



Renato José Martins

EXPLORANDO REDUNDÂNCIAS E RESTRIÇÕES ENTRE
ODOMETRIAS E SENSORES ABSOLUTOS
EM LOCALIZAÇÃO ROBÓTICA TERRESTRE

Campinas
2013



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

Renato José Martins

**EXPLORANDO REDUNDÂNCIAS E RESTRIÇÕES ENTRE ODOMETRIAS E SENSORES
ABSOLUTOS EM LOCALIZAÇÃO ROBÓTICA TERRESTRE**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.
Área de concentração: Automação.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Paulo Augusto Valente Ferreira
COORIENTADORES: Dr. Samuel Siqueira Bueno
Prof. Dr. Ely Carneiro de Paiva

Este exemplar corresponde à versão final da dissertação defendida pelo aluno Renato José Martins, e orientada pelo Prof. Dr. Paulo Augusto Valente Ferreira

Campinas
2013

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

M366e Martins, Renato José, 1986-
Explorando redundâncias e restrições entre odometrias e sensores absolutos em localização robótica terrestre / Renato José Martins. – Campinas, SP : [s.n.], 2013.

Orientador: Paulo Augusto Valente Ferreira.
Coorientadores: Samuel Siqueira Bueno e Ely Carneiro de Paiva.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Localização. 2. Veículos autônomos. 3. Percepção sensorial. 4. Robôs móveis. 5. Robótica. I. Ferreira, Paulo Augusto Valente, 1958-. II. Bueno, Samuel Siqueira. III. Paiva, Ely Carneiro de, 1965-. IV. Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. V. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Exploiting redundancies and constraints between odometries and absolute sensors for ground robotics localization

Palavras-chave em inglês:

Localization

Autonomous vehicles

Perception

Mobile robotics

Robotics

Área de concentração: Automação

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca examinadora:

Paulo Augusto Valente Ferreira [Orientador]

José Raul Carreira Azinheira

Wagner Caradori do Amaral

Data de defesa: 09-09-2013

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Elétrica

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE MESTRADO

Candidato: Renato José Martins

Data da Defesa: 9 de setembro de 2013

Título da Tese: "Explorando Redundâncias e Restrições entre Odometrias e Sensores Absolutos em Localização Robótica Terrestre"

Prof. Dr. Paulo Augusto Valente Ferreira (Presidente):  _____

Prof. Dr. José Raul Carreira Azinheira:  _____

Prof. Dr. Wagner Caradori do Amaral:  _____

Resumo

Esta dissertação tem como escopo o tema de localização de um veículo terrestre que evolui em ambiente externo. O trabalho consiste no desenvolvimento de técnicas de percepção sensorial capazes de fornecer estimativas de *pose* (posição e orientação), aspecto fundamental para toda tarefa de navegação robótica. Sucintamente, os enfoques abordados utilizam-se de diferentes classes de sensores como encoders, lasers, GPS e suas combinações, de maneira a minimizar as incertezas intrínsecas de cada sensor. A principal contribuição do trabalho está em uma nova formulação de odometria por otimização, bem como suas extensões para a estimação concomitante de polarizações. É apresentado também um esquema de estimação determinística de poses em batelada no contexto da fusão odometria-GPS, além da definição de mapeamentos por funções suaves que viabilizam o uso de medidas de orientação descontínuas. As metodologias são formuladas, avaliadas em simulação e validadas experimentalmente com a plataforma robótica do projeto VERO (VEículo RObótico de Exterior) do CTI Renato Archer.

Palavras-chave: *Localização, Odometria, Fusão Sensorial, Odometria Telemétrica, SLAM, Robótica Móvel, Navegação Autônoma, Robótica de Exterior.*

Abstract

This dissertation addresses the problem of localizing a ground vehicle that navigates in an outdoor environment. The work consists in the development of sensorial perception and odometry techniques capable of furnishing pose estimates (position and attitude), a fundamental aspect of any robotic navigation task. In short, we focus on exploring different sensor classes, such as encoders, lasers, GPSs, and their combinations, in order to minimize the intrinsic uncertainties of each sensor. The main contribution of the work is a new odometry formulation and its extension for simultaneous bias estimation. We also present a deterministic batch estimation framework for the odometry-GPS fusion, as well as the definition of mappings by smooth functions of the orientation state component that allow the use of discontinuous heading measures. Methodologies are formulated, analysed in simulation and experimentally validated using the VERO (“VEículo RObótico de Exterior”, in Portuguese) robotic platform.

Keywords: *Localization, Odometry, Sensor Fusion, Laser Odometry, SLAM, Mobile Robotics, Autonomous Navigation, Outdoor Robotics.*

Sumário

Resumo	vi
Abstract	vii
Agradecimentos	xi
Lista de Figuras	xii
Lista de Acrônimos e Notação	xv
1 Introdução	1
1.1 Visão Geral	1
1.2 Contextualização no Projeto VERO	2
1.3 Contribuições, Resultados Obtidos e Organização	3
2 Cinemática e Odometria Múltiplos Encoders	5
2.1 Modelagem Cinemática e Conversões entre Modelos	6
2.2 Odometria Usando Múltiplos Encoders	11
2.3 Resultados: Simulações e Experimentos	15
2.4 Conclusões	20
3 Odometria Telemétrica	22
3.1 Notação	23
3.2 Transformação Relativa entre Conjuntos de Pontos	23
3.3 Primeiro caso: Correspondência Conhecida	24
3.4 Segundo Caso: Correspondência Desconhecida - ICP	24
3.5 Terceiro Caso: Correspondência Desconhecida - PSM	25
3.6 Resultados Experimentais	27
3.7 Conclusões	30
4 Localização via Fusão entre Odometria e GPS	31
4.1 Modelagem e Resíduo de Holonomicidade	32
4.2 Estimação de Estados Sequencial pelo UKF	33
4.3 Otimização em Série de Poses e Restrições	36

4.4	Resultados em Simulação e Experimentais	40
4.5	Conclusões	45
5	Conclusões Finais e Perspectivas	47
	Referências Bibliográficas	49

AOS MEUS PAIS, ATILIO E SEBASTIANA.

Agradecimentos

Agradeço,

Ao Paulo, pela sua competência científica e por sempre responder prontamente meus questionamentos.

Ao Ely, pelas discussões, colaborações e pela amizade desde o período da graduação.

Ao Samuel, pelos inúmeros ensinamentos, científicos ou não, pelo constante incentivo e pela convivência fascinante. Além da excelente orientação, muitos dos resultados só foram possíveis graças à sua visão e questionamentos sempre pertinentes. Obrigado Samuel!

Ao José Raul, pelas discussões e cooperação, mesmo com os meus contatos intermitentes e as distâncias envolvidas.

A todos os amigos e colegas da DRVC do CTI e do DT da FEEC, pela convivência nestes últimos anos.

Ao CNPq, que financiou minha participação no projeto VERO do CTI pelo programa PCI e à CAPES pelo apoio financeiro para a apresentação de trabalhos.

Lista de Figuras

Capítulo 1

1.1	Plataforma experimental do projeto VERO.	3
-----	--	---

Capítulo 2

2.1	Notação e conversões entre modelos cinemáticos.	7
2.2	Configuração para o cálculo do ângulo de direção.	8
2.3	Esquema de calibração da direção.	9
2.4	Validação e erros de calibração.	10
2.5	Validação do diferencial eletrônico.	11
2.6	Trajetória de referência obtida no simulador cinemático.	16
2.7	Erros absolutos médios das 50 realizações para as metodologias DIFFO e MEO. . .	17
2.8	Erros absolutos médios das 50 realizações para as odometrias DIFFO e MEOb. . . .	17
2.9	Polarizações médias estimadas usando o MEOb.	18
2.10	Trajetória de referência (GT) pelo sistema Applanix para validação experimental. .	19
2.11	Variação da altitude pelo sistema de navegação Applanix.	19
2.12	Orientações estimadas pelos métodos DIFFO, MEO e MEOb.	20
2.13	Trajetórias estimadas usando os incrementos DIFFO e MEO.	20

Capítulo 3

3.1	Mapeamento do ambiente em um referencial absoluto.	27
3.2	Orientação estimada pelo PSM.	28
3.3	Influência da quantidade de pontos e sua configuração na estimação.	29
3.4	Mapeamento da região mais estruturada com a <i>pose</i> estimada.	29

Capítulo 4

4.1	Diagrama de <i>poses</i> com indicação dos vínculos de odometria e de observação GPS. .	38
4.2	Dados simulados para validação dos esquemas de localização LUK e LOT.	41

4.3	Erros de <i>pose</i> e holonomicidade para as metodologias LUK e LOT.	42
4.4	Trajetória de referência (GT) pelo Applanix e GPS.	43
4.5	Orientação do GPS e <i>poses</i> estimadas pelos esquemas de localização LUK e LOT. .	44
4.6	Erros de <i>pose</i> e holonomicidade para as metodologias LOT e LUK.	45

Lista de Acrônimos e Notação

\mathcal{R}_r	Referencial cartesiano global
x	Coordenada X da posição em \mathcal{R}_r
y	Coordenada Y da posição em \mathcal{R}_r
θ	Orientação em \mathcal{R}_r
<i>Pose</i>	Posição e atitude em \mathcal{R}_r : $\mathbf{x} = [x \ y \ \theta]^T$
CIR	Centro instantâneo de rotação
(x_{cir}, y_{cir})	Coordenadas do centro instantâneo de rotação
P	Centro do eixo das rodas traseiras
CG	Centro de gravidade do veículo
δ_L, δ_R	Ângulos rodas esquerda e direita
ψ	Ângulo equivalente de direção
v	Velocidade linear no ponto P
ω	Velocidade angular de guinada (<i>yaw</i>) no ponto P
v_{rl}, v_{rr}	Velocidades rodas traseiras esquerda e direita
v_{fl}, v_{fr}	Velocidades rodas dianteiras esquerda e direita
D	Distância entre as rodas
L	Distância entre os eixos
Δd	Incremento de deslocamento
$\Delta \theta$	Incremento de orientação
$\Delta d_{rl}, \Delta d_{rr}$	Deslocamentos rodas traseiras esquerda e direita
$\Delta d_{fl}, \Delta d_{fr}$	Deslocamentos rodas dianteiras esquerda e direita

EKF	Filtro de Kalman estendido (<i>Extended Kalman Filter</i>)
GPS	Sistema de posicionamento global (<i>Global Positioning System</i>)
ICP	Algoritmo iterativo do vizinho mais próximo (<i>Iterative Closest Point</i>)
IMU	Unidade inercial (<i>Inertial Measurement Unit</i>)
LIDAR	Detecção e medição de distância usando luz (<i>Light Detection and Ranging</i>)
LOT	Localização pelo estimador em batelada
LUK	Localização pelo filtro UKF
MEO	Odometria múltiplos encoders
PSM	Correspondência de camadas polar (<i>Polar Scan Matching</i>)
SLAM	Localização e mapeamento simultâneos (<i>Simultaneous Localization and Mapping</i>)
UKF	Filtro de Kalman sem perfume ¹ (<i>Unscented Kalman Filter</i>)
V.A.	Variável aleatória
VERO	Veículo Robótico de Exterior

¹Apesar de incomum, a conotação dada por J. Uhlmann ao termo *unscented* (sem cheiro, sem perfume) no UKF, corresponde ao sentido literal da palavra – veja em http://www.ieeeeghn.org/wiki/index.php/First-Hand:The_Unscented_Transform.

CAPÍTULO 1

Introdução

O problema da navegação robótica autônoma em ambientes externos (*outdoor*) apresenta grandes desafios no contexto científico atual. Neste cenário, busca-se agregar ao dispositivo robótico capacidades de operação substancialmente autônoma através da utilização de sensores embarcados. A inserção de autonomia é assim diretamente relacionada à capacidade de extração e interpretação dos dados providos pelo conjunto de sensores – o que se denomina percepção sensorial – de maneira a se obter diferentes níveis de informação sobre o dispositivo robótico e o ambiente ao seu redor.

Esta dissertação tem como temática a área de localização de veículos robóticos terrestres, o que é uma etapa crucial para qualquer tarefa em navegação autônoma. Neste sentido, este trabalho aborda o desenvolvimento de metodologias para a determinação de *pose* (posição e atitude) do veículo no ambiente em que este evolui.

1.1 Visão Geral e Objetivos

O problema da localização no cenário 2D, dado um sistema de coordenadas \mathcal{R}_r , consiste em encontrar a posição ($\mathbf{p}(t_k) \in \mathbb{R}^2$) e orientação ($\theta(t_k) \in [0, 2\pi)$) em cada instante (t_k) em \mathcal{R}_r , que por compacidade será representado por $\mathbf{x}(t_k) \triangleq [\mathbf{p}(t_k) \theta(t_k)]^T \in \mathbb{R}^3$ (o equivalente ao grupo $\mathbb{SE}(2)$ – grupo euclidiano especial composto por matrizes homogêneas de ordem 3, representando as transformações rígidas 2D).

A *pose* pode ser obtida a partir de vários sensores, resultando em métodos com diferentes níveis de precisão e complexidade computacional: desde a integração simples de dados [BF96] [BEFW97] até esquemas de localização e mapeamento simultâneos (*Simultaneous Localization and Mapping* – SLAM) [LW91] [NBN07] [SP12b].

De uma maneira simples, a *pose* pode ser determinada através de sistemas de posicionamento absoluto como o *Global Positioning System* – GPS. Além de ser amplamente difundido, o receptor GPS apresenta a vantagem de fornecer erros limitados de posição (erros em geral de 3 a 10 m) [HW12]. Por outro lado, o sinal GPS sofre localmente com o problema de baixa

precisão (saltos), apresenta baixas taxas de amostragem e pode inclusive não estar disponível devido a interferências e oclusões.

De maneira oposta, a localização fornecida por técnicas de odometria¹ (que se baseiam na integração de incrementos de deslocamento e orientação) apresentam altas frequências, são precisas localmente, mas sofrem com o problema inerente de deriva (crescimento ilimitado do erro) ao longo do tempo. Estratégias de odometria podem ser estabelecidas usando sensores proprioceptivos (i.e. que percebem o próprio veículo) como encoders nas rodas e direção [BF96] [BBCM01] [TGB05], medidores inerciais de velocidade angular e aceleração (*Inertial Measurement Unit* – IMU), bem como por sensores externoceptivos (i.e. que percebem o ambiente onde o veículo evolui) tais como câmeras [CMR07] [SMR08] e lasers [LM97] [HA10].

Assim, em ambientes de campo e/ou urbanos (*outdoors*), o simples uso isolado da percepção proprioceptiva/externoceptiva, bem como do sistema GPS, é insatisfatório, sendo que uma alternativa para melhorar a estimativa de *pose* é combiná-los de maneira a considerar as incertezas intrínsecas e o caráter complementar das informações que é possível extrair destes sensores. O processo de fusão sensorial frequentemente utiliza variantes simples de filtragem Bayesiana, como os filtros de *Kalman* (*Kalman Filter* – FK), o filtro de *Kalman* estendido (*Extended Kalman Filter* – EKF) e, mais recentemente, o filtro UKF (*Unscented Kalman Filter* – UKF). Os dois últimos filtros são aplicados quando o modelo de evolução e/ou o modelo de observação são funções não-lineares.

Neste contexto, o objetivo geral deste trabalho consiste no desenvolvimento de metodologias de localização que exploram relações intrínsecas entre os sensores (como redundâncias e restrições) para fornecer informações de *pose* mais precisas e assim suportar a capacidade de navegação autônoma de um veículo trafegando em um ambiente de exterior. São empregados sensores de relativo baixo custo (se comparados aos sistemas de navegação comercialmente disponíveis) como encoders (odometria MEO), lasers (odometria telemétrica), bem como suas combinações com dados GPS. Os módulos de localização desenvolvidos são analisados em simulação e validados experimentalmente em situações reais de utilização com a plataforma experimental do projeto VERO (figura 1.1).

1.2 Contextualização no Projeto VERO

O projeto VERO (VEículo RObótico de Exterior) tem como foco o desenvolvimento gradual de metodologias de navegação autônoma para veículos terrestres em ambientes externos, capacitando-os à realização de diferentes classes de aplicações. Assim, busca-se estabelecer soluções científicas e tecnológicas em autonomia robótica associadas ao uso desses veículos em dois cenários principais, como o de campo – na linha de robótica agrícola – e o urbano. No primeiro caso, além de lidar com a pouca (ou nenhuma) estruturação do ambiente, o veículo está sujeito a inclinações, escorregamentos, efeitos dinâmicos da interação veículo-terreno, etc.,

¹O termo “odometria” tem origem na junção das palavras gregas *hodos* (viagem, deslocamento) e *metron* (medida).



Figura 1.1: O veículo robótico do projeto VERO e sensores embarcados – um dos encoders incrementais das rodas (na figura superior direita), dois lasers que são posicionados na parte frontal do veículo (imagens ao centro), assim como o sistema de posicionamento Applanix, que fornece informações de pose com precisão centimétrica e é utilizado como referência (imagem inferior direita).

o que dificulta as estratégias de controle e navegação. Para o caso de ambientes urbanos, seja como “sistemas inteligentes de transporte”, seja na linha de “sistemas de auxílio à condução de veículos”, são cenários onde a dinâmica própria do ambiente (outros veículos, pedestres) traz desafios adicionais.

A plataforma robótica experimental consiste de um veículo elétrico com um vasto conjunto de sensores embarcados (veja [MAR⁺11] para detalhes) como encoders, lasers e receptores GPS (que serão explorados neste trabalho), assim como câmeras e centrais inerciais.

1.3 Contribuições, Resultados Obtidos e Organização

A seguir é apresentada uma descrição sucinta das abordagens desenvolvidas e dos resultados obtidos, o que por sua vez determinam a organização do manuscrito. A revisão da literatura pertinente será complementada nos respectivos capítulos.

- Uma nova metodologia de odometria otimizada para um veículo terrestre, baseada em encoders nas quatro rodas e na direção. A informação proveniente destes múltiplos encoders é utilizada em um processo de otimização por mínimos quadrados para determinar o deslocamento e a orientação relativos do veículo entre dois instantes. Para tanto é realizada a modelagem cinemática e suas simplificações, bem como as condições para que a representação adotada seja válida. Além da simplicidade de implementação, a metodologia desenvolvida provê um melhor desempenho em relação às estratégias convencionais de odometria, principalmente no que tange à orientação do veículo. Este tema é tratado no

capítulo 2 do manuscrito;

- Odometria telemétrica. Essa estratégia utiliza um conjunto de pontos provenientes de um sensor laser (LIDAR) colocado à frente do veículo para a obtenção da posição e orientação relativas. O problema traduz-se na estimação da transformação rígida dado dois conjuntos de pontos, de maneira que a transformação obtida forneça a melhor correspondência dos pontos presentes nos dois conjuntos. É realizada uma análise em que o problema é colocado de forma geral e sua solução é obtida pelo método *Polar Scan Matching* - PSM, que utiliza eficientemente dados laser na forma polar. Este tema é desenvolvido no capítulo 3;
- Fusão odometria – GPS. Trata-se da combinação da odometria otimizada (precedente) com os dados de um GPS para garantir a consistência global da localização mesmo em longos percursos. Uma primeira abordagem explora variantes de filtragem Bayesiana (Filtro de Kalman) adaptados para modelos não-lineares como o UKF. Uma segunda formulação consiste na adaptação de esquemas de fechamento de laço para a estimação em série de *poses* pela minimização dos resíduos de todas as informações sensoriais em um interlavo de tempo. Para ambas as metodologias, são propostos diferentes mapeamentos da componente de orientação do vetor de observação para que o problema possa ser tratado e que garanta ao mesmo tempo a observabilidade do sistema. Definimos também um resíduo de holonomicidade que fornece uma indicação de quão consistente é a transformação relativa entre duas informações de *pose* sucessivas. Este tópico é apresentado no capítulo 4.

A principal contribuição do trabalho está na nova formulação de estimação de odometria por múltiplos encoders, bem como as extensões para a estimação concomitante de polarizações. Uma segunda contribuição consiste na adaptação de esquemas de fechamento de laço para a estimação em série de *poses* no contexto da fusão odometria-GPS, além da definição de mapeamentos que viabilizem o uso de medidas de orientação descontínuas.

As seguintes publicações foram geradas no período:

1. Martins, R. J., Bueno, S. S., Mirisola, L. G. B., de Paiva, E. C. and Ferreira, P. A. V.. **Cinemática e localização em robótica terrestre usando múltiplos encoders**. X Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente, 2011.
2. Martins, R. J., Bueno, S. S., Mirisola, L. G. B., de Paiva, E. C. and Ferreira, P. A. V.. **Localização em robótica terrestre: Fusão entre odometria por múltiplos encoders e GPS**. X Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente, 2011.
3. Martins, R. J., Bueno, S. S., Mirisola, L. G. B., Ramos, J. J. G., Azevedo, H., de Paiva, E. C. and Ferreira, P. A. V.. **Odometria telemétrica com um escâner à laser monocamada para veículos em ambientes externos**. XIX Congresso Brasileiro de Automática, 2012.

CAPÍTULO 2

Cinemática e Odometria Utilizando Múltiplos Encoders

Conteúdo

2.1	Modelagem Cinemática e Conversões entre Modelos	6
	Restrição de Não-Holonomicidade	7
	Ângulo de Direção	7
	Diferencial Eletrônico	10
2.2	Odometria Usando Múltiplos Encoders	11
	Solução via Mínimos Quadrados	13
	Estimação Simultânea de Odometria e Polarização	14
2.3	Resultados: Simulações e Experimentos	15
	Experimentação em Ambiente de Exterior	18
2.4	Conclusões	20

Este capítulo tem por objetivo apresentar as estratégias de localização baseadas na informação de odometria a partir de encoders nas quatro rodas (que medem as velocidades de rotação) e na direção (que mede o ângulo equivalente das rodas dianteiras). As metodologias podem ser aplicadas à qualquer veículo de quatro rodas com acionamento independente nas rodas traseiras (ou nas dianteiras), desde que a dirigibilidade seja assegurada pela orientação das rodas dianteiras. Neste sentido, primeiramente é apresentada a modelagem cinemática simplificada empregada para este tipo de veículo. A seguir são tratadas as condições/transformações para que esta modelagem seja válida. É colocado também que, satisfeitas estas condições (apresentadas oportunamente nas seções seguintes), os modelos tipo triciclo/bicicleta/uniciclo são equivalentes.

Finalmente, como maior contribuição do trabalho, é apresentada uma nova metodologia de otimização para o cálculo da odometria, explorando a redundância entre os encoders das

quatro rodas e o da direção, de forma a minimizar os erros sistemáticos/ocasionais envolvidos e obter incrementos de *pose* mais precisos que os advindos da odometria clássica diferencial. A modelagem do problema apresentada é linear, permitindo uma solução analítica exata e mais simples que a apresentada em [BBCM01] – aproximada e resolvida de forma iterativa por um filtro EKF. É apresentado também, em sequência, uma representação para a estimação simultânea de possíveis polarizações e a respectiva validação das metodologias em simulação e experimentalmente.

