



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE
COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MICRONDA E ÓPTICA

SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS DA PROPAGAÇÃO ESCALAR DE FEIXES ÓPTICOS

MARCELO LYRA BRANDÃO

Orientador: **Prof. Dr. Hugo Enrique
Hernández Figueroa**

Dissertação de Doutorado apresentada à
Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação da Universidade Estadual de
Campinas como parte dos requisitos
exigidos para a obtenção do título de Doutor
em Ciências.

Este exemplar corresponde a redação final da tese defendida por <u>Marcelo Lyra Brandão</u> e aprovada pela Comissão
Julgada em <u>05 / 01 / 98</u>  Orientador

Campinas-SP Brasil
Janeiro 1998



9805553

UDADE BC
 CHAMADA: 7/UNICAMP
 B733s
 Ex.
 MBO BC/ 22996
 OC. 395/98
 C D
 ECO R\$ 11,00
 TA 07/03/98
 CPD

CM-00106508-2

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
 BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

B733s Brandão, Marcelo Lyra
 Simulação por elementos finitos da propagação
 escalar de ondas ópticas. / Marcelo Lyra Brandão.--
 Campinas, SP.[s.n.], 1998.

Orientador: Hugo Enrique Hernández Figueroa.
 Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas,
 Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Simulação (Computadores). 2. Guias de onda ópticos.
 3. Método dos elementos finitos. 4. Propagação. 5.
 Camada limite. I. Hernández Figueroa, Hugo Enrique. II.
 Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de
 Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

AGRADECIMENTOS

- Ao Prof. Hugo Enrique Hernández Figueroa pela orientação dos trabalhos desenvolvidos na UNICAMP;
- À UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO pela concessão do afastamento para que eu pudesse realizar este trabalho.
- À CAPES/PICD pelo suporte financeiro.
- À minha esposa Telma e meus filhos Otávio Felipe e Anna Karina pelo apoio familiar e compreensão nas horas mais difíceis, sem os quais não seria possível a realização deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho descreve o modelamento computacional da propagação em vários guias de ondas ópticos, do tipo empregado em dispositivos ópticos integrados. Este mesmo modelamento envolve a utilização de elementos finitos na solução numérico-computacional das equações de onda de Maxwell, tais como, as equações de Fresnel ou a equação de Helmholtz. Dentro desse contexto, os métodos de propagação, também chamados de métodos da propagação do feixe (BPM), podem ser divididos em dois tipos: os métodos do operador completo (FOM's) e os métodos do operador particionado (SOM's). Recentemente, sérias instabilidades e problemas envolvendo precisão tornaram-se evidentes nos esquemas convencionais tridimensionais com elementos finitos do tipo 'split-operator'. Desse modo, um novo, estável e preciso esquema tridimensional (3D) baseado em elementos finitos e na técnica 'split-operator', é descrito aqui para a análise da propagação escalar de guias de onda ópticos com seção transversal arbitrária, incluindo estruturas z -variantes e com dielétricos não-lineares e não-homogêneos. O presente algoritmo supera estes problemas através da preservação de todas as características atrativas da técnica do operador particionado. Devido à discretização por elementos finitos, os recursos computacionais podem ser otimizados pelo uso de malhas adaptativas e técnicas de matrizes esparsas. Adicionalmente, é descrita a incorporação das condições de fronteiras transparentes (TBC) na equação de onda, de modo a suprimir reflexões não físicas indesejáveis provenientes das bordas da janela computacional virtual. Além disso, um esquema de propagação não paraxial baseado na aproximação de Padé é apresentado.

Esquemas numéricos bidimensionais(2D) e tridimensionais(3D), com as técnicas expostas acima e baseado no método dos elementos finitos(FEM), são apresentados, comparados com resultados anteriores e discutidos. O método dos elementos finitos, como dito anteriormente, apresenta, entre outras vantagens, a propriedade do uso de malhas arbitrárias adaptativas. Além disso, são incluídas na presente análise aplicações específicas envolvendo meios lineares e não-lineares.

No fim deste trabalho, sob forma conclusiva, é aberto um pequeno espaço para desenvolvimentos futuros dos métodos numéricos aqui abordados, que incluem a análise modal e de propagação vetorial e semi-vetorial, propagação de sólitons, modelamento de outros dispositivos da óptica integrada e a utilização de uma malha de contornos inteiramente arbitrários.

ABSTRACT

This thesis describes the computer modelling of a wide range of optical waveguides, for integrated optics applications. The modelling described here involves the numerical solution of suitable Maxwell wave equations, such as Helmholtz and Fresnel. Within this context, the Beam Propagation Method (BPM) or marching methods, can be divided into two general kinds: the full-operator methods (FOM's) and the split-operator methods (SOM's). Recently, serious instability and inaccuracy problems were pointed out for the conventional 3-D split-operator finite-element scheme. The present algorithm overcomes these problems even though preserving all the attractive features of the split-operator technique. Due to the finite-element discretization, computer resources can be optimized by exploiting the use of adaptive meshes and sparse-matrix techniques. The implementation of the transparent boundary conditions (TBC) into the wave equation is also described. TBC are necessary to suppress the undesirable nonphysical reflections from the computational window edges, and also to optimize the size of the numerical window. Furthermore nonparaxial propagation based on Padé approximation is described.

Current and novel numerical 2-D and 3-D schemes, based on finite element methods, are presented and discussed. The finite element method permits, among other advantages, the use of arbitrary adaptive meshes.

Finally, the scope for further development of the numerical methods introduced here, has been included as conclusion remarks. That includes semi-vectorial, vectorial spatial propagation, soliton propagation, modelling of alternative integrated optical devices and employment of meshes of whole arbitrary boundary.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO.....	10
-----------------	----

CAPÍTULO 2

FERRAMENTA NUMÉRICA PARA ANÁLISE DE GUIAS

2.1 - INTRODUÇÃO.....	27
2.2 - DISCRETIZAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS.....	28

CAPÍTULO 3

PROPAGAÇÃO PARAXIAL E NÃO-PARAXIAL

3.1 - INTRODUÇÃO.....	48
3.2 - PROPAGAÇÃO BPM PARAXIAL.....	49
3.3 - AS CONDIÇÕES DE FRONTEIRAS TRANSPARENTES (TBC).....	60
3.4 - RESULTADOS OBTIDOS.....	70
3.5 - PROPAGAÇÃO BPM COM NÃO PARAXIALIDADE.....	79

CAPÍTULO 4

APLICAÇÕES DIVERSAS

4.1 - INTRODUÇÃO.....	86
4.2 - PROPAGAÇÃO EM GUIAS DE SEÇÃO RETA 1D.....	87
4.3 - PROPAGAÇÃO EM GUIAS 'RIB'.....	100

CAPÍTULO 5

CONCLUSÃO.....	119
----------------	-----

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	126
---------------------------------	-----

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Em qualquer campo de estudo científico e de pesquisa é fundamental o desenvolvimento eficiente e confiável de métodos numéricos para a resolução das equações que possam descrever um fenômeno no qual se tem interesse. Isto torna-se ainda mais crucial quando nenhuma solução analítica existe ou se a estimativa de uma aproximação analítica é possível, porém sem a desejada precisão. Com o crescimento vertiginoso e dinâmico da óptica, não apenas em seus aspectos teóricos e técnicos, mas também na descoberta de novos materiais, a disponibilidade de ferramentas numéricas eficientes e rápidas tem se tornado especialmente importante em todas as fronteiras desta vasta área tecnológica.

Logo após a invenção do laser, o que passou a despertar a atenção dos especialistas foi o desenvolvimento de guias de onda capazes não apenas de transportar o mais distante quanto possível a luz coerente gerada pelo laser, mas também de processar aquela luz emulando as operações realizadas pelos já bem sucedidos dispositivos eletrônicos e de microondas nas suas respectivas faixas de frequência. Desse modo, longos guias de onda, chamados de fibras ópticas, e guias semicondutores e dielétricos micrométricos e milimétricos foram introduzidos como componentes essenciais neste campo emergente e promissor chamado de optoeletrônica. Este nome auto-descritivo sugere que o processamento óptico é feito com o auxílio dos sinais elétricos ou eletrônicos; esta combinação traz como consequência imediata, o fato de que a velocidade

de processamento de tais sistemas é de fato limitada pela velocidade das correntes eletrônicas, as quais são substancialmente mais lentas que a velocidade da luz. Independente deste fato, o desenvolvimento deste campo tem sido contínuo e crescente pelo menos nos últimos 30 anos e se constitui, nos dias atuais, na base das comunicações ópticas e da indústria do processamento óptico[1], apesar da crescente evolução, a nível de laboratório, do processamento todo óptico.

No projeto e construção dos vários dispositivos de microondas é freqüentemente desejável empregar guias de onda cujas formas da seção transversal apresentam-se com contornos variados (entre estes incluem-se os contornos retangular, circular e elíptico). Para analisar o comportamento de tais guias, é necessário resolver o problema de autovalores da equação de Helmholtz, sujeita às condições de fronteira de Neumann ou Dirichlet. A solução analítica por separação de variáveis é possível apenas para as três formas especiais mencionadas anteriormente. Para outras formas, a equação de onda não é separável, de modo que outras técnicas de solução são exigidas. No passado, durante muitos anos, considerável esforço foi dedicado à procura por métodos para a solução destes guias. Com o intuito de conhecer as propriedades de propagação de um dado tipo de guia, é de capital importância a determinação da frequência de corte e o padrão de campo do modo propagante dominante. Por muito tempo, isto pôde ser feito resolvendo-se o problema da equação de Helmholtz por técnicas de diferenças finitas, porém a determinação de modos superiores exigia modificações substanciais do programa, sendo que o esforço computacional exigido pode algumas vezes tornar-se considerável com estes métodos iterativos, pois se modos degenerados estão envolvidos, surgem dificuldades de convergência. Conseqüentemente, ao longo dos anos, foram envidados esforços no sentido do desenvolvimento

de métodos implícitos e explícitos mais eficientes que os métodos iterativos mencionados anteriormente, usualmente baseados em princípios variacionais, para a determinação de conjuntos completos de modos de guias de onda[2].

Para certas formas de seção transversal, é comparativamente mais fácil encontrar transformações conformais que mapeiam a forma dada em um forma conhecida como um retângulo ou triângulo, por substituição do operador diferencial de Helmholtz. Por muito tempo, este problema pôde ser resolvido pelo método de Rayleigh-Ritz, usando senos e cossenos como funções teste; porém, no caso de regiões de contornos retangulares, estas funções mostravam-se limitadas. O uso de famílias de polinomiais prontamente surgiu como uma alternativa razoável para o método de Raileigh-Ritz. Estas polinomiais geralmente são restritas a uma classe especial que permite a adaptação de quaisquer condições de fronteira natural e garante continuidade da solução em qualquer região da seção transversal e de propagação. Estritamente falando, o método é aplicável a qualquer forma de guia de onda cuja fronteira é formada por segmentos de reta, sem limite para o número de segmentos, em que fronteiras curvas são evidentemente aproximadas por segmentos lineares[2].

O método dos elementos finitos tornou-se uma das mais poderosas ferramentas de simulação numérica da engenharia por sua flexibilidade e versatilidade. Como em todos os métodos baseados na discretização do domínio do problema, a precisão e qualidade da solução depende criticamente do tamanho da malha. Naturalmente, na maior parte dos problemas o grau exigido de discretização para se obter um certo nível de precisão varia de acordo com o domínio

da região de interesse. É exatamente aqui que o método dos elementos finitos apresenta uma de suas mais evidentes vantagens - sua habilidade em usar malhas amplamente não-uniformes ou arbitrárias, provendo o grau exigido de discretização em regiões onde é necessário e, ao mesmo tempo, evitando discretização desnecessariamente fina onde não é exigido. Os procedimentos geralmente empregados para esse propósito incluem o refinamento de malha adaptativa seguido do remalhamento adaptativo. No refinamento de malha adaptativa uma solução obtida com uma malha pouco refinada é usada para identificar áreas selecionadas do domínio para um novo refinamento mais denso, sendo que uma função erro apropriada é definida e monitorada elemento por elemento. Aqueles elementos não satisfazendo um certo limiar de erro são então novamente subdivididos e o processo se repete até que todos os elementos satisfazem o critério de erro. A característica mais importante deste procedimento é que novos nós ou elementos são continuamente acrescentados à malha sem introduzir nenhuma região com baixo refinamento e sem remoção de nós ou elementos. As vantagens do remalhamento adaptativo tornam-se mais evidentes no caso de uma seqüência de cálculos, quando uma solução é repetidamente procurada com alguns parâmetros sendo variados e o foco de interesse move ou muda continuamente no domínio do problema. Isto ocorre, por exemplo, no estudo de guias ópticos não-lineares, quando a potência óptica de entrada é variada de acordo com a região de aplicação da não-linearidade; neste caso, a malha ótima difere grandemente de uma potência para outra[3].

Os guias dielétricos são componentes fundamentais da optoeletrônica, e sendo assim, uma descrição completa e precisa de como as ondas eletromagnéticas se propagam nestas estruturas é essencial. O avanço da ciência dos materiais e a tecnologia de fabricação estão continuamente

introduzindo estruturas de guiamento cada vez mais complicadas. Por outro lado, os custos de fabricação são ainda altos, e as técnicas de medida são extremamente difíceis, onerosas e consomem um tempo demasiado. Em consequência disso, há uma grande demanda por técnicas de modelamento computacional flexíveis e precisas as quais podem ser usadas para a análise e projeto de uma ampla gama de estruturas guiantes.

Uma formulação da equação de onda escalar, que utiliza apenas uma componente de campo, geralmente é suficiente e adequada quando se trata de guias homogêneos ou não-homogêneos isotrópicos, mesmo considerando-se o caso de variação ao longo da direção de propagação (estruturas z-variantes), enquanto que a mesma seria inadequada para situação modal inerentemente híbrida de problemas de guias de onda não-homogêneos e anisotrópicos. Nesse caso, para avaliar rigorosamente as características modais e de propagação desse tipo de guia, uma análise de onda vetorial é necessária, com no mínimo duas componentes de campo. De acordo com o modo como o problema é formulado, ou com o tipo de problema de autovalor, a formulação pode ser classificada em dois tipos. Um tipo pode ser chamado de formulação em frequência (formulação- ω), onde o auto-valor é uma função conhecida explícita de ω ; a outra pode ser chamada de formulação da constante de propagação (ou simplesmente formulação- γ), onde o auto-valor é uma função explícita e conhecida de γ . Uma séria desvantagem da formulação ω é que, para um dado guia de onda, ela fornece a frequência de cada modo correspondente a um valor selecionado da constante de propagação, enquanto que, na prática, o problema é usualmente o inverso, isto é, se está interessado em encontrar a constante de propagação para uma frequência especificada. Conseqüentemente, iterações são usualmente

necessárias para resolver um problema prático, quando usando este tipo de formulação. Em contraste, a formulação γ resolve diretamente para obter a constante de propagação em uma dada frequência, sendo mais prático e usual, como dito anteriormente, o emprego desta formulação.

O método dos elementos finitos, como citado anteriormente, é um dos mais versáteis para se encontrar soluções numéricas precisas e eficientes para uma ampla faixa de problemas de campos eletromagnéticos. Quando aplicado à equação de onda escalar e considerada a formulação fraca, com a incorporação da condição de divergente do campo nulo, fica assegurada a supressão das soluções não-físicas indesejáveis (modos espúrios), que aparecem como uma das mais sérias dificuldades ao aplicar o método dos elementos finitos à formulação vetorial da equação de onda[4],[5].

Além dos métodos já citados, existem muitos outros métodos computacionais diferentes para se obter os modos e a propagação em um guia de onda. As vantagens de uma dada técnica em relação às outras passam por parâmetros como precisão, generalidade, eficiência computacional, e facilidade de utilização. O método das diferenças finitas, no qual os operadores diferenciais são aproximados por diferenças entre os pontos vizinhos dispostos em uma grade de pontos representativa de uma seção transversal de um guia, está entre os mais populares porque são mais simples de implementar, podendo ser aplicados a todos os tipos de guias de ondas e também não geram modos espúrios. Com a evolução desta técnica, já é possível encontrar esquemas que envolvem matrizes esparsas de uma ordem muito menor que a usual matriz de banda-5. Uma desvantagem desse esquema é que o tempo de computação aumenta rapidamente à

medida que mais pontos são incorporados à grade numérica[6]. A outra desvantagem refere-se à limitação de uso do método a guias de contornos definidos retangulares, perdendo muito da precisão se aplicado a contornos arbitrários.

Uma solução numérica e direta da equação de Helmholtz dinâmica pode fornecer uma descrição detalhada e precisa do campo propagante para uma classe geral de guias ópticos. Uma análise de Fourier subsequente deste campo numericamente determinado com relação à distância axial pode, por sua vez, fornecer informação relevante concernente ao comportamento modal, como os autovalores ou constantes de propagação e a força relativa dos modos individuais presentes no campo propagante[7]. Esta é uma das primeiras técnicas, lançadas no início dos anos 80, para computar campos elétricos em guias de fibra óptica. Este método, então denominado de método da propagação do feixe, podia ser usado para resolver a equação de Helmholtz ou a equação de onda parabólica (Equação de Fresnel) em configuração espacial e em termos da transformada discreta de Fourier (FFT-BPM)[8]. Tendo sido reportado naquele tempo como uma nova e poderosa ferramenta para o cálculo da propagação de um feixe óptico através de meio com pequenas variações do índice de refração. O método consistia, basicamente, na propagação do feixe óptico de entrada por uma pequena distância através de um espaço homogêneo e então, multiplicada por um fator de correção que levasse em conta as variações do índice de refração visto por este feixe durante o passo de propagação[9].

Uma das aplicações imediatas do método foi feita por Saijonmaa e Yevick[10], na análise de dobramento de raio de curvatura grande de sistemas de fibras ópticas que surgiam da

geometria de enlaces de fibras e microcurvaturas geradas, principalmente, em processos de cabeamento. Estas perdas por dobramento que são altamente dependentes dos parâmetros da fibra, tais como o raio de curvatura e diferenças de índice de refração entre o núcleo e a casca, poderiam também ser exploradas em aplicações de sensores, se a dependência das perdas do raio de curvatura fosse precisamente conhecida. Conseqüentemente, muita atenção teórica foi devotada no passado à caracterização das perdas de fibras e guias ópticos monomodos curvos. Nessa análise, dois tipos de perdas merecem citação: a perda por curvatura pura, que é a perda aproximada assintoticamente em uma fibra ou guia com um raio de curvatura constante, e a perda de transição, que ocorre no início de uma dobra e é associado com a taxa de variação do raio de curvatura. Estudos prévios das perdas de transição foram baseados na análise da teoria da perturbação e do acoplamento de modos da potência nos modos de radiação. Estas teorias, entretanto, tinham a desvantagem que assumiam ou que toda a potência acoplada nos modos de radiação imediatamente escapa da região de guiamento ou que nenhuma fração da potência escapa. Já o método BPM-FFT leva em conta a perda de potência acoplada aos modos de radiação e podia ser aplicada a quase todos os perfis de índice monomodo arbitrários[10]. Uma outra técnica foi desenvolvida por Yevick e Hermansson[11], também baseada no BPM-FFT e no método dos elementos finitos. Enquanto o BPM padrão tinha sua implementação complicada, sob certos contextos, por várias dificuldades de programação e pelos comprimentos de propagação inerentes de um problema específico, o esquema proposto por [11], tinha a vantagem dos operadores do tipo 'split-step' serem explicitamente Hermitianos, o que assegurava que a potência do campo propagante era automaticamente preservada. Uma das aplicações imediatas do método foi o estudo para avaliar as características de propagação e de perdas de guias de onda

do tipo 'rib' e do tipo 'y-junction' fabricados destes mesmos guias 'rib' [11]-[15]. Algum tempo depois, os autores acima citados aperfeiçoaram ainda mais o método ao introduzirem uma nova identidade que relacionava a exponencial da soma de dois operadores não-comutativos às exponenciais dos operadores individuais, e que se aplicava a todos os algoritmos de propagação então existentes[16].

Como dito anteriormente, a utilização confiável e economicamente realizável de sistemas ópticos baseados em lasers semicondutores e fibras ópticas para comunicação e instrumentação exigia a implementação de circuitos ópticos integrados (PIC). Tais circuitos utilizam ondas ópticas guiadas para realizar diferentes funções tais como chaveamento óptico, multiplexação, modulação, demodulação, e conversão analógica-digital (A-D). Ao longo dos anos, tem havido um esforço significativo para o desenvolvimento de métodos que possam auxiliar no projeto, fabricação e análise de 'PIC's'. A estrutura mais básica do 'PIC' é o guia óptico, e dos vários tipos de guias ópticos, os guias *rib* reúnem todas as condições de serem os mais atrativos para o guiamento em semicondutores compostos, os quais são os materiais mais desejáveis para 'PIC'. O perfil de índice de refração dos guias 'rib' pode ser controlado e calculado precisamente, e em adição ao controle preciso das propriedades físicas dos guias 'rib', o projeto e a análise precisa e eficiente são também essenciais. Tais métodos de análise e projeto eventualmente se constituirão em ferramentas adequadas de projeto auxiliados por computador (CAD) para os PIC's. Desse modo, vários métodos diferentes têm sido desenvolvidos e aplicados à análise dos guias *rib*. Todos estes métodos podem ser combinados sob grupos. Um grupo particular, o dos guias de onda 'rib' z-invariantes, é o mais adequado para a análise de guias cujas dimensões da seção

transversal e os perfis de índice não variam ao longo da direção de propagação[17]. O método mais simples para analisar guias z-invariantes é o chamado método do índice efetivo[18]. Este método só é válido para guias de onda 'rib' com 'etching' raso e guiamento fraco. Além disso, este método não é aplicável a todo tipo de estrutura e, quando aplicável, sua precisão degrada rapidamente à medida que o confinamento do modo aumenta, e, desse modo, há uma preferência por métodos numéricos mais eficientes e precisos. Para este propósito, métodos das diferenças finitas e métodos variacionais baseados no procedimento de Rayleigh-Ritz, e o método dos elementos finitos, têm sido aplicados na análise de guias ópticos de maneira geral. O outro grupo de interesse, o dos guias z-variantes, refere-se aos guias cujas dimensões da seção transversal e os perfis de índice variam ao longo da direção de propagação. Tais guias surgiram de necessidades práticas, tais como a necessidade de se separar as portas de entrada e de saída de um acoplador direcional ou os braços de um interferômetro de Mach-Zehnder, e também das características desejáveis de certas estruturas, como os guias do tipo junções-Y e junções-X. O método mais comumente usado para analisar tais estruturas é, de novo, o método da propagação do feixe (BPM), o qual é também aplicável a estruturas do tipo z-invariantes[8]. Este método (FFT-BPM) exige a transformada rápida de Fourier a cada passo de propagação e é usualmente combinado com o método do índice efetivo (EIM) para converter uma estrutura tridimensional a uma geometria bidimensional equivalente. A análise de guias *rib* com o FFT-BPM apresenta um pequeno inconveniente: as variações rápidas do índice de refração no perfil da seção transversal do guia torna necessário o uso de componentes espectrais largas do campo óptico, o qual, por sua vez, força ao uso de passos de propagação muito pequenos[19],[20]. Portanto, muito embora se possa precisamente analisar os guias *rib* usando o FFT-BPM, a necessidade de se usar passos

muito pequenos resulta em tempos computacionais excessivamente grandes. Este problema tem levado a consideráveis esforços no sentido do aperfeiçoamento da eficiência computacional que resultasse em algoritmos BPM mais eficientes[11]-[13]. Nestes esquemas, o operador de propagação formal e exato é dividido em vários operadores ('split-operator'), cada qual podendo ser implementado em um procedimento numérico separado. Para manter o erro associado com esta divisão do operador de propagação, os comprimentos do passo de propagação deveriam ser pequenos. Em um outro esquema, técnicas de diferenças finitas, além de serem aplicadas à grade numérica, são diretamente aplicadas à equação de onda paraxial, resultando no método BPM por diferenças finitas (FD-BPM) [21],[22], em que a divisão do operador não é usada. Se se considera apenas uma geometria bidimensional, então as técnicas de diferenças finitas que usam o esquema de Crank-Nicolson podem ser usadas resultando em um algoritmo eficiente, estável e que conserva a potência[21]. Por outro lado, para uma geometria tridimensional, embora as mesmas técnicas possam ainda ser usadas, a necessidade de se inverter uma matriz grande em cada passo de propagação torna tais algoritmos não atrativos. Foram feitas tentativas para superar estas dificuldades usando um algoritmo de diferenças finitas explícito na solução da equação de onda paraxial, resultando no BPM por diferenças finitas explícito (EFD-BPM). Uma breve descrição desta técnica e suas aplicações à análise de guias *rib* a semicondutores e a junção-Y, é dada em [22]. Esta técnica, incorporando uma malha não uniforme e asseguradas as condições para sua estabilidade e conservação de potência, foi também aplicada para analisar várias estruturas de guias *rib* z-invariantes e z-variantes [17],[23]. Uma análise posterior de guias de onda ópticos tipo *rib* e acopladores feitos com guias *rib*, com camada guiante enterrada, usando técnicas variacionais para os modos guiados escalares foi feita por Mao e Huang[24], em que foram

obtidos resultados muito precisos, se comparados com outros métodos existentes, para a constante de propagação e os campos dos modos guiados, com muito pouco tempo de computação.

Como amplamente reportado, o método de propagação do feixe (BPM) é, nos dias atuais, a ferramenta mais amplamente usada no estudo da óptica de ondas guiadas, em grande parte devido à sua velocidade numérica e simplicidade. Estas atrativas propriedades resultam, principalmente, do uso da aproximação paraxial (aproximação de Fresnel), a qual, por sua vez, limita severamente o formalismo nos seguintes aspectos. Primeiro, os feixes ópticos, que contém componentes apreciáveis de Fourier, em ângulos acima de uns poucos graus acima do eixo de propagação, experimentarão erros de fase substanciais, de modo que o método não pode tratar da propagação de ângulos largos ('wide-angle propagation'). Segundo, os feixes propagantes por regiões com índices de refração que diferem por mais que uns pouco por cento do índice de referência de entrada (índice efetivo) também sofrerão sérias distorções de fase. De modo que várias tentativas para generalizar o formalismo, de modo a superar estas dificuldades, têm sido reportadas [25],[26]. No método descrito por Ratowsky et al. [26], a equação de onda de Helmholtz é reformulada baseada na redução iterativa de Lanczos. Um outro esquema alternativo refere-se à utilização dos operadores aproximados de Padé na equação de Helmholtz, oferecendo substanciais aperfeiçoamentos na propagação 'wide-angle'[27]-[29]. Outras técnicas de propagação do feixe por diferenças finitas têm sido relatadas na literatura pertinente, como, por exemplo, o método de expansão dos autovetores (EEM) e o método da expansão matricial (MEM). O EEM é baseado no cálculo dos autovalores e autovetores por meio de uma expansão

dos coeficientes. Este esquema, porém, exige longos tempos de computação para o cálculo dos autovalores e autovetores, e também alta capacidade de armazenamento para problemas 3D, onde o número de pontos de discretização podem ser da ordem de 10^4 - 10^5 . O MEM é baseado na expansão matricial do operador propagação em série de Taylor, e tem, como vantagens sobre o EEM, a pequena capacidade de armazenamento e o fato de tornar possível a simulação de estruturas 3D com um número grande de pontos de discretização, mesmo em PC's [30]-[32]. Um outro método reportado é o BPM baseado no método das linhas (MoL-BPM)[33]. Este método, assim como o EEM e MEM, é, contudo, muito caro em termos computacionais porque se baseia na avaliação de um operador de propagação que envolve raiz quadrada através de um procedimento de diagonalização matricial. Esta limitação foi superada com o advento de um algoritmo versátil de propagação por BPM para a solução da equação não paraxial, que utiliza o método de Lanczos [26], no qual a matriz obtida pela discretização do operador transversal é projetado sobre um subespaço de dimensão menor (subespaço de Krylov), onde a diagonalização é, então, realizada. Esta técnica faz uso de um esquema de diferenças finitas de dois passos para resolver a dependência da segunda derivada na coordenada longitudinal e o método de Galerkin para discretizar os operadores associados com as coordenadas transversais [34].

Como exposto anteriormente, o método de propagação do feixe (BPM) é atualmente a ferramenta mais amplamente usada para a investigação de estruturas optoeletrônicas complexas. Entretanto, este método apresenta algumas deficiências ao modelar estruturas que permitem perda de radiação, uma vez que a radiação tende a se refletir das fronteiras do problema, retornando à região de interesse, onde causam interferências indesejáveis. A importância deste problema surge

do fato que virtualmente todas as estruturas de interesse apresentam algum nível de radiação espalhada. O caminho mais comum de evitar estas reflexões é a inserção de regiões absorventes artificiais adjacentes às fronteiras pertinentes [35]-[36]. Este procedimento é preciso, desde que a região absorvente seja cuidadosamente elaborada, ou seja, usando-se um gradiente de absorção suficientemente pequeno de modo que o próprio absorvedor não gere reflexões e a espessura do mesmo seja suficiente para absorver toda a radiação incidente. Entretanto, satisfazer a estas exigências para cada tipo de problema é um processo um tanto difícil que consome muito tempo. O método MoL-BPM [33], que seria uma alternativa para o tratamento deste tipo de problema só é muito efetivo para estruturas longitudinalmente uniformes (z-invariantes). Por ser essencialmente uma técnica de expansão de automodos, o tratamento de problemas contendo constantes dielétricas variando longitudinalmente é dificultado pela necessidade de se recalcularem o espectro de automodos sempre que a constante dielétrica varia. Sendo assim, este método torna-se inadequado para simular um número de estruturas importantes, como guias em junção Y, tapers, etc... . Uma técnica que incorpora um novo algoritmo de condição de fronteira que permite a radiação escapar dos domínios do problema livremente sem apreciáveis reflexões, de modo a proibir o fluxo de radiação de retornar à região de interesse, foi primeiro descrito por Hadley [37]-[38]. Este novo esquema, com condições de fronteiras transparentes (TBC), não utilizava nenhum parâmetro ajustável, sendo, desse modo, independente do tipo de problema, e foi facilmente incorporado ao esquema de diferenciação de Crank-Nicholson padrão, sendo aplicável a estruturas z-variantes de interesse para a pesquisa em dispositivos fotônicos.

