

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE SISTEMAS

Heurísticas e Metaheurísticas para o Problema de Agrupamento Capacitado

Este exemplar corresponde à etapa final da tese
defendida por Nélida Gladys Maquera Sosa
e aprovada pela Comissão
Julgadora em 22/11/1996
Orientador Prof. Dr. Paulo Morelato França

Nélida Gladys Maquera Sosa
Orientador: Prof. Dr. Paulo Morelato França

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Novembro de 1996

UNIDADE	BC
N.º CHAMADA:	
	T/Unicamp
	M322h
	Ex
COMBO BC/	29501
PROC.	281/97
C	☐
D	☒
PREÇO	78611.00
DATA	18/02/97
N.º CPD	

CM-00096775-9

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

M322h Maquera Sosa, Nélida Gladys
Heurísticas e metaheurísticas para o problema de
agrupamento capacitado / Nélida Gladys Maquera Sosa.--
Campinas, SP: [s.n.], 1996.

Orientador: Paulo Morelato França.
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação.

1. Análise por conglomerados. 2. Otimização
combinatória. 3. Heurística. 4. Distritos eleitorais. I.
França, Paulo Morelato. II. Universidade Estadual de
Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação. III. Título.

A Arnaldo e Florencia pelo amor
e orações diárias.

A Manuel, Blanca, Selma e Jorge

AGRADECIMENTOS

A Deus, em primeiro lugar por ter me cuidado, conduzido, protegido e pela promessa de Josué 1:9.

Ao Prof. Dr. Paulo Morelato França, pela confiança, incentivo, compreensão, entusiasmo em todo momento e pelo apoio dado para a conclusão deste trabalho. Os ensinamentos recebidos nunca serão esquecidos.

A Blanca, minha irmã e amiga, pelo ânimo, carinho, apoio moral em momentos decisivos desde o início da minha vida, e por ter me brindado segurança.

A Neusa e Vitoria, pelo auxílio na execução deste trabalho.

A Denise, por estar a meu lado em momentos difíceis no Brasil, pelo apoio, entusiasmo, alegria, boa recepção, especialmente por ser uma excelente amiga.

A Ramón pelos conselhos, palpites e por ser um amigo sincero.

Ao prof. Dr. Hermano Tavares, prof. Dr. Vinícius Armentano e prof. Dr. Takaaki Ohishi, pelo conhecimento passado nas aulas.

Ao Alfredo e a Wilida, pelo carinho de família que me brindaram, aos casais: Joel e Melinda, Moacir e Rita por serem os primeiros que me receberam aqui no Brasil e a Vanir e família.

Aos meus amigos Helder, Ruth, Emy, Eduardo, Miguel, Fernando, Evandro, Manuel e Claudia, Oderson, Marco e Claudia, Mauro e Simoni, Carmen, Jeanne e Tila.

Aos colegas do Densis.

Ao CNPQ (Conselho Nacional de Pesquisa) e a FAEP (Fundo de Apoio ao Ensino e Pesquisa)
pelo apoio financeiro e condições para minha formação acadêmica.

SUMÁRIO

NOMENCLATURA E ABREVIACÕES	I
RESUMO	III
ABSTRACT	IV
CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO E OBJETIVOS.....	1
1.1 Apresentação do Problema.....	1
1.2 Objetivos da Tese.....	3
1.3 Organização do Texto.....	3
CAPÍTULO 2. O PROBLEMA DE AGRUPAMENTO CAPACITADO.....	5
2.1 Definição do Problema de Agrupamento Capacitado.....	5
2.2 Modelo matemático para o PAC.....	6
CAPÍTULO 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DO PAC.....	9
3.1 Técnicas e Métodos de Agrupamentos.....	9
3.1.1 Técnicas Hierárquicas.....	9
3.1.2 Técnicas de Partição	10
3.1.3 Técnicas de Cobertura.....	11
3.2 Algumas heurísticas para o Problema de Agrupamento Capacitado.....	11
CAPÍTULO 4 PRINCÍPIOS DE BUSCA TABU E O MECANISMO HTA.....	14
4.1 Memória de Curto Prazo (MCP).....	14
4.2 Critério de Aspiração.....	15
4.3 Conceitos e Princípios de HTA.....	16
CAPÍTULO 5. HEURÍSTICAS PROPOSTAS PARA O PAC.....	20
5.1 Fase 1 : Obtenção da Solução Inicial.....	20
5.2 Fase 2 : Busca Local.....	22

5.2.1 Vizinhaça de Permutações.....	23
5.2.2 Vizinhaça de Inserção.....	25
5.3 Fase 3 : Busca Tabu.....	26
5.4 Fase 4 : Busca Tabu Adaptativa HTA.....	28
 CAPÍTULO 6. EXPERIÊNCIA COMPUTACIONAL COM O PAC.....	 32
6.1 Geração dos Dados	32
6.2 Resultados Computacionais	33
 CAPÍTULO 7. UMA APLICAÇÃO AO PROBLEMA DE DISTRITAMENTO POLÍTICO.....	 44
7.1 O Problema de Ditrimento Político (PDP).....	44
7.2 Modelo Matemático para o PDP.....	46
7.3 Metodologias para o Problema de Ditrimento Político.....	47
7.4 Resultados com dados da Cidade de Campinas.....	52
 CAPÍTULO 8. CONSIDERAÇÕES SOBRE OS RESULTADOS.....	 57
8.1 Considerações sobre a Fase Inicial.....	57
8.2 Considerações sobre as Fases de Melhoria.....	58
8.3 Considerações sobre o PDP.....	61
 BIBLIOGRAFIA.....	 62
APÊNDICE..1.....	65
APÊNDICE..2.....	68

Lista de figuras

- 1. Representação do PAC.....8
- 4.4.1 Representação dos padrões em HTA.....17
- 4.4.2 Movimento de permutação em HTA.....18
- 4.4.3 Movimento de inserção em HTA.....19
- 5.2.1.a Mecanismo 1 - permutações, antes do movimento.....24
- 5.2.1.b Mecanismo 1 - permutações, após o movimento.....24
- 5.2.2.a Mecanismo 1 - inserções, antes do movimento.....25
- 5.2.2.b Mecanismo 1 - inserções, após o movimento.....25
- 5.4.1 Representação gráfica do comportamento de HTA.....31
- 6.2.1 Solução da Heurística Construtiva.....42
- 6.2.2 Solução da Busca Local.....42
- 6.2.3 Solução aplicando Busca Tabu.....43
- 6.2.4 Solução de BT com HTA.....43
- 8.1 Diagrama de barras do DPRM das heurísticas e Metaheurísticas.....62

Lista de tabelas

6.2.1	Resultados computacionais para a heurística de construção e busca local.....	36
6.2.2	Resultados computacionais em desvio percentual relativo.....	37
6.2.3	Resultados computacionais aplicando BT.....	38
6.2.4	Resultados computacionais aplicando BT com HTA.....	39
6.2.5	Resultados encontrados por diferentes algoritmos.....	40
6.2.6	Resultados dos tempos computacionais.....	41
7.4.1	Resultados computacionais para o PDP com HFD.....	55
7.4.2	Resultados computacionais para o PDP com HFDp.....	56
8.1	DPRM na obtenção das soluções iniciais.....	58
8.2	DPRM na busca local e BT.....	58
8.3	DPRM quando usam-se HTA.....	59
8.4	DPRM de diferentes algoritmos.....	59
A1	Solução da Heurística Construtiva.....	68
A2	Solução da Busca Local.....	69
A3	Solução aplicando Busca Tabu.....	70
A4	Solução de BT com HTA.....	71

NOMENCLATURA E ABREVIACÕES

B&B	Branch and bound
BT	Busca Tabu
C_i	Capacidade do agrupamento i
CP50X5	Conjunto de Problemas de tamanho 50 x 5
CP100X10	Conjunto de Problemas de tamanho 100 x 10
<i>dim</i>	Horizonte em HTA
d_k	peso do objeto k
D_{kl}	Distância de k a l
DPR	Desvio Percentual Relativo
DPRM	Desvio Percentual Relativo Médio
HFA	Heurística em função do arrependimento
HFD	Heurística em função de distâncias
HFDp	Heurística em função de distância/peso
HFp	Heurística em função dos pesos
HTA	Horizonte arbitrário
HCONS	Heurística de construção
I	Conjunto de índices que controla o número de agrupamentos
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
<i>iter</i>	Iteração
LAPIG	Lab. de processamento de informações Georeferenciadas.
M1	Estratégia primeira que melhora
MDPR	Média dos desvios percentuais relativos
MM	Estratégia melhor escolha
N(x)	Vizinhança de x
N*(x)	Vizinhança modificada de x
O	Conjunto dos objetos a serem agrupados
P	Partição do conjunto O
PDI	Processamento digital de imagens
PAC	Problema de Agrupamento Capacitado

PDP	Problema de Distritamento Político
<i>prox aval</i>	Próxima avaliação
<i>Q</i>	Conjunto das sementes
<i>Q_i</i>	Semente do agrupamento <i>i</i>
SA	Simulated Annealing
SGI	Sistemas Georeferenciados de informação
TI	Tolerância de atributos tabu na vizinhança de inserções
TP	Tolerância de atributos tabu na vizinhança de permutações
Z_H	Valor da função objetivo obtida por uma heurística
Z_{best}	Valor da função objetivo da melhor solução encontrada para uma instância
F_{best}	Melhor solução encontrada para uma instância

LETRAS GREGAS

α	Valor de erro para o PDP
----------	--------------------------

RESUMO

As técnicas de agrupamento são aplicadas com diferentes finalidades e necessárias em muitos campos da ciência.

No Problema de Agrupamento Capacitado (PAC) são dados objetos que possuem um peso associado que devem ser particionados em agrupamentos com capacidades limitadas. Apresentam-se quatro heurísticas de construção baseadas em pesos e distâncias dos objetos; uma heurística de melhoria que realiza inserções e permutações de objetos e uma aplicação de Busca Tabu (BT) simples. Além disso é aplicado um mecanismo de abordagem adaptativa de horizonte arbitrário (HTA) baseado em BT que integra as fases de intensificação e diversificação durante a busca. Foram realizados testes computacionais mostrando que HTA obtém soluções de boa qualidade independentemente do ponto de partida e que algoritmos baseados em pesos dos objetos têm melhor desempenho que algoritmos baseados em distâncias.

Aplica-se a mesma metodologia ao Problema de Distritamento Político (PDP) que é um caso particular do PAC. É realizado um estudo preliminar de distritamento da cidade de Campinas dividindo-a em 10 distritos eleitorais. Estes resultados foram obtidos com aplicação da BT, mostrando que este problema pertencente às ciências políticas pode ser tratado pela programação matemática com erros mínimos.

Palavras chave: Problema de Agrupamento Capacitado, Otimização Combinatorial, Busca Tabu, Problema de Distritamento Político.

ABSTRACT

Clustering techniques can be applied aiming different purposes with applications in several fields of science.

In the Capacitated Clustering Problem (CCP) objects with distinct weights must be partitioned into clusters with limited capacity. It is presented four constructive heuristics that use weights and distances as optimization criteria. An improvement heuristic that performs insertions and interchanges of objects and a single Tabu Search (TS) application is also proposed. Moreover, it is applied an adaptive mechanism (HTA) based on TS which joins both intensifying and diversifying phases during the search. Computational tests show that HTA attains good quality solutions independently from the starting solution. They also show that algorithms based on object weights perform better than the ones based on distances.

The same methodology is applied to a Political Districting Problem (PDP) which is a particular case of CCP. A preliminary study on the districting of Campinas city has shown that districting plans can be obtained with very reasonable errors.

Key words: Capacitated Clustering Problem, Combinatorial Optimization, Tabu Search Political Districting.

Capítulo 1

Introdução e Objetivos

1.1 Apresentação do problema

Os problemas de agrupamentos são encontradas em diversos campos, tais como, biologia, economia, educação, marketing, reconhecimento de padrões, estatística, pesquisa operacional, engenharia, etc. A aplicação da análise de agrupamentos tem diferentes finalidades, como a determinação de objetos semelhantes num primeiro estágio, formulação de hipótese sobre a estrutura dos dados e a determinação do esquema de classificação.

O Problema de Agrupamento Capacitado (PAC), é o problema em que é dado um conjunto de objetos que devem ser particionados num conjunto de agrupamentos. Cada objeto possui um peso associado e deve pertencer somente a um agrupamento. Estes objetos podem ser pessoas, regiões, nós de rede de telecomunicações, cidades, unidades censitárias, etc. Cada agrupamento tem uma capacidade estabelecida de modo que o total dos pesos dos objetos pertencentes ao agrupamento não deve ultrapassar a capacidade do agrupamento. O objetivo do PAC é encontrar uma partição dos objetos que minimize a sua dispersão em relação à semente do agrupamento a que foram alocados.

O PAC é um caso especial do problema de localização de facilidades (Facility Location Problem) e está relacionado com o problema de designação generalizada com o problema das p -medianas. Como tais problemas são da classe *NP-completo* pode ser demonstrado que o PAC é um problema *NP-completo* (Garey e Johnson, 1979).

Algoritmos exatos de programação inteira para resolver o PAC em geral são baseados no método de *branch and bound* que otimiza problemas inteiro-mistos. São, porém, usados para problemas pequenos, pois resultam ineficientes para instâncias de grande porte. Isto leva à criação de algoritmos aproximados ou heurísticos para solucionar o problema.

Uma dificuldade inerente aos métodos heurísticos é a sua incapacidade de sair dos ótimos locais. O objetivo das heurísticas é melhorar o desempenho da função objetivo até atingir um ótimo local de boa qualidade, podendo chegar ou não ao ótimo global. Entre algumas das vantagens das heurísticas estão: uma fácil implementação, requer pouco tempo computacional e são fáceis de ser entendidas.

Nesta tese apresenta-se, na primeira parte, quatro formas de encontrar uma solução inicial do problema, que por conveniência chamaremos de quatro heurísticas. Em cada heurística é aplicado o mecanismo de λ - *intercâmbio* para o PAC, com propriedades semelhantes ao λ - *opt* introduzido por Lin(1965) e Lin *et-al* (1973) para o problema do Caixeiro Viajante. A qualidade da solução final depende muito do ponto de partida da busca e das regras estabelecidas no momento de gerar a vizinhança das soluções.

Também é aplicada a metaheurística Busca Tabu (BT), com o uso de memória de curto prazo. Posteriormente é introduzido um mecanismo de abordagem adaptativa de horizonte arbitrário (HTA) ao problema, que realiza alterações sistemáticas de parâmetros tabu selecionados, com vistas a melhorar a exploração do espaço de busca; este mecanismo HTA integra as fases de intensificação e diversificação durante o processo de busca.

É realizada uma aplicação dos métodos de resolução do PAC ao Problema de Distritamento Político (PDP) em que um território tem que ser dividido em áreas menores (distritos). A cada um desses distritos é associado um único representante. Supondo que os territórios já se encontram divididos em pequenas unidades populacionais, o PDP deve agrupar estas unidades populacionais de modo que cada uma delas é atribuída a um e somente um distrito. O resultado dessa atribuição é chamada de mapa distrital. O objetivo é perseguir o lema “uma pessoa, um voto”, ou seja, o número de pessoas (eleitores) de cada distrito deve ser igual para aquele território.

1.2 Objetivos da tese

- Desenvolver enfoques eficazes para solucionar o PAC.
- Mostrar que o mecanismo HTA, ao contrário de outras metodologias, não requer um ponto de partida específico para obter soluções de boa qualidade.
- Observar o comportamento das heurísticas nas diferentes fases da busca em procura de soluções de boa qualidade.
- Propor uma metodologia de solução para o problema de distritamento político baseado em BT.

Para o PAC utilizou-se um conjunto de problemas teste encontrados na literatura, para os quais se conhecem as melhores soluções já encontradas usando diferentes técnicas.

Para o PDP foi feito um estudo preliminar para o distritamento de cidade de Campinas, através de BT.

1.3 Organização do texto

O capítulo 2 apresenta a definição e requerimentos do PAC, o coeficiente de similaridade usado para encontrar a “distância” entre dois objetos e o modelo matemático do mesmo.

No capítulo 3, são apresentadas a classificação geral das técnicas que abordam os problemas de agrupamentos e uma revisão bibliográfica sobre técnicas de solução encontradas na literatura para o PAC.

O capítulo 4 apresenta a filosofia da metaheurística BT baseada na memória de curto prazo e dos mecanismos da abordagem adaptativa HTA (Horizonte Arbitrário).

No capítulo 5 são propostos algoritmos para encontrar soluções iniciais e soluções de melhoria (busca local, BT e HTA) para o PAC.

No capítulo 6 são apresentados os resultados computacionais aplicando as diferentes fases de melhoria.

No capítulo 7 trata-se da adaptação da metodologia inicialmente proposta para o PAC ao PDP. Faz-se uma breve revisão bibliográfica e os resultados computacionais mostram os desvios populacionais conseguidos no distritamento político da cidade de Campinas.

No capítulo 8 apresenta-se os comentários e as conclusões do trabalho.

No Apêndice 1 apresenta-se os princípios básico de Busca Tabu.

No Apêndice 2 apresenta-se a solução de um problema teste.

Capítulo 2

O problema de Agrupamento Capacitado

Os problemas de agrupamento são encontrados em diferentes áreas e são tratados com diferentes técnicas. Entre outras, existem técnicas hierárquicas, técnicas de partição e técnicas de cobertura. Na grande maioria são tratados problemas sem restrições de capacidade. Quando estas são integradas às técnicas de partição, surge o Problema de Agrupamento Capacitado - PAC.

Neste capítulo apresenta-se a definição do problema, o coeficiente de similaridade entre objetos, requerimentos, restrições e o modelo matemático para o PAC.

2.1 Definição do Problema de Agrupamento Capacitado

O Problema de Agrupamento Capacitado é aquele no qual é dado um conjunto de objetos a serem **particionados** em agrupamentos com capacidades e que devem satisfazer os seguintes requerimentos:

- cada objeto possui um peso (demanda);
- cada objeto deve ser designado somente a um agrupamento;
- os objetos devem ser particionados em p agrupamentos, onde p é fixo;
- todos os objetos devem ser designados;
- a soma dos pesos dos objetos pertencentes a um agrupamento não deve superar a capacidade do mesmo;
- ter um critério que meça o quanto os objetos estão “próximos” ou “distantes” entre si;

- os agrupamentos devem ser particionados de tal modo que exista coesão interna dos objetos e isolamento externo dos agrupamentos.

Um conceito fundamental na utilização das técnicas de agrupamento é a escolha de um critério que meça ou que quantifique o quanto os objetos são “próximos” ou “distantes”. Cabe observar que tecnicamente pode-se dividir em duas categorias: medidas de similaridade e de dissimilaridade (Oliveira *et-al*, 1990). Na primeira, quanto maior o valor observado, mais parecidos são os objetos; já para a segunda, quanto maior o valor observado, menos parecidos (mais dissimilares) serão os objetos.