2.1 Modelagem Cinemática e Conversões entre Modelos

O veículo, sendo um corpo rígido, tem sua movimentação (e conseqüentemente a *pose*) dependente de características cinemáticas (velocidades e demais variáveis associadas à geometria do movimento), assim como dinâmicas (forças e inércias). Os aspectos dinâmicos apresentam importância crescente no comportamento do sistema a medida que este opera em condições extremas de velocidade, deslizamentos/derrapagens e terrenos acidentados. No entanto, quando estas situações complexas não se apresentam, a modelagem cinemática é suficiente e fornece uma simplificação válida para caracterizar a movimento do veículo, sendo largamente adotada na literatura [LOS98][Sot03][MS08].

Assim, nas seções seguintes será considerada, para fins de localização, apenas a parte cinemática do sistema na modelagem, uma vez que ela permite uma representação simplificada cinematicamente equivalente ao modelo uniciclo, o qual, por sua vez, é de fácil parametrização e amplamente utilizado para controle de trajetória e atuação (juntamente com o modelo bicicleta). O modelo uniciclo representado em um sistema de coordenadas cartesiano global \mathcal{R}_r é dado pela equação (2.1), obtida a partir da geometria do movimento, em que v e ω são as velocidades linear e angular no centro das rodas traseiras como exemplificado na figura 2.1 (segundo a notação apresentada na Lista de Acrônimos e Notação).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v(t) \cos(\theta(t)) \\ v(t) \sin(\theta(t)) \\ \omega(t) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

No entanto, para que o sistema possa ser representado cinematicamente pelo modelo uniciclo, algumas restrições devem ser garantidas, como por exemplo, a representação do sistema de direção (modelo triciclo) e o diferencial das rodas (modelo bicicleta). As passagens entre cada modelo devem ser feitas de tal maneira que os parâmetros seguintes encontrados garantam a consistência do modelo anterior. Assim, o ângulo da direção permite representar o modelo inicial com quatro rodas em um triciclo e o diferencial permite representar o modelo triciclo em um modelo bicicleta que, para fins de localização, pode ser representado por um modelo tipo uniciclo. Assim, para que a modelagem apresentada seja válida, as restrições desenvolvidas nas subseções das páginas 7 a 10, devem ser satisfeitas, sendo estas:

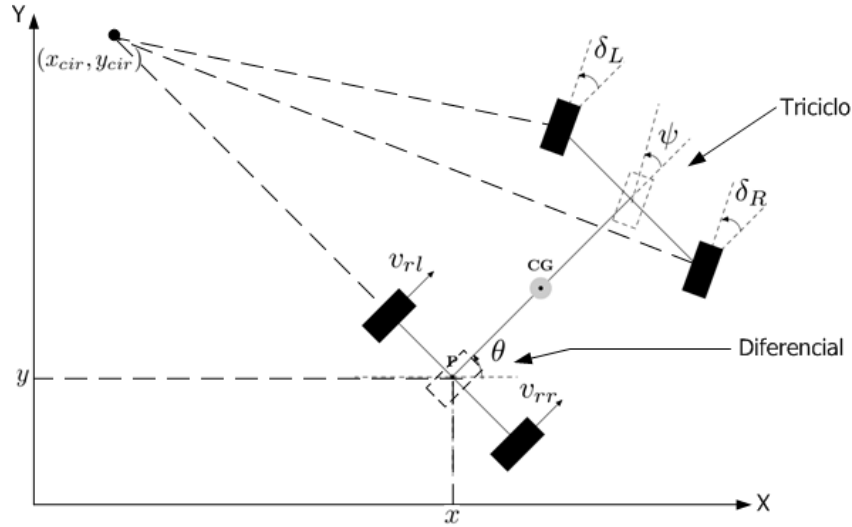


Figura 2.1: Notação e conversão entre veículo quatro rodas no modelo triciclo, bicicleta e unicyclo. Observe que as rodas em pontilhado no centro do eixo traseiro e dianteiro são virtuais e apenas ilustram as transformações realizadas.

- i) Restrição de não-holonomicidade do movimento;
- ii) Conversão do ângulo das rodas dianteiras no ângulo da direção;
- iii) Diferencial eletrônico que calcula adequadamente os comandos de velocidades para as rodas traseiras.

Restrição de Não-Holonomicidade

Observe que a equação do movimento (2.1) é não-linear, o que está ligado diretamente a um acoplamento existente entre a velocidade e a orientação. Ou seja, para uma orientação $\theta(t)$ em \mathcal{R}_r , as velocidades instantâneas admissíveis nas componentes X e Y de \mathcal{R}_r devem obedecer à restrição de não-holonomicidade dada por (2.2) [LOS98].

$$\dot{x}(t) \sin(\theta(t)) - \dot{y}(t) \cos(\theta(t)) = 0 \quad (2.2)$$

Esta restrição pode ser visualmente entendida como: *a velocidade instantânea na direção perpendicular à orientação do veículo deve ser nula*. A relação (2.2) é verificada em sistemas reais somente quando não há derrapagens laterais.

Ângulo de Direção

A passagem entre um modelo completo de quatro rodas para um modelo triciclo realiza-se com o cálculo de ψ a partir de δ_L e δ_R . Assim, o sistema de direção pode ser representado (sem

perda de generalidade) por uma roda virtual no centro do eixo dianteiro ligando as duas rodas. Este ângulo não é necessariamente igual a δ_L e/ou δ_R (com exceção para o caso $\psi = 0$ em que $\delta_L = \delta_R = 0$). A figura 2.2 apresenta o esquema geométrico-analítico para o cálculo de ψ a partir de δ_L e δ_R . A solução do problema é apresentada na proposição 2.1.1.

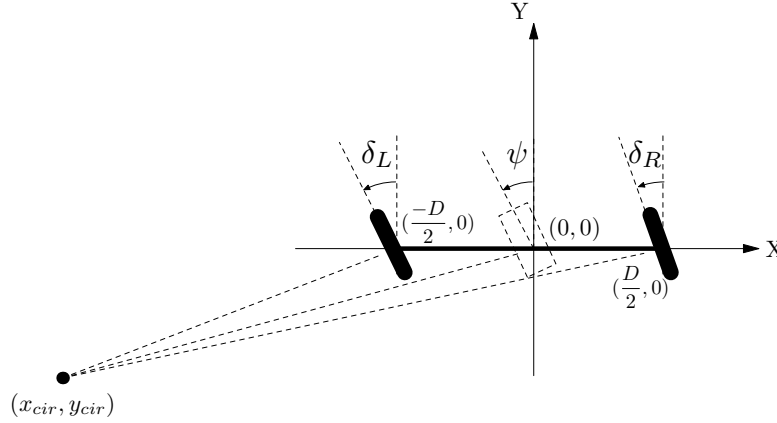


Figura 2.2: Configuração para o cálculo do ângulo da direção ψ a partir dos ângulos das duas rodas.

Proposição 2.1.1. *O ângulo da roda virtual ψ da direção do triciclo no centro do eixo das rodas dianteiras, válido para uma configuração qualquer das rodas (sem obedecer necessariamente a condição de Ackerman), baseado nos ângulos das rodas esquerda δ_L e direita δ_R é dado por*

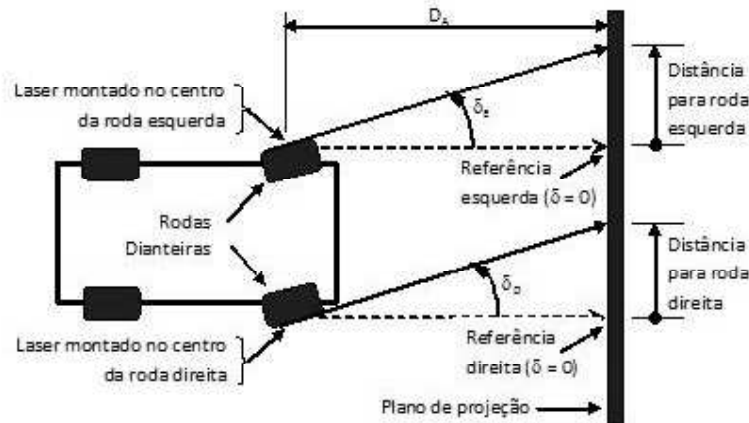
$$\psi = \arctan \left\{ \frac{2 \tan(\delta_L) \tan(\delta_R)}{\tan(\delta_L) + \tan(\delta_R)} \right\} \quad (2.3)$$

Demonstração. É suficiente calcular as coordenadas do CIR (ver geometria intrínseca na fig. 2.2) e assim encontrar o valor da tangente da reta ligando o ponto (x_{cir}, y_{cir}) e o ponto $(0,0)$. A tangente do ângulo desejado corresponde ao coeficiente angular da reta perpendicular à encontrada no passo anterior. \square

A relação (2.3) permite também verificar a sensibilidade de ψ para pequenas variações de δ_L e δ_R . Um conceito importante é que o ângulo ψ calculado usando (2.3), no caso de um veículo quatro rodas, pode não garantir a realização de um movimento sem deslizamentos. Isto se deve ao fato que o sistema tem que garantir adicionalmente a (2.3) uma relação que acopla as dimensões do veículo ao problema, conhecida como condição de *Ackerman*.

Condição de *Ackerman* e Calibração da Direção

A calibração consiste em determinar os ângulos (δ_L e δ_R) de cada roda dianteira, calcular o ângulo da roda virtual pela relação (2.3) e relacioná-lo com a leitura do encoder de direção. A figura 2.3 apresenta o esquema experimental realizado, com dois apontadores laser fixados nas rodas, paralelamente ao solo.


 Figura 2.3: Esquema para a calibração da direção usando os ângulos δ_L e δ_R .

Com os valores obtidos de ψ , pode-se verificar se a condição de *Ackerman* (2.4) é válida. Esta condição estabelece uma relação de acoplamento entre a geometria mecânica do veículo e os ângulos de cada roda para a consistência do movimento. A restrição no caso *Ackerman*, de natureza mecânica, é facilmente deduzida a partir da geometria da direção do veículo quando há esterçamento. Ou seja, δ_L e δ_R devem obedecer à relação

$$\begin{cases} \cot(\delta_R) - \cot(\delta_L) = \frac{D}{L}, & \text{para } \psi \neq 0. \\ \delta_R = \delta_L = 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2.4)$$

na qual D representa a distância entre as rodas e L representa a distância entre os eixos. Substituindo (2.4) em (2.3), pode-se estabelecer as relações entre os ângulos realizados pelas rodas e o ângulo da direção (ψ) da roda virtual, para que o veículo realize uma curva sem derrapagem, resultando em (2.5),

$$\psi(\delta_L) = \arctan\left(\frac{\tan(\delta_L)}{\Gamma(\delta_L)}\right) \quad \text{e} \quad \psi(\delta_R) = \arctan\left(\frac{\tan(\delta_R)}{\bar{\Gamma}(\delta_R)}\right) \quad (2.5)$$

em que

$$\Gamma(\alpha) = \left[1 + \frac{D}{2L} \tan(\alpha)\right] \quad \text{e} \quad \bar{\Gamma}(\alpha) = \left[1 - \frac{D}{2L} \tan(\alpha)\right]. \quad (2.6)$$

Caso os valores obtidos em ψ , $\psi(\delta_L)$ e $\psi(\delta_R)$ tenham uma diferença significativa, o alinhamento das rodas e/ou o valor das dimensões empregados em (2.4) devem ser ajustados; ou então a configuração mecânica da direção não é do tipo *Ackerman*.

Seja a função erro $e_\psi(\bullet)$ entre o ângulo ψ dado por (2.3) e aquelas em (2.5) que consideram a geometria e apenas um ângulo das rodas (chamados por $\psi(\delta_L)$ e $\psi(\delta_R)$) como sendo $e_\psi(\psi(\delta_L)) = |\psi - \psi(\delta_L)|$ e $e_\psi(\psi(\delta_R)) = |\psi - \psi(\delta_R)|$. Para as dimensões do veículo do projeto VERO, o erro da aproximação avaliado nos intervalos $\psi \in [-20^\circ, 20^\circ]$, correspondente aos extremos mecânicos de esterçamento, é mostrado na figura 2.4. O erro é pequeno quando $\delta_L \approx \delta_R \approx 0$ e atinge valores máximos absolutos em torno de $\epsilon = 1.5^\circ$ nos extremos de ψ , o que caracteriza a precisão

do sistema de direção.

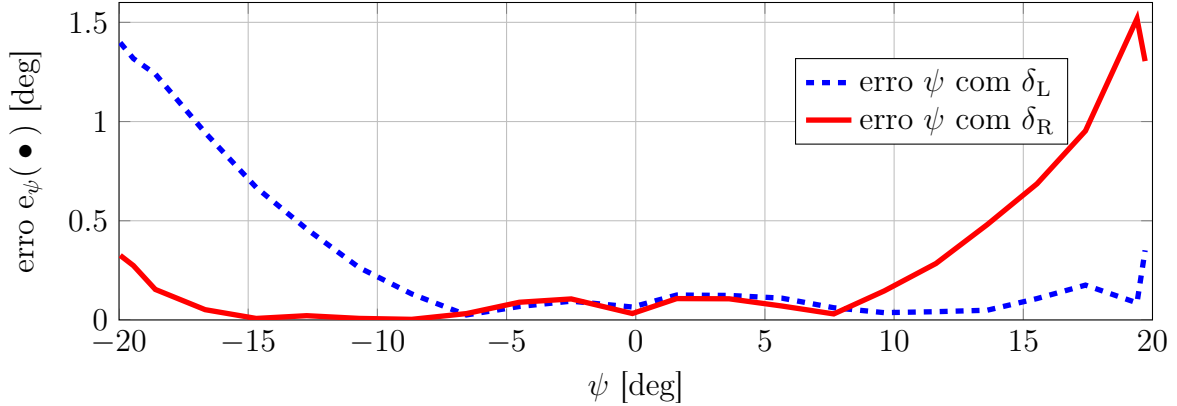


Figura 2.4: Erro da direção ψ comparando-se as expressões em (2.3) e (2.5).

Diferencial Eletrônico

O cálculo do diferencial eletrônico (proposição 2.1.2) se torna necessário uma vez que, ao realizar uma curva, a roda interna deve girar com velocidade menor que a roda externa.

Proposição 2.1.2. *Dada a velocidade à frente v e ângulo de direção ψ , as velocidades de cada roda traseira são*

$$v_{rl} = v \bar{\Gamma}(\psi) \quad e \quad v_{rr} = v \Gamma(\psi) \quad (2.7)$$

Sendo $\Gamma(\bullet)$ e $\bar{\Gamma}(\bullet)$ como em (2.6).

Demonstração. O diferencial eletrônico pode ser deduzido a partir da velocidade angular de giro do veículo, $\omega(t)$, e das velocidades tangenciais das rodas na circunferência interior e exterior que cada roda realiza (uma vez que a velocidade angular é única). Assim, tem-se

$$v_{rr} = v_{rl} \left[\Gamma(\psi) / \bar{\Gamma}(\psi) \right] \quad (2.8)$$

que desenvolvendo juntamente com $v = (v_{rr} + v_{rl})/2$, resulta em (2.7). \square

A consistência do diferencial de velocidade entre as rodas traseiras, em condições ideais, é suficiente para assegurar a consistência das rodas dianteiras. A relação entre as velocidades de cada roda é verificada na figura 2.5 empregando-se a curva teórica e a aproximação dos incrementos de posição (que é razoável para a taxa de amostragem do sistema). O sistema apresenta um bom compromisso para o intervalo de $\psi = [-15^\circ, 15^\circ]$, coerentemente com o mostrado na figura 2.4.

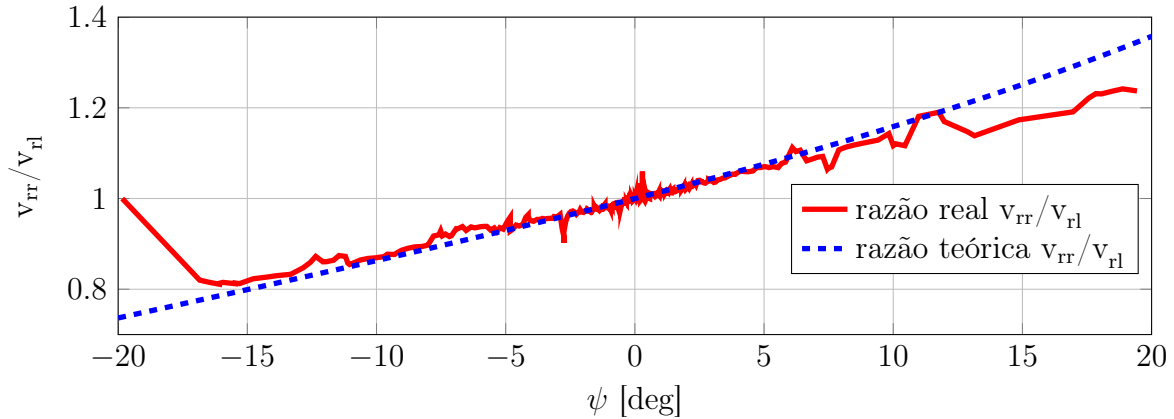


Figura 2.5: Validação do diferencial eletrônico. A curva teórica de v_{rr}/v_{rl} (azul) é obtida a partir do lado direito de (2.8). A curva real (em vermelho) é obtida usando a média da aproximação $v_{rr}/v_{rl} = \Delta d_{rr}/\Delta d_{rl}$, com $\Delta d_{rl} \neq 0$, para um mesmo ângulo ψ usando dados reais.

2.2 Odometria Usando Múltiplos Encoders

Esta seção descreve os principais elementos deste capítulo, ao apresentar uma nova metodologia de odometria por múltiplos encoders (MEO), a partir de encoders nas quatro rodas e do encoder do ângulo de direção. O problema é formulado gerando um conjunto de equações não-lineares que, após uma reparametrização resulta em equações lineares. A solução é formulada como um processo de otimização por mínimos quadrados, resultando em um cálculo analítico, simples e de baixo custo computacional. Nesta seção apontamos também as diferenças entre a odometria MEO desenvolvida neste trabalho e a diferencial.

A odometria das rodas consiste na determinação da *pose* pela estimação de incrementos de deslocamento e orientação $\{\Delta d, \Delta \theta\}$ usando medidas fornecidas por encoders para recuperar os parâmetros da transformação rígida entre dois instantes (podendo ser determinada geometricamente ou analiticamente pela discretização do sistema em (2.1)):

$$\begin{bmatrix} x(t_{k+1}) \\ y(t_{k+1}) \\ \theta(t_{k+1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(t_k) + u_1 \text{sinc}(u_2/2) \cos(\theta(t_k)) + u_2/2 \\ y(t_k) + u_1 \text{sinc}(u_2/2) \sin(\theta(t_k)) + u_2/2 \\ \theta(t_k) + u_2 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

em que $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$, $u_1 = \Delta d = \int_{t_k}^{t_{k+1}} v(t) dt$, $u_2 = \Delta \theta = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \omega(t) dt$. A aproximação $\text{sinc}(\Delta \theta/2) \approx 1$ é comumente empregada devido à alta taxa de amostragem dos encoders ($\Delta \theta/2 \approx 0$).

Primeiramente, considerando-se o caráter diferencial das rodas traseiras (introduzido na seção (2.1)), a odometria pode ser determinada pelas seguintes relações (chamada de odometria diferencial), a partir dos sensores nas rodas traseiras:

$$\Delta d = (\Delta d_{rr} + \Delta d_{rl})/2 \text{ e } \Delta \theta = (\Delta d_{rr} - \Delta d_{rl})/D \quad (2.10)$$

Fica assim evidente que, a partir destes dois encoders, é possível estimar a *pose* do veículo. Essa estratégia de odometria diferencial, que denotamos por DIFFO, é a mais comumente usada na literatura.

Considerando agora os encoders das duas rodas traseiras como em (2.10) e o encoder do ângulo de direção (no chamado modelo triciclo), obtem-se uma outra relação para a variação de orientação, que utiliza a distância percorrida como calculado em (2.10), o ângulo de direção e parâmetros geométricos do veículo:

$$\Delta\theta = (\Delta d_{rr} + \Delta d_{rl}) \tan(\psi)/2L \quad (2.11)$$

Agora, considerando o conjunto completo de cinco encoders (usando também os das rodas dianteiras), podemos definir várias outras relações (sendo que as três primeiras equações em (2.10) e (2.11) são válidas também):

$$\begin{aligned} \Delta d &= \Delta d_{fl} \sin(\delta_L)/\tan(\psi) = \Delta d_{fr} \sin(\delta_R)/\tan(\psi) = (\Delta d_{fr} \cos(\delta_R) + \Delta d_{fl} \cos(\delta_L))/2 \quad (2.12) \\ \Delta\theta &= \Delta d_{fl} \sin(\delta_L)/L = \Delta d_{fr} \sin(\delta_R)/L \end{aligned}$$

A equação (2.11) assume a proposição (2.1.1) e as equações em (2.12) assumem ambas as proposições (2.1.1) e (2.1.2). Observe que as redundâncias dos incrementos $\{\Delta d, \Delta\theta\}$ fornecidos pelos modelos cinemáticos podem ser exploradas de diferentes maneiras, sendo que uma abordagem interessante consiste em reescrever as medidas dos sensores em função dos incrementos, como apresentado em [BBCM01]. Assim, reescrevendo (2.10), (2.11) e (2.12) em função de $\{\Delta d, \Delta\theta\}$, obtem-se:

$$\begin{cases} \tan(\psi) &= L\Delta\theta/\Delta d \\ \Delta d_{rr} &= (2\Delta d + D\Delta\theta)/2 \\ \Delta d_{rl} &= (2\Delta d - D\Delta\theta)/2 \\ \Delta d_{fr} &= (2\Delta d + D\Delta\theta)/(2 \cos(\delta_R)) \\ \Delta d_{fl} &= (2\Delta d - D\Delta\theta)/(2 \cos(\delta_L)) \end{cases} \quad (2.13)$$

O sistema (2.13) possui quatro equações lineares (segunda e terceira linhas relativas às rodas traseiras e a quarta e quinta às rodas dianteiras) e uma equação não-linear relativa à expressão (2.11) da direção. A equação não-linear (primeira linha) tem uma grande importância no processo de estimação, uma vez que sua incerteza (dentre as medidas dos cinco sensores) é a que pode ser melhor caracterizada. Podemos transformar essa parte não linear em uma forma linear, e então obtem-se um sistema com cinco equações lineares e duas variáveis:

$$\begin{cases} 0 = y_1 \Delta d - L\Delta\theta = \tan(\psi)\Delta d - L\Delta\theta + m_1 \\ y_2 = \Delta d_{rr} = (2\Delta d + D\Delta\theta)/2 + m_2 \\ y_3 = \Delta d_{rl} = (2\Delta d - D\Delta\theta)/2 + m_3 \\ y_4 = \Delta d_{fr} = (2\Delta d + D\Delta\theta)/(2 \cos(\delta_R)) + m_4 \\ y_5 = \Delta d_{fl} = (2\Delta d - D\Delta\theta)/(2 \cos(\delta_L)) + m_5 \end{cases} \quad (2.14)$$

em que y_i são as medidas dos sensores e m_i os respectivos erros incidentes em cada medida.

