UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO DEPARTAMENTO DE SISTEMAS E CONTROLE DE ENERGIA

MODELO DE LINHA DE TRANSMISSÃO DE CIRCUITO DUPLO TRIFÁSICO UTILIZANDO PARÂMETROS DEPENDENTES DA FREQÜÊNCIA

Aluno: Afonso José do Prado

Orientador: Prof. Dr. José Pissolato Filho Co-orientadora: Prof^a. Dr^a. Maria Cristina Dias Tavares

Banca examinadora:

Prof. Dr. Carlos Manoel Portela	COPPE - UFRJ
Prof. Dr. Wallace do Couto Boaventura	UFMG
Prof. Dr. Carlos Rodrigues de Souza	UNICAMP
Prof. Dr. Luiz Carlos Pereira da Silva	UNICAMP
Prof. Dr. Walmir de Freitas	UNICAMP

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Campinas, 2002

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

P882m	Prado, Afonso José do Modelo de linha de transmissão de circuito duplo trifásico utilizando parâmetros dependentes da freqüência / Afonso
	José do Prado Campinas, SP: [s.n.], 2002.
	Orientadores: José Pissolato Filho e Maria Cristina Dias Tavares.
	Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.
	 Linhas elétricas aéreas. Transitórios (Eletricidade). Ondas elétricas. Modelos matemáticos. Simulação (Computadores). Circuitos elétricos. Pissolato Filho, José. Tavares, Maria Cristina Dias. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. IV. Título.



Este trabalho descreve um modelo para representar linhas de transmissão de circuito duplo, considerando-se a dependência dos parâmetros longitudinais com a freqüência. No caso de linhas transpostas, são obtidos modos exatos e para a linha não transposta, investiga-se o desempenho do modelo, utilizando autovalores e autovetores. Tal modelo pode ser incluído em programas como EMTP, ATP e Microtran, que trabalham no domínio do tempo. Como a dependência com a freqüência é representada adequadamente no domínio dos modos, a relação entre o domínio das fases e o domínio dos modos é determinada através de transformação modal. Nesse caso, a transformação modal é aplicada, em uma faixa de freqüência que vai até 10 kHz. Apenas uma única matriz de transformação real é utilizada, sendo muito precisa quando obtida das características geométricas da linha (transformação média-antimédia) em associação com a transformação de Clarke. A matriz de transformação única e real é obtida pela multiplicação entre a matriz média-antimédia e a matriz de Clarke.

Detalha-se o modelo proposto, utilizando da análise de três tipos de transposição de linha. Na transposição completa, o feixe de condutores de cada fase ocupa todas as posições na torre, variando, também, sua posição relativa entre os outros conjuntos de condutores. Para a transposição rotacional, os feixes de condutores são rotacionados, mantendo-se a posição relativa entre cada um dos feixes. Na transposição operacional, cada circuito trifásico é considerado idealmente transposto, havendo acoplamento mútuo entre os circuitos trifásicos. A linha sem transposição também é analisada mediante seus autovalores e autovetores.

O modelo proposto, chamado de quase modos, é incorporado em simuladores digitais, que trabalham no domínio do tempo por meio de transformadores ideais e circuitos B modificados (circuitos sintéticos). Utilizando uma linha dupla trifásica real e o aplicativo Microtran, são realizadas várias comparações e simulações com a aplicação do modelo proposto na representação de parâmetros de linha dependentes da freqüência.



This work presents a model to represent double three-phase transmission lines, including the frequency dependence of longitudinal parameters. For transposed lines, the obtained results are exact modes and for non transposed lines, the line eigenvectors and eigenvalues are analyzed. The proposed model can be used in programs such as EMTP, ATP and MICROTRAN. These programs work in time domain and the frequency dependence is represented in mode domain. In order to make this model inclusion in time domain programs, the mode transformation is used up to 10 KHz. In this frequency range, a single real transformation matrix is used. This transformation matrix is very accurate when it is obtained from geometrical properties of the line and Clarke transformation. Two new three-phase circuits are obtained from the sums and differences of the line currents ("media-antimedia" transformation). The single real transformation matrix are composed by the multiplication between "media-antimedia" transformation matrix and Clarke transformation matrix.

After describing the model, it is presented a rather complete analysis of the mode behavior for the double circuit, considering three types of transposition for the line. For complete transposition, each phase occupies all positions on the tower. Using rotational transposition, each phase moves to the adjacent position maintaining their relative position among each phase. This kind of transposition, each three-phase circuit is considered ideally transposed and there is a coupling term between the three-phase circuits. Non-transposed line is also analyzed through the eigenvalues and eigenvectors. The proposed model, called the quasi- mode model, is incorporated into digital programs, that work in time domain, using ideal transformers and modified **B** circuits (synthetic circuits). By using a double three-phase transmission line and the Microtran program, many comparisons and simulations are made, showing that, to represent frequency dependent line parameters, the quasi- mode model is very accurate for double three-phase transposed lines and a good approximation for double three-phase non-transposed lines.



Este trabalho teve os seguintes apoios financeiros:

- CAPES/CNPq (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior e Conselho Nacional de Pesquisa) - bolsa de Doutorado;

- FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo), FUNCAMP (Fundação de Desenvolvimento da UNICAMP) e convênio PROAP/UNICAMP - passagens e diárias para participações em congressos nacionais e internacionais.

"Q uão grande é, S enhor, vossa bondade, que reservastes para os que vos temem, Comque tratais aos que se refugiam em vós, A os dhos de todos". S I 30(31) ,20

Ó D eus, oria emmimumooração puro,

erenova no meu peito um espírito firme'.

SI 50(51) ,12

Eisqueestou convosco todos os dias,

atéofimdomundo".

M t 28,20a

A minha esposa, H ekiza. A meuirmão, F ernando A minha mãe, D onata A meupai, A ffonso Em cada uma dessas pessoas, encontro qualidades que admiro muito. Estas qualidades incentivaram me, em momentos diferentes do desenvolvimento deste trabalho, a dedicar-me e a esforçar-me, buscando minha própria realização Esperosemprecorresponder à admiração que tenho por eles.

Agradecimentos

José Pissolato Filho Maria Cristina Dias Tavares Carlos Manoel Portela Sérgio Kurokawa Eliane Campos dos Santos Francisco José Aires de Brito Marcus Vinícius Randi Ferraz



Resumo	i
Abstract	ii
Órgãos financiadores	iii
Agradecimentos	vi
I - Introdução	1
II - Apresentação do modelo	5
II.1 - O modelo proposto	8
II.2 - Apresentação da linha real analisada	9
III - Equacionamento matemático	13
III.1 - Representação esquemática de uma linha de transmissão	
de circuito duplo	19
III.2 - A transformação média-antimédia	20
III.3 - A transformação para o domínio dos modos	23
III.4 - A matriz de transformação	25
III.5 - Transposição completa	27
III.6 - Transposição rotacional	28
III.7 - Transposição operacional	30
III.8 - Linha sem transposição	32
III.9 - Os transformadores ideais	35
III.10 - Circuitos sintéticos	37
III.10.1 - Elemento RL em série	37
III.10.2 - Ramos RL em paralelo	38

IV - Autovetores e autovalores	41
IV.1 - Transposição completa	41
IV.2 - Transposição rotacional	42
IV.3 - Transposição operacional	44
IV.4 - Linha sem transposição	45
IV.5 - Autovetores da linha analisada	59
V - Circuitos sintéticos e testes de propagação	71
V.1 - Circuitos sintéticos e os tipos de transposição	71
V.2 - Testes numéricos dos transformadores ideais	77
V.3 - Testes numéricos de igualdade entre os modos	83
VI - Simulações	87
VI.1 - Comparações entre os tipos de transposição	87
VI.2 - Análise numérica da representação da dependência com a freqüência	95
VI.3 - Simulações de transitórios eletromagnéticos	98
VI.4 - Comparações entre simulações de curto-circuito	112
VII - Conclusões e sugestões	119
VII.1 - Sugestões	122
VIII - Referências bibliográficas	125
Apêndice A - Curvas de indutância	133
Apêndice B - T_{FMH} e T_{FMH}^{-1}	136
Apêndice C - Matrizes T_{VM} e T_{VA}	137
Apêndice D - Indutâncias sintéticas e exatas	144
Apêndice E - Valores modais de indutâncias	149

viii



O aumento populacional e a diversificação das aplicações da energia elétrica têm ocasionado um aumento contínuo na demanda regional e mundial por este tipo de energia. Entre as novas aplicações, temse a utilização, cada vez mais difundida, de sistemas eletrônicos. Nesse contexto, padrões mais rigorosos de qualidade devem ser utilizados principalmente nos sistemas responsáveis pela geração, transmissão e distribuição de grandes blocos de energia eléctrico. Dessa forma, por exemplo, busca-se evitar a propagação de distorções harmônicas e minimizar perdas nos sistemas de transmissão de energia. Tais sistemas de transmissão constituem o elo de ligação entre centros produtores e centros consumidores de energia elétrica. Os componentes principais dos sistemas de transmissão de energia, as linhas de transmissão, são responsáveis pelo transporte de grandes blocos de energia.

Portanto, o estudo de linhas de transmissão tem grande importância, destacando-se, entre outras análises, cálculos de fluxo de carga, determinação de níveis de curto-circuito, modelagem de fenômenos eletromagnéticos. Na modelagem das linhas de transmissão, há dificuldades na correta representação das mesmas e na aferição dos modelos utilizados. Quanto à aferição de modelos digitais, utilizando uma linha real, encontra-se apenas um caso relatado no Brasil [1] que foi realizado na linha Jaguara-Taquaril, localizada no estado de Minas Gerais e pertencente ao sistema Furnas.

Durante a maior parte do tempo, os sistemas elétricos de potência e, de forma específica, as linhas de transmissão operam em regime permanente (tensão, corrente e freqüência nominais e constantes). No entanto, o dimensionamento desses sistemas deve contemplar ocorrências transitórias e extremas acima das condições normais de funcionamento. A linha de transmissão, em conjunto com seus sistemas de proteção e de controle, é dimensionada conforme a probabilidade de ocorrência dos fenômenos transitórios, tendo, como ferramentas bastante úteis nessa tarefa, os simuladores de redes elétricas. Além disso, tais simuladores têm outras inúmeras aplicações em análises de linhas de transmissão.

O analisador de transitórios de redes (TNA) [2] foi um dos primeiros simuladores, sendo introduzido para estudos de fluxo de potência, estabilidade e transitórios. Por ser composto por modelos

individuais de cada equipamento ou, de forma concentrada, dos parâmetros da rede, o TNA pode ser considerado como modelo físico de um sistema elétrico, ou linha de transmissão. Ainda segundo seus pesquisadores [2], é um simulador analógico que trabalha em tempo real. Neste caso, o termo tempo real está relacionado à utilização de elementos físicos, tais como resistores, indutores e capacitores, na reprodução de um sistema elétrico. Como tais elementos físicos reproduzem o comportamento do sistema real, tem-se um modelo que trabalha em tempo real. Com o desenvolvimento dos computadores, os modelos individuais dos elementos de sistemas elétricos foram aplicados na composição de funções matemáticas discretizadas utilizadas nos simuladores digitais [3, 4]. Dessa forma, o simulador analógico pode ser descrito por elementos com variações contínuas de grandezas elétricas, enquanto o simulador digital utiliza representações numéricas dos elementos do sistema. No entanto, um modelo não exclui o outro, tendo, cada um, importantes aplicações no estudo de inúmeros fenômenos em linhas de transmissão.

No simulador analógico, não é possível representar em detalhes todas as partes dos sistema em estudo. Detalham-se os componentes com maior influência sobre o fenômeno em estudo, gerando-se equivalentes para o restante do sistema. Assim, por se tratar de um modelo analítico, simula-se, com mais facilidade, o comportamento real dos equipamentos, como, por exemplo, em relação às perdas e dependência com a freqüência. Por outro lado, dificilmente se consegue representar elementos ideais, desconsiderando-se perdas e distorções geradas pelos elementos utilizados. No simulador digital, também não é possível representar em detalhes todo o sistema em estudo, em virtude das limitações dos programas computacionais. Em outros casos, a implementação de modelos matemáticos utilizados para análise e simulação dos fenômenos elétricos são causas de tempos de processamento excessivos.

Uma outra dificuldade é considerar parâmetros elétricos dependentes da freqüência em programas que trabalham no domínio do tempo. A dificuldade, então, é representar o comportamento real dos equipamentos das redes elétricas simuladas. Ao analisar um fenômeno elétrico em uma linha de transmissão, deve-se lembrar que a propagação de tensões e correntes depende da composição harmônica do fenômeno analisado. Como tal fenômeno não se apresenta instantaneamente em toda a extensão da linha, a propagação deste fenômeno é dependente de sua composição harmônica e do tempo necessário para isso. A maioria dos simuladores digitais trabalha no domínio do tempo, havendo dificuldades em se considerar a influência da freqüência nos fenômenos analisados.

Apresenta-se neste trabalho, um modelo capaz de considerar a variação dos parâmetros de linhas de transmissão de circuito duplo em função da freqüência. Tal modelo tem a versatilidade de ser incluído, com relativa facilidade, em programas digitais de simulação de transitórios em redes elétricas, utilizando

Int rodução

transformadores ideais e elementos de circuitos elétricos. Ou seja, os parâmetros elétricos, determinados em relação às fases do sistema trifásico, passam a ser determinados em relação ao domínio dos modos, realizando-se uma transformação fase-modo ou transformação modal. Segundo a álgebra linear, realiza-se mudança de base vetorial. Assim, tomando-se nova base vetorial no domínio dos modos, obtém-se, para o caso de linhas simétricas e transpostas, a diagonalização das matrizes de impedância e de admitância, representativas da linha de transmissão. Após esta diagonalização, a dependência com a freqüência pode ser representada, com relativa facilidade, por elementos simples de circuitos elétricos. A mudança de base vetorial do domínio das fases para o domínio dos modos, neste trabalho, é representada por conjuntos de transformadores monofásicos ideais. A dependência com a freqüência é introduzida através de circuitos **B** modificados (circuitos sintéticos).

O texto, apresentado nos próximos capítulos, foi dividido da seguinte forma:

- capítulo II revisão bibliográfica, apresentação do modelo proposto e da linha real utilizada neste trabalho;
- capítulo III equacionamento matemático do modelo proposto, dos tipos de transposições da linha de circuito duplo e do caso não transposto. Também foram determinados a matriz de transformação, os transformadores ideais e os circuitos sintéticos (circuitos B modificados), estes últimos responsáveis pela representação dos parâmetros dependentes da freqüência;
- capítulo IV análise de autovetores e autovalores, realizando-se comparações, para o caso não transposto, entre os resultados exatos e os resultados obtidos pelo modelo proposto;
- capítulo V análise numérica dos circuitos sintéticos e testes de propagação;
- capítulo VI simulações de energização da linha e de curto-circuitos;
- encerra-se com as conclusões e sugestões no capítulo VII, seguidas das referências bibliográficas e de cinco apêndices complementares.



Segundo alguns autores [4], na década de trinta, surgiram os trabalhos pioneiros sobre o tratamento matemático de fenômenos físicos em redes elétricas. Utilizava-se cálculo matricial para a obtenção de algumas curvas básicas de um sistema elétrico (Pipes e Rice). Assim, a análise de um sistema elétrico foi transformada em um problema essencialmente matemático. A partir desses trabalhos pioneiros, inúmeras formas de análise matemática foram aplicadas na análise de sistemas elétricos [5 - 7]. Além da análise matricial, podem ser identificados, entre outros exemplos, aplicações de equações diferenciais [8], transformadas de Laplace e séries de Fourier [9]. Ao se trabalhar com simuladores digitais, essas ferramentas matemáticas são discretizadas e isso pode gerar rotinas numéricas não convergentes, tendo, então, instabilidades numéricas. Por exemplo, as relações entre tensão e corrente em uma linha de transmissão podem ser descritas por equações diferenciais, cujas soluções são obtidas trivialmente por transformadas de Laplace. Analiticamente, tem-se um procedimento preciso e eficiente. No entanto, isto não significa que o método numérico utilizado manterá tal eficiência e precisão.

Obtêm-se rotinas numericamente estáveis ao se utilizar a integração trapezoidal. De forma simplificada, a integração trapezoidal determina a área abaixo de uma curva, aproximando-a por meio de soma de trapezóides infinitesimais. Ao se discretizar a variável independente desta função, utilizando intervalos infinitesimais iguais, as rotinas numéricas mantêm-se estáveis, apresentando solução precisa. Os principais programas digitais, utilizados para análise e simulações de fenômenos em linhas de transmissão, empregam a integração trapezoidal, considerando o tempo como variável independente [1, 10, 11]. No entanto, alterações na configuração de uma linha durante o processamento, por causa de chaveamentos, por exemplo, provocam o aparecimento de oscilações numéricas indesejáveis. Tais oscilações também são geradas por variações bruscas nas ondas de tensão ou de corrente, propagadas pela linha de transmissão. Tanto em um caso como em outro, uma possível solução é diminuir o intervalo de tempo discretizado pela metade. Em casos mais extremos, a divisão desse intervalo segue em progressão geométrica [10]. Com tal configuração, análises, em regime permanente ou transitório, são realizadas com

relativa facilidade, quando não se considera elementos dependentes da freqüência.

Ouando se necessita analisar sistemas elétricos considerando elementos dependentes da freqüência ou, de forma específica, simular transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão com parâmetros dependentes da freqüência, uma solução pode ser determinada por integrais de convolução [12]. Ao associar séries de Fourier aos métodos de convolução, o resultado é um modelo preciso e eficiente para linhas sem distorção e sem perdas. Distorções e perdas podem ser introduzidas mediante parâmetros concentrados [13] e também pode-se considerar retorno pelo solo [14]. Para determinação de parâmetros de linha devem ser consideradas a configuração da torre e as características construtivas dos feixes de condutores [15]. Considerando-se linhas com dependência da freqüência, a maioria dos programas digitais utiliza aplicações das fórmulas de Carson e o efeito pelicular. As soluções assim obtidas podem ser aproximadas por funções exponenciais, sendo interpretadas fisicamente como circuitos elétricos em série, formados por ramos RC paralelo (filtros ideais) [16]. Os filtros ideais (circuitos RC paralelo), representados por funções racionais, oferecem uma alternativa de ajuste deste modelo diretamente no domínio da freqüência [17]. Se o passo de integração for determinado em função da corrente do transitório simulado, consegue-se melhor precisão para o modelamento de ondas viajantes a baixas freqüências [18]. Como a integração trapezoidal baseia-se em séries truncadas de Taylor, há a alternativa de utilizar equações diferenciais de tensão e de corrente associadas a funções exponenciais na análise de fenômenos elétricos considerando parâmetros de linha dependentes da freqüência [19].

No entanto, uma das principais limitações dos modelos com parâmetros dependentes da freqüência é o tempo de simulação excessivo, em alguns casos, conseqüência da necessidade de uso de integrais de convolução e da própria implementação dessas integrais, em outros casos. Com o objetivo de diminuir bastante o tempo computacional, diminuindo-se a necessidade de integrais de convolução, parâmetros de linha constantes são utilizados em amplas faixas de freqüência [20]. Uma outra técnica aplicada para diminuir o tempo computacional necessário para se realizar uma determinada simulação é o emprego de métodos recursivos de cálculo de integrais de convolução. Tais métodos podem estar associados à aproximação dos parâmetros de linha por meio de funções exponenciais [21]. Estes parâmetros podem ser aproximados também por funções lineares [22]. Ou então, utilizando interpolação quadrática no domínio da freqüência, aplica-se convoluções recursivas, mediante funções com elementos exponenciais [23]. Pode-se utilizar, em associação com esses métodos recursivos, o ajuste vetorial das matrizes de transferência por escalonamento otimizado no domínio do tempo, por meio de funções racionais de baixa ordem [24]. Tal método é utilizado ainda em associação com decomposição modal [25].

Numa formulação equivalente a variáveis de estado, são utilizadas convoluções truncadas, sendo que o ajuste das mesmas é feito no domínio da freqüência, tornando o método numérico mais estável [26]. Nesse caso, há algumas restrições quanto às condições iniciais de regime permanente. Ainda com relação ao domínio da freqüência, análises em tempo real, com o uso de processamento paralelo, são realizadas através do ajuste de curvas de erro. Nesse caso, o tempo computacional é reduzido em função do processamento paralelo [27].

Buscam-se, então, soluções mais precisas, substituindo os métodos recursivos de convolução por transformação modal. Trabalha-se no domínio dos modos, caracterizando uma mudança de base vetorial, do domínio das fases para o domínio dos modos, e diagonalizando as matrizes de impedâncias e de admitâncias, representativas da linha de transmissão. Tal diagonalização ocorre porque a transformação modal exata é constituída pelos autovetores da linha de transmissão [5, 6, 8, 28, 29]. Ou seja, obtêm-se elementos desacoplados a partir dos componentes de fase [28, 29, 30]. No entanto, como os parâmetros de linha são dependentes da freqüência, os autovetores e os autovalores também são dependentes da freqüência [5, 6, 28, 29, 30]. Assim, a variação dos autovetores em função da freqüência pode ser linearizada e aplicada em conjunto com métodos recursivos [14], sendo que há modelos onde os ajustes da transformação modal são feitos no domínio do tempo [23, 24]. A transformação modal representada por funções racionais, cujas derivadas são contínuas, pode ser determinada com boa precisão pelo método de Newton-Raphson [31]. Já a transformação modal constante é apresentada como passo inicial de processos de determinação de matrizes de transformação dependentes da freqüência [32].

Matrizes de transformação constantes, tais como as matrizes de Clarke, de Fortescue e Karrenbauer têm boa precisão em relação aos autovetores exatos quando se inclui um termo de correção [4, 33, 34]. Caso a linha analisada seja idealmente transposta, os resultados obtidos com a transformação de Clarke são exatos para linhas trifásicas simples [4, 29, 33-42]. Considerando relações de soma e diferença de correntes de linha em conjunto com a aplicação da matriz de Clarke, são obtidas matrizes diagonais para linhas hexafásicas e linhas trifásicas duplas, também para casos de transposição ideal [28, 29, 35 - 45].

Existem outras alternativas como forma de substituir as integrais de convolução. Uma delas é utilizar três valores de freqüência e funções exponenciais para representar os parâmetros de linha em toda faixa de freqüência utilizada para a simulação de transitórios. Isso evita a necessidade de transformadas de Fourier e de integrais de convolução [46]. Outras alternativas utilizando ajustes de resposta diretamente no domínio das fases, têm sido apresentadas. Muitas vezes, são baseadas em métodos recursivos e

Apresent ação do modelo

linearização de funções [48]. Este ajuste no domínio das fases foi empregado em programas do tipo EMTP, utilizando, na representação dos parâmetros de linha, funções racionais e fazendo expansão parcial para os valores de freqüência mais altos da faixa considerada [49, 50].

II.1 - O modelo proposto

Uma das grandes dificuldades no estudo de transitórios eletromagnéticos é a correta representação da linha de transmissão. Em geral, as linhas de transmissão não podem ser representadas diretamente no domínio do tempo, porque os parâmetros longitudinais da linha são dependentes da freqüência. Por causa do acoplamento mútuo entre as fases e da dependência com a freqüência, há uma matriz de impedâncias cheia para cada valor de freqüência. Como a variação das capacitâncias em função da freqüência para linhas de transmissão é desprezível até 1 MHz, tem-se uma única matriz de admitâncias cheia para toda a faixa de freqüência a ser analisada neste trabalho. Nesse caso, considera-se os parâmetros transversais representados apenas por capacitâncias, desconsiderando as condutâncias no caso de aplicação de circuitos **B** e utilizando uma estrutura mais simplificada para esses circuitos. Ao empregar a transformação modal, os parâmetros de linha são modelados em componentes de modos e as matrizes representativas da linha tornam-se matrizes diagonais.

