

Leandro Bezerra Di Barcelos

Sistema financeiro e seu impacto na simulação da dinâmica de uma macroeconomia

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Automação.

Orientadores:

Raul Vinhas Ribeiro

Rui Henrique Pereira Leite de Albuquerque

Campinas, SP
Agosto de 2008

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

D544s Di Barcelos, Leandro Bezerra
Sistema financeiro e seu impacto na simulação da dinâmica
de uma macroeconomia / Leandro Bezerra Di Barcelos. --
Campinas, SP: [s.n.], 2008.

Orientadores: Raul Vinhas Ribeiro, Rui Henrique Pereira
Leite de Albuquerque

Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de
Computação.

1. Otimização. 2. Pesquisa operacional. 3. Relações
intersetoriais. 4. Desenvolvimento econômico. 5. Bancos. I.
Ribeiro, Raul Vinhas. II. Albuquerque, Rui Henrique Pereira
Leite de. III. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade
de Engenharia Elétrica e de Computação. IV. Título.

Título em Inglês: Financial system and its impacts on a dynamic simulation of a
macroeconomy

Palavras-chave em Inglês: Optimization, Input-output modeling, Economic growth,
Financial system

Área de concentração: Automação

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Hermano de Medeiros Tavares, Lucio Mitio Shimada

Data da defesa: 22/08/2008

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Elétrica

COMISSÃO JULGADORA – TESE DE MESTRADO

Candidato(a): Leandro Bezerra Di Barcelos

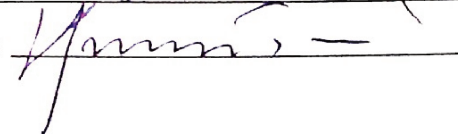
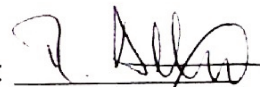
Data da Defesa: 22 de agosto de 2008

Titulo da Tese: "Sistema Financeiro e seu Impacto na Simulação da Dinâmica de uma Macroeconomia"

Prof. Dr. Rui Henrique Pereira Leite de Albuquerque (Presidente):

Prof. Dr. Lucio Mitio Shimida:

Prof. Dr. Hermano de Medeiros Ferreira Tavares:



Resumo

Esta tese de mestrado propõe-se a testar, avaliar e validar a importância do sistema financeiro, bem como seus impactos em um sistema econômico. Utilizando uma modelagem fundamentada em análise insumo-produto realizada com auxílio de ferramentas de programação linear, incorpora-se à estrutura clássica apresentada por Leontief um módulo que representa o sistema financeiro e, a partir deste novo modelo, estudam-se as alterações em sua dinâmica.

Palavras-chave: Otimização, modelagem insumo-produto, crescimento econômico, sistema financeiro.

Abstract

The purpose of this master thesis is to test, evaluate and validate the importance of the financial system and its effects on an economical system. By the use of a modeling technique based on input-output analysis, conducted with the aid of linear programming tools, a module representing the financial system is incorporated to the classical structure proposed by Leontief, thus introducing a new model from which we study variations on its dynamics.

Keywords: Optimization, input-output modeling, economic growth, financial system.

Agradecimentos

Aos Professores Hermano Tavares e Rui Albuquerque, pela paciência e dedicação. Foram incontáveis encontros. Vários finais de semana debruçados sobre planilhas, gráficos e novas idéias. Bem dispostos e serenos, sem esses experientes senhores este trabalho não seria possível.

À UNISOMA, que permitiu, incentivou e até mesmo colaborou com esta tese - lá pude realizar testes em suas ferramentas de otimização para o trabalho que é precursor deste.

Aos tantos amigos que ajudaram com críticas, sempre me incentivaram, ajudaram com apoio técnico e revisões. Certamente serei omissos, mas cito aqui Iêso Dutra Júnior, Artur Manoel Passos, Fernando Kenji Iwai, Renato Capello, André Moraes de Marques Lima, Thiago Ganzarolli da Silva, Renato Machado de Sousa, Alessandro Badin, Fernando José de Moura Marcellino.

À minha família pelo apoio durante esta jornada.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro no período que iniciei oficialmente o programa de pós-graduação.

À minha família. Em especial a João Dulce de Barcelos, meu pai, pelo apoio e incentivo incondicional.

Sumário

Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	x
1 Introdução	1
2 Modelagem Matemática	2
2.1 A Equação de Leontief	2
2.2 <i>MAT</i>	3
2.2.1 Módulo de produção de mercadorias	4
2.2.2 Módulo de utilização de força de trabalho	5
2.2.3 Módulo de produção e sobrevivência de força de trabalho	5
2.2.4 Módulo de evolução de produção na forma monetária	6
2.3 Políticas de Gerenciamento da Economia	7
2.4 <i>MATB</i>	7
2.4.1 Módulo Financeiro	8
2.4.2 Ponto de conexão com <i>MAT</i>	8
2.5 Modificação em <i>MAT</i> e <i>MATB</i>	9
2.6 Cenários	9
3 Experimentos	11
3.1 Efeito “fim de mundo”	11
3.2 <i>MATB</i> em condições adversas	18
3.3 Importância do Sistema Financeiro	19
3.4 Variação de juros	23
3.5 Variação da Capacidade de Endividamento	29
4 Conclusões e Sugestões	37
Referências bibliográficas	38
A Modelos Matemáticos	39
A.1 Funções Objetivo	39
A.1.1 PIB	39
A.1.2 Modernidade	39

A.1.3	Massa de Salários	39
A.2	Restrições	40
A.2.1	Módulo de produção de mercadorias	40
A.2.2	Módulo de utilização de força de trabalho	40
A.2.3	Módulo de produção e sobrevivência de força de trabalho	40
A.2.4	Módulo de evolução de produção na forma monetária	40
A.2.5	Módulo Financeiro	41
B	Dados de entrada	42
B.1	Conjuntos	42
B.2	Parâmetros de entrada	42
B.3	Variáveis	45
B.4	Condições Iniciais	45
B.5	Parâmetros de configuração	45
C	Modelo escrito em Mathprog	48

Lista de Figuras

3.1	Evolução do PIB e Penalização: Variação de $\text{Max } Z_{\text{pib}}$ penalizada por um percentual da dívida final	13
3.2	Dívida e Penalização - Condições iniciais AAA - $\text{Max } Z_{\text{pib}}$	15
3.3	PIB e Penalização - Condições iniciais AAA - $\text{Max } Z_{\text{pib}}$	17
3.4	Comparação de Macrovariáveis para $\text{Max } Z_{\text{pib}}$ AAA em termos absolutos	20
3.5	Comparação de Macrovariáveis para $\text{Max } Z_{\text{pib}}$ AAA em termos relativos a MAT	21
3.6	Macrovariáveis dos Sistema Financeiro para $\text{Max } Z_{\text{pib}}$ AAA	22
3.7	PIB para diferentes taxas de juro - $\text{Max } Z_{\text{pib}}$ - AAA	24
3.8	Investimento Total para diferentes taxas de juro - $\text{Max } Z_{\text{pib}}$ - AAA	26
3.9	Dívida para diferentes taxas de juro - $\text{Max } Z_{\text{pib}}$ - AAA	28
3.10	PIB para diferentes Capacidades de Endividamento - $\text{Max } Z_{\text{pib}}$ - AAA	30
3.11	Investimento Total para diferentes Capacidades de Endividamento - $\text{Max } Z_{\text{pib}}$ - AAA	32
3.12	Evolução do Sistema Financeiro comparado ao PIB - $\text{Max } Z_{\text{pib}}$ - AAA	34
3.13	Comparação de crescimento relativo entre PIB e Sistema Financeiro - $\text{Max } Z_{\text{pib}}$ - AAA	36

Lista de Tabelas

2.1	Símbolos da Equação de Leontief em sua forma estática	2
2.2	Termos e símbolos originados ao se desagregar a variável y_{total}	4
2.3	RNB e FBCF dos BRICs e dos EUA	7
2.4	Políticas de gerenciamento da economia	7
2.5	Matriculados no mundo – ensino superior (Fonte: GED 2006)	9
3.1	Exemplo de comparação entre macro-funções de <i>MAT</i> e <i>MATB</i> em condições hostis .	18
3.2	Índice de Participação do Sistema Financeiro para diferentes Capacidades de Endivi- damento	33
B.1	Conjuntos utilizados nos modelos	42
B.2	Parâmetros utilizados nos modelos (matrizes)	43
B.3	Parâmetros utilizados nos modelos (vetores)	44
B.4	Parâmetros utilizados nos modelos (escalares)	44
B.5	Variáveis utilizadas nos modelos	46
B.6	Condições iniciais ($t = 0$) para <i>MAT</i> e <i>MATB</i>	47
B.7	Parâmetros de configuração dos modelos	47

Capítulo 1

Introdução

Esta tese consiste numa ampliação sugerida por [1] que desenvolveu um modelo de representação da evolução de um Sistema Econômico, levando em conta distintas estratégias de investimento e de formação de força de trabalho, intitulado *MAT*.

Este modelo simula a operação de um sistema econômico e é composto por blocos de equações e inequações lineares bem definidos e com significado próprio. Eles representam a produção de mercadorias, a força de trabalho (sua criação, utilização e sobrevivência), investimentos (em capacidade produtiva, capacidade de formação de mão de obra e manutenção do sistema educacional) e relações entre macrovariáveis. São considerados três setores da economia (na realidade uma agregação de outros setores) e três níveis de escolaridade da força de trabalho. Além disso, foram estudadas diferentes políticas de gerenciamento da economia, representadas por funções objetivos a serem maximizadas: PIB, inovação tecnológica e massa de salários.

Dentre as várias sugestões de ampliação apresentadas no *MAT* optou-se por criar um módulo que represente um Sistema Financeiro capaz de permitir a interação entre o Sistema Econômico e a viabilização de empréstimos para seu *modus operandi*. Pretende-se nesta dissertação testar, avaliar e validar a importância deste Sistema Financeiro, bem como seus impactos para a macroeconomia em questão, sempre procurando comparar seus resultados com os já obtidos.

Vai se usar a metodologia de insumo-produto como base de representação do Sistema Econômico. A otimização utilizará técnicas de programação linear sob condições de restrição de capacidade produtiva, de disponibilidade de força de trabalho e de limitação de recursos monetários para investimento.

Capítulo 2

Modelagem Matemática

O *MAT* é um modelo matemático que representa uma macroeconomia utilizando a metodologia Insumo-Produto. Trata-se de um acrônimo que referencia seus autores (*Modelo Albuquerque Tavares*) e pode ser visto com maiores detalhes em [1].

Neste capítulo será exposta a base e um pequeno resumo do *MAT*, suas políticas de gerenciamento da economia e uma proposta de expansão com a inclusão de um novo módulo que represente o seu sistema financeiro.

2.1 A Equação de Leontief

O *MAT* possui como alicerce a Equação de Leontief. Essa equação origina-se da proposta da metodologia de Insumo-Produto de Wassily Leontief que pode ser melhor vista em [2].

A equação, em sua forma estática, pode ser descrita pela igualdade (2.1). A descrição de seus símbolos é apresentada na tabela 2.1

$$x = A \cdot x + y_{\text{total}} \quad (2.1)$$

Nome	Descrição
x	Vetor de produtos dos diversos setores da economia.
A	Matriz de coeficientes técnicos calculados a partir do fluxo de bens e serviços entre todos os setores da economia.
y_{total}	Vetor de demanda final.

Tab. 2.1: Símbolos da Equação de Leontief em sua forma estática

Para utilizar esta equação, algumas extensões foram feitas. O *MAT* possui característica dinâmica. As produções e demandas se modificam em função do tempo. A dependência do tempo é mostrada na equação (2.2).

$$x^t = A \cdot x^t + y_{\text{total}}^t \quad (2.2)$$

Na equação (2.2), a matriz A não depende do tempo. Para uma modelagem mais rigorosa isto não seria verdade. A estrutura produtiva de uma economia se altera em função do tempo. Mais do que isso, os processos tendem a se tornar mais eficientes e, conseqüentemente, os valores nesta matriz deveriam se alterar dinamicamente. Para fazer uma representação mais próxima deste movimento, nesta tese, considera-se que a matriz A é o resultado de uma combinação da utilização de dois tipos de tecnologia: uma antiga¹, que já vinha sendo utilizada, e uma nova², que é utilizada pela capacidade produtiva adicional que se implanta no modelo macro-econômico em estudo. Dadas essas premissas, efetua-se a separação da produção em componentes com utilização de tecnologias antiga e nova, conforme pode ser observado na equação (2.3).

$$x_O^t + x_N^t = A_O \cdot x_O^t + A_N \cdot x_N^t + y_{\text{total}}^t \quad (2.3)$$

Desta forma será necessário decompor a matriz A em A_O e A_N . A matriz A_O é a matriz de coeficientes técnicos que utiliza uma tecnologia mais antiga. A matriz A_N é a matriz de coeficientes técnicos que utiliza uma tecnologia mais nova.

De forma análoga é necessário decompor o vetor x em x_O e x_N . As produções³ serão dadas em termos da tecnologias antiga (x_O) e nova (x_N).

Finalmente, a última extensão é o detalhamento de demandas. Anteriormente a demanda total era representada por y_{total}^t . Agora está desagregada em investimentos e demanda final. A equação (2.4) traz esta separação.

$$\underbrace{x_O^t + x_N^t}_{\text{produção total}} = \underbrace{A_O^t \cdot x_O^t + A_N^t \cdot x_N^t}_{\text{produtos consumidos na produção}} + \underbrace{B \cdot o^{t+1} + F \cdot q^{t+1} + H \cdot h^{t+1}}_{\text{produtos destinados a investimento}} + \underbrace{y^t}_{\text{produtos para demanda final}} \quad (2.4)$$

Estes novos termos apresentados na tabela 2.2 são pontos de conexão entre a Equação de Leontief e as demais equações do *MAT* e podem ser entendidos como um vetor de produtos destinados a um determinado fim.

2.2 MAT

Nesta seção uma breve descrição do *MAT* será feita. Sua divisão em módulos, explicações de suas equações e seus significados. Valores e significados mais precisos dos símbolos podem ser obtidos nos apêndices ao final da tese.

¹Os símbolos que referenciam a tecnologia antiga serão indicados pelo subscrito O , da palavra da língua inglesa *old*. Exemplo: x_O .

²Os símbolos que referenciam a tecnologia nova serão indicados pelo subscrito N , da palavra da língua inglesa *new*. Exemplo: x_N .

³Nesta tese são considerados três setores, que são agregados de vários setores econômicos: *Agricultura*, *Energia* e *Manufatura*. Maiores informações podem ser encontradas no apêndice B.

Nome	Descrição
$B \cdot o^{t+1}$	Investimento em aumento da capacidade produtiva na nova tecnologia.
B	Matriz quadrada (Setores $\times$ Setores) de coeficientes técnicos para aumento da capacidade produtiva na nova tecnologia
o^{t+1}	Vetor de acréscimo na capacidade produtiva da nova tecnologia
$F \cdot q^{t+1}$	Investimento para manutenção do sistema de ensino.
F	Matriz (Setores $\times$ Níveis) de coeficientes técnicos para formação de força de trabalho nos diferentes níveis de ensino.
q^{t+1}	Vetor de força de trabalho formada nos diferentes níveis de ensino
$H \cdot h^{t+1}$	Investimento em aumento da capacidade de formação de mão de obra.
H	Matriz (Setores $\times$ Níveis) de coeficientes técnicos para acréscimo na capacidade de formação de força de trabalho.
h^{t+1}	Acréscimo na capacidade de formação de força de trabalho.
y^t	Demanda final.

Tab. 2.2: Termos e símbolos originados ao se desagregar a variável y_{total}

2.2.1 Módulo de produção de mercadorias

$$x_O^t + x_N^t = A_O \cdot x_O^t + A_N \cdot x_N^t + B \cdot o^{t+1} + F \cdot q^{t+1} + H \cdot h^{t+1} + y^t \quad (2.5)$$

$$x_O^t \leq c_O^t \quad (2.6)$$

$$c_O^{t+1} = (I - \text{diag}\{\beta_i\}) \cdot c_O^t \quad (2.7)$$

$$x_N^t \leq c_N^t \quad (2.8)$$

$$c_N^{t+1} = c_N^t + o^{t+1} \quad (2.9)$$

A equação (2.5) neste módulo é a Equação de Leontief estendida, que descreve a dinâmica de fluxos inter-setoriais da economia. As equações (2.8) e (2.6)⁴ limitam a produção pela capacidade produtiva da nova e velha tecnologias respectivamente. E as equações (2.9)⁵ e (2.7) descrevem como

⁴A desigualdade representada nesta equação é um pequeno abuso de notação muito comum para descrição de modelos matemáticos de programação linear. Não se trata de desigualdade entre vetores, e sim de equações linha a linha.

⁵A ampliação da capacidade produtiva sempre se dá na tecnologia nova. Trata-se de um modelo desenvolvimentista. Uma das conseqüências observadas é que a política de gerenciamento da economia que procura maximizar a massa de salários - que será vista adiante - é sensivelmente prejudicada por esta característica.

essas capacidades evoluem dinamicamente.

