

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE TELEMÁTICA

*Este exemplar corresponde à redação final da tese
defendida por José Roberto Bollis Gimenez e aprovada
pela Comissão Julgadora em 15 de março de 1988*

Reginaldo Palazzo Júnior

ESTUDOS DE PROCESSOS ADAPTATIVOS
APLICADOS AOS PROBLEMAS DE ELI-
MINAÇÃO DE INTERFERÊNCIA INTER-
SIMBÓLICA / CANCELAMENTO DE ECOS

Autor: JOSÉ ROBERTO BOLLIS GIMENEZ [Engenheiro]

Orientador: REGINALDO PALAZZO JÚNIOR [Prof., Doutor]

Tese submetida como requisito par-
cial para a obtenção do título
de Mestre em Engenharia Elétrica

MARÇO 1988

ABSTRACT

In this work it is presented a series of mathematical models for eliminating the intersymbol interference and for cancelling the echo on data transmission systems. The former technique is applied to narrow-band channels whereas the latter to full-duplex transmission.

One assumption is that the channels are time-varying for the models in consideration. As a consequence, adaptive techniques are employed in order to achieve the proposed goals.

All the adaptive techniques in this study make use of the transversal filter structure. The optimality criteria used either to eliminate or to cancel the interference are the mean square or the least square errors.

The existing similarities in the solution of both problems receive special attention since some of these techniques may be used in the solution of either one of the previously mentioned problems. As a result the Kalman algorithm is adopted in the analysis.

Finally, it is presented two schemes to solve the combined problems of eliminating ISI and cancelling the echo all together. We also show that these schemes may lead to better system's overall performance as well as easier implementation.

RESUMO

Neste trabalho é apresentado uma série de modelos matemáticos para a solução dos problemas de eliminação da interferência intersimbólica e de cancelamento de eco, ambos relacionados com a transmissão de dados: o primeiro decorrente de utilização de canais de faixa estreita e o segundo, da transmissão "full-duplex" a dois fios.

Em todos os modelos, os canais envolvidos são supostos variantes no tempo, razão pela qual é utilizado o enfoque adaptativo. As diversas técnicas de adaptação analisadas estão ligadas à estrutura de processamento digital conhecida por filtro transversal e compreendem, entre outras, a do erro quadrado médio e a dos mínimos quadrados recursivo (algoritmo de Kalman).

As similaridades existentes na solução dos dois problemas recebem uma atenção especial, sendo enfatizado que determinadas técnicas normalmente utilizadas na solução de um, também se prestam à solução do outro. Nesse sentido é proposto o algoritmo de Kalman aplicado ao problema de cancelamento de eco.

O trabalho culmina com a apresentação de duas formas para a eliminação da IIS simultaneamente com o cancelamento de eco, onde é mostrado que o tratamento conjugado dos dois problemas pode representar não apenas uma maior simplicidade na implementação, mas também melhorias no desempenho do sistema.

PREFÁCIO

É impossível uma concepção do mundo atual sem a presença massiva de tudo o que se convencionou chamar "máquina". Elas são uma constante em nossas vidas e sua existência está fortemente ligada à idéia de eficiência e desenvolvimento. Assim é que, sem nos apercebermos, a sofisticação tecnológica trouxe naturalmente a necessidade de "diálogo" entre estes elementos. Ao contrário do que ocorre na comunicação entre nós, seres humanos, as máquinas parecem ansiar cada vez mais por rapidez e confiabilidade na troca de informações.

No estágio atual da ciência, a comunicação digital constitui a forma mais apurada de transmissão/recepção entre as máquinas. A teoria da informação, estabelecida nas publicações de Shannon há 40 anos, é quem delimita as fronteiras do verossímil no processo de evolução das comunicações digitais. Por outro lado, as fronteiras representadas pela limitação tecnológica são ainda restritas e encontram-se em constante expansão.

O trabalho que ora apresentamos se inclui nesse contexto e pretende oferecer uma maior aproximação de algumas áreas de pesquisa com o desenvolvimento dos sistemas de comunicação digital. Ele aborda os problemas de Equalização adaptativa e Cancelamento de Ecos em seus aspectos teóricos e práticos, e também procura estabelecer um paralelo entre as técnicas utilizadas na solução de ambos os problemas. Uma ênfase muito grande é dispensada na exposição dos assuntos, especialmente no tocante à notação, podendo o

texto ser também recomendado como um veículo de introdução aos tópicos abordados.

Ao longo de quase todo o trabalho, os canais de comunicação são considerados desconhecidos ou variantes no tempo de forma indefinida. Para se contornar o problema da não definição desses canais são apresentadas diversas técnicas e modelos matemáticos. Isso tudo confere ao tratamento o caráter genérico e abrangente que norteou nossos esforços desde a sua proposição.

Quero expressar aqui meus sinceros agradecimentos ao Prof. Reginaldo Palazzo Jr. pelo incentivo e constante orientação que, sem dúvida, foram elementos fundamentais na realização desse trabalho.

Gostaria de agradecer à Ieda, à Lúcia e à Marysol (minha garota) pela dedicação com que efetuaram as tarefas de datilografia, desenhos e "lay-out", cujos graus de perfeição podem ser apreciados pelo leitor.

Quero agradecer à UNICAMP, à TELEBRÁS e ao CNPq pelos subsídios materiais e financeiro indispensáveis à realização de qualquer trabalho científico. E também aos meus colegas, amigos e familiares pela compreensão e simpatia que sempre demonstraram; o que também é algo indispensável.

J.R.B. Gimenez

ÍNDICE

1	— TRANSMISSÃO UNIDIRECIONAL DE SINAIS DIGITAIS	01
1.1	- INTRODUÇÃO	01
1.2	- REPRESENTAÇÃO DE SINAIS DIGITAIS	03
1.3	- LIMITAÇÕES DOS SISTEMAS DIGITAIS	06
1.3.1	- Ruído	06
1.3.2	- Interferência Intersimbólica	07
1.4	- DIAGRAMA DE OLHO	08
1.5	- PROJETO DE SINAIS PARA CANAIS LIMITADOS EM FAIXA	09
1.5.1	- Critério de Nyquist	12
1.5.2	- Dependências Temporal e Espectral dos Sinais	14
1.5.3	- Característica Espectral Cosseno Levantado	16
1.5.4	- Sinais para IIS Controlada	18
1.6	- EQUALIZAÇÃO DE SINAIS EM BANDA-BASE	19
1.6.1	- Filtro Transversal	20
1.6.2	- Critério da Distorção de Pico	26
1.6.3	- Critério do Erro Quadrado Médio	27
1.7	- CONCLUSÃO	28
	REFERÊNCIAS	29

2	→ PROCESSOS ADAPTATIVOS PARA ELIMINAÇÃO DA IIS	30
2.1	- INTRODUÇÃO	30
2.2	- MÉTODO "STEEPEST DESCENT"	31
2.3	- ALGORITMO "ZERO FORCING"	32
2.4	- ALGORITMO DO ERRO QUADRADO MÉDIO	40
2.4.1	- Comparações Entre os Algoritmos ZF e MSE	44
2.4.2	- Valor Mínimo do MSE	44
2.4.3	- Convergência do Algoritmo MSE	47
2.4.4	- MSE de Excesso	50
2.5	- EQUALIZAÇÃO POR DECISÃO REALIMENTADA	53
2.6	- OUTRAS TÉCNICAS ADAPTATIVAS PARA ELIMINAÇÃO DA IIS	57
2.7	- CONCLUSÃO	57
	APÊNDICE 2.1	58
	REFERÊNCIAS	58
3	— TRANSMISSÃO BIDIRECIONAL DE SINAIS DE DADOS E DE VOZ	60
3.1	- INTRODUÇÃO	60
3.2	- SISTEMAS DE TRANSMISSÃO "FULL DUPLEX"	60
3.2.1	- Multiplexação por Divisão no Tempo	61
3.2.2	- Multiplexação por Divisão em Frequência	62
3.2.3	- Separação dos Sinais por Híbridas	63
3.3	- OCORRÊNCIA DE ECOS NA TRANSMISSÃO DE VOZ	66
3.3.1	- Supressores de Eco	69
3.3.2	- Canceladores de Eco	70
3.4	- OCORRÊNCIA DE ECOS NA TRANSMISSÃO DE DADOS	73
3.4.1	- Transmissão Digital na Faixa de Voz	75
3.4.2	- Transmissão Digital na Linha de Assinante	78
3.5	- CANCELAMENTO DE ECO NA TRANSMISSÃO DIGITAL	80
3.6	- CONCLUSÃO	84
	REFERÊNCIAS	84

4	— PROCESSOS ADAPTATIVOS PARA CANCELAMENTO DE ECO	86
4.1	- INTRODUÇÃO	86
4.2	- ALGORITMO DO ERRO QUADRADO MÉDIO	87
4.2.1	- Adaptação Estocástica do Filtro	91
4.3	- COMPARAÇÕES ENTRE EQUALIZADORES E CANCELADORES DE ECO	94
4.4	- ALGORITMO DE KALMAN	97
4.4.1	- Discussão sobre os Algoritmos MSE e de Kalman	102
4.5	- OUTRAS TÉCNICAS ADAPTATIVAS PARA CANCELAMENTO DE ECO	104
4.5.1	- Cancelador de Ecos Usando o Método "Table Look-up"	104
4.6	- CONCLUSÃO	107
	REFERÊNCIAS	107
5	— EQUALIZAÇÃO DE SINAIS COM CANCELAMENTO DE ECO	108
5.1	- INTRODUÇÃO	108
5.2	- CANCELAMENTO DE ECOS COMBINADO COM DFE	110
5.2.1	- Adaptação Estocástica Conjunta	112
5.3	- CANCELAMENTO DE ECOS CONJUGADO COM EQUALIZAÇÃO LINEAR	115
5.4	- SISTEMAS OPERANDO NA TAXA DE M/T	118
5.4.1	- Equalizadores Fracionalmente Espaçados	120
5.4.2	- Canceladores de Eco Interpolados	122
5.5	- CONSIDERAÇÕES ACERCA DA IMPLEMENTAÇÃO DOS SISTEMAS	126
5.5.1	- Configuração do Cancelador de Eco	127
5.5.2	- Configuração do Equalizador	129
5.5.3	- Outras Considerações	132
5.6	- CONCLUSÃO	132
	REFERÊNCIAS	132
	CONCLUSÃO	134

CAPÍTULO 1

TRANSMISSÃO UNIDIRECIONAL DE SINAIS DIGITAIS

1.1 - INTRODUÇÃO

Com o objetivo de melhor situarmos os problemas envolvidos neste trabalho, apresentaremos neste capítulo o tratamento clássico dado ao problema de transmissão de sinais digitais. Ainda que o leitor já tenha suficiente conhecimento do assunto, sugerimos a leitura deste capítulo como uma boa oportunidade de rever o bonito tratamento matemático envolvido neste importante tópico da teoria de comunicações.

O principal objetivo do sistema de comunicações é transmitir informação entre dois pontos com a máxima confiabilidade possível. Neste capítulo nos ateremos aos sistemas unidirecionais, adiando para o capítulo três a abordagem de sistemas que possibilitam comunicação nos dois sentidos. Visto de uma forma extremamente simplificada um sistema de comunicação pode ser representado por um transmissor localizado em um ponto A, um receptor localizado em um ponto B, e um meio de transmissão ligando esses dois dispositivos, como mostra a Figura 1.1.

O papel do transmissor é processar a informação de modo a adaptá-la ao canal enquanto o receptor tem a função de reaver a informação desejada através de um tratamento adequado do sinal recebido, podendo este ter ou não sofrido degradações oriundas do meio de transmissão. Vemos então que tanto o transmissor como o receptor são construídos com o objetivo de otimizar a co-



Figura 1.1 - Representação de um sistema de comunicação unidirecional

municação em função do canal. Ou seja, para um dado canal deve haver um receptor e um transmissor que, sob certos critérios, operem otimamente. Contudo, a natureza dos problemas envolvidos na aplicação desses critérios é deveras complicada inexistindo praticamente uma condição de otimalidade, motivo que justifica a grande quantidade de estudos nesta área.

A grande motivação de nosso trabalho se deve ao fato de existirem canais cujo comportamento pode variar ao longo do tempo de forma alheia ao nosso controle, trazendo dificuldades adicionais na escolha dos equipamentos terminais. Nossa abordagem será no sentido de propor modelos matemáticos cujas características variem no tempo de forma a compensar as variações no canal. Neste capítulo entretanto, iremos considerar unicamente canais invariantes no tempo e cujos parâmetros são perfeitamente conhecidos.

Com referência ainda ao sistema representado na Figura 1.1, podemos observar que tanto o transmissor como o receptor se configuram de uma forma muito genérica, uma vez que não definimos absolutamente a espécie nem a natureza da informação a ser processada. Entretanto, como estamos interessados na transmissão de sinais na forma digital, e sendo que nosso estudo se concentrará unicamente nas partes do transmissor e do receptor que se acoplam diretamente ao canal, ou seja, o "codificador" e o "decodificador" de canal, podemos configurar no sistema somente a parte que nos interessa, ficando o restante deste, para nossos propósitos, imaterial.

Na Figura 1.2, a_n representa um símbolo da sequência que constitui a informação digitalizada que deve ser entregue ao canal. A forma como essa sequência foi gerada no transmissor não terá qualquer importância, assim como o destino dado a mesma após a estimação no receptor. Dessa forma, tomaremos a liberdade de utilizar os termos "transmissor" e "receptor" para designarem respectivamente o codificador e o decodificador de canal, sem que isso possa trazer qualquer confusão.

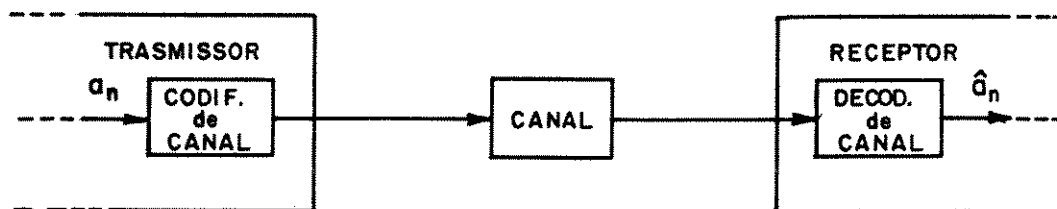


Figura 1.2 - Representação de um sistema de comunicação digital.

1.2 - REPRESENTAÇÃO DE SINAIS DIGITAIS

Um resultado bastante conhecido em teoria de comunicações é o teorema da modulação. Ele mostra que o efeito produzido pelo processo de modulação de um sinal em banda base limitado em faixa é o de deslocar seu espectro de frequência para a região de interesse, resultando em um sinal que denominamos passa-faixas. Como extensão deste resultado, demonstra-se também que as operações de filtragem destes sinais por filtros lineares tipo passa-faixas podem ser tratadas utilizando-se as correspondentes representações destes sinais em baixas frequências [1]. Desse fato advém a grande importância do estudo da transmissão de sinais em banda-base que faremos a seguir.

Um sinal em banda-base pode ser representado por

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n p(t - nT) \quad (1.1)$$

onde $p(t)$ é a forma do pulso no tempo, T é o intervalo de tempo existente entre pulsos sucessivos e $\{a_n\}$ representa a sequência de símbolos.

A representação de sinais na forma dada por (1.1) é muito interessante, uma vez que sinais modulados dos tipos PAM, PSK, QAM, além de outros [1], podem ter facilmente suas representações em banda-base colocadas nessa forma. Para isso os símbolos de informação a_n devem ser dados por valores complexos onde

$$a_n = a_{nr} + j a_{ni} \quad (1.2)$$

As componentes a_{nr} e a_{ni} devem assumir valores discretos e estão associadas às amplitudes de duas portadoras em quadratura $\cos \omega t$ e $\sin \omega t$. Supondo que possam ocorrer M possíveis valores para a_n , teremos que cada símbolo a_n transmitido leva consigo $\log_2 M$ bits de informação. Assim, a taxa de bits para o sistema é igual a $\log_2 M$ vezes a taxa de símbolos.

Não pretendemos nos aprofundar demasiadamente nos esquemas de modulação digital. Apenas ilustraremos o exposto nesta seção com um breve exemplo.

Exemplo 1.1

Vamos representar na forma da expressão (1.1) o sinal correspondente em banda-base para uma sequência modulada em 8-PSK (Phase Shift Keying). Nessa forma de modulação temos uma onda senoidal cujo único parâmetro que varia é a fase, podendo esta assumir em cada intervalo de tempo T , um dos oito possíveis valores correspondentes aos símbolos associados a cada intervalo. Assim, um sinal PSK pode ser escrito matematicamente como

$$s'(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p(t-nT) \cos(\omega t + \theta_n) \quad (1.3)$$

onde $p(t)$ é um pulso de valor unitário para o intervalo de tempo que vai do instante 0 ao instante T e de valor nulo caso contrário. θ_n é a fase associada ao n -ésimo intervalo de tempo e pode assumir os valores

$$\theta_n = \frac{2\pi m}{8} \quad m = 0, 1, \dots, 7 \quad (1.4)$$

A equação (1.3) pode também ser colocada na forma

$$s'(t) = \text{Re} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{j\theta_n} p(t-nT) e^{j\omega t} \right] \quad (1.5)$$

onde evidenciamos a portadora. Assim, a representação desse sinal em banda-base é dada por

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{j\theta_n} p(t-nT) \quad (1.6)$$

Esta equação estará na forma (1.1) se

$$a_n = e^{j\theta_n} \quad (1.7)$$

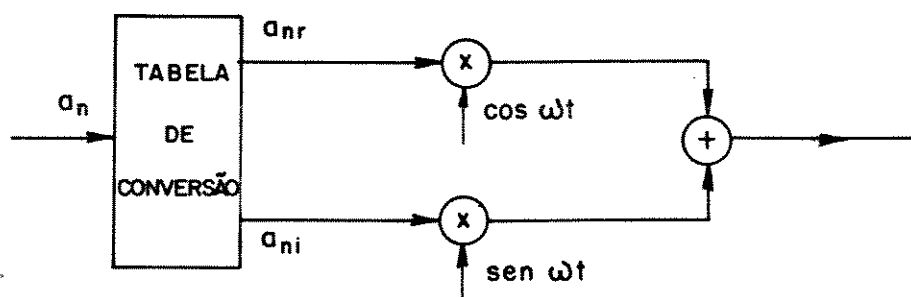
ou equivalentemente se

$$a_{nr} = \cos \theta_n \quad (1.7a)$$

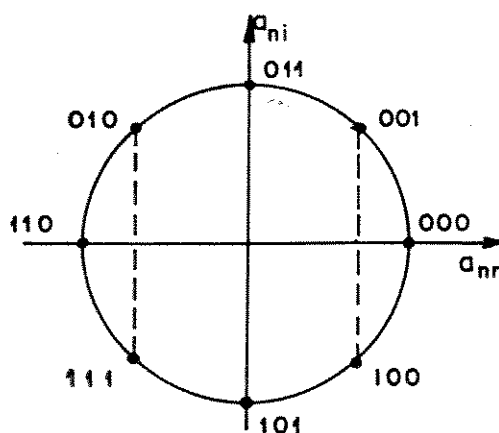
$$a_{ni} = \text{sen } \theta_n \quad (1.7b)$$

Na parte (a) da Figura 1.3 ilustramos como ficaria o sistema 8-PSK utilizando portadoras em quadratura enquanto que na parte (b) representamos a decomposição dos símbolos 8-ários, a_n , em suas componentes reais e imaginárias.

Como este sistema possui $M=8$ possíveis símbolos, temos que cada símbolo carrega uma quantidade de informação equivalente a $\log_2 8 = 3$ bits. A Figura 1.3b ilustra também como poderia ser transmitida uma sequência binária utilizando-se este sistema. A cada símbolo 8-ário estão associados 3 dígitos binários. Observe que nesta representação utilizamos o código de Gray.



(a)



(b)

Figura 1.3 - a) Transmissão digital com portadoras em quadratura
b) Constelação de sinais para um sistema 8-PSK

1.3 - LIMITAÇÕES DOS SISTEMAS DIGITAIS

É interessante observar como tudo a nossa volta atende a uma solução de compromisso, principalmente quando fatores econômicos estão envolvidos. Por exemplo, é difícil imaginar um bem de consumo que apresente tanto mais vantagens quanto menor o seu preço, ou então um automóvel que ofereça tanto mais potência quanto menor o seu consumo em combustível. Assim também ocorre quando queremos transmitir informação através de um canal. Os vários fatores conflitantes envolvidos na transmissão de sinais digitais são : aumentar a taxa de bits, diminuir a faixa espectral do sinal, diminuir a potência do sinal, reduzir a probabilidade de erro e reduzir a complexidade do sistema. Dificilmente algum desses itens pode ser melhorado sem o conseqüente prejuízo de um ou mais dos outros. Na literatura pode ser encontrado sob o tópico de Modulação Digital [2], um tratamento mais detalhado do assunto, onde são encontradas relações segundo as quais alguns dos itens de desempenho podem ser permutados; por exemplo: o aumento da taxa de bits acarreta um aumento proporcional na faixa espectral necessária; ou então: podemos reduzir a faixa pela metade se duplicarmos a potência do sinal; etc.

A seguir, consideraremos os principais fatores que limitam o desempenho dos sistemas de comunicação digital.

1.3.1 - Ruído

O ruído é um processo aleatório que é "adicionado" ao sinal quando este atravessa o meio de transmissão. Sua origem pode ser muito diversificada e seu efeito pode causar decisões errôneas no receptor.

Os receptores no processo de decisão em geral, utilizam regiões em torno dos valores discretos, estabelecidos a priori, dos símbolos transmitidos. Quando o sinal "adicionado" é suficiente para levar o sinal recebido a uma região não correspondente ao símbolo transmitido, temos um erro na detecção.

Obviamente, para uma mesma intensidade de sinal, quanto menor o nível de ruído, menor seus efeitos danosos. Dessa forma, um receptor pode ser avaliado pela sua capacidade de operar satisfatoriamente a uma dada relação sinal/ruído, sendo tanto melhor quanto menor for a probabilidade de erro para uma mesma relação sinal/ruído.

Várias são as formas de modelamento do ruído. Uma delas estabelece que ele é estacionário, com densidade de probabilidade gaussiana e distribuição espectral de potência uniforme. Esta forma constitui o chamado ruído aditivo

branco gaussiano (AWGN) e sua grande utilização se justifica pela simplicidade matemática e pelo sólido embasamento estatístico fornecido pelo Teorema do Limite Central. Para reduzir a influência do ruído nas decisões é interessante aplicar primeiramente o sinal recebido a um filtro e a seguir amostrá-lo em instantes bem determinados. O filtro ótimo, isto é, o filtro que maximiza a relação sinal/ruído nos instantes de amostragem, para o caso do ruído AWGN tem uma resposta que depende somente do sinal e é conhecido como "filtro casado". Em [3] pode ser encontrado um tratamento bastante detalhado deste assunto.

1.3.2 - Interferência Intersimbólica

Quando enviamos a sequência de símbolos através de um canal, desejamos que as larguras dos pulsos utilizados sejam pequenas para que a taxa de símbolos possa ser alta. Sabemos no entanto que pulsos de curta duração possuem uma representação espectral de faixa larga, o que contraria nossa expectativa de adequá-los com facilidade ao canal, uma vez que este em geral possui uma característica espectral do tipo passa-baixas. A atenuação promovida pelo canal nas altas frequências produz um espalhamento nos pulsos do sinal transmitido. Esses pulsos espalhados invadem os intervalos de tempo destinados aos pulsos vizinhos, provocando o que chamamos de Interferência Intersimbólica (IIS). A IIS também pode provocar decisões errôneas, uma vez que em cada pulso temos somadas as caudas dos pulsos vizinhos. Se a quantidade de IIS no instante de amostragem for suficiente para levar o valor da amostra a um ponto fora da região correspondente ao símbolo transmitido, teremos um erro. É interessante notar que a IIS sempre estará presente ainda que em níveis muito baixos em um sistema limitado em faixa. Isso porque demonstra-se que um pulso cujo espectro de frequências esteja restrito a uma dada região deve ter existência temporal de $-\infty$ a $+\infty$.

Vamos agora supor que queremos aumentar a taxa de informação transmitida por um sistema de comunicações em banda-base. Para isso temos duas alternativas: a primeira consiste em diminuirmos os intervalos de tempo T existente entre os símbolos, possibilitando a transmissão de uma maior quantidade de símbolos por unidade de tempo. A segunda implica em aumentarmos o alfabeto de símbolos de forma a atribuir uma maior quantidade de informação a cada símbolo transmitido. Na primeira alternativa estamos comprimindo o sinal no tempo e portanto dificultando a detecção dos símbolos devido ao efeito da IIS.

Na segunda, a faixa espectral do sinal permanece essencialmente a mesma, assim o ruído e a IIS se mantêm constantes, porém o aumento no número de pontos na constelação torna a decisão mais susceptível a erros.

Assim como o ruído impõe limitações quanto à potência do sinal para uma comunicação confiável, a IIS impõe limitações quanto à faixa espectral necessária. Dessa forma, um sistema pode também ser avaliado pela sua capacidade de operar a uma dada relação de faixa de espectro por taxa de informação, sendo tanto melhor quanto menor for esta relação para uma mesma probabilidade de erro. Nas seções 1.5 e 1.6 estudaremos algumas formas de combater a IIS.

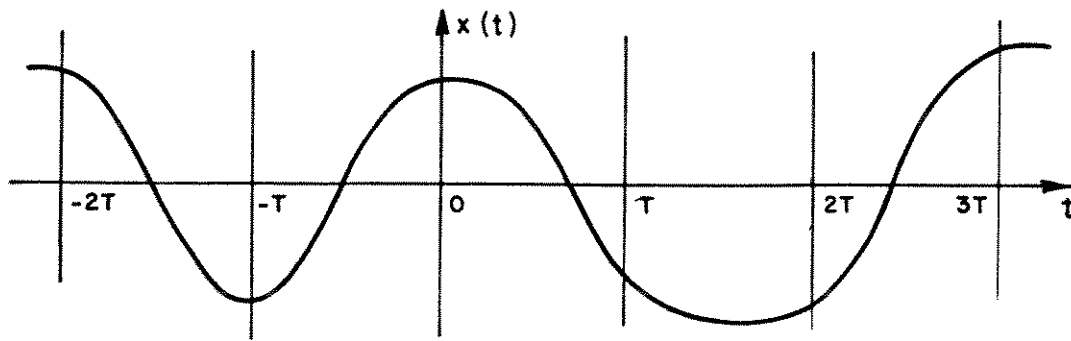
1.4 - DIAGRAMA DE OLHO

Uma das ferramentas mais usadas na avaliação de desempenho dos sistemas de comunicação digital em banda-base é o diagrama de olho. A importância desta técnica se deve por um lado à simplificação que ela representa no tratamento matemático e por outro ao aspecto prático que a ela está associado, uma vez que o diagrama é facilmente obtido na tela de um osciloscópio. Para isso aplicamos o relógio extraído de um sinal PAM em banda-base à varredura horizontal do osciloscópio enquanto que no eixo vertical aplicamos o próprio sinal PAM. O que se observa na tela é uma figura que lembra o olho humano composta pela superposição de um número muito grande de pulsos recortados a cada T segundos. Na parte (a) da Fig. 1.4 ilustramos um trecho de uma forma de onda PAM binária típica, enquanto que na parte (b) temos o seu diagrama de olho.

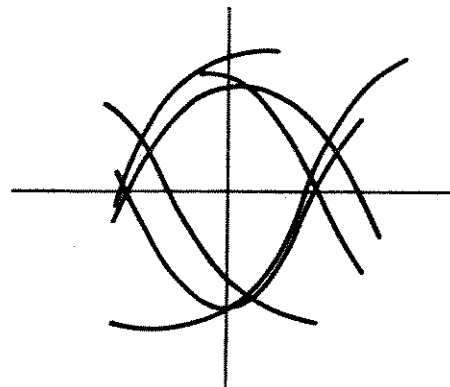
É fácil ver que é favorável na recepção ter o olho da Figura 1.4b bem aberto, uma vez que o ruído e a IIS tendem a fechá-lo. Também é evidente que o instante ótimo de amostragem deve corresponder a maior abertura do olho. Além disso, o limiar de decisão deve ser colocado a meio caminho dessa abertura máxima na vertical, por quanto é razoável admitir que os símbolos sejam equiprováveis e o ruído tenha média nula.

Embora tenhamos apresentado o diagrama de olho para o caso de uma transmissão binária, é fácil ver que essa análise pode ser generalizada para o caso de transmissão m -ária, onde o diagrama apresenta um número de $m-1$ olhos no centro dos quais devem se situar os limiares de decisão.

Em [4] podemos encontrar um tratamento mais detalhado do assunto, onde diversos parâmetros utilizados na avaliação de desempenho dos sistemas digitais são definidos a partir de medidas no diagrama de olho.



(a)



(b)

Figura 1.4 - a) Forma de onda PAM binária

b) Diagrama de olho para a forma de onda PAM binária

1.5 - PROJETO DE SINAIS PARA CANAIS LIMITADOS EM FAIXA

Vamos agora retomar a representação do sinal em banda-base introduzida na seção 1.2. O sinal $s(t)$ transmitido pode ser representado matematicamente por,

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n p(t - nT) \quad (1.8)$$

Este sinal ao atravessar o meio de transmissão sofrerá um processo de filtragem além da adição de ruído. No receptor poderá sofrer novas filtragens antes de ser amostrado para o processo de decisão. Dentre os possíveis filtros que podemos encontrar no receptor temos o filtro casado, o filtro embran

quecedor e o equalizador de canal que estudaremos adiante. Por enquanto, vamos apenas supor que todas as filtrações envolvidas sejam lineares, de tal forma que o sinal resultante seja dado por

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x(t - nT) + \eta(t) \quad (1.9)$$

onde

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(\tau) h(t - \tau) d\tau \quad (1.10a)$$

ou, simplificaladamente

$$x(t) = p(t) * h(t) \quad (1.10b)$$

onde $h(t)$ é a resposta impulsiva da associação do canal com os filtros do receptor e $\eta(t)$ é o ruído adicionado pelo canal após a passagem pelos filtros do receptor.

O sinal $y(t)$ será amostrado a uma taxa $1/T$, sendo que na detecção do k -ésimo símbolo teremos

$$y(kT + t_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x(kT - nT + t_0) + \eta(kT + t_0) \quad (1.11)$$

Note que a constante t_0 figura na expressão (1.11) para garantir uma amostragem no instante adequado, ou seja, o ponto que corresponde à máxima abertura no diagrama de olho. Em nosso desenvolvimento vamos mudar a referência temporal no receptor de tal forma que essa constante desapareça das expressões. Assim temos

$$y(kT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x(kT - nT) + \eta(kT) \quad (1.12)$$

Vamos agora investigar qual deve ser a forma dada ao pulso $x(t)$ para que não exista IIS nos instantes de amostragem. Observando (1.12) vemos que $x(t)$ deve satisfazer

$$x(nT) = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \\ 0 & \text{se } n \neq 0 \end{cases} \quad (1.13)$$

As restrições colocadas por (1.13) não especificam $x(t)$ para todos os valores de t . Assim sendo, infinitas formas para $x(t)$ são possíveis. Como es-

tamos interessados apenas naquelas formas que atendam a determinadas características no domínio da frequência vamos analisar essas restrições do ponto de vista espectral. Começaremos por demonstrar o seguinte teorema:

Teorema 1.1

Parte A - Se $x(t)$ satisfaz (1.13), então a transformada de Fourier (TF) de $x(t)$, dada por $X(\omega)$, satisfaz

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} X(\omega - n \frac{2\pi}{T}) = T \quad (1.14)$$

Parte B - Se $X(\omega)$ satisfaz (1.14), então $x(t)$ satisfaz as restrições impostas por (1.13).

Prova da parte A

Se $x(t)$ atende a (1.13), podemos escrever

$$x(t) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT) = \delta(t) \quad (1.15)$$

onde $\delta(t)$ é a função impulso unitário. Tomando a TF nos dois membros de (1.15) temos

$$\frac{1}{2\pi} [X(\omega) * \frac{2\pi}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - n \frac{2\pi}{T})] = 1 \quad (1.16)$$

Efetuada a operação de convolução em frequência obtemos (1.14), e a parte A do teorema está demonstrada.

Prova da parte B

A parte B do Teorema 1.1 pode ser provada simplesmente seguindo-se o caminho inverso da demonstração feita na parte A. Uma prova mais formal em termos matemáticos da parte B pode ser encontrada em [2].

O 1º membro da Equação (1.14) é bastante conhecido aos leitores familiarizados com processamento digital de sinais e representa a transformada de Fourier do sinal amostrado [5]. Observe que esta expressão corresponde à soma da soma do espectro de frequências do sinal deslocado de $n \frac{2\pi}{T}$ para todo n , de forma a resultar em uma função periódica no domínio da frequência. As-

sim sendo, é suficiente um único período para determinar totalmente essa função. Daí definimos

$$X_{eq}(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X(\omega - n \frac{2\pi}{T}) \quad |\omega| \leq \frac{\pi}{T} \quad (1.17)$$

A grandeza definida acima é também chamada faixa equivalente de Nyquist. Usando essa definição nos resultados do Teorema 1.1 podemos concluir que a condição necessária e suficiente para que uma forma de onda PAM se apresente livre de IIS nos instantes de amostragem é que o formato dos pulsos $x(t)$ seja tal que

$$X_{eq}(\omega) = T \quad |\omega| \leq \frac{\pi}{T} \quad (1.18)$$

Note que em toda a discussão que fizemos até aqui, não consideramos as restrições sobre faixa de frequências. Esse é o aspecto que abordaremos a seguir.

1.5.1 - Critério de Nyquist

Vamos agora voltar ao sinal $y(t)$ e fazer a suposição de que este somente possua componentes espectrais na faixa $|\omega| \leq \omega_m$, ou de outra forma $|f| \leq f_m$. Também vamos supor que o ruído $\eta(t)$ é nulo. Queremos então determinar o menor valor de ω_m para o qual é possível uma detecção livre de IIS.

Como estamos supondo $y(t)$ limitado em faixa, podemos utilizar o Teorema da Amostragem [6], e escrever

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n \frac{\pi}{\omega_m}) \text{Sa}[\omega_m(t - n \frac{\pi}{\omega_m})] \quad (1.19)$$

Onde $\text{Sa}(t) = (\sin t)/t$

A Equação (1.19), ou o teorema da amostragem, diz que um sinal limitado em faixa possui ω_m/π , ou $2f_m$ graus de liberdade por segundo. Uma vez fixados estes graus de liberdade, teremos o sinal determinado univocamente.

Por outro lado, como

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x(t - nT) \quad (1.20)$$

vemos que $y(t)$ deve apresentar um grau de liberdade a cada T segundos, correspondente a cada símbolo transmitido. Ou, de outra forma, que o sinal $y(t)$ deve apresentar $1/T$ graus de liberdade por segundo.

Fica então evidente que o valor limite para ω_m deve ocorrer quando

$$\frac{1}{T} = \frac{\omega_m}{\pi} \quad (1.21)$$

ou então

$$\omega_m = \frac{\pi}{T} \quad (1.21a)$$

$$f_m = \frac{1}{2T} \quad (1.21b)$$

Substituindo o valor de ω_m obtido acima na Equação (1.19), temos

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(nT) \text{Sa}\left[\frac{\pi}{T}(t - nT)\right] \quad (1.22)$$

Os coeficientes $y(nT)$ podem ser reconhecidos como os valores dos símbolos a_n , uma vez que queremos o sinal $y(t)$ livre de IIS. Comparando então (1.22) com (1.20), temos a forma dos pulsos

$$x(t) = \text{Sa}\left(\frac{\pi t}{T}\right) \quad (1.23)$$

Esta forma de pulso satisfaz plenamente as restrições impostas por (1.13), permitindo portanto a detecção livre de IIS. Um sinal PAM empregando esta forma de pulso utiliza o limite mínimo de faixa espectral para uma dada taxa de símbolos. Em tais condições a taxa de símbolos é igual a duas vezes a componente de maior frequência do sinal e é conhecida como taxa de Nyquist.

Existem dois sérios problemas apresentados por esta forma de pulso. Um deles está relacionado com sua realizabilidade, visto que $x(t)$ possui uma característica espectral retangular não realizável fisicamente. O outro relaciona-se com o decaimento das caudas de $x(t)$. Como $x(t)$ decai com um fator de $1/t$, a somatória das caudas dos pulsos pode atingir valores desastrosos, uma vez que a série harmônica é não absolutamente convergente. Essa lentidão no decaimento de $x(t)$ também pode trazer quantidades imprevisíveis de IIS se ocorrerem pequenos deslocamentos nos instantes de amostragem.

Iremos então procurar outras formas de pulsos, que certamente utilizarão uma faixa espectral maior, e que apresentem um decaimento mais rápido.

1.5.2 - Dependências temporal e espectral dos sinais

Vamos agora fazer algumas considerações a respeito do espectro de frequências $X(\omega)$ de um pulso genérico $x(t)$. Sabendo que esse espectro está restrito a uma região de frequências próximas a origem, estamos interessados na forma como ele deve se comportar nesta região. Vamos admitir a priori que esse espectro tem uma forma contínua e limitada. Como o espectro é nulo a partir de certo ponto, é certo que este terá um número limitado de derivadas contínuas. Seja n a ordem da menor derivada para a qual ocorre uma descontinuidade. Então, na derivada de ordem $n+1$ teremos a presença de um ou mais impulsos. A representação no domínio do tempo dessa função terá existência de $-\infty$ a $+\infty$ devido a presença dos impulsos em seu espectro. Entretanto, podemos notar que essa representação temporal é limitada em amplitude para $|t| \rightarrow \infty$. Sabendo-se que derivar $n+1$ vezes a característica espectral equivale a multiplicar a representação temporal por $[-jt]^{n+1}$, concluímos que o sinal $x(t)$ deve decair assintoticamente com $1/t^{n+1}$. Assim, enunciamos o seguinte teorema

Teorema 1.2

Se as n primeiras derivadas de $X(\omega)$ são definidas e limitadas, então $x(t)$ decai assintoticamente com $1/t^{n+1}$.

Em outras palavras, esse teorema diz que quanto mais suave é a forma do espectro de frequências do pulso, mais rapidamente se dá o seu decaimento assintótico. Na Figura 1.3a ilustramos o pulso de Nyquist descrito anteriormente e seu correspondente espectro de frequências. Vemos então que são as descontinuidades existentes nas frequências $-\pi/T$ e π/T as responsáveis pelo decaimento com $1/t$.

Nas Figuras 1.5b, 1.5c e 1.5d ilustramos outras possíveis formas para o pulso $x(t)$ e seus correspondentes espectros de frequências $X(\omega)$, onde constatamos uma perfeita concordância com o Teorema 1.2. O pulso da Figura 1.5d por exemplo possui descontinuidades somente na segunda derivada de $X(\omega)$ e decai temporalmente com $1/t^3$.

Observe que os espectros de frequências de todos os pulsos representados na Figura 1.5 apresentam a propriedade colocada na Equação (1.18), ou seja, que $X_{eq}(\omega) = T$ para $|\omega| \leq \pi/T$, de forma que todos eles possibilitam amostragens livres de IIS para o sinal $y(t)$. De fato, essa característica

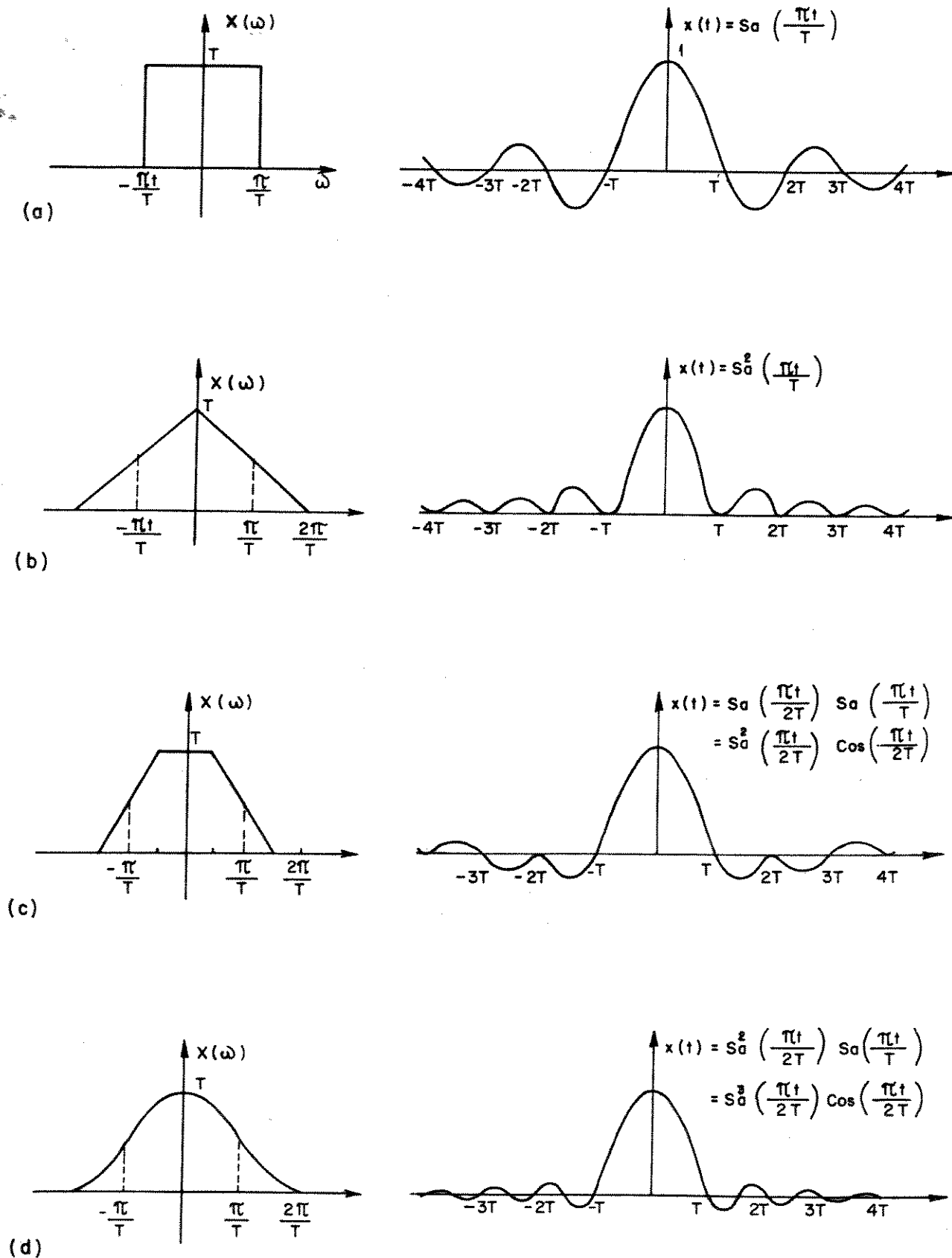


Figura 1.5 - Formas de pulsos para transmissão livre de IIS

poderia também ser notada através das próprias formas temporais dos pulsos.

