Universidade Estadual de Campinas

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

Departamento de Sistemas de Energia Elétrica

Maximização da Margem de Estabilidade Sujeito à Minimização do Custo de Produção da Energia Elétrica utilizando Formulação em Dois Níveis

Autor: **David Arias Arias**

Orientador: **Prof. Dr. Carlos Alberto de Castro Junior**

Co-Orientador: **Prof. Dr. Alexandre de Assis Mota**

Trabalho apresentado à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Carlos Alberto de Castro Junior	**FEEC/UNICAMP**
Prof. Dr. José Carlos de Melo Vieira Júnior	**EESC/USP**
Dr. Igor Kopcak	**FEEC/UNICAMP**

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

Ar41

Arias Arias, David
Maximização da margem de estabilidade sujeito à minimização do custo de produção da energia elétrica utilizando formulação em dois níveis / David Arias Arias. -- Campinas, SP: [s.n.], 2008.

Orientadores: Carlos Alberto de Castro Junior, Alexandre de Assis Mota
Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Otimização matemática. 2. Sistemas de energia elétrica - Estabilidade. 3. Sistemas de segurança. 4. Controle em tempo real. 5. Programação não-linear. I. Castro Junior, Carlos Alberto de. II. Mota, Alexandre de Assis. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. IV. Título.

Título em Inglês: Maximization of the stability margin subjected to electric power generation cost minimization using a bilevel programming approach
Palavras-chave em Inglês: Bilevel programming problem (BLPP), Economic dispatch, maximum loading point, Voltage stability
Área de concentração: Energia Elétrica
Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica
Banca examinadora: Carlos Alberto de Castro Junior, José Carlos de Melo Vieira Júnior, Igor Kopcak
Data da defesa: 29/08/2008
Programa de Pós-Graduação: Engenharia Elétrica

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE MESTRADO

Candidato: David Arias Arias

Data da Defesa: 29 de agosto de 2008

Título da Tese: "Maximização da Margem de Estabilidade Sujeito à Minimização do Custo de Produção da Energia Elétrica utilizando Formulação em Dois Níveis"

Prof. Dr. Carlos Alberto de Castro Júnior (Presidente): _____

Prof. Dr. José Carlos de Melo Vieira Júnior: _____

Dr. Igor Kopcak: _____

Agradecimentos

Ao professor Carlos Alberto de Castro Junior pela enorme paciência que teve ao longo deste tempo e pela excelente orientação, estímulo e amizade a mim.

Aos professores Alexandre de Assis Mota e Lia Moreira Mota, pela excelente orientação, profissionalismo, amizade e paciência nas muitas conversas que tivemos e assim ter sucesso nesta dissertação.

Ao Departamento de Sistemas de Energia Elétrica da UNICAMP, a cada um dos professores, especialmente ao professor Luis Carlos, pelas conversas que tivemos, as quais foram de muita ajuda na dissertação.

A todos, em especial a meus colegas e amigos do DSEE pelo apoio, sugestões, comentários que ajudaram no desenvolvimento do trabalho.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro, sem o qual não seria possível a realização desta pesquisa.

Dedico este trabalho aos meus avós, Mariano e Sabina, Eduardo e Emilia os quais estão ao lado de Deus, especialmente à minha avó Sabina, por seus conselhos e ânimos para estudar e ter sempre presente a Deus em minha vida, a todos meus tios, especialmente a meu tio Emiliano, por cada palavra de alento para contínuar, ao meu pai Pedro que sempre me incentivou a estudar e especialmente a minha mãe Celestina, por animar-me a ir atrás de um sonho quase impossível para mim. Aos meus irmãos por todo o apoio incondicional que me deram até o final, à minha namorada por seu amor, sua compreensão, sua paciência e ânimos nos momentos mais difíceis e principalmente a Deus, por dar-me esta oportunidade, capacitando-me para concretizar um sonho que hoje se torna realidade.

Resumo

O presente trabalho apresenta um modelo para o planejamento da operação de sistemas de potência visando maximizar a margem de estabilidade de tensão ao mesmo tempo em que minimizam-se os custos da produção da energia (despacho econômico). O objetivo é obter uma solução para o planejamento da operação da rede que leve em conta não só aspectos técnicos, mas também econômicos. Para que esse objetivo possa ser atingido, esse problema é formulado como um problema da programação *bilevel* (BLPP) ou em dois níveis. O modelo *bilevel* permite definir funções objetivo distintas para maximizar a margem da estabilidade de tensão e, ao mesmo tempo, conseguir um despacho econômico ótimo, permitindo a imposição de diferentes restrições para as variáveis internas e externas do problema. Uma vez que o BLPP apresenta-se como um problema matemático complexo, ele é reduzido a um problema de otimização de um só nível (*single-level*), substituindo-se o problema de otimização interno pelas condições de ótimalidade de *Karush-Kuhn-Tucker (KKT)*. Foram realizados testes e simulações em diferentes sistemas elétricos, sendo que os resultados obtidos atestam a validade da metodologia proposta. Além disso, a formulação e o método de solução do BLPP apresentados neste trabalho são mais simples que outros encontrados na literatura, tornando essa metodologia bastante flexível para a utilização e investigação de outras funções objetivo, variáveis e parâmetros de controle.

Abstract

This work presents a model for power systems operation planning that aims to maximize the voltage stability margin and also the economic dispatch. The objective is to obtain a solution for the network operation planning that takes into account both technical and economical aspects. In order to reach this goal, this problem is formulated as a bilevel programming problem (BLPP). The bilevel model allows to define distinct objective functions for maximizing the voltage stability margin looking, simultaneously, for an optimum economic dispatch, and permitting the imposition of different constraints to the variables of the inner and outer problems. Since the BLPP is a complex mathematical problem, it is reduced to a single-level optimization problem by replacing the inner optimization problem by its *Karush-Kuhn-Tucker* optimality conditions. Simulations and tests were carried out for different electric networks, and the results show that the proposed methodology is valid. Moreover, the BLPP formulation and its solution method are simpler than other formulations found in the literature, making the methodology very flexible to accommodate other objective functions, variables and control parameters.

Sumário

INTRODUÇÃO **1**

ESTABILIDADE DE SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA **5**

2.1 Introdução **5**

2.2 Classificação dos Problemas de Estabilidade **6**

2.3 Estabilidade de Tensão **7**

2.3.1 Margem de estabilidade de tensão 9

2.3.2 Métodos Utilizados para a Obtenção da Margem de Estabilidade de Tensão 13

2.3.3 Métodos de Otimização 15

2.3.4 Outras Abordagens 18

O PROBLEMA DO DESPACHO ECONÔMICO **21**

3.1 Introdução **21**

3.2 O Despacho Econômico **23**

3.3 O Problema do Despacho Econômico Clássico **25**

3.3.1 O Problema do Despacho Econômico Clássico sem Perdas nas Linhas e sem Limites na Geração 26

3.3.2 O Problema do Despacho Econômico Clássico sem Perdas nas Linhas e com Limites na Geração 30

3.3.3 O Problema de Despacho Econômico Clássico com Perdas nas Linhas e com Limites na Geração 34

3.4 Problema de Despacho Econômico Formulado como um FPO **41**

3.4.1 Formulação do Problema 41

O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO EM DOIS NÍVEIS OU *BILEVEL* **45**

4.1 Introdução **45**

4.2 Formulação do Problema de Programação Bilevel 48

4.3 Aplicações 50

4.4 Problemas relacionados 51

4.5 Idéia da Formulação de um BLPP 52

4.6 Propriedades do Problema de Programação Bilevel 56

4.6.1 Notações e Definições 56

4.6.2 Propriedades da Região Induzida e o Conjunto de Reação Racional 58

4.6.3 Problema Exemplo 58

4.6.4 Características dos Problemas em Dois Níveis 67

4.6.5 Propriedades dos BLPPs usando as condições de KKT 68

4.6.6 Técnicas de solução 69

FORMULAÇÃO PROPOSTA, METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO E RESULTADOS OBTIDOS 71

5.1 Introdução 71

5.2 Formulação do BLPP para o Planejamento da Operação de Sistemas de Potência 72

5.3 Metodologia de Solução e Resultados 80

5.3.1 O MatLab 81

5.3.2 Método da Programação Quadrática Seqüencial (SQP) 82

5.3.3 Implementação do Método da Programação Quadrática Seqüencial (SQP) em Ambiente MatLab 84

5.3.3.1 Atualização da Matriz Hessiana da Função Lagrangeana 84

5.3.3.2 Solução do Problema da Programação Quadrática 85

5.3.3.3 Determinação da Função Mérito 86

5.3.4 Função “fmincon” do Matlab 86

5.3.5 Ponto de Inicialização e Algoritmo proposto 91

5.3.6 Resultados das simulações 93

5.3.6.1 Sistema teste 5 de barras 94

5.3.6.2 Sistema teste de 30 barras do IEEE 103

5.3.7 Alguns Comentários Finais 109

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS 111

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 113

APÊNDICE I 125

PUBLICAÇÕES RELACIONADAS À PESQUISA 125

Lista de Figuras

FIG. 2.1: CLASSIFICAÇÃO DA ESTABILIDADE DE SISTEMAS DE POTÊNCIA 7
FIG. 2.2: CURVA PV, MARGEM DE ESTABILIDADE DE TENSÃO E PMC 11
FIG. 2.3: MARGEM DE ESTABILIDADE DE TENSÃO PRÉ E PÓS-CONTINGÊNCIA. 11
FIG. 3.1: FUNÇÕES TÍPICAS DE CUSTO DE GERAÇÃO PARA UNIDADES TÉRMICAS. 25
FIG. 3.2: REPRESENTAÇÃO DA FORMULAÇÃO QUE NÃO CONSIDERA A MODELAGEM DA REDE DE TRANSMISSÃO.....27
FIG. 3.3: ALGORITMO DE RESOLUÇÃO PARA O DEC SEM PERDAS NAS LINHAS DE TRANSMISSÃO E SEM CONSIDERAR OS LIMITES NA GERAÇÃO.....29
FIG. 3.4: ALGORITMO DE RESOLUÇÃO PARA O DEC SEM PERDAS NAS LINHAS DE TRANSMISSÃO E CONSIDERARANDO OS LIMITES NA GERAÇÃO.....33
FIG. 3.5: REPRESENTAÇÃO DA FORMULAÇÃO QUE CONSIDERA A MODELAGEM DA REDE DE TRANSMISSÃO.....34
FIG. 3.6: ALGORITMO DE RESOLUÇÃO PARA DO DEC COM PERDAS NAS LINHAS DE TRANSMISSÃO E CONSIDERANDO OS LIMITES NA GERAÇÃO 40
FIG. 4.1: CLASSIFICAÇÃO DOS PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO 47
FIG. 4.2: PROBLEMA MATEMÁTICO COM DUAS TOMADAS DE DECISÃO. 53
FIG. 4.3: O PROBLEMA SUPERIOR É O PRIMEIRO QUE OTIMIZA SUA FUNÇÃO OBJETIVO. 53
FIG. 4.4: O PROBLEMA INFERIOR ANALISA A DECISÃO DO PROBLEMA SUPERIOR E REAGE COM $\overline{Y}$ .54
FIG. 4.5: O PROBLEMA SUPERIOR OTIMIZA SUA FUNÇÃO OBJETIVO ATUALIZADA.....54
FIG. 4.6: RESUMO DA IDÉIA DA FORMULAÇÃO *BILEVEL*.....55
FIG. 4.7: SOLUÇÃO ÓTIMA ESTÁVEL.....55
FIG. 4.8: REGIÃO INDUZIDA E DOMÍNIO DAS SOLUÇÕES FACTÍVEIS.....56
FIG. 4.9: ρ_1(X) - REGIÃO FACTÍVEL (REGIÃO SOMBREADA), PARA X$\in \Re$ 59
FIG. 4.10: R_1(X) (SEGMENTOS DE LINHAS CONECTADOS), PARA X$\in \Re$ 60
FIG. 4.11: REGIÃO INDUZIDA I_1 (SEGMENTOS DE LINHAS CONECTADOS) DE $BLPP_1$.....61
FIG. 4.12: CURVAS DE NÍVEL DA FUNÇÃO OBJETIVO F 61
FIG. 4.13: ρ_2(X) (REGIÃO SOMBREADA) E R_2(X) (Y =1), PARA X$\in \Re$ 63
FIG. 4.14: REGIÃO INDUZIDA I_2 (SEGMENTO DE LINHA SÓLIDO) DE $BLPP_2$ 63
FIG. 4.15: SOLUÇÃO ÓTIMA DO LÍDER NA REGIÃO INDUZIDA (I_3) (SEGMENTOS DE LINHAS CONECTADOS) 65
FIG. 4.16: SOLUÇÃO ÓTIMA DO LÍDER NA REGIÃO INDUZIDA (I_4).....66
FIG. 5.1: CUSTO INCREMENTAL SEM LIMITES NA GERAÇÃO DE POTÊNCIA ATIVA 75
FIG. 5.2: CUSTO INCREMENTAL COM LIMITES NA GERAÇÃO DE POTÊNCIA ATIVA 80
FIG. 5.3: ARQUIVOS DA FUNÇÃO OBJETIVO E DAS RESTRIÇÕES DE DESIGUALDADE CHAMANDO A FUNÇÃO *FMINCON* 89
FIG. 5.4: SAÍDA DE RESULTADOS DA FUNÇÃO F(X) MINIMIZADA COM A FUNÇÃO *FMINCON*.....90
FIG. 5.5: SISTEMA TESTE 5 BARRAS 94
FIG. 5.6: SISTEMA TESTE IEEE30 BARRAS.....104

Lista de Tabelas

TABELA 4.1: LINEARIDADE E NÃO-LINEARIDADE DAS FUNÇÕES OBJETIVO E DAS RESTRIÇÕES DOS BLPPS 49
TABELA 4.2: EXEMPLOS DE ALGUNS BLPPS 50
TABELA 4.3: COMPARAÇÃO DE SOLUÇÕES DE $BLPP_3$ E $BLPP_4$ 67
TABELA 5.1: FUNÇÕES DO TOOLBOX DE OTIMIZAÇÃO DO MATLAB 81
TABELA 5.2: DADOS INICIAIS DO SISTEMA DE 5 BARRAS 94
TABELA 5.3: DADOS DAS LINHAS 95
TABELA 5.4: DADOS DOS GERADORES 95
TABELA 5.5: NÍVEIS DE GERAÇÃO, PERDAS NA LINHA, CUSTO INCREMENTAL E TOTAL PARA O PONTO INICIAL 95
TABELA 5.6: RESULTADOS CONSIDERANDO OS TAPS FIXOS, PARA $\lambda_{max} = 0{,}05$ 96
TABELA 5.7: LIMITES DAS VARIÁVEIS DO SISTEMA PARA A SIMULAÇÃO DA TABELA 5.6 96
TABELA 5.8: RESULTADOS CONSIDERANDO OS QSH VARIÁVEL, PARA $\lambda_{max} = 0{,}05$ 97
TABELA 5.9: LIMITES DAS VARIÁVEIS DO SISTEMA PARA A SIMULAÇÃO DA TABELA 5.8 97
TABELA 5.10: RESUTLADOS DO BLPP CONSIDERANDO POTÊNCIAS GERADAS COMO VARIÁVEIS DE CONTROLE, $\lambda_{max} = 0{,}05$ 98
TABELA 5.11: LIMITES DAS VARIÁVEIS DO SISTEMA PARA A SIMULAÇÃO DA TABELA 5.10 98
TABELA 5.12: RESULTADOS CONSIDERANDO POTÊNCIAS GERADAS COMO VARIÁVEIS DE CONTROLE E GERADOR 2 ATINGINDO O LIMITE DE GERAÇÃO SUPERIOR, $\lambda_{max} = 0{,}05$ 99
TABELA 5.13: RESULTADOS CONSIDERANDO O QSH VARIÁVEL, λ_{max} IRRESTRITO 99
TABELA 5.14: LIMITES DAS VARIÁVEIS DO SISTEMA PARA A SIMULAÇÃO DA TABELA 5.13 100
TABELA 5.15: RESULTADOS FIXANDO AS PG2 E PG3, λ_{max} IRRESTRITO 100
TABELA 5.16: LIMITES DAS VARIÁVEIS DO SISTEMA PARA A SIMULAÇÃO DA TABELA 5.15 101
TABELA 5.17: RESULTADOS FIXANDO AS PG2 E PG3 CONSIDERANDO O QSH VARIÁVEL, λ_{max} IRRESTRITO 101
TABELA 5.18: LIMITES DAS VARIÁVEIS DO SISTEMA PARA A SIMULAÇÃO DA TABELA 5.17 102
TABELA 5.19: RESULTADOS FIXANDO AS PG2 E PG3, λ_{max} IRRESTRITO E VARIÁVEIS DE FOLGA IRRESTRITAS 103
TABELA 5.20: LIMITES DA GERAÇÃO PARA O SISTEMA DE 30 BARRAS DO IEEE 104
TABELA 5.21: NÍVEIS DE GERAÇÃO, PERDAS NA LINHA, CUSTO INCREMENTAL E TOTAL PARA O PONTO INCIAL. 104
TABELA 5.22: RESULTADOS CONSIDERANDO OS TAPS FIXOS, PARA $\lambda_{max} = 0{,}05$ 105
TABELA 5.23: LIMITES DAS VARIÁVEIS DO SISTEMA PARA A SIMULAÇÃO DA TABELA 5.22 105
TABELA 5.24: RESULTADOS DO BLPP CONSIDERANDO OS TAPS VARIÁVEIS, PARA $\lambda_{max} = 0{,}05$ 106
TABELA 5.25: LIMITES DAS VARIÁVEIS DO SISTEMA PARA A SIMULAÇÃO DA TABELA 5.24 106
TABELA 5.26: RESUTLADOS CONSIDERANDO POTÊNCIAS GERADAS COMO VARIÁVEIS DE CONTROLE, $\lambda_{max} = 0{,}05$ 107
TABELA 5.27: LIMITES DAS VARIÁVEIS DO SISTEMA PARA A SIMULAÇÃO DA TABELA 5.26 107
TABELA 5.28: RESULTADOS CONSIDERANDO POTÊNCIAS GERADAS COMO VARIÁVEIS DE CONTROLE, $\lambda_{max} = 0{,}05$ 108
TABELA 5.29: RESULTADOS DO BLPP CONSIDERANDO OS TAPS DOS TRANSFORMADORES VARIÁVEIS, λ_{max} IRRESTRITO 109
TABELA 5.30: LIMITES DAS VARIÁVEIS DO SISTEMA PARA A SIMULAÇÃO DA TABELA 5.29 109

Capítulo 1

Introdução

O consumo de energia global vem aumentando nos últimos anos devido, principalmente, ao crescimento da população e à industrialização dos países em desenvolvimento. Como conseqüência, os sistemas de potência de diversos países estão experimentando problemas de estabilidade e colapsos de tensão [1]-[4]. Nesse contexto, a reestruturação dos mercados de eletricidade tende a agravar os problemas de estabilidade, uma vez que este processo introduz o conceito da competição ao mercado de energia elétrica. Assim, contratos fundamentados especialmente em interesses econômicos e não tecnicos são usualmente estabelecidos, podendo gerar impactos negativos na segurança dos sistemas de potência [5].

Portanto, o planejamento da operação dos sistemas de potência desempenha um papel importante na atualidade, devendo considerar, além de aspectos econômicos, aspectos técnicos diretamente relacionados à segurança da operação da rede elétrica como, por exemplo, restrições de estabilidade, limites de diferentes elementos da rede, dentre outros, visando, justamente, garantir a segurança e adequação da operação do sistema sob condições normais e também na presença de distúrbios.

O presente trabalho propõe um modelo para o planejamento da operação de sistemas de potência com o objetivo de maximizar a margem de estabilidade de tensão, ao mesmo tempo em que minimiza os custos da produção da energia (despacho ótimo). Assim, tem-se por objetivo, obter uma solução para o planejamento da operação da rede que leve em conta tanto aspectos técnicos quanto econômicos. Esse problema pode ser representado por duas funções objetivo (maximização da margem da estabilidade e minimização dos custos da geração de energia) e, conseqüentemente, conforme abordado posteriormente neste trabalho, pode ser formulado como um *Problema de Programação Bilevel* (BLPP) ou *Problema de Programação em Dois Níveis*,

que consiste em uma técnica de otimização que considera duas funções a serem otimizadas com diferentes objetivos, dentro de uma estrutura de níveis hierárquicos.

O uso de técnicas de otimização é muito importante para o projeto e análise da maioria dos sistemas industriais e sócio-econômicos. Houve grandes progressos, recentemente, na solução de problemas de grande porte, utilizando essas técnicas, em áreas como planejamento da produção, programações aéreas, regulação governamental, projeto de engenharia, planejamento da operação de sistemas de energia, etc. Tem-se observado, no entanto, que modelos de programação matemática clássicos num só nível são freqüentemente inadequados nestas situações, porque, geralmente, estão envolvidas mais de uma função objetivo simples [6]. Assim, há mais de 30 anos a pesquisa relacionada à teoria e metodologias de solução para a programação Bilevel vem crescendo, não somente devido ao interesse associado diretamente à sua aplicação a problemas complexos, mas também por sua aplicabilidade a muitas situações na vida real, e em diferentes áreas do conhecimento como engenharia [7],[8], economia [9], entre outras.

Nos últimos anos, trabalhos que utilizam a formulação BLPP estão sendo aplicados na área de sistemas elétricos de potência como, por exemplo, um novo modelo de Programação *Bilevel* que combina a otimização da potência reativa ao problema da estabilidade de tensão, proposto em [10]. Essa formulação considera a minimização do desvio de tensão de cada barra do nível normal, sujeita à minimização das perdas de potência ativa. Este problema foi formulado como um BLPP e solucionado usando algoritmos genéticos.

Nas referências [10]-[15], pode-se encontrar mais aplicações dos BLPPs com diferentes metodologias, técnicas e algoritmos de solução para esse tipo de problema, tais como *lógica fuzzy*, método dos *pontos interiores*, otimização por *enxame de partículas*, algoritmos *Branch and Bound*, algoritmos *evolutivos*, função de *penalidade exata*, etc.

Dentre os principais métodos que podem ser usados para a solução dos BLPPs, este trabalho apresenta uma metodologia que substitui um dos problemas de otimização, por suas condições de ótimalidade de *Karush-Kuhn-Tucker* (KKT), reduzindo a formulação *Bilevel* a uma formulação em um só nível (*single-level*) [16]-[20].

Esta metodologia é similar à apresentada em [18], onde os autores tratam do problema de ataques terroristas nas redes elétricas. Nesse caso, a formulação *Bilevel* foi usada para determinar a solução para o problema no qual o objetivo do agente destruidor era minimizar o número dos componentes do sistema de potência a serem destruídos, visando a maximização da perda de

carga (cargas que deixariam de ser atendidas). Em [19], os autores apresentam uma abordagem para alocação de custos na rede de transmissão para controlar os preços nodais da eletricidade, utilizando uma formulação BLPP. Em ambas as referências [18] e [19], o problema de otimização BLPP foi reduzido para um problema de otimização de um só nível, podendo ser resolvido com técnicas de otimização amplamente difundidas na literatura. Nessas referências, a técnica utilizada foi a programação inteira mista.

Conforme citado anteriormente, este trabalho apresenta um modelo para a programação da operação da rede elétrica baseado em uma formulação do problema de otimização como um BLPP. Assim como no caso das referências [18],[19], esse problema foi simplificado de forma a obter-se um problema de otimização em um único nível. Contudo, como técnica de solução, não foi utilizada a programação inteira mista, uma vez que a formulação adotada neste trabalho considera o problema a ser resolvido como um *Problema da Programação Bilevel Não Linear* com restrições lineares e não lineares de igualdade e desigualdade.

É importante salientar que as aplicações de BLPP encontradas na literatura são, geralmente, baseadas em formulações de *Programação Bilevel Linear*, sendo que formulações da *Programação Bilevel Não Linear*, como a adotada nesta dissertação, são mais difíceis de serem encontradas, já que sua solução está associada a um alto grau de complexidade.

Este trabalho está organizado como segue. O Capítulo 2 conceitua o problema da estabilidade de tensão de sistemas de energia elétrica e descreve com maior detalhamento as principais técnicas utilizadas para a obtenção da margem de estabilidade de tensão. O Capítulo 3 analisa detalhadamente o problema do despacho econômico clássico sem e com limites na geração de potência ativa, considerando e não considerando as perdas nas linhas de transmissão e finalmente se apresenta o modelo do despacho econômico ótimo como um fluxo de potência ótimo. No Capítulo 4 abordamos o problema de programação *bilevel* com definições, características, propriedades e diferentes métodos de resolução. Finalmente o Capítulo 5 apresenta a formulação proposta, metodologia de resolução adotada e resultados das simulações aplicados ao sistema de 5 barras encontrado na literatura e ao sistema de 30 barras do IEEE.

Capítulo 2

Estabilidade de Sistemas Elétricos de Potência

2.1 Introdução

Nos últimos anos, o consumo global de energia vem aumentando devido, principalmente, ao crescimento da população e à industrialização dos países em desenvolvimento. Hoje, o mundo consome perto de 13 TW de potência e existem projeções para o ano de 2050 de que esse consumo atinja 30 TW de potência [21].

Nesse contexto, nos últimos tempos, os sistemas elétricos de potência de muitos países têm experimentado problemas de estabilidade e até mesmo de colapsos de tensão [1]-[4],[22].

A estabilidade dos sistemas de energia elétrica tende a ser ainda mais comprometida pela reestruturação do setor elétrico, que faz com que os sistemas operem mais próximos de seus limites. Na reestruturação do setor elétrico surgiram os agentes produtores e agentes consumidores da energia elétrica, os quais podem fazer contratos econômicos diretamente entre si. Assim, supõe-se que o sistema esteja em condições de atenter e garantir todos esses contratos, que normalmente visam aspectos somente econômicos e não técnicos. Portanto, a reestruturação do setor elétrico pode levar os componentes da rede a trabalharem mais próximos de seus limites, gerando problemas relacionados à estabilidade do sistema e principalmente à estabilidade de tensão.

No caso do sistema elétrico brasileiro, caracterizado por um parque gerador predominantemente hidráulico e distante dos principais centros de carga, existe a necessidade de se utilizar a rede em toda a sua capacidade, ou seja, cada vez mais próxima de seus limites, e fazendo-se interconexões para as quais, muitas vezes, o sistema não foi projetado exigindo, portanto, a constituição de um sistema elétrico cada vez mais complexo, com longas linhas de transmissão, tornando a ocorrência de problemas de instabilidade de tensão mais propícia.

Essas interconexões na rede de energia elétrica entre áreas geograficamente distantes, muitas vezes importante para a garantia da estabilidade do sistema, podem ser limitadas por problemas de congestionamento na rede de transmissão, fazendo-se necessária a reprogramação da geração para a maximização da capacidade de transferência de potência entre áreas de interesse [23]. Todos esses aspectos evidenciam a atual necessidade da realização de estudos e pesquisas, visando garantir a estabilidade dos sistemas elétricos de potência. Os itens a seguir tratam de forma mais detalhada do problema da estabilidade de sistemas de energia elétrica.

2.2 Classificação dos Problemas de Estabilidade

Os problemas de estabilidade apresentam uma alta dimensionabilidade e complexidade [24]. Por essa razão, é de grande utilidade realizar simplificações, as quais devem permitir reduzir a magnitude do problema, levando-se em consideração somente fatores que influenciem o caso específico em estudo, além de optar por técnicas de análise convenientes que reunam as características necessárias para solucionar o problema em questão. Existem, assim, áreas de estudo e técnicas de análise específicas, dependendo do tipo de estabilidade que se pretende abordar. A Figura 2.1 mostra um panorama geral da classificação dos tipos de estabilidade encontrados, atualmente, nos sistemas elétricos de potência, identificando suas diferentes categorias e subcategorias [24].

A partir dessa Figura, pode-se observar três principais tipos de estabilidade relacionadas ao sistema elétrico: a estabilidade de ângulo, a estabilidade de freqüência e a estabilidade de tensão. A *estabilidade de ângulo (de rotor)* corresponde à habilidade das máquinas síncronas do sistema interconectado, em permanecerem em sincronismo na presença de distúrbios. Esses distúrbios podem ser pequenos (análise de estabilidade a pequenos sinais), como variações pequenas de carga e geração, ou severos (análise de estabilidade transitória), como o curto-circuito em uma linha de transmissão. Um fator fundamental neste problema é a maneira pela qual as saídas de potência dos geradores síncronos variam enquanto os rotores oscilam. Já a *estabilidade de freqüência* está preocupada com a habilidade de um sistema de potência em manter a freqüência constante dentro de certo limite nominal, depois de um distúrbio severo no sistema, que resulta em um desequilíbrio significativo entre geração e carga. Ela depende da capacidade do sistema de restaurar o equilíbrio entre a geração e a carga com a mínima perda da carga. Finalmente, a

estabilidade de tensão corresponde à habilidade do sistema em manter magnitudes de tensão de regime permanente em valores aceitáveis sob condições normais de operação, e após a ocorrência de pequenos e grandes distúrbios como pequenas variações de carga ou perdas de unidades geradoras, respectivamente. Salienta-se o fato de que pequenos distúrbios geralmente são analisados em tempos curtos e os grandes distúrbios em tempos mais longos. Na Figura 2.1, destacam-se (os blocos sombreados), a estabilidade de tensão, que é o tema de interesse do presente trabalho.

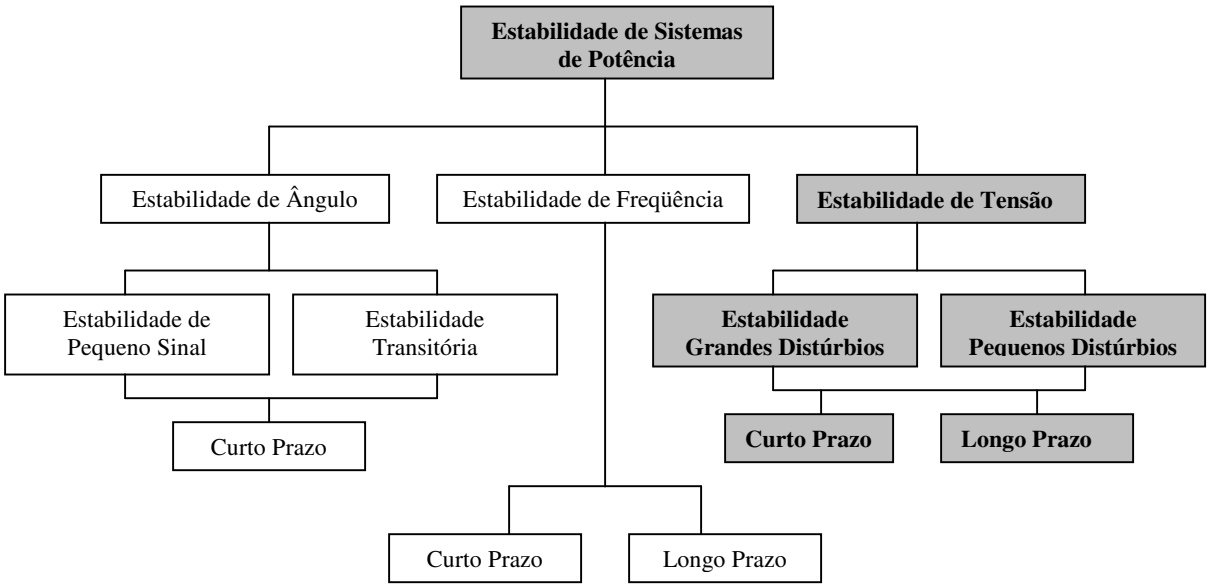

Fig. 2.1: Classificação da estabilidade de sistemas de potência

2.3 Estabilidade de Tensão

Conforme citado anteriormente, a *estabilidade de tensão* pode ser definida como a capacidade do sistema de energia elétrica de manter as magnitudes das tensões nodais (em regime permanente) dentro de uma faixa de valores aceitáveis, tanto sob condições normais de operação quanto após a ocorrência de pequenas e grandes perturbações [25]-[27].

Uma revisão dos eventos relacionados ao problema da instabilidade de tensão, ocorridos em diferentes sistemas elétricos de potência [1]-[4],[22], revela que se trata de um fenômeno complexo que pode envolver períodos de tempo e características de evolução muito distintos.

Além disso, seus efeitos dependem da natureza da perturbação e do ponto de operação do sistema, sendo que o principal fator responsável pela sua ocorrência é a incapacidade do sistema em atender a demanda de potência reativa [28].

O estudo da estabilidade de tensão pode ser realizado do ponto de vista *estático* e *dinâmico* [29]. O principal objetivo da análise dinâmica é esclarecer os mecanismos envolvidos no fenômeno de instabilidade de tensão, através do detalhamento dos efeitos de todos os equipamentos de controle. A análise dinâmica envolve simulações não-lineares no tempo, com maior detalhamento dos componentes presentes no sistema. Em comparação à análise estática, a análise dinâmica geralmente implica em um tempo computacional mais elevado e em uma resposta mais fiel do comportamento dinâmico do sistema após a ocorrência de qualquer tipo de perturbação, não fornecendo, entretanto, informações em relação à sensibilidade ou ao grau de estabilidade da rede. Essas características tornam o uso desta abordagem limitado tanto para o monitoramento em tempo real ("on-line") do sistema quanto para a análise de grandes sistemas para os quais se necessita avaliar um grande número de condições e de contingências.

Já a análise estática destina-se a avaliar a margem de estabilidade de tensão, que é o máximo acréscimo de carga que o sistema pode atender, a partir do caso base, até que seja atingido o limite de estabilidade de tensão. A análise estática baseia-se, fundamentalmente, nos modelos de fluxo de carga, exigindo pouca modelagem da rede e dos elementos conectados a ela. A intenção das análises estáticas é reproduzir as características mais importantes do fenômeno, sem recorrer a muita complexidade numérica e sem necessidade de ter simulações computacionais no domínio do tempo, fornecendo informações em relação à sensibilidade, índices e graus de estabilidade. Apesar do problema de instabilidade de tensão ser um fenômeno dinâmico, seu comportamento no tempo é relativamente lento, o que permite modelar o problema como um fenômeno estático. Nesse caso, as equações diferenciais que representam o modelo dinâmico podem ser reduzidas a um conjunto de equações puramente algébricas para cada ponto de equilíbrio, considerando-se apenas o modelo do sistema utilizado nos estudos de fluxo de potência. Isso torna essa abordagem adequada para monitoramento da estabilidade do sistema em tempo real ("on-line"), permitindo tomar decisões preventivas ou corretivas rápidas quando da presença de distúrbios no sistema [30].

O tipo de análise a ser utilizado (estática ou dinâmica) depende do enfoque dado ao problema da estabilidade de tensão, por exemplo:

- Do ponto de vista do planejamento, geralmente a causa do problema de estabilidade de tensão é basicamente um fornecimento insuficiente de potência reativa durante os períodos de picos da carga, envolvendo uma grande quantidade de perdas de potência reativa nas linhas de transmissão e baixos níveis de magnitude de tensão nas barras do sistema.

- Do ponto de vista da operação, o problema da estabilidade de tensão é usualmente caracterizado por incidentes registrados dentro dos sistemas elétricos de potência, como a saída de unidades geradoras, linhas de transmissão, transformadores, dispositivos de compensação reativa, etc., ou devido a um repentino incremento da carga durante os períodos de demanda máxima.

