

Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

**Modelos Analíticos para Probabilidades de
Bloqueio em Redes de Caminhos Ópticos com
Topologias Lineares**

Autor: Divanilson Rodrigo de Sousa Campelo

Orientador: Prof. Dr. Helio Waldman

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de concentração: **Telecomunicações e Telemática.**

Banca Examinadora

Prof. Dr. Helio Waldman DECOM/FEEC/UNICAMP
Prof. Dr. Michel Daoud Yacoub DECOM/FEEC/UNICAMP
Prof. Dr. Paulo Cardieri DECOM/FEEC/UNICAMP
Prof. Dr. Reginaldo Palazzo Jr DT/FEEC/UNICAMP
Prof. Dr. Amilcar Careli César SEL/EESC/USP
Prof. Dr. Joaquim Ferreira Martins Filho DES/UFPE

23 de fevereiro de 2006

Campinas, SP - Brasil

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

C153m Campelo, Divanilson Rodrigo de Sousa
Modelos analíticos para probabilidades de bloqueio em redes de caminhos ópticos com topologias lineares / Divanilson Rodrigo de Sousa Campelo. –Campinas, SP: [s.n.], 2006.

Orientador: Helio Waldman.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Telecomunicações. 2. Probabilidades. 3. Comunicações óticas. 4. Multiplexação por divisão de comprimento de onda. 5. Multiplexação. 6. Desempenho. 7. Circuitos de comutação. 8. Redes em anel (Redes de computação). I. Waldman, Helio. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Título em Inglês: Analytical models for blocking probabilities in optical path networks with linear topologies.

Palavras-chave em Inglês: Blocking probability, Performance analysis, Linear networks, Circuit-switched networks, Optical networks, WDM.

Área de concentração: Telecomunicações e Telemática.

Titulação: Doutor em Engenharia Elétrica.

Banca examinadora: Michel Daoud Yacoub, Paulo Cardieri, Reginaldo Palazzo Junior, Amilcar Careli César e Joaquim Ferreira Martins Filho.

Data da defesa: 23/02/2006

Resumo

Investigamos o problema de estimar valores de probabilidades de bloqueio em redes de caminhos ópticos com topologias lineares. Apresentamos um melhor substituto para a suposição de independência de enlaces em redes de topologia linear: a suposição de independência de objetos. Apresentamos a prova assintótica desta suposição para redes lineares infinitas com um único canal, e mostramos que a expressão assintótica é uma aproximação muito boa para anéis finitos de qualquer tamanho. Para o caso de múltiplos comprimentos de onda, apresentamos novas aproximações de carga reduzida para anéis WDM com restrição de continuidade de comprimento de onda. Para anéis com conversão plena de comprimentos de onda, propomos um método matricial inovador que permite cálculos exatos de probabilidades de bloqueio e taxa de ocupação nestas redes. Um método “escalável” para a obtenção da constante de normalização do modelo clássico de Erlang também é apresentado. Por fim, analisamos o desempenho de meios lineares bloqueantes. Apresentamos expressões exatas para o *throughput* em meios compartimentalizados e não-compartimentalizados, e quantificamos os ganhos de compartimentalização em meios lineares.

Palavras-chave: Probabilidade de bloqueio, análise de desempenho, redes lineares, redes comutadas por circuito, redes ópticas, WDM.

Abstract

We address the problem of estimating blocking probabilities in optical path networks with linear topologies. We present a better substitute for the link independence assumption in networks with linear topology: the object independence assumption. We present an asymptotic proof of this assumption for infinite single-channel networks, and we show that the asymptotic expression is a very good approximation for finite rings with any size. In the case of multiple wavelengths, we present new reduced load approximations for WDM rings with wavelength continuity constraint. For rings with full wavelength conversion, we propose an innovative matrix-based method for calculating exact values of blocking probabilities and occupancy rates in such networks. A scalable method for deriving the normalization constant of the Erlang’s classical model is also presented. Finally, we analyze the performance of linear blocking media. We present exact expressions for the throughput in slotted and unslotted media, and we quantify the slotting gains in linear media.

Keywords: Blocking probability, performance analysis, linear networks, circuit-switched networks, optical networks, WDM.

Agradecimentos

Agradeço ao Prof. Helio Waldman a orientação e as valiosas sugestões neste trabalho.

Aos meus pais, Divam e Nilda, e minhas irmãs, Flávia e Carol, a base familiar que sempre me apoiou. Mais recentemente, o sobrinho Yuri também é parte deste alicerce tão importante para minha vida.

A Tereza o amor, inspiração, compreensão, estímulo, e os belos momentos que temos compartilhado.

A Raul Almeida Jr a amizade, inestimáveis discussões e valiosa contribuição em muitos dos programas de simulação utilizados neste trabalho.

A Gustavo Pavani a significativa ajuda na infra-estrutura do laboratório OptiNet desde sua criação, e a amizade nestes anos.

A Darli Mello, Karcus Assis, Marcio Savasini, Iguatemi Fonseca, Jefferson Pelegrini, Gustavo Quitério, Agostinho Linhares, Filipe Lins, Renato Steiner e Rafael Ribeiro os divertidos momentos no OptiNet, a amizade e as importantes discussões.

A Gustavo Fraindenraich, Daniel Cunha, Bárbara Monte-Mór, Fabrício Oliveira, André Távora, Yusef Cáceres e Carlos Henrique, agradeço a amizade tão próxima e os bons momentos vividos juntos na UNICAMP e fora dela.

A Álvaro Medeiros, José Cândido, Daniel Costa, Ugo Dias, Taciana Menezes, Rodrigo Ramos, Charles Casimiro, e tantos outros, os momentos que compartilhamos na “Elétrica”.

Ao Prof. Max Costa as boas discussões e estímulo nos dois semestres em que fui monitor das disciplinas pelas quais foi responsável.

Aos demais colegas de pós-graduação e funcionários da FEEC a companhia.

À CAPES o apoio financeiro.

Sumário

Resumo	i
Sumário	v
Lista de Figuras	vii
Lista de Tabelas	ix
Publicações Associadas à Tese	xi
1 Introdução	1
1.1 Organização da Tese	5
1.2 Notas na Literatura	6
2 Modelo de Rede e de Tráfego	9
2.1 Introdução	9
2.2 A Camada Óptica	11
2.3 Modelo de Rede e de Tráfego	14
2.3.1 Considerações sobre a Rede e o Modelo de Tráfego	14
2.4 Contexto Histórico	17
2.4.1 Modelo para Redes	17
3 Suposição de Independência de Objetos em Redes Lineares	19
3.1 Introdução	19
3.2 A Suposição de Independência de Objetos	20
3.3 O Modelo de Erlang	23
3.4 Bloqueio em Anéis	24
3.5 Distribuições Típicas de Tamanho de Caminho	28
3.6 Probabilidades de Bloqueio Assintóticas	29
3.7 Anéis de Tamanho Finito	30
4 Aproximações de Carga Reduzida para Anéis WDM	37
4.1 Introdução	37
4.2 Independência de Comprimentos de Onda	39

4.2.1	Algoritmo Aleatório	40
4.2.2	Algoritmo <i>First-fit</i>	41
4.3	Aproximação de Carga Reduzida	43
4.3.1	Algoritmo Aleatório	44
4.3.1.1	Resultados	46
4.3.2	Algoritmo <i>First-fit</i>	48
4.3.2.1	Resultados	51
5	Anéis com Conversão de Comprimento de Onda	53
5.1	Introdução	53
5.2	O modelo de Erlang	55
5.3	Matrizes Geradoras de Probabilidades (PGM)	56
5.4	Taxa de Utilização	59
5.5	Probabilidade de Bloqueio	59
5.6	Extensão para Múltiplos Tamanhos	60
5.7	Limites Assintóticos	62
5.7.1	Caso de Um Único Comprimento de Onda	63
5.8	Complexidade Computacional	65
5.9	Alguns Exemplos	67
5.9.1	Caminhos de Tamanho Único	67
5.9.2	Caminhos de Múltiplos Tamanhos	71
5.10	Anéis de Múltiplas Fibras com Um Único Comprimento de Onda	75
6	Ganhos de Compartimentalização em Meios Bloqueantes	77
6.1	Introdução	77
6.2	Meios Lineares Compartimentalizados e Não-Compartimentalizados.	78
6.3	Redes Lineares Infinitas	79
6.4	Ganhos de Compartimentalização	83
6.5	Aplicações	85
7	Conclusões	87
7.1	Trabalhos Futuros	89
7.1.1	Modelos de Bloqueio para Demanda Multigranular (“Grooming”)	89
7.1.2	Constelações de comprimentos de onda: probabilidades e algoritmos de alocação	90
7.1.3	Modelos Analíticos para Anéis WDM com múltiplas fibras	91
7.1.4	Compartilhamento de Largura de Banda por Múltiplos Usuários com Diferentes Necessidades	91
A	Lista de Acrônimos	93
	Referências Bibliográficas	95

Lista de Figuras

2.1	Camada óptica como provedora de serviços para outras camadas clientes. . .	12
2.2	Diagrama de bloco de um nó <i>crossconnect</i> óptico.	13
3.1	Probabilidade de encontrar o primeiro enlace livre: observador A.	23
3.2	Probabilidade de encontrar o próximo enlace livre: observador B.	23
3.3	Independência de enlaces, independência de objetos e simulações.	24
3.4	Topologia linear aberta embutida num anel de N nós.	26
3.5	Comparação entre a probabilidade de bloqueio exata e a assintótica num anel de 5 nós.	34
3.6	Probabilidade de bloqueio como função da ocupação para tráfego uniforme. .	35
3.7	Probabilidade de bloqueio como função da carga oferecida à rede.	35
3.8	Tráfego não-uniforme com $\nu_i = \nu_1/i$ sobre $I = \{1, 2, 3, 4\}$	36
4.1	Diagrama de transição para o algoritmo aleatório.	45
4.2	Modelo de independência, simulações, aproximação de carga reduzida e modelo com independência de comprimentos de onda para o algoritmo aleatório num anel de 13 nós e $W = 6$ comprimentos de onda.	47
4.3	Modelo de independência, simulações, aproximação de carga reduzida e modelo com independência de comprimentos de onda para o algoritmo aleatório num anel de 25 nós e $W = 6$ comprimentos de onda.	48
4.4	Diagrama de transição para o algoritmo <i>first-fit</i>	50
4.5	Modelo de independência, simulações, aproximação de carga reduzida e independência de comprimentos de onda para o algoritmo <i>first-fit</i> num anel de 13 nós e $W = 6$ comprimentos de onda.	52
4.6	Modelo de independência, simulações, aproximação de carga reduzida e independência de comprimentos de onda para o algoritmo <i>first-fit</i> num anel de 25 nós e $W = 6$ comprimentos de onda.	52
5.1	Estados dos enlaces.	57
5.2	Enlace contido em 1 rota de um enlace, 2 rotas de dois enlaces e 3 rotas de três enlaces.	61
5.3	Caminhos de tamanho único: nossos cálculos com o modelo de Erlang, modelo de Lee e simulações para $N = 7$, $W = 2$ e $H = 3$	70
5.4	Taxa de ocupação para anéis de diferentes tamanhos no caso em que $H = 3$. .	71

5.5	Caminhos de múltiplos tamanhos: nossos cálculos com o modelo de Erlang, modelo de Lee e simulações para $N = 7$, $W = 2$ e $M = 2$	74
6.1	Meios compartimentalizados com $H = 1$, $H = 2$, $H = 8$ e o meio não-compartimentalizado ($H = \infty$).	80
6.2	Densidades de <i>throughput</i>	82
6.3	Probabilidades de bloqueio como função das densidades de <i>throughput</i>	84
6.4	Ganhos de compartimentalização.	85
6.5	Ganhos de compartimentalização para uma dada probabilidade de bloqueio.	86

Lista de Tabelas

3.1	Configurações possíveis para um anel de 5 nós – parte 1.	32
3.2	Configurações possíveis para um anel de 5 nós – parte 2.	33

Publicações Associadas à Tese

1. D. R. Campelo, H. Waldman. “Throughput Gains Imparted by Slotting on a Blocking Line Medium”. *IEEE Communications Letters*, vol. 10, n. 3, pg. 201-203, Março 2006.
2. H. Waldman, D. R. Campelo. “Analytical calculation of blocking probabilities in WDM rings with wavelength conversion”. *IEEE/Create-Net International Conference on Broadband Networks (IEEE Broadnets’05)*, Boston, MA, Estados Unidos, pg. 65-71 , Outubro 2005.
3. D. R. Campelo, H. Waldman. “Blocking probabilities in single-wavelength multifiber rings”. *XXII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT’05)*, Campinas, SP, Brasil, Outubro 2005.
4. H. Waldman, D. R. Campelo. “Asymptotic blocking probabilities in rings with single-circuit links”. *IEEE Communications Letters*, vol. 9, n. 6, pg. 564-566, Junho 2005.
5. D. R. Campelo, R. C. Almeida Jr, H. Waldman. “The effects of wavelength dependence on the estimation of blocking probabilities in linear all-optical networks”. *XXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT’04)*, Belém, PA, Brasil, Setembro 2004.
6. H. Waldman, D. R. Campelo, R. C. Almeida Jr. “A new analytical approach for the estimation of blocking probabilities in linear all-optical networks”. *IEEE Global Telecommunications Conference (IEEE Globecom’03)*, San Francisco, CA, Estados Unidos, pg. 2478-2482, Dezembro 2003.
7. H. Waldman, D. R. Campelo, R. C. Almeida Jr. “A new analytical approach for the estimation of blocking probabilities in wavelength routing networks”. *SPIE Optical Networking and Communications Conference*, (SPIE Opticomm’03) Dallas, TX, Estados Unidos, vol. 125, pg. 324-335, Outubro 2003.
8. H. Waldman, D. R. Campelo, R. C. Almeida Jr. “Uma nova abordagem para estimação de probabilidades de bloqueio em redes de roteamento de comprimento de onda”. *XX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT’03)*, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Setembro 2003.

Capítulo 1

Introdução

As redes com bloqueio são um modelo válido para a análise de desempenho de redes com recursos limitados. Quando os recursos da rede deixam de ser suficientes para dar suporte a um certo nível de demanda de tráfego, uma parcela deste tráfego é *bloqueada* ou simplesmente perdida. Portanto, ao se projetar uma rede com o conhecimento (ou a suposição) do tráfego que lhe será oferecido, é importante quantificar a probabilidade de bloqueio de *requisições*, bem como o grau de utilização dos recursos da rede para um dado valor de tráfego.

O objetivo deste trabalho é apresentar novos métodos analíticos para o cálculo das probabilidades de bloqueio em redes de comunicação de topologias lineares. Particularmente, o contexto de aplicação deste trabalho são as *redes ópticas*, embora a teoria que discutimos aqui possa ser aplicada a outros tipos de rede que sejam modelados como uma rede comutada por circuito, orientada à conexão.

Nas redes comutadas por circuito, o tráfego é gerado na forma de requisições ou chamadas, cada uma necessitando de uma quantidade fixa de largura de banda em todos os enlaces ao longo de uma rota entre os nós origem e destino. Na chegada de uma chamada, se a rota escolhida possui a largura de banda requerida em todos os seus enlaces, a requisição é aceita e uma conexão é estabelecida; caso contrário, a chamada é bloqueada. Não há mecanismos de espera nestas redes.

Neste trabalho, a escolha do estudo das redes com estrutura ou topologia linear não foi

por acaso. A grande maioria dos trabalhos que tratam do bloqueio em redes de comunicação é baseada na *suposição de independência de enlaces*, que considera independentes tanto o bloqueio como a disponibilidade de enlaces individuais sucessivos ao longo de uma rota. Esta suposição compõe uma das duas hipóteses propostas em 1955 por C. Y. Lee para o cálculo de probabilidades de bloqueio em redes de comutação telefônicas [Lee55], e ressurgiu recentemente no cálculo de probabilidades de bloqueio de requisições em redes ópticas [BH96]. Devido talvez à sua simplicidade, ela vem sendo constantemente considerada em muitas aproximações sobre o cálculo de bloqueio nestas redes [Bir96], [KA96], [KA98].

A aplicação da suposição de independência de enlaces é de fato bastante razoável quando as redes são fortemente conectadas, isto é, quando cada nó possui muitas portas de entrada e saída para o tráfego de informação, como as redes telefônicas de entroncamento. Entretanto, a alta granularidade do tráfego nas redes ópticas e o custo ainda elevado das portas ópticas indicam que estas redes tendem a ser bem menos conectadas que as redes clássicas de comutação por circuitos. Esses dois fatores têm contribuído para o interesse na formulação de novos modelos que levem em conta a correlação entre enlaces sucessivos em topologias esparsas ou pouco conectadas [SAS96], [SS04]. As redes com estrutura linear (anéis e cadeias de nós) são o caso extremo de correlação de carga entre enlaces subsequentes numa rota, nas quais a aplicação da hipótese de independência entre enlaces é menos eficaz.

Neste trabalho, apresentamos uma nova abordagem analítica que considera a *dependência* entre enlaces sucessivos numa topologia linear [WCA03a], [WCA03b]. O novo modelo considera independentes os objetos *reais* presentes na rede: os enlaces *livres* individuais; e os *caminhos*, ou seja, grupos de enlaces sucessivamente ocupados. Denominada de *suposição de independência de objetos*, esta suposição é um melhor substituto para a independência de enlaces em redes de topologias lineares. Apresentamos uma prova matemática desta suposição sob um regime assintótico para anéis com *um único canal* e chegadas *poissonianas* [WC05b]. Mostramos que a suposição de independência de objetos é assintoticamente válida para redes

lineares infinitas, e a comparação do modelo teórico com os resultados de simulação sugere que a suposição é também uma aproximação muito precisa para anéis finitos *de qualquer tamanho*.

Nas redes ópticas comutadas por circuito, o circuito é um *caminho óptico* fim-a-fim estabelecido através da alocação de um comprimento de onda em cada enlace de fibra óptica da rota origem–destino. Por isso, freqüentemente costuma-se dizer que um comprimento de onda (e não um circuito!) é estabelecido em cada enlace, sendo este comprimento de onda *roteado* opticamente ao longo de nós intermediários quando todo o tráfego transportado por ele for do tipo passante ou *pass-through*. Por este motivo, estas redes são usualmente denominadas de *redes roteadas por comprimento de onda* – *Wavelength Routing Networks* (WRN), ou simplesmente *redes de caminhos ópticos*. Claramente, não é permitida a alocação do mesmo comprimento de onda a dois caminhos ópticos no mesmo enlace.

Na ausência da capacidade de conversão de comprimento de onda nos nós da rede, o mesmo comprimento de onda deve ser alocado em todos os enlaces da rota origem–destino. Esta peculiaridade, denominada de *restrição de continuidade de comprimento de onda*, diferencia as redes de caminhos ópticos sem conversão das redes clássicas comutadas por circuito, que bloqueiam chamadas apenas se não houver capacidade disponível em algum dos enlaces da rota escolhida para a conexão. Assim, sob a restrição de continuidade de comprimento de onda, boa parte da teoria proveniente das redes clássicas de comutação por circuito não pode ser aplicada diretamente às redes de caminhos ópticos, sendo necessárias outras aproximações para o cálculo de probabilidades de bloqueio.

Neste contexto, apresentamos neste trabalho novas aproximações de carga reduzida para o cálculo de probabilidades de bloqueio em anéis de caminhos ópticos com restrição de continuidade de comprimento de onda. O termo *carga reduzida* reflete o fato de que a carga submetida a um enlace pode ser reduzida devido a bloqueio em enlaces adjacentes [Kel91], [KMK04], [CR93]. A maioria das aproximações de carga reduzida encontradas na litera-

tura utiliza a *suposição de independência de enlaces* para calcular o bloqueio em enlaces adjacentes ao enlace de referência, porém, conforme já discutimos, esta suposição é pouco eficaz em redes de topologia linear. A nossa proposta consiste em tomar um enlace da rota origem-destino como o enlace de referência, e reduzir a carga oferecida a este enlace para levar em conta o bloqueio da requisição por esta rota nos enlaces adjacentes utilizando a *suposição de independência de objetos*. Comparamos a aproximação de carga reduzida que propomos neste trabalho com a suposição de independência de comprimentos de onda – a outra hipótese do modelo de Lee, que considera independentes também os caminhos e subestima a probabilidade de bloqueio [WCA03a]. Os resultados mostram que esta aproximação de carga reduzida leva a estimativas mais precisas de probabilidades de bloqueio para anéis ópticos sem conversão de comprimento de onda.

Quando os nós da rede possuem a capacidade de converter comprimentos de onda, as redes de caminhos ópticos se assemelham às redes de comutação por circuito clássicas. Para estas redes, o modelo clássico de Erlang fornece valores exatos de probabilidades de bloqueio para chegadas *poissonianas* de requisições, ao custo da necessidade de se listar todas as configurações possíveis da rede para a obtenção das probabilidades *exatas* de todas as configurações. A probabilidade de cada configuração é obtida através das conhecidas *formas-produto* do modelo clássico de Erlang [Ros95]. Entretanto, mesmo para redes de tamanhos bastante moderados, o espaço de estados de configurações cresce muito rapidamente com um ligeiro aumento no número de enlaces e de circuitos da rede, o que torna muitas vezes impraticável a obtenção da constante de normalização do modelo de Erlang decorrente da soma das probabilidades de todas as configurações [Kel91], [Ros95], [KMK04]. Esta dificuldade tem motivado a busca por métodos aproximados tanto para o cálculo de probabilidades de bloqueio em redes comutadas por circuito [Kel86], [CR93] como em redes ópticas com conversão de comprimento de onda [BH96], [SAS96], [KA96], [SS04].

A nossa contribuição neste trabalho é a apresentação de expressões *exatas* para a probabi-

lidade de bloqueio e a taxa de ocupação em anéis comutados por circuito (ou com conversão plena de comprimentos de onda) utilizando o modelo clássico de Erlang [WC05a]. Para isso, apresentamos um método inovador “escalável” para obtenção da constante de normalização do modelo de Erlang para anéis. A complexidade computacional do método proposto ainda cresce rapidamente com o número de circuitos e com o maior tamanho permitido de caminhos na rede, porém o crescimento da complexidade computacional com o número de enlaces da rede foi mitigado. Ainda através deste método, apresentamos a corroboração da suposição de independência de objetos para o caso em que há apenas um canal (comprimento de onda) na rede.

Por fim, analisamos o desempenho de meios lineares bloqueantes compartimentalizados (*slotted*) e não-compartimentalizados (*unslotted*). Quantificamos os ganhos de compartimentalização (*slotting*) e apresentamos expressões exatas para o *throughput* (vazão) nestes meios [CW06]. Os ganhos de compartimentalização apresentados neste trabalho podem ser promissores nas futuras redes de comutação de rajadas ópticas – *Optical Burst Switching* (OBS).

1.1 Organização da Tese

Este trabalho está dividido em sete capítulos, contando com o capítulo de Introdução.

O Capítulo 2 apresenta o modelo de rede e de tráfego utilizado em todo o trabalho. Apresentamos uma breve descrição dos sistemas de comunicação óptica e as motivações que levaram à concepção das redes ópticas. O capítulo também apresenta algumas definições que serão úteis no decorrer do trabalho.

O Capítulo 3 introduz a suposição de independência de objetos em redes lineares com um único canal, melhor substituto para o modelo de independência de enlaces em topologias lineares. Apresentamos a prova da validação assintótica desta suposição para anéis infinitos, e algumas comparações que sugerem que a expressão da probabilidade de bloqueio assintótica

da suposição de independência de objetos é uma aproximação muito boa para anéis finitos de qualquer tamanho.

O Capítulo 4 apresenta novas aproximações de carga reduzida que introduzimos neste trabalho. Estas aproximações são utilizadas para estimar probabilidades de bloqueio em anéis *Wavelength Division Multiplexing* (WDM) com restrição de continuidade de comprimento de onda. Os resultados mostram que as aproximações fornecem boas estimativas de probabilidades de bloqueio para anéis WDM.

O Capítulo 5 apresenta o método inovador para a obtenção da constante de normalização do modelo clássico de Erlang para anéis comutados por circuito (conversão plena de comprimentos de onda). Apresentamos também expressões exatas para a taxa de ocupação e a probabilidade de bloqueio em anéis com conversão. Discutimos também a complexidade computacional do modelo.

No Capítulo 6, apresentamos a quantificação dos ganhos de compartimentalização em meios lineares com possibilidade de bloqueio.

Por fim, o Capítulo 7 apresenta as conclusões da tese e discute alguns trabalhos de pesquisa futuros que podem ser derivados deste trabalho.