Considerando que é desejável uma forma de pulso que apresente uma relativa limitação em faixa, e que por outro lado essa limitação em faixa não pode violar o critério de Nyquist, é razoável supor que a componente de máxima frequência do sinal ω_m se situe na faixa

$$\frac{\pi}{T} \leq \omega_m \leq \frac{2\pi}{T} \quad (1.24)$$

Dessa forma, uma estratégia que simplifica o projeto no domínio da frequência de pulsos que eliminam a IIS consiste em se escolher uma função ímpar em relação a π/T e deslocá-la para cima de um valor igual a $T/2$. Teremos assim definido o espectro para os valores positivos de ω , ou seja, para $0 < \omega < 2\pi/T$. O espectro $X(\omega)$ para valores negativos de ω fica automaticamente determinado pelas propriedades de simetria em $X(\omega)$ para um sinal real. É bom notar que estamos considerando somente sinais com fase nula, os quais possuem uma característica temporal de simetria par, de forma que sua representação espectral pode ser dada por valores reais. Entretanto, esse desenvolvimento pode ser facilmente generalizado para sinais com representação espectral complexa.

Podemos constatar que todas as formas espectrais da Figura 1.5 possuem $\omega_m \leq 2\pi/T$ e atendem a estratégia de projeto apresentada acima. Essa estratégia apenas garante a isenção de IIS, nada dizendo a respeito do decaimento temporal dos pulsos. Para que este seja rápido, devemos escolher uma função que permita a construção de um espectro que apresente a maior suavidade possível. Uma série bastante conhecida de pulsos que atendem a essas condições de projeto leva o nome de "cosseno levantado".

1.5.3 - Característica espectral cosseno levantado

A característica espectral cosseno levantado leva esse nome devido a sua construção utilizando arcos da função cosseno. Ela consiste de uma região central plana ligada às regiões laterais de descida conhecidas como regiões de "roll-off" e pode ser especificada em termos do parâmetro β , onde $0 < \beta < 1$, como

$$X(\omega) = \begin{cases} 0 & |\omega| \geq \frac{\pi}{T} [1 + \beta] \\ \frac{T}{2} \{1 + \sin[\frac{T}{2\beta} (\omega + \frac{\pi}{T})]\} & -\frac{\pi}{T}[1 + \beta] \leq \omega \leq -\frac{\pi}{T}[1 - \beta] \\ T & |\omega| \leq \frac{\pi}{T}[1 - \beta] \\ \frac{T}{2} \{1 - \sin[\frac{T}{2\beta} (\omega - \frac{\pi}{T})]\} & \frac{\pi}{T}[1 - \beta] \leq \omega \leq \frac{\pi}{T}[1 + \beta] \end{cases} \quad (1.25)$$

Na Figura 1.6a ilustramos $X(\omega)$ para três valores de β . Observe que β representa a quantidade excedente de faixa em relação a faixa mínima necessária. Assim, $\beta = 0$ representa a largura da faixa de Nyquist $|\omega| \leq \pi/T$, enquanto que $\beta = 1$ representa um espectro com o dobro da faixa mínima necessária no qual não existe a porção plana central.

Como $X(\omega)$ começa a apresentar descontinuidades somente na segunda derivada, concluímos que $x(t)$ deve decair com $1/t^3$. A forma de onda do pulso $x(t)$ é dada por

$$x(t) = \text{Sa}\left(\frac{\pi t}{T}\right) \frac{\cos\left(\frac{\beta \pi t}{T}\right)}{1 - \left[\frac{2\beta t}{T}\right]^2} \quad (1.26)$$

Na Figura 1.6b a ilustramos para três valores de β .

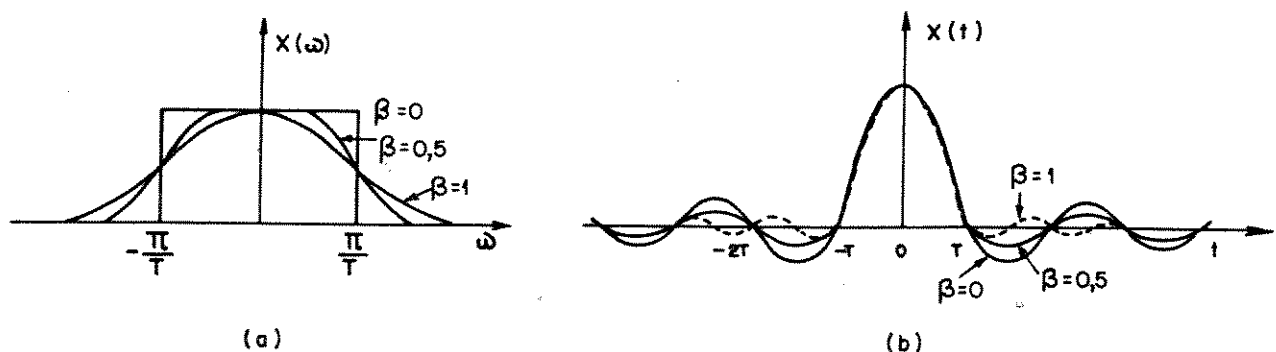


Figura 1.6 - Característica Cosseno Levantado
a) espectral , b) temporal

1.5.4 - Sinais para IIS controlada

No início dessa seção estabelecemos as condições necessárias para uma amostragem livre de IIS. Entretanto, vimos que por várias razões é impraticável a implementação de sistemas físicos que operem nessas condições utilizando a largura mínima de faixa, ou faixa de Nyquist. Surge então a idéia de se permitir a existência de uma IIS controlada nos instantes de amostragem para viabilizar a transmissão digital nessa faixa.

O princípio da IIS controlada implica em se saber a priori o quanto um pulso deve interferir nos instantes de amostragem correspondentes aos demais pulsos e se levar em conta essa quantidade no processo de detecção. Essa técnica é também conhecida com o nome de resposta parcial.

Ilustraremos com um exemplo o caso particular do sistema duobinário.

Exemplo 1.2

No caso do pulso duobinário, queremos o sinal especificado no domínio do tempo por

$$x(nT) = \begin{cases} 1 & n = 0, 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (1.27)$$

Como queremos que $X(\omega)$ seja restrito à faixa de Nyquist, temos no domínio da frequência

$$X(\omega) = \begin{cases} [1 + e^{-j\omega T}] T & |\omega| \leq \frac{\pi}{T} \\ 0 & |\omega| > \frac{\pi}{T} \end{cases} \quad (1.28)$$

Ou, de outra forma

$$X(\omega) = \begin{cases} 2T \cos\left(\frac{\omega T}{2}\right) e^{-\frac{j\omega T}{2}} & |\omega| \leq \frac{\pi}{T} \\ 0 & |\omega| > \frac{\pi}{T} \end{cases} \quad (1.29)$$

A Figura 1.7a ilustra esta característica espectral onde podemos notar a vantagem da utilização dessa técnica; o espectro de $X(\omega)$ não possui descontinuidades, o que simplifica sua implementação física. A forma temporal do pulso está representada na Figura 1.7b e é dada por

$$x(t) = \frac{\text{Sa}\left(\frac{\pi t}{T}\right)}{1 - \frac{t}{T}} \quad (1.30)$$

Podemos observar que as amostras do sinal PAM resultantes da utilização dos pulsos duobinários apresentam, na ausência de ruído, a seguinte formação

$$y(nT) = a_n + a_{n-1} \quad (1.31)$$

Vemos então que o número de níveis na recepção é aumentado em relação ao que é transmitido. Supondo que os a_n assumam os valores $+1$ e -1 , temos três possíveis níveis para o valor da amostra recebida $y(nT)$: -2 , 0 e $+2$. Uma estratégia para a detecção do símbolo a_n no receptor consiste em se subtrair da amostra recebida no instante n , $y(nT)$, o valor do símbolo a_{n-1} , detectado no instante imediatamente anterior.

Essa estratégia possui o inconveniente de propagar o erro cometido na detecção de um símbolo para todos os posteriores. Contudo, é possível mostrar que esse problema pode ser eliminado através de uma modificação no sistema, que inclui a pré-codificação da sequência que se deseja transmitir.

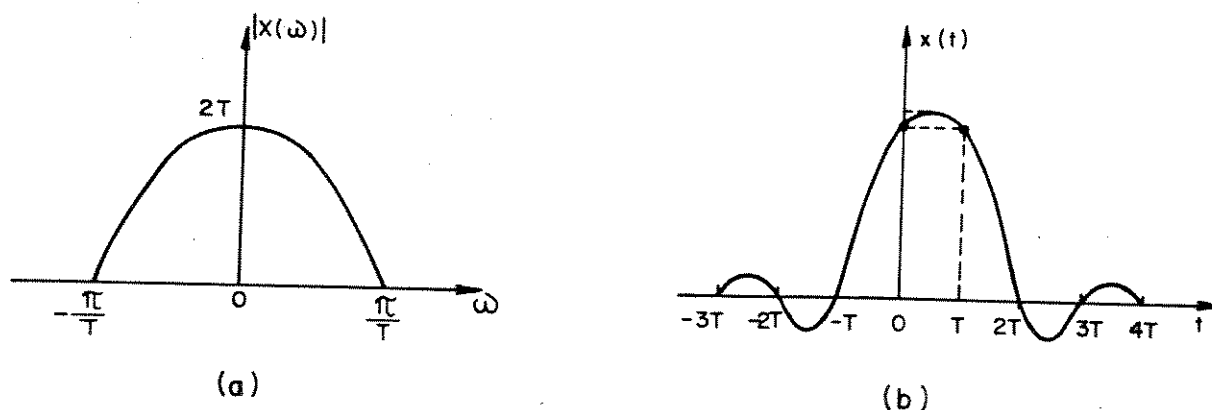


Figura 1.7 - Característica duobinária

a) espectral , b) temporal

Muitas outras modificações podem ainda ser efetuadas no sistema duobinário apresentado visando otimizá-lo [1]. Essas alterações no entanto não apresentam uma relação direta com o assunto de nosso estudo, motivo pelo qual resolvemos omiti-las.

1.6 - EQUALIZAÇÃO DE SINAIS EM BANDA-BASE

Na seção anterior nos detivemos em analisar as características que

devem apresentar os pulsos componentes do sinal a ser amostrado no receptor, tanto no domínio do tempo, $x(t)$, como no domínio de frequências $X(\omega)$, não nos preocupando com os processos intermediários pelos quais devem passar esses pulsos desde a sua geração no transmissor. Isso porque os esquemas de transmissão podem adquirir formas diversas, respeitando-se o diagrama básico apresentado nas Figuras 1.1 e 1.2. Contudo, um estágio que seguramente deverá se configurar como intermediário nesse processo é o equalizador. Na Figura 1.8 apresentamos um esquema típico de transmissão onde o equalizador aparece como o último estágio do receptor. Vamos descrever rapidamente a função de cada bloco nesta figura:

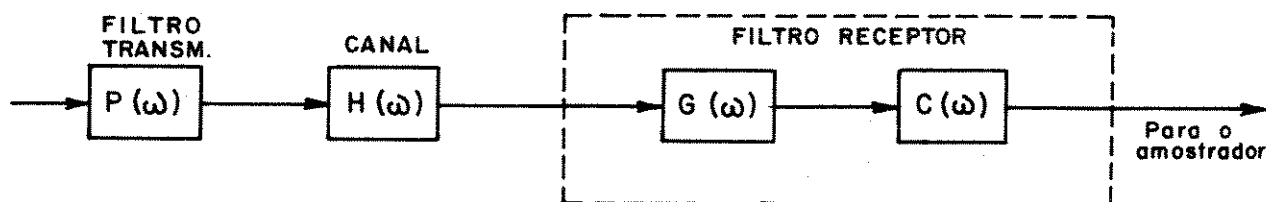


Figura 1.8 - Composição de um sistema de comunicação linear

$P(\omega)$ representa a característica espectral do pulso gerado no transmissor, $H(\omega)$ é a resposta em frequência do canal, $G(\omega)$ é um filtro casado cuja função é maximizar a relação sinal-ruído nos instantes de amostragem e $C(\omega)$ é o equalizador, que tem a função de compensar a resposta em frequência do sistema como um todo, de forma a eliminar a IIS.

Um leitor mais atento indagaria se após o filtro casado $G(\omega)$ não deveria existir um amostrador, uma vez que ele maximiza a relação sinal-ruído para um "determinado" instante de tempo. A não inclusão do amostrador se deve ao tipo particular de equalizador que pretendemos utilizar que consiste de um filtro transversal, o qual, como veremos, pode dispensar essa amostragem adicional.

1.6.1 - Filtro Transversal

O filtro transversal é um dispositivo constituído de uma linha de atrasadores com derivações a cada T segundos, as quais são aplicadas à mul-

tiplicadores e a seguir somadas resultando assim na resposta do filtro, conforme ilustra a Figura 1.9.

A utilização de filtros transversais em equalizadores, deve-se a grande versatilidade que eles apresentam, uma vez que podemos obter uma grande variedade de respostas simplesmente variando os coeficientes multiplicadores. Esses filtros são especialmente interessantes quando utilizamos processamento digital de sinais, onde podemos implementar qualquer resposta finita.

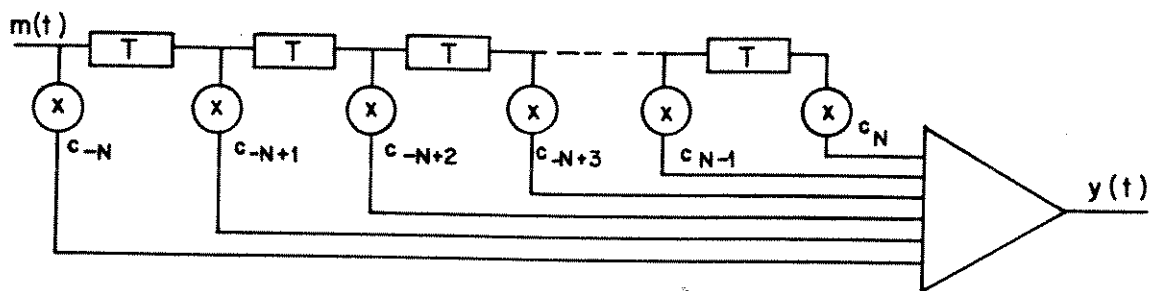


Figura 1.9 - Filtro Transversal

Considerando um filtro transversal com $(2N + 1)$ derivações, sua resposta impulsiva é dada por

$$c(t) = \sum_{n=-N}^N c_n \delta(t - nT) \quad (1.32)$$

enquanto que sua resposta em frequência é dada por

$$C(\omega) = \sum_{n=-N}^N c_n e^{-j\omega nT} \quad (1.33)$$

Devemos notar que essa função é periódica em ω sendo o período igual a $2\pi/T$. Vamos agora demonstrar que uma resposta em frequência com essas características permite que dispenseemos o amostrador que deveria figurar após o filtro casado, $G(\omega)$, na Figura 1.8. Isso equivale a dizer que a implementação do equalizador com filtro transversal tanto pode ser analógica como digital que o resultado é o mesmo.

A resposta em frequência do conjunto de filtros representado na Figura 1.8 é dada por

$$X(\omega) = P(\omega) H(\omega) G(\omega) C(\omega) \quad (1.34)$$

fazendo

$$R(\omega) = P(\omega) H(\omega) G(\omega) \quad (1.35)$$

temos

$$X(\omega) = R(\omega) C(\omega) \quad (1.36)$$

Considerando uma implementação analógica do equalizador temos no instante $t = kT$ a amostra

$$x_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\omega) C(\omega) e^{j\omega kT} d\omega \quad (1.37)$$

onde x_k representa uma simplificação na notação de $x(kT)$. Para um tratamento digitalizado a partir do equalizador temos

$$x_k = \sum_{n=-N}^N c_n r_{k-n} \quad (1.38)$$

onde r_k representa a amostra no instante k do sinal obtido na saída do filtro casado, ou seja

$$r_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\omega) e^{j\omega kT} d\omega \quad (1.39)$$

Utilizando a definição de faixa equivalente de Nyquist apresentada na Equação (1.17), podemos escrever

$$r_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}} R_{eq}(\omega) e^{j\omega kT} d\omega \quad (1.40)$$

substituindo esse resultado em (1.38) temos

$$\begin{aligned} x_k &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}} \sum_{n=-N}^N c_n e^{-j\omega nT} R_{eq}(\omega) e^{j\omega kT} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}} C(\omega) R_{eq}(\omega) e^{j\omega kT} d\omega \end{aligned} \quad (1.41)$$

Lembrando que $C(\omega)$ é periódica, temos finalmente

$$x_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C(\omega) R(\omega) e^{j\omega kT} d\omega \quad (1.42)$$

que é igual ao valor da amostra obtida em (1.37) usando-se uma implementação analógica para o equalizador. O filtro transversal possui ainda outras propriedades importantes. Uma delas reside na facilidade em se obter uma respos-

ta em frequência com fase linear. Veremos a seguir que essa propriedade encontra aplicação imediata no equalizador em questão.

Vimos na seção anterior que para obter uma amostragem livre de IIS, devemos ter

$$X_{eq}(\omega) = T \quad |\omega| \leq \frac{\pi}{T} \quad (1.43)$$

Convém notar que esse resultado constitui uma normalização, uma vez que bastaria ter $X_{eq}(\omega) = \text{constante}$ para garantir a isenção de IIS. No entanto, essa normalização garante também que os valores das amostras serão iguais aos dos símbolos transmitidos. Considerando a periodicidade de $C(\omega)$, temos de (1.36)

$$X_{eq}(\omega) = R_{eq}(\omega) C(\omega) \quad |\omega| \leq \frac{\pi}{T} \quad (1.44)$$

dessa forma

$$C(\omega) = \frac{T}{R_{eq}(\omega)} \quad |\omega| \leq \frac{\pi}{T} \quad (1.45)$$

determina univocamente a resposta em frequência do equalizador.

De (1.33) vemos que a medida em que $N \rightarrow \infty$, a resposta em frequência do filtro transversal torna-se uma série de Fourier e pode aproximar qualquer função no intervalo $-\pi/T \leq \omega \leq \pi/T$. Entretanto, a Equação (1.45) mostra que para uma aproximação factível utilizando o filtro transversal devemos ter

$$R_{eq}(\omega) \neq 0 \quad |\omega| \leq \frac{\pi}{T} \quad (1.46)$$

Sabemos que $R(\omega)$ constitui a resposta em frequência do sinal na saída do filtro casado, o qual possui em geral uma característica do tipo $|G(\omega)|^2$ e portanto, real. Sendo esse um caso particular de resposta com fase linear, podemos obtê-la através do filtro transversal fazendo $c_n = c_{-n}$ em uma implementação com coeficientes reais.

Um método para se obter os coeficientes do filtro transversal pode então passar pelos seguintes passos [4].

1 - Encontra-se $R_{eq}(\omega)$ através das amostras r_n

$$R_{eq}(\omega) = T \sum_{n=-\infty}^{\infty} r_n e^{-j\omega nT} \quad |\omega| \leq \frac{\pi}{T} \quad (1.47)$$

2- Encontra-se a resposta em frequência do equalizador

$$C(\omega) = \frac{T}{R_{eq}(\omega)} \quad |\omega| \leq \frac{\pi}{T} \quad (1.48)$$

3 - Inverte-se $C(\omega)$ para encontrar os coeficientes do filtro

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}} C(\omega) e^{j\omega nT} d\omega \quad (1.49)$$

A saída do filtro somente terá garantidamente $x_n = 0$ para $n \neq 0$ se assumirmos $N \rightarrow \infty$, ou seja, se o número de estágios do filtro transversal for infinito. Esse aspecto pode ser melhor analisado através da utilização da transformada Z. Desejamos uma resposta tal que

$$x_k = \delta_{ko} \quad (1.50)$$

ou ainda

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n r_{k-n} = \delta_{ko} \quad (1.51)$$

Tomando a transformada Z de (1.51) obtemos

$$C(z) R(z) = 1 \quad (1.52)$$

Para um filtro transversal com $2N+1$ derivações temos a função de sistema

$$C(z) = \sum_{n=-N}^N c_n z^{-n} \quad (1.53)$$

A qual pode ainda ser colocada na forma

$$C(z) = z^{-N} \prod_{n=1}^{2N} (z - z_n) \quad (1.54)$$

que evidencia a existência de $2N$ zeros e nenhum polo no plano z excetuando-se a origem. Concluimos então que o filtro transversal pode equalizar perfeitamente sinais cuja transformada Z apresente um número de polos menor ou igual a $2N$ e nenhum zero fora da origem. De (1.52) e (1.54) temos

$$R(z) = z^N \prod_{n=1}^{2N} \frac{1}{(z - z_n)} \quad (1.55)$$

Esta forma corresponde a uma classe bastante particular de resposta impulsiva e, dada a presença dos polos, podemos adiantar que possui um comprimento infinito [5]. Um sinal de características diferentes, entretanto, poderia ser equalizado com razoável precisão alocando-se convenientemente no plano z os zeros da função $C(z)$, obtendo-se assim a função de sistema do filtro. Os coeficientes seriam então obtidos usando-se a Transformada Inversa de $C(z)$.

$$c_n = \frac{1}{2\pi j} \oint C(z) z^{n-1} dz \quad (1.56)$$

Em resumo, mostramos que um equalizador implementado com filtro transversal pode ter seus coeficientes calculados a partir da resposta em frequência do sinal e esboçamos também a possibilidade de se utilizar a transformada Z. Além disso, mostramos que uma sequência de amostras de comprimento finito não pode ser equalizada perfeitamente através de um filtro transversal que tenha um número limitado de estágios. Iremos então estudar métodos mais realísticos, que permitem obter os coeficientes do filtro usando-se diretamente o valor das amostras do sinal.

Utilizando a notação simplificada para representar o sinal recebido após o amostrador, podemos escrever (1.12) na forma

$$y_n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k x_{n-k} \quad (1.57)$$

onde novamente desprezamos o ruído n_n adicionado pelo canal. O valor da amostra no instante zero é então dado por

$$y_0 = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k x_{-k} \quad (1.58)$$

Que podemos colocar em termos do símbolo desejado mais uma parcela referente a IIS

$$y_0 = x_0 \left[a_0 + \frac{1}{x_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} ' a_k x_{-k} \right] \quad (1.59)$$

onde a apóstrofe indica a deleção do termo $k=0$ na somatória. Normalizando para $x_0 = 1$, temos

$$y_0 = a_0 + \sum_{k=-\infty}^{\infty} ' a_k x_{-k} \quad (1.60)$$

Vamos agora supor que a sequência correspondente ao pulso a ser equalizado $\{y_n\}$ possua um comprimento de L amostras. Usando um filtro transversal com $2N+1$ derivações temos

$$\sum_{k=-N}^N c_k r_{n-k} = x_n \quad (1.61)$$

onde notamos que o comprimento da sequência correspondente ao sinal equalizado $\{x_n\}$ é $2N+L$. Podemos então enxergar (1.61) como um conjunto de $2N+L$ equações lineares com $2N+1$ coeficientes ajustáveis. Dessa forma, é possível fi-

ter somente $2N+1$ componentes na resposta equalizada $\{x_n\}$, o que nos impede de atender as condições necessárias para IIS nula.

A solução para o conjunto de coeficientes c_n deve então emergir de um processo de otimização. Iremos considerar dois desses critérios: o da distorção de pico e o do erro quadrado médio. Veremos que nenhum deles é ótimo no sentido de minimizar a probabilidade de erro, um problema tido como matematicamente intratável.

1.6.2 - Critério da Distorção de Pico

O critério da distorção de pico consiste em se minimizar a grandeza denotada por D , onde

$$D = \frac{1}{x_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x_n| \quad (1.62)$$

Devemos observar que essa grandeza guarda uma relação direta com a quantidade máxima de IIS possível no instante de amostragem. Esse critério foi exhaustivamente estudado por Lucky [7], onde podemos encontrar as provas dos teoremas que vamos enunciar

Teorema 1.3

Se o conjunto de $2N+1$ coeficientes c_n em (1.61) é tal que $x_0 = 1$ e a distorção de pico D é mínima, então $x_n = 0$ para $2N$ valores de n .

Esse teorema diz simplesmente que uma vez conhecida a localização das $2N$ amostras que devem ser nulas em $\{x_n\}$, poderíamos obter a solução para os coeficientes c_n , pois teríamos $2N+1$ equações linearmente independentes. Veremos agora um caso para o qual a localização dessas amostras é conhecida. Para isso definimos a distorção inicial

$$D_0 = \frac{1}{r_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |r_n| \quad (1.63)$$

Teorema 1.4

Se $D_0 < 1$, então o valor mínimo da distorção D deve ocorrer para o conjunto de coeficientes c_n que resulta em $x_n = 0$ para $|n| \leq N$, $n \neq 0$.

Vemos então que para o caso em que $D_0 < 1$ temos uma estratégia elementar para a obtenção dos coeficientes do filtro. Ou seja, substituímos na

equação (1.62) os valores das amostras conhecidas resultando

$$\sum_{k=-N}^N c_k r_{n-k} = \delta_{no} \quad n = -N, \dots, N \quad (1.64a)$$

Ou, na forma matricial

$$\begin{bmatrix} r_0 & \dots & r_{-2N} \\ \vdots & & \vdots \\ r_{2N} & \dots & r_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{-N} \\ \vdots \\ c_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.64b)$$

De onde podemos obter os coeficientes $\{c_n\}$ que minimizam a distorção de pico para o caso em que $D_0 < 1$. Esse caso é bastante freqüente na prática e abrange uma grande parte dos problemas de equalização. Ele equivale, no caso de transmissão binária, à situação em que o olho não se encontra totalmente fechado para o sinal recebido.

1.6.3 - Critério do erro quadrado médio

Na seção anterior derivamos os coeficientes do filtro através da minimização da distorção de pico. Aqui iremos repetir esse procedimento, somente que utilizando outro critério de otimização. Para isso vamos definir o parâmetro

$$V = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \epsilon_n^2 \quad (1.65)$$

onde ϵ_n é o erro na resposta do pulso equalizado, definido por

$$\epsilon_n = x_n - \delta_{no} \quad (1.66)$$

Queremos então encontrar os valores dos coeficientes do filtro que minimizam V . De (1.65), (1.66) e (1.61) temos

$$V = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\sum_{k=-N}^N c_k r_{n-k} - \delta_{no} \right]^2 \quad (1.67)$$

No ponto de mínimo temos $\partial V / \partial c_j = 0$, $j = -N, \dots, N$, assim

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} 2 \left[\sum_{k=-N}^N c_k r_{n-k} - \delta_{no} \right] r_{n-j} = 0 \quad j = -N, \dots, N \quad (1.68)$$

$$\sum_{k=-N}^N c_k \sum_{n=-\infty}^{\infty} r_{n-k} r_{n-j} = r_{-j} \quad j = -N, \dots, N \quad (1.69)$$

Definindo a função de correlação

$$\phi_k = \sum_{n=-\infty}^{\infty} r_n r_{n-k} \quad (1.70)$$

temos

$$\sum_{k=-N}^N c_k \phi_{j-k} = r_{-j} \quad j = -N, \dots, N \quad (1.71a)$$

Ou, em forma matricial

$$\Phi C = R \quad (1.71b)$$

onde Φ é a matriz de covariância $[2N+1] \times [2N+1]$ cujo elemento da i -ésima linha e j -ésima coluna é a correlação ϕ_{i-j}

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_0 & \dots & \phi_{-2N} \\ \vdots & & \vdots \\ \phi_{2N} & \dots & \phi_0 \end{bmatrix} \quad (1.72)$$

C é o vetor de coeficientes multiplicadores do filtro, definido como

$$C = [c_{-N} \dots c_N]' \quad (1.73)$$

onde o apostrofe denota transposição e R é o vetor de amostras de pulso não equalizado

$$R = [r_N \dots r_{-N}]' \quad (1.74)$$

A solução de (1.71b), ou, o vetor de coeficientes ótimos para o filtro é então dado por

$$C_{opt} = \Phi^{-1} R \quad (1.75)$$

As definições (1.72), (1.73) e (1.74) serão também utilizadas no capítulo 2 quando trataremos esse problema em um contexto diferente.

1.7 - CONCLUSÃO

Neste capítulo procuramos apresentar uma análise do problema de equa-

lização quando são perfeitamente conhecidos os parâmetros relativos ao meio de transmissão deixando para o capítulo 2 a abordagem de sistemas em que este varia no tempo. Além disso, fizemos um breve relato dos vários aspectos envolvidos no processo de transmissão de sinais digitais. Vimos que a utilização de canais de faixa limitada resulta em IIS e também que uma escolha apropriada dos pulsos associados a esses canais pode resultar na eliminação destes instantes de amostragem. Finalmente, apresentamos o filtro transversal, cuja aplicação aos problemas de transmissão digital constitui o ponto central deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- [1] Proakis, J.G., Digital Communications, Mc Graw-Hill, 1983.
- [2] Shanmugan, K.S., Digital and Analog Communications Systems, John Wiler & Sons, 1979.
- [3] Whalen, A.D., Detection of Signal in Noise, Academic Press, 1971.
- [4] Lucky, R.W., Salz, J., and Weldon, E.J., Jr., Principles of Data Communication, Mc Graw-Hill, 1968.
- [5] Oppenheim, A.V. and Schafer, R.W., Digital Signal Processing, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1975.
- [6] Lathi, B.P., Random Signals and Communication Theory, International Textbook Company, 1968.
- [7] Lucky, R.W., "Automatic Equalization for Digital Communications", Bell System Tech. J., vol. 44, pp. 547-588, April 1965.

CAPÍTULO 2

PROCESSOS ADAPTATIVOS PARA ELIMINAÇÃO DA IIS

2.1 INTRODUÇÃO

No capítulo 1 fizemos uma breve revisão dos aspectos envolvidos na transmissão unidirecional de dados em banda base, onde colocamos o problema da IIS e apresentamos algumas formas de eliminá-la quando são perfeitamente conhecidas as características do canal. Vamos agora estudar métodos que permitem eliminar a IIS quando utilizamos canais desconhecidos ou que variam ao longo do tempo.

No tratamento desses canais, nossa abordagem será sempre a seguinte: Admitiremos que eles tenham uma resposta impulsiva genérica $r(t)$ e tentaremos ajustar os coeficientes do filtro transversal no sentido de minimizar a IIS considerando essa resposta. Dessa forma, é indiferente se o canal é desconhecido ou varia no tempo uma vez que o filtro está constantemente sendo ajustado para se adaptar às condições atuais do canal. Esse processo de adaptação é feito através de um algoritmo que analisa de instante em instante a situação do canal e providencia os ajustes necessários nos coeficientes do filtro transversal.

A análise da situação do canal deve ser feita unicamente através da observação dos sinais que estão chegando ao receptor. Entretanto, para que alguma conclusão seja tirada acerca do canal é preciso que se saiba "o que" está sendo transmitido. Ao longo de uma transmissão podemos utilizar os pró-

prios símbolos obtidos no processo de decisão para avaliar o que está sendo transmitido. Assim sendo, é necessário que as variações do canal ocorram de forma lenta o suficiente para que o algoritmo possa segui-las sem prejuízo da decisão, pois de outra forma seria desastroso.

Um outro meio de se avaliar a situação atual do canal, que se aplica principalmente a canais desconhecidos, consiste em se saber a priori o que está sendo transmitido. Neste contexto existe uma sequência de treino que é utilizada no início da transmissão para proceder à equalização inicial do canal. Ao final desta, inicia-se a transmissão dos dados e a adaptação passa a ser feita através da decisão sobre estes.

Em nosso tratamento não vamos nos preocupar com a forma pela qual o receptor conhece a sequência de símbolos que está sendo transmitida. Vamos admitir simplesmente que as decisões sobre os símbolos no receptor são sempre feitas corretamente.

Existe um número considerável de técnicas adaptativas para a eliminação da IIS. Entretanto, estaremos interessados somente naquelas que se aplicam aos filtros transversais. Antes de começar a analisá-las, vamos apresentar um método computacional conhecido como "steepest-descent" que será largamente utilizado adiante.

2.2 - MÉTODO "STEEPEST DESCENT"

Consideremos uma função convexa de N variáveis $f(c_0, c_1, \dots, c_{N-1})$. Queremos encontrar o ponto de mínimo no domínio dessa função.

Definiremos uma função $f(\cdot)$ como sendo convexa sobre uma região R do espaço vetorial se, para todo vetor $\vec{\alpha}$ e $\vec{\beta}$ em R , e λ , $0 \leq \lambda \leq 1$, a função satisfizer

$$f(\lambda\vec{\alpha} + [1-\lambda]\vec{\beta}) \leq \lambda f(\vec{\alpha}) + [1-\lambda] f(\vec{\beta}) \quad (2.1)$$

Assim sendo, uma função convexa não possui mínimos locais, mas somente um ponto de mínimo global conforme ilustra a Figura 2.1 para o caso de duas variáveis. A solução para esse problema implica em se fazer

$$\nabla f = \vec{0} \quad (2.2)$$

Essa expressão constitui um conjunto de N equações a N incógnitas cuja solução simultânea fornece o ponto de mínimo desejado. Entretanto, uma solução al

gêbrica para esse caso nem sempre é possível e mesmo para um caso bem simples em que as componentes do gradiente resultam em equações lineares envolve a inversão de uma matriz. O método "steepest-descent" representa uma solução computacional alternativa bastante prática.

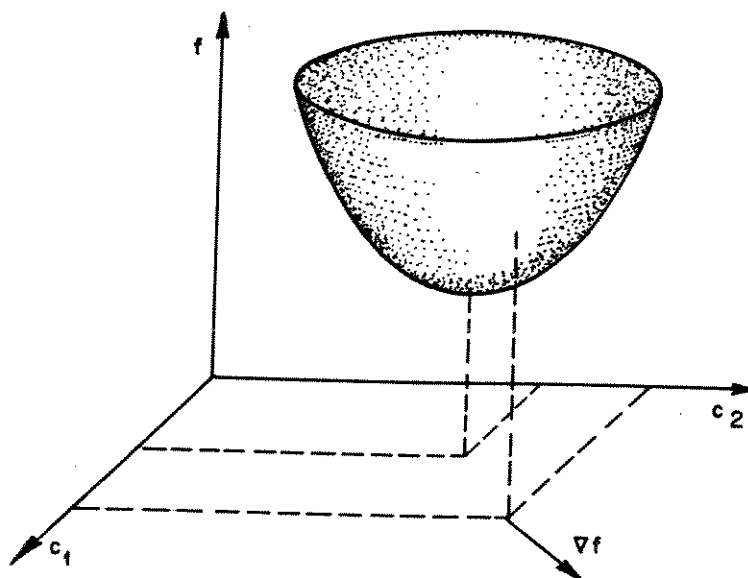


Figura 2.1 - Representação de uma função convexa

Esse método baseia-se no fato de que podemos obter o ponto de mínimo dessa função partindo-se de qualquer ponto e caminhando-se sempre em direção contrária ao gradiente, conforme pode ser intuído pela Figura 2.1. Para isso tomamos inicialmente um vetor arbitrário C_0 e efetuamos o seguinte cálculo recursivo

$$C_{v+1} = C_v - \alpha \nabla f \quad (2.3)$$

onde ∇f é o vetor gradiente calculado no ponto $C = C_v$ e α é uma constante positiva que deve ser pequena o bastante para garantir a convergência do processo. É intuitivo que fazendo-se o valor de α pequeno teremos uma maior precisão na solução, contudo um maior número de iterações será exigido para a convergência.

2.3 - ALGORÍTMO "ZERO FORCING"

Descreveremos nesta seção o algoritmo ZF (zero forcing) que procura equalizar os pulsos recebidos minimizando a distorção de pico D. Esse algo-

ritmo foi desenvolvido por Lucky ao longo de dois de seus trabalhos [1, 2]. O tratamento que dispensamos aqui representa não apenas uma síntese do trabalho de Lucky mas também uma abordagem mais objetiva, uma vez que o prévio conhecimento dos resultados nos permitiu obter simplificações na análise.

Como vimos na seção 1.6, o procedimento de minimizar a distorção de pico força o surgimento de $2N$ zeros na resposta impulsiva $\{x_n\}$. Iremos aqui nos restringir ao caso em que $D_0 < 1$, o que implica que a solução ótima do problema ocorre para os coeficientes do filtro c_k que resultam em $x_n = 0$, $-N \leq n \leq N$, $n \neq 0$. Vimos também que $D_0 < 1$ significa uma transmissão binária com um olho não totalmente fechado para o sinal recebido, possibilitando a transmissão digital em dois níveis, porém nada podemos afirmar para o caso transmissões multiníveis. A equalização que pretendemos obter tem o mérito não apenas de aumentar a margem de segurança nas transmissões binárias, mas principalmente de permitir transmissões multiníveis onde somente eram possíveis transmissões binárias [1], aumentando-se consideravelmente a taxa de informação.

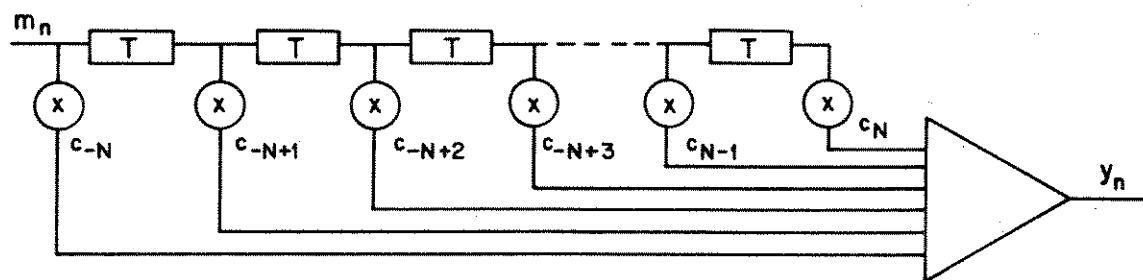


Figura 2.2 - Filtro Transversal

Vamos primeiramente relembrar a notação utilizada no Capítulo 1 através da Figura 2.2, onde esquematizamos novamente o filtro transversal, desta vez utilizando a representação amostrada para os sinais. Na entrada do filtro temos o sinal recebido, que no instante n é dado por

$$m_n = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j r_{n-j} + \zeta_n \quad (2.4)$$

onde $\{a_n\}$ constitui a sequência de informação, $\{r_n\}$ é a forma do pulso não equalizado e ζ_n é o ruído adicionado pelo canal. Na saída do filtro temos o sinal

$$y_n = \sum_{j=-N}^N c_j m_{n-j} \quad (2.5)$$

sendo $\{c_n\}$ o conjunto de coeficientes do filtro transversal. Esse sinal também pode ser escrito como

$$y_n = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j x_{n-j} + \eta_n \quad (2.6)$$

onde $\{x_n\}$ é a forma do pulso equalizado, que se relaciona com $\{r_n\}$ através dos multiplicadores do filtro, ou seja

$$x_n = \sum_{j=-N}^N c_j r_{n-j} \quad (2.7)$$

e $\{\eta_n\}$ são as amostras do ruído na saída do filtro, que admitiremos independentes, com distribuição gaussiana e variância σ^2 .

Em uma implementação física os valores das amostras podem corresponder a medidas de tensão, sendo que nesse processo um fator de escala certamente estará presente. Por esse motivo é que usamos normalizar as amplitudes dos pulsos. Vamos então fazer $r_0 = 1$ e procurar os coeficientes do filtro que resultam em $x_n = \delta_{n0}$, $-N \leq n \leq N$. Enquanto na Seção 1.6 esses coeficientes eram calculados através de uma inversão matricial, aqui teremos que adotar outra estratégia pois nem mesmo conhecemos os valores de $\{r_n\}$. Felizmente, a distorção de pico D é uma função convexa das variáveis c_j e podemos utilizar com sucesso o método "steepest-descent".

