss}(t)$ , através do "vetor espacial" da corrente de armadura, visto de um referencial síncrono. Nesta figura podemos considerar que o campo magnético dos ímãs, que não está representado, atua ao longo do eixo horizontal, no sentido da esquerda para a direita. Assim, o ângulo de torque da máquina é aproximadamente  $90^\circ$ , apesar de existir uma pulsação do "vetor espacial" da corrente de armadura, tanto na amplitude como no valor do ângulo de torque.

Uma outra forma de verificar as pulsações de torque é através do cálculo da potência elétrica no "link DC". Na Fig. 12.3 mostramos a corrente no "link DC" produzida pela inversor da fase 1. Somando as correntes dos 6 inversores obteremos a corrente total no "link DC".

$$(I_{Link})_{Total} = \sum_{j=1}^6 (I_{Link})_j \quad (12.4)$$

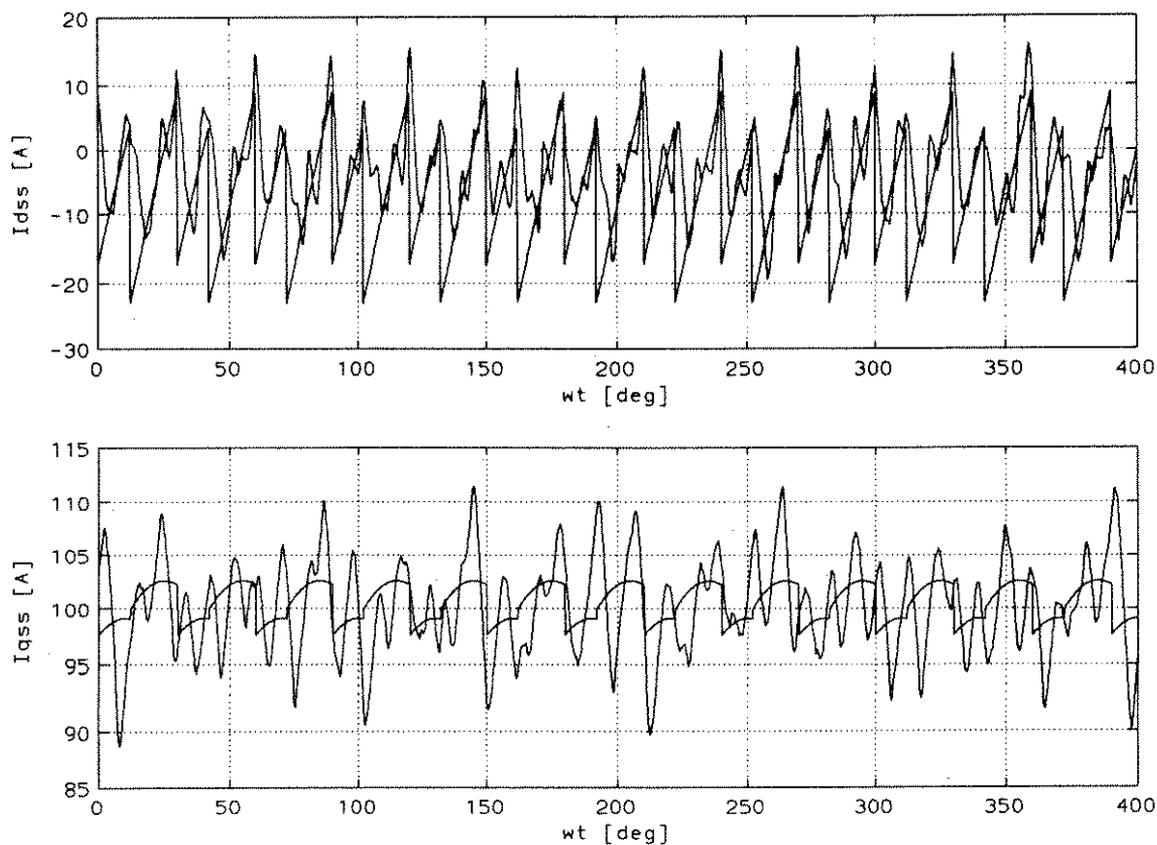
O valor numérico da corrente média no "link DC" é de 92.7 [A]. A potência elétrica no "link DC" é simplesmente o produto desta corrente pela tensão do "link DC". Então:

$$P_{Link}(t) = V_{Link} (I_{Link})_{Total} \quad (12.5)$$

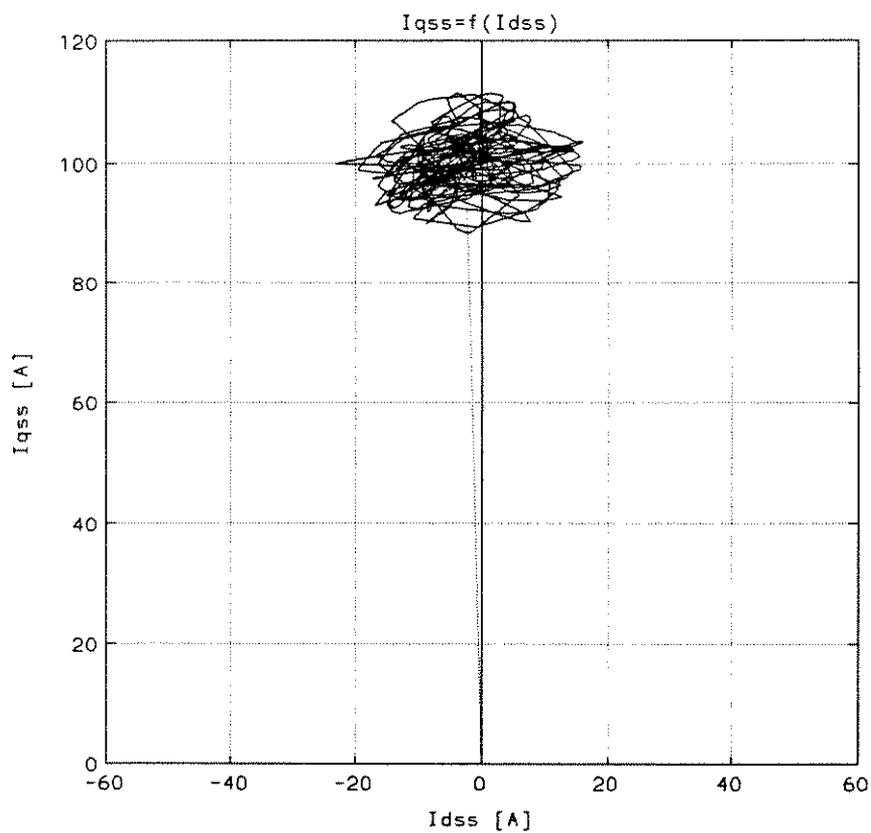
A partir da potência elétrica instantânea calculada através da Eq. 12.2 podemos calcular o valor médio ao longo de um ciclo (indicado por P1 na figura) e também fazer a decomposição espectral. A potência elétrica instantânea está mostrada na parte superior da Fig. 12.11, onde se nota que existe uma pulsação de potência intensa, mas sem uma periodicidade claramente definida. Na parte inferior da Fig. 12.11 calculamos a potência eletromagnética, e seu valor médio está indicado como P2 na figura, sendo ligeiramente superior ao valor de P1. Numericamente temos:

$$P_1 = 61.34 \text{ kW}$$

$$P_2 = 62.36 \text{ kW}$$

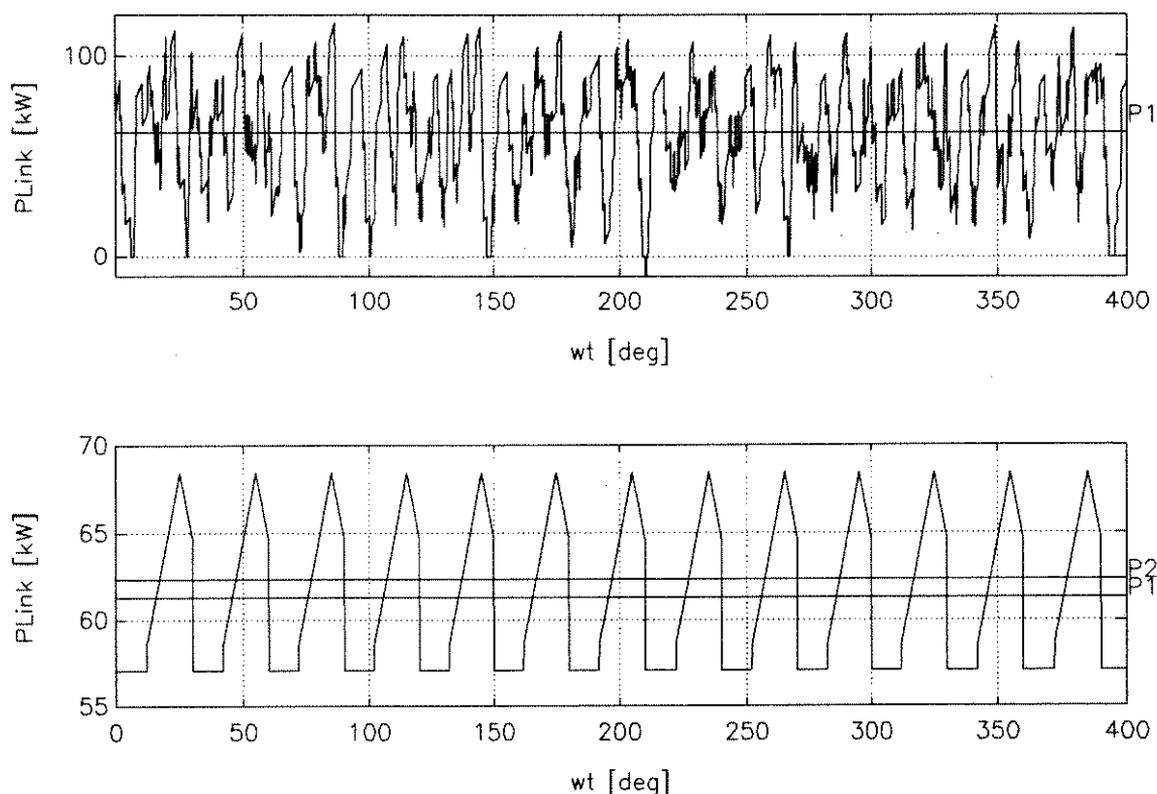


**Fig. 12.9** Curva superior: referência e valor simulado de  $I_{dss}(t)$ .  
Curva inferior: referência e valor simulado de  $I_{qss}(t)$ .