O planejamento e a operação dos sistemas de energia elétrica têm por objetivo assegurar uma margem de estabilidade de tensão adequada e segura. Nesse sentido, as análises estáticas podem representar as bases do estudo de estabilidade de tensão e quando houver indicação de dificuldades no atendimento desta margem, ou uma antecipação da instabilidade de tensão, pode tornar-se necessária a realização de simulações no domínio do tempo (análises dinâmicas) com o intuito de confirmar as expectativas fornecidas pela análise estática.

2.3.1 Margem de estabilidade de tensão

A capacidade de transmissão de um sistema de energia elétrica depende de diversas grandezas, dentre elas: fluxos de potência ativa e reativa, níveis de tensão, topologia da rede, fluxos de intercâmbio, transações externas, cargas em barras internas, etc. Uma quantificação mais direta e explícita da capacidade de transmissão é a margem de estabilidade, que determina a que distância o sistema se encontra de sofrer uma instabilidade que leve ao sistema a um colapso de tensão.

A determinação da margem de estabilidade depende da aplicação a que se destina [31],[32]. De uma forma geral, procura-se estabelecer a margem em função da diferença entre o valor de um parâmetro chave do sistema (PCS) no ponto atual de operação e no ponto crítico de

estabilidade. Dessa forma, dependendo da aplicação, a margem de estabilidade pode ser medida no espaço dos PCS com relação ao nível de carga, nível de transferência de potência, temperatura ou tempo [31]. A margem de estabilidade de tensão fornece uma medida da distância entre o ponto atual de operação do sistema, até o ponto em que ocorre o colapso de tensão[1]. Portanto, a margem de estabilidade é utilizada como um índice de proximidade ao colapso de tensão. Atualmente, a margem de estabilidade é a medida mais utilizada para avaliar a segurança do sistema, sendo usualmente medida em MW ou % [33].

Como pode-se observar, existem diversas alternativas para escolher o PCS. Contudo, na prática, existem principalmente duas categorias estabelecidas para este propósito:

- Escolha do PCS com base no uso de curvas PV, tal como a carga total em uma área específica do sistema elétrico de potência (SEP) ou a transferência de potência através de uma linha de transmissão.

- Escolha do PCS com base no uso de curvas QV, tal como a potência reativa de compensação injetada em barras da rede elétrica.

A Figura 2.2 mostra a margem da estabilidade de tensão a partir das curvas PV, considerando que o PCS é uma carga modelada como potência constante. A margem de estabilidade de tensão (ΔP) é a distância entre o ponto atual estável de operação (ponto A) e o ponto onde o SEP torna-se instável (Ponto de Máximo Carregamento - PMC) que corresponde ao ponto de colapso de tensão. Nesse caso, a margem de estabilidade é também denominada de margem de carregamento. Essa Figura também ilustra as zonas estável e instável de operação do SEP. A zona estável de operação está associada a pontos de operação com tensões maiores que a tensão crítica (V_{CR}) e a zona instável está relacionada a pontos de operação com tensões menores que a tensão crítica.

[1] Tanto para o Cigré quanto para o IEEE, um Sistema Elétrico de Potência (SEP) sofre um colapso de tensão se, após um distúrbio ocorre um rápido e incontrolável declínio das magnitudes das tensões nodais, levando o sistema a um perfil de tensão abaixo dos valores aceitáveis, e podendo resultar em um blecaute total ou parcial, devido a desligamentos em cascata de transformadores, geradores e linhas de transmissão [24].

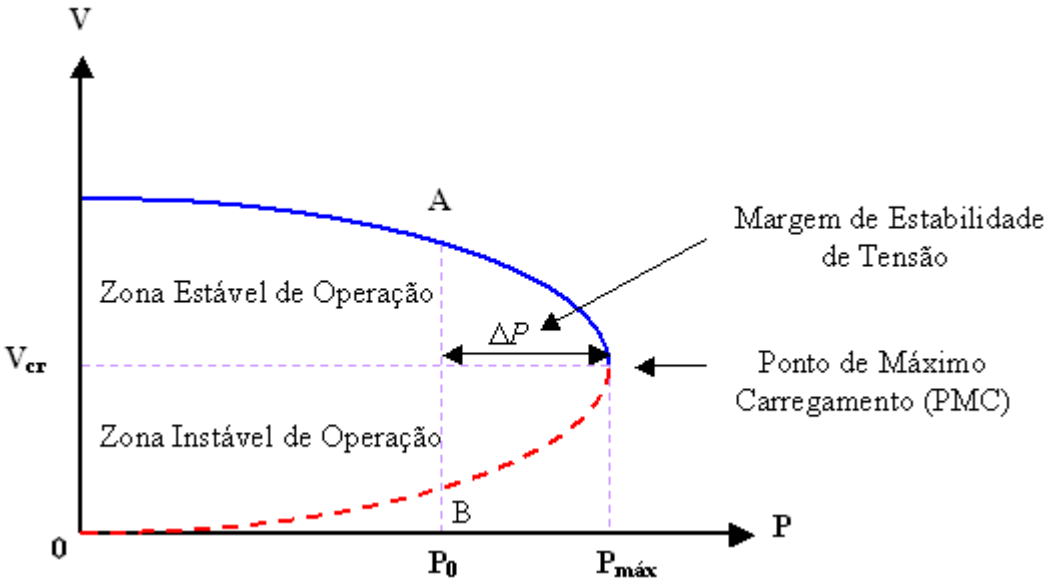

Fig. 2.2: Curva PV, margem de estabilidade de tensão e PMC

A Figura 2.3 ilustra a margem de estabilidade de tensão antes e após a ocorrência de uma contingência (perturbação) no sistema elétrico.

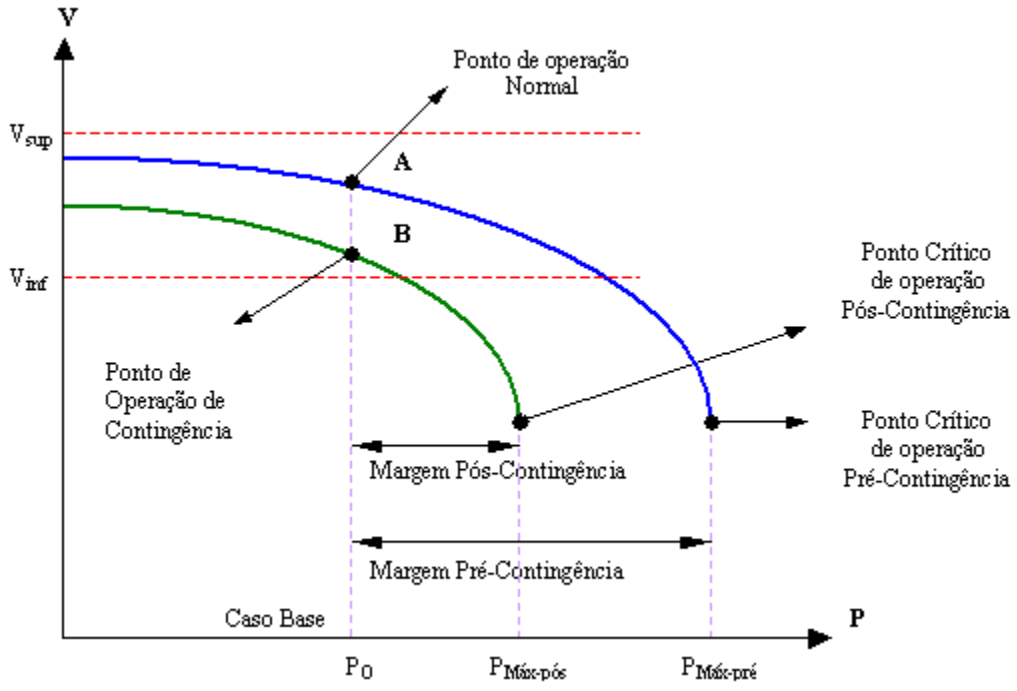

Fig. 2.3: Margem de estabilidade de tensão pré e pós-contingência.

Com base na Figura 2.3, observa-se que a margem pré-contingência corresponde a um caso no qual o sistema elétrico de potência (SEP) está operando sob condições normais. A margem referida como pós-contingência se relaciona a um estado de operação anormal do sistema, associado à ocorrência de alguma contingência, como a saída de um gerador, de uma linha de transmissão ou outro evento que modifique suas condições de operação. Pode-se observar que a ocorrência de contingências pode afetar e reduzir a margem de estabilidade de tensão, diminuindo a seguridade do sistema.

Algumas das vantagens do uso da margem de carregamento como um índice de proximidade do colapso de tensão são [32] :

- É direta e bem aceita, porque fornece uma medida que indica quão perto o SEP está de experimentar distúrbios devido a problemas relacionados com os níveis de tensão nas barras.
- Não é baseada num modelo particular do sistema, requerendo apenas um modelo estático do sistema.
- É um índice preciso que leva em conta as não-linearidades e limites dos diferentes componentes da rede conforme se incrementa a carga do sistema.
- Uma vez obtida, é fácil calcular sua sensibilidade com relação a qualquer parâmetro ou controle do sistema de potência.

Outra vantagem adicional que se obtém ao realizar o cálculo da margem, é que com base nessa grandeza pode-se definir um critério de estabilidade de tensão, por meio do qual tem-se a possibilidade de definir a margem considerada adequada para se ter um sistema elétrico operando de forma segura. De uma maneira geral, este critério pode ser definido da seguinte forma: um sistema elétrico de potência tem que ser capaz de operar de tal maneira que o valor da margem de estabilidade de tensão permaneça superior a certa porcentagem do PCS, para o ponto de operação atual e quando submetido às situações de contingência mais severas possíveis [31].

Dentre suas desvantagens, pode-se citar o fato de que a determinação da margem requer o cálculo de outros pontos, além do ponto de operação atual, e a definição de uma direção de

crescimento de carga. Essa direção de variação é caracterizada pelas barras que sofrem alteração na demanda, assim como pelo comportamento do fator de potência nessas barras.

Com a crescente ocorrência de blecautes relacionados à instabilidade de tensão [1]-[4],[22], este problema tem sido visto com grande interesse tanto no meio acadêmico quanto industrial. Alguns critérios de estabilidade de tensão foram recentemente propostos, como por exemplo, a recomendação do WECC (Western Electricity Coordinating Council) que sugere o atendimento de uma margem de estabilidade mínima de 5% considerando a ocorrência de uma contingência simples, 2,5% para contingências duplas e maior do que zero para o caso de múltiplas contingências (perda simultânea de três ou mais equipamentos da rede e linhas de transmissão) [34]. No Brasil, de modo similar, o ONS (Operador Nacional do Sistema Elétrico) também iniciou estudos recomendando o atendimento de uma margem de estabilidade mínima de 6% para a ocorrência de contingências simples [35].

Portanto, a margem de estabilidade de tensão surge como um dos grandes limites para a operação do sistema, tornando importantes as metodologias de análise de estabilidade de tensão que indiquem qual é a distância de um determinado ponto de operação ao limite de estabilidade, além daquelas que forneçam indicativos das áreas críticas do sistema e, conseqüentemente, das possíveis medidas corretivas capazes de garantir um determinado nível de segurança [36].

2.3.2 Métodos Utilizados para a Obtenção da Margem de Estabilidade de Tensão

Na atualidade, existem vários índices bem estabelecidos, que proporcionam uma boa estimativa de quão perto se está do ponto de operação crítico (ponto de máximo carregamento ou ponto de colapso de tensão). A seguir, são descritos alguns dos métodos mais comumente utilizados para o cálculo de índices da estabilidade de tensão. Esses métodos foram divididos em dois blocos de acordo com suas características, conforme descrito a seguir.

- Métodos que utilizam o cálculo de fluxo de carga:

  - Análise de sensibilidades [37],[38],[39],[40].
  - Análise modal [41],[42].

- Decomposição de valores singulares [43].
- Métodos da contínuação [44],[45],[46],[47].
- Análises de curvas PV, QV e SV [48],[49].

Esses métodos se baseiam principalmente no uso de programas de fluxo de carga para estimar o valor do índice. De fato, os algoritmos relacionados a esses métodos são relativamente simples e o número de equações resultantes é quase o mesmo encontrado em algoritmos de fluxo de carga convencionais Newton e Desacoplado Rápido. Além disso, permitem um manejo relativamente simples dos limites de operação estabelecidos para os diferentes dispositivos de controle. Contudo, é importante salientar que o processo de cálculo pode ser seriamente afetado, tanto na velocidade de cálculo quanto na precisão dos resultados, quando ocorre a violação de muitos limites durante a execução do algoritmo.

Outra vantagem da utilização desses métodos é que eles provêem a possibilidade de identificação das áreas mais fracas do sistema elétrico de potência, do ponto de vista da estabilidade de tensão. Esses resultados podem ser obtidos a partir da análise da matriz Jacobiana do sistema, ou por meio do cálculo das curvas PV, VQ e SV. Essas curvas ajudam na identificação do estado do sistema para determinado carregamento e são usadas por diferentes empresas do setor elétrico para avaliação da margem de estabilidade de tensão.

- Métodos Diretos:
  - Método do ponto de colapso de tensão [50],[51].
  - Métodos de otimização [25],[52],[53].

Esses métodos mencionados foram desenvolvidos para calcular pontos de bifurcação em sistemas não-lineares [54]. Também são conhecidos como métodos do ponto de colapso de tensão [55] e não requerem a solução prévia do problema de fluxo de carga. Possuem como principal vantagem o fato de calcularem exatamente o ponto de colapso de tensão para uma condição especifica de operação e sem a determinação dos demais pontos existentes entre o caso base e o ponto de máximo carregamento.

Contudo, esses métodos são fortemente dependentes de suas condições inicias, o que pode gerar problemas de convergência. Outra desvantagem dos métodos diretos é que pode não ser tão

fácil modelar os limites dos dispositivos de controle e, além disso, o número de equações resultantes dessas formulações pode ser muito grande, implicando em maior tempo computacional para a determinação do ponto de máximo carregamento.

Neste trabalho, foram utilizados métodos de otimização para a determinação da margem de estabilidade do sistema elétrico. A formulação geral desse tipo de método encontra-se descrita a seguir.

2.3.3 Métodos de Otimização

A otimização pode ser considerada como a procura da melhor solução, dentre as possíveis, para um determinado problema. Assim, para determinar a solução ótima de um problema com um conjunto de restrições, pode-se formulá-lo matematicamente como se segue:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s.a.} \quad & g_i(x) = 0 \quad \text{para i = 1, ... , m} \\ & h_i(x) \leq 0 \quad \text{para i = 1, ... , n} \\ & x_i \in X \quad \text{para i = 1, ... , t} \end{aligned}$$

Onde: f, g_i, h_i, são funções definidas em S_t, que é o espaço euclidiano n-dimensional. X é um subconjunto de S_t, e $\boldsymbol{x}$ é um vetor de t componentes. A função $\boldsymbol{f(x)}$ é a função objetivo a ser minimizada com relação a $\boldsymbol{x}$; $\boldsymbol{g_i(x)}$ e $\boldsymbol{h_i(x)}$ são as funções de restrições lineares e não lineares de igualdade e desigualdade respectivamente. Assim m é o número de restrições de igualdade, n número de restrições de desigualdade e t número de variáveis do problema

A idéia é encontrar valores das variáveis $\boldsymbol{x_i}$, que satisfaçam as restrições $\boldsymbol{g_i(x)}$ e $\boldsymbol{h_i(x)}$ e minimizem a função $\boldsymbol{f(x)}$. Assim, é necessária a formação de uma função chamada de *Lagrangeana*, que representa o modelo matemático descrito acima. A *função Lagrangeana* do modelo apresentado é:

$$L(x_t, \sigma_i, \mu_i) = f(x_t) + \sum_{i=1}^{m} \sigma_i g_i(x_t) + \sum_{i=1}^{n} \mu_i h_i(x_t) \qquad (1)$$

onde: $L(x_t, \sigma_i, \mu_i)$ é a *função Lagrangeana*; $x_t \in \Re^{nx}$ são as variáveis de decisão, também chamado de vetor variável primal; $\sigma_i \in \Re^{ng}$ é o vetor de *Multiplicadores de Lagrange* (ou dual) da restrição de igualdade; $\mu_i \in \Re^{ng}$ é o vetor de *Multiplidadores de Lagrange* (ou dual) da restrição de desigualdade. A solução do modelo é obtida como um ponto ótimo da *função Lagrangeana*. Para a resolução da função Lagrangeana foram desenvolvidas muitas técnicas chamadas de Técnicas de Otimização Linear e Não-Linear; muitas dessas técnicas se baseiam nas condições de ótimalidade de *Karush-Kuhn-Tucker* (KKT). Assim, para um ponto ótimo como x^*, σ^*, μ^*, devem ser satisfeitas as seguintes condições necessárias:

$$\frac{\partial L(x_i^*, \sigma_i^*, \mu_i^*)}{\partial x_i} = 0 \qquad i = 1,...,k \tag{2}$$

$$g_i(x_i^*) = 0 \qquad i = 1,...,m \tag{3}$$

$$h_i(x_i^*) \le 0 \qquad i = 1,...,n \tag{4}$$

$$u_i h_i(x_i^*) = 0 \qquad i = 1,...,n \quad \text{Condição de folga complementar} \tag{5}$$

$$\mu_i \ge 0 \qquad i = 1,...,n \quad \text{Condição de folga complementar} \tag{6}$$

$$\sigma_i \ge 0 \qquad i = 1,...,m \quad \text{Condição de folga complementar} \tag{7}$$

Outra maneira de cumprir todas estas condições é fazer com que, no ponto ótimo, as derivadas parciais da função Lagrangeana sejam iguais a zero e os multiplicadores da função Lagrangeana são definidos sempre positivos:

$$\frac{\partial L(x_i^*, \sigma_i^*, \mu_i^*)}{\partial x_i} = 0 \qquad i = 1,...,k \tag{8}$$

$$\frac{\partial L(x_i^*, \sigma_i^*, \mu_i^*)}{\partial \sigma_i} = 0 \qquad i = 1,...,m \tag{9}$$

$$\frac{\partial L(x_i^*, \sigma_i^*, \mu_i^*)}{\partial \mu_i} = 0 \qquad i = 1,...,n \tag{10}$$

$$\mu_i \ge 0 \qquad i = 1,...,n \quad \text{Condição de folga complementar} \tag{11}$$

$$\sigma_i \ge 0 \qquad i = 1,...,m \quad \text{Condição de folga complementar} \tag{12}$$

Este ponto ótimo pode ser uma solução local ou global mínima ou máxima. Assim, o problema resume-se a determinar os mínimos e máximos locais e globais do problema. A referência **[56]** trata de forma mais aprofundada aspectos associados a esse tipo de formulação.

As técnicas de otimização também têm sido propostas para obter diretamente a margem de carregamento **[25]**. Uma das vantagens desses métodos é que o ponto de máximo carregamento (PMC) pode ser precisamente calculado. O problema do cálculo da margem de carregamento pode ser transformado no seguinte problema de otimização:

$$\begin{aligned} &\max \quad \lambda \\ &\text{s.a..} \quad G_i(x,\lambda)=0 \end{aligned} \tag{13}$$

em que λ é o fator de carregamento e G_i são as equações de fluxo de carga, que representam os balanços de potência ativa e reativa de um sistema elétrico. Com este modelo simples de otimização, pode-se calcular diretamente o PMC da Figura 2.2, sem calcular os outros pontos da curva, partindo do ponto atual de operação (caso base) e, assim, calcular a margem de estabilidade de tensão. A função Lagrangeana, associada ao problema (13) é dada por:

$$L(x_i,\lambda,\sigma_i)=\lambda-\sigma_i * G_i(x_i,\lambda) \tag{14}$$

sendo x_i o vetor das variáveis de decisão dependentes e independentes (potências geradas ativa e reativa, ângulos nas barras, etc) e σ_i o vetor de multiplicadores de Lagrange associado ao conjunto de restrições do balanço das potências $G_i(x,\lambda)$.

As condições de ótimalidade de Karush-Khun-Tucker (KKT) associadas ao problema (13) são obtidas diretamente da Lagrangeana (14) da seguinte forma:

$$\frac{\partial L(x_i,\lambda,\sigma_i)}{\partial x_i}=0 \qquad i=1,\ldots,n \tag{15}$$

$$\frac{\partial L(x_i,\lambda,\sigma_i)}{\partial \lambda}=0 \tag{16}$$

$$\frac{\partial L(x_i,\lambda,\sigma_i)}{\partial \sigma_i}=0 \qquad i=1,\ldots,m \tag{17}$$

$$\sigma_i \geq 0 \qquad i=1,\ldots,m \tag{18}$$

A convergência da solução do problema dependerá de uma boa inicialização do multiplicador de Lagrange σ_i e do ponto inicial das variáveis x_i. O modelo da formulação é mais complexo quando se acrescentam mais restrições de igualdade e desigualdade (como as equações de fluxo de carga reativa, etc.), limites das variáveis dependentes (magnitudes das tensões, ângulos de fase, etc.) e independentes (potências geradas e cargas ativas e reativas respectivamente, etc.).

Os principais problemas com o método estão relacionados com a manipulação das restrições de desigualdade. Dependendo do modo como as restrições de desigualdade são consideradas, situações de infactibilidade física podem ocorrer, por exemplo, quando um gerador atinge seu limite máximo de potência reativa e a tensão do gerador sobe, ao invés de cair [25]. Existem métodos de otimização especialmente atraentes nestes casos como o método de pontos interiores, devido à sua capacidade de manipulação de limites [57]-[59] e o método de programação quadrática seqüencial que é um método relativamente recente, sendo considerado por alguns autores, como o melhor dos métodos de otimização não-linear restrita [60].

2.3.4 Outras Abordagens

Além do uso tradicional de métodos associados com análise modal [28],[48],[57],[61], alguns métodos têm sido propostos, nos quais se procura unir metodologias distintas, de forma a obter um melhor desempenho global, aproveitando-se para isso das vantagens inerentes de cada abordagem em particular. Dentre estas, pode-se citar a referência [62], que une as vantagens da rapidez de cálculo da técnica de sensibilidade com a alta precisão da técnica de otimização e a referência [63], que utiliza o método da contínuação como uma ferramenta plena para traçar o comportamento em regime do sistema de potência, devido às variações de carga e geração; a análise modal para as informações sobre o mecanismo da perda de estabilidade e a teoria da bifurcação para calcular a bifurcação Sela-nó mais próxima, que corresponde ao ponto de desaparecimento do equilíbrio estável do sistema.

Diversos outros trabalhos foram realizados para eliminar a singularidade da matriz Jacobiana (característica inerente do PMC) através da modificação do método de fluxo de carga convencional [64]-[66]. Essa modificação é necessária já que o método de fluxo de carga convencional diverge quando se está próximo do PMC, e essa divergência se deve ao fato de que a matriz Jacobiana é singular (determinante nulo) perto do PMC. Contudo, essa divergência pode ser enganosa porque, embora a singularidade esteja relacionada ao fluxo de carga do método de

Newton, esta divergência também pode ocorrer como conseqüência de problemas numéricos devido ao algoritmo particular ou à própria condição de operação e limitações físicas da rede. Outros autores propõem a utilização de um parâmetro de carregamento diferente do parâmetro de carga [31],[67],[68]. Grande parte destas metodologias relacionadas ao problema da estabilidade de tensão pode ser encontrada na referência [69].

Capítulo 3

O Problema do Despacho Econômico

3.1 Introdução

A função básica dos sistemas elétricos de potência é suprir os consumidores com energia elétrica da forma mais econômica e confiável possível. Sistemas economicamente adaptados permitem o equilíbrio entre a oferta e a demanda da eletricidade, procurando o custo mínimo e mantendo a qualidade do suprimento [70]-[72].

No entanto, os recursos energéticos em sistemas elétricos são variáveis ao longo do tempo e, muitas vezes, limitados. Assim, faz-se necessário o planejamento desses recursos sobre um horizonte de longo prazo, tendo como objetivo definir uma estratégia de operação dos sistemas elétricos, o que é conhecido como planejamento da operação de sistemas elétricos [73]. Em função deste longo período de planejamento e da própria complexidade do problema, uma cadeia de planejamento é estabelecida. Esta cadeia tem planejamentos de curto, médio e longo prazos.

O planejamento da operação de longo prazo considera, em geral, uma discretização mensal que abrange o horizonte de até alguns anos à frente. O objetivo é obter uma política de geração para o período, levando em consideração as restrições operativas do sistema e a estocasticidade das vazões, e estabelecer custos para o médio prazo.

O planejamento de médio prazo determina as metas semanais de operação de cada usina, de forma que o custo operacional do sistema ao longo do horizonte seja mínimo, respeitando as restrições operacionais e os requisitos do sistema, sendo compatível com os objetivos e metas do planejamento de longo prazo.

Já o planejamento da operação de curto prazo determina as gerações das unidades térmicas e hidráulicas para o dia seguinte, com um horizonte de tempo semanal e discretização horária. Deve-se salientar que os resultados do curto prazo devem ser compatibilizados com a operação em tempo real (*on-line*), que requer respostas rápidas para que, em caso de necessidade, haja

tempo hábil para tomar as ações de controle necessárias para levar o sistema elétrico a um ponto de operação seguro.

A operação em tempo real é realizada utilizando-se uma série de ferramentas computacionais, tais como o estimador de estado, fluxo de carga do operador, fluxo de potência ótimo, análise de segurança, etc [73],[74]. Quanto mais próxima a operação do sistema for do tempo real, mais detalhada deve ser a modelagem do sistema elétrico, representando de forma mais precisa o sistema de transmissão e as unidades geradoras.

A seguir, é apresentada a cadeia de planejamentos dos sistemas de energia elétrica [75]:

- Longo Prazo
  - Planejamento dos recursos de geração térmica e hidráulica.
  - Planejamento de manutenção.

- Curto e Médio Prazos
  - Planejamento de partidas e paradas de centrais térmicas (Unit Commitment).
  - Coordenação hidrotérmica em curto prazo.
  - Despacho econômico.

Nesta classificação, o Despacho Econômico aparece como uma ferramenta básica que ajuda a analisar os demais planejamentos. Nesta dissertação, será abordado, com mais detalhe, o Despacho Econômico Clássico que é o problema interno do modelo proposto, conforme será descrito posteriormente. Usualmente, o planejamento da operação de curto e médio prazos é realizado visando garantir o despacho econômico das unidades geradoras, ou seja, de forma a minimizar os custos associados à produção de energia elétrica, mas não levando em conta aspectos relacionados à margem de estabilidade de tensão. Como mencionado anteriormente, este trabalho propõe a utilização de uma formulação para o planejamento da operação que permite a maximização da margem de estabilidade de tensão e a realização do despacho econômico das unidades geradoras. Dessa maneira, são apresentados, a seguir, os conceitos e formulações necessários ao entendimento do problema do despacho econômico em sistemas de energia elétrica.

3.2 O Despacho Econômico

O problema do Despacho Econômico (DE) tem como objetivo principal a determinação dos níveis de geração de cada unidade geradora, de modo a suprir inteiramente a demanda da rede elétrica, da forma mais econômica possível e respeitando determinadas restrições físicas e operacionais pré-estabelecidas [70].

De forma geral, matematicamente, o problema do Despacho Econômico consiste em otimizar uma função escalar de custo, ou critério de custo, da forma:

$$\mathrm{C} = \mathbf{C}\ (\mathbf{x},\mathbf{u},\mathbf{p}) \tag{19}$$

Sendo que devem ser satisfeitas certas restrições de igualdade e desigualdade do tipo:

$$\mathbf{h}\ (\mathbf{x},\mathbf{u},\mathbf{p}) = 0 \tag{20}$$
$$\mathbf{g}\ (\mathbf{x},\mathbf{u},\mathbf{p}) \leq 0 \tag{21}$$

O problema formulado nas equações (19)-(21) é dependente das variáveis **x**, **u** e **p** que são, respectivamente, as variáveis de estado, controle e perturbação do sistema em questão. As variáveis de controle, também denominadas variáveis independentes, podem ser escolhidas pelo operador dentro de certos limites práticos. Essa escolha determinará as variáveis dependentes ou de estado. As variáveis não controladas ou de perturbação estão fora da influência dos operadores do sistema.

A função custo, para o DE pode ser representada por $C_k(Pg_k)$, que é o custo da geração da rede elétrica. Esse problema pode assumir várias formas, dependendo do tipo do gerador e do nível de representatividade que se deseja adotar. Para geradores térmicos, o custo de geração de cada unidade é descrito como uma função do tipo [76]:

$$C_k(Pg_k) = \sum_{k}^{ng} a_k + b_k Pg_k + c_k Pg_k{}^2 + \left| e_k \operatorname{sen}\left(f_k\left(Pg_k^{\min} - Pg_k\right)\right)\right| \tag{22}$$

em que: k = 1, ... ng, sendo ng o número de geradores térmicos no sistema. Pg_k são as potências geradas; a_k, b_k e c_k são constantes de custo para a unidade de geração k; e_k e f_k são as constantes relativas aos pontos de válvula.

Na prática, a função custo de cada unidade de geração térmica é obtida através dos estudos de exigências de calor e potência elétrica denominados testes de calor [76]. Quando se estudam detalhadamente as curvas de custo obtidas através dos testes de calor, é possível verificar que os efeitos de operação da válvula de admissão de vapor das turbinas produzem ondulações sobre a curva de custo de cada unidade de geração. Estes efeitos são denominados pontos de válvula e são considerados a partir do valor absoluto de uma função senoidal, como a função apresentada na equação (22). Como essa função apresenta características de não diferenciabilidade, em muitas abordagens o que se faz é simplesmente desprezar o ponto de válvula através da expressão de custo:

$$C_k(Pg_k) = \sum_{k}^{ng} a_k + b_k Pg_k + c_k Pg_k{}^2 \tag{23}$$

A função de custo considerando os pontos de válvulas (22) e a função de custo sem considerar os pontos de válvulas (23), para uma unidade térmica, são mostradas na Figura 3.1, através das linhas descontínua e contínua respectivamente. Neste trabalho, será utilizada a função de custo definida pela equação (23), já que a consideração das características não-lineares e dos pontos de válvula apresentam dificuldades tais como as descontinuidades da derivada da função custo e vários pontos de ótimos locais [76].

O problema do despacho econômico é, essencialmente, um problema de otimização. Um DE é usualmente executado nos centros de operação e controle a cada 5 minutos e, assim, é muito importante que a solução do problema seja obtida de forma rápida e eficiente. Várias técnicas de otimização clássicas, tal como programação dinâmica [77], programação linear [78], programação não-linear [79] e programação quadrática [80], foram usadas para resolver o problema do DE. Um resumo dos trabalhos que usaram métodos tradicionais para o problema do DE pode ser encontrado em [81].

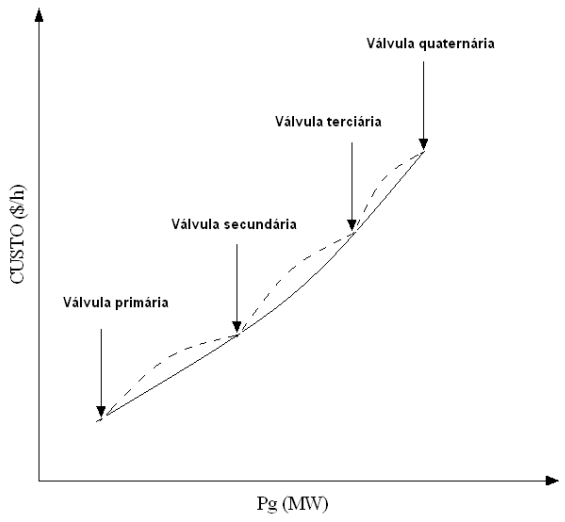

Fig. 3.1: Funções típicas de custo de geração para unidades térmicas.

Contudo, esses algoritmos são aplicáveis para funções diferenciáveis contínuas. Assim, em geral, as características dos geradores são aproximadas por funções lineares ou quadráticas que sempre causam alguns erros nos resultados, mas são toleráveis.

Além dos métodos de otimização clássicos, o DE também pode ser solucionado através de Técnicas de Inteligência Artificial que não são métodos estritamente matemáticos. Esses métodos têm uma habilidade para se adaptar aos problemas não-lineares, não-convexos e descontínuos. De forma similar, os Algoritmos Genéticos (GA) [82] têm sido aplicados satisfatoriamente para resolver o problema do DE, levando em conta os pontos de válvula de calor. Na referência [83], foi desenvolvido um algoritmo de busca tabu para o DE com uma função de custo não-contínua e não-linear. Além disso, nos últimos anos foram apresentados trabalhos com algoritmos inspirados por observação de fenômenos naturais [84], com objetivo de resolver problemas combinacionais de grande interesse, incluindo o problema do DE [85].

3.3 O Problema do Despacho Econômico Clássico

O problema do Despacho Econômico Clássico (DEC) lida com o custo mínimo para a geração de energia elétrica. Os modelos de DEC são limitados para problemas de otimização puramente ativos (consideram apenas a potência ativa), levando em conta as perdas nas linhas de

transmissão e os limites dos geradores, mas desprezando aspectos relacionados à representação da rede de transmissão. O DEC determina, para qualquer condição de carga específica, a potência ativa gerada de cada unidade geradora que minimizará o custo total de combustível necessário para alimentar a carga do sistema [86].

Nos itens a seguir será detalhado, inicialmente, um DEC desprezando as perdas nas linhas de transmissão e os limites nos geradores. Depois, será analisado um DEC desprezando as perdas nas linhas de transmissão e incluindo os limites dos geradores. Finalmente, será analisado um DEC considerando as perdas nas linhas de transmissão e os limites dos geradores.

3.3.1 O Problema do Despacho Econômico Clássico sem Perdas nas Linhas e sem Limites na Geração

O problema de DEC é formulado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} &\text{Min} \quad C_T = \sum_{k=1}^{ng} C_k(Pg_k) && \text{(a)} \\ &\text{s.a} \\ &\sum_{k=1}^{ng} Pg_k - P_C^{Total} = 0 && \text{(b)} \end{aligned} \tag{24}$$

em que:

Pg_k : potência ativa gerada pela unidade geradora k;

P_C^{Total} : é a demanda total do sistema;

C_T : é o custo total de produção de energia elétrica;

ng : é o número de unidades geradoras térmicas;

$C_k(Pg_k)$: é a função custo total de geração da unidade k;

A equação (24) (b) representa o balanço estático de potência ativa total do sistema. Esta formulação é representada através da Figura 3.2.

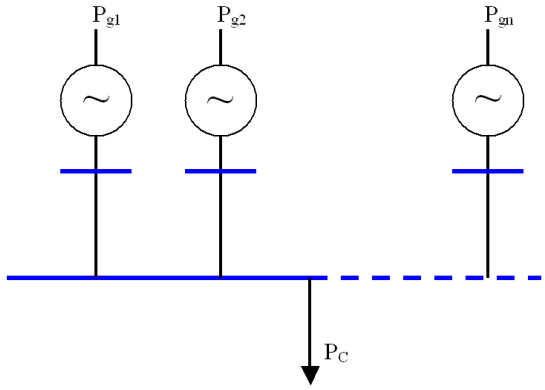

Fig. 3.2: Representação da formulação que não considera a modelagem da rede de transmissão

A função Lagrangeana associada ao problema representado pela equação (24) pode ser escrita como:

$$L(Pg_k, \sigma) = C_k(Pg_k) - \sigma\left(\sum_{k=1}^{ng} Pg_k - Pc^{Total}\right) = 0 \tag{25}$$

$$C_k(Pg_k) = \sum_{k=1}^{ng} a_k + b_k Pg_k + c_k Pg_k{}^2 \tag{26}$$

Onde: σ é o multiplicador de Lagrange.