O modelo proposto neste texto considera linhas de transmissão trifásicas de circuito duplo, analisadas por meio de uma transformação modal única e real para toda a faixa de freqüência de transitórios eletromagnéticos de manobra e de falta. No caso deste trabalho, tal análise é aplicada a linhas que tenham eixo de simetria vertical definido. Dessa forma, é possível desacoplar os dois circuitos trifásicos realizando em seguida a transformação para o domínio dos modos. Neste trabalho, isto é obtido pela aplicação de uma única matriz de transformação composta por elementos reais em toda a faixa de freqüência analisada. Esta matriz de transformação é obtida pela manipulação de duas matrizes reais e independentes da freqüência [35 - 45, 51, 52].

Com o objetivo de melhorar a representação dos parâmetros de linha dependentes da freqüência em programas que trabalham no domínio do tempo, tais como EMTP, EMTDC, ATP e MICROTRAN, o modelo proposto é introduzido com o uso de transformadores ideais e de elementos de circuitos elétricos [11, 29, 35 - 42, 51, 52]. Dessa forma, a matriz de transformação é representada por conjuntos de transformadores monofásicos ideais e a dependência com a freqüência dos parâmetros longitudinais é representada por cascatas de circuitos B modificados, denominados circuitos sintéticos [11, 53 - 57]. A figura II.1 mostra graficamente o modelo proposto para linhas de transmissão de circuito duplo.



Figura II.1 - Representação gráfica do modelo proposto.

Será mostrado no próximo capítulo que, para linhas transpostas, obtêm-se os modos exatos da linha e, para linhas não transpostas, não ocorre a diagonalização das matrizes de impedâncias e de admitâncias. Ao analisar os tipos de transposição mostrados no capítulo III, pretende-se estudar detalhes da aplicação do modelo proposto e estabelecer as simplificações relacionadas a cada um dos tipos de transposição. No caso da linha não transposta, os elementos fora da diagonal principal das matrizes modais serão desconsiderados. Dessa forma, as cascatas de circuitos sintéticos representarão seis modos exatos (linhas transpostas), ou seis aproximações para os modos exatos chamadas de quase modos. Por esse motivo, denomina-se o modelo proposto modelo de modelo de quase modos.

II.2 - Apresentação da linha real analisada

Neste trabalho, o modelo de quase modos será aplicado em uma linha de transmissão real de circuito duplo. A estrutura da torre, apresentada na figura II.2, é utilizada pela CESP (Companhia Energética de São Paulo) na interligação do centro produtor de Urubupungá (hidrelétricas de Júpia e Ilha Solteira) com os centros consumidores do interior do estado de São Paulo (Bauru e Araraquara) e da região metropolitana da capital do estado (Cabreúva, Santo Ângelo e Embú Guaçu). Da hidrelétrica de Ilha Solteira, localizada no Rio Paraná, na divisa dos estados de Mato Grosso do Sul e São Paulo, partem três linhas que utilizam a estrutura de torre mostrada na figura II.2. Para as simulações apresentadas neste trabalho utilizou-se um trecho com extensão de 250 km. Os cabos pára-raios são considerados aterrados e com tensão nula.

A figura II.3 mostra a região servida por algumas linhas de transmissão de circuito duplo que partem da hidrelétrica de Ilha Solteira.



Figura II.2 - Estrutura da linha de transmissão real (CESP).



Figura II.3 - Região servida pelas linhas de circuito duplo da hidrelétrica de Ilha Solteira

Os valores de altura apresentados na figura II.2 são referentes ao posicionamento na torre (h_{TORRE}) . Ou seja, as alturas médias (h_M) dos condutores, utilizadas na determinação das matrizes representativas da linha, são calculadas levando-se em conta a flecha a meio vão (h_{FLECHA}) dos condutores e dos cabos páraraios. Assim, a altura média será:

$$h_M = h_{TORRE} - \frac{2}{3} \cdot h_{FLECHA} \tag{II.1}$$

Os cabos condutores (ACSR-26/7-636 MCM) têm as seguintes características:

- raio externo:	12,57 mm;
- raio interno:	4,635 mm;
- flecha a meio vão:	13,43 m;
- resistência nominal:	0,089898 S /km a 25°C;
- permissividade relativa:	1;

- permeabilidade magnética relativa: 1.

As características dos cabos pára-raios (EHS - 3/8" - classe A) são:

4,572 mm;
6,4 m;
4,188 S /km a 25°C;
1;

- permeabilidade magnética relativa: 70.

Outras características da linha:

- tensão:	440 kV;
- extensão analisada:	250 km;
- resistividade do solo:	1000 S .m.

Apresenta-se, no próximo capítulo, o desenvolvimento matemático referente ao modelo de quase modos aplicado na análise de linhas de transmissão de circuito duplo.



Comparativamente, o tempo de um fenômeno transitório é insignificante em relação ao tempo em que um sistema elétrico trabalha em regime permanente. No entanto, os fenômenos transitórios causam as maiores solicitações de tensão e corrente em um sistema elétrico. O fenômeno transitório pode ser conseqüência de alteração brusca na configuração física do circuito elétrico, na tensão elétrica, na corrente elétrica ou, ainda, uma soma de todos esses fatores. Durante a ocorrência de um transitório, há uma redistribuição de energia, sendo que o estado do circuito elétrico é redirecionado para uma nova condição de regime permanente. Esta redistribuição de energia não é instantânea, pois a corrente elétrica não varia bruscamente em uma indutância nem, tampouco, a tensão varia bruscamente em uma capacitância. Assim, essa redistribuição de energia necessita de um tempo finito para se completar.

Em linhas de transmissão submetidas a bruscas alterações de tensão ou corrente, o fenômeno transitório localizado, inicialmente, em um determinado ponto, não é reproduzido instantaneamente em outro ponto da linha. É necessário um tempo finito para a propagação do fenômeno [1, 2, 8, 10, 58]. A linha de transmissão, constituída por parâmetros continuamente distribuídos, pode ser considerada como a soma de intervalos de comprimento infinitesimal) x. A figura III.1 mostra um desses intervalos.



Figura III.1 - Intervalo de comprimento infinitesimal de linha de transmissão monofásica.

Tomando *u* como tensão e *i* como corrente, tem-se:

$$u(x,t) = R(f) \cdot \Delta x \cdot i(x + \Delta x, t) + L(f) \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial i(x + \Delta x, t)}{\partial t} + u(x + \Delta x, t)$$
(III.1)

Isolando a tensão da corrente, tem-se:

$$\frac{-u(x+\Delta x,t)+u(x,t)}{\Delta x} = \left[R(f)+L(f)\frac{\partial}{\partial t}\right] \cdot i(x+\Delta x,t)$$
(III.2)

Da mesma forma, para a corrente, tem-se:

$$i(x + \Delta x, t) = i(x, t) - G(f) \cdot \Delta x \cdot u(x, t) - C \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial u(x, t)}{\partial t}$$
(III.3)

Isolando a corrente da tensão, tem-se:

$$\frac{-i(x+\Delta x,t)+i(x,t)}{\Delta x} = \left[G(f)+C\cdot\frac{\partial}{\partial t}\right]\cdot u(x,t)$$
(III.4)

Escrevendo as equações (III.2 e III.4) em notação fasorial e fazendo o comprimento tender a zero, obtêm-se as equações diferenciais de uma linha de transmissão monofásica. Neste caso, u_F é a tensão de fase, i_F é a corrente de fase, Z é a impedância da linha por unidade de comprimento e Y é a admitância da linha por unidade de comprimento.

$$-\frac{\partial u_F}{\partial x} = Z \cdot i_F \quad e \quad -\frac{\partial i_F}{\partial x} = Y \cdot u_F$$
(III.5)

No caso de linhas de transmissão polifásicas, u_F é o vetor de tensões de fase, i_F é o vetor de correntes de fase, *Z* é a matriz de impedâncias por unidade de comprimento e *Y* é a matriz de admitâncias por unidade de comprimento.

Como o modelo proposto utiliza transformação modal, ao realizar a mudança de base para o domínio dos modos, tem-se:

$$u_{MD} = T_V \cdot u_F \quad e \quad i_{MD} = T_I \cdot i_F \tag{III.6}$$

A matriz T_V é a matriz de transformação modal em relação às tensões e u_{MD} é o vetor de tensões em componentes modais. Assim, T_I é a matriz de transformação modal em relação às correntes e i_{MD} é o vetor de correntes em componentes modais. Aplicando estas transformações na equação (III.5), tem-se:

$$-\frac{\partial (T_V^{-1} \cdot u_{MD})}{\partial x} = Z \cdot T_I^{-1} \cdot i_{MD} \quad e \quad -\frac{\partial (T_I^{-1} \cdot i_{MD})}{\partial x} = Y \cdot T_V^{-1} \cdot u_{MD}$$
(III.7)

Como $T_V e T_I$ são independentes do comprimento x, pode-se isolar $u_{MD} e i_{MD}$. Dessa forma, tem-se:

$$-\frac{\partial u_{MD}}{\partial x} = T_V \cdot Z \cdot T_I^{-1} \cdot i_{MD} \quad e \quad -\frac{\partial i_{MD}}{\partial x} = T_I \cdot Y \cdot T_V^{-1} \cdot u_{MD}$$
(III.8)

Utilizando a equação anterior, determina-se a matriz de impedâncias e a matriz de admitâncias em componentes modais por unidade de comprimento:

$$Z_{MD} = T_V \cdot Z \cdot T_I^{-1} \quad e \quad Y_{MD} = T_I \cdot Y \cdot T_V^{-1}$$
(III.9)

Para determinar $T_V e T_I$, utiliza-se a notação complexa de u_F . Considerando a linha monofásica, tem-se:

$$u_F = \operatorname{Re}\left[u \cdot e^{\gamma x} \cdot e^{j\omega t}\right]$$
(III.10)

onde (é a constante de propagação da linha, T é a freqüência angular da linha e t é o tempo. Derivando em função de x, tem-se:

$$\frac{\partial u_F}{\partial x} = \operatorname{Re}\left[\gamma \cdot u \cdot e^{\gamma x} \cdot e^{j\overline{\omega}t}\right]$$
(III.11)

A derivada de segunda ordem, em relação a x, é:

$$\frac{\partial^2 u_F}{\partial x^2} = \operatorname{Re}\left[\gamma^2 \cdot u \cdot e^{\gamma x} \cdot e^{j\overline{\omega}t}\right]$$
(III.12)

Ao aplicar o desenvolvimento das equações (III.10 e III.12) em uma única equação, representando linhas de transmissão, tem-se:

$$\frac{\partial^2 u_F}{\partial x^2} = \Gamma^2 \cdot u \tag{III.13}$$

Tem-se, ainda:

$$-\frac{\partial^2 u_F}{\partial x^2} = Z \cdot \frac{\partial i_F}{\partial x} = Z \cdot Y \cdot u_F$$
(III.14)

Então:

$$\left[Z \cdot Y - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right] \cdot u_F = 0$$
(III.15)

Dessa forma:

$$\left[Z \cdot Y - \Gamma^2\right] \cdot u = 0 \tag{III.16}$$

No caso de linha de circuito duplo, obtém-se a matriz de autovalores representada por ' ²:

$$\Gamma^{2} = \begin{bmatrix} \gamma_{1}^{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{2}^{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_{3}^{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_{4}^{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_{5}^{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_{6}^{2} \end{bmatrix}$$
(III.17)

Assim, a matriz de transformação T_V é composta pelos autovetores da linha em relação às tensões, pois '² é a matriz de autovalores.

Ou seja:

$$T_V \cdot (Z \cdot Y) \cdot T_V^{-1} = \Gamma^2$$
 (III.18)

Fazendo desenvolvimento semelhante para a corrente, tem-se:

$$-\frac{\partial^2 i_F}{\partial x^2} = Y \cdot \frac{\partial u_F}{\partial x} = Y \cdot Z \cdot i_F$$
(III.19)

Nesse caso, chega-se a:

$$\left[Y \cdot Z - \Gamma^{2}\right] \cdot i = 0 \tag{III.20}$$

Assim:

$$T_{I} \cdot (Y \cdot Z) \cdot T_{I}^{-1} = \Gamma^{2}$$
(III.21)

Transpondo a equação (III.18), tem-se:

$$\left(T_{V}^{-1}\right)^{t} \cdot \left(Y \cdot Z\right) \cdot T_{V}^{t} = \Gamma^{2}$$
(III.22)

Comparando as duas equações anteriores, tem-se:

$$T_V^{-1} = T_I^t \tag{III.23}$$

Dessa forma, pode-se determinar apenas uma matriz de transformação, utilizando o cálculo de autovetores e encontrando a outra matriz de transformação ao utilizar a equação (III.23). A aplicação das matrizes de transformação, que são matrizes de autovetores, diagonaliza o produto das matrizes Z e Y. No caso das matrizes Z_{MD} e Y_{MD} , tem-se:

$$Z_{MD} \cdot Y_{MD} = T_V \cdot Z \cdot T_I^{-1} \cdot T_I \cdot Y \cdot T_V^{-1} = \Gamma^2 = Y_{MD} \cdot Z_{MD}$$
(III.24)

Como as matrizes Z_{MD} e Y_{MD} são simétricas, segundo algumas definições da álgebra linear [5, 6], o resultado da equação III.24 só é possível se a estrutura de cada uma das duas matrizes for idêntica à estrutura da matriz resultante do produto. Ou seja, as estruturas da matriz Z_{MD} e da matriz Y_{MD} são idênticas à estrutura da matriz ' ². Desta forma, se a matriz de autovalores é uma matriz diagonal, as matrizes Z_{MD} e Y_{MD} também são matrizes diagonais. Portanto, $T_V \in T_I$ são autovetores dos produtos $ZY \in YZ$, como também de cada uma das matrizes $Z \in Y$. Assim, no domínio dos modos as matrizes de impedâncias e de admitâncias serão matrizes diagonalizadas. Não há acoplamentos mútuos entre os modos e a linha de transmissão de circuito duplo é representada por seis modos independentes [4, 8, 29, 33, 35 - 42, 51, 53 -57]. Ou seja, a linha de transmissão de circuito duplo pode ser representada por seis circuitos monofásicos independentes em componentes modais.

Como a matriz Z é dependente da freqüência, as matrizes de transformação $T_v e T_I$ também serão dependentes da freqüência. Assim, na transformação modal exata, haverá a necessidade de serem determinadas as matrizes de transformação para cada valor de freqüência. Além disso, estas matrizes de transformação não são únicas para cada valor de freqüência. Há famílias de matrizes de autovetores, ou seja, famílias de matrizes de transformação para cada valor de freqüência que diagonalizam as matrizes de impedâncias e de admitâncias [5, 6, 9, 10, 28, 29]. Ao utilizar métodos de convolução, para se conseguir um método computacional capaz de trabalhar com todas essas características, seriam utilizadas $4(n^2+n)$

operações escalares em cada passo de tempo da simulação desejada. No caso de ajustes diretamente no domínio das fases, esse número seria reduzido para *4n* operações escalares, onde o termo *n* representa a quantidade de cabos condutores ou de feixes de cabos condutores da linha [24].

A proposta deste trabalho é utilizar uma matriz única e real que substitua as duas matrizes de transformação $T_v e T_l$, obtendo para uma ampla faixa de freqüência resultados semelhantes à transformação exata ao se analisar uma linha de transmissão de circuito duplo [51-57]. Nesse caso, seriam eliminadas as operações escalares de determinação das matrizes de transformação. Uma matriz de transformação constante, geralmente calculada em relação a um valor de freqüência considerado relevante para um determinado fenômeno, poderia amplificar interferências e oscilações indesejadas [29]. Portanto, a transformação única e real, proposta neste texto para linhas de circuito duplo com plano de simetria vertical, tem as seguintes características:

i) não é calculada em função de um valor médio de freqüência;

ii) é utilizada em uma ampla faixa de freqüência;

iii) sua utilização não é baseada em métodos de convolução, evitando-se o aumento indesejável do tempo computacional de uma determinada simulação;

iv) obtêm-se modos exatos para linhas idealmente transpostas e uma boa aproximação para linhas não transpostas.

Essa transformação será aplicada à faixa de transitórios eletromagnéticos característicos de manobras e de faltas, entre 10 Hz e 10 kHz. Nos próximos itens desse equacionamento matemático, para que a precisão do modelo seja comprovada, esta faixa de freqüência será estendida até 1 MHz, compreendendo 5 décadas. A matriz de transformação citada será obtida da multiplicação entre duas matrizes. A primeira dessas matrizes é baseada nas características geométricas e em relações de soma e diferença entre as correntes de linha. Tal matriz de transformação é denominada média-antimédia e sua função é eliminar os acoplamentos entre os dois circuitos trifásicos da linha de circuito duplo. Para que isso ocorra, há a necessidade de que a linha tenha um plano de simetria vertical. No caso da segunda matriz, o objetivo é eliminar os acoplamentos entre os parâmetros médios e também entre os parâmetros antimédios. Assim, no caso das matrizes médias, a segunda matriz de transformação a ser aplicada é a matriz de Clarke [29, 35 - 42]. Já para as matrizes antimédias, dependendo do tipo de transposição, aplica-se a matriz de Clarke ou uma outra matriz determinada no item III.3 e denominada T_{UN} [53 - 57].

III.1 - Representação esquemática de uma linha de transmissão de circuito duplo

Uma linha de transmissão de circuito duplo pode ser representada, genericamente, pelo esquema mostrado na figura III.2, no qual cada um dos circuitos trifásicos é agrupado separadamente do outro. Considerando os cabos pára-raios implicitamente incluídos nas impedâncias das fases e a existência de um eixo de simetria vertical, determinam-se três pares de condutores simétricos, segundo a figura III.3. Nesta figura, ao invés da identificação das fases de cada circuito, numeram-se os cabos em sentido horário a partir do canto superior esquerdo. Utilizando essa identificação, a figura III.4 mostra um esquema gráfico dos acoplamentos mútuos em relação ao equivalente da primeira fase. Generalizando para as outras fases, obtêm-se as matrizes de impedâncias e de admitâncias de uma linha de circuito duplo genérica (equação III.25).



Figura III.2 - Representação esquemática de uma linha de circuito duplo.



Figura III.3 - Pares de condutores simétricos em uma linha de circuito duplo.



Figura III.4 - Acoplamentos mútuos do equivalente de uma fase da linha de circuito duplo.

A equação (III.25) mostra a estrutura das matrizes Z e Y.

$$Z = \begin{bmatrix} A & D & E & C & G & H \\ D & A & H & G & C & E \\ E & H & B & J & L & M \\ C & G & J & I & N & L \\ G & C & L & N & I & J \\ H & E & M & L & J & B \end{bmatrix} e Y = \begin{bmatrix} A' & D' & E' & C' & G' & H' \\ D' & A' & H' & G' & C' & E' \\ E' & H' & B' & J' & L' & M' \\ C' & G' & J' & I' & N' & L' \\ G' & C' & L' & N' & I' & J' \\ H' & E' & M' & L' & J' & B' \end{bmatrix}$$
(III.25)

As matrizes $Z \in Y$ são matrizes simétricas, pois os elementos fora da diagonal principal estão relacionados aos acoplamentos entre dois condutores específicos do conjunto analisado. Na diagonal principal, os elementos estão relacionados aos valores próprios de impedâncias e admitâncias. Baseando no eixo de simetria da figura III.3, os valores próprios terão apenas três valores diferentes, sendo que cada valor se repete duas vezes.

III.2 - A transformação média-antimédia

A transformação média-antimédia é obtida baseando-se nos pares simétricos da figura III.3. Ou seja, para que a aplicação dessa transformação resulte no desacoplamento dos circuitos, utiliza-se um plano de simetria vertical. Dessa forma, tal transformação depende da geometria da linha de transmissão, sendo determinada mediante soma e diferença das correntes de linha, ou tensões de fase, de cada par de condutores da figura III.3. O principal objetivo dessa transformação é alterar a base vetorial do sistema, anulando determinados elementos das matrizes Z e Y. Ou seja, será feita uma combinação linear entre os elementos da matriz Y. De forma mais concisa, dois novos circuitos trifásicos são criados e entre estes novos circuitos trifásicos não existe acoplamento mútuo. Ou seja, eles estão desacoplados.

Seja considerada uma matriz G, com relação às correntes de linha, ou também com relação às

tensões de fase em um ponto genérico da linha para aplicação da transformação média-antimédia. Como transitórios eletromagnéticos não se apresentam instantaneamente em toda a extensão de uma linha de transmissão, ao se considerar um ponto genérico dessa linha, trabalha-se no domínio do tempo. Com outras definições iniciais, uma análise semelhante a que se segue poderia ser aplicada a outros domínios, como o domínio da freqüência.

Tomam-se dois grupos de elementos da matriz G, identificados por $G_D e G_E$, relacionados a pares de fases, ou pares de condutores. Considera-se uma transformação das matrizes $G_D e G_E em$ duas matrizes denominadas média e antimédia, introduzindo um fator de normalização k. Tais matrizes são definidas por:

$$G_{M} = \frac{(G_{D} + G_{E}) \cdot k}{2} \quad e \quad G_{A} = \frac{(G_{D} - G_{E}) \cdot k}{2}$$
 (III.26)

A transformação inversa será:

$$G_D = \frac{G_M + G_A}{k} \quad e \quad G_E = \frac{G_M - G_A}{k} \tag{III.27}$$

Considera-se a matriz G_{MA} , formada pelos elementos das matrizes $G_M e G_A$ em seqüência. Isso pode ser considerado uma transformação da matriz G, obtida diretamente da equação (III.26). Essa transformação converte os valores relacionados ao domínio das fases em valores relacionados às coordenadas média-antimédia. Considerando esta transformação aplicada às correntes de linha e às tensões de fase, têm-se as matrizes de impedância e de admitância nas coordenadas média-antimédia. Ao considerar o plano de simetria vertical, os elementos que relacionam as matrizes $G_M e G_A$ serão nulos, obtendo-se internamente dois grupos independentes na matriz G_{MA} . Nesse processo não se utiliza nenhuma aproximação matemática. Deve-se enfatizar que essa transformação é exata, baseada apenas nas características geométricas da linha. Ou seja, é real, independente da freqüência e semelhante para tensões e correntes. Além disso, tal manipulação matemática pode ser aplicada diretamente no domínio do tempo, nas matrizes de impedância e de admitância, representativas de uma linha de transmissão. Cria-se, então, uma nova base vetorial, dependente das características da base vetorial inicial. Em outras palavras, partindo de uma representação matricial mais complexa, pode-se obter uma outra representação matricial mais simples do mesmo conjunto de elementos.

Aplicando a transformação média-antimédia em um linha trifásica simples, com um eixo de simetria vertical definido e com os pára-raios considerados implícitos, todas as relações entre as fases, ou condutores, serão consideradas nos elementos médios, sendo anuladas nos elementos antimédios. No caso

de linhas de transmissão representadas por matrizes de sexta ordem, quando os pára-raios são considerados implícitos, tendo um plano de simetria definido, obtêm-se dois circuitos trifásicos independentes: o circuito de valores médios e o circuito de valores antimédios. Exemplos dessas linhas são as linhas hexafásicas e as linhas trifásicas de circuito duplo.