No caso presente queremos forçar a zero os valores de x_n para $|n| \leq N$, $n \neq 0$, e forçar a um o valor de x_0 . Temos então um problema equivalente a minimizar a distorção truncada

$$D^* = \sum_{n=-N}^N |\epsilon_n| \quad (2.8)$$

onde ϵ_n é o erro na n -ésima amostra do pulso equalizado

$$\epsilon_n = x_n - \delta_{n0} \quad (2.9)$$

É agora conveniente enunciar o seguinte teorema

Teorema 2.1

A distorção truncada D^* é uma função convexa das variáveis c_j , $j = -N, \dots, N$.

Prova

Sejam $\vec{\alpha}$ e $\vec{\beta}$ vetores de dimensão $2N+1$ e $0 \leq \lambda \leq 1$, então

$$D^*(\lambda \vec{\alpha} + [1-\lambda] \vec{\beta}) = \sum_{n=-N}^N \left| \sum_{j=-N}^N [\lambda \alpha_j + (1-\lambda) \beta_j] r_{n-j} - \delta_{no} \right| \quad (2.10)$$

$$= \sum_{n=-N}^N \left| \lambda \left[\sum_{j=-N}^N \alpha_j r_{n-j} - \delta_{no} \right] + (1-\lambda) \left[\sum_{j=-N}^N \beta_j r_{n-j} - \delta_{no} \right] \right| \quad (2.11)$$

$$\leq \lambda D^*(\vec{\alpha}) + [1-\lambda] D^*(\vec{\beta}) \quad (2.12)$$

Logo, D^* atende a definição de convexidade representada por (2.1) e o método "steepest-descent" pode ser utilizado. Vamos então obter o gradiente de D^* .

$$\nabla D^* = \left[\frac{\partial D^*}{\partial c_{-N}}, \frac{\partial D^*}{\partial c_{-N+1}}, \dots, \frac{\partial D^*}{\partial c_N} \right]' \quad (2.13)$$

Os componentes do gradiente são

$$\frac{\partial D^*}{\partial c_k} = \sum_{n=-N}^N r_{n-k} \operatorname{sgn} \epsilon_n \quad k = -N, \dots, N \quad (2.14)$$

Como $D_0 < 1$, temos que os valores de r_n para $n \neq 0$ são pequenos comparados a $r_0 = 1$, assim vamos fazer a aproximação

$$\frac{\partial D^*}{\partial c_k} \approx \operatorname{sgn} \epsilon_k \quad k = -N, \dots, N \quad (2.16)$$

E o vetor gradiente fica

$$\nabla D^* \approx [\operatorname{sgn} \epsilon_{-N}, \operatorname{sgn} \epsilon_{-N+1}, \dots, \operatorname{sgn} \epsilon_N]' \quad (2.17)$$

A solução iterativa para os coeficientes do filtro é então obtida através do algoritmo descrito na seção anterior

$$C_{v+1} = C_v - \alpha \nabla D^* \quad (2.18)$$

onde C_v representa um vetor com os valores assumidos pelos coeficientes do filtro na v -ésima iteração e α é a constante positiva que determina a convergência do processo.

É interessante notar que ∇D^* possui uma forma bastante simples, pois suas componentes consistem tão somente dos sinais dos erros nas amostras do pulso equalizado. Dessa forma, cada coeficiente c_k é ajustado a cada iteração

simplesmente somando-se ou subtraindo-se uma quantidade igual a α , conforme o erro em x_k seja respectivamente negativo ou positivo. Essa simplicidade funcional é especialmente interessante quando implementações digitais são requeridas.

Devemos observar que não possuímos os valores dos erros $\{\epsilon_k\}$ no receptor e nem mesmo podemos obtê-los dada a presença do ruído. Contudo, veremos que é possível estimá-los de forma bastante simples. Antes porém, vamos demonstrar que o algoritmo representado pela equação (2.18) converge para o mínimo desejado. Para isso suporemos que na v -ésima iteração os erros em $x_j(v)$ são conhecidos e dados por $\epsilon_j(v)$. Após serem os coeficientes $c_k(v)$ incrementados de $-\alpha \text{sgn } \epsilon_k(v)$, teremos os novos erros dados por $\epsilon_j(v+1)$, onde

$$\epsilon_j(v+1) = x_j(v+1) - \delta_{jo} \quad (2.19)$$

$$= \sum_{k=-N}^N [c_k(v) - \alpha \text{sgn } \epsilon_k(v)] r_{j-k} - \delta_{jo} \quad (2.20)$$

$$= x_j(v) - \delta_{jo} - \sum_{k=-N}^N \text{sgn } \epsilon_k(v) r_{j-k} \quad (2.21)$$

$$= \epsilon_j(v) - \alpha \text{sgn } \epsilon_j(v) - \sum_{\substack{k=-N \\ k \neq j}}^N \text{sgn } \epsilon_k(v) r_{j-k} \quad (2.22)$$

Mas como

$$\sum_{\substack{k=-N \\ k \neq j}}^N \text{sgn } \epsilon_k(v) r_{j-k} \leq D_0 < 1 \quad (2.23)$$

podemos escrever

$$|\epsilon_j(v+1)| < ||\epsilon_j(v)| - \alpha| + \alpha \quad (2.24)$$

Dessa forma, sempre que $|\epsilon_j(v)| > \alpha$ temos

$$|\epsilon_j(v+1)| < |\epsilon_j(v)| \quad (2.25)$$

o que indica que o processo está convergindo. Se por outro lado $|\epsilon_j(v)| < \alpha$, então

$$|\epsilon_j(v+1)| < 2\alpha \quad (2.26)$$

Dessa discussão concluímos que o erro em cada amostra do pulso equalizado após a convergência do processo estará dentro de 2α . Conforme fazemos α tender a zero, temos que os erros $\{\epsilon_j\}$ tendem a zero e portanto a distorção

truncada D^* também tende a zero, o que implica em que a distorção de pico D estará minimizada.

Vamos agora apresentar uma forma de estimar os erros ϵ_n no equalizador. Considerando que estamos supondo a sequência de símbolos $\{a_n\}$ conhecida no receptor, e que para um intervalo de tempo suficientemente longo o canal, e portanto $\{x_n\}$, podem ser tidos como constantes, temos que a probabilidade de recepção da sequência $\{y_k\}$, $k=1, \dots, K$, é dada em termos do ruído gaussiano por

$$P(Y/X) = \frac{1}{[\sigma\sqrt{2\pi}]^K} \prod_{k=1}^K e^{-\frac{1}{2\sigma^2} [y_k - \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x_{k-n}]^2} \quad (2.27)$$

Queremos estimar por máxima verossimilhança os erros ϵ_k . Substituímos então a definição (2.9) em (2.27) e obtemos a função de verossimilhança $L(Y/X)$, dada pelo logaritmo de $P(Y/X)$. A menos de uma constante temos

$$L(Y/X) = \sum_{k=1}^K -\frac{1}{2\sigma^2} [y_k - a_k - \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \epsilon_{k-n}]^2 \quad (2.28)$$

A estimativa de verossimilhança dos $2N+1$ erros ϵ_k na resposta impulsiva equalizada é dada pela resolução simultânea das $2N+1$ equações

$$\frac{\partial L(Y/X)}{\partial \epsilon_j} = 0 \quad j = -N, \dots, N \quad (2.29)$$

Que resulta em

$$\sum_{k=1}^K [y_k - a_k - \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \hat{\epsilon}_{k-n}] a_{k-j} = 0 \quad j = -N, \dots, N \quad (2.30)$$

A diferença $[y_k - a_k]$ representa o erro entre o valor da amostra recebida e o símbolo detectado no instante de tempo correspondente. Vamos então definir

$$e_k = y_k - a_k \quad (2.31)$$

De (2.30) e (2.31) temos

$$\sum_{k=1}^K e_k a_{k-j} = \sum_{k=1}^K \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{\epsilon}_{k-n} a_n a_{k-j} \quad j = -N, \dots, N \quad (2.32)$$

Ou, ainda

$$\sum_{k=1}^K e_k a_{k-j} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{\epsilon}_n \sum_{k=1}^K a_{k-n} a_{k-j} \quad j = -N, \dots, N \quad (2.33)$$

Lembrando que a função de autocorrelação dos símbolos é dada por

$$A_{nj} = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K a_{k-n} a_{k-j} \quad (2.34)$$

temos para um período K suficientemente longo

$$\sum_{k=1}^K e_k a_{k-j} = K \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{\epsilon}_n A_{nj} \quad j = -N, \dots, N \quad (2.35)$$

Vamos agora assumir que os símbolos transmitidos são não correlacionados, de forma que

$$A_{nj} = S \delta_{nj} \quad (2.36)$$

onde S é a potência média dos símbolos. Substituindo (2.36) em (2.35) temos finalmente

$$\tilde{\epsilon}_j = \frac{1}{KS} \sum_{k=1}^K e_k a_{k-j} \quad j = -N, \dots, N \quad (2.37)$$

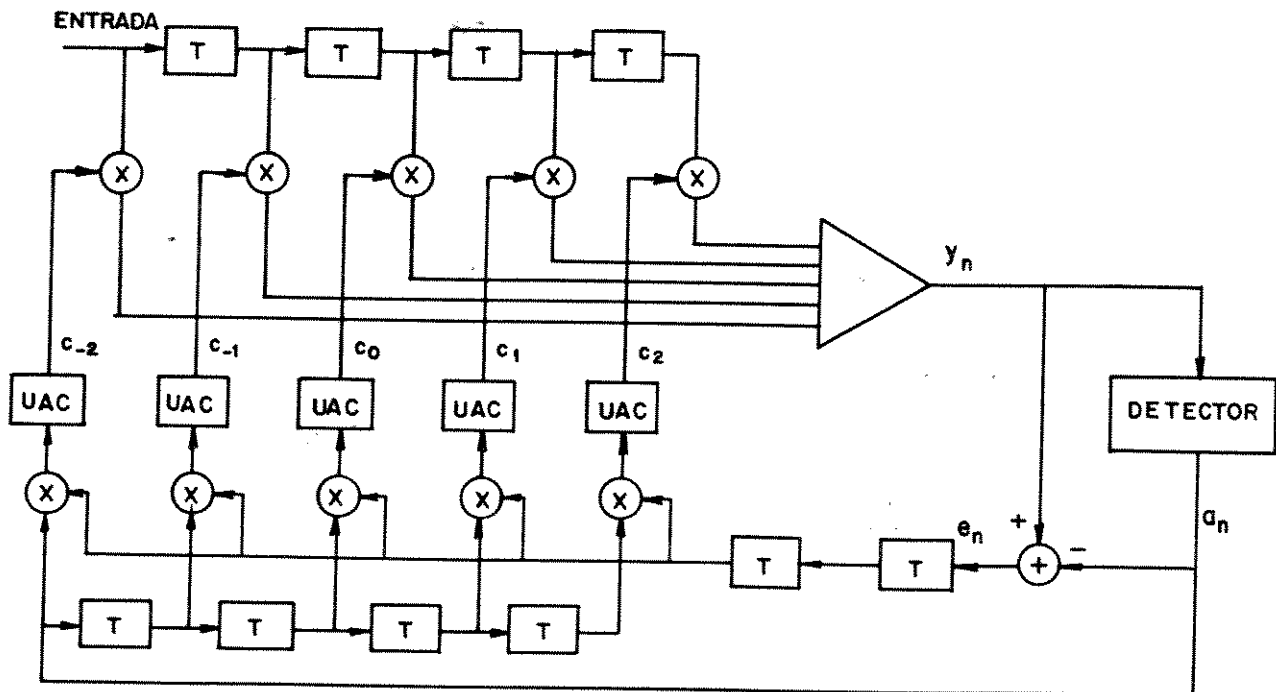


Figura 2.3 - Equalizador adaptativo
usando o algoritmo ZF

A Figura 2.3 apresenta o diagrama de blocos de um equalizador adaptativo que utiliza a estimativa do erro obtida em (2.37) para ajustar os coeficientes multiplicadores do filtro. Os blocos designados por UAC (Unidade de Atualização dos Coeficientes) são responsáveis por obter as estimativas $\hat{e}_j$ ao longo de um período de comprimento K e atualizar os coeficientes do filtro segundo o algoritmo ZF visto no início desta seção. Para obter as estimativas $\hat{e}_j$ é necessário correlacionar as amostras e_k com os símbolos a_{k-j} para $j = -N, \dots, N$. Isto é conseguido atrasando-se as amostras e_k de N intervalos de tempo enquanto que os símbolos a_{k-j} são obtidos através de uma linha de atraso com $2N+1$ derivações.

O fato de obtermos as estimativas $\hat{e}_j$ através de uma média sobre K intervalos de tempo sugere que os coeficientes do filtro somente devem ser atualizados a cada período de comprimento K . De fato, essa é uma possibilidade para o procedimento dos ajustes. Contudo, veremos que existem outras formas de efetuar a média sobre as últimas amostras coletadas que resultam em diferentes configurações para blocos UAC. Deixaremos essas considerações para a próxima seção, após a apresentação do algoritmo do erro quadrado médio.

O bloco designado por DETECTOR no diagrama da Figura 2.3 é um estágio que toma as amostras y_n na saída do filtro transversal e decide pelo símbolo a_j cujo valor está mais próximo. É fácil concluir que uma decisão errada isoladamente não traria quaisquer consequências ao funcionamento do sistema. Devemos então esperar que este se comporte normalmente, mesmo quando operando com probabilidades de erro maiores que as normalmente aceitas em uma transmissão digital [2]. Dessa forma, nossa suposição inicial de que os símbolos deveriam sempre ser decididos corretamente torna-se desnecessária.

É bom notar que o diagrama de blocos da Figura 2.3 constitui simplesmente um modelo matemático do sistema e sua representação nada diz sobre a implementação física, uma vez que nem mesmo a natureza dos sinais está especificada (se digital ou analógica, contínua ou amostrada). Dessa forma assumindo que os sinais nos vários pontos podem ter naturezas diferentes, é possível uma infinidade de implementações físicas para esse sistema usando-se conversores A/D, D/A, amostradores, filtros, etc. Vamos adiar essas discussões para o Capítulo 5, quando então já teremos estudado os modelos matemáticos referentes a outros sistemas adaptativos.

2.4 - ALGORITMO DO ERRO QUADRADO MÉDIO

Nesta seção descreveremos um algoritmo adaptativo que procura equalizar o sinal recebido minimizando o erro quadrado médio (MSE). Na Seção 1.6 apresentamos um método para se obter os coeficientes do filtro transversal usando este critério quando são perfeitamente conhecidos os parâmetros que determinam a forma do pulso na entrada do filtro. Podemos assim aplicar diretamente o critério de minimização à forma do pulso $\{x_n\}$. Adotaremos aqui uma abordagem deveras diferente uma vez que trabalharemos com a sequência equalizada $\{y_n\}$. Assim, os coeficientes do filtro serão ajustados de forma a minimizar o valor quadrado médio do erro

$$e_n = y_n - a_n \quad (2.38)$$

onde

$$y_n = \sum_{k=-N}^N c_k m_{n-k} \quad (2.39)$$

Definimos então o MSE como

$$V = E\{e_n^2\} \quad (2.40)$$

e procuramos encontrar o ponto de mínimo dessa função através do método "steepest-descent". Começaremos mostrando que V é uma função convexa dos multiplicadores c_k .

Teorema 2.2

O valor quadrado médio V é uma função convexa das variáveis c_k , $k = -N, \dots, N$.

Prova

De (2.38), (2.39) e (2.40) temos

$$V = E \left\{ \left[\sum_{k=-N}^N c_k m_{n-k} - a_n \right]^2 \right\} \quad (2.41)$$

Sejam agora $\vec{\alpha}$ e $\vec{\beta}$ vetores de dimensão $2N+1$ e $0 \leq \lambda \leq 1$, então

$$V(\lambda \vec{\alpha} + [1-\lambda] \vec{\beta}) = E \left\{ \left[\sum_{k=-N}^N (\lambda \alpha_k + [1-\lambda] \beta_k) m_{n-k} - a_n \right]^2 \right\} \quad (2.42)$$

Usando a desigualdade

$$[\lambda x + (1 - \lambda)z]^2 \leq \lambda x^2 + [1 - \lambda] z^2 \quad (2.43)$$

cuja prova encontra-se no Apêndice 2.1, temos

$$\begin{aligned} V(\lambda \vec{\alpha} + [1 - \lambda] \vec{\beta}) &\leq \\ &\leq E\left\{\lambda \left[\sum_{k=-N}^N \alpha_k m_{n-k} - a_n\right]^2 + [1 - \lambda] \left[\sum_{k=-N}^N \beta_k m_{n-k} - a_n\right]^2\right\} \end{aligned} \quad (2.44)$$

logo

$$V(\lambda \vec{\alpha} + [1 - \lambda] \vec{\beta}) \leq \lambda V(\vec{\alpha}) + [1 - \lambda] V(\vec{\beta}) \quad (2.45)$$

Ficando assim provado o teorema.

Vamos agora derivar uma forma recursiva baseada no método "steepest descent" para obter os valores dos coeficientes do filtro. Para isso precisamos encontrar o gradiente de V . Expandindo (2.41) temos

$$V = E\{a_n^2\} - 2 \sum_{k=-N}^N c_k E\{a_n m_{n-k}\} + \sum_{k=-N}^N \sum_{i=-N}^N c_k c_i E\{m_{n-k} m_{n-i}\} \quad (2.46)$$

Os componentes do vetor gradiente ∇V são dados por

$$\frac{\partial V}{\partial c_j} = -2E\{a_n m_{n-j}\} + 2 \sum_{k=-N}^N c_k E\{m_{n-k} m_{n-j}\} \quad (2.47)$$

Usando (2.39) temos

$$\frac{\partial V}{\partial c_j} = -2E\{a_n m_{n-j}\} + 2E\{y_n m_{n-j}\} \quad (2.48)$$

E de (2.38) temos finalmente

$$\frac{\partial V}{\partial c_j} = 2E\{e_n m_{n-j}\} \quad j = -N, \dots, N \quad (2.49)$$

Sendo C_v o vetor de coeficientes do filtro na v -ésima iteração, podemos atualizá-lo da maneira apresentada na seção 2.2, ou seja

$$C_{v+1} = C_v - \frac{\beta}{2} \nabla V \quad (2.50)$$

onde por conveniência introduzimos um fator igual a $1/2$. Assim, a cada iteração os coeficientes c_j são ajustados através da relação

$$c_j(v+1) = c_j(v) - \beta E\{e_n m_{n-j}\} \quad j = -N, \dots, N \quad (2.51)$$

onde $c_j(v)$ representa o valor do coeficiente c_j na v -ésima iteração, a esperança matemática é a correlação cruzada na v -ésima iteração entre o erro na saída do filtro e a amostra do sinal mais ruído defasada de j intervalos de tempo, e β é uma constante positiva pequena o bastante para assegurar a convergência do processo.

As correlações cruzadas existentes em (2.51) podem ser obtidas de diversas maneiras, resultando em diferentes formas de adaptação para os coeficientes c_j . Mencionaremos aqui três possíveis alternativas. A primeira já foi apresentada na seção anterior quando vimos o algoritmo ZF. Nessa forma de adaptação, que chamaremos de ajustagem por correlação, a média é aproximada por um número finito K de termos:

$$E\{e_n m_{n-j}\} \approx \frac{1}{K} \sum_{k=n-K+1}^n e_k m_{k-j} \quad (2.52)$$

Os ajustes nesse caso ocorrem em geral a cada K intervalos de tempo, ou seja, para $v = iK$, $i = 1, 2, 3, \dots$. Uma aproximação mais grosseira consiste em se fazer $K = 1$ na relação acima. Assim temos a ajustagem estocástica onde uma nova estimativa é obtida a cada intervalo de tempo.

$$E\{e_n m_{n-j}\} \approx e_n m_{n-j} \quad (2.53)$$

Finalmente, uma aproximação ainda mais grosseira constitui a ajustagem por sinal onde apenas a direção do ajuste em (2.53) é preservada:

$$E\{e_n m_{n-j}\} \approx \text{sgn}(e_n m_{n-j}) \quad (2.54)$$

A escolha correta de uma dessas formas de ajustagem deve levar em conta por um lado o desempenho desejado e por outro a quantidade de "hardware" exigida. É de se esperar que a ajustagem por correlação e a ajustagem estocástica apresentem índices comparáveis de desempenho se o valor de β é corretamente escolhido em cada caso. Entretanto, quando utilizamos a ajustagem por sinal esperamos que o valor mínimo do MSE somente seja alcançado após um tempo de convergência demasiadamente longo.

A Figura 2.4 apresenta o diagrama de blocos do equalizador adaptativo que utiliza o algoritmo MSE descrito por (2.51). Nesse esquema qualquer uma das três formas de ajustagem sugeridas acima pode estar sendo usada para estimar as correlações cruzadas nas componentes do ∇V nas UACs. A medida em que

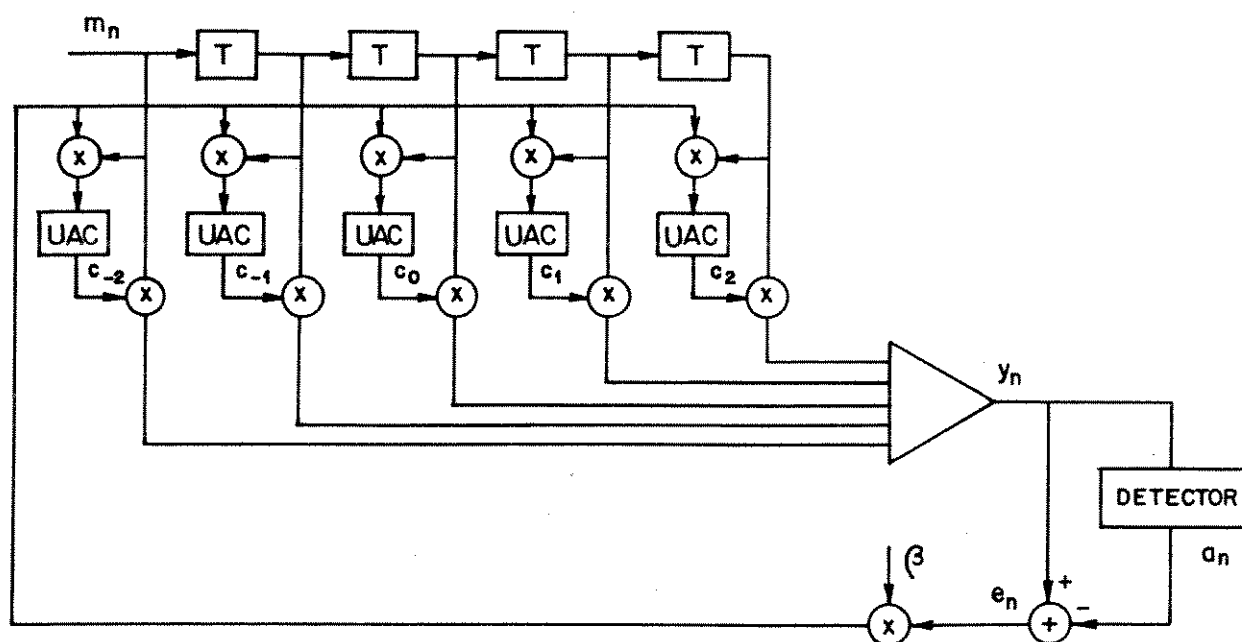


Figura 2.4 - Equalizador adaptativo
usando o algoritmo MSE

os coeficientes do filtro são ajustados, tendem a assumir os valores ótimos, isto é, que minimizam o MSE.

Na derivação deste algoritmo estivemos assumindo como válidas todas as condições impostas na seção anterior quando derivamos o algoritmo ZF. Dessa forma a sequência de amostras recebidas, m_n , é suposta estacionária para efeitos de análise da ajustagem dos coeficientes. Contudo, admitiremos que variações ocorram na estatística dessas amostras devido a variações no meio de transmissão. É então necessário que β tenha um valor não muito pequeno para que possa seguir essas variações, atendendo assim a um compromisso entre a precisão nos valores dos coeficientes e a rapidez no processo de convergência.

2.4.1 - Comparação entre os algoritmos ZF e MSE

É interessante compararmos o diagrama do algoritmo MSE da Figura 2.4 com o do algoritmo ZF representado na Figura 2.3. A primeira diferença observada é a maior simplicidade estrutural do algoritmo MSE que dispensa as linhas de atraso referentes ao erro e_n e aos símbolos detectados a_n . Outra diferença refere-se a forma como são obtidos os incrementos dos coeficientes nesses dois algoritmos. No ZF o sinal de erro e_n é correlacionado com os símbolos detectados enquanto que no MSE este é correlacionado com as amostras do sinal recebido. De fato, esses dois algoritmos poderiam ser derivados através de uma argumentação totalmente diferente da que fizemos aqui, usando-se o princípio da ortogonalidade. Esse princípio diz simplesmente que a medida em que os coeficientes do filtro aproximam-se dos valores ótimos, o erro e_n tende a ficar ortogonal ao sinal. Dessa forma, o algoritmo ZF poderia ser derivado fazendo-se o erro e_n ortogonal à sequência de símbolos desejada $\{a_n\}$, ou seja

$$E \{e_n a_{n-j}\} = 0 \quad (2.55)$$

enquanto que o algoritmo MSE seria obtido fazendo-se e_n ortogonal à sequência de amostras do sinal recebido $\{m_n\}$

$$E\{e_n m_{n-j}\} = 0 \quad (2.56)$$

É fácil ver que as condições impostas em (2.55) e (2.56) são válidas respectivamente nos algoritmos ZF e MSE quando os coeficientes ótimos são alcançados. Devemos lembrar que os coeficientes ótimos para o algoritmo ZF não são os mesmos que são ótimos para o algoritmo MSE quando operando sob condições idênticas. Isso porque os critérios de otimização são diferentes. Sabemos no entanto que ambos levam a soluções muito próximas. Por esse motivo, quando a questão é escolher entre um desses dois algoritmos, a simplicidade torna-se o fator determinante e geralmente opta-se pelo algoritmo MSE. É também oportuno lembrar que o algoritmo MSE dispensa a exigência de $D_0 < 1$ para assegurar uma condição de otimalidade.

2.4.2 - Valor mínimo do MSE

Dado o maior interesse pelo algoritmo MSE em relação ao ZF, vamos estudá-lo mais detalhadamente. Veremos que a obtenção de resultados através da

análise matemática é algo trabalhosa.

Na Seção 1.6 vimos que para um equalizador implementado com um filtro transversal com um número finito de derivações é impossível reduzir a zero a presença da IIS. Por isso é que estabelecemos os critérios de otimização. Assim, quando os coeficientes do filtro assumem os valores ótimos, temos para o caso do algoritmo MSE, um limite mínimo para o erro quadrado médio V , que denotaremos $V_{\min}$. Começaremos por obter esse valor para um filtro transversal com $2N+1$ derivações. Para isso vamos retomar a Equação (2.46) e obter as três médias nela envolvidas. A primeira delas representa a potência média dos símbolos e foi definida na Seção 2.3 como

$$E\{a_n^2\} = S \quad (2.57)$$

Da equação (2.4) temos para a segunda média

$$E\{a_n m_{n-k}\} = E\{a_n [\sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j r_{n-k-j} + \zeta_{n-k}]\} \quad (2.58)$$

$$= \sum_{j=-\infty}^{\infty} E\{a_n a_j\} r_{n-k-j} + E\{a_n \zeta_{n-k}\} \quad (2.59)$$

Admitindo que os símbolos a_n são não correlacionados e o ruído ζ_n é do tipo AWGN com média nula, temos

$$E\{a_n m_{n-k}\} = \sum_{j=-\infty}^{\infty} S \delta_{nj} r_{n-k-j} \quad (2.60)$$

$$= S r_{-k} \quad (2.61)$$

Para a terceira média podemos escrever

$$E\{m_{n-k} m_{n-i}\} = E\{[\sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j r_{n-k-j} + \zeta_{n-k}][\sum_{l=-\infty}^{\infty} a_l r_{n-i-l} + \zeta_{n-i}]\} \quad (2.62)$$

$$= \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} E\{a_j a_l\} r_{n-k-j} r_{n-i-l} + E\{\zeta_{n-k} \zeta_{n-i}\} \quad (2.63)$$

$$= S \sum_{j=-\infty}^{\infty} r_{j-k} r_{j-i} + \sigma^2 \delta_{ki} \quad (2.64)$$

onde σ^2 é a variância do ruído. A somatória em (2.64) é a autocorrelação definida em (1.70), assim

$$E\{m_{n-k} m_{n-i}\} = S \phi_{k-i} + \sigma^2 \delta_{ki} \quad (2.65)$$

Substituindo as Equações (2.57), (2.61) e (2.65) na Equação (2.46) obtemos

$$V = S - 2S \sum_{k=-N}^N c_k r_{-k} + \sum_{k=-N}^N \sum_{i=-N}^N c_k c_i [S \phi_{k-i} + \sigma^2 \delta_{ki}] \quad (2.66)$$

Derivando (2.66) em relação aos coeficientes c_j

$$\frac{\partial V}{\partial c_j} = -2S r_{-j} + 2 \sum_{i=-N}^N c_i [S \phi_{j-i} + \sigma^2 \delta_{ji}] \quad j = -N, \dots, N \quad (2.67)$$

Fazendo $\partial V / \partial c_j = 0$ temos os coeficientes ótimos

$$\sum_{i=-N}^N c_i [S \phi_{j-i} + \sigma^2 \delta_{ji}] = S r_{-j} \quad j = -N, \dots, N \quad (2.68a)$$

Este resultado é análogo ao que obtivemos no Item 1.6.3 quando consideramos a equalização de sinais perfeitamente conhecidos. A única diferença é a presença do ruído. Colocando este resultado na forma matricial temos

$$\Gamma C = Q \quad (2.68b)$$

onde

$$\Gamma = S \Phi + \sigma^2 I \quad (2.69)$$

$$Q = SR \quad (2.70)$$

Sendo I a matriz identidade, Φ a matriz covariância, C o vetor de coeficientes e R o vetor de amostras do pulso, todos definidos no Item 1.6.3. Assim temos, de (2.68), a solução para os coeficientes do filtro

$$C_{opt} = \Gamma^{-1} Q \quad (2.71)$$

Podemos agora escrever (2.66) usando a notação vetorial definida acima

$$V = S - 2 Q' C + C' \Gamma C \quad (2.72)$$

Fazendo $C = C_{opt}$ em (2.72) temos finalmente o valor mínimo de V para o erro

quadrado médio

$$V_{\min} = S - Q' \Gamma^{-1} Q \quad (2.73)$$

Este resultado mostra-se ainda um tanto abstrato uma vez que envolve parâmetros desconhecidos. Contudo, adiantamos que ele encontrará utilidade na derivação de outros resultados.

2.4.3 - Convergência do algoritmo MSE

Vamos agora considerar o parâmetro β . Sabemos que quanto menor o valor deste, maior será a aproximação do resultado ótimo desejado para o caso em que o processo se mantém estacionário. Entretanto, quando variações ocorrem no meio de transmissão, é desejável que β seja grande o suficiente para permitir uma rápida adaptação [3]. É também intuitivo que se β for demasiado grande, a convergência do processo ficará comprometida. Procuraremos aqui encontrar a faixa de valores sob os quais β pode operar garantindo a estabilidade do processo.

Começaremos por escrever a Equação (2.67) usando a notação matricial definida no item anterior

$$\nabla V = -2Q + 2\Gamma C \quad (2.74)$$

Substituindo esse resultado em (2.50) temos

$$C_{v+1} = C_v - \beta [\Gamma C_v - Q] \quad (2.75)$$

Esta equação pode ainda ser colocada na forma

$$C_{v+1} = [I - \beta\Gamma] C_v + \beta Q \quad (2.76)$$

que representa a equação de diferenças para o processo. Devemos observar que o conjunto de $2N+1$ equações de diferenças de primeira ordem para os coeficientes c_j em (2.76) estão acopladas através da matriz de covariância Γ , o que dificulta a análise. Uma forma comumente utilizada em teoria de controle para contornar esse problema é efetuar uma transformação linear. Para isso notamos que a matriz Γ sendo simétrica, pode ser decomposta como [4]

$$\Gamma = T \Lambda T' \quad (2.77)$$

onde Λ é uma matriz diagonal contendo os autovalores de Γ e T é a matriz mo-

dal cujas columnas são os autovetores normalizados de Γ . Além disso, dada a simetria de Γ vale a relação:

$$T'T = I \quad (2.78)$$

Outras observações podem ainda ser feitas. Sendo a matriz de covariância Γ positiva definida, temos que a decomposição em (2.77) é sempre possível e também que $\lambda_j > 0$ para todo j , onde λ_j é o j -ésimo autovalor de Γ .

Pré multiplicando (2.76) por T' e usando (2.77) e (2.78) temos

$$T'C_{v+1} = [I - \beta\Lambda] T' C_v + \beta T'Q \quad (2.79)$$

Definindo as transformações lineares

$$\bar{C}_v = T' C_v \quad (2.80)$$

e

$$\bar{Q} = T'Q \quad (2.81)$$

temos

$$\bar{C}_{v+1} = [I - \beta\Lambda] \bar{C}_v + \beta\bar{Q} \quad (2.82)$$

Onde o conjunto de equações de diferenças de primeira ordem está agora desacoplado. Vemos então que para assegurar a convergência do processo de vemos ter

$$|1 - \beta\lambda_j| < 1 \quad j = -N, \dots, N \quad (2.83)$$

Uma vez que $\lambda_j > 0$ para todo j temos

$$0 < \beta < \frac{2}{\lambda_{\max}} \quad (2.84)$$

onde $\lambda_{\max}$ é o maior autovetor de Γ .

Para ocorrer uma convergência rápida, é necessário que $|1 - \beta\lambda_j|$ seja pequeno. Entretanto, essa condição não pode ser atendida simultaneamente para todo λ_j quando temos uma diferença muito grande entre o maior e o menor autovalor de Γ . Vemos assim que uma condição favorável ocorre quando todos os autovalores são próximos. Nesse caso fazemos

$$\beta = \frac{1}{\lambda} \quad (2.85)$$

onde λ é um valor intermediário entre os vários λ_j e temos garantida a melhor taxa de convergência. Para o caso em que os λ_j assumem valores muito diferentes, a melhor condição ocorre quando

$$[1 - \beta \lambda_{\min}] = -[1 - \beta \lambda_{\max}] \quad (2.86)$$

que implica em

$$\beta = \frac{2}{\lambda_{\max} + \lambda_{\min}} \quad (2.87)$$

Definindo a constante de tempo do modo mais lento como sendo τ , temos

$$e^{-\frac{1}{\tau}} = 1 - \beta \lambda_{\min} \quad (2.88)$$

Supondo $\tau \gg 1$, podemos usar a aproximação

$$e^{-\frac{1}{\tau}} \approx 1 - \frac{1}{\tau} \quad (2.89)$$

Assim temos de (2.87), (2.88) e (2.89)

$$\tau \approx \frac{\lambda_{\max} + \lambda_{\min}}{2 \lambda_{\min}} \quad (2.90)$$

ou ainda

$$\tau \approx \frac{\lambda_{\max}}{2 \lambda_{\min}} \quad (2.91)$$

Concluimos então que quanto mais espelhados são os autovalores da matriz de covariância Γ , maior o tempo necessário para o método "steepest-descent" convergir.

Em (2.84) delimitamos a faixa de valores possíveis para β em termos do maior autovalor $\lambda_{\max}$. Vamos agora encontrar um outro limitante para β , o qual dispensa o conhecimento dos autovalores de Γ . Para isso observamos que sendo os autovalores todos positivos, podemos escrever

$$\lambda_{\max} < \sum_{j=-N}^N \lambda_j \quad (2.92)$$

É possível mostrar que a soma dos autovalores de uma matriz é igual ao seu traço, assim

$$\lambda_{\max} < [2N+1][S \phi_0 + \sigma^2] \quad (2.93)$$

Da Equação (2.65) vemos que os $2N+1$ elementos da diagonal principal de Γ são dados por

$$S\phi_0 + \sigma^2 = E\{m_n^2\} \quad (2.94)$$

De (2.84), (2.93) e (2.94) temos

$$0 < \beta < \frac{2}{[2N+1]E\{m_n^2\}} \quad (2.95)$$

Assim, um limitante superior para β pode ser obtido calculando-se o valor quadrado médio, ou variância, das amostras do sinal recebido $\{m_n\}$.

2.4.4 - MSE de excesso

No Item 2.4.2 encontramos o valor mínimo possível para o erro quadrado médio considerando-se um filtro com $2N+1$ derivações. Esse valor é dado por (2.73) e corresponde a condição em que os multiplicadores do filtro assumem os valores ótimos. Entretanto, como esses multiplicadores estão sendo continuamente ajustados através da equação recursiva (2.51) e sendo a correlação cruzada nessa equação estimada usando-se um número limitado de amostras, temos que após o processo de convergência os coeficientes sofrem uma flutuação em torno dos valores ótimos, gerando um acréscimo no valor do erro quadrado mínimo. A esse acréscimo, chamamos MSE de excesso. Tomando as equações (2.71), (2.72) e (2.73), podemos escrever após algumas manipulações algébricas

$$V = V_{\min} + [C - C_{\text{opt}}]' \Gamma [C - C_{\text{opt}}] \quad (2.96)$$

Usando as transformações definidas em (2.77) e (2.80) em (2.96) temos

$$V = V_{\min} + [\hat{C} - \hat{C}_{\text{opt}}]' \Lambda [\hat{C} - \hat{C}_{\text{opt}}] \quad (2.97)$$

Ou, em termos dos componentes dos vetores

$$V = V_{\min} + \sum_{k=-N}^N \lambda_k [\hat{c}_k - \hat{c}_{k\text{opt}}]^2 \quad (2.98)$$

Vemos então que o acréscimo no valor do MSE mínimo devido às flutuações dos coeficientes em torno dos valores ótimos é dado pela segunda parcela do membro direito de (2.98). Definimos então o MSE de excesso como

$$V_{\text{exc}} = \sum_{k=-N}^N \lambda_k E\{[\hat{c}_k - \hat{c}_{k\text{opt}}]^2\} \quad (2.99)$$

Vamos analisar o MSE de excesso para o caso de um equalizador que emprega a ajustagem estocástica descrita por (2.53) onde os coeficientes do filtro são atualizados a cada intervalo de tempo utilizando-se uma única amostra dos produtos $e_n m_{n-k}$. Assim, as flutuações dos coeficientes c_k são devidas aos ruídos de média nula

$$\gamma_k(n) = \beta e_n m_{n-k} \quad k = -N, \dots, N \quad (2.100)$$

onde o índice da iteração, v , foi igualado ao índice temporal, já que estas também ocorrem a cada T segundos. Definimos agora o vetor

$$\mathbf{T}_n = [\gamma_{-N}(n), \dots, \gamma_N(n)]' \quad (2.101)$$

Assim podemos reescrever (2.82) levando-se em conta o ruído de flutuação dos multiplicadores

$$\hat{C}_{n+1} = [I - \beta A] \hat{C}_n + \beta \hat{Q} + \hat{T}_n \quad (2.102)$$

onde

$$\hat{T}_n = \mathbf{T}' \mathbf{T}_n \quad (2.103)$$

como estamos supondo que o processo já tenha convergido, é razoável admitir que o ruído de flutuação seja branco. Assim podemos obter de (2.102) os valores quadrados médios das flutuações dos $\hat{C}_n$ em torno dos valores ótimos

$$E [\hat{C}_k - \hat{C}_{kopt}]^2 = \frac{E\{\hat{\gamma}_k^2\}}{1 - [1 - \beta \lambda_k]^2} \quad (2.104)$$

A matriz covariância de $\hat{T}_n$ é dada por

$$\Psi = E \{ \hat{T}_n \hat{T}_n' \} \quad (2.105)$$

$$= \mathbf{T}' E \{ \mathbf{T}_n \mathbf{T}_n' \} \mathbf{T} \quad (2.106)$$

$$= \beta^2 \mathbf{T}' E \{ e_n^2 \mathbf{M} \mathbf{M}' \} \mathbf{T} \quad (2.107)$$

onde $\mathbf{M}$ é o vetor de amostras recebidas

$$\mathbf{M} = [m_{n+N} \dots m_{n-N}]' \quad (2.108)$$

Admitindo que exista pouca correlação entre os termos que constam na esperança em (2.107), podemos fazer

$$\Psi = \beta^2 V_{\min} T' E\{MM'\} T \quad (2.109)$$

Onde o aparecimento de $V_{\min}$ se deve ao fato de que os coeficientes estão próximos de seus valores ótimos, uma vez que estamos considerando o processo em regime.