1.2 Notas na Literatura

A aplicação da teoria de probabilidade a problemas de tráfego telefônico tem origem nos trabalhos do matemático dinamarquês A. K. Erlang. Em seus trabalhos, Erlang demonstrou sua habilidade conceitual para obter expressões exatas para muitos dos problemas típicos de tráfego telefônico. A referência [BHJ48] apresenta uma vasta recapitulação dos principais trabalhos de Erlang, além de bons relatos sobre sua biografia e vida. Nesta referência podem ser encontradas as contribuições de Erlang em teoria de processos estocásticos, aplicações do método de equilíbrio estatístico à teoria de probabilidades, estudos de tempos de espera em

redes telefônicas, entre outros temas.

Os primeiros modelos simplificados para o cálculo de probabilidades de bloqueio em *redes* de comutação surgiram no trabalho de C. Y. Lee em 1955 [Lee55]. Por serem bastante simples e por fornecerem boas estimativas para redes fortemente conectadas, as duas suposições que formam a base do modelo de Lee (suposição de independência de enlaces e suposição de independência de caminhos) têm sido desde então muito utilizadas no cálculo do bloqueio em redes de comutação. Porém, as primeiras críticas ao modelo de Lee surgiram em [Ben67]. Neste trabalho, o autor menciona que “a principal característica não-realista do modelo de Lee é a suposição de que as ocupações dos enlaces são estatisticamente independentes”.

Mesmo assim, o modelo de Lee ressurgiu no cálculo de probabilidades de bloqueio das redes roteadas por comprimento de onda em [BH96]. Praticamente no mesmo período, outros trabalhos sobre bloqueio em redes de caminhos ópticos foram propostos em [Bir96], [KA96], [SAS96], [KA98], [TS00]. Contudo, a maioria destes trabalhos tenta solucionar o problema da dependência de comprimentos de onda, e ainda utiliza aproximações de independência de enlaces sucessivos ao longo de um caminho. Em [RM98], os autores fazem uma revisão de alguns dos modelos analíticos propostos para a análise de desempenho das redes WDM.

Bons trabalhos sobre o estudo de bloqueio em redes de comunicações comutadas por circuito aparecem em [Kel86], [Kel87], [Kel91]. A referência [Ros95] é um compêndio de boa parte dos resultados apresentados até meados da década de 1990 sobre este tema. Numa referência recente [KMK04], os autores fazem um tratamento analítico cuidadoso na análise de desempenho das redes de comunicações, destacando um capítulo inteiro sobre as redes comutadas por circuito (Cap. 6 – *Circuit-Multiplexed Networks*).

As redes roteadas por comprimento de onda foram idealizadas entre o fim da década de 1980 e o início da década de 1990 [Bra90], [CGK92], [Gre96]. Posteriormente, alguns livros dedicaram boa parte de seus capítulos ao estudo destas redes [RS02], [SB99]. Os primeiros trabalhos foram focados na proposição de algoritmos de alocação de rota e comprimento

de onda para estas redes, com restrições de caráter apenas topológico [Ram93], [CGK92], [RS95], [MBRM96], [SB97], [BS97]. Um bom trabalho recente que compara o desempenho de diversos algoritmos de alocação de rota e comprimento de onda está em [ZJM00].

Algumas propostas de aproximações de carga reduzida aparecem em [CR93], [Kel91], [CKR93], [GS97], [LB04]. Todas estas propostas supõem que o bloqueio ocorre independentemente de enlace para enlace. Em [TP03], os autores propõem um método de aproximação de carga reduzida que leva em conta interações entre dois enlaces (*two-link approximation*), porém a complexidade do modelo leva a um custo computacional elevado.

Por fim, o modelo de bloqueio não é um consenso entre as redes de caminhos ópticos. Em [GSKR99], os autores apresentam um algoritmo de alocação de comprimentos de onda para anéis WDM sem conversão de comprimento de onda com restrição de carga máxima por enlace. O objetivo é determinar o número de comprimentos de onda adicionais que seriam necessários para atender *todo* tráfego que seria atendido por um anel com conversão plena de comprimentos de onda. Em [NS02] e [NS03], os autores sugerem um método alternativo à probabilidade de bloqueio para as redes de caminhos ópticos, em que a rede não se encontra em equilíbrio estatístico. Contudo, devido talvez ao conhecimento adquirido no estudo das redes comutadas por circuito tradicionais, o modelo estatístico com bloqueio ainda é predominante na análise de desempenho destas redes.

Capítulo 2

Modelo de Rede e de Tráfego

O objetivo deste capítulo é apresentar o modelo de rede e de tráfego que utilizamos nos capítulos seguintes e introduzir os elementos básicos das redes de caminhos ópticos analisadas ao longo da tese. Apresentamos também o contexto histórico do modelo de Erlang aplicado às redes comutadas por circuito.

2.1 Introdução

Os sistemas de comunicação óptica utilizam portadoras de alta frequência (≈ 100 THz) nas regiões da luz visível e, principalmente, do infravermelho do espectro eletromagnético. Embora existam sistemas de comunicação óptica que utilizam o espaço livre como meio de transmissão – *Free Space Optics* (FSO), os sistemas de comunicação óptica considerados neste trabalho usam a fibra óptica como meio de transmissão.

A constatação da necessidade das redes ópticas como redes de transporte de informação pode ser observada na própria evolução da transmissão óptica, mais intensamente na década de 1990, com a disseminação dos enlaces multiplexados por divisão de comprimento de onda – WDM [Agr02], [RS02], [SB99].

Historicamente, o gargalo das redes de comunicação se encontrava nas limitações dos

enlaces de transmissão digital. Com o advento das fibras ópticas nos anos 1970, os enlaces de transmissão digital passaram a ser capazes de transmitir grandes quantidades de informação com baixas perdas [Agr97]. Contudo, o grande salto de capacidade aconteceu somente após a transmissão em WDM, em que as fibras carregam diversos canais ópticos cujas velocidades de modulação de sinal podem chegar atualmente a dezenas de Gigabit/segundo cada. Este aumento expressivo na capacidade de transmissão contribuiu para *deslocar* o gargalo das redes para a (falta de) capacidade de *processamento* de tráfego em seus nós eletrônicos, uma vez que os enlaces WDM permaneceram ponto-a-ponto, com exigência de tratamento eletrônico nos nós de *todo* tráfego transportado por estes enlaces.

Com a disseminação destes enlaces WDM, observou-se que seria economicamente atraente a interligação da rede através de nós que não exigissem a comutação e/ou o roteamento no domínio eletrônico. Em outras palavras, surgiu a necessidade de se adicionar funcionalidades no domínio *fotônico* na medida em que elas fossem sendo viabilizadas, combinando-as com a maior eficiência possível com os recursos da eletrônica. Assim, a principal diferença das redes ópticas para os sistemas de comunicação óptica tradicionais está na capacidade dos nós em realizar algumas tarefas sem a necessidade do tratamento eletrônico do tráfego.

A concepção do caminho óptico pode ser considerada um resultado dessa tendência. A rede de caminhos ópticos, viabilizada pelo advento do *Add/Drop Multiplexer* (ADM) e do *crossconnect* ópticos [RS02], surgiu como uma opção atraente para evitar os altos custos do tratamento eletrônico de tráfego passante nos nós intermediários, e para aliviar o gargalo eletrônico gerado pelo descompasso entre o processamento eletrônico e a transmissão óptica [Gre96].

Para isso, são necessárias novas soluções arquitetônicas que permitam a exploração dos recursos da fotônica de maneira eficaz. Estas soluções permitirão a construção de redes que forneçam serviços de transporte confiáveis e de faixa larga sobre uma rede física de enlaces de comunicação.

2.2 A Camada Óptica

A camada óptica pode ser imaginada como uma camada *servidora* de recursos para outras camadas clientes [RS02] [SB99]. Numa rede roteada por comprimento de onda, o *serviço* ou recurso oferecido pela camada óptica é constituído por canais ópticos fim-a-fim estabelecidos entre pares de nós, ou simplesmente, caminhos ópticos.

A capacidade de reconfiguração é uma característica bastante desejável na camada óptica. Este atributo consiste em mecanismos automáticos de seleção de comprimentos de onda que devem ser adicionados e/ou retirados num nó. O caminho óptico pode ser estabelecido e terminado de acordo com a demanda das camadas superiores. Cada conexão requer a alocação de uma rota e de um comprimento de onda, de forma que o mesmo comprimento de onda não seja utilizado mais de uma vez no mesmo enlace. Este problema é conhecido como Alocação de Rota e Comprimento de Onda – *Routing and Wavelength Assignment* (RWA).

Tipicamente, o modelo de tráfego de requisições por conexões pode ser de três tipos: estático, incremental e dinâmico. No tráfego estático, o conjunto das requisições é conhecido a priori, e o problema se resume em estabelecer caminhos ópticos para estas conexões de forma que o uso de recursos da rede, como comprimentos de onda ou fibras, seja otimizado. De uma forma alternativa, busca-se dar suporte ao máximo número de conexões possível, dado um conjunto fixo de recursos. No tráfego incremental, as requisições surgem seqüencialmente, sendo que o caminho óptico estabelecido para cada conexão permanece na rede por tempo infinito. Neste caso, um objetivo de projeto possível é maximizar o tempo até que ocorra o primeiro bloqueio [NS02], [NS03]. No caso do tráfego dinâmico, o caminho óptico é desativado após um certo tempo. Neste caso, o objetivo de projeto é maximizar o tráfego atendido para uma determinada probabilidade de bloqueio, dado um conjunto fixo de recursos. Neste trabalho, consideramos apenas o caso de tráfego dinâmico na rede.

Uma característica importante da camada óptica é a *transparência* aos dados reais que

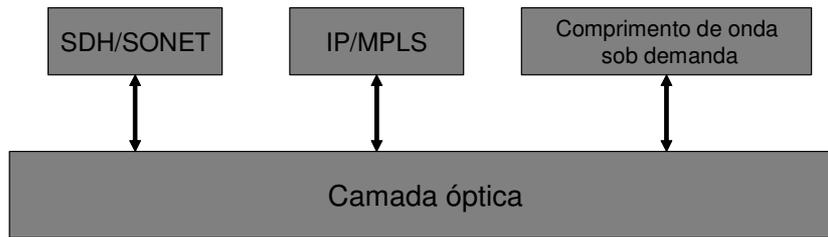


Figura 2.1: Camada óptica como provedora de serviços para outras camadas clientes.

são transmitidos nos caminhos ópticos estabelecidos. Em princípio, como não há tratamento eletrônico nos nós intermediários (por exemplo, quando há a necessidade de regeneração eletrônica devido a efeitos não-lineares na fibra que degradem a transmissão [Agr97]), a rede de caminhos ópticos é transparente a taxas e protocolos de transmissão das camadas superiores [RS02]. Isso permite a utilização de uma infra-estrutura única para prover recursos para diversos clientes distintos.

A figura 2.1 mostra alguns exemplos de camadas clientes que podem fazer uso da camada óptica. São mostradas as camadas *Synchronous Digital Hierarchy* (SDH) / *Synchronous Optical Network* (SONET) e *Internet Protocol* (IP) / *Multiprotocol Label Switching* (MPLS), além do serviço de comprimento de onda sob demanda, em que um usuário necessitaria da capacidade de um comprimento de onda apenas durante um período curto de tempo e em seguida terminaria a sua transmissão. Para uma rede SDH que opera sobre a camada óptica, os caminhos ópticos são simplesmente substitutos das conexões físicas de fibra entre dois terminais SDH. Nas redes IP/MPLS, eles podem ser associados aos fluxos de informações gerados por estas redes [RS02].

O elemento-chave da camada óptica reconfigurável é o nó *crossconnect* óptico, mostrado na figura 2.2. O nó possui portas de entroncamento que o conectam a outros nós. A cada porta de entroncamento está associado um par de fibras. O nó também possui portas locais ou tributárias, responsáveis pela adição e retirada de tráfego no nó. A figura mostra ainda um elemento de gerência de rede responsável pelo controle das principais funcionalidades

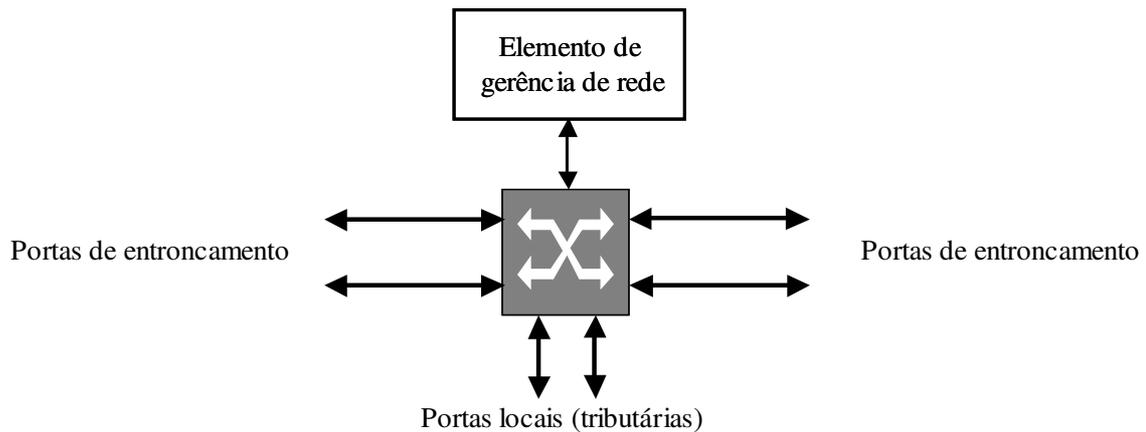


Figura 2.2: Diagrama de bloco de um nó *crossconnect* óptico.

de um *crossconnect* óptico reconfigurável. O leitor pode se referir a [BRS03] para maiores detalhes sobre mecanismos de gerência e controle das redes ópticas.

Assim sendo, no modelo de interconexão de rede do tipo *overlay* ou de sobreposição de camadas, existe uma infra-estrutura responsável por fornecer serviços de comunicação para uma variedade de redes lógicas independentes nas camadas superiores, cada uma especializada em prover um serviço particular para um grupo de usuários [SB99], [RS02]. A limitação de recursos na camada óptica (p. ex., número de comprimentos de onda em cada enlace de fibra), em geral invisível para as camadas superiores, poderá causar bloqueio de requisições de caminhos. Portanto, é importante estimar a probabilidade de bloqueio de chamadas com base na demanda de tráfego esperada na rede de caminhos ópticos.

Uma discussão importante no contexto dessas redes tem por objetivo quantificar a importância dos conversores de comprimento de onda nos nós rede. Quando os nós não dispõem de conversores de comprimento de onda, um caminho óptico é forçado a utilizar o mesmo comprimento de onda em todos os enlaces da rota escolhida entre os nós origem e destino, o que aumenta a probabilidade de bloqueio. Em outras palavras, o mesmo comprimento de onda deve estar livre em todos os enlaces da rota escolhida para que o caminho óptico seja estabelecido na rede.

2.3 Modelo de Rede e de Tráfego

Nas redes de caminhos ópticos que estudamos neste trabalho, o tráfego é gerado (ou oferecido à rede) na forma de chamadas. Uma chamada é essencialmente uma requisição gerada por um nó de rede para reservar um conjunto fixo de recursos da rede para uso exclusivo do fluxo de informações associado à chamada. O tráfego oferecido à rede pode ser descrito por um processo de chegada de chamadas (do qual pode ser obtida a taxa de chegada de chamadas) e uma distribuição do tempo de duração destas chamadas. Algumas requisições podem ser bloqueadas pela limitação de recursos na rede.

A taxa de chegada, λ , é definida como $\lambda = \lim_{t \rightarrow \infty} (\text{Número de chegadas em } [0, t]) / t$. A intensidade de tráfego é uma medida da *carga* oferecida a uma rede. É definida como a razão entre o tempo médio de duração da chamada pelo tempo médio entre chegadas de chamadas. De uma outra forma, é também o produto da taxa de chegada pela duração média das chamadas. Embora a intensidade de tráfego seja adimensional, ela é freqüentemente expressa em Erlangs, em homenagem ao matemático dinamarquês A. K. Erlang, precursor do estudo de tráfego em redes telefônicas no início do século passado [BHJ48].

2.3.1 Considerações sobre a Rede e o Modelo de Tráfego

Neste trabalho, utilizamos as seguintes suposições:

1. A rede em anel consiste em N nós ou enlaces, em que cada enlace possui o mesmo número de comprimentos de onda W .
2. As chamadas são geradas na rede de acordo com um processo *poissoniano* de taxa λ . Justificamos esta suposição porque o modelo clássico de Erlang [Kel91][KMK04], suporte teórico para os modelos analíticos que apresentamos neste trabalho, considera que as chegadas das chamadas seguem um regime *poissoniano*.

3. Supomos que os tempos de duração das chamadas são independentes e seguem *qualquer* distribuição de média finita μ . Esta característica resulta da insensibilidade das probabilidades estacionárias do modelo clássico de Erlang às distribuições de tempo de duração de chamadas quando existe apenas uma única rota entre cada par origem-destino [Kel79], [BLL84].
4. Uma chamada que chega à rede será acomodada e o seu serviço começará imediatamente se os recursos requeridos por ela estiverem disponíveis. No caso contrário, considera-se que a chamada é perdida. Não há mecanismos de espera para este tipo de rede.
5. As probabilidades de bloqueio calculadas são probabilidades estacionárias, isto é, consideramos que a rede está em estado permanente ou de equilíbrio, o que significa que a taxa de nascimento de novos caminhos é igual à taxa de “morte” ou desativação destes caminhos. O leitor pode se referir a uma outra aproximação [NS03] que considera uma taxa de surgimento de novos caminhos superior à taxa de término destes caminhos, de forma que a rede não esteja mais em equilíbrio.
6. O tráfego é homogêneo, ou seja, cada nó possui a mesma probabilidade de gerar tráfego.
7. O perfil espacial do tráfego é genérico, isto é, requisições por caminhos de diferentes tamanhos podem ter diferentes intensidades de tráfego.
8. O roteamento é fixo e realizado através do caminho mais curto. Se a rota mais curta não possui recursos suficientes para acomodar a chamada, a requisição é bloqueada.
9. Cada chamada originada na rede destina-se apenas a um único nó destino, não sendo permitido, portanto, o *multicasting* de chamadas.
10. Cada requisição demanda a capacidade de uma unidade de comprimento de onda em todos os enlaces da rota requisitada, ou seja, o tráfego da rede possui granularidade única.

11. Simulações: as simulações foram realizadas em programas desenvolvidos no próprio laboratório onde foram realizadas as pesquisas do doutorado. Os programas de simulação foram desenvolvidos em linguagem C, enquanto os cálculos teóricos foram realizados em MatLab, Mathematica e Mathcad. Cada ponto mostrado nos gráficos de simulações foi obtido com 10^7 requisições.

O programa de simulação consiste em um simulador de eventos em que cada evento é uma chegada de requisição. Os parâmetros de entrada do simulador definem o número de nós e comprimentos de onda da rede, o algoritmo de alocação de comprimento de onda, a taxa média por nó de chegada de requisições, a taxa média de desativação de conexões e a quantidade de requisições que o programa deve simular. O programa termina somente quando o número de requisições escolhido é alcançado. Na chegada de uma requisição, é gerado o seu tempo de permanência na rede (por exemplo, tempos de duração que seguem uma distribuição exponencial). O evento seguinte é a chegada da próxima requisição. Antes de verificar se os recursos requeridos pela nova requisição estão disponíveis na rota desejada, o programa decrementa a(s) conexão(ões) em andamento na rede pelo tempo entre chegadas das requisições. Após o decremento, são desativadas aquelas conexões para as quais não tenha sido constatada a existência de tempo residual. Feito isso, caso haja algum comprimento de onda disponível na rota desejada, a chamada é estabelecida e também armazenada numa estrutura do programa que gerencia todas as conexões existentes. Caso nenhum comprimento de onda esteja disponível, a chamada é bloqueada e a probabilidade de bloqueio é incrementada.

2.4 Contexto Histórico

Em 1917 o matemático dinamarquês A.K. Erlang publicou sua famosa fórmula [Kel95]:

$$E(\nu, C) = \frac{\nu^C}{C!} \left[\sum_{n=0}^C \frac{\nu^n}{n!} \right]^{-1}, \quad (2.1)$$

para a probabilidade de bloqueio num sistema telefônico. No modelo apresentado por Erlang, as chamadas chegam a *um enlace* como um processo de Poisson de taxa ν . O enlace é composto de C circuitos, e uma chamada é bloqueada e perdida se todos os C circuitos estiverem ocupados. No caso contrário, a chamada é aceita e utiliza um circuito durante o seu tempo de retenção. Os tempos de retenção (ou de duração) das chamadas são independentes entre si e também dos instantes de chegada, e são identicamente distribuídos com média unitária. A *fórmula de Erlang* (2.1) fornece a probabilidade estacionária de que todos os C circuitos estejam ocupados no enlace em consideração. Como o processo de chegada é *poissoniano*, ela também fornece a probabilidade de que uma chamada típica seja bloqueada no sistema utilizado, composto de um único enlace.

O que acontece se o sistema contém muitos enlaces? A seguir, apresentamos a generalização do modelo de Erlang que trata do caso de redes de enlaces.

2.4.1 Modelo para Redes

Considere uma rede com J enlaces, rotulados por $1, 2, \dots, J$, e suponha que o enlace j seja composto com C_j circuitos [Kel95]. Uma chamada na rota r utiliza A_{jr} circuitos do enlace j , em que $A_{jr} \in \mathbb{Z}_+$. Seja \mathcal{R} o conjunto das possíveis rotas. As chamadas que requisitam a rota r chegam como um processo de Poisson de taxa ν_r . Os processos de Poisson em cada rota são considerados independentes. Uma chamada que requisita a rota r é bloqueada e perdida se em algum dos enlaces j , $j = 1, 2, \dots, J$ houver menos que A_{jr} circuitos disponíveis. No caso contrário, a chamada é conectada e ocupa simultaneamente A_{jr} circuitos do enlace j ,

$j = 1, 2, \dots, J$, durante o período de retenção da chamada. O tempo de retenção da chamada é independente dos instantes de chegada e dos tempos de retenção das chamadas anteriores; os tempos de duração das chamadas na rota r são identicamente distribuídas com média μ_r .

Seja $n_r(t)$ o número de chamadas em andamento no instante t na rota r , e seja $\alpha_r = \frac{\nu_r}{\mu_r}$. Defina os vetores $\mathbf{n}(t) = (n_r(t), r \in \mathcal{R})$ e $\mathbf{C} = (C_1, C_2, \dots, C_J)$. O processo estocástico $(\mathbf{n}(t), t \geq 0)$ possui uma distribuição estacionária única e, sob esta distribuição, $p(\mathbf{n}) = P\{\mathbf{n}(t) = \mathbf{n}\}$ é dada por

$$p(\mathbf{n}) = G(\mathbf{C})^{-1} \prod_{r \in \mathcal{R}} \frac{\alpha_r^{n_r}}{n_r!}, \quad \mathbf{n} \in \mathcal{S}(\mathbf{C}), \quad (2.2)$$

em que

$$\mathcal{S}(\mathbf{C}) = \{\mathbf{n} \in \mathbb{Z}_+^{\mathcal{R}} : \mathbf{A}\mathbf{n} \leq \mathbf{C}\} \quad (2.3)$$

e $G(\mathbf{C})$ é a constante de normalização (ou função de partição):

$$G(\mathbf{C}) = \left(\sum_{\mathbf{n} \in \mathcal{S}(\mathbf{C})} \prod_{r \in \mathcal{R}} \frac{\alpha_r^{n_r}}{n_r!} \right). \quad (2.4)$$

No Capítulo 3, utilizamos o modelo clássico de Erlang no caso de redes lineares com um único canal. Utilizamos este modelo na prova assintótica da suposição de independência de objetos. No Capítulo 5, o modelo é utilizado em anéis WDM com conversão plena de comprimentos de onda para a obtenção de expressões exatas de probabilidade de bloqueio e taxas de ocupação nestas redes. Apresentamos um método escalável para obter a constante de normalização deste modelo para anéis comutados por circuito.

Capítulo 3

Suposição de Independência de Objetos em Redes Lineares

Neste capítulo, apresentamos a suposição de independência de objetos em redes lineares. Propomos esta suposição como um melhor substituto para a suposição de independência de enlaces no cálculo de probabilidades de bloqueio em redes com esta topologia. Apresentamos a prova matemática da validação assintótica desta suposição para redes lineares infinitas.

3.1 Introdução

Conforme já mencionado no Capítulo 1, a aproximação de Lee foi proposta em 1955 com o propósito de facilitar o cálculo das probabilidades de bloqueio em redes telefônicas comutadas por circuito [Lee55]. Este problema ressurgiu recentemente no estudo do desempenho das redes de caminhos ópticos, nas quais as requisições por conexões vindas das camadas superiores podem ser bloqueadas ou não [BH96]. Neste novo cenário, contudo, o número de portas por nó é usualmente muito menor que em redes telefônicas, o que leva a um desempenho bastante ruim da suposição de independência de enlaces da aproximação de Lee. As redes lineares, em que os nós possuem a menor conectividade, são o caso extremo.