Os critérios de medida não são definidos de um modo muito preciso e não definem uma métrica sobre o espaço dos objetos, especialmente quando as variáveis são correlacionadas. Isto pode levar a sérios problemas de interpretação. Aqui não serão aprofundadas estas questões por não ser objetivo deste trabalho, e os interessados encontrarão mais informações em (Everitt, 1993). Neste trabalho todos os objetos têm as mesmas características e não são correlacionados.

O coeficiente de dissimilaridade usado neste trabalho é a distância Euclidiana. A distância Euclidiana entre dois pontos $x = (\alpha^1, \dots, \alpha^n)$ e $y = (\beta^1, \dots, \beta^n)$ do R^n é definido como:

$$D_{xy} = \left[\sum_{k=1}^n (\alpha^k - \beta^k)^2 \right]^{1/2}$$

2.2 Modelo matemático para o PAC

Seja $O = \{1, 2, \dots, n\}$ o conjunto dos n objetos a serem agrupados. Assume-se uma matriz $n \times n$ $[D_{kl}]$ formada pelas distâncias entre pares dos objetos de O , onde D_{kl} é a distância Euclidiana entre o objeto k e l , $D_{kl} > 0$, $D_{kl} = D_{lk}$, $D_{kk} = 0$, $k, l \in O$. Cada objeto k possui um peso d_k , $d_k > 0$. Seja $P = \{A_1, A_2, \dots, A_p\}$ a partição de O em p agrupamentos, com

$I=\{1,...,p\}$ o conjunto destes índices. A_i representa o agrupamento i . Seja $Q = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_p\}$ o conjunto das medianas ou centros de P , onde $Q \subseteq O$, e Q_i é a mediana do agrupamento i para o qual a soma das distâncias de todos os objetos de A_i até ela é minimizada. Seja C_i a capacidade do agrupamento A_i . Assume-se que $C_i=C \forall i \in I$.

Um modelo do PAC, sugerido por Mulvey e Beck (1984) é dado a seguir:

$$f(P) = \text{Min} \sum_{k \in O} \sum_{\substack{Q_i \in Q \\ i \in I}} D_{kQ_i} x_{kQ_i} \quad (2.2.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k \in O} y_k = p \quad (2.2.2)$$

$$\sum_{\substack{Q_i \in Q \\ i \in I}} x_{kQ_i} = 1 \quad k \in O, \forall k \quad (2.2.3)$$

$$\sum_{k \in O} d_k x_{kQ_i} \leq C_i \quad Q_i \in Q, i \in I, \forall i \quad (2.2.4)$$

$$x_{kQ_i}, y_{Q_i} = \{1, 0\} \quad k \in O, Q_i \in Q, i \in I \quad (2.2.5)$$

A variável binária $x_{kQ_i} = 1$, se o objeto k é designado para a mediana Q_i , 0 caso contrário. A variável binária $y_k = 1$ se ela é a mediana e 0 caso contrário. (2.2.2) garante na partição a existência das p medianas; (2.2.3) garante que cada objeto de O deve ser designado a somente uma mediana Q_i ; (2.2.4) especifica que a soma dos pesos dos objetos que pertencem ao agrupamento i não pode superar a sua capacidade; (2.2.1) a função objetivo que minimiza a dispersão dos objetos formada pelos agrupamentos.

Daqui por diante as medianas serão chamadas de sementes.

Na Fig. 1 apresenta-se uma representação gráfica do PAC.

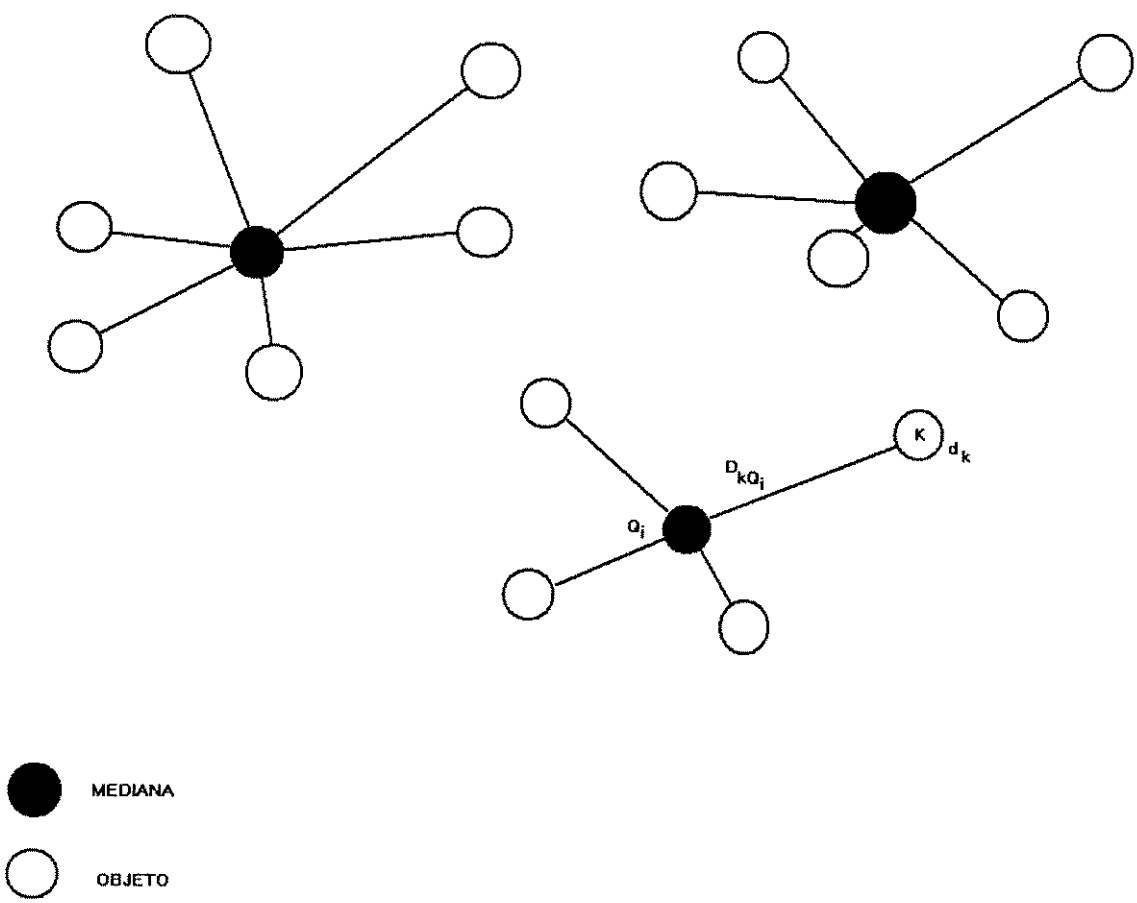


Fig.1 Representação do PAC

Capítulo 3

Revisão Bibliográfica do PAC

Neste capítulo são apresentados técnicas e métodos de agrupamentos e algumas heurísticas para o PAC encontradas na bibliografia.

3.1. Técnicas e Métodos de Agrupamentos

Os métodos de análise de agrupamentos aparecem na literatura com diferentes denominações que dependem muito da área de aplicação. Alguns dos nomes são: métodos para Taxonomia, Q-análise, “Numerical Taxonomy”, “Unsupervised Pattern Recognition”, etc. (Everitt, 1993). As técnicas, basicamente são divididas em três classes: as hierárquicas, as de partição e as de cobertura, a seguir mencionamos a classificação dada por (Oliveira *et al*, 1990).

3.1.1. Técnicas Hierárquicas: São aquelas técnicas nas quais os objetos são agrupados em diferentes etapas, de modo hierárquico, produzindo uma árvore de classificação. O que caracteriza aos algoritmos de produzir agrupamentos é o critério usado para definir distâncias entre grupos. Entre elas pode-se mencionar:

a.- Método do Centróide. Este método consiste em substituir cada fusão de objetos num único ponto representado pelas coordenadas de seu centro. A distancia entre grupos é definida pela distância entre os centros. Em cada etapa procura-se fundir grupos que tenham a menos distância entre si.

b.- **Método das Médias das Distâncias.** Este método em cada passo diminui uma dimensão da matriz de dados pela reunião de pares semelhantes até reunir todos os pontos em um único grupo.

c.- **Método da Ligação Simples ou Vizinho mais Próximo.** Este método define como semelhança entre dois grupos aquela dada pelos dois membros mais parecidos. Ou seja, entre todos os coeficientes de similaridade entre elementos de um grupo e de outro, escolhe-se o de maior semelhança como o coeficiente entre dois grupos.

d.- **Método da Ligação Completa ou Vizinho mais Distante.** Aqui a semelhança entre dois grupos é definida pelos objetos de cada grupo que menos se parecem. Ou seja, formam-se todos os pares com um membro de cada grupo, a semelhança entre os grupos é definida pelo par que menos se parece. No caso da similaridade ser definida pela distância, a distância entre os grupos X e Y será:

$$d(X,Y) = \max\{d(i,j): i \in X \text{ e } j \in Y\}$$

Convém ressaltar que a fusão ainda é feita com os grupos mais parecidos, menos distância.

3.1.2. Técnicas de Partição: Técnicas cujos agrupamentos obtidos produzem uma partição do conjunto de objetos. Os algoritmos de partição diferem um do outro pela escolha diferente de um ou mais dos seguintes procedimentos:

- a.- Método de iniciar os agrupamentos;
- b.- Método de designar objetos aos agrupamentos iniciais;
- c.- Método de redesignar um ou mais objetos já agrupados para outros agrupamentos.

Um algoritmo conhecido nas técnicas de partição é o Método das *k-médias*, este método, com pequenas variações, talvez seja um dos mais usados em Análise de Agrupamentos quando se têm muitos objetos.

Em primeiro lugar aparece a escolha do critério de homogeneidade dentro do grupo e heterogeneidade entre os grupos. O critério mais usado é o da soma de quadrados residual, inspirado em Análise de Variância.

3.1.3. Técnicas de Cobertura: Técnicas que nas quais os agrupamentos obtidos recobrem o conjunto de objetos, mas podem se sobrepor um ao outro.

“Ultimamente vem ganhando bastante espaço os algoritmos que envolvem algum tipo de restrição “ (Oliveira *et-al*,1990) , obtendo agrupamentos através de métodos heurísticos.

O Problema de Agrupamento Capacitado, por pertencer à classe NP-completo, é resolvido com algoritmos aproximados (heurísticas), pois métodos exatos demonstraram ser ineficientes para problemas de grande porte (Osman e Christofides, 1993).

Os interessados podem obter mais informações em (Everitt, 1993).

3.2 Algumas heurísticas para o Problema de Agrupamento Capacitado

Entre os algoritmos heurísticos encontrados na literatura para o PAC, destacam-se os de J.M. Mulvey e M.P. Beck, (1984), e de I.H. Osman e N. Christofides, (1994).

Mulvey e Beck, (1984) estenderam o problema de agrupamento não capacitado (Uncapacitated Clustering Problem -UCP) para o PAC adicionando a restrição de capacidade do agrupamento. Desenvolveram uma heurística primal e uma heurística híbrida com o método de subgradiente, obtendo boas soluções para o PAC.

A heurística primal inicia com uma geração aleatória de p medianas (sementes); os objetos são designados em ordem decrescente da sua função arrependimento, definida como o valor absoluto da diferença das distâncias do primeiro e segundo centros mais próximos aos objetos; feita a designação é calculada a nova semente dos agrupamentos. Se for encontrada uma nova semente que minimiza a função objetivo, o processo é repetido com a redesignação a estas novas sementes. O procedimento continua até que na iteração seguinte as sementes

continuem sendo as mesmas. O procedimento da heurística de subgradiente é repetido para um número predeterminado de iterações. Em cada iteração as sementes dos agrupamentos são obtidas pela resolução de um problema relaxado que exclui a restrição de designação.

Resultados melhores são obtidos com o procedimento de intercâmbio dos objetos entre os agrupamentos. Este intercâmbio melhora a solução atual e ao mesmo tempo não viola a restrição de capacidade.

Eles testaram 18 instâncias de 10 a 100 objetos e mostraram que a combinação da heurística primal e o algoritmo de subgradiente produzem resultados com um desvio do limite inferior em um intervalo de 0,43% a 5,4%.

Outro algoritmo heurístico é dado por **Osman e Christofides**, (1994) , inspirados no trabalho de Mulvey e Beck (1984). Eles utilizam as técnicas de “Busca Tabu” e “Simulated Annealing” no desenvolvimento de um algoritmo híbrido para o PAC.

A heurística primal inicia com a escolha das p sementes dos agrupamentos. Para $p=2$, são escolhidos os dois objetos mais distantes entre si; no caso de $p>2$, o centro seguinte será aquele objeto que tiver o valor máximo dado pelo produto das distâncias dos objetos aos centros prévios, ou seja, $\prod_{q_i \in O} D_{kQ_i} = \text{Max} \prod_{k \in O, Q_i \in Q} D_{kQ_i}$.

O é o conjunto dos objetos e Q representa o conjunto das sementes. Após encontrar as sementes, para cada objeto k encontra-se o agrupamento mais próximo. Os objetos são ordenados em ordem crescente das distâncias e designados nesta seqüência. Se o objeto não puder ser designado ao agrupamento mais próximo por falta de capacidade procura-se o agrupamento mais próximo que tiver capacidade. Feito o processo de designação, são calculadas as novas sementes que minimizem a dispersão dos objetos no agrupamento. Se for encontrada uma nova semente, os objetos daquele agrupamento são redesignados a ela.

Estes resultados são melhorados com o mecanismo λ - intercâmbio dos objetos entre os agrupamentos, desde que respeitem as restrições do problema.

Além de fazer a busca local com o mecanismo de permutação e o mecanismo de inserção, eles desenvolveram um algoritmo híbrido de Simulated Annealing (SA) em combinação com outros elementos de Busca Tabu (BT).

São testados 20 instâncias de 50 e 100 objetos a serem agrupados em 5 e 10 agrupamentos respectivamente. Eles mostram que o algoritmo híbrido SA/BT é melhor quando comparado com o algoritmo de Simulated Annealing (Connolly, 1992) e um algoritmo simples de BT.

Os resultados encontrados por eles são comparados com os melhores já encontrados na literatura, encontrando um desvio de 0,19% a 0,30% da melhor solução.

Capítulo 4

Princípios de Busca Tabu e o mecanismo HTA

Busca Tabu (BT) é uma metaheurística, inicialmente proposta por Glover em 1986 que guia uma busca em vizinhança, explorando o espaço de soluções para além da otimalidade local. Tem como filosofia explorar uma série de princípios para a resolução inteligente do problema através de estratégias baseadas em memória. BT tem sido aplicada a diversos problemas combinatórios, mostrando ser uma técnica promissora (Laguna, 1993).

O mecanismo de abordagem adaptativo do horizonte arbitrário (HTA), proposta por Pureza e França, (1996) é uma nova metodologia que usa BT, integrando na busca as fases de intensificação e diversificação. A filosofia desta abordagem na procura de soluções de boa qualidade baseia-se no espaço topológico em que esta sendo feita a busca.

Neste capítulo apresenta-se os princípios de Busca Tabu para o PAC e os conceitos e princípios do mecanismo de abordagem arbitrário HTA.

Os interessados em conhecer os princípios de BT podem encontrar mais detalhes no Apêndice 1.

4.1 Memória de curto prazo

Esta memória guarda a história recente da busca em estruturas chamadas *lista tabu*. Os atributos que são registrados nesta memória são denominados *tabu ativos*. O tempo em que estes atributos permanecem tabu ativos é medido em número de iterações chamado de *duração tabu* (Glover, 1995) este tempo é dado por um valor aleatório distribuído uniformemente no intervalo $[n/4, n/2]$.

A efetividade da memória está diretamente relacionada aos atributos de seleção, à regra que designa quando um atributo fica *tabu ativo*, ao tempo em que o atributo fica *tabu ativo* e às estratégias que permitem realizar estes movimentos (Laguna, 1993).

Considerando a permutação dos objetos i e j pertencentes, inicialmente, a r e s respectivamente, vê-se a seguir algumas possíveis regras que podem deixar um atributo *tabu ativo* para o PAC:

- Proibir que os objetos i, j , retornem aos agrupamentos r, s respectivamente.
- Proibir que os objetos i, j ; saiam do agrupamento r, s respectivamente.

Após escolher os atributos, estes são guardados na *lista tabu* e ficam *tabu ativos*, por um número determinado de iterações. Estas soluções proibidas modificam a vizinhança a ser visitada. A escolha de atributos é importante porque torna a busca mais estrita ou mais relaxada.

O tempo que um atributo fica *tabu ativo* indica o número de iterações em que um movimento ficara proibido e que tem uma relação íntima com o tamanho da instância.

4.2 Critério de aspiração

É o mecanismo capaz de reconhecer os movimentos proibidos que melhoram a solução atual, removendo a classificação *tabu* aplicada a estes movimentos.

A incorporação do critério de aspiração em união com a *lista tabu* proporciona uma flexibilidade adicional na escolha de movimentos no processo da busca. Existem diferentes variações para aplicar o critério de aspiração (Laguna, 1993).

Depois de fazer uma busca simples, BT tenta melhorar os resultados, com intensificações em lugares mais promissores, e diversificando a busca para regiões ainda não visitadas. Para estas duas fases da busca, podem ser implementadas diferentes metodologias e estratégias, como variação da duração *tabu*, modificação das regras de ativação *tabu*,

reinicialização da busca, fixação de elementos encontrados em soluções promissoras, ou piora das soluções de tal modo que se tenha um novo ponto de partida para a busca.

4.3 Conceitos e Princípios de HTA

O mecanismo de abordagem arbitrário HTA baseado em BT. Considerado como uma metaheurística que integra na busca processos de intensificação e diversificação, HTA possui mecanismos para realizar alterações sistemáticas de parâmetros tabu, perturbando os valores selecionados como elementos tabu. O grau e a duração de cada perturbação são determinados pela análise dos padrões topológicos das regiões recentemente exploradas.

O fato de alterar os elementos tabu, leva a criar níveis de restritividade para incentivar a intensificação em regiões promissoras e a diversificação para regiões ainda não visitadas, com a tentativa de obter soluções de boa qualidade.