O esquema proposto por [37], utilizava como ferramenta de propagação o algoritmo FD-BPM. Um técnica alternativa tratava de fronteiras transparentes para o método da propagação do feixe utilizando elementos finitos (FEM-BPM), para analisar a propagação de um feixe óptico em uma janela computacional finita. Neste método, assim como [37], uma condição de fronteira transparente é deduzida supondo-se que o feixe tenha a forma de uma onda plana nas vizinhanças de uma fronteira virtual, desse modo eliminando reflexões indesejáveis dessas fronteiras virtuais [39].

Berenger [40], há pouco tempo, publicou uma nova condição de fronteira absorvente (ABC) para malhas usando diferenças finitas no domínio do tempo (FD-TD) em duas dimensões, em que cita vantagens de desempenho relativa em relação as técnicas anteriores. Esta técnica, chamada de camada perfeitamente casada para a absorção de ondas eletromagnéticas (PML), cria um absorvedor não físico, adjacente às paredes externas da grade numérica, com uma impedância de onda que é independente do ângulo de incidência e da frequência das ondas espalhadas. Katz et al., na mesma época, verificaram os atributos do esquema de Berenger para 2D, e estenderam a formulação para grades 3D [41]. Huang et al., utilizaram a condição de fronteira PML para o estudo da análise modal de guias ópticos, e, em outro artigo subsequente, aplicaram a mesma condição para análise de propagação através do método FD-BPM [42]-[43]. Mais recentemente, Koshiba e Tsuji analisaram a propagação em ângulo de um guia óptico planar, utilizando o esquema de propagação não-paraxial FEM-BPM, baseado na aproximação de Padé, e incorporando as condições de fronteira (TBC), com índices de referência e malha adaptativa [44]-[45].

Neste trabalho, um esquema de propagação do feixe óptico, utilizando a técnica FE-BPM para modos quasi-TE se propagando em guias ópticos tridimensionais (3D), com incorporação das TBC, é descrito. O presente algoritmo, que também inclui a aproximação de Padé para o caso da propagação não paraxial, é, até o presente momento, um dos primeiros esquemas WIDE-ANGLE-FEM-BPM escalar para guias 3D, uma vez que foi recentemente introduzido por Koshiya[67].

Como um esboço da tese, no Capítulo 2 é descrito o formalismo numérico-computacional dos modos espaciais ou soluções estacionárias da equação de onda. Neste capítulo é introduzido o método dos elementos finitos, o qual, como dito anteriormente, é uma ferramenta numérica poderosa para o modelamento do comportamento espacial transversal de ondas TE que se propagam em guias de onda de seção transversal arbitrária.

O Capítulo 3 é dedicado à solução das equações de onda paraxial e não-paraxial associadas à propagação em estruturas de guias de onda 2D e 3D, através do método FEM-BPM. Dois métodos gerais de propagação são descritos. O método do operador completo, 'Full-operator Method' (FOM-FEM), e o método do operador dividido, 'Split-Operator Method' (SOM-FEM). A implementação numérica e a avaliação destes métodos é feita através da aplicação de um exemplo clássico de guia de onda, como o acoplador de 2 canais paralelos enterrados.

Ainda no Capítulo 3, são incorporadas as condições de fronteira transparentes (TBC) na equação de onda, de modo a suprimir reflexões não físicas indesejáveis provenientes das bordas da janela computacional virtual. A verificação da funcionalidade das TBC pode ser observada através de um exemplo simples, como a propagação de um feixe gaussiano em um *bulk*.

No Capítulo 4, a avaliação dos métodos descritos no Capítulo 3 é feita através da aplicação de vários exemplos de propagação em guias de onda, como a propagação de um feixe gaussiano através de um *bulk*, a propagação de modos TE em um guia *slab* inclinado, a propagação de modos TE em um guia *rib* com *taper*, em um junção Y feito de guias *rib*, e, finalmente a propagação de modos TE em um guia *rib* em forma de 'S'. A eficiência deste esquema é comparada com os diversos métodos descritos anteriormente.

Finalmente, no Capítulo 5, são listadas as conclusões gerais desta tese e descritos os desenvolvimentos e aplicações no futuro.

FERRAMENTA NUMÉRICA PARA ANÁLISE DE GUIAS

2.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo tem por finalidade descrever a análise numérica de guias de ondas ópticos, utilizando uma ferramenta numérica bastante utilizada nos dias atuais por sua eficiência na análise dos referidos guias.

Esquemas numéricos bidimensionais(2D) e tridimensionais(3D), baseado no método dos elementos finitos(FEM), são descritos. O método dos elementos finitos apresenta, entre outras vantagens, a propriedade do uso de malhas arbitrárias adaptativas. Além disso, são incluídas na presente análise, aplicações específicas envolvendo meios lineares e não-lineares.

Evidentemente, o método dos elementos finitos é usado tanto para descrever a análise numérica das soluções estacionárias, também chamadas de modos, dos guias de ondas ópticos, quanto para analisar a propagação de feixes ópticos gaussianos ou dos próprios modos - obtidos da análise modal - em guias de onda ópticos. Esta análise é restrita apenas à obtenção das componentes do campo elétrico transversal (TE) sob o regime temporal harmônico estacionário,

ou seja, de onda contínua (CW), o que é equivalente a se considerar a propagação como sendo monocromática.

Tem-se, como pressuposto, que os guias ópticos aqui referidos são feitos de materiais isotrópicos com características lineares e/ou não-lineares e que a condição de guiamento fraco é aplicada ao longo da propagação, no sentido de se assegurar que a polarização do campo elétrico seja mantida.

2.2 DISCRETIZAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

Antes de se partir diretamente para o processo de discretização da equação de onda por elementos finitos, deve-se, antes de mais nada, obter-se a equação de onda. A equação de onda de Helmholtz, como já se sabe, é obtida das equações de Maxwell:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.4)$$

Onde, os campos \mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{D} e \mathbf{B} , são funções da posição e do tempo.

Para efeito de simplificação, as equações de Maxwell descritas anteriormente, são representadas na forma fasorial (para ondas monocromáticas):

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \quad (2.5)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\varepsilon\mathbf{E} + \mathbf{J} \quad (2.6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2.7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.8)$$

Onde, os campos \mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{D} e \mathbf{B} , são, agora, funções somente da posição.

Os campos \mathbf{D} e \mathbf{E} , e \mathbf{B} e \mathbf{H} , estão relacionados pelas relações constitutivas:

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

Se o meio é considerado homogêneo em relação à permeabilidade magnética μ e não homogêneo em relação à permissividade elétrica ϵ , e sem fontes, de modo que $\rho = 0$ e $\mathbf{J}=0$, obtém-se, combinando as Equações (2.5) e (2.6), a seguinte equação de onda:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) + \omega^2 \mu \epsilon \mathbf{E} = 0 \quad (2.9)$$

Da Equação (2.7), obtém-se que:

$$\nabla \cdot (\epsilon \mathbf{E}) = \nabla \epsilon \cdot \mathbf{E} + \epsilon \nabla \cdot \mathbf{E} = 0$$

No que resulta em:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = - (\nabla \epsilon / \epsilon) \cdot \mathbf{E} = - \nabla (\ln \epsilon) \cdot \mathbf{E} \quad (2.10)$$

Impondo a condição $(\nabla \epsilon / \epsilon) = \nabla (\ln \epsilon) \ll 1$, também chamada de 'Condição de guiamento fraco', consegue-se, desse modo, obter-se um acoplamento fraco entre as componentes dos campos, ou mesmo um desacoplamento entre as componentes, levando à preservação da polarização. Com isso resolvido, basta agora resolver as equações de onda associadas a cada

componente de campo, sendo, nesse caso, mantida a natureza escalar dos campos, o que torna a análise muito mais simples do que a imposição da natureza vetorial.

Com a condição de guaiamento fraco imposta, tem-se então, da Equação (2.10) que:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (2.11)$$

Substituindo a Equação (2.11) na equação (2.9), obtém-se então que:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \omega^2 \mu \varepsilon \mathbf{E} = 0 \quad (2.12)$$

Que é chamada de equação de Helmholtz.

Em termos do sistema de coordenadas retangulares, que se adapta melhor aos guias de ondas ópticos que serão analisados, e considerando uma componente do campo E de uma onda monocromática TE, a equação de onda tem a forma:

$$\partial^2 E / \partial x^2 + \partial^2 E / \partial y^2 + \partial^2 E / \partial z^2 + n^2 k_0^2 E = 0 \quad (2.13)$$

Onde, n é índice de refração, e $k_0 = \omega / c$.

Assumindo que o modo de propagação em um guia óptico tenha a forma dada por :

$$E(x,y,z) = u_n(x,y) e^{jk_0\beta_n z} \quad (2.14)$$

Onde: $j = \sqrt{-1}$ e β_n é a constante de propagação efetiva, ou o índice efetivo; $u_n(x,y)$ é a função modal estacionária.

Substituindo a equação (2.14) na equação (2.13), e considerando somente variação em (x,z) , para efeito de simplificação, resulta no seguinte problema de autovalores:

$$[\nabla_t^2 + k_0^2 n^2] u_n(x) = k_0^2 \beta_n^2 u_n(x) \quad (2.15)$$

onde $\nabla_t^2 = \nabla_t \cdot \nabla_t$; ∇_t é o operador derivada envolvendo as coordenadas transversais (x, y) .

Nesse caso, n é um índice introduzido, que se faz necessário, para identificar o modo TE_n , o qual é representado por sua respectiva constante de propagação β_n e a função $u_n(x)$. O índice de refração n é, em geral, uma função complexa das coordenadas espaciais transversais (x, y) e pode também ser dependente da intensidade do campo, no caso de meios não lineares : $n = n(x,y, |E|)$. Entretanto, de acordo com os níveis da intensidade do campo de entrada, esta dependência pode ser desprezada ou não. É interessante notar que no caso de guias de onda ópticos lineares de seção transversal constante ao longo de z , a solução geral da Equação (2.15) pode ser expressa como uma combinação linear dos modos TE_n .

Com o intuito de usar o método dos elementos finitos (FEM) para discretizar a Equação (2.15), é necessário que se obtenha a sua forma integral equivalente [46]-[47]. Isto pode ser feito por meio de um funcional tal que (2.15) seja a correspondente equação de Euler. Em outros termos, deve-se encontrar a sua forma variacional tal que sua solução estacionária seja, também, a solução de (2.15). Entretanto, esta técnica, embora possa ser de alguma beleza matemática e mesmo física, não é muito prática [1], devido ao fato de que na maioria dos casos, em que as perdas e não-linearidades estejam envolvidas, pode ser uma tarefa não muito agradável tentar encontrar a forma funcional apropriada, com o risco adicional de que tais funcionais possam não existir. Já a *formulação de Galerkin* proporciona a forma integral necessária de maneira direta. Além do mais, se uma forma funcional de fato existe, esta é equivalente à forma integral de Galerkin.

Matematicamente falando, a formulação de Galerkin, aplicada a (2.15), estabelece o seguinte:

Dado o espaço $V(\Omega)$, encontrar o conjunto de funções $u_n(x,y) \in V(\Omega)$ e $\beta_n \in \mathbb{C}$ (conjunto dos números complexos), tal que,

$$\langle [\nabla_t^2 + k_o^2 n^2] u_n, w \rangle = k_o^2 \beta_n^2 \langle u_n, w \rangle, \quad \forall w \in V(\Omega) \quad (2.16)$$

Onde $V(\Omega)$ é um subespaço do espaço de Hilbert $H^2(\Omega)$, cujas funções-elementos e suas primeiras e segundas derivadas pertencem ao espaço de funções quadradas integráveis (no sentido de Lebesgue): $\mathfrak{S}^2(\Omega)$; Ω é o domínio no qual a seção transversal do guia de onda óptico está contida; e $\langle \cdot, \cdot \rangle$ significa o produto interno em $\mathfrak{S}^2(\Omega)$, ou seja, dado f_1 e $f_2 \in V(\Omega)$, então:

$$\langle f_1, f_2 \rangle = \int_{\Omega} f_1 \cdot f_2 \, d\Omega \quad (2.17)$$

Dado um subespaço de dimensão m , $V_m(\Omega)$, dentro do espaço de $V(\Omega)$, a seguinte versão da formulação de Galerkin, tal como mostrada em (2.16), pode ser reescrita como:

Dado o espaço $V_m(\Omega) \supset V(\Omega)$, encontrar o conjunto de funções $u_{n,m}(x,y) \in V_m(\Omega)$ e $\beta_{n,m} \in \mathbb{C}$ (conjunto dos números complexos), tal que,

$$\langle [\nabla_t^2 + k_o^2 n^2] u_{n,m}, w_m \rangle = k_o^2 \beta_{n,m}^2 \langle u_{n,m}, w_m \rangle, \quad \forall w_m \in V_m(\Omega) \quad (2.18)$$

Observe que, quando $m \rightarrow \infty$, $V_m(\Omega) \rightarrow V(\Omega)$, e se n é uma função disposta em pedaços em Ω , então $\|u_n - u_{n,m}\| \rightarrow 0$, onde $\|\cdot\|$ é uma norma associada com $V(\Omega)$. A interpretação deste resultado é que resolvendo o problema da integral discreta, dado em (2.18), pode-se obter uma

solução aproximada $(\beta_{n,m}, u_{n,m})$ da solução exata (β_n, u_n) de (2.16), e, conseqüentemente, de (2.15).

Para se calcular $u_{n,m}$, deve-se introduzir o conjunto de funções base $\{\phi_i(x,y)\}$, $i = 1, \dots, m$, o qual tem a mesma dimensão do subespaço $V_m(\Omega)$. Assim, $u_{n,m}$ pode ser escrito como uma combinação linear do conjunto das funções base $\{\phi_i(x,y)\}$, como descrito a seguir:

$$u_{n,m} = \sum_{i=1}^m a_i \phi_i(x,y) = \phi^T \cdot \mathbf{a} \quad (2.19)$$

Onde a_i são constantes a serem determinadas, \mathbf{a} e ϕ representam vetores coluna contendo os elementos a_i e $\phi_i(x,y)$, respectivamente, e $(\cdot)^T$ representa a operação transposta. Substituindo (2.19) em (2.18) e escolhendo-se $w_m = \phi_i(x,y)$, o seguinte problema de autovalores matricial é então obtido:

$$[\mathbf{L}_o + k_o^2 \mathbf{N}] \mathbf{a} = k_o^2 \beta_{n,m} \mathbf{A} \mathbf{a} \quad (2.20)$$

Nessa notação, \mathbf{L}_o , \mathbf{N} e \mathbf{A} são matrizes com (i,j) elementos expressos como:

$$(\mathbf{L}_o)_{ij} = \langle \nabla^2 \phi_j, \phi_i \rangle \quad (2.21a)$$

$$(\mathbf{N})_{ij} = \langle \phi_j, \phi_i \rangle \quad (2.21b)$$

$$(\mathbf{A})_{ij} = \langle \phi_j, \phi_i \rangle \quad (2.21c)$$

É evidente que a dificuldade de se resolver o problema de autovalores matricial depende de quão esparsas são as matrizes envolvidas, as quais, por sua vez, dependem da escolha das funções base. Como uma primeira aproximação, pode-se escolher um conjunto de funções base ortogonais, como, por exemplo, funções trigonométricas ou outros tipos especiais de funções. Isto tornaria a matriz \mathbf{A} diagonal. Esta é, de fato, a forma mais simples de esparsidade; entretanto, \mathbf{L}_0 e \mathbf{N} podem não ser tão simples como a matriz \mathbf{A} . Por exemplo, para um índice de refração de perfil arbitrário, \mathbf{N} pode ser completamente cheia, de modo que para produzir matrizes que são tão esparsas quanto possível, é essencial escolher um conjunto adequado de funções base, o que constitui, em essência, uma das características fundamentais do método dos elementos finitos.

Uma modificação adicional, um tanto simples, porém fundamental, pode ser introduzida na formulação de Galerkin, dada em (2.16) e (2.18), através da operação por integração por partes aplicada sobre o laplaciano da referida formulação, a qual produz a seguinte forma para a matriz \mathbf{L}_0 (veja (2.21a)):

$$\mathbf{L}_0 \mathbf{a} = -\mathbf{L} \mathbf{a} + \mathbf{d} \quad (2.22)$$

onde,

$$(\mathbf{L}_0)_{i,j} = \langle \nabla_t^2 \phi_j, \phi_i \rangle \quad (2.23a)$$

$$(\mathbf{L})_{i,j} = - \langle \nabla_t \phi_j, \nabla_t \phi_i \rangle \quad (2.23b)$$

$$(\mathbf{d})_{i,j} = \oint_C \phi_j \nabla_t u_{n,m} \cdot \mathbf{n} \, dl \quad (2.23c)$$

Nas equações acima, C representa a fronteira de Ω , e \mathbf{n} é um vetor unitário normal a C e apontando para fora de Ω . A implicação daquela integração por partes na formulação de Galerkin é que, ao invés de se procurar a solução no espaço $H^2(\Omega)$, agora a solução pode ser obtida ou calculada em um espaço menos restrito ou mais 'fraco': o espaço $H^1(\Omega)$, o qual é equivalente ao espaço de funções contínuas. Sob este procedimento a formulação de Galerkin, dada anteriormente, em (2.16) e (2.18), torna-se desse modo a *formulação de Galerkin fraca*.

Em síntese, o método dos elementos finitos (FEM) é, em poucas palavras, um método de se calcular numericamente as soluções das equações diferenciais parciais, a partir de uma formulação integral fraca equivalente, através do uso de funções base do tipo polinomiais (também chamadas de funções base FE), no sentido da minimização dos recursos e esforços computacionais.

No caso da análise de uma dimensão (1D), o conjunto das funções base para o espaço $H^1(\Omega)$ são as funções lagrangianas, as quais são polinomiais de ordem k , $k = 1, 2, \dots$. As mais simples são as polinomiais lineares ($k=1$) ou as funções ‘chapéu’ (veja Fig. 2.1(a)), e definidas como:

$$\phi_i(x) = \begin{cases} (x_{i+1} - x) / (x_{i+1} - x_i), & \text{quando } x_i \leq x \leq x_{i+1} \\ (x - x_{i-1}) / (x_i - x_{i-1}), & \text{quando } x_{i-1} \leq x \leq x_i \\ 0 & \text{, em qualquer outra parte} \end{cases} \quad (2.24)$$

onde, x_i , $i = 1, \dots, m$, representam os nós associados a uma partição arbitrária do domínio (intervalo) $\Omega = [a, b]$. Pode-se observar, de (2.23), que: $\phi_i(x) = \delta_{ij}$. E, de fato, esta condição deve ser satisfeita para todos os tipos de funções base FE. Um conjunto de funções base do tipo ‘chapéu’ podem formar uma combinação linear para formar uma função $\beta_{n,m}$, como mostrada na Fig. 2.2. É evidente que as matrizes produzidas por meio da utilização das funções base FE são matrizes tridiagonais, porque o domínio de cada função $\phi_i(x)$ intercepta apenas suas duas funções base vizinhas: $\phi_{i-1}(x)$ e $\phi_{i+1}(x)$, e, conseqüentemente, todos os elementos das matrizes dadas em (2.21a)-(2.21c) e (2.23a) são nulos ou zero, quando $|i - j| \geq 2$.

Já as funções de base quadráticas ($k = 2$), mostradas na Fig. 2.1(b), produzem matrizes pentadiagonais. Em geral, as matrizes produzidas pelas funções de base de ordem k , definidas para o espaço $H^1(\Omega)$, são $(2k+1)$ -diagonais ou matrizes banda com banda $B = 2k+1$. Por outro lado, o erro da aproximação global é da ordem de $O(\Delta x)^{k+1}$, $\Delta x = (b-a)/(m-1)$ (partição regular) [46]. Em consequência disso, há um compromisso entre o padrão de esparsidade e a ordem k das funções base. Entretanto, de acordo com experiências anteriores [47], é recomendado que se evite usar k maior que 2 (ou seja $k \geq 3$). Este critério, em conjunto com um número bem distribuído de incógnitas em uma malha irregular, formam uma base suficiente para se conseguir uma precisão exigida eficientemente.

Naturalmente, as funções base ficam cada vez mais complexas à medida que se exige mais regularidade. Por exemplo, se o espaço de trabalho é o subespaço $H^2(\Omega)$, é necessário que não apenas as polinomiais sejam contínuas, assim como também as suas primeiras derivadas. Para esta situação, as funções base são baseadas em polinomiais do tipo Hermiteano [46]-[47].

No caso da análise em duas dimensões (2D), o domínio Ω pode ser particionado em subdomínios de diferentes formas, e estes subdomínios são também chamados de *elementos finitos*. Contudo, geometrias simples, tais como triângulos e quadriláteros, são preferidos por

facilitarem a geração da malha e a montagem das matrizes. E, mais uma vez, tendo o espaço $H^1(\Omega)$ como base, as polinomiais lineares, quadráticas, cúbicas e de ordem k , em geral, podem ser sistematicamente construídas como extensões das funções base FE em uma dimensão (1D), discutidas anteriormente [47]. As funções base FE lineares e quadráticas são mostradas nas Figs. 2.3(a) e 2.3(b), respectivamente.

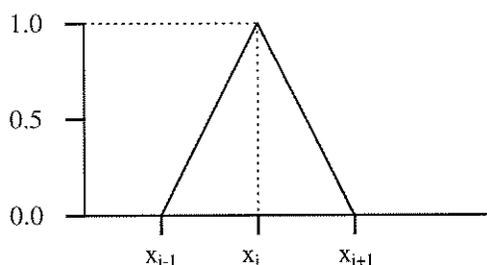


Figura 2.1 (a) - Função de elemento finito linear para domínio 1D.

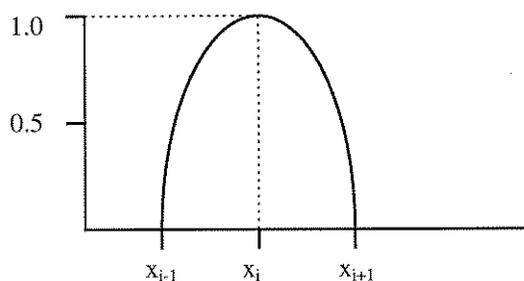


Figura 2.1 (b) - Função de elemento finito quadrático para domínio 1D.

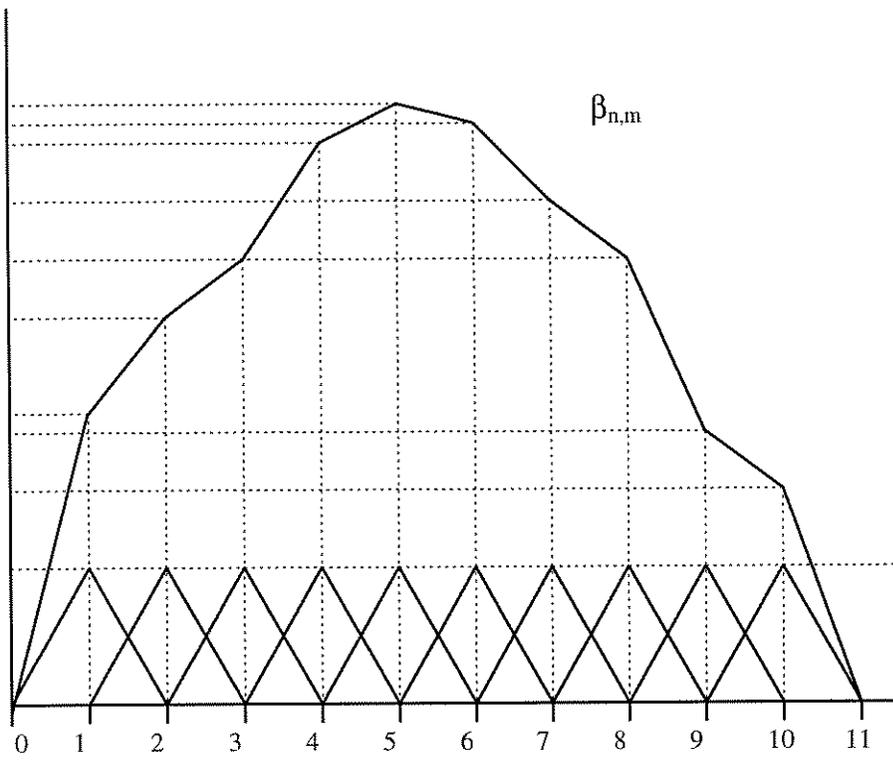
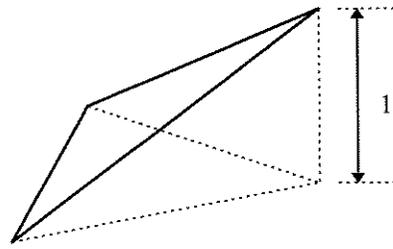
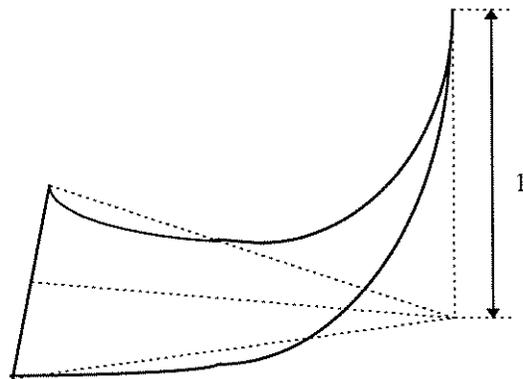


Figura 2.2 - Conjunto de funções base de elementos finitos lineares e a função $\beta_{n,m}$ obtido como uma combinação linear deste conjunto.



(a)



(b)

Figura 2.3 - Funções de elementos finitos (a) lineares e (b) quadráticas, para o domínio 2D.

Para ambos os casos, 1D e 2D, foram desenvolvidos códigos em FORTRAN, que incluem as funções base do tipo linear e quadrática [1]. O método adotado por [1], para resolver o problema de autovalores matricial resultante da discretização FE, foi o método da iteração do subespaço ('Subspace Iteration Method') [48]. Este método tem a grande vantagem de computar

um número exigido de autovalores (e seus respectivos autovetores), os quais são localizados tão próximos quanto possível em torno de uma dada constante de entrada, dentro de um certo deslocamento ('shift'). Uma característica deste método iterativo é que o mesmo é baseado na projeção do sistema matricial $m \times m$ sobre um sistema matricial $r \times r$ reduzido, sendo r o número de autovalores exigidos.

De um modo geral, o sistema matricial é do tipo:

$$\mathbf{C} \mathbf{x} = \mathbf{y} \quad (2.25)$$

onde \mathbf{C} é uma matriz $m \times m$ não-singular e \mathbf{y} é um dado vetor de ordem m , enquanto \mathbf{x} é um vetor também de ordem m , a ser determinado. Para o caso 1D, quando \mathbf{C} é tridiagonal, a solução de (2.25) pode ser eficientemente obtida realizando $O(m)$ operações [49]. Por outro lado, quando a matriz \mathbf{C} é do tipo banda, com a banda $B > 3$ e $B \ll m$, então a solução de (2.25) é obtida em dois passos: primeiramente, aplica-se a decomposição LU [49] (ou seja, a matriz é decomposta em um produto LU , onde L e U são as matrizes triangulares inferior e superior, respectivamente), a qual realiza $O(B \cdot m)$ operações; como segundo passo, resolve-se o sistema LU , que realiza apenas $O(m)$ operações. Evidentemente, este procedimento tem sido normalmente adotado para o tratamento de matrizes pentadiagonais ($B = 5$) que surgem quando as funções base FE quadráticas são usadas. Em se tratando do caso 2D, \mathbf{C} é uma matriz altamente esparsa, com um padrão de esparsidade arbitrário, desde que as malhas adaptativas arbitrárias tenham sido adotadas. A solução de (2.25) envolve o uso de subrotinas comerciais especialmente projetadas

para executar os dois passos do procedimento LU , tirando toda a vantagem da esparsidade. Estas subrotinas realizam $O(m^2)$ operações para a decomposição LU (a qual só é realizada uma vez no algoritmo do subespaço iterativo) e apenas $O(m)$ operações para resolver o sistema LU . Adicionalmente, um poderoso e eficiente gerador de malha 2D adaptativo foi desenvolvido por [1], seguindo as diretivas explicadas na Ref. [51].

Uma aplicação muito interessante deste método, que será discutido nos Caps. 3 e 4, refere-se à análise de guias de onda ópticos não lineares cujos índices de refração são definidos como:

$$n^2(x,y) = n_0^2(x,y) + f(x,y,\alpha u^2) \quad (2.26)$$

Onde, n_0 representa o índice de refração linear e f é uma função que leva em conta também as não-linearidades do meio. O parâmetro α é definido como: $\alpha = n_0^2 n_2 c \epsilon_0$, onde, c é a velocidade da luz, ϵ_0 é a permissividade do vácuo, e n_2 é o coeficiente de Kerr não-linear.

