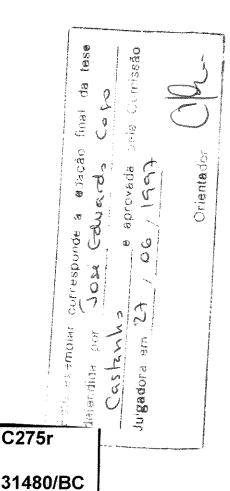
## UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO



# REGISTRO DE IMAGENS: UMA SOLUÇÃO PARA A MODELAGEM DE DEFORMAÇÕES E AUTOMAÇÃO DA CORRESPONDÊNCIA



José Eduardo Cogo Castanho Orientador: Clésio Luis Tozzi

Tese de Doutorado

Campinas, SP, Brasil 1997.

## UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

# REGISTRO DE IMAGENS: UMA SOLUÇÃO PARA A MODELAGEM DE DEFORMAÇÕES E AUTOMAÇÃO DA CORRESPONDÊNCIA

José Eduardo Cogo Castanho Orientador: Clésio Luiz Tozzi

Tese de Doutorado

Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica

Área de Concentração: Automação.

Campinas, SP Brasil 1997.

URICAMP BELIOTECA CENTRAL

	The second secon
	UNIDADE BC
-	N. CHAMADA: TUNICHMAP
Name of the	Clasy
A PROPERTY.	V.
- Alternation	10Me0 BC/31480
	PROC 281197
	C D K
	PRECO R. B. LILLOQ
	12 03 108 187
	080

CM-00100026-6

#### FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

C275r

Castanho, José Eduardo Cogo

Registro de imagens: uma solução para a modelagem de deformações e automação da correspondência / José Eduardo Cogo Castanho.--Campinas, SP: [s.n.], 1997.

Orientador: Clésio Luis Tozzi.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Processamento de imagens - Deformação. 2. Diagnóstico por imagem. 3. Spline, Teoria do. I. Tozzi, Clésio Luis. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

# UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

### REGISTRO DE IMAGENS: Uma Solução para a Modelagem de Deformações e Automação da Correspondência.

José Eduardo Cogo Castanho

Tese de Doutorado defendida e aprovada em 27 de junho de 1997, pela Banca Examinadora constituída pelos professores:

Prof. Dr. Clésio Luis Tozzi - Presidente FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Márcio de Andrade Neto FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Roberto de Alencar Lotufo FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Sérgio Furuye INCOR

Prof. Dr. Thomas de Araújo Buck UFBA

Dedico este trabalho aos meus pais e irmãos.

#### **AGRADECIMENTOS**

Eu gostaria de expressar meus sinceros agradecimentos às seguintes pessoas:

- Ao meu orientador, Prof. Clésio Tozzi, principalmente pela sua paciência e confiança, que me guiou por estes caminhos, talvez inesperados e um pouco tortuosos, mas que conduziram ao porto seguro.
- A todos os amigos e colegas do Departamento de Eng. Elétrica da FET-Bauru, pelo apoio recebido durante a realização deste trabalho.
- Ao Pedrini por ter colaborado na etapa aquisição e registro das imagens, e por ter gerado e cedido as imagens reconstruídas.
- E um agradecimento muito especial à Olga, que tem me apoiado e incentivado em todos os momentos.

#### RESUMO

Esta tese aborda dois aspectos peculiares do registro de imagens de seções seriadas: a necessidade de emprego de técnicas automáticas para processamento de um grande número de imagens, usualmente presentes em algumas aplicações, e a necessidade de tratamento das deformações naturais dos objetos *imageados*.

O problema da automação do processo de registro é resolvido com a utilização da Transformada Generalizada de Hough (TGH). Nesta técnica, a correspondência entre características é realizada de forma implícita, permitindo a automação do processo de registro, isto é, a correspondência é realizada simultaneamente com a determinação dos parâmetros da transformação. Problemas típicos de implementação da TGH, como alto custo computacional e falsos casamentos, são resolvidos por modificações introduzidas no algoritmo clássico para TGH, e, também, pelo pré-processamento das imagens.

No caso do registro de imagens seriadas, em especial no caso das imagens biomédicas, além das variações decorrentes da aquisição da imagem, as variações presentes nas imagens têm origem também em deformações naturais. Assim, as variações existentes nas imagens não podem ser consideradas apenas como uma deterioração na precisão do posicionamento de pontos característicos, como é abordado pela maioria dos métodos de registro de imagens.

Uma nova técnica de registro é aqui apresentada, na qual uma analogia entre as deformações naturais e modelos de corpos elásticos deformáveis é realizada através do enprego de Thin Plate Splines. A deformação é tratada como uma informação adicional que é efetiva e consistentemente incorporada ao modelo de transformação usado para o registro. As diferenças entre as imagens são descritas por uma transformação de corpo rígido combinada com uma transformação deformação elástica, que permite a identificação e a separação dos efeitos correspondentes. O resultado do registro obtido com esta técnica é adequado à natureza dos objetos tratados e ótimo no sentido que minimiza a energia de deformação.

Os métodos propostos são avaliados com base em dados reais e simulados.

#### **ABSTRACT**

This thesis approaches two particular aspects of registering images of serial sections: the need for automatic processing due to the great number of images usual in many applications; and the need for modeling natural deformations in the imaged objects.

We outline a method for registration of serial sections images using The Generalized Hough Transform (GHT) to solve the problem of automation. In the GHT, the correspondence between features in both images and the parameters of the registration function are obtained simultaneously, enabling the automation of the process. To overcome known noise problems and the high computational cost of traditional GHT we have proposed a modified version of the basic algorithm. The image is also pre-processed to eliminate all those points of no interest before the application of the accumulation step of the GHT algorithm. These changes minimize the amount of accumulation points, reducing the computational cost while reducing the probability of appearing spurious peaks and false matches.

In the case of registration of images of serial sections, specially in the cases of biomedical images, the variations in the images are consequence not only of the acquisition process but also in the existence of natural deformations. When searching for the parameters of the rigid body transformation, that recover the misalignment of slices, most methods deal with the natural deformation as being an error in the placement of control points. This procedure is not correct and an adequate model for the deformation must be found.

We propose a new image registration method, which makes an analogy between natural deformations and models of elastic bodies by employing Thin Plate Splines. In this case the deformation is treated as an additional information and correctly modeled. This registration model can be interpreted as a linear combination of a plane (rigid body transformation) with a smooth surface (an affine-free deformation), that enables the identification and separation of the correspondent effects. The registration obtained with this technique is coherent with the nature of objects in the images and is optimal in the sense that the total energy of deformation is minimized. The application of the proposed methods is shown with simulated and real images, and its strengths and flaws are analyzed.

### ÍNDICE

RESUMO	vii
ABSTRACT	viii
ÍNDICE	
CAPÍTULO 1	1
INTRODUÇÃO: REGISTRO DE IMAGENS SERIADAS	
1.1 Definição do problema	2
1.2 O problema da automação da correspondência	5
1.3 Um novo modelo para o registro de imagens seriadas com deformação	o6
1.4 Organização	8
CAPÍTULO 2	10
REGISTRO DE IMAGENS	10
2.1 O processo de registro: uma visão geral	10
2.2 Aplicações	13
2.3 Formalização do problema	15
2.4 Tipos de transformações espaciais	
2.5 Tipos de variações	24
2.6 Técnicas de registro	
2.6.1 Técnicas de correlação e correlação sequencial	27
2.6.2 Métodos baseados na Transformada de Fourier	31
2.6.3 Mapeamento de pontos	34
2.6.3.1 Pontos de Controle e Correspondência	35
2.6.3.2 Mapeamento de pontos com realimentação	37
2.6.3.3 Mapeamento de pontos sem realimentação - Métodos com polinômios globais	39
2.6.3.4 Métodos locais - Interpolação por partes	40
2.6.4 Métodos baseados em casamento elástico	41
2.7 O problema da correspondência	44
2.7.1 Correspondência de pontos	45
2.8 Implementação	47

2.9 Sumário	50
CAPÍTULO 3	51
REGISTRO DE SEÇÕES SERIADAS: CARACTERIZAÇÃO E ESTUDO DE	
CASO	51
3.1 Introdução	51
3.2 Reconstrução a partir de seções seriadas	53
3.2.1 Características do registro de imagens de seções seriadas	54
3.2.2 Automação do registro	.57
3.2.3 Sub-amostragem e Interpolação	.58
3.3 Abordagens para o registro de seções seriadas	.59
3.3.1 Registro de imagens usando mínimos quadrados	.60
3.4 O uso da tgh em registro de imagens	.64
3.4.1 Transformada Generalizada de Hough: Revisão	.65
3.4.1.1 TGH restrita a translações	.66
3.4.1.2 TGH com rotação e escala	.68
3.4.2 Problemas associados à Transformada Generalizada de Hough	.69
3.4.3 Problemas específicos com registro de seções seriadas	.70
3.5 A solução alternativa proposta	.70
3.5.1 O processo de registro automático utilizando a TGH com pré-processamento	.73
3.6 Resultados e comentários	.75
3.6.1 Precisão e desempenho	75
3.7 Conclusões	81
CAPÍTULO 4	83
DEFINIÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DA THIN PLATE SPLINE COMO	
FUNÇÃO DE CASAMENTO	83
4.1 Introdução	83
4.2 Registro de imagens como interpolação de superfícies	84
4.3 Thin Plate Splines	85
4.4 Experimentos de caracterização	89
4.4.1 Caracterização da rotação e escala na TPS	89
4.5 Aplicação da TPS no casamento de imagens seriadas	94

4.6 Influências da deformação e da transformação linear no registro100
4.7 Conclusões106
CAPÍTULO 5108
EMPREGO DA TPS NO REGISTRO DE IMAGENS SERIADAS108
5.1 Introdução108
5.2 Obtenção da transformação rígida com escalamento isotrópico110
5.3 Separação dos parâmetros de translação, rotação, escala e deformação112
5.4 Experimentos para validação do método116
5.5 Registro de imagens de objetos com escalamento anisotrópico119
5.6 Comparação de desempenho dos métodos de registro usando TPS e
MMQ122
5.7 Discussão
5.7.1 O problema da correspondência126
5.8 Extensões e trabalhos futuros
5.9 Conclusões
CAPÍTULO 6
CONCLUSÕES132
6.1 Contribuições
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS
Apêndice A
Apêndice B

#### CAPÍTULO 1

#### INTRODUÇÃO: REGISTRO DE IMAGENS SERIADAS

O processo de registro de imagens é uma etapa presente em muitas aplicações de análise de imagens, reconstrução tridimensional e visão de máquina. Consiste, a grosso modo, no processo de comparar duas ou mais imagens para verificar suas diferenças e/ou semelhanças. As diferenças podem ter sua origem na aquisição das imagens com o uso de diferentes tipos de sensores (multimodal), tomadas em diferentes instantes (temporal), sob diferentes pontos de vista, etc, ou ainda nas mudanças implícitas na cena, como variações de intensidade ou movimentos de objetos. Para registrar duas imagens geralmente deve-se achar uma transformação que relacione as características correspondentes nas duas imagens. O registro de imagens pode ser usado em visão computacional [Faugeras and Hebert,86], [Bhandakar,91], por exemplo, para determinação de posicionamento tridimensional de objetos em uma cena. Registro de imagens é empregado também em sensoriamento remoto para combinar a informação sobre uma determinada região geográfica obtida com diferentes sensores ou em diferentes épocas [Ton and Jain, 89]. O número de exemplos que podem ser citados é enorme e cobrem praticamente todas as áreas de aplicação de processamento de imagem. Recentemente, devido ao surgimento de novos equipamentos e modalidades de exames, tem havido um interesse crescente pela pesquisa e emprego das técnicas de processamento e análise de imagens em aplicações biomédicas. O registro de imagens pode ser uma etapa importante em vários processos para análise de imagens com a finalidade de diagnóstico ou desenvolvimento de estudos em biomedicina. Pode-se empregar registro de imagens na comparação de imagens médicas obtidas por diferentes tipos de sensores [Maguire,91], como por exemplo imagens PET (Positron Emission Tomography) ou MRI (Magnetic Resonance Imaging), para auxiliar no diagnóstico de doenças. Neste caso as imagens, obtidas com diferentes resoluções, orientações e posicionamentos, apresentando cada qual diferentes tipos de informação, devem ser sobrepostas para fins de comparação, com os elementos existentes em ambas as imagens coincidindo. O registro de imagens pode ainda ser usado em técnicas de realidade aumentada, ou realidade virtual, para melhorar a sensibilidade de um médico cirurgião durante a realização de cirurgias [Grimson, 95]. O objetivo destas técnicas é mesclar informações obtidas durante o monitoramento da cirurgia com informações obtidas previamente através de exames de diagnóstico, possibilitando ao cirurgião uma melhor avaliação das decisões que devem ser tomadas durante a execução da cirurgia. Não raramente, nestes casos, o registro de imagens é uma importante etapa no processo para reconstrução e visualização 3D, podendo ser aplicado em imagens de duas ou três dimensões.

Este trabalho pretende abordar alguns aspectos do registro de imagens presentes no contexto da reconstrução 3D de objetos a partir de seções seriadas. Este tipo de processo ocorre com frequência em aplicações onde se deseja realizar estudos anatômicos ou procedimentos clínicos. Em particular, dois problemas são abordados dentro deste contexto: a automação do processo de registro, e a modelagem de deformações dos objetos presentes nas imagens.

#### 1.1 Definição do problema

O objetivo do registro de imagens consiste em, dadas duas imagens da mesma cena, que apresentam diferenças devido ao processo de aquisição, obter uma relação de mapeamento entre as duas imagens de tal forma que as diferenças entre as imagens sejam eliminadas, ou ainda ressaltadas, dependendo da aplicação. Os parâmetros da relação de mapeamento, definida pelas funções  $f_x$  e  $f_y$ , (eq. 1), que mapeiam as coordenadas (x,y) da imagem origem para as coordenadas (u,v) da imagem destino, são, em geral, determinados segundo um critério de otimização conveniente (sendo comum a minimização de distâncias).

$$u = f_x(x,y); \quad v = f_y(x,y)$$
 (1.1)

Um número muito grande de técnicas de registro de imagens tem sido apresentado na literatura visando diferentes aplicações, cada qual atendendo uma determinada particularidade. Um estudo bastante abrangente dos métodos de registro pode ser encontrado em [Brown,92] e uma revisão dos métodos de registro aplicada à área médica pode ser encontrada em [Elsen,93].

A maioria dos métodos de registro deve apresentar as seguintes etapas:

- Determinação de um modelo (tipo da função de mapeamento) que descreva as diferenças entre as imagens;
- 2. Escolha de características representativas das diferenças entre as imagens;
- 3. Estabelecimento da correspondência entre características nas duas imagens;
- Determinação dos parâmetros da função de mapeamento através de um método de "busca" apropriado.

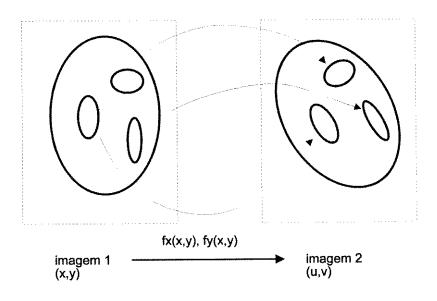


Figura 1 - Relação de mapeamento entre duas imagens que devem ser registradas

A execução de cada uma destas etapas está interligada com as outras. Assim, a escolha de um certo modelo tende a determinar a escolha do método de busca e das características a serem utilizadas.

Aspecto fundamental de qualquer técnica de registro é a escolha correta do modelo para a descrição das diferenças ou variações entre as imagens. Estas podem ser classificadas em variações de aquisição, variações de intensidades, e variações de deformações internas. As variações de aquisição são usualmente caracterizadas por mudanças de ponto de vista na tomada da imagem e provocam diferenças de orientação e posicionamento dos objetos da imagem. O segundo tipo é devido à mudanças nas condições de iluminação ou tipos de sensores. As variações internas estão usualmente presentes quando os objetos *imageados* sofrem alterações como (de)crescimentos, movimentos, e deformações. Tanto a modelagem de deformações como o de variações de intensidade são geralmente de difícil tratamento [Brown,92]. A modelagem de deformações é necessária na maioria dos casos de registro de imagens biomédicas, pois estas aplicações envolvem corpos flexíveis e deformáveis.

Um caso especial de registro de imagens em aplicações biomédicas é o registro de imagens seriadas com a finalidade de reconstrução e visualização 3D. Estas imagens podem ser obtidas através do seccionamento físico de corpos com o posterior *imageamento* das seções. Uma outra possibilidade para a obtenção destas imagens é o emprego de sensores que geram imagens das seções de um corpo baseado em características da sua composição molecular, como é o caso, por exemplo, da tomografia computadorizada ou ressonância magnética. O registro de imagens de seções seriadas aplicado a problemas biomédicos apresenta dois problemas característicos: o grande número de imagens que devem ser processadas e a deformação natural apresentada pelas imagens que são obtidas de diferentes seções de um mesmo corpo. O primeiro inviabiliza o tratamento manual das imagens, requerendo a utilização de técnicas automáticas ou semi-automáticas. Já o segundo dificulta a determinação de um modelo que permita isolar adequadamente as diferenças de aquisição das diferenças originadas na deformação dos corpos.

Esses dois aspectos do registro de imagens seriadas são abordados neste trabalho. A necessidade de automação é abordada com a adaptação da Transformada Generalizada de Hough (TGH) [Ballard,81], técnica normalmente utilizada para casamento de padrões. A sua combinação com técnicas adequadas de segmentação permite o registro semi-automático de imagens em diversas aplicações. A determinação do modelo adequado para registro de imagens seriadas, sob o aspecto de modelagem das deformações, é discutida em relação aos métodos tradicionais mais comuns, nos quais a deformação é considerada como

sendo um erro implícito nos dados e que deve ser minimizado. As limitações dessa abordagem são analisadas e baseado nas argumentações apresentadas é feita a proposição de um novo método com a consideração de modelos elásticos para modelagem da deformação.

#### 1.2 O problema da automação da correspondência

A determinação de elementos correspondentes entre duas imagens é usual na análise de imagens e compreende uma etapa fundamental em técnicas de registro. A correspondência de estruturas é necessária em visão estereoscópica, em análise de movimento, registro e casamento de imagens, etc. Métodos de correspondência variam conforme o tipo de elemento a ser casado. Por exemplo, pode-se estabelecer correspondência entre pontos na imagem, contornos, pontos de máxima curvatura, ou estruturas mais complexas. Se o objetivo é estabelecer a correspondência entre contornos pode-se utilizar, por exemplo, momentos de inércia, perímetros, descritores de Fourier, etc. [Haralick and Shapiro, 92]. No caso de localização de pontos pode-se usar técnicas de correlação ou pontos de curvatura significativa. Qualquer que seja abordagem, esta é altamente dependente do contexto da aplicação e os resultados estão sujeitos a influência de ruídos e das diferenças nas imagens.

Em registro de imagens, a etapa de correspondência é uma etapa intermediária e que, eventualmente, é resolvida ao mesmo tempo que o registro propriamente dito, isto é, faz parte do método de determinação dos parâmetros da função de mapeamento. Muitas vezes técnicas de registro e correspondência são confundidas, ou seja, uma mesma técnica pode ser usada para ambos os propósitos dependendo da aplicação.

O registro de imagens seriadas apresenta como requisito prático a determinação automática da correspondência entre as características das imagens devido ao grande número de imagens usualmente presentes. A execução manual do processo, normalmente empregada em muitas outras aplicações de registro, torna-se inviável neste caso.

Muitos trabalhos abordam o problema da correspondência em técnicas de registro. Por compreender toda uma área de pesquisa, e por ser extremamente dependente da aplicação (em especial do tipo de imagem e das possibilidades de segmentação), alguns procedimentos mais gerais que encontram maiores possibilidades de emprego nas situações que estamos tratando, ou seja, registro de imagens seriadas, são analisado ao longo do

trabalho. Assim, algumas técnicas de correspondência que podem ser associadas ao método de registro apresentado e que permitem um certo grau de automação no procedimento são discutidas. Em particular, é apresentada uma variação da implementação da Transformada Generalizada de Hough (TGH) na qual grande parte do procedimento de correspondência entre contornos é automatizado. Problemas usuais da TGH, como suscetibilidade a ruídos e alto custo computacional, que são agravados quando aplicadas ao registro de imagens, são contornados através da modificação do algoritmo original e pela adoção de técnicas de préprocessamento que melhoram seu desempenho nas situações de interesse.

## 1.3 Um novo modelo para o registro de imagens seriadas com deformação

A maioria dos métodos de registro de imagens existentes ataca o problema de deformações nas imagens como sendo um problema de erro implícito nos dados. Ou seja, a deformação existente nas imagens, qualquer que seja a origem da mesma, e independente da sua natureza, é tratada como um problema de deterioração na precisão dos dados. Desta forma, um procedimento usual para o registro é a introdução de métodos estatísticos para a determinação dos parâmetros do modelo com a minimização das influências das possíveis variações presentes nos dados. Esta abordagem é consistente no caso de registro de imagens de uma mesma cena em que as variações entre as imagens são originadas nos sensores, ou no ponto de vista de aquisição, ou ainda em qualquer variação que não esteja relacionada com uma alteração direta nas características do objeto sendo *imageado*. No caso do registro de imagens seriadas, em especial no caso das imagens biomédicas, as variações presentes nas imagens têm origem no próprio objeto sendo *imageado*. Assim, as variações existentes nas imagens não podem mais ser consideradas como uma deterioração dos dados, mas sim como sendo uma informação adicional, que deve ser tratada e incorporada ao modelo de transformação da maneira mais adequada.

Do ponto de vista da natureza das deformações presentes em uma imagem biomédica, um modelo alternativo e consistente é o modelo físico de corpos deformáveis elasticamente. O conceito de modelos elásticos, baseados em propriedades físicas de elasticidade dos materials, como tensão e rigidez, tem sido largamente empregado para modelagem de objetos deformáveis em diversas aplicações de computação gráfica [Terzopoulos,87], [Metaxas,92], e casamento de imagens [Terzopoulos,83],

[Moshfeghi,94], [Kass,88]. O problema nestes casos consiste em dadas restrições de deslocamentos, governadas por leis físicas dos materiais elásticos, determinar uma nova posição para o objeto. Tais modelos apresentam como característica principal o fato de minimizarem a energia de deformação, isto é, objetos assim modelados tendem a se acomodar em um estado de mínima energia de deformação para uma dada configuração de forças internas e externas aplicadas.

Os métodos de casamento de imagens, que utilizam modelos elásticos, têm por objetivo casar estruturas presentes em ambas as imagens, isto é, fazer com que uma estrutura presente em uma imagem seja deformada e se aproxime tanto quanto possível de outra presente na outra imagem. O objetivo deste tipo de casamento consiste em eliminar as diferenças entre as imagens. É usual no caso de casamentos entre as estruturas de uma imagem real com as de um atlas médico, por exemplo [Bajcsy,89], [Moshfeghi,91]. No caso de registro de imagens seriadas, deseja-se modelar as deformações do modo adequado, sem, contudo, aplicar uma transformação que leve uma imagem a coincidir totalmente com a outra, já que isto terminaria por destruir a informação da estrutura 3D. É necessário levar as deformações em conta no modelo de transformação, porém preservando as diferenças oriundas das mesmas na transformação de mapeamento. Fundamentalmente, o objetivo nestes casos é determinar os parâmetros da transformação rígida que elimina as diferenças entre as imagens, originadas no processo de *imageamento*, preservando as diferenças implícitas dos objetos da imagem.

É possível a utilização de diferentes modelos de corpos elásticos para casar as deformações em duas imagens. Na abordagem aqui apresentada, a modelagem elástica das deformações é realizada utilizando Thin Plate Spline (TPS) ou Splines de Superfícies [Duchon,76], [Meinguet,79a]. A utilização da TPS permite modelar as diferenças entre as imagens a serem registradas como sendo a composição de uma transformação linear mais uma deformação elástica. Baseado neste modelo, uma nova técnica para determinação da transformação linear do tipo corpo rígido é apresentada para o registro de imagens seriadas.

Uma das características mais interessantes da TPS do ponto de vista de registro de imagens é que a função que modela a transformação pode ser separada em duas partes: uma que modela uma transformação linear afim, representada por um plano, e outra que modela os efeitos de deformação, representada por uma spline de superfície.

$$F_{total} = f_{linear} + f_{spline}$$

Esse modelo aproxima de forma razoável o comportamento apresentado pelo problema de registro de imagens seriadas. É possível separar os efeitos da deformação dos efeitos de uma transformação linear. Com a introdução de restrições adequadas, é possível obter a composição dos efeitos da deformação mais os efeitos de uma transformação linear do tipo corpo rígido. Com esta modificação o modelo se adapta perfeitamente ao problema de registro de seções seriadas.

$$F_{total} = f_{rigid\ body} + f_{spline}$$

Com este modelo torna-se possível a determinação da transformação de corpo rígido que alinha as duas imagens, porém levando em conta os efeitos da deformação no próprio modelo. Para efeito de registro rígido das imagens os efeitos da deformação são desprezados. Deve se observar, entretanto, que os efeitos da deformação são levados em conta na determinação dos parâmetros da função de mapeamento. Diferentemente dos métodos que consideram a deformação como sendo uma variação/erro que precisa ser minimizada, o método apresentado tem o resultado final influenciado pela deformação, com seus efeitos claramente identificados e por isso passíveis de exclusão. Por outro lado, diferentemente dos métodos de casamento elástico existentes, embora os efeitos da deformação sejam levados em conta, seus efeitos são eliminados do mapeamento final, impedindo que as imagens ou estruturas coincidam totalmente.

#### 1.4 Organização

Esta dissertação apresenta duas partes principais. A primeira, formada pelo Capítulo 2, consiste em um estudo e revisão, sob um enfoque genérico, dos conceitos e métodos de registro de imagens mais comuns encontrados na literatura. Na segunda parte da dissertação, é apresentado mais detalhadalhadamente o problema particular de registro de imagens seriadas e algumas técnicas de registro são exploradas de forma experimental e teórica.

No Capítulo 2, é apresentada uma revisão na qual são estabelecidos os conceitos e terminologia relacionados ao problema de registro de imagem. O número de técnicas existentes é muito grande e por isso não é pretensão desta revisão esgotar o assunto, mas sim estabelecer uma base conceitual para as discussões e propostas que são apresentadas ao longo do restante do trabalho.

No Capítulo 3, o problema de registro de imagens seriadas, dentro do contexto de reconstrução 3D, é melhor detalhado e são exploradas experimentalmente duas técnicas para o registro das imagens que apresentam o modelo tradicional de minimização de erro para tratamento das deformações. As técnicas exploradas são a aplicação de minimização quadrática do erro para as variações de posicionamento das características de referência e a Transformada Generalizada de Hough. São propostas modificações à implementação tradicional da TGH para adaptá-la às características da aplicação, tornando-a mais robusta em relação a presença de ruídos nos contornos e possibilitando a automação do processo de registro. Uma discussão a respeito dos efeitos dos modelos adotados por essas técnicas sobre o resultado do registro é apresentada.

No Capítulo 4, é apresentado o modelo elástico da Thin Plate Spline e analisada a sua aplicação ao problema de casamento de imagens. Diversos experimentos são realizados com o objetivo de demonstrar o comportamento da TPS no casamento de imagens. No Capítulo 5, é derivada uma técnica para registro de imagens seriadas na qual uma transformação rígida se sobrepõe às deformações naturais, baseado na aplicação de Thin Plate Splines. Uma série de experimentos é desenvolvida para caracterização e comprovação da eficiência do método proposto. Finalmente, após a fase de testes, é realizada uma discussão e avaliação dos resultados obtidos. Também são apresentados neste capítulo algumas possibilidades para continuidade do trabalho apresentado.

Por fim, no Capítulo 6, são tecidas algumas conclusões gerais a respeito do trabalho realizado e dos resultados obtidos.

#### **CAPÍTULO 2**

#### REGISTRO DE IMAGENS

O registro de imagens é uma etapa presente em grande número de aplicações que necessitam uma avaliação ou comparação do conteúdo presente em duas imagens de uma mesma "cena" com a finalidade de verificar diferenças e/ou semelhanças. Neste capítulo são apresentadas as características comuns aos métodos mais usados. Em especial, procurase determinar uma terminologia apropriada e as características dos métodos que possibilitam a escolha da técnica adequada para uma determinada aplicação. Este procedimento tem por objetivo fundamentar a discussão das técnicas que serão apresentadas nos capítulos posteriores. Também serve para dar uma pequena amostra da pletora de métodos existentes. Porém, não é objetivo desta revisão realizar uma discussão exaustiva de todos os métodos existentes na literatura. Um levantamento mais completo dos diversos métodos existentes pode ser encontrado em [Elsen,93] e em [Brown,92], sendo que este último trabalho serve de base à revisão aqui apresentada. De fato, o grande número de aplicações de registro de imagens possibilitou o aparecimento de um grande número de diferentes técnicas para solucionar o mesmo problema segundo contextos diferentes. Este grande espectro de técnicas torna difícil classificá-las e compará-las uma vez que cada qual é desenvolvida para uma aplicação bastante específica e não para uma classe de problemas ou de dados.

#### 2.1 O processo de registro: uma visão geral

O principal objetivo do registro de imagens é reduzir ou modelar diferenças entre duas imagens de modo que estas possam ser comparadas ou analisadas. A escolha da

técnica de registro de imagem passa necessariamente pelo processo de identificar que tipo de diferenças ou variações as imagens apresentam entre si. A partir desse ponto é necessário determinar que tipo de transformação modela as diferenças entre as imagens. Usando-se características presentes em ambas as imagens, e cuja correspondência foi de algum modo determinada, é possível buscar os parâmetros de uma transformação que determina o registro entre as imagens. O processo de registro é realizado utilizando uma medida de similaridade para o tipo de característica escolhida. Estes passos definem de maneira geral as etapas existentes na maioria das técnicas de registro. Na Figura 2.1 é representada uma possível seqüência para a definição das diversas etapas do processo de registro. Os tipos de variações entre imagens e a sua correta identificação afeta diretamente o processo de registro, determinando o tipo de transformação a ser procurada. Por outro lado, o tipo de transformação também afeta a escolha do tipo de característica a ser usado, afetando consequentemente a estratégia de busca dos parâmetros da transformação e a medida de similaridade necessária para execução e validação do processo.

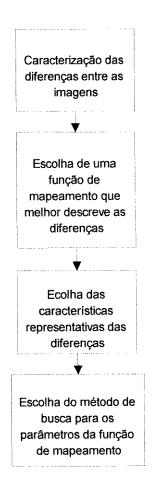


Figura 2.1 - Sequência para a definição do processo de registro.

Como dito anteriormente, registrar duas imagens significa reduzir as diferenças entre elas. Deve-se ressaltar, contudo, que reduzir diferenças não significa dizer que ao final do processo as imagens sejam necessariamente iguais. Se tal ocorresse, ao final do processo nada haveria para ser comparado. Significa que se deseja que as diferenças que impedem ou dificultam a comparação sejam eliminadas e aquelas que são importantes para o processo de análise da imagem sejam preservadas. Dessa forma, um ponto crucial no estabelecimento de um correto procedimento para registro de imagens é a correta identificação e caracterização das diferenças entre as imagens.

As diferenças podem ter sua origem na aquisição das imagens com o uso de diferentes sensores (multimodal), diferentes instantes (temporal), diferentes pontos de vista, etc. Três tipos principais de variações entre as imagens podem ser caracterizados. O primeiro é proveniente de diferenças na aquisição das imagens, que causam o desalinhamento entre as imagens, isto é, as imagens (ou elementos seus) apresentam diferenças de posicionamento e orientação entre si. O segundo tipo de variação entre imagens tem origem também nas diferenças de aquisição, porém, não são originárias das alterações de posicionamento na aquisição das imagens. Geralmente são diferenças de intensidade luminosa, como alterações de brilho, ou cor, incidência de reflexos, mas também podem ser diferenças espaciais, como distorções de perspectiva. O terceiro tipo de variação tem origem no movimento de objetos da cena, crescimentos ou outras mudanças similares. O segundo e terceiros tipos são de difícil avaliação e modelagem.

O registro de imagens pode ser usado em visão robótica, por exemplo, para determinação de posicionamento de objetos através da técnica de estéreo-visão (cf. [Haralick and Shapiro,92]). Neste caso é necessário registrar duas imagens da mesma cena obtidos sob pontos de vista diferentes. Também pode-se empregar registro de imagens na comparação de imagens médicas obtidas por diferentes tipos de sensores, como por exemplo PET ou MRI, para diagnóstico de doenças. Neste caso as imagens, de diferentes resoluções e posições, apresentando cada qual diferentes tipos de informação, devem ser sobrepostas para fins de comparação, com os elementos presentes em ambas as imagens coincindindo. O número de exemplos de aplicação que pode ser citado é enorme e cobre quase que todas as áreas de aplicação de processamento de imagem.

Para realização do registro de imagens é necessário determinar uma transformação de tal forma que pontos de uma imagem sejam relacionados a seus pontos correspondentes

na outra imagem. A determinação da transformação ótima depende entre outras coisas do tipo de diferença existente entre elas. A escolha da transformação apropriada consiste em última análise na escolha de um modelo que irá descrever as diferenças entre as duas imagens. Para se determinar a transformação é necessário estabelecer a correspondência entre pontos ou características presentes nas imagens. Sabendo-se quais pontos correspondem a quais em cada uma das imagens pode-se determinar uma relação entre as imagens e determinar os parâmetros da transformação. Em uma grande quantidade de casos, a transformação consiste de uma transformação espacial que mapeia as características presentes nas duas imagens sendo registradas. Em outros, onde as imagens são adquiridas com diferentes sensores, pode haver a necessidade de um mapeamento nos valores (radiométricos ou de intensidade) dos pixels. A transformação deve ser escolhida de modo que seja possível isolar diferenças que devem ser eliminadas com o registro, porém, preservando aquelas diferenças que devem permanecer após o registro. A técnica empregada para determinação dos parâmetros que identificam uma dada transformação é geralmente dependente do tipo de transformação escolhida e do tipo de característica empregada para estabelecer a correspondência entre as imagens.

Assim, da mesma forma como em diversos outros problemas de processamento de imagens, uma infinidade de técnicas de registro foram desenvolvidas independentemente para diferentes aplicações, cada qual com características próprias. Dessa forma, não é possível pré-determinar uma técnica que possa ser aplicada a qualquer classe de problemas. Entretanto, pela análise dos tipos de diferenças que se deve registrar é possível estabelecer quais tipos de técnicas de registro podem ser aplicadas ou não.

#### 2.2 Aplicações

O registro de imagens é necessário nas seguintes situações: a) para integrar informações obtidas de diferentes sensores; b) para descobrir mudanças em imagens obtidas em diferentes instantes ou sob diferentes condições; c) para obter informações tridimensionais a partir de imagens nas quais ou a câmera ou os objetos presentes na cena se moveram; d) e para reconhecimento de objetos baseados em modelos. [Rosenfeld and Kak,82].

Uma exemplo do primeiro caso, isto é em registro multimodal de imagens, é a combinação de imagens médicas para diagnóstico obtidas usando Ressonância Magnética

(MRI - Magnetic Ressonance Image) e Tomografia Computadorizada por Emissão de Foton (SPECT - Single Photon Emission Computed Tomography) [Maguire,91]. No primeiro tipo de imagem é possível obter informações de estruturas anatômicas do paciente. Como essas imagens são similares às quais o cirurgião verá durante uma operação, elas são usadas para a planificação dos procedimentos a serem tomados durante a cirurgia. Nas imagens SPECT são mostradas as mesmas regiões anatômicas do paciente após a injeção de um composto radioativo. Esta imagem descreve mais adequadamente o comportamento funcional dos órgãos do paciente e é mais adequada para o diagnóstico de tumores cancerígenos. Como as duas imagens são obtidas com resoluções diferentes, sob diferentes pontos de vista e em instantes diferentes não é possível simplesmente sobrepor uma imagem sobre a outra para a combinação dos resultados. Para isso é necessário fazer o registro das duas imagens e a informação funcional da imagem SPECT pode então ser localizada usando a informação estrutural da imagem MRI. Outros tipos de imagens estruturais podem ser combinadas com imagens que mostram informações funcionais e outras atividades metabólicas para fins de diagnóstico médico.