Assim, para a aplicação em uma linha de circuito duplo, o fator de normalização está relacionado à média dos valores de fase. Ou seja, será determinado por:

$$k = \sqrt{2} \tag{III.28}$$

As matrizes de impedâncias e de admitâncias, em componentes médios-antimédios, serão determinadas da seguinte forma:

$$Z_{MA} = T_{MA} \cdot Z \cdot T_{MA}^{-1} \quad e \quad Y_{MA} = T_{MA} \cdot Y \cdot T_{MA}^{-1}$$
(III.29)

A matriz de transformação média-antimédia e sua inversa são apresentadas abaixo, já considerando o fator de normalização *k*.

$$T_{MA} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} e^{-T_{MA}^{-1}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix}$$
(III.30)

Considerando uma linha com eixo de simetria vertical definido, no domínio médio-antimédio, não haverá relação entre os valores médios e os valores antimédios definidos pela equação anterior. Haverá dois grupos independentes nas matrizes Z e Y, representativas da linha de transmissão, configurando dois novos circuitos trifásicos sem acoplamento mútuo. Ou seja:

$$Z_{MA} = \begin{bmatrix} Z_M & 0 \\ 0 & Z_A \end{bmatrix} \quad e \quad Y_{MA} = \begin{bmatrix} Y_M & 0 \\ 0 & Y_A \end{bmatrix}$$
(III.31)

Representando separadamente as matrizes em componentes médios e antimédios, tem-se, para as matrizes de impedâncias:

$$Z_{M} = \begin{bmatrix} A+D & E+H & G+C \\ E+H & B+M & L+J \\ G+C & L+J & I+N \end{bmatrix} e Z_{A} = \begin{bmatrix} A-D & E-H & G-C \\ E-H & B-M & L-J \\ G-C & L-J & I-N \end{bmatrix}$$
(III.32)

Para as matrizes de admitâncias, tem-se:

$$Y_{M} = \begin{bmatrix} A'+D' & E'+H' & G'+C' \\ E'+H' & B'+M' & L'+J' \\ G'+C' & L'+J' & I'+N' \end{bmatrix} e Y_{A} = \begin{bmatrix} A-D' & E'-H' & G'-C' \\ E'-H' & B'-M' & L'-J' \\ G'-C' & L'-J' & I'-N' \end{bmatrix}$$
(III.33)

Como houve apenas uma mudança de base vetorial, se as matrizes Z e Y são dependentes da freqüência, as matrizes Z_M , Z_A , $Y_M e Y_A$ também conservam esta dependência.

III.3 - A transformação para o domínio dos modos

A transformação média-antimédia gera dois circuitos trifásicos desacoplados a partir de uma linha de transmissão de circuito duplo simétrica. Após o desacoplamento dos circuitos, os parâmetros médios e os parâmetros antimédios são transformados para o domínio dos modos. Aplica-se, nos parâmetros médios, a matriz de Clarke [29, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41 e 42] e, nos parâmetros antimédios, há casos em que se usa a matriz de Clarke e casos em que se usa uma matriz denominada T_{UN} . A matriz T_{UN} foi calculada utilizando-se a matriz de Clarke como passo inicial na determinação de matrizes de autovetores para a transposição operacional, que será apresentada em um dos próximos itens.

De forma semelhante à análise de linhas trifásicas simples [29], obtêm-se modos exatos para linhas de circuito duplo transpostas. Ou seja, as matrizes de impedâncias e admitâncias são matrizes diagonais. Já para a linha não transposta e simétrica, obtêm-se matrizes de impedâncias e de admitâncias com acoplamentos entre os modos. Por não se obter a diagonalização dessas matrizes, não produzindo modos independentes, utilizou-se a denominação de quase modos, pois no modelo, despreza-se o acoplamento mútuo entre os modos. No caso da linha de transmissão de circuito duplo não transposta, estuda-se no capítulo IV a possibilidade do modelo proposto ser uma boa aproximação na análise de transitórios eletromagnéticos de manobras e de faltas.

A matriz de Clarke e a sua matriz inversa estão definidas na próxima equação.

$$T_{CL} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} e T_{CL}^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}$$
(III.34)

Ao aplicar a transformação de Clarke nas matrizes de parâmetros médios, tem-se:

$$Z_{M\alpha\beta 0} = T_{CL} \cdot Z_M \cdot T_{CL}^{-1} \quad e \quad Y_{M\alpha\beta 0} = T_{CL} \cdot Y_M \cdot T_{CL}^{-1}$$
(III.35)

A matriz, determinada por combinação linear dos elementos da matriz de Clarke, será denominada matriz T_{UN} . Essa matriz e sua inversa estão definidas na equação (III.36).

$$T_{UN} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \end{bmatrix} \quad e \quad T_{UN}^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{2}{\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \end{bmatrix}$$
(III.36)

Essa transformação gera as seguintes matrizes de impedâncias e de admitâncias, a partir das matrizes de parâmetros antimédios:

$$Z_{A\alpha\,'\beta\,0'} = T_{UN} \cdot Z_A \cdot T_{UN}^{-1} \quad e \quad Y_{A\alpha\,'\beta\,0'} = T_{UN} \cdot Y_A \cdot T_{UN}^{-1} \tag{III.37}$$

No caso da matriz T_{UN} , os modos obtidos foram denominados de "', \$ e 0'. A denominação do primeiro e do terceiro modos ("' e 0') está relacionada ao sentido dos fluxos de corrente em cada um deles que é semelhante ao sentido dos fluxos da transformação de Clarke. Além disso, os resultados numéricos demonstram que o modo "' da transformação T_{UN} tem valores semelhantes ao modo "' da transformação de Clarke (figuras III.10 e III.11). O modo \$ é idêntico para as duas transformações.

Após a aplicação da transformação de Clarke e da transformação T_{UN} , há dois circuitos trifásicos independentes, representados no domínio dos modos (linhas transpostas) ou no domínio de quase-modos (linhas não transpostas).

Como a matriz de Clarke e a matriz T_{UN} atuam nos elementos não nulos da matriz Z_{MA} , pode-se

constituir matrizes de sexta ordem, colocando a matriz de Clarke e a matriz T_{UN} em posições adequadas para atuarem nos respectivos elementos da matriz Z_{MA} .

Ou seja:

$$T_{UN6} = \begin{bmatrix} T_{CL} & 0\\ 0 & T_{UN} \end{bmatrix} \quad e \quad T_{UN6}^{-1} = \begin{bmatrix} T_{CL}^{-1} & 0\\ 0 & T_{UN}^{-1} \end{bmatrix}$$
(III.38)

Utilizando as matrizes T_{MA} e T_{UN6} , obtém-se a matriz de transformação única e real capaz de criar, no domínio dos modos, seis circuitos independentes que representam a linha de transmissão de circuito duplo transposta. Para o caso não transposto, desconsidera-se os elementos fora da diagonal, utilizando-se os quase modos. O diferença entre modos e quase modos é analisada no capítulo IV.

III.4 - A matriz de transformação

A matriz de transformação é obtida pela multiplicação entre as matrizes média-antimédia e T_{UN6} . Desta forma, é uma matriz real, constante, independente da freqüência.

Ou seja:

$$T_{FM} = T_{MA} \cdot T_{UN6} \tag{III.39}$$

Das equações (III.29, III.36 e III.38), obtém-se:

$$T_{FM} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2}\sqrt{6} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}$$
(III.40)

Nesse caso, a matriz de transformação inversa (T_{FM}^{-1}) é igual a matriz de transformação transposta (T_{FM}^{-1}) .

A matriz de transformação inversa é:

$$T_{FM}^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}$$
(III.41)

Observa-se, nessas duas últimas equações, que a matriz de transformação, como também sua inversa, são matrizes únicas, reais e independentes da freqüência. O modelo proposto utiliza essa matriz transformação para substituir as matrizes exatas de transformação modal $T_V e T_I$. Ou seja:

$$Z_{MD} = T_{FM} \cdot Z \cdot T_{FM}^{-1} \quad e \quad Y_{MD} = T_{FM} \cdot Y \cdot T_{FM}^{-1}$$
(III.42)

As matrizes Z_{MD} e Y_{MD} têm a seguinte composição:

$$Z_{MD} = \begin{bmatrix} Z_{M\alpha\beta\,0} & 0 \\ 0 & Z_{A\alpha\beta\,0} \end{bmatrix} \quad e \quad Y_{MD} = \begin{bmatrix} Y_{M\alpha\beta\,0} & 0 \\ 0 & Y_{A\alpha\beta\,0} \end{bmatrix}$$
(III.43)

A estrutura interna de cada uma das parcelas não nulas de Z_{MD} e Y_{MD} depende do tipo de transposição de linha. Em uma linha transposta, há relações de igualdade entre alguns modos ou, até mesmo, entre a maioria os modos para o caso ideal [4, 33, 28, 29]. Nesses casos, utiliza-se uma única matriz de autovetores, pois esta realiza a diagonalização simultânea das matrizes Z e Y. Uma propriedade importante das matrizes de linhas transpostas é:

$$Z \cdot Y = Y \cdot Z \tag{III.44}$$

Pode-se aplicar uma única matriz de autovetores em ambos os lados da igualdade [5, 6]:

$$T_V \cdot (Z \cdot Y) \cdot T_V^{-1} = T_V \cdot (Y \cdot Z) \cdot T_V^{-1}$$
(III.45)

Assim, se a transformação T_{FM} diagonalizar a matriz de impedâncias, a matriz T_{FM} será uma matriz de autovetores da matriz Z e, por conseqüência, diagonalizará a matriz Y, substituindo as matrizes de
transformação $T_V e T_I$, pois, neste caso, estas matrizes serão idênticas [5, 6]. Como forma de detalhar a aplicação da matriz T_{FM} e de estabelecer os extremos da aplicação do modelo proposto, três tipos de transposição da linha de transmissão de circuito duplo são analisados nos próximos itens.

III.5 - Transposição completa

Considera-se a linha de transmissão de circuito duplo idealmente transposta. O feixe de condutores de uma fase troca de posição com todos os outros feixes de condutores de fase. Assim, cada feixe ocupa todas as posições relativas entre os outros feixes de condutores e todas as posições de fixação na torre. Dessa forma, o acoplamento mútuo se reduz a um único valor, bem como a impedância própria tem valor único para qualquer fase. Essa transposição é uma proposta teórica, pois não há sentido prático na aplicação de tal transposição em uma linha de transmissão de circuito duplo. No entanto, analisar tal transposição tem por objetivo fixar os limites extremos da aplicação do modelo proposto. Um desses extremos é o caso idealizado, sendo que o outro extremo é a linha sem transposição. As outras transposições apresentadas neste texto são casos intermediários entre esses extremos. Dessa forma, tomando como referência a figura III.4 e a equação (III.25), tem-se:

$$Z_{C} = \begin{bmatrix} A & D & D & D & D & D \\ D & A & D & D & D & D \\ D & D & A & D & D & D \\ D & D & A & D & D & D \\ D & D & D & A & D & D \\ D & D & D & D & A & D \\ D & D & D & D & A & D \end{bmatrix}$$
(III.46)

Aplicando a matriz T_{FM} , as matrizes de impedâncias, em componentes modais, são:

$$Z_{CM\alpha\beta0} = \begin{bmatrix} A - D & 0 & 0 \\ 0 & A - D & 0 \\ 0 & 0 & A + 5D \end{bmatrix}$$
(III.47)
$$Z_{CA\alpha\beta0} = \begin{bmatrix} A - D & 0 & 0 \\ 0 & A - D & 0 \\ 0 & 0 & A - D \end{bmatrix} = Z_{CA\alpha'\beta0'}$$

Para os parâmetros antimédios neste caso, pode-se aplicar qualquer matriz de transformação, pois o resultado obtido será idêntico ao obtido pela aplicação de T_{FM} . Isso será analisado com detalhes no capítulo IV. Assim, a matriz de transformação única e real diagonaliza a matriz de impedâncias de uma linha de transmissão idealmente transposta [4, 10, 28, 29, 33, 35 - 42]. A linha de transmissão de circuito duplo, quando idealmente transposta, é transformada em seis circuitos monofásicos independentes no domínio dos modos, sendo cinco deles idênticos (M^{''}, A^{''}, M\$, A\$ e A0).

A figura III.5 mostra as resistências em componentes modais da linha real, apresentada na figura II.2, quando submetida à transposição completa. Para se chegar a esses resultados, os parâmetros elétricos dessa linha, utilizados para a aplicação da transformação completa e da matriz T_{FM} , foram determinados pela aplicação de fórmulas de Bessel, de Kelvin e de Carson, considerando os cabos pára-raios implícitos [29] e a estrutura da linha mostrada no capítulo II. A figura III.5 mostra que as curvas têm valores crescentes. No caso dos modos idênticos, os valores permanecem praticamente constantes até 100 Hz. Tais resultados são semelhantes aos observados para outros tipos de linhas na condição de idealmente transposta.



Figura III.5 - Resistências [S /km], em componentes modais, da transposição completa.

III.6 - Transposição rotacional

Nesse tipo de transposição, realiza-se a rotação de todo o conjunto de condutores de fase, mantendo a posição relativa entre os mesmos. Por causa disso, as impedâncias próprias das fases adquirem

valores iguais e haverá três valores de acoplamentos mútuos em relação ao primeiro condutor de fase, conforme mostra a figura III.6. Cada um dos três valores de acoplamento mútuo refere-se a uma determinada posição relativa entre os condutores. Esse tipo de transposição é adequada para linhas hexafásicas.



Figura III.6 - Acoplamentos mútuos da transposição rotacional.

A matriz de transformação única e real, então, é composta pela transformação média-antimédia em associação apenas com a transformação de Clarke [28, 29, 43, 44, 45], pois a transformação T_{UN} foi desenvolvida para aplicação em casos específicos de linhas de transmissão de circuito duplo.

Utiliza-se a seguinte matriz de transformação:

$$T_{FMH} = T_{MA} \cdot T_{CL6} \quad e \quad T_{FMH}^{-1} = T_{MA}^{-1} \cdot T_{CL6}^{-1} = T_{FMH}^{t}$$
 (III.48)

Define-se a matriz T_{CL6} e sua inversa como:

$$T_{CL6} = \begin{bmatrix} T_{CL} & 0\\ 0 & T_{CL} \end{bmatrix} \quad e \quad T_{CL6}^{-1} = \begin{bmatrix} T_{CL}^{-1} & 0\\ 0 & T_{CL}^{-1} \end{bmatrix}$$
(III.49)

Baseando na equação (III.25) e na figura III.6, tem-se:

$$Z_{R} = \begin{bmatrix} A & Q & S & T & S & Q \\ Q & A & Q & S & T & S \\ S & Q & A & Q & S & T \\ T & S & Q & A & Q & S \\ S & T & S & Q & A & Q \\ Q & S & T & S & Q & A \end{bmatrix}$$
(III.50)

Aplicando a transformação T_{FMH} , há diagonalização da matriz Z_R , segundo a equação:

$$Z_{RMA} = T_{FMH} \cdot Z_R \cdot T_{FMH}^{-1}$$
(III.51)

Obtêm-se as seguintes matrizes de impedâncias no domínio dos modos:

$$Z_{RM\alpha\beta0} = \begin{bmatrix} A - Q - S + T & 0 & 0 \\ 0 & A + Q - S - T & 0 \\ 0 & 0 & A + 2Q + 2S + T \end{bmatrix}$$
(III.52)
$$Z_{RA\alpha\beta0} = \begin{bmatrix} A + Q - S - T & 0 & 0 \\ 0 & A - Q - S + T & 0 \\ 0 & 0 & A - 2Q + 2S - T \end{bmatrix}$$

Nesse caso, há dois conjuntos de modos iguais (M["] idêntico a A\$, A["] idêntico a M\$). Esses resultados são idênticos aos obtidos para uma linha hexafásica [28, 29, 43, 44, 45]. A figura III.7 mostra que o distanciamento entre as curvas dos grupos de modos da transposição rotacional, excetuando o modo M0, praticamente se inicia na freqüência de 100 Hz.



Figura III.7 - Resistências [S /km], em componentes modais, da transposição rotacional.

III.7 - Transposição operacional

O objetivo deste item é representar idealmente a transposição de linhas de transmissão de circuito duplo reais. Em termos práticos, realiza-se, independentemente, a transposição de cada um dos circuitos trifásicos da linha. Na análise matemática, a transposição ideal de cada um dos circuitos trifásicos é

independente do outro circuito. Mantêm-se os elementos de um mesmo circuito agrupados não havendo troca de posição entre elementos de circuitos diferentes. Têm-se um valor de impedância mútua entre os condutores de um mesmo circuito e um outro valor de impedância mútua entre os circuitos da linha, mostrados na figura III.8. Pode-se considerar a troca de lado entre os dois circuitos trifásicos. A diferença entre realizar ou não essa troca é a alteração dos valores numéricos dos acoplamentos mútuos e das impedâncias próprias da equação III.53.



Figura III.8 - Acoplamentos mútuos da transposição operacional.

A matriz de impedâncias é mostrada na equação abaixo.

$$Z_{P} = \begin{bmatrix} A & P & P & P & R & R \\ P & A & R & R & P & P \\ P & R & A & R & P & P \\ P & R & R & A & P & P \\ P & R & R & A & P & P \\ R & P & P & P & A & R \\ R & P & P & P & R & A \end{bmatrix}$$
(III.53)

Como há transposição ideal de cada circuito, considera-se a média ponderada da distância entre os condutores de circuitos diferentes, gerando um único valor de acoplamento entre os dois circuitos trifásicos existentes. As matrizes de impedâncias em componentes modais são:

$$Z_{M\alpha\beta0} = \begin{bmatrix} A - R & 0 & 0 \\ 0 & A - R & 0 \\ 0 & 0 & A + 2R + 3P \end{bmatrix}$$
(III.54)
$$Z_{A\alpha'\beta0'} = \begin{bmatrix} A + 2R - 3P & 0 & 0 \\ 0 & A - R & 0 \\ 0 & 0 & A - R \end{bmatrix}$$



Figura III.9 - Resistências [S /km], em componentes modais, da transposição operacional.

A figura III.9 mostra resultados semelhantes aos outros tipos de transposição: o modo M0 é o limite superior e o A0 é o limite inferior. Entre esses dois extremos, localizam-se os grupos de modos diferentes de A0. Nesse caso, há quatro modos idênticos (M", M\$, A\$ e A0') e o modo A" ' não é idêntico a A0. Esse tipo de transposição foi desenvolvido para reproduzir a transposição de linhas de circuito duplo em casos práticos, considerando transposição independente para cada circuito trifásico.

III.8 - Linha sem transposição

Na análise da linha sem transposição, não será aplicada de forma direta a matriz T_{FM} , pois não ocorrem simplificações semelhantes aos casos de transposição estudados. A figura III.4 apresenta os acoplamentos mútuos de uma linha dupla trifásica sem transposição. A equação (III.25) refere-se à situação não transposta e as matrizes médias e antimédias foram obtidas nas equações (III.32 e III.33). A partir da equação (III.32), aplica-se a transformada de Clarke nos parâmetros médios e a transformada T_{UN} nos parâmetros antimédios. Reescrevendo Z_M e Z_A de maneira simplificada, tem-se:

$$Z_{M} = \begin{bmatrix} a & d & e \\ d & b & f \\ e & f & c \end{bmatrix} \quad e \quad Z_{A} = \begin{bmatrix} g & j & m \\ j & h & p \\ m & p & i \end{bmatrix}$$
(III.55)

Equacionament o mat emát ico

Aplicando a transformada de Clarke em Z_M , obtém-se a seguinte matriz:

$$Z_{M\alpha\beta 0} = \begin{bmatrix} \frac{a+4b+c-4d+2e-4f}{6} & \frac{-a+c+2d-2f}{2\sqrt{3}} & \frac{-a+2b-c+d-2e+f}{3\sqrt{2}} \\ \frac{-a+c+2d-2f}{2\sqrt{3}} & \frac{a+c-2e}{2} & \frac{a-c+d-f}{\sqrt{6}} \\ \frac{-a+2b-c+d-2e+f}{3\sqrt{2}} & \frac{a-c+d-f}{\sqrt{6}} & \frac{a+b+c+2d+2e+2f}{3} \end{bmatrix}$$
(III.56)

Aplicando a transformada $T_{\rm UN}$ na matriz $Z_{\rm A}$, tem-se:

$$Z_{A\alpha'\beta0'} = \begin{bmatrix} \frac{g+h+i-2j+2m-2p}{6} & \frac{-g+i+j-p}{\sqrt{6}} & \frac{-g+2h-i-j-2m-p}{3\sqrt{2}} \\ \frac{-g+i+j-p}{\sqrt{6}} & \frac{g+i-2m}{2} & \frac{g-i+2j-2p}{2\sqrt{3}} \\ \frac{-g+2h-i-j-2m-p}{3\sqrt{2}} & \frac{g-i+2j-2p}{2\sqrt{3}} & \frac{g+4h+i+4j+2m+4p}{6} \end{bmatrix}$$
(III.57)

Para os casos de linhas de transmissão de circuito duplo transpostas, não se utilizou apenas a transformação T_{UN} para os parâmetros antimédios. Não se pode afirmar que a matriz T_{UN} apresenta melhores resultados do que a matriz de Clarke na obtenção de quase-modos. Necessita-se de uma análise numérica, determinando qual dessas duas transformações gera resultados mais próximos dos modos exatos da linha analisada. Tal análise será realizada no próximo capítulo. Dessa forma, apresenta-se a matriz gerada pela aplicação da transformação de Clarke na matriz de impedâncias antimédias:

$$Z_{A\alpha\beta0} = \begin{bmatrix} \frac{g+4h+i-4j+2m-4p}{6} & \frac{-g+i+2j-2p}{2\sqrt{3}} & \frac{-g+2h-i+j-2m+p}{3\sqrt{2}} \\ \frac{-g+i+2j-2p}{2\sqrt{3}} & \frac{g+i-2m}{2} & \frac{g-i+j-p}{\sqrt{6}} \\ \frac{-g+2h-i+j-2m+p}{3\sqrt{2}} & \frac{g-i+j-p}{\sqrt{6}} & \frac{g+h+i+2j+2m+2p}{3} \end{bmatrix}$$
(III.58)

Assim, para este caso, não se obtêm modos exatos, não se conseguindo, portanto, a diagonalização das matrizes de impedâncias em componentes modais. Tem-se a linha de transmissão de circuito duplo representada por quase modos, pois as matrizes de admitâncias também não serão diagonalizadas, segundo a equação (III.9). Para a diagonalização dessas matrizes e obtenção de modos exatos, necessita-se das matrizes de autovetores. De forma simplificada, tem-se:

Equacionament o mat emát ico

$$Z_{M\alpha\beta0} = \begin{bmatrix} m_{\alpha} & m_{\alpha\beta} & m_{\alpha0} \\ m_{\alpha\beta} & m_{\beta} & m_{\beta0} \\ m_{\alpha0} & m_{\beta0} & m_{0} \end{bmatrix} e (Z_{A\alpha\beta0} & ou \quad Z_{A\alpha\beta0'}) = \begin{bmatrix} a_{\alpha} & a_{\alpha\beta} & a_{\alpha0} \\ a_{\alpha\beta} & a_{\beta} & a_{\beta0} \\ a_{\alpha0} & a_{\beta0} & a_{0} \end{bmatrix}$$
(III.59)

A figura III.10 mostra as resistências da linha sem transposição, no domínio de quase-modos, utilizando a matriz T_{UN} no tratamento dos parâmetros antimédios. Já a figura III.11 mostra tais resistências após o tratamento com a matriz de Clarke. Comparando as duas figuras com os resultados obtidos para os casos transpostos, a figura III.11 segue o padrão apresentado pelas três figuras anteriores: o modo A0 é o limite inferior do conjunto de curvas. Dessa forma, análise gráfica indica que a matriz de Clarke é mais adequada para a aplicação no caso não transposto tanto para os parâmetros médios como para os antimédios. Nesse caso, os elementos localizados fora da diagonal principal das matrizes $Z_{M'', \$0}$, $Z_{A'', \$0}$ e $Z_{A'',\$0}$ serão desprezados, utilizando quase modos. No próximo capítulo, investiga-se em detalhes o comportamento da linha de transmissão de circuito duplo não transposta. O objetivo disso é analisar se a vantagem de manipular uma matriz de transformação única e real não introduzirá erros significativos nas simulações com aplicação de quase modos. Além disso, analisa-se numericamente qual a melhor alternativa para os parâmetros antimédios: T_{UN} , ou a matriz de Clarke.