Estes níveis de restritividade são fundamentais para o desempenho da metaheurística, podendo ser observada na trajetória da busca pela forma de especificar os padrões topológicos. Pode-se identificar três padrões relevantes no desempenho desta metaheurística: *busca em estagnação, trajetória em descida e trajetória ascendente.*

Reconhecimento de Padrões

A identificação dos padrões topológicos é dada pela análise da comparação entre os valores da *média* de custo das soluções geradas *nas duas últimas fases da busca*. As médias destes dois conjuntos de custos referem-se à *média anterior* e à *média atual*. A duração de cada fase na busca é definida por uma variável inteira chamada *avaliação do horizonte*. O horizonte define o período quando a perturbação selecionada na análise prévia será aplicada. Este também define o número de iterações e o custo associado a ser usado na próxima avaliação.

A relação entre os valores da *média anterior* e a *média atual* é usada para identificar os padrões topológicos atuais. Se os valores das médias tem aproximadamente o mesmo valor, é considerado que existe *estagnação* neste espaço topológico. Se a média atual é menor que a média anterior a *trajetória está em descida*, se a média anterior for menor que a média atual a *trajetória da busca é ascendente*. Na Fig. 4.4.1 são representados estes padrões.

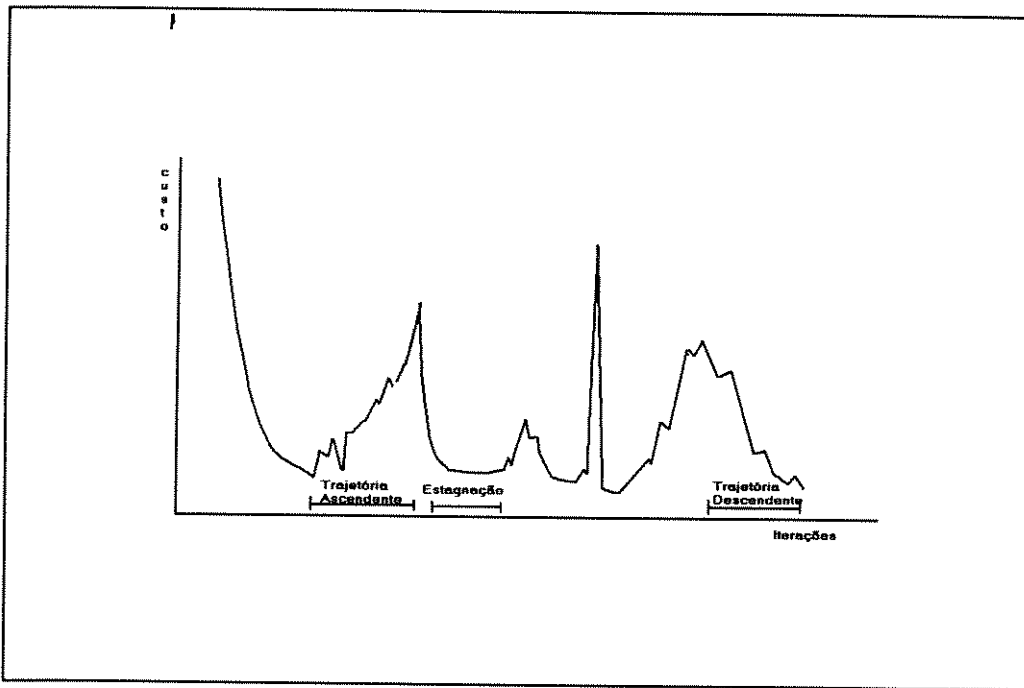


Fig. 4.4.1 Representação dos padrões em HTA

Os valores de *TP* e *TI* são um tipo de critério de aspiração, onde *TP* representa o número máximo de atributos tabu aceitáveis na vizinhança de permutações, e *TI* na vizinhança de inserções. Para dar uma maior clareza, na Fig. 4.4.2 é ilustrado o significado de *TP* na vizinhança de permutações.

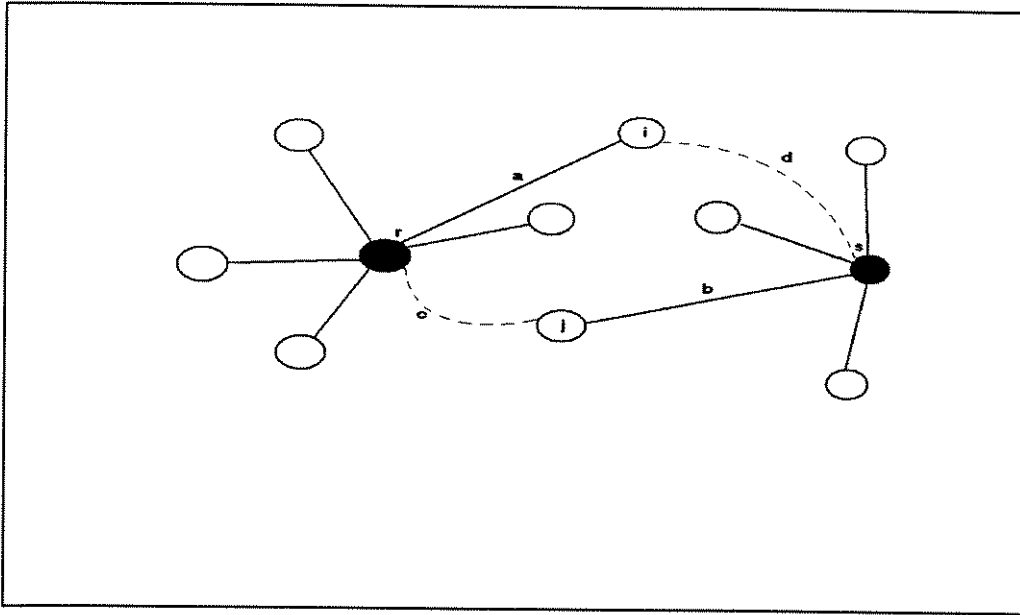


Fig. 4.4.2 Movimento de permutação em HTA

Suponha um movimento de permutação onde o objeto i que inicialmente pertence ao agrupamento r é relocado para o agrupamento s e, igualmente, o objeto j (inicialmente pertencente a s) é relocado para o agrupamento r . Isso equivale a substituir os arcos **a** e **b** pelos arcos **c** e **d**. Se $TP = 1$, isso significa que este movimento só será executado, ou seja, não será declarado tabu, se no máximo um dos quatro arcos **a**, **b**, **c** ou **d** for tabu ativo. Se $TP = 0$, só aceitam-se movimentos que não possuam nenhum atributo tabu-ativo.

Note que TP pode assumir os valores 0, 1, 2, 3 e 4, indicando que se vai de um máximo de restritividade ($TP = 0$) para um máximo de complacência ($TP = 4$).

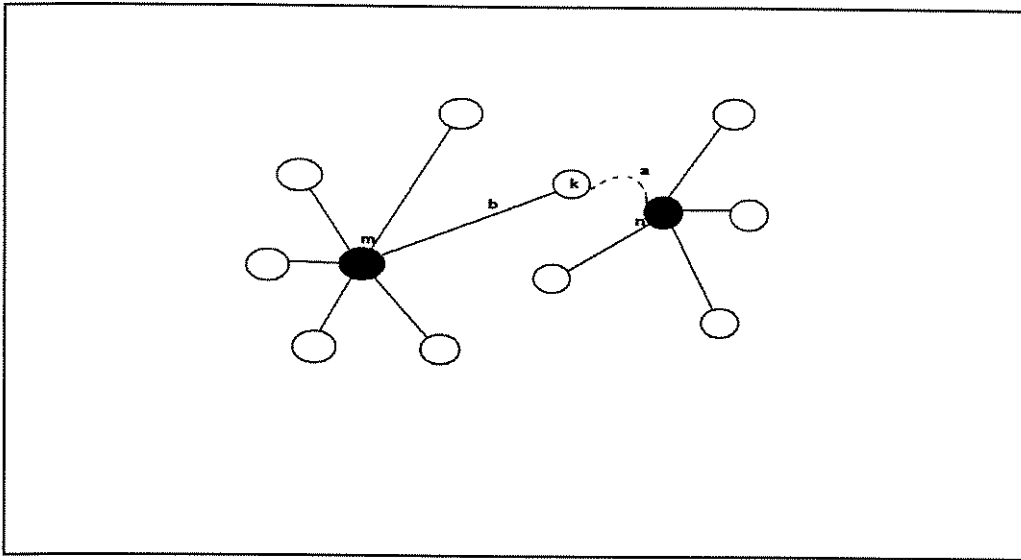


Fig. 4.4.3 Movimento de inserção em HTA

O mesmo se aplica para um movimento de inserção. Na Fig. 4.4.3, se o objeto k sai do agrupamento m e vai para o n , os arcos a e b estão envolvidos e este movimento só será executado dependendo do valor atribuído a TI. Note que TI pode assumir os valores de 0, 1 ou 2.

HTA age sobre os parâmetros TP e TI para levar a busca para novas regiões através do aumento da restritividade ($TP = 0$, $TI = 0$) ou para intensificar a busca através do aumento da permissividade ($TP = 4$, $TI = 2$).

Após de ter explicado as filosofias de BT e HTA é necessário descrever as heurísticas para encontrar soluções iniciais e as soluções de melhoria para serem aplicadas as diferentes fases como Busca Local, Busca Tabu e HTA.

No próximo capítulo são apresentados os algoritmos respectivos para as diferentes etapas.

Capítulo 5

Heurísticas propostas para o PAC

Neste capítulo apresentamos várias heurísticas para a resolução do PAC.

Fase 1. Heurística de Construção para obtenção de uma solução inicial.

Fase 2. Heurística de Melhoria (Busca Local).

Fase 3. Busca Tabu.

Fase 4. Busca Tabu adaptativa HTA.

Na Fase 1, a solução inicial é gerada por quatro diferentes formas de designar os objetos às sementes, garantindo a factibilidade do problema. Por conveniência diremos que são 4 heurísticas diferentes. A Fase 2, Fase 3 e Fase 4 iniciam a busca a partir da Fase 1. Isto é feito para poder estudar o comportamento da função objetivo nas diferentes heurísticas e comprovar a hipótese que o HTA obtém soluções de boa qualidade, independentemente do ponto de partida ao contrário de BT, que precisa um bom ponto de partida para a obtenção de soluções de boa qualidade. Em cada fase é definido um critério de parada.

5.1 Fase 1: Obtenção da Solução Inicial

Considere o modelo e notação do PAC descritos no Capítulo 2. Esta fase é dividida em 3 seções, escolha das p -sementes, designação dos objetos às sementes e o cálculo da nova semente.

Obtenção das p sementes

P1. $i=0$, $i \in I$. Encontre a maior distância D_{ki} , e determine $Q_1 = k, Q_2 = l$ e $Q = \{Q_1, Q_2\}$; se $p=2$, vá para P4, caso contrário faça $i=2$ e vá para P2.

P2. Faça $i=i+1$; se $i < p$; encontre no complemento do conjunto Q a próxima semente $Q_i \in O \setminus Q$ tal que o produto das distâncias de Q_i às semente prévias, seja maximizado, de tal modo que exista uma boa dispersão entre eles, ou seja,

identifique $Q_i \in O \setminus Q$ tal que:
$$\prod_{j \in Q} D_{ij} = \text{Max} \prod_{\substack{j \in Q, \\ l \in O \setminus Q}} D_{lj}$$

Se $i=p$ encontre a próxima semente $Q_i \in O \setminus Q$ tal que o produto das distâncias de Q_i às semente prévias seja minimizado, de tal modo que esta semente se encontre numa distância proporcional a eles.

Identifique $Q_i \in O \setminus Q$ tal que:
$$\prod_{j \in Q} D_{ij} = \text{Min} \prod_{\substack{j \in Q, \\ l \in O \setminus Q}} D_{lj}$$

P3. Faça $Q = Q \cup Q_i$. Se $i=p$, vá para P4, caso contrário vá para P2.

Designação dos objetos

P4. Para cada $k \in O \setminus Q$ ache a distância D_{kQ_i} mínima (distância a semente mais próxima). Ordene os objetos em ordem crescente do quociente D_{kQ_i} / d_k , onde d_k é o peso do objeto. Designe os objetos ao sua correspondente semente na ordem desta seqüência, sempre que a capacidade do agrupamento permita. Senão, designe o objeto à semente mais próxima com capacidade. Isto origina a heurística em função de distância/peso (HFDp).

A seguir são dados outros critérios para designação, originando outras heurísticas.

Outros critérios:

Para cada $k \in O \setminus Q$:

- Encontre a distância de k à semente mais próxima. Designe objetos em ordem crescente dessas distâncias. Isto origina a heurística em função das distâncias (HFD) proposta por (Osman e Christofides, 1994).
- Designe os objetos à semente mais próxima em ordem crescente da função arrependimento, definida como o valor absoluto da diferença das distâncias entre a primeira e segunda sementes mais próximas dos

objetos. Este critério determina a heurística em função do arrependimento (HFA), proposta de (Mulvey e Beck, 1984).

- Designe objetos em ordem decrescente dos seus pesos, que fornece a Heurística em função dos pesos (HFp).

Cálculo da nova semente

P5. Para cada agrupamento A_i encontre uma nova semente Q_i :

$$Q_i \in A_i \text{ tal que } f(A_i) = \sum_{k \in A_i} D_{kQ_i} = \text{Min} \sum_{k, l \in A_i} D_{kl}$$

Pode acontecer que algumas destas heurísticas não encontrem uma solução factível quando as capacidades dos agrupamentos são muito apertadas. É por isso que são propostas quatro formas diferentes para encontrar soluções iniciais.

Em HFDp o fato de “esquecer” o peso dos objetos, permite que entre objetos A e B com diferentes pesos “eqüidistantes” da semente Q_i seja designado primeiro aquele que tiver menor peso. Isto dificulta a factibilidade do problema no caso de se ter pouca capacidade restante nos agrupamentos, podendo acontecer que o peso de um determinado objeto seja maior que a capacidade restante de cada agrupamento.

As heurísticas baseadas puramente em distâncias HFA e HFD trabalham diretamente com a função objetivo com a possibilidade de obter melhores soluções na factibilização do problema.

HFp ao contrário das anteriores, trabalha somente com os pesos dos objetos, garantindo a factibilização do problema se as capacidades dos agrupamentos não forem muito apertadas. Não trabalha em relação a função objetivo, podendo obter valores “grandes” da função objetivo na solução inicial, mas em compensação particiona melhor os objetos em função da capacidade dos agrupamentos. Terminada esta fase pode-se passar à fase 2, ou a fase 3, ou a fase 4.

5.2 Fase 2: Busca Local

Após obter uma solução inicial com as diferentes metodologias, nesta fase tenta-se obter soluções de melhor qualidade, permitindo a transferência de objetos entre agrupamentos,

de tal modo que não infactibilize o problema e que melhore o valor da função objetivo. O número dos objetos a ser transferido é determinado por λ -*intercâmbio*, a estratégia de escolha do movimento e da vizinhança onde $\lambda = 1$.

Esta fase é dividida em dois passos:

P1. Busca na vizinhança de Permutações.

P2. Busca na vizinhança de Inserções.

A cada λ -*intercâmbio* a semente do agrupamento é atualizada.

Se diz que uma solução atingiu um ótimo local se cumpre a proposição 1 que apresentamos a seguir.

Proposição 1.

Uma solução P é λ -*ótima* se e somente se para um par de agrupamentos $A_i, A_j \in P$ não acontece nenhuma melhoria para um movimento λ -*intercâmbio*.

Estratégias de Seleção

Neste fase são usadas duas estratégias de escolha da nova solução P' na vizinhança $N_\lambda(S)$. A primeira estratégia escolhe a melhor solução (MM) de todas as soluções $P' \in N_\lambda(S)$. A segunda estratégia escolhe a primeira solução (M1) que melhora a solução corrente.

5.2.1 Vizinhança de Permutação

Sejam os agrupamentos (A_i, A_j) representados pelo operador $(1,1)$. Este operador representa a *permutação* de um objeto pertencente ao agrupamento A_i por um outro objeto pertencente ao agrupamento A_j . Aqui todos os objetos tentam ser permutados e o conjunto dos possíveis movimentos realizados por permutações geram a *vizinhança de Permutações*. Nas Fig. 5.2.1.a e Fig. 5.2.1.b ilustra-se um movimento quando é feita uma permutação.

Mecanismo de Permutação

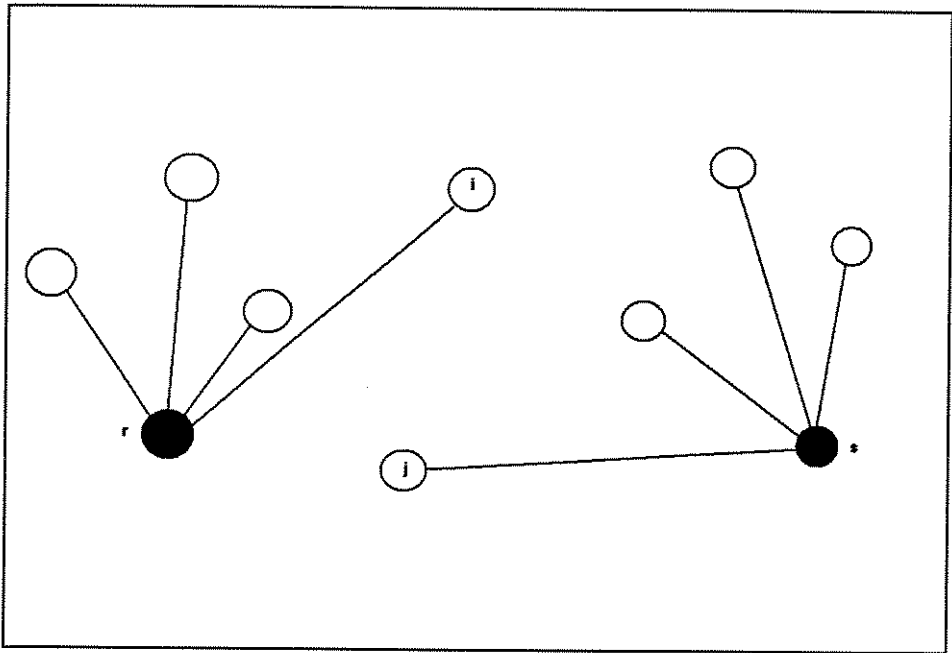


Fig. 5.2.1.a Mecanismo 1-permutações, antes do movimento

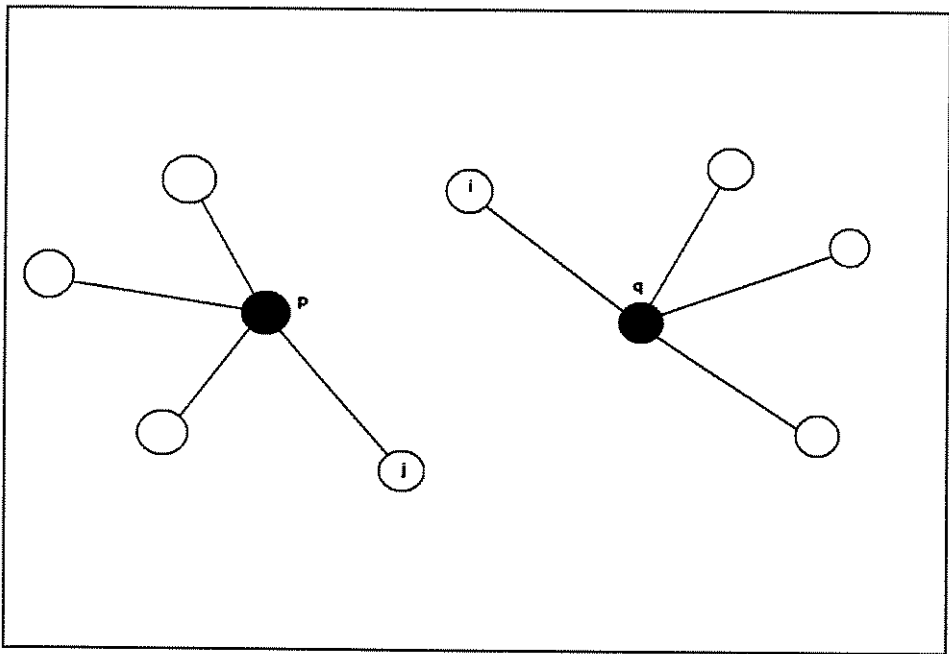


Fig. 5.2.1.b Mecanismo 1-permutações, após o movimento

5.2.2 Vizinhaça de Inserção

Sejam os agrupamentos (A_i, A_j) representados pelos operadores $(1,0)$ ou $(0,1)$. Estes operadores denotam o processo de inserção, por exemplo, $(1,0)$ representa um objeto pertencente ao agrupamento A_i que passa a pertencer ao agrupamento A_j . Para uma melhor ilustração, apresenta-se um movimento de inserção nas Fig. 5.2.2.a e Fig 5.2.2.b.

