

EQUALIZAÇÃO VARIÁVEL EM
REPETIDORES MCP

JOSÉ GERALDO CHIQUITO

Orientador: HELIO WALDMAN

Tese apresentada à Faculdade
de Engenharia da Universidade
Estadual de Campinas - UNICAMP,
como parte dos requisitos exi-
gidos para obtenção do títu-
lo de DOUTOR EM CIÊNCIAS.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE CAMPINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEZEMBRO 1983

UNICAMP
BIBLIOTECA CENTRAL

CAPÍTULO I

O SINAL MCP DE 2,048 Mdígitos/s

I.1. INTRODUÇÃO

A informação digital transmitida por um sinal MCP, de 2,048 Md/s, se reduz, em última instância, à uma sequência digital binária do tipo $\dots, a_{-2}, a_{-1}, a_0, a_1, a_2, \dots$. Os dígitos a_i ocorrem a uma taxa de 2,048 Md/s e só podem assumir os valores 0 e 1. Não nos interessa investigar, aqui, como essa sequência foi gerada; será suficiente supor que os dígitos podem assumir os valores 0 e 1 com igual probabilidade e que são independentes estatisticamente, isto é:

$$\text{Prob}(a_n = 0) = \text{Prob}(a_n = 1) = 1/2 \tag{I.1a}$$

$$\langle a_n a_m \rangle = \begin{cases} \langle a_n \rangle \cdot \langle a_m \rangle = 1/4, & \text{se } n \neq m \\ \langle a_n^2 \rangle = 1/2, & \text{se } n = m \end{cases} \tag{I.1b}$$

A suposição da equiprobabilidade e independência dos dígitos binários que chegam do codificador MCP (que é na realidade um conversor análogo-digital não-linear) é válida apenas de maneira aproximada para o sistema MCP de 30 canais telefônicos, adotado no Brasil.

Pela existência de canais de voz vazios e pelas interrupções naturais da fala, a maior parte das amostras que chegam ao conversor A-D terá amplitude nula (ou muito pequena), de sorte que a maior parte das palavras geradas pela conversão A-D será do tipo 00000000 ou 10000000. Isso vai contra a hipótese (I.1a), já que, na realidade, a probabilidade do aparecimento de um "0" será maior que a de um "1", isto é:

$$\text{Prob}(a_n = 0) > 1/2$$

$$\text{Prob}(a_n = 1) < 1/2$$

Com a finalidade de quebrar as longas sequências de zeros, que apareceriam nas situações de canal vazio, costuma-se fazer uma inversão lógica dos dígitos que ocupam as posições pares dentro da palavra; por exemplo, a palavra 00000000, gerada pela codificação das amostras dos sinais de voz, de amplitudes compreendidas entre -2 mV e 0V, será transmitida à unidade terminal sob a forma modificada:

0 1 0 1 0 1 0 1

Os dígitos assinalados correspondem justamente àqueles que sofreram inversão lógica. O procedimento acima restabelece a validade da expressão (I.1a), pois tende a equalizar o número de "0" e "1" numa sequência digital longa, porém, implica, por sua vez, na quebra da independência dos dígitos, expressa por (I.1b).

Apesar das assinaladas restrições ao uso das hipóteses (I.1a) e (I.1b), nós as adotaremos nas análises que vêm a seguir, principalmente na determinação do comportamento dos circuitos de extração da onda de tempo e do espectro de potência do sinal digital. A adoção de hipóteses mais realistas levaria a dificuldades técnicas insuperáveis.

A transmissão da informação digital é feita utilizando-se como suporte físico um sinal elétrico adequado: uma tensão ou uma corrente, que se propaga por uma linha de transmissão. Devido às características físicas do meio de transmissão, nem sempre é possível a transmissão direta da sequência binária $\dots, a_{-2}, a_{-1}, a_0, a_1, a_2, \dots$. Para con

tornar as dificuldades, emprega-se, frequentemente, o recurso de transformar a seqüência ... $a_{-2}, a_{-1}, a_0, a_1, a_2, \dots$ numa outra seqüência ... $b_{-2}, b_{-1}, b_0, b_1, b_2, \dots$, a partir da qual a seqüência original pode ser recuperada. A transformação da seqüência binária $\{a_n\}$ numa seqüência $\{b_n\}$ é chamada de codificação e a operação inversa de decodificação. A transformação é geralmente escolhida de forma que os termos b_n , da seqüência derivada, só possam assumir um número discreto de valores. Esses termos podem assumir valores que diferem dos dígitos lógicos (por exemplo, numa seqüência ternária, os termos b_i podem assumir os valores -1, 0, 1); além disso, como b_i costuma estar associado a uma forma de onda, a seqüência $\{b_n\}$ é frequentemente denominada de seqüência de símbolos.

A seqüência derivada $\{b_n\}$ é usualmente transmitida usando-se a técnica da Modulação por Amplitude de Pulsos - MAP (Pulse Amplitude Modulation - PAM). Neste esquema, o sinal enviado à linha é composto por uma seqüência regular de pulsos, cujas amplitudes são proporcionais aos termos b_n . Na figura abaixo, vemos um sinal de linha, composto por uma seqüência de pulsos retangulares, correspondente a uma seqüência ternária típica.

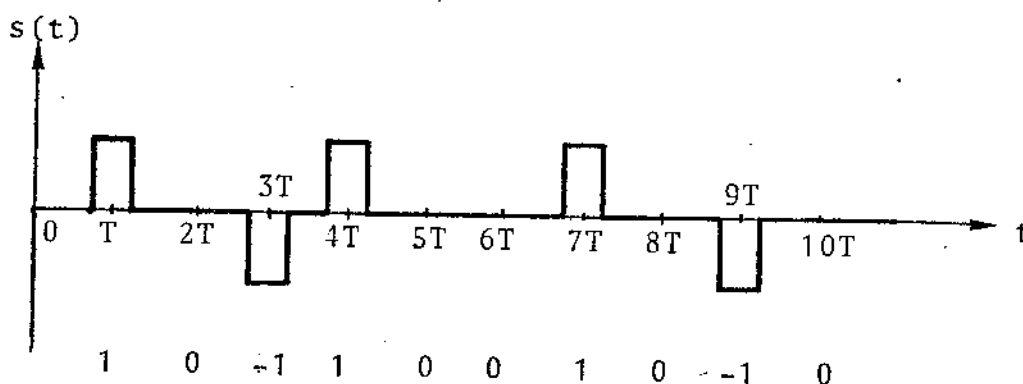


Fig. 1.1 - Sinal enviado à linha e seqüência digital correspondente.

O sinal $s(t)$, a seqüência de pulsos correspondente à seqüência de símbolos, pode ser descrito matematicamente por:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n p(t - nT) \quad (1.2)$$

onde $1/T$ é igual à taxa de dígitos e $p(t)$ é o pulso básico de transmissão. O pulso $p(t)$ não precisa ser, necessariamente, um pulso retangular; basta ter uma forma tal que não se sobreponha aos pulsos adjacentes da seqüência. Quando tratarmos da equalização de cabos, no Capítulo III, examinaremos com profundidade a questão do formato dos pulsos.

Cabem, aqui, algumas observações gerais sobre o sistema de transmissão MAP. Primeiro, nesse esquema de transmissão utiliza-se uma seqüência de pulsos básicos, cujas amplitudes são "moduladas" pelos valores dos símbolos da seqüência $\{b_n\}$.

O uso de apenas um pulso básico traz enormes vantagens na prática, pois simplifica o problema da geração do sinal $s(t)$ e da equalização. A equalização se tornaria muito difícil, talvez até impossível, se fossem transmitidos vários pulsos básicos. Segundo, no esquema MAP, os pulsos ocorrem de forma regular, centrados nos instantes ... $-2T, -T, 0, T, 2T, \dots$. A seqüência digital apenas tem controle sobre a amplitude dos pulsos, mas não sobre as suas posições. Poderíamos conceber um sistema de modulação alternativo, em que as amplitudes dos pulsos fossem independentes da seqüência digital, havendo, porém, modulação das posições dos pulsos (MPP) de acordo com os termos da seqüência

cia digital. O sistema MPP poderia ser interessante onde não houvessem problemas de limitação de faixa. Os sistemas MCP, que trabalham nos limites da utilização de faixa dos canais disponíveis, somente utilizam o sistema MAP, pois a utilização do sistema MPP traria problemas insolúveis de equalização de linhas de transmissão dispersivas.

Existem, evidentemente, infinitos processos de codificação de linha diferentes. Cada um deles apresentará características mais ou menos interessantes, dependendo da aplicação, de sorte que não podemos nunca dizer que um determinado processo de codificação é o melhor entre todos. Mesmo para uma determinada aplicação particular não existe, de uma maneira geral, um código que seja superior em todos os aspectos. A escolha do código mais adequado - e que é sempre uma solução de compromisso - é feita tomando-se por base a sua capacidade de satisfazer certos requisitos. A própria relevância de cada requisito depende da aplicação dada. Por exemplo, a eficiência do código é importante em sistemas que trabalham próximos do limite da capacidade do meio de transmissão, mas desempenha papel secundário frente à capacidade de detecção ou correção de erros em sistemas de alta confiabilidade. O estudo dos códigos utilizados nos sistemas MCP impõe-nos o exame dos critérios utilizados para a avaliação desses códigos. Faremos, em seguida, uma comparação entre códigos, baseada nesses critérios.

1.2. CRITÉRIOS PARA AVALIAÇÃO DE CÓDIGOS DE LINHA

Não ambigüidade

No final da cadeia da transmissão digital recupera-se a informação original a través da operação inversa da codificação, a decodificação. Para que esta recuperação se ja possível é necessário que o processo de codificação-decodificação seja biunívoco, isto é, dada uma seqüência $\{a_n\}$, obtém-se, através da codificação, uma única seqüência $\{b_n\}$ que, por sua vez, através da decodificação resultará, univocamente, na seqüência $\{a_n\}$.

A condição de não-ambigüidade não é sempre satisfeita pelos processos de codificação. Podemos ilustrar com um exemplo uma situação onde pode haver ambigüidade na decodificação. Suponhamos que se faça uma codificação do tipo 3B/2T, isto é, onde uma séqüência binária é transformada numa seqüência ternária, de tal forma que cada grupo de 3 dígitos binários passa a ser representado por 2 dígitos ternários. As relações entre as palavras binárias e ternárias poderiam ser, por exemplo, as mostradas abaixo:

<u>Palavra Binária</u>	<u>Codificação</u>	<u>Palavra Ternária</u>
0 0 0		0 0
0 0 1		0 1
0 1 0		0 2
0 1 1		1 0
1 0 0		1 1
1 0 1		1 2
1 1 0		2 0
1 1 1		2 1

De acordo com essa regra de codificação, uma seqüência do tipo:

...011 001 010 101 001 010 100 011 010 011 ...

seria codificada em:

... 10010212010211100210 ...

Se não se garantir o alinhamento correto do decodificador em relação às palavras ternárias, não recuperaremos a seqüência binária original, mas a seguinte seqüência:

...000 011 111 110 011 111 100 000 111 ...

Neste caso particular, haverá não ambigüidade somente se for garantido o alinhamento correto do decodificador. Aliás, se não houver alinhamento, será até possível a formação de palavras do tipo 22 - pela justaposição, por exemplo, das palavras 12 e 20 - que nem serão reconhecidas pelo decodificador.

Eficiência de Codificação

Os sistemas digitais MCP são projetados de forma a transmitir a maior quantidade possível de informação pelos canais de transmissão disponíveis. No caso do sistema MCP de 2,048 Mdígitos/s, utiliza-se, como canal de transmissão, os cabos telefônicos convencionais para a transmissão simultânea de até 30 conversas telefônicas, havendo, portanto, um acréscimo de 30 vezes na quantidade de informação transmitida em relação à utilização unidirecional do cabo telefônico. A transmissão de grandes massas de informação resulta em altas taxas de símbolos no final do processo de conversão analógico-digital. A taxa de transmissão de informação da seqüência digital resultante pode ser calculada, considerando os dígitos independentes, por:

$$C = t \sum_{i=1}^m p_i \log_2 1/p_i \quad (\text{bits/s}) \quad (I.3)$$

onde p_i representa a probabilidade de cada símbolo e t a taxa de transmissão de símbolos.

Para o sistema de transmissão MCP de 30 canais temos, após o processo de conversão analógico-digital, uma seqüência de dígitos "0" e "1", numa taxa de 2,048 Mdígitos/s. Também, como já vimos na expressão (I.1a), $p_0 = p_1 = 1/2$. Portanto:

$$C = 2,048 \text{ Mbits/s}$$

Essa seqüência binária, ao ser enviada ao codificador de linha, gera uma outra seqüência digital, cuja capacidade de transmissão de informações deve ser necessariamente igual ou maior que a da seqüência binária. Por exemplo, se fosse utilizado o esquema de codificação 3B-2T já mencionado, resultaria:

Seqüência Binária:

$$t = 2,048 \text{ Mdígitos/s}$$

$$p_0 = 1/2$$

$$p_1 = 1/2$$

$$C_B = 2,048 \text{ Mbits/s}$$

Seqüência Ternária:

$$t = \frac{2}{3} \times 2,048 = 1,365 \text{ Msímbolos/s}$$

A capacidade máxima de transmissão de informações de uma seqüência ternária se dá quando todos os símbolos são equiprováveis e independentes. Essa capacidade será, então:

$$C_{T_{\max}} = t \log_3 3 = 2,164 \text{ Mbit/s}$$

O fato de termos $C_{T_{\max}} > C_B$ significa que a capacidade de transmissão de informações da seqüência ternária resultante da codificação está sendo sub-utilizada. (Evidentemente, a taxa de envio de informações pela seqüência ternária, no caso do esque

na de codificação apresentado, deve ser igual ao da seqüência binária; se não fosse as sim, se estaria perdendo ou criando informações do nada).

A sub-utilização da capacidade desta seqüência ternária transparece de duas formas:

a) não equiprobabilidade dos símbolos ternários,

$$p_0 = 3/8$$

$$p_1 = 3/8$$

$$p_2 = 1/4$$

b) dependência entre os símbolos

$$\text{ex: Prob}[b_n = 1 | b_{n-1} = 1] = \frac{17}{48} \neq \text{Prob}[b_n = 1] = \frac{3}{8}$$

Exprimimos a sub-utilização da capacidade da seqüência resultante do processo de codificação, definindo um coeficiente de eficiência como:

$$\eta = \frac{C_1}{C_2} \times 100\% \tag{1.4a}$$

onde: C_1 = capacidade máxima de transmissão de informações de uma seqüência binária, com taxa de dígitos igual à seqüência binária original.

C_2 = capacidade máxima de transmissão de informações de uma seqüência multi-nível, com taxa de símbolos e número de níveis iguais aos da seqüência resultante da codificação.

No exemplo precedente encontramos $\eta = 94,6\%$. Eficiências menores que 100% significam que a taxa de dígitos do código de linha é maior que o necessário, considerada a sua capacidade máxima correspondente a equiprobabilidade e independência dos dígitos. Como a faixa espectral do sinal de linha depende da taxa de dígitos, torna-se interessante usar-se processos de codificação de alta eficiência, mas, seria um equívoco, entretanto, supor-se que a eficiência de 100% seja sempre um ideal a ser atingido. Codificações com eficiência menores que 100% contêm redundâncias que podem ser utilizadas para alinhamento do decodificador em sistemas de codificação de blocos ou para monitoração e correção de erros.

Deteção e Correção de Erros

No final da cadeia da transmissão, objetiva-se a recuperação completa da informação digital transmitida para a linha, isto é, deseja-se recuperar a seqüência $\{b_n\}$, tal como foi gerada no codificador do terminal de linha. Essa operação é realizada por circuitos que utilizam limiares de decisão para recuperar, dígito a dígito, a seqüência original. Devido aos ruídos captados durante a transmissão pela linha e às distorções introduzidas pela dispersão do meio, podem ocorrer erros na decisão, de modo que a seqüência "recuperada" pode ser diferente da original. A quantidade de erros permissíveis depende do tipo de informação transmitida; no caso do sistema MCP-30 exige-se que a taxa de erros seja menor que 10^{-6} , isto é, que o intervalo médio entre erros seja aproximadamente igual a 0,5s. Existem sistemas de maior confiabilidade em que se torna necessário recorrer até a esquemas de correção de erros para se manter a taxa suficientemente baixa.

A deteção ou correção dos erros introduzidos pelos repetidores pode ser feita de várias formas. A mais usual consiste na observação da ocorrência de violações do processo de codificação empregado, isto é, observa-se o aparecimento de seqüências impossíveis para o código em uso. Este método é capaz de detetar ocorrências de erros independentes

temente da estatística da fonte de informações, ainda que a relação entre a taxa de erros (número de símbolos regenerados erradamente por unidade de tempo) e a taxa de violações da regra de codificação dependam dessa estatística e do tipo do ruído interferente.

Num esquema de codificação com eficiência de 100%, todas as seqüências são possíveis e não haveria, portanto, a possibilidade de se detetar violações da regra de codificação. A possibilidade de violações, e portanto a capacidade de detecção dos erros, só é possível nos códigos em que $\eta < 100\%$, isto é, naqueles onde existe redundância na transmissão da informação.

A exemplo da eficiência, definiremos um coeficiente de redundância, que estará mais ou menos relacionado à facilidade da monitoração dos erros:

$$r = 1 - \eta \tag{I.5}$$

Espectro de Frequência

O espectro do sinal MCP é uma de suas características mais importantes, pois dele dependerá a possibilidade de transmissão em meios de faixa limitada, tais como as linhas de transmissão e os transformadores de entrada e saída dos repetidores. Além disso, a interferência entre sistemas MCP só pode ser avaliada com o conhecimento - se não determinístico, mas pelo menos estatístico - da densidade espectral do trem de pulsos.

Devemos fazer, inicialmente, uma distinção fundamental, que não costuma ser feita explicitamente na literatura referente ao assunto. Quando analisamos o espectro de uma seqüência de pulsos, podemos considerar tanto o espectro de cada pulso isolado quanto o espectro do conjunto de pulsos em sucessão. O conhecimento do espectro do pulso isolado é importante no estudo da equalização, das interferências entre símbolos e das margens contra os desvios de fase da onda de relógio, na fase de regeneração. Por outro lado, precisaremos conhecer o espectro da seqüência de pulsos quando estivermos interessados em analisar as interferências do sinal MCP sobre si mesmo (por exemplo, quando se suprime uma parte do espectro, como se dá no acoplamento por transformador, quando o sinal digital é passado por um filtro de faixa estreita com a finalidade de se extrair a onda de relógio, etc) e as interferências simultâneas de outros sistemas MCP sobre um sistema MCP particular, em consideração.

O conceito de espectro de uma seqüência só faz sentido quando o fenômeno em consideração depende da ação conjunta de um grande número de pulsos individuais. Caso contrário, como no processo de decisão dos regeneradores (quando se faz a regeneração dígito a dígito), o que importa é o espectro do pulso básico.

Os pulsos transmitidos à linha costumam ter formato retangular pela maior facilidade de geração. É usual que esses pulsos sejam gerados por circuitos de chaveamento que empregam transistores funcionando em corte e saturação. Esses circuitos se caracterizam pela extrema simplicidade e alta eficiência no aproveitamento da energia da fonte de alimentação. A largura dos pulsos é geralmente fixada nos sistemas de 2,048 Mdígitos/s em 50% do período T, o inverso da taxa de símbolos. A escolha de uma fração exata do período T se deve, novamente, à simplicidade dos circuitos de geração, já que T/2 é exatamente a duração do semi-ciclo de uma onda quadrada de frequência igual à taxa de dígitos.

Um pulso retangular de amplitude A e largura τ pode ser descrito por:

$$p(t) = A \text{ ret} \left(\frac{t}{\tau} \right) \tag{I.6a}$$

A densidade espectral de tal pulso, obtida pela transformação de Fourier, é dada por:

$$P(f) = A\tau \operatorname{sinc} \tau f \tag{I.6b}$$

Usando o resultado da equação acima para τ igual a 50% e 100% de T , obtemos as seguintes expressões para as densidades espectrais, correspondentes a pulsos de amplitude unitária:

$$a) \quad \tau = \frac{T}{2} \rightarrow P(f) = \frac{T}{2} \operatorname{sinc} \frac{Tf}{2} \tag{I.7a}$$

$$b) \quad \tau = T \rightarrow P(f) = T \operatorname{sinc} Tf \tag{I.7b}$$

Na Fig. I.2 vemos os gráficos correspondentes às expressões (I.7a) e (I.7b).

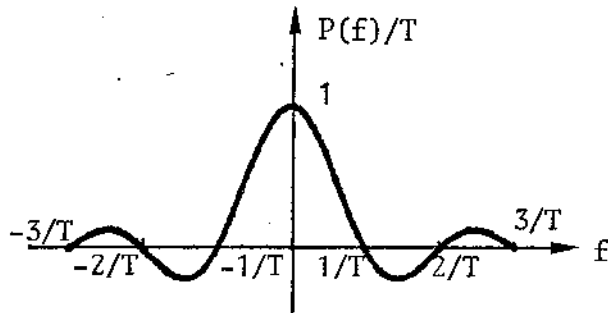
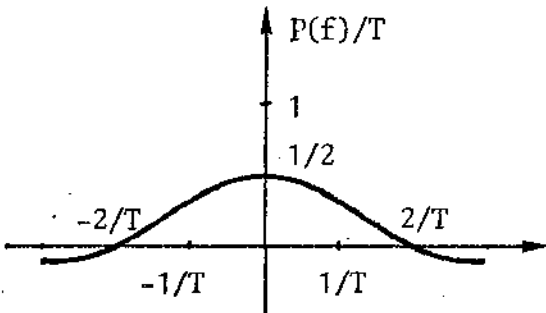
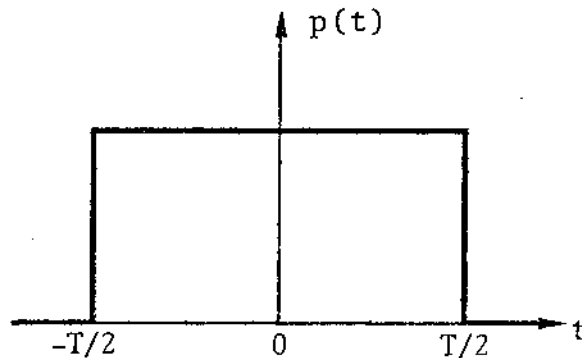
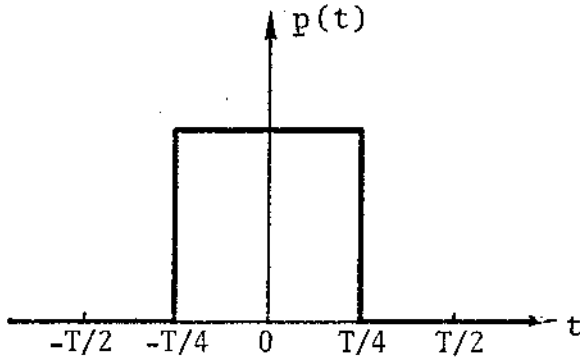


Fig. I.2a - Pulso de fator de ocupação igual a 50%

Fig. I.2b - Pulso de fator de ocupação igual a 100%

O pulso de $\tau = T$ apresenta um espectro com nulos em todas as frequências múltiplas da taxa de símbolos (com exceção do zero); no caso dos pulsos de $\tau = T/2$, somente o correm nulos em frequências que são múltiplas pares da taxa de símbolos. Nota-se, também, que o pulso mais largo possui maior energia, que está concentrada principalmente na faixa compreendida entre $-1/T$ e $1/T$. O pulso de menor largura apresenta a sua energia mais espalhada, entre $-2/T$ e $2/T$.

Examinaremos, agora, o espectro, não do pulso isolado, mas da sequência de pul_ sos. Consideremos inicialmente, como ilustração da questão, o caso elementar de uma se_ quência composta pela sucessão de apenas dois pulsos de fator de ocupação igual a 50%. Va_ mos fixar a atenção nas duas sequências mostradas na Fig. I.3, escolhidas dentre as v_ rias combinações possíveis.

O sinal $s_1(t)$ pode ser descrito por:

$$s_1(t) = \operatorname{ret} \left[\frac{2t}{T} \right] + \operatorname{ret} \left[\frac{2(t-T)}{T} \right] \tag{I.8}$$

A transformada de Fourier correspondente será:

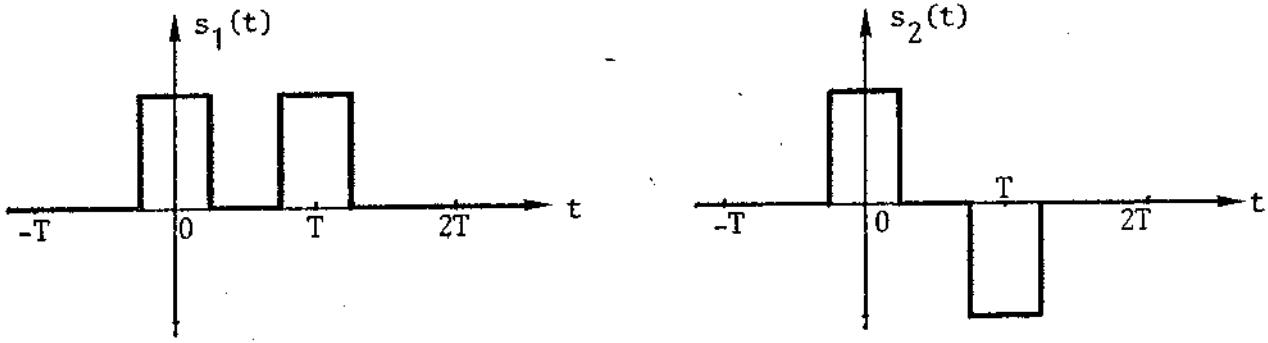


Fig. I.3 - Sequências compostas de dois pulsos possíveis

$$S_1(f) = \frac{T}{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{Tf}{2}\right) + \frac{T}{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{Tf}{2}\right) \times e^{-j2\pi Tf}$$

ou

$$S_1(f) = T \operatorname{sinc}\left(\frac{Tf}{2}\right) \times \cos(\pi Tf) \times e^{-j\pi Tf} \quad (I.9a)$$

De maneira análoga, obtemos para $s_2(t)$:

$$S_2(f) = j T \operatorname{sinc}\left(\frac{Tf}{2}\right) \times \operatorname{sen}(\pi Tf) \times e^{-j\pi Tf} \quad (I.9b)$$

As densidades espectrais de energia, correspondentes aos sinais dados, podem ser determinadas tomando-se o quadrado dos módulos das transformadas de Fourier, isto é:

$$G_{s_1}(f) = T^2 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{Tf}{2}\right) \times \cos^2(\pi Tf) \quad (I.10a)$$

$$G_{s_2}(f) = T^2 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{Tf}{2}\right) \times \operatorname{sen}^2(\pi Tf) \quad (I.10b)$$

Vemos na Fig. I.4 os gráficos correspondentes às expressões (I.10). Apesar dos pulsos básicos serem os mesmos, vê-se que existe grande diferença entre os espectros de energia dos dois sinais. O espectro de $s_1(t)$ está em sua maior parte confinado em $[-1/2T, 1/2T]$, apresentando um valor máximo em $f = 0$. Por outro lado, o espectro

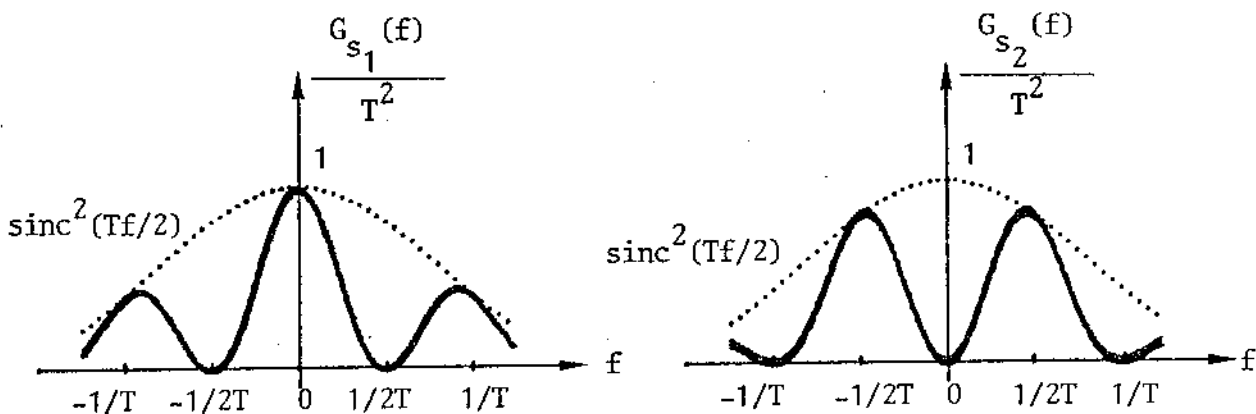


Fig. I.4 - Espectros de potência dos di-pulsos da Fig. I.3

de $s_2(t)$ está praticamente concentrado em torno de $1/2T$ e $-1/2T$ e se anula em $f=0$. O primeiro sinal, ao ser considerado em seu conjunto, sofreria menor distorção que o segundo ao serem transmitidos por um sistema passa-baixas, como uma linha de transmissão. A situação seria inversa se os sinais fossem transmitidos por sistemas passa-altas como os transformadores de acoplamento.

O exemplo apresentado nos fornece uma noção, ainda que vaga, do que acontece na transmissão de uma seqüência muito longa, quiçá infinita, de pulsos. No sinal MCP real, os pulsos da seqüência têm suas amplitudes "moduladas" pelos termos b_n da seqüência digital resultante do processo de codificação de linha. O espectro desse sinal depende do "modo" como os termos b_n se sucedem e que só pode ser descrito estatisticamente, na maioria dos casos. O "modo" de sucessão dos símbolos b_n é satisfatoriamente descrito pela função de autocorrelação $R(k)$, onde:

$$R(K) = b_n \cdot b_{n+k}$$

ou

$$R(k) = \sum_{b_n} \sum_{b_{n+k}} b_n b_{n+k} \cdot \text{Prob}(b_n, b_{n+k}) \quad (I.11)$$

A densidade espectral de potência da seqüência de pulsos pode ser obtida a partir da função de autocorrelação do sinal $s(t)$, através da relação de Wiener-Kintchin. Iremos demonstrar que a função de autocorrelação de $s(t)$ pode ser derivada diretamente da autocorrelação dos símbolos. Para isso, consideremos a seqüência de pulsos:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n p(t-nT-t_0) \quad (I.12)$$

t_0 foi introduzido para representar um possível desconhecimento da referência de tempo; t_0 é uma variável aleatória que pode variar de uma função-amostra para outra, mas se mantém constante para cada função-amostra, não dependendo do índice n . Se não fosse assim, estaríamos destruindo a hipótese de ser $s(t)$ um sinal MAP, para o qual os pulsos se sucedem em intervalos de tempo regulares.

Sem perda de generalidade podemos considerar que t_0 é uma v.a. limitada entre $-T/2$ e $T/2$. Assim, para sua função densidade de probabilidade $f(t_0)$, vale:

$$\int_{-T/2}^{T/2} f(t_0) dt_0 = 1 \quad (I.13)$$

Dessa forma, abrangemos desde o caso em que temos um desconhecimento total da referência de tempo, e neste caso, $f(t_0) = 1/T$, até o caso em que a referência t_r é perfeitamente conhecida e $f(t_0) = \delta(t_0 - t_r)$.

O sinal $s(t)$ pode ser considerado como a resposta de um sistema linear, cuja resposta impulsional é dada por $p(t)$, à excitação de um trem de impulsos de amplitude b_n , de acordo com o esquema abaixo.

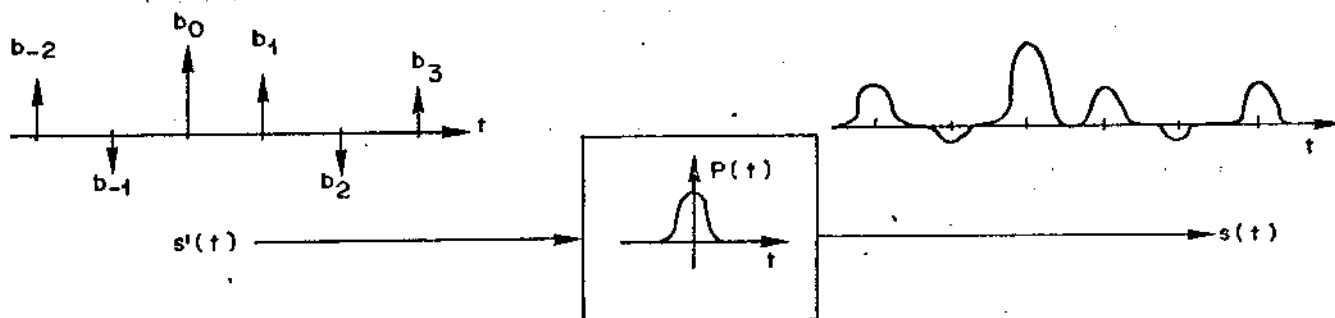


Fig. I.5 - O sinal MCP como resposta a um trem de impulsos

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n p(t-nT-t_0) \quad (I.14)$$

ou

$$s(t) = s'(t) * p(t)$$

onde:

$$s'(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \delta(t-nT-t_0)$$

O conhecimento da densidade espectral de potência de $s'(t)$ será suficiente para determinarmos a densidade espectral de potência de $s(t)$, já que:

$$G_s(f) = G_{s'}(f) \times |P(f)|^2 \quad (I.15)$$

Vamos determinar a auto-correlação de $s'(t)$ fazendo a aproximação dos impulsos por pulsos de largura Δt e amplitude $b_n/\Delta t$.

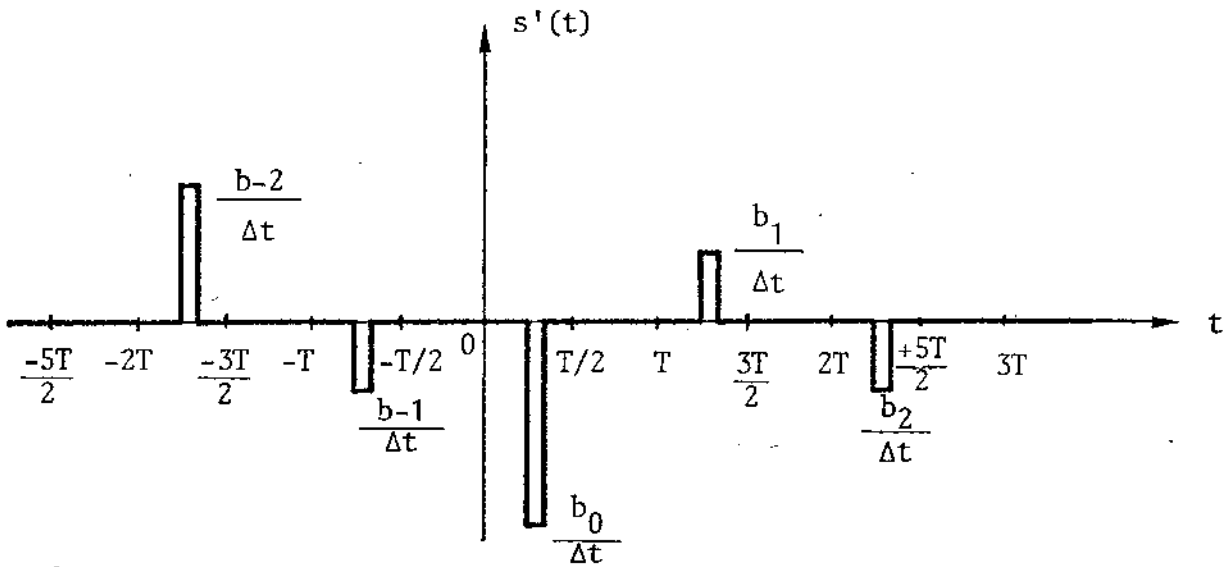


Fig. I.6 - Aproximação de $s'(t)$

A autocorrelação de $s'(t)$ será dada por:

$$R_{s'}(t, \tau) = \sum_{s_1} \sum_{s_2} s_1 s_2 \text{Prob}(s_1, s_2) \quad (I.16)$$

onde:

$$s_1 = s'(t)$$

$$s_2 = s'(t+\tau)$$

Como a sequência $\{b_n\}$ é estacionária, $R_{s'}(t, \tau)$ será periódica em t , com período igual a T e basta considerar portanto seu comportamento para $-T/2 \leq t < T/2$.

Supondo que $\Delta t \rightarrow 0$, observa-se que s_1 e s_2 só podem assumir simultaneamente valores diferentes de zero quando $s_1 = b_0/\Delta t$ e $s_2 = b_k/\Delta t$, onde k é um inteiro tal que satisfaz a condição $|\tau - kT| < T$.

Assim, a expressão (I.16) se reduz a:

$$R_{s'}(t, \tau) = \sum_{b_0} \sum_{b_k} \frac{b_0 b_k}{(\Delta t)^2} \text{Prob}[s_1 = b_0/\Delta t, s_2 = b_k/\Delta t] \quad (I.17)$$

mas $\text{Prob}[s_1 = b_0/\Delta t, s_2 = b_k/\Delta t] = \text{Prob}[s_1 = b_0/\Delta t] \cdot \text{Prob}[s_2 = b_k/\Delta t | s_1 = b_0/\Delta t]$

e
a) $\text{Prob}\left[s_1 = \frac{b_0}{\Delta t}\right] = \text{Prob}(b_0) \cdot \text{Prob}\left[t - \frac{\Delta}{2} \leq t_0 \leq t + \frac{\Delta}{2}\right]$

ou $\text{Prob}\left[s_1 = \frac{b_0}{\Delta t}\right] = \text{Prob}(b_0) \cdot f(t) \Delta t$ (I.18)

b) $\text{Prob}\left[s_2 = \frac{b_k}{\Delta t} \mid s_1 = \frac{b_0}{\Delta t}\right] = \text{Prob}(b_k | b_0) \cdot g(\tau)$

$g(\tau)$ é uma função periódica de τ e tem o espectro mostrado na figura abaixo:

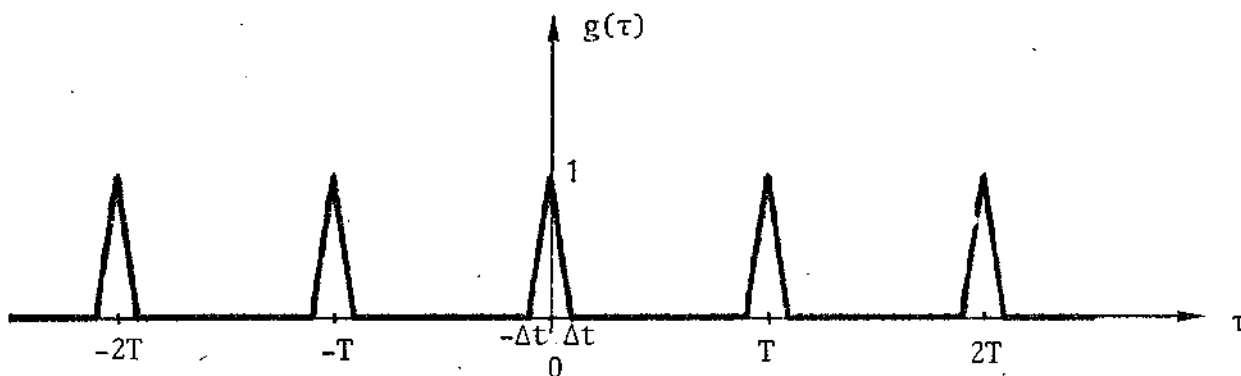


Fig. I.7 - A função periódica $g(\tau)$

Podemos aproximar a função $g(\tau)$, se $\Delta t \ll T$, para:

$$g(\tau) \approx \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\tau - kT) \cdot \Delta t$$
 (I.19)

De (I.17), (I.18) e (I.19), resulta:

$$R_{s'}(t, \tau) \approx \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{b_0 b_k}{b_0 b_k} \frac{b_0 b_k}{(\Delta t)^2} \text{Prob}(b_0) \text{Prob}(b_k | b_0) \cdot (\Delta t)^2 \cdot \delta(\tau - kT) \times f(t)$$

No limite, para $\Delta t \rightarrow 0$, as aproximações se transformam em igualdades:

$$R_{s'}(t, \tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{b_0} \sum_{b_k} b_0 b_k \text{Prob}(b_0, b_k) \cdot \delta(\tau - kT) \cdot f(t)$$

como $\sum_{b_0} \sum_{b_k} b_0 b_k \text{Prob}(b_0, b_k) = R(k)$

$$R_{s'}(t, \tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} R(k) \delta(\tau - kT) \cdot f(t)$$
 (I.20)

A expressão acima mostra que a autocorrelação de $s'(t)$, no caso geral, depende de t , o que significa que $s'(t)$ não é um processo estacionário. Por outro lado, é fácil de se ver que:

$$R_{s'}(t + mT, \tau) = R_{s'}(t, \tau), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

isto é, a função de autocorrelação é periódica em t , com período T . Por essa razão, Bennett.

denominou esse tipo de processo aleatório de processo cicloestacionário.

A dependência da autocorrelação do instante t não permite a aplicação direta da relação de Wiener-Kintchîn para a determinação do espectro do processo a não ser no caso especial em que a referência de tempo tem distribuição uniforme, isto é:

$$f(t_0) = \frac{1}{T}$$

Neste caso:

$$R_s(\tau) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} R(k) \delta(\tau - kT) \quad (I.21)$$

A densidade espectral de potência correspondente será dada por:

$$G_s(f) = F\{R_s(\tau)\} = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} R(k) e^{-j2\pi kTf}$$

ou

$$G_s(f) = \frac{1}{T} R(0) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} R(k) \cos 2\pi kT f \quad (I.22)$$

O resultado acima, apesar de ter sido obtido para o caso particular em que t_0 tem uma distribuição uniforme, também é válido para todos os outros casos, justamente pela forma como é definido o espectro de potência de um processo aleatório: o espectro do processo é a média estatística dos espectros individuais das funções-amostras. Como o espectro de cada função-amostra é independente de t_0 , o espectro médio não dependerá da função distribuição de probabilidade de t_0 . Portanto, apesar da função de autocorrelação do processo aleatório depender da distribuição de t_0 , o espectro será dependente somente das leis estatísticas de $\{b_n\}$, de forma que a expressão (I.22) tem validade geral.

Considerando agora o sinal $s(t)$, composto pela seqüência de pulsos, resulta da equação (I.15):

$$G_s(f) = \frac{1}{T} |P(f)|^2 \left\{ R(0) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} R(k) \cos 2\pi kT f \right\} \quad (I.23)$$

A equação acima foi obtida pela primeira vez, numa forma ligeiramente diferente, por Bennett [1] em 1958. Na ocasião, esse autor imaginou a referência de tempo como perfeitamente conhecida, considerando que num repetidor regenerativo esse conhecimento é necessário. É evidente agora que a densidade espectral de potência independe do observador e, portanto, dessa referência de tempo.

A expressão da densidade espectral de potência mostra, explicitamente, que o espectro do sinal digital depende de dois fatores: a forma do pulso básico transmitido e o tipo de codificação de linha utilizado. Podemos considerar o espectro da seqüência de pulsos como o produto de dois espectros: o do pulso básico e o do código de linha utilizado. O espectro do pulso básico condiciona mas não determina o espectro do sinal, pois precisamos considerar também a contribuição do código de linha. Veremos, ao estudarmos a equalização, a importância do controle do espectro, principalmente em baixas-frequências, e também porque este controle é feito mais facilmente pela escolha do processo de codificação que pela conformação do pulso básico.

É fato notável que o espectro correspondente ao código tenha um caráter pe

[1] BENNETT, W.R. - Statistics of Regenerative Digital Transmission, BSTJ, Nov/58, pp.1501-1542.

riódico, com período igual ao inverso da taxa de símbolos, isto é:

$$G_s, \left(f + \frac{n}{T} \right) = G_s, (f) , n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Com isto, o controle do espectro em torno de $f=0$ garantirá também o controle em torno de $1/T$, o que será importante quando se tratar das interferências produzidas por sinais MCP.

Cabe observar que existe um e somente um caso em que o espectro de $s(t)$ coincide com o do pulso básico. Isto ocorre quando:

$$R(0) = 1$$

$$R(k) = 0 , k \neq 0$$

Nesta situação,

$$G_s(f) = \frac{|P(f)|^2}{T}$$

A expressão encontrada por Bennett considerava explicitamente o caso em que $\langle b_n \rangle$ é diferente de zero pois isto implica no aparecimento de raias no espectro de $x(t)$. Vejamos como isso acontece: no caso geral, a função de autocorrelação tem o seguinte comportamento:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} R(k) = \langle b_n \rangle^2 \tag{I.24}$$

pois dois símbolos b_i e b_j tendem a se tornar independentes conforme a distância entre eles aumenta. Podemos reescrever $R(k)$ como:

$$R(k) = R(k) - \langle b_n \rangle^2 + \langle b_n \rangle^2$$

Levando esse resultado à expressão (I.21):

$$R_s, (\tau) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} [R(k) - \langle b_n \rangle^2] \delta(\tau - kT) + \frac{\langle b_n \rangle^2}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\tau - kT)$$

Fazendo a transformação de Fourier e lembrando que

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT)$$

é uma função periódica, de frequência $1/T$, cuja transformada é dada por:

$$F \left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT) \right\} = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta \left(f - \frac{k}{T} \right)$$

resulta:

$$G_s(f) = \frac{1}{T} |P(f)|^2 \left\{ R(0) - \langle b_n \rangle^2 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} [R(k) - \langle b_n \rangle^2] \cos 2\pi kT f \right\} + \frac{\langle b_n \rangle^2}{T^2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} |P(k/T)|^2 \delta \left(f - \frac{k}{T} \right) \tag{I.25}$$

Na expressão acima, vemos que $G_s(f)$ é composto de duas parcelas. A primeira

é uma função contínua da frequência, no sentido de que assume valores para quaisquer frequências; evidentemente, essa função pode não ser contínua no sentido matemático estrito. A segunda é uma sucessão de impulsos (raias) nas frequências múltiplas de $1/T$. Essa última parte representa o conteúdo periódico do sinal digital e cada impulso representa a amplitude de uma senóide nas frequências $1/T, 2/T, 3/T, \dots$, respectivamente, enquanto que o impulso em $f=0$ representa a componente CC do sinal digital. A presença dessas componentes periódicas têm duas implicações importantes. A primeira consiste na possibilidade da extração da onda de tempo pela utilização de um filtro passa-faixa, sintonizado em $1/T$. A segunda, no aparecimento de um comportamento periódico de $R_s(\tau)$, quando $\tau \rightarrow \infty$. Com efeito, se:

$$s(t) = s'(t) * p(t)$$

pode-se mostrar [2] que:

$$R_s(\tau) = R_{s'}(\tau) * q(\tau)$$

onde $q(\tau) = p(\tau) * p(-\tau)$

Portanto,

$$R_s(\tau) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} [R(k) - \langle b_n \rangle^2] q(\tau - kT) + \frac{\langle b_n \rangle^2}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} q(\tau - kT)$$

Como, por hipótese,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} [R(k) - \langle b_n \rangle^2] = 0$$

e admitindo também que

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} q(\tau - kT) = 0,$$

$R_s(\tau)$ terá um comportamento periódico para $\tau \rightarrow \infty$, desde que $\langle b_n \rangle \neq 0$, pois

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} q(\tau - kT)$$

será uma função periódica, de período T .

As raias do espectro de $G_s(f)$ representam concentrações de energia em frequências discretas, isto é, mostram que o sinal $s(t)$ contém senóides em seu interior. As amplitudes dessas senóides são iguais a $2 \langle b_n \rangle / T |P(k/T)|$. Não devemos perder de vista que essa amplitude é uma amplitude média, tomada sobre todo o conjunto de funções-amostras de $s(t)$.

Se a seqüência $\{b_n\}$ for ergódica, todos os espectros, correspondentes a cada função-amostra, serão iguais entre si, portanto, as senóides embutidas em qualquer função-amostra terão sempre amplitudes iguais a $2 \langle b_n \rangle / T |P(k/T)|$. Todavia, não é necessário impor-se a condição de ergodicidade à seqüência $\{b_n\}$ para garantir-se a igualdade das amplitudes das senóides. A amplitude da senóide contida numa particular função amostra, numa frequência k/T , é dada por:

$$|C_k| = 2 \lim_{N \rightarrow \infty} \left| \frac{1}{2NT} \int_{-NT}^{NT} s(t) e^{-j2\pi kt/T} dt \right| =$$

[2] LATHI, B.P. - Transmission and Filtering of Random Signals. Intern. Text Book Co., 1ª ed, 1968, p.233.

$$\begin{aligned}
 &= 2 \lim_{N \rightarrow \infty} \left| \frac{1}{2NT} \int_{-NT}^{NT} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \delta(t-nT) p(t) e^{-j2\pi kt/T} dt \right| = \\
 &= 2 \lim_{N \rightarrow \infty} \left| \frac{1}{2NT} \int_{-NT}^{NT} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \delta(t-nT) e^{-j2\pi kt/T} dt \right| \cdot |P(k/T)| = \\
 |C_k| &= 2 \lim_{N \rightarrow \infty} \left| \left(\frac{1}{2NT} \sum_{n=-N}^N b_n \right) \right| \cdot |P(k/T)|
 \end{aligned}$$

ou:

$$|C_k| = 2 \frac{|\bar{b}_n|}{T} \cdot |P(k/T)|$$

Para que essa amplitude seja igual à amplitude média do processo, é necessário que:

$$|\bar{b}_n| = |\langle b_n \rangle|$$

que é uma condição mais branda que a de ergodicidade.

Nossa análise espectral de um sinal digital MAP não estará completa se não fizermos uma comparação com os sinais AM. Uma onda AM é geralmente reconhecida como o resultado da modulação de uma senóide, a portadora, por um sinal modulador. A onda MAP, apesar de poder ser encarada como o resultado de uma modulação de amplitude, não apresenta, explicitamente, uma portadora senoidal, e não podemos dizer que a seqüência digital $\{b_n\}$ constitui um sinal modulador, ao menos no seu sentido comum. Contudo, o espectro de um sinal MAP apresenta certas semelhanças com o de um sinal AM que merecem ser melhor examinadas. Para tal, consideremos um sinal MAP na sua forma mais pura, isto é, constituído por uma série de impulsos infinitamente estreitos:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \delta(t-nT)$$

Já vimos que uma função-amostra de $s(t)$ possuirá em seu bojo uma série de senóides nas frequências $1/T, 2/T, 3/T$, todas com a mesma amplitude $(2|\bar{b}_n|)/T$. Além disso, o espectro de $s(t)$ contém uma parte contínua que, conforme mostraremos, pode ser considerada como composta por bandas laterais das senóides nas frequências $1/T, 2/T, 3/T, \dots$. Para demonstrarmos essa propriedade da parte contínua do espectro de $s(t)$, consideremos a transformada de Fourier de um truncamento, de comprimento $2NT$, de uma função-amostra, para $f = 1/T + \Delta f$:

$$\begin{aligned}
 X_{2NT}(1/T + \Delta f) &= \int_{-NT}^{NT} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \delta(t-nT) e^{-j2\pi(1/T + \Delta f)t} dt = \\
 &= \int_{-NT}^{NT} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \delta(t-nT) e^{-j2\pi t/T} e^{-j2\pi \Delta f t} dt
 \end{aligned}$$

Como $\delta(t-nT)$ só existe em $t = nT$:

$$X_{2NT}(1/T + \Delta f) = \sum_{n=-N}^N b_n e^{-j2\pi n \Delta f T}$$

isto é:

$$X_{2NT}(1/T + \Delta f) = X_{2NT}(\Delta f)$$

(I.26a)

Com o mesmo procedimento, encontraremos:

$$X_{2NT}(1/T - \Delta f) = \sum_{n=-N}^N b_n e^{j2\pi n \Delta f T}$$

e portanto:

$$X_{2NT}(1/T - \Delta f) = X_{2NT}^*(1/T + \Delta f) \quad (I.26b)$$

Do resultado acima podemos concluir que existe uma simetria no espectro de $s(t)$ em torno da frequência $1/T$, de forma que se a senóide na frequência $1/T$ puder ser considerada como uma portadora, é perfeitamente lícito dizer-se que as componentes espectrais em torno se constituem em suas bandas laterais. Aliás, podemos mostrar sem esforço que isso também é válido para as outras "portadoras" em $2/T, 3/T, \dots$. Sob esse enfoque, o sinal MAP se nos apresenta como uma generalização do sinal AM. Não deve, entretanto, ser considerado como uma simples soma de infinitos sinais AM, com portadoras em $1/T, 2/T, 3/T, \dots$ e respectivas bandas laterais, pois não podemos dizer que uma determinada componente do espectro contínuo de $s(t)$ é banda lateral de uma determinada portadora, e não de outra. Com efeito, se uma componente na frequência $1/T + \Delta f$ puder ser considerada banda lateral da portadora em $1/T$ - tendo, pois, como companheira a banda lateral na frequência $1/T - \Delta f$ - poderá também ser considerada banda da portadora em $2/T$, sendo sua companheira, então, a componente em $3/T - \Delta f$. As bandas laterais são compartilhadas por todas as portadoras e, ao mesmo tempo em que pertencem ao conjunto das portadoras, não pertencem a nenhuma delas, em particular. Essa ambigüidade desaparece, entretanto, quando se filtra o sinal MAP por um sistema $H(f)$ de faixa estreita como, por exemplo, um filtro sintonizado em $1/T$, a frequência da taxa de dígitos, com o objetivo de se extrair a onda de relógio. Devido à limitação da faixa do filtro, podemos considerar como relevantes apenas a raia em $1/T$ e as componentes do espectro contínuo de $x(t)$ em torno dessa frequência. A raia, então, se comportará como uma portadora verdadeira, e as componentes espectrais em torno de $1/T$ como suas bandas laterais. Devido ao caráter aleatório do sinal digital, o resultado da filtragem será uma senóide modulada em amplitude de forma também aleatória. Se a resposta $H(f)$ do filtro for simétrica em torno de $1/T$, não aparecerá modulação de fase, de forma que se pode obter uma onda de relógio perfeita, sem modulações de amplitude e de fase ao se empregar um limitador ideal de amplitude.

Na prática, o sinal $s(t)$ é constituído por uma seqüência de pulsos e não por impulsos infinitamente estreitos, como supusemos de início. Esse fato não altera as nossas considerações pois o sinal real pode ser considerado o resultado da filtragem de uma seqüência de impulsos, incluindo-se a transformada de Fourier do pulso básico na resposta do sistema em análise, isto é, podemos definir:

$$H'(f) = P(f) \cdot H(f)$$

onde $H(f)$ é a resposta do sistema original, $P(f)$ é a t.d.f. do pulso básico e $H'(f)$ a resposta do sistema modificado.

Usando $H'(f)$ em lugar de $H(f)$ podemos manter todo o raciocínio anterior.

A estrutura peculiar do sinal MAP também transparece quando consideramos o seu caráter aleatório. Consideremos a T.F. de um truncamento do sinal $s(t)$:

$$X_{2NT}(f) = \int_{-NT}^{NT} s(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

e o limite:

$$\lim_{2NT \rightarrow \infty} \frac{1}{2NT} \langle X_{2NT}(f_1) X_{2NT}(f_2) \rangle$$

Para um sinal estacionário [3]:

$$\lim_{2NT \rightarrow \infty} \frac{1}{2NT} \langle X_{2NT}(f_1) X_{2NT}(f_2) \rangle = \begin{cases} G_s(f), & f_1 = f_2 = f \\ 0, & f_1 \neq f_2 \end{cases}$$

Contudo, para o sinal MAP, $s'(t)$, composto por impulsos, sabemos (ver eq.(I.26a) e (I.26b) que:

$$X_{2NT}(1/T + \Delta f) = X_{2NT}^*(1/T - \Delta f) = X_{2NT}(\Delta f)$$

e portanto:

$$\begin{aligned} \lim_{2NT \rightarrow \infty} \frac{1}{2NT} \langle X_{2NT}(1/T + \Delta f) X_{2NT}(1/T - \Delta f) \rangle &= \\ = \lim_{2NT \rightarrow \infty} \frac{1}{2NT} \langle X_{2NT}(\Delta f) X_{2NT}^*(\Delta f) \rangle &= \\ = G_s(\Delta f) \neq 0 \end{aligned}$$

O sinal $s'(t)$, da forma como foi definido, não é, portanto, estacionário. A introdução de uma fase aleatória poderia transformá-lo em estacionário, porém as considerações sobre seu comportamento, típico de um sinal AM (ao menos sob o ponto de vista de filtragem de banda estreita) continuariam inalteradas.

Conteúdo de Informação Temporal

Na regeneração da seqüência de pulsos feita pelos repetidores regenerativos, faz-se necessário o comando de um relógio que tenha a freqüência exatamente igual à taxa de dígitos. Isso poderia ser conseguido, por exemplo, sincronizando-se um oscilador local com um tom piloto transmitido juntamente com o sinal digital. Para se minimizar as interferências poder-se-ia inserir a freqüência do tom num dos nulos do espectro do sinal digital. No caso de sistemas de 2,048 Mdígitos/s que utilizassem pulsos retangulares com fator de ocupação igual a 100%, o primeiro nulo do espectro ocorreria em 2,048 MHz. Seria possível transmitir-se o tom piloto nessa freqüência, obtendo-se dele a onda de relógio através de um filtro de faixa estreita sintonizado exatamente em 2,048 MHz. Os inconvenientes dessa técnica residem na grande atenuação que um sinal dessa freqüência sofreria ao se propagar por um cabo telefônico, na dificuldade de se controlar o desvio de fase introduzido pelo cabo e, finalmente, na grande interferência que resultaria entre os tons pilotos de sistemas MCP que trabalham num mesmo cabo.

Em vista das dificuldades na recuperação da onda de relógio por esse método, passou-se a utilizar a própria seqüência de pulsos para tal finalidade. Se a seqüência apresenta um espectro que já contém uma raia na freqüência da taxa de símbolos, é suficiente a utilização de um filtro de faixa suficientemente estreita para se extrair essa senóide, a partir da qual se obtém a onda de relógio. Caso o espectro da seqüência não apresente raias na freqüência da taxa de símbolos, elas podem ser criadas por um processamento não-linear do sinal.

O grande inconveniente da recuperação da onda de relógio a partir da seqüência digital, reside na aleatoriedade da seqüência. Caso ocorram sucessões longas de símbolos nulos, corre-se o risco de se perder a informação da onda de relógio. Essa possibilidade existe sempre com uma certa probabilidade para a seqüência digital binária $\{a_n\}$ e caso não sejam tomadas certas providências, poder-se-ia ter também essa possibilidade para a seqüência $\{b_n\}$ enviada à linha. Isso justifica a elaboração de códigos tipo

[3] ROWE, H.E. - Signals and Noise in Communication Systems.

ADM* e PTS** que não permitem seqüências de zeros de comprimentos maiores que um limite determinado.

Cabe observar, finalmente, que a amplitude da raia em $f = 1/T$ é proporcional a $\langle b_n \rangle$, que dá o grau de desbalanceamento do código. Essa constatação justifica, imediatamente, a necessidade da introdução de um desbalanceamento no processo da extração da onda de relógio quando o código é balanceado.

1.3. EXEMPLOS DE CÓDIGOS MAIS UTILIZADOS

Código Unipolar

O código unipolar é utilizado nos circuitos lógicos TTL e na transmissão de sinais digitais quando é viável o acoplamento direto entre estágios ou circuitos. Ter-se-á uma codificação unipolar se fizermos $b_n = a_n$, ou seja, se a seqüência digital transmitida para a linha for feita igual à seqüência original recebida. Na figura abaixo vemos um sinal típico unipolar e a seqüência binária correspondente, quando se utiliza como pulso básico um pulso retangular com fator de ocupação igual a 50%.

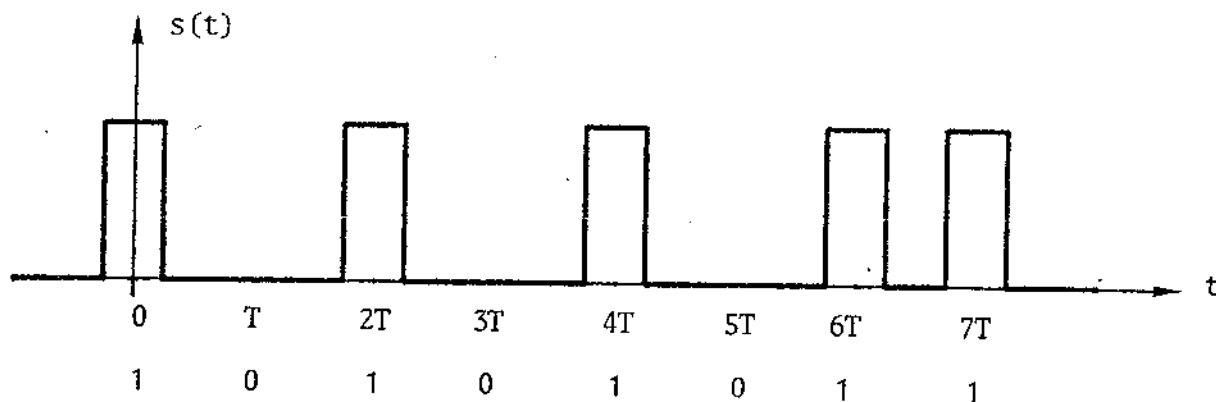


Fig. I.8 - Sinal Unipolar

O código unipolar apresenta uma eficiência de 100% e, por isso mesmo, não permite a detecção dos erros introduzidos pelos repetidores. Como todas as seqüências são igualmente possíveis e equiprováveis, o receptor MCP do final da cadeia de transmissão não tem condições de detetar, e muito menos corrigir, a introdução de erros pelos repetidores regenerativos.

Outro aspecto importante do código unipolar é o seu espectro desfavorável para transmissão em linha bifilar acoplada por transformadores. Das expressões (I.1a) e (I.1b) temos:

$$\text{Prob}(b_n = 0) = \text{Prob}(b_n = 1) = 1/2$$

$$\langle b_n b_m \rangle = \begin{cases} 1/4 & n \neq m \\ 1/2 & n = m \end{cases}$$

logo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle b_n \rangle = 1/2 \\ R(k) = \begin{cases} 1/2 & k = 0 \\ 1/4 & k \neq 0 \end{cases} \end{array} \right.$$

* ADM = Alta Densidade de Marcas

** PTS = Par Ternário Selecionado

Substituindo na expressão (I.25) de Bennett, resulta:

$$G_s(f) = \frac{|P(f)|^2}{4T} + \frac{|P(f)|^2}{4T^2} \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} (f - k/T) \quad (I.27)$$

O espectro do sinal resultante da codificação unipolar é composto de uma parte contínua, que é modelada pelo espectro do pulso básico $p(t)$ e por uma série de raias nos múltiplos da taxa de símbolos. As amplitudes dessas raias são proporcionais ao espectro do pulso básico. Vemos na Fig. I.9 o espectro correspondente a um pulso básico com fator de ocupação igual a 50%. Esse espectro apresenta algumas características não interessantes para a transmissão em linha bifilar. A primeira consiste na presença das raias, que podem provocar interferências indesejáveis, especialmente aquela em $1/T$. A raia em $f=0$ mostra que o sinal $s(t)$ apresenta um nível de CC, que seria bloqueado pelos transformadores de acoplamento. Este último problema poderia, entretanto, ser facilmente contornado no receptor MCP pela introdução de um nível CC ou pela mudança do limiar de decisão.

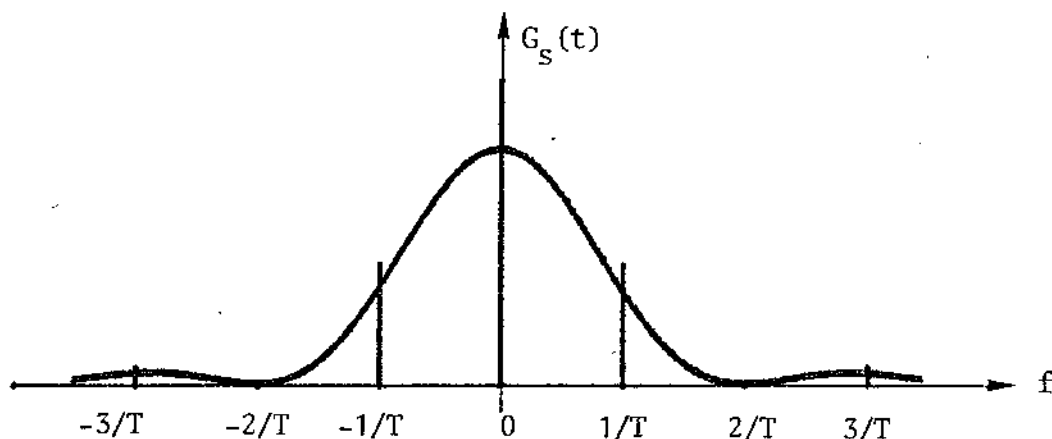


Fig. I.9 - O espectro correspondente ao código unipolar

Outra característica indesejável do espectro desse código é a grande intensidade da parte contínua em frequências próximas de zero. O uso de transformadores de acoplamento eliminaria as componentes de baixa frequência do sinal, introduzindo um fenômeno chamado de "flutuação do nível CC". O problema se torna tanto mais importante quanto maior for a frequência de corte nas baixas dos transformadores de acoplamento. Iremos analisar com mais rigor este assunto quando estudarmos a equalização.

Resta - nos examinar o código unipolar sob o aspecto da extração da onda de relógio. A presença da raia em $1/T$ - nociva quando se faz a transmissão em linha bifilar - significa que é possível a extração da onda de tempo simplesmente utilizando-se um filtro passa-faixa centrado na frequência da taxa de dígitos. A faixa de passagem deve ser feita a mais estreita possível para que a componente captada devido à parte contínua do espectro não seja perturbadora. Essa componente tem o efeito de introduzir uma modulação em amplitude na senóide resultante da filtragem. A amplitude média da senóide é proporcional à amplitude da raia em $f = 1/T$, isto é, depende diretamente do valor de $\langle b_n \rangle / T$. Neste aspecto, o código unipolar é satisfatório, já que a taxa de pulsos é igual a $1/2$ ($\langle b_n \rangle = 1/2$), porém, existe o perigo da ocorrência de uma sequência tão longa de zeros que possa levar no final, à uma amplitude tão pequena da senóide na saída do filtro passa-faixa, ocasionando a perda temporária da onda de relógio.

Na Fig. I.10 vemos uma situação típica onde se manifesta a perda da onda de relógio pelo aparecimento de uma seqüência muito longa de zeros, quando o sistema empregado para a recuperação da onda de tempo consiste na utilização de um tanque LC, sintonizado na freqüência igual à taxa de símbolos.

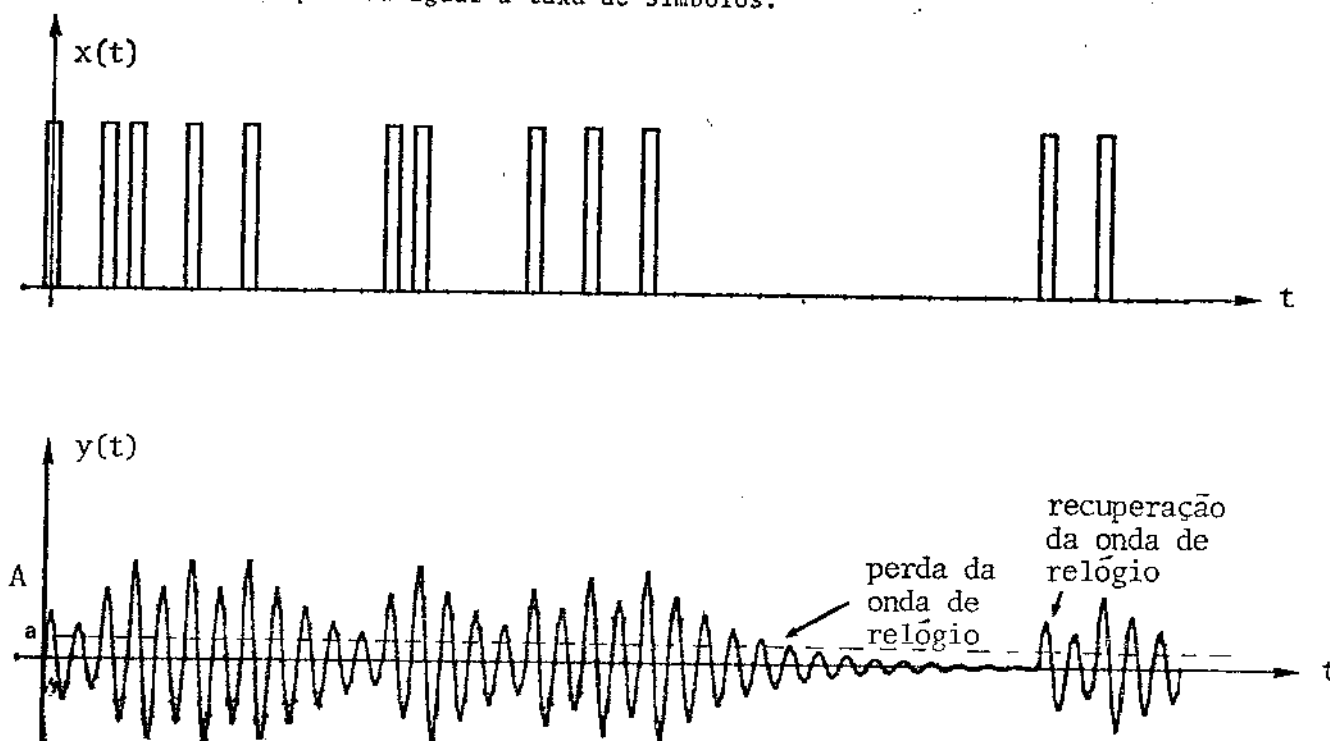


Fig. I.10 - Pulsos de excitação e saída

Devido à irregularidade da chegada dos pulsos de excitação do tanque, aparece uma modulação em amplitude da senóide resultante. A senóide tem uma tendência de aumentar de amplitude com a chegada de pulsos e, inversamente, tende a desaparecer com a falta deles. A rapidez com que a amplitude da senóide reage às variações da excitação depende do fator de qualidade Q do circuito LC: quanto maior o Q , mais lentas serão as modulações da amplitude. A amplitude da senóide gerada apresentará um valor médio que designaremos por A ; o valor, instantâneo da amplitude estará ora acima, ora abaixo desse valor médio. O que nos interessa observar do ponto de vista da recuperação da onda de tempo, são os instantes em que a amplitude cai abaixo de um valor crítico quando, então, tudo se passa para os circuitos que utilizam o sinal sobre o tanque como se o sinal houvesse desaparecido. Esse valor crítico depende do tipo específico do circuito de recuperação da onda de tempo, e deve ser feito o menor possível. Chamando esse valor de a , o que importa para se analisar o desempenho do sistema de extração da onda de tempo é a relação a/A ; a amplitude A , por sua vez, é proporcional ao valor da raia do espectro de $x(t)$ em $f = 1/T$, que pode ser determinada através da expressão (I. 25).

Em vista da existência de um limiar a e considerando-se que o fator de qualidade do tanque LC seja suficientemente alto (na prática escolhe-se valores entre 40 e 100) podemos afirmar que haverá perda da onda de relógio sempre que ocorrer uma seqüência de zeros suficientemente longa que faça a amplitude da senóide cair abaixo do limiar a .

Para a análise que se segue, iremos considerar que a amplitude da senóide, imediatamente antes do início da seqüência longa de zeros, seja igual a A . Esta hipótese será tanto mais realística quanto maior for o fator de qualidade do tanque. Na Fig. I.11 vemos o comportamento do tanque com a chegada da seqüência de zeros.

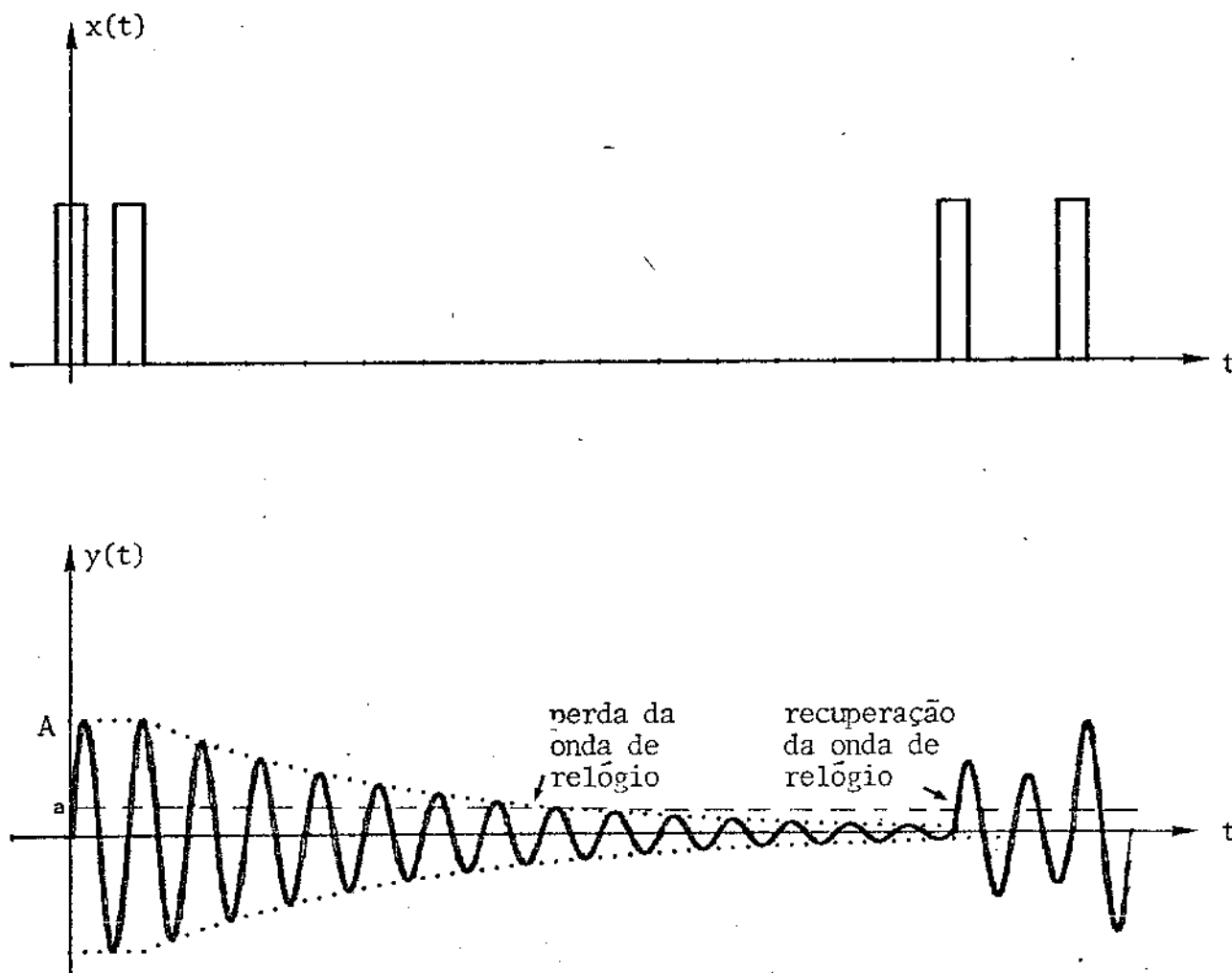
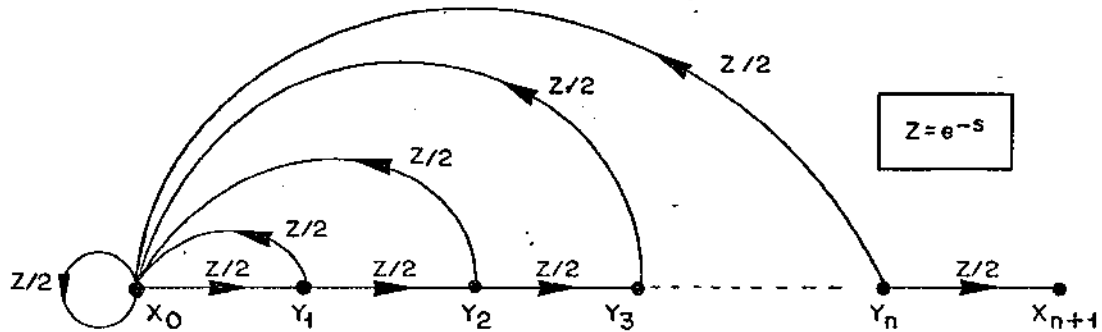


Fig. I.11 - Comportamento do tanque com a chegada de uma seqüência longa de zeros

Durante a ausência de pulsos de excitação, a tensão sobre o tanque consiste numa senóide que se amortece exponencialmente, segundo uma função do tipo $e^{-\alpha t}$, onde $\alpha = \pi f_0/Q$ e f_0 é a frequência de ressonância do circuito LC. A partir do instante em que a amplitude cai abaixo do limiar a , perde-se a informação de relógio e o regenerador, conforme veremos no Capítulo VI, deixa de enviar pulsos à secção de linha seguinte. Essa situação não implicará em erros de regeneração enquanto perdurar a seqüência de zeros. Todavia, com a chegada subsequente dos primeiros pulsos ocorrerá, devido à ausência da informação de relógio, o aparecimento de erros de omissão. Aparece aqui uma interessante contradição intrínseca a esse tipo de transmissão: a chegada da longa seqüência de zeros faz desaparecer o relógio; porém, a perda da onda de relógio não resulta necessariamente em erros de regeneração. Estes aparecerão somente quando surgirem os primeiros pulsos de excitação necessários à recuperação da onda de tempo. É como se ocorresse uma injustiça no mundo dos sinais: a seqüência de zeros que provoca a perda da onda de relógio, é regenerada corretamente, enquanto que os pulsos, responsáveis pela recuperação do relógio, são regenerados incorretamente. O aparecimento de erros de omissão faz com que o número de zeros do sinal regenerado fique aumentado em pelo menos uma unidade, o que pode trazer transtornos quando se utiliza uma linha com muitos estágios de regeneração idênticos.

Para a avaliação do desempenho do sistema de extração do sinal de relógio de vemos determinar as frequências estatísticas das seqüências de zeros ao longo de uma seqüência de dígitos binários equiprováveis e independentes. Para isso, admitiremos que

a seqüência com n "0" é iniciada e terminada com um dígito "1", de forma a se garantir que essa seqüência não seja parte de uma seqüência maior de "0". O fluxograma correspondente ao aparecimento desta seqüência para uma taxa de transmissão unitária, será o seguinte:



X_0 representa o dígito "1" de partida e X_{n+1} o dígito "1" de chegada, Y_1, Y_2, \dots, Y_n representam os n "0" da seqüência.

A transmitância de X_0 para X_{n+1} será dada por:

$$U(Z) = \frac{(Z/2)^{n+1}}{1 - \sum_{i=1}^{n+1} (Z/2)^i} \quad (I.28)$$

O intervalo de tempo médio para o sistema ir de X_0 e X_{n+1} será [*]:

$$\langle t \rangle = \left. \frac{dU(Z)}{dZ} \right|_{Z=1}$$

$$\langle t \rangle = 2^{n+2} - 2 \quad (I.29)$$

Visto de outra forma, $2^{n+2} - 2$ será o número médio de dígitos que ocorrerão para se chegar a uma seqüência com n "0" consecutivos, dado que se partiu de um dígito "1". Logo, a taxa média de ocorrência da seqüência com n "0" será igual a $1/(2^{n+2} - 2)$.

Admitindo-se que o sistema de extração da onda de relógio entre em colapso quando ocorrer uma seqüência com n_{\min} "0", o mesmo se dará para seqüências com $(n_{\min}+1)$ "0", $(n_{\min}+2)$ "0", etc. Logo, a taxa de interrupção do sistema de extração de relógio será igual a:

$$\text{taxa} = \sum_{i=n_{\min}}^{\infty} \frac{1}{2^{i+2} - 2} \quad (I.30)$$

ou

$$\text{taxa} = \sum_{i=n_{\min}}^{\infty} \frac{1}{2^{i+2}}$$

$$\text{taxa} \approx 1/(2^{n_{\min}+1}) \quad (I.31)$$

Impondo, por exemplo, uma taxa $\leq 10^{-7}$, concluiremos que $n_{\min} = 25$, enquanto que para uma taxa $\leq 10^{-10}$, $n_{\min} = 35$.

O conhecimento de n_{\min} nos permite estabelecer certos parâmetros do sistema de extração da onda de relógio. A envoltória da senóide sobre o tanque após a chegada

[*] Ver Suplemento.

do surto de zeros será dada por:

$$A e^{-\pi t/QT}$$

onde A é a amplitude imediatamente antes da chegada do surto de zeros e Q o fator de qualidade do tanque. A pode ser considerada, em primeira aproximação, como o valor médio da amplitude. Supondo-se que o circuito de extração de relógio entre em colapso se a amplitude da senóide cair abaixo de um limiar a, para que essa possibilidade não se realize com a chegada de surtos com menos de n_{\min} "0", deve-se ter;

$$Q \geq \frac{(n_{\min} - 1)\pi}{\ln(A/a)} \tag{I.32}$$

Vemos na figura abaixo o gráfico dos valores mínimos de Q em função de A/a, para $n_{\min} = 25$ e $n_{\min} = 35$.

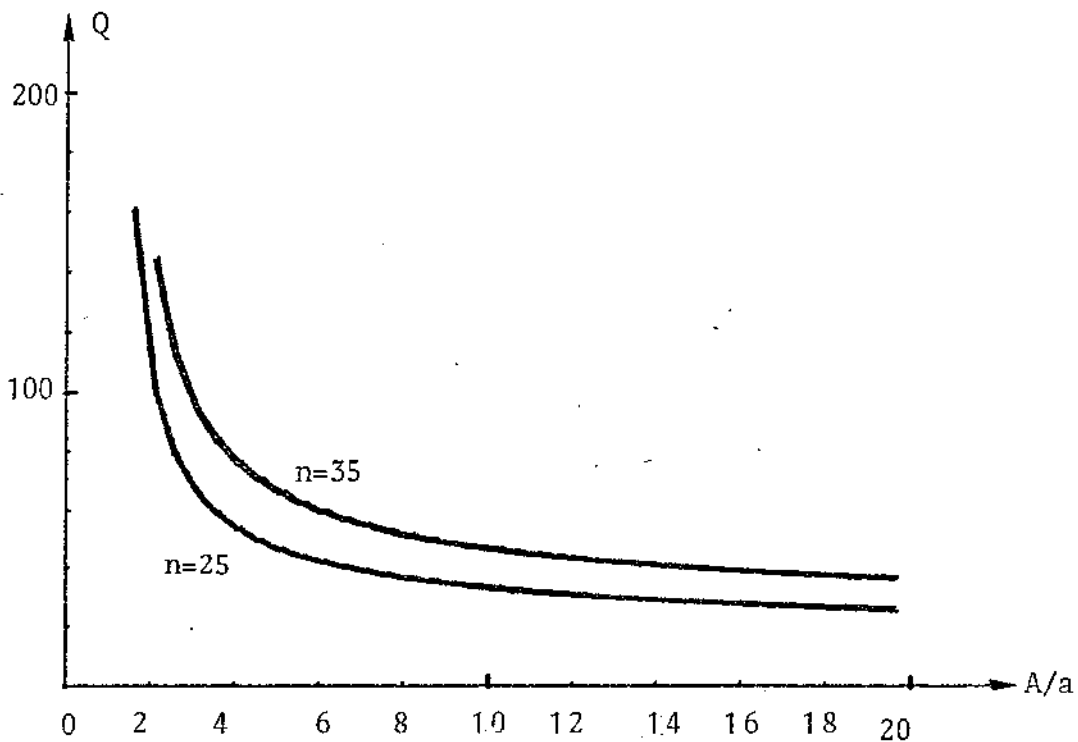


Fig. I.12 - Fator de qualidade mínimo

É usual a utilização na prática de valores de Q entre 40 e 60, que satisfazem a condição (I.32), desde que $A/a > 6,6$ e $A/a > 14,5$, para $n_{\min} = 25$ e $n_{\min} = 35$, respectivamente. Estas condições são facilmente satisfeitas em projetos convencionais de circuitos de extração de relógio.

Código Bipolar

O código bipolar utiliza pulsos positivos para a transmissão de um dígito binário "1" e de um pulso negativo para a transmissão do dígito "0". É, portanto, um código inerentemente mais simétrico que o unipolar. A seqüência de símbolos se relaciona com a seqüência binária pela seguinte relação:

$$b_n = 2(a_n - 1/2) \tag{I.33}$$

portanto:

$$\begin{cases} a_n = 1 \rightarrow b_n = 1 \\ a_n = 0 \rightarrow b_n = -1 \end{cases}$$

ainda:

a) $\text{Prob}(b_n = 1) = \text{Prob}(b_n = -1) = 1/2$

b) $\langle b_n \rangle = 0$

c) $\langle b_n b_m \rangle = \begin{cases} 1, & n = m \\ 0, & n \neq m \end{cases}$ (I.34)

Vemos na figura abaixo um sinal bipolar típico e a seqüência binária correspondente, para utilização de pulsos básicos com fator de ocupação de 50%.

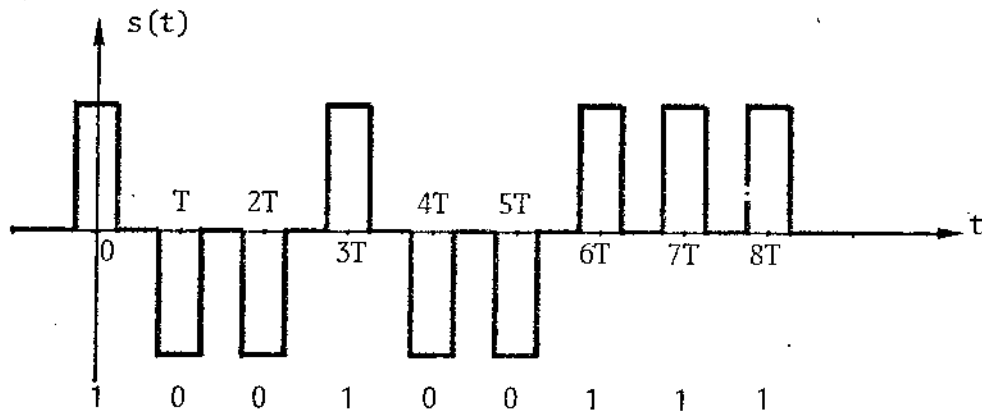


Fig. I.13 - Sinal Bipolar

A seqüência bipolar, tal como a unipolar, apresenta uma eficiência de transmissão igual a 100% e padece dos mesmos problemas da detecção de erros, já estudados. O seu espectro de potência pode ser determinado pela substituição dos valores da expressão (I.34) na expressão de Bennett e resulta:

$$G_s(f) = \frac{1}{T} |P(f)|^2 \tag{I.35}$$

Este é, portanto, o único caso em que o espectro da seqüência tem a mesma forma do espectro do pulso básico. Vemos abaixo o espectro resultante da utilização de pulsos com fator de ocupação igual a 50%.

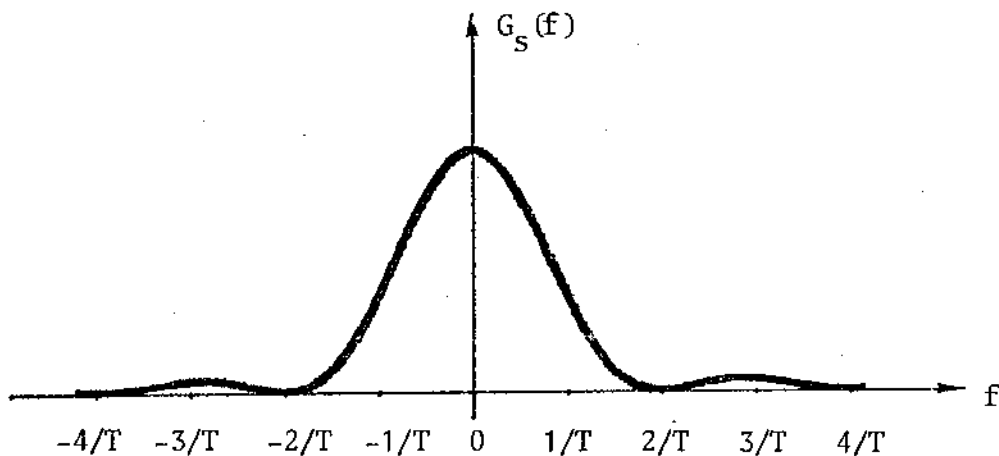


Fig. I.14 - O espectro correspondente ao código bipolar

O espectro do código bipolar apresenta sua maior amplitude em $f = 0$, o que constitui seu maior inconveniente, pois pode trazer problemas quando os acoplamentos com os repetidores são feitos através de transformadores. A falta da raia em $1/T$ não traz dificuldades, já que uma simples retificação transforma o sinal $s(t)$ (que é um sinal aleatório) numa onda quadrada perfeita (um sinal periódico determinístico) que apresenta raias em $f = 0, 1/T, 3/T, 5/T, \dots$. Uma simples retificação realiza o "milagre" de transformar o espectro puramente contínuo da Fig. I.14 num espectro puramente discreto de onda quadrada!

Código Bipolar com Inversão das Marcas Alternadas (IMA)

O código IMA foi concebido com o propósito de remover o principal inconveniente do código unipolar, que consiste em seu espectro desfavorável nas baixas frequências. Na codificação IMA os dígitos binários "0" continuam sendo transmitidos através de uma ausência de pulso na linha; o dígito "1", porém, passa a ser transmitido por um pulso positivo, se o último pulso transmitido foi negativo, ou por um pulso negativo se o último pulso foi positivo. A figura abaixo ilustra o processo de codificação para uma sequência binária típica.

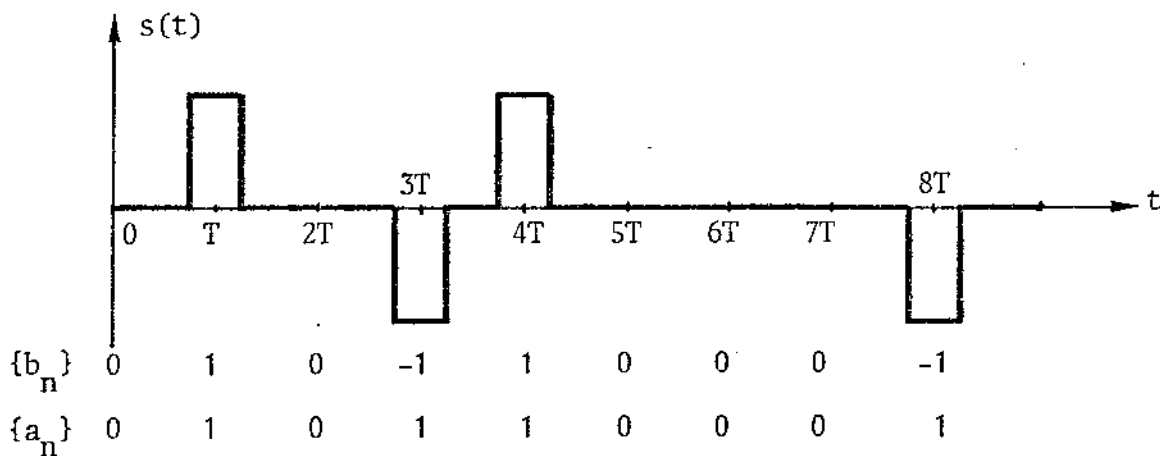


Fig. I.15 - Sinal IMA

O sinal $s(t)$ apresenta três níveis possíveis, $-1, 0$ e 1 , mas como os níveis -1 e 1 representam o mesmo dígito binário "1", o código IMA é considerado um código pseudo-ternário. Se o sinal $s(t)$ representasse uma sequência ternária verdadeira, com níveis igualmente prováveis, a taxa de transmissão de informação seria dada, conforme a expressão (I.3), por:

$$C = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^3 \frac{1}{3} \log_2 3$$

ou

$$C = \frac{1}{T} 1,585 \text{ (bit/s)}$$

Como a taxa de transmissão do código IMA é de $1/T$ (bits/s), sua eficiência será igual a:

$$\eta = 63,1\% \quad (I.36)$$

Esta baixa eficiência do código IMA se explica pela grande redundância que ocorre na transmissão. Por exemplo, o nível zero é transmitido com uma probabilidade igual a $1/2$, enquanto que os níveis -1 e 1 são transmitidos com probabilidade igual a $1/4$. Es

tes valores diferem da probabilidade ótima (do ponto de vista da eficiência) para um código ternário, que seria igual a 1/3. Além disso, se foi transmitido um nível 1, podemos assegurar que o próximo será 0 ou -1 e nunca 1, de sorte que também podemos de-
 tetar uma certa dependência entre símbolos adjacentes. Com efeito:

$$\langle b_n b_m \rangle = \begin{cases} 1/2 & n = m \\ -1/4 & |n - m| = 1 \\ 0 & |n - m| \geq 2 \end{cases} \quad (I.37)$$

A propriedade do código IMA de não permitir a ocorrência de dois pulsos adjacentes de mesma polaridade se revela de extrema utilidade na monitoração de erros, já que a introdução de um erro de regeneração na seqüência ternária trará como consequência fatal a violação da regra IMA. Cabe observar que a introdução de erros múltiplos nem sempre viola a regra IMA de forma que a simples contagem das violações não coincide necessariamente com o número de erros introduzidos.

Usando os resultados da expressão (I.37) e sabendo que $\langle b_n \rangle = 0$, chegamos, a partir da expressão de Bennett, à seguinte densidade espectral:

$$G_s(f) = \frac{1}{T} |P(f)|^2 \{1/2 - 1/2 \cos 2\pi T f\}$$

ou

$$G_s(f) = \frac{1}{T} |P(f)|^2 \text{sen}^2 \pi T f \quad (I.38)$$

O gráfico correspondente à expressão acima se vê na Fig. I.16, considerando-se que o pulso básico tem largura igual a T/2.

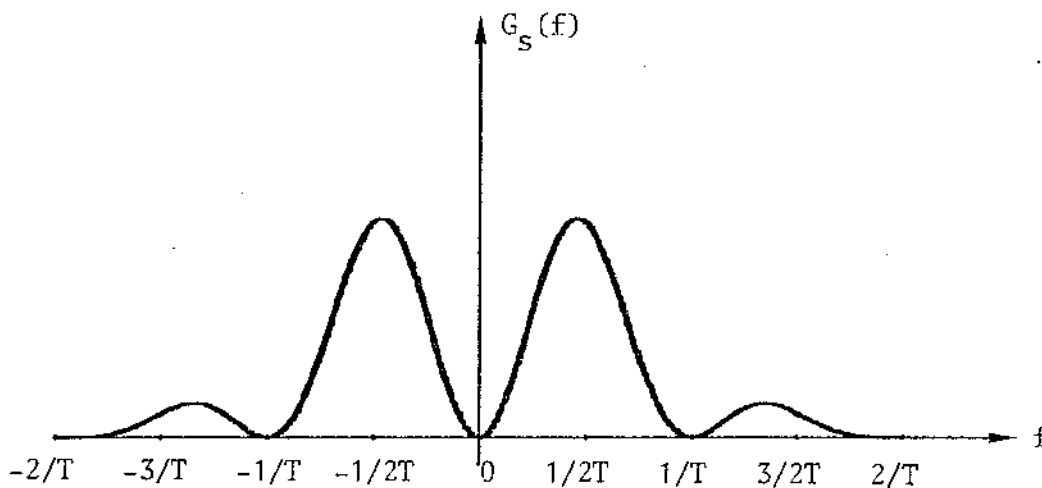


Fig. I.16 - O espectro do sinal IMA

O espectro do sinal IMA se anula em $f = 0$ e em todos os múltiplos da taxa de símbolos. Para frequências muito baixas podemos fazer as seguintes aproximações:

$$|P(f)|^2 \approx T^2/4$$

$$\text{sen}^2 \pi T f \approx (\pi T f)^2$$

O espectro do sinal IMA pode, portanto, ser aproximado nas baixas frequências para:

$$G_s(f) \approx \frac{\pi^2 T^3 \cdot f^2}{4} \quad (I.39)$$

A aproximação é válida, com erro relativo menor que 10%, para frequências

menores que $0,15/T$. A expressão (I.39) revela que o espectro do sinal IMA apresenta uma queda parabólica conforme nos aproximamos da origem. Apesar de $G_s(f)$ se anular somente em $f = 0$, o seu decaimento rápido simplifica bastante o projeto dos transformadores de acoplamento, ao contrário dos casos em que são utilizados os códigos unipolar ou bipolar. É também digno de menção a concentração da energia do sinal nas frequências em torno de $f = 1/2T$ e a ausência da raia em $f = 1/T$. Devido a essa ausência, necessita-se aqui, como no caso do sinal bipolar, uma retificação do sinal IMA, antes da extração de relógio, de forma que resulte uma raia na frequência da taxa de símbolos. Assim procedendo, o sinal IMA se converte num sinal unipolar, cuja análise já realizamos. Sob o aspecto da extração de relógio, o código IMA padece, portanto, dos mesmos problemas resultantes do aparecimento de longas seqüências de zeros. Esses problemas, todavia, podem ser contornados, conforme já vimos, pelo projeto adequado do circuito de extração da onda de relógio.

Finalmente, vamos examinar uma interessante maneira de derivar a seqüência IMA de uma seqüência bipolar, a qual se revela muito útil na construção de diagramas de olhos.

O sinal IMA pode ser descrito por:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n p(t-nT)$$

ou

$$s(t) = \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \delta(t-nT) \right] * p(t) \quad (I.40)$$

onde:

$$\left\{ \begin{array}{l} b_n \text{ pode assumir os valores } -1, 0 \text{ e } 1 \\ p(t) \text{ é o pulso básico} \end{array} \right.$$

O sinal $s(t)$ pode ser encarada, de acordo com a expressão acima, como uma seqüência de impulsos, que é modificada por um sistema linear com resposta impulsional $p(t)$. A seqüência de impulsos, por sua vez, pode ser considerada como o resultado da diferenciação de um sinal digital bipolar $\bar{s}(t)$:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \delta(t-nT) = \frac{d}{dt} \bar{s}(t) = \frac{d}{dt} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \text{ret} \left(\frac{t - T/2 - nT}{T} \right) \right]$$

Vemos, na Fig. I.17, um exemplo de como se faz a relação entre a seqüência IMA e a bipolar.

Os símbolos c_n , que formam o sinal bipolar $\bar{s}(t)$, assumem os valores $1/2$ e $-1/2$ e se relacionam com os símbolos b_n na seguinte forma:

$$b_n = c_n - c_{n-1} \quad (I.41)$$

Sempre que ocorrer um pulso em $s(t)$, ocorrerá uma transição correspondente em $\bar{s}(t)$. O sentido da transição dependerá da polaridade do pulso de $s(t)$: um pulso positivo corresponderá a uma transição positiva; um pulso negativo, a uma transição negativa. Como b_n pode assumir três valores possíveis, -1 , 0 ou 1 , podemos ter as seguintes correspondências para c_n :

Se:

$$\begin{array}{l} \text{a) } b_n = 0, \text{ então } \left\{ \begin{array}{l} c_n = 1/2 \\ c_{n-1} = 1/2 \end{array} \right. \quad \text{ou} \quad \left\{ \begin{array}{l} c_n = -1/2 \\ c_{n-1} = -1/2 \end{array} \right. \\ \text{b) } b_n = -1, \text{ então } \left\{ \begin{array}{l} c_n = -1/2 \\ c_{n-1} = 1/2 \end{array} \right. \end{array}$$

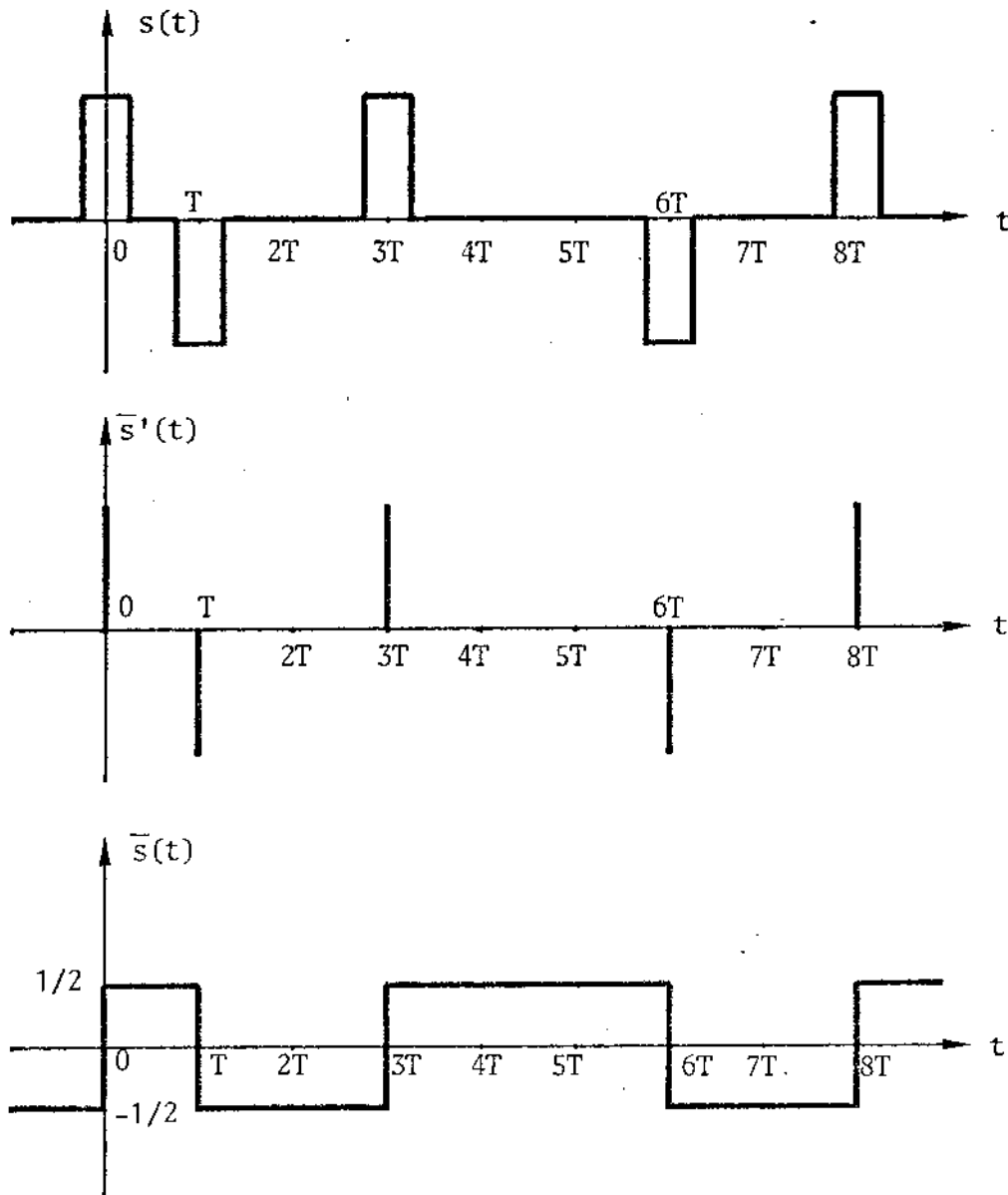


Fig. I.17 - Relação entre a seqüência IMA e a bipolar

c) $b_n = 1$, então $\begin{cases} c_n = 1/2 \\ c_{n-1} = -1/2 \end{cases}$

Os dois valores, $-1/2$ e $1/2$, que c_n pode assumir são igualmente prováveis,

pois:

$$\text{Prob}(c_n = 1/2) = 1/2 \text{ Prob}(b_n = 0) + \text{Prob}(b_n = 1) = 1/2 \cdot 1/2 + 1/4 = 1/2$$

e $\text{Prob}(c_n = -1/2) = 1/2 \text{ Prob}(b_n = 0) + \text{Prob}(b_n = -1) = 1/2 \cdot 1/2 + 1/4 = 1/2$

Além disso:

$$\langle b_n \cdot b_m \rangle = \langle (c_n - c_{n-1}) \cdot (c_m - c_{m-1}) \rangle = \langle c_n \cdot c_m \rangle + \langle c_{n-1} \cdot c_{m-1} \rangle - \langle c_n \cdot c_{m-1} \rangle - \langle c_{n-1} \cdot c_m \rangle$$

Se a seqüência $\{\dots b_n \dots\}$ for estacionária no sentido amplo, $\{\dots c_n \dots\}$ também o será. Definindo, então

$$\langle b_n \cdot b_m \rangle = R_b(n-m)$$

$$\langle c_n \cdot c_m \rangle = R_c(n-m)$$

temos:

$$R_b(n-m) = 2R_c(n-m) - R_c(n-m+1) - R_c(n-m-1) \quad (I.42)$$

Sabendo que:

$$R_b(k) = \begin{cases} 1/2, & k = 0 \\ -1/4, & |k| = 1 \\ 0, & |k| > 1 \end{cases}$$

$$R_c(0) = 1/4$$

Chegamos facilmente à conclusão que:

$$R_c(k) = \begin{cases} 1/4, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases} \quad (I.43)$$

A expressão acima mostra que a seqüência $\{c_n\}$ é formada por símbolos igualmente prováveis e independentes entre si. Isto nos permite derivar todas as propriedades do sinal IMA a partir das propriedades do sinal bipolar. Por exemplo, o espectro do sinal IMA será dado por:

$$G_s(f) = (2\pi f)^2 \cdot G_{\bar{s}}(f) \cdot |P(f)|^2$$

O fator $(2\pi f)^2$ aparece como resultado da diferenciação de $\bar{s}(t)$ para a obtenção de $s(t)$. Usando a expressão (I.35) e considerando que $\bar{s}(t)$ é formado por uma sucessão de pulsos retangulares com fator de ocupação igual a 100% e amplitude igual a 1/2, resulta:

$$G_{\bar{s}}(f) = \frac{1}{T} \left| \frac{T}{2} \text{sinc } Tf \right|^2 = \frac{1}{T} \frac{\text{sen}^2(\pi Tf)}{(2\pi f)^2}$$

e, portanto:

$$G_s(f) = \frac{1}{T} \text{sen}^2(\pi Tf) \cdot |P(f)|^2$$

que é idêntica à expressão (I.38).

Podemos, também, reescrever a expressão (I.40) na forma:

$$\begin{aligned} s(t) &= \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \delta(t-nT) \right] * p(t) = \\ &= \left[\frac{d}{dt} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \text{ret} \left(\frac{t - T/2 - nT}{T} \right) \right] * p(t) = \\ &= \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n [\delta(t-nT) - \delta(t-T-nT)] \right\} * p(t) = \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \{p[t-nT] - p[t-(n+1)T]\} \end{aligned} \quad (I.44)$$

A expressão acima mostra que a seqüência IMA pode ser encarada como uma seqüência bipolar de símbolos independentes, onde o pulso básico assume a forma:

$$q(t) = p(t) - p(t-T)$$

Podemos até dizer que sob o manto ternário do sinal IMA se esconde um sinal bipolar, que se tornaria evidente se o pulso básico $q(t)$ tivesse uma forma mais convencional.

Incidentalmente, a possibilidade de se encarar o sinal IMA como o resultado de uma diferenciação fornece uma solução para o problema de extração da onda de relógio quando se utiliza uma codificação bipolar e o espectro do pulso básico se anula na frequência da taxa de símbolos. Bastaria proceder-se a uma diferenciação do sinal bipolar (transformando-o em sinal IMA), seguindo-se uma retificação para a geração da raia necessária em $f = 1/T$.

CÓDIGOS BIPOLARES COM ALTA DENSIDADE DE MARCAS (ADM)

Os códigos com alta densidade de marcas (em inglês, High Density of Bits = HDB), pretendem aliviar as dificuldades do código IMA na extração da onda de relógio quando o sinal transmitido apresenta seqüências longas de zeros. A codificação ADM não se distingue da IMA enquanto as seqüências de zeros não ultrapassam um certo comprimento n ; chegando, porém, a uma de comprimento maior que n , faz-se a sua substituição por uma outra seqüência, de igual comprimento, composta agora de marcas e zeros. Essas marcas "fantasmas" adicionadas introduzem violações na regra IMA original e podem, por isso, ser reconhecidas durante a decodificação.

A introdução das marcas adicionais deve ser feita de forma criteriosa, de forma que o sinal não apresente nível CC, qualquer que seja a seqüência binária a ser transmitida.

É fácil de ver que a eficácia com que a codificação ADM quebra as longas seqüências de zero depende diretamente do número n escolhido. Com efeito, se $n = 1$, o número de violações introduzidas é máximo e se $n \rightarrow \infty$, o código ADM se aproxima do IMA, para o qual o número de violações é nulo. A escolha de n pequeno pode implicar em dificuldades na equalização, aumento nas interferências entre sistemas MCP que operam no mesmo cabo e num espectro desfavorável nas baixas frequências. Por outro lado, a escolha de n grande traz complicações na construção dos codificadores e decodificadores, de forma que adota-se, na prática, um número n moderado, igual a 3.

O código ADM-3, adotado no Brasil, permite, no máximo, a ocorrência de 3 zeros seguidos. Caso surja uma seqüência com 4 zeros, faz-se a sua substituição por alguma das 4 seqüências abaixo:

-00- 000- 000+ +00+

A escolha da seqüência a ser utilizada, conforme a tabela abaixo, depende da polaridade da última marca transmitida e de qual foi a última seqüência de substituição utilizada.

Última Marca	Última quadra de substituição utilizada	
	000+ ou +00+	000- ou -00-
+	-00-	000+
-	000-	+00+

Note-se que o 4º símbolo da seqüência de substituição é sempre uma marca que representa uma violação em relação ao primeiro símbolo da seqüência (como nos casos +00+ e -00-) ou em relação à última marca transmitida antes da seqüência de zeros. Além disso, ocorre uma alternância na polaridade das marcas que representam violações, com o intuito de não permitir o aparecimento de um nível CC no sinal de linha.

A Fig. I.18 representa uma seqüência binária típica e o sinal de linha correspondente à uma codificação ADM-3.

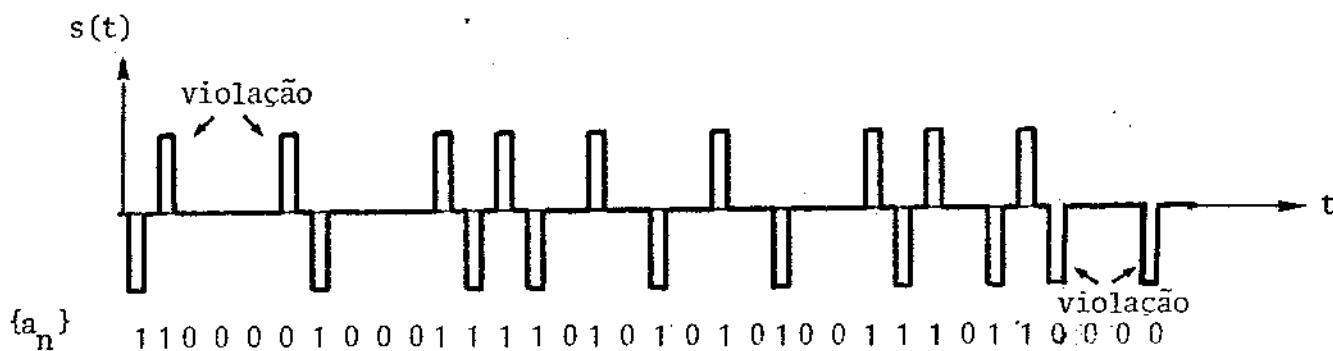


Fig. I.18 - Sinal ADM-3

O código ADM-3, por ser como o IMA um código ternário, apresenta uma eficiência relativamente baixa de 63.1%. A redundância aí implícita permite uma monitoração eficiente da taxa de erros, mesmo sendo esta monitoração um pouco mais complexa que a correspondente ao código anterior.

O espectro do sinal ADM-3 se determina, como qualquer sinal digital MAP, através da fórmula de Bennett (expressão (I.23)), desde que se conheça a função de autocorrelação dos símbolos. Como a determinação desta passa por um longo caminho e envolve longas operações de cálculo, transcreveremos aqui apenas o resultado a que chegamos no suplemento.

O espectro do sinal ADM-3 será dado por:

$$G_s(f) = \frac{1}{T} |P(f)|^2 \frac{\sum_{n=0}^{15} a_n \cos 2\pi nTf}{\sum_{m=0}^{15} b_m \cos 2\pi mTf} \quad (I.45)$$

onde:

$a_0 = 0,31032773$	$b_0 = 0,82612011$
$a_1 = -0,13678535$	$b_1 = 0,47090235$
$a_2 = -0,13796902$	$b_2 = -0,29431775$
$a_3 = -0,04651794$	$b_3 = -0,50936100$
$a_4 = -0,02438221$	$b_4 = -0,44414991$
$a_5 = 0,00161991$	$b_5 = -0,26824588$
$a_6 = 0,01931740$	$b_6 = -0,04331422$
$a_7 = 0,01002958$	$b_7 = 0,06176662$
$a_8 = 0,00268686$	$b_8 = 0,07837296$
$a_9 = 0,01368190$	$b_9 = 0,06159592$
$a_{10} = -0,00021111$	$b_{10} = 0,03574753$
$a_{11} = -0,00009481$	$b_{11} = 0,01636887$
$a_{12} = 0,00000999$	$b_{12} = 0,00610352$
$a_{13} = 0,00005929$	$b_{13} = 0,00192261$
$a_{14} = 0,00003203$	$b_{14} = 0,00042725$
$a_{15} = 0,00000945$	$b_{15} = 0,00006104$

Os gráficos, correspondentes ao caso em que $p(t)$ é um pulso retangular de largura $T/2$, podem ser vistos na figura abaixo, onde se ressaltou também a parte correspondente às baixas frequências.

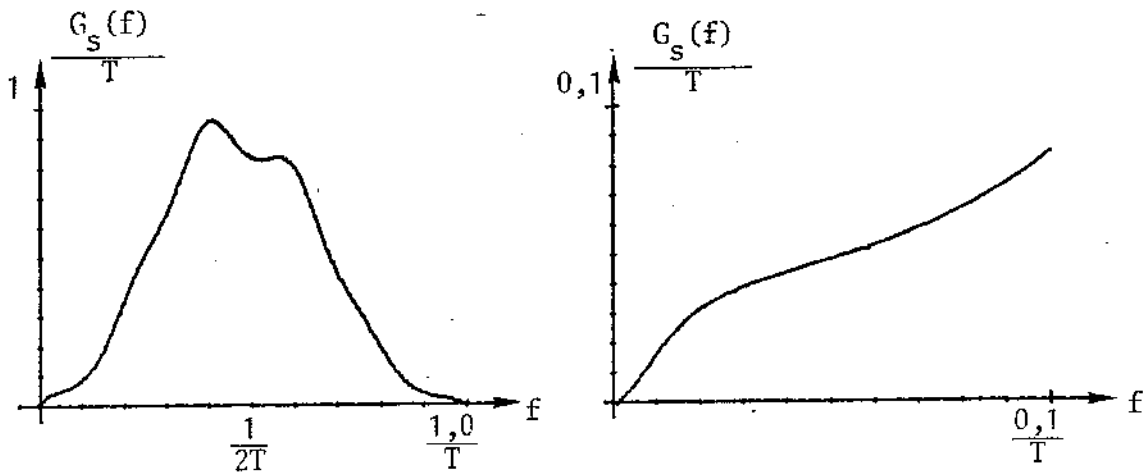


Fig. I.19 - Espectro do sinal ADM-3

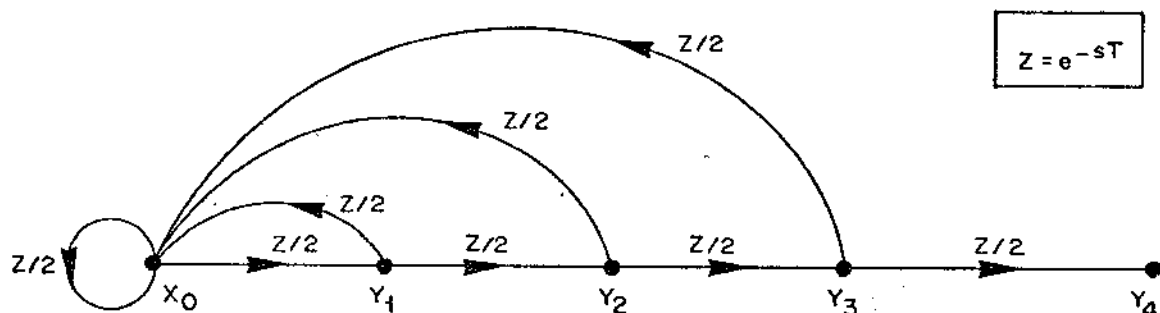
Dentre as diferenças que podem ser notadas entre os espectros dos sinais IMA e ADM-3, destacam-se as seguintes:

- 1) O espectro do sinal ADM-3 apresenta maior amplitude, para qualquer frequência que se considere, implicando na possibilidade de interferências mais intensas.
- 2) Apesar do espectro do sinal ADM-3 se anular em $f = 0$, seu decaimento não é tão rápido quanto o correspondente ao sinal IMA, e, portanto, o uso de transformadores de acoplamento será mais crítico. Como será demonstrado no Capítulo IV, a frequência de corte nas baixas dos transformadores, para o código ADM-3, deverá ser menor que a correspondente à codificação IMA.