Aplicando as condições de ótimalidade de KKT, tem-se as seguintes condições:

$$\frac{\partial L}{\partial Pg_k} = 0 \tag{27}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma} = 0 \tag{28}$$

Assim, tem-se para a primeira condição:

$$\frac{\partial L(Pg_k, \sigma)}{\partial Pg_k} = \frac{\partial C_k(Pg_k)}{\partial Pg_k} - \sigma(1-0) = 0 \tag{29}$$

$$\frac{\partial C_k(Pg_k)}{\partial Pg_k} = b_k + 2c_k Pg_k = CI_k \tag{30}$$

em que CI_k é o custo incremental do gerador k.

$$\frac{\partial L(Pg_k,\sigma)}{\partial Pg_k} = b_k + 2c_k Pg_k - \sigma = 0 \tag{31}$$

$$\frac{\partial L(Pg_k,\sigma)}{\partial Pg_k} = CI_k - \sigma = 0 \tag{32}$$

Se: $$C_T = C_1(Pg_1) + C_2(Pg_2) + ... + C_k(Pg_k) \tag{33}$$

Então: $$\frac{\partial C_T}{\partial Pg_k} = \frac{\partial C_k(Pg_k)}{\partial Pg_k} = CI_k = \sigma \tag{34}$$

Dessa maneira, a equação (34) será utilizada para encontrar o custo mínimo do DEC sem considerar as perdas nas linhas de transmissão, nem os limites na geração. Assim, nesse caso, para encontrar o mínimo custo de geração, os custos incrementais de todos os geradores do sistema devem ser iguais e o despacho ótimo deve satisfazer as seguintes equações:

$$CI_k - \sigma = 0 \tag{35}$$

$$b_k + 2c_k Pg_k = \sigma \tag{36}$$

Para a segunda condição de KKT (28), tem-se:

$$\frac{\partial L(Pg_k,\sigma_k)}{\partial \sigma_k} = \sum_{k=1}^{ng} Pg_k - Pc^{Total} = 0 \tag{37}$$

A equação (37) corresponde à restrição de igualdade do balanço de potência que foi imposta para a solução do problema. Em resumo, a partir das equações (35)-(37), pode-se concluir que, quando as perdas nas linhas de transmissão são desprezadas e não existe violação de limites de geração dos geradores (seja porque eles operam dentro de seus limites de geração, seja porque esses limites não foram considerados), o despacho ótimo é aquele onde todas as unidades geradoras operam a igual custo incremental, satisfazendo a restrição do balanço de potências.

As não-linearidades dessas restrições obrigam a procura de uma metodologia iterativa para a solução desta formulação do DEC. Muitas metodologias de otimização iterativas podem ser

encontradas na literatura [77]-[85], mas para o presente trabalho, foi aplicado o método do gradiente reduzido [71],[72],[87]. A Figura 3.3 apresenta o algoritmo de resolução para esta formulação do DEC. Nessa Figura, **ε** representa a tolerância que define o erro máximo para convergência do algoritmo

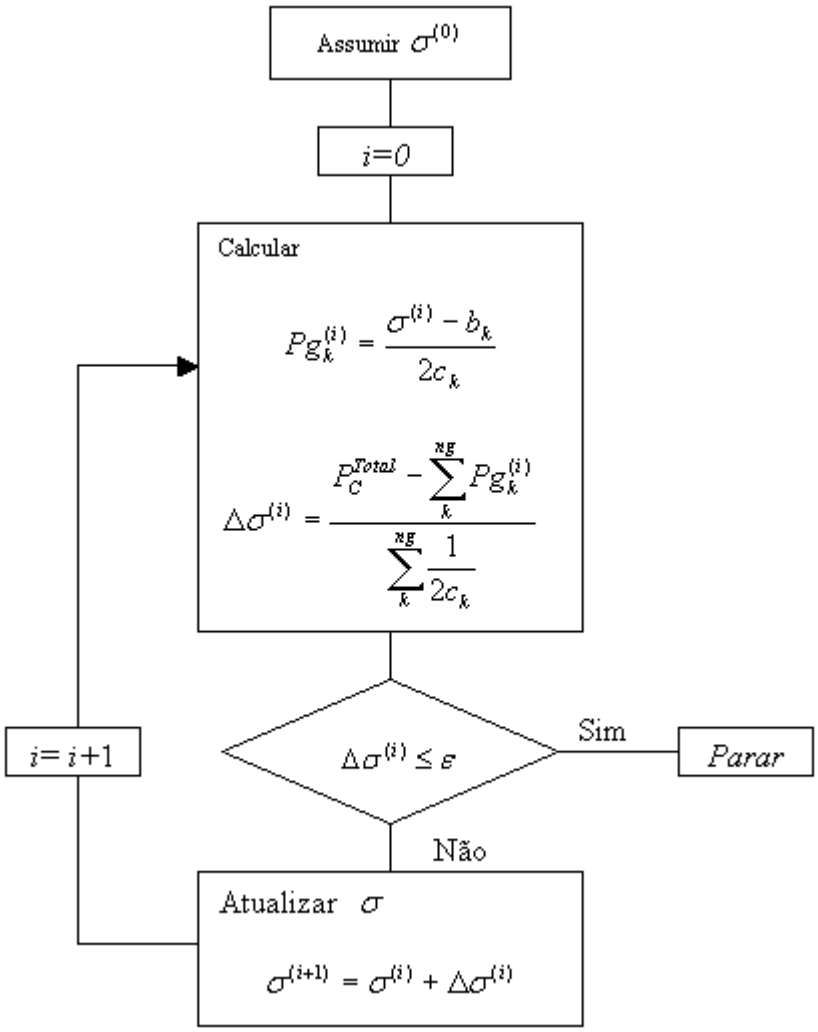

Fig. 3.3: Algoritmo de resolução para o DEC sem perdas nas linhas de transmissão e sem considerar os limites na geração

3.3.2 O Problema do Despacho Econômico Clássico sem Perdas nas Linhas e com Limites na Geração

Este item apresenta a formulação do DEC, considerando, agora, limites de geração para as unidades geradoras. Nesse caso, o problema do DEC pode ser formulado da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} &\text{Min} \quad C_T = \sum_{k}^{ng} C_k(Pg_k) && \text{(a)} \\ &\text{s.a} \\ &\sum_{k=1}^{ng} Pg_k - P_C^{Total} = 0 && \text{(b)} \\ &Pg_k^{\min} \le Pg_k \le Pg_k^{\max} && \text{(c)} \end{aligned} \tag{38}$$

em que:

$Pg_k^{\min}$ e $Pg_k^{\max}$: mínima e máxima capacidade de geração de potência ativa do gerador *k*, respectivamente.

Conforme descrito no item anterior, o custo incremental (CI) é igual para todas as unidades que operam dentro de seus limites de geração. Assim, as condições de KKT resumidas para esta formulação do DEC sem perdas nas linhas e com limites na geração são:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial C_k}{\partial Pg_k} = \sigma; \text{ para } Pg_k^{\min} \le Pg_k \le Pg_k^{\max} && \text{(a)} \\ &\frac{\partial C_k}{\partial Pg_k} \le \sigma; \text{ para } Pg_k = Pg_k^{\max} && \text{(b)} \\ &\frac{\partial C_k}{\partial Pg_k} \ge \sigma; \text{ para } Pg_k = Pg_k^{\min} && \text{(c)} \end{aligned} \tag{39}$$

A função Lagrangeana associada ao problema representado pelas equações (38) (a-c) pode ser escrita como:

$$L\left(Pg_k, \sigma_k, \mu_k^{\max}, \mu_k^{\min}\right) = C_k(Pg_k) - \sigma_k\left(\sum_{k=1}^{ng} Pg_k - Pc^{Total}\right) + \sum_{k=1}^{ng} \mu_k^{\max}\left(Pg_k - Pg_k^{\max}\right) + \sum_{k=1}^{ng} \mu_k^{\min}\left(Pg_k^{\min} - Pg_k\right)$$

em que $\sigma_k, \mu_k^{\max}, \mu_k^{\min}$ são os multiplicadores de Lagrange.

Aplicando-se as condições de KKT, tem-se:

$$\frac{\partial L\left(Pg_k, \sigma_k, \mu_k^{\max}, \mu_k^{\min}\right)}{\partial Pg_k} = \sum_{k=1}^{ng} b_k + 2c_k Pg_k - \sigma + \mu_k^{\max} - \mu_k^{\min} = 0 \tag{40}$$

$$\frac{\partial L\left(Pg_k, \sigma_k, \mu_k^{\max}, \mu_k^{\min}\right)}{\partial Pg_k} = CI_k - \sigma + \mu_k^{\max} - \mu_k^{\min} = 0 \tag{41}$$

$$\frac{\partial L\left(Pg_k, \sigma_k, \mu_k^{\max}, \mu_k^{\min}\right)}{\partial \sigma_k} = \sum_{k=1}^{ng} Pg_k - Pc^{Total} = 0 \tag{42}$$

$$\frac{\partial L\left(Pg_k, \sigma_k, \mu_k^{\max}, \mu_k^{\min}\right)}{\partial \mu_k^{\max}} = Pg_k - Pg_k^{\max} = 0 \tag{43}$$

Esta condição da equação (43) significa que a potência gerada pelo gerador *k* atingiu seu limite superior ($Pg_k \geq Pg_k^{\max}$) portanto o custo incremental do gerador *k* é menor que o custo incremental do sistema $CI_k \leq \sigma$, e os multiplicadores de Lagrange ficariam $\mu_k^{\max} > 0$ e $\mu_k^{\min} = 0$. Assim a equação (41) ficaria nestas condições:

$$CI_k - \sigma_k + \mu_k^{\max} = 0 \quad \text{para} \quad \mu_k^{\max} > 0,\ CI_k \leq \sigma \tag{44}$$

$$\frac{\partial L\left(Pg_k, \sigma_k, \mu_k^{\max}, \mu_k^{\min}\right)}{\partial u_k^{\min}} = Pg_k^{\min} - Pg_k = 0 \tag{45}$$

Esta condição da equação (45) significa que a potência gerada pelo gerador *k* atingiu seu limite inferior ($Pg_k \leq Pg_k^{\min}$), portanto, o custo incremental do gerador *k* é maior que o custo incremental do sistema $CI_k \geq \sigma$, e os multiplicadores de Lagrange ficariam $\mu_k^{\max} = 0$ e $\mu_k^{\min} > 0$. Assim a equação (41) ficaria nestas condições:

$$CI_k - \sigma_k - \mu_k^{\min} = 0 \quad \text{para} \quad \mu_k^{\min} > 0,\ CI_k \geq \sigma \tag{46}$$

Então, pode-se reduzir as equações anteriores (40)-(46) em duas equações:

$$CI_k - \sigma + \mu_k = 0 \quad \text{para } -\infty < \mu_k < +\infty \tag{47}$$

(Despacho ótimo)

$$\sum_{k=1}^{ng} Pg_k - Pc^{Total} = 0 \tag{48}$$

(Equações de balanço de potência)

em que $-\infty < \mu_k < +\infty$ representa os possíveis valores de $\mu_k^{\max}$ e $\mu_k^{\min}$ para as condições de $CI_k \leq \sigma$ ou $CI_k \geq \sigma$. Assim, as equações (47) e (48) garantem que os geradores sempre trabalhem dentro de seus limites e, caso um gerador atinja seu limite superior ou inferior, ele fixará sua potência gerada em um desses limites ($Pg_k^{\min}$ ou $Pg_k^{\max}$), o multiplicador de Lagrange μ_k será diferente de zero, e a equação dos custos incrementais para o DEC se aplicará aos demais geradores que estão dentro de seus limites. Essa análise será de muita importância para a formulação proposta deste trabalho já que serão utilizadas as equações (47) e (48) ao invés das equações (39) (a-c).

Novamente, como no caso anterior, precisa-se de uma metodologia iterativa para resolução desse problema devido às não-linearidades das restrições da formulação do DEC, considerando os limites de geração. A Figura 3.4 apresenta o algoritmo de resolução usando a metodologia do gradiente reduzido.

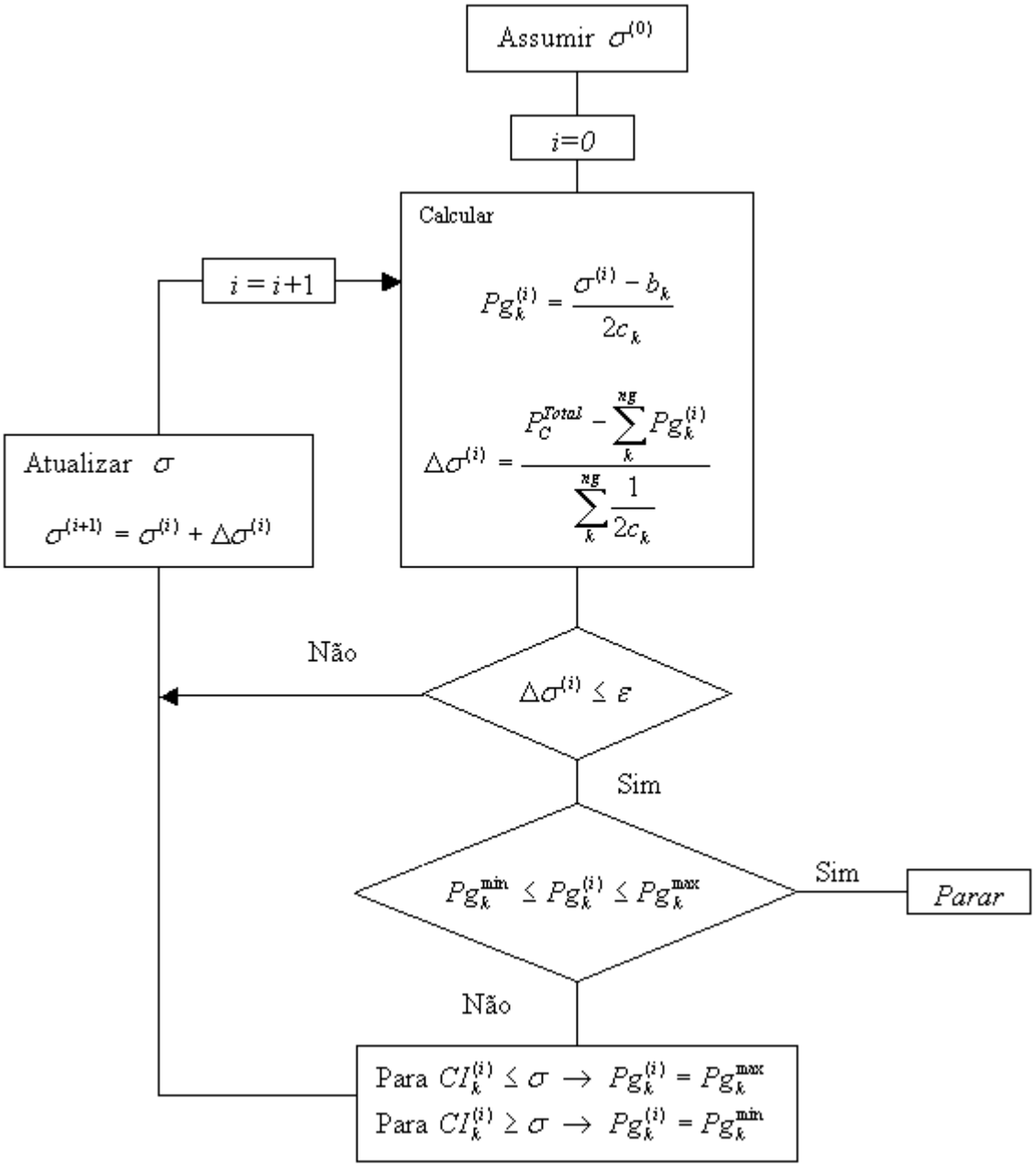

Fig. 3.4: Algoritmo de resolução para o DEC sem perdas nas linhas de transmissão e consideraranando os limites na geração

3.3.3 O Problema de Despacho Econômico Clássico com Perdas nas Linhas e com Limites na Geração

Este item apresenta a formulação do DEC, considerando, agora, perdas nas linhas de transmissão e limites de geração para as unidades geradoras. Nesse caso, o problema do DEC pode ser formulado da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} &\text{Min} \quad C_T = \sum_{k}^{ng} C_k(Pg_k) && \text{(a)} \\ &\text{s.a} \\ &\sum_{k=1}^{ng} Pg_k - P_C^{Total} - P_L = 0 && \text{(b)} \\ &Pg_k^{\min} \le Pg_k \le Pg_k^{\max} && \text{(c)} \end{aligned} \tag{49}$$

em que P_L são perdas de potência ativa nas linhas de transmissão.

Nesta formulação, são incluídas as perdas de potência nas linhas de transmissão, como é ilustrado na Figura 3.5.

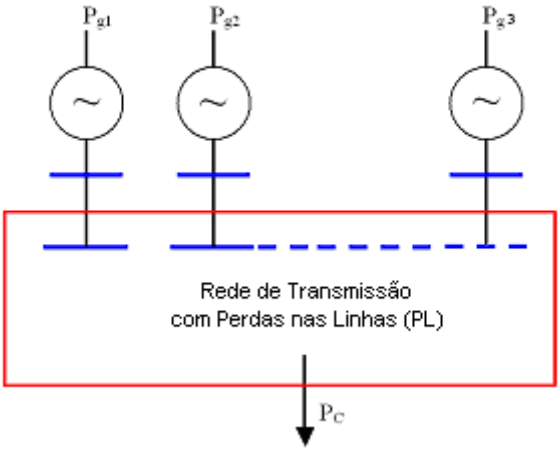

Fig. 3.5: Representação da formulação que considera a modelagem da rede de transmissão

Uma prática comum utilizada para incluir os efeitos dessas perdas é expressar as perdas de transmissão totais como uma função quadrática da potência gerada pelos geradores [70]-[72].

A forma quadrática simples é:

$$P_L = \sum_{k=1}^{ng}\sum_{m=1}^{ng} Pg_k B_{km} Pg_m \tag{50}$$

E a fórmula mais geral (fórmula das perdas de *Kron)* contém um termo linear e um termo constante:

$$P_L = \sum_{k=1}^{ng}\sum_{m=1}^{ng} Pg_k B_{km} Pg_m + \sum_{k=1}^{ng} B_{0k} Pg_k + B_{00} \tag{51}$$

em que: Pg_k e Pg_m são os geradores das barras k e m respectivamente. B_{km}, B_{0k}, e B_{00} são coeficientes chamados de ***coeficientes de perdas*** ou ***B-coeficientes***. Esses coeficientes podem ser obtidos a partir das equações de balaço de potência na rede, conforme amplamente difundido na literatura [70]-[72].

Assim, para o presente modelo do DEC considerando as perdas nas linhas de transmissão (equação (49)), a função Lagrangeana pode ser escrita como:

$$L\left(Pg_k, \sigma_k, \mu_k^{\max}, \mu_k^{\min}\right) = C_k(Pg_k) - \sigma_k\left(\sum_{k=1}^{ng} Pg_k - Pc^{Total} - P_L\right) + \sum_{k=1}^{ng}\mu_k^{\max}\left(Pg_k - Pg_k^{\max}\right) + \sum_{k=1}^{ng}\mu_k^{\min}\left(Pg_k^{\min} - Pg_k\right)$$

E as condições necessárias de KKT são:

$$\frac{\partial L\left(Pg_k, \sigma_k, \mu_k^{\max}, \mu_k^{\min}\right)}{\partial Pg_k} = 0 \tag{52}$$

$$\frac{\partial L\left(Pg_k, \sigma_k, \mu_k^{\max}, \mu_k^{\min}\right)}{\partial \mu_k^{\max}} = 0 \tag{53}$$

$$\frac{\partial L\left(Pg_k, \sigma_k, \mu_k^{\max}, \mu_k^{\min}\right)}{\partial \mu_k^{\min}} = 0 \tag{54}$$

$$\frac{\partial L\left(Pg_k, \sigma_k, \mu_k^{\max}, \mu_k^{\min}\right)}{\partial \sigma_k} = 0 \tag{55}$$

Desenvolvendo cada uma destas condições e substituindo-se na equação (52), tem-se:

$$\frac{\partial L\left(Pg_k,\sigma_k,\mu_k^{\max},\mu_k^{\min}\right)}{\partial Pg_k}=\frac{\partial C_T}{\partial Pg_k}-\sigma\left(\frac{\partial\sum_{k=1}^{ng}Pg_k}{\partial Pg_k}-\frac{\partial Pc^{Total}}{\partial Pg_k}-\frac{\partial P_L}{\partial Pg_k}\right)+\sum_{k=1}^{ng}\mu_k^{\max}\left(\frac{\partial Pg_k}{\partial Pg_k}-\frac{\partial Pg_k^{\max}}{\partial Pg_k}\right)+\sum_{k=1}^{ng}\mu_k^{\min}\left(\frac{\partial Pg_k^{\min}}{\partial Pg_k}-\frac{\partial Pg_k}{\partial Pg_k}\right)=0$$

$$\frac{\partial L\left(Pg_k,\sigma_k,\mu_k^{\max},\mu_k^{\min}\right)}{\partial Pg_k}=CI-\sigma\left(1-0-\frac{\partial P_L}{\partial Pg_k}\right)+\sum_{k=1}^{ng}\mu_k^{\max}(1-0)+\sum_{k=1}^{ng}\mu_k^{\min}(1-0)=0 \qquad (56)$$

$$\frac{\partial L\left(Pg_k,\sigma_k,\mu_k^{\max},\mu_k^{\min}\right)}{\partial Pg_k}=CI-\sigma\left(1-\frac{\partial P_L}{\partial Pg_k}\right)+\mu_k^{\max}-\mu_k^{\min}=0 \qquad (57)$$

A condição (53) implica que:

$$\frac{\partial L\left(Pg_k,\sigma_k,\mu_k^{\max},\mu_k^{\min}\right)}{\partial \mu_k^{\max}}=Pg_k-Pg_k^{\max}=0 \qquad (58)$$

Esta condição significa que a potência gerada pelo gerador *k* atingiu seu limite superior ($Pg_k \geq Pg_k^{\max}$), portanto, o custo incremental do gerador *k* é menor que o custo incremental do sistema $CI_k \leq \sigma$, e os multiplicadores de Lagrange ficariam $\mu_k^{\max}>0$ e $\mu_k^{\min}=0$. Assim, a equação (57) fica:

$$CI_k-\sigma_k\left(1-\frac{\partial P_L}{\partial Pg_k}\right)+\mu_k^{\max}=0 \quad \mu_k^{\max}>0,\ CI_k\leq\sigma \qquad (59)$$

A condição (54) implica que:

$$\frac{\partial L\left(Pg_k,\sigma_k,\mu_k^{\max},\mu_k^{\min}\right)}{\partial \mu_k^{\min}}=Pg_k^{\min}-Pg_k=0 \qquad (60)$$

Esta condição significa que a potência gerada pelo gerador *k* atingiu seu limite inferior ($Pg_k \leq Pg_k^{\min}$), portanto, o custo incremental do gerador *k* é maior que o custo incremental do

sistema $CI_k \geq \sigma$, e os multiplicadores de Lagrange ficariam $\mu_k^{\max} = 0$ e $\mu_k^{\min} > 0$. Assim, a equação (57) fica:

$$CI_k - \sigma_k \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial Pg_k}\right) - \mu_k^{\min} = 0 \quad \mu_k^{\min} > 0,\ CI_k \geq \sigma \tag{61}$$

Da condição (55) tem-se:

$$\frac{\partial L\left(Pg_k, \sigma_k, \mu_k^{\max}, \mu_k^{\min}\right)}{\partial \sigma_k} = \sum_{k=1}^{ng} Pg_k - Pc^{Total} - P_L = 0 \tag{62}$$

Então, pode-se resumir as equações(56)-(62) em duas equações:

$$CI_k - \sigma\left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial Pg_k}\right) + \mu_k = 0 \quad \text{para } -\infty < \mu_k < +\infty \tag{63}$$

(Despacho ótimo)

$$\sum_{k=1}^{ng} Pg_k - Pc^{Total} - P_L = 0 \tag{64}$$

(Equações de balanço de potência)

sendo que $-\infty < \mu_k < +\infty$ representa os possíveis valores de $\mu_k^{\max}$ e $\mu_k^{\min}$ para as condições de $CI_k \leq \sigma$ ou $CI_k \geq \sigma$.

As equações (58) e (60) são condições que não permitem que Pg_k ultrapasse os seus limites. Quando Pg_k está dentro dos seu limites, $\mu_k^{\min} = 0$ e $\mu_k^{\max} = 0$, as condições de KKT para a função Lagrangeana são:

$$\frac{\partial L\left(Pg_k, \sigma_k, \mu_k^{\max}, \mu_k^{\min}\right)}{\partial Pg_k} = CI - \sigma\left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial Pg_k}\right) = 0 \tag{65}$$

$$CI_k - \sigma + \sigma \frac{\partial P_L}{\partial Pg_k} = 0 \tag{66}$$

$$CI_k + \sigma \frac{\partial P_L}{\partial Pg_k} = \sigma \qquad k = 1,...,ng \tag{67}$$

O termo $\frac{\partial P_L}{\partial Pg_k}$ é conhecido como perda de transmissão incremental. A equação (67) pode ser rearranjada como:

$$\left(\frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial Pg_k}} \right) CI_k = \sigma \qquad k = 1,...,ng \tag{68}$$

Definindo-se L_K como:

$$L_k = \left(\frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial Pg_k}} \right) \tag{69}$$

tem-se:

$$L_k CI_k = \sigma \qquad k = 1,...,ng \tag{70}$$

em que L_k é o fator de penalidade de cada gerador k.

A equação (70), demonstra que o custo mínimo é obtido quando o custo incremental de cada gerador multiplicado por seu fator de penalidade é o mesmo para todos os geradores.

O custo incremental é obtido de:

$$\frac{\partial C_k(Pg_k)}{\partial Pg_k} = CI_k = b_k + 2c_k Pg_k \tag{71}$$

E as perdas de transmissão incremental são obtidas derivando-se a equação (51):

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_k} = 2\sum_{k=1}^{ng} B_{km} P_m + B_{0k} \tag{72}$$

Substituindo as equações (71) e (72) na equação (67) tem-se:

$$b_k + 2c_k Pg_k + 2\sigma \sum_{k=1}^{ng} B_{km} P_m + \sigma B_{0k} = \sigma \tag{73}$$

Arranjando a equação (73) tem-se:

$$\left(\frac{c_k}{\sigma} + B_{km}\right) Pg_k + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^{ng} B_{km} P_m = \frac{1}{2}\left(1 - B_{0k} - \frac{b_k}{\lambda}\right)\sigma \tag{74}$$

A equação (74) pode ser escrita matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} \frac{c_1}{\sigma} + B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1ng} \\ B_{21} & \frac{c_2}{\sigma} + B_{22} & \dots & B_{2ng} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{ng1} & B_{ng2} & \dots & \frac{c_{ng}}{\sigma} + B_{ngng} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_{ng} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 - B_{01} - \frac{b_1}{\sigma} \\ 1 - B_{02} - \frac{b_2}{\sigma} \\ \vdots \\ 1 - B_{0ng} - \frac{b_{ng}}{\sigma} \end{bmatrix} \tag{75}$$

ou E P = (½)D. Onde E é uma matriz quadrada de dimensão *ng x ng*, P e D são vetores de dimensão (*ng* $\times$*1)*.

Assim, pode-se determinar o despacho ótimo para um determinado custo incremental do sistema (σ) resolvendo a equação (75), conjuntamente com a restrição do balanço de potência ativa e as restrições dos limites de geração. Além disso, as não-linearidades dessas restrições obrigam a procura de uma metodologia iterativa para esta formulação do DEC considerando as perdas nas linhas e considerando os limites das potências geradas. Outra vez se faz o uso do método do gradiente como ilustra a Figura 3.6.

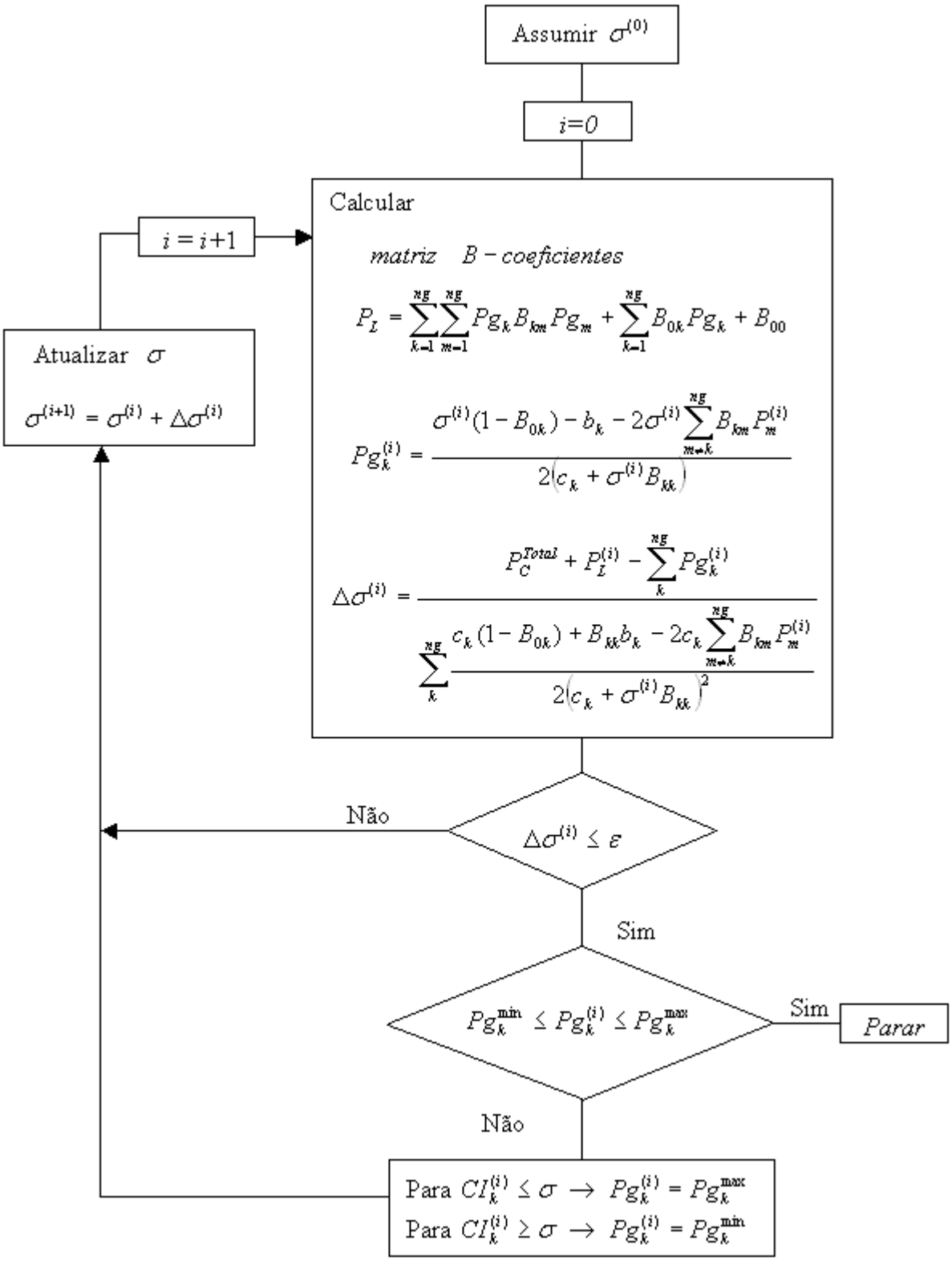

Fig. 3.6: Algoritmo de resolução para do DEC com perdas nas linhas de transmissão e considerando os limites na geração

3.4 Problema de Despacho Econômico Formulado como um FPO

A formulação do DEC não considera os aspectos relacionados à representação dos demais elementos e variáveis de controle da rede de transmissão. Com o intuito de obter uma melhor representação do sistema e, conseqüentemente, encontrar uma solução para o problema do despacho econômico que considere outras restrições de elementos da rede e variáveis de controle, além das potências ativas geradas, é apresentada, a seguir, outra modelagem para o DEC conhecida como fluxo de potência ótimo (FPO). O fluxo de potência ótimo determina valores de determinadas variáveis do sistema que otimizam uma função objetivo, satisfazendo um conjunto de restrições de desigualdade e igualdade não-lineares [74],[88]. As restrições de igualdade são as equações convencionais de fluxo de carga (considerando potências ativas e reativas); as restrições de desigualdade são os limites de controle e variáveis de operação do sistema. Matematicamente, o FPO pode ser formulado como um problema de otimização não-linear restrito.

3.4.1 Formulação do Problema

Para formular o despacho econômico com um modelo mais completo da rede do sistema são incluídas novas equações na formulação matemática, como as equações não-lineares de fluxo de carga das potências reativas, *taps* dos transformadores, capacitores *shunts*, entre outras. Além destas grandezas, consideram-se também as variáveis de controle do sistema como limites das potências ativa e reativa da geração e da carga e variáveis operacionais como os limites das tensões nas barras, limites nos fluxos de potência pelas linhas de transmissão, etc. A formulação do problema é apresentada como:

$$\text{Min} \quad C_T = \sum_{k \in ng} C_k(Pg_k) \qquad \text{(a)}$$

s.a

$$V_k \sum_{m \in \kappa} V_m \left(G_{km} \cos\theta_{km} + B_{km} \operatorname{sen}\theta_{km}\right) - Pg_k + Pc_k - P_L = 0 \qquad \text{(b)}$$

$$V_k \sum_{m \in \kappa} V_m \left(G_{km} \operatorname{sen}\theta_{km} - B_{km} \cos\theta_{km}\right) - Qg_k + Qc_k = 0 \qquad \text{(c)}$$

$$\begin{aligned}
&\theta_{km}^{\min} \le \theta_{km} \le \theta_{km}^{\max} && \text{(d)}\\
&V_k^{\min} \le V_k \le V_k^{\max} && \text{(e)}\\
&Pg_k^{\min} \le Pg_k \le Pg_k^{\max} && \text{(f)}\\
&Qg_k^{\min} \le Qg_k \le Qg_k^{\max} && \text{(g)}\\
&Pc_k^{\min} \le Pc_k \le Pc_k^{\max} && \text{(h)}\\
&Qc_k^{\min} \le Qc_k \le Qc_k^{\max} && \text{(i)}\\
&Tap_{km}^{\min} \le Tap_{km} \le Tap_{km}^{\max} && \text{(j)}\\
&Qsh_k^{\min} \le Qsh_k \le Qsh_k^{\max} && \text{(j)}
\end{aligned} \qquad (76)$$

em que:

k = 1, …, nb.

nb número de barras da rede.

ng conjunto formado pelas barras de geração.

κ conjunto formado pela barra k mais todas as barras m conectadas a ela.

$\theta_{km}^{\min} e \theta_{km}^{\max}$ Máxima e mínima defasagem angular da tensão no ramo km, respectivamente.

$V_k^{\min} e V_k^{\max}$ Máxima e mínima tensão da barra k, respectivamente.

$Pg_k^{\min} e Pg_k^{\max}$ Máxima e mínima capacidade de geração de potência ativa do gerador k, respectivamente.

$Qg_k^{\min} e Qg_k^{\max}$ Máxima e mínima capacidade de geração de potência reativa do gerador k, respectivamente.

$Pc_k^{\min} e Pc_k^{\max}$ Máxima e mínima demanda de potência ativa na barra k, respectivamente.

$Qc_k^{\min} e Qc_k^{\max}$ Máxima e mínima demanda de potência reativa na barra k, respectivamente.

$Tap_{km}^{\min} e Tap_{km}^{\max}$ Máximo e mínimo valor do tap do transformador no ramo km, respectivamente.