No segundo caso, **registro temporal de imagens**, o principal objetivo geralmente é determinar mudanças ocorridas na cena num certo período de tempo. Este tipo de mudança pode ser o movimento de um objeto na cena e a medição do seu deslocamento, no caso de visão robótica, ou pode ser a determinação do crescimento/diminuição de uma ferida, no caso de acompanhamento médico. Outra aplicação usual deste tipo de registro de imagens ocorre em sensoriamento remoto com o objetivo de monitoramento de recursos naturais ou de crescimento urbano. Apresenta como característica a necessidade de tratar imagens dissimilares, que sofrem deformações, e por isso mesmo os métodos nesses casos devem ser tolerantes a esse tipo de mudança.

Registro de imagens com **mudança no ponto de vista** ocorrem em visão computacional, tipicamente na obtenção do casamento de imagens estereoscópicas para determinação de profundidade de campo e localização de objetos no espaço. Também pode ser aplicada ao problema de tracking de objetos (alvos) em movimento. Numa seqüência de imagens é possível que as mudanças de uma cena para outra sejam pequenas e esta suposição pode ser usada para determinação do método mais adequado à situação. Certas situações podem ser classificadas também como sendo registro temporal de imagens já que as cenas são tomadas, via de regra, em instantes diferentes.

Registro de imagens com modelos ocorre quando é necessário localizar ou reconhecer uma instância de um objeto em uma imagem a partir da sua descrição. Em cartografia isto ocorre quando é necessário fazer o casamento de mapas com as imagens aéreas de uma região, utilizando para isso elementos bem conhecidos como por exemplo o traçado de uma estrada, ou o desenho de um aeroporto. Pode-se utilizar o registro de imagens para identificar regiões do corpo humano através do casamento das descrições de um atlas de anatomia com as imagens obtidas de um paciente. Também ocorre em reconhecimento de caracteres, verificação de assinaturas, etc. A utilização de modelos para registro de imagens torna usual o emprego de métodos de registro que façam uso de características de alto nível.

#### 2.3 Formalização do problema

Não importa a aplicação, ou o método utilizado, o objetivo do registro de imagem é procurar no espaço de transformação (de um determinado tipo) a obtenção de uma transformação ótima que permita o alinhamento das características de interesse, presentes em ambas as imagens.

A transformação que define o registro consiste no mapeamento de pixels de uma imagem em outra. Uma imagem usualmente é definida como sendo uma função I(x,y), onde I é o valor da intensidade do pixel e o par (x,y) definem a posição do pixel na imagem. Portanto, o registro de imagem que relaciona duas imagens,  $I_1$  e  $I_2$ , pode ser definido como sendo uma relação de mapeamento entre pixels da seguinte maneira:

$$I_2(x,y) = g(I_1(u,v))$$
 (2.1)

onde u e v são obtidos da transformação

$$(u,v) = f(x,y) \tag{2.2}$$

ou

$$u = f_x(x, y)$$
$$v = f_y(x, y)$$

e f é uma função espacial 2D, que mapeia as coordenadas de uma imagem para a outra. Por outro lado g define uma transformação de intensidade de pixel ou uma transformação radiométrica para o valor do pixel na posição (x,y).

O problema básico a ser resolvido, no registro de imagens, consiste em se determinar a transformação espacial f(x,y) e a transformação de intensidade g(I) ótimas, que case as imagens para propósito de determinação dos parâmetros da transformação ou para expor as diferenças entre as imagens. A transformação de intensidade nem sempre é necessária. Ela ocorre em situações em que há mudança de sensores e nas condições de aquisição da imagem. Em outras situações a mudança na intensidade se dá devido a mudanças intrínsecas da cena. Isto ocorre por exemplo quando um objeto dentro da cena é deslocado, ou sofre uma alteração de forma.

Nos casos em que não há a transformação de intensidade g(I), a função se reduz à transformação espacial f(x,y). A determinação de uma função f(x,y) que mapeia espacialmente uma imagem em outra é usualmente realizada pela busca dos parâmetros de f que minimizem as distâncias entre as coordenadas de  $I_I$  e  $I_2$ , [Chen and Medioni,92]:

$$\sum ((x,y) - f(x,y)) = 0 \tag{2.3}$$

Embora as coordenadas (x,y) e (u,v) sejam definidas para as coordenadas de pixel, é também comum o emprego de coordenadas de características de mais alto nível como segmentos de retas, centros de massa, etc., para obtenção de f com maior confiabilidade. Esta definição para registro de imagens é bastante clara no sentido de que destaca o objetivo do registro. A transformação f, por sua vez, consiste, em geral, em uma transformação espacial ou geométrica e a determinação dos seus parâmetros pode ser considerado o problema central do registro de imagens. Por vezes, a transformação espacial é representada parametricamente como duas funções,  $f_x$  e  $f_y$ :

$$I_{2}(x,y) = I_{1}(f_{x}(x,y), f_{y}(x,y))$$
(2.4)

Embora na maioria das vezes a referência ao registro de imagens seja feita considerando o caso de imagens bi-dimensionais, o registro de imagens também ocorre para o caso de imagens tridimensionais. As formulações aqui apresentadas podem ser facilmente estendidas para o caso de imagens tridimensionais com a adição de mais uma coordenada.

#### 2.4 Tipos de transformações espaciais

Uma etapa fundamental de qualquer técnica de registro de imagem consiste na determinação do tipo da função usada para a sobreposição espacial das imagens. A escolha do tipo de transformação a ser usada está diretamente ligada aos tipos de variações que existem entre as imagens. Por vezes, vários tipos de variações podem estar presentes ao mesmo tempo em cada uma das imagens e a técnica de registro deve selecionar somente a classe de transformações que irá remover aquelas variações que são a fonte do mal registro, como por exemplo as variações com origem no posicionamento de sensores. Outras variações, por outro lado, devem ser ressaltadas e expostas pelo processo de registro e não devem ser usadas para selecionar o tipo de transformação. O tipo de transformação escolhida define o modelo que descreve as variações entre as imagens e dessa forma uma rigorosa análise das variações deve ser realizada para a escolha do modelo mais adequado e preciso.

Os tipos de transformações mais usados são transformações rígidas, afim, projetivas, perspectiva e polinomial. Transformações rígidas tratam do movimento de objetos ou dos sensores, em imagens nas quais os objetos preservam sua forma e tamanho. Uma transformação rígida é composta pela combinação de uma translação e uma rotação. As transformações afim porém são mais gerais que as transformações rígidas e por isso podem suportar deformações mais complicadas, ainda que mantendo propriedades matemáticas interessantes. Uma transformação do tipo *shear* é mostrada na figura 2.2.



Figura 2.2 - Exemplo de transformação afim (*shear* ou *skew*).

As transformações projetivas e as transformações perspectivas, mais gerais, caracterizam distorções causadas pela projeção de objetos situados a distâncias variáveis do sensor no plano de imagem. A fim de usar a transformação de perspectiva para registro de

imagens, é necessário o conhecimento da distância dos objetos da cena relativamente ao sensor. As transformações polinomiais são bastante gerais e podem representar muitos tipos de distorções desde que as distorções não variem muito de um ponto ao outro na imagem. Distorções devido a modificações moderadas no relevo de terrenos, por exemplo, freqüentemente podem ser corrigidas por transformações polinomiais.

A seguir são feitas definições das diferentes classes de transformações e suas propriedades. A transformação é linear se,

$$T(x_1 + x_2) = T(x_1) + T(x_2)$$
 (2.5)

e para cada constante c,

$$cT(x) = T(cx) (2.6)$$

Uma transformação é afim se T(x)-T(0) é linear. Transformações afins são lineares no sentido que mapeiam linhas retas em linhas retas.

A transformação de registro mais comum é a transformação afim que permite mapear duas imagens de uma cena tomadas do mesmo ângulo de visão, porém em diferentes posições. Assim o sensor pode ser movido e rotacionado em torno do seu eixo óptico. Esta transformação afim é composta de operações cartesianas de escalamento, translações e rotações. É uma transformação global que é rígida uma vez que as relações geométricas entre pontos não mudam, isto é, um triângulo em uma imagem mapeia em um triângulo similar na segunda imagem. Esta transformação possui quatro parâmetros, translação em x ( $t_x$ ), translação em y ( $t_y$ ), escala (s), e rotação ( $\theta$ ). A função de transformação que relaciona os pontos da primeira imagem com os pontos correspondentes da segunda imagem é dado por:

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$
 (2.7)

Essa expressão pode ser rescrita como:

$$\overline{p}_2 = \overline{t} + sR\overline{p}_1 \tag{2.8}$$

onde  $\bar{p}_1$ ,  $\bar{p}_2$  são os vetores das coordenadas das duas imagens; t é o vetor de translação; s é um fator de escala e R a matriz de rotação. Como a matriz de rotação R é ortonormal os

ângulos e comprimentos originais são preservados após o registro. Devido ao fator de escala s, a transformação rígida permite mudanças nos comprimentos após o registro, porém iguais em x e em y. Sem a adição do vetor de translação, a transformação permanece linear.

A transformação afim 2D geral definida por

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{13} \\ a_{23} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$
 (2.9)

não possui as propriedades associadas com a matriz de rotação ortogonal. Ângulos e comprimentos não são preservados, mas linhas paralelas permanecem paralelas. A transformação afim geral pode representar transformações mais complexas que a transformação rígida, tal como *shear* (também denominada de transformação *skew*) e mudanças na relação de aspecto. O *shear* pode ser ao longo do eixo x ou ao longo do eixo y, causando distorções ao longo do eixo x proporcionais a sua localização no eixo. A componente de *shear* de uma transformação afim pode ser representada por

$$Shear_x = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, e Shear_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ b & 1 \end{pmatrix}$$
 (2.10)

Uma outra distorção que pode ocorrer com a transformação afim é a mudança na relação de aspecto que consiste no escalamento da imagem com valores diferentes em x e em y. Escalando independentemente em x e em y o aspecto da figura é alterado.

$$Escala = \begin{pmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{pmatrix}$$
 (2.11)

A aplicação em sequência de qualquer transformação de corpo rígido, *shear*, ou mudança de aspecto, pode ser representada por uma transformação afim a qual descreve as transformações cumulativas aplicadas.

A transformação perspectiva representa transformações que ocorrem quando uma cena 3D é projetada por um sistema ótico idealizado em um plano 2D (figura 2.3). Este mapeamento ocorre entre o espaço 3D e o espaço 2D. No caso especial no qual a cena é plana, como em cenas aéreas, a distorção é representada por uma transformação projetiva. As distorções de perspectiva fazem com que as cenas projetadas apareçam menores quanto mais afastados estão os objetos da câmera e mais comprimida quanto mais inclinados

estejam em relação à câmera. Se as coordenadas dos objetos na cena são conhecidos, digamos  $(x_0, y_0, z_0)$ , então o ponto correspondente na imagem  $(x_i, y_i)$  é dado por

$$x_i = \frac{-fx_0}{z_0 - f}, \quad y_i = \frac{-fy_0}{z_0 - f}$$
 (2.12)

onde f é a posição do centro das lentes da câmera. Se a câmera está em foco para objetos distantes, então f é o comprimento focal para a câmera. Em casos especiais nos quais a cena é composta de plano chato, inclinado com respeito ao plano de imagem, a transformação projetiva é necessária para mapear a cena em uma imagem que esteja livre da inclinação. Este processo é denominado retificação. A transformação projetiva que mapeia uma coordenada em um plano  $(x_p, y_p)$  para a coordenada em uma imagem  $(x_p, y_i)$  é representada por

$$x_{i} = \frac{a_{11}x_{p} + a_{12}y_{p} + a_{13}}{a_{31}x_{p} + a_{32}y_{p} + a_{33}}$$

$$y_{i} = \frac{a_{21}x_{p} + a_{22}y_{p} + a_{23}}{a_{31}x_{p} + a_{32}y_{p} + a_{33}}$$
(2.13)

onde os termos a são constantes que dependem das equações do plano de imagem da cena.

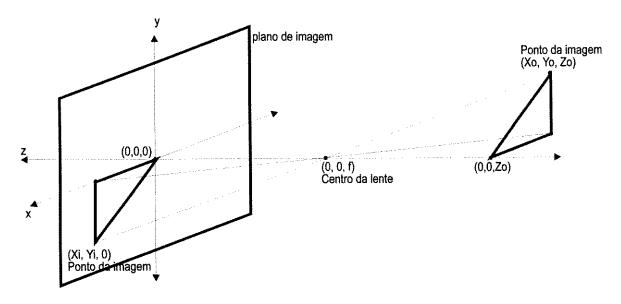


Figura 2.3 - Modelo simples de câmera e as relações de projeção perspectiva no plano de imagem.

Se estas transformações não forem suficientes para caracterizarem adequadamente as distorções na cena, ou se não há informação suficiente sobre a geometria da câmera, o alinhamento global pode ser determinado usando uma transformação polinomial. Em certos casos, nos quais as variações na imagem representam distorções não lineares, deformações de objetos e movimentos, ou outros fatores específicos do domínio da aplicação, pode ser necessário aplicar as transformações de modo local e não global. Maiores detalhes da aplicação destas transformações serão vistos nas próximas seções. Uma transformação polinomial global pode ser representada matematicamente pela expressão:

$$u = \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{N-i} a_{ij} x^{i} y^{j}$$

$$v = \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{N-i} b_{ij} x^{i} y^{j}$$
(2.14)

onde  $a_{ij}$  e  $b_{ij}$  são os coeficientes do polinômio. Esta formulação para correção geométrica foi originada em sensoriamento remoto [Markarian,71].

As transformações acima são usadas para representar distorções relacionadas com os sensores (câmeras) do tipo centralização, escalamento, *skew* e efeito *pincushion*, bem como erros de curvatura, geometria da câmera, posicionamento e desvios de altitude. Devido às condições de operação, tais erros compreendem componentes internos e externos. Os erros internos estão relacionados às distorções dos sensores. Erros externos são devido às perturbações nas plataformas de operação e às mudanças das características da cena. Estes efeitos são mostrados nas figuras 2.4 e 2.5.

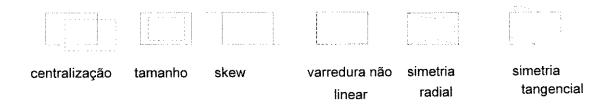


Figura 2.4 - Distorções internas dos sensores [Wolberg,90].

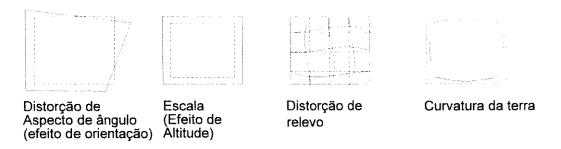


Figura 2.5 - Distorções externas típicas das imagens [Wolberg,90].

Estes erros são caracterizados como distorções de baixa freqüência (variações suaves). Os efeitos globais do mapeamento polinomial não levarão em conta deformações de alta freqüência, as quais são de natureza local. Como a maioria dos erros relacionados a sensores tendem a ser de baixa freqüência, a modelagem das transformações espaciais com polinômios de baixo grau são assim justificadas. Valores comuns de N que têm sido usados em polinômios da equação incluem N=1 [Steiner,77], N=2 [Nack,77], N=3 [Van Wie,77], e N=4 [Leckie,80]. Para problemas práticos, uma aproximação de segundo grau mostra-se adequada [Lillestrand,72].

Note que para N=1, o polinômio define as mesmas funções de mapeamento que são dadas pela matriz de transformação afim 3x3. Como discutido anteriormente, estes polinômios caracterizam transformações físicas comuns, isto é, transformações afins. Quando a geometria de visão é conhecida antecipadamente, a seleção dos coeficientes do polinômio é determinada diretamente das especificações de escala, translação, rotação e *skew*. Este é um exemplo típico de aplicação que ocorre em computação gráfica. Por exemplo, dado um determinado modelo do mundo real, incluindo objetos e plano de visão, é relativamente direto encadear matrizes de transformações como uma série de projeções no plano de visão.

Nos campos de sensoriamento remoto, imageamento médico, e visão computacional, a tarefa de determinar a transformação espacial não é tão direta. Na grande maioria das aplicações, os coeficientes polinomiais não são dados diretamente. A informação espacial é obtida através de *pontos de controle* (também denominados *pontos de ligação* (tiepoints) ou pontos homólogos dependendo do contexto da aplicação), isto é, posições correspondentes nas imagens de entrada e de saída cujas coordenadas podem ser definidas precisamente. Nestes casos a tarefa central do estágio da transformação espacial é

inferir os coeficientes do polinômio da distorção desconhecida. Uma vez que estes coeficientes sejam conhecidos, a equação 2.14 se torna totalmente especificada e pode ser usada para mapear os pontos observados (x,y) no sistema de coordenada de referência (u,v). O processo de usar pontos de controle para inferir os coeficientes polinomiais para definir uma transformação espacial é conhecido como interpolação espacial.

Em muitos problemas a aplicação de funções polinomiais não é adequada porque as variações são de caracter local ou de alta freqüência. Nestes casos, o aumento do grau do polinômio para o ajuste adequado das variações pode implicar em oscilações não previsíveis [Forsythe,77], [Lancaster,86]. Uma alternativa é o emprego de funções splines para interpolação de uma superfície pelos pontos de controle. A determinação das funções  $u=f_x(x,y)$ , e  $v=f_y(x,y)$  usando splines pode ser interpretada como sendo um problema de interpolação de uma superfície suave por um conjunto de pontos esparsamente localizados no espaço. Assim, dado um conjunto de pontos de controle  $(x_k, y_k)$  na imagem origem e um conjunto de pontos correspondentes,  $(u_k, v_k)$ , na imagem destino, a determinação das funções  $f_x(x,y)$ ,  $f_y(x,y)$  é equivalente a determinar duas superfícies suaves: uma que passa através dos pontos  $(x_k, y_k, u_k)$  e outra através de  $(x_k, y_k, v_k)$ .

Franke [Franke,82] apresenta um estudo prático comparativo onde diversas funções de interpolação são avaliadas segundo diversos critérios de desempenho. A maioria das funções avaliadas segue a abordagem usual para interpolação por partes usando splines. Isto requer a seleção de um conjunto de funções base  $B_{i,j}$ , e um conjunto de restrições que devem ser satisfeitas, de modo que a solução de um sistema de equações lineares resulta na função de interpolação. A spline de superfície pode ser definida como:

$$S(x,y) = \sum_{i,j} V_{i,j} B_{i,j}(x,y)$$

onde  $V_{i,j}$  são coeficientes determinados a partir dos pontos de controle. Para a maioria das splines, as funções base são construídas a partir de polinômios de baixa ordem e os coeficientes são calculados a partir de restrições que asseguram o comportamento da spline nos extremos e da continuidade espacial em diferentes graus. Estas funções geralmente são determinadas a partir de uma certa somatória de pontos ponderados segundo o inverso da distância ou pelo particionamento da imagem em regiões, que determinam a influência dos pontos na solução do sistema.

Uma outra forma de interpolação de superfícies emprega uma função radial como base para uma função global de interpolação que passa pelos pontos de controle. Estas

classes de funções incluem as splines de superfícies ou Thin Plate Splines que serão analisadas em detalhes no Capítulo 4. Este tipo de função apresenta como característica principal a formulação global, porém com forte presença de comportamento local pela ponderação das influências das funções radiais que compõem a função. A composição por combinação linear de funções radiais implica que os valores da função são obtidos segundo a diferença (ou distância) de coordenadas do ponto, onde a função radial deve ser avaliada, para as coordenadas de um ponto de carga. Isto significa que quando se afasta de um determinado ponto de carga para avaliação da função, a sua influência no resultado diminui.

#### 2.5 Tipos de variações

O registro de imagens trata da remoção ou detecção de diferenças ou variações entre imagens. Assim, o conhecimento dos tipos de distorções existentes nas imagens (ou entre elas) é de fundamental importância para a correta aplicação dos métodos de registro e solução dos problemas. Pode-se categorizar os tipos de variações entre as imagens segundo os objetivos que se quer atingir com o registro das imagens.

Um aspecto importante a ser ressaltado é a diferenciação entre distorções e variações. Brown (1992) define *distorções* como sendo variações que são a fonte de um mal registro entre as imagens. São as distorções que em geral se deseja remover com o processo de registro. Assim, por exemplo, duas imagens, que foram obtidas com uma translação nos sensores, e que se deseja coincidentes, apresentam como distorção uma translação. As outras variações são usualmente de interesse para observação após o registro da imagem, e portanto não devem ser removidas. As distorções são geralmente provocadas pelo posicionamento dos sensores, ruído introduzido na sua utilização, mudanças na posição dos objetos em cena, ou outras mudanças indesejáveis na cena ou no sensor. Quase sempre são resultado das mudanças nas condições sob as quais as imagens das cenas são obtidas. Em contraste, as variações de interesse são resultado de variações intrínsecas ocorridas na cena, tais como crescimentos ou movimentos de objetos.

Também podemos distinguir dois tipos de distorção. Em qualquer processo de registro de imagens é usual se desejar remover todo tipo de distorção possível. Entretanto, isto raramente é possível ou prático. O que é feito é remover a distorção espacial primária, limitar as influências de alterações de intensidade (ou cor) e pequenos erros locais. Isto é

realizado escolhendo-se uma transformação espacial adequada, que caracterize as variações presentes na imagem, ignorando-se outras variações pela escolha apropriada do espaço de características, medida de similaridade, e estratégia de busca. Portanto, as distorções podem ser classificadas em distorções que podem ser corrigidas através de uma transformação que as modele, as quais denominamos distorções corrigiveis, e aquelas que não podem ser adequadamente modeladas e que são denominadas distorções não corrigíveis. As distorções corrigíveis, geralmente de caracter espacial, são aquelas que se deseja eliminar ou remover com o processo de registro e as distorções não corrigíveis, geralmente do tipo valumétricas<sup>1</sup>, as quais não são removidas pelo processo de registro.

Em determinadas situações, deseja-se detectar certas variações entre as imagens, que são denominadas variações de interesse. São diferenças, que podem ser espaciais ou *valumétricas*, e que **não devem** ser removidas através do registro. Neste caso, o objetivo do registro é ressaltar as diferenças entre as imagens.

Todos os tipos de variações, entretanto, afetam a escolha do espaço de características, medida de similaridade e estratégia de busca que compõem o método de registro empregado. A distinção entre distorções não corrigíveis e variações de interesse é importante, especialmente no caso no qual ambas as variações são locais, por que o método de registro deve remover o máximo possível de distorções enquanto mantém as variações de interesse intactas.

As variações também podem ser classificadas como estáticas ou dinâmicas, internas ou externas e geométricas (espaciais) ou *valumétricas*. Variações estáticas não mudam de uma imagem para outra e dessa forma podem ser corrigidas em todas as imagens com um mesmo procedimento, empregando técnicas de calibração. Variações dinâmicas em oposição, mudam de imagem para imagem, apresentando comportamento diferente para cada imagem e por isso devem ser tratadas independentemente. Variações internas são devido às partes internas do sensor, como aberrações geométricas nas lentes. Variações externas surgem devido às condições de operação dos sensores e às alterações sofridas na cena. Variações externas podem ser ainda separadas em variações geométricas e variações *valumétricas*. A maioria das variações internas e muitas das variações *valumétricas* são estáticas e podem ser removidas através de processos de calibração. Por

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Brown [Brown,92] denomina diferenças valumétricas aquelas variações no valor do pixel independentemente do tipo de sinal usado para gerá-lo (por exemplo, ultra-som ou luminosidade). Este termo seria mais geral do que o termo radiométrico comumente empregado.

exemplo, variações internas, provocadas por defeito de construção das lentes, ocorrem em todas as imagens adquiridas com a mesma câmera e portanto a mesma técnica de correção deve ser aplicada em todas as imagens. Também, quando se empregam diferentes tipos de sensores para aquisição das imagens (aquisição multimodal), deve-se fazer apenas uma conversão (geralmente usando uma *look-up table*) dos valores correspondentes entre um tipo e outro. Por outro lado, a maioria das variações externas são dinâmicas e geométricas e devem ser removidas através de mapeamento espacial de uma imagem na outra. Variações *valumétricas*, que não sejam estáticas, são usualmente variações de interesse ou de difícil remoção.

Ainda, uma outra forma de caracterizar as distorções e diferenças refere-se à localização da sua influência. Uma distorção pode afetar toda a imagem de maneira uniforme ou diferentemente conforme o local da imagem. Assim podemos denominar uma determinada distorção como sendo local se sua influência limita-se a uma determinada região da imagem, ou ainda diferentemente de acordo com a região da imagem. Podemos denominar uma distorção de global se a sua influência se faz sentir da mesma maneira por toda a imagem.

É necessário ter em mente que é importante realizar o registro das imagens somente com respeito à fonte das diferenças que se deseja eliminar. De outro modo as variações de interesse serão removidas também. Imagens que possuem variações de interesse são algumas vezes referenciadas como imagens dissimilares, já que após o registro elas permanecem substancialmente diferentes. O registro de imagens dissimilares freqüentemente apresenta necessidades especiais para modelar a fonte de desalinhamento. Em geral, o registro de imagens obtidas sob diferentes circunstâncias ou instantes é realizado com o objetivo de detectar mudanças na cena. Exemplos são a detecção do crescimento em áreas urbanas, obtida a partir do registro de fotografias aéreas do local em diferentes épocas, ou de tumores em mamografia. O registro de imagens obtidas de diferentes sensores realiza a integração de diferentes medidas a fim de classificar diferentes pontos da imagem para segmentação e para reconhecimento de objetos. Seja no registro multimodal ou em registro temporal, existem variações que não devem ser eliminadas pelo registro. Conseqüentemente é necessário determinar o casamento de características em face de variações irrelevantes.

Assim, quanto maior é o conhecimento a respeito das distorções presentes em um sistema particular, mais efetivo pode ser o processo de registro. A distinção entre as diversas *fontes* de diferenças entre as imagens e a separação das suas influências é, portanto, crucial para a correta aplicação do método de registro. Exemplos de identificação e separação das influências de variações na aplicação dos métodos de registro serão apresentadas nas próximas seções.

## 2.6 Técnicas de registro

Diversos métodos foram propostos na literatura para solução dos problemas de registro de imagens. Nas subseções seguintes são apresentadas algumas das técnicas mais comuns utilizadas para esse fim.

## 2.6.1 Técnicas de correlação e correlação sequencial

Correlação é a abordagem estatística básica para o registro de imagens. É freqüentemente usada para casamento de padrões ou para reconhecimento de padrões nos quais a localização e orientação de um gabarito ou padrão é procurada na imagem. A correlação em si não é um método de registro. É uma medida de similaridade ou métrica de casamento, isto é, dá uma medida de grau de similaridade entre uma imagem e um gabarito. Entretanto, existem diversos métodos para os quais a correlação é a ferramenta primária e são estes métodos e outros métodos relacionados que são discutidos nessa seção. Estes métodos são úteis para imagens que estejam desalinhadas por transformações rígidas ou afins de pequena intensidade.

Para um gabarito T e uma imagem I, onde T é pequeno comparado a I, a função correlação bi-dimensional normalizada mede a similaridade para cada translação:

$$C(u,v) = \frac{\sum_{x} \sum_{y} T(x,y) I(x-u,y-v)}{\sqrt{\sum_{x} \sum_{y} [I^{2}(x-u,y-v)]}}$$
(2.15)

Se o gabarito casa com a imagem exatamente, exceto por um fator de escala de intensidade, na translação de (i,j), a correlação terá um pico em C(i,j) [Rosenfeld and Kak, 82]. Assim, o cálculo de C sobre todas as translações possíveis, permite achar o grau de similaridade para qualquer gabarito na imagem. Note que a correlação deve ser normalizada com respeito à intensidade para evitar a influência desta no resultado.

A correlação cruzada é uma medida diretamente ligada à medida mais intuitiva que calcula a soma das diferenças quadradas entre o gabarito e a imagem em cada local do gabarito:

$$D(u,v) = \sum_{x} \sum_{y} (T(x,y) - I(x-u,y-v))^{2}.$$
 (2.16)

Esta medida decresce com o grau de similaridade uma vez que quando o gabarito é colocado sobre a imagem no local (u,v), para qual o gabarito é mais similar, as diferenças entre as intensidades correspondentes são iguais. A energia do gabarito é definida como  $\sum_{x}\sum_{y}T^{2}(x,y)$  e é constante para cada posição (u,v) que é medida. Portanto, é possível fazer a normalização usando a energia local  $\sum_{x}\sum_{y}I^{2}(x-u,y-v)$ . Note que, se expandirmos esta medida intuitiva D(u,v) em seu termos quadráticos, haverá três termos: um termo de energia quadrático, um termo produto do gabarito com a imagem, e o termo da energia da imagem. É o termo produto ou correlação  $\sum_{x}\sum_{y}T(x,y)I(x-u,y-v)$  que, quando normalizado, determina o resultado desta medida.

Uma medida, que é vantajosa quando uma medida absoluta é necessária, é o coeficiente de correlação

$$\frac{\text{cov}(I,T)}{\sigma_{I}\sigma_{I}} = \frac{\sum_{x} \sum_{y} (T(x,y) - \mu_{T})(I(x-u,y-v) - \mu_{I})}{\sqrt{\sum_{x} \sum_{y} (I(x-u,y-v) - \mu_{I})^{2} \sum_{x} \sum_{y} (T(x,y) - \mu_{T})^{2}}}$$
(2.17)

onde  $\mu_T$  e  $\rho_T$  são a média e o desvio padrão do gabarito e  $\mu_I$  e  $\rho_I$  são a média e o desvio padrão da imagem. Esta medida estatística tem a propriedade de medir a correlação numa escala absoluta na faixa de valores do intervalo [-1,1]. Sob certas suposições, o valor medido pelo coeficiente de correlação dá uma indicação linear de similaridade entre as

imagens. Isto é útil a fim de medir quantitativamente a confiabilidade no casamento e reduzir o número de medições necessárias quando um grau de confiabilidade previamente especificado é suficiente.

Considere o exemplo simples de uma imagem binária e um gabarito binário, isto é, todos os pixels são brancos ou pretos, para os quais é possível predizer com alguma probabilidade se o pixel terá ou não o mesmo valor que o pixel no gabarito. Usando o coeficiente de correlação, é possível calcular a probabilidade ou confiabilidade de que a imagem seja uma instância do gabarito. Assume-se que o gabarito é uma representação ideal do padrão que estamos procurando. A imagem pode ou não ser uma instância deste padrão. Entretanto, se for possível caracterizar estatisticamente o ruído da imagem corrompida, então o coeficiente de correlação pode ser usado para medir quantitativamente o quão provável uma imagem é uma instância do gabarito.

Uma outra propriedade útil da correlação é dada pelo Teorema da Correlação, o qual afirma que a transformada de Fourier da correlação de duas imagens é o produto das transformadas de Fourier de uma imagem e o conjugado complexo da transformada da outra imagem. Este teorema fornece um modo alternativo de calcular a correlação entre duas imagens.

A solução de problemas de registro usando correlação possui muitas variações [Pratt,93]. O cálculo entre a imagem e o gabarito é feito para cada transformação permitida para o gabarito. A transformação, cuja correlação apresenta o maior valor, especifica como o gabarito pode ser registrado de maneira ótima na imagem. Este é o procedimento padrão quando as transformações possíveis incluem uma faixa pequena de translações, rotações e mudanças de escala; o gabarito é rotacionado, transladado e escalado para cada transformação correspondente possível. Entretanto, quando o número de transformações cresce, o custo computacional torna-se rapidamente intratável. Este é o principal motivo pelo qual o registro de imagens utilizando correlação é aplicado somente para situações envolvendo transformações rígidas e afins de pequenos valores. Com o objetivo de reduzir o custo computacional de cada medição é usual o emprego da correlação apenas em características selecionadas ao contrário de aplicá-la em toda a imagem. Pequenas características locais que são mais invariantes a forma e escala, tais como junções em Y e em T, são freqüentemente usadas. Se a imagem é ruidosa, isto é, há um nível de distorções significativas que não podem ser removidas facilmente pela transformação, então o pico da correlação não poderá ser discernido facilmente. Algumas vezes pode ser empregado um pré-processamento para minimização do ruído presente na imagem se o ruído na imagem satisfaz certas propriedades estatísticas. Estas técnicas de pré-filtragem, baseadas nas propriedades do ruído para maximização do pico de correlação com respeito ao ruído, são chamadas de técnicas de filtros casados [Rosenfeld and Kak, 82]. As desvantagens dessas técnicas é que elas são computacionalmente intensivas e na prática as suposições sobre as características do ruído são difíceis de serem satisfeitas.

Uma classe de algoritmos mais eficientes que a correlação tradicional, chamada algoritmos de detecção de similaridade sequencial, foi proposta por Barnea e Silverman (1972). Esta técnica apresenta duas vantagens. Primeiro, é uma medida de similaridade E(u,v), computacionalmente muito mais simples, baseada na diferença absoluta entre os pixels das duas imagens,

$$E(u,v) = \sum_{x} \sum_{v} |T(x,y) - I(x-u,y-v)|$$
 (2.18)

A medida normalizada é dada por

$$E(u,v) = \sum_{x} \sum_{y} |T(x,y) - \hat{T} - I(x-u,y-v) - \hat{I}(u,v)|$$
 (2.19)

onde  $\hat{T}$  e  $\hat{I}$  são respectivamente a intensidade média do gabarito e da janela local da imagem. Isto é significativamente mais eficiente que a correlação. Esta requer a normalização e o gasto adicional com as multiplicações. Mesmo se esta medida não for normalizada, um mínimo é garantido para a ocorrência de um casamento perfeito. A normalização é útil, entretanto, para obter uma medida absoluta de como as duas imagens diferem, independente das suas escalas de intensidades. A segunda vantagem desta técnica foi a introdução de uma estratégia de busca seqüencial. No caso simples do registro de translação esta estratégia pode consistir de um corte seqüencial. Para cada janela da imagem (determinada pelo valor da translação e pelo tamanho do gabarito), uma das medidas de similaridade apresentadas acima é acumulada até que um valor de limiar seja excedido. Para cada janela o número de pontos que são examinados antes do limiar ser excedido é gravado. A janela que examinou a maioria dos pontos é considerada como sendo a de menor medida e, portanto, a que representa o melhor registro.

Embora o método de busca sequencial aumente a eficiência da medida de similaridade e de busca, a complexidade ainda aumenta com o aumento da liberdade do

grau da transformação. Se por um lado o método aumenta a eficiência, por outro, torna-se mais fácil deixar de reconhecer ocorrências verdadeiras.

Uma limitação com ambos os métodos é sua inabilidade em tratar com imagens dissimilares. As medidas de similaridade descritas até agora, o coeficiente de correlação e soma das diferenças absolutas, são, respectivamente, maximizadas e minimizadas para casamentos idênticos. Por essa razão, técnicas baseadas no uso de características ou nas medidas baseadas nas propriedades invariantes da transformada de Fourier são preferíveis quando as imagens são adquiridas sob condições diferentes.

## 2.6.2 Métodos baseados na Transformada de Fourier

Da mesma forma que os métodos de correlação, os métodos de Fourier são apropriados somente quando as transformações são de pequeno valor. Os métodos descritos nessa seção exploram algumas propriedades da transformada de Fourier. Translação, rotação, reflexão, distributividade e escala possuem equivalente no domínio de Fourier. Além disso, a transformada pode ser implementada em hardware ou usando a transformada rápida de Fourier.

