



## **Modelagem e Análise Detalhadas de Sistemas de Vácuo**

**Francisco Tadeu Degasperi**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Vitor Baranauskas.

Banca Examinadora:

com. Dr. Cláudio Costa Motta

---

Prof. Dr. Fúrio Damiani

---

Prof. Dr. Jiro Takahashi

---

Prof. Dr. Vitor Baranauskas

---

Departamento de Semicondutores, Instrumentos e Fotônica  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação  
Universidade Estadual de Campinas

2002

*Dedico este trabalho  
aos meus pais, Francisco e Armelinda.*

## **Agradecimentos**

Ao meu orientador Prof. Dr. Vitor Baranauskas, que me acolheu em seu grupo de pesquisa, onde sempre encontrei um clima de cooperação em um ambiente de profissionalismo, incentivo e cordialidade.

Ao Departamento de Semicondutores, Instrumentos e Fotônica da FEEC da Unicamp pela recepção no programa de pós-graduação.

À Faculdade de Tecnologia de São Paulo - FATEC-SP, do Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza - CEETEPS ligado e vinculado à Universidade Estadual Paulista - UNESP pelo incentivo e apoio à pesquisa e às atividades de ensino junto ao Laboratório de Tecnologia do Vácuo da Fatec-SP.

# Conteúdo

<b>Dedicatória</b> .....	i
<b>Agradecimentos</b> .....	ii
<b>Resumo/Abstract</b> .....	vi
<b>Capítulo I. A Ciência e a Tecnologia do Vácuo</b> .....	1
1. Introdução.....	1
2. Organização dos capítulos desta dissertação.....	3
3. O escopo da tecnologia do vácuo.....	4
4. Breve histórico sobre a produção do vácuo.....	6
5. Aplicações da tecnologia do vácuo.....	8
6. Abordagens usuais na tecnologia do vácuo.....	16
7. O alcance, as limitações e as dificuldades dos cálculos e análises tradicionais em tecnologia do vácuo.....	20
8. Síntese da dissertação.....	23
9. Referências.....	25
<b>Capítulo II. Os Fenômenos Físicos e as Ferramentas da Física-Matemática     para a Modelagem e Análise Detalhadas de Sistemas de Vácuo</b> .....	29
1. Introdução.....	29
2. A teoria cinética dos gases em baixa pressão.....	31
3. As fontes de gases.....	35
4. O transporte de gases rarefeitos .....	43
5. Tratamentos discreto e contínuo dos sistemas de vácuo .....	45
6. O processo de bombeamento e a análise dos sistemas de vácuo com o tratamento discreto.....	49
7. O processo de bombeamento e a análise dos sistemas de vácuo com o tratamento contínuo .....	53
7.1 A equação para o campo de pressão em uma dimensão espacial.....	55
7.2 A equação para o campo de pressão em duas dimensões espaciais.....	59

8. As formulações discreta e contínua como complementares.....	63
9. Referências.....	65
<b>Capítulo III. Sistemas de Vácuo Complexos.....</b>	<b>71</b>
1. Introdução.....	71
2. O processo de bombeamento em sistemas de vácuo com a modelagem discreta.....	73
2.1 Preâmbulo.....	73
2.2 Pré-vácuo com bomba <i>roots</i> .....	75
2.3 Alto-vácuo com bomba de difusão.....	85
2.4 Discussão.....	105
3. O processo de bombeamento em sistemas de vácuo com a modelagem contínua – caso unidimensional.....	105
3.1 Preâmbulo.....	105
3.2 Taxa de degaseificação constante.....	107
3.3 Trechos com diferentes taxas de degaseificação.....	111
3.4 Velocidades de bombeamento diferentes nas extremidades.....	115
3.5 Fonte impulsiva de gás.....	120
3.6 Várias fontes impulsivas de gás.....	126
3.7 Fonte de gás impulsiva no tempo e extensa na posição.....	129
3.8 Tubos com seção transversal variável.....	138
3.9 Discussão.....	139
4. O processo de bombeamento em sistemas de vácuo com a modelagem contínua – caso bidimensional.....	140
4.1 Preâmbulo.....	140
4.2 Bombeamento feito por um orifício.....	144
4.3 Bombeamento feito por seis orifícios.....	145
4.4 Bombeamento feito por duas fendas.....	147
4.5 Bombeamento feito por quatro fendas.....	148
4.6 Discussão.....	149
5. O alcance e as limitações das formulações apresentadas.....	150