$Qsh_k^{\min}$ e $Qsh_k^{\max}$ Máximo e mínimo valor do capacitor shunt na barra *k,* respectivamente.

Muitas metodologias de otimização encontradas na literatura [71]-[85], como por exemplo método da iteração Lambda, método do Gradiente, método de Newton, método de programação linear, método da programação não linar, método da programação inteira mista, método dos pontos interiores, método da programação quadrática, entre outras, podem ser usadas para resolver o FPO, por tratar-se de um problema de otimização linear e não-linear restrito.

Capítulo 4

O Problema de Programação em Dois Níveis ou *Bilevel*

4.1 Introdução

O uso de técnicas de otimização é muito importante para o projeto e análise da maioria dos sistemas industriais e sócio-econômicos. Recentemente, houve grandes progressos na solução de problemas de grande porte em áreas como planejamento da produção, programações aéreas, regulação governamental, projeto de engenharia, planejamento da operação de sistemas de energia, entre outros.

Contudo, tem-se observado que modelos de programação matemática clássicos são freqüentemente inadequados em situações onde mais de uma simples função objetivo está envolvida. Esse é justamente o caso do problema tratado neste trabalho, que visa a formulação de um modelo para o planejamento da operação de sistemas elétricos que maximize a margem de estabilidade de tensão minimizando também, os custos associados à produção de energia elétrica, ou seja, realizando o despacho econômico das unidades geradoras. Pretende-se, assim, considerar além do aspecto econômico relacionado ao problema, caracterizado pela formulação do DE usualmente empregada no planejamento da operação, um importante aspecto técnico que corresponde à otimização da margem de estabilidade de tensão. Trata-se, portanto de um problema de otimização multi-nível. Nesse caso específico, trata-se de um problema de programação em dois níveis ou *bilevel*.

As programações multiobjetivo tratam desses problemas através de uma extensão de técnicas de otimização considerando várias funções objetivo, enquanto a teoria dos jogos trata desses problemas a partir da dinâmica inter-pessoal do conflito relacionado. Assim o problema da programação em dois níveis é uma combinação dos dois.

A teoria dos jogos [89] é um ramo da matemática que analisa as ***situações de conflito de interesses entre dois ou mais agentes***. Do ponto de vista estático, no modelo básico, o controle

das variáveis de decisão é distribuído entre os jogadores (ou agentes), os quais procuram otimizar suas funções objetivo. A informação perfeita entre os jogadores é assumida. Assim, todos os jogadores conhecem os objetivos e as escolhas factíveis disponíveis dos outros. O fato de que o jogo é estático implica que cada jogador tem somente um movimento. Supondo um jogo com apenas dois jogadores (com objetivos diferentes), primeiramente, o **líder** tenta minimizar sua função objetivo. De fato, ele poderia antecipar todas as possíveis respostas de seu oponente, chamado **seguidor**. O seguidor observa a decisão do líder e reage em um caminho que é pessoalmente ótimo para ele, sem considerar a influência que poderia ocasionar ao líder, isto porque o conjunto de escolhas factíveis disponíveis para cada jogador é interdependente. Assim, a decisão do líder afeta o resultado e ações disponíveis do seguidor e vice-versa. A teoria pode ser aplicada em diversos casos, como disputas comerciais entre empresas e até conflitos militares entre Estados.

De fato, os sistemas multi-nível são caracterizados por considerar várias funções objetivo e pelo fato de que a tomada de decisão de um nível pode influenciar o comportamento da tomada de decisão do outro nível, mas não controlar completamente suas ações. Além disso, as funções objetivo de cada nível podem, em parte, ser determinadas por variáveis de controle dos outros níveis, operando em paralelo ou em níveis subordinados.

Atualmente, a teoria do desenho dos mecanismos[2], a teoria dos jogos e a programação multi-objetivo dão um fundamento matemático sólido, no qual se desenvolve o problema da programação *bilevel*, que na atualidade já tem um papel central em muitas áreas da ciência. Assim, o *BLPP* pode ser definido como um problema de tomada de decisões em dois níveis, organizados de forma hierárquica, seqüencial e não-cooperativa. A ação de um nível afeta a escolha e os resultados disponíveis do outro nível, mas nenhum dos dois pode dominar completamente o outro, somente influenciar.

O modelo de programação *bilevel* é justificado pelo fato de que, na vida real, a tomada de decisão em grandes organizações que geralmente possuem uma estrutura hierárquica, raramente leva em conta um ponto de vista único, ou seja, uma tomada de decisão (no nível superior) se baseia em outras tomadas de decisões (em níveis inferiores), de tal modo que essas decisões

[2] A teoria do desenho dos mecanismos (que é um desdobramento da teoria dos jogos), em geral permite *identificar mecanismos eficientes, estratégias de regulação e procedimentos de escolha em situações de conflito. (Prêmio Nobel de Economia 2007).*

sejam interdependentes, procurando o melhor benefício não só para uma tomada de decisão no nível superior, mas para toda a organização (todos os níveis, tanto superior como inferiores).

Toda essa fundamentação matemática pode ser transportada para o problema da programação da operação de sistemas elétricos de potência, já que esse é um problema complexo que envolve diferentes tipos de problemas interdependentes. A Figura 4.1 apresenta uma classificação dos problemas de otimização, com o objetivo de apresentar as diferentes técnicas de otimização que existem na literatura, destacando a programação multinível (principal objeto de estudo deste trabalho).

Fig. 4.1: Classificação dos Problemas de Otimização

Assim, antes de aplicar a formulação *bilevel* ao problema tratado nesta dissertação, essa formulação será apresentada, primeiramente, do ponto de vista matemático, nos itens que se seguem. Primeiro abordaremos a formulação do BLPP e uma metodologia de resolução usando as condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Em seguida, damos uma pequena revisão bibliográfica das aplicações e problemas relacionados aos BLPPs. Também tentamos representar graficamente a definição de um BLPP. No item seguinte, conceitos são introduzidos para analisar algumas propriedades do problema interior, as quais asseguram a existência de possíveis soluções factíveis para o BLPP. Além disso, analisam-se quatro problemas simples visando encontrar mediante eles, algumas características das propriedades dos BLPPs. Na seção seguinte, algumas propriedades dos BLPPs são analisadas usando as condições de KKT e, finalmente, é apresentado um pequeno resumo das diferentes técnicas de solução dos BLPPs encontradas na literatura.

4.2 Formulação do Problema de Programação *Bilevel*

O BLPP pode ser considerado como um problema de otimização com suas respectivas restrições de igualdade e desigualdade, sendo que uma dessas restrições é outro problema de otimização com suas respectivas restrições de igualdade e desigualdade. Então, a formulação geral de um BLPP é [6],[16]:

$$\min_{x,y} \quad F(x, y) \qquad \leftarrow \textbf{Problema superior}$$

$$\textbf{s.a} \begin{cases} G_i(x, y) \leq 0 \\ \min\limits_{y} \quad f(x, y) \qquad \leftarrow \textbf{Problema inferior} \\ \textbf{s.a} \begin{cases} g_i(x, y) \leq 0 \,, \end{cases} \end{cases}$$

Na qual $x \in R^n$, $y \in R^m$. Este problema corresponde a um problema de otimização que considera dois vetores desconhecidos: ***x*** e ***y***. Nesta formulação, ***y*** poderia ser uma solução do problema inferior (interno ou seguidor). Note que o problema superior (externo ou líder) considera ***x*** e ***y*** como variáveis, enquanto o problema inferior considera ***y*** como uma variável e ***x*** como um parâmetro. Assim, de forma simplificada, pode-se afirmar que um BLPP é um problema de otimização matemática que contém um problema de otimização nas suas restrições [90].

Existem muitas metodologias e técnicas para solucionar esse tipo de formulação [90]. Para este trabalho, serão utilizadas as condições de KKT. Este procedimento é sugerido em [91]. Assim, o BLPP pode ser reduzido substituindo o problema inferior pelas condições de KKT, o que reduz o problema *bilevel* para um problema de um só nível (ou *single-level*). Assim o BLPP é reduzido [6],[16],[20]:

$$\min_{x \in X, y} \quad F(x, y)$$

$$\textbf{s.a} \begin{cases} G_i(x, y) \leq 0 \\ g_i(x, y) \leq 0 \\ \sigma_i \geq 0 & i = 1,\ldots, m_2 \\ \sigma_i g_i(x, y) = 0 & i = 1,\ldots, m_2 \\ \Delta_y L(x, y, \sigma) = 0, \end{cases}$$

sendo que σ_i é o multiplicador de Lagrange e $L(x, y, \sigma)$ é a função Lagrangeana:

$$L(x, y, \sigma) = f(x, y) + \sum_{i=1}^{m_2} \sigma_i g_i(x, y)$$

A maioria das pesquisas está concentrada nos problemas em dois níveis lineares, onde todas as funções são lineares em $\Re^{n+m}$. Ainda assim, o problema é freqüentemente muito difícil de resolver devido à solução restrita e à região factível não-convexa [92]. A não linearidade das funções objetivo e das restrições complica sua resolução significativamente. Enquanto existem algoritmos para o caso não-linear da programação em dois níveis, até agora todas as técnicas para as quais extensos resultados numéricos foram apresentados na literatura, assumiram formas especiais para os problemas *bilevel*, porque isso depende muito se as funções objetivo são ou não lineares e se as restrições são ou não lineares, como apresentado na Tabela 4.1:

TABELA 4.1: LINEARIDADE E NÃO-LINEARIDADE DAS FUNÇÕES OBJETIVO E DAS RESTRIÇÕES DOS BLPPS

BLPP		**Função Objetivo**	
		Líder	**Seguidor**
Restrições	**De Igualdade**	Linear	Linear
		Não Linear	Não Linear
	De Desigualdade	Linear	Linear
		Não Linear	Não Linear

Alguns exemplos dessas combinações entre o líder e o seguidor são apresentados na Tabela 4.2. Para cada uma dessas formas (**T1-T4**) de BLPP, as metodologias de resolução são diferentes e umas podem ser mais complexas do que outras.

TABELA 4.2: EXEMPLOS DE ALGUNS BLPPS

T1: Líder Linear e Seguidor Linear	**T2: Líder Linear e Seguidor Não-Linear**
L: $\min_{x,y} \quad F = ax + by$ **S**: $\min_{y} \quad f = px + qy$	**L**: $\min_{x,y} \quad F = ax + by$ **S**: $\min_{y} \quad f = px^j + qy^k + rx + sy$
T3: Líder Não-Linear e Seguidor Linear	**T4: Líder Não-Linear e Seguidor Não-Linear**
L: $\min_{x,y} \quad F = ax^n + by^m + cx + dy$ **S**: $\min_{y} \quad f = px + qy$	**L**: $\min_{x,y} \quad F = ax^n + by^m + cx + dy$ **S**: $\min_{y} \quad f = px^j + qy^k + rx + sy$
L: Líder, **S**: Seguidor	

4.3 Aplicações

A primeira aplicação dos BLPPs data de 1977 [93]. Os autores usaram o BLPP linear para simular a relação entre as ações do governo e os agricultores no sistema de agricultura mexicano. As variáveis do nível superior modelam várias tomadas de decisão pelo governo: por exemplo, níveis de subsídio nos fertilizantes, preços para diferentes colheitas e taxas da água. As variáveis do nível inferior correspondem às ações dos agricultores, incluindo a quantidade de fertilizantes e de água e a quantidade de lavouras plantadas. O governo tenta conseguir alguns objetivos (por exemplo, minimizar seus gastos ou maximizar a produção de várias lavouras). Ao mesmo tempo, os agricultores tentam maximizar seus próprios benefícios.

Nos últimos anos, trabalhos recentes com a formulação BLPP estão sendo desenvolvidos na área de sistemas elétricos de potência. Conforme citado anteriormente, um novo modelo de programação *bilevel* que combina a otimização da potência reativa e o problema da estabilidade de tensão foi proposto em [10]. Em [18], os autores tratam do problema dos ataques terroristas nas redes elétricas utilizando uma formulação *bilevel*. Em [19], os autores apresentam uma abordagem para alocação de custos na rede de transmissão para controlar os preços da eletricidade nodal. Além disso os BLPPs também têm sido usados para resolver problemas de projeto de redes [94]-[96], problemas de política ambiental [97],[98], dentre outros [97],[99],[100].

4.4 Problemas relacionados

Na literatura, pode-se, também, encontrar alguns problemas relacionados aos BLPPs, os quais correspondem a formulações similares ou a casos especiais dos BLPPs.

A formulação **max-min** [101], é um caso especial do BLPP, no qual as funções objetivo do nível superior ***F(x,y)*** e inferior ***f(x,y)*** satisfazem a condição ***F(x,y) = -f(x,y)***. Este problema já foi estudado de muitas formas (linear e não linear, restrita e irrestrita) e as técnicas usadas para resolvê-lo não podem ser generalizadas para resolver problemas *bilevel*.

Outro problema relacionado ao BLPP é o problema estático de Stackelberg restrito [89], o qual modela o jogo de duas pessoas como um problema de otimização. Grande parte da literatura relacionada aos BLPPs [102]-[104] faz referência ao problema de Stackelberg.

Problemas lineares de grande escala são muitas vezes resolvidos usando as técnicas de decomposição [105]. Esses problemas são muito similares aos problemas em dois níveis: os problemas reduzidos (nível inferior) são resolvidos, e são então combinados dentro de uma só solução do problema original (nível superior). Porém, há várias diferenças importantes entre os problemas de decomposição e os BLPPs [97], [106]. Nos problemas de decomposição, todas as variáveis são controladas por uma entidade e nos BLPPs as variáveis só podem ser influenciadas de um nível para outro nível. Além disso, enquanto as funções objetivo em um BLPP podem ser conflitantes ou não-cooperativas, as funções objetivo nos problemas de decomposição são sempre cooperativas. Contudo, a relação existente entre as técnicas de decomposição e os BLPPs indica que uma técnica geral para o BLPP poderia ser usada para resolver alguns problemas de otimização não-linear de grande porte. A técnica de decomposição poderia servir, ainda, como motivação para a aplicação de novos algoritmos aos BLPPs [107],[108].

Outros problemas que estão estreitamente relacionados aos BLPPs são os problemas em dois níveis de valor ótimo (OVBP), e podem ser escritos como segue:

$$\textbf{OVBP :} \quad \min_{\mathbf{x}} F(\mathbf{x},\mathbf{v}(\mathbf{x})) \text{ sujeito a: } G_i(\mathbf{x}, \mathbf{v}(\mathbf{x})) \geq 0 \quad ; i \in \mathbf{T},$$

sendo que**:**

$$\mathbf{v(x)}: \quad \min_{\mathbf{y}} f(\mathbf{x},\mathbf{y})) \text{ sujeito a } g_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \geq 0 \quad ; \; i \in \mathbf{P}.$$

Note que o **valor ótimo** do problema do nível inferior é referênciado na função do nível superior, e não a **solução** do problema inferior. Como resultado, o OVBP tem uma propriedade

significativa que o BLPP, em geral, não tem. Em [109], pode-se verificar que os problemas do nível superior e inferior são ambos convexos, então, o OVBP é também convexo. Portanto, os problemas em dois níveis de valor ótimo são usualmente de solução mais fácil que os BLPPs.

Os Problemas em Dois Níveis Generalizados (GBP) [99] são uma extensão dos BLPPs, onde o problema interior é substituído por uma desigualdade variacional (que é um conjunto infinito de restrições), como segue:

$$\textbf{GBP :} \quad \min_{\mathbf{x},\mathbf{y}} \; F(\mathbf{x},\mathbf{y})$$

$$\text{s.a}$$

$$\mathbf{x} \in \mathbf{X}\,,\ \mathbf{y} \in \mathbf{Y}$$

$$f(\mathbf{x},\mathbf{y})(\mathbf{y'}-\mathbf{y}) \geq 0,\ \forall\ \mathbf{y'} \in \mathbf{Y}.$$

Sob suposições apropriadas, a desigualdade variacional é equivalente a um programa matemático. Conseqüentemente, qualquer técnica utilizada para resolver um GBP pode também resolver um BLPP. Porém, como nem toda desigualdade variacional corresponde a um programa matemático, as técnicas empregadas para resolver um BLPP podem não ser apropriadas para resolver um GBP. O item a seguir descreve, graficamente, a idéia da formulação de um BLPP.

4.5 Idéia da Formulação de um BLPP

O BLPP é caracterizado por possuir duas funções objetivo com objetivos diferentes ($\mathbf{F_2}$ e $\mathbf{f_1}$)[3], como mostra a Figura 4.2 [4]. Essas funções encontram-se em uma ***situação de conflito de interesses ou de competição***, onde $\mathbf{F_2}$ controla o eixo $\mathbf{x}$, $\mathbf{f_1}$ controla o eixo $\mathbf{y}$ e $\mathbf{S^1}$ é a região de restrições do BLPP.

[3] Considere-se para o exemplo que estas duas funções são lineares.
[4] Todas as Figuras desta seção foram extraídas da referência **[110]**.

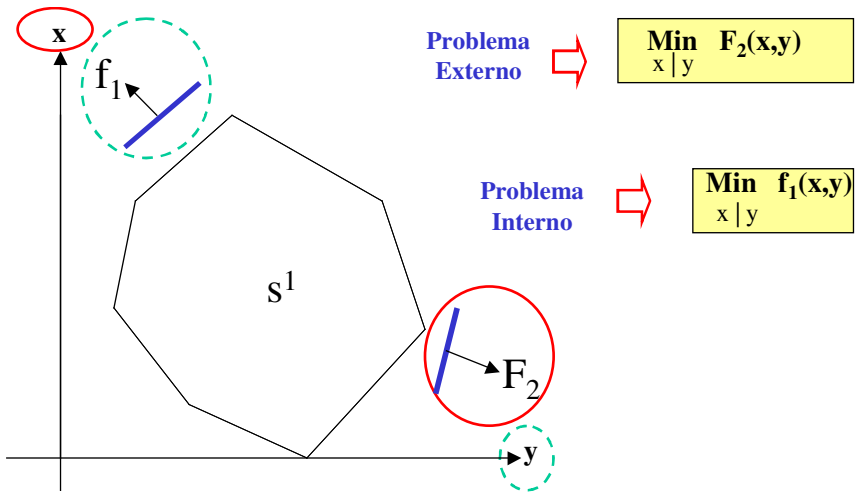

Fig. 4.2: Problema matemático com duas tomadas de decisão.

Nesta formulação, o problema superior ou externo (**F_2**) é o primeiro quem otimiza sua função objetivo, encontrando um vetor $\overline{X}$ independentemente do problema inferior, como apresenta a Figura. 4.3. Porém, ele poderia antecipar todas as possíveis reações do nível inferior (ou problema interno).

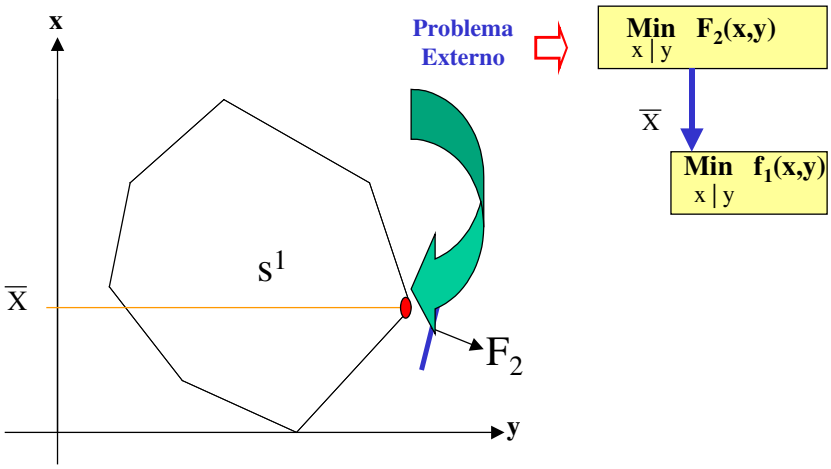

Fig. 4.3: O Problema Superior é o primeiro que otimiza sua função objetivo.

O nível inferior analisa essa decisão do nível superior e reage em um caminho que é individualmente ótimo para ele, encontrando um vetor $\overline{Y}$ sem considerar a influência externa que

poderia ocasionar ao nível superior, conforme ilustra a Figura 4.4. Isto acontece porque o conjunto de disponíveis escolhas fatíveis para cada função objetivo é interdependente.

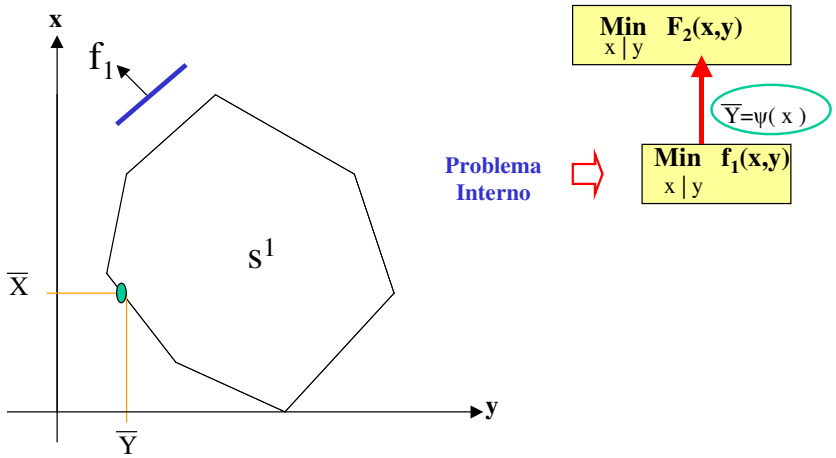

Fig. 4.4: O Problema Inferior analisa a decisão do Problema Superior e reage com $\overline{Y}$

Com a otimização do problema interno, a função do problema superior é atualizada (Figura 4.4) e o problema superior analisa a escolha da estratégia do nível inferior e reage otimizando sua função objetivo (**F_2**), encontrando um novo vetor $\overline{X}^*$, mas levando em conta, desta vez, a possível influência do resultado da otimização do problema inferior. Porém, ele poderia antecipar todas as **novas** possível reações do nível inferior, como apresenta a Figura 4.5.

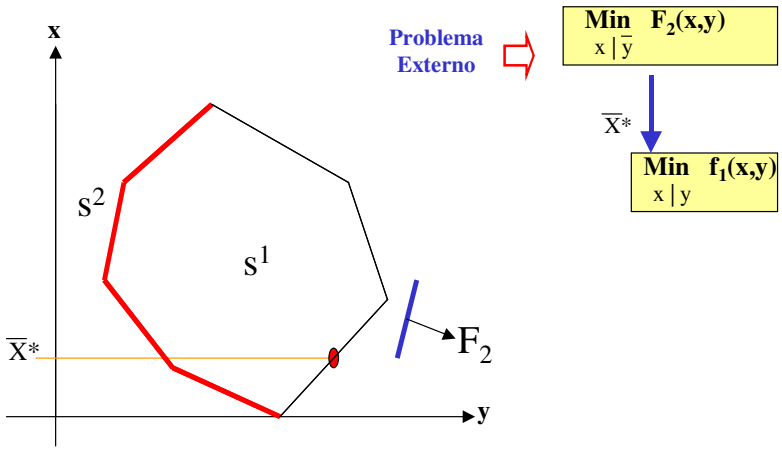

Fig. 4.5: O Problema Superior otimiza sua função objetivo atualizada

O nível inferior analisa a nova escolha do nível superior e reage com um vetor $\overline{Y}^*$. Assim, na Figura 4.6, é apresentado um resumo da idéia da formulação *bilevel* e pode-se dizer que os BLPPs apresentam uma relação hierárquica, seqüencial e não-cooperativa entre as funções dos níveis superior e inferior. Além disso, pode-se concluir, também, que a otimização do nível superior afeta o resultado e ações do nível inferior e vice-versa [6],[16],[111],[112].

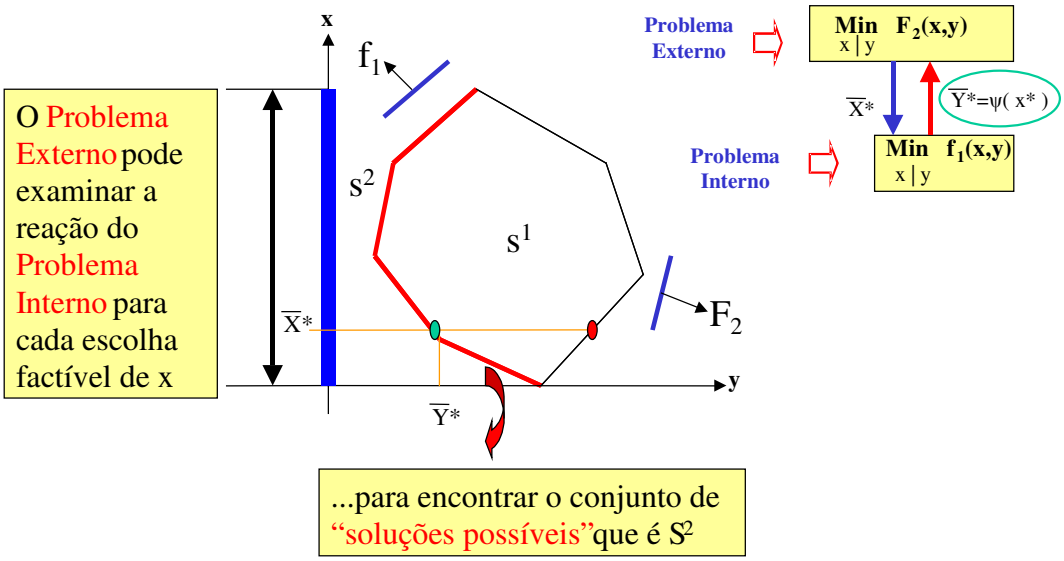

Fig. 4.6: Resumo da idéia da formulação *Bilevel*.

Este processo contínua de forma seqüencial até encontrar uma solução ótima estável como mostra a Figura 4.7

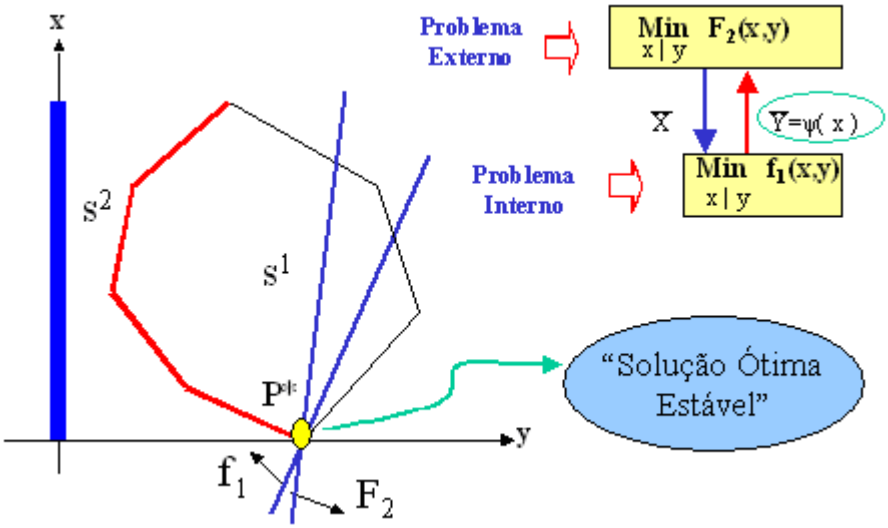

Fig. 4.7: Solução Ótima Estável.

A Figura 4.8 apresenta a Região Induzida (S^2) e o domínio das factíveis melhores soluções factíveis para a solução estável. Salienta-se que estas soluções só são possíveis quando existem acordos ou contratos entre os "jogadores" [114]. Maiores detalhamentos sobre esse assunto podem ser encontrados em [110][113][114].

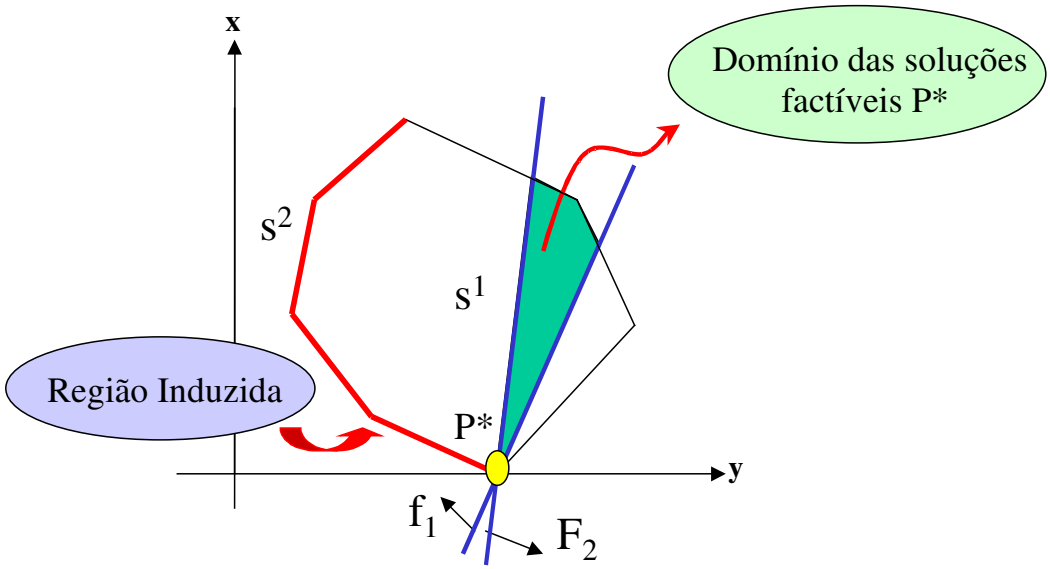

Fig. 4.8: Região Induzida e Domínio das Soluções Factíveis

O item a seguir trata de algumas propriedades dos BLPPs.

4.6 Propriedades do Problema de Programação *Bilevel*

4.6.1 Notações e Definições

Neste item, são introduzidos conceitos básicos do BLPP e são analisadas as propriedades do problema do seguidor que asseguram e a existência de uma solução para o BLPP. Considere-se um BLPP da seguinte forma geral [115]:

$$\textbf{BLPP-1}: \quad \min_{x \in X} \; F\big(x, y(x)\big) \quad \leftarrow \textbf{Problema superior} \qquad \text{(a)}$$

$$\textbf{s.a} \begin{cases} \min\limits_{y \in Y} \; f(x, y) \quad \leftarrow \textbf{Problema inferior} & \text{(b)} \\ \textbf{s.a} \begin{cases} g_i(x, y) \le 0 \,, \\ h_i(x, y) = 0 \,, \end{cases} \end{cases} \qquad (77)$$

$$(x, y) \in S = \{ (\mathrm{x}, \mathrm{y}) \; : \; g_i(x, y) \le 0 \,, \; h_i(x, y) = 0 \} \qquad \text{(c)}$$

No BLPP-1, o líder escolhe um vetor, $x \in X \subset \Re^n$, a fim de minimizar a função escalar $F(x, y(x))$. A notação, F(x,y(x)), é usada para salientar o fato de que o problema do líder está implícito na variável **y**. O seguidor observa esta escolha e responde selecionando um vetor, $y \in Y \subset \Re^m$, a fim de minimizar a função escalar $f(x, y)$. Note que o seguidor resolve um problema de programação não-linear paramétrico, onde as variáveis do líder são tratadas como parâmetros fixos. Ambos os "jogadores" poderiam atuar dentro do conjunto **S,** definido pelas funções **g** e **h.** Para facilitar uma análise mais aprofundada das propriedades do problema BLPP-1, são introduzidas as seguintes definições [115],[116].

<u>Região de restrição do BLPP</u>: $\Omega = \{(x, y) : x \in X, y \in Y, (x, y) \in S\}$;

A região de restrição do BLPP se refere a todas as possíveis combinações de escolha que o líder e o seguidor podem fazer. Isto é, a interseção dos conjuntos **X**, **Y** e **S**.

<u>Região Factível do Seguidor fixada em **x**</u>**:** $\Omega(x) = S \cap Y$ **;**

Um subconjunto de **Y** o qual é parametrizado no vetor **x.** A região factível do seguidor é afetada pela escolha do vetor **x** feita pelo líder. As escolhas permitidas para o seguidor são elementos do conjunto $\Omega(x)$**.**

<u>Conjunto de Reação Racional</u>: $M(x) = \{y : \min(f(x, y) : (x, y) \in S)\}$;

O conjunto de reação racional se refere ao subconjunto de **S** que o seguidor seleciona para um dado vetor de variáveis **x** do líder. Note que o problema do seguidor pode ser infactível para certos valores assumidos para **x**. Assim, o conjunto de reação racional pode ser vazio para alguns

valores de **x**. Dessa maneira, assume-se que o líder não pode selecionar um valor de **x** que torne o problema do seguidor infactível.

<u>Região Induzida</u>: $IR = \{(x, y) : x \in X, y \in M(x)\}$;

É a união de todos os conjuntos de reação racional. O líder pode obter diferentes reações racionais do seguidor para vários valores do vetor **x**. A união de todos os vetores **x** possíveis que o líder pode selecionar e as reações correspondentes **y** $\in$ **M(x)** correspondem à região induzida. O problema do líder é maximizar **F(x,y)** sobre a região induzida.

4.6.2 Propriedades da Região Induzida e o Conjunto de Reação Racional

O problema de otimização do líder é minimizar a função **F(x,y(x))** para escolher um $x \in X$, onde $y \in M(x)$. Para o procedimento de resolução do BLPP-1, a região induzida é conectada sob certas restrições com relação às funções **f**, **g** e **h**. A conectividade da região induzida é uma condição necessária para a estabilidade da solução do seguidor sob perturbações nas variáveis do líder [117].

4.6.3 Problema Exemplo

A seguir, são apresentados quatro problemas *bilevel* para ilustrar algumas das propriedades dos BLPPs e deixar mais claros os conceitos introduzidos[5]. Considere o seguinte problema:

$$\mathbf{BLPP_1}: \quad \min_{\mathbf{x,y}} (x+1)*y$$

$$\text{s.a} \begin{cases} 0 \le x \le 2 \\ \min\limits_{\mathbf{y}} \; x - y \\ \quad \text{s.a} \begin{cases} x + y \le 2 \\ -1 \le y \le 1 \end{cases} \end{cases}$$

[5] Esses problemas exemplos foram extraídos de **[111]** e **[6]**.

Esse problema pode ser escrito de outra maneira:

$$\mathbf{BLPP_1:} \quad \min_{x,y} (x+1)*y \quad \text{sujeito a: } 0 \le x \le 2 \text{ e } \mathbf{y} \in \mathbf{R_1(x)},$$

sendo que

$$\mathbf{R_1(x)} = \{ \mathbf{y} \in \Re : \mathbf{y} \text{ resolve } \mathbf{LLP_1(x)} \}^{6},$$

e

$$\mathbf{LLP_1(x)}: \min_{y} x - y \quad \text{sujeito a } x + y \le 2 \text{ e } -1 \le y \le 1$$

Ou seja, o $LLP_1(x)$ representa o problema inferior.