Figura III.10 - Resistências, no domínio de quase modos, da linha sem transposição (T_{UN}).



Figura III.11 - Resistências, no domínio de quase-modos, da linha sem transposição (T_{CL}).

O apêndice A mostra os valores de indutâncias em função da freqüência para todos os casos de transposição, bem como para o caso não transposto, ambos analisados neste capítulo. Já o apêndice B mostra a estrutura da matriz T_{FMH} e de sua inversa, utilizadas na transformação modal de uma linha de circuito duplo com transposição rotacional. No capítulo V, serão apresentadas as comparações entre os tipos de transposição.

III.9 - Os transformadores ideais

Ao representar um elemento da matriz de transformação, utilizando um transformador monofásico ideal, a relação de transformação será determinada pelo valor numérico desse elemento. Tomando-se como exemplo a estrutura de uma matriz trifásica *T* e considerando somente elementos reais, tem-se a seguinte estrutura genérica:

$$T = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix}$$
(III.60)

A matriz *T* será representada por conjuntos de transformadores monofásicos ideais e a relação de transformação, por exemplo, em relação ao elemento t_{22} , pode ser descrita como $1:t_{22}$ ou $t_{22}:1$. A figura

III.12 mostra um esquema do transformador ideal, representando a relação de transformação $l:t_{22}$, considerando-se uma tensão inicial *V*.



Demais transformadores

Figura III.12 - Transformador monofásico ideal, representando relação de transformação 1:t22.

Caso queira representar a segunda linha da matriz T, utilizando um conjunto de transformadores ideais, a figura III.13 mostra uma das possibilidades, considerando um valor de tensão para cada transformador monofásico $(V_1, V_2 \in V_3)$.



Figura III.13 - Representação de uma linha da matriz de transformação trifásica.

Assim, as relações de transformação e as conexões de cada transformador são determinadas pelo valor numérico do elemento representado e por sua posição em relação aos outros elementos da matriz, respectivamente. Cada linha da matriz de transformação está relacionada a um conjunto de transformadores monofásicos e ideais. É uma representação simples de ser implementada em programas do tipo EMTP. Mesmo que haja restrições no simulador utilizado quanto à quantidade de transformadores ideais, pode-se utilizar transformadores reais com perdas desprezíveis.

III.10 - Circuitos sintéticos

Cada um dos modos ou quase modos é representado por uma cascata de circuitos **B** modificados, capazes de representar a dependência dos parâmetros longitudinais com a freqüência. Uma unidade de circuito sintético é mostrada na figura III.14. Na estrutura apresentada nesta figura, os capacitores representam os parâmetros transversais da linha, em componentes modais. Quanto aos parâmetros longitudinais, a resistência em série (R) está relacionada com valores de impedância a baixa freqüência. A indutância em série (L) representa a indutância externa modal para altas freqüências. Já os ramos em paralelo (R₁ e L₁, R₂ e L₂, R₃ e L₃, etc...), somados aos elementos em série, são responsáveis pela introdução da dependência com a freqüência. Assim, a estrutura necessária para representar uma linha de transmissão dependente da freqüência é formada por circuitos **B**, nos quais são adicionados ramos RL em paralelo. Esta estrutura é denominada circuito sintético.

Dessa forma, o valor de resistência do circuito sintético tende ao valor da resistência de corrente contínua da linha, para baixas freqüências. Para altas freqüências, o valor de resistência será determinado pela soma de todo o conjunto. O valor de indutância, a altas freqüências, tende ao valor da indutância externa. Para baixas freqüências, o valor de indutância será determinado pela soma de todo o conjunto.



Figura III.14 - Unidade de circuito sintético.

III.10.1 - Elemento RL em série

Este elemento está relacionado, em uma representação sem dependência com a freqüência, ao parâmetro longitudinal da linha, calculado para uma dada freqüência. Como a característica resistiva é dominante para baixas freqüências e a característica indutiva é dominante para altas freqüências, para os fenômenos de falta e de manobra, considera-se os extremos de 10 Hz e 10 kHz. No caso, o valor de L está relacionado à indutância externa dos parâmetros longitudinais.

III.10.2 - Ramos RL em paralelo

A função dos ramos RL em paralelo é fazer a alteração necessária nos circuitos **B** para uma representação dos parâmetros longitudinais da linha, que são dependentes da freqüência. Conforme a freqüência da onda propagada ou a composição harmônica do fenômeno analisado, estes elementos corrigem de forma adequada a representação inicial dos parâmetros longitudinais. Dessa forma, a soma do elemento RL em série com um ramo RL em paralelo fornece a representação dos parâmetros longitudinais para um determinado intervalo de freqüência ou para uma determinada composição harmônica. Utilizando-se um número maior de ramos RL em paralelo, amplia-se o intervalo de freqüência ou pode-se analisar uma composição harmônica mais complexa.

Cada ramo RL em paralelo é determinado em relação a um valor de freqüência, sendo aplicado em um intervalo em torno desse ponto de referência. Somando-se a influência de vários desses elementos, obtém-se a representação adequada para qualquer valor de freqüência dentro da faixa a ser analisada. Cada ramo RL em paralelo tem maior influência sobre a representação da linha, para valores próximos ao seu ponto de ressonância.

A figura III.15 mostra um intervalo de freqüência para o qual será determinado, genericamente, um ramo RL em paralelo.



Figura III.15 - Intervalo de freqüência genérico.

Baseando na figura anterior, tem-se:

$$\boldsymbol{R}_1 = \boldsymbol{R}_A - \boldsymbol{R}_B \tag{III.61}$$

A indutância é determinada por:

$$\omega_1 \cdot L_1 = R_1 \tag{III.62}$$

Equacionament o mat emát ico

Sendo que:

$$\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot f_1 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{f_A \cdot f_B}$$
(III.63)

Dessa forma, a resistência de cada um desses elementos RL paralelo é correspondente ao acréscimo necessário para a correção do valor total de resistência em relação a uma determinada freqüência. A indutância é calculada em função da média geométrica entre os extremos do intervalo de freqüência analisado. A quantidade de elementos RL em paralelo depende da precisão desejada e da amplitude da faixa de freqüência simulada.



Equacionou-se, no capítulo anterior, a aplicação de uma transformação única, real e independente da freqüência, em substituição às matrizes de transformação exatas. A matriz de transformação apresentada neste texto é composta pela matriz T_{MA} em conjunto com a matriz T_{UN6} , ou em conjunto com a matriz T_{CL6} . No caso, a matriz T_{MA} cria dois novos circuitos trifásicos para a linha de transmissão de circuito duplo, estando tal linha transposta ou não. Já a aplicação da matriz T_{UN6} , ou da matriz T_{CL6} , provoca a obtenção de modos exatos para os casos transpostos e quase modos para o caso não transposto. Pretende-se analisar neste capítulo os autovetores e autovalores das transposições apresentadas, bem como os da linha sem transposição, comparando tais resultados com os resultados obtidos pelas matrizes de Clarke e T_{UN} .

IV.1 - Transposição completa

Partindo das equações (III.32 e III.33), as matrizes de impedâncias médias e antimédias para a transposição completa são:

$$Z_{CM} = \begin{bmatrix} A+D & 2D & 2D \\ 2D & A+D & 2D \\ 2D & 2D & A+D \end{bmatrix} e Z_{CA} = \begin{bmatrix} A-D & 0 & 0 \\ 0 & A-D & 0 \\ 0 & 0 & A-D \end{bmatrix}$$
(IV.1)

Para as matrizes de admitâncias, tem-se:

$$Y_{CM} = \begin{bmatrix} A' + D' & 2D' & 2D' \\ 2D' & A' + D' & 2D' \\ 2D' & 2D' & A' + D' \end{bmatrix} e Y_{CA} = \begin{bmatrix} A' - D' & 0 & 0 \\ 0 & A' - D' & 0 \\ 0 & 0 & A' - D' \end{bmatrix}$$
(IV.2)

Ao multiplicar Y_{CM} e Z_{CM} , obtém-se a seguinte estrutura:

$$Y_{CM} \cdot Z_{CM} = Z_{CM} \cdot Y_{CM} = \begin{bmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{bmatrix}$$
(IV.3)

Utilizando as equações (III.44 e III.45), conclui-se que ocorre diagonalização simultânea das

matrizes $Y_{CM} e Z_{CM}$. Ou seja, existem matrizes de autovetores idênticas para $Z_{CM} e Y_{CM}$. No caso, aplicando T_{CL} na equação (III.45), tem-se:

$$T_{CL} \cdot Y_{CM} \cdot Z_{CM} \cdot T_{CL}^{-1} = T_{CL} \cdot Z_{CM} \cdot Y_{CM} \cdot T_{CL}^{-1} = \begin{bmatrix} a - b & 0 & 0 \\ 0 & a - b & 0 \\ 0 & 0 & a + 2b \end{bmatrix}$$
(IV.4)

Portanto, T_{CL} é uma matriz de autovetores das matrizes Y_{CM} e Z_{CM} . A matriz T_{CL} diagonaliza, simultaneamente, as matrizes Y_{CM} e Z_{CM} , obtendo-se modos exatos a partir dos parâmetros médios de uma linha de transmissão de circuito duplo submetida à transposição completa.

Tomando Y_{CA} e Z_{CA} , tem-se:

$$Y_{CA} \cdot Z_{CA} = Z_{CA} \cdot Y_{CA} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$
(IV.5)

Assim, T_{UN} é uma matriz de autovetores, simultaneamente, de Y_{CA} e Z_{CA} . Nesse caso, qualquer matriz será uma matriz de autovetores das matrizes de parâmetros antimédios da linha de transmissão de circuito duplo com transposição completa. Isso é devido à estrutura da matriz obtida na equação (IV.5), que é diagonal.

IV.2 - Transposição rotacional

Utilizando as equações (III.32 e III.33) e as simplificações da transposição rotacional, tem-se:

$$Z_{RM} = \begin{bmatrix} A+Q & S+Q & T+S \\ S+Q & A+T & S+Q \\ T+S & S+Q & A+Q \end{bmatrix} e Z_{RA} = \begin{bmatrix} A-Q & S-Q & T-S \\ S-Q & A-T & S-Q \\ T-S & S-Q & A-Q \end{bmatrix}$$
(IV.6)

E também:

$$Y_{RM} = \begin{bmatrix} A'+Q' & S'+Q' & T'+S' \\ S'+Q' & A'+T' & S'+Q' \\ T'+S' & S'+Q' & A'+Q' \end{bmatrix} e Z_{RA} = \begin{bmatrix} A'-Q' & S'-Q' & T'-S' \\ S'-Q' & A'-T' & S'-Q' \\ T'-S' & S'-Q' & A'-Q' \end{bmatrix}$$
(IV.7)

Nesse caso, tem-se:

Aut ovet ores e aut ovalores

$$Y_{RM} \cdot Z_{RM} = Z_{RM} \cdot Y_{RM} = \begin{bmatrix} a & s & t \\ s & b & s \\ t & s & a \end{bmatrix}$$
(IV.8)

Aplicando T_{CL} , tem-se:

$$T_{CL} \cdot Y_{RM} \cdot Z_{RM} \cdot T_{CL}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2(a-4s+t+2b)}{6} & 0 & \frac{2(-a+s-t+b)}{3\sqrt{2}} \\ 0 & a-t & 0 \\ \frac{2(-a+s-t+b)}{3\sqrt{2}} & 0 & \frac{2(a+2s+t)+b}{3} \end{bmatrix}$$
(IV.9)

Sendo que:

$$T_{CL} \cdot Y_{RM} \cdot Z_{RM} \cdot T_{CL}^{-1} = T_{CL} \cdot Z_{RM} \cdot Y_{RM} \cdot T_{CL}^{-1}$$
(IV.10)

Utilizando os valores das equações (IV.6 e IV.7), tem-se:

$$-a + s - t + b = 0$$
 (IV.11)

Então:

$$T_{CL} \cdot Y_{RM} \cdot Z_{RM} \cdot T_{CL}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2(a-4s+t+2b)}{6} & 0 & 0\\ 0 & a-t & 0\\ 0 & 0 & \frac{2(a+2s+t)+b}{3} \end{bmatrix}$$
(IV.12)

Para o caso da transposição rotacional, a multiplicação entre as matrizes de parâmetros antimédios produz uma matriz com a mesma estrutura da equação (IV.8). A determinação dos autovalores desses parâmetros é realizada de forma idêntica à dos parâmetros médios e a matriz T_{CL} é matriz de autovetores dos parâmetros antimédios da linha de circuito duplo quando submetida à transposição rotacional.

Ou seja:

$$Y_{RA} \cdot Z_{RA} = Z_{RA} \cdot Y_{RA} = \begin{bmatrix} a' & s' & t' \\ s' & b' & s' \\ t' & s' & a' \end{bmatrix}$$
(IV.13)

Aut ovet ores e aut ovalores

Assim, a matriz T_{CL} é, simultaneamente, matriz de autovetores das matrizes Y_{RM} , Z_{RM} , Y_{RA} e Z_{RA} de uma linha de transmissão de circuito duplo submetida à transposição rotacional.

IV.3 - Transposição operacional

Para este caso, com base na equação (III.54), tem-se:

$$Z_{PM} = \begin{bmatrix} A + R & R + P & P + R \\ R + P & A + R & R + P \\ P + R & R + P & A + R \end{bmatrix} e Z_{PA} = \begin{bmatrix} A - R & R - P & P - R \\ R - P & A - R & R - P \\ P - R & R - P & A - R \end{bmatrix}$$
(IV.14)

E também:

 Z_{PM} .

$$Y_{PM} = \begin{bmatrix} A'+R' & R'+P' & P'+R' \\ R'+P' & A'+R' & R'+P' \\ P'+R' & R'+P' & A'+R' \end{bmatrix} e Y_{PA} = \begin{bmatrix} A'-R' & R'-P' & P'-R' \\ R'-P' & A'-R' & R'-P' \\ P'-R' & R'-P' & A'-R' \end{bmatrix}$$
(IV.15)

Utilizando estas duas últimas equações, tem-se:

$$Y_{PM} \cdot Z_{PM} = Z_{PM} \cdot Y_{PM} = \begin{bmatrix} a & r & r \\ r & a & r \\ r & r & a \end{bmatrix}$$
(IV.16)

A estrutura da matriz da equação (IV.16) é idêntica à estrutura apresentada na equação (IV.4). Portanto, tem-se:

$$T_{CL} \cdot Y_{PM} \cdot Z_{PM} \cdot T_{CL}^{-1} = T_{CL} \cdot Y_{PM} \cdot Z_{PM} \cdot T_{CL}^{-1} = \begin{bmatrix} a - r & 0 & 0 \\ 0 & a - r & 0 \\ 0 & 0 & a + 2r \end{bmatrix}$$
(IV.17)

Dessa forma, a matriz de Clarke é matriz de autovetores, simultaneamente, das matrizes Y_{PM} e

Ao analisar os parâmetros antimédios, tem-se:

$$Y_{PA} \cdot Z_{PA} = Z_{PA} \cdot Y_{PA} = \begin{bmatrix} a & r & -r \\ r & a & r \\ -r & r & a \end{bmatrix}$$
(IV.18)

Aplicando a matriz T_{UN} , tem-se:

$$T_{UN} \cdot Y_{PA} \cdot Z_{PA} \cdot T_{UN}^{-1} = T_{UN} \cdot Y_{PA} \cdot Z_{PA} \cdot T_{UN}^{-1} = \begin{bmatrix} a - 2r & 0 & 0 \\ 0 & a + r & 0 \\ 0 & 0 & a + r \end{bmatrix}$$
(IV.19)

Assim, as equações (IV.18 e IV.19) mostram que a matriz T_{UN} é matriz de autovetores, de forma simultânea, das matrizes Y_{PA} e Z_{PA} .

IV.4 - Linha sem transposição

Como mostra o item III.8 do capítulo anterior, não ocorre diagonalização das matrizes de impedâncias e das matrizes de admitâncias, com a aplicação da matriz T_{FM} , para a linha sem transposição. Tem-se, ao se desconsiderar os elementos fora da diagonal principal das matrizes da equações (III.56 e III.57), quase modos, em vez de modos exatos. Neste item, mostra-se que os quase modos constituem uma boa aproximação em relação aos modos exatos, obtidos, estes últimos, através das matrizes $T_V e T_I$.

No desenvolvimento deste trabalho, utilizou-se o método iterativo de Newton-Raphson [31] para determinar uma das matrizes de transformação modal. A outra matriz de transformação é determinada através da equação (III.23).

Aplicando a matriz de transformação T_{IM} , calculada em relação aos parâmetros médios da linha, obtêm-se os autovetores médios \mathcal{B}_{M} :

$$T_{IM} \cdot Y_M \cdot Z_M \cdot T_{IM}^{-1} = \Gamma_M^2 = \lambda_M$$
 (IV.20)

Sendo \mathcal{B}_A os autovetores em relação aos parâmetros antimédios, tem-se:

$$T_{IA} \cdot Y_A \cdot Z_A \cdot T_{IA}^{-1} = \Gamma_A^2 = \lambda_A$$
(IV.21)

Aplicando a matriz de Clarke, tem-se:

$$T_{CL} \cdot Y_M \cdot Z_M \cdot T_{CL}^{-1} = \Gamma^2_{M\alpha\beta\,0} \tag{IV.22}$$

Em relação às matrizes antimédias, tem-se:

$$T_{UN} \cdot Y_A \cdot Z_A \cdot T_{UN}^{-1} = \Gamma^2_{UNA\alpha'\beta 0'}$$
(IV.23)

Para este caso, pode-se aplicar a matriz de Clarke, determinando qual a melhor alternativa de

Aut ovet ores e aut ovalores

análise para a linha sem transposição. Ou seja:

$$T_{CL} \cdot Y_A \cdot Z_A \cdot T_{CL}^{-1} = \Gamma_{CLA\alpha\beta 0}^2$$
(IV.24)

Na seqüência deste item, serão realizadas diversas comparações relativas entre quase modos e os modos exatos. Em todos esses casos, utiliza-se a seguinte relação:

$$d(\%) = \frac{|x_{TFM}| - |x_{EX}|}{|x_{EX}|} \cdot 100$$
 (IV.25)

Nesta última equação, x_{TFM} representa os valores dos elementos das diagonais das matrizes de impedâncias e de admitâncias, no domínio de quase modos, e x_{EX} representa os valores exatos correspondentes, no domínio dos modos.

A figura IV.1 mostra as comparações entre as equações (IV.20 e IV.22). Já a figura IV.2 mostra todos os elementos da matriz determinada pela equação (IV.22).



Figura IV.1 - Comparação entre modos e quase modos (equações IV.20 e IV.22).



A figura IV.3 mostra a parte real dos elementos da matriz ${}^{\prime}{}^{2}{}_{M''\$0}$ e a figura IV.4 mostra a parte imaginária desses mesmos elementos, comparando-os com os valores exatos obtidos pela aplicação da matriz T_{IM} .



Figura IV.3 - Parte real dos elementos da diagonal principal das matrizes ' ${}^{2}_{M}$ e ' ${}^{2}_{M''$ \$0.



Figura IV.4 - Parte imaginária dos elementos da diagonal principal das matrizes ' ${}^{2}_{M}$ e ' ${}^{2}_{M''$ \$0.

O mesmo tipo de comparação é realizado em relação às equações (IV.21, IV.23 e IV.24) e os resultados são mostrados nas próximas figuras.



Figura IV.5 - Diferença entre modos e quase modos (equações IV.21 e IV.23).



Figura IV.6 - Diferença entre os modos e quase modos (equações IV.21 e IV.24).

As figuras IV.5 e IV.6 mostram que, para a linha analisada neste trabalho, obtêm-se melhores resultados em relação aos parâmetros antimédios, utilizando T_{CL} . Assim, a equação (IV.24) é mais adequada do que a equação (IV.23). A figura IV.7 mostra os elementos da matriz ' $_{CLA'' \ \$0}$.



Figura IV.7 - Elementos da matriz $^{\prime 2}_{CLA^{''} \$ 0}$.



Figura IV.8 - Parte real dos elementos da diagonal principal das matrizes ' $^{2}_{A}$ e ' $^{2}_{CLA''$ \$0.



Figura IV.9 - Parte imaginária dos elementos da diagonal principal das matrizes ' $^{2}_{A}$ e ' $^{2}_{CLA'' \$_{0}}$

Aut ovet ores e aut ovalores

Ao empregar T_{VM} , tem-se:

$$T_{VM} \cdot Z_M \cdot Y_M \cdot T_{VM}^{-1} = \lambda_M$$
 (IV.26)

Ao utilizar T_{VA} , tem-se:

$$T_{VA} \cdot Z_A \cdot Y_A \cdot T_{VA}^{-1} = \lambda_A \tag{IV.27}$$

Igualando as equações (IV.20 e IV.26), tem-se:

$$T_{IM} \cdot Y_M \cdot Z_M \cdot T_{IM}^{-1} = \lambda_M = T_{VM} \cdot Z_M \cdot Y_M \cdot T_{VM}^{-1}$$
(IV.28)

Igualando as equações (IV.21 e IV.27), tem-se:

$$T_{IA} \cdot Y_A \cdot Z_A \cdot T_{IA}^{-1} = \lambda_A = T_{VA} \cdot Z_A \cdot Y_A \cdot T_{VA}^{-1}$$
(IV.29)

Sustituindo T_{VM} por T_{CL} , na equação (IV.26), tem-se:

$$T_{CL} \cdot Z_M \cdot Y_M \cdot T_{CL}^{-1} = \Gamma^2_{M\alpha\beta0}$$
(IV.30)

Substituindo T_{VA} por T_{CL} , na equação (IV.27), tem-se:

$$T_{CL} \cdot Z_A \cdot Y_A \cdot T_{CL}^{-1} = \Gamma_{CLA\alpha\beta0}^2$$
(IV.31)

Esta seqüência de equações (IV.26 a IV.31) indica uma outra possibilidade de análise do modelo proposto, quando aplicado a uma linha não transposta. As equações (IV.28 e IV.29) mostram igualdades de resultados que implicam em resultados semelhantes entre as equações (IV.22 e IV.30), bem como entre as equações (IV.24 e IV.31). Comprova-se isso, analisando as figuras IV.10 e IV.11, onde são comparados os resultados das equações (IV.30 e IV.31) com os respectivos autovalores exatos. Nesse caso, as curvas apresentadas nestas figuras são idênticas àquelas mostradas nas figuras IV.1 e IV.5. Ou seja, os elementos da diagonal principal das matrizes das equações (IV.22 e IV.30) e das equações (IV.24 e IV.31) são idênticos.