Eventualmente, o interesse maior está em se computar os efeitos da potência de entrada P sobre a constante de propagação β_n (real). E, normalmente, o que se considera primeiro são os modos guiados confinados (o modo fundamental, em particular), em detrimento dos modos espalhados. Para esse caso, pode-se definir uma fronteira numérica artificial C , na qual os campos são esperados serem desprezíveis (\approx zero). Desse modo, impondo-se a condição de Dirichlet homogênea ($u_n = 0$) sobre C , o vetor \mathbf{d} , dado em (2.23b), torna-se zero. Observando que o

esquema de elementos finitos desenvolvido em (2.20)-(2.23b) pode ser diretamente aplicado a meios lineares, pode-se considerar como razoável se computar o caso não linear como uma seqüência de aproximações lineares, ou seja, por meio da implementação de um algoritmo iterativo auto-consistente.

Existem duas estratégias para se implementar o processo iterativo. A primeira consiste em se calcular o conjunto (u_n, P) para uma dada constante de propagação efetiva β_n . E, a segunda, consiste em se determinar (β_n, u_n) para uma dada potência P , na forma dada em (2.20) [52].

Considerando a segunda estratégia, pode-se estabelecer que a função modal $u_n(x,y)$ tem a forma:

$$u_n(x,y) = E_0 \varphi_n(x,y) \quad (2.27)$$

onde φ_n é uma função normalizada satisfazendo a condição:

$$\iint_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \varphi_n^2(x,y) dx dy = 1 \quad (2.28)$$

Através do teorema de Poynting, obtém-se que a potência modal é dada por:

$$P = \beta_n c \epsilon_0 E_0^2 / 2 \quad (2.29)$$

Substituindo-se (2.26) em (2.15), obtém-se que a função φ_n satisfaz a:

$$[\nabla_t^2 + k_o^2 (n_o^2 - \beta_n^2)] \varphi_n = -k_o^2 f(\alpha 2 P / (\beta_n c \epsilon_o) \varphi_n^2) \varphi_n \quad (2.30)$$

E, novamente, aplicando a formulação de Galerkin fraca a (2.30), juntamente com a expansão (2.19), o seguinte problema de autovalores matricial é obtido:

$$\mathbf{Q} \mathbf{a} = \mathbf{P} \mathbf{R}(\mathbf{P}, \mathbf{a}) \mathbf{a} \quad (2.31)$$

onde:

$$(\mathbf{Q})_{ij} = \langle \nabla_t \phi_j, \nabla_t \phi_i \rangle - \langle k_o^2 (n_o^2 - \beta_n^2) \phi_j, \phi_i \rangle \quad (2.32a)$$

$$(\mathbf{R})_{ij} = \langle (k_o^2 / P) f(\alpha 2 P / (\beta_n c \epsilon_o) (\phi^T \cdot \mathbf{a})^2) \phi_j, \phi_i \rangle \quad (2.32b)$$

Assim, um algoritmo iterativo implícito pode ser escrito da seguinte forma:

$$\mathbf{Q} \mathbf{a}^{q+1} = \mathbf{P}^{q+1} \mathbf{R}(\mathbf{P}^q, \mathbf{a}^q) \mathbf{a}^{q+1} \quad (2.33)$$

juntamente com a seguinte relação de normalização, obtida após discretização de (2.28):

$$(\mathbf{a}^q)^T \mathbf{A} \mathbf{a}^q = 1 \quad (2.34)$$

onde, \mathbf{A} é a matriz definida em (2.21c). É importante comentar que este esquema (2.33)-(2.34), foi identificado por Q. Y. Li *et al.*, e reportado em 1992, veja Ref. [53].

PROPAGAÇÃO PARAXIAL E NÃO-PARAXIAL

3.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo, são descritos os esquemas de propagação tanto paraxial, com aproximação de Fresnel, como não-paraxial, com aproximação *wide-angle* de Padé. Também são descritas as técnicas do operador completo (FOFEM) e do operador particionado (SOFEM), em que o operador N é separado em um procedimento numérico separado, através de uma expansão em série de Fourier, constituindo-se, desse modo, em um novo esquema de propagação. Além disso, são incorporadas ao esquema de propagação, as Condições de Fronteiras Transparentes (TBC) de modo a reduzir as reflexões das fronteiras numéricas do domínio, ao retornarem ao meio de propagação. Para verificar a validade das TBC, é feita a propagação de um feixe gaussiano em bloco de material homogêneo, em ângulos de 45° , e para uma comparação entre os esquemas de propagação SOFEM e FOFEM, foi feita a propagação em um acoplador de 2 guias do tipo canal enterrado, e comparados os resultados com a teoria dos modos acoplados.

3.2 - PROPAGAÇÃO BPM PARAXIAL

Desde os anos 70 [7],[54]-[58],[23],[59]-[60], tem havido um grande interesse no desenvolvimento e uso de métodos de propagação do feixe (BPM) para simular a propagação escalar de ondas eletromagnéticas monocromáticas em guias de onda ópticos. Mais recentemente, um interesse particular tem sido focalizado sobre guias de onda feitos, também, de materiais não lineares dissipativos, cuja seção transversal arbitrária pode variar ao longo da direção de propagação (assumido ser a direção z , nesta análise). Esta situação física pode ser adequadamente modelada por equações diferenciais parciais parabólicas do tipo Fresnel, as quais são obtidas das equações de Maxwell, assumindo-se que a propagação é do tipo paraxial, ou por equações de onda de Helmholtz, também obtidas das equações de Maxwell, assumindo-se a propagação não paraxial.

Para se obter a formulação BPM pelo método dos elementos finitos, considera-se uma onda escalar $u(x,y,z)$ propagando-se em um meio arbitrário e na direção z positiva. Essa onda escalar, como já visto anteriormente, é dada pela seguinte equação de onda:

$$\nabla^2 u + k_0^2 n^2 u = 0 \quad (3.1)$$

em que, como antes, k_0 é o número de onda no espaço-livre e $n(x,y,z,u)$ é o índice de refração.

As condições de fronteira entre dois meios são dadas por:

$$u = \text{contínua} \quad (3.2a)$$

$$\mathbf{n} \cdot \nabla u = \text{contínua} \quad (3.2b)$$

onde \mathbf{n} é o vetor unitário normal à fronteira.

Como uma possível solução de (3.1), $u(x,y,z)$ tem a seguinte forma:

$$u(x,y,z) = u(x,y,z) \exp(-j k_0 \beta z) \quad (3.3)$$

em que β é a constante de propagação de referência e $u(x,y,z)$ é a componente lenta (envoltória) da onda propagante e, naturalmente, $\exp(-j k_0 \beta z)$ é a componente rápida desta onda.

A substituição de (3.3) em (3.1), resulta em:

$$\nabla_t^2 u + \partial^2 u / \partial z^2 - 2 j k_0 \beta \partial u / \partial z + k_0^2 (n^2 - \beta^2) u = 0 \quad (3.4)$$

onde, como antes, $\nabla_t (= (\partial / \partial x) \mathbf{a}_x + (\partial / \partial y) \mathbf{a}_y)$ é o operador diferencial bidimensional e

$$\nabla_t^2 = \nabla_t \cdot \nabla_t$$

Uma outra expressão, igualmente importante, é a resultante da substituição de (3.3) em (3.2b):

$$\mathbf{n} \cdot \nabla u = \mathbf{n} \cdot (\nabla_{\perp} u + ((\partial u / \partial z) - j k_0 \beta u) \mathbf{a}_z) \exp(-j k_0 \beta z) \quad (3.5)$$

Considerando-se que a dependência em z , da envoltória da onda $u(x,y,z)$ é extremamente lenta, então as seguintes aproximações (SVEA-‘Slow Varying Envelope Approximation’) podem ser usadas em (3.4) e (3.5):

$$|\partial^2 u / \partial z^2| \ll |k_0 \beta \partial u / \partial z| \quad (3.6a)$$

$$|\partial u / \partial z| \ll |k_0 \beta u| \quad (3.6b)$$

Conseqüentemente, de (3.6) e (3.5), as condições de fronteira, agora, podem ser aproximadas por:

$$u = \text{contínua} \quad (3.7a)$$

$$\mathbf{n} \cdot \nabla_{\perp} u = \text{contínua} \quad (3.7b)$$

E, de (3.6) em (3.4), obtém-se que:

$$\nabla_{\perp}^2 u - 2j k_0 \beta \partial u / \partial z + k_0^2 (n^2 - \beta^2) u = 0 \quad (3.8)$$

que é a aproximação paraxial da equação de onda completa de Helmholtz.

O próximo passo consiste na discretização de u dentro de um plano normal ao eixo z , ou seja no plano x - y , através da utilização do método dos elementos finitos (FEM). Para isso, seja Ω , o domínio de uma região de dimensões amplas, porém finitas, e envolta por uma fronteira virtual C_0 , situada no plano x - y . Assume-se aqui, propositalmente, que a seguinte condição de fronteira é válida na fronteira virtual C_0 :

$$\mathbf{n}_0 \cdot \nabla_{\perp} u + \alpha u = 0, \text{ em } C_0 \quad (3.9)$$

onde \mathbf{n}_0 é vetor unitário, apontando para fora da região, associado à fronteira C_0 e α é um parâmetro a ser atualizado de acordo com cálculos sucessivos da propagação da onda. Mais detalhes deste parâmetro surgirão, posteriormente, na análise das TBC's.

De acordo com os procedimentos do método dos elementos finitos, a região de domínio Ω é subdividida em uma quantidade de elementos triangulares, seguido de uma seqüência de refinamentos da malha arbitrária e levando-se em conta a esparsidade matricial, como exposto no Capítulo 2. Consideradas as condições de fronteira aplicadas a u em (3.7), as funções base $u_n(x,y)$ ($n=1, 2, 3, \dots, N$); usadas no método dos elementos finitos, são escolhidas de tal modo a serem funções contínuas nas fronteiras entre os elementos. De acordo com o método de discretização de Galerkin, u_n é multiplicada por (3.8) e uma integral de superfície é efetuada sobre cada elemento. E, então, os resultados locais em cada elemento são somados para todos os elementos que compõem a malha:

$$\sum_i \int (-2j k_0 \beta \partial u / \partial z + k_0^2 (n^2 - \beta^2) u) u_n dS +$$

$$\sum_i \int (\nabla_t^2 u) u_n dS = 0 \quad (3.10)$$

Integrando por partes o segundo termo em (3.10) e utilizando, também as, condições de fronteira (3.7), obtém-se que:

$$\sum_i \int (\nabla_t^2 u) u_n dS = - \sum_i \int (\nabla_t u) \cdot (\nabla_t u_n) dS +$$

$$\sum_i \int (\mathbf{n}_{0i} \cdot \nabla_t u) u_n dl \quad (3.11)$$

onde, \mathbf{n}_{0i} é o vetor unitário correspondente ao elemento i e normal à fronteira virtual C_0 , que aponta para fora.

Se, adicionalmente, for utilizada a condição de fronteira (3.9), na fronteira virtual C_0 , chega-se a:

$$\sum_i \int (\nabla_t^2 u) u_n dS = - \sum_i \int (\nabla_t u) \cdot (\nabla_t u_n) dS -$$

$$\oint_{C_0} \alpha u u_n dl \quad (3.12)$$

Sendo assim, (3.10), assume a seguinte forma:

$$\int_{\Omega} (-2 j k_0 \beta \partial u / \partial z + k_0^2 (n^2 - \beta^2) u) u_n d\Omega + \\ - \int_{\Omega} (\nabla_{\perp} u) \cdot (\nabla_{\perp} u_n) d\Omega - \oint_{C_0} \alpha u u_n dl = 0 \quad (3.13)$$

Em que $\int_{\Omega} (\cdot) d\Omega$ refere-se à integral de superfície sobre a região S , e $\oint_{C_0} (\cdot) dl$ é a integral de linha sobre a fronteira virtual C_0 .

Seguindo com o método, a função $u(x,y,z)$ é expandida em termos das funções de base $u_n(x,y)$, com coeficientes de expansão $f_n(z)$, como mostrado a seguir:

$$u(x,y,z) = \sum_{n=1}^N f_n(z) u_n(x,y) \quad (3.14)$$

E, agora, substituindo (3.14) em (3.13), obtém-se o seguinte conjunto de equações diferenciais de primeira ordem acopladas:

$$A (dF(z) / dz) + H(z) F(z) = 0 \quad (3.15)$$

onde, A e H são matrizes quadradas simétricas, $F(z)$ é um vetor coluna contendo os elementos $f_n(z)$ e 0 é o vetor nulo. Os elementos de A e H são dados por:

$$a_{mn} = -2j k_0 \beta \int_{\Omega} u_m u_n d\Omega \quad (3.16a)$$

$$h_{mn} = - \int_{\Omega} (\nabla_t u_m) \cdot (\nabla_t u_n) d\Omega + \int_{\Omega} k_0^2 (n^2 - \beta^2) u_m u_n d\Omega \\ - \oint_{C_0} \alpha u_m u_n dl \quad (3.16b)$$

Observe que, se as fronteiras virtuais do domínio forem do tipo paredes elétricas ou magnéticas, então, de (3.7) em (3.16) resulta que:

$$a_{mn} = -2j k_0 \beta \int_{\Omega} u_m u_n d\Omega \quad (3.17a)$$

$$h_{mn} = - \int_{\Omega} (\nabla_t u_m) \cdot (\nabla_t u_n) d\Omega + \int_{\Omega} k_0^2 (n^2 - \beta^2) u_m u_n d\Omega \quad (3.17b)$$

No caso da propagação paraxial, e para o caso TE, (3.15), antes do procedimento de discretização de Galerkin, pode ser escrita na seguinte forma normalizada e compacta:

$$\partial u / \partial z = H(z, u) u = (L + N(z, u)) u. \quad (3.18)$$

Aqui u representa a envoltória do campo elétrico, e L e N são operadores que levam em conta os efeitos da difração e refração, respectivamente. L é, em geral, um operador diferencial linear de

segunda ordem, dependendo apenas das coordenadas transversais, e N representa (a menos das constantes) a diferença entre os quadrados da constante de propagação e o perfil de índice do guia de onda. É assumido que, durante a propagação, os efeitos da dispersão são desprezíveis e apenas os efeitos não-lineares são levados em consideração. Desse modo, N , o qual pode ser complexo, não contém derivadas de espécie alguma, e seus termos não lineares podem ser considerados pequenas perturbações dos termos lineares. Sob estas condições, códigos BPM muito eficientes têm sido desenvolvidos para resolver (3.18), porém, apenas para o caso 2D [54],[55],[57]. Portanto, o desenvolvimento de códigos 3D eficientes é presentemente um tópico de pesquisa ativa.

Os métodos BPM, também chamados de métodos marchantes ('marching methods'), podem ser divididos em dois tipos gerais: os métodos do operador completo ('full-operator methods'-FOM), e os métodos do operador particionado ('split-operator method'- SOM), também chamados de métodos de passo particionado ('split-step methods'). No método do operador completo ('full-operator' - FOM), a solução de (3.18) é escrita na seguinte forma:

$$u(z + \Delta z) = \exp [\Delta z H (z, u)] u (z). \quad (3.19)$$

Após a expansão dos termos por elementos finitos e discretização de (3.19), a mesma pode ser resolvida ou por uma expansão em Taylor direta em Δz , como descrito em [58], ou por meio de algoritmos que empregam diferenças finitas (em z), levando a esquemas implícitos (como o esquema de Crank-Nicolson- 'CN scheme') ou explícitos. A expansão em Taylor para FOM, em

geral, leva a instabilidades. Os esquemas FOM explícitos são também, em geral, instáveis e exigem passos muito pequenos [23]. Muito embora, recentemente, aperfeiçoamentos tenham sido introduzidos [59], estes têm apenas sido demonstrados para situações de aplicação restrita (em meios lineares e situações 2D). Os esquemas implícitos, por outro lado, podem ser altamente estáveis e precisos; contudo, para estruturas não-lineares e/ou z-variantes, eles são muito mais caros em termos computacionais em relação aos métodos explícitos. Isto é devido ao fato de que uma ou mais (se iterações são exigidas) decomposições matriciais são necessárias a cada passo [54]-[55],[60].

Os esquemas do SOM convencionais de ordem mais baixa são dados por [54],[55],[57],[60]:

$$u(z + \Delta z) = \exp [\Delta z L] \exp [\Delta z N (z, u)] u (z) + O ((\Delta z)^2). \quad (3.20)$$

Desde que L é independente em z , como poder ser visto de (2.23b), no Cap. 2, a contribuição do termo de difração: $\exp [\Delta z L]$, pode ser resolvida pelo esquema de Crank-Nicolson (esquema CN), exigindo apenas uma decomposição matricial. No procedimento convencional, N é discretizado utilizando-se o método da colocação, o qual torna N uma matriz diagonal. Isto torna direto o cálculo da contribuição da refração: $\exp [\Delta z N(z,u)]$. Em geral, nenhuma iteração por passo é exigida. Todas estas características tornam esta técnica muito atrativa para a simulação da propagação de longa distância. A estabilidade e precisão deste procedimento têm sido

amplamente demonstradas para situações 2D e 3D, em conjunto com os métodos de Fourier e diferenças finitas (FD) [7],[56]. Pode-se observar que, quando o método de Fourier é usado, o método da colocação funciona muito bem, porque as funções de base senoidais são diferenciáveis, seja qual for a ordem das polinomiais. Por outro lado o esquema de diferenças finitas (FDM) é compatível com o método da colocação, sendo a discretização transversal perfeitamente consistente neste caso.

Entretanto, o esquema do operador particionado (SOM) convencional, dado em (3.20), em conjunto com o método dos elementos finitos (FEM) funciona muito bem apenas para o caso 2D [54],[57]. Para esta situação, o esquema SOFE tem provado ser mais eficiente que os métodos FOFE, FOFD, SO-Fourier e SOFD [54]. Para o caso 3D, este esquema SOFE é impreciso e instável, particularmente para guias não lineares, como observado em [60]. Isto é devido ao fato de que o método da colocação, em conjunção com o FEM, produz uma aproximação ‘pobre’ para a exponencial não linear. Esta aproximação é eficiente apenas para o caso 2D, provavelmente porque o refinamento de malha é mais efetivo em aperfeiçoar a aproximação local em 1D (domínio transversal) que em dimensões de ordem mais altas. Conseqüentemente, a correção do esquema SOFE convencional para o caso 3D constitui uma das principais motivações para o presente trabalho.

3.2.1 - O NOVO ESQUEMA SOFE

Esta seção é iniciada aplicando-se o procedimento de Galerkin a (3.18), que conduz à seguinte equação:

$$\mathbf{A} \partial \mathbf{u} / \partial z = (\mathbf{L} + \mathbf{N}(z, \mathbf{u}(z))) \mathbf{u} \quad (3.21)$$

onde o vetor \mathbf{u} e as matrizes \mathbf{L} e \mathbf{N} são as contrapartes discretas correspondentes de u , L e N , respectivamente. \mathbf{A} é a matriz de massa usual. A seguir, aplica-se a fórmula do operador particionado (SOM) à expressão discreta (3.21):

$$\mathbf{u}(z + \Delta z) = \exp[\Delta z \mathbf{A}^{-1} \mathbf{L}] \cdot \exp[\Delta z \mathbf{A}^{-1} \mathbf{N}(z, \mathbf{u}(z))] \mathbf{u}(z) + O((\Delta z)^2). \quad (3.22)$$

Como usual, a parte operacional da difração, de (3.22), é calculada pelo esquema CN. Contudo, no intuito de se manter o esquema explícito, a contribuição do termo de refração (nominalmente, $\exp[\Delta z \mathbf{A}^{-1} \mathbf{N}(z, \mathbf{u}(z))]$), é computada por sua correspondente expansão em série de Taylor em Δz . Desse modo, de (3.22), pode-se escrever o novo esquema SOFE de ordem mais baixa, como se segue:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(z + \Delta z) = & [\mathbf{A} - 1/2 \Delta z \mathbf{L}]^{-1} \cdot [\mathbf{A} + 1/2 \Delta z \mathbf{L}] \\ & \sum_{j=0}^m ((\Delta z)^j / j!) [\mathbf{A}^{-1} \mathbf{N}(z, \mathbf{u}(z))]^j \mathbf{u}(z) + O((\Delta z)^2). \end{aligned} \quad (3.23)$$

Para efeito de comparação, o esquema FOM (Full Operator Method) implícito, é prontamente obtido aplicando-se a (3.21) o esquema de Crank-Nicolson (CN):

$$\partial \mathbf{u} / \partial z = (\mathbf{u}(z + \Delta z) - \mathbf{u}(z)) / \Delta z \quad (3.24a)$$

$$\mathbf{u}(z') = (\mathbf{u}(z + \Delta z) + \mathbf{u}(z)) / 2 \quad (3.24a)$$

onde $z' = (z + \Delta z / 2)$.

Ou seja:

$$\mathbf{u}(z + \Delta z) = [\mathbf{A} - 1/2 \Delta z (\mathbf{L} + \mathbf{N})]^{-1} \cdot [\mathbf{A} + 1/2 \Delta z (\mathbf{L} + \mathbf{N})] \mathbf{u}(z) \quad (3.25)$$

3.3 - AS CONDIÇÕES DE FRONTEIRAS TRANSPARENTES (TBC)

Ao se incorporar as condições de fronteiras transparentes ao método BPM, tem-se por objetivo modelar estruturas que permitem perda de radiação, uma vez que a radiação tende a se refletir das fronteiras do domínio numérico, retornando à região de interesse, onde causam interferências indesejáveis. A importância deste problema surge do fato que, virtualmente, todas as estruturas de interesse apresentam algum nível de radiação espalhada.. Esta técnica incorpora um novo

algoritmo de condição de fronteira que permite a radiação escapar dos domínios do problema livremente sem apreciáveis reflexões, de modo a proibir o fluxo de radiação de retornar à região de interesse. Este novo esquema, com condições de fronteiras transparentes (TBC), não utilizava nenhum parâmetro ajustável, sendo, desse modo, independente do tipo de problema, e é facilmente incorporado ao esquema de diferenciação de Crank-Nicholson, tendo ampla aplicação na análise de estruturas z-variantes, que são de interesse em dispositivos fotônicos. Neste método, uma condição de fronteira transparente é deduzida supondo-se que o feixe tenha a forma de uma onda plana nas vizinhanças de uma fronteira virtual, desse modo eliminando reflexões indesejáveis dessas fronteiras virtuais.

A condição básica das TBC's é que próximo às fronteiras virtuais C_0 , qualquer onda radiada que por ali se propague deve estar se propagando para fora da região de interesse (o domínio Ω). O campo próximo àquela fronteira virtual, sendo de uma onda plana, é expresso como:

$$u(x,y,z) = a \exp(-(\alpha_x x + \alpha_y y + \beta z)) \quad (3.26)$$

onde a , α_x , α_y , e β são constantes complexas.

Observe que, de (3.26) em (3.9), chega-se facilmente a: $\alpha \equiv (\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{a}_x) \alpha_x + (\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{a}_y) \alpha_y$. E se $\text{Im}(\alpha) > 0$, então (3.26) expressa uma onda se propagando para fora da região de interesse, ou seja, das fronteiras virtuais. De modo que, usando (3.9), que foi deduzida de (3.26), como

condição de fronteira nas fronteiras virtuais, pode-se assegurar que a onda radiada que chega na fronteira C_0 é, então, transmitida, se afastando desta fronteira e sem reflexões que possam retornar à região do domínio.

O próximo passo do esquema consiste na determinação do parâmetro α , que está contido em (3.9). Para isso, seja um elemento triangular com a fronteira virtual C_0 , em um de seus lados, como mostrado na Fig. 3.1. Nessa figura, os números correspondentes aos nós do triângulo (i,j,k) devem sempre ser contados no sentido anti-horário. Assim, como é feito no caso dos coeficientes do envelope do campo, o parâmetro α é analisado sucessivamente para variações em z , ou seja, em $z = z_0$, α pode ser determinado, aproximadamente, da distribuição de campo em um passo anterior $z = z_0 - \Delta z$. Desse modo, de (3.26), os campos discretizados nos três nós do elemento triangular em $z = z_0 - \Delta z$, como visto na Fig. 3.1, são expressos por:

$$f_n \equiv u(x_n, y_n, z_0 - \Delta z) = a \exp(- (\alpha_x x_n + \alpha_y y_n + \beta (z_0 - \Delta z))) \quad (3.27)$$

onde, $n = i, j, k$

Quando (3.27) é resolvida para α_x e α_y , α pode ser expressa pela seguinte expressão geral [46]:

$$\alpha = \frac{l_{ij}^2 \log f_k - p_i \log f_j - p_j \log f_i}{2S_e l_{ij}}, \quad \text{Im}(\alpha) > 0 \quad (3.28)$$

onde S_e é a área do elemento triangular e l_{ij} é o comprimento do lado $i-j$. E também:

$$p_i = (x_i - x_j)(x_i - x_k) + (y_i - y_j)(y_i - y_k) \quad (3.29a)$$

$$p_j = (x_j - x_i)(x_j - x_k) + (y_j - y_i)(y_j - y_k) \quad (3.29b)$$

Observe, mais uma vez, que no caso de um problema bidimensional, no qual a estrutura e o campo são uniformes na direção y , os elementos triangulares tornam-se elementos lineares, em que $x_i = x_j$, $y_i = y_j$, $f_i = f_j$ e $\alpha_y = 0$, de modo que (3.28) tem a forma reduzida:

$$\alpha = \frac{-1}{x_i - x_k} \log\left(\frac{f_i}{f_k}\right), \quad \text{Im}(\alpha) > 0 \quad (3.30)$$

Sendo assim, o parâmetro α , para a condição de fronteira transparente, é sucessivamente atualizado pelo campo também obtido sucessivamente, de modo que o comportamento da propagação da onda pode ser analisado a cada passo, sem causar reflexões indesejáveis da onda radiada que atinge a fronteira virtual [62].

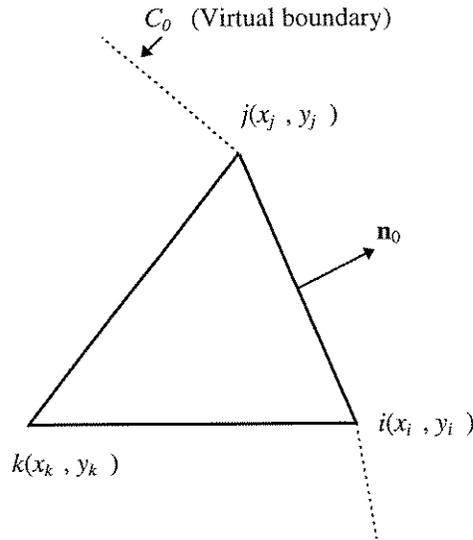


Fig. 3.1. Um elemento triangular adjacente à fronteira virtual C_0 .

E a implementação das TBC no esquema do operador particionado é feita do seguinte modo:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{u}(z + \Delta z) &= [\mathbf{A} - 1/2 \Delta z \mathbf{L}]^{-1} \cdot [\mathbf{A} + 1/2 \Delta z \mathbf{L}'] \\
 &\cdot \sum_{j=0}^m ((\Delta z)^j / j!) [\mathbf{A}^{-1} \mathbf{N}(z, \mathbf{u}(z))]^j \mathbf{u}(z) + O((\Delta z)^2).
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

onde os elementos do novo operador \mathbf{L}' são dados por:

$$\begin{aligned}
 L'_{mn} &= - \int_{\Omega} (\nabla_t u) \cdot (\nabla_t u_n) d\Omega \\
 &- \oint_{C_0} \alpha u_m u_n dl
 \end{aligned} \tag{3.32}$$

Observe que este novo operador só está presente no lado direito do esquema de propagação, evitando-se, desta maneira, a decomposição LU a cada passo.

E a implementação das TBC, no esquema do operador completo, é feita do seguinte modo:

$$\mathbf{u}(z+\Delta z) = [\mathbf{A} - 1/2 \Delta z \mathbf{H}]^{-1} \cdot [\mathbf{A} + 1/2 \Delta z \mathbf{H}] \quad (3.33)$$

onde os elementos do novo operador \mathbf{H} são dados por:

$$h_{mn} = - \int_{\Omega} (\nabla_t u) \cdot (\nabla_t u_n) d\Omega + \int_{\Omega} k_0^2 (n^2 - \beta^2) u_m u_n d\Omega - \oint_{C_0} \alpha u_m u_n dl \quad (3.34)$$

Observe que, neste caso, este novo operador está presente em ambos os lados do esquema de propagação.

Para verificar a validade da condição de fronteiras transparentes, considere a propagação de um feixe gaussiano no espaço-livre e no espaço 3D. Nesse caso, o índice de refração $n = 1,0$, e assume-se que a constante de referência β seja igual a n (ou seja, $\beta = 1,0$). O feixe gaussiano, de cintura $w_0 = 1 \lambda$, se propaga na direção de 45° do eixo z com o eixo x . A Fig. 3.2 (a) e (b) mostra o caso em que o feixe alcançou a fronteira virtual ($x / \lambda = 2$) sobre o lado direito da região de interesse. A Fig. 3.2 mostra os resultados numéricos quando a condição de Neumann ($\mathbf{n}_0 \cdot \nabla_t u = 0$) é imposta, como condição de fronteira, na fronteira virtual. Observa-se que a onda é totalmente refletida na fronteira virtual. Por outro lado, a Fig. 3.3 mostra os resultados numéricos quando a condição de fronteira transparente (TBC) é incorporada ao esquema BPM. Como pode ser visto nesta figura, a onda se transmite além da fronteira virtual, sem ser afetada pelas reflexões na fronteira virtual.