Na aproximação de Lee, todos os enlaces, assim como todos os canais (comprimentos de onda), são considerados independentes. Novas aproximações têm sido propostas na literatura recente para melhorar as estimativas das probabilidades de bloqueio nas redes de caminhos ópticos [TS00, KA98]. De um modo geral, contudo, estas aproximações tentam melhorar a suposição de independência de comprimentos de onda, porém ainda utilizam a suposição de enlaces independentes. Em [WCA03a], propusemos que a aproximação de independência de enlaces seja substituída por uma suposição de independência entre *objetos*, que considera os objetos reais presentes na rede: enlaces individuais *livres*; e *caminhos*, isto é, grupos de enlaces sucessivos e simultaneamente ativos.

Neste capítulo, apresentamos uma prova matemática da independência de objetos sob um limite assintótico para anéis. O restante do capítulo é descrito como segue. As seções 3.2 e 3.3 discutem brevemente a independência de objetos e o modelo de Erlang, respectivamente. A seção 3.4 apresenta a obtenção de uma expressão para a probabilidade de bloqueio quando a taxa de utilização parcial do anel de cada tamanho de caminho permitido é conhecida. A seção 3.5 discute o surgimento de um perfil de utilização típico quando o tamanho do anel tende ao infinito. A seção 3.6 apresenta a obtenção das probabilidades de bloqueio através da média sobre todas as taxas de utilização parciais neste limite assintótico e a seção 3.7 compara estas probabilidades com simulações.

3.2 A Suposição de Independência de Objetos

Sejam apenas os caminhos ativos e os enlaces livres tomados como objetos numa rede linear. A suposição de independência de objetos consiste em considerar que, quando se caminha ao longo de uma rede linear, o próximo objeto a ser encontrado é independente dos anteriores. Esta suposição é utilizada para calcular a probabilidade de bloqueio de uma requisição por caminho de tamanho i . Para que esta requisição não seja bloqueada, os i eventos seguintes

devem acontecer:

1. o primeiro enlace requisitado deve estar livre – isto acontecerá com probabilidade:

$$p_f = (1 - \rho), \quad (3.1)$$

em que ρ é a taxa de utilização da rede;

2. os próximos $(i - 1)$ enlaces requisitados devem também estar livres. Se \bar{H} é o comprimento médio de caminho ativo e N é o número de enlaces da rede, há em média $(1 - \rho)N$ enlaces livres e $\rho N/\bar{H}$ caminhos ativos, de forma que a probabilidade de cada um dos últimos $(i - 1)$ eventos considerados acima é dada por:

$$p_{nf} = \frac{(1 - \rho)}{(1 - \rho + \rho/\bar{H})}, \quad (3.2)$$

para N grande.

Note que (3.1) fornece a mesma estimativa de probabilidade de bloqueio da suposição de independência de enlaces, mas (3.2) fornece uma estimativa diferente, ou seja, a suposição de independência de objetos corrige a sobrestimação da probabilidade de bloqueio não no primeiro enlace, mas nos subseqüentes.

Portanto, sob a suposição de independência de objetos, todos estes eventos são independentes, de forma que a probabilidade de bloqueio do caminho de i enlaces será:

$$p_{bi} = 1 - p_f p_{nf}^{i-1} = 1 - (1 - \rho) \left(\frac{1 - \rho}{1 - \rho + \rho/\bar{H}} \right)^{i-1}. \quad (3.3)$$

A diferença pode ser entendida se considerarmos as situações de dois observadores diferentes: o observador A está fora da rede, e toma um enlace aleatoriamente; enquanto o observador B está sobre um enlace livre, e toma o próximo enlace à sua direita. Suponha

que o tráfego gerado seja apenas de requisições por caminhos de H enlaces numa rede com um único canal. Para o observador A, o enlace tomado aleatoriamente pode ser qualquer um dos ρN enlaces ocupados, ou qualquer um dos $(1 - \rho)N$ enlaces livres. Portanto, a probabilidade de A encontrar um enlace livre é dada por (3.1), como previsto pela suposição de independência de enlaces. Para o observador B, entretanto, a situação é diferente, pois o próximo enlace à sua direita pode somente ser qualquer um dos $(1 - \rho)N - k$ enlaces livres restantes, $1 \leq k \leq H - 1$, ou o enlace mais à esquerda de qualquer um dos $\rho N/H$ caminhos ativos. Todos os outros enlaces são inacessíveis (ou *invisíveis*) para B, fazendo com que (3.2) seja uma suposição mais razoável que (3.1).

A distinção entre os observadores A e B é ilustrada nas figuras 3.1 e 3.2. O observador A é mostrado num pára-quedas que pode cair em qualquer enlace aleatoriamente tomado. A probabilidade de que ele caia em um enlace livre é $(1 - \rho)$, não importando como os ρN enlaces ocupados estejam agrupados. A figura 3.2 mostra o observador B sobre um enlace livre e tentando descobrir se o próximo enlace à sua direita está também livre ou não. A resposta para esta pergunta agora depende de como os enlaces estão agrupados: a probabilidade de se encontrar um enlace vizinho livre ainda seria $(1 - \rho)$ se a rede fosse vista sob a hipótese de independência de enlaces, na qual os enlaces ocupados são considerados desconectados e aleatoriamente espalhados sobre a rede; mas ela é $(1 - \rho)/(1 - \rho + \rho/H)$ numa *rede real*, em que os enlaces ocupados são agrupados em caminhos de H enlaces, com estes caminhos – e não os enlaces individuais – aleatoriamente espalhados sobre a rede. Para que uma requisição por um caminho de H enlaces não seja bloqueada, um instrumento verificador deve ser capaz de *pousar* em algum dos enlaces assim como o observador A e encontrá-lo livre; em seguida, testar os $(H - 1)$ passos na direção dos enlaces adjacentes como o observador B, encontrando sempre enlaces livres.

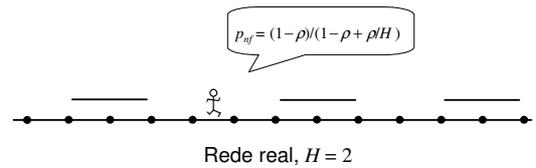
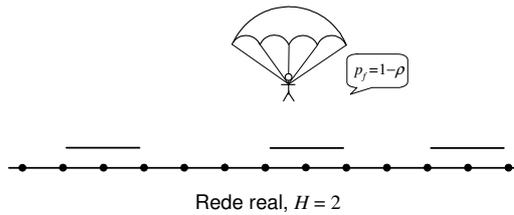
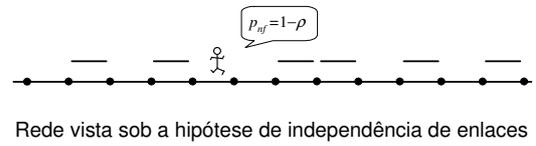
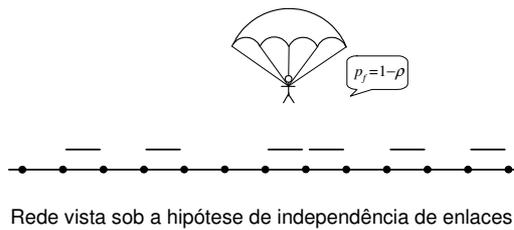


Figura 3.1: Probabilidade de encontrar o primeiro enlace livre: observador A.

Figura 3.2: Probabilidade de encontrar o próximo enlace livre: observador B.

A estimativas de probabilidade de bloqueio que resultam da aproximação de Lee e da aproximação de independência de objetos são, respectivamente:

$$P_{bLee} = 1 - (1 - \rho)(1 - \rho)^{H-1} = 1 - (1 - \rho)^H \quad (3.4)$$

$$P_{bObj} = 1 - (1 - \rho) \left(\frac{1 - \rho}{1 - \rho + \rho/H} \right)^{H-1} = 1 - \frac{(1 - \rho)^H}{(1 - \rho + \rho/H)^{H-1}}. \quad (3.5)$$

A figura 3.3 compara (3.4) e (3.5) para $H = 5$ enlaces. Os pontos foram obtidos através da simulação de uma rede em anel com 25 nós e com tráfego uniforme de caminhos de 5 enlaces. A correspondência de (3.5) com os resultados de simulação motivou uma investigação da validade matemática de (3.5) e de sua forma mais geral (3.3).

3.3 O Modelo de Erlang

Conforme discutido brevemente no Capítulo 2, o modelo de Erlang para redes com bloqueio tem sido freqüentemente discutido [Kel91], [Ros95], [KMK04], e é aplicado a redes com enlaces que contêm muitos circuitos, limitados por um número máximo para cada enlace chamado de

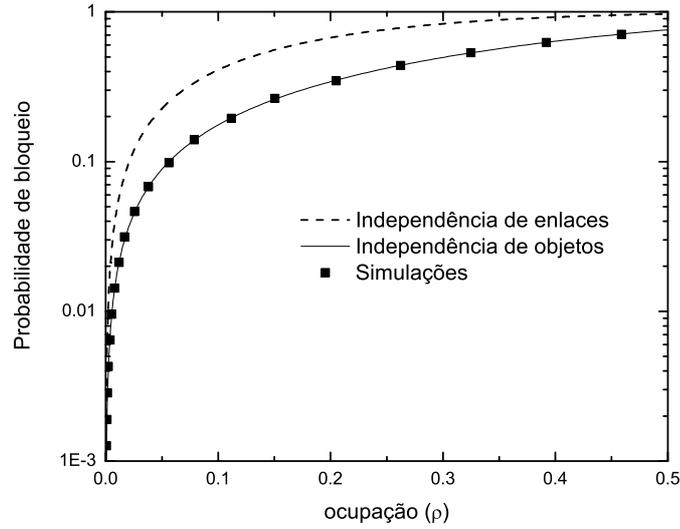


Figura 3.3: Independência de enlaces, independência de objetos e simulações.

capacidade do enlace. Seja τ_r a intensidade de tráfego na rota r , e m_r o número de chamadas em andamento em algum instante t na rota r . Supondo que as chegadas de chamadas são *poissonianas*, o modelo fornece valores exatos para a probabilidade de qualquer configuração possível $\mathbf{n} = \{m_r\}$:

$$p(\mathbf{n}) = G^{-1} \prod_r \frac{\tau_r^{m_r}}{m_r!}, \quad (3.6)$$

em que G^{-1} é a probabilidade da configuração *vazia*, na qual $m_r = 0$ para todo r , e que pode ser obtida de:

$$\sum_{\mathbf{n}} p(\mathbf{n}) = 1, \quad (3.7)$$

em que o somatório é realizado sobre todas as possíveis configurações \mathbf{n} .

3.4 Bloqueio em Anéis

Considere topologias lineares formadas por N enlaces de um único canal. Caminhos são requisitados numa dada rota de tamanho $i \in I$, em que I é o conjunto dos tamanhos de caminhos para os quais existe demanda não-nula de tráfego. O tráfego é homogêneo, o que

significa que a taxa de requisições por qualquer rota com tamanho $i \in I$ é a mesma para todas as rotas, e é chamada de ν_i . A intensidade de tráfego total é $\nu = \sum_{i \in I} \nu_i$.

Seja ρ a taxa de utilização do anel, tal que em média ρN enlaces estão ocupados e $(1 - \rho)N$ enlaces estão livres. Seja ρ_i a taxa de utilização parcial de caminhos de tamanho $i \in I$, de forma que o número médio de caminhos ativos de tamanho i seja:

$$n_i = \frac{\rho_i N}{i}. \quad (3.8)$$

Por sua vez, a taxa de utilização total deve ser a soma de todas as taxas de utilização parciais, isto é:

$$\rho = \sum_{i \in I} \rho_i. \quad (3.9)$$

Sejam N e $\{n_i | i \in I\}$ conhecidos. Para uma rede linear com capacidade dos enlaces unitária, todos os m_r são ou 0 ou 1 em (3.6). Ainda, como a intensidade de tráfego sobre todas as rotas com o mesmo tamanho i é a mesma, ν_i , a partir de (3.6) obtemos a seguinte expressão para a probabilidade de cada configuração com a distribuição $\{n_i\}$:

$$p(N, n_i) = G^{-1} \prod_{i \in I} \nu_i^{n_i} \quad (3.10)$$

em que G^{-1} é a probabilidade do anel estar no estado vazio, isto é, quando $\rho = 0$.

Seja $A(N, n_i)$ a probabilidade de que uma topologia linear aberta de N enlaces esteja ocupada por n_i caminhos de i enlaces para todo $i \in I$. Considere uma topologia linear com $(N - j)$ enlaces, com $j \leq (1 - \rho)N$, embutida no anel de N nós, conforme mostrado na figura 3.4. Portanto, os objetos presentes na rede são $(1 - \rho)N - j$ enlaces livres, n_1 caminhos de tamanho 1, n_2 caminhos de tamanho 2, ...

A probabilidade de que todos os caminhos estejam contidos nesta topologia embutida será dada pela multiplicação de (3.10) pelo número de partições de $[(1 - \rho)N - j + \sum_{i \in I} n_i]$ objetos

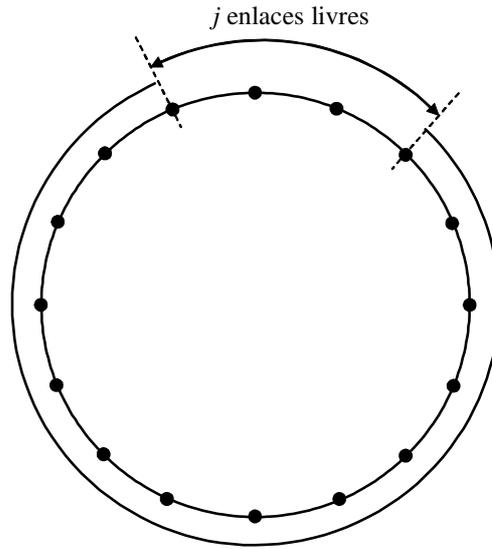


Figura 3.4: Topologia linear aberta embutida num anel de N nós.

em $[(1 - \rho)N - j]$ enlances livres, n_1 caminhos de um enlace, n_2 caminhos de 2 enlances, ..., n_i caminhos de i enlances, ..., para todo $i \in I$:

$$A(N - j, n_i) = G^{-1} \left(\prod_{i \in I} \nu_i^{n_i} \right) \frac{[(1 - \rho)N - j + \sum_{i \in I} n_i]!}{[(1 - \rho)N - j]! \prod_{i \in I} n_i!}. \quad (3.11)$$

Seja $R(N, n_i)$ a probabilidade de que o anel de N nós esteja numa configuração com os parâmetros dados $\{n_i\}$. Note que $R(N, n_i)$ não é igual a $A(N, n_i)$, uma vez que o anel de N nós é diferente de uma topologia linear de N enlances embutida nele: se P é o nó extremidade da topologia embutida de N enlances, então qualquer caminho que possui P como um nó interno pertencerá ao anel, mas não à topologia linear embutida.

É claro que todas as configurações que pertencem à topologia embutida de N enlances também pertencem ao anel. Ainda, para toda configuração da topologia linear que começa em P (em uma direção escolhida arbitrariamente) com um caminho de i enlances, existem outras $(i - 1)$ configurações que pertencem ao anel, resultado do deslocamento da configuração

de $1, 2, \dots, i - 1$ enlaces na outra direção, tal que P se torna um nó interno no caminho deslocado. Como todas as configurações resultantes são distintas e cobrem todas as possíveis configurações do anel, temos:

$$\begin{aligned}
R(N, n_i) &= A(N, n_i) \frac{(1 - \rho)N + \sum_{i \in I} i n_i}{(1 - \rho)N + \sum_{i \in I} n_i} = A(N, n_i) \frac{(1 - \rho)N + \sum_{i \in I} \rho_i N}{(1 - \rho)N + \sum_{i \in I} \frac{\rho_i}{i} N} = \\
&= \frac{A(N, n_i)}{1 - \rho + \sum_{i \in I} \frac{\rho_i}{i}} \\
&= \frac{G^{-1} \left(\prod_{i \in I} \nu_i^{n_i} \right) \left[(1 - \rho)N + \sum_{i \in I} n_i \right]!}{[(1 - \rho)N]! \left(\prod_{i \in I} n_i! \right) \left(1 - \rho + \sum_{i \in I} \frac{\rho_i}{i} \right)}. \tag{3.12}
\end{aligned}$$

Lema 1. *Dado que o anel de N nós possui taxas de utilização parciais ρ_i , $i \in I$, a probabilidade de bloqueio de uma requisição por um caminho de j enlaces será:*

$$p_{bj} = 1 - \left(1 - \rho + \sum_{i \in I} \frac{\rho_i}{i} \right) \prod_{k=0}^{j-1} \frac{(1 - \rho - k/N)}{[1 - \rho + (\sum_{i \in I} \frac{\rho_i}{i}) - k/N]}. \tag{3.13}$$

Demonstração. Para que a requisição não seja bloqueada, é necessário que todos os j enlaces requisitados estejam livres. Portanto, todos os caminhos ativos devem pertencer à topologia linear embutida remanescente de $(N - j)$ enlaces:

$$p_{bj} = 1 - \frac{A(N - j, n_i)}{R(N, n_i)} = 1 - \left(1 - \rho + \sum_{i \in I} \frac{\rho_i}{i} \right) \frac{A(N - j, n_i)}{A(N, n_i)}. \tag{3.14}$$

Substituindo (3.11) em (3.14), chegamos a (3.13), provando o Lema 1. \square

Fazendo N tender ao infinito e mantendo fixas as taxas de utilização parciais ρ_i 's, temos:

$$p_{bj} \rightarrow 1 - (1 - \rho) \left(\frac{1 - \rho}{1 - \rho + \sum_{i \in I} \frac{\rho_i}{i}} \right)^{j-1}, \quad (3.15)$$

o que valida assintoticamente a suposição de independência de objetos discutida na seção 3.2.

3.5 Distribuições Típicas de Tamanho de Caminho

Seja $\boldsymbol{\rho}$ o vetor de dimensão $|I|$ que possui todas as taxas de utilização parciais positivas ρ_i como componentes. A probabilidade de $\boldsymbol{\rho}$ é então dada por $R(N, \frac{\rho_i N}{i})$. Note que G^{-1} pode ser determinada a partir de $\sum_{\boldsymbol{\rho}} R(N, \frac{\rho_i N}{i}) = 1$.

Através da aplicação da fórmula de Stirling, a taxa de crescimento de $GR(N, \frac{\rho_i N}{i})$ com N pode ser obtida de (3.12) como sendo:

$$T(\boldsymbol{\rho}) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\log GR(N, \frac{\rho_i N}{i})}{N} = \sum_{i \in I} \frac{\rho_i}{i} \log \nu_i + [1 - \sum_{i \in I} (1 - \frac{1}{i}) \rho_i] \log [1 - \sum_{i \in I} (1 - \frac{1}{i}) \rho_i] - (1 - \sum_{i \in I} \rho_i) \log (1 - \sum_{i \in I} \rho_i) - \sum_{i \in I} \frac{\rho_i}{i} \log \frac{\rho_i}{i}. \quad (3.16)$$

Seja $\boldsymbol{\rho}^*$ o vetor de utilização parcial que maximiza $T(\boldsymbol{\rho})$. Quando N tende ao infinito, o número de configurações com $\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}^*$ cresce exponencialmente a uma taxa maior que todas as outras, tornando-se dominante. A probabilidade de $\boldsymbol{\rho}$ ser arbitrariamente próxima a $\boldsymbol{\rho}^*$ em uma configuração escolhida aleatoriamente irá se aproximar de 1. As configurações com perfis de utilização parciais dados por $\boldsymbol{\rho}^*$ são chamadas típicas, e irão dominar o espaço de configurações quando $N \rightarrow \infty$.

Portanto, podemos determinar o valor assintótico ρ_i^* da taxa de utilização parcial de caminhos de i enlaces nas configurações típicas fazendo:

$$\frac{\partial T(\boldsymbol{\rho})}{\partial \rho_k} = 0, \quad k \in I \quad (3.17)$$

$$\therefore \frac{1}{k} \log \nu_k - \left(1 - \frac{1}{k}\right) \log \left[1 - \sum_{i \in I} \left(1 - \frac{1}{i}\right) \rho_i^*\right] + \log \left(1 - \sum_{i \in I} \rho_i^*\right) - \frac{1}{k} \log \frac{\rho_k^*}{k} = 0. \quad (3.18)$$

$$\nu_k = \frac{\rho_k^*}{k} \frac{\left[1 - \sum_{i \in I} \left(1 - \frac{1}{i}\right) \rho_i^*\right]^{k-1}}{\left(1 - \sum_{i \in I} \rho_i^*\right)^k}, \quad k \in I. \quad (3.19)$$

Observe que (3.19) representa a equação de estado de equilíbrio na rede, em que a taxa de nascimento de caminhos é igual a taxa de desativações:

$$\nu_i = \frac{\rho_i^*}{i(1 - p_{bi})} \quad (3.20)$$

Portanto, as taxas de utilização parciais ρ_i^* de configurações típicas podem ser calculadas através de qualquer um dos dois métodos equivalentes:

1. Maximizando $T(\boldsymbol{\rho})$ como dado por (3.16); ou
2. Resolvendo o sistema de equações de dimensão $|I|$ dado por (3.19).

3.6 Probabilidades de Bloqueio Assintóticas

Mostramos na seção 3.4 que quando N tende ao infinito, a probabilidade de bloqueio de uma requisição por um caminho de j enlaces será dada por (3.15) para cada vetor de perfil de

utilização parcial ρ . Ainda, mostramos na seção 3.5 que, à medida que $N \rightarrow \infty$, há um perfil de utilização parcial ρ^* que ocorrerá com probabilidade 1, caracterizando o surgimento de configurações típicas. Portanto, a probabilidade de bloqueio de uma requisição por um caminho de j enlaces se aproximará do seguinte limite assintótico:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} p_{bj} = 1 - \frac{\left(1 - \sum_{i \in I} \rho_i^*\right)^j}{\left[1 - \sum_{i \in I} \left(1 - \frac{1}{i}\right) \rho_i^*\right]^{j-1}}. \quad (3.21)$$

Note a equivalência com (3.3), pois o comprimento médio de caminho ativo é dado por:

$$\bar{H} = \frac{\sum_{i \in I} \rho_i^*}{\sum_{i \in I} \frac{\rho_i^*}{i}}. \quad (3.22)$$

Portanto, a suposição de independência de objetos é verdadeira no regime assintótico.

A partir das taxas de utilização parcial ρ_i^* , a probabilidade de bloqueio média pode ser calculada como:

$$P_b = \frac{\sum_{i \in I} \nu_j p_{bj}}{\sum_{i \in I} \nu_j} = 1 - \frac{1}{\nu} \sum_{i \in I} \left(\frac{\rho_i^*}{i}\right) \quad (3.23)$$

3.7 Anéis de Tamanho Finito

Nesta seção, investigamos a eficácia de (3.3) e da probabilidade de bloqueio média (3.23) como aproximações para anéis de tamanho finito.

Consideramos um anel de 5 nós de tráfego uniforme, com roteamento feito pelo menor caminho, ($\nu_1 = \nu_2 = \nu/2$). As tabelas 3.1 e 3.2 mostram a listagem de todas as 16 configurações possíveis para este anel, a probabilidade de cada configuração obtida através de (3.10), a quantidade de configurações do mesmo tipo, a ocupação e a probabilidade de blo-

queio de cada configuração. Com o auxílio destas tabelas, podemos calcular os valores exatos da ocupação e da probabilidade de bloqueio média em função da intensidade de tráfego oferecido ν , e compará-los com os valores assintóticos obtidos através de (3.19) e (3.23).

A constante de normalização G é obtida através do somatório das probabilidades de todas as configurações (3.7). Portanto:

$$G = 1 + 5\nu + \frac{15}{2}\nu^2 + \frac{15}{4}\nu^3 + \frac{5}{8}\nu^4 + \frac{1}{32}\nu^5. \quad (3.24)$$

Uma vez calculada a constante G , obtemos os valores exatos de ρ e P_b em função da intensidade de tráfego oferecido ν :

$$\rho = \frac{\frac{3}{2}\nu + \frac{17}{4}\nu^2 + \frac{23}{8}\nu^3 + \frac{9}{16}\nu^4 + \frac{1}{32}\nu^5}{1 + 5\nu + \frac{15}{2}\nu^2 + \frac{15}{4}\nu^3 + \frac{5}{8}\nu^4 + \frac{1}{32}\nu^5}, \quad (3.25)$$

$$P_b = \frac{2\nu + \frac{21}{4}\nu^2 + \frac{13}{4}\nu^3 + \frac{19}{32}\nu^4 + \frac{1}{32}\nu^5}{1 + 5\nu + \frac{15}{2}\nu^2 + \frac{15}{4}\nu^3 + \frac{5}{8}\nu^4 + \frac{1}{32}\nu^5}. \quad (3.26)$$

A fig. 3.5 mostra a comparação da probabilidade de bloqueio exata (3.26) com o valor assintótico (3.23). A comparação mostra que a aproximação assintótica subestima a probabilidade de bloqueio no máximo em 6,25% sobre todos os valores de $\rho \in [0, 1]$ para este tipo de tráfego, sendo, portanto, uma boa aproximação mesmo para anéis muito pequenos.