Para determinar a região induzida do $\mathbf{BLPP_1}$, examina-se atentamente o problema inferior. Seja $\rho_1(x)$ a região factível do $\mathbf{LLP_1(x)}$, para qualquer valor de **x**. O conjunto é ilustrado na Figura 4.9. Essa região fatível é descrita matematicamente como:

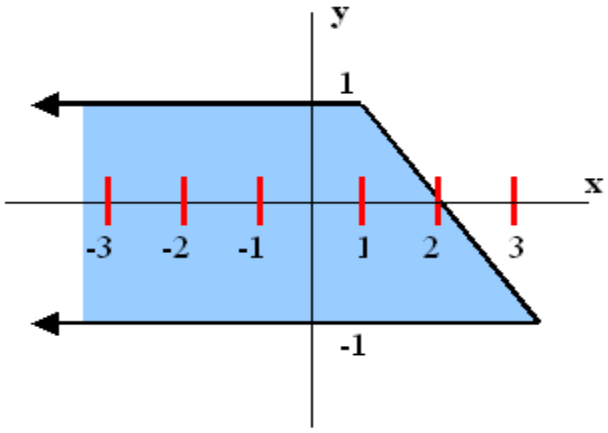

Fig. 4.9: $\rho_1(x)$ - Região factível (Região sombreada), para $x \in \Re$

$$\rho_1(x) = \begin{cases} [-1,1] & \text{se} \quad \mathbf{x} \le 1 \\ [-1,2-\mathbf{x}] & \text{se} \quad 1 < \mathbf{x} \le 3 \\ 0 & \text{se} \quad \mathbf{x} > 3 \end{cases}$$

[6] Algumas definições dos BLPP (por exemplo, **[99]**,**[115]** e **[118]**) incluem uma suposição que o problema interno $\mathbf{LLP_1(x)}$ é convexo e tem uma única solução global para cada valor factível de **x.** Mas a possível não linearidade do $\mathbf{LLP_1(x)}$ justifica a inclusão desta solução local em $\mathbf{R_1(x)}$.

O problema inferior **LLP$_1$(x)** é:

$$\min_{\mathbf{y}} \; -y \;\text{ sujeito a }\; \mathbf{y} \in \rho_1(x) \,.$$

A solução do mínimo argumento (argmin) deste problema é:

$$R_1(x) = \begin{cases} \{1\} & \text{se} \quad \mathbf{x} \le 1 \\ \{2\text{-}x\} & \text{se} \;\; 1 < \mathbf{x} \le 3 \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$R_1(x)$ é o conjunto de reação racional do problema em dois níveis **BLPP$_1$,** para $\mathbf{x} \in \Re$, que é mostrado na Figura 4.10.

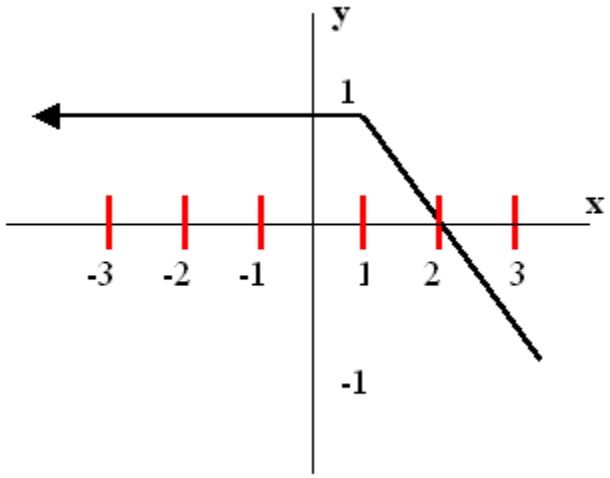

Fig. 4.10: $R_1(x)$ (segmentos de linhas conectados), para $x \in \Re$

Com esta simplificação, a região induzida do problema bilevel é:

$\boldsymbol{I_1} = \{(\mathbf{x},\mathbf{y}) \in \Re^2 : 0 \le x \le 2 \;\text{ e }\; \mathbf{y} \in \mathbf{R_1(x)}\}$**,** como ilustrado pelos dois segmentos de linha conectados na Figura 4.11.

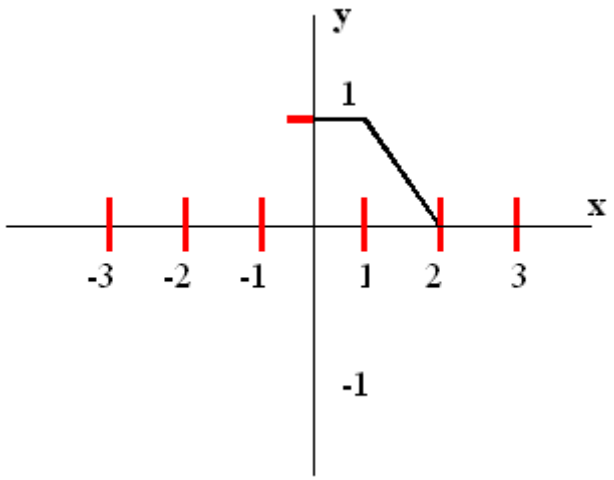

Fig. 4.11: Região Induzida I_1 (segmentos de linhas conectados) de $BLPP_1$

Note que mesmo com uma só variável e problemas lineares convexos como o problema de nível inferior, a região induzida do **$BLPP_1$** é não-convexa. Por isso, para o **$BLPP_1$**, afirma-se que: min (x+1)*y sujeito a: (**x**,**y**)∈ $\boldsymbol{I_1}$ é não-convexa e pode ter múltiplos mínimos locais. A Figura 4.12 mostra as curvas de nível da função objetivo **F** junto com a região induzida $\boldsymbol{I_1}$. Da análise dessa Figura, pode-se observar que tanto A como B são soluções locais de **$BLPP_1$**, mas porque o valor da função objetivo é mais baixo em B do que em A, o ponto B é a solução global de **$BLPP_1$**.

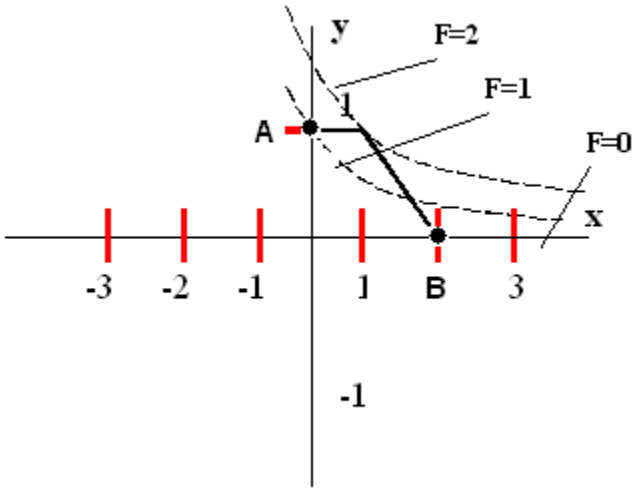

Fig. 4.12: Curvas de nível da função objetivo F

Ao mover uma restrição do nível inferior para o nível superior do problema bilevel, a estrutura do problema *bilevel* se altera significativamente. Movendo-se a restrição do nível inferior $\mathbf{x + y \leq 2}$ para o nível superior, tem-se:

$$\mathbf{BLPP_2}: \quad \min_{\mathbf{x,y}} (x+1)*y$$

$$\text{s.a} \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ \mathbf{x + y \leq 2} \\ \min\limits_{\mathbf{y}} \; x - y \\ \text{s.a} \left\{ -1 \leq y \leq 1 \right. \end{cases}$$

Escrito de outra maneira:

$$\mathbf{BLPP_2:} \quad \min_{\mathbf{x,y}} (x+1)*y \quad \text{sujeito a: } x + y \leq 2\,,\; 0 \leq x \leq 2 \text{ e } \mathbf{y} \in \mathbf{R_2(x)},$$

na qual

$$\mathbf{R_2(x) = \{\, y \in \Re : y} \text{ resolve } \mathbf{LLP_2(x)\},}$$

e

$$\mathbf{LLP_2(x)}: \min_{\mathbf{Y}} x - y \quad \text{sujeito a } -1 \leq y \leq 1.$$

Usando uma análise similar para $\mathbf{BLPP_2}$ como a usada para $\mathbf{BLPP_1}$, $\rho_2(x)$ é a região factível de $\mathbf{LLP_2(x)}$ e $\mathbf{R_2(x)}$ é o conjunto de reação racional de $\mathbf{LLP_2(x)}$ que satisfaz:

$$\rho_2(x) = \{\, \mathbf{y} \in \Re : -1 \leq y \leq 1 \,\}$$

$$\mathbf{R_2(x)} = \{1\}, \text{ para todo } \mathbf{x} \in \Re\,.$$

Esses conjuntos são ilustrados na Figura. 4.13.

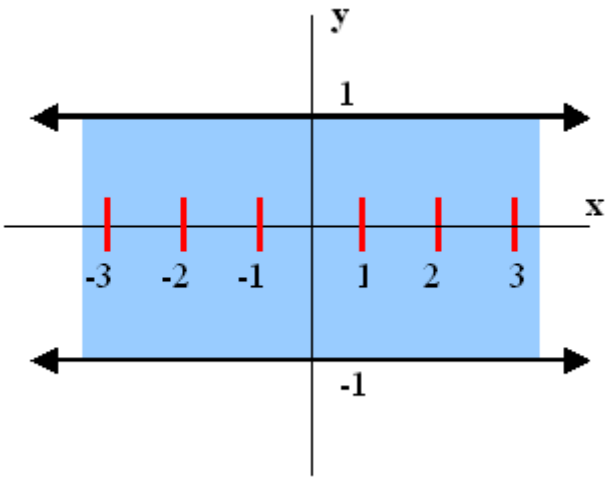

Fig. 4.13: $\rho_2(x)$ (região sombreada) e $R_2(x)$ (y =1), para $x \in \Re$

A região induzida, $\boldsymbol{I_2}$, para **BLPP₂** como mostrado pelo segmento de linha sólido na Figura 4.14, é significativamente diferente de $\boldsymbol{I_1}$.

$\boldsymbol{I_2} = \{(\mathbf{x},\mathbf{y}): 0 \le x \le 2,\ x + y \le 2$, e $\mathbf{y} \in \mathbf{R_2(x)}\}$

$\boldsymbol{I_2} = \{(\mathbf{x},\mathbf{y}): 0 \le x \le 2,\ x + y \le 2$, e $\mathbf{y} = \mathbf{1}\}$

$\boldsymbol{I_2} = \{(\mathbf{x},\mathbf{y}): 0 \le x \le 1,\ \mathbf{y} = \mathbf{1}\}$.

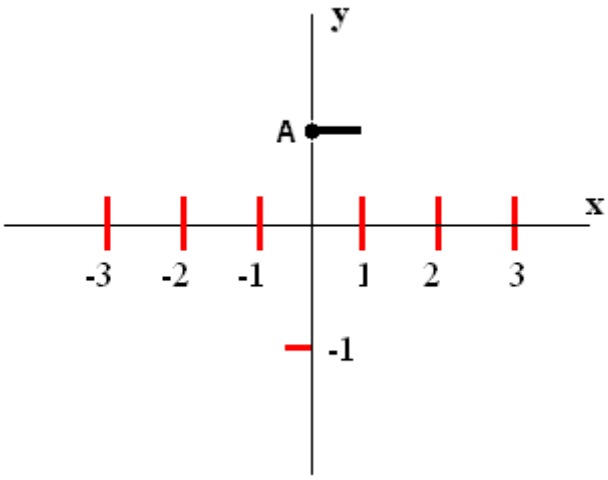

Fig. 4.14: Região Induzida I_2 (segmento de linha sólido) de $BLPP_2$

O conjunto I_2 é convexo e **BLPP$_2$** é um problema bilevel convexo. Note que a solução global de **BLPP$_1$**, não está na região induzida de **BLPP$_2$** e por isso, nem é factível para **BLPP$_2$**.

Embora as mesmas funções sejam utilizadas para definir tanto **BLPP$_1$** como **BLPP$_2$**, os problemas são significativamente diferentes e têm conjuntos de soluções diferentes.

Passando-se agora à definição do terceiro problema exemplo, tem-se:

BLPP$_3$:

$$\min_{\mathbf{x}} \ \mathbf{F} = 2x_1y_1 + 4x_2y_1 + 3x_1y_2 + x_2y_2$$

$$\text{s.a} \begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1 + x_2 = 1 \\ \min_{\mathbf{y}} \ f = -x_1y_1 - 3x_2y_1 - 4x_1y_2 - 2x_2y_2 \\ \text{s.a} \begin{cases} y_1 \geq 0 \\ y_2 \geq 0 \\ y_1 + y_2 = 1 \end{cases} \end{cases}$$

A solução de **y** ao problema do seguidor como função de **x** é **R$_3$(x)**:

$$\mathbf{R_3(x)} \begin{cases} (1,0) & \text{para} \quad x_1 + 3x_2 > 4x_1 + 2x_2; \ x_1 < ¼ ; \\ y_1 + y_2 = 1 & \text{para} \quad x_1 = ¼; \\ (0,1) & \text{para} \quad x_1 > ¼; \end{cases}$$

e substituindo **R$_3$(x)** dentro do problema do líder:

$$\min_{\mathbf{x}} \ \mathbf{F} = \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 & ; x_1 < ¼ ; \\ 2y_1 + 3/2 \quad (0 \leq y \leq 1) & ; x_1 = ¼; \\ 3x_1 + x_2 & ; x_1 > ¼; \end{cases}$$

$$\textbf{s.a} \qquad x_1 + x_2 = 1; \ x_1 \geq 0; \ x_2 \geq 0$$

Com esta simplificação, a região induzida do problema bilevel é:

$\boldsymbol{I_3} = \{(\mathbf{x},\mathbf{y}) \in \Re^2 : x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 0;\ x_1 + x_2 = 1 \ \text{ e } \ \mathbf{y} \in \mathbf{R_3(x)}\}$, como ilustrado pelos segmentos de linha conectados na Figura 4.15.

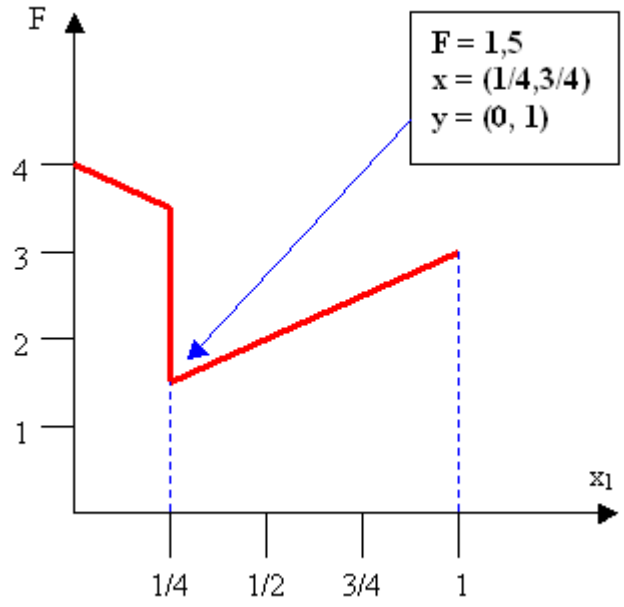

Fig. 4.15: Solução Ótima do Líder na Região Induzida (I_3) (segmentos de linhas conectados)

Mudando a hierarquia do problema, isto é, movendo-se o nível inferior para o nível superior e o nível superior para o nível inferior do problema *bilevel*, tem-se um novo problema definido por $BLPP_4$:

$BLPP_4$:

$$\min_{\mathbf{y}} \ \boldsymbol{f} = -x_1y_1 - 3x_2y_1 - 4x_1y_2 - 2x_2y_2$$

$$\text{s.a} \begin{cases} y_1 \geq 0 \\ y_2 \geq 0 \\ y_1 + y_2 = 1 \\ \\ \min\limits_{\mathbf{x}} \ \mathbf{F} = 2x_1y_1 + 4x_2y_1 + 3x_1y_2 + x_2y_2 \\ \\ \text{s.a} \begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1 + x_2 = 1 \end{cases} \end{cases}$$

A solução de **x** ao problema do seguidor como função de **y** é $\mathbf{R_4(x)}$:

$$\mathbf{R_4(x)} \begin{cases} (1,0) & \text{para} \quad 2y_1 + 3y_2 > 4y_1 + y_2; \ \ y_1 > ¼ \ ; \\ x_1 + x_2 = 1 & \text{para} \quad y_1 = ½; \\ (0,1) & \text{para} \quad y_1 < ½; \end{cases}$$

e substituindo $\mathbf{R_4(x)}$ dentro do problema do líder tem-se:

$$\min_{\mathbf{y}} \ f = \begin{cases} -y_1 - 4y_2 & ; \ y_1 > ½; \\ -(3-2x_1)y_1-(2x_1+2)y_2 & ; \ y_1 = ½; \\ -3y_1 - 2y_2 & ; \ y_1 < ½; \end{cases}$$

$$\textbf{s.a} \qquad y_1 + y_2 = 1; \ y_1 \geq 0; \ y_2 \geq 0$$

Com esta simplificação, a região induzida do problema bilevel é:

$\boldsymbol{I_4} = \{(\mathbf{x},\mathbf{y}) \in \ \Re^2 : y_1 \geq 0; \ y_2 \geq 0; \ y_1 + y_2 = 1 \ \text{ e } \ \mathbf{x} \in \mathbf{R_4(y)} \}$, como ilustrado pelos segmentos de linha conectados na Figura 4.16.

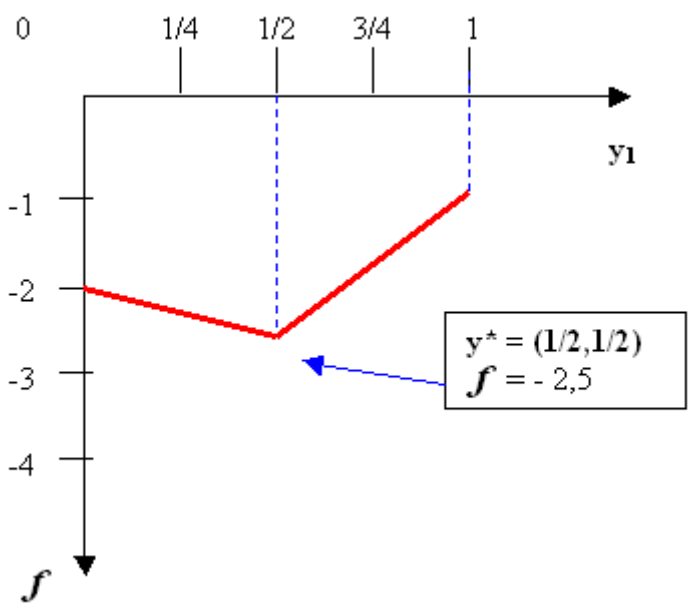

Fig. 4.16: Solução Ótima do Líder na Região Induzida (I_4)

Embora as mesmas funções sejam utilizadas para definir tanto **$BLPP_3$** como **$BLPP_4$**, os problemas são significativamente diferentes e têm conjuntos de soluções diferentes como mostra a Tabela 4.3.

TABELA 4.3: COMPARAÇÃO DE SOLUÇÕES DE $BLPP_3$ E $BLPP_4$

	$BLPP_3$	$BLPP_4$
Solução (x)	(1/4,3/4)	(1/4,3/4)
Custo (F)	1,5	2,5
Solução (y)	(0,1)	(1/2,1/2)
Custo (f)	-2,5	-2,5

4.6.4 Características dos Problemas em Dois Níveis

Algumas das propriedades exibidas pelos exemplos apresentados acima (**$BLPP_1$** até **$BLPP_4$**) são características gerais dos problemas em dois níveis, enquanto outras não. Assim, tem-se que:

- **$BLPP_1$** não é convexo, apesar da convexidade de **$LLP_1(x)$** para todos os valores factíveis de **x**, enquanto **$BLPP_2$** é um problema convexo. A maior parte dos problemas em dois níveis são não-convexos devido à solução restrita do **LLP(x)**.

- A solução do **$BLPP_1$** e **$BLPP_2$** ocorre em vértices da região do problema reduzido. Todos os BLPPs lineares têm esta propriedade, porém, esta propriedade não está normalmente presente em problemas não-lineares, para os quais pode não haver vértice na região induzida.

- Os conjuntos de reações racionais **LLP_1** e **LLP_2**, para valores factíveis de **x,** são singulares (ou únicos), correspondentes às soluções globais únicas dos problemas do nível inferior. Isto geralmente não é o caso para um problema não-linear do nível inferior como **LLP_3** e **LLP_4**, que pode ter múltiplos mínimos globais e locais. Combinando este fato com a primeira propriedade anterior, soluções locais são possíveis para ambos os níveis do problema.

- A ordem na qual as decisões são tomadas (estruturas hierárquicas) é importante, como mostram os exemplos **BLPP$_3$** e **BLPP4.** Assim, para todos os **BLPPs** as hierarquias dos problemas superior e inferior não são intercambiáveis (o problema é não-simétrico).

- Embora não evidenciado pelos problemas exemplo, outro aspecto na solução de qualquer problema de otimização é a possibilidade de degeneração, assunto abordado em [111],[119].

4.6.5 Propriedades dos BLPPs usando as condições de KKT

Neste trabalho, foi aplicada uma formulação para resolução dos BLPP substituindo o problema de otimização do seguidor (ou problema inferior) com as propriedades das condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Este procedimento é sugerido por Bard [120] e é ilustrado, a seguir, para o problema BLPP-1 definido na seção 4.6.1.

Substituindo o problema inferior desse problema pelas condições de KKT, tem-se um problema de otimização NLP-1[7] de um só nível da seguinte forma:

$$
\begin{aligned}
\textbf{NLP-1}: \quad & \min_{x,y,\mu,\lambda} \quad F(x,y) && \text{(a)} \\
& \nabla_y f(x,y) + u\nabla_y g_i(x,y) + \sigma\nabla h_i(x,y) = 0 && \text{(b)} \\
& g_i(x,y) \le 0 && \text{(c)} \\
& h_i(x,y) = 0 && \text{(d)} \\
& \sigma \ge 0,\ \mu \ge 0 && \text{(e)} \\
& \mu * g_i(x,y) = 0 && \text{(f)}
\end{aligned}
\qquad (78)
$$

Se a função objetivo do seguidor é estritamente convexa e a região do seguidor é um conjunto convexo compacto para todas as escolhas disponíveis das variáveis do líder, então a solução do NLP-1 é uma condição necessária e suficiente para a solução do BLPP-1. A referência [121] comprova essa afirmação.

Em geral, este problema equivalente de um só nível é um problema não-convexo e um mínimo local pode existir. Algoritmos como o método do gradiente reduzido e programação

[7] NLP: nonlinear programming

quadrática seqüencial encontram somente ótimos locais de NLP-1. Assim, existe a necessidade da aplicação de uma outra técnica para encontrar o ótimo global de NLP-1.

Note que as restrições de complementaridade (78)f implicam que $\mu_i = 0$ ou $g_i(x, y) = 0$ $\forall$ i . A literatura sugere o uso do procedimento *Branch and Bound* para satisfazer esta restrição de igualdade não-linear [120]. Se as condições de complementaridade são satisfeitas implicitamente usando o procedimento *Branch and Bound* e o ótimo global da relaxação resultante de NLP-1 pode ser encontrado, então a solução do BLPP-1 pode ser obtida.

Neste trabalho, a metodologia *Branch and Bound* não foi utilizada por gerar algoritmos muito complexos para a resolução dos BLPPs. Nesse sentido, foi proposta outra metodologia relaxando as condições de KKT, especificamente relaxando as condições de complementaridade (78)e,(78)f. Assim, e com ajuda das técnicas de otimização de um só nível amplamente conhecidas na literatura, problemas do tipo de NLP-1 podem ser resolvidos.

As condições de *Karush-Kuhn-Tucker* de um problema de programação não-linear envolvendo uma função objetivo convexa, com restrições lineares e não-lineares, de igualdade e desigualdade que são entre quasiconvexas e quasicôncavas são necessárias e suficientes para determinar um ótimo global. Assim, qualquer ótimo local de NLP-1 é também o ótimo global. A referência [56] traz uma discussão mais aprofundada sobre quasiconvexidade e condições suficientes para um ótimo global.

Em resumo, a solução de um BLPP-1 pode ser obtida se o conjunto de restrições do seguidor é linear ou não-linear convexo e a função objetivo do seguidor consiste de uma função quadrática convexa e convexa separável, respectivamente.

4.6.6 Técnicas de solução

Muitos algoritmos têm sido propostos para solucionar o problema da programação *bilevel*. A maioria destes algoritmos foi projetada para casos especiais do problema. Enquanto algumas técnicas usadas sejam dedicadas exclusivamente a problemas específicos, outras técnicas usam princípios que são aplicáveis a problemas em dois níveis mais gerais. Os vários algoritmos podem ser classificados, segundo a aproximação de solução usada, em um dos grupos seguintes.

- Procura do ponto extremo ou Algoritmos de enumeração do vértice.
  (*Extreme point search or vertex enumeration algorithms*)
  [122]-[125].
- Algoritmos de direção de descida.
  (*Descent direction algorithms*)
  [126],[127].
- Algoritmos de complementaridade linear.
  (*Linear complementarity algorithms*)
  [128].
- Algoritmos de função de penalidade.
  (*Penalty function algorithm*)
  [102][103][129]-[132].
- Algoritmos de *Branch and Bound*.
  (*Branch and bound algorithms*)
  [104],[115], [17], [133]-[135].

Todas estas técnicas somente são mencionadas com suas respectivas referências bibliográficas, já que não são de interesse para o presente trabalho. Cabe ressaltar que a maioria dessas técnicas foi inspirada na solução comum de reduzir o problema de dois níveis para um só nível, substituindo o problema inferior pelas condições de KKT. Como resultado, tem-se um problema de otimização de um só nível não-linear e não-convexo, mesmo que o BLPP original seja linear. Isso se deve às condições estacionárias (78) e às condições de complementaridade (78),(78). Assim, a maioria dessas técnicas tenta, como artifício, relaxar as condições de KKT, principalmente as condições de complementaridade que são responsáveis pela não-convexidade, as quais fazem com que a resolução do BLPP seja muito difícil.

Capítulo 5

Formulação Proposta, Metodologia de Resolução e Resultados Obtidos

5.1 Introdução

Este Capítulo aborda, de forma mais direta, o principal objetivo do trabalho, que é propor uma formulação *bilevel* para o Planejamento da Operação dos Sistemas Elétricos de Potência que leve em conta aspectos tanto técnicos como econômicos. Este tipo de formulação é resolvido geralmente reduzindo o problema *bilevel* a um problema de otimização de um só nível mediante a aplicação das condições de KKT ao problema inferior, tendo como resultado um problema de otimização não-convexo de difícil resolução. A idéia comumente empregada para resolvê-lo é relaxar as condições de KKT (especificamente as restrições de complementaridade), fazendo uso de diversas metodologias como, por exemplo, algoritmos de função de penalidade, algoritmos *Branch and Bound*, entre outros, e finalmente resolver o problema de um só nível através de programação inteira mista, fazendo com que a resolução fique muito complexa.

A metodologia proposta, também faz uso das condições de KKT para reduzir o problema *bilevel* a um problema de um único nível mas, posteriormente, as condições de KKT são relaxadas usando-se o artifício de fazer com que os multiplicadores de Lagrange fiquem irrestritos, ou seja, fazer com que tenham valores positivos e negativos. Este procedimento faz com que o problema seja de mais fácil solução a diferencia do adotado em outras metodologias que fazem com que todos os multiplicadores de Lagrange fiquem sempre positivos, fazendo com que o problema seja mais complexo de resolver .

As seções seguintes tratam, primeiramente, de fornecer uma visão geral da formulação proposta. Posteriormente, trata-se de aspectos da Programação Quadrática Seqüencial empregada na solução do problema, bem como da ferramenta computacional utilizada nessa resolução: a função FMINCON, que é uma ferramenta do toolbox de otimização do MATLAB, a qual utiliza

a programação quadrática seqüencial para resolver problemas não-lineares com restrições de igualdade e desigualdade. Finalmente, são apresentados o algoritmo da metodologia proposta e os resultados obtidos para testes e simulações realizados utilizando um sistema teste de 5 barras e o sistema IEEE de 30 barras.

5.2 Formulação do BLPP para o Planejamento da Operação de Sistemas de Potência

Na formulação proposta neste trabalho, serão considerados conjuntamente dois problemas bastante conhecidos na área de Operação de Sistemas Elétricos de Potência: a maximização da margem de estabilidade de tensão e o despacho econômico. Assim, tem-se como problema superior a maximização da Margem de Estabilidade de Tensão, que pode ser definida, conforme citado anteriormente, como o máximo acréscimo da carga que o sistema pode atender a partir do caso base, até que seja atingido o limite de estabilidade de tensão. E como problema inferior tem-se o Despacho Econômico Ótimo, que lida com a minimização do custo de produção de potência ativa. Então, para qualquer condição de carga específica, o despacho econômico determina a potência ativa gerada de cada unidade geradora que minimizará o custo total de combustível necessário para alimentar a carga do sistema. Esses dois problemas já foram estudados e analisados nos Capítulos 2 e 3 e, como visto anteriormente, cada um deles tem suas próprias restrições lineares, não-lineares e limites técnicos.

Usando a formulação BLPP e levando em conta aspectos técnicos e econômicos; o planejamento da operação dos sistemas elétricos de potência pode ser formulado da seguinte forma:

Max (margem da estabilidade de tensão) ← **problema superior**

s.a
- **Equações de fluxo de potência**
- **Limites técnicos**
- **Min (custos da geração)** ← **problema inferior**
  - **s.a**
    - **Equações de fluxo de potência**
    - **Limites técnicos**

Então, o BLPP pode ser formulado matematicamente como:

$$\text{Max } \lambda \qquad \leftarrow \textbf{problema superior}$$

$$\textbf{s.a} \begin{cases} V_k \sum_{m \in \kappa} V_m \left(G_{km} \cos\theta_{km} + B_{km} \operatorname{sen}\theta_{km}\right) - Pg_k + (1+\lambda) Pc_k = 0 \\ V_k \sum_{m \in \kappa} V_m \left(G_{km} \operatorname{sen}\theta_{km} - B_{km} \cos\theta_{km}\right) - Qg_k + (1+\lambda) Qc_k = 0 \\ \theta_{km}^{\min} \le \theta_{km} \le \theta_{km}^{\max} \\ V_k^{\min} \le V_k \le V_k^{\max} \\ Pg_k^{\min} \le Pg_k \le Pg_k^{\max} \\ Qg_k^{\min} \le Qg_k \le Qg_k^{\max} \\ Pc_k^{\min} \le Pc_k \le Pc_k^{\max} \\ Qc_k^{\min} \le Qc_k \le Qc_k^{\max} \\ Tap_{km}^{\min} \le Tap_{km} \le Tap_{km}^{\max} \\ Qsh_k^{\min} \le Qsh_k \le Qsh_k^{\max} \\ \lambda^{\min} \le \lambda \le \lambda^{\max} \\ \text{Min } C_k(Pg_k) = \sum_{k \in ng} a_k + b_k Pg_k + c_k Pg_k^{\,2} \qquad \leftarrow \textbf{problema inferior} \\ \textbf{s.a} \begin{cases} V_k \sum_{m \in \kappa} V_m \left(G_{km} \cos\theta_{km} + B_{km} \operatorname{sen}\theta_{km}\right) - Pg_k + (1+\lambda) Pc_k = 0 \\ V_k \sum_{m \in \kappa} V_m \left(G_{km} \operatorname{sen}\theta_{km} - B_{km} \cos\theta_{km}\right) - Qg_k + (1+\lambda) Qc_k = 0 \\ \theta_{km}^{\min} \le \theta_{km} \le \theta_{km}^{\max} \\ V_k^{\min} \le V_k \le V_k^{\max} \\ Pg_k^{\min} \le Pg_k \le Pg_k^{\max} \\ Qg_k^{\min} \le Qg_k \le Qg_k^{\max} \\ Pc_k^{\min} \le Pc_k \le Pc_k^{\max} \\ Qc_k^{\min} \le Qc_k \le Qc_k^{\max} \\ Tap_{km}^{\min} \le Tap_{km} \le Tap_{km}^{\max} \\ Qsh_k^{\min} \le Qsh_k \le Qsh_k^{\max} \\ \lambda^{\min} \le \lambda \le \lambda^{\max} \end{cases} \end{cases}$$

onde $\theta_k^{\min}$ e $\theta_k^{\max}$ são os limites inferior e superior dos ângulos de tensão da barra *k*, respectivamente; $V_k^{\min}$ e $V_k^{\max}$ são os limites inferior e superior da magnitude de tensão da barra *k*, respectivamente; $Pg_k^{\min}$ e $Pg_k^{\max}$ são os limites inferior e superior da geração de potência ativa da barra *k*, respectivamente; $Qg_k^{\min}$ e $Qg_k^{\max}$ são os limites inferior e superior da geração de

potência reativa da barra *k,* respectivamente; $Pc_k^{\min}$ e $Pc_k^{\min}$ são os limites inferior e superior da carga de potência ativa da barra *k,* respectivamente; $Qc_k^{\min}$ e $Qc_k^{\max}$ são os limites inferior e superior da carga de potência reativa da barra *k,* respectivamente; $Tap_{km}^{\min}$ e $Tap_{km}^{\max}$ são os limites inferior e superior dos taps dos transformadores no ramo *k-m,* respectivamente; $Qsh_k^{\min}$ e $Qsh_k^{\max}$ são os limites inferior e superior do capacitor shunt da barra *k,* respectivamente; $\lambda^{\min}$ e $\lambda^{\max}$ são os limites inferior e superior do fator de máximo carregamento do sistema, respectivamente.

Esta formulação bilevel é muito complexa de ser resolvida diretamente, mas pode-se reformular o problema de tal maneira que substituimos o problema inferior que é o despacho ótimo formulado como um FPO, por um despacho econômico clássico. Assim, apresentamos a seguinte formulação do BLPP para os sistemas elétricos de potência, que considera a margem de estabilidade e o despacho econômico clássico sem limites na geração de potência ativa, esta nova formulação é denominada, aqui, de **Caso – 1**:

Caso – 1: Max λ ← **problema superior**

$$
\text{s.a}\left\{
\begin{array}{l}
V_k \sum_{m\in\kappa} V_m \left(G_{km}\cos\theta_{km} + B_{km}\,\mathrm{sen}\,\theta_{km}\right) - Pg_k + (1+\lambda)Pc_k = 0 \\
V_k \sum_{m\in\kappa} V_m \left(G_{km}\,\mathrm{sen}\,\theta_{km} - B_{km}\cos\theta_{km}\right) - Qg_k + (1+\lambda)Qc_k = 0 \\
\theta_{km}^{\min} \le \theta_{km} \le \theta_{km}^{\max} \\
V_k^{\min} \le V_k \le V_k^{\max} \\
Pg_k^{\min} \le Pg_k \le Pg_k^{\max} \\
Qg_k^{\min} \le Qg_k \le Qg_k^{\max} \\
Pc_k^{\min} \le Pc_k \le Pc_k^{\max} \\
Qc_k^{\min} \le Qc_k \le Qc_k^{\max} \\
Tap_{km}^{\min} \le Tap_{km} \le Tap_{km}^{\max} \\
Qsh_k^{\min} \le Qsh_k \le Qsh_k^{\max} \\
\lambda^{\min} \le \lambda \le \lambda^{\max} \\
\text{Min } C_k(Pg_k) = \sum_{k\in ng} a_k + b_k Pg_k + c_k Pg_k^{\,2} \quad \leftarrow \textbf{problema inferior} \\
\text{s.a}\left\{ \sum_{k\in ng} Pg_k - Pc^{Total} = 0 \right.
\end{array}
\right.
$$

Na formulação do Caso-1, o problema inferior é um despacho econômico clássico, sem limites na geração ativa, em que todos os geradores do sistema em estudo sempre estão dentro de seus limites de potência ativa ou nunca atingem seus limites, como mostra a Figura 5.1. Essa Figura apresenta as curvas dos custos incrementais para um sistema elétrico hipotético com 4 geradores, sendo que, o custo incremental do sistema é igual ao custo incremental de todos os geradores, o que significa que as potências ativas geradas nunca atingem seus limites.