Mecanismo de Inserção

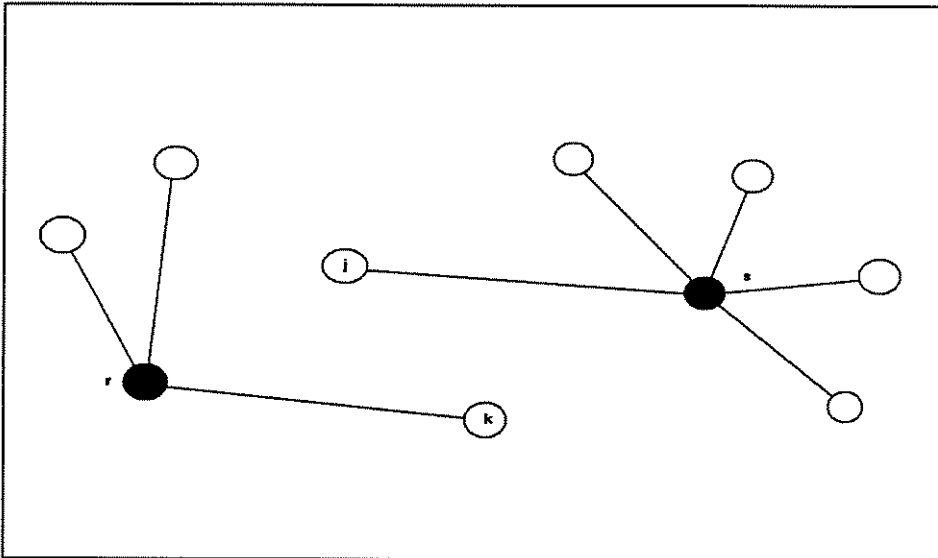


Fig. 5.2.2.a Mecanismo 1 - *inserções*, antes do movimento

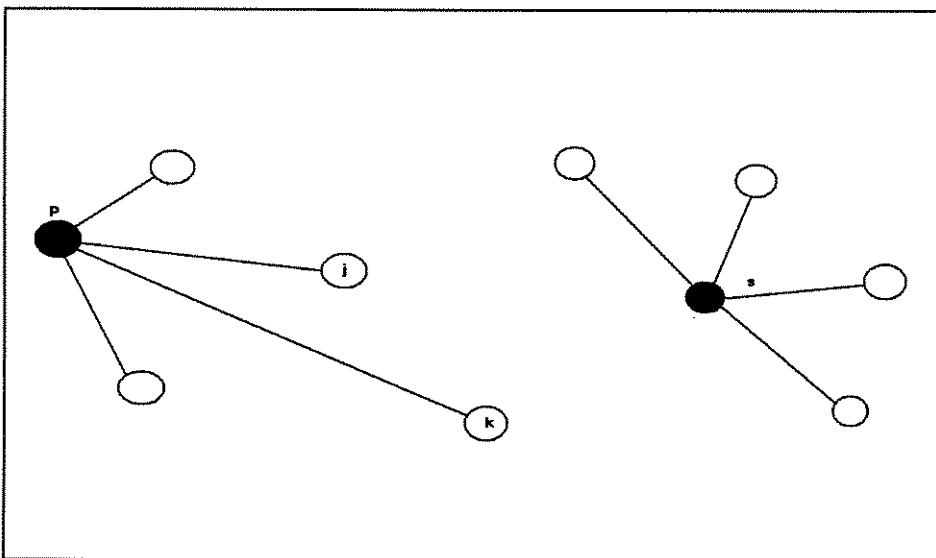


Fig. 5.2.2b Mecanismo 1 - *inserções*, após o movimento

Aqui cada objeto tenta ser inserido num outro agrupamento. O conjunto de todos os possíveis movimentos de inserção determinam a *vizinhança de Inserções*. O procedimento termina quando se verifica a proposição 1.

Esta vizinhança é importante por forçar mudanças estruturais na solução através da modificação da cardinalidade do agrupamento.

Nesta fase, a busca utiliza a vizinhança de permutações, até atingir um ótimo local. Em seguida a busca é feita usando a vizinhança de inserções.

5.3 Fase 3 : Busca Tabu

Aqui em BT o método baseia-se na memória de curto prazo registrada numa matriz de duas dimensões chamada *lista tabu* $[k,i]$, $\forall k \in O, \forall i \in I$, que registra os valores dos atributos das soluções recentemente visitadas. Estes atributos são usados para impor condições chamadas de regras tabu que proíbem movimentos evitando o retorno a soluções recentemente visitadas. Nesta memória de curto prazo está registrado o tempo em que atributos estão *tabu ativos*, medido pelo número de iterações. Fica proibido que se um objeto saiu de um agrupamento, ele não pode retornar ao mesmo, mas poderá ser designado a outro.

Esta fase se inicia a partir da Fase 1 e é semelhante a fase anterior, diferenciando-se no tipo dos movimentos candidatos (vizinhança).

A vizinhança gerada no algoritmo de busca local é diferente da vizinhança de BT que abarca tipos de movimentos usados em processos construtivos e destrutivos, pois aceita movimentos que pioram a função objetivo.

É considerada vizinhança de BT as soluções geradas pelos mecanismos de inserção e permutação. Os movimentos candidatos preservam as restrições do problema. Se algum movimento candidato viola alguma restrição, este é descartado. Um movimento deixa de ser tabu se o valor da função objetivo é menor que da melhor solução global encontrada até agora. Esta situação onde o estado tabu é superado é chamada de critério de aspiração.

Da vizinhança de permutações é escolhido um candidato para poder realizar o movimento e da vizinhança de inserções um outro candidato. É escolhido entre os dois o melhor candidato para fazer o movimento.

Chamamos de :

$f(I)$ = O valor da função na vizinhança de Inserções.

$f(T)$ = O valor da função na vizinhança de permutações.

$f(o)$ = O valor da função na solução inicial.

$f(x^*)$ = O valor da função na melhor solução encontrada até agora.

$f(f)$ = O valor da função objetivo no momento em que esta sendo feita a busca.

Algoritmo de Busca Tabu

P1. Encontre $f(o)$ por uma das heurísticas de construção.

P2. Faça busca em vizinhança (aqui é testado o critério de aspiração e o estado tabu) e encontre $f(I)$ e $f(T)$, $iter = iter + 1$.

P3. Se $f(I) = f(T) \Rightarrow$ escolha aleatória,

se $f(I) < f(T) \Rightarrow f(f) = f(I)$ e se $f(I) < f(x^*) \Rightarrow f(x^*) = f(f)$

se $f(T) < f(I) \Rightarrow f(f) = f(T)$ e se $f(T) < f(x^*) \Rightarrow f(x^*) = f(f)$

P4. Atualize a nova solução e deixe o movimento tabu por :

$iter = iter + U[n/4, n/2]$; onde n é o número dos objetos e $U[n/4, n/2]$ é um número gerado aleatoriamente de uma distribuição uniforme entre $n/4$ e $n/2$.

P5. Se $iter \leq$ tempo limite, vá para o passo 2, caso contrário pare a busca.

Ressaltamos que, após realizar um movimento e atualizar os dados, é calculada uma nova semente dos agrupamentos alterados.

É importante definir o critério de parada em um tempo limite, de tal modo a ter-se um controle entre a qualidade da solução e o esforço computacional.

5.4 Fase 4 : Busca Tabu adaptativa HTA

Esta fase é muito parecida com a anterior, só que para poder aplicar o HTA é necessário a determinação de parâmetros, que controlem os níveis de restritividade. Os parâmetros $w^* dmin$, TP e TI são agentes de restritividade com diferentes valores; TP representa o número de atributos tabu aceitáveis na vizinhança de permutações, TI o mesmo para a vizinhança de inserções e w^*dim é o número de iterações em que os níveis de restritividade permanecerão inalterados, onde w é um número real e dim é o horizonte arbitrário que determina o tempo base para próxima avaliação.

As alterações de TP e TI são executadas em intervalos de tempo predeterminados.

Isto determina um novo tipo de vizinhança, pois são alterados atributos tabu por um tempo determinado.

Algoritmo de Busca Tabu com HTA

P1. $iter = 0$, $TP = 3$, $TI=1$, continue a busca até chegar ao primeiro mínimo local e registre os custos das soluções numa lista.

P2. Faça *média anterior* igual a média dos custos guardados na lista e inicie novamente a lista. Gere aleatoriamente dim num intervalo e continue a busca por dim iterações, guardando os custos. A próxima avaliação *prox_aval* ocorre em $iter + dim$, e faça *média atual* a média dos custos da lista e inicie a lista. Selecione um novo dim .

P3. Se durante a busca encontra-se uma melhor solução, faça $TP = 3$ e $TI = 1$, e mantenha a busca por dim iterações ($prox_aval = iter + dim$) vá para P5; caso contrário vá para P4.

P4. Calcule

$$variação = \frac{ma - mat}{ma}$$

onde:

$ma = média anterior$

$mat = média atual.$

4.1 Se $-0.01 < \text{variação} \leq 0.01$, então a busca está estagnada. Aplique a máxima restritividade, $TP = 0$, $TI = 0$, e mantenha a busca em $\text{dim}/2$ iterações e $\text{prox_aval} = \text{iter} + \text{dim}/2$.

4.2 Se $\text{variação} < -0.01$, a trajetória da busca é ascendente. Neste caso, níveis de restritividade são alterados em função da *variação*, seguindo as regras em **4.2.1**.

Conserve a busca por $2 * \text{dim}$ iterações ($\text{prox_aval} = \text{iter} + 2 * \text{dim}$), se $TP = 4$, $TI = 2$, para os outros valores, $\text{prox_aval} = \text{iter} + \text{dim}$.

4.3 Se $\text{variação} > 0.01$, a trajetória é descendente. Continue com os valores de TP e TI na busca. Porém, se $TP = 4$ e $TI = 2$, faça $TP = 3$ e $TI = 1$, de forma a aumentar a restritividade. Mantenha a busca por dim iterações.

4.2.1 Regras quando a trajetória é ascendente

1. Se $-0.015 < \text{variação} \leq -0.01$, então faça $TP = 1$, $TI = 0$. A diversificação é pequena, a busca está muito restrita ou está procurando numa região já visitada. Force a busca para novas regiões, de tal modo que não aumente muito os custos, mas que aconteça uma diversificação.
2. Se $-0.025 < \text{variação} \leq -0.015$, então faça $TP = 2$, $TI = 0$. É o mesmo caso que o anterior.
3. Se $-0.035 < \text{variação} \leq -0.025$, então faça $TP = 3$, $TI = 1$. Se a *variação* está nesta faixa considera-se que a diversificação atingiu um nível desejado. Em seguida, deve-se diminuir a restritividade para a busca voltar a intensificar a procura por boas soluções na nova região atingida.
4. Se $-0.035 \leq \text{variação}$, então $TP = 4$, $TI = 1$. Fim da fase de diversificação. Diminui-se ao máximo a restritividade para fazer uma intensificação da busca. Quando $TP = 2$ observa-se ciclagem.

P5. Quando $\text{iter} = \text{prox_aval}$, vá para o passo 3.

Ressaltamos que sempre após realizar um movimento é calculada uma nova semente do agrupamento.

A representação gráfica quando aplica-se o mecanismo de abordagem arbitrário HTA e BT simples a um problem é dada na Fig. 5.4.1.

No capítulo seguinte apresentamos resultados computacionais das diferentes fases nas diferentes heurísticas.

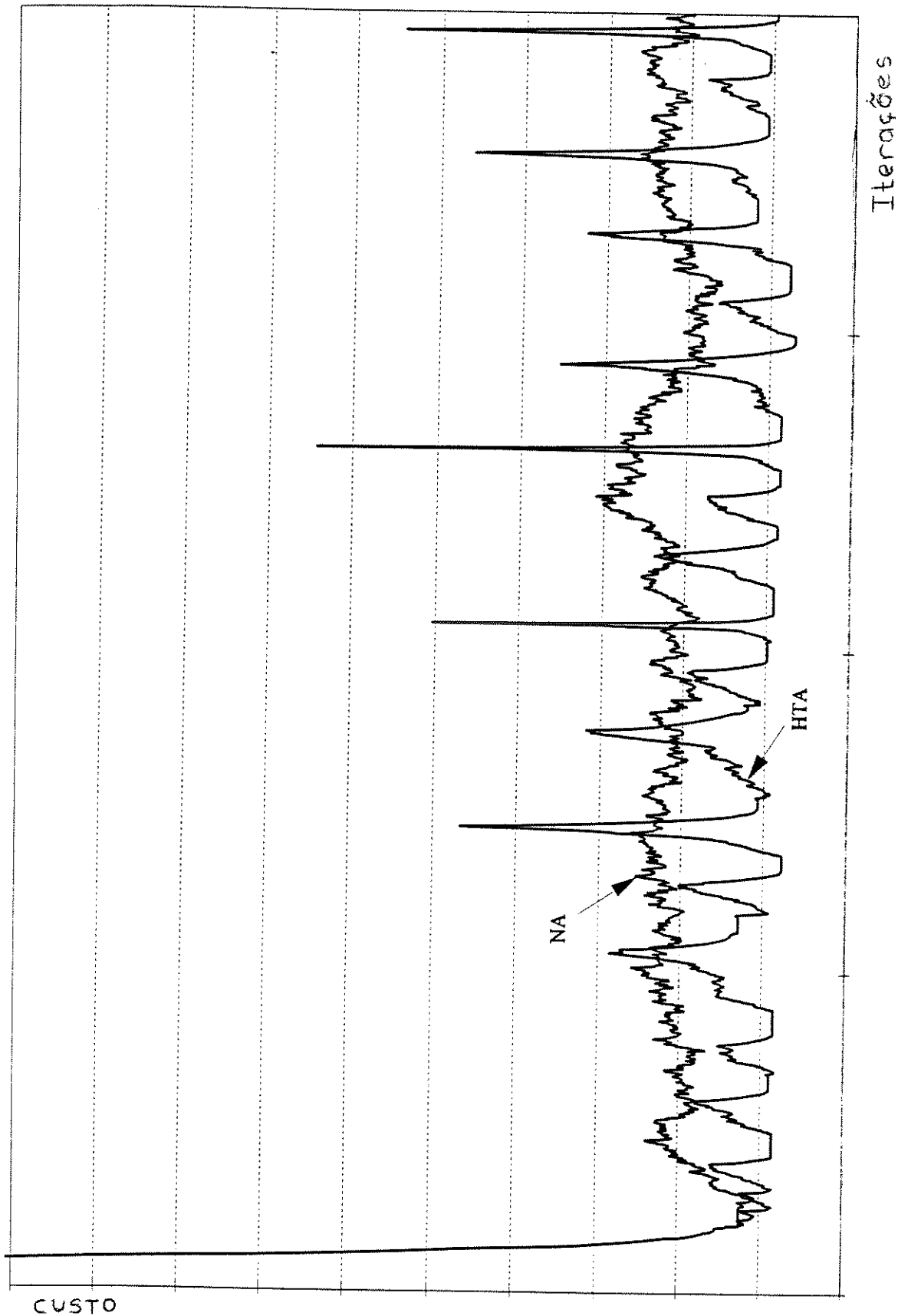


Fig. 5.4.1 Representação gráfica do comportamento de HTA

NA = Não adaptativo

Capítulo 6

Experiência Computacional com o PAC

Neste capítulo são apresentados testes computacionais visando avaliar o comportamento das diferentes heurísticas de construção e o desempenho do método HTA na resolução do PAC. Os resultados são comparados com as soluções encontradas por Osman e Christofides, (1994) quando eles aplicam um algoritmo híbrido de Busca Tabu e Simulated Annealing (SA).

As implementações foram feitas em C. Os testes foram realizados numa estação SUN sparc 20.

6.1 Geração dos Dados

Os objetos são distribuídos no plano Euclidiano, com coordenadas geradas aleatoriamente com distribuição uniforme entre $[1,100]$; D_{kl} é a distância euclidiana truncada entre os objetos k e l , $D_{kl} \geq 0$, $D_{kl} = D_{lk}$ (simétrico).

A demanda (peso) d_k para um objeto k é um número inteiro gerado aleatoriamente com distribuição uniforme entre $[1,20]$.

Seja C_i a capacidade do agrupamento i em uma instância dada.

Define-se τ , como o grau de dificuldade de um problema, onde τ é obtido por:

$$\tau = \left(\sum_{k \in O} d_k \right) / \left(\sum_{i \in I} C_i \right)$$

Quanto maior τ menor a folga de capacidade para agrupar os objetos. Usaremos τ no intervalo $[0,82 ; 0,96]$.

Os dados (coordenadas, peso, capacidade) foram obtidos diretamente do Prof. I.A. Osman.