2.2.2 Módulo de utilização de força de trabalho

$$e_O^t = L_O \cdot x_O^t \quad (2.10)$$

$$e_N^t = L_N \cdot x_N^t \quad (2.11)$$

$$e_q^t = N \cdot q^{t+1} \quad (2.12)$$

$$e^t = e_O^t + e_N^t + e_q^t \quad (2.13)$$

$$e^t \leq d^t \quad (2.14)$$

$$e^{t+1} \geq (I - \text{diag}\{\gamma_i\}) \cdot e^t \quad (2.15)$$

Este módulo descreve a utilização da força de trabalho nas tecnologias antiga (e_O^t) e nova (e_N^t) além da força de trabalho utilizada no sistema de ensino (e_q^t). As equações (2.10), (2.11) e (2.12) definem o emprego necessário para produção na tecnologia antiga, produção na tecnologia nova e a força de trabalho no sistema de ensino respectivamente.

Já a equação (2.13) define o emprego total em um período (e^t). Trata-se apenas da definição de uma variável didática.

A força de trabalho utilizada pelo sistema é limitada pela disponibilidade da PEA⁶ (representada no modelo pela variável d) como pode ser visto na equação (2.14).

Por fim, a equação (2.15) impede que o sistema desempregue abruptamente. O máximo que se pode desempregar em um período é dado pelo parâmetro percentual γ , que pode variar de acordo com o nível de formação.

2.2.3 Módulo de produção e sobrevivência de força de trabalho

$$d^{t+1} = (I - \text{diag}\{\delta_i\}) \cdot d^t + q^{t+1} \quad (2.16)$$

$$q^{t+1} \leq m^t \quad (2.17)$$

$$q^{t+1} \geq (I - \text{diag}\{\alpha_i\}) \cdot q^t \quad (2.18)$$

$$m^{t+1} = m^t + h^{t+1} \quad (2.19)$$

$$y_{\text{ConsMin}}^t = \Omega \cdot e^t \quad (2.20)$$

$$y^t \geq y_{\text{ConsMin}}^t \quad (2.21)$$

Este módulo descreve como a PEA e o sistema de ensino evolui. Além disso, proporciona uma cesta básica para os tabalhadores.

A equação (2.16) define a PEA (variável d) de um determinado período como sendo a PEA do período anterior descontada de um fator (mortes e aposentadorias, representadas pelo parâmetro percentual δ) mais a força de trabalho formada neste período (variável q).

⁶População economicamente ativa.

A força de trabalho formada em determinado período é limitada pela capacidade de formação instalada (variável m) conforme a equação (2.17) e não é permitido que essa formação caia excessivamente, como pode ser observado na equação (2.18). A queda máxima na formação é dada pelo parâmetro percentual α e depende dos diferentes níveis de escolaridade.

A capacidade de formação de força de trabalho evolui de acordo com investimentos próprios e esse acréscimo (dado pela variável h) é observado na equação (2.19).

Para que sobreviva, é esperado que a força de trabalho consuma uma cesta básica mínima que depende de seu nível de formação. A equação (2.20) representa esse consumo mínimo. A matriz Ω descreve quanto de produtos de cada um dos setores produtivos compõem a “cesta básica mínima” dos trabalhadores em cada um dos níveis de escolaridade.

A equação (2.21) relaciona a demanda final e o consumo mínimo. O consumo final deve ser maior que o consumo mínimo. Ou seja: a “cesta básica” será garantida aos trabalhadores em todos os períodos.

2.2.4 Módulo de evolução de produção na forma monetária

$$ic^t = p \cdot B \cdot o^{t+1} \quad (2.22)$$

$$im^t = p \cdot H \cdot h^{t+1} \quad (2.23)$$

$$iq^t = p \cdot F \cdot q^{t+1} \quad (2.24)$$

$$it^t = ic^t + im^t + iq^t \quad (2.25)$$

$$pib^t = p^t \cdot (I - A_O) \cdot x_O^t + p^t \cdot (I - A_N) \cdot x_N^t \quad (2.26)$$

$$it^t \leq \epsilon \cdot (pib^t - p \cdot y_{\text{ConsMin}}^t) \quad (2.27)$$

Este módulo descreve os diversos investimentos efetuados na economia. As equações (2.22), (2.23), (2.24), (2.25) e (2.26) representam definições de investimento em capacidade produtiva da nova tecnologia, investimento em infra-estrutura educacional, gastos com a estrutura educacional, investimento total e PIB⁷ respectivamente.

O parâmetro ϵ representa a disponibilidade para investimento do sistema econômico. Usualmente $\epsilon = 1 - c$, onde c representa propensão ao consumo. Pela equação (2.27) os investimentos são limitados a uma fração do excedente do pib^8 (pib menos o consumo mínimo). Esta fração é a própria disponibilidade para investimento.

A tabela 2.3 foi concebida a partir da publicação do “World Development Report” de 2008 elaborado pelo Banco Mundial, como pode ser visto em [3]. Nela há alguns exemplos de RNBs⁹ e FBCFs¹⁰. Para os países em questão e para os dados trabalhados nesta tese, a RNB é uma boa aproximação para o PIB, bem como a FBCF é uma boa aproximação para o limitante superior do parâmetro ϵ . Os dados apresentados são referentes ao ano de 2006.

⁷Produto interno bruto.

⁸ pib - escrito desta forma - referencia-se diretamente à variável macroeconômica que representa o PIB nos modelos matemáticos citados ou apresentados nesta tese.

⁹Renda Nacional Bruta

¹⁰Formação Bruta de Capital Fixo, também abreviada como FBKF

País	RNB [U\$ bilhões]	FBCF [% da RNB]
Brasil	892, 8	17%
Rússia	822, 4	21%
Índia	906, 5	37%
China	2.641, 6	41%
Estados Unidos	13.446, 0	15%

Tab. 2.3: RNB e FBCF dos BRICs e dos EUA

2.3 Políticas de Gerenciamento da Economia

Até agora o modelo foi descrito como um conjunto de equações que determinam seu funcionamento e expõem suas limitações. Foram descritas as restrições em forma de equações e inequações lineares. Existe um espaço de busca que pode ser descrito como um hiperpoliedro convexo. É esperado que haja soluções viáveis. Dentre as soluções viáveis, é necessário escolher alguma que possua melhor qualidade.

Para qualificar uma solução, foram criadas algumas funções objetivo. Elas representam diferentes políticas de gerenciamento da economia que podem ser utilizadas pelo *MAT*. Essas políticas podem ser vistas na tabela 2.4.

Nome	Descrição	Equação
$\max Z_{\text{pib}}$	Maximizar PIB	$\max \sum_{t < t_{\text{Fim}}} \text{pib}^t$
$\max Z_{\text{mod}}$	Maximizar a produção na tecnologia nova (modernidade)	$\max \sum_{t < t_{\text{Fim}}} p \cdot x_N^t$
$\max Z_{\text{sal}}$	Maximizar a massa de salários	$\max \sum_{t < t_{\text{Fim}}} s \cdot e^t$

Tab. 2.4: Políticas de gerenciamento da economia

Maximizar massa de salários e maximizar modernidade são funções altamente conflitantes. Em geral a modernidade traz consigo uma menor necessidade de trabalhadores. Os processos se tornam mais eficientes. Maximizar o PIB tende a ser uma política intermediária.

Ao unir os módulos a uma política de gerenciamento, forma-se um programa linear. Este programa pode ser resolvido por qualquer “solver” disponível no mercado ou mesmo algum “solver” livre. Como trata-se de um PL estrito, sem variáveis inteiras, o tempo de resposta para o problema tende a ser bastante curto.

2.4 *MATB*

Uma das ampliações previstas em [1] é a criação de um *Módulo Financeiro*. Através dele a economia poderia financiar seus investimentos, tomar empréstimos, efetuar pagamento de juros ou mesmo saldar dívidas.

O modelo *MAT* adicionado de um Módulo Financeiro será referido como *MATB*. Acrônimo para *Modelo Albuquerque Tavares Barcelos*.

2.4.1 Módulo Financeiro

O Módulo Financeiro é composto basicamente por duas equações.

$$divida^t = (1 + \text{juro}) \cdot divida^{t-1} + emprestimo^t - pagamento^t \quad (2.28)$$

$$divida^t \leq \text{capEndiv} \cdot pib^t \quad (2.29)$$

A equação (2.28) descreve a dinâmica da dívida. A dívida é formada pela dívida no período anterior, acrescida de juros do período, mais empréstimos do período atual, menos pagamentos do período atual. Trata-se de um modelo de juros compostos como pode ser visto em [4].

A equação (2.29) limita a evolução da dívida por uma Capacidade de Endividamento¹¹. Uma economia não pode se endividar indefinidamente. Nesta equação, a dívida de determinado sistema econômico está limitada a uma parcela do PIB do período vigente. Se o sistema econômico não é capaz de produzir o suficiente, não estará habilitado a contrair mais dívidas. A medida que seu PIB aumenta, sua credibilidade aumenta. Com isso a economia pode se endividar mais e investir mais.

2.4.2 Ponto de conexão com *MAT*

Para que o sistema financeiro, representado pelas equações (2.28) e (2.29), se integre ao sistema econômico descrito pelo *MAT*, é necessário um ponto de conexão.

Apenas as equações (2.28) e (2.29) não são suficientes para que o Sistema Financeiro comece a operar. É necessário ao menos um ponto de conexão com as equações do modelo *MAT*.

Essa conexão deve acontecer no Módulo de evolução de produção na forma monetária. É onde as variáveis do *MAT* são descritas na forma monetária, assim como as variáveis do Módulo Financeiro.

A limitação de investimentos para o *MAT* é dada pela equação (2.27). O comportamento desse investimento deve sofrer alterações com a incorporação do novo módulo. Quando a economia tomar empréstimos, os investimentos aumentarão. Quando a economia pagar juros ou mesmo saldar dívidas, os investimentos diminuirão.

A equação (2.30) traz uma pequena alteração na equação (2.27) de forma a adaptá-la à presença do Sistema Financeiro e conectar o Módulo Financeiro ao modelo *MAT*, criando, desta forma, o *MATB*. Todo empréstimo é necessariamente investido ou utilizado para pagar dívidas.

$$it^t \leq \epsilon \cdot (pib^t - p \cdot y_{\text{ConsMin}}^t) \boxed{+ emprestimo^t - pagamento^t} \quad (2.30)$$

¹¹ A Capacidade de Endividamento está diretamente relacionada com a confiança que se tem no Sistema Econômico com relação ao pagamento daquilo que é devido aos credores. Nesta tese é considerada como sendo um percentual sobre o PIB, que certamente é um indício de qual é a capacidade de um Sistema Econômico saldar suas dívidas.

2.5 Modificação em *MAT* e *MATB*

Durante a realização de experimentos foi constatado um pequeno problema com a representação dos modelos matemáticos: não há limitação para investimento em capacidade de formação de força de trabalho (m^t).

Sem qualquer limitação e com possibilidade de investimento adicional proporcionado pelo sistema financeiro, o *MATB* passa a investir intensamente em estrutura para ensino no início do horizonte. Em alguns casos o modelo chega a triplicar a capacidade de formação de mão de obra do ensino *Superior* entre um período¹² e outro. Padrões de investimentos tão altos não são observados no *MAT*.

Como pode ser visto em [5], a UNESCO publicou estudos sobre o crescimento de matrículas no ensino superior para o período compreendido entre 1999 e 2004. A tabela 2.5 traz informações deste estudo. Pode-se notar que no Brasil o crescimento pro-rata é de apenas 12% ao ano. Não é muito razoável um crescimento de 300% entre dois períodos como foi observado nos experimentos.

Região	Crescimento de 1999 a 2004	Crescimento anual pro-rata
Ásia: Leste e Pacífico	179%	23%
Ásia: Sul e Oeste	150%	20%
América Latina e Caribe	114%	16%
Europa: Centro-Leste	90%	14%
Brasil	76%	12%

Tab. 2.5: Matriculados no mundo – ensino superior (Fonte: GED 2006)

Para este trabalho, o módulo de produção e sobrevivência de força de trabalho incorpora a equação (2.31), que limita o crescimento da capacidade de formação de mão de obra. Para que se possa comparar os modelos, a alteração é observada tanto em *MAT* quanto em *MATB*.

$$m^{t+1} \leq (I + \text{diag}\{\mu_i\}) \cdot m^t \quad (2.31)$$

Apenas três níveis de conhecimento são considerados pelos modelos: *Básico*, *Técnico* e *Superior*. Não seria razoável que esses níveis sofressem as mesmas limitações. É muito mais fácil, por exemplo, instalar escolas de ensino médio a instalar faculdades. Por isso a limitação é realizada através de um vetor μ . Para cada nível i existe uma limitação de crescimento μ_i .

2.6 Cenários

Para alimentar os modelos apresentados neste capítulo, são necessários diversos dados de entrada:

- Conjuntos (Setores da economia, Níveis de escolaridade e Períodos de tempo);
- Matrizes, vetores e parâmetros escalares descritos nos modelos;

¹²Um período é equivalente a um ano, de acordo com os dados utilizados.

- Condições iniciais;
- Parâmetros de configuração.

Juntos, esses dados de entradas configuram um cenário. O *MATB* possui alguns parâmetros que não são encontrados no *MAT*. São os parâmetros relativos ao Módulo Financeiro. Para que dois cenários de modelos diferentes sejam comparáveis, é razoável que o cenário de *MAT* esteja contido no cenário de *MATB*.

Os dados de entrada são melhores descritos no apêndice B.

Capítulo 3

Experimentos

Tanto *MAT* quanto *MATB* foram escritos na linguagem GNU MathProg¹ [6] e resolvidos através de técnicas de programação linear com o auxílio do software GLPK² [7]. Para comparar os modelos foram efetuados diversos experimentos com vários cenários e configurações diferentes. Maiores detalhes sobre os cenários podem ser obtidos no apêndice B.

Para os experimentos realizados, são utilizados onze períodos. Contudo, para fim de avaliação, serão eliminados os resultados referentes ao primeiro e os dois últimos períodos. Com isso espera-se amenizar os efeitos de “início” e de “fim de mundo”, bastante comuns em modelos dessa natureza.

Um pequeno estudo referente às consequências do efeito “fim de mundo” no *MATB* é realizado. O objeto central deste estudo é verificar a importância de se quitar a dívida ao final dos períodos contra se manter a dívida em um certo patamar.

Para testar o Sistema Financeiro foram efetuados experimentos em condições bastante adversas. O Módulo Financeiro é incorporado ao modelo matemático, mas o Sistema Econômico inicia e termina com dívida zero. Caso sejam tomados empréstimos, toda dívida e juros devem ser saldados até o fim do período. Espera-se que os empréstimos ocorram apenas caso seja vantajoso antecipar investimentos.

Uma vez definidos os últimos detalhes do equacionamento do Módulo Financeiro, é feita um estudo comparativo entre *MAT* e *MATB* utilizando-se cenários adequados.

Para avaliar a sensibilidade de *MATB* aos principais elementos do Módulo Financeiro, são realizados experimentos de variação paramétrica para juros e Capacidade de Endividamento.

3.1 Efeito “fim de mundo”

Entende-se por efeito “fim de mundo” as consequências que a falta de informação sobre o futuro imediatamente posterior ao período final exerce nas variáveis de um modelo matemático dinâmico. Normalmente tal efeito é observado mais intensamente nos últimos períodos. Por exemplo: para os modelos *MAT* e *MATB* não faz muito sentido fazer investimento em infra-estrutura no último período, pois a estrutura não será utilizada em períodos subsequentes. Já para o *MATB* pode-se ter o seguinte efeito: caso se permita um patamar aceitável de endividamento ao final dos períodos, ele

¹GNU MathProg é um subconjunto do AMPL - A Mathematical Programming Language.

²GNU Linear Programming Kit.

tenderá a estar saturado, pois não há pagamento posterior. Com o “fim de mundo”, acaba-se também o compromisso com a dívida, então não há razão alguma em saldá-la.

Para superar esse problema inicialmente optou-se por restringir a dívida no último período a ser igual a 0. O Sistema Econômico pode contrair dívidas, desde que seja capaz de saldá-la juntamente a seus juros associados até o último período. Esta restrição é bastante severa, pois impede que haja um gerenciamento da dívida de forma a mantê-la em um patamar razoável. Para pagar as dívidas, é necessário que se deixe de investir.

Para avaliar a relevância desta restrição ligada à dívida no modelo *MATB*, foi realizado um estudo de penalizações. A política de gerenciamento $\max Z_{\text{pib}}$ foi modificada, como pode ser observado na equação (3.1) com a introdução de uma penalização. Esta nova política leva em conta a dívida no penúltimo período ($t_{\text{Fim}} - 1$) multiplicada por um fator de penalidade. Essa penalização pode ser vista como um percentual sobre a dívida no último período. Esse percentual, multiplicado pela dívida no último período, será deduzido do somatório dos PIBs, funcionando como uma espécie de “multa” sobre a dívida, afim de desestimular a manutenção de dívida em patamares muito altos.

$$\sum_{t \leq t_{\text{Fim}}} \text{pib}^t - \text{penalidade} \cdot \text{divida}_{t_{\text{Fim}}-1} \quad (3.1)$$

Os resultados³ apresentados na figura 3.1 mostram que penalização da dívida altera muito pouco os valores da função objetivo. Mesmo variando de 0% a 100% (ausência de penalização e obrigatoriedade de pagamento integral da dívida no último período) a função objetivo varia aproximadamente 1%. A título de exercício, vale observar que essa redução ocorre em torno de três valores de percentual de penalização. Manter a penalização da dívida entre 0% e 8% reduz o valor da função objetivo para um patamar em torno de 96500. Ampliar a penalização de 8% até 23% reduz a função objetivo para um novo patamar em torno de 96250. Por fim, quando se penaliza a dívida em 23%, o Z_{pib} é reduzido para o patamar de 95900, ficando nele indefinidamente. Ou seja, penalizar a dívida em 27%, 50% (isto é, forçar que se pague a metade da dívida) ou 100% (isto é, forçar que ela seja integralmente paga) pouco afeta a estratégia de gerenciamento da economia orientada para maximizar o PIB.