**Fig. 12.10**  $I_{qse}(t)$  em função de  $I_{dse}(t)$ : Referência e valor simulado.

A potência mecânica útil medida nestas condições é de 54 kW. Estes valores merecem uma análise mais detalhada. Evidentemente, ao calcularmos  $P_1$  ou  $P_2$  estamos fazendo um cálculo teórico da potência elétrica de entrada enquanto que a potência mecânica se refere a uma potência mecânica disponível na ponta do eixo. As diferenças entre  $P_1$  e a potência mecânica são dadas pela somatória das perdas no conversor eletrônico e das perdas joule, perdas ferro e perdas mecânicas no motor.



**Fig. 12.11** Curva superior: potência no "link DC", valor instantâneo e valor médio-P1. Curva inferior: potência eletromagnética obtida através de cálculo simplificado (valor instantâneo e valor médio-P2)

Experimentalmente foram realizadas um conjunto de medidas para medir a eficiência do acionamento em várias condições de operação, nas quais o procedimento adotado foi medir a potência no "link DC" e a potência mecânica útil. Medidas feitas em condições próximas de operação estão dadas a seguir:

Velocidade [RPM]	940	1000
Ângulos on/off	2°/170°	0°/170°
Potência no "link DC" [kW]	60.706	71.820
Potência mecânica útil [kW]	53.982	64.672
Perdas [kW]	6.724	7.148
Eficiência [%]	88.9	90.0

Adotando o valor de eficiência de 89.5% como representativo calculamos a potência mecânica útil teórica para esta condição:

$$(P_{Mecânica})_{Teórica} = 0.895 \times 61.34 [kW] = 54.90 [kW]$$

que é um resultado bastante próximo do valor experimental de 54 [kW].

A partir do que foi estabelecido no item 7.15 é possível efetuar os cálculos teóricos para os inversores nesta condição de funcionamento:

$$E = \frac{1020 [RPM]}{900 [RPM]} \times 380.2 [V] = 430.9 [V]$$

$$\tau_{Médio} = \frac{430.9 [V]}{673.0 [V]} = 0.640 \quad (\text{a partir da Eq. 7.43})$$

$$(I_{Link})_{Médio} = 5 \times 26.5 \times 0.640 = 84.8 [A] \quad (\text{a partir da Eq. 7.46})$$

$$f = \left(\frac{5}{6}\right) \frac{673 [V]}{4 [A] \times 7.41 [mH]} (1 - 0.64) 0.64 = 4360 [Hz] \quad (\text{a partir da Eq. 7.50})$$

O valor experimental para a frequência média de chaveamento é:

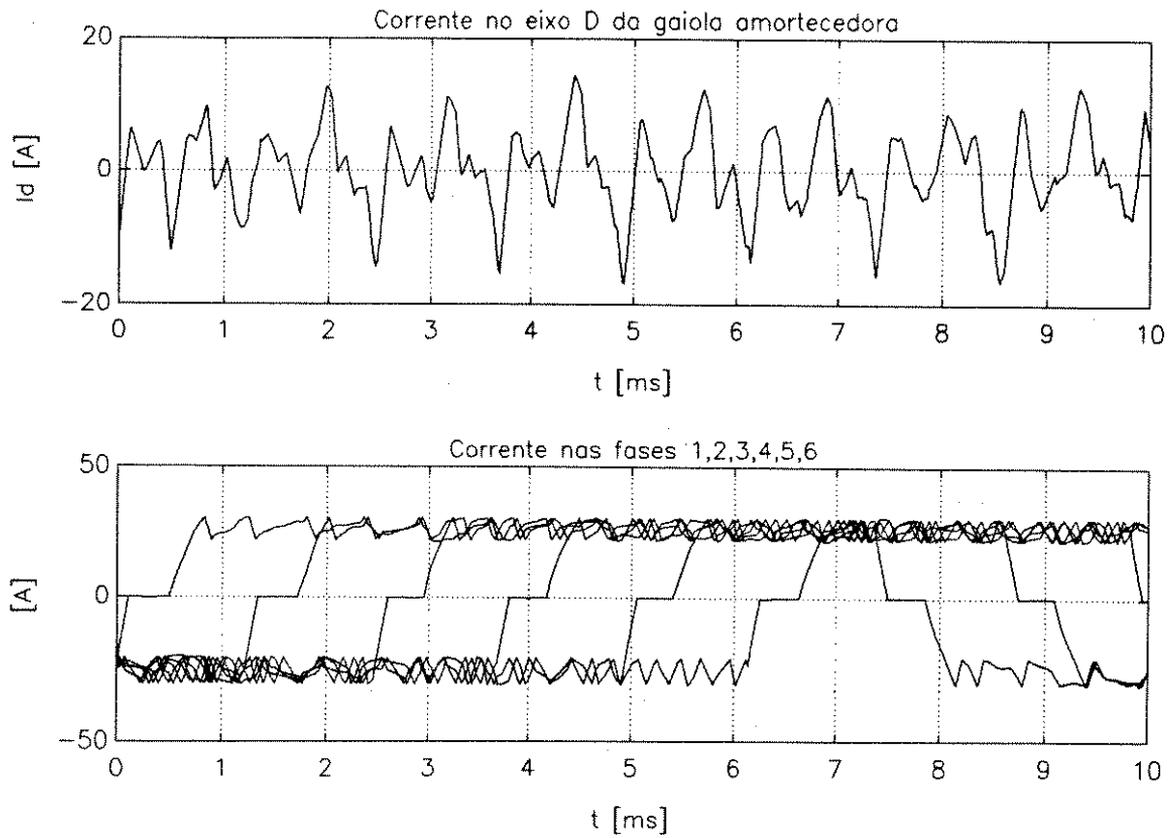
$$f_{Média} = 22 \left[ \frac{\text{chaveamentos}}{\text{semi-ciclo}} \right] \times 2 \times 68 [Hz] = 2992 [Hz]$$

O valor da corrente do "link DC" obtido através de simulação é:

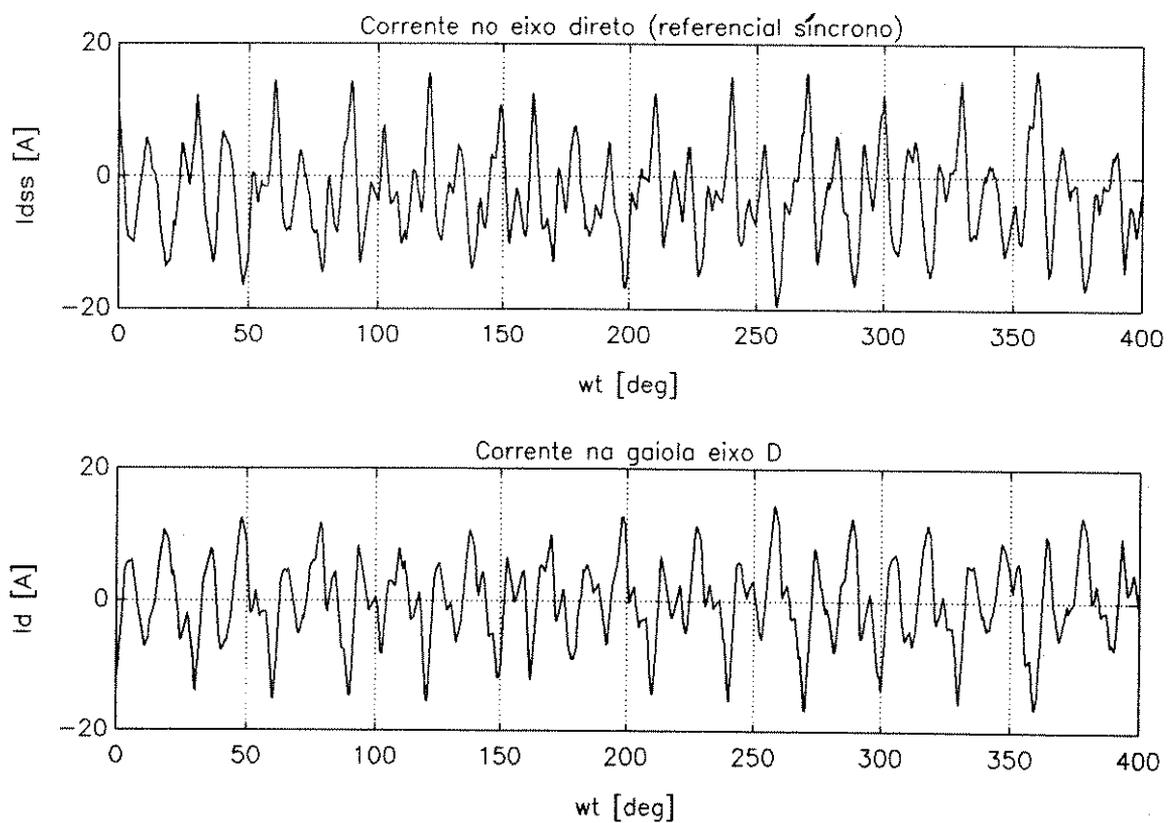
$$(I_{Link})_{Médio} = 92.7 [A]$$

Comparando-se os resultados acima verificamos que o equacionamento apresentado no item 5.1 produz resultados grosseiros, tendo em vista as simplificações adotadas.

A ação da gaiola amortecedora pode ser vista nas Figs. 12.12 e 12.13. Na primeira delas mostramos que a atuação da gaiola se dá principalmente durante a comutação das fases do estator. Na segunda figura, mostramos que a corrente na gaiola é praticamente uma imagem exata da componente  $I_{dss}(t)$  da corrente do estator.