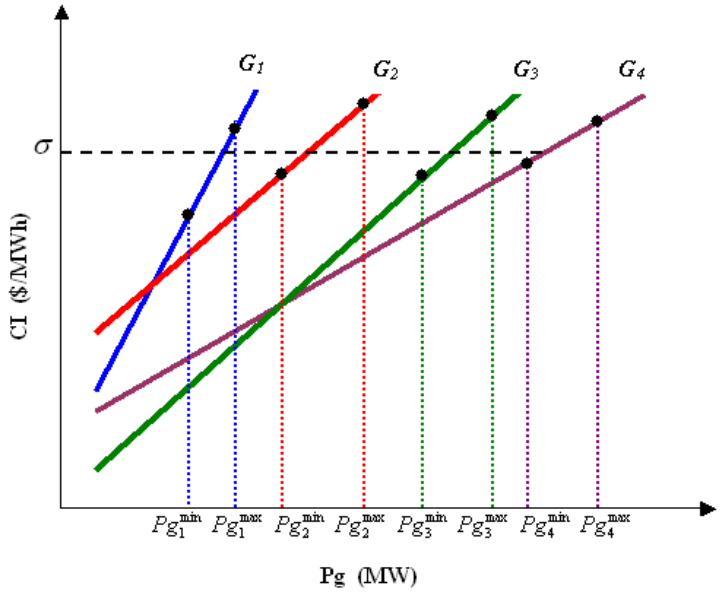

Fig. 5.1: Custo Incremental sem Limites na Geração de Potência Ativa

A partir desta formulação pode-se reduzir o problema *Bilevel* (**Caso – 1**) a um só nível, substituindo o problema inferior pelas suas condições de KKT:

Max (margem da estabilidade de tensão) ← **Single Level**

s.a
- **Equações de fluxo de potência**
- **Limites técnicos**
- **Condições de KKT do Problema inferior** ← **KKT**

Aplicando as condições de ótimalidade de KKT ao problema inferior do **Caso – 1,** tem-se as seguintes condições descritas na equação (82) [70]-[72]:

$$L(Pg_k,\sigma)=\sum_{k\in ng} a_k + b_k Pg_k + c_k Pg_k^{\,2} - \sigma\left(\sum_{k\in ng} Pg_k - Pc^{Total}\right)=0 \qquad (79)$$

$$\frac{\partial L(Pg_k,\sigma)}{\partial Pg_k} = b_k + 2c_k Pg_k - \sigma = 0\,; \tag{80}$$

$$\text{Custo Incremental} = \text{CI} = b_k + 2c_k Pg_k \tag{81}$$

$$\left.\begin{array}{ll} \dfrac{\partial L(Pg_k,\sigma)}{\partial Pg_k} = CI_k - \sigma = 0 & \text{(a)} \\ \dfrac{\partial L(Pg_k,\sigma_k)}{\partial \sigma_k} = \sum_{k\in ng} Pg_k - Pc^{Total} = 0 & \text{(b)} \\ \sigma \geq 0 & \text{(c)} \end{array}\right\} \textbf{KKT} \tag{82}$$

A condição de KKT (82) é o balanço das potências ativas geradas, que também já se encontra nas restrições de igualdade do problema superior, ou seja a primeira restrição de igualdade do problema superior do **Caso – 1** é o balanço das potências ativas geradas para cada incremento de margem da estabilidade. Então a formulação reduzida em um só nível fica da seguinte maneira:

$$\text{Max } \lambda \qquad \leftarrow \textbf{Problema em um só nível}$$

$$\textbf{s.a} \left\{\begin{array}{ll} V_k \sum_{m\in\kappa} V_m (G_{km}\cos\theta_{km} + B_{km}\,\text{sen}\,\theta_{km}) - Pg_k + (1+\lambda)Pc_k = 0 & \leftarrow \textbf{KKT} \\ V_k \sum_{m\in\kappa} V_m (G_{km}\,\text{sen}\,\theta_{km} - B_{km}\cos\theta_{km}) - Qg_k + (1+\lambda)Qc_k = 0 & \\ CI_k - \sigma = 0 & \leftarrow \textbf{KKT} \\ \theta_{km}^{\min} \leq \theta_{km} \leq \theta_{km}^{\max} & \\ V_k^{\min} \leq V_k \leq V_k^{\max} & \\ Pg_k^{\min} \leq Pg_k \leq Pg_k^{\max} & \\ Qg_k^{\min} \leq Qg_k \leq Qg_k^{\max} & \\ Pc_k^{\min} \leq Pc_k \leq Pc_k^{\max} & \\ Qc_k^{\min} \leq Qc_k \leq Qc_k^{\max} & \\ Tap_{km}^{\min} \leq Tap_{km} \leq Tap_{km}^{\max} & \\ Qsh_k^{\min} \leq Qsh_k \leq Qsh_k^{\max} & \\ \lambda^{\min} \leq \lambda \leq \lambda^{\max} & \leftarrow \textbf{KKT} \\ \sigma^{\min} \leq \sigma \leq \sigma^{\max} & \leftarrow \textbf{KKT} \end{array}\right.$$

Esta formulação reduzida **(Caso–1)** pode ser resolvida pelas técnicas de otimização de um só nível amplamente conhecidas na literatura. A metodologia e a implementação do algoritmo serão tratadas na seção 5.3.

Contudo, esta formulação só é válida para os casos onde todos o geradores têm suas potências ativas geradas dentro de seus limites (ver Figura 5.1). Na realidade isso nem sempre acontece. Então, deve-se utilizar um modelo que leve em conta todos os possíveis casos onde os limites mínimo e máximo das potências ativas geradas poderiam ser atingidos ou violados para alguns geradores e para outros geradores não. Assim, a seguinte formulação, denominada de **Caso – 2**, foi proposta:

Caso – 2: Max λ ← **problema superior**

$$
\textbf{s.a}\begin{cases}
V_k \sum_{m\in\kappa} V_m \left(G_{km}\cos\theta_{km} + B_{km}\,\mathrm{sen}\,\theta_{km}\right) - Pg_k + (1+\lambda)Pc_k = 0 \\
V_k \sum_{m\in\kappa} V_m \left(G_{km}\,\mathrm{sen}\,\theta_{km} - B_{km}\cos\theta_{km}\right) - Qg_k + (1+\lambda)Qc_k = 0 \\
\theta_{km}^{\min} \le \theta_{km} \le \theta_{km}^{\max} \\
V_k^{\min} \le V_k \le V_k^{\max} \\
Pg_k^{\min} \le Pg_k \le Pg_k^{\max} \\
Qg_k^{\min} \le Qg_k \le Qg_k^{\max} \\
Pc_k^{\min} \le Pc_k \le Pc_k^{\max} \\
Qc_k^{\min} \le Qc_k \le Qc_k^{\max} \\
Tap_{km}^{\min} \le Tap_{km} \le Tap_{km}^{\max} \\
\lambda^{\min} \le \lambda \le \lambda^{\max} \\
\text{Min } C_k(Pg_k) = \sum_{k\in ng} a_k + b_k Pg_k + c_k Pg_k^{\,2} \quad \leftarrow \textbf{problema inferior} \\
\textbf{s.a}\begin{cases}
\sum_{k\in ng} Pg_k - Pc^{Total} = 0 \\
Pg_k^{\min} \le Pg_k \le Pg_k^{\max}
\end{cases}
\end{cases}
$$

Nesta formulação, o problema inferior corresponde ao despacho econômico clássico com limites na geração de potência ativa. Foi aplicada a mesma idéia de substituir o nível inferior pelas suas condições de KKT, assim temos que:

Max (margem da estabilidade de tensão) ← **Single Level**

s.a { **Equações de fluxo de potência**
Limites técnicos
Condições de KKT do Problema inferior ← **KKT**

Aplicando as condições de ótimalidade de KKT ao problema inferior [70]-[72], tem-se:

$$L\left(Pg_k,\sigma,\mu_k^{\max},\mu_k^{\min}\right)=C_k(Pg_k)-\sigma\left(\sum_{k\in ng}Pg_k-Pc^{Total}\right)+\sum_{k\in ng}u_k^{\max}\left(Pg_k-Pg_k^{\max}\right)+\sum_{k\in ng}u_k^{\min}\left(Pg_k^{\min}-Pg_k\right)$$

$$\frac{\partial L\left(Pg_k,\sigma,\mu_k^{\max},\mu_k^{\min}\right)}{\partial Pg_k}=\sum_{k\in ng}b_k+2c_kPg_k-\sigma+\mu_k^{\max}-\mu_k^{\min}=0 \tag{83}$$

$$\frac{\partial L\left(Pg_k,\sigma,\mu_k^{\max},\mu_k^{\min}\right)}{\partial Pg_k}=CI_k-\sigma+\mu_k^{\max}-\mu_k^{\min}=0 \tag{84}$$

$$\frac{\partial L\left(Pg_k,\sigma,\mu_k^{\max},\mu_k^{\min}\right)}{\partial \sigma}=\sum_{k\in ng}Pg_k-Pc^{Total}=0 \tag{85}$$

$$\frac{\partial L\left(Pg_k,\sigma,\mu_k^{\max},\mu_k^{\min}\right)}{\partial u_k^{\max}}=Pg_k-Pg_k^{\max}=0 \tag{86}$$

$$\frac{\partial L\left(Pg_k,\sigma,\mu_k^{\max},\mu_k^{\min}\right)}{\partial u_k^{\min}}=Pg_k^{\min}-Pg_k=0 \tag{87}$$

$$CI_k-\sigma+\mu_k^{\max}=0 \quad \mu_k^{\max}>0,\ CI_k\le\sigma \tag{88}$$

$$CI_k-\sigma-\mu_k^{\min}=0 \quad \mu_k^{\min}>0,\ CI_k\ge\sigma. \tag{89}$$

Então, pode-se simplificar todas estas equações como:

$CI_k-\sigma+\mu_k=0$ ← Condição de KKT **(Despacho Ótimo)**

$\sigma\ge 0$ ← Condição de KKT **(Multiplicador de Lagrange)**

$-\infty<\mu_k<+\infty$ ← Condição de KKT ***"Relaxada"*** **(Vetor de Variáveis de Folga)**

$\sum_{k\in ng}Pg_k-Pc^{Total}=0$ ← Condição de KKT **(Equações de Balanço de Potência Ativa)**

Outra vez uma das condições de KKT é a equação de restrição do balanço de potências ativas, que já esta considerada no nível superior; portanto, somente é necessário adicionar as outras restrições (ou seja, o despacho ótimo e os multiplicadores de lagrange) ao problema do nível superior. Então a formulação em um nível para o **Caso – 2** será:

$$\text{Max } \lambda$$

$$\textbf{s.a} \begin{cases} V_k \sum_{m\in\kappa} V_m \left(G_{km}\cos\theta_{km} + B_{km}\,\text{sen}\,\theta_{km}\right) - Pg_k + (1+\lambda)Pc_k = 0 & \leftarrow \textbf{KKT} \\ V_k \sum_{m\in\kappa} V_m \left(G_{km}\,\text{sen}\,\theta_{km} - B_{km}\cos\theta_{km}\right) - Qg_k + (1+\lambda)Qc_k = 0 & \\ CI_k - \sigma + \mu_k = 0 & \leftarrow \textbf{KKT} \\ \theta_k^{\min} \le \theta_k \le \theta_k^{\max} & \\ V_k^{\min} \le V_k \le V_k^{\max} & \\ Pg_k^{\min} \le Pg_k \le Pg_k^{\max} & \\ Qg_k^{\min} \le Qg_k \le Qg_k^{\max} & \\ Pc_k^{\min} \le Pc_k \le Pc_k^{\max} & \\ Qc_k^{\min} \le Qc_k \le Qc_k^{\max} & \\ Tap_{km}^{\min} \le Tap_{km} \le Tap_{km}^{\max} & \\ Qsh_k^{\min} \le Qsh_k \le Qsh_k^{\max} & \\ \lambda^{\min} \le \lambda \le \lambda^{\max} & \\ \sigma^{\min} \le \sigma \le \sigma^{\max} & \leftarrow \textbf{KKT Relaxada} \\ \mu_k^{\min} \le \mu_k \le \mu_k^{\max} & \leftarrow \textbf{KKT Relaxada} \end{cases}$$

sendo que:

$CI_k(Pg_k)$ ← É o custo incremental do despacho econômico,

σ, μ_k ← são os multiplicadores de Lagrange, sendo que μ_k é um vetor de variáveis de folga.

Como estratégia do despacho econômico, o custo incremental é o mesmo para todos os geradores. μ_k é a variável de folga, a qual é diferente de zero para os geradores que atingem ou

operam fora de seus limites de potência ativa, como mostra a Figura 5.2. Nessa Figura, os geradores G2 e G4 operam fora de seus limites.

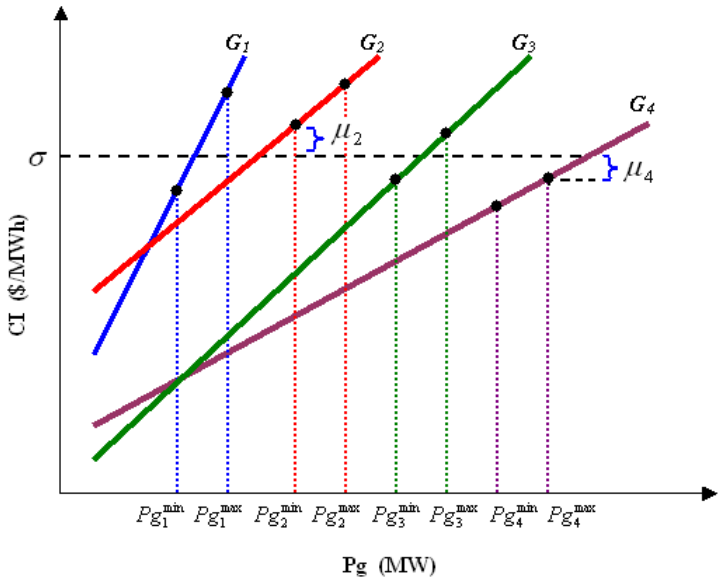

Fig. 5.2: Custo Incremental com Limites na Geração de Potência Ativa

A formulação final obtida para o BLPP do **Caso – 2** é um problema de otimização de um só nível não-convexo, com restrições lineares e não-lineares de igualdade e desigualdade, que pode ser solucionado por diferentes métodos encontrados na literatura. No entanto, é importante ressaltar que esta formulação BLPP proposta é simples, já que foi relaxada a condição de complementaridade, fazendo com que μ_k assuma valores positivos e negativos ($-\infty < u_k < +\infty$). Assim, esta formulação quando comparada com outras formulações encontradas na literatura é mais simples, e é também muito flexível para manipular as variáveis e parâmetros de controle.

5.3 Metodologia de Solução e Resultados

A redução do problema BLPP a um problema de um nível descrito no item anterior será resolvida usando a função ***fmincon*** do ambiente MATLAB. A formulação proposta neste trabalho foi aplicada para os sistemas teste de 5 Barras [71] e de 30-Barras do IEEE. É importante notar que nesta formulação a demanda total é igual ao total da carga mais as perdas das linhas de transmissão (***PL***) no ponto ótimo. Neste ponto ótimo, os resultados obtidos foram comparados com o método do gradiente [71], sem considerar a maximização da margem (ou seja, fazendo-se $\lambda = 0$).

5.3.1 O MatLab

O nome MatLab deriva do nome em inglês Matrix Laboratory. É um sistema interativo baseado na representação matricial para resolução de problemas no âmbito científico e de engenharia. De uma forma geral, o MatLab serve para o estudo de qualquer problema que precise de um trabalho computacional significativo, que envolva matrizes e precise de visualização gráfica. O MatLab possui um conjunto de "Toolboxes" (por exemplo: Sistema de Controle, Otimização, Redes Neurais Artificiais) que permitem resolver classes particulares de problemas. Além disso, tem a possibilidade de chamar rotinas desenvolvidas em C ou em Fortran. No caso particular do Toolbox de Otimização do MatLab, tem-se as seguintes funções:

TABELA 5.1: FUNÇÕES DO TOOLBOX DE OTIMIZAÇÃO DO MATLAB

Função	**Propósito**
fgoalattain	Função Multiobjetivo
fminbnd	Minimização escalar não linear com limites
fmincon	***Minimização não linear com restrições***
fminimax	Otimização Mini-max
fminsearch,fminunc	Minimização não linear irrestrita
fseminf	Minimização Semi-infinita
linprog	Programação Linear
quadprog	Programação Quadrática

Para resolver o problema reduzido (**Casos – 1 e 2**), será adotada a função ***fmincon*** do toolbox de otimização do MATLAB da Tabela 5.1. O ***fmincon*** aplica o método da Programação Quadrática Seqüencial (SQP), para a resolução de problemas de otimização não linear, com restrições lineares e não lineares, de igualdade e desigualdade [136]. Esses problemas são de difícil resolução e a SQP é em muitos casos, superior aos demais métodos de programação não-linear para otimização com restrições, possuindo vantagens em termos de eficiência, precisão e sucesso na obtenção de soluções de um grande número de problemas teste disponíveis na literatura [137]-[140]. A seguir, serão abordados os aspectos básicos do Método da Programação Quadrática Seqüencial (SQP).

5.3.2 Método da Programação Quadrática Seqüencial (SQP)

O método de programação quadrática seqüencial é relativamente recente, sendo considerado por alguns autores como o melhor dos métodos de otimização não linear com restrições [60].

A base do algoritmo SQP é a resolução das equações de KKT representadas nas equações (78)b,(78)e,(78)f, que implementam diretamente os Multiplicadores de Lagrange.

Este método consiste na formulação de um subproblema quadrático para determinar a direção de procura, baseado numa aproximação quadrática da função Lagrangeana, isto é, a SQP aproxima a função objetivo ***f(x)*** por um modelo quadrático ***q(x)***, e aproxima as funções de restrições não lineares por funções lineares. Esta aproximação é simplificada assumindo que as restrições de fronteira das variáveis de decisão são expressas como restrições de desigualdade. Então, o subproblema quadrático surge na seguinte forma:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar} \quad q(d) = \frac{1}{2} d^T H_t d + \nabla f(x_t)^T d \\ &\text{Sujeita a:} \\ &\qquad \nabla h_i(x_t)^T d + h_i(x_t) = 0 \qquad (\text{i} = 1, ..., \text{m}) \\ &\qquad \nabla g_j(x_t)^T d + g_j(x_t) \leq 0 \quad (\text{j} = 1, ..., \text{n}) \end{aligned} \tag{90}$$

Cuja solução é a direção de procura ***d***, e $\boldsymbol{H_k}$ é uma aproximação da matriz Hessiana (matriz das derivadas de segunda ordem) da função *Lagrangeana* definida positiva.

Este problema de procura de direção é agora um problema de programação quadrática que pode ser resolvido através de qualquer algoritmo específico existente na literatura. A matriz $\boldsymbol{H_t}$ inicialmente é admitida como sendo a matriz identidade (***I***) e pode ser atualizada através dos métodos quasi-Newton, especificamente o método **BFGS** (*Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno*), que é um dos mais conhecidos. Nota-se que neste subproblema de otimização, as funções e as suas derivadas são facilmente avaliadas, e nele estão incluídas todas as restrições do problema original. A solução do subproblema quadrático é então utilizada para formar uma nova iteração:

$$x_{t+1} = x_t + \alpha_t d_t \tag{91}$$

Como a aproximação implementada só é válida numa pequena vizinhança de $\boldsymbol{x_t}$ (aproximação à solução do problema original), só é possível garantir convergência do método se $\boldsymbol{x_t}$ estiver numa vizinhança da solução (convergência local). Para que o método tenha convergência global – convergência partindo de "qualquer" aproximação inicial – é preciso introduzir um esquema que, com a ajuda de uma função mérito, possa forçar o progresso do algoritmo em direção à solução.

A função mérito serve para medir o progresso do algoritmo e verificar se o ponto x_{t+1} é "melhor" que x_t. Um ponto x_{t+1} é melhor que x_k se, pelo menos, $M(x_{t+1}) < M(x_t)$, sendo M, a função mérito. Existem várias funções mérito, que normalmente dependem da função objetivo e das funções de restrição.

O comprimento do passo, α_t, é determinado utilizando um método de procura unidimensional conseguindo assim um decréscimo na função mérito. Um dos algoritmos para calcular α_t é o método das repetidas divisões por dois.

Tem-se assim um processo iterativo que deve ser repetido, com base na nova aproximação x_{t+1}, até se obter uma aproximação que esteja próxima da solução do problema original. O algoritmo SQP pode ser aplicado na resolução de problemas não lineares com ou sem restrições.

O algoritmo evolui da seguinte forma:

a) Na iteração $t = 0$, são dados os valores inicias de $\boldsymbol{x_0}$, e dos multiplicadores ($\boldsymbol{\lambda_0}$, $\boldsymbol{\mu_0}$) e assume-se $H(x_0) = I$.
b) Para a iteração $t = t+1$, tem-se que:

1. Calcular as gradientes $\nabla f(x_t), \nabla h(x_t), \nabla g(x_t)$ e a Hessiana $H(x_t)$.
2. Resolver o problema quadrático.
   Solução: vetor de direção de procura $\boldsymbol{d}$ e os vetores dos multiplicadores de Lagrange do problema quadrático.
   A resolução do problema quadrático é baseada nas condições de ótimalidade deste.
3. Determinação do comprimento do passo α_t, através de um método de procura unidimensional que gere uma redução significativa na função mérito.

4. Atualizar a aproximação x_{t+1}.
5. Verificar convergência.

5.3.3 Implementação do Método da Programação Quadrática Seqüencial (SQP) em Ambiente MatLab

A implementação da SQP em MatLab consiste de três etapas [136]:

- Atualização da matriz Hessiana da função Lagrangeana;
- Solução do problema de programação quadrática;
- Determinação da função mérito.

5.3.3.1 Atualização da Matriz Hessiana da Função Lagrangeana

Para a atualização da matriz Hessiana, garantindo que seja definida positiva, em cada iteração é feita uma aproximação utilizando o método Quasi-Newton, fórmula BFGS onde σ_i é uma estimativa dos multiplicadores de Lagrange.

$$H_{t+1} = H_t + \frac{q_t q_t^T}{q_t^T s_t} - \frac{H_t^T H_t}{s_t^T H_t s_t} \tag{92}$$

sendo que:

$$s_t = x_{t+1} - x_t \tag{93}$$

e:

$$q_t = \nabla f(x_{t+1}) + \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \nabla g_i(x_{t+1}) - \left(\nabla f(x_t) + \sum_{i=1}^{n} \sigma_i \nabla g_i(x_t) \right) \tag{94}$$

Consegue-se ter uma Hessiana definida positiva quando se garante que $q_t^T s_t$ é positivo em cada atualização e $\boldsymbol{H}$ é inicializada com uma matriz definida positiva. Quando $q_t^T s_t$ não é positivo, q_t é modificado elemento a elemento até que $q_t^T s_t > 0$. O principal objetivo desta

modificação é fazer uma pequena distorção dos elementos de q_t, que contribuem para que a matriz seja definida positiva. Se após desta distorção $q_t^T s_t$ contínuar negativo, q_t é modificado adicionando-lhe um vetor ***v*** multiplicado por um escalar ***w*** , isto é:

$$q_t = q_t + wv \tag{95}$$

Sendo que:

$$v_i = \nabla g_i(x_{t+1}) g_i(x_{t+1}) - \nabla g_i(x_t) g_i(x_t) \tag{96}$$

Se

$$(q_t)_i w < 0 \tag{97}$$

e

$$(q_t)_i (s_t)_i < 0 \qquad \text{(i = 1, ..., m)} \tag{98}$$

$$v_i = 0 \tag{99}$$

Então ***w*** é aumentado sistematicamente até $q_t^T s_t > 0$.

5.3.3.2 Solução do Problema da Programação Quadrática

Em cada iteração do método SQP é resolvido um problema quadrático (QP) na forma:

$$\begin{array}{lll} \text{Minimizar} & q(d) = \frac{1}{2} d^T H d + c^T d & \\ \text{s.a} & A_i d = b_i & \text{i = 1, ..., me} \\ & A_i d \leq b_i & \text{i= me + 1,..., m} \end{array} \tag{100}$$

O método usado no “toolbox” de otimização do MatLab é uma estratégia conhecida como método de projeção, modificado para aplicação a problemas de programação linear e programação quadrática. A solução do processo envolve duas fases: a primeira fase consiste no cálculo de um ponto válido (se existir); a segunda fase consiste na geração iterativa de uma seqüência de pontos válidos que irá convergir para a solução.

A solução obtida através do método de projeção, isto é, a direção de procura, é utilizada na determinação do novo vetor solução. O comprimento do passo a efetuar na direção d_t é calculado de forma a proporcionar um decréscimo substancial na função mérito, com A_i d_t maior que zero.

$$\alpha_i = \min\left\{\frac{-(A_i x_t - b_i)}{A_i d_t}\right\} \qquad \text{(i = 1, ... , m)} \tag{101}$$

5.3.3.3 Determinação da Função Mérito

A função mérito da SQP utilizada pelo MatLab é a seguinte:

$$\psi(x) = f(x) + \sum_{i=1}^{m_e} r_i g_i(x) + \sum_{i=m_e+1}^{m} r_i \max\{0, g_i(x)\} \tag{102}$$

Em que r é o parâmetro de penalidade:

$$r_i = (r_{t+1})_i = \max\left\{\lambda_i, \frac{1}{2}((r_t)_i + \lambda_i)\right\} \qquad \text{(i = 1, ..., m)} \tag{103}$$

E, inicialmente, assume-se $\boldsymbol{r_i}$ como sendo:

$$r_i = \frac{\|\nabla f(x)\|}{\|\nabla g_i(x)\|} \tag{104}$$

5.3.4 Função "fmincon" do Matlab

A função do **fmincon** propõe a seguinte formulação [136]:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & c(x) \le 0 \\ & c_{eq}(x) = 0 \\ & Ax \le b \\ & A_{eq} x = b_{eq} \\ & lb \le x \le ub \end{aligned}$$

sendo que ***f(x)*** é a função a minimizar, e que devolve um escalar que representa o valor da solução ótima; ***c(x)***, $c_{eq}(x)$ são as funções de restrições não lineares de desigualdade e igualdade respectivamente; $A_{eq}x = b_{eq}$ e $Ax \leq b$ são as funções de restrições lineares de igualdade e desigualdade, respectivamente, ***lb*** e ***ub*** são os limites inferior e superior das variáveis independentes, respectivamente. A sintaxe da função do fmincon no MatLab é a seguinte:

>> [x, fval, exitflag, output, lambda, grad, hessian] = fmincon(fun, x0, A, b, A_{eq}***,*** b_{eq}***, lb, ub, nolcon, option,*** $p_1, p_2, \ldots, p_n$***)***

Onde:

- ***x*** é o vetor solução das variáveis independentes ou de decisão.

- ***fval corresponde*** ao valor da função objetivo no ponto ótimo,

- ***exitflag*** é uma condição de saída, que se for positiva indica que a função convergiu para a solução ***x***, se for nula significa que o número máximo de iterações foi atingido, e se for negativa, indica que a função não convergiu para a solução.

- ***output*** fornece informação relativa ao número de iterações efetuadas ao número de avaliações da função objetivo e o algoritmo usado.

- ***lambda*** é uma estrutura contendo os multiplicadores de Lagrange da solução ***"x"*** (no ponto ótimo).

- **grad** devolve o valor do gradiente da função objetivo ***f(x),*** para a solução ***"x"*** (no ponto ótimo).

- ***hessian*** devolve o valor da Hessiana da função objetivo ***f(x,)*** para a solução ***"x"*** (no ponto ótimo).

- ***fun*** é um arquivo que contém a função objetivo ***f(x)***, e que devolve um escalar que representa o valor da solução ótima ***"x"***.

- ***x0,*** valor inicial das variáveis independentes, onde ***x0*** pode ser escalar, vetor, o matriz.

- ***A, b,*** são as desigualdades lineares ($Ax \leq b$), onde ***A*** é matriz e ***b*** é vetor.

- $\boldsymbol{A_{eq}}$***,*** $\boldsymbol{b_{eq}}$***,*** são as igualdades lineares ($A_{eq}x = b_{eq}$), onde $\boldsymbol{A_{eq}}$ é matriz e $\boldsymbol{b_{eq}}$ é vetor.

- ***lb, ub,*** conjunto dos limites inferior e superior, respectivamente, das variáveis independentes ***x*** ($lb \leq x \leq ub$).

- ***nonlcon é*** o arquivo que contém ***c(x)*** e $\boldsymbol{c_{eq}(x)}$, que são funções que definem as restrições não lineares de desigualdade e igualdade respectivamente, e que retorna os valores dos respectivos vetores;

- ***options*** apresenta os diversos valores predeterminados dos parâmetros que ficam ao critério do programador, salientando-se principalmente a tolerância pretendida para critério de parada relativamente ao valor da função objetivo **(TolFun)**, ao valor do ponto ótimo **(TolX)** e das restrições **(TolCon)**, bem como o número máximo de iterações. Por padrão, o MatLab assume para as tolerâncias mencionadas o valor predeterminado de $\mathbf{10^{-6}}$ para todos eles.

A seguir, é apresentado um exemplo simples, adequando-o à formulação utilizada pelo ***fmincon***.

Exemplo:

$$\min_{x \in \Re^2} \; f(x) = \frac{1}{2}\left((x_1 - 1)^2 + x_2^2\right) \quad \Big\} \quad \boxed{f(x)}$$

$$\text{s.a} \quad -x_1 + \frac{1}{4}x_2^2 = 0 \quad \Big\} \quad \boxed{C_{eq}(x) = 0}$$

$$-x_1^2 + 5x_2 \geq 0 \quad \Big\} \quad \boxed{C(x) = 0}$$

$$x_1 + x_2 - 5 = 0 \quad \Big\} \quad \boxed{A_{eq}x = b_{eq}}$$

$$\left.\begin{array}{l} x_1 \geq 0 \\ x_2 \leq 4 \end{array}\right\} \quad \boxed{lb \leq x \leq ub}$$

A Figura 5.3 mostra os arquivos da função objetivo, das restrições de igualdade e desigualdade linear e não linear e a chamada da função ***fmincon***; e a Figura 5.4, mostra a saída dos resultados da minimização da função objetivo ***f(x)***.

```
function [c,ceq]=nonlcon(x)

c=x(1)^2-5*x(2);
ceq=-x(1)+(1/4)*x(2)^2;

if nargout > 2
GC(1,1)=2*x(1); % <= 0
GC(2,1)=-5;
GCeq(1,1)=-1;
GCeq(2,1)=0.5*x(2);
end
```

```
function f=myfun(x)

f=1/2*((x(1)-1)^2+x(2)^2);

if nargout > 1 % Devolver o gradiente
g(1)=x(1)-1;
g(2)=x(2);
end
if nargout > 2 % Devolver Hessiana
h(1,1)=1;
h(1,2)=0;
h(2,1)=0;
h(2,2)=1;
end
```

```
clc
clear all

x0=[1  1];
ub=[inf;4];
lb=[0;-inf];
Aeq=[1 1 ];
beq=[5];
options = optimset('Display','iter','TolX',1e-006,'TolFun',1e-006,'TolCon',1e-006);
[x,fval,exitflag,output,lambda,grad,hessian]=fmincon(@myfun5,x0,[],[],Aeq,beq,lb,ub,@nonlcon5)
```

Fig. 5.3: Arquivos da função Objetivo e das Restrições de Desigualdade chamando a função *fmincon*

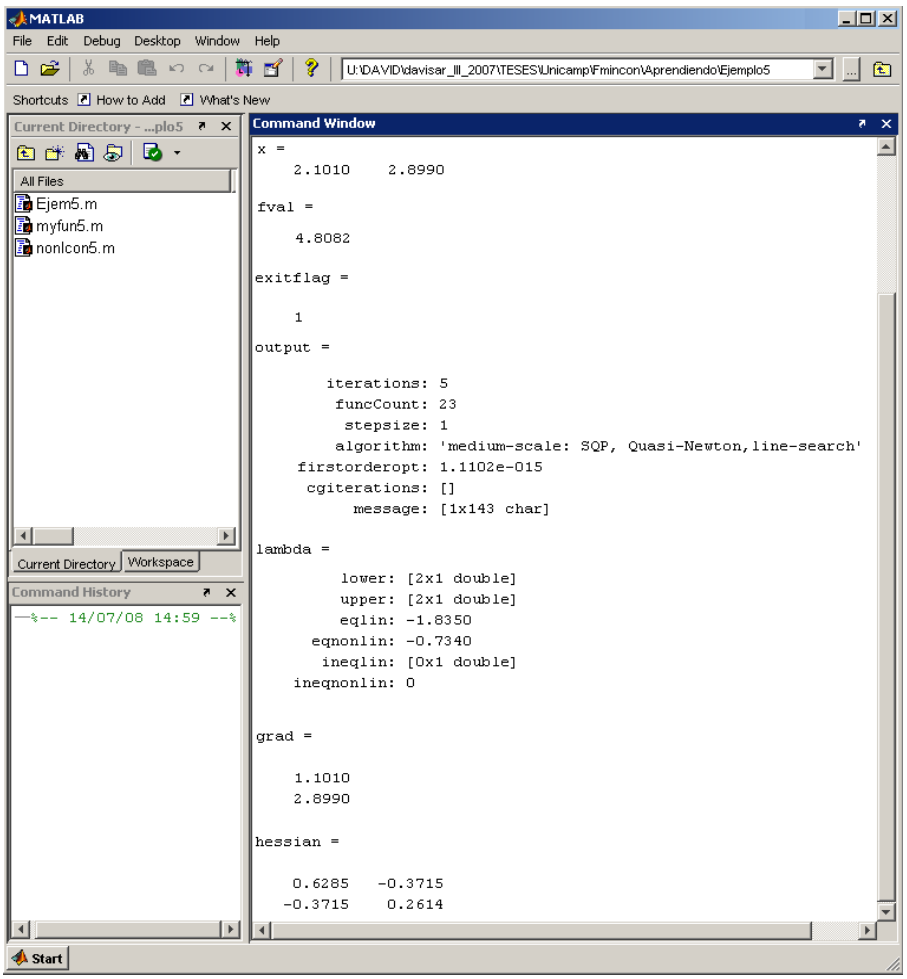

Fig. 5.4: Saída de Resultados da função f(x) minimizada com a função *fmincon*

Assim, para solucionar o problema abordado neste trabalho, deve-se adequar o problema reduzido do BLPP (a adequação é a mesma tanto para o Caso – 1 quanto para o Caso – 2) à formulação do ***fmincon:***

$$\text{Max} \quad \lambda \qquad \Big\} \; \boxed{f(x)}$$

s.a

$$\left.\begin{aligned} V_k \sum_{m\in\kappa} V_m \left(G_{km}\cos\theta_{km} + B_{km}\,\mathrm{sen}\,\theta_{km}\right) - Pg_k + (1+\lambda)Pc_k = 0 \\ V_k \sum_{m\in\kappa} V_m \left(G_{km}\,\mathrm{sen}\,\theta_{km} - B_{km}\cos\theta_{km}\right) - Qg_k + (1+\lambda)Qc_k = 0 \end{aligned}\right\} \; \boxed{Ceq\ (x) = 0}$$

$$CI_k - \sigma + u_k = 0 \qquad \Big\} \; \boxed{Aeq{*}x = beq}$$

$$\left.\begin{aligned} \theta_k^{\min} \le \theta_{km} \le \theta_k^{\max} \\ V_k^{\min} \le V_k \le V_k^{\max} \\ Pg_k^{\min} \le Pg_k \le Pg_k^{\max} \\ Qg_k^{\min} \le Qg_k \le Qg_k^{\max} \\ Pc_k^{\min} \le Pc_k \le Pc_k^{\max} \\ Qc_k^{\min} \le Qc_k \le Qc_k^{\max} \\ Tap_{km}^{\min} \le Tap_{km} \le Tap_{km}^{\max} \\ Qsh_k^{\min} \le Qsh_k \le Qsh_k^{\max} \\ \lambda^{\min} \le \lambda \le \lambda^{\max} \\ \sigma^{\min} \le \sigma \le \sigma^{\max} \\ \mu_k^{\min} \le \mu_k \le \mu_k^{\max} \end{aligned}\right\} \; \boxed{lb \le x \le ub}$$

5.3.5 Ponto de Inicialização e Algoritmo proposto

Com a formulação do problema em um só nível, o algoritmo de solução do BLPP é inicializado com o ponto correspondente ao despacho econômico. Muitas metodologias encontradas na literatura podem ser usadas para encontrar este ponto de inicialização, mas para o presente trabalho encontra-se esse ponto inicial da seguinte maneira:

1) Fixar o máximo carregamento igual a zero ($\lambda = 0$) o que equivale, na formulação proposta, a realizar um despacho econômico.
2) Inicializar as variáveis do vetor $\boldsymbol{x}$ ($\boldsymbol{x_0}$), onde: $\sigma_0 = CI_0$ e $\mu_k^0 = 0$.