Solução via Mínimos Quadrados

A minimização do erro quadrático médio ponderado (por uma matriz diagonal \mathbf{M}) pode ser usada como critério para a solução do sistema, e o problema final consiste na minimização da função custo

$$e(\mathbf{K}) = \frac{1}{2}(\mathbf{z} - \mathbf{HK})^T \mathbf{M}(\mathbf{z} - \mathbf{HK}) \quad (2.15)$$

Ou seja

$$\hat{\mathbf{K}} = \underset{k_1, k_2}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^5 \|z_i - \mathbf{H}_i \mathbf{K}\|_{\mathbf{M}}^2 \quad (2.16)$$

Em que:

- $\mathbf{K} = [k_1 \ k_2]^T = [\Delta d \ \Delta \theta]^T$;
- \mathbf{H}_i corresponde a i -ésima linha de \mathbf{H} : $\mathbf{H}_1 = [y_1 \ -L]$, $\mathbf{H}_2 = \mathbf{H}_4 = [1 \ D/2]$ e $\mathbf{H}_3 = \mathbf{H}_5 = [1 \ -D/2]$;
- \mathbf{M} a matriz de ponderação das medidas \mathbf{z} com $z_1 = 0$; $z_2 = z_3 = y_i$ para $i = 2, 3$; $z_4 = y_4 \cos(\delta_R)$ e $z_5 = y_5 \cos(\delta_L)$.

Tem-se como solução a expressão em (2.17), que pode ser obtida pela condição necessária de primeira ordem $\frac{\partial e}{\partial \mathbf{K}} = \mathbf{0}$ de (2.15).

$$\hat{\mathbf{K}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{M} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{M} \mathbf{z} \quad (2.17)$$

Observe que para a estimação de $\{\Delta d, \Delta \theta\}$ é necessário apenas que duas linhas de (2.14) sejam linearmente independentes. Portanto, a formulação pode ser facilmente utilizada para sistemas tipo triciclo e diferenciais, sendo necessário apenas o cancelamento das respectivas linhas. Além disso, a condição necessária de otimalidade em (2.17) é também suficiente pois \mathbf{H} tem posto completo ($\operatorname{rank}(\mathbf{H}) = 2$ independentemente de y_1) e considerando $\mathbf{M} > 0$ (definida positiva), então a Hessiana de $e(\mathbf{K})$, $\mathbf{H}^T \mathbf{M} \mathbf{H}$ é definida positiva, o que garante que $\hat{\mathbf{K}}$ é uma solução ótima global do problema.

Apesar do estimador em (2.17) ser determinístico e, para esta situação, fornecer uma solução ótima para o custo em (2.15), torna-se importante analisar o comportamento estocástico dos sinais envolvidos, seja para a sintonização dos parâmetros de \mathbf{M} , seja para analisar a estimativa fornecida por (2.17). Assim, para o caso ideal, a melhor escolha de ponderação seria aquela inversamente proporcional à variância de cada medida, ou seja, $\mathbf{M} = \operatorname{diag}(\eta_1^{-2}, \eta_2^{-2}, \eta_3^{-2}, \eta_4^{-2}, \eta_5^{-2})$ com $\eta_i^2 = \mathbb{E}\{m_i^2\}$ – tratando neste contexto m_i como uma variável aleatória (V.A.). Além disso, este estimador é não-polarizado ($\mathbb{E}\{\hat{\mathbf{K}}\} = \mathbf{K}$) desde que sejam satisfeitas as hipóteses de que os ruídos sejam gaussianos com média nula ($\mathbb{E}\{m_i\} = 0$) e não sejam correlacionadas entre si ($\mathbb{E}\{m_i m_j\} = 0$ para $i \neq j$).

Caso nenhuma estimativa das magnitudes dos erros m_i possa ser obtida, então é natural assumir a mesma ponderação para todos os encoders, o que equivale a considerar $\mathbf{M} = \mathbf{I}_{(5 \times 5)}$. No entanto, a incerteza da medida do ângulo de direção pode ser estimada (por exemplo via um procedimento de calibração realizado apenas uma vez como na seção (2.1)) e, assim, uma ponderação maior pode ser dada a y_1 . Como é possível definir um intervalo compacto em que $\psi \in [\arctan(y_i) - \epsilon, \arctan(y_i) + \epsilon]$, a primeira linha do sistema (2.14) pode ser inclusive utilizada como restrição em (2.15).

Além disso, uma vez que o acionamento é realizado pelas rodas traseiras, pode-se considerar ponderações menores para estas (sujeitas a maiores escorregamentos, principalmente em curvas e dependentes da velocidade). Definindo $\hat{\delta}_{\Delta d} = \Delta d_{rr} + \Delta d_{rl}$, $\hat{\delta}_{\Delta \theta} = \hat{\delta}_{\Delta d} \tan \phi$ e portanto $\lambda = \hat{\delta}_{\Delta d} + \hat{\delta}_{\Delta \theta} = (1 + \tan \phi) \hat{\delta}_{\Delta d}$. Assim, uma ponderação possível das rodas traseiras seria $m_{ii} = q\lambda^2 / (1 + \lambda^2)$. Esta ponderação garante que se as velocidades linear e angular “aproximadas” são pequenas, a incerteza também deve ser menor $m_{ii} \ll q$, $q > 0$ (isto é, $\Delta d + \Delta \theta$ pequeno) do que se o robô estivesse virando rapidamente. Caso contrário $m_{ii} \approx q$.

Uma vez estimados $(\Delta d, \Delta \theta)$, a evolução da *pose* entre dois instantes (t_k) e (t_{k+1}) pode ser obtida a partir do modelo de evolução (2.9). Portanto, esta estratégia explora a multiplicidade de informações advindas dos quatro encoders das rodas e da direção, segundo um critério de otimalidade quadrático. A solução é fornecida com apenas uma iteração e nota-se ainda que a pseudo-inversa em (2.17) pode ser calculada analiticamente, justificando a simplicidade computacional e algorítmica do sistema proposto (ver Algoritmo 2.2). Denotaremos a formulação em (2.17) como MEO no restante do manuscrito.

Algoritmo 2.2.0.1 : Odometria MEO

- 1: $[\psi, \Delta d_{rr}, \dots, \Delta d_{fl}] = \text{ler_encoders}$
 - 2: $\mathbf{H} = \text{matriz_H}(\psi)$
 - 3: $\mathbf{M} = \text{matriz_ponderacao}(\psi, \Delta d_{rr}, \Delta d_{rl})$ % ou $\mathbf{M} = \mathbf{I}_{5 \times 5}$
 - 4: $[\Delta d, \Delta \theta] = \text{MQ}(\mathbf{H}, \mathbf{M}, \psi, \Delta d_{rr}, \dots, \Delta d_{fl})$ % como em (2.17)
-

Estimação Simultânea de Odometria e Polarização

Considere o cenário em que $\mathbb{E}\{m_i\} = 0$ não seja verificada devido, por exemplo, a erros no valor do raio das rodas. Assim, as variáveis de erro m_i de (2.14) terão uma componente constante (ou *bias*), e a estimação usando (2.17) será polarizada. A estratégia de estimação simultânea de odometria e polarização consiste então em incluir estas componentes de polarização, sendo que pela estrutura do problema, pode-se obter a polarização de até três sensores (para que a nova matriz \mathbf{H}^* não seja deficiente de posto). Definindo-se os ruídos estocasticamente como $m_i = \bar{m}_i + \tilde{m}_i$, com \bar{m}_i correspondendo à polarização e \tilde{m}_i à parte aleatória e selecionando, por exemplo, os encoders das rodas traseiras (por serem responsáveis pelo acionamento) e dianteira

direita para estimação da polarização, temos uma nova matriz \mathbf{H}^* e \mathbf{K}^* tais que:

$$\mathbf{K}^* = [\Delta d \ \Delta\theta \ \bar{m}_1 \ \bar{m}_2 \ \bar{m}_3]^T \text{ e } \mathbf{H}^* = \begin{bmatrix} y_1 & -L & 0 & 0 & 0 \\ 1 & D/2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -D/2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & D/2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -D/2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

A escolha das polarizações a serem estimadas também pode ser realizada automaticamente e de maneira *online* ao processo de estimação dos incrementos. Assim, pode-se calcular a média dos resíduos \mathbf{r}_e de estimação em uma janela temporal e selecionar as medidas \mathbf{z}_i que apresentam os maiores valores absolutos (os mais discrepantes no conjunto): $|\sum_{k=i}^n \mathbf{r}_e(t_k)/(n-i+1)|$. Para o cálculo de \mathbf{r}_e , considere \mathbf{H} como em (2.17) e $\mathbf{M} = \mathbf{I}_{(5 \times 5)}$, então

$$\mathbf{r}_e = \hat{\mathbf{z}} - \mathbf{z} = \mathbf{H}\hat{\mathbf{K}} - \mathbf{z} = \mathbf{H}(\mathbf{H}^T\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{z} - \mathbf{z} = (\mathbf{H}(\mathbf{H}^T\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^T - \mathbf{I})\mathbf{z} \quad (2.19)$$

Essa formulação pode ser diretamente aplicada ao arcabouço apresentado na seção 2.2. Denotaremos esta estrutura do problema como MEOb e, usando as matrizes em (2.18), seu desempenho será também comparado tanto à odometria diferencial, quanto com a MEO (que não supõe *bias* nos erros).

2.3 Resultados: Simulações e Experimentos

Para a validação da metodologia apresentada, em um primeiro momento, foi construído um simulador cinemático que, dado v e ψ , e acrescentando perturbações nos encoders das rodas e da direção, determina a distância que cada roda percorre. As simulações apresentadas consideram um veículo com as dimensões da plataforma VERO por um tempo de simulação de 30s e amostragem de 50Hz. Utilizou-se uma referência de velocidade constante de 19.4m/s (≈ 69 km/h) e com a seguinte sequência de esterçamento da direção em função do tempo t de simulação: $\psi = 4^\circ$ para $t \leq 14$ s, $\psi = -2.3^\circ$ em $14 < t < 27.4$ s e $\psi = 0^\circ$ para $t \geq 27.4$ s. A trajetória final de referência (*ground truth*) é portanto composta por duas circunferências, sendo que o veículo realiza aproximadamente duas voltas na circunferência de raio menor, seguido de uma volta na de raio maior e saindo tangencialmente em linha reta desta. O percurso final tem formato apresentado na figura 2.6.

As metodologias DIFFO (2.10), MEO (2.17) e MEOb (2.18) foram aplicadas a um conjunto de dados criado de maneira a englobar algumas variações possíveis dos erros m_i . No caso, foi adicionado um ruído gaussiano em cada roda $\tilde{m}_i \sim \mathcal{N}(0, 0.02^2)$ e um ruído uniforme com distribuição $m_1 \sim \mathcal{U}(-1.5^\circ, 1.5^\circ)$ para o encoder de direção (levando-se em conta a precisão fornecida na calibração). Além desta componente aleatória, foram inseridas polarizações em diferentes configurações ao longo da simulação: *i*) sem componente de polarização para $t \leq 10$ s; *ii*) polarização na roda traseira esquerda $\bar{m}_3 = -0.05$ m para $10 < t \leq 15$ s; *iii*) na roda traseira esquerda e na frontal direita $\bar{m}_3 = \bar{m}_4 = -0.05$ m para $15 < t \leq 20$ s; *iv*) na roda traseira direita $\bar{m}_2 = -0.05$ m, $t \geq 20$ s.

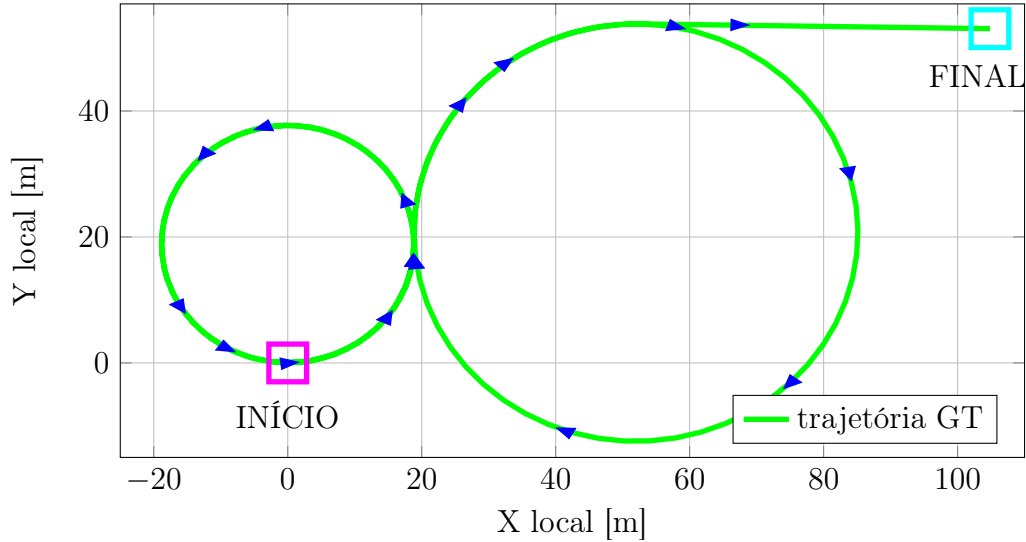


Figura 2.6: Trajetória de referência obtida pela combinação das componentes velocidade e ângulo de direção (v, ψ) no simulador cinemático.

Foram simuladas 50 realizações para a obtenção dos erros médios absolutos dos incrementos de deslocamento e orientação. A figura 2.7 apresenta os erros incrementais para a odometria MEO (2.17), sendo esta mais precisa que a odometria DIFFO para ambos incrementos (tem um erro absoluto médio e variância menores). Em especial os incrementos de orientação foram ao menos duas vezes mais precisos que aquele fornecido pelo modelo diferencial dado pelas relações em (2.10) – vide figura 2.7.

O resultados para estimador MEOb (2.18), que inclui possíveis componentes de polarização, são apresentados na figura 2.8. Pode ser verificado que os incrementos apresentaram um erro inferior a aqueles da odometria DIFFO, mas distintos do estimador MEO em: *i*) a solução independe da matriz $\mathbf{M} > 0$ escolhida para \mathbf{H} invertível, pois: $(\mathbf{H}^T \mathbf{M} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{M} = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{H}^T)^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{M} = \mathbf{H}^{-1}$ – de fato $\mathbf{K} = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{z}$ é a solução com menor custo em (2.15); *ii*) os incrementos de orientação são aproximadamente cinco vezes mais precisos que os da odometria MEO (consequentemente dez vezes menores que os da odometria DIFFO); *iii*) a estimação se mostrou invariante à presença de polarizações para ambos os incrementos, principalmente em relação a $\Delta\theta$. Observa-se também que para $t < 10$ s (sem polarizações), tem-se Δd menos preciso que o obtido usando tanto pelo MEO quanto pelo DIFFO, mas com um erro $e(\Delta\theta) \approx 0.12$ muito inferior. A estimação das três componentes de polarização também se apresentou extremamente coerente (veja figura 2.9), principalmente se considerarmos que o estimador proposto não explora características dinâmicas temporais como $\bar{m}_i(t_{k+n}) = \bar{m}_i(t_k)$ para um certo n limitado.

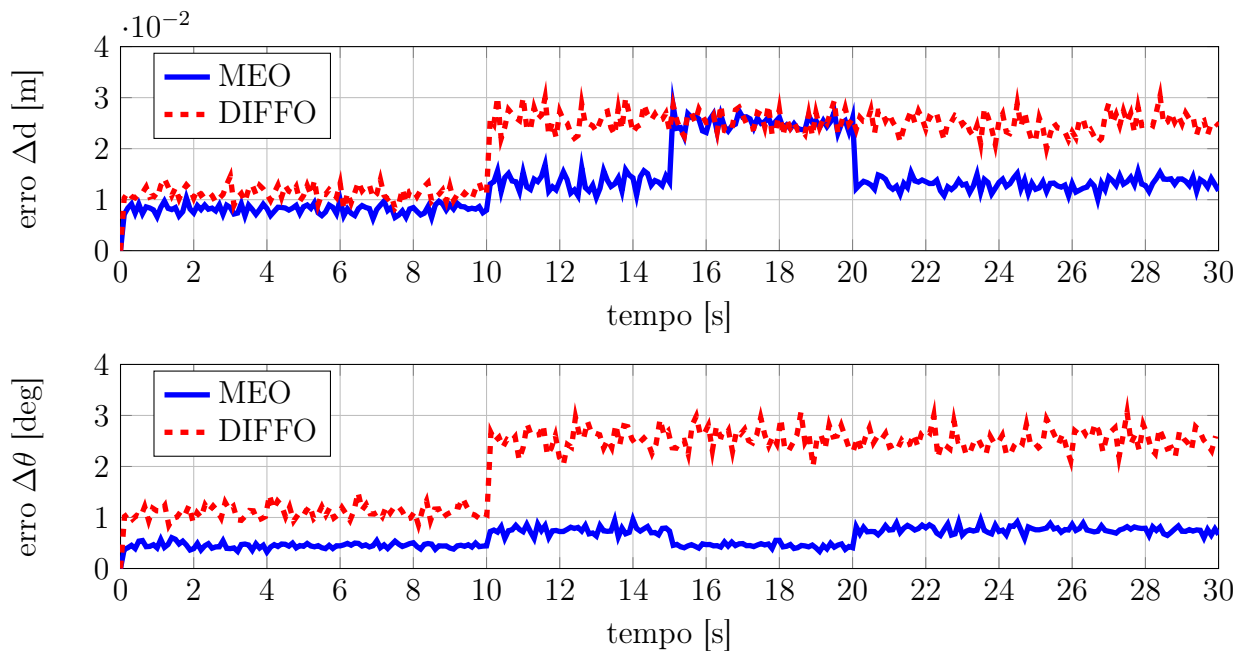


Figura 2.7: Erros absolutos médios das 50 realizações dos incrementos de distância e orientação: para odometria diferencial DIFFO (vermelho/pontilhado) e para odometria otimizada MEO (azul/contínuo).

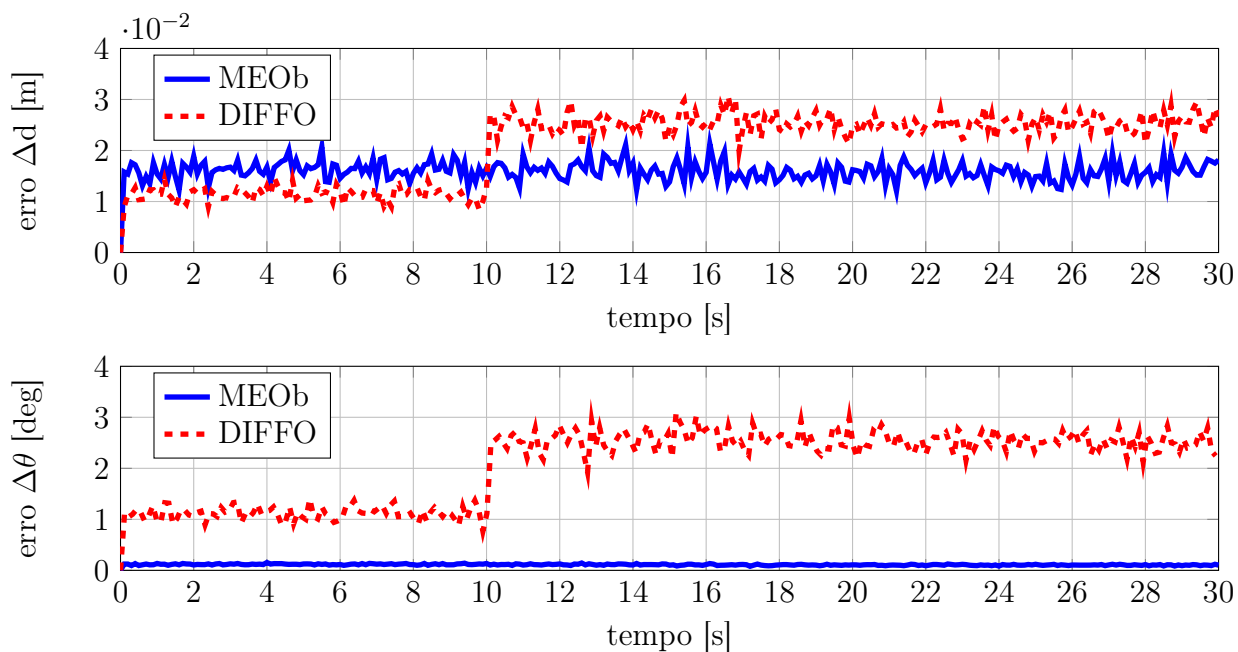


Figura 2.8: Erros absolutos médios das 50 realizações dos incrementos de distância e orientação: para odometria diferencial DIFFO (vermelho/pontilhado) e para odometria otimizada MEOb (azul/contínuo). Observe que este estimador se apresentou invariante à presença de polarizações.

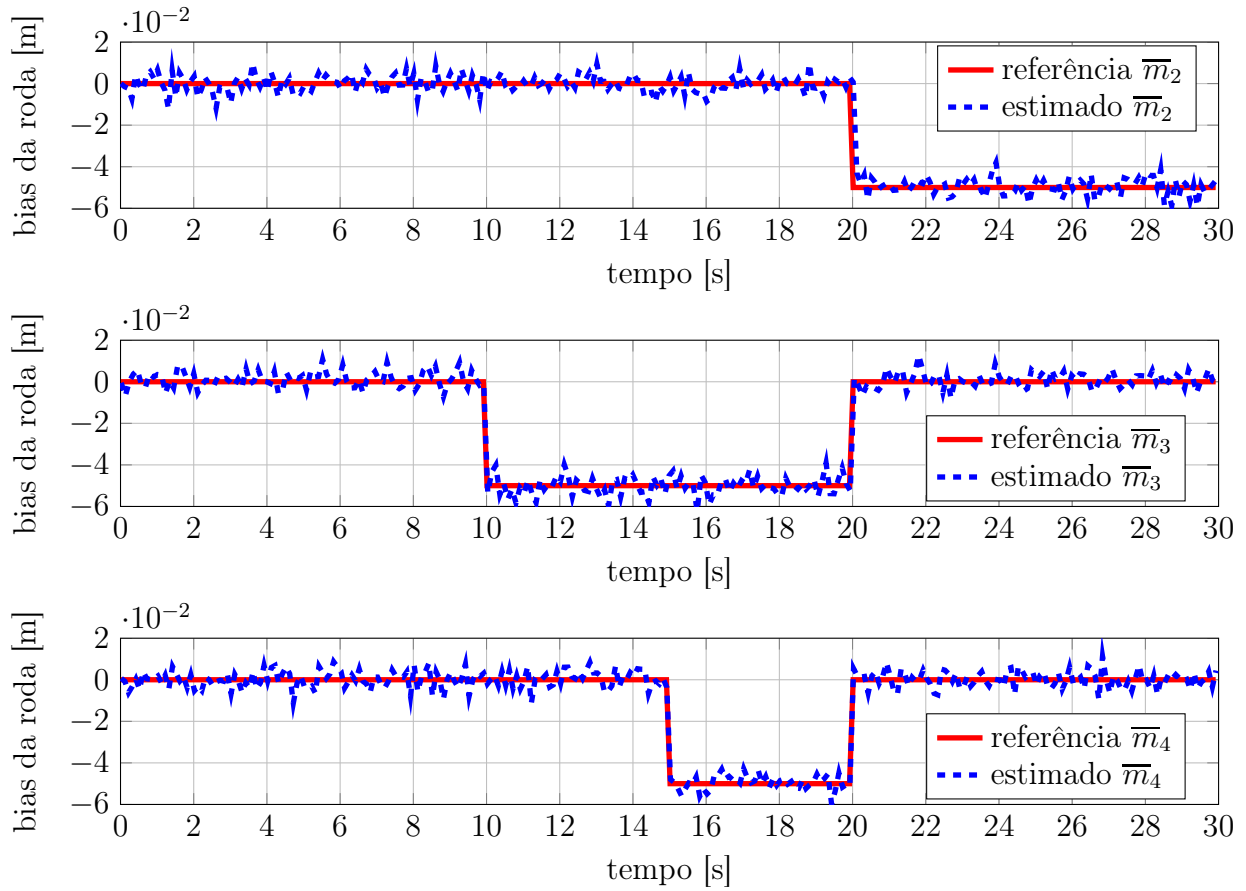


Figura 2.9: Polarizações médias estimadas usando o MEOb. De cima para baixo: polarização das rodas traseira direita (\bar{m}_2), traseira esquerda (\bar{m}_3) e dianteira direita (\bar{m}_4).