Quando o anel não é pequeno, o número de configurações se torna extremamente grande, tornando impraticável a realização da média de P_b e ρ sobre todas as configurações utilizando (3.10). A qualidade da aproximação assintótica deve, portanto, ser avaliada com o auxílio de simulações.

As figuras 3.6 e 3.7 mostram a comparação do cálculo de P_b obtido de (3.19) e (3.23) com simulações realizadas num anel de 13 nós com tráfego uniforme *poissoniano* sobre $I = \{1, 2, \dots, 6\}$. A figura 3.6 mostra a probabilidade de bloqueio como função da ocupação da rede, enquanto a figura 3.7 mostra a probabilidade de bloqueio como função da carga

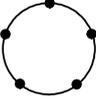
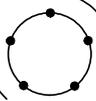
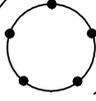
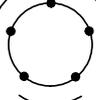
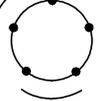
configuração	prob. da config.	# config.	ocupação	prob. de bloqueio
	G^{-1}	1	0	0
	$G^{-1} \frac{\nu}{2}$	5	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$
	$G^{-1} \frac{\nu}{2}$	5	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$
	$G^{-1} \left(\frac{\nu}{2}\right)^2$	5	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$
	$G^{-1} \left(\frac{\nu}{2}\right)^2$	5	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$
	$G^{-1} \left(\frac{\nu}{2}\right)^2$	10	$\frac{3}{5}$	$\frac{7}{10}$
	$G^{-1} \left(\frac{\nu}{2}\right)^2$	5	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$
	$G^{-1} \left(\frac{\nu}{2}\right)^3$	5	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$

Tabela 3.1: Configurações possíveis para um anel de 5 nós – parte 1.

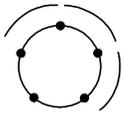
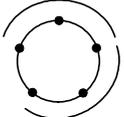
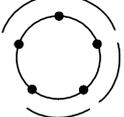
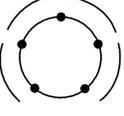
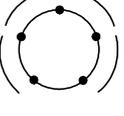
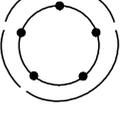
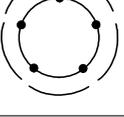
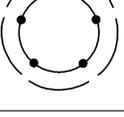
configuração	prob. da config.	# config.	ocupação	prob. de bloqueio
	$G^{-1} \left(\frac{\nu}{2}\right)^3$	5	$\frac{3}{5}$	$\frac{7}{10}$
	$G^{-1} \left(\frac{\nu}{2}\right)^2$	5	$\frac{4}{5}$	$\frac{9}{10}$
	$G^{-1} \left(\frac{\nu}{2}\right)^3$	10	$\frac{4}{5}$	$\frac{9}{10}$
	$G^{-1} \left(\frac{\nu}{2}\right)^4$	5	$\frac{4}{5}$	$\frac{9}{10}$
	$G^{-1} \left(\frac{\nu}{2}\right)^3$	5	$\frac{4}{5}$	$\frac{9}{10}$
	$G^{-1} \left(\frac{\nu}{2}\right)^3$	5	1	1
	$G^{-1} \left(\frac{\nu}{2}\right)^4$	5	1	1
	$G^{-1} \left(\frac{\nu}{2}\right)^5$	1	1	1

Tabela 3.2: Configurações possíveis para um anel de 5 nós – parte 2.

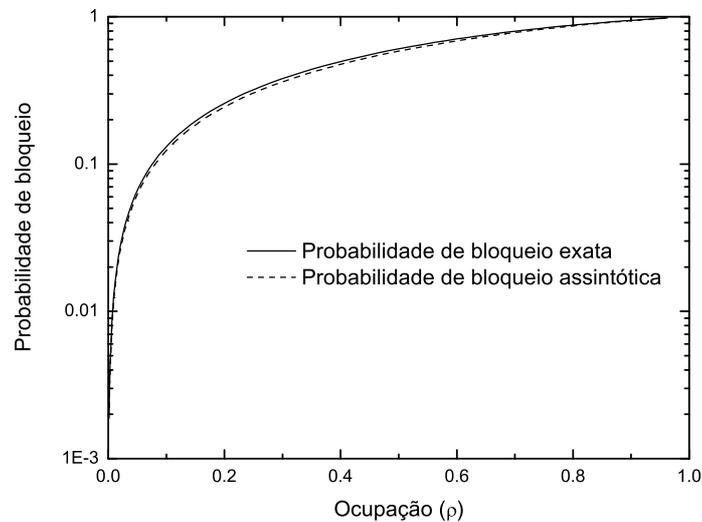


Figura 3.5: Comparação entre a probabilidade de bloqueio exata e a assintótica num anel de 5 nós.

oferecida à rede. A justificativa é que em boa parte dos casos de interesse prático, busca-se estimar valores de probabilidade de bloqueio para um dado valor de tráfego oferecido à rede.

Tendo em vista que o cálculo de P_b obtido de (3.19) e (3.23) vale para tráfego *poissoniano* de qualquer perfil espacial, é importante mencionar cenários que utilizem, por exemplo, tráfego não-uniforme. A figura 3.8 mostra um tráfego homogêneo não-uniforme com $\nu_i = \nu_1/i$ sobre $I = \{1, 2, 3, 4\}$. Os cálculos assintóticos correspondem aos resultados das simulações, indicando que eles fornecem estimativas bastante precisas da probabilidade de bloqueio tanto em anéis com tráfego uniforme e não-uniforme.

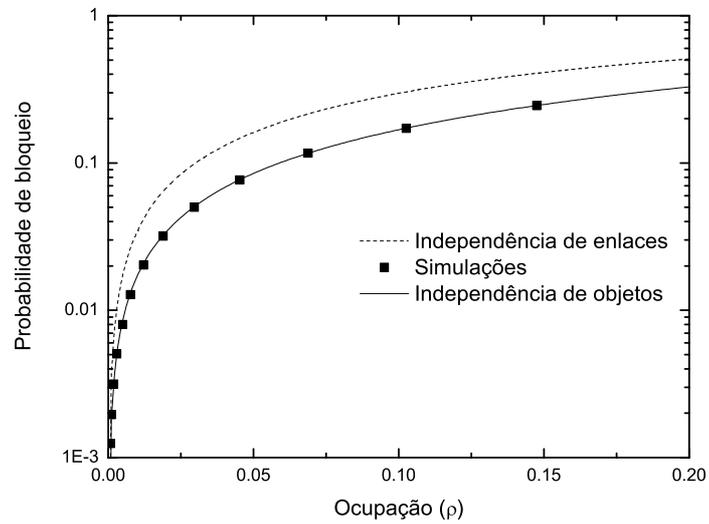


Figura 3.6: Probabilidade de bloqueio como função da ocupação para tráfego uniforme.

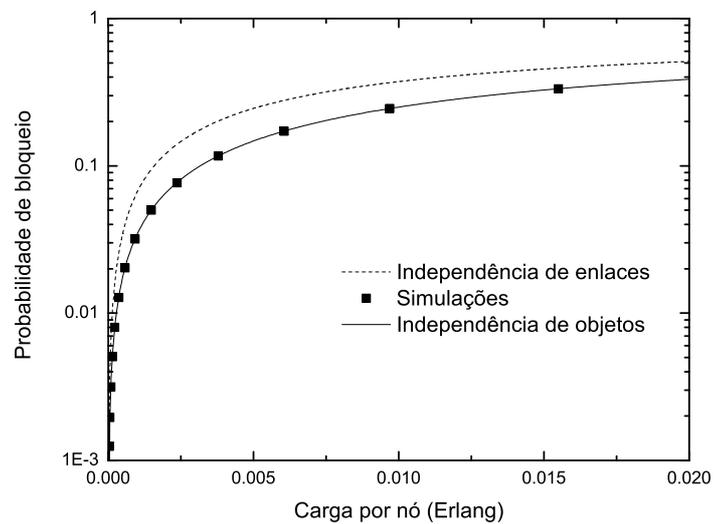


Figura 3.7: Probabilidade de bloqueio como função da carga oferecida à rede.

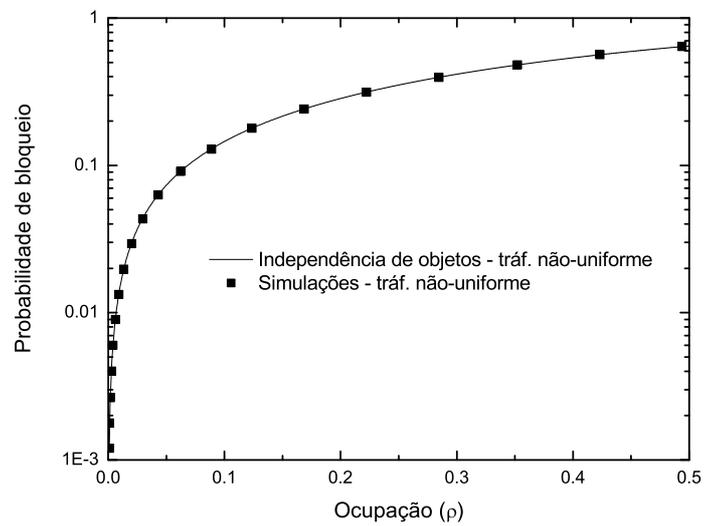


Figura 3.8: Tráfego não-uniforme com $\nu_i = \nu_1/i$ sobre $I = \{1, 2, 3, 4\}$.

Capítulo 4

Aproximações de Carga Reduzida para Anéis WDM

Neste capítulo, apresentamos a extensão da suposição de independência de objetos para anéis de múltiplos comprimentos de onda com restrição de continuidade (sem conversão de comprimento de onda nos nós da rede). Introduzimos novas aproximações de carga reduzida que levam em conta interação entre enlaces sucessivos para anéis WDM sob tráfego *poissoniano* e homogêneo de qualquer perfil espacial, e comparamos estas aproximações com a suposição de independência de comprimentos de onda do modelo de Lee. Apresentamos modelos analíticos para a estimativa de probabilidades de bloqueio em anéis WDM sob os algoritmos de alocação de comprimento de onda *aleatório* e do tipo *first-fit*.

4.1 Introdução

Nos capítulos anteriores, vimos que o modelo clássico de Erlang pode ser utilizado no cálculo exato da probabilidade de uma dada configuração numa topologia arbitrária de rede, desde que as chegadas de chamadas obedecem a uma distribuição *poissoniana*. No Capítulo 3, aplicamos o modelo a anéis de um único canal (ou comprimento de onda), e obtivemos a

validação assintótica da suposição de independência de objetos. É importante mencionar, porém, que a teoria de Erlang fornece valores exatos de probabilidade de configurações apenas para as redes clássicas de comutação por circuito, nas quais o bloqueio ocorre apenas se algum dos enlaces da rota escolhida estiver completamente ocupado, isto é, se não houver nenhum circuito disponível em pelo menos um dos enlaces da rota. Este é o caso das redes com conversão plena de comprimento de onda, que serão estudadas no capítulo 5.

Neste capítulo, analisamos as redes com restrição de continuidade de comprimento de onda, ou simplesmente, sem conversão. Por se tratar de tecnologia pouco madura e de custo ainda elevado, a conversão de comprimento de onda é até o momento incipiente nas redes de caminhos ópticos. Na ausência de conversão, os caminhos ópticos devem permanecer no mesmo comprimento de onda em todos os enlaces da rota escolhida. Esta restrição certamente aumenta a probabilidade de bloqueio de requisições, pois uma chamada poderá ser bloqueada mesmo se nenhum dos enlaces da rota escolhida estiver completamente utilizado; para haver bloqueio, basta apenas que o mesmo comprimento de onda não esteja disponível em todos os enlaces da rota. Métodos aproximados são então necessários para o cálculo de de probabilidades de bloqueio em anéis WDM com este tipo de restrição.

A nossa proposta é apresentar novas aproximações de carga reduzida que levem em conta interações entre enlaces sucessivos em anéis WDM com restrição de continuidade de comprimento de onda. O termo *aproximações de carga reduzida – Reduced Load Approximation* (RLA) reflete o fato de que a carga oferecida a um enlace pode ser diminuída quando se leva em conta o bloqueio em outros enlaces. Existe na literatura um modelo famoso de aproximação de carga reduzida, conhecido também por *Erlang Fixed Point Approximation* (EFPA), que tenta contabilizar o bloqueio em outros enlaces da rota na carga que é oferecida a um enlace [Kel91], [Ros95], [KMK04]. Entretanto, toda a discussão é feita para redes de comutação tradicionais, em que é permitida a *troca de planos* (de comprimentos de onda) ao longo de um caminho, isto é, de forma semelhante ao que acontece nas redes

com conversão plena de comprimento de onda. Além disso, e principalmente, a maioria das técnicas de aproximação de carga reduzida considera que a computação do bloqueio nos outros enlaces da rota é feita através da suposição de independência de enlaces, que é pouco eficaz em redes de topologias esparsas.

As técnicas de aproximação de carga reduzida que introduzimos neste trabalho substituem a suposição de independência de enlaces pela suposição de independência de objetos, introduzida no capítulo 3. Em outras palavras, o que apresentamos neste capítulo é a extensão da independência de objetos para o caso de múltiplos comprimentos de onda com restrição de continuidade. O cálculo das probabilidades dependerá, portanto, do algoritmo de alocação de comprimento de onda utilizado. São apresentados modelos analíticos para os algoritmos aleatório e do tipo *first-fit*. Os resultados mostram que as aproximações propostas resultam em boas estimativas de probabilidades de bloqueio em anéis WDM com restrição de continuidade de comprimento de onda.

Antes, porém, apresentamos na seção 4.2 a combinação da suposição de independência de objetos com a de independência de comprimentos de onda. As redes WDM sem conversão podem ser vistas como várias sub-redes separadas em planos de comprimento de onda com uma topologia comum. Porém, os comprimentos de onda não são independentes nas redes sem conversão, e a suposição de independência de comprimentos de onda subestima a probabilidade de bloqueio nestas redes.

4.2 Independência de Comprimentos de Onda

Esta seção apresenta a extensão da suposição de independência de objetos para anéis WDM utilizando a hipótese de Lee de independência de caminhos, ou de independência de comprimentos de onda [WCA03c]. Cada plano de comprimento de onda pode ser visto como uma sub-rede separada com uma topologia física comum. É importante mencionar, entretanto,

que isto não implica independência de comprimentos de onda. Por exemplo, a quantidade de tráfego que é oferecida aos comprimentos de onda disponíveis para acomodar um caminho depende do número de comprimentos de onda ocupados da grade de comprimentos de onda da rede [CAW04].

Como as probabilidades de bloqueio dependem do algoritmo de alocação de comprimento de onda utilizado, a análise precisa ser realizada para cada algoritmo separadamente. As subseções 4.2.1 e 4.2.2 discutem o modelo de independência de comprimentos de onda para os algoritmos aleatório e *first-fit*, respectivamente.

4.2.1 Algoritmo Aleatório

No algoritmo aleatório, o comprimento de onda alocado ao caminho é escolhido aleatoriamente do conjunto de comprimentos de onda disponíveis para atender a requisição. Se não existir nenhum comprimento de onda disponível, a requisição é bloqueada.

Seja W o número de comprimentos de onda na rede. Para o caso de múltiplos comprimentos de onda, o número médio de caminhos de tamanho i presentes na rede é $\frac{\rho_i NW}{i}$. Portanto, obtemos uma equação de equilíbrio similar à equação (3.20):

$$\frac{\nu_i}{W} = \frac{\rho_i}{i(1 - P_{bi})}, \quad i \in I, \quad (4.1)$$

em que P_{bi} é a probabilidade de bloqueio da rede para uma requisição por um caminho de i enlaces. Sob a suposição de independência de comprimentos de onda, esta probabilidade é aproximada por:

$$P_{bi} = p_{bi}^W, \quad (4.2)$$

em que p_{bi} é a probabilidade de bloqueio assintótica para um plano de comprimento de onda sob a suposição de independência de objetos dada por (3.21). Assim sendo, a equação (4.1) pode ser escrita como:

$$\frac{\nu_i}{W} = \frac{\rho_i}{i \left[1 - \left[1 - \frac{[1 - \sum_{j \in I} \rho_j]^i}{[1 - \sum_{j \in I} (1 - \frac{1}{j}) \rho_j]^{i-1}} \right]^W \right]}. \quad (4.3)$$

Portanto, dada a demanda de tráfego ν_i , os ρ_i são obtidos através da solução do sistema I -dimensional dado por (4.3). Com os ρ_i , obtemos a probabilidade P_{bi} . A probabilidade de bloqueio da rede é dada então por:

$$P_b = \frac{\sum_{i \in I} \nu_i P_{bi}}{\sum_{i \in I} \nu_i}. \quad (4.4)$$

4.2.2 Algoritmo *First-fit*

O balanceamento de carga entre todos os comprimentos de onda propiciado pelo algoritmo aleatório parece implicar que a capacidade da rede é maximizada sob este algoritmo. Entretanto, simulações têm mostrado que, para uma probabilidade de bloqueio fixa, outros algoritmos possuem melhor desempenho que o algoritmo aleatório, principalmente quando desequilibram a carga entre os comprimentos de onda [RS02], [WCC00].

O algoritmo *first-fit* que descrevemos a seguir pode ser considerado um dos mais simples deste conjunto de algoritmos. Este algoritmo utiliza uma lista arbitrária como uma *lista de prioridades*. O primeiro comprimento de onda disponível na lista que possa acomodar o caminho requisitado será alocado.

Sejam os comprimentos de onda desta lista numerados por $1, 2, \dots, W$. O comprimento de onda 1 receberá todas as requisições, o comprimento de onda 2 receberá todas as requisições bloqueadas pelo comprimento de onda 1, o comprimento de onda 3 receberá o tráfego bloqueado pelo comprimento de onda 2, e assim sucessivamente. A probabilidade de bloqueio da rede é a probabilidade de que uma chamada não possa ser acomodada em nenhum dos W comprimentos de onda.

Seja $\nu_i^{(k)}$ a intensidade de tráfego de caminhos com i enlaces oferecida ao comprimento de onda k , e $p_{bi}^{(k)}$ a probabilidade de bloqueio de caminhos com i enlaces no comprimento de onda k . Supondo a independência de comprimentos de onda, para o algoritmo *first-fit* temos:

$$\nu_i^{(1)} = \nu_i \quad (4.5)$$

$$\nu_i^{(k)} = \nu_i^{(1)} p_{bi}^{(1)} p_{bi}^{(2)} p_{bi}^{(3)} \dots p_{bi}^{(k-1)}, \quad k = 2, 3, \dots, W. \quad (4.6)$$

Portanto, para o comprimento de onda 1, utilizamos a equação de equilíbrio dada por:

$$\nu_i = \frac{\rho_i [1 - \sum_{j \in I} (1 - \frac{1}{j}) \rho_j]^{i-1}}{i [1 - \sum_{j \in I} \rho_j]^i}, \quad i \in I, \quad (4.7)$$

em que, para este comprimento de onda, ν_i é a intensidade de tráfego total de caminho de tamanho i oferecida à rede. De (4.7), são obtidos os ρ_i e a probabilidade de bloqueio de caminho de tamanho i para este comprimento de onda. Para os demais comprimentos de onda, utilizamos novamente (4.7), porém com a intensidade de tráfego dada por (4.6).

Sendo ρ_i^k a densidade parcial de ocupação por caminhos de tamanho i no comprimento de onda k , obtemos o ρ_i da rede:

$$\rho_i = \frac{1}{W} \sum_{k=1}^W \rho_i^{(k)} \quad (4.8)$$

Como os comprimentos de onda são supostos independentes, temos:

$$P_{bi} = \prod_{k=1}^W p_{bi}^{(k)}. \quad (4.9)$$

A probabilidade de bloqueio da rede é dada por:

$$P_b = \frac{\sum_{i \in I} \nu_i P_{bi}}{\sum_{i \in I} \nu_i}. \quad (4.10)$$

4.3 Aproximação de Carga Reduzida

Nesta seção, introduzimos uma solução alternativa à independência de comprimentos de onda discutida da seção 4.2. O objetivo da aproximação de carga reduzida é introduzir alguma dependência entre comprimentos de onda numa topologia linear. Veremos mais adiante que esta aproximação resulta em melhores estimativas de probabilidades de bloqueio em anéis WDM sem conversão de comprimento de onda.

A aproximação de carga reduzida que propomos é descrita como segue. Tomemos um determinado enlace da rota escolhida como o enlace de referência. Podemos *reduzir* a carga oferecida a este enlace para levar em conta o bloqueio em algum dos seus enlaces adjacentes utilizando a suposição de independência de objetos. Note que se a requisição for por um caminho de um único enlace, a famosa fórmula Erlang-B dada em (2.1) fornece valores exatos de probabilidade de bloqueio, porque, obviamente, não há enlaces adjacentes neste caso.

Assim sendo, considere uma requisição por um caminho de tamanho i que contém um dado enlace. Suponha também que este enlace está livre em um dado plano de comprimento de onda. De acordo com a suposição da independência entre objetos discutida no Capítulo 3, a probabilidade de que esta requisição não seja acomodada (i.e., seja bloqueada) naquele plano de comprimento de onda nos $(i - 1)$ passos restantes será:

$$r_i = 1 - \left(\frac{1 - \rho}{1 - \rho + \rho/\bar{H}} \right)^{i-1}. \quad (4.11)$$

A probabilidade r_i pode ser chamada de probabilidade de bloqueio *lateral*, uma vez que ela está associada à vizinhança do enlace de referência. Podemos então reduzir a carga oferecida

a este enlace se levarmos em conta o bloqueio nos enlaces adjacentes utilizando a equação (4.11).

Nas subseções 4.3.1 e 4.3.2, aplicamos esta aproximação aos algoritmos aleatório e *first-fit* para obtermos estimativas de probabilidades de bloqueio em anéis WDM sem conversão.

4.3.1 Algoritmo Aleatório

O enlace de referência estará no estado k quando estiver ocupado em k comprimentos de onda, $0 \leq k \leq W$. A taxa de transição T_k do estado k para o estado $(k + 1)$ depende de k e deve levar em conta as contribuições de todas as requisições por caminho que possuem o enlace de referência como membro. Assim:

$$T_k = \sum_{i \in I} i \lambda_i (1 - r_i^{W-k}), \quad (4.12)$$

em que λ_i é a taxa de chegada por nó de requisições por caminhos de i enlaces. A taxa de desativação $k\mu$ é proporcional apenas à população de chamadas ativas k . A figura 4.1 mostra o diagrama de transição de estados para o enlace de referência.

Seja $q(k)$ a probabilidade temporal de estado permanente do estado k . Assim, a probabilidade de bloqueio na rede de uma requisição por um caminho de tamanho i será:

$$P_{bi} = \sum_{k=0}^W q(k) r_i^{W-k}. \quad (4.13)$$

Note que, desde que temos um processo modulado de Poisson, a probabilidade $q(k)$ pode ser obtida através da seguinte expressão:

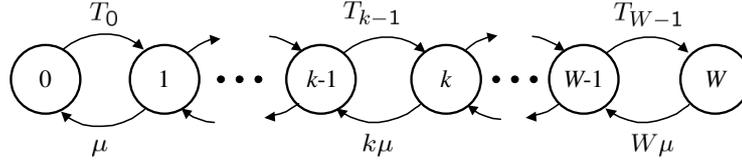


Figura 4.1: Diagrama de transição para o algoritmo aleatório.

$$q(k) = \frac{\prod_{j=0}^{k-1} T_j}{\frac{k! \mu^k}{u-1}}, \quad (4.14)$$

$$\sum_{u=0}^W \frac{\prod_{j=0}^u T_j}{u! \mu^u}$$

em que $T_{-1} = 1$.

Desde que, na média, o algoritmo aleatório distribui igualmente a carga oferecida aos W planos de comprimento de onda, a ocupação dos caminhos de i enlaces, ρ_i , será a mesma para cada plano de comprimento de onda. Para calcular estas ocupações, consideraremos o tráfego médio oferecido a cada plano de comprimento de onda.