A obtenção da onda de relógio poderá ser feita, tal como no caso do sinal IMA, pela simples retificação do sinal e posterior filtragem por um circuito sintonizado em $f = 1/T$. Ao contrário, porém, do sinal IMA, a retificação não resultará num sinal unipolar simples, mas num sinal unipolar acrescido dos pulsos "fantasmas" das violações, que denominaremos de sinal ADM-3. O sinal ADM-3 poderia ser analisado espectralmente usando-se o método apresentado no suplemento, todavia, nos limitaremos aqui apenas à determinação da amplitude da raia em $f = 1/T$, já que dela dependerá a amplitude média da senóide sobre o tanque LC. A parte contínua do espectro, principalmente aquela em torno de $f = 1/T$, será responsável pela modulação em amplitude da senóide recuperada, mas como essa modulação será relativamente pequena por causa da restrição do comprimento dos surtos de zeros, não a consideraremos por enquanto.

A amplitude da raia em $f = 1/T$, conforme mostra a expressão (I.25); depende diretamente de $\langle b_n \rangle$, isto é, da proporção média entre o número de marcas e o número total de símbolos. Para o código unipolar, $\langle b_n \rangle = 1/2$, mas certamente será maior no caso do código ADM-3 pela introdução das violações. Cada violação introduz uma ou duas marcas, conforme mostra a tabela de codificação já apresentada. Como as duas situações ocorrem com a mesma probabilidade, podemos dizer que cada violação contribui, na média, com 1 1/2 marcas. Em vista disso, bastará calcularmos o intervalo de tempo médio entre o aparecimento de duas violações para determinarmos $\langle b_n \rangle$. Para tal, consideremos o fluxograma abaixo, onde X_0 , o nó inicial, representa a chegada de uma marca e

Y_1, Y_2, Y_3 e Y_4 , representam, respectivamente, a chegada do 1º, 2º, 3º e 4º zeros. Ao cançar o nó Y_4 significará o aparecimento de 4 zeros consecutivos e, portanto, a introdução de uma violação.



A transmitância entre X_0 e Y_4 é igual a:

$$U(z) = \frac{(z/2)^4}{1 - z/2 - (z/2)^2 - (z/2)^3 - (z/2)^4}$$

A duração média para o sistema ir de X_0 a Y_4 será dada por:

$$\langle t \rangle = \left. \frac{d U(z)}{dz} \right|_{z=1}$$

ou $\langle t \rangle = 30 T$ (1.46)

O resultado da expressão acima diz que, em média, ocorrerá uma violação a cada 30 dígitos. A densidade média de marcas do sinal ADMR-3 será igual a

$$\langle b_n \rangle = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \times \frac{1}{30}$$

ou $\langle b_n \rangle = \frac{11}{20}$

A amplitude média da senóide recuperada, terá, pois, uma amplitude 10% maior que a correspondente à transmissão IMA. Incidentalmente, 10% também é o acréscimo da potência necessária para a transmissão do sinal ADM-3, quando se utilizam pulsos retangulares. Isso significa que o sinal ADM-3 exige um acréscimo de potência aproximadamente igual a 0,4 dB.

CÓDIGOS DE BLOCOS

A codificação por blocos, apesar de mais complicada que os sistemas já expostos, representa a maneira mais eficiente e sistemática de concepção de um código de linha, tendo em vista certas propriedades do código, estabelecidas a priori. Geralmente se persegue com a codificação por blocos um dos seguintes objetivos:

- a) Redução de faixa, pela utilização de códigos multi-níveis
- b) Utilização de códigos de dois níveis, com possibilidades de monitoração de erros e conformação do espectro.

i) Redução de faixa

A máxima informação que pode ser transmitida por um símbolo, pertencente a um alfabeto com L níveis, é dada por:

$$I = \log_2 L \text{ (bits)} \tag{I.47}$$

A tabela abaixo, obtida a partir da expressão acima, dá as quantidades máximas de informação que podem ser transmitidas por um dígito, de acordo com a quantidade de níveis do alfabeto a que pertence.

L	I (bits)
2	1
3	1,585
4	2

L	I
5	2,322
6	2,585
7	2,807
8	3

O crescimento da capacidade de transmissão de informações dos símbolos com o aumento do número de níveis pode ser aproveitada, na prática, para a redução da taxa de símbolos na linha, com a conseqüente redução da faixa de freqüências necessária à transmissão. Essa redução é importante quando a faixa disponível é limitada e a quantidade de informação a ser transmitida é muito alta, como, por exemplo, nos sistemas MCP de 480 canais telefônicos, que empregam cabos micro-coaxiais. A redução teoricamente possível da taxa de símbolos aumenta com L, o número de níveis, porém não é possível utilizar-se um número muito elevado por causa da perda de imunidade contra ruídos e pela complexidade do sistema de codificação-decodificação, regeneração e monitoração de erros.

Adota-se, geralmente, sistemas de apenas três níveis, que representam um bom compromisso entre redução de faixa, imunidade contra ruídos e complexidade do equipamento. Esses sistemas são denominados de mB-nT, onde m representa o número de dígitos a_n do bloco binário, e n o número de símbolos b_n do bloco ternário correspondente. Nesse esquema de codificação, faz-se a correspondência não símbolo a símbolo, mas bloco a bloco, de forma que a taxa de símbolos na linha se reduz, em relação a taxa de dígitos de entrada, de um fator igual a m/n. Como existem 2^m possíveis blocos binários com m dígitos e 3^n blocos ternários com n dígitos, a codificação só será possível se:

$$3^n \geq 2^m \tag{I.48}$$

Dado, portanto, o número m de dígitos do bloco binário, podemos determinar qual será o menor número inteiro n de símbolos do bloco ternário que satisfaz a expressão (I.48), obtendo, assim, os valores da tabela a seguir, que também mostra as relações m/n entre as taxas de símbolos e as respectivas eficiências de codificação.

Podemos mostrar facilmente que m/n tende a $\log_2 3$ ($\approx 1,585$), isto é, o fator de redução da taxa de símbolos tende a um número igual à quantidade máxima de informação transportada por um símbolo ternário. A eficiência, por sua vez, tende a 100%, isto é, aproxima-se da situação ideal onde a capacidade de transmissão de um dígito ternário, igual a $\log_2 3$ bits, é atingida. O aumento do número de dígitos por bloco nos leva, novamente, à questão da complexidade do sistema de transmissão-recepção; a viabilidade prática do sistema de codificação impõe a utilização de um número pequeno de dígitos por bloco. Os códigos do tipo 1B-1T, do qual os códigos IMA e ADM-3 representam casos particulares - não permitem a mínima redução de faixa. A mesma razão desa-

m	n	m/n	η (%)
1	1	1	63,1
2	2	1	63,1
3	2	1,5	94,6
4	3	1,33	84,1
5	4	1,25	78,9
6	4	1,5	94,6
7	5	1,4	88,3
8	6	1,33	84,1
10	7	1,43	90,1
100	64	1,56	98,6

conselha a utilização de códigos do tipo 2B-2T. Os códigos 3B-2T, por sua vez, apesar de implicarem em grande redução da taxa de símbolos, não possibilitam bom controle sobre o espectro do sinal, a não ser às custas de grande complexidade do sistema de codificação-decodificação. Além disso, a baixa redundância também dificulta a monitoração de erros. As dificuldades que aparecem no projeto de um código 3B-2T podem ser compreendidas se notarmos que existem $8(2^3)$ possíveis blocos com 3 dígitos binários, que devem ser associados a $9(3^2)$ possíveis blocos com 2 símbolos ternários. Essa pequena diferença entre o número de blocos ternários e binários limita bastante as possibilidades no projeto do código específico e não permite, por exemplo, um bom controle sobre o espectro nas baixas frequências. Justifica-se, portanto, a popularidade dos códigos 4B-3T, que, apesar de permitirem uma redução apenas moderada na taxa de símbolos, oferecem grande flexibilidade no mapeamento dos blocos, já que existem 27 blocos ternários possíveis de serem associados aos 16 blocos binários. Esse excesso de 11 blocos ternários torna viável, por exemplo, a não utilização da palavra ternária 000, de forma a tornar impossível o aparecimento de longas seqüências de zeros na linha, tornando mais simples o projeto do circuito de extração da onda de tempo. Além disso, a utilização de vários alfabetos de codificação, facilitada pelo excesso de palavras ternárias, possibilita, como veremos mais adiante, o anulamento do espectro contínuo em $f = 0$, que é muito desejável quando se empregam transformadores de acoplamento.

Quando se projeta um código de blocos, costuma-se dedicar especial atenção à Soma Digital Corrida (SDC), que é definida como:

$$SDC(n) = \sum_{k=1}^n b_k \quad (I.49)$$

onde i é um inteiro que representa um marco inicial arbitrário na computação da SDC. Como somente têm interesse as variações da SDC, pouca importância terá a escolha deste marco inicial.

Na concepção de um código de blocos impõe-se, geralmente, que as variações da SDC sejam limitadas utilizando-se vários alfabetos de codificação. Uma das consequências imediatas da limitação das variações da SDC é a limitação do número de pulsos de mesma polaridade. A comutação entre os alfabetos é comandada pelo próprio valor, imediatamente anterior da SDC. Um dos códigos de blocos do tipo 4B-3T mais conhecidos é o MS-43, proposto por P.A. Franaszek [4], em 1967. Esse código utiliza 3 alfabetos ternários

[4] FRANASZEK, P.A. - Sequence-State Coding for Digital Transmission. BSTJ, Nov/67, pag. 143-157.

rios formados por palavras compostas por dígitos +, -, 0. A comutação entre alfabetos é realizada de forma que a SDC terminal, isto é, imediatamente após a transmissão da palavra ternária, só possa assumir os valores 1, 2, 3 e 4. Quando a SDC terminal assumir o valor 1, far-se-á a codificação do bloco seguinte utilizando-se o alfabeto R_1 ; se a SDC terminal assumir os valores 2 ou 3 utilizar-se-á o alfabeto R_2 ; e, finalmente, utilizar-se-á o alfabeto R_3 se a SDC terminal assumir o valor 4. A tabela a baixo mostra as correspondências entre as 16 possíveis palavras binárias e as respectivas palavras ternárias, para os três alfabetos de codificação. Entre parênteses estão colocadas as variações da SDC ao ser transmitida a palavra ternária correspondente.

Palavra binária	Palavra ternária		
	alfabeto R_1 SDC = 1	alfabeto R_2 SDC = 2,3	alfabeto R_3 SDC = 4
0000	+++(+3)	--(-1)	--(-1)
0001	++0(+2)	00(-1)	00(-1)
0010	+0(+2)	0-0(-1)	0-0(-1)
0100	0++(+2)	-00(-1)	-00(-1)
1000	+++(+1)	++(+1)	---(-3)
0110	0-+(0)	0-+(0)	0-+(0)
0101	-0+(0)	-0+(0)	-0+(0)
1001	00(+1)	00(+1)	--0(-2)
1010	0+0(+1)	0+0(+1)	-0-(-2)
1100	+00(+1)	+00(+1)	0--(-2)
0110	--0(0)	--0(0)	--0(0)
1110	+-0(0)	+-0(0)	+-0(0)
1101	+0-(0)	+0-(0)	+0-(0)
1011	0+-(0)	0+-(0)	0+-(0)
0111	---(+1)	---(+1)	---(-1)
1111	++- (+1)	++- (-1)	++- (-1)

Como ilustração, consideremos o caso em que a SDC terminal assumiu o valor 1 e deve ser codificada a seguir a palavra binária 0001. Se a SDC = 1, será utilizado o alfabeto R_1 e a palavra ternária transmitida será, portanto, ++0. Após a transmissão dessa palavra, a SDC terminal sofrerá um acréscimo de 2 e assumirá o valor 3, de sorte que a próxima palavra binária será codificada segundo o alfabeto R_2 . Observando-se as variações da SDC terminal, torna-se evidente porque ela fica limitada entre os valores 1 e 4. As palavras que compõem cada alfabeto são selecionadas de forma que:

- 1) para o alfabeto R_1 : $\Delta SDC \geq 0$
- 2) para o alfabeto R_2 : $|\Delta SDC| \leq 1$
- 3) para o alfabeto R_3 : $\Delta SDC \leq 0$

As condições acima são suficientes para garantir o confinamento da SDC entre 1 e 4. Também torna-se claro, agora, porque é impossível esse tipo de controle sobre a SDC nos códigos 3B-2T: simplesmente faltam palavras ternárias para se construir os diferentes alfabetos necessários para cercar as variações da SDC.

Outra característica notável do código MS-43 é a possibilidade da decodificação de uma palavra ternária sem o conhecimento de qual alfabeto foi utilizado para a codificação da palavra binária correspondente. Isso é possível, pois, apesar de a cada palavra binária poderem ser associadas diferentes palavras ternárias (dependentes do alfabeto utilizado), cada palavra ternária só pode ser resultado da codificação de uma única palavra binária.

Foi visto, acima, que a SDC terminal fica limitada entre os valores 1 e 4. A SDC interior, porém, pode ultrapassar esses valores, podendo chegar a 0 e 5, conforme se comprova examinando as palavras de R_1 que tem -, e palavras de R_3 que tem +, como dígitos iniciais. Este fato pode ser aproveitado para a obtenção do sincronismo de bloco no processo de decodificação.

ii) Utilização de Códigos de Dois Níveis

Os códigos de apenas dois níveis apresentam as seguintes características interessantes:

- a) simplicidade dos circuitos de geração do sinal de transmissão e de regeneração.
- b) baixa sensibilidade a erros de equalização e da posição dos limiares de decisão do regenerador.
- c) grande imunidade a ruídos.

Os códigos unipolar e bipolar, que vimos anteriormente, possuíam o grande inconveniente de não permitirem a monitoração de erros, pela ausência de redundâncias na informação transmitida. Os códigos ternários (IMA, ADM-3, MS-43), por sua vez, permitem monitoração de erros, pois a introdução de um nível a mais representa um aumento na capacidade de transmissão de informação por símbolo e, mantida (e até reduzida, como no MS-43) a taxa de transmissão de símbolos, envia-se uma quantidade de redundâncias suficientes para a monitoração de erros. Essa monitoração é realizada nos códigos IMA e ADM-3 pela detecção de violações das regras de codificação, enquanto que no código MS-43, a monitoração pode ser feita pela observação das palavras proibidas ou das variações da SDC. A introdução de erros na linha poderá causar o aparecimento de palavras proibidas ou fará com que a SDC assumia valores além dos limites do código.

No caso de códigos de apenas dois níveis, as redundâncias necessárias à monitoração só podem ser introduzidas pelo aumento da taxa de símbolos. O preço que se paga por essa medida é o aumento da faixa necessária à transmissão, que é compensada de certa forma pelo controle possível do espectro nas baixas frequências, ao se manterem limitadas as variações da SDC.

De uma forma geral, os códigos de blocos de dois níveis podem ser classificados como códigos do tipo $mB-nB$, onde m representa o número de dígitos do bloco de entrada e n o número de dígitos do bloco de saída. Se quisermos fazer a monitoração de erros, devemos fazer, é claro, $n > m$. Pelos mesmos motivos apresentados para os códigos de blocos de três níveis, é necessário limitar na prática o número de dígitos (símbolos) dos blocos.

Dentre os vários códigos já propostos, destaca-se o 3B-4B que, além de apresentar pequeno aumento (33%) na taxa de símbolos, é de relativamente fácil realização. O quadro abaixo mostra como é feita a correspondência entre os blocos de entrada e saída.

Foram utilizados dois alfabetos de codificação, que são comutados pelo valor da SDC terminal (0 ou 2). Com esse esquema, a SDC fica limitada entre -1 e 3, garantindo-se o anulamento do espectro em $f = 0$, como demonstraremos a seguir. Nota-se, também, que o código 3B-4B apresentado, da mesma forma que o código MS-43, permite a decodifica

Entrada	Saída	
	alfabeto R ₁ SDC = 0	alfabeto R ₂ SDC = 2
000	---(0)	---(0)
001	---(0)	---(0)
010	++-(+2)	---(-2)
011	++-(+2)	---(-2)
100	+++(+2)	---(-2)
110	+++(+2)	---(-2)
110	---(0)	---(0)
111	+++(+2)	---(-2)

ção sem o conhecimento de qual foi o alfabeto utilizado; basta garantir-se o perfeito sincronismo de bloco.

iii) Limitação da SDC e anulamento do espectro em f = 0

Teorema 1: Se a SDC da seqüência digital {b_n} for limitada, o espectro do sinal digital s(t), dado por:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \delta(t-nT)$$

não apresenta raias nas freqüências múltiplas de 1/T e a parte contínua se anula em f = 0.

Na demonstração, vamos definir a SDC como uma função do tempo da seguinte forma:

$$SDC(t) = \int_{t_0}^t \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \delta(\xi-nT) d\xi$$

Se a SDC é limitada:

$$SDC_{\min} \leq SDC(t) \leq SDC_{\max}$$

O nível CC de uma amostra de s(t) é dada por:

$$\begin{aligned} \overline{s(t)} &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2NT} \int_{-NT}^{NT} s(t) dt = \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2NT} \int_{-NT}^{NT} \sum_{n=-N}^N b_n \delta(t-nT) dt = \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2NT} [SDC(NT) - SDC(-NT)] \end{aligned}$$

como $|SDC(NT) - SDC(-NT)| \leq SDC_{\max} - SDC_{\min}$

então:

$$\overline{s(t)} = 0$$

Da mesma forma, as amplitudes das raias nas frequências k/T , dadas por:

$$\begin{aligned} & \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2NT} \int_{-NT}^{NT} s(t) e^{-j(2\pi kt)/T} dt = \\ & = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2NT} \int_{-NT}^{NT} \sum_{n=-N}^N b_n \delta(t-nT) e^{-j(2\pi kt)/T} dt = \\ & = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2NT} \int_{-NT}^{NT} \sum_{n=-N}^N b_n \delta(t-nT) e^{-j2\pi nK} dt \end{aligned}$$

serão nulas, já que $e^{-j2\pi nK} = 1$.

A não existência de raias nas frequências múltiplas de $1/T$ não impede porém que o espectro de $s(t)$ apresente raias em outras frequências. Por exemplo, se $\{b_n\}$ for do tipo $\{\dots, 1, -1, 1, -1, \dots\}$, a SDC será limitada e existirão raias em $f = -1/2T, 1/2T, -3/2T, 3/2T, \dots$

Vejamos agora o comportamento da parte contínua do espectro em torno de $f = 0$ (que será igual ao comportamento de $f = k/T$).

O sinal $s(t)$ pode ser colocado como:

$$s(t) = \frac{d}{dt} \text{SDC}(t) \tag{I.50}$$

Assim:

$$G_s(f) = (2\pi f)^2 G_{\text{SDC}}(f)$$

Como $\text{SDC}(t)$ é limitada, também o será sua potência média, dada por:

$$P_{\text{SDC}} = \overline{\text{SDC}^2(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} G_{\text{SDC}}(f) df$$

Para que a integral acima seja convergente, é necessário que nas proximidades de $f = 0$, $G_{\text{SDC}}(f)$ tenha um comportamento tal que:

$$G_{\text{SDC}}(f) < \left| \frac{1}{f} \right|$$

Sendo assim:

$$\lim_{f \rightarrow \infty} G_s(f) = 0 \tag{I.51}$$

Teorema 2: Se a SDC da seqüência estacionária b_n for limitada estatisticamente em potência, isto é, se $\langle \text{SDC}^2(t) \rangle \leq \text{SUP}$, então o espectro do sinal digital, dado por:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \delta(t-nT)$$

não apresentará raias nas frequências múltiplas de $1/T$, e a parte contínua se anulará em $f = 0$ (e múltiplos de $1/T$).

A demonstração segue caminho análogo ao do teorema anterior, usando-se agora, porém, um enfoque estatístico das propriedades do sinal digital.

O valor médio de b_n , dado que a sequência é estacionária, pode ser colocado como:

$$\begin{aligned} \langle b_n \rangle &= \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M+1} \sum_{m=-M}^M \langle b_{n-m} \rangle = \\ &= \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M+1} \langle \sum_{m=-M}^M b_{n-m} \rangle = \\ &= \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M+1} \langle \text{SDC}(MT) - \text{SDC}(-MT) \rangle = \\ &= \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M+1} [\langle \text{SDC}(MT) \rangle - \langle \text{SDC}(-MT) \rangle] \end{aligned}$$

Como $\text{SDC}(t)$ é limitada estatisticamente:

$$|\langle \text{SDC}(t) \rangle| \leq \sqrt{\text{SUP}}$$

Conseqüentemente:

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M+1} [\langle \text{SDC}(MT) \rangle - \langle \text{SDC}(-MT) \rangle] = 0$$

e, portanto:

$$\langle b_n \rangle = 0$$

O anulamento de $\langle b_n \rangle$ garante a inexistência das raias nas frequências múltiplas de $1/T$.

O comportamento da parte contínua do espectro de $s(t)$ em torno de $f = 0$ (e dos múltiplos de $1/T$) pode ser inferido, lembrando que:

$$s(t) = \frac{d}{dt} \text{SDC}(t)$$

e

$$G_s(f) = (2\pi f)^2 G_{\text{SDC}}(f)$$

A limitação de potência de $\text{SDC}(t)$ impõe que $G_{\text{SDC}}(f)$ não possa crescer mais rapidamente que $1/|f|$ quando $f \rightarrow 0$. Logo:

$$\lim_{f \rightarrow 0} G_s(f) = 0$$

COMENTÁRIOS:

As condições do teorema 1 são um caso especial das condições do teorema 2, já que a limitação da SDC implica também na limitação de sua potência. As limitações mais fortes do teorema 1 garantem o anulamento do espectro em $f = 0$, $1/T$, etc., independentemente da estatística da fonte. Como exemplos de códigos que satisfazem essas condições, podemos citar os códigos IMA, ADM-3 e os de bloco MS-43 e 3B-4B já mencionados. Os códigos unipolar e bipolar apresentam, por outro lado, SDC de potência não limitada. Não se surpreende, pois, que seus espectros não se anulem em $f = 0$.

CÓDIGOS DE LINHAS DE ASSINANTES

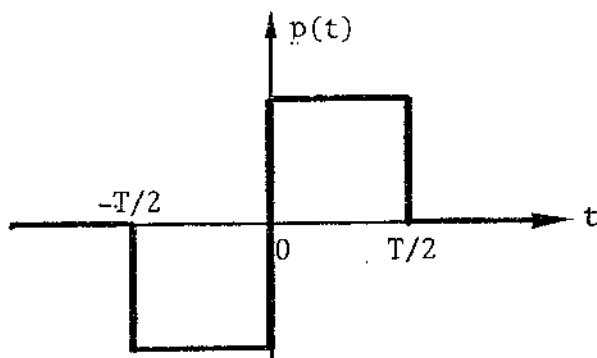
Existe, atualmente, uma tendência de se utilizar transmissão digital para a conexão entre o assinante e a central, justificada pela crescente digitalização das centrais e pelo aparecimento de novos serviços, como transmissão de dados, etc., É possível admitir, como antes, que a fonte de informações digitais forneça uma seqüência binária $\{a_n\}$ de dígitos equiprováveis e independentes. A codificação de linha gera outra seqüência $\{b_n\}$ de símbolos, não mais necessariamente binários, que serão transmitidos a través de um sinal conveniente. A linha de transmissão a ser utilizada continuará sendo o cabo telefônico convencional, e provavelmente o esquema de transmissão digital será semelhante ao dos sistemas MCP-30. A principal diferença estará na relativamente baixa taxa de transmissão ($80 \approx 200$ Kdígitos/s), que permite se pensar na dispensa de repetidores para as distâncias assinante-central usuais.

Até agora não se chegou a um consenso sobre qual código de linha será empregado, podendo-se destacar os seguintes propostos: código IMA, bifásico ou de Manchester [5], Wal 2 [6], Wal 2 modificado [7], de bloco 5B-6B [8], bifásico ortogonal [9], etc.

Apenas os quatro primeiros apresentam maior interesse. Com exceção do IMA, os outros três são códigos bipolares, distinguindo-se entre si apenas pelas formas dos pulsos básicos. Para esse tipo de codificação, o espectro de potência do sinal será dado por:

$$G_s(f) = \frac{1}{T} |P(f)|^2$$

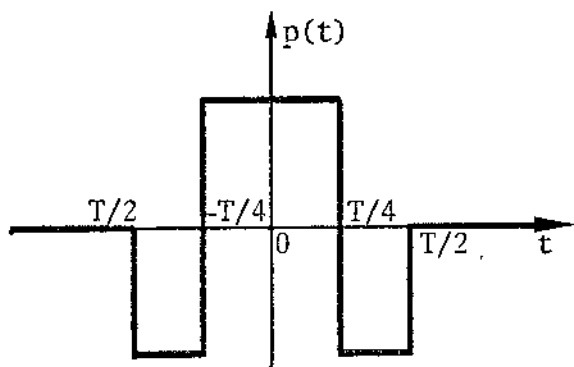
a) código bifásico



$$G_s(f) = T \operatorname{sen}^2 \left(\frac{\pi T f}{2} \right) \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{T f}{2} \right) \quad (L.52)$$

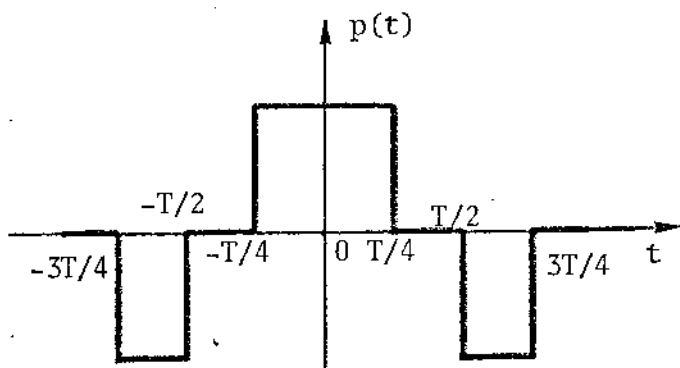
-
- [5] BRAUN, F.; STEILIN, W.; RYSER, H. - Transmission in Local Digital Loop Communication - em Intern. Zurich Seminar on Digital Comm., 1978.
- [6] WESTCOTT, R.J.; BOUTLER, R.A. - A Comparison of Modulation Systems for Data Transmission over Physical Pairs in a Synchronous Digital Data Network - em Proc. ISSSL, Ottawa, Canada, 1974.
- [7] JENSSEN, Ø.; JUSTNES, B.; STUEFLOTEN, S. - New Line Code for Digital Subscriber Loop - Electron. Lett., Outubro de 1980, Vol. 16, pp. 874-849.
- [8] WALTER NEU - Long Range Prospects for Digital Subscriber Lines and Sets - em Intern. Zurich Seminar on Digital Comm., 1978.
- [9] SVENSSON, T. - Methods for Two-Wire Duplex Digital Transmission at 80 Kbit/s - em Intern. Zurich Seminar on Digital Comm., 1978.

b) código Wal2



$$G_s(f) = T^4 \operatorname{sen}^4\left(\frac{\pi T f}{4}\right) \operatorname{sinc}^4\left(\frac{T f}{2}\right) \quad (1.53)$$

c) código Wal2 modificado



$$G_s(f) = \operatorname{sinc}(\pi T f / 4) \operatorname{sen}(\pi T f / 2) \operatorname{sen}(3\pi T f / 4) \quad (1.54)$$

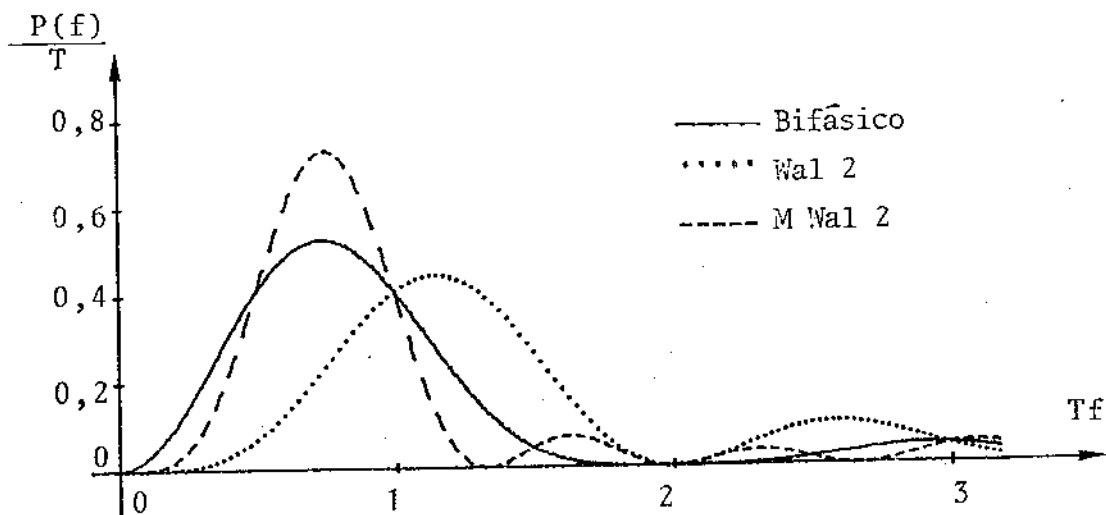


Fig. 1.20 - Espectros de potência

CÓDIGO DUOBINÁRIO [10,11]

O código duobinário, como concebido originalmente, não é propriamente um código de linha, pois sua problemática pertence com muito mais propriedade à questão da equalização. Seria, por isso, mais correta a denominação de sistema duobinário em vez de código duobinário. Esse sistema se caracteriza por permitir uma quantidade controlada de interferência entre símbolos para a diminuição de sensibilidade em relação a parâmetros do meio de transmissão, e também para se conseguir aumentar a taxa de símbolos transmitidos.

Na sua forma primitiva, o sistema duobinário apresentava o aspecto não interessante de permitir a propagação de erros. Isso foi eliminado com o melhoramento introduzido por Lender [12], que consiste em gerar uma nova seqüência $\{b_n\}$ a partir da seqüência binária original $\{a_n\}$, através da seguinte transformação:

$$b_n = a_n \oplus b_{n-1} \quad (1.55)$$

onde \oplus representa a soma de módulo 2.

A seqüência $\{b_n\}$ é transmitida em forma convencional utilizando-se um código bipolar. Se a seqüência $\{a_n\}$ for composta de símbolos independentes e equiprováveis, $\{b_n\}$ também o será, e todos os resultados que já obtivemos para o código bipolar também serão válidos aqui.

[10] LUCHY, R.W.; SALZ, J.; WELDON, E.J. - Principles of Data Communication - McGraw-Hill, Inc., 1968.

[11] LOPES, A. - Sistemas de Resposta Parcial na Transmissão de Sinais MCP através de Cabos - Tese de Doutorado - FEC/UNICAMP - 1982.

[12] LENDER, A. - The duobinary technique for high speed data transmission. em IEEE Trans. on Comm. Elect., Vol. 82, maio de 1963, pp. 214-218.

SUPLEMENTO

FLUXOGRAMAS APLICADOS A PROCESSOS ALEATÓRIOS

S.I. INTRODUÇÃO

A técnica dos fluxogramas tem encontrado grande aplicação na análise de sistemas lineares de controle e circuitos eletrônicos com realimentação de sinal. Seus fundamentos teóricos residem nas transformações de Laplace e Fourier, que reduzem um sistema de equações lineares a um sistema algébrico, cuja resolução pode ser feita, no caso geral, pela técnica de matrizes. A técnica matricial, apesar de sua potência e generalidade, é trabalhosa e induz facilmente a erros quando o sistema em estudo apresenta já algum grau de complexidade. Entretanto, na maioria dos casos práticos, as matrizes correspondentes são matrizes esparsas, com muitos zeros ou, em outras palavras, existem poucos vínculos entre as variáveis em estudo. Nessa situação, a técnica dos fluxogramas se revela particularmente útil pois desconsidera automaticamente as ausências de vínculos e a solução do problema é encontrada diretamente pela aplicação de um pequeno número de regras simples, desenvolvidas por Mason [1],[2]. Outro aspecto interessante dos fluxogramas é a visualização rápida e completa que permitem das relações entre as variáveis.

Menos conhecida é a aplicação da técnica de fluxogramas à análise de processos ou sinais aleatórios e, em particular, à importante classe dos processos de Markov. Dentro de certos limites podemos estabelecer paralelos entre as estruturas dos sistemas lineares e dos processos de Markov, associando a estes últimos, "sinais" e "funções de transferência". A estrutura formal, matemática, das relações entre esses "sinais" e "funções de transferência" é idêntica à dos sistemas lineares e podemos, assim, analisá-la com as técnicas dos fluxogramas. Os processos de codificação empregados nas linhas MCP geram seqüências $\{b_n\}$ markovianas, desde que os dígitos da seqüência $\{a_n\}$ de entrada sejam independentes entre si. Como já supusemos no Capítulo I, a independência entre dígitos pode ser considerada como uma aproximação razoável da realidade, de sorte que nos será de grande utilidade a técnica de fluxogramas na análise dos códigos de linha. Em particular, estaremos interessados na densidade espectral de certos sinais de linha, como o ADM-3 e códigos de blocos, cujas relativas complexidades não permitem a aplicação direta da fórmula de Bennett. Seguiremos, neste suplemento, as pegadas de Huggins [3], procurando dar um tratamento mais detalhado a certos aspectos de sua análise, em especial, a que trata das densidades de esperança.

S.II. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Densidade de Probabilidade de Transição

Os processos aleatórios susceptíveis de serem analisados pela técnica dos fluxogramas são aqueles que podem ser caracterizados por uma cadeia de Markov composta por uma sucessão de estados. Consideraremos ao longo do trabalho que é sempre finito o número de estados possíveis. A probabilidade de transição de um estado j a um estado k será independente da história do sistema até chegar-se ao estado j ; dependerá, todavia, do intervalo de tempo τ em que o sistema permaneceu no estado j . Admitiremos também que essa probabilidade seja um invariante, isto é, não dependa da abscissa do tempo em que o sis

[1] MASON, S.J. - Feedback Theory: Some Properties of Signal Flow-Graphs. Proc. IRE, Set/53, Vol. 41, pp. 1144-1156.

[2] MASON, S.J. - Feedback Theory: Further Properties of Signal Flow-Graphs. Proc. IRE, Julho/56, Vol. 44, pp. 920-926.

[3] HUGGINS, H.W. - Signal Flow-Graphs and Random Signals. Proceedings of the IRE, Jan/57, pp. 74-86.

tema entrou no estado j , mas somente da "idade" do sistema em j . Podemos expressar isto graficamente através de um diagrama de fluxo, como o da figura abaixo, onde os nós representam os estados distintos e os ramos de conexão, as possibilidades de transição.

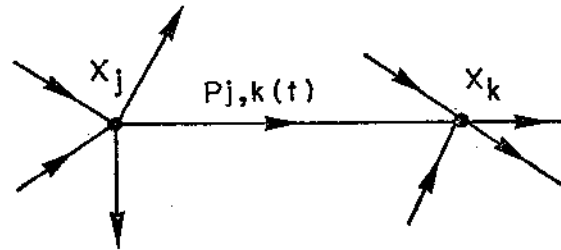


Fig. S.1 - Estrutura básica do diagrama de fluxo

O ramo ligando dois nós distintos exprime a possibilidade de transição direta (sem passar por um estado intermediário) enquanto a seta indica o sentido dessa transição.

A função sobre o ramo é uma densidade da probabilidade de transição de j para k , dado que o sistema atingiu o estado j no instante $t = 0$. Como exemplo, a probabilidade de transição direta de j para k nos primeiros τ segundos, seria dada por:

$$\text{Prob}_{jk}(\tau) = \int_0^{\tau} p_{j,k}(t) dt \quad (\text{S.1a})$$

Da mesma forma, a probabilidade de haver uma transição de j para k , sem se fazer restrições para o instante da transição, seria:

$$\text{Prob}_{jk}(\infty) = \int_0^{\infty} p_{j,k}(t) dt \quad (\text{S.1b})$$

Evidentemente, $p_{j,k}(t) = 0$ para $t < 0$, e $\text{Prob}_{jk}(\infty) \leq 1$. E mais, considerando todos os ramos que partem de j e se dirigem para os nós k, ℓ, m, \dots , devemos ter:

$$\int_0^{\infty} p_{j,k}(t) dt + \int_0^{\infty} p_{j,\ell}(t) dt + \int_0^{\infty} p_{j,m}(t) dt + \dots = 1$$

A função $p_{j,k}(t)$, apesar de ser uma f.d.p. (fornece uma probabilidade através de uma operação de integração), não deve ser confundido com a f.d.p. da variável aleatória \underline{t} , o instante de transição, pois a integração infinita de $p_{j,k}(t)$ pode ser diferente de 1. Todavia, existe uma relação muito simples entre $p_{j,k}(t)$ e $d_{j,k}(t)$, a densidade de probabilidade da variável aleatória \underline{t} . É fácil ver que:

$$d_{j,k}(t) = \frac{p_{j,k}(t)}{\text{Prob}_{jk}(\infty)} = \frac{p_{j,k}(t)}{\int_0^{\infty} p_{j,k}(t) dt} \quad (\text{S.2})$$

Convém também lembrar a possibilidade de um ramo se iniciar e terminar no mesmo nó, constituindo uma auto-malha. Esta reflete a possibilidade do sistema fazer uma "transição" direta para o estado em que já estava antes. Essa situação, aparentemente paradoxal, não deve ser considerada como uma simples ausência de transição, pois

a auto-transição, se não provoca mudança de estado, renova a "idade" do sistema no estado considerado, impondo uma nova contagem de tempo.

Na montagem do fluxograma devemos explicitar os estados distintos do sistema em função daquilo que nos interessa observar. Mudando o foco de observação, muda-se em correspondência o fluxograma, patenteando-se assim uma certa relatividade na construção dos diagramas de fluxos. Vamos ilustrar isto com um exemplo. Consideremos o experimento estatístico do lançamento de uma moeda não viciada a cada T segundos. Denotaremos os estados associados às caras pela letra X , e às coroas por Y . Admitiremos que o experimento começa com a moeda mostrando uma cara.

Se não fizermos distinção entre caras nem entre coroas, associando a cada possibilidade um estado apenas, obteríamos o seguinte fluxograma:

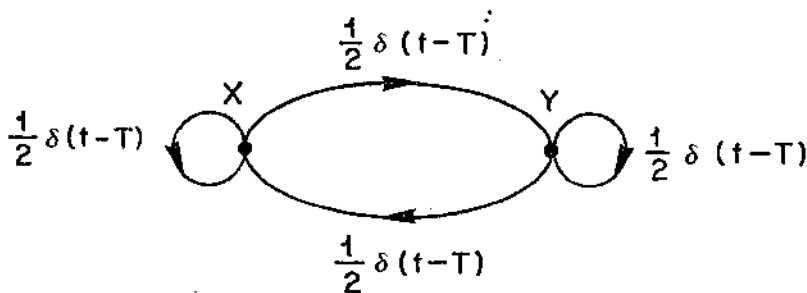


Fig. S.2 - Diagrama de fluxo, sem distinção entre caras e coroas

Os impulsos mostram que existem possibilidades de transição somente nos instantes de arremesso.

Poderíamos também estar interessados no estudo da n -ésima ocorrência de uma coroa. Isso não seria possível pelo fluxograma apresentado por não se fazer distinção entre as várias coroas.

Devemos rearranjar o fluxograma de forma que seja associado um estado diferente a cada coroa, mesmo que mantenhamos a indistinção entre as caras. Resultaria, então, o fluxograma da Fig. S.3.a.

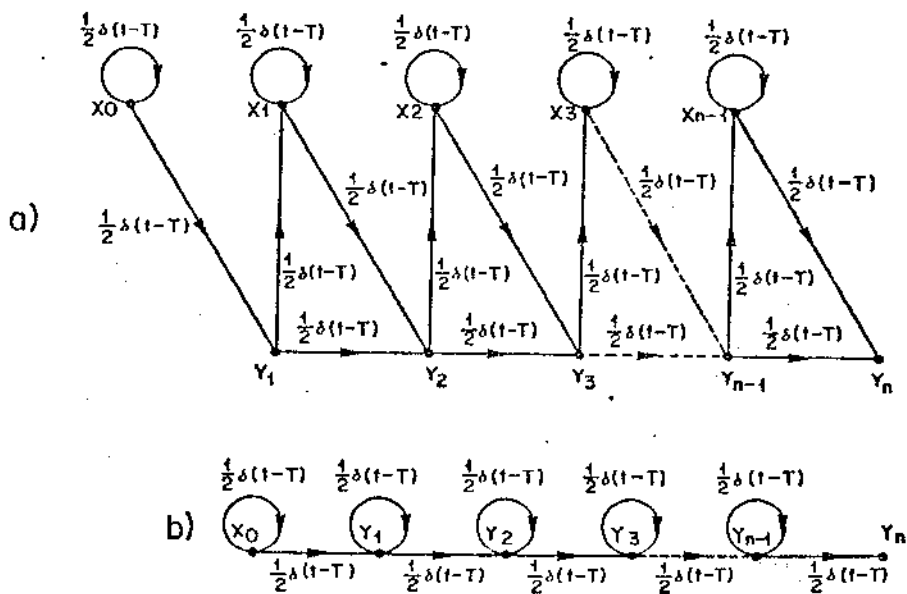


Fig. S.3 - Diagrama de fluxo com distinção entre as n -ésimas coroas

Para o estudo da n-ésima ocorrência de uma coroa precisamos destacar, explicitamente, as ocorrências das n-1 coroas precedentes. Justifica-se, portanto, a inclusão dos nós Y_1, Y_2, \dots, Y_m , como representação de estados distintos. Os nós $X_0, X_1, X_2, \dots, X_{n-1}$ não representam a ocorrência da cara inicial, primeira, segunda, ..., n-1-ésima caras mas, sim, a cara inicial, as caras que se seguem à primeira coroa e antecedem a segunda, etc.

Pode-se, com a mesma finalidade, utilizar-se o diagrama simplificado da Fig. S.3b, onde se eliminaram os nós X_1, X_2, \dots, X_{n-1} , que representam as caras. É válido imaginar-se que o aparecimento de uma cara, após uma coroa, não muda o estado do sistema; isto permite-nos "fundir" os pares de nós $X_1-Y_1, X_2-Y_2, \dots, X_{n-1}-Y_{n-1}$, da Fig. S.3a, nos nós Y_1, Y_2, \dots, Y_{n-1} .

Se tivéssemos, por outro lado, interesse em estudar a ocorrência de uma sequência de n coroas consecutivas, o diagrama correspondente seria o da Fig. S.4.

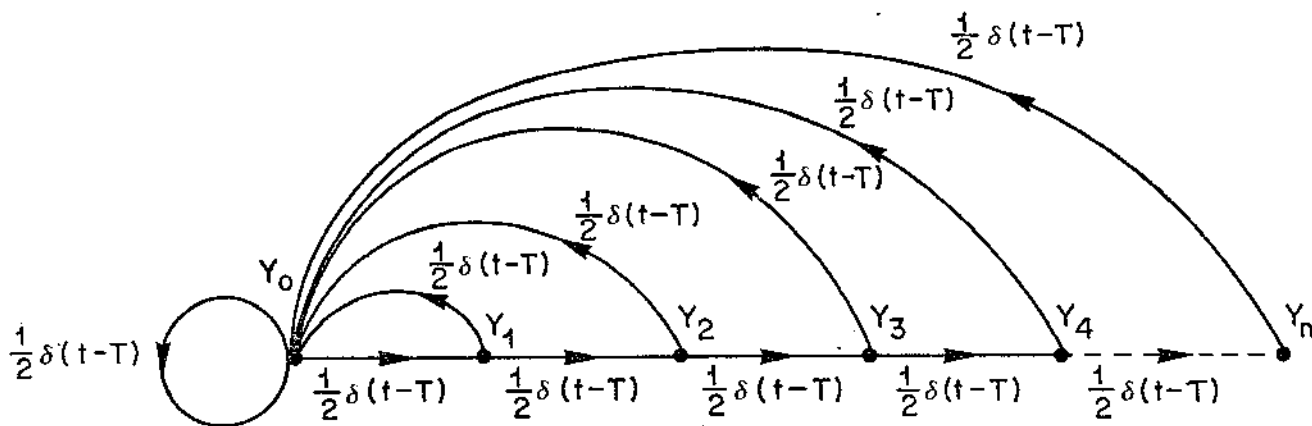


Fig. S.4 - Diagrama de fluxo utilizado no estudo da ocorrência de n coroas consecutivas

Neste caso também temos que explicitar a ocorrência de cada coroa, mas podemos confundir a ocorrência de cada cara como o retorno ao estado inicial. Por isso, todas as caras são representadas pelo único nó X_0 .

Poderíamos expandir ao infinito a série de exemplos, considerando casos mais e mais complicados. Os apresentados, porém, já são suficientes para demonstrar que, a partir de um fenômeno estatístico dado, é possível a construção de muitos diagramas de fluxo pertinentes, de acordo com o alvo da observação.

Os fluxogramas, até este ponto, são pouca coisa mais que simples representações pictóricas dos estados e das respectivas possibilidades de transição. A potência dos fluxogramas como ferramenta de análise e de cálculo só se mostrará em sua plenitude de quando introduzirmos as funções densidade de esperança que, através de suas propriedades, nos permitirão extrair resultados não imediatamente visíveis.

Função Densidade de Esperança

Consideremos um fluxograma geral e uma origem dos tempos $t = 0$, a partir da qual começamos a contar o número de vezes em que o sistema atinge cada estado.

Para um intervalo $[t_1, t_2]$ de observação definimos a seguinte variável aleatória:

$$A_i^n = \begin{cases} 1, & \text{se o estado } X_i \text{ foi atingido pela } n\text{-ésima vez e esta ocorrência} \\ & \text{se deu no intervalo } [t_1, t_2] \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Cabe notar que, pela definição acima, pode-se ter, por exemplo, $A_i^n = 1$ e $A_i^{n-1} = 0$. Uma situação desse tipo ocorrerá quando o sistema atingir o estado X_i pela $(n-1)$ -ésima vez num instante anterior a t_1 e atingir pela n -ésima vez durante o intervalo $[t_1, t_2]$.

As probabilidades de $A_i^n = 1$ dependem de "funções densidade de probabilidade", isto é, num intervalo de observação $[t_1, t_2]$:

$$\text{Prob}[A_i^n = 1] = \int_{t_1}^{t_2} f_i^n(t) dt = A_i \quad (S.3)$$

Consideremos agora a variável SA_i , dada por:

$$SA_i = \sum_{n=1}^{\infty} A_i^n \quad (S.4)$$

SA_i será uma variável contadora e representará simplesmente o número de vezes em que se atingiu o estado X_i , no intervalo observado.

A função distribuição de probabilidades de SA_i pode ser muito difícil de se encontrar, pois SA_i é uma soma de variáveis aleatórias dependentes, no caso geral. Contudo, a seguinte relação é sempre verdadeira para as respectivas médias:

$$\langle SA_i \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} \langle A_i^n \rangle$$

No intervalo $[t_1, t_2]$:

$$\langle SA_i \rangle = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{n=1}^{\infty} f_i^n(t) dt$$

$\langle SA_i \rangle$ fornece o número esperado de vezes em que o sistema atingirá X_i no intervalo $[t_1, t_2]$. A partir dessa constatação, definiremos uma função densidade de esperança como:

$$e_i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_i^n(t) \quad (S.5)$$

Esta função fornecerá o número esperado de vezes em que será atingido o estado X_i , em qualquer intervalo de observação, bastando integrá-la neste intervalo.

A expressão acima é de pouca utilidade prática, pois depende do conhecimento das funções $f_i^n(t)$, que nem sempre são acessíveis. Muito mais úteis serão as relações que demonstraremos existir entre as f.d.e. dos vários estados.

Consideremos um estado X_j que possa ser atingido diretamente a partir de algum estado X_i . Definiremos, para um intervalo qualquer de observação, a seguinte variável aleatória binomial:

$$A_{i,j}^n = \begin{cases} 1, & \text{se o estado } X_j \text{ foi atingido a partir de } X_i, \text{ dado que } X_i \text{ foi atingido antes pela } n\text{-ésima vez} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Definiremos aqui também uma variável contadora:

$$SA_j = \sum_i \sum_n A_{i,j}^n$$

SA_j dará o número de vezes em que o sistema atingirá o estado X_j . Seu valor médio será dado por:

$$\langle SA_j \rangle = \sum_i \sum_n \langle A_{i,j}^n \rangle$$

Num intervalo infinitesimal de observação $[t, t+dt]$, as probabilidades de que $A_{i,j}^n = 1$ serão dadas por:

$$dP = dt \int_0^\infty f_i^n(\tau) p_{i,j}(t-\tau) d\tau = d \langle A_{i,j}^n \rangle \quad (S.6)$$

Pela propriedade da esperança da soma de variáveis aleatórias:

$$d \langle SA_j \rangle = dt \sum_i \int_0^\infty \sum_n f_i^n(\tau) p_{i,j}(t-\tau) d\tau$$

$$d \langle SA_j \rangle = dt \sum_i \int_0^\infty e_i(\tau) p_{i,j}(t-\tau) d\tau$$

$$d \langle SA_j \rangle = dt \sum_i e_i(t) * p_{i,j}(t)$$

como

$$\frac{d \langle SA_j \rangle}{dt} = e_j(t)$$

$$e_j(t) = \sum_i e_i(t) * p_{i,j}(t) \quad (S.7)$$

A expressão acima nos permite fazer uma analogia direta com os sistemas lineares. As funções densidade de esperança podem ser encaradas como "sinais" presentes em cada nó, enquanto as funções densidade de probabilidade de transição seriam "funções de transferência". Estas "funções de transferência" dependem somente da estrutura do processo aleatório, enquanto os "sinais" dependem tanto da estrutura quanto das condições iniciais.

A análise dos processos de Markov se baseará, portanto, na determinação das f.d.e. a partir das condições iniciais. O conhecimento das f.d.e. e suas propriedades será suficiente para a caracterização completa do desenvolvimento de um processo aleatório de Markov. Antes de passarmos ao estudo dessas propriedades, lembremos que a eq.(S-7) pode ser reescrita utilizando-se no lugar das funções do tempo, as respectivas transformadas de Laplace, que são funções da variável complexa s . A mudança de forma é vantajosa, pois as operações de convolução se transformam em simples multiplicações. Obteremos, então:

$$E_j(s) = \sum_i E_i(s) \cdot P_{i,j}(s) \quad (S.8)$$

A forma acima, que transforma as relações entre as f.d.e. dos estados em relações algébricas, é justamente a forma adequada à resolução por meio das técnicas de fluxogramas desenvolvidas por Mason.

Para os processos de Markov em que as transições entre estados podem somente ocorrer em certos instantes - como nos processos de codificação de linha - as f.d.e.s são representadas por séries de impulsos de Dirac, cujas transformadas são dadas por:

$$\delta(t-t_0) \xrightarrow{L} e^{-st_0} \quad (S.9)$$

Convém, nestes casos, utilizar-se da transformada Z, dada por $Z = e^{-s}$, pois as funções resultantes transformam-se em polinômios ou quocientes de polinômios em Z. Antes de passarmos ao exame dos processos que nos interessam, vamos examinar algumas propriedades das funções densidades de esperança.

Propriedades Gerais das Funções Densidade de Esperança

a) Presença de Impulsos de Dirac na f.d.e.:

Admitamos que a f.d.e. do nó X_j contenha um impulso de área A no instante t_0 . No caso geral, a f.d.e. também poderá ter uma componente contínua não nula nas vizinhanças de t_0 . Interessa-nos responder a seguinte questão: Qual é o significado do impulso em t_0 ?

Vejamos, inicialmente, qual é o número médio de vezes em que o sistema atinge o estado X_j , num intervalo (t_1, t_2) , que engloba o instante t_0 . Esse número será dado por:

$$\langle n \rangle = \int_{t_1}^{t_2} e_j(t) dt$$

Se fizermos agora $t_2 - t_1 \rightarrow 0$, mantendo-se sempre a imposição de que t_0 pertença ao intervalo considerado, concluimos que:

$$\langle n \rangle = \lim_{t_2 - t_1 \rightarrow 0} \int_{t_1}^{t_2} e_j(t) dt = A \quad (S.10)$$

já que as contribuições da parte contínua de $e_j(t)$ desaparecem com o anulamento de $t_2 - t_1$. A representa, portanto, o número médio de vezes em que o sistema atingirá o estado X_j no instante t_0 . Por outro lado, n é uma v.a. que só pode assumir dois valores 1 ou 0, pois num dado experimento, e num dado instante, o sistema atinge o estado X_j , ou não o atinge. Não existem outras possibilidades. Portanto:

$$\langle n \rangle = 1 \cdot \text{Prob}[n = 1] + 0 \cdot \text{Prob}[n = 0]$$

$$\langle n \rangle = \text{Prob}[n = 1] = A$$

ou, em outras palavras, A será a probabilidade do sistema atingir o estado X_j no instante t_0 . Por ser uma probabilidade, $A \leq 1$. Será 1 quando o sistema atingir, com certeza, o estado X_j .

b) Estado Inicial

Na maioria dos casos que estudarmos, escolheremos um determinado estado como inicial, onde o sistema será lançado no instante $t = 0$. Isto significará que o sistema estará com certeza nesse estado, em $t = 0$ e, por consequência, a f.d.e. do nó inicial deverá conter um impulso de área unitária em $t = 0$. Representaremos, por isso, a partida do processo pela introdução externa de um impulso no nó inicial, conforme vemos na Fig. S.5.

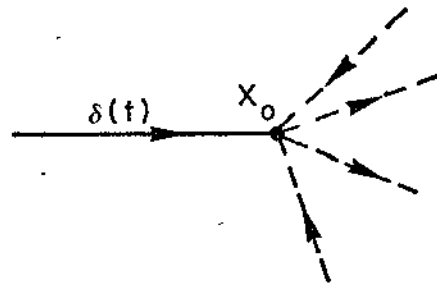


Fig. S.5 - Introdução de um impulso ao nó inicial como representação da partida do processo aleatório

Existem casos em que o estado de partida do processo não é definido deterministicamente, existindo um conjunto de estados que podem funcionar como iniciais. Podemos associar a cada um deles as probabilidades correspondentes de virem a ser o estado i inicial. No fluxograma essa situação seria representada pela introdução nesses estados de impulsos de áreas iguais às respectivas probabilidades de serem os estados iniciais, conforme se vê na figura abaixo. I é um nó imaginário, que suporemos como o ponto de partida dos impulsos. Devemos ter, é claro, $p' + p'' + p''' + \dots = 1$.

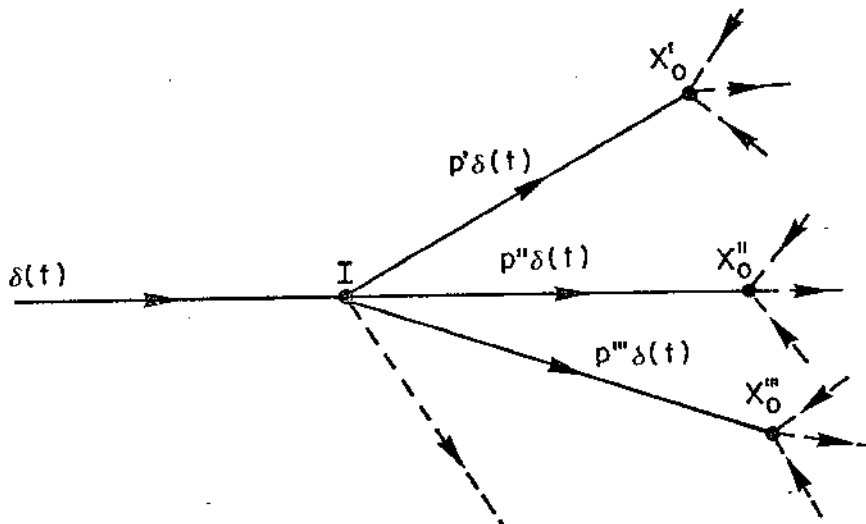


Fig. S.6 - Indeterminação do estado de partida

c) Estado Final

Consideraremos como estado final aquele que encerra um experimento assim que for atingido. No fluxograma, esse estado aparece como um nó sorvedouro, isto é, do qual não partem ramos em direção a outros nós. (O nó final não apresenta nem mesmo auto-malhas.) Dependendo do processo e daquilo que se deseja observar, é possível que o fluxograma apresente não apenas um, mas vários nós finais. Isso não afetará as nossas conclusões, já que um fluxograma com vários nós finais pode sempre ser desmembrado em vários fluxogramas, cada um com apenas um nó final.

Vejamos quais são as peculiaridades da f.d.e. correspondente a um estado final. O número médio de vezes em que o sistema atinge um estado, num intervalo (t_1, t_2) , é dado, na forma geral, por:

$$\langle n \rangle = \int_{t_1}^{t_2} e(t) dt$$

Pelo fato do estado ser final, n somente pode assumir os valores 1 ou 0

(n deve ser inteiro e não pode ser maior que 1), de forma que $\langle n \rangle$ será igual à probabilidade do sistema atingir esse estado no intervalo de tempo dado. Essa igualdade permite-nos concluir que a função densidade de esperança de um nó final é ao mesmo tempo a função densidade de probabilidade do instante de chegada do sistema ao estado considerado, a menos de um fator de normalização dado por $1/\int_0^\infty e(t)dt$, igual ao inverso da probabilidade do sistema atingir o nó final em algum instante de tempo.

Devemos ter, obrigatoriamente:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e(t) dt \leq 1 \quad (S.11a)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \quad (S.11b)$$

Se o sistema tiver apenas um estado final e se for possível atingir esse estado a partir de qualquer outro, então a expressão (S.11a) será igual à unidade, já que o sistema atingirá, mais cedo ou mais tarde, o estado final. Caso apresente vários estados finais, então a soma das integrações infinitas das f.d.e. correspondentes a esses estados, deve ser igual à unidade.

É possível extrair diretamente da transformada de Laplace da f.d.e. correspondente a um estado final os momentos do tempo de chegada a esse estado. Se substituirmos s por $-j\omega$ em $E(s)/\int_0^\infty e(t) dt$, obteremos a função característica da variável aleatória t , o instante de chegada. Da teoria de probabilidades, sabe-se [4] que:

$$\left. \frac{d^k E(-j\omega)}{d\omega^k} \right|_{\omega=0} = j^k \langle t^k \rangle \cdot \int_0^\infty e(t) dt$$

ou

$$\left. \frac{d^k E(s)}{d s^k} \right|_{s=0} = (-1)^k \langle t^k \rangle \cdot \int_0^\infty e(t) dt \quad (S.12)$$

Se $E(s)$ puder ser decomposta numa série de potências, do tipo:

$$E(s) = a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots$$

é fácil ver que:

$$a_0 = \int_0^\infty e(t) dt = \text{Prob. de se atingir o estado, } -\infty < t < \infty$$

$$a_1 = - \int_0^\infty t e(t) dt = - \langle t \rangle a_0$$

$$a_2 = \frac{1}{2} \int_0^\infty t^2 e(t) dt = \frac{\langle t^2 \rangle a_0}{2}$$

⋮

$$a_k = \frac{(-1)^k}{k!} \int_0^\infty t^k e(t) dt = (-1)^k \frac{\langle t^k \rangle a_0}{k!}$$

d) Processos Recorrentes

Há processos em que não existem estados finais, uma vez que cada estado pode ser atingido um número infinito de vezes. Uma realização desse processo consiste, pois, num encadeamento infinito de estados, onde pode existir um início mas, necessariamente, não existe um fim. Os casos que nos interessam examinar são aqueles em que sempre existe a possibilidade de se atingir um determinado estado, independentemente do estado inicial escolhido. Incluem-se aqui todos os processos de codificação de linha utilizados em sistemas MCP.

De uma maneira geral, a função densidade de esperança de um estado, em um processo markoviano estável - de forma análoga ao que acontece com os sistemas lineares - terá um "transitório" e tenderá, no final, a um "regime". Podemos distinguir dois comportamentos básicos, de acordo com o caráter do processo, se contínuo ou discreto. Na Fig. S.7 ilustramos dois casos típicos de f.d.e., o primeiro, quando existe a possibilidade de haver transições em qualquer instante de tempo, e o segundo, quando as transições só podem ocorrer em instantes múltiplos de T segundos. Este último caso corresponde aos processos de codificação utilizados nos sistemas MCP.

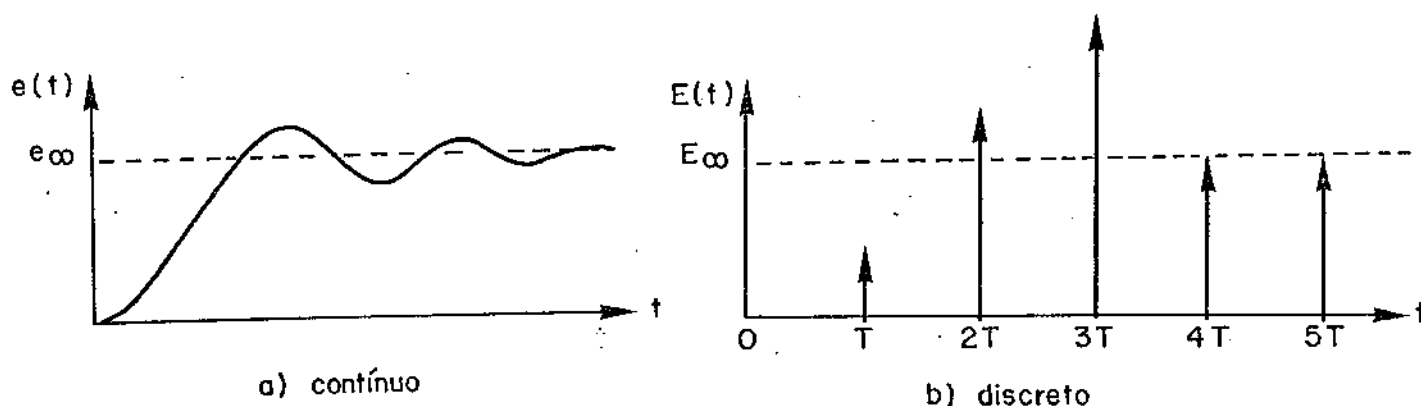


Fig. S.7 - Comportamentos típicos de f.d.e. em processos recorrentes

Para os processos recorrentes não são mais válidas as expressões (S.11a) e (S.11b), pois, no caso contínuo, a f.d.e. tende a um valor constante $e_{\infty} \neq 0$ e, no caso discreto, a área dos impulsos tende a $E_{\infty} \neq 0$. Esses valores finais, que representam o equivalente a um nível CC de um sinal, podem ser obtidos diretamente da Transformada de Laplace de $e(t)$, $E(s)$, pois:

a) no caso contínuo:

$$e_{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (S.13a)$$

b) no caso discreto:

$$E_{\infty} = T \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (S.13b)$$

A interpretação desses valores finais resume-se no seguinte: depois de transcorrido um tempo infinitamente longo, e_{∞} representa a taxa média de chegada, e E_{∞} , a probabilidade do estado considerado ser atingido. Esta última constatação impõe-nos que $E_{\infty} \leq 1$. Além disso, cabe observar-se que, tanto e_{∞} quanto E_{∞} não devem depender do estado inicial, mas apenas do estado particular considerado.

Do fato de E_{∞} representar, no caso discreto, a probabilidade final de se

encontrar o sistema no estado correspondente, poder-se-ia indagar se, no caso contínuo, e_∞ tem também alguma relação com essa probabilidade. A resposta é sim, mas aqui inter vêm também o tempo médio em que o sistema permanece no estado.

Consideremos um estado X_j , cuja f.d.e. $e(t)$ possui o valor final

$$e_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

Admitamos também que existam possibilidades de transição direta X_k, X_l, X_m, \dots , e, possivelmente, para o próprio X_j (este caso ocorrerá se houver uma auto-malha em X_j).

A variável aleatória t_j , o instante de partida do estado X_j terá uma densidade de distribuição dada por:

$$f(t) = p_{j,k}(t) + p_{j,l}(t) + p_{j,m}(t) + \dots + p_{j,j}(t) + \dots$$

ou:

$$F(s) = P_{j,k}(s) + P_{j,l}(s) + P_{j,m}(s) + \dots + P_{j,j}(s) + \dots$$

O valor $\langle t \rangle$ dará o intervalo ininterrupto médio em que o sistema permanecerá em X_j . Da eq.(S.12) obtemos:

$$\langle t \rangle = - \left. \frac{d F(s)}{ds} \right|_{s=0} \quad (S.14)$$

Considerando que em regime o estado X_j seja atingido, em média, e_∞ vezes por segundo, a probabilidade de se encontrar o sistema neste estado será dada por:

$$\begin{aligned} \text{Prob}[X_j] &= \langle t \rangle \cdot e_\infty = \\ &= - \left. \frac{d F(s)}{ds} \right|_{s=0} \lim_{s \rightarrow \infty} s E(s) \end{aligned} \quad (S.15)$$

Evidentemente, a expressão acima também é válida para um processo discreto, em que só existe possibilidade de transição a cada T segundos. Neste caso:

$$\langle t \rangle = T$$

e como $\lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \frac{E_\infty}{T}$

tem-se:

$$\text{Prob}[X_j] = E_\infty$$

que é um resultado já esperado.

Nos casos dos processos discretos é interessante utilizar-se da transformada Z ($Z = e^{-sT}$) no lugar da transformada de Laplace. Em muitos casos, as transformadas das f.d.e. aparecerão na forma de funções racionais:

$$E(Z) = \frac{a_0 + a_1 Z + a_2 Z^2 + \dots + a_n Z^n}{b_0 + b_1 Z + b_2 Z^2 + \dots + b_m Z^m} \quad (S.16)$$

O valor final E_∞ pode ser encontrado, lembrando que para $s \rightarrow 0$:

a) $Z \rightarrow 1$

b) $s = -\ln Z + 1 - Z$

Portanto:

$$E_{\infty} = T \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = T \lim_{Z \rightarrow 1} (1-Z) \frac{a_0 + a_1 Z + a_2 Z^2 + \dots + a_n Z^n}{b_0 + b_1 Z + b_2 Z^2 + \dots + b_m Z^m}$$

Como o desenvolvimento de Z^m , em torno de $Z=1$, é dado por:

$$Z^m = 1 + m(Z-1) + \frac{m(m-1)(Z-1)^2}{2!} + \dots$$

e para $Z \rightarrow 1$:

$$Z^m \rightarrow 1 + m(Z-1)$$

temos:

$$E_{\infty} = T \lim_{Z \rightarrow 1} (1-Z) \frac{a_0 + a_1 Z + a_2 Z^2 + \dots + a_n Z^n}{b_0 + b_1 + b_2 + \dots + b_n + (Z-1)[b_1 + 2b_2 + 3b_3 + \dots + mb_m]}$$

ou:

$$E_{\infty} = T \lim_{Z \rightarrow 1} (1-Z) \frac{a_0 + a_1 Z + a_2 Z^2 + \dots + a_n Z^n}{b_0 - b_2 - 2b_3 - \dots - (m-1)b_m - Z(-b_1 - 2b_2 - \dots - mb_m)}$$

O limite somente não será nulo se:

$$b_0 + b_1 + b_2 + \dots + b_m = 0$$

Neste caso:

$$E_{\infty} = -T \frac{a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n}{b_1 + 2b_2 + 3b_3 + \dots + mb_m} \quad (S.17)$$

Antes de passarmos à determinação dos espectros dos processos aleatórios, vejamos uma interessante propriedade do limite das funções densidade de esperança contínuas.

A esperança do número de vezes em que um estado X_i é atingido entre t e $t + \Delta t$, é dado por:

$$\langle n \rangle = \int_t^{t+\Delta t} e_i(\tau) d\tau = \text{Prob}[n=1] + 2 \cdot \text{Prob}[n=2] + 3 \cdot \text{Prob}[n=3] + \dots$$

Quando $\Delta t \rightarrow 0$:

$$\int_t^{t+\Delta t} e_i(\tau) d\tau \rightarrow e_i(t) \Delta t$$

isto é:

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle n \rangle \rightarrow 0 \\ \text{Prob}[n=1] \rightarrow 0 \\ \text{Prob}[n=2] \rightarrow 0 \\ \text{Prob}[n=3] \rightarrow 0 \\ \vdots \end{array} \right.$$

Todavia, como as ocorrências de $n=2, n=3, \dots$ estão condicionadas à ocorrência de $n=1$, a probabilidade desta decai mais lentamente que aquelas, de tal forma que no limite podemos afirmar:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d \text{Prob}[n=1]}{dt} = e_i(t) \\ \frac{d \text{Prob}[n=2]}{dt} = 0 \\ \frac{d \text{Prob}[n=3]}{dt} = 0 \\ \vdots \end{array} \right. \quad (\text{S.18})$$

Correlação e Densidade Espectral

Os sinais digitais utilizados na transmissão MCP podem ser caracterizados como seqüências de pulsos, associadas a seqüência de estados. O mecanismo de geração do sinal digital é um processo de Markov, um encadeamento infinito de estados, onde se associa a "emissão" de um pulso de sinal à chegada em cada estado. A caracterização de um processo de codificação será completa sempre que pudermos distinguir os estados possíveis, as leis de transição e os pulsos de sinal associados. Podemos, então, construir o diagrama de fluxos correspondente e, a partir de sua análise, determinar, entre outras coisas, a função de autocorrelação e a densidade espectral do processo. De passagem, este método permite determinar espectros de sinais MCP mesmo quando o processo utiliza vários pulsos básicos, isto é, onde o sinal digital é dado pela forma mais geral:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [b'_n p'(t-nT) + b''_n p''(t-nT) + b'''_n p'''(t-nT) + \dots]$$

As limitações do método somente aparecem quando a seqüência binária de entrada não é composta de dígitos independentes e a sua codificação não resulta, portanto, num processo de Markov.

Para a determinação da correlação e correspondente densidade espectral, vamos considerar o esquema geral de transmissão digital da Fig. S.8. Os geradores G_1 e G_2 , representam os mecanismos de geração dos processos de Markov. $X_1, X_2, \dots, X_i, \dots; Y_1, Y_2, \dots, Y_j, \dots$, representam os estados possíveis dos sistemas e $\gamma_1(t), \gamma_2(t), \dots, \gamma_i(t), \dots; \delta_1(t), \delta_2(t), \dots, \delta_j(t), \dots$, são "sinais" correspondentes, compostos por seqüências de impulsos, que marcam os instantes em que os estados são atingidos. As seqüências de impulsos "gatilham" geradores de formas de onda, representados pelos blocos, cujas funções de transferência são dadas por $h_1(t), h_2(t), \dots, h_i(t), \dots$ e $\ell_1(t), \ell_2(t), \dots, \ell_j(t), \dots$. Os pulsos de saída são somados, resultando os sinais digitais $x(t)$ e $y(t)$, cuja correlação e densidade espectral cruzadas desejamos determinar:

$$x(t) = \sum_i \gamma_i(t) * h_i(t) = \sum_i x_i(t) \quad (\text{S.19a})$$

$$y(t) = \sum_j \delta_j(t) * \ell_j(t) = \sum_j u_j(t) \quad (\text{S.19b})$$

A correlação cruzada entre $x(t)$ e $y(t)$ é dada por:

$$\begin{aligned} R_{xy}(\tau) &= \langle x(t) \cdot y(t+\tau) \rangle \\ &= \left\langle \left[\sum_i \gamma_i(t) * h_i(t) \right] \cdot \left[\sum_j \delta_j(t+\tau) * \ell_j(t) \right] \right\rangle \\ &= \left\langle \sum_i \sum_j [\gamma_i(t) * h_i(t)] \cdot [\delta_j(t+\tau) * \ell_j(t)] \right\rangle \end{aligned}$$

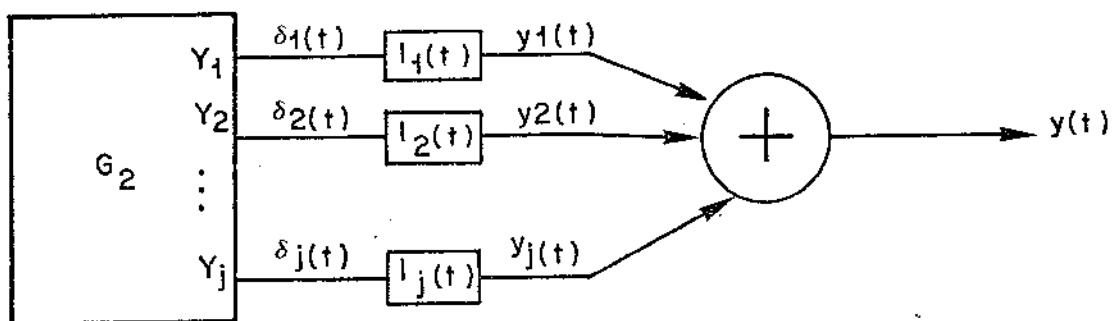
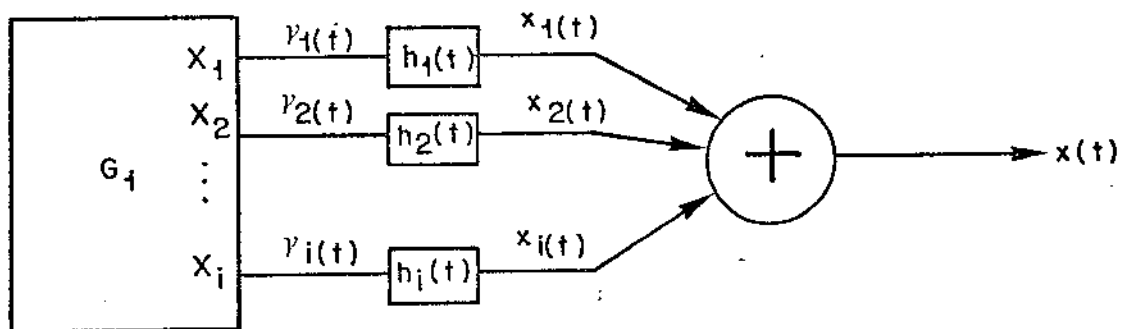


Fig. S.8 - Esquema básico da geração dos sinais digitais aleatórios

Utilizando as propriedades das transmissões de processos aleatórios por sistemas lineares [5], obtemos, finalmente:

$$R_{xy}(\tau) = \sum_i \sum_j [R_{ij}(\tau) * h_i(-\tau) * l_j(\tau)] \quad (S.20)$$

onde: $R_{ij}(\tau) = \langle \gamma_i(t) \cdot \delta_j(t+\tau) \rangle$

Na determinação de $R_{ij}(\tau)$ vamos aproximar os trens de impulsos $\gamma_i(\tau)$ e $\delta_j(\tau)$ por trens de pulsos retangulares de largura dt e amplitude $1/dt$, conforme vemos na Fig. S.9.

Nestas condições, temos por definição:

$$R_{ij}(\tau) = \frac{P_{ij}(\tau)}{(dt)^2} \quad (S.21)$$

onde:

$P_{ij}(\tau)$ = probabilidade de ocorrência conjunta de um impulso $\gamma_i(t)$ no intervalo $[t - dt/2, t + dt/2]$ e de um impulso $\delta_j(t)$ no intervalo $[t + \tau - dt/2, t + \tau + dt/2]$
 $1/(dt)^2$ = produto das amplitudes dos pulsos

[5] LATHI, B.P. - An Introduction to Random Signals and Communications Theory - Intern. Textbook Co., pag. 244.

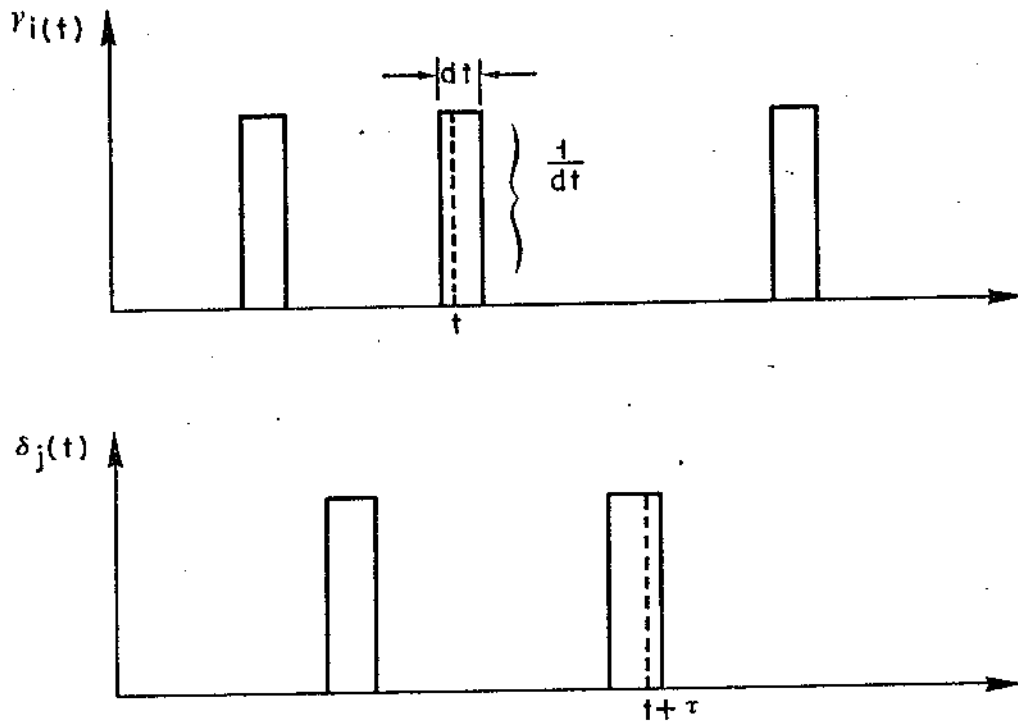


Fig. S.9 - Aproximação de $\gamma_i(t)$ e $\delta_j(t)$ por pulsos retangulares.

Para $\tau \geq 0$:

$$P_{ij}(\tau) = \text{Prob}[X_i] \cdot \text{Prob}[Y_j|X_i]_{\tau}$$

onde:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Prob}[X_i] = \text{probabilidade incondicional de regime do sistema chegar ao estado } X_i \text{ num intervalo de duração } dt, \text{ em torno de } t. \\ \text{Prob}[Y_j|X_i]_{\tau} = \text{probabilidade condicional de regime do sistema chegar ao estado } Y_j \text{ no intervalo } [t + \tau - dt/2, t + \tau + dt/2] \text{ dado que chegou ao estado } X_i \text{ no intervalo } [t - dt/2, t + dt/2]. \end{array} \right.$$

Em vista da equação (S.18):

$$\text{Prob}[X_i] = \overline{e_i(t)} dt \quad (\text{S.22})$$

onde $e_i(t)$ é a f.d.e. do nó X_i (sem considerações sobre o nó inicial, já que estamos interessados apenas na situação de regime).

Devemos tomar a média de $e_i(t)$ pois $e_i(t)$, mesmo no regime, pode ter um comportamento periódico - o que, aliás, é válido sempre para os processos discretos.

A equação (S.22) se resume, em vista das equações (S.13a) e (S.13b) em:

$$\text{Prob}[X_i] = e_{i\infty} dt, \text{ para processos contínuos} \quad (\text{S.23a})$$

$$\text{Prob}[X_i] = \frac{E_{i\infty}}{T} dt, \text{ para processos discretos} \quad (\text{S.23b})$$

A $\text{Prob}[Y_j|X_i]_{\tau}$ é dada por:

$$\text{Prob}[Y_j|X_i]_{\tau} = \begin{cases} e_j^i(\tau) dt \\ E_j^i(\tau) dt \end{cases} \quad (\text{S.24})$$

onde: $\int_{-\infty}^{\infty} \begin{cases} e_j^i(\tau) dt \\ E_j^i(\tau) dt \end{cases}$ é a f.d.e. do nó Y_j , dado que o nó inicial é X_i .

Combinando as expressões (S.23) e (S.24), obtemos, para $\tau \geq 0$:

$$R_{ij}(\tau) = \begin{cases} e_{i_\infty} e_j^i(\tau) & , \text{processos contínuos} & \text{(S.25a)} \\ \frac{E_{i_\infty}}{T} E_j^i(\tau) & , \text{processos discretos} & \text{(S.25b)} \end{cases}$$

Analogamente, para $\tau \leq 0$:

$$R_{ij}(\tau) = \begin{cases} e_{j_\infty} e_i^j(-\tau) & , \text{processos contínuos} & \text{(S.26a)} \\ \frac{E_{j_\infty}}{T} E_i^j(-\tau) & , \text{processos discretos} & \text{(S.26b)} \end{cases}$$

Evidentemente, da forma como foram definidas as f.d.e. temos para a expressão (S.25):

$$R_{ij}(\tau) = 0, \quad \tau < 0 \quad \text{(S.27a)}$$

Analogamente, para a expressão (S.26):

$$R_{ij}(\tau) = 0, \quad \tau > 0 \quad \text{(S.27b)}$$

Essas constatações nos permitem escrever para $-\infty < \tau < \infty$

$$R_{ij}(\tau) = \begin{cases} e_{i_\infty} e_j^i(\tau) + e_{j_\infty} e_i^j(-\tau) & , \text{para processos contínuos} & \text{(S.28a)} \\ \frac{E_{i_\infty}}{T} E_j^i(\tau) + \frac{E_{j_\infty}}{T} E_i^j(-\tau) & , \text{para processos discretos} & \text{(S.28b)} \end{cases}$$

Entretanto, não devemos perder de vista que se $e_j^i(\tau)$ contiver um impulso em $\tau = 0$, $e_i^j(\tau)$ também o conterá, de forma que, para a expressão (S.28) ser rigorosamente verdadeira, será necessário compensar a dupla inclusão desse impulso por uma subtração conveniente.

Podemos expressar a equação (S.28) em termos de sua T.L.bilateral e, considerando a expressão (S.20), obtemos, finalmente, o espectro cruzado de $x(t)$ e $y(t)$:

$$G_{xy}(s) = \begin{cases} \sum_i \sum_j H_i(-s) L_j(s) [e_{i_\infty} U_{ij}(s) + e_{j_\infty} U_{ji}(-s)], & \text{processo contínuo} & \text{(S.29a)} \\ \sum_i \sum_j \frac{H_i(-s) L_j(s)}{T} [E_{i_\infty} U_{ij}(s) + E_{j_\infty} U_{ji}(-s)], & \text{processo discreto} & \text{(S.29b)} \end{cases}$$

onde $U_{ij}(s)$ representa a transmitância (em termos de fluxograma) do nó X_i ao nó Y_j , já que $U_{ij}(s) = E_j^i(s)$ se o estado X_i for tomado como o inicial, com probabilidade igual a 1.

Podemos, naturalmente, exprimir a equação (S.29) em termos da transformada $Z = e^{-s}$, lembrando que $U_{ij}(-s)$ se transformará em $U_{ij}(1/Z)$.

A partir das transformadas Z podemos determinar as amplitudes dos impulsos na origem que $e_j^1(\tau)$ porventura contenham, já que serão dadas por:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} U_{ij}(s) = \lim_{Z \rightarrow 0} U_{ij}(Z) \quad (S.30)$$

Na maioria dos casos, $U_{ij}(Z)$ será contínua e portanto:

$$\lim_{Z \rightarrow 0} U_{ij}(Z) = U_{ij}(0)$$

e valerá:

$$U_{ij}(0) = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

O resultado a que chegamos pode ser utilizado para calcular, no caso particular, o espectro de um processo aleatório, bastando fazer-se

$$x(t) = y(t).$$

S III. DETERMINAÇÃO DOS ESPECTROS CORRESPONDENTES A ALGUNS CÓDIGOS DE LINHA

S.III.1. Código Bipolar

O processo de Markov correspondente ao código bipolar pode ser caracterizado por uma sucessão aleatória de dois estados X_1 e X_2 e dos respectivos pulsos $p(t)$ e $-p(t)$, que são "emitidos" quando o sistema atinge esses estados. O fluxograma, em termos da transformada Z, está mostrado na figura abaixo:

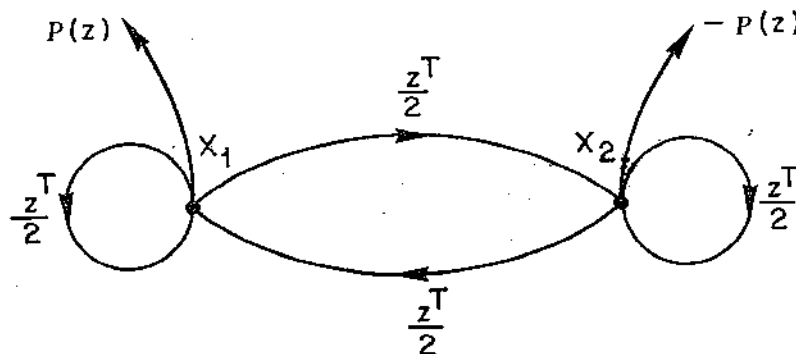


Fig. S.10 - Fluxograma do código bipolar

Lembrando que $e^{-s} = Z$, as transmitâncias entre nós são dadas por:

$$U_{12}(Z) = U_{21}(Z) = \frac{1}{2} \frac{z^T}{1-z^T}$$

$$U_{12}(z^{-1}) = U_{21}(z^{-1}) = \frac{1}{2} \frac{1}{z^T - 1}$$

$$U_{11}(Z) = U_{22}(Z) = \frac{1}{2} \frac{2-z^T}{1-z^T}$$

$$U_{11}(z^{-1}) = U_{22}(z^{-1}) = \frac{1}{2} \frac{2z^T - 1}{z^T - 1}$$

$E_{1\infty}$, $E_{2\infty}$, $U_{11}(0)$, $U_{22}(0)$, $U_{12}(0)$ e $U_{21}(0)$ serão dados, de acordo com (S.17) e (S.30), por:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{1\infty} = E_{2\infty} = 1/2 \\ U_{11}(0) = U_{22}(0) = 1 \\ U_{12}(0) = U_{21}(0) = 0 \end{array} \right.$$

A densidade espectral de potência será dada por:

$$G_X(Z) = \frac{P(Z^{-1}) P(Z)}{T} \left[\frac{1}{2} \frac{2-Z^T}{1-Z^T} + \frac{1}{2} \frac{2Z^T-1}{Z^T-1} - \frac{1}{2} \frac{Z^T}{1-Z^T} - \frac{1}{2} \frac{1}{Z^T-1} - 1 \right]$$

$$G_X(s) = \frac{P(-s) P(s)}{T}$$

ou, em termos da frequência $f = s/2\pi j$:

$$G_X(f) = \frac{|P(f)|^2}{T} \quad (S.31)$$

igual ao resultado obtido no Capítulo I.

S.III.2. Código INA

O fluxograma correspondente ao código INA é mostrado na Fig. S.11. Precisamos agora distinguir entre quatro estado do sistema, X_1, X_2, X_3 e X_4 , onde X_2 e X_3 representam a chegada de um dígito binário "1", com a correspondente "emissão" de um pulso positivo (em X_2) ou negativo (em X_3). X_1 e X_4 representam a chegada de "0", após X_2 e X_3 , respectivamente, não ocorrendo "emissão" de sinal.

Como somente ocorrem "emissões" em X_2 e X_3 , basta calcularmos as transmitâncias entre esses nós. Obteremos assim:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{22}(Z) = U_{33}(Z) = \frac{1}{4} \frac{4 - 4Z^T + Z^{2T}}{1-Z^T} \\ U_{22}(Z^{-1}) = U_{33}(Z^{-1}) = \frac{1}{4} \frac{4Z^{2T} - 4Z^T + 1}{Z^{2T} - Z^T} \\ U_{23}(Z) = U_{32}(Z) = \frac{1}{4} \frac{2Z^T - 2^{2T}}{1-Z^T} \\ U_{23}(Z^{-1}) = U_{32}(Z^{-1}) = \frac{1}{4} \frac{2Z^T - 1}{Z^{2T} - Z^T} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{2\infty} = E_{3\infty} = 1/4 \\ U_{22}(0) = U_{33}(0) = 1 \end{array} \right.$$

Substituindo esses resultados na equação (S.29b), obtemos:

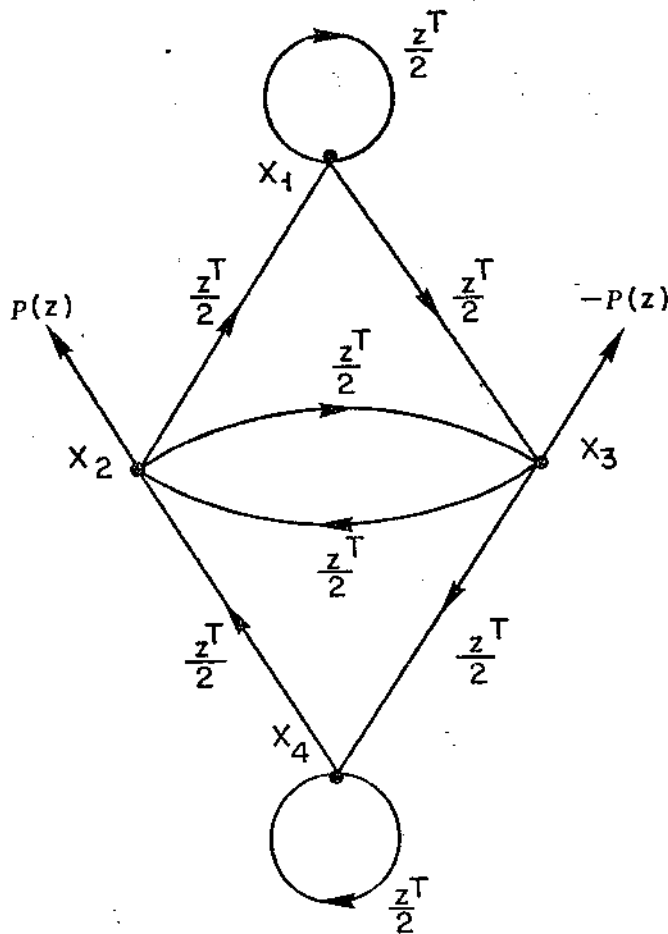


Fig. S.11 - Fluxograma do código IMA

$$G_X(z) = \frac{P(z^{-1}) P(z)}{4T} [-z^T + 2 - z^{-T}]$$

ou

$$G_X(f) = \frac{|P(f)|^2}{4T} [-e^{+j2\pi fT} + 2 - e^{-j2\pi fT}]$$

finalmente:

$$G_X(f) = \frac{|P(f)|^2}{T} \text{sen}^2 \pi fT \quad (S.32)$$

S.III.3. Código ADM-3

O código ADM-3 é uma variante do código IMA que não permite seqüências de mais de 3 zeros consecutivos e baseia suas propriedades na introdução de violações na regra da alternância de marcas do código IMA. O procedimento para a introdução das quadras envolvendo violações é mostrado na tabela a seguir.

Uma análise das leis da codificação ADM-3 mostra que é possível representar a codificação por uma seqüência de 8 estados ativos (onde há "emissão" de sinais) e 12 estados passivos ou de espera (onde não há "emissão" de sinais). O fluxograma correspondente, supondo que os dígitos "1" e "0" da seqüência binária são equiprováveis e T o inver

Última marca antes da quadra de zeros	Última quadra de violações utilizada antes da quadra de zeros	
	000+ ou +00+	000- ou -00-
+	-00-	000+
-	000-	+00+

so da taxa de símbolos é igual a 1, está mostrado na Fig. S.12.

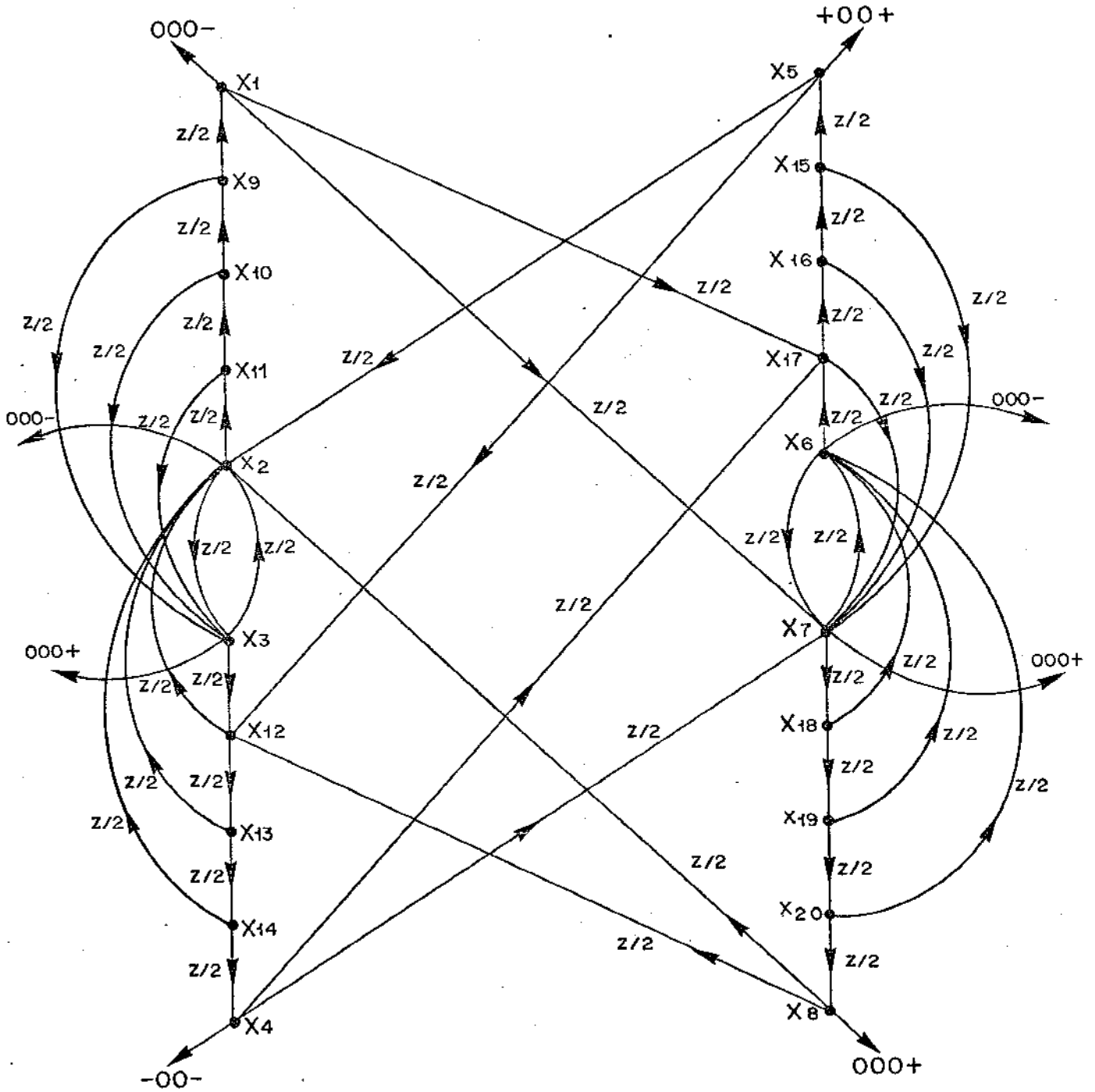


Fig. S.12 - Fluxograma do código ADM-3

Os estados X_1 e X_4 representam a "emissão" de violações negativas, enquanto X_5 e X_8 , violações positivas. X_2 e X_3 representam a "emissão" de pulsos negativos e positivos, respectivamente, antes da introdução das violações negativas, ou, visto de outra forma, após a introdução de violações positivas, enquanto que X_6 e X_7 representam a emissão de pulsos antes da introdução das violações positivas. Os 3 zeros nos sinais emitidos quando o sistema atinge X_1 , X_2 , X_3 , X_6 , X_7 e X_8 apenas representam o atraso de $3T$, introduzido pela codificação ADM-3. Apesar dos sinais em X_4 e X_5 começarem com um pulso aqui também está presente esse atraso de $3T$. Os estados $X_9, X_{10}, \dots, X_{20}$ são estados de espera, correspondentes às chegadas do primeiro, segundo e terceiro zeros após a transmissão de um pulso.

Chamando de $E_1(Z), E_2(Z), \dots, E_{20}(Z)$ as f.d.e. dos nós X_1, X_2, \dots, X_{20} , respectivamente, e supondo $T = 1$, podemos, a partir do fluxograma, estabelecer as seguintes relações:

$$\begin{aligned}
 E_1(Z) &= Z/2 E_9(Z) \\
 E_2(Z) &= Z/2 E_3(Z) + Z/2 E_5(Z) + Z/2 E_8(Z) + Z/2 E_{12}(Z) + Z/2 E_{13}(Z) + Z/2 E_{14}(Z) \\
 E_3(Z) &= Z/2 E_2(Z) + Z/2 E_9(Z) + Z/2 E_{10}(Z) + Z/2 E_{11}(Z) \\
 E_4(Z) &= Z/2 E_{14}(Z) \\
 E_5(Z) &= Z/2 E_{15}(Z) \\
 E_6(Z) &= Z/2 E_7(Z) + Z/2 E_{18}(Z) + Z/2 E_{19}(Z) + Z/2 E_{20}(Z) \\
 E_7(Z) &= Z/2 E_1(Z) + Z/2 E_4(Z) + Z/2 E_6(Z) + Z/2 E_{15}(Z) + Z/2 E_{16}(Z) + Z/2 E_{17}(Z) \\
 E_8(Z) &= Z/2 E_{20}(Z) \\
 E_9(Z) &= Z/2 E_{10}(Z) \\
 E_{10}(Z) &= Z/2 E_{11}(Z) \\
 E_{11}(Z) &= Z/2 E_2(Z) \\
 E_{12}(Z) &= Z/2 E_3(Z) + Z/2 E_5(Z) + Z/2 E_8(Z) \\
 E_{13}(Z) &= Z/2 E_{12}(Z) \\
 E_{14}(Z) &= Z/2 E_{13}(Z) \\
 E_{15}(Z) &= Z/2 E_{16}(Z) \\
 E_{16}(Z) &= Z/2 E_{17}(Z) \\
 E_{17}(Z) &= Z/2 E_1(Z) + Z/2 E_4(Z) + Z/2 E_6(Z) \\
 E_{18}(Z) &= Z/2 E_7(Z) \\
 E_{19}(Z) &= Z/2 E_{18}(Z) \\
 E_{20}(Z) &= Z/2 E_{19}(Z)
 \end{aligned}$$

Dado um estado de partida - que corresponde a se adicionar 1 à equação correspondente a esse estado - teremos caracterizado completamente um desenvolvimento do processo. A resolução do fluxograma é uma tarefa formidável, que não pode ser realizada com facilidade por meio das regras de Mason. Em casos complexos como este, é melhor retornar ao método geral de matrizes e, após obtidas as soluções das f.d.e., interpretá-las segundo os resultados da parte II.

Considerando que X_i seja o estado de partida, o sistema de equações pode ser escrito numa forma matricial:

$$(I - Z/2 \text{ COD}) \vec{E}^i = \vec{C}^i \tag{S.33}$$

onde:

I = matriz identidade de ordem 20
 COD = matriz 20×20 , com elementos iguais a 1 ou 0
 \vec{E}^i = matriz coluna, formada pelos elementos $E_j^i(Z)$, $j = 1, 2, \dots, 20$
 \vec{C}^i = matriz coluna, com todos elementos nulos, com exceção ao correspondente à linha i .

A solução de E será:

$$\vec{E}^i = (I - Z/2 COD)^{-1} \cdot \vec{C}^i \quad (S.34)$$

Esta solução envolve a grande dificuldade da obtenção da matriz inversa de $(I - Z/2 COD)$, que não é uma simples matriz numérica, mas sim uma matriz algébrica em Z .

Uma solução prática para a equação (S.34) pode ser encontrada na forma da seguinte série matricial:

$$\vec{E}^i = [I + Z/2 COD + (Z/2)^2 COD^2 + (Z/2)^3 COD^3 + \dots] \vec{C}^i \quad (S.35)$$

Que a forma acima é uma solução, pode ser imediatamente verificada pela sua substituição na equação (S.33).

Como \vec{C}^i só possui o i -ésimo elemento diferente de zero, as soluções da f.d. e. serão dadas por:

$$E_j^i(Z) = \delta_{ij} + \frac{COD(j,i)}{2} Z + \frac{COD^2(j,i)}{2^2} Z^2 + \frac{COD^3(j,i)}{2^3} Z^3 + \dots \quad (S.36)$$

onde:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & j = i \\ 0, & j \neq i \end{cases}$$

A equação (S.36) também pode ser escrita na forma temporal:

$$e_j^i(t) = \delta_{ij} \delta(t) + \frac{COD(j,i)}{2} \delta(t-1) + \frac{COD^2(j,i)}{2^2} \delta(t-2) + \frac{COD^3(j,i)}{2^3} \delta(t-3) + \dots \quad (S.37)$$

Os termos $COD^k(j,i)/2^k$ representam as probabilidades do sistema atingir o estado X_j após k períodos de relógio, dado que partiu do estado X_i . Na Fig. S.13 vemos, como exemplo, o gráfico de $e_3^1(t)$. Nota-se que o primeiro impulso somente ocorre para $t = 6$, o que significa que existe possibilidade do sistema atingir o estado X_3 , dado que partiu de X_1 , somente após 6 transições. O caminho percorrido seria: $X_1, X_{17}, X_{16}, X_{15}, X_5, X_2$ e X_3 . A probabilidade de se atingir X_3 após 6 transições será igual a $1/2^6 = 0,015625$. Os valores da Fig. S.13, por uma questão de conveniência foram arredondados para dois algarismos significativos.

Evidentemente,

$$\sum_{j=1}^{20} \frac{COD^k(j,i)}{2^k} = 1$$

e o termo $COD^k(j,i)/2^k$ deve tender ao limite E_j^∞ , independentemente do estado de partida. (No caso de X_3 ,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} COD^k(3,1) = 0,129032258$$

como mostraremos adiante.)

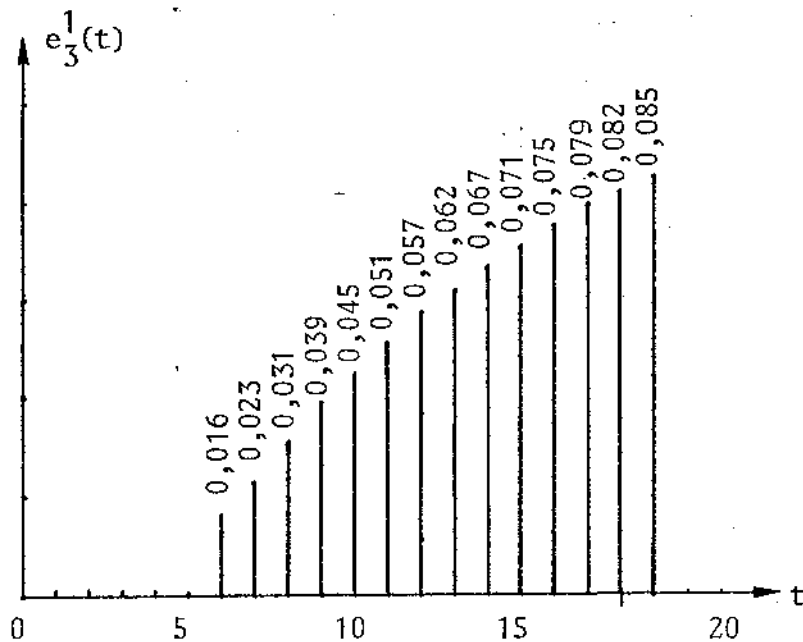


Fig. S.13 - A função $e_3^1(t)$

Essa propriedade da série pode ser utilizada para a obtenção da função de autocorrelação e da densidade espectral do processo, pela substituição na equação (S.29b). O cálculo de COD^k pode ser feita facilmente em computador por multiplicações consecutivas, porém este método apresenta dois pontos desinteressantes. Primeiro, a solução da função de autocorrelação, ou da densidade espectral, virá também em forma de uma série infinita. Segundo, a obtenção do limite E_j^i é problemática, pois sempre teremos uma aproximação e nunca seu valor exato.

Uma forma de ultrapassar as dificuldades consiste em tentar resolver a equação (S.33) pelo método de Cramer. Com este método, a solução da f.d.e. correspondente ao nó X_j^i , dado que é X_i o nó inicial, seria:

$$E_j^i(Z) = \frac{\Delta_j^i}{\Delta} \quad (S.38)$$

onde:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta = \text{determinante da matriz } (I - Z/2 \text{ COD}) \\ \Delta_j^i = \text{determinante da matriz resultante da substituição de } C_j^i \text{ na coluna } j \text{ da} \\ \text{matriz } (I - Z/2 \text{ COD}) \end{array} \right.$$

É fácil de ver que Δ será, no caso geral, um polinômio em Z de grau 20, enquanto Δ_j^i será de grau 19. A forma geral das soluções será, pois:

$$E_j^i(Z) = \frac{a_{j0}^i + a_{j1}^i Z + a_{j2}^i Z^2 + \dots + a_{j19}^i Z^{19}}{1 + b_1 Z + b_2 Z^2 + \dots + b_{20} Z^{20}} \quad (S.39)$$

O coeficiente b_0 pode ser considerado igual a 1 sem perda de generalidade; os coeficientes b_k do denominador serão iguais para todas as soluções. Os coeficientes do numerador dependem naturalmente dos nós em consideração e podem ser determinados conhecendo-se os termos b_k , $k=1, 20$ e os elementos das matrizes COD^n . Comparando a solução, em forma de série, dada em (S.36) e a expressão (S.39), vemos que:

$$a_{j_n}^i = \sum_{k=0}^n \frac{\text{COD}^{n-k}}{2^{n-k}} (j,i) b_k, \quad n=0,1,2,\dots,19 \quad (\text{S.40})$$

A dificuldade, portanto, se encontra apenas na determinação dos coeficientes b_k ou, o que é equivalente, a determinação de $\det(I - Z/2 \text{ COD})$. O cálculo desse determinante, pela ordem elevada da matriz COD, não é uma tarefa trivial. Utilizaremos para o nosso objetivo certas transformações matriciais, denominadas transformações de similaridade.

Consideremos uma matriz T, qualquer, que apresente uma inversa T^{-1} . É claro que:

$$\det T \cdot (I - Z/2 \text{ COD}) \cdot T^{-1} = \det(I - Z/2 \text{ COD})$$

mas:

$$\det T \cdot (I - Z/2 \text{ COD}) \cdot T^{-1} = \det(I - Z T \text{ COD}/2 \cdot T^{-1}) \quad (\text{S.41})$$

Se existir uma matriz T que transforme $T \cdot \text{COD}/2 \cdot T^{-1}$ numa forma conveniente, a questão estará resolvida. A forma conveniente que procuramos é a forma de Frobenius, que tem o aspecto mostrado abaixo:

$$F = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & \dots & f_{20} \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det[I - ZF] = \begin{bmatrix} 1-f_1Z & -f_2Z & -f_3Z & \dots & -f_{18}Z & -f_{19}Z & -f_{20}Z \\ -Z & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -Z & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -Z & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -Z & 1 \end{bmatrix}$$

Desenvolvendo o determinante pelos elementos da 1ª linha, obtém-se:

$$\det[I - ZF] = 1 - f_1Z - f_2Z^2 \dots - f_{20}Z^{20}$$

Daí sai:

$$b_1 = -f_1$$

$$b_2 = -f_2$$

⋮

$$b_{20} = -f_{20}$$

(S.42)

O método da obtenção da forma de Frobenius por meio de uma transformação de similaridade denominada de Danilevsky [6], consiste na aplicação de uma série de transformações de similaridade elementares. Vejamos, inicialmente, aquelas que serão utilizadas. Entre parênteses estão indicadas as operações resultantes da pós-multiplicação por T^{-1} .

a) Multiplicação de uma linha i por uma constante a

(Divisão da coluna i por a)

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \leftarrow \text{linha } i \\ \\ \end{array}$$

coluna
i

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a^{-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \leftarrow \text{linha } i \\ \\ \end{array}$$

coluna
i

b) Troca da linha i pela linha j, e vice-versa

(Troca da coluna i pela coluna j, e vice-versa)

$$T = T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \leftarrow \text{linha } i \\ \leftarrow \text{linha } j \\ \\ \end{array}$$

coluna coluna
i j

c) Soma da linha j, multiplicada por a, à linha i

(Subtração da coluna j da coluna i, multiplicado por a)

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & a & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \leftarrow \text{linha } i \\ \leftarrow \text{linha } j \\ \\ \end{array}$$

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -a & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \leftarrow \text{linha } i \\ \leftarrow \text{linha } j \\ \\ \end{array}$$

O procedimento para se transformar COD/2 numa matriz de Frobenius será, então, o seguinte, onde, por simplicidade, denominaremos sempre por F a matriz resultante das transformações:

- 1) Divide-se a linha 2 por $f_{2,1}$
- 2) Multiplica-se a coluna 2 por $f_{2,1}$
- 3) Subtrai-se da linha j ($j=3, 20$) a linha 2 multiplicada por $f_{j,1}$
- 4) Soma-se a coluna j ($j=3,4,\dots,20$), multiplicado por $f_{j,1}$ (*), à coluna 2

$$F = \begin{bmatrix} f_{1,1} & f_{1,2} & \dots & f_{1,20} \\ 1 & f_{2,2} & \dots & f_{2,20} \\ 0 & f_{3,2} & \dots & f_{3,20} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & f_{20,2} & \dots & f_{20,20} \end{bmatrix}$$

- 5) Repete-se o procedimento 1,2,3 e 4 para as linhas 3,4,...,20. Obtém-se então:

$$F = \begin{bmatrix} f_{1,1} & f_{1,2} & \dots & f_{1,20} \\ 1 & f_{2,2} & \dots & f_{2,20} \\ 0 & 1 & \dots & f_{3,20} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & f_{20,20} \end{bmatrix}$$

- 6) Subtrai-se da coluna 20, a coluna 19 multiplicada por $f_{20,20}$
- 7) Soma-se à linha 19, a linha 20 multiplicada por $f_{20,20}$ (**).

A matriz resultante será agora da forma:

$$F = \begin{bmatrix} f_{1,1} & f_{1,2} & \dots & f_{1,20} \\ 1 & f_{2,2} & \dots & f_{2,20} \\ 0 & 1 & \dots & f_{3,20} \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- 8) Repete-se o procedimento 6 e 7 para as colunas 19, 18,...,2, obtendo-se finalmente a matriz na forma de Frobenius.

Obtivemos, após os cálculos, os seguintes valores para os coeficientes b_k :

$$b_1 = 0$$

$$b_2 = -0,5$$

$$b_3 = -0,5$$

$$b_4 = -0,3125$$

(*) Valor de $f_{j,1}$ antes da operação 3.

(**) Valor de $f_{20,20}$ antes da operação 8.

$$\begin{aligned}
b_5 &= -0,125 \\
b_6 &= 0,0625 \\
b_7 &= 0,125 \\
b_8 &= 0,109375 \\
b_9 &= 0,07421875 \\
b_{10} &= 0,04003906 \\
b_{11} &= 0,01757813 \\
b_{12} &= 0,00634766 \\
b_{13} &= 0,00195313 \\
b_{14} &= 0,00042725 \\
b_{15} &= 0,00006104 \\
b_{16} &= b_{17} = b_{18} = b_{19} = b_{20} = 0
\end{aligned}$$

Utilizando esses valores de b_k , e os termos $COD(j,i)$, obtiveram-se, através da expressão (S.40), os coeficientes a_{jn}^i , $i, j = 1, 2, \dots, 8$; $n = 0, 1, 2, \dots, 19$.

Neste ponto podemos obter as probabilidades incondicionais de se chegar a um dos estados X_1, X_2, \dots, X_8 , que também se constituem nos limites dos termos $COD^k(j,i)/2^k$, quando $k \rightarrow \infty$.

Usando a expressão (S.17), foram encontrados os seguintes valores:

Nó	Prob.
X_1	0,008065
X_2	0,129032
X_3	0,120968
X_4	0,008602
X_5	0,008602
X_6	0,120968
X_7	0,129032
X_8	0,008065

São dignos de destaque as seguintes relações:

$$\begin{aligned}
1) \text{ Prob}(X_1) &= \text{Prob}(X_8) \\
\text{Prob}(X_2) &= \text{Prob}(X_7) \\
\text{Prob}(X_3) &= \text{Prob}(X_6) \\
\text{Prob}(X_4) &= \text{Prob}(X_5)
\end{aligned}$$

Isto garante o balanceamento do código, que não apresenta nível CC. Esse resultado era, naturalmente, esperado, por força do sistema do código.

$$2) \text{ Prob}(X_2) + \text{Prob}(X_6) = \text{Prob}(X_3) + \text{Prob}(X_7) = 1/4$$

Esse resultado também já era esperado, pois apresenta a probabilidade de se transmitir um pulso positivo, ou negativo, associado à chegada de um dígito binário "1".

$$3) \text{Prob}(X_1) + \text{Prob}(X_4) + \text{Prob}(X_5) + \text{Prob}(X_8) = 1/30$$

Este resultado corrobora a determinação, no Capítulo I, da densidade média de violações na codificação ADM-3. Calculou-se, ali, o número médio necessário de dígitos de entrada para aparecer uma seqüência de 4 zeros consecutivos, obtendo-se então $\langle n \rangle = 30$.

De posse dos valores de $\text{Prob}(X_i)$, $i = 1, 8$ e de $E_j^i(Z)$, $i, j = 1, 8$, pode-se determinar a densidade espectral do código ADM-3, lembrando que os sinais "emitidos" em cada nó X_i são dados por:

$$P_1(Z) = -P(Z) Z^3$$

$$P_2(Z) = -P(Z) Z^3$$

$$P_3(Z) = P(Z) Z^3$$

$$P_4(Z) = -P(Z)(1+Z^3)$$

$$P_5(Z) = P(Z)(1+Z^3)$$

$$P_6(Z) = -P(Z) Z^3$$

$$P_7(Z) = P(Z) Z^3$$

$$P_8(Z) = P(Z) Z^3$$

onde $P(Z)$ é a transformada do pulso básico $p(t)$.