Experimentação em Ambiente de Exterior

Para a parte experimental foi utilizado o veículo elétrico do projeto VERO, na área externa do CTI Renato Archer. Um sistema GPS/Inercial Applanix de precisão centimétrica fornece referências absolutas (*ground truth*) de *pose*. O veículo executou um percurso de aproximadamente 1.1 km em ambiente urbano, por vias internas e estacionamento no *campus*, e os diversos dados sensoriais adquiridos foram armazenados em um *dataset*. O percurso é ilustrado na figura 2.10, sendo que vários trechos contêm regiões não planares – ver fig. 2.11. As informações de deslocamento angular das rodas são obtidas por encoders incrementais cuja resolução é 0.046° na configuração de montagem utilizada.

Para comparação de desempenho será considerada apenas a componente de orientação, sendo apresentada na figura 2.12. Para o *dataset* empregado, os erros absolutos médios $e(\Delta\theta)$ para cada metodologia foram: $e_{MEO} = 0.21^\circ$, $e_{MEOb} = 0.37^\circ$ e $e_{DIFFO} = 0.41^\circ$ e portanto revelam o melhor resultado da odometria calculada usando a redundância dos encoders. As odometrias MEO e MEOb utilizaram ambas uma matriz de ponderação $\mathbf{M} = \text{diag}(0.026^{-2}, 0.02^{-2}, 0.02^{-2}, 0.02^{-2}, 0.02^{-2})$, sendo que a odometria MEO apresentou um erro duas vezes menor que a odo-

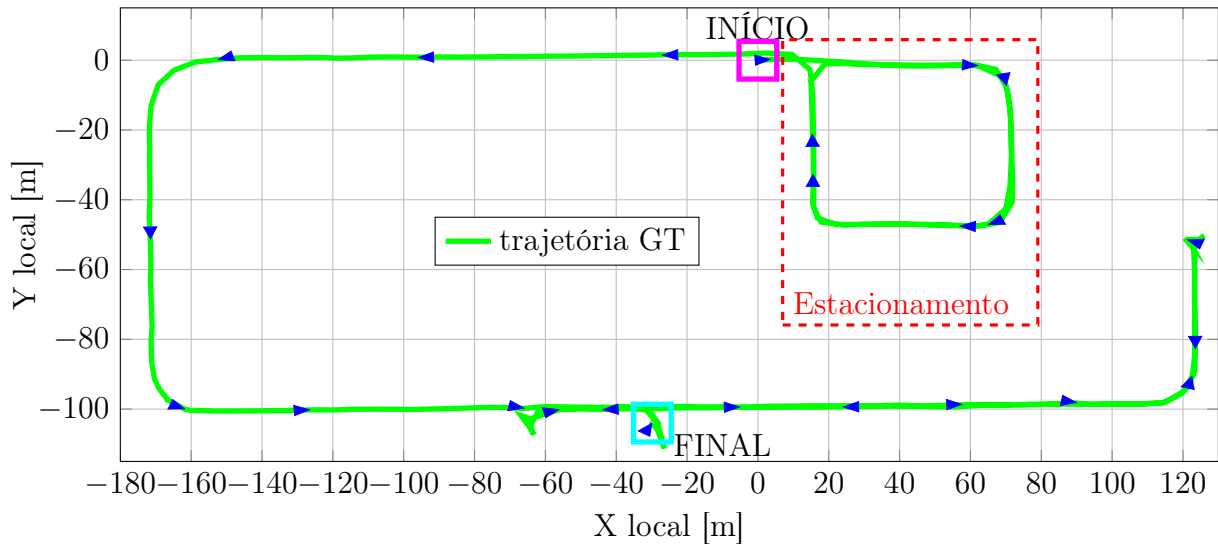


Figura 2.10: Coordenadas 2D fornecidas pelo sistema de localização Applanix. O veículo realiza duas voltas na parte do estacionamento (região indicada na figura) sendo esta aproximadamente planar.

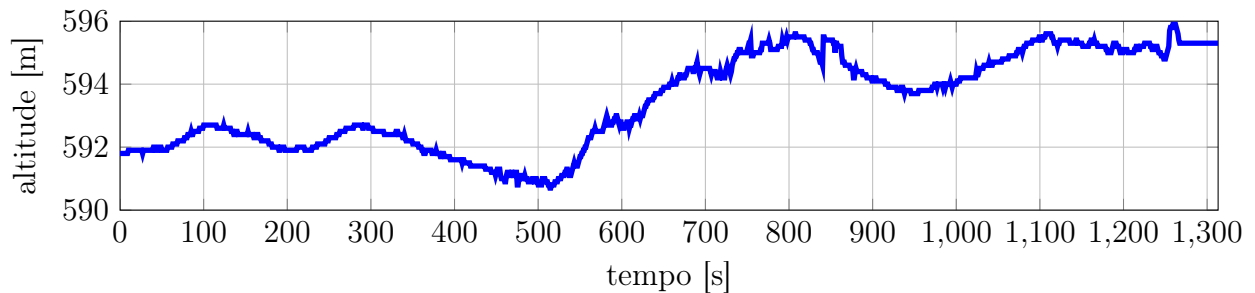


Figura 2.11: Variação da altitude pelo sistema de navegação Applanix. O estacionamento é uma das áreas mais planares do percurso (variação de altitude $\ll 1\text{m}$ até $t = 360\text{s}$).

metria DIFFO (coerentemente com os resultados em simulação).

Em relação ao estimador com polarização (MEOb), se por um lado este tenha apresentado uma precisão do incremento de orientação inferior ao MEO (diferentemente dos resultados simulados), por outro, este é invariante a modificações na matriz de ponderação e à inclusão de polarizações numéricas (erros constantes nas cotas das dimensões), fornecendo assim uma estimativa robusta. Finalmente, a reconstrução das trajetórias 2D, para o melhor e o pior caso (MEO e DIFFO), são mostradas na figura 2.13. Deve-se ressaltar que o intuito destas metodologias é o de fornecer incrementos de *pose* mais aptos (precisos) para serem combinados a outras informações sensoriais *absolutas* (como o GPS) ou georeferenciadas (mapas/sistemas de informação geográfica – GIS) para uma localização com erro limitado em ambientes extensos.

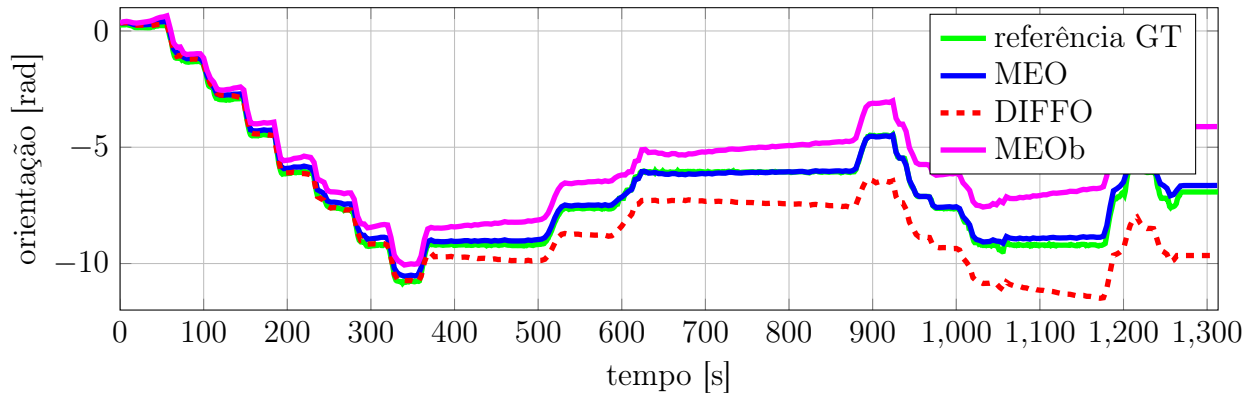


Figura 2.12: Orientações estimadas, observe que a odometria DIFFO sofre com erros principalmente em curvas, como em $t \approx 370s$ e $t \approx 1030s$.

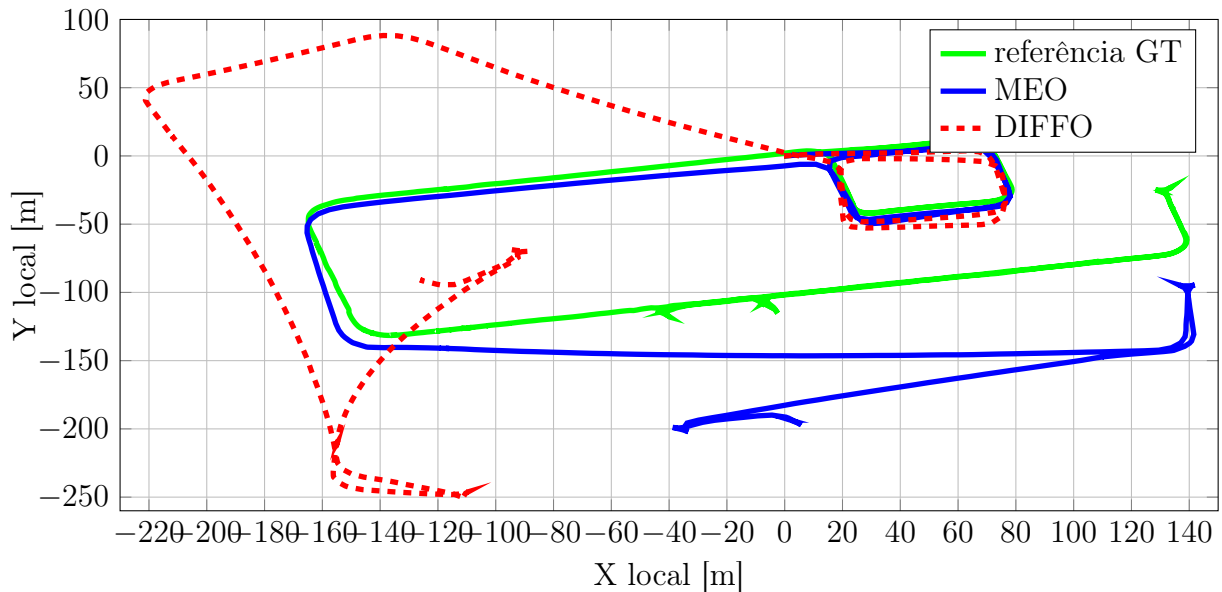


Figura 2.13: Trajetórias estimadas usando os incrementos DIFFO (em vermelho/pontilhado) e MEO (em azul/contínuo).

2.4 Conclusões

Nesta seção foi apresentado uma nova metodologia de odometria para a determinação da *pose* de um veículo robótico em ambiente externo. A informação proveniente de múltiplos encoders é utilizada em um processo de otimização por mínimos quadrados visando diminuir erros como aqueles produzidos por deslizamentos e de dimensionamento. Além da simplicidade de implementação, a metodologia desenvolvida provê um melhor desempenho em relação às estratégias convencionais de odometria das rodas, principalmente no que tange ao erro nos incrementos de orientação do veículo.

Discutiu-se também a modelagem cinemática de um veículo de quatro rodas com direção tipo

Ackerman e as restrições que devem ser satisfeitas para que esta modelagem e suas simplificações (triciclo, bicicleta e uniclo) sejam válidas. Alguns pontos a serem explorados na sequência dos trabalhos são:

- A não independência entre as medidas dos encoders frontais e o ângulo de direção na formulação da odometria MEO, que na atual modelagem são considerados como não correlacionados (matriz \mathbf{M} diagonal) e devem ser levados em conta no processo de estimação;
- Análise englobando aspectos formais de observabilidade¹ tanto do esquema MEO como da estimação simultânea de polarizações MEOb;
- A síntese de observadores dinâmicos de estado para, por exemplo, a estimação de deslizamentos longitudinais. Mesmo não considerando neste trabalho aspectos dinâmicos relacionados às variáveis de estimação, estas apresentaram interessantes características que podem ser refinadas ao explorar restrições temporais como, a título de exemplo, $\overline{m}_i(t_{k+n}) = \overline{m}_i(t_k)$, para um certo n limitado.

¹A conceito de observabilidade abordado é o aplicado a sistemas estáticos, ou seja a detectabilidade e a separabilidade das informações, que é relacionado à estrutura do sistema de equações.

CAPÍTULO 3

Odometria Telemétrica com um Escâner à Laser Monocamada

Conteúdo

3.1	Notação	23
3.2	Transformação Relativa entre Conjuntos de Pontos	23
3.3	Primeiro caso: Correspondência Conhecida	24
3.4	Segundo Caso: Correspondência Desconhecida - ICP	24
3.5	Terceiro Caso: Correspondência Desconhecida - PSM	25
3.6	Resultados Experimentais	27
	Pré-Tratamento	27
	Localização	28
3.7	Conclusões	30

Este capítulo aborda o tema da utilização de sensores com tecnologia LIDAR (*Light Detection and Ranging*) para obtenção de *pose*. O uso destes sensores é extremamente corrente na área de navegação autônoma e seu princípio de funcionamento consiste em medir a defasagem temporal, entre o envio de uma onda (crista) e o tempo de reflexão da mesma numa determinada direção. Tipicamente, estes dispositivos são classificados pela quantidade de planos de varredura: *i*) monocamada (ou 2D *Laser Scanner*), fornecendo pontos coplanares na forma polar; *ii*) multicamada ou 3D, informação em coordenadas esféricas. Utilizaremos neste trabalho sensores monocamada.

Inicialmente, é realizada uma análise geral do problema da estimação da transformação rígida entre dois conjuntos de pontos produzidos por um sensor laser entre duas amostragens sucessivas. Sua solução para o caso ideal, de correspondência conhecida, fornece a base conceitual para a abordagem posterior e mais realista, em que a correspondência é desconhecida. Neste segundo caso, dois enfoques são considerados. Um é calcado no método *Iterative Closest Point* (ICP)

[BM92]. O segundo enfoque baseia-se no *Polar Scan Matching* (PSM) [DK07], que dispensa a necessidade de uma associação explícita.

O PSM apresenta menor carga computacional e, portanto, mostra-se mais apropriado às aplicações em tempo real. Por essa razão, sua utilização é validada experimentalmente para um veículo robótico terrestre que navega em ambiente externo. A partir dos resultados, concluiu-se que o PSM (assim como o ICP) fornecem uma estimativa de *pose* com erros muito superiores à odometria das rodas, tendo uma precisão aceitável (mas ainda inferior à odometria das rodas) apenas quando a quantidade disponível de pontos e o nível de estruturação do ambiente são ambos elevados.

3.1 Notação

Os métodos abordados neste capítulo usam duas representações para os dados obtidos pelo sensor laser monocamada. Na formulação geral do problema e no ICP, adota-se a representação cartesiana para as nuvens de pontos \mathbf{P} e \mathbf{Q} , n -dimensionais. Os dados na representação polar, usada no PSM, são tratados especificamente no caso bidimensional (2D). Assim, o conjunto de referência é dado por $\mathbf{P} = \{(r_{r1}, \phi_{r1}), (r_{r2}, \phi_{r2}), \dots, (r_{rk}, \phi_{rk})\}$ e o conjunto de alinhamento por $\mathbf{Q} = \{(r_1, \phi_1), (r_2, \phi_2), \dots, (r_k, \phi_k)\}$, em que (r_*, ϕ_*) é o par distância e ângulo respectivamente.

3.2 Transformação Relativa entre Conjuntos de Pontos

O problema de estimação da transformação rígida entre dois conjuntos de pontos (ou *Scan Matching*) pode ser formulado como segue. Dado dois conjuntos finitos

$$\mathbf{P} = \{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3, \dots, \mathbf{P}_k\} \subset \mathbb{R}^n, n \in \mathbb{N} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{Q} = \{\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \mathbf{Q}_3, \dots, \mathbf{Q}_k\} \subset \mathbb{R}^n, n \in \mathbb{N} \quad (3.2)$$

o objetivo consiste em estimar a rotação $\mathbf{R} \in \mathcal{SO}(n, \mathbb{R})$ e translação $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, que transformem os pontos de \mathbf{Q} nos pontos em \mathbf{P} , ou seja, que minimizem o erro quadrático médio

$$\min_{\mathbf{R}, \mathbf{t}} e(\mathbf{R}, \mathbf{t}) = \min_{\mathbf{R}, \mathbf{t}} \sum_{i=1}^k \rho_i (\mathbf{P}_i - (\mathbf{R}\mathbf{Q}_{f(i)} + \mathbf{t}))^T (\mathbf{P}_i - (\mathbf{R}\mathbf{Q}_{f(i)} + \mathbf{t})) \quad (3.3)$$

sendo ρ_i a ponderação associada ao par $(\mathbf{P}_i, \mathbf{Q}_{f(i)})$ e $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ a função de associação entre os elementos de ambos os conjuntos.

As seguintes seções apresentam as soluções dessa problemática para três cenários possíveis: o caso ideal em que a associação f entre pontos é conhecida; o caso em que a associação é desconhecida e usa-se um método iterativo para resolvê-la (o ICP); o caso em que a associação é desconhecida e não é explicitamente tratada no método (o PSM).

3.3 Primeiro caso: Correspondência Conhecida

Caso a função de associação f de pontos dos conjuntos \mathbf{P} e \mathbf{Q} seja conhecida, a solução do problema pode ser atingida em apenas uma iteração através de uma decomposição em valores singulares (SVD).

Teorema 3.3.1. *Considere por simplicidade que para $\forall i, \rho_i = c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ e $f(i) = i$. Se o posto de $\mathbf{S} = \sum_{i=1}^k \mathbf{P}'_i \mathbf{Q}'_i{}^T$ for completo ($\text{rank}(\mathbf{S}) = n$), ou seja se as linhas/colunas de \mathbf{S} forem linearmente independentes, então a solução ótima de $\min_{\mathbf{R}, \mathbf{t}} e(\mathbf{R}, \mathbf{t})$ é única e dada por:*

$$\mathbf{R} = \mathbf{U}\mathbf{V}^T \quad e \quad \mathbf{t} = \mathbf{m}_1 - \mathbf{R}\mathbf{m}_2 \quad (3.4)$$

Com $\mathbf{m}_1 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \mathbf{P}_i$, $\mathbf{m}_2 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \mathbf{Q}_i$, $\mathbf{P}'_i = \mathbf{P}_i - \mathbf{m}_1$, $\mathbf{Q}'_i = \mathbf{Q}_i - \mathbf{m}_2$ e $\mathbf{S} = \mathbf{U}\mathbf{L}\mathbf{V}^T$ a decomposição em valores singulares (SVD) de \mathbf{S} , sendo \mathbf{L} a matriz diagonal dos seus autovalores e \mathbf{U}, \mathbf{V}^T os vetores ortonormais associados.

Demonstração. Basta expandir (3.3) e verificar as condições necessárias de otimalidade de primeira ordem $\frac{\partial e}{\partial \mathbf{t}} = \mathbf{0}$ e $\frac{\partial e}{\partial \mathbf{R}} = \mathbf{0}$. \square

A solução dada em (3.4) é dependente do posto da matriz de \mathbf{S} , podendo haver mais de uma (ou infinitas) rotações possíveis caso ela não tenha posto completo. Se \mathbf{S} tem posto deficiente de 1 (pontos coplanares em \mathbb{R}^3 ou pontos colineares em \mathbb{R}^2), o produto $\mathbf{U}\mathbf{V}^T$ pode corresponder a uma reflexão e não a uma rotação, como ilustrado no exemplo 3.3.2.

Exemplo 3.3.2. *Considere em \mathbb{R}^2 , $\mathbf{P} = \{(1, 1), (2, 2)\}$ e $\mathbf{Q} = \{(3, 2), (4, 1)\}$ e $f: f(i) = i$. Observe que a transformação entre os pontos centralizados (\mathbf{P}' e \mathbf{Q}') pode ser tanto $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (rotação de $\theta = \pi/2$), quanto uma reflexão $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ em torno do eixo X .*

Para este caso ainda é possível garantir a unicidade da transformação (ver [Kan94]) com uma adaptação da rotação em (3.4) dada por

$$\mathbf{R} = \mathbf{U}\text{diag}(1, 1, \dots, 1, \det(\mathbf{U}\mathbf{V}^T))\mathbf{V}^T \quad (3.5)$$

Sendo $\text{diag}(\bullet)$ uma matriz diagonal. No entanto, para matrizes com deficiência de posto maior que 1 existem infinitas possibilidades de rotações e reflexões.

3.4 Segundo Caso: Correspondência Desconhecida - ICP

Nesta situação, em geral, não é possível estimar a transformação rígida entre os dois conjuntos de pontos em uma única iteração. Assim, o problema é resolvido, iterativamente, em duas etapas. Em um primeiro momento é estabelecida uma regra f de associação entre os pontos (através de uma métrica) e em seguida o cálculo da transformação é realizado usando (3.4). Esse processo é repetido até convergir.