Usando o domínio da freqüência, os métodos de Fourier atingem excelente robustez contra ruídos no domínio da freqüência. Eles são aplicáveis, entretanto, somente para imagens que tenham sido apenas desalinhadas rigidamente. O método mais básico que usa a análise de Fourier, denominado correlação de fase, pode ser usado para registrar imagens que tenham sido transladadas uma em relação a outra. Uma extensão deste método permite registrar imagens que também tenham sido rotacionadas, além de transladadas.

O método correlação de fase, proposto por Kuglin e Hines (1975), alinha duas imagens deslocadas uma em relação a outra. A fim de descrever o método é necessário definir alguns termos usados na Análise de Fourier. A transformada de Fourier de uma imagem é uma função complexa. Cada valor da função tem uma parte real  $R(\omega_x, \omega_y)$  e uma parte imaginária  $I(\omega_x, \omega_y)$  em cada valor de freqüência  $(\omega_x, \omega_y)$  do espectro:

$$F(\omega_x, \omega_y) = R(\omega_x, \omega_y) + iI(\omega_x, \omega_y)$$
 (2.20)

onde  $i = \sqrt{-1}$ . Esta expressão pode ser representada de forma alternativa como:

$$F(\omega_x, \omega_y) = |F(\omega_x, \omega_y)| e^{i\phi(\omega x, \omega y)}$$
 (2.21)

onde  $|F(\omega_x, \omega_y)|$  é a magnitude ou amplitude da transformada de Fourier e  $\phi(\omega_x, \omega_y)$  é o ângulo de fase. O quadrado da magnitude é igual a quantidade de energia ou potência em cada freqüência da imagem e é definida como:

$$|F(\omega_x, \omega_y)|^2 = R^2(\omega_x, \omega_y) + I^2(\omega_x, \omega_y)$$
 (2.22)

O ângulo de fase descreve a quantidade de deslocamento da fase em cada freqüência e é definida como:

$$\phi(\omega_x, \, \omega_y) = \tan^{-1} \left[ \frac{I(\omega_x, \, \omega_y)}{R(\omega_x, \, \omega_y)} \right]$$
 (2.23)

A correlação de fase se baseia na propriedade da translação da transformada de Fourier, algumas vezes referenciado como Teorema do Deslocamento. Dadas duas imagens  $f_1$  e  $f_2$  que diferem somente por deslocamento  $(d_x d_y)$ , isto é,

$$f_2(x,y) = f_1(x - d_x, y - d_y)$$
 (2.24)

suas correspondentes transformadas de Fourier  $F_1$  e  $F_2$  estarão relacionadas por:

$$F_2(\omega_x, \omega_y) = e^{-j(\omega_x d_x + \omega_y d_y)} F_1(\omega_x, \omega_y)$$
 (2.25)

Em outras palavras, as duas imagens tem a mesma magnitude mas a diferença de fase está diretamente relacionada com o deslocamento entre as imagens. Esta diferença de fase é dada por  $e^{j(\phi_1-\phi_1)}$ . Isto significa que ao se calcular o espectro de potência das duas imagens, definido por

$$\frac{F_1(\omega_x, \omega_y) F_2^*(\omega_x, \omega_y)}{\left| F_1(\omega_x, \omega_y) F_2^*(\omega_x, \omega_y) \right|} = e^{j(\omega_x d_x + \omega_y d_y)}$$
(2.26)

onde F\* é o conjugado complexo de F, o teorema do Deslocamento garante que a fase do espectro de potência é equivalente à diferença de fase entre as duas imagens. Além disso, se representarmos o espectro de potência na sua forma espacial, isto é, tomando a transformada inversa de Fourier da representação no domínio da freqüência, então obtémse uma função que é um impulso, ou seja, é zero em todos os lugares menos no deslocamento que é necessário para registrar otimamente as duas imagens.

Capítulo 2

O método de registro com a transformada de Fourier para imagens que tenham sido deslocadas uma em relação a outra compreende, portanto, a determinação da localização do pico da transformada inversa de Fourier da fase do espectro de potência. Como a diferença de fase para cada freqüência contribui igualmente, a localização do pico não mudará se houver ruído e este estiver limitado a uma pequena faixa de freqüências. Esta técnica é adequada, portanto, para registrar imagens com este tipo de ruído. Conseqüentemente, é uma técnica eficiente para imagens obtidas sob diferentes condições de iluminação já que mudanças na iluminação são usualmente variações lentas e portanto concentradas nas freqüências baixas. Da mesma forma, a técnica é relativamente independente da cena e útil para imagens adquiridas com diferentes sensores pois é insensitiva a mudanças no espectro de energia.

Por outro lado, se as imagens possuem um nível significativo de ruído branco, então a localização do pico será imprecisa pois a diferença de fase em cada frequência é corrompida.

Uma extensão do método de correlação de fase foi proposto por De Castro e Morandi, (1987), com o objetivo de registrar imagens que fossem transladadas e rotacionadas. O movimento rotacional pode ser deduzido de maneira similar à técnica de correlação de fase através da representação como deslocamento com coordenadas polares. Mas rotação e translação juntas representam uma transformação mais complicada. De Castro e Morandi propõem uma técnica para primeiro determinar o ângulo de rotação e então determinar a translação.

As rotações são invariantes com a transformada de Fourier. Rotacionando uma imagem, a transformada de Fourier daquela imagem é rotacionado pelo mesmo ângulo. Se conhecermos o ângulo, então poderemos rotacionar o espectro de potência e determinar a translação de acordo com o método de correlação de fase. Entretanto, como não conhecemos o ângulo, computamos a fase do espectro de potência como uma função do ângulo de rotação estimado, φ, e usamos coordenadas polares para simplificar a equação. Isto resulta na equação

$$G(r,\theta,\phi) = \frac{F_1(r,\theta)f_2^*(r,\theta-\phi)}{\left|F_1(r,\theta)f_2^*(r,\theta-\phi)\right|}$$
(2.27)

que no verdadeiro ângulo de rotação deve ter a forma esperada para imagens que tenha sido apenas transladadas. Portanto, determinando primeiro o ângulo φ o qual faz a transformada inversa de Fourier da fase do espectro de potência a melhor aproximação para um impulso, podemos então determinar a translação como o local deste impulso.

Na implementação deste método deve ser notado que alguma forma de interpolação deve ser usada para achar os valores da transformada após a rotação pois eles não caem naturalmente em uma grade discreta. Embora isto possa ser realizado pelo cálculo da transformada somente após rotacionar no domínio espacial, o custo computacional pode ser muito alto. De Castro e Morandi (1987) aplicaram a transformada para imagens envolvidas por zeros (zero-padded) aumentando, assim, a resolução e melhorando a aproximação da transformada após a rotação. O método também é custoso por causa da dificuldade de realizar o teste para cada  $\phi$ . Alliney e Morandi (1986) apresentaram um método no qual somente é requerida uma transformada de Fourier unidimensional para calcular a correlação de fase. Através do uso de projeções em x e y de cada imagem, a transformada de Fourier é dada pelo teorema da projeção de fatias. A transformada 1-D das projeções x e y é simplesmente a linha da transformada 2-D onde  $\omega_x$  = 0 e a coluna onde  $\omega_y$  = 0, respectivamente. Embora o custo de computação possa ser bastante reduzido, o método é menos robusto a não ser para o caso de pequenas translações.

Outras métodos baseados na transformada de Fourier foram desenvolvidos, os quais apresentam vantagens computacionais [Lee, 87]. Porém, como estes métodos se baseiam nas propriedades invariantes da transformada de Fourier, eles são aplicáveis somente para certas transformações bem definidas como rotação e translação.

## 2.6.3 Mapeamento de pontos

A técnica de mapeamento de pontos, ou marcas, é a principal abordagem usada para registrar duas imagens cujo tipo de diferenças é desconhecido. Isto ocorre se a classe de transformações não pode ser facilmente categorizada, tais como um conjunto de pequenas translações ou movimentos de corpo rígido. Por exemplo, se as cenas são tomadas de diferentes pontos de vista com pequenas variações de profundidade, então as duas imagens irão diferir dependendo da distorção de perspectiva. Não se pode determinar a transformação perspectiva correta porque, em geral, não se sabe as profundidades reais da

cena, mas é possível se usar marcas que podem ser determinadas em ambas as imagens e casá-las usando uma transformação geral. Entretanto, se a cena não é composta de superfícies suaves e tem grandes variações de profundidade, então as distorções incluirão oclusões que diferem entre as imagens e outras distorções de caracter mais local. A medida que estas distorções se tornam locais, se torna progressivamente mais difícil determinar uma transformação geral global com o método de mapeamento de pontos para caracterizar uma variação entre as imagens. Neste caso, métodos que usam um mapeamento local de pontos são preferíveis.

De forma geral, o método de mapeamento de pontos consiste de três fases bem definidas. Na primeira fase são encontradas características na imagem. Na segunda, é feita a correspondência entre os pontos característicos na imagem de referência, freqüentemente referenciados como pontos de controle ou pontos de ligação, com os pontos característicos na imagem destino. No último estágio, um mapeamento espacial, usualmente duas funções polinomiais 2D de ordem pré-estabelecida, uma para cada coordenada da imagem registrada, é determinada usando os pontos de ligação. A re-amostragem de uma imagem na outra é realizada aplicando um mapeamento espacial e interpolação.

As técnicas apresentadas nas seções anteriores não são adequadas nos casos com quantidades significativas de distorções locais por que as medidas relativas de similaridade entre os prováveis casamentos tornam-se não confiáveis. Os métodos de mapeamento de pontos superam este problema pelo uso de realimentação entre os estágios de determinação de correspondência entre os pontos e a busca de transformação ótima.

Nas próximas seções são descritos os diferentes tipos de pontos de controle e como estes são casados, o mapeamento de pontos para transformações rígidas ou afim pequenas com variações locais, os métodos de mapeamento global que determinam uma transformação geral dos pontos casados, e os trabalhos mais recentes que usam técnicas de particionamento de imagem e transformações locais por partes.

#### 2.6.3.1 Pontos de Controle e Correspondência

Pontos de controle para casamento desempenham importante papel na eficácia desta abordagem. Após o casamento dos pontos, o restante do procedimento (das três fases) atua apenas para interpolar ou aproximar. Assim, a precisão do casamento de pontos dita as bases de um registro preciso. Nesta seção são descritas as várias características usadas

como pontos de controle, como são determinados e como a correspondência entre os pontos da imagem referência e imagem destino é achada.

Pontos de controle podem ser intrínsecos ou extrínsecos. Pontos extrínsecos são marcadores na imagem que não são relevantes para a informação contida na imagem. São freqüentemente colocados na imagem ou cena especificamente para o propósito de registro e são facilmente identificáveis. Se as marcas são colocadas no sensor, tal como marcas de *reseau*, que são pequenas cruzes inscritas na face frontal do sensor, então estas auxiliam o registro da imagem na medida em que calibram independentemente cada imagem de acordo com as distorções do sensor. Em imageamento médico, estruturas identificáveis, denominadas marcas fiduciais, são colocadas em posições conhecidas dos pacientes para atuarem como pontos de referência. Embora pontos de controle extrínsecos sejam preferíveis por permitirem um maior grau de controle sobre as marcações e por facilitarem sua identificação no processo de segmentação, nem sempre é possível ou viável a utilização deste recurso, como por exemplo, a colocação de marcas fiduciais em corpos microscópicos.

Pontos de controle que são intrínsecos são determinados a partir dos próprios dados, seja manualmente ou automaticamente. Pontos de controle obtidos manualmente, isto é, reconhecidos por intervenção humana, tais como marcas identificáveis ou estruturas anatômicas, apresentam diversas vantagens. Os pontos podem ser selecionados de modo que sejam reconhecidamente rígidos e estáveis e possam ser selecionados facilmente entre os elementos presentes na imagem. Naturalmente, é necessário que a pessoa que irá selecionar os pontos tenha conhecimento no domínio da aplicação. Onde existe um grande volume de dados, entretanto, isto não é factível. Portanto, muitas aplicações necessitam localização automática dos pontos. Características típicas usadas para determinação dos pontos de controle são quinas, interseções de linhas, pontos de máxima curvatura, centros de gravidade de regiões fechadas [Ranade and Rosenfeld, 80]. As características são selecionadas de modo que possam ser determinadas de forma única em ambas as imagens e sejam mais tolerantes às distorções locais. Elas devem ser determinadas em número suficiente para permitir o cálculo da transformação. Por outro lado, um número grande de características dificulta a correspondência.

Após o conjunto de características ter sido escolhido, as características em cada imagem devem ser casadas, ou seja, a correspondência entre as características deve ser

determinada. Para identificação manual de marcas, a procura dos pontos e o casamento são feitos simultaneamente. Para a maioria dos casos, entretanto, o casamento é realizado através do uso de template matching para cada característica. Geralmente isto é feito através de correlação, pois é necessário boa precisão e os gabaritos são pequenos, tornando o processo computacionalmente viável. Os casamentos podem, também, ser realizados baseados nas propriedades destes pontos, tal como curvaturas ou direção do eixo principal. Outras técnicas combinam o casamento dos pontos e a determinação da transformação ótima, envolvendo clustering, relaxação, casamento da árvore de descrição de dois conjuntos e o casamento das bordas do convex-hull de dois conjuntos [Goshtasby,85]. Ao invés de mapear cada ponto individualmente, estas técnicas mapeiam um conjunto de pontos no correspondente conjunto na segunda imagem. Consequentemente a solução do casamento usa a informação de todos os pontos e suas localizações relativas. Isto resulta em uma técnica de registro que casa pontos de controle e determina a melhor transformação simultaneamente. Esta abordagem apresenta como vantagem o fato que a transformação é usada para restringir o casamento (ou o espaço de busca) nos casos onde é difícil casar os pontos, isto é, onde haja características ambíguas tais como quinas que são achadas automaticamente ou variações locais que tornam o casamento não confiável. Entretanto, nos casos onde um conjunto preciso de pontos pode ser determinado a priori, uma transformação global ótima pode ser determinada usando técnicas estatísticas convencionais. Esta última abordagem para o registro tem sido tomada historicamente porque os pontos de controle são geralmente determinados manualmente e por causa da exequibilidade computacional.

# 2.6.3.2 Mapeamento de pontos com realimentação

Um exemplo de técnica de mapeamento de pontos com realimentação é a técnica de relaxação, descrita por Ranade e Rosenfeld (1980), a qual pode ser usada para registrar imagens sob translação. O casamento de pontos e a determinação da transformação ótima são obtidos simultaneamente. Cada casamento possível para um ponto característico define um posicionamento ao qual é dado uma nota (ou uma avaliação) de acordo com a proximidade que outros pares poderiam casar com esta colocação (translação). O procedimento interage, ajustando em paralelo os pesos de cada par de pontos, baseado nas suas notas, até que a translação ótima seja obtida. Cada casamento cujo valor de translação é próximo da translação real tenderá a ter uma maior nota, causando uma maior influência

à medida que o procedimento interage. Este tipo de técnica pode tolerar distorções locais e globais. Também é capaz de achar a correta translação para os casos nos quais padrões deslocados foram rotacionados e escalados e em casos onde os pontos característicos foram cada um independentemente deslocados usando uma direção e tamanho do deslocamento uniformemente distribuídos. Entretanto, a complexidade computacional é  $O(n^4)$  onde n é o número de pontos de controle.

A técnica de *clustering* descrita por Stockman et al. (1982) é um outro exemplo de método de mapeamento de pontos com realimentação, ou, em outras palavras, um método que determina a transformação ótima pela avaliação de todos os possíveis pares de pontos. Neste caso a transformação é rígida, porém outras transformações simples podem ser usadas. Para cada possível par de pontos casados, os parâmetros de transformação são determinados e irão representar um ponto no espaço de agrupamento. O melhor cluster deste espaço, formado pelo maior conjunto de pontos que representam a mesma transformação, pode ser determinado por técnicas estatísticas. Esta técnica, da mesma forma que a técnica de relaxação tem complexidade O(n<sup>4</sup>). Como esta complexidade tornase proibitiva a medida que um maior número de pontos cresce, Goshtasby (1985) sugere a seleção de um subconjunto de pontos para reduzir o domínio da busca. Os subconjuntos possam não ser os mesmos (se a imagem for ruidosa), a expectativa é que haverá alguns pontos em comum.

Outro refinamento proposto por Goshtasby et al. (1986) foi empregar os centros de gravidade de regiões fechadas como pontos de controle que são iterativamente atualizados baseados na ótima transformação rígida corrente. Através de um esquema interativo de *thresholding* da imagem são obtidas regiões fechadas. Os centros de gravidade destas regiões são então usados como pontos de controle. A correspondência entre os pontos de controle é determinada baseada em uma técnica de *clustering* similar à apresentada por Stockman et al. (1982). Estes casamentos são usados para achar a melhor transformação rígida baseada em análise de mínimos quadrados. A transformação é então usada para melhorar a segmentação de cada região até que ela seja o mais similar possível a sua correspondente na outra imagem.

# 2.6.3.3 Mapeamento de pontos sem realimentação - Métodos com polinômios globais

Técnicas padrões de mapeamento de pontos, sem realimentação, podem ser usadas para registrar imagens para as quais não se conhece a transformação necessária para o registro. Como é bastante frequente não se saber a fonte do desalinhamento, esta técnica é bastante usada.

Métodos globais baseados no casamento de pontos usam um conjunto de pontos casados para gerar uma única transformação ótima. Dado um número suficiente de pontos, pode-se derivar os parâmetros de qualquer transformação ou através de aproximação ou através de interpolação. Na aproximação, os parâmetros de transformação são achados de forma que os pontos de controle sejam satisfeitos da melhor forma. Geralmente isto é feito com métodos estatísticos tais como regressão por mínimos quadrados ou agrupamento. A abordagem da aproximação assume que os casamentos são distorcidos por ruído local. Este ruído não pode ser removido por transformação, ou porque a transformação não pode diferenças de interesse. Portanto, a caracterizá-lo ou porque as imagens contém transformação a ser procurada não casa os pontos de controle exatamente, mas determina a melhor aproximação. O número de pontos deve ser suficientemente maior que o número de parâmetros para permitir que a informação estatística seja suficiente para tornar a Para um grande número de pontos de controle obtidos aproximação confiável. automaticamente, o uso da aproximação faz mais sentido pois os casamentos dos pontos de controle tendem a ser imprecisos, porém tomados em conjunto apresentam uma grande quantidade de informação estatística. Quando se usam pontos extrínsecos ou pontos de controle manualmente colocados, a quantidade de pontos casados é menor, porém, estes são mais precisos, sugerindo que a interpolação possa ser aplicada. A interpolação acha a transformação que casa as duas imagens tal que os casamentos determinados pelos pontos de controle sejam satisfeitos de maneira exata. Deve existir exatamente um par de pontos casados para cada um dos parâmetros independentes da transformação para que se possa resolver o sistema de equações. A transformação resultante deve ser usada para realizar a re-amostragem da imagem. Entretanto, se há muitos pontos de controle, o número de restrições a ser satisfeito aumenta. Se transformações polinomiais forem usadas, a ordem do polinômio deve aumentar e podem ocorrer oscilações inesperadas. Neste caso, aproximação por mínimos quadrados ou splines e interpolação por partes podem ser preferíveis.

Em muitos problemas de registro de imagens, a forma precisa da função de mapeamento é desconhecida e, portanto, é necessário uma transformação geral. Por esta razão, transformações polinomiais de duas variáveis são, em geral, usadas. Elas podem ser expressas como na equação 2.14.

Se o método usado é a interpolação, os coeficientes dos polinômios são determinados pelo sistema de N equações determinado pelo mapeamento de cada um dos N pontos de controle. Na aproximação por mínimos quadrados, a soma por todos os pontos de controle do quadrado das diferenças entre os lados esquerdo e direito da equação 2.14 é minimizado (cf. [Wolberg,90]).

A principal limitação dos métodos globais de mapeamento de pontos é que a transformação global em geral não pode modelar as distorções geométricas locais tais como não linearidades dos sensores, condições atmosféricas e cenas tridimensionais observadas de diferentes pontos de vista.

## 2.6.3.4 Métodos locais - Interpolação por partes

Os métodos de aproximação espalham distorções locais por toda a imagem e os métodos de interpolação usados com muitos pontos de controle requerem polinômios de ordem alta os quais se comportam de forma errática. Estes métodos são caracterizados como globais porque uma única transformação é usada para mapear uma imagem na outra.

Em métodos locais, diversas soluções são computadas, ou para cada pedaço local ou interativamente, espalhando o cálculo das transformações por diferentes vizinhanças [Goshtasby,86; 87; 88b]. Somente os pontos que estejam suficientemente perto, ou pelo menos que sejam ponderados pela proximidade, influenciam cada parte da transformação de mapeamento. Em outras palavras, a transformação de mapeamento não se reduz a uma única função de mapeamento com um único conjunto de parâmetros independente da posição. Os parâmetros das funções locais variam de acordo com a região da imagem, levando em conta, desse modo, as diferentes distorções através da imagem. Métodos locais são mais interessantes pois podem tratar muitas distorções que os métodos globais não podem. Por outro lado, há o compromisso entre a efetividade destes métodos e seu custo computacional.

#### 2.6.4 Métodos baseados em casamento elástico.

As técnicas mais recentes de registro exploram modelos elásticos. Ao invés de aplicar uma interpolação por partes para computar uma transformação para mapear pontos de controle de uma imagem em outra, este método modela as distorções na imagem como deformações de um material elástico. Em outras palavras, a transformação de registro é resultado da deformação de um material elástico com um mínimo de curvamento e alongamento. A quantidade de curvamento e expansão é caracterizado pelo estado da energia do material elástico. Os métodos de interpolação por partes estão estreitamente relacionados aos métodos elásticos uma vez que a minimização de energia necessária para satisfazer as restrições de modelo elástico pode ser resolvido usando splines. Geralmente estes métodos aproximam os pontos correspondentes em ambas as imagens e embora algumas vezes usem características distintivas para o mapeamento, em geral não incluem um passo preliminar no qual estas características sejam casadas, isto é, a correspondência seja estabelecida. A imagem ou objeto é modelado como um corpo elástico e a similaridade entre pontos ou características nas duas imagens atua como forças externas que atuam sobre o corpo deformando-o em direção à condição de maior similaridade. Estas forças são contrabalançadas pelas restrições de rigidez ou suavidade, que são usualmente parametrizados para dar ao usuário alguma flexibilidade na iteração do processo.

A teoria da elasticidade tem sido empregada em diversas aplicações para modelagem de deformações naturais. Seu emprego encontra respaldo na utilização de leis físicas que regem a deformação de objetos sujeitos à forças externas e às próprias características dos mesmos. Através da simulação de propriedades físicas como tensão e rigidez é possível modelar as formas estáticas exibidas por um grande número de corpos deformáveis tais como borrachas, fios elásticos, molas, papel, tecido, placas metálicas flexíveis, ou volumes. A adição de propriedades físicas como massa e amortecimento permite a simulação da dinâmica desses objetos. Estas simulações usualmente envolvem a solução numérica da equação de derivadas parciais que governam a evolução da forma do objeto sob deformação e o seu movimento através do espaço [Terzopoulos,87]. Em computação gráfica, por exemplo, Terzopoulos et al., [Terzopoulos,87], e Metaxas e Terzopoulos [Metaxas,92] aplicam modelos de corpos deformáveis elasticamente para representação e simplificação da animação de objetos com deformação. Em visão computacional Kass et al. [Kass,88] apresentam um método para casamento elástico de

contornos. Um fio elástico sujeito a forças internas e externas colocado em torno de um objeto é iterativamente modificado para que a cada iteração se aproxime dos contornos do objeto. O equilíbrio entre forças internas e externas é atingido quando o contorno do objeto é totalmente moldado pelo fio elástico. Informações como o gradiente da luminosidade podem ser usados para derivar as forças elásticas que atraem o fio para o contorno do objeto. Terzopoulos [Terzopoulos,83] aplica o conceito de deformação elástica para ajustar uma superfície suave a um conjunto de pontos 3D obtidos por um processo de visão estéreo. Seu método emprega resultados do cálculo de variações para a determinação da superfície com mínima energia de curvatura que se ajusta aos dados da superfície (permitindo a regularização dos dados mal condicionados).

Um corpo elástico sujeito a deformações tende a se "acomodar" no estado de mínima energia para uma dada configuração de forças aplicadas. Dessa forma, a modelagem elástica conduz geralmente à solução de uma equação diferencial para a condição que minimiza a energia de deformação. Um exemplo clássico é o da spline cúbica de interpolação que é a abstração da forma exibida for um fio elástico fino cuja configuração de mínima energia de curvamento pode ser caracterizada por uma equação diferencial. A teoria da elasticidade conduz à generalização da idéia de spline para a representação de curvas, superfícies e sólidos.

Do ponto de vista do casamento de imagem, o custo de minimização da energia pode ser representado como:

custo = energia de deformação - energia de similaridade

onde a energia de deformação é representada pelo modelo elástico do corpo e a energia de
similaridade representa as forças externas que atuam sobre o mesmo com o objetivo de
aproximar as duas imagens. Assim, o objetivo é determinar a função que mínimiza a

energia deformação e cuja solução leva ao registro de duas imagens.

Métodos elásticos de registro de imagens, por modelarem deformações físicas, registram imagens através do casamento de estruturas. Assim, foram desenvolvidos e são freqüentemente empregados para resolver problemas de reconstrução de formas e imageamento médico. Neste domínio de aplicação, a tarefa crítica é o alinhamento de estruturas em pares de imagens removendo somente as diferenças em seus detalhes. Dessa forma, métodos elásticos são capazes de registrar imagens com distorções complexas,

incluindo projeções 2D de objetos 3D, seus movimentos, incluindo oclusões e deformações de objetos elásticos.

Um dos primeiros métodos de registro automático com modelagem elástica foi proposto por Burr [Burr,81a;Burr,81b]. Este método consiste em uma técnica que depende de uma vizinhança local cujo tamanho é progressivamente menor a cada interação. Este método se baseia na medida da proximidade entre características das duas imagens para gerar um campo de vetores de deslocamentos o qual provoca o casamento gradual de duas imagens que são localmente distorcidas uma em relação a outra. O vetor de deslocamento em cada ponto da imagem é determinado pela média ponderada de todos os outros vetores do campo, sendo que a cada iteração os vetores mais próximos apresentam maior influência na ponderação. Foi aplicada com sucesso para caracteres à mão e outras imagens compostas por bordas. Para imagens com escala de cinza, medidas locais mais custosas e o valor dos deslocamentos de seus correspondentes vizinhos necessitam ser calculados a cada interação.

Bajcsy e Kovacic (1989), propõem o emprego de modelos elásticos para o casamento de imagens 2D e informações de um atlas. Moshfeghi (1991), propõe o casamento de imagens 3D de diferentes modalidades. Em ambos os trabalhos, após um casamento global grosseiro (aproximado) usando técnicas convencionais, as imagens são deformadas (localmente) iterativamente para que uma case com a outra. O método permite a variação de parâmetros que determinam as características elásticas dos corpos de modo que a iteração seja mais ou menos rápida. Além disso, o problema é resolvido em diferentes escalas de forma a minimizar o custo computacional. Além de serem iterativas, estas abordagens apresentam como característica comum o fato da determinação dos deslocamentos em cada ponto ser influenciada pelos outros deslocamentos do campo. A cada iteração cresce a influência dos deslocamentos locais, fazendo com que a transformação aplicada passe do contexto mais global nas primeiras iterações para um contexto local, permitindo a convergência para um resultado ótimo.

A utilização de *Thin Plate Spline* (TPS), ou *spline de superficie*, para o registro de imagens com deformações foi proposto pela primeira vez por Goshtasby [Goshtasby,88a]. No seu trabalho, voltado para o casamento de imagens topográficas, afirma que Thin Plate Splines apresentam diversas vantagens em relação ao emprego de polinômios para a realização do *warping* de imagens. Thin Plate Splines são funções que

apresentam características interessantes para a aplicação neste tipo de problema. Estas funções modelam uma superficie infinita de metal delgado, no qual pontos de carga provocam deformações. A sua formulação assegura as restrições de que a superfície interpolante apresenta mínima energia de deformação, com relação aos pontos de carga impostos, e que seja suave, isto é, a primeira derivada parcial existe e é contínua. Thin Plate Splines são formadas através de combinação linear de funções radiais, o que significa que os valores da função são obtidos pela diferença (ou distância) de coordenadas do ponto onde a função deve ser avaliada para as coordenadas de pontos de referência. A medida que se afasta dos pontos de carga, a função apresenta um comportamento quase linear. Assim, embora sejam funções de interpolação globais, as influências de deformações locais tendem a diminuir a medida que se afasta do ponto de deformação. Este comportamento é diferente daquele apresentado por métodos globais baseados em ajuste por mínimos quadrados que propagam o efeito de distorções locais por toda a imagem, através de ponderação ou equalização [Wolberg,90], [Goshtasby,88a]. Com a função TPS, os efeitos de distorções locais afetam toda a imagem, porém seu efeito diminui (desvanece) a medida que se afasta do ponto de influência da deformação.

Bookstein [Bookstein,89] apresenta uma interessante aplicação da TPS para avaliação de deformações em biologia. Através da aplicação da TPS como função de mapeamento, Bookstein realiza o casamento entre duas imagens baseadas nos contornos de objetos. A função de mapeamento obtida carrega a informação que modela a deformação. A caracterização e análise das deformações é, então, realizada através da análise dos autovalores e autovetores da matriz de energia de curvatura, representando as deformações em diferentes escalas geométricas.

# 2.7 O problema da correspondência

A determinação de elementos correspondentes entre duas imagens tem enorme emprego na análise de imagens e compreende uma etapa fundamental em técnicas de registro. A correspondência de estruturas é necessária em visão estereoscópica, em análise de movimento, registro e casamento de imagens, etc. Métodos de correspondência variam conforme o tipo de elemento que deva ser casado. Por exemplo, pode-se estabelecer correspondência entre pontos na imagem, contornos, pontos de máxima curvatura, ou estruturas mais complexas. Se o objetivo for estabelecer a correspondência entre contornos,

por exemplo, pode-se utilizar momentos principais para o casamento dos mesmos, perímetros, descritores de Fourier, etc. No caso de localização de pontos pode-se usar técnicas de correlação, ou pontos de curvatura significativa. Qualquer que seja abordagem, esta é altamente dependente do contexto da aplicação e os resultados estão sujeitos a influência de ruídos e das diferenças nas imagens.

Em registro de imagens, a etapa de correspondência é uma etapa intermediária e que eventualmente é resolvida ao mesmo tempo que o registro propriamente dito, isto é, faz parte do método de determinação dos parâmetros da função de mapeamento. Muitas vezes técnicas de registro e correspondência são confundidas, isto é, uma mesma técnica é usada para ambos os propósitos dependendo da aplicação.

O registro de imagens seriadas, como dito anteriormente, apresenta como requisito prático a determinação automática da correspondência entre as características das imagens devido ao grande número de imagens usualmente presentes. A execução manual do processo, normalmente empregada em muitas outras aplicações de registro, torna-se inviável neste caso.

Por compreender toda uma área de pesquisa, e por ser extremamente dependente da aplicação (em especial do tipo de imagem e das possibilidades de segmentação), nos limitamos neste trabalho a sugerir alguns procedimentos mais gerais que encontram maiores possibilidades de emprego nas situações que estamos tratando. Assim, apresentaremos algumas técnicas de correspondência que podem ser associadas ao método de registro apresentado e que permitem um certo grau de automação no procedimento.

## 2.7.1 Correspondência de pontos

Nos métodos que utilizam pontos de controle, está implícito a necessidade de se estabelecer a correspondência entre os conjuntos de pontos de controle nas duas imagens para a determinação da função de registro. Para que o algoritmo apresentado seja viável em uma série de aplicações é interessante a implementação da etapa de correspondência dos pontos de forma automática, ou pelo menos semi-automática.

Como na maioria dos métodos automáticos em processamento de imagem, a correspondência de pontos é altamente dependente das características da imagem sendo tratada. Assim, imagens bem comportadas apresentam melhores condições de aplicação de técnicas automáticas, pois as características distintivas são mais facilmente determinadas.

métodos de registro, apresentados na literatura, que utilizam pontos Os apresentam em geral duas abordagens: a correspondência é estabelecida através de procedimento específico ou como parte integrante do próprio método de registro. No primeiro caso a correspondência pode ser realizada de forma manual ou automática. O processo manual é usualmente realizado em aplicações nas quais a quantidade de imagens é pequena ou a dificuldade de aplicação de um método automático é muito grande. Geralmente é realizada pela comparação das imagens duas a duas, uma ao lado da outra, permitindo que através de um cursor na tela os pontos correspondentes sejam anotados pelo usuário. Os métodos automáticos para a obtenção dos pontos são em geral baseados na utilização de técnicas de correlação [Brown,92]. Tais métodos são em geral custosos e estão limitados a imagens que apresentam condições de iluminação, bem como estruturais, similares. Baseado na correlação de estruturas, como por exemplo contornos [Merickel,88], é também possível estabelecer a correspondência entre pontos particulares destas estruturas, como por exemplo, centros de massa de contornos, junções, pontos extremos, pontos de máxima curvatura, etc. Nestes casos a correspondência será restrita aos pontos significativos identificáveis da estrutura os quais, por sua vez, podem ocorrer em número insuficiente para descrever com precisão a transformação de registro. Se um conjunto suficiente de estruturas existir na imagem, então o conjunto de pontos de todas as estruturas pode ser empregado para produzir um registro consistente [Hui,95]. Novamente, estas condições são altamente dependentes de informação contextual. A correspondência usando estruturas implica no reconhecimento de estruturas em ambas as imagens, sendo que uma delas gera as estruturas de referência que devem ser encontradas na imagem alvo. Características de alto nível, como por exemplo área, perímetros, etc., podem ser empregadas para esta etapa.

Nas abordagens nas quais a correspondência é determinada automaticamente como parte do processo de registro, uma medida deve ser utilizada para determinar, ao mesmo tempo, qual a combinação de pontos que produz a transformação de registro mais consistente. Normalmente tais métodos são baseados em técnicas de busca e/ou otimização. Exemplos destes métodos são aqueles apresentados por [Ranade and Rosenfeld,80], por [Goshtasby,85] e pela transformada de Generalizada de Hough [Ballard,81], [Davis,82], [Castanho,95].

#### 2.8 Implementação

Do ponto de vista de implementação, o processo de registro propriamente dito consiste em executar para cada par de imagens a sequência de ações que permitirá a obtenção dos parâmetros da função de mapeamento. Após a obtenção dos parâmetros da função de mapeamento, esta é aplicada à imagem origem para que as diferenças modeladas sejam eliminadas. Assim, os elementos correspondentes usados para a modelagem das transformações deverão coincidir após a aplicação da função de mapeamento. Esta sequência é mostrada na figura 2.6.

Do ponto de vista prático, a detecção de características pode envolver o préprocessamento das imagens para eliminar ruídos, aumento de contraste e realce de bordas [Gonzalez and Wintz,77]. Isto pode facilitar a detecção de estruturas de interesse para a etapa de correspondência de características, tornando o resultado mais consistente.

Características usadas podem variar de valores de pixels, no caso de correlação, como pode ser estruturas mais complexas como por exemplo bordas, superfícies, características salientes como quinas ou interseções de linhas, ou ainda características estatísticas tais como centróides e momentos invariantes, e descrições sintáticas. Finalmente são determinados os parâmetros da função de mapeamento após o estabelecimento da correspondência de características utilizando um método de busca adequado.

Será necessário ainda aplicar a função de mapeamento da imagem origem para que cada pixel de uma imagem possa ser comparado com seu correspondente na outra. Entretanto, um problema de ordem prática se apresenta nesta etapa. Devido a natureza discreta das imagens, é necessário realizar a re-amostragem das mesmas após a aplicação da interpolação espacial. A figura 2.7 ilustra graficamente os efeitos do mapeamento de um conjunto de pixels da imagem origem na imagem destino.