Figura IV.10 - Comparação entre modos e quase modos (equações IV.27 e IV.31).



Figura IV.11 - Comparação entre modos e quase modos (equações IV.28 e IV.32).

As duas figuras seguintes quando comparadas às figuras IV.2 e IV.7 mostram que os elementos fora da diagonal principal das duas últimas equações não são idênticos. No entanto, estes elementos são desprezados, pois têm valores desprezíveis em relação aos elementos da diagonal principal.



Figura IV.12 - Elementos determinados pela equação (IV.30).



Figura IV.13 - Elementos determinados pela equação (IV.31).

Quanto à determinação de matrizes de impedâncias e admitâncias, em componentes modais, segundo a equação (III.24), tem-se:

$$T_{VM} \cdot Z_{M} \cdot T_{IM}^{-1} = \begin{bmatrix} z_{M1} & 0 & 0 \\ 0 & z_{M2} & 0 \\ 0 & 0 & z_{M3} \end{bmatrix}$$
(IV.32)

E também:

$$T_{IM} \cdot Y_M \cdot T_{VM}^{-1} = \begin{bmatrix} y_{M1} & 0 & 0 \\ 0 & y_{M2} & 0 \\ 0 & 0 & y_{M3} \end{bmatrix}$$
(IV.33)

Para os parâmetros antimédios, as matrizes de transformação são T_{VA} e T_{IA} . Tem-se, então:

$$T_{VA} \cdot Z_A \cdot T_{IA}^{-1} = \begin{bmatrix} z_{A1} & 0 & 0 \\ 0 & z_{A2} & 0 \\ 0 & 0 & z_{A3} \end{bmatrix}$$
(IV.34)

E também:

$$T_{IA} \cdot Y_A \cdot T_{VA}^{-1} = \begin{bmatrix} y_{A1} & 0 & 0 \\ 0 & y_{A2} & 0 \\ 0 & 0 & y_{A3} \end{bmatrix}$$
(IV.35)

Podem-se comparar, então, os elementos da diagonal principal das equações (III.56 e III.57) com os elementos correspondentes das equações (IV.32 e IV.33). Estas comparações são determinadas pela equação (IV.25). No caso das equações (IV.34 e IV.35), a comparação será feita com os elementos da diagonal principal das matrizes de admitância da linha sem transposição no domínio de quase modos. Tais matrizes têm estrutura semelhante às das matrizes das equações (III.56 e III.57). Ou seja, tem-se:

$$Y_{M\alpha\beta0} = \begin{bmatrix} m'_{\alpha} & m'_{\alpha\beta} & m'_{\alpha0} \\ m'_{\alpha\beta} & m'_{\beta} & m'_{\beta0} \\ m'_{\alpha0} & m'_{\beta0} & m'_{0} \end{bmatrix} e Y_{A\alpha\beta0} = \begin{bmatrix} a'_{\alpha} & a'_{\alpha\beta} & a'_{\alpha0} \\ a'_{\alpha\beta} & a'_{\beta} & a'_{\beta0} \\ a'_{\alpha0} & a'_{\beta0} & a'_{0} \end{bmatrix}$$
(IV.36)

A próxima figura mostra a comparação dos valores exatos com os valores obtidos, quando as

matrizes T_{VM} e T_{IM} são substituídas pela matriz de Clarke, na equação (IV.32). Comparação semelhante é apresentada na figura IV.15 em relação à equação (IV.33).



Figura IV.14 - Comparação entre modos e quase modos (matriz Z_M).



Figura IV.15 - Diferença entre modos e quase modos (matriz Y_M).

Já as figuras IV.16 e IV.17 mostram os módulos em escala logarítmica dos elementos, cujas diferenças relativas são mostradas nas duas figuras anteriores.



Figura IV.16 - Módulo dos elementos exatos e quase modos (matriz Z_M).





As figuras IV.18, IV.19, IV.20 e IV.21 mostram a análise dos parâmetros antimédios, semelhante àquela realizada para os parâmetros médios.



Figura IV.18 - Diferença entre modos exatos e quase modos (matriz Z_A).



Figura IV.19 - Diferença entre modos exatos e quase modos (matriz Y_A).



Figura IV.20 - Módulo dos elementos exatos e quase modos (matriz Z_A).



Figura IV.21 - Módulo dos elementos exatos e quase modos (matriz Y_A).

Observando as figuras IV.14 e IV.15, constata-se que as curvas de erro relacionadas à matriz Y_M são, aproximadamente, opostas às curvas de erro relacionadas à matriz Z_M , tomando-se como referência o eixo horizontal. Constatam-se resultados semelhantes ao se comparar as figuras IV.18 e IV.19. Quanto às figuras IV.16 e IV.20, bem como as figuras IV.17 e IV.21, há inversão na posição relativa das curvas de módulo dos elementos das matrizes estudadas. A substituição das matrizes de autovetores $T_V e T_I$ pela matriz de Clarke leva às figuras IV.14, IV.15, IV.18 e IV.19. Nesse caso, os erros são maiores do que aqueles apresentados pelas figuras IV.10 e IV.11. A posição invertida em relação ao eixo horizontal das curvas de erro de Y_M e de Z_M , como também das curvas de erro de Y_A e de Z_A , levam à minimização dos erros na obtenção dos autovalores ($\mathcal{B}_M e \mathcal{B}_A$). Os erros das figuras IV.14, IV.15, IV.18, IV.19 estão relacionados à substituição das duas matrizes $T_V e T_I$ em uma mesma equação. No entanto, os autovetores não são únicos, mas a sua utilização leva a autovalores únicos.

IV.5 - Autovetores da linha analisada

Tanto a determinação dos autovalores como dos autovetores das matrizes média e antimédia da linha analisada foram realizadas utilizando-se o método de Newton-Raphson. Os valores iniciais do processo iterativo são os elementos da matriz de Clarke. As figuras IV.22 e IV.23 mostram a parte real e a parte imaginária de cada elemento da primeira linha da matriz T_{IM} , relacionada ao modo M^{''}.



Figura IV.22 - Parte real dos elementos da primeira linha da matriz T_{IM} .



Figura IV.23 - Parte imaginária dos elementos da primeira linha da matriz T_{IM} .

As figuras IV.24 e IV.25 mostram, respectivamente, a parte real e a parte imaginária de cada um dos elementos da segunda linha de matriz de autovetores T_{IM} .



Figura IV.24 - Parte real dos elementos da segunda linha da matriz T_{IM} .



Figura IV.25 - Parte imaginária dos elementos da segunda linha da matriz T_{IM} .

Já as figuras IV.26 e IV.27 mostram, respectivamente, a parte real e a parte imaginária de cada um dos elementos da terceira linha da matriz de autovetores T_{IM} .



Figura IV.26 - Parte real dos elementos da terceira linha da matriz T_{IM} .



Figura IV.27 - Parte imaginária dos elementos da terceira linha da matriz T_{IM} .

As próximas figuras mostram os elementos da matriz de autovetores T_{IA} . Esta matriz foi determinada, utilizando o mesmo procedimento empregado para a matriz T_{IV} . Utilizou-se a matriz de Clarke como valor inicial, pois aplica-se a matriz de transformação T_{FMH} na linha sem transposição.



Figura IV.28 - Parte real dos elementos da primeira linha da matriz T_{IA} .


Figura IV.29 - Parte imaginária dos elementos da primeira linha da matriz T_{IA} .



Figura IV.30 - Parte real dos elementos da segunda linha da matriz T_{IA} .



Figura IV.31 - Parte imaginária dos elementos da segunda linha da matriz T_{IA} .



Figura IV.32 - Parte real dos elementos da terceira linha da matriz T_{IA} .



Figura IV.33 - Parte imaginária dos elementos da terceira linha da matriz T_{IA} .

Para a linha trifásica de circuito simples não transposta com simetria vertical, os autovetores têm partes imaginárias desprezíveis e as partes reais destes autovetores têm valores muito próximos dos elementos da matriz de Clarke [29]. No entanto, isso não ocorreu com a linha de circuito duplo, mesmo obtendo as matrizes $2_{M^* \$0} e 2_{CLA^* \$0} c$ om elementos na diagonal principal muito próximos das matrizes de autovalores exatos $2_{M} e 2_{A}$. Por causa disso, a linha trifásica simples não transposta e sem simetria vertical foi analisada com o objetivo de obter maiores detalhes da aplicação da transformada de Clarke. A linha dupla trifásica não foi utilizada, pois a transformada de Clarke é associada à matriz média-antimédia para a composição da matriz de transformação desse caso, tornando a análise mais complexa. Para essa análise mais detalhada, foi utilizada a estrutura apresentada na figura IV.34. Esta estrutura é uma hipótese que considera uma linha na qual não há simetria vertical. Os cabos condutores e os cabos pára-raios foram utilizados com as mesmas características dos cabos condutores e dos cabos pára-raios da linha de circuito duplo apresentada na figura II.2.

Para a determinação dos autovetores da linha esquematizada na figura IV.34, foi aplicado o mesmo processo iterativo utilizado para o caso da linha de circuito duplo. No caso dessa linha trifásica simples, a matriz de Clarke foi utilizada como ponto inicial do processo iterativo com seus elementos posicionados conforme a próxima equação (IV.36). A partir da figura IV.35, são mostradas as partes reais e imaginárias dos autovetores da linha da figura IV.34.



Figura IV.34 - Linha para análise da influência da geometria sobre os autovetores.

$$T_{CL} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}$$
(IV.36)



Figura IV.35 - Parte real da primeira linha da matriz de autovetores da linha trifásica simples.



Figura IV.36 - Parte imaginária da primeira linha da matriz de autovetores da linha trifásica simples.



Figura IV.37 - Parte real da segunda linha da matriz de autovetores da linha trifásica simples.



Figura IV.38 - Parte imaginária da segunda linha da matriz de autovetores da linha trifásica simples.



Figura IV.39 - Parte real da terceira linha da matriz de autovetores da linha trifásica simples.



Figura IV.40 - Parte imaginária da terceira linha da matriz de autovetores da linha trifásica simples.

Na análise de autovetores, as partes reais ficaram próximas dos elementos da matriz de Clarke. Para se obter uma boa aproximação entre os autovetores e os elementos da matriz de Clarke, as partes imaginárias dos primeiros deveriam ter valores desprezíveis. Os resultados apresentados neste capítulo mostram que isso não ocorreu para alguns elementos das matrizes de autovetores..No entanto, os resultados obtidos na comparação entre os autovalores exatos e a aplicação da matriz de Clarke mostram diferenças relativas muito pequenas. Isso é explicado pelo fato de que os autovalores são únicos, mas os autovetores não são, havendo famílias de autovetores. Portanto, o modelo proposto é preciso quando aplicado a linhas de transmissão de circuito duplo, pois a diferença entre os autovalores e os resultados obtidos pela matriz de Clarke foi menor que 1,5% para a faixa de freqüência entre 10 Hz e 1 MHz.

Os resultados obtidos para os autovetores da linha de circuito duplo levaram à análise de um caso de linha trifásica simples não transposta sem simetria vertical. Essa linha também pode ser analisada, utilizando a transformada de Clarke com a alteração nas posições de alguns elementos da matriz em relação à estrutura apresentada no capítulo III deste trabalho. Os resultados obtidos para a linha trifásica simples levam a novas possibilidades de análise da linha de circuito duplo. Uma possibilidade seria alterar a posição dos elementos da matriz de Clarke, buscando minimizar as partes imaginárias dos autovetores exatos da linha dupla trifásica. Uma outra possibilidade seria utilizar combinações lineares dos elementos da matriz de Clarke também como forma de minimizar as partes imaginárias dos autovetores da linha dupla trifásica.

No entanto, tais análises não fazem parte do principal objetivo deste trabalho que foi demonstrar a precisão do modelo de quase modos quando aplicado na análise de linhas de transmissão de circuito duplo.

A análise da linha trifásica simples apresentada na figura IV.34 pode levar à possibilidade de aplicação da matriz de Clarke na análise de linhas de transmissão não simétricas. Assim, foi demonstrado que o modelo de quase modos pode ter aplicação mais ampla do que apenas para a análise de linhas de transmissão com simetria vertical. Isso constitui-se uma proposta muito boa para novos trabalhos e para a seqüência deste trabalho.



No capítulo III, item III.9, mostrou-se que as matrizes de transformação podem ser representadas por conjuntos de transformadores ideais. Já no item III.10, desenvolveu-se a base matemática para a representação dos parâmetros elétricos modais da linha de circuito duplo, empregando circuitos sintéticos. Nos capítulos anteriores, mostrou-se a transformação modal única e real, introduzida pelo modelo proposto $(T_{FM}$ ou $T_{FMH})$.

Neste capítulo, pretende-se mostrar que os circuitos sintéticos representam adequadamente os parâmetros elétricos exatos e sua dependência em relação à freqüência. Para essas análises, utilizou-se a linha de circuito duplo apresentada na figura II.2.

V.1 - Circuitos sintéticos e os tipos de transposição

Utilizando a linha da figura II.2, foram determinados os circuitos sintéticos para cada caso de transposição estudado e para a linha sem transposição. Para essa linha, são necessários quatro ramos RL paralelo para os modos M", M\$, A" (A"') e A\$. Para os modos homopolares M0 e A0 (A0') são necessários cinco ramos RL paralelo dentro da faixa de simulação. Assim, a faixa de freqüência (10 Hz a 10 kHz) fica dividida em seis intervalos para os modos homopolares e em cinco intervalos para os outros modos. Esses intervalos são determinados por divisão logarítmica da faixa de freqüência de simulação. A quantidade de ramos RL paralelo inicialmente é tomada como um conjunto por década. Nas décadas onde houver necessidade de maior precisão, o intervalo será dividido em intervalos menores, utilizando mais ramos RL paralelo. Há casos em que a indutância de um ramo RL paralelo tem valor muito pequeno, sendo interpretado como valor nulo pelo simulador digital. Nesse caso, a solução é alterar a freqüência de cálculo desse ramo. Os circuitos sintéticos assim determinados serão comparados aos parâmetros exatos modais, apresentados no capítulo III e no apêndice A.

Os primeiros resultados são mostrados nas figuras V.1 e V.2. Nesse caso, são apresentadas as resistências modais médias e antimédias, respectivamente. Para a transposição rotacional, as comparações

entre resistências modais médias sintéticas e exatas são mostradas na figura V.3. Também em relação à transposição operacional, as comparações entre resistências modais antimédias sintéticas e exatas são mostradas na figura V.4.



Figura V.1 - Resistências modais médias sintéticas e exatas (transposição completa).



Figura V.2 - Resistências modais antimédias sintéticas e exatas (transposição completa).



Figura V.3 - Resistências modais médias sintéticas e exatas (transposição rotacional).



Figura V.4 - Resistências modais antimédias sintéticas e exatas (transposição rotacional).

A figura V.5 apresenta a comparação entre as resistências modais médias da linha com transposição operacional. Já a figura V.6, na qual a linha é utilizada com esse mesmo tipo de transposição, apresenta as resistências modais antimédias.



Figura V.5 - Resistências modais médias sintéticas e exatas (transposição operacional).



Figura V.6 - Resistências modais antimédias sintéticas e exatas (transposição operacional).

Na figura V.7, são apresentadas as comparações de resistências modais médias para a linha sem transposição, sendo que a figura V.8 mostra as comparações das resistências modais antimédias para esse caso. O apêndice D mostra a comparação entre indutâncias sintéticas e exatas.



Figura V.7 - Resistências modais médias sintéticas e exatas (sem transposição).



Figura V.8 - Resistências modais antimédias sintéticas e exatas (sem transposição).

Como, no capítulo anterior, mostrou-se que no caso sem transposição a matriz de transformação mais adequada é T_{FMH} , esta matriz foi utilizada na obtenção dos resultados das figuras V.7 e V.8. Os circuitos sintéticos, utilizando uma quantidade pequena de elementos RL paralelo, representam adequadamente a linha de transmissão de circuito duplo, tanto nos casos transpostos como no caso sem transposição. Geralmente, são necessários os valores iniciais e finais da faixa de freqüência analisada associados a um valor de freqüência por década para determinação dos circuitos sintéticos dos modos M["], M\$, A["] e A\$. Para os modos homopolares em algumas décadas específicas, são necessários dois valores de freqüência para a determinação do circuito sintético adequado.

A quantidade de ramos RL, a partir de um número mínimo necessário para uma reprodução adequada da variação dos parâmetros exatos em função da freqüência, pode ser alterada com o objetivo de uma aproximação maior entre as curvas sintéticas e as curvas exatas em uma determinada década da faixa de freqüência simulada. Como exemplo, serão tomadas as curvas de resistências antimédias do modo " para a transposição operacional. As possibilidades para manipulação dos circuitos sintéticos são o aumento da quantidade de elementos RL e a divisão da década em partes desiguais, utilizando valores de freqüência da região em que aparecem as maiores diferenças entre a curva exata e a curva do circuito sintético (figura V.9). Em alguns casos, é necessário dividir toda a faixa de freqüência em partes logarítmicas desiguais.



Figura V.9 - Opções de maior precisão da curva sintética (transposição operacional).

V.2 - Testes numéricos dos transformadores ideais

Para a transformação de grandezas do domínio das fases para o domínio dos modos, aplica-se a matriz de transformação T_{FM} ou T_{FMH} , utilizando-se transformadores ideais. A relação de transformação de cada transformador é igual ao elemento correspondente da matriz de transformação utilizada. Por exemplo, cada tensão modal é determinada pela multiplicação entre uma determinada linha da matriz de transformação e o vetor de tensões de fase. Dessa forma, cada modo relaciona-se a uma linha da matriz de transformação. Assim, para se obter tensão em apenas um dos modos, são utilizadas tensões de fase com a mesma proporção apresentada pelos elementos da linha correspondente da matriz de transformação. Ou seja:

$$\begin{bmatrix} V_{M\alpha} \\ V_{M\beta} \\ V_{M0} \\ V_{A\alpha} \\ V_{A\alpha} \\ V_{A\beta} \\ V_{A0} \end{bmatrix} = T_{FM} \cdot \begin{bmatrix} V_A \\ V_A' \\ V_B' \\ V_C' \\ V_C \\ V_B \end{bmatrix} = T_{FM} \cdot \begin{bmatrix} -0,5 \\ -0,5 \\ 1 \\ -0,5 \\ -0,5 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(V.1)

A equação (V.1) mostra a obtenção de tensão apenas para o modo M["]. Fazendo desenvolvimento semelhante para o modo M\$, tem-se:

$$\begin{bmatrix} V_{M\alpha} \\ V_{M\beta} \\ V_{M0} \\ V_{A\alpha} \\ V_{A\alpha} \\ V_{A\beta} \\ V_{A0} \end{bmatrix} = T_{FM} \cdot \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,5 \\ 0 \\ -0,5 \\ -0,5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(V.2)

As tensões de fase que, em composição, produzem uma única tensão modal não nula podem ser utilizadas para testar os transformadores ideais, ou seja, podem servir para análise da correta representação da matriz T_{FM} ou T_{FMH} . Ao introduzir, no ponto inicial da linha, um conjunto de tensões proporcionais a uma linha da matriz de transformação, deve-se obter, no terminal de recepção, um conjunto de tensões com proporção idêntica aos valores iniciais. Isso ocorre porque, após a transformação modal, um único modo será utilizado para a propagação desse conjunto de tensões. Esse conjunto de tensões deverá ser recomposto em sua proporção original se a matriz de transformação tiver sido corretamente representada pelos transformadores ideais. Como esse teste utiliza o terminal de recepção em aberto, no final do mesmo, as ondas propagadas terão o dobro de seus valores originais. A tabela V.1 mostra tensões de fase que produzem uma única tensão modal não nula para cada um dos modos quando se emprega T_{FM} . Já a tabela V.2 mostra a composição das tensões de fase para teste dos transformadores da matriz T_{FMH} .

$V_{FASES} = [V_A \ V_A, V_B, V_C, V_C \ V_B]^t (V)$						$V_{MODOS} = [V_{M''} \ V_{M$} \ V_{M0} \ V_{A''} \ V_{A$} \ V_{A0}]^{t} (V)$					
[-0,5	-0,5	1	-0,5	-0,5	1] ^t	[%3	0	0	0	0	0] ^t
[0,5	0,5	0	-0,5	-0,5	0] ^t	[0	1	0	0	0	0] ^t
[0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5] ^t	[0	0	%6/2	0	0	0] ^t
[-0,5	0,5	0,5	0,5	-0,5	-0,5] ^t	[0	0	0	%6/2	0	0] ^t
[0,5	-0,5	0	0,5	-0,5	0] ^t	[0	0	0	0	1	0] ^t
[0,5	-0,5	1	-0,5	0,5	-1] ^t	[0	0	0	0	0	%3] ^t

Tabela V.1 - Vetores de tensões de fase e respectivos vetores de tensões modais, para T_{FM} .

Tabela V.2 - Vetores de tensões de fase e respectivos vetores de tensões modais, para T_{FMH} .

$V_{FASES} = [V_A \ V_A \ V_B \ V_C \ V_C \ V_B]^t (V)$						$V_{MODOS} = [V_{M''} \ V_{M$''} \ V_{M0} \ V_{A''} \ V_{A$''} \ V_{A0}]^{t} (V)$					
[-0,5	-0,5	1	-0,5	-0,5	1] ^t	[%3	0	0	0	0	0] ^t
[0,5	0,5	0	-0,5	-0,5	0] ^t	[0	1	0	0	0	0] ^t
[0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5] ^t	[0	0	%6/2	0	0	0] ^t
[-0,5	0,5	1	0,5	-0,5	-1] ^t	[0	0	0	%3	0	0] ^t
[0,5	-0,5	0	0,5	-0,5	0] ^t	[0	0	0	0	1	0] ^t
[0,5	-0,5	0,5	-0,5	0,5	-0,5] ^t	[0	0	0	0	0	%6/2] ^t

As tensões de fase, apresentadas nas tabelas anteriores, possibilitam analisar os transformadores ideais e também comparar a propagação de uma mesma onda por modos diferentes. A comparação dessas ondas será utilizada no próximo item, no qual os modos com parâmetros idênticos são analisados. Tanto para o teste dos transformadores ideais como para o teste de modos com parâmetros idênticos, as tensões de fase são sinais em degrau com duração de 1 ms. Os tempos de subida e de descida são desprezíveis. A figura V.10 mostra as tensões de fase obtidas no terminal de recepção, após propagação pelo modo M"

de uma linha sem transposição, utilizando a matriz T_{FMH} e a tabela V.2. Isso resulta em uma proporção final entre as tensões idêntica à proporção apresentada no ponto inicial da linha.



Figura V.10 - Ondas de tensão propagadas pelo modo M" .



Figura V.11 - Ondas de tensão sobrepostas após propagação pela modo M".

