

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO  
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Busca Tabu Aplicada ao Problema de  
Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega**

**Autor:** Elias Goraieb  
**Orientador:** Dr. Vinícius Amaral Armentano

**Campinas  
Outubro de 2005**

|                                                                                       |
|---------------------------------------------------------------------------------------|
| Este exemplar corresponde à redação final da tese defendida por: <u>ELIAS GORAIEB</u> |
| _____ e aprovada pela Comissão                                                        |
| Julgada em <u>14/10/05</u> <u>Vinícius e Armentano</u>                                |
| _____ Orientador                                                                      |

|            |                                     |
|------------|-------------------------------------|
| UNIDADE    | BC                                  |
| Nº CHAMADA | +UNICAMP                            |
|            | G65b                                |
| V          | EX                                  |
| TOMBO BC/  | 68960                               |
| PROC.      | 16.133-06                           |
| C          | <input type="checkbox"/>            |
| D          | <input checked="" type="checkbox"/> |
| PREÇO      | 16,00                               |
| DATA       | 27/06/06                            |

BIBID - 382751

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| G65b | <p>Goraieb, Elias</p> <p>Busca tabu aplicada ao problema de roteamento de veículos com coleta e entrega / Elias Goraieb. --Campinas, SP: [s.n.], 2005.</p> <p>Orientador: Vinícius Amaral Armentano</p> <p>Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.</p> <p>1. Veículos. 2. TABU (Linguagem de programação de computadores). 3. Análise de trajetória. I. Armentano, Vinícius Amaral. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.</p> |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Título em Inglês: A tabu search for the vehicle routing problem with pickup and delivery

Palavras-chave em Inglês: Vehicle routing, Pickup and delivery, Tabu search, Path relinking

Área de concentração: Engenharia de Sistemas

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Franklin Maria Bragion de Toledo, Horácio Hideki Yanasse e Takaaki Ohishi

Data de defesa: 14/10/2005

## COMISSÃO JULGADORA - TESE DE MESTRADO

Candidato(a): Elias Goraieb

Data da Defesa: 14 de outubro de 2005

Título da Tese: "Busca Tabu Aplicada ao Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega"

### AVALIAÇÃO FINAL

Será considerada aprovada a tese que obtiver aprovação da maioria dos membros da Comissão Julgadora.

Votos Favoráveis: 7

Votos Contrários: 0

Resultado (Aprovada ou Reprovada): APROVADA

Prof. Dr. Vinícius Amaral Armentano (Presidente):

Vinícius A. Armentano

Prof. Dr. Horácio Hideki Yanasse:

Profa. Dra. Franklina Maria Bragion de Toledo:

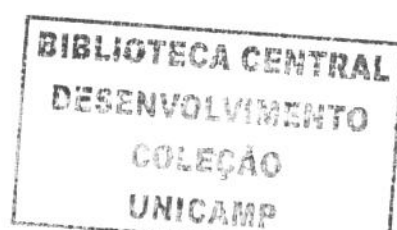
Franklina Maria Bragion de Toledo

Prof. Dr. Takaaki Ohishi:

Takaaki Ohishi

BIBLIOTECA CENTRAL  
DESENVOLVIMENTO  
COLEÇÃO  
UNICAMP

Aos meus pais, Ibrahim e Dilma,  
e a meus irmãos, Karen e Habib





## Agradecimentos

Gostaria de agradecer a todos aqueles que colaboraram de forma direta e indireta para a realização deste trabalho, em especial:

- ao Prof. Vinícius Amaral Armentano, que não poupou esforços para me guiar através de todo o desenvolvimento deste trabalho, com paciência, sabedoria e, principalmente, com sincera amizade;
- à FAPESP pelo apoio Financeiro;
- ao revisor da FAPESP;
- ao pessoal do Laboratório de Otimização do DENSIS, em especial ao Rodrigo Branchini, Marcelo Mitsumoto e Olinto Araújo pelas valiosas discussões;
- e, claro, à minha família, que durante todo esse tempo tem me dado apoio e me ajudado em todas as horas difíceis.

## Resumo

Este trabalho aborda o problema de roteamento de veículos com coleta e entrega, visando à minimização do número de veículos utilizado e a distância total percorrida. O pedido de serviço é atendido por um veículo na janela de tempo imposta pelo cliente, e envolve uma coleta na origem que precede a entrega no destino. A capacidade dos veículos é limitada e uma rota tem duração máxima. Um algoritmo de busca tabu é proposto para a resolução deste problema. Diversas estratégias avançadas são incorporadas ao algoritmo, tais como redução de vizinhança, diversificação da busca, e utilização da metodologia *path relinking*.

**Palavras-chave:** Roteamento de Veículos, Coleta e Entrega, Busca Tabu, *Path Relinking*

## Abstract

This work considers the vehicle routing problem with pickup and delivery with the objectives of minimizing the fleet size and the total travel distance. Each service request is served by a vehicle within time windows imposed by the clients, and involves a pickup origin that precedes a delivery destination. The capacity of the vehicle and the total route duration are limited. A tabu search algorithm is proposed to solve this problem. Several advanced strategies are incorporated in the algorithm, such as neighborhood reduction, search diversification, and path relinking.

**Keywords:** Vehicle Routing, Pickup and Delivery, Tabu Search, Path Relinking

# Índice

|                                                                                            |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Agradecimentos .....                                                                       | 7  |
| Resumo .....                                                                               | 9  |
| Abstract .....                                                                             | 9  |
| Índice .....                                                                               | 11 |
| Índice de Tabelas .....                                                                    | 13 |
| Índice de Figuras .....                                                                    | 15 |
| Capítulo 1 – Introdução .....                                                              | 17 |
| Capítulo 2 – Descrição do Problema.....                                                    | 19 |
| 2.1 Formulação Matemática .....                                                            | 20 |
| Capítulo 3 – Revisão Bibliográfica.....                                                    | 23 |
| Capítulo 4 – Heurísticas Construtivas.....                                                 | 29 |
| Capítulo 5 – Busca Local.....                                                              | 35 |
| 5.1 Vizinhos Intra-rotas .....                                                             | 36 |
| 5.1.1 Vizinhança $k$ -Opt.....                                                             | 36 |
| 5.1.2 Vizinhança Realocação de um Par – <i>Within route insertion (WRI)</i> .....          | 37 |
| 5.2 Vizinhos Inter-rotas .....                                                             | 37 |
| 5.2.1 Vizinhança Or-Opt .....                                                              | 37 |
| 5.2.2 Vizinhança <i>Crossover</i> ou 2-Opt* .....                                          | 38 |
| 5.2.3 Vizinhança Troca <i>Cross</i> .....                                                  | 39 |
| 5.2.4 Vizinhança Inserção de um Par – <i>Single paired insertion (SPI)</i> .....           | 39 |
| 5.2.5 Vizinhança Troca entre dois Pares – <i>Swapping pairs between routes (SBR)</i> ..... | 39 |
| 5.3 Vizinhos Mistos.....                                                                   | 40 |
| 5.3.1 Vizinhança Or-Opt Mista .....                                                        | 40 |
| 5.4 Reduções de Vizinhos.....                                                              | 40 |
| 5.4.1 Redução Baseada nos $p$ -Vizinhos Mais Próximos .....                                | 40 |
| 5.4.2 Redução Baseada na Porcentagem de Arcos do Grafo.....                                | 41 |

|                                        |                                                        |            |
|----------------------------------------|--------------------------------------------------------|------------|
| 5.5                                    | <i>Resultados Computacionais</i> .....                 | 41         |
| 5.5.1                                  | Heurística Construtiva.....                            | 42         |
| 5.5.2                                  | Vizinhanças.....                                       | 43         |
| 5.5.3                                  | Reduções de Vizinhança.....                            | 45         |
| 5.6                                    | <i>Melhores Resultados</i> .....                       | 47         |
| 5.7                                    | <i>Conclusões</i> .....                                | 52         |
| <b>Capítulo 6 – Busca Tabu</b> .....   |                                                        | <b>55</b>  |
| 6.1                                    | <i>Introdução</i> .....                                | 55         |
| 6.2                                    | <i>Memória de Curto Prazo</i> .....                    | 56         |
| 6.3                                    | <i>Mecanismo de Busca por Regiões Inactíveis</i> ..... | 57         |
| 6.4                                    | <i>Procedimento de intensificação</i> .....            | 58         |
| 6.5                                    | <i>Procedimentos de diversificação da busca</i> .....  | 61         |
| 6.6                                    | <i>Religação de caminho</i> .....                      | 63         |
| 6.7                                    | <i>Algoritmo da busca tabu</i> .....                   | 67         |
| 6.8                                    | <i>Experimentos Computacionais</i> .....               | 68         |
| 6.8.1                                  | Memória de curto prazo.....                            | 68         |
| 6.8.2                                  | Memória de longo prazo.....                            | 78         |
| 6.8.3                                  | Religação de Caminho – <i>Path Relinking</i> .....     | 87         |
| 6.8.4                                  | Testes com instâncias com mais de 200 nós.....         | 94         |
| <b>Capítulo 7 – Conclusões</b> .....   |                                                        | <b>97</b>  |
| <b>Capítulo 8 – Bibliografia</b> ..... |                                                        | <b>99</b>  |
| <b>Anexo A – Instâncias</b> .....      |                                                        | <b>105</b> |
| <b>Anexo B – Resultados</b> .....      |                                                        | <b>107</b> |

## Índice de Tabelas

|                                                                                                                                                                                         |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1. Códigos das variantes da heurística construtiva .....                                                                                                                         | 31 |
| Tabela 2. Ganhos médios das variantes das heurísticas construtivas em relação à heurística 1 .....                                                                                      | 32 |
| Tabela 3. Ganhos percentuais médios após a aplicação dos algoritmos de busca local para as variantes da heurística construtiva de Nanry e Barnes (2000) para os 1% melhores testes..... | 42 |
| Tabela 4. Ganhos médios obtidos pelos algoritmos de busca local intra-rotas em relação à heurística 1 .....                                                                             | 43 |
| Tabela 5. Ganhos médios obtidos pelos algoritmos de busca local em relação à heurística 1 para os 1% melhores testes.....                                                               | 44 |
| Tabela 6. Ganhos médios em relação aos tipos de redução de vizinhança para os 1% melhores testes .....                                                                                  | 45 |
| Tabela 7. Resultados obtidos para os 1% melhores testes que utilizaram a redução do tipo 2 ...                                                                                          | 46 |
| Tabela 8. Melhores testes .....                                                                                                                                                         | 47 |
| Tabela 9. Melhores resultados por instância .....                                                                                                                                       | 48 |
| Tabela 10. Resultados médios obtidos para o melhor teste .....                                                                                                                          | 51 |
| Tabela 11. Análise dos intervalos de duração tabu para os 10% melhores testes .....                                                                                                     | 70 |
| Tabela 12. Análise do parâmetro $\phi$ para os 10% melhores testes .....                                                                                                                | 71 |
| Tabela 13. Análise da utilização da vizinhança WRI para os 10% melhores testes.....                                                                                                     | 71 |
| Tabela 14. Análise da utilização do procedimento de intensificação .....                                                                                                                | 72 |
| Tabela 15. Melhores resultados por instância para a versão VFDP.....                                                                                                                    | 73 |
| Tabela 16. Códigos das variantes da VFDP .....                                                                                                                                          | 76 |
| Tabela 17. Comparação entre a VFDP e suas variantes .....                                                                                                                               | 77 |
| Tabela 18. Análise do parâmetro $b$ para os 10% melhores testes .....                                                                                                                   | 80 |
| Tabela 19. Análise do parâmetro $\delta$ para os 10% melhores testes .....                                                                                                              | 81 |
| Tabela 20. Melhores resultados por instância para a versão VFDP.....                                                                                                                    | 82 |
| Tabela 21. Tempos médios de processamento para os diferentes tipos de instâncias.....                                                                                                   | 83 |
| Tabela 22. Análise do parâmetro $\mu_0$ para os 10% melhores testes.....                                                                                                                | 84 |
| Tabela 23. Análise do parâmetro $b$ para os 10% melhores testes .....                                                                                                                   | 84 |
| Tabela 24. Melhores resultados por instância para a versão VFDR.....                                                                                                                    | 85 |
| Tabela 25. Comparação entre as duas estratégias de diversificação para os 10% melhores testes .....                                                                                     | 86 |
| Tabela 26. Análise do número de membros do CR para os 10% melhores testes .....                                                                                                         | 88 |
| Tabela 27. Análise do critério de entrada no CR para os 10% melhores testes.....                                                                                                        | 88 |
| Tabela 28. Análise da porcentagem de soluções infactíveis do CR para os 10 % melhores testes .....                                                                                      | 89 |
| Tabela 29. Análise do sentido da ligação para os 10% melhores testes.....                                                                                                               | 89 |

|                                                                                                                                       |            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <i>Tabela 30. Análise da estratégia de escolha da solução para ligação para os 10% melhores testes.....</i>                           | <i>90</i>  |
| <i>Tabela 31. Análise do momento de ativação do procedimento de religação de caminho para os 10% melhores testes.....</i>             | <i>90</i>  |
| <i>Tabela 32. Análise do parâmetro d para os 10% melhores testes.....</i>                                                             | <i>91</i>  |
| <i>Tabela 33. Análise das estratégias de diversificação com procedimento de religação de caminho para os 10% melhores testes.....</i> | <i>92</i>  |
| <i>Tabela 34. Melhores resultados por instância para a versão VFPR.....</i>                                                           | <i>93</i>  |
| <i>Tabela 35. Resultados médios para as instâncias de 200 e 600 nós para a versão final do algoritmo.....</i>                         | <i>94</i>  |
| <i>Tabela 36. Melhores resultados por instância publicados na literatura.....</i>                                                     | <i>107</i> |
| <i>Tabela 37. Melhores resultados por instância para a versão VFDP.....</i>                                                           | <i>113</i> |
| <i>Tabela 38. Melhores resultados por instância para a versão VFDR.....</i>                                                           | <i>117</i> |
| <i>Tabela 39. Melhores resultados por instância para a versão VFPR.....</i>                                                           | <i>121</i> |
| <i>Tabela 40. Melhores resultados por instância obtidos durante os testes para as instâncias de 100 nós.....</i>                      | <i>125</i> |
| <i>Tabela 41. Resultados por instância obtidos pela versão final do algoritmo para as instâncias de 200 nós.....</i>                  | <i>129</i> |
| <i>Tabela 42. Melhores resultados por instância obtidos durante os testes para as instâncias de 200 nós.....</i>                      | <i>131</i> |
| <i>Tabela 43. Resultados por instância obtidos pela versão final do algoritmo para as instâncias de 200 nós.....</i>                  | <i>133</i> |
| <i>Tabela 44. Melhores resultados por instância obtidos durante os testes para as instâncias de 600 nós.....</i>                      | <i>135</i> |

## Índice de Figuras

|                                                                                                                                      |           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <i>Figura 1. Modelo matemático do PRVCE.....</i>                                                                                     | <i>21</i> |
| <i>Figura 2. Algoritmo da heurística construtiva de Nanry e Barnes (2000) .....</i>                                                  | <i>29</i> |
| <i>Figura 3. Algoritmo da heurística construtiva modificada.....</i>                                                                 | <i>30</i> |
| <i>Figura 4. Movimento 2-Opt.....</i>                                                                                                | <i>36</i> |
| <i>Figura 5. Movimento Or-Opt .....</i>                                                                                              | <i>38</i> |
| <i>Figura 6. Movimento 2-Opt*.....</i>                                                                                               | <i>38</i> |
| <i>Figura 7. Movimento Troca Cross .....</i>                                                                                         | <i>39</i> |
| <i>Figura 8. Exemplo de configurações para ilustrar o impacto da .....</i>                                                           | <i>60</i> |
| <i>Figura 9. Algoritmo do procedimento de intensificação.....</i>                                                                    | <i>61</i> |
| <i>Figura 10. Exemplo de solução inicial na qual não é possível chegar à solução guia .....</i>                                      | <i>65</i> |
| <i>Figura 11. Algoritmo da busca tabu .....</i>                                                                                      | <i>67</i> |
| <i>Figura 12. Porcentagem cumulativa dos testes X Número médio de iterações necessárias para<br/>obtenção da melhor solução.....</i> | <i>78</i> |

# Capítulo 1 – Introdução

Problemas de roteamento de veículos têm sido objeto de estudo de vários trabalhos durante as últimas décadas dada sua grande importância nas cadeias de suprimento. O custo logístico tem uma grande participação no custo total dos produtos (5% a 20%, segundo a Aslog – Associação Brasileira de Logística), sendo os gastos com o sistema de transporte bastante representativos. Além da importância econômica, o sistema de transporte tem uma relação direta com o nível de qualidade dos serviços percebido pelo cliente, o que representa um grande diferencial competitivo para as empresas atuais.

O problema abordado neste trabalho é comum na prática e ocorre em sistemas de transporte de pessoas, conhecidos em inglês como *dial-a-ride* (Cordeau e Laporte, 2003), sistemas de transporte noturno (Hall, 1996), roteamento de ônibus (Forbes *et al.*, 1994), programação de vôos (Erdmann *et al.*, 2001), sistemas flexíveis de manufatura (Qiu e Hsu, 1999), transporte entre centros de distribuição (Gronalt *et al.*, 2003). Xu *et al.* (2003) consideram um problema real com vários fatores complicantes: múltiplas janelas de tempo, múltiplas transportadoras e tipos de veículos, pedidos que não podem compartilhar um mesmo veículo e regras legais para horas de trabalho do motorista.

A presença de janelas de tempo e a restrição de precedência de cada pedido, isto é, a visita ao local de coleta precede a visita ao local de entrega, fazem com que este seja um dos problemas de roteamento de veículos mais complexos.

Estes problemas pertencem à área de otimização combinatória e são na grande maioria intratáveis em situações reais, no sentido de que não existem algoritmos exatos que forneçam uma solução ótima em tempo computacional viável. Por este motivo, recorre-se a métodos heurísticos de resolução. A meta-heurística busca tabu tem sido usada com sucesso em uma grande variedade de problemas de otimização combinatória



(Glover e Laguna, 1997), incluindo problemas de roteamento de veículos (Laporte *et al.*, 2000, Cordeau *et al.*, 2002). No entanto, a literatura sobre implementações de busca tabu e outras meta-heurísticas, tais como algoritmos genéticos e *simulated annealing*, para o problema roteamento de veículos com coleta e entrega é muito escassa.

A relevância deste problema de roteamento de veículos com coleta e entrega e a potencialidade da busca tabu constituem a motivação desta dissertação de mestrado.

A fim de descrever o problema com mais detalhes e apresentar a abordagem proposta, este trabalho está organizado da seguinte forma. O Capítulo 2 apresenta a descrição detalhada do problema. No Capítulo 3 é apresentada a revisão bibliográfica da literatura relacionada. O Capítulo 4 descreve as heurísticas construtivas analisadas. O Capítulo 5 contém o estudo realizado sobre as vizinhanças para realização de buscas locais. O Capítulo 6 apresenta o algoritmo da meta-heurística busca tabu desenvolvido, e o Capítulo 7 fornece as conclusões do trabalho.

## Capítulo 2 – Descrição do Problema

No Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega (PRVCE), pares de clientes são alocados a veículos, que devem transportar material de um dos membros do par (predecessor) para o outro membro do par (sucessor), respeitando as janelas de tempo impostas pelos clientes para a execução do serviço e a capacidade total do veículo.

No PRVCE estudado, todos os veículos devem partir de um depósito único e retornar a ele após a execução dos serviços, respeitando também a janela de tempo imposta por esse depósito. Além disso, como não é permitida transferência de mercadoria entre veículos, tanto o predecessor quando o sucessor devem ser servidos pelo mesmo veículo.

Assim, todas as solicitações de serviço devem ser atendidas de tal forma que o número total de veículos necessários e a distância total percorrida por eles sejam minimizados.

O PRVCE pode ser definido em um grafo completo  $G = (V, A)$ , onde  $V = \{v_0, v_1, \dots, v_{2n}\}$  representa o conjunto de nós e  $A = \{(v_i, v_j) : v_i, v_j \in V, i \neq j\}$  representa o conjunto de arcos.  $K$  representa o conjunto de veículos. O nó  $v_0$  representa um depósito no qual situam-se os  $m$  veículos e os demais  $2n$  nós de  $V$  representam origens e destinos associados aos pedidos de transporte dos clientes a serem servidos. Cada par de nós  $(v_i, v_{i+n})$  representa um pedido de transporte da origem  $v_i$  ao destino  $v_{i+n}$ . A cada nó  $v_i \in V$  associa-se uma demanda  $d_i$  não negativa ( $d_0 = 0$ ) aos nós  $v_1, \dots, v_n$ , uma demanda  $-d_i$  para os nós  $v_{n+1}, \dots, v_{2n}$ , um tempo não negativo de serviço  $s_i$ , e uma janela de tempo  $[e_i,$

$l_i]$ , onde  $e_i$  e  $l_i$  são não negativos. A cada arco  $(v_i, v_j)$  é associada uma distância ou custo não negativo  $c_{ij}$  e um tempo de viagem  $t_{ij}^1$ . A cada veículo  $k$  está associada uma capacidade  $C_k$ .

O PRVCE consiste em designar  $m$  rotas para os veículos em  $G$  de forma que:

- cada rota inicia e termina no depósito;
- para cada pedido  $i$ , os nós  $v_i$  e  $v_{i+n}$  pertencem à mesma rota e o nó  $v_i$  é visitado antes do nó  $v_{i+n}$ ;
- a demanda de uma rota não excede a capacidade do veículo em cada instante de tempo;
- a duração de uma rota não excede um limite pré-especificado;
- o serviço no nó  $v_i$  começa no intervalo  $[e_i, l_i]$  e cada veículo deixa e retorna ao depósito no intervalo  $[e_0, l_0]$ ;
- o número de rotas é minimizado;
- a distância total de viagem é minimizada.

## 2.1 Formulação Matemática

A formulação do PRVCE envolve três tipos de variáveis: variáveis binárias de fluxo  $x_{ijk}$ , iguais a 1 se o arco  $(i, j) \in A$  é usado pelo veículo  $k$  e 0 caso contrário; variáveis de tempo  $T_{ik}$ , que especificam quando o veículo  $k$  inicia o serviço no nó  $v_i \in V$ ; e variáveis  $L_{ik}$ , que fornecem a capacidade utilizada do veículo  $k$  após a conclusão do serviço no nó  $v_i \in V$ .

Na Figura 1 a seguir é apresentada a formulação matemática baseada na formulação apresentada por Toth e Vigo (2002).

A expressão (1) minimiza o número de veículos necessários e o custo total de viagem. O parâmetro  $M$  representa um fator de penalização suficientemente grande, de forma que primeiramente é minimizado o número de rotas e a seguir a distância total. A

---

<sup>1</sup> Nas instâncias utilizadas neste trabalho  $c_{ij} = t_{ij}$ .

restrição (2) garante que apenas um veículo passa por cada um dos nós. A restrição (3) impõe que cada pedido seja atendido pelo mesmo veículo. As restrições (4), (5) e (6) caracterizam a estrutura do fluxo de mercadorias e assegura que cada veículo inicia e termina sua rota no depósito. A compatibilidade de programação entre as rotas é assegurada pela restrição (7) e o atendimento dentro das janelas de tempo é assegurado pela restrição (8).

Para cada pedido, a restrição (9) força o veículo a visitar o nó de coleta antes do nó de entrega. A restrição (10) expressa a requisição de compatibilidade de capacidade entre as rotas e os veículos, enquanto as restrições (11) e (12) caracterizam a dependência do intervalo de capacidade entre os nós de coleta e entrega. A carga inicial dos veículos é dada em (13). Finalmente, a restrição (14) exige que as variáveis sejam binárias.

$$\begin{aligned}
(1) \quad & \min \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ijk} + M \sum_{k \in K} (1 - x_{00k}) \\
(2) \quad & \sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{ijk} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \\
(3) \quad & \sum_{j \in (V - \{0\})} x_{ijk} - \sum_{j \in (V - \{0\})} x_{j,n+i,k} = 0 \quad \forall k \in K, i = 1, \dots, n \\
(4) \quad & \sum_{j \in \{0, \dots, n\}} x_{0jk} = 1 \quad \forall k \in K \\
(5) \quad & \sum_{i \in V} x_{ijk} - \sum_{i \in V} x_{jik} = 0 \quad \forall k \in K, j = n+1, \dots, 2n \\
(6) \quad & \sum_{i \in \{n+1, \dots, 2n\}} x_{i0k} = 1 \quad \forall k \in K \\
(7) \quad & x_{ijk} (T_{ik} + s_i + t_{ijk} - T_{jk}) \leq 0 \quad \forall k \in K, (i, j) \in A \\
(8) \quad & e_i \leq T_{ik} \leq l_i \quad \forall k \in K, i \in V \\
(9) \quad & T_{ik} + t_{i,n+i} \leq T_{n+1,k} \quad \forall k \in K, i = 1, \dots, n \\
(10) \quad & x_{ijk} (L_{ik} + d_j - L_{jk}) = 0 \quad \forall k \in K, i = 1, \dots, n \\
(11) \quad & d_i \leq L_{ik} \leq C_k \quad \forall k \in K, i = 1, \dots, n \\
(12) \quad & 0 \leq L_{n+i,k} \leq C_k - d_i \quad \forall k \in K, i = 1, \dots, n \\
(13) \quad & L_{0k} = 0 \quad \forall k \in K \\
(14) \quad & x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in K, (i, j) \in A
\end{aligned}$$

**Figura 1. Modelo matemático do PRVCE**

## Capítulo 3 – Revisão Bibliográfica

Savelsberg e Sol (1995) apresentam uma análise das variações do Problema Geral de Coleta e Entrega (PGCE) e resumos de trabalhos desenvolvidos em cada variação. No PGCE, um conjunto de rotas deve ser construído a fim de satisfazer um conjunto de pedidos. Para isso, é disponibilizada uma frota de veículos, sendo que cada veículo possui uma limitação de capacidade e locais de partida e destino pré-definidos. Cada pedido de transporte deve ser atendido por um único veículo.

Savelsberg e Sol destacam três casos especiais do PGCE de grande importância prática: Problema de Coleta e Entrega (cada pedido especifica uma única origem e um único destino e todos os veículos partem e retornam para um depósito central); *Dial-a-ride Problem* (trata-se de um caso particular do Problema de Coleta e Entrega no qual são transportadas pessoas e não mercadorias); e Problema de Roteamento de Veículos (trata-se de um caso particular do Problema de Coleta e Entrega no qual todas as origens ou destinos estão localizados no depósito central). No PGCE também são consideradas muitas complicações práticas, como múltiplas origens e destinos.

Diversos métodos têm sido aplicados para a resolução de problemas de roteamento de um único veículo com coleta e entrega. Psarafatis (1980, 1983) desenvolveu um algoritmo exato de programação dinâmica que pode resolver problemas testes com no máximo 10 pedidos. Sexton e Bodin (1985a, b) propõem uma heurística baseada no método de Benders aplicável a 18 pedidos, no máximo. Desrosiers *et al.* (1986) sugerem um algoritmo exato de programação dinâmica e relatam resultados para problemas testes com até 40 pedidos. Dumas *et al.* (1991) aplicam o método exato de geração de colunas e resolvem problemas com até 55 pedidos. Van der Bruggen *et al.* (1993) utilizam um

procedimento de busca local na fase construtiva (para achar uma solução factível) e na fase de melhoria. A busca local nas duas fases é baseada em uma estratégia de busca em vizinhança lexicográfica envolvendo sete variantes de troca de arcos. Este procedimento é aplicado a problemas testes com 38 pedidos. Landrieu *et al.* (2001) desenvolveram algoritmos de busca tabu e resolvem problemas testes com até 40 pedidos.

A literatura para o PRVCE com múltiplos veículos é escassa. Nanry e Barnes (2000) propõem uma busca tabu reativa. Uma solução inicial para a busca tabu reativa é obtida pela inserção de um pedido em uma rota que seja factível e que minimize o acréscimo na duração da rota. Quando nenhum pedido adicional pode ser inserido na rota de forma factível, abre-se uma nova rota. Este procedimento gera uma solução inicial factível.

Durante a busca tabu, uma solução  $s$  é avaliada pela função  $f(s) = c(s) + \alpha q(s) + \beta w(s)$  tal que,  $\alpha$  e  $\beta$  são parâmetros positivos,  $c(s)$  é o custo da solução,  $q(s)$  é a soma das violações das capacidades dos veículos e  $w(s)$  é a soma das violações das janelas de tempo. A busca local usa três vizinhanças de forma hierárquica baseadas nos seguintes movimentos: inserção de um pedido em outra rota, troca de pedidos entre rotas e mudança da ordem do pedido na mesma rota. Se um pedido representado pelo nó origem na posição  $i$  é inserido na posição  $j$ , então este pedido fica proibido de ocupar as posições  $i$  e  $j$  por  $\theta$  iterações. A seguir o método usa uma estratégia proveniente da busca tabu reativa (Battiti e Tecchioli, 1994). Se 10 soluções são visitadas duas vezes, conclui-se que a busca está presa numa bacia atratora e movimentos de troca entre rotas são executados para escapar dessa bacia. Depois destes movimentos de perturbação, a busca continua, e caso esta fique confinada em outra região atratora, reinicia-se a busca a partir da melhor solução obtida até o momento. O algoritmo proposto é testado em problemas testes baseados nos propostos por Solomon (1987) e modificados por Nanry e Barnes.

Li e Lim (2001) propõem uma meta-heurística formada pelo acoplamento de busca tabu e de *simulated annealing* a fim de minimizar o número de rotas, distância total percorrida, tempo de término das rotas e tempo de espera, nessa ordem. A cada iteração, um procedimento baseado na meta-heurística *simulated annealing* encontra uma solução,

que é utilizada por outro procedimento baseado na meta-heurística busca tabu. A busca é reiniciada após algumas iterações sem melhoria. Também foram propostas novos conjuntos de instâncias baseadas nas propostas por Solomon (1987).

Bent e Hentenryck (2004) propuseram um algoritmo híbrido de dois estágios. No primeiro estágio é utilizada a meta-heurística *simulated annealing* para minimizar o número de rotas e no estágio seguinte é utilizada uma vizinhança de grande porte (*large neighborhood search* - LNS) a fim de minimizar a distância total percorrida. Convém destacar que é possível que o número de rotas seja diminuído durante o segundo estágio, porém isso ocorre como um efeito colateral e não como um objetivo em si.

O algoritmo *simulated annealing* é baseado em um operador de realocação de pares de nós, como o utilizado por Nanry e Barnes (2000) e Li e Lim (2001). A cada iteração é avaliado um subconjunto da vizinhança completa através da escolha aleatória de um nó  $c$  e pela avaliação exaustiva de todas as realocações possíveis para a solicitação de serviço que inclui  $c$ .

A avaliação dos movimentos é realizada através da avaliação de três funções objetivo: (i) minimização do número rotas (primeiro critério); (ii) maximização do quadrado da somatória das cardinalidades das rotas (segundo critério); e (iii) minimização do custo de viagem (terceiro critério).

Após a aplicação desse algoritmo para minimização do número de rotas, a melhor solução encontrada é submetida a um procedimento de busca local que utiliza uma LNS para minimizar o custo de viagem. A LNS foi proposta por Shaw (1998) e está baseada na idéia de retirar iterativamente um subconjunto de nós (aumentando gradativamente o número de nós removidos) da melhor solução e explorar sistematicamente os pontos de inserção que geram soluções factíveis.

A LNS utilizada por Bent e Hentenryck utiliza um algoritmo baseado no método *branch-and-bound* (BB) a fim de explorar as sub-vizinhanças geradas pela retirada de um par de nós e avaliação de seus possíveis pontos de re-inserção factível. A fim de minimizar o esforço computacional, o método BB incorpora um mecanismo de busca

limitada por discrepância, conforme descrito em Harvey e Ginsberg (1995). Dessa forma, o algoritmo de BB avalia somente as soluções que possuem até  $dmax$  discrepâncias.

Lu e Dessouky (2004) propuseram um algoritmo *branch-and-cut* para resolver o PRVCE até a otimalidade. Foram propostas novas desigualdades válidas para serem adicionadas ao modelo matemático. Com essa abordagem, foram resolvidas instâncias com até 5 veículos e 17 clientes distribuídos uniformemente no espaço e até 5 veículos e 25 clientes agrupados em *clusters*.

Cordeau e Laporte (2003) sugerem uma busca tabu para o problema *dial-a-ride* que pode ser facilmente adaptada para o PRVCE, ao se retirar a restrição do tempo máximo de viagem para cada pessoa. Uma solução inicial é obtida ao se designar cada pedido  $i$  a um veículo aleatoriamente selecionado e inserindo os nós  $v_i$  e  $v_{i+n}$  no fim da rota parcialmente construída. Esta solução, portanto, pode violar as restrições de capacidade do veículo, duração das rotas e janelas de tempo.

Durante a busca tabu, uma solução  $s$  é avaliada pela função  $f(s) = c(s) + \alpha q(s) + \beta d(s) + \gamma w(s)$  tal que,  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  são parâmetros positivos,  $c(s)$  é o custo da solução,  $q(s)$  é a soma das violações das capacidades dos veículos,  $d(s)$  é a soma das violações das durações das rotas e  $w(s)$  é a soma das violações das janelas de tempo. Os parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  são ajustados dinamicamente para controlar a exploração do espaço de busca. Para cada solução  $s$ , associa-se um atributo  $U(s) = \{(i, k): \text{pedido } i \text{ é designado ao veículo } k \text{ no dia } t\}$ . A vizinhança é definida pelo seguinte movimento: remova os nós  $v_i$  e  $v_{i+n}$ , correspondentes a um pedido, de uma rota e reconecte-a pela ligação do predecessor e sucessor de cada nó removido; insira os nós  $v_i$  e  $v_{i+n}$  em outra rota  $k'$ , sem alterar a ordem dos nós em  $k'$ . A inserção em  $k'$  é feita por um procedimento hierárquico que minimiza a violação das janelas de tempo e a seguir, minimiza a duração das rotas sem aumentar a mínima violação das janelas de tempo. A re-inserção do pedido  $i$  na rota  $k$  fica então proibida por  $\theta$  iterações.

Para diversificar a busca, qualquer solução  $\bar{s}$  tal que  $f(\bar{s}) \geq f(s)$  é penalizada pela soma da frequência de seus atributos, isto é, seja  $\rho_{ik}$  o número de vezes que o atributo  $(i,$



$k$ ) foi adicionado à solução durante a busca. Uma penalidade  $p(\bar{s}) = \lambda c(\bar{s}) + \sqrt{nm} \sum_{(i,k) \in B(s')} \rho_{ik}$  é adicionada a  $f(\bar{s})$ , e o parâmetro  $\lambda$  controla a intensidade da diversificação.

A cada  $k$  iterações, otimiza-se cada rota pela remoção de cada nó  $v_1, \dots, v_{2n}$  e re-inserção na posição que minimiza  $f(s)$ . Para avaliar o desempenho do algoritmo proposto os autores geram 20 problemas testes com até 144 pedidos, e usam 6 problemas testes reais com até 295 pedidos. As soluções ótimas destes problemas não são conhecidas.

Xu *et al.* (2003) propõem um procedimento heurístico baseado no método exato de geração de colunas. O problema é formulado como um problema de partição de conjuntos, onde uma variável binária indica se uma rota factível é selecionada ou não. A aplicação do método de geração de colunas requer a solução de um problema mestre de programação linear e de subproblemas, um para cada combinação de transportadora e tipo de veículo, envolvendo toda a complexidade do PRVCE. A resolução destes subproblemas por métodos exatos é inviável e, por este motivo, duas heurísticas são propostas para a resolução dos mesmos. O procedimento heurístico é testado em duas classes de problemas testes gerados aleatoriamente. A primeira classe contém 20 problemas com até 210 pedidos e a qualidade das soluções obtidas é avaliada por um limitante inferior obtido por um algoritmo de programação dinâmica, também proposto no trabalho. A segunda classe contém 15 problemas testes com até 500 pedidos. Neste caso, a obtenção do limitante inferior é inviável computacionalmente, e então se compara a qualidade das soluções geradas pelas duas heurísticas de resolução dos subproblemas.

## Capítulo 4 – Heurísticas Construtivas

Heurísticas construtivas devem fornecer soluções de partida de qualidade razoável às custas de um esforço computacional relativamente pequeno. A heurística construtiva proposta por Nanry e Barnes (2000), apresentada na Figura 2, é utilizada como referência para a análise de variantes dessa heurística construtiva e para análise dos algoritmos de busca local<sup>2</sup>. Foram utilizadas as instâncias dos Grupos I e II<sup>3,4</sup> durante os testes computacionais.

*Passo 1:* Escolha um par predecessor-sucessor<sup>5</sup> e atribua-o a um veículo (chamado veículo ativo);  
*Passo 2:* Se houver pares ainda não inseridos em rotas, selecione um e vá para o *Passo 3*; caso contrário, vá para o *Passo 5*;  
*Passo 3:* Insira o par selecionado na rota do veículo ativo de tal forma que o acréscimo de custo de viagem seja mínimo e volte para o *Passo 2*; caso não haja inserções factíveis, vá para o *Passo 4*;  
*Passo 4:* Atribua o par selecionado a um veículo livre, que passa a ser o veículo ativo, e volte para o *Passo 2*;  
*Passo 5:* Fim.

**Figura 2. Algoritmo da heurística construtiva de Nanry e Barnes (2000)**

A modificação da heurística de Nanry e Barnes foi baseada em um teste preliminar no qual ao invés de a inserção do par predecessor-sucessor ser testada somente na rota ativa, ela é testada em todas as rotas existentes na solução parcial.

<sup>2</sup> Os testes computacionais foram realizados em um Pentium IV de 2.8 GHz e 1Gb de memória RAM. Foi utilizado o compilador do ambiente de desenvolvimento Borland C++ Builder 5.0 para Windows sem *flags* de otimização de código.

<sup>3</sup> As instâncias do Grupo II de dimensão 200 e 600 não foram utilizadas por diferirem das instâncias menores somente na dimensão, guardando as demais características. Dessa forma foi poupado tempo de processamento.

<sup>4</sup> Para uma descrição detalhada das instâncias, veja *Anexo A*.

<sup>5</sup> Como os autores não especificaram a regra de seleção, foi escolhido o par que inclui o nó de menor índice.

A outra alteração realizada foi a integração de algoritmos de busca local à heurística construtiva, conforme apresentado no algoritmo da Figura 3. Convém observar que tanto a heurística construtiva de Nanry e Barnes quanto as variações apresentadas geram soluções factíveis.

*Passo 1:* Inicialize a solução parcial do problema;  
*Passo 2:* Se houver pares ainda não inseridos em rotas, selecione um<sup>6</sup> e vá para o *Passo 3*; caso contrário, vá para o *Passo 7*;  
*Passo 3:* Insira o par selecionado em uma rota de tal forma que o acréscimo de custo de viagem seja mínimo e volte para o *Passo 2*; caso não haja inserções factíveis, vá para o *Passo 4*;  
*Passo 4:* Aplique os algoritmos de busca local às rotas e vá para o *Passo 5*;  
*Passo 5:* Insira o par selecionado em uma rota de tal forma que o acréscimo de custo de viagem seja mínimo e volte para o *Passo 2*; caso não haja inserções factíveis, vá para o *Passo 6*;  
*Passo 6:* Atribua o par selecionado a um veículo livre, que passa a ser um veículo ativo, aplique os algoritmos de busca local às rotas e vá para o *Passo 2*;  
*Passo 7:* Fim.

**Figura 3. Algoritmo da heurística construtiva modificada**

No *Passo 1* a solução pode ser inicializada de duas maneiras:

- (i) Uma única rota ativa resultante da alocação do par que contém o nó mais distante do depósito;
- (ii) Possivelmente mais de uma rota, sendo que o número é dado pelo limitante inferior do problema de empacotamento: o número de rotas a ser criado será igual ao teto da somatória das demandas dos predecessores dividida pela capacidade do veículo. Dado o limitante inferior, os nós são escolhidas de um conjunto formado pelo casco convexo de suas localizações de tal forma que a somatória da distância entre todos os nós do conjunto de sementes para a geração das rotas iniciais seja máxima, de forma semelhante ao realizado por Kontoravdis e Bard (1995).

---

<sup>6</sup> Foi escolhido o par que inclui o nó de menor índice.

Durante o estágio de busca local foram utilizadas três vizinhanças, aplicadas na seguinte ordem: SPI<sup>7</sup>, SBR<sup>7</sup>, para movimentos inter-rotas e a vizinhança Or-Opt<sup>7</sup> para movimentos intra-rota, de tal forma a manter a factibilidade da solução parcial. No capítulo a seguir, relativo à busca local, explica-se o porquê da escolha destas vizinhanças e de sua ordenação. Essas vizinhanças foram aplicadas, utilizando a estratégia *best improvement*, até chegar-se a um mínimo local da solução parcial formada pelas rotas ativas. Observe que a vizinhança Or-Opt possui um parâmetro que define o tamanho do trecho a ser movido.