Seja $p_i(n)$ a probabilidade de que um caminho de i enlaces seja oferecido a um comprimento de onda específico de um conjunto de n comprimentos de onda disponíveis no enlace de referência. Em outras palavras, há W comprimentos de onda, mas apenas n deles estão livres no enlace de referência. Portanto, $p_i(n)$ é dada pela probabilidade de que um comprimento de onda específico seja o primeiro a ser escolhido, mais a probabilidade de que o segundo seja escolhido e o primeiro esteja ocupado nos enlaces adjacentes, e assim sucessivamente. Conseqüentemente:

$$p_i(n) = \frac{1}{n} + \frac{n-1}{n} r_i \frac{1}{n-1} + \frac{n-1}{n} r_i \frac{n-2}{n-1} r_i \frac{1}{n-2} + \dots + \frac{n-1}{n} r_i \frac{n-2}{n-1} r_i \dots \frac{1}{2} r_i, \quad (4.15)$$

$$\therefore p_i(n) = \frac{1}{n} \left(\frac{1 - r_i^n}{1 - r_i} \right). \quad (4.16)$$

Seja $\nu'_i(k)$ a carga oferecida a um comprimento de onda qualquer no enlace de referência no estado k . A carga oferecida será zero para a fração k/W de comprimentos de onda ocupados no enlace de referência, e será $p_i(W - k)$ vezes o tráfego total original ν_i para a fração $\frac{W-k}{W}$ de comprimentos de onda livres no enlace de referência. Portanto:

$$\nu'_i(k) = \nu_i \frac{W - k}{W} p_i(W - k). \quad (4.17)$$

Finalmente, obtemos a carga média oferecida a cada plano de comprimento de onda:

$$\nu'_i = \sum_{k=0}^W \nu'_i(k) q(k), \quad (4.18)$$

em que ν'_i possui a seguinte equação de equilíbrio:

$$\nu'_i = \frac{\rho_i}{i(1 - r_i)}. \quad (4.19)$$

Note que a equação (4.19) pode ser usada para obter ρ_i de maneira similar à apresentada na equação (3.20), tal que as equações (4.11)–(4.19) sejam calculadas iterativamente até que as requisições por caminhos de i enlaces dadas em (4.13) convirjam. A probabilidade de bloqueio da rede é dada por:

$$P_b = \frac{\sum_{i \in I} \nu_i P_{bi}}{\sum_{i \in I} \nu_i}. \quad (4.20)$$

4.3.1.1 Resultados

As figuras 4.2 e 4.3 mostram a comparação da aproximação de carga reduzida proposta com simulações, com o modelo de independência – composto pelas suposições de independência de enlaces e comprimentos de onda – e com a combinação da independência de objetos com

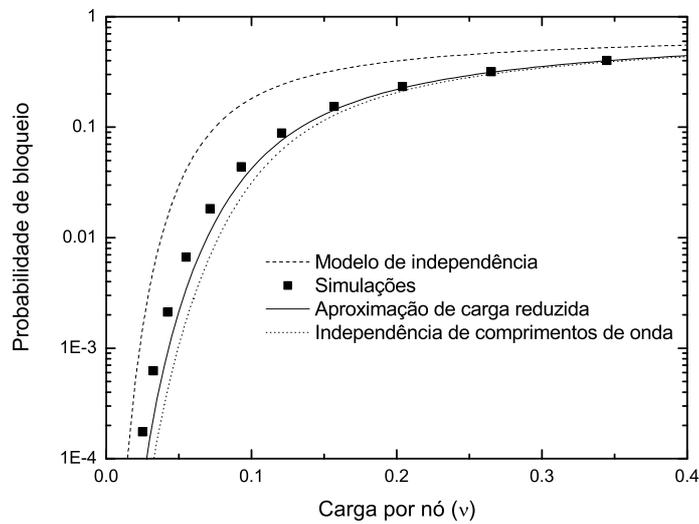


Figura 4.2: Modelo de independência, simulações, aproximação de carga reduzida e modelo com independência de comprimentos de onda para o algoritmo aleatório num anel de 13 nós e $W = 6$ comprimentos de onda.

a independência de comprimentos de onda, discutida na seção 4.2.1. As figuras 4.2 e 4.3 apresentam resultados de cálculos e simulações realizados, respectivamente, num anel de 13 nós e num anel de 25 nós, ambos com $W = 6$ comprimentos de onda e roteamento pelo menor caminho.

Observamos que tanto a aproximação de carga reduzida quanto a independência de comprimentos de onda, nesta ordem de intensidade, subestimam a probabilidade de bloqueio de caminho. Em outras palavras, a dependência de comprimentos de onda não foi inteiramente corrigida no modelo de aproximação de carga reduzida (como era de se esperar, pois o modelo introduz dependência em apenas um enlace), porém o modelo fornece melhores estimativas de probabilidades de bloqueio.

Podemos observar ainda que o modelo de independência resulta de dois erros, um *positivo*, ou de sobrestimação de probabilidade de bloqueio devido à independência de enlaces, e outro *negativo*, ou de subestimação de probabilidade de bloqueio resultante da independência

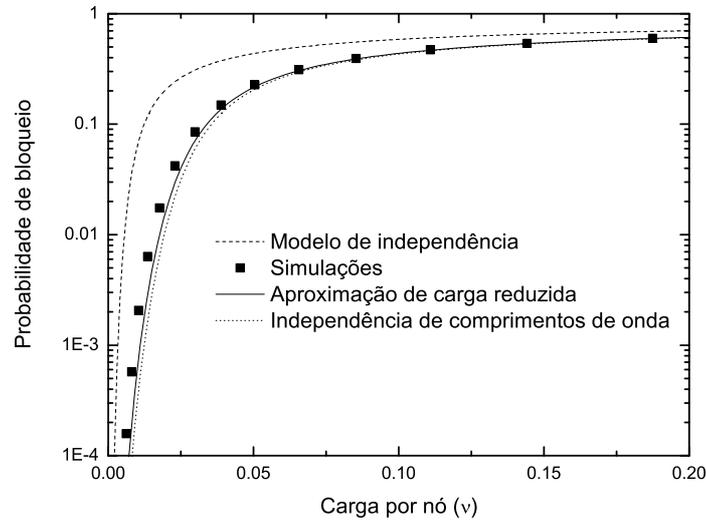


Figura 4.3: Modelo de independência, simulações, aproximação de carga reduzida e modelo com independência de comprimentos de onda para o algoritmo aleatório num anel de 25 nós e $W = 6$ comprimentos de onda.

de comprimentos de onda. A conclusão é que o erro introduzido pela suposição de independência de enlaces é bastante superior ao erro devido à independência de comprimentos de onda em redes de topologia linear, o que realça os benefícios da utilização da suposição de independência de objetos para estas topologias.

4.3.2 Algoritmo *First-fit*

Como o algoritmo *first-fit* desequilibra a carga entre os comprimentos de onda, é necessário definir uma probabilidade de bloqueio lateral de uma requisição por um caminho de i enlaces para cada comprimento de onda k :

$$r_i^{(k)} = 1 - \left(\frac{1 - \rho^{(k)}}{1 - \rho^{(k)} + \rho^{(k)} / \bar{H}^{(k)}} \right)^{i-1}, \quad (4.21)$$

em que $\rho^{(k)}$ é a ocupação do comprimento de k na rede e $\bar{H}^{(k)}$ é o comprimento médio de caminho ativo neste comprimento de onda.

Considere uma requisição por um caminho que contém um dado enlace, tomado novamente como o enlace de referência. Seja o estado deste enlace definido como o vetor $\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_W)$, em que $b_k = 1$ se o enlace está ocupado no comprimento de onda k e $b_k = 0$ se ele está livre neste comprimento de onda. Portanto, existe um conjunto Ω com $|\Omega| = 2^W$ possíveis estados para este enlace, cujas transições devido a chegadas de chamadas levam em conta a lista de prioridades de alocação de comprimento de onda e a possibilidade de bloqueio lateral.

Para todo k tal que $b_k = 0$ em qualquer estado \mathbf{b} , a taxa de transição de \mathbf{b} para $\mathbf{b} + \mathbf{1}_k$, em que $\mathbf{1}_k$ é um vetor com o k -ésimo elemento igual a 1 e todos os componentes restantes iguais a zero, será:

$$T(\mathbf{b} \rightarrow \mathbf{b} + \mathbf{1}_k) = \sum_{i \in I} i\lambda_i (1 - r_i^{(k)}) \prod_{j=0}^{k-1} (r_i^{(j)})^{1-b_j}, \quad (4.22)$$

em que $r_i^{(0)} = 1$. Para todo k tal que $b_k = 1$ em qualquer estado \mathbf{b} , temos:

$$T(\mathbf{b} \rightarrow \mathbf{b} - \mathbf{1}_k) = \mu. \quad (4.23)$$

Todas as demais transições têm taxa nula.

A figura 4.4 mostra o diagrama de transição de estados do enlace de referência para $W = 3$ comprimentos de onda. As transições de estados de menor ocupação para estados de maior ocupação obedecem à equação (4.22), enquanto as transições correspondentes à desativação de caminho possuem taxa de transição μ . Preferimos omitir estas taxas no diagrama para não sobrecarregar a figura 4.4. Observe que o crescimento do número de estados é exponencial com o número de comprimentos de onda, o que naturalmente exige um

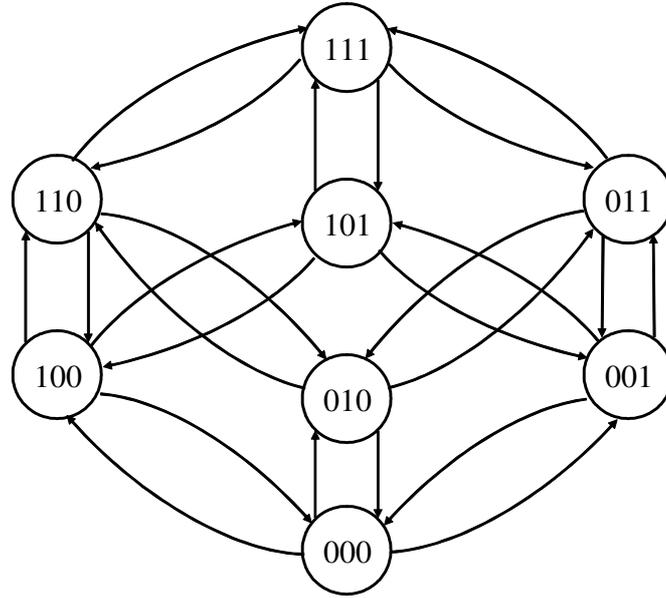


Figura 4.4: Diagrama de transição para o algoritmo *first-fit*.

esforço computacional significativo na solução numérica das equações de balanço para um número grande de comprimentos de onda.

Seja $q(\mathbf{b})$ a probabilidade de estado permanente temporal do estado \mathbf{b} . A probabilidade de estado permanente $q(\mathbf{b})$ de cada estado pode ser calculada através da resolução numérica das equações de balanço. Para cada comprimento de onda k , $\rho_i^{(k)}$ pode ser calculada de (3.20) substituindo ν_i por:

$$\nu_i^{(k)} = \sum_{\Omega} q(\mathbf{b}) \frac{\lambda_i}{\mu} \prod_{j=0}^{k-1} (r_i^{(j)})^{1-b_j}. \quad (4.24)$$

A probabilidade de bloqueio de uma requisição por um caminho de tamanho i é então dada por:

$$P_{bi} = \sum_{\Omega} q(\mathbf{b}) \prod_{k=1}^W (r_i^{(k)})^{1-b_k}. \quad (4.25)$$

Novamente, o cálculo é realizado iterativamente até que os resultados convirjam. A probabilidade de bloqueio da rede é dada por (4.20).

4.3.2.1 Resultados

As figuras 4.5 e 4.6 mostram a comparação da aproximação de carga reduzida proposta com simulações, com o modelo de independência – composto pelas suposições de independência de enlaces e comprimentos de onda – e com a combinação da independência de objetos com a independência de comprimentos de onda, discutida na seção 4.2.2. As figuras 4.5 e 4.6 apresentam novamente resultados de cálculos e simulações realizados, respectivamente, num anel de 13 nós e num anel de 25 nós, ambos com $W = 6$ comprimentos de onda e roteamento pelo menor caminho.

Os resultados mostram que a aproximação de carga reduzida proposta para o algoritmo *first-fit* apresenta estimativas mais próximas dos pontos de simulação. As figuras mostram ainda que a suposição de independência de comprimentos de onda leva a erros de estimativa maiores para o algoritmo *first-fit* do que para o aleatório. A justificativa é que o modelo de listas e de tráfego *overflow* leva a uma dependência mais acentuada entre os comprimentos de onda no algoritmo *first-fit*.

Conforme será brevemente discutido no capítulo 7, uma das possíveis aplicações do modelo apresentado para o algoritmo *first-fit* é o estudo de distribuições de probabilidade de diferentes constelações de comprimentos de onda na presença de efeitos não-lineares em fibras ópticas.

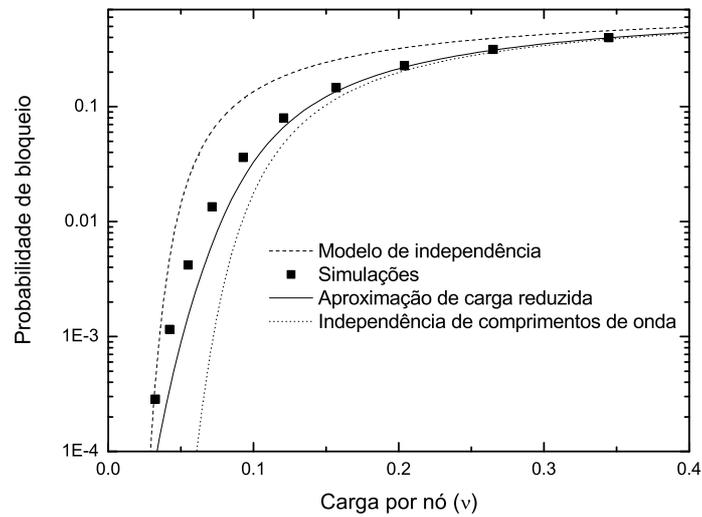


Figura 4.5: Modelo de independência, simulações, aproximação de carga reduzida e independência de comprimentos de onda para o algoritmo *first-fit* num anel de 13 nós e $W = 6$ comprimentos de onda.

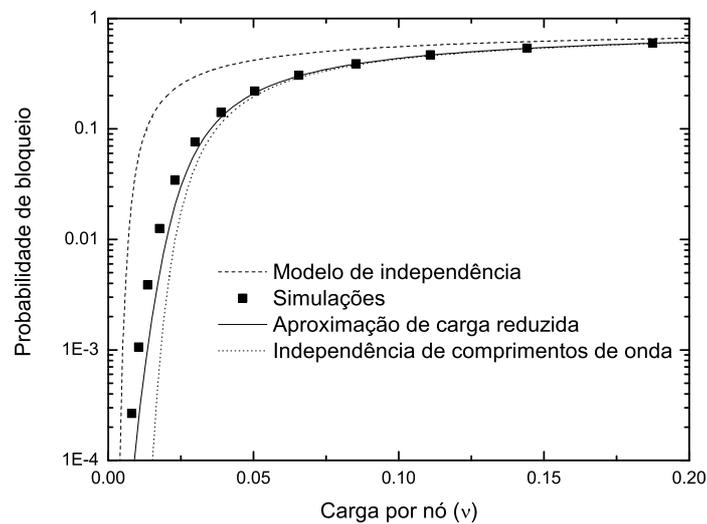


Figura 4.6: Modelo de independência, simulações, aproximação de carga reduzida e independência de comprimentos de onda para o algoritmo *first-fit* num anel de 25 nós e $W = 6$ comprimentos de onda.

Capítulo 5

Anéis com Conversão de Comprimento de Onda

Apresentamos um método matricial inovador para o cálculo das probabilidades de bloqueio em anéis WDM de caminhos ópticos com conversão plena e ubíqua de comprimento de onda. A base para o nosso método é o modelo clássico de Erlang, brevemente discutido nos capítulos 3 e 4, e revisitado neste capítulo. Apresentamos também um procedimento “escalável” para a obtenção da constante de normalização do modelo clássico de Erlang para topologias em anel.

5.1 Introdução

Neste capítulo, consideramos os anéis WDM com capacidade de conversão plena e ubíqua de comprimento de onda nos nós da rede. Como se assemelham em muitos aspectos às redes comutadas por circuito clássicas, a tendência natural na análise de desempenho destas redes foi reutilizar as técnicas de aproximação utilizadas para caracterizar o bloqueio das redes de comutação no contexto das redes de caminhos ópticos. Talvez o principal legado destas técnicas seja novamente a aproximação de Lee [Lee55], que considera a independência entre

os estados de utilização (ou ocupação) de todos os enlaces e circuitos.

Se todas as requisições da rede forem por caminhos de H enlaces, a aproximação de Lee estima que a probabilidade de bloqueio numa rede de caminhos ópticos com W comprimentos de onda e com taxa de utilização ρ é:

$$P_{bLee} = 1 - (1 - \rho^W)^H. \quad (5.1)$$

As hipóteses de Lee são assintoticamente válidas quando tanto a quantidade de portas por nó quanto o número de circuitos por enlace são grandes, e as rotas são aleatórias. Enquanto as redes telefônicas estão próximas desse regime assintótico, o mesmo não acontece com as redes WDM. Por esta razão, várias propostas recentes apresentaram novas abordagens para o cálculo de probabilidades de bloqueio em redes de caminhos ópticos [TS00], [SS04].

Neste capítulo, apresentamos um método analítico para calcular valores exatos das probabilidades de bloqueio em anéis WDM com conversão plena e ubíqua de comprimento de onda. A fundamentação teórica é o modelo clássico de Erlang, discutido brevemente nos capítulos 3 e 4, e revisitado neste capítulo. A nova abordagem é utilizada apenas no caso em que todas as requisições possuem a mesma granularidade, caso dos anéis WDM sem demanda multigranular (“*grooming*”).

A maior dificuldade na aplicação do modelo Erlang a uma rede genérica é a enumeração de todas as configurações possíveis de caminhos para a obtenção das métricas de desempenho (taxa de utilização e probabilidade de bloqueio) [Kel91], [Ros95], [KMK04]. No capítulo 3, pudemos verificar que mesmo para anéis muito pequenos, o espaço de configurações já possui uma quantidade razoável de estados. Neste capítulo, apresentamos um método matricial que elimina a necessidade da listagem de todas as configurações possíveis para a obtenção das métricas de desempenho em topologias anulares. As matrizes relevantes são introduzidas na seção 5.3 para o caso de tráfego com demanda por caminhos de tamanho fixo. Os cálculos exatos das taxas de utilização e probabilidades de bloqueio para este caso são apresentados nas

seções 5.4 e 5.5, respectivamente. A extensão destes resultados para tráfego de caminhos com múltiplos tamanhos é discutida na seção 5.6. Na seção 5.7, apresentamos limites assintóticos para topologias lineares infinitas, e uma corroboração da independência entre objetos para estas topologias. A complexidade computacional do método é discutida na seção 5.8. Alguns exemplos são discutidos na seção 5.9.

5.2 O modelo de Erlang

Seja τ_r a intensidade de tráfego na rota r , C_r a capacidade da rota r , e $m_r \leq C_r$ o número de chamadas em andamento em algum instante t na rota r . Dado que as chegadas são *poissonianas*, a probabilidade de qualquer configuração possível $\mathbf{n} = \{m_r\}$ será:

$$p(\mathbf{n}) = G^{-1} \prod_r \frac{\tau_r^{m_r}}{m_r!}, \quad (5.2)$$

em que G^{-1} é a probabilidade da configuração “vazia”, na qual $m_r = 0$ para todo r . A constante G pode ser obtida a partir de $\sum_{\mathbf{n}} p(\mathbf{n}) = 1$, em que o somatório é realizado sobre todo o conjunto das possíveis configurações \mathbf{n} .

Em princípio, a taxa de utilização da rede e a probabilidade de bloqueio podem ser obtidas através da média sobre todas as configurações utilizando (5.2). Na prática, porém, este procedimento não é realizável, pois o número de configurações cresce rapidamente para valores extremamente elevados mesmo em redes de tamanho moderado, o que dificulta consideravelmente a determinação da constante G . Neste capítulo, apresentamos um método que permite a aplicação do modelo de Erlang a anéis WDM com um custo computacional modesto.

5.3 Matrizes Geradoras de Probabilidades (PGM)

Considere um anel WDM bidirecional em que todos os N enlaces possuem a mesma capacidade (número de comprimentos de onda) W . Para que o modelo de Erlang possa ser aplicado, é necessária a capacidade de conversão plena e ubíqua de comprimento de onda nos nós da rede. Por simplicidade, consideramos que todo o tráfego é restrito a rotas de H enlaces, de forma que todos os caminhos tenham o mesmo tamanho H . Além disso, consideramos que o tráfego possui granularidade única e é homogêneo, o que significa que todas as rotas de H enlaces possuem a mesma intensidade de tráfego ν . A extensão para caminhos de múltiplos tamanhos será apresentada na seção 5.6.

Seja o estado de um enlace definido pela H -upla (a_1, a_2, \dots, a_H) , em que a_i é o número de chamadas ativas na i -ésima rota numa dada direção – digamos, da esquerda para a direita – que contém o enlace. O conjunto de todos os estados permitidos para um enlace é então dado por:

$$\mathcal{S} = \{(a_1, a_2, \dots, a_H) \mid a_i \in \mathbb{N}, 0 \leq a_i \leq W, 0 \leq \sum_{i=1}^H a_i \leq W\}. \quad (5.3)$$

Note que a utilização do enlace, isto é, o número de comprimentos de onda ativos no enlace, é $\sum_{i=1}^H a_i$. Qualquer chamada que chega à rede em qualquer rota que contém o enlace considerado terá que ser bloqueada se esta soma for W . Por esta razão, para que uma requisição seja acomodada, todos os enlaces requisitados devem estar em algum estado do conjunto de estados não-bloqueantes:

$$\mathcal{R} = \{(a_1, a_2, \dots, a_H) \mid a_i \in \mathbb{N}, 0 \leq a_i \leq W, 0 \leq \sum_{i=1}^H a_i \leq W - 1\}. \quad (5.4)$$

Quando uma topologia linear é percorrida da esquerda para a direita, os estados de enlaces adjacentes são fortemente correlacionados. Se um enlace está no estado (a_1, a_2, \dots, a_H) e o próximo enlace (da esquerda para a direita) está no estado (b_1, b_2, \dots, b_H) , são válidas as

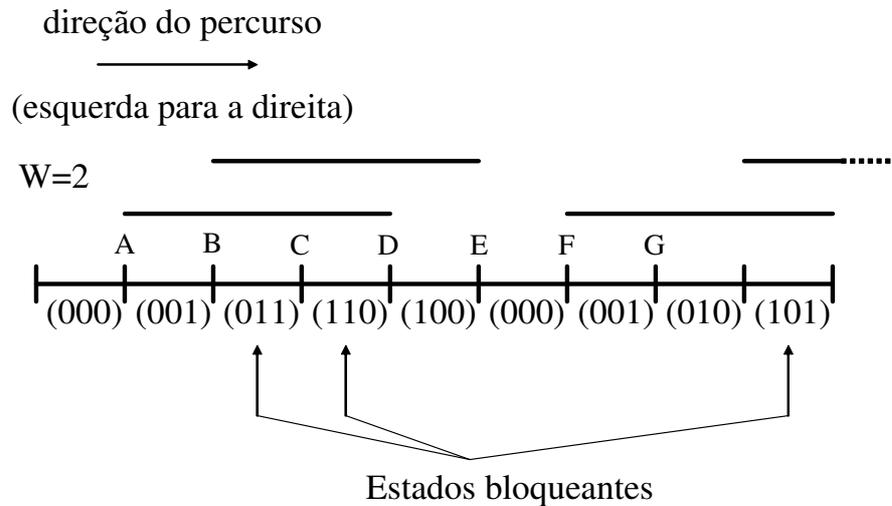


Figura 5.1: Estados dos enlaces.

seguintes restrições:

$$b_i = a_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots, H - 1, \quad (5.5)$$

sendo apenas b_H limitado por \mathcal{S} .

Como exemplo, considere o enlace CD na figura 5.1. Os segmentos representam caminhos ativos de 3 enlaces ($H = 3$). A primeira rota (da esquerda para a direita) que contém CD é AD, a segunda é BE, e a terceira (e última) é CF. Como $a_{AD} = a_{BE} = 1$ e $a_{CF} = 0$, o enlace CD está no estado (110). O estado do próximo enlace poderia ser (101) ou (100), dependendo se a rota DG estiver no estado ativo ou inativo, respectivamente. No instante mostrado na figura 5.1, o estado do enlace DE é (100) porque a rota DG está inativa.

A transição de um enlace para o seu vizinho à direita implica a existência de um número não-negativo b_H de novos caminhos ativos no novo enlace da esquerda para a direita. Na expressão (5.2) da probabilidade de configuração, isso corresponde a um fator de $\nu^{b_H}/(b_H!)$ no produto. Por esta razão, atribuímos à transição de (a_1, a_2, \dots, a_H) para (a_2, \dots, a_H, b_H) o rótulo $\nu^{b_H}/(b_H!)$. Às transições proibidas atribuímos rótulo zero.