³Após análise exaustiva do espaço de busca, apenas sete vértices - soluções do hiperpoliedro convexo - com valores de função objetivo diferentes foram obtidos. Para cada vértice há uma *penalidade* associada, e esse valor é o menor valor para o qual a função objetivo se mantém naquele patamar. Uma pequena variação negativa desta penalidade provoca mudança de base no problema de programação linear que representa o modelo. Dos sete vértices, apenas dois provocam mudanças realmente significativas nos patamares dos valores da função objetivo: 8% e 23%.

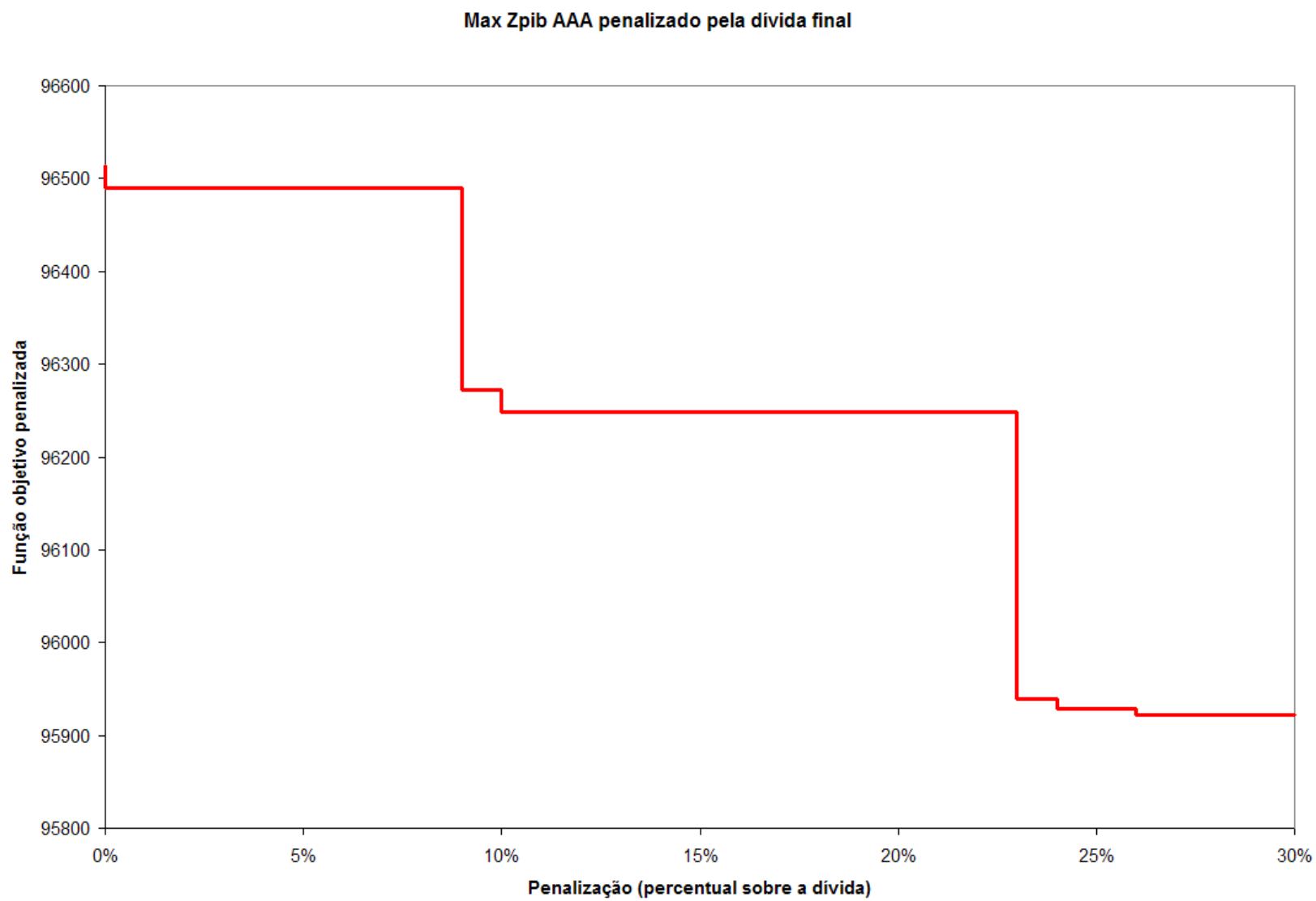
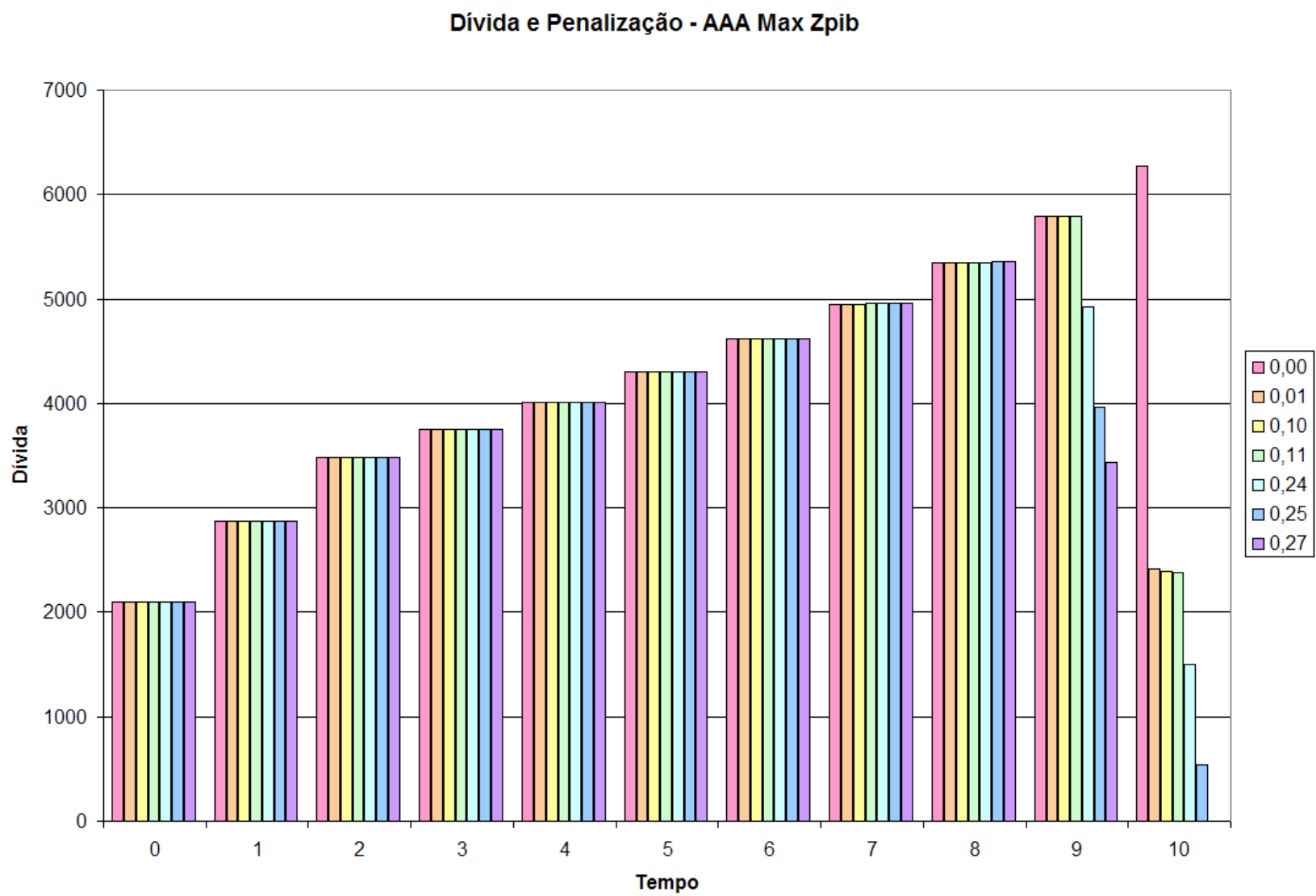
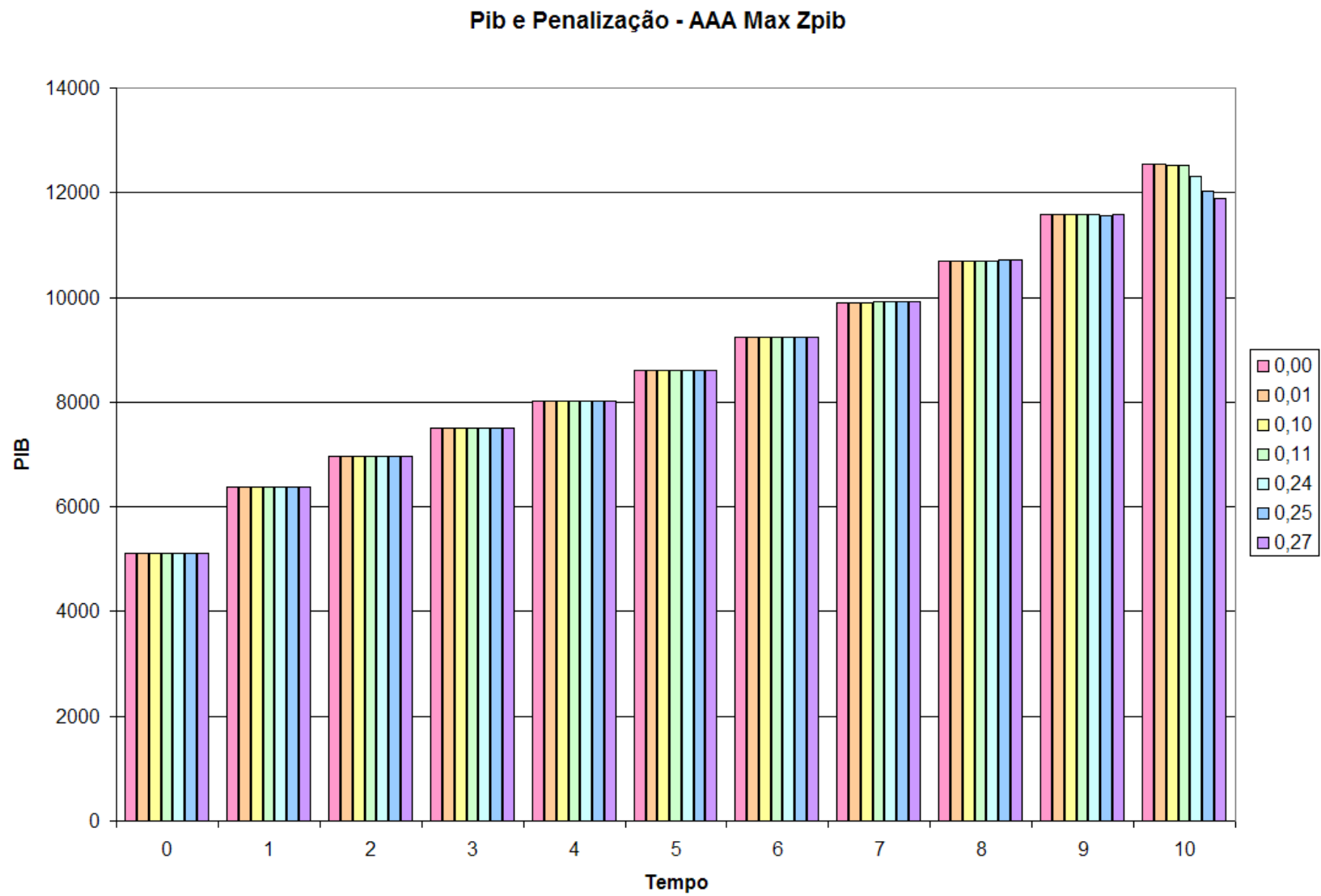


Fig. 3.1: Evolução do PIB e Penalização: Variação de Max Z_{pib} penalizada por um percentual da dívida final

A figura 3.2 apresenta um outro estudo sobre o efeito das penalizações. No caso anterior foi observado como a penalização afeta a função objetivo. Neste caso é possível observar o gráfico do perfil da dívida nos períodos para diferentes penalizações. Para penalização 0% o *MATB* não coloca restrições à dívida ao final de período. A única limitação é imposta pela equação 2.29, que diz respeito à capacidade de endividamento. Já no caso da penalização de 27%, o modelo não possui dívida no último período como já se mencionou. É interessante observar que a evolução da dívida entre os períodos 0 e 8 não é afetada pelas penalizações, o que reforça a idéia de retirar da análise os dois últimos períodos. É apenas nesses últimos períodos que se observa alteração de comportamento da dívida. O Sistema econômico demonstra ter a capacidade de saldar sua dívida rapidamente.

Fig. 3.2: Dívida e Penalização - Condições iniciais AAA - Max Z_{pib}

Já na figura 3.3 é possível observar o gráfico da evolução do PIB em cada um dos períodos para as diferentes situações de penalização. Não há variações sensíveis. Mesmo com a imposição do pagamento da dívida, os prejuízos ao PIB não são graves, sendo observadas apenas nos últimos períodos.

Fig. 3.3: PIB e Penalização - Condições iniciais AAA - Max Z_{pib}

Os experimentos feitos para testar os efeitos de “fim de mundo” nos mostram que desprezar os dois últimos períodos não afeta em nada a estratégia macro-econômica de maximização do PIB, que é nossa função objetivo referência, como observado no item 2.3. Mas, mais do que isso, esses experimentos mostraram que forçar o pagamento da dívida levando-a a zero no último período é irrelevante do ponto de vista da estratégia macroeconômica tomada como referência a ser seguida. Sendo assim, a imposição da restrição de pagamento total da dívida no último período não será mais utilizada nos experimentos doravante realizados nesta tese.

Por fim, uma última observação sobre as condições iniciais. O período 0 tem suas variáveis definidas de modo arbitrário pelo formulador do modelo. Portanto os valores das funções PIB, modernidade e massa salarial deste período não devem participar do processo de avaliação. Por isso, a análise dos experimentos será sempre realizada em torno de um intervalo de interesse definido pelo conjunto dos períodos de 1 a 8.

3.2 *MATB* em condições adversas

Para validar a relevância do sistema financeiro, *MATB* foi testado em uma situação bastante adversa, como já mencionado: períodos inicial e final sem dívidas ou empréstimos. Com isso o Módulo Financeiro é eliminado no último período e não existia até o primeiro período. O Sistema Financeiro atuaria apenas nos períodos intermediários se extinguindo no último. Desta forma, é possível mapear todos os elementos presentes no *MATB* para o *MAT* nestes períodos.

Ao se comparar os resultados de otimização das políticas de gerenciamento, não importa qual seja a condição inicial, o *MATB* possui resultados superiores na quase totalidade dos experimentos possíveis.

Esses experimentos foram construídos utilizando-se diferentes cenários constituídos pelas 3 políticas de gerenciamento da economia, apresentados em 2.3, e por 8 conjuntos de condições iniciais. Cada um desses conjunto define a situação inicial do Sistema Econômico no que diz respeito à capacidade produtiva, à situação do sistema de ensino e à disponibilidade de força de trabalho (PEA). Maiores detalhes sobre condições iniciais podem ser encontrados em B.4.

Essa estratégia de testes definiu 24 experimentos. Para cada política de gerenciamento da economia utilizou-se uma função objetivo a ser maximizada e também foram calculadas as demais macro-funções (Por exemplo, quando se maximiza Z_{pib} , calcula-se também Z_{mod} e Z_{sal}). Com isso é possível comparar 72 valores de macro-funções de *MAT* e *MATB*. Comparando-se *MATB* com *MAT*, os valores das funções objetivo apresentam melhora que varia de 1% a 40%.

Um exemplo de comparação partindo-se da melhor condição inicial possível para capacidade produtiva, sistema de ensino e força de trabalho (AAA) pode ser visto na tabela 3.1.

Macro-função	<i>MAT</i>	<i>MATB</i>	Variação relativa
Z_{pib}	33272	41399	24, 43%
Z_{mod}	39108	49683	27, 04%
Z_{sal}	12888	15125	17, 36%

Tab. 3.1: Exemplo de comparação entre macro-funções de *MAT* e *MATB* em condições hostis

Vale notar que quando se compara as demais macro-funções em experimentos em que elas não foram objeto de otimização, dos 48 valores⁴ obtidos o *MATB* não é melhor que o *MAT* em apenas 4 casos.

Mesmo nesses poucos casos a diferença não é tão significativa. Essas diferenças ocorrem devido às características antagônicas que as macro-funções possuem. Quando se objetiva maximizar massa salarial, a modernidade é comprometida, pois a modernidade é intrinsecamente desempregadora e vai contra este objetivo. O raciocínio contrário também é válido.

3.3 Importância do Sistema Financeiro

O Módulo Financeiro do *MATB* viabiliza empréstimos, que podem ser utilizados exclusivamente para investimentos. A capacidade de investir passa a ser proporcional ao PIB, adicionada de um empréstimo e deduzida do pagamento da dívida - equação (2.30). Ao mesmo tempo, a dívida máxima é proporcional ao PIB do Sistema Econômico - equação (2.29).