O *Iterative Closest Point* - ICP é fundamentado nestas duas etapas, sendo que o critério de associação é a distância euclidiana: $d^2(\mathbf{P}_i, \mathbf{Q}_i) = (\mathbf{P}_i - \mathbf{Q}_i)^T(\mathbf{P}_i - \mathbf{Q}_i)$. Assim o processo de associação pode ser descrito por:

Definição 3.4.1. *Seja $\mathbf{P}_i \in \mathbf{P}$; o ponto $\mathbf{Q}_j \in \mathbf{Q}$ mais próximo a \mathbf{P}_i segundo a métrica euclidiana, chamado de \mathbf{Q}_j^* , é tal que*

$$\|\mathbf{P}_i - \mathbf{Q}_j^*\| \leq \|\mathbf{P}_i - \mathbf{Q}_j\|, \text{ para } \forall \mathbf{Q}_j \in \mathbf{Q} \quad (3.6)$$

A etapa de associação é bastante dificultada em ambientes que são homogêneos em sua extensão. Tome por exemplo um corredor longo, com o laser se movimentando na parte interna e paralelamente ao corredor. Os conjuntos de pontos observados serão os mesmos independentemente da translação realizada pelo laser, e a evolução de *pose* real não pode ser determinada.

Observe também que se $\text{card}(\mathbf{P}) = \text{card}(\mathbf{Q}) = k$, o número de operações necessárias para obter f é igual a $\mathcal{O}(k^2)$. Isto faz com que até 92.5% do custo computacional seja gasto na etapa de associação [NFQM11]. Um resumo do ICP é apresentado no algoritmo 3.4.

Algoritmo 3.4.0.2 : Resumo do ICP

```

1: while  $e(\mathbf{R}, \mathbf{t}) > \epsilon$  do
2:   faz_associacao( $\mathbf{P}, \mathbf{Q}$ )
3:    $[\mathbf{U}, \mathbf{V}^T] = \text{svd}(\mathbf{P}', \mathbf{Q}')$ 
4:    $[\mathbf{R}, \mathbf{t}] = \text{encontra\_t\_rigida}(\mathbf{U}, \mathbf{V}^T, m_1, m_2)$ 
5:   for all  $(\mathbf{Q}_i \in \mathbf{Q})$  do
6:      $\mathbf{Q}_i = \mathbf{R}\mathbf{Q}_i + \mathbf{t}$ 
7:   end for
8:    $e(\mathbf{R}, \mathbf{t}) = \text{calcula\_erro}(\mathbf{P}, \mathbf{Q})$ 
9: end while

```

3.5 Terceiro Caso: Correspondência Desconhecida - PSM

O *Polar Scan Matching* (PSM) é também baseado no alinhamento de dois conjuntos de pontos (*Scan Matching*). A principal diferença entre o ICP e o PSM é que, no último, não existe a necessidade de um método de associação explícito para a correspondência entre os pontos originais das duas nuvens de pontos.

O processo considera que o ponto de correspondência de $\mathbf{P}_i \in \mathbf{P}$ é aquele que se encontra na mesma direção, ou seja, o ponto $\mathbf{Q}_i \in \mathbf{Q}$ (inicialmente tem-se que $\phi_{ri} = \phi_i$). Caso não exista um correspondente a ϕ_{ri} em \mathbf{Q} uma interpolação para a correspondência é feita usando um segmento de reta ligando (r_{i-1}, ϕ_{i-1}) e (r_{i+1}, ϕ_{i+1}) . Este processo é repetido a cada iteração. Observe que esta etapa pressupõe uma certa estruturação do ambiente uma vez que considera os pontos (r_{i-1}, ϕ_{i-1}) e (r_{i+1}, ϕ_{i+1}) como pertencentes ao mesmo objeto/superfície.

Uma vez obtida a correspondência direta, as etapas de estimação da transformação rígida $([\mathbf{R}, \mathbf{t}])$ podem ser aplicadas. O critério de otimalidade do custo apresentado em (3.3), escrito na forma polar, será tal que:

$$e_1(\mathbf{t}, \mathbf{R}) = \min_{\mathbf{t}, \mathbf{R}} \sum_{i=1}^k w_i (r_i^p(\mathbf{t}, \mathbf{R}) - r_{ri})^2 \quad (3.7)$$

Com w_i sendo a ponderação, $r_i^p(\mathbf{t}, \mathbf{R}) = \left\{ \left[\begin{pmatrix} r_i \cos(\theta + \phi_i) \\ r_i \sin(\theta + \phi_i) \end{pmatrix} + \mathbf{t} \right]^T \left[\begin{pmatrix} r_i \cos(\theta + \phi_i) \\ r_i \sin(\theta + \phi_i) \end{pmatrix} + \mathbf{t} \right] \right\}^{1/2}$ e $\theta = \arctan(\mathbf{R}_{21}/\mathbf{R}_{11})$. A transformação rígida que minimiza o custo em (3.7) é apresentada no teorema 3.5.1.

Teorema 3.5.1. *A translação \mathbf{t} e rotação θ que minimizam o custo em (3.7), são*

$$\mathbf{t} = (\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W} (\mathbf{r}^p - \mathbf{r}) \quad e \quad \theta = \rho \operatorname{argmin}_a \sum_{j=-a}^a \sum_{i=\max\{1-j, 1\}}^{\min\{k-j, k\}} |r_{i+j}^p - r_{ri}| \quad (3.8)$$

Em que \mathbf{W} é a matriz diagonal de ponderação de cada medida, ρ a resolução angular, $k = \operatorname{card}(\mathbf{Q})$, $j \in [-a, a] \cap \mathbb{N}$ a janela de busca e $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \cos(\phi_{r1}) & \cos(\phi_{r2}) & \dots & \cos(\phi_{rk}) \\ \sin(\phi_{r1}) & \sin(\phi_{r2}) & \dots & \sin(\phi_{rk}) \end{bmatrix}^T$.

Demonstração. Ver [DK07]. □

Caso a ponderação das medidas seja uniforme (como no ICP), a matriz \mathbf{W} pode ser substituída pela identidade em (3.8). Outra ponderação possível seria $w_i = \frac{1}{1+|r_i^p - r_{ri}|^2}$, que leva em conta a magnitude dos erros de pontos correspondentes.

Em relação ao ICP, o custo computacional é reduzido pela ausência da etapa de associação. Além disso, segundo [DK07], este algoritmo apresenta características como estabilidade numérica e convergência superiores ao ICP. Como no ICP, uma primeira projeção de inicialização pode ser obtida de outros sensores já existentes, como a odometria das rodas, ou de informações provenientes de uma unidade de medidas inerciais (IMU), aumentando a velocidade de convergência. O PSM pode ser sumarizado nas etapas distintas como mostrado no Algoritmo 3.5.

Algoritmo 3.5.0.3 : Resumo do PSM

```

1: while  $e_1(\mathbf{R}, \mathbf{t}) > \epsilon$  do
2:   faz_interpolacao( $\mathbf{Q}$ )
3:    $\mathbf{t} = \text{estima\_translacao}(\mathbf{P}, \mathbf{Q})$  % em (3.8)
4:    $\theta = \text{estima\_rotacao}(\mathbf{P}, \mathbf{Q})$ 
5:   faz_projecao( $\mathbf{Q}, \mathbf{t}, \theta$ )
6:    $e_1(\mathbf{R}, \mathbf{t}) = \text{calcula\_erro}(\mathbf{P}, \mathbf{Q})$  % em (3.7)
7: end while

```

3.6 Resultados Experimentais

Esta seção apresenta os resultados experimentais de odometria telemétrica usando o PSM. Os dados foram coletados de um laser monocamada SICK LMS 200 montado paralelo ao solo, à frente da plataforma experimental do projeto VERO; um sistema GPS+Inercial Applanix, de precisão centimétrica, fornece referências absolutas (*ground truth*) de *pose*. O veículo executou um percurso de 750 metros em ambiente urbano, por vias internas e estacionamento no Campus do CTI; o percurso é ilustrado pela fig. 3.1, e contém duas regiões com diferentes níveis de estruturação: uma longa via (ambiente tipo corredor) com árvores esparsamente distribuídas (Parte I) e o estacionamento com vários veículos (ambiente mais estruturado) em formato retangular (Parte II).

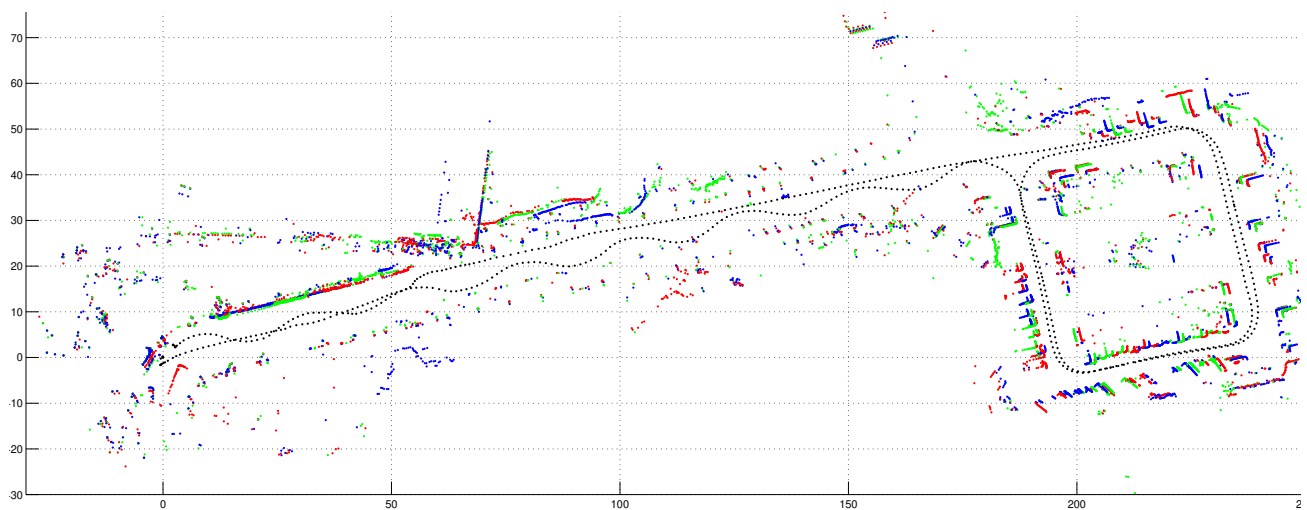


Figura 3.1: Mapeamento dos dados laser usando a localização de um referencial absoluto.

Pré-Tratamento

Informações aberrantes (ou ruidosas) acontecem quando, por exemplo, um mesmo raio do feixe do laser toca duas superfícies. O laser nesta situação fornece a média das distâncias obtidas (normalmente incoerentes). Uma descrição geral dos tipos de imprecisão, que acometem sensores laser, pode ser encontrada em [LO11]. A etapa de pré-tratamento permite eliminar parte desses dados e com isso fornecer medidas mais apropriadas visando maior robustez para o processo de estimação.

Além disso, é possível classificar em grupos (*clusters*) pontos que possam pertencer ao mesmo objeto visto na cena e assim permitir que o processo de interpolação do PSM possa ocorrer entre eles caso necessário, uma vez que a interpolação entre (r_{i-1}, ϕ_{i-1}) e (r_{i+1}, ϕ_{i+1}) tende a ser uma boa aproximação apenas se ambos pertencem à mesma superfície (esta sendo preferencialmente suave).

Assim, primeiramente, um filtro mediano com uma janela de tamanho j (no caso deste trabalho heurísticamente $j = 3$) é utilizada para retirar pontos aberrantes do tipo ruído impulsivo. Posteriormente, a classificação dos pontos que pertencem a um mesmo objeto é realizada, bem como a seleção daqueles que apresentem um tamanho mínimo l (neste caso $l = 4$).

Localização

A estimação da *pose* é realizada em cada instante utilizando o PSM. Apenas para fins de comparação, é realizada também a estimação da *pose* via odometria baseada em encoders das rodas, como a diferencial e a própria MEO (apresentada no capítulo 3). A figura 3.2 mostra a evolução da orientação obtida pela odometria telemétrica, odometria múltiplos encoders e do referencial de posição.

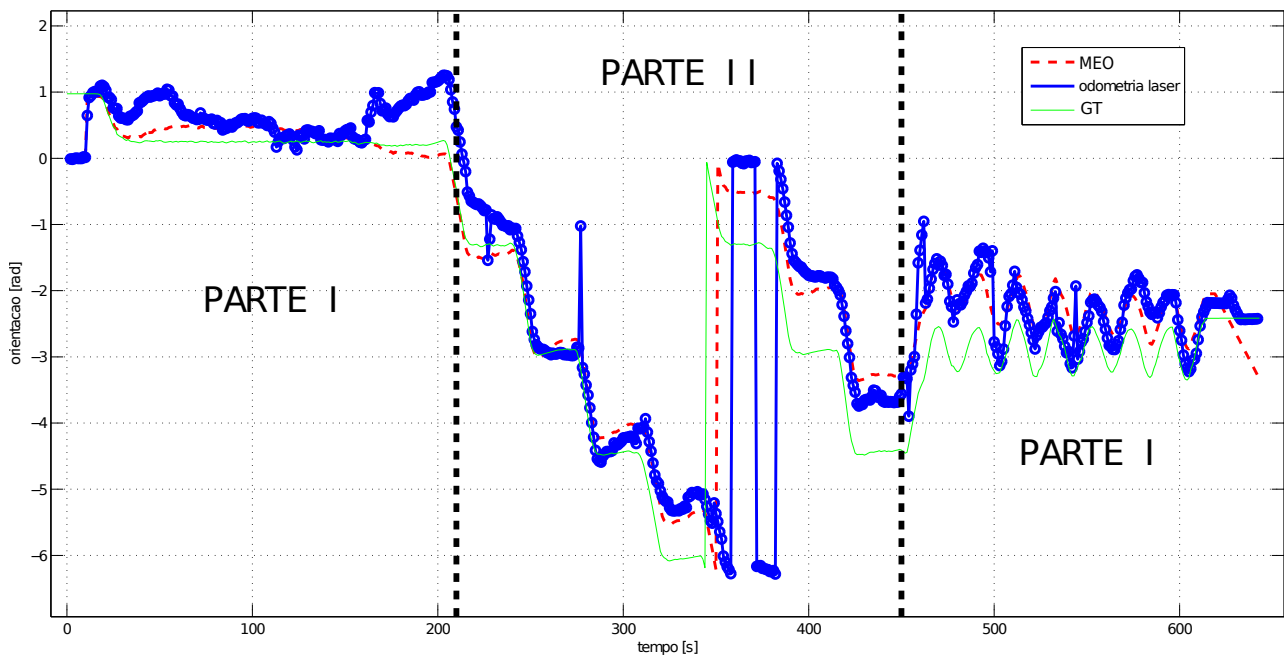


Figura 3.2: Orientação do veículo: odometria MEO (em vermelho tracejado), odometria telemétrica PSM (círculos em azul) e orientação de referência (em verde). A região Parte I na figura indica os dados em que o veículo VERO percorria a via de acesso ao estacionamento, enquanto que os dados na Parte II foram obtidos ao longo de duas voltas no mesmo.

Assim como a odometria MEO, a informação de *pose* proveniente da odometria telemétrica pelo processo de *scan matching*, por se tratar de uma estimação incremental e sem correção, é sujeita à divergência ao longo do tempo (devido à acumulação de imprecisões). Durante todo o percurso, a odometria telemétrica apresenta um acúmulo de imprecisões maior que a MEO, principalmente na primeira parte do conjunto de dados (ver Parte I na figura 3.2) devido à pequena quantidade de pontos disponíveis em vários instantes (veja o gráfico no canto superior direito da fig 3.3), ressaltando que um conjunto acima de 30 pontos é desejável após a etapa

de tratamento para que o *matching* seja minimamente efetivo. Uma estratégia para minorar o problema seria utilizar outra fonte sensorial disponível, caso o ambiente não tenha estruturas vistas pelo laser, ou a quantidade de pontos seja pequena.

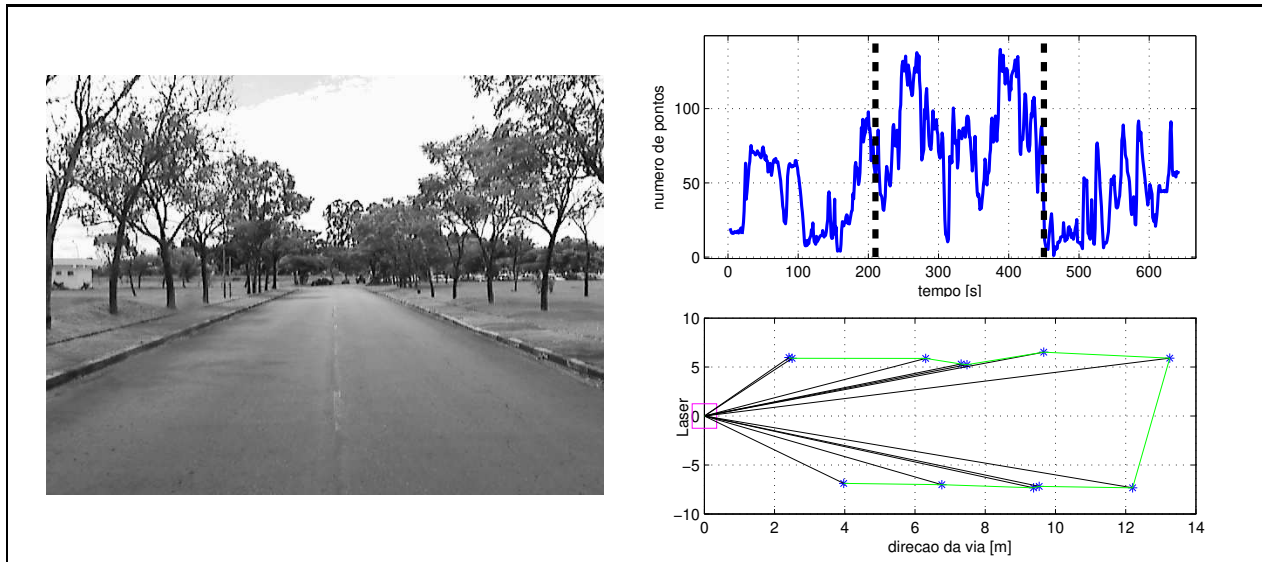


Figura 3.3: Imagem obtida de uma câmera montada acima do laser mostrando a região tipo corredor (Parte I) com finos troncos regularmente distribuídos. À direita, na parte inferior temos um conjunto típico de pontos (em azul) obtido nessa mesma região da imagem, com a posição do laser indicada na origem. A figura no canto superior direito mostra o número de pontos disponíveis ao longo do percurso.

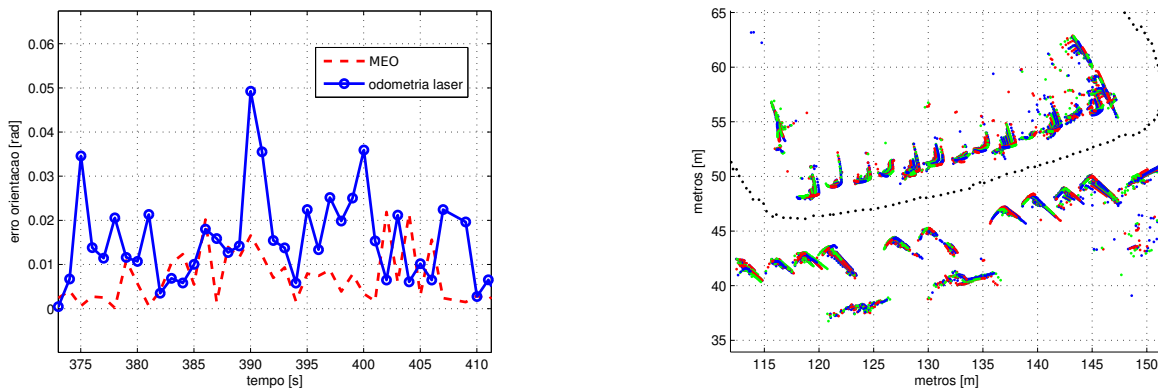


Figura 3.4: Erros de orientação da odometria MEO e telemétrica (imagem à esquerda) e mapeamento do ambiente usando a posição e orientação fornecidas pelo PSM na primeira volta no estacionamento (à direita).

No trecho mais estruturado do percurso (estacionamento) a qualidade da odometria telemétrica torna-se comparável à odometria MEO (a imagem à esquerda na fig 3.4 mostra o erro cometido pela odometria telemétrica e a MEO em relação a orientação do sistema Applanix em

uma parte do estacionamento), mas ainda menos precisa que a odometria MEO. A média de pontos nesse trecho do trajeto é de 92 pontos (média bastante superior aos 13 pontos mostrados no gráfico inferior direito da figura 3.3 no instante $t = 127s$ enquanto o veículo trafegava na Parte I).

Finalmente, o gráfico à direita na figura 3.4 mostra em detalhe parte do mapeamento no trecho mais estruturado do percurso, com vários veículos estacionados usando a informação da *pose* estimada. Os perfis dos veículos são facilmente identificáveis, evidenciando a qualidade da estimação localmente. No entanto, percebe-se que a estimação de odometria usando dados de sensor laser (tanto via ICP como via PSM) se mostrou muito inferior à odometria das rodas na maioria do trajeto, mesmo em regiões mais favoráveis que apresentam grande quantidade de pontos e com certa estruturação.

3.7 Conclusões

Este capítulo abordou a análise de estratégias de odometria baseadas em dados de sensor laser monocamada. O problema da estimação da transformação rígida entre dois conjuntos de pontos de duas amostragens sucessivas foi colocado de uma forma geral. Sua solução para o caso ideal, de correspondência conhecida, forneceu a base para a abordagem posterior de dois cenários em que a correspondência é desconhecida: o processo iterativo do ICP e o PSM, que dispensa a necessidade de uma associação explícita.

Foram apresentados resultados experimentais de odometria usando o PSM que apresenta menor carga computacional. A odometria telemétrica teve uma estimação aceitável apenas em regiões com maior característica de estruturação, nas quais há grande quantidade de pontos, mas ainda assim com uma precisão muito inferior à aquela obtida por odometrias das rodas. Esta observação contrasta com os resultados na literatura para ambientes de interior (*indoor*), que são mais ricos em estruturação.

CAPÍTULO 4

Localização via Fusão entre Odometria e GPS

Conteúdo

4.1	Modelagem e Resíduo de Holonomicidade	32
4.2	Estimação de Estados Sequencial pelo UKF	33
	Assincronismo e Tratamento de Discontinuidades	35
	Estrutura de Sintonização do Filtro	36
4.3	Otimização em Série de Poses e Restrições	36
	Colocação do Problema e Modelagem	37
	Parametrização e Solução	38
4.4	Resultados em Simulação e Experimentais	40
4.5	Conclusões	45

Uma estratégia para melhorar a estimativa de *pose* consiste em combinar diferentes fontes de informação sensorial para considerar as incertezas intrínsecas de cada sensor e minimizar seus efeitos. Como discutido anteriormente, as informações de odometria são precisas localmente, mas sofrem com a integração de erros, o que resulta em divergência. Um sistema de posicionamento absoluto como o GPS, por sua vez, tem erro limitado mas é pouco preciso localmente.