De (2.65) e (2.69) temos que a matriz de covariância das amostras recebidas é dada por

$$E\{MM'\} = \Gamma \quad (2.110)$$

consequentemente

$$\Psi = \beta^2 V_{\min} T' \Gamma T \quad (2.111)$$

Usando (2.77) e (2.78) temos

$$\Psi = \beta^2 V_{\min} \Lambda \quad (2.112)$$

Assim, as variâncias dos ruídos $\hat{Y}_k$ podem ser expressas em termos dos elementos da matriz de covariância Ψ

$$E\{\hat{Y}_k^2\} = \beta^2 V_{\min} \lambda_k \quad (2.113)$$

Substituindo (2.104) e (2.113) em (2.99) temos que o MSE de excesso é dado por

$$V_{\text{exc}} = \beta^2 V_{\min} \sum_{k=-N}^N \frac{\lambda_k^2}{1 - [1 - \beta\lambda_k]^2} \quad (2.114)$$

Essa expressão pode ser significativamente simplificada se assumirmos que $\beta\lambda_k \ll 1$. Isto resulta em

$$V_{\text{exc}} = \frac{1}{2} \beta V_{\min} \sum_{k=-N}^N \lambda_k \quad (2.115)$$

Lembrando novamente que a soma dos autovalores de uma matriz é igual ao seu traço, temos

$$V_{\text{exc}} = \frac{1}{2} \beta V_{\min} [2N+1] [S\phi_0 + \sigma^2] \quad (2.116)$$

ou ainda, usando (2.94)

$$V_{\text{exc}} = \frac{1}{2} \beta V_{\min} [2N+1] E\{m_n^2\} \quad (2.117)$$

Vemos em (2.117) que o MSE de excesso aumenta diretamente com o parâmetro β e com o número de derivações do filtro transversal. Surge então na escolha de β um novo fator a ser considerado. Proakis e Miller defendem que uma boa norma consiste em seleccionar β de tal forma que V_{exc} seja aproximadamente um décimo de V_{min} [3]. Assim podemos fazer

$$\beta = \frac{0,2}{[2N+1] E\{m_n^2\}} \quad (2.118)$$

Essa escolha satisfaz com suficiente margem de segurança a relação (2.95), o que garante a estabilidade do processo de convergência.

2.5 - EQUALIZAÇÃO POR DECISÃO REALIMENTADA

Até aqui temos estudado o problema de eliminação da IIS considerando somente estruturas que realizam filtrações lineares no sinal. Vamos agora apresentar uma outra forma de utilização do filtro transversal na solução desse problema, a qual resulta em um modelo de características fortemente não lineares e é conhecida como equalização por decisão realimentada, ou DFE (Decision-Feedback Equalization).

Começemos por observar o pulso representado na Figura 2.5, o qual possui uma forma bastante particular. Note que suas amostras para os instantes negativos são todas nulas e também que no instante $t = 0$ temos a amostra de maior valor absoluto.

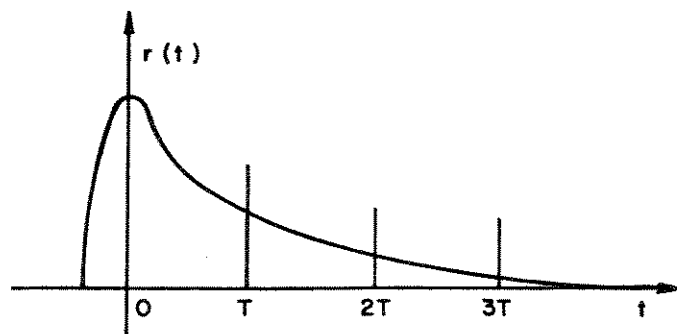


Figura 2.5 - Forma de pulso

Se os pulsos do sinal a ser equalizado são do tipo mostrado na Figura 2.5, temos que em um dado instante de amostragem, a IIS é devida unicamente aos pulsos correspondentes aos símbolos já recebidos. Dessa forma, assumindo que estes foram detectados corretamente, podemos eliminar a IIS simplesmente subtraindo do sinal a quantidade relativa a cada símbolo previamente detectado. A Figura 2.6 ilustra esse esquema para o caso em que conhecemos perfeitamente a forma amostrada dos pulsos $\{r_n\}$. Nesse esquema o coeficiente c_0 constitui um fator de escala para o sinal recebido enquanto que os demais coeficientes representam as quantidades de IIS referentes aos símbolos já detectados. O filtro transversal agora contém estes símbolos e não mais as amostras do sinal recebido. É fácil concluir que para um filtro com N_2 derivações os multiplicadores c_j , $j \neq 0$, devem assumir os valores

$$c_j = c_0 r_j \quad j = 1, \dots, N_2 \quad (2.119)$$

A grande funcionalidade desse esquema se deve à particular forma do pulso utilizado. De fato, o valor relativamente maior da primeira amostra permite que o símbolo correspondente seja detectado logo na chegada desta. Se ao contrário, a primeira amostra tivesse um valor pequeno, o ruído poderia prejudicar a detecção correta do símbolo. É também importante notar que esse esquema possibilita a eliminação total da IIS nos instantes de amostragem, o que como vimos não é possível quando utilizamos filtragens lineares.

O modelo DFE possui ainda outra vantagem. No Capítulo 1 mostramos que o espectro equivalente de frequências dos pulsos a serem equalizados por meio de filtragem linear não deve conter regiões de pouca amplitude sob pena do nível de ruído na saída do filtro se tornar inaceitável. Quando usamos DFE, não precisamos nos preocupar com esse aspecto [5].

Vamos agora apresentar o modelo de um equalizador adaptativo que utiliza filtragem linear para cancelar a parte da IIS referente aos símbolos ainda não detectados, enquanto que a decisão realimentada é utilizada para remover a parte da IIS relativa aos símbolos previamente detectados. Assim, não precisamos fazer restrições severas sobre a forma dos pulsos uma vez que a seção linear se encarrega de equalizar a parte não causal destes. A amostra obtida na saída desse equalizador no instante n é então dada por

$$y_n = \sum_{k=-N_1}^0 c_k m_{n-k} - \sum_{k=1}^{N_2} c_k a_{n-k} \quad (2.120)$$

onde estamos admitindo que todos os símbolos foram detectados corretamente.

A primeira somatória em (2.120) se refere a parte linear do equalizador enquanto que a segunda representa a IIS devida aos símbolos já detectados. Temos então duas seções de filtro transversal: a primeira com $[N_1 + 1]$ derivações e a segunda com N_2 derivações.

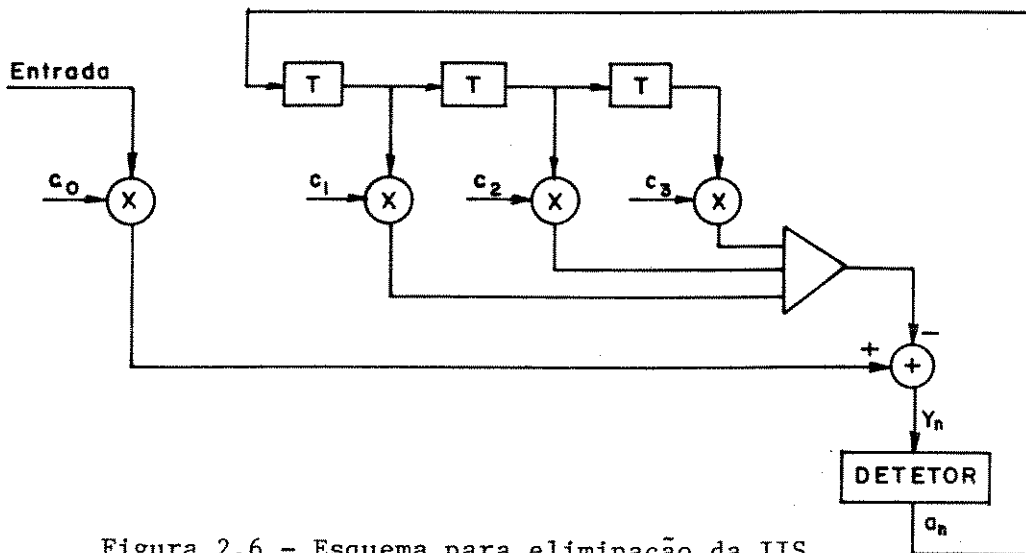


Figura 2.6 - Esquema para eliminação da IIS usando decisão realimentada

Vamos utilizar o método "steepest-descent", tendo como critério de otimização o MSE, assim

$$V = E\{e_n^2\} \quad (2.121)$$

$$= E\{[y_n - a_n]^2\} \quad (2.122)$$

Derivando em relação aos $\{c_j\}$, temos os componentes do vetor gradiente

$$\frac{\partial V}{\partial c_j} = 2E\{e_n m_{n-j}\} \quad \text{para } j = -N_1, \dots, 0 \quad (2.123a)$$

$$\frac{\partial V}{\partial c_j} = -2E\{e_n a_{n-j}\} \quad \text{para } j = 1, \dots, N_2 \quad (2.123b)$$

Analogamente ao obtido para o algoritmo MSE em (2.51), temos no caso presente as equações recursivas para o ajuste dos coeficientes

$$c_j(v+1) = c_j(v) - \beta E\{e_n m_{n-j}\} \quad j = -N_1, \dots, 0 \quad (2.124a)$$

$$c_j(v+1) = c_j(v) + \beta E\{e_n a_{n-j}\} \quad j = 1, \dots, N_2 \quad (2.124b)$$

onde o índice v indica a v -ésima iteração e β é a constante positiva que controla a convergência do processo. O diagrama de blocos deste equalizador está representado na Figura 2.7 onde distinguimos claramente as duas seções do filtro transversal. Nesse esquema temos $N_1 = 2$ e $N_2 = 3$.

A parte do equalizador que realiza a filtragem linear foi estudada na seção anterior, assim os multiplicadores relativos a essa parte, c_j , $-N_1 \leq j \leq 0$, podem ter seus valores ótimos calculados a partir das relações lá descritas. Para os multiplicadores relativos à parte que efetua a decisão realimentada, c_j , $1 \leq j \leq N_2$, podemos mostrar que os valores ótimos são dados em termos dos coeficientes da parte linear por

$$c_j = \sum_{k=-N_1}^0 c_k r_{j-k} \quad j = 1, \dots, N_2 \quad (2.125)$$

Essa equação pode ser entendida como uma generalização de (2.119). É importante observar que se os valores dos coeficientes obedecem a (2.125), então a quantidade de IIS referente à parte causal do pulso pode ser totalmente eliminada, bastando para isso que essa parte tenha comprimento menor ou igual a N_2 .

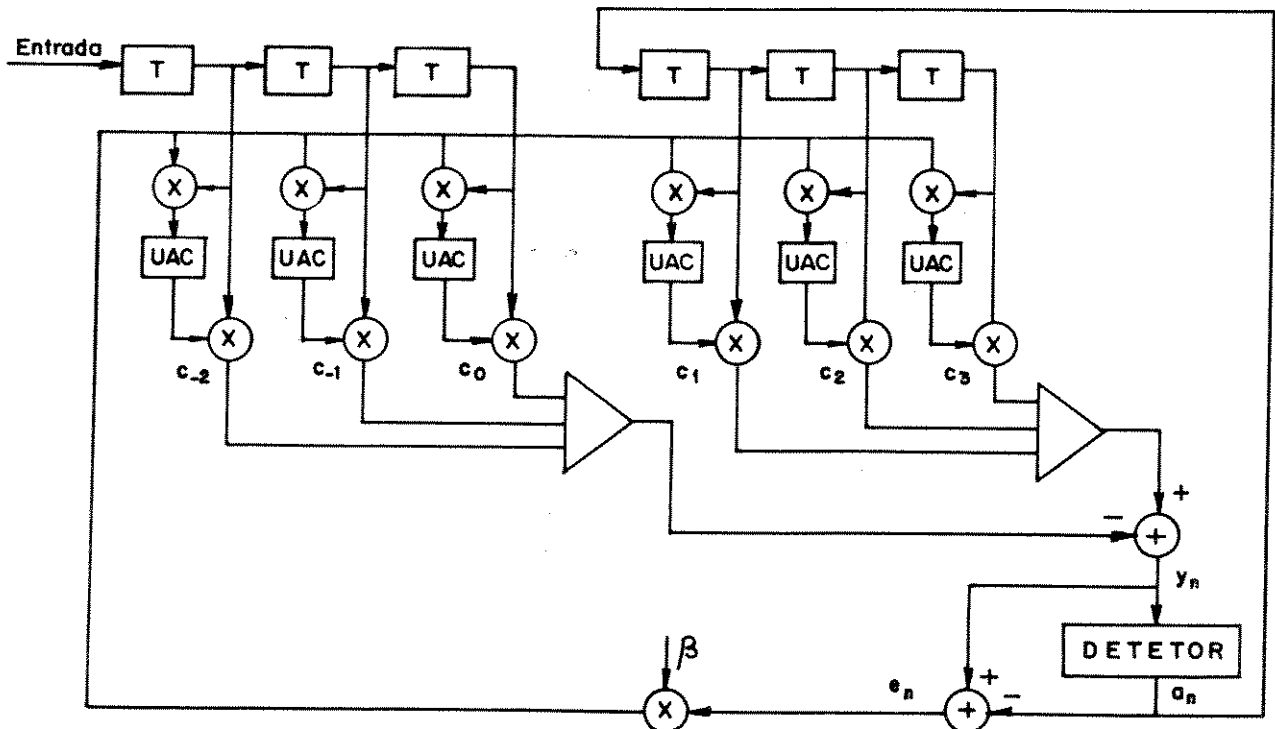


Figura 2.7 - Equalizador adaptativo DFE

2.6 - OUTRAS TÉCNICAS ADAPTATIVAS PARA ELIMINAÇÃO DA IIS

O que se observa na literatura técnica é que nas duas últimas décadas muito se tem estudado a respeito do problema de equalização adaptativa em transmissões digitais e ao longo desse tempo os mais diversos esquemas foram propostos. Em [6] encontramos em excelente tratado desse assunto enquanto que em [7] temos um estudo bastante aprofundado dos vários tipos de filtros adaptativos envolvidos. Assim, há esquemas que utilizam o algoritmo de Viterbi com o intuito de obter uma detecção sequencial de máxima verossimilhança em meio a IIS, ou então que utilizam a Transformada Rápida de Fourier no sentido de efetuar a equalização no domínio da frequência, ou ainda que levam em conta parâmetros estatísticos do sinal e do ruído objetivando minimizar a probabilidade de erro símbolo a símbolo. Obviamente, nem todos esses esquemas usam o filtro transversal como estrutura básica e podemos também citar uma outra importante classe de equalizadores que utilizam uma estrutura de treliça conhecida por "Lattice".

Os modelos dependentes de filtros transversais descritos nas seções anteriores são certamente os mais simples. Logo, devemos esperar que alguns de seus parâmetros de desempenho, como por exemplo a taxa de convergência, possam ser melhorados aumentando-se a complexidade. De fato, podemos obter um aumento considerável na taxa de convergência se associarmos às estruturas de filtros transversais o algoritmo de Kalman. Este algoritmo será apresentado no Capítulo 4 quando estaremos buscando soluções para um outro problema existente nas transmissões digitais que não o de eliminar a IIS.

2.7 - CONCLUSÃO

Neste capítulo mostramos que é possível a existência de equalizadores que além de manter a quantidade de IIS em um nível mínimo, ainda têm a propriedade de se adaptar de forma a compensar possíveis variações do meio de transmissão. Vimos que essa adaptação somente é possível quando as transições do meio ocorrem lentamente ou, de forma equivalente, quando a taxa de erros ao longo de uma transmissão se mantém baixa. Concluimos então que existe uma forte dependência entre o processo de adaptação e a recepção correta dos dados, ou seja, o mal desempenho de um certamente compromete o desempenho do outro.

APÊNDICE 2.1

Vamos demonstrar a desigualdade (2.43) referida na prova do Teorema 2.2

$$[\lambda x + (1-\lambda)z]^2 \leq x^2 + [1-\lambda]z^2 \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (2.126)$$

onde $0 \leq \lambda \leq 1$. Este problema equivale a mostrar que

$$f(\lambda) = [\lambda x + (1-\lambda)z]^2 - \lambda x^2 - [1-\lambda]z^2 \leq 0 \quad (2.127)$$

Notamos primeiramente que

$$f(0) = 0 \quad (2.128a)$$

$$f(1) = 0 \quad (2.128b)$$

Uma vez que $f(\lambda)$ é contínua e diferenciável no intervalo $0 \leq \lambda \leq 1$, e sendo a segunda derivada dessa função dada por

$$\frac{d^2 f(\lambda)}{d\lambda^2} = 2(x-z)^2 \geq 0 \quad (2.129)$$

temos que a concavidade de $f(\lambda)$ é para cima. Assim, no intervalo $0 \leq \lambda \leq 1$ temos

$$f(\lambda) \leq 0 \quad (2.130)$$

e a desigualdade está demonstrada.

REFERÊNCIAS

- [1] Lucky, R.W., "Automatic Equalization for Digital Communications", Bell System Tech. J., vol. 44, pp. 547-588, April 1965.
- [2] Lucky, R.W., "Techniques for Adaptive Equalization of Digital Communication Systems", Bell System Tech. J., vol. 45, pp. 255-286, February 1966.
- [3] Proakis, J.G. and Miller J.H., "An Adaptive Receiver for Digital Signaling Through Channels with Intersymbol Interference", IEEE Transactions on Information Theory, vol. IT-15, pp. 484-497, July 1969.

- [4] Widrow, B. et al., "Stationary and Nonstationary Learning Characteristics of The LMS Adaptive Filter", Proc. IEEE, vol. 64, pp. 1151-1162, August 1976.
- [5] Salz, J., "Optimum Mean-Square Decision Feedback Equalization", Bell System Tech. J., vol. 52, pp. 1341-1373, October 1973.
- [6] Proakis, J.G., Digital Communications, Mc Graw-Hill, 1983.
- [7] Cowan, C.F.N., Grant, P.M. and Adams, P.F., Adaptive Filters, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1985.
- [8] Gimenez, J.R.B. e Palazzo, Jr. R., "Técnicas Adaptativas Para Eliminação da IIS", Relatório Técnico RT- 44 , FEE, UNICAMP, novembro 1987.

CAPÍTULO 3

TRANSMISSÃO BIDIRECIONAL DE SINAIS DE DADOS E DE VOZ

3.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo, vamos estudar sistemas de comunicações que permitam que o fluxo de informação entre dois pontos ocorra simultaneamente nos dois sentidos. Estes sistemas são também conhecidos pelo nome de "full-duplex". Veremos que é possível a realização destes utilizando-se de um único meio de transmissão, e também que os problemas encontrados nesse caso são os mais diversos. Estaremos particularmente interessados em um fenômeno que ocorre em algumas formas de transmissão bidirecional de sinais digitais, conhecido por eco.

O eco também ocorre nas ligações telefônicas convencionais e sua presença talvez já tenha sido notada em alguma ligação a longa distância pelo leitor que utiliza com frequência esse tipo de chamada. A título de ilustração, e também como forma de introduzir o assunto, consideraremos o problema de eco nessa forma analógica de transmissão "full-duplex", a qual chamaremos simplesmente de transmissão de voz.

3.2 - SISTEMAS DE TRANSMISSÃO "FULL-DUPLEX"

Uma primeira idéia para configurar um sistema de transmissão bidirecional pode fazer uso de dois sistemas unidirecionais independentes, dispo-

postos de forma que o receptor de um deles se localize junto ao transmissor do outro. Este arranjo, apesar de muito útil em alguns casos, não constitui uma solução economicamente viável quando queremos interligar pontos relativamente distantes por meio de linhas físicas, dado o alto custo que a duplicação da quantidade de fio pode representar. Queremos então obter sistemas em que os fluxos de informação nos dois sentidos compartilhem um mesmo meio de transmissão, no caso uma linha física. Representamos essa configuração na Figura 3.1 para o caso de uma transmissão digital entre as localidades A e B.

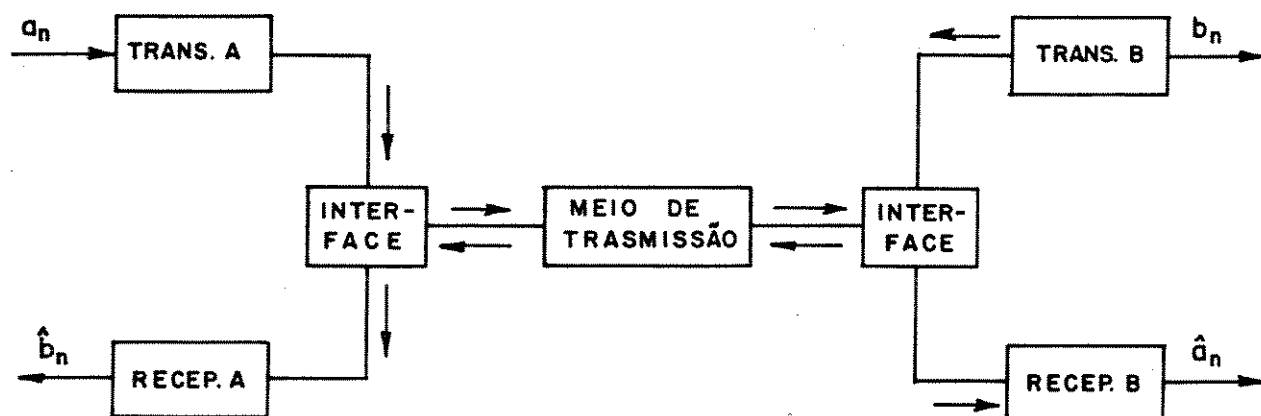


Figura 3.1 - Representação de um sistema de comunicação bidirecional

Nessa Figura, a_n e b_n representam os símbolos enviados pelos terminais no instante n e as setas indicam os sentidos em que os sinais fluem. Nos extremos do meio de transmissão estão as interfaces que permitem a separação dos sinais em trânsito nas duas direções. Estas interfaces podem ser construídas a partir do uso de três diferentes técnicas: a multiplexação por divisão no tempo, a multiplexação por divisão em frequência e a técnica de separação dos sinais por híbridas.

3.2.1 - Multiplexação por divisão no tempo

Quando utilizamos multiplexação por divisão no tempo, a informação a ser transmitida em cada extremo do canal é seccionada em pacotes, os quais são enviados intercaladamente, ora de um, ora do outro extremo do canal, de

forma que este é utilizado em um sentido cada vez. Sendo os intervalos de tempo compreendidos entre as inversões de sentido muito pequenos, a transmissão se processa virtualmente como se existissem dois sistemas unidirecionais independentes.

Os pacotes que chegam às interfaces para serem enviados sofrem primeiramente uma compressão temporal que reduz sua duração para um tempo menor que a metade. Isso é feito porque a porcentagem de tempo de utilização do canal que é destinada ao fluxo em cada sentido é sempre menor que 50%. Após atravessar o canal, os pacotes são novamente expandidos de forma a recompor a sequência de informação original. Isso justifica porque esta técnica de multiplexação é também conhecida pela sigla TCM (Time Compression Multiplexing).

Uma vez que a propagação dos sinais ao longo do meio de transmissão não é instantânea, deve existir entre as transmissões dos pacotes em um e outro sentido um intervalo de tempo destinado ao percurso do sinal na linha, o qual é chamado "tempo de guarda". Logicamente, o tempo de guarda aumenta à medida em que aumentamos a distância entre os terminais, podendo mesmo se tornar um fator limitante. Devido ao tempo de guarda, a taxa de informação que flui em cada um dos sentidos cai para um valor menor que a metade da que seria obtida para um sistema unidirecional utilizando o mesmo meio de transmissão.

A técnica TCM, entretanto, não apresenta os problemas de eco que queremos abordar, uma vez que em cada instante a transmissão se processa em um único sentido, assim, ainda que hajam reflexões do sinal no circuito, estas reflexões ao retornarem ao ponto de origem não causam maiores consequências, uma vez que aí encontram unicamente o transmissor.

3.2.2 - Multiplexação por divisão em frequência

No esquema de multiplexação por divisão em frequência (FDM), os sinais transmitidos pelos dois terminais em questão são modulados por portadoras de frequências diferentes, de tal forma que a transmissão em um sentido ocupa a parte inferior da faixa disponível, enquanto a transmissão no outro sentido ocupa a parte superior. A separação dos sinais nesse caso é feita através de filtros que deixam passar somente a faixa espectral de interesse.

Sabemos que uma diminuição na faixa de frequências implica em uma diminuição correspondente na taxa de informação, assim vemos que esta técnica de multiplexação apresenta o mesmo inconveniente

que a TCM, ou seja: a transmissão bidirecional é conseguida às custas de uma redução para aproximadamente a metade na taxa de informação. Esse é um fator que influi muito na escolha de um sistema de comunicações, especialmente quando utilizamos canais limitados em faixa para transmissão a altas taxas de dados.

No esquema FDM, assim como no TCM, não existe o problema do eco, pois ainda que existam reflexões do sinal nas extremidades da linha de transmissão, a parcela do sinal que retorna ao terminal de origem se encontra na faixa de frequências que está sendo barrada para a recepção.

3.2.3 - Separação dos sinais por híbridas

Historicamente as redes de dados tiveram sua implantação apoiada nos recursos disponíveis pela rede telefônica então existente. Com isso, as transmissões de dados foram estabelecidas de forma a poder compartilhar esses recursos com as transmissões telefônicas. As faixas de frequências (e portanto as faixas de símbolos) foram escolhidas de forma a permitir a compatibilidade com os canais de voz, sendo que a modulação dos sinais em uma portadora se apresentou como solução para o problema da característica espectral passa-faixas típica destes canais.

Os canais de voz possuem uma propriedade interessante que é a de permitir a transmissão dos sinais simultaneamente nos dois sentidos. Ainda que grande parte das transmissões de dados através destes canais sejam feitas utilizando a técnica FDM, veremos que é possível se valer do emprego de dispositivos híbridos para obter a transmissão dos dados nos dois sentidos, assim como é feito para o caso dos sinais de voz.

Vamos então explicar o funcionamento de um dispositivo híbrido. Para isso é conveniente introduzirmos a seguinte terminologia: dizemos que um trecho de circuito é implementado "a quatro fios" quando os sinais nesse trecho fluem de forma unidirecional, tendo um canal para a ida e outro para a vinda, enquanto que "a dois fios" quando os sinais fluem de forma bidirecional através de um único meio de transmissão. A Figura 3.2 ilustra uma conexão entre um trecho a quatro fios com um trecho a dois fios tendo como interface um dispositivo híbrido, ou simplesmente, uma híbrida.

Logicamente, as conexões da híbrida relativas ao trecho a quatro fios poderiam estar ligadas diretamente ao receptor e ao transmissor, conforme o esquema da Figura 3.1. A função da impedância de balanceamento Z que aparece na Figura 3.2 será explicada a seguir.

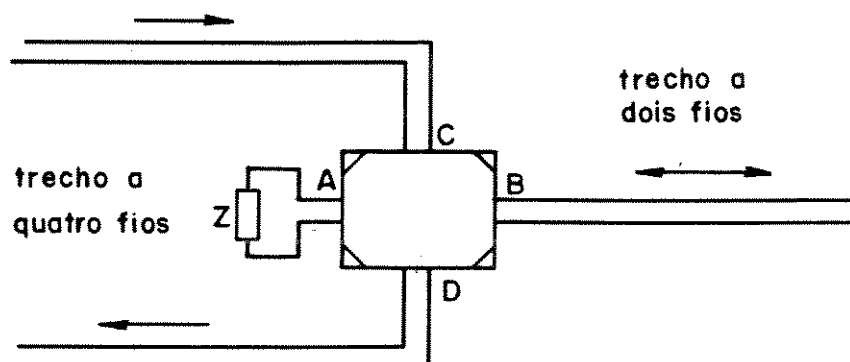


Figura 3.2 - Interconexão de um trecho a quatro fios com um trecho a dois fios usando híbrida

As híbridas de forma geral são dispositivos constituídos de elementos passivos e necessitam para a sua perfeita operação ter suas impedâncias devidamente casadas com as das linhas. A Figura 3.3 apresenta uma híbrida implementada com dois transformadores, cujo funcionamento pretendemos descrever rapidamente. Começemos por observar que, excetuando-se os sentidos dos enrola-

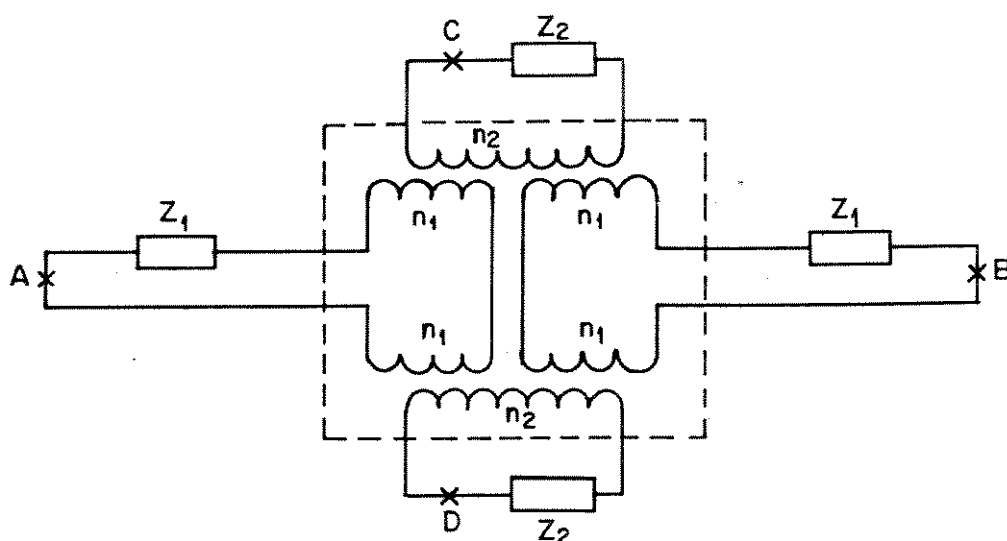


Figura 3.3 - Dispositivo híbrido implementado com transformadores

mentos, existe uma total simetria nesse circuito. As impedâncias Z_1 e Z_2 foram representadas para efeito de análise e devem corresponder às impedâncias de carga das linhas e/ou de balanceamento. Imaginemos agora que o circuito é aberto no ponto A, inserindo-se aí uma fonte de tensão. Constatamos o surgimento de tensões iguais sobre as impedâncias Z_2 , enquanto que nenhuma tensão é desenvolvida na impedância Z_1 relativa ao ponto B. Um efeito análogo ocorre se a inserção da fonte é feita em B, C ou D. Constatamos sempre o surgimento de tensões iguais nas conexões adjacentes à que aplicamos o sinal, ao passo que nenhuma tensão é observada na do lado oposto. Concluimos então que os sinais aplicados à híbrida estão sempre sendo barrados para a saída na conexão simetricamente oposta à que entrou.

Após essa breve análise, vemos que este circuito pode realizar perfeitamente as funções exigidas na Figura 3.2. A impedância de balanceamento Z deve então assumir um valor igual à impedância característica da linha no trecho a dois fios. É importante notar que a parcela do sinal que atravessa a híbrida na direção desejada possui sempre a metade da potência do sinal incidente. Assim, temos na passagem pela híbrida, uma perda em potência equivalente a 3 dB.

Um outro problema relativo às híbridas implementadas com transformadores é que seu comportamento pode variar com a frequência. A Figura 3.4 ilustra a topologia de um dispositivo híbrido resistivo, o qual tem a vantagem de independar da frequência devido à inexistência de componentes reativos. Nesta

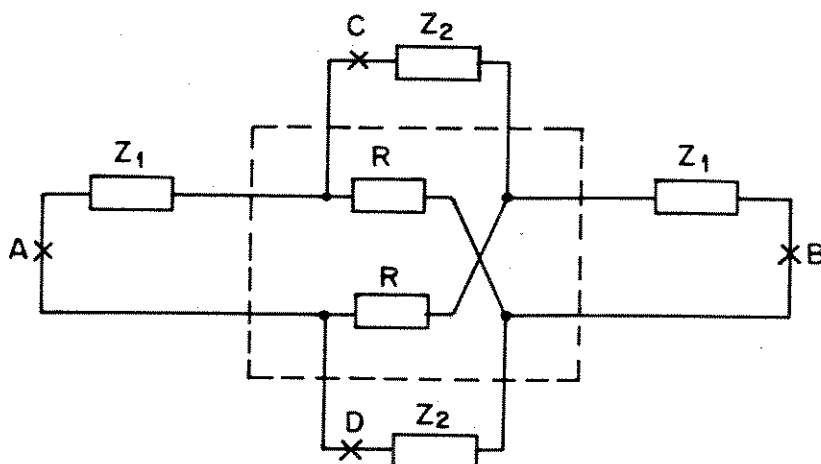


Figura 3.4 - Dispositivo híbrido implementado com resistores

figura representamos também as impedâncias relativas às linhas de transmissão e/ou de balanceamento. Podemos constatar que para este circuito são válidos os mesmos resultados obtidos na análise do dispositivo implementado com transformadores.

A híbrida resistiva apresenta também vantagens no tocante à construção, dada a sua maior simplicidade. Contudo, seu emprego pode trazer como inconveniente a dificuldade de aterramento, uma vez que todos os componentes estão ligados entre si. Ela ainda tem uma outra desvantagem em relação à que usa transformadores: é que devido à dissipação nos elementos resistivos, apenas um quarto da potência do sinal que chega consegue atravessá-la na direção desejada. Dessa forma, a passagem do sinal por esse dispositivo implica em uma perda mínima de 6 dB.

É agora possível notar as vantagens oferecidas pela técnica de separação dos sinais por híbridas em relação às técnicas de multiplexação no tempo ou na frequência. A principal delas é a possibilidade de utilização em cada sentido de toda a faixa de frequência disponível durante todo o tempo, o que permite um melhor aproveitamento do meio de transmissão. Como desvantagem temos as atenuações de no mínimo 3 dB sofridos pelo sinal na passagem de cada híbrida e também o surgimento de ecos, que constitui o assunto das próximas seções.

3.3 - OCORRÊNCIA DE ECOS NA TRANSMISSÃO DE VOZ

Em uma ligação telefônica à longa distância é sempre comum a existência de um longo trecho a quatro fios. Isso devido primeiramente à amplificação exigida para compensar a atenuação imposta pela distância em uma linha física. Além disso, existe a possibilidade de haver no circuito telefônico um "link" de microondas, uma conexão por satélite ou qualquer outra forma de transmissão que, assim como um amplificador, possuem características estritamente unidirecionais. A Figura 3.5a mostra um circuito típico de ligação à longa distância, onde a linha com amplificadores poderia estar representando qualquer outro meio unidirecional de transmissão. Os trechos a dois fios nos extremos do circuito podem corresponder a uma conexão entre o assinante e a central local, enquanto que o trecho a quatro fios constitui a parcela realmente significativa no comprimento do circuito. As setas nessa figura indicam os sentidos em que os sinais transitam em cada linha. Os caminhos que devem

ser percorridos pelos sinais providos dos pontos A e B estão representados nas Figuras 3.5b e 3.5c.

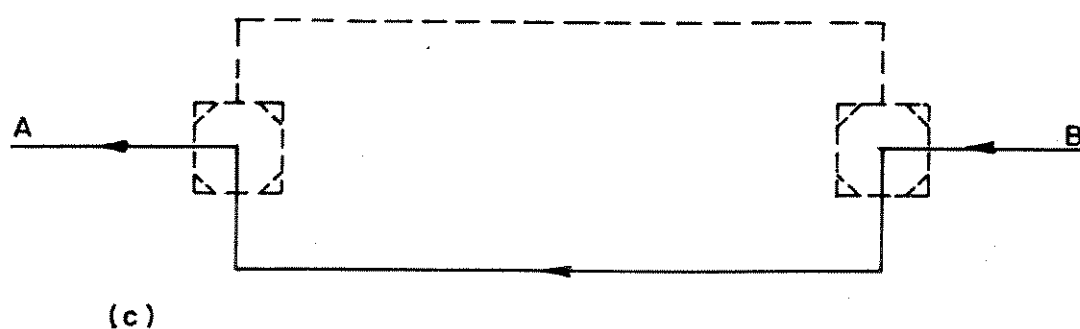
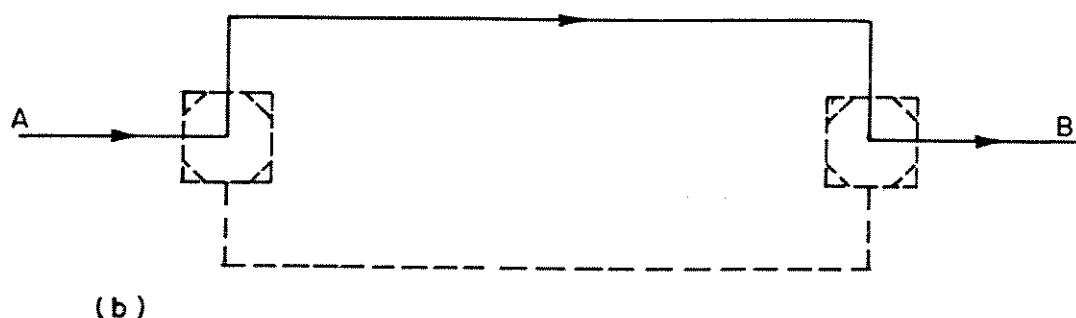
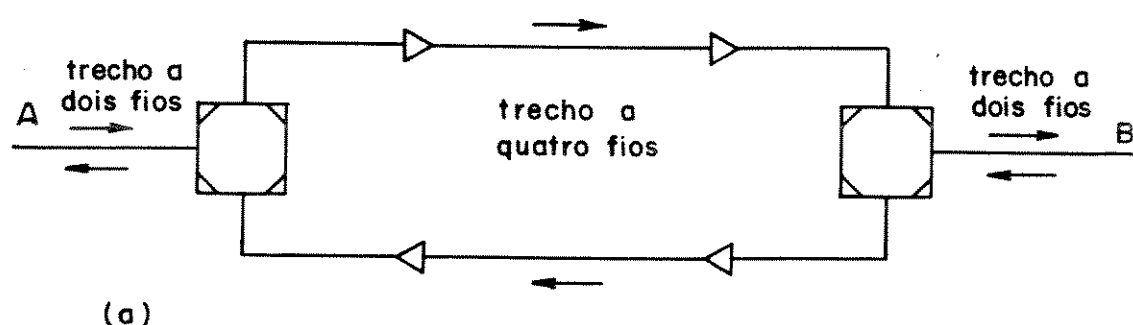


Figura 3.5 - a) ligação telefônica a longa distância

b) caminho do sinal produzido em A

c) caminho do sinal produzido em B

Na análise que fizemos dos dispositivos híbridos na seção anterior, somente consideramos o caso em que as impedâncias das linhas estão devidamente casadas através destes dispositivos. Convém mencionar que essa situação é bastante difícil de ocorrer na prática. Isso porque o trecho a dois fios (que corresponde à linha do assinante) pode variar de uma chamada para outra, o que torna difícil a escolha de uma impedância de balanceamento Z que atenda

a todas as linhas possíveis de serem usadas. Além disso, existem outros fatores que contribuem para o descasamento das impedâncias, como por exemplo, a própria construção da híbrida que exige uma simetria muito rigorosa e difícil de ser obtida.

No circuito da Figura 3.5a, as híbridas têm a função de fazer com que o sinal que chega por um dos ramos do trecho a quatro fios se dirija para o trecho a dois fios, sendo barrado para o outro ramo do trecho a quatro fios (que retorna ao ponto de origem). Um descasamento de impedâncias na híbrida permite que uma parcela deste sinal consiga alcançar o outro ramo e chegar ao ponto de origem. Essa parcela é observada pelo usuário do sistema telefônico como uma reprodução atrasada do que ele está falando e por isso leva o nome de eco.

Vemos então que as causas do eco estão relacionadas com a malha de realimentação formada pelos ramos do trecho a quatro fios. Se uma atenuação suficiente não for introduzida nessa malha, ela pode em casos extremos provocar oscilações no circuito (também conhecidas por "singing"). Cada híbrida provê uma perda de aproximadamente 15 dB para o sinal que percorre essa malha, o que em geral é satisfatório para evitar as oscilações, mas não elimina os problemas de eco.

O vazamento do sinal na híbrida é a principal forma de geração de ecos. Porém, eles podem ser gerados por reflexões em qualquer outro ponto onde haja um descasamento de impedâncias no circuito telefônico. O eco produzido em um ponto também pode ser refletido em outros, gerando ecos de segunda ou maiores ordens. A Figura 3.6 ilustra dois possíveis caminhos de eco para o sinal que é emitido no ponto A. Na Figura 3.6a temos o mecanismo de geração do eco conhecido por "talker echo", o qual consiste da pessoa que está falando ouvir uma repetição atrasada da sua própria voz, enquanto que na Figura 3.6b temos o "listener echo", no qual a pessoa que está ouvindo observa uma repetição com atraso daquilo que ouve. Convém lembrar que para o sinal emitido pelo ponto B também são possíveis estes caminhos de eco.