Os valores finais de $E_{i,j,\infty}$ são dados por

$$E_{i,j,\infty} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

Substituindo os valores de $E_j^i(Z)$, $i, j = 1, 8$, $\text{Prob}(X_i)$, $i = 1, 8$, $E_{i,j,\infty}$, $i = 1, 8$ na expressão (S.29b) e considerando o período T , resulta:

$$G_X(f) = \frac{1}{T} |P(f)|^2 \frac{\sum_{n=0}^{15} a_n \cos 2\pi n T f}{\sum_{m=0}^{15} b_m \cos 2\pi m T f} \quad (\text{S.43})$$

onde:

$$a_0 = 0,31032773$$

$$b_0 = 0,82612011$$

$$a_1 = -0,13678535$$

$$b_1 = 0,47090235$$

$$a_2 = -0,13796902$$

$$b_2 = -0,29431775$$

$$a_3 = -0,04651794$$

$$b_3 = -0,50936100$$

$$a_4 = -0,02438221$$

$$b_4 = -0,44414991$$

$$a_5 = 0,00161991$$

$$b_5 = -0,26824588$$

$$a_6 = 0,01931740$$

$$b_6 = -0,04331422$$

$$a_7 = 0,01002958$$

$$b_7 = 0,06176662$$

$$a_8 = 0,00268686$$

$$b_8 = 0,07837296$$

$a_9 = 0,0136819$	$b_9 = 0,06159592$
$a_{10} = -0,00021111$	$b_{10} = 0,03574753$
$a_{11} = -0,00009481$	$b_{11} = 0,01636887$
$a_{12} = 0,00000999$	$b_{12} = 0,00610352$
$a_{13} = 0,00005929$	$b_{13} = 0,00192261$
$a_{14} = 0,00003203$	$b_{14} = 0,00042725$
$a_{15} = 0,00000945$	$b_{15} = 0,00006104$

Vemos na figura abaixo o gráfico de $G_X(f)$.

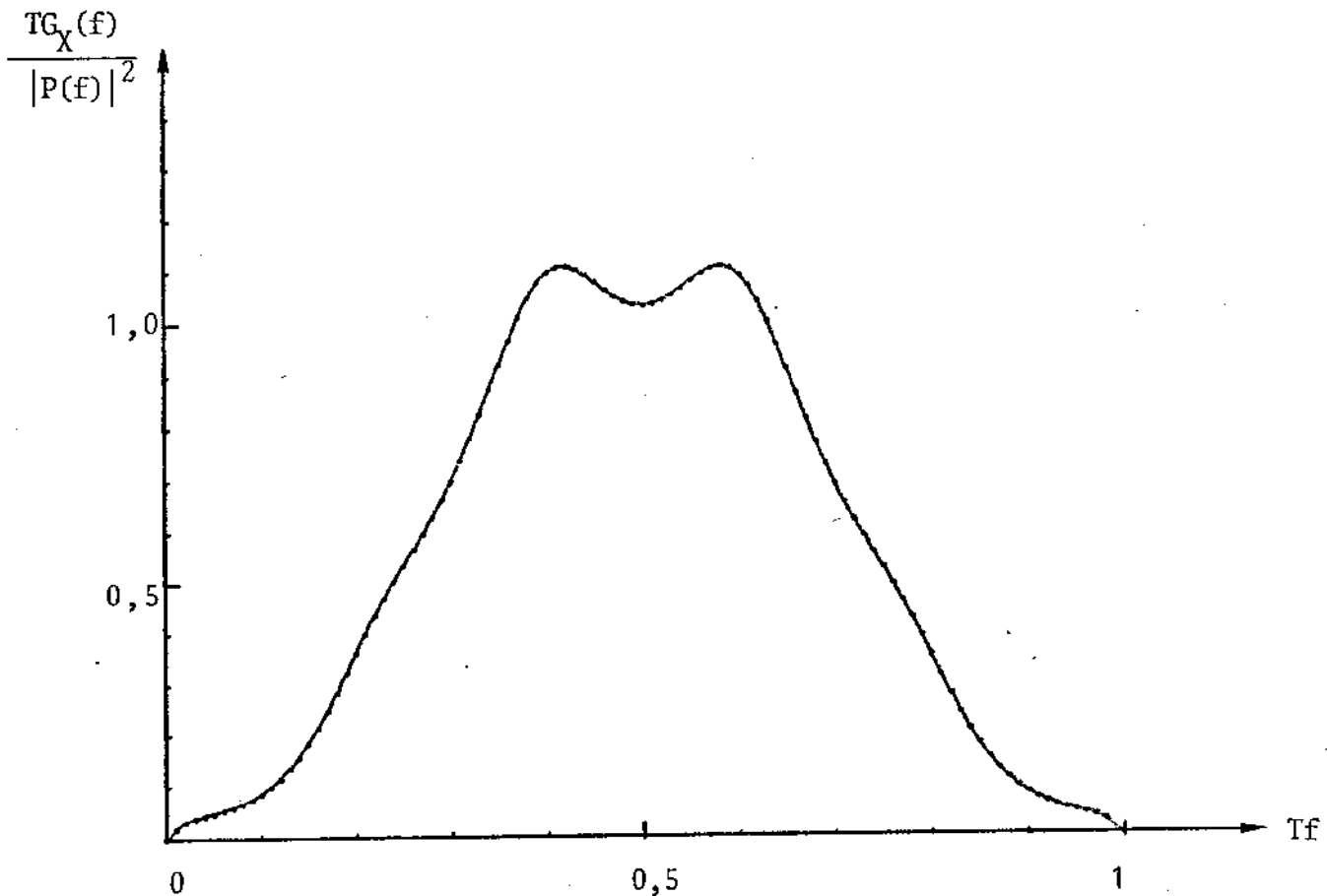


Fig. S.14 - $G_X(f)$ versus f

S.III.4. Códigos de Blocos

Apenas indicaremos, aqui, o procedimento a ser adotado na determinação dos espectros de códigos de bloco. Na montagem do fluxograma, deve-se associar a cada bloco transmitido, para cada valor da SDC, um estado diferente. Por exemplo, no caso do código MS-43m existirão 48 estados diferentes ativos! Para o código 3B-4B, apresentado no Capítulo I, teremos 16 estados. As possibilidades de transição entre blocos são facilmente determináveis pelo exame da estrutura de codificação, devendo-se observar, contudo, que as transições ocorrem não com a taxa de chegada dos dígitos binários, mas, sim com essa taxa dividida pelo número de dígitos binários correspondente a cada bloco.

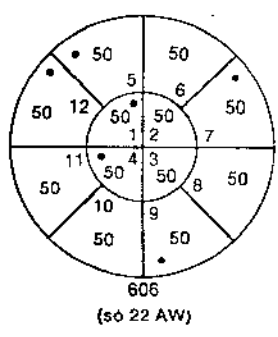
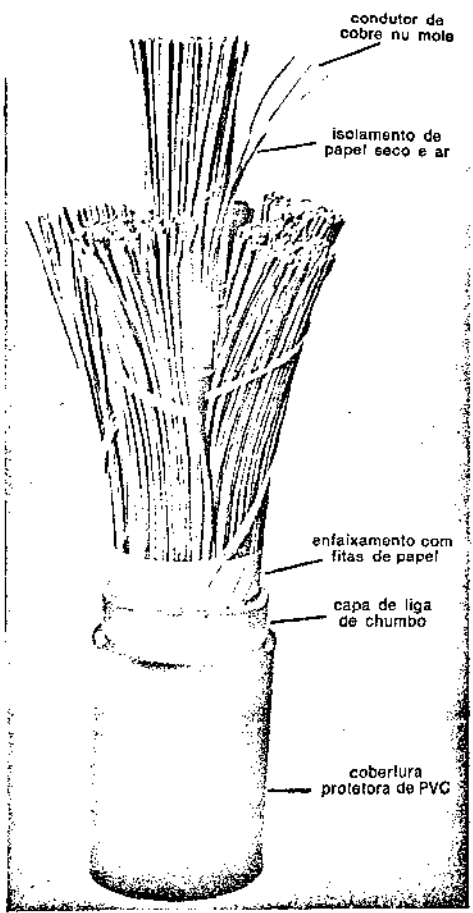
CAPÍTULO II

CABOS TELEFÔNICOS MULTIPARES

II.1. INTRODUÇÃO

Desde os primórdios, as linhas de transmissão de sinais elétricos têm desempenhado um papel vital nos sistemas de comunicações. Sua utilização mais ampla, e talvez mais importante, tem sido na construção das redes telefônicas, a partir do final do século passado. Os cabos destinados a tal finalidade, apesar de operarem numa faixa de frequência pouco crítica (300 ~ 3400 Hz), têm uma construção relativamente elaborada, como se vê na Fig. II.1a, devido à grande capacidade exigida das redes telefônicas das grandes cidades.

Os pares individuais, compostos por dois condutores de cobre trançados, são geralmente isolados com folhas de papel, apesar de, atualmente, também já ser bastante utilizado isolamento plástico. Este último garante maior proteção à penetração de umidade e melhores características elétricas. Os pares são aglomerados em formações concêntricas ou em grupos, como se vê na Fig. II.1b, e o conjunto recebe então uma capa de prote



Nota:
• par extra

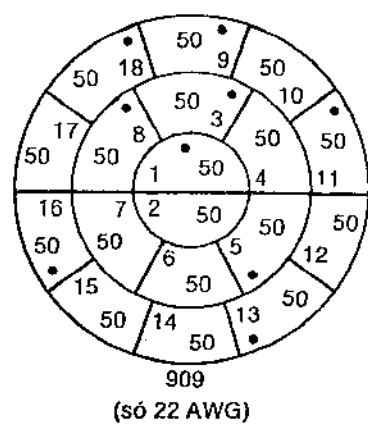


Fig. II.1 - Cabo telefônico e arranjos típicos dos pares

ção, feita com uma liga de chumbo, que lhe dará resistência mecânica e atuará como blindagem elétrica e proteção contra umidade. Sobre essa capa de chumbo é colocada uma capa de PVC para proteção adicional, evitando o contacto acidental da capa de chumbo com ou

tros circuitos elétricos ou com a terra. Apesar do grande número de pares que podem ser reunidos num cabo desse tipo (em alguns casos chega a quase 2.500), manifestou-se cedo nas grandes cidades a saturação dos sistemas pelo imenso número de telefones instalados. Intentando remediar essa situação, o laboratório Bell [1] desenvolveu, no início da década de 60, o primeiro sistema MCP prático, que utilizava como meio de transmissão os mesmos cabos telefônicos convencionais. O sistema primitivo da Bell transmitia por um mesmo par 24 canais e correspondia, assim, a uma multiplicação da capacidade do cabo por um fator de 12. (Compreende-se que esse fator seja de 12 e não de 24, já que o sistema MCP transmite por um par em forma unidirecional).

O estudo dos cabos telefônicos terá uma importância especial para nós. Se não bastassem as razões históricas - aquelas que engendraram o aparecimento dos primeiros sistemas MCP em forma prática - as características elétricas dos cabos telefônicos são determinantes na escolha da taxa de símbolos, máxima distância entre repetidores, número de sistemas MCP que operam no mesmo cabo, resposta dos equalizadores, etc. Um exemplo de "engenharia de linha" pode ser encontrado no trabalho pioneiro de Cravis e Crater [2].

Os fundamentos teóricos da análise do comportamento dos cabos telefônicos se baseiam na teoria das linhas de transmissão, cujas origens remontam ao clássico trabalho de Kelvin, apresentado a Royal Society em 1855. Na transmissão de sinais MCP por cabos telefônicos, interessa-nos examiná-las sob dois pontos de vista. Primeiro, estudaremos as peculiaridades da transmissão propriamente dita, isto é, os fenômenos relativos à transmissão do sinal de um extremo ao outro de um par específico. Segundo, examinaremos o fenômeno da diafonia, ou seja, as interferências mútuas entre sistemas MCP que operam num mesmo cabo, causadas por acoplamentos indesejáveis entre os respectivos pares.

No estudo da transmissão do sinal MCP por um determinado par, desprezaremos os efeitos de proximidade entre pares e entre par-blindagem, supondo por simplicidade que o par, composto por dois condutores trançados, constitui-se numa linha de transmissão perfeitamente homogênea. Uma linha desse tipo pode ser caracterizada por uma combinação de impedâncias e admitâncias distribuídas, como mostrado na Fig. II.2. Z corresponde à impedância e Y à admitância, por unidade de comprimento.

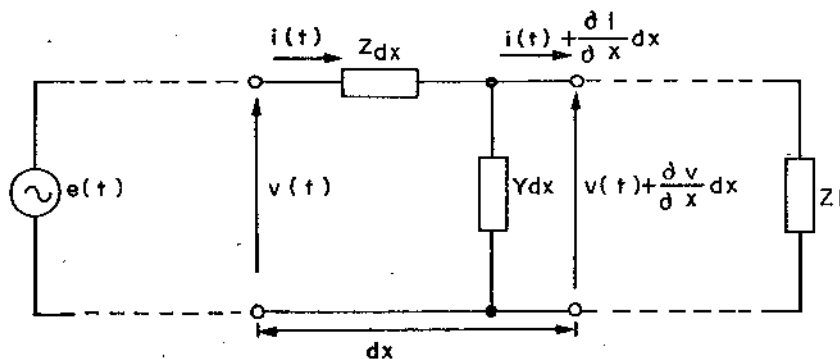


Fig. II.2 - Representação de uma linha de transmissão por elementos distribuídos

A análise da rede acima mostra [3] que as correntes e tensões na linha aparecem em forma de ondas que se propagam, caracterizadas pelos seguintes parâmetros:

- [1] DAVIS, C.G. - An Experimental Pulse Code Modulation System for Short-Hall Trunks. BSTJ. Jan/62, pp. 1-24.
- [2] CRAVIS, H. e CRATER, T.V. - Engineering of T1 Carrier System Repeated Lines.
- [3] RAMO, S.; WHINNERY, J.R. e VAN DUZER, T. - Fields and Waves in Communication Electronics. John Wiley and Sons, Inc., 1965, Cap. I.

$$\gamma = \sqrt{ZY} \quad (\text{coeficiente de propagação}) \quad (\text{II.1a})$$

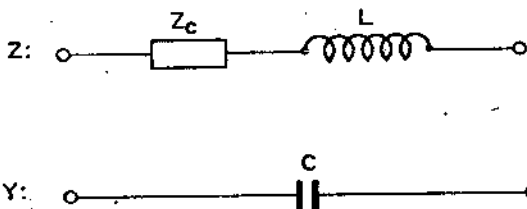
$$Z_0 = \sqrt{Z/Y} \quad (\text{impedância característica}) \quad (\text{II.1b})$$

$$\rho = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (\text{coeficiente de reflexão}) \quad (\text{II.1c})$$

$$\tau = \frac{2Z_L}{Z_L + Z_0} \quad (\text{coeficiente de transmissão}) \quad (\text{II.1d})$$

II.2. CARACTERÍSTICAS IMPORTANTES DOS CABOS REAIS.

Nos cabos reais, Z é devido à indutância dos condutores, acrescida da impedância resultante do efeito pelicular, enquanto que Y é devido à capacitância entre condutores, acrescida da condutância através do dielétrico. Nos cabos isolados com polietileno, podemos desprezar essa condutância e, por consequência, podemos aproximar Y por uma susceptância pura. Nos cabos isolados com papel, a condutância através do dielétrico não pode ser ignorada, pois seu efeito, principalmente em altas frequências, não é desprezível. Isso é especialmente válido se tiver ocorrido penetração de umidade no cabo. Todavia, desprezaremos, em primeira aproximação, o efeito dessa condutância, considerando apenas as perdas no condutor como causa da atenuação do sinal. Feitas essas considerações, podemos representar os elementos distribuídos da seguinte maneira:



L representa a indutância por unidade de comprimento do condutor. Pouco depende do efeito pelicular, sendo, portanto, quase independente da frequência. Tipicamente, seu valor decai de 20% quando f varia de 100 KHz a 1 MHz. Além de 1 MHz, o valor da indutância tende a se estabilizar [4]. Z_c representa a impedância do condutor proveniente de sua condição de não ser um condutor ideal. Em baixas frequências, em que ainda não aparece o efeito pelicular, Z_c é uma resistência pura, dada por $8/\pi\sigma d^2$ (Ω/m), onde σ é a condutividade do condutor e d é o seu diâmetro. Essa situação é válida para $d/\delta < 1,5$, onde $\delta = 1/\sqrt{\pi f \mu \sigma}$ é a profundidade de penetração [5]. No caso de cabo constituído de condutores de cobre, calibre 22 AWG, encontraremos esse limite correspondendo a uma frequência igual a 24 KHz.

Em frequências altas, isto é, para $d/\delta > 5,5$ ($f > 320$ KHz), o efeito pelicular se torna dominante e Z_c passa a conter uma componente indutiva de mesma magnitude que a componente resistiva. Z_c será dada [6] então por:

$$Z_c = \frac{2R_s}{\pi d} (1+j) \quad (\Omega/m), \quad \text{onde } R_s = \sqrt{\pi f \mu / \sigma}$$

[4] EAGER, Jr.; et al - Transmission Properties of Polyethylene Insulated Telephone Cables at Voice and Carrier Frequencies. Proc. IRE, 1959, pp. 618-640.

[5] RAMO, S.; WHINNERY, J.R. e VAN DUZER, T. - obra citada. pp. 294-297.

[6] RAMO, S. et al - obra citada, pp. 294-297.

A capacitância C entre condutores é relativamente constante, quase não dependendo da frequência.

Podemos resumir os resultados a que chegamos na seguinte tabela, onde os valores de L e C apresentados são válidos para pares de calibre 19 a 26.

$$Z_C = \begin{cases} \frac{8}{\pi \sigma d^2} \quad (\Omega/m) & , \text{baixas frequências} & \text{(II.2a)} \\ \frac{2R_s}{\pi d} (1+j) \quad (\Omega/m) & , \text{altas frequências} & \text{(II.2b)} \end{cases}$$

$$L = 0,5 \mu H/m \quad \text{(II.2c)}$$

$$C = 50 pF/m \quad [7] \quad \text{(II.2d)}$$

Podemos agora utilizar esses resultados para determinar os principais parâmetros, γ e Z_0 , da linha de transmissão.

a) baixas frequências (desprezando-se o efeito de L)

$$\gamma = \sqrt{j \cdot \frac{16\pi f C}{\pi d^2 \sigma}}$$

ou

$$\gamma = \sqrt{f} \frac{4}{d} \sqrt{\frac{C}{2\sigma}} (1+j) \quad \text{(II.3)}$$

ou, definindo:

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

$$\alpha = \beta = \sqrt{f} \frac{4}{d} \sqrt{\frac{C}{2\sigma}} \quad \text{(II.4)}$$

Constatamos que α (atenuação em nepers) cresce com \sqrt{f} , enquanto que a velocidade de fase, dada por $2\pi f/\beta = \sqrt{f} \pi d \sqrt{\sigma/2C}$, também é proporcional a \sqrt{f} . Como a velocidade de fase e a atenuação variam bastante com a frequência, resulta que o cabo telefônico, desprovido de bobinas de "pupinização", comporta-se como um meio de transmissão altamente dispersivo.

Por outro lado, a impedância característica será dada por:

$$Z_0 = \frac{1}{\sqrt{f}} \frac{2}{\pi d} \sqrt{\frac{1}{2\sigma C}} (1-j) \quad \text{(II.5)}$$

A impedância característica varia com $1/\sqrt{f}$ e apresenta componentes resistiva e reativa de mesma magnitude.

b) altas frequências:

$$\gamma = \sqrt{\left[\frac{2R_s(1+j)}{\pi d} + j2\pi fL \right] j2\pi fC}$$

desenvolvendo a expressão acima, chegamos a:

$$\gamma = \sqrt{-4\pi^2 f^2 LC} \cdot \sqrt{1 + \frac{R_s}{\pi^2 fdL}} (1-j)$$

substituindo a expressão de R_s

$$\gamma = \sqrt{-4\pi^2 f^2 LC} \cdot \sqrt{1 + \sqrt{\frac{\pi f\mu}{\sigma}} \frac{1}{\pi^2 fdL}} (1-j)$$

para frequências altas

$$\sqrt{\frac{\pi f\mu}{\sigma}} \cdot \frac{1}{\pi^2 fdL} \ll 1$$

podemos, portanto, fazer a seguinte aproximação de primeira ordem:

$$\sqrt{1 + \sqrt{\frac{\pi f\mu}{\sigma}} \frac{1}{\pi^2 fdL}} (1-j) \approx 1 + \sqrt{\frac{f\mu\pi}{\sigma}} \frac{1}{2\pi^2 fdL} (1-j)$$

logo

$$\gamma = j 2\pi f \sqrt{LC} \left[1 + \sqrt{\frac{f\mu\pi}{\sigma}} \frac{1}{2\pi^2 fdL} (1-j) \right]$$

ou:

$$\alpha = \sqrt{f} \sqrt{\frac{\mu C}{\pi \sigma L}} \cdot \frac{1}{d} \tag{II.6a}$$

$$\beta = 2\pi f \sqrt{LC} + \sqrt{f} \sqrt{\frac{\mu C}{\pi \sigma L}} \cdot \frac{1}{d} \tag{II.6b}$$

As expressões acima, especialmente a da atenuação, devem ser utilizadas com precauções, pois se desprezaram fenômenos importantes, tais como o efeito de proximidade, perdas no dielétrico, etc, que tornam as perdas reais maiores que as previstas pela equação (II.6a). Como exemplo, a atenuação calculada para o cabo 22 AWG ($d = 0,64$ mm) na frequência de 1 MHz seria de 11,3 dB/km, enquanto a perda real é de 21 dB/km (dado Pi relli).

Feitas essas ressalvas, aqui também se manifesta o aumento da atenuação com \sqrt{f} , da mesma forma que em baixas frequências. É interessante de se notar que os dois coeficientes de atenuação previstos por (II.4) e (II.6a) são proporcionais sendo o correspondente às baixas frequências, para os valores dados em 2C, aproximadamente igual a $\sqrt{10}$ vezes maior que aquele correspondente as altas frequências. A velocidade de fase também varia ligeiramente com a frequência, devido à ligeira perturbação introduzida pelo segundo termo de β . O primeiro termo corresponderia à constante de fase de um cabo sem perdas, não dispersivo. O atraso de fase introduzido por esse termo é constante para todas as frequências. Se subtrairmos desse atraso, podemos supor que o cabo se comporta como um sistema linear, cuja função de transferência pode ser dada por:

$$H(f) = \exp \left[- \sqrt{f} \sqrt{\frac{\mu C}{\pi \sigma L}} \cdot \ell/d (1+j) \right]$$

onde l é o comprimento da linha, em metros, ou:

$$H(f) = \exp \left[- \sqrt{jf} \sqrt{\frac{2\mu C}{\pi\sigma L}} \cdot \frac{l}{d} \right]$$

Substituindo $j2\pi f$ pela variável de Laplace s , temos:

$$H(s) = \exp \left[- \sqrt{s} \sqrt{\frac{\mu C}{\sigma L}} \cdot \frac{l}{\pi d} \right] \quad (\text{II.7})$$

A condição necessária e suficiente para que uma função de transferência seja de fase mínima é que não apresente zeros no semi-plano direito do plano complexo. A função $H(f)$ satisfaz, evidentemente, essa condição. Por consequência, se houver um sistema linear de fase mínima que equalize $H(f)$ em amplitude, também fará, automaticamente, a equalização de fase. De fato, como o conjunto cabo mais equalizador de amplitude também será de fase mínima, a resposta de fase global estará determinada pela resposta de amplitude global. Sabendo-se que a uma resposta de amplitude plana se associa uma resposta linear de fase, se o sistema for de fase mínima, compreende-se a simultaneidade das equalizações de amplitude e fase [8].

A impedância característica da linha em altas frequências é encontrada fazendo as mesmas aproximações utilizadas na obtenção da constante de propagação. Obter-se-á, então:

$$Z_0 = \sqrt{L/C} + 1/\sqrt{f} \sqrt{\frac{\pi\mu}{\sigma LC}} \cdot \frac{1}{2\pi^2 d} \quad (\text{II.8})$$

A primeira parcela de Z_0 , constante e independente da frequência, corresponde a uma linha sem perdas. O segundo termo, que decresce segundo $1/\sqrt{f}$, apresenta, da mesma forma que a impedância em baixas frequências, a componente real e a imaginária de mesma magnitude.

Para completar o quadro de nossa análise no domínio da frequência, devemos acrescentar que a constante de propagação não descreve completamente o funcionamento dos cabos telefônicos na transmissão de sinais MCP, por duas razões:

a) Os cabos não trabalham casados em todas as frequências. O exame de (II.5) e (II.8) mostram que a impedância característica Z_0 varia bastante com a frequência, ficando impraticável o casamento em todas as frequências. O que se faz na prática é utilizar carga uma resistência de 100 120Ω, igual ao valor assintótico de Z_0 , quando $f \rightarrow \infty$. Com isso garante-se um casamento razoável na faixa de 100 KHz + 3 MHz, onde se situa a maior parte do espectro do sinal. Por consequência, o casamento em baixas frequências fica prejudicado e a perda por inserção torna-se maior que a prevista pela constante de propagação em baixas frequências.

b) Não foram consideradas as perdas no dielétrico, que não são desprezíveis em cabos isolados com papel, principalmente nas altas frequências. Essas perdas fazem com que a constante de atenuação α cresça com f de forma mais rápida que a prevista em (II.6a).

Por essas considerações, torna-se razoável aproximar a relação entre o sinal recebido e o sinal enviado por um cabo telefônico, pela expressão:

[8] LOPES, A.; CHIQUITO, J.G. e WALDMAN, H. - Relações entre Amplitude e Fase em Sistemas Lineares Reais. Pub. FEC-UNICAMP 23/81, RT-98.

$$\left| \frac{V_s}{V_\ell} (f) \right| = \exp\{-[\alpha_0 + \alpha_1 (f)^{0,58}] \ell\} \quad (II.9)$$

As curvas mostradas abaixo, obtidas por medição em cabos reais, corroboram a análise teórica apresentada.

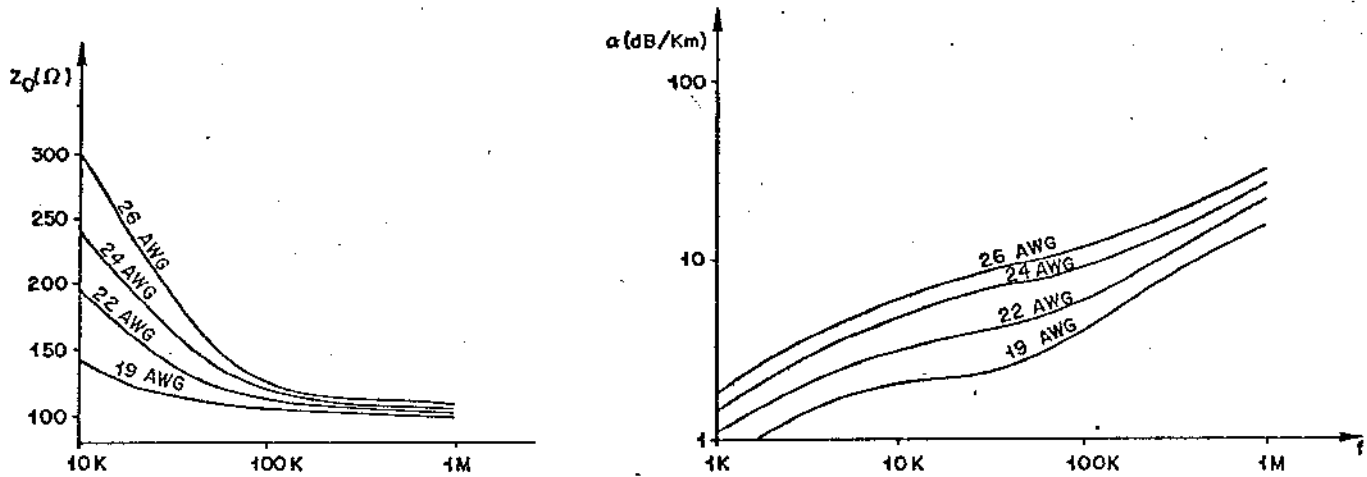


Fig. II.3 - Parâmetros principais de um cabo telefônico

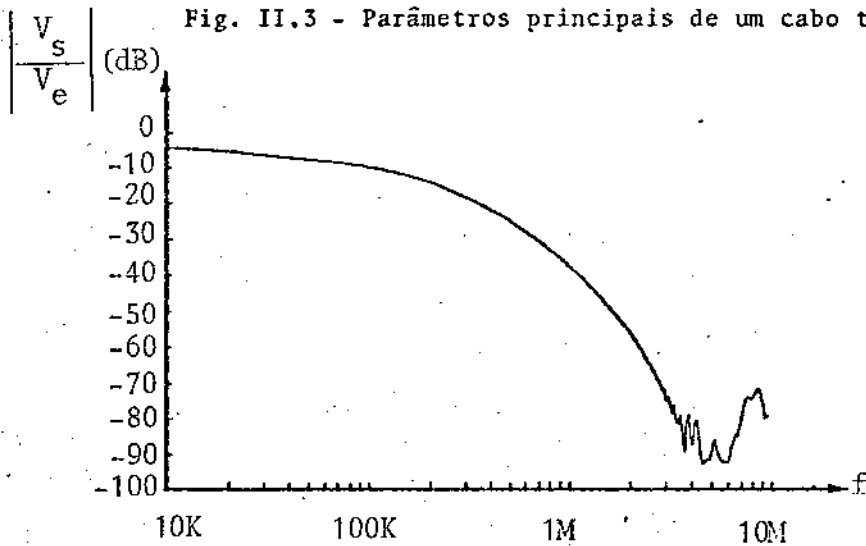


Fig. II.4 - Perda por inserção de um cabo 22 AWG de 2000 m de comprimento, terminado com $Z_\ell = Z_{0\infty}$.

II.3. TRANSMISSÃO DE PULSOS RETANGULARES POR UM CABO TELEFÔNICO

Admitindo que o cabo esteja casado e que o pulso transmitido seja estreito, podemos utilizar a equação (II.7) para determinarmos o sinal sobre a carga.

Por essa equação, a resposta a um degrau unitário seria dada por:

$$V_S(s) = 1/s \exp\left[-\sqrt{s} \sqrt{\frac{\mu C}{\sigma L}} \cdot \frac{\ell}{\pi d}\right]$$

ou, fazendo a transformação inversa de Laplace:

$$v_s(t) = \text{f.e.c.} \left(\frac{\sqrt{\frac{\mu C}{\sigma L}} \cdot \frac{\ell}{\pi d}}{2\sqrt{t}} \right) u(t)$$

onde:

$$\left\{ \begin{aligned} \text{f.e.c.}(x) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-y^2} dy \\ u(t) &= \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \end{aligned} \right.$$

A resposta a um pulso retangular, de amplitude unitária e largura T, pode ser encontrada pela combinação de dois degraus. Resultará, então:

$$v_s(t) = \text{f.e.c.} \left(\frac{\sqrt{\frac{\mu C}{\sigma L}} \cdot \frac{\ell}{\pi d}}{2\sqrt{t}} \right) u(t) - \text{f.e.c.} \left(\frac{\sqrt{\frac{\mu C}{\sigma L}} \cdot \frac{\ell}{\pi d}}{2\sqrt{t-T}} \right) u(t-T) \tag{II.10}$$

Lembrando que $\sqrt{f} \sqrt{\frac{\mu C}{\sigma L}} \cdot \frac{\ell}{\pi d}$ é a atenuação, em nepers, introduzida pelo cabo, e que 1 neper \approx 8,69 dB, resulta:

$$v_s(t) = \text{f.e.c.} \left(\frac{A \times 3,2095 \times 10^{-5}}{\sqrt{t}} \right) u(t) - \text{f.e.c.} \left(\frac{A \times 3,2095 \times 10^{-5}}{\sqrt{t-T}} \right) u(t-T) \tag{II.11}$$

onde A é a atenuação, em dB, na frequência de 1,024 MHz.

Estão mostradas nas figuras abaixo algumas das respostas correspondentes a atenuações de 2,5 dB, 5 dB, 10 dB, 20 dB, 30 dB e 40 dB, em $f = 1,024$ MHz. Os pulsos transmitidos têm largura T igual a 250 ns. Note-se a diferença nas escalas das figuras. Os últimos valores de atenuação estão próximos dos valores típicos encontrados na prática (correspondentes a espaçamentos de 1000 + 2000 m). Observa-se que o aumento de comprimento do cabo, além de introduzir atenuação, introduz ainda grande dispersão nos pulsos transmitidos. Isto é particularmente notável para os pulsos correspondentes às atenuações de 20 dB, 30 dB e 40 dB, para os quais as larguras dos sinais recebidos se tornam muito maiores que 250 ns. Antevê-se desde já a dificuldade de reconhecimento dos símbolos da seqüência MCP recebida, por motivo da sobreposição de um grande número de pulsos individuais. Veremos no Capítulo III como podemos ultrapassar essa dificuldade.

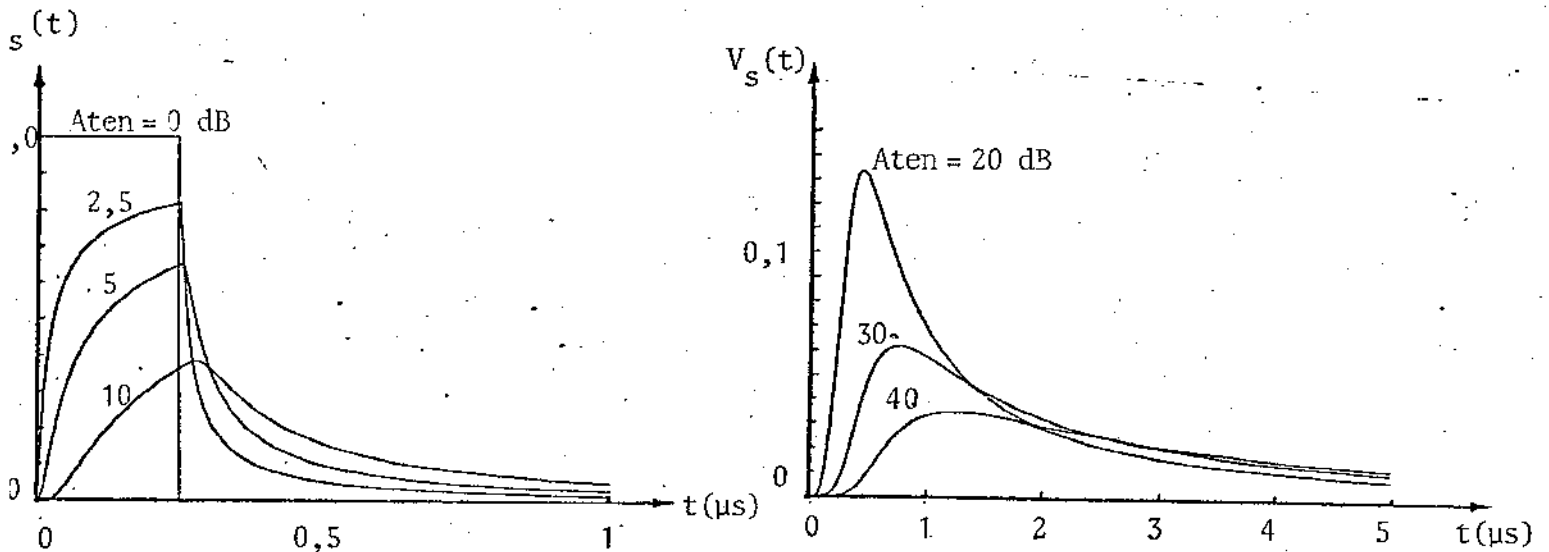


Fig. II.5 - Respostas típicas do cabo telefônico a um pulso de 250 ns de largura, para atenuações de 0; 2,5 dB; 5 dB; 10 dB; 20 dB; 30 dB e 40 dB, em $f = 1,024$ MHz

As respostas calculadas através da expressão (II.11) referem-se, como foi dito, a um cabo terminado com uma carga igual à sua impedância característica. Na prática, costuma-se utilizar uma carga resistiva correspondente a $Z_0 (f \rightarrow \infty)$. Como resultado, haverá um descasamento em frequências baixas e o sinal sobre a carga se desviará daqueles descritos pela equação (II.11). Bylanski [9] tentou levar em conta esse descasamento, considerando a reflexão de sinal, mas o resultado a que chegou não difere muito do correspondente ao cabo casado. Isso se explica pois, na prática, a maior parte do espectro do sinal cai numa faixa onde a impedância do cabo já é muito próxima de $Z_0(\infty)$. Além disso, a constante de propagação utilizada é apenas uma aproximação da verdadeira, que não considera fenômenos importantes como perdas no dielétrico, não homogeneidade do cabo, efeitos de proximidade, etc. E, o que é mais importante, a determinação exata da resposta temporal no final do cabo tem pequena importância prática, já que o que realmente interessa é a resposta na saída do equalizador. As curvas da Fig. II.5, apesar de darem uma idéia apenas aproximada da realidade, cumprem mais a função de ilustrar a dispersão crescente com o comprimento do cabo e, por isso, antecipam as razões da equalização de cabos.

II.4. INTERFERÊNCIAS ENTRE SINAIS MCP TRANSMITIDOS POR CABOS TELEFÔNICOS - DIAFONIA

Funções de Desbalanceamento

Os problemas causados por acoplamentos indesejáveis entre circuitos telefônicos já se fizeram sentir desde as primeiras instalações. Data de 1904 um dos primeiros estudos analíticos, realizado por G.A. Campbell [10], da questão da diafonia entre pares telefônicos aéreos. Nesse estudo, Campbell determinou as equações que, resolvidas, forneceriam a solução exata do problema de diafonia e, em seguida, encontrou simplificações convenientes. A solução prática da diafonia entre circuitos de voz é obtida nas instalações aéreas pela transposição, e os cabos multipares pelo trançamento dos condutores. Essas técnicas se baseiam no fato de que os acoplamentos entre os circuitos se devem aos desbalanceamentos elétricos e magnéticos de caráter aleatório, os quais tendem a se cancelar, em média, pela variação das posições dos condutores. Interessa-nos aqui examinar como se dão os acoplamentos entre pares pertencentes aos cabos telefônicos multipares utilizados em sistemas MCP-30. A ocupação desses cabos reparte-se por vários sistemas MCP-30, mas também por canais de voz, sinalização, etc. Apesar de existirem vários sistemas operando num mesmo cabo, não será necessário estudar aqui todos os tipos de interferências possíveis, mas somente as interferências entre sistemas MCP-30, já que a parte significativa do espectro de um sinal MCP não é atingida pelas interferências de outros tipos de transmissão. Um tipo de interferência, que aflige particularmente os circuitos próximos às centrais, é o ruído causado pela condução de relés. Deixaremos de lado esse tipo de interferência, pois foge ao âmbito desse trabalho.

De início, podemos distinguir dois tipos de interferências entre sistemas MCP que operam no mesmo cabo: paradiafonia e telediafonia. Vemos na Fig. II.6 as condições em que aparecem essas perturbações.

No primeiro caso, o sinal transmitido pelo repetidor *i* irá, através do acoplamento parasítico entre os dois pares telefônicos, perturbar a recepção do repetidor *j*. A paradiafonia somente aparece quando existe transmissão de sinais nos dois sentidos, e é particularmente nociva quando os repetidores estão alinhados, pois neste caso, a saída do repetidor *i* (onde é mais forte o sinal de transmissão) se defronta, através do acoplamento entre os pares, com a entrada do repetidor *j* (onde é mais fraco o sinal de re-

[9] BYLANSKI, P. e INGRAM, D.G.W. - Digital Transmission Systems. Peter Peregrinus, Ltda., 1976, pp. 138-140.

[10] CAMPBELL, G.A. - Campbell's Memoranda. BSTJ, 1935, pp. 558-572.

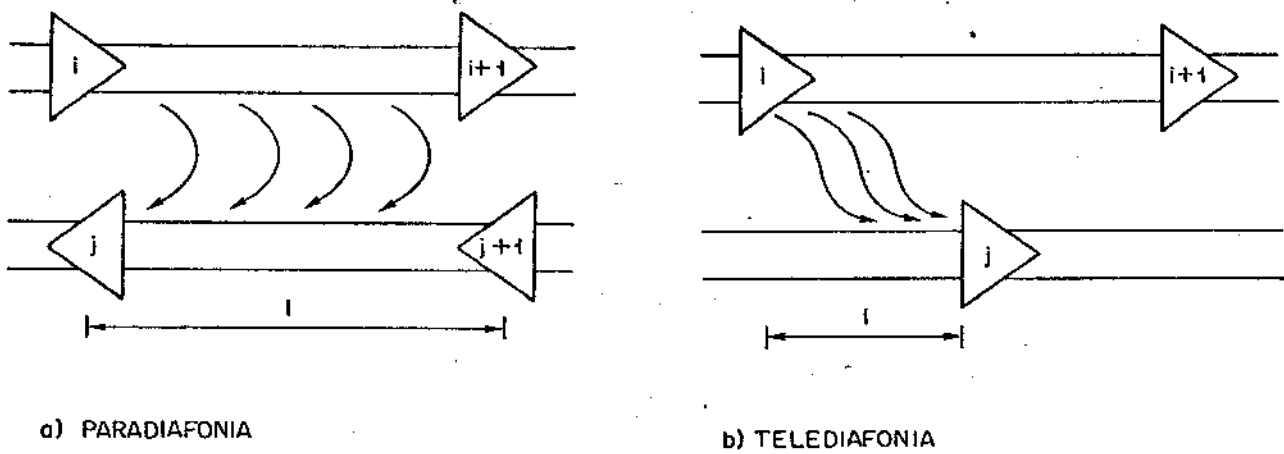


Fig. II.6 - Paradiafonia e telediafonia entre sistemas MCP

cepção). Evidentemente, poder-se-ia evitar a paradiafonia utilizando-se cabos separados para transmissão em cada direção, ou então colocando-se uma blindagem entre os pares que transmitem num sentido e os pares que transmitem em outro, como é adotado em cabos especialmente destinados a sistemas MCP. De qualquer forma, subsistirá a interferência do tipo b, a telediafonia. A telediafonia aparece como perturbação de um sistema MCP sobre outro quando ambos transmitem na mesma direção e existe um desalinhamento l entre o repetidor interferente e o interferido.

No estudo dos acoplamentos entre pares faremos a hipótese simplificadora, bem satisfeita na prática, de que o acoplamento entre pares é suficientemente fraco para que:

- a) sejam desprezíveis as reações do par interferido sobre o interferente, isto é, as correntes e tensões induzidas não perturbam as correntes e tensões interferentes.
- b) sejam desprezíveis as "diafonias de diafonias", isto é, os acoplamentos entre dois pares se dão diretamente e não através das correntes e tensões induzidas num terceiro.

Feito isto, podemos começar a analisar o acoplamento entre pares, decompondo-o em acoplamento elétrico e magnético. O primeiro se deve somente às capacitâncias entre condutores (são desprezíveis as condutâncias) enquanto o segundo se dá através das indutâncias mútuas. Na Fig. II.7 se explicitou o acoplamento capacitivo entre linhas, de impedância característica Z_0 , casadas em ambos os extremos. O sinal interferente, representado pelo gerador E é aplicada ao par 1-2, enquanto a interferência é recebida no par 3-4. A carga do terminal esquerdo do 3-4 recebe interferência por paradiafonia, enquanto a carga do terminal direito, por telediafonia.

Para calcular as correntes induzidas na linha 3-4, no ponto de coordenada x , causadas pelos acoplamentos capacitivos entre os elementos dx , consideremos o circuito equivalente, mostrado na Fig. II.8.

A tensão do gerador E aparece dividida por 2, por efeito da existência de sua impedância interna Z_0 , enquanto que o fator $e^{-\gamma x}$ é introduzido por se considerar a propagação até o ponto x . A impedância interna do gerador equivalente da Fig. II.8 também aparece dividida por 2, já que a carga da linha 1-2 fica efetivamente em paralelo com a do gerador E da Fig. II.7. O mesmo argumento justifica a carga $Z_0/2$ entre os condutores 3 e 4 do circuito equivalente.

A corrente dI_L pode ser determinada resolvendo-se as equações do circuito ponte da Fig. II.8, mas, supondo-se que Z_0 é muito menor que as reatâncias capacitivas, podemos fazer Z_0 igual a 0 para fins de determinação da dI_L . Obteremos, assim, o

circuito equivalente simplificado, mostrado na Fig. II.9.

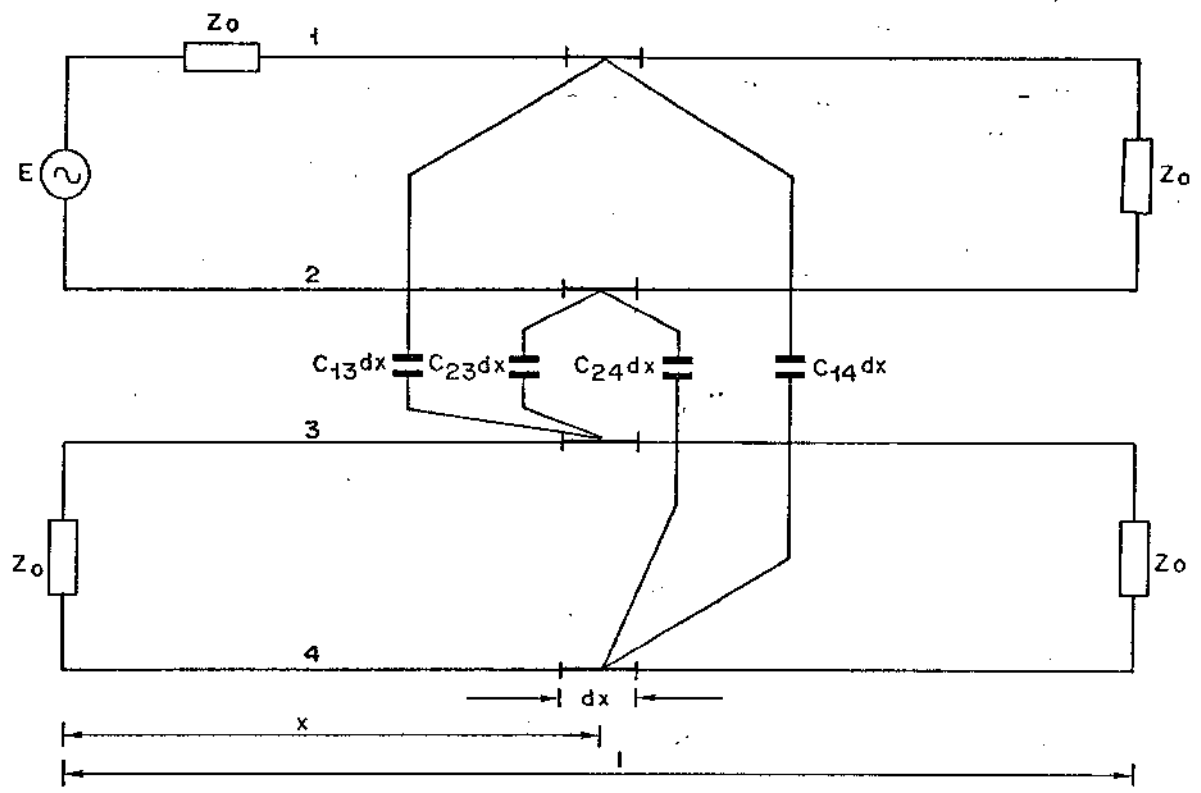


Fig. II.7 - Acoplamento capacitivo entre os condutores do cabo telefônico

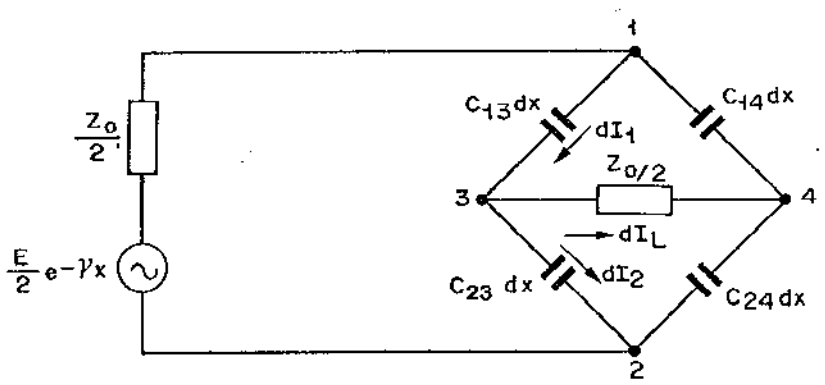


Fig. II.8 - Circuito equivalente

Para o circuito da Fig. II.9, temos:

$$V_{13} = E/2 e^{-\gamma x} \frac{C_{23} + C_{24}}{C_{13} + C_{14} + C_{23} + C_{24}}$$

ou

$$V_{13} = E/2 e^{-\gamma x} \frac{C_{23} + C_{24}}{C_t}$$

onde: $C_t = C_{13} + C_{14} + C_{23} + C_{24}$

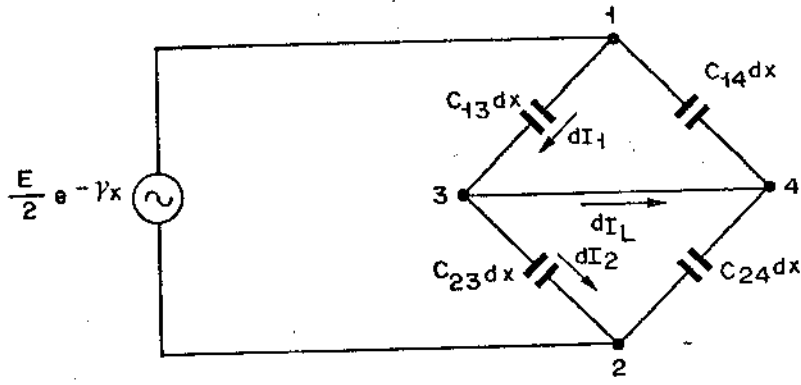


Fig. II.9 - Circuito equivalente simplificado

$$V_{32} = E/2 e^{-\gamma x} \frac{C_{13} + C_{14}}{C_t}$$

As correntes dI_1 e dI_2 são determinadas a partir de V_{13} e V_{32} :

$$dI_1 = (j2\pi f) C_{13} dx V_{13}$$

$$dI_1 = (j2\pi f) E/2 e^{-\gamma x} \frac{C_{23} + C_{24}}{C_t} C_{13} dx$$

$$dI_2 = (j2\pi f) C_{23} dx V_{32}$$

$$dI_2 = (j2\pi f) E/2 e^{-\gamma x} \frac{C_{13} + C_{14}}{C_t} C_{23} dx$$

A corrente dI_L será simplesmente a diferença entre dI_1 e dI_2 :

$$dI_L = dI_1 - dI_2$$

$$dI_L = (j2\pi f) E/2 e^{-\gamma x} \frac{C_{13} C_{24} - C_{14} C_{23}}{C_t} dx \tag{II.12}$$

A equação acima mostra, antes de mais nada, que o sistema é recíproco, pois uma mudança no sentido da interferência não alterará a corrente induzida. Além disso, a magnitude da interferência depende fundamentalmente do termo $C_{13} C_{24} - C_{14} C_{23}$, que depende basicamente do desbalanceamento entre capacitâncias. Para tornar isso explícito, façamos a seguinte definição:

$$\bar{C}_1 = \frac{C_{13} + C_{14}}{2} \tag{II.13a}$$

$$\bar{C}_2 = \frac{C_{23} + C_{24}}{2} \tag{II.13b}$$

e:

$$\Delta C_1 = C_{13} - C_{14} \tag{II.14a}$$

$$\Delta C_2 = C_{24} - C_{23} \tag{II.14b}$$

É fácil de ver que:

$$C_{13} = \bar{C}_1 + \frac{\Delta C_1}{2} \quad (\text{II.15a})$$

$$C_{14} = \bar{C}_1 - \frac{\Delta C_1}{2} \quad (\text{II.15b})$$

$$C_{23} = \bar{C}_2 - \frac{\Delta C_2}{2} \quad (\text{II.15c})$$

$$C_{24} = \bar{C}_2 + \frac{\Delta C_2}{2} \quad (\text{II.15d})$$

Substituindo a expressão (II.15) em (II.12), resulta para ΔC_1 e ΔC_2 pequenos:

$$dI_L = (j2\pi f) E/2 e^{-\gamma x} \frac{\bar{C}_1 \Delta C_2 + \bar{C}_2 \Delta C_1}{2(\bar{C}_1 + \bar{C}_2)} dx \quad (\text{II.16})$$

Na prática, as capacitâncias C_{13} , C_{14} , C_{23} e C_{24} são muito próximas entre si, o que nos permite simplificar a expressão (II.16), aproximando \bar{C}_1 e \bar{C}_2 para

$$\bar{C} = \frac{C_{13} + C_{14} + C_{23} + C_{24}}{4}$$

Obtém-se, então:

$$dI_L = (j2\pi f) E e^{-\gamma x} \frac{\Delta C_1 + \Delta C_2}{8} dx \quad (\text{II.17})$$

É interessante notar-se que a corrente induzida, como dada por (II.17), não depende das magnitudes absolutas das capacitâncias, mas somente dos desbalanceamentos, hipótese feita a priori por Campbell [11].

A corrente dada por (II.17) é a corrente total induzida no par 3-4, à coordenada x . Essa corrente se divide, igualmente, em duas partes, uma se dirigindo à carga do terminal esquerdo, produzindo interferência por paradiafonia, e a outra se dirigindo à carga do terminal direito, produzindo interferência por telediafonia.

Considerando a propagação no par 3-4, obtemos finalmente a corrente de paradiafonia na carga, como:

$$dI_{Lp} = (j2\pi f) E e^{-2\gamma x} \frac{\Delta C_1 + \Delta C_2}{16} dx \quad (\text{II.18a})$$

e a corrente de telediafonia, como:

$$dI_{Lt} = (j2\pi f) E e^{-\gamma l} \frac{\Delta C_1 + \Delta C_2}{16} dx \quad (\text{II.18b})$$

Note-se que a corrente induzida de paradiafonia depende da coordenada x , ao contrário da telediafonia, que depende somente da distância l , entre o ponto de transmissão e o de recepção e não da coordenada do ponto de acoplamento.

[11] CAMPBELL, obra citada.

Analisemos agora como se dá o acoplamento magnético entre os dois pares telefônicos. Para isso, consideremos a figura abaixo.

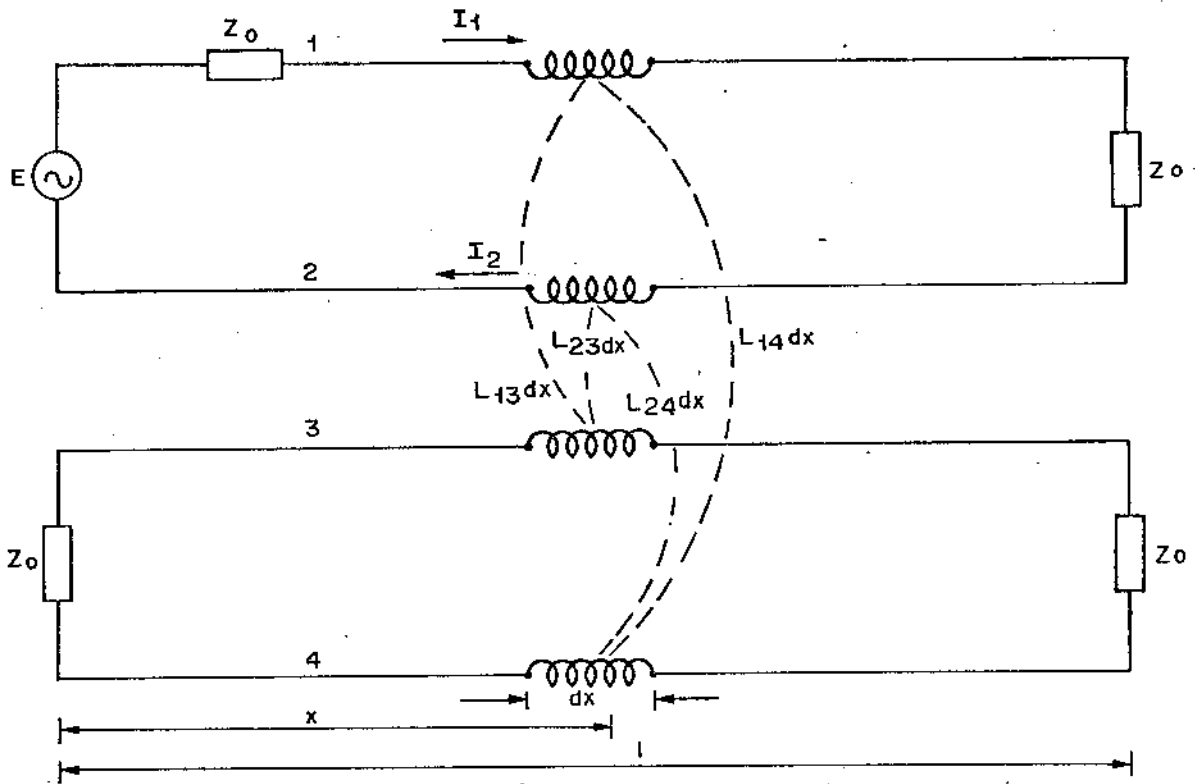


Fig. II.10 - Acoplamento magnético entre os condutores do cabo telefônico

O campo magnético que aparece pela circulação das correntes nos condutores 1-2 induz uma f.e.m. no circuito formado pelos condutores 3-4 e, por consequência, surge uma corrente de interferência sobre as cargas Z_0 . A indução dessa f.e.m. está representada pelas indutâncias mútuas L_{13} , L_{23} , L_{14} e L_{24} , de sorte que a parcela da f.e.m. induzida no par inferior através do acoplamento dx , no ponto x , será dada por:

$$dE_S = (j2\pi f)(L_{13} - L_{14})dx I_1 - (j2\pi f)(L_{23} - L_{24})dx I_2$$

onde:

$$\begin{cases} I_1 = \text{corrente no condutor 1} \\ I_2 = \text{corrente no condutor 2} \end{cases}$$

Observa-se, também aqui, a reciprocidade do acoplamento.

Desprezando a reação do circuito 3-4 sobre o circuito 1-2, temos:

$$I_1 = I_2 = \frac{E}{2 Z_0} e^{-\gamma x}$$

logo:

$$dE_S = (j2\pi f) E e^{-\gamma x} \frac{(L_{13} - L_{14} - L_{23} + L_{24})}{2 Z_0} dx$$

Definindo os desbalanceamentos das indutâncias como: $\Delta L_1 = L_{13} - L_{14}$ e $\Delta L_2 = L_{24} - L_{23}$, considerando que as cargas do circuito inferior estão efetivamente em série, e levando em conta a propagação, a corrente de paradiáfonia sobre a carga do circuito 3-4, será dada por:

$$dI_{L_p} = (j2\pi f) E e^{-2\gamma x} \frac{\Delta L_1 + \Delta L_2}{4 Z_0^2} dx \quad (II.19a)$$

e a corrente de telediafonia, por:

$$dI_{L_t} = -(j2\pi f) E e^{-\gamma l} \frac{\Delta L_1 + \Delta L_2}{4 Z_0^2} dx \quad (II.19b)$$

Definindo $\Delta C = \Delta C_1 + \Delta C_2$ e $\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2$, combinando as expressões (II.18) e (II.19), encontramos, finalmente, as tensões de para e telediafonia, induzidas nas cargas pela ação do campo elétrico e magnético:

$$dV_{L_p} = (j2\pi f) E e^{-2\gamma x} \left(\frac{\Delta C}{16} Z_0 + \frac{\Delta L}{4Z_0} \right) dx \quad (II.20a)$$

$$dV_{L_t} = (j2\pi f) E e^{-\gamma l} \left(\frac{\Delta C}{16} Z_0 - \frac{\Delta L}{4Z_0} \right) dx \quad (II.20b)$$

Essas expressões se tornam idênticas às obtidas por Campbell, no trabalho citado, fazendo-se a identificação:

$$Y = j2\pi f \Delta C \quad e \quad Z = j2\pi f \Delta L .$$

A expressão (II.20) mostra que a razão entre as contribuições elementares para a diafonia, causadas respectivamente pelos acoplamentos capacitivos e indutivos, se mantém constante, independente da frequência, desde que Z_0 , a impedância característica das linhas, seja constante. Conforme já vimos, a impedância característica do cabo telefônico varia com a frequência, mas, na faixa de interesse para transmissão MCP (100 kHz + 3 MHz) podemos considerá-la como razoavelmente constante. As medidas realizadas por Campbell mostraram, além disso, que as duas contribuições são aproximadamente iguais para acoplamentos entre pares adjacentes. Por outro lado, ocorre predomínio da componente magnética para grandes afastamentos entre os pares, já que os condutores interpostos funcionam como blindagem eletrostática.

Definindo:

$$\begin{cases} C_p(x) = \left(\frac{\Delta C}{16} Z_0 + \frac{\Delta L}{4Z_0} \right) \\ C_t(x) = \left(\frac{\Delta C}{16} Z_0 - \frac{\Delta L}{4Z_0} \right) \end{cases}$$

a expressão (II.20) se transforma em:

$$dV_{L_p} = (j2\pi f) E e^{-2\gamma x} C_p(x) dx \quad (II.21a)$$

$$dV_{L_t} = (j2\pi f) E e^{-\gamma l} C_t(x) dx \quad (II.21b)$$

As funções $C_p(x)$ e $C_t(x)$ são denominadas de funções de desbalanceamento. Nos cabos telefônicos multipares, essas funções são aleatórias, admitindo-se, geralmente, que satisfazem as seguintes propriedades [12]:

[12] CRAVIS, H.E. e CRATER, T.V. - obra citada.

- a) $C(x)$ é estacionária
- b) $C(x)$ tem média geral igual a zero e sua distribuição de probabilidades tomada para cada combinação de pares é gaussiana
- c) $\langle C(x) C(x+\tau) \rangle \rightarrow 0$, quando $\tau \rightarrow \infty$.

Esta última propriedades simplesmente expressa o resultado da torcedura dos condutores, na confecção do cabo. Já que essa torcedura é feita aleatoriamente, é de se esperar que os acoplamentos infinitesimais se tornem independentes quando separados suficientemente. Aliás, Cravis e Crater demonstram que a independência já ocorre a partir de alguns metros.

Finalmente, uma observação adicional sobre a forma como obtivemos $C(x)$. A função de desbalanceamento foi obtida considerando-se apenas os acoplamentos entre os elementos infinitesimais, do par interferente e do par interferido, de mesma coordenada. Evidentemente, os acoplamentos não se restringem a esse tipo considerado; pode existir acoplamento entre elementos de coordenadas diferentes. Todavia, a forma final que obteríamos para as funções de desbalanceamento seriam idênticas às da expressão (II.21); além disso, o acoplamento se enfraquece rapidamente com a diferença entre coordenadas.

Paradiafonia

Considerando o esquema da Fig. II.6 e a equação (II.21a), podemos obter o sinal de paradiafonia como:

$$V_{L_P} = (j2\pi f) E \int_0^L e^{-2\gamma x} C_p(x) dx \quad (II.22a)$$

ou, em termos, do acoplamento global $A_p(f)$ entre os dois circuitos:

$$A_p(f) = \frac{V_{L_P}}{E} = j2\pi f \int_0^L e^{-2\gamma x} C_p(x) dx \quad (II.22b)$$

Devido ao caráter de $C_p(x)$, $A_p(f)$ será também aleatória, dependendo cada função-amostra da combinação de pares escolhida. Como ilustração, vemos nas Figs. II.11 algumas curvas medidas, para combinações entre pares de um mesmo cabo.

Sinais típicos de diafonia na entrada e saída do equalizador do repetidor interferido, quando a tensão E é um pulso retangular, de largura igual a 250 ns, podem ser vistos nos oscilogramas da Fig. II.12.

Das observações das Figs. II.11 e II.12 e pelo caráter de $C_p(x)$, torna-se claro que só é possível estudarmos a paradiafonia estatisticamente. Vamos, por isso, determinar o valor médio do quadrado do módulo de $A_p(f)$. Da expressão (II.22b):

$$\begin{aligned} \langle |A_p(f)|^2 \rangle &= \langle 4\pi^2 f^2 \int_0^L e^{-2\gamma x} C_p(x) dx \cdot \int_0^L e^{-2\gamma^* y} C_p^*(y) dy \rangle = \\ &= \langle 4\pi^2 f^2 \int_0^L \int_0^L e^{-2\gamma x - 2\gamma^* y} C_p(x) C_p^*(y) dx dy \rangle \end{aligned}$$

Invertendo a ordem da promediação e da integração:

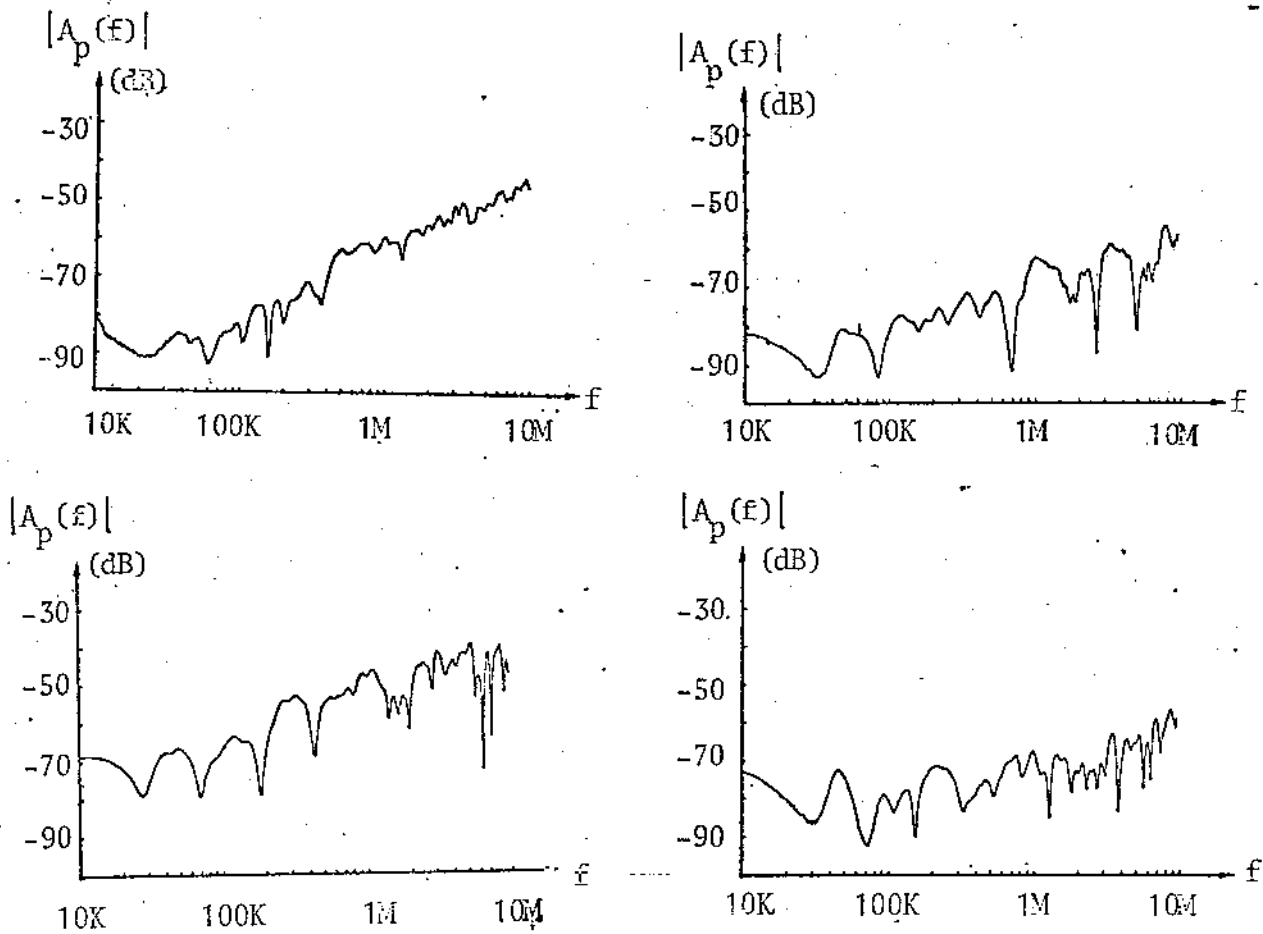


Fig. II.11 - Curvas de paradiafonia típicas

$$\langle |A_p(f)|^2 \rangle = 4\pi^2 f^2 \int_0^L \int_0^L e^{-2\gamma x - 2\gamma^* y} \langle C_p(x) C_p(y) \rangle dx dy$$

$$\langle |A_p(f)|^2 \rangle = 4\pi^2 f^2 \int_0^L \int_0^L e^{-2\gamma x - 2\gamma^* y} R_{C_p}(x-y) dx dy$$

onde: $R_{C_p}(x-y) = \langle C_p(x) C_p(y) \rangle$

Como $\gamma = \alpha + j\beta$, temos:

$$\langle |A_p(f)|^2 \rangle = 4\pi^2 f^2 \int_0^L \int_0^L e^{-2\alpha(x+y)} \cdot e^{-j2\beta(x-y)} R_{C_p}(x-y) dx dy \quad (II.23)$$

Conforme já foi visto, $R_{C_p}(x-y)$ só apresenta valores ponderáveis para $|x-y|$ menores que alguns metros. Isto nos permite fazer as seguintes simplificações, dados os valores usuais de α e β :

$$R_{C_p}(x-y) = G_{C_p}(0) \delta(x-y)$$

onde:

$$\begin{cases} G_{C_p}(f) = F\{R_{C_p}(\tau)\} \\ G_{C_p}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{C_p}(\tau) d\tau \end{cases}$$

Substituindo os resultados acima na expressão (II.23), tem-se:

$$\langle |A_p(f)|^2 \rangle = 4\pi^2 f^2 \int_0^l \int_0^l e^{-4\alpha x} G_{cp}(0) \delta(x-y) dx dy$$

Resolvendo-se a integral, chega-se finalmente a:

$$\langle |A_p(f)|^2 \rangle = 4\pi^2 f^2 \frac{1 - e^{-4\alpha l}}{4\alpha} G_{cp}(0) \quad (II.24)$$

Se l for muito longo:

$$\langle |A_p(f)|^2 \rangle \approx \frac{\pi^2 f^2}{\alpha} G_{cp}(0) \quad (II.25)$$

Do resultado acima, podemos tirar várias conclusões. De início, $|A_p(f)|^2$ será praticamente independente de l , para l maior que um determinado comprimento l_{min} , além do qual o termo $e^{-4\alpha l}$ se torna desprezível. Como α depende da frequência, l_{min} também dependerá de f .

Se assumirmos que:

a) α é da forma $\alpha = K/\sqrt{f}$,

b) o cabo apresenta uma perda de 20 dB/km, em 1,024 MHz,

c) l_{min} é determinado de forma que $e^{-4\alpha l_{min}} = 0,206$ (queda de 1 dB em $|A_p(f)|^2$),

podemos construir a tabela abaixo:

f (KHz)	l_{min} (m)
10	1737
100	549
250	347
500	246
1000	174
1500	142
2000	123

Ver-se-á mais tarde, no Capítulo III, que não é significativa a diafonia para frequências menores que 500 KHz. Por isso, aceita-se, geralmente, que a potência da radiação se torna constante em relação ao comprimento para lances entre repetidores maiores que 300 m. Satisfeita essa condição, constata-se que $\langle |A_p(f)|^2 \rangle$ apresentará um crescimento com a frequência segundo $f^{3/2}$, se α crescer com \sqrt{f} . Em outras palavras, a diafonia média aumentará numa razão de 15 dB/década ou 4,5 dB/oitava. Um exame das curvas da Fig. II.11 mostra que esse tipo de comportamento é mais ou menos observado na prática. (Atente-se, todavia, que as médias traçadas sobre as curvas não são médias estatísticas, não podendo ser confrontadas, sem as devidas precauções, com a expressão (II.25)).

Foi visto que os acoplamentos infinitesimais crescem com 6 dB/oitava e, portanto, numa razão maior que a dada pela expressão (II.25). A explicação dessa diferença se encontra no comportamento da atenuação α , introduzida pelo cabo. Vejamos esse ponto com mais detalhes. $A_p(f)$, conforme dado pela equação (II.22), representa o resultado do acoplamento global, ao longo de todo o cabo. Vamos explicitar os acoplamentos que se dão através de trechos de comprimento Δl , onde $\Delta l = l/N$ e N é um inteiro qualquer. A equação (II.22) se traduziria, assim, na seguinte forma:

$$A_p(f) = j2\pi f \cdot \int_0^{\Delta\ell} e^{-2\gamma x} C_p(x) dx + \int_{\Delta\ell}^{2\Delta\ell} e^{-2\gamma x} C_p(x) dx + \dots + \int_{(N-1)\Delta\ell}^{N\Delta\ell} e^{-2\gamma x} C_p(x) dx$$

$$= j2\pi f \sum_{n=0}^{N-1} \int_{n\Delta\ell}^{(n+1)\Delta\ell} e^{-2\gamma x} C_p(x) dx$$

Usando a forma acima para determinar a diafonia quadrática média:

$$\langle |A_p(f)|^2 \rangle = \langle 4\pi^2 f^2 \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} \int_{n\Delta\ell}^{(n+1)\Delta\ell} \int_{m\Delta\ell}^{(m+1)\Delta\ell} e^{-1\gamma x - 2\gamma^* y} C_p(x) C_p(y) dx dy \rangle$$

$$= 4\pi^2 f^2 \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} \int_{n\Delta\ell}^{(n+1)\Delta\ell} \int_{m\Delta\ell}^{(m+1)\Delta\ell} e^{-2\gamma x - 2\gamma^* y} \langle C_p(x) C_p(y) \rangle dx dy$$

Escolhendo N suficientemente pequeno para que $\Delta\ell$ seja maior que alguns metros e os acoplamentos em trechos distintos sejam independentes, podemos afirmar que:

$$\int_{n\Delta\ell}^{(n+1)\Delta\ell} \int_{m\Delta\ell}^{(m+1)\Delta\ell} e^{-2\gamma x - 2\gamma^* y} \langle C_p(x) C_p(y) \rangle dx dy = 0, \quad m \neq n$$

Satisfeita essa condição, $\langle |A_p(f)|^2 \rangle$ se reduz a:

$$\langle |A_p(f)|^2 \rangle = 4\pi^2 f^2 \sum_{n=0}^{N-1} \int_{n\Delta\ell}^{(n+1)\Delta\ell} \int_{n\Delta\ell}^{(n+1)\Delta\ell} e^{-2\gamma x - 2\gamma^* y} R_{C_p}(x-y) dx dy$$

$$= 4\pi^2 f^2 \sum_{n=0}^{N-1} \int_{n\Delta\ell}^{(n+1)\Delta\ell} \int_{n\Delta\ell}^{(n+1)\Delta\ell} e^{-2\alpha(x+y)} e^{-j2B(x-y)} R_{C_p}(x-y) dx dy$$

Se N for suficientemente grande para que $e^{-2\alpha(x+y)}$ e $e^{-j2B(x-y)}$ não variem sensivelmente dentro de cada intervalo $\Delta\ell$, podemos substituir essas exponenciais por seus valores nos extremos dos intervalos, obtendo para $\langle |A_p(f)|^2 \rangle$ a seguinte aproximação:

$$\langle |A_p(f)|^2 \rangle \approx 4\pi^2 f^2 \sum_{n=0}^{N-1} e^{-4\alpha n\Delta\ell} \int_{n\Delta\ell}^{(n+1)\Delta\ell} \int_{n\Delta\ell}^{(n+1)\Delta\ell} R_{C_p}(x-y) dx dy$$

Finalmente,

$$\langle |A_p(f)|^2 \rangle = 4\pi^2 f^2 G_{C_p}^2(0) \sum_{n=0}^{N-1} e^{-4\alpha n\Delta\ell} \cdot \Delta\ell \quad (II.26)$$

Cada termo da somatória representa uma contribuição à potência de diafonia, proveniente de um trecho do cabo de comprimento $\Delta\ell$. Observa-se que essas contribuições vão diminuindo segundo uma P.G., conforme aumenta a distância que separa o trecho em consideração dos pontos de transmissão e recepção. Isso se explica pela atenuação que o sinal sofre para chegar ao trecho de acoplamento, e daí até ao ponto de recepção. Se o comprimento do cabo for muito longo, tornam-se desprezíveis as últimas contribuições da somatória. Evidentemente, o número de parcelas significativas dependerá do fator α , a constante de atenuação do cabo. Como α varia com \sqrt{f} , podemos concluir

que o número de termos significativos cai com \sqrt{f} . Por outro lado, os acoplamentos (em termos de potência) entre os elementos Δl do circuito de transmissão variam com f^2 , de sorte que o acoplamento global deve aumentar com $f^{3/2}$, conforme já concluímos da equação (II.24). A equação (II.26) se reduz, como era de se esperar, à equação (II.25) ao fazermos $l \rightarrow \infty$. Com efeito:

$$\langle |A_p(f)|^2 \rangle = 4\pi^2 f^2 G_{cp}(0) \frac{1}{1 - e^{-4\alpha\Delta l}} \Delta l$$

se $4\alpha\Delta l \ll 1$, então: $1 - e^{-4\alpha\Delta l} \approx 4\alpha\Delta l$

e, portanto:

$$\langle |A_p(f)|^2 \rangle = \frac{\pi^2 f^2}{\alpha} G_{cp}(0)$$

obtendo-se resultado idêntico a da equação (II.25).

O acoplamento médio, conforme dado pela equação acima, revela-se útil quando interessa determinar o comportamento de um determinado sistema MCP frente a um grande número de interferentes. Neste caso, as irregularidades dos acoplamentos individuais se diluem e prevalece o comportamento médio. Considerando válida esta condição, podemos afirmar que o sinal interferente, na entrada do repetidor em consideração, é um ruído aleatório, cuja densidade espectral de potência é dada por:

$$G_r(f) = \frac{\pi^2 f^2}{\alpha} G_s(f) \sum_{n=1}^N G_{cp_n}(0) \quad (II.27)$$

onde:

$$\left\{ \begin{array}{l} G_s(f) \text{ é a densidade espectral de potência na saída dos repetidores} \\ G_{cp_n}(0) = \text{área de f.correlação do acoplamento entre o par interferente } n \text{ e o par} \\ \text{interferido} \\ N = \text{número de interferentes} \end{array} \right.$$

No caso da utilização do código IMA, com pulsos retangulares de largura $T/2$ e amplitude A , $G_s(f)$ é dada, conforme a expressão (I.38) do Capítulo I, por:

$$G_s(f) = \frac{A^2}{\pi^2 T} \frac{\text{sen}^2 \frac{\pi T f}{2} \text{sen}^2 \pi T f}{f^2}$$

Substituindo a expressão acima em (II.27) e considerando que α varia com \sqrt{f} , obtemos finalmente:

$$G_r(f) = K \frac{\text{sen}^2 \frac{\pi T f}{2} \text{sen}^2 \pi T f}{\sqrt{f}} \quad (II.28)$$

onde K depende do número de interferentes, da taxa de repetição dos dígitos, das propriedades físicas do cabo e das amplitudes dos pulsos dos sinais interferentes.

Vemos na Fig. II.13, o gráfico correspondente à expressão (II.28). Da mesma forma que para a densidade espectral do sinal IMA, o espectro da paradiáfonia se anula nas frequências múltiplas da taxa de símbolos, enquanto que o seu valor máximo ocorre em $0,58/T$. A potência média do ruído de paradiáfonia é dada pela área sob a curva. Calculando-se essa potência através da expressão (II.28), chega-se à absurda conclusão que a potência é infinita! A razão disso reside na simplificação que fizemos para a determinação

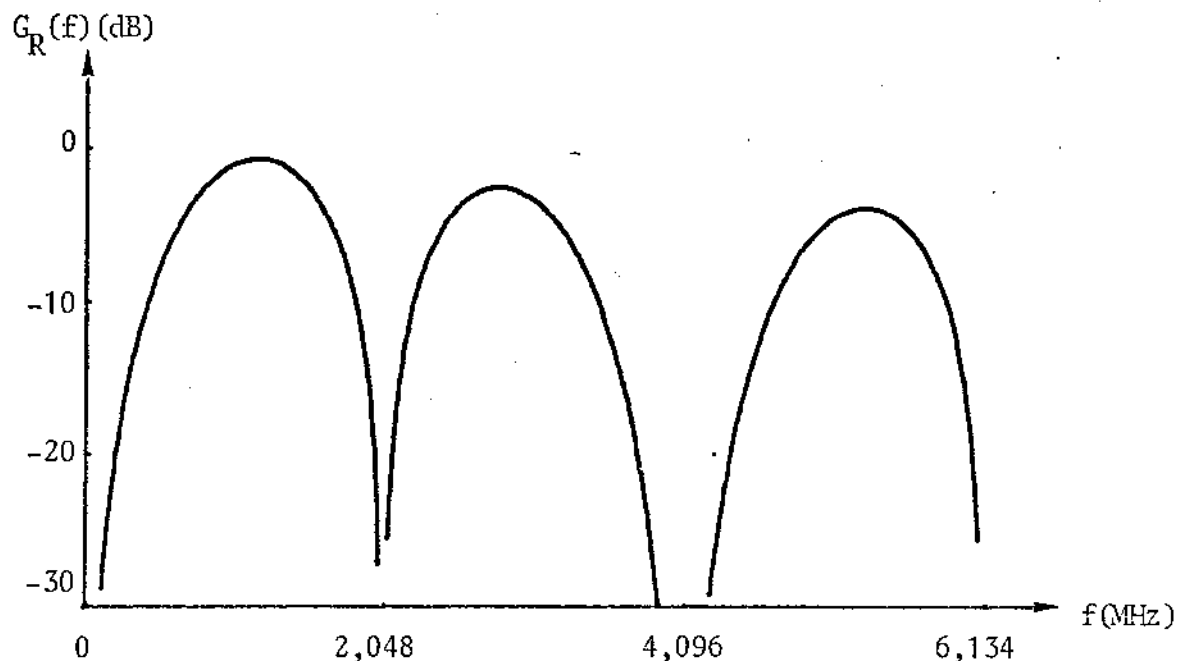


Fig. II.13 - Densidade Espectral de Paradiafonia

da expressão (II.25).

Evidentemente, o acoplamento de diafonia não pode aumentar indefinidamente com a frequência. É possível mostrar, através de uma expressão mais exata [13], que o acoplamento segue o comportamento dado pela expressão (II.25) até $f \approx 10$ MHz, a partir da qual aparecem outros fenômenos que limitam o crescimento de $\langle |A_p(f)|^2 \rangle$.

A determinação da potência da diafonia global apresenta grande interesse se pudermos caracterizá-la como um ruído aleatório gaussiano, pois, neste caso especial, o simples conhecimento de σ^2 , a variância do ruído, é suficiente para conhecermos a sua f.d.p. (já que sua média será sempre nula) e, conforme veremos no Capítulo III, para determinarmos o desempenho dos repetidores em termos de probabilidades de erros na regeneração dos pulsos transmitidos.

O ponto crucial da questão da gaussianidade está na validade da aplicação do teorema do limite central, já que o sinal MCP transmitido - e que se torna interferente frente aos outros sistemas que operam no mesmo cabo - não é gaussiano, nem ao menos aproximadamente.

A interferência de diafonia só pode se tornar gaussiana, dentro de certos limites, pela ação dos seguintes fatores de gaussianização:

- 1) número elevado de interferentes
- 2) resposta do equalizador do tipo passa-faixa de banda estreita
- 3) variações rápidas com a frequência dos acoplamentos $A(f)$

O primeiro fator é, explicitamente, a condição de validade do teorema limite central. O segundo advém do efeito de espalhamento temporal provocado por sistema qualquer de faixa estreita. O espalhamento provoca uma sobreposição das respostas dos pulsos interferentes, melhorando as condições de validade do teorema do limite central. O terceiro fator permite-nos considerar o acoplamento de diafonia como equivalente a uma associação muito grande de micro-sistemas passa-faixa de banda estreita. Como re

[13] CRAVIS, H.E. e CRATER, T.V. - obra citada, pag. 466.

sultado, a interferência induzida em um par qualquer terá uma duração efetiva consideravelmente maior que a do pulso no par interferente. Este alongamento causado pelo acoplamento de diafonia pode ser evidenciado ao tomarmos a expressão (II.22a) no domínio do tempo, onde podemos admitir que o comprimento do cabo seja infinito.

$$v_{L_p}(t) = \frac{d}{dt} e(t) * F^{-1} \left\{ \int_0^{\infty} e^{-2\gamma x} C_p(x) dx \right\}$$

onde:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{L_p}(t) = \text{tensão induzida} \\ e(t) = \text{tensão interferente} \end{array} \right.$$

Supondo que $e(t)$ seja um pulso retangular de amplitude A e largura τ , podemos escrever:

$$e(t) = A[u(t) - u(t-\tau)]$$

$$\frac{d}{dt} e(t) = A[\delta(t) - \delta(t-\tau)]$$

Trocando a ordem da integração em x com a operação de anti-transformação:

$$v_{L_p}(t) = A[\delta(t) - \delta(t-\tau)] * \int_0^{\infty} F^{-1}\{e^{-2\gamma x}\} C_p(x) dx$$

sai:

$$v_{L_p}(t) = A \int_0^{\infty} [h_x(t) - h_x(t-\tau)] C_p(x) dx$$

onde $h_x(t) = F^{-1}\{e^{-2\gamma x}\}$ é a resposta impulsiva de um trecho de cabo de comprimento igual a $2x$.

Tomando o valor médio quadrático de $v_{L_p}(t)$:

$$\begin{aligned} \langle v_{L_p}^2(t) \rangle &= A^2 \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} [h_x(t) - h_x(t-\tau)][h_y(t) - h_y(t-\tau)] \langle C_p(x)C_p(y) \rangle dx dy \\ &= A^2 \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} g_x(t) g_y(t) R_c(x-y) dx dy \end{aligned}$$

onde $g_x(t) = h_x(t) - h_x(t-\tau)$.

Como $R_c(x-y)$ decai rapidamente para $|x-y|$ maior que alguns metros, podemos supor que $R_c(x-y) = G_c(0) \delta(x-y)$:

$$\langle v_{L_p}^2(t) \rangle = A^2 G_c(0) \int_0^{\infty} g_x^2(t) dx \tag{II.29}$$

Antes de calcularmos esta integral, devemos determinar a resposta impulsiva $h_x(t)$ do cabo, a partir da função de transferência:

$$H_x(s) = e^{-s2x/v} e^{-\sqrt{s} K2x}$$

onde:

$$\left\{ \begin{array}{l} v = 1/\sqrt{LC} \text{ (velocidade de propagação)} \\ K = \sqrt{\frac{\mu C}{\sigma L}} \text{ / (rad)} \end{array} \right.$$

Daí sai:

$$h_x(t) = \frac{Kx}{\sqrt{\pi \left(t - \frac{2x}{v}\right)^2}} e^{-(K^2 x^2)/(t - 2x/v)} \cdot u(t - 2x/v)$$

Para um cabo com perda de 20 dB/km em 1,024 MHz ($K = 1,284 \times 10^{-6}$), $v = 200.000$ km/s, obtêm-se a curva abaixo para $\langle v_{Lp}^2(t) \rangle$, quando o pulso interferente apresenta largura $\tau = 250$ ns.

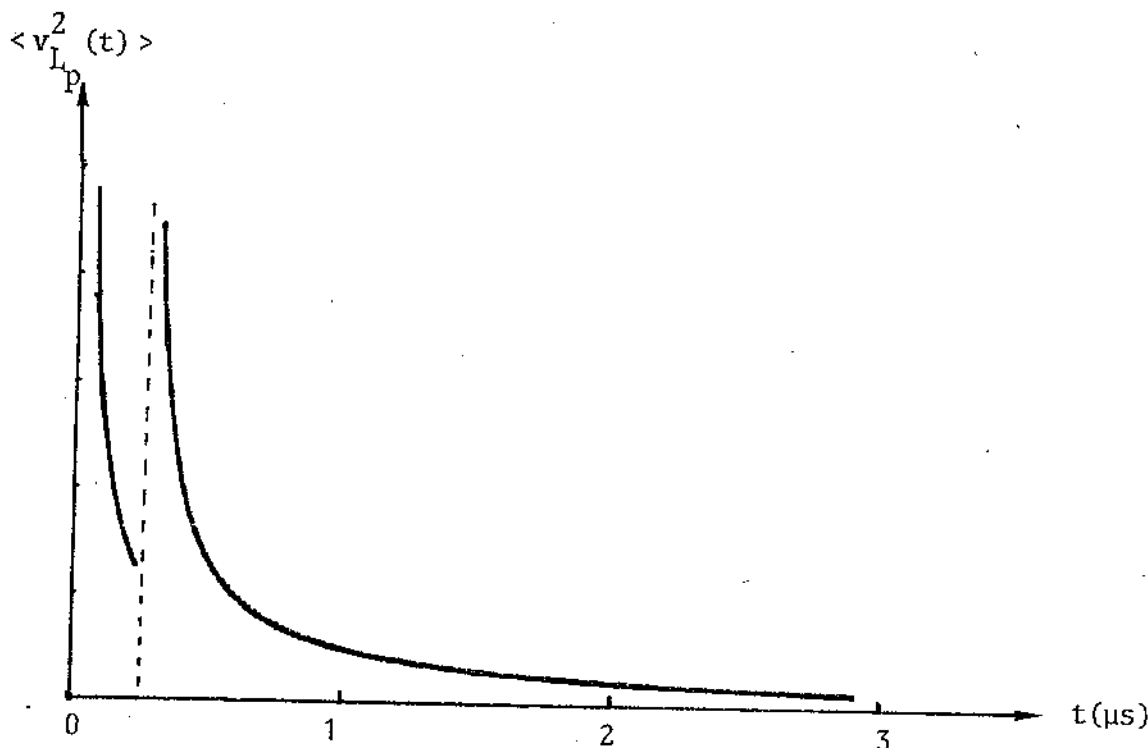


Fig. II.14 - Variação da paradiáfonia produzida por um pulso retangular

Em $t = 0$ e $t = 250$ ns, $\langle v_{Lp}^2(t) \rangle \rightarrow \infty$ pelo efeito de diferenciação do acoplamento. Na prática, isto não ocorre, evidentemente, porque os tempos de subida e descida dos pulsos são finitos (≈ 50 ns) e a diferenciação se degenera para frequências muito elevadas. O importante a ser observado é que $\langle v_{Lp}^2(t) \rangle$ ainda é considerável vários μs após a transmissão de um pulso, o que é um fator de gaussianização do ruído de diafonia quando se transmite pulsos numa taxa de 2,048 Mdígitos/s. Além disso, $\langle v_{Lp}^2(t) \rangle$, como calculado, se refere à potência do ruído na entrada do repetidor, quando, na verdade, o que importa é o ruído na saída do equalizador. Como a resposta impulsiva do equalizador típico apresenta uma cauda oscilatória, o espalhamento do ruído será ainda maior que o correspondente à figura acima.

Como fatores contrários à gaussianização do ruído, podemos citar:

- 1) número pequeno de interferentes
- 2) predomínio de um interferente intenso (por motivos de um acoplamento excepcionalmente forte) sobre os demais
- 3) crescimento, em média, dos acoplamentos com a frequência

4) caráter ciclo-estacionário do sinal MCP

O primeiro fator pode tornar-se significativo quando a ocupação do cabo, por sistemas MCP, for pequena. O segundo pode acontecer mesmo que a ocupação seja elevada, dado que existe uma grande flutuação estatística nos graus dos acoplamentos entre pares. O terceiro representa um fator de desgaussianização pela mesma razão de um circuito diferenciador: concentração temporal da energia dos sinais. Na verdade, este efeito já foi levado em conta, implicitamente, na expressão de $\langle v_p^2(t) \rangle$. O quarto fator estabelece para os sinais interferentes uma certa concentração de potência, que pode ser acentuada, por exemplo, por uma diferenciação.

O estudo dos pesos dos vários fatores, pró e contra a gaussianização não é uma tarefa trivial, principalmente porque a aproximação da distribuição verdadeira por uma gaussiana deve ser verificada até pelo menos 6 desvios-padrão. Cravis e Crater, no trabalho já citado, realizaram uma experiência para determinar a natureza probabilística da paradiáfonia e chegaram à surpreendente conclusão que sua distribuição é aproximadamente gaussiana, independentemente do número de interferentes considerados.

A hipótese de que a interferência de paradiáfonia seja gaussiana, podendo ser caracterizada por seu espectro de potência, impõe-nos examinar, ainda que rapidamente, seu efeito sobre o sinal MCP, em função do comprimento do cabo. Vimos que a intensidade da paradiáfonia se torna praticamente constante se o comprimento l do cabo for maior que 300 m. A potência do sinal recebido, todavia, se enfraquece segundo o fator $e^{-2\alpha l}$, de sorte que se l for maior que um certo comprimento (≈ 2000 m para o cabo 22 AWG), a relação (S/R) poderá ser muito baixa e o desempenho do sistema será insatisfatório. A queda da relação (S/R) será consequência, não do crescimento da paradiáfonia, mas sim do enfraquecimento do sinal.

Telediafonia

Considerando o esquema da Fig. II.6 e a equação (II.21b), podemos obter o sinal de telediafonia como:

$$V_{L_t} = (j2\pi f) E e^{-\gamma l} \int_0^l C_t(x) dx$$

ou, em termos do acoplamento global $A_t(f)$ entre os dois circuitos:

$$A_t(f) = \frac{V_{L_t}}{E} = (j2\pi f) e^{-\gamma l} \int_0^l C_t(x) dx \quad (II.30)$$

O valor quadrático médio de $A_t(f)$ será:

$$\begin{aligned} \langle |A_t(f)|^2 \rangle &= 4\pi^2 f^2 e^{-(\gamma+\gamma^*)l} \left\langle \int_0^l \int_0^l C_t(x) C_t(y) dx dy \right\rangle \\ &= 4\pi^2 f^2 e^{-2\alpha l} \int_0^l \int_0^l \langle C_t(x) C_t(y) \rangle dx dy \\ &= 4\pi^2 f^2 e^{-2\alpha l} \int_0^l \int_0^l R_{C_t}(x-y) dx dy \end{aligned}$$

Supondo que l é maior que alguns metros, podemos fazer a seguinte aproximação:

$$R_{c_t}(x-y) = G_{c_t}(0) \delta(x-y)$$

onde:

$$\left\{ \begin{array}{l} G_{c_t}(f) = F\{R_{c_t}(\tau)\} \\ G_{c_t}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{c_t}(\tau) d\tau \end{array} \right.$$

Adotando-se a aproximação, a integral (II.30) se resolve em:

$$\langle |A_t(f)|^2 \rangle = 4 G_{c_t}(0) \pi^2 \lambda \cdot f^2 e^{-2\alpha\lambda} \quad (\text{II.31})$$

Aquí, ao contrário da paradiafonia, o efeito do acoplamento depende muito do desalinhamento λ . Para desalinhamentos pequenos, há preponderância do termo linear em λ , e a potência da interferência cresce diretamente com o desalinhamento; a partir de um certo valor de λ , passa a predominar o termo exponencial e a potência da interferência começa a diminuir. Isso em termos absolutos. Considerando-se que a potência do sinal cai segundo $e^{-2\alpha L}$ (L = distância entre repetidores), a relação entre as potências de telediafonia e de sinal variará de acordo com $\lambda e^{-2\alpha(\lambda-L)}$. Esta relação cresce de forma aproximadamente linear com λ quando o desalinhamento é pequeno, passa por um máximo quando $\lambda = 1/2\alpha$, e decresce exponencialmente a partir de então. Quando o desalinhamento é máximo ($\lambda = L$), a relação crescerá linearmente com L , enquanto que a paradiafonia, conforme vimos, cresce exponencialmente. Em consequência, para os comprimentos usuais de enlaces, a paradiafonia revela-se dominante. Aliás, mesmo o ruído próprio dos amplificadores de entrada pode ser desprezado frente à paradiafonia [14]. Por essas razões, diz-se que os sistemas MCP que operam em cabos telefônicos bi-direcionais são limitados em paradiafonia. A utilização de cabos especiais, onde se utilizam blindagens entre pares que transmitem em sentidos opostos, elimina a paradiafonia, continuando presente, entretanto, a telediafonia.

II.5 - SIMULADORES DE CABO

Os simuladores de cabo são circuitos ativos ou passivos, cujos comportamentos procura-se fazer os mais próximos possíveis de um cabo real. Os simuladores são utilizados com dois objetivos principais: a) projeto e teste de repetidores, substituindo os cabos reais em suas funções de transmissão e de veículos de diafonia, e b) construção de equalizadores variáveis.

No primeiro caso, os simuladores devem apresentar uma resposta em frequência, de amplitude e fase, que se aproxime com tolerâncias mínimas da resposta média dos cabos reais. No segundo, os simuladores fazem parte de circuitos equalizadores automáticos e as aproximações da resposta do cabo real podem ser menores, já que a ação do simulador somente se dará quando a distância entre repetidores for pequena. Estas aproximações são geralmente feitas com circuitos cujas funções de transferência são funções racionais, ou seja, apresentam pólos e zeros. Por sua facilidade de realização e de análise, começaremos por aí, portanto, o exame dos simuladores.

Aproximação por uma Função Racional

[14] CRAVIS, H.E. e CRATER, T.V. - obra citada, pag. 440.

A literatura sobre repetidores está repleta de exemplos em que se intentou a aproximar a curva de atenuação do cabo telefônico por uma função racional com pólos e zeros. No seu já clássico trabalho [15], Mayo utiliza a seguinte aproximação para a resposta de um cabo 22 CSA, de 6000 pés (1,83 km) de comprimento:

$$C(f) = \frac{0,4}{\left(1 + j \frac{f}{f_1}\right) \left(1 + j \frac{f}{f_2}\right)} \quad (II.32)$$

onde:

$$\begin{cases} f_1 = 80 \text{ KHz} \\ f_2 = 800 \text{ KHz} \end{cases}$$

Inowe, Sakurai e Iwahashi [16], por sua vez, adotam a seguinte função para um cabo também de 6000 pés de comprimento, composto de condutores de calibre igual a 0,65mm:

$$C(f) = \frac{0,5}{\left(1 + j \frac{f}{f_1}\right) \left(1 + j \frac{f}{f_2}\right)} \quad (II.33)$$

onde:

$$\begin{cases} f_1 = 55 \text{ KHz} \\ f_2 = \begin{cases} 900 \text{ KHz} \\ 950 \text{ KHz} \end{cases} \end{cases}$$

O erro da aproximação foi medido pelos autores e o resultado obtido é mostrado na figura abaixo, onde se nota que o erro máximo (com $f_2 = 900 \text{ KHz}$) é geralmente menor que 1 dB para quase todas as frequências abaixo de 2 MHz.

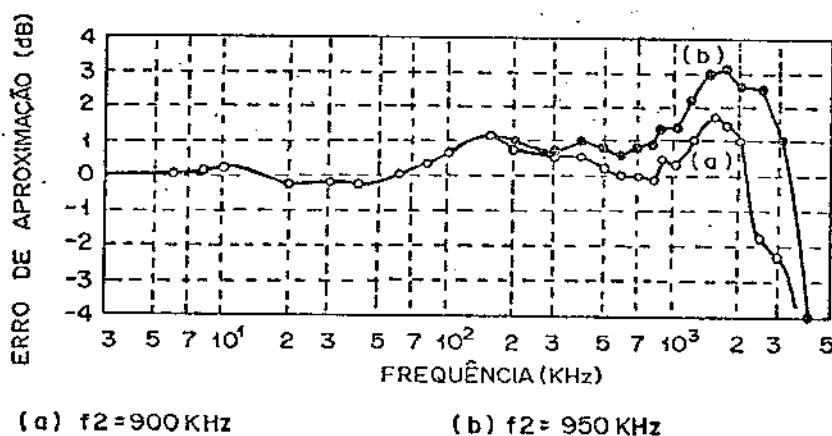


Fig. II.15 - Erro da aproximação da resposta de um cabo por um função racional com dois pólos

Bellotto, Tronca e Vagliani [17] realizam uma aproximação mais elaborada para um cabo cuja atenuação é de 36,4 dB na frequência de 1,024 MHz (o que corresponde aproximadamente a um cabo 22 AWG com 1800 m), por meio de uma função com um zero e cinco pólos.

[15] MAYO, J.S. - A Bipolar Repeater for Pulse Code Modulation Signals. BSTJ, Jan/62, pag. 32.
 [16] INOWE, N. et al - A Repeater for Short-Haul PCM System. Review of the Electrical Laboratory, Nov/Dez. 1965, pag. 973.
 [17] BELLOTTO, P.; TRONCA, G. e VAGLIANI, F. - Receiver Equalizer Optimization in a Digital Line Subject to Crosstalk Interference by Computer Aided Design. NTC-74, pp. 946-951.

$$C(f) = \frac{0,342 \left(1 + j \frac{f}{z}\right)}{\prod_{i=1}^5 \left(1 + j \frac{f}{p_i}\right)} \quad (II.34)$$

onde:

$$\left\{ \begin{array}{l} z = 900 \text{ KHz} \\ p_1 = 210 \text{ KHz} \\ p_2 = 420 \text{ KHz} \\ p_3 = 600 \text{ KHz} \\ p_4 = 1,3 \text{ MHz} \\ p_5 = 4,0 \text{ MHz} \end{array} \right.$$

As aproximações mostradas se referem sempre a comprimentos determinados de cabos. Vamos agora estabelecer, no caso geral, as localizações dos "pólos" f_1 e f_2 de uma função do tipo:

$$\tilde{C}(f) = \frac{A}{\left(1 + j \frac{f}{f_1}\right) \left(1 + j \frac{f}{f_2}\right)} \quad (II.35)$$

que se aproxime da resposta de um cabo real, dada por:

$$|C(f)| = (a \cdot 10^{-b} f^{0,58})^\alpha \quad (II.36)$$

onde:

$$\left\{ \begin{array}{l} a, b - \text{constantes que dependem do tipo de cabo} \\ \alpha - \text{constante proporcional ao comprimento do cabo} \end{array} \right.$$

Valores típicos para um cabo 22 AWG:

$$a = 10^{-0,01}$$

$$b = 1,29 \times 10^{-5}$$

$$\alpha = \text{atenuação (dB) em } f = 1,024 \text{ MHz}$$

$|C(f)|$, conforme dado acima, é apenas a forma modificada da expressão (II.10). A expressão (II.36), assim como a (II.10), não leva em conta a defasagem introduzida pelo cabo. Contudo, já sabemos que se a aproximação da resposta em amplitude for satisfatória, a de fase provavelmente também o será.

Expressando $C(f)$ e $|\tilde{C}(f)|$ em dB:

$$L(f) = 20 \log C(f)$$

$$\tilde{L}(f) = 20 \log |\tilde{C}(f)|$$

$$L(f) = 20\alpha \log a - 20\alpha \cdot b \cdot f^{0,58}$$

$$\tilde{L}(f) = 20 \log A - 10 \log [1 + (f/f_1)^2] - 10 \log [1 + (f/f_2)^2]$$

Fazendo-se o gráfico de $L(f)$ numa escala de frequências logarítmica, e sobrepondo-se à curva assim obtida, a correspondente à equação (II.35) de forma que as assíntotas da função racional tangenciem a curva da função exponencial, obtém-se a Fig. II.16.

Para que a primeira assíntota de $\tilde{L}(f)$ tangencie $L(f)$, basta que:

$$A = a^\alpha \quad (II.37)$$

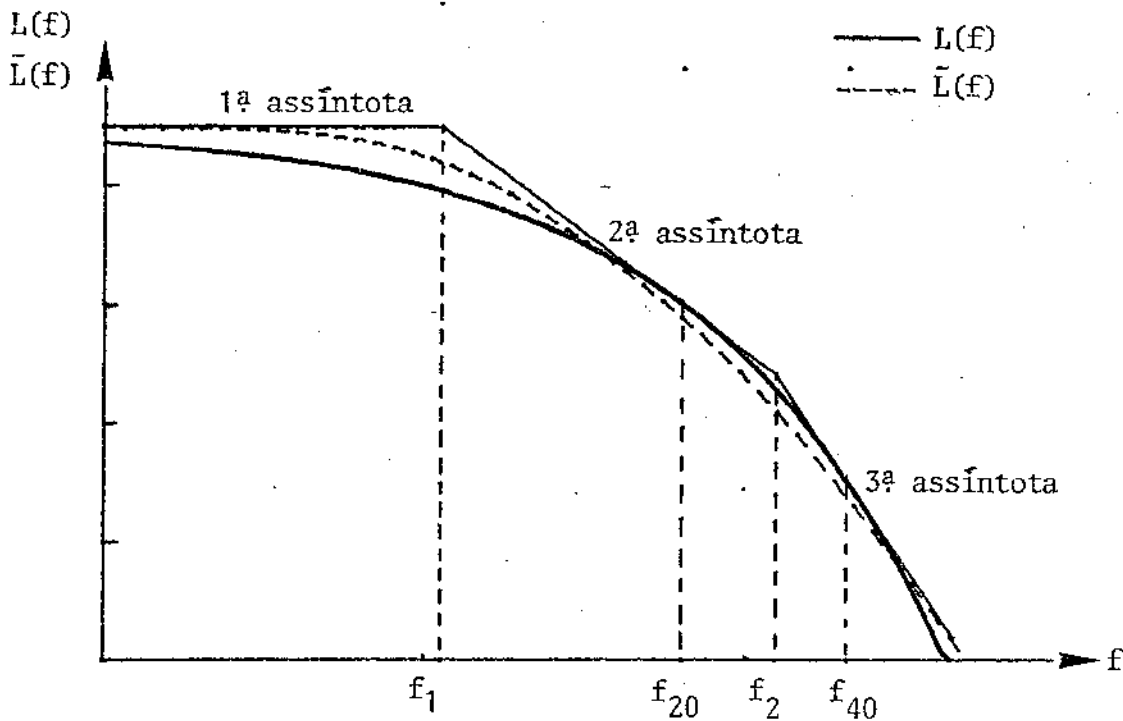


Fig. II.16 - Disposição dos "pólos" para a função aproximação

Para determinarmos a condição correspondente à segunda assíntota, precisamos determinar \$f_{20}\$, a frequência para a qual a inclinação de \$L(f)\$ é de -20 dB/década.

Depois de um certo trabalho algébrico chegaremos a:

$$f_{20} = \left[\frac{\log e}{\alpha b \cdot 0,58} \right]^{1/0,58} \quad (II.38)$$

Analogamente, para a terceira assíntota determinamos \$f_{40}\$, a frequência para a qual a inclinação de \$L(f)\$ é de -40 dB/década:

$$f_{40} = \left[\frac{2 \log e}{\alpha b \cdot 0,58} \right]^{1/0,58} \quad (II.39)$$

A partir do conhecimento de \$f_{20}\$ e \$f_{40}\$ podemos determinar \$f_1, f_2\$, os "pólos" de \$\tilde{C}(f)\$ e, ao mesmo tempo, os pontos de encontro das assíntotas. Encontraremos, assim:

$$f_1 = \left(\frac{\log e}{e \alpha b \cdot 0,58} \right)^{1/0,58} \quad (II.40a)$$

$$f_2 = \left(\frac{4 \log e}{e \alpha b \cdot 0,58} \right)^{1/0,58} \quad (II.40b)$$

Já era previsível que os "pólos" se deslocassem para a origem conforme o coeficiente de atenuação (ou o comprimento do cabo) sofresse um aumento. O notável nas expressões encontradas é que \$f_1\$ e \$f_2\$ são proporcionais, e a proporção entre eles, dada por:

$$\frac{f_1}{f_2} = (4)^{1/0,58} \approx 10,9$$

não depende dos parâmetros elétricos ou do comprimento particular do cabo, mas apenas do fator 0,58, o expoente de \$f\$.

Podemos, por isso, construir um simulador de cabo, como mostrado na Fig. II. 17, válido para qualquer comprimento de cabo dentro de certos limites, desde que a relação entre C_1 e C_2 se mantenha constante e o ganho A seja dado conforme a equação (II. 37).

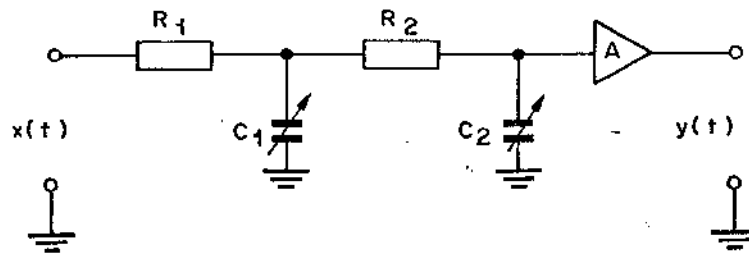


Fig. II.17 - Simulador de cabo, baseado na equação (II.35)

A proporcionalidade entre os valores de C_1 e C_2 simplifica sobremaneira a realização prática de um simulador. Esta vantagem será utilizada na construção de um equalizador variável automático, que será mostrado no Capítulo IV.

Vamos agora determinar os valores f_1 , f_2 e A para um cabo, cuja atenuação em $f = 1,024$ MHz varia de $0 + 40$ dB e a sua atenuação em $f = 0$, para o máximo comprimento, vale 8 dB. Nessas condições, $C(f)$ será dado por:

$$C(f) = \left(\overbrace{10^{-0,01}}^a \cdot \overbrace{10^{-1,29 \times 10^{-5} \cdot f^{0,58}}}^b \right)^\alpha$$

onde α é a atenuação em dB em $f = 1,024$ MHz e f é dada em Hz.

Substituindo os valores de a, b e α nas equações (II.37) e (II.40), obteremos a seguinte tabela:

α (dB)	f_1 (KHz)	f_2 (KHz)	A (dB)
2	8822	96300	0,4
5	1818	19839	1
10	550	6005	2
15	273	2985	3
20	167	1818	4
25	113	1237	5
30	83	903	6
35	63	693	7
40	50	550	8

Os erros de aproximação que se cometem utilizando-se a localização dos "pólos" dada pela tabela acima, podem ser vistos na Fig. II.18, para atenuações de 2 a 40 dB, em $f = 1,024$ MHz. Nota-se que o erro positivo máximo não excede 2,8 dB e ocorre numa frequência ligeiramente menor que f_1 . O erro negativo máximo, por sua vez, não ultrapassa 1,8 dB e ocorre numa frequência pouco acima de f_2 . Para frequências além desse ponto, o erro começa a diminuir (em módulo), passando eventualmente por zero e tornando a crescer, agora em forma incontrollável. Explica-se esse último fato porque a resposta com pólos decairá para $f \rightarrow \infty$, segundo uma taxa de somente 40 dB/década, em

quanto a taxa da queda da resposta do cabo cresce de forma ilimitada, conforme $f \rightarrow \infty$. De qualquer forma, a aproximação com apenas dois pólos é satisfatória na faixa de 0 a 2 MHz, enquanto o cabo tiver atenuação menor que 30 dB. Para atenuações entre 30 e 40 dB, o erro de simulação mostra-se razoavelmente pequeno apenas na faixa 0 a 1 MHz.

Conforme veremos mais tarde, ao examinarmos o equalizador que foi construído, o erro na faixa 1 - 2 MHz ainda é aceitável para a aplicação. Poder-se-ia, se houvesse necessidade, melhorar a aproximação introduzindo-se um terceiro pólo aos já existentes. Por outro lado, se a atenuação for menor que 20 dB, é possível de se fazer a simulação com apenas um "pólo" em f_1 , desprezando-se aquele em f_2 , como demonstram as curvas da Fig. II.18b.

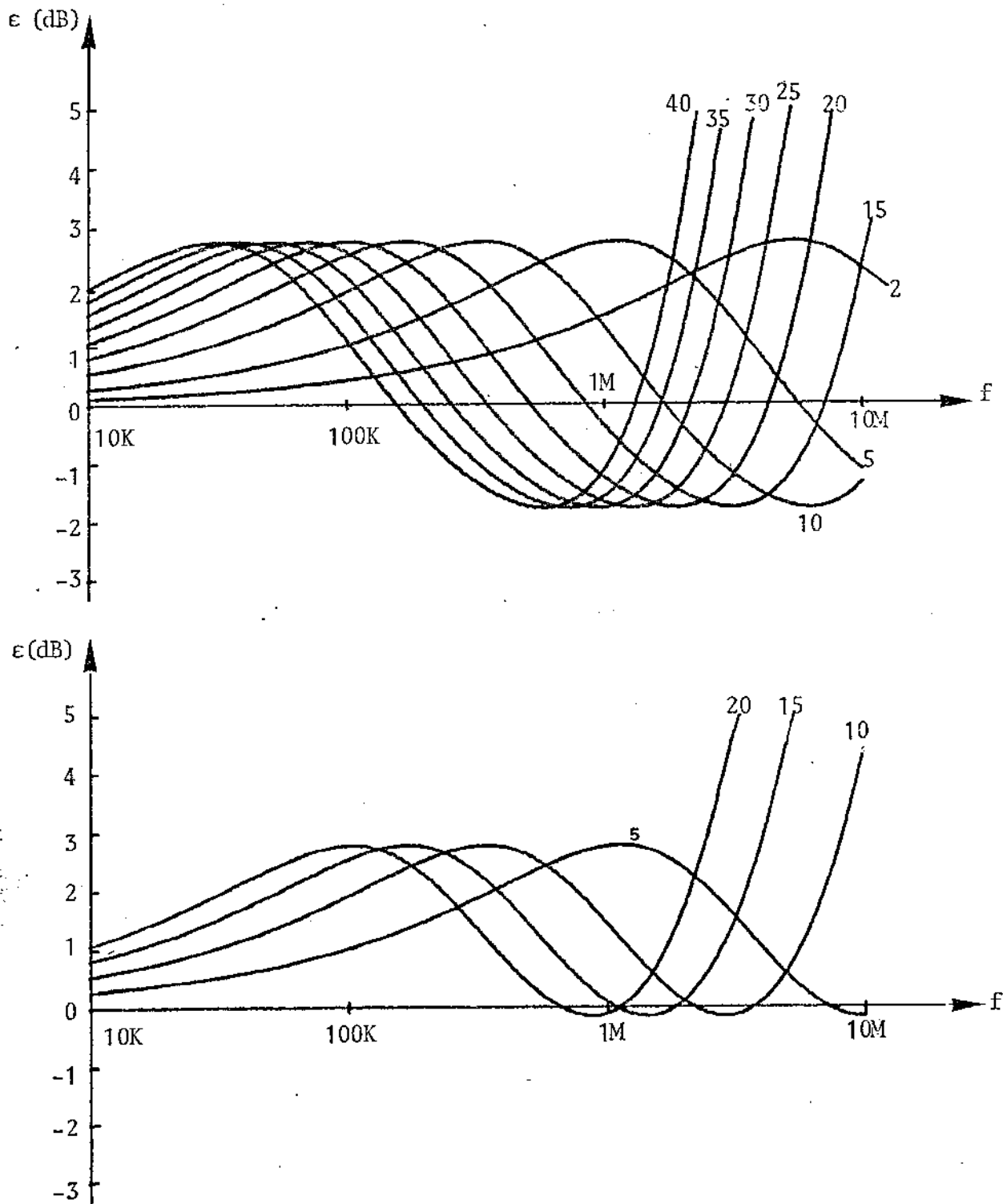


Fig. II.18 - Erros de aproximação

Aproximação utilizando-se elementos distribuídos

Consideremos uma linha de transmissão composta de elementos resistivos e capacitivos, sendo R a resistência-série e C a capacitância-paralela, por unidade de comprimento. De acordo com as equações gerais das linhas de transmissão, dadas em (II.1), a impedância característica e o coeficiente de propagação são dados por:

$$Z_0 = \sqrt{R/C} \sqrt{1/s} \tag{II.41a}$$

$$\gamma = \sqrt{RC} \sqrt{s} \tag{II.41b}$$

Se a linha for carregada com uma impedância igual a sua impedância característica, como se vê na figura abaixo, a função de transferência será simplesmente:

$$\frac{V_2}{V_1} = e^{-\gamma l} = e^{-\sqrt{RC} l \sqrt{s}} \tag{II.42}$$

onde l é o comprimento da linha de transmissão.