Neste capítulo, apresentamos duas formulações que realizam a combinação de odometria com dados de posição proveniente de um sensor absoluto tipo GPS, no intuito de garantir erro de posição limitado globalmente, assim como maior precisão local, ou seja, reduzir os efeitos de deriva da odometria e dos saltos advindos do GPS.

Na primeira formulação é abordado um esquema de fusão sensorial pelo *Unscented Kalman Filter* (UKF). A estimação é realizada a uma taxa constante e os dados de ambos os sensores são explorados assincronicamente. Para as equações da componente de orientação da *pose*, é

apresentado um tratamento para a prevenção de descontinuidades na componente de orientação do filtro. Parte dos desenvolvimentos desta formulação foram realizados conjuntamente com o Prof. José Raul Azinheira do IST de Lisboa.

Já na segunda formulação, tem-se um processo de otimização não-linear do conjunto de todas as informações de *pose*. A solução é obtida iterativamente utilizando uma aproximação pelo método *Gauss-Newton*. Uma representação alternativa (ainda que não-linear) para o vetor de observação é proposta com a finalidade de contornar o problema da descontinuidade (singularidades na orientação), que não pode ser tratado explicitamente como nos processos de filtragem sequencial. As metodologias são validadas com dados simulados e experimentais.

4.1 Modelagem Inicial e Resíduo de Holonomicidade do Movimento

Nesta seção, considere a versão estocástica do modelo em (2.9), em que $\mathbf{x} = [x \ y \ \theta]^T$ é o vetor de estados (a *pose*) representados em um sistema de coordenadas cartesianas global \mathcal{R}_r . A observação é modelada por \mathbf{y} em (4.1), $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2]^T = [\Delta d \ \Delta\theta]^T$ é a entrada (odometria das rodas) e os ruídos são V.A. gaussianas independentes tais que $\mathbf{v} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q})$ e $\mathbf{w} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R})$.

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t_{k+1}) = \mathbf{F}(\mathbf{x}(t_k), \mathbf{u}(t_k), \mathbf{v}(t_k)) = \begin{bmatrix} x(t_k) + v_1 + u_1 \cos(\theta(t_k) + u_2/2 + v_3) \\ y(t_k) + v_2 + u_1 \sin(\theta(t_k) + u_2/2 + v_3) \\ \theta(t_k) + u_2 + v_3 \end{bmatrix} \\ \mathbf{y}(t_{k+1}) = \mathbf{G}(\mathbf{x}(t_{k+1}), \mathbf{w}(t_{k+1})) = \mathbf{x}(t_{k+1}) + \mathbf{w}(t_{k+1}) \end{cases} \quad (4.1)$$

O modelo determinístico associado é diretamente obtido pela exclusão dos termos $\mathbf{v}(t_{k+1})$ e $\mathbf{w}(t_{k+1})$, como o apresentado em (2.9). Como indicado na seção 2.1, o movimento efetuado entre dois instantes é consistente (sem deslocamentos laterais) desde que obedeça a restrição de não-holonomicidade em (2.2). Com base nesta restrição, pode-se definir um resíduo de holonomicidade que é aproximado discretamente por

$$e_H(t_k) = (x(t_{k+1}) - x(t_k)) \sin\left(\theta(t_k) + \frac{\theta(t_{k+1}) - \theta(t_k)}{2}\right) - (y(t_{k+1}) - y(t_k)) \cos\left(\theta(t_k) + \frac{\theta(t_{k+1}) - \theta(t_k)}{2}\right) \quad (4.2)$$

A inconsistência do movimento ($e_H \neq 0$) é portanto quantificada de acordo com a magnitude destes resíduos temporalmente. Alguns pontos que serão discutidos nas seções seguintes são:

- i) As medidas fornecidas pelo receptor GPS não obedecem necessariamente à restrição de não-holonomicidade em (4.2) e, assim, podem produzir no filtro deslocamentos na direção perpendicular à orientação que não são realistas. Em geral, dados aberrantes (principalmente de orientação) acarretam grandes erros de estimação, uma vez que a atualização da posição/orientação pelo modelo em (2.9) satisfaz a condição (4.2) e é considerado preciso localmente;

- ii) A componente θ de orientação do modelo de evolução do estado e de observação devem ser tratadas para apresentar o mesmo comportamento, seja ele contínuo ou descontínuo. Enquanto o modelo de evolução que utiliza a odometria fornece inicialmente uma orientação contínua $\theta \in \mathbb{R}$, a orientação fornecida pela equação de observação, em geral, é descontínua com $\theta \in [0, 2\pi)$, pois $\theta + 2\pi k \equiv \theta$, para $\forall \theta \in [0, 2\pi)$ e $k \in \mathbb{Z}$. O tratamento desta descontinuidade é essencial para uma estimação consistente, seja ela probabilística ou determinística.

4.2 Estimação de Estados Sequencial pelo UKF

O filtro de Kalman apresenta grande versatilidade de aplicação, tendo como hipóteses (ou condições) para fornecer um estimador não-polarizado, que os ruídos do modelo e de observação possam ser modelados por distribuições gaussianas de média nula, não-correlacionadas e que os modelos empregados sejam lineares. Uma vez que a distribuição normal é completamente conhecida a partir dos dois primeiros momentos estatísticos (média e variância), este estimador calcula a média e a variância condicional do estado atual segundo um critério quadrático, dada todas as observações passadas, entradas (se houver) e estado inicial. Para uma descrição mais detalhada, sugere-se [BSLK02] e [CJ04].

Caso a modelagem do sistema físico seja não-linear, simplificações e/ou momentos estatísticos de ordem superior devem ser calculados para a determinação da propagação da função de distribuição. As implementações que consideram a estimação dos momentos adicionais possuem o revés de dimensionalidade, visto que a complexidade computacional do algoritmo é exponencial em relação ao tamanho do vetor de estados. Para permitir a factibilidade computacional, adota-se usualmente uma solução aproximada, seja através da linearização do modelo (filtro de Kalman Estendido – EKF), seja restringindo a estimação aos dois primeiros momentos (*Unscented Kalman Filter* – UKF [JUDW00]), ou seja, soluções sub-ótimas.

A aproximação feita no UKF consiste em considerar apenas a média e a variância para a representação da função densidade de probabilidade. Esta aproximação também é realizada no EKF, mas ela é mais precisa no UKF pelo fato que não são realizadas linearizações para o cálculo dos momentos. Neste, o princípio básico consiste em criar um conjunto de partículas (*sigma points*) cuja média corresponda ao estado, enquanto que a covariância é calculada a partir da covariância das partículas e são propagadas explicitamente no modelo não-linear, processo chamado de *Unscented Transform*. Este tipo de formulação é muito relevante quando os modelos empregados não são facilmente parametrizáveis ou não sejam de classe \mathcal{C}^1 , i.e. contínuos e diferenciáveis.

Como não há equações explícitas para a predição da média e de variância dos ruídos das funções não-lineares, devem ser geradas partículas que representem a média e a variância destes ruídos. Assim, para o sistema determinístico em (2.9) e sua versão estocástica em (4.1), nos quais o modelo de evolução é não-linear, deve-se criar o vetor de estados aumentado \mathbf{x}_a pela inclusão da incerteza \mathbf{v} do modelo: $\mathbf{x}_a(t_k) = [\mathbf{x}(t_k)^T \mathbf{v}(t_k)^T]^T$, resultando em $\dim\{\mathbf{x}_a\} = N = 6$.

Por completude, apresentamos resumidamente as principais etapas do filtro, como a geração de partículas, que é seguida pelas etapas de predição e atualização.

Geração de Partículas

No início de cada ciclo são criados o vetor de estados aumentado \mathbf{x}_a e sua matriz de covariância aumentada correspondente \mathbf{P}_a , tais que:

$$\mathbf{x}_a(t_k) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}^+(t_{k-1}) \\ \mathbb{E}\{\mathbf{v}\} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{P}_a(t_k) = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_x^+(t_{k-1}) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{Q} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

onde $\hat{\mathbf{x}}^+(t_{k-1})$ e $\mathbf{P}_x^+(t_{k-1})$ correspondem respectivamente ao estado e sua matriz de covariância estimados após a última fase – de atualização, na interação precedente do filtro. A geração das $(2N + 1)$ partículas ${}^i\mathcal{X}_a$ no instante atual, é feita a partir desse estado e variância aumentados – equações em (4.3), segundo:

$$\begin{aligned} {}^0\mathcal{X}_a(t_k) &= \mathbf{x}_a(t_k) \\ {}^i\mathcal{X}_a(t_k) &= \mathbf{x}_a(t_k) + \left(\sqrt{(N + \tau)\mathbf{P}_a(t_k)} \right)_j, \quad i = j = 1, \dots, N \\ {}^i\mathcal{X}_a(t_k) &= \mathbf{x}_a(t_k) - \left(\sqrt{(N + \tau)\mathbf{P}_a(t_k)} \right)_j, \quad i = N + 1, \dots, 2N, \quad j = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (4.4)$$

O termo $\left(\sqrt{\mathbf{L}} \right)_j$ equivale a j -ésima coluna da matriz obtida a partir da decomposição de Cholesky de \mathbf{L} e τ é um fator de escala da dispersão das partículas. Observe que as partículas geradas obedecem a $\mathbb{E}\{\mathcal{X}\} = \mathbf{x}_a$ e $\mathbb{E}\{(\mathcal{X} - \mathbb{E}\{\mathcal{X}\})(\mathcal{X} - \mathbb{E}\{\mathcal{X}\})^T\} = \mathbf{P}_a$. Em [JUDW00] é proposto a inclusão de termos adicionais na geração das partículas (4.4) para a determinação de τ e diferentes ponderações para a estimação da média e de covariância. Simulações utilizando esses parâmetros não acarretaram melhorias de desempenho quando aplicados ao nosso problema, e portanto foi considerado o caso mais simples com $\tau = 0$.

Predição

A etapa de predição se inicia com a inserção das partículas resultantes de (4.4) e denotadas como ${}^i\mathcal{X}_a = [x \ y \ \theta \ v_1 \ v_2 \ v_3]^T$ no modelo de evolução em (4.5), esse último advindo de (2.9).

$${}^i\mathcal{X}(t_{k+1}) = \mathbf{F}({}^i\mathcal{X}_a(t_k), \mathbf{u}(t_k)), \quad i = 0, \dots, 2N \quad \text{com} \quad \mathbf{F}(\mathcal{X}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} \mathcal{X}_1 + \mathcal{X}_4 + \mathbf{u}_1 \cos(\mathcal{X}_3 + \mathcal{X}_6 + \mathbf{u}_2/2) \\ \mathcal{X}_2 + \mathcal{X}_5 + \mathbf{u}_1 \sin(\mathcal{X}_3 + \mathcal{X}_6 + \mathbf{u}_2/2) \\ \mathcal{X}_3 + \mathcal{X}_6 + \mathbf{u}_2 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Após a passagem das partículas pelo modelo, a estimativa do próximo estado e sua incerteza (covariância) são fornecidas pelo cálculo dos dois primeiros momentos estatísticos das partículas,

como:

$$\hat{\mathbf{x}}^-(t_{k+1}) = \frac{1}{2N+1} \sum_{i=0}^{2N} {}^i\mathcal{X}(t_{k+1}) \text{ e } \mathbf{P}_{\mathbf{x}}^-(t_{k+1}) = \frac{1}{2N} \sum_{i=0}^{2N} [{}^i\mathcal{X}(t_{k+1}) - \hat{\mathbf{x}}^-(t_{k+1})][{}^i\mathcal{X}(t_{k+1}) - \hat{\mathbf{x}}^-(t_{k+1})]^T \quad (4.6)$$

Note que $\dim\{{}^i\mathcal{X}_a(t_k)\} = (6 \times 1)$ e $\dim\{{}^i\mathcal{X}(t_k)\} = (3 \times 1)$. A observação prevista consiste em aplicar as partículas preditas no modelo de observação:

$${}^i\mathcal{Y}(t_{k+1}) = \mathbf{C}({}^i\mathcal{X}(t_{k+1})), \quad i = 0, \dots, 2N \text{ e } \hat{\mathbf{y}}(t_{k+1}) = \frac{1}{2N+1} \sum_{i=0}^{2N} {}^i\mathcal{Y}(t_{k+1}) \quad (4.7)$$

Cálculo do Ganho e Atualização

O cálculo do ganho necessita das medidas de covariância da saída $\mathbf{P}_{\mathbf{yy}}$ e da covariância cruzada entre os estados e a saída $\mathbf{P}_{\mathbf{xy}}$, definidas como:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\mathbf{yy}}(t_{k+1}) &= \frac{1}{2N} \sum_{i=0}^{2N} [{}^i\mathcal{Y}(t_{k+1}) - \hat{\mathbf{y}}(t_{k+1})][{}^i\mathcal{Y}(t_{k+1}) - \hat{\mathbf{y}}(t_{k+1})]^T + \mathbf{R} \text{ e} \\ \mathbf{P}_{\mathbf{xy}}(t_{k+1}) &= \frac{1}{2N} \sum_{i=0}^{2N} [{}^i\mathcal{X}(t_{k+1}) - \hat{\mathbf{x}}^-(t_{k+1})][{}^i\mathcal{Y}(t_{k+1}) - \hat{\mathbf{y}}(t_{k+1})]^T \end{aligned} \quad (4.8)$$

A atualização do estado obtido na etapa de predição é realizado em (4.9) através da inovação ponderada pelo ganho do filtro

$$\hat{\mathbf{x}}^+(t_{k+1}) = \hat{\mathbf{x}}^-(t_{k+1}) + \mathbf{K}(t_{k+1}) [\mathbf{y}(t_{k+1}) - \hat{\mathbf{y}}(t_{k+1})] \text{ com } \mathbf{K}(t_{k+1}) = \mathbf{P}_{\mathbf{xy}}(t_{k+1}) [\mathbf{P}_{\mathbf{yy}}(t_{k+1})]^{-1} \quad (4.9)$$

Finalmente, a covariância do estado é atualizada segundo (4.10) e um novo ciclo do processo de filtragem é iniciado.

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x}}^+(t_{k+1}) = \mathbf{P}_{\mathbf{x}}^-(t_{k+1}) - \mathbf{K}(t_{k+1})\mathbf{P}_{\mathbf{yy}}(t_{k+1})\mathbf{K}^T(t_{k+1}) \quad (4.10)$$

Assincronismo e Tratamento de Descontinuidade da Orientação

No nosso caso, a fusão odometria-GPS é computada a uma taxa constante de 20Hz. Evidentemente, os sensores utilizados não apresentam a mesma taxa de amostragem e também não são sincronizados temporalmente. A implementação realizada é causal, ou seja, dado um instante (t_k) são utilizados apenas os dados disponíveis até este instante. Para o instante subsequente (t_{k+1}) são considerados todas as medidas realizadas entre (t_k, t_{k+1}]. Caso não haja informação de sinal GPS no intervalo considerado, apenas as etapas de predição (equações de (4.3) a (4.7)) são realizadas (o que corresponde ao sistema em malha aberta) e a incerteza da *pose* aumenta.

A componente de orientação da equação de predição como apresentada em (4.1) é contínua: $\theta(t_k) \in \mathbb{R}$. Já a observação (fornecida pelo GPS) tem $\theta(t_k) \in [0, 2\pi)$. Duas possibilidades de

tratamento são: *i*) recriar um sinal contínuo temporalmente, a partir de incrementos $\mathbf{y}_3(t_{k+1}) - \mathbf{y}_3(t_k)$ fornecidos pelo GPS ou; *ii*) Garantir que o estado do filtro seja descontínuo.

A solução *i*) corresponde a transformar a orientação fornecida pelo sinal GPS em uma odometria que pode divergir, principalmente pela dificuldade de exclusão de *outliers* em um processo causal; Para o caso *ii*), é necessário realizar um mapeamento que permita que a origem seja contínua e apresente simetria. Neste caso, o intervalo $[-\pi, \pi)$ satisfaz estas condições e o mapeamento é realizado pelas duas operações apresentadas em (4.11) em todas as equações em que é feita alguma operação de soma e multiplicação da orientação. A representação de $\theta \in [0, 2\pi)$ é facilmente obtida pelo mapeamento inverso de (4.11) como $\theta = 2\pi + \theta$, se $\theta < 0$.

$$\begin{aligned} \text{OP1 : } & \theta(t_k) = \text{rem}(\theta(t_k), 2\pi) \text{ e} \\ \text{OP2 : } & \theta(t_k) = \begin{cases} 2\pi + \theta(t_k), & \text{se } \theta(t_k) < -\pi; \\ -2\pi + \theta(t_k), & \text{se } \theta(t_k) \geq \pi; \\ \theta(t_k), & \text{caso contrário.} \end{cases} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Estrutura de Sintonização do Filtro

A matriz de covariâncias de \mathbf{v} é considerada como dependente das velocidades linear e angular fornecidas pelos incrementos de odometria estimados. Para garantir uma matriz $\mathbf{Q} > 0$, considera-se também constantes $\epsilon_i > 0$, além dos termos proporcionais; assim temos que:

$$\mathbf{Q}(\mathbf{u}(t_k)) = \begin{bmatrix} q_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & q_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & q_2^2 \end{bmatrix}, \text{ com } \begin{cases} q_1 = (|u_1|)k_0 + \epsilon_1 \text{ [m]} \\ q_2 = (|u_2|)k_1 + \epsilon_2 \text{ [rad]}. \end{cases} \quad (4.12)$$

Para a observação \mathbf{y} , foi constatado que os erros do sinal do sistema GPS são maiores na componente transversal do movimento (mais preciso na direção tangencial) e afetam diretamente as características não-holonômicas do movimento. Embora a restrição não-holonômica (2.2) não possa ser incluída diretamente ao processo de estimação, pode-se construir uma matriz \mathbf{R} dependente da orientação que apresente uma maior incerteza na direção transversal. Assim, basta escolher os semi-eixos $r_1 < r_2$ de \mathbf{R}_0 como sendo a covariância da observação representada no sistema de coordenadas local fixo ao veículo (r_1 corresponde ao semi-eixo da elipse na direção tangencial). A representação desta covariância no sistema de coordenadas global, dada a orientação θ , é tal que

$$\mathbf{R}(\mathbf{x}(t_k)) = \mathbf{T}(\theta)\mathbf{R}_0\mathbf{T}(\theta)^T, \text{ com } \mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} r_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & r_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & r_3^2 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{T}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.13)$$

4.3 Otimização em Série de Poses

Nesta seção é apresentada uma estratégia de localização que é complementar à estrutura do problema tratado na seção 4.2. A estimação agora não considera a evolução da *pose* apenas como

um processo markoviano, e sim considera um número $n > 1$ finito de *poses* que minimizem uma função custo dependente das transformações rígidas relativas entre os estados e das informações dos sensores envolvidos.

Este tipo de abordagem foi inicialmente descrito em [LM97] e é, em geral, empregado para explorar transformações rígidas relativas fornecidas por sensores externoceptivos como lasers e câmeras [Agr06] em casos de fechamento de laço (*loop closing*) no contexto de localização e mapeamento simultâneos (SLAM), também conhecidos como *Graph SLAM* ou *Pose only SLAM*. Alguns resultados interessantes de mapeamento e localização em larga escala de ambientes externos são apresentados em [SP12b] e [SP12a]. O problema também pode ser adaptado para o contexto de filtragem bayesiana, mas a abordagem determinística apresenta uma representação mais simples.

A formulação aqui desenvolvida combina as relações não-holonômicas entre duas *poses* adjacentes com informações de um sensor absoluto, e não explora aspectos como fechamento de laço entre *poses*. Além disso, apresenta-se uma representação para o vetor de observação (ainda que não-linear) capaz de contornar o problema da descontinuidade da orientação. Esta formulação evidencia que métodos mais precisos e consistentes podem ser obtidos para o problema da localização, caso seja considerado um número de restrições maior entre os estados a serem estimados. A solução obtida apresenta erros de *pose* inferiores ao UKF, robustez à presença de *outliers* na componente de orientação, além de garantir as características não-holonômicas do movimento. No entanto, diferentemente do UKF (recursivo), a formulação por otimização tem um custo computacional maior, o que dificulta seu uso em tempo real em longos percursos.

Colocação do Problema e Modelagem

Considere a estimação da posição e orientação em um referencial \mathcal{R}_r para n instantes (t_{k+1}, \dots, t_{k+n}) (cujo período de amostragem será considerado constante). Os estados associados (*poses*) a cada um destes instantes são denotados por $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)$; $(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_{n-1})$ são os dados de odometria entre dois estados consecutivos, tal que para $k < n$, \mathbf{u}_k é odometria entre as poses \mathbf{x}_k e \mathbf{x}_{k+1} . O vínculo entre duas *poses* consecutivas fornecido pela informação de odometria é modelado de acordo com a versão determinística do modelo de evolução do estado em (4.1) chamado de f (veja figura 4.1).

O sinal GPS adquirido entre os instantes (t_i) e (t_{i+1}) é associado ao estado imediatamente anterior (i.e \mathbf{x}_i) para permitir um comportamento causal. O modelo que relaciona o sinal GPS \mathbf{y}_i ao estado \mathbf{x}_i é denotado por h e é oportunamente apresentado na sequência do texto. A figura 4.1 apresenta um esquema simplificado das relações consideradas entre as informações sensoriais. As variáveis indicadas pelos círculos correspondem às informações de *pose* no problema, sendo que estas podem ser uma condição inicial (\mathbf{p}_0 em azul), *poses* obtidas pelo GPS (\mathbf{y}_i em rosa) ou a serem estimadas (\mathbf{x}_i em branco). O sentido das setas indica a causalidade entre os estados (por exemplo, \mathbf{y}_3 é consequência da aplicação do modelo h ao estado \mathbf{x}_3).