**Fig. 12.12** Corrente da gaiola  $I_d(t)$ .



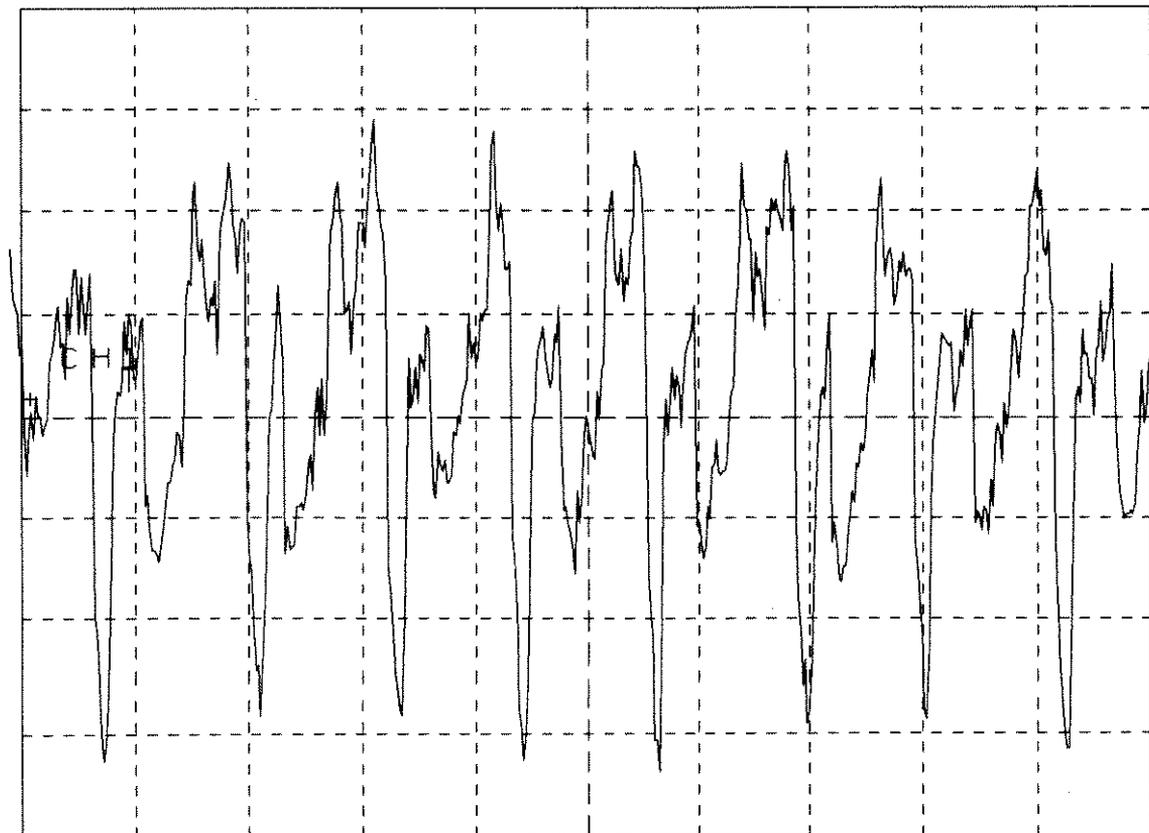
**Fig. 12.13** Curva superior: corrente  $I_{dsr}(t)$  do motor.  
Curva inferior: corrente da gaiola  $I_d(t)$

O registro experimental da tensão na bobina exploratória do rotor está mostrado na Fig. 12.14. A Fig. 12.15 mostra o fluxo concatenado com a gaiola amortecedora e a tensão  $R_d i_d(t)$ , que é proporcional à tensão induzida na bobina exploratória do rotor (ver item 10.10). Observamos que existe alguma semelhança na forma do sinal sobre a bobina exploratória apresentado nas duas figuras. As diferenças principais estão na amplitude dos dois sinais e no nível de ruído existente no registro experimental.

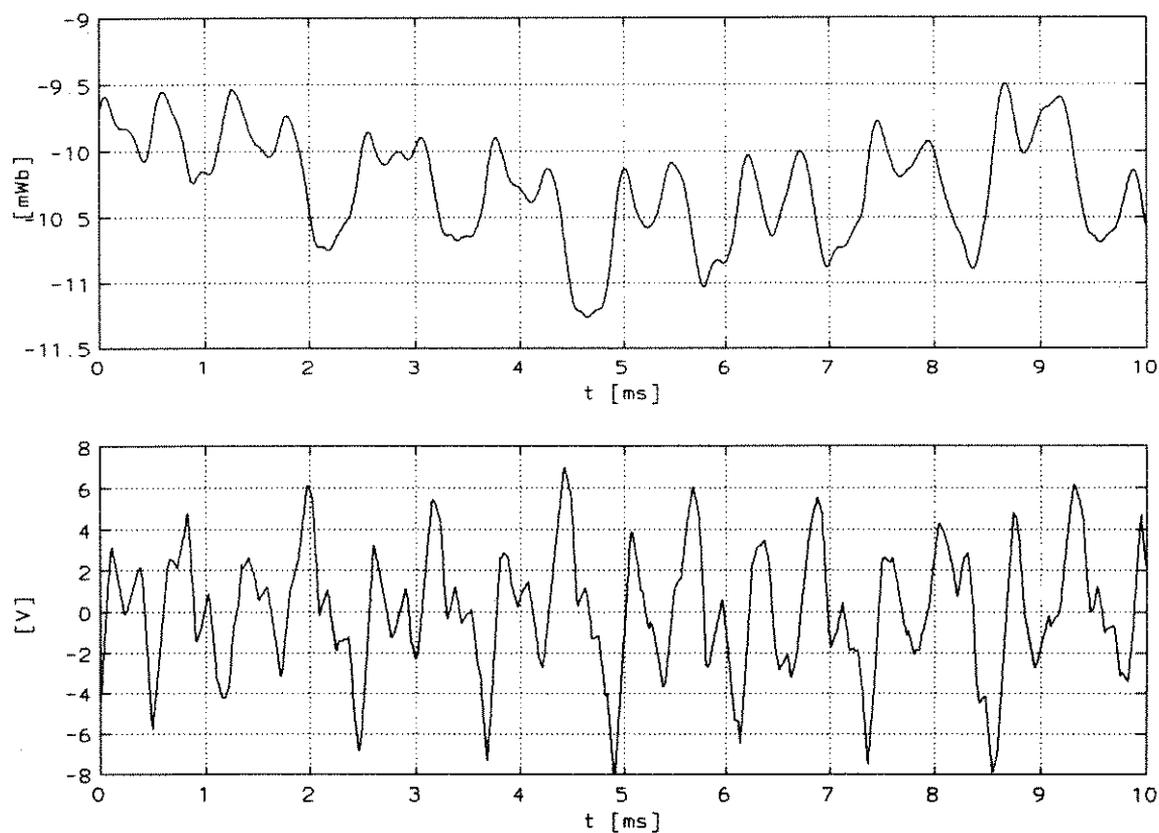
Uma outra forma de verificar o efeito da gaiola amortecedora é através da Fig. 12.16 onde estão sobrepostas duas simulações feitas em condições idênticas, eliminando-se apenas a gaiola amortecedora. Quando a gaiola está presente, o estabelecimento da corrente se dá de forma sensivelmente mais rápida, o que era previsível em função da diminuição da indutância. Além disso, a influência da comutação da fase consecutiva também diminui, o que pode ser visto no período entre 15.5 a 16.5 ms. Quando a gaiola está ausente, o controlador de corrente é incapaz de manter a corrente dentro da banda de histerese, provocando uma perda de potência possível mensurável. Nas duas simulações apresentadas a potência elétrica no "link DC" quando a gaiola estava presente foi de 61.39 [kW], reduzindo-se para 60.61 [kW] quando a gaiola foi retirada, o que corresponde a uma perda de potência da ordem de 1%. Tal resultado é da mesma ordem de grandeza de outros resultados observados experimentalmente (2%, ver referência [33]). A contribuição da gaiola depende da condição de operação do motor, em particular da velocidade, do nível de carga aplicado e do nível de tensão no "link DC".

Na Fig. 12.17 mostramos o fluxo concatenado com a gaiola amortecedora durante o mesmo intervalo de tempo da Fig. 12.16. A presença da gaiola atenua de forma significativa as pulsações de fluxo, confirmando a diminuição da influência entre fases consecutivas, mencionada no parágrafo anterior.

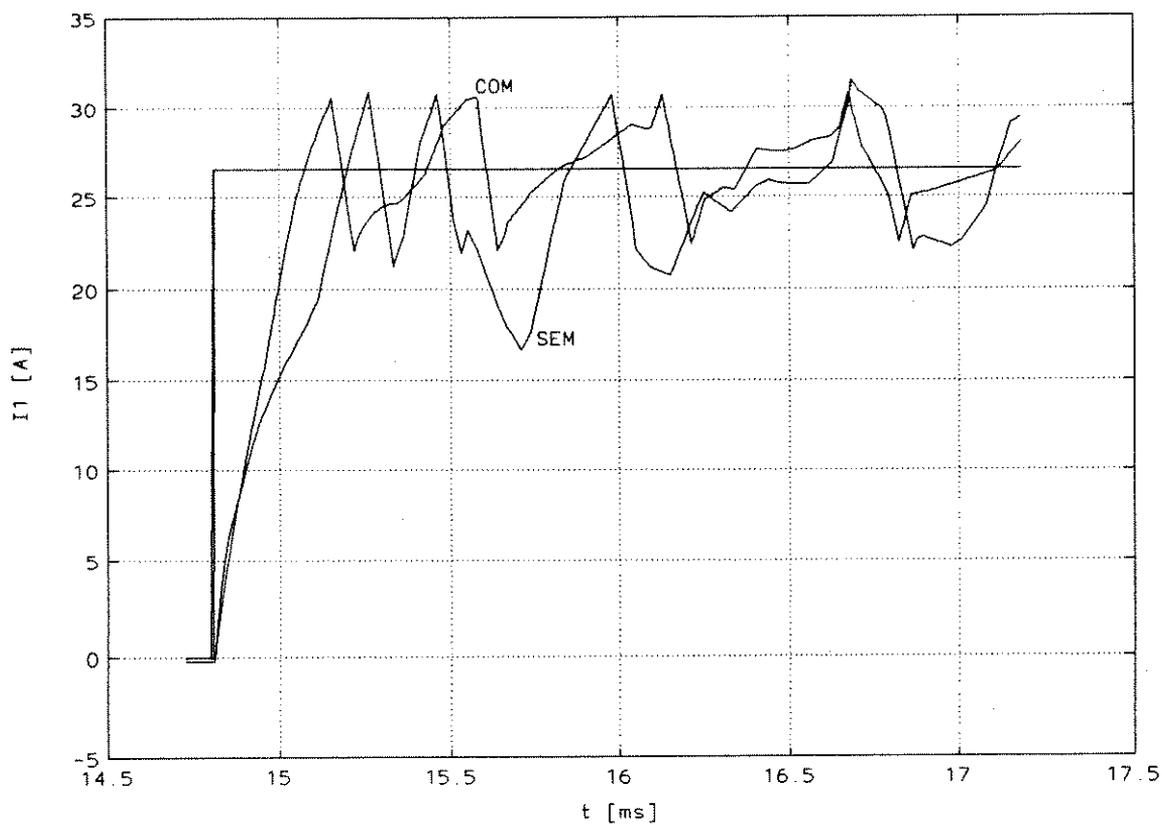
Verificou-se que o sinal presente na bobina exploratória do rotor quando a gaiola estava ausente (para uma mesma condição de operação do motor) era cerca de 10 vezes superior àquele obtido com a presença da gaiola. Comparando-se este valor com o resultado mostrado na Fig. 12.17, verificamos que na simulação tal diferença seria de quase 60 vezes. Esta discrepância pode ser explicada em parte pela dificuldade de medir experimentalmente o sinal da bobina exploratória do rotor. Muitos dos registros foram feitos no modo "average" do osciloscópio, no qual se faz uma média de registros consecutivos. A vantagem é que o sinal fica mais nítido, sacrificando-se, entretanto, os picos de tensão.