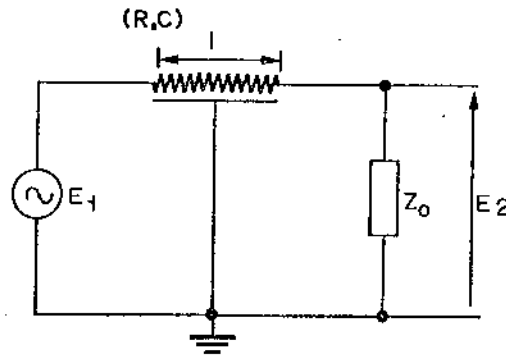


Fig. II.19 - Linha de transmissão RC casada

A expressão (II.42) mostra que a função de transferência de uma linha de transmissão RC casada possui forma idêntica à de uma linha LC com perda por efeito pelicular, que é uma aproximação do cabo telefônico na faixa utilizada na transmissão de sinais MCP.

Na realidade, a resposta do cabo telefônico não cai com uma exponencial de \sqrt{f} , mas com uma exponencial de $f^{0,58}$, conforme já foi visto. Contudo, a pequena correção a ser feita na resposta pode ser dada por um circuito adicional relativamente simples.

A dificuldade da realização do sistema da figura acima está na obtenção de uma impedância de carga casada com a linha de transmissão em toda a faixa de frequências utilizadas. Se não se fizer o casamento, haverá reflexão de parte do sinal que atingir a carga e a equação (II.42) perderá sua validade. Z_0 , como dado por (II.41a), não pode ser obtida com elementos concentrados; só pode ser o resultado de uma outra configuração com elementos também distribuídos. Tentaremos usar, como carga da linha RC outra seção de linha RC, baseando-nos na constatação, válida para todas as linhas de transmissão com perdas, que a impedância de entrada de uma linha tende à sua impedância característica conforme o seu comprimento tende a infinito, independentemente da carga utilizada em sua terminação. Com efeito, consideremos os dois casos extremos de uma linha RC, terminada em curto ou em circuito aberto, como mostrados na Fig. II. 20. As impedâncias de entrada, Z_c e Z_a , respectivamente, são dadas [18] por:

[18] TERRES, G.C. e LAPATRA, J.W. - Circuit Synthesis and Design. McGraw-Hill, 1977, pp. 349-355.

$$Z_c = 1/\sqrt{s} \sqrt{R/C} \operatorname{tgh}(\sqrt{RC} \cdot l \sqrt{s}) \quad (\text{II.43a})$$

$$Z_a = 1/\sqrt{s} \sqrt{R/C} \operatorname{cotg} h(\sqrt{RC} \cdot l \sqrt{s}) \quad (\text{II.43b})$$

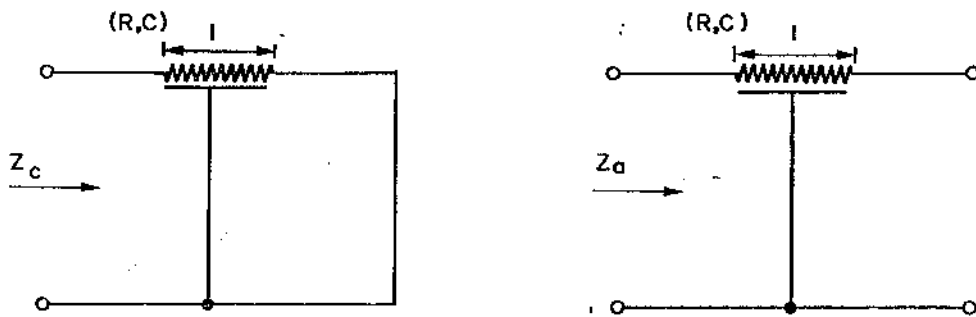


Fig. II.20 - Síntese de impedâncias por meio de trechos de linha RC

Se for satisfeita a seguinte condição:

$$R_e \{ \sqrt{RC} \cdot l \sqrt{s} \} \gg 1$$

então:

$$\begin{cases} \operatorname{tgh}(\sqrt{RC} \cdot l \sqrt{s}) \approx 1 \\ \operatorname{cotg} h(\sqrt{RC} \cdot l \sqrt{s}) \approx 1 \end{cases} \quad (\text{II.44})$$

e

$$Z_c = Z_a = Z_0 = \sqrt{R/C} \sqrt{l/s}$$

isto é, Z_c e Z_a serão exatamente as impedâncias que necessitamos como carga para o circuito da Fig. II.19 que ganha a configuração mostrada na Fig. II.21.

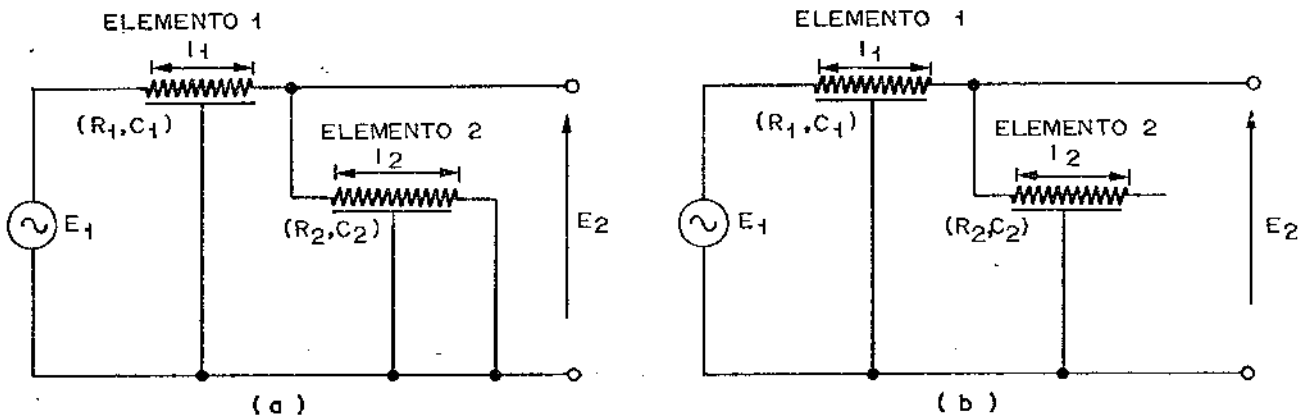


Fig. II.21 - Linhas de transmissão RC carregadas com trechos de linhas

Seria também possível a utilização de secções de linha de transmissão - no elemento 1 entre o gerador e saída, e no elemento 2 (que funciona como carga para o elemento 1) - com impedâncias RC distribuídas diferentes. Bastaria impor-se que as impedâncias características dos dois trechos de linha sejam iguais, isto é, se denominarmos de R_1, C_1 e R_2, C_2 as resistências e capacitâncias por unidade de comprimento, respectivamente do primeiro e segundo elemento, devemos ter $R_1/C_1 = R_2/C_2$.

Vamos determinar como será a função de transferência dos circuitos acima no

caso em que o elemento 2 não apresenta comprimento infinito (o que corresponde aos casos reais) e, portanto, não são válidas as aproximações dadas em (II.44).

A matriz de transmissão T_1 de um quadripolo constituído por um trecho de linha de transmissão RC é dada [19] por:

$$T_1 = \begin{bmatrix} \cosh(a\sqrt{s}) & \sqrt{R/sC} \sinh(a\sqrt{s}) \\ \sqrt{sC/R} \sinh(a\sqrt{s}) & \cosh(a\sqrt{s}) \end{bmatrix}$$

onde $a = \sqrt{RC} \ell_1$

Uma impedância de carga apresenta, por sua vez, a seguinte matriz de transmissão T_2 :

$$T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_L & 1 \end{bmatrix}$$

A matriz de transmissão global T , da linha de transmissão carregada com a carga Z_L será dada por:

$$T = T_1 \times T_2$$

ou:

$$T = \begin{bmatrix} \cosh(a\sqrt{s}) + \sqrt{sC/R} (1/Z_L) \sinh(a\sqrt{s}) & \sqrt{R/sC} \sinh(a\sqrt{s}) \\ \sqrt{sC/R} \sinh(a\sqrt{s}) + (1/Z_L) \cosh(a\sqrt{s}) & \cosh(a\sqrt{s}) \end{bmatrix}$$

De T já podemos determinar E_2/E_1 , a função de transferência de tensão que procuramos. Se T é definida como:

$$T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

pode-se demonstrar [20] que:

$$E_2/E_1 = 1/A = 1/[\cosh(a\sqrt{s}) + \sqrt{R/sC} (1/Z_L) \sinh(a\sqrt{s})]$$

No caso em que Z_L é formada por um trecho de linha em curto:

$$E_2/E_1 = 1/[\cosh(a\sqrt{s}) + \cotgh(b\sqrt{s}) \sinh(a\sqrt{s})] \quad (\text{II.45a})$$

e no caso em que Z_L é formada por um trecho de linha em aberto:

$$E_2/E_1 = 1/[\cosh(a\sqrt{s}) + tgh(b\sqrt{s}) \sinh(a\sqrt{s})] \quad (\text{II.45b})$$

onde $b = \sqrt{RC} \ell_2$

Os circuitos da Fig. II.21 são plenamente adequados para a simulação da resposta de um cabo de comprimento fixo. Na prática, mostra-se também necessária a possibilidade de simulação de vários comprimentos e até de um comprimento variável do cabo.

[19] TERRES, G.C. e LAPATRA, J.W. - obra citada, pp. 349-355.

[20] TERRES, G.C. e LAPATRA, J.W. - obra citada, pag. 156.

Esta última possibilidade poderia ser obtida utilizando-se, por exemplo, um arranjo como o da figura abaixo.

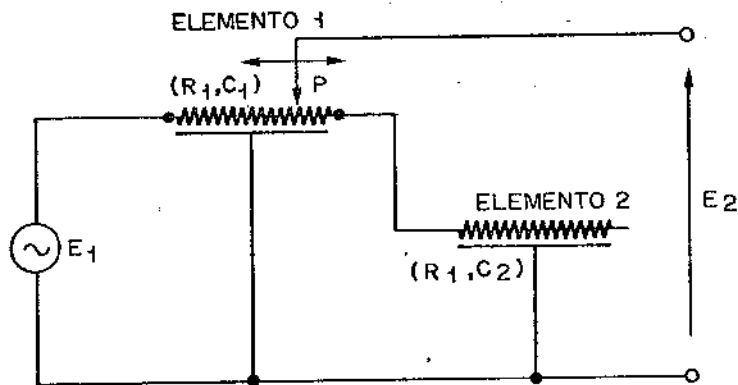


Fig. II.22 - Simulação de um cabo de comprimento variável

O ponto P, donde é retirado o sinal de saída, pode ser deslocado ao longo do elemento 2, através de um cursor. Assim, pode-se simular o efeito de um cabo de comprimento desde 0 (quando P ≡ A) até um dado valor máximo (quando P ≡ B).

A inconveniência desse método reside, primeiro, na dificuldade de se prover um cursor sobre o elemento 1 e, segundo, na quase impossibilidade de controlar a posição desse cursor por meio de um sinal elétrico, como se faz necessário nos equalizadores automáticos.

Uma solução para o problema da simulação de um cabo de comprimento variável, ao menos no caso em que esse comprimento não seja muito grande, pode ser obtida partindo-se da seguinte aproximação da resposta do cabo:

$$e^{-K \ell \sqrt{s}} \approx \frac{1}{1 + K \ell \sqrt{s}} \quad k = \sqrt{RC} \quad (II.46)$$

válida se $|\sqrt{RC} \ell \sqrt{s}| \ll 1$.

K é uma constante que depende dos parâmetros físicos do cabo, e ℓ é o seu comprimento.

Considere-se, agora, um circuito como o da Fig. II.23, onde foram desprezados os elementos de polarização de T.

Considerando que o β do transistor seja suficientemente alto, é verdadeiro que:

$$\frac{E_2}{E_1} = - \frac{Z_c}{R_e} \quad (II.47)$$

onde Z_c é a impedância total conectada ao coletor de T.

Utilizando a expressão (II.43a), encontramos para Z_c :

$$Z_c = \frac{1}{\frac{1}{R_c} + \sqrt{s} \sqrt{C/R} \operatorname{cotgh}(\sqrt{RC} \ell \sqrt{s})}$$

Supondo que sejam válidas as aproximações dadas em (II.44):

$$Z_c \approx \frac{R_c}{1 + \sqrt{s} R_c \sqrt{C/R}}$$

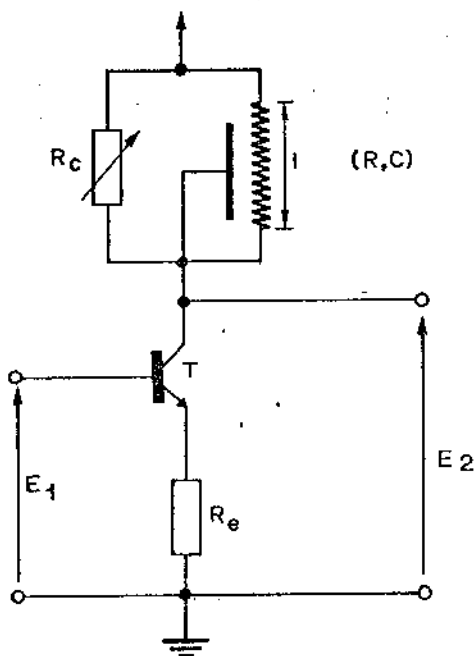


Fig. II.23 - Simulador de cabo de comprimento variável, adequado a um controle automático

Substituindo em (II.47) obtemos, finalmente:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{-R_c/R_e}{1 + \sqrt{s} R_c \sqrt{C/R}} \tag{II.48}$$

idêntica, a menos de fatores constantes, à expressão (II.46). Note-se que o fator $R_c \sqrt{C/R}$ corresponde a Kl , de sorte que torna-se possível simular uma variação de l através de uma variação de R_c . Isso pode ser feito, por exemplo, utilizando-se no lugar de R_c um diodo semi-condutor polarizado diretamente, cuja resistência dinâmica pode ser controlada dentro de amplos limites pela corrente contínua de polarização. Essa idéia foi efetivamente colocada em prática na construção de um equalizador variável por Takuya Iwakami [20]. Conseguiu-se uma variação de 10 dB da atenuação medida na frequência $f_0 = 64$ MHz.

Aproximação por circuitos em treliça com elementos concentrados

Quando se deseja fazer uma boa aproximação da resposta do cabo empregando-se apenas elementos passivos concentrados, o método baseado nos parâmetros-imagem, mostra-se conveniente, pois permite a conexão em cascata das várias secções necessárias para se atingir o grau de precisão almejado sem interferências mútuas, se forem de impedância constante, e casadas. Seu maior inconveniente reside no grande número de elementos necessários, principalmente na simulação de grandes comprimentos de cabo e na impossibilidade de simulação de uma variação contínua do comprimento.

O quadripolo básico em treliça é o mostrado na Fig. II.24.

[21] IWAKAMI, T. - PCM Repeater Equalizer Designs Using Distributed Elements, NTC 75,

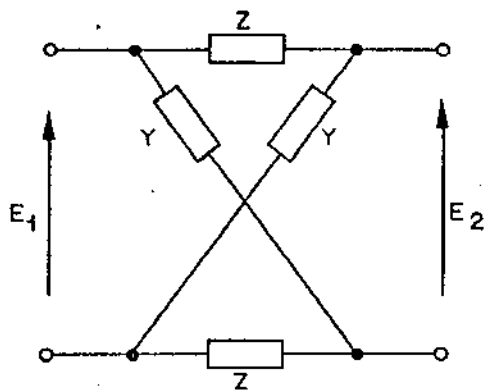


Fig. II.24 - Treliça básica

A impedância característica da estrutura em treliça é dada [22] por:

$$Z_0 = \sqrt{Z/Y} \tag{II.49}$$

e a sua função de transferência por:

$$\text{tgh } \theta/2 = \sqrt{ZY} \tag{II.50}$$

onde θ , a constante de propagação, é definida como:

$$\frac{E_1}{E_2} = e^\theta$$

Está implícito na expressão acima que a treliça está terminada em sua impedância característica.

Como desejamos que a função de transferência tenha um comportamento típico de um filtro passa-baixas, usaremos como estrutura básica, para a simulação da resposta de um cabo, o circuito mostrado abaixo. É também possível utilizar-se, no lugar da treliça, um circuito T em ponte, especialmente interessante na construção de simuladores desbalanceados.

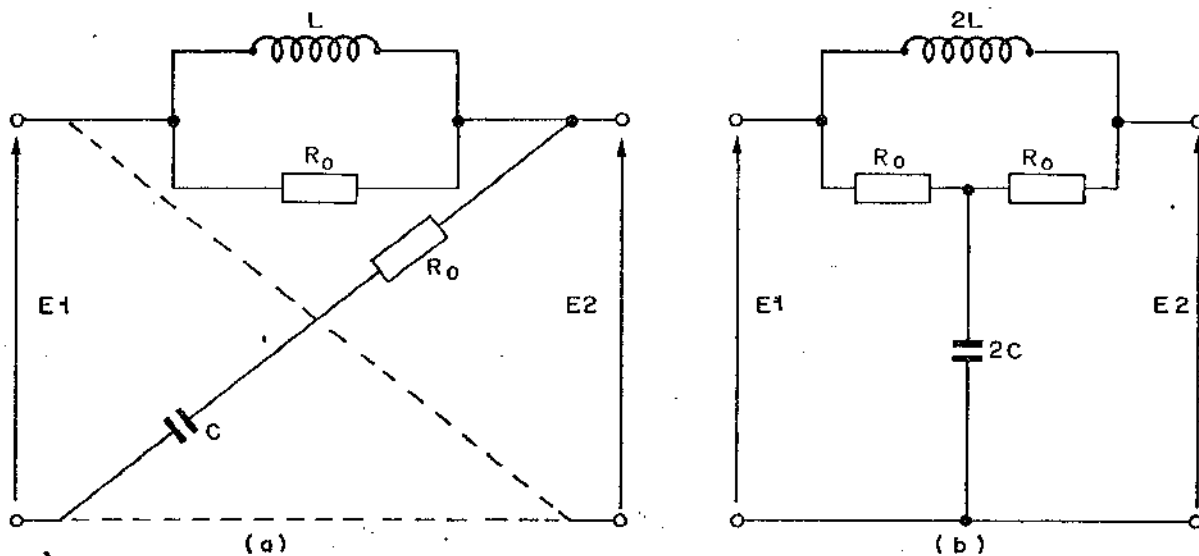


Fig. II.25 - Treliça básica tipo FPB e o circuito T em ponte equivalente

[22] ROMANO, H.D. - Filtros de Frequência e Linhas de Transmissão, Almeida Neves Ed. Ltda., 1976, pp. 34-35.

Escolhendo-se L e C , de tal forma que $L/C = R_0^2$, e definindo-se $G_0 = 1/R_0$, tem-se:

$$Z_0 = \sqrt{\left(\frac{jR_0\omega L}{R_0 + j\omega L}\right) \times \left(\frac{G_0 + j\omega C}{jG_0\omega C}\right)}$$

$$Z_0 = R_0 \quad (\text{II.51})$$

e

$$\text{tgh } \theta/2 = \sqrt{\left(\frac{jR_0\omega L}{R_0 + j\omega L}\right) \left(\frac{jG_0\omega C}{G_0 + j\omega C}\right)}$$

$$\text{tgh } \theta/2 = \frac{j\omega R_0 C}{1 + j\omega R_0 C} \quad (\text{II.52})$$

e

$$e^\theta = 1 + 2j\omega R_0 C \quad (\text{II.53})$$

A constante de atenuação α será dada por:

$$\alpha = \ln |e^\theta|$$

$$\alpha = \ln \sqrt{1 + 4R_0^2 C^2 \omega^2} \quad (\text{II.54})$$

e a constante de fase β por:

$$\beta = \angle \theta$$

$$\beta = \arctg 2\omega\sqrt{LC} \quad (\text{II.55})$$

Na construção dos simuladores utilizam-se várias estruturas básicas ligadas em cascata para a obtenção da resposta desejada. O número de estruturas necessárias para tal, depende do grau de precisão requerido e do comprimento do cabo, cuja resposta se quer reproduzir. Quanto maiores a precisão e o comprimento, tanto maior o número necessário de estrutura. Muitas vezes, não se consegue um bom grau de aproximação mesmo utilizando-se um grande número de elementos básicos. Essa situação pode geralmente ser remediada por uma das providências abaixo:

- (a) aumento (diminuição) da atenuação (defasagem) em baixas frequências
- (b) aumento (diminuição) da atenuação (defasagem) em frequências médias
- (c) aumento (diminuição) da atenuação (defasagem) em altas frequências

Esses resultados se conseguem ou pela modificação da estrutura passa-baixas ou pela utilização de estrutura passa-altas, passa-faixa e rejeita-faixa, que também podem ser utilizadas em formas modificadas. Vemos na Fig. II.26 como pode ser modificado o circuito T em ponte para obter-se:

- a) um aumento na atenuação das baixas frequências, ou
- b) uma diminuição da atenuação das altas frequências.

Maiores detalhes da teoria de simulação de cabos podem ser encontrados nos trabalhos de H.D. Romano [23], [24].

[23] ROMANO, H.D. - obra citada, pp. 142-162.

[24] ROMANO, H.D. - Simuladores de Linha. Pub. FEC-UNICAMP, 1974.

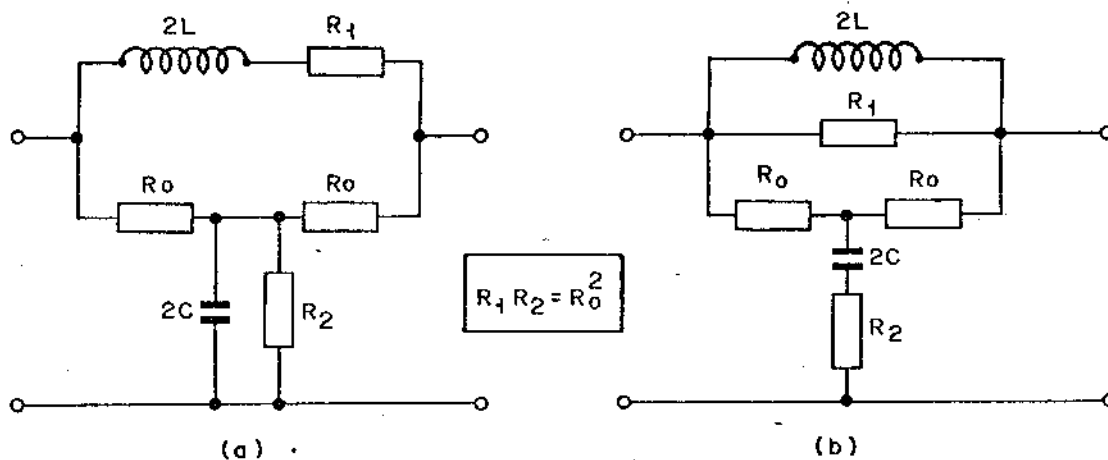


Fig. II.26 - Modificações do circuito T em ponte básico

Como exemplo da utilização de suas técnicas, podemos citar o Simulador de Cabo Marconi, modelo TF2823. Neste aparelho simulou-se a resposta de quatro comprimentos de cabo, cujas atenuações são, respectivamente, 5, 15, 25 e 37 dB na frequência de 1,024 MHz. Isso corresponde aproximadamente a 250, 750, 1250 e 1850 m de um cabo 22 AWG. A impedância característica fez-se igual a 120Ω. Na Fig. II.27 podem ser vistos os circuitos utilizados.

O simulador de 5 dB utiliza 2 estruturas básicas. A primeira, em treliça, é um F.P.B. tipo m-derivado, com um fator $m = 0,275$. A segunda, um circuito T em ponte, é um FPB com aumento das perdas das baixas frequências.

O simulador de 15 dB emprega três estruturas T em ponte. A primeira é um FPB básico, a segunda um FPB modificado para aumento das perdas das baixas frequências, e a última, um circuito rejeita-faixa de Q baixo ($\approx 1,8$), sintonizado em 147 KHz. O efeito desse filtro só é perceptível na faixa de 70 KHz → 300 KHz, introduzindo aí uma pequena atenuação de correção.

O simulador de 25 dB emprega cinco estruturas T em ponte, sendo três do tipo FPB básico, uma tipo FPB modificado, com aumento de atenuação nas baixas, e uma tipo FPA com redução da atenuação nas baixas frequências. Cabe observar que esta última estrutura, além de atenuar as baixas frequências introduz um avanço de fase para frequências médias. Em altas e baixas frequências seu efeito sobre a fase é praticamente nulo.

O simulador de 37 dB emprega cinco estruturas T em ponte. As quatro primeiras são FPB e a última é um FPA, modificado para introduzir uma atenuação limitada nas frequências baixas.

As respostas medidas dos simuladores podem ser vistas na Fig. II.28. Alguns pontos merecem comentários:

- a) Em torno de 300 KHz aparece um pequeno fosso nas respostas dos quatro simuladores. Acreditamos que isso se deva a alguma ressonância nos transformadores de acoplamento. Como a irregularidade é relativamente pequena, seu efeito pode ser desprezado.
- b) Na frequência de 9 MHz, aparece uma segunda ressonância que introduz uma diminuição acentuada da atenuação, especialmente no caso dos simuladores de 25 e 37 dB. Contudo, seu efeito é insignificante para frequências menores que 2 MHz e pode, portanto, ser ignorado.
- c) Para frequências abaixo de 30 KHz, ocorre uma transposição das curvas de atenuação dos simuladores de 25 e 37 dB. Isso não ocorre, evidentemente, no caso real, pois cabos mais longos introduzem maiores atenuações em todas as frequências. Poder-se-ia, portanto, concluir que a simulação é de

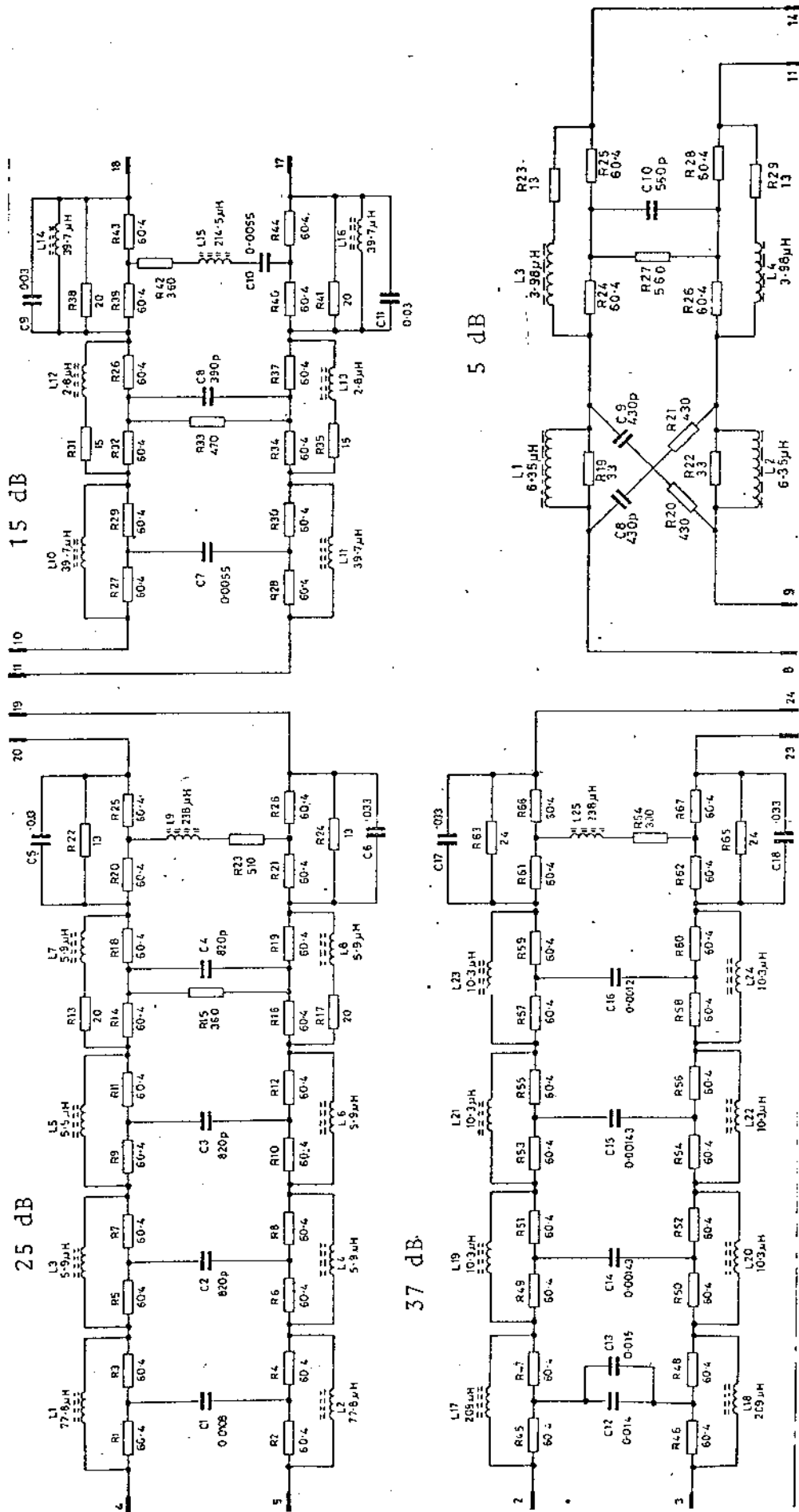


Fig. II.27 - Simuladores de Cabo Marconi

ficiente para frequências menores que 50 KHz. Entretanto, erros de simulação para frequências baixas são mais toleráveis e, por isso o desempenho do simulador ainda pode ser considerado satisfatório.

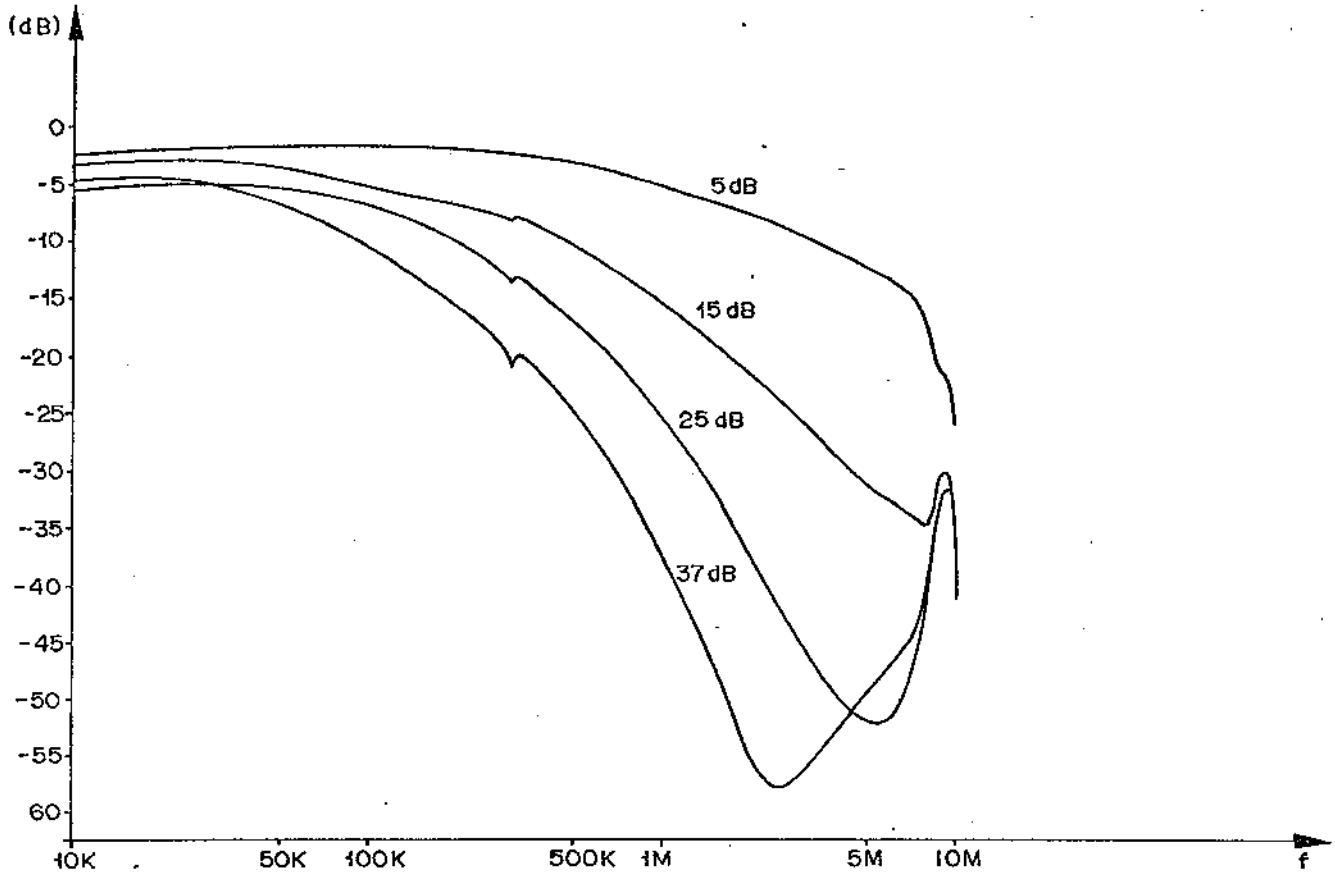


Fig. II.28 - Respostas medidas dos simuladores de Cabo Marconi

O aparelho da Marconi citado tem ainda incorporado um gerador de sinais MCP (padrão pseudo-aleatório codificado em IMA, ADM-3, etc) e um gerador de ruído de para diafonia. O diagrama de blocos está mostrado na Fig. II.29

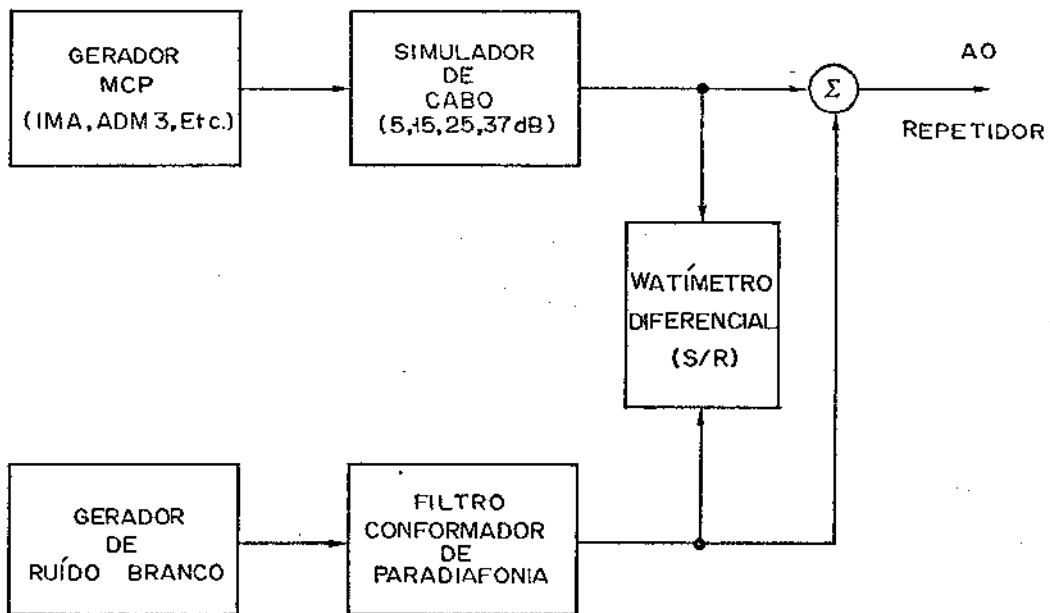


Fig. II.29 - Diagrama de blocos do aparelho Marconi TF2823

O gerador de ruído branco gera um ruído gaussiano de faixa larga, cuja potência pode ser regulada dentro de amplos limites por um jogo de chaves e um potenciômetro. O filtro conformador modela o espectro desse ruído para torná-lo semelhante ao ruído de paradiáfonia introduzido por um grande número de interferentes. Sua resposta segue, em princípio, a dada na equação (II.28), válida para codificação IMA. Quando fosse simulada a operação com codificação ADM-3, dever-se-ia alterar, em conformidade, a resposta do filtro. Todavia, por questões de simplicidade, o fabricante restringiu-se apenas à paradiáfonia resultante da codificação IMA. A resposta do filtro conformador pode ser vista abaixo.

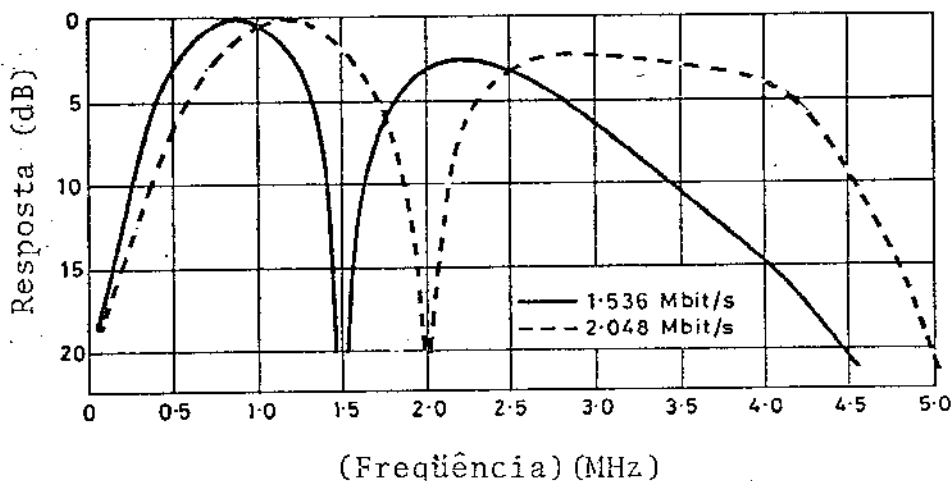


Fig. II.30 - Resposta do filtro conformador de paradiáfonia

Note-se que houve preocupação em reproduzir-se o espectro apenas até 3 MHz, desviando-se, além desse ponto, do mostrado na Fig. II.13. Aliás, além de 5 MHz praticamente não se encontra mais potência de ruído. A forma do espectro além de 2 MHz é pouco importante, a não ser para a determinação da potência total do ruído, dada por:

$$\sigma_r^2 = \int_{-\infty}^{\infty} G_r(f) df$$

Neste aparelho faz-se a medida da relação (S/R) na entrada do repetidor. Em virtude das razões acima, essa relação - para um dado desempenho do repetidor - depende tanto da qualidade desse repetidor quanto da resposta do filtro conformador. É claro que, para medidas comparativas de desempenho, a forma da curva do filtro se dilui, desde que seja razoavelmente correta na faixa de operações do equalizador (10 KHz + 2 MHz).

Finalmente, é interessante notar-se que, com o esquema apresentado:

- (a) o espectro da interferência tem um forma invariável, independentemente da atenuação do simulador empregado. Isto se fundamenta na constatação, conforme já vimos, que a paradiáfonia somente se dá, de forma apreciável, nos primeiros 300 m de cabo.
- (b) A f.d.p. da paradiáfonia é gaussiana, já que o ruído branco gerado também é gaussiano. Admitiu-se aqui, implicitamente, que na prática dominam os fatores pró-gaussianização.
- (c) A relação (S/R) medida pode ser completamente diferente daquela que o repetidor encontrará na sua operação normal, mesmo que as taxas de erro envolvidas sejam iguais. A relação (S/R) medida com o esquema apresentado é apenas um parâmetro de teste e sua utilidade está na comparação de desempenho de repetidores.

(d) É importante uma padronização e uma boa reprodutibilidade das respostas dos filtros conformadores de paradiafonia dos aparelhos de teste para que tenha sentido a comparação entre os desempenhos de repetidores avaliados com equipamentos diversos.

Capítulo III Princípios Gerais de Equalização

1) Conceitos Básicos

1.1 - Introdução

Desde um tempo enorme as ondas de onda que resultam da transmissão por cabos telegráficos (fig. 1.1) são

para se aparecer de um modo peculiar em altas-frequências

a dispersão da energia do pulso recebido por um intervalo de tempo maior que o correspondente ao pulso transmitido. Esse efeito é tão mais pronunciado que se manifesta para comprimentos de apenas algumas centenas de metros.

Para os comprimentos usuais, verifica-se que a largura dos pulsos recebidos é muito maior que a largura da banda temporal que lhe dá origem. Como exemplo, para um cabo de 1 km de comprimento, com

condutores de cobre de calibre 22 AWG, tem-se uma largura igual a 5 μ s, isto é, 10 vezes maior que a banda temporal. Fica claro, nessas condições, que o sinal MCP apresentar-se-á na recepção como uma tremida

composição dos pulsos transmitidos tornando-se difícil, às vezes até impossível, o reconhecimento dos pulsos individuais. Este fenômeno de sobreposição dos pulsos recebidos, causada pela não planezza da resposta do canal

é conhecida por interferência entre pulsos (IEP)

A ocorrência de IEP severa pode, aparentemente, impedir a transmissão da informação original. Contudo, uma análise de sua causa permite quase de imediato a solução do problema. Como sabemos que a IEP decorre das perdas progressivas em altas frequências, basta utilizar-se um circuito cuja resposta compensasse

exatamente essas perdas, para restaurar o pulso original, livre de IEP. Esse circuito deve apresentar

uma resposta $E(f)$, de forma que, combinada com a resposta do cabo $C(f)$, resulte:

$$E(f) \cdot C(f) = k \quad (1)$$

onde k é uma constante arbitrária

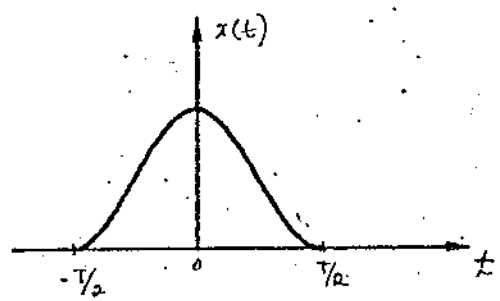
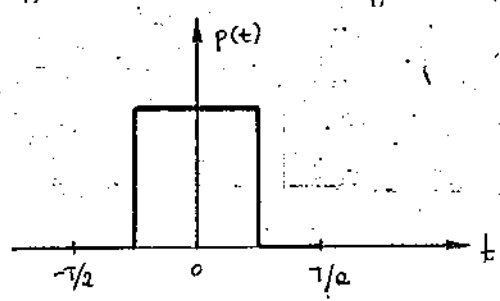
Por esta propriedade, o circuito compensador é denominado equalizador, e sua função, equalização.

A resposta do equalizador pode ser derivada imediatamente de (1), obtendo-se:

$$E(s) = \frac{K}{C(s)}$$

Definida-se aqui com nova finalidade. Conforme visto no capítulo II, expressão a resposta $C(s)$ em continuamente com f , de sorte que $E(s)$ deve crescer continuamente com f . Em outras palavras, se $C(s) \rightarrow 0$ quando $f \rightarrow \infty$, então $E(s) \rightarrow \infty$ quando $f \rightarrow \infty$. Essa limitação resulta impossível a equalização, na prática, para frequências muito altas, e, conseqüentemente, não é realizável a restauração do trem de pulsos original por uma operação de filtragem.

Para a inviabilidade da equalização total da resposta do canal e manutenção da forma de onda dos pulsos transmitidos, é-se obrigado a aceitar uma certa deformação na forma dos pulsos transmitidos. Se essa deformação for tal que não produza IEP, isto é, que a deixe a energia dos pulsos confinada às janelas temporais correspondentes, ainda seria possível o reconhecimento dos pulsos individuais e não haveria perda da informação digital. A forma do pulso $x(t)$ ^{resultante} não é muito importante, desde que satisfaça a condição acima. Uma ilustração dessa condição pode ser vista na figura abaixo, onde já foi descontado algum possível atraso de transmissão.



$$x(t) = 0 \left\{ \begin{array}{l} t \leq -T/2 \\ \text{ou} \\ t \geq T/2 \end{array} \right.$$

Fig. 1 - Equalização com confinamento da energia do pulso recebido.

A resposta do "equalizador" $E(f)$ pode ser determinada, já que

$$X(f) = K P(f) \cdot C(f) E(f)$$

e, portanto:

$$E(f) = K \frac{X(f)}{P(f) C(f)} \quad (2)$$

No caso geral:

$$E(f) C(f) = K \frac{X(f)}{P(f)}$$

que será dependente de f . Por isso, ^{do que para a prática} não podemos mais falar, a rigor, em equalização da resposta global. Mas, como esse conceito sempre terá validade aproximada (ao menos numa certa faixa de frequências), e também pelo uso já consagrado dos termos equalização e equalizador, continuaremos a empregá-los, não se esquecendo porém de suas relativas inadequações.

A equação 2, permite-nos, em princípio, projetar um equalizador a partir do estabelecimento "a priori" da forma do pulso na recepção. Devemos apenas verificar se a resposta $E(f)$ correspondente é realizável fisicamente. No caso ^{de nos interessar} uma equalização que mantenha confinada a energia do pulso recebido, dado que o meio de transmissão utilizado é um cabo telefônico?

A resposta é não. Isso fica claro se lembrarmos que uma função confinada deve apresentar alguma descontinuidade em alguma de suas derivadas. Por outro lado, sabemos que o espectro de uma função que apresenta descontinuidade na sua n -ésima derivada, não decai mais rapidamente que $\frac{1}{f^{n+1}}$. Ora, como que $C(f)$ decai exponencialmente

com f , isso implica que $E(f) \rightarrow \infty$ quando $f \rightarrow \infty$, tornando-se

impossível a realização de $E(f)$.

Fica demonstrado assim que é impossível a eliminação do ZEP por métodos lineares, isto é, através de filtros "equalizadores". Ou, visto sob outro ângulo, não se consegue, por esses métodos, retardar o tempo de pulso ^{dado a importância do ZEP} em viável para distâncias de propagação muito pequenas. Essa conclusão encontra e resulta do esquecimento do espírito da transmissão digital.

Em toda transmissão, não se mantém intacta a informação e não, necessariamente, a forma do sinal, que suporte físico da informação. Na transmissão de informações analógicas, a forma do sinal é fundamental e chega a confundir-se com a própria informação. Torna-se, portanto, a manutenção das formas de onda através de toda a cadeia de transmissões. Na transmissão de informações ^{digitais} ~~analógicas~~, a forma do sinal é menos importante já que a informação é transmitida pelas presenças (ou ausências) de pulsos de sinal. Admite-se aqui uma perturbação muito maior nas formas dos pulsos, ou, para sermos exatos, a perturbação pode ir até ao ponto em que ainda se possam detectar as presenças dos pulsos.

Fica portanto em aberto o problema de combate às perdas do cabo por ora examinadas, representam abordagens inadequadas às problemáticas da transmissão digital. Conforme veremos mais adiante não é necessária a eliminação da IEP para manter-se intacta a informação digital. Na equalização absoluta da resposta do cabo, procura-se manter-se a forma dos trens de pulsos para garantir-se a informação digital. Porém, é muito mais dentro do espírito da transmissão digital, a procedimento inverso:

procurar-se-á manter a informação digital para garantir-se o trem de pulsos original. Iteiramente, far-se-á a reconstrução do trem de pulsos, a partir da informação digital. Isto implicará, evidentemente, no emprego de técnicas não lineares e, em particular, na utilização de circuitos lógicos. O aparelho que efetua essa operação de reconstrução é denominado de regenerador.

I-2 - Interação entre símbolo + condição de Nyquist
O que marca a transmissão digital, e a distingue da analógica, é o caráter dicotômico do processo de transporte da informação. Os elementos da informação se transmitem pela presença ou ausência de pulsos. É a capacidade de deteção dessa presença (ou ausência) que garante a transmissão da informação. Ora, para se detectar a presença de um pulso basta ter-se disponível ^{apenas um} ~~uma~~ variável relacionada com esse pulso. Poderíamos citar como possibilidades: a área do pulso, o seu valor (ou de suas derivadas) em algum instante de tempo, a soma ponderada de seus valores (ou de suas derivadas) em vários instantes de tempo, etc. Para um processamento linear, ^{esses} ~~estes~~ ^{valores são} ~~equivalentes~~ sob certo aspecto, não necessitam de análises particulares. O método usual para a verificação em facilidades práticas, consiste em se amostrar o pulso $x(t)$, "equalização", num instante t_0 , tal que $x(t_0) \neq 0$.

O nosso objetivo é, então, não nos preocupar com a possibilidade de se obter a informação de que os pulsos são modulados por uma sequência digital, denominada "mensagem".
 A ideia natural, impulsionada por fazer amostragens sucessivas, ditada por um relógio sincronizado com o de transmissão. Usamos essas amostras para a recuperação da informação.

Suponhamos que o sinal digital, após passar pelo canal, seja representado por:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n x(t-nT)$$

Uma amostra desse sinal em $t = t_0 + kT$, $k = \dots, -3, -2, -1, 1, 2, \dots$ será dada por:

$$s(t_0 + kT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n x[t_0 + (k-n)T]$$

O valor dessa amostra pode ser desmembrada em duas partes.

$$s(t_0 + kT) = \underbrace{b_k}_{b_k} x(t_0) + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq k}}^{\infty} b_n x[t_0 + (k-n)T] \quad (3)$$

A primeira parcela, $b_k x(t_0)$, é o valor que nos interessa, que irá nos informar sobre a presença (ou ausência) do pulso correspondente à janela temporal que contém $(t_0 + kT)$. A segunda, ^{que} representa uma perturbação na processo de reconhecimento (b_k) , é denominada interferência entre símbolos (IES).

Podemos, sem perda de generalidade, supor $t_0 = 0$ e, normalizando a amplitude do pulso, impor $x(0) = 1$. Assim, a expressão (3) se transforma em:

$$s(kT) = b_k + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq k}}^{\infty} b_n x[(k-n)T]$$

ou, fazendo $m = k-n$

$$s(kT) = b_k + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} b_{k-m} x(mT) \quad (4)$$

Os termos $b_{k-m} x(mT)$ representam as interferências dos símbolos de ordem $k-m$ sobre o símbolo de ordem k . Essas interferências podem ser anuladas escolhendo-se um pulso equalizado $x(t)$ tal que $x(mT) = 0$, para $m \neq 1$. Essa condição, que garante a ausência de interferência entre símbolos, é conhecida por 2.º critério de Nyquist, para transmissão digital. Podemos ver na figura abaixo, caso de pulso que atende a esse critério.

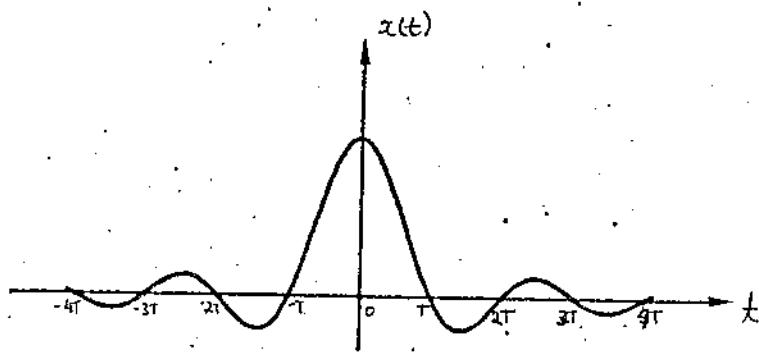


Fig. 2 - Pulso de Nyquist típico

As formas de pulsos que permitem eliminação da IEP, permitem também, naturalmente, a eliminação da IES. A inversa não é verdadeira, ou seja, a condição de ausência de IES é menos restritiva que a correspondente à ausência de IEP. Por isso, não surpreende a constatação da validade da realização de um equalizador cujo pulso resultante permita a eliminação da IES.

A condição de Nyquist, conforme formulada acima, não é de escassa validade se não pudermos expressá-la também no domínio da frequência. Para tal, façamos a multiplicação do pulso $x(t)$ por um trem regular de impulsos, cujos impulsos ocorrem em $\dots, -3T, -2T, -T, 0, T, 2T, 3T, \dots$. Obteremos:

$$x_a(t) = x(t) \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(t - mT) \quad (5)$$

$$\text{ou} \quad x_a(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(mT) \delta(t - mT)$$

Se o pulso $x(t)$ é de Nyquist, então:

$$x(0) = 1$$

$$x(nT) = 0, \quad n \neq 0$$

e, portanto

$$x_a(t) = \delta(t) \quad (6)$$

Orá, se (5) e (6) representam o mesmo sinal, devem convergir para o mesmo espectro de frequências. De (5), sai:

$$X_a(f) = X(f) * \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T}\right)$$

ou

$$X_a(f) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X\left(f - \frac{n}{T}\right) \quad (7)$$

De (6); sai:

$$X_a(f) = 1$$

Logo, a condição de Nyquist se impõe se, e somente se:

$$\frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X\left(f - \frac{n}{T}\right) = 1 \quad (8)$$

A constante que aparece no lado direito de (8) está relacionada com o valor do pulso em $t=0$. Desprezamos a normalização, podemos afirmar que a condição de Nyquist é satisfeita sempre que o espectro de $X_a(f)$, como dado por (7), for independente da frequência. Além disso, podemos notar, de (7), que $X_a(f)$ é periódica em f , com período $\frac{1}{T}$.

Portanto, para satisfazer o critério de Nyquist, basta que $X_a(f)$ seja constante por $|f| \leq \frac{1}{2T}$.

Ex: Exemplos de pulsos de Nyquist
Pulso de energia limitada em $-\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}$ (unidade = TEP)

Este pulso satisfaz o critério de Nyquist no domínio do tempo por construção. Como exercício, vejamos o seu comportamento no domínio da frequência, escrevendo:

$$x(t) = f(t) \cdot \text{ret}\left(\frac{t}{T}\right)$$

onde $f(t)$ é uma função genérica

O seu espectro será dado por:

$$X(f) = F(f) * T \operatorname{sinc} T f$$

onde $F(f)$ é a T.F de $f(t)$.

$$X(f) = T \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi) \operatorname{sinc} T (f - \xi) d\xi$$

consequentemente

$$X_a(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi) \operatorname{sinc} T (f - \frac{n}{T} - \xi) d\xi$$

Invertendo a ordem da soma e da integração:

$$X_a(f) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \operatorname{sinc} T (f - \frac{n}{T} - \xi) d\xi$$

$$\text{como } \sum_{n=-\infty}^{\infty} \operatorname{sinc} T (f - \frac{n}{T} - \xi) = 1, \quad \forall f$$

$$X_a(f) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi) d\xi \quad (9)$$

$X_a(f)$ é independente de f , satisfazendo, portanto, o critério de Nyquist. Além disso, $X_a(f) = f(0)$

Ex. 2. Pulso de faixa limitada em $-\frac{1}{2T} \leq f \leq \frac{1}{2T}$ (pulso de faixa mínima)

Neste caso, $X_a(f) = \frac{1}{T} X(f)$, para $|f| \leq \frac{1}{2T}$.

A condição de Nyquist exige que $X(f) = T$, $|f| \leq \frac{1}{2T}$.
Considerando a condição de limitação de faixa, deve-se ter:

$$X(f) = T \operatorname{ret}(Tf)$$

$$x(t) = \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{T}\right) \quad (10)$$

Os gráficos correspondentes podem ser vistos na figura abaixo.

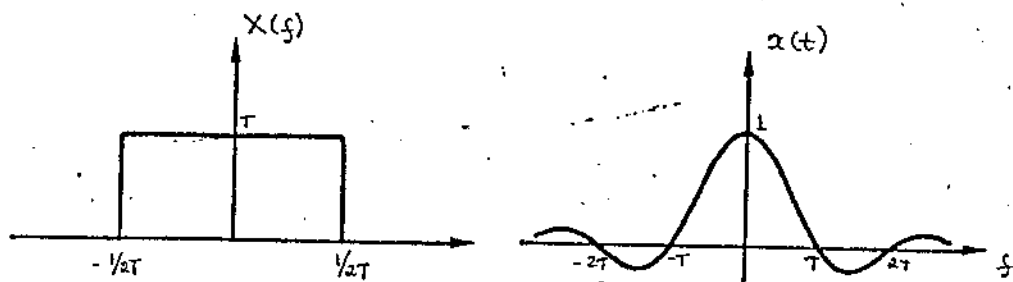


Fig. 3 - Pulso de Nyquist de faixa mínima

Ex. 3 - Pulso de faixa limitada em $-\frac{1}{T} \leq f \leq \frac{1}{T}$

Neste caso:

$$X_a(f) = \frac{1}{T} \begin{cases} X(f) + X(f - \frac{1}{T}) & ; 0 \leq f \leq \frac{1}{2T} & (11a) \\ X(f) + X(f + \frac{1}{T}) & ; -\frac{1}{2T} \leq f \leq 0 & (11b) \end{cases}$$

$$x_1(f) = x_2^*(-f)$$

A expressão (11a) pode ser escrita como:

$$X_a(f) = \frac{1}{T} [X(f) + X^*(\frac{1}{T} - f)] ; 0 \leq f \leq \frac{1}{2T}$$

Para obedecer a condição de Nyquist, $X_a(f) = 1$
Logo, devem valer:

$$\begin{cases} \text{Im} [X(f) + X^*(\frac{1}{T} - f)] = 0 & (12a) \quad \text{Im} X(\frac{1}{T} - f) = 0 \\ \text{Re} [X(f) + X(\frac{1}{T} - f)] = T & (12b) \end{cases}$$

Como f e $\frac{1}{T} - f$ representam pontos simétricos, em relação a $\frac{1}{2T}$, as condições (12a) e (12b) revelam que o espectro de $x(t)$ apresenta um caráter de complementaridade em torno de $\frac{1}{2T}$. Em particular, em $\frac{1}{2T}$.

$$X(f) = \frac{T}{2}$$

Re $[X(f)]$ deve apresentar simetria complementar em torno de $f = \frac{1}{2T}$

O mesmo raciocínio pode ser desenvolvido para a equação 11b. Aliás, também chegar ao resultado, lembrando que $X(f) = X_a^*(-f)$.

Na figura abaixo mostramos alguns exemplos de pulsos de Nyquist, de faixa limitada em $1/T$.

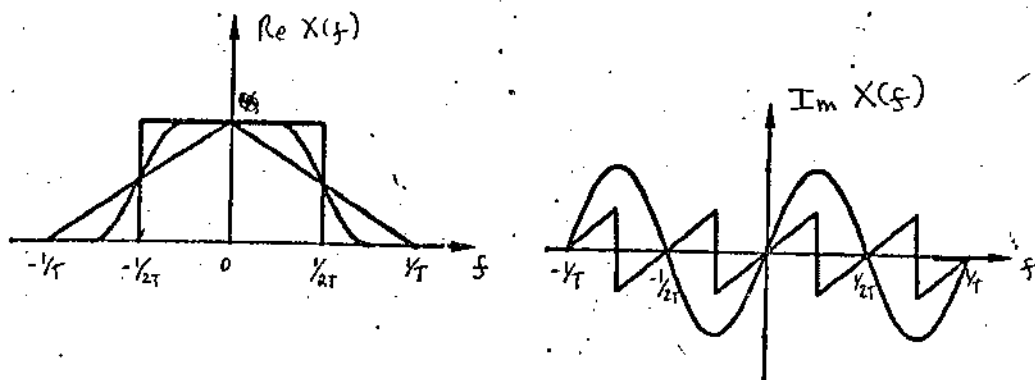


Fig. 4 - Espectros típicos de pulsos de Nyquist, limitados em $1/T$.

I.4 - Diagrama de olho - margem contra ruído

Os pulsos que satisfazem a condição de Nyquist se caracterizam, como vimos, por não apresentarem IES para amostras extraídas nos instantes adequados. Não deve ser inferido daí que a ausência de IES seja uma condição necessária à identificação da informação digital. Os símbolos ainda podem ser reconhecidos, bastando que a IES seja de magnitude limitada. Na prática, os pulsos sempre apresentam IES, causada, de modo geral, por imperfeições de equalização. Existem mesmo casos em que a forma pretendida do pulso equalizado já apresenta intrínseca mente IES, como veremos adiante. A ausência de IES não é condição necessária para a recuperação da informação, que ainda pode

garantida se a amostragem for realizada em intervalos apropriados. Impõe-se, assim, restrições também ao sistema de amostragem, compreendido, em última instância, pelo sistema de extração da onda de relógio. A análise dos sistemas de equalização pode ser feita pela observação do pulso $x(t)$ equalizado, considerando-se também o código de linha empregado. Na prática, é mais conveniente a observação do diagrama de olho, que é a figura que aparece na tela de um osciloscópio, cuja varredura horizontal se dá na frequência da taxa de símbolos, enquanto a deflexão vertical é realizada pelo próprio sinal MCF. Baseado nas propriedades da persistência da tela fosforescente e da visão humana, o diagrama de olho permite um diagnóstico rápido do desempenho de equalização. Vemos na figura abaixo, dois exemplos típicos de diagramas de olho, correspondentes a códigos IMA.

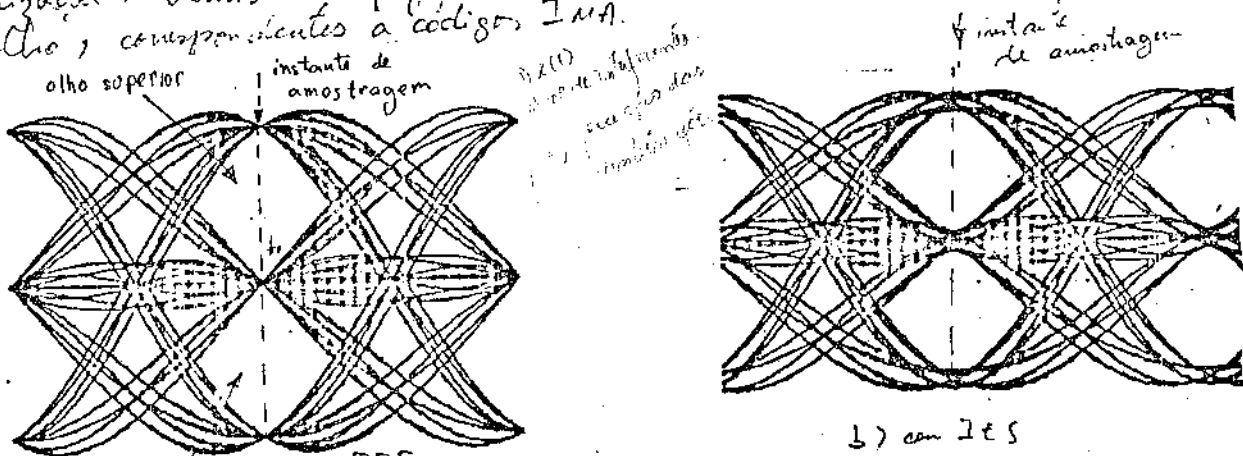


Fig. 5 - Diagramas de olho típicos

A vantagem de não nada mais é que a sua posição de seguir as
em todas as suas posições, tomando-se como pressuposto que a sequência
digital - que junto com a forma do pulso de equalização, determinam o
sinal MCP - seja aleatória. Na prática, empregam-se, na verdade, sequências
pseudo-aleatórias geradas por circuitos com registradores de deslocamento, pois,
desde que o comprimento dessa sequência seja razoavelmente grande, podemos
garantir que o diagrama de olho resultante será indistinguível do correspondente
a uma sequência verdadeiramente aleatória. As raras vezes em que ocorre a passagem de
um traço para o inverso, propriamente dito (segue no verso) (*)
É fácil perceber que o diagrama de olho correspondente a uma sequência de
pulsos de Nyquist apresenta uma determinada estrutura, to da fig. 5a, em que ocorre
convergência dos traços componentes do diagrama de olho. Uma amostra típica
neste instante, apresenta um número finito de valores, que nada mais são que
os símbolos da sequência digital. É também o único ponto em que pode ocorrer
contacto entre o olho superior e o inferior.

No diagrama da figura 5b, não existe instante em que se possa obter
amostras livres de IES. Contudo, é possível de se recuperar fielmente a informação
digital se for empregado um circuito lógico com limiares de decisão.
Uma condição necessária e suficiente para a recuperação é que o cruzamento dos
limiares de decisão e vertical bruxada no instante de amostragem se cruzem
no interior do olho. A menor distância entre este ponto e os limites do diagrama
de olho, na altura do instante de amostragem, é chamada de margem de segurança
ou margin (que no verso) (*). A princípio, quanto maior essa margem, melhor. Examinaremos
com mais vagar este ponto quando estudarmos o efeito do ruído sobre as
possibilidades de recuperação da informação digital.

O sistema com limiares de decisão é também empregado com
equalizadores sem IES, mesmo que o instante de amostragem esteja colo-
cado no ponto ótimo. Uma das razões de contaminação das possibilidades de conta-
minação do sinal MCP por ruídos interferentes, também tem sua impra-
tância os possíveis erros de fase da onda de relógio, que traz por consequên-
cia a obtenção de amostragens contaminadas com IES. Aliás, é até
possível que grandes desvios em relação ao instante ótimo de amostra-
gem tornem o desempenho inferior ao de um sistema de equalização com IES.
A ausência de IES não deve ser, portanto, a preocupação única no
projeto de um equalizador. Deve ser considerada também a dimi-
nuição da margem com o desvio do instante de amostragem. Assim,
o projeto do equalizador se liga intimamente com o projeto do sistema de
sincronização da onda de relógio.

Para completar o quadro, precisamos examinar o desempenho dos
equalizadores frente ao aspecto da imunidade de ao ruído. Antes, porém, nos detemos
em alguns tipos de equalizadores que já se tornaram clássicos nos
projetos de sistemas de transmissão digital.

(*) ver o verso

(*) Os limites do olho são dados pela sobreposição dos pulsos que causam a pior interferência entre símbolos no instante considerado. Por exemplo, para um instante t_0 , o limite inferior do olho superior da figura 5 será dado por:

$$l(t_0) = a_k x(t_0) + \left[\sum_{n \neq k} -a_n x[t_0 - (n-k)T] \right] \text{ por sequência}$$

No caso particular em que os símbolos a_n são independentes, então

$$l(t_0) = a_k x(t_0) + \sum_{n \neq k} |a_n x[t_0 - (n-k)T]|$$

(**) A margem contra ruído fornece o máximo valor que pode assumir um pico de ruído sem que haja erro de decisão, na condição de máxima interferência entre símbolos. Para a maioria das amostras a situação é mais favorável e a probabilidade de se errar na decisão, pela intrusão do ruído, revela-se menor que a computada para o caso de máxima IES. Contudo, o conhecimento da margem não deixa de ser uma informação valiosa por induzir o projeto do sistema digital à direção de melhor desempenho e, principalmente, por ser muitas vezes a única informação disponível para os cálculos, ainda que grosseiros, das taxas de erro.

II - Exemplos de Equalização

A presença de ruídos junto com o sinal digital, impõem-nos a limitar a faixa de passagem do equalizador, com a finalidade de minimizar a potência do ruído no ponto de amostragem e decisão. Ao mesmo tempo, a questão da IES impõe-nos restrições às formas de como a limitação da faixa será realizada. Via de regra, constatamos que a diminuição da faixa de passagem aumenta a IEP (e, em muitos casos, também a IES), de sorte que a escolha de uma resposta de equalização implica em se estabelecer um compromisso entre:

- a) a potência do ruído na saída do equalizador
- b) a magnitude da IES
- c) a magnitude da IEP (que afeta principalmente o erro de recuperação do relógio)

Os casos mencionados a seguir analisados e comparados pelos critérios acima, evidenciam que não se pode falar em equalização ideal absoluta, ótima em todos os sentidos, mas apenas em equalizações melhores ou piores quanto a um determinado aspecto.

II.1 - Pulso tipo "RC"

Admitida a hipótese de que a faixa de passagem do equalizador seja limitada, fica natural equiparar-se a resposta global do transmissor + cabo telefônico + equalizador com a de um filtro tipo passa-baixas. (A equiparação com um filtro passa-faixa também seria viável, em princípio. Porém, devido à maior pressão necessária do sistema de amostragem, e, principalmente, pelo cabo telefônico já ter um caráter de filtro passa-baixas, nunca é realizada na prática.)

Igualando a resposta global $X(f)$ à de um filtro tipo RC, com n pólos em $f = -f_c$, resulta:

$$X(f) = \frac{aT}{\left(1 + j\frac{f}{f_c}\right)^n} \quad (13)$$

o pulso $x(t)$ correspondente será dado por:

$$x(t) = aT \frac{(2\pi f_c)^n}{(n-1)!} t^{n-1} e^{-2\pi f_c t} u(t) \quad (14)$$

a é uma constante introduzida para normalizar em 1 o valor de pico de $x(t)$. Chamando a razão entre f_c e a taxa de símbolos $\frac{1}{T}$ de r , resulta:

$$x(t) = a \frac{(2\pi r)^n}{(n-1)!} \left(\frac{t}{T}\right)^{n-1} e^{-2\pi r \frac{t}{T}} u(t) \quad (15)$$

o valor máximo de $x(t)$ ocorrerá para:

$$\frac{t}{T} = \frac{n-1}{2\pi r} \quad (16)$$

a constante a será dada por:

$$a = \frac{(n-1)!}{2\pi r} \cdot \left(\frac{e}{n-1}\right)^{n-1} \quad (17)$$

Nas figura abaixo são mostradas algumas curvas de $|X(f)|$ e $x(t)$, obtidas para alguns valores particulares de n e r . Porque $|X(f)|$ é simétrico em torno de $f=0$, não foi mostrado o espectro para frequências negativas.

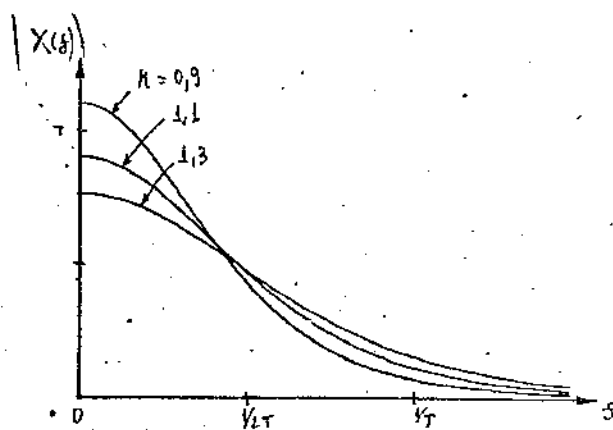
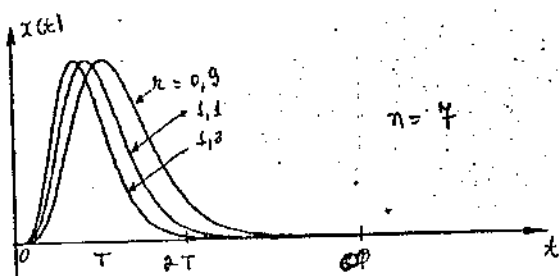
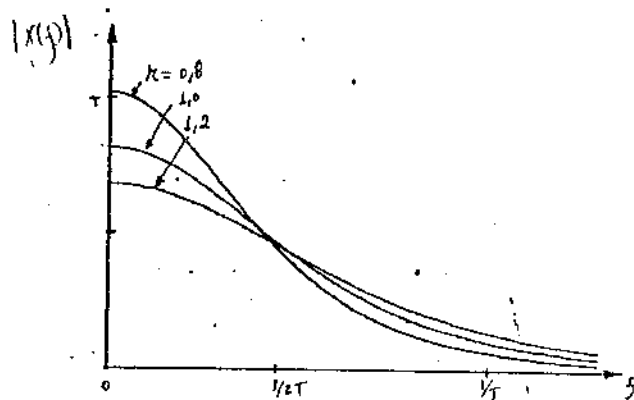
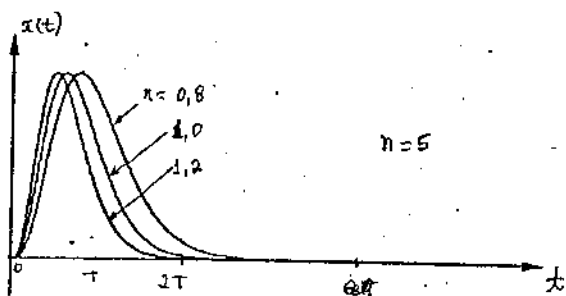
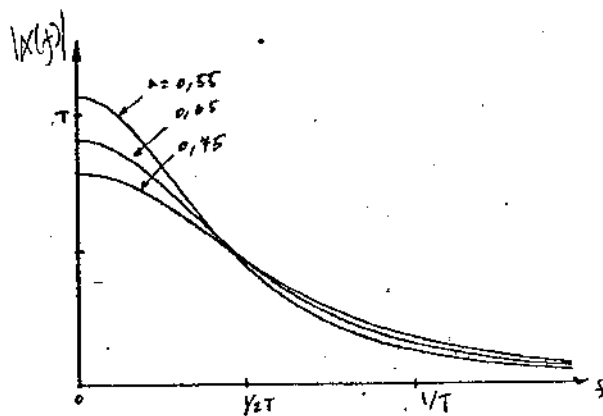
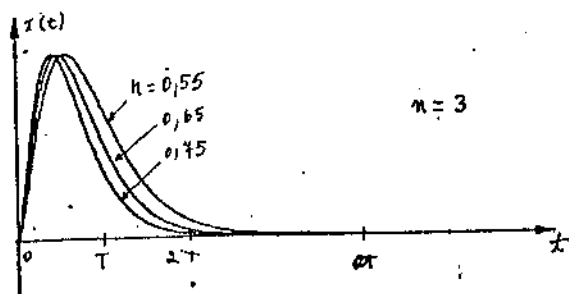


Fig. 6 - Curvas de $r(t)$ e $|X(s)|$

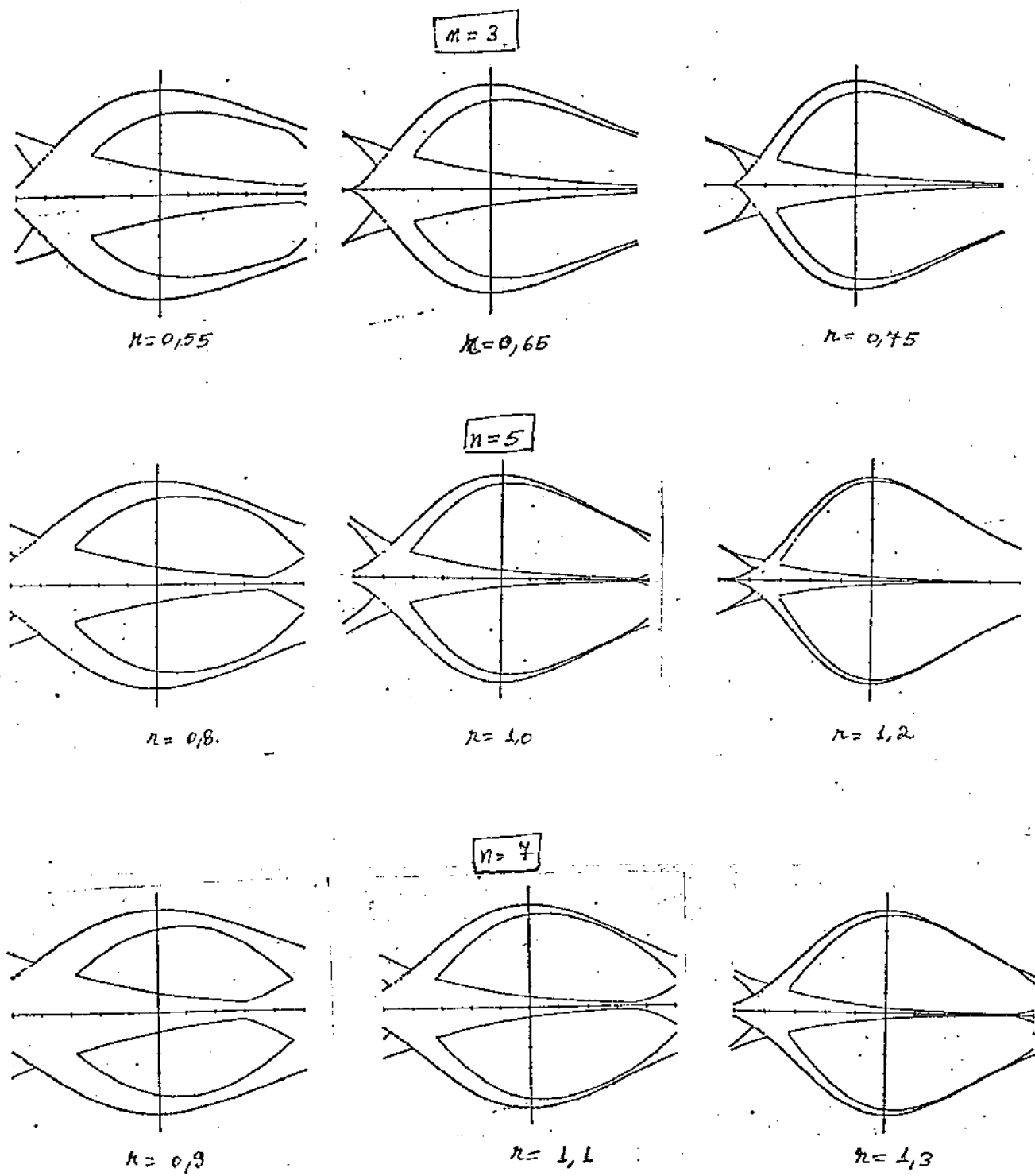


Fig. 7. Diagramas de olho

Conhecendo $x(t)$ e sendo dado o critério de limite, podemos traçar o oscilograma de olho correspondente, chegando

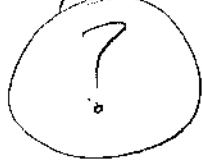
→ as curvas mostradas na figura 7, para uma codificação IMA. Os traços contínuos, superior e inferior, dão as envoltórias da figura que se vêia no osciloscópio. Seu conhecimento pode ser interessante, por exemplo, para o projeto do detector de nível de pico da amo- lização automática (O detector de nível de pico detecta o nível máxi- mo da sequência de pulsos, que pode ser maior que o valor de pico de cada pulso isolado, dependendo do grau da IEP e do código utilizado). As linhas interrompidas dão os valores dos pulsos, posi- tivo e negativo, na janela temporal correspondente, livres de IEP. Essas linhas podem não aparecer no oscilograma real, mas foram incluídas nos diagramas mostrados pois representam marcos de referência. As linhas tracejadas podem até coincidir, como acontece efetivamente em vários trechos, com as envoltórias do diagrama quando não existirem, a- quela instantes de tempo IEP comensurável. As linhas retas, são os limites dos olhos propriamente ditos. Essas linhas são na realidade, curvas fechadas, porém em vários dos diagramas apresentados essas curvas são abertas nas extremidades à direita. Isto foi causado pela forma como os diagramas foram obtidos, fazendo-se a sua construção no instante em que o pulso $x(t)$, isolado, livre de IEP, atingia o seu valor máximo. Note-se, entretanto que o que falta para fechar o olho aparece na extremidade esquerda do diagrama. Na prática, ao se fazer a varredura horizontal do osciloscópio numa frequência submúltipla de $\frac{1}{T}$ obter-se-á na tela uma figura igual à justaposição de vários diagramas iguais aos apresentados e os olhos que se verão não apa- recerão abertos.

Os diagramas apresentados para os pulsos tipo RC, com codificação IMA, permitem várias comentários:

- 1 - Como o pulso $x(t)$ é assimétrico, o diagrama de olho também o será. (Não estamos falando, é claro, da simetria em torno do eixo dos tempos que sempre existirá para a codificação IMA, inde- pendentemente da forma do pulso $x(t)$.)
- 2 - Não existe ponto algum em que não haja IES. E mais, em virtude da assimetria de $x(t)$, a maior IES ocorre, para a maioria dos instantes de amostragem, dos pulsos autênticos, de sorte que a IES torna-se mínima não no instante em que $x(t)$ assume o valor máximo, mas em algum tempo após.
- 3 - Em virtude do fato acima, o instante em que a margem contra ruído é máxima se dá após o instante de pico de $x(t)$.

4-

O valor de pico do diagrama de olho é igual ao valor de pico de $x(t)$ (igual a 1). Isso se explica pelo rápido decaimento exponencial de $x(t)$, que torna desprezíveis as interferências entre pulsos afastados mais que alguns períodos T .



II.2. Pulsos em RC modificado

Esta forma de equalização foi empregada no regenerador proposto por J.S. Mayo (*) no regenerador de N. Inoue, et al. (**), e no regenerador de Amami Lopes (***) É portanto de interesse histórico nos detalhes da análise deste método de equalização. A idéia básica é dar ao conjunto cabo + equalizador a forma de um filtro passa-baixas do tipo RC múltiplo, isto é:

$$C(f) E(f) = \frac{a}{\left(1 + j \frac{f}{f_c}\right)^n} \quad (18)$$

Note-se que isto é algo diferente da idéia da equalização anterior, onde se equalizava a resposta do FPB, com a resposta global (que envolve além de $C(f)$ e $E(f)$, também o espectro $P(f)$, o pulso transmitido).

De (18), temos:

$$X(f) = P(f) \cdot \frac{a}{\left(1 + j \frac{f}{f_c}\right)^n} \quad (19)$$

Supondo que $p(t)$ seja um pulso retangular de largura igual a $T/2$ e amplitude unitária, resulta:

$$X(f) = \frac{T}{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{fT}{2}\right) e^{-j\pi f \frac{T}{2}} \cdot \frac{a}{\left(1 + j \frac{f}{f_c}\right)^n} \quad (20 a)$$

$$x(t) = \operatorname{ret}\left(\frac{2t}{T} - \frac{1}{2}\right) * a \frac{(2\pi f_c)^n}{(n-1)!} t^{n-1} e^{-2\pi f_c t} u(t) \quad (20 b)$$

$$\operatorname{ret}\left[\frac{t - \frac{T}{4}}{\frac{T}{2}}\right] = \operatorname{ret}\left[\frac{2t}{T} - \frac{1}{2}\right]$$

Dai sai:

(*) Mayo, J.S. - A Bipolar Repeater for Pulse Code Modulation Signals - The Bell STJ, Jan. 1962 p. 25 -
 (**) N. Inoue, et al. - A Repeater for Short-Range PCM System - Review of the Electrical Communication Laboratory, Nagasaki - Japan

$$x(t) = \begin{cases} 0 & ; t < 0 \\ -a \left[e^{-2\pi\kappa\tau} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(2\pi\kappa\tau)^k}{k!} \right]^{\frac{t}{T}} & ; 0 < t < T/2 \\ -a \left[e^{-2\pi\kappa\tau} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(2\pi\kappa\tau)^k}{k!} \right]^{\frac{t}{T} - \frac{1}{2}} & ; t > T/2 \end{cases}$$

Colocando para x os mesmos valores do pulso II.1, digam-se as curvas mostradas na figura abaixo, onde o coeficiente a foi escolhido de forma a normalizar a amplitude de pico de $x(t)$. Em relação ao caso anterior, nota-se que ocorreu uma ligeira compressão no espectro $X(f)$ e, em contra-partida, uma pequena expansão na largura de $x(t)$.

Fig. 3. (no página 174)

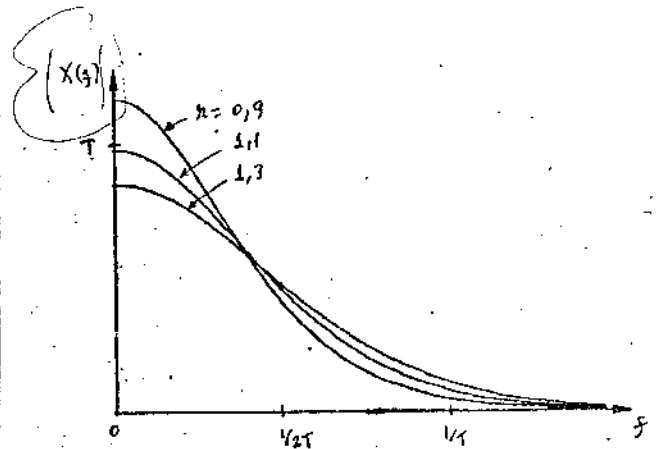
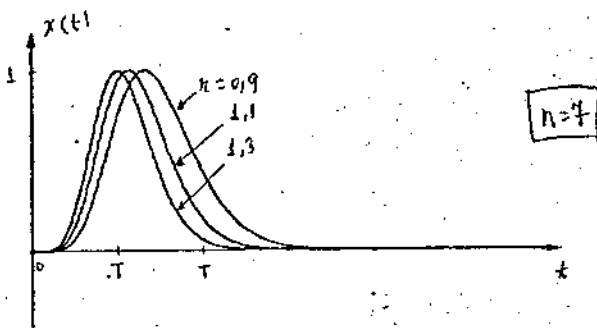
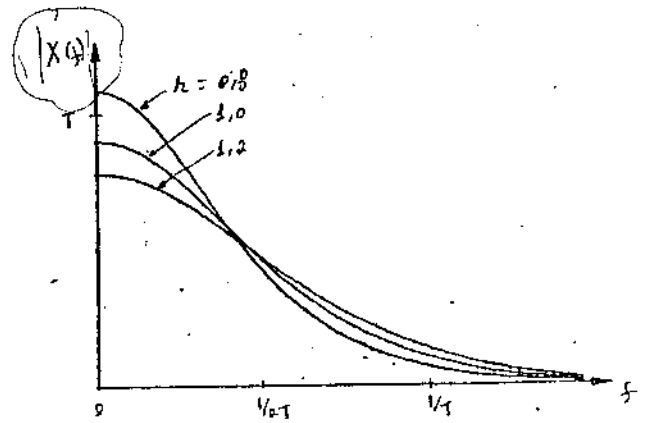
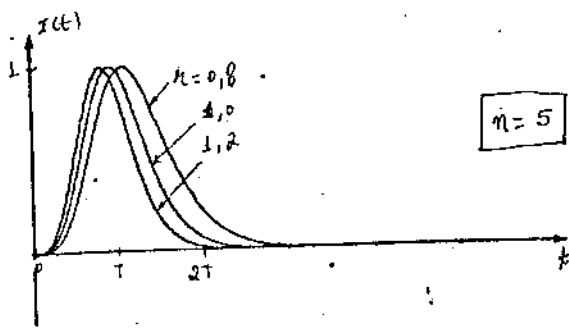
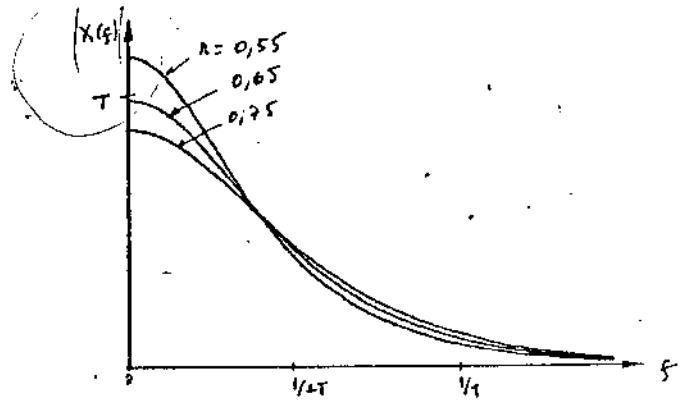
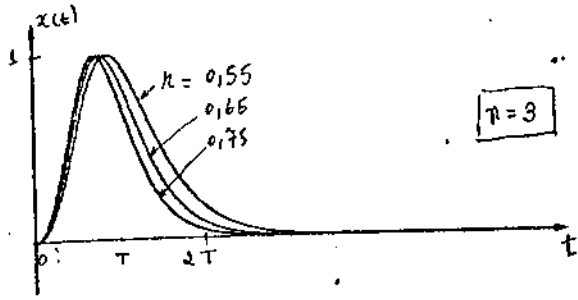


Fig 8 - Curvas de $x(t)$ e $|X(f)|$

Na figura 9 vêem-se os diagramas de olho correspondentes. Apesar de pequenas alterações, que se manifestam principalmente em tendência a maior simetria, valem ainda as observações anteriores.

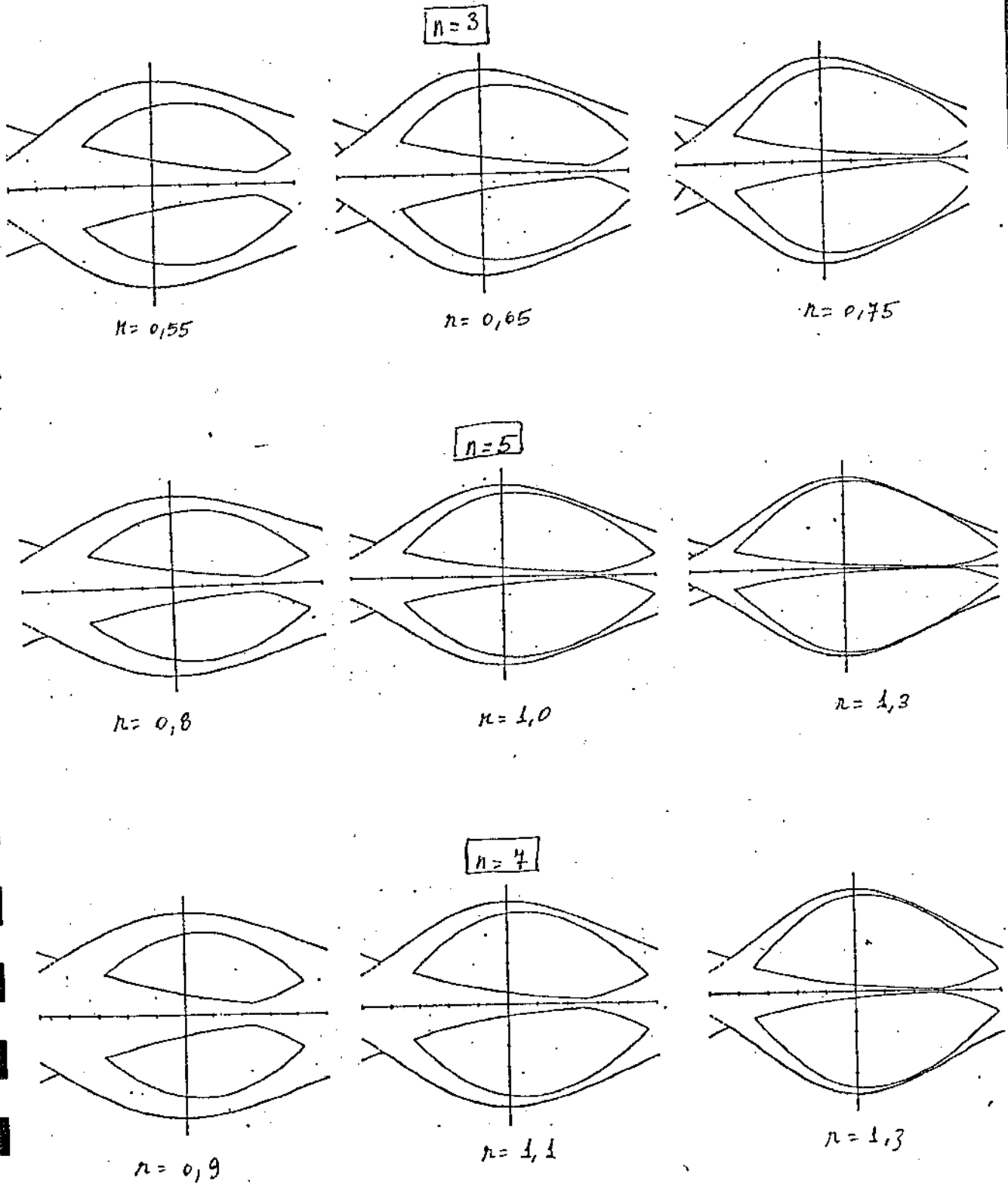


Fig. 9 - Diagramas de olho

II.3 - Pulso gaussiano

Uma das formas de equalização clássica é a que fornece um pulso gaussiano, do tipo:

$$x(t) = e^{-\frac{k t^2}{T^2}} \quad (22a)$$

$$X(f) = \sqrt{\frac{\pi}{k}} T e^{-\frac{\pi^2 T^2 f^2}{k}} \quad (22b)$$

O parâmetro k pode ser variado de maneira a se obter qualquer compromisso entre as magnitudes das IEP e IES, e a faixa do sinal. Denominando de a o valor de $x(t)$ em $t = \pm T$, isto é, a IES provocada por um símbolo sobre o seu adjacente, determina-se k por

$$k = -\ln a \quad (23)$$

Na fig 10 estão representados $x(t)$ e $X(f)$ para os casos em que $a = 0,01$, $0,02$; $0,05$ e $0,1$.

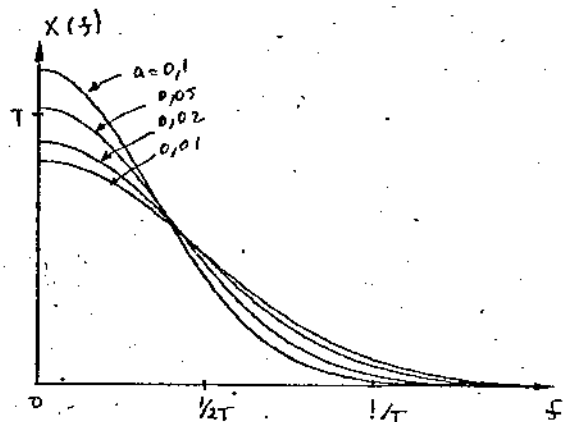
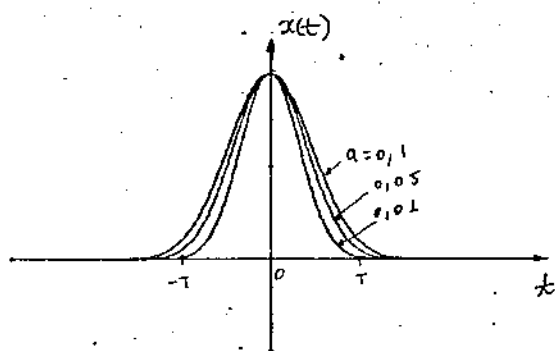


Fig. 11 - Curvas de $x(t)$ e $X(f)$

Os diagramas de olho mostram da fig. 12, permitem as seguintes observações:

- 1 - O diagrama é simétrico
- 2 - Não existe instante de amostragem que possibilite ausência de IES
- 3 - O instante de maior margem será aquele em que $x(t)$ assume o valor máximo, para o qual também será mínima a IES.
- 4 - O valor de pico do diagrama normalizado é igual a 1.

Fig. 12 (página 20a)

É interessante observar que o pulso gaussiano representa uma situação de limite do pulso "RC" quando $n \rightarrow \infty$. Para este, como já vimos:

$$X(f) = \alpha \left[1 + j \frac{f}{f_c} \right]^{-n}$$

onde α é uma constante a ser determinada em função do valor de pico de $x(t)$.

O módulo e fase de $X(f)$ serão dados por:

$$|X(f)| = \alpha \left[1 + (f/f_c)^2 \right]^{-n/2}$$

$$\angle X(f) = -n \arctg(f/f_c)$$

$$\text{Fazendo } \begin{cases} \alpha = \sqrt{\frac{\pi}{K}} T \\ f_c^2 = \frac{Kn}{2\pi^2 T^2} \end{cases}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |X(f)| = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\pi}{K}} T \left[1 + \frac{2\pi^2 T^2 f^2}{Kn} \right]^{-n/2}$$

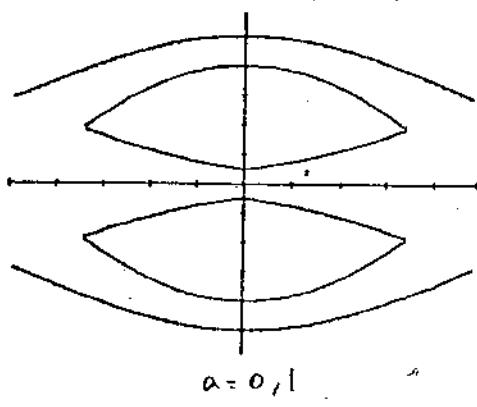
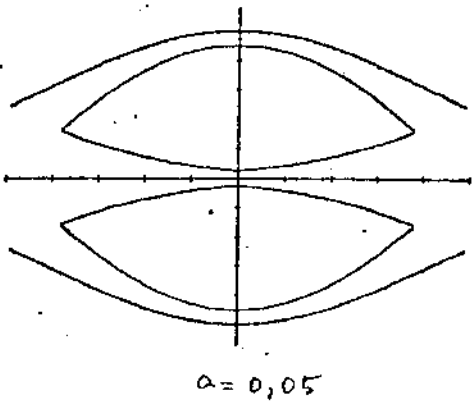
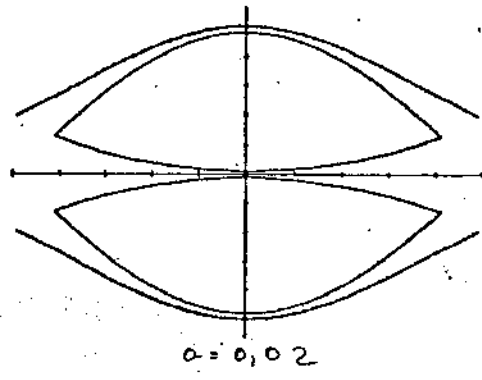
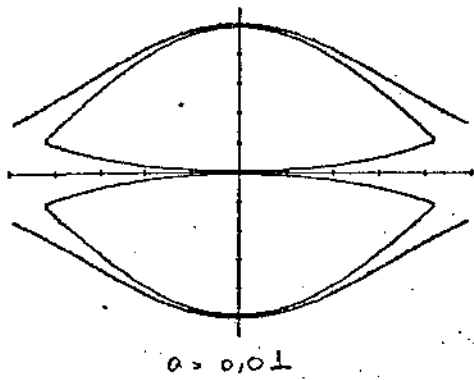


Fig. 42 - Diagramas de α vs h

Lembrando que $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$, sai:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |X(f)| = \sqrt{\frac{\pi}{k}} T e^{-\frac{\pi^2 T^2 f^2}{k}}$$

igual ao resultado dado por (22b).

Para completarmos a demonstração da tendência do pulso RC, precisamos ainda provar que $\angle X(f)$ tende a se tornar linear.

$$\angle X(f) = -n \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{2} f \pi T}{\sqrt{k n}} \right) =$$

$$= -n \left[\frac{\sqrt{2} f \pi T}{\sqrt{k n}} - \frac{1}{3} \left(\frac{\sqrt{2} f \pi T}{\sqrt{k n}} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{\sqrt{2} f \pi T}{\sqrt{k n}} \right)^5 - \dots \right]$$

$$\angle X(f) = -\sqrt{n} \frac{\sqrt{2} f \pi T}{\sqrt{k}} + \frac{1}{3\sqrt{n}} \left(\frac{\sqrt{2} f \pi T}{\sqrt{k}} \right)^3 - \frac{1}{5 n^{3/2}} \left(\frac{\sqrt{2} f \pi T}{\sqrt{k}} \right)^5 + \dots$$

A medida que $n \rightarrow \infty$, todos os termos da série tendem a zero, com exceção do primeiro, que tende a infinito.

Este termo não provoca distorção mas só um atraso

$$\tau = \sqrt{\frac{n}{2k}} T, \text{ crescente com } n.$$

pulso irrealizável segundo o critério de P.V.

II.4 - Pulsos de espectro com decaimento sinusoidal

O pulso de Nyquist $\text{sinc}(t/T)$ cujo espectro é limitado em $\frac{1}{2T}$, apresenta, a par da faixa mínima absoluta para um pulso livre de IES, suas características que impossibilitam o seu aproveitamento em sistemas de comunicações digitais. A primeira é a dificuldade de realização prática de filtros com corte abrupto e segundo, o lento decaimento de $\text{sinc}(t/T)$ com t , tornando o olho fechado ^{em} quais quer instantes de amostragem, que não o instante ideal coincidente com o de máximo de $x(t)$. Uma possível cura de decisão. O decaimento lento de $\text{sinc}(t/T)$ tem por causa a forma como se dá a limitação de seu espectro, pois sabe-se que todo sinal cujo espectro apresenta discontinuidade, deve decair com t^{-1} .

Pelas razões apresentadas, torna-se natural o "apagaficoamento" do pulso de faixa mínima através de modificações que eliminam o corte abrupto de seu espectro. Um procedimento consiste em se fazer a convolução do espectro de $x(t)$ com uma função suavizadora, conservando deste modo a condição de Nyquist para o pulso resultante, independentemente da forma da função suavizadora. Escolhendo-se como função suavizadora uma função contínua com 3ª derivada, e, portanto, o seu decaimento no tempo se dá com t^{-3} . Utilizando uma função de suavização cos-sinusoidal do tipo:

$$X'(f) = \begin{cases} \frac{\pi T}{2\alpha} \cos \frac{\pi T f}{\alpha} & ; |f| \leq \frac{\alpha}{2T} \\ 0 & ; |f| > \frac{\alpha}{2T} \end{cases} \quad (23)$$

onde α é um parâmetro que controla a largura, e portanto o grau de suavização, obtém-se o resultado mostrado na figura abaixo:

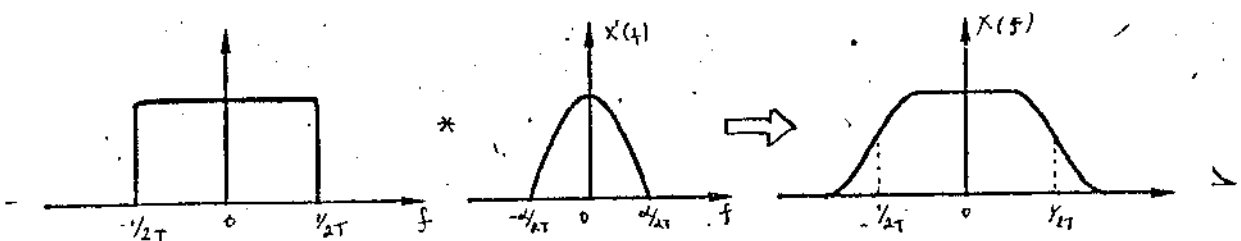


Fig. 13 - Suavização de um espectro retangular por convolução com (21)

O parâmetro α tem dois efeitos principais na espectro final $X(f)$.
 Produz, primeiro, um aumento de faixa igual a $\frac{\alpha}{2T}$. Se $\alpha=0$, a função $X(f)$ tem a um impulso, e não ocorre aumento da faixa, mas também não se consegue a suavização do espectro. Segundo, tem grande influência na inclinação do corte de $X(f)$, que pode ser definido, p. ex., através da sua derivada em $f = 1/2T$.

Na determinação explícita de $X(f)$, consideremos dois casos:

a) $0 \leq \alpha \leq 1$

então:

$$X(f) = \begin{cases} T & |f| < \frac{1-\alpha}{2T} \\ \frac{T}{2} \left[1 - \sin \frac{\pi(T|f| - \frac{1}{2})}{\alpha} \right] & \frac{1-\alpha}{2T} \leq |f| < \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0 & |f| \geq \frac{1+\alpha}{2T} \end{cases} \quad (24)$$

Casos particulares:

$\alpha = 0 \Rightarrow X(f) = T \operatorname{ret} T f$

$\alpha = 1 \Rightarrow X(f) = \begin{cases} \frac{T}{2} (1 + \cos \pi T |f|) & |f| < \frac{1}{T} \\ 0 & |f| > \frac{1}{T} \end{cases}$

Em virtude da forma do espectro de $X(f)$ no caso especial em que $\alpha=1$, os pulsos de espectro com decaimento senoidal são também conhecidos por pulsos tipo cos-seno levantado.

b) $\alpha > 1$

$$X(f) = \begin{cases} \frac{T}{2} \left[\sin \frac{\pi(T|f| + \frac{1}{2})}{\alpha} - \sin \frac{\pi(T|f| - \frac{1}{2})}{\alpha} \right] & |f| < \frac{\alpha-1}{2T} \\ \frac{T}{2} \left[1 - \sin \frac{\pi(T|f| - \frac{1}{2})}{\alpha} \right] & \frac{\alpha-1}{2T} \leq |f| < \frac{\alpha+1}{2T} \\ 0 & \frac{\alpha+1}{2T} \leq |f| \end{cases} \quad (25)$$

A forma do pulso no tempo será dada, utilizando a propriedade da convolução, por:

$$x(t) = \text{sinc} \frac{t}{T} \cdot \mathcal{F}^{-1} \{ X'(f) \}$$

$$x(t) = \text{sinc} \frac{t}{T} \cdot \frac{\cos \frac{\alpha \pi t}{T}}{1 - 4\alpha^2 \frac{t^2}{T^2}} \quad (26)$$

É digno de menção que a operação de suavização resulta na introdução de uma função do tempo que aparece multiplicando $\text{sinc} \frac{t}{T}$, e cujo decaimento se dá com t^2 . Contudo, o efeito da função $\frac{\cos \frac{\alpha \pi t}{T}}{1 - 4\alpha^2 \frac{t^2}{T^2}}$ só aparece para ^{instantes de} tempo maiores que um certo valor, que está, por sua vez, relacionado com α . Para instantes próximos da origem, a função $x(t)$ não se distingue muito de $\text{sinc} \frac{t}{T}$, e se α for muito pequeno, o intervalo em que $x(t)$ é praticamente igual a $\text{sinc} \frac{t}{T}$ será muito grande, perdendo-se assim as vantagens da suavização.

Na figura abaixo, vêem-se algumas curvas de $x(t)$ e $X(f)$.

Fig. 13

(pagina 23 =)

Nota-se que os pulsos $x(t)$ se diferenciam muito pouco de $\text{sinc} \frac{t}{T}$ no intervalo $|t| \leq T$, se $\alpha \leq 1$. Se $\alpha > 1$, o amortecimento introduzido pela suavização é tão forte que os pulsos ^{parecem} apresentar apenas um lóbulo em torno de $t=0$, cuja largura diminui conforme α aumenta. Os espectros $X(f)$ partem todos de T em $f=0$, para $\alpha \leq 1$, porém esse valor tende a decair conforme α ultrapassa 1, mantendo que a área líquida de $x(t)$ está a diminuir por α au-

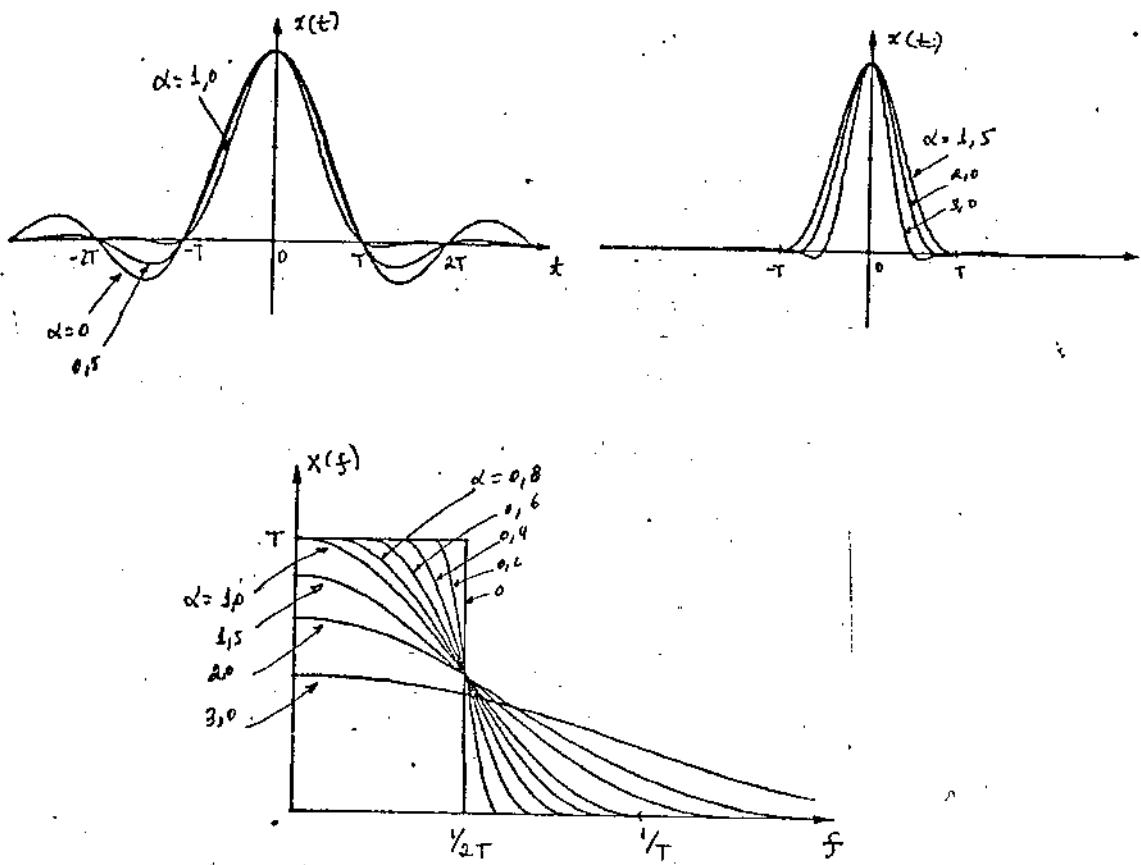


Fig 13. - Curvas de $x(t)$ e $X(f)$

aumentando além de 1. Para $\alpha \leq 2$, todos os espectros assumem o valor $T/2$ em $1/2T$, o que, aliás, é propriedade geral da parte real dos espectros dos pulsos de Nyquist limitados em $1/2$.

Vêm-se na figura abaixo os diagramas ^{de Bode} correspondentes aos valores de $\alpha = 0,1; 0,2; 0,25; 0,4; 0,5; 0,6; 0,8; 1,0; 1,5; 2,0$ e $3,0$.

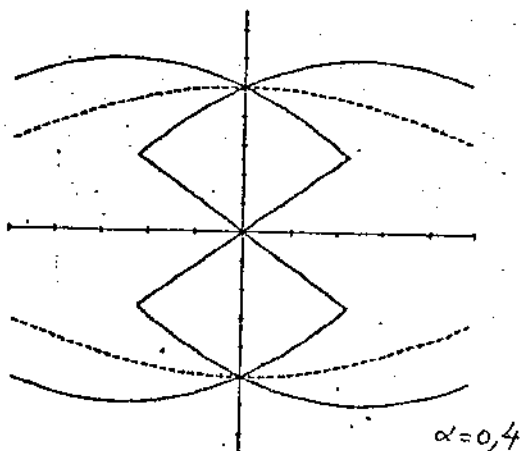
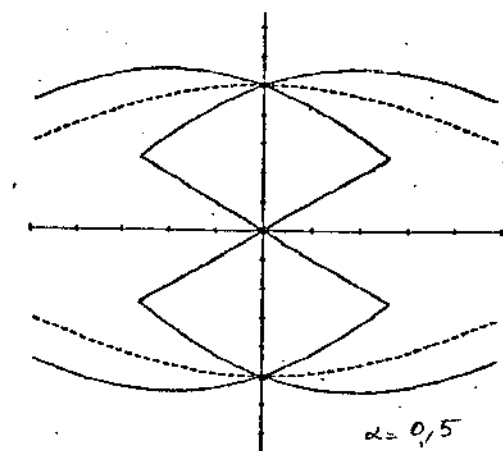
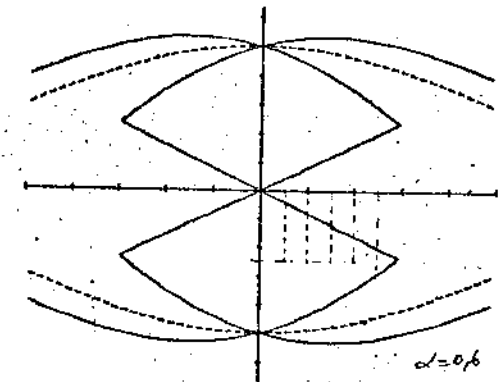
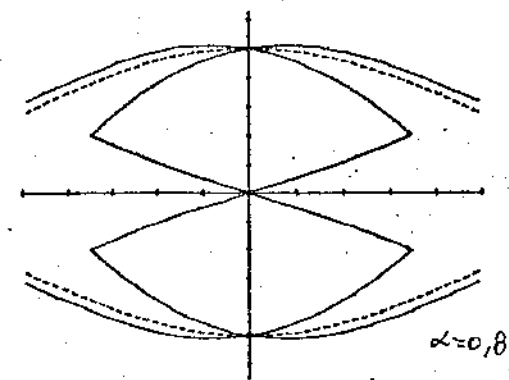
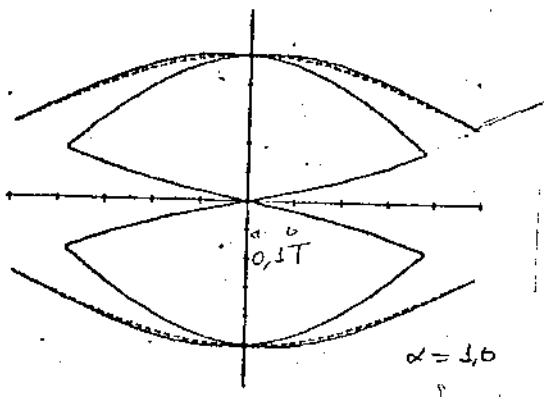
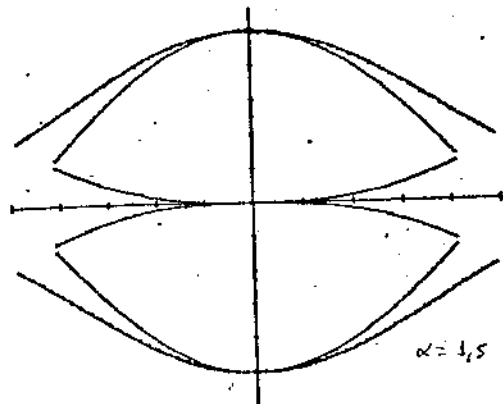
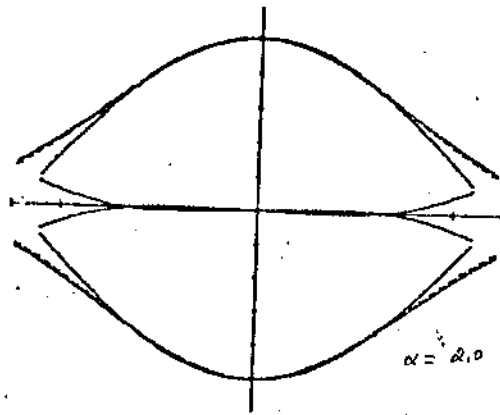
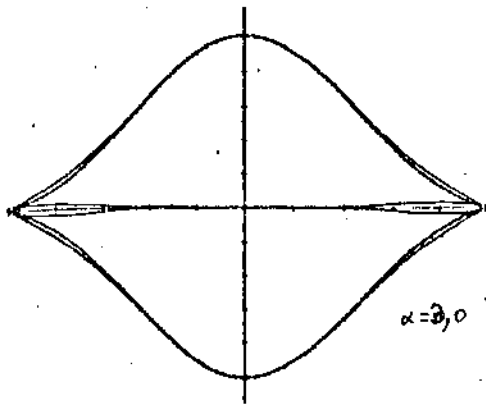


Fig. 14 - Diagramas de alfo

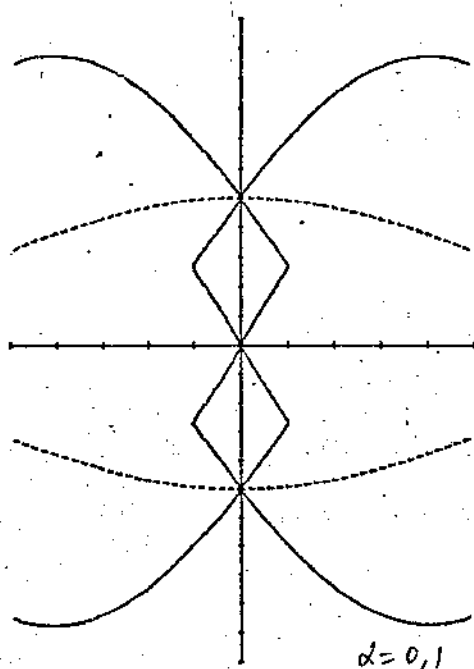
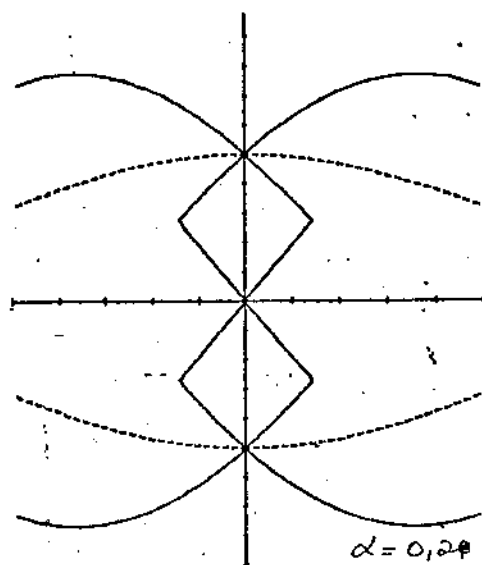
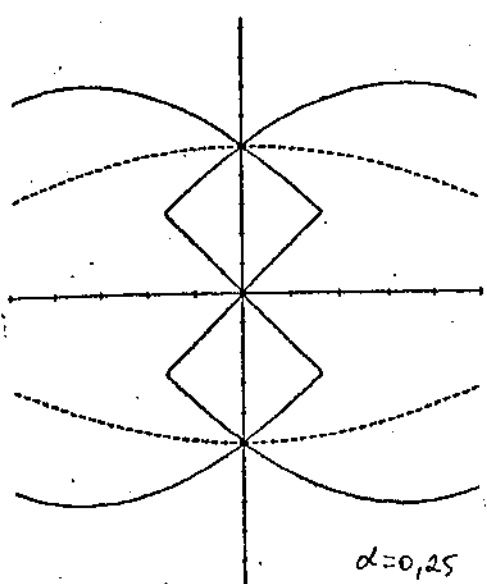


Fig. 14. Diagramas de olho (continuação)

Observações:

- 1) O pulso $x(t)$ e o diagrama de olho correspondente são simétricos
- 2) O melhor instante de amostragem coincide com a passagem de $x(t)$ pelo seu valor máximo. Para esse instante, não existe IES
- 3) Os olhos tendem a se fechar, lateralmente, quando $\alpha \rightarrow 0$, o que impõe restrições severas ao design de fase da onda de relógio para os pequenos.
- 4) A amplitude do diagrama de olho é maior que 1, principalmente quando $\alpha < 1$. [Isto se deve, em última análise, ao decaimento de $x(t)$ com t^3 , relativamente lento em comparação com os dos casos anteriores, quando $x(t)$ decaía exponencialmente.]