Na Tabela 1 a seguir são apresentados os códigos das variantes das heurísticas construtivas.

**Tabela 1. Códigos das variantes da heurística construtiva**

| Código | Inicialização | Parâmetro da Vizinhança<br>Or-Opt intra-rota |
|--------|---------------|----------------------------------------------|
| 2      | II            | —                                            |
| 3      | II            | 1                                            |
| 4      | II            | 2                                            |
| 5      | II            | 3                                            |
| 6      | II            | 4                                            |
| 7      | I             | —                                            |
| 8      | I             | 1                                            |
| 9      | I             | 2                                            |
| 10     | I             | 3                                            |
| 11     | I             | 4                                            |

A heurística construtiva de Nanry e Barnes é designada pelo código 1. Convém destacar que não foi utilizado nenhum algoritmo de busca local nas heurísticas construtivas 1, 2 e 7.

Na Tabela 2 a seguir é apresentado o ganho<sup>8</sup> percentual no número de rotas, ganho percentual da distância em relação à heurística construtiva de Nanry e Barnes e o tempo médio de processamento.

<sup>7</sup> Para maiores informações sobre as vizinhanças, vide *Capítulo 5*.

<sup>8</sup>  $\text{Ganho} = (\text{Custo}_1 - \text{Custo}_{\text{Variante}}) / \text{Custo}_1$

Tabela 2. Ganhos médios das variantes das heurísticas construtivas em relação à heurística 1

|          | Código da heurística construtiva | Ganho percentual do número de rotas | Ganho percentual de distância | Média do tempo de execução [s] |
|----------|----------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| Grupo I  | 2                                | -4,113                              | 1,593                         | 0,060                          |
|          | 3                                | 28,920                              | 27,341                        | 1,270                          |
|          | <b>4</b>                         | <b>29,692</b>                       | <b>28,998</b>                 | <b>1,329</b>                   |
|          | 5                                | 29,692                              | 28,998                        | 1,356                          |
|          | 6                                | 29,692                              | 28,998                        | 1,372                          |
|          | 7                                | 0,771                               | 5,206                         | 0,071                          |
|          | 8                                | 28,535                              | 27,283                        | 1,310                          |
|          | 9                                | 28,792                              | 28,080                        | 1,264                          |
|          | 10                               | 28,792                              | 28,080                        | 1,285                          |
|          | 11                               | 28,792                              | 28,080                        | 1,290                          |
| Grupo II | 2                                | -7,100                              | 8,109                         | 1,381                          |
|          | 3                                | 34,296                              | 34,517                        | 15,699                         |
|          | 4                                | 34,657                              | 35,038                        | 15,809                         |
|          | 5                                | 34,657                              | 35,022                        | 16,404                         |
|          | 6                                | 34,537                              | 34,862                        | 16,714                         |
|          | 7                                | -5,054                              | 7,578                         | 1,530                          |
|          | 8                                | 34,176                              | 35,052                        | 16,455                         |
|          | <b>9</b>                         | <b>35,138</b>                       | <b>36,087</b>                 | <b>16,687</b>                  |
|          | 10                               | 35,018                              | 36,040                        | 17,384                         |
|          | 11                               | 34,898                              | 35,881                        | 17,724                         |

Observa-se que as variantes que não utilizam algoritmos de busca local tiveram um desempenho ruim se comparado ao da versão original da heurística construtiva de Nanry e Barnes. Porém, a inclusão de buscas locais alterou significativamente os ganhos, reduzindo o número de rotas e a distância percorrida em 30%, aproximadamente.

Essa melhoria na qualidade da solução de partida ocorreu às custas de um esforço computacional maior, dado que o tempo médio de processamento da heurística construtiva 1 foi de 0,009 segundo para o Grupo I e 0,333 segundo para o Grupo II. Porém o aumento não se mostrou proibitivo, dado que constitui um intervalo de tempo bastante pequeno se comparado ao esforço computacional exigido por meta-heurísticas.

Além disso, a fase de construção da solução é um momento bastante propício para a redução do número de rotas, como poderá ser constatado no capítulo *Busca Local*. Portanto, aumento no tempo de processamento é justificável pela melhoria na qualidade da solução final.

Observando a Tabela 2, pode-se concluir também que a utilização de mais de uma rota ao iniciar a construção da solução é praticamente equivalente a começar com apenas uma rota. É interessante notar também que as variantes da heurística construtiva de Nanry e Barnes não são muito sensíveis ao parâmetro da vizinhança Or-Opt que está acoplada a ela, sendo suficiente atribuir ao parâmetro o valor 2 (o que minimiza o esforço computacional).

Convém destacar que há ligeiras variações dos resultados se forem considerados os diferentes tipos de instâncias isoladamente. Essas diferenças podem ser levadas em conta em aplicações nas quais o tipo de distribuição espacial dos nós é bem determinado e fixo. Porém, como o objetivo deste trabalho é obter um algoritmo único para todos os tipos de instâncias, essas variações foram ignoradas.

No capítulo seguinte são apresentados procedimentos de busca local aplicados às soluções obtidas pelas heurísticas construtivas discutidas neste capítulo a fim de identificar qual é a melhor combinação entre heurística construtiva e vizinhança.

## Capítulo 5 – Busca Local

Algoritmos de busca local são de extrema importância para a obtenção de soluções de boa qualidade e são utilizados nas principais meta-heurísticas, a saber, busca tabu, GRASP, *simulated annealing* e busca local genética.

As vizinhanças utilizadas devem ser cuidadosamente escolhidas e projetadas, pois devem, ao mesmo tempo, fornecer boas soluções no menor tempo de processamento possível. Isso explica o interesse na definição das vizinhanças mais apropriadas a cada problema (aproveitando suas peculiaridades) e, quando possível, estabelecer critérios de redução na vizinhança, de forma a excluir regiões não promissoras da busca e aumentar sua eficiência.

Para o problema de roteamento de veículos, a busca local pode ser dividida em duas etapas: a busca local envolvendo uma rota por vez (*Otimização Intra-rota*) ou envolvendo mais rotas (*Otimização Inter-rota*).

Convém destacar que só são considerados movimentos que resultem em soluções factíveis e que, exceto pelas vizinhanças SPI, SBR e WRI, as demais vizinhanças apresentadas não foram concebidas para o PRVCE e, portanto, são movidos conjuntos de nós, que não são constituídos necessariamente por pares de nós de coleta e entrega (predecessor-sucessor). Porém, esses movimentos só são considerados se não violarem as restrições de acoplamento definidas pelos pedidos.

## 5.1 Vizinhanças Intra-rota

Existem diversas vizinhanças para otimização intra-rota. Neste trabalho são analisadas as vizinhanças  $k$ -Opt, Or-Opt e WRI. As vizinhanças  $k$ -Opt e WRI são descritas a seguir. A vizinhança Or-Opt é descrita na seção *Vizinhanças Inter-rota*. As vizinhanças  $k$ -Opt e Or-Opt foram propostas para o problema clássico de roteamento de veículos e não temos conhecimento de sua aplicação para o PRVCE.

### 5.1.1 Vizinhança $k$ -Opt

A vizinhança  $k$ -Opt foi introduzida por Lin e Kernighan (1973) em seu eficiente algoritmo de busca para o problema do caixeiro viajante simétrico, e consiste da troca de  $k$  arestas. Com o aumento desse parâmetro, essa vizinhança torna-se mais poderosa, porém às custas de um maior tempo de processamento, o que justifica o fato de praticamente não ser utilizada para  $k > 3$ . A Figura 4 mostra um exemplo de um movimento 2-Opt.

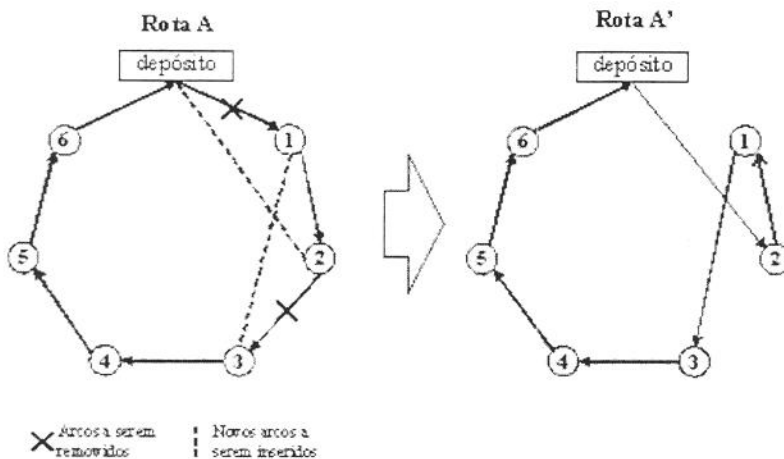


Figura 4. Movimento 2-Opt



### 5.1.2 Vizinhança Realocação de um Par – *Within route insertion (WRI)*

A vizinhança WRI foi proposta por Nanry e Barnes (2000) para o PRVCE. Nesta vizinhança procura-se realocar cada par predecessor-sucessor de forma a obter uma redução na distância percorrida pelo veículo designado à rota.

## 5.2 *Vizinhanças Inter-rota*

Da mesma forma que na otimização intra-rota, existem diversas vizinhanças para otimização inter-rota, das quais foram implementadas: *Crossover* (ou 2-Opt\*) (Savelsbergh, 1992; Potvin, 1995), Or-Opt (Or, 1976) e Troca *Cross* (Taillard *et al.*, 1997), que foram proposta originalmente para o problema clássico de roteamento de veículos, e as vizinhanças SPI e SBR (Nanry e Barnes, 2000), que foram propostas para o PRVCE.

### 5.2.1 Vizinhança Or-Opt

A vizinhança Or-Opt foi proposta por Or (1976) também para o problema do caixeiro viajante, e consiste da realocação de até  $t$  nós consecutivos. Mais uma vez, a vizinhança é dependente de um parâmetro  $t$ . A vizinhança Or-Opt pode ser utilizada para otimização inter ou intra-rotas. Um exemplo de um movimento inter-rotas é ilustrado na Figura 5.

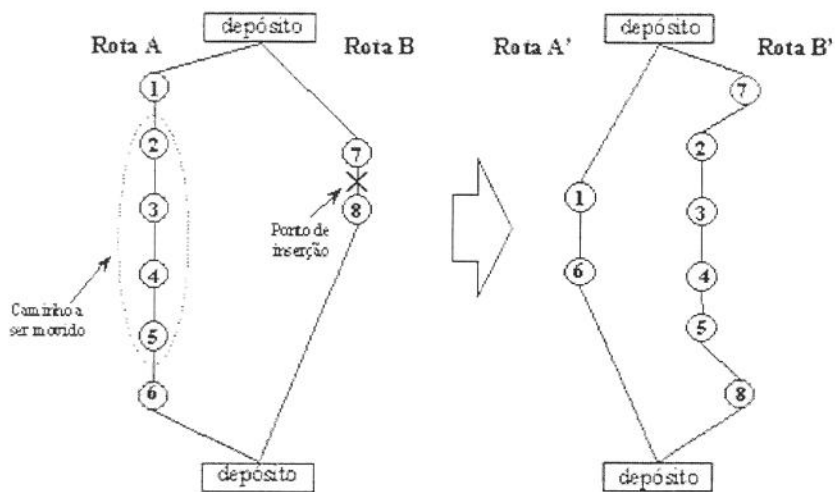


Figura 5. Movimento Or-Opt

### 5.2.2 Vizinhaça *Crossover* ou 2-Opt\*

Esta vizinhaça consiste na troca dos arcos  $(i, i+1)$  da rota  $r_p$  e  $(j, j+1)$  da rota  $r_q$  pelos arcos  $(i, j+1)$  e  $(j, i+1)$ . A Figura 6 ilustra este movimento.

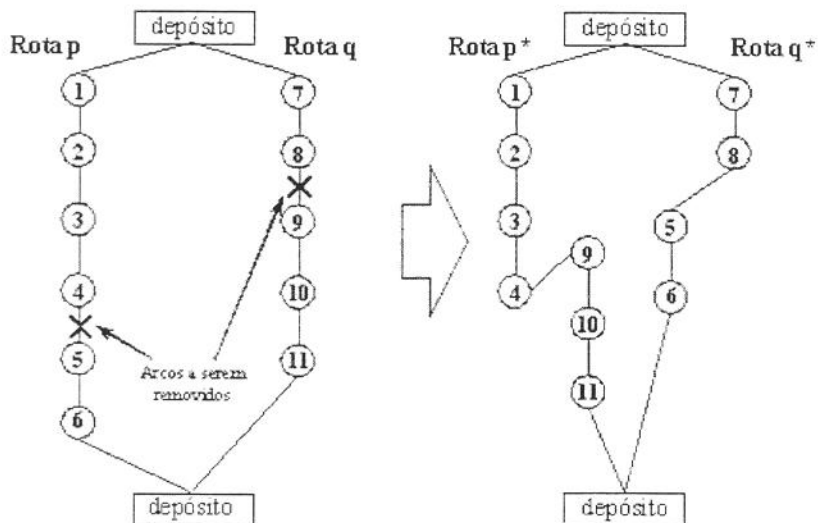


Figura 6. Movimento 2-Opt\*

### 5.2.3 Vizinhança Troca Cross

Nesta vizinhança trocam-se conjuntos de nós consecutivos entre rotas, como ilustrado na Figura 7. Convém observar que essa vizinhança contém a vizinhança Or-Opt (para otimização inter-rota).

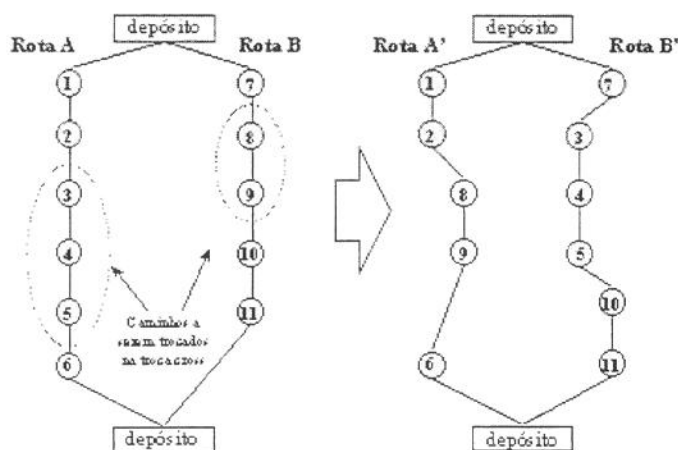


Figura 7. Movimento Troca Cross

### 5.2.4 Vizinhança Inserção de um Par – *Single paired insertion (SPI)*

A vizinhança SPI foi proposta por Nanry e Barnes (2000) para o PRVCE. Nesta vizinhança procura-se mover um par predecessor-sucessor de sua rota atual para uma outra rota da solução. Essa vizinhança é análoga à vizinhança Or-Opt para otimização inter-rota.

### 5.2.5 Vizinhança Troca entre dois Pares – *Swapping pairs between routes (SBR)*

A vizinhança SBR foi proposta por Nanry e Barnes (2000) para o PRVCE. Nesta vizinhança procura-se trocar de posição dois pares predecessor-sucessor de rotas distintas. Essa vizinhança é especialmente importante quando as janelas de tempo são pequenas, que dificultam a inserção de novos pares nas rotas.

A partir das descrições das vizinhanças, observa-se que a vizinhança SPI é a única vizinhança desenvolvida para o PRVCE capaz de reduzir o número de rotas, o que justifica sua utilização durante a fase construtiva. As vizinhanças SBR e Or-Opt intra-rotas têm o papel de reduzir a distância total da solução parcial para possibilitar, eventualmente, a inserção de novos pares de nós.

### 5.3 *Vizinhanças Mistas*

Vizinhanças mistas são vizinhanças geradas através da combinação entre as vizinhanças apresentadas anteriormente. Neste trabalho foi utilizada somente a vizinhança Or-Opt Mista.

#### 5.3.1 Vizinhança Or-Opt Mista

Essa vizinhança foi gerada a partir da união entre as vizinhanças Or-Opt (inter-rotas) e Or-Opt (intra-rotas).

### 5.4 *Reduções de Vizinhança*

As reduções de vizinhança visam à redução do esforço computacional através da não avaliação de vizinhos considerados não promissores. Elas são muito dependentes da estrutura do problema e não há garantia da qualidade da solução final.

Foram utilizadas duas estratégias de redução de vizinhança, descritas a seguir:

#### 5.4.1 Redução Baseada nos $p$ -Vizinhos Mais Próximos

Esta estratégia de redução de vizinhança é baseada nos *nós* do grafo. Movimentos só são permitidos se os arcos adicionados pelo movimento ligam nós próximos entre si.

Essa proximidade é definida pelo parâmetro  $p$ . Dessa forma, dado um nó, só são aceitos arcos que o ligam a seus  $p$  vizinhos mais próximos.

Assim, dois nós só são conectados se ambos estiverem reciprocamente incluídos no perímetro definido pelo  $p$  vizinho mais próximo. Por exemplo, no movimento *Crossover* o nó  $j+1$  ( $i+1$ ) é um dos  $p$  vizinhos mais próximos do nó  $i$  ( $j$ ).

#### 5.4.2 Redução Baseada na Porcentagem de Arcos do Grafo

Esta estratégia de redução de vizinhança é baseada nos *arcos* do grafo. Movimentos só são permitidos se os arcos adicionados pelo movimento fazem parte de um sub-conjunto dos arcos que contém os  $g$  % menores arcos do grafo completo.

A não utilização da redução de vizinhança é designada pelo código 0, enquanto as reduções de vizinhança baseado nos  $p$ -vizinhos mais próximos e na porcentagem do grafo são designadas pelos códigos 1 e 2, respectivamente.

### 5.5 Resultados Computacionais<sup>9</sup>

Foram realizados 5512 testes computacionais utilizando as instâncias dos Grupos I e II<sup>10</sup>, nos quais foram variados os seguintes componentes: heurística construtiva, vizinhança para busca local, parâmetro da vizinhança, tipo de redução de vizinhança e parâmetro da redução de vizinhança. Os testes são comparados com a heurística construtiva proposta por Nanry e Barnes, denotada heurística construtiva 1, e avaliados primeiramente de acordo com o ganho no número de rotas e, em seguida, pela redução da distância total percorrida pela frota de veículos.

---

<sup>9</sup> Os testes computacionais foram realizados em um Pentium IV de 2.8 GHz e 1Gb de memória RAM. Foi utilizado o compilador do ambiente de desenvolvimento Borland C++ Builder 5.0 para Windows sem flags de otimização de código.

<sup>10</sup> As instâncias do Grupo II de dimensão 200 e 600 não foram utilizadas por diferirem das instâncias menores somente na dimensão, guardando as demais características. Dessa forma foi poupado tempo de processamento.

5.5.1 Heurística Construtiva

A Tabela 3 apresenta a média dos ganhos obtidos a partir da aplicação dos algoritmos de busca local para todas as heurísticas construtivas implementadas. A coluna *Frequência* denota a porcentagem dos testes em que um dado componente ou parâmetro aparece nos 1% melhores testes (55 testes). No caso da Tabela 3, o componente é a heurística construtiva. O tempo de processamento também é apresentado.

Tabela 3. Ganhos percentuais médios após a aplicação dos algoritmos de busca local para as variantes da heurística construtiva de Nanry e Barnes (2000) para os 1% melhores testes

|          | Código da heurística construtiva | Ganho percentual do número de rotas | Ganho médio percentual de distância | Média do tempo de execução [s] | Frequência    |
|----------|----------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------|---------------|
| Grupo I  | 3                                | 37,954                              | 34,970                              | 0,818                          | 12,73%        |
|          | 4                                | 37,961                              | 35,072                              | 1,145                          | 16,36%        |
|          | 5                                | 37,961                              | 35,072                              | 1,167                          | 16,36%        |
|          | 6                                | 37,966                              | 35,101                              | 1,100                          | 14,55%        |
|          | <b>8</b>                         | <b>38,120</b>                       | <b>34,448</b>                       | <b>1,312</b>                   | <b>12,73%</b> |
|          | 9                                | 38,072                              | 34,604                              | 1,304                          | 9,09%         |
|          | 10                               | 38,072                              | 34,605                              | 1,247                          | 9,09%         |
| Grupo II | 11                               | 38,072                              | 34,605                              | 1,326                          | 9,09%         |
|          | 3                                | 37,184                              | 34,380                              | 7,061                          | 1,82%         |
|          | 4                                | 37,244                              | 36,195                              | 10,803                         | 14,55%        |
|          | 5                                | 37,214                              | 35,857                              | 10,731                         | 7,27%         |
|          | 6                                | 37,144                              | 36,757                              | 12,876                         | 5,45%         |
|          | <b>9</b>                         | <b>37,588</b>                       | <b>37,350</b>                       | <b>11,149</b>                  | <b>25,45%</b> |
|          | 10                               | 37,408                              | 37,290                              | 12,031                         | 25,45%        |
|          | 11                               | 37,447                              | 37,061                              | 13,357                         | 20,00%        |

Ao analisar a Tabela 3 observa-se que a inicialização com apenas uma rota gera resultados ligeiramente melhores. Somente nas instâncias do tipo R2<sup>11</sup> as heurísticas com inicialização do tipo II obtiveram melhores resultados. Porém, como o intuito é estabelecer um algoritmo robusto, não serão utilizadas essas peculiaridades para a definição de parâmetros neste trabalho.

Como no capítulo anterior, observou-se aqui também que as variantes das heurísticas construtivas não são muito dependentes do parâmetro da vizinhança Or-Opt

<sup>11</sup> Para maiores detalhes sobre a classificação das instâncias, vide *Anexo A*.

utilizada, uma vez que a diferença na qualidade da solução final obtida a partir dessas heurísticas não é muito significativa.

Outro ponto citado anteriormente que pode ser comprovado pela Tabela 3 acima é o fato de a utilização de buscas locais na fase construtiva ser importante para a obtenção de boas soluções, pois não houve nenhum teste nos 1% melhores testes que utilizou as heurísticas construtivas 1, 2 e 7, que não incorporam procedimentos de busca local. Porém, por partir de uma solução de alta qualidade, a contribuição dos procedimentos de busca local não é muito grande.

### 5.5.2 Vizinhanças

Como os algoritmos de busca local intra-rota não alteram o número de rotas da solução, são considerados somente os resultados obtidos em relação à heurística construtiva 1. Dessa forma, observa-se somente o ganho referente à distância percorrida, que é apresentado na Tabela 4 a seguir.

**Tabela 4. Ganhos médios obtidos pelos algoritmos de busca local intra-rotas em relação à heurística 1**

|          | Vizinhança   | Ganho médio percentual de distância | Média do tempo de execução [s] |
|----------|--------------|-------------------------------------|--------------------------------|
| Grupo I  | 2-Opt        | 0,801                               | 0,010                          |
|          | 3-Opt        | 2,020                               | 0,010                          |
|          | Or-Opt intra | 2,206                               | 0,012                          |
|          | <b>WRI</b>   | <b>3,100</b>                        | <b>0,020</b>                   |
| Grupo II | 2-Opt        | 1,334                               | 0,361                          |
|          | 3-Opt        | 2,342                               | 0,355                          |
|          | Or-Opt intra | 3,264                               | 0,403                          |
|          | <b>WRI</b>   | <b>4,868</b>                        | <b>0,371</b>                   |

Observa-se que a vizinhança 2-Opt obteve o pior desempenho. Isso ocorre devido à inversão de sentido que ela imprime a um dos segmentos de rotas. Tal inversão, além de não ser promissora devido às restrições de janelas de tempo, é ainda menos desejável sob o ponto de vista das restrições de precedência. Assim, o número de movimentos factíveis

é muito restrito. A vizinhança WRI foi a que obteve o melhor desempenho, superando as demais vizinhanças para otimização intra-rota estudadas.

Apesar de os algoritmos de otimização intra-rota não proporcionarem grandes ganhos em relação à distância percorrida, tais algoritmos são importantes para fazer um “ajuste fino” nas rotas.

Na Tabela 5 a seguir são apresentados os ganhos médios para os 1% melhores testes em relação à heurística construtiva 1 para as vizinhanças inter-rotas e mista.

Tabela 5. Ganhos médios obtidos pelos algoritmos de busca local em relação à heurística 1 para os 1% melhores testes

|          | Vizinhança                | Ganho percentual do número de rotas | Ganho médio percentual de distância | Média do tempo de execução [s] | Frequência    |
|----------|---------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------|---------------|
| Grupo I  | <i>Crossover</i>          | 38,046                              | 34,337                              | 1,388                          | 5,45%         |
|          | Or-Opt Inter              | 37,936                              | 34,913                              | 1,340                          | 12,73%        |
|          | <b>Or-Opt Mista</b>       | <b>38,026</b>                       | <b>34,885</b>                       | <b>1,053</b>                   | <b>69,09%</b> |
|          | Troca <i>Cross</i>        | 37,991                              | 34,865                              | 1,478                          | 12,73%        |
| Grupo II | <i>Crossover</i>          | 37,104                              | 37,117                              | 9,567                          | 5,45%         |
|          | Or-Opt Inter              | 37,431                              | 36,824                              | 11,280                         | 34,55%        |
|          | Or-Opt Mista              | 37,385                              | 36,837                              | 10,879                         | 49,09%        |
|          | <b>Troca <i>Cross</i></b> | <b>37,565</b>                       | <b>37,449</b>                       | <b>18,286</b>                  | <b>10,91%</b> |

Observa-se que, ao restringir a análise aos melhores parâmetros, não há testes realizados com a vizinhança SPI e SBR. Todavia, convém destacar que já era esperado que os testes realizados com essas vizinhanças não figurassem entre os melhores testes, já que as soluções obtidas a partir das heurísticas construtivas com busca local já utilizam essas duas vizinhanças.

Portanto, a fim de avaliar o impacto das vizinhanças selecionou-se somente os testes realizados com a heurística construtiva 1, devido ao fato de ela ser isenta de qualquer influência de algoritmos de busca local durante a fase construtiva, embora ela não tenha gerado os melhores resultados. A partir desses testes, observou-se que a vizinhança SPI apresentou resultados com ganho na redução do número de rotas 29.59%



superior ao da vizinhança Or-Opt mista, a segunda colocada. Isso mostra que o uso da vizinhança SPI no algoritmo da busca tabu é promissor, desde que acoplada a uma outra vizinhança.

Apesar de a vizinhança Troca *Cross* ter apresentado ganhos ligeiramente maiores no Grupo II, ela não será utilizada no algoritmo de busca tabu devido à exigência de um esforço computacional significativamente maior que o da vizinhança Or-Opt Mista e, principalmente, por ser menos robusta que a vizinhança Or-Opt Mista, que teve uma frequência de participação no grupo dos 1% melhores testes maior em ambos os grupos de instâncias.

Os parâmetros das vizinhanças Or-Opt (inter e mista) também foram analisados e o único número que aparece nos 1% melhores testes é 4.

### 5.5.3 Reduções de Vizinhança

A Tabela 6 a seguir apresenta a média dos ganhos percentuais no número de rotas e na distância total percorrida e a média do tempo de processamento em segundos para todos os 1% melhores testes.

**Tabela 6. Ganhos médios em relação aos tipos de redução de vizinhança para os 1% melhores testes**

|          | Tipo de Redução | Ganho percentual do número de rotas | Ganho médio percentual de distância | Média do tempo de execução [s] | Frequência |
|----------|-----------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------|------------|
| Grupo I  | 0               | 38,039                              | 34,689                              | 1,599                          | 30,91%     |
|          | 2               | 37,999                              | 34,931                              | 0,966                          | 69,09%     |
| Grupo II | 0               | 37,601                              | 37,546                              | 18,809                         | 23,64%     |
|          | 2               | 37,345                              | 36,718                              | 9,570                          | 76,36%     |

A partir da Tabela 6, observa-se que praticamente não houve perda de qualidade ao utilizar reduções de vizinhança e que o esforço computacional foi reduzido em 39,54% para as instâncias do Grupo I e em 49,12% para as instâncias do Grupo II. Convém destacar que não houve nem um teste entre os 1% melhores que tenha utilizado a redução do tipo 1 (baseada nos  $p$ -vizinhos mais próximos), o que sugere, aparentemente, que essa não é a melhor abordagem de redução de vizinhança a ser utilizada.

Um outro aspecto interessante a ser analisado nas reduções de vizinhança é o parâmetro de redução utilizado. Na Tabela 7 são apresentados os resultados dos ganhos percentuais médios no número de rotas e na distância total percorrida e a média do tempo de processamento em segundos para os 1% melhores testes realizados que utilizaram a redução de vizinhança do tipo 2.

**Tabela 7. Resultados obtidos para os 1% melhores testes que utilizaram a redução do tipo 2**

|          | Parâmetro da redução | Ganho percentual do número de rotas | Ganho médio percentual de distância | Média do tempo de execução [s] | Frequência    |
|----------|----------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------|---------------|
| Grupo I  | 40                   | 37,918                              | 35,298                              | 0,631                          | 2,63%         |
|          | 45                   | 37,918                              | 35,021                              | 0,663                          | 2,63%         |
|          | 50                   | 38,046                              | 34,959                              | 0,763                          | 10,53%        |
|          | 55                   | 37,995                              | 34,919                              | 0,831                          | 13,16%        |
|          | <b>60</b>            | <b>38,011</b>                       | <b>34,849</b>                       | <b>0,960</b>                   | <b>28,95%</b> |
|          | 65                   | 38,011                              | 34,847                              | 1,108                          | 28,95%        |
|          | 70                   | 37,943                              | 35,194                              | 1,094                          | 13,16%        |
| Grupo II | 45                   | 37,184                              | 34,593                              | 7,661                          | 2,38%         |
|          | 50                   | 37,278                              | 36,036                              | 8,162                          | 21,43%        |
|          | 55                   | 37,353                              | 37,052                              | 8,793                          | 11,90%        |
|          | 60                   | 37,389                              | 36,833                              | 9,322                          | 23,81%        |
|          | 65                   | 37,322                              | 36,467                              | 10,765                         | 16,67%        |
|          | <b>70</b>            | <b>37,389</b>                       | <b>37,440</b>                       | <b>10,829</b>                  | <b>23,81%</b> |

O fato de não ter ocorrido uma perda significativa de qualidade da solução sugere que permitir a entrada de arcos não muito bons na solução é uma estratégia míope e não leva aos melhores resultados, desencorajando a utilização do grafo completo. Além disso, o aumento do esforço computacional é sensível ao aumento do parâmetro da vizinhança. Portanto, a utilização da vizinhança completa não se mostra uma boa estratégia de busca por exigir um esforço computacional grande sem proporcionar melhoria significativa da qualidade da solução.

Assim, a utilização de um percentual do grafo total mostra-se uma estratégia bastante promissora, principalmente que a ligeira perda de qualidade da solução pode ser

compensada pela realização de uma busca mais extensa no conjunto de soluções viabilizada pela diminuição do esforço computacional de cada iteração.

## 5.6 Melhores Resultados

A Tabela 8 apresenta os 10 melhores testes, que foram ordenados de acordo com o ganho no número de rotas, ganho em distância e tempo médio de execução, nesta ordem. A partir dela, observa-se que a vizinhança Or-Opt Mista aparece bastante, confirmando seu bom desempenho discutido anteriormente.

É interessante destacar a presença de testes realizados com reduções de vizinhança na Tabela 8, o que confirma novamente que não é necessário trabalhar com o grafo completo para obter boas soluções.

Tabela 8. Melhores testes

|          | Código da heurística construtiva | Vizinhança         | Tipo de Redução | Parâmetro da redução | Ganho percentual do número de rotas | Ganho médio percentual de distância | Média do tempo de execução [s] |
|----------|----------------------------------|--------------------|-----------------|----------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------|
| Grupo I  | 9                                | Or-Opt Mista       | 0               |                      | 38,175                              | 34,844                              | 1,694                          |
|          | 10                               | Or-Opt Mista       | 0               |                      | 38,175                              | 34,844                              | 1,722                          |
|          | 11                               | Or-Opt Mista       | 0               |                      | 38,175                              | 34,844                              | 1,748                          |
|          | 8                                | Or-Opt Mista       | 2               | 65                   | 38,175                              | 34,580                              | 1,020                          |
|          | 8                                | Or-Opt Mista       | 2               | 60                   | 38,175                              | 34,576                              | 0,943                          |
|          | 8                                | Or-Opt Mista       | 2               | 55                   | 38,175                              | 34,455                              | 0,841                          |
|          | 8                                | Or-Opt Mista       | 0               |                      | 38,175                              | 34,418                              | 1,795                          |
|          | 4                                | Or-Opt Mista       | 2               | 60                   | 38,046                              | 35,112                              | 0,919                          |
|          | 5                                | Or-Opt Mista       | 2               | 60                   | 38,046                              | 35,112                              | 0,942                          |
|          | 6                                | Or-Opt Mista       | 2               | 60                   | 38,046                              | 35,112                              | 0,954                          |
| Grupo II | 9                                | Troca <i>Cross</i> | 0               |                      | 38,027                              | 38,002                              | 18,123                         |
|          | 10                               | Troca <i>Cross</i> | 0               |                      | 37,906                              | 37,956                              | 18,867                         |
|          | 11                               | Troca <i>Cross</i> | 0               |                      | 37,906                              | 37,809                              | 19,190                         |
|          | 9                                | Or-Opt Mista       | 0               |                      | 37,786                              | 37,920                              | 19,011                         |
|          | 9                                | Or-Opt Inter       | 0               |                      | 37,786                              | 37,680                              | 17,244                         |
|          | 10                               | Or-Opt Mista       | 0               |                      | 37,666                              | 37,873                              | 19,764                         |

|    |              |   |    |        |        |        |
|----|--------------|---|----|--------|--------|--------|
| 11 | Or-Opt Mista | 0 | 70 | 37,666 | 37,748 | 20,174 |
| 10 | Or-Opt Inter | 0 |    | 37,666 | 37,633 | 20,105 |
| 11 | Or-Opt Mista | 2 |    | 37,666 | 37,610 | 11,718 |
| 11 | Or-Opt Inter | 0 |    | 37,666 | 37,486 | 20,464 |

A Tabela 9 apresenta os melhores resultados obtidos por instância para o melhor teste para cada grupo de instância e na Tabela 10 são apresentados resultados médios obtidos a partir das soluções fornecidas pelo melhor teste para cada grupo de instância. O desvio percentual em relação à melhor solução (DPMS) médio em distância para as instâncias com valor ótimo conhecido<sup>12</sup> e o mesmo número de rotas que a solução ótima foi de 0,36% para as instâncias do Grupo I, um número bastante baixo para ser obtido somente com buscas locais, o que indica a facilidade de resolução dessas instâncias e justifica a necessidade de utilização de outras instâncias. As instâncias nas quais foi obtido solução igual ou de qualidade superior à encontrada na literatura estão destacadas.