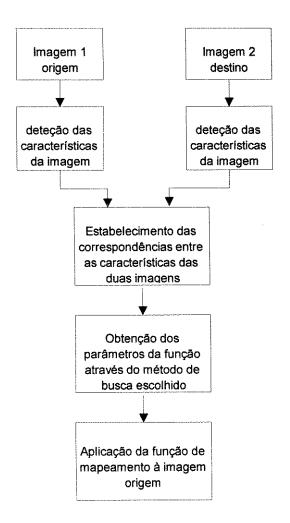


Figura 2.6 - Esquema de implementação de um processo de registro.

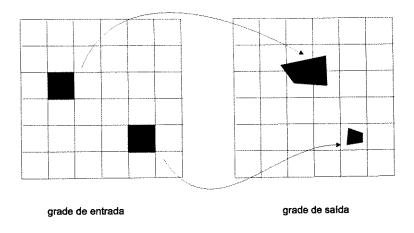


Figura 2.7 - Efeito da transformação espacial sobre uma grade discreta de pixels.

Como é possível observar pela figura 2.7, devido ao mapeamento alguns pixels, representados por números inteiros, vão resultar em números reais que podem cair fora da grade discreta da imagem destino. Portanto, é inapropriado implementar a transformação espacial como um mapeamento ponto a ponto. O resultado de um mapeamento deste tipo é o aparecimento de *lacunas* e *sobreposições*. Uma lacuna aparece num pixel da imagem destino (de saída) quando nenhum pixel da imagem origem é mapeado naquele pixel. Uma sobreposição ocorre quando vários pixels da imagem origem são mapeados em um mesmo pixel da imagem destino. Estes problemas podem ser evitados se considerarmos cada pixel como sendo um quadrado que pode ser mapeado em quadriláteros arbitrários na imagem de destino. Isto tem o efeito de fazer com que a entrada permaneça contínua após o mapeamento.

Devido ao fato de que cada pixel projetado pode cair em qualquer lugar da imagem destino, cada pixel de entrada (considerado como um quadrilátero) pode cair sobre vários pixels da imagem destino ou em apenas um (cf. figura 2.7). Um acumulador é então necessário para integrar as contribuições de cada pixel de entrada para cada pixel de saída. Esta integração é realizada pela verificação da área que cada pixel da entrada contribui para cada pixel de saída e então realizando a integração sobre todas as contribuições dos fragmentos de área. As contribuições parciais são obtidas pela ponderação da intensidade do pixel de entrada proporcionalmente à área fracional do pixel que ele cobre. Testes de interseção devem ser realizados para calcular a cobertura, o que aumenta o custo computacional.

Uma alternativa para tratar o problema como um mapeamento inverso da imagem destino para a imagem origem, isto é, trabalha-se com a função inversa, e cada pixel da imagem destino é mapeado na imagem origem. Ao contrário do mapeamento direto ponto a ponto, o mapeamento inverso garante que todos os pixels de saída sejam calculados. Entretanto, problema análogo ao do mapeamento direto existe quando lacunas grandes são obtidas quando a entrada é amostrada. Em geral esta abordagem apresenta a vantagem de permitir que a interpolação ocorra na imagem de entrada ao invés de na imagem de saída.

#### 2.9 Sumário

Através de estudo foi possível caracterizar as principais abordagens para registro de imagens, bem como possibilitar a identificação dos pontos necessários para aplicação das técnicas existentes. Através da identificação e caracterização das distorções é possível estabelecer quais elementos da imagem podem ser utilizados como referência e quais transformações deverão ser usadas para mapear uma imagem na outra. Uma vez identificadas as fontes das variações e quais elementos as caracterizam, pode-se estabelecer uma técnica adequada para a busca dos parâmetros da transformação.

É importante destacar que cada aplicação apresenta características particulares que favorecem a aplicação de uma técnica e não outra. É importante saber identificar características próprias de determinados tipos de imagem para poder escolher a técnica que melhor se adapta a cada situação. Assim, por exemplo, pode ser mais interessante em determinada situação a escolha de pontos ao invés de bordas como elementos de referência para o registro. Esta escolha restringirá a escolha da técnica de busca a ser empregada.

A qualidade do registro é determinada fundamentalmente pela correta identificação das distorções que se deseja corrigir e pela escolha da função que melhor representa esta distorção. A escolha do método de busca dos parâmetros da função tem influência prática na implementação e na eficiência do processo, porém não afeta diretamente o resultado. A escolha da característica a ser utilizada para registro afeta tanto o método de busca, e portanto a eficiência, quanto a qualidade do registro, sendo fator importante na implementação do processo, porém, em geral é escolhida em função da sua representatividade da distorção.

# CAPÍTULO 3

# REGISTRO DE SEÇÕES SERIADAS: CARACTERIZAÇÃO E ESTUDO DE CASO

## 3.1 Introdução

Uma das aplicações de maior interesse das técnicas de visualização científica é a reconstrução tridimensional de objetos, também referenciada como visualização volumétrica. De uma forma geral, ressalvadas as condições específicas de cada aplicação, pode-se considerar que o processo de visualização de volumes consiste das seguintes etapas:

- 1. Aquisição dos dados a serem visualizados;
- 2. Tratamento (processamento e análise) dos dados (bidimensional);
- 3. Elaboração de um modelo tridimensional para sua representação;
- 4. Processamento e seleção da informação de interesse (tridimensional);
- 5. Rendering do modelo;
- 6. Observação e análise dos fenômenos (modelos) sendo estudados;

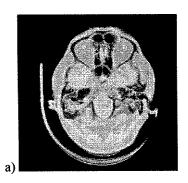
Algumas dessas etapas são realizadas interativamente e compete ao usuário a avaliação e uso de diferentes técnicas para a obtenção de resultados corretos. A não obtenção dos resultados desejados pode conduzir a uma repetição de certas etapas com diferentes parâmetros ou métodos até a obtenção dos resultados satisfatórios [Elvins,92].

Técnicas de visualização volumétrica encontram importante aplicação em medicina e biologia como ferramenta auxiliar para diferentes propósitos tais como planejamento de cirurgias ou radioterapia, diagnóstico médico, estudo estrutural ou funcional, etc. Diversas técnicas podem ser usadas para a aquisição das imagens, podendo ser classificadas em técnicas de aquisição invasoras ou não invasoras. Estas últimas empregam sensores especiais que permitem a obtenção de informações do interior dos objetos, como sistemas de tomografia computadorizada (CT), ou ressonância magnética (MRI), por exemplo (figura 3.1) [Mashaal,96]. Nestes casos, os dados consistem de uma série de imagens paralelas que permitem reconstruir o aspecto interior do objeto sob estudo. Exemplo de técnica invasiva é o seccionamento transversal do objeto sob estudo em distâncias regulares com a posterior digitalização das imagens das seções. As técnicas não invasoras apresentam como vantagem sobre as técnicas invasoras o fato de não destruírem o corpo sob estudo. Contudo, as imagens obtidas não apresentam um reprodução visual fiel do material pois são obtidas de propriedades não visíveis do objeto, como por exemplo a densidade do material ou suas propriedades magnéticas. Além disso, por explorarem propriedades específicas de um material, a informação obtida com sensores é limitada à resposta dada pelo material àquela propriedade e, portanto, podem apresentar um resultado que sofre das restrições dos sensores empregados. Assim, embora as técnicas não invasoras exerçam um papel predominante no desenvolvimento de pesquisas, principalmente na área médica [Fuchs,89], as técnicas de seccionamento ainda desempenham papel importante quando se trata de obter informação para estudo estrutural [Visible Human Project], ou quando técnicas não invasoras não estão disponíveis, como por exemplo em microscopia eletrônica [Montgomery and Ross,96].

O emprego de um sequência de imagens transversais, ou seções seriadas, para reconstrução volumétrica apresenta alguns problemas característicos como a perda de registro entre as imagens, grande quantidade de dados, presença de deformações e sub-amostragem.

Nas próximas seções, procura-se caracterizar o problema do registro de imagens dentro do contexto da reconstrução volumétrica utilizando imagens de seções seriadas. Inicialmente é feita uma breve revisão dos problemas específicos associados à reconstrução volumétrica a partir de seções seriadas. Na seqüência é discutida a aplicação de algumas técnicas de registro ao problema. Para resolver o problema da grande quantidade de

imagens, que requer a utilização de técnicas automáticas, é apresentado um método de registro que utiliza uma versão modificada da Transformada Generalizada de Hough. Este método permite um razoável grau de automação no processo de registro, diminuindo a necessidade de intervenção manual. Dentre as modificações propostas, inclui-se uma etapa de pré-processamento para aumentar a robustez do método frente à presença de ruído na imagem (bordas) e cuidados para diminuir o custo computacional.



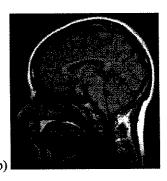


Figura 3.1 - Exemplos de seções seriadas obtidas a partir de tomografia computadorizada (figura 3.1-a) e através de ressonância magnética (figura 3.1-b).

## 3.2 Reconstrução a partir de seções seriadas.

Os principais problemas para a reconstrução de volumes a partir de seções seriadas ocorrem nas etapas iniciais da seqüência de visualização, definida na seção anterior (processamento e preparação das imagens, e na elaboração do modelo 3D), e são conseqüência do processo de aquisição dos dados, isto é, do fato de se utilizar imagens de seções. Do ponto de vista de reconstrução, um dos principais problemas consiste em se recuperar a relação tridimensional entre as seções. Isto é feito através do registro das imagens das seções. Outros problemas também surgem como conseqüência do processo de seccionamento das imagens. Na etapa da obtenção do modelo tridimensional é necessário que se realize uma correspondência entre estruturas em duas imagens. Entretanto, devido à amostragem realizada pelo seccionamento, as estruturas se modificam de uma imagem para a outra dificultando o processo de correspondência. Outras vezes, estruturas presentes em uma imagem não estão presentes na imagem seguinte, dificultando ainda mais a correspondência e a elaboração do modelo [Montgomery and Ross,96].

Também existem outros problemas no processo de reconstrução de volumes a partir de seções seriadas, mas cuja presença não é exclusividade desta forma de obtenção dos dados. Por exemplo, não existe um método geral que possa ser aplicado indiscriminadamente na etapa de tratamento da imagem quando esta é complexa e ruidosa. Cada caso deve ser analisado e tratado individualmente. Se as imagens são confusas, ruidosas e de difícil segmentação, os resultados finais da reconstrução podem ser inúteis. Também, na etapa de visualização, pode ser difícil a projeção de elementos de interesse para o usuário. Nestes casos, técnicas especiais de visualização podem ser necessárias para permitir a interpretação adequada dos dados. Por exemplo, a visualização e interpretação de um feixe de canais emaranhados pode ser difícil se todos os canais são projetados com a mesma cor. A colorização artificial de cada um dos canais pode, então, permitir a visualização com discernimento.

### 3.2.1 Características do registro de imagens de seções seriadas

Após o seccionamento as seções são digitalizadas uma por vez e durante este processo a relação tridimensional entre as seções pode se perder. Para realizar a reconstrução dos objetos secionados é necessário realizar o registro entre as imagens de modo a recuperar-se a estrutura tridimensional original. Neste caso, o problema básico é encontrar os parâmetros da transformação rígida, que recupera o alinhamento entre seções perdido com o seccionamento. O registro de imagens de seções seriadas não pode, entretanto, ser encarado da mesma forma que um problema comum de registro de imagens, pois o registro é realizado entre imagens de cenas diferentes, isto é, imagens de seções diferentes. O fato das imagens representarem seções diferentes traz algumas implicações imediatas: características presentes em uma das imagens podem não estar presentes na outra; e os elementos correspondentes de duas imagens podem ser diferentes devido ao surgimento de deformações naturais intrínsecas. Como conseqüência, a abordagem tradicional para o registro de imagens, de minimizar distâncias entre características correspondentes em duas imagens, pode não ser a mais conveniente.

Para a recuperação fiel da estrutura tridimensional do objeto é possível a introdução de marcas fiduciais, que assegurem uma relação tridimensional conhecida e precisa, para posterior realização do registro. O problema pode então ser corretamente resolvido como um problema comum de registro de imagens, tomando-se como

características de referência as marcas fiduciais. Entretanto, nem sempre é possível a introdução de marcas fiduciais. Estas situações ocorrem quando as dimensões do objeto são muito pequenas, como em microscopia [Montgomery and Ross, 96], quando a introdução de marcas fiduciais é difícil [Faber et al, 91], ou poderia deformar a estrutura da amostra, ou ainda quando as imagens foram tomadas anteriormente à decisão de serem usadas para reconstrução.

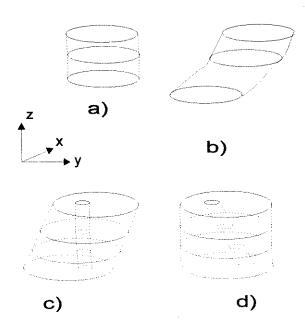


Figura 3.2 - Algumas possibilidades de registro entre imagens de um mesmo conjunto de seções seriadas.

Quando a utilização de marcas fiduciais não é possível ou a relação entre características das imagens não é bem definida, o problema de registro de imagens seriadas se enquadra na classe de problemas mal-condicionados (problemas inversos), podendo assumir qualquer solução. Nestes casos, o problema só pode ser tratado como sendo uma aproximação ao caso tradicional de registro de imagens, utilizando elementos das suas estruturas intrínsecas, porém empregando restrições adicionais adequadas para que a reconstrução seja correta. Todo o cuidado deve ser tomado para que as restrições e as caraterísticas mais adequadas sejam escolhidas para produzir o registro correto. Esta abordagem é uma aproximação bastante razoável em muitos casos, mas eventualmente pode resultar em conclusões erradas. A figura 3.2 mostra como a utilização das estruturas

internas de um objeto pode ser enganosa para obtenção do registro e ilustra a dificuldade do problema. Como se pode observar na ilustração, diversas possibilidades de registro entre as seções podem ser consideradas. Na figura 3.2a, o registro pode ser feito usando os centros dos círculos como características de referência. Na figura 3.2c e 3.2d, os centros dos círculos internos e externos respectivamente podem ser usados como características de referência para registro. Observe, entretanto, que as seções usadas são as mesmas em ambos os objetos. A figura 3.2b representa um caso extremo no qual nenhuma característica intrínseca ao objeto pode ser usada para registrar as seções. Na maioria dos trabalhos sobre registro de imagens de seções seriadas estas considerações são negligenciadas e geralmente se assume que o registro deve ser feito como no caso da figura 3.2a (em oposição ao exemplo 1b), isto é, considerando que as características intrínsecas de cada uma das seções consideradas devem cair exatamente umas sobre as outras no plano x-y. Obviamente as características adequadas devem ser escolhidas na imagem para a recuperação da estrutura 3D original. Caso não seja possível determinar características que obedeçam este comportamento, como no caso da figura 3.2-b, um outro modelo deve ser formulado para descrever o comportamento das características no espaço 3D. Contudo, a determinação deste modelo só é possível baseado em conhecimento prévio e detalhado da estrutura do objeto sendo estudado, o que raramente é o caso. Assim, devese recorrer a aproximações para obtenção de um resultado satisfatório.

Outro efeito originário do tipo de dados usado é que as características presentes nas imagens das seções, e que são usadas para o registro, podem sofrer mudanças de uma imagem para a outra do conjunto. Este fato cria dificuldades ainda maiores na determinação de características e do modelo que descreve o comportamento 3D da estrutura. Um problema ainda maior ocorre quando sequer é possível estabelecer a correspondência entre características das imagens por causa da ausência da característica escolhida em uma das imagens. Isto geralmente ocorre quando as imagens das seções apresentam diferenças significativas entre si devido a um grande espaçamento entre as seções.

De acordo com o exposto, fica claro que é necessário a obtenção prévia de informações sobre a estrutura do objeto que deve ser reconstruído para a correta aplicação dos métodos de registro em imagens seriadas. Quanto maior é o conhecimento sobre as imagens e sobre as diferenças entre elas, maiores as chances de se determinar o método

correto de registro, em especial de se determinar as características e funções de registro mais adequadas. Muitas vezes esta informação não está clara e aproximações devem ser empregadas.

#### 3.2.2 Automação do registro

Outra preocupação no registro de imagens seriadas é o grande número de imagens usualmente presente. Assim, cada etapa da técnica de registro empregada deve ser aplicada a cada uma das imagens do conjunto. A grande quantidade de imagens usualmente presente inviabiliza o tratamento manual. Consequentemente é desejável a adoção de técnicas de registro que apresentem um alto grau de automação. Contudo, a automação do registro de imagens apresenta dificuldades muito grandes, uma vez que cada imagem apresenta características dependentes da aplicação e, portanto, não existe um método único que possa ser utilizado em todos os casos. Assim, a solução deve ser determinada pelo usuário para cada tipo de aplicação. Soluções intermediárias, como métodos interativos semi-automáticos, também podem ser adequadas em várias situações.

Não obstante, é possível através da análise dos diversos métodos de registro de imagens identificar as etapas passíveis de automação. Assim, a etapa na qual a intervenção humana é usualmente mais requisitada é a identificação (ou reconhecimento) e o estabelecimento da correspondência das características que devem ser emparelhadas em ambas as imagens. Esta ação deve ser, na maioria dos casos, realizada para cada par da seqüência de um determinado conjunto de imagens seriadas. A maior dificuldade para a automação deste processo é a inexistência de métodos de reconhecimento suficientemente robustos.

Outras etapas, no processo de registro, sofrem menor interferência de um operador e, portanto, não requerem grande grau de automação. Algumas etapas, como por exemplo a de tratamento inicial da imagem para remoção de ruído, podem ser aplicadas de forma igual a todas as imagens de um determinado conjunto, desde que as condições de aquisição e do material amostrado sejam idênticas para todas as imagens do conjunto. De qualquer modo, se for necessária a intervenção de um operador para estes casos, esta deverá ser realizada de acordo com as peculiaridades de cada caso e, portanto, a introdução de métodos totalmente automáticos torna-se difícil nesta situação.

#### 3.2.3 Sub-amostragem e Interpolação

Um segundo problema advindo do processo de amostragem do objeto por seccionamento surge na etapa de geração do modelo tridimensional do objeto antes do rendering. Dependendo da distância de amostragem haverá o surgimento de "lacunas" na representação espacial do objeto. Caso não seja possível determinar-se corretamente a informação necessária para o preenchimento dessas "lacunas", a representação tridimensional, bem como a sua projeção visual, poderão tornar-se inúteis, ou conduzir à interpretações errôneas. A solução deste problema é dependente do tipo de representação utilizada para a modelagem do objeto [Barillot,93]. Se o método usado for o de ajuste de superficies, é necessário o estabelecimento de pontos de correspondência entre cada par de imagens ao longo das linhas de contorno de superfícies. Os pontos de correspondência são ligados permitindo a determinação do ajuste tridimensional (ou contorno) das superfícies contidas nos objetos. Diversos métodos podem ser empregados para o estabelecimento das correspondências. Pode-se por exemplo realizar a poligonalização das linhas de contorno cuja sequência de segmentos e ângulos compõem uma descrição sintática do contorno. O emprego de métodos de análise sintática dos contornos permite o casamento dos pontos de ambos os contornos (polígonos). Primitivas geométricas simples como triângulos podem então ser usadas para ajuste das superfícies, [Pedrini,94]. Outra possibilidade é o emparelhamento de contornos e distribuição uniforme de pontos ao longo de um dos contornos. Utilizando critérios adequados pode-se, então, realizar uma distribuição equivalente de pontos correspondentes no contorno a ser casado [Geiger,95]. Novamente, primitivas geométricas podem ser usadas para a composição das superfícies. Ainda outra possibilidade é a codificação das linhas de contorno na forma de B-splines. Os pontos de controle determinam o casamento dos contornos. A partir dos contornos adjacentes, assim gerados, pode-se realizar o ajuste de superfícies B-splines bi-cúbicas aos contornos [Odesanya,93].

Caso seja empregado o método de reconstrução por voxels, é necessário o preenchimento dos espaços existentes entre as imagens com imagens intermediárias ou matrizes de voxels [Lotufo,92], [Herman, 83], [Parrot,93] . Um procedimento bastante comum e simples é o emprego de métodos de interpolação tri-lineares ou tri-cúbicas. Métodos simples de interpolação entre voxels, entretanto, não são adequados quando os espaços entre as fatias são grandes pois não consideram as mudanças de forma. Nestes

casos deve-se levar em conta as deformações existentes nas estruturas das imagens e realizar a interpolação baseadas nestes fatores. Obviamente, se a taxa de amostragem (ou seja, a distância entre seções) for inferior a taxa de Nyquist, parte da informação de composição do objeto será irremediavelmente perdida.

Independente da representação empregada, superfícies ou voxels, as duas abordagens atacam o problema de sub-amostragem utilizando a identificação de pontos de correspondência para recuperação (ou interpolação) da informação perdida. Este procedimento, obtenção de correspondência entre imagens, remete à etapa inicial de registro. Este relacionamento entre as duas etapas não tem sido, entretanto, explorado adequadamente para que o processo como um todo possa ser otimizado.

## 3.3 Abordagens para o registro de seções seriadas

O problema de registro de imagens tem sido abordado de maneira particular para cada caso estudado. Esse fato é justificado pelos motivos já expostos no Capítulo 2, em especial, pelo fato de que cada imagem apresenta elementos característicos distintos. Assim, torna-se difícil a determinação de um método geral que possa ser utilizado em qualquer situação.

Adotando-se como premissa que o registro de imagens de seções seriadas deve ser realizado como uma aproximação ao problema geral de registro de imagens, ou seja, pela minimização das distâncias entre características correspondentes em duas imagens, a maioria das técnicas desenvolvidas (cf. Capítulo 2) pode ser empregada para este propósito. Fatores determinantes para escolha das técnicas são o tipo de característica usada, o critério de busca dos parâmetros, e também o grau de automação propiciado.

A abordagem mais simples e direta para o registro de imagens consiste em se determinar manualmente um conjunto de pontos de controle nas duas imagens e usá-los para a obtenção das equações de transformações. Este método apresenta bons resultados para um número pequeno de imagens (aproximadamente uma ou duas dezenas) tornando-se enfadonho e cansativo para um grande quantidade de imagens, conduzindo naturalmente à ocorrência de erros. Uma ferramenta adequada que permita a interação do usuário com o processo e auxilie na determinação dos pontos pode atenuar a ocorrência de erros, muito embora o processo continue sendo demorado. Inúmeros métodos baseados na utilização de pontos de controle foram desenvolvidos nos quais busca-se a automação do processo de

obtenção dos pontos de característicos e de determinação da correspondência entre eles. Entre as técnicas apresentadas na literatura, uma das mais simples e eficientes, com aplicação direta ao problema ao problema de seções seriadas, é a apresentada por Merickel (1988), que se baseia na solução dos parâmetros da função de registro (transformação de corpo rígido) utilizando pontos de controle obtidos automaticamente de momentos de contornos. Técnicas semelhantes são apresentadas por Hui (1995), e Montgomery e Ross (1996) com variações basicamente no método de obtenção dos pontos de controle. Do ponto de vista de solução dos parâmetros da função de registro, dois pontos em cada imagem são suficientes [Mitiche and Arggarwal,83]. Entretanto, para adicionar robustez ao processo é usual empregar-se um número maior de pontos e resolver os parâmetros da função em termos de minimização quadrática do erro. Esta técnica é revista brevemente a seguir.

## 3.3.1 Registro de imagens usando mínimos quadrados

O método apresentado por Merickel baseia-se na utilização de pontos de controle e na aplicação do método dos mínimos quadrados para a solução do sistema de equações que resolve os parâmetros escalamento, translação em x, translação em y, e rotação de uma transformação de corpo rígido.

#### Descrição do método

Dado uma transformação T que mapeia um conjunto de pontos P no conjunto P', envolvendo rotação seguida de escalamento e translação ou T=RST a matriz para esta transformação é dada por:

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' & y' & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha \cos \theta & \alpha \sin \theta & 0 \\ -\alpha \sin \theta & \alpha \cos \theta & 0 \\ \Delta x & \Delta y & 1 \end{bmatrix}$$
(3.1)

Deseja-se resolver as equações acima para o conjunto de parâmetros  $(\alpha, \theta, \Delta x, \Delta y)$  utilizando mínimos quadrados. Pode-se expressar as equações acima de outra maneira para fins de cálculo.

$$\begin{bmatrix} x_{i} \\ y_{i} \\ x_{j} \\ y_{j} \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{n} \\ y_{n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_{i} & -y'_{i} & 1 & 0 \\ y'_{i} & x'_{i} & 0 & 1 \\ x'_{j} & -y'_{j} & 1 & 0 \\ y'_{j} & x'_{j} & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x'_{n} & y'_{n} & 1 & 0 \\ y'_{n} & x'_{n} & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \alpha \cos \theta \\ \alpha \sin \theta \\ \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}$$

$$(3.2)$$

ou

$$Y = X.\beta \tag{3.3}$$

Portanto, a determinação dos 4 parâmetros para translação rotação e escalamento em termos de mínimos quadrados requer determinação da matriz  $\beta$  a partir da matriz de equações Y=X.  $\beta$  +E, onde.

 $Y = 2n \times 1$  matriz de observação

 $X = 2n \times 4$  matriz de variáveis independentes

 $\beta = 4 \times 1$  matriz de parâmetros

 $E = 2n \times 1$  matriz de erro, a diferença entre estimação e observação

A quantidade E<sup>T</sup> é a notação vetorial para a quantidade

$$\sum_{i=1}^{n} d_i^2 = \sum_{i=1}^{n} [(x_i - x'_i)^2 + (y_i - y'_i)^2]$$

que é a somatória dos quadrados das diferenças entre valores estimados e observados e que deve ser minimizada com respeito a matriz  $\beta$  de parâmetros ( $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\theta$ ,  $\alpha$ ) para determinar a solução por mínimos quadrados em  $\beta$ . A matriz de erros quadrados pode ser expressa em termos de matriz de parâmetros como

$$E^{T} = (Y - X\beta)^{T} (Y - X\beta) = Y^{T} Y - 2Y^{T} X\beta + \beta^{T} X^{T} X\beta$$
 (3.4)

O erro quadrático é minimizado diferenciando a equação acima (3.4) com respeito a β e fazendo o resultado igual a zero.

$$X^T X \beta - X^T Y = 0 \tag{3.5}$$

$$X^{T}X\beta - X^{T}Y = 0$$
 (3.5)  
 $\beta = (X^{T}X)^{-1}X^{T}Y$  (3.6)

onde  $(X^TX)^{-1}X^T$  é denominada matriz pseudo-inversa de X. A equação (3.6) representa o mínimo para β porque a segunda derivada da equação (3.4) com respeito a β é sempre positiva.

As matrizes X e Y representam o conjunto x e y de coordenadas dos pontos de referência da imagem alvo das seções que se deseja registrar, respectivamente. Os pontos da matriz X são obtidos dos contornos da imagem origem e os pontos de Y da imagem destino. Precauções especiais devem ser tomadas com relação ao cálculo da pseudoinversa. Embora, em teoria, a quantidade  $(X^TX)^{-1}$  exista, o custo computacional para a sua formação e o erro numérico associado recomenda que a sua determinação não seja feita diretamente. Alternativas possíveis são a decomposição Q-R da matriz design X ou o emprego da decomposição de valor singular (single value decomposition - SVD) [Press et. al.,92], para resolver o problema sem computar a matriz inversa diretamente.

Os termos  $\Delta x$  e  $\Delta y$  representam as translações em x e y. Entretanto, o fator de escala  $\alpha$  e o ângulo de rotação  $\theta$  deve ser obtido juntamente dos dois termos da matriz  $\beta$ ,  $\alpha\cos\theta$ , e  $\alpha\operatorname{sen}\theta$ . Se  $p_1=\alpha\cos\theta$  e  $p_2=\alpha\operatorname{sen}\theta$ , então

$$\alpha^2 = p_1^2 + p_2^2$$
 e  $\theta = arctg\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$ 

Abaixo, é mostrada uma ilustração da reconstrução 3D de brotos de folha, cujo objetivo é a verificação da estrutura dos canais internos (figura 3.3). Para reconstrução volumétrica foi utilizada a técnica de ajuste de superficies. Maiores detalhes do processo de reconstrução empregado podem ser encontrada em [Pedrini,94]. As imagens originais foram registradas usando o método de Merickel. Foram utilizados vários pontos anotados manualmente, utilizando como referência os centros dos canais ou então pontos significativos das bordas dos mesmos. As imagens originais das seções são apresentadas no Apêndice A.

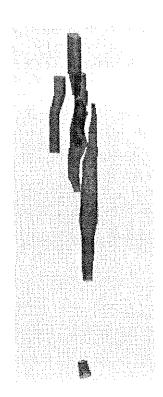


Figura 3.3 - Imagem de canais de um broto de folha, reconstruído a partir de seções seriadas, após o registro pelo método de Merickel. Foram utilizadas 20 seções transversais [Pedrini, 94].

O principal problema com esta técnica consiste na determinação dos pontos de controle adequados. Quando o número de características na imagem existe em número suficiente ela pode ser empregada sem problemas. Muitas vezes, entretanto, a determinação dos pontos de controle em quantidade suficiente é difícil. Merickel sugere que para o método ser implementado automaticamente é necessário a utilização de pontos característicos dos contornos como pontos de referência para o registro. Neste caso, dois pontos de fácil determinação são o centróide e o raio médio ponderado. Estes pontos entretanto costumam apresentar pouca distância entre si, o que não é conveniente para a determinação confiável do sistema de equações. Dessa forma, são necessários vários contornos para a determinação de vários pontos de referência. Possíveis abordagens para o problema são dadas por Hui (1995) e Montgomery e Ross (1996). Entretanto, nem sempre é possível a obtenção de vários contornos que possam ser usados como referência para a determinação dos pontos de controle característicos. Um outro aspecto da utilização de centróides como pontos de controle é que as variações de forma do objeto são, de certo modo, "diluídas" no processo.

Outras possibilidades existem para a realização do registro de forma automática (ou semi-automática) no contexto de aplicações com imagens seriadas. Uma técnica que tem sido pouco explorada dentro do contexto de registro de imagens propriamente dito é a Transformada Generalizada de Hough [Ballard,81], [Davis,82]. A Transformada Generalizada de Hough é uma técnica normalmente usada em reconhecimento de padrões e permite a obtenção concomitante do registro de objetos, definidos através de seus contornos, para rotações, translações e escalamento, ou seja, para transformações de corpo rígido. Apresenta como grande atrativo a possibilidade de automação do processo já que a correspondência e o registro são obtidos concomitantemente. Conseqüentemente, ao usuário cabe apenas definir o modelo, ou seja, os contornos (característica) do objeto a ser registrado. Outro aspecto de interesse neste caso é que basta um contorno para realizar o registro das imagens.

# 3.4 O uso da TGH em registro de imagens

A Transformada Generalizada de Hough é usualmente utilizada para a detecção, reconhecimento ou registro de instâncias de um modelo ou objetos nas imagens [Grimson, 1990], [Suetens, 1992]. Porém a utilização da TGH no registro de imagens não é novidade. Yam (1981) e Davis (1982) demostram a utilização da TGH no registro dos relevos de um terreno em imagens tomadas sob pontos de vista diferentes. Estes trabalhos concentram-se, principalmente, na demonstração da implementação hierárquica da transformada sem dar ênfase a qualidade dos resultados do registro.

Entretanto, a transformada de Hough apresenta alguns aspectos de desempenho, relacionadas ao custo computacional e a robustez do resultado, os quais a tornam limitada à aplicação em casos nos quais as imagens são bem comportadas, isto é, apresentam pouca complexidade e, portanto, poucos pixels de borda. Quando a imagem apresenta muitos elementos na sua composição, a TGH pode apresentar resultados falsos devido à presença de ruído. Erros também podem surgir devido a natureza discreta do processo de acumulação que caracteriza a TGH. O custo computacional para a implementação da TGH é usualmente alto e, por vezes, um impedimento à sua aplicação.

O problema da robustez é tratado neste trabalho pela utilização de técnicas de préprocessamento que aumentam a probabilidade de obtenção de um resultado correto. O princípio fundamental por trás do procedimento empregado consiste no aumento da relação sinal/ruído da imagem, antes da aplicação da TGH. Desta forma, a probabilidade de acumulação e surgimento de falsos picos (instâncias), motivados pela presença de ruído, diminui. Com isto, o resultado passa a ser mais confiável e obtém-se como benefício adicional a redução do custo computacional da TGH pela diminuição do número de pixels a serem processados. Basicamente, o procedimento consiste na eliminação dos pixels de contornos que possuem pouca probabilidade de pertencerem aos contornos de interesse para o registro. Esta eliminação é realizada através de métodos simples de casamento de características como comprimento ou perímetro, área, etc. Os contornos a serem registrados devem apresentar uma "identidade bem definida e singular" como pré-condição para a aplicação deste método, caso contrário aumenta a complexidade da eliminação dos pixels indesejáveis. Outras alterações, como a desindexação do processo de acumulação pelo ângulo de inclinação do pixel de borda, também são propostas com a finalidade de minimizar o problema de ruído devido à acumulação no espaço discretizado.

A seguir, são apresentadas a conceituação básica da Transformada Generalizada de Hough e uma análise dos problemas que podem surgir quando da sua aplicação ao problema de registro de imagens.

### 3.4.1 Transformada Generalizada de Hough: Revisão

A Transformada de Hough foi inicialmente proposta como um método para a detecção de retas e curvas descritas analiticamente [Hough,62], [Duda and Hart,72], [Kimme,75]. Posteriormente, Merlim e Farber (1975) e, de uma maneira computacionalmente mais eficiente, Ballard (1981), ampliaram o conceito básico do algoritmo para a detecção de formas arbitrárias quaisquer, não descritas analiticamente. Uma grande quantidade de artigos pode ser encontrada sobre o tema, uma boa parte dos quais aborda os problemas da complexidade computacional e exigências de memória do método. Duas excelentes revisões sobre a técnica podem ser encontradas nos estudos de Illingworth and Kittler (1988), e em Leavers (1993). Apesar da formulação da TGH ser amplamente detalhada na literatura, faremos a seguir uma breve descrição do algoritmo.

A TGH tem por objetivo achar a posição do modelo de um contorno 2D, em uma cena ruidosa, onde todos os pontos do modelo são mapeados para a cena da imagem por uma transformação composta por uma translação, rotação e mudança de escala. Num primeiro estágio da TGH, o modelo é pré-processado e determinado iterativamente, isto é,

o conjunto de pontos do contorno que definem o modelo a ser usado é obtido. Primeiro, vamos admitir que a orientação e a escala do objeto sejam fixas, assim o modelo será transladado na imagem relativamente a sua posição na imagem do modelo. Na descrição a seguir iremos usar x para denotar os pontos da cena e x<sup>m</sup> quando referenciarmos os pontos do modelo.

### 3.4.1.1 TGH restrita a translações

Os passos apresentado a seguir são realizados off-line:

- 1) Para cada ponto  $\mathbf{x}^{m}$  no contorno do modelo calcule  $\theta(\mathbf{x}^{m})$ , o ângulo tangente a curva em  $\mathbf{x}^{m}$ .
- 2) Pegue um ponto arbitrário de referência p<sub>o</sub> (com coordenadas do modelo x<sub>o</sub><sup>m</sup>) e calcule sua posição relativa com respeito a todos os pontos do contorno, isto é, para cada ponto x<sup>m</sup> do modelo calcule r = x<sub>o</sub><sup>m</sup> x<sup>m</sup> (a figura 3.1 mostra esses vetores). Note que para cada ponto x na imagem transladada e para o correspondente vetor de referência r calculado para este ponto, o local do ponto de referência p<sub>o</sub> na cena é dado por x<sub>o</sub> = x + r.
- Crie uma tabela contendo todos os pares de ângulos tangentes com os vetores de referência correspondentes,

$$T = (\theta(x^m).(x_0^m - x^m))\}.$$

A tabela T é indexada pelos valores discretos de  $\theta$ . Como  $\theta$  é invariante com translações, ele irá servir como indexador da tabela durante o estágio de reconhecimento (ou de *matching*), para extração dos vetores de referência. Esta tabela é conhecida como tabela-R.