6. Referências.....	150
<b>Capítulo IV. Conclusão e Perspectivas.....</b>	<b>155</b>
<b>Apêndices.....</b>	<b>158</b>
Apêndice A. O Processo de Bombeamento em Vácuo – Abordagem Discreta.....	159
Apêndice B. Equação de Difusão de Gases no Regime de Escoamento Molecular. Unidimensional e Bidimensional.....	172
Apêndice C. As Expressões Matemáticas para as Curvas de Velocidade de Bombeamento de Bombas de Vácuo.....	185
Apêndice D. O Bombeamento de Sistemas de Vácuo – Abordagem Discreta. Casos de Estudo.....	193
Apêndice E. O Bombeamento de Sistemas de Alto-Vácuo – Abordagem Contínua. Casos de Estudo.....	208
Apêndice F. Modelagem do Vazamento Virtual.....	228
Apêndice G. Modelagem da Injeção Controlada de Gases.....	248
Apêndice H. O Escoamento dos Gases e Vapores no Regime Molecular Tratado como um Fenômeno de Difusão.....	257

## **Resumo**

Os objetivos deste trabalho foram criar, desenvolver e aprimorar ferramentas matemáticas tanto analíticas como numéricas para modelar e analisar detalhadamente sistemas de vácuo. Foram consideradas duas maneiras de modelar sistemas de vácuo, denominadas de formulações discreta e contínua. Na formulação discreta os sistemas de vácuo são tratados de modo que a pressão em função do tempo na câmara de vácuo pode ser obtida a partir da especificação das suas fontes de gases e vapores, das dimensões da linha de bombeamento e das bombas de vácuo. Foram consideradas as condutâncias e as fontes gasosas importantes para processos em vácuo em geral, além de obtidas as expressões matemáticas para as curvas de velocidade de bombeamento das bombas de vácuo. A análise numérica é feita utilizando os métodos de Euler-Heun e Runge-Kutta de quarta ordem. Na formulação contínua os sistemas de vácuo são modelados de forma que a pressão possa ser determinada em todas as suas partes e em função do tempo. Foram estudados em detalhe e exemplificados sistemas de vácuo através das formulações discreta e contínua. Sistemas de vácuo com geometrias tubular e planar foram modelados com as definições das grandezas e condições de contorno pertinentes à descrição a partir de equações diferenciais parciais.

**Palavras-Chaves:** Tecnologia do Vácuo, Sistemas de Vácuo, Modelagem em Vácuo, Campo de Pressão em Vácuo.

## **Abstract**

The aims of this work are to create, develop and improve analytic and numerical mathematical tools in order to model and to analyze vacuum systems in detail. Two different modeling ways to vacuum systems have been considered, denoted discrete and continuum formulations. In the discrete formulation the vacuum systems are treated in a way such that inside the vacuum chamber the pressure as a function of time can be obtained from the specification of the gas and vapor sources, from the pumping line dimensions and from the choice of the vacuum pumps. The conductance and the gas sources were considered important to vacuum processes in general besides the mathematical expressions obtained to pumping speed curves of the vacuum pumps. The numerical analysis was done through the Euler-Heun and the Runge-Kutta of fourth order methods. In the continuum formulation the vacuum systems were modeled in a way such that the pressure can be determined in all parts and as a function of the time. Vacuum systems with tubular and planar forms were studied in detail and exemplified with the definitions of the quantities and the appropriate partial differential equations boundary conditions.