O novo comportamento do Sistema Econômico com a agregação do módulo financeiro, pode ser comparado ao modelo anterior (sem módulo financeiro). Serão objeto de comparação as seguintes macrovariáveis: PIB, Consumo e Investimento Total. Sempre observando os períodos de 1 a 8, como sugerido na seção 3.1. Os experimentos apresentados consideram cenários com condições iniciais do tipo AAA e política de gerenciamento da economia $\max Z_{\text{pib}}$.

A evolução absoluta dessas macrovariáveis pode ser observada no gráfico da figura 3.4, enquanto as mesmas informações em termos relativos podem ser observadas no gráfico da figura 3.5. No *MATB* o PIB começa no mesmo patamar do *MAT*, mas já se observa sensível aumento a partir do período 2. A partir do período 4 não há a manutenção da diferença percentual entre os PIBs de *MAT* e *MATB*. O Investimento Total é significativamente maior nos períodos iniciais dada a disponibilidade de crédito externa aliada à Capacidade de Endividamento ociosa. Já no período 2 o investimento no *MATB* já não é tão maior quando comparado ao *MAT*, atingindo uma diferença percentual mais ou menos constante a partir do período 4. Já o consumo é sensivelmente reduzido nos períodos iniciais, devido ao alto investimento percebido nos mesmos períodos. Mas volta ao mesmo patamar do *MAT* no período 2 e observa crescimento até o período 4, mantendo uma diferença percentual constante a partir daí.

A evolução da dívida pode ser observada na figura 3.6. Os períodos iniciais do *MATB*, conforme já observado, são períodos de altíssimo investimento. Esse investimento é fomentado pelos empréstimos que ocorrem concomitantemente. A partir do quinto período é necessário começar a saldar a dívida para que a mesma não supere a Capacidade de Endividamento, que já se encontra saturada. Nota-se que nos cinco primeiros períodos não há pagamentos da dívida, embora já haja juros cobrados sobre a mesma, e o pagamento quando iniciado é feito para não se superar a restrição que vincula o montante da dívida e o PIB. A dívida se mantém no patamar máximo, crescente período a período, devido ao crescimento do PIB. Já o pagamento de juros, iniciado no quinto período, se mantém em patamares constantes percentualmente (também relativos ao PIB) e é sempre o mínimo possível. O Sistema Econômico tende a se manter seu endividamento no patamar máximo.

⁴Observa-se que os 24 experimentos geram 72 valores para as macro-funções, dos quais 24 são resultados resultados de otimização e 48 são macro-funções não otimizadas.

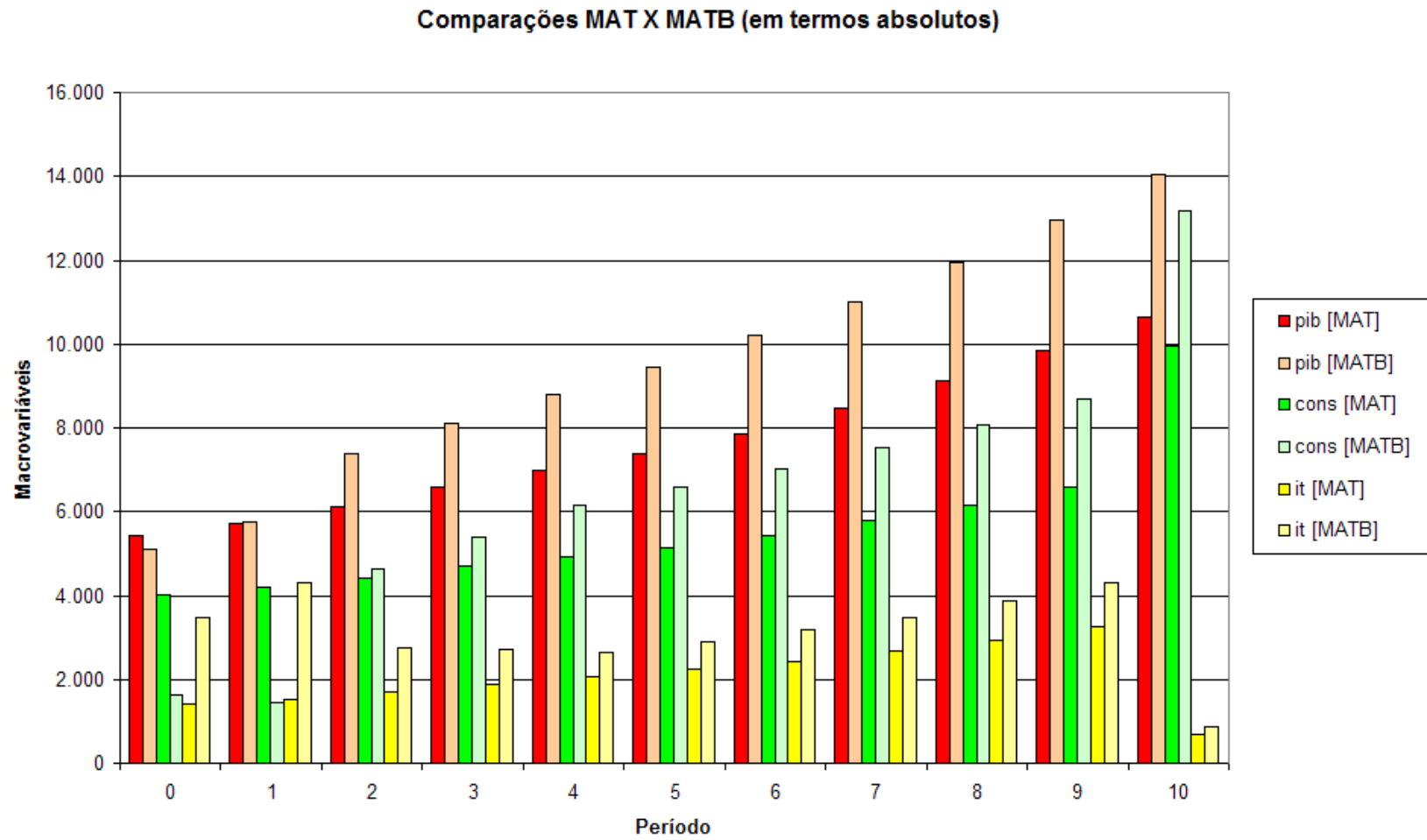


Fig. 3.4: Comparação de Macrovariáveis para Max Z_{pib} AAA em termos absolutos

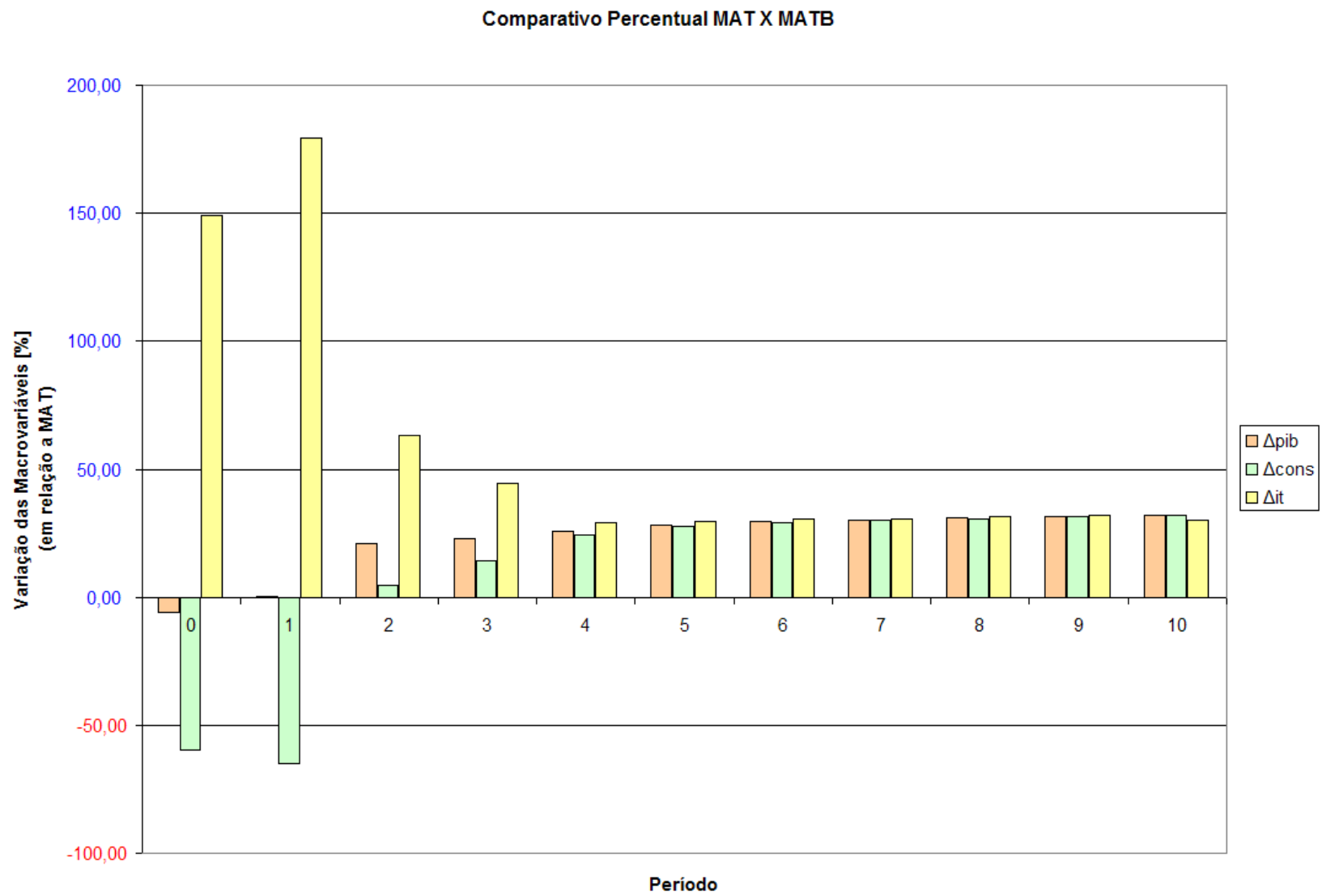
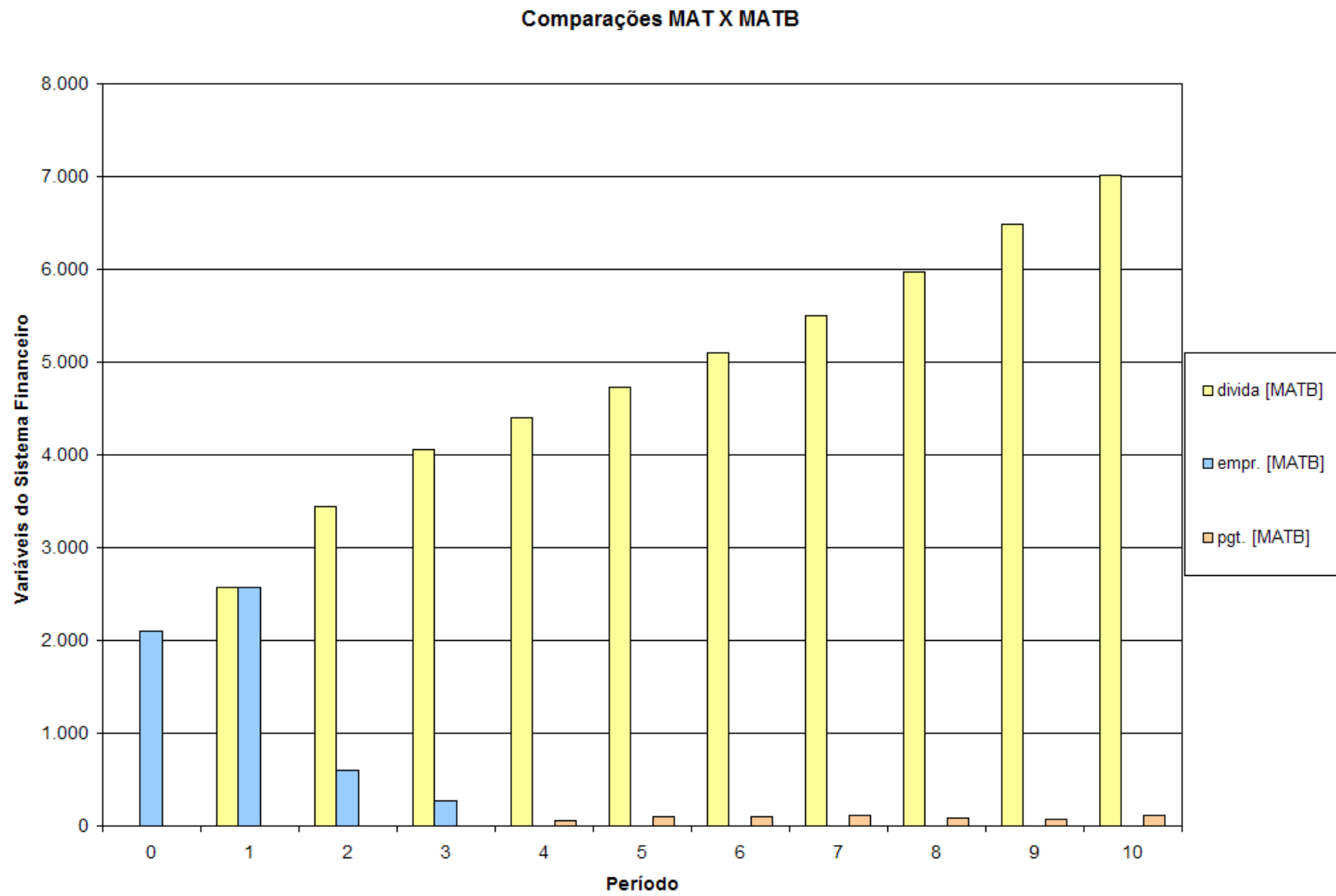


Fig. 3.5: Comparação de Macrovariáveis para $\text{Max } Z_{pib}$ AAA em termos relativos a MAT

Fig. 3.6: Macrovariáveis dos Sistema Financeiro para Max Z_{pib} AAA

Por fim, para auxiliar a caracterização da importância do Sistema Financeiro para o Sistema Econômico, criou-se um índice que auxilia sua quantificação nos períodos de interesse - entre 1 e 8, inclusive. Esse índice é construído a partir das equações vistas a seguir.

$$\Delta divida = divida^8 - divida^1 \quad (3.2)$$

Na equação (3.2) observa-se a variação do total da dívida entre os períodos de interesse final e inicial.

$$\Delta dit = \sum_{t=1}^8 (emprestimo^t - pagamento^t) \quad (3.3)$$

A equação (3.3) define o montante total que foi disponibilizado para investimentos pelo Sistema Financeiro, conforme foi utilizado pela equação (2.30).

$$psf = \Delta divida - \Delta dit \quad (3.4)$$

A participação do Sistema Financeiro apresentada pela equação (3.4) é equivalente ao total de juros pagos pelo Sistema Econômico pela utilização do Sistema Financeiro para expandir seus investimentos.

$$I_{psf} = \frac{\Delta divida - \Delta dit}{\sum_{t=1}^8 pib^t} \quad (3.5)$$

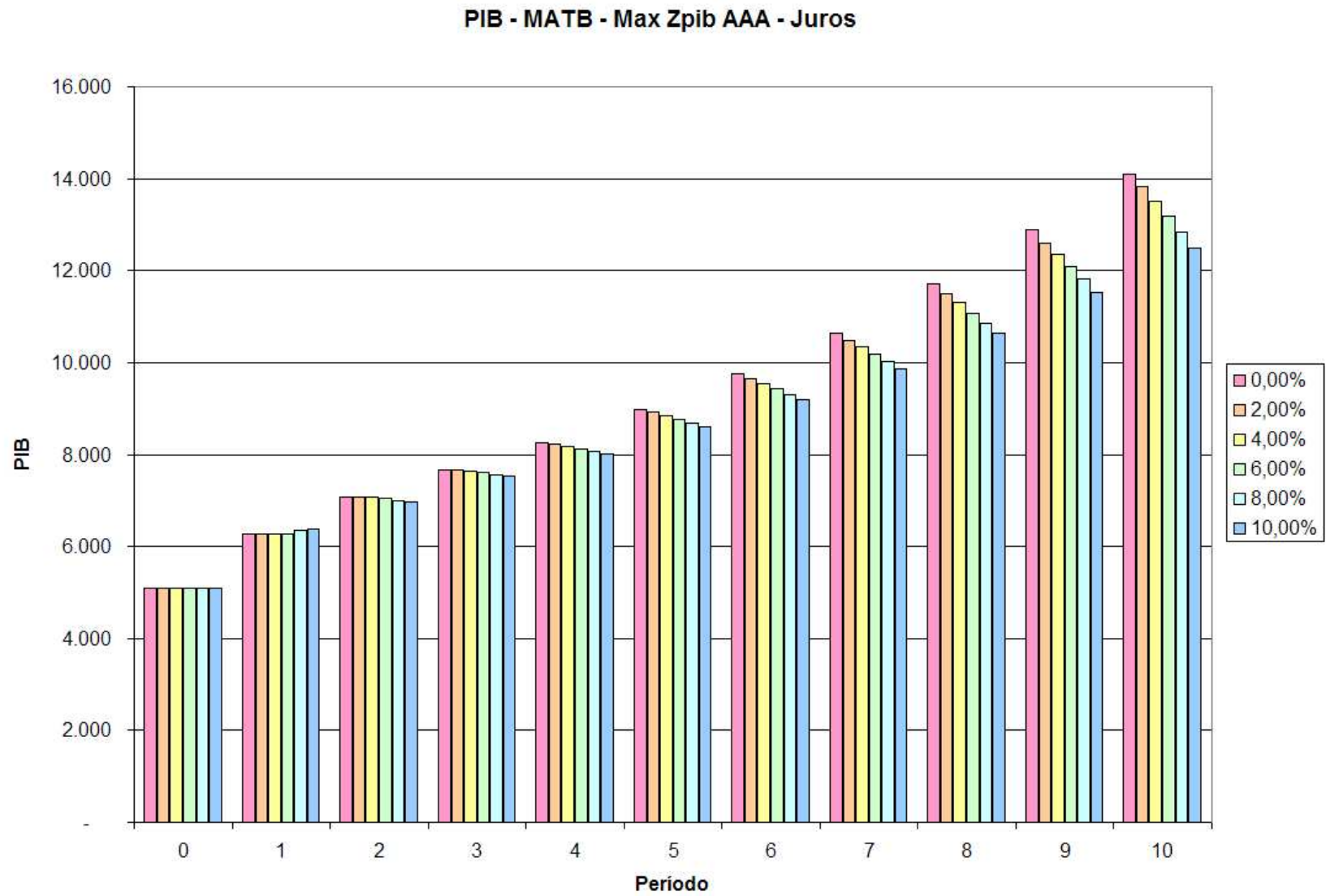
Por fim, essa participação é relativizada ao PIB na equação (3.5). No caso específico do exemplo que apresentamos nesta seção, o I_{psf} é de 3,27%.