Os rótulos de transição definem uma Matriz Geradora de Probabilidade Universal (UPGM) $\mathbf{D}(\nu)$ de dimensão $|\mathcal{S}| \times |\mathcal{S}|$. Se $i = (a_1, a_2, \dots, a_H)$ e $j = (b_1, b_2, \dots, b_H)$, então $d_{ij}(\nu)$ é o fator correspondente no produto em (5.2).

Numa topologia linear aberta, $G^{-1}[\mathbf{D}^N(\nu)]_{ij}$ é a soma das probabilidades de todas as configurações que levam do estado de enlace i ao estado de enlace j em N passos. Em um anel de N nós, porém, N passos levarão necessariamente de volta ao estado inicial, portanto, apenas os elementos diagonais $G^{-1}[\mathbf{D}^N(\nu)]_{ii}$ correspondem às probabilidades de configurações permitidas. Dessa forma, $G^{-1}[\mathbf{D}^N(\nu)]_{ii}$ é a probabilidade do estado i num enlace escolhido aleatoriamente do anel. Somando sobre todos os estados, obtemos:

$$G^{-1}(\nu)\text{Tr}[\mathbf{D}^N(\nu)] = 1 \quad \therefore G(\nu) = \text{Tr}[\mathbf{D}^N(\nu)], \quad (5.6)$$

em que $\text{Tr}(\cdot)$ é o traço da matriz argumento, ou seja, a soma de todos os elementos de sua diagonal principal. A equação (5.6) permite o cálculo da constante G sem a necessidade da enumeração de todas as possíveis configurações de caminhos no anel, a principal dificuldade da aplicação prática de (5.2) a topologias genéricas.

Para calcular as probabilidades de bloqueio na seção 5.5, temos que considerar uma matriz geradora de probabilidade PGM que leve somente a estados não-bloqueantes. Seja \mathbf{r} um vetor de dimensão $|\mathcal{S}| \times 1$ com 1's em todas as posições correspondentes a estados que pertencem a \mathcal{R} , e zeros nas outras posições, e seja $\text{diag}(\mathbf{r})$ a matriz de dimensão $|\mathcal{S}| \times |\mathcal{S}|$ com elementos de \mathbf{r} na diagonal e zeros nas outras posições. A matriz PGM não-bloqueante $\mathbf{F}(\nu)$ é definida como:

$$\mathbf{F}(\nu) = \mathbf{D}(\nu)\text{diag}(\mathbf{r}). \quad (5.7)$$

Note que $\mathbf{F}(\nu)$ atribui rótulos diferentes de zero para e somente para todas as transições que levam a enlaces não-bloqueantes. Todas as transições restantes são rotuladas por zero.

5.4 Taxa de Utilização

O cálculo de $G(\nu)$ através de (5.6) gera um polinômio em ν :

$$G(\nu) = g_0 + g_1\nu + g_2\nu^2 + \dots + g_i\nu^i + \dots \quad (5.8)$$

Como cada novo enlace é rotulado por $\nu^{b_H}/(b_H!)$, em que b_H é o número de caminhos ativos de H enlaces que começam nele, cada caminho contribui com uma unidade na potência de ν em (5.2). Portanto, $G^{-1}g_i\nu^i$ é a soma das probabilidades de todas as configurações do anel que contêm exatamente i caminhos ativos, isto é, possuem taxa de utilização exatamente $\frac{iH}{NW}$. A taxa de utilização média é então dada por:

$$\bar{\rho} = \sum_i \frac{iH}{NW} G^{-1}(\nu)g_i\nu^i = \frac{H}{NW} \frac{\sum_i i g_i \nu^i}{\sum_i g_i \nu^i} = \frac{H}{NW} \frac{\nu G'(\nu)}{G(\nu)}. \quad (5.9)$$

5.5 Probabilidade de Bloqueio

Para que uma requisição por um caminho de H enlaces não seja bloqueada, todas os enlaces requisitados devem estar em estados não-bloqueantes, isto é, devem estar em \mathcal{R} . Todos os rótulos para estes enlaces são capturados pela matriz geradora de probabilidade não-bloqueante $\mathbf{F}(\nu)$. Como o tráfego é suposto espacialmente homogêneo, a probabilidade de bloqueio sobre qualquer rota considerada é a mesma que em qualquer rota de H enlaces no anel. Conseqüentemente, a probabilidade de uma seqüência ser acomodada (ou seja, não bloqueada) é a soma de todas as probabilidades de todas as configurações do anel que não geram estados bloqueantes sobre H enlaces sucessivos. Esta soma é gerada pelo traço da matriz que representa H transições não-bloqueantes sucessivas seguidas por $(N - H)$ transições genéricas:

$$1 - \overline{P}_b = G^{-1} \text{Tr}[\mathbf{F}^H(\nu) \mathbf{D}^{N-H}(\nu)]. \quad (5.10)$$

A probabilidade de bloqueio média é então dada por:

$$\overline{P}_b = 1 - \frac{\text{Tr}[\mathbf{F}^H(\nu) \mathbf{D}^{N-H}(\nu)]}{\text{Tr}[\mathbf{D}^N(\nu)]}. \quad (5.11)$$

As equações (5.9) e (5.11) fornecem a taxa de utilização e a probabilidade de bloqueio médias para qualquer padrão espacial de tráfego ν , permitindo a caracterização exata do bloqueio em anéis WDM com conversão de comprimento de onda.

5.6 Extensão para Múltiplos Tamanhos

Suponhamos que os caminhos sejam requisitados com tamanhos $1, 2, \dots$, até um valor máximo M , e que ν_k seja a intensidade de tráfego de caminhos com k enlaces, considerada a mesma para todos os nós origem e destino (tráfego homogêneo). O tráfego total é então descrito pelo vetor $\boldsymbol{\nu} = (\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_M)$ com intensidade $\nu = \sum_{k=1}^M \nu_k$ Erlangs por nó.

Todo enlace estará agora contido em 1 rota de um enlace, 2 rotas de dois enlaces, 3 rotas de três enlaces, \dots , e M rotas de M enlaces, de forma que o estado do enlace será agora descrito pelo número de caminhos ativos em cada uma de um total de $(M+1)M/2$ rotas interferentes, como mostrado na figura 5.2 para $M=3$. Cada estado é representado pela seguinte $(M+1)M/2$ -pla:

$$(a_{11}, a_{12}, a_{22}, a_{13}, a_{23}, a_{33}, \dots, a_{1M}, \dots, a_{M-1,M}, a_{MM}),$$

em que a_{ij} é o número de caminhos ativos na i -ésima rota da esquerda para a direita de tamanho j que contém o enlace.

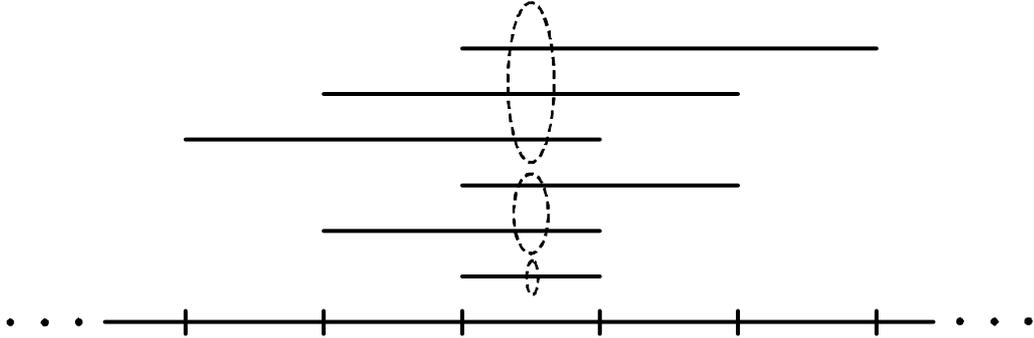


Figura 5.2: Enlace contido em 1 rota de um enlace, 2 rotas de dois enlaces e 3 rotas de três enlaces.

O conjunto de todos os estados de enlace será dado por:

$$\mathcal{S} = \{a_{ij}, 1 \leq j \leq M, 1 \leq i \leq j \mid a_{ij} \in \mathbb{N}, 0 \leq a_{ij} \leq W, 0 \leq \sum_{i=1}^j \sum_{j=1}^M a_{ij} \leq W \}, \quad (5.12)$$

e o conjunto de todos os estados não-bloqueantes é:

$$\mathcal{R} = \{a_{ij}, 1 \leq j \leq M, 1 \leq i \leq j \mid a_{ij} \in \mathbb{N}, 0 \leq a_{ij} \leq W, 0 \leq \sum_{i=1}^j \sum_{j=1}^M a_{ij} \leq W - 1 \}. \quad (5.13)$$

A transição de um enlace no estado a_{ij} para o seu vizinho à direita no estado b_{ij} é limitada por:

$$b_{ij} = a_{i+1,j}, \quad i = 1, 2, \dots, j - 1, \quad (5.14)$$

sendo, portanto, definida por $\{b_{kk}\}, k \in \{1, 2, \dots, M\}$, e rotulada por $\prod_{k=1}^M \frac{\nu^{b_{kk}}}{b_{kk}!}$.

Estes rótulos definem uma matriz geradora de probabilidades universal $\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})$. Recorremos aos mesmos argumentos utilizados para obter (5.6) para escrever:

$$G(\boldsymbol{\nu}) = \text{Tr}[\mathbf{D}^N(\boldsymbol{\nu})]. \quad (5.15)$$

Similarmente, a matriz geradora de probabilidade não-bloqueante será:

$$\mathbf{F}(\boldsymbol{\nu}) = \mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})\text{diag}(\mathbf{r}). \quad (5.16)$$

Seja ρ_k a taxa de utilização parcial de caminhos de tamanho k , o que significa que $\rho_k N/k$ é a quantidade destes caminhos presente na rede. Assim, a média de ρ_k é dada por:

$$\bar{\rho}_k = \frac{k}{NW} \frac{\nu_k \frac{\partial G(\boldsymbol{\nu})}{\partial \nu_k}}{G(\boldsymbol{\nu})}. \quad (5.17)$$

Somando sobre todos os k , obtemos a seguinte expressão para a média da taxa de utilização total:

$$\bar{\rho} = \frac{\sum_{k=1}^M k \nu_k \frac{\partial G(\boldsymbol{\nu})}{\partial \nu_k}}{NW G(\boldsymbol{\nu})}. \quad (5.18)$$

A probabilidade de bloqueio média de uma requisição por um caminho de k enlaces será:

$$\bar{p}_{bk} = 1 - \frac{\text{Tr}[\mathbf{F}^k(\boldsymbol{\nu})\mathbf{D}^{N-k}(\boldsymbol{\nu})]}{\text{Tr}[\mathbf{D}^N(\boldsymbol{\nu})]}. \quad (5.19)$$

Finalmente, a probabilidade de bloqueio média será:

$$\bar{P}_b = \frac{\sum_{k=1}^M \nu_k p_{bk}}{\nu} = 1 - \frac{\sum_{k=1}^M \nu_k \text{Tr}[\mathbf{F}^k(\boldsymbol{\nu})\mathbf{D}^{N-k}(\boldsymbol{\nu})]}{\nu \text{Tr}[\mathbf{D}^N(\boldsymbol{\nu})]}. \quad (5.20)$$

5.7 Limites Assintóticos

Quando uma matriz não-negativa \mathbf{A} é elevada a potências muito altas, o seu traço apresenta o seguinte comportamento assintótico [Var00]:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} [\text{Tr}(\mathbf{A}^N)]^{1/N} = \lambda, \quad (5.21)$$

em que λ é o maior autovalor de \mathbf{A} , ou seja, λ é a maior valor da solução de $\det(\mathbf{A} - x\mathbf{I})$.

Quando o tamanho do anel tende ao infinito, a taxa de utilização e a probabilidade de bloqueio médias se tornam “típicas”, o que significa que a probabilidade de qualquer configuração escolhida aleatoriamente desviará destas médias por uma quantidade finita que tende a zero. A identidade matemática (5.21) pode ser usada para obter estas taxas típicas a partir de (5.6), (5.17) e (5.18):

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \rho_k = \frac{k\nu_k \frac{\partial \lambda(\boldsymbol{\nu})}{\partial \nu_k}}{W\lambda(\boldsymbol{\nu})} \quad (5.22)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \rho = \frac{\sum_{k=1}^M k\nu_k \frac{\partial \lambda(\boldsymbol{\nu})}{\partial \nu_k}}{W\lambda(\boldsymbol{\nu})}, \quad (5.23)$$

em que $\lambda(\boldsymbol{\nu})$ é o maior autovalor de $\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu})$.

Infelizmente, a obtenção de limites assintóticos a partir das equações de probabilidades de bloqueio (5.19) e (5.20) não é simples, exceto para o caso em que ($W = 1$), que é mostrado na subsecção seguinte.

5.7.1 Caso de Um Único Comprimento de Onda

Se $W = 1$, o estado $(000 \dots 0)$ é o único estado não-bloqueante, assim como o único estado com utilização de enlace zero. Portanto, $\mathcal{R} = \{(000 \dots 0)\}$. Todos os outros enlaces possuem utilização de enlace de valor unitário. Portanto:

$$1 - \rho = \lim_{N \rightarrow \infty} G^{-1}[\mathbf{D}^N(\boldsymbol{\nu})]_{11} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{[\mathbf{D}^N(\boldsymbol{\nu})]_{11}}{\text{Tr}[\mathbf{D}^N(\boldsymbol{\nu})]} = \lim_{N \rightarrow \infty} \{[\mathbf{D}^N(\boldsymbol{\nu})]_{11} \lambda^{-N}\}. \quad (5.24)$$

Se um rota de k enlaces for requisitada, ela não será bloqueada somente se todos os k

enlaces requisitados estiverem no estado inteiramente zero. As $(k - 1)$ transições entre estes estados são rotuladas por $\nu^0/0!$. As $(N - k + 1)$ transições restantes são livres, mas devem iniciar e terminar no estado inicial/terminal $(000\dots 0)$. Em um anel finito de N nós, a probabilidade de não-bloqueio será então dada por:

$$1 - p_{bk} = \frac{[\mathbf{D}^{N-k+1}(\boldsymbol{\nu})]_{11}}{\text{Tr}[\mathbf{D}^N(\boldsymbol{\nu})]}. \quad (5.25)$$

Fazendo N tender ao infinito, temos:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} (1 - p_{bk}) = \frac{(1 - \rho)\lambda^{N-k+1}}{\lambda^N}. \quad (5.26)$$

Assim, obtemos a seguinte expressão assintótica para a probabilidade de bloqueio de um caminho de k enlaces:

$$p_{bk} = 1 - (1 - \rho) \left(\frac{1}{\lambda}\right)^{k-1}. \quad (5.27)$$

Em [WC05b], provamos que, para um anel infinito com $W = 1$:

$$p_{bk} = 1 - (1 - \rho) \left(\frac{1 - \rho}{1 - \rho + \rho/\bar{H}}\right)^{k-1}, \quad (5.28)$$

em que \bar{H} é comprimento médio de caminho ativo:

$$\bar{H} = \frac{\rho}{\sum_{k=1}^M \frac{\rho_k}{k}}. \quad (5.29)$$

As equações (5.28) e (5.29) foram introduzidas primeiro em [WCA03a] e em [WCA03b] baseadas num argumento heurístico motivado pela observação de que forneciam uma aproximação muito boa para anéis finitos de qualquer tamanho. Uma prova matemática da validade assintótica de (5.28) quando $N \rightarrow \infty$ foi apresentada em [WC05b], e é agora corro-

borada neste capítulo.

Identificando (5.27) e (5.28), temos:

$$\lambda = 1 + \frac{\rho}{(1-\rho)\bar{H}} \quad \therefore \quad \bar{H} = \frac{\rho}{(1-\rho)(\lambda-1)}. \quad (5.30)$$

Portanto, dado o padrão de tráfego sobre uma topologia linear infinita com um único comprimento de onda, as taxas de utilização podem ser calculada a partir de (5.22) e (5.23), o comprimento médio de caminho ativo de (5.30), e a as probabilidades de bloqueio de (5.28), fornecendo portanto uma caracterização exata dos principais parâmetros de desempenho.

5.8 Complexidade Computacional

A complexidade computacional deste método é essencialmente dependente do número de estados $|\mathcal{S}|$. Seja K o número de rotas interferentes por enlace. Conforme visto acima, $K = H$ para caminhos de tamanho fixo H , e $K = M(M+1)/2$ para caminhos de múltiplos tamanhos com valor máximo M . Seja i o número de rotas interferentes de um estado de enlace que dão suporte a um número positivo de caminhos ativos. Claramente, $0 \leq i \leq K$ e $0 \leq i \leq W$, e i pode assumir qualquer valor inteiro entre zero e $\min(K, W)$. Ainda, há $\binom{K}{i}$ maneiras de selecionar i entre K rotas interferentes, e há $\binom{W}{i}$ maneiras de distribuir no máximo W caminhos ativos entre i rotas com um número positivo de caminhos ativos em cada uma. Portanto:

$$|\mathcal{S}(K, W)| = \sum_{i=0}^{\min(K, W)} \binom{K}{i} \binom{W}{i}. \quad (5.31)$$

O número de estados $|\mathcal{S}(K, W)|$ pode também ser calculado facilmente através das seguintes propriedades de recorrência:

Propriedade 1.

$$|\mathcal{S}(K, 1)| = K + 1. \quad (5.32)$$

Demonstração.

$$\mathcal{S}(K, 1) = \{(0, 0, \dots, 0, 0), (0, 0, \dots, 0, 1), (0, 0, \dots, 1, 0), \dots, (0, 1, \dots, 0, 0), (1, 0, \dots, 0, 0)\}.$$

□

Propriedade 2.

$$|\mathcal{S}(1, W)| = W + 1. \quad (5.33)$$

Demonstração.

$$\mathcal{S}(1, W) = \{(0), (1), (2), \dots, (W)\}.$$

□

Propriedade 3.

$$|\mathcal{S}(K, W)| = |\mathcal{S}(K - 1, W)| + |\mathcal{S}(K, W - 1)|. \quad (5.34)$$

Demonstração. $|\mathcal{S}(K, W)|$ é o número de possibilidades de que até W objetos idênticos possam ser alocados ou não em K slots. Portanto, $|\mathcal{S}(K, W)|$ é $|\mathcal{S}(K - 1, W)|$ mais o número de possibilidades que estes W objetos idênticos possam ser alocados ou não em K slots usando pelo menos um objeto no K -ésimo slot. Mas se um objeto é colocado no K -ésimo slot, o número de possibilidades de que os $W - 1$ objetos restantes possam ser alocados ou não nos K slots é exatamente $|\mathcal{S}(K, W - 1)|$.

□

É sabido que a complexidade computacional associada ao cálculo exato de probabilidades de bloqueio cresce rapidamente com as capacidades dos enlaces e o tamanho da rede [LMK94]. Da equação (5.31), podemos observar que a complexidade computacional deste método ainda crescerá exponencialmente com o número de comprimentos de onda e a variabilidade do tamanho dos caminhos. Contudo, o crescimento explosivo com o tamanho do anel, N , bem

como a complexidade associada à listagem de todas as configurações possíveis no anel, foram evitadas. Portanto, esse método mitiga a complexidade dos cálculos de probabilidade de bloqueio exatas em anéis WDM.

5.9 Alguns Exemplos

Nesta seção, apresentamos alguns exemplos que ilustram o cálculo analítico exato de probabilidades de bloqueio em anéis WDM com conversão plena e ubíqua de comprimento de onda.

5.9.1 Caminhos de Tamanho Único

Considere que todo o tráfego é formado por requisições de caminhos de H enlaces, em que $H = 3$. Suponha também que cada enlace possui $W = 2$ comprimentos de onda.

O conjunto de todos os estados permitidos é dado por:

$$\mathcal{S} = \{000, 001, 002, 010, 011, 020, 100, 101, 110, 200\}, \quad (5.35)$$

do qual é derivado o conjunto de estados não-bloqueantes:

$$\mathcal{R} = \{000, 001, 010, 100\}. \quad (5.36)$$

Portanto, a matriz geradora de probabilidade universal é:

$$\mathbf{D}(\nu) = \begin{bmatrix} 1 & \nu & \frac{\nu^2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \nu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & \nu & \frac{\nu^2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \nu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \nu & 0 & 0 \\ 1 & \nu & \frac{\nu^2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.37)$$

Uma situação interessante ocorre se considerarmos um anel hipotético com $N = 3$ nós. Utilizando a equação (5.6), obtemos a seguinte expressão para $G(\nu)$:

$$G(\nu) = 1 + 3\nu + \frac{9\nu^2}{2}. \quad (5.38)$$

O vetor \mathbf{r} é um vetor de dimensão $|\mathcal{S}| \times 1$ com 1's em todas as posições associadas aos estados que pertencem a \mathcal{R} , e zeros nas outras posições. A matriz $\text{diag}(\mathbf{r})$ é a matriz de dimensão $|\mathcal{S}| \times |\mathcal{S}|$ com os elementos de \mathbf{r} na diagonal principal e zeros nas outras posições. Portanto, utilizando $\mathbf{D}(\nu)$ e $\text{diag}(\mathbf{r})$, a matriz não-bloqueante $\mathbf{F}(\nu)$ é, através da equação

(5.7):

$$\mathbf{F}(\nu) = \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \nu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \nu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.39)$$

Note que $\mathbf{F}(\nu)$ resulta de $\mathbf{D}(\nu)$ quando todas as colunas associadas aos estados que não estão em \mathcal{R} são zeradas. Utilizando as equações (5.9) e (5.11), obtemos, respectivamente, a taxa de utilização e a probabilidade de bloqueio média para qualquer perfil de tráfego ν . Portanto, a probabilidade de bloqueio média para $N = 3$ nós é:

$$\overline{P}_b = 1 - \frac{1 + 3\nu}{1 + 3\nu + \frac{9\nu^2}{2}} = \frac{\frac{9\nu^2}{2}}{1 + 3\nu + \frac{9\nu^2}{2}}. \quad (5.40)$$

Note que (5.40) pode ser obtida diretamente da conhecida fórmula Erlang-B para o caso em que há dois servidores (capacidade $C = 2$) e um tráfego total de 3ν , que é o tráfego real por canal se $N = 3$ e ν é o tráfego por nó.

Considere agora um anel com $N = 7$ nós. Como no exemplo anterior, usando a equação 5.6 nós obtemos a seguinte expressão para $G(\nu)$:

$$G(\nu) = 1 + 7\nu + \frac{49\nu^2}{2} + 35\nu^3 + \frac{77\nu^4}{4}. \quad (5.41)$$

Seguindo os mesmos passos utilizados anteriormente, obtemos a taxa de utilização e a

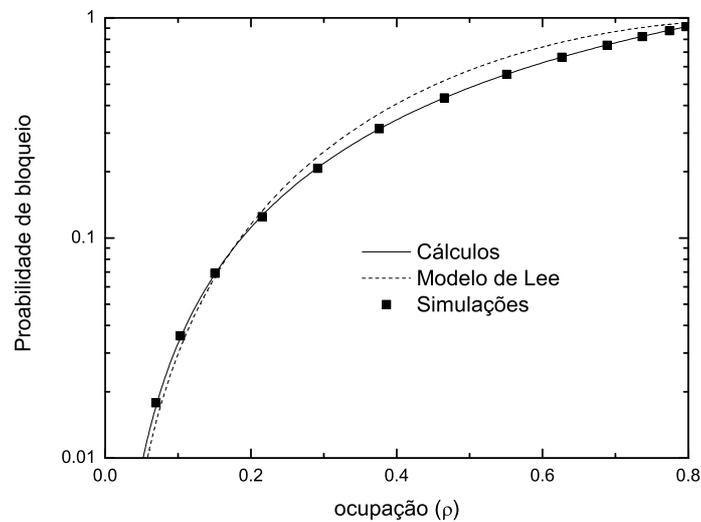


Figura 5.3: Caminhos de tamanho único: nossos cálculos com o modelo de Erlang, modelo de Lee e simulações para $N = 7$, $W = 2$ e $H = 3$.

probabilidade de bloqueio média para qualquer perfil de tráfego com intensidade ν .

A figura 5.3 mostra a comparação entre os cálculos com o nosso modelo de Erlang, o modelo de Lee e as simulações para $N = 7$, $H = 3$ e $W = 2$.

Como esperado, as simulações correspondem com exatidão aos nossos cálculos, enquanto o modelo de Lee subestima a probabilidade de bloqueio para carga baixa e a superestima para carga alta.

A figura 5.4 mostra as taxas de ocupação para o anel WDM com tamanhos diferentes ($N = 7, 9, 13, 15$ e 27). Como $H = 3$, os anéis cujo tamanho é múltiplo deste valor promovem uma ocupação maior dos caminhos, na medida em que permitem estados com ocupação próximo ou acima de 90%.