**Keywords:** Vacuum Technology, Vacuum Systems, Vacuum Modeling, Pressure Field in Vacuum.

# Capítulo I

## A Ciência e a Tecnologia do Vácuo

*O propósito deste Capítulo é apresentar uma breve visão da tecnologia do vácuo e em seguida apresentar uma síntese e os objetivos principais deste trabalho de dissertação e a sua organização. Iniciaremos com uma exposição do seu escopo e de sua inserção na atualidade, uma vez que a tecnologia do vácuo tem uma presença bastante marcante em muitas atividades de pesquisa básica e pesquisa aplicada, assim como em muitas atividades industriais. Faremos uma apresentação das suas aplicações e uma breve exposição histórica dos marcos no desenvolvimento da ciência do vácuo. Em seguida veremos como são realizados os cálculos e análises dos sistemas de vácuo, enfatizando o alcance e as limitações das abordagens tradicionais disponíveis para os seus projetos. Dando continuidade, apresentaremos a equação diferencial para o processo de bombeamento em tecnologia do vácuo, explicando os seus termos, principalmente aqueles relativos às fontes dos gases e vapores. Posteriormente, mostraremos em detalhe como são construídos os modelos em tecnologia do vácuo e discutiremos as dificuldades da sua obtenção e suas soluções matemáticas.*

### **1. Introdução.**

A tecnologia do vácuo é utilizada em etapas de fabricação e transformação de diversos produtos. Ela também tem muita aplicação junto à pesquisa, tanto básica como aplicada. Os sistemas de vácuo têm inúmeras formas e dimensões devido às diferentes tarefas e quantidades de gases a serem bombeados. Esta diversificação dos sistemas de vácuo faz com que seus cálculos e projetos sejam geralmente de difícil execução. Para uma escolha adequada da instrumentação utilizada nas instalações de vácuo é fundamental uma compreensão dos conceitos básicos envolvidos no bombeamento de gases e vapores em tecnologia do vácuo. Os aspectos de projeto assumem uma importância muito grande, uma vez que eles determinarão a escolha adequada dos equipamentos da instalação projetada, geralmente de custo alto. É importante mencionar que a remoção total das moléculas de um

gás que estão em um recipiente é uma tarefa impossível. Os processos e aplicações em vácuo acontecem em diferentes níveis de pressão. Tanto na engenharia como na ciência o vácuo se estende por 15 ordens de grandeza, ou seja, da pressão atmosférica de aproximadamente  $10^3$  mbar até pressões da ordem de  $10^{-12}$  mbar. Definimos tecnicamente o *vácuo* da seguinte forma: são as pressões que estão abaixo da pressão atmosférica local, ou de outra forma, qualquer pressão menor que a pressão atmosférica local ou ambiente.

Os trabalhos que envolvem a tecnologia do vácuo estão cada vez mais sofisticados e exigentes, aumentando as dificuldades de projeto. Os recursos de análise e cálculo disponíveis não são poderosos e abrangentes o suficiente para tratar detalhadamente estes problemas. Exemplificando: muitas aplicações do vácuo exigem o bombeamento de gases e vapores na região de pré-vácuo. Nesta região as condutâncias têm seus valores fortemente dependentes da pressão e portanto, a velocidade efetiva de bombeamento também depende da pressão. Os cálculos comumente realizados são muito simplificados e supõem a condutância constante. Como consequência, a velocidade efetiva de bombeamento dependerá exclusivamente da bomba de vácuo. Neste caso, os cálculos relativos à evolução temporal da pressão na câmara de vácuo podem apresentar valores bastante distintos dos observados experimentalmente. Neste contexto, é desejável a disponibilidade de uma plataforma para a análise de sistemas de vácuo, que considere aspectos e particularidades relevantes para o seu projeto.