Estudos foram feitos sobre a influência do eco nas ligações telefônicas e sabe-se que é muito difícil manter uma conversação quando nossa própria voz é repetida com um atraso maior que algumas dezenas de milissegundos [1]. Por outro lado, em uma conexão por satélite são comuns atrasos da ordem de 500 ms ou mais. Essa questão se torna ainda mais relevante quando constatamos que mesmo ecos a níveis tão pequenos quanto 40 dB abaixo do nível do sinal transmitido podem ser considerados inoportunos. É interessante notar que em uma ligação telefônica é desejável que a pessoa que está falando ouça sua

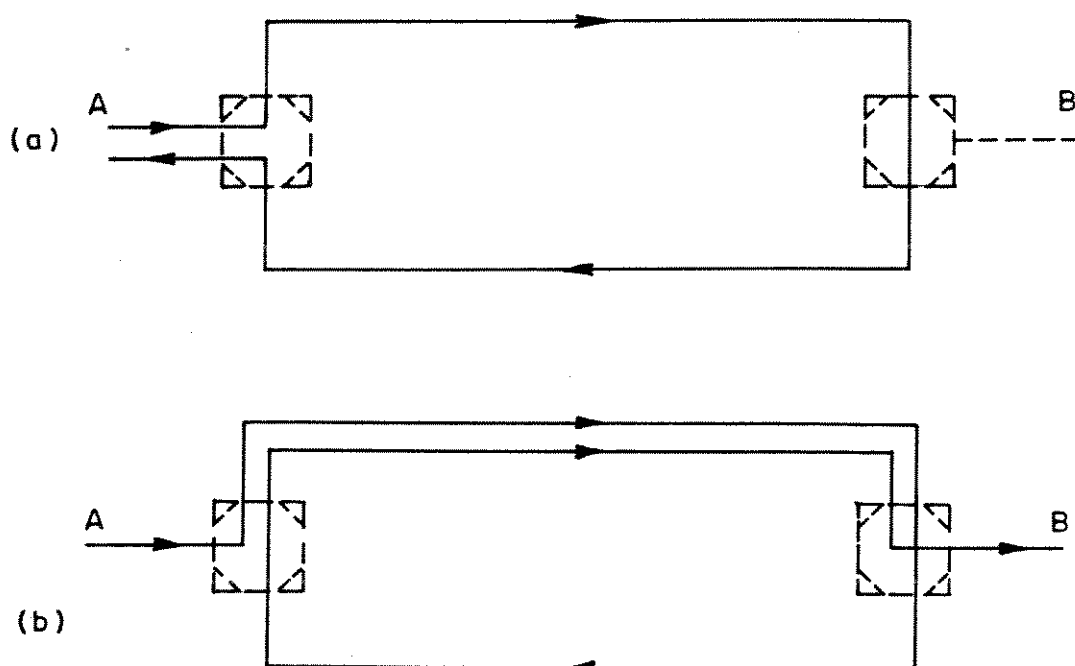


Figura 3.6 - Caminhos de eco em um circuito telefônico

a) talker echo ; b) listener echo

própria voz no aparelho, porém com nenhum ou pouco atraso. De fato, esse efeito é intencionalmente provocado para causar uma sensação mais agradável ao usuário. Isso explica porque em uma ligação a curta distância os descasamentos de impedâncias no circuito telefônico não trazem maiores consequências na transmissão de voz.

3.3.1 - Supressores de eco

As preocupações com o eco surgiram logo das primeiras ligações telefônicas à longa distância e os supressores de eco foram os primeiros dispositivos projetados para esse fim. Seu princípio de operação é bastante simples e baseia-se no fato de que nas ligações telefônicas dificilmente as duas pessoas estão falando ao mesmo tempo, de forma que quase sempre os sinais de interesse fluem em somente um dos sentidos de transmissão. Designaremos por "single talking" e "double talking" os instantes de tempo em que, respectivamente, apenas uma das pessoas está falando e ambas estão falando simultaneamente.

Os supressores de eco consistem de chaves que, instaladas próximas a cada extremo do trecho a quatro fios, abilitam ou bloqueiam as linhas nesse trecho de acordo com a presença ou ausência dos sinais de voz nelas. Para isso é utilizado um detector de voz, conforme ilustrado na Figura 3.7. Assim, a transmissão torna-se unidirecional toda vez que é detectada a ocorrência de "single talking", eliminando-se o problema do eco (ao menos nos intervalos de tempo em que ocorrem "single talking"). É fácil concluir que em uma conversação moderada e sem "double talking" temos um funcionamento bastante harmonioso destas chaves, o que não ocorre para o caso de conversações conturbadas e/ou com "double talking". Além disso, este sistema tem a tendência de obstruir um pequeno segmento das sílabas no início de cada articulação.

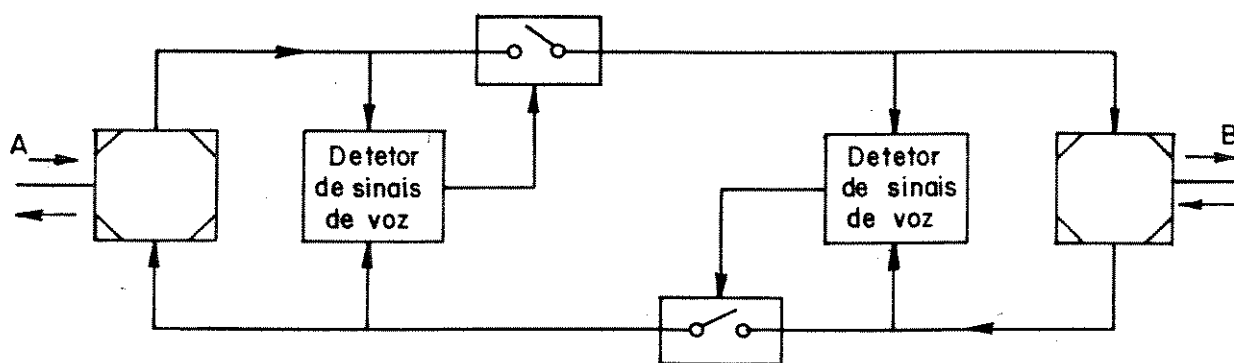


Figura 3.7 - Eliminação de ecos através da utilização de supressores de eco

Os supressores de eco tiveram uma boa aceitação entre os usuários do sistema telefônico e ainda hoje são usados em circuitos que apresentam ecos com pouco atraso. Nos casos em que os ecos ocorrem com muito atraso (mais de 200 ms), os problemas de chaveamento observados nas conversações muito interativas são bastante agravados e torna-se necessário a utilização de dispositivos mais elaborados: os canceladores de eco.

3.3.2 - Canceladores de eco

A Figura 3.8 ilustra o processo de cancelamento de eco em uma ligação telefônica a longa distância, onde notamos a necessidade de dois canceladores,

um para cada ramo do trecho a quatro fios. Uma vez que essa disposição é complementar, vamos nos ater somente ao cancelador da direita, que tem como entrada o sinal

$$f(t) = s(t) + u(t) + \zeta(t) \quad (3.1)$$

onde $s(t)$ corresponde ao sinal emitido em B, $u(t)$ é o eco que desejamos cancelar e $\zeta(t)$ é um ruído aditivo. É razoável admitir que todos os componentes do circuito telefônico se comportem linearmente, de forma que podemos ver o eco, $u(t)$, como sendo a resposta de um sistema linear ao sinal $r(t)$ presente no outro ramo do trecho a quatro fios. Esse sistema linear obviamente está disperso pelo circuito telefônico. O Filtro Adaptativo (F.A.) situado no cancelador tem uma resposta impulsiva com as mesmas características desse sistema, de forma que em sua saída temos uma reprodução do eco, denotada por $\hat{u}(t)$. Essa réplica do eco é subtraída de $f(t)$, resultando o sinal

$$z(t) = s(t) + u(t) - \hat{u}(t) + \zeta(t) \quad (3.2)$$

No caso ideal, em que a resposta impulsiva do F.A. se iguala à do canal de eco, temos

$$\hat{u}(t) = u(t) \quad (3.3)$$

assim

$$z(t) = s(t) + \zeta(t) \quad (3.4)$$

e o eco é totalmente cancelado.

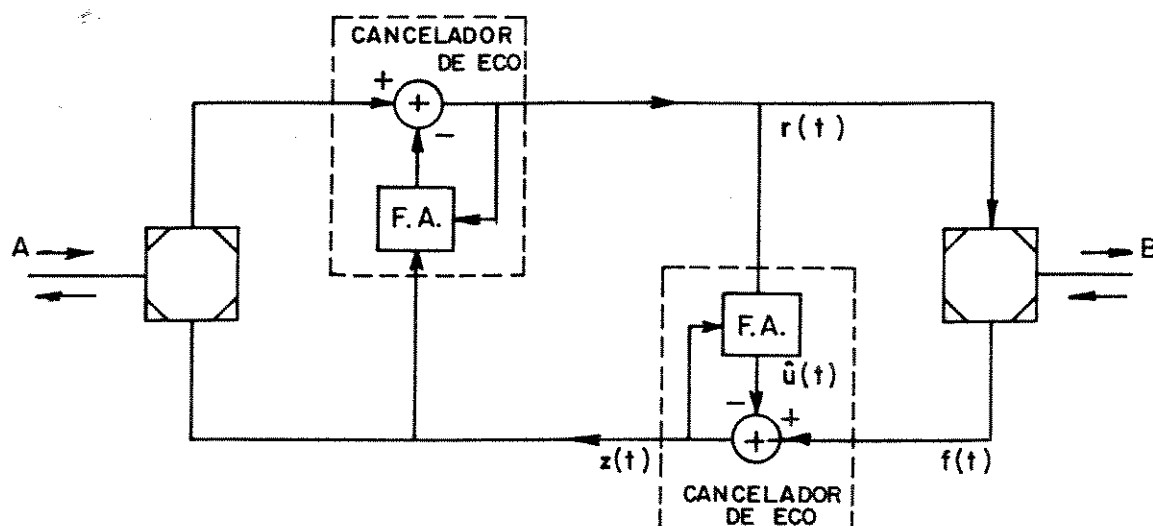


Figura 3.8 - Cancelamento de ecos em uma ligação telefônica a longa distância

A necessidade de adaptação na filtragem se prende ao fato já mencionado de que o trecho a dois fios pode ser trocado de uma chamada para outra (caso em que o canal de eco é inicialmente desconhecido). Além disso, admitimos que em uma mesma chamada as características do circuito possam variar lentamente devido a mudanças ambientais (caso em que o canal de eco é variante no tempo). O F.A. pode ser implementado através do filtro transversal visto nos Capítulos 1 e 2 ou com o emprego de estruturas mais complexas como por exemplo as "lattices", já mencionadas anteriormente. Neste trabalho estamos interessados apenas nas implementações com filtros transversais que serão melhor estudadas no âmbito da transmissão "full-duplex" de sinais digitais. Por ora, queremos somente dar uma idéia da sua aplicação no contexto das transmissões de voz em um circuito telefônico.

Os canceladores, em princípio, podem se localizar em qualquer ponto do trecho a quatro fios. Contudo, é importante notar a vantagem existente em posicioná-los próximos às saídas das híbridas. É que assim fazendo estamos minimizando o atraso de tempo que existe entre o sinal de referência, $r(t)$, e o sinal de eco a ser cancelado, $u(t)$, diminuindo dessa forma o número de elementos atrasadores do filtro transversal.

Vemos então que o "talker echo", que é o eco de maior significância nas conversas telefônicas, é sempre cancelado no extremo oposto ao que se encontra o usuário que o observa (ou equivalentemente, que o originou). O "listener echo" e os ecos de maior ordem também desaparecem quando o "talker echo" é cancelado, dado que a existência daqueles depende da existência deste. Os canceladores de eco são de fato dispositivos que procuram eliminar o resíduo de sinal que consegue atravessar indevidamente a híbrida. Assim, o conjunto híbrida mais cancelador pode ser entendido como um único elemento, capaz de introduzir uma atenuação bem maior na malha formada pelo trecho a quatro fios.

Os canceladores de eco podem ser implementados digitalmente. Na verdade, sua viabilidade deve-se em grande parte ao avanço alcançado pela tecnologia digital nos últimos anos. Logicamente, uma implementação digital exige a amostragem dos sinais com pelo menos a taxa de Nyquist. Assim, o número de memórias (e/ou coeficientes multiplicadores) do filtro está relacionado com essa taxa e com o comprimento do eco. Em uma configuração típica de transmissão de voz onde os canceladores se situam junto às híbridas, são normalmente utilizados filtros transversais com 128 ou 256 derivações [2].

É interessante observar que o princípio do cancelamento somente se aplica quando temos um sinal de referência, no caso $r(t)$, correlacionado com

a componente de eco $u(t)$ que queremos cancelar, e também que este processo cancela apenas a componente $u(t)$. Assim, mesmo nos instantes em que ocorre "double talking", conseguimos eliminar em cada linha somente a parcela correspondente ao eco, pois unicamente ela está correlacionada com o sinal de referência $r(t)$, evidenciando uma vantagem dos canceladores sobre os supressores de eco.

A adaptação do F.A. é feita no presente caso de uma forma semelhante à estudada no Capítulo 2 quando tratamos da aplicação do filtro transversal ao problema de eliminação da IIS. Aqui também existe um algoritmo que atualiza os coeficientes do filtro de acordo com as mudanças ocorridas no canal de eco. Esse algoritmo utiliza amostras do sinal na saída do cancelador para decidir sobre os ajustes a serem procedidos nos multiplicadores. Podemos então concluir que na ocorrência de "double talking" o processo de adaptação é dificultado pela forte componente estocástica introduzida pela presença do sinal de voz, $s(t)$, ao eco que queremos cancelar. Assim, é preferível realizar a adaptação somente nos instantes de tempo em que ocorre "single talking", quando apenas o sinal de eco, $u(t)$, e o ruído, $\zeta(t)$, estão presentes na entrada do cancelador. Para isso é utilizado um detetor de sinais de voz (um em cada extremo) que inibe a adaptação do filtro toda vez que é detectado o sinal de voz, $s(t)$, do usuário próximo.

3.4 - OCORRÊNCIA DE ECOS NA TRANSMISSÃO DE DADOS

A primeira grande diferença existente entre as transmissões de dados e de voz, no que concerne ao eco em um circuito telefônico, é que para o caso de dados a recepção é afetada por ecos atrasados de qualquer quantidade, enquanto que na transmissão de voz somente a partir de determinado atraso é que eles se tornam perceptíveis. Com isso, torna-se necessária a utilização de canceladores de eco também para ligações a curta distância, ou locais.

As ligações a curta distância em geral não contêm em seu circuito nenhum trecho a quatro fios. Entretanto, as híbridas localizadas nos extremos da linha de transmissão, junto aos equipamentos terminais, é que são as responsáveis pela existência dos ecos no circuito. Na Figura 3.9a representamos uma configuração típica de transmissão "full-duplex" digital para distâncias relativamente curtas, onde temos a localidade A sendo ligada à localidade B através de uma linha de transmissão a dois fios. Nas Figuras 3.9b e 3.9c te-

mos dois possíveis caminhos de eco correspondentes ao sinal gerado em B. Note que em ambos os casos uma parcela deste sinal aparece no próprio receptor juntamente com o sinal que é enviado por A, sendo que no primeiro caso o eco ocorre devido a um vazamento na própria híbrida, enquanto que no segundo ele surge por uma reflexão na híbrida localizada em A. É sempre bom lembrar que para o sinal gerado em A também são possíveis estes caminhos de eco no circuito.

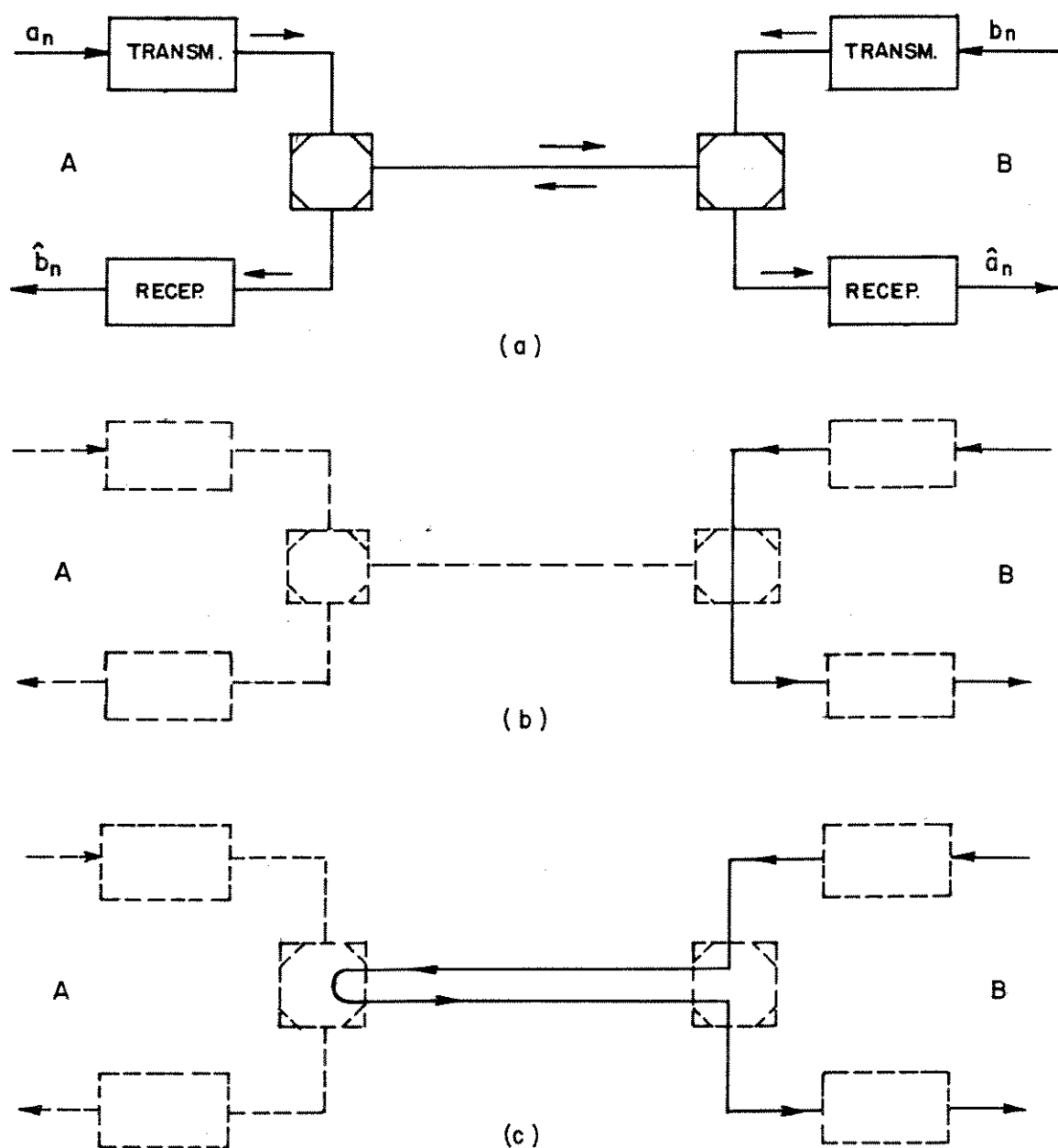


Figura 3.9 - a) Circuito de transmissão de dados

b) Eco decorrente de vazamento em uma híbrida

c) Eco decorrente de reflexão em uma híbrida

Outras diferenças também fundamentais existem quando consideramos as transmissões de dados comparadas às de voz. Primeiramente, os sinais estão presentes nas duas direções durante todo o tempo (exceto talvez durante o período de treino) dificultando, como já mencionamos, o processo de adaptação. Além disso, o grau de cancelamento exigido é muito maior, o que torna a implementação ainda mais complexa. Entretanto, como veremos adiante, o cancelamento de eco nas transmissões de dados pode tirar proveito do fato de os símbolos transmitidos apresentarem somente um número limitado de valores para obter simplificações no projeto.

As transmissões de dados podem ocorrer tanto em banda-base como de forma modulada, sendo que em ambos os casos o sinal emitido em um extremo pode chegar ao outro com uma atenuação de até 40 dB. Por outro lado, uma híbrida pode às vezes impor atenuações de apenas 10 dB no sinal indesejável. Assim é possível ocorrer que o eco que chega ao receptor através da híbrida local tenha níveis de até 30 dB acima do nível do sinal desejado (assumindo-se que os sinais transmitidos nos dois extremos tenham o mesmo nível). Para que ocorra uma detecção confiável dos símbolos no receptor são exigidas relações da ordem de 20 dB entre sinal e interferência. Dessa forma, os canceladores devem proporcionar uma atenuação adicional de até 50 dB nos níveis de eco [3].

Vamos agora considerar duas importantes formas em que a transmissão digital "full-duplex" é aplicada: a primeira se insere no contexto da transmissão digital na faixa de voz enquanto que a segunda possui características espectrais próprias e denominamos transmissão digital na linha de assinante.

3.4.1 - Transmissão digital na faixa de voz

Como já mencionamos, as comunicações de dados desde o seu surgimento são realizadas em grande parte através de conexões com a rede telefônica pública. Estas conexões tornaram-se possíveis graças ao desenvolvimento de modems (moduladores-demoduladores) que dispõe os sinais a serem transmitidos em uma faixa de frequências equivalente à de voz. A Figura 3.10 ilustra um esquema desse tipo, onde vemos que os sinais processados pelos modems devem transitar naturalmente através da rede telefônica. Para esta, a natureza do sinal em trânsito é absolutamente imaterial, desde que ele seja restrito à faixa de frequências de voz.

Como já dissemos, os modems na faixa de voz utilizam portadoras para adequar os sinais ao meio de transmissão, sendo que os de estruturas mais sim

ples fazem uso da técnica FDM para obter a característica "full duplex" e possibilitam transmissões de dados a taxas relativamente modestas (tipicamente 1200 bits/s e 2400 bits/s). Entretanto, quando taxas maiores são exigidas, a disponibilidade de faixa torna-se um fator limitante muito sério. Nesse caso, a separação dos sinais por híbridas se apresenta como uma solução viável, e portanto o cancelamento de eco se faz necessário.

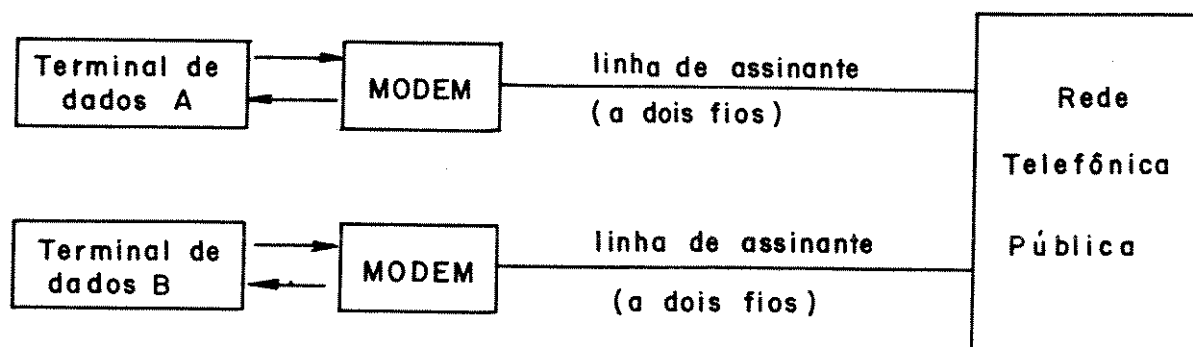


Figura 3.10 - Utilização de modems na faixa de voz

Os esquemas de modulação utilizados nesses modems são geralmente do tipo QAM (Quadrature Amplitude Modulation) o qual iremos rever brevemente através de um exemplo.

Exemplo 3.1

Tomemos inicialmente a representação em banda-base correspondente ao sinal QAM-16 da Figura 3.11a

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n p(t-nT) \quad (3.5)$$

onde

$$a_n = a_{nr} + ja_{ni} \quad (3.6)$$

é a representação complexa dos símbolos para um sinal modulado em quadratura introduzida no Capítulo 1 e, no presente exemplo, pode assumir um dos dezesseis valores dispostos na constelação de sinais da Figura 3.11a. $p(t)$ é um pulso real cujo espectro de frequências é limitado em faixa (Figura 3.11b).

O sinal modulado é dado pela parte real da representação em banda-base multiplicada por uma exponencial complexa na frequência da portadora:

$$s'(t) = \operatorname{Re} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n p(t-nT) e^{j\omega t} \right] \quad (3.7)$$

Esta equação pode também ser colocada na forma

$$s'(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nr} p(t-nT) \cos \omega t - \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{ni} p(t-nT) \sin \omega t \quad (3.8)$$

onde evidenciamos as portadoras em quadratura. Dessa forma, vemos que este sinal pode ser gerado através do arranjo apresentado na Figura 1.3a, o qual foi utilizado para gerar o sinal 8-PSK do Exemplo 1.1. É fácil ver que qualquer constelação de sinais em duas dimensões pode ser realizada através deste arranjo. Uma melhor abordagem deste assunto é encontrada em [4].

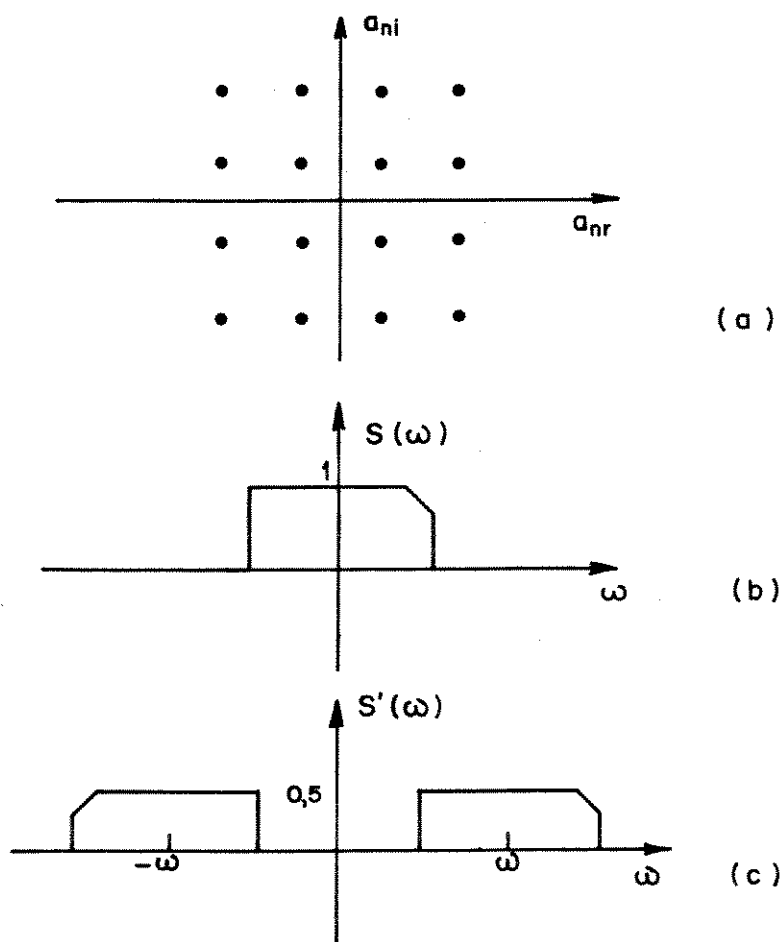


Figura 3.11 - a) Constelação de sinais 16-QAM
 b) Sinal em banda-base
 c) sinal modulado

Na Figura 3.11b representamos o espectro de frequências $S(\omega)$ do sinal em banda-base e na Figura 3.11c o espectro de frequências do sinal modulado QAM resultante. Para o caso do sistema QAM-16, cada símbolo transmitido é equivalente a $\log_2 16 = 4$ bits, o que permite um bom aproveitamento da faixa espectral, dado que esta não varia com o número de pontos no espaço de sinais.

É natural que os sinais de eco encontrados nestes sistemas de transmissão também se achem modulados pela portadora de origem. Dessa forma, é conveniente efetuar o cancelamento do eco na faixa de passagem, ou seja, antes da demodulação [5]. Conforme já mencionamos anteriormente, quando estudamos os problemas relacionados com a equalização, o tratamento dos sinais modulados pode ser estudado como uma extensão dos conceitos envolvidos na transmissão em banda-base, bastando para isso generalizar o tratamento em banda-base para o caso de valores complexos. No sentido de simplificar a análise, preferimos sempre que possível evitar a utilização de variáveis complexas. Com isso nossa abordagem dos processos adaptativos, tanto com relação ao problema de equalização quanto ao de cancelamento de eco, se prestam diretamente aos casos de transmissão digital em banda-base.

As transmissões na faixa de voz podem apresentar muitas outras dificuldades, advindas do uso de um meio de transmissão desapropriado, que podem aumentar consideravelmente a complexidade do sistema. Essas dificuldades são ainda maiores quando existem trechos a quatro fios no circuito [6]. Contudo, não desejamos nos ater sobre os problemas da transmissão de dados na faixa de voz. Nosso propósito aqui é tão somente estabelecer uma distinção entre esta forma de transmissão e a que vamos tratar no próximo item. O leitor mais interessado poderá encontrar no final do capítulo algumas referências bibliográficas sobre o assunto.

3.4.2 - Transmissão digital na linha de assinante

Nos últimos anos, a crescente utilização de sistemas de transmissão de dados e a necessidade de se aumentar a eficiência destes, embaladas pelo avanço da tecnologia digital, permitiram a concepção das chamadas Redes Digitais de Serviços Integrados (RDSI), onde os serviços de voz e de dados são oferecidos ao assinante de forma integrada em uma única linha. Com isto, a RDSI se apresenta como a mais promissora forma de emprego da transmissão digital na linha de assinante. A Figura 3.12 esquematiza uma ligação entre um assinante e a central que ilustra a filosofia das RDSIs. No lado do assinante, qual-

quer serviço de dados deve ser ligado diretamente ao modem "full-duplex", enquanto que os sinais de voz devem ser primeiramente processados através de um circuito de interfaceamento analógico/digital para serem aplicados ao modem. No lado da central, os sinais correspondentes aos vários serviços são separados e seguem seus destinos através dos meios apropriados.

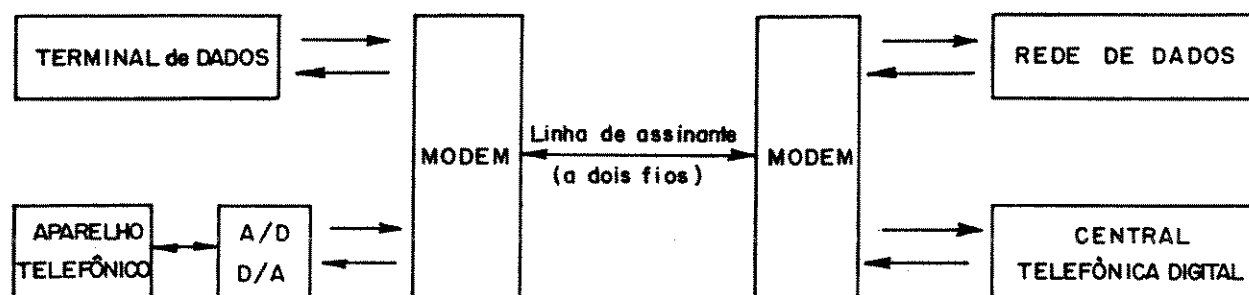


Figura 3.12 - Esquema simplificado de uma RDSI

Observe que neste caso, os problemas relativos à transmissão de dados, para efeitos do modem, se reduzem à ligação entre o assinante e a central, permitindo uma grande simplificação no sistema. Além disso, sem a limitação imposta pela faixa de voz, o aproveitamento do canal é maximizado, representando um considerável ganho na taxa de bits. Entretanto, o que torna as RDSIs especialmente atrativas em termos econômicos é a propriedade que elas apresentam de vários serviços compartilharem o mesmo meio de transmissão, reduzindo sensivelmente os investimentos em linhas de assinantes. Com isso, devemos esperar que a implantação de uma RDSI somente se efetive quando houver uma demanda significativa de serviços de dados.

Existem duas propostas para o estabelecimento de uma RDSI. A primeira delas utiliza uma taxa de 80 kbits/s em cada direção e prevê a existência de um canal de voz/dados de 64 kbits/s mais um canal para dados e sinalização de 16 kbits/s, enquanto que a segunda utiliza uma taxa de 144 kbits em cada direção e incorpora dois canais de voz/dados de 64 kbits/s cada, mais um canal para dados ou sinalização de 16 kbits/s.

A ligação entre o assinante e a central deve ser implementada através de uma linha a dois fios, sendo que as três técnicas discutidas na Seção 3.2 competem para a provisão da característica "full-duplex". Ultimamente, a aten

ção tem se voltado para a técnica de separação por híbrida com cancelamento de eco, devido ao fato desta permitir distâncias maiores entre central e assinante. Isso é possível graças a maior largura de faixa disponível [2].

Vamos então considerar no próximo item, a técnica de separação por híbridas com cancelamento de eco aplicada à transmissão digital na linha de assinante. Como vimos, as taxas de bits requeridas podem ser bastante elevadas, exigindo uma largura de faixa também elevada. As linhas de transmissão utilizadas atualmente nas redes telefônicas locais oferecem as condições desejadas para tanto, desde que as distâncias envolvidas não sejam excessivas. A transmissão em banda-base permite um melhor aproveitamento da característica espectral das linhas e representa também uma grande simplificação na estrutura dos modems.

3.5 - CANCELAMENTO DE ECO NA TRANSMISSÃO DIGITAL

Conforme o leitor já pode ter deduzido, em uma transmissão a distâncias relativamente curtas, onde unicamente um trecho a dois fios é envolvido, o cancelador de eco deve se configurar como mostra a Figura 3.13a, na qual o sinal $r(t)$ emitido pelo transmissor local é utilizado como referência para produzir a estimativa $\hat{u}(t)$ que é usada no cancelamento do eco $u(t)$. Observe que estamos denotando os sinais de forma a manter válidas as equações de (3.1) a (3.4) vistas na seção anterior. Assim, o sinal impregnado com eco que chega ao cancelador através da híbrida local é dado por

$$f(t) = s(t) + u(t) + \zeta(t) \quad (3.9)$$

onde novamente $s(t)$ representa o sinal desejado, enquanto que $\zeta(t)$ é o ruído adicionado pelo canal. Após o cancelamento, é então obtido o sinal

$$z(t) = f(t) - \hat{u}(t) \quad (3.10)$$

que é aplicado ao receptor.

Queremos agora atentar para a simplificação que representa o esquema da Figura 3.13b, onde o sinal utilizado como referência no F.A. é a própria sequência de símbolos que se pretende transmitir. Observe que nesse esquema, o transmissor é entendido pelo F.A. como sendo parte integrante do canal de eco. Esse esquema é interessante sobretudo quando desejamos implementações digitais do sistema, devido a redução no número de conversores A/D.

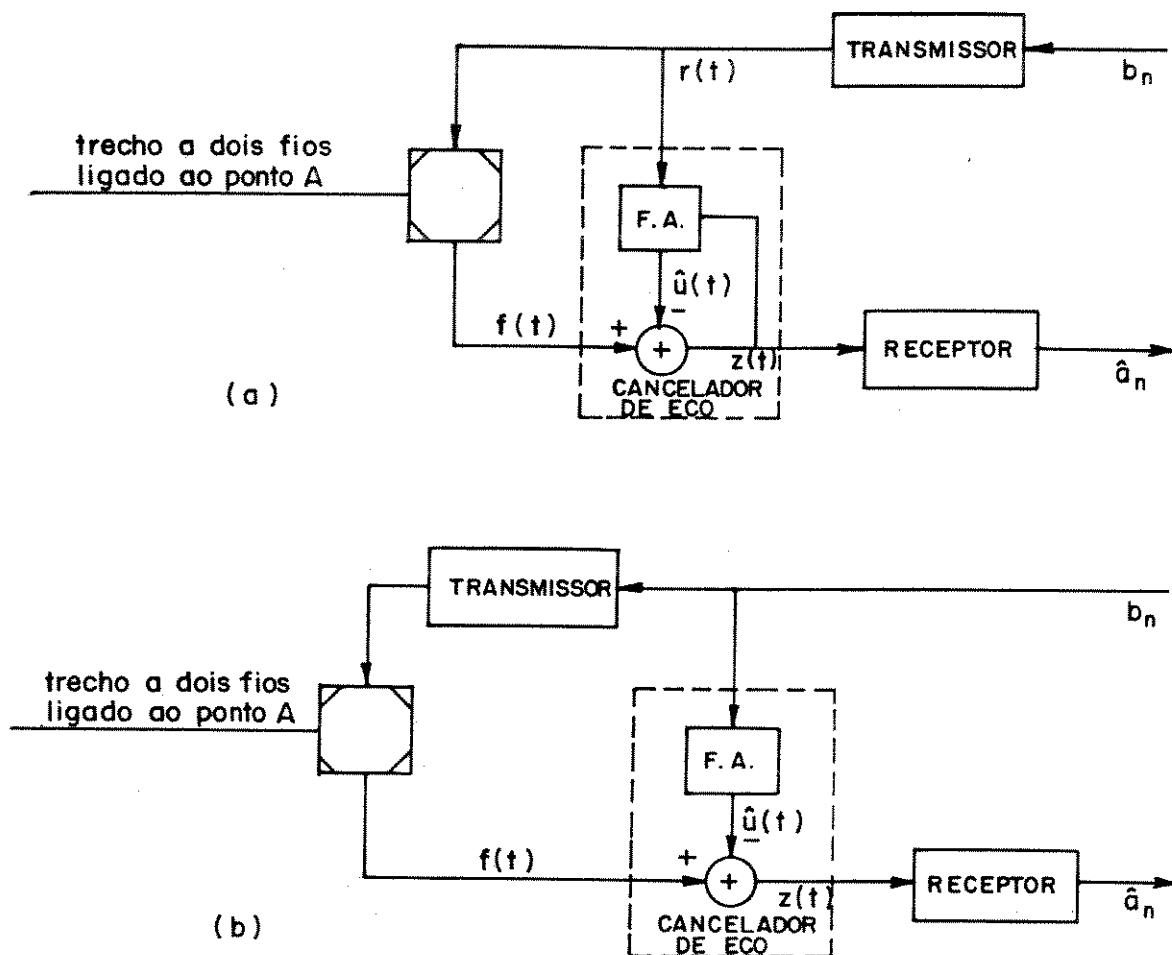


Figura 3.13 - Esquemas para cancelamento de eco

- a) utilizando como referência o sinal transmitido
- b) utilizando a própria sequência de símbolos

Os esquemas da Figura 3.13 apresentam somente a parte do sistema que se localiza no ponto B. Isso porque em A temos uma configuração idêntica a esta. Um aspecto interessante de se observar é que no presente caso, o sinal é cancelado no extremo do canal correspondente ao terminal que o recebe (ou equivalentemente, que o originou) diferindo da forma utilizada para o cancelamento de ecos em sinais de voz.

Para o arranjo da Figura 3.13a, considerando-se um tratamento digital dos sinais, a amostragem deve ocorrer em uma taxa igual ou superior à taxa de Nyquist, que corresponde a duas vezes a componente de maior frequência do sinal. No Capítulo 1 mostramos que, ao menos em tese, é possível a existência

de um sinal para o qual a taxa de Nyquist se iguale à taxa de símbolos, sendo que no caso geral essa taxa deve assumir valores maiores. Para o arranjo da Figura 3.13b, a mesma restrição sobre a taxa de amostragem deve valer. Entretanto o sinal que entra no F.A. constitui a própria sequência de símbolos. Assim, admitiremos por enquanto que todo o processamento seja feito na taxa de símbolos, adiando para o Capítulo 5 uma discussão mais aprofundada dessa questão.

Outra vantagem que o arranjo da Figura 3.13b proporciona reside na possibilidade de se reduzir o número de multiplicações exigidas no processamento dos sinais, o que é altamente desejável quando este é feito em tempo real. Pode-se mostrar que esse arranjo permite uma considerável diminuição no número de multiplicações [7]. Pretendemos ilustrar este fato através de um simples exemplo.

Exemplo 3.2

Considere o filtro transversal aplicado ao cancelamento de eco conforme ilustra a Figura 3.14, onde $\{h_k\}$, $0 \leq k \leq K-1$, é o conjunto de coeficientes do filtro e $\{b_n\}$ é a sequência de amostras na entrada do filtro. A estimativa do eco no instante n é então dada por

$$\hat{u}_n = \sum_{k=0}^{K-1} b_{n-k} h_k \quad (3.11)$$

Tendo em vista que as amostras na entrada do filtro constituem a própria sequência de símbolos e supondo que cada símbolo b_k deve assumir um dos valores do conjunto $\{-1, 0, 1\}$, temos que o resultado da Equação (3.11) pode ser obtido utilizando-se apenas operações de soma e subtração. Este exemplo ilustra claramente a redução no esforço computacional que o tratamento dos sinais usando diretamente os valores dos símbolos pode trazer.

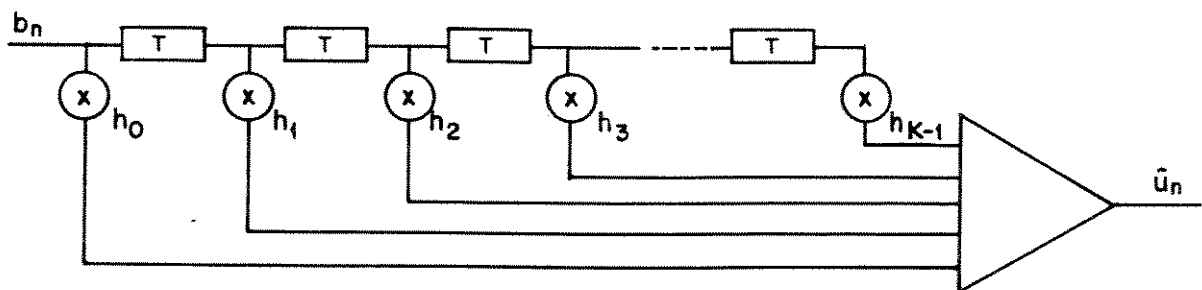


Figura 3.14 - Estimação do eco utilizando diretamente os símbolos transmitidos

Mais uma vez é bom lembrar que o sinal usado como referência para o filtro adaptativo deve ser correlacionado com o eco que desejamos cancelar. Dessa forma, para que os símbolos a serem transmitidos possam ser utilizados diretamente como referência, é necessário que o transmissor realize exclusivamente operações lineares no sinal. Nas transmissões em banda-base, muitas vezes é vantajoso o uso de códigos de linha que não apresentam uma total linearidade como é o caso dos códigos AMI e HDB3. Entretanto, é sempre possível no transmissor, isolar a porção não linear da codificação. O exemplo a seguir ilustra esse artifício.