3.4 Variação de juros

Tomando agora como elemento de análise apenas o *MATB*, é interessante avaliar como a evolução da taxa de juros impacta o sistema financeiro e afeta o comportamento das macrovariáveis utilizadas para representar o Sistema Econômico.

Até este instante da tese todos os testes com o *MATB* foram realizados tomando-se taxa de juros fixa em 10%. Neste item será avaliada a evolução do sistema testando-se taxas menores, variando de 0% a 10%. Vale observar que a taxa de juros de 0% equivale a empréstimos sem cobrança de juros, um teste efetuado com fins meramente comparativos. Essa evolução será analisada por meio das variáveis PIB, Investimento Total e Dívida.

O PIB evolui positivamente durante o período de análise, mas com taxa de crescimento menor à medida que se aumenta a taxa de juros cobrada pelos empréstimos. O impacto dos juros no PIB pode ser observado no gráfico da figura 3.7.

Fig. 3.7: PIB para diferentes taxas de juro - Max Z_{pib} - AAA

O Investimento Total, apresentado no gráfico da figura 3.8, por sua vez, evolui de uma forma distinta do PIB. Não o faz de forma monotonicamente crescente ao longo do tempo, pois depende de uma combinação de disponibilidade financeira aliada à capacidade produtiva instalada e a capacidade de pagamento. Inicialmente o investimento com a disponibilidade de crédito é muito alto⁵. No período 0, a estratégia de investimentos independe da taxa de juros ficando limitado apenas pela capacidade produtiva instalada. Dos períodos 1 ao 8, a estratégia de investimentos já se apoia tanto no PIB quanto nos empréstimos e a dívida gerada passa a ser corrigida pela taxa de juros. Com isso a lógica de investimentos varia de acordo com a taxa de juros. Os períodos 1, 2 e 3 são de ajustes, onde cresce o endividamento. E a partir período 4 os investimentos crescem a uma taxa constante⁶, menor quanto maior for a taxa de juros. Vale observar que há um decréscimo brusco dos investimentos no período 10 decorrente do já mencionado “Efeito fim de mundo”: os investimentos deste período não afetam a função objetivo que gerencia a evolução do Sistema Econômico.

⁵Nos três primeiros períodos, dada a disponibilidade de crédito, o investimento é sensivelmente maior do que a situação sem módulo financeiro como se observou na figura 3.5.

⁶Apenas como ilustração, a estratégia de investimento deste período dá-se fundamentalmente no aumento da capacidade produtiva de manufaturados e no aumento de força de trabalho de nível técnico e superior.

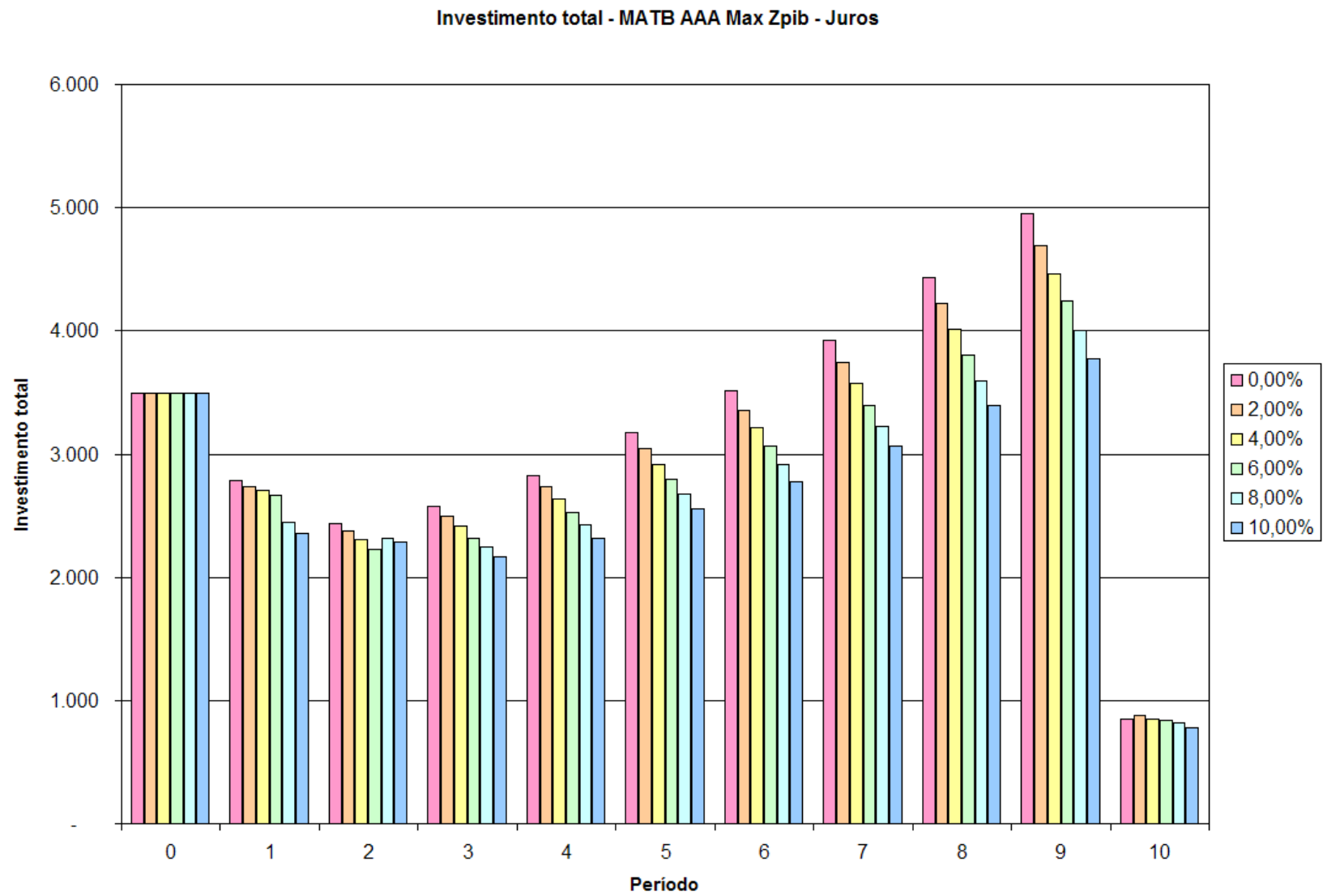


Fig. 3.8: Investimento Total para diferentes taxas de juro - Max Z_{pib} - AAA

A evolução da dívida, apresentada no gráfico da figura 3.9, é crescente ao longo do tempo. O crescimento da taxa de juros, leva a uma ampliação inercial da dívida entre períodos e reduz a capacidade de conseguir novos empréstimos. Portanto a dívida é menor quanto maior for a taxa de juros. Uma vez mais as exceções são o período 0, em que qualquer que seja a taxa de juros o sistema opta pelo maior empréstimo possível, e o período 10 em que a estrutura da dívida não interfere na função objetivo.

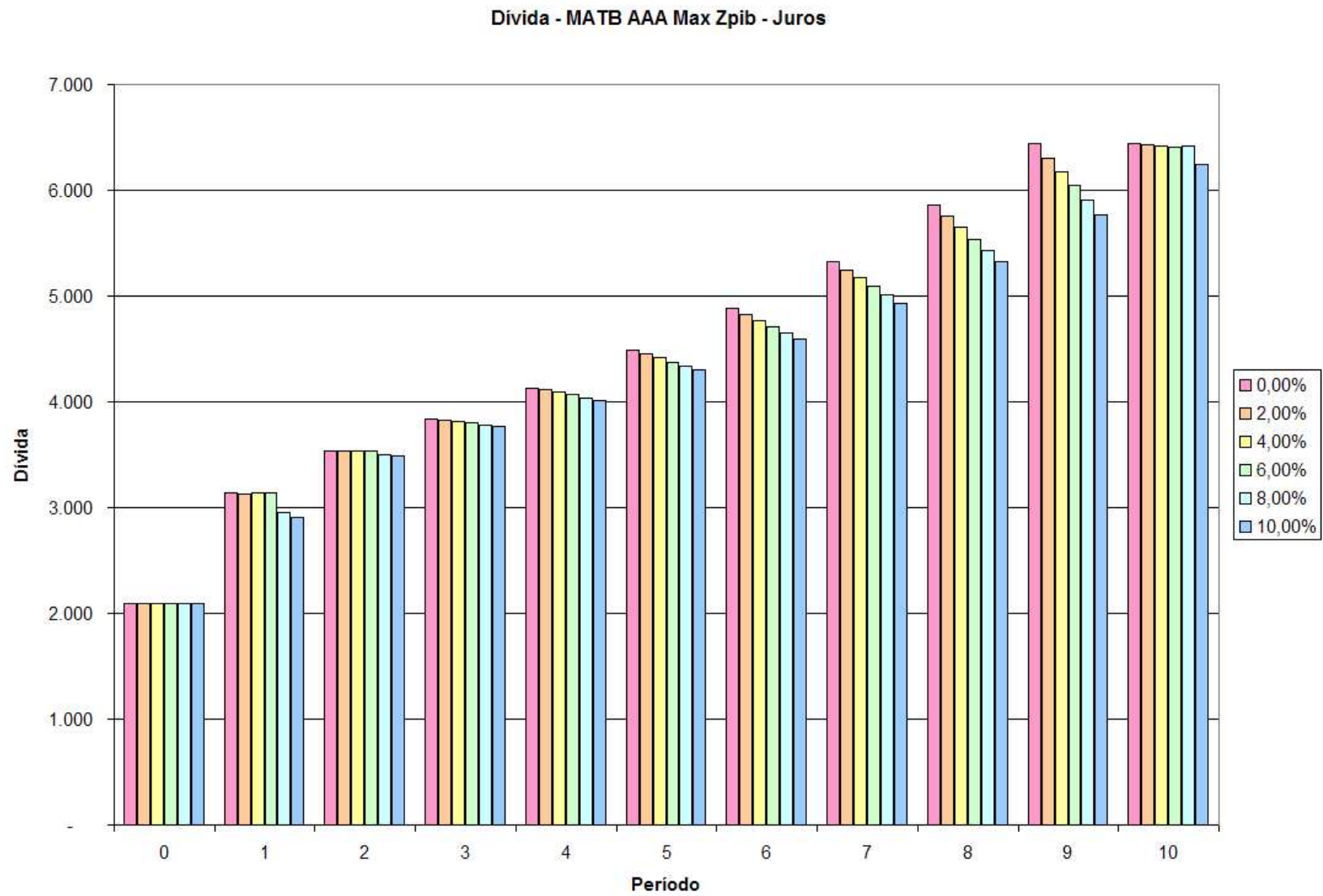
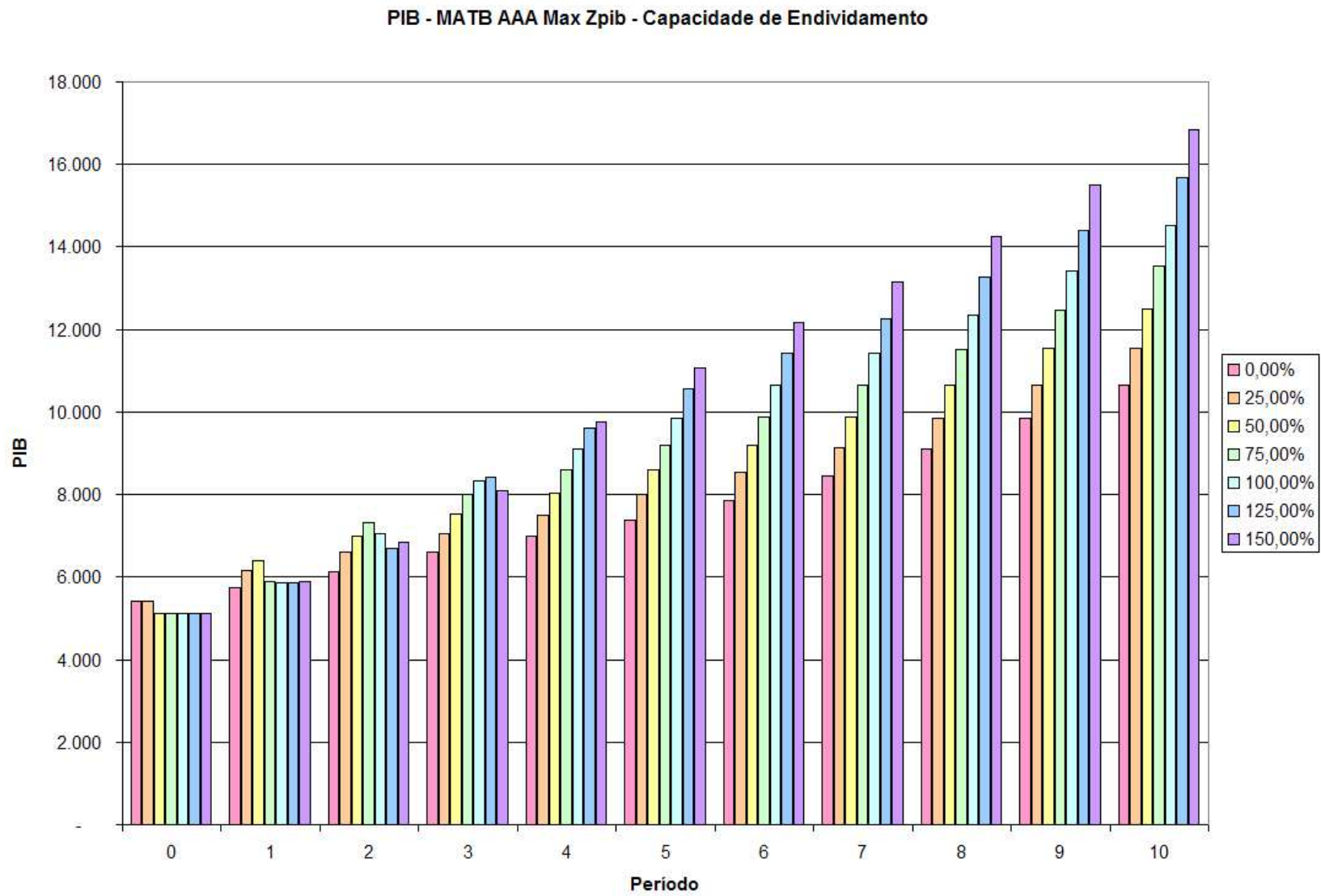


Fig. 3.9: Dívida para diferentes taxas de juro - Max Z_{pib} - AAA

3.5 Variação da Capacidade de Endividamento

A Capacidade de Endividamento é um valor percentual sobre o PIB de determinado período. Essa percentagem é o parâmetro em *MATB* que define quanto o sistema econômico pode se endividar ao longo do tempo.

Variações positivas na Capacidade de Endividamento ocasionam variações positivas no PIB, como pode ser observado na figura 3.10. Com mais disponibilidade de capital para investir, é possível observar um impacto fortemente positivo destes investimentos principalmente nos períodos finais.

Fig. 3.10: PIB para diferentes Capacidades de Endividamento - Max Z_{pib} - AAA

A figura 3.11 mostra o gráfico de Investimento Total em função da Capacidade de Endividamento para diferentes períodos. Quão mais próximo do período inicial, é percebida uma maior influência das diferentes Capacidades de Endividamento experimentadas. Isso ocorre devido à grande disponibilidade de crédito não utilizado para as situações de maiores capacidades. Com maiores Capacidades de Endividamento, o Sistema Econômico demora mais períodos para ficar saturado de dívida. Desta forma é possível realizar grandes investimentos por mais tempo. Invariavelmente atinge-se a saturação da Capacidade de Endividamento e com isso o Sistema passa a operar num regime de pagamento mínimo. Nota-se uma convergência comportamental dos investimentos a partir do período 6, passando a um crescimento muito mais comportado. No período final, conforme explicado na seção 3.1, praticamente não há investimento.