**Tabela 9. Melhores resultados por instância**

|         | Instância  | Solução obtida |                              |                           |                 |             | Melhor solução  |             | DPMS em distância |
|---------|------------|----------------|------------------------------|---------------------------|-----------------|-------------|-----------------|-------------|-------------------|
|         |            | Número de nós  | Percentual do grafo completo | Média de nós entre par ps | Número de rotas | Custo total | Número de rotas | Custo total |                   |
| Grupo I | NC101_N100 | 106            | 9                            | 0,00                      | 10              | 9828,94     | 10              | 9827,30     | 0,02%             |
|         | NC101_N25A | 26             | 15                           | 0,00                      | 3               | 2441,81     | 3               | 2441,30     | 0,02%             |
|         | NC101_N50  | 54             | 12                           | 0,00                      | 5               | 4863,25     | 5               | 4862,40     | 0,02%             |
|         | NC102_N100 | 106            | 11                           | 0,15                      | 10              | 9829,38     | 10              | 9827,30     | 0,02%             |
|         | NC102_N25A | 26             | 15                           | 0,00                      | 3               | 2440,74     | 3               | 2440,30     | 0,02%             |
|         | NC102_N50  | 54             | 12                           | 0,00                      | 5               | 4862,17     | 5               | 4861,40     | 0,02%             |
|         | NC103_N100 | 104            | 50                           | 0,08                      | 10              | 9881,67     | 10              | 9829,90     | 0,53%             |
|         | NC103_N25A | 26             | 15                           | 0,00                      | 3               | 2440,74     | 3               | 2440,30     | 0,02%             |
|         | NC103_N50  | 54             | 12                           | 0,07                      | 6               | 4900,00     | 5               | 4861,40     |                   |
|         | NC104_N100 | 106            | 63                           | 0,45                      | 10              | 9957,86     | 9               | 10166,70    |                   |

<sup>12</sup> Extraídos de Nanry e Barnes (2000), Li e Lim (2001) e Bent e Hentenryck (2004). Para maiores detalhes, veja Tabela B1 do Anexo B.

|                   |           |           |             |          |               |          |               |               |
|-------------------|-----------|-----------|-------------|----------|---------------|----------|---------------|---------------|
| NC104_N25A        | 26        | 56        | 0,46        | 3        | 2438,47       | 3        | 2436,90       | 0,06%         |
| NC104_N50         | 54        | 36        | 0,22        | 5        | 4856,49       | 5        | 4855,60       | 0,02%         |
| NC105_100         | 106       | 9         | 0,00        | 10       | 9828,94       | 10       | 9827,30       | 0,02%         |
| NC105_N25A        | 26        | 15        | 0,00        | 3        | 2441,81       | 3        | 2441,30       | 0,02%         |
| NC105_N50         | 54        | 12        | 0,00        | 5        | 4863,25       | 5        | 4862,40       | 0,02%         |
| NC106_100         | 106       | 9         | 0,00        | 10       | 9828,94       | 10       | 9827,30       | 0,02%         |
| NC106_N25A        | 26        | 15        | 0,00        | 3        | 2441,81       | 3        | 2441,30       | 0,02%         |
| NC106_N50         | 54        | 12        | 0,00        | 5        | 4863,25       | 5        | 4862,40       | 0,02%         |
| NC107_100         | 106       | 26        | 0,00        | 10       | 9866,62       | 10       | 9826,10       | 0,41%         |
| NC107_N25A        | 26        | 15        | 0,00        | 3        | 2441,81       | 3        | 2441,30       | 0,02%         |
| NC107_N50         | 54        | 50        | 0,00        | 5        | 4902,05       | 5        | 4862,40       | 0,82%         |
| NC108_100         | 106       | 12        | 0,00        | 10       | 9827,82       | 10       | 9826,10       | 0,02%         |
| NC108_N25A        | 26        | 15        | 0,00        | 3        | 2441,81       | 3        | 2441,30       | 0,02%         |
| NC108_N50         | 54        | 12        | 0,07        | 5        | 4953,25       | 5        | 4862,40       | 1,87%         |
| NC109_100         | 106       | 12        | 0,00        | 10       | 9827,82       | 10       | 9827,30       | 0,01%         |
| NC109_N25A        | 26        | 15        | 0,00        | 3        | 2441,81       | 3        | 2441,30       | 0,02%         |
| NC109_N50         | 54        | 12        | 0,00        | 5        | 4863,25       | 5        | 4862,40       | 0,02%         |
| NC201_N50         | 54        | 14        | 0,07        | 4        | 4906,51       |          |               |               |
| NR101_100         | 110       | 35        | 0,00        | 21       | 2683,04       |          |               |               |
| NR101_N25A        | 32        | 39        | 0,00        | 8        | 869,17        | 8        | 867,10        | 0,24%         |
| NR101_N50         | 58        | 26        | 0,00        | 12       | 1548,43       |          |               |               |
| NR102_100         | 106       | 34        | 0,11        | 19       | 2528,54       |          |               |               |
| NR102_N25A        | 28        | 44        | 0,00        | 7        | 798,11        | 7        | 797,10        | 0,13%         |
| NR102_N50         | 58        | 29        | 0,00        | 12       | 1446,37       | 11       | 1409,00       |               |
| NR103_N25A        | 28        | 31        | 0,00        | 5        | 705,70        | 5        | 704,60        | 0,16%         |
| NR103_N50         | 54        | 30        | 0,44        | 9        | 1344,76       |          |               |               |
| NR104_N25A        | 28        | 30        | 0,00        | 5        | 706,18        | 4        | 666,90        |               |
| NR104_N50         | 52        | 24        | 0,08        | 7        | 1152,91       |          |               |               |
| NR105_100         | 106       | 36        | 0,00        | 16       | 2428,17       |          |               |               |
| NR105_N25A        | 28        | 33        | 0,00        | 6        | 781,54        | 6        | 780,50        | 0,13%         |
| NR105_N50         | 54        | 41        | 0,00        | 9        | 1404,15       |          |               |               |
| NR106_N25A        | 26        | 30        | 0,00        | 5        | 716,48        | 5        | 715,40        | 0,15%         |
| NR106_N50         | 54        | 33        | 0,37        | 9        | 1347,45       | 8        | 1293,00       |               |
| NR107_N25A        | 26        | 26        | 0,31        | 4        | 675,27        | 4        | 674,30        | 0,14%         |
| NR107_N50         | 54        | 20        | 0,44        | 8        | 1243,53       | 7        | 1211,10       |               |
| NR108_N25A        | 26        | 17        | 0,00        | 4        | 648,30        | 4        | 647,30        | 0,15%         |
| NR109_N25A        | 26        | 33        | 0,00        | 5        | 692,63        | 5        | 691,30        | 0,19%         |
| NR109_N50         | 54        | 21        | 0,07        | 9        | 1317,67       |          |               |               |
| <b>NR110_N25A</b> | <b>26</b> | <b>16</b> | <b>0,00</b> | <b>5</b> | <b>684,03</b> | <b>5</b> | <b>694,10</b> | <b>-1,45%</b> |
| NR110_N50         | 54        | 22        | 0,07        | 8        | 1248,25       | 7        | 1197,00       |               |
| NR111_N25A        | 26        | 25        | 0,00        | 4        | 693,44        | 4        | 678,80        | 2,16%         |
| NR111_N50         | 54        | 24        | 0,07        | 8        | 1248,64       |          |               |               |
| NR112_N25A        | 26        | 36        | 0,46        | 4        | 673,79        | 4        | 643,00        | 4,79%         |
| NR112_N50         | 54        | 19        | 0,07        | 7        | 1156,10       |          |               |               |
| NR201_N50         | 54        | 63        | 0,89        | 3        | 1478,64       |          |               |               |
| <b>NRC101_N25</b> | <b>26</b> | <b>53</b> | <b>0,46</b> | <b>4</b> | <b>710,83</b> | <b>4</b> | <b>711,10</b> | <b>-0,04%</b> |
| NRC101_N50        | 56        | 24        | 0,00        | 10       | 1475,62       |          |               |               |
| NRC102_N25        | 26        | 30        | 0,00        | 3        | 602,74        | 3        | 601,80        | 0,16%         |

|          |              |            |           |             |          |               |          |               |              |
|----------|--------------|------------|-----------|-------------|----------|---------------|----------|---------------|--------------|
|          | NRC102_N50   | 54         | 19        | 0,00        | 8        | 1340,27       |          |               |              |
|          | NRC103_N25   | 26         | 28        | 0,31        | 3        | 583,92        | 3        | 582,80        | 0,19%        |
|          | NRC103_N50   | 52         | 30        | 0,08        | 6        | 1216,48       |          |               |              |
|          | NRC104_N25   | 26         | 40        | 0,00        | 3        | 557,14        | 3        | 556,60        | 0,10%        |
|          | NRC104_N50   | 50         | 24        | 0,00        | 5        | 1048,25       |          |               |              |
|          | NRC105_N25   | 26         | 28        | 0,46        | 5        | 715,47        | 4        | 661,30        |              |
|          | NRC105_N50   | 56         | 37        | 0,14        | 8        | 1405,29       | 8        | 1355,30       | 3,69%        |
|          | NRC106_N25   | 26         | 40        | 0,15        | 4        | 651,81        | 3        | 595,50        |              |
|          | NRC106_N50   | 50         | 24        | 0,24        | 7        | 1292,01       |          |               |              |
|          | NRC107_N25   | 26         | 15        | 0,31        | 3        | 548,95        | 3        | 548,30        | 0,12%        |
|          | NRC107_N50   | 52         | 18        | 0,46        | 7        | 1229,27       |          |               |              |
|          | NRC108_N25   | 26         | 40        | 0,31        | 3        | 544,99        | 3        | 544,50        | 0,09%        |
|          | NRC108_N50   | 52         | 24        | 0,69        | 6        | 1103,94       | 6        | 1098,10       | 0,53%        |
|          | NRC201_N50   | 50         | 53        | 0,72        | 4        | 1481,08       |          |               |              |
|          |              |            |           |             |          |               |          |               |              |
| Grupo II | lc101        | 106        | 29        | 1,21        | 12       | 944,43        | 10       | 828,94        |              |
|          | lc102        | 106        | 53        | 1,70        | 13       | 1123,35       | 10       | 828,94        |              |
|          | lc103        | 104        | 81        | 1,42        | 11       | 1009,34       | 9        | 1035,35       |              |
|          | lc104        | 106        | 61        | 1,85        | 10       | 846,23        | 9        | 860,01        |              |
|          | lc105        | 106        | 10        | 1,13        | 14       | 1033,98       | 10       | 828,94        |              |
|          | lc106        | 106        | 15        | 2,08        | 12       | 942,47        | 10       | 828,94        |              |
|          | lc107        | 106        | 37        | 1,70        | 13       | 1186,66       | 10       | 828,94        |              |
|          | lc108        | 106        | 9         | 2,26        | 11       | 863,38        | 10       | 826,44        |              |
|          | lc109        | 106        | 23        | 1,47        | 10       | 843,09        | 9        | 1000,60       |              |
|          | lc201        | 102        | 42        | 4,63        | 6        | 932,41        | 3        | 591,56        |              |
|          | <b>lc202</b> | <b>102</b> | <b>10</b> | <b>8,12</b> | <b>3</b> | <b>591,56</b> | <b>3</b> | <b>591,56</b> | <b>0,00%</b> |
|          | lc203        | 102        | 55        | 7,57        | 4        | 702,75        | 3        | 585,56        |              |
|          | lc204        | 102        | 42        | 7,69        | 4        | 690,20        | 3        | 590,60        |              |
|          | lc205        | 102        | 12        | 5,02        | 5        | 730,88        | 3        | 588,88        |              |
|          | lc206        | 102        | 43        | 7,92        | 4        | 673,38        | 3        | 588,49        |              |
|          | <b>lc207</b> | <b>102</b> | <b>10</b> | <b>6,04</b> | <b>3</b> | <b>588,29</b> | <b>3</b> | <b>588,29</b> | <b>0,00%</b> |
|          | <b>lc208</b> | <b>102</b> | <b>10</b> | <b>6,04</b> | <b>3</b> | <b>588,32</b> | <b>3</b> | <b>588,32</b> | <b>0,00%</b> |
|          | lr101        | 106        | 33        | 1,02        | 22       | 1748,26       | 19       | 1650,80       |              |
|          | lr102        | 110        | 50        | 0,95        | 18       | 1541,19       | 17       | 1487,57       |              |
|          | lr103        | 104        | 42        | 1,38        | 14       | 1409,96       | 13       | 1292,68       |              |
|          | lr104        | 104        | 21        | 1,73        | 12       | 1196,10       | 9        | 1013,39       |              |
|          | lr105        | 106        | 37        | 0,91        | 18       | 1649,64       | 14       | 1377,11       |              |
|          | lr106        | 104        | 26        | 1,42        | 16       | 1439,27       | 12       | 1252,62       |              |
|          | lr107        | 104        | 89        | 1,58        | 12       | 1285,14       | 10       | 1111,31       |              |
|          | lr108        | 100        | 36        | 1,96        | 12       | 1154,70       | 9        | 968,97        |              |
|          | lr109        | 106        | 33        | 1,47        | 14       | 1378,32       | 11       | 1208,96       |              |
|          | lr110        | 104        | 27        | 1,27        | 13       | 1223,73       | 10       | 1159,35       |              |
|          | lr111        | 108        | 40        | 1,44        | 12       | 1243,44       | 10       | 1108,90       |              |
|          | lr112        | 106        | 24        | 1,58        | 12       | 1141,15       | 9        | 1003,77       |              |
|          | lr201        | 102        | 65        | 3,45        | 7        | 1424,68       | 4        | 1253,23       |              |
|          | lr202        | 100        | 82        | 6,12        | 6        | 1481,70       | 3        | 1197,67       |              |
|          | lr203        | 102        | 72        | 6,82        | 4        | 1241,42       | 3        | 949,40        |              |

|        |     |    |       |    |         |    |         |
|--------|-----|----|-------|----|---------|----|---------|
| lr204  | 100 | 54 | 11,48 | 3  | 904,81  | 2  | 849,05  |
| lr205  | 102 | 69 | 5,29  | 5  | 1310,49 | 3  | 1054,02 |
| lr206  | 100 | 90 | 11,68 | 4  | 1243,48 | 3  | 931,63  |
| lr207  | 102 | 64 | 9,53  | 4  | 1309,26 | 2  | 903,06  |
| lr208  | 100 | 44 | 10,04 | 3  | 999,47  | 2  | 734,85  |
| lr209  | 102 | 51 | 6,55  | 4  | 1142,10 | 3  | 930,59  |
| lr210  | 102 | 51 | 7,29  | 4  | 1196,46 | 3  | 964,22  |
| lr211  | 100 | 54 | 6,80  | 4  | 1134,38 | 2  | 884,29  |
| lrc101 | 106 | 37 | 1,28  | 17 | 1844,09 | 14 | 1708,70 |
| lrc102 | 106 | 29 | 0,87  | 17 | 1779,61 | 12 | 1558,07 |
| lrc103 | 106 | 28 | 1,36  | 13 | 1542,70 | 11 | 1258,74 |
| lrc104 | 108 | 24 | 1,81  | 11 | 1192,99 | 10 | 1128,40 |
| lrc105 | 108 | 32 | 1,15  | 16 | 1839,18 | 13 | 1637,62 |
| lrc106 | 106 | 58 | 1,13  | 15 | 1723,08 | 11 | 1424,73 |
| lrc107 | 106 | 23 | 1,89  | 13 | 1378,88 | 11 | 1230,14 |
| lrc108 | 104 | 26 | 1,73  | 12 | 1255,31 | 10 | 1147,43 |
| lrc201 | 102 | 77 | 3,69  | 7  | 2000,54 | 4  | 1406,94 |
| lrc202 | 102 | 58 | 5,33  | 5  | 1689,29 | 3  | 1374,27 |
| lrc203 | 102 | 71 | 4,39  | 4  | 1454,82 | 3  | 1089,07 |
| lrc204 | 102 | 35 | 7,06  | 4  | 981,77  | 3  | 818,67  |
| lrc205 | 102 | 61 | 3,96  | 6  | 1893,89 | 4  | 1302,20 |
| lrc206 | 102 | 58 | 5,49  | 5  | 1539,82 | 3  | 1159,03 |
| lrc207 | 102 | 70 | 5,84  | 5  | 1461,86 | 3  | 1062,05 |
| lrc208 | 102 | 46 | 10,63 | 4  | 1144,23 | 3  | 852,76  |

**Tabela 10. Resultados médios obtidos para o melhor teste**

|          |                                                            | <i>Média Global</i> |
|----------|------------------------------------------------------------|---------------------|
| Grupo I  | <i>Mínimo Percentual do grafo completo</i>                 | 9,000               |
|          | <i>Percentual médio do grafo completo</i>                  | 26,849              |
|          | <i>Máximo Percentual do grafo completo</i>                 | 63,000              |
|          | <i>Desvio Padrão do Percentual médio do grafo completo</i> | 13,800              |
|          | <i>Menor média de nós entre par ps</i>                     | 0,000               |
|          | <i>Média de nós entre par ps</i>                           | 0,134               |
|          | <i>Maior média de nós entre par ps</i>                     | 0,889               |
| Grupo II | <i>Mínimo Percentual do grafo completo</i>                 | 9,000               |
|          | <i>Percentual médio do grafo completo</i>                  | 43,375              |
|          | <i>Máximo Percentual do grafo completo</i>                 | 90,000              |
|          | <i>Desvio Padrão do Percentual médio do grafo completo</i> | 21,598              |
|          | <i>Menor média de nós entre par ps</i>                     | 0,868               |
|          | <i>Média de nós entre par ps</i>                           | 4,058               |
|          | <i>Maior média de nós entre par ps</i>                     | 11,680              |

Outros aspectos interessantes a observar dizem respeito à porcentagem necessária do grafo completo para gerar a solução e ao número médio de nós que separam o sucessor

do predecessor. Embora no pior caso tenha sido necessário aproximadamente 90,00% do grafo completo para gerar a solução em questão, as médias gerais são de apenas 26,85% e 43,38% para os Grupos I e II, respectivamente, o que comprova que o grafo completo não é, em geral, necessário para gerar boas soluções.

Quanto ao número médio de nós separando o predecessor do sucessor, observa-se que esse número é bastante baixo para as instâncias do Grupo I, o que indica que em praticamente todos os casos o sucessor sucedeu imediatamente o predecessor. Essa característica não aparece no Grupo II, como pode ser observado pela Tabela 10, o que o torna mais realista.

## 5.7 Conclusões

A partir dos resultados obtidos durante o estudo das vizinhanças para buscas locais, foram determinadas as características básicas do algoritmo da busca tabu, a saber: heurística construtiva, vizinhanças para busca local, parâmetro das vizinhanças, tipo e parâmetro da redução de vizinhança.

Conforme pode ser observado pela análise dos melhores resultados, as instâncias do Grupo I são de fácil resolução, ao contrário das instâncias do Grupo II. Portanto, os resultados obtidos para as instâncias do Grupo II serão considerados prioritários na definição dos parâmetros do algoritmo de busca tabu.

Foi selecionada a heurística construtiva 9 por ter apresentado os melhores resultados médios para o Grupo II, considerando os testes com e sem a aplicação de buscas locais. Essa heurística obteve bons resultados para as instâncias do Grupo I, principalmente nos testes em que foram aplicadas buscas locais.

No que se refere às vizinhanças utilizadas, foram escolhidas a Or-Opt Mista e a SPI. Embora a vizinhança Troca *Cross* tenha obtido um resultado médio ligeiramente superior à vizinhança Or-Opt Mista (da ordem de 0,05%), optou-se pela utilização desta e não daquela devido à variabilidade dos resultados. A frequência de participação da



vizinhança Troca *Cross* nos 1% melhores resultados foi significativamente menor que a da vizinhança Or-Opt mista. Dessa forma, optou-se por privilegiar a robustez do algoritmo.

Conforme discutido anteriormente, nos resultados apresentados neste capítulo está mascarada a potencialidade da vizinhança SPI. Ao contrário do que ocorre com a vizinhança SBR, a vizinhança SPI apresentou os melhores resultados se forem considerados somente os testes realizados com a heurística construtiva de Nanry e Barnes (código 1), o que justifica sua utilização no algoritmo de busca tabu.

No que se refere ao parâmetro da vizinhança, optou-se por utilizar o valor 4 por ser o único presente nos 1% melhores testes.

A redução de vizinhança a ser utilizada será a baseada em porcentagem do grafo completo (tipo 2) por apresentar resultados muito próximos dos obtidos com o grafo completo, porém sem demandar um grande esforço computacional. O parâmetro base da redução de vizinhança a ser utilizado será 60%, por ser o que tem a maior frequência de participação nos 1% melhores testes e por possibilitar uma redução significativa no esforço computacional em relação aos testes que não utilizaram redução de vizinhança.

## Capítulo 6 – Busca Tabu

Busca tabu é uma meta-heurística originalmente proposta por Glover (1989, 1990) e que tem sido utilizada com sucesso para a resolução de uma grande variedade de problemas de otimização combinatória (Glover e Laguna, 1997), incluindo problemas de roteamento de veículos (Cordeau *et al.*, 1997, e Toth e Vigo, 2002). No entanto, sua aplicação ao PRVCE ainda é bastante limitada.

Este trabalho tem por objetivo o desenvolvimento de um algoritmo de busca tabu robusto, isto é, um algoritmo que facilite a replicação e que atenda às exigências de qualidade da solução para um conjunto diverso de instâncias.

### 6.1 Introdução

Busca tabu é uma meta-heurística que usa exploração reativa e memória flexível para guiar a busca no espaço de soluções. Através da exploração reativa, determina-se uma direção de busca baseada em propriedades da solução corrente e da história da busca. A memória flexível consiste de estruturas de memória de curto e longo prazo, que armazenam a história da busca. A memória de curto prazo armazena atributos de soluções visitadas em um passado recente. Estes atributos são armazenados numa lista tabu para impedir o retorno a soluções visitadas. A memória de longo prazo contém uma história seletiva de soluções e seus atributos encontrados durante o processo de busca. É utilizada em estratégias de diversificação e intensificação da busca.

A busca tabu possui uma grande flexibilidade, oferecendo uma vasta gama de opções de estratégias envolvendo as memórias, o que implica em implementações com

graus variados de complexidade. Tal flexibilidade permite que a implementação seja modular e evolua de acordo com a exigência de soluções com maior qualidade.

A seguir são discutidas as componentes básicas do algoritmo de busca tabu.

## 6.2 Memória de Curto Prazo

A memória de curto prazo corresponde a um componente básico do algoritmo da busca tabu. Os atributos das soluções visitadas são guardados e utilizados para definir a *regra de proibição* de movimentos. Assim, um movimento está proibido se a solução gerada por ele possuir atributos de soluções visitadas recentemente durante a busca. O período no qual a solução é “excluída” da vizinhança é denominado *duração tabu*. As soluções excluídas da vizinhança são comumente chamadas de *soluções tabu*.

O atributo de uma solução do PRVCE é definido aqui como o arco que liga dois nós. Dessa forma, uma solução é considerada tabu se o movimento necessário para gerá-la envolver mais que  $\zeta$  arcos *tabu-ativos*. Após a execução de um movimento, os arcos envolvidos nele são considerados tabu-ativos enquanto não expirar a duração tabu associada a eles.

Convém destacar que o atributo tabu utilizado neste trabalho é distinto de diversos trabalhos na literatura sobre problemas de roteamento de veículos abordados por busca tabu. Nestes trabalhos, o atributo consiste de um nó  $i$  e da rota  $k$  em que se encontra. Assim, se o nó  $i$  é removido da rota  $k$ , então este nó  $i$  não pode retornar à rota  $k$  no período especificado pela duração tabu. Consideramos que este atributo  $(i, k)$  não é representativo, dado que após poucos movimentos, a rota  $k$  pode ser modificada completamente, fazendo com que as restrições tabu fiquem sem significado.

A duração tabu é um dos parâmetros a serem calibrados que tem mais impacto na busca, pois pode ocasionar ciclos (se for muito pequena) ou restringir a busca (se for muito grande). Os tipos de duração mais utilizadas na literatura são: fixa, alteração

sistemática, e aleatória em um intervalo com distribuição uniforme. Neste trabalho, a duração tabu é sorteada de um intervalo.

Além disso, a duração tabu para os arcos que saem deve ser maior que a duração tabu dos arcos que entram em uma solução, pois o conjunto dos arcos que não fazem parte de uma solução é significativamente maior que o conjunto dos arcos que fazem parte dessa solução. Caso a duração tabu dos arcos que saem fosse igual a dos arcos que entram, a busca não seria incentivada a explorar regiões mais afastadas da atual.

A duração tabu é sorteada a cada  $\phi$  iterações. Após essa atualização, a solução é submetida a um processo de busca local que utiliza a vizinhança WRI a fim de reduzir a distância das rotas e o grau de infactibilidade.

Se um movimento, envolvendo um ou mais arcos tabu, leva a uma solução de qualidade superior à da melhor solução corrente, este movimento é executado. Este critério que ignora as restrições tabu é chamado de *critério de aspiração* e é utilizado na maioria das implementações de algoritmos de busca tabu.

Neste trabalho são utilizadas as vizinhanças Or-Opt Mista e SPI por terem apresentado um bom desempenho, conforme observado no capítulo *Busca Local*. Em cada iteração, a solução é submetida à vizinhança Or-Opt Mista e depois à SPI. Para cada vizinhança são realizados os melhores movimentos não-tabu enquanto houver melhoria na solução atual. Quando não for encontrado nenhum movimento que melhore a solução atual, é executado o que a menos degrada.

Conforme poderá ser observado pelos experimentos computacionais, ambas as vizinhanças são necessárias para a obtenção de soluções de qualidade.

### **6.3 Mecanismo de Busca por Regiões Infactíveis**

A busca tabu com memória de curto prazo permite trajetórias com soluções infactíveis. Esta é uma abordagem interessante quando o problema possui regiões

factíveis desconexas ou quando as vizinhanças utilizadas no algoritmo de busca tabu não conseguem atingir certas regiões factíveis. Neste trabalho, a busca através de soluções infactíveis é realizada através do acréscimo à função objetivo de uma penalização associada a restrições violadas.

Dessa forma, a função objetivo a ser minimizada a cada movimento é  $f(s) = c(s) + \alpha q(s) + \beta w(s)$  tal que,  $\alpha$  e  $\beta$  são parâmetros positivos,  $c(s)$  é a distância total da solução,  $q(s)$  é a soma das violações das capacidades dos veículos e  $w(s)$  é a soma das violações das janelas de tempo. Não é permitido violar restrições de precedência neste trabalho, pois isto descaracterizaria completamente a solução.

Os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  são ajustados dinamicamente para controlar a exploração do espaço de busca. Caso a solução após um movimento seja infactível em relação a alguma restrição, seu respectivo parâmetro de penalização é multiplicado por  $(1 + v)$ . Caso contrário, o respectivo parâmetro é dividido por  $(1 + v)$ .

Convém destacar que não foi permitida a redução do número de rotas em soluções infactíveis por não haver garantia de que há uma solução factível para esse número menor de rotas. Também não foi permitido que as soluções violassem arbitrariamente as restrições, sendo impostos limites aos graus de infactibilidade referentes à violação das janelas de tempo e das capacidades dos veículos.

#### **6.4 Procedimento de intensificação**

O procedimento de intensificação sugerido consiste de busca locais sem utilização de memória e restrita a soluções factíveis. Este procedimento é aplicado a soluções de partida e à melhor solução corrente, quando esta é atualizada. O procedimento é dividido em duas etapas distintas: uma com o objetivo de minimizar a distância total percorrida, e outra com o objetivo de reduzir o número de rotas.

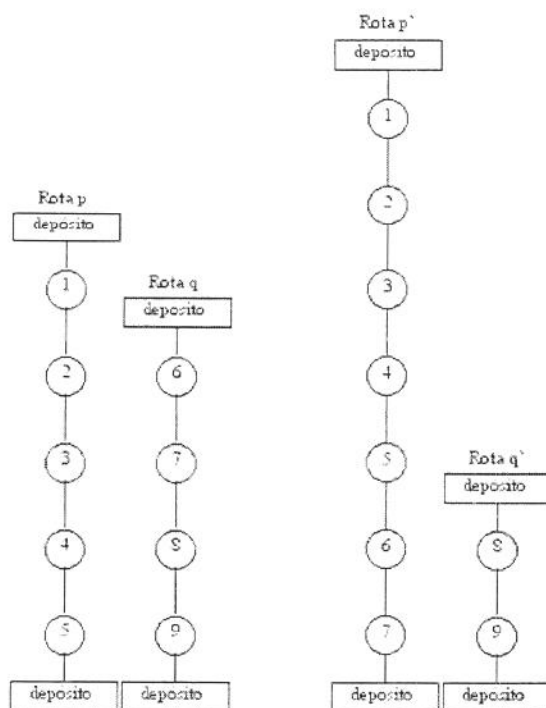
Na primeira etapa, a solução é submetida a um procedimento de busca local que utiliza as vizinhanças WRI, para otimização intra-rotas, e Troca *Cross*, para otimização

inter-rotas. Essas vizinhanças foram escolhidas por consistirem em movimentos com estruturas diferentes dos movimentos realizados pelas vizinhanças Or-Opt Mista e SPI, que são utilizadas na memória de curto prazo. O objetivo desta etapa é explorar regiões vizinhas da melhor solução corrente, buscando por configurações em que a distância total percorrida pela frota de veículos seja menor. Portanto, a função de avaliação de movimentos considera somente o ganho em distância proporcionado pela execução do movimento candidato. Como na memória de curto prazo a redução do número de rotas pode ocorrer nesta etapa, porém como um efeito colateral.

Na segunda etapa, a solução é submetida a um procedimento cujo objetivo é reduzir o número de rotas. Esse procedimento é baseado na vizinhança SPI, utilizando-se três critérios de avaliação de movimentos de forma hierárquica como sugerido por Bent e Hentenryck (2004). O critério é alterado ao se atingir o mínimo local do critério anterior.

Dessa forma, é minimizado o número de rotas (primeiro critério), maximizada a somatória do quadrado da cardinalidade das rotas (segundo critério) e minimizada a distância total percorrida (terceiro critério). É interessante notar que o segundo critério favorece a formação de rotas com cardinalidades bastante dispare, o que facilita a eliminação de rotas.

A Figura 8 a seguir apresenta 10 nós alocados em duas rotas. Na primeira configuração, a somatória dos quadrados das cardinalidades das rotas é 41 enquanto na segunda configuração é 53. Observa-se, portanto, que ao maximizar o segundo critério, é incentivada a formação de rotas parecidas com a segunda configuração, o que facilita a eliminação de rotas.



**Figura 8. Exemplo de configurações para ilustrar o impacto da diferença de cardinalidades das rotas**

A Figura 9 a seguir apresenta o algoritmo utilizado.

*Passo 1:* Submeta a solução ao procedimento de busca local utilizando a vizinhança WRI e vá para o *Passo 2*;

*Passo 2:* Submeta a solução ao procedimento de busca local utilizando a vizinhança Troca Cross; caso a solução tenha sido atualizada, volte para o *Passo 1*, senão vá para o *Passo 3*;

*Passo 3:* Submeta a solução ao procedimento de redução de rotas baseado na vizinhança SPI e vá para o passo *Passo 4*;

*Passo 4:* Aplique o procedimento de busca local baseado na vizinhança Troca Cross, exceto às menores rotas; caso a solução tenha sido atualizada, volte para o *Passo 3*, senão vá para o *Passo 5*;

*Passo 5:* Submeta a solução ao procedimento de busca local utilizando a vizinhança WRI e vá para o *Passo 6*;

*Passo 6:* Caso a solução seja pior que a solução do início do *Passo 3*, retorne à solução do início do *Passo 3*; vá para o *Passo 7*;

*Passo 7:* Fim.

**Figura 9. Algoritmo do procedimento de intensificação**

Observe que no *Passo 4*, o procedimento de busca local baseado na vizinhança Troca Cross é aplicado somente às maiores rotas, deixando 1 ou 2 rotas à parte<sup>13</sup>. Essas menores rotas não participam do processo de busca local porque espera-se que elas sejam eliminadas. Neste passo, os movimentos gerados por esta vizinhança buscam reduzir a distância total percorrida, e se todas as rotas fossem incluídas, praticamente todas as alterações realizadas durante o procedimento de eliminação de rotas seriam desfeitas.

Outro ponto interessante é o possível descarte da solução obtida ao final da segunda fase (*Passo 6*). Quando não se encontra uma solução com número inferior de rotas, a segunda etapa tende a degradar a solução, o que justifica o descarte dessa solução.

## **6.5 Procedimentos de diversificação da busca**

Diversas implementações de algoritmos de busca tabu utilizam mecanismos de diversificação de busca a fim de explorar regiões distintas do conjunto de soluções. Aqui é utilizado o enfoque de diversificação baseado em frequência. De modo geral a

---

<sup>13</sup> Foram excluídas 2 rotas para soluções com mais de 10 rotas e 1 rota para soluções com menos rotas.



freqüência de residência é uma medida do número de iterações que um atributo está presente nas soluções visitadas, enquanto que a freqüência de transição mede o número de iterações que um atributo entra ou sai das soluções visitadas.

Utiliza-se aqui a diversificação baseada na freqüência de transição dos arcos envolvidos em todos os movimentos realizados durante a busca. Isto porque a contagem dos arcos presentes em soluções visitadas exigiria um esforço computacional muito grande.

A freqüência de transição dos arcos foi utilizada para duas estratégias de diversificação. Uma estratégia penaliza arcos com alta freqüência durante a busca (denotada diversificação durante a busca - DDB) e a outra, baseada em reinícios, penaliza tais arcos na heurística construtiva (denotada diversificação com penalização no reinício – DR).

No primeiro caso, é acrescentada ao custo relacionado a cada movimento uma penalidade proporcional à freqüência de transição dos arcos nos movimentos. Dessa forma, é somada à função de custo (além das penalizações da busca pela infactibilidade) uma penalização para cada arco durante  $\delta$  iterações, conforme a expressão a seguir:

$$p_{ij} = \mu c_{ij} \frac{f_{ij}}{f_{\max}},$$

em que  $p_{ij}$  é a penalidade associada ao arco  $(i, j)$ ,  $\mu$  é o fator de penalização dinâmico da busca,  $c_{ij}$  é o custo do arco  $(i, j)$ ,  $f_{ij}$  é o número de vezes que o arco  $(i, j)$  participou de movimentos,  $f_{\max}$  é o maior número de vezes que um arco participou de movimentos, e  $\delta$  é um parâmetro.

No caso de diversificação com penalização no reinício, adiciona-se a penalidade  $p_{ij}$  ao custo do arco  $c_{ij}$  nos movimentos de inserção e de busca local da heurística construtiva.

Em ambas as estratégias de diversificação, o procedimento é ativado após  $b$  iterações sem melhoria da melhor solução.

## 6.6 Religação de caminho

A religação de caminho (*path relinking*) foi proposta por Glover (1996) como uma abordagem para integrar estratégias de intensificação e diversificação no contexto de busca tabu (Glover and Laguna, 1997) e *scatter search* (Glover, 1998; Glover, Laguna and Martí, 2000). Este enfoque gera novas soluções através da exploração do caminho que conecta duas soluções.

Partindo de uma solução (*solução inicial*) procura-se determinar um caminho até outra solução (*solução guia*) através da realização de movimentos que diminuam a distância entre elas. Neste trabalho é considerado como medida de distância a porcentagem de arcos que estão presentes nas duas soluções, dado por:

$$d = \left( 1 - \frac{2a_{ij}}{a_i + a_j} \right) 100$$

em que  $a_{ij}$  representa o número de arcos presentes na solução  $i$  e na solução  $j$ ;  $a_i$  representa o número de arcos na solução  $i$  e  $a_j$  representa o número de arcos na solução  $j$ .

Esse processo pode ser tanto *intensificador* (caso em que as soluções sejam de alta qualidade), quanto *diversificador* (caso as soluções possuam características razoavelmente diferentes) e pode ser aplicado durante a busca ou como um procedimento de pós-otimização.

A religação de caminho tem sido usada com sucesso em combinação com GRASP (Resende e Ribeiro, 2005) e como estratégia de combinação de soluções em *scatter search* (Jain e Meeran, 2002 e Yamashita *et al.*, 2004).

Eventualmente uma solução obtida durante o caminho pode ser utilizada como uma solução de partida para um procedimento de busca local. Assim, são submetidas a procedimentos de busca local as soluções que forem caracterizadas como *mínimos locais*

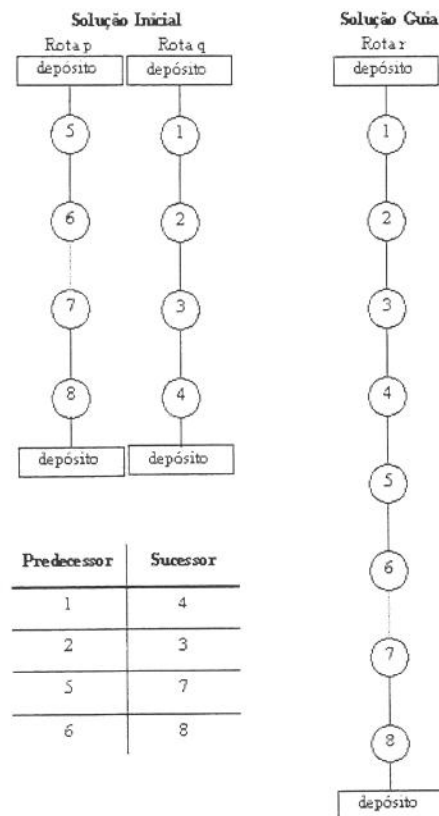
encontrados no caminho. Neste contexto, entende-se por mínimo local a solução que é precedida e sucedida imediatamente por soluções de qualidade inferior, conforme discutido em Resende e Werneck (2004).

O procedimento de busca local só é aplicado a mínimos locais separados por no mínimo  $d$  movimentos a fim de garantir que as diferenças entre eles sejam suficientes para que as regiões exploradas na busca local sejam diferentes.

Como no algoritmo da busca tabu, foram utilizadas as vizinhanças SPI e Or-Opt Mista para executar movimentos que reduzam a distância entre duas soluções. A cada passo do procedimento foi executado o movimento que proporciona o maior aumento na porcentagem de coincidência. Como não foi permitida diminuição na porcentagem de coincidência, foi necessária a implementação de ambas as vizinhanças, pois observou-se que não é sempre possível chegar à solução guia somente utilizando movimentos da vizinhança SPI. Dessa forma, as vizinhanças Or-Opt Mista e SPI são aplicadas alternadamente até a a porcentagem de coincidência de arcos entre as soluções seja 100%.

Como pode ser verificado pela Figura 10 a seguir, não é possível obter 100% de coincidência com movimentos da vizinhança SPI. Por exemplo, a inserção dos nós 1 e 4 na rota  $p$  envolve a retirada dos arcos (1, 2), (3, 4), (4, 0) e (0, 5), sendo que os arcos (1, 2) e (3, 4) pertencem à solução guia, e o acréscimo dos arcos (0, 2), (3, 0), (1, 4), (4, 5), sendo que somente o arco (4, 5) pertence à solução guia.

Porém, a discrepância entre as duas soluções é resolvida movendo-se a seqüência de nós 1-2-3-4 simultaneamente da rota  $q$  para a rota  $p$ , gerando a rota  $r$ . Esse movimento é característico da vizinhança Or-Opt Mista.



**Figura 10. Exemplo de solução inicial na qual não é possível chegar à solução guia com movimentos da vizinhança SPI**

A busca local em pontos da religação de caminho é a mesma usada no procedimento de intensificação. Todavia, ao contrário do que ocorre quando a melhor solução é atualizada, a busca local do procedimento de religação de caminho pode ser aplicada tanto a soluções factíveis quanto infactíveis.

Durante a busca, o procedimento de religação de caminho sempre utiliza a solução obtida após o término da diversificação e uma solução do *Conjunto de Referência* (CR). Este conjunto contém soluções factíveis e infactíveis de alta qualidade e suficientemente distantes obtidas durante a busca. Porém, foi dada prioridade à inclusão e permanência de soluções factíveis através da limitação do número de soluções infactíveis. Assim, caso o

número de soluções infactíveis do CR tenha alcançado o máximo permitido, só é permitido a uma solução candidata infactível substituir outra solução infactível, enquanto é permitido a uma solução factível substituir tanto uma factível quanto infactível.

Existem dois critérios para a atualização do CR: qualidade e diversidade. No critério de qualidade, uma solução candidata entra em CR se tiver um custo inferior ao da melhor solução de CR. Esta solução substitui a solução de pior qualidade do CR, exceto no caso da solução candidata ser infactível e o CR possuir a quantidade máxima de soluções infactíveis. Neste caso, será substituída a solução infactível de pior qualidade. No critério de diversidade uma solução candidata entra em CR se seu custo for menor que o custo da pior solução de CR e sua distância às soluções de CR é maior que a distância mínima entre as soluções de CR. Neste caso a solução que sai de CR é aquela associada à distância mínima.

Duas estratégias de ligação foram analisadas: com uma solução aleatória do CR e com todas as soluções do CR. Além disso, existem duas alternativas para a ligação entre soluções: *unidirecional* (da melhor para a pior solução ou da pior para a melhor solução) ou *bidirecional* (só foi utilizada a ligação da pior para a melhor solução quando não havia divergência em relação ao número de rotas). Neste trabalho foram testadas a ligação unidirecional (da melhor para a pior solução) e a bidirecional.

O procedimento de religação de caminho pode estar acoplado ou desacoplado à busca. No primeiro caso, a religação entre uma solução gerada pela busca tabu é conectada a uma solução de CR e caso a melhor solução corrente seja atualizada a busca tabu prossegue a partir desta solução. No modo desacoplado a busca tabu prossegue independentemente das soluções encontradas durante a execução do procedimento de religação de caminho. Portanto, não há interferência entre ele e a busca

Convém destacar que pelo menos uma das soluções a serem conectadas deve ser factível, a fim de garantir a existência de regiões factíveis entre as soluções, conforme discutido por Glover *et al.* (2000).

## 6.7 Algoritmo da busca tabu

A Figura 11 a seguir apresenta o algoritmo da busca tabu desenvolvida.

*Passo 1:* Construa uma solução inicial utilizando a versão heurística construtiva selecionada e vá para o *Passo 2*;

*Passo 2:* Aplique o procedimento de intensificação à solução inicial; atualize a melhor solução encontrada, se necessário, faça *iteração* = 0 e *iterações\_sem\_melhoria* = 0 e vá para o *Passo 3*;

*Passo 3:* Caso (*iteração* mod  $\phi$ ) = 0, atualize as durações tabu dos arcos que entram e saem da solução para as vizinhanças SPI e Or-Opt Mista e aplique vizinhança WRI à solução. Vá para o *Passo 4*;

*Passo 4:* Execute o melhor movimento não-tabu da vizinhança Or-Opt Mista; atualize a melhor solução encontrada, se necessário, e vá para o *Passo 5*;

*Passo 5:* Caso a melhor solução encontrada tenha sido atualizada, faça *iterações\_sem\_melhoria* = 0 e aplique o procedimento de intensificação à melhor solução encontrada; Vá para o *Passo 6*;

*Passo 6:* Se diminuiu o número de rotas ou a distância total percorrida, volte para o *Passo 4*, senão vá para o *Passo 7*;

*Passo 7:* Execute o melhor movimento não-tabu da vizinhança SPI; atualize a melhor solução encontrada, se necessário, e vá para o *Passo 8*;

*Passo 8:* Caso a melhor solução encontrada tenha sido atualizada, faça *iterações\_sem\_melhoria* = 0 e aplique o procedimento de intensificação à melhor solução encontrada; Vá para o *Passo 9*;

*Passo 9:* Se diminuiu o número de rotas ou a distância total percorrida, volte para o *Passo 7*, senão vá para o *Passo 10*;

*Passo 10:* Faça *iteração*  $\leftarrow$  (*iteração* + 1); caso a melhor solução encontrada não tenha sido atualizada faça *iterações\_sem\_melhoria*  $\leftarrow$  (*iterações\_sem\_melhoria* + 1); Vá para o *Passo 11*;

*Passo 11:* Se  $\frac{\text{iterações\_sem\_melhoria}}{\text{número\_de\_iterações\_sem\_melhoria}} >$  penalização durante a busca; faça *iterações\_de\_ativação\_da\_div* = *iteração*; Vá para o *Passo 12*;

*Passo 12:* Se *iteração* = *iterações\_de\_ativação\_da\_div* +  $2\delta n$ , desative a diversificação com penalização durante a busca e ative o procedimento de religação de caminho; Atualize a melhor solução encontrada, se necessário; Vá para o *Passo 13*;

*Passo 13:* Se *iteração* < *número\_máximo\_de\_iterações* e *tempo\_de\_execução* < *tempo\_máximo\_de\_execução*, volte para o *Passo 3*, senão vá para o *Passo 14*;

*Passo 14:* Fim.

Figura 11. Algoritmo da busca tabu

## 6.8 Experimentos Computacionais<sup>14</sup>

Os experimentos computacionais foram realizados em três etapas. A princípio, objetivou-se determinar a melhor configuração para o algoritmo utilizando-se somente a memória de curto prazo. Somente após a definição de uma configuração robusta foram acrescentadas ao algoritmo estratégias baseadas na memória de longo prazo.

### 6.8.1 Memória de curto prazo

Foram realizados 383 testes computacionais, nos quais foram variados os seguintes componentes e parâmetros: heurística construtiva, duração tabu e o intervalo de atualização da duração tabu, critério de proibição, vizinhanças e estratégia de intensificação.

A fim de poupar esforço computacional, foi escolhida uma amostra de instâncias a fim de realizar a calibragem dos parâmetros da busca tabu e identificar o conjunto de valores que torne o algoritmo robusto. Tal amostra foi escolhida com base nos resultados dos testes com os algoritmos de busca local, sendo que foram selecionadas as duas instâncias de cada tipo (de acordo com a classificação discutida no *Anexo A*) do Grupo II que estavam mais distantes da melhor solução conhecida.

As instâncias utilizadas na amostra são lc102, lc105, lc201, lc205, lr105, lr106, lr201, lr202, lrc102, lrc106, lrc201 e lrc207. Observe que todas as instâncias utilizadas possuem dimensão aproximadamente 100 nós (50 pedidos).

Inicialmente, foram testados diversos intervalos para duração tabu. Observou-se que intervalos estreitos e intervalos cujo limitante superior excede a dimensão da instância fornecem resultados ruins. Isso sugere que definir um número fixo para a duração tabu durante toda a busca não representa uma boa estratégia, dado que a

---

<sup>14</sup> Os testes computacionais foram realizados em um Pentium IV de 2.8 GHz e 1Gb de memória RAM. Foi utilizado o compilador gcc para Linux com otimização de código nível 3.

identificação de um número que forneça bons resultados para todos os tipos de instâncias seria bastante difícil.