Exemplo 3.3

Tomemos a transmissão AMI, onde uma codificação binária é efetuada associando-se níveis nulos de tensão aos bits "0"s, enquanto que pulsos positivos e negativos são alternadamente associados aos bits "1"s que surgem na sequência $\{d_n\}$. Este processo de codificação é visivelmente não linear, uma vez que temos três possíveis formas de sinal na saída para apenas duas possibilidades de entrada. Um sinal do tipo AMI pode ser escrito analiticamente como

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n p(t-nT) \quad (3.12)$$

onde $p(t)$ é a forma do pulso e b_n é dado por

$$b_n = d_n [-1]^{\sum_{k=-\infty}^n d_k} \quad (3.13)$$

sendo d_n o valor do bit que desejamos enviar no instante n . A Equação (3.12) mostra que considerando-se a sequência de símbolos transmitidos como sendo $\{b_n\}$, temos uma transmissão linear.

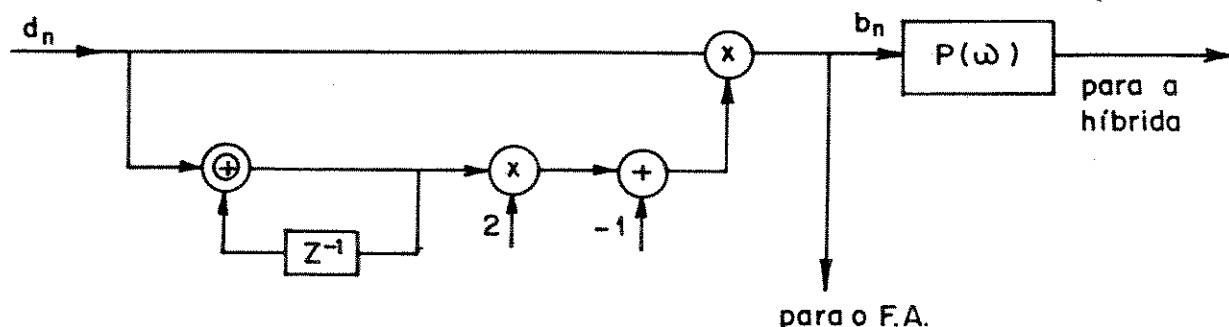


Figura 3.15 - Geração de um sinal AMI

A Figura 3.15 representa um esquema de transmissão AMI onde as porções linear e não linear do processo são modeladas separadamente de forma a prover uma saída com a sequência $\{b_n\}$ para o filtro adaptativo. Assim, torna-se possível utilizar a configuração da Figura 3.13b para o cancelamento de eco.

Encerrando, vamos observar duas particularidades sobre a sequência $\{b_n\}$. Primeiro, é que apesar de possuir símbolos de três valores diferentes (-1, 0, 1), esta sequência continua levando a mesma quantidade de informação que a sequência binária original $\{d_n\}$. Segundo, é que a alternância na representação dos bits "1" provoca uma dependência entre os símbolos $\{b_n\}$ cuja influência no processo de adaptação deve ser considerada.

3.6 - CONCLUSÃO

Neste capítulo abordamos alguns aspectos da transmissão bidirecional de sinais, sobretudo no que se refere a ocorrência de ecos nas linhas de transmissão. Procuramos apresentar um panorama da utilização de canceladores de eco nas transmissões "full-duplex" em geral, assim como esclarecer as diferenças existentes entre os sistemas de voz e de dados. Mostramos que o eco pode ser cancelado usando-se um filtro transversal cujos coeficientes reproduzam o canal de eco. Os processos utilizados na obtenção destes coeficientes constituem o assunto do próximo capítulo.

REFERÊNCIAS

- [1] Weinstein, S.B., "Echo Cancellation on the Telephone Network", IEEE Communications Society Magazine, pp. 9-15, January 1977.
- [2] Messerschmitt, D.G., "Echo Cancellation in Speech and Data Transmission", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. SAC-2, pp. 283-297, March 1984.
- [3] Verhoeckx, N.A.M. et al, "Digital Echo Cancellation for Baseband Data transmission", IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. ASSP-27, pp. 768-781, December 1979.

- [4] Palazzo, Jr. R., Estudos de Modulação e Demodulação de Sinais para Transmissão Via Rádio, Tese de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, 1977.
- [5] Weinstein, S.B., "A Passband Data-Driven Echo Canceller for Full-Duplex Transmission on Two-Wire Circuits", IEEE Transactions on Communications, vol. COM-25, pp. 654, 666, July 1977.
- [6] Gitlin, R.D., "A Phase Adaptive Structure for Echo Cancellation", IEEE Transaction on Communications, vol. COM-26, pp. 1211-1220, August 1978.
- [7] Mueller, K.H., "A New Digital Echo Canceller for Two-Wire Full-Duplex Data Transmission", IEEE Trans. on Communications, vol. COM-24, pp. 956-961, September 1976.
- [8] Gimenez, J.R.B. e Palazzo, Jr. R., "Transmissão Bidirecional de Sinais", Relatório Técnico RT - 47, FEE, UNICAMP, novembro 1987.

CAPÍTULO 4

PROCESSOS ADAPTATIVOS PARA CANCELAMENTO DE ECO

4.1 - INTRODUÇÃO

No Capítulo 3 introduzimos os sistemas de transmissão bidirecionais e fizemos um apanhado das várias situações em que é solicitado o cancelamento de eco dando alguma ênfase ao caso das transmissões a dois fios de sinais digitais em banda-base. Vimos que o princípio do cancelamento de eco exige a utilização de um filtro cuja resposta impulsiva corresponde à do canal de eco. Iremos agora estudar métodos que permitam adaptar a resposta do filtro quando o canal de eco é desconhecido ou varia no tempo.

Os canais de eco terão aqui uma abordagem idêntica à que dispensamos aos canais de transmissão variantes no tempo tratados no Capítulo 2, ou seja: admitiremos que eles tenham uma resposta impulsiva genérica, $g(t)$, e tentaremos ajustar os coeficientes do filtro transversal de forma a obter o cancelamento do eco para essa situação. Em outras palavras, estaremos sempre considerando a resposta impulsiva atual do canal de eco.

Vamos agora conjecturar sobre as possibilidades de se adaptar o filtro a partir dos sinais disponíveis no cancelador: parece evidente que o único sinal capaz de permitir a avaliação do processo de cancelamento é o sinal resultante na saída do cancelador, Figura 4.1. Uma observação sistemática deste sinal pode nos trazer informações acerca do eco remanescente. Pretendemos esboçar primeiramente uma idéia de como isso é possível. Seja então um sinal $z(t)$, dado pela soma de duas variáveis independentes, $s(t)$ e $u(t)$, com médias

nulas e variâncias σ_s^2 e σ_u^2 respectivamente. Dessa forma, $z(t)$ deve ter uma variância σ_z^2 igual a $\sigma_s^2 + \sigma_u^2$. Suponhamos agora que estamos tentando cancelar a componente $u(t)$ desse sinal. A medida em que nosso objetivo está sendo alcançado, a variância σ_z^2 vai diminuindo. Os algoritmos empregados na adaptação do filtro, em sua maioria, valem-se desse fato para obter uma estratégia de ajustagem dos multiplicadores. Neste capítulo, apresentaremos três algoritmos, sendo que os dois primeiros utilizam-se desse princípio.

4.2 - ALGORITMO DO ERRO QUADRADO MÉDIO

Inicialmente, gostaríamos de relembrar a notação usada no Capítulo 3 através da Figura 4.1, onde esquematizamos novamente o sistema de cancelamento de eco, desta vez com os sinais representados na forma amostrada.

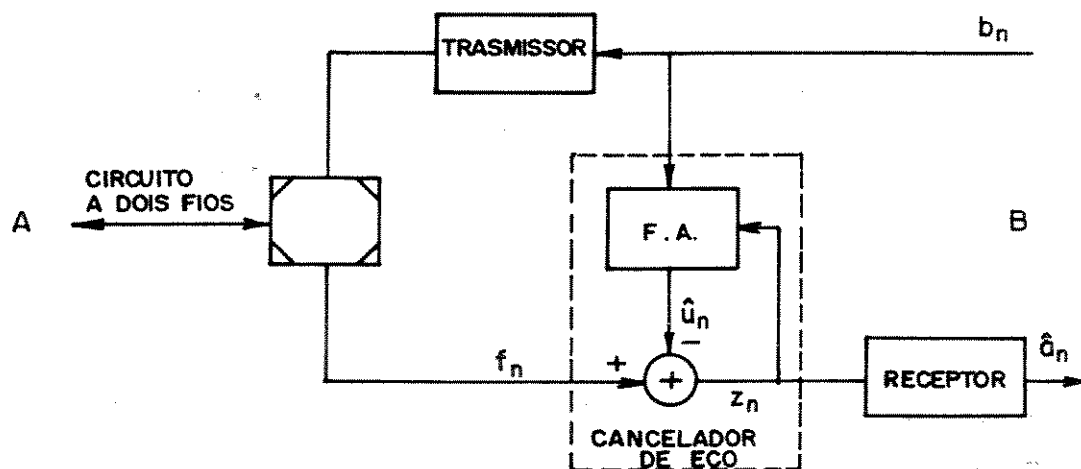


Figura 4.1 - Esquema para cancelamento de eco
em uma transmissão digital a dois fios

O sinal que chega ao cancelador no instante n é dado por

$$f_n = s_n + u_n + \zeta_n \quad (4.1)$$

onde s_n é o sinal desejado que vem do transmissor em A, u_n é o eco que pretendemos eliminar e ζ_n é o ruído adicionado pelo meio de transmissão.

Na saída do cancelador temos, no instante n , o sinal resultante

$$z_n = f_n - \hat{u}_n \quad (4.2)$$

ou, equivalentemente

$$z_n = s_n + u_n - \hat{u}_n + \zeta_n \quad (4.3)$$

onde $\hat{u}_n$ é a estimativa do eco apresentada no instante n pelo FA.

O sinal z_n é aplicado ao receptor para a detecção da sequência de símbolos $\{a_n\}$. Queremos desde já atentar para o fato de que a detecção correta ou errada desses símbolos no receptor será absolutamente imaterial para o cancelador de eco.

Vamos agora assumir que a resposta impulsiva do canal de eco g_n (a qual inclui o transmissor linear) seja tal que $g_n = 0$ para $n < 0$ e $n \geq K$. Assim, podemos empregar um filtro transversal com K coeficientes variáveis $h_i(n)$, $i = 0, 1, \dots, K-1$, para gerar as estimativas do eco $\hat{u}_n$.

Pretendemos usar a notação vetorial para tornar mais simples a análise do cancelador de eco. Para isso definimos o vetor canal de eco

$$G = [g_0, g_1, \dots, g_{K-1}]' \quad (4.4)$$

o vetor de coeficientes do FA

$$H_n = [h_0(n), h_1(n), \dots, h_{K-1}(n)]' \quad (4.5)$$

e o vetor de símbolos emitidos pelo terminal local

$$B_n = [b_n, b_{n-1}, \dots, b_{n-K+1}]' \quad (4.6)$$

Usando essas definições, podemos escrever para o sinal de eco no instante n

$$u_n = B_n' G \quad (4.7)$$

e para a estimativa do eco

$$\hat{u}_n = B_n' H_n \quad (4.8)$$

Definindo

$$j_n = s_n + \zeta_n \quad (4.9)$$

podemos reescrever (4.3) como

$$z_n = j_n + B_n' [G - H_n] \quad (4.10)$$

O valor quadrado médio do sinal z_n na saída do cancelador é então dado por

$$W = E\{z_n^2\} \quad (4.11)$$

$$= E\{[j_n + B_n' (G - H_n)]^2\} \quad (4.12)$$

Sendo os sinais b_n e j_n não correlacionados e de média nula, temos

$$W = J + E \{ [G - H_n]' B_n B_n' [G - H_n] \} \quad (4.13)$$

onde

$$J = E \{ j_n^2 \} \quad (4.14)$$

Admitindo agora que os símbolos b_n sejam estatisticamente independentes, notamos que

$$E\{B_n B_n'\} = S I \quad (4.15)$$

onde S é a potência média dos símbolos b_n . Substituindo esse resultado em (4.13), obtemos

$$W = J + S [G - H_n]' [G - H_n] \quad (4.16a)$$

ou, equivalentemente

$$W = J + S \sum_{k=0}^{K-1} [g_k - h_k(n)]^2 \quad (4.16b)$$

onde vemos que W é uma função convexa dos coeficientes do filtro (uma prova formal desse fato segue os mesmos passos envolvidos na demonstração do Teorema 2.2). Dessa forma podemos utilizar o método "steepest-descent" visto na Seção 2.2 para encontrar o ponto de mínimo dessa função, o qual ocorre para

$$H_n = H_{opt} = G \quad (4.17)$$

e tem o valor

$$W_{min} = J \quad (4.18)$$

Os resultados em (4.17) e (4.18) não causam surpresa, pois sendo $H_n = G$, temos $\hat{u}_n = u_n$ e $z_n = j_n$. O que pode surpreender é o fato destes resultados terem sido derivados diretamente de (4.16), enquanto que na Seção 2.4, quando estudamos o algoritmo MSE no contexto da equalização adaptativa, houve a necessidade de um desenvolvimento prévio da equação do erro quadrado médio para a obtenção dos resultados correspondentes a estes. Devemos lembrar, entretanto, que o filtro transversal no presente caso atua de uma forma muito diferente daquela vista na Seção 2.4. Mais adiante faremos uma comparação entre esses dois sistemas.

Vamos agora obter o gradiente de W . De (4.16) temos

$$\nabla W = -2 S [G - H_n] \quad (4.19)$$

e, alternativamente, usando (4.10) e (4.11) encontramos

$$\nabla W = -2 E \{ z_n B_n \} \quad (4.20)$$

Vemos então, através de (4.19), que o ∇W expressa uma medida direta da diferença entre o vetor de coeficientes no instante n e o valor ótimo para este vetor. Por outro lado, em (4.20) temos o ∇W expresso em termos de sinais mensuráveis. Assim, a adaptação dos multiplicadores do filtro pode ser feita iterativamente de acordo com o método "steepest descent"

$$H_{v+1} = H_v - \frac{\gamma}{2} \nabla W \quad (4.21)$$

onde v é o índice da iteração e γ é a constante positiva e de valor pequeno que controla a convergência do processo. De (4.20) e (4.21) temos

$$H_{v+1} = H_v + \gamma E\{z_n B_n\} \quad (4.22a)$$

Assim, em cada iteração os coeficientes h_k são ajustados através da relação

$$h_k(v+1) = h_k(v) + \gamma E\{z_n b_{n-k}\} \quad k = 0, \dots, K-1 \quad (4.22b)$$

As correlações cruzadas existentes em (4.22b) podem ser estimadas através da média sobre um número finito de termos. Na Seção 2.4 apresentamos três possibilidades para a obtenção dessa média que estavam associadas a diferentes formas de ajustagem dos coeficientes do filtro. O mesmo desenvolvimento se adapta ao caso atual, resultando igualmente nas ajustagens: por correlação, estocástica e ajustagem por sinal.

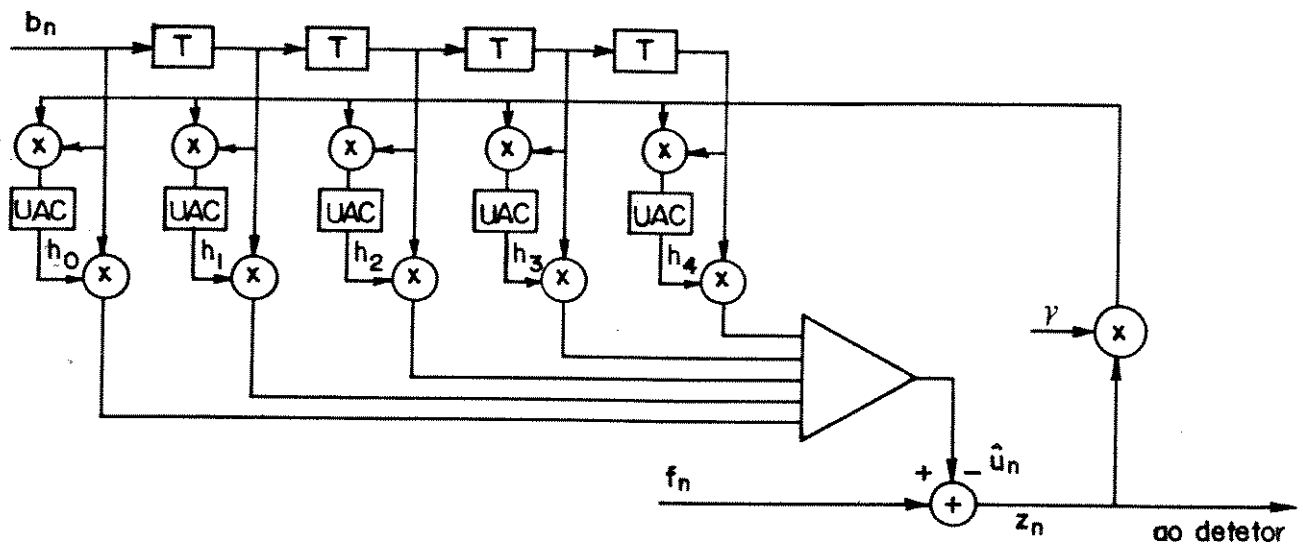


Figura 4.2 - Cancelador de eco utilizando o algoritmo MSE

Na Figura 4.2 apresentamos o diagrama de blocos para o cancelador de eco que utiliza o algoritmo do gradiente do MSE (erro quadrado médio) representado pela Equação (4.22). Os blocos designados por UAC (Unidade de Atualização dos Coeficientes) são responsáveis pela ajustagem dos multiplicadores a cada iteração, podendo para isso empregar qualquer um dos métodos mencionados acima e descritos na Seção 2.4.

Dentre as possíveis formas de ajustagem, achamos que a "estocástica" é a que merece maior atenção, dado que ela compatibiliza uma grande simplicidade funcional com uma qualidade de adaptação satisfatória para a maioria dos casos práticos. Vamos analisá-la mais detalhadamente.

4.2.1 - Adaptação Estocástica do Filtro

O tratamento que faremos é basicamente o mesmo encontrado em [1] e [2], onde foi apresentado para o caso em que os símbolos da sequência transmitida $\{b_n\}$ apresentam unicamente os valores +1 e -1. Aqui preferimos generalizá-lo, assim como fizemos no Capítulo 2 para o equalizador MSE, de forma a admitir a análise de uma transmissão multinível.

Começaremos por considerar o eco residual, o qual é dado pela diferença entre o sinal de eco recebido e aquele simulado no FA. De (4.7) e (4.8) temos

$$u_n - \hat{u}_n = B_n^t [G - H_n] \quad (4.23)$$

Denotaremos por U_n o valor quadrado médio do eco residual em função do tempo, assim

$$U_n = E\{[B_n^t (G - H_n)]^2\} \quad (4.24)$$

Admitindo que os símbolos b_n são estatisticamente independentes, têm média nula e potência média igual a S e supondo que B_n e H_n são não correlacionados, obtemos

$$U_n = S E\{[G - H_n]^t [G - H_n]\} \quad (4.25)$$

Para o caso da ajustagem estocástica, a equação recursiva (4.22) é representada por

$$H_{n+1} = H_n + \gamma z_n B_n \quad (4.26)$$

onde o índice de iteração v é confundido com o índice temporal e a média existente em (4.22) é aproximada por um único termo. Usando (4.10) e (4.26) podemos escrever

$$H_n = H_{n-1} + \gamma j_{n-1} B_{n-1} + \gamma B_{n-1} B'_{n-1} [G - H_{n-1}] \quad (4.27)$$

Na derivação de (4.25) assumimos que B_n e H_n são não correlacionados. Entretanto, a Equação (4.26) parece sugerir uma certa dependência entre esses vetores, principalmente se notarmos a forte dependência existente entre H_n e H_{n+1} procedente da definição (4.5). Devemos então lembrar que γ tem um valor muito pequeno, podendo essa dependência ser totalmente desprezada. Assim, utilizando novamente as suposições feitas acima e observando que $E\{B'_n B_n\} = KS$, temos de (4.25) e (4.27)

$$U_n = [1 - 2\gamma S + K\gamma^2 S^2] S E\{[G - H_{n-1}]' [G - H_{n-1}]\} + K\gamma^2 S^2 J \quad (4.28)$$

onde J foi definido em (4.14). Combinando (4.25) e (4.28) obtemos

$$U_n = [1 - 2\gamma S + K\gamma^2 S^2] U_{n-1} + K\gamma^2 S^2 J \quad (4.29)$$

Essa expressão constitui a equação de diferenças que descreve o comportamento dinâmico do cancelador de eco com ajustagem estocástica. É fácil constatar que a solução para essa equação de diferenças é dada por

$$\frac{U_n}{J} = [1 - 2\gamma S + K\gamma^2 S^2]^n \left[\frac{U_0}{J} - \frac{K\gamma S}{2 - K\gamma S} \right] + \frac{K\gamma S}{2 - K\gamma S} \quad (4.30)$$

De (4.30) obtemos algumas importantes conclusões. Primeiramente, a convergência do processo somente é possível quando

$$|1 - 2\gamma S + K\gamma^2 S^2| < 1 \quad (4.31)$$

o que implica em

$$0 < \gamma < \frac{2}{KS} \quad (4.32)$$

Após a convergência, a razão entre o eco residual e o "sinal não cancelável" é dada por

$$\frac{U_\infty}{J} = \frac{K\gamma S}{2 - K\gamma S} \quad (4.33)$$

A constante de tempo de convergência pode ser definida como sendo τ , onde

$$e^{-1/\tau} = [1 - 2\gamma S + K\gamma^2 S^2] \quad (4.34)$$

Usando a aproximação mencionada em (2.89) e lembrando que γ é pequeno temos

$$\tau = \frac{1}{2\gamma S} \quad (4.35)$$

Cabe agora alguns comentários a respeito da constante de convergência γ . É fácil constatar que o valor de γ para o qual a convergência é mais rápida é dado por

$$\gamma_{\text{opt}} = \frac{1}{KS} \quad (4.36)$$

quando temos

$$|1 - 2\gamma S + K\gamma^2 S^2| = \text{mínimo} \quad (4.37)$$

Nessa situação a Equação (4.30) torna-se

$$\frac{U_n}{J} = [1 - \frac{1}{K}] [\frac{U_0}{J} - 1] + 1 \quad (4.38)$$

Essa expressão mostra que usando $\gamma = \gamma_{\text{opt}}$ temos, a despeito da maior taxa de convergência, uma relação entre o eco residual e o sinal desejado nunca menor que 1 (ou equivalentemente 0 dB). Na Seção 3.4 mencionamos que não raro é desejável essa relação com níveis tão baixos quanto -20 dB. Por outro lado, a Equação (4.33) mostra que quanto menor o valor de γ , melhor a relação obtida. Com isso, achamos que a faixa de valores razoáveis para γ deve ser

$$0 < \gamma < \frac{1}{KS} \quad (4.39)$$

Um cancelador de eco pode usar dois valores dentro dessa faixa para sua operação, sendo o maior deles usado apenas no período de treino para proporcionar uma convergência mais rápida enquanto que o menor garante a desejada relação eco-residual/sinal-desejado durante a transmissão. Vamos ilustrar o comportamento do cancelador de eco com relação ao parâmetro γ através de um exemplo.

Exemplo 4.1

Seja um cancelador de eco empregando ajustagem estocástica implementado com um filtro transversal de comprimento $K = 20$. Queremos calcular o número de iterações necessárias para que a relação U/J decaia de 20 dB no início do processo. Denotando essa quantidade por τ_{20} , é fácil mostrar que

$$\tau_{20} = \gamma \ln 10^2 \quad (4.40)$$

ou então

$$\tau_{20} = \frac{2,3}{\gamma S} \quad (4.41)$$

Supondo $S = 1$ e $\gamma = 0,1\gamma_{\text{opt}} = 0,005$, temos

$$\tau_{20} = \frac{2,3}{0,005} = 460$$

Quando o estado de regime é alcançado temos a relação

$$\frac{U_{\infty}}{J} \text{ (dB)} \cong 10 \log\left(\frac{20 \cdot 0,005}{2}\right) \cong -13 \text{ dB} \quad (4.42)$$

Na figura 4.3 utilizamos esses resultados para representar a curva que descreve o comportamento dinâmico do sistema para $\gamma = 0,005$. Note que arbitramos $U_0/J = 30$ dB e representamos também a curva para $\gamma = 0,001$.

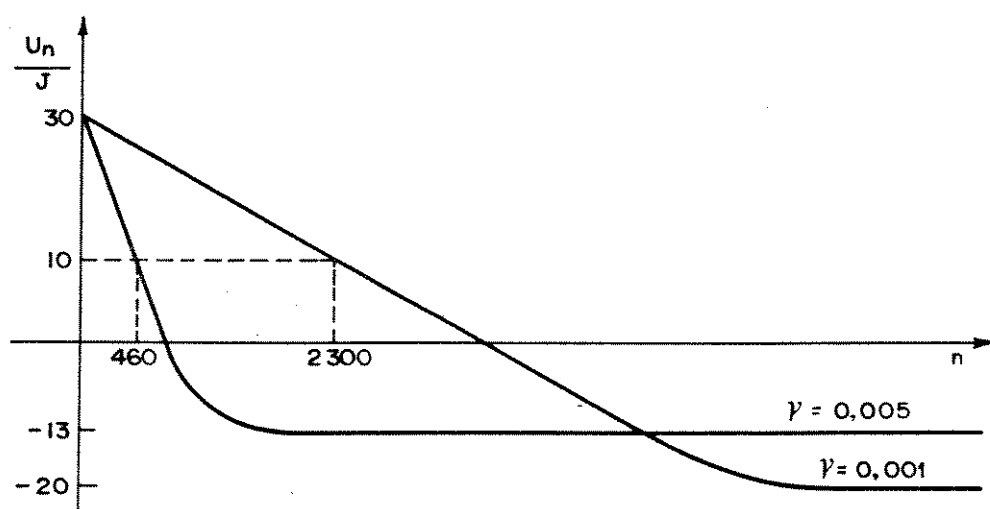


Figura 4.3 - Curvas de convergência para o cancelador de eco do Exemplo 4.1

4.3 - COMPARAÇÃO ENTRE EQUALIZADORES E CANCELADORES DE ECO

Ao apresentarmos o cancelador de eco que utiliza o algoritmo MSE na seção anterior fizemos várias menções ao equalizador MSE visto na Seção 2.4. Acharmos que uma comparação entre esses dois sistemas é muito oportuna, uma vez que suas configurações esquemáticas apresentam uma total semelhança. Compare-se para isso o diagrama da Figura 4.2 com o da Figura 2.4.

Um aspecto interessante de ser observado é que o funcionamento do cancelador de eco não depende da particular resposta impulsiva assumida pelo canal de eco, enquanto que o equalizador tem seus parâmetros de convergência e

de regime fornecidos em termos da matriz de covariância do sinal recebido, a qual está diretamente ligada à resposta impulsiva do canal que está sendo equalizado.

Na análise que fizemos do cancelador de eco, os resultados surgiram de uma forma bastante direta. Esse fato se deve principalmente à nossa suposição de que a sequência de símbolos transmitidos $\{b_n\}$ é não correlacionada. Se ao contrário, essa sequência admitisse uma correlação entre os símbolos, como acontece na transmissão usando a codificação AMI do Exemplo 3.3, a análise de convergência do cancelador poderia ter uma abordagem semelhante à que fizemos para o equalizador MSE, levando-se em conta os autovalores da matriz de covariância da sequência de símbolos transmitidos $\{b_n\}$. Entretanto, devemos observar que ainda assim esses resultados não dependeriam da forma assumida pelo canal de eco $\{g_n\}$ (supondo-se, obviamente, um canal com resposta impulsiva menor ou igual ao comprimento do filtro).

Outra forma interessante de se analisar as similaridades existentes entre esses dois sistemas é considerar em cada caso o papel desempenhado pelo Filtro Adaptativo no domínio da frequência. Para o cancelador, desejamos que a resposta em frequência do FA se identifique ao máximo com a resposta em frequência do canal de eco, ou seja

$$H(\omega) = G_{eq}(\omega) \quad (4.43)$$

Para o equalizador, desejamos que o FA tenha uma resposta em frequência que compense as distorções do canal ou, mais precisamente,

$$C(\omega) = \frac{T}{R_{eq}(\omega)} \quad (4.44)$$

A equação acima (obtida na Seção 1.6) esclarece melhor porque o comportamento do equalizador depende do canal de transmissão: sendo a resposta em frequência ótima para o equalizador obtida por um processo de inversão, é natural que esse processo ocorra mais facilmente para os canais que apresentam uma característica espectral relativamente plana. Além disso, existe toda uma teoria para demonstrar que as diferenças de amplitude no espectro de potência de um sinal estão diretamente relacionadas com o espalhamento dos autovalores de sua matriz de covariância.

Outra particularidade digna de nota, é que os equalizadores eliminam a IIS através de um processo de otimização. Assim temos na situação ótima, a quantidade mínima de IIS nos instantes de amostragem. No caso dos canceladores, ao contrário, o eco é totalmente eliminado quando a condição de otimali-

dade é alcançada, o que se explica pela natureza causal dos sinais de eco. De fato, o cancelador de eco pode ser comparado com o equalizador por decisão realimentada (DFE) da Figura 2.7 e constatado que ele se identifica plenamente com a seção DFE daquele, ou seja, a seção responsável pela parte causal dos pulsos.

Voltando à nossa análise, representamos na Figura 4.4, de uma forma simplificada, as configurações de um equalizador linear e de um cancelador de eco, ambos usando o algoritmo MSE, onde observamos que elas não diferem senão nos pontos onde são aplicados e/ou retirados os sinais. Podemos então esperar que os sinais que se situam em pontos correspondentes nos dois esquemas se comportem identicamente. Essa hipótese pode ser confirmada notando-se que o cancelador de eco atua de forma a tornar o sinal z_n em sua saída ortogonal ao sinal de referência b_n , ou

$$E\{b_n z_n\} = 0 \quad (4.45)$$

e lembrando, do exposto na Seção 2.4, que o equalizador MSE tende a fazer

$$E\{m_n e_n\} = 0 \quad (4.46)$$

essa correspondência se explica pelo fato de que ambos os esquemas foram derivados através de uma argumentação também correspondente, procurando minimizar o valor quadrado médio de e_n em um caso e de z_n no outro.

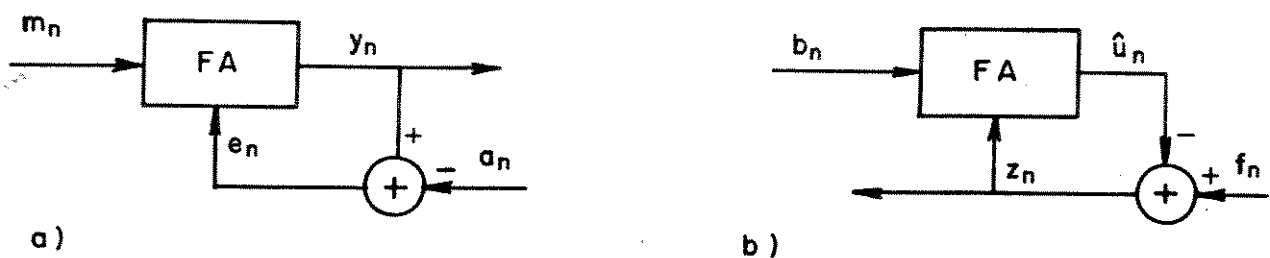


Figura 4.4 - Filtro Adaptativo aplicado aos problemas de:

a) equalização

b) cancelamento de eco

Observando a figura 4.4, notamos que qualquer esquema de equalização que utilize o princípio de minimizar o valor do erro ao quadrado também se presta ao cancelamento de ecos e vice-versa. Partindo dessa premissa é que derivamos na próxima seção o cancelador de ecos utilizando o algoritmo de Kalman, o qual é encontrado na literatura aplicado ao problema de equalização

de sinais [3,4].

4.4 - ALGORITMO DE KALMAN

O algoritmo dos mínimos quadrados recursivo, ou algoritmo de Kalman, procura dar ao problema de adaptação dos coeficientes do filtro transversal um enfoque mais determinístico que aquele oferecido pelo método "steepest descent". No desenvolvimento que vamos fazer procuraremos manter a notação utilizada até aqui. Para isso redefinimos o vetor de coeficientes do filtro como

$$Q_n = [q_0(n), q_1(n), \dots, q_{K-1}(n)]' \quad (4.47)$$

sendo $q_k(n)$ o valor do k -ésimo coeficiente no instante n . A estimativa do eco no instante n é também redefinida por

$$\hat{u}_n = B_n' Q_{n-1} \quad (4.48)$$

onde utilizamos o vetor de coeficientes obtido no instante imediatamente anterior. De (4.2) e (4.48) temos para o sinal resultante

$$z_n = f_n - B_n' Q_{n-1} \quad (4.49)$$

Admitindo as mesmas restrições impostas na Seção 4.2 para os vários sinais envolvidos, queremos encontrar o vetor de coeficientes Q_n que minimize a função

$$W = \sum_{k=0}^n \mu^{n-k} [f_k - B_k' Q_n]^2 \quad (4.50)$$

onde μ é uma constante positiva e menor ou igual a um, também conhecida por "fator de esquecimento". Voltaremos a comentar sobre essa constante; por enquanto, observemos apenas que ela tem a função de fazer com que as amostras mais recentes tenham um peso maior no processo de otimização.

No ponto de mínimo devemos ter

$$\frac{\partial W}{\partial c_i} = 0 \quad i = 0, \dots, K-1 \quad (4.51)$$

ou, equivalentemente,

$$-2 \sum_{k=0}^n \mu^{n-k} b_{k-i} [f_k - B_k' Q_n] = 0 \quad i = 0, \dots, K-1 \quad (4.52)$$

Após algumas manipulações algébricas, podemos escrever (4.52) como

$$\sum_{k=0}^n \mu^{n-k} f_k B_k = \sum_{k=0}^n \mu^{n-k} B_k B_k' Q_n \quad (4.53)$$

Definindo a matriz de correlação de dados

$$R_n = \sum_{k=0}^n \mu^{n-k} B_k B_k' \quad (4.54)$$

e o vetor de correlação cruzada

$$D_n = \sum_{k=0}^n \mu^{n-k} f_k B_k \quad (4.55)$$

podemos reescrever (4.53) na forma

$$D_n = R_n Q_n \quad (4.56)$$

Assim, a solução para os coeficientes do filtro no instante n pode ser dada por

$$Q_n = R_n^{-1} D_n \quad (4.57)$$

Torna-se então evidente o motivo de utilizarmos a ponderação exponencial na definição de W . É que assim fazendo podemos obter recursivamente a matriz de correlação cruzada D_n através das relações.

$$R_n = \mu R_{n-1} + B_n B_n' \quad (4.58)$$

e

$$D_n = \mu D_{n-1} + f_n B_n \quad (4.59)$$

Dessa forma, no cálculo de Q_n , podemos aproveitar a matriz R_{n-1} e o vetor D_{n-1} obtidos como resultados intermediários no cálculo de Q_{n-1} .

Vamos agora considerar a influência do fator de esquecimento μ . Podemos notar que o vetor de coeficientes Q_n obtido através de (4.57) é sempre ótimo no sentido de minimizar a média ponderada W . No entanto, essa média varia com o valor escolhido para μ . Vemos que quanto mais próximo de 1 for esse valor, maior será o número de amostras efetivamente consideradas, e portanto, maior será a inércia existente no processo de convergência. Vamos então encontrar uma aproximação para o número de termos efetivamente considerados em W para determinado valor de μ . Para isso, suponhamos que todos os termos ao quadrado em (4.50) são iguais a 1. Assim

$$W_n = \sum_{k=0}^n \mu^{n-k} = \frac{1 - \mu^{n+1}}{1 - \mu} \quad (4.60)$$

e

$$W_\infty = \frac{1}{1 - \mu} \quad (4.61)$$

Podemos então escrever

$$\frac{W_n}{W_\infty} = 1 - \mu^{n+1} \quad (4.62)$$

Denotando por τ os $n+1$ últimos termos que somados representam um peso igual a $[1 - e^{-1}]$ da ponderação total de W , temos de (4.62)

$$1 - \mu^\tau = 1 - e^{-1} \quad (4.63)$$

ou

$$\tau = \frac{-1}{\ln \mu} \quad (4.64)$$

Uma vez que μ tem valor próximo de 1, vale a relação $\ln \mu \approx \mu - 1$, logo

$$\tau \approx \frac{1}{1 - \mu} \quad (4.65)$$

Devemos agora observar que a minimização do parâmetro W definido em (4.50) tende a fazer com que o vetor de coeficientes Q_n se aproxime do vetor canal de eco G . Entretanto, para que isso ocorra é necessário que um número suficientemente grande de termos seja considerado em W . Como estamos admitindo que o canal de eco varie no tempo, devemos escolher μ de tal forma que o número de termos efetivamente considerados seja o maior possível que no entanto represente as condições atuais do canal de eco.

Conforme descrevemos, a atualização dos coeficientes do filtro requer uma inversão matricial a cada iteração. Veremos que esse enorme esforço computacional pode ser consideravelmente reduzido introduzindo-se algumas modificações no método proposto. Para isso vamos utilizar a identidade algébrica

$$[X + YZY']^{-1} = X^{-1} - X^{-1}Y[Z^{-1} + Y'X^{-1}Y]^{-1}Y'X^{-1} \quad (4.66)$$

que vale para quaisquer matrizes X , Y e Z que satisfaçam a devida compatibilidade dimensional. Sendo Y uma matriz coluna e $Z = [1/\mu]$, temos

$$[\mu X + YY']^{-1} = \frac{1}{\mu} \left[X^{-1} - \frac{X^{-1}YY'X}{\mu + Y'X^{-1}Y} \right] \quad (4.67)$$

Usando essa identidade em (4.58), podemos escrever

$$R_n^{-1} = \frac{1}{\mu} \left[R_{n-1}^{-1} - \frac{R_{n-1}^{-1} B_n B_n' R_{n-1}^{-1}}{\mu + B_n' R_{n-1}^{-1} B_n} \right] \quad (4.68)$$

No sentido de simplificar a notação, vamos definir

$$P_n = R_n^{-1} \quad (4.69)$$

Assim,

$$P_n = \frac{1}{\mu} \left[P_{n-1} - \frac{P_{n-1} B_n B_n' P_{n-1}}{\mu + B_n' P_{n-1} B_n} \right] \quad (4.70)$$

Esta equação representa uma forma de atualizarmos diretamente a matriz inversa da correlação de dados P_n . Definindo agora o vetor de Kalman

$$K_n = \frac{P_{n-1} B_n}{\mu + B_n' P_{n-1} B_n} \quad (4.71)$$

podemos escrever (4.70) como

$$P_n = \frac{1}{\mu} [P_{n-1} - K_n B_n' P_{n-1}] \quad (4.72)$$

Usando a definição, (4.69), em (4.57), temos

$$Q_n = P_n D_n \quad (4.73)$$

Substituindo (4.59) e (4.72) em (4.73) vem

$$Q_n = \frac{1}{\mu} [P_{n-1} - K_n B_n' P_{n-1}] [\mu D_{n-1} + f_n B_n] \quad (4.74)$$

Desenvolvendo esta equação temos

$$\begin{aligned} Q_n &= P_{n-1} D_{n-1} + \frac{1}{\mu} f_n P_{n-1} B_n \\ &\quad - K_n B_n' P_{n-1} D_{n-1} - \frac{1}{\mu} f_n K_n B_n' P_{n-1} B_n \end{aligned} \quad (4.75)$$

Da definição (4.71) tiramos que

$$P_{n-1} B_n = K_n [\mu + B_n' P_{n-1} B_n] \quad (4.76)$$

Substituindo este resultado em (4.75) e notando que $P_{n-1} D_{n-1} = Q_{n-1}$, obtemos

$$Q_n = Q_{n-1} + K_n [f_n - B_n' Q_{n-1}] \quad (4.77)$$

Lembrando que $B_n' Q_{n-1}$ é a estimativa do eco definida em (4.48), temos

$$Q_n = Q_{n-1} + K_n [f_n - \hat{u}_n] \quad (4.78)$$

ou ainda, de (4.2), podemos escrever

$$Q_n = Q_{n-1} + z_n K_n \quad (4.79)$$

Vamos agora sintetizar o que acabamos de expor com a apresentação do algoritmo de Kalman aplicado ao problema do cancelamento de eco. Para isso, suponhamos que estamos no instante n , assim temos calculados do instante anterior os vetores Q_{n-1} e P_{n-1} . Recebemos a amostra f_n e o símbolo b_n . Atualizamos o vetor de dados B_n e efetuamos a seguinte sequência de cálculos:

1 - Computar a estimativa do eco

$$\hat{u}_n = B_n^T Q_{n-1} \quad (4.80)$$

2 - Computar o sinal resultante

$$z_n = f_n - \hat{u}_n \quad (4.81)$$

3 - Computar o vetor de Kalman

$$K_n = \frac{P_{n-1} B_n}{\mu + B_n^T P_{n-1} B_n} \quad (4.82)$$

4 - Atualizar a matriz inversa

$$P_n = \frac{1}{\mu} [P_{n-1} - K_n B_n^T P_{n-1}] \quad (4.83)$$

5 - Atualizar o vetor de coeficientes

$$Q_n = Q_{n-1} + z_n K_n \quad (4.84)$$

Para inicializar o processo, podemos obter P_0 avaliando $[B_0^T B_0]^{-1}$ de um bloco inicial de dados ou então fazendo $P_0 = \delta I$, onde δ é uma constante positiva cuidadosamente escolhida. Analogamente o valor inicial de Q_n pode ser obtido avaliando $Q_0 = f_0 P_0 B_0$ ou então fazendo $Q_0 = \vec{0}$.