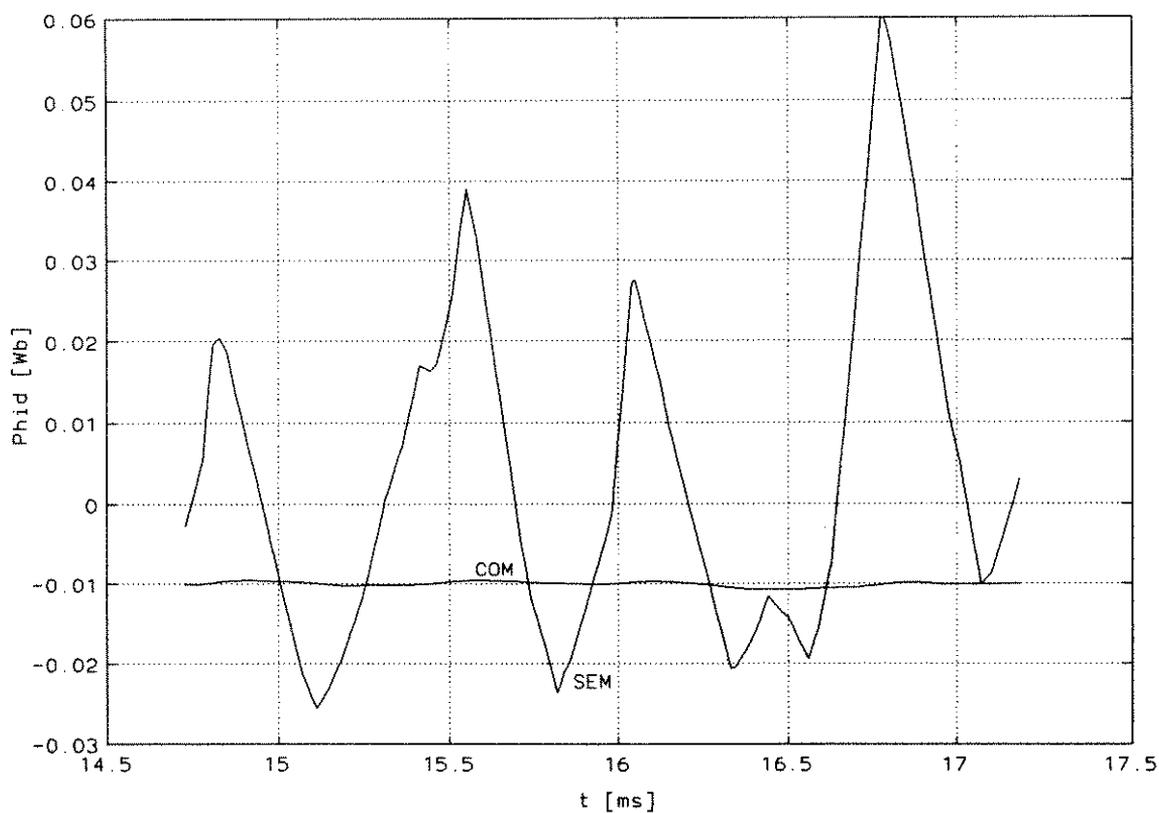
**Fig. 12.14** Sinal na bobina exploratória do rotor (500 mV/divisão). Escala horizontal: 1 ms/divisão. Condições de operação descritas no início do Capítulo 12.



**Fig. 12.15** Curva superior: fluxo concatenado com a gaiola amortecedora. Curva inferior: tensão  $R_d I_d(t)$  induzida na gaiola amortecedora.



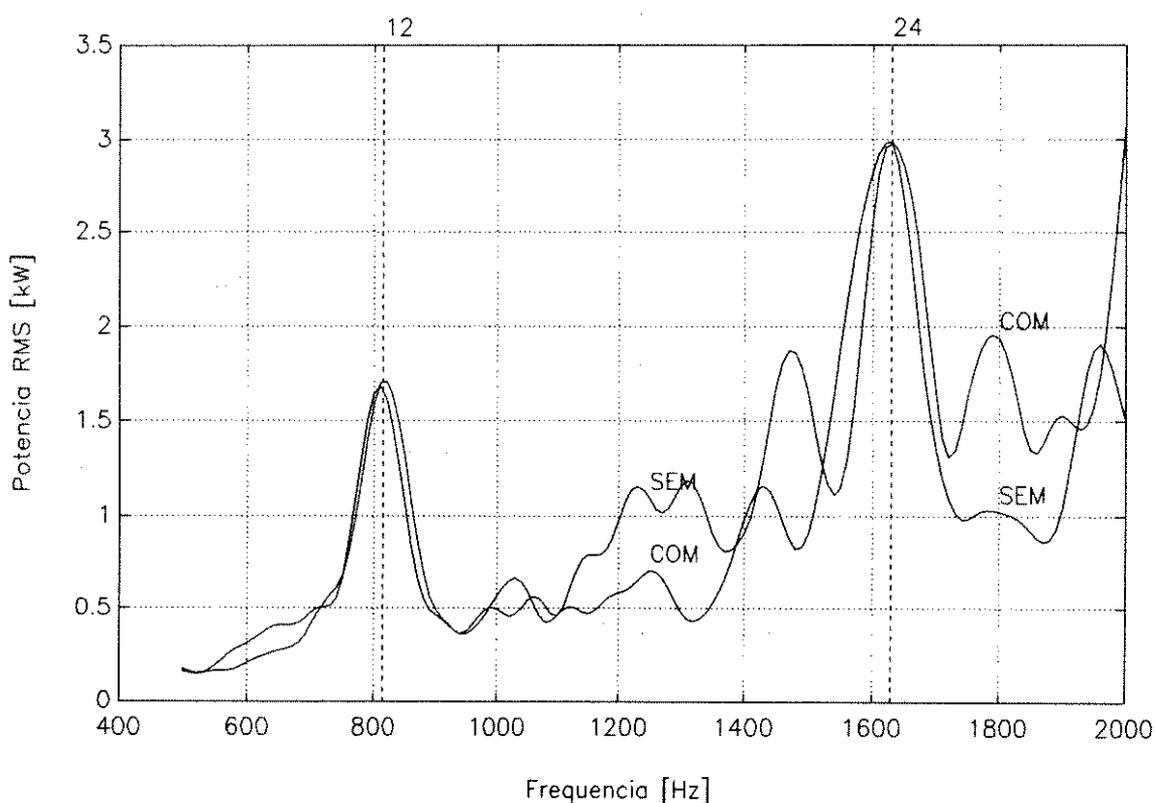
**Fig. 12.16** Efeito da gaiola sobre o início do semi-período de condução de corrente na fase 1.



**Fig. 12.17** Efeito da gaiola sobre as pulsações de fluxo na máquina.

Fazendo a decomposição espectral do sinal de potência elétrica do "link DC" (parte superior da Fig. 12.11) resulta a Fig. 12.18. Na mesma figura apresentamos o espectro que seria obtido sem a gaiola amortecedora. Os comentários sobre a Fig. 12.18 seguem abaixo:

- A metodologia utilizada para a elaboração da figura pode ser descrita como: "o sinal de potência elétrica do link DC foi aplicado na entrada de um filtro sintonizado de frequência  $f_0$  e Q elevado (100). Mediu-se a tensão eficaz na saída deste filtro. Repetiu-se esta operação variando-se a frequência central do filtro  $f_0$  em passos de 10 Hz até varrer o espectro de 500 a 2000 Hz";
- A presença da gaiola amortecedora não provoca uma alteração significativa no espectro de potência elétrica;
- Existem "raias" nas frequências 12 e 24 superiores à frequência elétrica do estator, o que demonstra a influência das comutações. A utilização de áspas para "raias" se deve ao fato de que estas não são muito estreitas;
- Existe energia em diversas regiões do espectro, o que é uma consequência do tipo de controlador de corrente utilizado, com seu comportamento aperiódico. O fato de haver energia contida na região de altas frequências certamente está relacionado com o chaveamento dos inversores.



**Fig. 12.18** Efeito da gaiola sobre o espectro da potência eletromagnética do motor, onde estão indicadas as harmônicas de ordem 12 e 24 (em relação à frequência elétrica aplicada ao estator).

## 13. OTIMIZAÇÃO

Algumas das variáveis que podem ser objeto de otimização são:

- otimização da espessura dos imãs e do entreferro;
- otimização da forma da referência de corrente;
- utilização de um rotor anisotrópico.

Iremos discutir apenas as duas primeiras alternativas, sem a menor pretensão de esgotar o assunto.

### 13.1 Otimização da espessura dos imãs e do entreferro

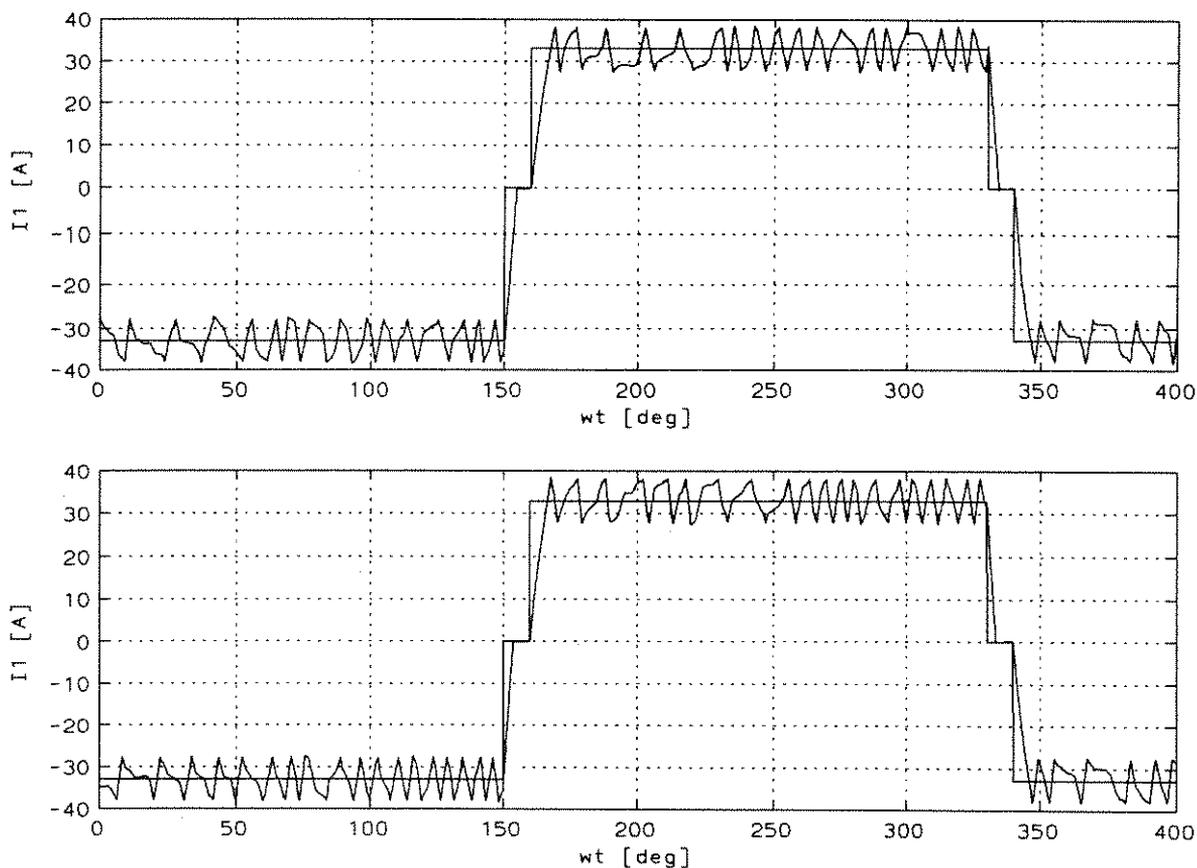
Uma parte desta discussão já foi feita no item 7.14. Apesar de haver um vínculo entre a espessura dos imãs e do entreferro, tal relação não é rígida, existindo algum grau de liberdade na escolha da espessura dos imãs. No protótipo construído mencionou-se a conveniência de que os imãs fossem mais altos e iremos simular o comportamento da máquina (enquanto motor e enquanto gerador) caso tivessem sido usados imãs de 9 mm de altura. A Tabela 13.1 abaixo apresenta os principais parâmetros deste motor hipotético, ao lado dos parâmetros teóricos do motor de 6 mm.