Para se comprovar a igualdade entre a proporção inicial e a proporção final das ondas propagadas pelo modo M", dobra-se o valor absoluto das tensões de menor amplitude, invertendo a posição das mesmas em relação ao eixo horizontal do gráfico. O resultado desse procedimento é a sobreposição de todas as tensões, como mostra a figura V.11. Assim, a primeira linha da matriz de transformação T_{FMH} foi corretamente representada por meio de transformadores ideais, uma vez que as ondas propagadas permaneceram com a sua proporção inicial.

Utilizando o procedimento anterior, obtém-se a figura V.12, que comprova a representação correta da segunda linha da matriz de transformação, utilizando transformadores ideais. Baseando na tabela V.2, necessita-se inverter, em relação ao eixo horizontal do gráfico, as tensões V_c e V_c '.



Figura V.12 - Ondas de tensão sobrepostas após propagação pelo modo M\$.

Compõe-se a tensão do modo M0 utilizando tensões de fase iguais. Assim, no terminal de recepção, as tensões propagadas estarão sobrepostas se a representação da terceira linha da matriz de transformação estiver correta. A figura V.13 mostra os resultados que comprovam a representação correta da terceira linha da matriz de transformação T_{FMH} , empregando transformadores ideais.

A figura V.14 comprova a representação adequada da quarta linha da matriz T_{FMH} , utilizando transformadores ideais. Após a propagação pelo modo M0 as tensões V_A , V_B e V_C tiveram seus valores invertidos. Além disso, as tensões V_A , V_A ', V_C e V_C ' tiveram seus valores absolutos dobrados, para a comparação com as tensões V_B e V_B ', obedecendo a proporção dada pela tabela V.2. Assim, ocorre

sobreposição de todas as tensões de fase, confirmando que as ondas propagadas têm o mesmo formato, conforme mostra a figura V.14.



Figura V.13 - Ondas de tensão sobrepostas após propagação pelo modo M0.



Figura V.14 - Ondas de tensão sobrepostas após propagação pelo modo $\boldsymbol{A}^{\prime\prime}$.

Na composição da figura V.14, os valores das tensões V_A , V_A ', V_C e V_C ' foram dobrados para se comparar o formato das tensões de todas as fases, constatando que estas mantêm, no terminal de recepção, a mesma proporção apresentada no terminal de geração. Portanto, a quarta linha da matriz T_{FMH} foi corretamente representada por um conjunto de transformadores monofásicos ideais.

Já a figura V.15 mostra as comparações entre as ondas de tensão propagadas pelo modo A\$. Para isso, inverteu-se o sinal das tensões $V_C e V_A$ ', obtendo-se curvas sobrepostas para todas as tensões. Dessa forma, a quinta linha da matriz de transformação é corretamente representada pelos transformadores ideais.

Finalizando os testes dos transformadores ideais, a figura V.16 apresenta os resultados referentes à última linha da matriz de transformação T_{FMH} . Para esse caso, as tensões V_A ', V_C ' e V_B foram invertidas em relação ao eixo horizontal, obtendo-se, no terminal de recepção, todas as tensões de fase sobrepostas.



Figura V.15 - Ondas de tensão sobrepostas após propagação pelo modo A\$.



Figura V.16 - Ondas de tensão sobrepostas após propagação pelo modo A0.

Neste item, utilizando propagação de ondas de tensão por meio de um único modo, constatou-se que estas tensões, no terminal de recepção, mantiveram a mesma proporção do conjunto de tensão original, introduzido no terminal inicial da linha simulada. Dessa forma, a matriz de transformação T_{FMH} foi corretamente representada por transformadores ideais, podendo ser facilmente introduzida em simuladores digitais.

As diferenças entre as matrizes T_{FMH} e T_{FM} referem-se à posição de linhas e sinais de alguns elementos. Dessa forma, utilizando procedimento semelhante ao aplicado para T_{FMH} e tomando como base a tabela V.1, conclui-se que a matriz de transformação T_{FM} também é adequadamente representada por conjuntos de transformadores monofásicos ideais.

V.3 - Testes numéricos de igualdade entre os modos

Nas transposições apresentadas nos capítulos anteriores existem igualdades entre alguns parâmetros modais. Circuitos sintéticos, com mesmo valor para modos diferentes, provocam a obtenção de ondas de tensão propagadas idênticas se as tensões iniciais também forem idênticas. Assim, tais ondas propagadas por modos idênticos devem manter a relação de igualdade em toda a extensão da linha e durante todo o tempo do fenômeno analisado. A transposição completa apresenta cinco modos iguais. Assim, utilizando a tabela V.1 e comparando a onda de tensão V_A , propagada pelos modos M\$, A\$ e A0', devem-se obter curvas idênticas (figura V.17). As ondas propagadas pelos modos M" e A", segundo a mesma tabela, devem ter valores inversos aos dos outros modos com parâmetros idênticos. Invertendo tais valores, as ondas de tensão V_A devem ficar sobrepostas (figura V.18).



Figura V.17 - Comparação dos modos M\$, A\$ e A0' da transposição completa.



Figura V.18 - Comparação dos modos $M^{\prime\prime}$, $A^{\prime\prime}$ ' e $M\$\,$ da transposição completa.

Foram realizados testes com a onda de tensão V_A ', propagada pelos modos M" e A\$, para transposição rotacional (figura V.19). Estes modos têm parâmetros idênticos ao se utilizar esta transposição. Nesse caso, os modos A" e M\$ também têm parâmetros idênticos (figura V.20).



Figura V.19 - Comparação dos modos M" e A\$ da transposição rotacional.



Figura V.20 - Comparação dos modos A" e M\$ da transposição rotacional.

Na transposição operacional, observa-se igualdade entre quatro modos: M", M\$, A\$ e A0'. Assim, testam-se os circuitos sintéticos desses modos para a transposição operacional, utilizando a tensão da fase C. Para isso, foi necessário inverter o sinal da tensão do modo A0' após a propagação das ondas. Os resultados são apresentados na figura V.21.



Figura V.21 - Comparação dos modos M", A"', A\$ e A0' da transposição operacional.

Neste capítulo, foi comparada a representação gerada pelos circuitos sintéticos com os valores exatos dos parâmetros da linha estudada. Após a obtenção dos circuitos sintéticos, testou-se a representação da matriz de transformação por meio de transformadores ideais. Obteve-se uma representação adequada, considerando o valor de cada elemento da matriz de transformação como a relação de transformação de cada transformador monofásico pertencente ao conjunto de transformadores. Comprovou-se, por meio dos resultados apresentados neste último item, que os circuitos sintéticos reproduzem adequadamente o comportamento das parâmetros de linha exatos em função da freqüência. Testes realizados com a propagação de sinais mostraram que a representação por meio de circuitos sintéticos reproduz adequadamente as características dos tipos de transposição apresentados neste trabalho, obtendo-se resultados idênticos para a propagação dos mesmos sinais por modos idênticos.



Nos capítulos anteriores, apresentou-se o modelo de quase modos quando aplicado à análise de linhas de transmissão de circuito duplo. Com este modelo, obtêm-se modos exatos por meio de uma transformação modal única e real para linhas transpostas. O modelo também é uma boa aproximação para a análise de linhas não transpostas, pois o erro obtido, entre os autovalores exatos e os resultados da transformação modal proposta, não ultrapassa o valor de 1,5%. Assim, após o equacionamento matemático e as análises do modelo de quase modos, serão apresentadas, neste capítulo, simulações de transitórios eletromagnéticos de manobra e de falta, utilizando a linha da figura II.2.

Antes das simulações de transitórios eletromagnéticos, serão realizadas comparações entre os valores de resistências e de indutância. Serão feitas comparações entre os parâmetros de cada um dos modos para cada um dos três tipos de transposição apresentados nos capítulos anteriores e para a linha sem transposição, utilizando uma faixa de freqüência entre 10 Hz e 1 MHz. As diferenças relativas entre os parâmetros de cada uma das transposições e os parâmetros da linha sem transposição também serão analisadas. Com tais comparações, pretende-se analisar os limites de variação dos parâmetros, estudando as principais semelhanças e diferenças entre os parâmetros modais.

VI.1 - Comparações entre os tipos de transposição

A figura VI.1 mostra a comparação entre as resistências do modo M", na qual se observa, a partir de 1kHz, uma separação gradual das curvas de cada um dos tipos de transposição. Há, então, a partir da freqüência citada, inclinações diferentes para cada uma das curvas. Para baixas freqüências, os valores de resistências são semelhantes e, conforme a freqüência aumenta, a curva referente à transposição completa atinge os maiores valores de resistência, enquanto a curva referente à transposição rotacional atinge os menores valores. A curva referente à linha sem transposição, a altas freqüências, tem inclinação semelhante à curva da transposição rotacional, enquanto as outras duas curvas, referentes às transposições completa e operacional, também têm inclinações semelhantes a altas freqüências.



Figura VI.1 - Resistências do modo M".

A figura VI.2 mostra as comparações entre as curvas de resistência do modo M\$. Observa-se que os maiores valores relacionam-se à transposição rotacional, enquanto os menores relacionam-se à transposição operacional. Neste caso, a altas freqüências, todas as curvas apresentam inclinações semelhantes.



Figura VI.2 - Resistências do modo M\$.

O modo M0 tem valores de resistências muito semelhantes para os quatro casos analisados. Isso pode ser observado na figura VI.3. Por causa dessa semelhança, as indutâncias deste modo são mostradas na figura VI.4.



Figura VI.3 - Resistências do modo M0.



Figura VI.4 - Indutâncias do modo M0.

A figura VI.5 mostra as resistências dos modos A" e A", enquanto a figura VI.6 mostra as resistências do modo A\$.



Figura VI.5 - Resistências dos modos A" e A"'.



Figura VI.6 - Resistências do modo A\$.

As figuras VI.7 e VI.8 mostram as resistências e as indutâncias referentes aos modos A0 e A0'. Já o apêndice E mostra todas as curvas de indutância em relação a cada um dos modos.



Figura VI.7 - Resistências dos modos A0 e A0'.



Figura VI.8 - Indutâncias dos modos A0 e A0'.

Nas comparações realizadas nas figuras anteriores, observa-se que, na maioria dos casos, a partir da freqüência de 1 kHz as curvas começam a se separar, apresentando inclinações diferentes. Em alguns casos, na última década de freqüências entre 100 kHz e 1 MHz, há curvas que voltam a apresentar inclinações semelhantes, porém com valores de resistências diferentes. Isso leva a diferenças relativas elevadas entre a linha sem transposição e os três tipos de transposição na última década da faixa de freqüência. Ainda com relação às figuras anteriores, há dois casos em que a diferença entre as curvas é muito pequena ou até mesmo nula. No modo M0, todas as curvas estão bastante próximas e, no modo A0, a curva da transposição operacional está sobreposta à curva da linha sem transposição.

Um ciclo de transposição completo deve ter a extensão menor que 25% do comprimento de onda característico para uma determinada freqüência. Na freqüência de 1 MHz, a linha deveria passar por um ciclo completo de transposição a cada 75 m. Na freqüência de 100 kHz, esse valor seria de 750 m. Dessa forma, nessa faixa de freqüência, os ciclos de transposição teriam valores curtos para uma aplicação prática. Com relação à aplicação de transposição em linhas reais, para freqüências entre 100 kHz e 1 MHz, qualquer linha pode ser considerada como não transposta, devido ao comprimento necessário para um ciclo completo de transposição.

Considerando-se que a faixa de freqüência dos fenômenos analisados está entre 10 Hz e 10 kHz, na figura VI.9, são apresentadas as diferenças relativas entre os valores de resistência de cada uma das transposições e o caso sem transposição, usando essa faixa de freqüência. O objetivo dessas comparações é buscar possíveis simplificações do modelo, substituindo, em alguns casos, a linha não transposta por uma das transposições apresentadas. A figura VI.9 mostra que, para os fenômenos com freqüência até 10 kHz, com elevado conteúdo homopolar, a linha sem transposição pode ser aproximada pela transposição rotacional. Tanto para o modo M0 como para o modo A0 não há diferença entre os parâmetros da linha sem transposição. Assim, quando o fenômeno analisado tiver conteúdo homopolar elevado, a transposição rotacional é uma boa aproximação para a linha sem transposição.

Na figura VI.10, são apresentadas as comparações referentes aos valores de indutância para cada um dos modos da linha dupla trifásica. Esta figura mostra que os valores de indutância da transposição rotacional são idênticos aos valores de indutância da linha sem transposição para os modos homopolares, em toda a faixa de freqüência de 10 Hz a 10 kHz. As figuras VI.9 e VI.10 mostram que as impedâncias da transposição rotacional e da linha sem transposição são idênticas para os modos homopolares. Desta forma, na simulação de fenômenos com conteúdo homopolar alto, a linha sem transposição pode ser representada pela transposição rotacional.



Figura VI.9 - Comparações entre resistências das transposições e da linha sem transposição.



Figura VI.10 - Comparações entre indutâncias das transposições e da linha sem transposição.



Figura VI.11 - Comparações entre a transposição operacional e a linha sem transposição.

Estendendo a análise realizada nas figuras VI.9 e VI.10 para freqüências até 1 M Hz, observa-se que para os modos homopolares não há diferença entre a transposição rotacional e a linha sem transposição. Portanto, caso o fenômeno analisado tenha conteúdo homopolar elevado, a linha sem transposição pode ser representada pela transposição rotacional, mesmo para altos valores de freqüência.

VI.2 - Análise numérica da representação da dependência com a freqüência

Na apresentação do modelo de quase modos, realizada no capítulo II, foi possível observar que há diversos procedimentos conceitualmente corretos para representar a variação do parâmetros de linha com a freqüência. No entanto, cada um desses procedimentos tem restrições inerentes ao seu modelamento

matemático, ou à sua aplicação numérica. O propósito deste item é realizar análises numéricas da representação de parâmetros dependentes da freqüência, entre o modelo de quase modos e o modelo incorporado no aplicativo Microtran. Esse modelo interno é baseado na integração trapezoidal [1, 3, 10, 11] e no modelo de J. R. Marti [16]. A figura VI.12 mostra uma comparação entre quase modos da linha de circuito duplo não transposta. Nessa figura, são comparados os quase modos da linha sem transposição que apresentam os parâmetros com valores mais próximos, segundo a figura III.11. Assim, comparam-se as ondas de tensão propagadas pelos quase modos A\$ e A0. Comparação semelhante é realizada na figura VI.13, utilizando o modelo interno do Microtran. Tanto na figura VI.12 como na figura VI.13, utilizou-se a composição de tensões da tabela V.2, criando uma onda de tensão que se propagou apenas pelos quase modos A\$ e A0. Após a simulação da propagação de cada uma das ondas de tensão, as tensões no terminal de recepção são comparadas e, caso o modelo tenha sido corretamente implementado, as curvas de tensões deverão estar sobrepostas. Este resultado em conjunto com os resultados do capítulo IV, onde foi concluído que os transformadores ideais e os circuitos sintéticos representam adequadamente a variação dos parâmetros de linha em função da freqüência, mostra que a representação desses parâmetros no domínio dos modos foi feita corretamente com a utilização do Microtran.



Figura VI.12 - Comparação de A\$ e A0 para a linha de circuito duplo (quase modos).



Figura VI.13 - Comparação de A\$ e A0 para a linha de circuito duplo (Microtran).

No caso da linha de circuito duplo não transposta, como visto no capítulo III, os modos A\$ e A0 têm pequenas diferenças entre os valores de resistência, como também entre os valores de indutâncias apresentados no apêndice A. Portanto, ondas propagadas apenas pelo modo A\$ devem ter bastante semelhança com as ondas de tensão propagadas apenas pelo modo A0. Utilizando, mais uma vez, a tabela V.2, comparam-se as tensões V_c ' propagadas por esses dois modos, invertendo o sinal da tensão para o modo A0. Dessa forma, para a linha de circuito duplo não transposta, as tensões propagadas pelos modos A\$ e A0 estão praticamente sobrepostas. Esse fato e os resultados do capítulo IV mostram que utilizando o modelo de quase modos, consegue-se uma representação muito boa dos parâmetros de linha dependentes da freqüência para o caso de circuito duplo. Esta representação, determinada pelo modelo de quase modos, é melhor que a representação obtida pelo modelo interno do Microtran. A figura VI.13 confirma essa conclusão ao mostrar as tensões no terminal de recepção da linha analisada, utilizando o modelo do Microtran. As curvas de tensão têm diferenças de amplitude, mostrando que a representação dos parâmetros dependentes da freqüência não teve um tratamento, para toda a faixa de freqüência analisada, tão eficiente quanto no caso do modelo de quase modos. A figura VI.14 mostra mais uma análise do modelo interno do Microtran. A linha transposta, quando representada pelo modelo interno do Microtran, é semelhante à transposição completa, definida no capítulo III, tendo cinco modos idênticos. As ondas de tensão propagadas por estes cinco modos são mostrados na figura VI.14, seguindo os valores da tabela V.1.



Figura VI.14 - Comparação dos modos para a linha transposta (Microtran).

A comparação das ondas propagadas, utilizando apenas os modos representados no modelo interno do Microtran, mostra que tais ondas se sobrepõem. Portanto, a linha com transposição completa tem a sua relação entre os modos corretamente representada no Microtran.

VI.3 - Simulações de transitórios eletromagnéticos

No desenvolvimento deste item, os comentários sobre os resultados obtidos fazem referência a resultados esperados. Assim, os comentários sobre cada simulação têm a função de destacar aquilo que era esperado para a mesma. Portanto, tais comentários não se referem a características, ou resultados, relacionadas ao modelo de quase modos, mas sim ao fato de o modelo de quase modos obter as respostas esperadas e, portanto, ser um modelo eficiente nas simulações realizadas [2, 58 - 79].

Neste item, serão mostradas simulações de energização de linha e de curto-circuito monofásico que são adequados para análise da aplicação do modelo de quase modos na simulação de fenômenos transitórios de manobra. A energização de linha e o curto-circuito são usados na maioria das simulações realizadas por outros autores [60-79]. No caso da energização, o principal interesse relaciona-se às reflexões das ondas viajantes de tensão e de corrente nos terminais de geração e de recepção da linha. Nas simulações de energização realizadas neste trabalho, o terminal de recepção foi utilizado em aberto. A figura VI.15 mostra o esquema utilizado no aplicativo Microtran para reprodução de um trecho da linha
apresentada na figura II.2.



Figura VI.15 - Esquema do circuito utilizado para simulações de transitórios.

Nesta última figura, observa-se os resistores de pré-inserção, utilizados nos casos de energização, e o equivalente de geração que corresponde às características de impedância da saída do gerador. Nesse caso, considera-se, conjuntamente, as impedâncias do gerador e do transformador e três desses conjuntos em paralelo alimentando a linha dupla trifásica. As principais características são detalhadas a seguir:

- comprimento da linha: 250 km;
- tensão nominal: 440 kV;
- potência de base do equivalente de geração: 170 MVA (cada gerador), 510 MVA (total);
- relação entre reatância e resistência (X/R equivalente de geração): 11,4;
- indutância do equivalente de geração (gerador e transformador): 0,3618 pu (cada conjunto);
- impedância característica: 371 \mathbf{S} (determinada em relação ao modo M");
- resistor de pré-inserção: 370 S (atuação durante 9,6 ms);
- carga trifásica equilibrada: indutância de 0,112 pu em cada fase e relação X/R de 100.

Os valores em pu tomaram como referência o equivalente de geração e considerou-se três conjuntos gerador-transformador alimentando o terminal de geração da linha. A carga foi representada por uma indutância, adotando-se uma representação simplificada dos transformadores localizados no terminal de recepção ou sub-estação transformadora da linha. O valor adotado para a carga corresponde ao valor da indutância desses transformadores. Para cada simulação realizada, configurou-se o sistema para que, em regime permanente, a tensão na saída do gerador tivesse o valor de 1 pu após o equivalente de geração. Depois de obtidas as respostas em regime permanente, foram simulados os fenômenos desejados. Para

todas as simulações realizadas, utilizou-se a linha com transposição operacional, por se considerar este tipo de transposição muito próximo da situação real da linha analisada.

Quando se introduz o esquema da figura VI.15 no Microtran, utilizando o modelo de quase modos, pode ocorrer a violação de limites da quantidade de elementos utilizados. Um desses limites, facilmente violados, é a quantidade de transformadores. Caso isso aconteça, pode-se transformar a carga equilibrada para o domínio dos modos diminuindo-se a quantidade de transformadores necessários para a simulação, segundo o esquema da figura VI.15.

Aplicando a transformação T_{FM} , tem-se:

$$Z_{CARGA\alpha\beta 0} = T_{FM} \cdot j0,112 \cdot I_6 \cdot T_{FM}^{-1} = Z_{CARGA}$$
(VI.1)

Dessa forma, tem-se:

$$Z_{CARGA} = \begin{bmatrix} j0,112 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & j0,112 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j0,112 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & j0,112 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & j0,112 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & j0,112 \end{bmatrix} = j0,112 \cdot I_6 \quad (VI.2)$$

Portanto, I_6 representa a matriz identidade de sexta ordem. Ao aplicar a transformação T_{FM} em uma carga equilibrada e sem acoplamento mútuo, obtém-se uma matriz, no domínio dos modos, numericamente idêntica à matriz de impedâncias no domínio das fases. Dessa forma, não há necessidade de utilização dos transformadores no terminal de recepção.

As primeiras simulações são referentes à energização da linha. Nesse caso, três situações foram analisadas: energização direta, energização direta com reator de compensação de 70% em relação à capacitância total da linha e energização com a utilização do resistor de pré-inserção, bem como do reator de compensação. O reator de compensação foi determinado em relação à capacitância total da linha (70% de compensação). Energizou-se apenas um dos circuitos trifásicos, observando as formas de onda no circuito energizado e os efeitos no circuito em aberto. No caso da compensação reativa, esta foi aplicada apenas no circuito energizado. Para a atuação dos disjuntores, os tempos de fechamento dos mesmos, para energização direta, são idênticos aos tempos de fechamento do disjuntor principal, no caso de utilização do resistor de pré-inserção. A tabela VI.1 mostra a seqüência de fechamento dos pólos do resistor de pré-inserção e do disjuntor principal, bem como os tempos escolhidos para a atuação dos elementos utilizados.

Fases	Resistor de pré-inserção (ms)	Disjuntor principal (ms)
А	15,70	25,30
В	16,61	26,21
С	16,22	25,82

Tabela VI.1 - Tempo de atuação dos disjuntores para utilização do resistor de pré-inserção.

A figura VI.16 mostra a forma de onda para o terminal de geração nos dois circuitos trifásicos da linha de transmissão considerada (figura II.2), utilizando três formas de energização. Quando se realiza a energização direta, por causa da extensão do trecho de linha simulado, as sobretensões atingem valores máximos próximos a 2 pu. Isso se deve a reflexões das ondas de tensão nos terminais de geração e de recepção. Uma hipótese de diminuição dessas sobretensões é a utilização de reatores de compensação. Quando se faz a utilização desses reatores, os valores máximos de sobretensões, com compensação de 70%, ficam em torno de 1,5 pu. A utilização de resistores de pré-inserção, em conjunto com os reatores de compensação, diminui ainda mais as sobretensões. No entanto, por causa da linha ser curta, com o uso da compensação reativa, obtém-se uma redução adequada das sobretensões, não sendo necessários o uso dos resistores de pré-inserção.