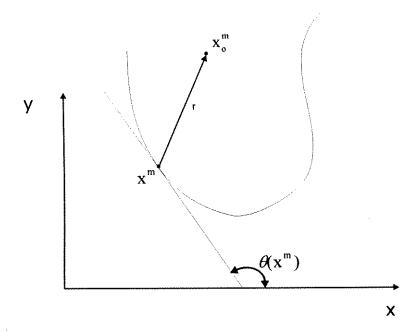


Figura 3.4 - Tangente  $\theta(\mathbf{x}^m)$  a borda do modelo no ponto  $\mathbf{x}^m$  de referência  $\mathbf{r}$  no mesmo ponto [Hecker,94].

No estágio de reconhecimento, as coordenadas do ponto de referência  $\mathbf{p_0}$  no plano da imagem transladada são os parâmetros desconhecidos. Uma matriz de acumulação é criada para um conjunto discretizado de possíveis coordenadas de cena x e y do ponto de referência  $\mathbf{p_0}$ . Um ponto  $\mathbf{x}$  na imagem pode ser usado com seu ângulo  $\theta(\mathbf{x})$  para indexar a tabela r-table para extrair aqueles vetores de referência que estão emparelhados com  $\theta(\mathbf{x})$  para calcular as coordenadas de  $\mathbf{p_0}$  na imagem e para votar por ele no acumulador. Assim para o caso do modelo com orientações e escalas fixas, o passo de reconhecimento segue como:

- 1) Inicialize um acumulador 2D  $A(x_{o})$  de possíveis pontos de referência para zero.
- 2) Para cada ponto  $\mathbf{x}$  da imagem, vote para as possíveis localizações de  $\mathbf{p_o}$ : para cada entrada  $\mathbf{r}$  na tabela com índice  $\theta(\mathbf{x})$ , incremente a célula da matriz de acumulação  $A(\mathbf{x_o}) \leftarrow A(\mathbf{x_o}) + 1,$  onde  $\mathbf{x_o} = \mathbf{x} + \mathbf{r}$ .
- 3) Um pico ou uma célula de máxima acumulação em A corresponde a um possível local do ponto de referência p<sub>o</sub> Assim, determinar uma instância de um modelo na imagem

corresponde a achar a célula de máxima acumulação. A célula de máxima acumulação indica, ainda, os parâmetros do ponto de referência da instância do modelo na imagem.

### 3.4.1.2 TGH com rotação e escala

Transformações de rotação e escalamento são incorporadas na TGH pela expansão das dimensões da matriz de acumulação e também pela criação de múltiplas tabelas-R para cada modelo. Cada tabela-R corresponde a cada um dos possíveis valores quantificados de ângulo e escala. Na verdade, não é necessário que todas as possíveis tabelas-R sejam criadas explicitamente, pois estas podem ser obtidas a partir da aplicação de transformações sucessivas com os valores correspondentes de ângulos de rotação e escalamento, sobre as entradas na tabela-R original. Para a descrição destes cálculos é mais simples utilizar coordenadas polares para representação dos vetores de referência, isto é, r= $(r, \alpha)$ . Dessa forma, o processo de reconhecimento para o caso de modelos rotacionáveis e escaláveis compreende os seguintes passos:

- Inicialização de uma matriz de acumulação de 4 dimensões A(x<sub>o</sub>, φ, s) de possíveis localizações x<sub>o</sub>, do ponto de referência p<sub>o</sub>, para qualquer rotação dada do ângulo φ e fator de escala s do modelo.
- 2) Para cada ponto de borda x da imagem e cada possível valor quantificado de escala s e rotação φ do modelo, vote para possíveis localizações de p<sub>o</sub>. Em outras palavras para cada entrada r = (r,α) da tabela, indexada por θ(x) φ, incremente a célula

$$A(\mathbf{x_0}, s, \phi) \leftarrow A(\mathbf{x_0}, s, \phi) + 1,$$

onde  $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x} + \mathbf{q}$ , e o vetor de referência  $\mathbf{q}$  rotacionado e escalado é dado em coordenadas polares por:

$$|q| = sr$$
 e ângulo $(q) = \alpha + \varphi$ ,

onde ângulo é a função que retorna o ângulo do seu vetor argumento. Cada par  $(s, \phi)$  gera um conjunto de votos para o modelo escalado por s e rotacionado por  $\phi$ .

3) Máximos na matriz A correspondem a possíveis locais do ponto de referência para uma possível rotação e fator de escala do modelo.

Assim, obter uma instância do modelo de um objeto em uma imagem resume-se em detectar os valores de pico na matriz de acumulação. Por sua vez, o registro das imagens é obtido através do mesmo processo, porém os parâmetros de transformação procurados são obtidos diretamente das diferenças de coordenadas x e y do ponto de referência da instância encontrada na imagem e do ponto de referência para o modelo, no que se refere à translação, e os próprios valores de s e φ para os pontos de máxima no que se refere às transformações de escalamento e rotação. Em outras palavras o registro das imagens será dado pelos parâmetros de translação, rotação e escalamento, respectivamente:

$$\mathbf{T} = \mathbf{x_0}^{\mathbf{m}} - \mathbf{x_0},$$

 $\mathbf{R} = \boldsymbol{\phi}^{\mathbf{p}}$  (ângulo de rotação da célula de máxima acumulação),

 $S = s^p$  (fator de escala da célula de máxima acumulação).

# 3.4.2 Problemas associados à Transformada Generalizada de Hough

A implementação clássica da TGH apresenta alguns problemas que dificultam sua utilização prática [Grimson and Huttenlocher, 90]. Tais problemas são: 1) Vetores similares de parâmetros resultam em acumulação de células diferentes devido a erros de quantificação na aquisição das imagens (erros nos sensores); 2) Para um grande número de parâmetros, o espaço Hough necessário se torna muito grande, tornando difícil a busca e identificação de clusters; 3) A probabilidade de surgimento de falsos clusters devido a existência de ruído na imagem é muito alta; 4) O alto custo computacional. Apesar destes problemas, um grande número de pesquisas tem sido realizadas para a utilização da TGH em diferentes aplicações práticas que necessitam reconhecimento de padrões e registro de imagens.

O primeiro problema freqüentemente é resolvido, nas implementações usuais, pela determinação dos picos dentro de uma vizinhança de células ou pela acumulação de uma vizinhança de células ao invés de em apenas uma. Ambos os métodos conduzem a resultados semelhantes, como demonstra Ballard (1981). Esta dificuldade, inerente ao método, é devido principalmente à indexação da tabela pelo ângulo tangente  $\theta(\mathbf{x})$ . Qualquer erro na determinação do ângulo conduzirá a erros na acumulação dos vetores. O segundo e quarto problemas são usualmente resolvidos de forma semelhante, ou pelo

emprego de técnicas heurísticas [Linnainmaa,88] para a redução do espaço de busca, o que também reduz o custo computacional, ou pela aplicação direta de técnicas de computação paralela.

Poucos trabalhos, entretanto, abordaram o problema da redução do surgimento de falsos clusters. Bhandarkar (1994, 1991) propõe como forma de atenuar o aparecimento de falsos clusters, bem como, de diminuição dispersão da acumulação, a utilização de qualificativos atribuídos a determinadas características da imagem, as quais teriam, então, maior ponderação na acumulação. Tais qualificativos buscam fundamentalmente aumentar a relação sinal/ruído no espaço de acumulação, favorecendo características menos sujeitas ao ruído dos sensores e com maior probabilidade de pertencerem à instância procurada.

### 3.4.3 Problemas específicos com registro de seções seriadas

O registro de imagens de seções seriadas pode apresentar grande dificuldade devido ao fato de que estruturas e seus contornos podem apresentar grandes variações entre uma seção e outra. Estas mudanças podem ser acentuadas quando seções intermediárias são eliminadas por causa de perdas, ou redução da quantidade de dados a ser processada. As imagens neste tipo de aplicação também costumam apresentar um significativo grau de complexidade, isto é, profusão de estruturas e contornos. Essas características manifestam-se na TGH na forma de ruído no espaço de acumulação.

Desta forma, nesta aplicação, o problema da dispersão da acumulação é agravado devido à inevitável dissimilaridade entre os contornos de uma seção transversal e outra. Portanto, a medida que os contornos a serem registrados não concordam com o modelo, a precisão da TGH diminui. Mais precisamente, o ruído interno, devido às diferenças entre contornos, tende a diminuir a nitidez do espaço de acumulação pelo achatamento dos picos. Da mesma forma o ruído externo, devido à profusão de contornos, tende a diminuir a nitidez do espaço de acumulação pela elevação de falsos picos (ou clusters).

### 3.5 A solução alternativa proposta

Com base no exposto acima, pode-se concluir que o uso da TGH para registro de imagens seriadas pode não ser uma alternativa razoável. Entretanto, devido principalmente

ao fato do método combinar o registro com correspondência, a sua utilização torna-se bastante desejável como forma de simplificar o processo de registro em relação à questão da sua automação. Consequentemente, na hipótese da sua aplicação, é necessária a eliminação, ou pelo menos a diminuição, dos problemas de sensibilidade ao ruído interno (precisão dos sensores) e externo.

Com essa finalidade procurou-se atacar os problemas principais da TGH discutidos acima: a imprecisão da tangente  $\theta(\mathbf{x})$  e o surgimento de falsos clusters. A imprecisão da tangente  $\theta(\mathbf{x})$  pode ser tratada com o aumento da robustez da sua determinação ou a troca deste indexador por outro, que também apresentasse invariança com translações, rotações e escala. No primeiro caso, poder-se-ia utilizar caraterísticas de maior nível como retas, ou os segmentos de retas de um contorno poligonalizado, por exemplo. Essa solução não é adequada, entretanto, pois a determinação destas características de maior nível também apresenta imprecisão na medida em que os contornos sofrem deformações. No segundo caso, seria necessário encontrar uma característica invariante associada a cada pixel, o que nem sempre é possível.

Optou-se, então, por eliminar-se o indexador  $\theta(\mathbf{x})$  para a tabela de vetores e adotar a solução apresentada por Merlin e Farber (1975), porém com algumas modificações, as quais serão apresentadas mais adiante. A solução apresentada por Merlin e Farber tem sido relegada a segundo plano em favor da solução apresentada por Ballard (1981), por esta última ser muito mais eficiente do ponto de vista computacional e por apresentar um espaço de acumulação com um menor nível de ruído. A diferença básica entre as duas técnicas é que a solução de Ballard, usando a tangente  $\theta(\mathbf{x})$  como indexador, apresenta a relação de uma característica da imagem para um ponto no espaço de acumulação. Já o método de Merlin e Farber apresenta para cada ponto de característica da imagem, n pontos de acumulação, onde n é o número de pontos que compõem o modelo. Ou seja, para cada ponto de borda na imagem todos os vetores do modelo devem contribuir com um voto no espaço de acumulação. Conseqüentemente, um grande número de falsos clusters pode ser gerado e também o custo computacional aumenta consideravelmente.

Apesar deste método não ter sido mais considerado na literatura em função de suas deficiências, a adoção de algumas modificações podem torná-lo adequado ao registro de imagens. Em primeiro lugar, pode-se trabalhar apenas com os contornos dos objetos de interesse, previamente segmentados e separados da imagem original. Esse procedimento

praticamente elimina o aparecimento de clusters falsos devido à completa ausência de ruído extrínseco na imagem e, principalmente, assegura a formação de um único *cluster*, tornando inequívoca a sua identificação pela busca da máxima acumulação no espaço de parâmetros. Isto é possível porque não se pretende determinar a existência ou identificar diversas instâncias de um mesmo objeto em uma imagem, mas sim determinar a função de transformação entre dois objetos previamente identificados, ou ao menos parcialmente identificados. Em segundo lugar, ao reduzir-se a imagem apenas aos pixels que compõem o contorno da seção, consegue-se obter um certo controle da posição dos objetos na imagem e, dessa maneira, é possível limitar a faixa de valores dos parâmetros no espaço de acumulação. Reduz-se, assim, simultaneamente, a quantidade de memória utilizada e o tempo de processamento.

O procedimento adotado é equivalente, em termos conceituais, a aumentar a relação sinal/ruído pela eliminação quase completa do ruído externo existente na imagem, que, neste caso, corresponde a qualquer ponto de acumulação gerado por um pixel que não pertença ao contorno procurado. Comparativamente à abordagem de Ballard (1981), eliminou-se ao mesmo tempo o espalhamento da acumulação, devido a indexação, e diminuiu-se a formação de falsos clusters pela eliminação de uma grande quantidade de pontos da imagem. Ainda existe uma certa quantidade de espalhamento em virtude das diferenças entre os contornos e modelos, porém, esta se restringe aos deslocamentos na direção x e y, e é bem menos significativa que as variações provocada pela tangente  $\theta(x)$ .

A eliminação dos pontos não pertencentes aos contornos de registro é realizada através de métodos simples de casamento de características como comprimento ou perímetro, área, etc. Ou seja, elimina-se aqueles contornos e pontos que não possuem grande probabilidade de pertencerem aos contornos procurados. Não é necessário que se elimine todos os pontos que não pertençam aos contornos buscados, embora isto seja altamente desejável. Dessa forma, se a imagem não apresentar dificuldade de segmentação, a adição desta etapa pouco representará em termos de custo computacional ao processo como um todo. Dependendo das características da imagem, pode ser necessária a utilização de métodos mais complexos para sua segmentação e conseqüentemente o custo computacional desta etapa será maior.

# 3.5.1 O processo de registro automático utilizando a TGH com pré-processamento

Na presente aplicação, o modelo, que será usado como referência para a TGH, é definido pelo usuário baseado no contorno que será adotado como referência para o registro. Isto é, cabe ao usuário, baseado em observação das imagens das seções transversais e no tipo de amostra que está sendo estudado, definir quais contornos são adequados para serem usados como referência. Estes contornos são então escolhidos para compor o modelo que será usado pela TGH. A implementação do processo foi realizada considerando os passos relacionados a seguir:

- 1 Aplicação de um limiar para binarização de cada uma das imagens que compõem o conjunto de seções seriadas.
- 2 Processamento de cada uma das imagens para extração dos contornos (representação em código cadeia).
- 3 Seleciona-se a primeira imagem do conjunto (i=0).
- 4 Realiza-se a obtenção iterativa do contorno que representará o elemento de referência (modelo) M<sub>i</sub>.
- 5 Elaboração de uma tabela de vetores que descreve o contorno Mi.
- 6 Pré-processamento da imagem l<sub>i+1</sub> para o seleção dos candidatos ao contorno correspondente baseado em características simples dos contornos.
- 7 Aplicação da Transformada Generalizada de Hough (etapa de acumulação) sobre os pontos do contorno C<sub>i+1</sub>.
- 8 Busca no espaço Hough para detecção do pico que identifica os parâmetros de translação e rotação.
- 9 Repetem-se os passos 5 e 6 até a resolução desejada.
- 10  $M_i = C_{i+1}$ ; Incrementa i (passa a imagem seguinte).
- 11 Retorna ao passo 5 se ainda existem imagens para serem registradas.

A primeira etapa do processo consiste na detecção de bordas nas imagens das seções e na identificação da borda que será usada como modelo, na imagem da primeira seção. Essa borda então é tomada como sendo um padrão a ser buscado nas imagens seguintes. Na implementação realizada, isto é feito com a binarização da imagem segundo um limiar adequado, obtido iterativamente, e com a geração da descrição dos contornos da imagem em código cadeia. Para a implementação desta etapa foi utilizado o algoritmo

descrito por Seong-Dae Kim [Kim,88]. Este algoritmo apresenta como vantagem a extração dos contornos diretamente em código cadeia e a determinação de relações de inclusão dos objetos segmentados, que é bastante útil para os propósitos de classificação dos contornos. Com o código cadeia é possível a extração de diversas características dos contornos, tais como perímetro, área, centro de massa, etc. A partir da descrição da imagem com o código cadeia e das características pertencentes a cada contorno é possível realizarse a classificação dos contornos e a escolha daquele que melhor descreve a seção, ou seja, aquele que representará o modelo para a TGH. Diversos problemas podem surgir nesta etapa do processo, sendo que os mais comuns estão relacionados a segmentação das imagens. É possível, por exemplo, que na aquisição das imagens ocorra sobreposição de objetos e o contorno buscado se misture com outros mudando completamente suas características ou a imagem pode apresentar um nível de iluminação insuficiente para realizar a segmentação por binarização simples. Nesses casos, é necessário a interferência do usuário para aplicar métodos específicos para a segmentação.

A segunda etapa consiste na construção da tabela para representação dos cortes na forma propícia para a implementação da transformada de Hough, ou seja, na forma de vetores. Para redução do custo computacional, pode ser realizada uma amostragem ao longo do contorno, reduzindo-se assim o número de pixels para a formação da tabela de vetores. A freqüência de amostragem é um compromisso entre desempenho computacional e precisão na descrição da forma e, consequentemente, na precisão dos resultados. Para fins práticos, formas bem comportadas, isto é, com bordas suaves e com pouca deformação, podem sofrer uma amostragem mais espaçada. Para a implementação da etapa de acumulação, optou-se por realizar um algoritmo do tipo adaptativo, semelhante ao apresentado por Illingworth e Kittler (1987). O processo consiste em, ao contrário de se realizar a acumulação diretamente na resolução do modelo, utilizar inicialmente uma resolução mais grosseira, de modo a não gerar um espaço com dimensão muito grande. Na sequência determina-se o ponto de máxima acumulação. Os limites do espaço de transformação são então ajustado para uma região em torno do ponto localizado, aumentando dessa forma a resolução do espaço. Uma nova acumulação é realizada e novo máximo é encontrado, desta vez com uma precisão maior. Este processo é repetido até que se encontre a localização do pico, que identifica os parâmetros de transformação, com a precisão desejada. Consegue-se deste modo, reduzir a utilização de memória para limites aceitáveis.

O algoritmo proposto foi implementado em linguagem C, podendo ser executado até mesmo em computadores tipo PC, sob o sistema operacional DOS. Isto demonstra a pouca exigência em relação a quantidade de memória. O tempo de processamento depende de uma série de fatores como o número de pontos nas imagens, o tamanho da imagen (que determina a dimensão do espaço de acumulação) e o número de iterações necessárias para atingir a resolução requerida.

### 3.6 Resultados e comentários

Para teste e avaliação do algoritmo foram usadas 18 seções obtidas pelo seccionamento de um pimentão (cf. apêndice A), escolhido para teste por ter em suas bordas formas côncavas e convexas e uma variação acentuada longitudinalmente. Cada corte foi realizado a uma distância de aproximadamente 5mm um do outro e suas imagens foram digitalizadas com um *scanner*.

### 3.6.1 Precisão e desempenho

Abaixo, na figura 3.5, é mostrada uma seqüência de imagens registradas pelo método proposto. Nas figuras 3.6-a e 3.6-b, são mostradas as imagens originais de duas seções consecutivas de um pimentão.

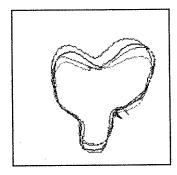
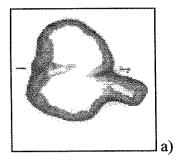


Figura 3.5 - Imagens de uma sequência de seções de pimentão registradas pelo método proposto.



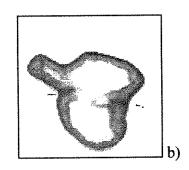


Figura 3.6 - Imagens de duas seções consecutivas.

Em seguida, são apresentadas as imagens após os contornos terem sido obtidos pela aplicação de segmentação binária. Após a obtenção dos contornos, estes são classificados utilizando características básicas como comprimento e área (no caso de contornos fechados) e somente o contorno externo é mantido. Esta situação é mostrada na figura 3.8, para a mesma seção da figura 3.6-b.

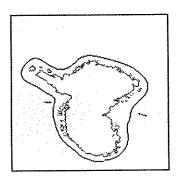


Figura 3.7 - Contornos da seção da figura 3.6-b sem pré-processamento.

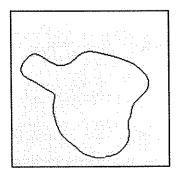


Figura 3.8 - Imagem da figura 3.7 pré-processada para extração somente do contorno de interesse.

Seguindo a sequência do procedimento, a TGH é aplicada para a obtenção dos parâmetros de transformação que registra as duas imagens. As imagens são registradas e o resultado é mostrado na figura 3.9, com os dois contornos sobrepostos.

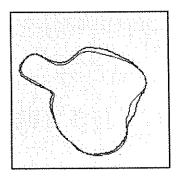


Figura 3.9 - Imagem das duas seções após o registro.

Como foi apontado, a TGH é aplicada à imagem após o processamento desta para reduzir a probabilidade de surgimento de falsos picos no espaço de acumulação e também para diminuir o custo computacional. Para demonstrar a validade deste procedimento, a figura 3.10 mostra os mesmos contornos da figura 3.9, após o registro, porém, sem que o pré-processamento inicial da imagem tenha sido realizado para eliminação dos contornos indesejáveis, isto é, a TGH foi aplicada aos pixels do contorno da figura 3.7.



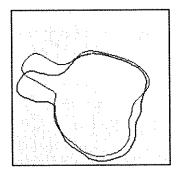


Figura 3.10 - Imagem das duas seções, após o registro, sem a aplicação de préprocessamento.

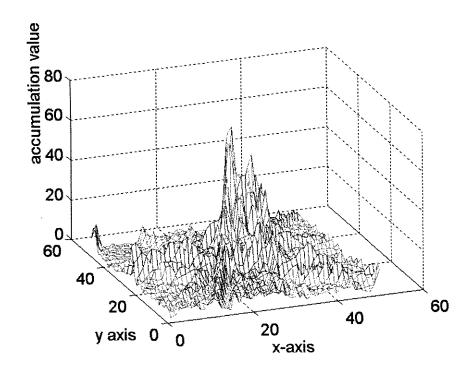


Figura 3.11 - Plano de acumulação em torno do pico central, com préprocessamento dos contornos (dimensão do plano x-y do espaço Hough é 50 X 50).

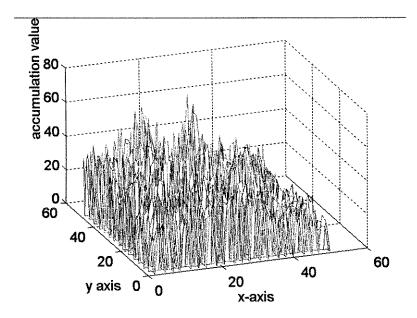


Figura 3.12 - Plano de acumulação em torno do pico central, sem préprocessamento dos contornos (dimensão do plano x-y do espaço Hough é 50 X 50).

O resultado obtido mostra uma diferença de aproximadamente 20 graus na rotação, 5 pixels na direção y, e 1 pixel na direção x. Contudo, os valores numéricos absolutos não são significativos. O fato importante a ser notado é que a fonte dessas diferenças e erros está no ruído gerado na etapa de acumulação. As figuras 3.11 e 3.12 apresentam o gráfico do espaço de acumulação em ambos os casos, com préprocessamento para eliminação dos pixels indesejáveis e sem pré-processamento, respectivamente. Os gráficos representam o plano x-y no espaço de Hough cortando o maior pico do espaço de acumulação, na última iteração. Pode-se observar nestes gráficos que o espaço de acumulação é muito melhor definido naquele no qual a imagem foi préprocessada. Na verdade, o fato do espaço de acumulação ser mais ruidoso não significa que o resultado será necessariamente incorreto, mas apenas que a probabilidade de aparecimento de falsos picos é muito maior.

Observando a figura dos contornos registrados pode-se perceber que estes tendem a se tocar nos trechos de maior similaridade. Este resultado está em acordo com o fato da TGH ser dirigida pelo valor da norma estatística do espaço de acumulação. Em alguns casos isto pode produzir resultados errados no registro, porém em outros, esta característica

pode ser usada favoravelmente, bastando para isto que se selecione adequadamente a característica que controlará o processo de registro.

A principal vantagem de se usar a TGH é que esta simplifica o processo de correspondência de características, já que este é intrínseco ao método. Além disso, a TGH é bastante robusta no que se refere a deformações locais ou oclusões parciais, produzindo resultados adequados mesmo nestes casos.

A Tabela 1, a seguir, apresenta os valores de rotação obtidos para cada par de seções através do método aqui descrito e os valores obtidos por registro manual baseado em marcas feitas no corpo do pimentão antes do seccionamento. A primeira coluna indica as seções entre as quais os valores de transformação se referem, ou seja, a transformação entre as duas seções.

Algumas considerações devem ser feitas relativamente aos resultados numéricos obtidos. Primeiro, os valores obtidos manualmente também possuem um erro associado de dificil quantificação. Este erro advém da própria natureza manual do processo, caracterizado pela dificuldade de obtenção das coordenadas das marcas de referência e da própria imprecisão da colocação destas no pimentão. Segundo, os pontos tomados como referência para determinação das transformações são diferentes em cada processo (manual e automático). No processo manual são utilizadas marcas nas seções do pimentão e no segundo são tomados pontos nas bordas. Como as bordas são obtidas através de simples binarização da imagem, os valores obtidos são fortemente dependentes do limiar de corte. Este problema poderia ser minimizado pela obtenção dos pixels de borda através de técnicas mais precisas, por ex. a aplicação do operador de Canny [Canny, 86].

seções	ângulo	ângulo	егго
i - (i+1)	manual	(TGH)	01.0
1-2	-115	-119	4
2-3	172	186	-14
3-4	5.9	9	-3,1
4-5	-24.6	-19	-5,6
5-6	6.5	7	0,5
6-7	-30.9	-31	0.1
7-8	23.2	20	3.2
8-9	-18.3	-24	5.7
9-10	192.0	193	1.0
10-11	-169.5	-169	0,5
11-12	163.1	166	-2.9
12-13	-199.3	-195	4,3
13-14	274.4	297	-22,6
14 -15	-7.9	-5	12,9
15 -16	-325.0	-324	-1,0
16 -17	20.6	266	-245,4
17 -18	288.9	292	-3,1

Tabela 1 - Diferença entre ângulos de rotação medidos manualmente e os ângulos obtidos através da Transformada de Hough. Erro médio quadrático = 4,7 (obtido utilizando 13 valores de melhor comportamento, portanto excluídas as rotações 1-2, 2-3, 13-14 e 16-17). Ângulos e erros em graus.

Observando-se os valores de erro obtidos podemos perceber que estes se mantêm baixo para a maioria das transformações. Alguns valores, entretanto, são bastante altos e são conseqüência, principalmente, da grande variação de forma entre uma seção e a seguinte. Em geral, quanto maior a diferença de formato e escalamento entre uma seção e outra, maior é o erro obtido com a TGH.

Como observado acima, a deformação dos contornos é, neste tipo de aplicação, o fator responsável pela introdução de imprecisão no método. Apesar disso, é bastante comum que as deformações apresentem certos padrões. Alguns destes poderiam ser descritos como: achatamento ou alongamento da forma, expansão ou contração, etc. Estas deformações são típicas tanto em objetos naturais como nos artificiais. A identificação do tipo de deformação presente pode ser útil na elaboração de modificações para o método apresentado, de tal maneira que haja uma compensação às deformações. Por exemplo, formas que apresentam expansões ou contrações podem ser tratadas como se fossem escalamentos em uma determinada direção. Isto pode ser realizado pela adição de um parâmetro de escalamento no espaço Hough. Assim, a variação do escalamento seria compensada pela deformação da seção e os resultados corretos de translação e rotação seriam obtidos. Entretanto, o custo computacional aumenta com a adoção desta solução.

Deve-se notar que, na medida em que o resultado da transformada de Hough é dependente da moda estatística, o valor obtido será conseqüência da contribuição do maior número de pontos que concordem com o modelo. Se estes pontos, que casam com o modelo, estão uniformemente distribuídos ao longo do contorno da seção, então o resultado será em geral correto. Caso os pontos se concentrem em um determinado trecho do contorno, então o resultado será um deslocamento dos parâmetros de transformação na direção deste trecho. Ou seja, a seção transformada para alinhamento tende a encostar no lado da curva que contribui mais para a formação do pico. Este resultado será ou não válido dependendo do objeto sendo tratado.

### 3.7 Conclusões

O motivo principal para a utilização da Transformada Generalizada de Hough é a determinação da correspondência de forma implícita e automática a partir de contornos. Deste modo, soluciona-se um dos principais problemas deste de tipo de aplicação. A TGH, na sua formulação original, apresenta, entretanto, alguns problemas que tornam sua

aplicação limitada a situações nas quais as imagens apresentam pouca complexidade. Para contornar estas limitações foram propostas alterações no emprego e na utilização da TGH. As principais mudanças propostas e implementadas consistem no pré-processamento das imagens, reduzindo o número de contornos antes da aplicação da TGH, e na não utilização do ângulo tangente como indexador para o processo de busca das transformações. A combinação das duas mudanças permitiu o aumento da confiabilidade e robustez do método, bem como a manutenção de um baixo custo computacional. Os resultados obtidos demostram a viabilidade do emprego do método para registro de uma seqüência de cortes de um objeto para fins de reconstrução e visualização.

Comparado com a determinação da função de registro em termos de minimização quadrática, o método descrito apresenta uma maior possibilidade de automação do processo, principalmente pelo fato da correspondência entre as características das imagens ser realizada implicitamente. A TGH apresenta ainda a vantagem potencial de não necessitar a identificação explícita dos contornos na imagem destino.

Contudo, ambos os métodos têm em comum o fato de não levarem em conta a natureza das deformações existentes. No método dos mínimos quadrados, eventuais deformações são diluídas no processo de determinação dos parâmetros da transformação. O método da TGH, por outro lado, isola a influência de eventuais deformações, utilizando a moda estatística para produzir um resultado que é função dos pontos de contorno que apresentam maior similaridade nas duas imagens. A adoção de técnicas que modelem efetivamente a deformação e possam levá-la em conta no processo de registro deve ser perseguida, pois pode implicar num processo de registro mais precisa e fiel. Nos próximos capítulos, o aspecto de incorporação da deformação no processo de registro é discutida baseado na utilização de modelos elásticos deformáveis.

# CAPÍTULO 4

# DEFINIÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DA THIN PLATE SPLINE COMO FUNÇÃO DE CASAMENTO

# 4.1 Introdução

No capítulo anterior foram apresentados dois métodos que permitem o registro de imagens de seções seriadas corretamente em diversas situações. Entretanto, eles partem do pressuposto que as imagens em questão podem ser registradas segundo a abordagem clássica de minimização de distâncias entre características correspondentes. Como já analisado, essa abordagem pode ser válida em diversas situações, porém pode produzir resultados inadequados em outras. Além do mais, os métodos discutidos ignoram a natureza das deformações e as conseqüências destas no resultado do registro. Na verdade, as deformações são tratadas de maneira que seus efeitos sejam eliminados do resultado do registro. A incorporação das influências de deformações no processo de registro pode ser um modo de melhorar o resultado através de uma descrição mais fiel do problema. Isto pode ser feito através da elaboração de um modelo de transformação mais elaborado, que incorpore as deformações naturais.

Uma maneira de realizar a modelagem de deformações em imagens é o emprego de modelos de corpos elasticamente deformáveis. Entre os diversos modelos possíveis, a função interpolatória Thin Plate Spline apresenta características que a tornam particularmente adequadas para o problema de registro de imagens e têm sido empregadas

como funções de mapeamento para o casamento de duas imagens sujeitas à deformações. Os campos de aplicação variam entre sensoreamento remoto [Goshtasby,88a], morfometria [Bookstein,89], e reconstrução tridimensional de seções histológicas [Liang He, 94], entre outros. Neste capítulo é apresentada uma revisão dos conceitos teóricos da Thin Plate Spline e um levantamento das características desta função que a torna adequada ao problema de casamento de imagens. Também pretende-se ressaltar as características que podem ser exploradas visando sua aplicação ao problema de registro de imagens seriadas. Diversos experimentos são realizados com a finalidade de ilustrar e discutir os conceitos apresentados.

### 4.2 Registro de imagens como interpolação de superfícies

A determinação das funções de registro  $u=f_x(x,y)$ , e  $v=f_y(x,y)$  pode ser interpretada como sendo um problema de interpolação de uma superficie suave por um conjunto de pontos. Assim, dado um conjunto de pontos de controle  $(x_k, y_k)$  na imagem origem e um conjunto de pontos correspondentes,  $(u_k, v_k)$ , na imagem destino, a determinação das funções  $f_x(x,y)$ ,  $f_y(x,y)$  é equivalente a determinar duas superfícies suaves: uma que passa através dos pontos  $(x_k, y_k, u_k)$  e outra através de  $(x_k, y_k, v_k)$ . Se o problema de registro em questão é modelado por uma transformação afim, então as superfícies que passam pelos pontos de interpolação serão planos. Caso o mapeamento da imagem origem para a imagem destino apresente deformações geométricas, então o problema pode ser interpretado como a combinação linear de duas superfícies: uma plana, representando uma transformação linear e outra irregular, representando a distorção. Este paradigma para a interpretação do problema de registro de imagens permite a especulação de uma série de técnicas de interpolação para a aplicação ao problema. Entre as diversas funções de interpolação estudadas por Franke (1982), a Thin Plate Spline apresenta características que a tornam bastante atraentes para emprego no problema de casamento de imagens, além de apresentarem uma formulação matemática elegante. Estas funções modelam uma superfície infinita de metal delgado, no qual pontos de carga provocam deformações. A sua formulação assegura as restrições de que a superfície interpolante apresenta mínima energia de deformação, com relação aos pontos de carga impostos, e que seja suave, isto é, a primeira derivada existe e é continua. Thin plate splines são formadas através de combinação linear de funções radiais, o que significa que os valores da função são obtidos pela diferença (ou distância radial) de coordenadas do ponto onde a função deve ser avaliada para as coordenadas de pontos de referência. A medida que o ponto de avaliação da função se torna mais distante dos pontos de carga, a função apresenta um comportamento cada vez mais linear. Assim, embora sejam funções de interpolação globais, as influências de deformações locais tendem a diminuir a medida que se afasta do ponto de deformação. Métodos globais baseados em ajuste por mínimos quadrados propagam o efeito de distorções locais por toda a imagem, através de ponderação ou equalização [Wolberg,90], [Goshtasby,88a]. Com a função TPS, os efeitos das distorções locais afetam toda a imagem, porém seu efeito diminui a medida que se afasta do ponto de influência da deformação. Sua solução algébrica também permite uma implementação computacional facilmente realizável.

### 4.3 Thin Plate Splines

Thin Plate Splines são ferramentas matemáticas que permitem interpolar uma superfície suave por um conjunto de pontos espalhados no espaço. O método foi inicialmente desenvolvido para interpolação de deflexões de asas em aeronáutica. A grande vantagem da spline de superfície é que os pontos interpolantes não precisam estar localizados em uma grade regular e a função é diferenciável para cálculo das inclinações [Harder 72].

As fundações teóricas para a Thin Plate Spline foram desenvolvidas por Duchon (1976, 1977) e Meinguet (1979a, 1979b). Mais detalhes da formulação teórica e características também podem ser encontrados em Meinguet (1984), ou em Bookstein (1989).

A formulação da Thin Plate Spline pode ser obtida como um problema de cálculo de variações para uma placa de metal fina sujeita a deformações. A variação sendo minimizada é a curvatura da placa. Para uma placa fina sujeita a uma curvatura suave, a energia de curvatura em um ponto é proporcional a quantidade

$$\left(\frac{\vec{\partial}^2 z}{\partial x^2}\right)^2 + 2\left(\frac{\vec{\partial}^2 z}{\partial xy}\right)^2 + \left(\frac{\vec{\partial}^2 z}{\partial y^2}\right)^2$$

$$4.1$$

naquele ponto, e

$$z(x, y) = a + bx + cy + \sum_{i} w_{i}U(r)$$
 (4.2)

é a função spline que minimiza a integral

$$\iint\limits_{\mathbb{R}^2} \left( \left( \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial^2 z}{\partial xy} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right)^2 \right) dx dy \tag{4.3}$$

A função base U que define a Thin Plate Spline é dada pela expressão:

$$(r) = |r|^2 \log|r| \tag{4.4}$$

onde  $|\mathbf{r}|$  é a coordenada radial (ou norma Euclidiana) de  $r \in \mathbb{R}^2$ , com  $r_i^2 = (x-x_i)^2 + (y-y_i)^2$ , e i=1, ..., k determinam os pontos de carga.