Tabela 13.1 Parâmetros de motor com imãs de 6 e 9 mm de altura.

<i>Altura dos imãs [mm]</i>	6.00	9.00
<i>Entreferro [mm]</i>	2.25	2.25
$R_1$ [ $\Omega$ ] a 25°C	0.36475	0.36475
$L_s$ [mH]	7.41	6.48
$L_p$ [mH]	0.00	0.00
$M_s$ [mH]	3.26	2.52
$M_p$ [mH]	0.00	0.00
$M_D$ [mH]	4.41	3.30
$L_D$ [mH]	4.41	3.30
$R_D$ [ $\Omega$ ]	0.48	0.48
$K_{Rearm}$	0.41	0.27
$B_{Entreferro}$ [Wb/m <sup>2</sup> ]	0.661	0.748
$K_v$ [V/(rd/s)]	4.03	4.56
$V_{Nominal}$ [V] a 900 [RPM]	380.2	429.8

A comparação entre os dois motores será feita na seguinte condição de operação:

Velocidade	= 900 [RPM]
$V_{Link}$	= 660 [V]
$I_{Ref}$	= 33.0 [A]
Histerese	= 5.0 [A]
Ângulos on/off	= 0/170°

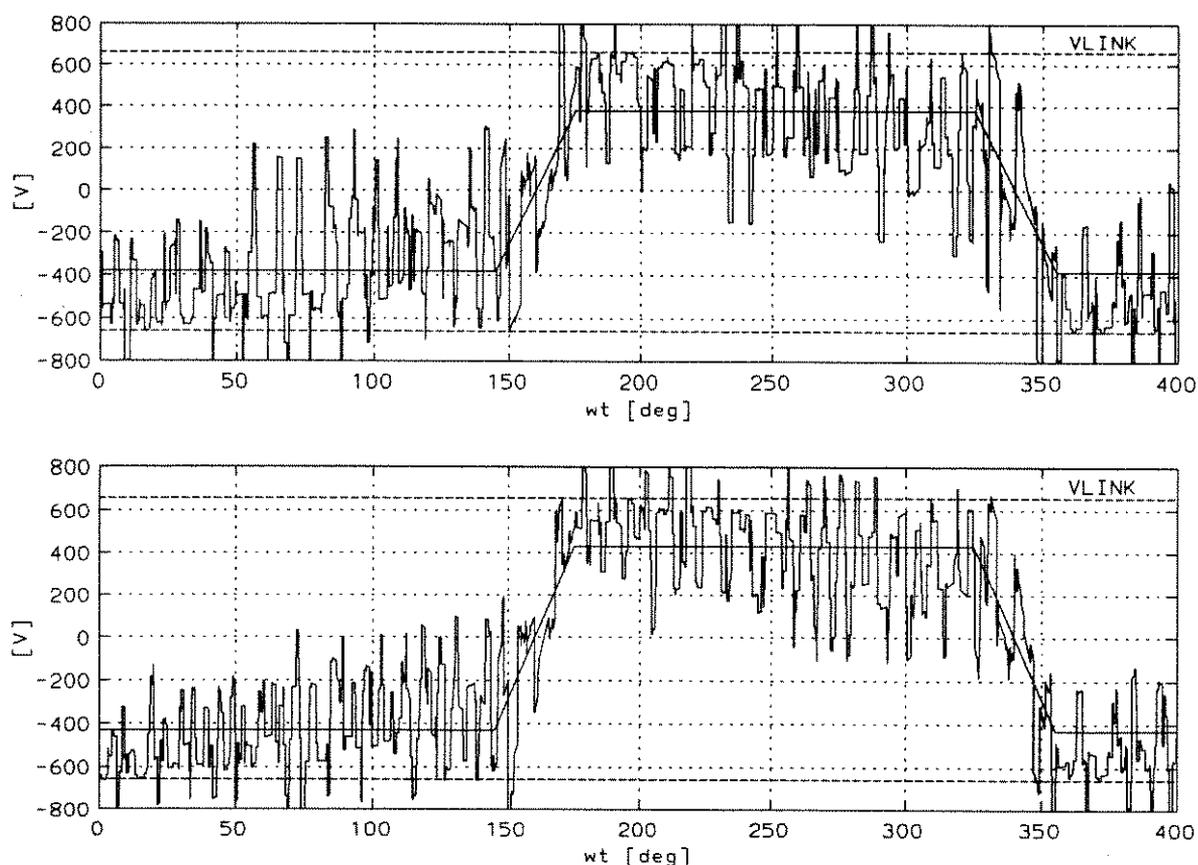


**Fig. 13.1** Corrente simulada em motor com ímãs de 6 mm de altura (curva superior) e com ímãs de 9 mm de altura (curva inferior).

A Fig. 13.1 mostra a corrente na fase 1 do estator para os dois motores. O controlador de corrente se comportou de forma similar, sendo capaz de fazer a corrente real acompanhar de perto o valor da corrente de referência. Entretanto, no motor de 6 mm nota-se de forma um pouco mais acentuada a influência das fases vizinhas, particularmente perto do instante  $\omega t = 200^\circ$ .

Na Fig. 13.2 mostramos a tensão produzida pelos ímãs (trapezoidal), a "tensão interna" do motor (tensão produzida pelos ímãs somada à tensão produzida pelas indutâncias mútuas) e a tensão do "link DC". As curvas superior e inferior da Fig. 13.2 se referem ao motor com ímãs de 6 mm e 9 mm de espessura, respectivamente.

Comparando as duas curvas notamos que a tensão trapezoidal é maior no caso do motor com ímãs de 9 mm. Por outro lado, a distorção provocada pela reação de armadura é maior no caso do motor com ímãs de 6 mm de altura. Assim, a "tensão interna" do motor atinge o valor da tensão do "link DC" mais freqüentemente quando temos ímãs de 6 mm de altura.



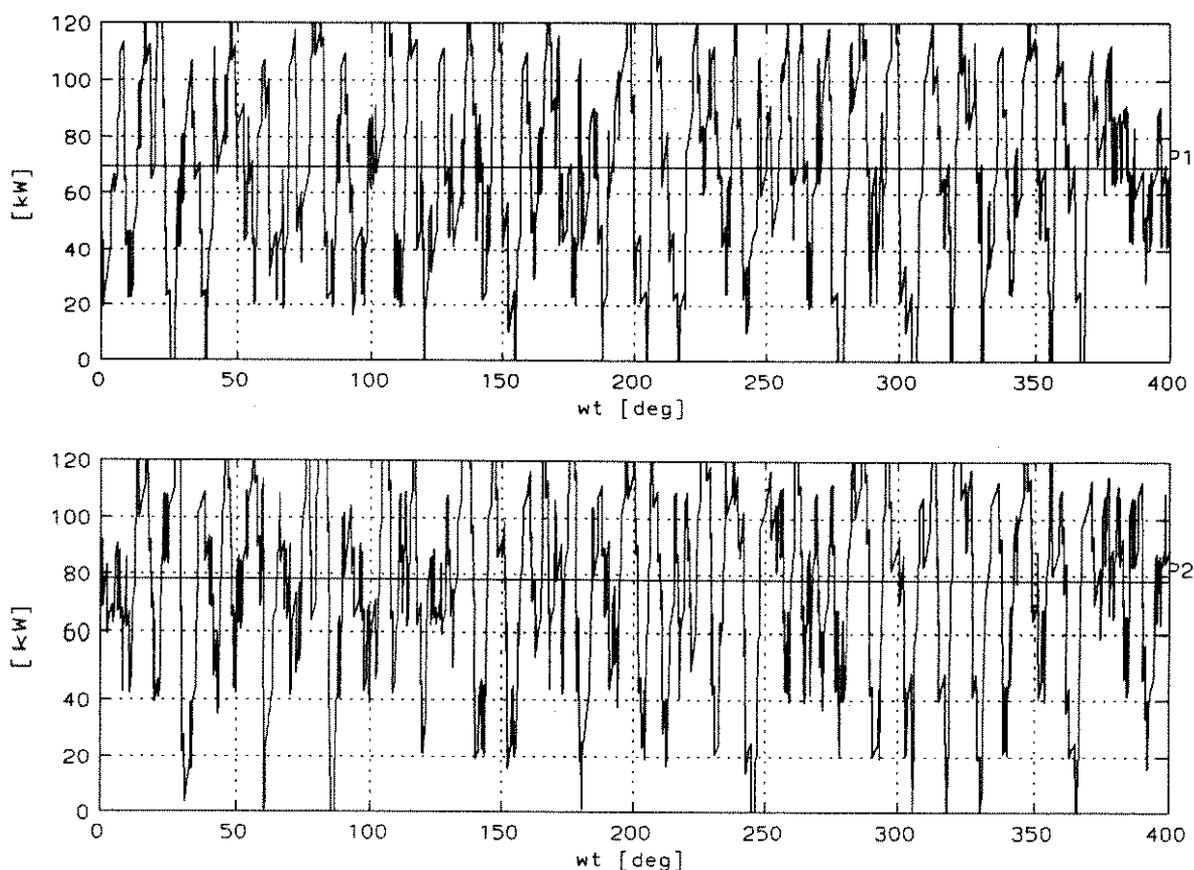
**Fig. 13.2** Simulação onde se mostra a tensão produzida pelos ímãs, a "tensão interna" do motor e tensão do "link DC". Ímãs de 6 mm de altura (curva superior) e ímãs de 9 mm (curva inferior).