Uma característica encontrada nos cálculos convencionais realizados em sistemas de alto-vácuo é a impossibilidade de conhecermos os valores de pressão em cada ponto (posição geométrica) da câmara de vácuo. A formulação do instrumental de análise disponível em vácuo somente nos fornece um valor de pressão na câmara de vácuo, a qual podemos chamar de pressão média, mas não há precisão no termo “pressão média”. Em muitas aplicações da tecnologia do vácuo seria desejável o conhecimento da pressão em cada ponto da câmara de vácuo; desta forma, poderíamos conhecer o gradiente de pressão. Assim, saberíamos quais os valores de pressão nas regiões onde se realizam os processos.

O presente trabalho visa contribuir para criar um instrumental de análise mais detalhado que inclua particularidades do processo de bombeamento de gases e vapores e que torne possível estimar a distribuição espacial da pressão e também a sua dependência no tempo, principalmente nos pontos de interesse.

## 2. Organização dos capítulos desta dissertação.

Esta dissertação é dividida em quatro Capítulos. No Capítulo I apresentamos as idéias e objetivos principais da tecnologia do vácuo, uma breve história da produção do vácuo e as principais aplicações desta tecnologia dentro do contexto da produção e da pesquisa. Em seguida, apresentadas as abordagens usuais adotadas pelos projetistas na área de vácuo, enfatizando as suas limitações e o seu alcance. É apresentada a equação diferencial fundamental para o processo de bombeamento em vácuo e são explicitados os termos referentes às várias fontes de gases e vapores importantes à tecnologia do vácuo.

No Capítulo II apresentamos os conceitos físicos importantes para a construção das formulações matemáticas a serem utilizadas nas análises e modelagens. São discutidas as abordagens discreta e contínua dos sistemas de vácuo e as suas formulações, assim como as vantagens e limitações em cada uma delas. Para a formulação discreta de sistemas de vácuo, é obtida a equação diferencial fundamental para o processo de bombeamento de gases e vapores. No caso da formulação contínua de sistemas de vácuo, é obtida a equação diferencial a derivadas parciais para o campo escalar de pressão, tanto para uma dimensão espacial quanto para duas dimensões. São discutidos os aspectos relativos ao estabelecimento das condições de contorno e iniciais das formulações diferenciais. Finalizando, é feita uma discussão sobre a consideração do fenômeno de transporte de gases e vapores em regime de escoamento molecular como sendo um fenômeno de difusão de átomos e moléculas.

No Capítulo III são apresentados casos de estudos usando as formulações obtidas em problemas bastante atuais e relevantes em tecnologia do vácuo. No caso da formulação para o tratamento discreto de sistemas de vácuo, são apresentados os casos de um sistema de pré-vácuo com bomba *roots* e um de alto-vácuo com bomba difusora. Nestes casos, é obtida a pressão na câmara de vácuo em função do tempo, sendo considerada a condutância como dependente da pressão, quando for o caso e ainda considerada a velocidade de bombeamento como função da pressão. Estes problemas são resolvidos numericamente por meio de programa computacional desenvolvido utilizando o programa Mathcad<sup>TM</sup>. No caso da abordagem contínua de sistemas de vácuo, são considerados sistemas de vácuo com predominância de uma dimensão espacial (geometrias tubulares) e com predominância de duas dimensões espaciais (visores com tecnologia de efeito de campo para emissão de

elétrons). São apresentadas algumas situações de estudo com as soluções obtidas em função dos diferentes tipos de fontes de gases e também da disposição das bombas de vácuo. São apresentados casos com fontes estacionárias de gases e também fontes transientes, inclusive fontes impulsivas de gases.