6.2 Resultados computacionais

Fase 1.- Referente a obtenção da solução inicial. Aqui será analisada a qualidade das soluções encontradas pelas diferentes heurísticas de construção.

É estabelecido primeiramente o número dos p agrupamentos nos quais pretende-se particionar os objetos. As duas primeiras sementes são os dois objetos mais distantes. Até $p-1$, a próxima semente será aquele objeto que tiver maior valor dado pelo produto das distâncias destes com as sementes prévias. Para a última semente, escolhe-se o objeto que minimize a dispersão. As variáveis associadas a estes dados são atualizadas.

Nas diferentes heurísticas, para um objeto k que não pode ser designado a um agrupamento por falta de capacidade, tenta-se designá-lo a um outro agrupamento mais próximo que tenha capacidade. Terminado o processo de designação de todos os objetos, é calculado para cada agrupamento uma nova semente, que será o objeto que minimiza a soma das distâncias entre todos os objetos do agrupamento. Os dados são atualizados e é obtida uma solução inicial para poder iniciar os diferentes processos de melhoria.

Na Tabela 6.2.1 os problemas encontram-se ordenados em ordem crescente de τ . Os dez primeiros representam o conjunto de problemas de tamanho 50x5 (CP50x5) e os dez últimos representam o conjunto de problemas de tamanho 100x10 (CP100x10), onde $(n \times p)$ significa n objetos a serem agrupados em p agrupamentos. São apresentados os valores absolutos achados pelas 4 heurísticas de construção. Na Tabela 6.2.2, para cada instância, apresentamos resultados de Desvio Percentual Relativo (DPR) em relação a melhor solução

encontrada (F_{best}) até hoje por todos os métodos propostos para resolver o PAC. Não há garantia de serem as soluções ótimas; apesar disto ser muito provável.

DPR é dado por:

$$DPR = 100 * \frac{Z_H - Z_{best}}{Z_{best}}$$

onde : Z_H = valor obtido pela heurística,

Z_{best} = valor da melhor solução encontrada para o problema.

Nesta fase, as heurísticas baseadas só em distâncias foram as que obtiveram soluções relativamente mais próximas às melhores, o que era de se esperar, pois elas trabalham diretamente com a função objetivo.

Com HFD não foi possível factibilizar o problema dez (10).

Os dados marcados em negrito representam as melhores soluções nas diferentes fases.

Fase 2. Esta fase de Busca Local foi aplicada às soluções iniciais encontradas pelas quatro heurísticas construtivas. É iniciada após o cálculo da nova semente. Objetos para troca/inserção são selecionados sequencialmente e sistematicamente nos pares de agrupamentos. Esta fase inicia com o mecanismo de permutações, onde cada objeto tenta ser permutado com um outro objeto. Os movimentos aceitáveis são aqueles que cumprem com as restrições do problema e melhoram a solução corrente. Este procedimento continua até encontrar a solução λ -permutas ótima, cuja definição é dada na proposição 1. Duas estratégias distintas para escolha do movimento são utilizadas: primeiro que melhora (M1) e o melhor de todos (MM).

Inicia-se o mecanismo de inserções, que consiste em que objetos pertencentes a um agrupamento tentam ser inseridos num outro agrupamento, obedecendo a restrição de capacidade. O procedimento termina quando cumpre a proposição 1. Aqui também utilizam-se as duas estratégias M1 e MM.

Nos dois mecanismos, após ser feito um movimento, é calculada a nova semente dos agrupamentos. Se é encontrada uma nova semente, os objetos pertencentes a este

agrupamento são designados à nova semente e reinicia-se o procedimento. Pode acontecer que a semente continue sendo a mesma após a avaliação.

Foram feitos testes iniciando a busca com movimentos de inserção para depois fazer os movimentos de permutação, mas foram encontrados melhores resultados quando se faz o inverso.

Pode-se observar na Tabela 6.2.1 o comportamento das diferentes heurísticas de busca local. MM representa o movimento quando se escolhe a estratégia “*melhor de todas*” e M1 quando escolhe-se a estratégia a “*primeira que melhora*”. A estratégia “*melhor de todas*” no CP50x5 teve um melhor desempenho e no CP100x10 a estratégia a “*primeira que melhora*” foi a melhor.

Nesta fase as heurísticas de busca local partindo de soluções iniciais encontradas por heurísticas construtivas baseadas nos pesos tiveram um melhor desempenho na função objetivo do que aquelas heurísticas que partiram de soluções baseadas em distâncias. Isto ocorre apesar de partirem de soluções iniciais em geral bastante piores.

Isto acontece porque, ao início desta fase, as heurísticas construtivas baseadas em pesos alcançaram uma melhor distribuição dos pesos nos agrupamentos, favorecendo o intercâmbio de objetos entre os agrupamentos.

Em relação às estratégias M1 e MM os resultados foram inconclusivos.

Tabela 6.2.1 - Resultados computacionais para heurísticas de construção e busca local

PLANILHA DE REQUISITOS DE CONSTRUÇÃO E BUSCA LOCAL																
Nº	T	H. CONSTRUÇÃO						BUSCA LOCAL								Busc
		HRA		HFD		HRDP		HRA		HFD		HRDP		HRDP		
		ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	ML	MM	
1	0.82	980	912	1132	1155	1155	828	828	760	773	781	825	750	750	713	
2	0.84	939	925	1115	1035	1035	740	740	753	753	765	765	740	740	740	
3	0.85	1024	1022	1288	1143	1143	991	991	810	850	817	805	779	779	751	
4	0.86	902	814	1144	1047	1047	667	667	667	667	682	681	675	685	651	
5	0.90	997	917	1264	1154	1154	666	666	691	664	772	798	719	749	664	
6	0.92	946	935	1162	1119	1119	793	793	881	849	780	780	782	815	778	
7	0.92	963	871	1048	1049	1049	866	866	833	833	807	852	807	857	787	
8	0.92	1052	1047	1190	1175	1175	839	834	845	840	853	883	840	840	820	
9	0.93	831	884	911	1028	1028	727	729	746	753	753	753	775	718	715	
10	0.96	974		1064	1025	847	847			841	856	919	845	829		
11	0.85	1371	1360	1513	1542	1073	1078	1063	1063	1073	1091	1098	1077	1006		
12	0.85	1391	1374	1543	1600	1012	976	990	990	998	1049	1052	1050	966		
13	0.86	1718	1909	2372	2089	1155	1277	1098	1120	1130	1178	1149	1132	1026		
14	0.88	1306	1403	1514	1399	1019	1026	1060	1023	1099	1050	1090	1008	982		
15	0.88	1636	1492	1710	1723	1261	1244	1234	1226	1285	1178	1229	1229	1091		
16	0.88	1431	1415	1837	1676	1033	1064	1077	1077	982	1025	1153	1135	954		
17	0.89	1516	1484	1726	1601	1126	1204	1250	1151	1074	1113	1109	1110	1034		
18	0.89	1238	1278	1434	1345	1108	1113	1143	1126	1085	1117	1099	1099	1043		
19	0.90	1354	1416	1577	1629	1110	1110	1161	1159	1085	1066	1073	1058	1031		
20	0.94	1764	1707	1944	1683	1153	1200	1111	1139	1185	1241	1137	1176	1005		
NMS		6	14	0	0	0	2	4	4	3	6	2	4	6		

NMS = Número de melhores soluções

Tabela 6.2.2 - Resultados computacionais em desvio percentual relativo

No	τ	H. CONSTRUÇÃO				BUSCA LOCAL							
		HFA	HFD	HFp	HFDp	HFA		HFD		HFp		HFDp	
						M1	MM	M1	MM	M1	MM	M1	MM
1	0,82	37,44	27,91	58,76	61,99	16,12	16,12	6,59	8,41	9,53	15,70	5,18	5,18
2	0,84	26,89	25,00	50,67	39,86	0	0	1,75	1,75	3,37	3,37	0	0
3	0,85	36,35	36,08	71,50	52,19	31,95	31,95	7,85	13,18	8,78	7,19	3,72	3,72
4	0,86	38,55	25,03	75,72	60,82	2,45	2,45	2,45	2,45	4,76	4,60	3,68	5,22
5	0,90	50,15	38,10	90,36	73,79	0,30	0,30	4,06	0	0,25	0,25	0,51	4,75
6	0,92	21,59	20,17	49,35	43,83	1,92	1,92	13,23	9,12	2,54	8,25	2,54	8,89
7	0,92	22,36	10,67	33,16	33,29	10,03	10,03	5,84	5,84	4,02	7,68	2,43	2,43
8	0,92	28,29	27,68	45,12	43,29	2,31	1,70	3,04	2,43	5,31	5,31	8,39	0,41
9	0,93	16,22	23,63	26,09	43,77	1,67	1,95	4,33	5,31	1,44	3,25	10,85	1,93
10	0,96	17,49		28,34	23,64	2,17	2,17			16,26	20,18	8,28	12,80
11	0,85	36,28	35,18	50,39	53,28	6,66	7,15	5,66	5,66	6,66	8,44	9,14	7,05
12	0,85	43,99	42,23	59,73	65,63	4,76	1,03	2,48	2,48	3,31	8,59	8,90	8,69
13	0,86	67,44	86,06	131,18	103,6	12,57	24,46	7,01	9,16	10,13	14,81	11,98	10,33
14	0,88	32,99	42,87	54,17	42,46	3,76	4,48	7,94	4,17	11,91	6,92	10,99	2,64
15	0,88	49,95	36,75	56,73	57,92	15,58	14,02	13,10	12,37	17,78	7,97	12,64	12,64
16	0,88	50,00	48,32	92,55	75,68	8,28	11,53	12,89	12,89	2,93	7,44	20,85	18,97
17	0,89	46,61	43,52	66,92	54,83	8,89	16,44	20,88	11,31	3,86	7,64	7,25	7,35
18	0,89	18,69	22,53	37,48	28,95	6,23	6,71	9,58	7,95	4,02	7,09	5,36	5,36
19	0,90	27,97	37,34	49,05	58,00	7,66	7,66	9,73	12,41	5,23	3,39	4,07	2,61
20	0,94	75,52	69,85	93,43	67,46	14,72	19,40	10,54	13,33	17,91	23,48	13,13	17,01
média		37,23	36,78	61,03	54,21	7,9	9,06	7,83	7,38	6,99	8,57	7,49	6,89

Fase 3. Nesta fase de BT simples (sem intensificação e diversificação) foram feitos testes com o objetivo de ajustar os parâmetros da BT, principalmente encontrar um valor eficiente que determine quanto tempo um movimento ficará proibido (duração tabu). Estes parâmetros foram usados para todos os testes dos 20 problemas. O tamanho da vizinhança é determinado por λ e pelo número dos pares de agrupamentos. Para um dado λ serão examinados $p(p-1)/2$ diferentes pares de agrupamentos. Consideramos o caso de $\lambda = 1$.

Os melhores intervalos para que um atributo fique tabu ativo está distribuído uniformemente nos intervalos $[n/4, n/2]$ e $[n/n, n/2]$. Um objeto é proibido de retornar ao agrupamento de onde saiu, podendo ir a outros agrupamentos.

Na Tabela 6.2.3 apresentam-se os resultados finais, quando aplicamos Busca Tabu a partir de cada uma das 4 heurísticas construtivas. Pode-se observar no CP50x5 que vários problemas atingiram a F_{best} . O critério de parada para o CP50x5 foi de 2000 iterações e no CP100x10 foi de 5000 iterações. A heurística de melhor desempenho foi HFp após foi HFA.

Tabela 6.2.3 - Resultados computacionais aplicando BT.

Nro	τ	HFA	DPR	HFD	DPR	HEp	DPR	HFDp	DPR	Fbest
1	0,82	735	3,09	734	2,95	713	0	713	0	713
2	0,84	740	0	740	0	740	0	740	0	740
3	0,85	753	0,27	751	0	751	0	775	3,20	751
4	0,86	651	0	651	0	651	0	651	0	651
5	0,90	664	0	664	0	666	0,30	666	0,30	664
6	0,92	778	0	778	0	778	0	780	0,26	778
7	0,92	787	0	787	0	787	0	810	2,92	787
8	0,92	820	0	822	0,24	820	0	825	0,61	820
9	0,93	715	0	721	0,84	715	0	754	5,45	715
10	0,96	832	0,36			829	0	837	0,97	829
11	0,85	1013	0,70	1006	0	1015	0,89	1013	0,70	1006
12	0,85	972	0,62	968	0,21	970	0,41	970	0,41	966
13	0,86	1026	0	1026	0	1026	0	1132	10,33	1026
14	0,88	988	0,61	996	1,43	996	1,43	1028	4,68	982
15	0,88	1096	0,46	1094	0,27	1094	0,27	1178	7,97	1091
16	0,88	959	0,52	974	2,09	960	0,63	1001	4,93	954
17	0,89	1057	2,22	1102	6,58	1048	1,35	1048	1,35	1034
18	0,89	1051	0,77	1045	0,19	1048	0,48	1106	6,04	1043
19	0,90	1049	1,75	1036	0,48	1043	1,16	1067	3,49	1031
20	0,94	1037	3,18	1022	1,69	1029	2,39	1125	11,94	1005
média			0,726		0,89		0,46		3,275	

Fase 4. Aqui aplica-se BT junto com a filosofia HTA. O HTA aplica-se a partir da solução inicial obtida pelas 4 heurísticas construtivas, integrando na busca as etapas de intensificação e diversificação.

Os valores utilizados para alterar a restritividade da busca no passo 4.2.1 são obtidos com pouco esforço computacional. Para estabelecer estes valores nos baseamos no artigo de Pureza e França ,(1996). Estes mesmos valores foram testados nos dados e fomos ajustando os parâmetros em relação ao tempo computacional, concluindo que o tamanho de *dim* tem muita relação com o tempo computacional.

O valor indicado para *dim* é um valor aleatório distribuído uniformemente nos intervalos [5,10] para CP50x5 e [10,20] para CP100x10. Conclui-se que valores muito grandes de *dim* influem no tempo computacional. O tempo em que os atributos fica tabu ativos é dado pelos mesmos valores de BT cujo valor é distribuído uniformemente no intervalo $[n/4, n/2]$.

Os valores iniciais para $TP=3$ e para $TI=1$. Estes dados foram os que obtiveram melhor desempenho quando foi “eliminado” *dim* na busca. A busca termina para o CP50x5 quando após 2000 iterações não se consegue melhoria alguma e, no CP100x10 após 5000 iterações sem melhoria. Apresentamos na Tabela 6.2.4 os valores encontrado quando aplicamos HTA.

Tabela 6.2.4 - Resultados computacionais aplicando BT com HTA

No.	τ	HFA	DPR	HFD	DPR	HFP	DPR	HFDp	DPR	Fbest
1	0.82	734	2.94	713	0	713	0	713	0	713
2	0.84	740	0	740	0	740	0	740	0	740
3	0.85	751	0	751	0	751	0	751	0	751
4	0.86	651	0	651	0	651	0	651	0	651
5	0.90	664	0	664	0	664	0	664	0	664
6	0.92	778	0	778	0	778	0	778	0	778
7	0.92	805	0	787	0	787	0	787	0	787
8	0.92	820	0	821	0	820	0	820	0	820
9	0.93	715	0	715	0	715	0	715	0	715
10	0.96	829	0			829	0	829	0	829
11	0.85	1006	0	1006	0	1006	0	1006	0	1006
12	0.85	966	0	966	0	967	0.001	966	0	966
13	0.86	1026	0	1026	0	1026	0	1026	0	1026
14	0.88	982	0	985	0.30	985	0.3	985	0.3	982
15	0.88	1091	0	1094	0.27	1092	0.09	1094	0.27	1091
16	0.88	954	0	954	0	954	0	954	0	954
17	0.89	1037	0.29	1037	0.29	1036	0.19	1034	0	1034
18	0.89	1045	0	1043	0	1045	0.19	1045	0.19	1043
19	0.90	1032	0.09	1031	0	1035	0.38	1033	0.19	1031
20	0.94	1019	0	1005	0	1006	0.09	1005	0	1005
média			0,206		0,045		0,062		0,047	

De um modo geral o uso de HTA dentro de BT produz resultados sempre melhores se comparados com o uso simples de BT. É interessante notar que HTA obtém excelentes resultados independentemente da solução inicial. A solução inicial gerada por HFDp apresentou ligeira superioridade, porém, o que ressalta é a robustez de HTA, ao se tornar independentemente de soluções iniciais.

Na Tabela 6.2.5 apresentamos uma comparação entre os melhores resultados encontrados por Osman e Christofides, (1994) quando aplicam o algoritmo híbrido SA/BT, os melhores resultados encontrados por Connolly, (1992) quando aplica o algoritmo de SA, resultados de BT simples usando HFp e resultados quando é aplicado HTA na HFDp.

Tabela 6.2.5 - Resultados encontrados por diferentes algoritmos

Nro	C	%	OC	%	BT	%	HTA	%	Fbest
1	734	2,95	713	0	713	0	713	0	713
2	740	0	740	0	740	0	740	0	740
3	751	0	751	0	751	0	751	0	751
4	651	0	651	0	651	0	651	0	651
5	664	0	664	0	666	0,30	664	0	664
6	778	0	778	0	778	0	778	0	778
7	805	2,29	787	0	787	0	787	0	787
8	820	0	820	0	820	0	820	0	820
9	715	0	715	0	715	0	715	0	715
10	829	0	829	0	829	0	829	0	829
11	1006	0	1006	0	1015	0,89	1006	0	1006
12	966	0	966	0	970	0,41	966	0	966
13	1026	0	1026	0	1026	0	1026	0	1026
14	982	0	985	0,30	996	1,43	985	0,30	982
15	1091	0	1091	0	1094	0,27	1094	0,27	1091
16	954	0	954	0	960	0,63	954	0	954
17	1037	0,29	1039	0,48	1048	1,35	1034	0	1034
18	1045	0,19	1045	0,19	1048	0,48	1045	0,19	1043
19	1032	0,10	1031	0	1043	1,16	1033	0,19	1031
20	1019	1,39	1005	0	1029	2,39	1005	0	1005
média		0,360		0,049		0,465		0,047	

C : Representa os resultados obtidos por Connolly, (1992).
OC : Representa os resultados obtidos por Osman e Christofides, (1994).

Estes testes foram executados numa estação SPARC 20.

Apresentamos na Tabela 6.2.6 resultados dos tempos computacionais dado em segundos, nas diferentes fases, para o CP50x5 e para o CP100x10.