3) Fazer os limites dos multiplicadores de Lagrange irrestritos ($-\infty \leq \sigma \leq \infty$) e ($-\infty \leq \mu_k \leq \infty$).
4) Calcular o BLPP reduzido a um só nível.
5) Se todas as variáveis de folga que são iguais a zero ($\mu_k = 0$) tiverem as potências ativas geradas correspondentes dentro de seus limites ($Pg_k^{\min} \leq Pg_k \leq Pg_k^{\max}$), e todas as variáveis de folga que são diferentes de zero ($\mu_k \neq 0$) tiverem as potências ativas geradas correspondentes atingindo seus limites ($Pg_k < Pg_k^{\min}$ ou $Pg_k^{\max} < Pg_k$), então **parar**.
6) Caso contrário, se $\mu_k \neq 0$, então: escolher a menor variável de folga em valor absoluto ($|\mu_k|$) de todas as potências ativas geradas que estão dentro de seus limites, e fixar os limites dessa variável de folga em zero ($0 \leq \mu_k \leq 0$), e voltar para o passo 4.
7) Caso contrário, se $\mu_k = 0$, voltar para o passo 4.

Durante o processo, tem-se a resolução de um despacho econômico ($CI_k - \sigma - \mu_k = 0$) para uma determinada carga nominal tal que para qualquer ponto encontrado no processo iterativo, o custo incremental (CI_k), o multiplicador de Lagrange (σ) e as variáveis de folga (μ_k) para o problema single-level possam ser: $CI_k = \sigma$ para todos os geradores que operam dentro de seu limites de potência ativa, o que implica que $\mu_k = 0$; ou $CI_k \neq \sigma$, para os geradores que operam atingindo seus limites de potência ativa. Neste último caso, $\mu_k \neq 0$.

Uma vez encontrado o ponto inicial, o algoritmo para a otimização do problema BLPP reduzido pode ser inicializado:

1) Inicialmente, fazer com que o máximo carregamento seja igual a zero ($\lambda_0 = 0$), deixando seus limites restritos, por exemplo $0 \leq \lambda \leq 0{,}05$.
2) Todas as variáveis de folga das potências ativas geradas são feitas iguais a zero ($\mu_k = 0$).
3) Deixar ***irrestritos*** os limites do multiplicador de Lagrange do despacho econômico ($-\infty \leq \sigma \leq \infty$).

4) Deixar ***restritos*** a zero, todos os limites superior e inferior das variáveis de folga do despacho econômico ($0 \leq \mu_k \leq 0$).
5) Calcular o BLPP reduzido a um só nível.
6) Se todas as potências ativas geradas que estão dentro de seus limites ($Pg_k^{\min} \leq Pg_k \leq Pg_k^{\max}$) tiverem suas variáveis de folga iguais a zero ($\mu_k = 0$), e se todas as potências ativas geradas que atingem seus limites ($Pg_k < Pg_k^{\min}$ ou $Pg_k^{\max} < Pg_k$) tiverem suas variáveis de folga diferentes de zero ($\mu_k \neq 0$)**,** então **parar**.
8) Caso contrário, se $Pg_k < Pg_k^{\min}$ ou $Pg_k^{\max} < Pg_k$, então: os limites da variável de folga μ_k correspondente a Pg_k serão irrestritos ($-\infty < \mu_k < +\infty$), voltar para o passo 5.
7) Caso contrário, se as potências ativas geradas estão dentro de seus limites ($Pg_k^{\min} \leq Pg_k \leq Pg_k^{\max}$), então: $\mu_k = 0$ e fazer com que os limites superior e inferior de μ_k sejam iguais a zero ($0 \leq \mu_k \leq 0$), voltar para o passo 5.

Assim, para cada incremento da carga, o BLPP reduzido a um só nível é recalculado e as variáveis de folga mudam dependendo dos níveis de potência dos geradores, usando a mesma lógica anterior. Então, é possível aplicar as condições de KKT relaxadas, que garantam o ótimo para cada adição de potência na carga. Este processo contínua até que todas as restrições são satisfeitas (equações de fluxo de potência, despacho econômico, limites técnicos, etc).

5.3.6 Resultados das simulações

O modelo BLPP proposto para o planejamento da operação de sistemas elétricos de potência foi aplicado para dois sistemas teste, um de 5 barras encontrado na literatura [71] e outro de 30 barras do IEEE [141].

A idéia das simulações é avaliar os resultados da formulação *bilevel* proposta, confrontando-os com os resultados obtidos pelo método do gradiente (já descrito neste trabalho). Ou seja, a solução (despacho ótimo) obtida pelo BLPP é comparada ao despacho econômico obtido com o método do gradiente.

5.3.6.1 Sistema teste 5 de barras

O ponto inicial nas simulações corresponde à carga nominal, sem maximização da margem de estabilidade ($\lambda = 0$), ou seja, com a solução apenas de um despacho econômico, conforme descrito anteriormente. O diagrama unifilar do sistema de 5 barras é mostrado na Figura 5.5. As barras de geração de potência ativa são as barras 1, 2 e 3 e os dados iniciais desse sistema encontram-se na Tabela 5.2.

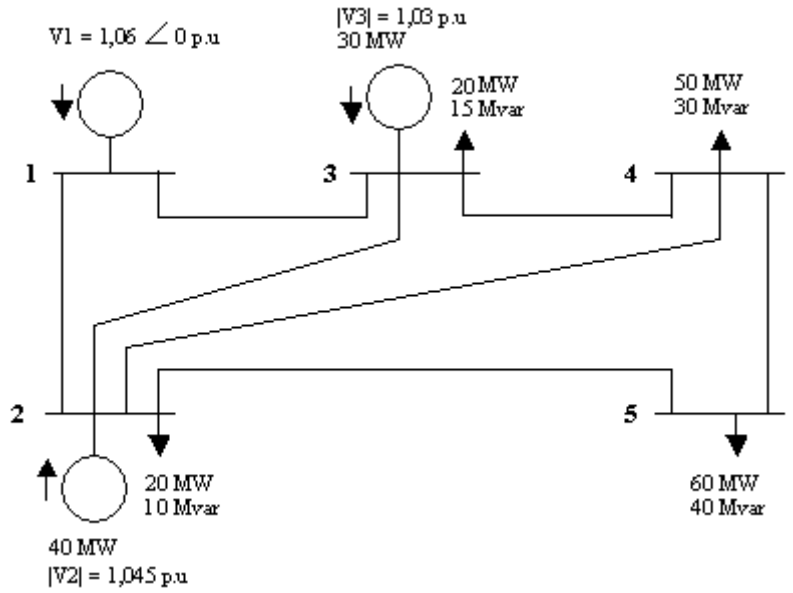

Fig. 5.5: Sistema Teste 5 Barras

TABELA 5.2
DADOS INICIAIS DO SISTEMA DE 5 BARRAS

Barra	Tipo Barra	Nome Barra	Tensão Magnitude pu	Ângulo Graus	Gerador				Qsh	Carga	
					MW	Mvar	Qmin	Qmax	Mvar	MW	Mvar
1	1	Barra 1	1,060	0	0	0	10	50	0	0	0
2	2	Barra 2	1,045	0	40	30	10	50	0	20	10
3	2	Barra 3	1,030	0	30	10	10	40	0	20	15
4	0	Barra 4	1,000	0	0	0	0	0	0	50	30
5	0	Barra 5	1,000	0	0	0	0	0	0	60	40

Onde tipo de barra: **1** para barra de referência slack (Vθ); **2** para barra de geração e condensadores síncronos (PV) ; **0** para barra de carga (PQ).

A Tabela 5.3 apresenta os dados relacionados às linhas do sistema teste.

TABELA 5.3
DADOS DAS LINHAS

Barra De	**Barra Para**	**R (pu)**	**X (pu)**	**½ B (pu)**	Tap
1	2	2,0	6,0	6,0	1
1	3	8,0	24,0	5,0	1
2	3	6,0	18,0	4,0	1
2	4	6,0	18,0	4,0	1
2	5	4,0	12,0	3,0	1
3	4	1,0	3,0	2,0	1
4	5	8,0	24,0	5,0	1

A *barra slack 1* tem a tensão fixada em 1,06 p.u. Todas as outras tensões das barras são restringidas entre 0,0 e 1,5 p.u. Os taps dos transformadores são fixados em 1 e os capacitores shunt (Qsh) são fixos ou iguais a zero p.u. Os limites e os coeficientes (associados ao custo de geração) dos geradores são mostrados na Tabela 5.4. A Tabela 5.5 mostra os resultados do despacho ótimo (sem a maximização da margem de estabilidade) para estas condições. Os mesmos resultados são obtidos com o método do gradiente.

TABELA 5.4
DADOS DOS GERADORES

	Limites da Geração (MW)		Coeficientes dos Geradores		
Gerador	Inferior	Superior	a	b	c
1	10	85	200	7,0	0,008
2	10	80	180	6,3	0,009
3	10	70	140	6,8	0,007

TABELA 5.5
NÍVEIS DE GERAÇÃO, PERDAS NA LINHA, CUSTO INCREMENTAL E TOTAL PARA O PONTO INICIAL

Gerador de Potência Ativa *k*	Geração (MW)
Pg_1	32,6528
Pg_2	67,9136
Pg_3	51,6032
Perdas na Linha (MW)	2,1697
Custo Total de Geração ($/h)	1596,0000
σ ($/MWh)	7,5224

A Tabela 5.6 apresenta os resultados obtidos para o caso onde o fator de máximo carregamento (λ) de 5 % é procurado [34]. Todas as tensões são variáveis na faixa de 0.9 – 1.1 p.u e os taps ficam iguais à simulação anterior. O despacho apresentado na Tabela 5.5 também é mantido fixo nesta simulação. Salienta-se que, nesse caso (despacho fixo), considera-se o valor do multiplicador de lagrange σ (que é o valor do custo incremental) constante. Todos os limites das variáveis desta simulação são mostrados na Tabela 5.7. Resultados bastante próximos (despacho) foram obtidos com o método do gradiente.

TABELA 5.6

RESULTADOS CONSIDERANDO OS TAPS FIXOS, PARA λ_{max} = 0,05

Variáveis	BLPP	Método do Gradiente
λ	**0,0018**	-
μ1 μ2 μ3	0,0000 0,0000 0,0000	- - -
Pg_1 (MW) Pg_2 (MW) Pg_3 (MW)	32,6500 67,9111 51,6000	32,6500 67,9111 51,6000
Perdas na Linha (MW)	1,8860	1,8869
Custo da Geração ($/h)	1595,9000	1595,9400
σ ($/MWh)	7,5224	7,5224

TABELA 5.7

LIMITES DAS VARIÁVEIS DO SISTEMA PARA A SIMULAÇÃO DA TABELA 5.6

Variáveis	Limite Superior	Limite Inferior	No. da Barra	Para todas as Barras
θ (graus)	-90	90	-	✓
V (p.u)	0,9	1,1	-	✓
tap (p.u)	1,0	1,0	-	✓
bsh (p.u)	0,0	0,0	-	✓
σ	7,5224	7,5224	-	-
λ	0,0	0,05	-	-

A Tabela 5.8 apresenta os resultados do BLPP para o caso similar mostrado na Tabela 5.6, exceto que agora considera-se um capacitor *shunt* na barra 5 variável (Qsh_5) na faixa de 0,0 – 0,5 p.u. Todos os limites das variáveis desta simulação são mostrados na Tabela 5.9.

TABELA 5.8

RESULTADOS CONSIDERANDO OS QSH VARIÁVEL, PARA λ_{max} = 0,05

Variáveis	BLPP	Método do Gradiente
λ	**0,0043**	-
μ1 μ2 μ3	0,0000 0,0000 0,0000	- - -
Pg_1 (MW) Pg_2 (MW) Pg_3 (MW)	32,6500 67,9111 51,6000	32,6500 67,9111 51,6000
Qsh_5 (MVar)	32,8291	32,8291
Perdas na Linha (MW)	1,5197	1,52172
Custos de Geração ($/h)	1595,9000	1595,9400
σ ($/MWh)	7,5224	7,5224

TABELA 5.9

LIMITES DAS VARIÁVEIS DO SISTEMA PARA A SIMULAÇÃO DA TABELA 5.8

Variáveis	Limite Superior	Limite Inferior	No. da Barra	Para todas as Barras
θ (graus)	-90	90	-	✓
V (p.u)	0,9	1,1	-	✓
tap (p.u)	1,0	1,0	-	✓
bsh (p.u)	0,0	0,5	5	-
σ	7,5224	7,5224	-	-
λ	0,0	0,05	-	-

Nota-se que o carregamento máximo das Tabelas 5.6 e 5.8 é bem baixo se comparado ao fator de carregamento máximo desejado. As variáveis de controle não foram efetivas para encontrar a margem mínima especificada. Além disso, salienta-se que a maior contribuição do Qsh como variável de controle para maximizar a margem da estabilidade foi a redução das perdas de potência ativa na linha, e esta potência reduzida é a que contribui para o aumento da margem. Resultados bastante próximos (despacho) foram obtidos com o método do gradiente.

A Tabela 5.10 mostra os resultados usando as potências geradas como variáveis de controle, capacitor shunt fixo em zero p.u, considerando todas as outras variáveis de controle mencionadas anteriormente e taps fixos. Todos os limites das variáveis desta simulação são mostrados na Tabela 5.11.

TABELA 5.10

RESUTLADOS DO BLPP CONSIDERANDO POTÊNCIAS GERADAS COMO VARIÁVEIS DE CONTROLE, λ_{max} = 0,05

Variáveis	BPP	Método do Gradiente
λ	**0,0500**	-
μ1 μ2 μ3	0,0000 0,0000 0,0000	- - -
Pg_1 (MW) Pg_2 (MW) Pg_3 (MW)	35,2011 70,1788 54,5156	35,2011 70,1788 54,5156
Qsh_5 (MVar)	0,0000	0,0000
Perdas na Linha (MW)	2,3955	2,39684
Custos de Geração ($/h)	1654,3000	1654,2800
σ ($/MWh)	7,5632	7,563218

TABELA 5.11

LIMITES DAS VARIÁVEIS DO SISTEMA PARA A SIMULAÇÃO DA TABELA 5.10

Variáveis	Limite Superior	Limite Inferior	No. da Barra	Para todas as Barras
θ (graus)	-90	90	-	✓
V (p.u)	0,9	1,1	-	✓
tap (p.u)	1,0	1,0	-	✓
bsh (p.u)	0,0	0,0	-	-
σ	0,0	inf	-	-
λ	0,0	0,05	-	-

A Tabela 5.10 mostra que a meta da margem de estabilidade de tensão foi atingida, mas uma vez que os geradores são responsáveis pelo incremento da margem da estabilidade de tensão, os custos incrementais dos geradores são maiores que os obtidos somente com o despacho econômico fixo. Resultados bastante próximos (despacho) foram obtidos com o método do gradiente.

A Tabela 5.12 mostra a mesma simulação que a Tabela 5.10, exceto que o limite de geração superior da barra 2 foi reduzido para 70 MW. A margem de estabilidade de tensão especificada foi encontrada, mas o gerador 2 alcançou este limite. Como resultado, a variável de folga μ2 é diferente e zero. Isso significa que embora o custo incremental do gerador 2 seja igual a (σ - $\mu 2$) (correspondente ao preço pelo qual a energia produzida por este gerador é vendida), a energia é negociada no mercado spot por (σ), indicando que, de fato, a receita do gerador 2 é

menor, quando comparada com o preço spot que define o mercado de eletricidade. Resultados bastante próximos (despacho) foram obtidos com o método do gradiente.

TABELA 5.12
RESULTADOS CONSIDERANDO POTÊNCIAS GERADAS COMO VARIÁVEIS DE CONTROLE E GERADOR 2 ATINGINDO O LIMITE DE GERAÇÃO SUPERIOR, λ_{max} = 0,05

Variáveis	BPP	Método do Gradiente
λ	**0,0500**	-
μ1 μ2 μ3	0,0000 0,0023 0,0000	- - -
Pg_1 (MW) Pg_2 (MW) Pg_3 (MW)	35,1417 70,0000 54,4476	35,1417 70,0000 54,4476
Qsh_5 (MVar)	0,0000	0,0000
Perdas na Linha (MW)	2,0893	2,09021
Custos de Geração ($/h)	1652,0	1651,97
σ ($/MWh)	7,5623	7,5623

Posteriormente, foi simulado um caso considerando os taps fixos, o capacitor shunt variável (outra vez na faixa de 0,0 – 0,5 p.u) , o fator de carregamento máximo (λ_{max}) irrestrito e as potências geradas como variáveis de controle. A Tabela 5.13 mostra os resultados para este caso e a Tabela 5.14 apresenta o resumo dos limites de todas as variáveis para esta simulação. Uma grande margem da estabilidade de tensão é obtida, mas os custos incrementais são também maiores. Resultados bastante próximos (despacho) foram obtidos com o método do gradiente.

TABELA 5.13
RESULTADOS CONSIDERANDO O QSH VARIÁVEL, λ_{max} IRRESTRITO

Variáveis	BPP	Método do Gradiente
λ	0,5385	-
μ1 μ2 μ3	-0,0003 0,6197 0,5797	- - -
Pg_1 (MW) Pg_2 (MW) Pg_3 (MW)	85,0000 80,0000 70,0000	85,0000 80,0000 70,0000
Qsh_5 (MVar)	54,7420	54,7420
Perdas na Linha (MW)	4,2317	4,2381
Custos de Geração ($/h)	2244,700	2244,7000
σ ($/MWh)	8,3597	8,3600

TABELA 5.14

LIMITES DAS VARIÁVEIS DO SISTEMA PARA A SIMULAÇÃO DA TABELA 5.13

Variáveis	Limite Superior	Limite Inferior	No. da Barra	Para todas as Barras
θ (graus)	-90	90	-	✓
V (p.u)	0,9	1,1	-	✓
tap (p.u)	1,0	1,0	-	✓
bsh (p.u)	0,0	0,5	-	-
σ	0,0	inf	-	-
λ	0,0	inf	-	-

A simulação da Tabela 5.6 foi repetida, com a diferença de que o custo incremental agora é irrestrito ($-\infty \leq \sigma \leq \infty$), as potências geradas Pg_2 e Pg_3 são fixas no valor do despacho ótimo da Tabela 5.5 e deixa-se irrestrita a potência da barra slack Pg_1 ($-\infty \leq Pg_1 \leq \infty$). Com estas condições, a Tabela 5.15 apresenta os resultados para o caso onde não se considera o capacitor shunt e o fator de máximo carregamento (λ) é irrestrito. Todos os limites das variáveis desta simulação são mostrados na Tabela 5.16.

TABELA 5.15

RESULTADOS FIXANDO AS PG2 E PG3 , λ_{max} IRRESTRITO

Variáveis	BPP	Método do Gradiente
λ	**0,0019**	-
μ1 μ2 μ3	0,0000 0,0000 0,0000	- - -
Pg_1 (MW) Pg_2 (MW) Pg_3 (MW)	32,6528 67,9136 51,6032	32,6528 67,9136 51,6032
Qsh_5 (MVar)	0,0000	0,0000
Perdas na Linha (MW)	1,8862	1,8871
Custos de Geração ($/h)	1596,0000	1596,0100
σ ($/MWh)	7,5224	7,522445

TABELA 5.16

LIMITES DAS VARIÁVEIS DO SISTEMA PARA A SIMULAÇÃO DA TABELA 5.15

Variáveis	Limite Superior	Limite Inferior	No. da Barra	Para todas as Barras
θ (graus)	-90	90	-	✓
V (p.u)	0,9	1,1	-	✓
tap (p.u)	1,0	1,0	-	✓
bsh (p.u)	0,0	0,0	-	-
σ	-inf	inf	-	-
λ	0,0	inf	-	-

Observa-se que a margem da estabilidade é bem baixa como da Tabela 5.6. A Tabela 5.17 apresenta os resultados obtidos ao fazer a mesma simulação da relacionada à Tabela 5.15, mas considerando o capacitor shunt variável na barra 5, na faixa de 0,0 – 0,5 p.u. Resultados bastante próximos (despacho) foram obtidos com o método do gradiente. Todos os limites das variáveis desta simulação são mostrados na Tabela 5.18.

TABELA 5.17

RESULTADOS FIXANDO AS PG2 E PG3 CONSIDERANDO O QSH VARIÁVEL, λ_{max} IRRESTRITO

Variáveis	BPP	Método do Gradiente
λ	**0,0043**	-
μ1 μ2 μ3	0,0000 0,0000 0,0000	- - -
Pg_1 (MW) Pg_2 (MW) Pg_3 (MW)	32,6528 67,9136 51,6032	32,6528 67,9136 51,6032
Qsh_5 (MVar)	32,8264	32,8264
Perdas na Linha (MW)	1,5198	1,52188
Custos de Geração ($/h)	1596,0000	1596,0100
σ ($/MWh)	7,5224	7,5224

TABELA 5.18

LIMITES DAS VARIÁVEIS DO SISTEMA PARA A SIMULAÇÃO DA TABELA 5.17

Variáveis	Limite Superior	Limite Inferior	No. da Barra	Para todas as Barras
θ (graus)	-90	90	-	✓
V (p.u)	0,9	1,1	-	✓
tap (p.u)	1,0	1,0	-	✓
bsh (p.u)	0,0	0,5	-	-
σ	-inf	inf	-	-
λ	0,0	inf	-	-

Novamente, pode-se observar que o capacitor *shunt* nestas condições atua como variável de controle, contribuindo para incrementar a margem de estabilidade, reduzindo as perdas nas linhas de transmissão. Porém este aumento da margem é pequeno, como mostra a Tabela 5.17. Salienta-se que o gerador da barra slack não ajuda a incrementar a margem da estabilidade mesmo que ela esteja irrestrita. Isto se deve ao fato de que o algoritmo além de procurar maximizar a margem tem que cumprir o despacho ótimo, o que mostra que na formulação proposta, nestas condições, a única variável de controle seria o capacitor *shunt*.

Finalmente, o problema foi resolvido considerando as mesmas condições da simulação anterior (Tabela 5.17 e Tabela 5.18). Mas desta vez as variáveis de folga $\mu 2$ e $\mu 3$ são irrestritas, já que as potências geradas Pg_2 e Pg_3 foram fixadas no valor do despacho ótimo da Tabela 5.5. A Tabela 5.19 mostra que o capacitor shunt atuando junto com os geradores aumenta significativamente a margem de estabilidade. Resultados bastante próximos (despacho) foram obtidos com o método do gradiente.

TABELA 5.19
RESULTADOS FIXANDO AS PG2 E PG3 , λ_{max} IRRESTRITO E VARIÁVEIS DE FOLGA IRRESTRITAS

Variáveis	BPP	Método do Gradiente
λ	**0,9460**	-
μ1 μ2 μ3	0,0000 2,4217 2,4217	- - -
Pg_1 (MW) Pg_2 (MW) Pg_3 (MW)	184,0067 67,9136 51,6032	184,0067 67,9136 51,6032
Qsh_5 (MVar)	48,3688	48,3688
Perdas na Linha (MW)	11,6212	11,6213
Custos de Geração ($/h)	2917,8000	2917,8200
σ ($/MWh)	9,9441	9,944108

5.3.6.2 Sistema teste de 30 barras do IEEE

O ponto inicial corresponde à carga nominal ($\lambda = 0$). O diagrama unifilar do sistema de 30 barras do IEEE é mostrado na Figura. 5.6. Faz-se o despacho para o custo mínimo da geração considerando que as barras 1,2,5,8,11 e 13 são todas capazes de gerar potência ativa **[141]**.

A barra *slack* 1 tem a tensão fixada em 1,06 p.u.. Todas as outras tensões das barras são restringidas entre 0,9 e 1,1 p.u. e os taps dos transformadores estão na faixa de 0,9 e 1,1. Os limites dos geradores são mostrados na Tabela 5.20. A Tabela 5.21 mostra os resultados do despacho ótimo para estas condições. Os mesmos resultados são obtidos com o método do gradiente.

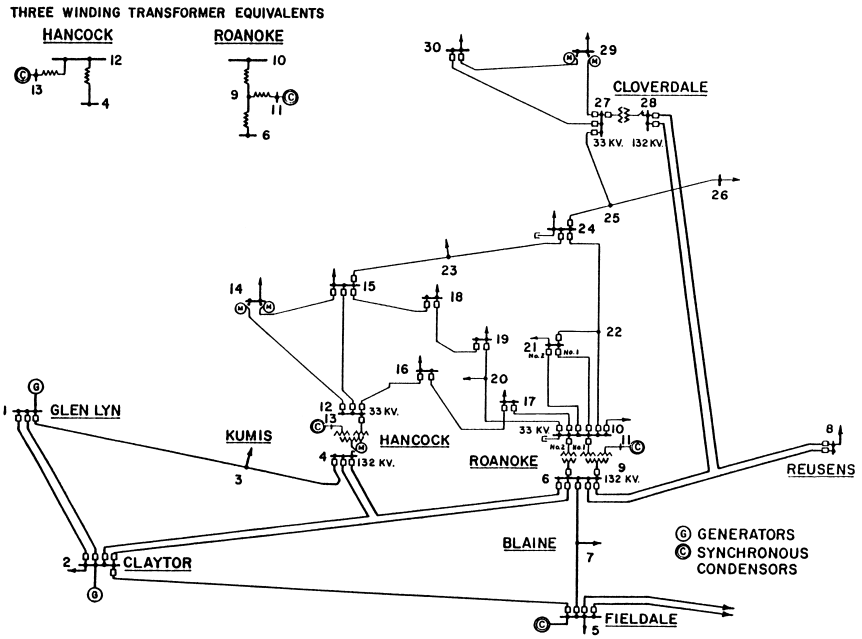

Fig. 5.6: Sistema Teste IEEE30 Barras

TABELA 5.20
LIMITES DA GERAÇÃO PARA O SISTEMA DE 30 BARRAS DO IEEE

Gerador	Limites da Geração (MW)	
	Inferior	Superior
1	50	250
2	20	80
5	15	50
8	10	40
11	9	30
13	9	40

TABELA 5.21
NÍVEIS DE GERAÇÃO, PERDAS NA LINHA, CUSTO INCREMENTAL E TOTAL PARA O PONTO INCIAL.

Gerador de Potência Ativa *k*	Geração (MW)
Pg_1	194,8118
Pg_2	48,8882
Pg_5	19,6887
Pg_8	12,6552
Pg_{11}	9,2218
Pg_{13}	9,2218
Perdas na Linha (MW)	11,0875
Custo Total de Geração ($/h)	805,2871
σ ($/MWh)	3,4611

A Tabela 5.22 apresenta os resultados para o caso onde o fator de máximo carregamento (λ) de 5 % é desejado [34]. Todas as tensões (incluindo a barra *slack*) são restringidas entre 0,9 e 1,1 p.u. e os taps dos transformadores foram fixos em 1 p.u. Além disso, o despacho apresentado na Tabela 5.21 é mantido fixo. Salienta-se, mais uma vez, que uma maneira de fixar o despacho é mantendo fixo o valor do custo incremental (σ) da Tabela 5.21. Resultados bastante próximos (despacho) foram obtidos com o método do gradiente. Todos os limites das variáveis desta simulação são mostrados na Tabela 5.23.

TABELA 5.22

RESULTADOS CONSIDERANDO OS TAPS FIXOS, PARA λ_{max} = 0,05

Variáveis	BPP	Método do Gradiente
λ	0,0015	-
$\mu 1$	0,0000	-
$\mu 2$	0,0000	-
$\mu 5$	-0,0000	-
$\mu 8$	-0,0000	-
$\mu 11$	-0,0000	-
$\mu 13$	-0,0000	-
Pg_1 (MW)	194,8118	194,8118
Pg_2 (MW)	48,8882	48,8882
Pg_5 (MW)	19,6887	19,6887
Pg_8 (MW)	12,6552	12,6552
Pg_{11} (MW)	9,2218	9,2218
Pg_{13} (MW)	9,2218	9,2218
Perdas na Linha (MW)	10,6654	10,6654
Custo da Geração ($/h)	805,2871	805,2900
σ ($/MWh)	3,4611	3,461089

TABELA 5.23

LIMITES DAS VARIÁVEIS DO SISTEMA PARA A SIMULAÇÃO DA TABELA 5.22

Variáveis	Limite Superior	Limite Inferior	No. da Barra	Para todas as Barras
θ (graus)	-90	90	-	✓
V (p.u)	0,9	1,1	-	✓
tap (p.u)	1,0	1,0	-	✓
bsh (p.u)	0,0	0,0	-	✓
σ	3,4611	3,4611	-	-
λ	0,0	0,05	-	-

A Tabela 5.24 apresenta os resultados do BLPP para o caso similar mostrado na Tabela 5.22, exceto que os *taps* dos transformadores agora são variáveis na faixa de 0,9-1,1 p.u. Resultados bastante próximos (despacho) foram obtidos com o método do gradiente. Todos os limites das variáveis desta simulação são mostrados na Tabela 5.25.

TABELA 5.24

RESULTADOS DO BLPP CONSIDERANDO OS TAPS VARIÁVEIS, PARA λ_{max} = 0,05

Variáveis	BPP	Método do Gradiente
λ	0,0031	-
$\mu 1$	0,0000	-
$\mu 2$	0,0000	-
$\mu 5$	-0,0000	-
$\mu 8$	-0,0000	-
$\mu 11$	-0,0000	-
$\mu 13$	-0,0000	-
Pg_1 (MW)	194,8118	194,8118
Pg_2 (MW)	48,8882	48,8882
Pg_5 (MW)	19,6887	19,6887
Pg_8 (MW)	12,6552	12,6552
Pg_{11} (MW)	9,2218	9,2218
Pg_{13} (MW)	9,2218	9,2218
Perdas na Linha (MW)	10,2053	10,2053
Custos de Geração ($/h)	805,2871	805,2900
σ ($/MWh)	3,4611	3,461089

TABELA 5.25

LIMITES DAS VARIÁVEIS DO SISTEMA PARA A SIMULAÇÃO DA TABELA 5.24

Variáveis	Limite Superior	Limite Inferior	No. da Barra	Para todas as Barras
θ (graus)	-90	90	-	✓
V (p.u)	0,9	1,1	-	✓
tap (p.u)	0,9	1,1	-	✓
bsh (p.u)	0,0	0,0	-	✓
σ	3,4611	3,4611	-	-
λ	0,0	0,05	-	-

Nota-se que os carregamentos máximos das Tabelas 5.22 e 5.24 são bem menores que o fator de carregamento desejado. Ou seja, as variáveis de controle não foram efetivas para encontrar a margem especificada.

A Tabela 5.26 mostra os resultados usando as potências geradas como variáveis de controle, considerando todas as outras variáveis de controle mencionadas e com os *taps* fixos. Todos os limites das variáveis desta simulação são mostrados na Tabela 5.27.

TABELA 5.26

RESUTLADOS CONSIDERANDO POTÊNCIAS GERADAS COMO VARIÁVEIS DE CONTROLE, λ_{max} = 0,05

Variáveis	BPP	Método do Gradiente
λ	0,0500	-
$\mu 1$	0,0000	-
$\mu 2$	0,0000	-
$\mu 5$	-0,0000	-
$\mu 8$	-0,0000	-
$\mu 11$	-0,0000	-
$\mu 13$	-0,0000	-
Pg_1 (MW)	202,0911	202,0911
Pg_2 (MW)	50,4481	50,4481
Pg_5 (MW)	20,1255	20,1255
Pg_8 (MW)	15,9282	15,9282
Pg_{11} (MW)	10,3137	10,3137
Pg_{13} (MW)	10,3137	10,3137
Perdas na Linha (MW)	11,6501	11,6501
Custos da Geração ($/h)	856,6802	856,6800
σ ($/MWh)	3,5157	3,5157

TABELA 5.27

LIMITES DAS VARIÁVEIS DO SISTEMA PARA A SIMULAÇÃO DA TABELA 5.26

Variáveis	Limite Superior	Limite Inferior	No. da Barra	Para todas as Barras
θ (graus)	-90	90	-	✓
V (p.u)	0,9	1,1	-	✓
tap (p.u)	1,0	1,0	-	✓
bsh (p.u)	0,0	0,0	-	✓
σ	-inf	inf	-	-
λ	0,0	0,05	-	-

A Tabela 5.26 mostra que a meta da margem de estabilidade de tensão foi atingida, mas como os geradores são responsáveis pelo incremento da margem da estabilidade de tensão, os custos incrementais dos geradores são maiores que os obtidos somente com o despacho econômico fixo. Resultados bastante próximos (despacho) foram obtidos com o método do gradiente.

A Tabela 5.28 mostra a mesma simulação das Tabelas 5.26 e 5.27, exceto que o limite da geração superior da barra 8 foi alterado para 13 MW. A margem de estabilidade de tensão especificada foi encontrada, mas o gerador 8 alcançou este limite. Como resultado, a variável de folga μ8 é diferente de zero. Isso significa que embora o preço incremental do gerador 8 seja igual a (σ - μ8) (correspondente ao preço pelo qual a energia produzida por este gerador é vendida), a energia é negociada no mercado *spot* por (σ), indicando que, de fato, a receita do gerador 8 é menor, quando em comparação com o preço *spot* que define o mercado de eletricidade. Resultados bastante próximos (despacho) foram obtidos com o método do gradiente.