O caso especial $\alpha = 2$

Os pulsos com parâmetros α menores que 1 são a base para projetos de equalizadores pois, conforme veremos, permitem a obtenção de um bom compromisso entre a imunidade dos circuitos de decisão contra o ruído, e a baixa IEP, que permite a fácil extração do sinal de relógio. Conforme α diminui, melhora, até certo ponto a imunidade contra ruído, as exigências de grande IEP. Para α maiores que 1, o equilíbrio se modifica em direção favorável a uma baixa IEP. Para $\alpha = 2$, chega-se à forma de pulso equalizado que apresenta certas características notáveis, e que permitem, ao menos em princípio, uma extração perfeita da onda de tempo. O pulso $x(t)$, neste caso, será dado por:

$$x(t) = \operatorname{sinc} \frac{t}{T} \cos \frac{2\pi t/T}{1 - 16(t/T)^2}$$

É fácil de se ver que esta forma de pulso equalizado garante ausência de IES não só em $t=0$, mas também em $t = \pm \frac{T}{4}$. Para estes instantes:

$$x(\pm T/4) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Torna-se possível, assim, a construção de um sistema

de extração da onda de relógio, livre de tremor, baseada no seguinte esquema:

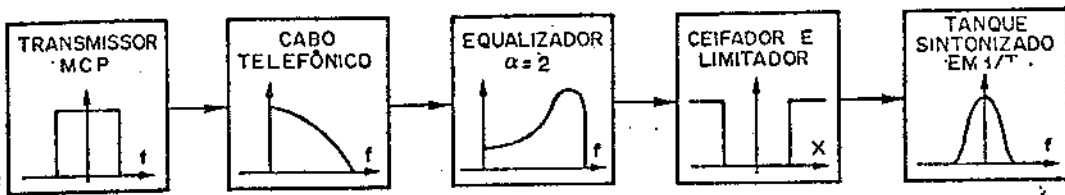


Fig. 15 - Sistema de extração de onda de relógio isento de tremor.

Para um pulso equalizado de amplitude unitária, o ceifador-limitador deve apresentar uma relação entre a entrada e a saída conforme a curva da figura abaixo.

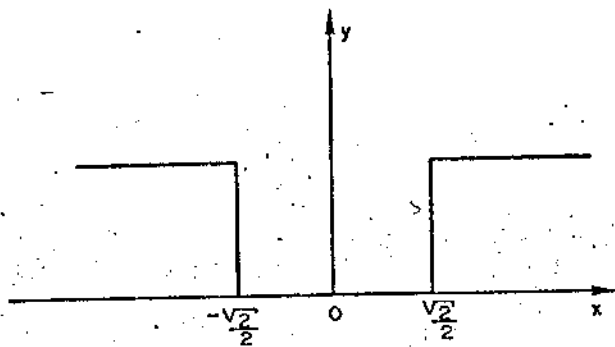


Fig. 16 - Relação entrada-saída do ceifador-limitador.

Os pulsos na saída do ceifador-limitador serão perfeitamente quadrados, livres de IEP, e possuirão largura igual a $T/2$. Admitindo-se que o tanque seja perfeitamente sintonizado em $1/T$, aparecerá em sua saída uma senóide, na frequência $1/T$, modulada em amplitude, porém isenta de modulação de fase, isto é, os cruzamentos de zero se sucederão em forma assimetricamente regular, que permitirá a obtenção, após uma operação de quadradura, da onda de relógio, isenta de tremor.

Na figura 18 são apresentadas algumas curvas para $E(f)$ em casos em que $d_n = 1$ e $d_n = 2$.

Fig. 18 - Curvas de equalizações complementares.

— X —

II.5) Pulsos com decaimento gaussiano, derivados do pulso de faixa mínima

O pulso de Nyquist de faixa mínima apresenta-se, como foi visto, inadequado à utilização em sistemas digitais, visto que seu lento decaimento resulta em grandes IES que, portanto, não são ideais. A dificuldade pode ser transposta de forma alternativa, aplicando-se o pulso de Nyquist por uma função de decaimento do tipo $e^{-K(\frac{t}{T})^2}$ onde K é uma constante positiva que determina a rapidez do decaimento. Assim, o pulso equacionado $x(t)$ para a ser dado por:

$$x(t) = \text{sinc}\left(\frac{t}{T}\right) e^{-K\left(\frac{t}{T}\right)^2} \quad (28)$$

como:

$$\mathcal{F}\left\{ e^{-K\left(\frac{t}{T}\right)^2} \right\} = T \sqrt{\frac{\pi}{K}} e^{-\frac{\pi^2 T^2 f^2}{K}}$$

Logo:

$$X(f) = T \text{ ret } T f * \sqrt{\frac{\pi}{K}} T e^{-\frac{\pi^2 T^2 f^2}{K}}$$

tem-se:

$$X(f) = \sqrt{\frac{\pi}{K}} T^2 \int_{f-\frac{1}{2T}}^{f+\frac{1}{2T}} e^{-\frac{\pi^2 T^2 f'^2}{K}} df' \quad (29)$$

fazendo as substituições:

$$\xi = \frac{1}{T} \sqrt{\frac{K}{2\pi^2}} \eta \quad e \quad d\xi = \frac{1}{T} \sqrt{\frac{K}{2\pi^2}} d\eta$$

$$\frac{\sqrt{\pi}}{K} T^2 \cdot \frac{1}{T} \frac{\sqrt{K}}{\sqrt{2} \pi} = \frac{T}{\sqrt{2} \pi}$$

$$X(f) = \frac{T}{\sqrt{2\pi}} \int \frac{\sqrt{\frac{2\pi^2}{K}} (Tf + \frac{1}{2})}{\sqrt{\frac{2\pi^2}{K}} (Tf - \frac{1}{2})} e^{-\frac{\eta^2}{2}} d\eta$$

ou:

$$X(f) = T \left\{ Q \left[\sqrt{\frac{2\pi^2}{K}} (Tf - \frac{1}{2}) \right] - Q \left[\sqrt{\frac{2\pi^2}{K}} (Tf + \frac{1}{2}) \right] \right\} \quad (29)$$

onde $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{\eta^2}{2}} d\eta$

Denominando de a o valor que $e^{-K(\frac{t}{T})^2}$ assume em $t = \pm T$, obtêm-se as curvas para $x(t)$ e $X(f)$, mostradas na figura abaixo, para $a = 0,1; 0,2; 0,4$ e $0,6$.

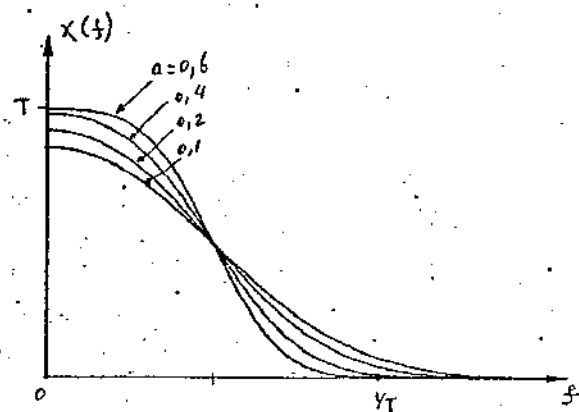
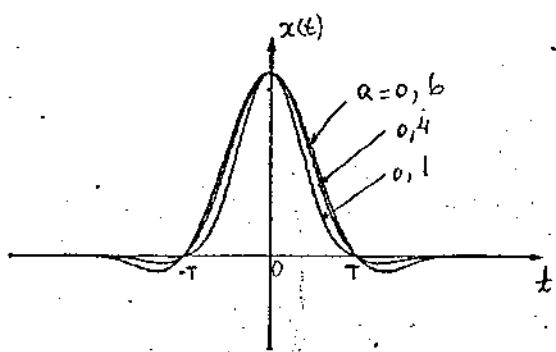


Fig 19 - Curvas de $x(t)$ e $X(f)$

Os diagramas de olho que se obtêm, e que podem ser vistos na figura 20, são bastante parecidos com aqueles correspondentes aos pulsos de espectro com decaimento senoidal, podendo-se até estabelecer uma equivalência entre a e d . Por exemplo, $d = 0,8$ corresponde, aproximadamente, a $a = 0,4$. Apesar da grande similaridade entre as duas formas de equalização, deve-se destacar uma diferença importante: o pulso com decaimento exponencial possui faixa infinita, ao contrário do pulso de espectro com decaimento senoidal, cujo faixa é

limitado em $\frac{1+d}{2T}$. Se se considerarem os circuitos reais nunca apresentam este abrupto, parecem mais fácil, ^{ao menos} em princípio, a realização prática de um equalizador baseado na pulso com decaimento exponencial. Contudo, erros de equalização são sempre inevitáveis em qualquer sistema de equalização, de sorte que, para os valores reais de a e d , os pulsos com decaimento exponencial e o de espectro com decaimento sinusoidal podem ser considerados, na prática, como equivalentes.

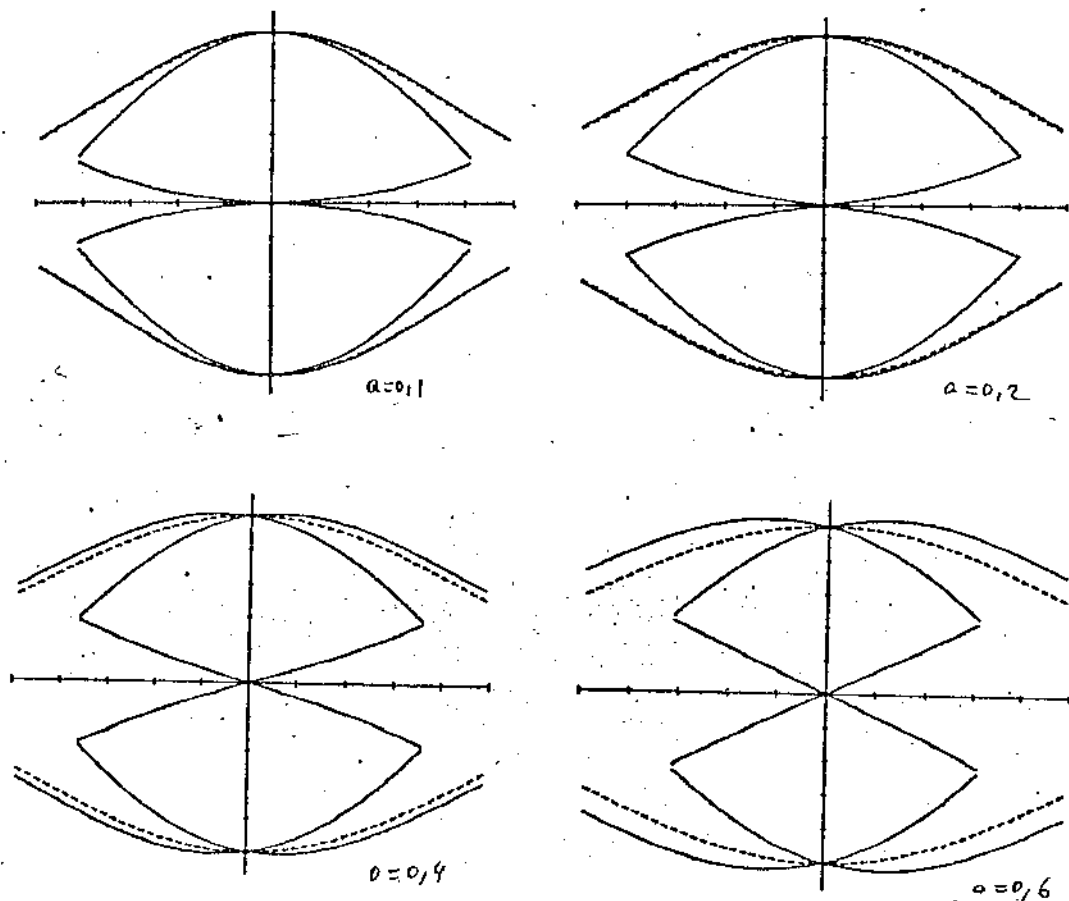


Fig. 20 Diagramas de olhos

Dificuldades analíticas

II.6 - Pulsos com derivada mínima nos instantes de cruzamento de zero

A ausência da IES, que caracteriza os pulsos de Nyquist é uma das metas mais importantes no projeto de um equalizador. Contudo, isto não basta para se garantir um funcionamento satisfatório dos sistemas reais pois sempre existirão desvios do instante de amostragem em relação ao ideal. É possível que o desvio admissível seja muito pequeno, o que ocorre, por exemplo, com a escolha de pulsos $x(t)$ equalizados cujos espectros têm corte muito abrupto.

Sob o ponto de vista da sensibilidade em relação ao desvio do instante de amostragem, torna-se interessante a procura de formas de equalização cujos diagramas de Bode apresentem pequena variação da margem com esse desvio, ou, em forma alternativa, a procura de um pulso cujo valor quadrático médio das derivadas nos instantes de amostragem seja mínimo. Esta última abordagem, ao contrário da primeira, pode ser feita analiticamente, e é encontrada em "Transmissão de sinais ^{ver} variáveis de valor variável" *

Admitindo-se que o espectro do pulso $x(t)$ apresente um excesso de faixa de $\frac{K}{2T}$ em relação à faixa mínima, os autores citados chegam à uma forma de $X(f)$, dada por:

$$X(f) = \begin{cases} T & ; |f| \leq \frac{1-K}{2T} \\ T(1 - T|f|) & \frac{1-K}{2T} < |f| < \frac{1+K}{2T} \\ 0 & |f| > \frac{1+K}{2T} \end{cases} \quad (30a)$$

$$x(t) = \text{sinc}\left(\frac{t}{T}\right) \left[(1-K) \cos\left(K\pi t/T\right) + K \text{sinc}\left(Kt/T\right) \right] \quad (30b)$$

que podem ser vistos na figura abaixo.

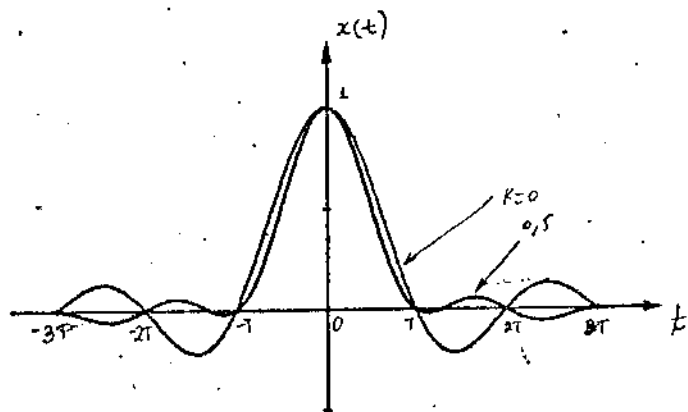
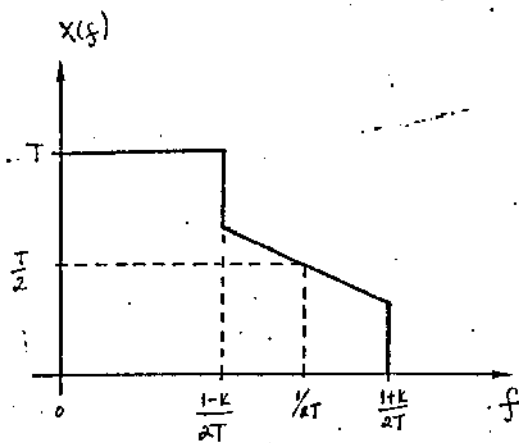


Fig. 21-

Apesar da minimização do valor médio quadrático do IES no instante ótimo de amostragem, o erro que se obtém, mostra-se fechoado pois $X(f)$ apresenta descontinuidades em $|f| = \frac{1-K}{2T}$ e $|f| = \frac{1+K}{2T}$, implicando em lento decaimento de $x(t)$. Os autores contornaram a dificuldade, introduzindo uma suavização no espectro de $x(t)$, que elimina as descontinuidades de $X(f)$ e de sua derivada. Isto foi realizado pela operação: $X(f) * S'(f)$, onde $S'(f)$, a função suavizadora, é dada por:

$$S'(f) = \begin{cases} \frac{\pi T}{2M} (\cos \pi T f / M) & ; |f| \leq M/2T \\ 0 & ; |f| > M/2T \end{cases}$$

onde M é o fator de suavização.

A suavização feita desta forma faz com que o novo pulso $x'(t)$ seja dado por:

$$x'(t) = x(t) \cdot \frac{\cos(M\pi t/T)}{1 - 4M^2(\frac{t}{T})^2}$$

O termo $\frac{\cos(M\pi t/T)}{1 - 4M^2(\frac{t}{T})^2}$, que cai com t^2 , introduz um amortecimento nas ondas de $x(t)$, possibilitando a abertura do olho sem alterar apreciavelmente a forma de $x(t)$ perto do eixo

Os resultados obtidos com a suavização apresentaram pequenas diferenças com os obtidos com os pulsos de espectro com decaimento sinusoidal.

Existe um caso especial para o qual não é necessária a suavização, pois seu espectro já é contínuo - a correspondente a $K=1$. Neste caso:

$$X(f) = \begin{cases} T(1 - T|f|) & ; |f| \leq \frac{1}{T} \\ 0 & ; |f| > \frac{1}{T} \end{cases} \quad (31a)$$

$$x(t) = \text{sinc}^2\left(\frac{t}{T}\right) \quad (31b)$$

Este pulso apresenta duas propriedades muito interessantes:

- 1) $x(t)$ cai com t^2 , e portanto o IES é sempre limitado mesmo sem a suavização de $X(f)$. Bom resultado, o olho apresenta-se abato.
- 2) $\frac{d}{dt} \text{sinc}^2\left(\frac{t}{T}\right) \Big|_{t=\pm T, \pm 2T, \dots} = 0$; isto é, atinge-se o mínimo absoluto do valor quadrático da derivada do IES no instante ótimo.

Podem ser vistos na figura abaixo a representação gráfica de $x(t)$, $X(f)$ e o diagrama de olho correspondente. Note-se que a derivada da margem é zero no instante ótimo de amostragem, o que demonstra a baixa sensibilidade à distorção causadas por pequenos desvios do instante de amostragem, como o pulso $\text{sinc}^2(t/T)$ apresenta.

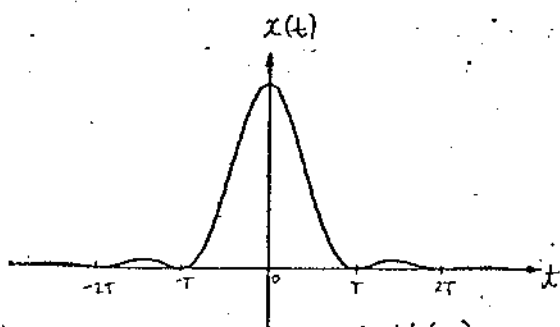
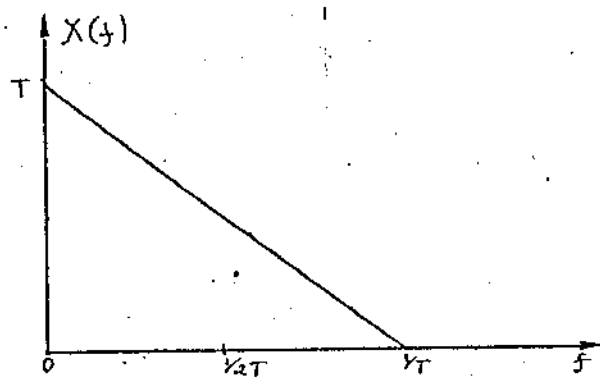


Fig. 02 - Pulso $\text{sinc}^2(t/T)$



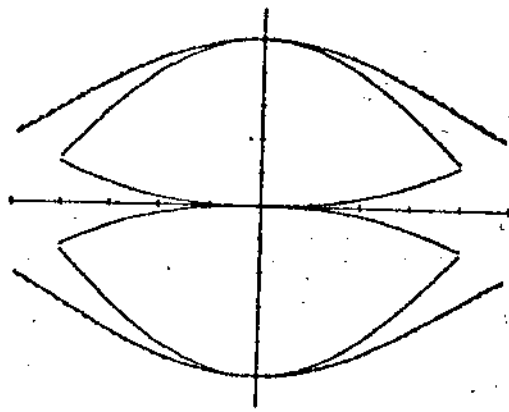


Fig. 22 a (continued)

Outro método de redução da derivada do pulso básico nos instantes múltiplos de T , consiste no aproveitamento da seguinte propriedade do produto de funções: sejam $x(t)$ e $y(t)$ duas funções diferenciáveis que se anulam simultaneamente no ponto t_0 , então $\frac{d(xy)}{dt} \Big|_{t=t_0} = 0$. (ou efeito), como:

$$\frac{d(xy)}{dt} = x \frac{dy}{dt} + y \frac{dx}{dt} \quad (32)$$

decorre imediatamente a propriedade citada.

Façamos $x(t)$ ser uma função que satisfaça o critério de Nyquist ou seja $x(t)$ se anula para $t = \pm nT$ ($n \neq 0$). Evidentemente, $xy(t)$ também satisfaz o critério de Nyquist, qualquer que seja $y(t)$; devemos apenas ter o cuidado de escolher $y(t)$ de forma conveniente, isto é, $y(t)$ deve também se anular em alguns múltiplos de T . Por exemplo, podemos escolher $y(t) = \cos \frac{\pi t}{2T}$, que se anula em todos os múltiplos ímpares de T , e, por consequência,

$$\frac{d(xy)}{dt}(t) = 0, \quad t = \pm T, \pm 3T, \pm 5T \dots$$

Se $X(f) = \mathcal{F}\{x(t)\}$, então

$$X'(f) = \mathcal{F}\{xy(t)\} = X(f) * \frac{1}{2} \left[\delta\left(f - \frac{1}{4T}\right) + \delta\left(f + \frac{1}{4T}\right) \right]$$

$$X'(f) = \frac{1}{2} \left[X\left(f - \frac{1}{4T}\right) + X\left(f + \frac{1}{4T}\right) \right] \quad (33)$$

Para os casos em que $X(f)$ são espectros com decaimentos senoidais, com fatores de corte $\alpha = 0; 0,25; 0,5$ e 1 , obtêm-se os espectros de $X'(f)$ e os diagramas de olho correspondentes, mostrados, respectivamente, nas figuras 23 e 24.

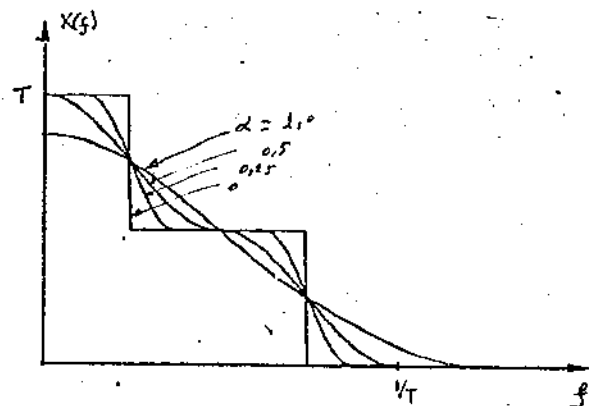
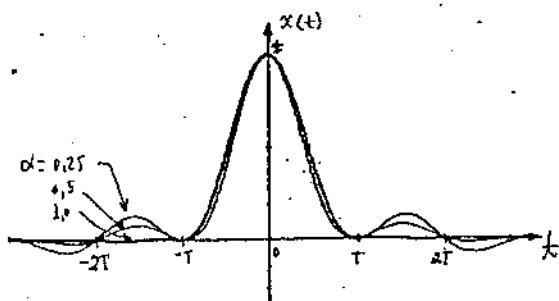


Fig. 23 - curvas de $x(t)$ e $X(f)$

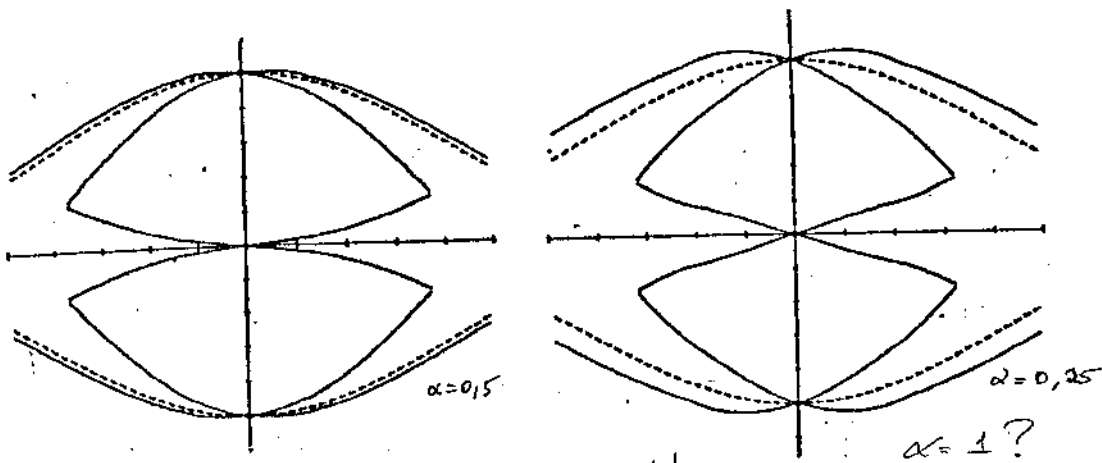


Fig. 24 - Diagramas de olho

Efeitos das curvas de equalização sobre a imunidade contra ruído

II.1 - Introdução

Na ausência de ruído, ou de uma interferência qualquer, basta garantir-se um mínimo de IES e de exatidão nos instantes de amostragem para que a regeneração do sinal MCP seja perfeita. Na prática, faz-se muito considerável a existência dos ruídos intrínsecos dos amplificadores e as interferências entre sistemas que operam num mesmo canal, causadas pelos fenômenos da diafonia. Esses ruídos e interferências apresentam quase sempre comportamento estatístico e seus efeitos sobre o desempenho do sistema se manifestam na introdução de erros na identificação dos dígitos e consequentes inconexões na reconstrução do trem de pulsos MCP. A ação do ruído pode ser medida adequadamente pela taxa de erros, isto é, número médio por segundo de dígitos errados no trem de pulsos regenerados.

Desde que os dígitos são identificados um-a-um, bastaria o conhecimento do processo de decisão x e a distribuição de probabilidade $p(x)$ do ruído no ponto de decisão para determinar a probabilidade de um erro de decisão. Por exemplo, utilizando-se o código BINA ($b_i = -1, 0, 1$) e supondo que:

- 1) o pulso $x(t)$ é de Nyquist e possui amplitude normalizada,
- 2) as amostragens se dão nos instantes ótimos,
- 3) os limiares de decisão estão colocados em $\pm l$, onde $0 < l < 1$

esta definição de PE não leva em consideração as correlações entre erros.

$$Prob[erro | b_i = 1] = Prob[x(t) > (1-l)] = \int_{1-l}^{\infty} p(x) dx$$

$$Prob[erro | b_i = 0] = Prob[x(t) < -l \text{ ou } x(t) > l] = \int_{-\infty}^{-l} p(x) dx + \int_l^{\infty} p(x) dx$$

$$Prob[erro | b_i = -1] = Prob[x(t) < -(1-l)] = \int_{-\infty}^{-(1-l)} p(x) dx$$

A probabilidade de erro incondicional, independente do dígito transmitido será dada por

$$P_e = Prob[erro | b_i = 1] Prob[b_i = -1] + Prob[erro | b_i = 0] Prob[b_i = 0] + Prob[erro | b_i = -1] Prob[b_i = 1] \quad (35)$$

Como na codificação IMA, $\left(\text{Prob}[b_i = \pm 1] = \frac{1}{2} \text{Prob}[b_i = 0] = \frac{1}{4} \right)$ e, supondo-se simetria do ruído $\text{Prob}[\text{erro} | b_i = -1] = \text{Prob}[\text{erro} | b_i = 1]$, temos

$$P_e = \frac{1}{2} \left\{ \text{Prob}[\text{erro} | b_i = 1] + \text{Prob}[\text{erro} | b_i = 0] \right\} \quad (34)$$

É possível determinar o valor do limiar \underline{l} que torne mínima P_e , contudo, para pequenas potências de ruído descobriu-se que \underline{l} é muito próximo de $\frac{1}{2}$, justificando-se assim a utilização quase universal deste valor.

Antes de prosseguir vamos estabelecer a relação de igualdade que existe entre a taxa de erros e a probabilidade P_e de ocorrer um erro isolado. Para isso associamos à sequência digital $\{b_i\}$ uma outra sequência $\{e_i\}$, tal que $e_i = 1$ se ocorrer um erro no reconhecimento de b_i . Se o ruído for estacionário, podemos afirmar que:

$$\begin{cases} \text{Prob}[e_i = 1] = P_e \\ \text{Prob}[e_i = 0] = 1 - P_e \end{cases}$$

A taxa de erros t_e é dada por:

$$t_e = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{(2N+1)} \sum_{i=-N}^N e_i$$

$t_e =$ variável aleatória, função de probabilidade (35)

e a esperança de t_e por:

$$\langle t_e \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{(2N+1)} \sum_{i=-N}^N \langle e_i \rangle$$

$$\langle t_e \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{(2N+1)} \sum_{i=-N}^N [1 \cdot P_e + 0 \cdot (1 - P_e)]$$

$$\langle t_e \rangle = P_e \quad (36)$$

verificar a conservação das energias

(segue no verso)

Além disso, a variância de t_e tenderá a zero conforme $N \rightarrow \infty$ (*) se forem satisfeitas as seguintes condições:

- (a) A sequência aleatória $\{e_i\}$ é estacionária seq. br. ciclo-estacionária e ruído estacionário
- (b) A variância de e_i é finita, $\sigma_{e_i}^2 = \langle e_i^2 \rangle - \langle e_i \rangle^2 = \sigma_{e_i}^2$
- (c) A covariância entre e_i e e_{i+k} tende a zero a medida que $k \rightarrow \infty$, $\langle (e_i - \langle e_i \rangle)(e_{i+k} - \langle e_{i+k} \rangle) \rangle \rightarrow 0$

As três condições são satisfeitas para os processos usuais de codificação, sendo que a última fica ainda mais garantida por que os erros distantes tendem a se tornar independentes.

Portanto:

$$t_e \rightarrow P_e \quad (37)$$

com probabilidade unitária. Este resultado é fundamental pois nos problemas teóricos sempre se trabalha com P_e , enquanto os desempenhos práticos dos sistemas são avaliados por t_e . A expressão acima estabelece o vínculo de igualdade entre as duas grandezas.

(*) Gnedenko, B.V. - The Theory of Probability - Mir Publishers - p. 345. (36a)

Supondo-se que os limites de decisão estão fixados em valores quaisquer e que o ruído interferente tem distribuição gaussiana, podemos constatar que P_e cresce monotonamente com o potência do ruído na saída do equalizador. A comparação das respectivas potências de ruído é a confrontação das formas dos diagramas de olho fornecido um critério para escolha de uma determinada curva de equalização. Sigam:

$P(f)$ = espectro do pulso $p(t)$, transmitido.

$C(f)$ = resposta do cabo telefônico

$X(f)$ = espectro do pulso regenerado de amplitude unitária.

$E(f)$ = resposta do equalizador

$N(f)$ = densidade espectral do ruído na entrada do equalizador

A potência σ^2 do ruído na saída do equalizador será dada por:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} N(f) \cdot |E(f)|^2 df \quad (38)$$

III.2 - O equalizador ótimo

Podemos calcular a expressão acima para todos os equalizadores apresentados mas, antes de nos lançarmos a esse exame, vamos nos dar ao trabalho de determinar de uma curva ótima sob o ponto de vista da imunidade contra ruído, ou, o que é equivalente, na determinação de um pulso equalizado $x(t)$ de espectro $X(f)$ tal que minimize (38). Iremos impor a condição adicional de $x(t)$ ser um pulso de Nyquist de amplitude normalizada, isto é:

$$\sum_{k=0}^{\infty} P(f - k/T) C(f - k/T) E(f - k/T) = T \quad (39) \quad (*)$$

A determinação da resposta do equalizador ótimo se reduz portanto à minimização de σ^2 , como dado em (38), dada a restrição de (39). Reescrevendo a equação (38), tem-se:

$$\sigma^2 = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\frac{k}{T}}^{-\frac{k+1}{T}} N(f) |E(f)|^2 df \quad f = x - \frac{k}{T}$$

ou:

$$\sigma^2 = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_0^{1/T} N(f - k/T) |E(f - k/T)|^2 df$$

$$\sigma^2 = \int_0^{1/T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} N(f - k/T) |E(f - k/T)|^2 df \quad (40)$$

A equação (39) também pode ser reescrita, sem mudança no seu significado, da seguinte forma:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{-P(f - k/T) C(f - k/T)}{\sqrt{N(f - k/T)}} \times \sqrt{N(f - k/T)} E(f - k/T) = T \quad (41)$$

A minimização de (40) pode ser feita minimizando-se o integrando ponto-a-ponto, dada a restrição (41). Isto pode ser realizado de várias formas: Boucky et al.^(*) determinam a resposta do equalizador ótimo em presença de ruído branco ($N(f) = \text{constante}$) por meio do cálculo variacional, enquanto Amari depois e Ste'lio Waldman^(**) chegam a minimização no caso geral pelo emprego das desigualdades de Schwarz. Utilizo aqui uma argumentação geométrica baseada nas propriedades das operações com vetores.

Fixando um valor de f , pode-se associar cada termo $\sqrt{N(f - k/T)} E(f - k/T)$ a uma componente de um vetor \vec{u} de um espaço de infinitas dimensões. Dessa forma, $\sum_{k=-\infty}^{\infty} N(f - k/T) |E(f - k/T)|^2$ éia juntamente o quadrado do módulo

(*) Boucky et al.: Principles of Data Communication - cap. 9

(**) Amari e Waldman - Equalização de Sinais MCP... - cap. 3.

deste vetor, ou seja:

$$\sigma^2 = \int_0^T |\vec{u}(f)|^2 df$$

Por outro lado, associando $\frac{P(f - k/T) C(f - k/T)}{\sqrt{N(f - k/T)}}$ à k -ésima componente de um vetor \vec{v} , definido no mesmo espaço de \vec{u} , fica claro que (41) se converte no simples produto escalar de \vec{u} por \vec{v} , isto é:

$$\vec{u}(f) \cdot \vec{v}(f) = T \quad (42)$$

A questão da minimização de σ^2 se resume pois na determinação de um vetor \vec{u} de módulo mínimo, tal que seu produto escalar por um vetor \vec{v} dado seja constante. Antes de mais nada, é preciso notar que este vetor \vec{u} de módulo mínimo deve apresentar as suas componentes conjugadas às de \vec{v} , ou seja:

$$\text{Im} \left\{ \frac{P(f - k/T) C(f - k/T)}{\sqrt{N(f - k/T)}} \cdot \sqrt{N(f - k/T)} E(f - k/T) \right\} = 0, \quad \forall k. \quad (43)$$

Para provarmos essa afirmação, suponhamos o contrário, isto é, que o vetor \vec{u} de módulo mínimo é tal que:

$$\angle \{ u_k \cdot v_k \} = \theta_k \quad (\theta_k \neq 0) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum |u_k| |v_k| \cos \theta_k \\ = |u| |v| \cos \theta = 0 \end{array} \right.$$

onde u_k e v_k representam as k -ésimas componentes de \vec{u} e \vec{v} , respectivamente.

Um novo vetor \vec{u}' , derivado de \vec{u} pela seguinte operação:

$$u'_k = u_k \cos \theta_k \cdot e^{j\theta_k} \Rightarrow u'_k v_k = |u_k v_k| \cos \theta_k \\ \sum u'_k v_k = T \quad (39)$$

satisfará a condição (42) mas terá módulo menor que o correspondente de \vec{u} , o que é um absurdo já que consideramos inicialmente \vec{u} como o vetor de menor módulo que satisfaz (42).

Estabelecida a verdade da expressão (43) para o vetor \vec{u} de módulo mínimo, podemos reescrever a expressão (41) como:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| \frac{P(f - k/\pi) C(f - k/\pi)}{\sqrt{N(f - k/\pi)}} \right| \cdot \left| \sqrt{N(f - k/\pi)} \cdot E(f - k/\pi) \right| = T \quad (44)$$

Daqui, fica fácil de se ver que o vetor \vec{u} procurado sua magnitude, para uma frequência f particular, tal que:

$$\sqrt{N(f - k/\pi)} \cdot E(f - k/\pi) = a \left[\frac{P(f - k/\pi) C(f - k/\pi)}{\sqrt{N(f - k/\pi)}} \right]^* \quad (45)$$

onde a é uma constante real, (independente de k) por quê?

Desmembrando que a é uma função de f , podemos reescrever a expressão acima como:

$$E(f - k/\pi) = a(f) \frac{P^*(f - k/\pi) C^*(f - k/\pi)}{N(f - k/\pi)} \quad (46)$$

A função $a(f)$ deve ser periódica, com período $1/\pi$, e poderá ser determinada substituindo (46) em (41), resultando:

$$a(f) = \frac{T}{\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{|P(f - k/\pi) C(f - k/\pi)|^2}{N(f - k/\pi)}} \quad (47)$$

Finalmente, substituindo-se $a(f)$ em (46), resulta:

$$E(f) = \frac{P^*(f) C^*(f)}{N(f)} \cdot \frac{T}{\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{|P(f - k/\pi) C(f - k/\pi)|^2}{N(f - k/\pi)}} \quad (48)$$

(40)

Observa-se que a resposta do equalizador ótimo pode ser considerado como composta pelo produto de duas sub-respostas. A primeira corresponde à resposta de um filtro casado com o sinal que resulta da transmissão do pulso $p(t)$ pelo canal mais o filtro traqueador do ruído de diafonia, a segunda é a resposta de um filtro transversal, cuja função é a eliminação da IES que apresenta o sinal na saída do filtro casado.

O pulso resultante na saída do equalizador ótimo tem seu espectro dado por:

$$X(f) = \frac{|P(f)C(f)|^2}{N(f)} \frac{T}{\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{|P(f - k/T)C(f - k/T)|^2}{N(f - k/T)}} \quad (49)$$

Uma das características mais notáveis do espectro de $x(t)$ é o fato de não apresentar componente imaginária; qualquer que seja a forma do pulso transmitido ou a resposta da linha de transmissão. Como decorrência disso, $x(t)$ deverá apresentar simetria em torno de $t=0$, com a implicação, a rigor, da inviabilidade de tal equalizador. É claro que é sempre possível fazer-se uma aproximação prática se for admitida a introdução de uma certa quantidade de distorção e de atraso. $x(t)$ não tem distorção finita?

O aspecto formidável da expressão (49) no caso qual impede a visualização fácil de suas propriedades. Entretanto, penetrar em sua maior compreensão, examinando dois casos particulares:

a) $C(f)$ é limitado em $|f| < \frac{1}{2}T$

têm-se: $C(f) = 0$; $|f| > \frac{1}{2}T$

Neste caso, para $|f| < \frac{1}{2T}$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{|P(f - k/T) C(f - k/T)|^2}{N(f - k/T)} = \frac{|P(f) C(f)|^2}{N(f)}$$

e, portanto:

$$X(f) = \begin{cases} T & ; |f| < \frac{1}{2T} \\ 0 & ; |f| > \frac{1}{2T} \end{cases} \quad (50)$$

$x(t)$ será, pois, o pulso $\text{sinc } \frac{t}{T}$, de faixa mínima. Aliás, este resultado já era esperado pois a limitação da resposta do canal em $\frac{1}{2T}$ implica numa única possibilidade de equalização que resulte num pulso $x(t)$ livre de IES e, portanto, o equalizador ótimo coincide com o único equalizador de Nyquist possível.

b) $C(f)$ é limitado em $|f| < \frac{1}{T}$

$$\text{tem-se: } C(f) = 0 \quad ; \quad |f| > \frac{1}{T}$$

Este caso corresponde a uma excelente aproximação das condições que se encontram nos casos práticos, quando são empregados longos comprimentos do cabo de transmissão. A resposta $C(f)$ da linha de transmissão decai rapidamente conforme f cresce e podemos considerá-la limitada, apesar de a rigor a resposta se estender até frequências muito elevadas.

Bom a restrição adotada, tem-se para $|f| < \frac{1}{T}$

$$a(f) = \frac{T}{\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{|P(f - k/T) C(f - k/T)|^2}{N(f - k/T)}} = \frac{T}{\frac{|P(f) C(f)|^2}{N(f)} + \frac{|P(f - \frac{1}{T}) C(f - \frac{1}{T})|^2}{N(f - \frac{1}{T})}} \quad (51)$$

$a(f)$ é periódica com período $\frac{1}{T}$

$$x(f) = \frac{T}{2} \left\{ 1 - \cos \left[\frac{\pi}{2} \left(|fT| - \frac{1}{2} \right) \right] \right\}$$

$$\left. \frac{dx(f)}{df} \right|_{f=0} = -\frac{T}{2} \cos \left[\frac{\pi}{2} \left(fT - \frac{1}{2} \right) \right] \frac{\pi}{2} T = -\frac{T^2 \pi}{2 \alpha} \cos \frac{\pi}{2} \left(fT - \frac{1}{2} \right)$$

Nota-se que :

$$\left\{ \begin{aligned} a(0) &= \frac{T}{\frac{|P(0)C(0)|^2}{N(0)}} \\ a(1/T) &= \frac{T}{2 \frac{|P(1/T)C(1/T)|^2}{N(1/T)}} \end{aligned} \right.$$

e, portanto : $X(0) = \pi$ e $X(1/T) = \pi/2$, que são resultados concordantes com os obtidos na análise da seção I. $X(f)$ deverá apresentar um espectro como mostrado na figura abaixo.

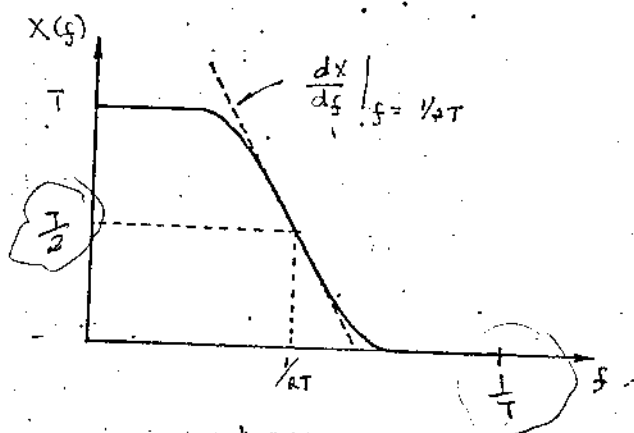


Fig. 25 - Espectro típico do pulso ótimo para $C(f)$ limitado em $1/T$.

O espectro de $X(f)$ assume um aspecto muito parecido com o espectro de decaimento senoidal. É interessante confrontá-los de uma forma quantitativa, o que pode ser feito, por exemplo, pela equiparação das derivadas dos espectros em $f = 1/2T$.

Para os espectros com decaimento senoidal da seção II.4, têm-se:

$$\left. \frac{dx}{df} \right|_{f=1/2T} = -\frac{\pi T^2}{2\alpha} \quad (52)$$

o que nos permite definir um α equivalente para o equalizador ótimo da seguinte maneira:

$$\alpha_{\text{equiv.}} = -\frac{\pi T^2}{2 \left. \frac{dx}{df} \right|_{f=1/2T}} \quad (53)$$

$$0 \leq f < \frac{1}{2T}$$

$$\begin{aligned}
 |P(f + \frac{1}{2T})| &= \frac{T}{|P(\frac{1}{2T} - f) C(f + \frac{1}{2T})|^2 + |P(\frac{1}{2T} - f - \frac{1}{T})|^2 \dots} \\
 &= \frac{T}{|P(f + \frac{1}{2T})|^2 + |P(f + \frac{1}{2T} - \frac{1}{T})|^2}
 \end{aligned}$$

Para calcularmos $\left. \frac{dX}{df} \right|_{f=1/2T}$, devemos observar que $a(f)$ apresenta simetria par em torno de $\frac{1}{2T}$, já que $a(\frac{1}{2T} - f) = a(\frac{1}{2T} + f)$. Por essa razão tem-se:

$$\left. \frac{d}{df} a(f) \right|_{f=1/2T} = 0 \quad (55)$$

e, portanto:

$$\left. \frac{dX}{df} \right|_{f=1/2T} = \left. \frac{d}{df} \left[\frac{|P(f)C(f)|^2}{N(f)} \right] \right|_{f=1/2T} \cdot a\left(\frac{1}{2T}\right) \quad (56)$$

E mais, como $P(f)$ é praticamente plano em $\frac{1}{2T}$ para os pulsos de transmissão usuais (vide cap. I), e mesmo acontecendo com $N(f)$ (vide cap. II), tem-se:

$$\left. \frac{d}{df} \left[\frac{|P(f)C(f)|^2}{N(f)} \right] \right|_{f=1/2T} \approx \frac{2|C(\frac{1}{2T})||P(\frac{1}{2T})|^2}{N(\frac{1}{2T})} \left. \frac{d}{df} |C(f)| \right|_{f=1/2T}$$

Substituindo em (56), resulta:

$$\left. \frac{dX}{df} \right|_{f=1/2T} \approx \pi \frac{\left. \frac{d}{df} |C(f)| \right|_{f=1/2T}}{|C(\frac{1}{2T})|} = \pi \left. \frac{d \ln |C(f)|}{df} \right|_{f=1/2T} \quad (57)$$

Substituindo em (53), resulta:

$$\Delta_{\text{equiv}} = - \frac{\pi T}{2} \left. \frac{d \ln |C(f)|}{df} \right|_{f=1/2T} \quad (58)$$

Considerando que as respostas dos cabos multiplexados podem ser dadas por:

$$|C(f)| = \left[10^{-0,01} \cdot 10^{-1,89 \times 10^{-5} f^{0,58}} \right]^{Aten} \quad (59)$$

onde $Aten.$ é a atenuação em dB em $f = 1,024 \text{ MHz}$.

Substituindo em (58), sai finalmente:

$$\alpha_{equiv} \approx 14,9 / Aten$$

válido para $f = 2,048 \text{ MHz}$ (60)

para $4,096 \text{ MHz} \Rightarrow \alpha_{equiv} \approx \frac{10}{Aten}$

Para $\left\{ \begin{array}{l} Aten = 37 \text{ dB} \Rightarrow \alpha_{equiv} \approx 0,4 \\ Aten = 25 \text{ dB} \Rightarrow \alpha_{equiv} \approx 0,6 \\ Aten = 15 \text{ dB} \Rightarrow \alpha_{equiv} \approx 1,0 \end{array} \right.$

Evidentemente, esses resultados são válidos apenas dentro das restrições impostas nas suas determinações, contudo, são tão mais significativos quanto mais longo for o comprimento do cabo.

Mostramos na figura abaixo os espectros $X(f)$ dos pulsos ótimos nas condições de se ter ruído de paradiáforia e $Aten = 0, 5, 15, 25$ e 37 dB , respectivamente. O caso $Aten = 0$ não tem significado prático pois corresponde a comprimento do cabo igual a zero e, portanto, à ausência de ruído de paradiáforia. Este caso foi considerado apenas para se mostrar a tendência das curvas de equalização. Para calcular $X(f)$ adote-se:

$$P(f) = \frac{AT}{2} \text{sinc}(Tf/2) \quad (\text{vide cap. I})$$

$$C(f) = \left[10^{-0,01} \cdot 10^{-6 T f^{0,58}} \right]^{Aten} \quad (\text{vide cap. II}) \quad (61)$$

$$N(f) = K \frac{\text{sen}^2 \frac{\pi T f}{2}}{\sqrt{f}}$$

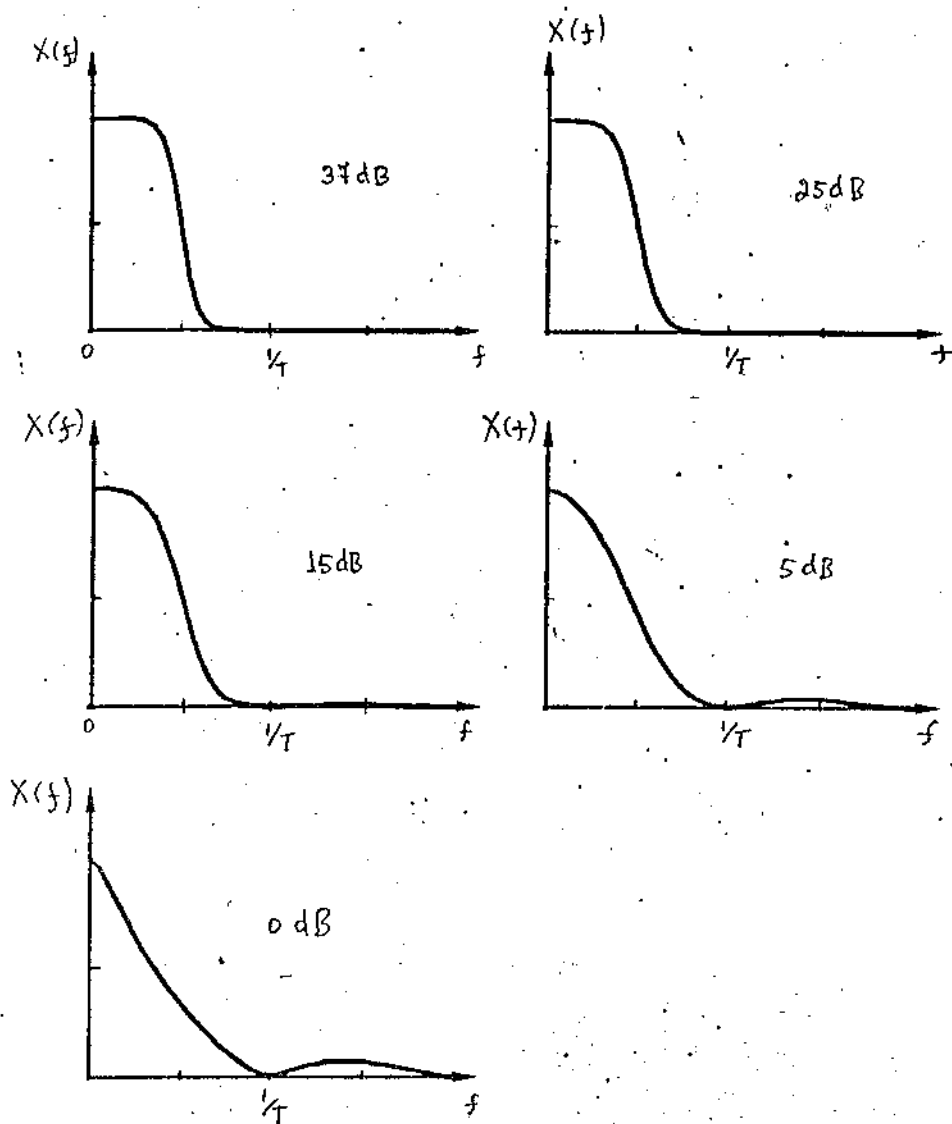


Fig. 26 - Espectros dos pulsos ótimos

A partir de $X(f)$ podemos determinar $x(t)$ através de um processo de transformação inversa de Fourier. Devido às dificuldades de se fazer essa transformação por meios analíticos empregou-se o método numérico, com o resultado apresentado abaixo, onde se vê o pulso $x(t)$ acompanhado dos diagramas de olho para codificação IMA correspondentes. Observe-se mais uma vez as semelhanças com os pulsos de espectro com decaimento senoidal, especialmente nos casos das atenuações maiores, (15, 25 e 34dB).

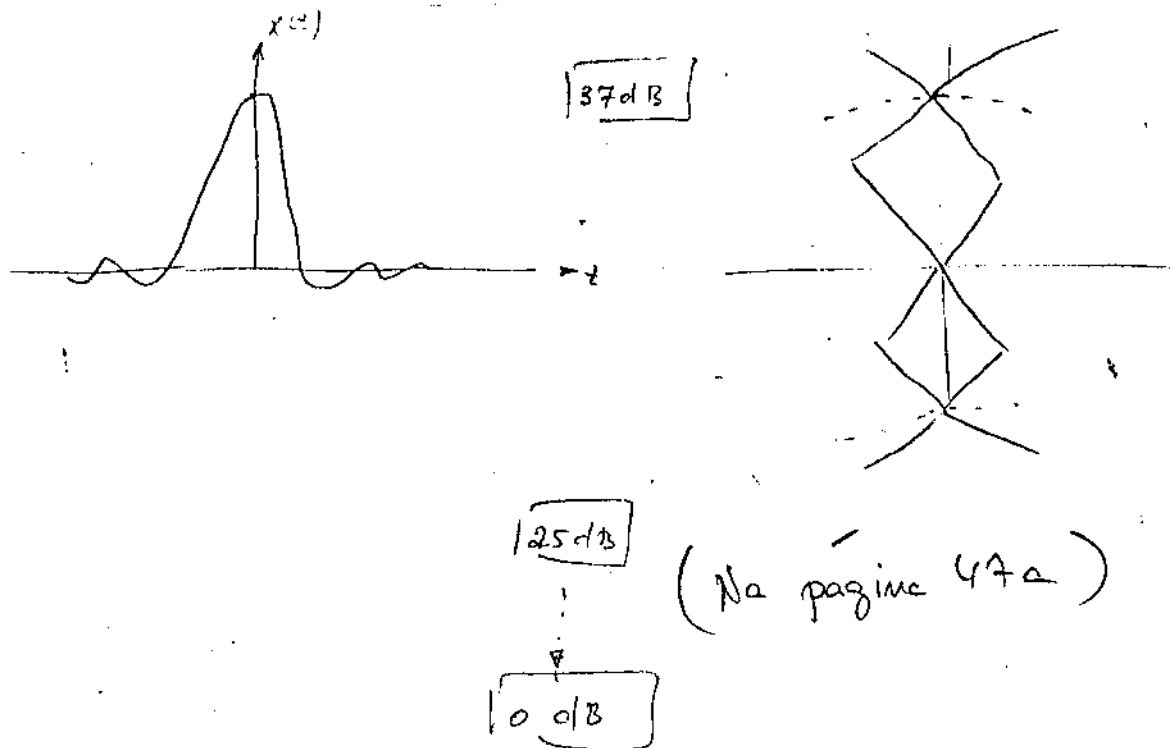


Fig. 27 - Pulsos ótimos e diagramas de olho correspondentes.

II.3 - Comparação dos desempenhos dos sistemas de equalização do ponto de vista da imunidade contra ruído

Podemos passar agora as comparações de desempenho dos vários sistemas já estudados. Antes porém, cabem algumas observações. Primeira, os desempenhos dos sistemas, ou, a relação sinal / ruído na saída do equalizador não depende da forma ou da amplitude dos pulsos transmitidos, se o mecanismo de introdução de ruído for o acoplamento de diafonia e se forem fixados ^{o código de linha e a forma do} pulso equalizado $x(t)$. Isto não é surpreendente se lembrarmos que o espectro do ruído de diafonia é proporcional ao espectro de potência do pulso transmitido. Qualquer alteração na forma do dente último acarretará modificações no espectro do ruído de diafonia, que será compensada, contudo, pela alteração necessária na resposta do equalizador para manter invariável a forma do pulso equalizado. Segunda, é desprovida de sentido a comparação dos desempenhos dos sistemas de equalização quando a atenuação introduzida pelo cabo for pequena

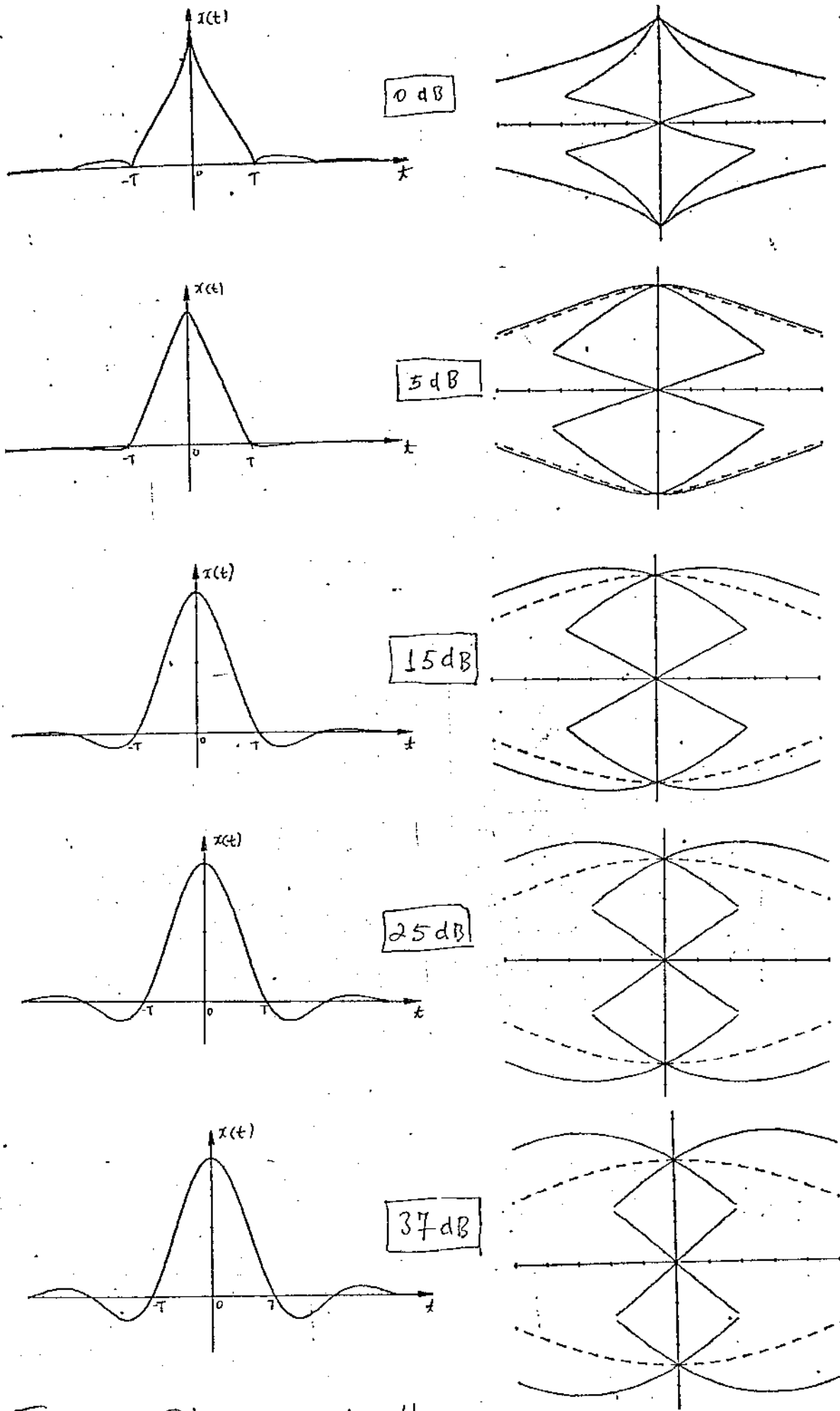


Fig. 27. Diagramas de olho

(seu parágrafo) Neste caso, o ruído na saída do equalizador será ^{na prática,} $\sqrt{\text{fca}}$ pequeno, para todos os sistemas de equalização apresentados, que não poderá prejudicar o processo de regeneração. Vou dar-se, por exemplo, o equalizador, para pulso de espectro com decaimento sinusoidal com $\alpha=1$, para o qual foram comparadas as potências dos ruídos na saída do equalizador, tomando-se como referência a atenuação de 37 dB na frequência de Nyquist, e considerando-se inalterada a fonte de ruído em todos os casos. Esta última hipótese é muito realística para ruído de paradiáfonias (vide cap. II).

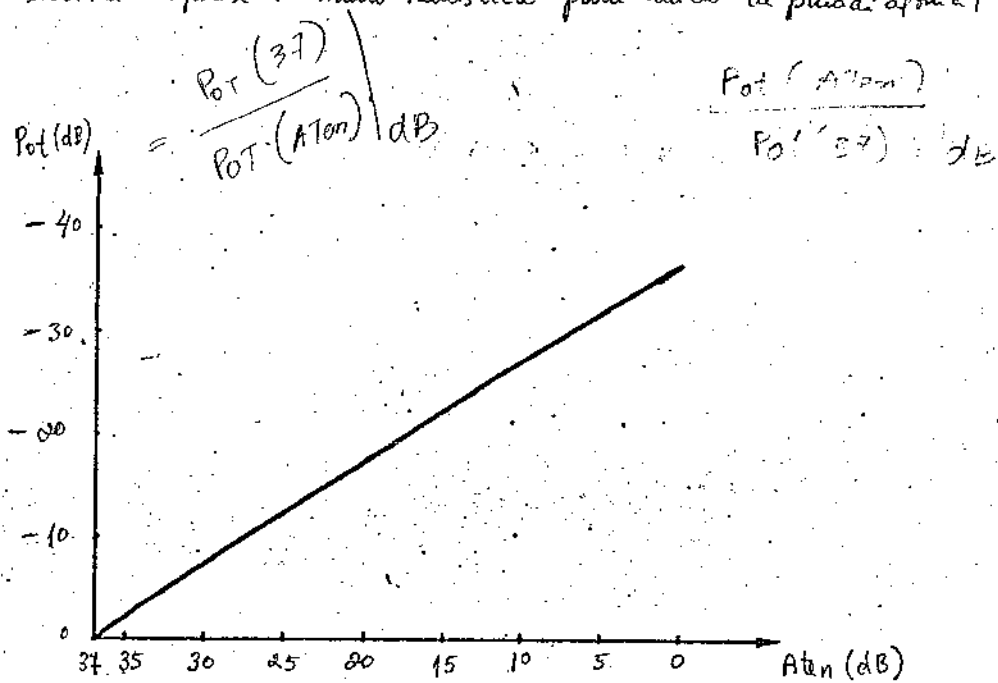


Fig. 28 - Potências relativas na saída de um equalizador com $\alpha=1$

A figura acima mostra que a potência de ruído na saída do equalizador cresce com a atenuação do cabo de forma quase proporcional. O crescimento se explica pelo aumento necessário do ganho do equalizador conforme aumenta a atenuação do cabo.

A substituição da equalização com $\alpha=1$ por uma qualquer das já estudadas, sendo fixadas a atenuação e a potência do ruído de entrada, acarretará uma alteração na potência do ruído na saída do equalizador, porém, como vemos a seguir, esta alteração não ultrapassará

A atenuação de $1/f$ / ^{apenas} o comprimento máximo do cabo é consequência de dois fatores:

1) a potência de ruído na saída de $E(f)$ decresce com o comprimento do comprimento

2) as variações da pot. de ruído na saída de $E(f)$ / ^{ruído a variáveis} $X(f)$ / _{fixados}

PT e a pot. de ruído na entrada de $E(f)$, são relativamente pequenas.

com o tempo e com as variações, haverá necessidade de atenuação de $X(f)$ medida que o cabo envelhece.

alguns dB, mesmo no que diz respeito às hipóteses. Isto implica em que, no repetidor, tem um desempenho satisfatório na presença de ruído para o maior comprimento utilizável de cabo, então seu desempenho continuaria sendo satisfatório se houver uma redução razoável da atenuação do cabo (maior que 10 dB) mesmo que a equalização se afaste muito daquela ideal para o caso de menor atenuação. Se houver interesse na otimização da equalização quanto à imunidade a ruído, só haverá sentido para as maiores atenuações de cabo utilizáveis. Compreender-se-á, então, porque apresentamos a comparação entre desempenhos de equalizadores apenas nos casos em que $A_{ten} = 37 \text{ dB}$ e 25 dB .

O desempenho de um equalizador, sob o ponto de vista da imunidade contra ruído, será medido pela relação entre a potência do ruído na sua saída, e a potência que existiria na saída de um equalizador ótimo, impondo-se a condição de que sejam iguais as amplitudes dos pulsos equalizados.

$$d = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} N(f) |E(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} N(f) |E(f)|_{\text{ótimo}}^2 df} \quad (62)$$

Como a potência na saída do equalizador ótimo é a menor possível, d será sempre maior ou igual a 1, e terá um significado de degradação de desempenho.

No que vem a seguir, d é apresentada em dB, supondo-se sempre que o ruído interferente é o ruído de paradiáfonia. Não se esperam grandes alterações para os casos de ruído de telediáfonia.

a) Pulsos de espectro com decaimento sinusoidal (vide II.4)

$$x(t) = \text{sinc}\left(\frac{t}{T}\right) \frac{\cos 2\pi(t/T)}{1 - 4t^2/T^2}$$

degradação (dB) x Aten e α

α \ Aten	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
25 dB	1,26	0,41	0,03	0,15	0,58	1,13	2,36	3,63	8,00	11,54
37 dB	1,14	0,22	0,05	0,55	1,39	2,31	4,23	6,78	13,28	18,88

Observa-se que existe para cada caso um valor de α que resulta na menor degradação possível. Para Aten. = 37dB, este valor deverá estar em torno de $\alpha = 0,4$, para o qual a degradação é extremamente pequena. É de se esperar, portanto, que a resposta do equalizador ótimo para esta atenuação seja muito próxima à correspondente a $\alpha = 0,4$. Aliás, este valor concorda com o que encontramos para α equiv. em (60), da mesma forma. Como são muito parecidos os diagramas de olho do pulso ótimo e do correspondente a $\alpha = 0,4$. Para Aten. = 25dB, o valor da tabela que fornece a menor degradação é também $\alpha = 0,4$, o que difere ligeiramente do valor encontrado para α equiv. $\approx 0,6$. Contudo, deve-se observar que a degradação para $\alpha = 0,6$ também é muito pequena, evidenciando que o desempenho não é muito afetado com a variação de α em torno do valor ótimo.

Quando α ultrapassa o valor 1, ocorre um rápido aumento na degradação, tornando quase inviável a utilização dos dois últimos valores. A equalização com $\alpha = 2,0$ — especialmente interessante do ponto de vista da utilização da onda de tempo livre de trechos sistemáticos — pode ser utilizada nas condições em que não seja necessário chegar-se ao limite do desempenho ou quando seja prática a construção de uma equalização separada com $\alpha = 2,0$ para o circuito de extração da onda de tempo.

b) Pulsos com decaimento gaussiano, derivados do pulso de faixa mínima (vide II.5)

$$x(t) = \text{sinc}(t/\tau) \exp[-\ln a (t/\tau)^2]$$

degradações (dB) x Atenu e a

<u>a</u> Aten.	0,01	0,1	0,2	0,4	0,6
25 dB	—	2,29	2,62	0,85	0,30
37 dB	9,55	4,25	3,13	1,84	0,86

Conforme a aumenta, as degradações vão diminuindo e certamente passarão por um mínimo para algum valor de a maior que 0,6. Esta forma de equalização dos resultados muito próximos dos obtidos com a equalização com decaimento seccional, pois é sempre possível determinar-se um valor a que resulte num pulso muito próximo ao correspondente a um valor de a. Isto é válido mesmo considerando-se que os pulsos de espectro com decaimento seccional apresentam faixa limitada.

c) Pulsos com derivada mínima nos instantes de cruzamento de zero (vide II.6)

O exemplo mais notável, que apresenta todas as derivadas nulas nos instantes de cruzamento de zero, é o pulso:

$$x(t) = \text{sinc}^2(t/\tau)$$

cujas degradações são dadas por:

$$\text{Aten} = 25 \text{ dB} \Rightarrow d = 2,34 \text{ dB}$$

$$\text{Aten} = 37 \text{ dB} \Rightarrow d = 4,14 \text{ dB}$$

Este desampulho é muito próximo daquele obtido para pulsos de espectro com decaimento senoidal com $\alpha = 1,5$, apesar deste último apresentar uma largura de faixa ligeiramente maior. Aliás, equiv. para o pulso sinc²/4 é igual a $\pi/2 \approx 1,6$.

de se notar também a grande semelhança entre os respectivos diagramas de olho. Destaque-se como vantagens do pulso de espectro com decaimento senoidal, o seu espectro mais suave (que implica em maior facilidade de implementação) e o fato desse espectro ter menor amplitude em baixas frequências (que alivia ligeiramente os problemas causados no ponto de baixas frequências nos acoplamentos). Outros tipos de pulso com derivada mínima estudada é aquele que resulta do produto:

$$x'(t) = x(t) \cdot \cos \frac{\pi t}{2T}$$

onde $x(t)$ é um pulso de espectro com decaimento senoidal.

Para alguns valores de α , o fator de corte de $x(t)$, obtêm-se os seguintes resultados:

α Aten.	0,25	0,5	1,0
25 dB	3,14	2,61	2,37
37 dB	4,97	4,33	4,24

As degradações, surpreendentemente, quase não dependem de α , apesar de haver grandes diferenças nos respectivos espectros e diagramas de olho. Aliás, o valor $\alpha = 1$ que proporciona os melhores desampulhos para ambos os valores de atenuação apresentadas, é também o que possui o melhor diagrama de olho e espectro mais favorável do ponto de vista prático. Isto de certa forma contradiz a tendência geral da equalização, pois, na-de-vez, uma boa imunidade ao ruído é acompanhada de diagramas de olho desfavoráveis quanto a margens de onda de tempo, etc. Os atrativos desse (52)

pulso, porém, se desvanecem ao se compararem com os de espectro com decaimento periódico. Estes últimos permitem uma ampla liberdade de escolha simplesmente pela variação do parâmetro a , e se tomarmos $a = 1,5$ vemos que obtemos um resultado praticamente idêntico a um pulso com derivada mínima.

d) Pulso gaussiano (vide II.3)

$$x(t) = \exp(-\ln a \cdot t^2/T^2)$$

degradação (dB) x a

a Aten	0,01	0,02	0,05	0,1
25 dB	2,68	1,88	0,65	-0,74
37 dB	5,82	3,11	2,04	0,18

Conforme a , a interferência no próximo instante de amostragem, aumenta, diminui a degradação de forma contínua, chegando-se inclusive, a uma degradação negativa, para $a = 0,1$ e Aten. = 25 dB. Este resultado não se mostrará absurdo se lembrarmos que o pulso ótimo, que apresenta a máxima imunidade contra ruído, satisfaz à condição de ausência de IES, ao contrário do pulso gaussiano, cuja magnitude de IES cresce continuamente com a . Vemos mais adiante, que a IES do pulso gaussiano destrói a sua aparente imunidade contra ruído.

e) Pulso tipo "RC" e "RC modificado" (vide II.1 e II.2)

"RC" : $x(t) = a \frac{(2\pi f_c)^n}{(n-1)!} \left(\frac{t}{T}\right)^{n-1} e^{-2\pi f_c t/T} u(t)$

"RC modificado" : $x(t) = \text{ret}\left(\frac{2t}{T} - \frac{1}{2}\right) * a \frac{(2\pi f_c)^n}{(n-1)!} t^{n-1} e^{-2\pi f_c t} u(t)$

As degradações calculadas para estes tipos de pulso são infinitas, qualquer que seja a frequência de corte $f_c = \frac{\kappa}{\pi}$ ou n , o número de polos do filtro RC equivalente. Este fato resulta da queda exponencial da resposta do cabo que não é compensada adequadamente pela queda relativamente lenta de $X(f)$ com f (ver gráfico). O seu resultado, para frequências suficientemente elevadas, a resposta do equalizador deveria apresentar grande amplitude e, portanto, um ganho elevado para as componentes de ruído de alta-frequência. Na prática, o crescimento do ganho do equalizador é sustado para frequências além de um certo valor, tornando menos dramática a queda de desempenho do sistema. Evidentemente, este truncamento na resposta do equalizador não afeta a forma do pulso equalizado e todos os diagramas de olho que obtivemos sofrerão as alterações correspondentes. Portanto, se o truncamento não for muito severo, as alterações nas formas dos pulsos não são muito grandes e podemos utilizar as curvas obtidas como aproximações razoáveis. Para efeitos de determinação dos desempenhos dos equalizadores do tipo "RC" e "RC modificado" adotaremos um truncamento em $f = \frac{1}{\pi}$.

"RC": degradação (dB) x Aten., κ e n

$n = 3$

κ / Aten.	0,55	0,65	0,75
25dB	1,34	2,00	2,35
37dB	3,19	4,04	4,54

$n = 5$

κ / Aten.	0,8	1,0	1,2
25dB	1,30	2,32	2,68
37dB	3,04	4,40	4,98

$n = 7$

κ / Aten.	0,9	1,1	1,3
25dB	0,58	2,06	2,40
37dB	2,06	3,45	4,65

"RC modificado" : degradação (dB) x A_{ten} , n e m

$n=3$

$n \backslash A_{ten}$	0,55	0,65	0,75
25dB	0,55	1,31	1,82
37dB	2,15	3,11	3,77

$n=5$

$n \backslash A_{ten}$	0,8	1,0	1,2
25dB	0,58	1,45	2,36
37dB	2,08	3,60	4,42

$n=7$

$n \backslash A_{ten}$	0,9	1,1	1,3
25dB	-0,11	1,25	2,02
37dB	1,14	2,89	3,93

Como se pode se esperar, a degradação diminui conforme n aumenta ou n diminui, pois, em ambos os casos, tem-se uma compressão da faixa de passagem do equalizador, que implica em menor captação de ruído. Porém, tem-se como contra-partida um aumento da IES, que destrói as vantagens da menor captação de ruído. O ponto fraco desse sistema de equalização, assim como do que resulta em pulso ganhiante, está na ausência de um controle efetivo da IES, que estará sempre presente em maior ou menor grau e se torna desapercebível apenas quando a faixa de passagem é suficientemente estreitada, às custas de uma enorme captação de ruído.

III.4 - Os efeitos da IES e das variações dos instantes de amostragem na degradação total

O que se objetiva na transmissão da informação digital é a sua completa recuperação ou, no máximo, a ocorrência por uma quantidade tolerável de erros. O estudo dos ruídos que afetam este modo de transmissão não tem, portanto, a finalidade de se chegar a maior relação sinal-ruído possível - que é uma das metas básicas da transmissão analógica - mas de diminuir ao máximo a probabilidade de um erro de decisão. O aumento da relação sinal-ruído é apenas um instrumento neste sentido, já que o ruído cria a possibilidade de erros, porém, isso não é tudo; é preciso considerar que as probabilidades de erro dependem não só da potência do ruído, como também da magnitude da IES, da desalinhamentos dos instantes de amostragem, dos desvios dos limiares de decisão, etc.

"RC modificado" : degradação (dB) x Atm, n e m

$n=3$

n / Atm	0,55	0,65	0,75
25 dB	0,55	1,31	1,82
34 dB	2,15	3,11	3,77

$n=5$

n / Atm	0,8	1,0	1,2
25 dB	0,58	1,75	2,36
34 dB	2,08	3,60	4,42

$n=7$

n / Atm	0,9	1,1	1,3
25 dB	-0,11	1,25	2,02
34 dB	1,14	2,89	3,93

Como era de se esperar, a degradação diminui conforme n aumenta ou n diminui, pois, em ambos os casos, tem-se uma compressão da faixa de passagem do equalizador, que implica em menor captação de ruído. Porém, tem-se como contra-partida um aumento da IES, que destrói as vantagens da menor captação de ruído. O ponto fraco desse sistema de equalização, assim como do que resulta em um pulso gaussiano, está na ausência de um controle efetivo da IES, que estará sempre presente em maior ou menor grau e se torna desagradável apenas quando a faixa de passagem é inadequadamente estudada, às custas de uma enorme captação de ruído.

III.4 - Os efeitos da IES e das variações dos instantes de amostragem na degradação total

O que se objetiva na transmissão da informação digital é a sua completa recuperação ou, no máximo, a corrupção por uma quantidade tolerável de erros. O estudo dos ruídos que afliam um modo de transmissão não tem, portanto, a finalidade de se chegar a maior relação sinal-ruído possível - que é uma das metas básicas da transmissão analógica - mas de diminuir ao máximo a probabilidade de um erro de decisão. O aumento da relação sinal-ruído é apenas um instrumento neste sentido, já que o ruído não só a possibilidade de erros, porém, isso não é tudo: é preciso considerar que as probabilidades de erro dependem não só da potência do ruído, como também da magnitude da IES, do desalinhamento dos instantes de amostragem, dos desvios dos limiares de decisão, etc.

O nosso estudo comparativo dos diversos métodos de equalização não fica, portanto, completo se não levarmos em conta esses fatores. Utilizaremos, para tal, o conceito de margem contra ruído (vide I.4), mais a degradação d , estudada em III. Quanto ao posicionamento do limiar de decisão, admitiremos que ele esteja colocado sempre a 50% da amplitude do pulso equalizado. Neste espírito, definiremos uma degradação total D_t , que leva em conta todos esses fatores, da seguinte maneira:

$$D_t \text{ (dB)} = d \text{ (dB)} + 20 \log\left(\frac{0,5}{m}\right) \quad (63)$$

onde m ; a margem contra ruído é um valor entre 0 e 0,5. Sua igual a 0,5 quando $IES = 0$, e então $D_t = d$. Se $m < 0,5$, (o que ocorre se $IES \neq 0$), então, $D_t > d$. Por exemplo, se tomarmos o pulso gaussiano com $a = 0,1$ no seu melhor instante de amostragem, obtencemos, para $A_{ten} = 25 \text{ dB}$

$$d = -0,74 \text{ dB}$$

$$m = 0,31$$

$$D_t = 3,41 \text{ dB}$$

Este exemplo mostra que um valor d não tem, por si só, muito significado, a não ser que venha acompanhado da informação da magnitude da IES , dada por m . Além disso, é fácil de se perceber que mesmo pequenas magnitudes de IES já podem afetar bastante o desempenho medido por D_t , de modo a tornar desinteressantes ^{as} ~~os~~ sistemas de equalização que introduzem IES em todos os instantes de amostragem. Por esta razão, excluiremos deste nosso estudo os equalizadores que fornecem pulso gaussiano, "RC" e "RC" modificado. Além disso, também excluiremos os pulsos gaussianos derivados do

pulso de faixa mínima por apresentar comportamento muito próximo dos pulsos de espectro com decaimento senoidal. Dos pulsos com derivada mínima nos instantes de amostragem, consideramos apenas o caso $\text{sinc}^2(t/T)$. Nossa atenção principal se centrará nos pulsos de espectro com decaimento senoidal que, através da variação do parâmetro α , cobrem todas as necessidades usuais de equalização.

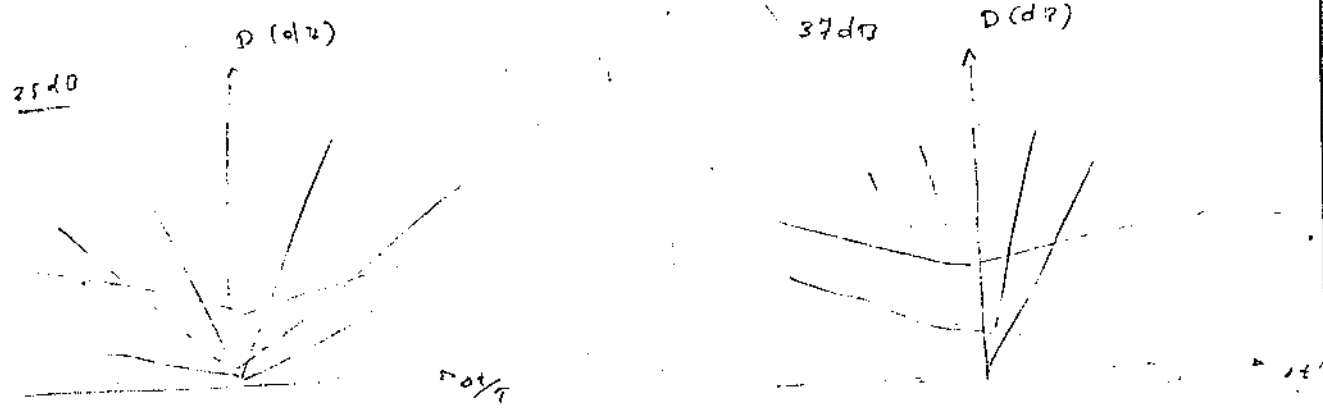


Fig. 29. Degradação total versus α e st/T

As figuras acima mostram como D varia com st/T e α . Foram também traçadas as curvas correspondentes ao equalizador ótimo e ao equaliz. sinc^2 . O caso $\alpha=0$ não foi representado já que para este caso o olho se fecha para todo $st \neq 0$.

Evidência-se das curvas apresentadas que o aumento de D com st/T , na faixa importante $|st/T| < 0,1$, é tanto maior quanto menor for α , o que já se podia ver pelo exame dos diagramas de olho feitos na seção II. Sob este ponto de vista, e interessante a escolha de uma curva de equalização com α grande. Mas, por outro lado, o ponto de partida das curvas em $st=0$, tende a crescer continuamente com α a partir de determinado valor α_{min} .

→ o que sugere a escolha de α pequeno. O valor a ser adotado dependerá dos desvios st/T que possam ocorrer nos instantes de amostragem, e deverá ser tal que minimize D em toda a faixa de variação. Por exemplo, se st/T é desprezível no caso da onda de tempo em quase perfeita,

o melhor valor para α é α_{\min} . Se $|d_i/\pi|$ varia entre 0 e 0,05, as melhores escolhas seriam provavelmente $\alpha = 0,6$, para $A_{\text{ten}} = 25 \text{ dB}$, e $\alpha = 0,4 \sim 0,6$, para $A_{\text{ten}} = 37 \text{ dB}$. Para $|d_i/\pi|$ entre 0 e 0,1, escolher-se-ia $\alpha = 0,8$, para $A_{\text{ten}} = 25 \text{ dB}$, e $\alpha = 0,6$, para $A_{\text{ten}} = 37 \text{ dB}$. E assim por diante.

Fica claro que a escolha de uma curva de equalização não se pode pender apenas ao critério de minimização do ruído na saída do equalizador, mas depende igualmente do desempenho do sistema de extração do onda de tempo bombo, por sua vez, a extração de relógio se degrada com a escolha de pequenos valores de α por efeito da IEP, e a sensibilidade a erros de equalização aumenta com a diminuição de α , completa-se logo porque os equalizadores ^{dos} repetidores MCP-30 raramente empregam frequentemente um valor de α um tanto de 1,0.

A utilização da equalização ótima somente seria viável se a extração do onda de tempo fosse de qualidade excepcional, o que torna sua utilização quase nula. Sua utilidade é ^{principalmente} ~~ao~~ ^{técnicas} fornecer limites aos desempenhos alcançáveis.

Finalmente, o caso do pulso sinc^2 não merece maior consideração, o não se a observação de que é praticamente indistinguível do caso $\alpha = 1,5$.

Capítulo VI - Repetidor regenerativo para o Sistema MCP-30 com Equalização Variável Automática (0 → 37 dB)

I) Objetivos

Os sistemas MCP-30 utilizados nas conexões entre centrais telefônicas se baseiam no esquema abaixo ^(Fig. 1), onde foi dada destaque à transmissão do sinal pela linha telefônica. O sinal gerado no equipamento multiplex instalado na central A chega até a central B (e vice-versa) graças à ação dos repetidores regenerativos bi-direcionais instalados ao longo da rota. A distância entre repetidores geralmente não excede 1800 m, permitindo a regeneração dos sinais digitais antes que as degradações devidas à atenuação do cabo e às interferências se tornem excessivas.

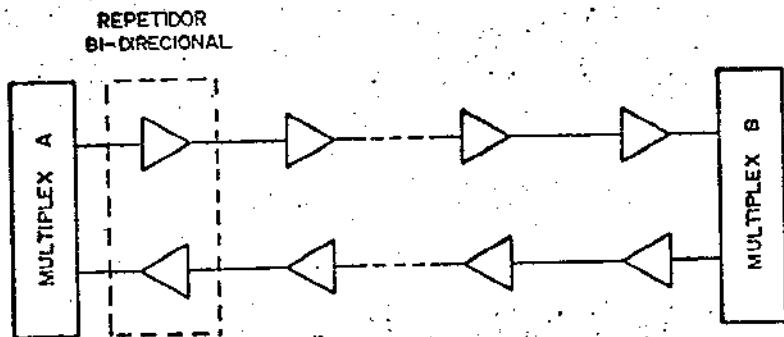


Fig. 1 - Sistema de transmissão MCP-30

Os repetidores regenerativos não acondicionados em caixas metálicas enterradas ao longo da rota, o que resulta em grandes dificuldades de manutenção. Justifica-se

assim a imposição de grande confiabilidade de funcionamento desse tipo de equipamento. A alimentação dos repetidores é levada pelos mesmos pares empregados para a transmissão do sinal (Fig 2). Também são previstas formas de supervisão do bom funcionamento dos repetidores a partir das centrais.

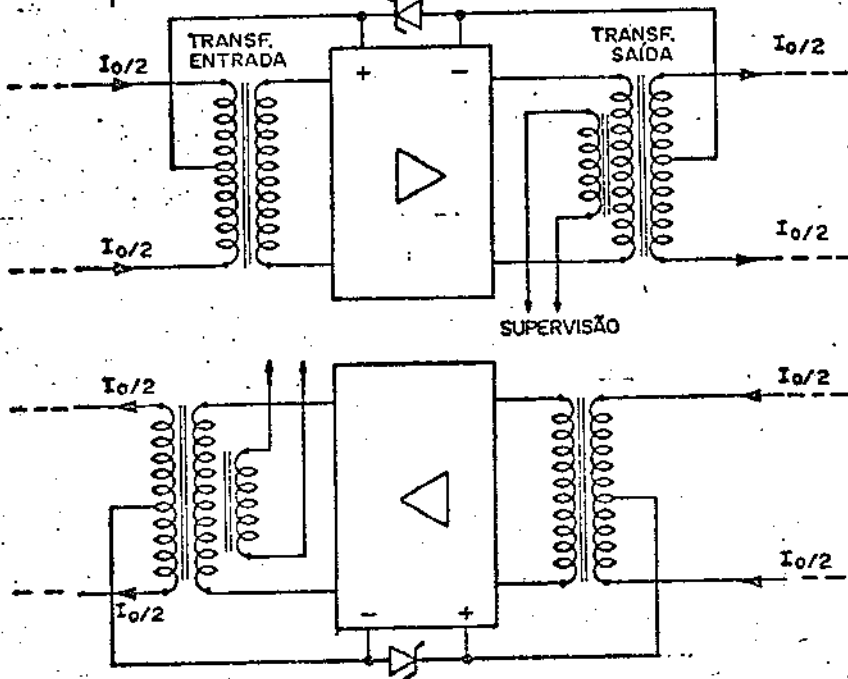


Fig. 2 - Alimentação dos repetidores bi-direcionais.

Do ponto de vista da alimentação os regeneradores estão conectados em série. Nas rotas longas, a alimentação de uma parte dos repetidores fica a cargo de uma fonte instalada na central A, e a parte restante a cargo de uma fonte na central B. Os retornos das correntes são garantidos por conexões adequadas entre as tomadas centrais dos transformadores dos regeneradores.

As características mais importantes que foram levadas em consideração no projeto do regenerador Unicamp-Telebrás, foram as seguintes:

(*) Teses } Antonio Augusto
 } Machado

taxa de dígitos : 2,048 M dígitos / s
 código de linha : ADM-3 ou IAM
 pulso transmitido : retangular, com amplitude de 3V e fator de ocupação igual a 50%
 meio de transmissão : cabo multi-par com impedância igual a 120 Ω
 atenuação do cabo ($f = 1,024 \text{ MHz}$) : 0 a 37 dB
 onda de relógio : extraída do próprio sinal digital

imunidade contra ruído* :
 ($P_e < 10^{-7}$)

atm. (dB)	0	5	15	25	37
S/R (dB)	20,0	17,8	17,4	19,4	24,6

alimentação : tele-alimentação com $I_0 = 48 \pm 2 \text{ mA}$; a queda de tensão em cada regenerador não deve exceder 6V

supervisão : por triplicas

proteção contra descargas : por diodos e centelhadores nos circuitos de entrada e saída.

*Nota: A imunidade contra ruído é medida utilizando-se o seguinte esquema de teste:

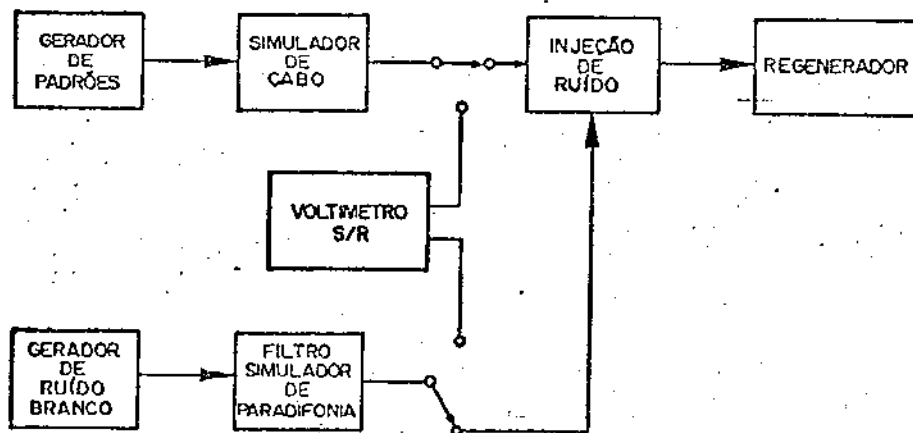
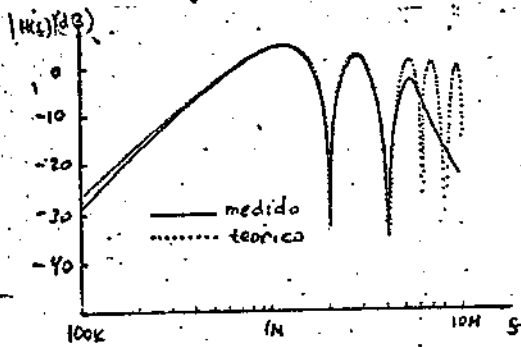
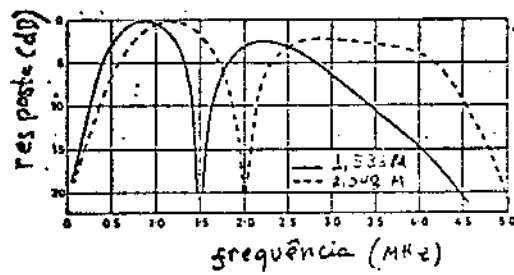


Fig. 3 - Teste de imunidade contra ruído

O filtro simulador de paradiáfonia ^(figura 4) conforma o espectro do ruído branco de forma a aproximá-lo da quele dado pela expressão **2.B** (cap. II) na faixa de $0 \rightarrow 2 \text{ MHz}$. A seguir é introduzido um corte abrupto na resposta, de forma a limitar a potência do ruído.



a) Gerador Wendel-Goltermann



c) Gerador Marconi

Fig. 4- Espectros dos ruídos de paradiáfonia simulados

É digno de nota que, apesar dos espectros serem diferentes para $f > 2 \text{ MHz}$, mediu-se a mesma potência para os dois geradores, impondo-se que as densidades de potência sejam iguais na faixa significativa $f < 2 \text{ MHz}$. Se não fosse assim, as relações S/R medidas para um determinado desempenho de um mesmo regenerador difeririam conforme o gerador empregado.

II) Descrição do Repetidor

O diagrama de blocos simplificado do repetidor regenerativo surge na figura abaixo. O cabo é suprido e um equalizador variável através de um transformador de entrada, cujo primário apresenta uma ligação central para recolher a corrente de tele-alimentação. O equalizador variável é um circuito cuja resposta simula a de um cabo real, cuja atenuação está entre os limites de 0 a 37 dB. Quando o cabo real apresenta uma atenuação de 37 dB, a resposta do equalizador variável é praticamente plana, e quando a extensão do cabo real se aproxima de zero, a atenuação introduzida pelo equalizador variável é máxima e igual a 37 dB. Se a atenuação do cabo estiver entre os limites citados, a equalização variável a complementar, de tal sorte que a atenuação global cabo mais equalização variável será sempre de 37 dB. Portanto, o sinal que chega à entrada do equalizador fixo independe da atenuação do cabo real.

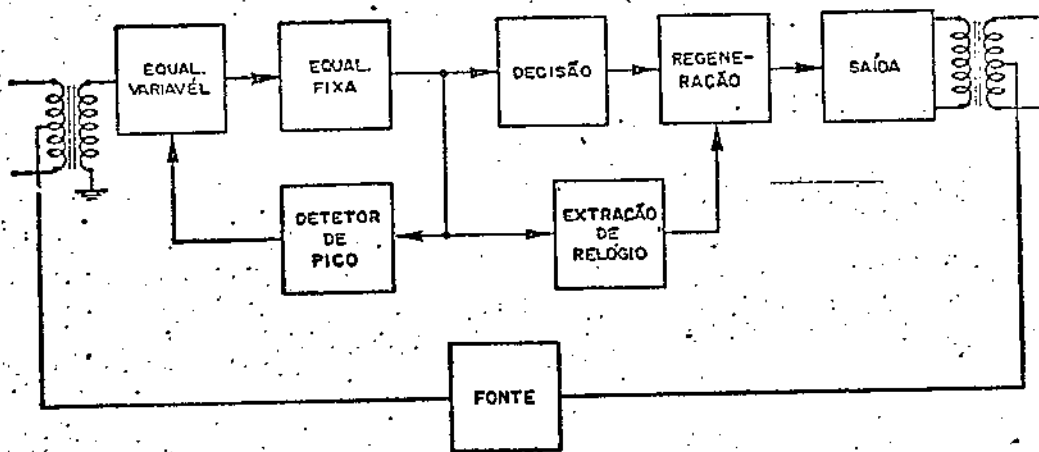


Fig. 5 - Diagrama de Blocos.

O circuito de equalização fixa foi projetado para produzir em sua saída pulsos ^{com amplitude igual a 1V e} ~~esperado~~ com decaimento senoidal de fator $\alpha = 0,9$, quando o sinal aplicado em sua entrada for correspondente a uma atenuação de 37dB. Se a atenuação real for menor que este valor, o valor de pico ultrapassará 1V, situação ^{que é} ~~periculosa~~ imediatamente pelo detector de pico que aciona, por sua vez, o circuito de equalização variável no sentido de retornar o pico ao valor nominal de 1V.

Da saída do equalizador fixo, o sinal é enviado também ao circuito de decisão e extração da onda de relógio. O circuito de decisão contém-se em dois comparadores, cujos limiares estão colocados na metade dos valores de pico dos pulsos equalizados positivos e negativos respectivamente. As saídas do circuito de decisão são amostradas no circuito regenerador.

Esta é obtida por impulsos gerados a partir da onda de relógio. Esta é obtida do sinal equalizado através de operações de ciframento, retificação e filtragem. O núcleo do circuito de extração da onda de relógio é um circuito tanque sintonizado em 2,048 MHz, sobre o qual se desenvolve uma senoide modulada em amplitude. Um detector de cruzamentos de zeros elimina a modulação, fornecendo uma onda quadrada adequada à operação do regenerador.

Os pulsos regenerados são enviados ao estágio de saída constituído por dois transistores de chaveamento conectados em contra fase ao transformador de acoplamento.

mento com o cabo. Os transistores trabalham entre corte e saturação, garantindo uma ótima eficiência de operação. O transformador de saída, basicamente igual ao da entrada, apresenta uma tomada central no enrolamento secundário, por onde se dá o retorno da corrente à fonte de alimentação.

O esquema elétrico detalhado do repetidor (com exceção da fonte de alimentação) pode ser visto no encarte em anexo.
(Fig 6 - Encarte)

(Figura 7 . página 4a)

1) Equalização Variável

Baseou-se ~~para~~ o projeto deste circuito (Fig 7) no equalizador variável Unicamp - Selebrás, apresentado no capítulo IV, onde se empregaram dois transistores trabalhando como capacitâncias variáveis, respectivamente T_3 e T_4 . A capacitância equivalente de T_1 , mais o resistor R_1 , introduzem um polo (dominante) na resposta do circuito. O polo secundário provém da ação de T_4 em conjunto com R_2 . Os dois transistores de realtância estão isolados pelo seguidor de emissor constituído por T_2 . A introdução desse seguidor tem ainda uma função importante: realimentar o sinal para a base de T_3 sem que C_1 apareça em paralelo com a capacitância equivalente de coletor de T_1 . (vide expressão (29) capítulo IV)

Como T_2 está associado ao polo dominante do circuito, a corrente alternada de coleta atinge valores amplos - (7)

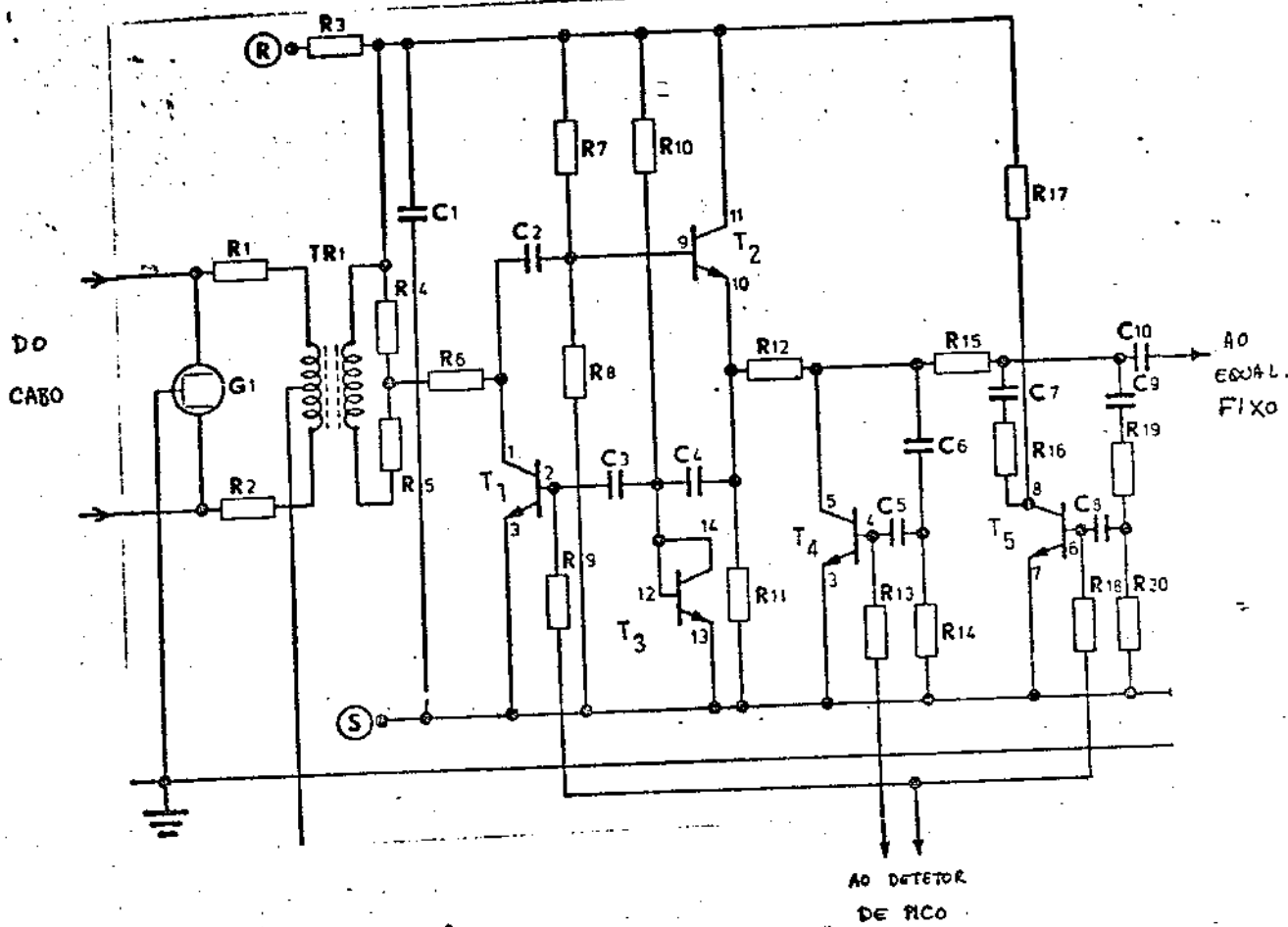


Fig 4. Equalizador variável

vem à corrente contínua quando a atenuação do cabo real é pequena (≤ 15 dB). Como resultado, as hipóteses de linearidade que consideramos explicitamente na equação (24), capítulo IV, não são mais verdadeiras, manifestando-se em distorção do sinal equalizado. Felizmente, isto pode ser corrigido pela substituição do resistor R do circuito básico do transistor de resistência (fig. (24) cap. IV), por um diodo semi-condutor. Esta função é desempenhada por T_3 , cuja ligação base-coletor transforma-o efetivamente num diodo. Para compreendermos como se dá a compensação da não-linearidade do transistor de resistência ao usar mos tal artifício, consideremos a figura a seguir, onde o diodo D apresenta uma resistência dinâmica média igual a R_d .

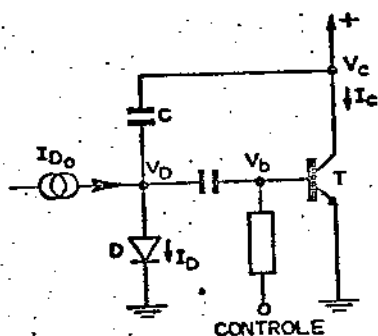


Fig. 8 - Diodo de compensação

Admitiremos aqui, como já o fizemos no capítulo IV, que sejam válidas as seguintes hipóteses:

- a) $X_c \gg \pi d$
- b) $\pi d \ll h_{ie}$

ou seja, que a corrente alternada que flui através de D (8)

depende apenas da resistência de C , e que a impedância de entrada do transistor é suficientemente alta para não carregar o circuito do diodo. A fonte de corrente I_{D_0} fornece a polarização de D .

Co contrário do que estabelecemos na análise do capítulo IV citada, não nos restringiremos a uma análise para pequenos sinais pois levarmos em conta as não-linearidades de D e T . A corrente total que flui por D será dada por:

$$I_D = I_{D_0} + C \frac{dV_c}{dt} \quad (1)$$

Bom sabemos que as tensão e corrente num diodo se relacionam por:

$$I_D = I_{S_D} \exp \left[\frac{qV_D}{kT} \right] \quad (2)$$

onde: I_{S_D} = corrente de saturação do diodo

q = carga do elétron

k = constante de Boltzmann

T = temperatura absoluta

tem-se:

$$V_D = \frac{kT}{q} \ln \left[\frac{I_D}{I_{S_D}} \right] \quad (3)$$

Substituindo-se (1) em (3):

$$V_D = \frac{kT}{q} \ln \frac{I_{D_0} + C \frac{dV_c}{dt}}{I_{S_D}} \quad (4)$$

(9)

A tensão alternada na base de T será igual à tensão alternada sobre D; poderia haver entre esses pontos apenas uma diferença de potencial constante, que depende das correspondentes polarizações. Isso autoriza-nos a descrever a tensão na base de T da seguinte maneira:

$$V_B = V_D + \Delta V$$

$$V_B = \frac{kT}{q} \ln \frac{I_{D_0} + C \frac{dV_C}{dt}}{I_{A_D}} + \Delta V \quad (5)$$

A corrente de coletor do transistor é uma função de V_B do seguinte tipo:

$$I_C = I_{S_T} \exp \left[\frac{qV_B}{kT} \right] \quad (6)$$

onde I_{S_T} é uma constante que depende dos parâmetros físicos de T.

Substituindo (5) em (6) resulta:

$$I_C = \frac{I_{S_T} \exp \left[\frac{q\Delta V}{kT} \right]}{I_{A_D}} \left[I_{D_0} + C \frac{dV_C}{dt} \right] \quad (7)$$

definindo: $a = \frac{I_{S_T} \exp \left[\frac{q\Delta V}{kT} \right]}{I_{A_D}}$, tem-se:

$$I_C = a I_{D_0} + a C \frac{dV_C}{dt} \quad (8)$$

que mostra que o coletor do transistor se apresenta 10

efetivamente como uma capacitância de valor aC , absolutamente linear, já que a é uma constante que não depende do tempo. Este resultado notável expande consideravelmente o campo das aplicações do transistor de reatância ao restabelecer a linearidade mesmo nos casos de operações com grandes sinais.

O exame do primeiro termo do lado direito da expressão (8) revela-nos que se trata do componente contínuo da corrente de coletor. Esta corrente se relaciona com a corrente contínua sobre o diodo através do mesmo fator a de multiplicação da capacitância C . Portanto, podemos escrever:

$$C_{eq} = \frac{I_{c_0}}{I_{D_0}} C \quad (9)$$

mostrando que a capacitância equivalente do coletor de T varia diretamente com a corrente contínua I_{c_0} de polarização e que, portanto, através dela pode ser controlada. E mais, essa capacitância independe dos parâmetros físicos de T e D mas tão somente da relação entre suas correntes de polarizações.

Na prática, a compensação da não linearidade do transistor não é perfeita, especialmente se o sinal for muito forte. Por esta razão, introduziu-se uma atenuação no sinal ao se empregar um transformador (11)

da entrada com relação de impedâncias 120:18. O divisor resistivo no secundário também cumpre essa finalidade além de carregar adequadamente o cabo telefônico. A alimentação do coletor de T_1 se realiza através de R_6 e do próprio secundário ^{do transformador} que tem uma de suas extremidades conectada à linha de +5V. O outro transistor de restâncias também tem a sua alimentação simplificada ao ser feita através de R_{12} e do emissor de T_2 .

O transistor T_5 foi incorporado ao circuito com a função de se introduzir uma atenuação do sinal, progressiva com a diminuição da atenuação do cabo. Pela realimentação do sinal através do divisor resistivo $R_{19} \pm R_{20}$, faz-se com que o coletor de T_5 se apresente como uma resistência controlada pela corrente de polarização do transistor, como pode ser mostrado numa análise semelhante à que fazemos para o transistor de restâncias. Essa resistência em conjunto com R_{15} constitui um controlável; a inserção de C_4 tem por finalidade melhorar o desempenho do equalizador variável, principalmente para atenuações do cabo em torno de 25dB.

Todos os 5 transistores empregados nesta parte do circuito são casados entre si, já que fazem parte de um mesmo arranjo de transistores integrados (CA3046). O casamento entre os transistores de controle T_1, T_2 e T_5 é vital para o bom funcionamento do circuito, mas não se exige o mesmo para T_3 e T_4 .

Finalmente, destaca-se a utilização de 2 tensões de controle ligeiramente diferentes para $T_1 - T_5$ e T_4 , respectivamente. (12)

tivamente. Essas duas tensões guardam entre si uma proporção constante pois uma delas é derivada da outra por meio de um divisor de tensão. A justificativa de a diferença não está no esforço de otimização da simulação da resposta do cabo ao longo de toda a faixa de atenuações. A melhoria que se consegue com essa medida não é extraordinária, empregando-se, por simplicidade, no protótipo industrial apenas uma tensão de controle.

II) Equalização Fixa

O circuito de equalização fixa ^(Fig. 9) foi projetado tendo em vista o fornecimento de um pulso equalizado com amplitude igual a 1V, de espectro com decaimento periódico $\alpha = 0,9$, quando os pulsos na entrada corresponderem a uma atenuação de 37 dB. A análise do seu princípio de funcionamento já foi realizada no capítulo IV, e por isso nos restringiremos agora a examinar apenas as particularidades de projeto.

(na página 13a)

Fig. 9. Equalizador Fixo.

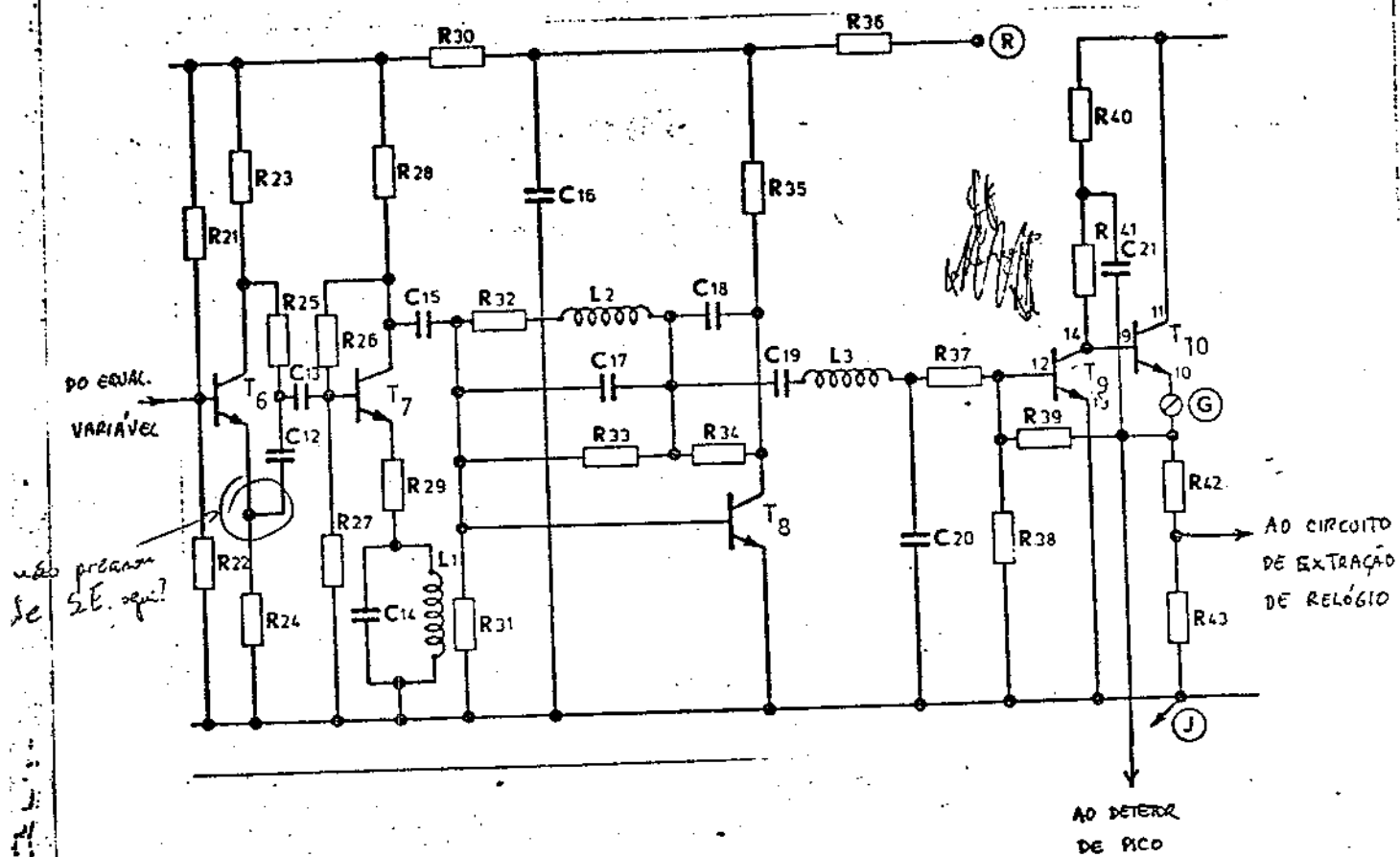


Fig. 9 - Equalizador fixo

Inicialmente, o sinal proveniente do equalizador variável é processado pelo estágio constituído por T_6 e componentes associados. Esse estágio é um circuito passa-tudo, cuja função é a de correção das distorções de fase associadas à curva de equalização. A resposta desse circuito pode ser descrita como:

$$A(f) = 1$$

$$\phi(f) = -2 \arctg(f/f_0)$$

onde $f_0 \approx 880 \text{ kHz}$

$0,87 \times 1024 \text{ kHz?} \rightarrow \text{Cap. 5, Tab. II-12}$

Além de cumprir a função assinalada, T_6 apresenta alta impedância de entrada por causa da realimentação que ocorre através do resistor de emissor R_{e4} , o que é altamente desejável para a minimização do carregamento sobre o equalizador variável.

A seguir, o sinal é enviado ao estágio constituído por T_7 , que cumpre duas funções simultaneamente. Primeira, o estágio introduz um pico de rejeição na resposta do equalizador para a conformação da curva da resposta global de equalização. Isto é realizado pela armadilha constituída por L_1 e C_{14} no circuito de emissor. A degeneração resultante torna mínimo o ganho do estágio na frequência em que a impedância de emissor seja máxima, isto é, na frequência de ressonância.

A segunda função do estágio em questão é a em-

(*) Chiquito, J. G. e Lopes, A. - (Trabalho em preparação)

Cap. 5?

(14)

versão tensão-corrente, que faz com que o coletor de T_4 se apresente para o estágio seguinte como uma fonte de corrente controlada pelo sinal aplicado à base. O desempenho papel fundamental nessa conversão é o resistor de emissor R_{29} , sobre o qual se desenvolve um sinal pelo efeito da realimentação do emissor.