O Capítulo IV traz a conclusão do trabalho por meio de uma discussão crítica das possibilidades da utilização da modelagem dos sistemas de vácuo utilizando a formulação de campo de pressão. É apresentada também uma discussão sobre as grandezas de condutância específica e a função matemática para as fontes de gases e vapores, principalmente em duas e três dimensões. Para o caso da abordagem discreta de sistemas de vácuo é apresentada a possibilidade de tornar a plataforma de cálculo disponível para uso público e ainda as melhorias possíveis na ferramenta numérica. Quanto as perspectivas de trabalhos futuros, é apresentado em linhas gerais o projeto de trabalho de doutoramento que pretendemos estudar problemas de vácuo em três dimensões espaciais. Em particular, são comentadas dificuldades de definir a grandeza condutância específica neste caso. Finalizando, são citadas rapidamente outras abordagens possíveis de análise em tecnologia do vácuo, como por exemplo, simulação por meio do método de Monte-Carlo.

Finalizando, na parte relativa aos apêndices temos as deduções detalhadas das expressões matemáticas básicas utilizadas neste trabalho e as expressões das curvas de velocidades de bombeamento de algumas bombas de vácuo. Também são apresentadas algumas análises comentadas de casos de estudo de sistemas de vácuo, tanto na formulação discreta como na formulação contínua. Continuando, temos a construção de um modelo para o vazamento virtual e para a injeção controlada de gases e vapores em sistemas de vácuo. Concluindo, temos uma discussão sobre o escoamento dos gases e vapores no regime molecular ser tratado como um fenômeno de difusão.

### **3. O escopo da tecnologia do vácuo.**

Diversos processos industriais e de pesquisas em tecnologia e em ciência básica são realizados em baixas pressões. Há ainda os processos nos quais removemos os gases ativos, por meio da realização do vácuo e, posteriormente, introduzimos um gás inerte recuperando a pressão atmosférica. Quando alteramos a pressão em uma câmara de vácuo, as seguintes grandezas físicas mudam de valor: a densidade do gás, o caminho livre médio, o tempo de

formação de uma camada de moléculas em uma superfície e o fluxo de moléculas incidindo em uma superfície [1-7]. Todas as aplicações e utilizações da tecnologia do vácuo giram em torno da alteração dos valores das grandezas expostas acima.

As principais razões para a utilização do vácuo são:

- Remover os gases ativos presentes na atmosfera da câmara de vácuo do processo a ser realizado. Os gases e vapores ativos são prejudiciais ou inconvenientes para uma série de processos industriais e experiências científicas.
- Diminuir a transferência de calor por condução e por convecção entre o meio interno e o meio externo à câmara de vácuo.
- Conseguir deformações mecânicas, movimentos, levantamento e/ou sustentação de peças por meio de diferenças de pressão.
- Aumentar o trajeto ou caminho livre de partículas elementares, átomos, elétrons, íons e moléculas para que não colidam com as moléculas da atmosfera da câmara de vácuo.
- Atingir densidades gasosas para conseguir colunas de gases ionizados, plasmas frios ou plasmas de altas temperaturas.
- Remover vapores ou gases absorvidos em materiais líquidos ou sólidos.
- Obter superfícies limpas e degaseificadas.

A tecnologia do vácuo tem como principal tarefa a produção eficiente de baixas pressões em recipientes (câmaras de vácuo). Para que este objetivo seja alcançado, deveremos considerar as seguintes pontos para o projeto do sistema de vácuo [8]:

- Pressão final a ser atingida e pressão de trabalho.
- Características marcantes do processo em questão, como por exemplo se haverá gases corrosivos ou explosivos.
- Identificação do regime de escoamento dos gases e vapores.
- Cálculo das condutâncias e velocidade efetiva de bombeamento.
- Escolha das bombas de vácuo, dos sensores de pressão e dos componentes auxiliares.
- Processos de limpeza e condicionamento do sistema de vácuo.
- Roteiro para acompanhamento do desempenho do sistema de vácuo.
- Cronograma de manutenção preventiva.

Cabe mencionar que além dos pontos listados acima servirem para nortear o projeto, deverão também ser consideradas as etapas subseqüentes, como operação, manutenção preventiva, manutenção corretiva e outros aprimoramentos futuros.