TABELA 5.28

RESULTADOS CONSIDERANDO POTÊNCIAS GERADAS COMO VARIÁVEIS DE CONTROLE, λ_{max} = 0,05

Variáveis	BPP	Método do Gradiente
λ	0,0500	-
μ1	0,0000	-
μ2	0,0000	-
μ5	-0,0000	-
μ8	0,0675	-
μ11	-0,0000	-
μ13	-0,0000	-
Pg_1 (MW)	204,5772	204,5772
Pg_2 (MW)	50,9808	50,9808
Pg_5 (MW)	20,2746	20,2746
Pg_8 (MW)	13,0000	13,0000
Pg_{11} (MW)	10,6866	10,6866
Pg_{13} (MW)	10,6866	10,6866
Perdas na Linha (MW)	12,6359	12,6359
Custo da Geração ($/h)	860,2538	860,2500
σ ($/MWh)	3,5343	3,5343

Finalmente, o BLPP foi resolvido considerando os taps dos transformadores variáveis (outra vez na faixa de 0,9 – 1,1) e o fator de carregamento máximo (λ_{max}) irrestrito. A Tabela 5.29 mostra os resultados do BLPP para este caso. Uma grande margem de estabilidade de tensão é obtida, mas os custos incrementais são também maiores. Resultados bastante próximos (despacho) foram obtidos com o método do gradiente. Todos os limites das variáveis desta simulação são mostrados na Tabela 5.30.

TABELA 5.29

RESULTADOS DO BLPP CONSIDERANDO OS TAPS DOS TRANSFORMADORES VARIÁVEIS, λ_{max} IRRESTRITO

Variáveis	BPP	Método do Gradiente
λ	0,4098	-
μ1	0,1501	-
μ2	-0,0000	-
μ5	-0,0000	-
μ8	0,1079	-
μ11	-0,0000	-
μ13	0,0000	-
Pg_1 (MW)	250,0000	250,0000
Pg_2 (MW)	65,0028	65,0028
Pg_5 (MW)	24,2008	24,2008
Pg_8 (MW)	40,0000	40,0000
Pg_{11} (MW)	20,5020	20,5020
Pg_{13} (MW)	20,5020	20,5020
Perdas na Linha (MW)	20,6687	20,6687
Custo da Geração ($/h)	1270,3000	1270,2500
σ ($/MWh)	4,0251	4,0251

TABELA 5.30

LIMITES DAS VARIÁVEIS DO SISTEMA PARA A SIMULAÇÃO DA TABELA 5.29

Variáveis	Limite Superior	Limite Inferior	No. da Barra	Para todas as Barras
θ (graus)	-90	90	-	✓
V (p.u)	0,9	1,1	-	✓
tap (p.u)	0,9	1,1	-	✓
bsh (p.u)	0,0	0,0	-	✓
σ	-inf	inf	-	-
λ	0,0	inf	-	-

5.3.7 Alguns Comentários Finais

A formulação proposta neste trabalho é muito flexível, permitindo a inclusão de diferentes variáveis de controle, restrições e objetivos.

Além disso, é possível determinar variáveis de folga para cada gerador na rede. Estas variáveis podem ser entendidas como a diferença dos custos incrementais na rede (mercado *spot*) e os custos reais relacionados com o ponto de operação dos geradores (limites de potência). Assim, elas podem ser usadas para estimar os custos que potências adicionais nas cargas impõem ao sistema de geração.

Salienta-se que as simulações com a formulação proposta mostraram um fato já conhecido relacionado aos *taps* e aos capacitores *shunt*: sua capacidade de incrementar a margem de estabilidade de tensão ao reduzir as perdas nas linhas de transmissão. Além disso, a contribuição do capacitor *shunt* como única variável de controle incrementa muito pouco a margem de estabilidade, mas o capacitor *shunt* atuando juntamente com os geradores chega a uma margem de estabilidade muito mais alta do que quando somente os geradores atuam como variáveis de controle.

Finalmente, pode-se observar que os resultados obtidos para o despacho econômico por ambos os métodos (formulação *bilevel* reduzida a um *single-level* e o método do gradiente) são bastante próximos. Este fato atesta a validade tanto da formulação *bilevel* quanto da metodologia proposta para sua resolução.

Capítulo 6

Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

Este trabalho apresentou uma formulação *bilevel* (ou em dois níveis) para o planejamento da operação de sistemas de potência com o objetivo de maximizar a margem de estabilidade de tensão, ao mesmo tempo em que os custos de geração da energia (despacho econômico) são minimizados. A idéia, era a de determinar uma solução para o planejamento da operação que levasse em conta aspectos técnicos e econômicos.

O método de solução proposto nesta dissertação consiste em formular o problema como um BLPP e reduzir o problema *bilevel* a um problema de otimização de um único nível (*single-level*), usando as condições de KKT para o problema inferior. Assim, o problema *single-level* pode ser resolvido pelas metodologias de otimização em um só nível amplamente conhecidas na literatura.

A função de otimização ***fmincon*** do MATLAB (que usa a programação quadrática seqüencial como método de otimização) foi usada para resolver o problema *single-level* resultante. Foi utilizada, ainda, uma estratégia de fazer as variáveis de folga dos geradores restritas e irrestritas de forma seqüencial, evitando o uso da programação inteira mista (usualmente empregada nesses casos) e de difícil solução.

A formulação proposta mostra uma grande flexibilidade para inclusão de variáveis de controle, restrições e funções objetivo, podendo-se analisar o comportamento e a contribuição destas grandezas junto ao sistema elétrico de potência, como variáveis de controle únicas ou em conjunto com outras grandezas.

Os resultados demonstram, ainda, que a metodologia proposta pode ser usada para analisar e resolver, ao mesmo tempo, duas funções com objetivos diferentes e conflitantes, com suas próprias restrições de igualdade e desigualdade, problema bastante complexo de se resolver de uma só vez com as metodologias de otimização em um só nível.

Os resultados obtidos mostram a eficiência do método comparado com outros métodos encontrados na literatura, que resolvem os problemas separadamente.

Esta nova modelagem contribui para que o operador saiba quanto vai custar operar o sistema, trabalhando com uma determinada margem de segurança do ponto de vista da operação de curto prazo, ou seja, pode-se determinar quanto custa aumentar a margem de estabilidade de tensão.

Os sistemas elétricos de potência requerem diferentes estudos para seu ótimo funcionamento, como por exemplo, estudos técnicos, estudos econômicos, estudos de impacto ambiental, entre outros, mas todos esses problemas precisam ser analisados de forma conjunta e não separadamente, conforme normalmente ocorre. As modelagens, formulações e metodologias convencionais analisam, modelam e formulam estes problemas separadamente.

Na análise conjunta dos diferentes tipos de problemas que experimentam os sistemas elétricos de potência, permite-se que se tenha uma visão mais ampla do comportamento real da rede. Assim, modelos e análises como os deste trabalho que envolve mais de uma função e com objetivos diferentes podem ser aplicados ao estudo do mercado elétrico. Por exemplo, pode-se ter como objetivo minimizar o preço final pago pelo consumidor ao mesmo tempo em que o operador do sistema tenta melhorar a segurança do sistema elétrico. Pode-se também aplicar o modelo em um mercado *spot*, tentando maximizar a exportação da energia ao menor preço; ou do ponto de vista do impacto ambiental, pode-se analisar a minimização da poluição do ar gerando mais energia,

Além disso, a flexibilidade dos modelos bilevel como no presente trabalho permitem a inclusão de diferentes variáveis de controle, restrições e objetivos; e pode-se realizar estudos adicionais para investigar o impacto da reserva de potência reativa na margem de estabilidade, ou incluir como variável de controle a reserva girante, que é a capacidade não utilizada disponível dos geradores, ligados e sincronizados com a rede, para atender demanda adicional. Pode-se também interpretar os impactos técnicos ou econômicos dos diferentes elementos da rede, como por exemplo, *taps* dos transformadores, capacitores *shunt*, geradores, etc.

O modelo adotado no presente trabalho considerou somente a presença de usinas térmicas, mas trabalhos futuros deverão incluir modelos de sistemas com usinas hidráulicas, constituindo sistemas hidrotérmicos.

Referências Bibliográficas

[1] Y.Harmand, M. Trotignon, J.F. Lesigne, J.M. Tesseron, C. Lemaitre, F. Bourgin, "Analysis of a voltage collapse incident and proposal for a time- based hierarquical containment scheme", CIGRÉ Report 38/39-02, 1990.

[2] U.S.- Canada Power system outage task force, final report on the August 14, 2003 Blackout in the United States and Canada: Causes and recommendations, April 5, 2004 (http://www.nerc.com/filez/blackout.html). Access in Sep, 2006

[3] A. Kurita, T. Sakurai, "The power system failure on July 23, 1987 in Tokyo", Decision and Control. Proceedings of the 27th IEEE vol.3 10.1109/CDC.1988.

[4] Interconnected Operation Coordinating Group (GCOI), "Analysis of the disturbances of April 24 and 25, 1997 in the South/Southeast/Center interconnected system", Report SCO/SCEL-01/97, 1997.

[5] T. Van Cutsem, "Voltage Instability: Phenomena, Countermeasures and Analysis Methods", in Proc. of the IEEE, vol. 88, N° 2, pp. 208-227, Feb, 2000.

[6] J.F. Bard, "Practical Bilevel Optimization: Algorithms and Applications", Kluwer Academic Publishers, 1998.

[7] W. Halter, S. Mostaghim, "Bilevel Optimization of Multi-Component Chemical Systems Using Particle Swarm Optimization", IEEE Congress on Evolutionary Computation Sheraton Vancouver Wall Center Hotel, Vancouver, BC, Canada, Jul, 2006.

[8] Y. Chunfeng, P. Mingbao, "Game Research into Production Material Logistics Center Scope Determining Based on Supply Chain Management", Services Systems and Services Management. Proc. of ICSSSM International Conference IEEE., May, 2005

[9] R.G. Cassidy, M.J.L. Kriby, W.M. Rike, "Efficient distribution of resources through three levels of government" Management Science, vol.17, n.8, 1971.

[10] Z.P. Wan, H. Fan, S.F. Wang, G.M. Wang, "A Bilevel Programming Model for the Reactive Power Optimization", Power Engineering Conference IPEC. The 7th International 29, IEEE, Dec, 2005.

[11] W.T. Weng, U.P. Wen, "A Primal-Dual Interior Point Algorithm for Solving Bilevel Programming Problem", Asia - Pacific Journal of Operational Research; ABI/INFORM Global. Nov, 2000.

[12] Z.K. Pei, S.F. Tian, H.K. Huang, "A Novel Method for Solving Nonlinear Bilevel Programming Based on hybrid Particle Swarm Optimization", ICSP Proceedings vol. 3, ISBN: 0-7803-9737-1, 2006.

[13] Y.Ch. Liou, S.Y. Wu, J.Ch. Yao, "Bilevel Decision with Generalized Semi-infinite Optimization for Fuzzy Mappings as Lower Level Problems" Fuzzy Optimization and Decision Making. Springer Science Business Media, vol. 4, pp. 41–50, 2005.

[14] J.T. Moore, J.F. Bard, "The Mixed Integer Linear Bilevel Programming Problem", Operation Research; ABI/INFORM Global vol. 38, pp. 5;. Sep/Oct, 1990.

[15] G.S. Liu, J.Y. Han and J.Z. Zhang, "Exact Penalty Functions for Convex Bilevel Programming Problems", Journal of Optimization Theory and Applications: vol. 110, No. 3, pp. 621–643, Sep, 2001.

[16] B. Colson, P. Marcotte, G. Savard, "Bilevel Programming: A survey", 4OR (A Quarterly Journal of Operation Research), DOI:10.1007/s10288-005-0071-0, 2005.

[17] T. Edmunds and J. Bard, "Algorithms for Nonlinear Bilevel Mathematical Programs", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, vol.21, pp. 83-39,1991.

[18] J.M. Arroyo, F.D. Galiana, "On the Solution of the Bilevel Programming Formulation of the Terrorist Threat Problem" IEEE Transactions on Power Systems, vol. 20, no. 2, May, 2005.

[19] H.A. Gil, F.D. Galiana, E.L. da Silva, " Nodal Price Control: A Mechanism for Transmission Network Cost Allocation", IEEE Transactions on Power Systems vol. 21, no. 1, Feb, 2006.

[20] J.F. Bard, J.E. Falk, "A branch and bound algorithm for the bilevel programming problem", SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, vol.11, pp. 281-292, 1990

[21] Magazine Photonics Spectra, pg. 70, November 2007.

[22] L. Vargas, V.H. Quintana, D.R. Miranda, "Voltage collapse scenario in the Chilean interconnected system", Power Systems, IEEE Transactions on vol 14, Nov, 1999.

[23] A.N. Paredes and V. M. Doña, "Reactive power pricing in competitive electric markets using the transmission losses function", IEEE Porto Power Tech conference, Porto, Portugal, vol. 1. Sep, 2001.

[24] P. Kundur, J, Paserba, V. Ajjarapu, G. Andersson, A. Bose, C. Canizares, N. Hatziargyrion, D. Hill, A. Stankovic, C. Taylor, T. Van Cutsem and V. Vital, "Definition and classification of power system stability", IEEE/CIGRE Joint task Force on Stability Terms and Definitions, IEEE Transactions on Power Systems, vol.19, n.3 Aug, 2004.

[25] T. Van Cutsem, “Voltage stability of electric power systems”, Kluwer Academic Publisher, 1998.

[26] IEEE Work Group on Voltage Stability, System Dynamic Performance Subcommittee, “Voltage Stability of Power Systems: Concepts, Analytical Tools, and Industry Experience”, IEEE, Catalog No 90TH0358-2-PWR, 1990.

[27] Y. Mansour, “ Voltage stability of power systems: concepts, analytical tools and industry experience”, IEEE 90 th0359-2-pwr, 1990.

[28] P. Kundur, “Power System Stability and Control”, MCGraw – Hill, New York, 1176p. 1993.

[29] C.W. Taylor, “Power System Voltage Stability”, New York, McGrawhill Inc., 1994.

[30] E. Sodré, K.C. Almeida e R. Salgado, “Avaliação Estática da Estabilidade de Tensão via Método da Contínuação”, XIV SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Belém, Pará, 1997.

[31] Power System Stability Subcommittee Special Publication, “Voltage Stability Assessment: Concepts, Practice and tools”, IEEE/PES, Final Document ISBN 0780378695, Aug, 2002.

[32] Final Draft of IEEE/PES Power System Stability Subcommittee Special Publication, IEEE Special Publication on Voltage Stability Assessment-Procedures and Guides, 1998.

[33] Y. Mansour, “Suggested techniques for voltage stability analysis”, IEEE Working Group on Voltage Stability, Publication 93TH0620-5-PWR, 1993.

[34] WECC Reactive Power Reserve Work Group, “Voltage Stability Criteria, Under voltage Load Shedding Strategy, and Reactive Power Reserve Monitoring Methodology, Final Report”, 1998. Available: http://www.wecc.biz/main.html, access in Dec, 2007.

[35] Diretrizes e Critérios Para Estudos Elétricos, Procedimento de Rede, Submódulo 23.3, Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS), Julho, 2001, disponível em www.ons.org.br, acessado em Dec, 2007.

[36] B. Gao, G.K. Morison & P. Kundur, “Voltage Stability Evaluation Using Modal Analisys”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 7, No. 4, pp. 1529-1542, Nov, 1992.

[37] D. B. Bedoya, “ Obtenção da Margem Mínima de Estabilidade de Tensão de Sistemas Elétricos de Potência.”, Dissertação de Mestrado, UNICAMP, Campinas, São Paulo, Ago, 2007.

[38] D.B. Bedoya, C.A. Castro, “Computation of Power Systems Minimum Voltage Stability Security Margins”, IEEE, International Conference on Power System Technology (PowerCon),vol. 1, pp.1-7, Oct, 2006.

[39] L. A. Zarate, “Estimação Rápida do Ponto de Máximo Carregamento para a Análise de Estabilidade de Tensão de Sistemas Elétricos de Potência”, Tese de Doutorado, UNICAMP, Campinas, São Paulo, Nov, 2004.

[40] L. A. Zarate, C.A. Castro “Fast computation of security margins to voltage collapse based on sensitivity analysis”, IEEE Trans. on Power System, vol. 153, No. 1, Nov, 2006.

[41] B. Gao, G. K. Morison and P. Kundur, “Voltage Stability Evaluation Using Modal Analysis”, IEEE Trans. on Power System, vol. 7, No. 4, pp. 1529-1542, Nov, 1992.

[42] L.C.P. da Silva, “Uma Expansão dos Métodos de Curvas PV e de Análise Modal Estática para o Estudo da Estabilidade de Tensão em Sistemas de Energia Elétrica”, Tese de Doutorado, UNICAMP, Campinas, São Paulo, Mar, 2001.

[43] P.A. Löf, “On Static Analysis of Long-Term Voltage Stability”, PhD thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 1995.

[44] C. A. Cañizares and F.L. Alvarado, “Point of Collapse and Continuation Methods for Large AC/DC Systems”, IEEE Trans. on Power System, vol. 8, pp. 1-8, Feb,1993.

[45] V. Ajjarapu and C. Christy, “The continuation Power Flow: a Tool For Steady State Voltage Stability Analysis,” IEEE Trans. on Power System, vol. 7, pp. 416-423, Feb, 1992.

[46] D. A.Alves, “Obtenção do Ponto de Máximo Carregamento em Sistemas Elétricos de Potência Utilizando Novas Técnicas de Parametrização para o Método de Continuação”, Tese de Doutorado, UNICAMP, Campinas, São Paulo, Jun, 2000

[47] F.C.V. Malange, D.A. Alves, L.C.P. da Silva, C.A. Castro, and G. R. M. da Costa, "Real Power Losses Reduction and Loading Margin Improvement via Continuation Method", IEEE Trans. on Power Systems, vol. 19, no. 3, pp. 1690 - 1692, Aug, 2004.

[48] P. Kundur, G. K. Morison, B. Gao, B. Danai, and D. Maratukulam, “Voltage Stability Analysis Program (VSTAB) – Application Guide”, Ontario, Canada, Nov, 1993.

[49] I. Kopcak, “Melhoria das Margens de Estabilidade de Tensão no Problema de Pré-despacho da Operação de Sistemas de Energia Elétrica via otimização de Reativos”. Tese de Mestrado, UNICAMP, Campinas, São Paulo, Set, 2002.

[50] C.A. Cañizares, “Point of Collapse Method Applied to AC/DC Power Systems”, IEEE Trans. on Power System, vol. 7, pp. 673-680, May, 1992.

[51] C.A. Cañizares & F. L. Alvarado, ” Point of Collapse and Contínuation Methods for large AC/DC Systems”, IEEE Trans. On Power Systems, vol. 8, No. 1, pp. 1-8. Feb, 1933.

[52] O. Obadina and G.J. Berg, “Determination of Voltage Stability Limits in Multimachine Power System,” IEEE Trans. on Power System, vol. 3, pp. 1545-1552, Nov, 1988.

[53] T. Van Cutsem,. “A Method to Compute Reactive Power Margin with Respect to Voltage Collapse,” IEEE Trans. on Power System, vol. 6, pp. 145-153, Feb, 1991.

[54] R. Seydel, “Practical Bifurcation and Stability Analysis – From Equilibrium to Chaos. Spriger”, Verlag, New York, second edition, 1994.

[55] F. L. Alvarado and T. H. Jung, “Direct Detection of Voltage Collapse Conditions,” Proc. Bulk Power System Voltage Phenomena. Voltage Stability and Security, EL-6183, EPRI, pp. 5.23-5.38, Jan, 1989.

[56] S. Bazarra, D. Sherali, M. Shetty, “Nonlinear Programming Theory and Algorithms”, Second Edition, John Wiley & Sons, INC. 1993.

[57] S. Granville, J.C.O. Mello, A.C.G Melo, X. Vieira Filho, H. J. C. P. Pinto, N. Martins, “*Voltage Collapse Evaluation by Combining Interior Point Methods and Modal Analysis”,* Proceedings of V SEPOPE, Recife, 1996.

[58] S. Granville, M. L. Latorre & J. R. Ojeda, “Colapso de Tensão e Fluxo de Potência ótimo em Sistema de Potência”, Electroevolução, pp. 47-53. Out, 1996.

[59] G.D. Irrisarri, X. Wang, J. Tong, and S. Moktari, “Maximum Load ability of Power System using Interior Point Non-Linear Optimization Method”, IEEE Trans. On Power Systems, vol. 12, N° 1, pp 162-172, Feb, 1997.

[60] R.S. Singiresu, “Engineering optimization - theory and practice”, 3a ed., John Wiley & sons, 1996.

[61] W. Xu, Y. Masour, and P.G. Harrington, “Planning Methodologies for Voltage Stability Limited Power Systems”, Electric Power & Energy Systems, vol. 15, N° 4, pp.221-228, 1993.

[62] H.B. Wan, and A.O Ekwue, “Integrated Approach to Voltage Collapse Margin Calculation”, Proc. Of 13th PSCC, Trondehein, pp. 987-992, June 1999.

[63] M, Glavic, M. Kusljugic, S. Tesnjak, “An integrated Methodology for Voltage Stability Analysis Due to Slow Load Variations”, 29th North American Power Symposium, Laramie, Wyoming, USA, pp. 571-575, 1997.

[64] X. Y. Chao, “Practical Determination of Operating Transfer Limits”, Proc. Of PICA Conference, pp. 271-277, 1995.

[65] S. Iwamoto, & Y. Tamura, "A Load Flow Calculation Method for III – Conditioned Power Systems", IEEE Trans. on PAS, vol. 100, pp. 1736-1743, Apr, 1981.

[66] Y. Mansour, "Suggested Techniques for Voltage Stability Analysis, IEEE Power Engineering Society, 93TH0620-5PWR,142p,1993.

[67] A. Semlyen, B. Gao and W. Janischewskyj, "Calculation of the extreme loading condition of a power system for the assessment of voltage stability", IEEE Trans. on Power Systems, vol. 6 , pp. 307-315, Feb, 1991.

[68] Y. Kataoka, "An approach for the regularization of a power flow solution around the maximum loading point," IEEE Trans. on Power Systems, vol. 7,pp. 1068-1077, Aug, 1992.

[69] V. Ajjarapu and B. Lee (Iowa State University) "Bibliography On Voltage Stability" for Voltage Stability and Long-Term Stability" Working Group System Dynamic Performance Subcommittee Power Engineering Society, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 13, No. 1, Feb, 1998.

[70] O.I. Elgerd, "Introdução à Teoria de Sistemas de Energia Elétrica", MCGRAW - HILL, 1970.

[71] H. Saadat, "Power System Analysis", Second Edition, McGraw-Hill Companies, Inc. 2002.

[72] A.J. Wood, B.F. Wollenberg, "Power Generation Operation and Control", Second Edition, John Wiley & Sons, INC. 1984.

[73] L.A. Machado, T. Araripe, J.C. Ribeiro e M.V. Ferraz, "Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica", Electrobrás, Centrais Elétricas Brasileiras S.A. RJ. 1990.

[74] L. L. Grigsby, "Electric Power Engineering Handbook", Taylor & Francis Group, LLC. Second Edition, 2006.

[75] A. Gómes, J. L. Martínes, J. A. Rosendo, E. Romero y J. M. Riquelme, "Sistemas Eléctricos de Potência, problemas y ejercicios resueltos", Prentice Hall – Pearson Educación, S.A. España, 2003.

[76] A.H. Noyola, W.M.Grady, G. L. Viviane, "An optimized procedure for determining incremental heat rate characteristics", IEEE Trans. Power Systems, vol. 5, n. 3, pp. 376-383, 1990.

[77] D.W. ROSS and S. Kim, "Dynamic economic dispatch of generation," IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS-99, pp. 2060-2068, Nov,1980.

[78] A.J. Rabin, A.H. Coonick and B.J. Cory, "A homogeneous linear programming algorithm for the security constrained economic dispatch problem," IEEE Trans. Power Systems, vol. 15, pp. 930-936, Aug, 2000.

[79] J. Nanda, L. Hari and M.L. Kothari, "Economic emission load dispatch with line flow constrains using a classical technique," IEE Proc-Generation Transmission and Distribution, vol. 141, pp, I - 10, Jan. 1994.

[80] J.Y. Fan and L. Zhang, "Real-time economic dispatch with line flow and emission constrains using quadratic programming," IEEE Trans. Power Systems, vol. 13, pp. 320-325, May, 1998.

[81] B.H. Chowdhury and S. Rahman, "A review of recent advances in economic dispatch," IEEE Trans. Power Systems, vol. 5, pp. 1248-1259, Nov, 1990.

[82] D.C. Walters and G.B. Sheble, "Genetic algorithm solution of economic dispatch with valve point loading", IEEE Trans. Power Systems, vol. 8, pp. 1325-1332, Aug, 1993

[83] W.M. Lin, F.S. Cheng and M.T. Tsay, "An improved tabu search for economic dispatch with multiple minima," IEEE Trans. Power Systems, vol. 17, pp. 108-112, Feb, 2002.

[84] M. Dorigo, "Optimization, learning and natural algorithms", fh.D. 7'hesis, Dip Elettronica e Informazione, Politecnico di Milano, Italy, 1992.

[85] S.Thanathip "Economic Dispatch by Ant Colony Search Algorithm", Proceedings of the IEEE, conference on Cybernetics and intelligent Systems, Singapore, Dec, 2004.

[86] J. J Grainger and W. D. Stevenson, "Power System Analysis" from McGraw-Hill, 1994.

[87] H. W. Dommel, W. F. Tinney, "Optimal Power Flow Solution", IEEE Trans. Power App. And Syst., vol. 87, pp. 1866-1876, Oct, 1968.

[88] J. Carpentier, "Contribution a l'étude du dispatching economique", Bulletin. Society Fraçaise Electriciens, vol. 3, pp. 431–447, Aug, 1962.

[89] H. Von Stackelberg, "The Theory of the Market economy", Oxford University Press, Oxford, 1952.

[90] Jerome Bracken, James T. McGill, "Mathematical Programs with Optimization Problems in the Constrains", Opns. Res. vol. 21, pp. 37-44, 1973.

[91] J.F. Bard, "Optimization in Multilevel Systems", Proceedings of the American Control Conference, vol.1, pp. 403-408, Arlington, Virginia, 1982.

[92] O. Ben-Ayed, C. Blair, "Computational difficulties of bilevel linear programming", Operations Research, vol. 38, pp. 555-560,1990.

[93] W. Candler, R. Norton, " Multi-level programming and development policy", Staff Working Paper 258, World Bank, 1977.

[94] O. Ben-Ayed, D. Boyce, C. Blair, "A General Bilevel Linear Programming Formulation of the Network Design Problem", Transportation Research, vol. 22, pp.311-318,1988.

[95] L. LeBlanc, D. Boyce, "A Bilevel Programming Algorithm For Exact Solution Of The Network Design Problem With User-Optimal Flows", Transportation Research, vol. 20, pp. 259-265,1986.

[96] P. Marcotte, "Network design problem with congestion effects: a case of bilevel programming", Mathematical Programming, vol. 34, pp. 142-162, 1986.

[97] C. Kolstad, "A review of the literature on bi-level mathematical programming", Technical Report LA-10284-MS, UC-32, Los Alamos National Laboratory, 1985.

[98] J.F Bard, "Regulating nonnuclear industrial waste by hazard classification", Journal of Environmental Systems, vol. 13, pp. 21-41, 1983/84.

[99] G. Anandalingham, T. Friesz, "Hierarchical optimization: An Introduction", Annals of Operations Research, vol. 34, pp. 1-11,1992.

[100] L. Vicente, P. Calamai, "Bilevel and multilevel programming: A Bibliography review", Journal of Optimization, vol. 5, pp. 291-306,1994.

[101] J. Falk, "A linear max-min problem", Mathematical Programming, vol. 5, pp. 169-188,1973.

[102] E. Aiyoshi, K. Shimizu, "A solution method for the static Stackelberg problem via penalty method", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 29, pp. 1111-1114, 1984.

[103] G. Anandaligam, D. White, "A solution method for the linear static Stackelberg problem using penalty functions", IEEE Transaction on Automatic Control, vol. 35, pp. 1170-1173,1990.

[104] G. Papavassilopoulos, "Algorithms for static Stackelberg games with linear costs and polyhedra constraints", In Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, pp. 647-652, New York, 1982.

[105] R. Burton, B. Obel, "The multilevel approach to organizational issues of the firm – a crítical review", Management Sience, vol. 5, pp. 395-414, 1977.

[106] W. Candeler, J. Fortuny-Amat, B. McCarl, "The potential role of multilevel programming in agricultural economics", American Journal of Agricultural Economics, vol. 63, pp. 521-531, 1981.

[107] N. Alexandrov, J. Dennis, "Algorithms for bilevel optimization", Research Report CRPC-TR94474, Center for Research on Parrallel Computation, Rice University, 1994.

[108] N. Alexandrov, J. Dennis, "Multilevel algorithms for nonlinear optimization", ICASE Report 94-53, Institute for Computer Application in Science and Engineering, Nasa, 1994.

[109] J. Bracken, J. MCGill, "Mathematical programs with optimization problems in the constraints", Operations Research, vol. 21, pp. 37-44, 1973.

[110] W. F. Bialas, "Multilevel Mathematical Programming, An introduction", Department of Industrial Engineering, University at Buffalo. April,2002 http://www.acsu.buffalo.edu/~bialas/IE664/docs/Multilevel_Intro.PDF; accesado em Nov, 2007.

[111] C. Michelle, "An ℓ1 Penalty Function Approach to the Nonlinear Bilevel Programming Problem", Doctorate Thesis, University of Waterloo, Ontario, Canada, 1997.

[112] H. Zeynep, C.A. Floudas, "Global Optimization of Nonlinear Bilevel Programming Problems", Journal of Global Optimization, vol. 20, pp. 1-31,2001:1-31, 2001.

[113] W. F. Bialas, M. H. Karwan, "Two-Level Linear Programming", Management Science, vol. 30, No. 8, pp. 0025-1909, 1984.

[114] M. N. Chew, "A Game Theoretic Approach to Coalition Formation in Multilevel Decision Making Organizations", Master of Science Thesis, State University of New York at Buffalo, New York, USA, 1981.

[115] J.F. Bard, J. T. Moore, "A Branch and Bound Algorithm for the Bilevel Programming Problem", SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, vol. 11, pp. 281-292, 1990.

[116] J. F. Bard, J.T. Moore, "The Mixed Integer Linear Bilevel Programming Problem", Operations Research Society of America, vol. 38, No. 5, pp. 0030-364X/90/3805-0911, Sep-Oct, 1990.

[117] G.B. Danzsig, J. Folkman, N. Shapiro, "On the Continuity of the Minimum Set of a Continuous Function", Journal of Mathematical Analysis and Applications, vol. 17, pp. 519-548, 1967.

[118] L. Vicente, G. Savard, J. Júdice, "Descent approaches for quadratic bilevel programming", Journal of Optimization Theory and Applications, vol. 81, pp. 379-399, 1994.

[119] D. Ryan,M. Osborne, "On the solution of highly degenerate linear programmers", Mathematical Programming, vol. 41, pp. 385-392,1988.

[120] J.F. Bard, "Optimization in Multilevel Systems", Proceedings of the American Control conference, vol. 1, pp. 403-408, Arlington, Virginia, 1982.

[121] M. Simaan, J.B. Cruz, Jr., "On the Stackelberg Strategy in Nonzero-Sum Games", Journal of Optimization Theory and Applications, vol. 11, No. 5, pp. 533-555, 1973.

[122] W. Bialas, M.Karwan, "On Two-Level Optimization", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 27, pp. 211-214, 1982.

[123] W. Candler, R. Townsley, "A linear Two-Level Programming Problem", Computers & Operation Research, vol. 9, pp. 59-76,1982.

[124] S. Dempe, "A simple Algorithm for the Linear Bilevel Programming Problem", Optimization, vol. 18, pp. 373-385, 1987.

[125] M. Nicholls, "The application of Non-linear Bi-Level Programming to the Aluminum Industry", Journal of Global Optimization, vol. 8, pp. 245-261, 1996.

[126] G. Sarvard, J. Gauvin, "The steepest descent direction for the nonlinear bilevel programming problem", Operations Research Letters, vol. 15, pp. 265-272, 1994.

[127] C. Kolstad, L. Lasdon, "Derivative evaluation and computational experience with large Bi-Level mathematical programs", BEBR Faculty, College of Commerce and Business Administration, University of Illinois at Urbana-Champaingn, 1986.

[128] J. Júdice, A.M. Faustino, "The solution of the linear bilevel programming problem by using the linear complementarity problem", Investigação Operational, vol. 8, No. 1, pp. 77-95, 1988.

[129] E. Aiyoshi, K. Shimuzu, "Hierarchical decentralized systems and its new solution by a barrier method", IEEE Transaction on Automatic Control, vol. 29, pp. 1111-1114, 1984.

[130] Y. Ishuzuka, E. Aiyoshi, "Double penalty method for bilevel optimization problems", Annals of Operations Research, vol. 34, pp. 73-88,1992.

[131] Z. Bi, " Numerical Methods for Bilevel Programming Problems", Doctorate Thesis, Department of Systems Design Engineering, University of Waterloo, 1992.

[132] P. Marcotte, D. Zhu, "Exact and inexact penalty methods for the generalized bilevel programming problem", GERAD, June, 1993.

[133] F. Al-Khayyal, R. Horst, P. Pardalos, Global optimization of concave functions subject to quadratic constraints: and application in nonlinear bilevel programming", Annals of Operation Research, vol. 34, pp. 125-147,1992.

[134] J. Fortuny-Amat, B. McCarl, "A representation and economic interpretation of a two-level programming problem", Journal of the Operational Research Society, vol. 32, pp. 783-792,1981.

[135] P. Hansen, B. Jaumard, G. Savard, "New branching and bounded rules for linear bilevel programming", SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, vol. 13, pp. 11194-1217,1992.

[136] T. Coleman, M. Branch, A. Grace, "Optimization Toolbox, for Use with MatLab", http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf_doc/optim/optim_tb.pdf, access in Oct, 2006.

[137] S. Coelho, C.M Viviana, "Evolução diferencial híbrida com programação Quadrática aplicada ao problema de despacho econômico de energia elétrica", Revista Controle & Automação, vol. 17, No. 4, Out, Nov e Dez, 2006.

[138] P.T Boggs, J.W. Tolle, "Sequential quadratic programming for large-scale nonlinear optimization", Journal of Computational and Applied Mathematics, vol.124, No. 1-2, pp. 123-137, 2000.

[139] R. Fletcher, "Practical methods of optimization" 2nd edition, John Wiley & Sons, New York, NY, 1987.

[140] M. A. Rodríguez-Toral, W. Morton, D.R. Mitchell, "The use of new SQP methods for the optimization of utility systems", Computers and Chemical Engineering, vol. 25, No. 2-3, pp. 287-300, 2001.

[141] O. Asac, B. Stott, "Optimal Load Flow with Steady-State Security", IEEE Trans. On Power Apparatus and System, vol. No.93, pp. 745-751, May/June 1974.

Apêndice I

Publicações relacionadas à pesquisa

Durante a realização dessa pesquisa, foram publicados os seguintes trabalhos diretamente relacionados ao tema em estudo:

- D.A. Arias, A.A. Mota, L.T. M. Mota, C.A. Castro, "A Bilevel Programming Approach for Power System Operation Planning Considering Voltage Stability and Economic Dispatch", IEEE PES T&D2008 Latin America, Colombia, Agosto, 2008.

- D.A. Arias, A.A. Mota, L.T. M. Mota, C.A. Castro, "Maximização da Margem de Estabilidade Sujeita à Minimização do Custo de Produção da Energia Elétrica (o Despacho Ótimo)", SISPOT 2008 - ENCONTRO DE PESQUISADORES EM SISTEMAS DE POTÊNCIA, Campinas (SP), 2008.

- D.A. Arias, L.T. M. Mota, A.A. Mota, C.A. Castro, "Maximização da Margem de Estabilidade Sujeita à Minimização do Custo de Produção da Energia Elétrica (o Despacho Ótimo)", SISPOT 2007 - ENCONTRO DE PESQUISADORES EM SISTEMAS DE POTÊNCIA, Campinas (SP), 2007.