No caso ideal tem-se que as relações $\mathbf{x}_i = f(\mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{u}_{i-1})$ e $\mathbf{y}_i = h(\mathbf{x}_i)$ são verificadas para $\forall i \leq$

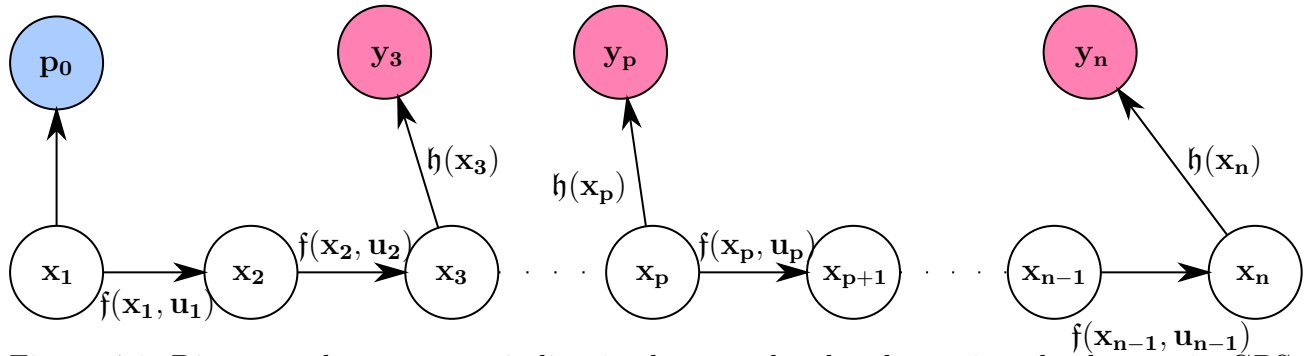


Figura 4.1: Diagrama de *poses* com indicação dos vínculos de odometria e de observação GPS.

n , ou seja, o resíduo das restrições de odometria $r_u(i) = f(\mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{u}_{i-1}) - \mathbf{x}_i$ e do sensor absoluto $r_o(i) = \mathfrak{h}(\mathbf{x}_i) - \mathbf{y}_i$ são nulos para todos os índices i . Evidentemente que todas estas restrições não são satisfeitas em casos reais devido a erros de medição dos sensores empregados, bem como erros de modelagem ou simplificações adotadas em f e \mathfrak{h} ; e portanto, deseja-se encontrar o conjunto de *poses* que reduza a soma dos resíduos das restrições. Ou seja, dados $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 \ \mathbf{u}_2 \ \dots \ \mathbf{u}_{n-1}]^T$ e $\mathbf{G} = [\mathbf{y}_k \ \dots \ \mathbf{y}_p]^T$ (conjuntos das informações de odometria e de observação respectivamente), o problema de estimação proposto consiste em encontrar o conjunto de **todas** as transformações rígidas (*poses*), denotado por $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \dots \ \mathbf{x}_n]^T$, que minimize a função de custo quadrática ponderada por $\mathbf{M} > 0$ simétrica:

$$\min_{\mathbf{X}} \frac{1}{2} \mathfrak{f}\epsilon(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{G})^T \mathbf{M} \mathfrak{f}\epsilon(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{G}) \quad (4.14)$$

Sendo que $\mathfrak{f}\epsilon$ explora as restrições entre os estados e todas as informações sensoriais disponíveis, tal que

$$\mathfrak{f}\epsilon(\mathbf{X}, \mathbf{U}, \mathbf{G}) = \left[\underbrace{\mathbf{x}_1 - \mathbf{p}_0 \quad f(\mathbf{x}_1, \mathbf{u}_1) - \mathbf{x}_2 \quad f(\mathbf{x}_2, \mathbf{u}_2) - \mathbf{x}_3 \quad \dots \quad f(\mathbf{x}_{n-1}, \mathbf{u}_{n-1}) - \mathbf{x}_n}_{\text{Odometria}} \quad \underbrace{\mathfrak{h}(\mathbf{x}_k) - \mathbf{y}_k \quad \dots \quad \mathfrak{h}(\mathbf{x}_p) - \mathbf{y}_p}_{\text{Observações GPS}} \right]^T \quad (4.15)$$

Observe que para n *poses* (ou $(n - 1)$ informações de odometria) e j observações de GPS, tem-se $3n$ variáveis de estimação e $3(n + j)$ equações.

Parametrização e Solução

Como a modelagem da evolução da *pose* dada por f é não-linear no sistema de coordenadas cartesiano, a solução para a função custo em (4.14) é obtida iterativamente. A solução adotada corresponde ao método Gauss-Newton que emprega uma aproximação para a hessiana da função custo (outras possibilidades são apresentadas em [Mal04]). Os extremos \mathbf{X}^* de (4.14) devem

obedecer a

$$\frac{\partial (\frac{1}{2}\mathbf{f}\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{X}^*)^T \mathbf{M} \mathbf{f}\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{X}^*))}{\partial \mathbf{X}} = \left(\frac{\partial \mathbf{f}\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{X}^*)}{\partial \mathbf{X}} \right)^T \mathbf{M} \mathbf{f}\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{X}^*) = \mathbf{0} \quad (4.16)$$

Da aproximação do lado direito de (4.16) pelos dois primeiros termos da série de Taylor em torno $\mathbf{X}(k)$ e definindo a jacobiana $\mathbf{J} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{f}\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{X}(k))$, tem-se

$$\mathbf{J}^T \mathbf{M} \mathbf{f}\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{X}(k)) + \left[\frac{\partial \mathbf{J}^T}{\partial \mathbf{X}} \mathbf{M} \mathbf{f}\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{X}(k)) + \mathbf{J}^T \mathbf{M} \mathbf{J} \right] (\mathbf{X}^* - \mathbf{X}(k)) = \mathbf{0} \quad (4.17)$$

Assim, para $\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} (\mathbf{J}^T) \approx \mathbf{0}$ em (4.17), a solução ótima $\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{X}^*$ é obtida iterativamente por (4.18).

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{X}(k) - (\mathbf{J}^T \mathbf{M} \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{M} \mathbf{f}\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{X}(k), \mathbf{U}, \mathbf{G}) \quad (4.18)$$

Considera-se que uma aproximação de \mathbf{X}^* é obtida quando $\|\mathbf{X}(k+1) - \mathbf{X}(k)\| < \delta$ (condição de parada). Em função da estrutura do conjunto de restrições contidos em $\mathbf{f}\boldsymbol{\epsilon}$, a jacobiana \mathbf{J} é calculada em duas partes, uma para as restrições de odometria \mathbf{J}_u e outra para as observações GPS \mathbf{J}_o , tal que $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_u \\ \mathbf{J}_o \end{bmatrix}$. Para as $3n$ primeiras linhas da equação em (4.15), que correspondem aos vínculos de odometria, temos que:

$$\mathbf{J}_u = \begin{matrix} & \mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_2 & \mathbf{x}_3 & \mathbf{x}_4 & & \mathbf{x}_{n-1} & \mathbf{x}_n \\ \mathbf{f}\boldsymbol{\epsilon}_1 & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{f}\boldsymbol{\epsilon}_2 & \mathbf{J}_f(\mathbf{x}_1, \mathbf{u}_1) & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{f}\boldsymbol{\epsilon}_3 & \mathbf{0} & \mathbf{J}_f(\mathbf{x}_2, \mathbf{u}_2) & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{f}\boldsymbol{\epsilon}_4 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \ddots & \ddots & & \vdots & \vdots \\ & \vdots & \vdots & & \ddots & \ddots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{f}\boldsymbol{\epsilon}_{n-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & & -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{f}\boldsymbol{\epsilon}_n & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_f(\mathbf{x}_{n-1}, \mathbf{u}_{n-1}) & -\mathbf{I} \end{matrix} \quad (4.19)$$

em que $\mathbf{J}_f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -u_1 \sin(\theta+u_2/2) \\ 0 & 1 & u_1 \cos(\theta+u_2/2) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ é a jacobiana do modelo de evolução em (4.1). Caso não haja outras informações sensoriais além da odometria, a solução ótima das *poses* (\mathbf{X}^*) corresponde à própria odometria, calculada incrementalmente.

De maneira oposta ao tratamento discreto estabelecido para a componente de orientação em (4.11), a formulação determinística em (4.14) pressupõe variáveis contínuas (sem descontinuidades). Com o intuito de retirar a descontinuidade intrínseca da componente de atitude, é realizado um mapeamento por uma aplicação que apresente um conjunto imagem contínuo. Assim, observe que funções seno e cosseno apresentam as características desejadas, e além disso são de classe \mathcal{C}^∞ . Tomando a aplicação cosseno, tem-se o modelo de observação

$$\mathfrak{h}(\mathbf{x}) = [x \ y \ \cos(\theta)]^T \quad (4.20)$$

O sistema com o modelo de observação em (4.20) continua sendo localmente observável em todo

o domínio [AL05][HK77] desde que $\mathbf{u} \neq \mathbf{0}$ (i.e, que exista movimento) – basta verificar por inspeção que a matriz de observabilidade $\mathbf{O} = \left[\frac{\partial \mathcal{L}_f^0 \mathbf{h}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \quad \dots \quad \frac{\partial \mathcal{L}_f^{m-1} \mathbf{h}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right]^T$, em que $\mathcal{L}_f^n \mathbf{h}$ é a derivada de Lie de ordem n de \mathbf{h} em relação a \mathbf{f} , apresenta posto completo para qualquer par (\mathbf{x}, \mathbf{u}) se $(u_1, u_2) \neq (0, 0)$. As $3j$ linhas restantes de $\mathbf{f}\mathbf{e}$ correspondem às observações do sensor absoluto (GPS) e são modeladas pela função \mathbf{h} em (4.20). Para os dados $\mathbf{G} = [\mathbf{y}_k \dots \mathbf{y}_p]^T$, que idealmente são observações dos estados $(\mathbf{x}_k, \dots, \mathbf{x}_p)$, tem-se o bloco correspondente \mathbf{J}_o dado por (4.21), em que $\mathbf{J}_h(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin(\theta) \end{bmatrix}$ é a jacobiana de (4.20).

$$\mathbf{J}_o = \begin{matrix} & \mathbf{x}_1 & & \mathbf{x}_{k-1} & \mathbf{x}_k & \mathbf{x}_{k+1} & & \mathbf{x}_{p-1} & \mathbf{x}_p & \mathbf{x}_{p+1} & & \mathbf{x}_n \\ \mathbf{f}\mathbf{e}_{n+1} & \left[\begin{array}{cccccccccc} \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{J}_h(\mathbf{x}_k) & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & & \vdots & & & & & & & \vdots & \\ \mathbf{f}\mathbf{e}_{n+j} & \left[\begin{array}{cccccccccc} \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{J}_h(\mathbf{x}_p) & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \end{array} \right] \end{matrix} \right. & (4.21)$$

Finalmente, a escolha dos termos de ponderação em $\mathbf{M} > 0$ (diagonal ou não) deve refletir a validade dos modelos de evolução e observação empregados, bem como a precisão do conjunto de medidas \mathbf{U} e \mathbf{G} .

4.4 Resultados em Simulação e Experimentais

No que segue, o filtro UKF de localização (seção 4.2) será denotado por LUK e a otimização em série (seção 4.3) como LOT. São apresentados inicialmente os resultados em simulação e, a seguir, os experimentais.

Resultados de Simulação

Para avaliar o desempenho das metodologias, bem como suas parametrizações, foram utilizados dados gerados pelo simulador cinemático com as mesmas parametrizações apresentadas na seção 2.3. As informações de odometria foram obtidas aplicando-se a metodologia MEO para uma realização da trajetória (a localização fornecida apenas pela odometria MEO, da realização utilizada, é mostrada no gráfico superior esquerdo da figura 4.2).

Os dados de posição GPS simulados foram gerados pela adição de um ruído gaussiano com desvio padrão $\sigma_x = \sigma_y = 0.5\text{m}$ ao *ground truth* em ambas as coordenadas – ver gráfico direito da figura 4.2. Este ruído aditivo da posição GPS não apresenta média nula em algumas regiões da trajetória (em concordância com os saltos que ocorrem em sistemas GPS reais) de maneira que o sistema apresenta uma polarização na direção transversal do movimento de -3 a 3m que se alterna a cada 10 medidas (na parte em que o veículo trafega em linha reta a alteração ocorre a cada 4 medidas). Para a componente de orientação GPS foi adicionado um ruído gaussiano de média nula e desvio padrão $\sigma_\theta = 9^\circ$, assim como *outliers* em três instantes (para $t = 4$, $t = 14$ e $t = 20\text{s}$) como mostrado na imagem inferior esquerda da figura 4.2. A taxa de amostragem é de 50Hz para a odometria e 5Hz para os dados GPS.

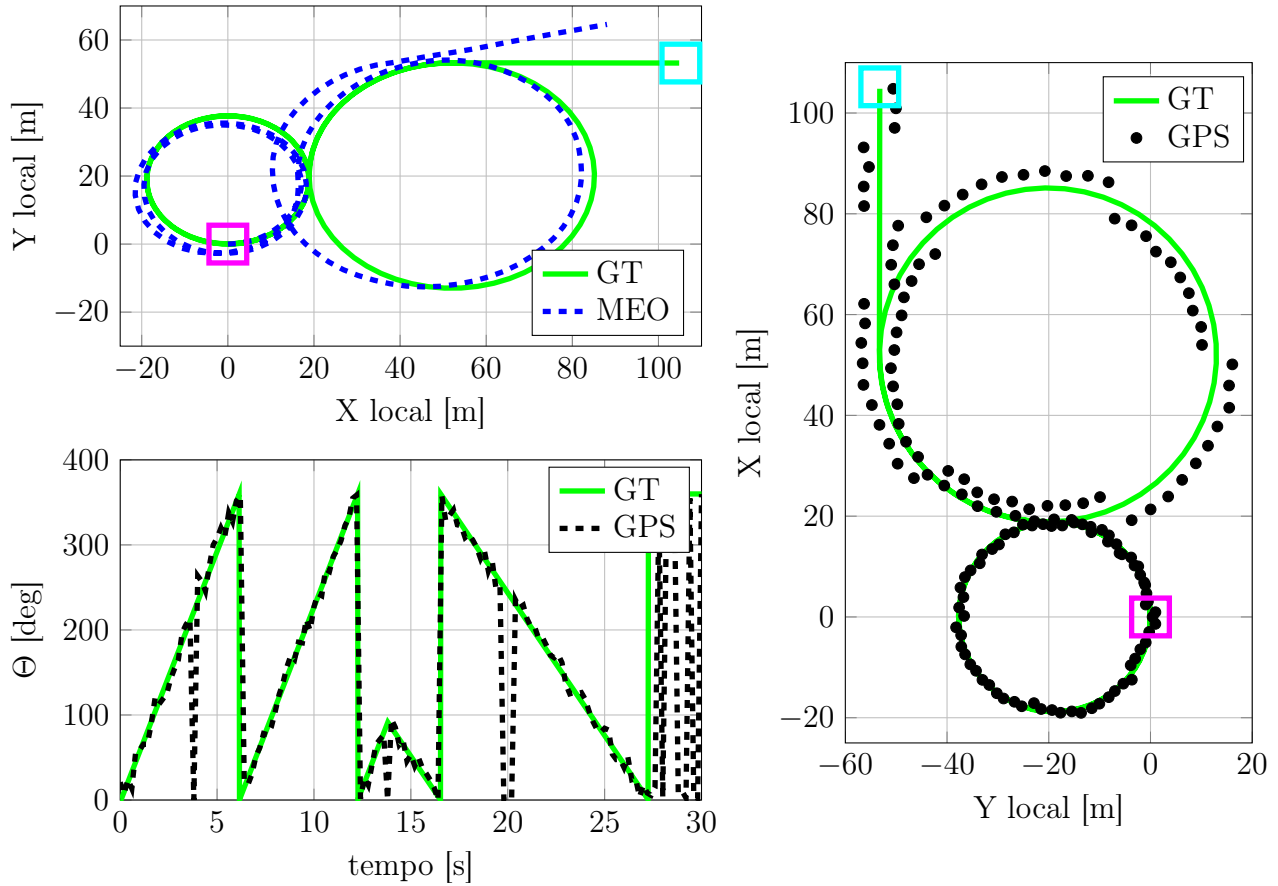


Figura 4.2: Dados simulados para validação dos esquemas de localização. A figura superior esquerda mostra a evolução da posição fornecida pela odometria MEO (em azul tracejado). Os dados GPS simulados de posição estão na figura à direita e a orientação na parte inferior esquerda (preto/tracejado). Os dados de referência (*ground truth* – GT), nos três gráficos, são indicados em verde/contínuo.

Para o LUK foram selecionados os seguintes parâmetros de sintonização (indicados na subseção 4.2): *i*) odometria com $k_0 = 0.1$ (ou um erro de 10cm/m), $k_1 = 0.17$ (ou $60^\circ/360^\circ$ e $\epsilon = 0.001$ (constante que assegura $\mathbf{Q} > 0$ quando $u_1 = 0$ ou $u_2 = 0$); *ii*) para o GPS $r_1 = 3\text{m}$, $r_2 = 5\text{m}$ e $r_3 = 18^\circ$. Foram adotadas as mesmas parametrizações na matriz de ponderação \mathbf{M} do LOT, com excessão da orientação em \mathfrak{h} que tem $m_{ii} = 0.4^{-2}$, $i = 3, 6, 9, \dots, 3n$.

Os critérios de desempenho temporais considerados são o erro de posição em X ($e_X(t_k)$), o erro de posição em Y ($e_Y(t_k)$), o erro de orientação ($e_\Theta(t_k)$) e o resíduo de holonomicidade ($e_H(t_k)$) definido em (4.2), que avalia a consistência do deslocamento efetuado entre dois instantes. O desempenho de cada metodologia para estes critérios é apresentado na figura 4.3.

Observa-se pela figura 4.3 que a metodologia LOT tem melhor desempenho para todas as métricas adotadas, além de que o movimento estimado pelo LUK sofrer com a inclusão de holonomicidades (deslocamentos laterais) pela etapa de inovação do filtro (e_H no gráfico inferior da figura 4.3). A influência dos *outliers* na componente de orientação é facilmente identificada

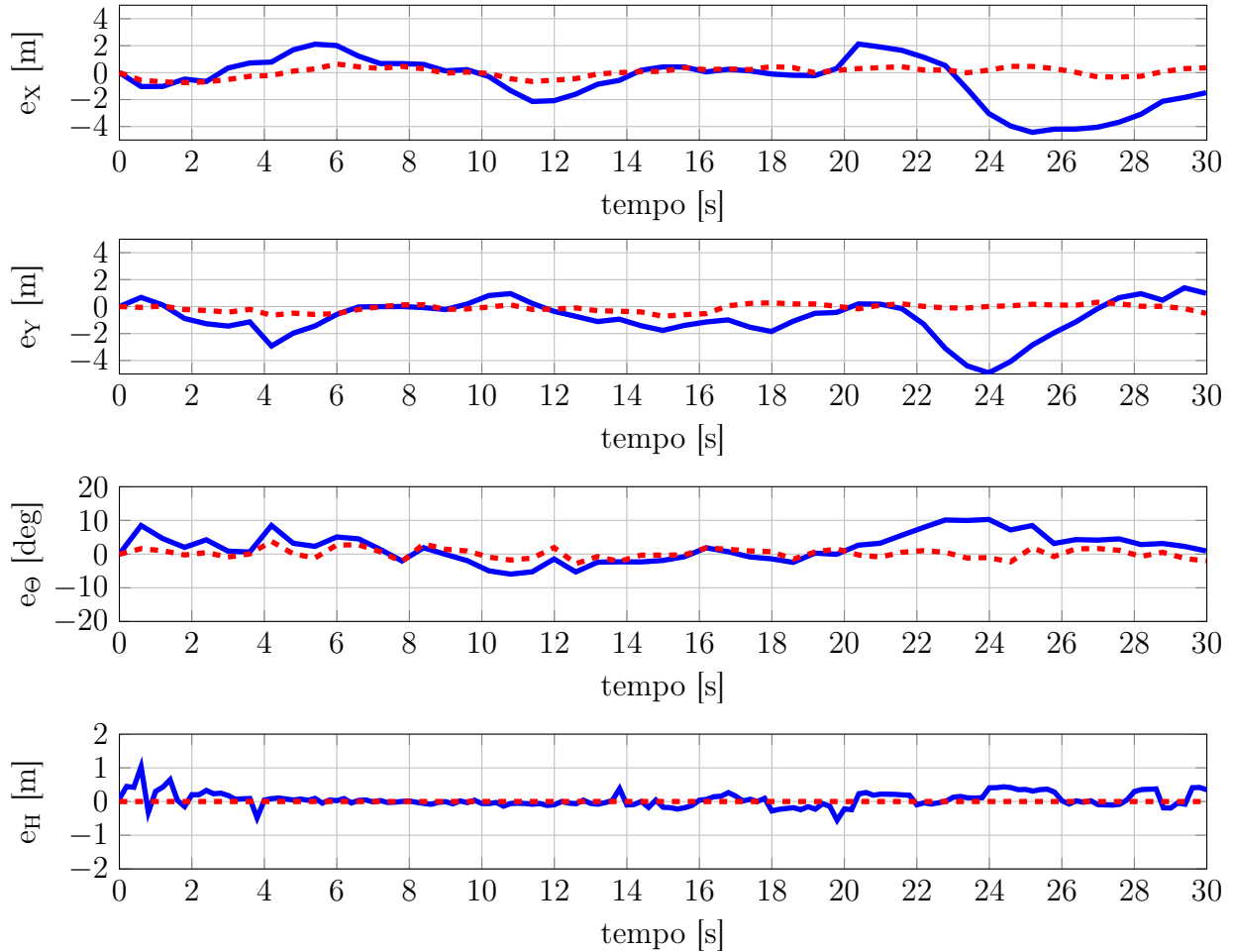


Figura 4.3: Erros de *pose* e holonomicidade para as metodologias LUK (azul/contínuo) e LOT (em vermelho/tracejado).

nos instantes $t = 4$ e $t = 20$ s para o LUK – bem como a influência das polarizações da posição GPS para $t > 15$ s. Apesar da robustez apresentada pelo LOT, as n *poses* corrigidas só são obtidas após a conclusão de todo o trecho e não em tempo real (diferentemente do LUK). No entanto, observe que a influência das informações \mathbf{u}_{k+i} e \mathbf{y}_{k+i} sobre o estado \mathbf{x}_k diminui com o aumento de i (a contribuição de informações muito distantes é reduzida). A otimização é assim realizada por trechos, e considera apenas as *poses* e os dados sensoriais contidos em janela temporal Δt – este procedimento também permite factibilidade computacional em grandes percursos. O cálculo das 600 *poses* (ou seja 1800 variáveis) levou 7s para a implementação sem otimização de eficiência em Matlab.