A princípio, pode-se supor que o fato de durações tabus grandes gerarem resultados ruins está relacionado à busca restrita a soluções factíveis, porém tal comportamento foi observado também em busca com caminhos por soluções infactíveis<sup>15</sup>.

Foram consideradas três alternativas para determinar a regra de proibição: considerar os arcos que entram na solução, considerar somente os arcos que saem da solução e considerar todos os arcos que fazem parte do movimento. Observou-se que utilizar somente arcos que entram ou saem da solução não são boas estratégias, pois geram, respectivamente, soluções 20,00% e 16,00% inferiores em relação ao número de rotas se comparado com os testes que utilizam todos os arcos envolvidos no movimento.

Foram realizados testes variando-se o parâmetro  $\zeta$  entre 1 e 6 e os testes realizados com o valor 2 obtiveram os melhores resultados médios, gerando ganhos em relação ao número de rotas 58,21% maior que os testes realizados com o valor 3, que foi o segundo melhor colocado.

Conforme já era esperado pelos resultados do capítulo *Busca Local*, a combinação das vizinhanças Or-Opt Mista e SPI é melhor que cada uma isoladamente. Observou-se que testes realizados somente com a vizinhança Or-Opt Mista geram soluções 200,50% inferiores em relação ao número de rotas que os testes realizados com a combinação dessas vizinhanças. Analogamente, testes realizados somente com a vizinhança SPI geram solução 101,00% inferiores que os testes que utilizam a combinação.

Embora tenham sido realizados testes com o critério de aspiração baseado na qualidade da solução, ele não figura na versão final do algoritmo devido ao grande aumento do esforço computacional e da eficiência reduzida. O aumento do esforço computacional deve-se ao grande número de verificações de factibilidade das soluções.

---

<sup>15</sup> Em todos os testes em que foi permitida a busca por regiões infactíveis, utilizou-se  $v = 0,50$ .



Conforme discutido anteriormente, a duração tabu dos arcos que saem da solução é multiplicada por um fator de correção  $t$  dado por:

$$t = 0,10 \frac{a_{np}}{a_p}$$

em que  $a_{np}$  é o número de arcos que não pertence à solução e  $a_p$  é o número de arcos que pertence à solução.

Considerando os 10% (38 testes) melhores testes realizados durante a fase de calibragem, restaram somente três intervalos para sorteio da duração tabu. A Tabela 11 a seguir apresenta o desvio percentual médio do número de veículos e distância total percorrida em relação à melhor solução (DPMS). São também apresentados o tempo médio de processamento e o tempo médio até a melhor solução encontrada.

**Tabela 11. Análise dos intervalos de duração tabu para os 10% melhores testes**

|                                         | [20, 50]<br>iterações | [20, 70]<br>iterações | [20, 80]<br>iterações |
|-----------------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <i>DPMS em veículos</i>                 | 1,124                 | 1,124                 | <b>1,030</b>          |
| <i>DPMS em distância</i>                | 1,007                 | 1,007                 | <b>0,908</b>          |
| <i>Tempo médio de processamento [s]</i> | 311,941               | 311,102               | <b>293,374</b>        |
| <i>Tempo até a melhor solução [s]</i>   | 110,649               | 110,323               | <b>97,727</b>         |

A partir da Tabela 11 observa-se que o melhor intervalo é [20, 80], pois, além de conseguir os menores desvios, é o que exigiu menor esforço computacional e que chegou à melhor solução encontrada no menor tempo.

O intervalo de iterações entre sorteios da duração tabu ( $\phi$ ) também foi estudado. Variou-se esse intervalo de atualização entre 1 e 30 iterações, sendo o de melhor resultado o intervalo de tamanho 16, conforme pode ser observado pela Tabela 12 abaixo, que apresenta o desvio percentual médio do número de veículos e distância total percorrida

em relação à melhor solução (DPMS) para os 10% melhores testes. São também apresentados o tempo médio de processamento e o tempo médio até a melhor solução encontrada.

**Tabela 12. Análise do parâmetro  $\phi$  para os 10% melhores testes**

| $\phi$    | DPMS em veículos | DPMS em distância | Tempo médio de processamento [s] | Tempo até a melhor solução [s] |
|-----------|------------------|-------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| 10        | 1,124            | 0,956             | 293,458                          | 92,009                         |
| 15        | 1,124            | 0,822             | 284,642                          | 99,211                         |
| <b>16</b> | <b>0,749</b>     | <b>0,769</b>      | <b>282,829</b>                   | <b>85,596</b>                  |
| 17        | 1,124            | 1,007             | 311,852                          | 110,615                        |
| 18        | 1,124            | 1,007             | 305,744                          | 108,609                        |
| 25        | 1,124            | 1,007             | 297,076                          | 102,234                        |
| 30        | 1,124            | 1,007             | 306,946                          | 107,189                        |

Observa-se que, assim como na definição do intervalo de duração tabu, o melhor valor para  $\phi$  também foi o melhor sob todos os aspectos.

Embora a vizinhança Or-Opt Mista também realize movimentos intra-rotas, foi acrescentada a vizinhança WRI para otimização intra-rota ao algoritmo. Ao contrário das vizinhanças Or-Opt Mista e SPI, a vizinhança WRI não foi executada em todas as iterações, mas sim somente nas iterações em que a duração tabu da busca foi sorteada (isto é, a cada  $\phi$  iterações).

A Tabela 13 a seguir apresenta, para os 10% melhores testes, o desvio percentual médio do número de veículos e distância total percorrida em relação à melhor solução (DPMS). São também apresentados o tempo médio de processamento e o tempo médio até a melhor solução encontrada.

**Tabela 13. Análise da utilização da vizinhança WRI para os 10% melhores testes**

|                                         | Sem WRI | Com WRI        |
|-----------------------------------------|---------|----------------|
| <i>DPMS em veículos</i>                 | 1,124   | <b>0,843</b>   |
| <i>DPMS em distância</i>                | 1,007   | <b>0,711</b>   |
| <i>Tempo médio de processamento [s]</i> | 298,456 | <b>289,745</b> |
| <i>Tempo até a melhor solução [s]</i>   | 105,520 | <b>84,625</b>  |

Observa-se que a utilização da vizinhança WRI é vantajosa, pois possibilitou uma redução no DPMS em relação ao número de veículos e em relação à distância percorrida, exigindo um esforço computacional menor.

Na Tabela 14 a seguir são apresentados resultados médios para todos os testes a fim de avaliar a eficácia do procedimento de intensificação utilizado quando a melhor solução encontrada é atualizada.

**Tabela 14. Análise da utilização do procedimento de intensificação**

|                                         | Todos os testes    |                    | 10% melhores testes |
|-----------------------------------------|--------------------|--------------------|---------------------|
|                                         | Sem intensificação | Com intensificação | Com intensificação  |
| <i>DPMS em veículos</i>                 | 8,096              | <b>2,087</b>       | 1,043               |
| <i>DPMS em distância</i>                | 5,131              | <b>2,015</b>       | 0,922               |
| <i>Tempo médio de processamento [s]</i> | 231,128            | <b>299,073</b>     | 295,967             |
| <i>Tempo até a melhor solução [s]</i>   | 138,541            | <b>98,013</b>      | 99,550              |

Observa-se que a utilização do procedimento de intensificação é bastante importante para a definição da qualidade da solução final, tanto no que se refere à número de veículos necessários quanto à distância total percorrida.

Embora o tempo de processamento total tenha sido 22,72% maior devido ao procedimento de intensificação, a importância desse item é confirmada pela análise dos 10% melhores testes, que utilizam o procedimento de intensificação.

A Tabela 15 a seguir apresenta os melhores resultados por instância para a “*Versão Final de Curto Prazo*” (VFCP) do algoritmo, obtida com a combinação dos melhores parâmetros discutidos anteriormente.

Tabela 15. Melhores resultados por instância para a versão VFCEP

|         | Instância         | Solução obtida |                 |                |                                |                            | Melhor solução  |                 | DPMs em distância |
|---------|-------------------|----------------|-----------------|----------------|--------------------------------|----------------------------|-----------------|-----------------|-------------------|
|         |                   | Número de nós  | Número de rotas | Custo total    | Tempo até a melhor solução [s] | Tempo de Processamento [s] | Número de rotas | Custo total     |                   |
| Grupo I | NC101_N100        | 106            | 10              | 9828,94        | 1,58                           | 207,99                     | 10              | 9827,30         | 0,02%             |
|         | NC101_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 0,37                           | 1,53                       | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
|         | NC101_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 21,77                          | 23,18                      | 5               | 4862,40         | 0,02%             |
|         | NC102_N100        | 106            | 10              | 9828,94        | 3,31                           | 140,42                     | 10              | 9827,30         | 0,02%             |
|         | NC102_N25A        | 26             | 3               | 2440,74        | 0,04                           | 0,97                       | 3               | 2440,30         | 0,02%             |
|         | NC102_N50         | 54             | 5               | 4862,17        | 0,16                           | 20,66                      | 5               | 4861,40         | 0,02%             |
|         | NC103_N100        | 104            | 10              | 9831,87        | 21,92                          | 142,22                     | 10              | 9829,90         | 0,02%             |
|         | NC103_N25A        | 26             | 3               | 2440,74        | 0,41                           | 0,99                       | 3               | 2440,30         | 0,02%             |
|         | NC103_N50         | 54             | 5               | 4862,17        | 13,41                          | 18,96                      | 5               | 4861,40         | 0,02%             |
|         | <b>NC104_N100</b> | <b>106</b>     | <b>9</b>        | <b>9868,15</b> | <b>33,36</b>                   | <b>144,31</b>              | <b>9</b>        | <b>10166,70</b> | <b>-2,94%</b>     |
|         | NC104_N25A        | 26             | 3               | 2437,45        | 0,97                           | 0,98                       | 3               | 2436,90         | 0,02%             |
|         | NC104_N50         | 54             | 5               | 4856,49        | 7,13                           | 17,48                      | 5               | 4855,60         | 0,02%             |
|         | NC105_100         | 106            | 10              | 9828,94        | 1,42                           | 203,90                     | 10              | 9827,30         | 0,02%             |
|         | NC105_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 1,63                           | 1,80                       | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
|         | NC105_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 0,15                           | 23,18                      | 5               | 4862,40         | 0,02%             |
|         | NC106_100         | 106            | 10              | 9828,94        | 1,44                           | 196,29                     | 10              | 9827,30         | 0,02%             |
|         | NC106_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 0,01                           | 1,54                       | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
|         | NC106_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 0,15                           | 23,46                      | 5               | 4862,40         | 0,02%             |
|         | NC107_100         | 106            | 10              | 9827,82        | 1,71                           | 197,66                     | 10              | 9826,10         | 0,02%             |
|         | NC107_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 0,05                           | 1,52                       | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
|         | NC107_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 12,66                          | 22,90                      | 5               | 4862,40         | 0,02%             |
|         | NC108_100         | 106            | 10              | 9827,82        | 7,12                           | 185,48                     | 10              | 9826,10         | 0,02%             |
|         | NC108_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 1,41                           | 1,58                       | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
|         | NC108_N50         | 54             | 5               | 4953,25        | 3,36                           | 21,22                      | 5               | 4862,40         | 1,87%             |
|         | NC109_100         | 106            | 10              | 9827,82        | 123,19                         | 175,54                     | 10              | 9827,30         | 0,01%             |
|         | NC109_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 0,18                           | 0,93                       | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
|         | NC109_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 0,16                           | 20,91                      | 5               | 4862,40         | 0,02%             |
|         | NC201_N50         | 54             | 2               | 4944,96        | 0,36                           | 37,84                      |                 |                 |                   |
|         | NR101_100         | 110            | 19              | 2671,46        | 10,07                          | 124,81                     |                 |                 |                   |
|         | NR101_N25A        | 32             | 8               | 868,33         | 0,06                           | 1,57                       | 8               | 867,10          | 0,14%             |
|         | NR101_N50         | 58             | 12              | 1548,43        | 0,23                           | 11,46                      |                 |                 |                   |
|         | NR102_100         | 106            | 18              | 2498,66        | 5,98                           | 75,01                      |                 |                 |                   |
|         | NR102_N25A        | 28             | 7               | 798,11         | 0,01                           | 0,99                       | 7               | 797,10          | 0,13%             |
|         | <b>NR102_N50</b>  | <b>58</b>      | <b>10</b>       | <b>1420,78</b> | <b>4,62</b>                    | <b>11,63</b>               | <b>11</b>       | <b>1409,00</b>  |                   |
|         | NR103_N25A        | 28             | 5               | 705,70         | 0,04                           | 1,06                       | 5               | 704,60          | 0,16%             |
|         | NR103_N50         | 54             | 9               | 1280,77        | 0,34                           | 8,29                       |                 |                 |                   |

|          |                   |            |           |               |               |               |           |               |               |
|----------|-------------------|------------|-----------|---------------|---------------|---------------|-----------|---------------|---------------|
|          | NR104_N25A        | 28         | 4         | 667,96        | 0,01          | 1,84          | 4         | 666,90        | 0,16%         |
|          | NR104_N50         | 52         | 6         | 1176,13       | 0,46          | 12,34         |           |               |               |
|          | NR105_100         | 106        | 15        | 2398,74       | 33,66         | 121,32        |           |               |               |
|          | NR105_N25A        | 28         | 6         | 781,54        | 0,01          | 0,94          | 6         | 780,50        | 0,13%         |
|          | NR105_N50         | 54         | 9         | 1404,15       | 6,57          | 14,16         |           |               |               |
|          | NR106_N25A        | 26         | 5         | 716,48        | 0,01          | 0,82          | 5         | 715,40        | 0,15%         |
|          | NR106_N50         | 54         | 8         | 1295,25       | 0,45          | 14,36         | 8         | 1293,00       | 0,17%         |
|          | NR107_N25A        | 26         | 4         | 675,27        | 0,09          | 1,39          | 4         | 674,30        | 0,14%         |
|          | NR107_N50         | 54         | 7         | 1213,50       | 0,35          | 11,53         | 7         | 1211,10       | 0,20%         |
|          | NR108_N25A        | 26         | 4         | 648,29        | 1,36          | 1,60          | 4         | 647,30        | 0,15%         |
|          | NR109_N25A        | 26         | 5         | 692,63        | 0,01          | 1,24          | 5         | 691,30        | 0,19%         |
|          | NR109_N50         | 54         | 8         | 1293,36       | 0,46          | 10,76         |           |               |               |
|          | <b>NR110_N25A</b> | <b>26</b>  | <b>5</b>  | <b>684,03</b> | <b>0,02</b>   | <b>0,88</b>   | <b>5</b>  | <b>694,10</b> | <b>-1,45%</b> |
|          | NR110_N50         | 54         | 7         | 1199,38       | 0,31          | 17,29         | 7         | 1197,00       | 0,20%         |
|          | NR111_N25A        | 26         | 4         | 679,70        | 0,01          | 1,34          | 4         | 678,80        | 0,13%         |
|          | NR111_N50         | 54         | 7         | 1214,46       | 1,29          | 16,25         |           |               |               |
|          | NR112_N25A        | 26         | 4         | 644,10        | 1,43          | 1,44          | 4         | 643,00        | 0,17%         |
|          | NR112_N50         | 54         | 6         | 1142,83       | 0,13          | 20,22         |           |               |               |
|          | NR201_N50         | 54         | 3         | 1415,46       | 4,13          | 27,42         |           |               |               |
|          | <b>NRC101_N25</b> | <b>26</b>  | <b>4</b>  | <b>710,83</b> | <b>0,01</b>   | <b>1,52</b>   | <b>4</b>  | <b>711,10</b> | <b>-0,04%</b> |
|          | NRC101_N50        | 56         | 9         | 1459,57       | 3,53          | 13,18         |           |               |               |
|          | NRC102_N25        | 26         | 3         | 602,74        | 0,33          | 1,53          | 3         | 601,80        | 0,16%         |
|          | NRC102_N50        | 54         | 8         | 1340,27       | 0,89          | 9,99          |           |               |               |
|          | NRC103_N25        | 26         | 3         | 583,92        | 1,73          | 1,76          | 3         | 582,80        | 0,19%         |
|          | NRC103_N50        | 52         | 6         | 1213,15       | 9,71          | 19,35         |           |               |               |
|          | NRC104_N25        | 26         | 3         | 557,14        | 1,57          | 1,67          | 3         | 556,60        | 0,10%         |
|          | NRC104_N50        | 50         | 5         | 1048,25       | 3,17          | 18,55         |           |               |               |
|          | NRC105_N25        | 26         | 4         | 662,38        | 0,08          | 1,04          | 4         | 661,30        | 0,16%         |
|          | NRC105_N50        | 56         | 8         | 1355,67       | 0,74          | 12,63         | 8         | 1355,30       | 0,03%         |
|          | NRC106_N25        | 26         | 3         | 598,12        | 1,13          | 1,29          | 3         | 595,50        | 0,44%         |
|          | NRC106_N50        | 50         | 6         | 1229,68       | 0,17          | 16,63         |           |               |               |
|          | NRC107_N25        | 26         | 3         | 548,95        | 1,85          | 1,87          | 3         | 548,30        | 0,12%         |
|          | NRC107_N50        | 52         | 6         | 1154,07       | 8,48          | 14,81         |           |               |               |
|          | NRC108_N25        | 26         | 3         | 544,99        | 1,83          | 1,84          | 3         | 544,50        | 0,09%         |
|          | NRC108_N50        | 52         | 6         | 1099,17       | 5,45          | 11,79         | 6         | 1098,10       | 0,10%         |
|          | NRC201_N50        | 50         | 3         | 1512,44       | 0,87          | 13,25         |           |               |               |
|          |                   |            |           |               |               |               |           |               |               |
| Grupo II | <b>lc101</b>      | <b>106</b> | <b>10</b> | <b>828,94</b> | <b>1,28</b>   | <b>233,22</b> | <b>10</b> | <b>828,94</b> | <b>0,00%</b>  |
|          | <b>lc102</b>      | <b>106</b> | <b>10</b> | <b>828,94</b> | <b>1,43</b>   | <b>212,31</b> | <b>10</b> | <b>828,94</b> | <b>0,00%</b>  |
|          | lc103             | 104        | 10        | 827,86        | 57,91         | 171,83        | 9         | 1035,35       |               |
|          | lc104             | 106        | 10        | 825,61        | 2,05          | 139,48        | 9         | 860,01        |               |
|          | <b>lc105</b>      | <b>106</b> | <b>10</b> | <b>828,94</b> | <b>1,30</b>   | <b>216,77</b> | <b>10</b> | <b>828,94</b> | <b>0,00%</b>  |
|          | <b>lc106</b>      | <b>106</b> | <b>10</b> | <b>828,94</b> | <b>1,26</b>   | <b>232,84</b> | <b>10</b> | <b>828,94</b> | <b>0,00%</b>  |
|          | <b>lc107</b>      | <b>106</b> | <b>10</b> | <b>828,94</b> | <b>1,30</b>   | <b>202,49</b> | <b>10</b> | <b>828,94</b> | <b>0,00%</b>  |
|          | <b>lc108</b>      | <b>106</b> | <b>10</b> | <b>826,44</b> | <b>152,54</b> | <b>208,62</b> | <b>10</b> | <b>826,44</b> | <b>0,00%</b>  |
|          | lc109             | 106        | 10        | 827,82        | 1,73          | 145,93        | 9         | 1000,60       |               |
|          | <b>lc201</b>      | <b>102</b> | <b>3</b>  | <b>591,56</b> | <b>10,05</b>  | <b>496,43</b> | <b>3</b>  | <b>591,56</b> | <b>0,00%</b>  |

|        |     |    |         |        |        |    |         |        |
|--------|-----|----|---------|--------|--------|----|---------|--------|
| lc202  | 102 | 3  | 591,56  | 4,54   | 443,42 | 3  | 591,56  | 0,00%  |
| lc203  | 102 | 3  | 635,43  | 4,66   | 384,43 | 3  | 585,56  | 8,52%  |
| lc204  | 102 | 3  | 590,60  | 144,68 | 413,30 | 3  | 590,60  | 0,00%  |
| lc205  | 102 | 3  | 588,88  | 19,59  | 352,96 | 3  | 588,88  | 0,00%  |
| lc206  | 102 | 3  | 588,49  | 158,75 | 419,24 | 3  | 588,49  | 0,00%  |
| lc207  | 102 | 3  | 588,29  | 282,21 | 420,71 | 3  | 588,29  | 0,00%  |
| lc208  | 102 | 3  | 588,32  | 58,11  | 291,90 | 3  | 588,32  | 0,00%  |
| lr101  | 106 | 19 | 1687,88 | 18,40  | 115,52 | 19 | 1650,80 | 2,25%  |
| lr102  | 110 | 17 | 1502,17 | 39,23  | 102,20 | 17 | 1487,57 | 0,98%  |
| lr103  | 104 | 13 | 1336,27 | 97,94  | 136,19 | 13 | 1292,68 | 3,37%  |
| lr104  | 104 | 9  | 1008,49 | 73,86  | 206,28 | 9  | 1013,39 | -0,48% |
| lr105  | 106 | 14 | 1377,11 | 8,21   | 110,85 | 14 | 1377,11 | 0,00%  |
| lr106  | 104 | 12 | 1269,10 | 2,06   | 156,80 | 12 | 1252,62 | 1,32%  |
| lr107  | 104 | 10 | 1110,78 | 37,21  | 134,90 | 10 | 1111,31 | -0,05% |
| lr108  | 100 | 10 | 1012,39 | 1,02   | 140,75 | 9  | 968,97  |        |
| lr109  | 106 | 11 | 1208,96 | 61,08  | 130,31 | 11 | 1208,96 | 0,00%  |
| lr110  | 104 | 11 | 1172,76 | 27,45  | 169,59 | 10 | 1159,35 |        |
| lr111  | 108 | 10 | 1108,90 | 205,92 | 211,03 | 10 | 1108,90 | 0,00%  |
| lr112  | 106 | 10 | 1027,19 | 145,11 | 198,82 | 9  | 1003,77 |        |
| lr201  | 102 | 4  | 1267,97 | 8,50   | 324,61 | 4  | 1253,23 | 1,18%  |
| lr202  | 100 | 3  | 1197,67 | 77,27  | 247,29 | 3  | 1197,67 | 0,00%  |
| lr203  | 102 | 3  | 973,90  | 191,29 | 258,25 | 3  | 949,40  | 2,58%  |
| lr204  | 100 | 2  | 849,05  | 211,84 | 505,99 | 2  | 849,05  | 0,00%  |
| lr205  | 102 | 3  | 1054,02 | 214,56 | 388,78 | 3  | 1054,02 | 0,00%  |
| lr206  | 100 | 3  | 931,63  | 280,57 | 294,42 | 3  | 931,63  | 0,00%  |
| lr207  | 102 | 2  | 902,24  | 287,64 | 565,32 | 2  | 903,06  | -0,09% |
| lr208  | 100 | 2  | 741,43  | 53,35  | 269,75 | 2  | 734,85  | 0,90%  |
| lr209  | 102 | 3  | 947,73  | 149,39 | 252,37 | 3  | 930,59  | 1,84%  |
| lr210  | 102 | 3  | 988,31  | 289,18 | 413,27 | 3  | 964,22  | 2,50%  |
| lr211  | 100 | 3  | 920,97  | 261,20 | 366,97 | 2  | 884,29  |        |
| lrc101 | 106 | 15 | 1711,74 | 34,22  | 136,68 | 14 | 1708,70 |        |
| lrc102 | 106 | 12 | 1558,07 | 34,06  | 166,96 | 12 | 1558,07 | 0,00%  |
| lrc103 | 106 | 11 | 1269,76 | 44,57  | 174,06 | 11 | 1258,74 | 0,88%  |
| lrc104 | 108 | 10 | 1128,40 | 108,56 | 141,08 | 10 | 1128,40 | 0,00%  |
| lrc105 | 108 | 14 | 1640,91 | 53,08  | 118,01 | 13 | 1637,62 |        |
| lrc106 | 106 | 12 | 1434,19 | 129,98 | 148,88 | 11 | 1424,73 |        |
| lrc107 | 106 | 11 | 1225,68 | 23,28  | 188,29 | 11 | 1230,14 | -0,36% |
| lrc108 | 104 | 10 | 1147,43 | 158,15 | 181,79 | 10 | 1147,43 | 0,00%  |
| lrc201 | 102 | 4  | 1445,51 | 8,71   | 258,29 | 4  | 1406,94 | 2,74%  |
| lrc202 | 102 | 4  | 1399,41 | 65,62  | 180,04 | 3  | 1374,27 |        |
| lrc203 | 102 | 3  | 1089,07 | 66,39  | 282,86 | 3  | 1089,07 | 0,00%  |
| lrc204 | 102 | 3  | 837,34  | 159,21 | 228,86 | 3  | 818,67  | 2,28%  |
| lrc205 | 102 | 4  | 1339,35 | 131,05 | 336,54 | 4  | 1302,20 | 2,85%  |
| lrc206 | 102 | 3  | 1156,57 | 211,46 | 277,74 | 3  | 1159,03 | -0,21% |
| lrc207 | 102 | 3  | 1054,24 | 134,15 | 458,25 | 3  | 1062,05 | -0,74% |
| lrc208 | 102 | 3  | 854,33  | 320,01 | 376,46 | 3  | 852,76  | 0,18%  |

A partir da tabela acima observa-se que, para as instâncias nas quais foi obtido o mesmo número de rotas que a melhor solução conhecida, o DPMS em relação à distância foi de 0,03% para as instâncias do Grupo I e 0,72% para as instâncias do Grupo II.

Embora o algoritmo tenha atingido o mesmo número de rotas que a melhor solução em todas as instâncias do Grupo I, não foi possível obter o mesmo número de rotas em 11 instâncias do Grupo II. Porém, convém observar que já nesta fase de desenvolvimento, além do empate em 24 instâncias, foram obtidas 10 soluções melhores que as publicadas na literatura.

A fim de determinar o impacto de cada componente do algoritmo da VFCEP foram realizados testes com variantes do VFCEP. Esses testes foram aplicados a todas as instâncias. As variações estão descritas na Tabela 16 a seguir.

**Tabela 16. Códigos das variantes da VFCEP**

| Código | Alteração                                                                                                 |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| VC1    | Não é permitida a busca por regiões inactivas                                                             |
| VC2    | É permitida a busca por regiões inactivas somente após a impossibilidade de prosseguir em região factível |
| VC3    | Não é utilizada a vizinhança WRI                                                                          |
| VC4    | Não é imposto limite do grau de inactividade                                                              |
| VC5    | Não é utilizado o procedimento de intensificação                                                          |
| VC6    | A redução de vizinhança é relaxada progressivamente                                                       |

No caso da variante VC6, a cada  $2n$  iterações sem melhoria adicionou-se mais 10% dos arcos. O parâmetro de redução foi restaurado ao seu valor original (60%) durante a atualização da melhor solução encontrada.

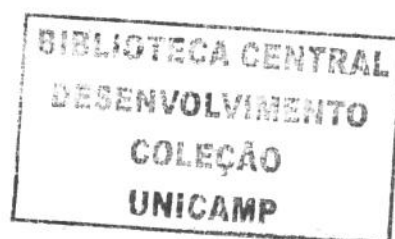
Na Tabela 17 são apresentados o número médio de rotas, a distância média, o tempo médio até a melhor solução encontrada e o tempo médio de processamento para o VFCEP e para suas variantes.

**Tabela 17. Comparação entre a VFCP e suas variantes**

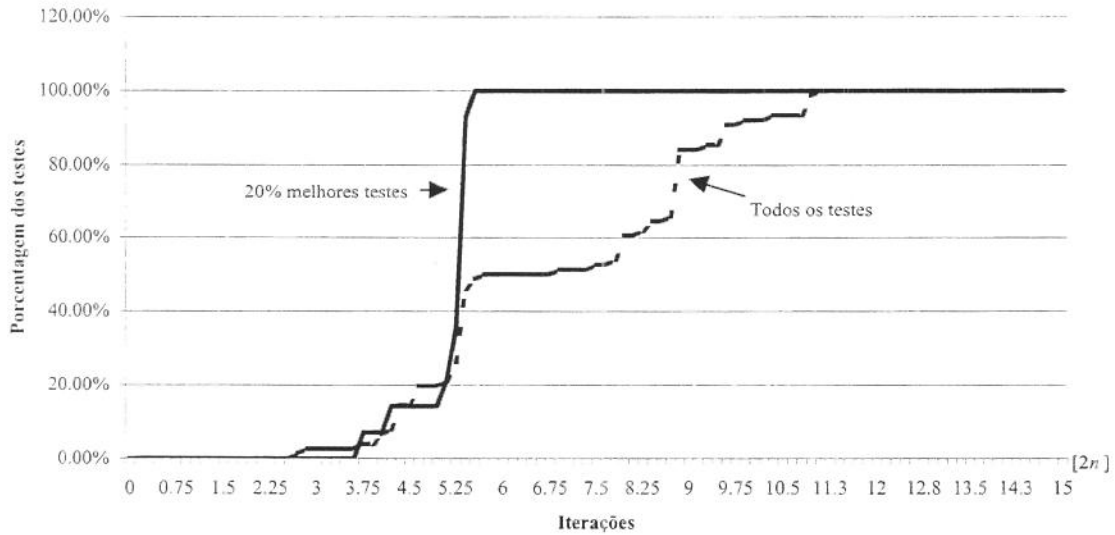
| Código | Instâncias | Número médio de rotas | Distância Média | Tempo médio de processamento | Tempo até a melhor solução |
|--------|------------|-----------------------|-----------------|------------------------------|----------------------------|
| VFCP   | Grupo I    | 6,264                 | 2878,071        | 34,58                        | 5,18                       |
|        | Grupo II   | 7,375                 | 1037,579        | 256,09                       | 95,15                      |
| VC1    | Grupo I    | 6,278                 | 2876,335        | 37,51                        | 4,41                       |
|        | Grupo II   | 7,375                 | 1041,495        | 283,39                       | 109,99                     |
| VC2    | Grupo I    | 6,278                 | 2876,228        | 35,07                        | 3,87                       |
|        | Grupo II   | 7,411                 | 1026,254        | 272,00                       | 94,63                      |
| VC3    | Grupo I    | 6,278                 | 2877,452        | 37,17                        | 3,13                       |
|        | Grupo II   | 7,429                 | 1032,438        | 273,87                       | 85,63                      |
| VC4    | Grupo I    | 6,264                 | 2877,094        | 34,16                        | 4,03                       |
|        | Grupo II   | 7,465                 | 1030,159        | 262,10                       | 82,51                      |
| VC5    | Grupo I    | 6,319                 | 2872,621        | 33,65                        | 3,97                       |
|        | Grupo II   | 7,699                 | 1044,031        | 208,84                       | 99,69                      |
| VC6    | Grupo I    | 6,264                 | 2876,429        | 51,65                        | 4,80                       |
|        | Grupo II   | 7,429                 | 1029,883        | 597,85                       | 193,50                     |

Observa-se que a alteração de qualquer um dos elementos causa um impacto negativo na solução e que a VFCP confirmou-se como a melhor versão de curto prazo disponível. Todavia, em todos os casos houve uma melhora significativa na qualidade da solução das variantes em relação aos resultados obtidos somente com o melhor teste de busca local, uma vez que o número médio de rotas e a distância média foram, respectivamente, 5,597 e 2891,828 para as instâncias do Grupo I e 9,196 e 1228,784 para as instâncias do Grupo II, conforme pode ser observado pela Tabela 9.

Um aspecto interessante a ser observado a partir da Tabela 15 é que o tempo necessário para localizar a melhor solução encontrada é significativamente menor que o tempo total de processamento. A Figura 12 a seguir apresenta a porcentagem cumulativa dos testes realizados em relação ao tempo médio necessário até a obtenção da melhor solução.







**Figura 12. Porcentagem cumulativa dos testes X Número médio de iterações necessárias para obtenção da melhor solução**

Observa-se que os 10% melhores testes encontram a melhor solução em até  $10n$  iterações contra as  $20n$  iterações exigidas pela média de todos os testes realizados. O melhor teste obteve em média a melhor solução em  $9,16n$  iterações. Portanto, esse gráfico sugere que se pode utilizar o tempo restante de processamento para explorar melhor o conjunto de soluções através de procedimentos de diversificação da busca, conforme discutido na próxima seção.

### 6.8.2 Memória de longo prazo

Foram realizados 340 testes computacionais, nos quais foram variados os seguintes parâmetros: o número de iterações sem melhorias que ativa o procedimento de diversificação ( $b$ ), o número de iterações nas quais o procedimento de diversificação permanecerá ativo ( $\delta$ ) e o fator de penalização inicial ( $\mu_0$ ).

A fim de poupar esforço computacional foi selecionada uma amostra composta pelas instâncias com base nos resultados obtidos pela versão do algoritmo que utiliza somente a memória de curto prazo. A amostra é composta pelas instâncias lc103, lc104, lc109, lc203, lr104, lr108, lr109, lr110, lr111, lr202, lr204, lr206, lr207, lr210, lr211, lrc101, lrc103, lrc104, lrc105, lrc106, lrc108, lrc201, lrc202, lrc203 e lrc205. Essas instâncias foram escolhidas a partir dos resultados obtidos com os testes que utilizam somente a memória de curto prazo. Como pode ser observado pela Tabela 17, as versões VFCP e VC1 mostraram-se bastante competitivas. Portanto, foram escolhidas as instâncias cujas soluções obtidas por essas versões apresentaram o maior desvio em relação às melhores soluções publicadas na literatura.

A seguir, são analisadas as duas estratégias de diversificação separadamente a fim de analisar a sensibilidade em relação aos seus respectivos parâmetros. Em seguida, as duas abordagens são comparadas.

### **Diversificação com penalização durante a busca**

Inicialmente, foram realizados testes para avaliar a sensibilidade do algoritmo em relação ao fator de penalização inicial ( $\mu_0$ ), que foi variado entre 100 a 100000. Não foi observada sensibilidade em relação a esse parâmetro, sendo que os testes realizados com 100000 apresentaram resultados ligeiramente melhores, o que explica a fixação de  $\mu_0$  nesse valor.

Um aspecto interessante a notar em relação a esse parâmetro é sua relação com a busca por regiões inactiváveis. A primeira tentativa foi manter o fator de penalização  $\mu$  fixo em  $\mu_0$  durante toda a busca, porém, durante a busca por regiões inactiváveis, os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  assumem valores bastante elevados, o que torna o procedimento de diversificação inócuo devido à grande diferença relativa de magnitude. Devido a esse fato foi necessário definir o fator de diversificação  $\mu$  como  $\max\{\mu_0, \alpha, \beta\}$ .

Outro parâmetro analisado foi o número de iterações sem melhoria necessárias para ativar o processo de diversificação. A Tabela 18 a seguir apresenta o desvio percentual médio do número de veículos e distância total percorrida em relação à melhor solução (DPMS) para os 10% melhores testes. São também apresentados o tempo médio de processamento e o tempo médio até a melhor solução encontrada. O parâmetro  $b$  foi variado entre 100 e 800 iterações.

**Tabela 18. Análise do parâmetro  $b$  para os 10% melhores testes**

| $b$ | DPMS em<br>veículos | DPMS em<br>distância | Tempo médio de<br>processamento [s] | Tempo até a<br>melhor solução [s] |
|-----|---------------------|----------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|
| 100 | 5,085               | 1,323                | 391,113                             | 276,734                           |
| 150 | 5,932               | -0,203               | 320,183                             | 182,692                           |
| 350 | 5,461               | -0,621               | 250,611                             | 134,837                           |
| 400 | 5,367               | 0,267                | 281,371                             | 147,134                           |
| 450 | 5,424               | -0,497               | 262,838                             | 134,518                           |

Observa-se que a ativação do procedimento de diversificação após 100 iterações apresenta resultados de qualidade ligeiramente superior no que se refere à redução do número de veículos. Porém, ele exigiu um esforço computacional significativo maior, além de ter demorado mais para localizar a melhor solução.

O último parâmetro analisado foi a duração do período de diversificação. A Tabela 19 a seguir apresenta resultados médios para os 10% melhores resultados em função de  $\delta$ , que foi variado entre 5 e 150 iterações.

Tabela 19. Análise do parâmetro  $\delta$  para os 10% melhores testes

| $\delta$  | DPMS em veículos | DPMS em distância | Tempo médio de processamento [s] | Tempo até a melhor solução [s] |
|-----------|------------------|-------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| 15        | 5,932            | -0,570            | 252,606                          | 125,224                        |
| 30        | 6,215            | -0,335            | 270,015                          | 137,553                        |
| <b>40</b> | <b>4,520</b>     | <b>-1,058</b>     | <b>261,838</b>                   | <b>134,753</b>                 |
| 90        | 6,215            | -0,344            | 290,569                          | 150,068                        |
| 100       | 5,461            | -0,135            | 290,886                          | 169,222                        |
| 150       | 5,085            | 0,594             | 309,366                          | 186,898                        |

A partir da Tabela 18 observa-se que manter o processo de diversificação ativado por 40 iterações apresentou os menores desvios percentuais em relação às melhores soluções, perdendo, porém, no esforço computacional para  $\delta = 15$  iterações. Observa-se que, assim como para o parâmetro  $b$ , o parâmetro  $\delta$  impõe variações significativas à qualidade das soluções finais.

A Tabela 20 a seguir apresenta os resultados obtidos pela “*Versão Final com Diversificação com Penalização Durante a Busca*” (VFDP) somente para as instâncias nas quais houve variação na qualidade da solução em relação à VFDP<sup>16</sup>. A VFDP foi obtida pela combinação dos melhores parâmetros apresentados anteriormente, exceto em relação ao parâmetro  $b$ , que assumiu o valor 450 no melhor teste. Essa versão é a apresentada na Figura 11 e corresponde à versão final proposta do algoritmo desenvolvido.

<sup>16</sup> Os resultados para todas as instâncias está apresentado na Tabela 37 do Anexo B.

Tabela 20. Melhores resultados por instância para a versão VFDP

|          | Instância     | Solução obtida |                 |                |                                |                            | Melhor solução  |                | DPMS em distância |
|----------|---------------|----------------|-----------------|----------------|--------------------------------|----------------------------|-----------------|----------------|-------------------|
|          |               | Número de nós  | Número de rotas | Custo total    | Tempo até a melhor solução [s] | Tempo de Processamento [s] | Número de rotas | Custo total    |                   |
| Grupo I  | NR102_N50     | 58             | 11              | 1401,44        | 0,18                           | 10,25                      | 11              | 1409,00        | -0,54%            |
|          | NR105_100     | 106            | 16              | 2367,77        | 1,04                           | 107,29                     |                 |                |                   |
| Grupo II | lc104         | 106            | 10              | 818,60         | 125,28                         | 172,16                     | 9               | 860,01         |                   |
|          | lc204         | 102            | 3               | 591,17         | 402,68                         | 474,32                     | 3               | 590,60         | 0,10%             |
|          | lr101         | 106            | 19              | 1667,68        | 91,70                          | 134,14                     | 19              | 1650,80        | 1,02%             |
|          | lr102         | 110            | 17              | 1534,23        | 98,86                          | 115,70                     | 17              | 1487,57        | 3,14%             |
|          | <b>lr103</b>  | <b>104</b>     | <b>13</b>       | <b>1292,68</b> | <b>157,39</b>                  | <b>159,23</b>              | <b>13</b>       | <b>1292,68</b> | <b>0,00%</b>      |
|          | <b>lr108</b>  | <b>100</b>     | <b>9</b>        | <b>968,97</b>  | <b>124,09</b>                  | <b>180,76</b>              | <b>9</b>        | <b>968,97</b>  | <b>0,00%</b>      |
|          | lr112         | 106            | 10              | 1050,99        | 16,35                          | 234,14                     | 9               | 1003,77        |                   |
|          | lr203         | 102            | 3               | 952,40         | 240,73                         | 297,63                     | 3               | 949,40         | 0,32%             |
|          | <b>lr204</b>  | <b>100</b>     | <b>2</b>        | <b>847,83</b>  | <b>411,52</b>                  | <b>584,60</b>              | <b>2</b>        | <b>849,05</b>  | <b>-0,14%</b>     |
|          | <b>lr208</b>  | <b>100</b>     | <b>2</b>        | <b>734,09</b>  | <b>244,43</b>                  | <b>269,18</b>              | <b>2</b>        | <b>734,85</b>  | <b>-0,10%</b>     |
|          | lr209         | 102            | 3               | 969,47         | 94,77                          | 279,58                     | 3               | 930,59         | 4,18%             |
|          | lr210         | 102            | 3               | 993,66         | 223,37                         | 390,94                     | 3               | 964,22         | 3,05%             |
|          | lr211         | 100            | 3               | 910,80         | 282,76                         | 376,60                     | 2               | 884,29         |                   |
|          | lrc101        | 106            | 14              | 1708,80        | 43,70                          | 140,07                     | 14              | 1708,70        | 0,01%             |
|          | <b>lrc103</b> | <b>106</b>     | <b>11</b>       | <b>1257,41</b> | <b>55,95</b>                   | <b>170,18</b>              | <b>11</b>       | <b>1258,74</b> | <b>-0,11%</b>     |
|          | lrc105        | 108            | 14              | 1641,71        | 50,79                          | 116,06                     | 13              | 1637,62        |                   |
|          | <b>lrc106</b> | <b>106</b>     | <b>11</b>       | <b>1424,73</b> | <b>157,31</b>                  | <b>158,04</b>              | <b>11</b>       | <b>1424,73</b> | <b>0,00%</b>      |
|          | lrc204        | 102            | 3               | 825,99         | 166,82                         | 222,13                     | 3               | 818,67         | 0,89%             |
|          | lrc205        | 102            | 4               | 1303,04        | 242,91                         | 314,55                     | 4               | 1302,20        | 0,06%             |
|          | <b>lrc206</b> | <b>102</b>     | <b>3</b>        | <b>1157,24</b> | <b>90,55</b>                   | <b>271,80</b>              | <b>3</b>        | <b>1159,03</b> | <b>-0,15%</b>     |
|          | lrc208        | 102            | 3               | 853,83         | 357,69                         | 374,85                     | 3               | 852,76         | 0,12%             |

Para as instâncias nas quais foi obtido o mesmo número de rotas que a melhor solução conhecida, o DPMS em relação à distância foi de 0,02% para as instâncias do Grupo I e 0,51% para as instâncias do Grupo II.