A polarização do transistor T_4 se faz através da realimentação CC do coletor à base, através do resistor R_{26} . (Esta realimentação estabelece a tensão quiescente de coletor, e por conseguinte a polarização do transistor. Com efeito, constata-se imediatamente que a tensão quiescente do coletor deve assumir ^{aproximadamente} o valor $V_C = V_{BE} \cdot (R_{26} + R_{29}) / R_{26}$, dependente, portanto, da tensão de polarização direta V_{BE} do transistor, que pode ser considerada igual a 0,7V. Esse esquema de polarização apresenta uma boa estabilidade dentro da faixa de temperatura em que trabalhará o repetidor, sendo também pequena a sensibilidade frente à dispersão das características do transistor. Seu grande mérito está na ausência de capacitores de desacoplamento que diminuiriam a confiabilidade do circuito, caso fossem eletrolíticos de alumínio, ou elevariam o custo e ocupariam muito espaço, caso fossem eletrolíticos de tântalo. Através de R_{26} não se dá realimentação de sinal, pois o ponto de entrada do estágio seguinte - ao qual está acoplado o coletor de T_4 através de C_{15} - é um terra virtual pelo efeito da realimentação ^{em T_4} e portanto a tensão CA no coletor é praticamente igual a zero.

O estágio seguinte, constituído por T_8 e componentes associados, é um conversor corrente-tensão, cuja descrição já foi realizada no capítulo IV. Como foi dito naquela oportunidade, este estágio perfaz o grosso da conformação da resposta de equalização fixa através da realimentação seletiva do coletor à base de T_8 .

A estabilidade da polarização do transistor é garantida pela realimentação simultânea em CC através de R_{34} .

No coletor de T_9 o sinal é enviado ao filtro passa-baixas constituído por L_3 , C_{30} e R_{37} , cuja função principal é a de conformação da resposta global do equalizador. Um dos terminais de R_{37} está ligado efetivamente à massa por a base de T_9 constituir-se num terra virtual em virtude da forte realimentação negativa que se faz a partir do emissor de T_{10} com a finalidade de estabilizar o ganho e as correntes de polarização (sem parágrafo). Esta realimentação se dá através do resistor R_{39} , que, em conjunto com R_{38} , determinam a polarização do estágio no mesmo emissor do sistema equalizado para T_7 e T_8 . Como R_{38} só influencia sobre a polarização, existe liberdade para regulação de ganho e polarização para quaisquer valores (dentro de certos limites), pela manipulação adequada de R_{38} e R_{39} . Outros efeitos importantes da realimentação, além da estabilização do ganho e da polarização, consistem na melhoria da linearidade do estágio e na diminuição da impedância efetiva de saída. Esta última propriedade torna-se muito importante já que este estágio do equalizador deve suprir vários circuitos: detector de pico, de decisão e de sincronização da onda de relógio. Devemos ainda assinalar a introdução de uma realimentação positiva entre o emissor de T_{10} e a junção de R_{40} com R_{41} . A função deste artifício é a de se conseguir uma melhoria de linearidade na amplificação dos pulsos positivos (polaridade de saída) sem se lançar mão de um aumento das correntes de polarização.

A figura abaixo mostra as curvas de equalização obtidas para várias atenuações do cabo. A curva superior corresponde à resposta do equalizador fixo (Atm. = 37dB) e quanto as inferiores resultam da sobreposição das respostas do equalizador variável.

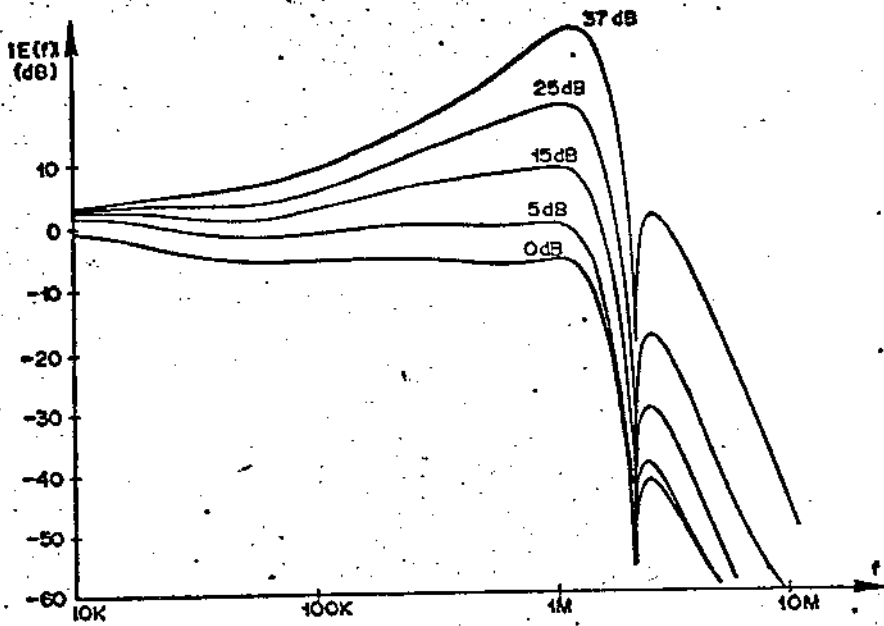


Fig. 10 - Respostas do Equalizador.

III) Detetor de Pico

O detetor de pico cumpre a função de controlar a operação do equalizador variável, o que é feito pelo fornecimento de uma tensão de controle adequada.

O funcionamento do detetor de pico baseia-se na comparação dos valores que assumem a amplitude do trem de pulsos equalizados com uma tensão de referência. (Fig 11 página 14a)

O núcleo do detetor de pico é o amplificador diferencial formado pelos transistores casados T_{22} e T_{23} . Quando as tensões de base são iguais as correntes nos transistores são idênticas e T_{21} encontra-se no limiar de condução. Se a tensão da base de T_{23} tornar-se maior que a da base de T_{22} , a corrente de T_{23} tenderá a aumentar, enquanto que a de T_{22} tenderá a diminuir. Esse comportamento dos transistores se deve ao acoplamento que se dá pela conexão entre os respectivos emissores. Evidentemente, se a tensão de base de T_{23} tornar-se menor que a de T_{22} , o efeito sobre as correntes será inverso.

As bases de T_{23} e T_{22} são conectadas, através de R_{45} e R_{42} , às tensões V_D e V_F , obtidas de um divisor resistivo, construído tal que $V_D - V_F = 1V$. No estado quiescente, T_{23} estará conduzindo, enquanto T_{22} e consequentemente T_{21} estarão entados. (parágrafo) Para CA, a base de T_{23} está acoplada à saída do equalizador através de R_{47} e C_{35} . Quando a excursão negativa desse sinal ultrapassa o nível $-1V$, o transistor T_{23} tende ao corte e, consequentemente, T_{22} e T_{21} tendem a conduzir (17)

AD EQUILIZADOR
VARIÁVEL

30 EQUILIZADOR
FIXO

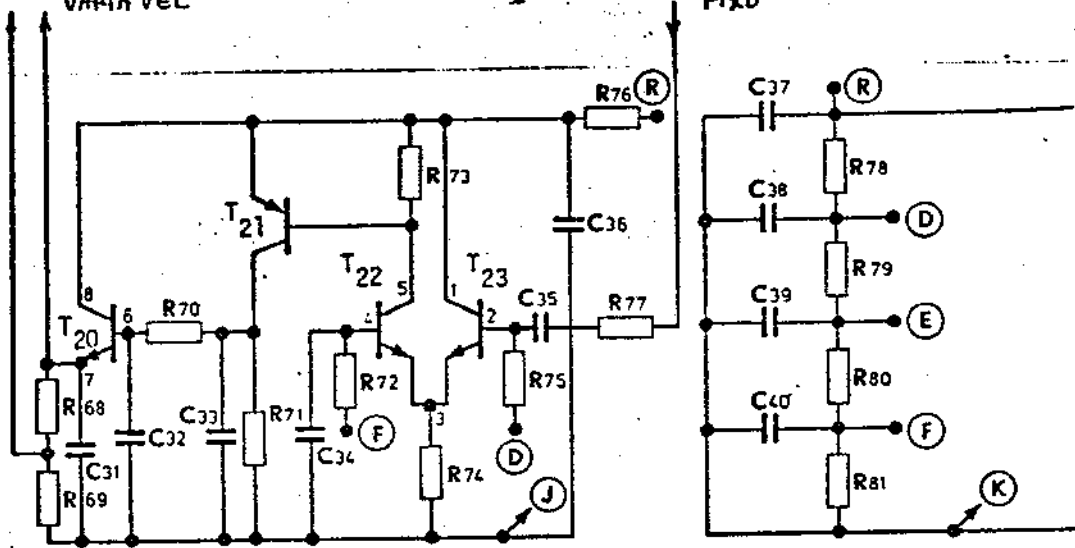


Fig 11 - Detetor de picos

forte mente. Os eventos de coletor de T_{22} e T_{21} são constituídas por pulsos sincronizados com os picos negativos do sinal MCP que ultrapassam o limiar de $-1V$.

O capacitor C_{33} do coletor de T_{21} serve para suavizar a queda de tensão produzida pelo fluxo ^{regular} de corrente de T_{21} por R_{71} . Do coletor de T_{21} , a tensão obtida sofre uma filtragem adicional por R_{40} e C_{32} , sendo em seguida aplicada à base de T_{30} . Esta segunda filtragem faz-se necessária para eliminar as flutuações lentas da tensão de controle provocadas pelo caráter aleatório do sinal MCP. A constante de tempo $R_{40} C_{32}$ foi feita bastante grande (82 ms) sem lançar-se mão de capacitores eletrolíticos, empregando-se em R_{40} uma resistência muito elevada (820 K Ω).

O transistor T_{30} é um seguidor de emissor cuja função é ^{de} prover uma capacidade de corrente adequada para o controle do equalizador variável, sem introduzir um carregamento no filtro $R_{40} - C_{32}$.

Um detalhe importante na construção do detector de picos é a função do resistor R_{74} . Em conjunto com R_{75} , esse resistor forma um divisor de tensão para o sinal CA, de forma que os pulsos que chegam à base de T_1 têm uma amplitude ligeiramente menor que aqueles presentes na saída do equalizador. Esta diminuição de amplitude faz-se necessária por várias razões: Primeiro, deve-se compensar a sobre-elasticidade da envoltória do sinal MCP em relação ao pulso (18)

isolado. (Esta sobre-elevação, como se viu no capítulo III e é causada pelas interferências entre pulsos.). Segunda, deve-se também compensar as possíveis interferências entre símbolos causadas por erros de equalização. Finalmente, deve-se considerar que a presença do ruído de diafonia inflaciona a tensão de controle, tanto mais quanto maior for a potência do ruído.

De quanto a amplitude é reduzida? $(\frac{R_{25}}{R_{22} + R_{25}} = ?)$

IV - Circuitos de Decisão

Geometricamente, a regeneração do trem de pulsos MCP parte da amostragem do sinal equalizado, seguida da comparação das amostras com limiares de decisão e, finalmente, reconstrução dos pulsos. Na prática, a ordem das operações de amostragem e comparação é invertida por conveniência de construção dos circuitos. Mesmo assim faz sentido a denominação de circuitos de decisão para esses comparadores. (Fig. 12)

DOSS REGENERADORES

DO EQUALIZADOR

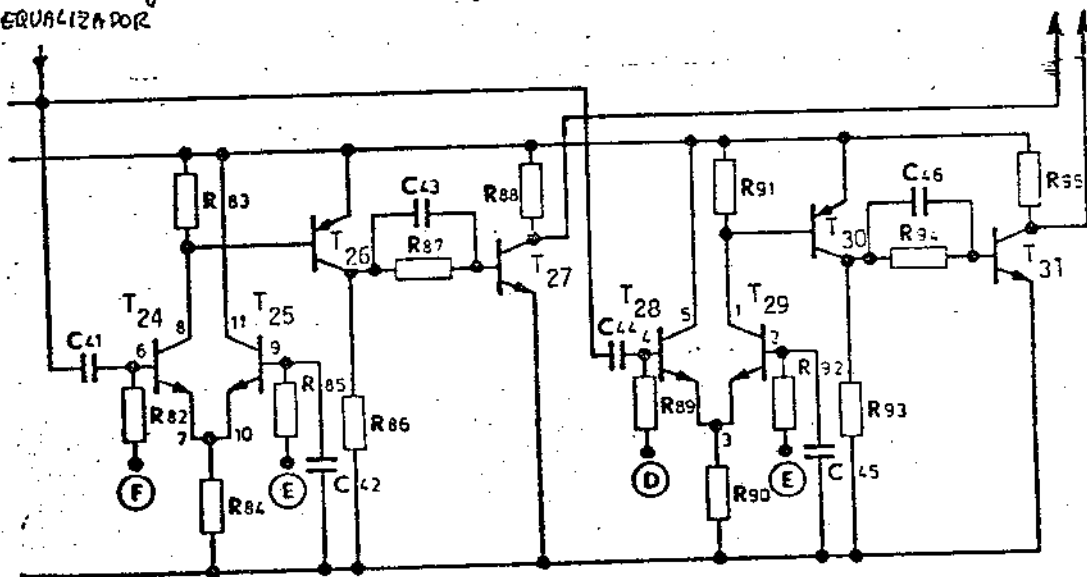


Fig. 12 Circuitos de decisão

Seram empregados dois circuitos de decisão, idênticos com a exceção das polarizações das bases

de T_{24} e T_{28} e das posições dos resistores dos pares diferenciais. Cada circuito tem a missão de realizar a decisão dos pulsos de uma determinada polaridade, comparando-se o sinal MCP com os respectivos limiares. O circuito da esquerda faz a decisão para pulsos positivos e o da direita para pulso negativo.

Como na construção do detetor de pico, o circuito de decisão ^{para pulsos positivos} ~~para~~ baseia na operação do par diferencial formado pelos transistores casados T_{24} e T_{25} . As tensões V_F , aplicada a base de T_{24} , e V_E , aplicada a base de T_{25} , são tais que $V_E - V_F = 0,5V$, com a consequência de que T_{24} somente conduz quando o sinal CA na saída do equalizador ultrapassar o limiar $+0,5V$. Sob esta condição, T_{26} conduz fortemente levando T_{24} a saturação, sendo praticamente a zero a tensão de coletor. Enquanto o sinal equalizado não ultrapassar o limiar $+0,5V$, o transistor T_{24} estará cortado e a correspondente tensão de coletor será praticamente igual a V_{cc} . A figura abaixo ilustra essa operação.

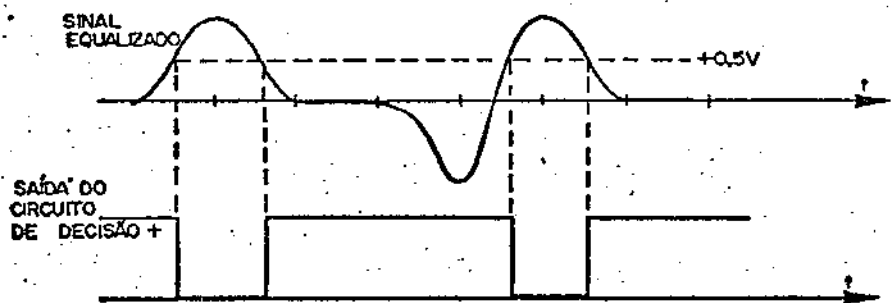


Fig. 13 - Operação do circuito de decisão dos pulsos positivos

O circuito de decisão para pulsos negativos emprega para a polarização das bases dos transistores do par diferencial as tensões V_D e V_E , tais que $V_D - V_E = 0,5V$.
 A análise do comportamento do circuito é análoga à que fizemos para a decisão dos pulsos positivos, chegando-se à conclusão de que a saída será baixa sempre que ocorrer a presença de um pulso negativo, e alta, em caso contrário, como mostra a figura abaixo.

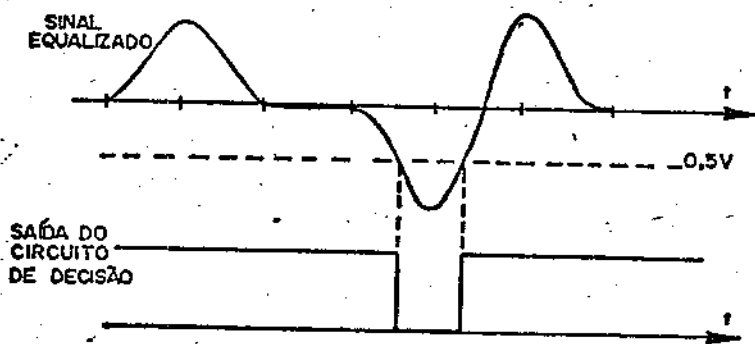


Fig. 14 - Operação do circuito de decisão aos pulsos negativos.

V - Circuito de Extração de Relógio

O circuito de extração da onda de relógio tem por função a geração de uma onda quadrada na frequência de 2,048 MHz, a partir do trem de pulsos na saída do equalizador. Exige-se que as transições da onda quadrada ocorram nos instantes ótimos de amostragem, tolerando-se um mínimo de flutuações (jitter) da fase da sinal de relógio. Este jitter pode ser provocado por interferências entre pulsos, ruídos, descalibração do circuito, etc. (21)

(Fig. 15)

A base do circuito de extração de relógio é um circuito tanque sintonizado em 2.048 KHZ, cuja excitação provém do ceifamento e retificação do trem de pulsos equalizados. Adotou-se esta técnica em vez das mais sofisticadas, tais como a do oscilador sincronizado, malha de fase avançada, etc, porque o desempenho obtido foi satisfatório, ao mesmo tempo em que se conseguiu manter ^{relativamente} baixo o consumo de corrente desta parte do repetidor, - que é um dos problemas cruciais dos repetidores alimentados através do próprio cabo.

(página 22a)

Fig. 15 - Extração de Relógio.

Inicialmente, procede-se ao ceifamento e à retificação do sinal equalizado. Para tal, o sinal na saída do equalizador é injetado no circuito composto por D_1 , D_2 , R_{45} , R_{49} e C_{23} . O diodo D_1 conduz nos picos ^{positivos} negativos, enquanto D_2 conduz nos picos ~~negativos~~ positivos do sinal equalizado. Considerando-se que os diodos e os resistores são aproximadamente casados, e que, em média, o número de pulsos positivos é igual ao de negativos, pode-se afirmar que o capacitor C_{23} deverá se carregar com uma tensão igual à média na saída

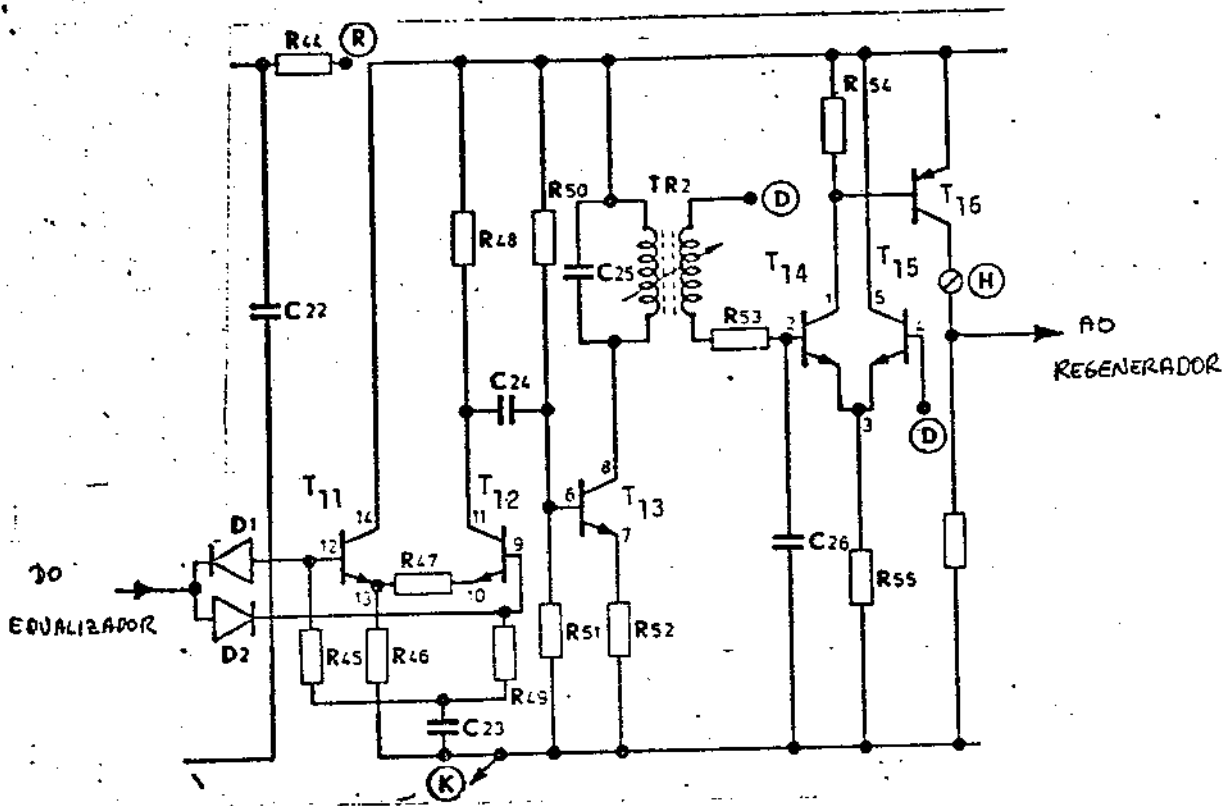


Fig. 15 - Circuito de extração de relógio

do equalizador. Conseqüentemente, podemos analisar o comportamento da operação de clifamento como se não houvesse nível CC. Sobre os resistores de carga dos diodos, R_{45} e R_{49} , desenvolvem-se pulsos, negativos e positivos, respectivamente, cujas amplitudes são dadas por $V_p - 0,7$, onde V_p é o valor de pico dos pulsos na saída do equalizador. A parcela $-0,7V$ provém da queda nos diodos de silício.

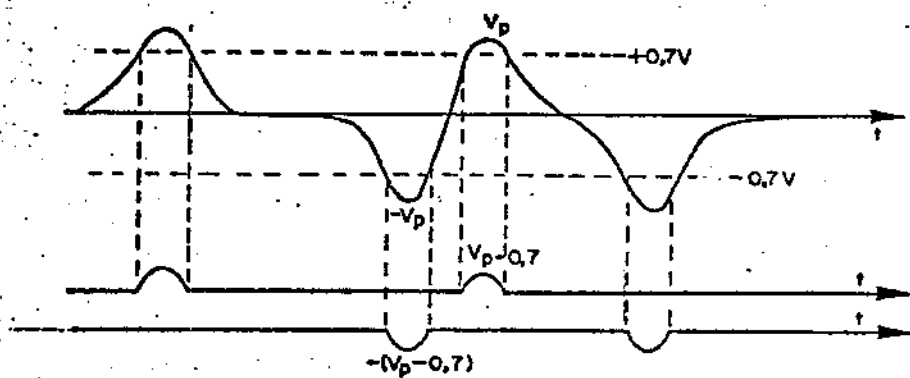


Fig. 16 - Clifamento do sinal equalizado.

Note-se que a queda de tensão de $0,7V$ nos diodos atua como se fosse um limiar de clifamento. Como V_p é aproximadamente igual a $1V$ - na realidade é um pouco menor, haja vista o divisor resistivo na saída do equalizador -, o limiar de clifamento está posicionado em aproximadamente 40% da amplitude dos pulsos, o que se revelou em bom compromisso entre a amplitude do sinal sobre o traque sintonizado e a intensidade do tremor do sinal de relógio. Uma análise detalhada sobre esse ponto, o leitor poderá encontrar no trabalho de Ademar Costa da Silveira (*).

(* Silveira, A.C. - Tese de Doutorado

Os sinais que se desenvolvem sobre os resistores R_{45} e P_{49} são, em seguida, reunidos pela ação do par diferencial T_{11} e T_{12} , e aparecem numa mesma polaridade sobre o resistor de carga R_{49} de T_{12} . Daí, o sinal é aplicado à base de T_{13} , que constitui-se num conversor de tensão para corrente, cuja função é a de excitação do tanque controlado pelo primário de TR_2 e C_{25} .

Sobre o tanque desenvolve-se um sinal senoidal na frequência de 2,048 MHz com uma certa modulação de amplitude causada pela excitação irregular do trem de pulsos aleatórios. Se a frequência de excitação natural do tanque coincidir com a taxa de símbolos, a flutuação de fase do sinal de relógio será pequena, observando-se ^{somente} um pequeno resíduo devido às interferências entre pulsos e ao ruído. Se houver um desalinhamento do tanque, aparecerá um tremor do sinal de relógio, tanto maior quanto maiores forem o desalinhamento e o fator Q do tanque. Como, por outro lado, um alto Q é interessante do ponto de vista da minimização da modulação de amplitude, adotou-se um valor de compromisso para Q, que se fez aproximadamente igual a 40.

No secundário de TR_2 ^{2?} aparece um sinal semelhante ao do tanque, só que atenuado devido ao maior número de espiras do primário. Antes de ser aplicado à entrada do amplificador diferencial controlado por T_{14} e T_{15} , o sinal sofre uma defasagem pela ação 24

de R_{53} e C_{26} . Esta defasagem é no sentido de
contribuir para um atraso no sinal igual a 90° , já que
deseja-se que os cruzamentos de zero do sinal de
relógio coincidam com os picos dos pulsos equali-
zados. O atraso introduzido por R_{53} e C_{26} não atinge
 90° , limitando-se a 40° a 50° , já que deve
ser adicionado aos atrasos introduzidos pelos circuitos
de ciframento e retificação do sinal equalizado, e pelo ci-
cuito de excitação do tanque.

O amplificador diferencial T_{14} , T_{15} trabalha
em alto ganho de maneira a se comportar como
comparador, obtendo-se na sua saída, o coletor de T_{14} ,
uma onda praticamente quadrada, cujas transições
correspondem aos cruzamentos de zero do senoide sobre o
tanque.

O transistor PNP que recebe em sua base
esta onda quadrada, trabalha entre corte e saturação,
desenvolvendo em seu coletor uma onda quadrada
de grande amplitude ($0 \rightarrow V_{cc}$), com tempos de subida e
descida muito pequenos. O instante de subida coincide
com o instante do pico do sinal equalizado. Este

sinal é enviado às portas lógicas do regenerador pro-
priamente dito e a base de T_{17} (Fig. 18) que também
trabalha entre o corte e saturação. No terminal
comum de R_{59} e C_{27} desenvolvem-se pulsos negativos
muito agudos, cuja função é a de amortização dos
sinais provenientes dos circuitos de decisão

uso
consta
na fig.

24 59
18
→ melhor repetir nas 2 figuras,
ou referir-se à fig. 18 aqui.

A figura abaixo ilustra as relações ^{ideais} entre o sinal na saída do equalizador e aqueles nos diversos pontos do circuito de extração da onda de relógio.

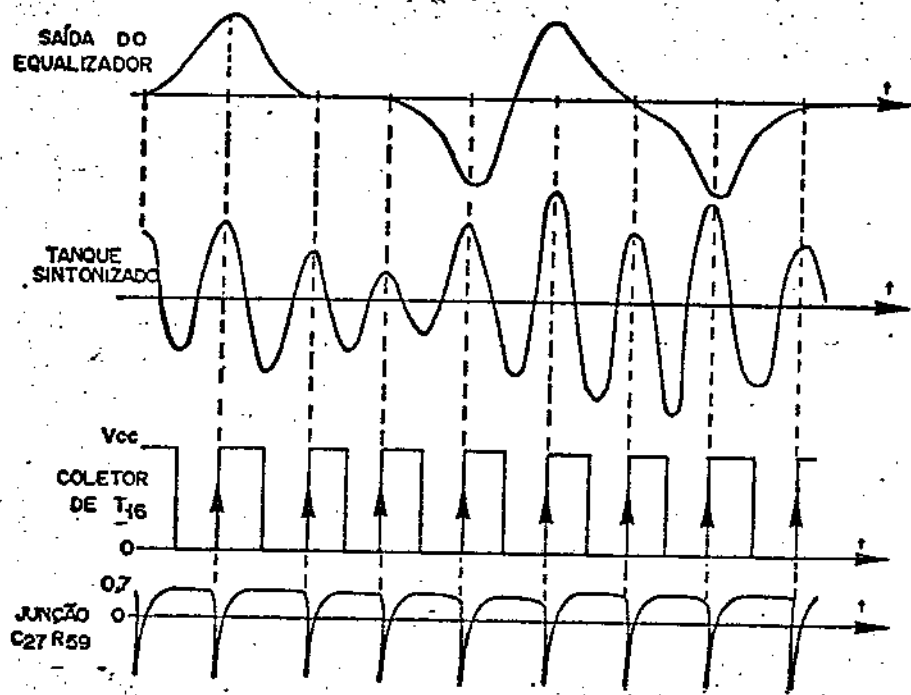


Fig. 17 - Sinais no circuito de extração da onda de relógio

VI - Estágios de Regeneração e Saída

A partir das informações que provêm dos circuitos de decisão, os regeneradores reconstituem os pulsos que se degeneraram durante a transmissão. Utiliza-se como referências de tempo os sinais obtidos no circuito de extração do relógio. O estágio de saída atua combinando as saídas dos regeneradores para a obtenção de um trem de pulsos bipolar. Outra função

este estágio consiste em garantir um nível adequado de potência à transmissão. O diagrama conjunto dos regeneradores e do estágio de saída é mostrado na figura abaixo.

(página 27a)

Fig. 18 - Regeneradores e estágio de saída

Os regeneradores propriamente ditos — um para cada polaridade de pulso — consistem em multivibradores bi-estáveis ("flip-flops") associados a portas E a diodos. Como os dois regeneradores são idênticos, restringimos a análise apenas a um deles, que aparece no lado superior da figura acima.

O multivibrador foi construído a partir de portas lógicas integradas "NAO-E" ^{de duas entradas} fazendo-se uma realimentação cruzada entre elas. Uma das entradas livres recebe a onda quadrada proveniente do circuito de extração de relógio, enquanto a outra, a saída da porta E a diodos. Esta última, por sua vez, possui duas entradas, uma conectada

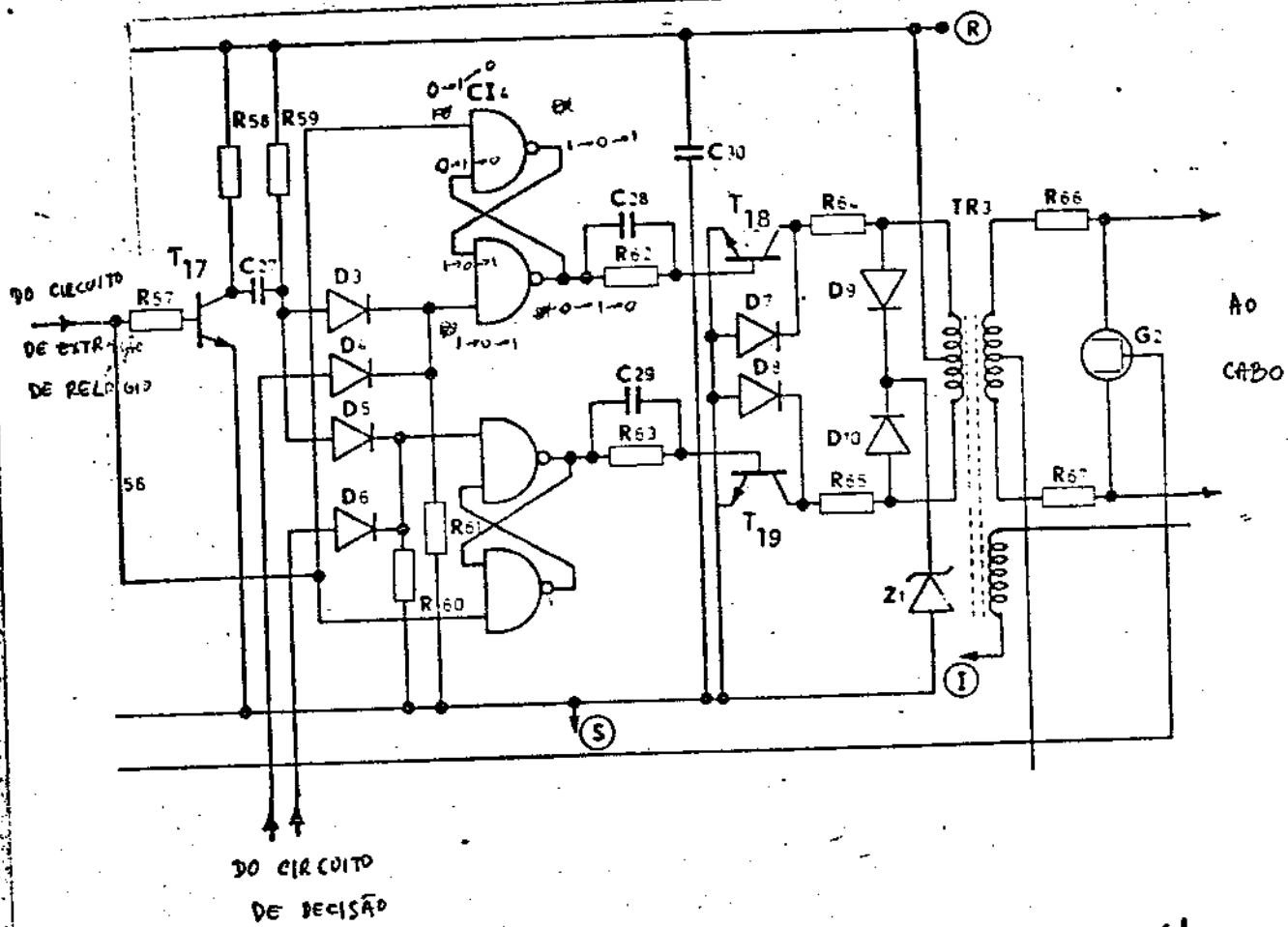


Fig. 18 - Regeneradores e estágio de saída.

ao circuito de decisão, e a outra, recebendo um sinal amostrador, que vem do circuito de extração de relógio (vide figura. 14)

A operação do circuito pode ser facilmente compreendida se fizermos a hipótese ^{inicial} que uma das entradas da porta "E" o diodo está no nível alto. Nestas condições quando a onda quadrada de relógio for para o nível baixo, a saída da porta "NÃO-E" que recebe este sinal deverá passar ^(se já não estiver) a um nível alto e, conseqüentemente, a saída da outra porta "NÃO-E" irá ao nível baixo e o transistor de saída correspondente estará cortado. Esta situação não altera somente quando ocorrer a seguinte combinação dos sinais:

- 1) A onda quadrada de relógio em nível alto
- 2) O sinal amostrador em nível baixo (como impulso de amostragem)
- 3) A saída do circuito de decisão em nível baixo (como um pulso equalizado).

Somente o 2º caso ocorre num instante de tempo bem definido (instante de amostragem). Os outros dois casos podem ocorrer, simultaneamente, num intervalo de tempo considerável. Deve-se também notar que a ocorrência do 2º caso também garante o 1º, já que o sinal amostrador é derivado da onda de relógio. (Fig. 17)

Ocorrendo um pulso equalizado (caso 3), a saída do multivibrador ligada à base do transistor de saída irá para o nível alto juntamente no instante em que ocorrer o sinal amostrador, e permanecerá nesse estado enquanto a onda quadrada de relógio também permanecer no nível alto. Ou seja, a saída do multivibrador irá para o nível alto, em função do resultado da amostragem, e aí permanecerá durante $T/2$ segundos. ($T = 1/2,048 \text{ MHz}$). Durante este período, o transistor de saída permanecerá saturado, energizando a metade do primário do transformador de saída e gerando um pulso de sinal na linha.

Considerando agora o outro regenerador, que trabalhará com a amostragem dos pulsos equalizados da outra polaridade, e a ação em contra-fase dos transistores de saída constatamos que será enviado à linha

→ um train de pulsos regenerados bipolares, com fator de ocupação de 50%, e, em princípio, idênticos àquelas emitidos anteriormente. As operações entre corte e saturação dos transistores garante uma boa eficiência de operação, o que é muito importante já que a potência manipulada pelo estágio de saída é considerável frente à toda a potência de alimentação. O transformador de saída cumpre ainda a importante missão de ajustar a amplitude dos pulsos ao valor nominalizado para a transmissão na linha (3V em 120 Ω).

III) Formas de Onda e Resultados Finais

Na figura abaixo vemos o cartão do protótipo do repetidor regenerativo já na sua forma industrial. Devido ao grande número de componentes e à necessidade de se reduzir ao máximo o tamanho físico do repetidor, a montagem deve ser realizada de forma bastante compacta, tornando relativamente críticos os problemas que advêm dos acoplamentos parasitas entre os estágios.

(p 300)

Fig. 19. Protótipo do repetidor regenerativo.

As formas de aliviar esses problemas consistem na disposição minuciosa dos estágios e na utilização de amplas regiões de massa no circuito impresso, que atuam como fluídos-gel. Deve-se prestar uma particular atenção à reparação entre a entrada do equalizador — um dos pontos mais sensíveis do circuito — e o estágio de saída, que trabalha com níveis elevados de sinal. Outro estágio também relativamente crítico, é o de extração do sinal de relógio, onde convivem sinais relativamente fracos, como o que resulta do ciframento pelos díodos, e sinais muito fortes, como o que se desenvolve sobre o banco sincronizado.

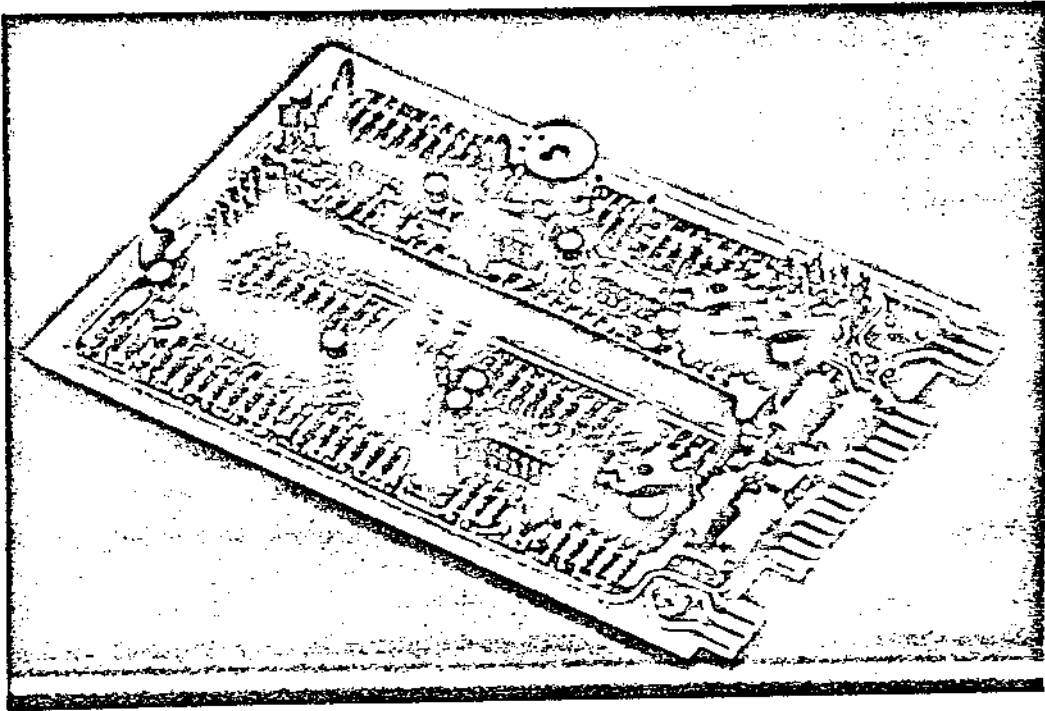
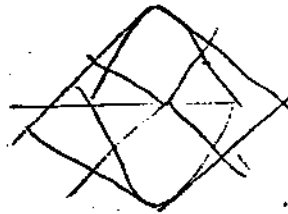
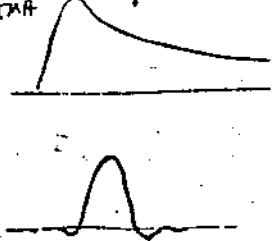


Fig. 19 - Protótipo do repetidor regenerativo.

Abaixo mostramos as formas de onda principais que se encontram no circuito equalizador. Na figura a vemos-se a entrada e saída do equalizador quando a excitação é um pulso isolado; ao longo de aparecem os diagramas de olho quando se usa uma sequência

história INT



37 dB

25 dB

(página 31a)

15 dB

5 dB

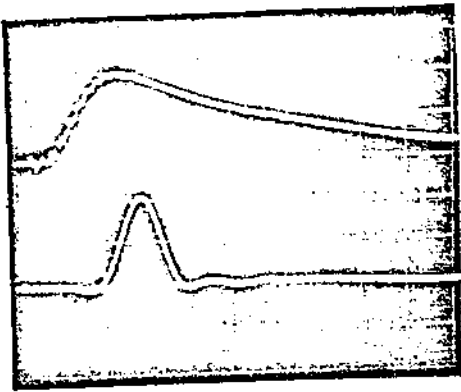
a) entrada e saída do equalizador

b) diagrama de olho

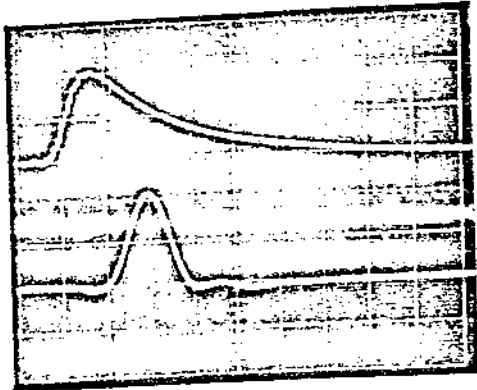
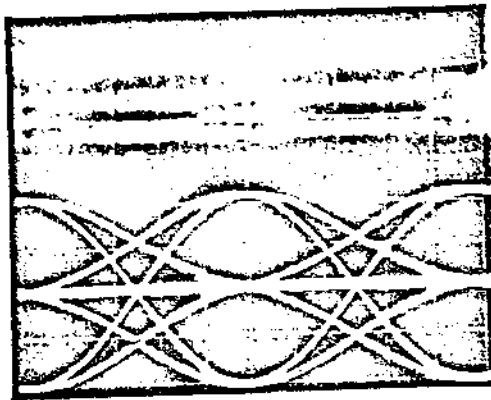
Fig. 20 - Formas de onda do equalizador.

Note-se que o diagrama de olho piora ligeiramente conforme a atenuação do cabo caminha no sentido decrescente. Como é inevitável alguma deficiência de simulação do equalizador variável, fixou-se a atenuação do diagrama de olho para o caso de maior atenuação (37 dB).

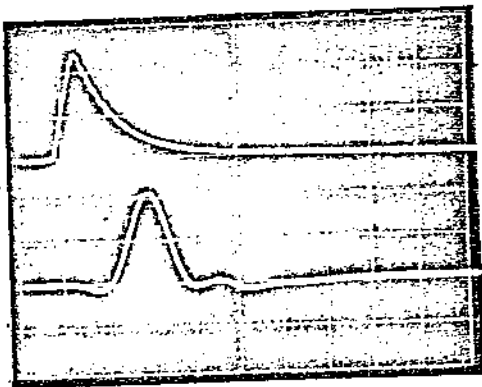
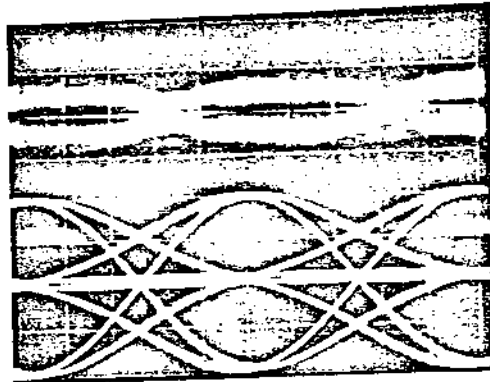
Na presença de ruído aparece uma degradação no diagrama de olho; para a figura apresentada abaixo,



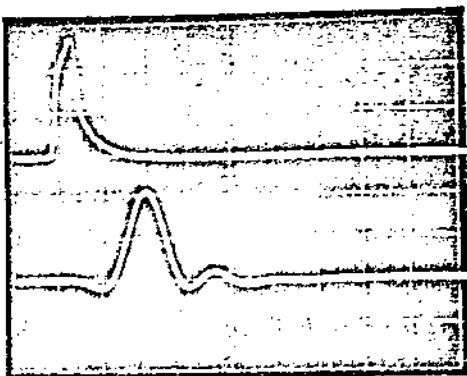
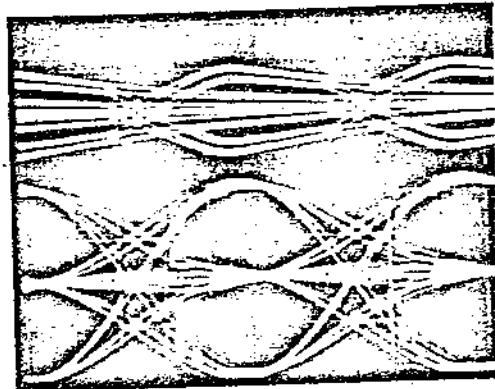
34dB



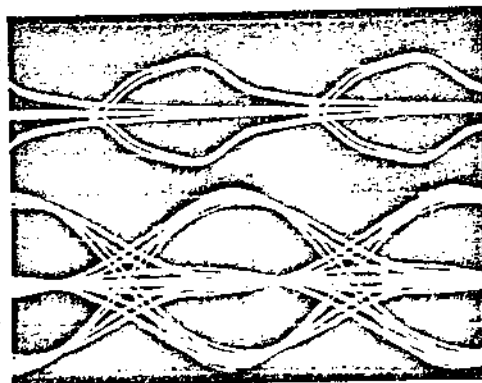
25dB



15dB



5dB

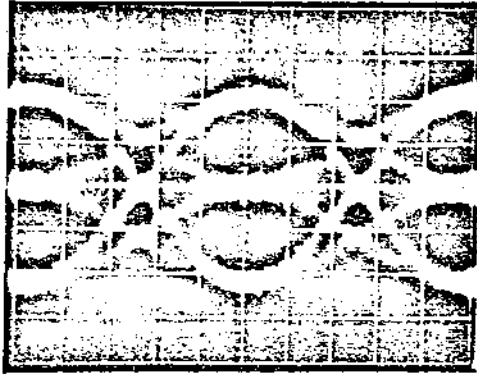


entrada e saída

diagrama de Lissajous

9.00 - Formas de onda no equalizador

modo interferente tal que a taxa de erro
 é moderadamente 10^{-7} .



← 37dB?

21 - Diagrama de olho com ruído

A ação do equalizador fica bem visível na figura
 onde está comparado o sinal que chega ao receptor
 com a atenuação do cabo e do 37 dB, com o sinal
 recebido na saída do equalizador. A informação
 é transmitida em código BPSK e 1000010101100100,
 já pode ser reconhecida na saída do equalizador,
 contrário do entrada, onde os bits da informação
 não são tão bem formados e a sequência parece
 incoerente.

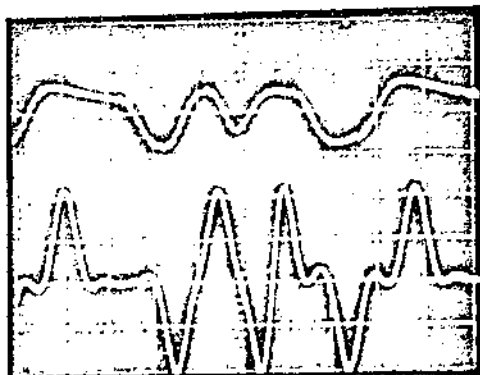
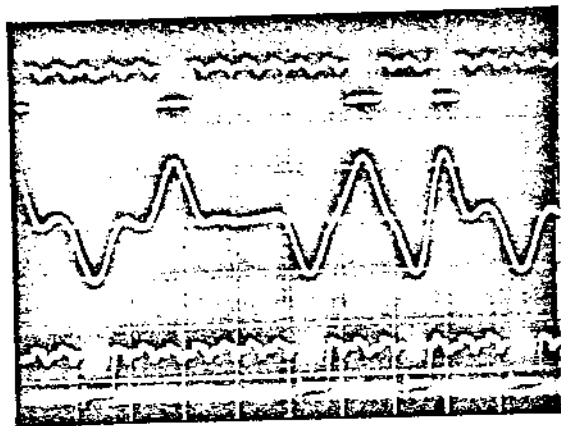


Fig. 21

Fig. 21. Sequência 1000010-
 na entrada e saída do
 equalizador.

(2)

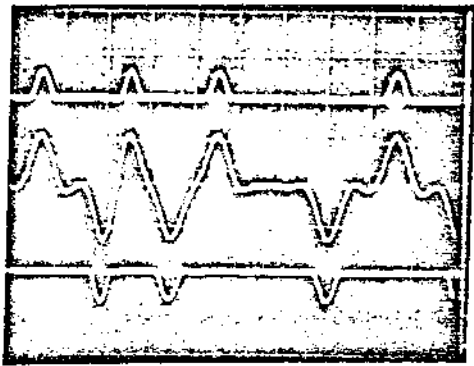
Do tipo que se usa nas linhas de transmissão de
rádio para uma recepção de ondas globais de
um abano.



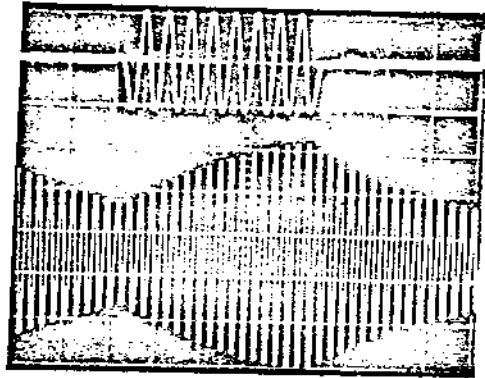
3- Saída do vit. de deciação

A figura 24 mostra as formas de ondas
nos diversos pontos do circuito de
do sinal de relógio. Merece destaque especial
uma de onda sobre o traque, para a qual
mostrados dois casos de excitação: o primeiro,
do o sinal transmitido é do tipo 17/15, isto
outrora de uma sequência de 17 pulsos seguidos
zeros, e o segundo, quando se transmite uma
sua aleatória. Ambos os casos ilustram o
modo da modulação da amplitude do sinal de
e desce sobre o traque sincronizado.

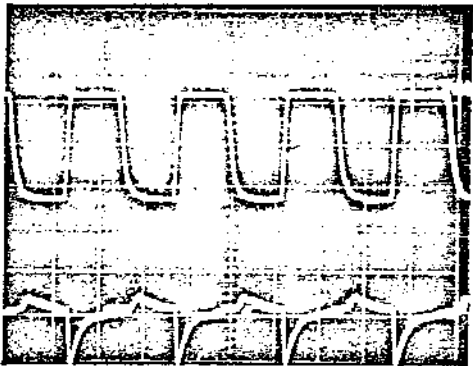
A figura 25a mostra o processo de deciação
trogem e regeneração dos pulsos positivos.



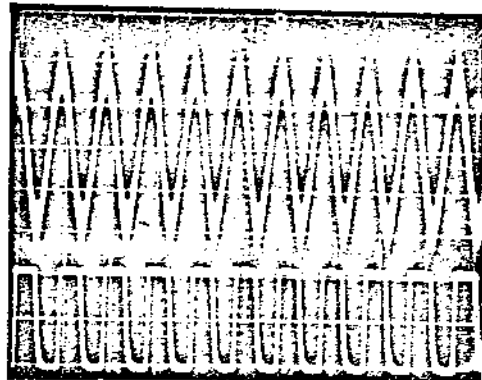
ceifamento



sinel amostrado e
seno de no tanque p' período 17/15



onda de relógio
e impulsos de amostragem



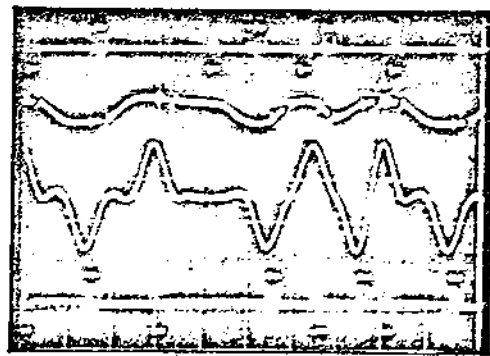
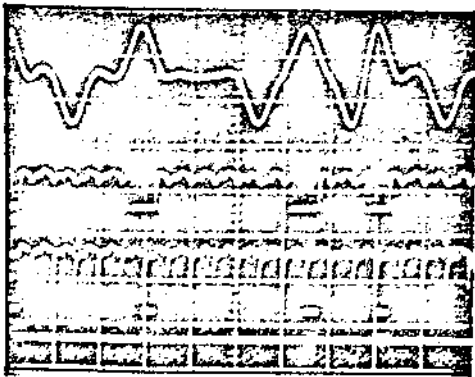
seno de no tanque e
onda de relógio p'
período período de relógio

24 - Formas de onda no circuito de extração
de relógio

(Na página 33a)

24- Formas de ondas do circuito de extração da onda de relógio

A figura 25b mostra a onda de saída (trav inferior) confrontada a uma onda equalizada, com a que se tem na entrada do cabo, e com a transmitida (com uma inversão de fase e de um pequeno atraso), a onda de saída é idêntica à transmitida mostrando que o processo de regeneração foi muito realizado.



25 - Síntese do processo de regeneração

(34)

No teste de imunidade ao ruído, para uma taxa de erro de 10^{-4} e padrão AOM-3, obtivemos os seguintes resultados:

Aten (dB)	S/R (dB)
37	23,4
25	17,4
15	14,4
5	13,2

O repetidor satisfaz, portanto, os requisitos mínimos iniciais de projeto.

(I) RESPOSTAS DE AMPLITUDE E FASE DE EQUALIZADORES REALIZÁVEIS

(1) Introdução

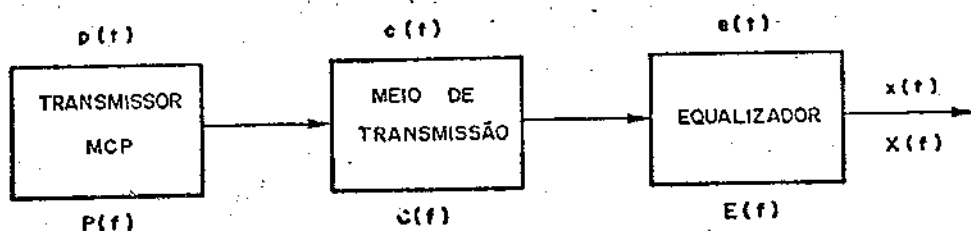
O combate à interferência-entre-símbolos (IES) produzida pela dispersão dos meios de transmissão é um dos objetivos mais importantes da transmissão digital. A IES pode ser evitada (ou ao menos minimizada) pelo emprego de equalizadores apropriados, que modificam os pulsos recebidos de forma tal que suas amostras se tornem nulas (ou desprezíveis), com exceção da correspondente a $t=0$. Sendo $x(t)$ o pulso na saída do equalizador, a ausência de IES é expressa por:

$$x(nT) = 0, \quad n \neq 0 \quad (1)$$

Podem ser encontradas uma infinidade de funções que satisfazem essa condição. Denominaremos essas funções de pulsos canalizados ideais, mesmo que suas formas específicas não correspondam exatamente à idéia usual de pulso (casos de $x(t) = \text{sinc}(t/T)$, etc.).

O estudo dos pulsos ideais — que é tarefa da teoria de transmissão digital — serve como orientação à escolha de algum deles em função de características tais como: limitação espectral, decaimento das caudas, facilidade de extração de relógio, etc.

Definida a forma de um pulso equalizado ideal, o equalizador estará determinado se forem conhecidas ^{também} as formas dos pulsos transmitidos e as características do meio de transmissão. Isto fica claro ao examinarmos o esquema abaixo:



(Fig 1) Esquema básico da transmissão digital.

O pulso equalizado $x(t)$ será dado por:

$$x(t) = p(t) * c(t) * e(t) \quad (2)$$

Nesta configuração, torna-se mais conveniente o uso do domínio da frequência:

$$X(f) = P(f) C(f) E(f) \quad (3)$$

Aqui é imediata a forma que $E(f)$ deve assumir:

$$E(f) = \frac{X(f)}{P(f) C(f)} \quad (4)$$

No domínio da frequência, o pulso equalizado ideal, expresso pela condição de (1), satisfaz a relação conhecida por condição de Nyquist:

$$\sum_{K=-\infty}^{\infty} X(f - K/T) = \text{constante} \quad (5)$$

Fixadas a forma do pulso transmissor $p(t)$ e a resposta do canal, o pulso equalizado ideal que satisfaz a condição acima, terá por correspondência equalizador ideal. Escolhido, portanto, a forma do pulso equalizado ideal, estará determinada a resposta que o equalizador ideal deverá assumir. Nesta parte é chegada a hora de construir e projetar um equalizador real, cuja resposta seja a melhor aproximação possível da resposta do equalizador ideal.

Surgem então as questões cruciais: Será realizável a resposta que se quer atingir? Qual o grau de aproximação suficiente? Que providências tomar caso o pulso equalizado real não seja satisfatório?

O presente trabalho tem por pretensão dar respostas a essas questões nos casos em que se deseja um pulso equalizado de espectro com decaimento suave (co-seno levantado). A discussão a seguir esboça as dificuldades básicas que se apresentam nas tentativas de realização dos pulsos equalizados ideais, e, neste sentido, realiza um papel de ponte de ligação (3)

entre a teoria e a prática.

Como vemos, na raiz das dificuldades está a distorção da resposta de fase, cujo papel tem sido pouco tratado nas literaturas de equalização, em particular, e de filtros, em geral. Grande parte do trabalho sua dedicação à pesquisa do comportamento da fase dos equalizadores e meios de transmissão, e suas consequências sobre a forma do pulso equalizado. A parte final ^{ex põe} o método de conexão das distorções de fase ^{que desenhamos} resultados de sua aplicação — uma série de emissores de fase, que pela sua abrangência, denominamos de equalizadores universais de fase.

Comencemos nossa investigação procurando caracterizar as respostas de amplitude e fase associadas a cada bloco básico do esquema da figura 1.

(2) - Caracterização das Respostas de Amplitude e Fase

O transmissor MCP da figura 1, envia ao meio de transmissão um pulso $p(t)$, que geralmente é retangular com fator de ocupação P de 50% ou 100%. Assumindo uma amplitude unitária e simetria em torno de $t=0$, sua Transformada de Fourier será dada por:

$$P(f) = \begin{cases} \frac{T}{2} \operatorname{sinc} \frac{Tf}{2} & ; P = 50\% \\ T \operatorname{sinc} Tf & ; P = 100\% \end{cases} \quad (6)$$

A amplitude de $P(f)$ ^(figura 2) se anula em $f = 2/T$, quando $\beta = 50\%$, e em $f = 1/T$, quando $\beta = 100\%$. Nestes pontos ocorre uma mudança brusca na fase, que salta de 0° para 180° . Como as respostas dos equalizadores costumam estar limitadas em $1/T$, isto é, no dobro da taxa de Nyquist, estas transições de fase não apresentam ^{maiores} implicações práticas.

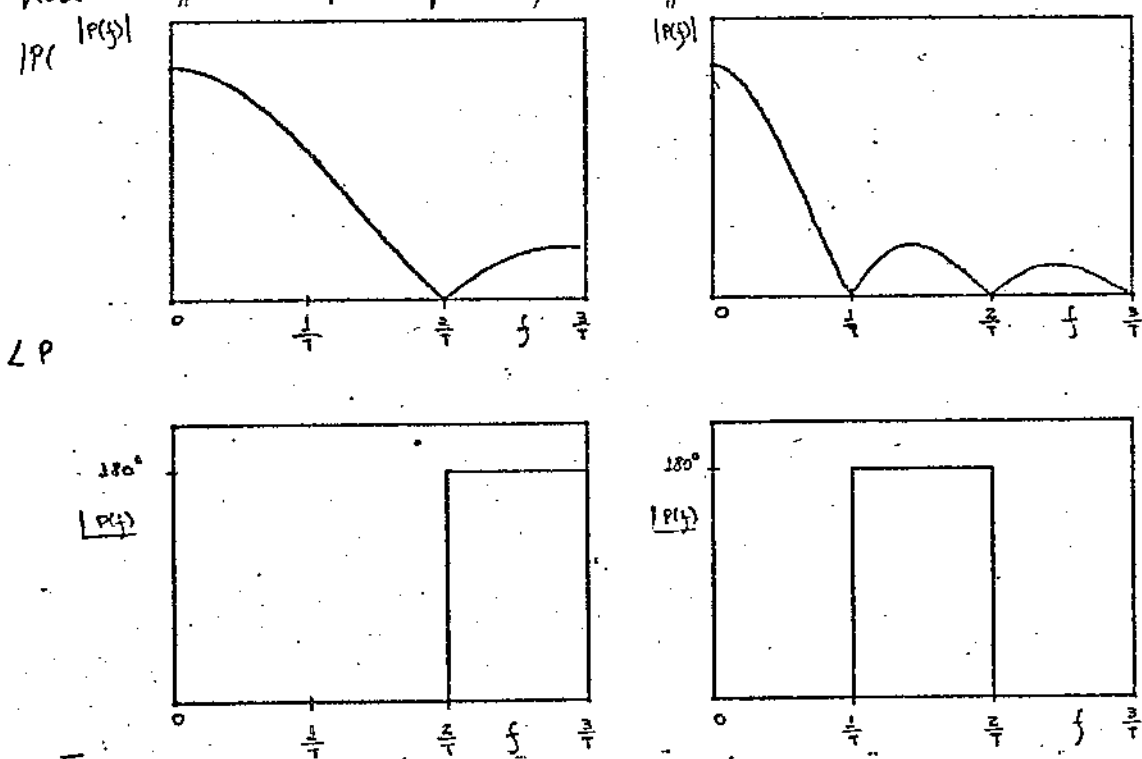


FIG. 2 - Espectros típicos dos pulsos de transmissão

Os meios de transmissão que nos interessam ^{atuais} são os cabos coaxiais e multiplex. Para os comprimentos usuais de transmissão, os cabos se comportam como meios dispersivos e introduzem perdas crescentes com a frequência. As perdas são devidas, em sua maior parte ao efeito pelicular nos condutores, que cresce com \sqrt{f} , mas também podem ser significativas as (5)

perdas associadas ao dielétrico nos cabos multipar com inalação de papel.

Uma boa aproximação das respostas de amplitude desses cabos é a seguinte:

$$|C(f)| = \left[10^{-(a + b|f|^k)} \right]^A \quad (4)$$

onde a , b e k são constantes positivas e A é a atenuação em dB numa frequência de referência, geralmente a frequência de Nyquist. Para o cabo multipar Pielli 22AWG, ^{empregado} nas experiências, mediu-se:

$$\begin{cases} a = 5 \times 10^{-3} \\ b = 6,5 \times 10^{-6} \\ k = 0,64 \\ A = \begin{cases} 38 \text{ dB} & (2000 \text{ m}) \\ 22 \text{ dB} & (1250 \text{ m}) \\ 16 \text{ dB} & (750 \text{ m}) \end{cases} \end{cases}$$

nota: os valores de a e b foram determinados de forma que a atenuação do cabo seja igual a A , quando $f = 1,024 \text{ kHz}$.

A resposta de fase de um cabo de transmissão não é arbitrária e pode ser calculada, a menos de uma componente linear, a partir da resposta de amplitude, já que ~~uma linha de transmissão é um sistema de fase mínima quando se trata de uma componente linear, que introduz um atraso igual para todas as frequências, não é importante na maioria dos casos de transmissão digital.~~ Excluída, então, essa componente a resposta de fase associada a resposta de amplitude de (4) será dada por:

(1) Lopes, A.; Chiquito, J.G.; Waldman, H - Relações entre Amplitude e Fase em Sistemas Dinâmicos Realizáveis - p.80 - 99 - Publicação Interno, FEC 23/81 (6)

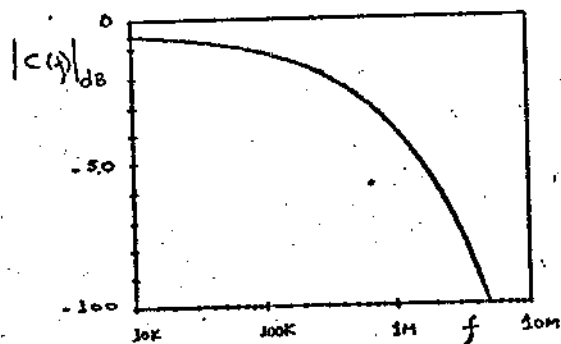
$$\angle C(f) = \pi \ln \left(\frac{|C(f)|}{|C(0)|} \right) \quad (\text{rad.}) \quad \underline{\underline{(8)}}$$

onde $\pi = \text{tg} \frac{\kappa \pi}{2}$

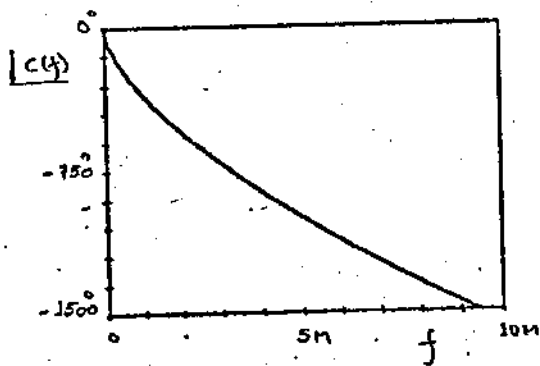
Aplicando este resultado na expressão (7):

$$\angle C(f) = -b A \text{tg} \frac{\kappa \pi}{2} \ln 10 |f|^K \quad (\text{rad.}) \quad \underline{\underline{(9)}}$$

Na figura abaixo vêem-se as respostas de amplitude e fase para um cabo de 2000 m de comprimento.



a) AMPLITUDE



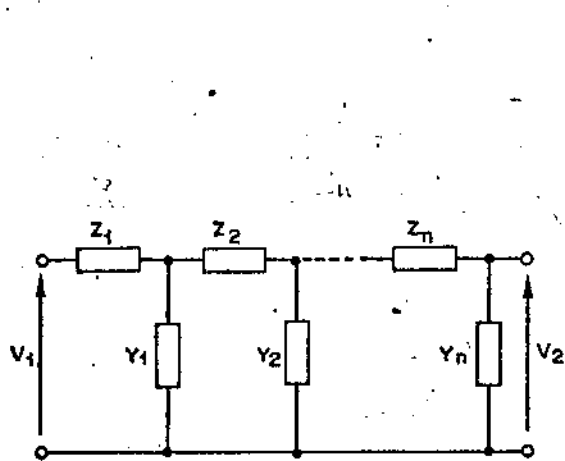
b) FASE

Fig 3 - Respostas de um cabo de transmissão

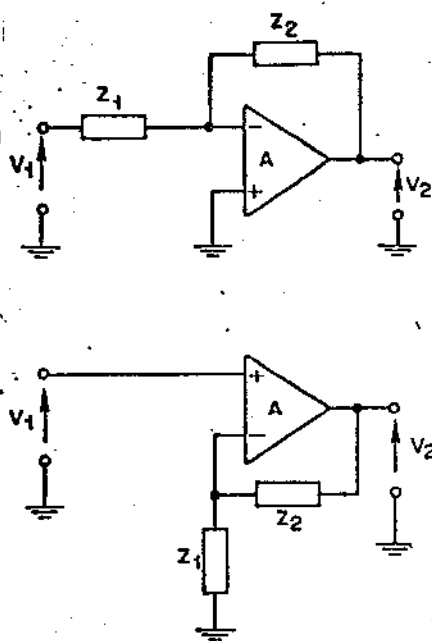
Nos testes dos repetidores são empregados muitas vezes simuladores no lugar dos cabos verdadeiros. Estes simuladores são construídos com circuitos de fase mínima com elementos concentrados, de sorte que a reprodução da resposta de fase do cabo é automática desde que haja uma coincidência entre as

respectivas reportas de amplitude. Bem feito, o erro de fase medido do simulador WG... revelou-se menor que 2° , quando $f \leq 3 \text{ MHz}$, e se tomava como referência um cabo de 3000 m de comprimento. Esta constatação permite que se abandone o cabo real em favor do simulador nos testes em laboratório, já que nesta aplicação os simuladores são bem mais flexíveis e cómodos, permitindo uma variação praticamente contínua do comprimento equivalente de cabo.

Uma caracterização completa da reporta do equalizador real seria aparentemente impossível, dada as infinitas formas que sua implementação pode assumir. Contudo, existe uma propriedade que é comum à imensa maioria das realizações práticas de equalizadores, e que simplifica extraordinariamente a tarefa dessa caracterização: se não houver um esforço deliberado no sentido contrário, o circuito equalizador geralmente será de fase mínima. Isto se dá porque, nas suas formas típicas, o modelo da reporta do equalizador é obtido ^{ou} com circuitos passivos com elementos concentrados ligados em forma de escada, ou com circuitos ativos com realimentação reletiva em frequência, como se vê na figura abaixo



a) passiva



b) ativa

Fig. 4 - Formas típicas de implementação de equalizadores.

Nos circuitos apresentados, os polos e zeros das funções de transferência só poderão ocorrer nas frequências ^{complexas} em que as impedâncias de ramo se tornarem nulas ou infinitas. Como os polos e zeros dessas impedâncias sempre se localizam no semi-plano esquerdo, conclui-se que os circuitos acima são sempre de fase mínima. Assim, as respostas de amplitude e fase do equalizador não serão independentes entre si, mas, ao contrário, uma delas determinará a outra completamente.

Conforme já assinalamos, o cabo de transmissão se constitui num sistema de fase mínima; conseqüentemente o sistema composto pelo cabo mais o equalizador ^{também} será um sistema de fase mínima.

Deste fato podemos tirar conclusões muito interessantes sobre o desempenho global do sistema de transmissão. Para isso, vamos partir de uma forma modificada da equação (4):

$$C(f) E(f) = \frac{X(f)}{P(f)} \quad (10)$$

A expressão acima diz que: dado o pulso transmitido $P(f)$ e o pulso que se deseja receber $X(f)$, estará determinada a resposta conjunta cabo + equalizador. Note-se que $C(f) \cdot E(f)$ estará determinada ^{por esta expressão} tanto em amplitude quanto em fase. No entanto, essas respostas de amplitude e fase podem não satisfazer as relações amplitude x fase dos sistemas de fase mínima, já que $P(f)$ e $X(f)$ não são, no geral, escolhidos em função de um critério de fase mínima. Aparecendo assim a impossibilidade prática de satisfazer ^{na expressão} a expressão (10) com circuitos de fase mínima, parte-se na maioria das vezes para a implementação de circuitos de equalização que satisfazem a condição acima apenas no aspecto da resposta de amplitude, isto é:

$$|C(f) \cdot E(f)| = \left| \frac{X(f)}{P(f)} \right| \quad (11)$$

A resposta de fase que resulta desse procedimento
 poderá ser determinada pelas relações amplitude x fase
 e, conforme já dissemos, poderá não satisfazer (10).
 A diferença de fase entre a resposta obtida e aquela
 almejada aparece como ^{uma} distorção de fase que se
 abate sobre o pulso equalizado. Este apresentará um
 espectro de amplitude igual ao que se queria, mas o
 seu espectro de fase sofrerá distorções e, portanto,
 o pulso obtido não satisfará provavelmente a condição
 de ausência de ITS ($x(nT) = 0, n \neq 0$) e não será
 um pulso de Nyquist. Porém — o que é muito impor-
 tante considerar — a distorção de fase e, conseqüente-
 mente, a resposta no tempo do pulso $x(t)$ obtido são
 completamente previsíveis, conhecido $P(f)$ e estabele-
 cido o espectro ideal $X(f)$, qual quer que seja
 a combinação $C(f)$ e $E(f)$.

As imperfeições do pulso equalizado obtido
 não dependerão da combinação particular empregada
 desde que $C(f)$ e $E(f)$ satisfazam (11). Esta
 invariância nos permitirá superar a necessidade (muito)
 da conexão de fase e, nos casos positivos, projetar
a priori os conectores, sem precisar conhecer qual a
 combinação $C(f)$ e $E(f)$ a ser empregada: bastarão
 os conhecimentos de $X(f)$ e $P(f)$. A amplitude de
 da aplicação desses conectores justifica a denominação
 que lhes damos de conectores universais de fase.

③ Realizabilidade da Equalização

A implementação de um equalizador prático passa, explícita ou implicitamente, pela questão da realizabilidade. O critério da realizabilidade de Paley-Wiener diz que um sistema será realizável se, e somente se, existir a integral:

$$\int_0^{\infty} \frac{|\ln A(\omega)|}{1+\omega^2} d\omega \quad (12)$$

onde $A(\omega)$ é a resposta de amplitude do sistema.

Nesta condição está implícita a existência do integrando para todo ω , com exceção talvez de pontos isolados em que se podem permitir certas descontinuidades infinitas. É o caso, por exemplo, quando $A(\omega)$ apresenta polos ou zeros em número finito ^{de pontos}. Se $A(\omega)$ se anular em faixas de frequência, ao contrário, não se terá a realizabilidade do sistema. Este caso se dará quando da implementação de

equalizadores para pulsos de espectro com decaimento senoidal (pulsos tipo co-seno levantado), cujos espectros são dados por:

$$X(f) = \begin{cases} T & ; |f| \leq \frac{1-\alpha}{2T} \\ \frac{T}{2} \left[1 - \sin \frac{\pi T}{\alpha} \left(|f| - \frac{1}{2T} \right) \right] & ; \frac{1-\alpha}{2T} < |f| < \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0 & ; |f| \geq \frac{1+\alpha}{2T} \end{cases} \quad (13)$$

(12)

Como $X(f)$ apresenta espectro limitado em $(1+\omega)/2T$, $E(f)$ também será limitada (ver equação (4)) e, portanto, irrealizável.

A constatação a que chegamos aparentemente inviabiliza a utilização de pulsos com tais espectros, e nos sugere a busca de "pulsos" mais realizáveis para as implementações práticas.

Antes de nos lançarmos a essa tarefa, que aparentemente implica no abandono do conceito de pulso de espectro com decaimento senoidal, precisamos esclarecer o significado do conceito da realizabilidade dos sistemas, pois daí nascem algumas das ^{idéias} mais absurdas, tais como a de pulsos irrealizáveis que se tornam "realizáveis" pela introdução de um atraso infinito, etc. É também comum uma certa confusão entre a realizabilidade prática, vulgar, e a teórica.

Inicialmente, devemos notar que o significado do critério da realizabilidade é matemático, podendo ser expresso numa forma simples e precisa da seguinte maneira: dada uma resposta de amplitude para a qual a integral de (12) existe, então será possível encontrar uma resposta de fase tal que associada àquela de amplitude resulte numa anti-transformada de Fourier causal, isto é, que seja nula para $t < 0$. Ao revés, se uma resposta de amplitude não satisfaz a condição de realizabilidade, então não existirá resposta de fase que implique num pulso causal.

Satisfeito o critério de Paley-Wiener, devemos (13)

descobrir alguma resposta de fase que garanta a causalidade. Isto pode ser determinada a partir da relação entre as respostas de amplitude e fase dos sistemas de fase mínima instantâneas (2). (Esta não se constitui, porém, na única solução. Pode ser acrescentada a ela uma componente linear (atraso) ou uma resposta de um filtro passa-tudo causal sem destruir a causalidade do pulso resultante)

Por detrás da condição da realizabilidade está assim escamoteada a imposição da causalidade do sistema, e é na causalidade que brota a sua imposição física. Na verdade, algumas outras condições secundárias estão aí implícitas, mas que não cabe examinar neste momento. As observações do mundo real podem sugerir ampliação das condições de realizabilidade de forma a incluir o maior número possível de restrições físicas dos sistemas. Considerando, como exemplo, que a velocidade de grupo de um sistema não pode ser maior que a da luz, poderíamos expressar essa restrição por uma condição de realizabilidade aplicada à resposta de fase.

↳ Sob esse prisma, poderíamos estabelecer tantas condições de realizabilidade quantas forem as restrições físicas que tivermos de considerar. A condição de Paley-Wiener é apenas uma delas — talvez, é verdade, uma das mais fundamentais.

(2) Lopes, A.; Chirrito, J. G.; Waldman, H. - Obra citada

(parágrafo) A constatação da irrealizabilidade (teórica) de um tipo de resposta não significa, porém, que ela não possa ser perseguida, ou tomada como referencial, nos projetos práticos. Um bom exemplo é a utilização de filtros elíticos no processamento dos sinais de comunicações. Sabe-se que os filtros ideais são irrealizáveis (segundo Paley-Wiener); contudo, as técnicas de síntese de filtros se desenvolvem incessantemente no aprimoramento dos filtros, aproximando-os cada vez mais dos ideais. A não realizabilidade de uma resposta não exclui, assim, a sua realizabilidade prática. Uma afirmação deste tipo parece um contra-senso, MAS não adquire essa aparência, quando se esquece que a condição de realizabilidade de Paley-Wiener é teórica (apesar de sua inspiração física), enquanto que a realização prática de uma resposta admite certos relativismos, que permitem, sob certos pontos de vista, ultrapassar as barreiras levantadas pelas possíveis irrealizabilidades teóricas.

↳ O ponto chave que deve ser observado na implementação de um equalizador é que uma resposta real será sempre uma aproximação da resposta ideal, seja esta realizável ou irrealizável. Mesmo que a resposta ideal seja realizável, a multiplicidade de fenômenos indesejáveis ou imprevisíveis que interveem na implementação fazem com que a resposta real se desvie, em maior ou menor grau, da ideal. (parágrafo) Na aparência não existia diferença em se tomar como ponto de partida uma resposta realizável ou irrealizável pois sempre se poderia construir um sistema cuja resposta seja uma aproximação - (15)

ximação da resposta ideal. Se fosse assim, seria quase nula a importância do critério de realizabilidade. Na verdade, as diferenças aparecerão quando tentarmos prever a resposta de fase do sistema real. Se a resposta de amplitude do sistema real for uma aproximação de uma resposta ideal realizável, e se o sistema for de fase mínima, então sua resposta de fase poderá ser prevista, com maior ou menor grau de aproximação, pela aplicação da relação amplitude x fase à resposta de amplitude ideal. Por outro lado, se a resposta ideal de amplitude for irrealizável, a resposta de fase do sistema real — mesmo que este seja de fase mínima — não poderá ser prevista, a não ser que sua resposta de amplitude possa ser tomada ^{como} aproximação de uma ^{outra} resposta ideal, esta realizável, que por sua vez seja também uma aproximação da ideal irrealizável.

A adoção de uma resposta ideal realizável, em substituição da irrealizável, como meta da implementação prática, não é o método que empregaremos nos estudos dos equalizadores para pulsos de espectro com decaimento senoidal. Como a resposta realizável pode ser tomada tão próxima quanto se queira daquela irrealizável — que é o objetivo primeiro —, justifica-se a nossa afirmação de que uma resposta irrealizável segundo Paley-Wiener pode ser realizada do ponto de vista prático!

A escolha da resposta teórica realizável ^{substituída} reveste-se (16)

da maior importância. Se a aproximação escolhida for muito grossa, pode-se não satisfazer os requisitos de desempenho do sistema real. Por outro lado, uma aproximação muito fina exigiria um projeto demasiadamente complexo e, o que é mais fundamental, levaria a dificuldades ^{quase} insuperáveis com as distorções de fase. Esta razão para limitarmos o grau de aproximação é compreensível ao lembrarmos que a resposta de fase deve divergir, necessariamente, conforme a resposta de amplitude realizável converge, mais e mais, daquela realizável. A divergência da resposta de fase decorre (como se)

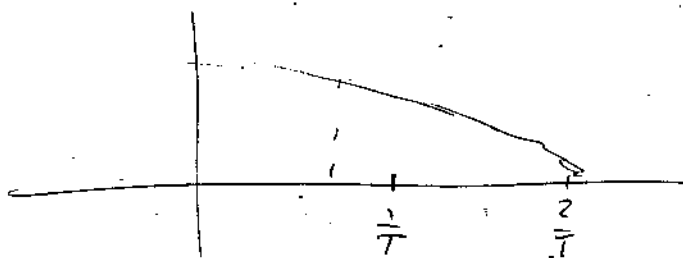
4) Aproximações realizáveis para os pulsos equalizados

Adotaremos como aproximação realizável, uma resposta de amplitude $|C(f)|$ que seja idêntica à ^{componente} de espectro com decaimento senoidal, quando f está entre 0 e uma determinada frequência f_c . A partir de f_c , a resposta decairá com f^N , garantindo-se assim a realizabilidade. A frequência f_c é escolhida de forma a se ter a continuidade da aproximação e de sua derivada, estando seu valor típico em torno de $1/2T$. O valor exato dependerá do fator α do espectro com decaimento senoidal utilizado e do valor do parâmetro N . Vê-se de imediato que, conforme $N \rightarrow \infty$, $f_c \rightarrow (1+\alpha)/2T$ e a aproximação se torna cada vez melhor.

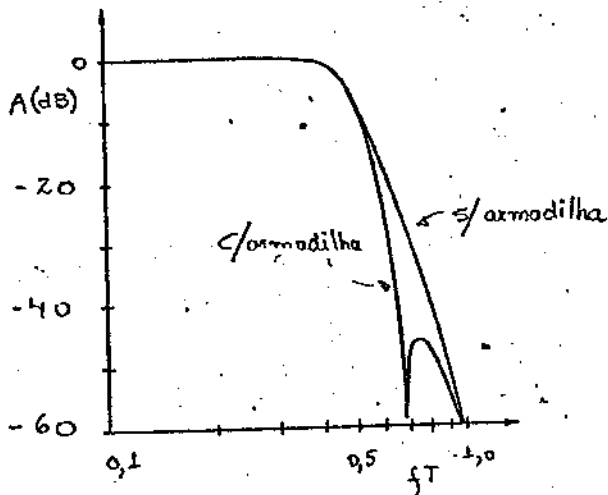
Mostramos na figura abaixo algumas curvas reais de espectros de amplitude de pulsos equalizados ($\alpha = 0,3$) e as aproximações realizáveis que adotaremos para as suas representações teóricas, supondo que $p(t)$ é retangular (14)
 com $P = 100\%$

diretamente da condição de realizabilidade de Paley-Wiener: se houvesse convergência, a resposta de fase limite, sendo associada à resposta de amplitude irrealizável, produziria um sinal causal, contradizendo a conclusão de Paley-Wiener.

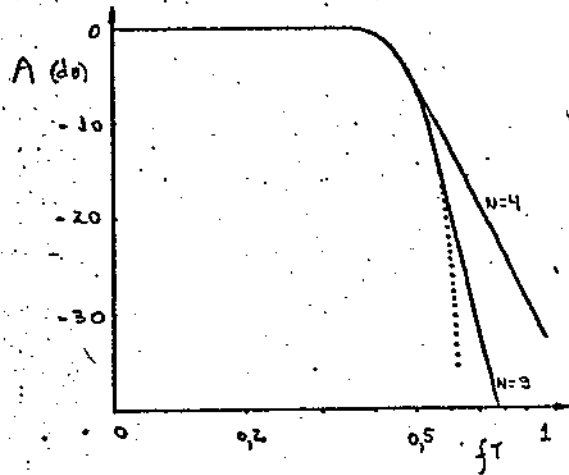
$$\sin \pi f T = \frac{\sin \pi f T}{\pi f T} \sim \frac{1/\pi T}{f} + \text{oscilações.}$$



$$\frac{d \log f^N}{d \log f} = \underline{\underline{N}}$$



a) experimental



b) Teórica

Fig. 5 - Respostas de amplitude de pulsos equalizados.

Empregaremos para as aproximações realizáveis teóricas os valores de $N=4, 9$ e 15 . Estes valores não são arbitrários mas foram extraídos da observação dos equalizadores reais, como passaremos a demonstrar. A forma da queda do espectro de amplitude de um pulso equalizado real, conforme dado pela expressão (3) depende dos seguintes elementos: ~~forma do pulso~~, atenuação do cabo e número de polos empregados no equalizador. Chamando de N_c e N_e , respectivamente, as suas derivadas logarítmicas $(\frac{d \log A(f)}{d \log f})$ numa frequência, a queda de $X(f)$ terá um N dado simplesmente por:

$$N = N_c + N_e \quad (14)$$

~~OK, acho que entendi porque o pulso não entra, mas acho que esse ponto merece algum comentário. Na verdade, estou em dúvida.~~

Comentar a não-inclusão do pulso. $I(f)$ (18)

Para um cabo telefônico, cuja resposta é dada pela expressão (4), tem-se para a sua derivada logarítmica

$$N_c = \ln 10 \text{ Aten} b(k) f^k \quad (15)$$

Substituindo-se os valores de b, k , e supondo-se que $\text{Aten} = 40 \text{ dB}$, tem-se:

$$N_c = 2,4 \quad f = 1,024 \text{ MHz} \left(\frac{1}{2T} \text{ do sistema MCP-30} \right)$$

$$N_c = 4,3 \quad f = 2,112 \text{ MHz} \left(\frac{1}{2T} \text{ do sistema desdobrado de 60 canais} \right)$$

O coeficiente da queda ^{assintótica} de $E(f)$ será, em última instância, igual ao número de polos que caracterizam essa resposta, ^{estando este número na maioria} dos casos entre 1 e 5. Todavia, é frequente a utilização de armadilhas sintonizadas logo após a frequência de Nyquist ($1/2T$) com a finalidade de tornar mais abrupto o corte da resposta do equalizador nessa região. Apesar da presença desse filtro não afetar a queda assintótica final, seu efeito na região de atenuação é o de aumentar consideravelmente o coeficiente equivalente da queda de $E(f)$. Podemos computar a contribuição da armadilha introduzindo um acréscimo ao coeficiente do equalizador de aproximadamente 5. Assim:

$$1 < N_e \leq 10$$

(16)

Num caso ^{real} particular, a derivada logarítmica, numa certa frequência, será expressa por um coeficiente N provavelmente diferente daquele utilizado em nossa análise. Além disso, o coeficiente real dependerá da frequência em que foi medido, ao contrário do coeficiente da aproximação teórica de qualquer forma, porém, a curva de amplitude do pulso real não estará muito distante de alguma das aproximações teóricas, com decaimentos do tipo $1/f^N$, e $N=4, 9$ ou 15 . As pequenas discrepâncias que existem se mostram, no final, quase insignificantes quando compararmos os respectivos pulsos equalizados. Ficou evidente, então, que a forma desses pulsos depende relativamente pouco do grau do decaimento final de seus espectros de amplitude.

Como regra geral podemos dizer que o valor $N=4$ será representativo dos casos que empregam cabos curtos com equalizadores simples. O valor $N=15$ representará os casos com cabos longos e equalizadores mais elaborados, providos de amadilhas sintonizadas.

O valor $N=9$ foi incluído por ser mais ou menos equidistante daqueles dois extremos, representando, portanto, os casos intermediários.

Estabelecidas as aproximações realizáveis para $X(f)$, podemos passar a calcular as respostas de fase, pulsos equalizados e diagramas de olhos, lembrando que:

$$C(f)E(f) = \frac{X(f)}{P(f)}$$

para de fase mínima.

Na figura abaixo comparamos os resultados obtidos por computação a partir da aproximação teórica, com $\alpha = 0,3$, $N = 15$ e $\beta = 100\%$, com aqueles de um sistema real. O código de linha empregado foi o IMA e as origens dos eixos dos tempos foram escolhidas arbitrariamente.

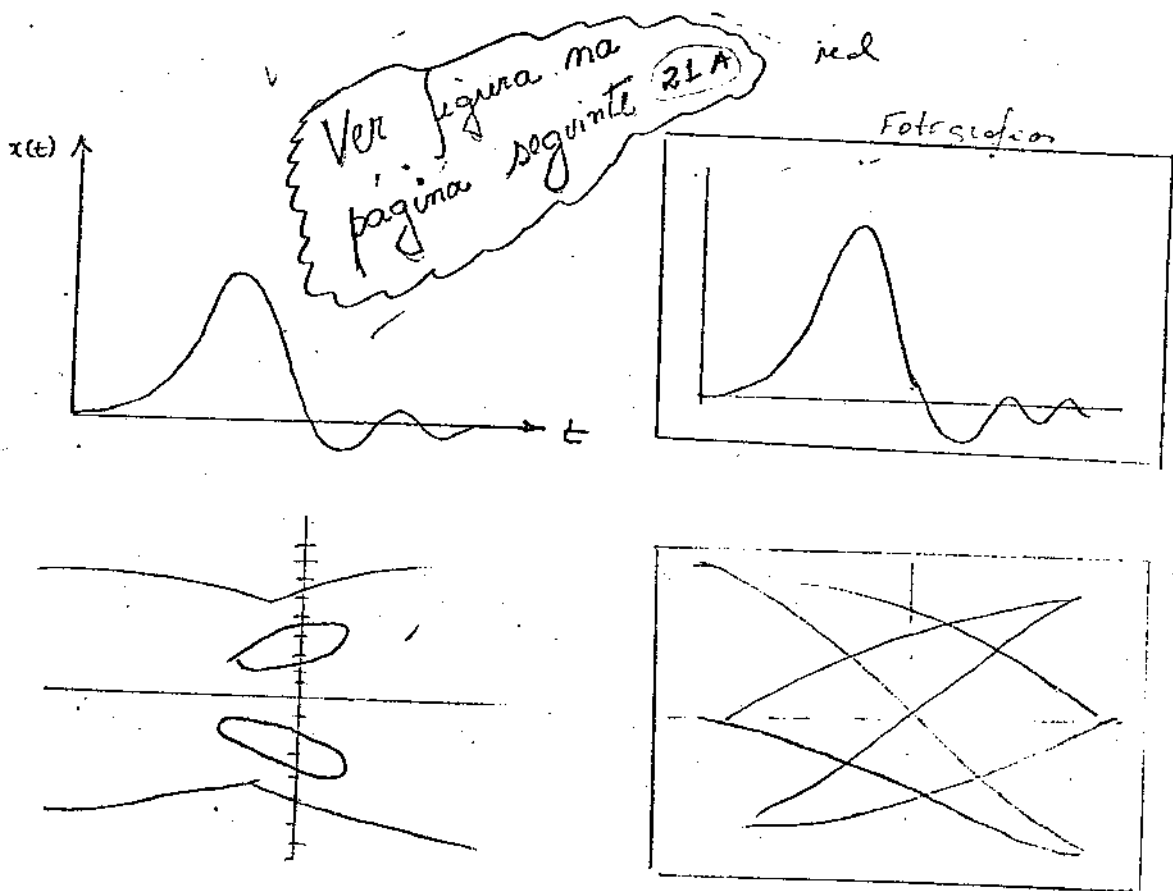
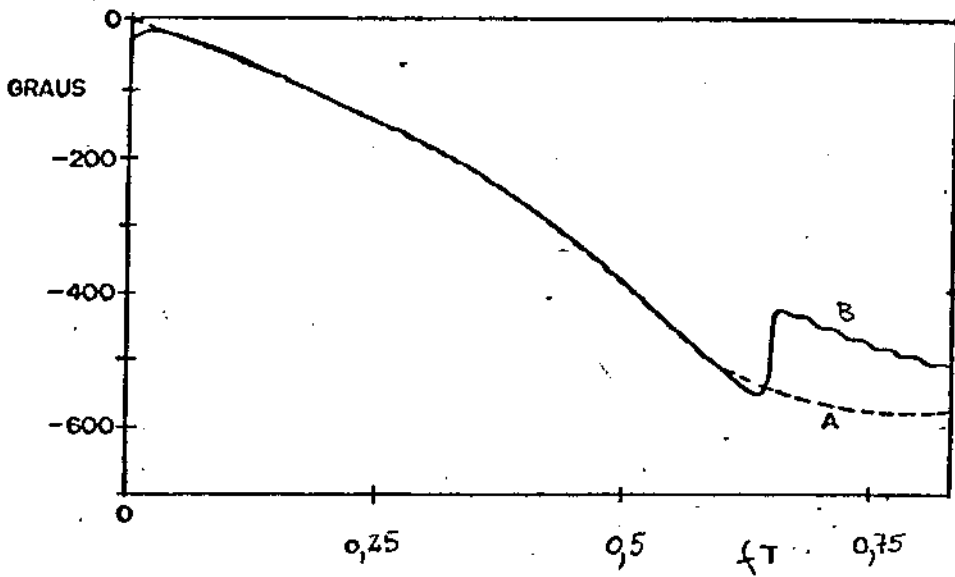


Fig. 6 - Resultados teóricos versus práticos.



A = calculado

B = real

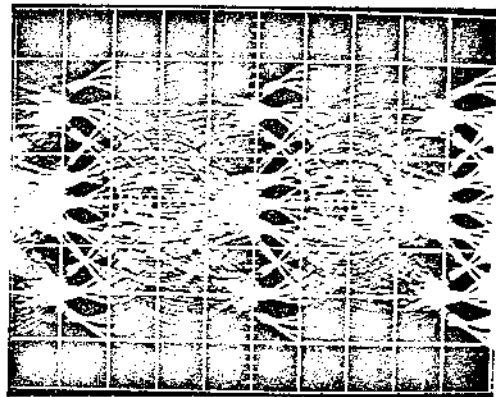
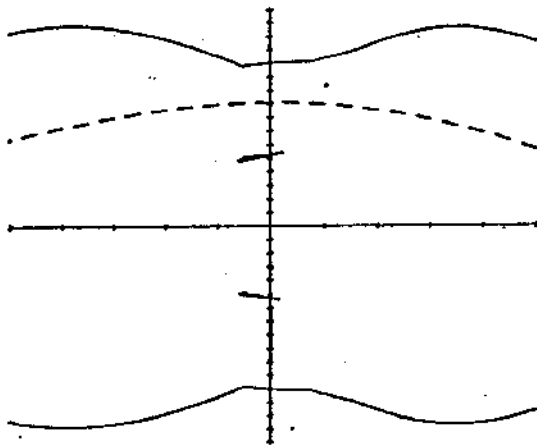
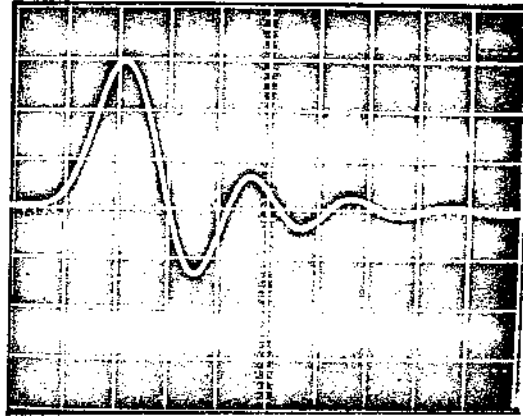
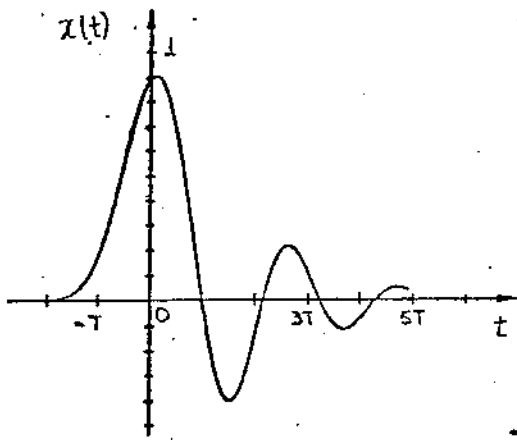


FIG. 6 - Resultados teóricos versus prácticos.

Na figura abaixo mostramos as curvas de fase calculadas para $\alpha = 0,3$ e $\beta = 50\%$, para os diversos valores de N . O efeito mais visível da variação do corte é o aumento da declividade das curvas de fase com o crescimento de N . As curvas diferem entre si mais por componentes lineares de fase que por variações das distorções das respostas de fase. A rigor, não se poderiam definir essas componentes lineares pois $\phi(f) \rightarrow 90^\circ \times N$ conforme $f \rightarrow \infty$, no entanto, numa faixa limitada essa operação pode ser realizada e implica a variação dos "pseudo-atrasos" dos pulsos equalizados. Para evidenciar essa variação, as origens segue no verso

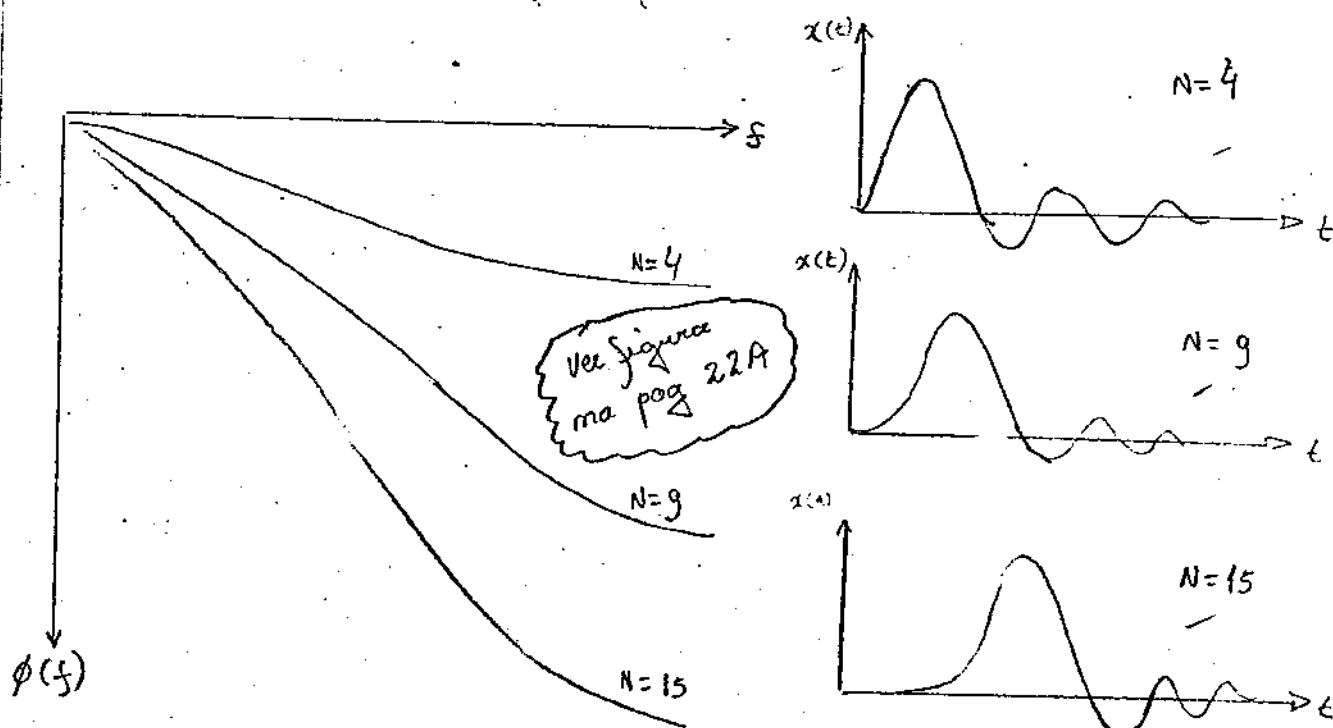


Fig. 7 - Efeito do corte sobre o pulso equalizado

dos tempos foram estabelecidas nos instantes em que os pulsos retangulares de transmissões iniciam a excitação dos sistemas. Nos três casos apresentados, $x(t)$ se inicia em $t=0$, pois se supõe que os sistemas são de fase mínima com resposta instantânea. Descontados os respectivos "pre-delayos", observa-se que não existe muita variação nas formas dos pulsos equalizados.

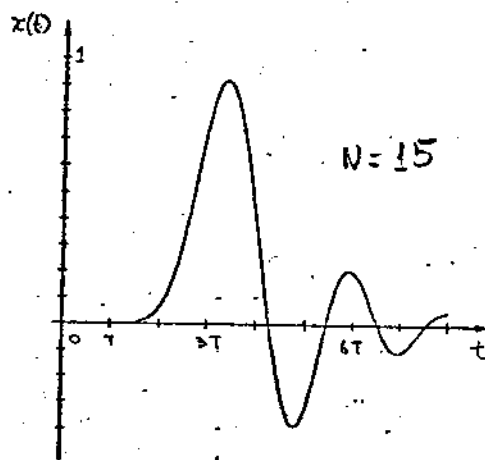
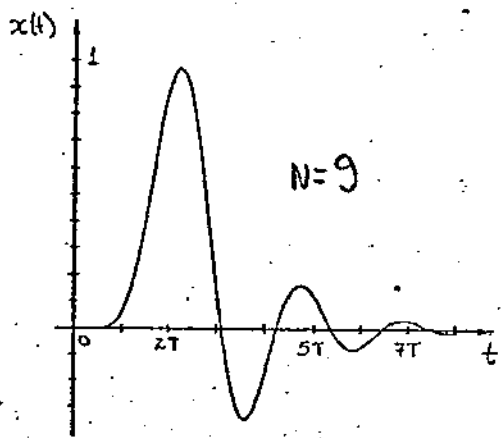
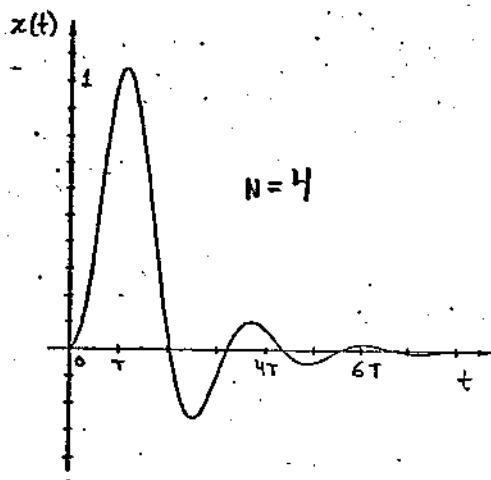
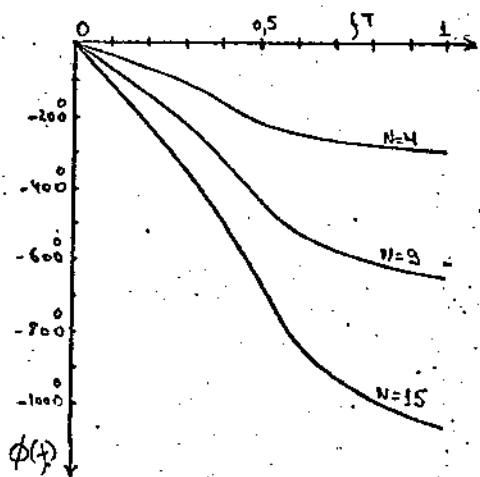


FIG 7 - Efeito do corte sobre o pulso equalizado

Podemos explicar a relativa invariância da forma do pulso equalizado com N pela propriedade de um corte nas altas frequências, introduzindo uma componente quase linear de fase nas frequências muito baixas. O acréscimo de N aumenta essa componente aumentando, conseqüentemente, o pseudo-atraso, que tende a infinito conforme N cresce. Mas, como já foi dito, o efeito do corte não se resume a uma componente linear de fase, pois aparece também um aumento na distorção de fase com o crescimento de N , piorado a forma do pulso equalizado.

A medida que $N \rightarrow \infty$, a resposta de amplitude tende à do pulso de espectro com decaimento senoidal, que é irrealizável, e conseqüentemente a resposta de fase calculada tenderá à divergência como prevê o critério de Paley-Wiener. Surge então a interessante questão: Podemos esperar que a forma do pulso equalizado, ^{devido ao pseudo-atraso,} ainda se estabilize conforme $N \rightarrow \infty$? Note-se essa estabilização não seria incompatível com a constatação da irrealizabilidade. O crescimento sem limites do pseudo-atraso, que é mais ou menos inconseqüente do ponto de vista da transmissão digital, garantiria por si só a divergência da fase. ^{prevista pela condição de Paley-Wiener} Para respondermos a questão levantada devemos investigar se a distorção da fase se estabiliza ou cresce sem limites, com N .

Admitamos que N_1 já seja suficientemente grande para se ter:

$$f_c(N_1) = \frac{1+\alpha}{2T} - \epsilon_{N_1}$$

onde ϵ_{N_1} é um valor ^{positivo} suficientemente pequeno.

Aumentando a declividade do corte para N_2 têm-se:

$$f_c(N_2) = \frac{1+\alpha}{2T} - \epsilon_{N_2}$$

onde $0 < \epsilon_{N_2} < \epsilon_{N_1}$

Para aqueles que nos interessa, podemos supor válido

$$f_c(N_2) \approx f_c(N_1) \approx \frac{1+\alpha}{2T}$$

Dentro desta hipótese, o pulso equalizado que resulta do corte de declividade N_2 será igual ao pulso correspondente à declividade N_1 depois de passar por um filtro $H(f)$, cuja resposta de amplitude terá a forma mostrada na figura abaixo:

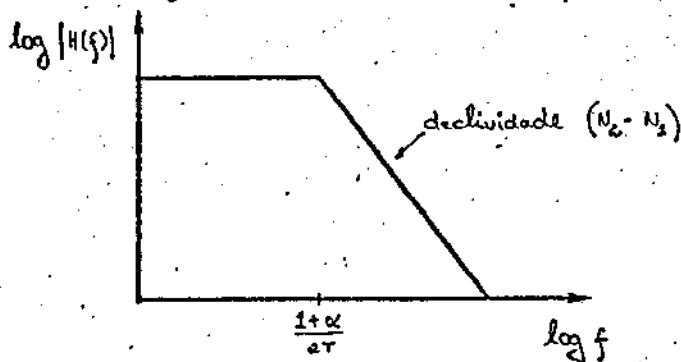
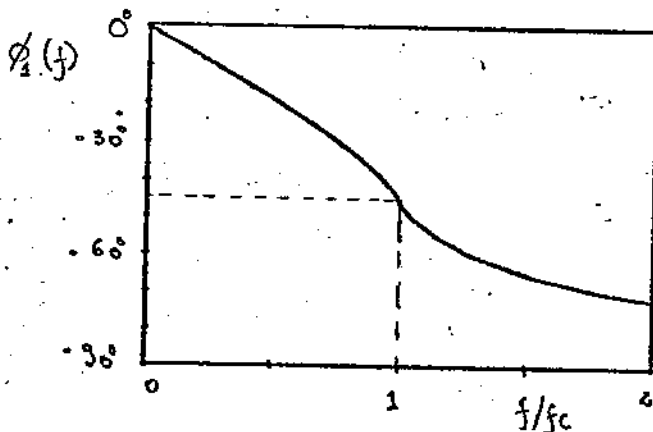


Fig. 8) - Resposta de amplitude de $H(f)$

A resposta de fase de $H(f)$ pode ser calculada a partir das relações amplitude x fase e em seguida acrescida à fase do pulso correspondente à declividade N_1 .
 Supondo ^{inicialmente} que $N_2 - N_1 = 1$, a fase de $H(f)$ poderá ser encontrada (3) fazendo-se a integração:

$$\phi_1(f) = - \frac{1}{\pi} \int_0^{f/f_c} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| \frac{dx}{x} \quad (14)$$

Obtém-se a curva abaixo:



(Fig. 9) Resposta de fase $\phi_1(f)$

Para determinarmos $H(f)$ para N_2 qualquer basta tomarmos:

3) Bode, H. W. - Network Analysis and Feedback Amplifiers
 Design - capítulos XV. - 1945

$$\phi_{(N_2-N_1)}(f) = (N_2-N_1)\phi_1(f)$$

(18)

Como $\phi_1(f)$ não é linear, apresentando um certo grau de distorção, a distorção de $\phi_M(f)$ crescerá, em termos absolutos, proporcionalmente com (N_2-N_1) . Assim, a distorção de fase do pulso equalizado crescerá sem limites conforme a ordem do corte crescer mais e mais. Não se trata pois a ^{tenção} estabilização da forma do pulso, mas, ao contrário, o pulso irá se deformando continuamente e se atrasando (pseudo-atraso) cada vez mais com o crescimento de N . Esta propriedade parece ser geral para respostas irrealizáveis quando se tenta atingi-las aproximando-se por meio de respostas realizáveis. A necessidade de se "parar no meio do caminho" antes que as distorções na resposta de fase se tornem exageradas impõem um limite para o grau de aproximação que se pode atingir na prática, sugerindo que o coeficiente da queda da resposta de amplitude não deve ser escolhido muito maior que

Passaremos agora a examinar o efeito da variação do parâmetro α sobre as respostas de fase e formas dos pulsos. Vemos na figura abaixo as curvas de fase para $\alpha = 1,0$ e $\alpha = 0,3$, quando $N = 9$ e $\rho = 50\%$. Observa-se que os coeficientes angulares médios — que tem relação direta com o pseudo-atraso dos pulsos — são praticamente iguais, mas a distorção de fase para $\alpha = 0,3$ é muito maior que

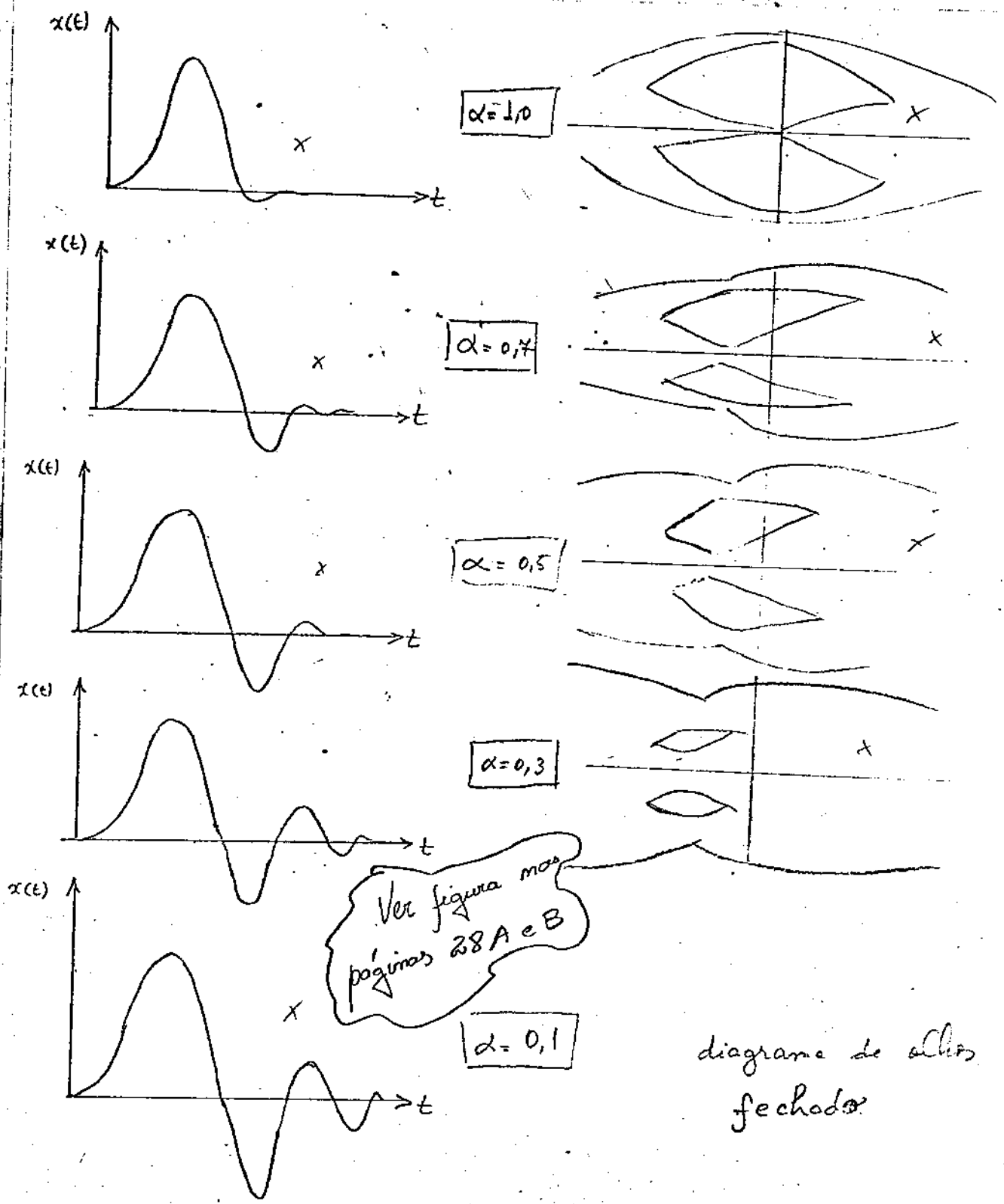
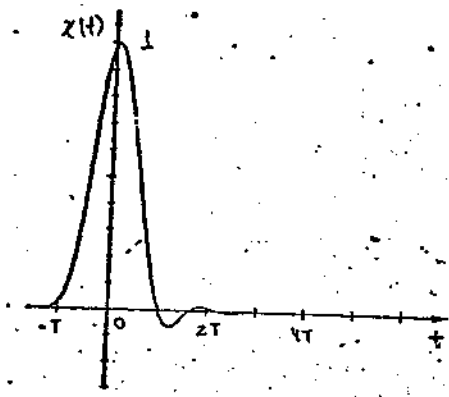
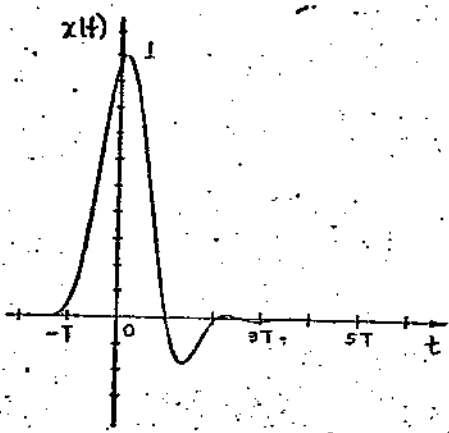
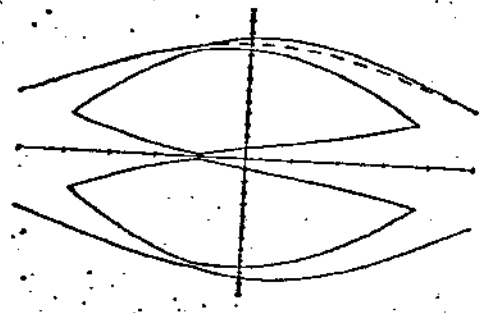


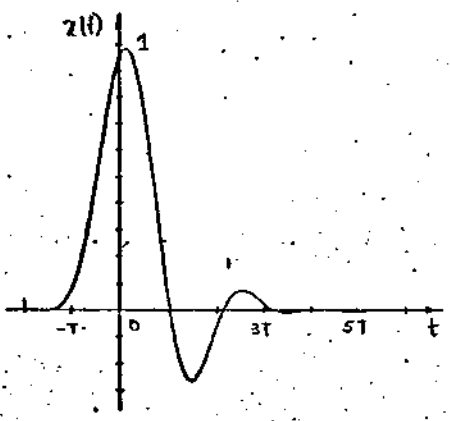
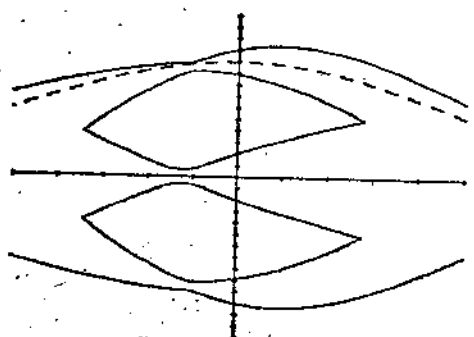
Fig 11 - Pulsos equalizados e diagramas de alças em função do parâmetro α , para $N=9$ e $\beta=50\%$



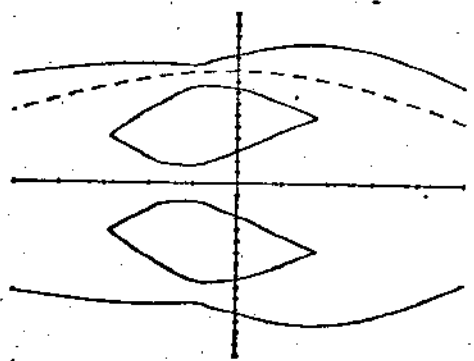
$\alpha = 1$



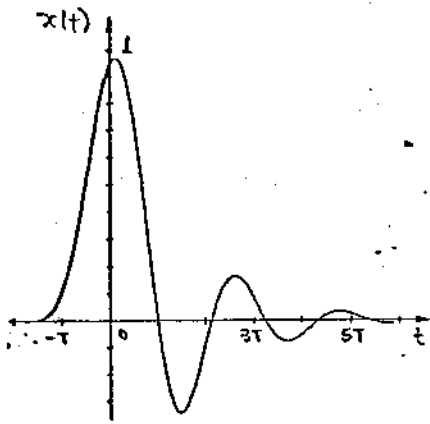
$\alpha = 0,7$



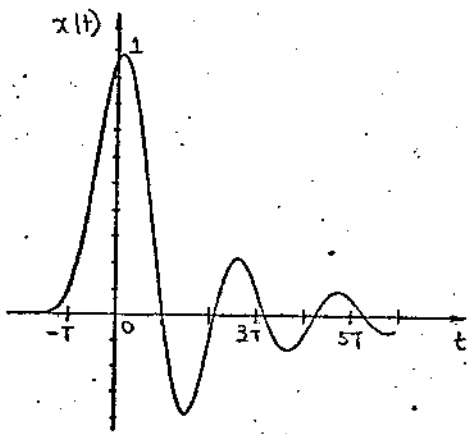
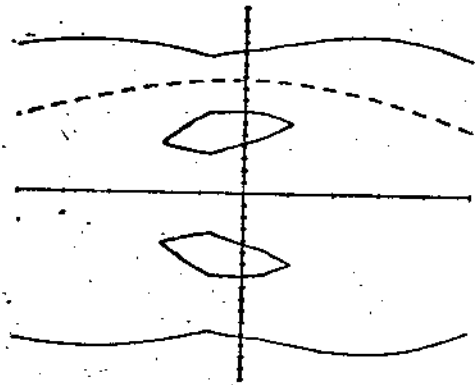
$\alpha = 0,5$



28A



$\alpha = 0,3$



$\alpha = 0,1$

diagrama de polos
fechados

FIG 11 - Pulsos equalizados e diagramas de polos em função do parâmetro α , para $N=9$ e $\beta=50\%$

Através do gráfico da variação da IES com α (no melhor ponto de amostragem) (Fig. 12) podemos ter uma idéia mais quantitativa do fenômeno. Observa-se uma fraca dependência da IES com a largura do pulso transmitido e que o fechamento nos diagramas de olhos (IES $\geq 0,5$) se dá para $\alpha \approx 0,2$. Além disso, ter-se-á uma degradação da margem contra ruído $\approx 1,0$ dB se $\alpha \approx 0,45$, mas se a degradação máxima aceitável for de 0,5 dB, então deve-se ter $\alpha \approx 0,9$.