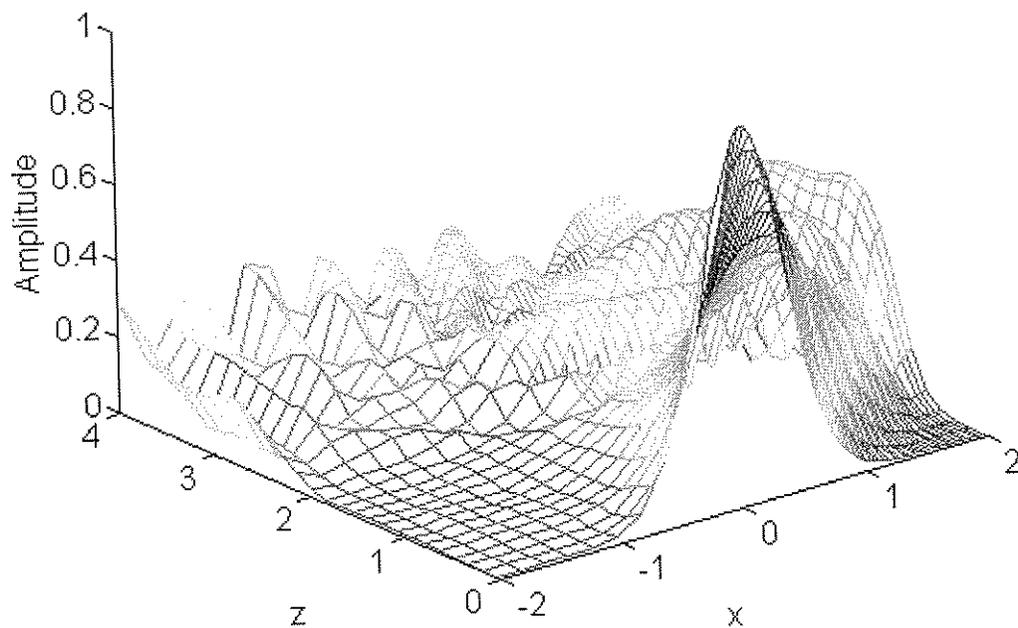


Fig.3.2 (a). Distribuições de campo para uma propagação de feixe gaussiano tridimensional no espaço-livre em ângulos de 45° em azimuth, para $w_0/\lambda = 1$ e com condição de Neumann imposta na fronteira virtual, para $z = 4 \mu\text{m}$ e passo $\Delta z = 0,05 \mu\text{m}$. (curva de superfície).

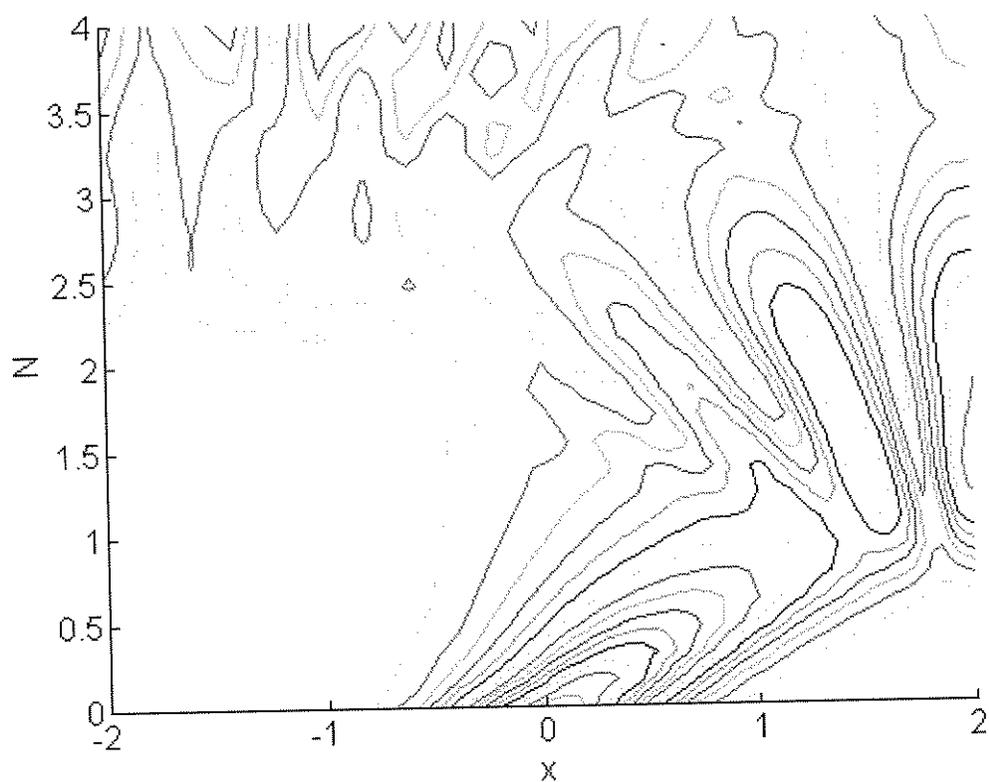


Fig.3.2 (b). Distribuições de campo para uma propagação de feixe gaussiano tridimensional no espaço-livre em ângulos de 45° em azimute, para $w_0/\lambda = 1$ e com condição de Neumann imposta na fronteira virtual, para $z = 4 \mu\text{m}$ e passo $\Delta z = 0,05 \mu\text{m}$. (curvas de nível).

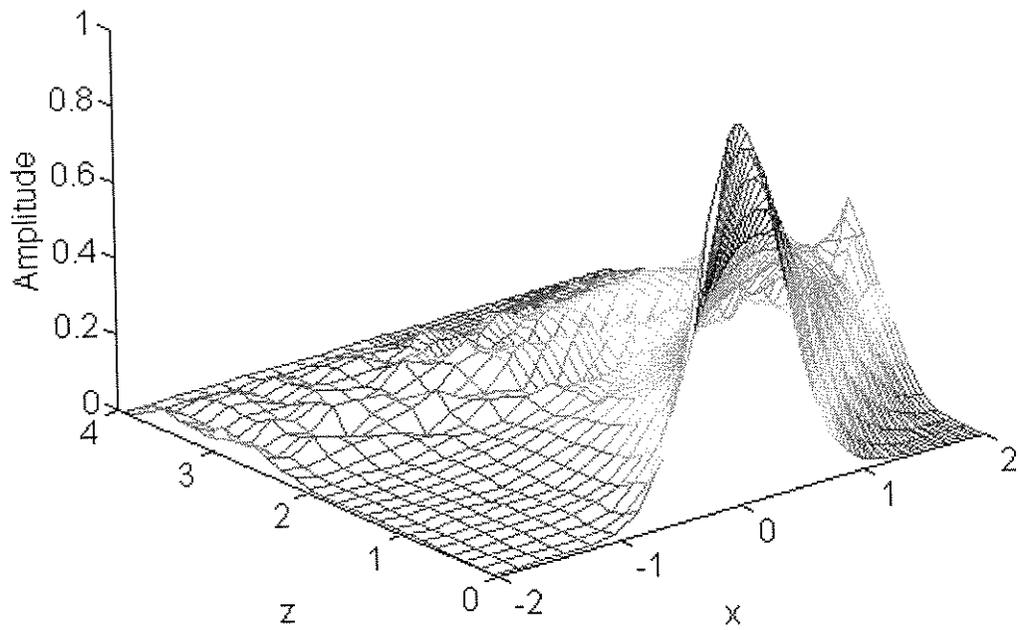


Fig.3.3 (a). Distribuições de campo para uma propagação de feixe gaussiano tridimensional no espaço-livre em ângulos de 45° em azimuth, para $w_0 / \lambda = 1$ e com as TBC imposta na fronteira virtual, para $z = 4 \mu\text{m}$ e passo $\Delta z = 0,05 \mu\text{m}$. (curva de superfície).

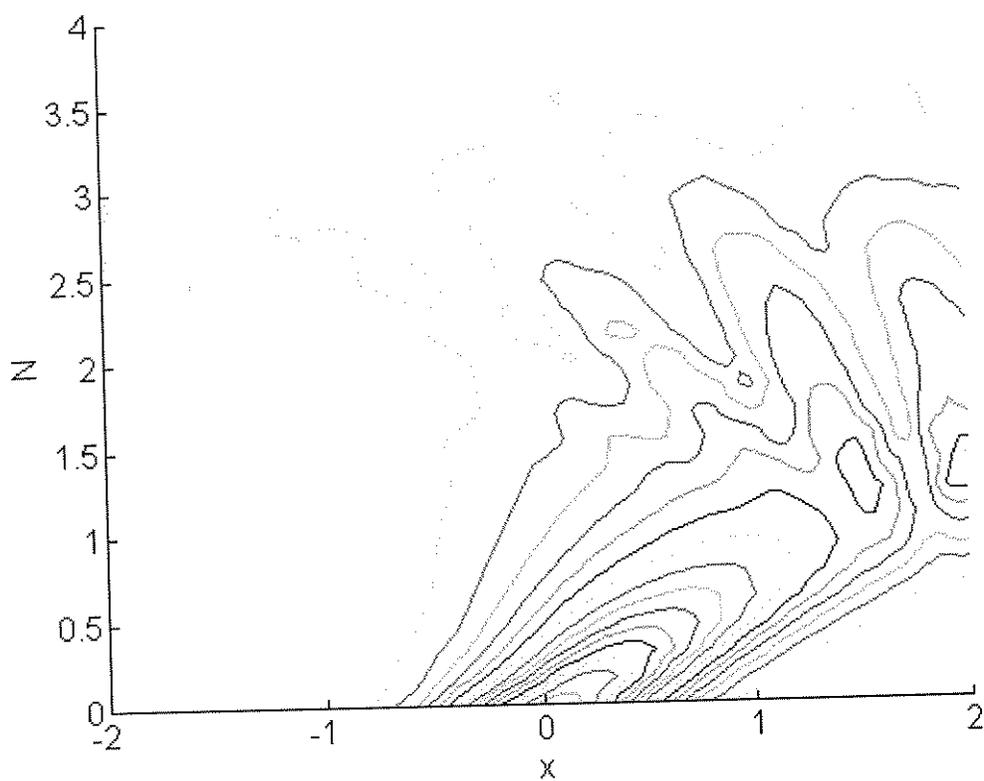
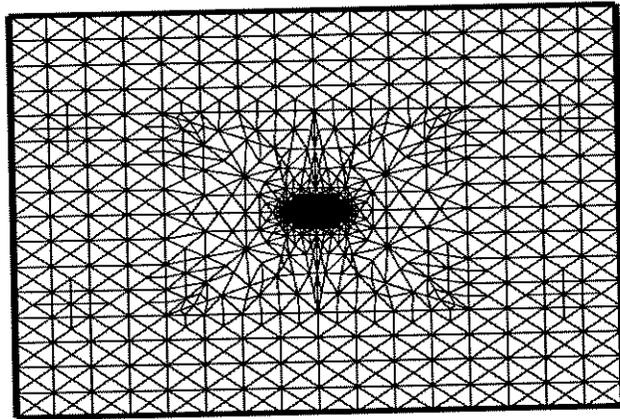


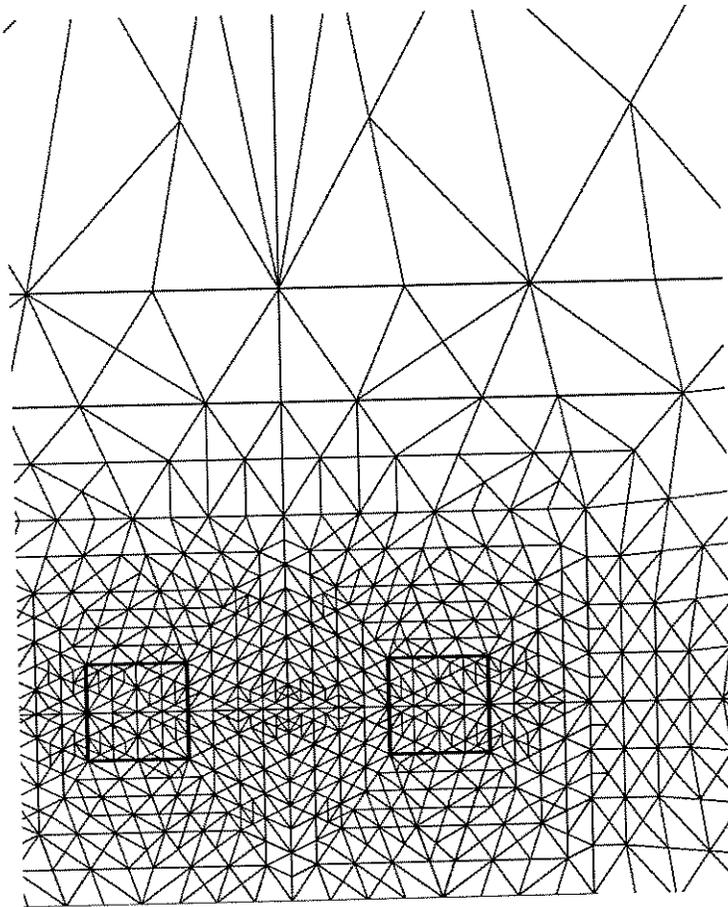
Fig.3.3 (b). Distribuições de campo para uma propagação de feixe gaussiano tridimensional no espaço-livre em ângulos de 45° em azimute, para $w_0/\lambda = 1$ e com as TBC imposta na fronteira virtual, para $z = 4 \mu\text{m}$ e passo $\Delta z = 0,05 \mu\text{m}$. (curvas de nível).

3.4 - RESULTADOS OBTIDOS

Como um exemplo de aplicabilidade do novo método SOM-FEM, é adotado, aqui, um acoplador direcional não-linear feito de dois guias enterrados paralelos de materiais do tipo Kerr e de seção transversal quadrada idênticas, de lados de $3\ \mu\text{m}$ de largura. Os guias estão separados por uma distância de $9\ \mu\text{m}$ entre os seus centros geométricos e estão envoltos por um meio linear de índice refrativo igual a 1,51. O índice refrativo dos guias foi adotado como 1,518 e o coeficiente de Kerr utilizado foi $\alpha = 3,1 \times 10^{-13}\ \text{m}^2/\text{V}^2$. O comprimento de onda de excitação foi de $1,532\ \mu\text{m}$. Este exemplo foi adotado também na Ref. [60]. A geometria deste acoplador, junto com a correspondente malha, é mostrada na Fig. 3.4. Neste exemplo, elementos finitos triangulares de primeira ordem foram adotados, os quais produzem matrizes altamente esparsas. O número de incógnitas foi de 1470. Como feixe de entrada, necessário para a excitação do guia, foi adotado o modo fundamental linear, que será lançado em um canal. Devido ao decaimento lento dos campos, janelas numéricas de dimensões largas foram exigidas, sendo que, neste caso, foram adotadas dimensões: $300\ \mu\text{m} \times 150\ \mu\text{m}$. Assim, a observância de um fator ('aspect ratio') grande, dado pela razão entre as fronteiras truncadas e as dimensões dos canais, em conjunto com um esquema de refinamento eficiente, tornam-se essenciais para se otimizar os recursos computacionais. Esta janela numérica, em conjunção com as condições de fronteira de Dirichlet, foram suficientes para assegurar a convergência dos resultados apresentados neste trabalho.

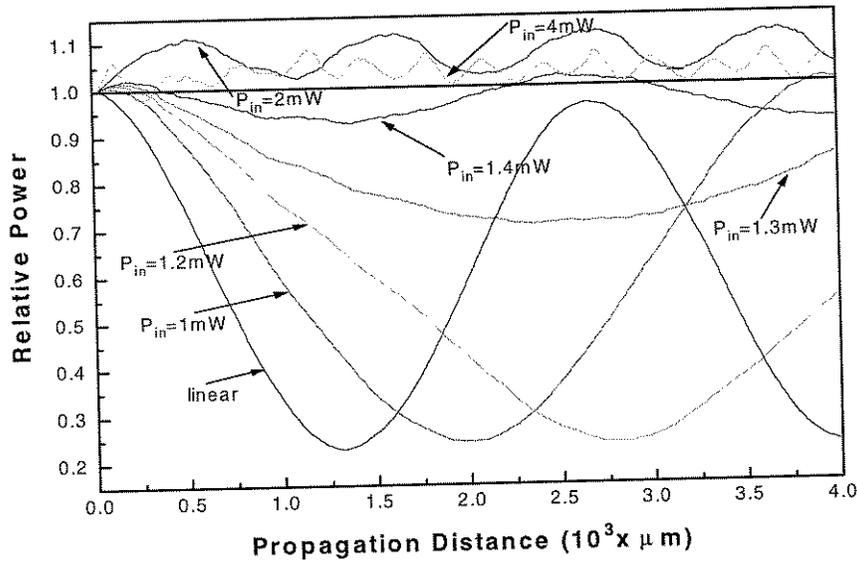


(a)

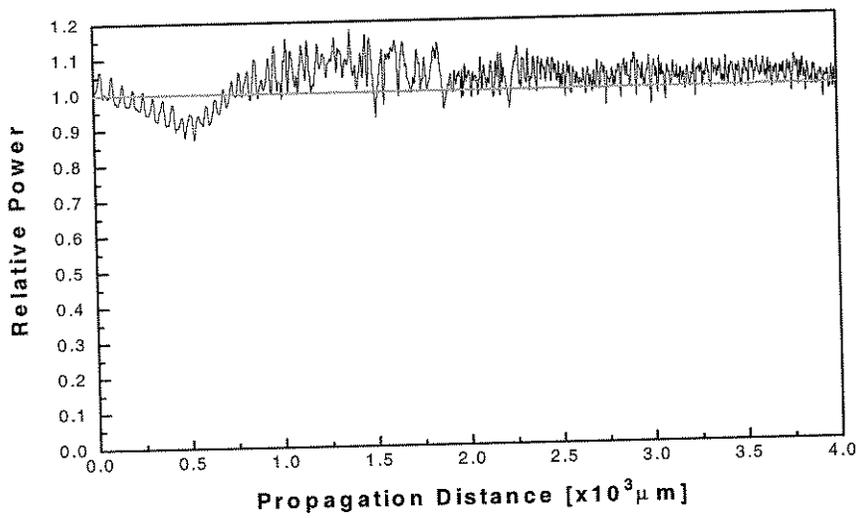


(b)

Fig. 3.4. Seção transversal do acoplador de guias enterrados e não-linear, com a correspondente discretização por elementos finitos. (a) Domínio numérico integral. (b) Zoom da região central do domínio, mostrando os dois canais quadrados enterrados (linhas mais espessas).



(a)



(b)

Fig. 3.5. (a) Curvas representando a potência normalizada remanescente, $P_{re}(z)/P_{rein}$, onde $P_{re}(z)$ e P_{rein} são as potências remanescente e de entrada, respectivamente, no canal de lançamento, para diferentes potências de entrada total, $P_{in} \leq 6$ mW. (b) Curvas representando a potência total normalizada $P_t(z)/P_{in}$ (linha reta) e $P_{re}(z)/P_{in}$, para $P_{in} = 10$ mW. Tanto o novo esquema SOFEM quanto o esquema FOFEM foi utilizado.

Das Figs. 3.5(a) e 3.5(b), fica claro a concordância qualitativa com os resultados clássicos de Jensen [61], obtidos com base na teoria dos modos acoplados. As potências $P_{re}(z)$ e P_{rein} , onde P_{rein} é a potência remanescente de entrada e $P_{re}(z)$ é a potência remanescente no canal de lançamento, são computadas integrando-se a intensidade do campo elétrico sobre a metade da janela numérica, a qual contém o canal de lançamento. É interessante observar que, devido ao efeito de autofocamento (self-focusing effect), $P_{re}(z)$ pode ser maior que P_{rein} . A conservação da potência total, $P_t(z)$, foi adotada como critério para verificar convergência. todas as curvas mostradas na Fig. 3.5 alcançaram convergência com $|1 - P_t(z)/P_{in}| < 10^{-8}$, em todo o comprimento de propagação. A potência de limiar (threshold power) que é lançada na entrada do canal, P_{inth} , para a qual o efeito de acoplamento é inibido, acontece em torno de 1,3 mW. Para o caso linear (P_{in} muito baixa, da ordem de μW), o comprimento de acoplamento L_c , obtido pelo presente algoritmo, foi de 1334,89 μm , o qual concorda muito bem com o L_c obtido pela teoria dos modos acoplados: 1339,53 μm , sendo o erro relativo igual a 0,34639%. Todos os resultados apresentados aqui foram também verificados usando-se os esquemas FOFEM-CN (implícitos) reportados em [60]. Uma excelente concordância entre os resultados obtidos pelos esquemas FOFEM-CN e o presente método foram observados (os erros relativos comparativos foram menores que 10^{-8}).

Pin (mW)	m	passo (μm)
linear, 1.0, 2.0	2	1.00
1.3, 1.4, 2.0	2	0.50
	4	1.00
4	4	0.50
	6	1.00
6	4	0.30
	6	0.50
10	8	0.10
	10	0.11

Tabela 3.1 - Relação entre P_{in} , m o passo Δz , para se alcançar a convergência.

Experimentos numéricos extensivos têm mostrado que o número de termos, m , na expansão de Taylor [veja (3.6)], é importante para assegurar precisão global e estabilidade para o presente esquema. Instabilidades que eventualmente possam surgir daquela expansão em Taylor, são evitadas pelos valores relativamente pequenos de $N(z, \mathbf{u}(z))$. Da Tabela 3.1 e da Fig. 3.5(b), observa-se que, fixando-se a potência total de entrada, é possível encontrar um valor de m adequado para um dado passo, Δz , de modo a se assegurar uma convergência estável. Por convergência entende-se que os resultados obtidos permanecem invariáveis ou constantes sob variações dos parâmetros numéricos: Δz , número de incógnitas, janela numérica, e m . Quanto maior o passo, menor o parâmetro m e vice-versa. Isto, naturalmente, implica em um compromisso entre o passo Δz e m , a fim de reduzir o tempo computacional. Por outro lado, potências de entrada maiores exigem passos menores e valores de m maiores. Isto torna-se mais evidente quando $P_{in} > P_{inth}$. Como dito anteriormente, não são necessárias quaisquer iterações por passo, mesmo para situações de forte não linearidade; portanto, a expansão de Taylor requer apenas uma decomposição matricial, nominalmente a matriz de massa \mathbf{A} , a qual é constante,

simétrica e positiva definida. O número de iterações por passo exigida pelos esquemas FOFEM-CN, mais ou menos iguala o parâmetro m do presente esquema. Os esquemas FOFEM-CN gastam entre 5 ($P_{in} \leq P_{inth}$) e 25 ($P_{in} > P_{inth}$) vezes o tempo computacional gasto pelo presente esquema. O esquema SOFE convencional torna-se instável aproximadamente para P_{in} maior que P_{inth} .

Testes adicionais mostram que o presente esquema é capaz de alcançar convergência estável mesmo para guias de onda com índices degrau da ordem de 2 ou maior ainda. É evidente que índices degrau dessa ordem podem afetar as aproximações escalar e paraxial embutidas em (3.1) [61]. Os passos, Δz , exigidos pela presente técnica são, de fato, comparáveis àqueles adotados pelos esquemas FOM, mesmo para propagação altamente não linear, a qual é uma situação numérica muito exigente. Para o caso linear, o presente esquema, com $m = 2$, exige, em geral, um esforço computacional equivalente aos outros esquemas SOM de mesma ordem em Δz . Para o caso 3D e altamente não linear, contudo, dados publicados na literatura pertinente não parecem estar disponíveis.

Na Fig. 3.6 é mostrada a evolução modal ao longo do eixo de propagação do acoplador de 2 guias do tipo canal enterrado, referente à Fig. 3.4, usando o esquema SOM/FEM, para $P_{in} = 1$ mW, e na Fig. 3.7 é mostrada a evolução modal ao longo do eixo de propagação do acoplador de 2 guias, do tipo canal enterrado, referente à Fig. 3.4, usando o esquema SOM/FEM, para $P_{in} = 10$ mW.

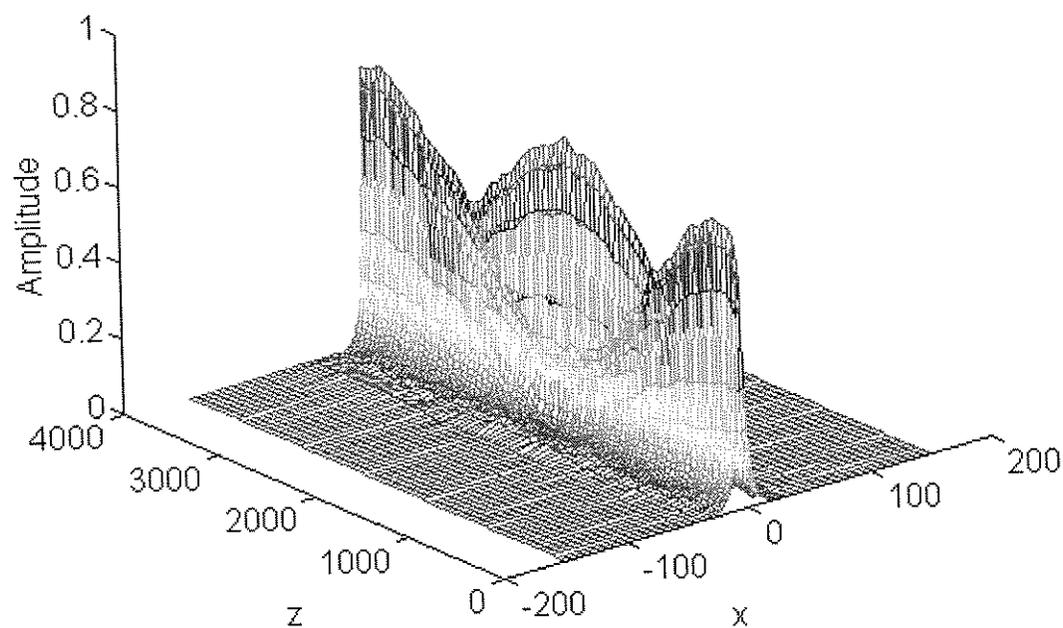


Fig. 3.6. Propagação modal ao longo do eixo de propagação de um acoplador de 2 guias do tipo canal enterrado, usando o esquema SOM/FEM, para $P_{in} = 1$ mW. Curva de superfície.

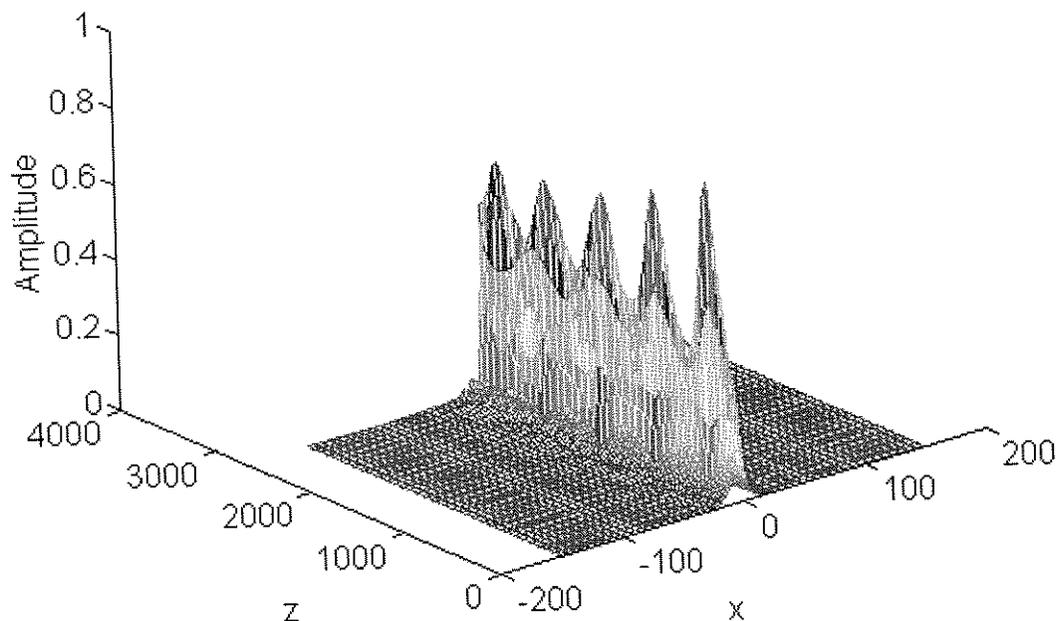


Fig. 3.7. Propagação modal ao longo do eixo de propagação de um acoplador de 2 guias do tipo canal enterrado, usando o esquema SOM/FEM, para $P_{in} = 10$ mW. Curva de superfície.

Em síntese, um esquema SOFEM preciso e eficiente para guias ópticos não-lineares foi aqui proposto e numericamente demonstrado. Do exemplo apresentado (um acoplador direcional 3D), é evidente que o refinamento adaptativo é crucial para se otimizar os recursos computacionais. Além do mais, o uso de métodos de resolução de sistemas com matrizes esparsas [60] aumenta a eficiência do presente esquema. Como uma consequência, recursos computacionais modestos podem ser usados para executar o exemplo exposto acima. Por exemplo, um IBM PC486, 100 MHz, 16MB/RAM, leva não mais que 7 horas para a situação

mais difícil analisada aqui ($P_{in} = 10$ mW, passo = $0,11 \mu\text{m}$, $m = 10$). Para esta situação, uma SUN-SPARC 10 leva 2 horas usando a presente técnica e dois dias usando os esquemas FOFEM-CN.

Esquemas de ordem mais alta para o presente algoritmo podem ser obtidos adotando-se as fórmulas dadas em [57]. Vale a pena observar que o comportamento qualitativo da dependência da convergência, de m e do passo discutidos aqui, embora em conexão com um exemplo particular, vale para acopladores não-lineares feitos de canais com dimensões e, mesmo, geometrias diferentes daqueles reportados neste capítulo.