A aparência da função de base radial é mostrada na figura 4.1. Esta superfície incorpora o ponto (0,0,0) no centro da depressão. A função também vale zero para um círculo onde r=1. O máximo da superfície é atingido para um círculo de raio 1.0 concêntrico com o círculo de raio 1.

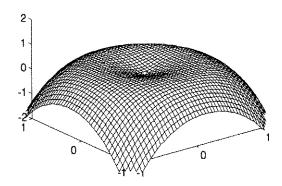


Figura 4.1 - Representação da superficie da função base (-1)U(r).

A função U(r) satisfaz a equação

$$\nabla^2 U = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y}\right)^2 U \propto \delta_{(0,0)}.$$
 (4.5)

O lado direito desta expressão é proporcional à função generalizada  $\delta(0,0)$ , zero em todos os pontos exceto na origem, porém apresentando integral igual a 1. Isto é, U é denominada de solução fundamental da equação bi-harmônica  $\Delta^2 U = 0$ , a equação para a forma de uma placa de metal fina definida como uma função z(x,y) sobre o plano (x,y).

Devido as características apresentadas pela função U, uma combinação linear de múltiplos termos U(r) pode ser usada para modelar uma placa de metal fina, com extensão infinita em todas as direções. Como modelo físico esta idealização incorpora diversas suposições, como custo zero de energia para deformações no plano e ausência de gravidade, as quais não são de interesse para a aplicação em questão.

A figura 4.2 mostra uma representação de superfície modelando uma placa fina, cuja deformação é dada pelos pontos que definem o quadrado (1,0), (0,1), (-1,0), e (0,-1), correspondente à função:

$$z(x,y) = U\left(\sqrt{x^2 + (y-1)^2}\right) - U\left(\sqrt{(x+1)^2 + y^2}\right) + U\left(\sqrt{x^2 + (y+1)^2}\right) - U\left(\sqrt{(x+1)^2 + y^2}\right) =$$

$$= \sum_{k=1}^{4} (-1)^k U(|(x,y) - D_k|)$$
(4.6)

onde  $D_k$  são os vértices (1, 0), (0, 1), (-1, 0), (0, -1), que definem um quadrado. A interpretação física desta função é a de uma placa fina de metal com pontos de pressão na superfície, com suas localizações indicadas pelos vértices do quadrado. A pressão realizada sobre a superfície na direção ortogonal ao plano de superfície assume o sentido dado pelos coeficientes de U, (-1 ou 1) em cada um dos respectivos vértices, provocando a deformação apresentada na figura 4.2. A placa assume esta forma porque os deslocamentos são pequenos e a função  $\mathbf{z}(\mathbf{x},\mathbf{y})$  é a configuração da menor energia de curvatura consistente com as restrições apresentadas.

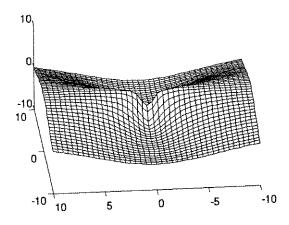


Figura 4.2 - Representação da placa fina com deformação modelada pela combinação linear de funções U(r). Observa-se a simetria em torno da origem do plano x-y, determinada pelos pontos de controle utilizados.

Para determinação das funções de mapeamento em x, y, é necessário resolver o sistema linear formado pelas equações apresentadas a seguir:

$$f(x_i, y_i) = a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i + \sum_{i=1}^{n} k_i r_i^2 \log r_i^2$$
 (4.7)

$$\sum_{i=1}^{n} k_i = 0 (4.8)$$

$$\sum_{i=1}^{n} k_i x_i = 0 (4.9)$$

$$\sum_{i=1}^{n} k_i y_i = 0 (4.10)$$

A equação 4.7 assegura a superfície de interpolação da Thin Plate Spline como superfície suave, isto é, com a primeira derivada parcial continua. As equações 4.8, 4.9, 4.10, asseguram que a TPS cresça quase linearmente quanto mais distante dos pontos de controle for a avaliação. Para cada ponto de controle haverá uma equação da forma de 4.7, onde  $(x_b y_i)$  determinam um ponto de controle e  $f(x_b y_i) = z_i$ , resultando em equações do tipo:

$$f(x_1, y_1) = a_0 + a_1 x_1 + a_2 y_1 + \sum_{i=1}^{n} k_i r_{i1}^2 \log r_{i1}^2$$
 (4.11a)

:

$$f(x_n, y_n) = a_0 + a_1 x_n + a_2 y_n + \sum_{i=1}^{n} k_i r_{in}^2 \log r_{in}^2$$
 (4.11b)

O sistema de equações lineares assim formado é resolvido para f(x,y)=u, para o mapeamento em x e para f(x,y)=v, para o mapeamento em y, para a determinação dos parâmetros  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ , e  $k_i$ , com i=1, ..., n.

# 4.4 Experimentos de caracterização

Nesta seção são apresentados alguns testes visando ilustrar as características da função TPS. Pretende-se mostrar o comportamento da TPS segundo diferentes tipos de mapeamento permitindo captar suas possibilidades de aplicação em registro de imagens. Assim, são desenvolvidos experimentos envolvendo transformações de translações, rotações, escalamentos e deformações.

### 4.4.1 Caracterização da rotação e escala na TPS

O experimento a seguir tem por finalidade mostrar o comportamento da função TPS para a modelagem de transformações rígidas. Neste caso as deformações não existem e o resultado é uma função exclusivamente linear, caracterizando um plano.

A TPS foi aplicada a um conjunto de pontos [(1, 0), (0, 1), (-1, 0), (0, -1)] e [(2, 0), (0, 2), (-2, 0), (0, -2)], caracterizando um escalamento e nos pontos [(1, 0), (0, 1), (-1, 0), (0, -1)] e [(0,707, 0,707), (-0,707, 0,707), (-0,707, -0,707), (0,707, -0,707)], caracterizando uma rotação. Observa-se pelos gráficos apresentados que a função obtida representa superfícies de planos inclinados, sem qualquer deformação. A translação é definida por um plano que apresenta inclinação 1, porém com um deslocamento no eixo z.

#### **Escalamento:**

Exemplo de determinação de thin-plate com escalamento em x.

Sejam as coordenadas dos pontos de origem dadas por:

```
P = [ 1.000e+000 0.000e+000 0.000e+000 1.000e+000 -1.000e+000 0.000e+000 0.000e+000 ]
```

E as coordenadas dos pontos de destino dadas por:

A matriz de coeficientes da TPS obtida para esses pontos é:

```
w = [ 0.000e+000 0.000e+000
```

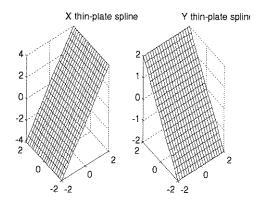


Figura 4.3 - Superfícies representando as funções de escalamento em x e y.

### Rotação:

Exemplo de rotação obtida com Thin Plate Spline.

Sejam os pontos de origem:

E os pontos de destino:

```
V' = [7.070e-001 	 -7.070e-001 	 -7.070e-001 	 7.070e-001 	 7.070e-001 	 -7.070e-001 	 -7.070e-001]
```

A matriz de coeficientes: (k<sub>1</sub> k<sub>2</sub> k<sub>3</sub> k<sub>4</sub> a<sub>1</sub> a<sub>x</sub> a<sub>y</sub>)

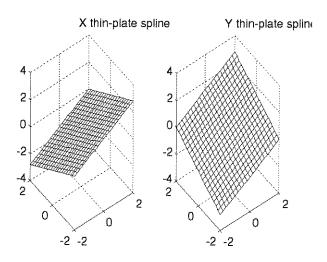


Figura 4.4 - Superfícies definindo uma rotação.

Na seqüência, são apresentados mais dois exemplos com o objetivo de ilustrar a aplicação da função TPS em uma situação com deformação através da reprodução dos resultados apresentados por Bookstein (1989). As superfícies para os exemplos são mostradas nos gráficos abaixo.

**Exemplo 1:** Este exemplo mostra uma transformação sofrida pelos pontos de origem [(0, 1), (-1, 0), (0, -1), (1, 0)], e os pontos de destino [(0, 0,75), (-1, 0,25), (0, -1,25), (1, 0,25)], respectivamente correspondentes.

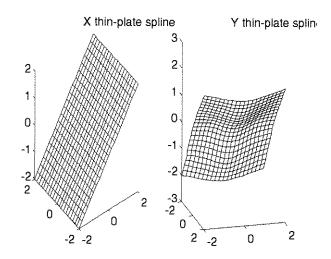


Figura 4.5 - Representação das superfícies  $f_x$  e  $f_y$  para o exemplo 1.

Neste exemplo só há distorção na direção y, como é possível observar-se na figura 4.5 acima. Como existem apenas 4 pontos, não é possível identificar uma deformação relacionada a um dos pontos, pois várias composições são possíveis para realizar o mapeamento de um conjunto de pontos para o outro.

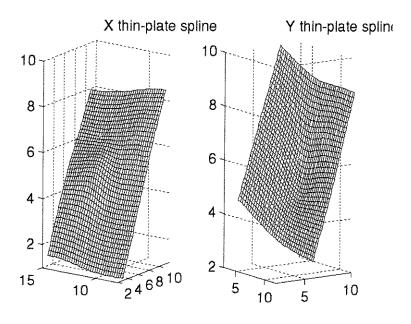


Figura 4.6 - Representação na forma de superficie para as funções de mapeamento,  $f_x$  e  $f_y$ , no caso do exemplo 2.

### Exemplo 2:

Mapeamento do conjunto de pontos de origem [(3,6929, 10,3819), (6,5827, 8,8386), (6,7756, 12,0866), (4,8189, 11,2047), (5,6969, 10,0748)], nos respectivos pontos de destino com as coordenadas [(3,9724, 6,5354), (6,6969, 4,1181), (6,5394, 7,2392), (5,4016, 6,4528), (5,7756, 5,1142)].

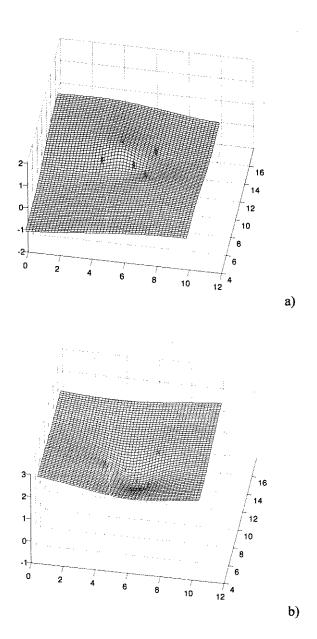


Figura 4.7 - Representação na forma de superfície para as funções de mapeamento,  $f_x$  (figura 4.7a) e  $f_y$  (figura 4.7b) para o exemplo 2, apenas com o efeito da deformação sendo mostrado. Os X's correspondem ao posicionamento dos pontos de controle.

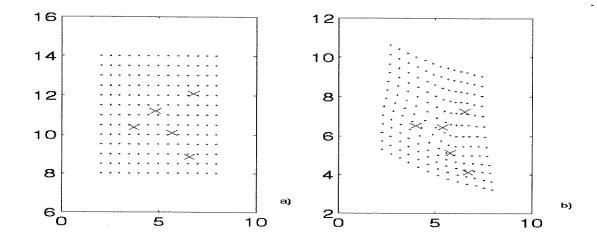


Figura 4.8 - Representação do mapeamento da imagem a) (à esquerda) na imagem b), segundo as restrições impostas pela correspondência determinada pelos pontos homólogos (representados com um X). Os pontos no grid permitem observar a deformação imposta à imagem original para casar com a imagem destino.

Através da representação da figura 4.8 acima é possível perceber os pontos em torno dos quais ocorreu maior distorção, pela observação da posição relativa dos pontos da grade. Observa-se, por exemplo, que o ponto mais à esquerda é responsável por um deslocamento da grade para cima, em torno daquela região. Não é possível, entretanto, determinar a influência individual de cada ponto, isoladamente, através da simples observação desta representação. Isso ocorre principalmente pela proximidade entre os pontos homólogos. A medida que os pontos homólogos são posicionados mais afastados uns dos outros suas influências relativas tendem a diminuir, pois a influência da distorção causada por cada ponto diminui com a distância. A determinação isolada da influência de cada ponto pode ser interessante no registro de imagens para reconstrução, como forma de separar os efeitos da transformação global rígida eventualmente presente e das alterações de forma.

# 4.5 Aplicação da TPS no casamento de imagens seriadas

A aplicação da TPS no casamento de duas imagens representadas pelos seus contornos é demonstrada a seguir. Esta experiência consiste em realizar o casamento ou determinação dos pontos homólogos em cada uma das imagens, realizar a determinação da função de registro (determinação dos parâmetros) e verificação do registro através da sobreposição das imagens. Com estes experimentos deseja-se demonstrar também a influência do posicionamento dos pontos de controle no resultado do mapeamento.

### Procedimento de registro:

Para a realização deste teste foi utilizado uma descrição de dois contornos sucessivos obtidos da imagem digitalizada de fatias de um pimentão (figura 4.9). As seções usadas (seções 10 e 11) apresentam diferenças, motivadas pela transformação rígida (rotação e translação) e pela deformação natural do pimentão. A descrição genérica do procedimento realizado para o registro utilizando a TPS é apresentada a seguir:

- 1. Obtém-se a imagem de duas seções consecutivas.
- 2. Obtém-se os contornos externos destas seções, na forma de lista de pontos (coordenadas x-y).
- 3. Obtém-se um conjunto de pontos homólogos através de processo manual (neste caso foi utilizado o software Matlab [Matlab,92], que permite a obtenção de coordenadas utilizando o mouse através do comando [xo,yo]=ginput (origem) e [xo,yo]=ginput (destino)).
- 4. Com os pontos homólogos obtidos determina-se a matriz de coeficientes para a função spline de mapeamento através da solução do sistema de equações lineares.
- 5. Determinados os coeficientes da spline, é possível fazer o mapeamento dos pontos da imagem origem para os pontos da imagem destino.

A seguir são apresentados alguns exemplos de registro realizados com diferentes números de pontos homólogos. Os exemplos são ilustrativos no sentido de mostrar a aproximação entre os contornos das figuras registradas em função da escolha correta e do número de pontos usados. Observa-se que a escolha adequada dos pontos característicos é fundamental para o resultado do registro, sendo que a introdução de erros neste procedimento resulta no registro inadequado das imagens.

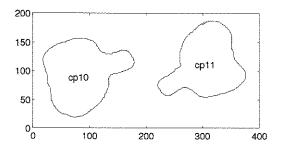


Figura 4.9 - Imagem dos contornos das seções 10 e 11 do pimentão.

Caso 1: Registro com 4 pontos homólogos.

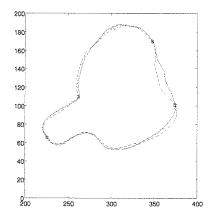


Figura 4.10 - Resultado do registro entre os contornos 10 e 11 obtido utilizando a função interpolante TPS e 4 pontos homólogos.

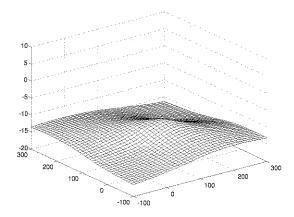


Figura 4.11 - Influência da deformação em *x* para o registro utilizando 4 pontos homólogos.

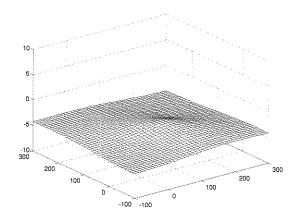


Figura 4.12 - Influência da deformação em y para o registro utilizando 4 pontos homólogos.

Neste caso, os 4 quatro pontos homólogos escolhidos fazem com que apenas aspectos mais globais sejam levados em conta no registro. Isto pode ser visto com a análise das superfícies que representam a transformação obtida. Observa-se que a influência da deformação é muito pequena e a superfície apresenta-se praticamente como sendo plana (figuras 4.11 e 4.12). Uma outra maneira de se comprovar a pouca influência da deformação, para este caso, é através da observação dos valores bastante pequenos dos coeficientes  $w_k$  da função de mapeamento.

ou na forma de função:

```
f_x(x,y) = -1.4e-004 \ U(k_i) + 2.14e-004 \ U(k_2) - 9.97e-005 \ U(k_3) + 3.50e-005 \ U(k_4) + \\ + 3.895e+002 - 9.53e-001 \ x + 1.20e-001 \ y
f_y(x,y) = -4.71e-005 \ U(k_1) + 6.75e-005 \ U(k_2) - 3.14e-005 \ U(k_3) + 1.10e-005 \ U(k_4) + \\ + 2.24e+002 - 1.8178969e-001 \ x - 9.6911485e-001 \ y.
```

Pode-se observar nas funções acima que os coeficientes  $w_k$  que determinam a influência das deformações apresentam valores bastante pequenos, evidenciando a pequena influência das deformações neste mapeamento.

No caso a seguir, da figura 4.13, observa-se que os pontos homólogos são aproximadamente os mesmos do exemplo anterior. Entretanto, pequenas alterações no posicionamento dos pontos provoca alterações perceptíveis no resultado do registro. Observa-se que os resultados dos registros são diferentes, mostrando a sensibilidade do processo frente ao posicionamento dos pontos, ressaltando a importância da escolha correta dos pontos a serem utilizados.

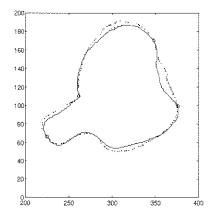


Figura 4.13 - Outro exemplo de registro utilizando apenas quatro pontos.

Os pontos utilizados foram obtidos através do mesmo processo utilizando no exemplo anterior e procurou-se posicioná-los nos mesmos locais. Observa-se, entretanto que os resultados dos registros são diferentes, mostrando a sensibilidade do processo frente ao posicionamento dos pontos. A curva tracejada representa o contorno transformado (cp10) e curva contínua, o contorno alvo (cp11).

#### Caso 2: Registro com 8 pontos homólogos

Apenas como forma de ilustrar melhor o processo de registro com a função TPS, foi realizado um novo registro utilizando-se, agora, 8 pontos homólogos. Os resultados obtidos são mostrados abaixo e podem ser comparados com os resultados do registro com 4 pontos. Verifica-se que em alguns pontos, onde a deformação não havia sido levada em conta no primeiro caso, apresentam agora um melhor casamento (figura 4.16). Entretanto, a compensação da deformação em alguns pontos, provoca o descasamento em outras regiões. A adição de um maior número de pontos por todo o contorno pode levar ao casamento perfeito entre as imagens. Por outro lado, o custo computacional aumenta e a escolha de pontos significativos ou notáveis ao longo do contorno torna-se mais difícil e mais sujeita a erros de posicionamento.

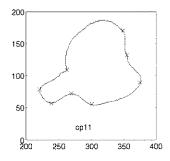


Figura 4.14 - Imagem da seção 11 (cp11) com os 8 pontos significantes marcados.

1

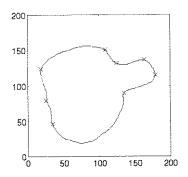


Figura 4.15 - cp10 com os 8 pontos significantes marcados.

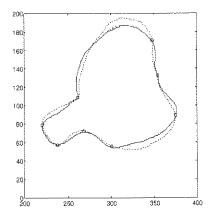


Figura 4.16 - A figura mostra o contorno cp10 (linha tracejada) registrado sobre cp11 (linha contínua) com a utilização da função TPS, com os 8 pontos homólogos indicados por pequenos círculos.

## 4.6 Influências da deformação e da transformação linear no registro

Para a análise da influência da deformação e da parte linear da TPS no registro de imagens, é realizado um novo registro com a utilização de 7 pontos. O resultado do registro é mostrado na figura abaixo. O objetivo desta experimento é determinar separadamente os efeitos da deformação e da transformação linear verificando a separabilidade destes efeitos na função TPS.

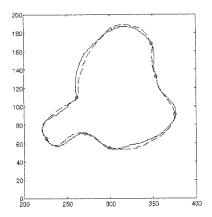


Figura 4.17 - Mostra os contornos cp10 e cp11 registrados com a utilização de 7 pontos homólogos mostrados (cp10 em tracejado e cp11 em linha contínua).

Coordenadas utilizadas para o registro com 7 pontos homólogos

```
p = [ 1.81e+001 1.24e+002
     1.07e+002 1.52e+002
     1.23e+002 1.32e+002
     1.74e+002 1.26e+002
     1.35e+002 9.05e+001
     3.43e+001 4.41e+001
     2.65e+001 7.82e+001
                               ]
v' = [ 3.76e+002 2.98e+002 2.70e+002 2.26e+002 2.61e+002 3.49e+002 3.54e+002
     9.15e+001 5.49e+001 7.07e+001 6.50e+001 1.09e+002 1.68e+002 1.32e+002 ]
w = [ 4.40e-004
                       1.61e-004
                       1.78e-004
      2.25e-003
     -3.21e-003
                       6.25e-005
      4.75e-005
                       -2.74e-004
      1.10e-003
                       1.68e-004
     8.22e-004
                       3.77e-004
     -1.46e-003
                       -6.74e-004
                       2.29e+002
     3.38e+002
     -9.34e-001
                       -1.63e-001
      1.52e-001
                       -9.91e-001
```

Para a separação e observação dos efeitos da transformação linear e da deformação no registro utilizando a função TPS basta utilizar os coeficientes determinados para o registro e correspondentes a cada um destes efeitos. Assim, temos, para o exemplo em questão, as seguintes funções em x:

Componente de deformação:

```
F_{xd} = 4.40 \text{e}-004 \ U(k_1) + 2.25 \text{e}-003 \ U(k_2) - 3.21 \text{e}-003 \ U(k_3) + 4.75 \text{e}-005 \ U(k_4) + 1.10 \text{e}-003 \ U(k_5) + 8.22 \text{e}-004 \ U(k_6) - 1.46 \text{e}-003 \ U(k_7)
```

#### Componente linear:

 $F_{xl} = 3.38e+002 - 9.34e-001x + 1.52e-001y$ 

Cada uma das funções, correspondentes aos efeitos de deformação e de transformação linear, foi aplicada separadamente ao contorno origem cp10 e seus resultados são apresentados na figura 4.18. Pode-se observar sem muita dificuldade que o efeito da parte linear casa em rotação e escala com a imagem do contorno cp11, porém não apresenta a translação correta para o registro dos contornos. Da mesma forma, a aplicação da função correspondente aos efeitos da deformação sobre o contorno origem, levam-no a uma posição bastante diferente da qual seria esperada e provoca um encolhimento do contorno, evidenciando uma pequena deformação. A análise destes resultados permite concluir que a transformação ou função que modela a deformação apresenta um deslocamento intrínseco, que poderíamos considerar como sendo uma polarização do efeito não linear. O problema é que as componentes de deslocamento, tanto do efeito linear como do efeito não linear, se confundem na determinação dos coeficientes da função global. A determinação de um método para separar as componentes de deslocamento de cada uma das contribuições, pode resultar em um método robusto para a determinação da tranformação linear que registra as imagens a despeito da existência de deformações. É interessante ressaltar, que, de qualquer forma, a deformação modelada pelos pontos homólogos usados é independente da transformação linear a menos de um deslocamento.

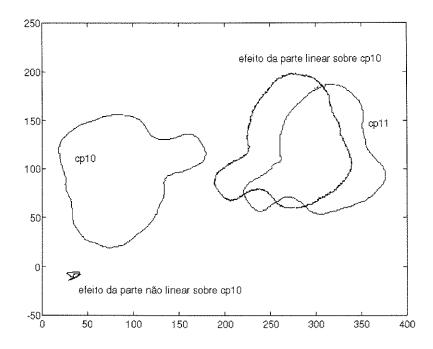


Figura 4.18 - Representação dos contornos cp10 e cp11 com a sobreposição das transformações separadas das partes linear e não linear sobre cp10.

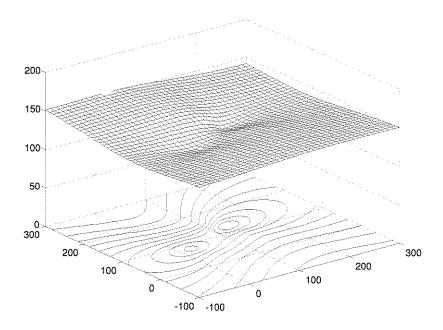


Figura 4.19 - Representação da influência da deformação em  $f_x$ . A superfície aparece deslocada (+100) em y para facilitar a visualização.

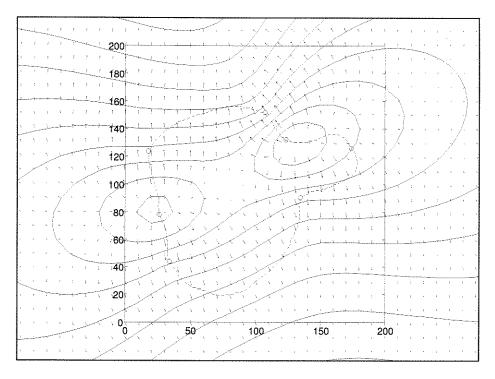


Figura 4.20 - Mapa de isolinhas da superfície de mapeamento plotada sobre o contorno de modo a indicar os pontos de maior deformidade.

Pela observação dos gráficos acima pode-se perceber os pontos nos quais a deformação é mais intensa. No caso são os pontos de coordenadas (26, 78) e (123, 132). É de se supor que a eliminação destes pontos para a determinação da função TPS para o registro dos contornos torne a mesma menos sensível às deformações. Esta afirmação é confirmada pelo procedimento a seguir no qual o mapeamento é realizado com a eliminação destes pontos.

A figura 4.21 mostra o mapa de deformação com esta nova configuração de pontos. Pode-se observar a maior suavidade do mapa, bem como a existência de apenas um pico no mapa de deformação.

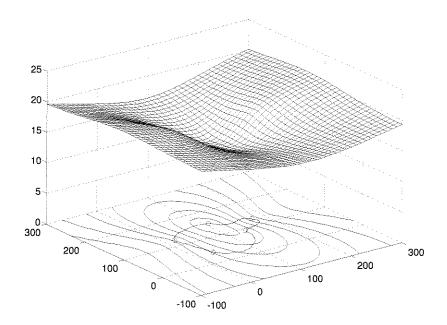


Figura 4.21 - Novo mapa de deformação após a eliminação dos pontos de maior influência na deformação.

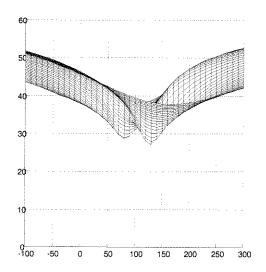


Figura 4.22 - Perfil do mapa de deformação em x ressaltando a amplitude da deformação com a utilização de 7 pontos homólogos.

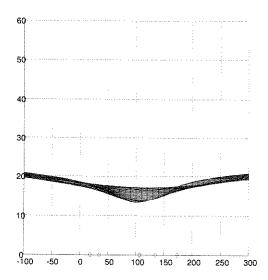


Figura 4.23 - Perfil do mapa de deformação em x ressaltando a amplitude da deformação com a utilização de 5 pontos homólogos, após a eliminação dos pontos sujeitos a maior deformação.

A observação das figuras 4.22 e 4.23 que representam respectivamente os mapeamento da deformação em x para 7 e 5 pontos, mostra que com a eliminação dos pontos que são afetados mais fortemente pela deformação reduz-se a influência da deformação no mapeamento global e este tende a ser predominantemente do tipo linear. Deste modo, é possível entrever-se um método de registro no qual, após um registro inicial levando em conta pontos quaisquer, se elimine os pontos de maior deformação com a análise dos mapas de deformação. Deve-se observar, que a demonstração aqui realizada com os mapas de deformação não é completa uma vez que a análise foi realizada observando-se apenas o mapeamento em x. Ela é, contudo, representativa do princípio que se deseja retratar.

#### 4.7 Conclusões

Num primeiro experimento realizado para o casamento de imagens, procedeu-se considerando apenas os quatro pontos mais óbvios. Os contornos foram comparados após o registro e verificou-se que houve um casamento perfeito dos pontos homólogos e que as figuras apresentavam um erro que era difícil de distinguir se era causado por mal posicionamento (alinhamento) ou se devido a deformação (diferença) presente nos

contornos. Verificou-se também, ao analisar-se os coeficientes da spline obtida, que os seus coeficientes não lineares apresentavam uma contribuição (coeficientes de ponderação) bastante pequena no resultado. A maior influência do resultado era proveniente da parte linear como esperado, já que a deformação do contorno é pequena comparada com seu deslocamento e rotação. Também há de se considerar que para este resultado contribui a utilização de um reduzido número de pontos homólogos, possivelmente pouco afetados por deformações. De qualquer forma, o reduzido número de pontos de controle inibe a caracterização da deformação.

No novo teste realizado considerando-se oito pontos homólogos, chegou-se a resultados semelhantes aos obtidos no teste com 4 pontos. A principal diferença ocorreu na maior deformação sofrida pelo contorno após a transformação (cp10), que provocou uma maior aproximação entre os contornos na região nas quais os novos pontos homólogos foram adicionados. Pode-se observar nesses experimentos a grande influência do posicionamento dos pontos de controle para o resultado do casamento. Este fato é de grande importância quando se considera o casamento automático de imagens e que os pontos de controle devem ser determinados automaticamente. Nestes casos deve-se assegurar que os pontos escolhidos tenham a sua localização realizada por processos precisos.

De qualquer forma a TPS apresenta-se como uma função alternativa às tradicionais funções polinomiais para o casamento de imagens, principalmente naquelas aplicações em que se faz necessário a correção de distorções locais.

Através dos experimentos realizados também foi possível verificar os efeitos da deformação separadamente dos efeitos da transformação linear. Assegurando-se que os pontos estão localizados corretamente, é possível a elaboração de um processo que permita isolar-se os pontos que estão sob maior influência da deformação. Seria possível, dessa forma, com os pontos restantes, utilizar-se uma outra técnica para a determinação da transformação rígida (com por exemplo mínimos quadrados), para se obter um registro confiável entre seções seriadas. Embora este procedimento possa ser válido para diminuir a influência da deformação no registro, ele não está em acordo com a idéia de considerar-se a deformação como parte do processo de registro. Um método que atende a estes requisitos é apresentado no próximo capítulo.

## CAPÍTULO 5

## EMPREGO DA TPS NO REGISTRO DE IMAGENS SERIADAS

## 5.1 Introdução

Neste capítulo, é apresentada uma nova técnica para registro de imagens baseada na analogia entre modelos de corpo elásticos deformáveis e as deformações presentes nas imagens de objetos naturais. Na técnica proposta, Thin Plate Splines são empregadas para modelagem da deformação e restrições são impostas para permitir a obtenção da transformação rígida que recupera o alinhamento das seções, perdido durante o processo de aquisição das imagens, com a adequada separação dos efeitos da deformação.

Um dos fatores determinantes da qualidade de um método de registro é a capacidade ou possibilidade de isolar as diferenças de interesse nas imagens, isto é, separar as diferenças que se deseja minimizar daquelas que não importam para o registro. Em outras palavras, deve-se trabalhar com as características da imagem que representem as alterações, entre uma imagem e outra, que se deseja anular. Infelizmente, nem sempre é possível ou simples isolar tais características de modo que estas representem apenas um único tipo de variação. Isto ocorre, por exemplo, no registro de imagens biomédicas que apresentam deslocamentos e rotações provenientes do processo de aquisição das imagens, misturados com deformações características dos dados biológicos. A maioria dos métodos de registro existentes tenta modelar as transformações de interesse, procurando minimizar as influências de outras variações, pela escolha adequada da característica representativa. Como dito anteriormente, isto nem sempre é viável. No caso específico do registro de

imagens biomédicas, o interesse maior está no registro das imagens segundo uma transformação rígida que corrige os desalinhamentos resultantes do processo de aquisição das imagens. Métodos que modelem apenas a transformação rígida tendem a apresentar erros no resultado em virtude da incapacidade de isolar características que não sofram efeitos das deformações naturais. A presença das deformações é então geralmente tratada como sendo um erro de posicionamento dos pontos de controle, ou características de referência para o registro, e métodos estatísticos de minimização de erro são então empregados para a determinação dos parâmetros da função de registro. Exemplos destes métodos foram discutidos nos Capítulos 2 e 3.

A função interpolante Thin Plate Spline, cujas características foram estudadas no capítulo anterior, apresenta na sua formulação a possibilidade de distinção dos efeitos de uma transformação afim dos efeitos de deformações, com estas últimas "modeladas na forma de uma superficie interpolante com minimização da energia de curvamento". Estas características de modelagem a tornam especialmente atraente para o registro de imagens com distorções de forma, principalmente naqueles casos onde a variação apresenta comportamento elástico. A separação das influências de transformações afins das deformações no próprio modelo e não nas características da imagem, tornam o processo mais "robusto" no caso de variações localizadas. A TPS proporciona ainda, através da análise dos coeficientes da função obtida, uma verificação da deformação existente, pois permite localizar e quantificar regiões de maior ou menor influência de deformação, como da deformação permite assim uma demonstrado no capítulo anterior. A análise realimentação qualitativa para a escolha das características mais adequadas ao registro sendo executado. Finalmente, o principal argumento para utilização da função TPS no registro de imagens com deformações é sua correspondência como modelo matemático de uma placa de metal fina deformada pela atuação de cargas na superfícies. O registro de imagens com deformações, quando modeladas pela TPS, é assim mais coerente com a natureza física do problema sendo abordado do que quando as deformações são tratadas como um erro que deve ser minimizado através de métodos estatísticos.

Na seqüência deste capítulo é apresentado um novo método de registro de imagens cuja formulação é derivada do emprego das funções Thin Plate Spline. As principais características deste método são sua boa tolerância à variações locais sem interesse e a adoção do conceito de minimização de energia como restrição para

modelagem de deformações naturais. Características adicionais são a simplicidade de implementação e possibilidade de avaliação dos pontos característicos usados no registro. A formulação teórica do método é apresentada na próxima seção e experimentos para comprovação do mesmo são apresentadas na seqüência. Finalmente é realizada uma discussão a respeito das características do método e são apresentadas algumas possíveis extensões.

## 5.2 Obtenção da transformação rígida com escalamento isotrópico

Baseado no fato de que a Thin Plate Spline pode ser interpretada como a composição de uma transformação linear afim com uma transformação elástica, sua aplicação ao registro de imagens seriadas com deformação implica em adaptar sua formulação para que concorde com o problema. Isto significa restringir a transformação afim a uma transformação de corpo rígido. Como o registro de seções seriadas geralmente envolve crescimentos é conveniente que um fator de escala esteja presente na formulação. Assim, o modelo final de registro deve ser caracterizado por uma transformação de corpo rígido com escalamento, sobreposta a uma transformação elástica de deformação. A derivação deste modelo a partir da formulação da TPS é desenvolvida a seguir.

Na formulação original da Thin Plate Spline, como apresentada no capítulo anterior, a componente linear da transformação é dada pelo coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ , os quais definem uma transformação afim. Esta formulação pode ser interpretada como sendo a sobreposição de uma superfície de deformação sobre o plano  $a_0 + a_1x + a_2y$ , que define a transformação afim. Para o caso do registro de seções seriadas, este modelo não é o mais adequado e preciso. Isto porque, dentro do contexto de registro de imagens seriadas com deformação, o objetivo é a obtenção da transformação rígida que alinha duas imagens ignorando-se os efeitos da deformação. Assim, um modelo mais preciso deve apresentar uma transformação de corpo rígido mais os efeitos de uma transformação que caracterize a deformação e estes diferentes efeitos possam ser separáveis.