Embora o algoritmo tenha atingido o mesmo número de rotas que a melhor solução em todas as instâncias do Grupo I, não foi possível obter a mesmo número de rotas em 8

instâncias do Grupo II. Porém convém observar que, além do empate em 25 instâncias, foram obtidas 13 soluções melhores que as publicadas na literatura.

Conforme pode ser observado pela Tabela 20 (e pela Tabela 37 do *Anexo B*), há uma grande diferença no tempo total de processamento e no tempo até a melhor solução para os diferentes tipos de instâncias<sup>17</sup>. A Tabela 21 a seguir apresenta o tempo médio de processamento e o tempo médio até a melhor solução para cada tipo de instância.

**Tabela 21. Tempos médios de processamento para os diferentes tipos de instâncias**

| <b>Tipo da instância</b> | <b>Tempo médio de processamento [s]</b> | <b>Tempo até a melhor solução [s]</b> |
|--------------------------|-----------------------------------------|---------------------------------------|
| C1                       | 231,469                                 | 52,218                                |
| C2                       | 468,214                                 | 156,521                               |
| R1                       | 176,040                                 | 84,632                                |
| R2                       | 398,822                                 | 213,375                               |
| RC1                      | 157,129                                 | 75,328                                |
| RC2                      | 285,439                                 | 159,981                               |

A partir da tabela acima observa-se que as instâncias com janelas de tempo largas demandam um esforço computacional 2,29 vezes maior que as instâncias com janelas de tempo curtas. Além disso, observa-se que as instâncias do tipo RC são as que demandam os menores tempos de processamento. É interessante notar que apesar de as instâncias do tipo C terem apresentado os maiores tempos de processamento, elas apresentaram os menores tempos até a melhor solução.

### **Diversificação com penalização no reinício**

Há somente dois parâmetros referentes a diversificação com penalização no reinício a serem calibrados: o número de iterações sem melhorias que ativa o procedimento de diversificação ( $b$ ) e o fator de penalização inicial ( $\mu_0$ ) para a heurística construtiva.

<sup>17</sup> O *Anexo A* apresenta a descrição detalhada dos diferentes tipos de instâncias.

Ao contrário do que ocorre na diversificação por penalização durante a busca, o fator de diversificação tem grande influência na qualidade da solução final, conforme pode ser observado pela Tabela 22 abaixo, que apresenta o desvio percentual médio do número de veículos e distância total percorrida em relação à melhor solução (DPMS) para os 10% melhores testes. São também apresentados o tempo médio de processamento e o tempo médio até a melhor solução encontrada.  $\mu_0$  foi variado entre 1 e 100000.

**Tabela 22. Análise do parâmetro  $\mu_0$  para os 10% melhores testes**

| $\mu_0$ | DPMS em veículos | DPMS em distância | Tempo médio de processamento [s] | Tempo até a melhor solução [s] |
|---------|------------------|-------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| 5       | 5,085            | 0,383             | 282,730                          | 106,250                        |
| 10      | 6,215            | -0,256            | 236,547                          | 89,861                         |
| 15      | 5,367            | 1,965             | 290,291                          | 110,418                        |

A importância do parâmetro  $\mu_0$  deve-se ao fato de que os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  são nulos durante a fase construtiva, já que ela deve gerar uma solução factível. Observa-se que o melhor valor para o parâmetro é 5, embora o esforço computacional neste caso não seja o menor.

O outro parâmetro analisado está relacionado ao número de iterações sem melhoria necessário para ativar o processo de diversificação. A Tabela 23 a seguir apresenta resultados médios para os 10% melhores testes para o parâmetro  $b$ , que foi variado entre 100 e 800.

**Tabela 23. Análise do parâmetro  $b$  para os 10% melhores testes**

| $b$ | DPMS em veículos | DPMS em distância | Tempo médio de processamento [s] | Tempo até a melhor solução [s] |
|-----|------------------|-------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| 100 | 5,650            | 3,410             | 296,012                          | 124,662                        |
| 450 | 5,461            | 0,216             | 267,949                          | 97,428                         |

A partir da tabela acima observa-se que o melhor valor para o parâmetro  $b$  é 450, que obteve o melhor desempenho em todos os aspectos avaliados.

A Tabela 24 a seguir apresenta os resultados obtidos pela “Versão Final com Diversificação com Penalização no Reinícios” (VFDR) somente para as instâncias nas quais houve variação na qualidade da solução em relação à VFDP<sup>18</sup>. A VFDR foi obtida pela combinação dos melhores parâmetros apresentados anteriormente.

**Tabela 24. Melhores resultados por instância para a versão VFDR**

|          | Instância     | Solução obtida |                 |                |                                |                            | Melhor solução  |                | DPMS em distância |
|----------|---------------|----------------|-----------------|----------------|--------------------------------|----------------------------|-----------------|----------------|-------------------|
|          |               | Número de nós  | Número de rotas | Custo total    | Tempo até a melhor solução [s] | Tempo de Processamento [s] | Número de rotas | Custo total    |                   |
| Grupo I  | NR102_N50     | 58             | 11              | 1401,44        | 13,34                          | 13,6                       | 11              | 1409           | -0,54%            |
|          | NR105_100     | 106            | 15              | 2383,47        | 40,82                          | 148,24                     |                 |                |                   |
| Grupo II | lc103         | 104            | 10              | 828,06         | 70,78                          | 208,85                     | 9               | 1035,35        |                   |
|          | lc104         | 106            | 9               | 874,6          | 62,23                          | 211,52                     | 9               | 860,01         | 1,70%             |
|          | lc203         | 102            | 3               | 591,17         | 264,08                         | 400,31                     | 3               | 585,56         | 0,96%             |
|          | lr101         | 106            | 19              | 1667,68        | 80,02                          | 137,81                     | 19              | 1650,8         | 1,02%             |
|          | lr102         | 110            | 17              | 1533           | 80,55                          | 127,59                     | 17              | 1487,57        | 3,05%             |
|          | lr103         | 104            | 13              | 1309,24        | 96,48                          | 168,3                      | 13              | 1292,68        | 1,28%             |
|          | <b>lr104</b>  | <b>104</b>     | <b>9</b>        | <b>1009,09</b> | <b>49,04</b>                   | <b>206,75</b>              | <b>9</b>        | <b>1013,39</b> | <b>-0,42%</b>     |
|          | <b>lr106</b>  | <b>104</b>     | <b>12</b>       | <b>1248,93</b> | <b>170,09</b>                  | <b>187,44</b>              | <b>12</b>       | <b>1252,62</b> | <b>-0,29%</b>     |
|          | <b>lr108</b>  | <b>100</b>     | <b>9</b>        | <b>968,97</b>  | <b>105,88</b>                  | <b>203,88</b>              | <b>9</b>        | <b>968,97</b>  | <b>0,00%</b>      |
|          | <i>lr109</i>  | <i>106</i>     | <i>12</i>       | <i>1240,01</i> | <i>12,28</i>                   | <i>147,35</i>              | <i>11</i>       | <i>1208,96</i> |                   |
|          | lr110         | 104            | 11              | 1164,31        | 67,82                          | 201,99                     | 10              | 1159,35        |                   |
|          | <b>lr112</b>  | <b>106</b>     | <b>9</b>        | <b>1002,38</b> | <b>222,01</b>                  | <b>247,37</b>              | <b>9</b>        | <b>1003,77</b> | <b>-0,14%</b>     |
|          | lr203         | 102            | 3               | 993,45         | 132,41                         | 337,27                     | 3               | 949,4          | 4,64%             |
|          | lr204         | 100            | 3               | 967,61         | 127,48                         | 495,86                     | 2               | 849,05         |                   |
|          | lr207         | 102            | 3               | 1001,52        | 167,25                         | 599,15                     | 2               | 903,06         |                   |
|          | lr208         | 100            | 2               | 737,69         | 136,75                         | 397,98                     | 2               | 734,85         | 0,39%             |
|          | lr209         | 102            | 3               | 969,47         | 113,3                          | 331,35                     | 3               | 930,59         | 4,18%             |
|          | lr210         | 102            | 3               | 1004,58        | 142,11                         | 522,79                     | 3               | 964,22         | 4,19%             |
|          | lr211         | 100            | 3               | 921,94         | 110,19                         | 487,24                     | 2               | 884,29         |                   |
|          | lrc101        | 106            | 14              | 1708,8         | 87,95                          | 169,92                     | 14              | 1708,7         | 0,01%             |
|          | <b>lrc103</b> | <b>106</b>     | <b>11</b>       | <b>1257,41</b> | <b>61,53</b>                   | <b>210,19</b>              | <b>11</b>       | <b>1258,74</b> | <b>-0,11%</b>     |
|          | lrc104        | 108            | 10              | 1145,57        | 128,56                         | 169,96                     | 10              | 1128,4         | 1,52%             |

<sup>18</sup> Os resultados para todas as instâncias está apresentado na Tabela 38 do Anexo B.



|               |            |           |                |               |               |           |                |               |
|---------------|------------|-----------|----------------|---------------|---------------|-----------|----------------|---------------|
| <b>lrc105</b> | <b>108</b> | <b>13</b> | <b>1633,56</b> | <b>103,19</b> | <b>146,61</b> | <b>13</b> | <b>1637,62</b> | <b>-0,25%</b> |
| lrc106        | 106        | 12        | 1429,3         | 155,67        | 179,37        | 11        | 1424,73        |               |
| lrc108        | 104        | 10        | 1147,81        | 17,41         | 201,22        | 10        | 1147,43        | 0,03%         |
| lrc202        | 102        | 4         | 1395,45        | 234,88        | 277,89        | 3         | 1374,27        |               |
| lrc204        | 102        | 3         | 853,98         | 171,12        | 317,47        | 3         | 818,67         | 4,31%         |
| lrc205        | 102        | 4         | 1334,92        | 275,49        | 357,34        | 4         | 1302,2         | 2,51%         |
| lrc206        | 102        | 3         | 1283,74        | 94,82         | 241,43        | 3         | 1159,03        | 10,76%        |
| lrc208        | 102        | 3         | 885,67         | 143,31        | 521,73        | 3         | 852,76         | 3,86%         |

A partir da tabela acima se observa que, para as instâncias nas quais foi obtida a mesmo número de rotas que a melhor solução conhecida, o DPMS em relação à distância foi de 0,02% para as instâncias do Grupo I e 0,98% para as instâncias do Grupo II.

Embora o algoritmo tenha atingido o mesmo número de rotas que a melhor solução em todas as instâncias do Grupo I, não foi possível obter a mesmo número de rotas em 9 instâncias do Grupo II. Porém convém observar que, além do empate em 21 instâncias, foram obtidas 12 soluções melhores que as publicadas na literatura.

### Comparação entre as estratégias de diversificação

Conforme pode ser observado nas seções anteriores, a estratégia com penalização durante a busca gera melhores resultados que a com penalização no reinício. Tal fato pode ser observado na Tabela 25, que apresenta o DPMS em relação ao número de rotas e distância, o tempo total de processamento e o tempo até a melhor solução encontrada para os 10% melhores testes.

**Tabela 25. Comparação entre as duas estratégias de diversificação para os 10% melhores testes**

| Estratégia de diversificação | DPMS em veículos | DPMS em distância | Tempo médio de processamento [s] | Tempo até a melhor solução [s] |
|------------------------------|------------------|-------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| <b>DDB</b>                   | <b>5,488</b>     | <b>-0,216</b>     | <b>285,973</b>                   | <b>159,121</b>                 |
| DR                           | 5,744            | 0,658             | 269,018                          | 117,019                        |

Todavia, a estratégia de diversificação penalização durante a busca demora mais para achar a melhor solução encontrada, além de exigir um esforço computacional maior.

Foi também testada a utilização alternada das duas estratégias de diversificação. Porém, os resultados obtidos ficaram aquém das expectativas, fornecendo soluções piores que as fornecidas pela VFCEP. Embora o ganho em distância tenha permanecido praticamente inalterado, houve uma piora em duas instâncias em relação ao número de rotas e empate nas demais.

### 6.8.3 Religação de Caminho – *Path Relinking*

Foram realizados 394 testes computacionais, nos quais foram variados os seguintes parâmetros: estratégia de ativação do procedimento de religação de caminho, sentido da ligação entre soluções, número de membros do CR, porcentagem de soluções infactíveis no CR, critério de inclusão no CR e número de passos no qual fica desativada a busca local (*d*).

A fim de poupar esforço computacional foi selecionada uma amostra composta pelas instâncias com base nos resultados obtidos pela versão do algoritmo que utiliza somente a memória de curto prazo e pelas versões que utilizam estratégias de diversificação. A amostra é composta pelas instâncias lc103, lc104, lc109, lr108, lr109, lr110, lr207, lr211, lrc101, lrc105, lrc106 e lrc202. Essas instâncias foram escolhidas porque as respectivas soluções obtidas nos testes realizados com as estratégias de diversificação apresentaram os maiores desvios em relação às melhores soluções publicadas na literatura.

Foram analisados diversos parâmetros relacionados à metodologia a fim de determinar a melhor abordagem.

Inicialmente, foram avaliados os aspectos relacionados ao Conjunto de Referência. O número de membros do CR foi variada entre 10 e 15. A Tabela 26 a seguir apresenta o DPMS em relação ao número de rotas e distância total percorrida para os 10% melhores

testes (39 testes). O tempo médio de processamento e o tempo médio até a melhor solução encontrada também são apresentados.

**Tabela 26. Análise do número de membros do CR para os 10% melhores testes**

| Número de membros do CR | DPMS em veículos | DPMS em distância | Tempo médio de processamento [s] | Tempo até a melhor solução [s] |
|-------------------------|------------------|-------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| 10                      | 6,275            | -2,576            | 524,568                          | 290,090                        |
| 15                      | 6,303            | -2,553            | 686,895                          | 331,788                        |
| <b>11</b>               | <b>5,882</b>     | <b>-2,581</b>     | <b>539,815</b>                   | <b>289,563</b>                 |
| 12                      | 6,127            | -2,534            | 568,238                          | 295,322                        |
| 13                      | 5,882            | -2,319            | 445,840                          | 292,572                        |

A partir da tabela acima, observa-se que o conjunto de referência com 11 e 13 membros são as melhores opções, pois obtiveram o menor DPMS em relação ao número de rotas e são competitivos nos demais resultados.

Foram testados dois critérios para inserção de uma solução no conjunto de elite: inserção por qualidade e inserção por qualidade e diversidade.

A Tabela 27 apresenta os resultados médios para os 10% melhores testes em relação ao critério de entrada utilizado.

**Tabela 27. Análise do critério de entrada no CR para os 10% melhores testes**

| Critério                | DPMS em veículos | DPMS em distância | Tempo médio de processamento [s] | Tempo até a melhor solução [s] |
|-------------------------|------------------|-------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| Qualidade e diversidade | 6,264            | -2,565            | 611,105                          | 311,355                        |
| <b>Qualidade</b>        | <b>6,046</b>     | <b>-2,518</b>     | <b>547,847</b>                   | <b>290,905</b>                 |

Observa-se que utilizar somente o critério por qualidade representa a melhor opção, pois, exceto no DPMS em distância, obteve os melhores resultados em todos os aspectos.

Foi estudada também a possibilidade de o CR incluir soluções inactivíveis. Conforme pode ser observado pela Tabela 28, que apresenta os resultados médios para os

10% melhores testes em relação a porcentagem de soluções inactíveis do CR, a inclusão de soluções inactíveis é benéfica à busca. Isso sugere que a inclusão de soluções com alta qualidade (embora inactíveis) possibilita exploração de regiões mais promissoras. A porcentagem de soluções inactíveis foi variada entre 0% e 50%.

**Tabela 28. Análise da porcentagem de soluções inactíveis do CR para os 10 % melhores testes**

| Porcentagem de soluções inactíveis | DPMS em veículos | DPMS em distância | Tempo médio de processamento [s] | Tempo até a melhor solução [s] |
|------------------------------------|------------------|-------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| 0 %                                | 6,209            | -2,497            | 590,762                          | 290,023                        |
| 30 %                               | 6,171            | -2,586            | 584,378                          | 313,474                        |
| 40 %                               | 5,882            | -2,516            | 516,322                          | 290,315                        |

Convém destacar que, durante a avaliação de inclusão de uma solução no CR, só é permitido a uma solução inactível substituir outra solução inactível; enquanto é permitido a uma solução factível substituir tanto uma solução inactível quanto outra factível.

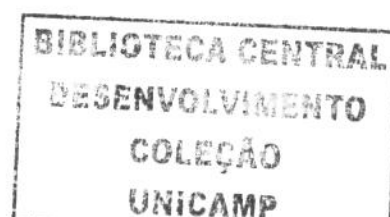
No que se refere à estratégia de ligação entre soluções foram testados dois parâmetros: direção da ligação e com quais soluções fazer a ligação.

Em relação à direção da ligação, foram testadas a unidirecional (da melhor para a pior solução) e a bidirecional. A Tabela 29 apresenta os resultados médios para os dois sentidos de ligação estudados.

**Tabela 29. Análise do sentido da ligação para os 10% melhores testes**

| Sentido de ligação | DPMS em veículos | DPMS em distância | Tempo médio de processamento [s] | Tempo até a melhor solução [s] |
|--------------------|------------------|-------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| Unidirecional      | 5,882            | -2,435            | 468,824                          | 297,540                        |
| Bidirecional       | 6,398            | -2,636            | 678,481                          | 304,341                        |

Observa-se que utilizar a ligação unidirecional é a melhor estratégia, pois forneceu os melhores resultados, exceto em relação ao DPMS em distância, no qual a diferença não é significativa.



Foram testadas duas abordagens para escolha da solução do CR para fazer a ligação: escolha aleatória de uma solução para ligação e ligação com todas as soluções do CR. A Tabela 30 a seguir apresenta resultados médios para os 10% melhores testes.

**Tabela 30. Análise da estratégia de escolha da solução para ligação para os 10% melhores testes**

| Estratégia de escolha | DPMS em veículos | DPMS em distância | Tempo médio de processamento [s] | Tempo até a melhor solução [s] |
|-----------------------|------------------|-------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| Com todas as soluções | 6,417            | -2,665            | 658,846                          | 335,500                        |
| Solução aleatória     | 6,039            | -2,487            | 544,553                          | 286,007                        |

Observa-se que escolher aleatoriamente uma solução do CR para fazer a ligação é a melhor estratégia, pois forneceu os melhores resultados, exceto em relação ao DPMS em distância, no qual a diferença não é significativa.

Foram avaliados dois momentos para a ativação do procedimento de religação de caminho: logo após o término da diversificação (I) e no primeiro mínimo local após a diversificação (II). Neste contexto, entende-se por mínimo local o momento imediatamente anterior à realização de um movimento de piora. A Tabela 31 a seguir apresenta os resultados médios para as duas estratégias.

**Tabela 31. Análise do momento de ativação do procedimento de religação de caminho para os 10% melhores testes**

| Momento de ativação | DPMS em veículos | DPMS em distância | Tempo médio de processamento [s] | Tempo até a melhor solução [s] |
|---------------------|------------------|-------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| I                   | 6,209            | -2,532            | 587,135                          | 303,424                        |
| II                  | 5,991            | -2,568            | 556,501                          | 294,247                        |

Como pode ser observado pela tabela acima, fazer a ligação a partir de uma solução de melhor qualidade é a melhor estratégia, tendo obtido os melhores resultados em todos os critérios.

Conforme discutido anteriormente, durante o processo de ligação, são realizadas buscas locais nos mínimos locais. A fim de minimizar o esforço computacional, após a realização de uma busca local, esse procedimento fica desativado por pelo menos  $d$  passos do procedimento religação de caminho. A Tabela 32 apresenta os resultados médios para os 10% melhores testes. O parâmetro  $d$  foi variado entre 1 e 10.

Tabela 32. Análise do parâmetro  $d$  para os 10% melhores testes

| $d$      | DPMS em veículos | DPMS em distância | Tempo médio de processamento [s] | Tempo até a melhor solução [s] |
|----------|------------------|-------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| 1        | 6,150            | -2,530            | 560,007                          | 285,774                        |
| 3        | 6,078            | -2,523            | 565,102                          | 307,975                        |
| <b>4</b> | <b>5,882</b>     | <b>-2,557</b>     | <b>539,650</b>                   | <b>281,481</b>                 |
| 5        | 6,176            | -2,529            | 677,728                          | 346,093                        |
| 10       | 6,863            | -2,731            | 326,915                          | 156,018                        |

A partir da tabela acima, observa-se que a melhor estratégia é desativar a execução de uma nova busca local durante o caminho realizado pelo procedimento de religação de caminho por pelo menos 4 iteração.

A fim de avaliar a influência da metodologia religação de caminho, foram escolhidos os 10 melhores testes para serem executados com o procedimento religação de caminho desacoplado da busca tabu, isto é, o procedimento de religação de caminho não interfere na busca.

Observou-se que o DPMS em relação ao número de rotas foi 6.25% maior para os testes com o procedimento de religação de caminho desacoplado, evidenciando a boa influência dessa metodologia sobre a busca tabu.

De forma análoga, foi aplicado o procedimento de religação de caminho como procedimento de pós-otimização para os 10 melhores testes. Após a execução da busca, foram realizadas as ligações entre todos os pares válidos do CR. Observou-se que houve

um aumento de 49.13% no tempo médio de processamento, sem proporcionar melhoria na qualidade das soluções.

Finalmente, a Tabela 33 a seguir apresenta os resultados médios para os 10% melhores testes em relação à estratégia de diversificação utilizada.

**Tabela 33. Análise das estratégias de diversificação com procedimento de religação de caminho para os 10% melhores testes**

| Estratégia de diversificação | DPMS em veículos | DPMS em distância | Tempo médio de processamento [s] | Tempo até a melhor solução [s] |
|------------------------------|------------------|-------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| Sem diversificação           | 10,784           | -2,042            | 245,520                          | 126,997                        |
| DDB                          | 8,472            | -2,213            | 347,254                          | 165,158                        |
| DR                           | 7,194            | -2,271            | 619,172                          | 279,533                        |

Observa-se que a utilização da metodologia de religação de caminho acoplada à VFCP não representou uma boa estratégia, uma vez que o DPMS em veículos para essa versão isoladamente para as instâncias da amostra é 9,80%. No que se refere às estratégias de diversificação, observa-se que a diversificação com penalização no reinício apresenta os melhores resultados, embora exija um esforço computacional significativamente maior que as demais versões.

A Tabela 34 a seguir apresenta os resultados por instância para a melhor configuração encontrada (*Versão Final de Longo Prazo com a metodologia Religação de Caminho – VFPR*) somente para as instâncias nas quais houve variação na qualidade da solução em relação à VFCP<sup>19</sup>. A melhor configuração encontrada envolve a diversificação por penalização durante a busca, com 0% de soluções inactíveis no CR, 12 soluções no CR e demais parâmetros de acordo com os melhores resultados descritos anteriormente.

<sup>19</sup> Os resultados para todas as instâncias está apresentado na Tabela 39 do Anexo B.

Tabela 34. Melhores resultados por instância para a versão VFPR

|          | Instância  | Solução obtida |                 |             |                                |                            | Melhor solução  |             | DPMS em distância |
|----------|------------|----------------|-----------------|-------------|--------------------------------|----------------------------|-----------------|-------------|-------------------|
|          |            | Número de nós  | Número de rotas | Custo total | Tempo até a melhor solução [s] | Tempo de Processamento [s] | Número de rotas | Custo total |                   |
| Grupo I  | NC104_N100 | 106            | 9               | 9864,21     | 2,73                           | 332,36                     | 9               | 10166,7     | -2,98%            |
|          | NR101_100  | 110            | 19              | 2670,61     | 167,52                         | 172,04                     |                 |             |                   |
|          | NR102_100  | 106            | 18              | 2490,84     | 14,25                          | 148,42                     |                 |             |                   |
|          | NR104_N50  | 52             | 6               | 1170,77     | 19,96                          | 24,82                      |                 |             |                   |
|          | NR105_100  | 106            | 15              | 2383,47     | 2,27                           | 214,73                     |                 |             |                   |
| Grupo II | lc104      | 106            | 9               | 861,95      | 64,97                          | 350,79                     | 9               | 860,01      | 0,23%             |
|          | lc203      | 102            | 3               | 591,17      | 3,72                           | 622,4                      | 3               | 585,56      | 0,96%             |
|          | lc204      | 102            | 3               | 591,17      | 126,7                          | 446,18                     | 3               | 590,6       | 0,10%             |
|          | lr101      | 106            | 19              | 1650,8      | 117,25                         | 128,25                     | 19              | 1650,8      | 0,00%             |
|          | lr102      | 110            | 17              | 1535,54     | 4,72                           | 266,11                     | 17              | 1487,57     | 3,22%             |
|          | lr103      | 104            | 13              | 1292,68     | 2,33                           | 207,47                     | 13              | 1292,68     | 0,00%             |
|          | lr104      | 104            | 9               | 1009,09     | 189,29                         | 248,49                     | 9               | 1013,39     | -0,42%            |
|          | lr106      | 104            | 12              | 1248,93     | 1,63                           | 190,25                     | 12              | 1252,62     | -0,29%            |
|          | lr108      | 100            | 9               | 968,97      | 199,88                         | 210,56                     | 9               | 968,97      | 0,00%             |
|          | lr110      | 104            | 11              | 1164,31     | 4,31                           | 273,59                     | 10              | 1159,35     |                   |
|          | lr112      | 106            | 10              | 1050,21     | 245,91                         | 305,01                     | 9               | 1003,77     |                   |
|          | lr201      | 102            | 4               | 1253,23     | 93,62                          | 437,95                     | 4               | 1253,23     | 0,00%             |
|          | lr202      | 100            | 3               | 1238,83     | 491,63                         | 585,1                      | 3               | 1197,67     | 3,44%             |
|          | lr203      | 102            | 3               | 952,4       | 272,54                         | 517,86                     | 3               | 949,4       | 0,32%             |
|          | lr206      | 100            | 3               | 1177,14     | 22,39                          | 818,74                     | 3               | 931,63      | 26,35%            |
|          | lr208      | 100            | 2               | 734,09      | 430,45                         | 756,45                     | 2               | 734,85      | -0,10%            |
|          | lr209      | 102            | 3               | 930,59      | 825,78                         | 828,25                     | 3               | 930,59      | 0,00%             |
|          | lr210      | 102            | 3               | 991,42      | 821,97                         | 875,15                     | 3               | 964,22      | 2,82%             |
|          | lr211      | 100            | 3               | 909,71      | 1179,2                         | 1256,19                    | 2               | 884,29      |                   |
|          | lrc101     | 106            | 15              | 1711,97     | 15,05                          | 214,73                     | 14              | 1708,7      |                   |
|          | lrc102     | 106            | 12              | 1576,92     | 54,05                          | 171,88                     | 12              | 1558,07     | 1,21%             |
|          | lrc103     | 106            | 11              | 1257,41     | 39,86                          | 222,37                     | 11              | 1258,74     | -0,11%            |
|          | lrc105     | 108            | 13              | 1639,81     | 200,46                         | 238,59                     | 13              | 1637,62     | 0,13%             |
|          | lrc106     | 106            | 11              | 1424,73     | 191,47                         | 230,76                     | 11              | 1424,73     | 0,00%             |
|          | lrc108     | 104            | 10              | 1147,81     | 14,27                          | 182,61                     | 10              | 1147,43     | 0,03%             |
|          | lrc201     | 102            | 4               | 1446,34     | 72,42                          | 420,38                     | 4               | 1406,94     | 2,80%             |
|          | lrc202     | 102            | 4               | 1395,23     | 448,58                         | 540,53                     | 3               | 1374,27     |                   |
|          | lrc203     | 102            | 3               | 1089,28     | 103,46                         | 475,2                      | 3               | 1089,07     | 0,02%             |



|               |            |          |                |               |               |          |                |               |
|---------------|------------|----------|----------------|---------------|---------------|----------|----------------|---------------|
| lrc204        | 102        | 3        | 821,5          | 350,24        | 444,42        | 3        | 818,67         | 0,35%         |
| lrc205        | 102        | 4        | 1596,45        | 344,24        | 652,12        | 4        | 1302,2         | 22,60%        |
| <b>lrc206</b> | <b>102</b> | <b>3</b> | <b>1156,54</b> | <b>431,85</b> | <b>436,97</b> | <b>3</b> | <b>1159,03</b> | <b>-0,21%</b> |
| lrc208        | 102        | 3        | 876,04         | 320,73        | 364,71        | 3        | 852,76         | 2,73%         |

A partir da tabela acima observa-se que, para as instâncias nas quais foi obtida o mesmo número de rotas que a melhor solução conhecida, o DPMS em relação à distância foi de 0,03% para as instâncias do Grupo I e 1,32% para as instâncias do Grupo II.

Embora o algoritmo tenha atingido o mesmo número de rotas que a melhor solução em todas as instâncias do Grupo I, não foi possível obter a mesmo número de rotas em 7 instâncias do Grupo II. Porém convém observar que, além do empate em 24 instâncias, foram obtidas 12 soluções melhores que as publicadas na literatura.

#### 6.8.4 Testes com instâncias com mais de 200 nós

A fim de validar os resultados obtidos anteriormente para as instâncias com mais de 200 nós, foram realizados mais 71 testes computacionais, nos quais foram variados os seguintes parâmetros: heurísticas construtivas, tipo e parâmetro da redução de vizinhança, intervalo da duração tabu e estratégia de diversificação. Nesses testes, confirmou-se que os parâmetros determinados anteriormente realmente geram os melhores resultados para o algoritmo apresentado.

A Tabela 35 apresenta o DPMS em número de rotas e distância total percorrida, tempo médio de processamento e tempo médio até a melhor solução encontrada para todas as instâncias de 200 e 600 nós para a versão final do algoritmo, apresentada na Figura 11. As Tabela 41 e 42 do *Anexo B* apresentam os resultados para todas instâncias.

**Tabela 35. Resultados médios para as instâncias de 200 e 600 nós para a versão final do algoritmo**

| Dimensão da instância | DPMS em veículos | DPMS em distância | Tempo médio de processamento [s] | Tempo até a melhor solução [s] |
|-----------------------|------------------|-------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| 200                   | 4,383            | 4,470             | 2230,440                         | 890,079                        |
| 600                   | 5,766            | 16,226            | 3677,560                         | 3103,070                       |

A partir da tabela acima, observa-se que a qualidade dos resultados obtidos para essas instâncias são inferiores à qualidade dos resultados obtidos para as instâncias de até 100 nós.

Essa diferença na qualidade deve-se ao elevado tempo de processamento demandado por essas instâncias, o que inviabiliza a execução por um número grande de iterações. De fato, o tempo médio de processamento ficou muito próximo ao limite de tempo imposto, o que sugere que esse foi o critério de parada efetivo de boa parte das instâncias.

Além disso, observa-se que o tempo até a melhor solução para 600 nós é alto se comparado ao tempo de processamento, o que sugere ainda possibilidade de se obter melhores soluções caso seja aumentado o limite de tempo de execução.

## Capítulo 7 – Conclusões

O objetivo deste trabalho foi desenvolver e implementar a meta-heurística busca tabu para o Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega – PRVCE. O estudo cobriu todas as etapas do desenvolvimento da meta-heurística, desde o desenvolvimento da heurística construtiva até a análise de um procedimento de pós-otimização.

Foram sugeridas alterações na heurística construtiva proposta por Nanry e Barnes a fim de fornecer uma solução de partida de melhor qualidade à meta-heurística. Além das vizinhanças apresentadas na literatura para o PRVCE, foram realizados com sucesso testes com algumas vizinhanças desenvolvidas para o problema clássico de roteamento de veículos. A fim de minimizar o esforço computacional, foram estudadas duas estratégias de redução de vizinhança.

Em relação ao algoritmo da busca tabu, foram realizados testes a fim de determinar a melhor configuração do algoritmo utilizando a memória de curto prazo e busca pela infactibilidade. A seguir, foram testados mecanismos de diversificação de busca e a metodologia religação de caminho.

Durante os estudos, observou-se que a utilização de reduções de vizinhança é imprescindível dado o elevado grau de complexidade do problema. Também verificou-se a importância de haver um procedimento específico para a redução do número de rotas.

A metodologia de religação de caminho, embora tenha exigido um esforço computacional significativamente maior, não proporcionou melhoras significativas em relação às versões somente com diversificação.

Conforme pode ser observado pela Tabela B2 do *Anexo B*, a metodologia desenvolvida neste trabalho é promissora, tendo obtido resultados melhores que os publicados na literatura em 19 instâncias para as instâncias de até 100 nós, 4 nas instâncias de 200 nós e 5 nas instâncias de 600 nós.

Porém, para as instâncias de 600 nós (Tabelas 41 e 42 do *Anexo B*), o esforço computacional exigido pelo algoritmo é grande, fazendo-se necessário um estudo dedicado a essas instâncias a fim de determinar estratégias de redução do tempo de processamento.

Um fator interessante observado é a diferença significativa de comportamento do algoritmo para os diferentes tipos de instâncias, identificado claramente pelas diferenças nos tempos de execução.

Assim, para aplicações nas quais a distribuição espacial dos nós é claramente definida, o desenvolvimento de algoritmos dedicados pode ser vantajoso, principalmente em relação à estratégia de redução de vizinhança. Além da alteração do parâmetro de redução, poderia ser utilizada uma estratégia de redução de vizinhança baseada no número máximo de nós que separam o nó predecessor do nó sucessor.

## Capítulo 8 – Bibliografia

- Armentano V. A. e Araujo O. C. B. (2005). GRASP with memory-based mechanisms for minimizing total tardiness in single machine scheduling with setup times, submetido para Journal of Heuristics.
- Battiti R. e Tecchilo G. (1994). The reactive tabu search, ORSA Journal on Computing, 6, 126-140.
- Bent R. e Hentenryck P. V. (2004). A two-stage hybrid algorithm for pickup and delivery vehicle routing problems with time windows, Computers & Operations Research, In Press, Corrected Proof, disponível online a partir de 18 de setembro de 2004.
- Christofoletti L. M. (2002). Métodos de reinício aplicados ao problema de seqüenciamento em uma máquina com tempos de preparação e datas de entrega, dissertação de mestrado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas.
- Cordeau J-F, Gendreau M. e Laporte G. (1997). A tabu search for periodic and multi-depot vehicle routing problems, Networks, 30, 105-119.
- Cordeau J-F, Gendreau M., Laporte G., Potvin J-Y e Semet F. (2002). A guide to vehicle routing problems, Journal of the Operational Research Society, 53, 512-522.
- Cordeau J-F e Laporte G. (2003). A tabu search heuristic for the static multi-vehicle dial-a-ride problem, Transportation Research Part B, 37, 579-594.
- Desaulniers G., Desrosiers J., Erdmann A., Solomon M.M. e Soumis F. (2002). VRP with pickup and delivery em Toth P. e Vigo D. (editores), *The Vehicle*

*Routing Problem*, SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, 2002.

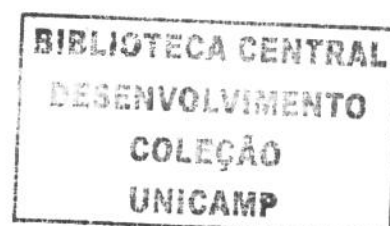
- Desrosiers J., Dumas Y. e Soumis F. (1986). A dynamic programming solution of the large-scale single vehicle dial-a-ride problem with time windows, *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, 16, 301-325.
- Dongarra J. J. (2004), Performance of various computers using standard linear equations software, Technical report CS-89-85, Computer Science Department, University of Tennessee.
- Dumas Y., Desrosiers J. e Soumis F. (1991). The pickup and delivery problem with time windows, *European Journal of Operational Research*, 54, 7-22.
- Erdmann A., Nolte A., Noltemeier A. e Schrader R. (2001). “Modeling and solving the airline schedule generation problem”, *Annals of Operations Research*, 107, 117-142.
- Forbes M. A., Holt J. N. e Watts A. M. (1994). An exact algorithm for the multiple depot bus scheduling, *European Journal of Operational Research*, 72, 115-124.
- Glover F. (1996). Tabu search and adaptive memory programming – Advances, applications and challenges, em *Interfaces in Computer Science and Operations Research* (Barr R. S., Helgason R. V. e Kennington J. L., editores), Kluwer.
- Glover F. e Laguna M. (1993). Tabu search, em *Modern Heuristics for Combinatorial Problems* (Reeves C., editor), Oxford.
- Glover F. e Laguna M. (1997). *Tabu Search*, Kluwer.
- Glover F., Laguna M. E Martí R. (2000). Fundamentals of scatter search and path relinking, *Control and Cybernetics*, 29, 653-684.
- Gronalt M., Hartl R. F. e Reimann M. (2003). New savings based algorithms for time constrained pickup and delivery of full truckloads, *European Journal of Operational Research*, 151, 520-535.
- Hall R. W. (1996). Pickup and delivery systems for overnight carriers, *Transportation Research Part A*, 30, 173-187.

- Harvey W. e Ginsberg M. Limited discrepancy search, em Proceedings of the IJCAI-95. Montreal, Canadá, 1995.
- Jain, A.S., Meeran, S., 2002. A multi-level hybrid framework applied to the general flow-shop scheduling problem, *Computers & Operations Research*, 29, 1873-1901.
- Jaw J., Odoni A.R., Psarafatis H. N. e Wilson N. H. M. (1986). A heuristic algorithm for the multi-vehicle advance-request dial-a-ride problem with time windows, *Transportation Research Part B*, 20, 243-257.
- Kontoravdis G., Bard J. F. (1995). A GRASP for the vehicle routing problem with time windows, *ORSA Journal on Computing*, 7, 10-23.
- Landrieu A., Mari Y. e Binder Z. (2001). A tabu search heuristic for the single vehicle pickup and delivery problem with time windows, *Journal of Intelligent Manufacturing*, 12, 497-508.
- Laporte G., Geandreau M., Potvin J. Y. e Sement F. (2000). Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem, *International Transactions in Operational Research*, 7, 285-300.
- Li H. e Lim A. (2001), A metaheuristic for the pickup and delivery problem with time windows, 13<sup>a</sup> ICTAI do IEEE, 160-170.
- Lin S. e Kernighan B. W. (1973), An effective heuristic algorithm for the traveling salesman problem, *Operations Research* 21, 498-516.
- Lu Q. e Dessouky M. (2004). An exact algorithm for the multiple vehicle pickup and delivery problem, *Transportation Science*, 38, 503-514.
- Løkkentagen A. e Glover F. (1998). Solving zero-one mixed integer programming problems using tabu search, *European Journal of Operational Research*, 106, 624-658.
- Nanry W. P. e Barnes J. W. (2000). Solving the pickup and delivery problem with time windows using reactive tabu search, *Transportation Research Part B*, 34, 107-121.