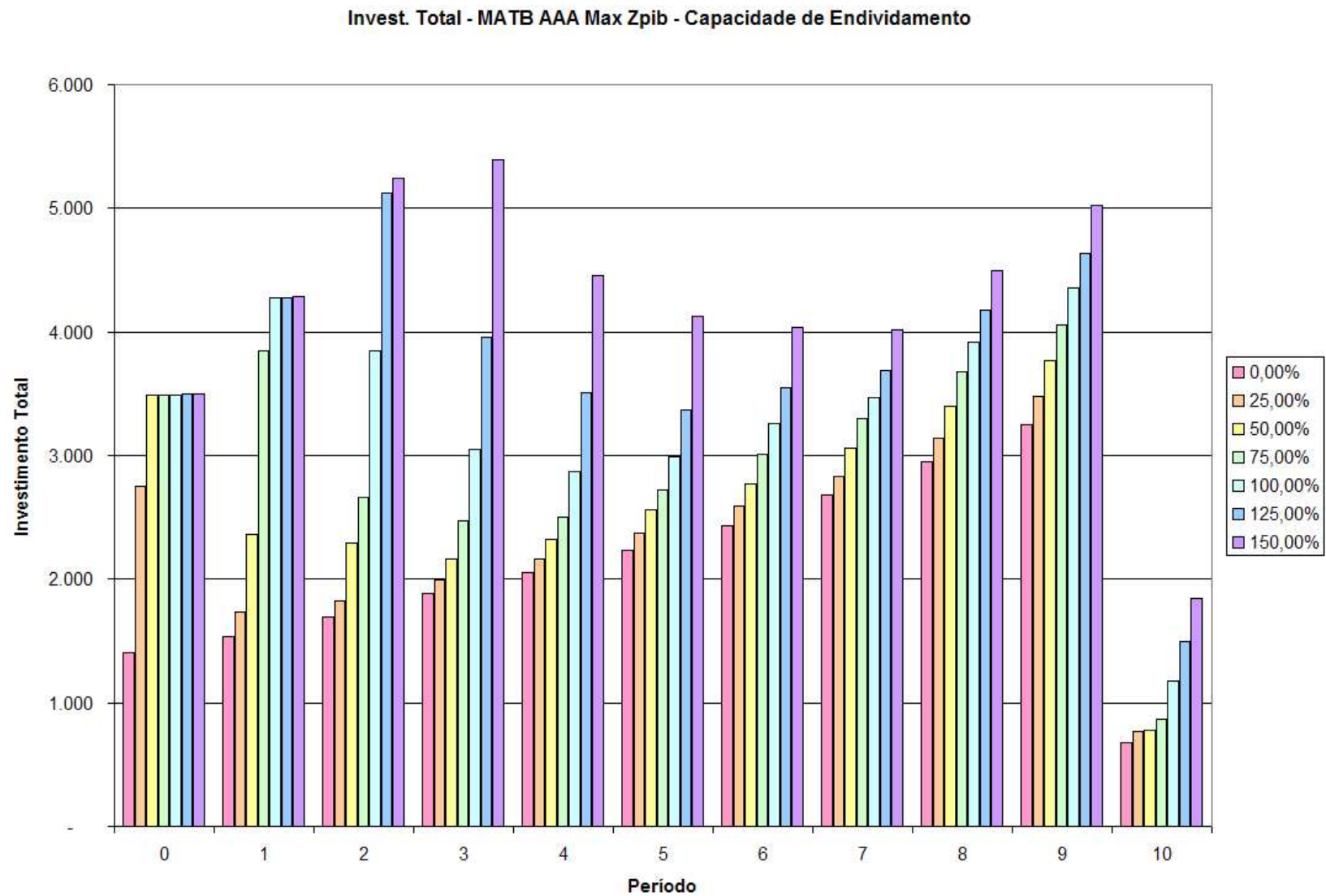


Fig. 3.11: Investimento Total para diferentes Capacidades de Endividamento - Max Z_{pib} - AAA

Para quantificar a participação do Sistema Financeiro no Sistema Econômico, foi criado na seção 3.3 o Índice de Participação do Sistema Financeiro, que avalia qual a dimensão do Sistema Financeiro em relação ao PIB. Este índice é reapresentado a seguir equação 3.6. Recorde-se que ele dimensiona os ganhos relativos do sistema financeiro quando comparado ao PIB. Ou seja: qual a representatividade do Sistema Financeiro no Sistema Econômico.

$$I_{psf} = \frac{(\text{divida}^8 - \text{divida}^1 - \sum_{t=1}^8 \text{empréstimo}^t + \sum_{t=1}^8 \text{pagamento}^t)}{\sum_{t=1}^8 \text{pib}^t} \quad (3.6)$$

A tabela 3.2 traz os valores de I_{psf} para diferentes Capacidades de Endividamento. Esses valores são progressivos. À medida em que se aumenta a Capacidade de Endividamento do sistema econômico, o Sistema Financeiro amplia a sua participação.

Capacidade de endividamento	I_{psf}
0%	0,00%
25%	2,02%
50%	3,27%
75%	3,28%
100%	4,77%
125%	6,78%
150%	8,50%

Tab. 3.2: Índice de Participação do Sistema Financeiro para diferentes Capacidades de Endividamento

A figura 3.12 exibe uma comparação em termos absolutos entre todo o PIB e a Participação do Sistema Financeiro, como definida na equação (3.4).

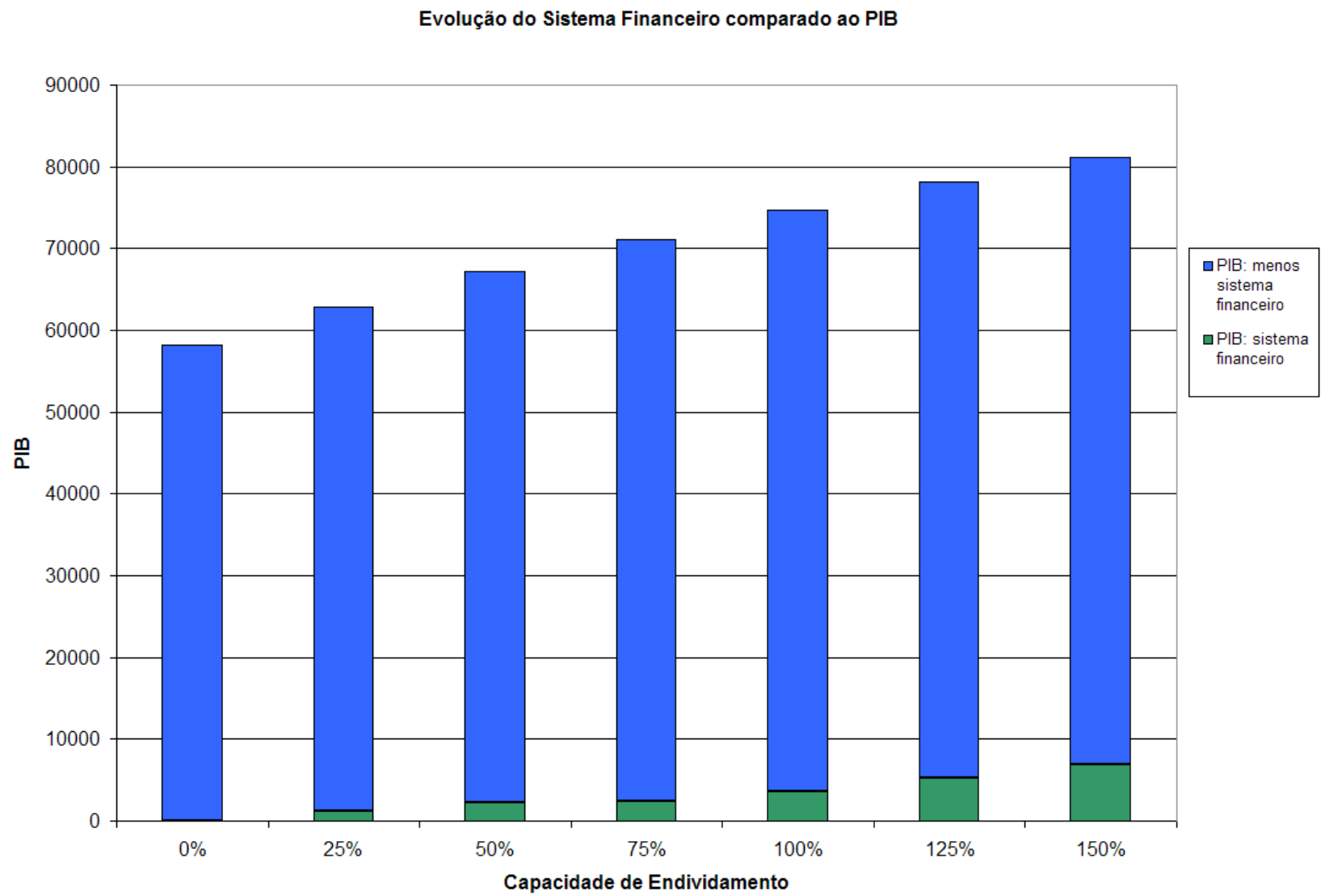


Fig. 3.12: Evolução do Sistema Financeiro comparado ao PIB - Max Z_{pib} - AAA

Uma outra forma de avaliar a importância crescente do Sistema Financeiro no Sistema Econômico pode ser observada no gráfico da figura 3.13. O crescimento percentual da participação do Sistema Financeiro é muito maior que o do PIB. Neste gráfico os valores são relacionados à situação definida pela Capacidade de Endividamento de 25%. Enquanto o PIB cresce aproximadamente 30% quando se passa de 25% para 150% de Capacidade de Endividamento, a participação do Sistema Financeiro cresce quase 450%.

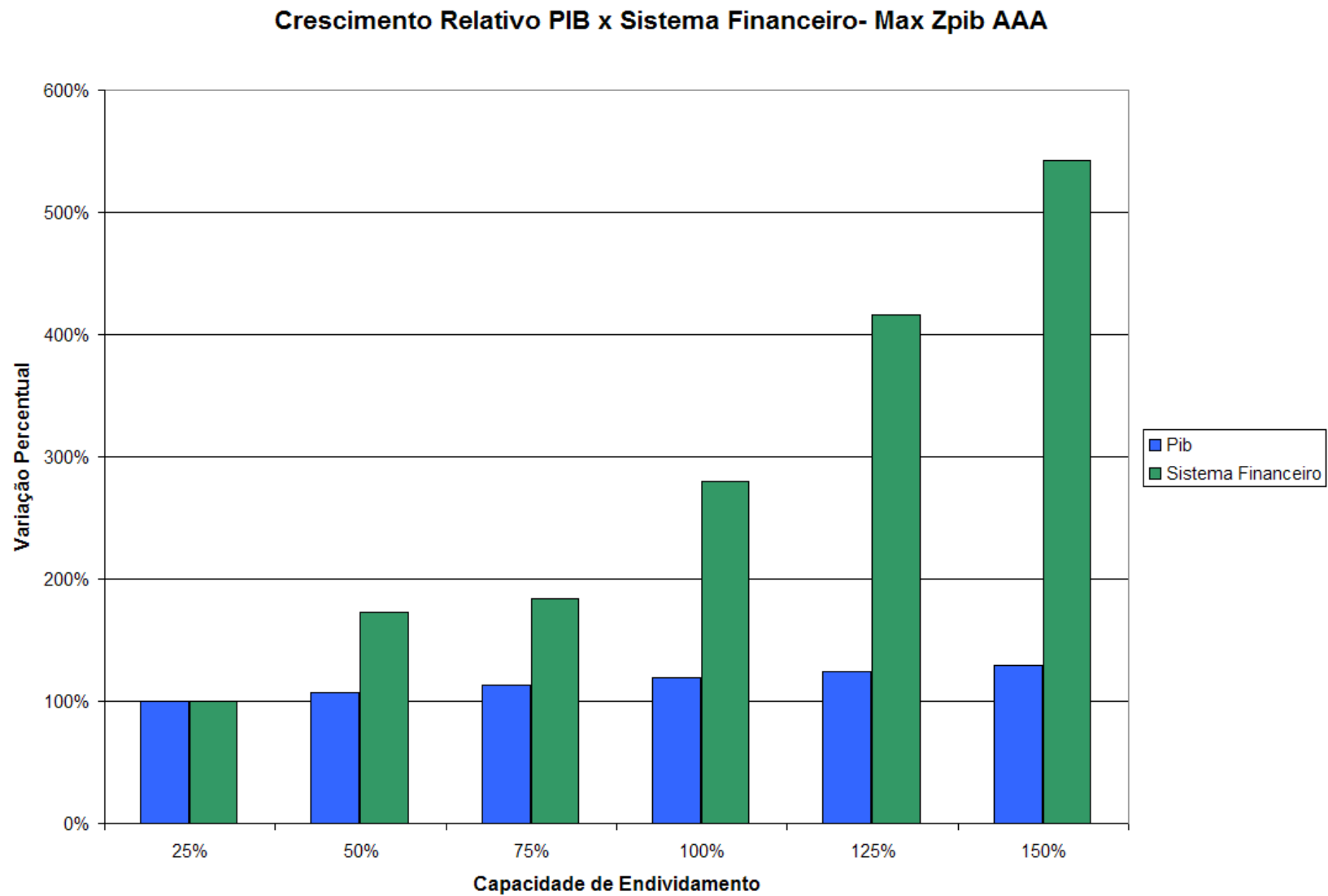


Fig. 3.13: Comparação de crescimento relativo entre PIB e Sistema Financeiro - Max Z_{piB} - AAA

Capítulo 4

Conclusões e Sugestões

Este trabalho permitiu identificar a importância do Sistema Financeiro para viabilizar estratégias de crescimento econômico mais vigorosas.

Sua implementação foi um avanço significativo em relação à proposta anteriormente desenvolvida sob a designação de *MAT*. Esta proposta, designada como *MATB*, permitiu alguns refinamentos na forma de representação mais realista da capacidade de formação de força de trabalho; permitiu uma análise detalhada das restrições impostas pelos pagamentos da dívida, pela evolução da taxa de juros e ainda pela evolução da Capacidade de Endividamento.

Como sugestões percebeu-se que este modelo pode ainda avançar em diversas direções. Cada uma busca trazer o modelo um passo mais próximo da representação da realidade em determinado aspecto.

Um primeiro avanço diz respeito à necessidade de quantificar e qualificar melhor a evolução da PEA construindo alguma forma de modelo demográfico e que leve em conta não só a força de trabalho empregada pelo Sistema como o assim denominado “exército industrial de reserva de força de trabalho”. Uma segunda vertente trabalharia com uma análise mais detalhada das distintas dinâmicas setoriais causadas pelas diferentes estratégias de financiamento e por distintas funções objetivo.

Outra possibilidade estaria aberta caso se permitisse que o sistema de crédito financiasse também o consumo. Sob esta perspectiva caberia aprofundar a análise do que se poderia considerar um índice de qualidade de vida relacionado à disponibilidade de bens de consumo por toda PEA participante do sistema. Ou seja, empregados mais desempregados.

Até então os modelos propostos admitiam que toda a produção sempre consumida no mesmo período em que é gerada. Poder-se-ia construir um módulo de estocagem onde a produção de um período pudesse atravessar os períodos mediante um custo de armazenamento.

Outros módulos interessantes que a serem construídos poderiam vir representar a bolsa de valores, neste caso uma extensão do módulo financeiro, e o comércio exterior, levando em conta também as demandas do mercado externo.

Uma abordagem um pouco diferente poderia ser feita utilizando-se o paradigma da simulação: estudar o comportamento do sistema econômico submetido a uma situação de crise.

Referências Bibliográficas

- [1] Rui H. P. L. de Albuquerque. Evolução econômica e reorganização intersetorial: impactos da inovação otimizando macro objetivos. Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, dezembro 2004.
- [2] Wassily Leontief. *A Economia de Insumo Produto*. Editora Abril, 1983.
- [3] World Bank. World Development Report 2008. <http://www.worldbank.org/wdr2008>.
- [4] Nivaldo E. Pilão, Paulo Roberto V. Hummel. *Matemática Financeira e Engenharia Econômica*. Pioneira Thompson Learning, 2002.
- [5] UNESCO Institute for Statistics. *Global Education Digest 2006*. <http://www.uis.unesco.org/publications/GED2006>.
- [6] Andrew Makhorin. *GNU Linear Programmin Kit - Modeling Language GNU MathProg*. Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia, January 2006.
- [7] GLPK project webpage. <http://www.gnu.org/software/glpk/>.

Apêndice A

Modelos Matemáticos

A.1 Funções Objetivo

As funções objetivo representam a política de gerenciamento do modelo. Foram concebidas três diferentes.