Desmembrando a transformação de corpo rígido pode-se observar que esta é uma composição de uma rotação com escalamento mais uma translação. Expressando-se esta transformação na forma matricial tem-se:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$$
 (5.1)

ou na forma de função:

$$u = x.\alpha.\cos\varphi - y.\alpha.\sin\varphi + t_x$$
  

$$v = x.\alpha.\sin\varphi + y.\alpha.\cos\varphi + t_y$$
(5.2)

A interpretação geométrica das funções acima é a de dois planos no espaço com inclinação dada por  $\alpha$ , onde os dois planos formam vetores ortogonais na sua interseção com o plano x-y. Estes vetores ortogonais são formados pelos coeficientes em x e y ( $\cos \varphi$ ,  $-\sin \varphi$ ) e ( $\sin \varphi$ ,  $\cos \varphi$ ) e caracterizam a transformação de rotação [Foley, 90].

Esta interpretação pode ser transferida para os espaços nulos que compõem a função Thin Plate Spline, no caso planos, para que estes satisfaçam as condições impostas pela transformação de corpo rígido. As funções de mapeamento podem então ser escritas da seguinte forma:

$$f_x(x, y) = a_x + \alpha \cos \varphi . x - \alpha \sin \varphi . y + \sum_{i=1}^{n} b_i r_i^2 \log r_i^2$$
 (5.3)

$$f_y(x, y) = a_y + \alpha \sin \varphi . x + \alpha \cos \varphi . y + \sum_{i=1}^{n} c_i r_i^2 \log r_i^2$$
 (5.4)

onde  $\alpha$  é o fator de escalamento e  $\varphi$  é o ângulo de rotação associados à transformação,  $b_i$  e  $c_i$  são os coeficientes das splines e  $r_i = \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}$ , é a variável radial para todos os pontos de controle  $(x_i, y_i)$  com i = 1, ..., n. Para que a condição de ortogonalidade seja satisfeita é necessário resolver  $f_x$  e  $f_y$  simultaneamente de maneira que o ângulo de rotação e fator de escala determinados satisfaçam ambas as funções. Para as equações em (5.3) e (5.4), os parâmetros a serem determinados são:  $(\alpha \operatorname{sen}\varphi)$ ,  $(\alpha \operatorname{cos}\varphi)$ ,  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $b_i$ , e  $c_i$ , com i = 1, ..., n. Para a determinação destes parâmetros, deve-se resolver o sistema linear:

onde  $O_n'$  é um vetor de zeros de dimensão n,  $U_n'$  é um vetor de 1's de dimensão n,  $X_n' = [x_1 \ x_2 \ ... \ x_n], \ Y_n' = [y_1 \ y_2 \ ... \ y_n], \ u_i$  e  $v_i$  são as coordenadas dos pontos de controle na imagem destino e  $K_x = K_y$  é o Gramian da spline dado por:

$$\begin{bmatrix} 0 & r_{21}^2 \log r_{21}^2 & \dots & r_{n1}^2 \log r_{n1}^2 \\ r_{12}^2 \log r_{12}^2 & 0 & \dots & r_{n2}^2 \log r_{n2}^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{1n}^2 \log r_{1n}^2 & r_{2n}^2 \log r_{2n}^2 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$
(5.6)

com  $r_{ij}^2 = (x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2$ , e *i*, j = 1, ..., n, para *n* pontos de controle.

# 5.3 Separação dos parâmetros de translação, rotação, escala e deformação

Na formulação apresentada acima há uma explicitação da representação das deformações e da transformação afim em relação à formulação original. Assim, a componente linear do modelo representa ainda uma transformação linear afim, porém restrita a uma transformação do tipo corpo rígido com escalamento. Já a parte não linear

representa um deslocamento de coordenadas aplicado a cada ponto para modelagem da deformação que ajusta as imagens.

Do ponto de vista do registro de seções seriadas deve-se interpretar o fator de escala também como uma deformação, pois se considera que as imagens foram adquiridas sem variação de escala ou distância. Portanto, é necessário separar também o efeito do escalamento do efeito da rotação, obtidos nos parâmetros αsenφ, αcosφ, eliminando-o da função de mapeamento. Esta determinação pode ser facilmente realizada pelo cálculo da norma dos vetores formados pelos elementos das linhas da matriz de rotação (eq. 5.1). Assim,

$$\alpha^2 = (\alpha \cos \varphi)^2 + (\alpha \sin \varphi)^2, \tag{5.7}$$

onde α é o fator de escala, ou ainda, usando a relação

$$\varphi = \operatorname{atan} \left( \alpha \operatorname{sen} \varphi / \alpha \operatorname{cos} \varphi \right), \tag{5.8}$$

para se obter o ângulo de rotação φ e substituindo de volta em (α.senφ) para se obter o fator da escala. Deve-se notar, entretanto, que a simples eliminação do fator de escala da função de transformação não é possível pois conduz à obtenção de um resultado de registro enganoso. Isto ocorre porque o fator de escala faz parte da composição da transformação total. Observando-se o desmembramento da transformação real pode-se compreender mais claramente o problema. Do ponto de vista da transformação real, ou seja, da seqüência do processo de aquisição das imagens, pode-se considerar que a ordem das transformações é primeiro uma deformação onde se inclui uma escala e depois (do seccionamento) ocorre uma rotação e translação. Do ponto de vista do modelo com TPS ocorre primeiro uma rotação com um escalamento, uma translação e finalmente uma deformação. Dessa forma o valor de translação obtido é afetado pelo valor do escalamento pois depende da ordem das transformações.

Para se isolar adequadamente os valores de translação, escala e rotação é necessário que a separação dos parâmetros da transformação de corpo rígido seja efetuada na ordem correta e considerando um referencial adequado. O esquema concebido para a separação destes parâmetros está baseado na premissa de que o registro é efetuado aplicando-se a rotação e translação ao contorno origem com a exclusão das deformações (escala e deformação propriamente dita), nesta seqüência, considerando-se como

referencial o centro de massa do contorno origem. Ou seja, o contorno origem sofre uma rotação em torno de seu centro de massa e em seguida é transladado pelo valor que o coloca em registro com o contorno destino. Esta seqüência é a seqüência contrária das transformações ocorridas no processo de aquisição da imagem.

Supondo que se esteja trabalhando com contornos, o seguinte método é proposto para isolar o efeito da rotação do efeito de escalamento:

- 1. Determina-se o centro de massa  $m_o$  do contorno origem  $C_0$ .
- 2. Aplica-se a transformação linear obtida ao contorno origem C<sub>o</sub>, incluindo translação, escalamento e rotação, porém excluindo-se os efeitos da deformação, para se obter C<sub>o</sub>'.
- 3. Determina-se o centro de massa mo' do contorno Co'.
- 4. Determina-se a translação de registro pela diferença entre as coordenadas dos centros de massa dos contornos, antes e depois da aplicação do mapeamento, isto é,  $\mathbf{t} = \mathbf{m_o} \mathbf{m_o}^{\mathsf{t}}$ ;
- 5. Determina-se a rotação pela expressão (5.8).

Deve-se observar que o centro de massa  $C_o$  é calculado após a transformação do contorno origem  $C_o$  sem os efeitos da deformação e o centro de massa do contorno destino, que é diferente de  $m_o$  pois inclui a deformação, sequer é usado no cálculo da translação. Este procedimento é diferente de simplesmente se calcular a translação usando os centros de massa do contorno de origem e do contorno de destino, o que configuraria o registro pelo centro de massa dos contornos correspondentes. A translação assim obtida não contém nem a influência do escalamento nem da deformação. A seqüência apresentada acima, embora baseada no uso de contornos, pode ser estendida à outras características de imagem.

O resultado obtido com a TPS pressupõe que a rotação é obtida em relação ao referencial global enquanto que a esquema de separação pressupõe o referencial colocado no centro de massa do objeto. Mais precisamente, o valor do ângulo de rotação obtido através do cálculo da TPS, considerando-se um referencial global qualquer, é o mesmo que se este fosse obtido considerando-se o referencial posicionado no centro de massa do contorno utilizado. Esta suposição é verdadeira como demonstrado a seguir.

Seja um vetor de pontos  $P_i$  que define um contorno origem, com i=1, ..., n; cada ponto  $P_i$  é definido pelas coordenadas globais  $(x_i, y_i)$ . Seja  $R_i$  o vetor de pontos que define o contorno  $P_i$  após o registro, com i=1, ..., n; onde cada elemento de  $R_i$  é definido pelas coordenadas  $(u_i, v_i)$ . A transformação global que define o registro quando aplicada ao contorno  $P_i$  é dada por:

$$[\mathbf{R}_{\mathbf{i}}] = [\text{Rot}(\varphi)] \cdot [\mathbf{P}_{\mathbf{i}}] + [\mathbf{t}] \tag{5.9}$$

ou

$$u_i = x_i.\alpha.\cos\varphi - y_i.\alpha \sin\varphi + t_x$$
  

$$v_i = x_i.\alpha.\sin\varphi + y_i.\alpha.\cos\varphi + t_y$$
(5.10)

onde φ é o ângulo de rotação da transformação global.

Por outro lado o registro realizado com rotações em torno do centro de massa é dado pela composição das transformações:

$$[\mathbf{R_i}] = [\text{Rot}(\varphi)] \cdot [P_i - m_0] + [m_0] + [d]$$

onde  $m_{\theta} = (m_x m_y)$  e Rot $(\phi)$  é a matriz rotação e d é uma translação, ou ainda literalmente:

$$u_i = (x_i - m_x) \cdot \alpha \cdot \cos \varphi - (y_i - m_y) \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + m_x + d_x$$
  
$$v_i = (x_i - m_x) \cdot \alpha \cdot \sin \varphi + (y_i - m_y) \cdot \alpha \cdot \cos \varphi + m_y + d_y$$

Desenvolvendo e agrupando temos:

$$u_{i} = (x_{i}.\alpha.\cos\varphi - y_{i}.\alpha.\sin\varphi) + (-m_{x}.\alpha.\cos\varphi + m_{y}.\alpha.\sin\varphi + m_{x} + d_{x})$$

$$v_{i} = (x_{i}.\alpha.\sin\varphi - m_{x}.\alpha.\sin\varphi) + (y_{i}.\alpha.\cos\varphi - m_{y}.\alpha.\cos\varphi + m_{y} + d_{y})$$
(5.11)

Pode-se observar que as expressões 5.10 e 5.11 diferem apenas em relação ao termo de translação e que portanto o valor do ângulo de rotação não se altera, seja ele calculado considerando-se um referencial global ou um referencial ligado ao centro de massa do objeto. Portanto está correto o emprego da expressão (5.8) para o cálculo do ângulo de rotação mesmo que se considere a rotação em torno do centro de massa do objeto.

## 5.4 Experimentos para validação do método

Para a verificação e avaliação do método de registro proposto, são apresentados a seguir alguns experimentos com a utilização de dois polígonos representando contornos. O primeiro polígono foi obtido pela digitalização do contorno externo de uma seção transversal de um pimentão verde. O outro polígono foi derivado a partir do primeiro através da simulação de deformações. A obtenção de um polígono a partir do outro evita o problema de se estabelecer a correspondência entre os dois conjuntos de pontos de controle nas imagens origem e destino. O polígono deformado é rotacionado, transladado e então usado como alvo para o registro com o polígono original sem deformação. Os resultados dos parâmetros de transformação, obtidos pela aplicação do método de registro desenvolvido, são comparados com os resultados das transformações aplicadas permitindo se analisar controladamente o desempenho do método.

Na figura 5.1, são mostrados os contornos gerados para os testes, sem os efeitos de rotação e deslocamento. Em todas as figuras o traço contínuo representa o contorno deformado a partir do contorno original em tracejado. Na figura 5.1-a o contorno contínuo foi obtido a partir do contorno em tracejado através de deslocamento em alguns vértices. Na figura 5.1-b o contorno sofre, além da deformação anterior, um escalamento de fator 1,1. Na figura 5.1-c foi provocado uma deformação mais acentuada, atingindo maior número de vértices e um escalamento de fator 1,1.

Após a geração dos contornos com deformação, estes foram rotacionados e transladados com os seguintes valores:

rotação	60°
translação em x	200
translação em y	50

Finalmente o contorno original sem deformação é registrado contra cada um dos contornos deformados. Os resultados obtidos com o registro são mostrados a seguir.

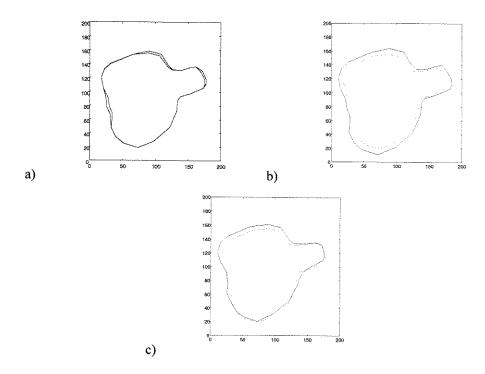


Figura 5.1 - Comparação do contorno original contra os contornos com deformação, gerados para teste.

**Teste 1**: Registro do contorno 1-a com pequeno grau de deformação. O resultado do registro é mostrado na figura 5.2 abaixo.

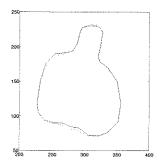


Figura 5.2 - Contornos da figura 5.1-a após o registro.

Teste 2: Registro do contorno da figura 5.1-b.

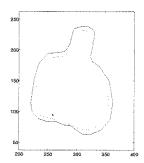


Figura 5.3 - Resultado do registro do contorno da figura 5.1-b deformado (em linha contínua) com o contorno original (em tracejado).

Teste 3: Registro do contorno da figura 5.1-c.

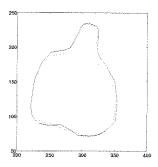


Figura 5.4 - Registro do contorno da figura 5.1-c deformado (em linha contínua) com o contorno original (em tracejado).

Numericamente os resultados do registro são apresentados na tabela abaixo:

	teste 1	teste 2	teste 3	
Rotação	59,4384	59,4384	59,4384	
Escala	0,9848	1,0832	0,9759	
Translação em x	200,0321	200,0018	196,2774	
Translação em y	49,4377	49,3647	49,8150	
Erro percentual na translação em x	0,0161%	0,0009 %	-1,8613 %,	
Erro percentual na translação em y	-1,1246 %	-1,2706 %	-0,3699 %	

Tabela 5.1 - Comparação dos resultados obtidos com a aplicação do registro utilizando o método proposto e erros em relação aos valores da transformação simulada.

## 5.5 Registro de imagens de objetos com escalamento anisotrópico

A formulação apresentada anteriormente possui alguns problemas para uma aplicação generalizada. Ela funciona bem se a suposição de que o escalamento é homogêneo em todas as direções é respeitada, isto é, o escalamento é isotrópico. Neste caso, a solução do sistema linear resultará na solução ótima para o problema, ajustando os valores de rotação, fator de escala e deformação para as restrições dadas. Entretanto, quando o corpo apresenta deformações de escalamento mais acentuadas em uma determinada direção que em outra, o modelo falha e a solução apresentada para o registro também. Este problema surge porque o fator de escala, rotação, translação e deformação são ajustados livremente para atender as restrições impostas. Consequentemente, quando por exemplo existe um escalamento apenas na direção x, os quatro componentes para modelar a transformação serão convenientemente ajustados, embora na realidade exista apenas uma mudança de escala na direção x. Poder-se-ia supor que esta variação seria adequadamente modelada pela componente da spline, mas tal não ocorre já que este comportamento não resultará em energia mínima de deformação. Este caso será ilustrado a seguir com um exemplo utilizando o registro de dois retângulos.

#### Teste 4:

Para demonstrar a discussão anterior será feito o registro de dois retângulos  $R_1$  e  $R_2$ . O retângulo  $R_2$  foi derivado de  $R_1$  pelo escalamento na direção x por um fator de 0,5, então rotacionado por 60°, e finalmente foi aplicada uma translação de 20 unidades na direção x e y. A figura 5.5a mostra os dois retângulos antes do registro. O retângulo  $R_1$  foi registrado contra  $R_2$  usando o processo descrito na Seção 5.2.

Numericamente os resultados do registro foram:

rotação	49,1403
escala	0,9269
translação em x	19,4850
translação em y	19,6241

Tabela 5.2 - Resultados obtidos com o registro.

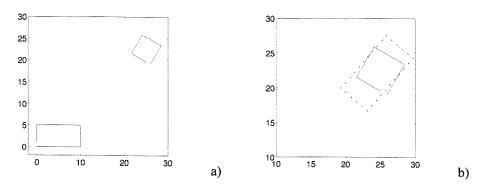


Figura 5.5 - a) Dois retângulos,  $R_1$  no canto inferior esquerdo, e  $R_2$  no canto superior direito, que devem ser registrados. b) Resultado do registro de  $R_1$  (linha tracejada) com  $R_2$  (linha cheia) usando o método proposto.

Com é possível verificar-se pelos resultados numéricos, bem como através da observação da figura 5.5-b, o registro obtido é incorreto. Isto não significa que o método apresenta uma concepção errada mas que ele foi incorretamente aplicado. Como contra exemplo, e para melhor entender o sentido desta afirmação, um novo exemplo é formulado. Neste novo exemplo, pode-se verificar o comportamento do método no caso de escalamento isotrópico. Agora, um retângulo R<sub>2</sub> foi criado a partir do escalamento de R<sub>1</sub> por um fator de 0.5 igualmente nas direções x e y, rotacionando-o por 60°, e finalmente pela aplicação de uma translação idêntica em x e y de 20 unidades. A figura 5.6-a mostra ambos os retângulos antes do registro e a figura 5.6-b após a realização do registro.

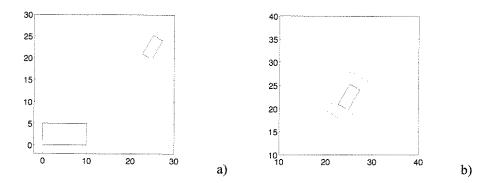


Figura 5.6 - a) Dois retângulos,  $R_1$  no canto inferior esquerdo e  $R_2$  no superior direito que devem ser registrados. b) Retângulos  $R_1$  (linha tracejada) após o registro com  $R_2$  (linha cheia).

Os resultados numéricos são dados na tabela a seguir.

rotação	60.0000°
escala	0.500
translação em x	20.00
translação em y	20.00

Tabela 5.3 - Resultados do registro obtido com a TPS original.

Como é possível observar pelos resultados, numérico e visual, o registro foi corretamente obtido pelo método. É interessante notar que a aplicação do método original, com transformação linear geral, ao problema gera o resultado correto para a situação do exemplo 3 (teste 3). Os resultados da aplicação da TPS no exemplo 3 são:

$$f_x = 25.9151 + 0.2500x - 0.8660y$$
.

$$f_v = 19.0849 + 0.4330x + 0.5000y.$$

A transformação pode ser re-escrita na forma de matriz, excluindo-se o efeito de translação, como:

$$= \begin{bmatrix} 0.25 & -0.866 \\ 0.433 & 0.5 \end{bmatrix}$$

Aplicando-se a decomposição de valor singular (singular value decomposition - SVD) a W obtemos:

$$W = U*V*D$$

onde

$$= \begin{bmatrix} -0.866 & 0.5 \\ 0.5 & 0.866 \end{bmatrix} \qquad = \begin{bmatrix} 1.0 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

A matriz U pode ainda ser decomposta em:

$$= \begin{bmatrix} -0.866 & 0.5 \\ 0.5 & 0.866 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.866 \\ 0.866 & 0.5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

O que conduz a:

$$= \begin{bmatrix} 0.5 & -0.866 \\ 0.866 & 0.5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1.0 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & 0.5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Portanto W pode ser interpretado adequadamente como sendo a composição de uma rotação de  $60^{\circ}$  e um escalamento em x de 0.5 e em y de 1.0. Este resultado demostra que o problema de registro, neste exemplo, pode ser resolvido procurando-se a solução de um modelo de transformação linear o que, de fato, não constitui nenhuma surpresa. É importante destacar, entretanto, que o que diferencia este resultado daquele previamente obtido com escalamento isotrópico é a ausência de qualquer componente de deformação.

# 5.6 Comparação de desempenho dos métodos de registro usando TPS e MMQ

Nesta seção, experimentos simulados permitirão a caracterização de comportamento dos métodos de registro de imagens baseados na utilização de Thin Plate Splines e Minimização Quadrática, frente a variações localizadas (não globais).

## Metodologia:

São gerados pares de polígonos representando contornos. O primeiro polígono de cada par é o mesmo em todos os casos e será denominado de polígono de referência. O segundo polígono é gerado sempre a partir do polígono de referência através de simulações de deformações em algum ponto localizado sobre seu contorno e será referenciado como alvo. Cada polígono possui 7 pontos que são usados como pontos de controle. Em cada par, as deformações são sempre nos mesmos locais do polígono alvo, porém com intensidades sucessivamente maiores. O polígono alvo sofre em todos os casos uma transformação de corpo rígido e escalamento correspondente aos seguintes valores:

Escala	1.2
Rotação	60°
Trans. em x	30 pixels
Trans. em y	30 pixels

Tabela 5.4 - Valores simulados da transformação de corpo rígido.

É importante observar que o polígono de referência é colocado com seu centro de massa na origem do sistema de coordenadas. Este cuidado evita que os resultados apresentados pelos métodos apresentem diferenças devido ao referencial de coordenadas,

pois o método de registro com TPS utiliza o centro de massa de cada polígono como referência para as transformações de escala e rotação.

Após o procedimento de registro, os valores dos parâmetros da transformação de registro devem apresentar valores próximos daqueles na Tabela 5.4. Nas figuras abaixo são apresentados os polígonos utilizados para os experimentos.

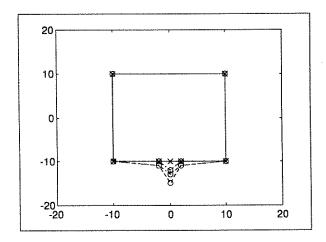


Figura 5.7 - O polígono de referência (linha cheia com pontos marcados com x) e os 3 alvos (linhas pontilhadas com pontos de controle marcados com o) sem o efeito da transformação de corpo rígido e escalamento. Através deste gráfico pode ser verificada a intensidade das deformações impostas ao polígono de referência.

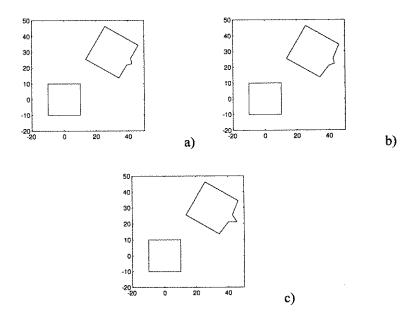


Figura 5.8 - Os polígonos de referência sem deformação e alvos após o efeito da transformação de corpo rígido e escalamento. Nas figuras 5.8-a, 5.8-b e 5.8-c as deformações são sucessivamente maiores.

#### Resultados

Na sequência, os dois casos apresentados são registrados contra o polígono de referência. Os resultados apresentados na Tabela 5.5 abaixo são referentes aos valores obtidos com o registro utilizando mínimos quadráticos. Na Tabela 5.6 são mostrados os resultados com o registro utilizando Thin Plate Splines.

	simulação	registro P <sub>1</sub> - P <sub>2</sub>	registro P <sub>1</sub> - P <sub>3</sub>	registro P <sub>1</sub> -P <sub>4</sub>	erro para P <sub>2</sub>	erro para P <sub>3</sub>	erro para P <sub>4</sub>
escala	1,2	1.2140	1.2350	1.2490	-0.0140	-0.0350	-0.0490
rotação (graus)	60	60.0000	60.000	60.0000	0.0000	0.0000	0.0000
translação em x	30	30.2450	30.6124	30.8573	-0.2450	-0.6124	-0.8573
translação em y	30	29.8586	29.6464	29.5050	0.1414	0.3536	0.4950

Tabela 5.5 - Resultados do registro entre P<sub>1</sub> e P<sub>2</sub>, e P<sub>1</sub> e P<sub>3</sub>, utilizando o método dos mínimos quadrados.

	simulação	registro	registro	registro P <sub>1</sub> -P <sub>4</sub>	erro para P <sub>2</sub>	erro para P <sub>3</sub>	erro para P <sub>4</sub>
escala	1,2	1.2083	1.2048	1.2131	-0.0083	-0.0048	-0.0131
rotação (graus)	60	60.0000	60.000	60.0000	0.0000	0.0000	0.0000
translação em x	30	30.2223	30.1738	30.3960	-0.2223	-0.1738	-0.3960
translação em y	30	29.8717	29.8997	29.7714	0.1283	0.1003	0.2286

Tabela 5.6 - Resultados do registro entre P<sub>1</sub> e P<sub>2</sub>, e P<sub>1</sub> e P<sub>3</sub>, utilizando Thin Plate Splines.

#### Comentários

Pode-se perceber que os valores dos erros obtidos no registro com os polígonos com sucessivamente maior deformação (P2, P3 e P4) são também sucessivamente maiores. Comparados os resultados dos registros feitos com os dois métodos percebe-se que o método usando TPS apresenta um melhor comportamento, mostrando erros menores que o método de mínimos quadrados em todos os casos. Percebe-se também que não houve erro na determinação dos ângulos de rotação de registro. De fato os erros maiores se encontram na determinação das translações, embora sejam bastante pequenos em todos os casos.

O experimento realizado tem o objetivo de ressaltar as características de cada um dos métodos, isto é, clarificar seu comportamento frente a determinados tipos de variação nos dados. Obviamente, se uma maior quantidade de pontos de controle fosse usada ao longo do contorno, onde as deformações não estão presentes, então os erros no método de minimização quadrática do erro tenderiam a ser menores. Entretanto, deve ser lembrado que os pontos de controle do polígono usado foram escolhidos tendo em vista a representação dos pontos dominantes do contorno. Isto é, seriam possivelmente os pontos escolhidos através de uma marcação manual.

#### 5.7 Discussão

Algumas considerações devem ser feitas com relação a interpretação e análise dos resultados dos experimentos no que se refere à precisão. Em primeiro lugar, é necessário esclarecer que os exemplos foram concebidos com a finalidade de reproduzir o mais fielmente possível situações reais e os polígonos foram produzidos baseados em imagens digitalizadas de seções transversais de um pimentão. Porém, ainda são apenas simulações e não representam todas as possibilidades que podem ser encontradas para emprego do método. Na impossibilidade de se reproduzir todas as situações reais, procurou-se, com os experimentos realizados, ressaltar as características peculiares ao método.

Também é necessário se enfatizar que os experimentos foram realizados utilizando-se contornos com deformações artificialmente produzidas e que não respeitam necessariamente o critério de registro, isto é, deformações com mínima energia de curvamento. Contudo, os resultados obtidos são bastante significativos e de qualquer modo respeitam o critério de minimização de energia para a deformação apresentada. No primeiro experimento, a pequena deformação teve pouca influência no resultado e o erro foi menor que um pixel nas translações e menor que um grau na rotação. No segundo experimento, com um escalamento acrescentado, o resultado também foi bastante preciso, demostrando a pequena influência do escalamento no resultado. Isto era previsível, já que o escalamento, sendo uma transformação linear, não modifica a energia de curvamento da TPS. No terceiro experimento, com uma deformação mais acentuada no contorno, o resultado se deteriora um pouco, porém ainda é numericamente bastante bom e visualmente harmonioso. Na realidade, a deformação imposta neste caso tem uma característica acentuadamente global, distorcendo toda a parte superior da seção, sendo responsável pela

deterioração do resultado numérico. É necessário, contudo, enfatizar mais uma vez, que o resultado obtido ainda assim concorda com a imposição da restrição de minimização da energia de curvamento e que esse fato deve ser considerado quando o resultado numérico é avaliado.

Alguns aspectos computacionais devem ser comentados. Flusser chama a atenção em seu artigo [Flusser, 92] para o fato de que o custo computacional da solução do sistema de equações é elevado quando o número de pontos de controle excede a 50, inviabilizando a sua aplicação. Mais recentemente, Barrodale mostra que recentes avanços em técnicas de cálculo numérico minimizaram a importância deste problema [Barrodale, 93]. De qualquer modo, em muitas aplicações, a quantidade de pontos utilizada pode ser bem menor do que 50.

Com relação à aplicabilidade do método, é preciso ficar claro que os resultados obtidos com o procedimento apresentado é ótimo estritamente dentro do conceito de que a energia total para o deformação (ou curvamento da superfície) é minimizada. A adoção desta técnica pressupõe que a aplicação, ou o objeto das imagens, para qual o registro deva ser usado, obedeça este critério, ou pelo menos apresente um comportamento aproximado. Por outro lado, o critério de minimização de energia de deformação está presente em uma série de modelos físicos e inclusive na modelagem de alguns processos visuais [Terzopoulos,83], [Grimson,83], e, por isso, do ponto de vista de modelagem de um fenômeno natural, como é o caso das deformações em amostras de biologia e medicina, a utilização deste critério é bastante plausível. É bom lembrar que este mesmo princípio é aplicado na formulação de curvas splines naturais em uma dimensão, das quais a Thin Plate Spline é uma extensão [Lancaster, 86].

## 5.7.1 O problema da correspondência

Nos experimentos apresentados, os pontos de controle utilizados para o registro dos contornos são os próprios vértices que definem os polígonos. Portanto, neste caso não há problema de casamento equivocado dos pontos de controle, já que o polígono de destino é derivado do polígono de origem. No caso de registro de imagens naturais a escolha dos pontos de controle, bem como o casamento correto entre eles, nas duas imagens, é um problema sem solução simples. Na verdade, o problema de correspondência de características é encontrada em inúmeras outras situações e diversas abordagens são

possíveis [Haralick and Shapiro,92]. Dois aspectos são fundamentais na determinação da correspondência entre os pontos de controle: a escolha de um conjunto consistente de pontos, isto é, um conjunto de pontos que apresentem correspondência biunívoca em ambas as imagens; e a correta localização espacial dos pontos. O problema da correspondência torna-se mais complexo quando é necessário resolvê-lo de forma automática. No Capítulo 2, seção 7, foram apresentadas algumas possíveis abordagens para o problema dentro do contexto de registro de imagens.

O emprego da TPS para registro de imagens apresenta particular dificuldade pois, como mostrado nos experimentos realizados no Capítulo 4, o posicionamento correto dos pontos de controle é fundamental para a correta obtenção dos parâmetros da transformação de mapeamento. Além disso, a escolha dos pontos em um grande número ao longo dos contornos, de modo a proporcionar a correta caracterização da forma, torna-se sujeita a erros.

Tomando por base os conceitos apresentados neste trabalho, o seguinte procedimento é proposto para investigação com o propósito de automação da escolha dos pontos de controle:

- Detectam-se os pontos significativos nos contornos da imagem origem e imagem destino usando-se algoritmos, por exemplo, de detecção de pontos de máxima curvatura ou pontos salientes;
- Utiliza-se a Transformada Generalizada de Hough (ou outro método) para realizar um registro inicial baseado numa transformação rígida;
- 3. Através da transformação obtida, verifica-se a correspondência entre os pontos significativos do contorno de origem e do contorno de destino;
- 4. Determina-se, usando-se o conjunto de pontos correspondentes obtidos no passo anterior, a função interpolante, TPS, para registro das duas imagens;
- O resultado é avaliado e os efeitos das deformações e das transformações lineares são separados;

A idéia por trás da utilização da TGH no processo de pré-registro da imagem (passo 2) é a de automatizar a correspondência entre características de mais alto nível, como os contornos de objetos, e só então realizar a correspondência entre pontos. No passo 3 do procedimento apresentado, a correspondência entre pontos pode ser feita simplesmente considerando-se a distância cartesiana entre os pontos. Pares de pontos cuja distância esteja acima de determinado valor não são considerados correspondentes. Pares de pontos cujas distâncias, embora suficientemente pequenas para estabelecer-se uma

correspondência, são suficientemente grandes para indicar uma distorção, poderiam sofrer algum tipo de ponderação no processo de registro. O número de pontos obtidos através desse processo pode ser insuficiente para a caracterização das deformações. A solução é, então, interpolar um certo número de pontos ao longo do contorno, entre os pontos inicialmente determinados, segundo algum critério apropriado. Um exemplo de procedimento que segue essa linha de raciocínio é apresentado por Davatzikos (1996), no qual os pontos de controle são interpolados segundo uma transformação homotética.

É interessante notar que a própria Thin Plate Spline oferece indícios para a análise da qualidade do casamento dos pontos de controle através da análise dos níveis de deformação (ou de energia) com os quais cada ponto está associado. Assim, um processo poderia ser concebido de modo que a localização dos pontos de controle fosse iterativamente ajustada de acordo com a minimização do nível de energia da deformação, produzindo um registro ótimo. Obviamente restrições adicionais devem ser determinadas para evitar que falsos casamentos de pontos de controle determinem uma transformação incorreta.

## 5.8 Extensões e trabalhos futuros

Diversas extensões das idéias apresentadas neste trabalho são diretas e de grande interesse. A principal, e talvez mais óbvia, é a aplicação dos princípios presentes no método de obtenção da transformação rígida usando TPS's para corpos ou superfícies no espaço tridimensional. Este processo, se desenvolvido, certamente encontrará interessantes aplicações em diversos campos, em especial biologia e medicina. Outras extensões são arroladas a seguir:

#### A - Interpolação de imagens.

O fato da função Thin Plate Spline ser diferenciável e definida por toda a imagem, também sugere seu emprego para interpolação entre imagens, com vantagens sobre métodos que se utilizam de polinômios, que apresentam o problema de *foldover* [Wolberg,89]. Proposta semelhante foi apresentada por Ruprecht [Ruprecht 94] com a utilização de outro tipo de função radial. A utilização da mesma técnica para registro e interpolação das imagens pode, eventualmente, ser utilizada para ganhos computacionais e práticos no processo, uma vez que simplificaria o processo de correspondência.

### B - Função de aproximação.

Outra possível extensão da técnica apresentada se refere a incorporação de características de aproximação à função TPS. Isto permitiria o tratamento de situações nos quais há pouca confiabilidade nos dados, isto é, nos pontos de controle. Esta pode se caracterizar pela existência de pequenas deformações artificialmente introduzidas (deformações introduzida pelo processo de seccionamento, por exemplo) ou mesmo pela existência de imprecisão de localização das coordenadas dos pontos homólogos. Neste caso, a formulação do problema seria a determinação da função f que minimiza:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (y_i - f(x_i))^2 + \lambda \int_a^b (f''(x))^2 dx$$

para um  $\lambda>0$ . Esta expressão representa um compromisso entre fidelidade aos dados, representada pela soma quadrática residual, e suavidade da solução, representada pela integral quadrática. A solução deste problema é uma spline natural [Wahba,90]. Os dados com ruído não são mais interpolados pela spline resultante, mas suavizados, com o parâmetro  $\lambda$  controlando o compromisso entre fidelidade e suavidade. O problema de imprecisão de posicionamento de pontos de controle poderia assim ser minimizado controlando adequadamente o parâmetro  $\lambda$ . Nesta formulação, a solução se aproxima daquela obtida através da minimização quadrática do erro, com relação ao posicionamento dos pontos de controle, porém mantendo as restrições de minimização de energia para o modelo de registro.

## C - Solução para o registro de imagens com escalamento anisotrópico.

A componente de deformação na solução do registro está ligada à interpretação do escalamento anisotrópico. Isto é, para compensar uma variação linear de escalamento, é criada uma deformação que altera os valores dos parâmetros convenientemente para as condições existentes. Uma indicação da existência desta deformação compensatória poderia ser obtida pela quantidade da energia de curvamento na solução encontrada. Isto porque é de se supor que a energia de deformação necessária para satisfazer o registro de objetos com escalamento anisotrópico seja bem maior que aquela necessária para satisfazer o registro de objetos com a TPS original. Contudo, não é possível a obtenção de valores

absolutos de diferenças de energia que permitam comprovar a existência ou não do escalamento anisotrópico. A existência de uma diferença de valor relativo muito grande na energia de curvamento é apenas uma indicação de que o método é adequado ao problema ou não, isto é, o escalamento é isotrópico ou não.