Há uma variedade muito grande de tipos de sistemas de vácuo, operando em várias faixas de pressão. Merecem ser citados também os sistemas de vácuo com características complexas, uma vez que eles, em geral, são de difícil projeto; como por exemplo sistemas com injeção controlada de gases e vapores, com gases de processos tóxicos, corrosivos ou inflamáveis, com presença de plasmas e gases altamente ionizados, com grandes quantidades de vapor de água a ser bombeado.

Com o propósito de alcançar as pressões pretendidas nos vários processos em vácuo, devemos ter sempre presente o comportamento geral dos gases e vapores. Na câmara de vácuo os gases ocupam o volume e estão presentes nas superfícies dos componentes no interior dela. Os gases a serem bombeados deverão encontrar as bombas de vácuo, ou seja, deverão percorrer toda a tubulação que une a câmara de vácuo ao sistema de bombeamento de gases. Neste contexto, para que o processo de bombeamento dos gases e vapores seja eficiente, deveremos considerar o conhecimento físico-químico da matéria no estado gasoso e sua interação com as superfícies sólidas e líquidas que compõem o sistema de vácuo [1-9].

#### **4. Breve histórico sobre a produção do vácuo.**

A palavra “*vácuo*” provem do latim e significa “*vazio*”. Os filósofos gregos pensaram sobre o vácuo e o “horror” que a Natureza tem dele. Existem indícios que os egípcios e os chineses obtiveram o vácuo por meio de folas quando supriam de ar os fornos para fundição. Há também registros de que na antiga Roma e na antiga Alexandria haviam produzido vácuo quando bombeavam água das minas. Foi no período renascentista, com os trabalhos pioneiros de *Galileu* e de seu estudante *Torricelli* que a realização do vácuo tornou-se uma tarefa científica. Foram notáveis os seus trabalhos de medida da pressão atmosférica utilizando tubos preenchidos com água e mercúrio. O espaço vazio acima da coluna de mercúrio foi identificado por *Torricelli*, em 1643, como sendo uma região de vácuo absoluto. Atualmente sabemos que rigorosamente temos a pressão de vapor de

mercúrio no espaço acima da coluna de mercúrio. Contemporâneos de *Galileu* também especularam sobre o vácuo, entre eles, *Pascal* e *Descartes*.

Outro fato marcante, foi a famosa e espetacular experiência dos hemisférios de *Magdeburg*, realizada em 1650 por *Otto von Gericke*. Muitos creditam a *von Gericke* o pioneirismo na construção da bomba de vácuo, necessária para evacuar o ar dos volumes dos hemisférios. Em 1825 *Jean Batiste Dumas* conseguiu produzir vácuo a partir da substituição do ar de um recipiente por vapor de água, e em seguida com a condensação do vapor por meio do resfriamento do recipiente. Em meados do século XIX *Robert Willhelm Bunzen* conseguiu bombear gás usando um jato de líquido a alta velocidade.

A tecnologia do vácuo começou a ter crescimento científico com as primeiras construções de tubos para descargas elétricas em gases. Ocorreu neste período um intenso “círculo virtuoso”, ou seja, a física desenvolveu-se muito com os estudos dos gases ionizados, dando início à física atômica, e era preciso produzir pressões mais baixas nos arranjos experimentais, trazendo um enorme progresso à tecnologia do vácuo. Em 1873 *Lodyguin* inventou a lâmpada incandescente com filamento de carbono. Em 1883 *Edison* descobriu a emissão de elétrons pelo efeito termoiônico. Em 1887 *Hertz* e *Stoletov* descobriram o efeito fotoelétrico. A primeira identificação de que certos materiais tinham a propriedade de reter gases e vapores foi feita por *Malginani* em 1884, durante a fabricação de lâmpadas elétricas. Este fato trouxe o conhecimento das substâncias que modernamente chamamos de “getter”. Além de ter realizado o isolamento de líquidos em baixas temperaturas, *Dewar* em 1904 também propôs um método de absorver gases utilizando carvão ativado resfriado.