A comparação entre a potência elétrica do "link DC" para os dois motores está dada na Fig. 13.3. Evidentemente, o valor médio de potência obtido para o motor de ímãs de 9 mm de altura é maior do que no caso em que os ímãs tem apenas 6 mm de altura. Numericamente temos:

$$P_1 \text{ (ímãs de 6 mm de altura)} = 69.21 \text{ [kW]}$$

$$P_2 \text{ (ímãs de 9 mm de altura)} = 78.42 \text{ [kW]}$$

Apesar de estarmos nos referindo à potência elétrica no "link DC" vemos que o motor com ímãs de 9 mm de altura teria alcançado com maior facilidade a meta original de 100 CV.



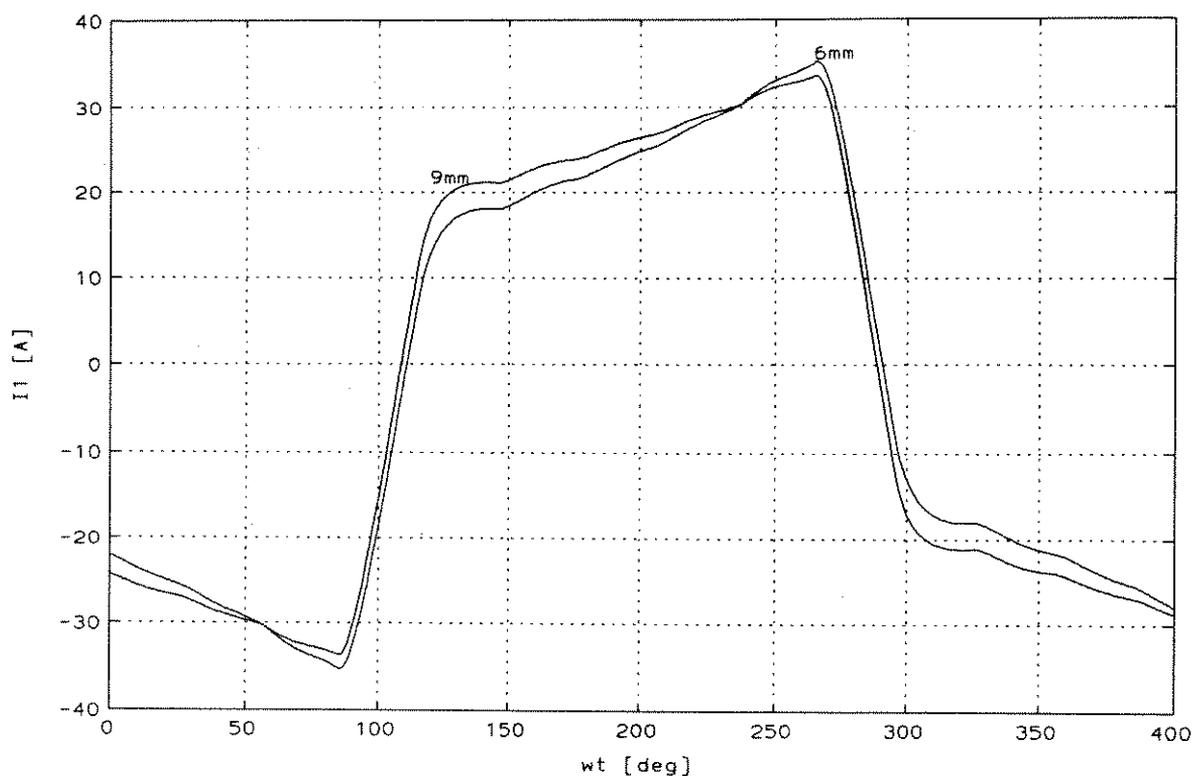
**Fig. 13.3** Potência elétrica no "link DC". Simulação feita para motor com imãs de 6 mm de altura (curva superior) e com imãs de 9 mm de altura (curva inferior).  $P1 = 69.21$  kW e  $P2 = 78.42$  kW.

A redução na reação de armadura também pode ser notada quando simulamos a máquina como gerador alimentando carga resistiva. A Fig. 13.4 mostra a corrente que resulta nestas condições de operação. Uma vez que a tensão gerada pelo motor com imãs mais espessos é maior faz-se necessário um ajuste no valor da resistência da carga para tentar equalizar o valor médio da corrente nos dois casos. A simulação foi feita considerando sempre 900 RPM e os valores de resistência usados foram:

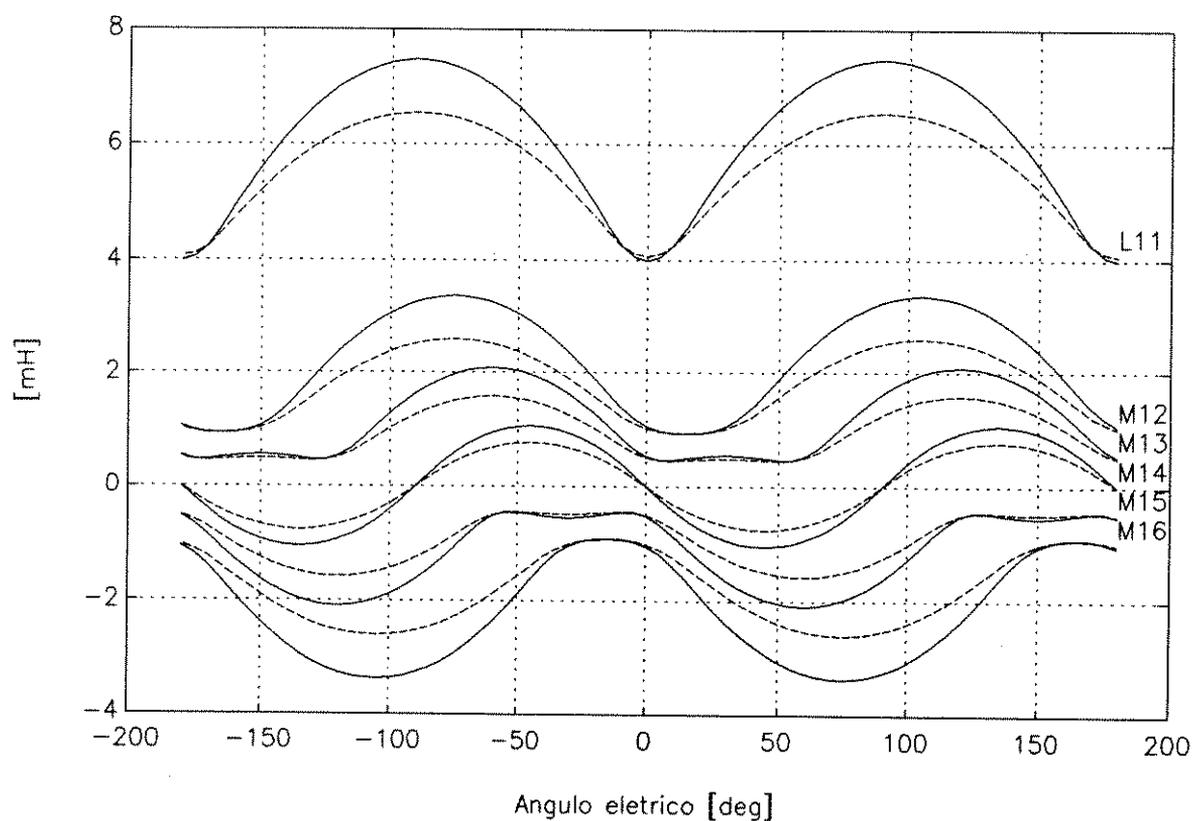
$$R_{Carga} \text{ (para máquina com imãs de 6 mm)} = 13.33 \, \Omega$$

$$R_{Carga} \text{ (para máquina com imãs de 9 mm)} = 15.07 \, \Omega$$

Ao aumentar a espessura dos imãs os efeitos provocados pela gaiola amortecedora diminuem em função da redução do acoplamento desta com o estator. Esta alteração no nível de acoplamento pode ser vista na Fig. 13.5, onde calculamos as indutâncias teóricas nos dois casos. No caso limite, ao utilizar imãs de espessura extremamente elevadas, será de pouca valia o uso de uma gaiola amortecedora.



**Fig. 13.4** Simulação. Corrente na fase 1 do estator quando a máquina opera como gerador, a 900 RPM, alimentando carga resistiva. São mostradas as correntes que resultam com ímãs de 6 e 9 mm de altura.



**Fig. 13.5** Pulsações das indutâncias próprias e mútuas do estator considerando ímãs de 6 [mm] de espessura (curva contínua) e de 9 [mm] de espessura (curva tracejada).

### 13.2 Otimização da forma da referência de corrente

A discussão sobre a forma da referência de corrente pode assumir uma forma mais abrangente [8,41,50] e outra mais restritiva [9,22].

Na visão mais abrangente existe abertura para se definir uma forma de onda de corrente qualquer, não necessariamente "retangular". Neste tipo de implementação tem-se um (ou vários) perfis de corrente que são armazenados em uma memória de computador. Durante a operação do sistema a cada nova posição do rotor procura-se dentro das tabelas armazenadas o valor da referência de corrente que deve circular em cada uma das fases do motor. Tal implementação evidentemente requer algumas facilidades de hardware e software, em particular a necessidade de um sensor de posição com alta resolução. Entretanto, este não é o aspecto mais problemático. O problema real é: "qual a capacidade da eletrônica de potência impor ao motor uma corrente que siga de perto o perfil desejado?". Uma parte da solução passa por diminuir a banda de histerese, aumentando assim a frequência de chaveamento dos transistores. Entretanto, permanece a necessidade de se ter uma tensão do "link DC" elevada (em relação à tensão interna do motor) para que se tenha a capacidade de impor a corrente no motor. Permanece também a necessidade de que a indutância própria do motor seja relativamente pequena.

Na visão mais restritiva, fixamos a forma "retangular" da referência de corrente, deixando em aberto os valores dos ângulos "on/off" e o nível de corrente desejado.

Nos dois casos o problema de otimização sempre precisa ser formulado de forma a definir um critério de otimalidade, dentre os inúmeros critérios existentes. Cumprida tal etapa, existem duas implementações possíveis.

Na primeira implementação, busca-se resolver o problema teoricamente, efetuando-se um grande número de simulações que determinam a solução "ótima". Neste caso a existência de um modelo computacional preciso é essencial. A função do circuito de controle será apenas aplicar este ajuste "ótimo" teórico ao acionamento.