Tabela 6.2.6 - Resultados dos tempos computacionais

FASE	Heurísticas		tempo CP50x5	tempo P100x10
HCONST.	HFA		0,4321	3,3603
	HFD		0,7289	5,930
	HFp		0,4419	3,4219
	HFDp		0,8128	2,4505
BUSCA LOCAL	HFA	M1	0,4766	3,6642
		MM	0,4491	3,5485
	HFD	M1	0,7869	6,1048
		MM	0,7512	6,0958
	HFp	M1	0,4747	3,6998
		MM	0,4724	3,6376
	HFDp	M1	1,4222	5,3765
		MM	1,3004	5,2067
BUSCA TABU	HFA		39,97	450,19
	HFD		43,63	133,93
	HFp		13,67	51,61
	HFDp		69,96	133,57
HTA	HFA		27,55	195,79
	HFD		59,00	506,71
	HFp		59,00	717,49
	HFDp		13,89	304,67
O&C *	BT/SA		23,23	338,19
Connolly	SA		20,33	373,29

A comparação do tempo gasto medido em segundos por HTA usando HFDp (13,89 para CP50x5 e 304,67 para CP100x10) mostra a superioridade deste enfoque quando comparado com o tempo gasto pelo algoritmo de Osman e Christofides, (1994) 23,23 para CP50x5 e 338,19 para CP100x10) e Connolly, (1992) de 20,33 para CP50x5 e 373,29 para CP100x10.

A seguir é dada uma representação gráfica das soluções nas diferentes fases do problema No. 8 do CP50x5 quando é desenvolvido HFD. Na Fig. 6.2.1 encontra-se a representação gráfica da fase inicial, observando que a designação dos objetos às sementes não são as desejáveis. A representação gráfica da Busca Local e Busca Tabu e BT com HTA, são dadas em Fig. 6.2.2, Fig. 6.2.3, e Fig. 6.2.4, respectivamente, onde obteve-se agrupamentos melhor distribuídos. Quando são observadas as figuras de BT e de HTA através de um simples olhar pode-se dizer as funções objetivos possuem os mesmos valores, porém isto não está correto, pois neste problema BT teve um valor de 822 e HTA de 820.

* Vax 8600 e Fortran 77

Neste exemplo a soma dos pesos dos objetos é 552 e cada agrupamento tem uma capacidade de 120.
C1 = Representa a capacidade usada pelo agrupamento 1.

Fig. 6.2.1 Solução da Heurística Construtiva

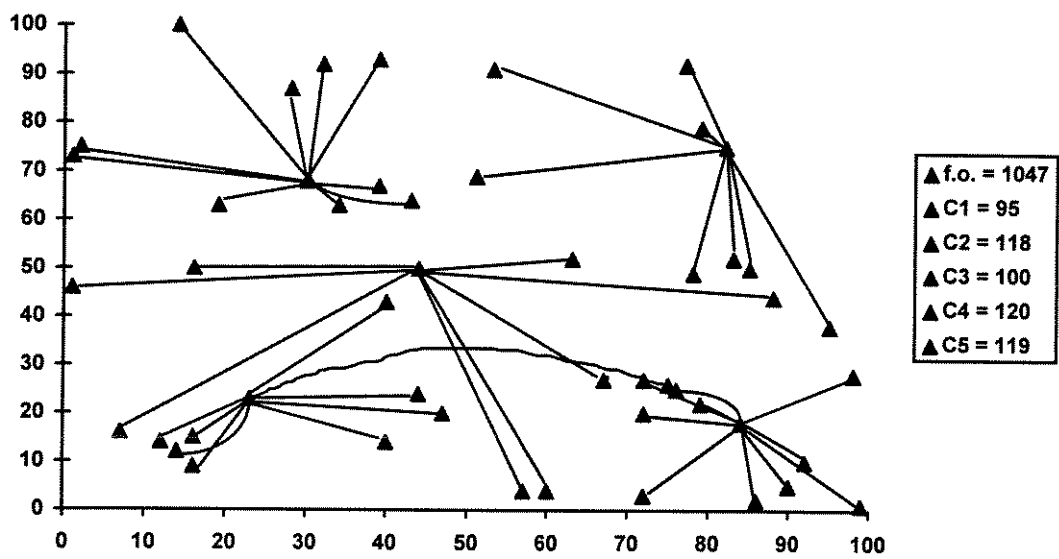


Fig. 6.2.2 Solução da Busca Local

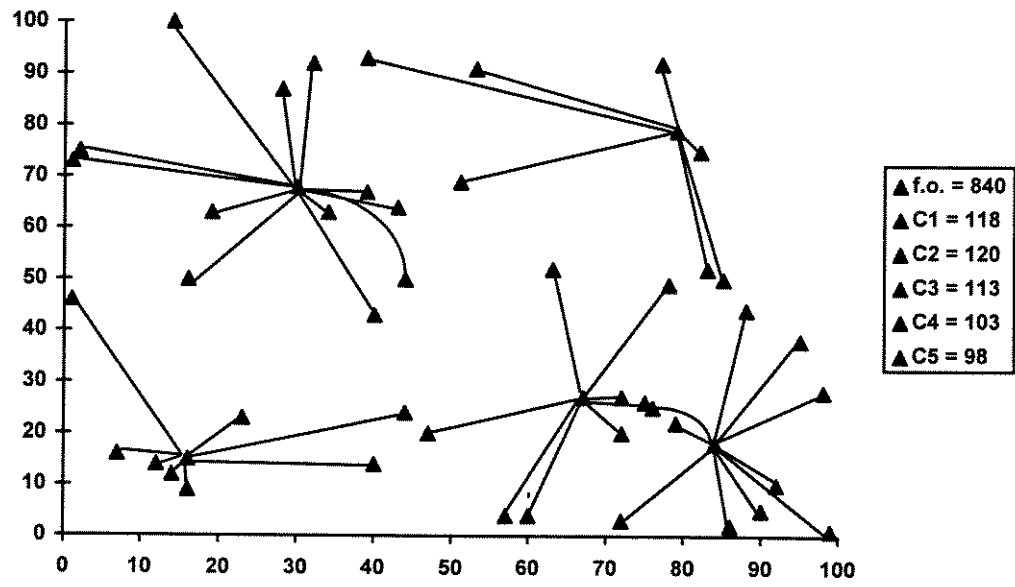


Fig. 6.2.3 Solução Aplicando Busca Tabu

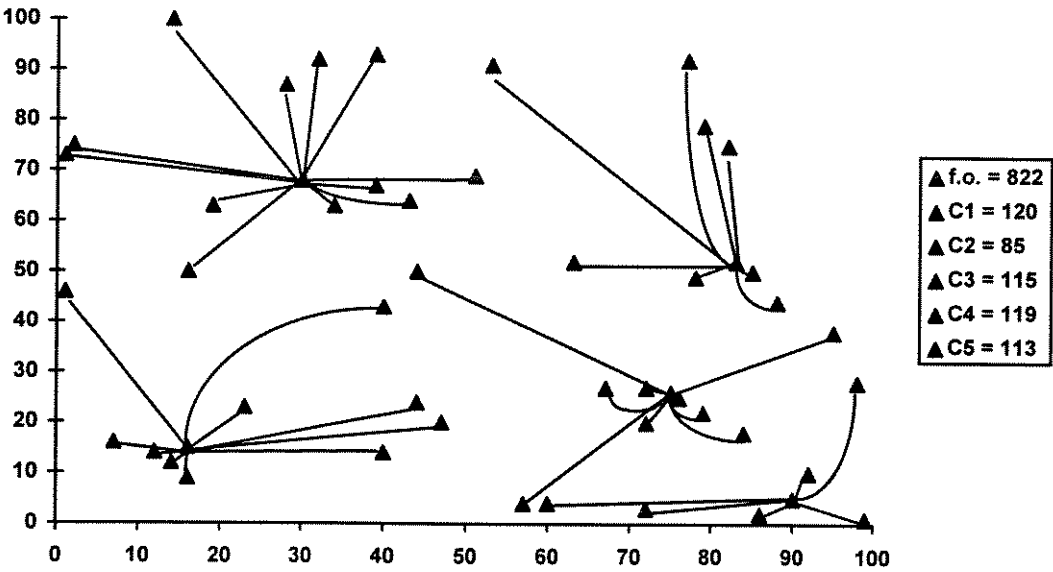
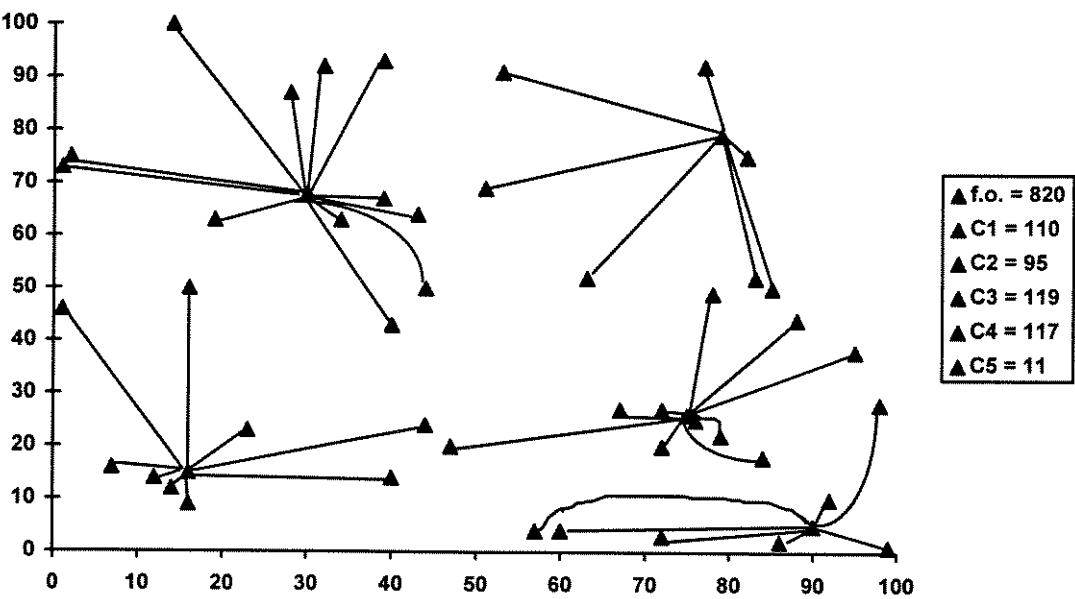


Fig. 6.2.4 Solução de BT com HTA



As soluções destes resultados são dados no apêndice.

Capítulo 7

Uma aplicação ao Problema de Distritamento Político

7.1 O problema de Distritamento Político (PDP)

Nas diferentes sociedades democráticas existem basicamente duas modalidades de sistemas eleitorais: uma denominada *Sistema Distrital*, e outra de *Sistema Proporcional*. O primeiro consiste em dividir o território num número de distritos igual ao total de representantes na câmara federal, onde:

- cada partido inscreve um candidato por distrito;
- cada distrito deve ter o mesmo número de eleitores;
- o eleitor vota num candidato individual;
- em cada distrito é eleito o candidato mais votado;

O *Sistema Proporcional*, adotado no Brasil, requer:

- cada estado é um distrito eleitoral, onde qualquer candidato a deputado pode ser votado no estado inteiro;
- o eleitor pode votar na legenda do partido ou num candidato individual;
- cada partido pode inscrever até 3 vezes o número de deputados no estado;
- cada partido elege um número de deputados em forma proporcional à soma dos votos dos candidatos e da legenda do partido sobre a votação total do estado;
- vagas são preenchidas pelos candidatos que obtiveram maior número de votos individualmente na chapa do partido.

Apresentamos a seguir as vantagens e desvantagens dos sistemas puros:

	VANTAGENS	DESVANTAGENS
P R O P O R C I O N A L	• Possibilita a representação dos setores não majoritários da sociedade.	• A inexistência de vínculo formalmente entre representantes e representados. • Enfraquecimento dos vínculos partidários pois a colocação dos candidatos na chapa depende da votação individual, motivando uma disputa por votos entre candidatos de um mesmo partido.
D I S T R I T A L	• O eleitor sabe e conhece o representante do seu distrito. • Não existe concorrência entre candidatos do mesmo partido, porque cada partido só lança um candidato por distrito.	• Tende a dar um peso excessivo aos interesses locais, podendo ficar distante dos interesses de caráter nacional. • Dificuldade de representação dos pequenos partidos e das minorias em geral.

Existe um *sistema misto* que engloba os anteriormente mencionados. Nele, metade ou outra proporção dos representantes é eleita pelo *sistema distrital* e a outra metade pelo *sistema proporcional*. Neste sistema o eleitor conhece o representante do seu distrito e a sua opção partidária. A representação dos pequenos partidos e das minorias é possível, pois mesmo que um partido não ganhe em nenhum distrito, seu número de deputados eleitos pela lista partidária é ajustado para ser exatamente proporcional à votação total do partido no estado.

A topografia dos distritos eleitorais é de fundamental importância, pois a sua manipulação pode vir a favorecer alguns partidos políticos em relação a outros.

O PDP, consiste em particionar uma área territorial constituída de unidades básicas, chamadas de células ou setores, em distritos que obedeçam restrições legais, políticas, geográficas, demográficas (Eiselt et al, 1987 apud Bussamra). Cada unidade básica é designada a um único distrito. Supõe-se a existência destas unidades básicas e que

encontram-se cadastradas para poder facilitar outros propósitos como censo, correios, etc. O objetivo do PDP é agrupar estas unidades básicas em p distritos com o mesmo número de habitantes por distrito e que sejam contíguos e o mais compactos possíveis.

Na literatura encontram-se outros requerimentos como homogeneidade sócio-econômica, educação, etc. Isto torna o problema mais complexo, não somente quanto ao caráter matemático mas também na tomada de decisões. A seguir mostra-se os requerimentos para o PDP que serão considerados neste trabalho.

Unicidade: cada unidade populacional deve pertencer só a um único distrito.

Igualdade de população: forma de respeitar a máxima, *um homem, um voto*. O voto de um eleitor não deve ter maior peso do que outro.

Contiguidade: um distrito é contíguo se é possível andar de um ponto qualquer a outro ponto, respeitando as fronteiras.

Compacidade: um distrito é compacto geograficamente se se assemelha a um figura convexa e, em termos populacionais, se o seu centro populacional (centro de massa) coincide com o seu centro geográfico.

Ausência de enclaves: um distrito não deve ser totalmente circundado por outro.

7.2 Modelo Matemático para o Problema de Distritamento Político

Apresentamos a notação usada no modelo matemático:

O = conjunto de unidades básicas,

d_r = número de eleitores por unidade básica,

p = número de distritos estabelecidos,

Q = conjunto dos centros de massa,

Q_i = centro de massa de um distrito,

$\bar{C}$ = média de eleitores por distrito, onde $\bar{C} = \frac{1}{p} \sum_{r \in O} d_r$

C_i = número de eleitores no distrito,

Q_i = centro de massa de um distrito

α = porcentagem de erro fixada,

D_{rQ_i} = distância da unidade básica r ao centro Q_i do distrito i .

Um modelo matemático do Problema de Distritamento Político

$$f(P) = \text{Min} \sum_{r \in O} \sum_{Q_i \in Q} D_{rQ_i} x_{rQ_i} \quad (2.4.1)$$

$$\sum_{\substack{Q_i \in Q \\ i \in I}} y_{Q_i} = p \quad (2.4.2)$$

$$\sum_{\substack{Q_i \in Q \\ i \in I}} x_{rQ_i} = 1 \quad \forall r \in O, \quad (2.4.3)$$

$$C_i = \sum_{r \in O} d_r x_{rQ_i} \quad (2.4.4)$$

$$|C_i - \bar{C}| \leq \alpha \bar{C} \quad (2.4.5)$$

$$x_{rQ_i}, y_{Q_i} \in \{1, 0\} \quad \forall r \in O, \forall Q_i \in Q$$

$Y_{Q_i} = 1$ se Q_i é a semente do agrupamento i e 0 caso contrário.

$X_{rQ_i} = 1$ se r está designado a semente Q_i e 0 caso contrário.

A função objetivo (2.4.1) desempenha o papel de assegurar um distritamento *compacto e contíguo*. (2.4.2) garante a existência de p distritos eleitorais; (2.4.3) garante que cada unidade censitária deve pertencer só a um distrito eleitoral e todas elas devem ser designadas; (2.4.4) especifica que o número de eleitores pertencentes ao agrupamento i ; (2.4.5) permite um erro de α , onde α é definido pela legislação eleitoral. Uma solução de um mapa distrital é considerada factível se respeita todos os requerimentos do PDP. Em geral, os problemas práticos do PDP são de grande porte e pertencentes a classe NP - completo. Isto desencoraja a adoção de métodos exatos de solução. Os métodos heurísticos são portanto desejáveis e oportunos para essa classe de problema.

7.3 Metodologias para o Problema de Distritamento Político

A seguir, mencionamos alguns métodos que foram usados para o PDP.

R.S Garfinkel e G. L. Nemhauser, (1970) utilizam técnicas de enumeração implícita para encontrar a solução ótima do PDP. O método considera unidades populacionais como elementos indivisíveis e é composto de duas fases. Na primeira utilizam um algoritmo baseado em *branch and bound* (B&B) onde, são gerados todos os possíveis distritos que respeitam as restrições de factibilidade (contiguidade, compacidade e desvio populacional limitado). O procedimento parte de uma unidade arbitrária e agrupa unidades contíguas até atingir a população especificada. Quando essa população atinge o limitante superior imposto inicialmente, o processo é interrompido e reiniciado com uma nova unidade. Eles verificam periodicamente se há enclaves. O resultado dessa fase é a construção de uma matriz $A(u,d)$, onde u é o número de unidades populacionais e d é o número de distritos factíveis gerados. A utilização de procedimentos de redução na matriz A possibilita a eliminação de um número substancial de linhas e colunas e é de muita importância para a execução eficiente do algoritmo. Na segunda fase, também utilizando uma variação do método de B&B, é resolvido o problema de otimização. Aqui é quando se pretende determinar o conjunto de distritos que, envolvendo cada unidade populacional uma única vez, minimiza o máximo desvio entre a população de um distrito e a média populacional dos distritos. Eles testaram três problemas reais, com diferentes graus de dificuldade; o município de Sussex no estado de Delaware, contendo 26 setores censitários para formação de 6 distritos, o estado de Washington com 37 municípios e 7 distritos e o estado de Virgínia com 55 municípios e 5 distritos. A metodologia aplicada ao município de Sussex foi bem sucedida, o estado de Washington foi o caso testado mais interessante, pois foram necessárias muitas análises e várias adaptações dos dados iniciais disponíveis. Foi necessário dividir o problema original em dois subproblemas para que a solução final fosse considerada factível. Para o estado de Virgínia, no entanto, não houve sucesso, pois não foram obtidas soluções factíveis.

R.E. Helbig, P.K. Orr e R.R. Roediger, (1972) consideram o PDP como um problema clássico de transporte da Programação Linear. No problema de transporte, pretende-se minimizar o custo para poder transportar quantidades de um produto dado de diferentes pontos de partida para destinos diferentes, que tem que respeitar as restrições de disponibilidade de produtos em cada origem e da demanda do produto em cada destino. No caso do PDP, os produtos a serem “transportados” são as unidades populacionais.