3.5 - PROPAGAÇÃO BPM COM NÃO PARAXIALIDADE

Como exposto anteriormente, o uso da aproximação paraxial (aproximação de Fresnel) limita severamente o formalismo do esquema de propagação do feixe, uma vez que os feixes ópticos, que contém componentes apreciáveis de Fourier, em ângulos acima de uns poucos graus afastados do eixo de propagação, experimentarão erros de fase substanciais, de modo que o método não pode tratar da propagação com ângulos largos ('wide-angle propagation'), e também porque os feixes propagantes por regiões com índices de refração que diferem por mais que uns pouco por cento do índice de referência de entrada (índice efetivo) também sofrerão sérias distorções de fase (considerando apenas os guias planares). No método descrito em [26], a equação de onda de Helmholtz é reformulada baseada na redução iterativa de Lanczos. Um outro

esquema alternativo refere-se à utilização dos operadores aproximados de Padé na equação de Helmholtz, oferecendo substanciais aperfeiçoamentos na propagação 'wide-angle' [27]-[29].

Ainda com relação à questão paraxialidade versus não paraxialidade, é importante estabelecer as diferenças entre as soluções paraxial e não paraxial, relacionadas à maneira com que os modos guiados e de radiação se propagam em cada situação a ser analisada. Para isso, considere um guia de onda de seção transversal constante e linear ($n = n(x,y)$) e propagação apenas no sentido z^+ ($z > z_0$), de modo que a componente E do modo TE, monocromática, pode ser descrita pela equação de Helmholtz escalar, como segue:

$$\partial^2 E / \partial x^2 + \partial^2 E / \partial y^2 - \partial^2 E / \partial z^2 + n^2 k_0^2 E = 0 \quad (3.35)$$

onde n é o índice de refração e $k_0 = \omega / c$.

Assumindo, agora, que o campo E, em um guia óptico, tenha a forma dada por:

$$E(x,y,z) = u(x,y,z) e^{-j k_0 \beta z} \quad (3.36)$$

onde $j = \sqrt{-1}$ e β é uma constante de propagação de referência real,

tem-se, então, que aplicando-se (3.36) em (3.35), obtém-se:

$$\partial^2 u / \partial z^2 - 2 j k_0 \beta \partial u / \partial z + [\nabla_t^2 - k_0^2 (\beta^2 - n^2)] u = 0 \quad (3.37)$$

que é a equação de Helmholtz ou *equação não paraxial*.

A equação de Fresnel ou *equação paraxial*, é obtida de (3.37), removendo-se o termo que contém a derivada em z, de segunda ordem:

$$-2 j k_0 \beta \partial u / \partial z + [\nabla_t^2 - k_0^2 (\beta^2 - n^2)] u = 0 \quad (3.38)$$

Naturalmente, o campo E pode ser representado como uma expansão em termos de um conjunto ortonormal completo de funções $\{u_n(x,y)\}$, chamados de modos ou soluções estacionárias de (3.26). Os modos acima citados devem satisfazer ao problema de autovalores:

$$[\nabla_t^2 + k_0^2 n^2] u_n(x,y) = k_0^2 \beta_n^2 u_n(x,y) \quad (3.39)$$

onde o conjunto de autovalores $\{\beta_n^2\}$ constitui o espectro da estrutura e os β_n representam as constantes de propagação efetivas. Levando-se em conta os guias de onda com espectro real, ou seja, estruturas sem materiais dissipativos ou modos evanescentes ('leaky modes'), a função u pode ser expandida em termos dos modos, $u = \sum \alpha_n(z) u_n(x,y)$, onde o somatório refere-se ao somatório sobre o espectro discreto (modos guiados), ou pode representar uma integração sobre o

espectro contínuo (modos de radiação). Os coeficientes $\alpha_n(z)$ podem, facilmente, ser determinados resolvendo-se as equações obtidas pela substituição da expansão supracitada em (3.35) ou (3.36) e usando o princípio da ortonormalidade dos modos. Dessa forma, a solução não paraxial, solução de (3.35), pode ser escrita como:

$$u = \sum \alpha_n(z_0) u_n(x,y) \exp\{-j k_0 [(\beta_n^2)^{1/2} - \beta] (z - z_0)\} \quad (3.40a)$$

onde:

$$(\beta_n^2)^{1/2} = \beta_n \quad \text{se } (\beta_n^2) > 0 \text{ (modos guiados)} \quad (3.40b)$$

$$(\beta_n^2)^{1/2} = j \beta_n \quad \text{se } (\beta_n^2) < 0 \text{ (modos de radiação ou evanescentes)} \quad (3.40c)$$

Do mesmo modo como explicado acima, a solução paraxial de (3.38) pode ser expressa como:

$$u = \sum \alpha_n(z_0) u_n(x,y) \exp\{-j k_0 [(\beta_n^2 - \beta^2)/2\beta] (z - z_0)\} \quad (3.41)$$

Comparando-se (3.40a)-(3.40c) e (3.41), é imediata a percepção que, se o espectro guiado envolvido é muito estreito e próximo da constante de referência β ($\beta_{\text{guiado}} \approx \beta$), as fases não-paraxial e paraxial destes modos são quase equivalentes. Entretanto, os modos de radiação, os quais devem decair ao longo da coordenada z , são corretamente resolvidos apenas para a equação não paraxial. A solução paraxial, por outro lado, propaga o espectro inteiro e sem atenuação. Esta

importante constatação constitui a distinção fundamental entre as soluções paraxial e não paraxial.

No caso de guias z-variantes, em regiões em que as variações em z são suaves em termos do comprimento de onda, tal conceito modal pode ainda ser válido com um sentido 'local', ou seja, dado $z = z'$, os 'modos locais' podem ser calculados resolvendo-se (3.11) em $z = z'$, e as expressões (3.40a)-(3.40c) ou (3.41) podem ser usadas para se obter as soluções não paraxial e paraxial, respectivamente, válidas na vizinhança de z' .

Discutidos os aspectos que determinam a propagação paraxial e não paraxial, o próximo passo consiste em se obter a expressão numérica usada para o modelamento da propagação não paraxial (wide-angle). Para tal, considera-se novamente a equação de Helmholtz (3.9), após discretização, com a aplicação do FEM:

$$\mathbf{A} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial z^2} - 2j k_0 \beta \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} + (\mathbf{L} + \mathbf{N}(z, \mathbf{u}(z))) \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (3.42)$$

onde $\mathbf{0}$ é um vetor nulo.

Entretanto, (3.42) pode ser formalmente reescrita na forma:

$$- 2j k_0 \beta \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} = - ((\mathbf{L} + \mathbf{N}) \mathbf{u}) / (1 - (1 / (2j k_0 \beta)) \partial / \partial z) \quad (3.43)$$

Utilizando a relação de recorrência de Padé [27]-[29] :

$$\partial / \partial z \approx (1 / (2 j k_0 \beta)) \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{L} + \mathbf{N}) \quad (3.44)$$

e substituindo-se (3.44) na derivada z do denominador de (3.43), obtém-se a seguinte equação de Padé:

$$- 2 j k_0 \beta \mathbf{D} \partial \mathbf{u} / \partial z + ((\mathbf{L} + \mathbf{N}) \mathbf{u}) = \mathbf{0} \quad (3.45)$$

onde a matriz \mathbf{D} é dada por:

$$\mathbf{D} = \mathbf{A} + (1 / (4 k_0^2 \beta^2)) (\mathbf{L} + \mathbf{N}) \quad (3.46)$$

Desta forma, (3.45) pode ser colocada na forma de (3.21), ou seja:

$$\mathbf{D} \partial \mathbf{u} / \partial z = (\mathbf{L} + \mathbf{N} (z, \mathbf{u}(z))) \mathbf{u} \quad (3.47)$$

com \mathbf{D} substituindo \mathbf{A} na expressão (3.21) para propagação paraxial.

A seguir, aplica-se a fórmula do operador completo (FOM) à expressão discreta (3.47):

$$\mathbf{u}(z + \Delta z) = [\mathbf{D} - 1/2 \Delta z (\mathbf{L} + \mathbf{N})]^{-1} \cdot [\mathbf{D} + 1/2 \Delta z (\mathbf{L} + \mathbf{N})] \mathbf{u}(z) \quad (3.48)$$

Assim, pode-se escrever o novo esquema FOFE-WA (wide-angle) do seguinte modo:

$$\mathbf{u}(z + \Delta z) = [\mathbf{D} - 1/2 \Delta z \mathbf{H}]^{-1} \cdot [\mathbf{D} + 1/2 \Delta z \mathbf{H}] \mathbf{u}(z) \quad (3.49)$$

onde: $\mathbf{H} = \mathbf{L} + \mathbf{N}$

APLICAÇÕES DIVERSAS

4.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo, a avaliação dos métodos descritos no Capítulo 3 é feita através da aplicação dos esquemas propostos na propagação em vários exemplos de guias de onda, tanto em 1D como em 3D, como a propagação em um bloco de material homogêneo ('bulk'), em um guia laminar inclinado, em um guia do tipo costela ('rib') com afunilamento ('taper'), em uma junção Y de guias 'rib', e em guia 'rib' curvo em forma de 'S', no sentido de se comparar a eficiência destes esquemas, e, ao mesmo tempo, validar a aplicabilidade e precisão destes mesmos métodos.

As características de propagação de um guia 'rib' óptico e suas variações têm recebido muita atenção, uma vez que o conhecimento exato dessas mesmas características e propriedades modais são geralmente exigidas em sistemas de comunicação e mesmo em circuitos optoeletrônicos integrados (COI's).

Há dois tipos de perdas de radiação quando se analisa a propagação em guias variantes em z , que são as as perdas de transição e as perdas por curvatura, devido à geometria curva do guia,

no caso de guias curvos. As perdas por transição são devidas à conversão de modos que ocorrem entre os modos do guia original reto para o guia curvo, o que se constitui em um caso muito particular. Enquanto que as perdas por curvatura referem-se àquela radiação desviada que não acompanha o eixo de propagação curvo. O método usual para a redução das perdas de transição, e também de curvatura, seria aumentar o próprio raio de curvatura do guia. Porém esta medida acarretaria no aumento significativo do comprimento das curvas, e, além disso, limitaria a densidade de compactação dos componentes ópticos integrados e a velocidade dos circuitos ópticos integrados. Várias técnicas foram introduzidas para reduzir perdas em guias ópticos curvos. Neumann [63] sugeriu um guia de onda curvo com um deslocamento ('*offset*') entre um guia óptico curvo e um guia reto com a finalidade de corrigir o descasamento dos campos e um tipo de depressão ('*trench*') que ficaria localizada externamente ao guia curvo [63]-[64].

4.2 - PROPAGAÇÃO EM GUIAS DE SEÇÃO RETA 1D

No caso da propagação em guias com seção reta 1D, considere, primeiramente, um feixe gaussiano, dado por $u(x,0) = \exp \{ - (x + 12)^2 / 10 \}$, com x em microns, propagando-se ao longo de $30 \mu\text{m}$, em um ângulo de 45° em relação ao eixo óptico, em um bloco de material homogêneo ('*bulk*') de índice refrativo $n = n_0 = 1,5$, sendo o comprimento de onda $\lambda = 0,633 \mu\text{m}$, e $\beta = n_0$. Observe que esta situação é, em princípio, não paraxial, devido ao amplo espectro guiado envolvido. Este mesmo exemplo foi analisado por [34] com esquemas 1D, utilizando um procedimento totalmente não paraxial para a equação de Helmholtz. Utilizando o programa desenvolvido aqui para guias com seção reta 2D, foi feita uma adaptação dos parâmetros de

entrada para simular este exemplo. No caso, as dimensões da janela numérica foram mantidas as mesmas da situação 1D, e reduzidas as dimensões segundo y para $[-0,001 ; 0,001]$, sendo colocadas condições de Neumann em $y = \pm 0,001$, e condições de Dirichlet em x . O resultado aqui obtido, utilizando o esquema paraxial e o esquema não paraxial ('wide-angle') de Padé, é mostrado nas Figs. 4.1 e 4.2, em que a solução obtida com o método de Padé é a que mais se aproxima da solução exata, como era de se esperar, uma vez que este exemplo apresenta as características de não-paraxialidade devido ao amplo espectro envolvido do feixe de entrada. Observe que a solução obtida com aproximação *wide-angle* teve uma redução em amplitude de aproximadamente 10% em relação à amplitude da aproximação de Fresnel. Neste exemplo, a janela, em x , usada foi de $[-25 \mu\text{m}, 35 \mu\text{m}]$, com uma grade regular de 2000 elementos finitos e passo longitudinal $\Delta z = 0,3 \mu\text{m}$.

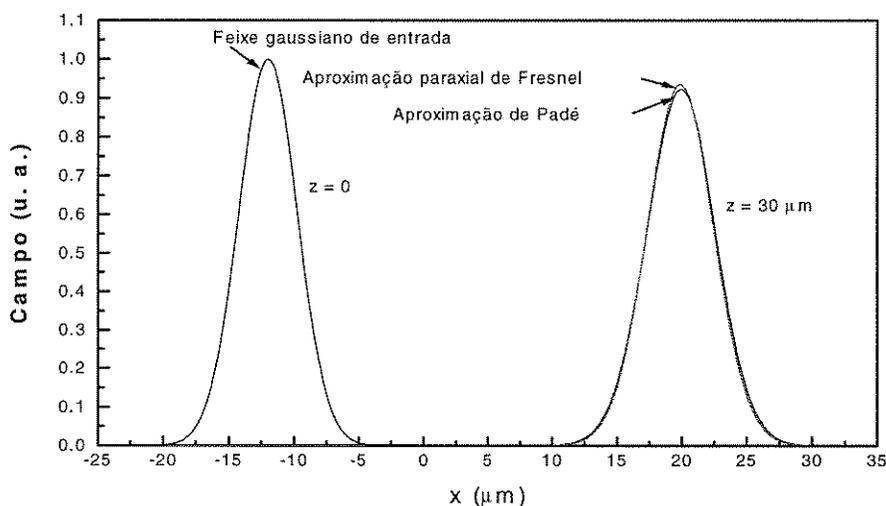
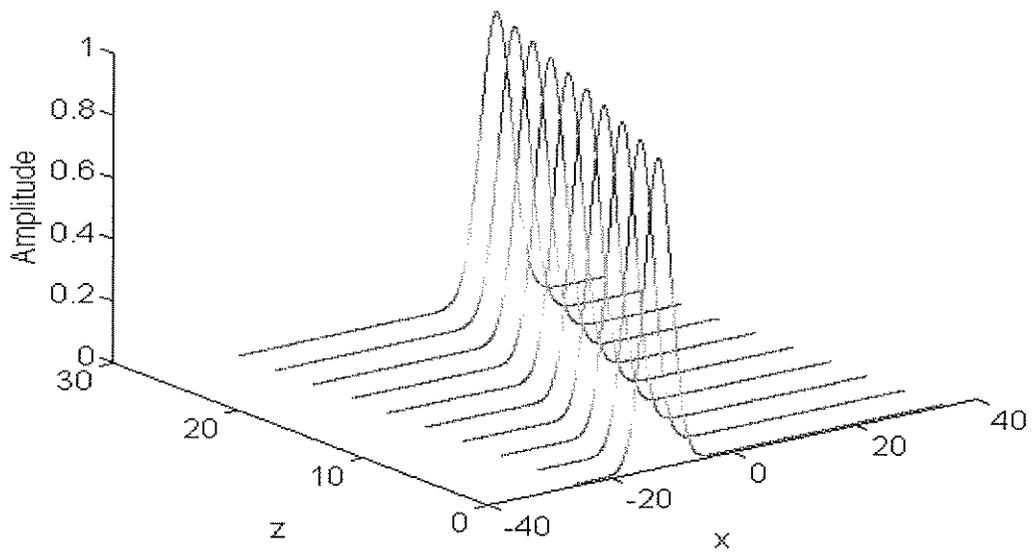
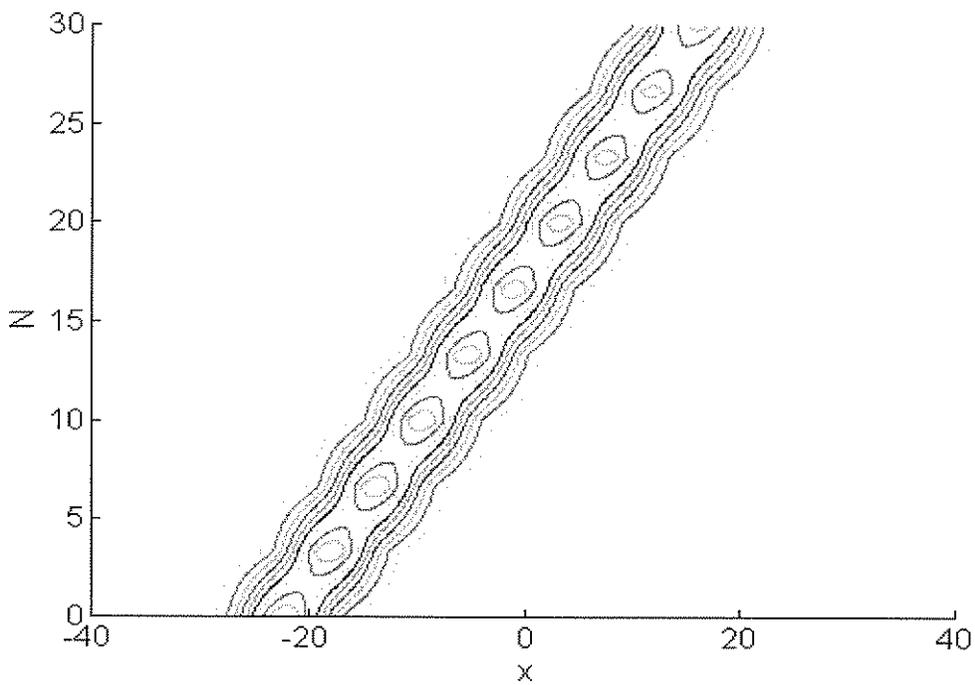


Fig. 4.1. Feixe gaussiano de entrada em um bloco de material homogêneo, com ângulo de entrada de 45° , em $z = 0$ (curva em linha cheia à esquerda do gráfico) e soluções numéricas em $z = 30 \mu\text{m}$, passo de $\Delta z = 0,3 \mu\text{m}$, usando Fresnel ou aproximação paraxial e Padé-wide-angle. Solução exata coincide com a solução obtida por aproximação não paraxial de Padé.



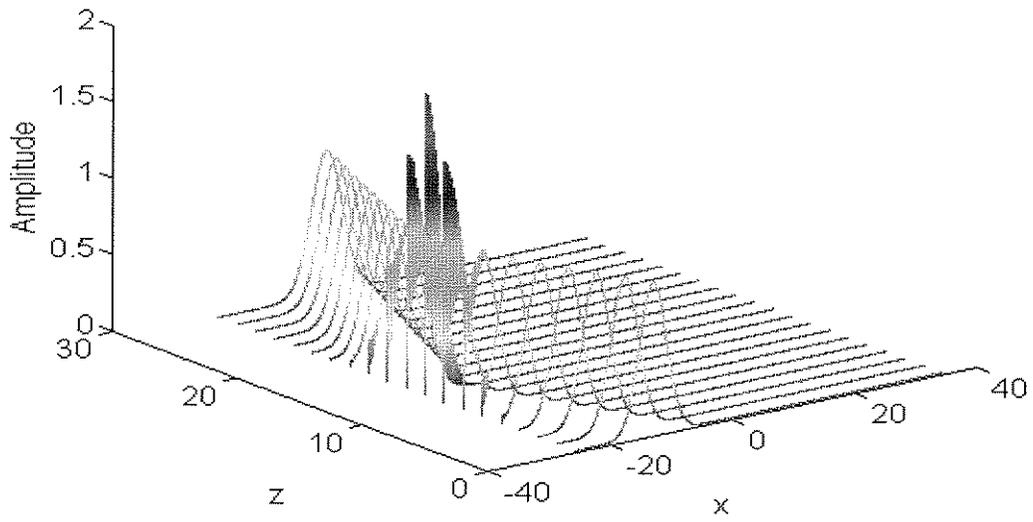
(a)



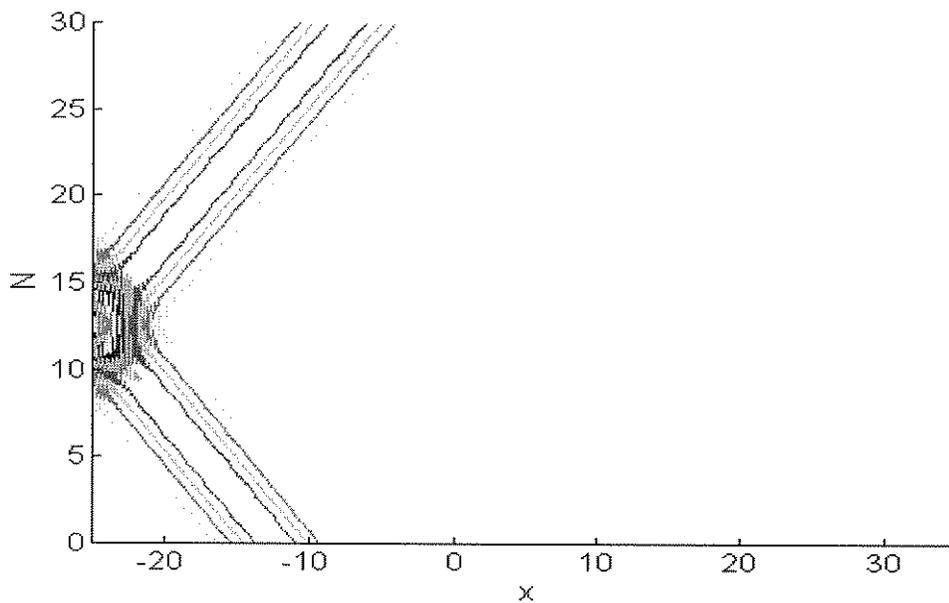
(b)

Fig. 4.2. Propagação do feixe gaussiano de entrada em um bloco de material homogêneo, com ângulo de entrada de 45° , ao longo de $z = 0$ até $z = 30 \mu\text{m}$, passo $\Delta z = 0,3 \mu\text{m}$, usando aproximação de Padé e com as TBC. (a) Curva de superfície. (b) Curvas de nível.

Em seguida, utilizando-se do mesmo exemplo anterior, ou seja, um feixe gaussiano, dado por $u(x,0) = \exp \{ - (x + 12)^2 / 10 \}$, com x em microns, propagando-se ao longo de $30 \mu\text{m}$, só que agora em um ângulo de -45° em relação ao eixo óptico, em um bloco de material homogêneo ('bulk') de índice refrativo $n = n_o = 1,5$, sendo o comprimento de onda $\lambda = 0,633 \mu\text{m}$, e $\beta = n_o$. Esta situação serve para evidenciar, ao nível de 1D, as propriedades das TBC's, sendo os resultados mostrados nas Figs. 4.3 e 4.4. Também neste exemplo, a janela, em x , usada foi de $[-25 \mu\text{m}, 35 \mu\text{m}]$, com uma grade regular de 2000 elementos finitos e passo longitudinal $\Delta z = 0,3 \mu\text{m}$.

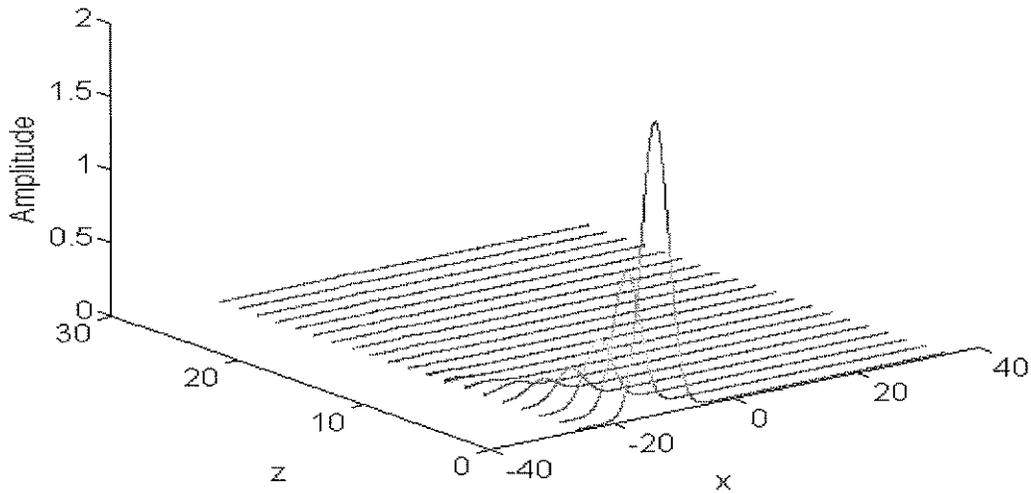


(a)

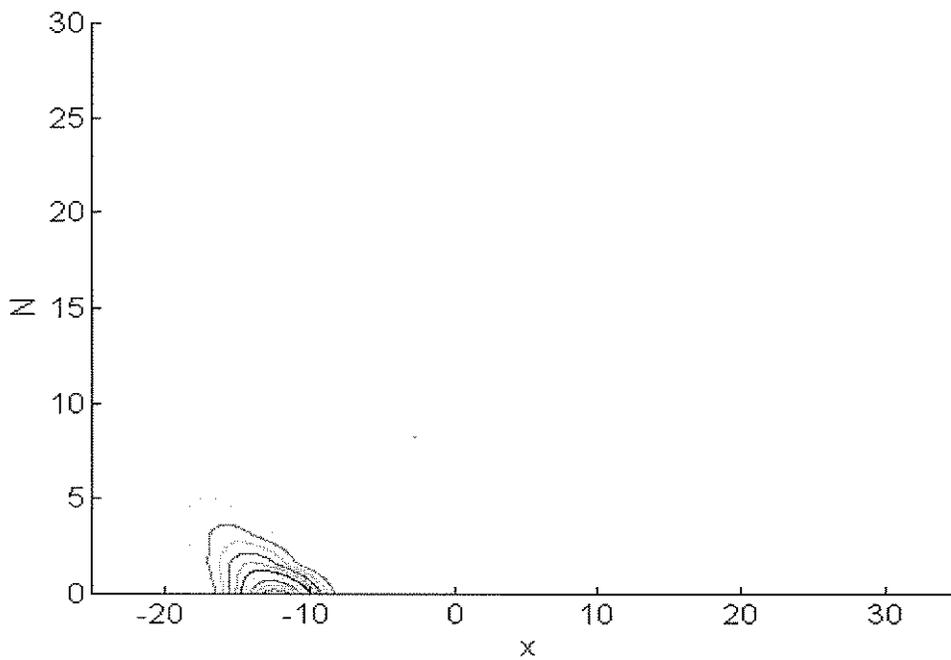


(b)

Fig. 4.3. Propagação de feixe gaussiano de entrada em um *bulk*, com ângulo de entrada de -45° , ao longo de $z = 0$ até $z = 30 \mu\text{m}$, passo $\Delta z = 0,3 \mu\text{m}$, usando aproximação de Padé, ilustrando o uso das condições de Neumann ou as TBC. (a) Propagação do campo, com condições de Neumann. Curva de superfície (b) Propagação do campo, com condições de Neumann. Curvas de nível.



(a)



(b)

Fig. 4.4. Propagação de feixe gaussiano de entrada em um *bulk*, com ângulo de entrada de -45° , ao longo de $z = 0$ até $z = 30 \mu\text{m}$, passo $\Delta z = 0,3 \mu\text{m}$, usando aproximação de Padé, ilustrando o uso das condições de Neumann ou as TBC. (a) Propagação do campo, com as TBC. Curva de superfície. (b) Propagação do campo, com as TBC. Curvas de nível.

Observa-se, destas figuras, que quando se usa as condições de fronteira normais (Neumann e Dirichlet) há uma forte reflexão do feixe incidente na fronteira numérica, enquanto que quando se utiliza as TBC, há uma forte atenuação do feixe incidente, de modo que apenas uma fração muito pequena desse feixe retorna ao meio original.

A seguir, são analisadas duas estruturas guiantes z-variantes com guias de seção reta em 1D: um guia 'slab' com 'taper' e uma junção em Y de guias 'slab', mostrados nas Figs. 4.4 e 4.5, respectivamente. Nestas estruturas, foram adotados como índice refrativo para o filme ou região de guiamento $n_1 = 5,0$, e índices refrativos idênticos para a casca e substrato, $n_0 = 1,5$, com o comprimento de onda $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$. Observe que com este degrau de índice de $\Delta n = n_1 - n_0 = 3,5$, o que configura um guiamento forte, será possível visualizar diferenças entre as soluções paraxial e não paraxial. Ainda com este guiamento forte, estes filmes devem ser suficientemente estreitos para garantir o confinamento do feixe guiado, o que favorece uma drástica redução das dimensões envolvidas, levando a uma conseqüente miniaturização dos componentes ópticos, e desse modo facilitando a integração fotônica desses mesmos componentes. Para ambas as estruturas analisadas, $d_1 = 0,2 \mu\text{m}$, $d_2 = 0,1 \mu\text{m}$, enquanto que o feixe de entrada foi ajustado para o modo fundamental do guia laminar de largura d_1 . As dimensões longitudinais para o 'slab' com 'taper' foram $h_1 = 1 \mu\text{m}$, $h_2 = 8 \mu\text{m}$, e $h_3 = 1 \mu\text{m}$. Os parâmetros para a junção em Y foram $h_1 = 1 \mu\text{m}$, $h_2 = 20 \mu\text{m}$, e $\theta = 3^\circ$. Para o *taper*, a janela usada foi de $[-3, 3]$, com uma malha irregular de 650 elementos finitos e passo longitudinal $\Delta z = 0,1 \mu\text{m}$, e, como nos exemplos anteriores, reduzidas as dimensões segundo y para $[-0,001 ; 0,001]$, sendo colocadas condições de Neumann em $y = \pm$

0,001, e condições de Dirichlet, ou as TBC, em x . Para a junção em Y , a janela usada foi de $[-7,5 ; 7,5]$, com uma malha irregular de 850 elementos finitos e passo longitudinal $\Delta z = 0,1 \mu\text{m}$, e, de novo, reduzidas as dimensões segundo y para $[-0,001 ; 0,001]$, sendo colocadas condições de Neumann em $y = \pm 0,001$, e condições de Dirichlet, ou as TBC, em x .