Vemos que o algoritmo apresentado contorna o problema das inversões matriciais com a introdução do vetor de Kalman, utilizando somente somas e multiplicações de matrizes. O número de operações envolvidas cresce com aproximadamente K^2 , onde K é o comprimento do filtro. Para valores de K muito grandes, um esforço computacional que aumenta com K^2 pode se tornar inaceitável. Notando que a parcela realmente significativa na complexidade desse método está ligada a atualização do vetor de ganho K_n , vemos que uma redução no esforço computacional exige a simplificação dessa passagem. Usando as caracte-

rísticas especiais da matriz R_n , é possível derivar uma fórmula que permite atualizar o vetor de Kalman com uma complexidade proporcional a K ao invés de K^2 . Esse método, também conhecido por Algoritmo Rápido de Kalman, está brevemente descrito em [3] aplicado ao problema de equalização.

O grau de precisão exigido na representação das amostras dos sinais no algoritmo de Kalman deve ser bastante elevado para evitar que o ruído de arredondamento aliado ao processo iterativo atinja níveis muito altos. Aachamos que nesse particular, a aplicação do algoritmo de Kalman ao problema de cancelamento de eco pode apresentar algumas vantagens em relação ao seu emprego na equalização de sinais. Isso porque ao invés de amostras do sinal, uma parte dos dados utilizados no processo de cancelamento de ecos constitui os próprios símbolos (ver Figura 4.4), os quais apresentam valores inteiros e pequenos, o que ajuda a evitar o crescimento descontrolado da parte fracional dos resultados das operações, sobretudo se o alfabeto de símbolos estiver restrito aos valores -1 , 0 e $+1$. Além disso, vimos no Exemplo 3.2 que as multiplicações por números inteiros e pequenos podem facilmente ser transformadas em adições, trazendo uma redução extra no esforço computacional.

Dada a complexidade do algoritmo, a obtenção de resultados sobre a velocidade de convergência e/ou a quantidade de eco residual não é uma tarefa fácil, ainda que se admitam simplificações no modelo. Uma forma bastante prática de se investigar a respeito destes resultados requer a simulação de casos em computador. Contudo, preferimos não recorrer a métodos mais heurísticos de pesquisa devido primeiramente à escassez de tempo disponível e também por entender que a simulação de casos específicos estaria fugindo à nossa proposta de manter uma certa generalidade no tratamento (Note que ao longo de todo o trabalho, não especificamos plenamente nenhum canal de transmissão ou de eco, até porque admitimos que estes variem no tempo).

4.4.1 - Discussão sobre os algoritmos MSE e de Kalman

É natural que qualquer técnica alternativa para a adaptação dos coeficientes do filtro transversal deva ser comparada com o algoritmo MSE. Isso devido à importância a ele conferida pela sua grande utilização no problema de cancelamento de ecos. Como já mencionamos, esse algoritmo atende à maioria das aplicações práticas e sua estrutura extremamente simples é sempre muito conveniente. Entretanto, sabemos da existência de canais de transmissão cujas características variam no tempo de uma forma muito rápida, como por exemplo, certos canais de rádio em determinadas faixas de frequências que

são susceptíveis ao efeito "fading". Esses canais podem ser parte integrante de um circuito de transmissão de dados e portanto podem pertencer ao canal de eco cuja resposta impulsiva estamos querendo reproduzir no filtro adaptativo. Esse é o motivo que justifica quaisquer esforços no sentido de obter técnicas de adaptação que ofereçam maiores taxas de convergência. Vamos então explicar a razão pela qual o algoritmo de Kalman pode apresentar taxas de convergências maiores que as do algoritmo MSE.

A adaptação estocástica dos coeficientes no algoritmo MSE, expressa por (4.26), pode ser colocada na forma

$$H_n = H_{n-1} + z_{n-1} \gamma B_{n-1} \quad (4.85)$$

Por outro lado, no algoritmo de Kalman temos

$$Q_n = Q_{n-1} + z_n K_n \quad (4.86)$$

Comparando (4.85) com (4.86), vemos que no algoritmo MSE os ajustes nos coeficientes estão sempre restritos à direção do vetor de dados B_n , enquanto que no algoritmo de Kalman, a atualização dos coeficientes é desacoplada pela geração de um novo vetor de ganho K_n a cada iteração. De outra forma, podemos dizer que o primeiro controla apenas um parâmetro, enquanto que o segundo possui um controle K -dimensional do filtro adaptativo. Conforme já observamos, o vetor de coeficientes obtido através do algoritmo de Kalman é sempre ótimo no sentido de minimizar o erro quadrado médio ponderado W . Assim, é razoável esperarmos que este algoritmo apresente índices de convergência bem melhores que o MSE, considerando-se uma escolha apropriada dos parâmetros de controle.

No estudo que fizemos dos algoritmos MSE e de Kalman aplicados ao cancelamento de ecos estivemos assumindo a sequência de símbolos transmitida $\{b_n\}$ como sendo não correlacionada. Entretanto, devemos observar que no caso do algoritmo de Kalman esta restrição é desnecessária. Isso porque o desacoplamento existente na adaptação dos vários coeficientes do filtro torna o processo de convergência independente da estatística do sinal. Para o caso do algoritmo MSE, a influência da correlação existente na sequência de símbolos $\{b_n\}$ sobre o comportamento dinâmico do sistema é significativa e pode ser estudada aproveitando-se o desenvolvimento feito na Seção 2.4. Analogamente ao resultado obtido para o equalizador MSE, podemos mostrar que a constante de tempo de convergência τ para o cancelador de eco MSE pode ser aproximada por

$$\tau \approx \frac{\lambda_{\max}}{2 \lambda_{\min}} \quad (4.87)$$

onde $\lambda_{\max}$ e $\lambda_{\min}$ são respectivamente o maior e o menor autovalor da matriz de covariância dada por $E\{B_n B_n^T\}$. Esta relação vale para valores relativamente grandes de τ e representa um limitante inferior para essa constante, uma vez que pressupõe a escolha ideal do parâmetro γ .

4.5 - OUTRAS TÉCNICAS ADAPTATIVAS PARA CANCELAMENTO DE ECO

Conforme vimos no Capítulo 3, existem diversas situações onde é requerida a utilização da técnica de cancelamento de ecos. Para cada tipo de aplicação é desejável um melhor desempenho de determinadas características do sistema, ainda que em detrimento de outras. Dessa forma, inúmeros modelos têm surgido na literatura, cada qual apresentando vantagens específicas. Obviamente, nem todos usam a estrutura básica do filtro transversal. Grande parte das técnicas adaptativas utilizadas na equalização de sinais também se prestam ao cancelamento de ecos, como por exemplo, aquelas associadas às "lattices", as quais oferecem uma maior velocidade de convergência.

Outra preocupação que se nota também, e que ainda não fizemos menção, diz respeito às não linearidades no canal de eco. Essas não linearidades podem ter várias origens, como por exemplo: assimetrias na geração dos pulsos, saturação nos transformadores e não linearidades nos conversores (A/D e D/A). Em [5] é descrito um método bastante eficaz para compensar as imperfeições no cancelamento devido a essas não linearidades.

Não desejamos nos aprofundar no estudo dessas técnicas alternativas, porém julgamos de grande importância a apresentação do método conhecido por "table look-up", descrito por Holte e Stueflotten [6], o qual tem entre outras propriedades, a de ser insensível a não linearidades no canal de eco.

4.5.1 - Cancelador de Ecos Usando o Método "Table Look-up"

O cancelador de ecos por "compensação de memória", ou que utiliza o método "table look-up", encontra viabilidade prática em situações onde a transmissão é binária e o canal de eco apresenta uma resposta impulsiva curta e com variações muito lentas. Seu princípio de funcionamento requer o armazenamento em uma RAM (Random Access Memory) das estimativas de eco geradas por

todas as possíveis seqüências de excitação. Assim, para um canal de eco com comprimento K é necessário a utilização de uma RAM com 2^K posições de memória. Veremos que a lentidão no processo de convergência está diretamente relacionada com o tamanho da RAM, daí a necessidade de a transmissão ser binária e a resposta impulsiva do canal de eco ser curta. Para um valor típico de $K = 8$ precisamos de uma RAM com 256 posições de memória.

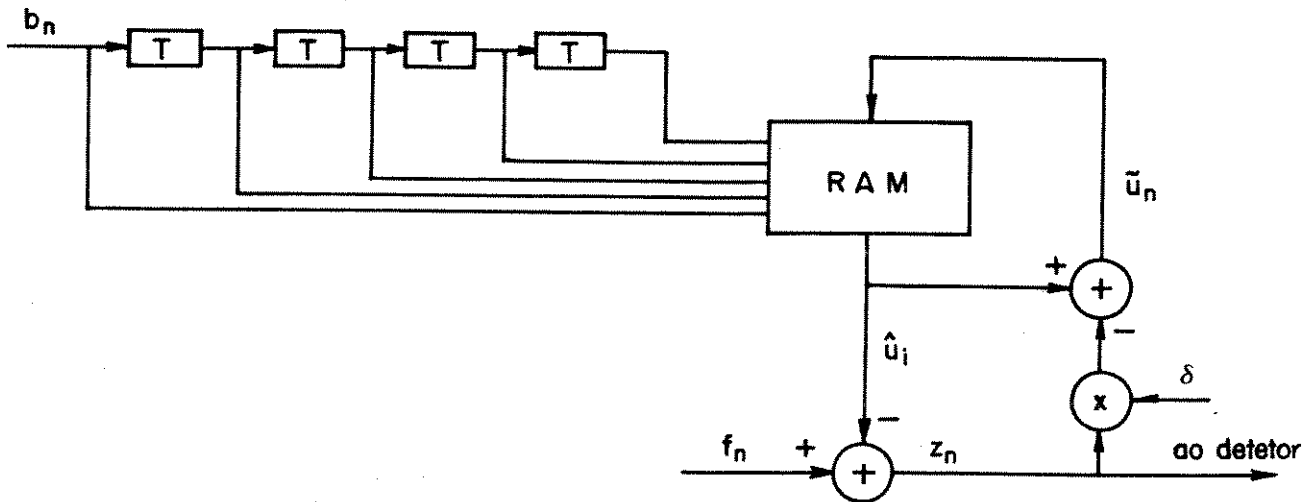


Figura 4.5 - Cancelador de eco usando o método "table look-up"

A Figura 4.5 ilustra a configuração de um sistema de cancelamento de ecos empregando o método "table look-up". Esse esquema funciona de uma forma muito elementar. Os últimos K bits da seqüência transmitida $\{b_n\}$ constituem a K -upla binária B_i , $i = 0, 1, \dots, 2^K - 1$, que é utilizada para endereçar a i -ésima posição de memória na RAM, a qual contém armazenada a estimativa de eco $\hat{u}_i$. Assim como no algoritmo MSE, essa estimativa é subtraída do sinal recebido, f_n , resultando o sinal

$$z_n = f_n - \hat{u}_i \quad (4.88)$$

Esse sinal resultante é aplicado ao detector e também é utilizado para atualizar a estimativa $\hat{u}_i$.

Esse sistema de cancelamento de eco, ao contrário dos outros dois já estudados, não efetua as adaptações com base no valor quadrado médio de z_n , mas sim no valor médio desse sinal. Lembrando que o sinal f_n é dado por

$$f_n = s_n + u_n + \zeta_n \quad (4.89)$$

e tendo o sinal desejado s_n , assim como o ruído z_n , médias nulas, podemos escrever

$$E\{f_n \mid B_i\} = u_n \quad (4.90)$$

onde o primeiro membro deve ser entendido como "o valor médio de f_n dado B_i ". Aplicando esse mesmo operador em (4.88) e usando (4.90) obtemos

$$u_n = \hat{u}_i + E\{z_n \mid B_i\} \quad (4.91)$$

A média existente no segundo membro pode ser aproximada de várias formas. No esquema da Figura 4.5 utilizamos uma abordagem estocástica fazendo

$$\tilde{u}_n = \hat{u}_i + \delta z_n \quad (4.92)$$

onde δ é uma constante positiva e pequena. A cada nova ocorrência da sequência B_i , o valor de $\hat{u}_i$ é atualizado colocando-se $\tilde{u}_n$ em seu lugar. Ao longo de um tempo muito grande devemos esperar que a sequência B_i tenha ocorrido inúmeras vezes, permitindo que a estimativa $\hat{u}_i$ assuma um valor muito próximo do valor ótimo.

Como em cada intervalo de tempo apenas uma das 2^K unidades de memória é atualizada, devemos esperar que esse sistema apresente índices de convergência bem piores que aqueles já discutidos, onde todos os coeficientes do filtro são ajustados a cada intervalo. A grande simplicidade estrutural desse sistema, entretanto, torna-o especialmente interessante em aplicações onde o canal de eco varia muito lentamente, como por exemplo em redes locais de dados. Nesse caso, a estabilidade do canal de eco sugere que a implementação se ja realizada com memória não-volátil para manter as estimativas do eco quando o sistema não está sendo usado. Assim, a cada vez que este é posto em funcionamento, uma quantidade mínima de ajustes é requerida.

O parâmetro δ deve ser cuidadosamente escolhido para atender a um compromisso entre a velocidade de convergência e a redução no nível do sinal de eco. Pode-se mostrar que excetuando-se a baixa taxa de convergência, esse sistema apresenta um desempenho comparável ao fornecido pelo algoritmo MSE.

Finalmente, desejamos observar que a forma pela qual o canal de eco é modelado nesse sistema permite que quaisquer não-linearidades no transmissor, interfaces de linha ou no próprio cancelador de ecos sejam consideradas.

4.6 - CONCLUSÃO

Neste capítulo apresentamos algumas técnicas para a atualização do filtro adaptativo existente no cancelador de eco. Vimos que basicamente os mesmos algoritmos utilizados para a eliminação da IIS podem ser perfeitamente aproveitados para esse fim. Estudamos a aplicação dos algoritmos MSE e de Kalman e também descrevemos brevemente um sistema usando o método "table - look-up". Notamos que em cada sistema a velocidade de convergência e o nível de redução do eco são fatores conflitantes, e além disso, que a compatibilidade entre esses dois índices de desempenho aumenta a medida em que a complexidade do sistema é maior.

REFERÊNCIAS

- [1] Verhoeckx, N.A.M. et al, "Digital Echo Cancellation for Baseband Data Transmission", IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. ASSP-27, pp. 768-781, December 1979.
- [2] Mueller, K.H., "A New Digital Echo Canceller for Two-Wire Full-Duplex Data Transmission", IEEE Trans. on Communications, vol. COM-24, pp. 956-961, September 1976.
- [3] Proakis, J.G., Digital Communications, McGraw-Hill, 1983.
- [4] Cowan, C.F.N., Grant, P.M. and Adams, P.F., Adaptive Filters, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1985.
- [5] Agazzi, O., Messerschmitt, D.G. and Hodges, D.A., "Nonlinear Echo Cancellation of Data Signals", IEEE Trans. on Communications, vol. COM-30, pp. 2421-2433, November 1982.
- [6] Holte, N. and Stueflotten, S., "A New Digital Echo Canceller for Two - Wire Subscriber Lines," IEEE Trans. on Communications, vol. COM - 29, pp. 1573-1581, November 1981.
- [7] Gimenez, J.R.B. e Palazzo, Jr. R., "Algoritmo de Mínimo Quadrado para Cancelamento de Eco", Relatório Técnico RT-43, FEE - UNICAMP, novembro 1987.

CAPÍTULO 5

EQUALIZAÇÃO DE SINAIS COM CANCELAMENTO DE ECO

5.1 - INTRODUÇÃO

Nos capítulos anteriores tratamos os problemas relativos à eliminação da IIS e do cancelamento de ecos de forma isolada. Queremos agora investigar a possibilidade de efetuar essas duas tarefas de forma conjugada, assim como, estudar os benefícios que essa realização pode trazer. Iremos também abordar vários aspectos concernentes ao projeto de sistemas que empregam essas técnicas adaptativas, os quais não receberam ainda a atenção merecida.

Obviamente, nem todos os sistemas de transmissão de dados onde é exigido o cancelamento de ecos necessitam da equalização adaptativa. Uma situação onde fatalmente é requerido o emprego de ambas as técnicas ocorre na digitalização da linha de assinante, discutida no Capítulo 3 quando consideramos a transmissão "full duplex" com vistas ao estabelecimento de uma RDSI. Na discussão sobre as vantagens que podem resultar da utilização em conjunto dessas duas técnicas iremos, por questões de simplicidade, nos concentrar apenas em estruturas que utilizam o critério do erro quadrado médio (MSE) associado ao filtro transversal.

Talvez a primeira pergunta que surge naturalmente deva ser a respeito da possibilidade de se compartilhar algum dos componentes existentes nos dois esquemas. Devemos então lembrar que o filtro transversal utilizado no cancelamento de eco contém em sua entrada a sequência de símbolos transmitidos, enquanto que no equalizador ele utiliza amostras do sinal recebido. Com isso

os filtros transversais assim como seus circuitos auxiliares de adaptação devem continuar figurando de forma distinta no sistema conjugado. Vemos então que nesse aspecto as simplificações possíveis de serem introduzidas no modelo matemático são modestas. Contudo, o ganho proporcionado pela conjugação das duas técnicas aparece como uma redução no número de conversores A/Ds e D/As. Deixemos essas considerações para a Seção 5.5 e vamos por enquanto analisar apenas a melhoria que o tratamento simultâneo pode trazer ao desempenho do sistema. Para isso tomemos a Equação (4.33) que determina a potência do eco residual no cancelador MSE

$$U_{\infty} = \frac{K \gamma S}{2 - K \gamma S} J \quad (5.1)$$

onde U_{∞} é o valor quadrado médio do eco residual e J é o valor quadrado médio do sinal "não cancelável" cujas componentes são dadas por

$$j_n = s_n + \zeta_n \quad (5.2)$$

Sendo o sinal desejado s_n e o ruído aditivo ζ_n sinais independentes, podemos escrever J como

$$J = E\{s_n^2\} + E\{\zeta_n^2\} \quad (5.3)$$

Queremos agora observar que J constitui um sério limitante no desempenho do sistema. Um nível menor de J em (5.1) permite o emprego de um valor maior para γ , o que resulta em uma maior velocidade de convergência. Essa limitação imposta pelo nível de J é bastante intuitiva, pois o sinal j_n sendo não correlacionado com o eco, é visto pelo cancelador como uma forte componente de ruído.

Para contornar o problemado valor excessivo de J , temos duas alternativas: a primeira compreende o estabelecimento de períodos de treino no início das ligações (e as vezes também durante) nos quais a transmissão do sinal distante é interrompida. Assim, uma redução no valor de J é obtida anulando-se a parcela correspondente ao sinal desejado s_n em (5.3). Durante o período de treino o parâmetro γ pode ser aumentado e o sistema funciona como no caso do cancelamento de ecos em sinais de voz, em que a adaptação se processa preferencialmente quando a transmissão é unidirecional. A segunda alternativa consiste em eliminar o sinal s_n no receptor através de um processo de estimação e subtração. As estimativas $\hat{s}_n$ devem ser obtidas a partir da sequência de símbolos detectada $\{\hat{a}_n\}$, o que implica em uma maior interação entre o cancelador e o detector. Como estamos supondo a existência de interferência in-

tersimbólica no sinal recebido, essa solução representa o tratamento combinado das técnicas de cancelamento de eco e equalização adaptativa. Iremos estudar duas possibilidades: o cancelamento de eco com DFE e o cancelamento de eco com equalização linear.

5.2 - CANCELAMENTO DE ECOS COMBINADO COM DFE

A idéia que vamos apresentar nesta seção foi primeiramente estudada por Mueller [1]. Ela procura aliar o cancelamento de eco com a técnica de eliminação da IIS por decisão realimentada vista no Capítulo 2. Conforme analisamos na Seção 4.3 essas duas técnicas empregam o filtro transversal de uma forma muito semelhante; razão pela qual é possível casá-las facilmente em um único sistema. Podemos adiantar que ela possui algumas limitações, pois o equalizador DFE elimina somente a IIS correspondente aos símbolos já detectados.

A Figura 5.1 ilustra o diagrama de blocos do sistema, onde observamos a presença dos dois filtros transversais: um para estimar o eco e outro para estimar a IIS referente aos símbolos já recebidos. Estes filtros são alimentados respectivamente pela sequência de símbolos emitida pelo terminal local $\{b_n\}$ e pela sequência de símbolos detectados $\{\hat{a}_n\}$, a qual suporemos igual a sequência $\{a_n\}$ emitida pelo terminal distante.

O sinal recebido f_n é dado por

$$f_n = s_n + u_n + \zeta_n \quad (5.4)$$

sendo u_n o eco e ζ_n um ruído aditivo. O sinal s_n representa a resposta do canal de transmissão à sequência $\{a_n\}$ e é dada por

$$s_n = \sum_{k=-\infty}^N a_{n-k} r_k \quad (5.5)$$

onde por conveniência estamos admitindo $r_n = 0$ para $n > N$. Utilizando a notação vetorial definida nos capítulos anteriores, podemos reescrever (5.5) como

$$s_n = A_n' R + \sum_{k=-\infty}^0 a_{n-k} r_k \quad (5.6)$$

sendo R o vetor correspondente à parte causal da resposta impulsiva do canal de transmissão. Para o sinal de eco temos

$$u_n = B_n' G$$

(5.7)

onde G é o canal de eco.

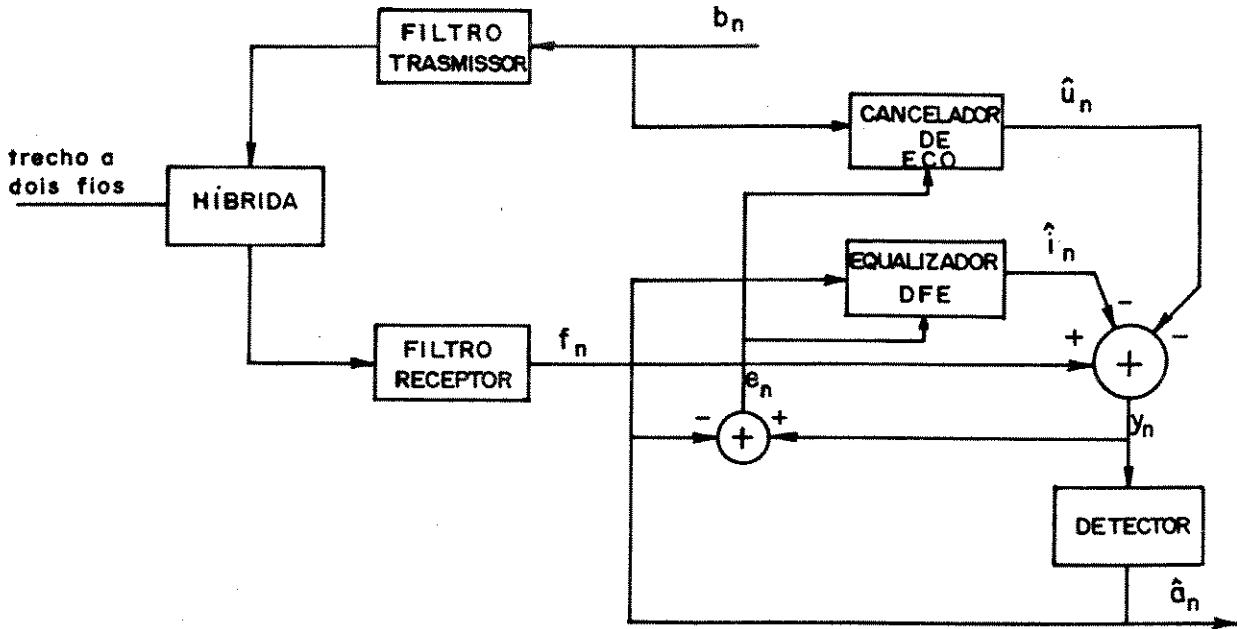


Fig. 5.1 - Cancelador de eco com DFE

O esquema da Figura 5.1 produz a cada instante a estimativa da IIS

$$\hat{i}_n = A_n' C \quad (5.8)$$

e a estimativa do eco

$$\hat{u}_n = B_n' H \quad (5.9)$$

onde $\hat{i}_n$ é obtida em um filtro transversal com N derivações e $\hat{u}_n$ é a saída de um filtro de comprimento K . O sinal resultante pode ser escrito como

$$y_n = f_n - \hat{i}_n - \hat{u}_n \quad (5.10)$$

ou então

$$y_n = s_n - \hat{i}_n + u_n - \hat{u}_n + \zeta_n \quad (5.11)$$

Após a detecção de a_n , é obtido o sinal de erro

$$e_n = y_n - a_n \quad (5.12)$$

que pode ser expandido como

$$e_n = A_n^T[R - C_n] + B_n^T[G - H_n] + \omega_n \quad (5.13)$$

onde

$$\omega_n = \zeta_n + \sum_{k=-\infty}^{-1} a_{n-k} r_k + a_n[r_0 - 1] \quad (5.14)$$

Seguindo as mesmas etapas realizadas nos capítulos anteriores, queremos minimizar o valor quadrado médio do erro em (5.13). É fácil concluir que essa condição de otimalidade ocorre para

$$\begin{cases} C_n = R \\ H_n = G \end{cases} \quad (5.15a)$$

$$(5.15b)$$

quando temos $e_n = \omega_n$ e o valor mínimo do MSE é dado por

$$\Omega = E\{\omega_n^2\} \quad (5.16)$$

Obviamente o sinal recebido deve sofrer previamente um controle automático de ganho para forçar $r_0 = 1$ em (5.14) e garantir o menor valor possível para Ω .

5.2.1 - Adaptação Estocástica Conjunta

A utilização do método "steepest descent" para a minimização de $E\{e_n^2\}$ nos leva às equações recursivas

$$C_{n+1} = C_n + \beta e_n A_n \quad (5.17a)$$

$$H_{n+1} = H_n + \gamma e_n B_n \quad (5.17b)$$

Usando (5.13) e (5.17) podemos escrever após algumas manipulações algébricas

$$C_{n+1} - R = [I - \beta A_n A_n^T][C_n - R] - \beta A_n B_n^T[H_n - G] + \beta \omega_n A_n \quad (5.18a)$$

$$H_{n+1} - G = [I - \gamma B_n B_n^T][H_n - G] - \gamma B_n A_n^T[C_n - R] + \gamma \omega_n B_n \quad (5.18b)$$

Estas equações estão acopladas, o que mostra que os ajustes realizados nas duas malhas não são independentes. O desenvolvimento matemático que desejamos fazer torna-se muito trabalhoso se alguma simplificação não for efetuada. Um recurso simples e que viabiliza o tratamento consiste em se fazer

$$\beta = \gamma = \xi \quad (5.19)$$

Note que essa suposição não elimina o acoplamento existente em (5.18), mas apenas iguala as constantes de convergência nos dois processos. Essa abordagem é a mesma empregada em [1] para o caso em que os símbolos assumem ape-

nas os valores +1 e -1. Aqui iremos generalizá-la para o caso de uma transmissão multinível. Para isso definimos

$$V_n = SE\{[C_n - R]'[C_n - R]\} \quad (5.20a)$$

$$U_n = SE\{[H_n - G]'[H_n - G]\} \quad (5.20b)$$

onde S é o valor quadrado médio dos símbolos. De (5.18), (5.19) e (5.20) obtemos, após assumir as mesmas restrições feitas no Capítulo 4

$$V_{n+1} = [1 - 2\xi S + N\xi^2 S^2]V_n + N\xi^2 S^2 U_n + N\xi^2 S^2 \Omega \quad (5.21a)$$

$$U_{n+1} = [1 - 2\xi S + K\xi^2 S^2]U_n + K\xi^2 S^2 V_n + K\xi^2 S^2 \Omega \quad (5.21b)$$

É interessante minimizar o erro estabelecendo pesos iguais para os resíduos de IIS e de eco, assim fazemos

$$\epsilon_n = V_n + U_n \quad (5.22)$$

e podemos escrever

$$\epsilon_{n+1} = [1 - 2\xi S + (N+K)\xi^2 S^2]\epsilon_n + [N+K]\xi^2 S^2 \Omega \quad (5.23)$$

Esta forma já nos é familiar. Por analogia com a Equação (4.29) obtemos

$$\epsilon_n = \epsilon_\infty + [1 - 2\xi S + (N+K)\xi^2 S^2]^n [\epsilon_0 - \epsilon_\infty] \quad (5.24)$$

onde

$$\epsilon_\infty = \frac{[N+K]\xi S}{2 - [N+K]\xi S} \Omega \quad (5.25)$$

é a potência do erro residual (após a convergência) e ϵ_0 é a potência do erro no início do processo. Outros resultados também podem ser obtidos diretamente por comparação com aqueles encontrados na Seção 4.2 para o cancelamento de eco somente. Para isso precisamos substituir K por N+K nas equações. Ou seja, temos que considerar em cada caso o número total de derivações existentes. Assim por exemplo, o valor de ξ que oferece a maior taxa de convergência no cancelador de eco com DFE é

$$\xi_{opt} = \frac{1}{[N+K]S} \quad (5.26)$$

o qual pode ser obtido por analogia com a Equação (4.36).

Vamos agora analisar o cancelador de eco com DFE comparativamente a um cancelador de eco convencional. Tomemos para isso a Equação (5.25) do can

cancelador com DFE que é análoga à Equação (5.1) discutida no início deste capítulo, e que determina o eco remanescente em um cancelador de eco convencional. Notamos primeiramente a presença em (5.25) de $N+K$ ao invés de K ; o que pode sugerir um menor desempenho do sistema combinado. Entretanto, devemos lembrar que ϵ_∞ se refere à potência do eco residual mais a IIS relativa à parte causal dos pulsos, enquanto que U_∞ em (5.1) corresponde apenas ao eco residual. Assim, temos até este ponto um certo equilíbrio em nossa comparação. Vamos então observar que em (5.25) temos Ω no lugar de J , o que torna indiscutível a superioridade do sistema combinado. De fato, Ω deve ter um valor bem menor que J , pois corresponde a este menos a parcela referente ao símbolo recebido e à IIS devida aos símbolos já detectados.

Vemos então que o tratamento conjugado pode trazer melhorias no processo de cancelamento de eco; o que reflete positivamente na equalização do sinal e, por conseguinte, na detecção dos símbolos. Sabemos que o equalizador DFE apresenta o inconveniente de não eliminar a quantidade de IIS que precede a detecção do símbolo correspondente. Dessa forma, é possível visualizar situações em que o sistema analisado apresente problemas. Por esse motivo iremos considerar na próxima seção um sistema que leva em conta também essa parcela da IIS. Antes porém, gostaríamos de atentar para a Figura 5.2 onde esquematizamos um controle automático de ganho para o sinal recebido.

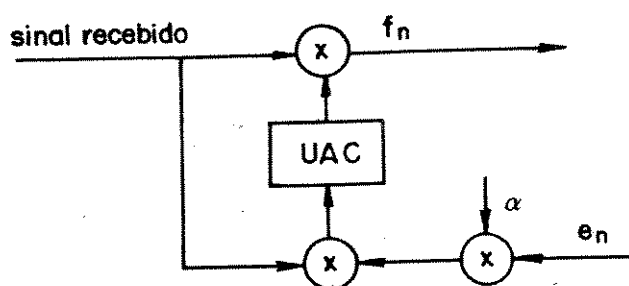


Figura 5.2 - Controle automático de ganho

Conforme mencionamos anteriormente, este controle procura forçar $r_0 = 1$. É fácil ver que esse esquema é equivalente a um equalizador linear com apenas uma derivação e opera com base na minimização estocástica de $E\{e_n^2\}$.

5.3 - CANCELAMENTO DE ECOS CONJUGADO COM EQUALIZAÇÃO LINEAR

No Capítulo 4 vimos que a adaptação do filtro transversal no processo de cancelamento de eco pode ser feita utilizando-se o sinal resultante na saída do cancelador, z_n , o qual possui, além do eco remanescente, uma forte componente estocástica cuja potência é dada por J . Estamos aqui empenhados em reduzir o efeito dessa componente na adaptação do cancelador, pois observamos que ela é nociva ao desempenho do sistema. Na seção anterior consideramos uma forma de eliminar de z_n as parcelas relativas ao símbolo atual e à IIS devida aos símbolos precedentes. Queremos agora investigar a possibilidade de eliminar também a IIS correspondente aos símbolos posteriores ao atual. Parece claro que tal procedimento só é viável se admitirmos um atraso suficiente para a obtenção destes símbolos no receptor. Felizmente, nada impede que a adaptação do cancelador de eco seja feita com algum atraso. Na Figura 5.3 apresentamos um esquema para essa proposição.

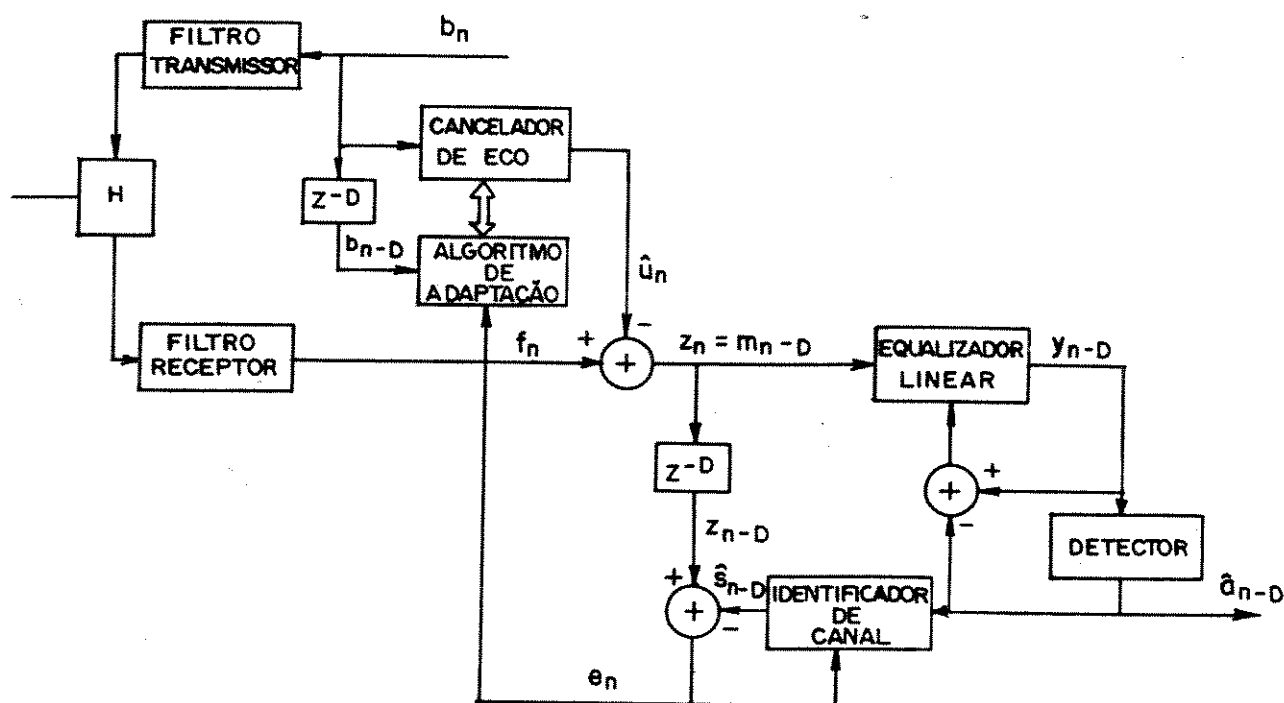


Figura 5.3 - Cancelador de eco com equalização linear

Nessa configuração temos novamente um cancelador de eco construído a partir de um filtro transversal com K derivações, que proporciona no instante

n a estimativa

$$\hat{u}_n = B_n' H_n \quad (5.27)$$

e o sinal cancelado

$$z_n = s_n + \zeta_n + u_n - \hat{u}_n \quad (5.28)$$

o qual é aplicado a um equalizador linear para posterior detecção. Observe que estamos conservando a denominação dos sinais definida anteriormente. Assim, para efeito da equalização, o sinal z_n pode ser reconhecido como

$$z_n = m_{n-D}$$

ou seja, o sinal na entrada do equalizador atrasado de DT unidades de tempo, onde D representa o atraso introduzido para suprimir a não-causalidade da análise feita no Capítulo 2. Dessa forma, o símbolo obtido no detector no instante n é $\hat{a}_{n-D}$. Vamos assumir a hipótese usual de que os símbolos são sempre decididos corretamente, $\hat{a}_{n-D} = a_{n-D}$, assim não precisamos nos concentrar mais no conjunto equalizador/detector.

O identificador de canal é constituído por um filtro transversal que utiliza a sequência de símbolos detectados $\{a_{n-D}\}$ para produzir a estimativa

$$\hat{s}_{n-D} = A_{n-D}' C_n \quad (5.29)$$

onde C_n é um vetor de dimensão N cujos elementos representam os coeficientes do filtro e procuram reproduzir a resposta impulsiva do canal de transmissão $\{r_n\}$. A denominação "identificador de canal" se deve ao fato de que idealmente desejamos ter

$$C_n = R \quad (5.30)$$

Estamos agora supondo que R represente toda a resposta impulsiva do canal de transmissão e não apenas a parte causal, assim $\{r_n\}$ deve ter comprimento finito tanto para $n > 0$ como para $n < 0$, de tal forma que possa ser modelado pelos N coeficientes do filtro transversal.

A adaptação do identificador de canal pode ser obtida de uma forma similar aos vários sistemas adaptativos já estudados. Consideraremos aqui o critério MSE. Para isso, o sinal z_n é atrasado de D intervalos de tempo e a estimativa $\hat{s}_{n-D}$ é subtraída, resultando no instante n o sinal de erro

$$e_n = z_{n-D} - \hat{s}_{n-D} \quad (5.31)$$

$$= s_{n-D} - \hat{s}_{n-D} + u_{n-D} - \hat{u}_{n-D} + \zeta_{n-D} \quad (5.32)$$

$$e_n = A'_{n-D}[R - C_n] + B'_{n-D}[G - H_{n-D}] + \zeta_{n-D} \quad (5.33)$$

Este sinal é aplicado ao identificador de canal e ao cancelador de eco para a adaptação destes componentes. Utilizando a ajustagem estocástica, obtemos da Figura 5.3 as equações recursivas

$$C_{n+1} = C_n + \xi e_n A_{n-D} \quad (5.34a)$$

$$H_{n+1} = H_n + \xi e_n B_{n-D} \quad (5.34b)$$

onde, para simplificação da análise fizemos as constantes de convergência iguais. Substituindo (5.33) em (5.34) obtemos

$$C_{n+1} = C_n - \xi A_{n-D} [A'_{n-D}(C_n - R) + B'_{n-D}(H_{n-D} - G) - \zeta_{n-D}] \quad (5.35a)$$

$$H_{n+1} = H_n - \xi B_{n-D} [A'_{n-D}(C_n - R) + B'_{n-D}(H_{n-D} - G) - \zeta_{n-D}] \quad (5.35b)$$

Usando as relações definidas em (5.20), podemos escrever

$$V_{n+1} = [1 - 2\xi S + N\xi^2 S^2]V_n + N\xi^2 S^2 U_{n-D} + N\xi^2 S^2 \sigma^2 \quad (5.36a)$$

$$U_{n+1} = U_n - 2\xi S^2 E\{[H_{n-D} - G]'[H_n - G]\} + K\xi^2 S^2 U_{n-D} + K\xi^2 S^2 V_n + K\xi^2 S^2 \sigma^2 \quad (5.36b)$$

onde σ^2 é a variância do ruído ζ_n . Estas equações de diferenças não apenas estão acopladas, como também são de ordem igual a $D+1$, o que dificulta extremamente a análise matemática, sobretudo para valores grandes de D . Um tratamento mais elaborado de (5.36) pode ser encontrado em [2]. Aqui vamos considerar somente o caso em que $D=0$, quando temos

$$V_{n+1} = [1 - 2\xi S + N\xi^2 S^2]V_n + N\xi^2 S^2 U_n + N\xi^2 S^2 \sigma^2 \quad (5.37a)$$

$$U_{n+1} = [1 - 2\xi S + K\xi^2 S^2]U_n + K\xi^2 S^2 V_n + K\xi^2 S^2 \sigma^2 \quad (5.37b)$$

Estas equações são as mesmas encontradas em (5.21) para o cancelador de eco combinado com DFE. De fato, $D=0$ representa uma particularização que corresponde exatamente ao sistema estudado na seção anterior. É fácil concluir que a análise feita para $D=0$ se adapta com grande aproximação ao caso em que D é pequeno. O atraso de alguns intervalos de tempo no ajuste dos coeficientes do filtro não deve trazer maiores consequências ao processo de convergência que em geral ocupa um período da ordem de centenas de intervalos de tempo. De (5.37) podemos obter para o eco residual a relação

$$U_{\infty} = \frac{K\xi S}{2 - [N+K]\xi S} \sigma^2 \quad (5.38)$$

onde vemos que o ruído ζ_n é a única componente do sinal recebido que limita o desempenho do sistema.