A.1.1 PIB

$$\max \sum_{t < t_{Fim}} pib^t \quad (A.1)$$

A.1.2 Modernidade

$$\max \sum_{t < t_{Fim}} p \cdot x_N^t \quad (A.2)$$

A.1.3 Massa de Salários

$$\max \sum_{t < t_{Fim}} s \cdot e^t \quad (A.3)$$

A.2 Restrições

A.2.1 Módulo de produção de mercadorias

$$x_O^t + x_N^t = A_O \cdot x_O^t + A_N \cdot x_N^t + B \cdot o^{t+1} + F \cdot q^{t+1} + H \cdot h^{t+1} + y^t \quad (\text{A.4})$$

$$x_O^t \leq c_O^t \quad (\text{A.5})$$

$$c_O^{t+1} = (I - \text{diag}\{\beta_i\}) \cdot c_O^t \quad (\text{A.6})$$

$$x_N^t \leq c_N^t \quad (\text{A.7})$$

$$c_N^{t+1} = c_N^t + o^{t+1} \quad (\text{A.8})$$

A.2.2 Módulo de utilização de força de trabalho

$$e_O^t = L_O \cdot x_O^t \quad (\text{A.9})$$

$$e_N^t = L_N \cdot x_N^t \quad (\text{A.10})$$

$$e_q^t = N \cdot q^{t+1} \quad (\text{A.11})$$

$$e^t = e_O^t + e_N^t + e_q^t \quad (\text{A.12})$$

$$e^t \leq d^t \quad (\text{A.13})$$

$$e^{t+1} \geq (I - \text{diag}\{\gamma_i\}) \cdot e^t \quad (\text{A.14})$$

A.2.3 Módulo de produção e sobrevivência de força de trabalho

$$d^{t+1} = (I - \text{diag}\{\delta_i\}) \cdot d^t + q^{t+1} \quad (\text{A.15})$$

$$q^{t+1} \leq m^t \quad (\text{A.16})$$

$$q^{t+1} \geq (I - \text{diag}\{\alpha_i\}) \cdot q^t \quad (\text{A.17})$$

$$m^{t+1} = m^t + h^{t+1} \quad (\text{A.18})$$

$$m^{t+1} \leq (I + \text{diag}\{\mu_i\}) \cdot m^t \quad (\text{A.19})$$

$$y_{ConsMin}^t = \Omega \cdot e^t \quad (\text{A.20})$$

$$y^t \geq y_{ConsMin}^t \quad (\text{A.21})$$

A.2.4 Módulo de evolução de produção na forma monetária

Neste módulo está presente o ponto de conexão entre *MAT* e *MATB*, que é colocado em destaque (em um retângulo). O ponto de conexão é exclusivo do *MATB*.

$$ic^t = p \cdot B \cdot o^{t+1} \quad (\text{A.22})$$

$$im^t = p \cdot H \cdot h^{t+1} \quad (\text{A.23})$$

$$iq^t = p \cdot F \cdot q^{t+1} \quad (\text{A.24})$$

$$it^t = ic^t + im^t + iq^t \quad (\text{A.25})$$

$$pib^t = p^t \cdot (I - A_O) \cdot x_O^t + p^t \cdot (I - A_N) \cdot x_N^t \quad (\text{A.26})$$

$$it^t \leq \epsilon \cdot (pib^t - p \cdot y_{ConsMin}^t) \boxed{+emprestimo^t - pagamento^t} \quad (\text{A.27})$$

A.2.5 Módulo Financeiro

Este módulo é exclusivo de *MATB*.

$$divida^t = (1 + juro) \cdot divida^{t-1} + emprestimo^t - pagamento^t \quad (\text{A.28})$$

$$divida^t \leq capEndiv \cdot pib^t \quad (\text{A.29})$$

Apêndice B

Dados de entrada

Diversos dados de entrada são necessários para compor um cenário dos modelos matemáticos propostos por esta tese. A maior parte dos dados utilizada é oriunda do da tese de doutorado [1], que deu origem a este trabalho.

Para que se possa comparar *MAT* e *MATB*, é interessante que se tenha cenários compatíveis e, mais do que isso, cenários amplamente explorados anteriormente. Optou-se pela simplicidade por se tratar de dados de difícil obtenção e manejo.

B.1 Conjuntos

Apenas três conjuntos são utilizados na entrada de dados dos modelos propostos. Esse conjuntos estão relacionados e descritos na tabela B.1. Eles são utilizados para indexar parâmetros e variáveis.

Conjunto	Descrição	Valores
Setores	Diferentes setores da economia	{ Agricultura, Energia, Manufatura }
Níveis	Diferentes níveis de educação	{ Básico, Técnico, Superior }
Períodos	Números naturais que representam períodos de tempo	{ 0 . . . 11 }

Tab. B.1: Conjuntos utilizados nos modelos

O conjunto Períodos é dependente de dois parâmetros de configuração ($tINI$ e $tFIM$), descritos na seção B.5.

B.2 Parâmetros de entrada

Os parâmetros de entrada para os modelos matemáticos podem ser matrizes (apresentados na tabela B.2), vetores (apresentados na tabela B.3) ou ainda escalares (apresentados na tabela B.4).

Matrizes e vetores são indexados por elementos de conjuntos apresentados na seção B.1.

Os parâmetros escalares *juro* e *capEndiv* da tabela B.4 são exclusivos de *MATB*.

Parâmetro	Descrição	Valores
A_0	Matriz de coeficientes técnicos da economia na tecnologia antiga. Dimensões: Setores $\times$ Setores.	$\begin{pmatrix} 0.1369 & 0.0212 & 0.6677 \\ 0.0078 & 0.0432 & 0.0954 \\ 0.0294 & 0.2215 & 0.3709 \end{pmatrix}$
A_N	Matriz de coeficientes técnicos da economia na tecnologia nova. Dimensões: Setores $\times$ Setores.	$\begin{pmatrix} 0.0386 & 0.0076 & 0.3979 \\ 0.0077 & 0.0229 & 0.0761 \\ 0.0290 & 0.1985 & 0.3529 \end{pmatrix}$
B	Matriz de capital fixo para viabilizar capacidade produtiva. Dimensões: Setores $\times$ Setores.	$\begin{pmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.7297 & 1.5802 & 1.0934 \end{pmatrix}$
F	Matriz de consumo de mercadorias pela força de trabalho. Dimensões: Setores $\times$ Níveis.	$\begin{pmatrix} 0.2381 & 0.3333 & 0.3333 \\ 0.2857 & 0.1667 & 0.5333 \\ 0.1143 & 0.6667 & 2.0000 \end{pmatrix}$
H	Matriz de utilização de mercadorias para produzir força de trabalho. Dimensões: Setores $\times$ Níveis.	$\begin{pmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 1.4762 & 2.9667 & 4.4667 \end{pmatrix}$
L_0	Matriz de emprego na tecnologia antiga gerado pela produção de mercadorias. Dimensões: Níveis $\times$ Setores.	$\begin{pmatrix} 0.6896 & 0.1055 & 0.2392 \\ 0.1077 & 0.1582 & 0.0942 \\ 0.0215 & 0.1055 & 0.0695 \end{pmatrix}$
L_N	Matriz de emprego na tecnologia nova gerado pela produção de mercadorias. Dimensões: Níveis $\times$ Setores.	$\begin{pmatrix} 0.1737 & 0.0611 & 0.1211 \\ 0.0579 & 0.0916 & 0.0519 \\ 0.0116 & 0.0611 & 0.0415 \end{pmatrix}$
N	Matriz de emprego gerado pela produção de força de trabalho. Dimensões: Níveis $\times$ Setores.	$\begin{pmatrix} 0.0524 & 0.0833 & 0.1667 \\ 0.0426 & 0.1000 & 0.1000 \\ 0.0095 & 0.0333 & 0.2000 \end{pmatrix}$
Ω	Matriz de consumo mínimo necessário por trabalhador. Dimensões: Setores $\times$ Níveis.	$\begin{pmatrix} 0.1300 & 0.1200 & 0.1100 \\ 0.0900 & 0.1000 & 0.1100 \\ 0.1200 & 0.1400 & 0.1500 \end{pmatrix}$

Tab. B.2: Parâmetros utilizados nos modelos (matrizes)

Parâmetro	Descrição	Valores
p	Preços dos produtos. Dimensão: Setores.	$\begin{pmatrix} 1.5419 \\ 2.5146 \\ 4.4172 \end{pmatrix}$
s	Salários nos diferentes níveis. Dimensão: Níveis.	$\begin{pmatrix} 1.0000 \\ 2.7000 \\ 3.7500 \end{pmatrix}$
α	Coeficientes de decréscimo máximo da produção de força de trabalho. Dimensão: Níveis.	$\begin{pmatrix} 20\% \\ 20\% \\ 20\% \end{pmatrix}$
β	Coeficientes de redução na capacidade produtiva na tecnologia antiga. Dimensão: Setores.	$\begin{pmatrix} 10\% \\ 10\% \\ 10\% \end{pmatrix}$
γ	Coeficientes de decréscimo máximo de emprego. Dimensão: Setores.	$\begin{pmatrix} 20\% \\ 20\% \\ 20\% \end{pmatrix}$
δ	Coeficientes de redução da disponibilidade de mão de obra (PEA) por morte ou aposentadoria. Dimensão: Níveis.	$\begin{pmatrix} 5\% \\ 5\% \\ 5\% \end{pmatrix}$
μ	Coeficientes de limitação do acréscimo na capacidade de formação de mão de obra. Dimensão: Níveis.	$\begin{pmatrix} 100\% \\ 30\% \\ 15\% \end{pmatrix}$

Tab. B.3: Parâmetros utilizados nos modelos (vetores)

Parâmetro	Descrição	Valores
ϵ	Propensão ao investimento	40%
juro	Juros por período	10%
capEndiv	Limitante superior de endividamento - percentual do PIB do período vigente	50%

Tab. B.4: Parâmetros utilizados nos modelos (escalares)

B.3 Variáveis

As variáveis de interesse dos modelos são descritas na tabela B.5, sendo que as variáveis *divida*, *empréstimo* e *pagamento* desta mesma tabela são exclusivas do *MATB*.

B.4 Condições Iniciais

As condições iniciais são dados de entrada que estabelecem a situação do sistema econômico em seu primeiro período (conjuntura econômica inicial). Elas foram separadas em três grupos que dizem respeito a capacidade produtiva, capacidade de ensino e formação de força de trabalho e PEA - nesta ordem. Foram concebidos dois níveis de condições iniciais: O nível *A* remete a uma situação confortável e abundante, enquanto o nível *B* remete a uma situação de escassez.

Para se referir a uma condição inicial, basta fazer uso de três letras. Por exemplo: A condição inicial AAA diz respeito a uma economia em plenitude completa. Ela possui um vasto parque industrial instalado, capacidade de ensino e mão de obra formada em abundância e uma grande PEA disponível. Essa referência é feita a partir de parâmetros de configuração melhor descritos na seção B.5

A tabela B.6 apresenta as condições iniciais disponíveis para os modelos.

B.5 Parâmetros de configuração

Alguns parâmetros adicionais são necessários para configuração do modelo. Esses parâmetros dizem respeito ao conjunto Períodos, à função objetivo a ser otimizada e às condições iniciais do modelo. A tabela B.7 relaciona e descreve esses parâmetros.

Variável	Descrição
x_O	Mercadorias produzidas pela tecnologia antiga. Dimensões: Setores $\times$ (Períodos $\setminus \{tFim\}$).
x_N	Mercadorias produzidas pela tecnologia nova. Dimensões: Setores $\times$ (Períodos $\setminus \{tFim\}$).
c_O	Capacidade produtiva da tecnologia antiga. Dimensões: Setores $\times$ (Períodos $\setminus \{tFim\}$).
c_N	Capacidade produtiva da tecnologia nova. Dimensões: Setores $\times$ (Períodos $\setminus \{tFim\}$).
o	Ampliação da capacidade produtiva (sempre para nova tecnologia). Dimensões: Setores $\times$ Períodos
q	Ampliação da força de trabalho. Dimensões: Níveis $\times$ Períodos
h	Acréscimo na capacidade de produção de força de trabalho. Dimensões: Níveis $\times$ Períodos
y	Consumo. Dimensão: Períodos $\setminus \{tFim\}$.
$yConsMin$	Consumo mínimo aceitável. Dimensões: Setores $\times$ (Períodos $\setminus \{tFim\}$).
e	Emprego total. Dimensões: Níveis $\times$ (Períodos $\setminus \{tFim\}$).
e_O	Emprego na tecnologia antiga. Dimensões: Níveis $\times$ (Períodos $\setminus \{tFim\}$).
e_N	Emprego na tecnologia nova. Dimensões: Níveis $\times$ (Períodos $\setminus \{tFim\}$).
e_q	Emprego na formação de novos trabalhadores. Dimensões: Níveis $\times$ (Períodos $\setminus \{tFim\}$).
d	Disponibilidade de força de trabalho (PEA). Dimensões: Níveis $\times$ Períodos
m	Capacidade de qualificação. Dimensões: Níveis $\times$ Períodos
pib	PIB (Produto interno bruto). Dimensão: Períodos $\setminus \{tFim\}$.
it	Investimento Total. Dimensão: Períodos $\setminus \{tFim\}$.
ic	Investimento em capacidade produtiva. Dimensão: Períodos $\setminus \{tFim\}$.
im	Investimento em capacidade de formação. Dimensão: Períodos $\setminus \{tFim\}$.
iq	Investimento em formação. Dimensão: Períodos $\setminus \{tFim\}$.
$divida$	Dívida. Dimensão: Períodos $\setminus \{tFim\}$.
$emprestimo$	Empréstimo. Dimensão: Períodos $\setminus \{tFim\}$.
$pagamento$	Pagamento de empréstimos sujeito a juros. Dimensão: Períodos $\setminus \{tFim\}$.

Tab. B.5: Variáveis utilizadas nos modelos

Grupo		Sector ou Nível	Nível A	Nível B
Capacidade Produtiva	c_O	Agricultura	1400	700
		Energia	450	225
		Manufatura	1550	775
	c_N	Agricultura	450	225
		Energia	50	25
		Manufatura	500	250
Capacidade de Ensino e Formação de Força de Trabalho	m	Básico	45	11
		Técnico	24	6
		Superior	10	2
	q	Básico	45	11
		Técnico	24	6
		Superior	10	2
Disponibilidade de PEA	d	Básico	1520	380
		Técnico	395	100
		Superior	170	45

Tab. B.6: Condições iniciais ($t = 0$) para *MAT* e *MATB*

Parâmetro	Descrição	Valores possíveis
$tIni$	Número inteiro que representa o primeiro período considerado no modelo	qualquer inteiro
$tFim$	Número inteiro que representa o último período considerado no modelo	qualquer inteiro maior que $tIni$
fo	Função objetivo a ser maximizada	{pib, modernidade, salários}
$capProdIni$	Capacidade produtiva inicial	{A, B}
$capFormIni$	Capacidade de formação de mão de obra inicialmente	{A, B}
$PEAIni$	PEA disponível inicialmente	{A, B}