Em 1906 com os trabalhos pioneiros de *Gaede*, tem início a moderna tecnologia do vácuo, com a invenção da primeira bomba rotativa de mercúrio e em seguida selada a óleo, com algumas características que permanecem até hoje nas bombas mecânicas de pré-vácuo. Em 1911 *Gaede* projetou a primeira bomba de arraste molecular, ponto de partida para as modernas bombas turbomoleculares. Entre 1914 e 1916, *Gaede*, *Langmuir* e *Borikov* projetaram independentemente a bomba difusora de mercúrio, conseguindo atingir pressões de  $10^{-6}$  mbar. Desta forma, surgiu o alto-vácuo como o conhecemos hoje. Em 1928 *Burch* construiu a bomba difusora com vapor de óleo, além de melhorar as outras bombas de vácuo existentes.

Do ponto de vista da medição do vácuo, como já mencionado, o ponto de partida foi à medição da pressão atmosférica, por *Torricelli*, com o uso da coluna de mercúrio. Seguindo, muito tempo depois, *McLeod* inventou em 1874 o manômetro, que leva o seu nome, e que era capaz de medir pressões até  $10^{-4}$  mbar. Até meados do século XX, o manômetro *McLeod* foi o único padrão primário em baixas pressões. Em 1909 *Pirani* desenvolveu o manômetro com resistência elétrica e em 1916, *Buckley* inventou o manômetro de ionização dos gases. Continuando a evolução, muitas áreas da física e da engenharia exigiram cada vez mais sofisticções na área de vácuo. Cabe notar que a física atômica, física nuclear, a indústria de tubos eletrônicos, a física de plasmas, e mais recentemente as atividades de pesquisa e industriais em microeletrônica têm dado um impulso extraordinário à tecnologia do vácuo. Atualmente conseguimos atingir pressões da ordem de  $10^{-12}$  mbar em experiências envolvendo aceleradores de partículas elementares e fabricação de semicondutores, ou em condições extremas até pressões da ordem de  $10^{-15}$  mbar.

Finalizando, não podemos ficar sem mencionar os trabalhos em ciência básica, que tiveram um papel central para a compreensão do comportamento dos gases rarefeitos. As primeiras contribuições sistemáticas vieram com os trabalhos, em nível fenomenológico, de *Boyle*, *Mariotte*, *Lavoisier*, *Charles* e *Gay-Lussac*. Posteriormente tivemos as contribuições sustentadas na hipótese da teoria atômica da matéria, de *Avogadro* e *Dalton*. Cabe mencionar que os estudos que levaram à moderna concepção atômica da matéria foram realizados com sistemas gasosos. Em seguida, tivemos os trabalhos de *Bernoulli*, *Maxwell*, *van der Waals* e *Boltzmann* na aplicação da mecânica clássica aos sistemas gasosos fundamentados na hipótese atômica da matéria. A partir do final do Século XIX, temos as primeiras hipóteses sobre a estrutura interna dos átomos e, em seguida, temos o surgimento da teoria quântica, com o aprofundamento da teoria cinética dos gases e a mecânica estatística.

## **5. Aplicações da tecnologia do vácuo.**

A tecnologia do vácuo é empregada em uma grande variedade de aplicações na indústria, na tecnologia e na ciência [1-9]. Há casos em que o vácuo torna mais eficiente um processo de fabricação, não sendo ele essencial; outros há em que o vácuo é vital para

uma certa etapa de fabricação, ou seja, ele é essencial. O propósito principal da realização do vácuo é alterar a atmosfera de um recipiente. Essa alteração da atmosfera dá-se tanto no valor da pressão como também em composição gasosa. Em geral estes dois efeitos ocorrem juntos. Em algumas situações, estaremos interessados em fazer baixar a pressão da câmara de vácuo; em outras, estaremos mais interessados em remover os gases ativos e, em seguida, completar com algum gás inerte, mesmo retornando à pressão atmosférica.