- Or I. (1976), Traveling salesman-type combinatorial problems and their relation to the logistics of blood banking, Ph.D. thesis, Department of Industrial Engineering and Management Sciences, Northwestern University.
- Potvin J. Y. e Rousseau J. M. (1995), An exchange heuristic for routing problems with time windows, *Journal of the Operational Research Society*, 46, 1433-1446.
- Psarafatis H. (1980). A dynamic programming solution to the single vehicle many-to-many immediate request dial-a-ride problem, *Transportation Science*, 14, 130-154.
- Psarafatis H. (1983). An exact algorithm for the single vehicle many-to-many dial-a-ride problem with time windows, *Transportation Science*, 17, 351-410.
- Qiu L. e Hsu W. J. (1999). Scheduling and routing algorithm for the AGVs: a Survey Technical report: CAIS-TR-99-26, Centre for Advanced Information Systems, School of Applied Science, Nanyang University, Singapura.
- Resende M. G. C., Ribeiro C. C. (2002). Greedy randomized adaptive search procedures, em *State-of-the-art Handbook of Metaheuristics* (Glover F., Kochenberger G., editors, Kluwer.
- Resende M. G. C. e Werneck R. F. (2004), A hybrid heuristic for the p-median problem, *Journal of Heuristics*, 10, 59-88.
- Salhi S. (2002), Defining tabu list size and aspiration criterion within tabu search methods, *Computers & Operations Research*, 29, 67-86.
- Savelsbergh M. W. P. (1992), The vehicle routing problem with time windows: minimizing route duration, *ORSA Journal on Computing*, 4, 146-154.
- Savelsbergh M. W. P. e Sol M. (1995). The general pickup and delivery problem, *Transportation Science*, 29, 17-28.
- Sexton T. R. e Lawrence D. B. (1985a). Optimizing single vehicle many-to-many operations with desired delivery times: I Scheduling, *Transportation Science*, 19, 378-410.



- Sexton T. R. e Lawrence D. B. (1985b). Optimizing single vehicle many-to-many operations with desired delivery times: II Routing, *Transportation Science*, 19, 411-435.
- Shang J. S. e Cuff C. K. (1996). Multicriteria pickup and delivery problem with transfer opportunity, *Computers ind. Engng*, 30, 631-645.
- Shaw P. (1998). Using constraint programming and local search methods to solve vehicle routing problems, em *Proceedings of the fourth international conference on the principles and practice of constraint programming*, 1998, 417-431.
- Solomon M. M. (1987), Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time windows, *Operations Research*, 35, 254-265.
- Taillard E. D., Badeau P., Gendreau M., Guertin F. e Potvin J. Y. (1997) A tabu search for the vehicle routing problem with soft time windows, *Transportation Science*, 31, 170-186.
- Toth P. e Vigo D. (editores). *The Vehicle Routing Problem*, SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, 2002.
- Van der Bruggen L. J. J., Lenstra J. K. e Schuur P. C. (1993). Variable-depth search for the single vehicle pickup and delivery problem with time windows, *Transportation Science* 27, 298-311.
- Xu H., Chen Z-L., Rajagopal S. e Arunapuram S. (2003). Solving a practical pickup and delivery problem, *Transportation Science*, 37, 347-364.



## Anexo A – Instâncias

Foram utilizados dois conjuntos de instâncias baseadas nas instâncias propostas por Solomon (1987) para o Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo, um proposto por Nanry e Barnes (2000)<sup>20</sup> – *Grupo I* – e outro proposto por Li e Lim (2001)<sup>21</sup> – *Grupo II*.

Todos os grupos de instâncias utilizados estão classificados em C, R e RC. As instâncias do tipo C são instâncias agrupadas (*clusterizadas*), nas quais os nós estão agrupados em conjuntos bem definidos no espaço. Nas instâncias do tipo R, os nós estão uniformemente distribuídos no espaço. Finalmente, as instâncias do tipo RC são instâncias semi-agrupadas (*semi-clusterizadas*), nas quais há uma combinação de estruturas agrupadas e com distribuição uniforme.

Além da classificação espacial, as instâncias também são classificadas segundo a extensão das janelas de tempo dos nós. Nas instâncias do tipo 1, as janelas de tempo são de curta duração, possibilitando poucos nós por rota. Já nas instâncias do tipo 2, as janelas de tempo são longas, permitindo que muitos nós sejam atendidos pelo mesmo veículo.

As instâncias do Grupo I foram geradas com base nas soluções ótimas das instâncias do Solomon para o Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo (PRVJT). Dada a solução ótima, os pares de nós foram aleatoriamente designados nas rotas a fim de garantir factibilidade. Caso a rota da solução base possuísse um número de nós ímpar, um nó com os mesmos dados (exceto pela demanda, que passa a ser o oposto) é adicionado logo após o nó que restou do processo de designação. Nesse grupo

---

<sup>20</sup> As instâncias podem ser obtidas em <http://www.me.utexas.edu/~barnes/data/>.

<sup>21</sup> As instâncias podem ser obtidas em <http://www.sintef.no/static/am/opti/projects/top/vrp/benchmarks.html>.

encontram-se instâncias de dimensão aproximadamente 25, 50 e 100 nós (12, 25 e 50 pedidos, respectivamente).

As instâncias do Grupo II foram geradas a partir das soluções obtidas por um método heurístico proposto por Li e Lim (ainda não publicado) para o PRVJT, utilizando as mesmas idéias utilizadas por Nanry e Barnes. A vantagem dessa abordagem reside na possibilidade de gerar instâncias maiores, dado que não se restringe aos problemas com soluções ótimas conhecidas. Nesse grupo encontram-se instâncias de dimensão aproximadamente 100, 200 e 600 nós (50, 100 e 300 pedidos, respectivamente).

## Anexo B – Resultados

Na Tabela 36 é apresentado o melhor resultado por instância publicado na literatura.

**Tabela 36. Melhores resultados por instância publicados na literatura**

| Instância  | Número de rotas | Custo total | Fonte                 |
|------------|-----------------|-------------|-----------------------|
| NC101_N100 | 10              | 9827,30     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC101_N25A | 3               | 2441,30     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC101_N50  | 5               | 4862,40     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC102_N100 | 10              | 9827,30     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC102_N25A | 3               | 2440,30     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC102_N50  | 5               | 4861,40     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC103_N100 | 10              | 9829,90     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC103_N25A | 3               | 2440,30     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC103_N50  | 5               | 4861,40     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC104_N100 | 9               | 10166,70    | Li e Lim (2001)       |
| NC104_N25A | 3               | 2436,90     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC104_N50  | 5               | 4855,60     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC105_100  | 10              | 9827,30     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC105_N25A | 3               | 2441,30     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC105_N50  | 5               | 4862,40     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC106_100  | 10              | 9827,30     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC106_N25A | 3               | 2441,30     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC106_N50  | 5               | 4862,40     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC107_100  | 10              | 9826,10     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC107_N25A | 3               | 2441,30     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC107_N50  | 5               | 4862,40     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC108_100  | 10              | 9826,10     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC108_N25A | 3               | 2441,30     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC108_N50  | 5               | 4862,40     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC109_100  | 10              | 9827,30     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC109_N25A | 3               | 2441,30     | Nanry e Barnes (2000) |
| NC109_N50  | 5               | 4862,40     | Nanry e Barnes (2000) |

|            |    |          |                          |
|------------|----|----------|--------------------------|
| NR101_N25A | 8  | 867,10   | Nanry e Barnes (2000)    |
| NR102_N25A | 7  | 797,10   | Nanry e Barnes (2000)    |
| NR102_N50  | 11 | 1409,00  | Nanry e Barnes (2000)    |
| NR103_N25A | 5  | 704,60   | Nanry e Barnes (2000)    |
| NR104_N25A | 4  | 666,90   | Nanry e Barnes (2000)    |
| NR105_N25A | 6  | 780,50   | Nanry e Barnes (2000)    |
| NR106_N25A | 5  | 715,40   | Nanry e Barnes (2000)    |
| NR106_N50  | 8  | 1293,00  | Nanry e Barnes (2000)    |
| NR107_N25A | 4  | 674,30   | Nanry e Barnes (2000)    |
| NR107_N50  | 7  | 1211,10  | Nanry e Barnes (2000)    |
| NR108_N25A | 4  | 647,30   | Nanry e Barnes (2000)    |
| NR109_N25A | 5  | 691,30   | Nanry e Barnes (2000)    |
| NR110_N25A | 5  | 694,10   | Nanry e Barnes (2000)    |
| NR110_N50  | 7  | 1197,00  | Nanry e Barnes (2000)    |
| NR111_N25A | 4  | 678,80   | Nanry e Barnes (2000)    |
| NR112_N25A | 4  | 643,00   | Nanry e Barnes (2000)    |
| NRC101_N25 | 4  | 711,10   | Nanry e Barnes (2000)    |
| NRC102_N25 | 3  | 601,80   | Nanry e Barnes (2000)    |
| NRC103_N25 | 3  | 582,80   | Nanry e Barnes (2000)    |
| NRC104_N25 | 3  | 556,60   | Nanry e Barnes (2000)    |
| NRC105_N25 | 4  | 661,30   | Nanry e Barnes (2000)    |
| NRC105_N50 | 8  | 1355,30  | Nanry e Barnes (2000)    |
| NRC106_N25 | 3  | 595,50   | Nanry e Barnes (2000)    |
| NRC107_N25 | 3  | 548,30   | Nanry e Barnes (2000)    |
| NRC108_N25 | 3  | 544,50   | Nanry e Barnes (2000)    |
| NRC108_N50 | 6  | 1098,10  | Nanry e Barnes (2000)    |
| LC1_2_1    | 20 | 2704,57  | Li e Lim (2001)          |
| LC1_2_10   | 18 | 2741,56  | Li e Lim (2001)          |
| LC1_2_2    | 19 | 2764,56  | Li e Lim (2001)          |
| LC1_2_3    | 17 | 3134,08  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC1_2_4    | 17 | 2693,41  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC1_2_5    | 20 | 2702,05  | Li e Lim (2001)          |
| LC1_2_6    | 20 | 2701,04  | Li e Lim (2001)          |
| LC1_2_7    | 20 | 2701,04  | Li e Lim (2001)          |
| LC1_2_8    | 20 | 2689,83  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC1_2_9    | 18 | 2724,24  | Li e Lim (2001)          |
| LC1_6_1    | 60 | 14095,60 | Li e Lim (2001)          |
| LC1_6_10   | 54 | 14870,30 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC1_6_2    | 58 | 14379,50 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC1_6_3    | 51 | 14569,30 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC1_6_4    | 48 | 13567,50 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC1_6_5    | 60 | 14086,30 | Li e Lim (2001)          |
| LC1_6_6    | 60 | 14090,80 | Li e Lim (2001)          |
| LC1_6_7    | 60 | 14093,80 | Li e Lim (2001)          |
| LC1_6_8    | 59 | 14554,30 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC1_6_9    | 55 | 14648,10 | Bent e Hentenryck (2004) |
| lc101      | 10 | 828,94   | Li e Lim (2001)          |
| lc102      | 10 | 828,94   | Li e Lim (2001)          |

|          |    |          |                          |
|----------|----|----------|--------------------------|
| lc103    | 9  | 1035,35  | Bent e Hentenryck (2004) |
| lc104    | 9  | 860,01   | Bent e Hentenryck (2004) |
| lc105    | 10 | 828,94   | Li e Lim (2001)          |
| lc106    | 10 | 828,94   | Li e Lim (2001)          |
| lc107    | 10 | 828,94   | Li e Lim (2001)          |
| lc108    | 10 | 826,44   | Li e Lim (2001)          |
| lc109    | 9  | 1000,60  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC2_2_1  | 6  | 1931,44  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC2_2_10 | 6  | 1817,45  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC2_2_2  | 6  | 1881,40  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC2_2_3  | 6  | 1844,33  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC2_2_4  | 6  | 1767,12  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC2_2_5  | 6  | 1891,21  | Li e Lim (2001)          |
| LC2_2_6  | 6  | 1857,78  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC2_2_7  | 6  | 1850,13  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC2_2_8  | 6  | 1824,34  | Li e Lim (2001)          |
| LC2_2_9  | 6  | 1854,21  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC2_6_1  | 19 | 7977,98  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC2_6_10 | 18 | 7853,27  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC2_6_2  | 19 | 8253,67  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC2_6_3  | 18 | 7436,50  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC2_6_4  | 18 | 8513,88  | Li e Lim (2001)          |
| LC2_6_5  | 19 | 8047,37  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC2_6_6  | 19 | 8237,58  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC2_6_7  | 19 | 8038,56  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LC2_6_8  | 18 | 8147,00  | Li e Lim (2001)          |
| LC2_6_9  | 19 | 8258,20  | Bent e Hentenryck (2004) |
| lc201    | 3  | 591,56   | Li e Lim (2001)          |
| lc202    | 3  | 591,56   | Li e Lim (2001)          |
| lc203    | 3  | 585,56   | Li e Lim (2001)          |
| lc204    | 3  | 590,60   | Bent e Hentenryck (2004) |
| lc205    | 3  | 588,88   | Li e Lim (2001)          |
| lc206    | 3  | 588,49   | Li e Lim (2001)          |
| lc207    | 3  | 588,29   | Li e Lim (2001)          |
| lc208    | 3  | 588,32   | Li e Lim (2001)          |
| LR1_2_1  | 20 | 4819,12  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR1_2_10 | 11 | 3744,95  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR1_2_2  | 17 | 4666,09  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR1_2_3  | 15 | 3657,19  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR1_2_4  | 10 | 3146,06  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR1_2_5  | 16 | 4760,18  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR1_2_6  | 14 | 4175,16  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR1_2_7  | 12 | 3851,36  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR1_2_8  | 9  | 2871,67  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR1_2_9  | 14 | 4411,54  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR1_6_1  | 59 | 22838,30 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR1_6_10 | 29 | 18373,90 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR1_6_2  | 45 | 20985,70 | Bent e Hentenryck (2004) |

|          |    |          |                          |
|----------|----|----------|--------------------------|
| LR1_6_3  | 37 | 18685,90 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR1_6_4  | 28 | 14199,90 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR1_6_5  | 40 | 22188,80 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR1_6_6  | 35 | 20406,20 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR1_6_7  | 28 | 16963,80 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR1_6_8  | 21 | 12620,10 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR1_6_9  | 34 | 21273,30 | Bent e Hentenryck (2004) |
| lr101    | 19 | 1650,80  | Li e Lim (2001)          |
| lr102    | 17 | 1487,57  | Li e Lim (2001)          |
| lr103    | 13 | 1292,68  | Li e Lim (2001)          |
| lr104    | 9  | 1013,39  | Li e Lim (2001)          |
| lr105    | 14 | 1377,11  | Bent e Hentenryck (2004) |
| lr106    | 12 | 1252,62  | Li e Lim (2001)          |
| lr107    | 10 | 1111,31  | Li e Lim (2001)          |
| lr108    | 9  | 968,97   | Li e Lim (2001)          |
| lr109    | 11 | 1208,96  | Bent e Hentenryck (2004) |
| lr110    | 10 | 1159,35  | Li e Lim (2001)          |
| lr111    | 10 | 1108,90  | Li e Lim (2001)          |
| lr112    | 9  | 1003,77  | Li e Lim (2001)          |
| LR2_2_1  | 5  | 4073,10  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR2_2_10 | 3  | 3447,42  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR2_2_2  | 4  | 3796,00  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR2_2_3  | 4  | 3100,03  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR2_2_4  | 3  | 2754,96  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR2_2_5  | 4  | 3438,39  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR2_2_6  | 4  | 3201,54  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR2_2_7  | 3  | 3190,75  | Li e Lim (2001)          |
| LR2_2_8  | 3  | 2295,44  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR2_2_9  | 4  | 3198,44  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR2_6_1  | 12 | 18840,80 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR2_6_10 | 8  | 18869,20 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR2_6_2  | 11 | 20243,40 | Li e Lim (2001)          |
| LR2_6_3  | 10 | 16657,50 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR2_6_4  | 7  | 14223,20 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR2_6_5  | 10 | 21250,10 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR2_6_6  | 9  | 21722,80 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR2_6_7  | 8  | 16262,00 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR2_6_8  | 6  | 13344,10 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LR2_6_9  | 9  | 18853,40 | Bent e Hentenryck (2004) |
| lr201    | 4  | 1253,23  | Bent e Hentenryck (2004) |
| lr202    | 3  | 1197,67  | Li e Lim (2001)          |
| lr203    | 3  | 949,40   | Li e Lim (2001)          |
| lr204    | 2  | 849,05   | Li e Lim (2001)          |
| lr205    | 3  | 1054,02  | Li e Lim (2001)          |
| lr206    | 3  | 931,63   | Li e Lim (2001)          |
| lr207    | 2  | 903,06   | Li e Lim (2001)          |
| lr208    | 2  | 734,85   | Li e Lim (2001)          |
| lr209    | 3  | 930,59   | Bent e Hentenryck (2004) |

|           |    |          |                          |
|-----------|----|----------|--------------------------|
| lr210     | 3  | 964,22   | Li e Lim (2001)          |
| lr211     | 2  | 884,29   | Li e Lim (2001)          |
| LRC1_2_1  | 19 | 3606,06  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC1_2_10 | 13 | 2833,85  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC1_2_2  | 15 | 3681,36  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC1_2_3  | 13 | 3161,75  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC1_2_4  | 10 | 2655,27  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC1_2_5  | 16 | 3715,81  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC1_2_6  | 17 | 3368,66  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC1_2_7  | 15 | 3417,16  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC1_2_8  | 14 | 3087,62  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC1_2_9  | 14 | 3129,65  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC1_6_1  | 53 | 17930,00 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC1_6_10 | 33 | 13830,50 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC1_6_2  | 45 | 16040,30 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC1_6_3  | 36 | 14407,60 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC1_6_4  | 25 | 11308,60 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC1_6_5  | 47 | 16803,90 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC1_6_6  | 45 | 17126,40 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC1_6_7  | 40 | 15493,50 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC1_6_8  | 36 | 15352,60 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC1_6_9  | 37 | 15253,70 | Bent e Hentenryck (2004) |
| lrc101    | 14 | 1708,70  | Bent e Hentenryck (2004) |
| lrc102    | 12 | 1558,07  | Bent e Hentenryck (2004) |
| lrc103    | 11 | 1258,74  | Li e Lim (2001)          |
| lrc104    | 10 | 1128,40  | Bent e Hentenryck (2004) |
| lrc105    | 13 | 1637,62  | Bent e Hentenryck (2004) |
| lrc106    | 11 | 1424,73  | Bent e Hentenryck (2004) |
| lrc107    | 11 | 1230,14  | Bent e Hentenryck (2004) |
| lrc108    | 10 | 1147,43  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC2_2_1  | 6  | 3690,10  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC2_2_10 | 3  | 2699,55  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC2_2_2  | 6  | 2666,01  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC2_2_3  | 5  | 2523,58  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC2_2_4  | 4  | 2202,89  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC2_2_5  | 5  | 2776,93  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC2_2_6  | 5  | 2707,75  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC2_2_7  | 4  | 3050,03  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC2_2_8  | 4  | 2401,84  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC2_2_9  | 4  | 2209,94  | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC2_6_1  | 17 | 13111,60 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC2_6_10 | 9  | 12874,80 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC2_6_2  | 15 | 11463,00 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC2_6_3  | 11 | 15167,30 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC2_6_4  | 8  | 12512,50 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC2_6_5  | 15 | 12309,70 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC2_6_6  | 13 | 12679,30 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC2_6_7  | 12 | 12998,40 | Bent e Hentenryck (2004) |



|          |    |          |                          |
|----------|----|----------|--------------------------|
| LRC2_6_8 | 12 | 10898,30 | Bent e Hentenryck (2004) |
| LRC2_6_9 | 11 | 11917,20 | Bent e Hentenryck (2004) |
| lrc201   | 4  | 1406,94  | Bent e Hentenryck (2004) |
| lrc202   | 3  | 1374,27  | Li e Lim (2001)          |
| lrc203   | 3  | 1089,07  | Li e Lim (2001)          |
| lrc204   | 3  | 818,67   | Bent e Hentenryck (2004) |
| lrc205   | 4  | 1302,20  | Li e Lim (2001)          |
| lrc206   | 3  | 1159,03  | Bent e Hentenryck (2004) |
| lrc207   | 3  | 1062,05  | Bent e Hentenryck (2004) |
| lrc208   | 3  | 852,76   | Li e Lim (2001)          |

A Tabela 37 a seguir apresenta os resultados obtidos para a VFDP para as instâncias de dimensão menor ou igual 100.

**Tabela 37. Melhores resultados por instância para a versão VFDP**

|         | Instância         | Solução obtida |                 |                |                                |                            | Melhor solução  |                 | DPMS em distância |
|---------|-------------------|----------------|-----------------|----------------|--------------------------------|----------------------------|-----------------|-----------------|-------------------|
|         |                   | Número de nós  | Número de rotas | Custo total    | Tempo até a melhor solução [s] | Tempo de Processamento [s] | Número de rotas | Custo total     |                   |
| Grupo I | NC101_N100        | 106            | 10              | 9828,94        | 138,66                         | 201,21                     | 10              | 9827,30         | 0,02%             |
|         | NC101_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 1,32                           | 1,56                       | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
|         | NC101_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 0,14                           | 25,85                      | 5               | 4862,40         | 0,02%             |
|         | NC102_N100        | 106            | 10              | 9828,94        | 35,89                          | 179,73                     | 10              | 9827,30         | 0,02%             |
|         | NC102_N25A        | 26             | 3               | 2440,74        | 0,45                           | 1,24                       | 3               | 2440,30         | 0,02%             |
|         | NC102_N50         | 54             | 5               | 4862,17        | 0,16                           | 19,68                      | 5               | 4861,40         | 0,02%             |
|         | NC103_N100        | 104            | 10              | 9831,87        | 90,54                          | 149,14                     | 10              | 9829,90         | 0,02%             |
|         | NC103_N25A        | 26             | 3               | 2440,74        | 0,44                           | 0,99                       | 3               | 2440,30         | 0,02%             |
|         | NC103_N50         | 54             | 5               | 4862,17        | 24,06                          | 24,09                      | 5               | 4861,40         | 0,02%             |
|         | <b>NC104_N100</b> | <b>106</b>     | <b>9</b>        | <b>9868,15</b> | <b>32,85</b>                   | <b>138,56</b>              | <b>9</b>        | <b>10166,70</b> | <b>-2,94%</b>     |
|         | NC104_N25A        | 26             | 3               | 2437,45        | 1,03                           | 1,04                       | 3               | 2436,90         | 0,02%             |
|         | NC104_N50         | 54             | 5               | 4856,49        | 4,77                           | 21,52                      | 5               | 4855,60         | 0,02%             |
|         | NC105_100         | 106            | 10              | 9828,94        | 1,42                           | 222,94                     | 10              | 9827,30         | 0,02%             |
|         | NC105_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 1,93                           | 1,95                       | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
|         | NC105_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 15,95                          | 22,94                      | 5               | 4862,40         | 0,02%             |
|         | NC106_100         | 106            | 10              | 9828,94        | 1,43                           | 193,48                     | 10              | 9827,30         | 0,02%             |
|         | NC106_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 0,01                           | 1,56                       | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
|         | NC106_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 0,14                           | 22,79                      | 5               | 4862,40         | 0,02%             |
|         | NC107_100         | 106            | 10              | 9827,82        | 1,71                           | 192,02                     | 10              | 9826,10         | 0,02%             |
|         | NC107_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 0,05                           | 1,53                       | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
|         | NC107_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 13,45                          | 22,88                      | 5               | 4862,40         | 0,02%             |
|         | NC108_100         | 106            | 10              | 9827,82        | 7,07                           | 178,20                     | 10              | 9826,10         | 0,02%             |
|         | NC108_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 0,02                           | 1,56                       | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
|         | NC108_N50         | 54             | 5               | 4953,25        | 3,36                           | 22,77                      | 5               | 4862,40         | 1,87%             |
|         | NC109_100         | 106            | 10              | 9827,82        | 158,22                         | 169,98                     | 10              | 9827,30         | 0,01%             |
|         | NC109_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 1,09                           | 1,10                       | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
|         | NC109_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 0,15                           | 20,39                      | 5               | 4862,40         | 0,02%             |
|         | NC201_N50         | 54             | 2               | 4944,96        | 0,35                           | 37,39                      |                 |                 |                   |
|         | NR101_100         | 110            | 19              | 2671,46        | 9,93                           | 119,34                     |                 |                 |                   |

|    |                   |           |           |                |             |              |           |                |               |
|----|-------------------|-----------|-----------|----------------|-------------|--------------|-----------|----------------|---------------|
|    | NR101_N25A        | 32        | 8         | 868,33         | 0,04        | 1,44         | 8         | 867,10         | 0,14%         |
|    | NR101_N50         | 58        | 12        | 1548,43        | 0,23        | 11,08        |           |                |               |
|    | NR102_100         | 106       | 18        | 2498,66        | 5,96        | 67,64        |           |                |               |
|    | NR102_N25A        | 28        | 7         | 798,11         | 0,01        | 0,95         | 7         | 797,10         | 0,13%         |
|    | <b>NR102_N50</b>  | <b>58</b> | <b>11</b> | <b>1401,44</b> | <b>0,18</b> | <b>10,25</b> | <b>11</b> | <b>1409,00</b> | <b>-0,54%</b> |
|    | NR103_N25A        | 28        | 5         | 705,70         | 0,04        | 1,01         | 5         | 704,60         | 0,16%         |
|    | NR103_N50         | 54        | 9         | 1280,77        | 0,33        | 8,32         |           |                |               |
|    | NR104_N25A        | 28        | 4         | 667,96         | 0,01        | 1,73         | 4         | 666,90         | 0,16%         |
|    | NR104_N50         | 52        | 6         | 1176,13        | 0,44        | 11,69        |           |                |               |
|    | NR105_100         | 106       | 16        | 2367,77        | 1,04        | 107,29       |           |                |               |
|    | NR105_N25A        | 28        | 6         | 781,54         | 0,01        | 0,95         | 6         | 780,50         | 0,13%         |
|    | NR105_N50         | 54        | 9         | 1404,15        | 9,99        | 14,10        |           |                |               |
|    | NR106_N25A        | 26        | 5         | 716,48         | 0,01        | 0,82         | 5         | 715,40         | 0,15%         |
|    | NR106_N50         | 54        | 8         | 1295,25        | 0,45        | 14,88        | 8         | 1293,00        | 0,17%         |
|    | NR107_N25A        | 26        | 4         | 675,27         | 0,09        | 1,37         | 4         | 674,30         | 0,14%         |
|    | NR107_N50         | 54        | 7         | 1213,50        | 0,34        | 10,96        | 7         | 1211,10        | 0,20%         |
|    | NR108_N25A        | 26        | 4         | 648,29         | 1,51        | 1,51         | 4         | 647,30         | 0,15%         |
|    | NR109_N25A        | 26        | 5         | 692,63         | 0,01        | 1,21         | 5         | 691,30         | 0,19%         |
|    | NR109_N50         | 54        | 8         | 1293,36        | 0,46        | 10,66        |           |                |               |
|    | <b>NR110_N25A</b> | <b>26</b> | <b>5</b>  | <b>684,03</b>  | <b>0,02</b> | <b>0,87</b>  | <b>5</b>  | <b>694,10</b>  | <b>-1,45%</b> |
|    | NR110_N50         | 54        | 7         | 1199,38        | 0,31        | 17,21        | 7         | 1197,00        | 0,20%         |
|    | NR111_N25A        | 26        | 4         | 679,70         | 0,01        | 1,33         | 4         | 678,80         | 0,13%         |
|    | NR111_N50         | 54        | 7         | 1214,46        | 1,28        | 16,26        |           |                |               |
|    | NR112_N25A        | 26        | 4         | 644,10         | 1,19        | 1,20         | 4         | 643,00         | 0,17%         |
|    | NR112_N50         | 54        | 6         | 1142,83        | 0,13        | 19,85        |           |                |               |
|    | NR201_N50         | 54        | 3         | 1415,46        | 24,06       | 27,52        |           |                |               |
|    | <b>NRC101_N25</b> | <b>26</b> | <b>4</b>  | <b>710,83</b>  | <b>0,01</b> | <b>1,46</b>  | <b>4</b>  | <b>711,10</b>  | <b>-0,04%</b> |
|    | NRC101_N50        | 56        | 9         | 1459,57        | 3,51        | 13,09        |           |                |               |
|    | NRC102_N25        | 26        | 3         | 602,74         | 0,33        | 1,52         | 3         | 601,80         | 0,16%         |
|    | NRC102_N50        | 54        | 8         | 1340,27        | 5,36        | 14,05        |           |                |               |
|    | NRC103_N25        | 26        | 3         | 583,92         | 1,99        | 2,00         | 3         | 582,80         | 0,19%         |
|    | NRC103_N50        | 52        | 6         | 1213,15        | 9,39        | 19,14        |           |                |               |
|    | NRC104_N25        | 26        | 3         | 557,14         | 0,40        | 1,62         | 3         | 556,60         | 0,10%         |
|    | NRC104_N50        | 50        | 5         | 1048,25        | 2,92        | 18,41        |           |                |               |
|    | NRC105_N25        | 26        | 4         | 662,38         | 1,09        | 1,17         | 4         | 661,30         | 0,16%         |
|    | NRC105_N50        | 56        | 8         | 1355,67        | 0,75        | 12,45        | 8         | 1355,30        | 0,03%         |
|    | NRC106_N25        | 26        | 3         | 598,12         | 1,13        | 1,24         | 3         | 595,50         | 0,44%         |
|    | NRC106_N50        | 50        | 6         | 1229,68        | 0,16        | 16,75        |           |                |               |
|    | NRC107_N25        | 26        | 3         | 548,95         | 1,86        | 1,88         | 3         | 548,30         | 0,12%         |
|    | NRC107_N50        | 52        | 6         | 1154,07        | 5,69        | 14,36        |           |                |               |
|    | NRC108_N25        | 26        | 3         | 544,99         | 1,69        | 1,71         | 3         | 544,50         | 0,09%         |
|    | NRC108_N50        | 52        | 6         | 1099,17        | 11,84       | 12,48        | 6         | 1098,10        | 0,10%         |
|    | NRC201_N50        | 50        | 3         | 1512,44        | 4,06        | 15,93        |           |                |               |
| up | lc101             | 106       | 10        | 828,94         | 1,51        | 264,75       | 10        | 828,94         | 0,00%         |
|    | lc102             | 106       | 10        | 828,94         | 1,71        | 251,92       | 10        | 828,94         | 0,00%         |

|        |     |    |         |        |        |    |         |        |
|--------|-----|----|---------|--------|--------|----|---------|--------|
| lc103  | 104 | 10 | 827,86  | 98,45  | 202,29 | 9  | 1035,35 |        |
| lc104  | 106 | 10 | 818,60  | 125,28 | 172,16 | 9  | 860,01  |        |
| lc105  | 106 | 10 | 828,94  | 1,55   | 249,91 | 10 | 828,94  | 0,00%  |
| lc106  | 106 | 10 | 828,94  | 1,50   | 268,74 | 10 | 828,94  | 0,00%  |
| lc107  | 106 | 10 | 828,94  | 1,56   | 234,20 | 10 | 828,94  | 0,00%  |
| lc108  | 106 | 10 | 826,44  | 236,32 | 247,68 | 10 | 826,44  | 0,00%  |
| lc109  | 106 | 10 | 827,82  | 2,08   | 191,57 | 9  | 1000,60 |        |
| lc201  | 102 | 3  | 591,56  | 11,77  | 560,04 | 3  | 591,56  | 0,00%  |
| lc202  | 102 | 3  | 591,56  | 5,52   | 532,85 | 3  | 591,56  | 0,00%  |
| lc203  | 102 | 3  | 635,43  | 5,63   | 430,00 | 3  | 585,56  | 8,52%  |
| lc204  | 102 | 3  | 591,17  | 402,68 | 474,32 | 3  | 590,60  | 0,10%  |
| lc205  | 102 | 3  | 588,88  | 22,84  | 415,16 | 3  | 588,88  | 0,00%  |
| lc206  | 102 | 3  | 588,49  | 122,45 | 487,76 | 3  | 588,49  | 0,00%  |
| lc207  | 102 | 3  | 588,29  | 372,50 | 510,91 | 3  | 588,29  | 0,00%  |
| lc208  | 102 | 3  | 588,32  | 308,78 | 334,67 | 3  | 588,32  | 0,00%  |
| lr101  | 106 | 19 | 1667,68 | 91,70  | 134,14 | 19 | 1650,80 | 1,02%  |
| lr102  | 110 | 17 | 1534,23 | 98,86  | 115,70 | 17 | 1487,57 | 3,14%  |
| lr103  | 104 | 13 | 1292,68 | 157,39 | 159,23 | 13 | 1292,68 | 0,00%  |
| lr104  | 104 | 9  | 1008,49 | 120,78 | 238,72 | 9  | 1013,39 | -0,48% |
| lr105  | 106 | 14 | 1377,11 | 9,54   | 126,57 | 14 | 1377,11 | 0,00%  |
| lr106  | 104 | 12 | 1269,10 | 2,37   | 181,07 | 12 | 1252,62 | 1,32%  |
| lr107  | 104 | 10 | 1110,78 | 43,09  | 155,51 | 10 | 1111,31 | -0,05% |
| lr108  | 100 | 9  | 968,97  | 124,09 | 180,76 | 9  | 968,97  | 0,00%  |
| lr109  | 106 | 11 | 1208,96 | 101,27 | 147,83 | 11 | 1208,96 | 0,00%  |
| lr110  | 104 | 11 | 1172,76 | 31,84  | 197,21 | 10 | 1159,35 |        |
| lr111  | 108 | 10 | 1108,90 | 218,30 | 241,60 | 10 | 1108,90 | 0,00%  |
| lr112  | 106 | 10 | 1050,99 | 16,35  | 234,14 | 9  | 1003,77 |        |
| lr201  | 102 | 4  | 1267,97 | 10,14  | 359,77 | 4  | 1253,23 | 1,18%  |
| lr202  | 100 | 3  | 1197,67 | 90,13  | 284,52 | 3  | 1197,67 | 0,00%  |
| lr203  | 102 | 3  | 952,40  | 240,73 | 297,63 | 3  | 949,40  | 0,32%  |
| lr204  | 100 | 2  | 847,83  | 411,52 | 584,60 | 2  | 849,05  | -0,14% |
| lr205  | 102 | 3  | 1054,02 | 199,23 | 476,50 | 3  | 1054,02 | 0,00%  |
| lr206  | 100 | 3  | 931,63  | 272,64 | 359,09 | 3  | 931,63  | 0,00%  |
| lr207  | 102 | 2  | 902,24  | 277,40 | 708,63 | 2  | 903,06  | -0,09% |
| lr208  | 100 | 2  | 734,09  | 244,43 | 269,18 | 2  | 734,85  | -0,10% |
| lr209  | 102 | 3  | 969,47  | 94,77  | 279,58 | 3  | 930,59  | 4,18%  |
| lr210  | 102 | 3  | 993,66  | 223,37 | 390,94 | 3  | 964,22  | 3,05%  |
| lr211  | 100 | 3  | 910,80  | 282,76 | 376,60 | 2  | 884,29  |        |
| lrc101 | 106 | 14 | 1708,80 | 43,70  | 140,07 | 14 | 1708,70 | 0,01%  |
| lrc102 | 106 | 12 | 1558,07 | 33,56  | 162,86 | 12 | 1558,07 | 0,00%  |
| lrc103 | 106 | 11 | 1257,41 | 55,95  | 170,18 | 11 | 1258,74 | -0,11% |
| lrc104 | 108 | 10 | 1128,40 | 76,82  | 149,58 | 10 | 1128,40 | 0,00%  |
| lrc105 | 108 | 14 | 1641,71 | 50,79  | 116,06 | 13 | 1637,62 |        |
| lrc106 | 106 | 11 | 1424,73 | 157,31 | 158,04 | 11 | 1424,73 | 0,00%  |
| lrc107 | 106 | 11 | 1225,68 | 22,90  | 182,11 | 11 | 1230,14 | -0,36% |
| lrc108 | 104 | 10 | 1147,43 | 161,59 | 178,13 | 10 | 1147,43 | 0,00%  |
| lrc201 | 102 | 4  | 1445,51 | 8,48   | 236,00 | 4  | 1406,94 | 2,74%  |
| lrc202 | 102 | 4  | 1399,41 | 63,78  | 172,66 | 3  | 1374,27 |        |

|               |            |          |                |               |               |          |                |               |
|---------------|------------|----------|----------------|---------------|---------------|----------|----------------|---------------|
| <b>lrc203</b> | <b>102</b> | <b>3</b> | <b>1089,07</b> | <b>65,51</b>  | <b>257,52</b> | <b>3</b> | <b>1089,07</b> | <b>0,00%</b>  |
| lrc204        | 102        | 3        | 825,99         | 166,82        | 222,13        | 3        | 818,67         | 0,89%         |
| lrc205        | 102        | 4        | 1303,04        | 242,91        | 314,55        | 4        | 1302,20        | 0,06%         |
| <b>lrc206</b> | <b>102</b> | <b>3</b> | <b>1157,24</b> | <b>90,55</b>  | <b>271,80</b> | <b>3</b> | <b>1159,03</b> | <b>-0,15%</b> |
| <b>lrc207</b> | <b>102</b> | <b>3</b> | <b>1054,24</b> | <b>284,11</b> | <b>434,00</b> | <b>3</b> | <b>1062,05</b> | <b>-0,74%</b> |
| lrc208        | 102        | 3        | 853,83         | 357,69        | 374,85        | 3        | 852,76         | 0,12%         |

A Tabela 38 a seguir apresenta os resultados obtidos para a VFDR para as instâncias de dimensão menor ou igual 100.