Eles consideram 4 requerimentos para um distritamento não partidário, envolvendo os princípios da unicidade, igualdade populacional, compacidade e contiguidade.

A igualdade populacional é o mais importante entre todos eles, e avaliado de três maneiras. A primeira, considera a razão entre o distrito com a maior população e o distrito com a menor população. Essa razão deve ser a mais próxima da unidade. A segunda, considera a porcentagem de eleitores que compõe a metade menos densa dos distritos gerados; essa porcentagem deve ser a mais próxima de 50%. Finalmente, a terceira, considera o desvio existente entre a população de cada distrito gerado e a população ideal dos distritos (população média).

O método proposto inicia com uma solução inicial conhecida dada pelo mapa eleitoral existente, e gera sucessivamente novos mapas, de tal modo a melhorar a função objetivo utilizada. Para cada unidade básica são determinadas as coordenadas cartesianas do seu centro populacional, que pode ser aproximado pelo seu centro geográfico quando sua área é relativamente pequena. Determinam também os centros de todos os distritos da solução inicial e calculam as distâncias entre estes centros e todas as unidades básicas que o compõem. Eles resolvem o problema através de um algoritmo de transporte. O método proposto foi utilizado para realizar o distritamento do estado de Missouri, USA, com 10 distritos eleitorais. Foram utilizados setores censitários para representar áreas urbanas e os próprios condados para representar áreas rurais. O exemplo estudado não evita a necessidade de agrupamento de unidades populacionais como tentativa de diminuir as diferenças de densidade populacional, ou mesmo a divisão do problema em problemas menores, consequentemente mais homogêneos. Sem essa homogeneidade as soluções não são aceitáveis.

H.F. Kaiser, (1967), e (Bourjolly et al, 1981), desenvolveram técnicas heurísticas, sendo mais flexíveis e práticos. Utilizaram modelos multicriteriais que se adaptam melhor ao problema que, em sua essência, se apresenta com vários critérios e diferentes conceitos de valor.

Kaiser sugeriu um modelo multicritério através da ponderação na função objetivo de dois requerimentos distintos: a equidade em número de eleitores em cada distrito e a compactidade, definida como a forma geométrica de cada distrito. O território a ser feito o distritamento é dividido em unidades básicas (ou setores) que devem ser agrupadas para formar os distritos. Ele tenta melhorar os resultados através de um método heurístico, que inicia a partir de uma solução inicial conhecida, tentando inserir cada unidade básica de um

distrito em outro. Se o movimento melhora a função objetivo, então o movimento é feito. Quando não ocorrem mais melhorias, tenta trocar duas unidades envolvendo dois distritos. O processo termina quando não ocorrem mais melhorias. Esta heurística, apesar de obter resultados bons quanto a equidade e compacidade, pode resultar em distritos desconexos ou enclaves. Bourjolly e outros da mesma forma, optaram por um algoritmo de melhoras marginais. Eles iniciam a partir de um mapa eleitoral conhecido, e unidades populacionais são transferidas de um distrito para outro, sempre que essa alteração obtenha vantagens. Eles também utilizam uma abordagem multicriterial. Escolhida a função objetivo, são consideradas 3 penalidades associadas à igualdade populacional, compacidade e homogeneidade sócio - econômica. A primeira, minimiza o desvio entre a população média e a população do distrito em avaliação. Essa função é construída de forma a eliminar da solução todo desvio da população superior a uma porcentagem prefixada, definida pela legislação eleitoral. A segunda, minimiza a distância média entre o centro do distrito avaliado e os centros das unidades desse distrito, e a terceira minimiza o desvio entre as rendas médias das unidades básicas do distrito avaliado.

Eles prevêm uma fase preliminar de simplificação acelerando a execução do algoritmo. Nesta fase, é calculado o valor da função objetivo para o mapa eleitoral existente, e para cada unidade básica, é determinada uma lista dos distritos possíveis de contê-la. Na seguinte fase, são examinadas sequencialmente cada uma das unidades básicas. Cada unidade pertencente a um distrito tenta ser deslocada a um outro, é calculada a variação provocada pelo deslocamento da unidade. Se a variação for menor que 0, para um distrito em jogo, a unidade é deslocada para esse distrito e o valor absoluto da variação será o máximo. O processo termina quando não acontecem mais melhorias. O método foi aplicado com dados reais da cidade de Montreal, usando seus 418 setores censitários como unidades básicas, e o mapa existente como solução inicial. Não foi possível obter uma homogeneidade sócio - econômica considerada aceitável entre os distritos gerados. A falha do método é o fato de não conseguir evitar a existência de unidades isoladas, mesmo que em pequenos número (9 unidades isoladas para o distritamento da cidade de Montreal). Os resultados obtidos apresentam desvios de população abaixo do limite estabelecido pela legislação local que é 25%. O maior desvio encontrado foi de 24.6%.

Um procedimento heurístico é proposto por **Bussamra**, (1995) que busca encontrar soluções de boa qualidade, através de melhorias marginais. Para poder obter uma solução inicial ela determina requerimentos do problema como: cada setor deve pertencer a um único distrito, os distritos devem ser conexos, um distrito não deve ser totalmente circundado por outro e a forma dos distritos deve ser a mais compacta possível. Esta metodologia prevê a obtenção da solução inicial através do modelo das *p*-medianas.

O problema das *p*-medianas pode ser formulado como o seguinte problema de programação inteira zero-um:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } z &= \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} D_{ij} x_{ij} \\
 \text{s.a } \quad &\sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \\
 &\sum_{j \in N} x_{jj} = p \\
 &x_{ij} \leq x_{jj} \quad \forall i, j \in N \\
 &x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N
 \end{aligned}$$

Onde N é o conjunto de todos os nós da rede, D_{ij} é a distância mínima entre os nós i e j , p é o número fixo de medianas a localizar, $x_{ij} = 1$ se o nó i é atribuído ao nó j , e 0 caso contrário.

O problema das *p*-medianas sob a ótica do problema do distritamento político consiste em escolher, dentre todos os nós do grafo gerado pelas ligações entre os centros (sementes) das unidades básicas, os p nós que tornando-se sementes de distritos minimizam a compacticidade geográfica do mapa resultante. A função objetivo na formulação clássica, contempla apenas a distância física de atendimento, mas como a cada nó do grafo está associada uma demanda, que é a população da unidade básica, ela multiplica essa demanda pela distância x população. O valor de d (demanda) na função objetivo, passa a ser o momento mínimo para ligar o nó i à semente j .

É proposta uma heurística gulosa que consiste em escolher sucessivamente entre todos os nós do grafo, excluindo os já eleitos, que permanecem inalterados, aquele que ao tomar uma nova semente é adicionada ao conjunto dos nós sementes. A heurística gulosa escolhe o primeiro nó e resolve P considerando $p=1$. A partir daí, continua escolhendo novas medianas até atingir o valor estabelecido para p . Numa iteração intermediária, a heurística procura um nó ainda não selecionado que provoca a melhor alteração na função objetivo. O procedimento é repetido até se alcançar o número de sementes desejado, quando então, inicia-se uma heurística de substituição.

A heurística de substituição de nós é usada na tentativa de se buscar uma solução de melhor qualidade. Nesta fase, calcula-se a mudança causada na função objetivo pela substituição de um nó semente por um nó não semente, a substituição é feita se obtem-se um conjunto melhor de sementes (variação negativa na função objetivo).

O modelo das p -medianas faz a atribuição dos nós às sementes. Então tem-se uma solução inicial, uma solução inicial equívale a estabelecer um mapa distrital cujo objetivo é apenas a sua compacidade geográfica.

A partir da solução inicial o procedimento escolhido para melhorar a solução tenta equilibrar a demanda (população) entre os distritos, minimizando, assim, o desvio entre a demanda média global e a demanda específica de cada distrito. O mecanismo escolhido utiliza um procedimento de trocas, baseado na transferência de setores entre distritos.

Os resultados obtidos para o distritamento da cidade de Campinas podem ser considerados bons como relação ao desvio percentual populacional dos distritos gerados. A metodologia aplicada atingiu um desvio máximo de 7,57% para 10 distritos eleitorais.

7.4 Resultados com dados da Cidade de Campinas

Campinas possui 875 setores censitários (IBGE) que correspondem as unidades básicas do PDP.

A identidade dos setores censitários é a mesma denominada pelo IBGE. Esta identidade está localizada fisicamente no centróide de cada setor, fornecendo as coordenadas UTM (referenciado à superfície terrestre) dos mesmos.

Os testes aqui exemplificados se referem às 875 unidades censitárias da cidade de Campinas onde cada unidade censitária representa um nó de uma rede de 875 nós que deverão ser agrupados em 10 distritos eleitorais. Os resultados dos testes são mostrados nas tabelas a seguir, sendo que a população de cada distrito está sempre dividida por 100.

Foram usadas as heurísticas HFDp e HFD, por terem demonstrado um melhor desempenho em relação às demais nos dados simulados.

Foram encontrados os valores das heurísticas construtivas e os resultados quando se aplica BT às mesmas.

Foram feitos testes iniciais para agrupar a população em 10 distritos eleitorais, permitindo uma folga de 1% e 5% da capacidade por agrupamento. Os resultados encontrados com estes valores não fornecem um desvio percentual aceitável da média da população por agrupamento. Observou-se que a folga restante dos agrupamentos ficava concentrada num só agrupamento, infactibilizando o PDP. Necessitou-se ser mais drástico, dando uma folga máxima por agrupamento de 0,08%.

As Tabelas 7.4.1 e 7.4.2 são construídas de forma a mostrar os parâmetros da solução inicial e da solução final, quando é aplicada BT, além dos dados referentes à população de cada caso estudado. O erro é o desvio percentual entre a população de cada distrito e a população média ideal. Mostramos o mapa final de HFD por satisfazer melhor os requerimentos para o PDP.

Os dois algoritmos acharam soluções factíveis nas heurísticas construtivas, só que quando se usa o HFD, a distribuição das unidades censitárias nos agrupamentos na solução final ficaram mais convexas, compactos e contíguos, do que com HFDp.

Da mesma forma que os métodos apresentados, a nossa metodologia não evita totalmente a existência de unidades isoladas. Em HFD existiram 7 unidades isoladas e em HFDp 34 unidades isoladas. Após encontrar uma solução de boa qualidade, quando aplica-se BT, estes enclaves são corrigidos. Com as correções feitas, se teve um desvio percentual máximo de 2,39% em HFD e 10,40% em HFDp, erros aceitáveis para o PDP.

Para encontrar a solução em HFD o tempo computacional foi de 5.76 horas e para HFDp 4.01 horas

875 unidades censitárias em 10 distritos
População Total : 849300 habitantes.
População média : 84930 habitantes.
Capacidade do agrupamento 85000 habitantes.

Tabela 7.4.1 - Resultados computacionais para o PDP com HFD

No.	SOLUÇÃO INICIAL				SOLUÇÃO APÓS BUSCA TABU						
	Popul. 10 ³	No. Unid. Censit.	Distância	erro %	Popul. 10 ³	No. Unid. Censit.	Distância	erro %	RCBT	erro %	RCBT
1	850	69	261567	0,08	850	68	197764	0,08	839	0,08	1,21
2	843	82	946568	0,74	850	73	98481	0,08	861	0,08	1,38
3	850	80	667233	0,08	845	83	310366	0,50	846	0,50	0,39
4	850	103	132393	0,08	850	109	138529	0,08	863	0,08	1,61
5	850	82	149415	0,08	850	79	205121	0,08	850	0,08	0,08
6	850	115	179189	0,08	850	111	154433	0,08	829	0,08	2,39
7	850	76	174686	0,08	850	76	126808	0,08	844	0,08	0,62
8	850	82	161562	0,08	848	77	118001	0,15	848	0,15	0,15
9	850	108	137104	0,08	850	107	144198	0,08	854	0,08	0,55
10	850	78	402021	0,08	850	92	431904	0,08	859	0,08	1,14

RCBT = Resultados corrigidos após da BT.

875 unidades censitárias em 10 distritos.
População Total : 849300 habitantes.
População média : 84930 habitantes.
Capacidade do agrupamento 85000 habitantes.

Tabela 7.4.2 - Resultados computacionais para o PDP com HFDp

No.	SOLUÇÃO INICIAL					SOLUÇÃO APÓS A BUSCA TABU							
	Popul. 10 ³	No. Unid. Censit.	Unid. centro	Distância	erro %	Popul. 10 ³	No. Unid. Censit.	Unid. centro	Distância	erro %	RCBT	erro %	RCBT
1	850	66	600	275617	0,08	845	64	708	180000	0,50	845	0,51	
2	843	154	169	1469529	0,74	849	135	116	151798	0,03	848	0,15	
3	850	81	573	566560	0,08	850	80	506	126726	0,08	797	6,16	
4	850	93	39	125746	0,08	850	99	89	134261	0,08	761	10,40	
5	850	65	559	106419	0,08	849	74	667	190500	0,03	924	8,80	
6	850	102	108	177530	0,08	850	86	261	127600	0,08	854	0,55	
7	850	69	365	176276	0,08	850	73	308	117200	0,08	855	0,67	
8	850	67	383	126941	0,08	850	75	530	210674	0,08	881	3,73	
9	850	96	286	125015	0,08	850	99	473	319466	0,08	874	2,91	
10	850	82	392	394060	0,08	850	90	1003	370629	0,08	854	0,55	

RCBT = Resultados corrigidos após da BT.

Capítulo 8

Considerações Sobre os Resultados

As considerações sobre os resultados foram feitas sobre três aspectos diferentes:

- Considerações sobre a fase inicial
- Considerações sobre as fases de melhoria
- Considerações sobre os resultados do PDP

8.1 Considerações sobre a fase inicial

As heurísticas baseadas em distâncias HFD e HFA foram as que tiveram dificuldade, em factibilizar os problemas-teste. Entretanto se elas conseguissem factibilizá-lo, obtinham melhores soluções iniciais, pois trabalham diretamente com a função objetivo.

As heurísticas baseadas em pesos dos objetos HFp e HFDp foram as que obtiveram os valores mais elevados na função objetivo. Em compensação, estas heurísticas foram as que melhor particionaram os objetos nos agrupamentos.

Para todas as heurísticas o Desvio Percentual Relativo Médio (DPRM) é dado pela média dos desvios percentuais relativos de um conjunto de problemas. Estes desvios são dados na Tabela 8.1. HFA foi a heurística que obteve melhores soluções iniciais, tendo um DPRM de 29,53% para o CP50x5, de 44,94% para o CP100x10 e DPRM geral de 37,23%. HFD não é considerada a melhor heurística por ela não ter conseguido factibilizar um problema no CP50x5. HFp foi a que teve maior DPRM geral entre as heurísticas com 61,03%.

Tabela 8.1 - DPRM na obtenção das soluções iniciais.

FASE	Heurísticas	DPRM CP50x5	DPRM PI00x10	DPRM GERAL
H CONST	HFA	29,53	44,94	37,23
	HFD	26,03	46,46	36,24
	HFp	52,90	69,16	61,03
	HFDp	47,64	60,78	54,21

8.2 Considerações sobre as fases de melhoria

Para a Busca Local observa-se na Tabela 8.2 que a heurística HFp teve um melhor desempenho quando aplicamos o mecanismo 1 - *intercâmbio*, sendo que o DPRM caiu de 52.90% para 5,62% no CP50x5 e de 69.16% para 8.37% no CP100x10.

Em BT com o uso de memória de curto prazo os resultados melhoraram ainda mais obtendo-se algumas soluções no CP50x5 iguais a F_{best} embora o mesmo não tenha ocorrido para o CP100x10.

A heurística HFp também obteve melhorias em relação à solução inicial, diminuindo o DPRM de 52,90% para 0,03% no CP50x5, de 69,16% para 0,901% no CP100x10, e obteve um DPRM geral de 0,46%.

Tabela 8.2 - DPRM na busca local e BT

FASE	Heurísticas		DPRM CP50x5	DPRM PI00x10	DPRM GERAL
BUSCA LOCAL	HFA	M1	6,89	8,91	7,9
		MM	6,85	11,28	9,06
	HFD	M1	5,46	9,98	7,72
		MM	5,38	9,17	7,27
	HFp	M1	5,62	8,37	6,99
		MM	7,57	9,57	8,57
	HFDp	M1	4,55	10,43	7,49
		MM	4,53	9,26	6,89
BUSCA TABU	HFA		0,37	1,08	0,726
	HFD		0,44	1,29	0,86
	HFp		0,03	0,901	0,46
	HFDp		1,37	5,18	3,275

Quando é aplicado o mecanismo de abordagem adaptativo HTA às diferentes heurísticas, a maioria dos resultados finais ficaram iguais a F_{best} e outras bem próximas mostrando que o HTA não depende do ponto de partida. Na Tabela 8.3 pode-se observar que com HTA, as heurísticas HFD, HFp e HFDp empataram no CP50x5 e no CP100x10 e todas as heurísticas ficaram com um DPRM menor que 0,13%.