Na segunda implementação, o ajuste pode ser feito "on-line". Por exemplo, considere que as únicas variáveis disponíveis para a otimização sejam os "ângulos on/off". O algoritmo segue essencialmente o seguinte roteiro:

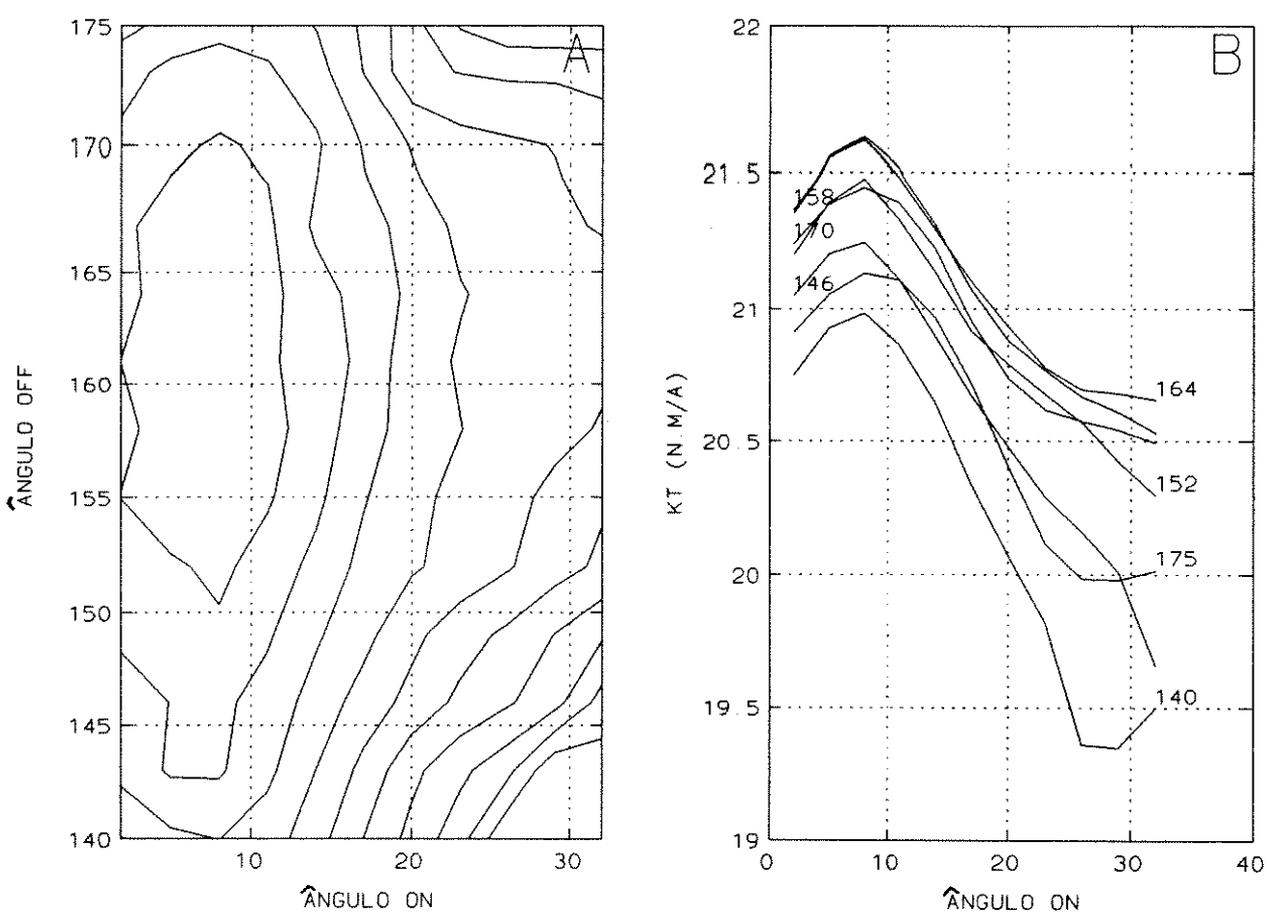
- a) define-se um par de ângulos definidos de forma arbitrária;
- b) o controle aplica pequenas perturbações nos ângulos e tenta aferir, através de algum tipo de medida experimental, uma melhoria no desempenho do acionamento;
- c) sempre que tais perturbações produzirem um benefício mensurável elas serão validadas, definindo assim um novo ponto de operação;
- d) volta-se à etapa (b).

Uma sofisticação possível é fazer com que o sistema memorize sempre os pontos "ótimos". Assim, ao invés de inicializar o par de ângulos de uma forma arbitrária como foi sugerido na etapa (a) iremos buscar em um banco de dados um valor supostamente "ótimo" para inicializar o algoritmo. Não há necessidade de um modelo matemático algum e os

cálculos feitos "on-line" são relativamente simples.

Apesar do software referente a esta segunda alternativa ter sido escrito ele nunca foi integralmente testado. Na realidade foram escritos dois softwares distintos. O primeiro tentava apenas mapear uma região de ângulos "on/off" em função de um dado critério de otimalidade. O segundo software é que efetivamente procurava a convergência para o melhor ponto de operação. Uma das razões pelas quais nunca se completou o trabalho foi justamente indefinição na escolha do critério de otimalidade e sua mensurabilidade.

Apenas a título de ilustração iremos mostrar na Fig. 13.6 um resultado experimental obtido. Considere que o motor opera em regime em uma velocidade  $\omega_0 = 600$  [RPM], acionando uma carga cujo conjugado resistente é  $T_0 = 365$  [N.m] constante, com os enrolamentos na ligação paralela.



**Fig. 13.6** (A) Corrente média em função dos ângulos "on/off". (B) Conjugado por unidade de corrente em função do ângulo "on", com curvas parametrizadas em função do ângulo "off". Motor operando a 600 RPM com 365 N.m.

A variação dos ângulos "on/off" provoca uma variação no valor médio da corrente nas fases do motor (Fig. 13.6A), alterando assim a relação torque/corrente do motor (Fig. 13.6B). Entretanto, a medida do valor médio da corrente exigiria uma taxa de amostragem e uma capacidade computacional que não estava disponível. A solução foi medir a referência de corrente e considerar que o controlador de corrente seja capaz de fazer o valor real acompanhar de perto o valor desta referência.

Temos portanto:

$$I_{AVG_1} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} i_1(\theta) d\theta \approx I_{Ref} \left( \frac{\theta_{off} - \theta_{on}}{\pi} \right) \quad (13.1)$$

Uma melhoria no desempenho se traduziria neste caso em um valor mais alto de conjugado por unidade de corrente, ou seja, um valor mais elevado de  $K_T$  [ $N.m/A$ ]:

$$K_T = \frac{\text{Torque}}{I_{AVG_1}} \left[ \frac{N.m}{A} \right] \quad (13.2)$$

Como o conjugado da carga é constante o resultado seria um valor mais reduzido de  $I_{AVG_1}$  para um dado par de valores  $(\theta_{on}, \theta_{off})$ . Experimentalmente, obtivemos  $K_T$  máximo utilizando  $(\theta_{on}, \theta_{off}) = (8^\circ; 158^\circ)$ . Um problema que existe em condições de carga elevada é que a hipótese de que a corrente real acompanhe a referência deixa de ser verdadeira.

Quanto ao sensor de posição utilizado existe ainda um comentário a ser feito. No protótipo construído foi utilizado um encoder incremental associado a um sensor de posição baseado no efeito Hall. Este sensor indica o ângulo  $0^\circ$ , inicializando o contador de pulsos do encoder, que nos permite identificar a posição do rotor com uma resolução considerável. Quando se trata de ordenar um par de ângulos  $(\theta_{on}, \theta_{off}) = (3^\circ; 170^\circ)$  não há problema algum. Entretanto, em algumas situações, particularmente em condições de carga elevada, notou-se a conveniência de antecipar o valor de  $\theta_{on}$  em relação à posição  $0^\circ$ , adiantando a comutação, o que não era possível. Uma solução viável seria utilizar um encoder absoluto, seguindo as indicações da MICHEL [37] e DADE [8].

## 14. CONCLUSÕES

Neste trabalho:

- mostrou-se que é possível elaborar um modelo matemático preciso para o comportamento do motor de imãs permanentes, levando em conta a presença da gaiola amortecedora. Tal modelo aprimora os modelos previamente existentes;
- mostrou-se que é possível estimar de forma relativamente simples os parâmetros do modelo do motor de imãs permanentes a partir das dimensões básicas do motor. Tal procedimento se aplica ao caso de um rotor isotrópico e permite avaliar quantitativamente os efeitos de reação de armadura;
- mostrou-se que as medidas experimentais da matriz indutância correspondem, qualitativamente e quantitativamente, ao comportamento teórico previsto, inclusive no que se refere à distorção existente nos elementos  $M_{13}$  e  $M_{15}$  da matriz indutância;
- discutiu-se com detalhe a forma pela qual a reação de armadura se manifesta quando a máquina opera como gerador, confrontando os resultados com medidas experimentais;
- simulou-se o funcionamento da máquina como gerador, comparando os resultados com medidas experimentais;
- discutiu-se algumas das alternativas existentes para o controlador de corrente, justificando a escolha adotada e apresentando resultados experimentais;
- simulou-se o funcionamento da máquina como motor, comparando os resultados com medidas experimentais;
- discutiu-se duas das opções de otimização do motor de imãs permanentes. O uso de imãs mais espessos foi considerado através de simulações. A mudança na forma da referência de corrente é uma variável de otimização que pode ser tratada de diversas maneiras detalhando-se uma destas alternativas, para a qual são apresentados resultados experimentais.

As contribuições acima mencionadas concorrem para o desenvolvimento e compreensão das máquinas de imãs permanentes de elevada potência, aspecto central desta tese. Alguns dos desenvolvimentos futuros deste trabalho de pesquisa podem ser mencionados:

- analisar de forma detalhada as opções de otimização do acionamento descritas no Capítulo 13, considerando inclusive o uso de um rotor magneticamente anisotrópico;
- usando o modelamento proposto, proceder a uma análise dos transitórios desta máquina, incluindo os casos de curto-circuito.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] **ASTRÖM, K.J.; HÄGGLUND, T; Automating tuning of PID Controllers. ISA-Instrument Society of America, 1988.**
- [2] **BARTOS, F.J.; Informed users spur the growth of Brushless DC. Control Engineering, pp.59-60, Janeiro, 1989.**
- [3] **BARTOS, F.J.; Brushless DC Technology comes down to earth. Control Engineering, pg. 89, Março, 1990.**
- [4] **BRAINARD, M.W.; Synchronous machines with rotating permanent-magnet fields. Part I-Characteristics and mechanical construction. AIEE Transactions, Vol. 71, part. III, pp. 670-676, Agosto, 1952.**
- [5] **CARLSON, R. et al.; Operating analysis and simulation of a brushless DC machine with a 120° hysteresis current controlled voltage inverter. EPE - European Conference on Power Electronics and Application, Vol. III, pp. 1507-1511, Aachen, Alemanha, 1989.**
- [6] **CLAYTON, A.E.; HANCOCK, N.N.; The performance and design of Direct Current Machines. 3ª edição, Pitman, 1959.**
- [7] **COPELIOVITCH, S. et al.; Acionamento com motores de comutação eletrônica a ímãs permanentes em potências elevadas. II SIMEAR-Seminário Internacional de Motores Elétricos e Acionamentos Reguláveis, Vol. 2, pp.9-24, São Paulo, Maio, 1991.**
- [8] **DADE, T.B.; Advanced electric propulsion, power generation, and power distribution. Naval Engineers Journal, pp. 83-92, Março, 1994.**
- [9] **DEMERDASH, N.A. et al.; Comparison between features and performance characteristics of fifteen HP samarium cobalt and ferrite based brushless DC motors operated by the same power conditioner. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, PAS-102, nº 1, pp. 104-112, Janeiro, 1983.**
- [10] **ELMQVIST, H. et al.; SIMNON User's Guide for MS-DOS Computers. Version 3.2, SSPA Systems, 1993.**
- [11] **FEMAG - Finite element machine analysis program. Ver. 5.1 ETH-Zurich, 1991.**
- [12] **FERTIK, H.A.; ROSS, C.W.; Direct Digital Control Algorithm with Anti-Windup Feature. ISA Transactions, Vol. 6, nº 4, pp. 317-328, 1967.**
- [13] **FLUX 2D - Finite element software for electromagnetics applications. CEDRAT (CEE), MAGSOFT (USA).**
- [14] **FÜRSICH, H. et al.; New converter-fed permanent-field motor. ICEM 86-International Conference on Electrical Machines, Vol. 1, pp. 50-56, Munique, Alemanha, Setembro, 1986.**
- [15] **GOLDEMBERG, C.; SOUZA, D.U.D.; Modelagem e simulação de motor "Brushless DC". II SIMEAR-Seminário Internacional de Motores Elétricos e Acionamentos Reguláveis, Vol. 3, pp. 29-48, São Paulo, Maio, 1991.**

- [16] GOLDEMBERG, C.; SOUZA, D.U.D.; Elementos para simulação de motores de comutação eletrônica a imãs permanentes-Parte II. **II SIMEAR-Seminário Internacional de Motores Elétricos e Acionamentos Reguláveis**, Vol. 2, pp. 45-56, São Paulo, Maio, 1991.
- [17] GOLDEMBERG, C.; LOBOSCO, O.S.; Prototype for a large converter-fed permanent magnet motor. **SPEEDAM 92 - Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Advanced Electrical Motors**, pp. 93-98, Itália, Maio, 1992.
- [18] GOLDEMBERG, C.; LOBOSCO, O.S.; Results of test on a prototype for large converter-fed permanent magnet motors. **ICEM 92 - International Conference on Electrical Machines**, Vol. 2, pp. 766-770, Manchester, Inglaterra, Setembro, 1992.
- [19] GOLDEMBERG, C. et al.; Controlador de corrente para acionamento de motor a imãs permanentes e comutação eletrônica. **9º CBA-Congresso Brasileiro de Automática**, Vol. 2, pp. 1113-8, Vitória, Setembro, 1992.
- [20] HENSLER, J. ; Electric propulsion application and integration. **Annual meeting of The Society of Naval Architects and Marine Engineers**, pp. 169-172, New York, Novembro, 1989.
- [21] HIJAZI, T.M.; DEMERDASH, N.A.; Impact of the addition of a rotor-mounted damper cage on the performance of samarium-cobalt permanent magnet brushless DC motor systems. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, Vol. 3, nº 4, pp. 890-898, Dezembro, 1988.
- [22] JAHNS, T.M.; Torque production in permanent-magnet synchronous motor drives with rectangular current excitation. **IEEE-Transactions on Industry Applications**, Vol. IA-20, nº 4, pp. 803-813, Julho/Agosto, 1984.
- [23] JORDÃO, R.G.; YOSHIURA, P.; Elementos para simulação de motores de comutação eletrônica a imãs permanentes-Parte I. **II SIMEAR-Seminário Internacional de Motores Elétricos e Acionamentos Reguláveis**, Vol. 2, pp. 25-43, São Paulo, Maio, 1991.
- [24] JORDÃO, R.G. et al.; Converter fed brushless DC motor drive for high power applications - Analysis and performance of a 75 kW prototype. **Annual conference of the I.E.E. Japan - Industry Applications Society**, 1992.
- [25] JORDÃO, R.G.; LOBOSCO, O.S.; Memorial de cálculo do equipamento motor-conversor. **Relatório interno da FDTE**. Agosto, 1992.
- [26] HEINE, W.; MATTHEIS, P.; REUTER, K.E.; Four-circuit DC motor for submarine propulsion. **Siemens Power Engineering & Automation**, Vol. VII, nº 2, pp. 97-101, 1985.
- [27] KOVACS, K.P.; **Transient phenomena in electrical machines**. Elsevier, 1984.
- [28] KRAUSE, P.C.; **Analysis of electric machinery**. New York, McGraw-Hill, 1986.
- [29] KENJO, T.; NAGAMORI, S.; **Permanent-magnet and brushless DC motors**. Clarendon Press, Oxford, 1985.

- [30] KRÜGER, M.; LEONHARD, W.; Compact electrical power supply for on-board use. **EPE-European Conference on Power Electronics and Application**, Vol. 4, pp.82-87, Florença, Itália, 1991.
- [31] LEONHARD, W.; **Control of electrical drives**. Berlim, Springer-Verlag, 1985.
- [32] LIWSCHITZ-GARIK, M.; WHIPPLE, C.C.; **Electric Machinery**. 2 Volumes, Van-Nortrand, 1946.
- [33] LOBOSCO, O.S.; JORDÃO, R.G.; Armature reaction of large converter-fed permanent magnet motor. **ICEM 94-International Conference on Electrical Machines**, Vol. 2, pp. 154-158, Paris, França, Setembro, 1994.
- [34] MARTINACHE, E.; Propulsão diesel elétrica - uma especialidade da CGEE Alsthom. **As Informações do Centro Francês de Informação Industrial e Econômica**, pp. 15-19. (Extraído do Journal CGEE Alsthom, nº 8).
- [35] McLEER, P.J. et al.; Five phase trapezoidal back EMF PM synchronous machines and drives. **EPE-European Conference on Power Electronics and Application**, Vol. 4, pp. 128-133, Florença, Itália, 1991.
- [36] MICHEL, J.S.; Submarine Propulsion, Synchronous Permanent Magnet Motor. **U' 90 Conference**, Estocolmo, Suécia, Maio, 1990.
- [37] MICHEL, J.S.; RIOTTE, J.P.; Propulsion by electronic motor. **EPE-European Conference on Power Electronics and Application**, Vol. 3, pp. 1519-1523, Aachen, Bélgica, 1989.
- [38] MICHEL, M.; VOSS, H.; Frequency and current ripple of DC to DC power converters with respect to different modulation techniques. **IEEE Transactions on Industry Applications**, Vol. IA-16, nº 3, pp. 452-457, Maio-Junho, 1980.
- [39] MILLER, T.J.E.; **Brushless permanent-magnet and reluctance motor drives**. Clarendon Press, Oxford, 1989.
- [40] MOLER, C. et al.; **PC-MATLAB for MS-DOS personal computers**. Sherborn, USA, The Mathworks Inc., 1986.
- [41] NEROWSKI, et al.; New permanent-field synchronous motor with integrated inverters. **ICEM 90-International Conference on Electrical Machines**, Vol. 1, pp. 124-131, Cambridge, USA, Setembro, 1990.
- [42] OWEN, E.L. et al.; AC adjustable-speed drives with electronic power converters-The early days. **IEEE Transactions on Industry Applications**, Vol. IA-20, nº 2, pp. 298-308, Março/Abril, 1984.
- [43] PAULA, P.P.; OLIVEIRA, A.M.; Static torque/rotor position characteristic of a 100 HP brushless DC motor prototype. **COBEP 93 - 2º Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência**, pp. 139-144, Uberlândia, Dezembro, 1993.
- [44] PAULA, P.P.; OLIVEIRA, A.M.; Static torque/rotor position characteristic of a 100 HP brushless DC motor prototype: results of tests. **ICEM 94-International Conference on Electrical Machines**, Vol. 2, pp. 639-643, Paris, França, Setembro 1994.

- [45] PAULA, P.P.; OLIVEIRA, A.M.; Protótipo de 100 CV de um "brushless DC motor" para propulsão naval: experimentos. **COBEP 91 - 1º Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência**, Florianópolis, Dezembro, 1991.
- [46] OLIVEIRA, A.M.; **Técnicas de modelação e controle de motores de ímãs permanentes para propulsão naval**. Tese de doutorado - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1993.
- [47] OLIVEIRA, A.M. et al.; Analysis of brushless DC motor performance when faults occurrence. **EPE-European Conference on Power Electronics and Application**, Vol. 3, pp. 445-50, Florença, Itália, 1991.
- [48] SAUNDERS, R.M.; WEAKLEY, R.H.; Design of permanent-magnet alternators. **AIEE Transactions**, Vol. 70, pp. 1578-81, 1951.
- [49] SAY, M.G.; TAYLOR, E.O.; **Direct current machines**. 2ª Edição, Pitman, Londres, 1986.
- [50] SCHRÖDER, M.; Einfach anzunwendendes Verfahren zur Unterdrückung der Pendelmomente dauermagneterregter Synchronmaschinen. **ETZ-Archiv**, Vol. 10, pp. 15-18, 1988.
- [51] SIEMENS, A.G.; Propulsion systems for submarines: changes and progress. **Siemens Review**, Vol. 10, pp. 119-123, 1989.
- [52] SIMULINK. **A program for simulating dynamic systems. User's guide**. The Mathworks Inc., 1992.
- [53] SMITH, R.C.; ZAVERTNIK, T.O.; Overview of US Navy electric propulsion technology. **ICEM 94-International Conference on Electrical Machines**, Vol. 2, pp. 483-487, Paris, França, Setembro, 1994.
- [54] STRAUSS, F.; Synchronous machines with rotating permanent-magnet fields. Part II-Magnetic and electrical design considerations. **AIEE Transactions**, Vol. 71, part. III, pp. 887-893, Outubro, 1952.
- [55] VARIMOT - **Catálogo comercial**. Outubro/1993.
- [56] VAS, P.; **Electrical Machines and Drives. A space-vector theory approach**. Clarendon Press, Oxford, 1992.
- [57] VOLKRODT, W.; Machines of medium-high rating with a ferrite-magnet field. **Siemens Review**, Vol. XLIII, nº 6, pp. 248-254, 1976.
- [58] WEH, H.; MOSEBACH, H.; MAY, H.; Design concepts and force generation in inverter-fed synchronous machines with permanent magnet excitation. **IEEE Transactions on Magnetics**, Vol. MAG-20, nº 5, pp.1756-1761, Setembro, 1984.
- [59] WYK, J.D.V. et al.; Power electronics, control of electromechanical energy conversion process and some applications. **IEE Proceedings**, Vol 133, Part B, nº 6, pp. 369-399, November, 1986.