Tabela 38. Melhores resultados por instância para a versão VFDR

| Instância         | Solução obtida |                 |                |                                |                            | Melhor solução  |                 | DPMS em distância |
|-------------------|----------------|-----------------|----------------|--------------------------------|----------------------------|-----------------|-----------------|-------------------|
|                   | Número de nós  | Número de rotas | Custo total    | Tempo até a melhor solução [s] | Tempo de Processamento [s] | Número de rotas | Custo total     |                   |
| NC101_N100        | 106            | 10              | 9828,94        | 75,00                          | 247,81                     | 10              | 9827,30         | 0,02%             |
| NC101_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 0,88                           | 1,92                       | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
| NC101_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 0,17                           | 28,32                      | 5               | 4862,40         | 0,02%             |
| NC102_N100        | 106            | 10              | 9828,94        | 111,02                         | 176,13                     | 10              | 9827,30         | 0,02%             |
| NC102_N25A        | 26             | 3               | 2440,74        | 1,13                           | 1,26                       | 3               | 2440,30         | 0,02%             |
| NC102_N50         | 54             | 5               | 4862,17        | 7,65                           | 25,80                      | 5               | 4861,40         | 0,02%             |
| NC103_N100        | 104            | 10              | 9831,87        | 87,02                          | 180,49                     | 10              | 9829,90         | 0,02%             |
| NC103_N25A        | 26             | 3               | 2440,74        | 0,37                           | 1,23                       | 3               | 2440,30         | 0,02%             |
| NC103_N50         | 54             | 5               | 4862,17        | 0,22                           | 22,86                      | 5               | 4861,40         | 0,02%             |
| <b>NC104_N100</b> | <b>106</b>     | <b>9</b>        | <b>9868,15</b> | <b>39,28</b>                   | <b>183,73</b>              | <b>9</b>        | <b>10166,70</b> | <b>-2,94%</b>     |
| NC104_N25A        | 26             | 3               | 2437,45        | 0,88                           | 1,39                       | 3               | 2436,90         | 0,02%             |
| NC104_N50         | 54             | 5               | 4856,49        | 11,71                          | 23,45                      | 5               | 4855,60         | 0,02%             |
| NC105_100         | 106            | 10              | 9828,94        | 149,09                         | 247,28                     | 10              | 9827,30         | 0,02%             |
| NC105_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 1,08                           | 2,01                       | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
| NC105_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 16,98                          | 27,74                      | 5               | 4862,40         | 0,02%             |
| NC106_100         | 106            | 10              | 9828,94        | 143,74                         | 239,83                     | 10              | 9827,30         | 0,02%             |
| NC106_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 1,32                           | 1,91                       | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
| NC106_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 8,76                           | 28,30                      | 5               | 4862,40         | 0,02%             |
| NC107_100         | 106            | 10              | 9827,82        | 2,05                           | 236,88                     | 10              | 9826,10         | 0,02%             |
| NC107_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 1,14                           | 1,94                       | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
| NC107_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 5,70                           | 27,38                      | 5               | 4862,40         | 0,02%             |
| NC108_100         | 106            | 10              | 9827,82        | 8,38                           | 224,46                     | 10              | 9826,10         | 0,02%             |
| NC108_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 1,14                           | 1,98                       | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
| NC108_N50         | 54             | 5               | 4953,25        | 4,02                           | 26,34                      | 5               | 4862,40         | 1,87%             |
| NC109_100         | 106            | 10              | 9827,82        | 118,73                         | 205,91                     | 10              | 9827,30         | 0,01%             |
| NC109_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 0,84                           | 1,34                       | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
| NC109_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 6,55                           | 23,33                      | 5               | 4862,40         | 0,02%             |
| NC201_N50         | 54             | 2               | 4944,96        | 35,57                          | 43,94                      |                 |                 |                   |
| NR101_100         | 110            | 19              | 2671,46        | 11,64                          | 141,91                     |                 |                 |                   |

Grupo I

|          |                   |           |           |                |              |              |           |                |               |
|----------|-------------------|-----------|-----------|----------------|--------------|--------------|-----------|----------------|---------------|
|          | NR101_N25A        | 32        | 8         | 868,33         | 0,05         | 1,84         | 8         | 867,10         | 0,14%         |
|          | NR101_N50         | 58        | 12        | 1548,43        | 0,27         | 13,41        |           |                |               |
|          | NR102_100         | 106       | 18        | 2498,66        | 7,01         | 87,74        |           |                |               |
|          | NR102_N25A        | 28        | 7         | 798,11         | 1,18         | 1,27         | 7         | 797,10         | 0,13%         |
|          | <b>NR102_N50</b>  | <b>58</b> | <b>11</b> | <b>1401,44</b> | <b>13,34</b> | <b>13,60</b> | <b>11</b> | <b>1409,00</b> | <b>-0,54%</b> |
|          | NR103_N25A        | 28        | 5         | 705,70         | 0,85         | 1,34         | 5         | 704,60         | 0,16%         |
|          | NR103_N50         | 54        | 9         | 1280,77        | 0,38         | 10,95        |           |                |               |
|          | NR104_N25A        | 28        | 4         | 667,96         | 0,81         | 2,23         | 4         | 666,90         | 0,16%         |
|          | NR104_N50         | 52        | 6         | 1176,13        | 0,53         | 13,61        |           |                |               |
|          | NR105_100         | 106       | 15        | 2383,47        | 40,82        | 148,24       |           |                |               |
|          | NR105_N25A        | 28        | 6         | 781,54         | 0,01         | 1,19         | 6         | 780,50         | 0,13%         |
|          | NR105_N50         | 54        | 9         | 1404,15        | 3,81         | 17,30        |           |                |               |
|          | NR106_N25A        | 26        | 5         | 716,48         | 0,02         | 1,05         | 5         | 715,40         | 0,15%         |
|          | NR106_N50         | 54        | 8         | 1295,25        | 9,48         | 18,40        | 8         | 1293,00        | 0,17%         |
|          | NR107_N25A        | 26        | 4         | 675,27         | 0,11         | 1,72         | 4         | 674,30         | 0,14%         |
|          | NR107_N50         | 54        | 7         | 1213,50        | 14,41        | 14,55        | 7         | 1211,10        | 0,20%         |
|          | NR108_N25A        | 26        | 4         | 648,29         | 1,01         | 1,71         | 4         | 647,30         | 0,15%         |
|          | NR109_N25A        | 26        | 5         | 692,63         | 0,53         | 1,53         | 5         | 691,30         | 0,19%         |
|          | NR109_N50         | 54        | 8         | 1293,36        | 9,48         | 13,84        |           |                |               |
|          | <b>NR110_N25A</b> | <b>26</b> | <b>5</b>  | <b>684,03</b>  | <b>0,02</b>  | <b>1,09</b>  | <b>5</b>  | <b>694,10</b>  | <b>-1,45%</b> |
|          | NR110_N50         | 54        | 7         | 1199,38        | 13,41        | 21,30        | 7         | 1197,00        | 0,20%         |
|          | NR111_N25A        | 26        | 4         | 679,70         | 0,01         | 1,66         | 4         | 678,80         | 0,13%         |
|          | NR111_N50         | 54        | 7         | 1214,46        | 19,80        | 20,90        |           |                |               |
|          | NR112_N25A        | 26        | 4         | 644,10         | 1,00         | 1,40         | 4         | 643,00         | 0,17%         |
|          | NR112_N50         | 54        | 6         | 1142,83        | 7,66         | 23,80        |           |                |               |
|          | NR201_N50         | 54        | 3         | 1415,46        | 24,50        | 35,05        |           |                |               |
|          | <b>NRC101_N25</b> | <b>26</b> | <b>4</b>  | <b>710,83</b>  | <b>0,01</b>  | <b>1,91</b>  | <b>4</b>  | <b>711,10</b>  | <b>-0,04%</b> |
|          | NRC101_N50        | 56        | 9         | 1459,57        | 4,19         | 16,59        |           |                |               |
|          | NRC102_N25        | 26        | 3         | 602,74         | 1,73         | 1,88         | 3         | 601,80         | 0,16%         |
|          | NRC102_N50        | 54        | 8         | 1340,27        | 5,72         | 13,06        |           |                |               |
|          | NRC103_N25        | 26        | 3         | 583,92         | 0,65         | 2,03         | 3         | 582,80         | 0,19%         |
|          | NRC103_N50        | 52        | 6         | 1213,15        | 5,82         | 23,92        |           |                |               |
|          | NRC104_N25        | 26        | 3         | 557,14         | 0,49         | 2,07         | 3         | 556,60         | 0,10%         |
|          | NRC104_N50        | 50        | 5         | 1048,25        | 3,48         | 22,95        |           |                |               |
|          | NRC105_N25        | 26        | 4         | 662,38         | 0,71         | 1,34         | 4         | 661,30         | 0,16%         |
|          | NRC105_N50        | 56        | 8         | 1355,67        | 0,88         | 16,33        | 8         | 1355,30        | 0,03%         |
|          | NRC106_N25        | 26        | 3         | 598,12         | 0,91         | 1,55         | 3         | 595,50         | 0,44%         |
|          | NRC106_N50        | 50        | 6         | 1229,68        | 11,07        | 20,47        |           |                |               |
|          | NRC107_N25        | 26        | 3         | 548,95         | 0,47         | 2,21         | 3         | 548,30         | 0,12%         |
|          | NRC107_N50        | 52        | 6         | 1154,07        | 12,39        | 18,55        |           |                |               |
|          | NRC108_N25        | 26        | 3         | 544,99         | 1,98         | 2,12         | 3         | 544,50         | 0,09%         |
|          | NRC108_N50        | 52        | 6         | 1099,17        | 5,02         | 15,50        | 6         | 1098,10        | 0,10%         |
|          | NRC201_N50        | 50        | 3         | 1512,44        | 1,03         | 16,08        |           |                |               |
| Grupo II |                   |           |           |                |              |              |           |                |               |
|          | lc101             | 106       | 10        | 828,94         | 168,49       | 278,20       | 10        | 828,94         | 0,00%         |
|          | lc102             | 106       | 10        | 828,94         | 1,71         | 263,06       | 10        | 828,94         | 0,00%         |
|          | lc103             | 104       | 10        | 828,06         | 70,78        | 208,85       | 9         | 1035,35        |               |

|        |     |    |         |        |        |    |         |        |
|--------|-----|----|---------|--------|--------|----|---------|--------|
| lc104  | 106 | 9  | 874,60  | 62,23  | 211,52 | 9  | 860,01  | 1,70%  |
| lc105  | 106 | 10 | 828,94  | 1,53   | 260,14 | 10 | 828,94  | 0,00%  |
| lc106  | 106 | 10 | 828,94  | 1,50   | 273,13 | 10 | 828,94  | 0,00%  |
| lc107  | 106 | 10 | 828,94  | 1,56   | 255,34 | 10 | 828,94  | 0,00%  |
| lc108  | 106 | 10 | 826,44  | 1,70   | 251,54 | 10 | 826,44  | 0,00%  |
| lc109  | 106 | 10 | 827,82  | 126,38 | 196,80 | 9  | 1000,60 |        |
| lc201  | 102 | 3  | 591,56  | 536,80 | 581,82 | 3  | 591,56  | 0,00%  |
| lc202  | 102 | 3  | 591,56  | 387,55 | 516,19 | 3  | 591,56  | 0,00%  |
| lc203  | 102 | 3  | 591,17  | 264,08 | 400,31 | 3  | 585,56  | 0,96%  |
| lc204  | 102 | 3  | 590,60  | 216,13 | 479,94 | 3  | 590,60  | 0,00%  |
| lc205  | 102 | 3  | 588,88  | 22,81  | 355,27 | 3  | 588,88  | 0,00%  |
| lc206  | 102 | 3  | 588,49  | 122,70 | 481,91 | 3  | 588,49  | 0,00%  |
| lc207  | 102 | 3  | 588,29  | 172,68 | 494,66 | 3  | 588,29  | 0,00%  |
| lc208  | 102 | 3  | 588,32  | 331,81 | 340,58 | 3  | 588,32  | 0,00%  |
| lr101  | 106 | 19 | 1667,68 | 80,02  | 137,81 | 19 | 1650,80 | 1,02%  |
| lr102  | 110 | 17 | 1533,00 | 80,55  | 127,59 | 17 | 1487,57 | 3,05%  |
| lr103  | 104 | 13 | 1309,24 | 96,48  | 168,30 | 13 | 1292,68 | 1,28%  |
| lr104  | 104 | 9  | 1009,09 | 49,04  | 206,75 | 9  | 1013,39 | -0,42% |
| lr105  | 106 | 14 | 1377,11 | 9,56   | 135,15 | 14 | 1377,11 | 0,00%  |
| lr106  | 104 | 12 | 1248,93 | 170,09 | 187,44 | 12 | 1252,62 | -0,29% |
| lr107  | 104 | 10 | 1110,78 | 84,18  | 136,63 | 10 | 1111,31 | -0,05% |
| lr108  | 100 | 9  | 968,97  | 105,88 | 203,88 | 9  | 968,97  | 0,00%  |
| lr109  | 106 | 12 | 1240,01 | 12,28  | 147,35 | 11 | 1208,96 |        |
| lr110  | 104 | 11 | 1164,31 | 67,82  | 201,99 | 10 | 1159,35 |        |
| lr111  | 108 | 10 | 1108,90 | 47,92  | 205,39 | 10 | 1108,90 | 0,00%  |
| lr112  | 106 | 9  | 1002,38 | 222,01 | 247,37 | 9  | 1003,77 | -0,14% |
| lr201  | 102 | 4  | 1267,97 | 10,16  | 340,26 | 4  | 1253,23 | 1,18%  |
| lr202  | 100 | 3  | 1197,67 | 90,17  | 264,34 | 3  | 1197,67 | 0,00%  |
| lr203  | 102 | 3  | 993,45  | 132,41 | 337,27 | 3  | 949,40  | 4,64%  |
| lr204  | 100 | 3  | 967,61  | 127,48 | 495,86 | 2  | 849,05  |        |
| lr205  | 102 | 3  | 1054,02 | 435,57 | 444,98 | 3  | 1054,02 | 0,00%  |
| lr206  | 100 | 3  | 931,63  | 60,01  | 440,25 | 3  | 931,63  | 0,00%  |
| lr207  | 102 | 3  | 1001,52 | 167,25 | 599,15 | 2  | 903,06  |        |
| lr208  | 100 | 2  | 737,69  | 136,75 | 397,98 | 2  | 734,85  | 0,39%  |
| lr209  | 102 | 3  | 969,47  | 113,30 | 331,35 | 3  | 930,59  | 4,18%  |
| lr210  | 102 | 3  | 1004,58 | 142,11 | 522,79 | 3  | 964,22  | 4,19%  |
| lr211  | 100 | 3  | 921,94  | 110,19 | 487,24 | 2  | 884,29  |        |
| lrc101 | 106 | 14 | 1708,80 | 87,95  | 169,92 | 14 | 1708,70 | 0,01%  |
| lrc102 | 106 | 12 | 1558,07 | 40,17  | 186,45 | 12 | 1558,07 | 0,00%  |
| lrc103 | 106 | 11 | 1257,41 | 61,53  | 210,19 | 11 | 1258,74 | -0,11% |
| lrc104 | 108 | 10 | 1145,57 | 128,56 | 169,96 | 10 | 1128,40 | 1,52%  |
| lrc105 | 108 | 13 | 1633,56 | 103,19 | 146,61 | 13 | 1637,62 | -0,25% |
| lrc106 | 106 | 12 | 1429,30 | 155,67 | 179,37 | 11 | 1424,73 |        |
| lrc107 | 106 | 11 | 1225,68 | 27,41  | 227,56 | 11 | 1230,14 | -0,36% |
| lrc108 | 104 | 10 | 1147,81 | 17,41  | 201,22 | 10 | 1147,43 | 0,03%  |
| lrc201 | 102 | 4  | 1445,51 | 10,06  | 235,01 | 4  | 1406,94 | 2,74%  |
| lrc202 | 102 | 4  | 1395,45 | 234,88 | 277,89 | 3  | 1374,27 |        |
| lrc203 | 102 | 3  | 1089,07 | 77,87  | 328,27 | 3  | 1089,07 | 0,00%  |



|               |            |          |                |               |               |          |                |               |
|---------------|------------|----------|----------------|---------------|---------------|----------|----------------|---------------|
| lrc204        | 102        | 3        | 853,98         | 171,12        | 317,47        | 3        | 818,67         | 4,31%         |
| lrc205        | 102        | 4        | 1334,92        | 275,49        | 357,34        | 4        | 1302,20        | 2,51%         |
| lrc206        | 102        | 3        | 1283,74        | 94,82         | 241,43        | 3        | 1159,03        | 10,76%        |
| <b>lrc207</b> | <b>102</b> | <b>3</b> | <b>1054,24</b> | <b>395,67</b> | <b>534,05</b> | <b>3</b> | <b>1062,05</b> | <b>-0,74%</b> |
| lrc208        | 102        | 3        | 885,67         | 143,31        | 521,73        | 3        | 852,76         | 3,86%         |

A Tabela 39 a seguir apresenta os resultados obtidos para a VFPR para as instâncias de dimensão menor ou igual 100.

**Tabela 39. Melhores resultados por instância para a versão VFPR**

|         | Instância         | Solução obtida |                 |                |                                |                            | Melhor solução  |                | DPMS em distância |
|---------|-------------------|----------------|-----------------|----------------|--------------------------------|----------------------------|-----------------|----------------|-------------------|
|         |                   | Número de nós  | Número de rotas | Custo total    | Tempo até a melhor solução [s] | Tempo de Processamento [s] | Número de rotas | Custo total    |                   |
| Grupo I | NC101_N100        | 106            | 10              | 9828,94        | 1,86                           | 252,04                     | 10              | 9827,3         | 0,02%             |
|         | NC101_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 1,58                           | 1,62                       | 3               | 2441,3         | 0,02%             |
|         | NC101_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 15,18                          | 24,41                      | 5               | 4862,4         | 0,02%             |
|         | NC102_N100        | 106            | 10              | 9828,94        | 8,30                           | 262,00                     | 10              | 9827,3         | 0,02%             |
|         | NC102_N25A        | 26             | 3               | 2440,74        | 0,13                           | 1,82                       | 3               | 2440,3         | 0,02%             |
|         | NC102_N50         | 54             | 5               | 4862,17        | 0,12                           | 25,46                      | 5               | 4861,4         | 0,02%             |
|         | NC103_N100        | 104            | 10              | 9831,87        | 26,42                          | 201,71                     | 10              | 9829,9         | 0,02%             |
|         | NC103_N25A        | 26             | 3               | 2440,74        | 1,40                           | 1,62                       | 3               | 2440,3         | 0,02%             |
|         | NC103_N50         | 54             | 5               | 4862,17        | 18,31                          | 19,50                      | 5               | 4861,4         | 0,02%             |
|         | <b>NC104_N100</b> | <b>106</b>     | <b>9</b>        | <b>9864,21</b> | <b>2,73</b>                    | <b>332,36</b>              | <b>9</b>        | <b>10166,7</b> | <b>-2,98%</b>     |
|         | NC104_N25A        | 26             | 3               | 2437,45        | 0,52                           | 1,71                       | 3               | 2436,9         | 0,02%             |
|         | NC104_N50         | 54             | 5               | 4856,49        | 15,67                          | 20,13                      | 5               | 4855,6         | 0,02%             |
|         | NC105_100         | 106            | 10              | 9828,94        | 0,85                           | 239,11                     | 10              | 9827,3         | 0,02%             |
|         | NC105_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 1,60                           | 1,77                       | 3               | 2441,3         | 0,02%             |
|         | NC105_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 0,12                           | 31,52                      | 5               | 4862,4         | 0,02%             |
|         | NC106_100         | 106            | 10              | 9828,94        | 0,88                           | 295,99                     | 10              | 9827,3         | 0,02%             |
|         | NC106_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 1,26                           | 1,60                       | 3               | 2441,3         | 0,02%             |
|         | NC106_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 0,11                           | 30,69                      | 5               | 4862,4         | 0,02%             |
|         | NC107_100         | 106            | 10              | 9827,82        | 0,90                           | 367,10                     | 10              | 9826,1         | 0,02%             |
|         | NC107_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 0,04                           | 1,73                       | 3               | 2441,3         | 0,02%             |
|         | NC107_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 0,12                           | 28,11                      | 5               | 4862,4         | 0,02%             |
|         | NC108_100         | 106            | 10              | 9827,82        | 51,14                          | 314,90                     | 10              | 9826,1         | 0,02%             |
|         | NC108_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 1,53                           | 1,98                       | 3               | 2441,3         | 0,02%             |
|         | NC108_N50         | 54             | 5               | 4953,25        | 3,39                           | 24,99                      | 5               | 4862,4         | 1,87%             |
|         | NC109_100         | 106            | 10              | 9827,82        | 105,00                         | 245,46                     | 10              | 9827,3         | 0,01%             |
|         | NC109_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 1,85                           | 1,85                       | 3               | 2441,3         | 0,02%             |
|         | NC109_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 0,13                           | 31,30                      | 5               | 4862,4         | 0,02%             |
|         | NC201_N50         | 54             | 2               | 4944,96        | 36,40                          | 38,10                      |                 |                |                   |
|         | NR101_100         | 110            | 19              | 2670,61        | 167,52                         | 172,04                     |                 |                |                   |
|         | NR101_N25A        | 32             | 8               | 868,33         | 0,02                           | 2,12                       | 8               | 867,1          | 0,14%             |
|         | NR101_N50         | 58             | 12              | 1548,43        | 0,19                           | 19,95                      |                 |                |                   |

|          |                   |            |           |                |               |               |           |               |               |
|----------|-------------------|------------|-----------|----------------|---------------|---------------|-----------|---------------|---------------|
|          | NR102_100         | 106        | 18        | 2490,84        | 14,25         | 148,42        |           |               |               |
|          | NR102_N25A        | 28         | 7         | 798,11         | 0,01          | 1,37          | 7         | 797,1         | 0,13%         |
|          | <b>NR102_N50</b>  | <b>58</b>  | <b>10</b> | <b>1420,78</b> | <b>23,04</b>  | <b>24,31</b>  | <b>11</b> | <b>1409</b>   |               |
|          | NR103_N25A        | 28         | 5         | 705,70         | 0,04          | 1,63          | 5         | 704,6         | 0,16%         |
|          | NR103_N50         | 54         | 9         | 1280,77        | 0,30          | 14,03         |           |               |               |
|          | NR104_N25A        | 28         | 4         | 667,96         | 0,07          | 2,29          | 4         | 666,9         | 0,16%         |
|          | NR104_N50         | 52         | 6         | 1170,77        | 19,96         | 24,82         |           |               |               |
|          | NR105_100         | 106        | 15        | 2383,47        | 2,27          | 214,73        |           |               |               |
|          | NR105_N25A        | 28         | 6         | 781,54         | 0,01          | 2,05          | 6         | 780,5         | 0,13%         |
|          | NR105_N50         | 54         | 9         | 1404,15        | 0,06          | 18,62         |           |               |               |
|          | NR106_N25A        | 26         | 5         | 716,48         | 0,01          | 1,24          | 5         | 715,4         | 0,15%         |
|          | NR106_N50         | 54         | 8         | 1295,25        | 9,33          | 14,94         | 8         | 1293          | 0,17%         |
|          | NR107_N25A        | 26         | 4         | 675,27         | 0,09          | 1,45          | 4         | 674,3         | 0,14%         |
|          | NR107_N50         | 54         | 7         | 1213,50        | 0,27          | 23,60         | 7         | 1211,1        | 0,20%         |
|          | NR108_N25A        | 26         | 4         | 648,29         | 1,64          | 1,68          | 4         | 647,3         | 0,15%         |
|          | NR109_N25A        | 26         | 5         | 692,63         | 0,01          | 1,24          | 5         | 691,3         | 0,19%         |
|          | NR109_N50         | 54         | 8         | 1293,36        | 7,74          | 18,22         |           |               |               |
|          | <b>NR110_N25A</b> | <b>26</b>  | <b>5</b>  | <b>684,03</b>  | <b>0,01</b>   | <b>2,15</b>   | <b>5</b>  | <b>694,1</b>  | <b>-1,45%</b> |
|          | NR110_N50         | 54         | 7         | 1199,38        | 0,27          | 18,11         | 7         | 1197          | 0,20%         |
|          | NR111_N25A        | 26         | 4         | 679,70         | 0,01          | 1,34          | 4         | 678,8         | 0,13%         |
|          | NR111_N50         | 54         | 7         | 1214,46        | 0,27          | 27,44         |           |               |               |
|          | NR112_N25A        | 26         | 4         | 644,10         | 1,83          | 1,84          | 4         | 643           | 0,17%         |
|          | NR112_N50         | 54         | 6         | 1142,83        | 25,45         | 25,68         |           |               |               |
|          | NR201_N50         | 54         | 3         | 1415,46        | 17,24         | 37,95         |           |               |               |
|          | <b>NRC101_N25</b> | <b>26</b>  | <b>4</b>  | <b>710,83</b>  | <b>0,01</b>   | <b>1,50</b>   | <b>4</b>  | <b>711,1</b>  | <b>-0,04%</b> |
|          | NRC101_N50        | 56         | 9         | 1459,57        | 1,59          | 24,05         |           |               |               |
|          | NRC102_N25        | 26         | 3         | 602,74         | 0,33          | 1,79          | 3         | 601,8         | 0,16%         |
|          | NRC102_N50        | 54         | 8         | 1340,27        | 1,16          | 20,77         |           |               |               |
|          | NRC103_N25        | 26         | 3         | 583,92         | 1,72          | 1,75          | 3         | 582,8         | 0,19%         |
|          | NRC103_N50        | 52         | 6         | 1213,15        | 6,06          | 20,42         |           |               |               |
|          | NRC104_N25        | 26         | 3         | 557,14         | 0,57          | 1,91          | 3         | 556,6         | 0,10%         |
|          | NRC104_N50        | 50         | 5         | 1048,25        | 2,87          | 19,23         |           |               |               |
|          | NRC105_N25        | 26         | 4         | 662,38         | 1,55          | 1,57          | 4         | 661,3         | 0,16%         |
|          | NRC105_N50        | 56         | 8         | 1355,67        | 0,72          | 25,63         | 8         | 1355,3        | 0,03%         |
|          | NRC106_N25        | 26         | 3         | 598,12         | 1,71          | 1,75          | 3         | 595,5         | 0,44%         |
|          | NRC106_N50        | 50         | 6         | 1229,68        | 12,99         | 17,95         |           |               |               |
|          | NRC107_N25        | 26         | 3         | 548,95         | 2,26          | 2,27          | 3         | 548,3         | 0,12%         |
|          | NRC107_N50        | 52         | 6         | 1154,07        | 9,31          | 20,91         |           |               |               |
|          | NRC108_N25        | 26         | 3         | 544,99         | 1,83          | 1,84          | 3         | 544,5         | 0,09%         |
|          | NRC108_N50        | 52         | 6         | 1099,17        | 8,67          | 16,24         | 6         | 1098,1        | 0,10%         |
|          | NRC201_N50        | 50         | 3         | 1512,44        | 29,47         | 30,56         |           |               |               |
|          |                   |            |           |                |               |               |           |               |               |
| Grupo II | <b>lc101</b>      | <b>106</b> | <b>10</b> | <b>828,94</b>  | <b>0,81</b>   | <b>233,20</b> | <b>10</b> | <b>828,94</b> | <b>0,00%</b>  |
|          | <b>lc102</b>      | <b>106</b> | <b>10</b> | <b>828,94</b>  | <b>110,31</b> | <b>282,28</b> | <b>10</b> | <b>828,94</b> | <b>0,00%</b>  |
|          | lc103             | 104        | 10        | 827,86         | 3,52          | 322,92        | 9         | 1035,35       |               |
|          | lc104             | 106        | 9         | 861,95         | 64,97         | 350,79        | 9         | 860,01        | 0,23%         |

|        |     |    |         |         |         |    |         |        |
|--------|-----|----|---------|---------|---------|----|---------|--------|
| lc105  | 106 | 10 | 828,94  | 232,09  | 235,40  | 10 | 828,94  | 0,00%  |
| lc106  | 106 | 10 | 828,94  | 87,69   | 244,42  | 10 | 828,94  | 0,00%  |
| lc107  | 106 | 10 | 828,94  | 0,81    | 289,61  | 10 | 828,94  | 0,00%  |
| lc108  | 106 | 10 | 826,44  | 2,20    | 265,98  | 10 | 826,44  | 0,00%  |
| lc109  | 106 | 10 | 827,82  | 4,91    | 308,65  | 9  | 1000,6  |        |
| lc201  | 102 | 3  | 591,56  | 8,96    | 465,93  | 3  | 591,56  | 0,00%  |
| lc202  | 102 | 3  | 591,56  | 115,19  | 462,39  | 3  | 591,56  | 0,00%  |
| lc203  | 102 | 3  | 591,17  | 3,72    | 622,40  | 3  | 585,56  | 0,96%  |
| lc204  | 102 | 3  | 591,17  | 126,70  | 446,18  | 3  | 590,6   | 0,10%  |
| lc205  | 102 | 3  | 588,88  | 4,93    | 471,80  | 3  | 588,88  | 0,00%  |
| lc206  | 102 | 3  | 588,49  | 394,27  | 406,86  | 3  | 588,49  | 0,00%  |
| lc207  | 102 | 3  | 588,29  | 170,03  | 449,30  | 3  | 588,29  | 0,00%  |
| lc208  | 102 | 3  | 588,32  | 350,30  | 373,06  | 3  | 588,32  | 0,00%  |
| lr101  | 106 | 19 | 1650,80 | 117,25  | 128,25  | 19 | 1650,8  | 0,00%  |
| lr102  | 110 | 17 | 1535,54 | 4,72    | 266,11  | 17 | 1487,57 | 3,22%  |
| lr103  | 104 | 13 | 1292,68 | 2,33    | 207,47  | 13 | 1292,68 | 0,00%  |
| lr104  | 104 | 9  | 1009,09 | 189,29  | 248,49  | 9  | 1013,39 | -0,42% |
| lr105  | 106 | 14 | 1377,11 | 10,18   | 162,53  | 14 | 1377,11 | 0,00%  |
| lr106  | 104 | 12 | 1248,93 | 1,63    | 190,25  | 12 | 1252,62 | -0,29% |
| lr107  | 104 | 10 | 1110,78 | 182,91  | 187,13  | 10 | 1111,31 | -0,05% |
| lr108  | 100 | 9  | 968,97  | 199,88  | 210,56  | 9  | 968,97  | 0,00%  |
| lr109  | 106 | 11 | 1208,96 | 131,46  | 219,78  | 11 | 1208,96 | 0,00%  |
| lr110  | 104 | 11 | 1164,31 | 4,31    | 273,59  | 10 | 1159,35 |        |
| lr111  | 108 | 10 | 1108,90 | 197,07  | 266,31  | 10 | 1108,9  | 0,00%  |
| lr112  | 106 | 10 | 1050,21 | 245,91  | 305,01  | 9  | 1003,77 |        |
| lr201  | 102 | 4  | 1253,23 | 93,62   | 437,95  | 4  | 1253,23 | 0,00%  |
| lr202  | 100 | 3  | 1238,83 | 491,63  | 585,10  | 3  | 1197,67 | 3,44%  |
| lr203  | 102 | 3  | 952,40  | 272,54  | 517,86  | 3  | 949,4   | 0,32%  |
| lr204  | 100 | 2  | 849,05  | 91,81   | 571,39  | 2  | 849,05  | 0,00%  |
| lr205  | 102 | 3  | 1054,02 | 141,14  | 526,79  | 3  | 1054,02 | 0,00%  |
| lr206  | 100 | 3  | 1177,14 | 22,39   | 818,74  | 3  | 931,63  | 26,35% |
| lr207  | 102 | 2  | 902,24  | 875,62  | 922,10  | 2  | 903,06  | -0,09% |
| lr208  | 100 | 2  | 734,09  | 430,45  | 756,45  | 2  | 734,85  | -0,10% |
| lr209  | 102 | 3  | 930,59  | 825,78  | 828,25  | 3  | 930,59  | 0,00%  |
| lr210  | 102 | 3  | 991,42  | 821,97  | 875,15  | 3  | 964,22  | 2,82%  |
| lr211  | 100 | 3  | 909,71  | 1179,20 | 1256,19 | 2  | 884,29  |        |
| lrc101 | 106 | 15 | 1711,97 | 15,05   | 214,73  | 14 | 1708,7  |        |
| lrc102 | 106 | 12 | 1576,92 | 54,05   | 171,88  | 12 | 1558,07 | 1,21%  |
| lrc103 | 106 | 11 | 1257,41 | 39,86   | 222,37  | 11 | 1258,74 | -0,11% |
| lrc104 | 108 | 10 | 1128,40 | 133,55  | 271,37  | 10 | 1128,4  | 0,00%  |
| lrc105 | 108 | 13 | 1639,81 | 200,46  | 238,59  | 13 | 1637,62 | 0,13%  |
| lrc106 | 106 | 11 | 1424,73 | 191,47  | 230,76  | 11 | 1424,73 | 0,00%  |
| lrc107 | 106 | 11 | 1225,68 | 44,87   | 217,33  | 11 | 1230,14 | -0,36% |
| lrc108 | 104 | 10 | 1147,81 | 14,27   | 182,61  | 10 | 1147,43 | 0,03%  |
| lrc201 | 102 | 4  | 1446,34 | 72,42   | 420,38  | 4  | 1406,94 | 2,80%  |
| lrc202 | 102 | 4  | 1395,23 | 448,58  | 540,53  | 3  | 1374,27 |        |
| lrc203 | 102 | 3  | 1089,28 | 103,46  | 475,20  | 3  | 1089,07 | 0,02%  |
| lrc204 | 102 | 3  | 821,50  | 350,24  | 444,42  | 3  | 818,67  | 0,35%  |

|        |     |   |         |        |        |   |         |        |
|--------|-----|---|---------|--------|--------|---|---------|--------|
| lrc205 | 102 | 4 | 1596,45 | 344,24 | 652,12 | 4 | 1302,2  | 22,60% |
| lrc206 | 102 | 3 | 1156,54 | 431,85 | 436,97 | 3 | 1159,03 | -0,21% |
| lrc207 | 102 | 3 | 1054,24 | 466,17 | 557,14 | 3 | 1062,05 | -0,74% |
| lrc208 | 102 | 3 | 876,04  | 320,73 | 364,71 | 3 | 852,76  | 2,73%  |

A Tabela 40 a seguir apresenta os melhores resultados obtidos durante os testes para as instâncias de dimensão menor ou igual 100.

**Tabela 40. Melhores resultados por instância obtidos durante os testes para as instâncias de 100 nós**

|         | Instância         | Solução Obtida |                 |                |                                | Melhor solução  |                 | DPMS em distância |
|---------|-------------------|----------------|-----------------|----------------|--------------------------------|-----------------|-----------------|-------------------|
|         |                   | Número de nós  | Número de rotas | Custo total    | Tempo até a melhor solução [s] | Número de rotas | Custo total     |                   |
| Grupo I | NC101_N100        | 106            | 10              | 9828,94        | 138,66                         | 10              | 9827,30         | 0,02%             |
|         | NC101_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 0,73                           | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
|         | NC101_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 41,73                          | 5               | 4862,40         | 0,02%             |
|         | NC102_N100        | 106            | 10              | 9828,94        | 167,21                         | 10              | 9827,30         | 0,02%             |
|         | NC102_N25A        | 26             | 3               | 2440,74        | 1,07                           | 3               | 2440,30         | 0,02%             |
|         | NC102_N50         | 54             | 5               | 4862,17        | 23,72                          | 5               | 4861,40         | 0,02%             |
|         | NC103_N100        | 104            | 10              | 9831,87        | 184,32                         | 10              | 9829,90         | 0,02%             |
|         | NC103_N25A        | 26             | 3               | 2440,74        | 1,97                           | 3               | 2440,30         | 0,02%             |
|         | NC103_N50         | 54             | 5               | 4862,17        | 30,34                          | 5               | 4861,40         | 0,02%             |
|         | <b>NC104_N100</b> | <b>106</b>     | <b>9</b>        | <b>9864,21</b> | <b>48,95</b>                   | <b>9</b>        | <b>10166,70</b> | <b>-2,98%</b>     |
|         | NC104_N25A        | 26             | 3               | 2437,45        | 1,57                           | 3               | 2436,90         | 0,02%             |
|         | NC104_N50         | 54             | 5               | 4856,49        | 21,91                          | 5               | 4855,60         | 0,02%             |
|         | NC105_100         | 106            | 10              | 9828,94        | 0,19                           | 10              | 9827,30         | 0,02%             |
|         | NC105_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 2,01                           | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
|         | NC105_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 39,87                          | 5               | 4862,40         | 0,02%             |
|         | NC106_100         | 106            | 10              | 9828,94        | 180,14                         | 10              | 9827,30         | 0,02%             |
|         | NC106_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 1,21                           | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
|         | NC106_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 42,89                          | 5               | 4862,40         | 0,02%             |
|         | NC107_100         | 106            | 10              | 9827,82        | 0,90                           | 10              | 9826,10         | 0,02%             |
|         | NC107_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 2,16                           | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
|         | NC107_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 18,39                          | 5               | 4862,40         | 0,02%             |
|         | NC108_100         | 106            | 10              | 9827,82        | 152,56                         | 10              | 9826,10         | 0,02%             |
|         | NC108_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 3,86                           | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
|         | NC108_N50         | 54             | 5               | 4953,25        | 21,14                          | 5               | 4862,40         | 1,87%             |
|         | NC109_100         | 106            | 10              | 9827,82        | 354,30                         | 10              | 9827,30         | 0,01%             |
|         | NC109_N25A        | 26             | 3               | 2441,81        | 1,22                           | 3               | 2441,30         | 0,02%             |
|         | NC109_N50         | 54             | 5               | 4863,25        | 19,80                          | 5               | 4862,40         | 0,02%             |
|         | NC201_N50         | 54             | 2               | 4944,96        | 92,09                          |                 |                 |                   |
|         | NR101_100         | 110            | 19              | 2668,63        | 59,88                          |                 |                 |                   |

|          |                   |           |           |                |             |           |                |               |
|----------|-------------------|-----------|-----------|----------------|-------------|-----------|----------------|---------------|
|          | NR101_N25A        | 32        | 8         | 868,33         | 2,16        | 8         | 867,10         | 0,14%         |
|          | NR101_N50         | 58        | 12        | 1548,43        | 10,49       |           |                |               |
|          | NR102_100         | 106       | 18        | 2490,84        | 53,39       |           |                |               |
|          | NR102_N25A        | 28        | 7         | 798,11         | 0,59        | 7         | 797,10         | 0,13%         |
|          | <b>NR102_N50</b>  | <b>58</b> | <b>10</b> | <b>1420,30</b> | <b>4,18</b> | <b>11</b> | <b>1409,00</b> |               |
|          | NR103_N25A        | 28        | 5         | 705,70         | 0,61        | 5         | 704,60         | 0,16%         |
|          | NR103_N50         | 54        | 8         | 1356,63        | 10,52       |           |                |               |
|          | NR104_N25A        | 28        | 4         | 667,96         | 4,97        | 4         | 666,90         | 0,16%         |
|          | NR104_N50         | 52        | 6         | 1170,77        | 12,41       |           |                |               |
|          | NR105_100         | 106       | 15        | 2383,47        | 219,97      |           |                |               |
|          | NR105_N25A        | 28        | 6         | 781,54         | 0,00        | 6         | 780,50         | 0,13%         |
|          | NR105_N50         | 54        | 9         | 1404,15        | 10,09       |           |                |               |
|          | NR106_N25A        | 26        | 5         | 716,48         | 1,18        | 5         | 715,40         | 0,15%         |
|          | NR106_N50         | 54        | 8         | 1295,25        | 6,93        | 8         | 1293,00        | 0,17%         |
|          | NR107_N25A        | 26        | 4         | 675,27         | 0,00        | 4         | 674,30         | 0,14%         |
|          | NR107_N50         | 54        | 7         | 1213,50        | 52,99       | 7         | 1211,10        | 0,20%         |
|          | NR108_N25A        | 26        | 4         | 648,29         | 2,10        | 4         | 647,30         | 0,15%         |
|          | NR109_N25A        | 26        | 5         | 692,63         | 0,69        | 5         | 691,30         | 0,19%         |
|          | NR109_N50         | 54        | 8         | 1293,36        | 16,30       |           |                |               |
|          | <b>NR110_N25A</b> | <b>26</b> | <b>5</b>  | <b>684,03</b>  | <b>0,11</b> | <b>5</b>  | <b>694,10</b>  | <b>-1,45%</b> |
|          | NR110_N50         | 54        | 7         | 1199,38        | 46,20       | 7         | 1197,00        | 0,20%         |
|          | NR111_N25A        | 26        | 4         | 679,70         | 0,02        | 4         | 678,80         | 0,13%         |
|          | NR111_N50         | 54        | 7         | 1214,46        | 22,74       |           |                |               |
|          | NR112_N25A        | 26        | 4         | 644,10         | 3,43        | 4         | 643,00         | 0,17%         |
|          | NR112_N50         | 54        | 6         | 1142,83        | 11,65       |           |                |               |
|          | NR201_N50         | 54        | 3         | 1415,46        | 57,86       |           |                |               |
|          | <b>NRC101_N25</b> | <b>26</b> | <b>4</b>  | <b>710,83</b>  | <b>0,15</b> | <b>4</b>  | <b>711,10</b>  | <b>-0,04%</b> |
|          | NRC101_N50        | 56        | 9         | 1459,57        | 3,44        |           |                |               |
|          | NRC102_N25        | 26        | 3         | 602,74         | 1,58        | 3         | 601,80         | 0,16%         |
|          | NRC102_N50        | 54        | 8         | 1340,27        | 8,12        |           |                |               |
|          | NRC103_N25        | 26        | 3         | 583,92         | 1,92        | 3         | 582,80         | 0,19%         |
|          | NRC103_N50        | 52        | 6         | 1213,15        | 30,41       |           |                |               |
|          | NRC104_N25        | 26        | 3         | 557,14         | 1,63        | 3         | 556,60         | 0,10%         |
|          | NRC104_N50        | 50        | 5         | 1048,25        | 0,08        |           |                |               |
|          | NRC105_N25        | 26        | 4         | 662,38         | 9,72        | 4         | 661,30         | 0,16%         |
|          | NRC105_N50        | 56        | 8         | 1355,67        | 7,96        | 8         | 1355,30        | 0,03%         |
|          | NRC106_N25        | 26        | 3         | 598,12         | 11,25       | 3         | 595,50         | 0,44%         |
|          | NRC106_N50        | 50        | 6         | 1229,68        | 15,43       |           |                |               |
|          | NRC107_N25        | 26        | 3         | 548,95         | 2,74        | 3         | 548,30         | 0,12%         |
|          | NRC107_N50        | 52        | 6         | 1154,07        | 36,61       |           |                |               |
|          | NRC108_N25        | 26        | 3         | 544,99         | 2,66        | 3         | 544,50         | 0,09%         |
|          | NRC108_N50        | 52        | 6         | 1099,17        | 17,00       | 6         | 1098,10        | 0,10%         |
|          | NRC201_N50        | 50        | 3         | 1512,44        | 4,06        |           |                |               |
| Grupo II | lc101             | 106       | 10        | 828,94         | 91,71       | 10        | 828,94         | 0,00%         |
|          | lc102             | 106       | 10        | 828,94         | 265,72      | 10        | 828,94         | 0,00%         |
|          | lc103             | 104       | 9         | 1113,59        | 95,51       | 9         | 1035,35        | 7,56%         |

|        |     |    |         |         |    |         |        |
|--------|-----|----|---------|---------|----|---------|--------|
| lc104  | 106 | 9  | 860,01  | 65,06   | 9  | 860,01  | 0,00%  |
| lc105  | 106 | 10 | 828,94  | 232,09  | 10 | 828,94  | 0,00%  |
| lc106  | 106 | 10 | 828,94  | 155,69  | 10 | 828,94  | 0,00%  |
| lc107  | 106 | 10 | 828,94  | 267,49  | 10 | 828,94  | 0,00%  |
| lc108  | 106 | 10 | 826,44  | 241,71  | 10 | 826,44  | 0,00%  |
| lc109  | 106 | 10 | 827,82  | 179,71  | 9  | 1000,60 |        |
| lc201  | 102 | 3  | 591,56  | 176,08  | 3  | 591,56  | 0,00%  |
| lc202  | 102 | 3  | 591,56  | 291,42  | 3  | 591,56  | 0,00%  |
| lc203  | 102 | 3  | 591,17  | 188,65  | 3  | 585,56  | 0,96%  |
| lc204  | 102 | 3  | 590,60  | 167,53  | 3  | 590,60  | 0,00%  |
| lc205  | 102 | 3  | 588,88  | 309,77  | 3  | 588,88  | 0,00%  |
| lc206  | 102 | 3  | 588,49  | 340,92  | 3  | 588,49  | 0,00%  |
| lc207  | 102 | 3  | 588,29  | 286,52  | 3  | 588,29  | 0,00%  |
| lc208  | 102 | 3  | 588,32  | 209,07  | 3  | 588,32  | 0,00%  |
| lr101  | 106 | 19 | 1650,80 | 47,15   | 19 | 1650,80 | 0,00%  |
| lr102  | 110 | 17 | 1487,49 | 23,81   | 17 | 1487,57 | -0,01% |
| lr103  | 104 | 13 | 1292,68 | 2,33    | 13 | 1292,68 | 0,00%  |
| lr104  | 104 | 9  | 1008,49 | 120,78  | 9  | 1013,39 | -0,48% |
| lr105  | 106 | 14 | 1377,11 | 124,04  | 14 | 1377,11 | 0,00%  |
| lr106  | 104 | 12 | 1248,93 | 190,64  | 12 | 1252,62 | -0,29% |
| lr107  | 104 | 10 | 1110,78 | 304,69  | 10 | 1111,31 | -0,05% |
| lr108  | 100 | 9  | 968,97  | 129,49  | 9  | 968,97  | 0,00%  |
| lr109  | 106 | 11 | 1208,96 | 132,56  | 11 | 1208,96 | 0,00%  |
| lr110  | 104 | 10 | 1158,31 | 326,25  | 10 | 1159,35 | -0,09% |
| lr111  | 108 | 10 | 1108,90 | 542,65  | 10 | 1108,90 | 0,00%  |
| lr112  | 106 | 9  | 1002,38 | 222,01  | 9  | 1003,77 | -0,14% |
| lr201  | 102 | 4  | 1253,23 | 336,00  | 4  | 1253,23 | 0,00%  |
| lr202  | 100 | 3  | 1197,67 | 150,61  | 3  | 1197,67 | 0,00%  |
| lr203  | 102 | 3  | 949,40  | 304,07  | 3  | 949,40  | 0,00%  |
| lr204  | 100 | 2  | 847,83  | 420,61  | 2  | 849,05  | -0,14% |
| lr205  | 102 | 3  | 1054,02 | 352,93  | 3  | 1054,02 | 0,00%  |
| lr206  | 100 | 3  | 931,63  | 373,14  | 3  | 931,63  | 0,00%  |
| lr207  | 102 | 2  | 902,24  | 571,99  | 2  | 903,06  | -0,09% |
| lr208  | 100 | 2  | 734,09  | 130,95  | 2  | 734,85  | -0,10% |
| lr209  | 102 | 3  | 930,59  | 825,78  | 3  | 930,59  | 0,00%  |
| lr210  | 102 | 3  | 964,22  | 667,05  | 3  | 964,22  | 0,00%  |
| lr211  | 100 | 3  | 882,31  | 1088,74 | 2  | 884,29  |        |
| lrc101 | 106 | 14 | 1708,80 | 75,83   | 14 | 1708,70 | 0,01%  |
| lrc102 | 106 | 12 | 1558,07 | 108,44  | 12 | 1558,07 | 0,00%  |
| lrc103 | 106 | 11 | 1257,41 | 50,46   | 11 | 1258,74 | -0,11% |
| lrc104 | 108 | 10 | 1128,40 | 90,76   | 10 | 1128,40 | 0,00%  |
| lrc105 | 108 | 13 | 1633,56 | 69,39   | 13 | 1637,62 | -0,25% |
| lrc106 | 106 | 11 | 1424,73 | 143,11  | 11 | 1424,73 | 0,00%  |
| lrc107 | 106 | 11 | 1225,68 | 88,06   | 11 | 1230,14 | -0,36% |
| lrc108 | 104 | 10 | 1147,43 | 130,61  | 10 | 1147,43 | 0,00%  |
| lrc201 | 102 | 4  | 1396,91 | 179,74  | 4  | 1406,94 | -0,71% |
| lrc202 | 102 | 3  | 1362,36 | 169,93  | 3  | 1374,27 | -0,87% |
| lrc203 | 102 | 3  | 1089,07 | 114,87  | 3  | 1089,07 | 0,00%  |



|        |     |   |         |        |   |         |        |
|--------|-----|---|---------|--------|---|---------|--------|
| lrc204 | 102 | 3 | 818,66  | 279,73 | 3 | 818,67  | 0,00%  |
| lrc205 | 102 | 4 | 1302,20 | 291,85 | 4 | 1302,2  | 0,00%  |
| lrc206 | 102 | 3 | 1156,54 | 665,18 | 3 | 1159,03 | -0,21% |
| lrc207 | 102 | 3 | 1054,24 | 490,38 | 3 | 1062,05 | -0,74% |
| lrc208 | 102 | 3 | 852,76  | 275,36 | 3 | 852,76  | 0,00%  |

A partir da tabela acima, observa-se que o algoritmo só não obteve um número de rotas igual ou inferior em duas instâncias (ambas do Grupo II), obtendo um DPMS em distância de 0,03% para o Grupo I e de 0,07% para o Grupo II. Porém convém observar que, além do empate em 35 instâncias, foram obtidas 19 soluções melhores que as publicadas na literatura.