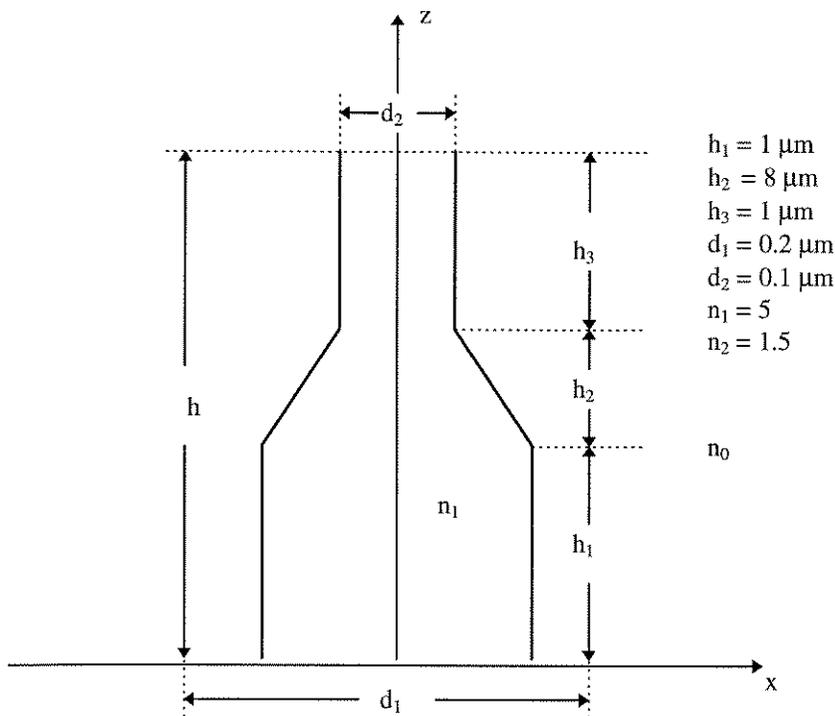


Fig. 4.4. Geometria do guia laminar com afunilamento ('taper'), com os parâmetros e respectivas dimensões em μm .

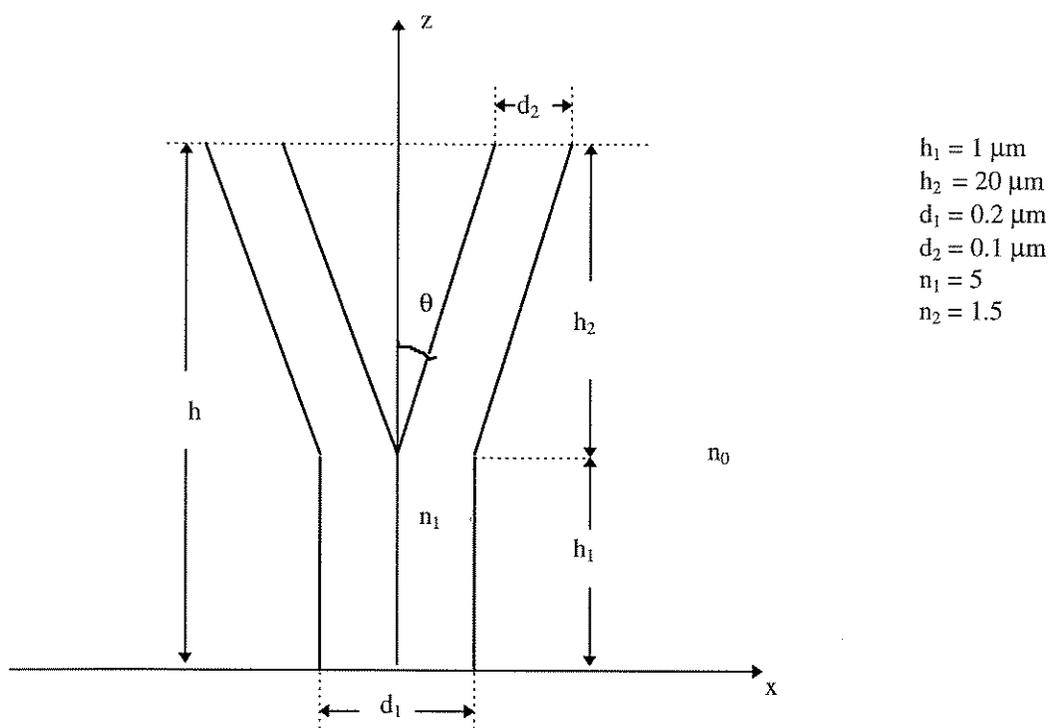


Fig. 4.5. Geometria do guia feito de uma junção em Y de guias laminares, com os parâmetros e respectivas dimensões em μm .

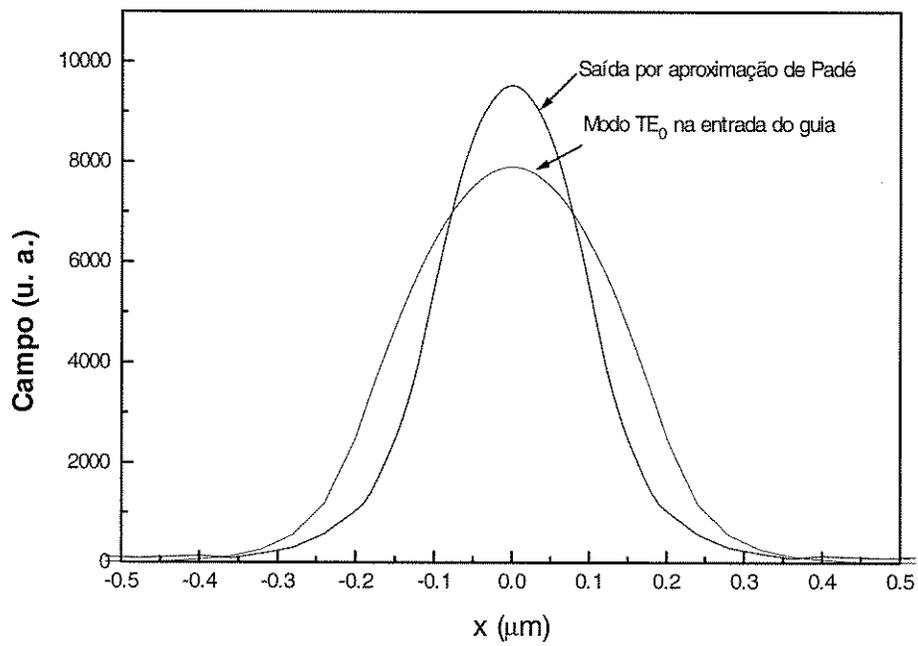
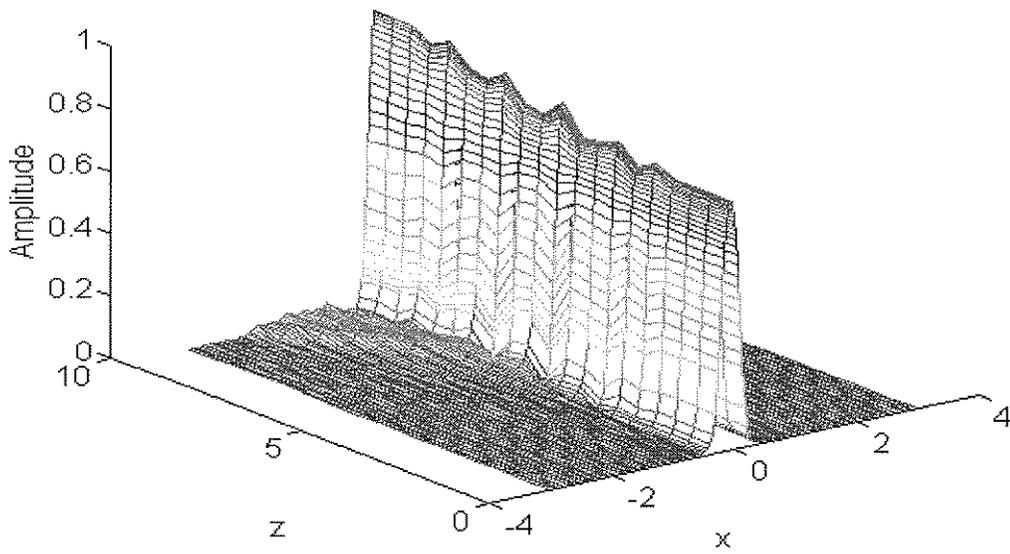
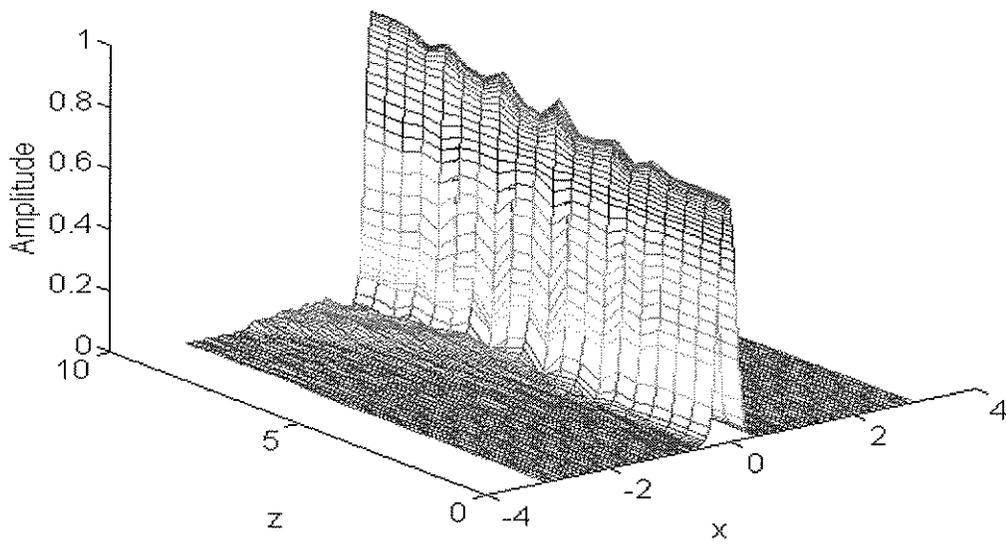


Fig. 4.6. Feixe de entrada (modo TE_0) em $z = 0$, para um guia laminar com afunilamento, e solução numérica em $z = h = 10 \mu\text{m}$ para aproximação não paraxial de Padé .



(a)



(b)

Fig. 4.7. Propagação do modo TE_0 (modo fundamental), ao longo de $z = 0$ a $z = 10 \mu\text{m}$, para a propagação em um guia laminar com afunilamento. (a) aproximação de Fresnel (paraxial). (b) aproximação *wide-angle* de Padé.

Observa-se, das Figs. 4.6 e 4.7 (a) e (b) , quando da análise do guia laminar com afunilamento, que a aproximação não paraxial apresenta resultados muito próximos da aproximação de Fresnel, o que configura uma estrutura com características de paraxialidade, e que tanto a solução obtida por aproximação de Fresnel quanto a solução obtida por aproximação de Padé apresenta o feixe óptico na saída em $z = 10 \mu\text{m}$, cerca de 20% maior que o feixe de entrada, e conseqüentemente com uma redução da cintura do feixe da ordem de 50%.

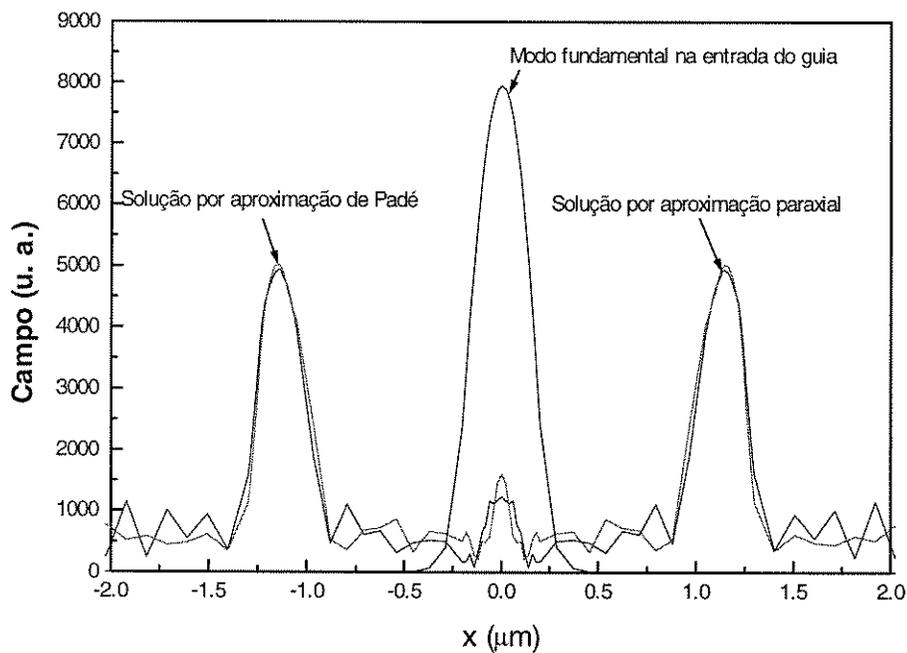
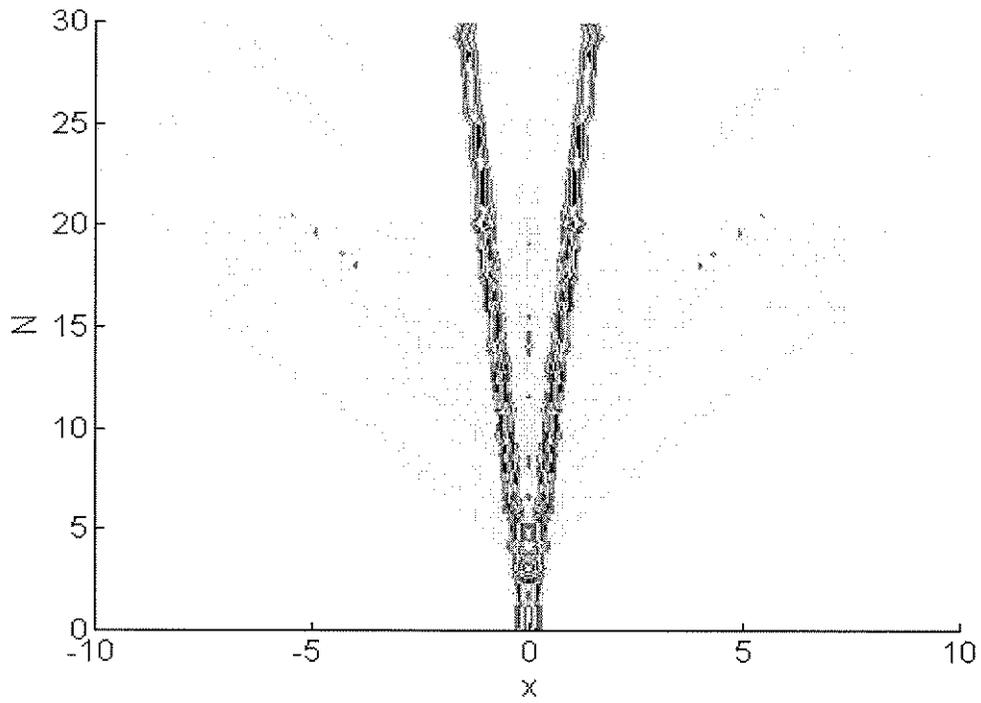
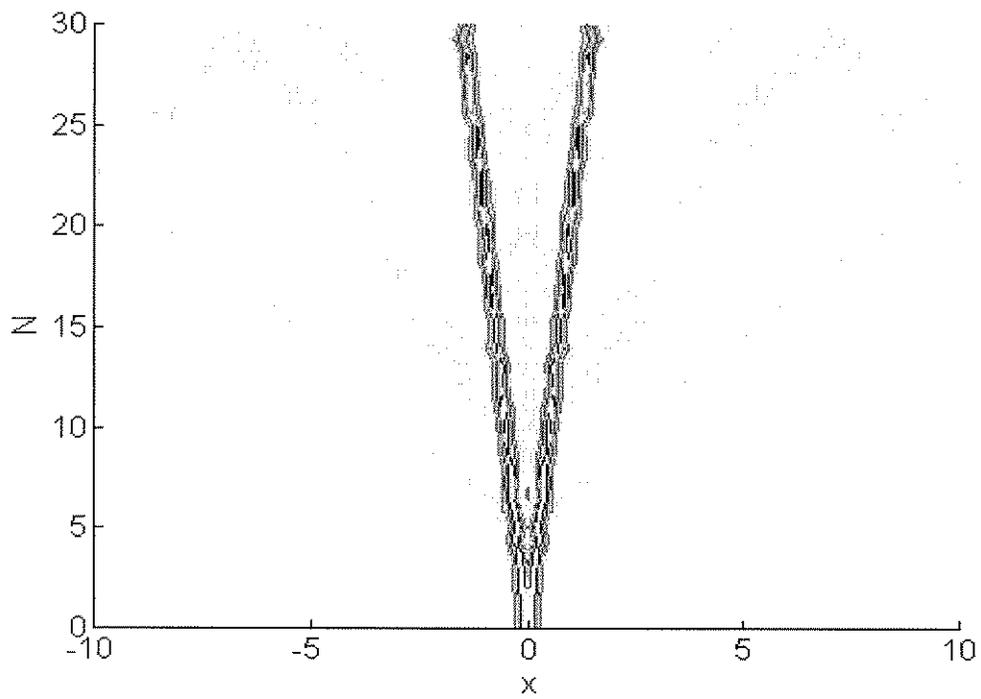


Fig. 4.8. Modo TE_0 (modo fundamental), na entrada do guia laminar , e soluções numéricas em $z = h = 21 \mu\text{m}$, para aproximação de Fresnel (paraxial) e aproximação *wide-angle* de Padé.



(a)



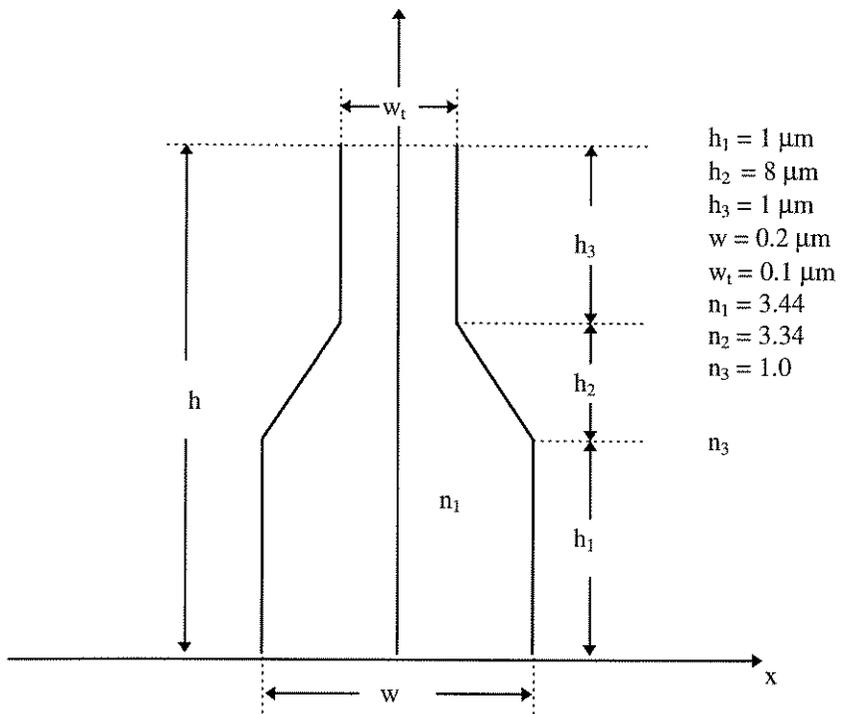
(b)

Fig. 4.9. Propagação do modo TE_0 fundamental, ao longo de $z = 0$ a $z = 30 \mu\text{m}$, para a propagação em uma junção em Y de guias laminares. (a) aproximação de Fresnel (paraxial). (b) aproximação *wide-angle* de Padé. Curvas de nível em (a) e (b).

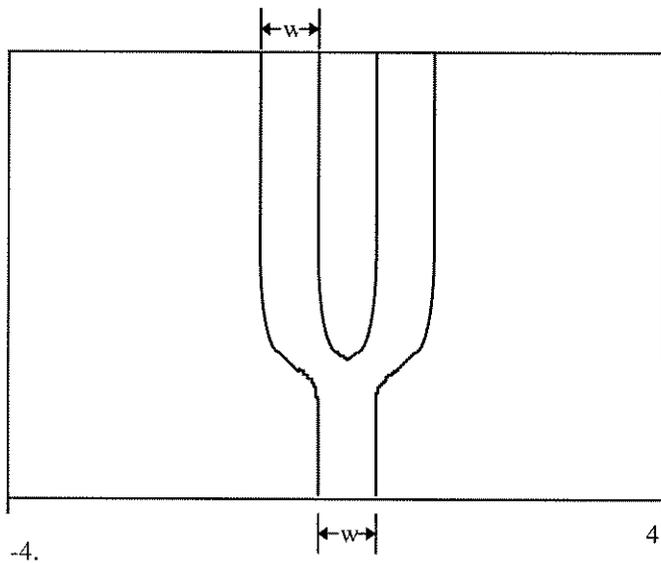
Observe mais uma vez, das Figs. 4.8 e 4.9 (a) e (b) , quando da análise da junção em Y de guias laminares, que a solução obtida por aproximação de Fresnel apresenta-se com um certo nível de ruído numérico próximo à interface entre a região de guiamento e região do cladding, e se estende até os limites da janela numérica, enquanto que com a solução por aproximação *wide-angle*, esse nível de ruído apresenta uma redução apreciável , evidenciando, deste modo, as características de não-paraxialidade da estrutura de guiamento.

4.3 - PROPAGAÇÃO EM GUIAS 'RIB'

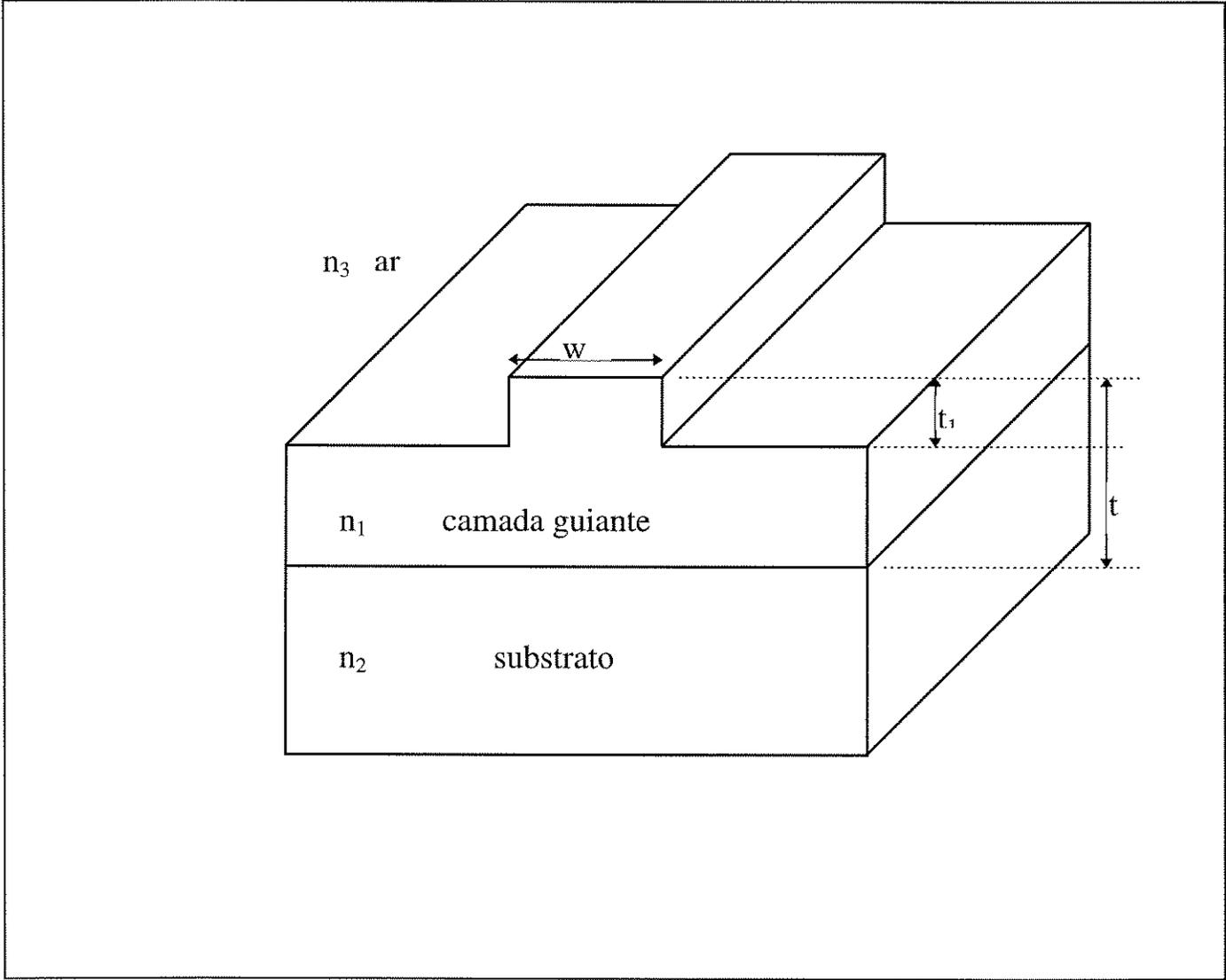
Como estruturas de teste e exemplos de aplicações tridimensionais, considere as estruturas de guias de onda que têm sido muito utilizadas em vários artigos anteriores por diversos autores para testar diferentes algoritmos BPM, que são os guias do tipo *rib*. Estes guias têm uma estrutura mostrada esquematicamente nas Figs. 4.10 (a)-(d). O comprimento de onda usado é $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$.



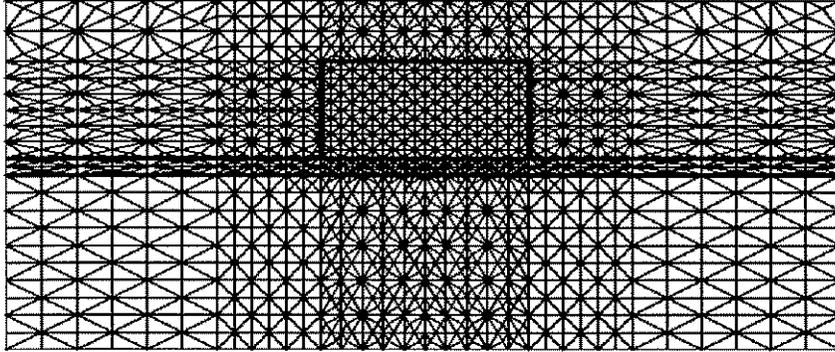
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 4.10. (a) Vista do topo do guia 'rib' com afunilamento. (b) Vista do topo da junção em 'Y'. (c) Geometria do guia de onda rib reto. (d) Domínio numérico integral e correspondente discretização por elementos finitos da seção transversal do guia rib.

Até este ponto, se estava interessado em estabelecer a precisão e aplicabilidade do método BPM-SOM-FEM a problemas, em 3D, envolvendo a propagação da estrutura modal em perfis de índice refrativo que eram independentes em z . Considere, agora, um outro problema inteiramente diferente, qual seja, a simulação da propagação de campo elétrico e as perdas associadas a essa propagação em guias 'rib' longitudinalmente variantes. Considere, inicialmente, a simulação da propagação em um guia 'rib' com afunilamento. Diferentemente da análise do guia laminar com afunilamento em 1D, aqui o afunilamento se aplica somente ao setor do guia *rib* com altura t_1 e largura w . Os resultados obtidos são mostrados nas Figs. 4.11, 4.12 e 4.13, com os esquemas paraxial (Fresnel) e não paraxial (Padé), e também levando-se em conta a utilização de paredes elétricas (condição de Dirichlet) e, alternativamente, o uso das TBC. Nesse caso, as dimensões são $w = 3 \mu\text{m}$, $t_1 = 1.1 \mu\text{m}$, $t = 1.3 \mu\text{m}$, com a largura após o 'taper' $w_t = 1,5 \mu\text{m}$, e comprimento do 'taper' $l_t = 30 \mu\text{m}$. Os índices refrativos são $n_1 = 3,44$, $n_2 = 3,34$, e $n_3 = 1$, e a janela numérica é de $[-4, 4]$, em x , e $[-2, 2]$, em y . Foram utilizados 1400 elementos finitos em uma malha irregular com refinamento adaptativo e passo longitudinal de $\Delta z = 0,5 \mu\text{m}$.