A consideração do escalamento anisotrópico requer a solução de um sistema não linear. Uma possibilidade a ser investigada para resolver o problema de registro quando houver escalamento anisotrópico pode ser a solução iterativa do parâmetros. Partindo-se da solução obtida com escalamento rígido pode-se resolver um novo sistema de equações variando iterativamente os parâmetros de escalamento e rotação de modo a minimizar a energia de curvamento. Este procedimento poderia conduzir assim a uma solução global ótima para o problema de registro. Metodologia similar é empregada em Meyer et al., (1995), para registro 3D de imagens multimodais com escalamento anisotrópico, porém com a adoção do modelo de minimização quadrática de erro (LMSE) sobre uma transformação afim. Referindo-se às equações 5.3 e 5.4, podemos reescrevê-las na forma:

$$f_x(x, y) = a_x + \alpha_x \cos \varphi . x - \alpha_y \sin \varphi . y + \sum_{i=1}^{n} b_i r_i^2 \log r_i^2$$
 (5.12)

$$f_y(x, y) = a_y + \alpha_x \sin \varphi . x + \alpha_y \cos \varphi . y + \sum_{i=1}^{n} c_i r_i^2 \log r_i^2$$
 (5.13)

e observar que neste caso devemos variar  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ , (fatores de escala em x e em y) e  $\varphi$  tal que os coeficientes  $b_i$  e  $c_i$  encontrados minimizem a energia total de deformação

$$E_{\scriptscriptstyle I} = E_{\scriptscriptstyle X} + E_{\scriptscriptstyle Y}$$

onde  $E_x$  e  $E_y$  são proporcionais a **B.L.B**<sup>T</sup> e **C.L.C**<sup>T</sup>, [Bookstein, 89] respectivamente, **B** é o vetor formado por  $b_i$ , **C** o vetor  $c_i$ , **B**<sup>T</sup> e **C**<sup>T</sup> são os vetores transpostos de **B** e **C** respectivamente, e **L** é o Gramian da spline.

## 5.9 Conclusões

Foi apresentado neste capítulo uma nova técnica de registro utilizando Thin Plate Splines como função de mapeamento. Embora do ponto de vista de implementação as modificações apresentadas, em relação a aplicação direta da Thin Plate Spline para registro de imagens, sejam relativamente simples, do ponto de vista conceitual do modelo usado e

da sua interpretação, as mudanças são significativas. No modelo apresentado neste capítulo, o registro é feito modelando-se uma transformação rígida com a sobreposição de efeitos de escalamento uniforme e de deformações. Diferentemente, na aplicação direta da Thin Plate Spline, a transformação de registro é modelada como sendo uma combinação linear de uma transformação afim geral com uma componente de deformação. A função de mapeamento obtida com o procedimento proposto obedece ao critério de que a energia total de deformação (curvamento) seja mínima.

O modelo apresentado se aplica de maneira muito mais coerente com a natureza do registro de imagens de seções seriadas. Esta abordagem difere, e mostra-se conceitualmente mais adequada do que a abordagem de outros métodos apresentados na literatura, nos quais tenta-se separar os efeitos da deformação pela escolha dos elementos adequados da imagem, ou este efeito é tratado como um problema de minimização do erro implícito nos dados.

# CAPÍTULO 6

## CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi apresentado um estudo sobre técnicas de registro aplicadas ao problema de registro de imagens de seções seriadas dentro do contexto de reconstrução tridimensional. Inicialmente foi realizado uma caracterização do problema e um levantamento das dificuldades associadas ao registro deste tipo de imagem. Na seqüência, o problema da automação do processo de registro foi abordado com a análise e implementação de métodos de registro baseados em solução da transformação por mínimos quadrados e na utilização da Transformada Generalizada de Hough. Mostrou-se que o segundo método apresenta vantagens porque a etapa de correspondência é realizada automaticamente como parte do processo de registro, embora seja mais custosa computacionalmente. Para minimizar os efeitos do custo computacional e da sensibilidade a ruídos, foram propostas algumas modificações na implementação do método e seus efeitos demonstrados.

Subsequentemente, foi abordado o problema da deformação existente nas imagens biomédicas através de modelagem elástica das mesmas. A utilização de Thin Plate Splines permitiu a modelagem das deformações segundo analogia com o modelo físico das placas de metal finas. A partir deste modelo, desenvolveu-se uma nova técnica que permite o registro de imagens com deformação, e que tem como principal característica a possibilidade de separação, no próprio modelo, dos efeitos naturais da deformação da imagem dos efeitos da transformação de corpo rígido originária na aquisição das imagens. A deformação é modelada e assim seus efeitos são claramente separáveis dos efeitos da transformação rígida, permitindo a realização correta do registro, sem os efeitos da

deformação. O resultado do registro obtido com essa técnica é ótimo no sentido que obedece o critério de minimização da energia de deformação.

Em última análise, este resultado é uma aproximação mais criteriosa para o problema, já que a deformação é considerada no processo com a utilização de um modelo consistente com a natureza das imagens. Esta abordagem é diferente das técnicas usualmente empregadas para registro, nas quais a deformação é considerada um erro de posicionamento implícito nos dados e que deva ser minimizado segundo algum critério estatístico.

É interessante sumarizar as características dos métodos de registro estudados segundo o critério adotado para a tratamento do problema das diferenças devido às deformações.

Os métodos de obtenção de registro por MMQ "eliminam" os efeitos da deformação pelo emprego da média estatística. Portanto, o efeito do método é "dividir o prejuízo". A TGH, por outro lado, elimina os efeitos da deformação pelo emprego da norma estatística para determinação dos parâmetros de transformação, considerando apenas aqueles pontos que não são afetados pela deformação. Este resultado tende a se deteriorar à medida em que a deformação deixa de ter um aspecto de deformação local ou localizado e passa a ter características globais. Já o método com a TPS modela efetivamente os efeitos da deformação em uma componente de transformação não linear, porém mantendo-os separados do efeito da transformação linear. Para efeito de registro final a componente não linear é eliminada.

Usando o modelo da TPS foi possível incorporar um pouco das características das duas outras técnicas, pois os resultados são menos influentes à deformações locais do que a técnica de MMQ, e incorpora variações globais mais facilmente que a técnica empregando TGH.

Por outro lado, é necessário a realização de mais pesquisa no sentido de determinar técnicas automáticas e eficientes, que permitam a utilização da técnica de registro com TPS de modo irrestrito em aplicações com imagens biomédicas.

Algumas das extensões dos métodos discutidos foram apresentadas anteriormente nos respectivos capítulos. Em relação à técnica de registro utilizando TGH, uma possível melhoria da técnica seria a incorporação de uma maior quantidade de parâmetros na função de transformação, em especial de escalamentos na direção x e y, de modo a descrever mais

precisamente as diferenças entre as imagens. Esta adição acarreta de imediato um grande aumento do custo computacional (tempo de processamento e quantidade de memória), levando à necessidade de se pesquisarem técnicas para o seu tratamento.

A principal, e talvez mais óbvia, é a aplicação dos princípios presentes no método de obtenção da transformação rígida usando TPS's para corpos ou superfícies no espaço tridimensional. Este processo, se desenvolvido, certamente encontrará interessantes aplicações em diversos campos, em especial nas ciências biomédicas.

#### 6.1 Contribuições

Dentro do contexto do trabalho apresentado as seguintes contribuições podem ser relacionadas como significativas:

- Apresentação e discussão das técnicas de registro sob o ponto de vista da modelagem das deformações.
- Proposição de um procedimento de registro de imagens baseado na utilização da Transformada Generalizada de Hough, que possibilita sua aplicação ao registro de imagens seriadas com significativo grau de automação no processo.
- Proposição de um novo modelo para registro de imagens seriadas com deformações baseado no emprego de teoria das splines de superfície para a determinação dos parâmetros da função global de mapeamento.

As análises experimentais de comportamento e modificações propostas para a TGH podem ser estendidas a outros campos de aplicação. Uma análise mais rigorosa das consequências das modificações propostas utilizando ferramental estatístico pode ser valiosa para caracterizar mais precisamente o método.

O modelo proposto para modelagem de deformação no registro de imagens apresenta como principal vantagem o fato de estar baseado em um análogo físico em

oposição aos modelos tradicionais baseados em uma conceituação estatística da deformação, possibilitando uma descrição mais fiel e consistente com o problema das diferenças entre as imagens.

Certamente a principal contribuição deste trabalho é a preocupação apresentada em modelar as deformações presentes na imagem e caracterizar o resultado do registro de imagens segundo o modelo escolhido. Dentro desse contexto, a utilização do conceito de minimização de energia de curvamento, através do emprego de Thin Plate Splines para a modelagem das deformações e determinação da transformação rígida global, representa um novo enfoque para o problema de registro de imagens.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Alliney and Morandi,86] Alliney, S. and Morandi, C. Digital image registration using projections. IEEE PAMI-8, no. 2, March, pp 222-233, 1986.
- [Bajcsy,89] R. Bajcsy and S. Kovacic. *Multiresolution Elastic Matching*. Computer Graphics, and Image Processing, vol. 46, pp. 1-21, 1989.
- [Ballard,81] Ballard, D. H. Generalizing the Hough Transform to detect arbitrary shapes. Pattern Recognition vol. 13, No.2, pp. 111-122, 1981.
- [Barillot,93] Barillot, Christian. Surface and Volume Rendering Techniques to Display 3D Data. IEEE Engineering in Medicine and Biology, pp. 111-119, March 1993.
- [Barnea and Silverman,72] Barnea, D. I., and Silverman, H. F. A class of algoritms for fast digital registration. IEEE Trans. on Computers, vol. C-21, pp. 179-186, 1972.
- [Barrodale,93] I. Barrodale et al. Warping Digital Images using Thin Plate Splines. Pattern Recognition, vol. 26, no. 2, pp. 375-376, 1993.
- [Bhandarkar,91] Bhandarkar, Suchendra M, M. Suk. Sensitivity analysis for matching and pose computation for range image segmentation. Pattern Recognition, vol. 24, n.6, 1991.
- [Bhandarkar,94] Bhandarkar, Suchendra M. A. Fuzzy Probabilistic Model for Generalized Hough Transform. IEEE SMC, vol. 24, n.5, 1994.
- [Bookstein,89] F. L. Bookstein. Principal Warps: Thin-Plate Splines and the Decomposition of Deformations. IEEE PAMI, vol. 11, no. 6, pp. 567-585, 1989.
- [Brown92] Brown, Lisa G. A survey of Image Registration Techniques. ACM Computing Surveys, vol. 24, no. 4, pp. 325-376, December 1992.
- [Burr,81a] D. J. Burr. A Dynamic Model for Image Registration. Computer Graphics and Image Processing, vol. 15, pp. 102-112, 1981.
- [Burr,81b] D. J. Burr. Elastic Matching of Line Drawings. IEEE PAMI, vol. 3, no. 6, pp. 708-712, 1981.
- [Canny,86] Canny, J. F, A Computational Approach to Edge Detection, IEEE PAMI, vol. 8, pp. 679-698, 1986.
- [Castanho,95] J. E. Castanho, O. R. P. Bellon, C. L. Tozzi. Image Registration and Image Interpolation in Volume Rendering of Cross Sections. In IEEE International

- Conference on Systems, Man and Cybernetics, pp. 1466-1471, Vancouver, Canada, 1995.
- [Chen and Medioni, 92] Chen Y. e G. Medioni. Object Modelling by registration of multiple range images. Image and Vision Computing. vol. 10, n. 3, April 1992.
- [Davatzikos,96] C. Davatzikos, J. L. Prince, and R. N. Bryan. *Image Registration Based on Boundary Mapping*. IEEE Trans. on Medical Imaging, vol. 15, no. 1, pp. 112-115, 1996.
- [Davis,82] Davis, Larry S. "Hierarchical Generalized Hough Transforms and Line-Segment Based Generalized Hough Transforms". Pattern Recognition vol. 15, No 4, pp. 277-285, 1982.
- [De Castro and Morandi,87] De Castro, E. and Morandi, C. Registration of translated and rotated imagens images using finite Fourier Transforms. IEEE PAMI-9, no. 5, September, pp 700-703, 1987.
- [Duchon,76] J. Duchon. Interpolation des Fonctions de deux Variables Suivant Le Principe de la Flexion des Plaques Minces. R.A.I.R.O. Analyse Numérique, vol. 10, no. 12, pp. 5-12, 1976
- [Duchon,77] J. Duchon. Splines Minimizing Rotation-invariant Semi-norms in Sobolev Spaces. In Constructive Theory of Functions of Several Variables, Springer Verlag, Berlim, pages 85-100, 1977.
- [Duda and Hart,72] D. Duda, and P. E. Hart. Use of the Hough Transform to detect lines and curves in pictures, CACM 15, pp. 11-15, 1972.
- [Elsen,93] P. A. van den Elsen, E. D. Pol, M. A. Viergever. *Medical Image Matching A Review with Classification*. IEEE Engineering in Medice and Biology, vol. 12, pp. 26-39, March, 1993.
- [Elvins, 92] Elvins, T. T., A survey of algorithms for Volume Visualization. Computer Graphics, vol.. 26, no. 3, August 1992.
- [Faber et al.,91] Faber, Tracy L., Roderick W. McColl, Roger M. Opperman, James R. Corbett, Ronald M. Peshock. Spatial and Temporal Registration of Cardiac SPECT and MR Images: Methods and Evaluation. Radiology, vol. 179, pp. 857-861, 1991.
- [Faugeras and Hebert,86] Faugeras, O. D., and M. Hebert. The representation, recognition and positioning of 3-D shapes from range data. in Techiniques for 3-

- D Machine Perception. A. Rosenfield, ed. (no. 3 in Machine Intelligence and Patern Recognition), pp. 13-51, New York: North Holland, 1986.
- [Flusser,92] J. Flusser. An adaptive method for image registration. Pattern Recognition, vol. 25, no. 1, pp. 45-54, 1992.
- [Foley,90] Foley, James D., Andries van Dam, S. K. Feiner, and J. F. Hughes, Computer Graphics: Principles and Practice, 2nd Ed., Addison-Wesley, Reading, MA. 1990.
- [Forsythe, 77] Forsythe, G. E., Malcon, M. A., and Moler, C. B., Computer Methods for Mathematical Computations. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1997.
- [Franke,82] Franke, R. Scattered Data Interpolation: Test of some methods. Mathematics of Computation, vol. 38, no. 157, January, 1982.
- [Fuchs,89] Fuchs, H., M. Levoy and S. M. Pizer. *Interactive Visualization of 3D Medical Data*. IEEE Computer, vol. 22, no. 8, 1989.
- [Geiger,95] Geiger, D., A. Gupta, L. A. Costa, J. Vlontzos. *Dynamic Programing for Detecting, Tracking and Matching Deformable Contours.* IEEE PAMI, vol. 17, no. 3, March 1995.

#### [Gonzalez and Wintz,77]

- [Gonzalez and Wintz,77] R. Gonzalez and Paul Wintz. Digital Image Processing. Addison-Wesley, Reading Mass., 1977.
- [Goshtasby et al.,86] Goshtasby, A. and Stockman, G. C., and Page, C. V. A region-based approach to digital image registration with subpixel accuracy. IEEE Trans. on Geoscience Remote Sensing vol, 24, no. 3, pp 390-399, 1986
- [Goshtasby,85] A. Goshtasby, and G. C. Stockman. *Point Pattern Matching Using Convex Hull Edges*.IEEE Trans. on Syst. Man and Cybernetics, vol. 15, no. 5, pp. 631-637, 1985.
- [Goshtasby,86] A. Goshtasby. Piecewise linear mapping functions for image registration. Pattern Recognition. vol. 19, no. 6, pp. 459-466, 1986.
- [Goshtasby,87] A. Goshtasby. Piecewise cubic mapping functions for image registration. Pattern Recognition. vol. 20, no. 5, pp. 525-533, 1987.
- [Goshtasby,88a] A. Goshtasby. Registration of images with geometric distortions. IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, vol. 26, no. 60-64, 1988.
- [Goshtasby,88b] Goshtasby, A. Image registration by local approximation. Image

- Vision computing. vol. 6, no. 4, pp 255-261, nov. 1988.
- [Grimson and Huttenlocher,90] Grimson, W. E. L., and Daniel P. Huttenlocher. On the sensitivity of the Hough Transform for Object Recognition. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 12, No. 3, pp. 255-274, March, 1990.
- [Grimson, 90] Grimson, W. E. L. The combinatorics of Object Recognition in Cluttered Environments using Constrained Search. Artificial Intelligence, no. 44, pp. 121-165, 1990.
- [Grimson,83] W. E. L. Grimson. An implementation of a Computational Theory of Visual Surface Interpolation. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, vol. 22, pp. 39-69, 1983.
- [Grimson,95] Grimson, W. E. L., Ettinger, G. J., White, S. J. Gleason, P. L., Loazano-Presez, T., Wells III, W. M. and Kikinis, R. Evaluating and Validating an auomated registration system for enhanced reality visualization in surgery. in N. Ayache (ed), First Int. Conf. on Computer Vision, Virtual Reality, and Robotics in Medicine CVRMed'95, Nice, France, 3-6 April, 1995.
- [Haralick and Shapiro,92] Haralick, R. and L. Shapiro. Computer and Robot Vision. vol. 2, Addison Wesley, 1992.
- [Harder, 72] Harder, R. L., and Desmarais, R. N. Interpolation using Surface Splines. Journal Aircraft, vol. 9, no. 2, pp. 189-191,1972.
- [Hecker, 94] Hecker, Yaron C., and Ruud M. Bolle. On Geometric Hashing and the Generalized Hough Transform. IEEE T-SMC, vol.24, no. 9, September, 1994.
- [Herman,83] Herman, G. T. and Udupa J. K. Display of 3-D digital images: computationa foundations and medical applications. IEEE Computer Graphics and Applications vol. 3, no. 5, pp. 39-45, 1983.
- [Hough,62] P. V. C. Hough. A method and means for recognizing complex patterns, U.S. Patent 3069654, 1962.
- [Hui,95] Hui Li, B. S. Manjunath, and Sanjit K. Mitra. A contour based Approach to Multisensor Image Registration. IEEE Trans. on Image Processing, vol. 4, no. 3, pp. 320-334, 1995.
- [Illingworth and Kittler,87] Illingworth, J. and J. Kittler. The Adaptative Hough Transform. IEEE Pami, vol9, no 5, September 1987.

- [Illingworth and Kittler,88] Illingworth, J. and J. Kittler. Survey of the Hough Transform. Computer Vision, Graphics and Image Processing vol. 44, pp. 87-116, 1988.
- [Kass,88] M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos. *Snakes: Active Contour Models*. International Journal of Computer Vision, vol. 1, pp. 321-331, 1988.
- [Kim,88] Kim, Seong-Dae, Jeong-Hwan Lee, and Je-Kyoon Kim. A New Chain-Coding Algorithm for Binary Images using Run-Length Codes. Computer Vision Graphics and Image Processing, vol. 41, pp. 114-128, 1988.
- [Kimme, 75] Kimme, D. H. Ballard, and J. Sklansky. Finding circles by an array of accumulators. CACM 18, pp. 120-122, 1975
- [Kuglin and Hines,75] Kuglin, C. D., and Hines, D. C. The phase correlation alignment method. In Proceedings of the IEEE 1975 International Conference on Cybernetics and Society. IEEE, New York, pp 160-165, Sept. 1975.
- [Lancaster,86] P. Lancaster and K. Salkauskas. Curve and Surface Fitting. Academic Press, New York, 1986
- [Leavers, 93] Leavers, V. F., Which Hough Transform? CVGIP: Image Understanding, vol. 58, no. 2, pp. 250-264, 1993.
- [Leckie,80] Leckie, D. G. Use of Polynomial Transformation for Registration of Airbone Digital Line Scan Images. 14th Intl. Symposium on Remote Sensing of Environment, pp. 635-645, 1980.
- [Lee,87] Lee, D. J., Krile, T. F., and Mitra, S. Digital registration techniques for sequencial Fundus images. In Proceedings of SPIE: Applications of Digital Image Processing X, vol. 829, pp. 293-300, IEEE Press, New York, 1987
- [Liang He, 94] Liang He and James C. Houk. Registration of Multiple Image Sets with Thin-Plate Spline. Proceedings of the 10th Visual Communications and Image Image processing. SPIE vol. 2308, pp. 1490-1498. September 25-29, 1994, Chicago, Illinois
- [Lillestrand,72] Lillestrand, R. L. Techniques for Changes in Urban Development from Aerial Photography. IEEE Trans. Computers, vol. C-21 pp. 546-549, 1972.
- [Linnainmaa,88] Linnainmaa, S. D. Harwood and L. S Davis. *Pose Determination of a three-dimensional object using trinagle pairs*. IEEE T-PAMI, bol. 10, no. 5, pp. 634-647, 1988.

- [Lotufo,92] Lotufo, R. A., G. T. Herman, and J. K. Udupa. *Combining shape-based and gray-level interpolations*. SPIE Visualization in Biomedical Computing 1992, Vol. 1808, Chape Hill, North Carolina, USA, pp. 13-16 October 1992.
- [Maguire,91] Maguire, G. Q., et alli. *Graphics Appliend to Medical Image Registration*. IEEE Computer Graphics and Applications, vol. 11, no. 2, pp. 20-28, March 1991.
- [Markarian,71] Markarian, H., R. Bernstein, D. G. Ferneyhough, L. E. Gregg, and F. S. Sharp,. Implementation of Digital Techniques for Correcting High Resolution Images. Proc. Amer. Inst. Aeronautics and Astronautics 8th Annu. Meeting, vol. c21, AIAA paper no. 71-326, pp. 285-304, October, 1971.
- [Mashaal,96] Mashaal, M. As modernas "ferramentas" para estudar o cérebro. Ciência Hoje. vol. 21, no. 124, pp. 54-59, 1996.
- [Matlab,92] The Student Edition of Matlab, Prentice Hall, 1992.
- [Meinguet, 79a] J. Meinguet. An Intrinsic Approach to Multivariate Spline Interpolation at Arbitrary Points. In Polynomial and Spline Approximation, Reidel, The Netherlands, pp. 163-190, 1979.
- [Meinguet,79b] J. Meinguet. *Multivariate Interpolation at Arbitrary Points Made Simple*. Journal of Applied Math. and Physics (ZAMP), vol. 30, pp. 292-304, 1979.
- [Meinguet,84] J. Meinguet. Surface Spline Interpolation. In Approximation Theory and Spline Functions, S. P. Singh et al, Ed. Dordrecht, The Netherlands, Reidel, pp. 127-142, 1984.
- [Merickel,88] M. Merickel. 3D Reconstruction: The Registration Problem. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, vol. 42, pp. 206-219, 1988.
- [Merlin and Farber,75] Merlin, M. and D. J. Farber, A parallel mechanism for detecting curves in pictures. IEEE T-COMP. vol. 24, pp. 96-98, 1975.
- [Metaxas,92] D. Metaxas and D. Terzopoulos. *Dynamic Deformation od Solid Primitives with Constraints*. Computer Graphics, vol 26, no. 2, pp. 309-312, 1992.
- [Meyer et al.,95] C. R. Meyer, Gregg S. Leichtman, J. A. Brunberg, R. L. Wahl, and L. E. Quint. Simultaneous Usage of Homologous Points, Lines, and Planes for Optimal, 3-D, Linear Registration of Multimodality Imaging Data. IEEE Trans. on Medical Imaging, vol. 14, no. 1, 1995.
- [Mitiche and Arggawal,83] Mitiche, A., and J. K. Arggawal. Contour Registration by

- shape-specific points for shaping matching. Comput. Vision Graphics Image Processing. vol. 22, pp296--408, 1983.
- [Montgomery and Ross, 96] Montgomery, K., and Muriel Ross. Non-fiducial, shape-based registration of biological tissue. 3D Microscopy: Image Acquistion and Processing III, SPIE Electronic Imaging, San Jose, CA, February, 1996.
- [Moshfeghi,91] Moshfeghi, M. Elastic Matching of Multimodality Medical Images. CVGIP: Graphical Models and Image Processing, vol. 53, no. 3, pp. 271-282, 1991.
- [Moshfeghi,94] Moshfeghi, M., S. Ranganath, K. Nawyn. *Three-Dimensional Elastic Matching of Volumes*. IEEE Trans. on Image Processing. vol. 3, no. 2, pp. 128-138, 1994.
- [Nack, 77] Nack, M. L. Rectification and Registration of Digital Images and the efect of cloud detection. In Proceedings of Machine Processing of Remote Sensed Data. pp 12-23, 1977.
- [Odesanya,93] Odesanya, Olalekan S., Warren N. Waggenspack, Jr., and David E. Thompson. *Constructions of Biological Surface Models from Cross-Sections*. IEEE Trans. on Biomedical Engineering, vol. 40, no. 4, April 1993.
- [Parrot,93] Parrot, R. W., Martin R. Stytz, P. Amburn, D. Robinson. Towards Statistically Optimal Interpolation for 3-D Medical Imaging. IEEE Engineering in Medicine and Biology, pp. 49-59, Sepetember, 1993
- [Pedrini,94] Pedrini, Hélio. Reconstrução 3D a Partir de Seções Transversais de Objetos. Dissertação de mestrado. Unicamp, Campinas, Dezembro 1994.
- [Pratt,93] Pratt, W. K. Digital Image Processing. John Willey & Sons, New York, 1993.
- [Press et al.,92] Press, W. H., B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, and W. T. Vetterling. Numerical Recipes in C. 2nd Ed., Cambridge University Press, Cambridge, 1992.
- [Ranade and Rosenfeld, 80] Ranade, S. and Rosenfeld, A. Point Pattern matching by relaxation. Pattern Recognition, vol.12, pp. 269-275, 1980.
- [Rosenfeld and Kak,82] Rosenfeld, A. and A. C. Kak. *Digital Picture Processing*. vol. 2, Academic Press, 1982.
- [Ruprecht,94] Ruprecht, D., and H. Müller. Deformed Cross-Dissolves for Image Interpolation in Scientific Visualization. The Journal of Visualization and

- Computer Animation, vol. 5, pp. 167-181, 1994.
- [Steiner,77] Steiner, D and M. E. Kirsby. Geometrical Referencing of Landsat imagens by Affine Transformations and Overlaying of Mapa Data. Photogrametrica, vol. 33, pp. 41-75, 1977.
- [Stockman et al.,82] Stockman, G. C., Kopstein, S., and Nenett, S. *Matching imagens to models and object detection via clustering*. IEEE Trans. Pattern Analysis and machine Intelligence. v. 4, pp. 229-241, 1982.
- [Suetens, 1992] Suetens, P, P. Fua, and A. J. Hanson. Computational Strategies for Object Recognition. ACM Computing Surveys, vol. 24, no. 1, March 1992.
- [Terzopoulos,83] Terzopoulos, D. Multilevel Computational Process for Visual Surface Reconstruction. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, vol. 24, pp. 52-96, 1983.
- [Terzopoulos, 87] Terzopoulos, D., J. Platt, A. Barr, and K. Fleischer. *Elastic Deformable Models*. Computer Graphics, vol. 21, no. 4, pp. 205-214, July 1987.
- [Ton and Jain,89] Ton, J. and Anil Jain. Registering Images by Point Matching. IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, vol. 27, no. 5, pp. 642-651, 1989.
- [Van Wie,77] Van Wie, Peter and Maurice Stein. A Landsat Digital Image Rectification System. IEEE Trans. Geoscience Eletronic, vol. GE-15, no. 3, pp. 130-137, 1977.
- [Visible Human Project] Visible Human Projet of National Library of Medicine. http://www.nlm.nih.gov/visible/visible\_human.html
- [Wahba,90] Wahba G. Spline Models for Observational Data. CBMS-NFS Regional Conference Series in Applied Mathematics. SIAM, 1990.
- [Wolberg, 89] Wolberg, G. Terrance E. Boult. Separable Image Warping with Spatial Lookup Tables. ACM Computer Graphics, vol. 23, no. 3, pp. 369-377, July 1989.
- [Wolberg, 90] Wolberg, G. Digital Image Warping. IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, CA, 1990.
- [Yam, 1981] Yam, S. and L. S. Davis. *Image Registratio using generalized Hough transforms*. IEEE PRIP, pp. 526-533, Dallas, TX, 2-4 August 1981.

## APÊNDICE A

Imagens dos brotos de folha usados para a obtenção da reconstrução 3D e registrados com o método dos mínimos quadrados (cf. capítulo 3, seção 3.3.1).

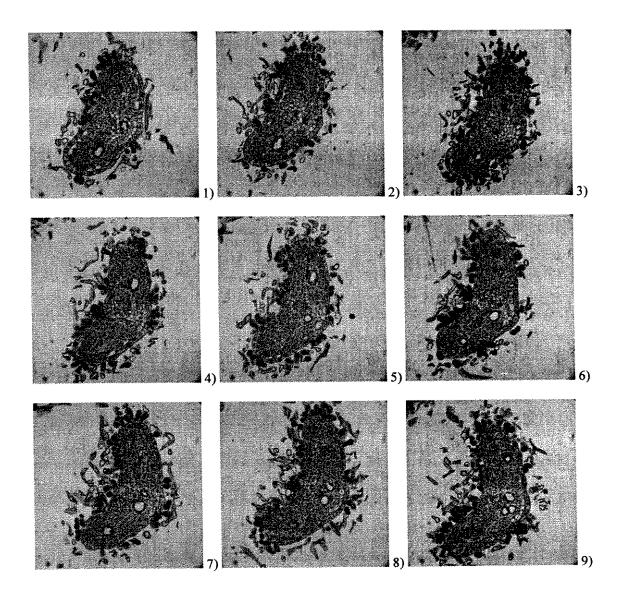
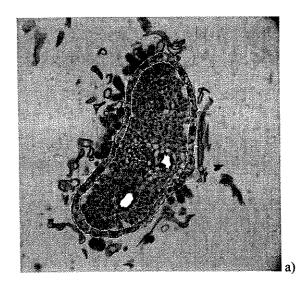
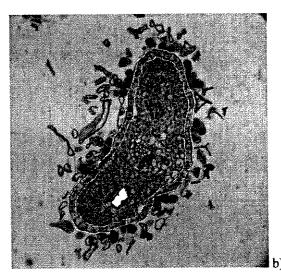


Figura A.1 - Imagens originais de um broto de folha utilizados para estudo do método de registro utilizando mínimos quadrados.





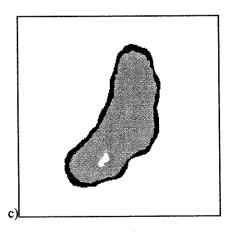


Figura A.2 - As imagens acima representam algumas das seções após segmentação das partes de interesse. Observe que os canais internos, que são o alvo da reconstrução, foram ressaltados e seus centros, bem como pontos críticos do contorno externo, são utilizados como pontos de referência para o registro. É interessante ressaltar que devido a dificuldade de segmentação destas imagens, foi necessário realizar todo o processo manualmente.

# Figuras das fatias do pimentão.

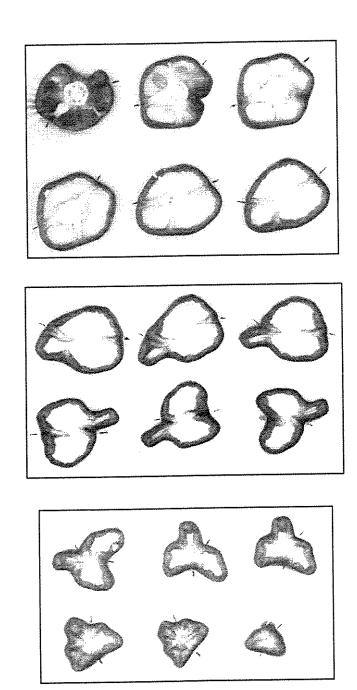


Figura A.3 - Série de seções do pimentão.

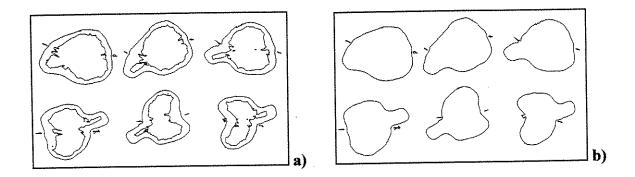


Figura A.4 -a) Imagem das bordas do pimentao ( internas e externas ). b) Seções do pimentão representadas apenas pelos seus contornos externos após pré-processamento para eliminação dos contornos não desejáveis.

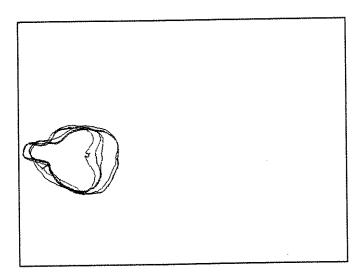


Figura A.5 - Série de seções transformadas (rotação e translação) pelos resultados obtidos pela TGH (sobreposição das seções 7 até 12 alinhadas).

### Apêndice B

Como demonstrado na seção 4.6, do modo como foi implementado, a componente não linear da função TPS apresenta um deslocamento linear embutido. Uma analogia pode ser feita entre um sinal oscilante sobreposto a uma componente continua. Neste caso, o deslocamento embutido pode ser interpretado como um valor médio do sinal. Assim, o seguinte procedimento foi testado para recuperação deste deslocamento associado com a parte não linear da TPS.

- 1 Calculou-se o valor da transformação de registro entre cp10 e 11.
- 2 Separou-se a parte linear da não linear da função TPS
- 3 Calculou-se o valor médio da função de deformação ( parte não linear ) num intervalo de área em torno do perímetro de definição do contorno origem (um bounding box onde a função é definida)

Pode-se então comparar através de gráficos os seguintes resultados:

- a) o contorno destino contra o contorno origem transformado pela transformação linear.
- b) o contorno destino contra o contorno origem transformado pela transformação completa.
- c) o contorno destino contra o contorno origem transformado pela transformação linear deslocado pelo valor médio da função de deformação.

O resultados são apresentados a seguir, nas figuras B.1 e B.2.

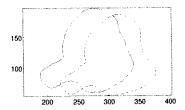
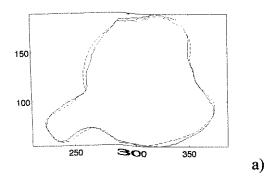


Figura B.1 - cp11 (destino) na sua posição original - linha tracejada - mais cp10 transformado apenas pela parte linear da TPS - linha continua.



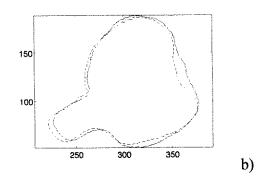


Figura B.2. — a) cp11 (destino) na sua posição original (linha tracejada) mais cp10 transformado pela TPS (linha continua). b) cp11 (destino) na sua posição original (linha tracejada) mais cp10 transformado apenas pela parte linear da TPS com deslocamento dado pelo valor médio da função deformação no intervalo x = [0 200] e y = [0 200] - linha continua.

O valor médio da TPS para esta experiência foi obtido através da aproximação pela média da função em um grade discreta em torno do contorno. Pelo resultado apresentado nas figuras acima, esta aproximação se mostra bastante boa. Também foram realizados experimentos utilizando somente os pontos pertencentes ao contorno para o cálculo do valor médio com resultados semelhantes.

Com esse procedimento é possível isolar as contribuições das partes linear e de deformação da função de mapeamento. Como consequência, torna-se possível determinar a função linear de registro das imagens de forma ótima, minimizando a influência das deformações no resultado. Este procedimento é aplicado também no algoritmo de registro apresentado no capítulo 5.