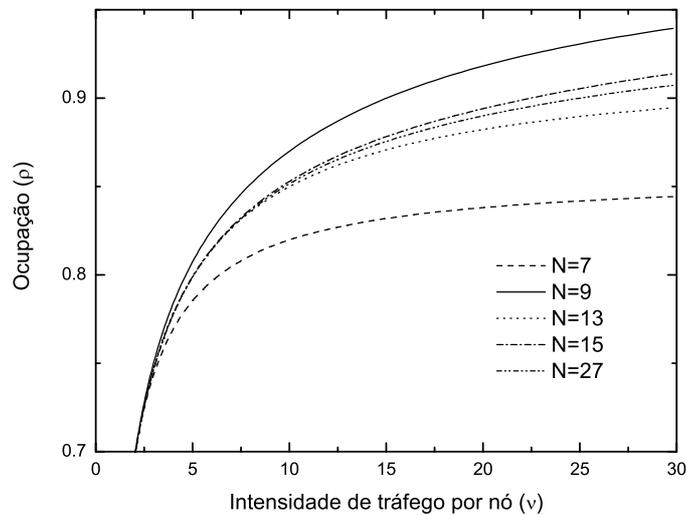


Figura 5.4: Taxa de ocupação para anéis de diferentes tamanhos no caso em que $H = 3$.

5.9.2 Caminhos de Múltiplos Tamanhos

Os caminhos podem ser agora de tamanho $1, 2, \dots$, até algum valor máximo M . Por simplicidade, considere $M = 2$, i.e., os caminhos podem ser de tamanho 1 ou 2 apenas, com a intensidade de tráfego dada por ν_1 e ν_2 , respectivamente. Novamente, consideramos um anel com $N = 7$ nós e $W = 2$ comprimentos de onda.

O conjunto de todos os estados permitidos é dado por:

$$\mathcal{S} = \{000, 001, 002, 010, 011, 020, 100, 101, 110, 200\}, \quad (5.42)$$

do qual é derivado o conjunto de estados não-bloqueantes:

$$\mathcal{R} = \{000, 001, 010, 100\}. \quad (5.43)$$

A similaridade entre (5.35) e (5.42), assim como entre (5.36) e (5.43), é casual, uma vez

que a mesma representação dos estados tem significados diferentes nos dois exemplos. O primeiro dígito agora representa a ocupação da única rota de um enlace que contém o enlace, e será “esquecida” na transição para o enlace à direita; enquanto os segundo e terceiro dígitos representam as ocupações da primeira e da segunda rota de dois enlaces (da esquerda para a direita) que contém o enlace. Rotulando cada transição permitida por $(\nu_1^{b_{11}} \nu_2^{b_{22}})/(b_{11}!b_{22}!)$, em que b_{11} e b_{22} são o primeiro e terceiro dígitos da próxima representação de estado, e mantendo todas as transições proibidas zeradas, a matriz geradora de probabilidades universal será dada por:

$$\mathbf{D}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} 1 & \nu_2 & \frac{\nu_2^2}{2} & 0 & 0 & 0 & \nu_1 & \nu_1\nu_2 & 0 & \frac{\nu_1^2}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \nu_2 & 0 & 0 & 0 & \nu_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \nu_2 & \frac{\nu_2^2}{2} & 0 & 0 & 0 & \nu_1 & \nu_1\nu_2 & 0 & \frac{\nu_1^2}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \nu_2 & 0 & 0 & 0 & \nu_1 & 0 \\ 1 & \nu_2 & \frac{\nu_2^2}{2} & 0 & 0 & 0 & \nu_1 & \nu_1\nu_2 & 0 & \frac{\nu_1^2}{2} \\ 1 & \nu_2 & \frac{\nu_2^2}{2} & 0 & 0 & 0 & \nu_1 & \nu_1\nu_2 & 0 & \frac{\nu_1^2}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \nu_2 & 0 & 0 & 0 & \nu_1 & 0 \\ 1 & \nu_2 & \frac{\nu_2^2}{2} & 0 & 0 & 0 & \nu_1 & \nu_1\nu_2 & 0 & \frac{\nu_1^2}{2} \\ 1 & \nu_2 & \frac{\nu_2^2}{2} & 0 & 0 & 0 & \nu_1 & \nu_1\nu_2 & 0 & \frac{\nu_1^2}{2} \end{bmatrix}. \quad (5.44)$$

Usando a equação (5.15), obtemos a seguinte expressão para $G(\boldsymbol{\nu})$:

$$\begin{aligned}
G(\boldsymbol{\nu}) = & \frac{1}{128}(14\nu_1^{13} + \nu_1^{14} + 14\nu_1^{12}(7 + 2\nu_2) + 112\nu_1^{11}(4 + 3\nu_2) + 14\nu_1^{10}(106 + 142\nu_2 + 21\nu_2^2) + \\
& + 28\nu_1^9(134 + 270\nu_2 + 105\nu_2^2) + 28\nu_1^8(266 + 730\nu_2 + 507\nu_2^2 + 52\nu_2^3) + 128\nu_1^7(92 + 322\nu_2 + 336\nu_2^2 + 91\nu_2^3) + \\
& + 56\nu_1^6(266 + 1132\nu_2 + 1606\nu_2^2 + 778\nu_2^3 + 63\nu_2^4) + 112\nu_1^5(134 + 668\nu_2 + 1206\nu_2^2 + 878\nu_2^3 + 189\nu_2^4) + \\
& + 448\nu_1^3(16 + 100\nu_2 + 256\nu_2^2 + 322\nu_2^3 + 187\nu_2^4 + 35\nu_2^5) + 112\nu_1^4(106 + 600\nu_2 + 1314\nu_2^2 + 1300\nu_2^3 + 502\nu_2^4 \\
& + 35\nu_2^5) + 112\nu_1(8 + 56\nu_2 + 180\nu_2^2 + 320\nu_2^3 + 320\nu_2^4 + 162\nu_2^5 + 29\nu_2^6) + 56\nu_1^2(56 + 376\nu_2 + 1092\nu_2^2 \\
& + 1664\nu_2^3 + 1312\nu_2^4 + 442\nu_2^5 + 29\nu_2^6) + 16(8 + 56\nu_2 + 196\nu_2^2 + 392\nu_2^3 + 476\nu_2^4 + 322\nu_2^5 + 105\nu_2^6 + 8\nu_2^7)).
\end{aligned} \tag{5.45}$$

Isto ilustra o crescimento na complexidade das expressões analíticas resultantes, o que sugere que estejamos nos aproximando de um empate entre a complexidade dos métodos analíticos e de simulação.

A matriz não-bloqueante $\mathbf{F}(\boldsymbol{\nu})$ é obtida usando a equação (5.16):

$$\mathbf{F}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} 1 & \nu_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \nu_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \nu_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \nu_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \nu_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \nu_1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \nu_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \nu_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \nu_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \nu_1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \nu_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \nu_1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{5.46}$$

Usando as equações (5.18) e (5.20), obtemos, respectivamente, a taxa de utilização e a

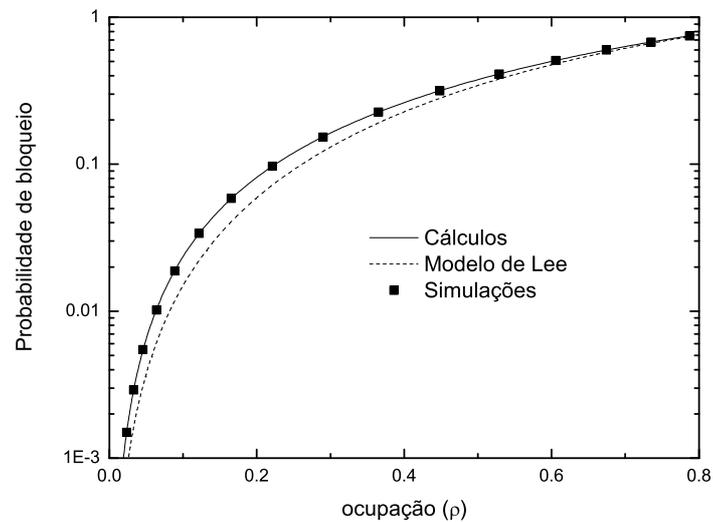


Figura 5.5: Caminhos de múltiplos tamanhos: nossos cálculos com o modelo de Erlang, modelo de Lee e simulações para $N = 7$, $W = 2$ e $M = 2$.

probabilidade de bloqueio média para qualquer perfil de tráfego com intensidade ν .

A figura 5.5 mostra a comparação entre os nossos cálculos com o modelo de Erlang, o modelo de Lee e simulações para um anel de 7 nós com tráfego uniforme ($\nu_1 = \nu_2 = \nu/2$), $W = 2$ comprimentos de onda e $M = 2$, isto é, caminhos de tamanho 1 or 2. Podemos observar que os nossos cálculos correspondem com exatidão aos pontos de simulação, enquanto o modelo de Lee subestima a probabilidade de bloqueio. Isto ilustra o fato de que a suposição de independência entre caminhos (comprimentos de onda) do modelo de Lee subestima a probabilidade de bloqueio, enquanto a independência entre enlaces superestima-a. Como este exemplo considera caminhos curtos, o primeiro efeito é muito mais realçado.

5.10 Anéis de Múltiplas Fibras com Um Único Comprimento de Onda

Recentemente, a análise de desempenho de redes com múltiplas fibras tem recebido crescente importância, pois é economicamente atraente fazer uso da infra-estrutura instalada de cabos de fibra para fins de expansão da capacidade da rede. Como a instalação de cabos de fibra no solo é realizada normalmente de uma única vez, há freqüentemente muita capacidade ociosa nestes cabos.

Em [CW05], aplicamos o modelo de Erlang apresentado neste capítulo ao cálculo exato de probabilidades de bloqueio em anéis de múltiplas fibras com um único comprimento de onda por fibra, pois esta arquitetura é similar a de um anel com conversão plena de comprimentos de onda. Em vez de conversores, cada nó é responsável por comutar o comprimento de onda de entrada para alguma fibra de saída que estiver disponível. Para justificar a aplicabilidade da multiplexação por divisão de espaço – *Space Division Multiplexing* (SDM), em que múltiplos pares de fibra são usados para conectar um par de nós, consideramos que o comprimento de onda carregado por cada fibra é *o mesmo* em todas as fibras e enlaces – se os comprimentos de onda fossem distintos, eles poderiam ser multiplexados numa única fibra para transmissão em WDM. A utilização de SDM poderia ser uma solução alternativa no cenário em que o projetista de rede dispusesse de vários transmissores no mesmo comprimento de onda.

Pretendemos estender este modelo para a combinação de SDM com WDM, em que um anel de múltiplas fibras carrega vários comprimentos de onda em cada fibra. Se houver conversão plena de comprimentos de onda em cada nó, o modelo apresentado neste capítulo também pode ser aplicado diretamente, uma vez que o número de canais em cada enlace seria o produto FW , em que F é o número de fibras por enlace e W o número de comprimentos de onda. Se não houver conversão de comprimentos de onda nos nós, surge uma restrição adicional, a restrição de continuidade de comprimento de onda, que reduz a capacidade

total da rede devido à fragmentação de recursos entre os planos de comprimento de onda. Assim, modelos aproximados para o cálculo de probabilidades de bloqueio são necessários. Os modelos de aproximação de carga reduzida apresentados no Capítulo 4 são bons candidatos.

Capítulo 6

Ganhos de Compartimentalização em Meios Bloqueantes

Neste capítulo, aplicamos a suposição de independência de objetos à análise de desempenho do *throughput* em um meio linear com um único canal quando todas as requisições de caminhos possuem o mesmo tamanho e o tráfego é homogêneo. O tráfego pode ser distribuído continuamente ou discretamente por um número inteiro de slots por tamanho de caminho. Mostramos que a rede compartimentalizada (*slotted*) possui um *throughput* maior que a não-compartimentalizada (*unslotted*) para a mesma densidade de tráfego, e quantificamos os ganhos de compartimentalização correspondentes.

6.1 Introdução

Neste capítulo, consideramos um meio linear que recebe requisições por conexões de comprimento fixo, chamado de comprimento do *bloco*. As requisições podem ser compartimentalizadas (*slotted*) ou não-compartimentalizadas (*unslotted*). As requisições compartimentalizadas são orientadas a posições discretas no meio, com H posições por bloco igualmente espaçadas, $H = 1, 2, \dots$. A rede não-compartimentalizada resulta quando H tende ao infinito. Compa-

ramos o *throughput* da rede para o caso extremo $H = 1$ (tráfego compartimentalizado sem sobreposição) e $H = \infty$ (tráfego não-compartimentalizado), bem como para alguns valores intermediários de H (tráfego com sobreposição discreta), com o objetivo de calcular o ganho de compartimentalização resultante como função da densidade de tráfego oferecido.

O suporte teórico para a análise é novamente o modelo de Erlang, que é válido se as chegadas de requisições forem *poissonianas*. Se τ_r é a intensidade de tráfego na rota r e m_r é o número de caminhos ativos na rota r em algum instante t , a probabilidade de cada configuração $\mathbf{n} = \{m_r\}$ no estado permanente é:

$$p(\mathbf{n}) = G^{-1} \prod_r \frac{\tau_r^{m_r}}{m_r!}, \quad (6.1)$$

em que G^{-1} é a probabilidade da configuração *vazia* $\{0, 0, \dots, 0\}$.

O restante do capítulo é descrito como segue. A seção 6.2 apresenta os fundamentos para a comparação entre redes lineares com diferentes níveis de compartimentalização, incluindo as redes não-compartimentalizadas. A seção 6.3 apresenta expressões analíticas que relacionam a densidade de *throughput*, a densidade de tráfego e a probabilidade de bloqueio para as redes compartimentalizadas e não-compartimentalizadas, dado o nível de compartimentalização. A seção 6.4 discute os ganhos de *throughput* resultantes da compartimentalização um meio linear, e a seção 6.5 apresenta cenários de aplicações para os resultados apresentados neste capítulo.

6.2 Meios Lineares Compartimentalizados e Não-Compartimentalizados.

Considere um meio linear contínuo representado pela variável x , que se estende de $-\infty$ a ∞ . As requisições surgem uniformemente em todos os pontos x por conexões entre x e

$x + L$, em que L é um valor fixo de tamanho de caminho. Seja ν a densidade de tráfego, definida como a intensidade de tráfego por unidade de comprimento sobre x . No meio não-compartmentalizado, a intensidade de tráfego sobre qualquer intervalo $[x, x + \Delta x]$ é $(\nu \cdot \Delta x)$ Erlangs. Sem perda de generalidade, façamos $L = 1$, isto é, a unidade de comprimento é tomada como o tamanho de caminho fixo.

A rede linear contínua descrita acima é chamada de rede não-compartmentada ou *unslotted*. Neste capítulo, comparamos o seu desempenho com as redes compartmentalizadas, nas quais a mesma intensidade de tráfego por unidade de comprimento ν é forçadamente distribuída uniformemente sobre nós igualmente espaçados com densidade de H nós por unidade de comprimento $H = 1, 2, 3, \dots$. Para manter a mesma intensidade de tráfego por unidade de comprimento do meio, a intensidade de tráfego por nó τ_H é dada por:

$$\nu = H\tau_H. \quad (6.2)$$

Claramente, o desempenho da rede não-compartmentalizada é obtido quando fazemos H tender ao infinito. A figura 6.1 mostra meios compartmentalizados com $H = 1$, $H = 2$, $H = 8$ e o meio não-compartmentalizado ($H = \infty$).

6.3 Redes Lineares Infinitas

Considere uma rede linear com $(N + 1)$ nós (conseqüentemente N enlaces), sobre os quais m caminhos estão ativos. Todos os m caminhos ativos possuem o mesmo tamanho H , o que significa que cada um é composto de H enlaces ocupados sucessivamente. Por esta razão, eles são chamados de blocos de tamanho H . Os $(N - mH)$ enlaces restantes estão livres. A taxa de ocupação ou a densidade de “throughput” ρ da rede é:

$$\rho = \frac{mH}{N}. \quad (6.3)$$

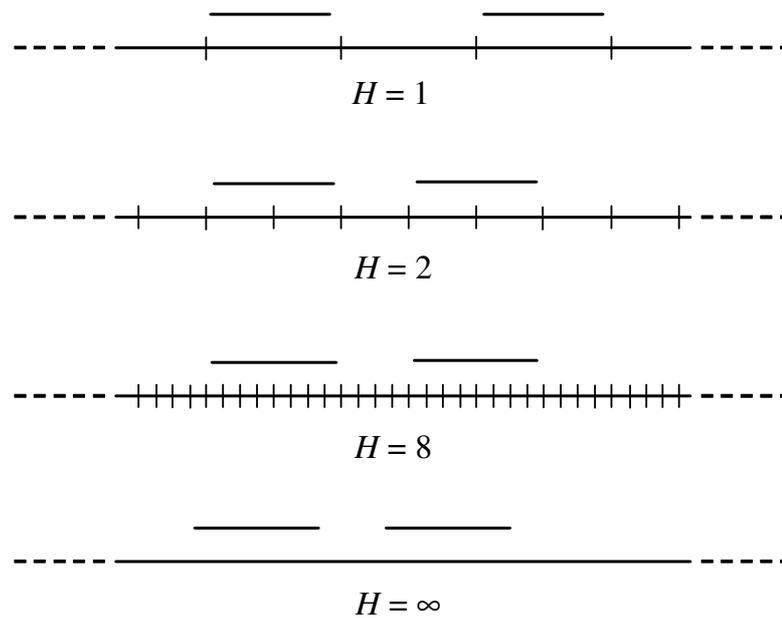


Figura 6.1: Meios compartimentalizados com $H = 1$, $H = 2$, $H = 8$ e o meio não-compartimentalizado ($H = \infty$).

O número de configurações com m blocos de tamanho H e $(N - mH)$ enlases livres é:

$$A_H(N, m) = \binom{N - mH + m}{m}. \quad (6.4)$$

Supondo chegadas *poissonianas* de requisições, podemos utilizar o modelo de Erlang no cálculo da probabilidade de cada configuração. Assim, a probabilidade p_m de cada e qualquer configuração de m -blocos pode ser obtida de (6.1), em que a forma produto conterà m fatores iguais a τ_H :

$$p_m = G^{-1} \tau_H^m. \quad (6.5)$$

Multiplicando (6.5) pelo número de configurações de m blocos, temos a probabilidade

$P(m)$ do meio conter $m = \rho N/H$ blocos ativos:

$$P(m) = p_m A_H(N, m) = G^{-1} \tau_H^m \frac{(N - mH + m)!}{m!(N - mH)!} \quad (6.6)$$

$$\therefore GP[m(\rho)] = \frac{\tau_H^{\frac{\rho N}{H}} [(1 - \rho + \frac{\rho}{H}) N]!}{(\frac{\rho N}{H})! [(1 - \rho) N]!}. \quad (6.7)$$

Fazendo N tender ao infinito, a taxa de crescimento assintótica $T(\rho)$ de $GP[m(\rho)]$ com N pode ser obtida da aproximação de Stirling:

$$T(\rho) = \lim_{N \rightarrow \infty} GP[m(\rho)] = \frac{\rho}{H} \ln \tau_H + (1 - \rho + \frac{\rho}{H}) \ln (1 - \rho + \frac{\rho}{H}) - \frac{\rho}{H} \ln \frac{\rho}{H} - (1 - \rho) \ln(1 - \rho). \quad (6.8)$$

O valor da densidade de *throughput* ρ que maximiza $T(\rho)$ prevalecerá sobre os outros valores quando $N \rightarrow \infty$, caracterizando uma densidade *típica* ρ_H , isto é, uma densidade cuja probabilidade se aproximará de 1 quando o meio infinito for “*slotted*” com H slots por bloco:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \rho} \right|_{\rho=\rho_H} = 0 \quad (6.9)$$

$$\therefore \frac{1}{H} \ln \tau_H + (1 - \frac{1}{H}) \ln (1 - \rho_H + \frac{\rho_H}{H}) - \frac{1}{H} \ln \frac{\rho_H}{H} - \ln(1 - \rho_H) = 0, \quad (6.10)$$

$$\therefore \tau_H = \frac{\rho_H}{H(1 - \rho_H)} \left[1 + \frac{\rho_H}{H(1 - \rho_H)} \right]^{H-1}. \quad (6.11)$$

Comparando com (6.2), temos:

$$\nu = \frac{\rho_H}{(1 - \rho_H)} \left[1 + \frac{\rho_H}{H(1 - \rho_H)} \right]^{H-1}. \quad (6.12)$$

A equação (6.12) fornece a densidade de *throughput* ρ_H associada à densidade de tráfego

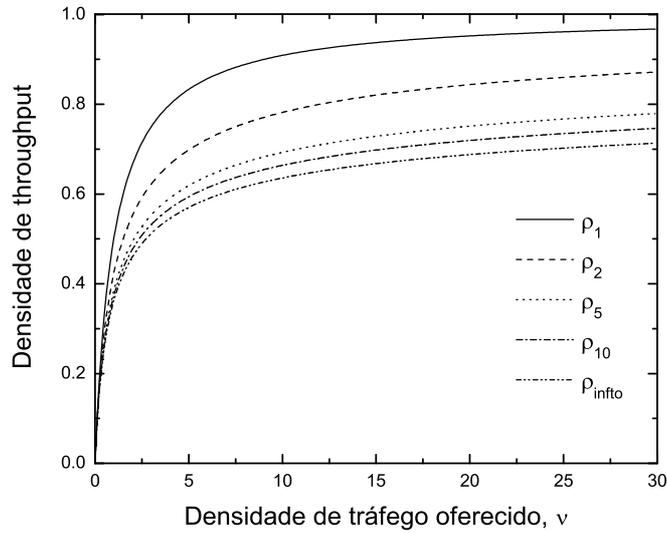


Figura 6.2: Densidades de *throughput*.

de tráfego ν quando a rede linear é compartimentalizada com H slots por bloco. A densidade de *throughput* da rede não-compartimentalizada é obtida de (6.12) tomando o limite quando $H \rightarrow \infty$:

$$\nu = \frac{\rho_\infty}{1 - \rho_\infty} e^{\frac{\rho_\infty}{1 - \rho_\infty}}. \quad (6.13)$$

A figura 6.2 mostra o desempenho do *throughput* da rede não-compartimentalizada e de algumas redes compartimentalizadas.

A probabilidade de bloqueio pode também ser expressa como uma função da densidade de *throughput*. Igualando as taxas de nascimento e morte de caminhos na rede, temos:

$$\tau_H(1 - P_{bH}) = \frac{\rho_H}{H}, \quad (6.14)$$

em que P_{bH} é a probabilidade de bloqueio de requisições quando o meio é compartimentalizado

com H slots por unidade de comprimento. Portanto:

$$P_{bH} = 1 - \frac{\rho_H}{H\tau_H} = 1 - \frac{\rho_H}{\nu}. \quad (6.15)$$

Substituindo (6.12) e (6.13) em (6.15), chegamos a expressões para a probabilidade de bloqueio como uma função da densidade de *throughput* para as redes compartimentalizadas e não-compartimentalizadas, respectivamente:

$$P_{bH} = 1 - (1 - \rho_H) \left(\frac{1 - \rho_H}{1 - \rho_H + \rho_H/H} \right)^{H-1} \quad (6.16)$$

$$P_{b\infty} = 1 - (1 - \rho_\infty) e^{-\frac{\rho_\infty}{1 - \rho_\infty}}. \quad (6.17)$$

A equação (6.16) é a expressão da probabilidade de bloqueio com a independência entre objetos apresentada no capítulo 3, e a equação (6.17) é o seu limite assintótico quando $H \rightarrow \infty$, e expressa a probabilidade de bloqueio de um meio linear contínuo. A figura 6.3 mostra as probabilidades de bloqueio como uma função das densidades de *throughput* para a rede não-compartimentalizada e algumas redes compartimentalizadas.