Tabela 8.3 - DPRM quando usam-se HTA

BASE	Heurísticas	DPRM CP50x5	DPRM P100x10	DPRM GERAL
HTA	HFA	0,294	0,118	0,206
	HFD	0	0,086	0,043
	HFp	0	0,124	0,062
	HFDp	0	0,095	0,047

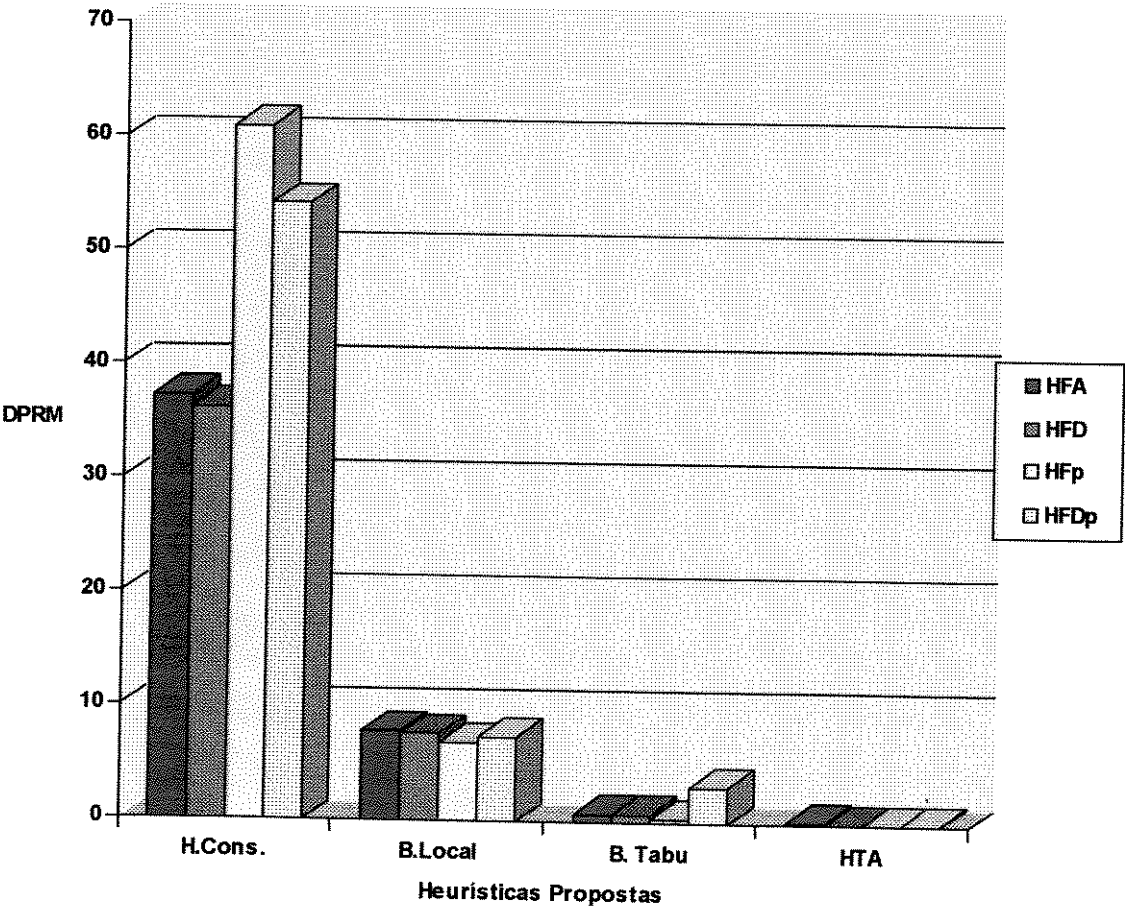
Os resultados obtidos por HTA, foram comparados com o algoritmos de SA de Connolly, (1992) com os de (Osman e Christofides, 1994) quando eles usam um algoritmo híbrido de SA/BT e também com os resultados quando aplicamos uma BT simples. Pode-se observar na Tabela 8.4 que HTA teve melhor desempenho que os outros algoritmos na procura de soluções para o PAC tendo um DPRM geral de 0.047%.

Tabela 8.4 - DPRM dos diferentes algoritmo.

Algoritmos	DPRM CP50x5	DPRM P100x10	DPRM GERAL
C(SA)	0,524	0,197	0,360
O&C (SA/BT)	0	0,098	0,049
BT	0,03	0,901	0,465
HTA	0	0,095	0,047

Para se ter uma melhor visão do comportamento das heurísticas nas diferentes fases apresenta-se o diagrama de barras da Fig. 8.1, confirmando que HTA não depende de um ponto de partida na busca de soluções de boa qualidade pois se adapta ao espaço topológico em que se encontra para poder realizar a intensificação ou diversificação da busca.

Fig. 8.1 Diagrama de barras do DPRM das heurísticas e metaheurísticas



8.3 Considerações sobre o PDP

Os resultados obtidos podem ser considerados bons com relação ao desvio populacional percentual da média ideal dos distritos gerados. Este desvio está muito abaixo dos valores encontrados pelo método proposto por (Bourjolly *et al*, 1981) para o distritamento da cidade de Montreal. Este método é considerado o mais robusto apresentando um desvio de população muito próximos do limite máximo estabelecido pela legislação local que é de 25%.

Nossa metodologia aplicada a cidade de Campinas atingiu no pior caso um desvio máximo de 10,40% com HFDp e de 2,39% com HFD.

- **Projetos futuros**

Embora o mecanismo de abordagem adaptativo HTA tenha obtido bons resultados, para o PAC, existem vários aspectos que podem ser considerados para projetos futuros. Os resultados poderiam ser melhorados por exemplo com:

- Modificações na vizinhança como a escolha de movimentos selecionados.
- Fazer uma busca somente com movimentos de inserções, pois o movimento de permutação pode-se dizer que é uma dupla inserção.
- Modificar o valor de λ que seja diferente de 1.
- A implementação de um algoritmo híbrido que integre Busca Tabu, Simulated Annealing e Algoritmos Genéticos para o Problema de Agrupamento Capacitado com HTA.

Entre os aspectos que podem ser considerados para projetos futuros para o PDP temos como exemplo:

- A definição da vizinhança envolvendo o número de unidades fronteiriças, para evitar as unidades isoladas.
- Aplicar Busca Tabu com HTA.

BIBLIOGRAFIA

- Amini, M.M. e Racer, M. (1995), *A hybrid heuristic for the generalized assignment problem*, European Journal of Operational Research, vol. 87, pp. 343 - 348.
- Beasley, J.E. (1993), *Lagrangian heuristics for location problems*, European Journal of Operational Research, vol. 65, pp. 383-399.
- Bussamra, N. M. (1995), *Distritamento Eleitoral: Uma metodologia para Definir o Recorte dos Distritos*, Dissertação na Faculdade de Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP.
- Bussamra, N. M., e França, P.M., *Distritamento eleitoral: uma proposta para o recorte dos distritos*, XXVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, SBPO, Vitória - Espírito Santo.
- Christofides, N. e Beasley, J.E. (1982), *A tree search algorithm for the p-median problem*, European Journal of Operational Research, vol 10, pp. 196-204.
- Everitt, Brian S. (1993), *Cluster Analysis*, John Wiley & Sons Inc., New York - Toronto.
- Garey, M.R. e Johnson, D.S. (1979), *Computers e Intractability: A Guide to the Theory of NP-completeness*, Freeman, San Francisco.
- Glover, Fred. (1989), *Tabu search - part I*, ORSA Journal on Computing, vol.1, pp.190-206.
- Glover, Fred. (1995), *Tabu search fundamentals e uses*, University of Colorado.

- Helbig, R.E., Orr, P.K. e Roediger, R.R. (1972), *Political redistricting by computer*, Comm. ACM, vol. 15, no.8, pp. 735-741.
- Kaiser, H.F. (1967), *An objective method for establishing legislative districts*, Midwest Journal of Political Science, pp. 200-213.
- Laguna, M. (1994), *A guide to implementing tabu search*, Investigacion Operativa, vol.4, no.1, pp. 5-25.
- Laguna, M. (1994), *Clustering for the Design of SONET rings in Interoffice Telecommunications*, Management Science. vol 40, no.11, pp.1533-1541.
- Laguna, M. (1995), *Tabu Search Tutorial*, II Escuela de Verano Latino-Americana de Investigacion Operativa.
- Lin, S. (1965), *Computer solutions of the TSP*, Bell System Tech. J., vol. 44, pp. 2245-2270.
- Maquera S., N.G. e França, P.M. (1996), *Um estudo de heurísticas para o problema de agrupamento capacitado aplicado busca tabu*, XXVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, SBPO e VIII CLAIO, Rio de Janeiro.
- Mulvey, J.M. e Beck, M.P. (1984), *Solving capacitated clustering problems*, European Journal of Operational Research. vol. 18, pp. 339-348.
- Mulvey, J.M. e Crowder, H.P. (1979), *Cluster analysis: application of lagrangian relaxation*, Management Science, vol. 25, no. 4, pp. 329 -340
- Pureza, V. e França, P.M. (1996), *An adaptive tabu search approach based on the local topology of the solution space*, 2do. ALIO/EURO Workshop on Practical Combinatorial Optimization, Valparaiso - Chile.

Said, A. e França, P.M. (1988), *Combinado heurísticas e métodos de subgradientes para resolver o problema das P-Medianas*, VII Congresso SBA, São José dos Campos.

Sridharan, R. (1993), *A lagrangian heuristic for the capacitated plant location problem with single source constraints*, European Journal of Operational Research, vol. 55, pp. 305 -312.

Sridharam, R. (1995), *The capacitated plant location problem*, European Journal of Operational Research, vol. 87, pp. 203-213.

Oliveira, W., Miazaki, E. e Erade, D. (1990), *Introdução à análise de agrupamentos*, IX Simpósio Brasileiro de Probabilidade e Estatística. IME-USP.

Osman, I.H. e Christofides, N. (1994), *Capacitated clustering problems by hybrid simulated annealing e tabu search*, International Transactions in Operational Research, vol. 1, no.3.

Papadimitrion, C.H. e Steiglitz, K. (1982), *Combinatorial Optimization: Algorithms e Complexity*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.I.

APÊNDICE 1

Princípios de BT

Um problema de otimização combinatorial pode ser representado por um par (Ω, Z) onde Ω é o conjunto finito de todas as soluções possíveis e Z é a função objetivo, definida em $\mathbb{R}$, que deve ser minimizada ou maximizada. O objetivo de um problema de minimização é encontrar uma solução ótima $S^* \in \Omega$ tal que:

$$Z(S^*) \leq Z(S) \quad \forall S \in \Omega$$

É necessário dispor de um mecanismo de geração de vizinhança que defina, para cada $S \in \Omega$, o conjunto das possíveis soluções $S' \in \Omega$, chamadas vizinhas de S . A passagem de uma solução S para outra S' em $N(S)$ é chamada movimento e $N(S)$ é a vizinhança de S . Um algoritmo de busca local ou de melhoria parte de uma solução inicial S e, iterativamente, tenta encontrar melhores soluções fazendo buscas na vizinhança. S é chamado mínimo local se $Z(S) \leq Z(S')$, $\forall S' \in N(S)$.

As desvantagens das heurísticas de busca local decorrem, basicamente, de dois fatores. O primeiro deles é que a qualidade da solução final depende da qualidade da solução inicial adotada. O outro é o fato do algoritmo sempre terminar num ótimo local, que pode ter uma qualidade insatisfatória. O problema da otimalidade local pode ser contornado, nem sempre com sucesso, pela aplicação sucessiva do algoritmo com diferentes soluções de partida. Escolhe-se, posteriormente, o menor entre os mínimos encontrados (Osmana e Christofides, 1994).

Busca Tabu tem suas raízes na década de 60, mas a forma como hoje é apresentada foi proposta por (Glover, 1986). **BT** é uma abordagem plenamente aceita para o tratamento de problemas de otimização combinatorial e tem se mostrado, através de inúmeras bem sucedidas aplicações, como uma técnica muito promissora.

O método é uma técnica iterativa que explora o conjunto de soluções de um problema, movimentando-se de uma solução S para outra solução S' , numa determinada vizinhança $N(S)$ de S . Esses movimentos são executados com o intuito de alcançar eficientemente uma solução qualificada como boa, que pode ser ótima ou próxima da ótima. Ao contrário de um algoritmo simples de descida, **BT** aceita soluções S' piores que S , evitando assim o problema de otimalidade local, fazendo uso de uma estrutura de memória capaz de suportar e até encorajar uma busca não monótona. **BT** percorre o espaço de busca, analisando os movimentos através de regras determinísticas. Quando **BT** aceita movimentos que pioram o valor da função objetivo, podem ocorrer ciclos, ou seja, um retorno a soluções já visitadas. Para evitar que ciclagens se estabeleçam, **BT** armazena os atributos das soluções já pesquisadas em uma lista chamada lista tabu. Os atributos armazenados são muitas vezes usados para impor condições, chamadas restrições tabu, que também impedem a escolha de movimentos indesejáveis. Um movimento é chamado tabu se conduz a soluções cujos atributos estão contidos na lista tabu ou satisfazem restrições tabu. Após um determinado número de iterações Ts , a lista tabu é alterada.

Uma estrutura de geração de vizinhança de boa qualidade é fundamental para o sucesso da técnica. O resultado de simulações gráficas também pode ser de grande utilidade, proporcionando informações significativas sobre a natureza dos movimentos executados pela busca. Se um movimento provoca uma variação muito pequena na função objetivo, é razoável supor que a busca por boas trajetórias para escapar de um mínimo local será problemática. Por outro lado, se essa amplitude é grande, certamente haverá dificuldades para encontrar um mínimo local cuja qualidade seja próxima do mínimo global. Quando o tipo de problema e o tipo de movimento são passíveis de visualização gráfica, a análise das soluções geradas pode ajudar a estabelecer se tanto a vizinhança quanto os movimentos são apropriados.

Existem alguns refinamentos que podem ser implementados no procedimento padrão de **BT** de forma a torná-lo mais eficiente. Esses refinamentos tentam introduzir mais inteligência no processo de busca. Um deles se refere ao tamanho da lista tabu, que varia de acordo com o problema em estudo. O tamanho da lista depende também das restrições tabu empregadas. Em geral, restrições fortes implicam em listas pequenas. Uma maneira de

identificar-se o tamanho da lista apropriada é simplesmente observar a ocorrência de ciclos (listas muito pequenas) e a deterioração da qualidade da solução (listas muito grandes). A melhor lista certamente estará entre esses extremos.

Outro aprimoramento se relaciona com o tamanho da vizinhança e a construção de uma lista de candidatos. Um exame completo de vizinhança geralmente proporciona soluções de boa qualidade, porém, pode consumir muito tempo computacional. Por essa razão é importante a utilização de estratégias que isolam regiões da vizinhança contendo movimentos desejáveis e os colocam em uma lista de candidatos. Existem estudos sobre técnicas de decomposição de vizinhança, construção de listas de movimentos promissores, listas dos atributos preferidos e muitos outros.

Uma implementação bastante atraente consiste na variação da penalidade imposta à função objetivo para destruir a estrutura de otimalidade local da qual se deseja escapar. A variação da penalidade é exemplo de um procedimento conhecido como *oscilação estratégica*, que representa uma das abordagens básicas de diversificação da busca tabu. A idéia implícita é conduzir busca para regiões situadas além dos limites de factibilidade, seja pela manipulação da função objetivo (introduzindo penalidades e incentivos), ou simplesmente induzindo a escolha de movimentos que caminham nesta direção. A oscilação pode cruzar os limites e penetrar regiões de infactibilidade ou somente se aproximar e recuar, sem transpor esses limites. Uma maneira simples de se implementar é alternar uma série de movimentos que melhoram a função objetivo com outra série de movimentos que a pioram. Aplicações recentes de oscilação estratégica têm se mostrado bastante eficientes.

APÊNDICE 2

Solução do problema No. 8 do CP50x5 nas diferentes fases quando aplica-se HFD.

O objeto marcado em negrito representa à semente do agrupamento.
DOS = Distância entre o objeto à semente do agrupamento.
Peso = Peso do objeto

Tabela A1. Solução da heurística construtiva

Agrup.	No. do objeto	DOS	Peso
A1	2	9	6
	7	35	9
	11	29	9
	15	0	14
	16	19	2
	17	6	7
	25	24	15
	31	13	9
	36	12	9
	37	28	10
	49	26	5
		201	95
A2	13	16	11
	18	15	3
	19	0	5
	21	22	15
	22	12	11
	23	6	18
	26	19	5
	29	14	11
	35	10	15
	43	11	13
	44	17	11
		142	118
A3	0	43	4
	5	18	19
	8	50	4
	12	44	4
	30	48	19
	33	0	14
	34	32	13
	38	28	13
	41	47	10
		310	100
A4	3	0	16
	4	39	12
	6	17	6
	14	31	12
	24	5	12

A4	28	26	10
	32	25	19
	40	33	20
	46	23	13
		199	120
A5	1	10	16
	9	0	12
	10	26	1
	20	15	1
	27	14	20
	39	52	14
	42	21	16
	45	24	14
	47	14	7
	48	19	18
		195	119

Tabela A2. Solução da Busca Local

Agrup.	No. do objeto	DOS	Peso
A1	2	9	6
	7	35	9
	10	26	1
	11	29	9
	15	0	14
	16	19	2
	17	6	7
	25	24	15
	31	13	9
	33	22	14
	36	12	9
	37	28	10
	38	22	13
		245	118
A2	4	22	12
	12	26	4
	13	16	11
	19	0	5
	21	22	15
	23	6	18
	26	19	5
	29	14	11
	35	10	15
	43	11	13
	44	17	11
		163	120
A3	5	25	19
	18	5	3
	22	8	11
	28	24	10

A3	30	24	19
	34	0	13
	39	8	14
	41	25	10
	45	21	14
		140	113
A4	3	5	16
	6	13	6
	14	29	12
	24	0	12
	32	29	19
	40	28	20
	46	27	13
	49	42	5
		173	103
A5	0	34	4
	1	0	16
	8	9	4
	9	10	12
	20	6	1
	27	4	20
	42	29	16
	47	3	7
	48	24	18
		119	98

Tabela A3. Solução aplicando Busca Tabu

Agrup.	No. do objeto	DOS	Peso
A1	2	9	6
	7	35	9
	11	29	9
	14	21	12
	15	0	14
	16	19	2
	17	6	7
	25	24	15
	31	13	9
	36	12	9
	37	28	10
	38	22	13
	49	26	5
		244	120
A2	13	5	11
	21	9	15
	26	18	5
	29	0	11
	30	30	19
	43	5	13

A2	44	24	11
		91	85
A3	4	23	12
	18	3	3
	19	12	5
	22	6	11
	23	5	18
	33	39	14
	34	8	13
	35	1	15
	39	0	14
	41	28	10
		125	115
A4	3	23	16
	5	21	19
	6	40	6
	12	9	4
	24	27	12
	28	5	10
	32	2	19
	40	49	20
	46	0	13
		176	119
A5	0	34	4
	1	0	16
	8	9	4
	9	10	12
	10	36	1
	20	6	1
	27	4	20
	42	29	16
	45	31	14
	47	3	7
	48	24	18
		186	113

Tabela A4. Solução de BT com HTA

Agrup.	No. do objeto	DOS	Peso
A1	2	9	6
	7	35	9
	10	26	1
	11	29	9
	15	0	14
	16	19	2
	17	6	7
	25	24	15
	31	13	9
	33	22	14
	36	12	9
	37	28	10

A1	49	26 249	5 110
A2	13	5	11
	21	9	15
	26	18	5
	29	0	11
	30	30	19
	41	33	10
	43	5	13
	44	24	11
		124	95
A3	4	23	12
	12	22	4
	18	3	3
	19	12	5
	22	6	11
	23	5	18
	28	23	10
	34	8	13
	35	1	15
	39	0	14
	45	28	14
		131	119
A4	3	5	16
	5	31	19
	6	13	6
	14	29	12
	24	0	12
	32	29	19
	40	28	20
	46	27	13
		162	117
A5	0	34	4
	1	0	16
	8	9	4
	9	10	12
	20	6	1
	27	4	20
	38	35	13
	42	29	16
	47	3	7
	48	24	18
		154	111