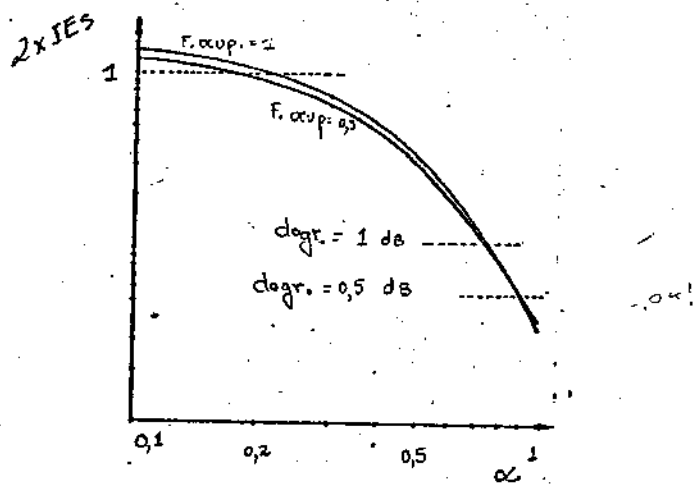


Fig. 12 - Variação da IES com α

5 - Equalização de fase - Fase de Nyquist

Um exame rápido dos pulsos apresentados na Figura 11 mostra que os resultados de uma implementação real podem ser bastante diferentes dos pulsos de espectro com decaimento reversível ideais, que eram o objetivo inicial da equalização. A diferença mais

notável é, talvez, a ausência da cauda oscilante à esquerda do lóbulo principal, enquanto o pulso ideal é absolutamente simétrico. A assimetria do pulso realizável não será tão importante (ao menos do ponto de vista da amostragem e decisão) se o nível da IES não fosse tão elevado, como demonstra a figura 12 quando $\alpha \leq 0,4$.

Se o pulso realizável tem um espectro de amplitude praticamente idêntico ao do pulso de espectro com decaimento senoidal — isto é tanto mais válido quando maior for N — por que suas formas de onda no tempo podem ser tão diferentes? A resposta é quase óbvia: as discrepâncias temporais se explicam pelas diferenças entre os respectivos espectros de fase. Enquanto a fase do pulso idealizável é nula (ou linear, se for adicionado um atraso), a do pulso realizável é distorcida, tanto mais quanto menor for α .

Já podemos concluir que a redução da IES no projeto real deverá ser feita empregando-se um conuto de fase. Este deve atuar sobre a fase do pulso equalizado sem alterar seu espectro de amplitude. Será portanto um circuito conhecido como passa-tudo. Poderemos, então, perguntar: qual deve ser a resposta de fase desse circuito conuto?

A resposta primeira seria: a resposta de fase do conuto deve ser tal que, acrescida ao espectro de

fase do pulso equalizado, resulte numa característica linear. Surpreendentemente, essa solução não é a melhor, ao menos em teoria, porque o pulso resultante não será de Nyquist já que seu espectro de amplitude foi ligeiramente alterado pela introdução do corte segundo f^N . A fase resultante "nyquistizada" para esse espectro de amplitude não será a linear, mas aquela que garante o critério de Nyquist, no domínio da frequência:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} X(f - k/T) = \text{constante}$$

Para determinarmos essa fase, suponha-se que $X(f)$ seja definido pelo seu espectro de amplitude e de fase, isto é:

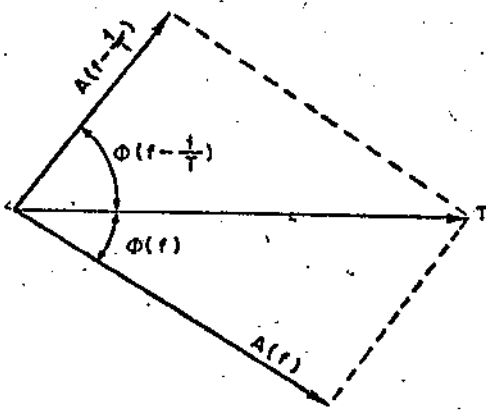
$$X(f) = A(f) e^{j\phi(f)}$$

Além disso, vamos fazer a hipótese (verificável quase sempre na prática) que $X(f)$ é limitada entre $-1/T$ e $1/T$. Nessas condições, a condição de Nyquist, para um pulso com amplitude unitária será dada por:

$$\sum_{k=0}^{1} X(f - k/T) = T, \quad 0 \leq f \leq 1/T$$

ou $X(f) + X(f - 1/T) = T$

Em forma vetorial:



Pela relação dos triângulos:

$$A^2(f - \frac{1}{T}) = A^2(f) + T^2 - 2TA(f) \cos[\phi(f)]$$

ou

$$\phi_N(f) = \pm \arccos \frac{A^2(f) - A^2(\frac{1}{T} - f) + T^2}{2TA(f)} \quad (19)$$

Vemos na figura (13) uma das possibilidades para $\phi_N(f)$, quando $\alpha = 0,3$; $N = 9$ e $\beta = 50\%$.

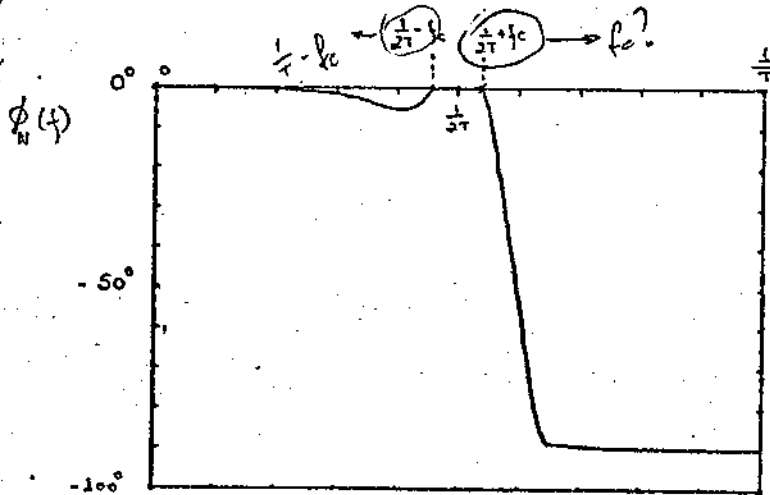


FIG 13 - Curva $\phi_N(f)$

Note-se que $\phi_N(f) = 0$ para $\frac{1}{T} - f_c \leq f \leq \frac{1}{T} + f_c$ e que $\phi_N(f) \rightarrow -90^\circ$ quando $f \rightarrow \frac{1}{T}$

$f_c \approx \frac{A}{2T}$
 não confere;
 é outro f_c

(3a)

Podemos observar na figura abaixo alguns exemplares de pulsos equalizados correspondentes a um corte com $N=9$ e pulsos de transmissão com fator de ocupação $\rho=50\%$.

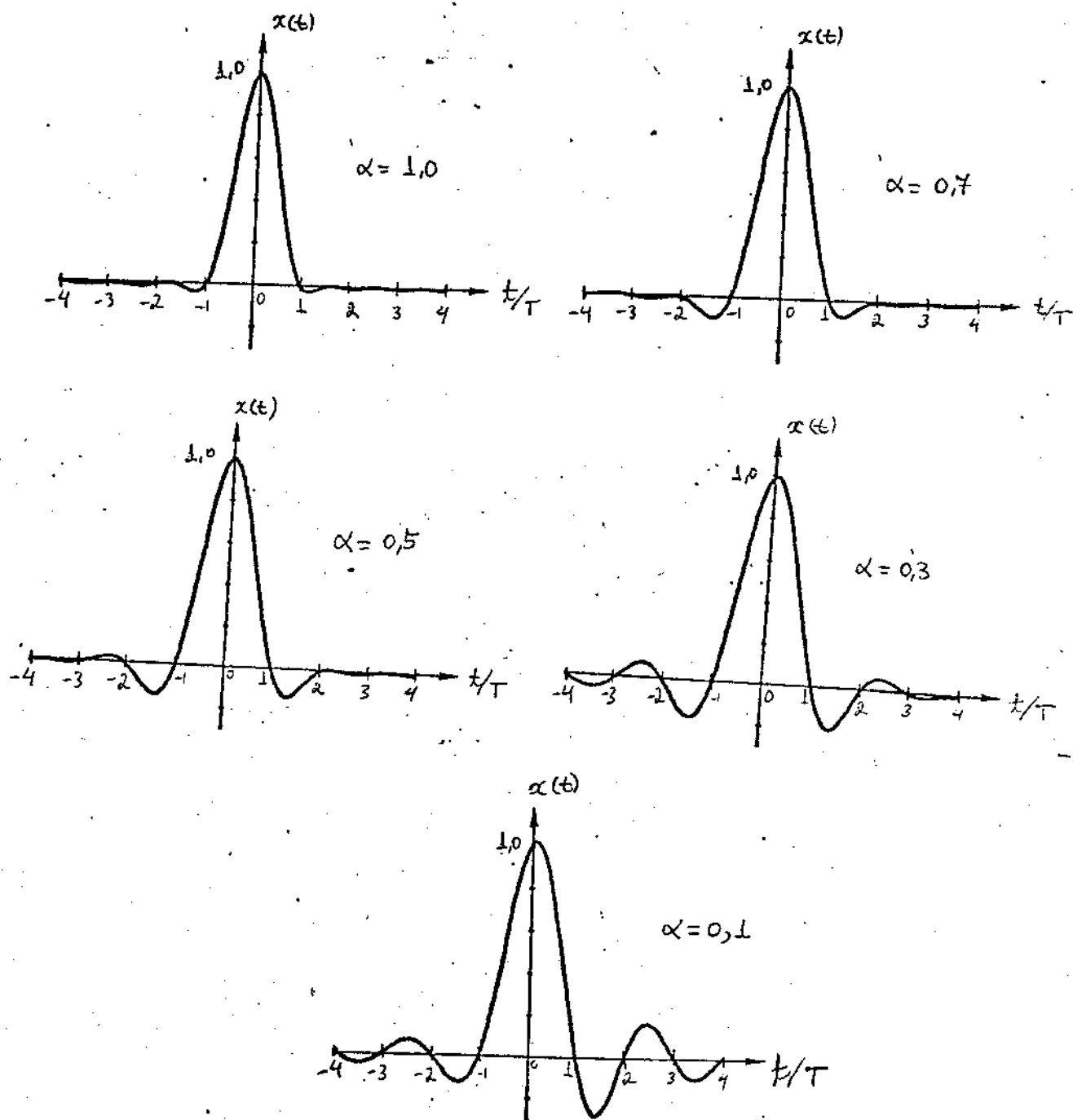


Fig 13a - Pulsos equalizados com fase de Nyquist.

Observa-se, inicialmente, que os pulsos são ligeiramente assimétricos, isto é, em geral $x(t) \neq x(-t)$. Este

fato decorre imediatamente de $X(f)$ não ser real, já que $\phi_n(f) \neq 0$. Além disso, as caudas de $x(t)$ não são limitadas no tempo, ou seja, se estendem indefinidamente em ambas as direções.

Consequentemente, não é possível tornar $x(t)$ causal pela introdução de um atraso τ (somando $-2\pi f\tau$ à fase $\phi_n(f)$), por maior que seja τ .

Para que um sinal $x(t)$ seja causal é necessário que $X(s)$ seja analítica no eixo js e em todo o semi-plano complexo $\text{Re}[s] > 0$ [4].

Como $\phi_n(f) = 0$ para $-\frac{1}{T} \leq f \leq \frac{1}{T}$, alguma de suas derivadas deverá ser descontínua e portanto $X(s)$ não poderá ser analítica mesmo que se introduza em $x(t)$ um atraso τ tão grande quanto se queira.

II - Projeto de Equalizadores de Fase

①

II-1 Introdução

A análise anterior mostrou que os equalizadores de fase em repetidores regenerativos devem ser circuitos de fase não-minima com resposta de amplitude plana e resposta de fase não-linear.

A forma usual desta análise é o caso de pólos e zeros — pólos no semi-plano esquerdo e zeros simétricos no direito — cuja resposta de fase pode ser ajustada variando-se a posição dos elementos.

O projeto de tais equalizadores tem como objetivo a obtenção de uma resposta satisfatória para a função de auto-equalização, utilizando-se um nível de complexidade mínimo necessário e compatível com a realidade prática. É extremamente mais fácil que atingir a dificuldade maior da equalização de fase, dada a existência de uma sistemática simples para a composição dos elementos. O tarefa de projeto destes circuitos não seria com uma experiência acumulada que o coloque ao nível da tarefa de projeto dos equalizadores de amplitude.

O único método relatado na literatura concernente consiste no uso do computador para a variação sistemática de um conjunto de pólos e zeros, calculando-se a cada passo o diagrama de Bode resultante. Este método, o qual denominamos de "força-bruta", embora permita

② a realização de uma correção de fase para um canal particular, apresenta o inconveniente de não oferecer condições para a aquisição de um conhecimento e uma experiência mais amplamente aplicáveis, o que implica que o esforço desenvolvido numo dada situação não cria subsídios que possam ser utilizados numa próxima. Isto porque ele não permite que penetremos na intimidade do processo de correção, de forma a avaliarmos as relações que existem entre o conjunto de pólos e zeros utilizados e o erro de fase corrigido, e não explora as relações que existem entre este erro e as características em frequência do pulso equalizado desejado. Talvez estas sejam as razões que justifiquem as discrepâncias entre os resultados apresentados na literatura (*, **)

Dai a motivação deste estudo e a necessidade da elaboração de um método novo de projeto de circuitos de fases em repetidores regenerativos.

* CHEUNG, H.W. ; STALICK, V.J. ; THOMAS, J.A. ; " KEY ASPECTS IN THE DEVELOPMENT OF A 48 CHANNEL DUOBINARY PCM REPEATER", IEEE TRANS. COMMUN. , VOL. COM-27 , p.p. 379-389 , Fevereiro 1979.

** ANUFF, A. ; LUDWICK, J.J. ; " T1D LINE REPEATER DESIGN", IEEE NATIONAL TELECOMMUN. CONFERENCE , CONFERENCE RECORD pp. 39.3.1 - 39.3.36 , Dezembro 1980.

(II-2) método novo de projeto

(3)

Este método se baseia no fato de que um corretor do tipo aqui considerado pode ser visualizado como o resultado de uma combinação de um número apropriado de dois equalizadores básicos, denominados de células básicas, inspirando-se na sistemática usada na composição de um equalizador de amplitude. Logo, o corretor pode ser composto gradativamente pela adição de células, o que lhe propicia um certo grau de sistematização de projeto e uma possibilidade potencial de controle sobre a complexidade máxória.

Uma célula básica é aquela composta por um pólo real e um zero simétrico, enquanto que a outra apresenta dois pólos complexos conjugados e os zeros correspondentes. Elas se justificam pelo fato de que são as estruturas mais simples e também porque realmente qualquer corretor do tipo aqui considerado pode ser decomposto em um número apropriado de tais células, cada qual com uma posição adequada para seus elementos.

A função de transferência do célula com um pólo é a seguinte:

$$H(f) = - \exp \left[-j 2 \arctg \left(\frac{2\pi f}{c} \right) \right] \quad (20)$$

onde c é a posição do zero no eixo real.

A curva da figura 3 permite visualizarmos, a grosso modo, a forma da distorção de fase em relação à característica linear, na faixa de frequências importante do pulso equalizado desejado (as diferenças entre a resposta esperada por (19) e uma resposta de fase nula ou linear, não são importantes aqui), uma vez que o espectro de frequências deste é

④

semelhante à resposta de um filtro passa-baixas. Fica fácil, assim, perceber que ao se utilizar valores adequados para o parâmetro c , a célula em questão oferece condições adequadas para a atenuação da distorção na faixa de frequências importantes.

A função de transferência para a célula de dois pólos é:

$$H(f) = \exp \left\{ -\sqrt{2} \left[\arctg \left(\frac{2\pi f + b}{a} \right) + \arctg \left(\frac{2\pi f + b}{a} \right) \right] \right\} \quad (21)$$

onde a e b são, respectivamente, as componentes real e imaginária do zero do primeiro quadrante. Esta característica de fase também apresenta condições favoráveis para atenuar a distorção observada quando utilizamos valores adequados para a e b .

A resposta de fase de uma combinação de tais células é simplesmente a soma das respostas das células utilizadas. É claro que nosso objetivo ao realizarmos tal combinação, é alcançar uma resposta de fase que, quando somada a resposta de fase mínima do pulso desejado, se aproxime o suficiente da característica expressa por (19) a menos de uma componente linear.

Neste ponto surge uma questão fundamental: Como realizar uma combinação que forneça a aproximação desejada e apresente a menor complexidade possível? Podemos afirmar que há a necessidade de um mecanismo intermediário que permita confrontar as características de cada célula, explicitadas em função da posição de seus elementos, com as características equivalentes da distorção, e que deste confronto seja possível, com relativa facilidade, escolher a composição do circuito.

O mecanismo aqui utilizado foi o desenvolvimento,

tanto da resposta de cada célula, como da distorção, em séries ⁽⁵⁾ de funções ortogonais. Os coeficientes da expansão referente à combinação são dados pela soma dos coeficientes correspondentes das células e a combinação é realizada de forma tal que seus coeficientes se aproximem do negativo daqueles referentes à distorção. Logo, estes coeficientes constituem um elemento de relacionamento entre o erro e a distorção e seus valores indicam, a cada passo, a célula adequada.

Uma condição fundamental para o sucesso deste mecanismo é que o conjunto de funções ortogonais seja tal que as séries apresentem poucos coeficientes com valores significativos. Isto é importante - uma vez que este método é um processo iterativo e cada célula adicionada à combinação altera o valor de todos os coeficientes.

Estas considerações evidenciam a importância da escolha do conjunto de funções ortogonais. Aqui optamos pela base formada pelos polinômios de Legendre, os quais são dados por [*]:

$$P_0(x) = 1$$

$$P_1(x) = x$$

$$P_2(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}$$

$$P_3(x) = \frac{5}{2}x^3 - \frac{3}{2}x$$

Wilfred Kaplan

Advanced Calculus

(22)

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$$

e formam um conjunto completo para $-1 \leq x \leq 1$.

Esta escolha é interessante pois, dado que uma resposta de fase é uma função ímpar, só serão necessários os polinômios ímpares e também porque as consideramos.

* Kaplan, W.; "Advanced Calculus", Addison-Wesley Publ. Company, Inc. 3ª edição 1965, p. 425.

⑥ em eixo de frequências normalizadas, $P_3(x)$ representa a característica linear de fase, ao passo que $P_3(x)$ e $P_5(x)$ se assemelham, a menos de uma componente linear, às respostas de fase fornecidas pelas células com um pólo e com dois pólos, respectivamente. Em função destas características, a expansão referente a cada célula aparenta poucos coeficientes significativos, o mesmo ocorrendo com a expansão da distorção. Como veremos mais adiante, o coeficiente mais importante será invariavelmente aquele referente a P_3 , enquanto os demais apresentarão a tendência geral de se tornarem cada vez menos significativos à medida que o ordem do polinômio cresce. Por fim, esta escolha permitirá ainda obter uma expressão analítica que fornece os valores dos coeficientes das células em função da posição de seus elementos, fato este que se constituirá num fator de simplificação do trabalho.

O fato de que estes polinômios formam um base em um intervalo finito da variável x implica que devemos definir uma faixa de frequências onde se tentará a correção da distorção. A faixa aqui utilizada é aquela delimitada pela frequência de Nyquist associada ao pulso equalizado, uma vez que esta é a faixa onde ocorrem as amplitudes mais importantes do espectro deste pulso. Também, ~~para~~ a extensão da correção em direção às frequências superiores acarretaria um acréscimo desnecessário da complexidade do circuito, principalmente naqueles casos onde se emprega um filtro passa-faixa com corte agudo, onde as variações bruscas da resposta de amplitude são acompanhadas por variações também bruscas da resposta de fase.

Passaremos agora a analisar o problema do cálculo dos coeficientes da distorção de fase $\phi_d(f)$, a qual é a diferença entre a resposta de fase mínima, $\phi_m(f)$, do pulso equalizado de modo e a resposta de Nyquist $\phi_N(f)$ correspondente, fornecida por (19), diferença esta onde a presença de um componente linear não é relevante. O cálculo dos coeficientes exige o conhecimento de $\phi_d(f)$ e a utilização de integração numérica. Do posse da aproximação $A(f) = P(f)C(f)E(f)$ desenvolvida na secção anterior para a resposta de amplitude do pulso equalizado de modo, é possível calcular no computador a resposta de Nyquist $\phi_N(f)$. Além disso, esta mesma aproximação permite que

$\phi_m(f)$ também seja calculada no computador, aplicando-se as relações entre amplitude e fase dos circuitos de fase mínima sobre $A(f)/P(f) = C(f)E(f)$. Logo, $\phi_d(f)$ pode ser obtida sem a necessidade de realizações de medidas no sistema implementado.

Quanto ao cálculo dos coeficientes referentes às células, é possível, como já mencionado, uma solução analítica. Tomando a expressão (21) e fazendo:

$$\frac{2\pi f \pm b}{a} = \frac{x \pm B}{A} \quad (23)$$

onde x é a frequência normalizada em relação à frequência de Nyquist, ou seja, $x = 2Tf$ e A e B são os parâmetros normalizados de definição dos pólos e zeros, isto é, $A = Ta/\pi$ e $B = Tb/\pi$, obtemos a seguinte expressão para a resposta de

⑦ fase da célula com dois pólos:

$$\phi(x) = -z \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{x-B}{A} \right) + \operatorname{arctg} \left(\frac{x+B}{A} \right) \right] \quad (24)$$

a qual será agora considerada no intervalo $-1 \leq x \leq 1$.

O coeficiente de ordem n ($n = \text{ímpar}$) referente à expansão de $\phi(x)$ é dado por:

$$c_n = \left(\frac{2n+1}{z} \right) \int_{-1}^1 P_n(x) \phi(x) dx$$

Dado que $P_n(x)$ tem simetria ímpar e que:

$$\rightarrow \operatorname{arctg} \left(\frac{x-B}{A} \right) = - \operatorname{arctg} \left(\frac{-x+B}{A} \right)$$

podemos escrever:

$$c_n = -z (2n+1) \int_{-1}^1 P_n(x) \operatorname{arctg} \left(\frac{x-B}{A} \right) dx \quad (25)$$

lembrando que

$$\rightarrow P_n(x) = \sum_{k=0}^{\frac{n-1}{2}} D_{n,2k+1} x^{2k+1}$$

e que

$$(x+B)^m = \sum_{i=0}^m \frac{m!}{(m-i)! i!} B^i x^{m-i}$$

a expressão (25) pode ser escrita como:

$$c_n = -z (2n+1) \sum_{k=0}^{\frac{n-1}{2}} D_{n,2k+1} \sum_{i=0}^{2k+1} \frac{(2k+1)!}{(2k-i)! i!} B^i \int_{-1-B}^{-1+B} x^{2k-i+1} \operatorname{arctg} \left(\frac{x}{A} \right) dx$$

mas

(9)

$$\int x^m \operatorname{arctg} \left(\frac{x}{A} \right) dx = - \frac{x}{m+1} \begin{cases} -G_1(x) & p/m = \text{ímpar} \\ G_2(x) & p/m = \text{par} \end{cases}$$

onde

$$G_1(x) = \left[(-1)^{\frac{m+1}{2}} A^{m+1} - x^{m+1} \right] \operatorname{arctg} \left(\frac{x}{A} \right) + \sum_{i=0}^{\frac{m-1}{2}} (-1)^i A^{2i+1} \frac{x^{m-2i}}{m-2i}$$

e

$$G_2(x) = (-1)^{\frac{m}{2}} \frac{A^{m+1}}{2} \ln \left(\frac{x^2 + A^2}{A^2} \right) - x^{m+1} \operatorname{arctg} \left(\frac{x}{A} \right) + \sum_{i=0}^{\frac{m-1}{2}} (-1)^i A^{2i+1} \frac{x^{m-2i}}{m-2i}$$

Logo, o coeficiente c_m será dado por:

$$c_m = 2(2n+1) \sum_{k=0}^{\frac{n-1}{2}} D_{n, 2k+1} \sum_{i=0}^{2k+1} \frac{(2k+1)!}{(2k-2i+1)! i!} B^i I(2k-i+1) \quad (26)$$

onde:

$$I(j) = \frac{1}{j+1} \begin{cases} \left[(-1)^{\frac{j+1}{2}} A^{j+1} - (1-B)^{j+1} \right] \operatorname{arctg} \left(\frac{1-B}{A} \right) + \left[(-1)^{\frac{j+1}{2}} A^{j+1} - (1+B)^{j+1} \right] \operatorname{arctg} \left(\frac{1+B}{A} \right) + \\ + \sum_{i=0}^{\frac{j-1}{2}} \frac{(-1)^i A^{2i+1}}{j-2i} \left[(1-B)^{j-2i} + (1+B)^{j-2i} \right]; \quad j = \text{ímpar} \\ \\ \frac{j}{2} A^{j+1} \left[\ln \left(\frac{(1-B)^2 + A^2}{(1+B)^2 + A^2} \right) - \ln \left(\frac{(1+B)^2 + A^2}{(1-B)^2 + A^2} \right) \right] - (1-B)^{j+1} \operatorname{arctg} \left(\frac{1-B}{A} \right) + \\ + (1+B)^{j+1} \operatorname{arctg} \left(\frac{1+B}{A} \right) + \sum_{i=0}^{\frac{j-1}{2}} \frac{(-1)^i A^{2i+1}}{j-2i} \left[(1-B)^{j-2i} - (1+B)^{j-2i} \right]; \quad j = \text{par} \end{cases}$$

10 Esta expressão pode também ser usada para o cálculo dos coeficientes referentes à célula de um pólo, bastando para isto fazer $B=0$ e dividir o resultado obtido por 2.

Com base nestes resultados traçamos curvas representando os coeficientes c_3, c_5, c_7 e c_9 em função da posição normalizada do zero real, a qual passaremos a denominar de C , e também em função dos parâmetros A e B da célula de dois pólos. Nas figuras II-1 e II-2 mostramos algumas destas curvas para a região mais importante.

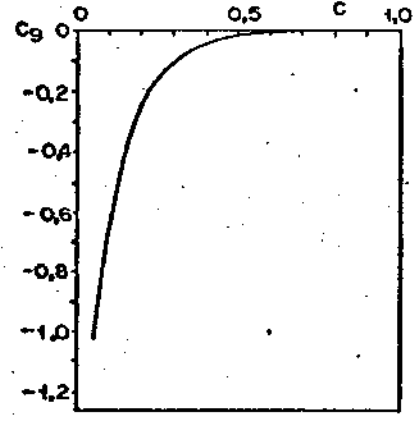
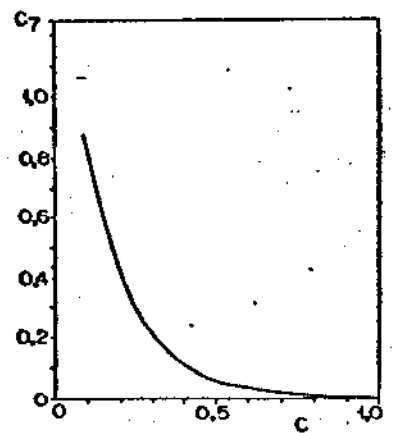
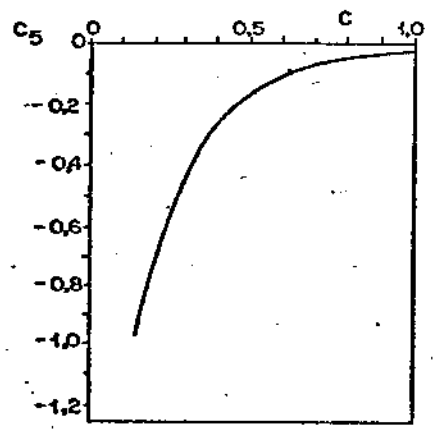
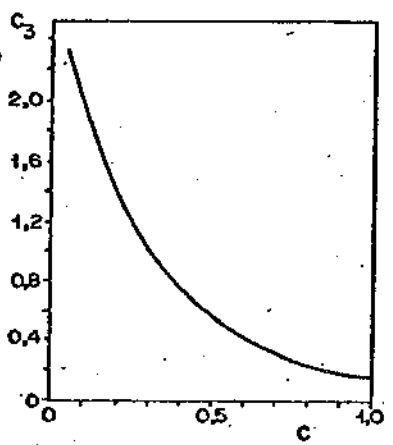


FIG II-1 coeficientes c_3, c_5, c_7 e c_9 para a célula de 1 pólo.

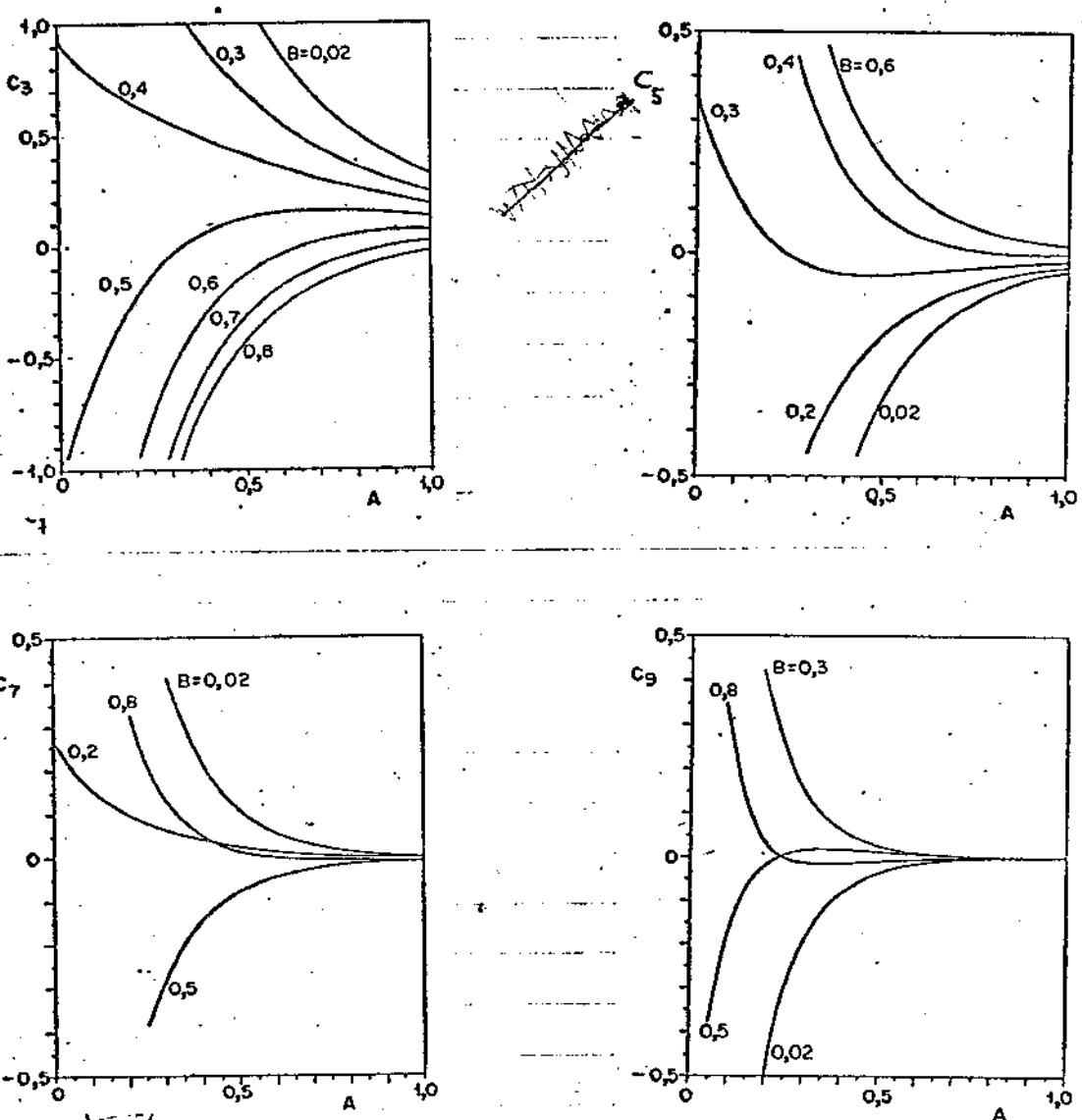


FIG II-2 Coeficientes referentes à célula de 2 polos complexos.

Estas curvas mostram que o coeficiente mais significativo destas expansões é c_3 , no que é seguido por c_5 , c_7 e, finalmente, c_9 e que este último já é praticamente desprezível frente a c_3 . Esta mesma situação será encontrada nas expansões referentes às distorções de fase, como veremos mais adiante.

Estes fatos evidenciam o coeficiente c_3 e indicam que a prioridade da correção deve recair sobre este coeficiente. E quando projetamos um conversor com um

12) pólo real, onde se dispõe de apenas um grau de liberdade, a estratégia seguida na alocação do pólo é justamente a de conseguir a anulação de c_3 , ou sua redução a valores que se equilibram com aqueles que resultarão para c_5 , c_7 e c_9 .

Já no caso da célula de dois pólos dispomos de dois graus de liberdade, o que permite a correção de c_3 e de outro coeficiente, ou então a correção de c_3 e a tentativa de atingir o melhor compromisso para os valores de c_5 , c_7 e c_9 . Neste caso o projeto é grandemente facilitado quando se dispõe de gráficos que apresentem os valores de c_5 , c_7 e c_9 em função de A , para um todo valor de c_3 , os quais permitem a visualização rápida do par de parâmetros adequado em relação ao compromisso adotado. Dois desses gráficos são mostrados na figura II-3 como ilustração.

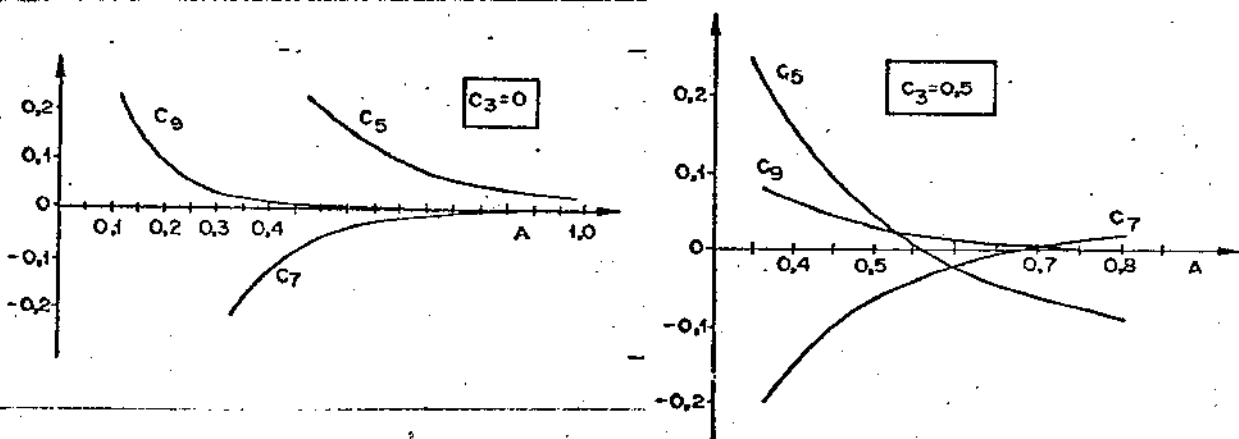


FIG II-3. Gráficos de c_5 , c_7 e c_9 para $c_3 = \text{constante}$.

Quando o corretor atinge a complexidade de 3 pólos, ⁽¹³⁾ a estratégia a ser seguida é a utilização do pólo real para reduzir o valor de c_3 de forma que os coeficientes resultantes atinjam valores que possibilitem a melhor atuação possível da célula seguinte de 2 pólos. Aqui também as curvas para $c_3 = \text{constante}$ são de grande utilidade.

Todos os casos tratados neste trabalho e que apresentam interesse prático não exigiriam corretores com mais que 3 pólos.

Esta estrutura para projeto é complementada pelo uso do computador que, além dos cálculos de fase e de coeficientes já citados, permite também avaliar a forma do pulso equalizado e diagrama de olhos, na saída do equalizador de amplitude, depois do corretor de fase e aquelas resultantes do uso da fase de Nyquist.

Esta sistemática de correção aliada a estas facilidades de monitoração das várias formas acima, permite relacionar a distorção de fase com as imperfeições do pulso equalizado ou diagrama de olhos através dos valores dos coeficientes da distorção de fase. Estes coeficientes, além de indicar, a cada passo, o célula corretora apropriada, permitem avaliar a atuação de cada célula na tarefa de redução da distorção. Eles passam a ser, então, a ponte para o relacionamento necessário entre a distorção e as imperfeições na forma do pulso equalizado e o agente que direciona o processo de correção. A monitoração de seus valores ao longo do processo permite identificar com clareza quando que um aumento da qualidade do pulso resultante implica num acréscimo proibitivo da complexidade do corretor, impondo assim um limite prático ao projeto.

(14) Por fim estas facilidades permitem ainda a utilização de um critério adequado para a avaliação da qualidade de uma correção como, por exemplo, a forma do diagrama de olhos.

Fica claro, assim, que através deste método consegue-se superar as deficiências do procedimento descrito na literatura e adquirir não só um conhecimento que pode ser empregado em outras situações, como também a confiança necessária sobre a qualidade e adequação de cada projeto.

III

Circuitos Universais de fase

III-1

Introdução

A estratégia adotada na secção (I) ao utilizarmos uma resposta de amplitude teórica realizável para o conjunto $C(f), S(f)$ como aproximação daquela irrealizável associada aos pulsos com decaimento senoidal, produz uma nova forma de pulso de Nyquist. Seu espectro de amplitudes é definido por $|C(f)S(f)|$ em conjunto com o espectro de pulso de transmissão, o quanto que seu espectro de fase é a resposta correspondente fornecida pela expressão [13].

Este pulso equalizado apresenta a vantagem de se assemelhar ao resultado obtido com uma tentativa de implementação prática de um canal que produza pulso com decaimento senoidal e ainda permite a determinação a priori da distorção de fase a ser encontrada nesta tentativa de implementação, possibilidade esta decorrente da realizabilidade da resposta teórica escolhida.

Por outro lado, os três valores adotados para o parâmetro N , associado à intensidade do corte apresentado por esta resposta realizável, aliados aos dez valores usualmente considerados para o fator de excesso de força α de pulsos com decaimento senoidal e à previsão de pulsos de transmissão com fator de ocupação de 50% e 100%, definem um conjunto de 60 formas de pulsos equalizados em canais digitais. Este conjunto é suficiente para englobar todas as possibilidades de resultados de implementação práticas de canais que têm por base os espectros dos pulsos com decaimento senoidal.

Concluímos, então, que podemos projetar a priori curvas de fase para todos esses 60 casos a que

(16)

estes covetes eliminariam a necessidade de se ater com a problemática de projeto de equalização de fase a cada nova implementação de um canal digital em banda base, dado que tais implementações, numa incensa maioria dos casos, almejam um pulso com decaimento sensível. O trabalho restante nesta área será apenas aquele de identificar qual caso tratado aqui se aproxima mais do resultado conseguido com uma dada implementação, construir o covete indicado e refinar o ajuste de seus parâmetros com base no diagrama de olhos no osciloscópio. Em resumo, a cada novo canal a ser construído, sabermos de antemão quantos pólos serão necessários no covete de fase e quais suas localizações.

III-2. Desenvolvimento dos covetes universais.

A primeira tarefa na direção destes covetes poderia ser a obtenção das distorções de fase para os 60 casos e o cálculo dos coeficientes referentes à expansão das mesmas em séries de Legendre, tarefa esta desenvolvida seguindo o procedimento descrito na seção anterior.

Na tabela III-1 mostramos alguns dos coeficientes calculados para o caso em que se considera o sinal negativo em frequência [12]. Ali podemos confirmar as afirmações anteriores sobre a importância relativa de c_3 e o fato de que, fixados α e N , os valores dos coeficientes

N=9 ; Fator de ocupação = 50%					
α	1,0	0,7	0,5	0,3	0,1
c_2					
c_3	-0,0480	-0,2089	-0,3966	-0,6595	-0,9610
c_5	-0,0148	0,0331	0,0602	0,0014	-0,3331
c_7	0,0177	-0,0191	-0,0151	0,0842	-0,0808
c_9	-0,0184	0,0209	-0,0172	-0,0089	0,0291
c_{11}	0,0164	-0,0129	0,0309	-0,0520	0,0618
c_{13}	-0,0118	-0,0039	-0,0018	-0,0157	0,0506
c_{15}	0,0068	0,0158	-0,0212	0,0244	0,0235
c_{17}	-0,0019	-0,0122	0,0059	0,0215	-0,0028
c_{19}	-0,0005	0,0011	0,0135	0,0019	-0,0159

Tabela III-1 - Coeficientes da série de Legendre.

tendem a diminuir com o crescimento da ordem. Além disto observamos que c_3 cresce regularmente com α , e que o mesmo ocorre, em linhas gerais, com os demais coeficientes, confirmando, assim, a análise de seção I onde se prevê o aumento da distorção de fase à medida que α decresce. Para $\alpha = 0,1$ os coeficientes são 0.

18) muito maiores que em $\alpha = 1$, indicando um crescimento significativo nas dificuldades de correção à medida que o excesso de faixa se aproxima do seu valor mínimo.

O parâmetro adequado para avaliar as consequências destas distorções é a interferência entre símbolos de pior caso, ou seja, a forma do diagrama de olhos. Isto exige a escolha de um código de linha, o qual aqui será o 1MA, dada sua popularidade e importância histórica na transmissão digital em banda base. Entretanto, por motivo de simplicidade, a qualidade do diagrama de olhos nesta etapa do trabalho será avaliada através da interferência entre símbolos mínima (IESM) no "chão" do olho positivo.

É importante ter claro que um corretor de fase inicial depende, em princípio, do código de linha. Mas, considerando que almejamos apenas uma aproximação da fase de Nyquist necessária e que a qualidade desta aproximação será medida através de um parâmetro que depende do código de linha, o valor aceitável para a IESM residual, após o corretor, deve ser estabelecido com cuidado.

Para o desenvolvimento dos corretores definiremos dois níveis de qualidade para o diagrama de olhos resultante após a correção, os quais implicam em dois conjuntos de corretores que se diferenciam pela complexidade. Considerando pulsos equalizados com amplitude unitária, no nível mais exigente objetivamos uma IESM menor ou igual a 0,028, ou seja, uma de gradação de 0,5 dB na margem máxima teórica contra o ruído. No segundo critério a IESM deve ser menor que 0,054, ou seja, a de gradação da margem deve ser

menor ou igual a 1 dB.

Estes valores aceitáveis para a interferência mínima residual são suficientemente pequenos quando se tem em conta a realidade prática, onde encontramos imperfeições inevitáveis em vários setores de um canal digital, as quais se encarregam de provocar interferências superiores às que toleramos aqui. Portanto não faz sentido tentarmos melhores resultados pois eles não serão alcançados na prática e exigirão níveis de complexidade desnecessários nos circuitos de fase.

A tabela III-2 mostra os valores da IESM na ausência de correção de fase, para os casos em que o valor desta interferência dispensa a equalização segundo cada um dos critérios adotados.

Os casos definidos por $\alpha=1$, $N=15$, e os dois fatores

$\alpha \backslash N$	F. ocupação = 50%			F. ocupação = 100%		
	4	9	15	4	9	15
1,0	11	20	29	6	18	29
0,9	9	29	42	7	29	43
0,8	11	43	—	10	48	—
0,7	30	—	—	22	—	—
0,6	—	—	—	41	—	—

Tabela III-2. IESM $\times 10^3$ na ausência de correção de fase.

de ocupação, necessitam de equalização ^{de fase} quando tomamos como referência o limite de interferência permitido pelo critério de 0,5 dB de degradação. Entretanto, não desenvolveremos equalizadores para os mesmos, pois eles apresentam pouca importância prática, não é necessário utilizar um corte tão agudo na resposta do canal quando

20

desjamos um fator de excesso de faixa de 100%.
 No desenvolvimento dos corretores usamos o método,
 os recursos e as estratégias descritas na seção anterior.
 Iniciamos com os corretores de um pólo, gerando os
 resultados da Tabela III-3. Aí são mostrados apenas
 os melhores resultados obtidos em cada caso e apenas
 os casos em que estes corretores produzem resultados interessantes. A
 posição do pólo real é especificada pelo parâmetro α .

N	F. de ocupação = 50%						F. de ocupação = 100%					
	4		9		15		4		9		15	
	C	IESM $\times 10^3$	C	IESM $\times 10^3$	C	IESM $\times 10^3$	C	IESM $\times 10^3$	C	IESM $\times 10^3$	C	IESM $\times 10^3$
0,9	—	—	1,16	5	1,03	12	—	—	1,15	4	1,02	14
0,8	—	—	0,95	7	0,86	17	—	—	0,93	6	0,84	23
0,7	0,80	25	0,78	13	0,75	27	—	—	0,78	15	0,70	38
0,6	0,70	29	0,67	23	0,61	48	0,70	18	0,70	25	0,63	53
0,5	0,63	30	0,64	25	0,52	76	0,60	15	0,62	36	0,52	82
0,4	0,60	42	0,56	51	—	—	0,57	40	0,47	88	—	—

TABELA

III-3

Melhores projetos com um pólo.

normalizado $C = c' / \pi$.

Através desta tabela concluímos que, ao considerarmos
 corretores com apenas um pólo e o critério de 4 dB,
 conseguimos cobrir quase que a totalidade das situações
 referentes aos grandes e médios fatores de excesso de faixa.
 Há agora a necessidade de utilizarmos corretores com
 um par de pólos complexos para avançarmos no preenchimento
 das lacunas restantes.

Os melhores resultados conseguidos com estes convertidores estão nas tabelas III-4 e III-5, onde os pólos são especificados através dos parâmetros normalizados A e B dados por (23).

F. de ocupação = 50%

N	4			9			15		
	A	B	IESM $\times 10^3$	A	B	IESM $\times 10^3$	A	B	IESM $\times 10^3$
0,7	1,00	0,24	41				1,00	0,16	9
0,6	0,85	0,29	60	1,00	0,00	14	0,73	0,30	8
0,5	0,65	0,36	92	0,90	0,00	16	0,58	0,32	15
0,4	-	-	-	0,63	0,30	23	0,49	0,35	36
0,3	-	-	-	0,46	0,34	42	0,37	0,33	67

TABELA III-4. Melhores projetos com 2 pólos.

F. de ocupação = 100%

N	4			9			15		
	A	B	IESM $\times 10^3$	A	B	IESM $\times 10^3$	A	B	IESM $\times 10^3$
0,7	-	-	-				1,00	0,00	17
0,6	-	-	-	0,85	0,00	11	0,82	0,30	22
0,5	-	-	-	0,74	0,25	14	0,54	0,33	21
0,4	-	-	-	0,49	0,34	20	0,46	0,32	46
0,3	-	-	-	0,42	0,33	50	0,35	0,32	92

TABELA III-5. Melhores projetos com 2 pólos.

Através da tabela III-4 verificamos que o aumento da complexidade não produz os resultados esperados para $N=4$. Pelo contrário, os convertidores com dois pólos são piores que os convertidores com um pólo, o que motivou o abandono desta tentativa na tabela seguinte. Também, daqui para frente não mais colocamos dos casos em que $N=4$, uma vez que

22

esta intensidade de corte deixa de ter utilidade prática à medida que α decresce.

Por outro lado, constatamos que o aumento de complexidade de ϵ (~~eficaz~~) para $N=9$ e 15 , permitindo estender a região preenchida com projetos satisfatórios.

O grau requinte de complexidade implica em circuitos com um pólo real e mais dois pólos complexos. Os melhores projetos conseguidos com esta estrutura estão nas Tabelas III-6 e III-7.

Não atingimos resultados satisfatórios para $\alpha = 0,2$ e $0,1$. Entretanto, não julgamos necessário pesquisar circuitos mais complexos,

F. de ocupação = 50%								
N	9				15			
α	A	B	C	JESM $\times 10^3$	A	B	C	JESM $\times 10^3$
0,4	0,80	0,24	1,13	25	0,57	0,43	0,65	17
0,3	0,52	0,36	1,00	37	0,39	0,49	0,41	21
0,2	0,33	0,50	0,38	72	0,32	0,47	0,37	85
0,1	0,65	0,28	1,30	248	0,30	0,35	0,68	303

TABELA III-6 Melhores projetos com 3 pólos.

F. de ocupação = 100%								
N	9				15			
α	A	B	C	JESM $\times 10^3$	A	B	C	JESM $\times 10^3$
0,4	0,60	0,33	0,99	26	0,50	0,51	0,47	22
0,3	0,47	0,43	0,57	41	0,39	0,49	0,38	34
0,2	0,37	0,45	0,43	88	0,32	0,47	0,34	96
0,1	0,51	0,37	1,35	246	0,30	0,35	0,68	300

TABELA III-7 Melhores projetos com 3 pólos.

Uma vez que tais curvas não são interessantes do ponto de vista ⁽²³⁾ prático, isto não só pelas dificuldades de implementação das respostas correspondentes e pela sensibilidade do desempenho dos mesmos em relação a imperfeições na conformação destas respostas, mas também porque não é interessante ir além de $\alpha = 0,3$ na busca dos melhores desempenhos teóricos, uma vez que as diferenças não são significativas e a imunidade ao tremor do relógio de amostragem decresce significativamente.

Resta agora a dúvida quanto à capacidade do método empregado em explorar toda potencialidade de correção oferecida pelas estruturas empregadas. Esta dúvida exige uma tentativa de otimização dos projetos desenvolvidos, a qual foi levada adiante com o auxílio do computador, seguindo um determinado procedimento de busca e tomando como ponto de partida os projetos apresentados.

O método de busca no caso de um pólo consistiu simplesmente na variação sistemática do parâmetro C em torno das valores da Tabela III-3 e na observação da IESM a cada passo.

No caso de dois pólos foi possível realizar uma busca de forma mais elaborada, em virtude da constatação de que o coeficiente mais importante é o c_3 e de que a região onde encontramos os menores valores de IESM é aquela composta por pólos A, B que fazem com que os valores resultantes deste coeficiente sejam pequenos e constantes. Para enfocarmos esta região durante a busca, estabelecemos uma relação entre A e B de forma que a cada valor de B fosse possível determinar A tal que c_3 permanecesse constante. Variando B em torno dos valores obtidos nos projetos anteriores e trabalhando com vários valores para c_3 , foi possível convergir para os projetos ótimos.

Finalmente, no caso de três pólos seguimos uma estratégia semelhante, porém levando em conta o fato de que a região dos melhores projetos é agora composta por três A, B, C que fazem com que não só c_3 permaneça constante e praticamente corrigido, mas também c_5 apresente tais características. Após estabelecer duas relações entre A, B e C, de forma que a cada valor de C fosse possível encontrar o par A, B para as condições acima, obtivemos o projeto ótimo julgando variedades onde a cada valor de c_3 variamos c_5 , e a cada valor de c_5 , por sua vez, variamos C. Os casos em que $\alpha = 0,1$ apresentaram uma relativa insensibilidade do IESM em relação aos pólos, o que nos obrigou ao uso de variedades de grande passo. Com isto aumentaram-se os riscos de ~~apresentar~~ ^{se chegar} a um mínimo (local ao invés do) mínimo absoluto, implicando numa queda de confiabilidade nos resultados da otimização.

As tabelas III-8, III-9, III-10 e III-11 apresentam os resultados obtidos. Os melhores projetos antes apresentados estão suficientemente próximos

E de ocupação = 50%						F de ocupação = 100%						
N	4		9		15		4		9		15	
	C	IESM x 10 ³	C	IESM x 10 ³	C	IESM x 10 ³	C	IESM x 10 ³	C	IESM x 10 ³	C	IESM x 10 ³
0,9	-	-	1,14	3	0,87	8	-	-	1,05	1	0,82	8
0,8	-	-	0,97	6	0,92	16	-	-	0,93	6	0,93	22
0,7	0,96	14	0,85	10	0,81	24	-	-	0,82	14	0,81	32
0,6	0,81	23	0,74	15	0,70	35	0,67	18	0,72	22	0,68	45
0,5	0,66	29	0,66	24	0,62	50	0,59	15	0,64	30	0,61	63
0,4	0,55	34	0,60	49	-	-	0,55	38	0,58	54	-	-

TABELA III-8. Projetos ótimos com um pólo.

F. de ocupação = 50 %							F. de ocupação = 100 %					
N	9			15			9			15		
	A	B	IESM x 10 ³	A	B	IESM x 10 ³	A	B	IESM x 10 ³	A	B	IESM x 10 ³
0,7	1,109	0,050	12	0,887	0,260	4	1,031	0,030	7	0,818	0,280	5
0,6	0,938	0,010	10	0,730	0,300	7	0,837	0,190	9	0,641	0,325	9
0,5	0,853	0,130	13	0,574	0,325	14	0,683	0,280	13	0,553	0,335	19
0,4	0,539	0,320	16	0,490	0,330	26	0,515	0,325	17	0,466	0,335	36
0,3	0,440	0,342	37	0,404	0,335	48	0,430	0,340	40	0,336	0,330	57

TABELA III-9. Projetos ótimos com dois pólos.

F. de ocupação = 50 %								
N	9				15			
	A	B	C	IESM x 10 ³	A	B	C	IESM x 10 ³
0,4	0,594	0,324	1,330	14	0,507	0,468	0,550	12
0,3	0,476	0,428	0,630	23	0,380	0,494	0,395	20
0,2	0,315	0,512	0,325	57	0,313	0,505	0,305	58
0,1	0,510	0,370	1,350	231	0,295	0,457	0,380	240

TABELA III-10. Projetos ótimos com três pólos.

F. de ocupação = 100 %								
N	9				15			
	A	B	C	IESM x 10 ³	A	B	C	IESM x 10 ³
0,4	0,606	0,383	0,840	14	0,430	0,482	0,510	13
0,3	0,426	0,479	0,470	20	0,384	0,493	0,395	22
0,2	0,315	0,521	0,305	62	0,307	0,498	0,305	62
0,1	0,411	0,517	0,400	238	0,286	0,426	0,290	213

TABELA III-11. Projetos ótimos com três pólos.

(26)

destes ótimos para que possamos considerar satisfatório o método do projeto desenvolvido. A contribuição proporcionada pela otimização não muda de forma significativa o quadro traçado inicialmente e somente em alguns casos provoca a extensão das fronteiras estabelecidas em cada critério para a região de atuação de cada tipo de corretor. Sua contribuição maior foi a de aumentar a margem de segurança dos resultados dentro de cada critério.

Como produto final temos a conclusão que corretores com uma complexidade máxima de três pólos permitem enquadrar todos os casos de interesse prático dentro do critério de 0,5 dB de degradação, demonstrando, assim, que esta é a máxima complexidade necessária para equalizadores de fase para a transmissão digital em banda base.

Estes resultados são complementados pelas Tabelas III-12, III-13, III-14 e III-15 que apresentam os projetos ótimos mais simples para cada critério de qualidade considerado. Fica patente, através da variação da complexidade necessária em função de d e de N , o crescimento da distorção de fase à medida que a intensidade do corte da resposta télica realizável aumenta.

F. de ocupação = 50%

N	4				9				15			
	A	B	C	IESM $\times 10^3$	A	B	C	IESM $\times 10^3$	A	B	C	IESM $\times 10^3$
1,0				11				20				29
0,9				9			1,14	3			0,87	8
0,8				11			0,97	6			0,92	16
0,7			0,96	16			0,85	10			0,81	24
0,6			0,81	23			0,74	15	0,730	0,300		7
0,5			0,66	29			0,66	24	0,571	0,325		14
0,4					0,533	0,320		16	0,430	0,330		26
0,3					0,476	0,428	0,630	23	0,330	0,494	0,325	20

TABELA III - 12 . Projetos ótimos mais simples para o critério de 0,5 de.

F. de ocupação = 100%

N	4				9				15			
	A	B	C	IESM $\times 10^3$	A	B	C	IESM $\times 10^3$	A	B	C	IESM $\times 10^3$
1,0				6				18				29
0,9				7			1,05	1			0,82	8
0,8				10			0,93	6			0,93	22
0,7				22			0,82	14	0,818	0,230		5
0,6			0,67	18			0,72	22	0,641	0,325		9
0,5			0,59	15	0,633	0,280		13	0,553	0,335		19
0,4					0,515	0,325		17	0,430	0,482	0,510	13
0,3					0,426	0,479	0,470	20	0,384	0,423	0,325	22

TABELA III - 13 . Projetos ótimos mais simples para o critério de 0,5 de.

20

F. de ocupação = 50 %												
N	4				9				15			
	A	B	C	IESM $\times 10^3$	A	B	C	IESM $\times 10^3$	A	B	C	IESM $\times 10^3$
1,0				11				20				29
0,9				9				29				42
0,8				11				43			0,92	16
0,7				30			0,85	10			0,81	24
0,6			0,81	23			0,74	15			0,70	35
0,5			0,66	29			0,66	24			0,62	50
0,4			0,55	34			0,60	49	0,490	0,330		26
0,3					0,440	0,342		37	0,404	0,325		48

TABELA III - 14) . . . Projetos ótimos mais simples para o critério de I.D.E.

F. de ocupação = 100 %												
N	4				9				15			
	A	B	C	IESM $\times 10^3$	A	B	C	IESM $\times 10^3$	A	B	C	IESM $\times 10^3$
1,0				6				18				29
0,9				7				29				43
0,8				10				48			0,93	22
0,7				22			0,82	14			0,81	32
0,6				41			0,72	22			0,68	45
0,5			0,59	15			0,64	30	0,553	0,335		19
0,4			0,55	38			0,58	54	0,466	0,335		36
0,3					0,430	0,340		40	0,384	0,493	0,395	22

TABELA III - 15) . . . Projetos ótimos mais simples para o critério de I.D.E.

Estes projetos representam, seguramente, o compromisso adequado entre a complexidade da estrutura convetora e a qualidade dos olhos resultantes. A adição de novas células na tentativa de aprimoramento destes resultados, implicaria em um crescimento significativo das dificuldades de projeto, das precisões envolvidas e em uma desproporção entre a quantidade de células convetoras ^{adicionais} e a redução correspondente de interferência. Isto pode ser facilmente comprovado comparando-se os valores dos coeficientes da expansão da distorção após o uso de convetores ótimos, apresentados na Tabela III-16, com aqueles amostrados na Tabela III-1. Os coeficientes C_3 , C_5 e C_7 foram reduzidos tornando-se comparáveis aos demais. Atendida esta situação, a redução significativa do nível de resultante exigiria a redução simultânea de quase todos coeficientes mostrados, o que claramente representaria tarefa dispendiosa, tendo em vista o nível já atingido pela IESM e as dificuldades e precisões envolvidas.

N = 9 F. de ocupação = 50%

$C_i \backslash \alpha$	1,0	0,7	0,5	0,3	0,1
C_3	-0,0480	0,0172	-0,0325	0,0747	0,0076
C_5	-0,0148	-0,0041	-0,0212	0,0444	-0,1128
C_7	0,0177	-0,0124	0,0049	0,0174	-0,1085
C_9	-0,0184	0,0196	-0,0223	0,0128	0,0318
C_{11}	0,0164	-0,0126	0,0323	-0,0536	0,0247
C_{13}	-0,0118	-0,0040	-0,0022	-0,0177	0,0345
C_{15}	0,0068	0,0158	-0,0211	0,0258	0,0206
C_{17}	-0,0019	-0,0122	0,0060	0,0212	0,0061
C_{19}	-0,0005	0,0012	0,0136	0,0021	-0,0027

TABELA III-16 - Coeficientes da expansão da distorção de fase após a correção.

III-3

Diagramas ilustrativos

Apresentamos aqui alguns diagramas significativos referentes à situação onde $N=9$ e a fator de ocupação é 50%, para vários valores do fator de excesso de faixa, objetivando uma melhor visualização das conseqüências produzidas pelo uso dos corretores ótimos mais simples referentes ao critério de 0,5 dB de degradação.

A figura III-1 permite a comparação da resposta de fase corrigida com aquela de Nyquist fornecida

FIG III-1 na página 31

pela expressão (19). Para facilitar a comparação, adicionamos uma componente linear à fase de Nyquist de forma a otimizar a concordância nas baixas frequências.

No caso em que $\alpha = 1,0$ não há necessidade de correção de fase, o que implica que a curva mostrada é aquela de fase mínima do canal correspondente.

Observamos que a concordância entre as curvas na faixa de frequências até $1/2T$ é muito boa e que nas altas frequências ocorrem, invariavelmente, grandes diferenças. Estas últimas não são importantes, dada a insignificância das amplitudes dos espectros dos pulsos equalizados nesta região. E a melhor prova disso é a qualidade dos resultados antes apresentados para os valores da IESM resultante e a qualidade dos resultados apresentados a seguir. Com isto fica demonstrada a adequação da escolha da faixa de frequências onde se intencionou a correção de fase.

A figura III-2 apresenta os pulsos equalizados após as correções de fase. Em comparação

FIG III-2 na página 33

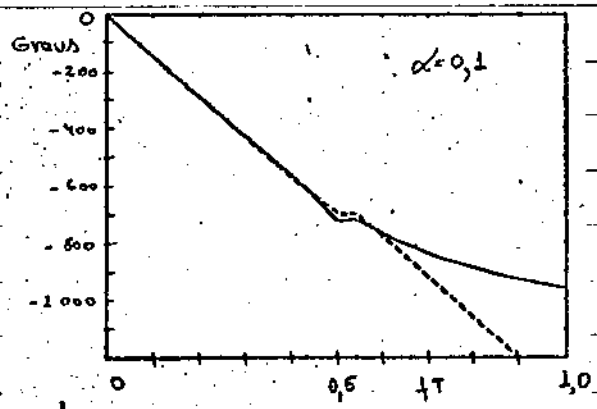
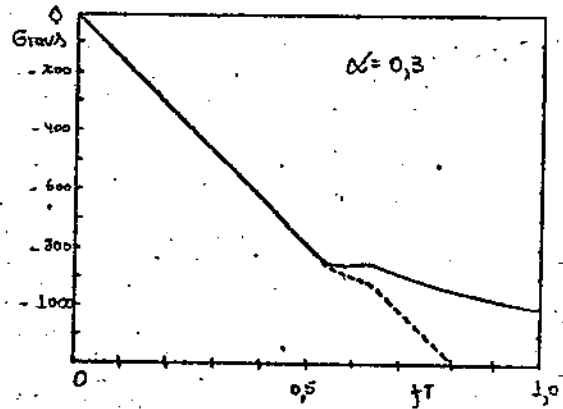
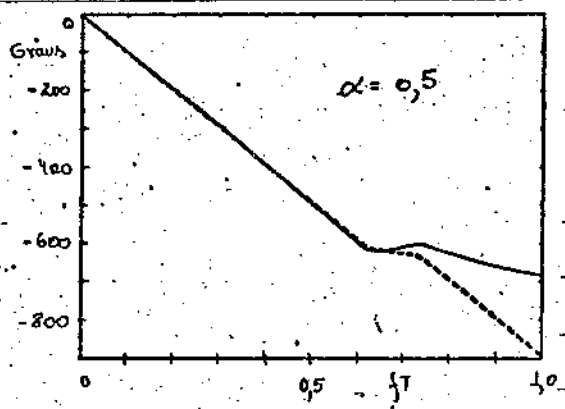
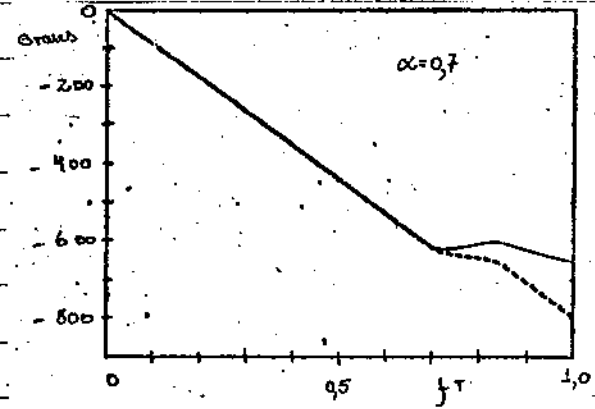
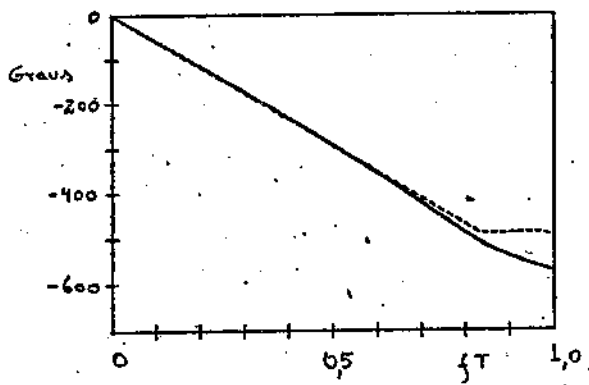


FIG III-1 Curvas de fase: linha cheia = fase corrigida
 tracejada = fase de Nyquist.

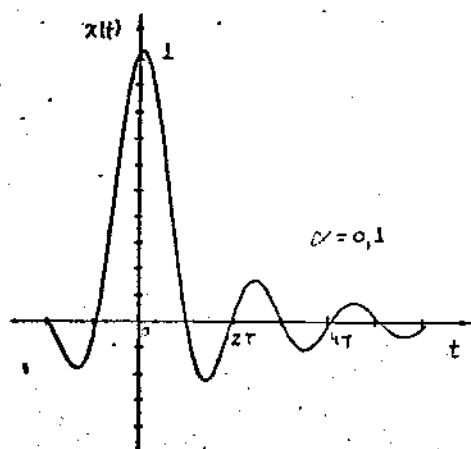
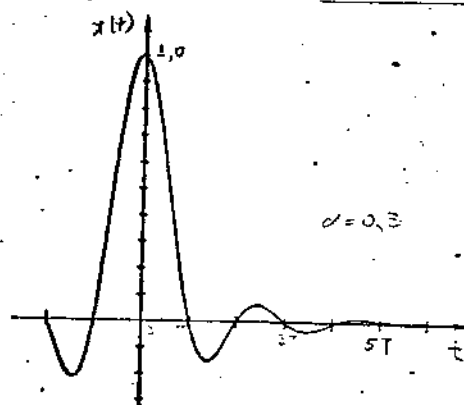
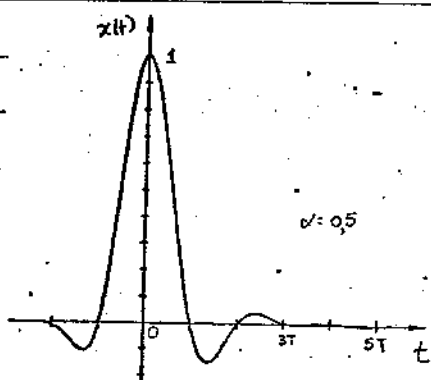
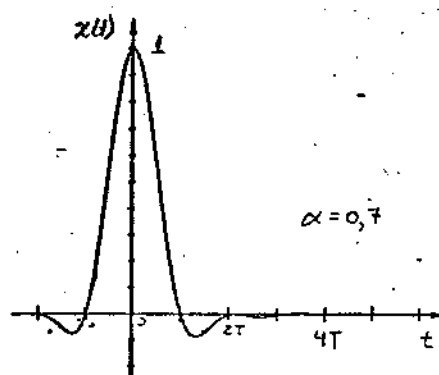
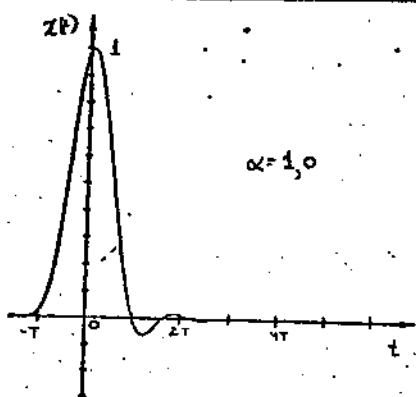
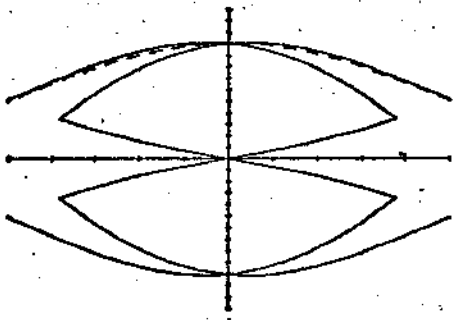


FIG. III-2.

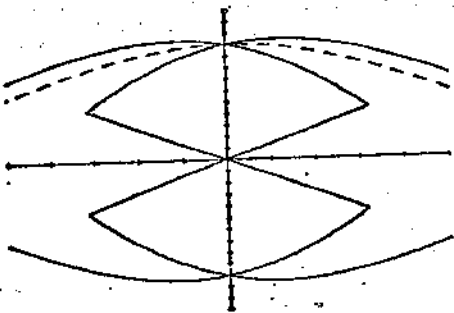
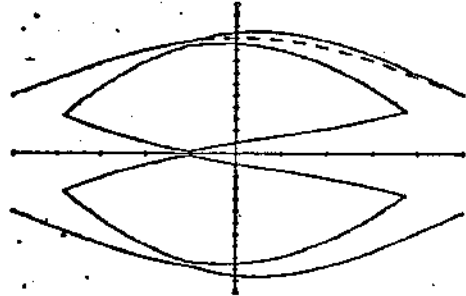
Pulsos equalizados após a correção de fase

com aquilo considerado como fase avançada da
 figura **I-11**, percebemos que a equalização de fase
 provoca o surgimento de ondulações à esquerda do
 ponto central zero, e isto, de maneira
 semelhante de que em "fases" muitas vezes
 → daquelas ideais, (por ser uma correção "Nyquistizada")

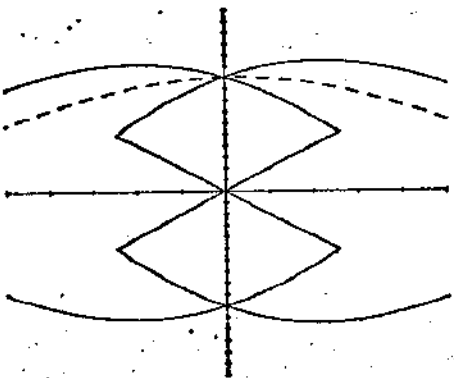
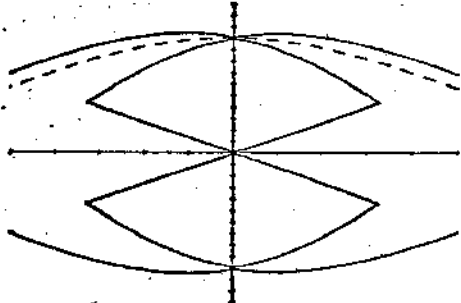
Por fim, a figura **III-3** permite a comparação dos
 outros resultados após o uso dos contornos de fase com aqueles
 proporcionados pela fase de Nyquist. Esses diagramas devem ainda
 ser comparados com aqueles associados à fase avançada, apre-
 tados na figura **I-11**. A equalização de fase ao
 longo da faixa de Nyquist, realizada de acordo com os critérios aqui adotados,
 é suficiente para fazer com que os outros se aproximem bastante daquelas ideais, exceto
 no caso em que $n=2, 1$.



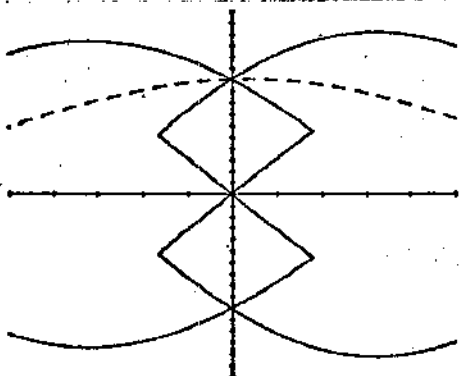
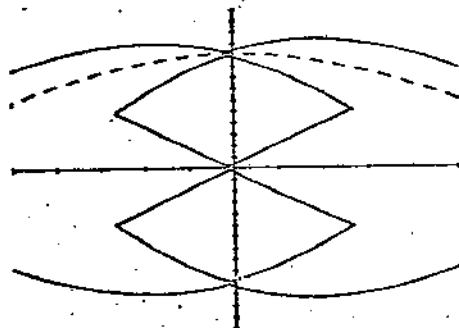
$$\alpha = 1$$



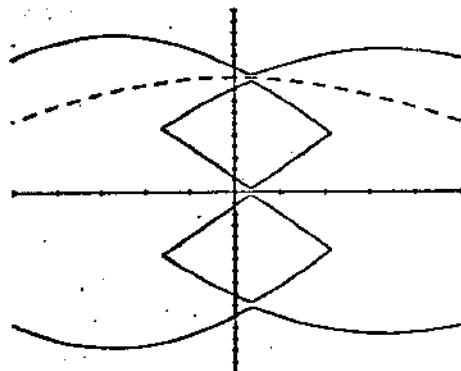
$$\alpha = 0,7$$

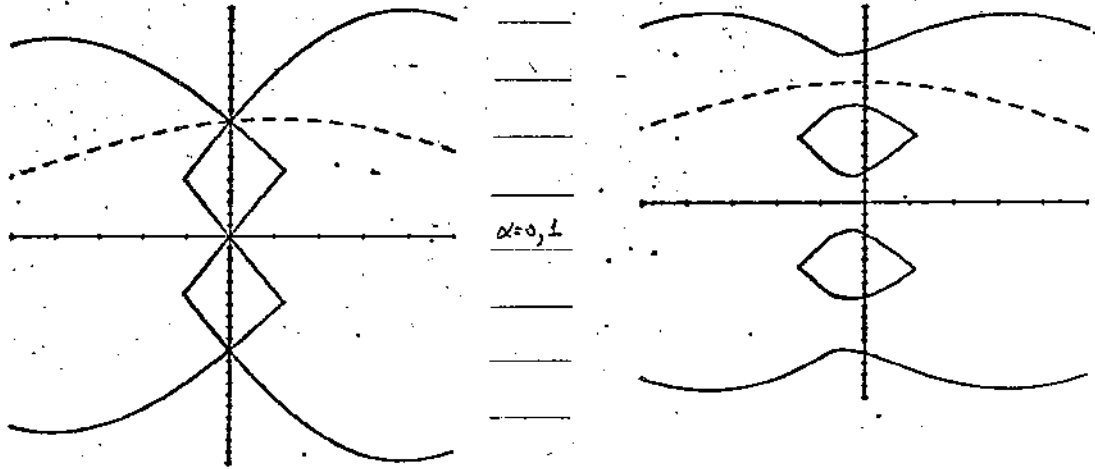


$$\alpha = 0,5$$



$$\alpha = 0,3$$





FIG

III-3

Diagramas de olhos ; Fase de Nyquist (esquerda) e fase corrigida (direita).

IV - Resultados práticos ilustrativos

(37)

Apresentamos aqui alguns resultados obtidos na construção de um equalizador para a taxa de 4,224 M símbolos/s.

Os pulsos p(t) de transmissão apresentaram fator de ocupação de 100% e o meio de transmissão é um cabo telefônico calibre 22 AWG com 2.000 m de comprimento. O objetivo fixado para o pulso equalizado foi o co-seno levantado com $\alpha = 0,3$ e o código de linha adotado foi o IMA.

A figura IV-1 apresenta o espectro de amplitudes teórico referente a tal pulso juntamente com a curva

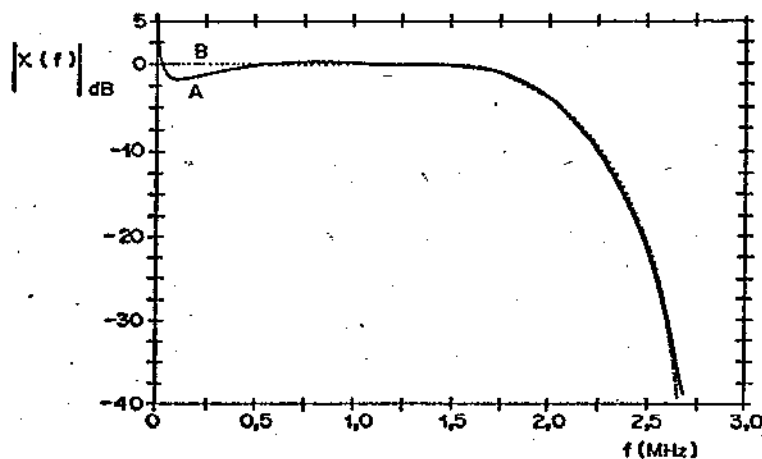


FIG IV-1 - Espectro de amplitude do pulso equalizado.
A = real, B = teórico

correspondente obtida através dos circuitos implementados. Observe-se a excelente concordância entre ambas na região de maior importância, bem como pequenas discrepâncias nas baixas frequências. Estas imperfeições são aceitáveis, dada a insignificância dos espectros dos sinais IMA nesta região.

A resposta de fase do conjunto $C(f)E(f)$ construído, após o desconto aproximado da componente linear associada ao atraso introduzido pelo cabo, é aquela mostrada

na figura (I-6), onde também foi traçada a resposta de fase mínima fornecida pelo computador a partir da aproximação teórica utilizando $N=15$.

Esta figura permite ainda a confrontação da forma do pulso equalizado e do diagrama de olhos na saída do equalizador construído com aquelas resultantes da simulação.

Com base na aproximação acima, foi calculada a resposta de fase de Nyquist, $\phi'_N(f)$; a qual é mostrada na figura (IV-2) juntamente com a fase total fornecida pelo

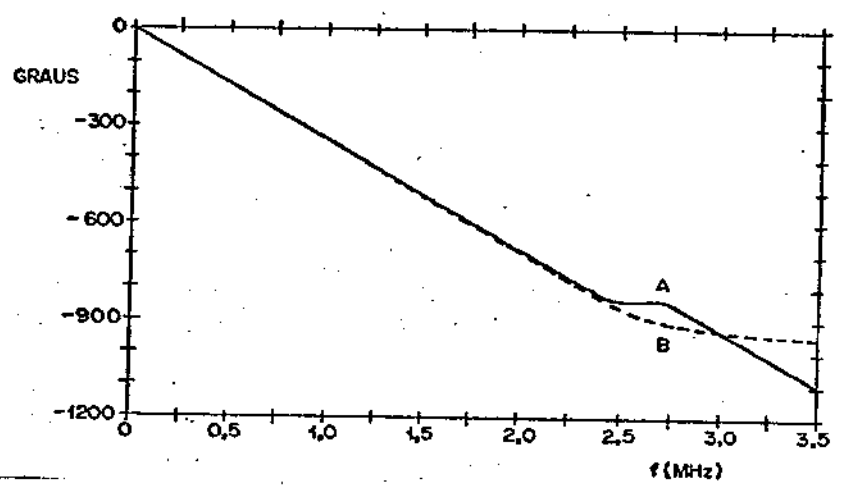


FIG IV-2 Respostas de fase: A = $\phi'_N(f)$; B = fase mínima + conexão com 3 pólos ótimos.

computador após o uso do corretor ótimo de 3 pólos da tabela (III-13)

Para a construção do circuito referente a este corretor de fase, utilizamos a configuração mostrada na figura (IV-3), a qual permite construir qualquer

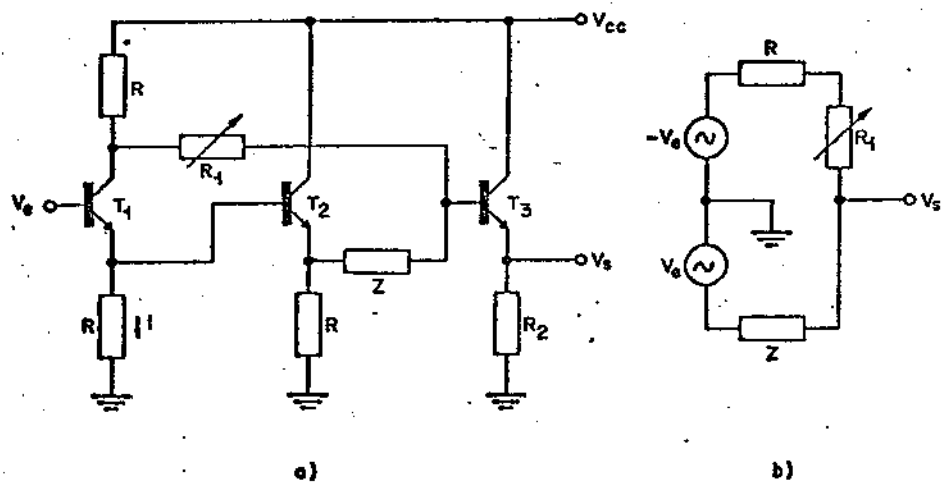


FIG. (IV-3) Circuito básico de correção de fase.

Uma das duas células básicas que constituem as unidades de correção de métodos desenvolvido. Com isto, um dado corretor é implementado associando-se em cascata um número apropriado de tais circuitos básicos, cada qual particularizado segundo as características da célula que ele reproduz.

Esta configuração é bastante interessante em virtude de sua simplicidade de construção e, principalmente, da facilidade de ajuste das posições dos pólos e zeros por ela fornecidos, facilidade esta de grande valia nesta aplicação.

A figura (IV-3-b) mostra um modelo apropriado para a obtenção da função de transferência desta configuração, a qual é dada por:

$$H(s) = \frac{R + R_1 - Z}{R + R_1 + Z}$$

Quando Z é do tipo $1/sC$, obtém-se:

$$H(s) = \frac{s - \frac{1}{C(R+R_1)}}{s + \frac{1}{C(R+R_1)}} \quad (40)$$

a qual configura a resposta de um passa-tudo composto por um pólo e um zero reais.

Por outro lado, quando $Z = sL + 1/sC$, obtém-se:

$$H(s) = \frac{(s - z_1)(s - z_2)}{(s - p_1)(s - p_2)}$$

onde

$$z_1 = z_2^* = -p_1 = -p_2^* = \frac{R+R_1}{2L} - j \left[\frac{1}{LC} - \left(\frac{R+R_1}{2L} \right)^2 \right]^{1/2}$$

e se supõe que

$$1/C \geq \left(\frac{R+R_1}{2} \right)^2$$

que é o negativo da função de transferência de um passa-tudo composto por um par de pólos complexos conjugados e zeros simétricos.

O circuito equalizador de fase construído é composto por dois destes circuitos básicos conectados em cascata. As posições dos pólos e zeros fornecidos foram submetidas a um ajuste fino de forma a minimizar a interferência entre símbolos. Após este procedimento a resposta de fase do conjunto $C(f)E(f)H(f)$ atingiu a forma mostrada na figura IV-4 (a menos de

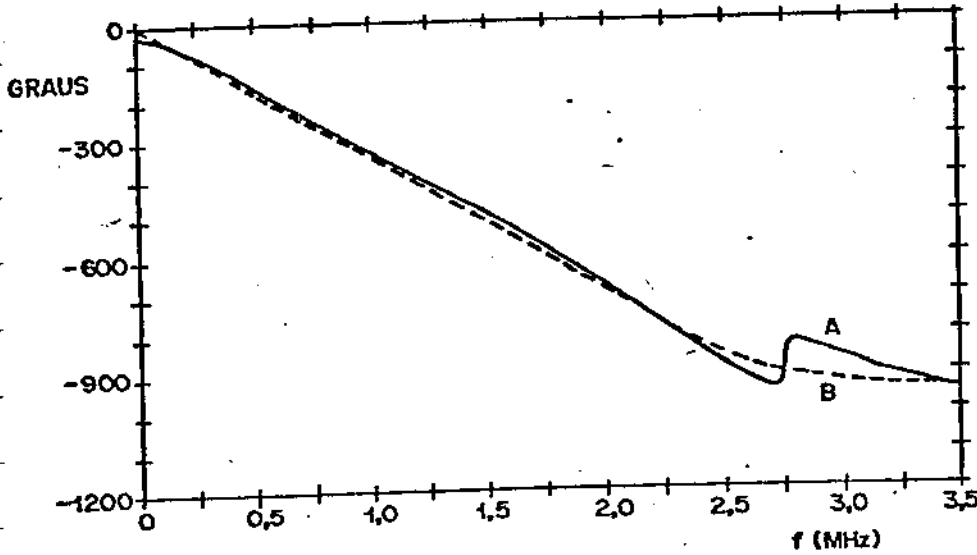
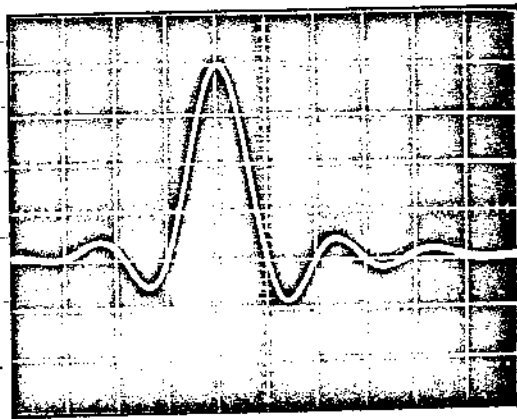
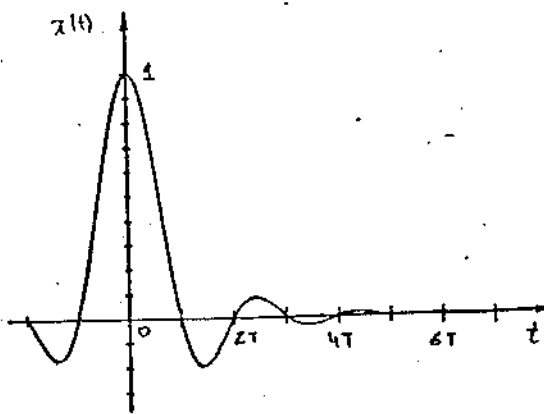


FIG. IV-4 Respostas de fase após a correção: A = real, B = calculada

uma componente linear), onde também foi traçada a resposta de fase correspondente prevista pelas simulações.

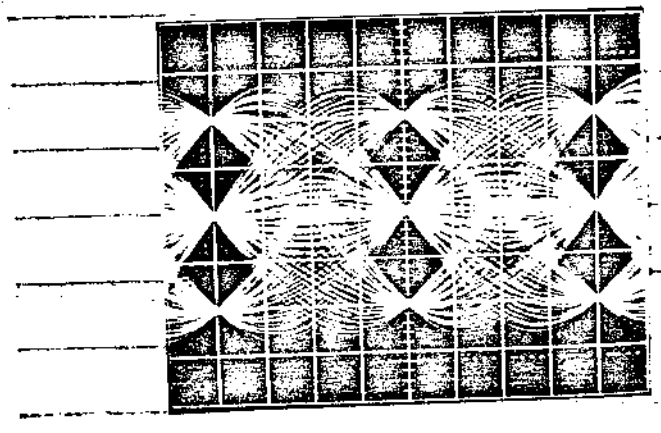
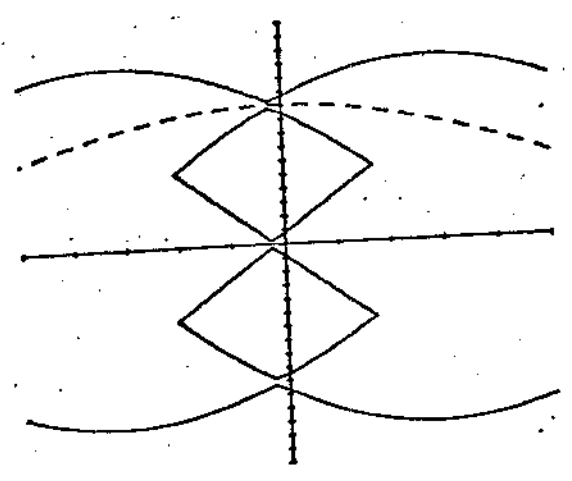
na figura IV-5 podemos comparar a forma do pulso



a)

FIG. IV-5 - Pulsos equalizados após a correção de fase: A = calculado,

equalizado na saída do corretor implementado com aquela
fornecida pelas simulações, enquanto que a figura
IV-6 permite a confrontação dos respectivos diagramas
de olhos.



a)

FIG IV-6 Diagramas de olhos após a correção de fase: A =
calculado, B = real

Capítulo IV - Equalizadores Passivos - Aspectos Construtivos

I. Introdução

Da análise que empreendemos no capítulo anterior infere-se que os equalizadores nada mais são que sistemas lineares que se enquadrarão na classificação geral de filtros. Nosso esforço, então, foi o de encontrar respostas adequadas para os filtros equalizadores, tendo em vista a minimização da IES, da IEP e da amplificação de ruído. O resultado foi uma série de curvas de equalização, cujos desempenhos puderam ser comparados; tendo como referência uma curva de equalização que minimizava a potência do ruído de saída.

Neste capítulo, nossa intenção é mostrar como podemos, a partir de uma forma de pulso equalizado escolhida a priori, projetar um equalizador que torne realidade este pulso. Embora aqui de excepcional valia as análises no domínio da frequência ao permitir que nos preocupemos apenas com a resposta global do sistema transmissor + cabo + equalizador, sem precisarmos nos ater às formas que o pulso assume na entrada e saída do cabo. A construção de um equalizador, dada a forma do pulso $x(t)$ na saída, se resume assim a um problema de síntese de filtros, assunto este que já foi muito estudado na literatura sobre circuitos de trios. Assim, a construção de um equalizador não envolve, em princípio, maiores novidades, ^{mas} na prática, aparecem alguns problemas peculiares que merecem um estudo particularizado. A análise desses problemas é especialmente interessante quando se pretende a realização de equalizadores que se adaptam automaticamente as grandes variações de sinal encontradas na prática, devidas às variações de comprimento dos cabos de transmissão utilizados.

Uma das questões que se coloca antes de se empregar

a natureza de uma resposta em frequência e' a de se saber se tal resposta e' realizavel. Já vimos em III.I que não e' possível projectar-se equalizadores que restaurem a forma do pulso transmitida, ou que forneçam pulsos livres de IEP. O problema foi contornado admitindo-se IEP mas impondo, pela condição de Nyquist, ausência de IES. Daí resultou uma série de curvas de equalização, dentre as quais merecem destaque especial aquelas com decaimento senoidal. (parágrafo) A rigor, todas as curvas de equalização estudadas, sem excepção, são irrealizáveis pois as respostas dos equalizadores necessários não satisfazem a condição de realizabilidade de Paley-Wiener:

$$\int_0^{\infty} \frac{|\log |E(f)|}{1+f^2} df < \infty$$

Na prática, obtém-se uma curva de equalização que e' uma aproximação satisfatória das curvas teóricas estudadas no capítulo anterior, e o ^{exemplo} dos métodos de aproximação que podem ser utilizados e' um dos pontos centrais do presente capítulo.

Um outro aspecto importante do projecto de equalizadores e' o que se relaciona com a resposta de fase. Na maioria dos casos dada uma grande ênfase à resposta de amplitude do sistema real, procurando-se amoldá-la à resposta teórica, e se relega quase ao descaso a resposta de fase. Esta postura pode ter graves implicações pois, normalmente, impõe-se ao espectro em frequência do pulso teórico uma fase nula, enquanto os sistemas reais apresentam vínculos entre as respostas de amplitude e fase, tornando o pulso real obtido, bastante diferente do teórico apesar de ambos terem o mesmo espectro de amplitude. A ênfase maior que se dá a resposta de amplitude no projecto dos equalizadores nasce na própria

tendência das análises dos circuitos elétricos em geral, ao exa-
 gerar o papel da resposta de amplitude. No capítulo V ter-
 mos oportunidade de estudar os efeitos das respostas de fase
 sobre o desempenho dos equalizadores e as formas de corrigirmos
 as distorções das não-linearidades das curvas de fase. No atual
 capítulo, nos limitaremos a estudar a equalização do ponto de
 vista da resposta de amplitude, e só mencionaremos a fase
 quando estritamente necessário.

II. Equalização fixa

II.1. A forma geral das curvas de equalização

Suponhamos que se deseja obter na saída de um equa-
 lizador um pulso $x(t)$ de espectro $X(f)$, dado que é transmitido
 um pulso $p(t)$ de espectro $P(f)$, e que $C(f)$ é a resposta do cabo
 de transmissão. Como vimos no capítulo anterior, a resposta em
 frequência do equalizador deverá ser dada por:

$$E(f) = \frac{X(f)}{P(f)C(f)} \quad (1)$$

No caso em que $x(t)$ é um pulso de espectro com decaimento
 senoidal (capítulo III), $C(f)$ é uma resposta que decai com o aumento
 da frequência (capítulo II), a curva de $|E(f)|$ tomará um aspecto
 parecido com a da figura abaixo em traço cheio.

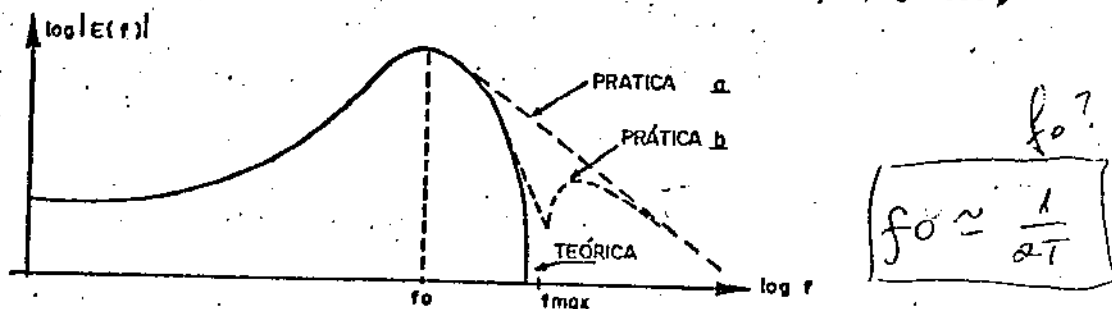


Fig. 1 - Forma geral das respostas dos equalizadores.

Inicialmente, conforme f aumenta, $|E(f)|$ cresce por efeito do decaimento de $C(f)$, já que esta se encontra no denominador da expressão (1). A queda posterior de $|E(f)|$ se deve ao comportamento de $X(f)$, que se anula a partir da frequência f_{max} . A curva a em traçado mostra uma aproximação típica que se consegue na prática, onde se vê que as diferenças aparecem justamente na região de corte. O afastamento das curvas pode ser compensado se for notado que a escolha de $X(f)$ com faixa limitada em f_{max} , impõe que a queda de $\log|E(f)|$ tenha derivada infinita nesta frequência. Na prática, um corte deste tipo não pode ser obtido; a queda assintótica da curva real é geralmente do tipo $20n$ dB/década, onde n é um inteiro que depende do número e da estrutura dos elementos reativos utilizados no equalizador. A tentativa de melhorar o corte implica no aumento de n , com a consequência de tornar mais complexo o equalizador.

A curva prática b ilustra um dos métodos que podem ser utilizados para se alcançar uma melhor aproximação. Adicionando-se ao filtro equalizador uma armadilha sintonizada logo após o pico da resposta, é possível conformar-se o corte de uma forma muito precisa, apesar de ^{ainda} persistir um erro de aproximação após a frequência de rejeição máxima. Mas, como esse erro residual ocorre numa região em que o ganho $|E(f)|$ do equalizador real já é muito pequeno, comparado com o ganho no pico da resposta, podemos aceitar a curva do equalizador real do tipo b como uma aproximação muito satisfatória da curva teórica.

Como no caso geral de síntese de filtros, não existe uma solução única para a realização de uma curva de equalização proposta. As curvas, sejam do tipo a ou do tipo b, podem

ser realizadas de infinitas maneiras diferentes, porém é possível antecipar que poderão ser utilizados para tal 3 tipos básicos de filtros: passa-faixa de baixo Q, passa-baixas e armadilha sintonizada. O filtro passa-faixa, com frequência central em torno de f_0 constitui a célula básica ^{do equalizador}, com a função de prover o crescimento de $|E(f)|$ até f_0 e impor um possível decaimento a partir de então. Para se melhorar o corte após f_0 poderia ser utilizado um filtro passa-baixas com frequência de corte em torno de f_0 . A armadilha sintonizada logo após f_0 seria empregada na obtenção da curva b para melhorar ainda mais a aproximação na região do corte.

Não é possível prever o número de filtros básicos ^{que serão} necessários para a realização de uma determinada curva de equalização, mas podemos estabelecer, como regra geral, que este número cresce com: a grau de aproximação desejado, a atenuação do cabo e a rapidez do corte do espectro $X(f)$ do pulso equalizado. Também deve-se recordar que além da conformação de $E(f)$ deve-se ^{sempre} prover um ganho adequado para que a amplitude do pulso na saída do equalizador seja a correta. É verdade que isto já é considerado implicitamente na determinação de $E(f)$ pela expressão (1) pois a função $X(f)$ aí considerada deve ser aquela correspondente ao pulso equalizado com a amplitude correta. Como se empregam frequentemente na equalização circuitos passivos, que não apresentam ganho de potência, faz-se mister um escalonamento da amplitude do sinal por meio de amplificadores eletrônicos. Esta exigência de ganho, além da filtração ^{propriamente}, sugere fortemente o emprego de filtros ativos que conseguem realizar as duas operações simultaneamente.

Apresentaremos, a seguir, uma análise de alguns equalizadores comerciais para cabos multi-paros, onde tentaremos

explicitar os diferentes métodos empregados na realização da curva $|E(f)|$. Os exemplos foram escolhidos tendo em vista a importância histórica que apresentam e as informações que tínhamos disponíveis. Não se pretende, evidentemente, que os equalizadores escolhidos representem todas as possibilidades de realização (que, aliás, são infinitas) mas, certamente, as análises aqui desenvolvidas poderão servir como base de novas idéias e projetos de futuros circuitos.

II.2 - Exemplos de Equalizadores Comerciais

II II.2

a) Equalizador de Mayo

O primeiro repetidor regenerativo, já em forma utilizável comercialmente, foi construído por J.S. Mayo nos inícios da década de 60^(*), visando a utilização na transmissão de sinais MCF na taxa de 1,544 M dígitos/s. Na frequência de $f = 40 \text{ KHz}$ a atenuação introduzida pelo cabo típico de bitola 22 AWG e comprimento de 6000 pés, era de aproximadamente 30 dB. As interferências por diafonia já são consideráveis, exigindo-se um cuidado especial na escolha das curvas de equalização. O autor adotou como forma de pulso equalizado o pulso tipo "RC" modificado, descrito em Fig. 2, com $n=5$ e $f_c = 1 \text{ MHz}$.

O circuito utilizado para equalização é mostrado abaixo, onde não se vêem os elementos utilizados para a polarização dos transistores, mas somente os elementos que determinam a operação em CA.

(*) Mayo, J.S. - A Bipolar Repeater for Pulse Code Modulation Signals - The Bell Technical Journal, Janeiro 62

Fig 2

— página

72

Note-se que o número de elementos ativos ^{empregados} (T_1 e T_2) é muito reduzido, o que se justificava na época em que o circuito foi construído, mas que obriga, para a conformação de $E(f)$, ^{é utilização de} um circuito de realimentação relativamente complexo, onde entram três indutores, três capacitores, três resistores, mais um transformador de saída com um enrolamento auxiliar de realimentação.

O ganho entre entrada e saída desse circuito é dado por:

$$A = 1 + \frac{Z_F}{Z_E} \quad (2)$$

$$\text{onde } \left\{ \begin{array}{l} Z_F = Z_5 \parallel n R_3 \\ Z_E = Z_6 \parallel \frac{n R_3}{n-1} \end{array} \right.$$

$n =$ relação de espiras do primário do transformador de saída para o enrolamento de realimentação

Com os valores utilizados no projeto, o autor obteve uma resposta em frequência, como visto na figura abaixo.

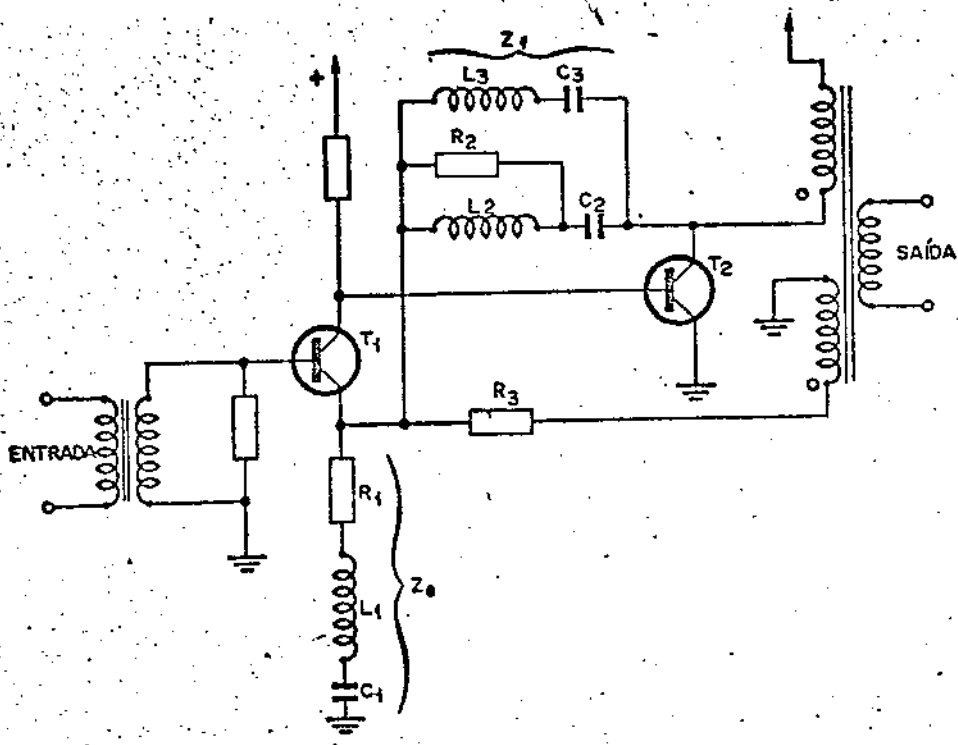


Fig 2- Equalizador de Mayo

(7a)

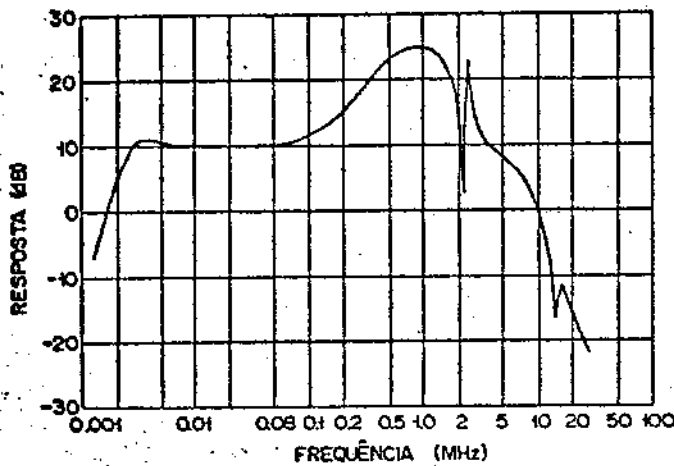


Fig. 3. - Resposta do equalizador de Mayo.

Apesar da expressão (2) fornecer uma definição precisa da curva de resposta do equalizador, sua forma é bastante complicada e dificulta a visualização das relações envolvidas. Podemos, entretanto, fazer uma análise qualitativa do circuito equalizador, simplesmente empregando as noções básicas de realimentação. Em primeiro lugar, deve-se notar que o sinal no coletor de T_2 e no secundário de realimentação são retornados para o emissor de T_1 numa ação em contra-fase.

Isso permite-nos, a grosso modo, classificar a realimentação de negativa, e esperar uma diminuição do ganho de malha fechada quanto aumentar a intensidade da realimentação, e vice-versa.

Para frequências muito baixas as impedâncias de C_1 , C_2 e C_3 são muito elevadas, e a realimentação através de R_3 é máxima e o ganho é mínimo. Aumentando-se a frequência, atinge-se um determinado valor ^(em que) _(a 0,001 mediana de 80 kHz.) em que a impedância de C_1 diminui suficientemente para reduzir a realimentação. Neste ponto, o ganho começa a subir, numa taxa de 20 dB/década, até o ponto em que a reatância de L_1 começa a se tornar comparável à de C_1 , reduzindo-se portanto a reatância total. O ganho então, ^{então} _{encontra} rapidamente, para atingir um máximo ^{quando} _{as} reatâncias de L_1 e C_1 são iguais, se anulando mutuamente. Quem determinará o ganho nesse

parte serão R_3 e R_1 . A partir desse máximo o ganho começa a decair com 20dB/década pelo predomínio de L_1 sobre C_1 .

Em a intenção de aumentar mais ainda e queda a partir do máximo, emprega-se o circuito LC série, composto por L_3 e C_3 , que ressoa em aproximadamente 2MHz, estabelecendo uma forte realimentação entre o coletor de T_2 e o emissor de T_1 , reduzindo o ganho global praticamente à unidade (0dB). Esta é a explicação da vistosa descontinuidade que se observa no respoeta da fig. 3, logo após se passar pelo ponto máximo.

L_2 e C_2 são introduzidos com a mesma finalidade de melhorar o corte; seus valores são escolhidos para que a ressonância ocorra em torno de 6MHz. R_2 é empregado com a intenção de se prover um amortecimento da ressonância e alargar, consequentemente, a região de atuação.

b) Equalizador ITT₁

O circuito abaixo apresenta como grande novidade a incorporação da equalização variável automática, que temos oportunidade de estudar mais de perto na seção III do presente capítulo.

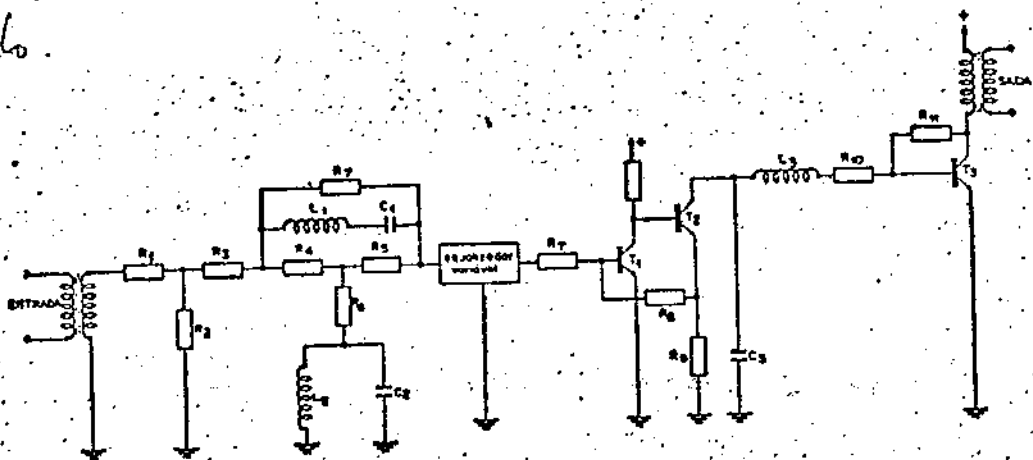
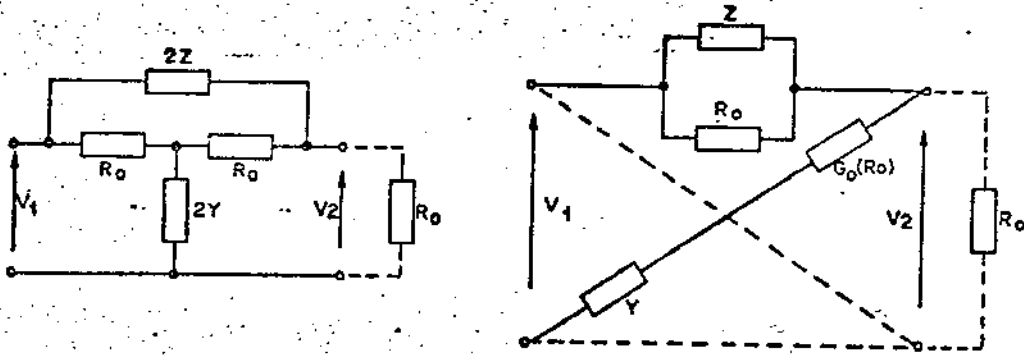
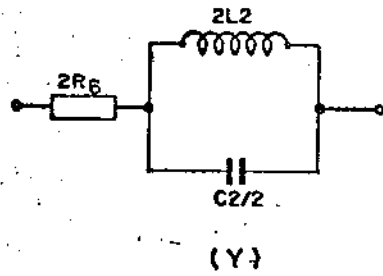
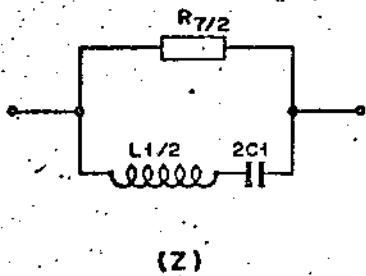


Fig. 4. Equalizador ITT₁

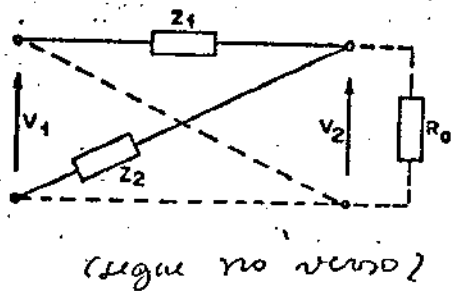
O sinal que chega pelo cabo é introduzido no equalizador por via do transformador de entrada e do atenuador constituído por R_1 , R_2 e R_3 . Este último foi projetado para uma impedância característica de 600Ω , que é o valor da impedância da linha bifilar ($\approx 100\Omega$) refletida no secundário. Após o atenuador, o sinal encontra o circuito T em ponte, de resistência constante igual a 600Ω , que é a criação do equalizador e realiza a função de filtro passa-faixa de banda larga (baixo Q). Este circuito pode ser estudado pela equivalência que apresenta com um circuito em treliça de impedância característica R_0 ($\sqrt{ZY} = R_0$) (*):



No caso particular do equalizador, têm-se:



Considere-se agora a treliça genérica abaixo, de impedância característica constante R_0 ($\sqrt{Z_1 Z_2} = R_0$)



(*) Romano, H. D. Filtros de Frequência e Linhas de Transmissão

Definindo-se $\theta(\lambda)$, a constante de propagação, como:

$$\frac{V_1(\lambda)}{V_2(\lambda)} = e^{\theta(\lambda)}$$

Demonstra-se (*) que:

$$\text{tgh} \left[\frac{\theta(\lambda)}{2} \right] = \sqrt{Z_2/Z_1}$$

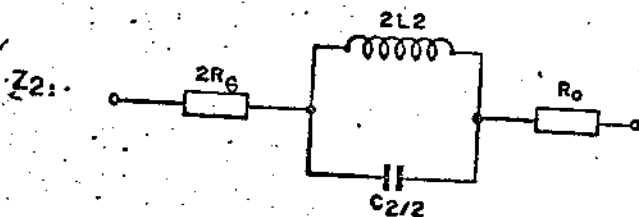
Dai' sai:

$$H(\lambda) = \frac{V_2(\lambda)}{V_1(\lambda)} = e^{-\theta(\lambda)} = \frac{\sqrt{Z_2} - \sqrt{Z_1}}{\sqrt{Z_2} + \sqrt{Z_1}}$$

ou

$$H(\lambda) = \frac{Z_2 - R_0}{Z_2 + R_0}$$

Identificando



sai:

(*) Romano, H. D. - Filtros de Frequência e Linhas de Transmissão

$$H(s) = \frac{2R_6 + \frac{\Delta 2L_2}{\Delta 2L_2 C_2 + 1}}{2(R_0 + R_6) + \frac{\Delta 2L_2}{\Delta^2 L_2 C_2 + 1}} = \frac{R_6}{R_0 + R_6} \frac{s^2 + \frac{\Delta}{R_6 C_2} s + \frac{1}{L_2 C_2}}{s^2 + \frac{\Delta}{(R_0 + R_6) C_2} s + \frac{1}{L_2 C_2}}$$

$$H(s) = \frac{\zeta_2}{\zeta_1} \frac{s^2 + \beta_2 \zeta_1 \omega_0 + \omega_0^2}{s^2 + \beta_2 \zeta_2 \omega_0 + \omega_0^2} \quad (3)$$

onde

$$\left\{ \begin{aligned} \omega_0^2 &= \frac{1}{L_2 C_2} \\ \frac{1}{R_6 C_2} &= 2\zeta_1 \omega_0 \\ \frac{1}{(R_0 + R_6) C_2} &= 2\zeta_2 \omega_0 \end{aligned} \right.$$

Nota-se rapidamente que

$$H(0) = H(\infty) = \frac{R_6}{R_0 + R_6}$$

$$H(\omega_0) = 1$$

A curva de $|H(\omega)|$ apresentará o seguinte aspecto:

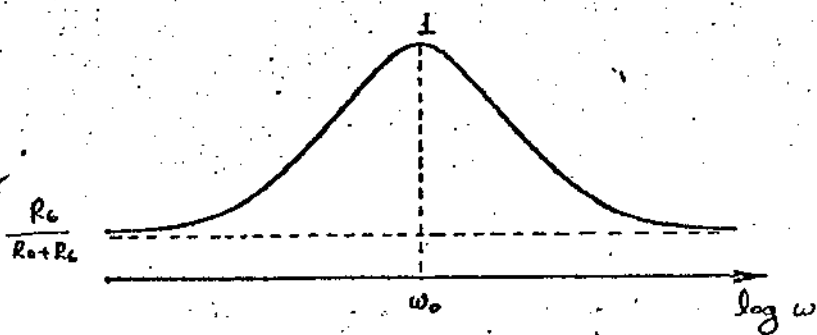
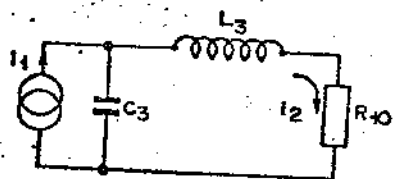


Fig. 5- Forma geral da resposta do circuito T em ponte empregado no equalizador ITT₁.