Tab. B.7: Parâmetros de configuração dos modelos

Apêndice C

Modelo escrito em Mathprog

Neste apêndice é apresentado um modelo matemático escrito em GNU Mathprog. Tal modelo pode ser configurado de modo a reproduzir todos os experimentos utilizados nesta tese. Os comandos para exibição de resultados foram omitidos. Recomenda-se a leitura do manual da linguagem que pode ser obtido em [6]. Para realização de experimentos foi utilizado o aplicativo glpsol da biblioteca de programação linear GLPK.

```
###  
# Modelo MATB  
##  
  
## Conjuntos e parametros de configuracao  
  
# Primeiro periodo considerado.  
param tIni default 00;  
  
# Ultimo periodo considerado. O Periodos vão de tIni a tFim  
param tFim default 11;  
  
# modelo matematico {'MAT', 'MATB'}  
param modelo symbolic default 'MATB';  
  
# funcao objetivo. Por padrão é maximizar o pib.  
# Valores possíveis: 'PIB', 'Mod' e 'Sal'  
param fo symbolic default 'PIB';  
  
# Cap. produtiva inicial.  
# A: bastante capacidade; B: capacidade deficitaria  
param capProdIni symbolic default 'A';
```

```
# Cap. de formacao inicial.
# A: bastante capacidade; B: capacidade deficitaria
param capFormIni symbolic default 'A';

# PEA inicial.
# A: bastante capacidade; B: capacidade deficitaria
param PEAIni symbolic default 'A';

# Propensão ao investimento
param epsilon default 0.40;

# Juros anuais
param juro default 0.10;

# Limitante superior do endividamento - percentual do pib
param capEndiv default 0.50;

# Divida inicial {'vazia', 'cheia'} - apenas para MATB
param dividaIni symbolic default 'vazia';

# Divida final {'zero', 'livre'} - apenas para MATB
param dividaFim symbolic default 'zero';

# Conjuntos

# Periodos depende dos parametros de configuracao tIni e tFim
set Periodos default tIni..tFim;

# dado de entrada: Setores da economia
set Setores;

# dado de entrada: Niveis de escolaridade
set Niveis;

## Parametros do problema

# Matrizes
```

```
# Matriz coeficientes tecnicos da economia na tecnologia antiga
param AO{i in Setores, j in Setores } default 0.0;

# Matriz coeficientes tecnicos da economia na tecnologia nova
param AN{i in Setores, j in Setores } default 0.0;

# Matriz de capital fixo para viabilizar capacidade produtiva
param B{i in Setores, j in Setores } default 0.0;

# Matriz de consumo de mercadorias pela forza de trabalho
param F{i in Setores, j in Niveis} default 0.0;

# Matriz de utilizacao de mercadorias para produzir forza de trabalho
param H{i in Setores, j in Niveis} default 0.0;

# Matriz de emprego gerado pela producao de mercadorias (tec. antiga)
param LO{i in Niveis, j in Setores } default 0.0;

# Matriz de emprego gerado pela producao de mercadorias (tec. nova)
param LN{i in Niveis, j in Setores } default 0.0;

# Matriz de emprego gerado pela producao de forza de trabalho
param N{i in Niveis, j in Niveis} default 0.0;

# Matriz de consumo minimo necessario por trabalhador
param OMEGA {i in Setores, j in Niveis} default 0.0;

# Vetores

# Precos dos produtos
param p{i in Setores } default 0.0;

# Salarios nos niveis
param s{i in Niveis} default 0.0;

# Coeficientes de decréscimo máximo da produção de força de trabalho
param alfa{i in Niveis} default 0.0;

# Coeficientes de reducao da capacidade produtiva antiga
# por obsolescencia
param beta{i in Setores } default 0.0;

# Coeficientes de reducao da disponibilidade de
```

```
# mao de obra (mortes e aposentadorias)
param delta{i in Niveis} default 0.0;

# Coeficientes de decrescimo maximo de emprego
param gama{i in Niveis} default 0.0;

# Coeficientes de limitacao do acrescimo na capacidade
# de formacao de mao de obra.
param mi{i in Niveis} default 0.0;

# Parametros de inicio dos Periodos

# Capacidade produtiva da tecnologia antiga no periodo inicial (A)
param cOIniA{i in Setores} default 0.0;

# Capacidade produtiva da tecnologia nova no periodo inicial (A)
param cNIniA{i in Setores} default 0.0;

# Capacidade de qualificacao no periodo inicial (A)
param mIniA{i in Niveis} default 0.0;

# Quantidade de forza de trabalho qualificada no periodo inicial (A)
param qIniA{i in Niveis} default 0.0;

# Acrescimo na capacidade de produzir forza de trabalho
# qualificada inicial (A)
param dIniA{i in Niveis} default 0.0;

# Capacidade produtiva da tecnologia antiga no periodo inicial (B)
param cOIniB{i in Setores} default 0.0;

# Capacidade produtiva da tecnologia nova no periodo inicial (B)
param cNIniB{i in Setores} default 0.0;

# Capacidade de qualificacao no periodo inicial (B)
param mIniB{i in Niveis} default 0.0;

# Quantidade de forza de trabalho qualificada no periodo inicial (B)
param qIniB{i in Niveis} default 0.0;

# Acrescimo na capacidade de produzir forza de trabalho
# qualificada inicial (B)
param dIniB{i in Niveis} default 0.0;
```

```

# Condições iniciais:
# - capacidade produtiva
# - capacidade de qualificação
# - força de trabalho qualificada
# - crescimento na capacidade de produção
#   de força de trabalho qualificada

param cOIni{i in Setores}
  default if capProdIni = 'A' then cOIniA[i]
else if capProdIni = 'B' then cOIniB[i] else 0.0;

param cNIni{i in Setores}
  default if capProdIni = 'A' then cNIniA[i]
  else if capProdIni = 'B' then cNIniB[i] else 0.0;

param mIni{i in Niveis}
  default if capFormIni = 'A' then mIniA[i]
  else if capFormIni = 'B' then mIniB[i] else 0.0;

param qIni{i in Niveis}
  default if capFormIni = 'A' then qIniA[i]
  else if capFormIni = 'B' then qIniB[i] else 0.0;

param dIni{i in Niveis}
  default if PEAIni = 'A' then dIniA[i]
  else if PEAIni = 'B' then dIniB[i] else 0.0;

## Variáveis e definições

# Mercadorias produzidas pela tecnologia antiga
# do Setor i no Período t
var xO{i in Setores, t in Periodos: t < tFim} >= 0.0;

# Mercadorias produzidas pela tecnologia nova
# do Setor i no Período t
var xN{i in Setores, t in Periodos: t < tFim} >= 0.0;

# Capacidade produtiva da tecnologia antiga do Setor i no Período t
var cO{i in Setores, t in Periodos} >= 0.0;

# Capacidade produtiva da tecnologia nova do Setor i no Período t

```

```
var cN{i in Setores, t in Periodos} >= 0.0;

# Ampliacao da capacidade produtiva (sempre para nova tecnologia)
var o{i in Setores, t in Periodos} >= 0.0;

# Ampliacao da forca de trabalho
var q{i in Niveis, t in Periodos} >= 0.0;

# Acrescimo na capacidade de producao de forca de trabalho
var h{i in Niveis, t in Periodos} >= 0.0;

# Consumo
var y{i in Setores, t in Periodos: t < tFim} >= 0.0;

# Consumo minimo aceitavel
var yConsMin {i in Setores, t in Periodos: t < tFim} >= 0.0;

# Emprego total
var e{i in Niveis, t in Periodos: t < tFim} >= 0.0;

# Emprego na tecnologia antiga
var eO{i in Niveis, t in Periodos: t < tFim} >= 0.0;

# Emprego na tecnologia nova
var eN{i in Niveis, t in Periodos: t < tFim} >= 0.0;

# Emprego em formacao de novos trabalhadores
var eq{i in Niveis, t in Periodos: t < tFim} >= 0.0;

# Disponibilidade de forca de trabalho
var d {i in Niveis, t in Periodos} >= 0.0;

# Capacidade de qualificacao
var m {i in Niveis, t in Periodos} >= 0.0;

# PIB
var pib{t in Periodos: t < tFim} >= 0.0;

# Investimento Total
var it{t in Periodos: t < tFim} >= 0.0;

# Investimento em capacidade produtiva
var ic{t in Periodos: t < tFim} >= 0.0;
```

```

# Investimento em capacidade de formacao
var im{t in Periodos: t < tFim} >= 0.0;

# Investimento em formacao
var iq{t in Periodos: t < tFim} >= 0.0;

# Divida
var divida{t in Periodos: t < tFim} >= 0;

# Empréstimo
var emprestimo{t in Periodos: t < tFim} >= 0;

# Pagamento de empréstimos sujeito a juros
var pagamento{t in Periodos: t < tFim} >= 0;

## Funcao Objetivo

# Maximizar PIB, Modernidade ou Massa de Salarios
maximize z:
    if fo = 'PIB'
    then sum{t in Periodos : t < tFim} pib[t]
    else if fo = 'Mod'
    then sum{i in Setores, t in Periodos : t < tFim} p[i] * xN[i,t]
    else if fo = 'Sal'
    then sum{i in Niveis, t in Periodos : t < tFim} s[i] * e[i,t]
    else 0;

## Restricoes

# Modulo de producao de mercadorias

s.t. R01{i in Setores, t in Periodos : t < tFim}:
    xO[i,t] + xN[i,t]
    =
    + sum{j in Setores } (AO[i,j] * xO[j,t])
    + sum{j in Setores } (AN[i,j] * xN[j,t])
    + sum{j in Setores } (B[i,j] * o[j,t+1])
    + sum{j in Niveis} (F[i,j] * q[j,t+1])
    + sum{j in Niveis} (H[i,j] * h[j,t+1])

```

```

    + y[i,t];

s.t. R02{i in Setores, t in Periodos : t < tFim}:
    xO[i,t] <= cO[i,t];

s.t. R03{i in Setores, t in Periodos : t < tFim}:
    xN[i,t] <= cN[i,t];

s.t. R04{i in Setores, t in Periodos : t = tIni}:
    cO[i,t] = cOIni[i];

s.t. R05{i in Setores, t in Periodos : t < tFim}:
    cO[i,t+1] = (1 - beta[i]) * cO[i,t];

s.t. R06{i in Setores, t in Periodos : t = tIni}:
    cN[i,t] = cNIni[i];

s.t. R07{i in Setores, t in Periodos : t < tFim}:
    cN[i,t+1] = cN[i,t] + o[i,t+1];

# Modulo de utilizacao da forza de trabalho

s.t. R08{i in Niveis, t in Periodos : t < tFim}:
    eO[i,t] = sum{j in Setores } (LO[i,j] * xO[j,t]);

s.t. R09{i in Niveis, t in Periodos : t < tFim}:
    eN[i,t] = sum{j in Setores } (LN[i,j] * xN[j,t]);

s.t. R10{i in Niveis, t in Periodos : t < tFim}:
    eq[i,t] = sum{j in Niveis} (N[i,j] * q[j,t+1]);

s.t. R11{i in Niveis, t in Periodos : t < tFim}:
    e[i,t] = eO[i,t] + eN[i,t] + eq[i,t];

s.t. R12{i in Niveis, t in Periodos : t < tFim}:
    e[i,t] <= d[i,t];

s.t. R13{i in Niveis, t in Periodos : t > tIni and t < tFim}:
    e[i,t] >= (1 - gama[i]) * e[i,t-1];

# Modulo de producao e sobrevivencia de forza de trabalho

```

```

s.t. R14{i in Niveis, t in Periodos : t = tIni}:
    d[i,t] = dIni[i];

s.t. R15{i in Niveis, t in Periodos : t < tFim}:
    d[i,t+1] = (1 - delta[i]) * d[i,t] + q[i,t+1];

s.t. R16{i in Niveis, t in Periodos : t = tIni}:
    q[i,t] = qIni[i];

s.t. R17{i in Niveis, t in Periodos : t < tFim}:
    q[i,t+1] <= m[i,t];

s.t. R18{i in Niveis, t in Periodos : t < tFim}:
    q[i,t+1] >= (1 - alfa[i]) * q[i,t];

s.t. R19{i in Niveis, t in Periodos : t = tIni}:
    m[i,t] = mIni[i];

s.t. R20{i in Niveis, t in Periodos : t < tFim}:
    m[i,t+1] = m[i,t] + h[i,t+1];

s.t. R21{i in Niveis, t in Periodos : t < tFim}:
    m[i,t+1] <= (1 + mi[i]) * m[i,t];

s.t. R22{i in Setores, t in Periodos : t < tFim}:
    yConsMin[i,t]
    =
    + sum{j in Niveis} (OMEGA[i,j] * eO[j,t])
    + sum{j in Niveis} (OMEGA[i,j] * eN[j,t])
    + sum{j in Niveis} (OMEGA[i,j] * eq[j,t]);

s.t. R23{i in Setores, t in Periodos : t < tFim}:
    y[i,t] >= yConsMin[i,t];

# Modulo de evolucao de producao na forma monetaria

s.t. R24{t in Periodos : t < tFim}:
    ic[t] = sum{i in Setores}
        (p[i] * (sum{j in Setores } (B[i,j] * o[j,t+1])));

s.t. R25{t in Periodos : t < tFim}:
    im[t] = sum{i in Setores}
        (p[i] * (sum{j in Niveis} (H[i,j] * h[j,t+1])));

```

```

s.t. R26{t in Periodos : t < tFim}:
    iq[t] = sum{i in Setores}
        (p[i] * (sum{j in Niveis} (F[i,j] * q[j,t+1])));

s.t. R27{t in Periodos : t < tFim}:
    it[t] = ic[t] + im[t] + iq[t];

s.t. R28{t in Periodos : t < tFim}:
    pib[t]
    =
    + sum{i in Setores, j in Setores } (p[i] * B[i,j] * o[j,t+1])
    + sum{i in Setores, j in Niveis} (p[i] * F[i,j] * q[j,t+1])
    + sum{i in Setores, j in Niveis} (p[i] * H[i,j] * h[j,t+1])
    + sum{i in Setores} p[i] * y[i,t];

s.t. R29{t in Periodos : t < tFim}:
    it[t]
    <=
    epsilon * (pib[t] - sum{i in Setores} p[i] * yConsMin[i,t])
    + (if modelo = 'MATB' then emprestimo[t] - pagamento[t]);

# Modulo Bancario

s.t. R30{t in Periodos : t = tIni and modelo = 'MATB'}:
    divida[tIni] = if (dividaIni = 'vazia') then 0
    else capEndiv * pib[t];

s.t. R31{t in Periodos : t = tIni and modelo = 'MATB'
        and dividaIni = 'cheia'}:
    emprestimo[t] = 0;

s.t. R32{t in Periodos : t > tIni and t < tFim and modelo = 'MATB'}:
    divida[t] = (1+juro)*(divida[t-1]) + emprestimo[t] - pagamento[t];

s.t. R33{t in Periodos : t = tFim - 1 and modelo = 'MATB'
        and dividaFim = 'zero'}:
    divida[t] = 0;

s.t. R34{t in Periodos : t < tFim and modelo = 'MATB'}:
    divida[t] <= capEndiv * pib[t];

```

```
solve;
```

```
data;
```

```
## Conjuntos e parametros de configuracao
```

```
set Setores := 'Agr' 'Ene' 'Man';
```

```
set Niveis := 'Bas' 'Tec' 'Sup';
```

```
# Matrizes
```

```
param AO :=
```

```
['Agr','Agr'] := 0.1369
```

```
['Agr','Ene'] := 0.0212
```

```
['Agr','Man'] := 0.6677
```

```
['Ene','Agr'] := 0.0078
```

```
['Ene','Ene'] := 0.0432
```

```
['Ene','Man'] := 0.0954
```

```
['Man','Agr'] := 0.0294
```

```
['Man','Ene'] := 0.2215
```

```
['Man','Man'] := 0.3709
```

```
;
```

```
param AN :=
```

```
['Agr','Agr'] := 0.0386
```

```
['Agr','Ene'] := 0.0076
```

```
['Agr','Man'] := 0.3979
```

```
['Ene','Agr'] := 0.0077
```

```
['Ene','Ene'] := 0.0229
```

```
['Ene','Man'] := 0.0761
```

```
['Man','Agr'] := 0.0290
```

```
['Man','Ene'] := 0.1985
```

```
['Man','Man'] := 0.3529
```

```
;
```

```
param B :=
```

```
['Man','Agr'] := 0.7297
```

```
['Man','Ene'] := 1.5802
```

```
['Man','Man'] := 1.0934
```

```
;
```

```
param F :=
```

```
['Agr','Bas'] := 0.2381
['Agr','Tec'] := 0.3333
['Agr','Sup'] := 0.3333
['Ene','Bas'] := 0.2857
['Ene','Tec'] := 0.1667
['Ene','Sup'] := 0.5333
['Man','Bas'] := 0.1143
['Man','Tec'] := 0.6667
['Man','Sup'] := 2.0000
;
```

```
param H :=
['Man','Bas'] := 1.4762
['Man','Tec'] := 2.9667
['Man','Sup'] := 4.4667
;
```

```
param LO :=
['Bas','Agr'] := 0.6896
['Bas','Ene'] := 0.1055
['Bas','Man'] := 0.2392
['Tec','Agr'] := 0.1077
['Tec','Ene'] := 0.1582
['Tec','Man'] := 0.0942
['Sup','Agr'] := 0.0215
['Sup','Ene'] := 0.1055
['Sup','Man'] := 0.0695
;
```

```
param LN :=
['Bas','Agr'] := 0.1737
['Bas','Ene'] := 0.0611
['Bas','Man'] := 0.1211
['Tec','Agr'] := 0.0579
['Tec','Ene'] := 0.0916
['Tec','Man'] := 0.0519
['Sup','Agr'] := 0.0116
['Sup','Ene'] := 0.0611
['Sup','Man'] := 0.0415
;
```

```
param N :=
['Bas','Bas'] := 0.0524
['Bas','Tec'] := 0.0833
```

```
['Bas','Sup'] := 0.1667
['Tec','Bas'] := 0.0426
['Tec','Tec'] := 0.1000
['Tec','Sup'] := 0.1000
['Sup','Bas'] := 0.0095
['Sup','Tec'] := 0.0333
['Sup','Sup'] := 0.2000
;
```

```
param OMEGA :=
['Agr','Bas'] := 0.1300
['Agr','Tec'] := 0.1200
['Agr','Sup'] := 0.1100
['Ene','Bas'] := 0.0900
['Ene','Tec'] := 0.1000
['Ene','Sup'] := 0.1100
['Man','Bas'] := 0.1200
['Man','Tec'] := 0.1400
['Man','Sup'] := 0.1500
;
```

Vetores

```
param p :=
['Agr'] := 1.5419
['Ene'] := 2.5146
['Man'] := 4.4172
;
```

```
param s :=
['Bas'] := 1.0000
['Tec'] := 2.7000
['Sup'] := 3.7500
;
```

```
param delta :=
['Bas'] := 0.0500
['Tec'] := 0.0500
['Sup'] := 0.0500
;
```

```
param beta :=
['Agr'] := 0.1000
```

```
['Ene'] := 0.1000
['Man'] := 0.1000
;

param gama :=
['Bas'] := 0.2000
['Tec'] := 0.2000
['Sup'] := 0.2000
;

param alfa :=
['Bas'] := 0.2000
['Tec'] := 0.2000
['Sup'] := 0.2000
;

param mi :=
['Bas'] := 1.0000
['Tec'] := 0.3000
['Sup'] := 0.1500
;

# Parametros de inicio de Periodos

param cOIniA :=
['Agr'] := 1400
['Ene'] := 450
['Man'] := 1550
;

param cOIniB :=
['Agr'] := 700
['Ene'] := 225
['Man'] := 775
;

param cNIniA :=
['Agr'] := 450
['Ene'] := 50
['Man'] := 500
;

param cNIniB :=
```

```
['Agr'] := 225
['Ene'] := 25
['Man'] := 250
;

param mIniA :=
['Bas'] := 45
['Tec'] := 24
['Sup'] := 10
;

param mIniB :=
['Bas'] := 11
['Tec'] := 6
['Sup'] := 2
;

param qIniA :=
['Bas'] := 45
['Tec'] := 24
['Sup'] := 10
;

param qIniB :=
['Bas'] := 11
['Tec'] := 6
['Sup'] := 2
;

param dIniA :=
['Bas'] := 1520
['Tec'] := 395
['Sup'] := 170
;

param dIniB :=
['Bas'] := 380
['Tec'] := 100
['Sup'] := 45
;

end;
```