A Tabela 41 a seguir apresenta os resultados obtidos pela versão final do algoritmo para as instâncias de dimensão igual a 200. O tempo de processamento foi limitado em 2700 segundos ou  $20n$  iterações.

**Tabela 41. Resultados por instância obtidos pela versão final do algoritmo para as instâncias de 200 nós**

|          | Instância | Solução obtida |                 |             |                                |                            | Melhor solução  |             | DPMS em distância |
|----------|-----------|----------------|-----------------|-------------|--------------------------------|----------------------------|-----------------|-------------|-------------------|
|          |           | Número de nós  | Número de rotas | Custo total | Tempo até a melhor solução [s] | Tempo de Processamento [s] | Número de rotas | Custo total |                   |
| Grupo II | LC1_2_1   | 212            | 20              | 2704,57     | 1493,77                        | 1556,22                    | 20              | 2704,57     | 0,00%             |
|          | LC1_2_10  | 208            | 18              | 2869,60     | 20,24                          | 1294,58                    | 18              | 2741,56     | 4,67%             |
|          | LC1_2_2   | 210            | 19              | 2809,10     | 609,95                         | 1352,05                    | 19              | 2764,56     | 1,61%             |
|          | LC1_2_3   | 206            | 18              | 2945,77     | 436,75                         | 1328,56                    | 17              | 3134,08     |                   |
|          | LC1_2_4   | 210            | 17              | 3141,83     | 416,18                         | 1513,87                    | 17              | 2693,41     | 16,65%            |
|          | LC1_2_5   | 214            | 20              | 2702,05     | 9,55                           | 1338,75                    | 20              | 2702,05     | 0,00%             |
|          | LC1_2_6   | 214            | 20              | 2701,04     | 6,05                           | 1401,19                    | 20              | 2701,04     | 0,00%             |
|          | LC1_2_7   | 214            | 20              | 2701,04     | 13,52                          | 1420,21                    | 20              | 2701,04     | 0,00%             |
|          | LC1_2_8   | 210            | 20              | 2689,83     | 13,02                          | 1229,18                    | 20              | 2689,83     | 0,00%             |
|          | LC1_2_9   | 210            | 18              | 2725,45     | 99,40                          | 1342,93                    | 18              | 2724,24     | 0,04%             |
|          | LC2_2_1   | 204            | 6               | 1931,44     | 334,85                         | 2700,10                    | 6               | 1931,44     | 0,00%             |
|          | LC2_2_10  | 202            | 6               | 1817,93     | 2452,38                        | 2700,39                    | 6               | 1817,45     | 0,03%             |
|          | LC2_2_2   | 204            | 6               | 2027,22     | 1781,25                        | 2700,35                    | 6               | 1881,40     | 7,75%             |
|          | LC2_2_3   | 202            | 6               | 1877,88     | 1875,48                        | 2700,49                    | 6               | 1844,33     | 1,82%             |
|          | LC2_2_4   | 204            | 6               | 2051,00     | 2198,22                        | 2700,25                    | 6               | 1767,12     | 16,06%            |
|          | LC2_2_5   | 202            | 7               | 1955,04     | 28,81                          | 2293,66                    | 6               | 1891,21     |                   |
|          | LC2_2_6   | 202            | 6               | 1857,83     | 880,11                         | 2700,28                    | 6               | 1857,78     | 0,00%             |
|          | LC2_2_7   | 202            | 6               | 1932,76     | 112,61                         | 2710,99                    | 6               | 1850,13     | 4,47%             |
|          | LC2_2_8   | 204            | 6               | 1945,32     | 1862,06                        | 2700,40                    | 6               | 1824,34     | 6,63%             |
|          | LC2_2_9   | 202            | 7               | 1865,26     | 38,60                          | 2700,32                    | 6               | 1854,21     |                   |
|          | LR1_2_1   | 210            | 22              | 5143,15     | 25,52                          | 1078,44                    | 20              | 4819,12     |                   |
|          | LR1_2_10  | 208            | 13              | 3790,87     | 262,88                         | 2070,36                    | 11              | 3744,95     |                   |
|          | LR1_2_2   | 210            | 18              | 4353,42     | 94,59                          | 1508,19                    | 17              | 4666,09     |                   |
|          | LR1_2_3   | 208            | 15              | 3974,23     | 231,85                         | 1839,25                    | 15              | 3657,19     | 8,67%             |
|          | LR1_2_4   | 210            | 11              | 3376,01     | 2656,33                        | 2700,80                    | 10              | 3146,06     |                   |
|          | LR1_2_5   | 212            | 17              | 4481,12     | 55,31                          | 1524,05                    | 16              | 4760,18     |                   |
|          | LR1_2_6   | 214            | 16              | 4235,28     | 1190,00                        | 2150,50                    | 14              | 4175,16     |                   |
|          | LR1_2_7   | 206            | 12              | 4090,40     | 609,49                         | 2180,47                    | 12              | 3851,36     | 6,21%             |

|           |     |    |         |         |         |    |         |        |
|-----------|-----|----|---------|---------|---------|----|---------|--------|
| LR1_2_8   | 206 | 10 | 2856,69 | 180,10  | 2662,12 | 9  | 2871,67 |        |
| LR1_2_9   | 210 | 14 | 4585,62 | 1431,38 | 1808,55 | 14 | 4411,54 | 3,95%  |
| LR2_2_1   | 202 | 5  | 5132,07 | 117,62  | 2700,88 | 5  | 4073,10 | 26,00% |
| LR2_2_10  | 202 | 4  | 3705,10 | 463,00  | 2735,18 | 3  | 3447,42 |        |
| LR2_2_2   | 202 | 5  | 4457,75 | 492,88  | 2700,52 | 4  | 3796,00 |        |
| LR2_2_3   | 202 | 5  | 3519,10 | 1113,93 | 2798,59 | 4  | 3100,03 |        |
| LR2_2_4   | 202 | 4  | 2840,08 | 2708,89 | 2709,63 | 3  | 2754,96 |        |
| LR2_2_5   | 204 | 4  | 3439,61 | 261,80  | 2701,15 | 4  | 3438,39 | 0,04%  |
| LR2_2_6   | 200 | 5  | 4257,35 | 1134,44 | 2700,30 | 4  | 3201,54 |        |
| LR2_2_7   | 202 | 4  | 3008,31 | 1329,31 | 2700,63 | 3  | 3190,75 |        |
| LR2_2_8   | 200 | 3  | 2394,17 | 698,92  | 2700,68 | 3  | 2295,44 | 4,30%  |
| LR2_2_9   | 200 | 4  | 3771,91 | 2368,33 | 2701,29 | 4  | 3198,44 | 17,93% |
| LRC1_2_1  | 212 | 19 | 3791,82 | 127,25  | 1465,66 | 19 | 3606,06 | 5,15%  |
| LRC1_2_10 | 210 | 13 | 3003,97 | 65,83   | 2126,84 | 13 | 2833,85 | 6,00%  |
| LRC1_2_2  | 206 | 16 | 3681,28 | 444,25  | 1960,72 | 15 | 3681,36 |        |
| LRC1_2_3  | 210 | 14 | 3392,19 | 538,98  | 2407,38 | 13 | 3161,75 |        |
| LRC1_2_4  | 212 | 11 | 2640,30 | 2312,72 | 2700,27 | 10 | 2655,27 |        |
| LRC1_2_5  | 214 | 17 | 4340,95 | 446,31  | 1755,71 | 16 | 3715,81 |        |
| LRC1_2_6  | 210 | 17 | 3718,17 | 602,97  | 1649,80 | 17 | 3368,66 | 10,38% |
| LRC1_2_7  | 212 | 16 | 3451,31 | 136,59  | 1834,00 | 15 | 3417,16 |        |
| LRC1_2_8  | 208 | 14 | 3226,54 | 1064,87 | 1824,87 | 14 | 3087,62 | 4,50%  |
| LRC1_2_9  | 208 | 14 | 3204,63 | 572,73  | 1906,55 | 14 | 3129,65 | 2,40%  |
| LRC2_2_1  | 202 | 7  | 3119,30 | 313,11  | 2700,55 | 6  | 3690,10 |        |
| LRC2_2_10 | 202 | 4  | 2286,26 | 2539,89 | 2700,67 | 3  | 2699,55 |        |
| LRC2_2_2  | 204 | 6  | 2883,20 | 2725,15 | 2725,92 | 6  | 2666,01 | 8,15%  |
| LRC2_2_3  | 202 | 5  | 2905,48 | 1848,34 | 2700,80 | 5  | 2523,58 | 15,13% |
| LRC2_2_4  | 202 | 4  | 2235,98 | 2576,46 | 2777,45 | 4  | 2202,89 | 1,50%  |
| LRC2_2_5  | 202 | 5  | 3217,31 | 639,36  | 2720,07 | 5  | 2776,93 | 15,86% |
| LRC2_2_6  | 202 | 5  | 2762,83 | 2522,91 | 2703,92 | 5  | 2707,75 | 2,03%  |
| LRC2_2_7  | 202 | 5  | 2572,87 | 475,13  | 2700,00 | 4  | 3050,03 |        |
| LRC2_2_8  | 202 | 4  | 2547,55 | 949,84  | 2706,83 | 4  | 2401,84 | 6,07%  |
| LRC2_2_9  | 202 | 4  | 2557,09 | 392,69  | 2701,98 | 4  | 2209,94 | 15,71% |

A partir da tabela acima, observa-se que o algoritmo empatou com o melhor resultado da literatura em 7 instâncias, gerou soluções com uma rota à mais que a melhor solução em 24 instâncias e obteve um DPMS em distância de 6,10% nas instâncias em que houve empate no número de rotas.

A Tabela 42 a seguir apresenta os melhores resultados obtidos durante os testes para as instâncias de dimensão menor ou igual 200.

**Tabela 42. Melhores resultados por instância obtidos durante os testes para as instâncias de 200 nós**

|          | Instância | Solução obtida |                 |             |                                | Melhor solução  |             | DPMS em distância |
|----------|-----------|----------------|-----------------|-------------|--------------------------------|-----------------|-------------|-------------------|
|          |           | Número de nós  | Número de rotas | Custo total | Tempo até a melhor solução [s] | Número de rotas | Custo total |                   |
| Grupo II | LC1_2_1   | 212            | 20              | 2704,57     | 1400,78                        | 20              | 2704,57     | 0,00%             |
|          | LC1_2_10  | 208            | 18              | 2803,61     | 1900,56                        | 18              | 2741,56     | 2,26%             |
|          | LC1_2_2   | 210            | 19              | 2764,56     | 1529,73                        | 19              | 2764,56     | 0,00%             |
|          | LC1_2_3   | 206            | 18              | 2772,18     | 1354,29                        | 17              | 3134,08     |                   |
|          | LC1_2_4   | 210            | 17              | 2728,38     | 943,47                         | 17              | 2693,41     | 1,30%             |
|          | LC1_2_5   | 214            | 20              | 2702,05     | 13,55                          | 20              | 2702,05     | 0,00%             |
|          | LC1_2_6   | 214            | 20              | 2701,04     | 1383,90                        | 20              | 2701,04     | 0,00%             |
|          | LC1_2_7   | 214            | 20              | 2701,04     | 18,55                          | 20              | 2701,04     | 0,00%             |
|          | LC1_2_8   | 210            | 20              | 2689,83     | 8,12                           | 20              | 2689,83     | 0,00%             |
|          | LC1_2_9   | 210            | 18              | 2724,24     | 1365,67                        | 18              | 2724,24     | 0,00%             |
|          | LC2_2_1   | 204            | 6               | 1931,44     | 9154,83                        | 6               | 1931,44     | 0,00%             |
|          | LC2_2_10  | 202            | 6               | 1817,45     | 2784,71                        | 6               | 1817,45     | 0,00%             |
|          | LC2_2_2   | 204            | 6               | 1978,88     | 2156,93                        | 6               | 1881,40     | 5,18%             |
|          | LC2_2_3   | 202            | 6               | 1844,70     | 1793,99                        | 6               | 1844,33     | 0,02%             |
|          | LC2_2_4   | 204            | 6               | 1778,54     | 187,88                         | 6               | 1767,12     | 0,65%             |
|          | LC2_2_5   | 202            | 6               | 1891,21     | 2029,75                        | 6               | 1891,21     | 0,00%             |
|          | LC2_2_6   | 202            | 6               | 1857,78     | 2550,39                        | 6               | 1857,78     | 0,00%             |
|          | LC2_2_7   | 202            | 6               | 1850,13     | 1328,46                        | 6               | 1850,13     | 0,00%             |
|          | LC2_2_8   | 204            | 6               | 1824,34     | 1980,68                        | 6               | 1824,34     | 0,00%             |
|          | LC2_2_9   | 202            | 6               | 1860,59     | 65,41                          | 6               | 1854,21     | 0,34%             |
|          | LR1_2_1   | 210            | 20              | 4819,12     | 1888,22                        | 20              | 4819,12     | 0,00%             |
|          | LR1_2_10  | 208            | 12              | 3656,32     | 1633,72                        | 11              | 3744,95     |                   |
|          | LR1_2_2   | 210            | 18              | 4211,26     | 108,04                         | 17              | 4666,09     |                   |
|          | LR1_2_3   | 208            | 15              | 3581,40     | 929,48                         | 15              | 3657,19     | -2,07%            |
|          | LR1_2_4   | 210            | 11              | 3070,79     | 1743,90                        | 10              | 3146,06     |                   |
|          | LR1_2_5   | 212            | 17              | 4449,38     | 59,59                          | 16              | 4760,18     |                   |
|          | LR1_2_6   | 214            | 15              | 4411,00     | 130,33                         | 14              | 4175,16     |                   |
|          | LR1_2_7   | 206            | 12              | 4090,40     | 609,49                         | 12              | 3851,36     | 6,21%             |
|          | LR1_2_8   | 206            | 10              | 2678,44     | 1131,31                        | 9               | 2871,67     |                   |
|          | LR1_2_9   | 210            | 14              | 4386,96     | 1518,09                        | 14              | 4411,54     | -0,56%            |

|                |            |          |                |                |          |                |               |
|----------------|------------|----------|----------------|----------------|----------|----------------|---------------|
| LR2_2_1        | 202        | 5        | 4109,38        | 5055,56        | 5        | 4073,10        | 0,89%         |
| LR2_2_10       | 202        | 3        | 3572,05        | 11962,38       | 3        | 3447,42        | 3,62%         |
| LR2_2_2        | 202        | 4        | 4041,03        | 4643,58        | 4        | 3796,00        | 6,45%         |
| LR2_2_3        | 202        | 4        | 3243,81        | 2722,53        | 4        | 3100,03        | 4,64%         |
| LR2_2_4        | 202        | 3        | 2939,78        | 7531,61        | 3        | 2754,96        | 6,71%         |
| <b>LR2_2_5</b> | <b>204</b> | <b>4</b> | <b>3438,39</b> | <b>3010,17</b> | <b>4</b> | <b>3438,39</b> | <b>0,00%</b>  |
| LR2_2_6        | 200        | 4        | 3357,64        | 1003,44        | 4        | 3201,54        | 4,88%         |
| LR2_2_7        | 202        | 4        | 2669,80        | 706,84         | 3        | 3190,75        |               |
| <b>LR2_2_8</b> | <b>200</b> | <b>3</b> | <b>2287,68</b> | <b>2169,28</b> | <b>3</b> | <b>2295,44</b> | <b>-0,34%</b> |
| <b>LR2_2_9</b> | <b>200</b> | <b>4</b> | <b>3195,61</b> | <b>1004,56</b> | <b>4</b> | <b>3198,44</b> | <b>-0,09%</b> |
| LRC1_2_1       | 212        | 19       | 3648,38        | 123,93         | 19       | 3606,06        | 1,17%         |
| LRC1_2_10      | 210        | 13       | 2916,20        | 1136,47        | 13       | 2833,85        | 2,91%         |
| LRC1_2_2       | 206        | 16       | 3681,28        | 444,25         | 15       | 3681,36        |               |
| LRC1_2_3       | 210        | 13       | 3451,17        | 2218,39        | 13       | 3161,75        | 9,15%         |
| LRC1_2_4       | 212        | 10       | 2798,58        | 3938,15        | 10       | 2655,27        | 5,40%         |
| LRC1_2_5       | 214        | 17       | 3823,54        | 2289,06        | 16       | 3715,81        |               |
| LRC1_2_6       | 210        | 17       | 3502,03        | 1289,02        | 17       | 3368,66        | 3,96%         |
| LRC1_2_7       | 212        | 16       | 3404,17        | 582,34         | 15       | 3417,16        |               |
| LRC1_2_8       | 208        | 14       | 3114,09        | 1656,60        | 14       | 3087,62        | 0,86%         |
| LRC1_2_9       | 208        | 14       | 3204,63        | 572,73         | 14       | 3129,65        | 2,40%         |
| LRC2_2_1       | 202        | 7        | 3002,10        | 2131,47        | 6        | 3690,10        |               |
| LRC2_2_10      | 202        | 4        | 2052,27        | 4456,23        | 3        | 2699,55        |               |
| LRC2_2_2       | 204        | 6        | 2712,61        | 884,05         | 6        | 2666,01        | 1,75%         |
| LRC2_2_3       | 202        | 5        | 2758,14        | 2688,14        | 5        | 2523,58        | 9,29%         |
| LRC2_2_4       | 202        | 4        | 2207,85        | 7109,40        | 4        | 2202,89        | 0,23%         |
| LRC2_2_5       | 202        | 5        | 2862,16        | 2604,98        | 5        | 2776,93        | 3,07%         |
| LRC2_2_6       | 202        | 5        | 2707,96        | 169,66         | 5        | 2707,75        | 0,01%         |
| LRC2_2_7       | 202        | 5        | 2538,19        | 1086,80        | 4        | 3050,03        |               |
| LRC2_2_8       | 202        | 4        | 2416,79        | 2209,25        | 4        | 2401,84        | 0,62%         |
| LRC2_2_9       | 202        | 4        | 2215,30        | 1543,15        | 4        | 2209,94        | 0,24%         |

A partir da tabela acima, observa-se que o algoritmo empatou com o melhor resultado da literatura em 15 instâncias, gerou soluções melhores que a melhor solução em 4 instâncias, gerou soluções com uma rota à mais que a melhor solução em 14 instâncias e obteve um DPMS em distância de 1,76% nas instâncias em que houve empate no número de rotas.

A Tabela 43 a seguir apresenta os resultados obtidos para a versão final do algoritmo para as instâncias de dimensão igual a 600. O tempo de processamento foi limitado em 3600 segundos ou 10n iterações.

**Tabela 43. Resultados por instância obtidos pela versão final do algoritmo para as instâncias de 200 nós**

| Instância      | Solução obtida |                 |                 |                                |                            | Melhor solução  |                 | DPMS em distância |
|----------------|----------------|-----------------|-----------------|--------------------------------|----------------------------|-----------------|-----------------|-------------------|
|                | Número de nós  | Número de rotas | Custo total     | Tempo até a melhor solução [s] | Tempo de Processamento [s] | Número de rotas | Custo total     |                   |
| LC1_6_1        | 630            | 61              | 14411,32        | 83,31                          | 3601,04                    | 60              | 14095,60        | 0,00%             |
| LC1_6_10       | 638            | 56              | 16385,48        | 2742,39                        | 3601,13                    | 54              | 14870,30        |                   |
| LC1_6_2        | 628            | 59              | 14538,47        | 2883,49                        | 3600,09                    | 58              | 14379,50        |                   |
| LC1_6_3        | 628            | 54              | 15054,70        | 1067,75                        | 3601,42                    | 51              | 14569,30        |                   |
| LC1_6_4        | 628            | 49              | 13968,37        | 1826,60                        | 3601,24                    | 48              | 13567,50        |                   |
| LC1_6_5        | 628            | 61              | 14401,32        | 83,98                          | 3601,38                    | 60              | 14086,30        |                   |
| <b>LC1_6_6</b> | <b>628</b>     | <b>60</b>       | <b>14090,79</b> | <b>85,09</b>                   | <b>3601,66</b>             | <b>60</b>       | <b>14090,80</b> |                   |
| <b>LC1_6_7</b> | <b>628</b>     | <b>60</b>       | <b>14089,10</b> | <b>186,79</b>                  | <b>3600,71</b>             | <b>60</b>       | <b>14093,80</b> |                   |
| LC1_6_8        | 634            | 61              | 15605,51        | 952,08                         | 3600,10                    | 59              | 14554,30        |                   |
| LC1_6_9        | 632            | 56              | 15510,68        | 2365,02                        | 3600,13                    | 55              | 14648,10        |                   |
| LC2_6_1        | 608            | 20              | 8594,61         | 1256,67                        | 3602,17                    | 19              | 7977,98         | 13,89%            |
| LC2_6_10       | 608            | 20              | 9616,14         | 3548,16                        | 3602,16                    | 18              | 7853,27         |                   |
| LC2_6_2        | 604            | 19              | 9400,42         | 1756,87                        | 3602,91                    | 19              | 8253,67         |                   |
| LC2_6_3        | 608            | 20              | 9102,12         | 3608,45                        | 3610,75                    | 18              | 7436,50         |                   |
| LC2_6_4        | 612            | 18              | 9069,75         | 3657,32                        | 3660,10                    | 18              | 8513,88         |                   |
| LC2_6_5        | 608            | 20              | 10160,06        | 3554,80                        | 3600,46                    | 19              | 8047,37         |                   |
| LC2_6_6        | 610            | 20              | 9618,07         | 2160,86                        | 3603,19                    | 19              | 8237,58         |                   |
| LC2_6_7        | 608            | 20              | 9153,18         | 2182,15                        | 3600,19                    | 19              | 8038,56         |                   |
| LC2_6_8        | 612            | 19              | 9304,67         | 3655,55                        | 3658,14                    | 18              | 8147,00         |                   |
| LC2_6_9        | 614            | 20              | 10380,74        | 3671,89                        | 3683,83                    | 19              | 8258,20         |                   |
| <b>LR1_6_1</b> | <b>634</b>     | <b>55</b>       | <b>26294,58</b> | <b>2277,98</b>                 | <b>3600,52</b>             | <b>59</b>       | <b>22838,30</b> | 6,53%             |
| LR1_6_10       | 628            | 30              | 19604,48        | 2065,56                        | 3603,47                    | 29              | 18373,90        |                   |
| <b>LR1_6_2</b> | <b>630</b>     | <b>44</b>       | <b>22682,14</b> | <b>3596,47</b>                 | <b>3600,84</b>             | <b>45</b>       | <b>20985,70</b> |                   |
| <b>LR1_6_3</b> | <b>634</b>     | <b>35</b>       | <b>21225,44</b> | <b>3809,25</b>                 | <b>3810,87</b>             | <b>37</b>       | <b>18685,90</b> |                   |
| <b>LR1_6_4</b> | <b>626</b>     | <b>25</b>       | <b>15736,53</b> | <b>3594,55</b>                 | <b>3604,94</b>             | <b>28</b>       | <b>14199,90</b> |                   |
| LR1_6_5        | 626            | 44              | 23040,24        | 3082,63                        | 3600,13                    | 40              | 22188,80        |                   |
| LR1_6_6        | 630            | 37              | 22151,14        | 3773,88                        | 3775,36                    | 35              | 20406,20        |                   |
| LR1_6_7        | 624            | 31              | 18090,48        | 3613,99                        | 3615,71                    | 28              | 16963,80        |                   |

Grupo II

|           |     |    |          |         |         |    |          |        |
|-----------|-----|----|----------|---------|---------|----|----------|--------|
| LR1_6_8   | 628 | 22 | 13988,60 | 3787,59 | 3790,01 | 21 | 12620,10 |        |
| LR1_6_9   | 624 | 36 | 22262,95 | 3688,20 | 3689,66 | 34 | 21273,30 |        |
| LR2_6_1   | 608 | 18 | 27150,16 | 3701,80 | 3704,21 | 12 | 18840,80 |        |
| LR2_6_10  | 604 | 11 | 20312,04 | 3771,58 | 3775,24 | 8  | 18869,20 |        |
| LR2_6_2   | 608 | 13 | 22290,75 | 3676,07 | 3679,51 | 11 | 20243,40 |        |
| LR2_6_3   | 602 | 12 | 21650,80 | 3630,37 | 3630,38 | 10 | 16657,50 |        |
| LR2_6_4   | 602 | 9  | 14784,82 | 3831,68 | 3872,16 | 7  | 14223,20 |        |
| LR2_6_5   | 606 | 11 | 21544,52 | 3674,14 | 3677,63 | 10 | 21250,10 |        |
| LR2_6_6   | 604 | 11 | 23255,50 | 3829,50 | 3833,30 | 9  | 21722,80 |        |
| LR2_6_7   | 606 | 9  | 19434,94 | 3589,60 | 3614,79 | 8  | 16262,00 |        |
| LR2_6_8   | 606 | 7  | 15074,53 | 3905,94 | 3905,94 | 6  | 13344,10 |        |
| LR2_6_9   | 604 | 12 | 21123,19 | 3646,52 | 3650,37 | 9  | 18853,40 |        |
| LRC1_6_1  | 626 | 55 | 19848,29 | 3644,55 | 3645,77 | 53 | 17930,00 |        |
| LRC1_6_10 | 628 | 34 | 15619,41 | 3696,90 | 3698,53 | 33 | 13830,50 |        |
| LRC1_6_2  | 630 | 49 | 18200,93 | 3843,14 | 3844,50 | 45 | 16040,30 |        |
| LRC1_6_3  | 628 | 40 | 16504,25 | 3728,58 | 3730,13 | 36 | 14407,60 |        |
| LRC1_6_4  | 634 | 28 | 13309,07 | 3850,30 | 3852,43 | 25 | 11308,60 |        |
| LRC1_6_5  | 630 | 52 | 18389,69 | 3760,95 | 3762,25 | 47 | 16803,90 |        |
| LRC1_6_6  | 630 | 47 | 19999,42 | 3653,84 | 3655,24 | 45 | 17126,40 |        |
| LRC1_6_7  | 630 | 45 | 18405,78 | 3782,27 | 3783,64 | 40 | 15493,50 |        |
| LRC1_6_8  | 622 | 39 | 17564,03 | 3709,10 | 3709,11 | 36 | 15352,60 |        |
| LRC1_6_9  | 628 | 38 | 15686,63 | 3684,74 | 3686,24 | 37 | 15253,70 |        |
| LRC2_6_1  | 606 | 20 | 20276,69 | 3592,47 | 3602,59 | 17 | 13111,60 |        |
| LRC2_6_10 | 606 | 11 | 16010,37 | 3678,69 | 3682,54 | 9  | 12874,80 |        |
| LRC2_6_2  | 606 | 18 | 19353,46 | 3693,29 | 3695,96 | 15 | 11463,00 |        |
| LRC2_6_3  | 606 | 13 | 16746,54 | 3789,70 | 3789,70 | 11 | 15167,30 |        |
| LRC2_6_4  | 604 | 10 | 14454,77 | 3698,87 | 3730,67 | 8  | 12512,50 |        |
| LRC2_6_5  | 606 | 17 | 18819,18 | 3740,14 | 3743,02 | 15 | 12309,70 |        |
| LRC2_6_6  | 606 | 17 | 18714,77 | 3726,75 | 3729,35 | 13 | 12679,30 |        |
| LRC2_6_7  | 610 | 13 | 16483,77 | 3690,60 | 3693,93 | 12 | 12998,40 |        |
| LRC2_6_8  | 608 | 12 | 15937,08 | 3679,57 | 3683,30 | 12 | 10898,30 | 46,23% |
| LRC2_6_9  | 604 | 13 | 18128,72 | 3663,39 | 3666,69 | 11 | 11917,20 |        |

A partir da tabela acima, observa-se que o algoritmo empatou com o melhor resultado da literatura em 1 instância, gerou 5 novas melhores soluções, gerou soluções com rotas à mais que a melhor solução em 47 instâncias e obteve um DPMS em distância de 13,32% nas instâncias em que houve impate no número de rotas.

A Tabela 44 a seguir apresenta os melhores resultados obtidos durante os testes para as instâncias de dimensão 600.

**Tabela 44. Melhores resultados por instância obtidos durante os testes para as instâncias de 600 nós**

|          | Instância | Solução obtida |                 |             |                                | Melhor solução  |             | DPMs em distância |
|----------|-----------|----------------|-----------------|-------------|--------------------------------|-----------------|-------------|-------------------|
|          |           | Número de nós  | Número de rotas | Custo total | Tempo até a melhor solução [s] | Número de rotas | Custo total |                   |
| Grupo II | LC1_6_1   | 630            | 60              | 14095,20    | 2745,02                        | 60              | 14095,60    | 0,00%             |
|          | LC1_6_10  | 638            | 56              | 16385,48    | 2742,39                        | 54              | 14870,30    |                   |
|          | LC1_6_2   | 628            | 59              | 14283,37    | 3036,52                        | 58              | 14379,50    |                   |
|          | LC1_6_3   | 628            | 53              | 14998,78    | 1421,13                        | 51              | 14569,30    |                   |
|          | LC1_6_4   | 628            | 49              | 13852,48    | 2009,39                        | 48              | 13567,50    |                   |
|          | LC1_6_5   | 628            | 61              | 14338,14    | 59,41                          | 60              | 14086,30    |                   |
|          | LC1_6_6   | 628            | 60              | 14090,79    | 106,73                         | 60              | 14090,80    | 0,00%             |
|          | LC1_6_7   | 628            | 60              | 14085,52    | 33,05                          | 60              | 14093,80    | -0,06%            |
|          | LC1_6_8   | 634            | 61              | 15605,51    | 952,08                         | 59              | 14554,30    |                   |
|          | LC1_6_9   | 632            | 56              | 15314,55    | 690,15                         | 55              | 14648,10    |                   |
|          | LC2_6_1   | 608            | 20              | 8530,45     | 1363,35                        | 19              | 7977,98     |                   |
|          | LC2_6_10  | 608            | 19              | 8896,06     | 3700,27                        | 18              | 7853,27     |                   |
|          | LC2_6_2   | 604            | 19              | 9346,57     | 2629,97                        | 19              | 8253,67     | 13,24%            |
|          | LC2_6_3   | 608            | 18              | 7523,06     | 37513,32                       | 18              | 7436,50     | 1,16%             |
|          | LC2_6_4   | 612            | 18              | 8153,55     | 45592,43                       | 18              | 8513,88     | -4,23%            |
|          | LC2_6_5   | 608            | 20              | 9808,24     | 3613,23                        | 19              | 8047,37     |                   |
|          | LC2_6_6   | 610            | 20              | 9366,53     | 3595,82                        | 19              | 8237,58     |                   |
|          | LC2_6_7   | 608            | 20              | 9024,59     | 3505,06                        | 19              | 8038,56     |                   |
|          | LC2_6_8   | 612            | 19              | 9304,67     | 3655,55                        | 18              | 8147,00     |                   |
|          | LC2_6_9   | 614            | 19              | 8902,51     | 45303,25                       | 19              | 8258,20     | 7,80%             |
|          | LR1_6_1   | 634            | 55              | 26294,58    | 2277,98                        | 59              | 22838,30    |                   |
|          | LR1_6_10  | 628            | 30              | 19604,48    | 2065,56                        | 29              | 18373,90    |                   |
|          | LR1_6_2   | 630            | 44              | 22086,82    | 3596,47                        | 45              | 20985,70    |                   |
|          | LR1_6_3   | 634            | 35              | 19809,77    | 3809,25                        | 37              | 18685,90    |                   |
|          | LR1_6_4   | 626            | 25              | 14459,19    | 3848,16                        | 28              | 14199,90    |                   |
|          | LR1_6_5   | 626            | 42              | 23669,86    | 3056,19                        | 40              | 22188,80    |                   |
|          | LR1_6_6   | 630            | 37              | 22151,14    | 3773,88                        | 35              | 20406,20    |                   |
|          | LR1_6_7   | 624            | 29              | 18647,95    | 3705,59                        | 28              | 16963,80    |                   |
|          | LR1_6_8   | 628            | 22              | 13988,60    | 3787,59                        | 21              | 12620,10    |                   |
|          | LR1_6_9   | 624            | 36              | 22262,95    | 3688,20                        | 34              | 21273,30    |                   |



|           |     |    |          |          |    |          |        |
|-----------|-----|----|----------|----------|----|----------|--------|
| LR2_6_1   | 608 | 14 | 28889,13 | 3650,63  | 12 | 18840,80 |        |
| LR2_6_10  | 604 | 10 | 19319,42 | 3631,07  | 8  | 18869,20 |        |
| LR2_6_2   | 608 | 12 | 23917,63 | 3644,06  | 11 | 20243,40 |        |
| LR2_6_3   | 602 | 12 | 21650,80 | 3630,37  | 10 | 16657,50 |        |
| LR2_6_4   | 602 | 8  | 16414,31 | 6778,07  | 7  | 14223,20 |        |
| LR2_6_5   | 606 | 11 | 21544,52 | 3651,16  | 10 | 21250,10 |        |
| LR2_6_6   | 604 | 10 | 25919,64 | 2865,72  | 9  | 21722,80 |        |
| LR2_6_7   | 606 | 8  | 19225,58 | 3679,38  | 8  | 16262,00 | 18,22% |
| LR2_6_8   | 606 | 7  | 15074,53 | 3905,94  | 6  | 13344,10 |        |
| LR2_6_9   | 604 | 11 | 22127,82 | 3909,88  | 9  | 18853,40 |        |
| LRC1_6_1  | 626 | 55 | 19848,29 | 3644,55  | 53 | 17930,00 |        |
| LRC1_6_10 | 628 | 33 | 14543,50 | 18596,66 | 33 | 13830,50 | 5,16%  |
| LRC1_6_2  | 630 | 48 | 18372,22 | 3845,72  | 45 | 16040,30 |        |
| LRC1_6_3  | 628 | 39 | 17261,72 | 3790,81  | 36 | 14407,60 |        |
| LRC1_6_4  | 634 | 27 | 13802,90 | 3706,91  | 25 | 11308,60 |        |
| LRC1_6_5  | 630 | 49 | 18403,11 | 1398,42  | 47 | 16803,90 |        |
| LRC1_6_6  | 630 | 47 | 19999,42 | 3653,84  | 45 | 17126,40 |        |
| LRC1_6_7  | 630 | 45 | 17526,11 | 2276,63  | 40 | 15493,50 |        |
| LRC1_6_8  | 622 | 39 | 16991,58 | 3631,08  | 36 | 15352,60 |        |
| LRC1_6_9  | 628 | 38 | 15686,63 | 3684,74  | 37 | 15253,70 |        |
| LRC2_6_1  | 606 | 18 | 20905,37 | 3613,80  | 17 | 13111,60 |        |
| LRC2_6_10 | 606 | 10 | 16563,44 | 3612,88  | 9  | 12874,80 |        |
| LRC2_6_2  | 606 | 17 | 22415,11 | 4029,39  | 15 | 11463,00 |        |
| LRC2_6_3  | 606 | 12 | 18243,34 | 3944,58  | 11 | 15167,30 |        |
| LRC2_6_4  | 604 | 9  | 14337,81 | 3452,36  | 8  | 12512,50 |        |
| LRC2_6_5  | 606 | 16 | 20213,21 | 3686,59  | 15 | 12309,70 |        |
| LRC2_6_6  | 606 | 16 | 20284,94 | 3619,78  | 13 | 12679,30 |        |
| LRC2_6_7  | 610 | 12 | 13953,24 | 53881,25 | 12 | 12998,40 | 7,35%  |
| LRC2_6_8  | 608 | 12 | 12677,97 | 40114,25 | 12 | 10898,30 | 16,33% |
| LRC2_6_9  | 604 | 11 | 15603,42 | 54039,38 | 11 | 11917,20 | 30,93% |

A partir da tabela acima, observa-se que o algoritmo empatou com o melhor resultado da literatura em 2 instâncias, gerou soluções melhores que a melhor solução em 6 instâncias, gerou soluções com rotas à mais que a melhor solução em 40 instâncias e obteve um DPMS em distância de 7,99% nas instâncias em que houve impate no número de rotas.