6.4 Ganhos de Compartimentalização

As figuras 6.2 and 6.3 mostram que as redes compartimentalizadas possuem desempenho superior, fornecendo *throughputs* mais elevados para o mesmo tráfego oferecido, ou menor bloqueio para o mesmo *throughput* ou taxa de ocupação. É natural, portanto, quantificar este efeito, definindo o ganho de *throughput* obtido pela compartimentalização no meio linear. Tomando a densidade de *throughput* do meio não-compartimentalizado como a base para comparação, o ganho de compartimentalização é então definido como:

$$G_{sH} = \frac{\rho_H}{\rho_\infty}. \quad (6.18)$$

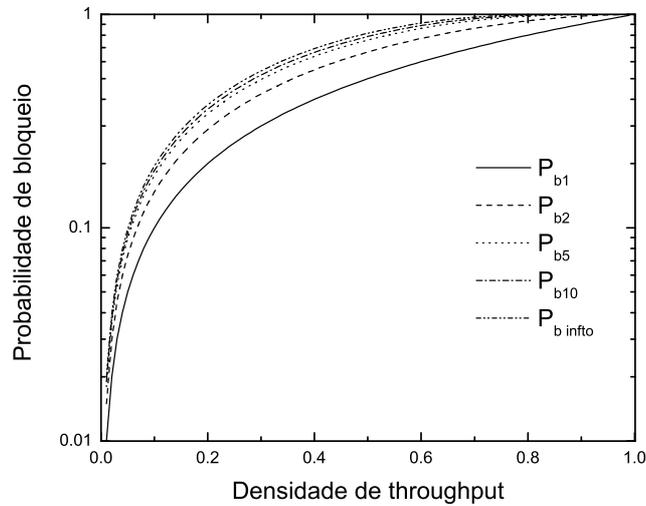


Figura 6.3: Probabilidades de bloqueio como função das densidades de *throughput*.

A figura 6.4 mostra os ganhos de compartimentalização como função do tráfego oferecido ν para $H = 1, 2, 5$ e 10 . Eles são obtidos das equações (6.12) e (6.13). Note que $G_{s\infty} = 1$ por definição. Como esperado, os melhores ganhos são obtidos quando $H = 1$, e alcançam um pico de 47% para $\nu \approx 3$. Valores mais elevados da densidade de tráfego oferecido causam o decréscimo suave do ganho.

É interessante também mostrar o ganho de compartimentalização para uma dada probabilidade de bloqueio. Neste caso, as equações (6.16) e (6.17) podem ser usadas, e o resultado é mostrado na figura 6.5 para os mesmos valores de H . O ganho máximo de 100% é assintoticamente aproximado para valores baixos de probabilidade de bloqueio quando $H = 1$. Nestes valores baixos de probabilidade de bloqueio, o *throughput* é também baixo, o que faz com que os enlaces ativos estejam provavelmente bastante distantes uns dos outros. Assim, cada bloco ativo no meio não-compartimentalizado bloqueará efetivamente qualquer requisição numa faixa de *dois* blocos, enquanto um caminho ativo no meio compartimentalizado com $H = 1$ bloqueará apenas requisições sobre um bloco ou slot. Isto explica o ganho máximo de 100%.

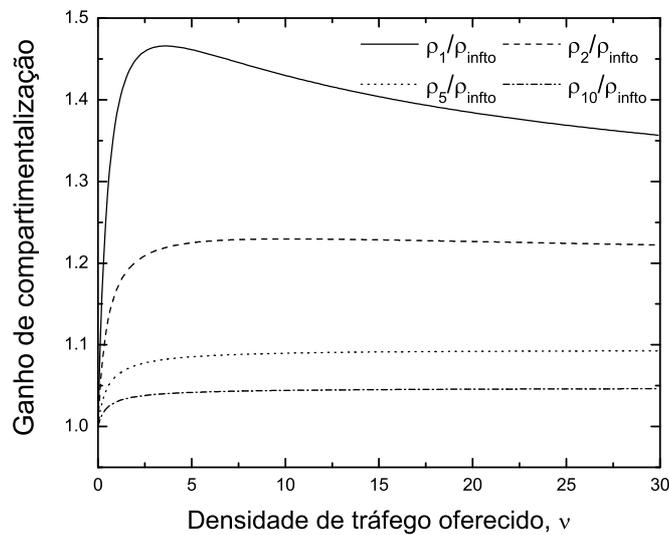


Figura 6.4: Ganhos de compartimentalização.

6.5 Aplicações

A seção anterior mostrou que a compartimentalização pode proporcionar ganhos de *throughput* que podem alcançar 1.47 ou 2, dependendo se a densidade de tráfego ou probabilidade de bloqueio são mantidas constantes. Para que estes ganhos sejam aplicáveis, é necessário que todas as requisições tenham o mesmo tamanho no meio linear. Se essa condição não for satisfeita e o tamanho do slot for dimensionado para um tamanho máximo requisitado, os ganhos de compartimentalização serão deslocados ou mesmo sobrepujados por perdas de quantização resultantes dos objetos requisitados (caminhos na dimensão espacial, períodos de tempo) que não preenchem seus slots alocados.

Um outro atributo é a natureza do meio linear a ser compartimentalizado. Em redes de comunicação, os recursos são espacialmente concentrados em nós, portanto, o meio espacial em redes lineares já é naturalmente compartimentalizado. Assim, neste ambiente os ganhos de compartimentalização discutidos na seção anterior surgem naturalmente, de tal forma que eles parecem não sugerir qualquer significado prático.

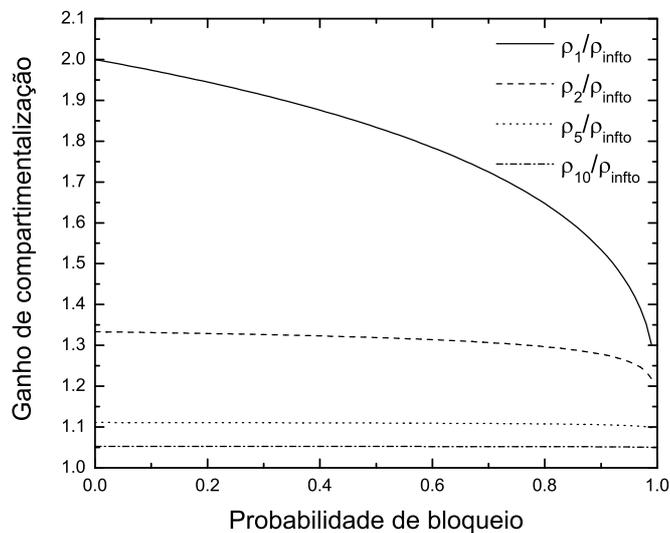


Figura 6.5: Ganhos de compartimentalização para uma dada probabilidade de bloqueio.

Por outro lado, o tempo é um meio naturalmente não-compartimentalizado. Se os recursos temporais são tomados no momento da chegada de uma requisição, porém, não há um estado permanente real no *log* temporal, assim os ganhos da seção 6.4 não se aplicam também. Eles se aplicam, contudo, se a ocupação no tempo for agendada com antecedência, com o regime estacionário sendo alcançado após muitas reservas e cancelamentos (ou não-confirmações) sucessivos, com chegadas *poissonianas* de reservas, se as reservas são bloqueadas sempre que o período requisitado colidir com alguma reserva ativa. Esta situação pode surgir, por exemplo, em redes OBS [QY99], quando rajadas (*bursts*) recém-chegadas reservam uma saída de um nó para algum período futuro, e podem ter que cancelar a reserva mais tarde se as reservas em outros nós falharem ao tentar fornecer um caminho completo até o destino.

Capítulo 7

Conclusões

Neste trabalho, apresentamos novas abordagens analíticas para o cálculo de probabilidades de bloqueio em redes de topologias lineares. Acreditamos que esta tese contribui para suprir uma lacuna surgida pela ausência de modelos precisos na estimativa de probabilidades de bloqueio (mesmo para tráfego *poissoniano*!) em redes com este tipo de topologia, uma vez que boa parte dos modelos na literatura ainda faz uso do legado de aproximações oriundas da teoria das redes clássicas de comutação por circuito. As hipóteses de Lee talvez sejam o principal legado destas aproximações.

Utilizamos o modelo clássico de Erlang como base teórica para a demonstração da validação assintótica da suposição de independência de objetos, que propomos neste trabalho como uma alternativa melhor à suposição de independência de enlaces no cálculo de probabilidades de bloqueio em redes de topologias lineares, especialmente anéis. Verificamos que a suposição de independência de enlaces leva a erros de estimativa significativos de probabilidades de bloqueio porque apenas enlaces livres podem ser considerados independentes, uma vez que enlaces ocupados são na verdade concentrados (portanto, fortemente correlacionados) nos caminhos ativos. Mostramos que a suposição de independência de objetos corrige a sobrestimação da probabilidade de bloqueio causada pela aproximação de Lee num plano de

comprimento de onda.

Obtivemos uma expressão assintótica para a probabilidade de bloqueio em anéis muito grandes ($N \rightarrow \infty$) com capacidade unitária sob tráfego *poissoniano* homogêneo com qualquer perfil espacial. A comparação dos resultados teóricos com os de simulação sugere que a probabilidade de bloqueio assintótica é uma aproximação muito boa para anéis de qualquer tamanho.

Apresentamos novas aproximações de carga reduzida para anéis WDM com restrição de continuidade de comprimento de onda para os algoritmos aleatório e *first-fit*. As aproximações introduzem dependência entre comprimentos de onda em um enlace da rota considerada para o caminho, e melhoram as estimativas de probabilidade de bloqueio quando comparadas com a suposição de independência de comprimentos de onda em anéis WDM sem conversão. Pudemos observar que o erro introduzido pela suposição de independência de enlaces é superior ao erro devido à independência de comprimentos de onda em redes de topologia linear, o que ressalta a importância da utilização da suposição de independência de objetos para estas topologias.

Mostramos também que o modelo clássico de Erlang pode ser usado de maneira escalar para fornecer cálculos *exatos* da taxa de utilização e probabilidades de bloqueio em anéis WDM com conversão plena de comprimento de onda. Introduzimos uma nova formulação analítica baseada em matrizes para obter a constante de normalização do modelo clássico de Erlang. O cálculo combinatório desta constante de normalização normalmente não é eficiente para um grande número de topologias, para as quais são justificados métodos aproximados [Ros95], [KMK04]. A nossa contribuição com este trabalho é a de possibilitar a obtenção de valores exatos de probabilidades de bloqueio em redes de topologia em anel que possam ser modeladas como redes comutadas por circuito. Embora “escalável” com respeito ao tamanho do anel, o tamanho das matrizes cresce rapidamente com o número de comprimentos de onda e com a variabilidade dos tamanhos dos caminhos requisitados.

Apresentamos expressões exatas para a densidade de *throughput* em um meio linear bloqueante sob tráfego *poissoniano* e espacialmente homogêneo quando todas as requisições (caminhos, períodos de tempo agendados) possuem o mesmo tamanho. As expressões foram obtidas para meios não-compartmentalizados (*unslotted*) e compartmentalizado (*slotted*), para qualquer número inteiro de slots por tamanho de objeto requisitado. Comparando os resultados, apresentamos os ganhos obtidos com a compartmentalização. Estes ganhos parecem promissores na melhoria do desempenho das redes OBS quando rajadas de tamanho fixo são adotadas.

7.1 Trabalhos Futuros

7.1.1 Modelos de Bloqueio para Demanda Multigranular (“Grooming”)

O estudo de *grooming* de tráfego em redes ópticas tem recebido relativa importância devido à disparidade entre a granularidade requerida por um usuário e aquela que uma rede óptica lhe oferece. As necessidades de largura de banda dos usuários atuais raramente superam a faixa das taxas de STM-1(155 Mbps) ou STM-4(622 Mbps), enquanto a capacidade de transmissão usual em cada comprimento de onda é de 2,5 Gbps a 10 Gbps, podendo chegar aos 40 Gbps em breve. Esta discrepância entre a largura de banda oferecida pelas redes e a necessidade dos usuários expõe a importância de se compartilhar a capacidade de um comprimento de onda com múltiplos usuários, o que é freqüentemente referido como *grooming* de tráfego.

Pretendemos expandir o método apresentado no Capítulo 5 para o caso de requisições que demandam frações de comprimento de onda para topologias em anel. Pelo nosso conhecimento, não há na literatura métodos para calcular com exatidão probabilidades de bloqueio em anéis ópticos com *grooming* de tráfego. Esta modelagem analítica terá uma importância crítica para fabricantes de equipamentos de transmissão e provedores de serviço que por-

ventura necessitem realizar *upgrades* em sua rede, aproveitando o legado de equipamentos SDH/SONET [ML01], dispostos predominantemente em anéis.

7.1.2 Constelações de comprimentos de onda: probabilidades e algoritmos de alocação

Algumas direções para futuros trabalhos incluem a aplicação de modelos Markovianos baseados em listas ao estudo de distribuições de probabilidade de diferentes constelações de comprimentos de onda na presença de efeitos não-lineares em fibras ópticas. Cada constelação pode ser associada a um estado diferente numa cadeia de Markov. Se algumas constelações produzem menos efeito não-linear que outras, parece óbvio que algumas constelações terão um desempenho melhor que outras quando efeitos não-lineares são levados em conta. O conhecimento destas distribuições poderia guiar o projeto de novos algoritmos de alocação de comprimento de onda que minimizem o surgimento de efeitos não lineares.

Infelizmente, a cadeia de Markov que representa o algoritmo *first-fit* não é irreversível, devendo portanto ser resolvida através das equações de equilíbrio global sobre 2^W estados. A matriz de taxas, porém, é bastante esparsa, o que nos leva a esperar uma solução viável em tempo curto. A formulação apropriada da matriz deverá demandar um esforço de programação.

Supondo a conversão plena e ubíqua, os resultados obtidos para o enlace único seriam diretamente aplicáveis a cada enlace da rede, independentemente da topologia. No caso mais realista em que se aplique a restrição de continuidade de comprimento de onda a caminhos com múltiplos enlaces, os resultados precisarão ser estendidos com o auxílio de aproximações de carga reduzida, discutidas no Capítulo 4.

7.1.3 Modelos Analíticos para Anéis WDM com múltiplas fibras

Por se tratarem de arquiteturas parecidas, existem trabalhos que comparam os custos das redes *monofibra* com conversão plena de comprimentos de onda e das redes com múltiplas fibras sem conversão de comprimento de onda. Em [SML04], os autores analisam cenários em que comprimentos de onda são substituídos por fibras apagadas e vice-versa, discutindo os fatores econômicos significativos na escolha de cada arquitetura. Os modelos analíticos utilizados na análise foram propostos em [LS00]. Pretendemos utilizar os modelos propostos nesta tese para obter outras análises de custo que envolvam estas duas arquiteturas.

7.1.4 Compartilhamento de Largura de Banda por Múltiplos Usuários com Diferentes Necessidades

Propomos investigar o compartilhamento de largura de banda (circuitos) entre usuários não-cooperativos numa rede de caminhos ópticos. Os usuários podem ter diferentes funções utilidade, baseadas, por exemplo, no preço que eles estão dispostos a pagar para *alugar* uma unidade de largura de banda, na quantidade mínima de largura de banda que necessitam, e na quantidade máxima de tráfego elástico que eles podem adquirir. Propomos investigar de que maneira classes de tráfego de caminhos ópticos com diferentes exigências de qualidade de serviço podem efetivamente compartilhar recursos na camada óptica.

Apêndice A

Lista de Acrônimos

ATM *Asynchronous Transfer Mode*

ADM *Add/Drop Multiplexer*

EFPA *Erlang Fixed Point Approximation*

FSO *Free Space Optics*

FWM *Four Wave Mixing*

IP *Internet Protocol*

MPLS *Multiprotocol Label Switching*

OBS *Optical Burst Switching*

QoS *Quality of Service*

RLA *Reduced Load Approximation*

RWA *Routing and Wavelength Assignment*

SDH *Synchronous Digital Hierarchy*

SDM *Space Division Multiplexing*

SONET *Synchronous Optical Network*

WDM *Wavelength Division Multiplexing*

WRN *Wavelength Routing Networks*

Referências Bibliográficas

- [Agr97] G. P. Agrawal. *Fiber-Optic Communication Systems*. Wiley-Interscience, 2nd edition, 1997.
- [Agr02] G.P. Agrawal. *Fiber-Optic Communication Systems*. Wiley Interscience, 3rd edition, 2002.
- [Ben67] V. E. Beneš. On some proposed models for traffic in connecting networks. *The Bell System Technical Journal*, 46:105–116, 1967.
- [BH96] R. A. Barry and P. A. Humblet. Models of blocking probability in all-optical networks with and without wavelength changers. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 14(5):858–867, 1996.
- [BHJ48] E. Brockmeyer, H.L. Halstrøm, and Arne Jensen. *The Life and Works of A.K. Erlang*. Transactions of the Danish Academy of Technical Sciences. Disponível na Internet com permissão da Danish Academy of Technical Sciences em <http://oldwww.com.dtu.dk/teletraffic/Erlang.html>, 1948.
- [Bir96] A. Birman. Computing approximate blocking probabilities for a class of all-optical networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 14(5):852–857, 1996.
- [BLL84] D. Y. Burman, J. P. Lehoczky, and Y. Lim. Insensitivity of blocking probabilities in a circuit-switching network. *Journal of Applied Probability*, 21:850–859, 1984.
- [Bra90] C. A. Bracket. Dense wavelength division multiplexing: principles and applications. *IEEE Journal of Selected Areas in Communications*, 8(6):948–964, 1990.
- [BRS03] G. Bernstein, B. Rajagopalan, and D. Saja. *Optical Network Control: Architecture, Protocols, and Standards*. Addison-Wesley Professional, 1st edition, 2003.
- [BS97] R. A. Barry and S. Subramanian. The MAX-SUM wavelength assignment algorithm for WDM ring networks. In *Proceedings of ICC'97*, February 1997.
- [CAW04] D. R. Campelo, R. C. Almeida Jr, and H. Waldman. The effects of wavelength dependence on the estimation of blocking probabilities in linear all-optical networks. In *Anais do XXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, September 2004.

- [CGK92] I. Chlamtac, A. Ganz, and G. Karmi. Lightpaths communications: an approach to high bandwidth optical WAN's. *IEEE Transactions on Communications*, 40(7):1171–1182, 1992.
- [CKR93] S. P. Chung, A. Kashper, and K. Ross. Computing approximate blocking probabilities for large loss networks with state-dependent routing. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 1(1):105–115, 1993.
- [CR93] S. P. Chung and K. Ross. Reduced load approximations for multirate loss networks. *IEEE Transactions on Communications*, 41(8):1222–1231, 1993.
- [CW05] D. R. Campelo and H. Waldman. Blocking probabilities in single-wavelength mutlifiber rings. In *XXII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, 2005.
- [CW06] D. R. Campelo and H. Waldman. Throughput gains imparted by slotting on a blocking line medium. *IEEE Communications Letters*, 10(3):201–203, 2006.
- [Gre96] P. E. Green Jr. Optical networking update. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 14(05):764–779, 1996.
- [GS97] A. G. Greenberg and R. Srikant. Computational techniques for accurate performance evaluation of multirate, multihop communication networks. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 5(2):266–277, 1997.
- [GSKR99] O. Gerstel, G. Sasaki, S. Kutten, and R Ramaswami. Worst-case analysis of dynamic wavelength allocation in optical networks. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 7(6):833–845, 1999.
- [KA96] M. Kovačević and A. Acampora. Benefits of wavelength translation in all-optical clear-channel networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 14(5):868–880, June 1996.
- [KA98] E. Karasan and E. Ayanoglu. Effects of wavelength routing and selection algorithms on wavelength conversion gain in WDM optical networks. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 6(2):186–196, 1998.
- [Kel79] F. P. Kelly. *Reversibility and Sthocastic Networks*. Wiley, 1st edition, 1979.
- [Kel86] F. Kelly. Blocking probability in large circuit-switched networks. *Advances in Applied Probability*, 18:473–505, 1986.
- [Kel87] F. Kelly. One-dimensional circuit-switched networks. *The Annals of Probability*, 15(3):1166–1179, 1987.
- [Kel91] F. P. Kelly. Loss networks. *The Annals of Applied Probability*, 1(3):319–378, 1991.

- [Kel95] F. Kelly. Modelling communication networks, present and future. *Philosophical Transactions: Mathematical, Physical and Engineering Sciences.*, 354(1707):437–463, 1995.
- [KMK04] A. Kumar, D. Manjunath, and J. Kuri. *Communication Networking: An Analytical Approach*. Elsevier - Morgan Kauffmann Publishers, 2004.
- [LB04] M. Liu and J. S. Baras. Fixed point approximation for multirate multihop loss networks with state-dependent routing. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 12(2):361–374, 2004.
- [Lee55] C.Y. Lee. Analysis of switching networks. *The Bell System Technical Journal*, 34:1287–1315, November 1955.
- [LMK94] G. Louth, M. Mitzenmacher, and F. Kelly. Computational complexity of loss networks. *Theoretical Computer Science*, 125:45–59, March 1994.
- [LS00] L. Li and A. K. Somani. A new analytical model for multifiber WDM networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 18(10):2138–2145, 2000.
- [MBRM96] B. Mukherjee, D. Banerjee, S. Ramamurthy, and A. Mukherjee. Some principles for designing a wide-area WDM optical network. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 4(5):684–696, October 1996.
- [ML01] E. Modiano and P. J. Lin. Traffic grooming in WDM networks. *IEEE Communications Magazine*, (7):124–129, 2001.
- [NS02] T. K. Nayak and K. N. Sivarajan. A new approach to dimensioning optical networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 20(1):134–148, 2002.
- [NS03] T. K. Nayak and K. N. Sivarajan. Dimensioning optical networks under traffic growth models. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 11(6):935–947, 2003.
- [QY99] C. Qiao and M. Yoo. Optical burst switching OBS: a new paradigm for an optical Internet. *Journal of High Speed Networks*, 8(1):69–84, 1999.
- [Ram93] R. Ramaswami. Multiwavelength lightwave networks for computer communications. *IEEE Communications Magazine*, 31(2):78–88, 1993.
- [RM98] B. Ramamurthy and B. Mukherjee. Wavelength conversion in WDM networking. *IEEE Journal of Selected Areas in Communications*, 16(7):1061–1073, 1998.
- [Ros95] K. W. Ross. *Multiservice Loss Models for Broadband Telecommunication Networks*. Springer, 1995.
- [RS95] R. Ramaswami and K.N. Sivarajan. Routing and wavelength assignment in all-optical networks. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 3(5):489–500, 1995.

- [RS02] R. Ramaswami and K. N. Sivarajan. *Optical Networks: a Pratical Perspective*. Morgan Kaufmann Publishers, 2nd edition, 2002.
- [SAS96] S. Subramaniam, M. Azizoglu, and A. K. Somani. All-optical networks with sparse wavelength conversion. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 4(4):544–557, August 1996.
- [SB97] S. Subramaniam and R. A. Barry. Wavelength assignment in fixed routing WDM networks. In *Proceedings of IEEE ICC'97*, Montreal, Canada, June 1997.
- [SB99] T. E. Stern and K. Bala. *Multiwavelength Optical Networks: A Layered Approach*. Addison Wesley, 1999.
- [SML04] A. K. Somani, M. Mina, and L. Li. On trading wavelengths with fibers: a cost-performance based study. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 12(5):944–951, 2004.
- [SS04] A. Sridharan and K. N. Sivarajan. Blocking in all-optical networks. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 12(2):384–397, April 2004.
- [TP03] M. R. Thompson and P. K. Pollett. A reduced load approximation accounting for link interactions in a loss network. *Journal of Applied Mathematics & Decision Sciences*, 7(4):229–248, 2003.
- [TS00] T. Tripathi and K. N. Sivarajan. Computing approximate blocking probabilities in wavelength routed all-optical networks with limited-range wavelength conversion. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 18(10):2123–2129, 2000.
- [Var00] R. S. Varga. *Matrix Iterative Analysis*. Springer, 2000.
- [WC05a] H. Waldman and D. R. Campelo. Analytical calculation of blocking probabilities in WDM rings with wavelength conversion. In *IEEE/Create-Net Broadnets 2005*, Boston, USA, October 2005.
- [WC05b] H. Waldman and D. R. Campelo. Asymptotic blocking probabilities in rings with single-circuit links. *IEEE Communications Letters*, 9(6):564–566, June 2005.
- [WCA03a] H. Waldman, D. R. Campelo, and R. C. Almeida Jr. A new analytical approach for the estimation of blocking probabilities in linear all-optical networks. In *Proceedings of IEEE GLOBECOM'03*, volume 5, pages 2478–2482, San Francisco, USA, December 2003.
- [WCA03b] H. Waldman, D. R. Campelo, and R. C. Almeida Jr. A new analytical approach for the estimation of blocking probabilities in wavelength routing networks. In *Proceedings of SPIE OPTICOMM'03*, pages 324–335, Oct 2003.

- [WCA03c] H. Waldman, D. R. Campelo, and R. C. Almeida Jr. Uma nova abordagem para a estimação de probabilidades de bloqueio em redes de roteamento de comprimento de onda. In *XX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, Rio de Janeiro, Brasil, Outubro 2003.
- [WCC00] H. Waldman, D. R. Campelo, and R. Camelo. Dynamic priority strategies for wavelength assignment in WDM rings. In *Proceedings of IEEE GLOBECOM*, volume 2, pages 1288–1292, November 2000.
- [ZJM00] H. Zang, J. P. Jue, and B. Mukherjee. A review of routing and wavelength assignment approaches for wavelength-routed optical WDM networks. *SPIE Optical Networks Magazine*, 1(1):47–60, January 2000.