A figura VI.17 mostra as tensões nos terminais de recepção para as três situações de energização descritas anteriormente. Tanto nesta figura como na figura VI.16, considerando o circuito em aberto, as sobretensões são menores quando são utilizados os resistores de pré-inserção em conjunto com reatores de compensação do que no caso em que se utiliza apenas os reatores de compensação. Devido às características e à extensão do trecho simulado, a melhor forma de se evitar transitórios de energização com valores é a aplicação de reatores de compensação nos dois circuitos da linha de transmissão, associados ou não a resistores de pré-inserção [2]. Nas figuras VI.16 e VI.17, os reatores de compensação estavam localizados no terminal de geração. Isso foi necessário para realizar a simulação com a extensão de 250 km e não superar os limites do Microtran. Assim, a compensação foi concentrada nos terminais de geração de cada circuito da linha simulada.



a) energização direta - circuito energizado



b) compensação - circuito energizado





d) energização direta - circuito aberto





Figura VI.16 - Energização da linha de circuito duplo - tensões nos terminais de geração.



a) energização direta - circuito energizado



b) compensação - circuito energizado





d) energização direta - circuito aberto



Figura VI.17 - Energização da linha de circuito duplo - tensões nos terminais de recepção.

A figura VI.18 mostra a energização dos dois circuitos da linha de transmissão de circuito duplo, vista dos terminais de geração. Energiza-se separadamente cada um dos circuitos. Ou seja, no primeiro circuito energizado, aplica-se a seqüência de tempos de fechamento do disjuntor principal relacionados na tabela VI.1. Para os tempos de fechamento do disjuntor principal do segundo circuito, soma-se 300 ms aos valores dessa tabela, mantendo a mesma seqüência de fechamento do disjuntor. Nesse caso, foi utilizada apenas a compensação reativa, evitando exceder os limites do Microtran. Assim, na figura VI.18, são mostrados a energização de um dos circuitos trifásicos da linha e seus efeitos sobre o outro circuito, denominando-se esta seqüência de intervalo inicial. Em seguida, com o primeiro circuito energizado, mostra-se a energização do segundo circuito e os efeitos sobre o primeiro circuito, denominando-se esta seqüência de intervalo final.



Figura VI.18 - Energização dos dois circuitos da linha dupla trifásica - terminal de geração.

No primeiro circuito, observa-se o amortecimento das ondas de tensão devido à energização do segundo circuito. Como os dois circuitos trifásicos estão ligados a uma mesma barra de geração, no intervalo final de simulação as ondas de tensão tornam-se idênticas. No caso, foram utilizadas escalas diferentes em cada um dos circuitos como forma de facilitar a visualização das ondas de tensão. Assim, o procedimento recomendável para limitação de transitórios de energização é a de compensação reativa em ambos os circuitos da mesma, associada ou não a resistores de pré-inserção.





c) primeiro circuito - intervalo final



Figura VI.19 - Energização dos dois circuitos da linha dupla trifásica - terminal de recepção.

A figura VI.19 mostrou as ondas de tensão nos dois circuitos para o intervalo inicial e para o intervalo final da energização da linha vistas da recepção. Notam-se sobretensões maiores do que nos terminais de geração, em ambos os circuitos, geradas pela reflexão das ondas de tensão nos terminais de recepção.

Quanto à simulação de falta, a próxima figura mostra as ondas de tensões vistas no terminal de geração para quatro pontos de localização da falta. Comparam-se faltas monofásicas com localização correspondente às distâncias de 25, 50 e 75% do comprimento total da linha em relação ao terminal de geração. Também foi simulado um curto-circuito no terminal de recepção. Observa-se que, quanto mais distante do terminal de geração for localizada a falta, menor a freqüência da onda de tensão da fase atingida pelo curto-circuito.



a) 25% do comprimento da linha



c) 75% do comprimento da linha



b) 50% do comprimento da linha

d) final da linha

Figura VI.20 - Tensões no terminal de geração devido a curto-circuito (linha em aberto).

Para a mesma situação da figura anterior, analisando-se as ondas de tensão vistas do terminal de recepção, nota-se que, na fase atingida pelo curto-circuito, é maior a freqüência da onda de tensão quanto mais próxima do final da linha estiver localizada a falta. Isso pode ser observado na figura VI.21. Tem-se um comportamento inverso ao comportamento das ondas de tensão observadas no terminal de geração. Pode-se afirmar que, quanto mais próximo for o ponto de observação do ponto de ocorrência da falta monofásica, maior será a freqüência da onda de tensão da fase atingida pela falta. Esse comportamento implica em freqüência elevada em todas as ondas de tensões do circuito atingido pela falta, bem como do circuito não atingido diretamente pela falta.



a) 25% do comprimento da linha



c) 75% do comprimento da linha



Figura VI.21 - Tensões no terminal de recepção devido a curto-circuito (linha em aberto).

As duas figuras seguintes mostram os resultados obtidos para faltas monofásicas com a linha sob carga, localizadas às mesmas distâncias utilizadas na análise de curto-circuito com a linha em aberto. A carga utilizada é uma representação simplificada do enrolamento do transformador alimentado pela linha. Assim sendo, a figura VI.22 mostra as ondas de tensão para cada uma das fases dos dois circuitos trifásicos da linha analisada vistas no terminal de geração. Neste caso, observa-se que, para a fase em que ocorre a falta, a freqüência da onda de tensão é maior quanto mais próximo do terminal de geração estiver localizado o curto-circuito. Este resultado é semelhante ao observado para a linha em aberto quando se analisa as ondas de tensão no terminal de geração.



a) 25% do comprimento da linha



c) 75% do comprimento da linha



b) 50% do comprimento da linha

d) final da linha

Figura VI.22 - Tensões no terminal de geração devido a curto-circuito (linha sob carga).

Já a figura VI.23 mostra a análise das ondas de tensão quando ocorre um curto-circuito monofásico vistas do terminal de recepção. Novamente, observa-se que, quanto mais próxima a falta estiver do terminal de recepção, maior a freqüência da onda de tensão da fase onde ocorre a mesma. Este comportamento também foi observado no caso de curto-circuito monofásico com a linha em aberto. No caso, uma das diferenças entre o curto-circuito em aberto e sob carga é a obtenção, no segundo caso, de menores sobretensões no terminal de recepção. O terminal de geração também apresenta menores sobretensões para o caso com a presença da carga. Ou seja, tanto no terminal de geração como no terminal de recepção, há maiores sobretensões durante a ocorrência de um curto-circuito monofásico com a linha em aberto.



a) 25% do comprimento da linha



c) 75% do comprimento da linha



b) 50% do comprimento da linha

d) final da linha

Figura VI.23 - Tensões no terminal de recepção devido a curto-circuito (linha sob carga).

Ao se desligar uma linha em vazio, a corrente capacitiva da mesma é interrompida ao passar pelo valor nulo. Nesse instante, a tensão atinge seu valor máximo, deixando uma carga residual presente na linha. Esta carga, geralmente, é drenada por elementos como transformadores e reatores. A simulação foi realizada com a abertura de uma fase de um dos circuitos trifásicos da linha dupla trifásica. Foi realizada também a simulação da abertura de um dos circuitos da mesma linha. Em ambos os casos, a abertura foi simulada no terminal de geração da linha analisada. Inicia-se essa análise na próxima figura, apresentando as ondas de tensão nos terminais de geração e de recepção durante a abertura de uma das fases de um circuito da linha dupla trifásica.



a) terminal de geração - linha em aberto



b) terminal de recepção - linha em aberto



c) terminal de geração - linha sob carga





Figura VI.24 - Abertura de uma fase da linha de transmissão de circuito duplo.

No caso de abertura de uma fase de um dos circuitos da linha de transmissão dupla trifásica, mostrado na figura VI.24, tanto para a linha em aberto como para a linha sob carga, não são observadas oscilações bruscas nas ondas de tensão. Observa-se, no entanto, que tais ondas distanciam-se da forma à freqüência fundamental, devido a abertura de uma das fases. Para a linha sob carga, esse amortecimento depende das características de carga. Tanto para uma fase, como para um circuito, partiu-se da linha em regime permanente, simulando a abertura em um instante em que a corrente fosse nula.

A figura VI.25 mostra os fenômenos transitórios causados pela abertura de um circuito da linha de transmissão dupla trifásica.



a) terminal de geração - linha em aberto



b) terminal de recepção - linha em aberto



c) terminal de geração - linha sob carga





Figura VI.25 - Abertura de um circuito da linha de transmissão dupla trifásica.

Nesse caso, a carga residual no circuito aberto é bastante alta e, no outro circuito, as ondas de tensão têm as amplitudes alteradas pela influência do primeiro circuito. Se ocorrer uma religamento do circuito atingido pela abertura, a carga residual presente poderá causar sobretensões bastante elevadas nos dois circuitos da linha analisada [2]. Como no caso de energização da linha, a utilização de reatores de compensação amorteceria tais sobretensões, fazendo com que as mesmas ficassem limitadas a valores aceitáveis para o caso em questão, bem como para outros casos já estudados.

VI.4 - Comparações entre simulações de curto-circuito

Nas figuras VI.12, VI.13 e VI.14, mostraram-se comparações entre as ondas propagadas entre modos com valores semelhantes para uma linha de transmissão de circuito duplo. O modelo de quase modos apresentou oscilações mais acentuadas nas curvas de tensão do que o modelo interno do Microtran [1, 3, 16]. Devido a essas diferenças, são comparados, neste item, os resultados das análises de um fenômeno transitório típico, realizado por meio do modelo de quase-modos e do modelo interno do Microtran. O transitório analisado é um curto-circuito monofásico, localizado a 75% do comprimento da linha em relação ao terminal de geração da mesma. Nesse caso, utiliza-se, a transposição completa do modelo de quase modos, pois o modelo incorporado no Microtran utiliza uma estrutura de transposição composta por apenas dois valores diferentes de parâmetros modais.

As figuras VI.26 e VI.27 mostram as ondas de tensão no terminal de geração para o fenômeno descrito acima, considerando a linha em aberto e sob carga, respectivamente. Neste caso, a carga é representada como descrito no início deste capítulo (item VI.3). Nas simulações que utilizam o modelo de quase modos e o modelo interno do Microtran, o sistema foi colocado em regime permanente no início da simulação, aplicando a falta monofásica na fase A do circuito 1 após 10 ms desse início. A fonte de tensão e o equivalente de geração têm a mesma caracterização das simulações anteriores.

As figuras VI.28 e VI.29 mostram as tensões obtidas a 25% do comprimento da linha em relação ao terminal de geração para o mesmo transitório analisado nas figuras VI.26 e VI.27. Já nas figuras VI.30 e VI.31, o ponto de medição das tensões é deslocado para a posição média da linha, estando o curto-circuito localizado no mesmo ponto das simulações realizadas para obtenção das figuras anteriores deste item.



Figura VI.26 - Tensões no circuito atingido por falta monofásica - medição no terminal de geração (linha em aberto).



Figura VI.27 - Tensões no circuito atingido por falta monofásica - medição no terminal de geração (liha sob carga).



Figura VI.28 - Tensões no circuito atingido por falta monofásica - medição a 25% do terminal de geração (linha em aberto).



Figura VI.29 - Tensões no circuito atingido por falta monofásica - medição a 25% do terminal de geração (linha sob carga).



Figura VI.30 - Tensões no circuito atingido por falta monofásica - medição a 50% do terminal de geração (linha em aberto).



Figura VI.31 - Tensões no circuito atingido por falta monofásica - medição a 50% do terminal de geração (linha sob carga).

Nas figuras VI.32 e VI.33, faz-se a medição das tensões no local de ocorrência da falta monofásica, ou seja, a 75% do comprimento da linha em relação ao terminal de geração.



Figura VI.32 - Tensões no circuito atingido por falta monofásica - medição no local da ocorrência (linha em aberto).



Figura VI.33 - Tensões no circuito atingido por falta monofásica - medição no local da ocorrência (linha sob carga).

As duas figuras seguintes mostram as ondas de tensão, para o fenômeno analisado neste item, vistas do terminal de recepção da linha.



Figura VI.34 - Tensões no circuito atingido por falta monofásica - medição no terminal de recepção (linha em aberto).



Figura VI.35 - Tensões no circuito atingido por falta monofásica - medição no terminal de recepção (linha sob carga).

Nas figuras deste item nota-se que os resultados apresentados pelos dois modelos são semelhantes. Para os dois modelos, foi utilizada uma transposição idealizada (transposição completa) com valores idênticos entre cinco modos da linha analisada e isto deve ter influenciado sobremaneira a semelhança de resultados. No entanto, principalmente no desenvolvimento deste capítulo, mostrou-se que o modelo proposto reproduz com bastante precisão os parâmetros dependentes da freqüência. Um outro ponto de destaque é a facilidade de obtenção das grandezas elétricas tanto no domínio do tempo como no domínio dos modos. Basta para isso, aplicar a matriz de transformação única e real, ou introduzir no ponto desejado o conjunto de transformadores correspondente à matriz de transformação, não havendo nessa operação nenhuma aproximação matemática, nem tampouco linearização de funções. Ou seja, nesse caso de obtenção das grandezas elétricas, a transformação é exata. Já o modelo é exato para linhas duplas trifásicas transpostas e uma aproximação muito boa para aquelas não transpostas.

Durante as simulações realizadas neste capítulo e nos capítulos anteriores deste trabalho por meio do modelo de quase modos, na maioria das vezes, obteve-se uma boa reprodução dos parâmetros da linha dependentes da freqüência. Dessa maneira, o objetivo primordial deste trabalho foi atingido: apresentar um modelo com uma representação adequada dos parâmetros de linhas de transmissão de circuito duplo, considerando sua dependência da freqüência.



Na introdução deste trabalho, destacou-se a importância das linhas de transmissão e do modelamento das mesmas para a simulação de fenômenos transitórios eletromagnéticos. Simulações deste tipo podem ser aplicadas no dimensionamento de linhas de transmissão e de seus sistemas de proteção e controle. Assim, o modelo apresentado neste trabalho busca uma representação de linhas de transmissão de circuito duplo mais adequada em função da freqüência. Ressalta-se que uma das deficiências da maioria dos simuladores digitais existentes é, justamente, não apresentar uma adequada representação da dependência com a freqüência dos parâmetros das linhas de transmissão no domínio das fases. Uma alternativa é considerar a linha representada no domínio dos modos. Ou seja, necessita-se de uma transformação do domínio das fases para o domínio dos modos. Neste novo domínio, a dependência com a freqüência dos parâmetros da linha é facilmente representada. No entanto, a matriz de transformação fasemodo exata é dependente da freqüência e seus elementos são complexos.

A proposta do trabalho foi utilizar uma matriz de transformação fase-modo única e real para uma larga faixa de freqüência, utilizando circuitos **B** modificados para representar os parâmetros dependentes da freqüência no domínio dos modos. Tal concepção permite a inclusão do modelo proposto em simuladores digitais que trabalham no domínio do tempo. Esta inclusão é realizada por meio de conjuntos de transformadores ideais, capazes de representar a matriz de transformação, enquanto os circuitos **B** modificados, chamados de circuitos sintéticos, representam adequadamente os parâmetros de linha dependentes da freqüência.

A matriz de transformação fase-modo única e real é obtida pela multiplicação de duas matrizes reais e constantes. A primeira dessas matrizes é denominada média-antimédia. Obtém-se essa matriz a partir das características geométricas da linha de transmissão, baseando-se nas características de simetria vertical da mesma. A transformação média-antimédia baseia-se na soma e diferença de correntes das fases simétricas dos dois circuitos trifásicos da linha dupla trifásica. A segunda matriz utilizada na obtenção da

matriz de transformação única e real depende do tipo de transposição considerado. Ao se utilizar transposição adequada para linhas hexafásicas, a aplicação da matriz de Clarke, tanto para os parâmetros médios como para os parâmetros antimédios, gera matrizes de impedâncias e admitâncias diagonais no domínio dos modos. Ou seja, obtêm-se modos exatos. No caso de transposições para linhas de circuito duplo, identificadas neste trabalho como completa e operacional, os parâmetros médios são tratados com a utilização da matriz de Clarke e os parâmetros antimédios são tratados com a utilização da matriz de Clarke e os parâmetros antimédios são tratados com a utilização da matriz T_{UN} foi desenvolvida no decorrer do trabalho devido à necessidade de se diagonalizar as matrizes antimédias da transposição operacional, pois não se conseguia isso com a aplicação da matriz de Clarke. A transposição operacional foi utilizada neste trabalho com o objetivo de introduzir um tipo de transposição que represente os casos reais de transposição de linhas duplas trifásicas. Assim, por meio das matrizes de Clarke e T_{UN} , obtêm-se modos exatos para os casos de linhas de transmissão de circuito duplo transpostas. Todas essas características, bem como a base matemática do modelo proposto, foram desenvolvidas nos três primeiros capítulos.

Quanto à linha sem transposição, não há diagonalização das matrizes médias e antimédias. No entanto, têm-se duas alternativas para a aplicação do modelo proposto: Clarke e T_{UN} . Devido às características de simetria da linha, uma dessas alternativas levou a resultados muito próximos dos modos exatos (T_{CL}), configurando uma boa aproximação para estes últimos valores. Tais resultados foram denominados quase modos. Ou seja, desprezando os elementos fora da diagonal que, nesse caso, não são nulos, obtém-se uma boa aproximação para os modos exatos, como foi mostrado nos capítulos IV, V e VI.

No capítulo IV, partindo da análise de autovetores das linhas transpostas, foram analisados os autovetores e autovalores da linha não transposta. A análise de autovetores e autovalores dos tipos de transposições propostos neste trabalho mostrou, no início do capítulo, maiores detalhes da aplicação do modelo de quase modos em linhas de circuito duplo transpostas. Em relação à linha não transposta, os resultados de comparações dos autovalores exatos e dos resultados da aplicação da matriz de Clarke e da matriz T_{UN} mostraram que o modelo de quase modos é uma boa aproximação para o caso não transposto. Um resultado importante para essa conclusão é a diferença relativa menor que 1,5% entre os autovalores exatos e os resultados obtidos pela aplicação da matriz de Clarke no tratamento dos parâmetros médios. Em relação aos parâmetros antimédios, essa diferença relativa é menor ainda. Essa análise foi realizada para a faixa de freqüência entre 10 Hz e 1 MHz, considerando uma faixa de freqüência maior do que a faixa de freqüência característica dos transitórios de manobra e de falta simulados no capítulo VI (10 Hz a 10 kHz).

No capítulo V, testes de propagação de sinais, por meio de modos ou quase modos, demonstraram

Conclusões e sugest ões

que os circuitos sintéticos reproduzem corretamente a variação dos parâmetros de linha no domínio dos modos em função da freqüência. Nesses testes, foram utilizadas tanto a linha sem transposição como os casos de linhas transpostas, apresentados no capítulo III. Dessa forma, nos seis primeiros capítulos, analisou-se detalhadamente cada uma das partes do modelo apresentado na figura II.1.

Utilizando a transformação modal única e real em conjunto com seis circuitos independentes no domínio dos modos, compostos por circuitos sintéticos, foram apresentadas diversas simulações de transitórios de manobra no capítulo VI. Tais simulações ratificam as conclusões obtidas em capítulos anteriores. Além das simulações, foram realizadas comparações entre o modelo de quase modos e o modelo interno do Microtran, considerando a dependência com a freqüência em estruturas de circuito duplo e utilizando um curto-circuito a 75% do terminal de geração.

Em relação ao modelo proposto, faz-se ainda o seguinte comentário: o modelo de quase modos foi aplicado originalmente em outros trabalhos na análise de linhas de transmissão de circuito simples, representando adequadamente os parâmetros elétricos dependentes da freqüência. Ao aplicar o modelo de quase modos na análise de linhas de circuito duplo, foram mantidas as mesmas características da sua aplicação em circuitos simples, fazendo uma adaptação por meio da mudança de base vetorial do sistema original. Isso foi necessário para criar dois novos circuitos trifásicos desacoplados, utilizando combinações lineares entre os componentes da base vetorial original (domínio das fases). Foram obtidas grandezas em relação à nova base vetorial denominada média-antimédia. A partir desse novo campo vetorial, no qual obtêm-se dois novos circuitos trifásicos independentes, a aplicação da transformação fase-modo foi semelhante para o caso de linhas de circuito simples. No domínio médio-antimédio, não houve alteração das características do sistema original, sendo que estas foram reescritas em relação a uma nova base vetorial, reescrevendo-se o sistema original com todas as suas características em relação a uma nova base vetorial, necescrevendo-se o sistema original com todas as suas características em relação a uma nova base vetorial.

Para a linha real, apresentada neste trabalho e cuja estrutura é mostrada na figura II.2, a matriz de Clarke foi a melhor opção para substituição das matrizes exatas de autovetores, quando analisada na situação sem transposição, tanto para os parâmetros médios como para os parâmetros antimédios. Assim, o modelo de quase modos é uma boa alternativa para considerar a dependência com a freqüência em linhas de circuito duplo. Tal conclusão baseia-se, principalmente, nas comparações de autovalores e resultados do modelo de quase modos cujas diferenças foram desprezíveis.

A principal contribuição deste trabalho foi a análise detalhada da aplicação do modelo de quase

modos em linhas de circuito duplo com eixo de simetria vertical. Dessa análise, destaca-se o estudo dos tipos de transposição e, principalmente, da transposição operacional que busca reproduzir idealmente a transposição de linhas de circuito duplo em casos práticos. Com relação a esse tipo de transposição, obtevese a matriz T_{UN} , uma combinação linear dos elementos da matriz de Clarke capaz de diagonalizar as matrizes de parâmetros antimédios que não é diagonalizada pela aplicação da matriz de Clarke. Além dessas contribuições em relação à linha de circuito duplo, no desenvolvimento do capítulo IV, foram obtidos resultados que levaram a uma sugestão interessante para novos trabalhos: a aplicação do modelo de quase modos em linhas não simétricas.

O modelo de quase modos, então, é adequado para a análise de transitórios eletromagnéticos em linhas de transmissão de circuito duplo, transpostas e não transpostas, representando adequadamente os parâmetros dependentes da freqüência e podendo ser incluído, de forma simples, na maioria dos simuladores digitais existentes. Além disso, os resultados obtidos para uma linha trifásica simples sem simetria vertical criam boas perspectivas para aplicação da transformada de Clarke na análise de linhas de transmissão não simétricas, considerando parâmetros dependentes da freqüência.

VII.1 - Sugestões

O trabalho descrito nos capítulos anteriores não encerra o assunto sobre representação de parâmetros dependentes da freqüência em linhas de transmissão de circuito duplo. Há possibilidade de se analisar detalhes da aplicação do modelo de quase modos em linhas de transmissão de circuito duplo e em linhas trifásicas simples.

Uma primeira sugestão é a análise dos tipos de transposições apresentadas neste trabalho em outros tipos de configurações diferentes em estrutura e em número de condutores da linha de circuito duplo. Nesse caso, há a possibilidade de ampliar a análise para duas ou mais linhas de circuito duplo paralelas, considerando a existência de eixo de simetria entre elas. Uma outra sugestão é analisar a aplicação do modelo, utilizando outras combinações lineares dos elementos da matriz de Clarke, buscando outras alternativas para a constituição da matriz de transformação única e real utilizada pelo modelo proposto.