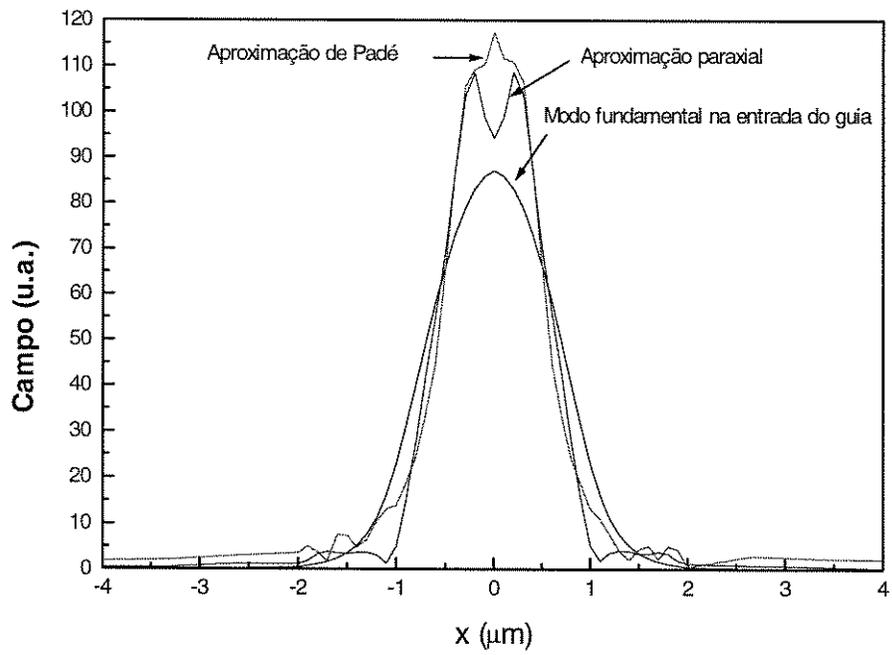


Fig. 4.11. O modo TE fundamental de entrada em um guia $\hat{r}ib'$ com afunilamento, e soluções numéricas obtidas, na saída do guia, em $z = 40 \mu\text{m}$ por esquema de aproximação de Fresnel e esquema de aproximação *wide-angle* de Padé.

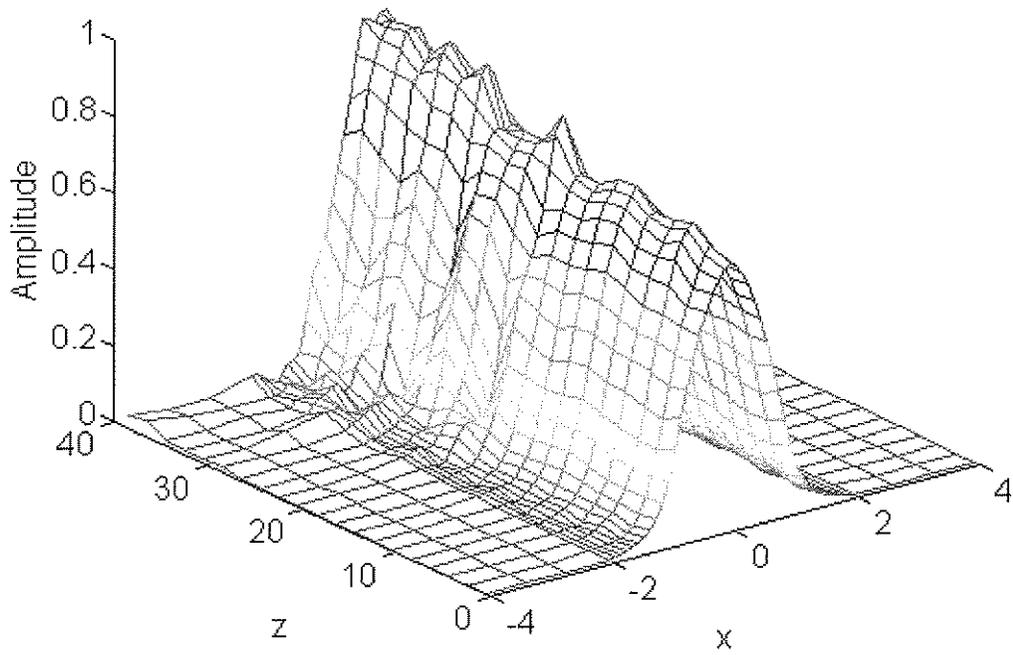


Fig. 4.12. Propagação do modo TE fundamental em um guia *rib* com *taper*, de $z = 0$ a $z = 40 \mu\text{m}$ e passo $\Delta z = 0,5 \mu\text{m}$, com aproximação de Fresnel e com as TBC.

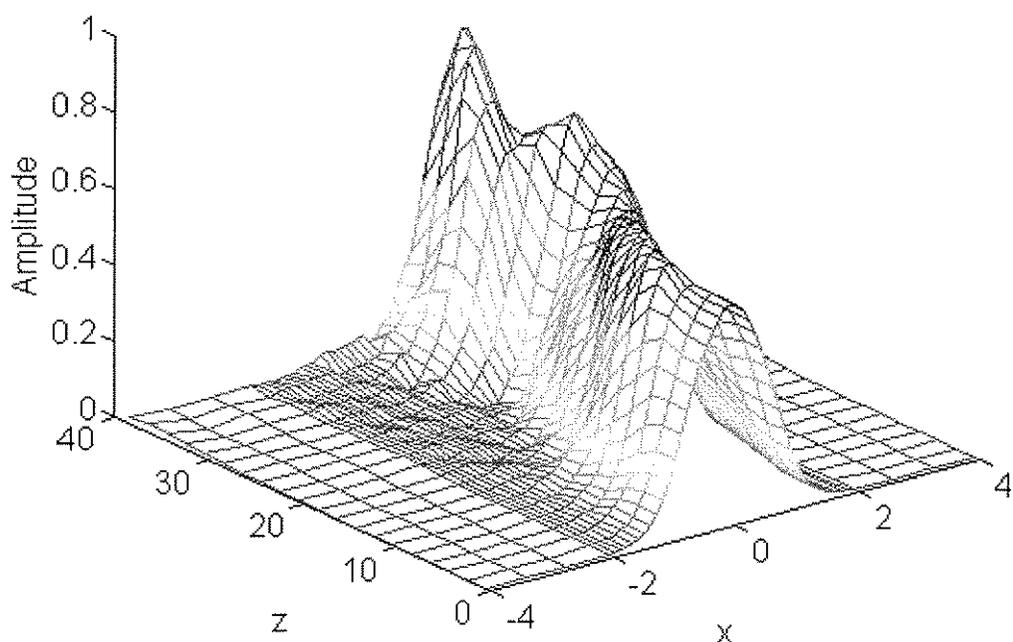


Fig. 4.13. Propagação do modo TE fundamental em um guia *rib* com *taper*, de $z = 0$ a $z = 40 \mu\text{m}$ e passo $\Delta z = 0.5 \mu\text{m}$, com aproximação de Padé (*wide-angle*) e com as TBC.

Observe, das Figs. 4.11, 4.12 e 4.13, a vantagem da aproximação *wide-angle* sobre a aproximação de Fresnel, ou seja, a aproximação de Fresnel apresenta-se com um nível de ruído presente principalmente nas interfaces entre a região de guiamento e as demais regiões do guia, sendo que à medida que o guia se afunila, esse nível de ruído aumenta. Enquanto que, com a aproximação *wide-angle*, juntamente com as TBC, esse ruído praticamente desaparece.

No segundo exemplo de aplicação, considere uma junção Y na qual o guia de onda inicial, cujos parâmetros iniciais são os mesmos do guia 'rib' com afunilamento, se deriva em dois guias idênticos com centros espaçados de $4 \mu\text{m}$. O índice refrativo na junção, de $40 \mu\text{m}$ de comprimento, é dado pela união de dois perfis de guia do tipo do guia *rib*, cujos parâmetros são mostrados na Figura 4.10(b) e (c), e centrados em $\pm x(z)$, onde:

$$x(z) = \pm (1 - \cos(\pi z / 40)) \quad (4.1)$$

A excitação de entrada é dada pela distribuição de campo monomodal de mais baixa ordem. Para que as perdas associadas com o tamanho finito da janela computacional seja desprezível, os cálculos foram realizados com uma janela computacional mínima possível. Nesse caso, as dimensões são $w = 3 \mu\text{m}$, $t_1 = 1,1 \mu\text{m}$, $t = 1,3 \mu\text{m}$. Os índices refrativos são $n_1 = 3,44$, $n_2 = 3,34$, e $n_3 = 1$, e a janela numérica é de $[-4, 4]$, em x , e $[-2, 2]$, em y . Foram utilizados 1400 elementos finitos em malha irregular com refinamento adaptativo e passo longitudinal de $\Delta z = 0,5 \mu\text{m}$. Como os guias de onda, em geral, têm sido projetados para terem um forte confinamento de campo e, portanto, baixas perdas por radiação, então é evidente que as distribuições de campo emergindo dos dois braços da junção Y , são muito similares à distribuição de campo de excitação da entrada da junção, como pode ser visto nas Figs. 4.14, 4.15 e 4.16.

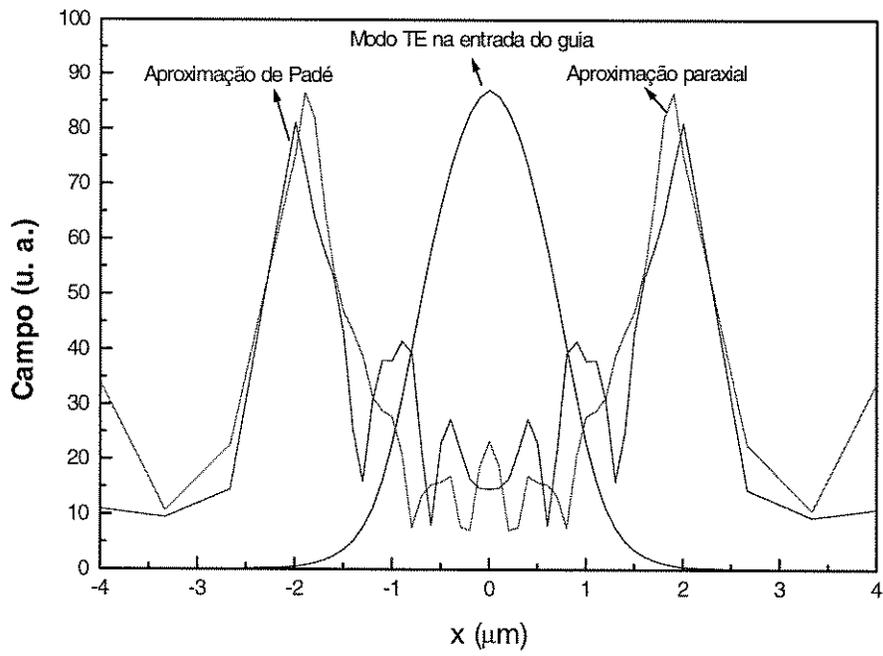
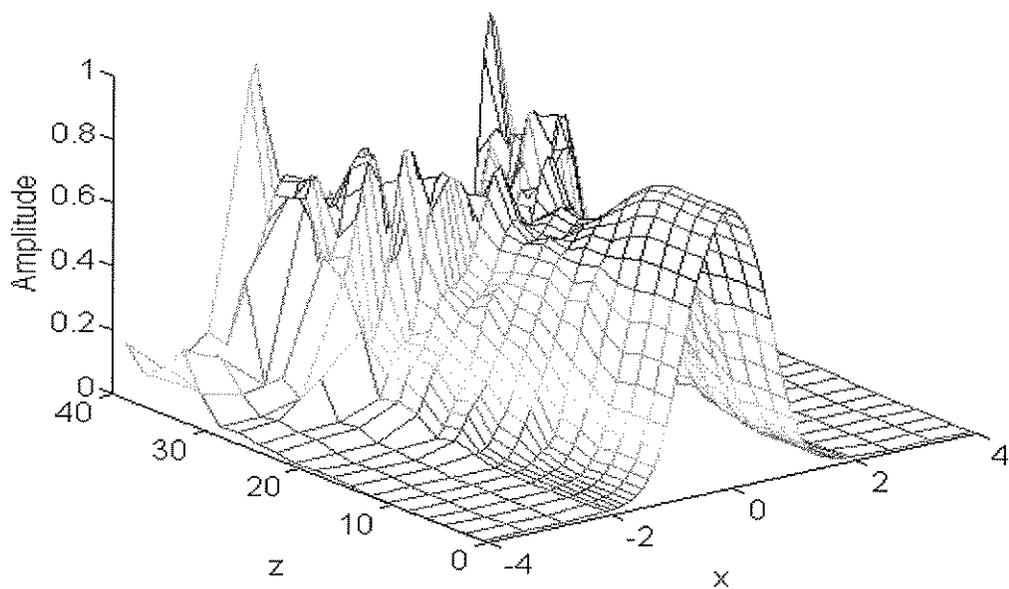
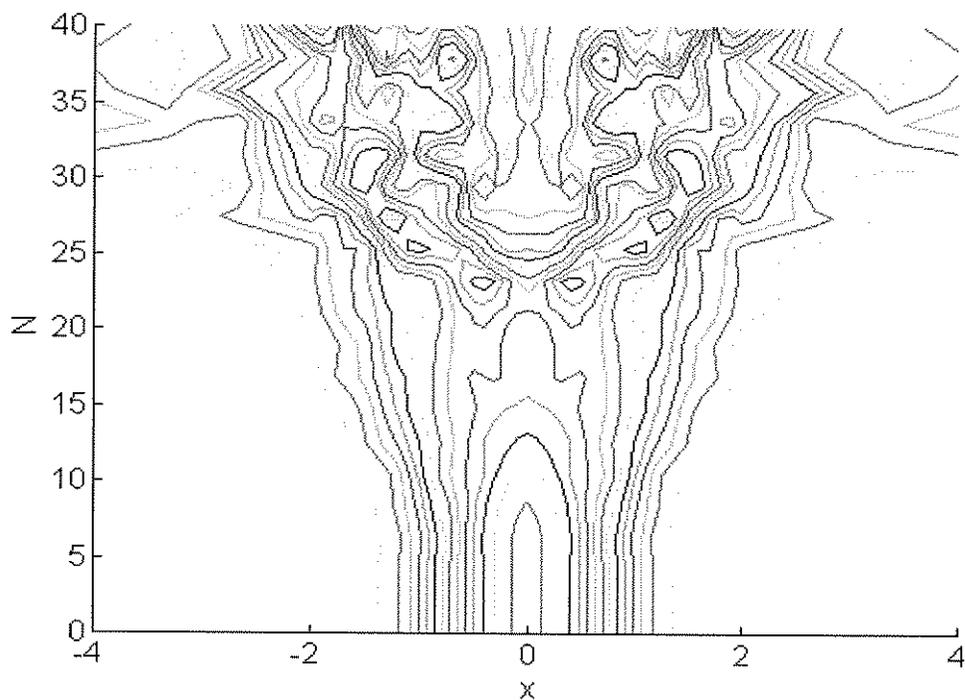


Fig. 4.14. O modo TE fundamental de entrada em uma junção em Y de guias *rib*, e soluções obtidas, na saída da junção em Y, em $z = 40 \mu\text{m}$ por esquema de aproximação de Fresnel e por esquema de aproximação *wide-angle* de Padé .

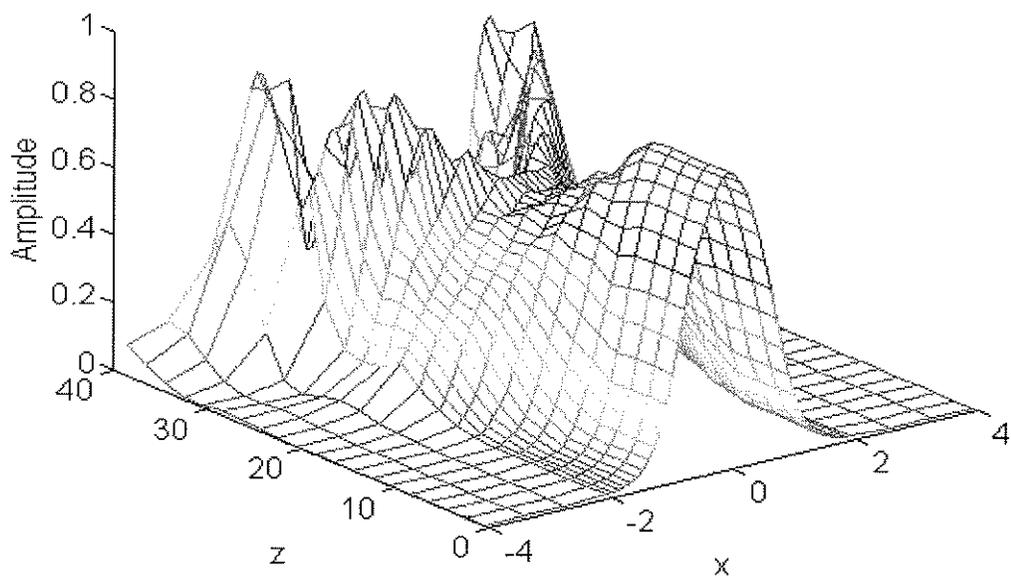


(a)

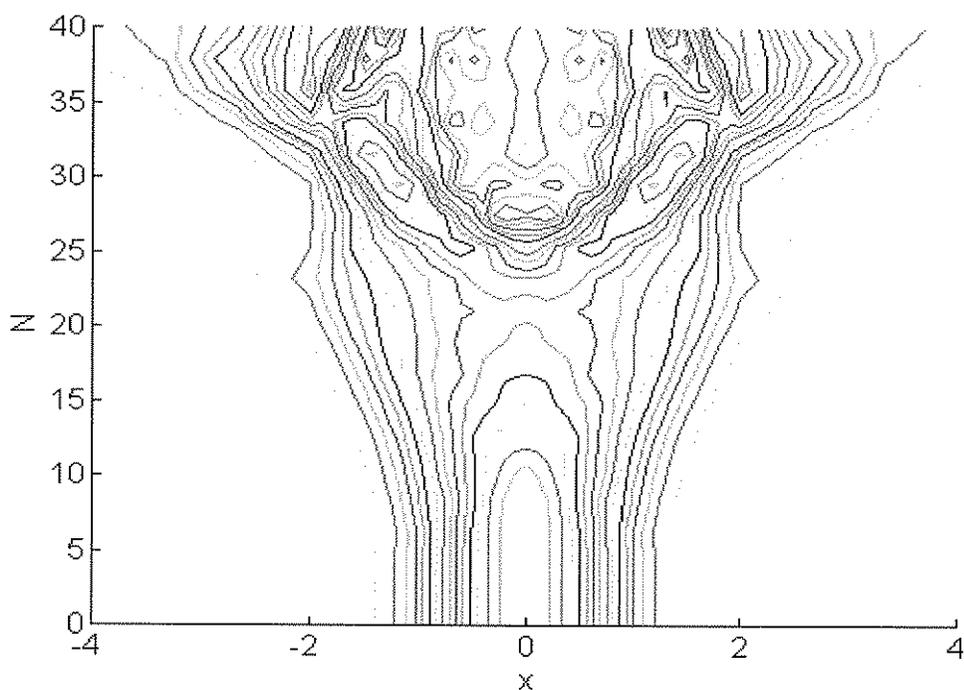


(b)

Fig. 4.15. Propagação do modo TE fundamental em uma junção em 'Y' de guia *rib*, de $z = 0$ a $z = 40 \mu\text{m}$ e passo $\Delta z = 0,5 \mu\text{m}$, com aproximação de Fresnel e com condições de Neumann. (a) Curva de superfície. (b) Curvas de nível.



(a)



(b)

Fig. 4.16. Propagação do modo TE fundamental em uma junção em 'Y' de guias *rib*, de $z = 0$ a $z = 40 \mu\text{m}$ e passo $\Delta z = 0,5 \mu\text{m}$, com aproximação não-paraxial de Padé e com as TBC. (a) Curva de superfície. (b) Curvas de nível.

Nota-se, das Figs. 4.14, 4.15 e 4.16 , como observado do mesmo modo da simulação da propagação em um guia 'rib' com afinamento, que a aproximação *wide-angle* com as TBC apresenta-se sensivelmente melhor em relação à aproximação de Fresnel, uma vez que o ruído numérico, observado nas interfaces entre a região de guiamento e as outras regiões, tem uma redução considerável, evidenciando a característica de não-paraxialidade da estrutura de guiamento analisada. Esses resultados apresentam concordância com os obtidos por Koshiha [67].

Como dito anteriormente, uma técnica alternativa para a eliminação ou redução das perdas por radiação consistia no uso de absorvedores, que teriam a função de confinar parte do campo radiado nos extremos da janela computacional, e, ao mesmo tempo, decrescendo as componentes de campo refletido. A outra técnica, ainda mais eficiente consiste no uso das TBC, que já foram comentadas no Capítulo 3.

Após cada passo de propagação longitudinal, pode-se avaliar, e obter em gráfico, a potência que permanece nos campos propagantes. Evidentemente, a perda diferencial corresponde à potência total que foi lançada no canal de excitação menos essa referida potência. O gráfico correspondente, para um comprimento de passo longitudinal de $\Delta z = 0,1 \mu\text{m}$, 500 pontos nodais e 1450 elementos finitos da malha transversal, é mostrado na Figura 4.17. Esta análise exigiu menos de 30 minutos de um PC 486 100 MHz, 16 MB de RAM. O resultado obtido para a potência radiada, após $40 \mu\text{m}$, é satisfatório dentro da faixa de 10 %, com o aumento no número de pontos da malha transversal, e é praticamente invariante com o decréscimo no comprimento do passo Δz . A curva obtida exhibe, como esperado, uma grande declividade na direção longitudinal,

a partir do momento em que o guia de onda se separa em dois guias. Em consequência disso, a perda de potência só é significativa a partir de aproximadamente 20 μm de comprimento de propagação. A condição estacionária só é atingida quando o comprimento de propagação superou os 400 μm , resultado comparado ao obtido por Yevick[14], usando esquemas de diferenças finitas.

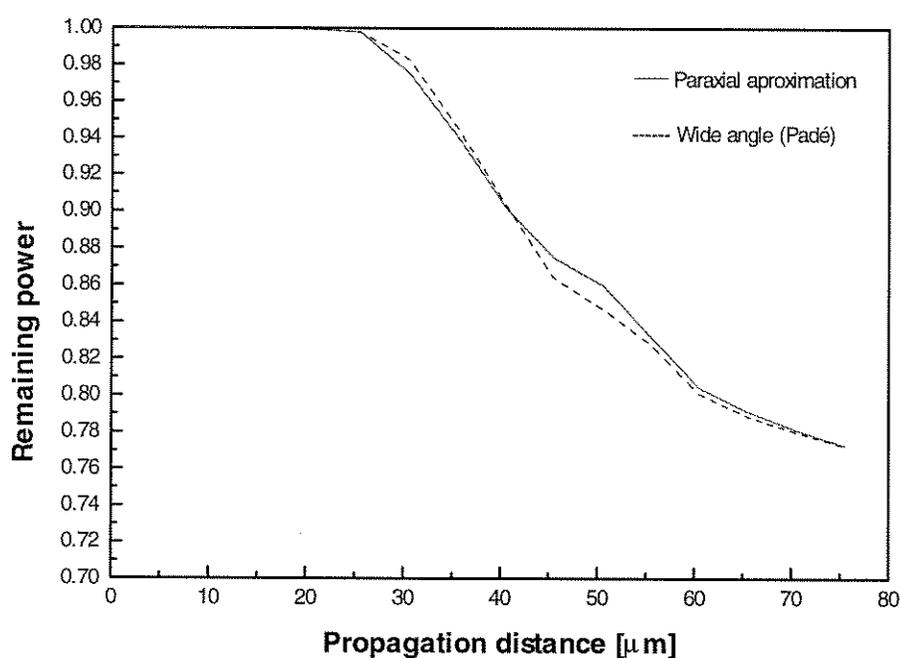


Fig. 4.17. A potência remanescente na junção Y de 40 μm , feita de guias com o perfil do guia 'rib', como uma função da distância longitudinal.

O resultado obtido na Fig. 4.17 pôde ser comparado com resultados de outros autores, e se observou uma certa concordância com os obtidos por [67].

Um outro tipo de estrutura z-variante, também muito usado como componentes em fotônica, são os guias *rib* curvos, que podem adquirir a forma de um ‘S’ suave, como mostrado na Fig. 4.18. Para esse caso dos guias curvos, a condição de paraxialidade da onda guiada é, de certa forma violada. E naturalmente, parte-se para a utilização da análise BPM com aproximação não paraxial.

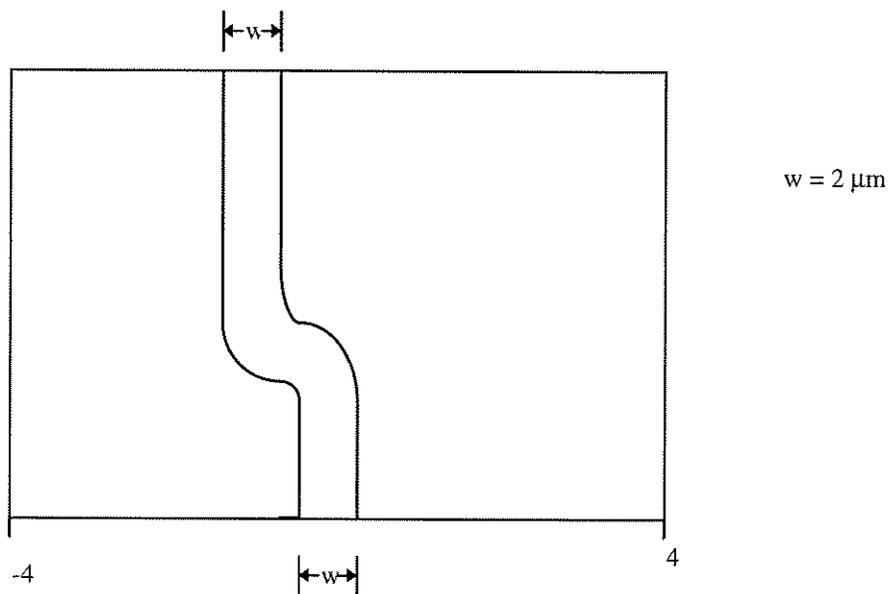


Fig. 4.18. O guia ‘rib’ curvo em ‘S’, visto do topo. Os parâmetros w , t e t_1, n_1, n_2, n_3 são os mesmos da Fig. 4.10.

As Figs. 4.19, 4.20 e 4.21 mostram as características de propagação em um guia curvo em ‘S’, utilizando a aproximação paraxial e *wide angle* (Padé).

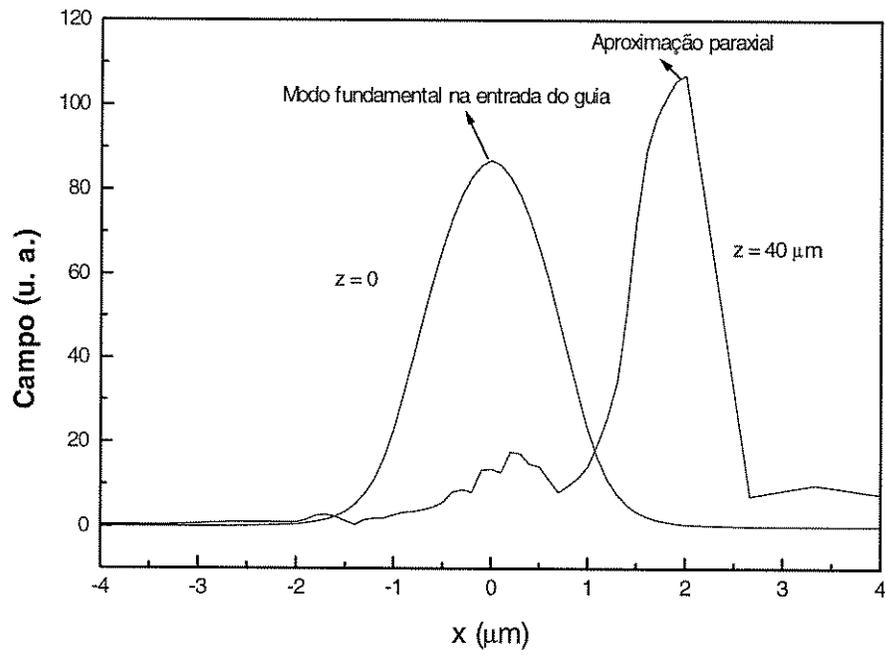
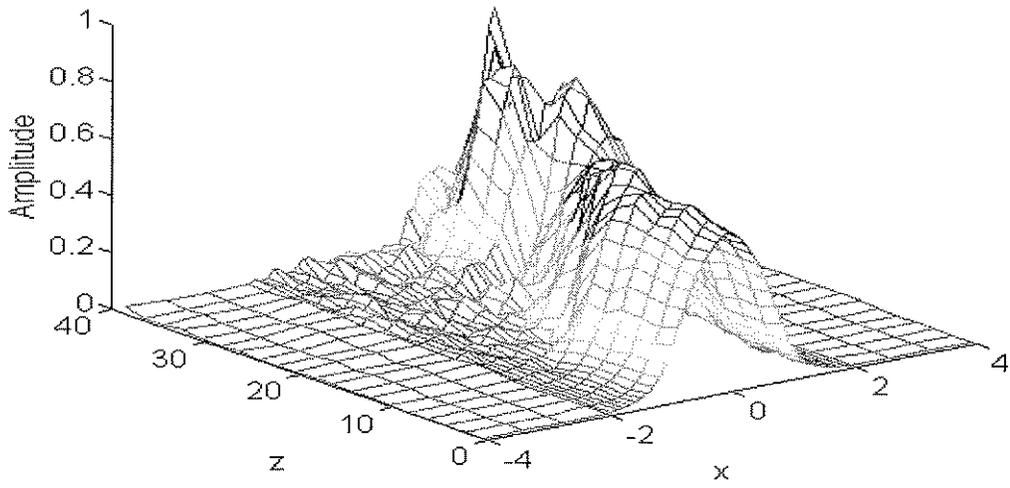
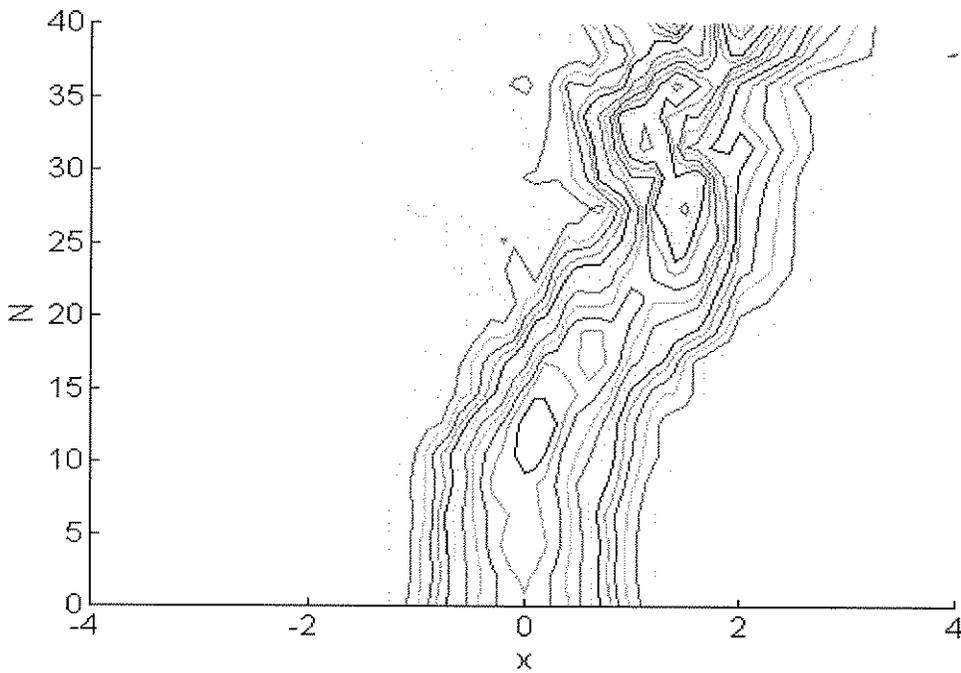


Fig. 4.19. Modo TE fundamental na entrada de um guia 'rib' em 'S', ao longo de $z = 0$ a $z = 40 \mu\text{m}$, com passo $\Delta z = 0,5 \mu\text{m}$, e solução numérica com aproximação de Fresnel e com as TBC.