O trecho mais importante dessa curva é o que vai de $\omega = 0$ até logo após $\omega = \omega_0$, onde se localiza a maior parte do espectro de $X(f)$. A queda de $E(f)$ após ω_0 pode não ser suficiente mente aguda para a finalidade e deve, pois, ser acentuada com o auxílio de um filtro adicional. Esta função é realizada pelo filtro passabaixas de 2ª ordem constituído por C_3 , L_3 e R_{10} . Este filtro é excitado por T_2 , que atua como fonte de corrente controlada, enquanto R_{10} constitui a carga resistiva, já que a base de T_3 , onde esta é conectada a outra extremidade de R_{10} , é um terra virtual pela ação da realimentação negativa que vem por R_{11} . Assim, podemos estabelecer o ganho de corrente deste filtro pela análise do seguinte circuito:



$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{s^2 L_3 C_3 + s C_3 R_{10} + 1}$$

ou:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + s 2\zeta \omega_0 + \omega_0^2} \quad (4)$$

$$\text{onde } \begin{cases} \omega_0^2 = 1/L_3 C_3 \\ 2\zeta \omega_0 = R_{10}/L_3 \end{cases}$$

Para uma boa conformação da curva global do equalizador pode-se variar tanto ω_0^* quanto ξ^* . Valores razoáveis são:

$$\omega_0^* \approx \omega_0$$

$$\xi^* \approx 1/\sqrt{2} \quad (\text{amort. crítico})$$

O controle de ganho global é dado pelas taxas de realimentação negativa, que podem ser controladas por R_8 , R_9 e R_{11} . É interessante observar-se que R_7 e R_{10} não influem no ganho global, pois R_7 influi apenas na impedância de entrada, enquanto R_{10} controla o amortecimento do filtro C_3, L_3, R_{10} . O equalizador variável, cujo circuito iremos estudar em detalhes na seção III, não afeta a resposta em frequência do equalizador quando se está na condição de máximo comprimento de onda; sua função somente aparece quando se precisa adaptar o equalizador para os casos de atenuações menores.

Na condição de não atenuação do equalizador variável, a resposta global do equalizador é dada a menos de um fator constante pela multiplicação das funções de transferência descritas por (3) e (4), ou seja

$$E(f) = K \frac{s^2 + 2\xi_1 \omega_0 s + \omega_0^2}{(s^2 + 2\xi_2 \omega_0 s + \omega_0^2)(s^2 + 2\xi^* \omega_0^* s + \omega_0^{*2})} \quad (5)$$

Com os valores empregados no projeto comercial, obtivemos a curva de resposta mostrada na figura abaixo.

Fig 6 - página 14a

Observe-se que a não utilização da armadilha sintonsu-
zoda logo após $f = 1/2\pi$, implica numa queda relativamente
suave de $|E(f)|$ após passar pelo máximo. Isto praticamente obriga
a utilização de valores α (fator de decaimento senoidal do espectro), rela-
tivamente grandes ($\gg 1$).

c) Equalizador ITT-2

Neste circuito mais moderno (fig. 4) adota-se uma
filosofia muito diferente da anterior. Empregam-se aqui filtros
ativos para o modelamento primário da curva de equalização, ficando
a cargo de um filtro passivo apenas a conformação do corte.
Além disso, os filtros são utilizados em posições invertidas rela-
tivamente ao caso anterior: primeiro o filtro passivo, e depois
os ativos.

Fig 7 página 14a

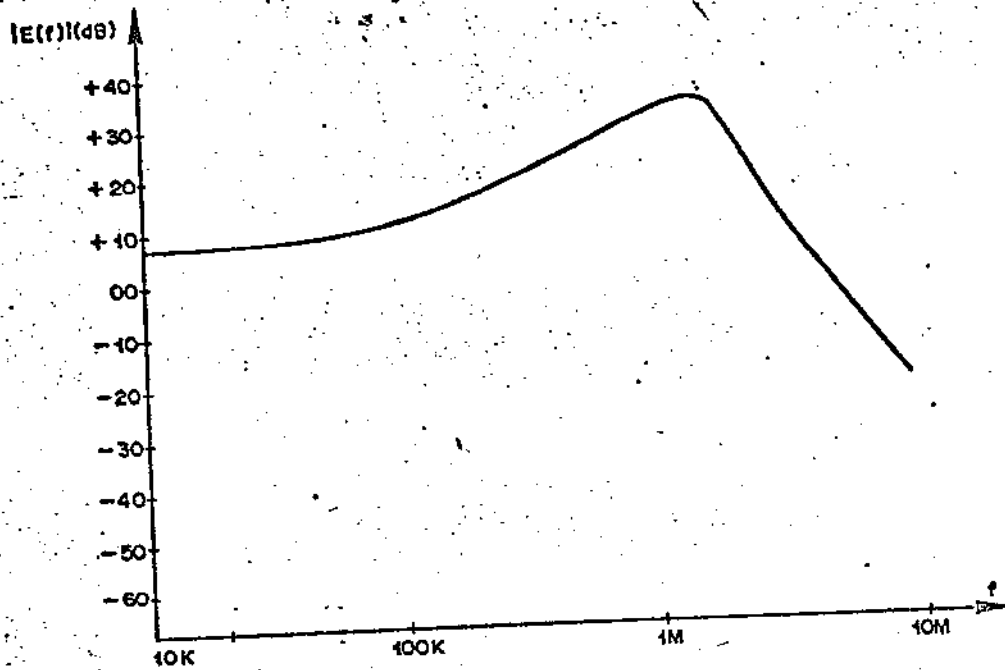


Fig 6 - Resposta da Equalizadora ITT-1

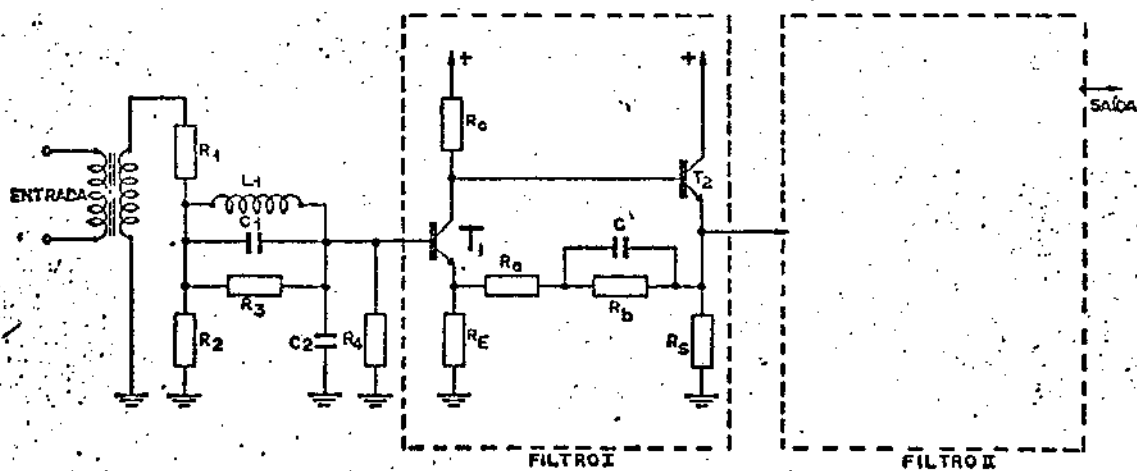


Fig 7. Equalizadora ITT-2

(140)

Os resistores R_1 e R_2 têm a função básica de casar a entrada do equalizador com o cabo de transmissão. Constituem um atenuador que, ao mesmo tempo, em que enfraquece o sinal, isola da entrada os circuitos posteriores, impedindo descasamentos de impedâncias.

Da junção de R_1 e R_2 o sinal passa pelo filtro passivo constituído por L_1 , C_1 , R_3 , C_2 e R_4 , cujo papel é o de efetuar a conformação do corte da curva de equalização. O que se procura, basicamente, é a realização de uma filtragem passa-baixas com rejeição aguda logo após a frequência de corte. Isto se consegue ^(fig 8) com o circuito citado, da seguinte maneira: L_1 , em série com o sinal, e C_2 , em paralelo, agem conjuntamente no sentido de introduzir uma atenuação crescente a partir de uma determinada frequência.

R_4 aparece com a missão de introduzir um amortecimento na ressonância de forma a não aparecer um pico muito acentuado na resposta. Logo após iniciada a queda da resposta aparece o ação do capacitor C_1 , que entrando em ressonância com L_1 , introduz uma violenta rejeição nesta frequência ^{de ressonância com o correspondente} e vizinhanças. A função de R_3 é a de amortecer esta nova ressonância.

Passada a frequência de rejeição máxima, a resposta tende a aumentar e se estabiliza para $\omega \rightarrow \infty$ no valor $\frac{C_1}{C_1 + C_2}$.

No (nosso) caso particular ^{estudado?} escolheu-se $C_2 \approx 5C_1$ e portanto o ganho para frequências infinitas é de aproximadamente $1/6$. Aliás, esta rejeição limitada é a principal deficiência deste circuito que, todavia, só poderia ser evitada às custas de uma maior complexidade de construção.

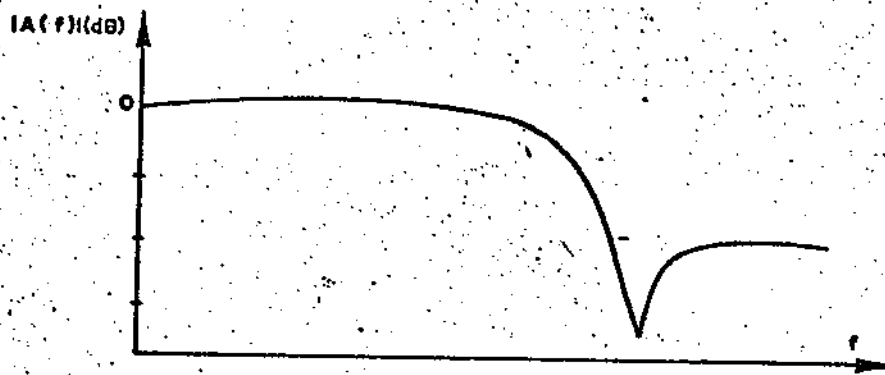


Fig. 8. - Resposta do filtro de entrada do equalizador ITT-2.

Após passar pelo filtro de entrada, o sinal é introduzido num filtro ativo (Filtro I) em cascata com um filtro do mesmo tipo (Filtro II), que produz a base da curva de equalização global, além de proporcionar ganho de potência. Esses filtros ativos empregam dois transistores num circuito com realimentação positiva crescente com a frequência, feita do emissor de T_2 para o emissor de T_1 , através de R_a , R_b e C .

Para analisarmos a resposta deste circuito, vamos supor que T_2 se comporta como um seguidor de emissor ideal e, portanto, pode ser substituído por um amplificador de tensão ideal de ganho unitário. Assim, o circuito equivalente dos filtros ativos, com o fluxograma correspondente, está em 9 da figura abaixo.

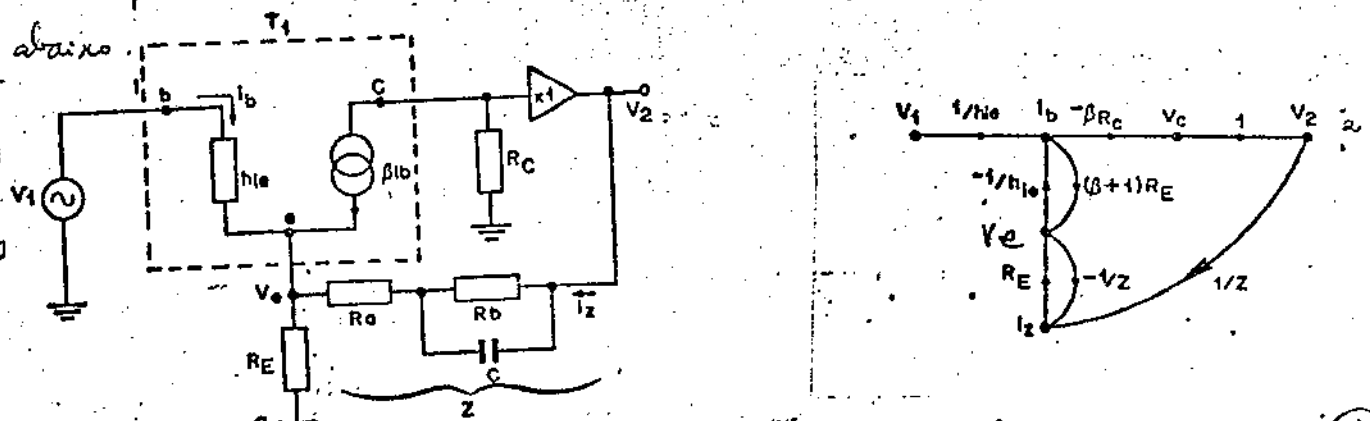


Fig. 9 - Circuito equivalente e fluxograma dos filtros ativos.

Para que o circuito não entre em oscilação deve-se impor que R_B seja positiva, isto é, deve-se ter $R_a > R_c$.

Nestas condições, têm-se $\omega_B > \omega_A$, e a curva de v_2/v_1 deverá tomar o aspecto da figura abaixo.

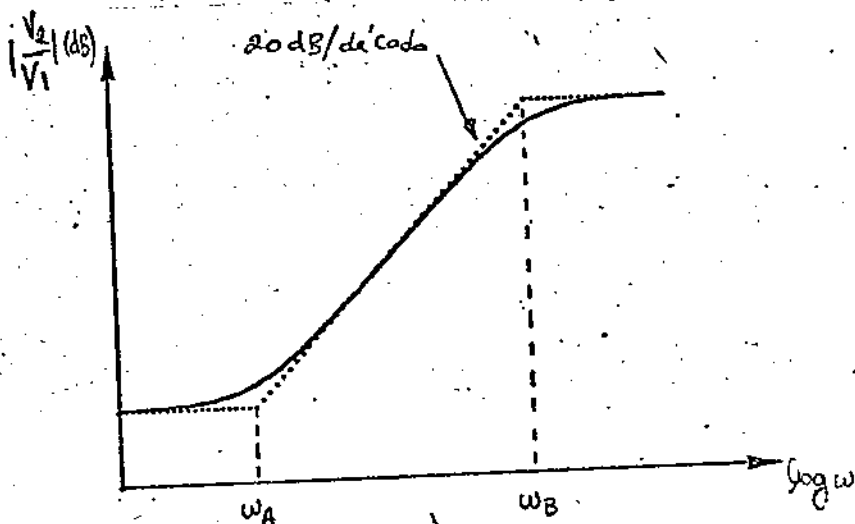


Fig. 10 - Curva de resposta do filtro ativo do equalizador III.

A utilização de dois filtros ativos em cascata não altera a forma básica da curva; seu principal efeito é aumentar a taxa de crescimento do ganho entre ω_A e ω_B para 40 dB/década e, portanto, aumentar a relação entre os ganhos para altas e para baixas frequências. Nota-se também que a resposta não decai para altas frequências, mas tende a um valor constante. Toda a conformação do corte da curva de equalização fica, assim, por conta do filtro passivo de entrada. Seria possível, se houvesse o desejo, ~~se~~ introduzir-se um corte das altas na resposta do filtro ativo, colocando-se, por exemplo, um indutor em série com Z . Esse indutor, cuja impedância cresce com a frequência, poderia ser utilizado na função de bloquear a realimentação positiva em altas-frequências.

No fluxograma podemos obter a função de transferência:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{-\beta R_c (Z + R_E)}{Z h_{ie} + (\beta + 1) R_E Z + R_E h_{ie} - \beta R_c R_E} \quad (6)$$

se β for muito grande:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{-R_c}{R_E} \frac{Z + R_E}{Z - R_c} \quad (7)$$

chega-se ao resultado de que o ganho de malha fechada não depende, dentro de certos limites, dos parâmetros dos transistores, mas apenas dos elementos passivos externos. Em particular, a forma da curva de resposta depende apenas de Z , R_E e R_c . Essa insensibilidade do circuito em relação aos parâmetros dos elementos ativos é tanto mais surpreendente quanto mais sabemos que as realizações práticas tendem, na maioria das vezes, a exacerbar as variações de ganho de malha aberta.

Substituindo Z , dada pela expressão:

$$Z = \frac{s R_A R_B C + R_A + R_B}{s R_B C + 1} \quad (8)$$

na equação (7), resulta:

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{R_c}{R_E} \frac{R_A + R_B}{R_B + R_B} \frac{1 + \frac{s}{\omega_A}}{1 + \frac{s}{\omega_B}} \quad (9)$$

$$\text{onde } \begin{cases} R_A = R_A + R_E \\ R_B = R_A - R_c \\ \omega_A = 1 / (R_A // R_B) C \\ \omega_B = 1 / (R_B // R_B) C \end{cases}$$

d) Equalizador integrado

Existe uma tendência moderna no sentido de serem utilizados circuitos integrados em repetidores regenerativos visando-se a diminuição dos custos de fabricação e das dimensões do aparelho completo. Nesse esquema, todas as funções ativas de um repetidor são realizadas por um único circuito integrado, exigindo-se para sua operação a adição de apenas alguns elementos passivos, entre os quais: transformadores de entrada e saída, o tanque do circuito de extração da onda de tempo, elementos reativos do equalizador, resistores de polarização, etc.

Na parte que nos interessa estudar aqui, o equalizador propriamente dito, empregam-se as técnicas dos amplificadores operacionais, definindo-se o comportamento do sistema através do controle da realimentação negativa. Basicamente, o esquema utilizado nesses equalizadores integrados é o que se vê na figura abaixo, onde só foram representados os elementos que influem no comportamento para CA.

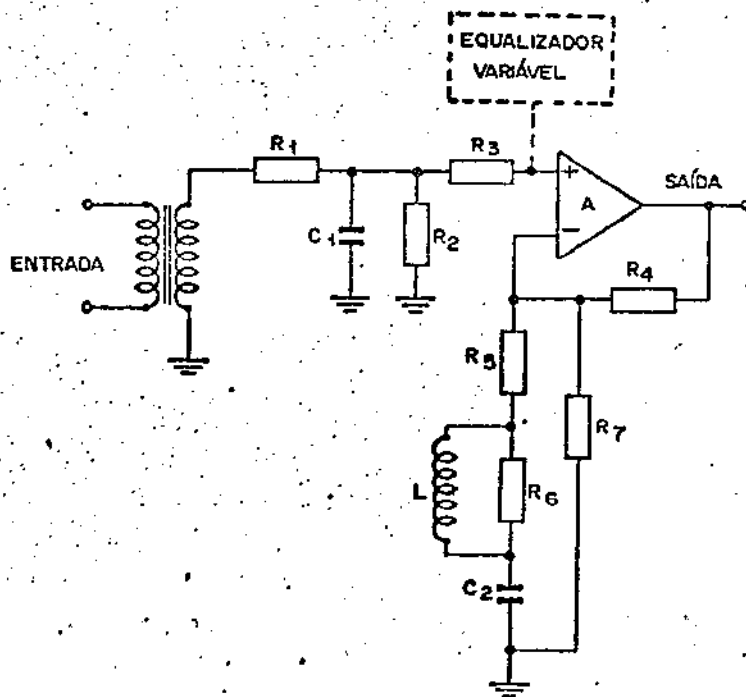


Fig 11 - Equalizador integrado.

O sinal de entrada, transferido do cabo ao repetidor por um transformador de acoplamento, é filtrado pelo circuito composto por R_1 , R_2 e C_1 antes de ser aplicado à entrada do amplificador. Este filtro de entrada atua como passa-baixas de 1ª ordem, com frequência de corte dada por $\omega_c = 1/(R_1 \parallel R_2)C_1$, e tem por função o auxílio na determinação do corte da curva de equalização global. Antes do sinal atingir o amplificador, ainda sofre a ação do circuito de equalização variável, cuja atuação veremos na secção III. Na condição de máxima atenuação do cabo a ação desse circuito pode ser desprezada.

O amplificador A é um amplificador diferencial de alto ganho ($> 50\text{dB}$) e faixa larga, onde se fez uma realimentação negativa para se moldar a curva de resposta de malha fechada. No circuito de realimentação, L , R_5 , R_6 e C_2 constituem um circuito RLC modificado, cuja impedância passa por um mínimo na frequência de ressonância. Neste ponto o ganho de malha fechada será máximo já que a realimentação negativa será mínima. Para frequências baixas o ganho decai pelo aumento da reatância de C_2 , sendo esta queda sustentada pela ação de R_7 que, junto com R_4 , determinam o ganho para frequências muito baixas. Para frequências muito elevadas o ganho decai pelo aumento da reatância de L que, por sua vez, vê-se contrabalaneada por R_6 . A resposta típica desse equalizador terá a forma da curva abaixo

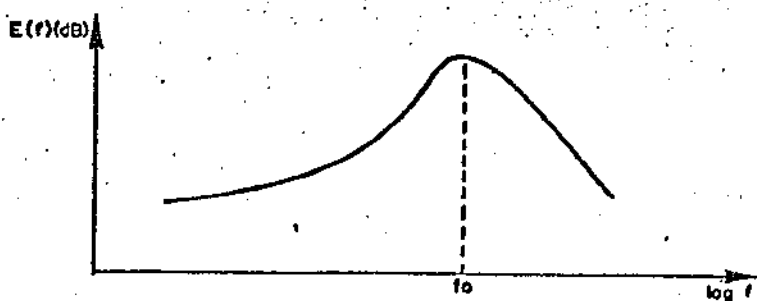


Fig. 12- Resposta típica do equalizador integrado

e) Equalizador Um camp- Seis braços

O esquema básico para CA, utilizado é o que se vê na figura abaixo.

Fig 12. pag 21a

A conformação da curva de equalização se dá por três operações de filtragem distintas, que podem ser estudadas separadamente e cujas respostas parciais são sobrepostas para a obtenção da resposta global.

A primeira filtragem é feita pelo circuito que envolve T_1 e os elementos conectados no seu terminal de emissor. O funcionamento desse estágio se baseia na seguinte idéia: se um transistor apresentar um β suficientemente elevado, então a sua transcondutância dinâmica será dada por:

$$\frac{I_c}{V_b} = \frac{1}{Z_e + r_e} \quad (10)$$

- onde
- I_c = corrente de sinal de coletor.
 - V_b = tensão de sinal na base
 - Z_e = impedância conectada entre o emissor e a massa
 - r_e = resistência dinâmica do emissor.
- (21)

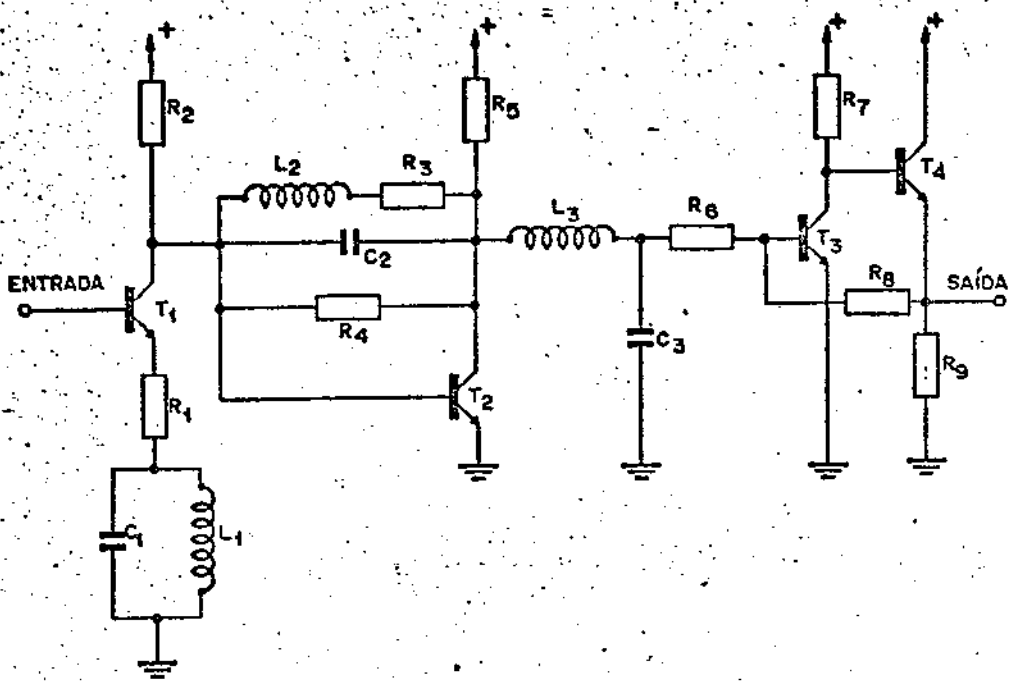


Fig 12- Equalizadora Unicamp-Televisão

Da forma como foi construída Z_e no circuito acima, fica evidente que $Z_e \rightarrow \infty$ na frequência de ressonância de L_1 e C_1 e, portanto neste ponto $1/(Z_e + r_e) \rightarrow 0$. Abaixo da ressonância, Z_e diminui, pois a reatância de $L_1 \rightarrow 0$ e $Z_e \rightarrow r_e + R_1$. Da mesma forma, acima da ressonância, a reatância de $C_1 \rightarrow 0$ e $Z_e \rightarrow r_e + R_1$. Em conclusão, o estágio em consideração atua como um filtro rejeita-faixa sintonizado na frequência de ressonância de L_1 e C_1 . A sua função de transferência será dada por:

$$H_1(s) = \frac{1}{Z_e + r_e}$$

$$H_2(s) = \frac{1}{R_1 + r_e} \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (11)$$

$$\text{onde } \begin{cases} \omega_0^2 = \frac{1}{L_1 C_1} \\ 2\zeta\omega_0 = \frac{1}{(R_1 + r_e)C_1} \end{cases}$$

A curva típica desse circuito é a que se vê abaixo:

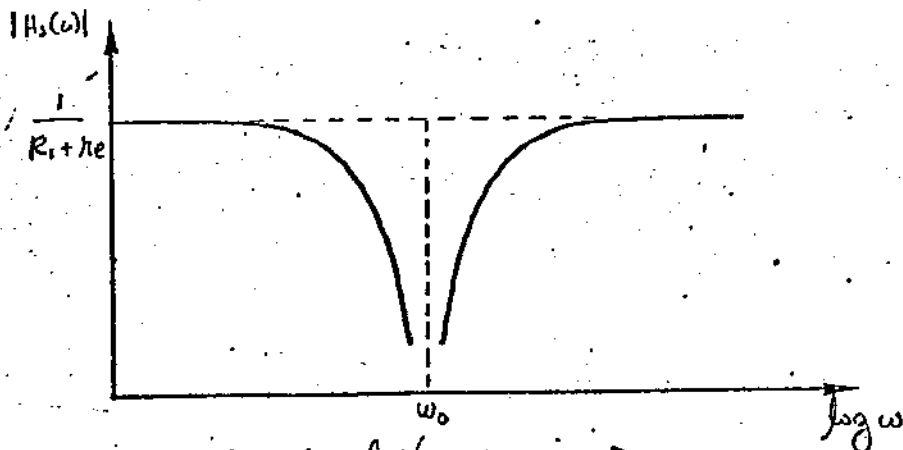
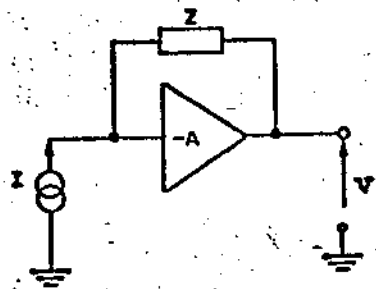


Fig. D - Resposta do filtro de rejeição.

Como foi dito, L_1 e C_1 controlam a frequência ω_0 de rejeição máxima (teoricamente infinita). Através de R_1 podemos controlar, por assim dizer, a largura da faixa de rejeição. Mas, como R_1 influencia substancialmente na transcondutância fora da faixa de rejeição, sua escolha deve ser feita "a priori" por razões de determinação do ganho global do equalizador, depois definirem-se L_1 e C_1 . Além disso, observa-se que a expressão (11) depende explicitamente de $(R_1 + r_e)$ e não de R_1 . Todavia, na prática r_e pode ser feita suficientemente pequena (pelo controle da corrente de polarização de T_1) em confronto com R_1 , para ser desprezada. Daí para frente, podemos observar que (na continuação de) um filtro rejeita-faixa pode também ser construído simplesmente com elementos passivos, como vimos no equalizador ITT-2. A opção por um circuito ativo se deve a duas razões: primeiro, a introdução de uma impedância no circuito de emissor de T_1 aumenta a impedância vista pela base, diminuindo o carregamento sobre o estágio anterior. Segundo, T_1 atuará como fonte de corrente controlada (com transcondutância dada por $H_1(s)$), que será a forma adequada de excitação do circuito posterior.

O estágio seguinte, composto por T_2 e componentes associados, constitui o coração do equalizador. É aqui que se dá a maior parte da conformação da curva global de equalização. O funcionamento deste circuito se deve à utilização de realimentação negativa do coletor à base de T_2 , através de L_2 , R_3 , C_2 e R_4 . O circuito, como um todo, atua como conversor corrente-tensão, recebendo como excitação a corrente de sinal do coletor de T_1 . Para a idealização deste estágio partiu-se das propriedades do seguinte esquema:



~~Assim?~~

Assim?

para o qual temos o seguinte resultado conhecido para a sua trans-impedância:

$$\frac{V}{I} = -Z \quad (12)$$

Para o circuito da fig 12:

$$Z = \frac{sL_2 R_4 + R_3 R_4}{s^2 L_2 C_2 R_4 + s(R_3 R_4 C_2 + L_2) + R_3 + R_4}$$

Assim:

$$H_2(s) = -\frac{1}{C_2} \frac{(s + z_0)}{s^2 + 2\zeta^* \omega_0^* s + \omega_0^{*2}} \quad (13)$$

onde

$$\left\{ \begin{aligned} z_0 &= \frac{R_3}{L_2} \\ \omega_0^{*2} &= \frac{R_3 + R_4}{L_2 C_2 R_4} \approx \frac{1}{L_2 C_2} \quad (\text{para } R_3 \ll R_4) \\ 2\zeta^* \omega_0^* &= \frac{R_3}{L_2} + \frac{1}{C_2 R_4} \end{aligned} \right.$$

A curva de $H_2(\omega)$ assumirá uma forma parecida com a da figura abaixo.

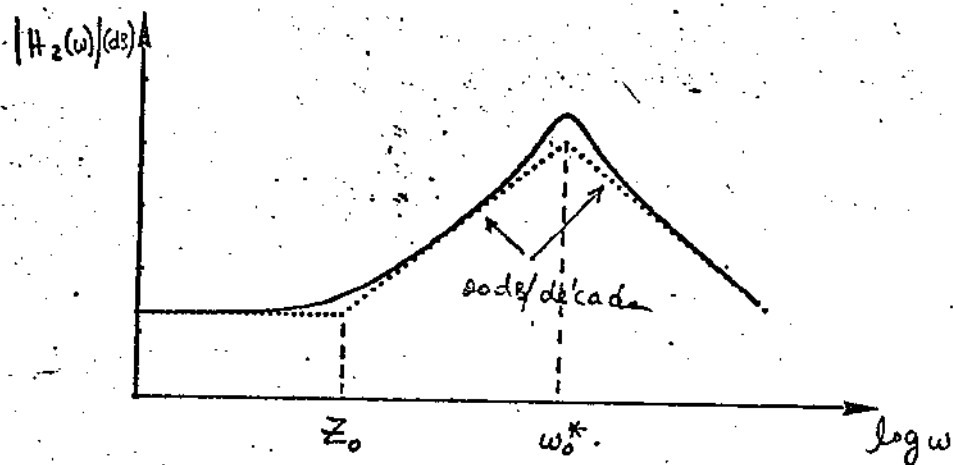


Fig. 14 - Curva de equalização base

Observa-se que z_0 é o ponto que marca o início do crescimento de $|H_2(\omega)|$ com a frequência, enquanto ω_0^* determina aproximadamente o ponto de máximo. z_0 pode ser controlado pela variação de R_3 , contudo não se deve esquecer que R_3 também influencia no valor do parâmetro de amortecimento ξ^* , e, portanto, no valor do ganho no pico da resposta. Como ξ^* também depende de R_4 , podemos ajustá-lo, no final, para o ganho requerido em torno de $\omega = \omega_0$; aliás assim se justifica a inclusão de R_4 em paralelo com o tanque sintonizado. Cabe ainda observar que a resposta decai, após o máximo, na taxa de 20 dB/decada , o que pode ser aproveitado para a conformação do corte da curva global de equalização.

Com a finalidade de auxiliar na determinação deste corte foi incluído o filtro passa-baixas constituído por L_3, C_3 e R_6 .

Nota-se que por haver uma forte realimentação negativa através de R_8 , a junção deste resistor com R_6 e a base de T_3 se comporta como um terra virtual e, portanto, R_6

o circuito efetivamente conectado em paralelo com C_3 . Além disso, pode-se considerar que o filtro passa baixas é excitado em tensão pois, pelo efeito da realimentação negativa, a impedância no coletor de T_2 é muito pequena. Isto nos permite escrever o ganho de tensão entre o terminal de saída (emissor de T_4) e o coletor de T_2 , como:

$$H_3(s) = - \frac{R_B}{R_L} \frac{\omega_0^{**2}}{s^2 + 2\zeta^{**}\omega_0^{**}s + \omega_0^{**2}} \quad (14)$$

onde

$$\left\{ \begin{aligned} \omega_0^{**2} &= \frac{1}{L_3 C_3} \\ 2\zeta^{**}\omega_0^{**} &= \frac{1}{R_L C_3} \end{aligned} \right.$$

~~amplificação~~

$$\begin{aligned} & \frac{R_B // \frac{1}{sC_3}}{sL_3 + R_B // \frac{1}{sC_3}} = \frac{1}{1 + \frac{sL_3(R_B + \frac{1}{sC_3})}{R_L}} \\ & = \frac{1}{1 + \frac{s^2 L_3 C_3 (R_B + \frac{1}{sC_3})}{R_L}} = \frac{1}{s^2 L_3 C_3 + s \frac{L_3}{R_B} + 1} \\ & = \frac{1/sC_3}{s^2 + \frac{s}{R_B C_3} + \frac{1}{L_3 C_3}} \end{aligned} \quad (26)$$

III - Equalização variável (automática)

III.1 - Princípios gerais da equalização variável

Na seção II deste capítulo assumimos explicitamente que a curva de equalização é fixada, depois de escolhida a forma do pulso equalizado para um dado comprimento do cabo e uma dada forma de pulso transmitido. Na prática, porém, os comprimentos dos cabos podem variar entre amplos limites em função da localização das caixas dos repetidores. Além disso, mesmo que o comprimento físico do cabo seja fixo, não o será o seu comprimento elétrico pois as alterações climáticas, especialmente de temperatura, afetam bastante a atenuação introduzida. Isto é compreensível se observarmos, por ex., que um aumento de temperatura aumenta a resistividade dos condutores do cabo, aumentando suas perdas. Esse acréscimo de temperatura produz o mesmo efeito que a diminuição da área da seção dos condutores, ou, do ponto de vista das atenuações, que um aumento no comprimento do cabo. Como as perdas nos condutores não são dominantes, é razoável traduzir-se as variações de temperatura em variações do comprimento elétrico dos cabos.

O conceito de uma equalização variável não difere, em essência, do conceito de equalização em geral. A equação (1), básica para a determinação da curva de equalização, tem validade geral, mas, para os nossos atuais propósitos, podemos reescrevê-la da seguinte forma:

$$E(f; l) = \frac{X(f; l)}{P(f) C(f; l)} \quad (15)$$

onde explicitamos que a resposta do cabo $C(f)$ é uma função do seu comprimento. Da mesma forma, $X(f)$ pode ser feito variável em função de \underline{l} pois, como vimos no capítulo III, pode ser interessante a mudança da forma do pulso equalizado com o comprimento do cabo se for decisivo uma otimização da imunidade contra ruído.

$P(f)$ supusemos que não dependa de \underline{l} pois é característica do sistema de transmissão.

Como podemos traduzir sempre o comprimento de um cabo pela sua atenuação numa determinada frequência, podemos reescrever a equação (15) da seguinte maneira:

$$E(f; A) = \frac{X(f; A)}{P(f) C(f; A)} \quad (16)$$

Onde A é a atenuação, em dB, numa determinada frequência, geralmente 1/2T (= 1,024 MHz no sistema MCP-30)

A forma (16) é preferível à (15) pois a resposta de cabo é ^{determinada} unequivocamente dado A , enquanto que a informação do comprimento \underline{l} é insuficiente, a não ser que venha acompanhada do valor de n , o raio dos condutores, d , a sua separação, ρ , a resistividade, etc. A , a atenuação, globaliza todos esses fatores e explicita apenas o que é essencial do ponto de vista elétrico da transmissão de sinais.

Concluímos que a equalização variável, resumida pela equação (16), como se vê, não nos coloca problemas técnicos, novos, porém, a coisa é bem diferente do ponto de vista prático. Podemos resumir o esforço prático de realização de uma equalização variável às tentativas de se atingir o seguinte objetivo: construir um circuito cujo

resposta varie em função da frequência e de um parâmetro A da forma dada por (16).

Uma idéia inicial poderia ser a da construção de um equalizador em que os elementos que determinam a forma da curva de equalização fossem variáveis. Para cada valor de A poderiam ser encontrados os valores que esses elementos deveriam assumir para a melhor reprodução possível da curva teórica $E(f)$, e assim, poder-se-ia estudar as variações dos valores dos elementos com A . Este enfoque apresenta duas dificuldades quase insuperáveis. A primeira provém da grande quantidade de elementos que teriam de ser variáveis; como se, no circuito Unicamp - Seleções (fig. 12) ter-se-iam que variar: $R_1, R_3, R_4, R_6, R_8, C_1, C_2, C_3, L_1, L_2$ e L_3 . A segunda provém das formas como esses elementos deveriam ser variados, que no caso geral poderiam ser muito complicadas.

A equalização variável só é viável praticamente se for encontrado um método em que o número de elementos variáveis seja pequeno e suas leis de variações sejam simples.

Nessa busca é importante a simplificação que advém da fixação da forma do pulso equalizado. Isto limita, evidentemente, a otimização da equalização, tendo que se adotar uma ^{solução de} compromisso para os diferentes valores de atenuação, sendo interessante privilegiar, nestes casos, a situação de máxima atenuação do sinal, quando o efeito do ruído é maior. Fixado $X(f)$, tem-se:

$$E(f, A) = \frac{X(f)}{P(f) C(f; A)} \quad (17)$$

onde se vê que a dependência da curva de equalização (29)

com a atenuação provém apenas das variações de $C(f)$ com A . O segundo lado da equação acima pode ser escrita como:

$$\frac{X(f)}{P(f) C(f; A)} = \frac{X(f)}{P(f) C(f; A_{max})} \times \frac{C(f; A_{max})}{C(f; A)}$$

onde A_{max} é o máximo valor que A pode assumir.

Como o cabo trabalha casado, é fácil de ver que:

$$\frac{C(f; A_{max})}{C(f; A)} = C(f; A_{max} - A)$$

e lembrando que:

$$\frac{X(f)}{P(f) C(f; A_{max})} = E(f; A_{max})$$

tem-se, finalmente:

$$E(f; A) = E(f; A_{max}) \times C(f; A_{max} - A) \quad (18)$$

Esta equação fornece-nos o caminho para a realização da equalização automática:

- 1) controla-se um equalizador fixo $E(f; A_{max})$ adequado à máxima atenuação do cabo.
- 2) controla-se um "equalizador" variável $C(f; A_{max} - A)$, que reproduz a resposta de um cabo com atenuação igual à diferença entre a máxima atenuação possível e a do cabo em utilização.
- 3) conectam-se os dois circuitos em cascata.

Como dissemos, o "equalizador" variável simula a resposta de um cabo de atenuação $A_{\max} - A$ e pode ser considerado, assim, como o complemento da resposta do cabo real. A resposta do cabo real mais a desse circuito reproduz ^{sempre} a resposta de um cabo de atenuação A_{\max} .

Se lembrarmos que a idéia primitiva da equalização (vide cap. III) era a de compensar a queda da resposta do cabo real por meio de um circuito cujo ganho crescesse com a frequência, equalizando literalmente a resposta global, veremos que a construção de uma equalização variável empregando um simulador variável de cabo, é justamente a antítese dessa idéia!

Essa contradição evidentemente se resolve ao lembrarmos que o nosso conceito de equalização é atualmente mais amplo que aquela idéia primitiva, estando mais próximo do conceito de conformação da resposta global que da equalização propriamente dita dessa resposta. Além do mais, o "equalizador" variável $C(f; A_{\max} - A)$ não deve ser compreendido separadamente, pois só faz sentido quando empregado em conjunto com o equalizador fixo para $A = A_{\max}$.

Adotada a equação (18), a continuação de ^{equalizador?} ~~uma~~ equação variável a resumir, no final, é a continuação de um circuito que tenha por resposta $C(f; A_{\max} - A)$. Se a atenuação do cabo real variar entre A_{\min} e A_{\max} , então essa resposta deverá variar entre os limites de $C(f; A_{\max} - A_{\min})$ e $C(f; 0) = 1$.

A realização do equalizador variável $C(f; A_{\max} - A)$ se faz pelo emprego de um circuito simulador de cabo em que os valores de alguns dos elementos que o compõem são variáveis. É muito importante, conforme vimos, que o número de elementos variáveis seja o menor possível, (31)

ao mesmo tempo em que suas leis de variações sejam conectadas de maneira simples. Da mesma forma que na realização da equalização fixa, não existe uma única solução para a construção de um equalizador variável, e por esta razão, seguiremos ^{este} um caminho análogo ^{ao} anterior analisando algumas realizações comerciais, onde teremos oportunidade de examinar cada filosofia particular de projeto e suas problemáticas específicas.

III.2- Exemplos de Equalizadores Variáveis

a) Equalizador de Mayo

Com rigor, a equalização de Mayo para diferentes comprimentos de cabo escapa ao espírito que demos à equalização variável, contudo a citaremos como referência histórica. O equalizador de Mayo foi construído para a máxima atenuação a ser encontrada, e se a atenuação fosse menor, era acrescentado um circuito simulador de cabo externo (LBO) adequado. Esses simuladores eram construídos empregando-se circuitos T em ponte de impedância constante, como os apresentados abaixo.

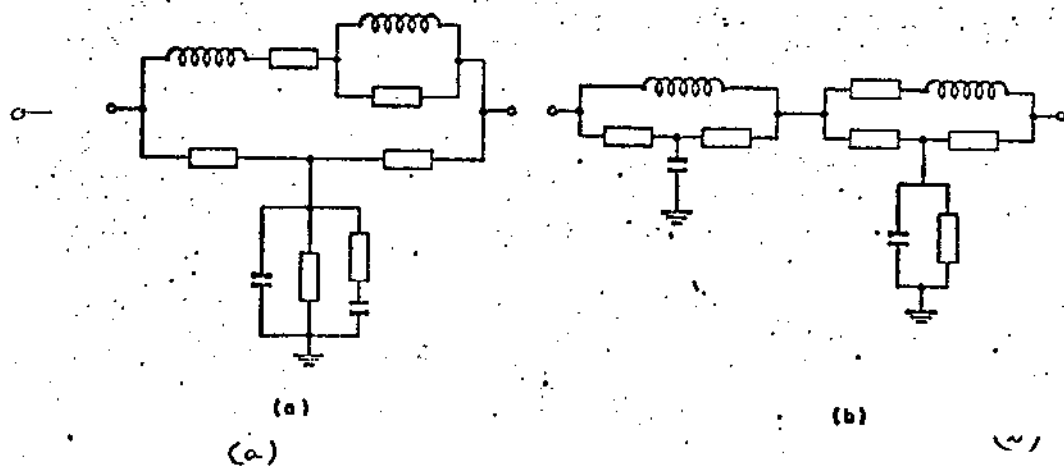


Fig. 15- Redes simuladoras de cabo (LBO) de Mayo. (32)

Os circuitos simuladores T em ponte eram projetados de forma a apresentar respostas aproximadamente iguais às de cabos 22 AWG com comprimentos iguais a 1000, 2000, 3000, 4000 e 5000 pés. Como o equalizador foi construído para trabalhar com um cabo de 6000 pés, pode-se ver que, em conjunto com os simuladores externos, o sistema opera perfeitamente para os comprimentos dos cabos reais múltiplos de 1000 pés, até o limite de 6000 pés. Para valores intermediários haverá um erro de equalização que será tanto maior quanto mais distante for o comprimento do cabo em relação a um desses valores. Esse erro de equalização se manifesta principalmente no aumento da IES e na variação da amplitude de do pulso recebido. No regenerador em questão, esse segundo problema era aliviado pela adoção de um sistema de limiar variável em função da amplitude dos pulsos na saída do equalizador. O aumento da IES ficava sem solução. Pode-se, evidentemente, diminuir esses erros reduzindo o intervalo de quantização dos simuladores de cabo, mas ^{isso} traria como consequência ~~o aumento~~ na variedade de simuladores diferentes que ~~seriam necessários~~ ^{deveriam adquirir e manter em estoque}. De qualquer forma, variações incontroláveis tais como aquelas provocadas por variações de temperatura, dispersões da atenuação do cabo, etc, não podiam ser compensadas por essa técnica nem mesmo aumentando o número de simuladores disponíveis. A solução final veio com equalizadores variáveis no sentido pleno da expressão, que permitem a utilização de cabos com quaisquer comprimentos dentro de determinados limites.

b) Equalizador variável ITT - 1

O equalizador variável ITT-1 se baseia na variação da resistência dinâmica de um diodo semi-condutor com a corrente de polarização. Neste circuito são empregados 3 pares de diodos de silício, cada conjunto atuando sobre um determinado ponto do circuito, mas alimentados por uma mesma fonte de corrente de polarização ajustável. Reproduzimos na figura abaixo o esquema deste equalizador ^{variável}, onde se vê também uma parte do equalizador fixo (já mostrado na fig. 4)

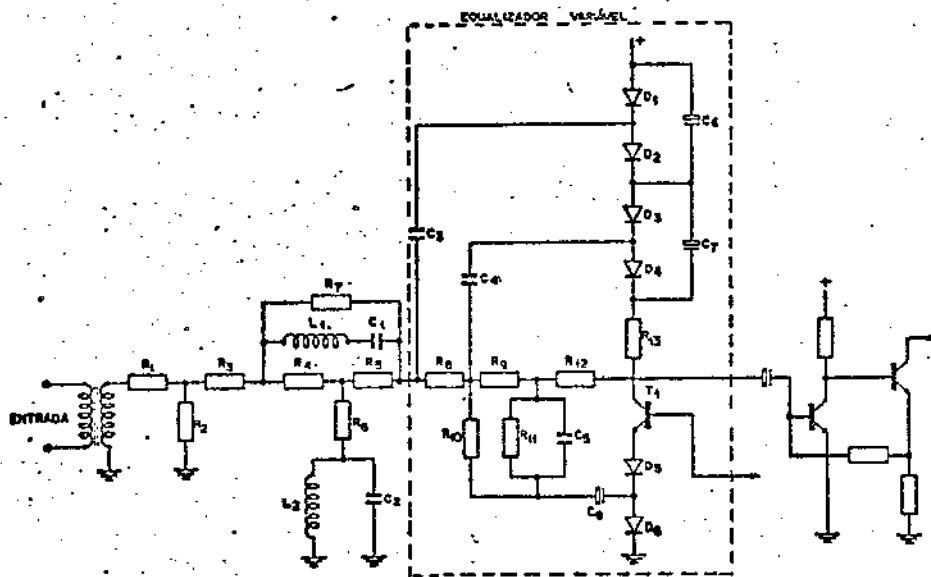


Fig. 16 - Equalizador variável ITT - 1

Nota-se que D_1 e D_2 estão ligados efetivamente em paralelo ^{em CA,} pela ação de C_6 , ao mesmo tempo em que retornam à massa pela linha de alimentação. O mesmo se pode dizer de D_3, D_4 e D_5, D_6 . Neste último caso, D_5 retorna à massa através da baixa impedância de emissor de T_1 . A utilização de um par de diodos para cada função, além de permitir que os

paros este jam deracoplados entre si para CA, ainda garan-
 tem menor distorção por efeitos não lineares nos diodos.
 A corrente de polarização comum é controlada pelo transistor T_1 ,
 em cujo circuito de coletor foi acrescentado o resistor R_{13}
 com a finalidade de limitar essa corrente em um valor
 seguro para o transistor e os diodos. O circuito de coletor
 (e de emissor) de T_1 é controlada, por sua vez, pela
 corrente de base.

O ^{princípio de} funcionamento do equalizador variável se baseia
 nas propriedades do circuito básico abaixo:

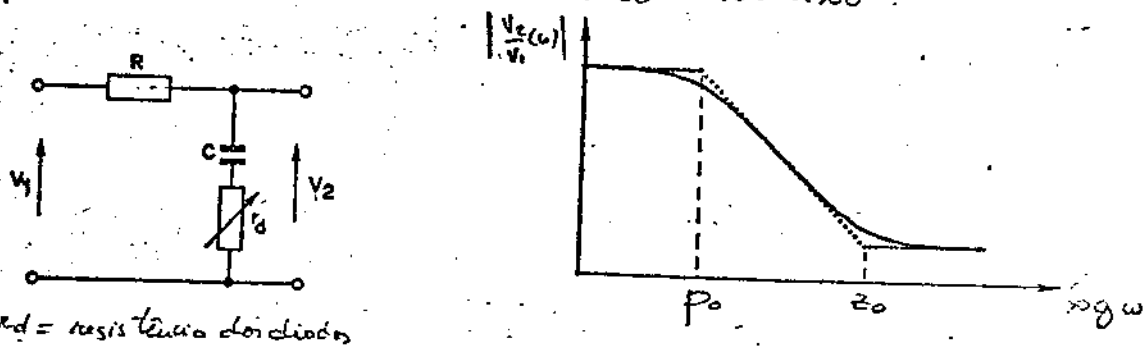


Fig. 17 - Circuito básico do equalizador variável ITT-1 e
 sua resposta

A função de transferência desse circuito é dada por:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{s C r_d + 1}{s C (R + r_d) + 1} \quad (19)$$

ou:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{s}{z_0} + 1}{\frac{s}{p_0} + 1} \quad (20)$$

onde

$$\left\{ \begin{array}{l} z_0 = 1 / C r_d \\ p_0 = 1 / C (R + r_d) \end{array} \right.$$

A resposta em $\omega \rightarrow \infty$ apresenta um zero em $-\omega_0$ e um polo em $-\omega_p$. O zero depende apenas de τ_d , enquanto o polo depende também de R , ou dito de outra forma, de $R + \tau_d$. Uma variação de τ_d afeta, portanto, tanto o polo quanto o zero, este último, porém, de forma mais acentuada. Em particular, vemos $R \gg \tau_d$, podemos dizer que as variações de τ_d não representam na posição do polo, ^{isto é} ^{o que impede o controle} ~~isto é~~ ^{o que impede o controle} que quer modo, têm-se sempre $\omega_0 > \omega_p$, havendo igualdade somente no caso extremo $\tau_d = \infty$.

a cap. II

A maior deficiência deste método é o no aparecimento do zero em $-\omega_0$, que impede que a resposta tendesse a zero conforme $\omega \rightarrow \infty$. Isso não seria tão importante se ω_0 fosse colocado bem acima das frequências significativas do sinal, porém tal medida, para ser imposta, exige, quase obrigatoriamente, que se faça $\tau_d \ll R$, com a consequência de se perder o controle de ω_p através da variação de τ_d . Na prática, o que se observa é que a simulação é aceitável se o comprimento do cabo real (de) simulado não for muito grande. Para grandes variações do comprimento do cabo real, os erros tornam-se significativos. Em particular, observa-se grandes variações na forma do erro entre os extremos da equalização variável. (Se a simulação da resposta do cabo fosse perfeita, $X(s)$ seria invariável com A). {quais são?}

A análise do circuito da fig. 17 serve ^{apenas} como um ponto de partida para a compreensão do circuito do equalizador ITT-1, porém o circuito real apresenta algumas particularidades que complicam uma análise mais rigorosa. A saída de (36)

circuito T em ponte, em conjunto com C_3 e $D_5 - D_6$, constitui uma célula de equalização variável como a que estudamos, porém a célula seguinte, composta por $R_8, R_{10}, C_4, D_3 - D_4$ e $D_5 - D_6$, já se diferencia bastante ^{no modelo} de C_4 foi introduzido com a finalidade de prover uma atenuação crescente com a frequência, enquanto R_{10} se justifica pelo desejo de atenuar todas as frequências igualmente. ^{sob o aspecto do controle.} A célula seguinte, composta por R_9, R_{11}, C_5 e $D_5 - D_6$ também possui os mesmos objetivos, com a diferença que empregam apenas um conjunto de elementos variáveis (diodos).

Para dificultar a análise conta-se que as células ^{de equalização variável} não estão isoladas, ^{conectando-se mutuamente} não se podendo, portanto, fazer o levantamento das respostas individuais para em seguida multiplicá-las e obter a resposta global. A análise exata exige que se invente diretamente a resposta global, tarefa que só pode vencer a dificuldade para a própria síntese do circuito por métodos analíticos. Provavelmente o projeto foi realizado pelo método da tentativa-e-erro.

No cálculo da resposta global do equalizador em função da corrente de polarização dos diodos, obtivemos as curvas abaixo, que revelam que são suficientes as variações de corrente nos diodos entre 0 e 1 mA para uma gama adequada de variações da resposta.

Fig. 18

intervalo dinâmico

Fig. 18 - página 37c

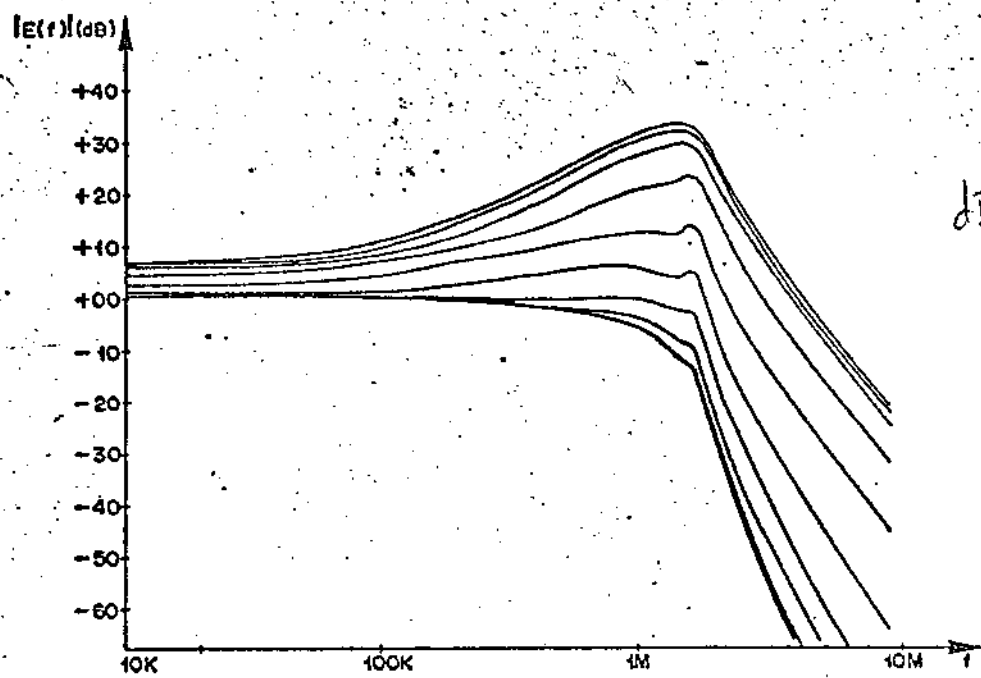


Fig 18 - Respostas da Equalizadora ITT-1

c) Equalizador variável integrado

Repete-se aqui a mesma ideia empregada no equalizador anterior, onde foram empregados diodos como resistências variáveis para amoldar as curvas de equalização. Contudo, por questões de simplicidade emprega-se apenas um elemento variável, e, conseqüentemente, a gama de variação da atenuação do cabo é menor (≈ 25 dB).

Fig. 19 — pag. 38a

Observe-se que neste circuito T_3 está conectado como diodo e sua corrente de polarização é controlada via T_2 , que por vez é controlado por T_3 . T_2 , funcionando como resistor variável, é conectado ao circuito de sinal através de R_2 , C_1 e C_2 . Este último, de valor muito elevado, tem função apenas de acoplamento, enquanto C_1 é responsável pelas atenuações nas altas frequências e R_1 pelas atenuações (38)

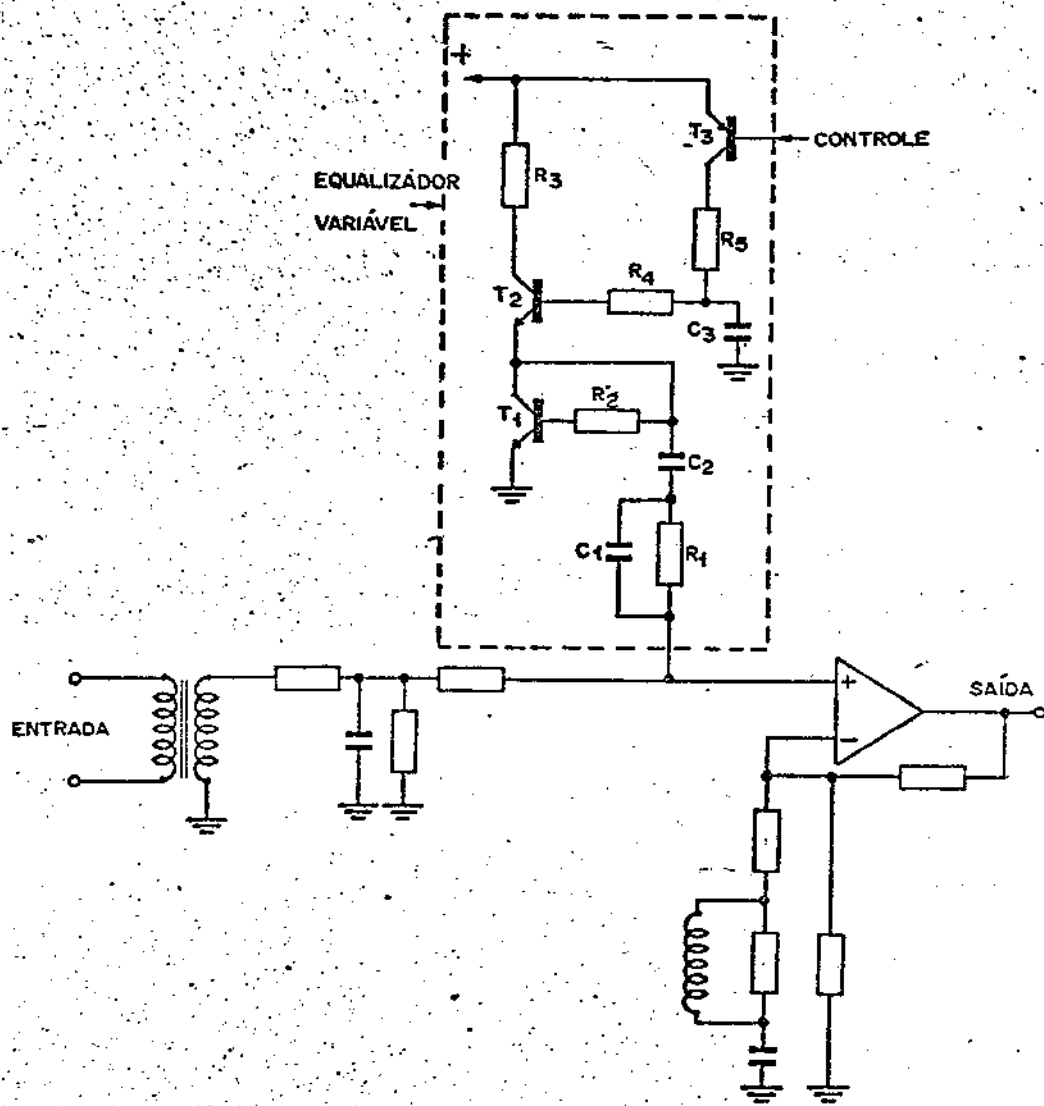


Fig. 19 - Equalizador variável integrado

das baixas.

d) Equalizador variável - ITT - 2

A concepção desse circuito se diferencia radicalmente das apresentadas até aqui. Enquanto os dois últimos se baseavam nas variações das resistências equivalentes de diodos, o que examinaremos agora se fundamenta na variação da transcondutância de um transistor com a corrente de polarização, estando este transistor conectado num ramo de realimentação positiva. Reproduzimos abaixo o esquema do filtro ativo, já visto na secção II.2.c, onde foram acrescentados os componentes da equalização variável.

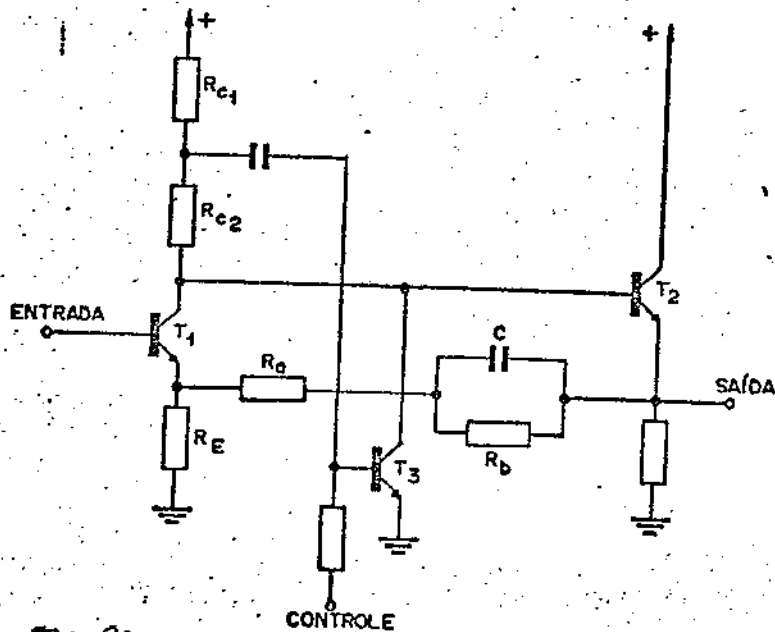


Fig. 20

- Equalizador variável ITT-2

O resistor R_c de carga de T_1 (vide fig 4) aparece aqui subdividido nos resistores R_{c1} e R_{c2} , da junção dos quais o sinal é enviado à base de T_3 através de um capacitor de acoplamento. T_3 tem a sua corrente de polarização variável por uma tensão de controle externa, que, em última instância controla a transcondutância do transistor. Q d análise (39)

do funcionamento do circuito total é muito complexa e, por isso, faremos algumas simplificações plausíveis. Admitiremos que a reatância do capacitor conectado entre a junção de R_{c1} e R_{c2} e a base de T_3 é desprezível. Além disso, suporemos que a impedância de entrada de T_3 é muito maior que R_{c1} , de forma a não carregar o circuito de coletor de T_3 . Nestas condições, é fácil de se ver que T_3 se apresenta para o circuito de coletor de T_1 como se fosse um resistor de valor:

$$R = \frac{R_{c2} + R_{c1}}{R_{c1}} \times \frac{1}{g_m} \quad (21)$$

onde g_m é a transcondutância de T_3 .

Este resistor equivalente se encontra efetivamente em paralelo com $R_c = R_{c1} + R_{c2}$, e o valor resultante da combinação vem dada por:

$$R_c^* = R_c // R = \frac{R_c}{1 + R_c g_m} \quad (22)$$

Evidentemente, $R_c^* = R_c$ quando $g_m = 0$ (T_3 cortado), mas quando T_3 conduz, tem-se $R_c^* < R_c$, e o valor assumido será tanto menor quanto maior for a transcondutância (condutância) de T_3 .

Para analisarmos como a variação de R_c^* afeta o funcionamento global do circuito, podemos nos reportar à

equação (9), fazendo-se a substituição de R_c por R_c^* .
 Nota-se que a variação de R_c^* afeta a posição do polo em $-\omega_B$, mas não o zero em $-\omega_A$. Conforme $R_c^* \rightarrow 0$, $\omega_B^* \rightarrow \omega_{B_{min}}$. Além disso, o fator $\frac{R_c^*}{R_E} \frac{R_A + R_b}{R_B + R_b}$, que não depende da frequência, também varia com R_c^* no mesmo sentido desta.

As curvas de resposta do circuito devem assumir as formas apresentadas abaixo.

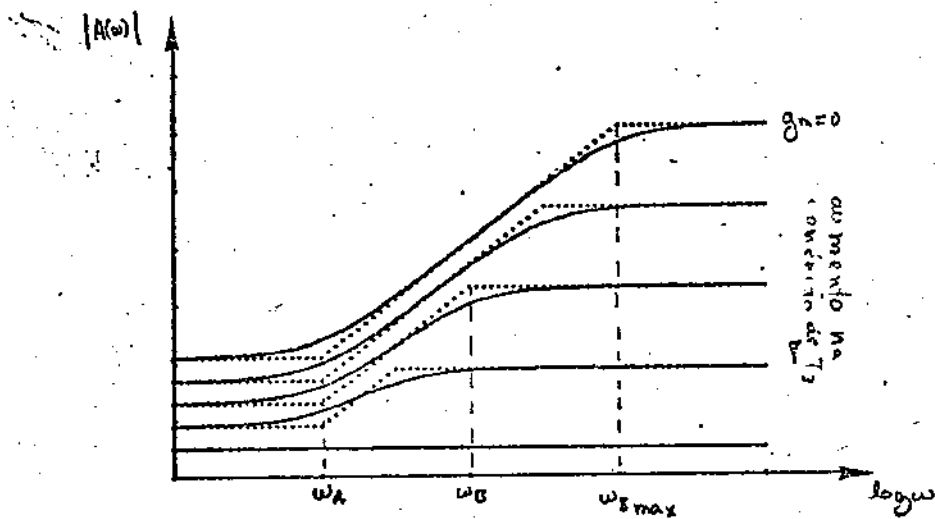


Fig. 21 - Resposta do equalizador ITT-2

As diferenças (em dB) entre as curvas de equalização devem reproduzir aproximadamente as curvas dos casos reais. Tomando-se a curva para $A = A_m$ ($g_n = 0$) como referência obtém-se a seguinte família de curvas:

No página 41a

Fig. 22 - Efeito líquido da equalização variável

(41)

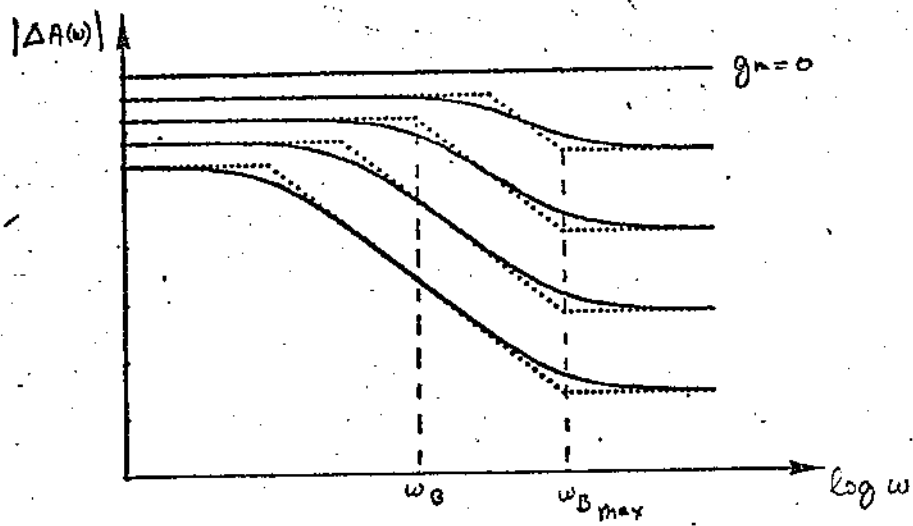
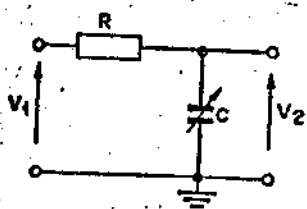


Fig 22

Estas curvas resultam do aparecimento de um polo móvel em $-\omega_3$ e de um zero fixo em $-\omega_{3, max}$. Com as mesmas considerações feitas para o repetidor ITT-1 quanto às inconveniências deste zero, também valem aqui. Porém, deve-se notar que $\omega_{3, max}$ está localizado fora da faixa de interesse do sinal e, portanto, seu efeito pode ser considerado.

e) Equalizador variável Unicamp- Telebrás

Como já vimos na análise do equalizador ITT-1, a utilização de uma resistência variável em derivação com o fluxo do sinal implica necessariamente no aparecimento de um zero ^{indesejável} na resposta em frequência do circuito. É por isso altamente interessante a busca de um circuito, cuja resposta não apresente zeros, mas apenas polos que possam ser deslocados pelas variações de alguns parâmetros apropriados. Tomemos como ponto de partida o circuito passa-baixas RC, mostrado abaixo.



$$H(\omega) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$p_0 = -\frac{1}{RC}$$

Fig. 23 - Circuito RC básico do equalizador Unicamp-Telebrás.

Este circuito apresenta um polo em $-1/RC$, cuja posição

pode ser alterado modificando-se R , C , ou ambos. Do
 ponto de vista prático, é mais interessante variar o elemento
 que está em paralelo com o fluxo de sinal, e portanto,

O bônus da questão assim colocada é como variar
 eficientemente ^{uma capacitância} por meios eletrônicos. A utilização de
 um varicap (diodo de capacitância variável) está excluída
 pela amplitude da variação necessária, pela alta não-li-
 nearidade da capacitância, e pela necessidade de utilização de
 altas tensões de polarização do diodo, incompatíveis com as
 disponibilidades de alimentação dos repetidores. Uma
 solução para o problema consiste na utilização de elementos
 ativos para a simulação de um capacitor variável. Uma das
 formas mais simples é a utilização de um transistor de
 reatância, como pode ser visto abaixo:

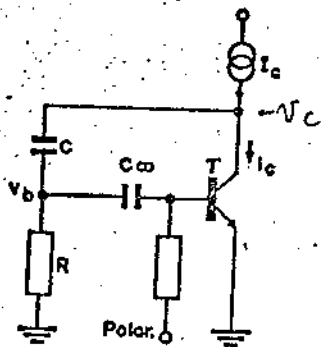


Fig. 24 - Transistor de reatância básico

Vamos demonstrar que o coletor do transistor se comporta
 para o ponto em que está conectado como um capacitor. A
 capacitância será controlada pela variação da corrente
 de polarização de T . A fonte de corrente I_c foi intro-
 duzida apenas para representar o abastecimento de corrente de T ,
 podendo ser uma fonte de corrente mesmo, um resistor conc- (43)

→ todo a uma fonte de tensão positiva ou um circuito qualquer, mais ou menos complexo. O que importa é que o sinal pode ser considerada a parte do efeito da capacitância equivalente do coletor de T.

Para que o transistor de resistência realize sua função eficientemente, vamos supor que duas condições são satisfetas:

- 1) $h_{ie} \gg R$, para a gama de polarização do transistor
- 2) $X_c \gg R$, para a maior frequência de interesse.

A primeira condição impõe que a impedância de entrada do transistor seja suficientemente elevada para não carregarem o circuito RC, enquanto a segunda garante o funcionamento do ^{mesmo} circuito RC como diferenciador ao longo de toda a faixa de operação. Mais adiante voltaremos a discutir a importância e a realizabilidade dessas condições.

Valendo as imposições acima, têm-se:

$$v_b = RC \frac{d v_c}{dt} \quad (23)$$

Além disso, supondo-se que o transistor trabalhe na região normal e que $v_c(t)$ seja um pequeno sinal, isto é $i_c \ll I_c$, têm-se:

$$i_c = g_m v_b \quad (24)$$

$$\text{onde: } g_m \approx 40 \times 10^{-3} I_c \quad (\text{para } T = 300^\circ K) \quad (25)$$

g_m , a transcondutância do transistor é dada em rlos se I_c for em A (44)

Substituindo (25) em (24), resulta:

$$i_c = g_m RC \frac{dv_c}{dt} \quad (26)$$

A corrente alternada de coletor revela-se proporcional à derivada da tensão e formalmente igual à corrente de um capacitor equivalente, de capacitância:

$$C_{eq} = g_m RC \quad (27)$$

Substituindo g_m por sua expressão dada em (25):

$$C_{eq} = 40 \times 10^{-3} RC I_c (\text{mA}) \quad (28)$$

C_{eq} é portanto proporcional a I_c , a corrente de polarização de T_1 , e através dessa corrente pode ser controlada. C_{eq} pode ser variada entre 0 ($I_c = 0$) até um valor máximo ($I_c = I_{cmax}$), o que significa que é possível de se obter teoricamente uma variação relativa infinita! Isto contrasta com as variações possíveis de se obter com os variácapos que chegam a variações relativas máximas de apenas algumas dezenas. Na prática, a gama de variações de capacitância com o transistor de resistência é limitada pois sempre existem capacitâncias parasíticas que não podem ser desprezadas. Além disso, deve-se notar que o capacitor C se encontra efetivamente (em virtude do cond. 2) em paralelo com C_{eq} , de forma que a capacitância total passa a ser dada por:

$$C_{total} = (1 + 40 \times 10^{-3} R I_c) C \quad (29)$$

As entradas das capacitâncias parasíticas que não podem ser eliminadas mas, quando muito, minimizadas, é possível variar-se o capacitor C de C_{eq} através de um artifício de circuito, como iremos ver com detalhes no capítulo VII, onde empreenderemos a análise minuciosa do regenerador Unicom. Seletrás completo (parágrafo). Retornando à equação (28), vemos que C_{eq} é proporcional a três variáveis: a resistência R , a capacitância C e a corrente de polarização I_c . É altamente interessante a obtenção de uma ampla gama de variações absoluta de C_{eq} . Tentaremos estabelecer seus limites, analisando as situações para as três variáveis envolvidas. Inicialmente, observa-se que podemos aumentar C_{eq} aumentando-se I_c . Aparecem aqui dois limites para o aumento da corrente de polarização do transistor. Um é a disponibilidade da corrente que se possui e outro é ditado pela violação da condição 1), pois, sabe-se que a impedância de entrada do transistor cai com a corrente de coletor segundo a expressão:

$$h_{ie} \approx \frac{25}{I_c} \cdot \beta \quad (29) \leftarrow \begin{cases} 29a \\ \text{ou } 30 \end{cases}$$

onde β é o ganho de corrente do transistor e h_{ie} é dada em Ω , se I_c for em mA.

A expressão acima mostra a importância da utilização de altos valores para β se se quiser manter a validade de (28). Cabe lembrar que se houver necessidade de um aumento no fator β é possível a utilização de uma configuração Darlington no lugar do transistor T. De passagem, se não valer mais a desigualdade. (46)

$h_{ie} \gg R$, isso não significa que o transistor não se comporta mais como um capacitor equivalente. A expressão (28) continuará válida se tivermos o cuidado de substituir R por $R // h_{ie}$. Em particular, se I_c for suficientemente elevado para valer agora $h_{ie} \ll R$, então $R // h_{ie} \approx h_{ie}$ e têm-se:

$$C_{eq} \approx \beta C \quad (30)$$

ou seja, conseguiu-se "multiplicar" por β a capacitância original, mas C_{eq} passa a depender do valor de I_c , sendo ^{regulado} pelas ^{capacitâncias} pelo ganho de corrente do transistor.

Outra possibilidade de ampliação do gama de C_{eq} será através do aumento de R , mas esta operação encontra seus limites, mesmo possível violação das duas condições iniciais.

Finalmente podemos pensar em aumentar o valor de C , mas que, por sua vez, encontra um limite na violação da condição 2). A não validade desta condição faz aparecer uma defasagem diferente de 90° entre a corrente e a tensão de coletor do transistor, e este deixa de se comportar como uma capacitância equivalente.

Em resumo, o projeto do transistor de realância envolve o estabelecimento de compromissos entre variáveis conflitantes e seu sucesso depende juntamente das possibilidades de uma conciliação satisfatória. De particular importância é a escolha de um transistor com boa resposta na faixa de interesse, baixas capacitâncias parasíticas e um β elevado. Bons exemplos das possibilidades de projeto, o autor conseguiu com relativa facilidade capacitâncias equivalentes de até alguns nanofarads, na faixa de $0 \rightarrow 2 \text{ MHz}$.

Admitindo-se que se tenha alcançado sucesso na realização dos ^{projetos do} transistores de realtância, pode-se utilizá-los na realização da equalização variável, tomando-se por base o circuito de simulação do resporta do cabo com polos móveis visto no capítulo 2, secção V.2. Para a gama de variação de atenuação necessária na prática, mostrou-se que ^{apenas} 2 polos móveis são suficientes. Cada polo pode provir de um circuito RC como o da fig. 23, onde C é a capacitância equivalente de um circuito de transistores de realtância (figura 24). A questão agora é saber como atuar sobre os transistores de realtância para que os dois polos se movam de forma apropriada à simulação de um cabo de atenuação variável. A resporta vem da secção citada, onde se demonstra que os dois polos devem estar sempre na proporção constante de 10,9, ^{que que que são c} $\frac{I_{s1}}{I_{s2}}$, ^{que que que são c} $\frac{I_{s1}}{I_{s2}}$, a proporcionalidade de C_{eq} com I_c , garante que, dada uma condição de partida dos dois polos ^{na proporção de 1:10,9} continuarão a manter esta proporção se as correntes de polarização ^{dos transistores de realtância} alteradas ^{sempre} na mesma proporção. Em particular, se a condição de partida for ajustada de forma que as correntes nos transistores sejam iguais, os polos se movimentarão conjuntamente se for garantida sempre a igualdade nas correntes de polarização. Para variar a atenuação equivalente do circuito simulado bastará variar igualmente as duas correntes de polarização, o que traz grandes vantagens práticas, principalmente se os dois transistores de realtância tiverem características casadas. ^(para graf) Como aplicação dessas idéias vemos na figura abaixo dois circuitos que mantêm uma relação constante entre os polos igual a 10,9.

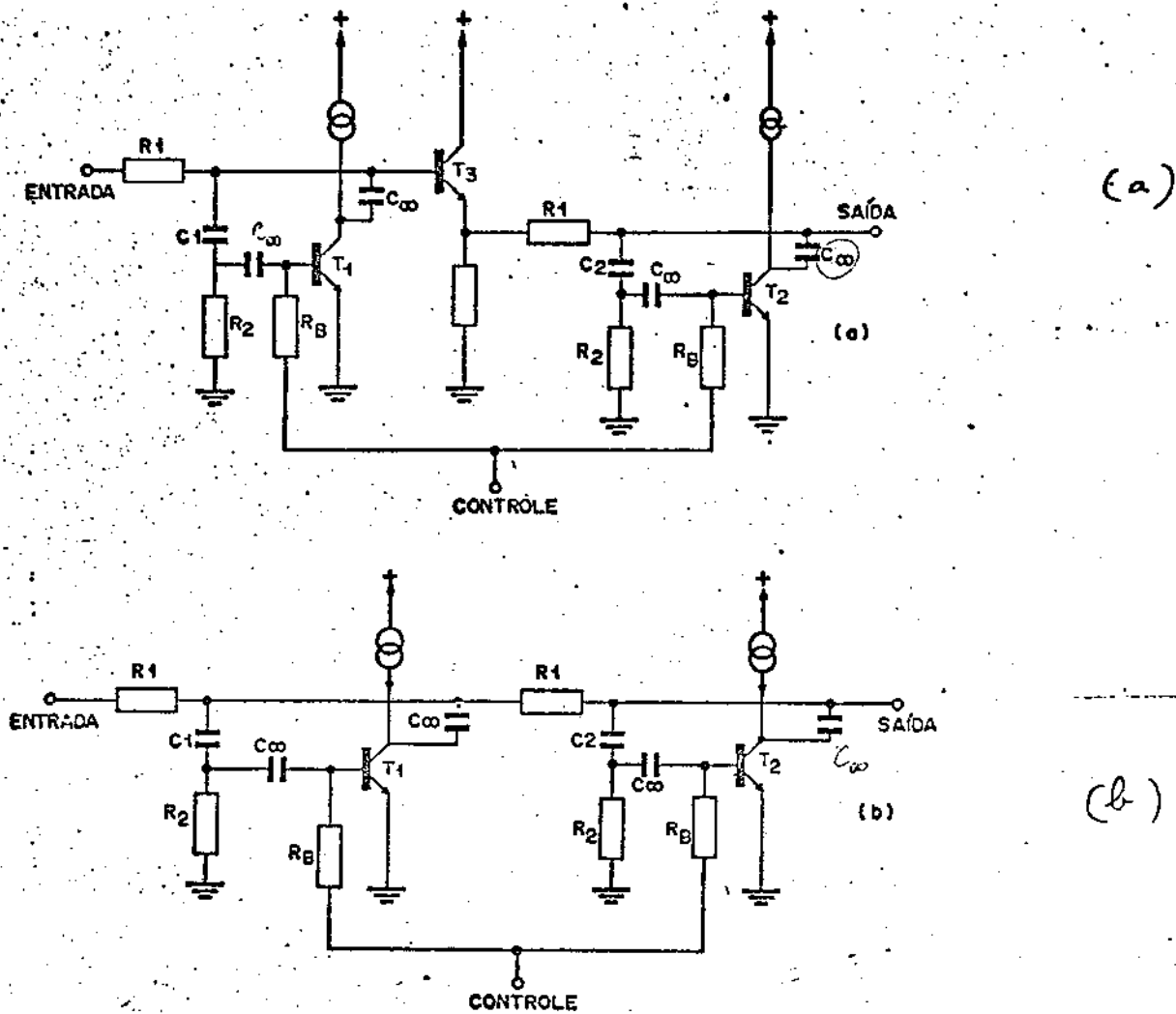


Fig. 24 - Simuladores de cabos com transistores de resistência

No primeiro esquema emprega-se um regulador de emissor formado por T_3 para evitar que um circuito RC interfira sobre o outro. É evidente que os polos estarão de proporção de 10,9 se $C_3 = 10,9 C_2$ (ou vice-versa). O uso de mesmos resistores R_B no circuito de polarização das bases garante que os polos mantenham essa proporção qualquer que seja a tensão de controle, desde que os transistores sejam casados.

No segundo esquema permite-se a interação entre os dois circuitos RC mas mesmo assim pode-se conseguir uma relação entre os polos igual a 10,9 se fizermos $C_2 = 8,52 C_1$ ou $C_1 = 2,13 C_2$.

f) Equalizador variável de Bode

Nossa apresentação de alguns métodos de equalização variável ficaria comprometida se passássemos por alto o método desenvolvido por Bode^(*) no final da década de 30, muito antes, portanto, do aparecimento dos sistemas MCP. Por essa época, adquiria muita importância a equalização das respostas das linhas empregadas nos sistemas de transmissão de sinais analógicos, recentemente implantadas, e cuja atenuação entre pontos terminais alcançava milhares de quilômetros. As linhas eram equalizadas por trechos, empregando-se circuitos contínuos apropriados, cujas respostas podiam ser ajustadas, dentro de certos limites, para a melhor equalização possível. Essa variabilidade da equalização era necessária por causa da irregularidade dos comprimentos dos trechos de linhas e,

principalmente pela variação das atenuações das linhas com a temperatura. Os efeitos desta podiam ser compensados pela utilização adequada de um termistor no circuito de equalização variável.

Bom o sistema de transmissão então empregado era analógico, havia o grande risco de acumulação dos erros de equalização, assim, fazia-se mister o projeto de equalizadores que introduzíssem o mínimo de erros de equalização. Além disso, em benefício da simplicidade, buscava-se de equalizadores que empregassem o menor número possível de elementos variáveis. A resposta para essas duas questões foi o método de equalização desenvolvido por Bode, que

(*) Bode, H.W. - Variable Equalizers - The Bell System Technical Journal - April 1938 - pp 229 - 244

emprego em um único elemento resistivo variável.

Não é intenção fazer aqui uma análise minuciosa desse tipo de equalizador variável; o que se não passa de uma breve explanação dos princípios desse método de equalização variável.

Bode se utiliza das propriedades de um circuito T em ponte, de impedância característica R_0 , carregada por uma resistência R variável. Para tal circuito sabe-se que a impedância vista na entrada é dada^(*) por:

$$Z_R = R_0 \frac{x + \operatorname{tgh} \psi}{1 + x \operatorname{tgh} \psi} \quad (31)$$

onde ψ é a função de transferência imaginária e x é a relação R/R_0 .

Este circuito auxiliar é conectado, então, ao circuito de transmissão do sinal, como mostrada nas duas formas alternativas abaixo:

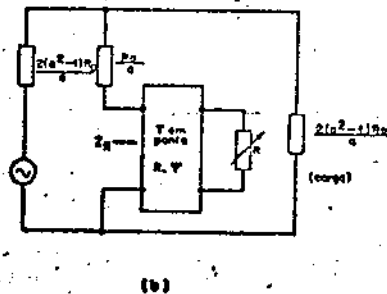
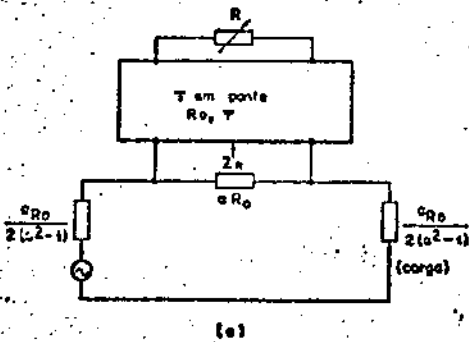


Fig. 25 - Equalizadores de Bode básicos.

ϵ é uma constante que dá a relação entre as transferências.

(*) Romano, H. D. - página 24

correspondentes a $Z_R = R_0$ e $Z_R = \infty$; não também igual à relação entre as transferências correspondentes a $Z_R = Z_0$ e $Z_R = 0$.

É possível mostrar que a transmissão \bar{e}^θ (relação entre a corrente na carga e a tensão do gerador de excitação) vem dada por:

$$\theta = \ln a + \frac{x-1}{x+1} \ln a e^{-2\psi} + \text{termos de alta ordem} \quad (32)$$

Os termos de alta ordem podem ser desprezados para gamas moderadas de variação da equalização. O que resulta daí são apenas dois termos: o primeiro, que representa uma atenuação constante, e o segundo que depende de c e, portanto, da variação do resistor R . Somente podemos equiparar a expressão acima à de uma linha de transmissão de comprimento variável. Por exemplo, para uma linha com perdas por efeito pelicular, tem-se para a constante de propagação, ao desprezar o termo de propagação, a seguinte expressão:

$$\gamma = K l \sqrt{j\omega} \quad (33)$$

onde K é uma constante que depende dos parâmetros físicos da linha e l é o seu comprimento.

Se na expressão (32) desprezarmos o termo constante $\ln a$ e projetarmos o circuito T em ponte de tal forma que $e^{-2\psi}$ varie com ω segundo $\sqrt{j\omega}$, então fica claro que o termo $(x-1)/(x+1)$ tomará o papel da variável l e, portanto, a variação do resistor R corresponderá à variação do comprimento da linha. O sucesso dessa operação depende do grau de precisão com que \bar{e}^θ reproduz a resposta da linha real mas essa precisão pode ser levada até o grau que se deseje pela elaboração do

circuito T em ponte. Quem realmente degrada a simulação da linha são os termos de alta ordem. Porém estes termos não são significativos enquanto a variação da equalização não ultrapassar 18 dB. Em certas circunstâncias é possível atingir-se ganhos de até 30 a 35 dB.

III.3 - Equalização Variável Automática

Todos os métodos de equalização variável vistos, com exceção do de Mayo, se baseiam na variação, por meios eletrônicos de um ou mais elementos do circuito. Não se entra nos pormenores de como se faz esse controle, mas é natural imaginar-se que o controle da equalização variável possa ser automatizado e ^{possa} ajustar em função do próprio sinal a sendo recebido. A questão é a de qual que parâmetro poderia ser utilizado como indicador do ajuste correto, ou não, da equalização variável. Uma primeira ideia poderia ser a de empregar a potência do sinal na saída do equalizador como indicador. É fácil de se ver que a potência do sinal na saída do equalizador dependerá do seu ponto de ajuste. Uma sobre-equalização (equalizador ajustado para um comprimento de cabo maior que o real) aumentará a potência do sinal na saída, enquanto uma sub-equalização terá o efeito contrário.

Comparando-se a potência do sinal na saída com um valor padrão, pode-se induzir uma variação da equalização no sentido de adequá-la perfeitamente à atenuação do cabo empregado.

O método acima, e muitos outros que se possam imaginar, padece de um defeito grave: o indicador da correção (52)

do ajuste da equalização variável depende da estatística da sequência digital transmitida, podendo-se incorrer em sérios erros. Se estiver sendo transmitida, por exemplo, uma sequência de teste do tipo 100000001..., ter-se-á, para um dado ajuste na equalização variável, uma potência média na saída do equalizador muito menor que a correspondente a uma sequência aleatória. O resultado prático de um esquema baseado nesse indicador para a função da equalização variável em função da estatística da fonte permanecendo constante a potência média do sinal de saída ao contrário do que se almeja: manter a equalização variável adequada à atenuação do cabo, independentemente das flutuações de potência do sinal de saída.

Para eliminar a dependência do controle da equalização com a estatística do sinal, devemos procurar um indicador relacionado com algum parâmetro do pulso $x(t)$, e não com a sequência de pulsos. Dentre as várias possibilidades, a mais interessante é certamente o controle baseado na monitoração do valor de pico do pulso $x(t)$. Para mostrarmos sua viabilidade devemos nos deter na análise de alguma particularidade. Inicialmente, poderíamos indagar como varia o valor de pico do pulso $x(t)$ se houver um erro no ajuste da equalização variável. Em particular, poderiam existir ^{dois?} (dois) ajustes da equalização que resultassem no mesmo valor de pico? A resposta, felizmente, é não; caso fosse positiva isto, no ^{si só,} inviabilizaria o método, pois a ambiguidade de ^{no ajuste da equalização é inevitável} a demonstração no caso geral de que o valor de pico do pulso equalizado varia monotonicamente com o erro de equalização é muito difícil. Porém, se admitirmos que estamos tratando de pulsos de espectro com decaimento senoidal e,

além disso, desprezarmos a fase do eixo de equalização, ficará muito fácil provarmos a monotonia do valor de pico em função da atenuação do cabo.

Seja $X(f)$ o espectro do pulso equalizado exatamente, e suponhamos que o cabo real apresenta atenuação A , mas o equalizador variável foi ajustado para um cabo de atenuação $A + \Delta A$. Então, o pulso $x'(t)$ na saída do equalizador deverá apresentar um espectro dado por:

$$X'(f) = X(f) \cdot C(f; \Delta A) \quad (34)$$

(Se $\Delta A < 0$, definiremos $C(f; \Delta A) = 1/C(f; -\Delta A)$)

Evidentemente $x'(t)$ não será ^{mais} um pulso de espectro com decaimento senoidal nem será um pulso de Nyquist, ocorrendo IES em qualquer instante de amostragem. Mas, o que realmente nos interessa é estudar o valor de pico de $x(t)$. Desprezando a defasagem de $C(f; \Delta A)$, concluiremos de $x'(t)$ deverá ser um pulso simétrico em relação à origem $t=0$ e portanto seu máximo deverá ocorrer neste instante, já que $X'(f) \geq 0, \forall f$.

O valor de pico, $x'(0)$ será dado por:

$$x'(0) = \int_{-\infty}^{\infty} X'(f) df = 2 \int_0^{\infty} X(f) C(f; \Delta A) df \quad (35)$$

Como $X(f)$ e $C(f; \Delta A)$ são funções sempre positivas e:

$$\begin{cases} C(f; \Delta A) \leq 1 & ; \Delta A > 0 \\ C(f; \Delta A) = 1 & ; \Delta A = 0 \\ C(f; \Delta A) \geq 1 & ; \Delta A < 0 \end{cases}$$

tem-se:

$$\int_0^{\infty} X(f) C(f; \Delta A) df \begin{cases} \leq \int_0^{\infty} X(f) df & ; \Delta A > 0 \\ = \int_0^{\infty} X(f) df & ; \Delta A = 0 \\ > \int_0^{\infty} X(f) df & ; \Delta A < 0 \end{cases} \quad (54)$$

estatística que a potência média do sinal. Por exemplo, o valor de pico de uma ~~seqüência~~ seqüência de pulsos de espectro com decaimento senoidal com $\alpha = 0,6$, deverá estar contido entre 100% e 106,2% do valor de pico do pulso isolado, qualquer que seja a estatística da fonte.

Um ponto subtil que deve ser considerado na construção do detetor de pico é a influência do ruído na operação desse circuito. O ruído adicionado pode levar o sinal composto a valores anormalmente elevados em certos instantes de tempo, quando a conjugação do sinal e do ruído forem favoráveis. Conseqüentemente, o detetor de pico pode ser acionado inadvertidamente. Esta situação apresenta-se ainda mais grave se lembrarmos que um ruído aleatório tipo gaussiano é ilimitado, podendo atingir qualquer valor instantâneo. Na prática, a presença do ruído não é tão danosa pois a probabilidade do ruído atingir valores excessivamente elevados é muito pequena, e o detetor de pico não estabelece o valor da tensão de controle do equalizador variável a partir de um pico ocasionado, mas, como função de uma média de picos.

É a carga de um capacitor por pulsos de corrente devidas aos picos do sinal que ultrapassam um certo limiar que gera essa tensão de controle. De qualquer forma, a presença de ruído inflaciona ^{em 20%} a tensão de controle, impondo sua consideração no projeto do detetor de pico se o objetivo for a obtenção do melhor desempenho do regenerador. Voltaremos a esse assunto quando discutirmos pormenorizada mente o projeto do resumo Um campo-Teóricas no capítulo VI (56)

IV - Perdas na resposta para baixas-freqüências

Por mais cuidadoso que seja o projeto de um equalizador, nunca se consegue a reprodução exata da curva de equalização idealizada. Como resultado, o pulso equalizado obtido será sempre uma aproximação, em maior ou menor grau, da que se pretendia realizar, e a consequência mais visível do erro de equalização é o aumento da IES, degradando a imunidade do sistema contra os ruídos interferentes. O estudo dos erros de equalização ganha particular importância nos processos de industrialização, ao permitir uma avaliação da tolerância às variações dos valores dos componentes, tornando por pressuposto um desempenho mínimo do repetidor.

Usualmente, o projeto do equalizador se faz buscando-se atingir uma curva de resposta ^{terceira} _{pe} determinada, tornando-se natural, portanto, a descrição do erro de equalização como sendo o desvio em relação à essa curva padrão. Todavia, o que interessa, no final, é o efeito desse desvio da resposta sobre a forma ^{no tempo do} pulso equalizado ou, mais propriamente, sobre a forma do diagrama de olho (é evidente que uma alteração da curva do equalizador pode afetar ^{também} a potência do ruído na saída, permitindo que esse efeito do erro de equalização possa ser computado diretamente, sem se passar ao domínio do tempo, mas para erros de equalização não muito grandes, o que conta, realmente, é o seu efeito sobre a forma do diagrama de olho. Além disso, um erro de equalização pode ter um efeito favorável sobre o ruído ao diminuir a sua potência na saída. Para o sinal, ao contrário, um erro de equalização introduz, quase sempre, uma IES indesejável, qualquer que seja o sentido desse erro.). Sob esse

enfoque, o estudo dos erros de equalização se apresenta como a tentativa de relacionamento dos desvios das curvas de equalização com os seus efeitos no domínio do tempo. Esta é uma tarefa complexa e podemos constatar que está ainda nos seus começos. Quem a desenvolveu numa forma mais compreensiva foi E.D. Sunde^(*), que usou como fundamenta básica a teoria dos "ecos" dos pulsos. Este autor partiu das distorções elementares, de forma senoidal, da resposta de amplitude e de fase e estudou seus efeitos no domínio do tempo pela adição de "ecos" ao pulso equalizado ideal. Estudou também os efeitos das distorções de fase ^{que ocorrem} nos limites da banda, especialmente aquelas descritíveis por coeficientes de pequeno grau. Merece também destaque e aplicação realizado por Bylauski^(**) dos resultados de estudos diversos pela literatura.

Apesar da importância ^{ampliada} de uma investigação profunda dos efeitos dos erros de equalização, não nos propomos aqui esta tarefa, tendo em vista sua amplitude. De limitações o presente estudo a apenas um de seus aspectos, certamente dos mais importantes — a degradação da resposta em baixas-frequências. De passagem, ainda temos a oportunidade de examinar no capítulo seguinte os efeitos das distorções de fase associadas à resposta de fase mínima aos equalizadores.

As perdas da resposta em baixas-frequências não constituem propriamente um erro de equalização, ao menos no sentido como os demais ocasionais — aproximações de projetos, variações nos valores dos componentes, etc, — são considerados.

(*) Sunde E.D. - Theoretical Fundamentals of Pulse Transmission
The Bell Technical Journal - Maio 64

(**) Bylauski P. - Digital Transmission Systems - cap. 12.

As perdas em baixas frequências constituem-se, na maioria dos casos, um fenómeno previsível que advém principalmente da utilização de transformadores de acoplamento na entrada e saída dos regeneradores. A utilização desses transformadores é quase inevitável pela utilização da tele-alimentação dos repetidores através do próprio par de transmissão do sinal. Além das perdas introduzidas pelos transformadores, ainda podem ser significativas aquelas introduzidas pelo acoplamento capacitivo nos circuitos de equalização. Para demonstrar a importância prática das baixas-frequências, basta assinalar que a codificação de linha IMA encontra sua principal razão de existência na tentativa de contornar as dificuldades introduzidas pelo acoplamento a transformador, mesmo que às custas de uma degradação de 6 dB na margem contra ruído, proveniente da utilização de um código ternário ao invés de ^{um} binário. Cabe assinalar, de passagem, que também é possível a utilização de códigos de dois níveis num sistema com transformador de acoplamento utilizando-se a técnica de recuperação da componente contínua (restauração CC).

Para estudarmos o efeito das perdas em baixas-frequências podemos utilizar várias técnicas diferentes, cada uma válida dentro de seus limites. A primeira, que seria um ataque direto ao problema, consistiria na determinação da IES (ou seu acréscimo), resultante da perdas em BF. Em particular, poder-se-ia inclusive determinar a atenuação

resultante na formação do diagrama de olho da sequência aleatória. Esses resultados podem ser obtidos a partir do conhecimento da forma do pulso ^{básico} equalizado alterado pelas perdas em BF, mais a especificação do código de linha, isto é, a forma como os pulsos podem se suceder, formando a sequência digital. O grande inconveniente desta abordagem reside na massa de computação necessária para se chegar aos valores da IES, principalmente nos casos em que a codificação é um pouco mais elaborada, como é o caso da ADM-3, por blocos, etc. Além disso, torna-se difícil fazer uma comparação qualitativa entre os vários códigos de linha sob o aspecto das perdas em BF, pois não se explicita o mecanismo que gera os efeitos dessas perdas.

Outra abordagem, já mais heurística, é a citada por Bylawski, que utiliza o conceito da Soma Digital ponderada (SDC). Fica claro nessa análise que as perdas em BF não são tão mais significativas quanto maiores forem as variações da SDC, tornando-se até mesmo possível o estabelecimento das magnitudes ^{que} podem assumir essas perdas para alguns códigos de linha utilizados. Apesar dos aspectos positivos, a análise baseada na SDC apresenta uma insuficiência justamente nos casos em que a SDC não está confinada, como é o caso dos códigos unipolares e bipolares (simples).

Uma alternativa interessante é o estudo das perdas em BF utilizando-se o conceito de espectro de potência de

de uma sequência aleatória. Este método, como veremos no final, ^{também} apresenta suas limitações, devendo ser aplicado com certos critérios, mas, por outro lado, permite comparações, tanto qualitativas quanto quantitativas, entre os vários códigos de linha. Além do mais, ainda permite o estabelecimento, com relativa facilidade, das verticais dos cortes em BF para um desempenho aceitável dos regimados.

Consideremos que o sinal ideal na saída do equalizador sem perdas seja $x(t)$, com espectro $X(f)$, e que a saída do equalizador real seja $x'(t)$, com espectro $X'(f)$, como se vê na figura abaixo.

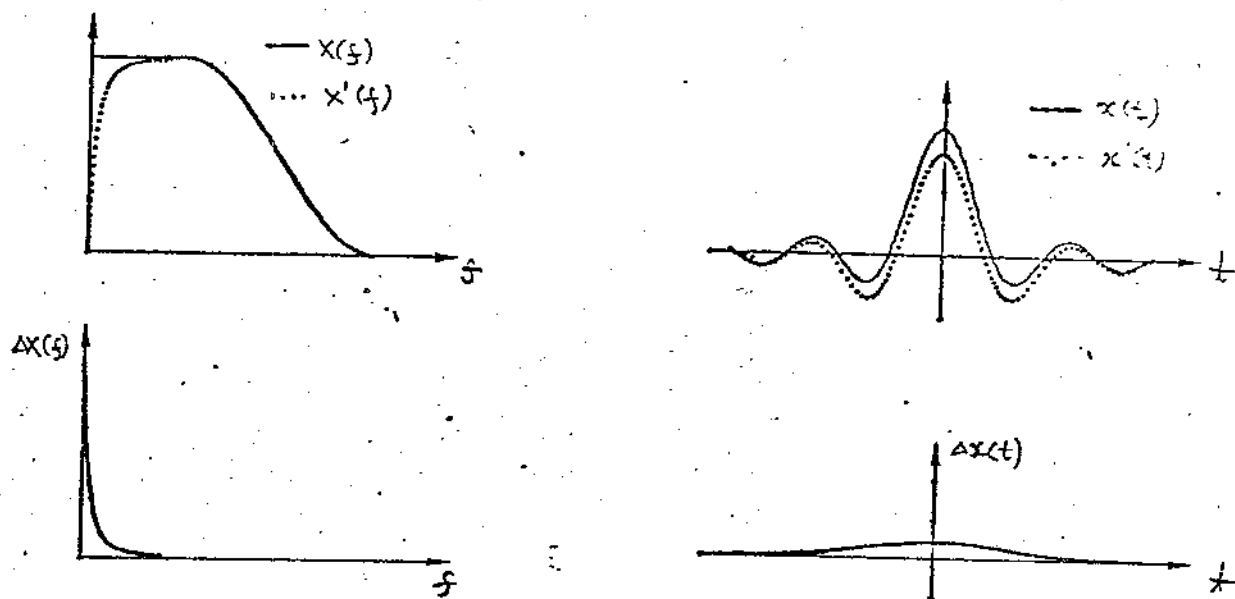


Fig 26 - Efeito do corte em BF sobre o pulso equalizado.

A diferença entre o sinal ideal $x(t)$ e o sinal resultante do corte nas baixas chamaremos de $\Delta x(t)$ e seu espectro será dado por:

$$\Delta X(f) = X(f) - X'(f) \quad (36)$$

Podemos também escrever:

$$X'(f) = X(f) - \Delta X(f) \quad (37a)$$

$$x'(t) = x(t) - \Delta x(t) \quad (37b)$$

Quando ocorre uma sucessão de pulsos equalizados, formando uma sequência digital ~~de pulsos~~ ^{de amostras}, tem-se, no caso ideal

$$D(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t-nT) \quad (38)$$

e no caso com perdas:

$$\begin{aligned} D'(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x'(t-nT) = \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t-nT) - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Delta x(t-nT) \end{aligned} \quad (39)$$

afixe

ou:

$$D'(t) = D(t) - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Delta x(t-nT) \quad (40)$$

Podemos assumir que o sinal digital recebido na saída do equalizador é constituído por $D(t)$, o sinal "verdadeiro", mais a sobreposição de um "sinal" $-\sum_{n=-\infty}^{\infty} \Delta x(t-nT)$, formado pela sequência dos resultados do corte das BF.

Se o corte de $X'(f)$ for colocado numa frequência muito menor que f_m , então $\Delta x(t)$ será um pulso de pequena amplitude mas bastante largo em comparação com o período T . Consequentemente, em qualquer instante considerado, $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \Delta x(t-nT)$ deverá ser o resultado da contribuição de muitas "pulsos" $\Delta x(t-nT)$ possivelmente não correlacionados. Quanto mais baixa for a frequência de corte,

a maior duração terá $\Delta x(t)$, maior será o efeito de sobreposição dos "pulsos" $\Delta x(t-nT)$ e mais parecido com um ruído aleatório de baixa-frequência será o "sinal" $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \Delta x(t-nT)$.
 Com razão, este "sinal" é denominado de "flutuação do sinal CC" (DC wandering) pois o fenómeno que aflije o sinal $s(t)$ ao sofrer restrições nas baixas-frequências, pode ser encarado como o efeito da sobreposição de uma flutuação lenta e de carácter aleatório, e a sequência de dígitos de $s(t)$ também for aleatória. É mais, se a duração efetiva do pulso $\Delta x(t)$ for suficientemente grande (isto é, se a frequência de corte for suficientemente baixa), então o "ruído" $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \Delta x(t-nT)$ estará muito pouco correlacionado com $s(t)$ e, pelo teorema do limite central, terá uma distribuição aproximadamente gaussiana. Essas condições ^{que} inspiraram essa análise impõem-nos a estudar a potência desse "ruído" e usá-la para a caracterização do efeito do corte nas BF.

A potência do "ruído" de BF pode ser determinada a partir do conhecimento de sua densidade espectral, isto é:

$$P_{BF}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\Delta x}(f) df \quad (41)$$

onde $S_{\Delta x}(f)$ é a densidade espectral de potência de $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \Delta x(t-nT)$.

Para determinarmos $S_{\Delta x}(f)$, lembremos que $x'(t)$ é o resultado da transmissão de $x(t)$ por um filtro passa-altas, que denominaremos de $H(f)$, e que portanto:

$$\Delta X(f) = [1 - H(f)] X(f) \quad (42)$$

Logo, o espectro de $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \Delta x(t-nT)$ pode ser obtido

diretamente do espectro do sinal $\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t-nT)$, ou seja:

$$S_{\Sigma x}(f) = |1 - H(f)|^2 S_{\Sigma x}(f) \quad (43)$$

onde $S_{\Sigma x}(f)$ é a densidade espectral de $\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t-nT)$

No caso geral, $H(f) \rightarrow 1$ quando f é muito menor do que a frequência de corte f_c do filtro-passo altas, e, portanto,

$|1 - H(f)|^2 \rightarrow 0$ quando $f \gg f_c$. O termo $|1 - H(f)|^2$ somente assume valores significativos quando $f < f_c$, mostrando

que $S_{\Sigma x}(f)$ (e, por consequência, também σ^2) está relacionado com o comportamento de $S_{\Sigma x}(f)$ nas baixas frequências. Este, por sua vez, depende fundamentalmente do processo de codificação de linha empregado, como veremos a seguir.

Para podermos fazer um estudo comparativo iremos considerar 3 tipos de codificação de linha, a saber: bipolar (simplex), com inversão das marcas alternadas (IMA) e com alta densidade de marcas. ^(ADM-3) As densidades espectrais serão dadas respectivamente por:

Bipolar : $S_{\Sigma x}(f) = \frac{1}{T} |X(f)|^2 \quad (43a)$

IMA : $S_{\Sigma x}(f) = \frac{1}{T} |X(f)|^2 \text{sen}^2 \pi T f \quad (43b)$

ADM-3 : $S_{\Sigma x}(f) = \frac{1}{T} |X(f)|^2 \frac{\sum_{n=0}^{15} a_n \cos 2\pi n f T}{\sum_{n=0}^{15} a_n \cos 2\pi n \cdot f T} \quad (43c)$

onde a_n e a_m são as constantes estabelecidas no

Capítulo I e Suplemento

Quanto a $H(f)$, consideraremos dois casos: o primeiro quando o corte nas baixas é de primeira ordem, e o segundo, quando o corte é ideal.

corte de 1ª ordem (1 polo simples):

$$H(f) = \frac{j f/f_c}{1 + j f/f_c}$$

$$|1 - H(f)|^2 = \frac{1}{1 + (f/f_c)^2} \quad (44a)$$

corte ideal:

$$H(f) = \begin{cases} 0 & , |f| \leq f_c \\ 1 & , |f| > f_c \end{cases}$$

$$|1 - H(f)|^2 = \begin{cases} 1 & , |f| \leq f_c \\ 0 & , |f| > f_c \end{cases} \quad (44b)$$

No cálculo da potência de "ruído" σ_{BF}^2 , consideraremos que o pulso $x(t)$ equalizado é de amplitude unitária e tem espectro com decaimento senoidal, com fator de corte α , ou seja:

$$X(f) = \begin{cases} T & ; |f| < \frac{1-\alpha}{2T} \\ \frac{T}{2} \left[1 - \text{sen} \frac{\pi(T|f| - 1/2)}{\alpha} \right] & ; \frac{1-\alpha}{2T} \leq |f| \leq \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0 & ; |f| > \frac{1+\alpha}{2T} \end{cases}$$

Como o que interessa na determinação de σ_{BF}^2 é o comportamento de $S_{2x}(f)$ em torno de $f=0$, podemos fazer a hipótese simplificadora de que $X(f) \approx T$, para $f \leq 1/2T$, válida para todo α .

Código Bipolar

a) Filtro de 1º ordem

$$\sigma_{BF}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{T}{1 + (f/f_c)^2} df$$

$$\sigma_{BF}^2 = \pi T f_c \quad (45a)$$

b) Filtro ideal

$$\sigma_{BF}^2 = \int_{-f_c}^{f_c} T df$$

$$\sigma_{BF}^2 = 2T f_c \quad (45b)$$

Código IMA

a) Filtro de 1º ordem

$$\sigma_{BF}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{T \operatorname{sech}^2(\pi T f)}{1 + (f/f_c)^2} df$$

$$\sigma_{BF}^2 = \pi T f_c e^{-\pi T f_c} \operatorname{sech}(\pi T f_c) \quad (46a)$$

b) Filtro ideal

$$\sigma_{BF}^2 = \int_{-f_c}^{f_c} T \operatorname{sen}^2(\pi T f) df$$

$$\sigma_{BF}^2 = T f_c - \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen}(2\pi T f_c) \quad (46b)$$

Código ADM-3

a) Filtro de 1º ordem

$$\sigma_{BF}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} T \frac{\sum_{n=0}^{23} a_n \cos(2\pi n T f)}{\sum_{n=0}^{23} a_n \cos(2\pi n T f) \pm (f/f_c)^2} df \quad (47a)$$

b) Filtro ideal

$$\sigma_{BF}^2 = \int_{-f_c}^{f_c} T \frac{\sum_{m=0}^{15} a_m \cos(2\pi m T f)}{\sum_{m=0}^{15} a_m \cos(2\pi m T f)} df \quad (47b)$$

Éste evidente nas expressões acima que a potência do ruído de BF depende explicitamente do fator $T f_c$. Para determinarmos que valores esse fator pode assumir para os diversos códigos e filtros, devemos estabelecer inicialmente qual é o valor que σ_{BF}^2 pode atingir antes que o efeito do "ruído" de BF se torne significativo.

(em parágrafo)
Na base desse critério, vamos supor que o

sinal digital na saída do equalizador é afetado por um ruído gaussiano (possivelmente o ruído de diafonia) de potência tal que a taxa de erros seja de 10^{-4} . Supondo-se que a limiar de decisão esteja colocada a 50% da amplitude do pulso equalizado, tira-se da curva da distribuição gaussiana que:

$$\left(\frac{1}{2\sigma}\right) = 5,2 \quad \text{ou} \quad \sigma^2 = \frac{1}{108,6} \quad (48)$$

onde σ^2 é a potência desse ruído.

O ruído das baixas frequências introduzido o ruído de BF que se sobrepõe ao ruído gaussiano, aumentando a taxa de erros. A potência total de ruído será dada por $\sigma^2 + \sigma_{BF}^2$. Vamos admitir que a potência do ruído de BF admissível seja tal que aumente a potência de ruído de 20% ($\approx 1\text{dB}$), isto é, que:

$$\sigma_{BF}^2 = \frac{\sigma^2}{5} \quad (49)$$

Substituindo em (48), resulta:

$$\sigma_{BF}^2 = 1/543 \quad (50)$$

Substituindo este resultado em (45), (46) e (47) chegamos finalmente à seguinte tabela para T_{50} , onde f_c foi colocado entre parênteses o valor de f_c para o sistema MCP-30 ($f_A = 2,048\text{ MHz}$).

FILTRO \ CÓDIGO	BIPOLAR	IMA	ADM-3
1ª ordem	$5,86 \times 10^{-4}$ (1,80 KHz)	$1,70 \times 10^{-2}$ (28,6 KHz)	$1,25 \times 10^{-2}$ (25,7 KHz)
Ideal	$9,21 \times 10^{-4}$ (1,89 KHz)	$6,59 \times 10^{-2}$ (135 KHz)	$3,65 \times 10^{-2}$ (74,7 KHz)

(67)

Como já se expôs, a codificação bipolar é, entre as três, a mais sensível às perdas de BF, exigindo uma menor frequência de corte. Os códigos IMA e ADM-3 são quase equivalentes quando se emprega uma filtragem de 1ª ordem, porém a distinção fica mais evidente para uma filtragem ideal. As restrições físicas que impõe a utilização do código bipolar quase que impossibilitam sua utilização na transmissão por transformações, dadas as dificuldades de construção destes componentes. O fato que merece ser citado apesar de fugir ao tema em investigação mas que justifica o longo empugo do código IMA e ADM-3, é a possibilidade de monitorar os erros, o que é impossível com o código bipolar pela falta de redundâncias. O preço que se paga é, naturalmente, uma diminuição de margem contra ruído, ao se passar de código de 2 níveis para outro de 3 níveis.

Na construção da tabela acima foram considerados apenas dois tipos de filtros: o de 1ª ordem e o ideal. Nos sistemas reais, as perdas em baixas-freqüências provêm dos efeitos de mais de um acoplamento de CA, não caindo, portanto, dentro de nenhum dos casos considerados. Porém, isto não destrói a utilidade dos valores encontrados pois, além de terem um valor teórico, os dois filtros considerados servem como aproximações dos filtros reais. Por exemplo, se a resposta de BF do equalizador puder ser considerada como o efeito de vários polos, onde o de frequência mais alta é o dominante, então utilizar-se o valor do filtro de 1ª ordem como referência. Se, por outro lado, a conjugação dos polos for tal que a queda em BF seja muito abrupta (68)

utilizasse-se o valor do filtro ideal como referência.

É hora de se fazer uma avaliação da validade dos valores encontrados. Como afirmamos atrás, as inspirações deste método se devem à expectativa de ser aproximadamente gaussiano o ruído introduzido pelas pedras em BF. Essa gaussianização será tão mais perfeita quando menor for a frequência de corte do filtro.

Além disso, conforme $f_c \rightarrow 0$, a correlação entre esse "ruído" e o sinal $s(t)$ tende a desaparecer, autorizando-nos a computar o seu efeito como um simples acréscimo de ruído de diafonia porventura já existente. Por tudo isso, os resultados encontrados são mais significativos para o caso de codificações lipolares. Para os outros dois casos, a gaussianização e a independência são menos garantidas, principalmente se forem empregadas frequências de corte próximas dos valores limites calculados. Contudo, os resultados ainda devem ser significativos, principalmente no caso do filtro passa-baixa de 1ª ordem, tendo-se em vista que o "pulso" de BF terá uma largura efetiva da ordem de 40 T. A resposta definitiva, porém, só poderá ser dada por uma investigação mais rigorosa, o que escapa ao objetivo deste trabalho.