No entanto, a principal sugestão é a aplicação do modelo de quase modos na análise de linhas de transmissão não simétricas. Essa sugestão é baseada nos resultados obtidos na análise de uma linha de transmissão trifásica simples sem simetria vertical. Tal linha apresenta simetria horizontal e seus

autovetores têm valores muito próximos dos elementos da matriz de Clarke. A análise, nesse caso, pode abranger o caso de linhas paralelas com estruturas de torre diferentes, considerando uma delas como transposta e a outra como não transposta.



- H. W. DOMMEL, A. YAN, R. J. ORTIZ DE MARCANO, A. B. MILIANI, Case Studies for Electromagnetic Transients, University of British Columbia, Vancouver, Canada, May, 1983.
- [2] A. D'AJUZ, C. S. FONSECA, F. M. S. CARVALHO, J. AMON FILHO, L. E. N. DIAS, M. P. PEREIRA, P. C. V. ESMERALDO, R. VAISMAN, S. O. FRONTIN, Transitórios Elétricos e Coordenação de Isolamento Aplicação em Sistemas de Potência de Alta Tensão, Editora da Universidade Fluminense (EDUFF) e FURNAS Centrais Elétricas, Niterói, Rio de Janeiro, 1987.
- [3] H. W. DOMMEL, "Digital computer solution of electromagnetic transients in single and multiphase networks", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-88, pp. 388-399, April, 1969.
- [4] J. A. BRANDÃO FARIA, J. H. BRICEÑO MENDES, "Modal analysis of untransposed bilateral three-phase lines - a perturbation approach", IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 12, no. 1, pp. 497-504, January, 1997.
- [5] J. L. BOLDRINI, S. I. R. COSTA, V. L. FIGUEIREDO, H. G. WETZLER, Álgebra Linear, 3^a edição, Harper & Row do Brasil, São Paulo, 1980.
- [6] E. L. LIMA, Álgebra Linear, 4^a edição, Instituto de Matemática Pura e Aplicada CNPq, Rio de Janeiro, 2000.
- [7] M. MOROZOWSKI FILHO, Matrizes Esparsas em Redes de Potência Técnicas de Operação, ELETROBRÁS - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, FEESC, Florianópolis, Santa Catarina, 1981.
- [8] W. H. HAYT JR., Eletromagnetismo, 3^a edição, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 1983.
- [9] M. R. SPIEGEL, Transformadas de Laplace Coleção Schaum, Editora McGraw-Hill do Brasil Ltda., Rio de Janeiro, 1971.
- [10] H. W. DOMMEL, EMTP Theory Book, Microtran Power System Analysis Corporation, Vancouver, British Columbia, Canada, Second Edition, May, 1992.

- [11] Microtran Reference Manual Transients Analysis Program for Power and Power Electronic Circuits, Microtran Power System Analysis Corporation, Vancouver, B.C., Canada, September, 1992.
- [12] A. BUDNER, "Introduction of frequency-dependent line parameters into an electromagnetic transients program", IEEE Trans. on Power Apparatus ans Systems, vol. PAS-89, no. 1, pp. 88-97, January, 1970.
- [13] W. SCOTT MEYER, H. W. DOMMEL, "Numerical modelling of frequency-dependent transmission parameters in an electromagnetic transient program", IEEE Trans. on Power Apparatus ans Systems, vol. PAS-93, pp. 1401-1409, 1974.
- [14] L. MARTI, "Simulation of transients in underground cables with frequency-dependent modal transformation matrices", IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 3, no. 3, pp. 1099-1110, July, 1988.
- [15] L. MARTI, "Low-order approximation of transmission line parameters for frequency-dependent models", IEEE Trans. on Power Apparatus ans Systems, vol. PAS-102, no. 11, pp 3582-3589, November, 1983.
- [16] J. R. MARTI, "Accurate modelling of frequency-dependent transmission lines in electromagnetic transient simulations", IEEE Trans. on Power Apparatus ans Systems, vol. PAS-101, no. 1, pp. 147-155, January, 1982.
- [17] B. GUSTAVSEN, A. SEMLYEN, "Calculation of transmission line transients using polar decomposition", IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 13, no. 3, pp. 855-862, July, 1998.
- [18] S. HENSCHEL, A. I. IBRAHIM, H. W. DOMMEL, "Transmission line model for variable step size simulation algorithms", Electrical Power and Energy Systems, vol. 21, pp. 191-198, 1999.
- [19] N. R. WATSON, G. D. IRWIN, "Accurate and stable electromagnetic transient simulation using root-matching techniques", Electrical Power and Energy Systems, vol. 21, pp. 225-234, 1999.
- [20] J. K. SNELSON, "Propagation of travelling waves on transmission lines frequency dependent parameters", IEEE Trans. on Power Apparatus ans Systems, vol. PAS-91, pp. 85-91, January/February, 1972.
- [21] A. SEMLYEN, A. DABULEANU, "Fast and accurate switching transient calculations on transmission lines with ground return using recursive convolutions", IEEE Trans. on Power Apparatus ans Systems, vol. PAS-94, no. 2, pp. 561-571, March/April, 1975.
- [22] A. AMETANI, "A highly efficient method for calculating transmission line transients", IEEE Trans. on Power Apparatus ans Systems, vol. Pas-95, no. 5, pp. 1545-1551, September/October, 1976.
- [23] A. SEMLYEN, "Contribution to the theory of calculation of electromagnetic transients on

transmission lines with frequency dependent parameters", IEEE Trans. on Power Apparatus ans Systems, vol. PAS-100, no. 2, pp. 848-856, February, 1981.

- [24] B. GUSTAVSEN, A. SEMLYEN, "Combined phase and modal domain calculation of transmission line transients based on vector fitting", IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 13, no. 13, pp. 596-604, April, 1998.
- [25] B. GUSTAVSEN, A. SEMLYEN, "Simulation of transmission line transients using vector fitting and modal decomposition", IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 13, no. 2, pp. 605-614, April, 1998.
- [26] G. ANGELIDIS, A. SEMLYEN, "Direct phase-domain calculation of transmission line transients using two-sided recursions", IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 10, no. 2, pp. 941-949, April, 1995.
- [27] C. DUFOUR, H. LE-HUY, J. C; SOUMAGNE, A. EL HAKINI, "Real-time simulation of power transmission lines using Marti model with optimal fitting on dual-DSP card", IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 11, no. 11, pp. 412-419, January, 1996.
- [28] M. C. TAVARES, "Linha de transmissão hexafásica característica de propagação e comportamento de linha a freqüência industrial e transitórios eletromagnéticos", Tese de Mestrado, UFRJ/COPPE, Brasil, 820 páginas, 1991.
- [29] M. C. D. TAVARES, "Modelo de linha de transmissão polifásico utilizando quase-modos", Tese de Doutorado, UNICAMP, Brasil, 255 páginas, 1998.
- [30] R. WILSON LONG, D. GELOPULOS, "Component transformations eigenvalue analysis succinctly defines their relationships", IEEE Trans. on Power Apparatus ans Systems, vol. PAS-101, no. 10, pp. 4055-4063, October, 1982.
- [31] L. M. WEDEPOHL, H. V. NGUYEN, G. D. IRWIN, "Frequency-dependent transformation matrices for untransposed transmission lines using Newton-Raphson method", IEEE Trans. on Power Systems, vol. 11, no. 3, pp. 1538-1546, August, 1996.
- [32] B. GUSTAVSEN, A. SEMLYEN, "Calculation of transmission line transients using polar decomposition", IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 13, no. 3, pp. 855-862, July, 1998.
- [33] J. A. BRANDÃO FARIA, J. H. BRICEÑO MENDES, "On the modal analysis of asymmetrical three-phase transmission lines using standart transformation matrices", IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 12, no. 4, pp. 1760-1765, October, 1997.
- [34] Microtran mtLine & fdData Reference Manual, Microtran Power System Analysis Corporation, Vancouver, B. C., Canada, September, 1992.

- [35] M. C. TAVARES, J. PISSOLATO, C. M. PORTELA, "Quasi-modes multiphase transmission line model", Proceedings 1997 International Power Systems Transient Conference (IPST'97), Seatle, WA, EUA, 1997.
- [36] M. C. TAVARES, J. PISSOLATO, C. M. PORTELA, "Mode domain multiphase transmission line use in transient studies", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 14, pp. 1533-1544, October, 1999.
- [37] M. C. TAVARES, J. PISSOLATO, C. M. PORTELA, "New mode-domain representation of transmission line for power systems studies", Proceedings 1998 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS'98), Monterey, EUA, 1998.
- [38] M. C. TAVARES, J. PISSOLATO, C. M. PORTELA, "New mode domain multiphase transmission line model - transformation matrix modeling", Proceedings 1998 International Conference on Power System Technology (POWERCON'98), Beijing, China, 1998.
- [39] M. C. TAVARES, J. PISSOLATO, C. M. PORTELA, "New mode domain multiphase transmission line model applied to transient studies", Proceedings 1998 International Conference on Power System Technology (POWERCON'98), Beijing, China, 1998.
- [40] M. C. TAVARES, J. PISSOLATO, C. M. PORTELA, "Modelo de linha de transmissão polifásica utilizando quase-modos", Anais do XII Congresso Brasileiro de Automática (XII CBA), Uberlândia, MG, Brasil, 1998.
- [41] M. C. TAVARES, J. PISSOLATO, C. M. PORTELA, "New mode-domain representation of transmission line - Clarke transformation analysis", Proceedings 1998 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS'98), Monterey, EUA, 1998.
- [42] M. C. TAVARES, J. PISSOLATO, C. M. PORTELA, "New mode domain multiphase transmission line model - Clarke transformation evaluation", Proceedings 1998 International Conference on Power System Technology (POWERCON'98), Beijing, China, 1998.
- [43] C. M. PORTELA, M. C. TAVARES, "Six phase transmission line propagation characteristics and new three-phase representation", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 8, no. 3, pp. 1470-1483, Julho, 1993.
- [44] C. M. PORTELA, M. C. TAVARES, R. M. AZEVEDO, "A new line representation for transient studies - application to a six phase transmission line", Proceedings 8th International Symposium on High Voltage Engineering (ISH), Yokohama, Japan, 1993.
- [45] C. M. PORTELA, M. C. TAVARES, "Comportamento e otimização de um sistema hexafásico de

transmissão para operação normal e fenômenos transitórios", Anais do XI SNPTEE - Simpósio Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Grupo IV, Rio de Janeiro, RJ, 1991.

- [46] A. SEMLYEN, A. ROTH, "Calculation of exponential propagation step responses accurately for three base frequencies", IEEE Trans. on Power Apparatus ans Systems, vol. PAS-96, no. 2, pp. 667-672, March/April, 1977.
- [47] T. NODA, N. NAGAOKA, A. AMETANI, "Phase domain modeling of frequency-dependent transmission lines by means of an ARMA model", IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 11, no. 1, pp. 401-411, January, 1996.
- [48] H. V. NGUYEN, H. W. DOMMEL, J. R. MARTI, "Direct phase-domain modelling of frequency-dependent overhead transmission lines", IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 12, no. 3, pp. 1335-1342, July, 1997.
- [49] T. HENRIKSEN, "Including high order rational functions in EMTP. A comparison between alternative methods with emphasis on accuracy", IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 12, no. 1, pp. 372-379, January, 1997.
- [50] A. MORCHED, B. GUSTAVSEN, M. TARTIBI, "A universal model for accurate calculation of electromagnetic transients on overhead lines and underground cables", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 14, no. 3, pp. 1032-1038, 1999.
- [51] M. C. TAVARES, J. PISSOLATO, C. M. PORTELA, "Quasi-Modes three-phase transmission line model - transformation matrix equations", International Journal of Electrical Power & Energy Systems, vol. 23/4, pp. 325-333, 2001.
- [52] C. M. PORTELA, M. C. TAVARES, J. PISSOLATO, "Modelo de linha de transmissão polifásica com dependência com a freqüência utilizando quase modos - comparação com modelos existentes no ATP", VII Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning (VII SEPOPE), Curitiba, Paraná, Brasil, Maio, 2000.
- [53] A. J. PRADO, J. PISSOLATO FILHO, M. C. TAVARES, C. M. PORTELA, "A frequency dependent mode domain model for double three-phase transmission lines", Proceedings 2000 International Conference on Power System Technology (POWERCON'2000), UWA-Perth, Australia, 4-7 December, 2000.
- [54] A. J. PRADO, J. PISSOLATO FILHO, M. C. TAVARES, C. M. PORTELA, "Representing a double three-phase transmission line in a transient study - a new approach", 2001 IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, Columbus, Ohio, USA, 28 January - 1 February, 2001.

- [55] A. J. PRADO, J. PISSOLATO FILHO, M. C. TAVARES, C. M. PORTELA, "A new model of double three-phase transmission line including frequency dependence - a transient study", Proceedings International Conference on Power Systems Transients (IPST'2001), Rio de Janeiro, Brazil, 24-28 June, 2001.
- [56] A. J. PRADO, J. PISSOLATO FILHO, M. C. TAVARES, C. M. PORTELA, "Modal transformation applied to transients in double three-phase transmission lines", 2001 IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, Vancouver, BC, Canada, 15-19 July, 2001.
- [57] A. J. PRADO, J. PISSOLATO FILHO, M. C. TAVARES, C. M. PORTELA, "Modelo de representação de linha de transmissão trifásica em circuito duplo com dependência com a freqüência aplicação em transitórios de manobra", Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Campinas, Grupo X, 21-26 de Outubro, 2001.
- [58] A. GREENWOOD, Electrical transients in power systems, Wiley-Interscience, 2nd edition, New York, 1991.
- [59] T. T. NGUYEN, H. Y. CHAN, "Evaluation of modal transformation matrices for overhead transmission lines and underground cables by optimization method", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 17, no. 1, pp. 200-209, January, 2002.
- [60] S. IHARA, W. W. PRICE, K. TOMIYAMA, "Load modeling improvement for power system studies", VII Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, Canal da Música, Curitiba, Paraná, Brasil, 21-26 de Maio, 2000.
- [61] E. M. A. ARAÚJO, J. R. VALADARES, M. H. M. VALE, "Políticas, critérios e procedimentos para compensação reativa e controle de tensão", VII Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, Canal da Música, Curitiba, Paraná, Brasil, 21-26 de Maio, 2000.
- [62] P. C. FERNANDEZ, P. C. V. ESMERALDO, A. S. B. CÂMARA, C. R. ZANI, H. BRONZEADO, R. VAISMAN, "Mitigation of power system switching transients to improve power quality", VII Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, Canal da Música, Curitiba, Paraná, Brasil, 21-26 de Maio, 2000.
- [63] T. UEDA, T. ITO, H. WATANABE, T. FUNABASHI, A. AMETANI, "A comparison between two tower models for lightning surge analysis of 77 kV system", Proceedings 2000 International Conference on Power System Technology (POWERCON'2000), UWA-Perth, Australia, 4-7 December, 2000.
- [64] C. M. PORTELA, M. C. TAVARES, J. PISSOLATO, "Analyzing the earth conductivity and

permittivity frequency dependence influence to eletromagnetic transient phenomena", Proceedings 2000 International Conference on Power System Technology (POWERCON'2000), UWA-Perth, Australia, 4-7 December, 2000.

- [65] M. HAIMBACH, L. D. GRCEV, "Simulation of grounding structures within EMTP", 10th International Symposium on High Voltage Engineering, Montréal, Québec, August 25-29, 1997.
- [66] G. B. D. VARA PRASAD, K. UDAYKUMAR, B. P. SINGH, "EMTP simulation of fast transients in gas insulated switchgear", 10th International Symposium on High Voltage Engineering, Montréal, Québec, August 25-29, 1997.
- [67] A. A. DAHAB, "Voltage transients analysis in a system composed of a transmission line connected to a transformer", 10th International Symposium on High Voltage Engineering, Montréal, Québec, August 25-29, 1997.
- [68] A. ABUR, O. OZGUN, F. H. MAGNAGO, "Accurete modeling and simulation of transmission line transients using frequency dependent modal transformations", 2001 IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, Columbus, Ohio, USA, 28 January - 1 February, 2001.
- [69] B. A. MORK, "Parameters for modeling transmission lines and transformers in transient simulations", 2001 IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, Columbus, Ohio, USA, 28 January - 1 February, 2001.
- [70] S. KUROKAWA, J. PISSOLATO FILHO, M. C. TAVARES, C. M. PORTELA, "Applying a new methodology to verify transmission line model performance - the equivalent impedance test", 2001 IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, Vancouver, British Columbia, Canada, 15-19 July, 2001.
- [71] R. P.S. LEÃO, I. C. ALBUQUERQUE, "Simulação da resposta ao transitório de chaveamento em sistemas de potência usando o PSPICE", Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Campinas, Grupo X, 21-26 de Outubro, 2001.
- [72] A. C. S. LIMA, M. C. PEREIRA, "Análise comparativa dos modelos de linha de transmissão para o EMTP", Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Campinas, Grupo X, 21-26 de Outubro, 2001.
- [73] J. A. MARTINEZ-VELASCO, B. GUSTAVSEN, "Overview of overhead line models and their representation in digital simulations", Proceedings International Conference on Power Systems Transients (IPST'2001), Rio de Janeiro, Brazil, 24-28 June, 2001.
- [74] M. C. TAVARES, C. M. PORTELA, J. PISSOLATO FILHO, "Influence of earth conductivity and

permittivity frequency dependence in electromagnetic transient phenomena", Proceedings International Conference on Power Systems Transients (IPST'2001), Rio de Janeiro, Brazil, 24-28 June, 2001.

- [75] S. KUROKAWA, J. PISSOLATO FILHO, M. C. TAVARES, "Analysis of a transmission line models using a equivalent impedance test concept", Proceedings International Conference on Power Systems Transients (IPST'2001), Rio de Janeiro, Brazil, 24-28 June, 2001.
- [76] A. B. FERNANDES, W. L. A. NEVES, E. G. COSTA, M. N. CAVALCANTI, "The effect of the shunt conductance on transmission line models", Proceedings International Conference on Power Systems Transients (IPST'2001), Rio de Janeiro, Brazil, 24-28 June, 2001.
- [77] K. YAMAMOTO, A. AMETANI, "An optimum adoption of iterative methods for nonlinear simulations on EMTP-type simulators", Proceedings International Conference on Power Systems Transients (IPST'2001), Rio de Janeiro, Brazil, 24-28 June, 2001.
- [78] C. MACHADO JUNIOR, N. FUKUOKA, E. A. ROSE, A. VIOLIN, M. L. B. MARTINEZ, "Short circuit studies using electrical transient programs - The impact on the definition of old equipment withstanding limits and related subjects an overview based on studies for Tucuruí switching substation", Proceedings International Conference on Power Systems Transients (IPST'2001), Rio de Janeiro, Brazil, 24-28 June, 2001.
- [79] C. ANDRIEU, J. P. GENET, "Transients simulation in low voltage power system", Proceedings International Conference on Power Systems Transients (IPST'2001), Rio de Janeiro, Brazil, 24-28 June, 2001.



Neste apêndice, são apresentadas as curvas de indutância em função da freqüência para cada um dos tipos de transposição apresentados no capítulo III e para a linha sem transposição. A faixa de freqüência utilizada é de 10 Hz até 1 MHz. Para as transposições completa e operacional, a transformação T_{FM} foi utilizada para obtenção dos parâmetros de linha no domínio dos modos. No caso da transposição rotacional, a matriz de transformação aplicada foi a matriz T_{FMH} . Como forma de analisar detalhadamente a linha sem transposição, são apresentadas as curvas obtidas com a utilização da matriz T_{UN6} e as curvas obtidas com a utilização da matriz T_{CL6} .



Figura A.1 - Indutâncias [mH/km] da transposição completa.



Figura A.2 - Indutâncias [mH/km] da transposição rotacional.



Figura A.3 - Indutâncias [mH/km] da transposição operacional.


Figura A.4 - Indutâncias [mH/km] da linha sem transposição ($T_{\rm UN6}$).



Figura A.5 - Indutâncias [mH/km] da linha sem transposição ($T_{{\it CL6}}).$



As matrizes T_{FMH} e T_{FMH}^{-1} são obtidas da seguinte forma:

$$T_{FMH} = T_{MA} \cdot T_{CL6} \quad e \quad T_{FMH}^{-1} = T_{CL6}^{-1} \cdot T_{MA}^{-1}$$
 (B.1)

A matriz de transformação tem a seguinte estrutura:

$$T_{FMH} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \end{bmatrix}$$
(B.2)

A matriz de transformação inversa tem a seguinte estrutura:

$$T_{FMH}^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{2\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{2\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{6}} \end{bmatrix}$$
(B.3)



Neste apêndice, são apresentadas as curvas das matrizes de autovetores T_{VM} e T_{VA} em função da freqüência. Tais matrizes foram determinadas por meio da procedimento descrito no capítulo IV [31]. A faixa de freqüência analisada varia de 10 Hz a 1 MHz. A parte real e a parte imaginária de cada autovetor são apresentadas em figuras diferentes, de forma semelhante ao capítulo IV.



Figura C.1 - Parte real dos elementos da primeira linha da matriz T_{VM} .



Figura C.2 - Parte imaginária dos elementos da primeira linha da matriz T_{VM} .



Figura C.3 - Parte real dos elementos da segunda linha da matriz T_{VM} .



Figura C.4 - Parte imaginária dos elementos da segunda linha da matriz T_{VM} .



Figura C.5 - Parte real dos elementos da terceira linha da matriz T_{VM} .



Figura C.6 - Parte imaginária dos elementos da terceira linha da matriz T_{VM} .



Figura C.7 - Parte real dos elementos da primeira linha da matriz T_{VA} .





Figura C.8 - Parte imaginária dos elementos da primeira linha da matriz $T_{\rm VA}.$



Figura C.9 - Parte real dos elementos da segunda linha da matriz $T_{\mbox{\tiny VA}}$





Figura C.10 - Parte imaginária dos elementos da segunda linha da matriz T_{VA} .



Figura C.11 - Parte real dos elementos da terceira linha da matriz T_{VA} .





Figura C.12 - Parte imaginária dos elementos da terceira linha da matriz $T_{\mbox{\tiny VA}}$



Neste apêndice, são mostradas as comparações entre as curvas de indutâncias exatas e as curvas de indutâncias sintéticas para cada um dos tipos de transposição apresentados neste trabalho e para a linha sem transposição. Os valores médios são mostrados separadamente dos valores antimédios em figuras diferentes.



Figura D.1 - Indutâncias modais médias sintéticas e exatas da transposição completa.



Figura D.2 - Indutâncias modais antimédias sintéticas e exatas da transposição completa.



Figura D.3 - Indutâncias modais médias sintéticas e exatas da transposição rotacional.



Figura D.4 - Indutâncias modais antimédias sintéticas e exatas da transposição rotacional.



Figura D.5 - Indutâncias modais médias sintéticas e exatas da transposição operacional.



Figura D.6 - Indutâncias modais antimédias sintéticas e exatas da transposição operacional.



Figura D.7 - Indutâncias modais médias sintéticas e exatas da linha sem transposição.



Figura D.8 - Indutâncias modais antimédias sintéticas e exatas da linha sem transposição.



Neste apêndice, são mostradas comparações entre as curvas de indutância para cada um dos seis modos obtidos após a aplicação da matriz de transformação modal (T_{FM} ou T_{FMH}). A legenda para todas as figuras é a mesma e é apresentada na figura E.2, na qual as curvas apresentam uma distância adequada para introdução da legenda.



Figura E.1 - Indutâncias do modo M'' .







Figura E.3 - Indutâncias do modo M0.







Figura E.5 - Indutâncias do modo A\$.

Apêndice E