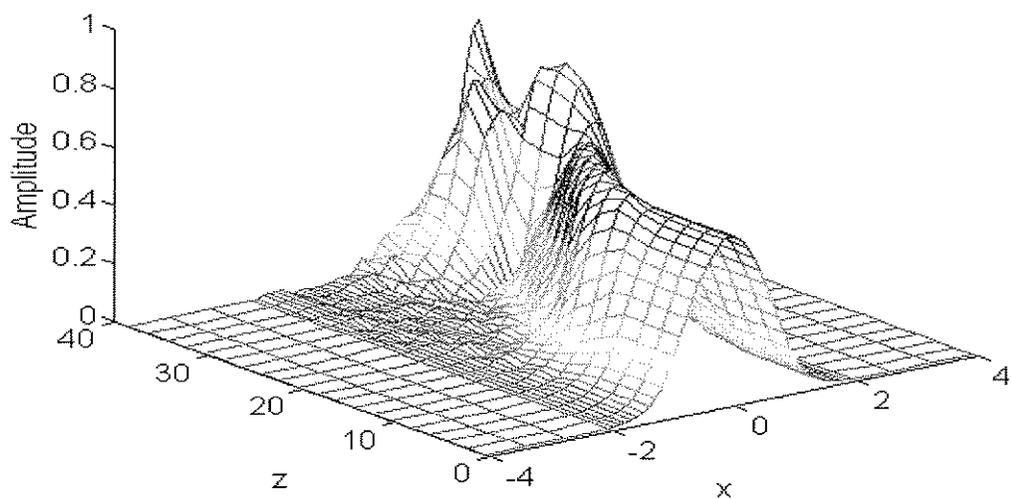


(a)

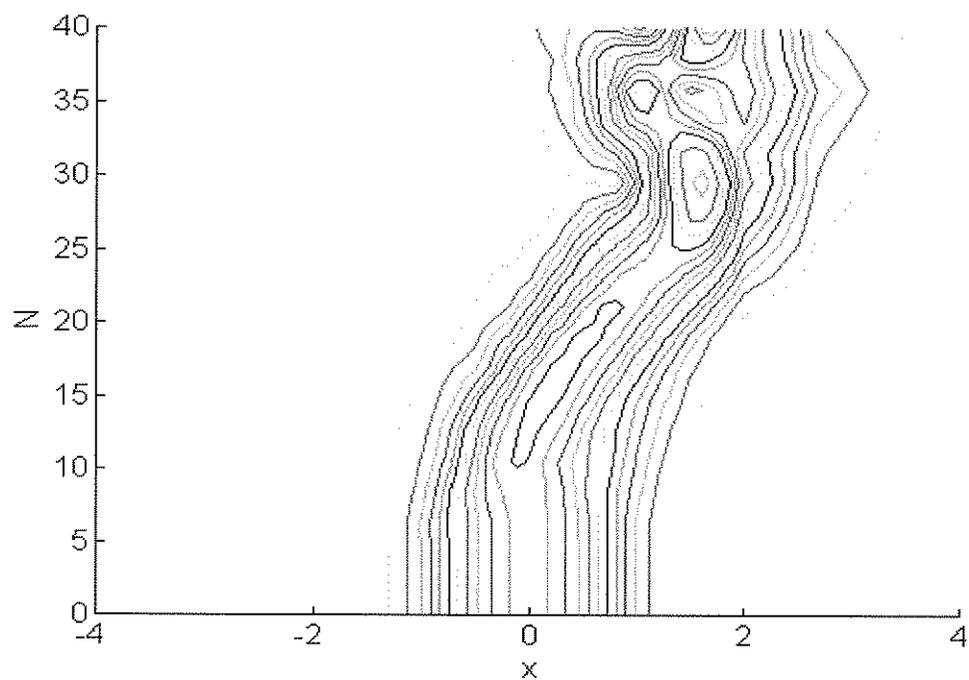


(b)

Fig. 4.20. Propagação do modo TE fundamental em um guia *rib* em 'S', ao longo de $z = 0$ a $z = 40 \mu\text{m}$, com passo $\Delta z = 0,5 \mu\text{m}$, com aproximação de Fresnel e com as TBC. (a) Curva de superfície. (b) Curvas de nível.



(a)



(b)

Fig. 4.21. Propagação do modo TE fundamental em um guia *rib* em 'S', ao longo de $z = 0$ a $z = 40 \mu\text{m}$, com passo $\Delta z = 0,5 \mu\text{m}$, com aproximação de Padé (*wide-angle*) e com as TBC. (a) Curva de superfície. (b) Curvas de nível.

Observe, das Figs. 4.19, 4.20 e 4.21, a vantagem da aproximação *wide-angle* sobre a aproximação de Fresnel, ou seja, a aproximação de Fresnel apresenta-se com um nível de ruído presente, principalmente nas interfaces entre a região de guiamento e as demais regiões do guia, sendo que, à medida que a propagação evolui, esse nível de ruído aumenta. Com a aproximação *wide-angle*, juntamente com as TBC, esse ruído apresenta uma redução significativa, mais uma vez evidenciando a característica de não-paraxialidade da estrutura de guiamento, no caso o guia *rib* em forma de 'S'.

CONCLUSÕES

Este trabalho descreve o modelamento computacional de vários guias de ondas ópticos, incluindo guias de onda ópticos integrados. Este mesmo modelamento envolve a solução numérico-computacional das equações de onda deduzidas das equações de Maxwell, tais como, as equações de Helmholtz, Fresnel ou a equação de onda generalizada não-linear de Schrödinger (GNLS). Três situações bem definidas são analisadas nesse contexto. Primeiro, a determinação dos modos ou soluções características que satisfazem às equações de onda estacionária (análise modal). Segundo, a determinação das soluções que satisfazem à equação de propagação paraxial e não-paraxial, na forma de um problema de valor inicial passo-a-passo (método da propagação do feixe- BPM). O terceiro, e último passo, consiste na incorporação das condições de fronteira transparentes (TBC) na equação de onda, de modo a suprimir reflexões não físicas indesejáveis provenientes das bordas das janela computacional virtual.

O método dos elementos finitos (FEM) é, em poucas palavras, um método de se calcular numericamente as soluções das equações diferenciais parciais, a partir de uma formulação integral fraca equivalente, através do uso de funções base do tipo polinomiais (também chamadas de funções base FE), no sentido da minimização dos recursos e esforços computacionais.

Esquemas numéricos bidimensionais(2D) e tridimensionais(3D), baseados no método dos elementos finitos(FEM), foram apresentados e discutidos. O método dos elementos finitos apresenta, entre outras vantagens, a propriedade do uso de malhas arbitrárias adaptativas. Além disso, são incluídas, na presente análise, aplicações específicas envolvendo meios lineares e não-lineares.

Um esquema SOFEM (Método dos elementos finitos com operador particionado) preciso e eficiente para guias ópticos não lineares foi aqui proposto e numericamente demonstrado, em contraposição ao esquema FOFEM (Método dos elementos finitos com operador completo). Através de um exemplo apresentado (um acoplador direcional 3D), situação amplamente reportada por [68], fica evidente que o refinamento adaptativo é crucial para se otimizar os recursos computacionais. Além do mais, o uso de métodos de resolução de sistemas com matrizes esparsas aumenta a eficiência do presente esquema. Como uma consequência, recursos computacionais modestos podem ser usados para executar o exemplo exposto acima. Por exemplo, um IBM PC486, 100 MHz, 16MB/RAM, leva não mais que 7 horas para a situação mais difícil analisada aqui ($P_{in} = 10$ mW, passo = 0,11 μm , $m = 10$). Para esta situação, uma SUN-SPARC 10 leva 2 horas usando a presente técnica e dois dias usando os esquemas FOFEM-CN.

Vale a pena observar que o comportamento qualitativo da dependência da convergência, de m e do passo discutidos aqui, embora em conexão com um exemplo particular, vale para

acopladores não lineares feitos de canais com dimensões e mesmo geometrias diferentes daquelas reportadas neste trabalho.

O método de propagação do feixe (BPM) é, nos dias atuais, a ferramenta mais amplamente usada no estudo de ondas guiadas ópticas, em grande parte devido à sua velocidade numérica e simplicidade. Estas atrativas propriedades resultam principalmente do uso da aproximação paraxial (aproximação de Fresnel), a qual, por sua vez, limita severamente o formalismo, uma vez que os feixes ópticos, que contém componentes apreciáveis de Fourier, em ângulos afastados do eixo de propagação, experimentarão erros de fase substanciais, de modo que o método não pode tratar da propagação de ângulos largos ('wide-angle propagation'). E, também, porque os feixes propagantes por regiões com índices de refração que diferem por mais que uns pouco por cento do índice de referência de entrada (índice efetivo) também sofrerão sérias distorções de fase, de um modo geral. Um outro esquema alternativo refere-se à utilização dos operadores aproximados de Padé na equação de Helmholtz, oferecendo substanciais aperfeiçoamentos na propagação 'wide-angle'.

O método BPM, contudo, apresenta algumas deficiências ao modelar estruturas que permitem perda de radiação, uma vez que a radiação tende a se refletir das fronteiras do problema, retornando à região de interesse, onde causam interferências indesejáveis. A importância deste problema surge do fato que virtualmente todas as estruturas de interesse apresentam algum nível de radiação espalhada. O caminho mais comum de evitar estas reflexões é a inserção de regiões absorventes artificiais adjacentes às fronteiras pertinentes. Este procedimento é preciso, desde que

a região absorvente seja cuidadosamente elaborada, ou seja, usando-se um gradiente de absorção suficientemente pequeno de modo que o próprio absorvedor não gere reflexões e a espessura do mesmo seja suficiente para absorver toda a radiação incidente. Entretanto, satisfazer a estas exigências para cada tipo de problema é um processo um tanto difícil, que consome muito tempo. Uma técnica que incorpora um novo algoritmo de condição de fronteira que permite a radiação escapar dos domínios do problema livremente, sem apreciáveis reflexões, de modo a proibir o fluxo de radiação de retornar à região de interesse foi primeiro descrito por Hadley [27]. Este novo esquema, com condições de fronteiras transparentes (TBC), não utilizava nenhum parâmetro ajustável, sendo, desse modo, independente do tipo de problema, e foi facilmente incorporado ao esquema de diferenciação de Crank-Nicholson padrão, sendo aplicável a estruturas z-variantes de interesse para a pesquisa em dispositivos fotônicos.

O esquema das TBC, descrita por Hadley, utiliza como ferramenta de propagação o algoritmo FD-BPM. A técnica aqui apresentada trata de fronteiras transparentes para o método da propagação do feixe utilizando elementos finitos (FEM-BPM), para analisar a propagação de um feixe óptico em uma janela computacional finita. Neste método, uma condição de fronteira transparente é deduzida supondo-se que o feixe tenha a forma de uma onda plana nas vizinhanças de uma fronteira virtual, desse modo eliminando reflexões indesejáveis dessas fronteiras virtuais.

Desse modo, um esquema de propagação do feixe óptico, utilizando a técnica FE-BPM para modos quase-TE se propagando em guias ópticos tridimensionais (3D), com incorporação das TBC, é descrito. O presente algoritmo, que também inclui a aproximação de Padé para o caso

da propagação não paraxial, é, até o presente momento, um dos primeiros esquemas WA-FEM-BPM escalar para guias 3D, uma vez que foi recentemente introduzido por Koshiha [67].

Outros guias de onda alternativos, como os guias do tipo *rib*, foram analisados com o presente algoritmo, e ilustram os vários casos extremos em um projeto com guias *rib*. Esta análise envolveu tanto guias *rib* retos, ou seja, invariantes em z , como guias *rib* z -variantes, abordando tanto aspectos da análise modal como da propagação e perdas.

Foram analisados três guias *rib* invariantes em z , com parâmetros diferentes, de acordo com a sua aplicabilidade em dispositivos fotônicos.

Existem três aspectos a se considerar na propagação em um guia. A propagação, considerando as condições naturais de fronteira de Dirichlet e Neumann, ou condições de fronteiras transparentes; a utilização das aproximações paraxial ou não paraxial; o uso de esquemas com operador particionado (SOFEM) ou com operador completo (FOFEM).

Foi feita a simulação da propagação de campo elétrico e as perdas associadas a essa propagação em guias *rib* longitudinalmente variantes. Em particular uma junção Y na qual o guia de onda inicial se deriva em dois guias idênticos com centros espaçados de $4 \mu\text{m}$, em que o índice refrativo na junção de $40 \mu\text{m}$ de comprimento é dado pela união de dois perfis de guia do tipo *rib*. Para que as perdas associadas com o tamanho finito da janela computacional seja

desprezível, os cálculos foram realizados com uma janela computacional a mínima possível de dimensões, em microns, de $[-2, 2]$, em y e $[-4, 4]$, em x , e uma malha arbitrária de 1400 pontos.

Após cada passo de propagação longitudinal, pôde-se avaliar, e obter em gráfico, a potência que permanece nos campos propagantes. O gráfico obtido correspondeu a um comprimento de passo longitudinal de $\Delta z = 0,1 \mu\text{m}$, o que exigiu menos de 30 minutos de um PC 486 100 MHz, 16 MB de RAM. O resultado obtido para a potência radiada, após $40 \mu\text{m}$, é precisa dentro da faixa de 10 %, com o aumento no número de pontos da grade transversa, e é praticamente invariante com o decréscimo no comprimento do passo Δz . A curva obtida exibe, como esperado, uma grande declividade na direção longitudinal, a partir do momento em que o guia de onda se separa em dois guias. Em consequência disso, a perda de potência só é significativa a partir de, aproximadamente, $20 \mu\text{m}$ de comprimento de propagação. Analogamente, ao fim de $40 \mu\text{m}$ de propagação, uma apreciável fração da potência radiada ainda não foi totalmente eliminada. A condição estacionária só foi atingida quando o comprimento de propagação superou os $400 \mu\text{m}$.

Um outro tipo de estrutura z -variante que foi também simulado, também muito usado como componente em fotônica, foi o guia *rib* curvo, que pode adquirir a forma de um 'S' suave. Para esse caso dos guias curvos, quando o método BPM é aplicado diretamente a esses guias, a exigência fundamental da análise BPM não é mais satisfeita, ou seja, a condição de paraxialidade da onda guiada é, de certa forma, violada. Nestecaso, naturalmente, parte-se para a utilização da análise BPM com aproximação não paraxial.

Como resultado dessa simulação, obteve-se a potência normalizada para a propagação em guia curvo em forma de 'S', utilizando a aproximação paraxial e não paraxial. Um comprimento de onda $\lambda = 1,52 \mu\text{m}$ foi adotado, a janela computacional de $16 \mu\text{m} \times 7 \mu\text{m}$ foi discretizada com 960 elementos triangulares lineares. O tamanho do passo de propagação foi de $\Delta z = 0,5 \mu\text{m}$, e as TBC foram impostas nos extremos da janela computacional.

Observou-se, das simulações da propagação em um guia rib com taper, em uma junção em Y e em um guia em 'S', que a aproximação wide-angle com as TBC apresenta-se sensivelmente melhor em relação à aproximação de Fresnel, uma vez que o ruído numérico observado nas interfaces entre a região de guiamento e as outras regiões tem uma redução considerável. Esses resultados apresentam uma certa concordância com os obtidos por Koshiha [67].

Entre os desenvolvimentos futuros dos métodos numéricos aqui abordados, incluem-se a propagação vetorial e espacial, modelamento de outros dispositivos da óptica integrada mais sofisticados, como os guias *ridge* e os circuladores, atenuadores e moduladores, e a utilização de uma malha de contornos inteiramente arbitrários, para que se possa expandir a validade das TBC, e também a propagação solitônica, uma vez que atualmente a emissão solitônica já apresenta um espectro de emissão relativamente amplo, abrindo a oportunidade de se usar a aproximação não paraxial.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] H. E. Hernández. Figueroa, *Computer Modelling of Opical Waveguides*, Thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy, Imperial College, University of London, 1992.
- [2] P. Silvester, “A general high-order finite-element waveguide analysis program”, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-17, pp. 204-210, April 1969.
- [3] F. A. Fernández, Y. C. Yong, and R. D. Ettinger, “A simple adaptive mesh generator for 2-D finite element calculations”, *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 29, no. 2, pp. 1882-1885, March 1993.
- [4] Yilong Lu, and F. A. Fernández, “An efficient finite element solution of inhomogeneous anisotropic and lossy dielectric waveguides”, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 41, no. 6/7, pp. 1215-1223, June/July 1993.
- [5] B. M. Azizur Rahman, and J. Brian Davies, “Finite-element analysis of optical and microwave waveguide problems”, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-32, no. 1, pp. 20-28, January 1984.
- [6] D. R. Heatley, G. Vitrant, and A. Kevorkian, “Simple finite-difference algorithm for calculating waveguide modes”, *Opt. Quantum Electron.*, no. 26, pp. S151-S163, 1994.
- [7] M. D. Feit, and J. A. Fleck, Jr., “Light propagation in graded-index optical fibers”, *Appl. Opt.*, vol. 17, no. 24, pp. 3990-3998, December 1978.

- [8] M. D. Feit, and J. A. Fleck, Jr., "Computation of mode properties in optical fiber waveguides by a propagating beam method", *Appl. Opt.*, vol. 19, no. 7, pp. 1154-1164, April 1980.
- [9] J. Van Roey, J. van der Donk, and P. E. Lagasse, "Beam-propagation method: analysis and assesment", *Opt. Soc. Am.*, vol. 71, no. 7, pp. 803-810, July 1981.
- [10] J. Saijonmaa, and D. Yevick, "Beam-propagation analysis of loss in bent optical waveguides and fibers", *Opt. Soc. Am.*, vol. 73, pp. 1785-1791, December 1983.
- [11] D. Yevick, and Björn Hermansson, "New formulations of the matrix beam propagation method: application to rib waveguides", *IEEE J. Quantum Electron.*, no. 18, pp. 221-229, February 1989.
- [12] D. Yevick, C. Rolland, and Björn Hermansson, "Fresnel equation studies of longitudinally varying semiconductor rib waveguides: reference wavevector dependence", *Electron. Lett.*, vol. 25, no. 18, pp. 1254-1256, August 1989.
- [13] C. Rolland, G. Max, K. E. Fox, D. M. Adams, A. J. Sprinthorpe, D. Yevick, and Björn Hermansson, "Analysis of strongly guiding rib waveguide s-bends: theory and experiment", *Electron. Lett.*, vol. 25, no. 18, pp. 1256-1257, August 1989.
- [14] C. Rolland, D. M. Adams, D. Yevick, and Björn Hermansson, "Optimization of strongly guiding semiconductor rib waveguide Y-junctions", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 2, no. 6, pp. 404-406, June 1990.
- [15] H. P. Nolting, and Reinhard März, "Results of benchmark tests for different numerical bpm algorithms", *J. Lightwave Technol.*, vol. 13, no. 2, pp. 216-224, February 1995.
- [16] Björn Hermansson, and D. Yevick, "Generalized propagation techniques", *Opt. Soc. Am.*, vol. 16, no. 6, pp. 354-357, March 1991.

- [17] Y. Chung, and Nadir Dagli, "Analysis of z-variant semiconductor rib waveguides by explicit finite difference beam propagation method with nonuniform mesh configuration", *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 26, pp. 2296-2305, October 1991.
- [18] T. M. Benson, R. J. Bozeat, and P. C. Kendall, "Rigorous effective index method for semiconductor rib waveguides", *IEEE Proceedings-J*, vol. 139, no. 1, pp. 67-70, February 1992.
- [19] L. Thylen, "The beam propagation method: an analysis of its applicability", *Opt. Quantum Electron.*, vol. 15, no. 5, pp. 433-439, 1983.
- [20] J. Van Roey, J. van der Donk, and P. E. Lagasse, "Beam-propagation method: analysis and assesment", *Opt. Soc. Am.*, vol. 71, no. 7, pp. 803-810, July 1983.
- [21] Y. Chung, and Nadir Dagli, "An assesment of finite difference beam propagation method", *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 26, pp. 1335-1339, 1990.
- [22] Y. Chung, and Nadir Dagli, "An explicit finite difference beam propagation method: application to semiconductor rib waveguide Y-junction", *Electron. Lett.*, vol. 26, no. 11, pp. 711-713, 1990.
- [23] M. D. Feit, and J. A. Fleck, Jr., "Mode properties of optical fibers with lossy components by the propagating beam method", *Appl. Opt.*, vol. 20, no. 5, pp. 848-856, 1981.
- [24] Z. Mao, and Wei-Ping Huang, "Analysis of optical rib waveguides and couplers with buried guiding layer", *IEEE J. Quantum Electron.*, vol.28, pp. 176-183, January 1992.
- [25] R. P. Ratowsky, and J. A. Fleck, Jr., "Accurate numerical solution of the Helmholtz equation by iterative Lanczos reduction", *Opt. Lett.*, no. 16, pp. 787-789, April 1991.

- [26] R. P. Ratowsky, J. A. Fleck, Jr., and M. D. Feit, "Helmholtz beam propagation in rib waveguides and couplers by iterative Lanczos reduction", *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 9, no. 2, pp. 265-273, February 1992.
- [27] G. R. Hadley, "Wide-angle beam propagation using Padé approximant operators", *Opt. Lett.*, vol. 17, no. 20, pp. 1426-1428, October 1992.
- [28] W. P. Huang, and C. L. Xu, "A wide-angle vector beam propagation method", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 4, no. 10, pp. 1118-1120, October 1992.
- [29] G. R. Hadley, "Multistep method for wide-angle beam propagation", *Opt. Lett.*, vol. 17, no. 24, pp. 1743-1745, December 1992.
- [30] P. C. Lee, D. Schulz, and E. Voges, "Three-dimensional finite difference beam propagation algorithms for photonic devices", *J. Lightwave Technol.*, vol. 10, no. 12, pp. 1832-1836, December 1992.
- [31] R. Baets, and P. E. Lagasse, "Loss calculation and design of arbitrarily curved integrated-optic waveguides", *J. Opt. Soc. Amer.*, vol. 73, no. 2, pp. 177-182, August 1983.
- [32] D. Schulz, C. Glingener, and E. Voges, "Novel generalized finite difference beam propagation method", *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 30, no. 4, pp. 1132-1140, April 1994.
- [33] J. Gerdes, and R. Pregla, "Beam propagation algorithm based on the method of lines", *J. Opt. Soc. Amer. B*, vol. 8, pp. 1118-1120, March 1992.
- [34] H. E. Hernández-Figueroa, "Simple nonparaxial beam-propagation method for integrated optics", *J. Lightwave Technol.*, vol. 12, no. 4, pp. 644-649, April 1994.

- [35] C. M. Rappaport, "Perfectly matched absorbing boundary conditions based on anisotropic lossy mapping of space", *IEEE Microwave and Guided Wave Lett.*, vol. 5, no. 3, pp. 90-92, March 1995.
- [36] C. M. Rappaport, and L. Bahrmassel, "An absorbing boundary condition based on anechoic absorber for EM scattering computation", *J. Electromag. Waves App.*, vol. 6, no. 12, pp. 1621-1634, December 1992.
- [37] G. R. Hadley, "Transparent Boundary Condition for beam propagation", *Opt. Lett.*, vol. 16, no. 9, pp. 624-626, May 1991.
- [38] G. R. Hadley, "Transparent Boundary Condition for the beam propagation method", *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 28, no. 1, pp. 363-370, January 1992.
- [39] Y. Arai, A. Maruta, and M. Matsuhara, "Transparent Boundary for the finite-element beam propagation method", *Opt. Lett.*, vol. 18, no. 10, pp. 765-766, May 1993.
- [40] J. P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves", *J. Comp. Phys.*, vol. 114, no. 2, pp. 185-200, October 1994.
- [41] D. S. Katz, E. F. Thiele, and Allen Taflove, "Validation and extension to three dimensions of the Berenger PML absorbing boundary condition for FD-TD", *IEEE Microwave and Guided Wave Lett.*, vol. 4, no. 8, pp. 268-270, August 1994.
- [42] W. P. Huang, C. L. Xu, W. Lui, and K. Yokohama, "The perfectly matched layer (PML) boundary condition for modal analysis of optical waveguides: leaky mode calculations", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 8, no. 5, pp. 652-654, May 1996.

- [43] W. P. Huang, C. L. Xu, W. Lui, and K. Yokohama, "The perfectly matched layer (PML) boundary condition for the beam propagation method", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 8, no. 5, pp. 649-651, May 1996.
- [44] M. Koshihara, and Y. Tsuji, "A wide-angle finite-element beam propagation method", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 8, no. 9, pp. 1208-1210, September 1996.
- [45] Y. Tsuji, and M. Koshihara, "A finite element beam propagation method for strongly guiding and longitudinally varying optical waveguides", *J. Lightwave Technol.*, vol. 14, no. 2, pp. 217-222, February 1996.
- [46] G. Strang and G. J. Fix, *An Analysis of the Finite Element Method*, New Jersey: Prentice Hall, June 1973.
- [47] J. Jin, *The Finite Element Method in Electromagnetics*, New York: John Wiley and Sons, January 1993.
- [48] F. A. Fernández, J. B. Davies, S. Zhu, and Y. Lu, "Sparse matrix eigenvalue solver for finite element solution of dielectric waveguides", *Electron. Lett.*, vol. 27, pp. 1824-1826, February 1990.
- [49] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, and W. T. Vetterling, *Numerical Recipes, The Art of Scientific Computing*, Cambridge: Cambridge University Press, January 1993.
- [50] Harwell Subroutine Library, Harwell Laboratory, Oxfordshire, 1993.
- [51] R. V. Nambiar, R. S. Valera and K. L. Lawrence, "An algorithm for adaptive refinement of triangular element meshes", *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 36, pp. 499-509, March 1993.
- [52] K. Hayata, M. Nagai, and M. Koshihara, "Finite element formalism for nonlinear slab-guided waves", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, vol. 36, pp. 1207-1215, September 1988.

- [62] A. Maruta, Y. Arai, and M. Matsuhara, "Transparent Boundary for the finite-element beam propagation method", *Electron. Communications in Japan*, part 2, vol. 77, no. 5, pp. 32-37, February 1994.
- [63] E. G. Neumann, "Curved dielectric optical waveguides with reduced transition losses", *IEEE Proc.*, Pt. H, vol. 129, pp. 1234-1238, October 1982.
- [64] M. K. Smith, E. C. Pennings, and M. Blok, "A normalized approach to the design of low-loss optical waveguide bends", *J. Lightwave Technol.*, vol. 11, pp. 1737-1742, November 1993.
- [65] C. Seo, Young-Jin Sim, "Optical bent rib waveguides with reduced transition losses", *IEEE Trans. on Magnetics.*, vol. 32, no. 3, pp. 930-933, May 1996.
- [66] E. Montanari, S. Selleri, L. Vincetti, and M. Zoboli, "Finite element for full-vectorial propagation analysis in three-dimensional optical waveguides", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 9, no. 9, pp. 1244-1246, September 1997.
- [67] Y. Tsuji, M. Koshihara and Tatsuki Shiraishi, "Finite element beam propagation method for three-dimensional optical waveguide structures", *J. Lightwave Technol.*, vol. 15, no. 9, pp. 1728-1734, September 1997.
- [68] H. E. Hernández-Figueroa, and M. L. Brandão, "Efficient 3-D split-operator finite element algorithm for scalar integrated optics", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 9, no. 3, pp. 351-353, March 1997.