Finalizando esta seção, gostaríamos de comparar o tempo exigido para a convergência do cancelador de eco com equalização linear com o exigido pelo cancelador convencional apresentado na Seção 4.2. Para isso tomemos a Equação (4.35) que determina a constante de tempo de convergência para o cancelador de eco MSE convencional

$$\tau_{\text{conv}} = \frac{1}{2\gamma S} \quad (5.39)$$

Analogamente, podemos obter para o cancelador com equalização linear

$$\tau_{\text{equal.}} = \frac{1}{2\xi S} \quad (5.40)$$

Assumindo que ambos os sistemas possuem o mesmo número de derivações no cancelador de ecos e argumentando que γ e ξ são muito pequenos, obtemos de (5.1) e (5.38) para um mesmo nível de cancelamento

$$\frac{\xi}{\gamma} = \frac{J}{\sigma^2} \quad (5.41)$$

assim

$$\frac{\tau_{\text{conv}}}{\tau_{\text{equal}}} = \frac{J}{\sigma^2} \quad (5.42)$$

Lembrando que em um sistema típico de transmissão digital a relação entre a potência do sinal e o ruído é de aproximadamente uma ordem de grandeza, fica mais uma vez demonstrada a superioridade do sistema conjugado.

5.4 - SISTEMAS OPERANDO NA TAXA DE M/T

No Capítulo 1 estudamos as formas de pulsos que se prestam à transmissão de dados em banda-base. Nos ativemos em particular àquelas que permitem

a transmissão livre de IIS nos instantes de amostragem e concluímos que a característica espectral do pulso deve atender a

$$X_{eq}(\omega) = \text{constante} \quad (5.43)$$

Além disso, vimos que em um caso prático a componente de maior frequência do sinal é tal que

$$f_{\max} > \frac{1}{2T} \quad (5.44)$$

onde T é o intervalo entre símbolos. Por outro lado, em todo o tratamento que fizemos, tanto dos equalizadores quanto dos canceladores de eco, estivemos considerando a amostragem e o processamento dos sinais na taxa de símbolos, $1/T$. Na Figura 5.4 ilustramos o espectro de frequências de um sinal amostrado nessa taxa onde podemos observar o efeito de sobreposição, ou "aliasing", provocado pelas componentes de frequência acima de $1/2T$. Vamos agora considerar as consequências desse efeito nos processos de equalização e cancelamento de ecos.

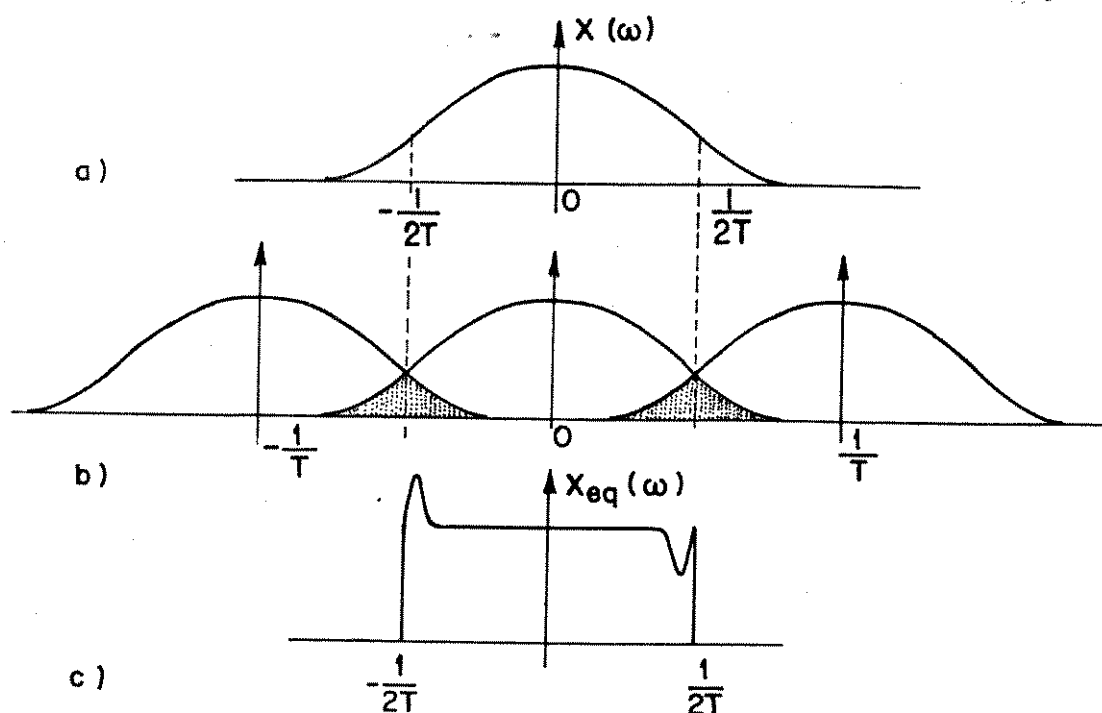


Figura 5.4 - a) Espectro original do sinal $X(\omega)$
 b) Espectro resultante da amostragem em $1/T$
 c) Espectro sobreposto $X_{eq}(\omega)$

Em princípio, ao contrário do que ocorre em inúmeras áreas de processamento digital de sinais, nada impede que a amostragem de um sinal PAM seja feita na taxa de $1/T$, e portanto, com "aliasing". Isso porque na detecção dos símbolos estamos interessados unicamente nos instantes de amostragem. Entretanto, nosso modelo tem sido muito hipotético ao assumir que conhecemos precisamente esses instantes. Em um sistema real, onde o sinal de relógio é recuperado no receptor, dificilmente são evitados pequenos desvios de fase na amostragem do sinal. Essas variações nos instantes de amostragem correspondem a um atraso variável no canal de transmissão e dessa forma, uma fase linear com inclinação variável é adicionada ao espectro de frequências do sinal recebido. Devido à adição dessa fase, torna-se muito difícil para o equalizador manter a condição exigida em (5.43), pois na região onde ocorre o "aliasing", os sinais se adicionam construtivamente quando suas fases se igualam e destrutivamente quando elas diferem de 180° , determinando assim distorções no espectro sobreposto $X_{eq}(\omega)$, conforme mostra a Figura 5.4c.

5.4.1 - Equalizadores Fracionalmente Espaçados

Para reduzir os efeitos do "aliasing" na recepção, introduzimos algumas modificações no equalizador estudado na Seção 2.4, obtendo o esquema da Figura 5.5, o qual chamaremos Equalizador FSE (Fractionally-Spaced Equalizer). Nesse esquema, as derivações do filtro transversal são espaçadas de um intervalo de tempo τ que é menor que, ou uma fração do, intervalo entre símbolos T . O espaçamento τ é sempre escolhido de forma a satisfazer o Teorema da Amostragem, ou seja

$$f_{\max} \leq \frac{1}{2\tau} \quad (5.45)$$

Em uma implementação analógica (ou contínua) não existem outras restrições sobre τ e a saída do equalizador pode ser amostrada na taxa de símbolos, $1/T$. Em uma implementação digital devemos ter

$$\tau = \frac{T}{M} \quad (5.46)$$

onde M é um número inteiro e pequeno (na verdade, M pode ser a razão entre dois números inteiros e pequenos). Na maioria dos casos práticos é suficiente a escolha de $M = 2$.

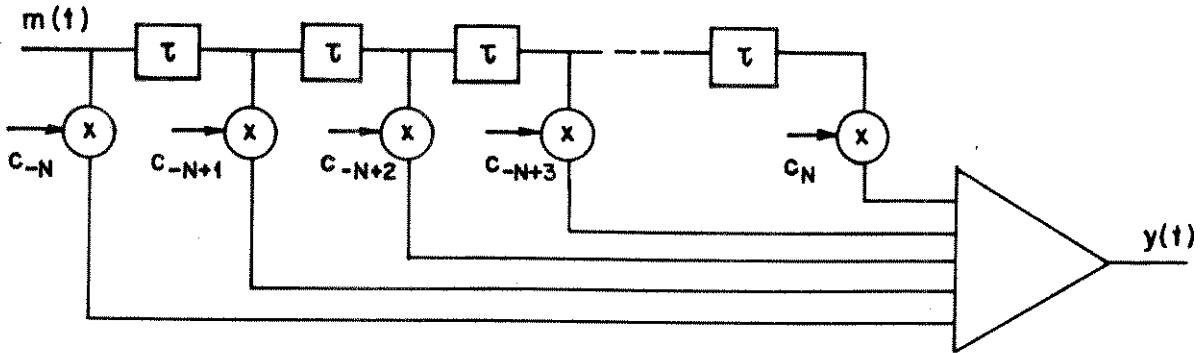


Figura 5.5 - Equalizador Fracionalmente Espaçado

O sinal recebido, $m(t)$, é agora amostrado e deslocado no equalizador a uma taxa de M/T (Logicamente o filtro transversal deve ter um número de derivações M vezes maior). O sinal y_n na saída do filtro deve estar novamente na taxa de símbolos, assim, uma saída é produzida a cada M amostras na entrada

$$y_n = \sum_{j=-N}^N c_j m(nT - j\tau) \quad (5.47)$$

A adaptação dos coeficientes em um equalizador FSE pode ser feita estocasticamente, da mesma forma que em um equalizador convencional: a cada símbolo e com base no erro computado para aquele símbolo, ou seja

$$c_j(n+1) = c_j(n) - \beta e_n m(nT - j\tau) \quad j = -N, \dots, N \quad (5.48)$$

A característica mais importante do equalizador FSE é sua insensibilidade à escolha da fase do relógio na amostragem. Essa propriedade confere uma grande vantagem ao equalizador FSE quando comparado a um equalizador com amostragem em $1/T$. Nesse último, uma mudança na fase do relógio pode alterar drasticamente o nível mínimo do MSE alcançado, sobretudo se o espectro resultante devido ao "aliasing" contiver uma região de frequências nulas (ou muito atenuadas). Essa situação é possível ocorrer para as componentes próximas da frequência de corte ($f = 1/2T$), quando a equalização se torna impraticável sem o crescimento excessivo do nível de ruído. Para um equalizador FSE, ao contrário, não existe sobreposição do espectro na entrada do filtro, assim o processo de filtragem ocorre de forma independente para cada componente de frequência do sinal.

Uma outra forma de enxergarmos a equalização fracionada pode valer-se de uma analogia com o "filtro casado", o qual oferece a máxima relação sinal/ruído no instante de amostragem para a transmissão de um pulso isolado na presença de ruído AWGN. A situação aqui é diferente, pois os pulsos não se encontram isolados, até porque estamos admitindo a existência de IIS. Entretanto, queremos observar que a filtragem casada faz uso de toda a forma do pulso para obter o valor da amostra desejada. Da mesma maneira para a equalização fracionada, à medida em que aumentamos a taxa de amostragem, M/T , estamos aumentando a avaliação da forma dos pulsos no processo de equalização [3].

Uma análise mais detalhada do equalizador FSE segue o mesmo desenvolvimento apresentado no Capítulo 2 para o equalizador com amostragem na taxa de símbolos, de onde vários resultados podem ser aproveitados. Um tratamento mais específico do assunto pode ser encontrado em [4].

Vamos agora considerar a questão da taxa de amostragem no processo de cancelamento de ecos.

5.4.2 - Canceladores de Eco Interpolados

O leitor talvez tenha observado duas particularidades que dão uma certa inconsistência aos esquemas de cancelamento de ecos que estivemos estudando: a primeira delas é que a emissão do símbolo b_n no transmissor local ocorre no mesmo instante em que é recebido o símbolo a_n do transmissor distante. É fácil ver que essa situação somente é possível em um dos terminais. Para isso, suponhamos uma ligação entre um assinante e uma central RDSI. Nesse caso, o terminal da central pode ser entendido como sendo o "master" enquanto que o outro é o "slave". Assim, no período de treino, o "master" envia uma sequência de símbolos que é utilizada pelo "slave" para amarrar a fase do relógio em seu transmissor. Supondo que o atraso existente no percurso do "master" até ao "slave" seja t_0 , a eventualidade dos sinais no "master" encontrarem-se em fase implica em

$$2 t_0 = kT \quad k = 1, 2, \dots \quad (5.49)$$

Considerando que essa situação é bastante difícil de acontecer, um atraso extra deve ser adicionado a um dos sinais no "master" para viabilizar o sin-

cronismo de fase. Essa política de amarrar as fases dos relógios nem sempre é desejável, dada a grande dependência que ela impõe aos vários elementos do sistema (canceladores de eco, transmissores e receptores). Muitas vezes queremos que as duas vias de transmissão se processem independentemente, admitindo não apenas desvios na fase, mas também na frequência do relógio. Notemos então a segunda particularidade: o cancelamento do eco somente ocorre nos instantes de amostragem. Esse fato não apenas dificulta a transmissão com os sinais de relógio independentes como também prejudica a detecção, uma vez que esta não pode ser feita com base em toda a extensão dos pulsos, mas apenas em uma única amostra (para o caso de não haver IIS). Por outro lado, se um equalizador é empregado na recepção (caso em que existe IIS), este não pode ser do tipo Fracionalmente Espaçado visto no item anterior. Dessa forma, surge a necessidade de um cancelador que elimine o eco ao longo de todo o tempo e não apenas em instantes espaçados de T segundos. Novamente a solução consiste em se aumentar a taxa de processamento para que o Teorema da Amostragem seja satisfeito. O cancelador deverá então operar com taxas diferentes na entrada e na saída, pois os símbolos b_n na entrada encontram-se em uma taxa já determinada, $1/T$. Definindo por τ o intervalo de processamento na saída do cancelador, devemos ter

$$\frac{1}{\tau} = \frac{M}{T} \quad (5.50)$$

onde M é um inteiro escolhido de forma que

$$\frac{M}{T} \geq 2 f_{\max} \quad (5.51)$$

Lembrando que o eco existente no sinal recebido é dado por

$$u(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k g(t - kT) \quad (5.52)$$

onde $g(t)$ é a resposta impulsiva (não amostrada) do canal de eco, queremos reproduzi-lo através do cancelador que opera na taxa de M/T , assim definimos

$$u_n^{(i)} = u(nT + i\tau) \quad i = 0, 1, \dots, M-1 \quad (5.53)$$

onde o índice n representa o período correspondente ao símbolo b_n e i representa uma entre M amostras uniformemente espaçadas nesse período. Da mesma forma definimos para o canal de eco

$$g_n^{(i)} = g(nT + i\tau) \quad i = 0, 1, \dots, M-1 \quad (5.54)$$

Usando essa notação apropriada, temos de (5.52)

$$u_n^{(i)} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k g_{n-k}^{(i)} \quad i = 0, 1, \dots, M-1 \quad (5.55)$$

Considerando que $g(t) = 0$ para $t < 0$ e $t \geq KT$, podemos escrever para as amostras do eco

$$u_n^{(i)} = \sum_{k=0}^{K-1} b_{n-k} g_n^{(i)} \quad i = 0, 1, \dots, M-1 \quad (5.56a)$$

ou ainda, usando vetores

$$u_n^{(i)} = B_n G^{(i)} \quad i = 0, 1, \dots, M-1 \quad (5.56b)$$

onde

$$G^{(i)} = [g_0^{(i)}, g_1^{(i)}, \dots, g_{K-1}^{(i)}]' \quad (5.57)$$

Vemos então que as amostras do eco podem ser vistas como sendo as respostas de M canais de eco à mesma sequência de símbolos. Com isso, o cancelamento desejado pode ser obtido através do arranjo apresentado na Figura 5.6, no qual fizemos $M=4$. Nesse arranjo temos quatro canceladores, idênticos àqueles já estudados, operando sequencialmente e com uma defasagem de $T/4$ segundos.

Uma vez que os M canais de eco são independentes, os canceladores de eco interpolados da Figura 5.6 funcionam independentemente. Eles produzem no instante $nT + i\tau$ a estimativa

$$\hat{u}_n^{(i)} = B_n H_n^{(i)} \quad (5.58)$$

onde $H_n^{(i)}$ é o vetor de coeficientes do i -ésimo Filtro Adaptativo na ocasião do símbolo transmitido b_n . A adaptação de cada filtro é feita utilizando-se as amostras do sinal cancelado obtidas nos instantes correspondentes à sua atuação. Assim, cada subcancelador age de forma a estimar o sinal de eco na taxa de símbolos, porém cada um com uma entre M possíveis fases. Apesar de possuírem a mesma entrada, esses subcanceladores são adaptados independentemente, sendo que a presença de vários deles intercalados não afeta as propriedades de convergência de cada um [5]. Dessa forma, todo o estudo feito no Capítulo 4 para os canceladores operando na taxa de $1/T$ pode ser per-

feitamente aproveitado para os subcanceladores interpolados.

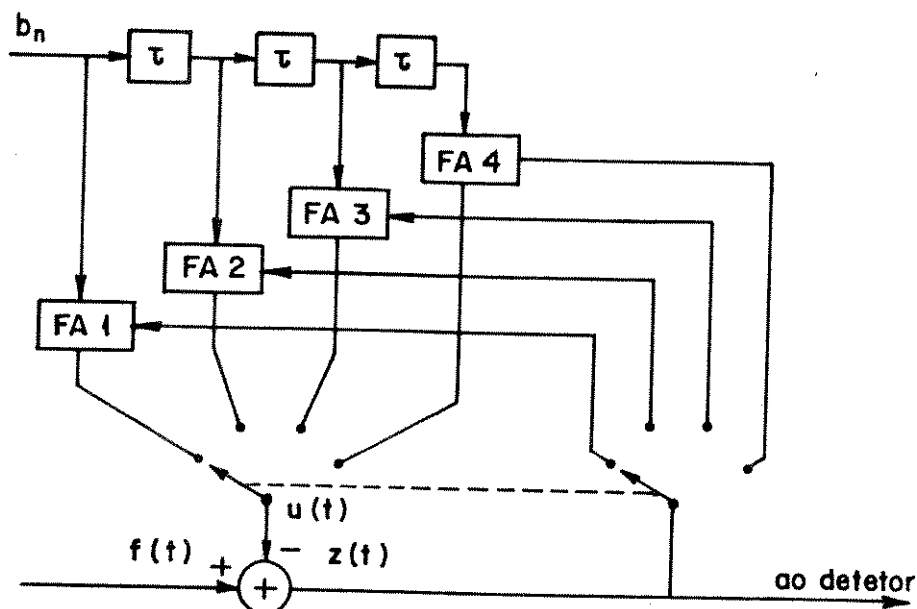


Figura 5.6 - Canceladores de Eco Interpolados

O esquema da Figura 5.6 utilizando um múltiplo da taxa de símbolos pretende eliminar o eco ao longo de todo o tempo. Sabemos que nesse processo algum tipo de filtragem deve ser utilizado. Essa filtragem está implícita no diagrama de blocos da Figura 5.6 e será melhor analisada na próxima seção. Vamos agora considerar a influência do sincronismo na redução do eco.

Uma vez que o sistema interpolado cancela o eco continuamente, a exigência de sincronismo entre os terminais é desnecessária, e concluiremos com alguma surpresa que a operação sincronizada é até prejudicial. Para isso vamos supor uma situação em que os transmissores operem sincronicamente, com idênticas taxas de símbolos ($1/T$). Nesse caso, após o processo de convergência, o nível de eco residual para cada um dos M subcanceladores pode ser determinado pela Equação 5.1, ou mais especificamente por

$$U_{\infty}^{(i)} = \frac{KYS}{2 - KYS} J^{(i)} \quad i = 0, 1, \dots, M-1 \quad (5.59)$$

onde $U^{(i)}$ e $J^{(i)}$ são respectivamente, o nível de eco residual e a potência do sinal desejado correspondentes ao i -ésimo subcancelador. Devido às características de cicloestacionaridade do sinal PAM, a potência do sinal deseja-

do, $J^{(1)}$, varia de um subcancelador para outro. Assim, o nível do eco residual presente em $z(t)$ também varia, acompanhando as variações cicloestacionárias na potência do sinal recebido. Na Figura 5.7 representamos o diagrama de olho para uma transmissão sincronizada (não necessariamente em fase) de um sinal do tipo AMI, onde notamos que a máxima abertura do olho, que é um fator decisivo na detecção dos símbolos, encontra-se diminuída devido à característica cicloestacionária do eco residual. Para um caso de não-sincronismo as potências $J^{(1)}$ são iguais para todos os M subcanceladores e o nível de eco residual tende a manter uma média ao longo de todo o tempo permitindo assim um aumento no valor máximo da abertura do olho.

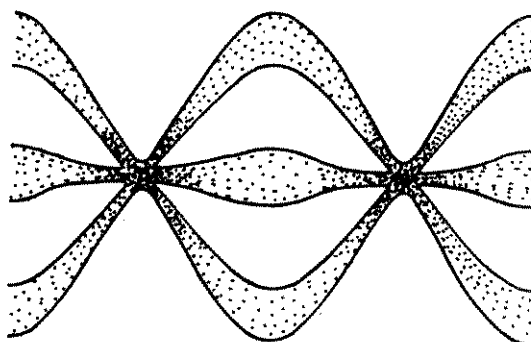


Figura 5.7 - Diagrama de olho obtido em uma transmissão sincronizada

5.5 - CONSIDERAÇÕES ACERCA DA IMPLEMENTAÇÃO DOS SISTEMAS

Ao longo de todo esse trabalho apresentamos diversos esquemas, tanto para cancelamento de eco como para equalização de sinais. Em todos eles nossa preocupação tem se fixado unicamente na formulação de um modelo matemático para avaliar o desempenho do sistema. Por esse motivo estivemos omitindo sempre que possível quaisquer discussões acerca da implementação ou mesmo da natureza dos sinais (contínua, amostrada ou digital) nos vários pontos do sistema. Iremos agora abordar essa questão considerando alguns casos, sem ter a pretensão de apresentar um estudo completo abrangendo todas as configurações possíveis. Nossa intenção é tão somente a de estabelecer uma linha

de orientação no projeto de um sistema.

5.5.1 - Configuração do Cancelador de Eco

O cancelador de eco tem como entrada o sinal analógico que vem da híbrida, $f(t)$. A estimativa do eco, ao contrário, é sempre um sinal digital, pois é obtida através de meios digitais já que o sinal aplicado ao F.A. é a sequência de símbolos $\{b_n\}$. Uma conversão deve então ser processada em um desses sinais (ou em ambos) para que o cancelamento possa ser efetuado com os dois sinais na mesma forma. Verhoeckx et al. [6] defendem que as diferentes configurações para o cancelador de eco podem ser divididas basicamente segundo o tipo do subtrator empregado. Temos então as seguintes alternativas:

- 1 - Subtração analógica - O sinal $f(t)$ é mantido inalterado e a estimativa do eco é convertida para a forma analógica $\hat{u}(t)$ [contínuo no tempo, contínuo em amplitude].
- 2 - Subtração digital - A estimativa $\hat{u}_n$ é mantida inalterada e o sinal recebido é convertido para a forma digital f_n [discreto no tempo, discreto em amplitude].
- 3 - Subtração amostrada - O sinal recebido e a estimativa do eco são ambos convertidos para as formas amostradas $f(nT)$ e $\hat{u}(nT)$ [discreto no tempo, contínuo em amplitude].

Estas três possibilidades estão esquematizadas na Figura 5.8 onde os blocos AMT's e FPB's representam os amostradores e filtros passa-baixas. Nessa figura, cada um dos três esquemas apresentam duas saídas para o sinal resultante: uma na forma analógica, $z(t)$, e outra na forma digital, z_n . Assim, para o caso de uma implementação que requeira o sinal cancelado na forma digital podemos descartar a presença do conversor D/A e do FPB no esquema B, bem como a do FPB no esquema C. Nesse caso, a alternativa B constitui a melhor escolha para a implementação, pois requer apenas um amostrador e um conversor D/A. Contudo, nem sempre é desejável uma saída digital. Muitas vezes o cancelador de eco deve ser inserido em um sistema cujo receptor, já existente, tem entrada analógica.

Existem diferenças substanciais para o caso do cancelador operar na taxa de símbolos, $1/T$, ou na taxa de M/T (com interpolação). No primeiro

caso, todos os sinais discretos no tempo da Figura 5.8 devem ter a mesma taxa de amostragem, $1/T$, e o filtro passa-baixas deve permitir a passagem de frequências até $1/2T$ Hz. No caso do cancelador ser implementado com interpolação, a taxa de amostragem para os diversos sinais é M/T , e o projeto do filtro passa baixas precisa atender às especificações menos rígidas, devendo dar passagem para a faixa de frequências dos sinais e suprimir as componentes periódicas (acima de $M/2T$ Hz) responsáveis pelo "aliasing". Conforme já

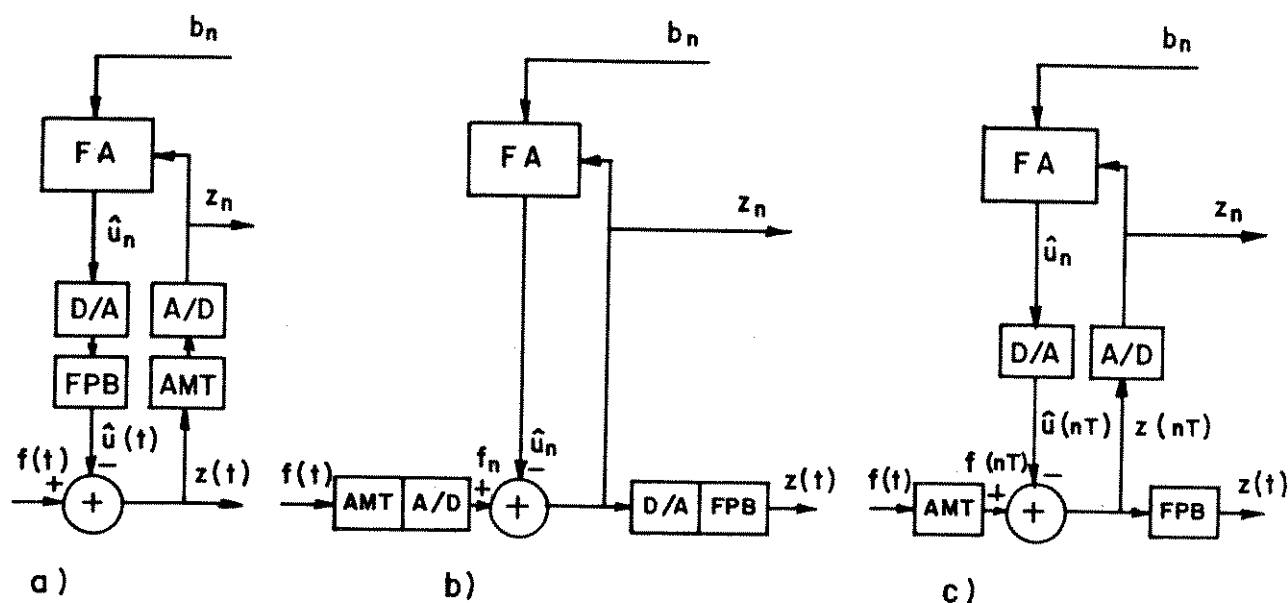


Figura 5.8 - Configurações para o cancelador de eco

- a) Subtração analógica
- b) Subtração digital
- c) Subtração amostrada

discutimos na seção anterior, o cancelamento na taxa de símbolos é sempre imperfeito, pois não consegue eliminar as componentes de frequência do eco acima de $1/2T$ Hz. Além disso (não custa lembrar), essa forma de cancelamento traz o inconveniente de exigir um total sincronismo (de frequência e de fase) nos três esquemas da Figura 5.8. Somente para o caso da alternativa A com o sinal resultante na forma analógica é que a amostragem na fase ótima não é tão relevante. A obtenção do sincronismo entre os terminais não é algo trivial, pois o sinal recebido $f(t)$, que contém a informação sobre o relógio do transmissor distante, está seriamente contaminado pelo eco; e este somente pode ser eliminado com a obtenção do sincronismo entre os termi-

nais. Em [7] é sugerido um processo de inicialização (período de treino) que permite a obtenção do relógio desligando-se momentaneamente o transmissor local para evitar a presença do eco. Para finalizar, cumpre mencionar que não temos conhecimento de sistemas implementados fisicamente que operem na taxa de símbolos, apesar da constante presença deles em artigos teóricos.

Vamos então analisar as alternativas da Figura 5.8 para o cancelamento de ecos com interpolação. Nesse caso, para os três esquemas, a exigência de sincronismo deixa de ser necessária e os transmissores podem funcionar independentemente. A alternativa A (subtração analógica) é a que impõe as restrições mais severas no projeto do filtro passa-baixas, porque as componentes periódicas de $\hat{u}_n$ devem ser atenuadas a um ponto que não prejudiquem a detecção do sinal $z(t)$, ainda que o nível do eco seja bem maior que o do sinal desejado $s(t)$. Para as alternativas B e C, as exigências sobre o FPB são bem menores, pois sendo a subtração feita com os sinais discretizados no tempo, as componentes periódicas de $\hat{u}_n$ e u_n [ou $\hat{u}(nT)$ e $u(nT)$] se cancelam mutuamente, restando apenas as componentes periódicas de frequência do sinal desejado j_n ($j_n = s_n + \zeta_n$), para serem suprimidas pelo FPB.

Assim como a alternativa A é a que apresenta as maiores restrições sobre o filtro passa-baixas, a alternativa B (subtração digital) é a que impõe as maiores exigências sobre os conversores A/D e D/A. Note que nesse esquema tanto o processo de cancelamento do eco quanto a preservação do sinal desejado, $j(t)$, dependem fortemente das características destes elementos. Nos outros dois esquemas apenas o cancelamento do eco é influenciado pela precisão finita dos conversores.

Concluindo, é de se esperar que na escolha de um dos esquemas da Figura 5.8 para a implementação de um cancelador de eco com interpolação, que requeira o sinal cancelado na forma analógica, seja escolhida a alternativa C (subtração amostrada) devido à maior tolerância que ela oferece quanto às especificações do FPB e dos conversores A/D e D/A.

5.5.2 - Configuração do Equalizador

Os equalizadores geralmente possuem uma estrutura bem mais simples que os canceladores de eco pois atuam em um segmento unidirecional do sistema e o número de sinais envolvidos é menor. Além disso, o sinal equalizado na saída, y_n , é sempre requerido na forma digital (ou amostrada) para possibilitar a comparação no detector bem como a obtenção do sinal de erro e_n . Con

tudo, a configuração dos equalizadores lineares apresenta uma alternativa adicional: é que o filtro transversal pode ser implementado analogicamente (sinais contínuos no tempo e na amplitude). Essa opção não existe na implementação dos canceladores de eco e dos equalizadores DFE, onde o sinal de entrada é uma sequência de símbolos. Na Figura 5.9 apresentamos duas alternativas para a configuração de um equalizador linear.

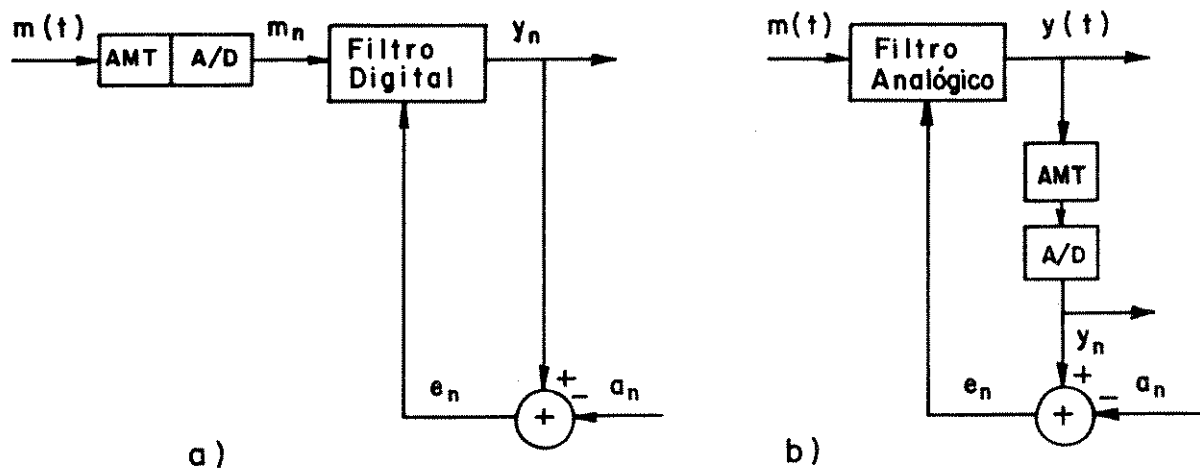


Figura 5.9 - Configurações para o equalizador linear

a) Filtragem digital, subtração digital

b) Filtragem analógica, subtração digital

Na alternativa A o sinal recebido é digitalizado logo na entrada e todo o processamento é feito na forma digital. Na alternativa B o processo de filtragem é analógico e o sinal de erro é obtido através de meios digitais. Neste último esquema o equalizador provê também uma saída analógica para o sinal equalizado, a qual pode encontrar utilidade na sincronização do relógio para o conjunto equalizador/detector. Obviamente, os dois esquemas da Figura 5.9 não constituem as únicas alternativas. É sempre possível idealizar outros esquemas, associando-se por exemplo outras formas de subtração aos dois processos de filtragem. Convém agora lembrar um resultado obtido na Seção 1.6 onde demonstramos que a implementação do filtro transversal, tanto analógica quanto digital (considerando-se uma precisão infinita na representação dos sinais), levam exatamente ao mesmo resultado nos instantes

de amostragem.

Analogamente ao que ocorre para os esquemas de cancelamento de eco, existem diferenças significativas para o caso do equalizador operar na taxa de símbolos, $1/T$, ou na taxa de M/T (Equalizador Fracionalmente Espaçado). Também aqui essas diferenças se refletem principalmente em uma maior exigência sobre a fase do relógio para o caso do equalizador operar na taxa de símbolos.

Considerando-se as diferentes formas de ajustagem discutidas na Seção 2.4, são ainda possíveis outras variações nos esquemas básicos da Figura 5.9 (que também valem para os esquemas de cancelamento de eco da Figura 5.8). Assim por exemplo, uma grande simplificação é obtida se desejamos uma ajustagem por sinal nos coeficientes do filtro. Nesse caso, o comprimento das palavras que representam os sinais envolvidos na ajustagem se restringe a um único bit (o bit de sinal). Com isso, o sinal de erro, e_n , na alternativa B (filtragem analógica) pode ser obtido através de um simples comparador, eliminando-se o subtrator e o conversor A/D. Em [8] é apresentado um sistema de equalização com estas características.

Não desejamos nos aprofundar demasiadamente nos problemas relacionados com a implementação, nem tampouco discutir a respeito das possíveis configurações para os demais sistemas apresentados neste trabalho (equalizadores DFE, sistemas conjugados), pois elas podem ser obtidas com base nas alternativas aqui apresentadas para os canceladores de eco e equalizadores lineares. Para finalizar, queremos esclarecer o motivo pelo qual o filtro analítico no esquema B da Figura 5.9 aceita uma entrada digital para a ajustagem dos coeficientes. Vamos para isso nos referir à Figura 5.10 onde

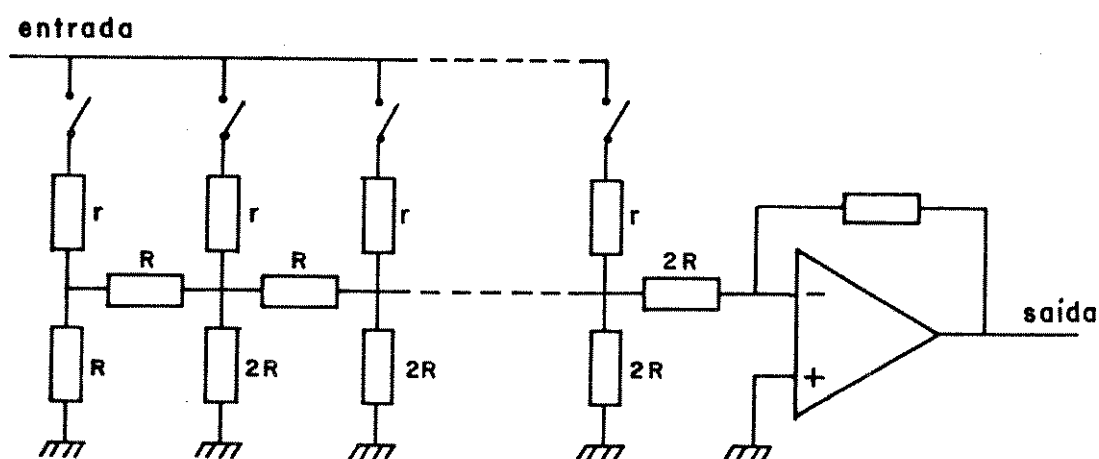


Figura 5.10 - Multiplicador com ganho ajustável digitalmente

apresentamos um circuito de amplificação em que o ganho é controlado digitalmente pela posição das chaves ligadas à "escada" de resistores. Estamos assim sugerindo que as multiplicações requeridas no filtro transversal possam ser feitas com o emprego de um dispositivo semelhante a este, onde os coeficientes do filtro encontram-se representados pelas posições das chaves.

5.5.3 - Outras Considerações

Outros aspectos também interessantes relacionados com os sistemas adaptativos não foram discutidos neste trabalho por entendermos que fogem à nossa proposta de apresentar um desenvolvimento o mais genérico possível. O leitor, entretanto, poderá encontrar em [2] e [6] um estudo abordando a questão da precisão finita (comprimento das palavras) nas implementações digitais e em [4] uma discussão sobre a recuperação do relógio no receptor.

5.6 - CONCLUSÃO

Neste capítulo apresentamos duas possibilidades para efetuarmos o cancelamento do eco em conjunto com a eliminação da IIS. Concluímos que ambas trazem uma grande melhoria no desempenho, considerando-se um sistema em que esses processos sejam realizados separadamente. Além disso, discutimos vários aspectos relacionados com a taxa de operação dos sistemas e observamos que as exigências de sincronismo, tanto para o cancelamento de eco como para a equalização de sinais, podem ser reduzidas drasticamente fazendo-se o processamento em uma taxa M vezes maior que a taxa de símbolos. Por fim, consideramos várias alternativas para a configuração dos sistemas adaptativos.

REFERÊNCIAS

- [1] Mueller, K.H., "Combining Echo Cancellation and Decision Feedback Equalization", Bell System Technical Journal, vol. 58, pp. 491-500, February 1979.
- [2] Falconer, D.D., "Adaptive Reference Echo Cancellation", IEEE Transactions on Communications, vol. COM-30, pp. 2083-2094, September 1982.

- [3] Qureshi, S., "Adaptive Equalization", IEEE Communications Magazine, vol. 20, pp. 9-16, March 1982.
- [4] Ungerboeck, G., "Fractional Tap-Spacing Equalizer and Consequences for Clock Recovery in Data Modems", IEEE Trans. on Communications, vol. COM-24, pp. 856-864, August 1976.
- [5] Messerchmitt, D.G., "Echo Cancellation in Speech and Data Transmission", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. SAC - 2, pp. 283-297, March 1984.
- [6] Verhoeckx, N.A.M. et al, "Digital Echo Cancellation for Baseband Data Transmission", IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. ASSP-27, pp. 768-781, December 1979.
- [7] Mueller, K.H., "A New Digital Echo Canceller for Two-Wire Full-Duplex Data Transmission ", IEEE Trans. on Communications, vol. COM-24, pp. 956-962, September 1976.
- [8] Lucky, R.W., "Automatic Equalization for Digital Communication", Bell System Technical Journal, vol. 44, pp. 547-588, April 1965.

CONCLUSÃO

Ao longo dos vários capítulos apresentamos um estudo dos processos de filtragem adaptativa que se prestam à correção dos problemas ocasionados pela utilização de canais de transmissão cujo comportamento é não definido ou varia no tempo. Focalizamos nossa atenção exclusivamente nos problemas de eliminação da IIS e cancelamento de eco, os quais foram previamente discutidos.

Acreditamos que as contribuições apresentadas se traduzem principalmente pelas muitas observações, comparações e propostas feitas no decorrer do trabalho, além do que, o próprio texto pode ser usado como meio de introdução aos vários tópicos aqui abordados.

Entendemos que uma continuação natural deste trabalho seria a definição por um dos sistemas estudados (obedecendo-se às condições de contorno) e seu desenvolvimento visando a implementação física. Para tanto, esperamos ter apresentado os requisitos teóricos básicos necessários.