Resultados Experimentais

A avaliação experimental foi realizada com o mesmo conjunto de dados usado no capítulo 2. Os dados foram adquiridos pelo sistema embarcado do veículo elétrico do projeto VERO,

em um percurso no *campus* do CTI mostrado na figura 4.4 em que o veículo realiza duas voltas no estacionamento e segue pelas vias internas. A informação de odometria é obtida pelo método MEO (apresentada no capítulo 2) e utiliza encoders incrementais nas quatro rodas e direção – com uma resolução de 0.046° na configuração de montagem utilizada. O receptor GPS empregado é um NOVATEL/Superstar II - SSII-5-5Hz com *Circular Error Probability* (CEP) de $5m$. Os encoders são amostrados a 40Hz, o GPS a 5Hz e a fusão odometria-GPS é computada na taxa de 20Hz. A duração aproximada do percurso é de 1300s, o que consiste em 26000 informações de *pose*. Para fins de comparação, um sistema Applanix de precisão centimétrica, embarcado no veículo, fornece o *ground truth* da trajetória

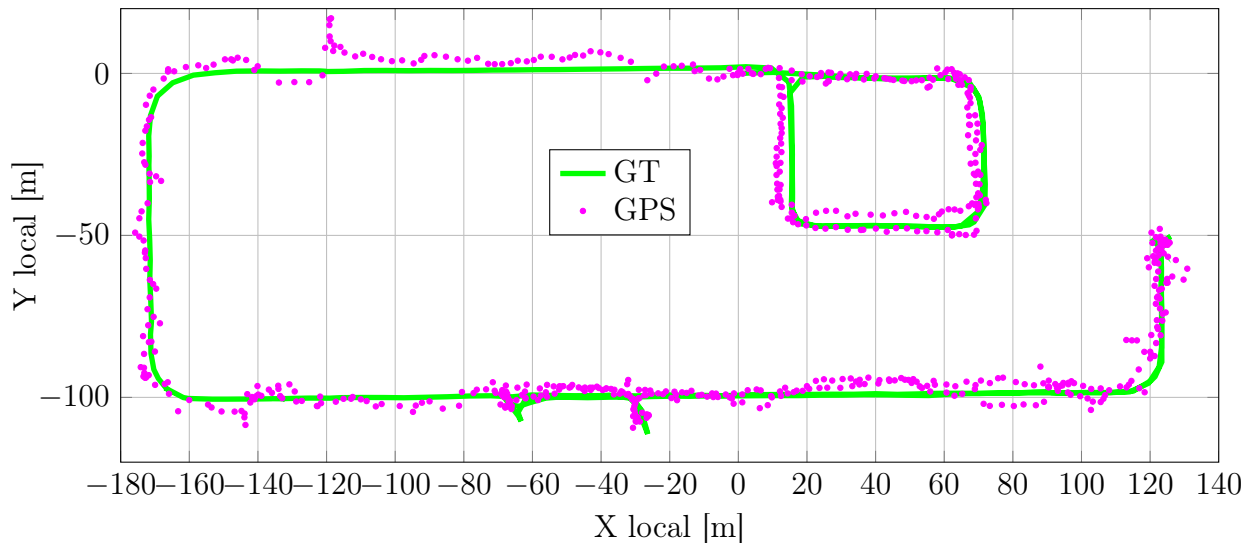


Figura 4.4: Coordenadas 2D fornecidas pelo sistema de referência de localização (*ground truth* – GT) Applanix (verde/tracejado) e pelo GPS (rosa/contínuo). O sinal de posição GPS apresenta várias polarizações locais e erros de até 20m na direção transversal ao movimento.

Além da imprecisão inerente ao GPS pela ocorrência de saltos (visíveis na figura 4.4), as informações adquiridas no percurso apresentaram ainda vários dados aberrantes (*outliers*) na componente de orientação (gráfico superior esquerdo da figura 4.5), visto que o ambiente apresenta oclusões (árvores, edifícios) e que o veículo trafega em baixas velocidades em algumas regiões. O efeito destes erros é bastante reduzido pelo esquema de fusão LUK como mostrado nas trajetórias da ilustração inferior esquerda da figura 4.5 e na figura 4.6). As estimativas ainda assim sofrem com as polarizações na direção transversal do movimento, i.e deslocamentos holonômicos que não são possíveis, mesmo com as adaptações apresentadas na seção 4.2.

Finalmente a figura 4.6 apresenta os erros de *pose* em relação ao sistema Applanix, segundo as metodologias LUK e LOT. O erro de estimação da orientação do veículo pelo LUK mostrou-se coerente, fornecendo uma informação com menor variância e bastante próxima da referência – com exceção das estimativas em $t < 50s$, $950 < t < 1000s$ e $t > 110s$ que concentram muitas medidas aberrantes, como mostrado no gráfico superior esquerdo da figura 4.5.

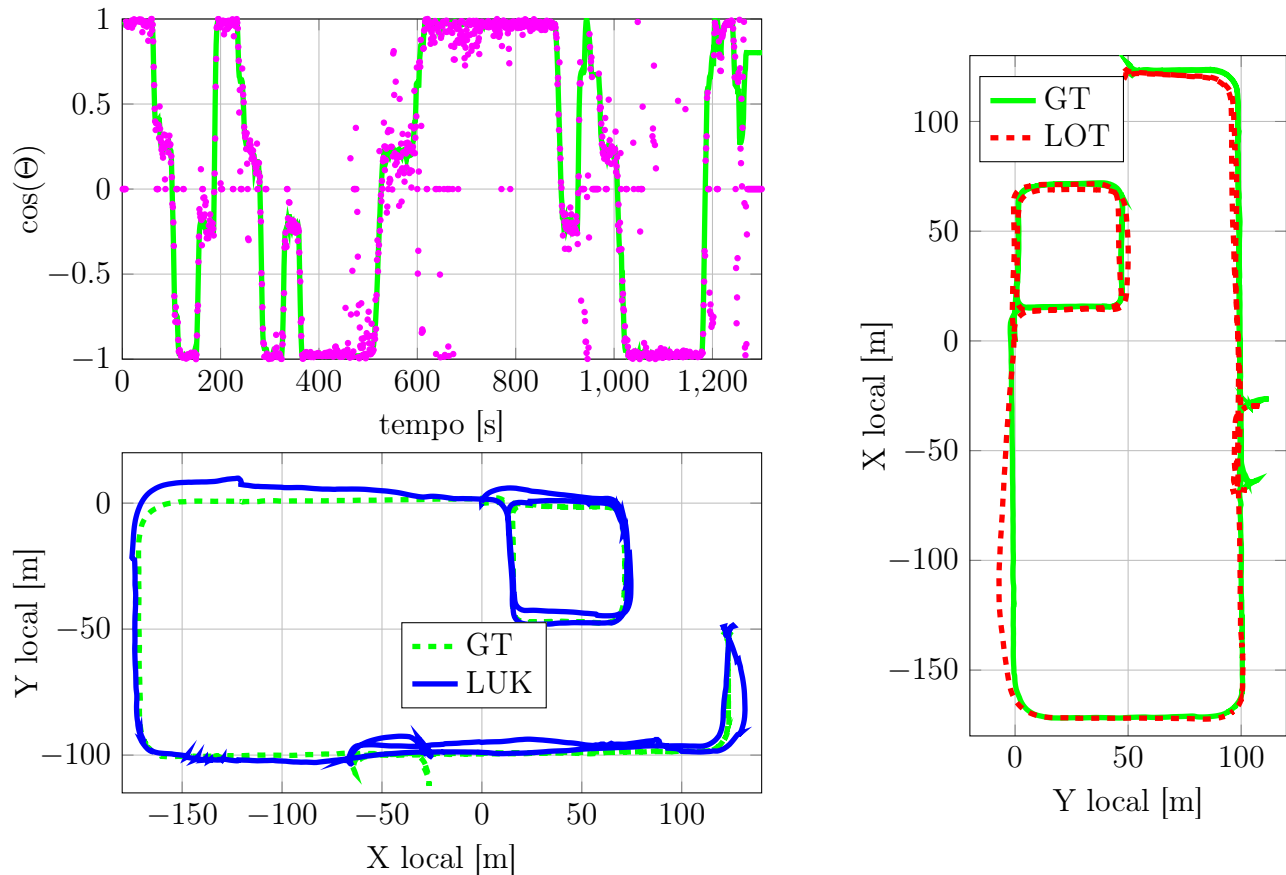


Figura 4.5: Orientação fornecida pelo receptor GPS e posições estimadas pelos esquemas de localização LUK e LOT. A figura superior esquerda mostra a componente de orientação do GPS (em rosa) e a referência fornecida pelo sistema applanix GT (em verde) – note a grande quantidade de ruído e de pontos aberrantes presentes. A posição pela metodologia LUK é apresentada na imagem inferior esquerda (azul/contínuo) e a posição estimada por LOT é mostrada na imagem direita (vermelho/tracejado).

Os mesmos dados sensoriais, e com as mesmas matrizes de sintonização, foram utilizados na estimação LOT. Os resultados obtidos foram superiores aos anteriores para todas as métricas ilustradas na figura 4.6. A posição estimada pode ser visualizada na figura 4.5 à direita. As 26000 *poses* (percurso total) foram divididas em subconjuntos contendo 1500 *poses* cada (ou seja 4500 variáveis de estimação) para permitir factibilidade computacional. A inicialização da equação de recorrência ($\mathbf{X}(0)$) é feita pelas *poses* obtidas considerando apenas a odometria MEO. Observe que a posição estimada é consistente com a característica de não-holonomicidade do sistema, o que é confirmado pelo resíduo e_H apresentado no gráfico inferior da figura 4.6. No entanto, como explicado anteriormente, a estimativa LOT demanda um processamento computacional muito superior ao LUK e sua implementação neste trabalho não foi realizada em tempo real.

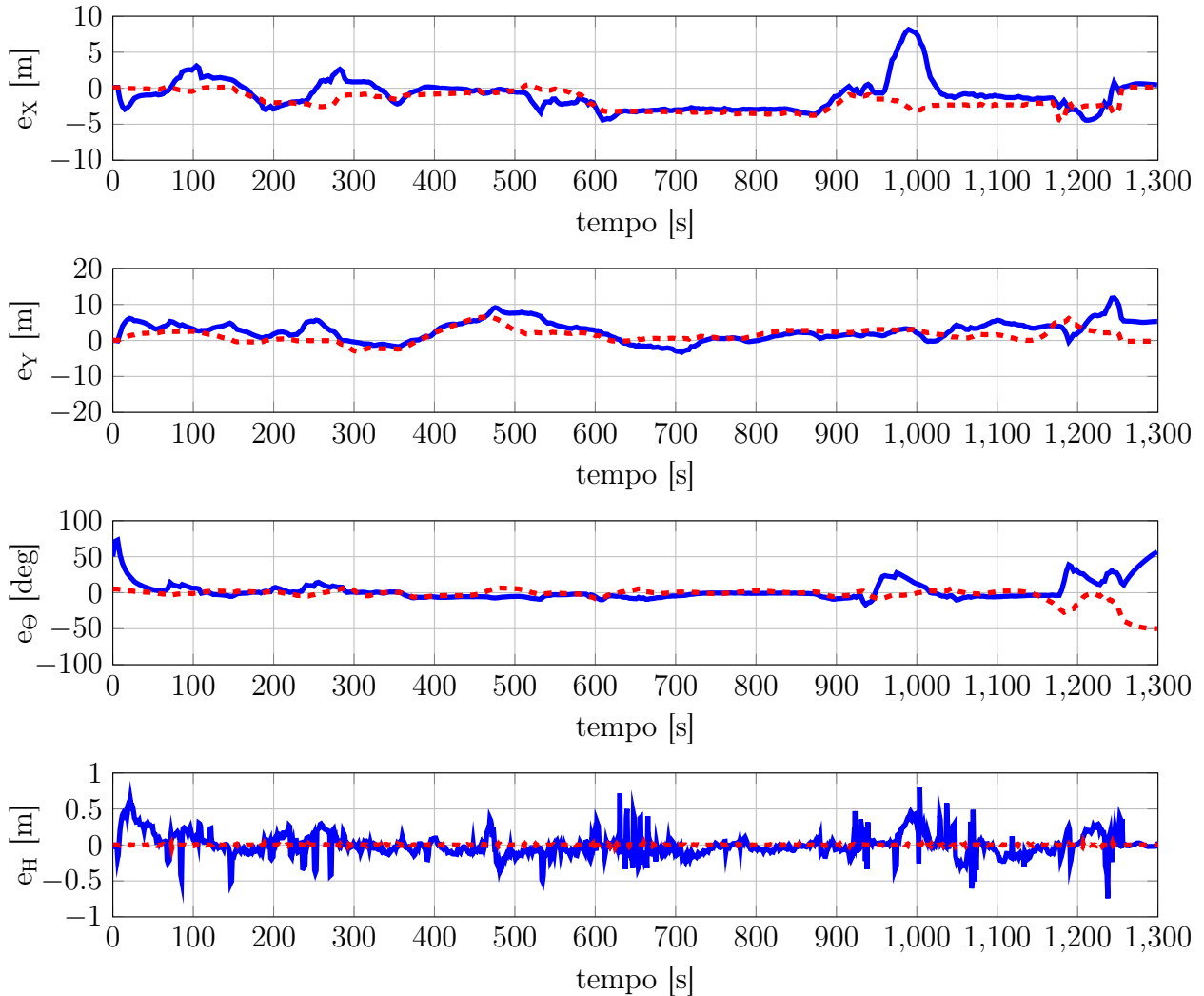


Figura 4.6: Erros de *pose* e holonomicidade para as metodologias LOT (em vermelho/tracejado) e LUK (azul/contínuo).

4.5 Conclusões

Este capítulo apresentou esquemas de localização com intuito de fornecer uma informação de *pose* a uma taxa constante (independente da disponibilidade do sinal GPS), com erro limitado e com precisão local. As metodologias exploradas se baseiam na combinação de odometria e dados de um sensor absoluto GPS, em um esquema de fusão sensorial sequencial e em uma formulação de estimação em série pela otimização de restrições entre as *poses* a estimar e todas as informações sensoriais passadas. A fusão LUK foi formulada empregando-se o filtro UKF, e é apresentado um procedimento de limitação da orientação do estado estimado para combiná-lo com a informação descontínua de orientação fornecida pelo GPS. Para a segunda metodologia (LOT), apresentamos uma solução para o problema de equações não-lineares, e neste caso é proposto um mapeamento da componente de orientação do vetor de observação

para que o problema possa ser tratado e que ao mesmo tempo garanta a observabilidade do sistema. Definimos também um resíduo de holonomicidade que fornece uma indicação de quão consistente foi a transformação relativa entre duas informações de *pose* sucessivas.

As metodologias reduzem os efeitos de deriva da odometria e de saltos/dados aberrantes advindos do GPS, sendo que o desempenho da LOT mostrou-se superior ao obtido com a LUK. No entanto, a implementação realizada neste trabalho (em Matlab e sem otimização de código), não se mostra apropriada para a estimação em tempo real (ainda que o conjunto de *poses* do percurso completo tenha sido dividido em subconjuntos de 1500 posições e orientações). Na sequência dos trabalhos serão abordadas melhorias nas metodologias apresentadas, assim como a abordagem por outras técnicas como filtragem complementar.

CAPÍTULO 5

Conclusões Finais e Perspectivas

Este trabalho abordou o desenvolvimento de estratégias de localização para a navegação autônoma de um veículo robótico terrestre. A principal contribuição do trabalho está na nova formulação de odometria por múltiplos encoders como um problema de otimização, bem como as extensões para a estimação concomitante de polarizações. Uma segunda contribuição consiste na adaptação de esquemas de fechamento de laço para a estimação em série de *poses* no esquema de fusão, além da definição de mapeamentos que viabilizem o uso de medidas de orientação descontínuas.

Primeiramente no capítulo 2, foi apresentado aspectos relevantes da modelagem cinemática considerada, bem como conversões e restrições para que esta modelagem seja válida. Tanto a modelagem quanto as conversões são tratadas da forma mais geral possível, a fim de permitir flexibilidade para a sua utilização/adaptação. Na sequência, foi desenvolvida a formulação da odometria MEO, em que as informações provenientes de múltiplos encoders (das quatro rodas e de direção) são combinadas para a obtenção de incrementos de odometria, segundo um critério de otimalidade quadrático. Em seguida, foram propostas extensões desta formulação que consideram a estimação concomitante de possíveis polarizações. As validações tanto em simulação, quanto experimental forneceram incrementos de *pose* mais precisos que aqueles obtidos pela odometria clássica diferencial.

No capítulo 3 foi tratada a estimação dos incrementos de *pose* a partir da estrutura do ambiente, usando um sensor laser monocamada. Foram apresentados resultados experimentais de odometria pelo PSM, sendo que a odometria telemétrica teve uma estimação aceitável apenas em regiões mais estruturadas, com grande quantidade de pontos, mas ainda assim com uma precisão muito inferior às obtidas pela odometria das rodas. Esta foi sem dúvida a formulação menos explorada na pesquisa, principalmente pelo caráter esparsa e a falta de estruturação do ambiente externo que influenciam diretamente as características de observabilidade da transformação rígida.

A próxima etapa, apresentada no capítulo 4, consistiu na combinação da odometria MEO com dados de posição e orientação provenientes de um receptor GPS em esquemas de fusão sensorial, no intuito de se obter uma localização a uma taxa de amostragem constante, com

erro limitado independentemente do tamanho do percurso e com precisão local (sem saltos). Em um primeiro momento, empregou-se o UKF para a estimação sequencial do estado (LUK). Uma segunda formulação, complementar à estimação sequencial, considera um número finito de *poses* que minimiza uma função custo dependente das transformações rígidas relativas entre os estados e das informações dos sensores envolvidos (LOT). Foram definidas várias métricas para a avaliação dos desempenhos de cada metodologia, dentre estas, o resíduo de holonomicidade – que fornece uma indicação de quão inconsistente foi o movimento estimado, de acordo com as características não-holonômicas esperadas do sistema físico. A estratégia LUK é facilmente executada em tempo real. Já a segunda formulação, embora forneça melhores resultados para todas as métricas consideradas – mas notadamente para o resíduo de holonomicidade – é processada em batelada e o trabalho não abordou a sua exequibilidade para utilização em tempo real.

Alguns pontos a serem explorados em trabalhos futuros são:

- Análise englobando aspectos formais de observabilidade, tanto do esquema MEO como da formulação simultânea de polarizações, para uma descrição completa das limitações e a influência de diferentes configurações de erros na estimação;
- A inclusão de características dinâmicas ao estimador MEO, que modelem temporalmente as variáveis de estado (dos incrementos de odometria e das polarizações), podendo ser uma ferramenta útil para a estimação de deslizamentos longitudinais;
- A construção de uma formulação de alinhamento absoluta (e não relativa) no processo de *matching* dos pontos 2D do laser monocamada, bem como a detecção e o fechamento de laço para a correção de *pose*;
- Melhorias no processo de fusão sequencial pela utilização adicional de velocidades fornecidas pelo sistema GPS em um esquema de filtragem complementar, de forma a permitir a aplicação direta de diferentes ponderações das componentes de posição tangencial e transversal ao movimento do veículo. Além disso, no contexto de filtragem complementar, a síntese do observador pode ser realizada diretamente no grupo $SO(n, \mathbb{R})$ para reduzir os problemas advindos da descontinuidade intrínseca do *heading* no sistema cartesiano;
- Adaptações na política de utilização do conjunto de restrições de *pose* no contexto da fusão em batelada. Uma possibilidade seria a adoção da estratégia Dividir e Conquistar (*Divide and Conquer* – D&C), para permitir factibilidade de implementação em tempo real em longos percursos e garantir desempenho semelhante aos resultados apresentados neste trabalho.

Referências Bibliográficas

- [Agr06] Motilal Agrawal. A Lie algebraic approach for consistent pose registration for general euclidean motion. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2006. 37
- [AL05] Luis Antonio Aguirre and Christophe Letellie. Observability of multivariate differential embeddings. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 38, 2005. 40
- [BBCM01] Philippe Bonnifait, Pascal Bouron, Paul Crubillé, and Dominique Meizel. Data fusion of four ABS sensors and GPS for an enhanced localization of car-like vehicles. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2001. 2, 6, 12
- [BEFW97] J. Borenstein, H. R. Everett, L. Feng, and D. Wehe. Where am i? sensors and methods for mobile robot positioning, 1997. 1
- [BF96] Johann Borenstein and Liqiang Feng. Measurement and correction of systematic odometry errors in mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12, 1996. 1, 2
- [BM92] Paul J. Besl and Neil D. McKay. A method for registration of 3D shapes. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14, 1992. 23
- [BSLK02] Yaakov Bar-Shalom, X.Rong Li, and Thiagalingam Kirubarajan. *Estimation with Application to Tracking and Navigation*. Wiley & Sons, Inc, 2002. 33
- [CJ04] John L. Crassidis and John L. Junkins. *Optimal Estimation of Dynamic Systems*. Chapman & Hall Inc, 2004. 33
- [CMR07] A.I. Comport, E. Malis, and P. Rives. Accurate quadrifocal tracking for robust 3D visual odometry. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2007. 2
- [DK07] Albert Diosi and Lindsay Kleeman. Fast laser scan matching using polar coordinates. *The International Journal of Robotics Research*, 26:1125–1153, 2007. 23, 26

- [HA10] Qi-Xing Huang and Dragomir Anguelov. High quality pose estimation by aligning multiple scans to a latent map. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2010. 2
- [HK77] Robert Hermann and Arthur Krener. Nonlinear controllability and observability. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22, 1977. 40
- [HW12] Songlai Han and Jinling Wang. Integrated GPS/INS navigation system with dual-rate kalman filter. *GPS Solutions*, 16(3), 2012. 1
- [JUDW00] Simon Julier, Jeffrey Uhlmann, and Hugh F. Durrant-Whyte. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45, 2000. 33, 34
- [Kan94] K. Kanatani. Analysis of 3D rotation fitting. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 16, 1994. 24
- [LM97] F. Lu and E. Milios. Globally consistent range scan alignment for environment mapping. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 4, 1997. 2, 37
- [LO11] Yangming Li and Edwin B. Olson. Structure tensors for general purpose LIDAR feature extraction. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2011. 27
- [LOS98] Alessandro De Luca, Giuseppe Oriolo, and Claude Samson. Feedback control of a nonholonomic car-like robot. In *Robot Motion Planning and Control*. Springer Verlag, 1998. 6, 7
- [LW91] J. J. Leonard and Durrant H. Whyte. Mobile robot localization by tracking geometric beacons. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 7(3), 1991. 1
- [Mal04] Ezio Malis. Improving vision-based control using efficient second-order minimization techniques. In *IEEE/RSJ International Conference on Robotics and Automation*, 2004. 38
- [MAR⁺11] L.G.B. Mirisola, H. Azevedo, J.J.G. Ramos, S.S. Bueno, J.R. Azinheira, and E.C de Paiva. Validação experimental de um veículo robótico terrestre para ambientes externos. In *X Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, São João del-Rei, Brasil, 2011. 3
- [MS08] Pascal Morin and Claude Samson. Motion control of wheeled mobile robots. In *Handbook of Robotics*. Springer Verlag, 2008. 6
- [NBN07] Juan Nieto, Tim Bailey, and Eduardo Nebot. Recursive scan-matching SLAM. *Robotics and Autonomous Systems*, 55:39–49, 2007. 1

-
- [NFQM11] Andreas Nüchter, Seyedshams Feyzabadi, Deyuan Qiu, and Stefan May. SLAM à la carte GPGPU for globally consistent scan matching. In *European Conference on Mobile Robotics*, 2011. 25
- [SMR08] Geraldo Silveira, Ezio Malis, and Patrick Rives. An efficient direct approach to visual SLAM. *IEEE Transactions on Robotics*, 24:969–979, 2008. 2
- [Sot03] Miguel Angel Sotelo. Lateral control strategy for autonomous steering of ackerman-like vehicles. *Robotics and Autonomous Systems*, 45, 2003. 6
- [SP12a] Niko Sunderhauf and Peter Protzel. Switchable constraints for robust pose graph SLAM. In *IEEE/RSJ International Conference on Robotics and Automation*, 2012. 37
- [SP12b] Niko Sunderhauf and Peter Protzel. Towards a robust back-end for pose graph SLAM. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2012. 1, 37
- [TGB05] Josep M. Mirats Tur, José Luis Gordillo, and Carlos Albores Borja. A closed-form expression for the uncertainty in odometry position estimate of an autonomous vehicle. *IEEE Transactions on Robotics*, 21(5), 2005. 2