Para termos uma melhor compreensão dos processos assistidos a vácuo, podemos relacioná-los com os fenômenos físicos subjacentes, ou então podemos fazer uma classificação das aplicações da tecnologia do vácuo de acordo com o comportamento físico dos gases em baixas pressões. Por exemplo, podemos apresentar a seguinte classificação relacionada com a física envolvida.

- a) A situação física de baixa pressão. Temos como principal objetivo a criação de uma diferença de pressão entre os meios interno e externo à câmara de vácuo. Podemos usar para deformar, carregar, fixar, transportar, coletar, limpar, freiar, sustentar, suspender e separar.
- b) A situação física de baixa densidade molecular. No caso, temos três principais objetivos a serem alcançados:
  - 1- Remover os gases quimicamente ativos da câmara de vácuo. Com isso podem-se evitar reações químicas (principalmente as oxidações), empacotar em atmosferas inertes, fundir, tratar metais e encapsular produtos.
  - 2- Remover os gases e vapores dissolvidos em materiais. Podem-se secar produtos em temperatura ambiente, em baixa ou em altas temperaturas, degaseificar, liofilizar e remover líquidos e vapores em materiais sólidos.
  - 3- Diminuir a transferência de energia entre meios. Pode-se obter isolamento térmico, isolamento elétrico, ou isolar o meio externo para criar um meio diferente.
- c) A situação física de grandes caminhos livres médios. O objetivo a ser alcançado é evitar, ou pelo menos minimizar, o número de colisões atômicas e moleculares entre si, ou de feixes de partículas com a atmosfera dentro da câmara de vácuo. As aplicações são os tubos eletrônicos em geral (raio-X, cinescópios, fotocélulas, válvulas), aceleradores de partículas, espectrômetros de massa, espectroscópios ópticos, feixes de elétrons para máquinas de solda, microscópios eletrônicos, válvulas *klystron* e *girotrons*,

evaporadoras para filmes finos, anéis de armazenamento de partículas e separadores de isótopos.

- b) A situação física de longos tempos para a formação de uma monocamada. O objetivo principal é conseguir superfícies limpas, com poucos gases adsorvidos. Podem-se criar superfícies preparadas para o estudo e aplicação em adesão, emissão de elétrons (alteração da função-trabalho), variação do coeficiente de atrito, estudos em física de superfícies, dopagem de materiais e estudo do comportamento no espaço sideral.

A seguir, apresentaremos algumas importantes aplicações da tecnologia do vácuo. A intenção é mostrar a variedade e a diversidade das áreas que usam o vácuo. O vácuo pode ser utilizado em várias etapas de processo de fabricação, não precisando o produto final estar em vácuo. Entretanto, ocorrem situações em que o produto, para funcionar, precisa estar permanentemente em vácuo.

Podemos fazer uso do vácuo para criar diferenças de pressão; assim, aparecerão forças resultantes em áreas (da ordem  $10^5 \text{ Nm}^{-2}$ ) podendo levantar ou sustentar pesos ou ainda equilibrar outras forças. Também podemos transportar peças leves e pesadas. Como exemplo, levantamos chapas de metal por meio da ação de ventosas, ou ainda, removemos poeira com aspiradores de pó, aspiradores de secreções em operações cirúrgicas, coleta de gases e vapores para análises e coleta de sangue. Pelo mesmo princípio, podemos fixar peças em máquinas operatrizes durante as usinagens. Usamos a força resultante para conformar chapas de materiais plásticos aquecidos. Podemos também usar a força para freiar. Utilizamos a diferença de pressão para acelerar o processo de filtragem. É importante observar que nestas aplicações a força resultante obtida pela diferença de pressão é uniforme, em nível de distâncias entre moléculas!

Na fabricação de bulbos para iluminação elétrica, das centenárias lâmpadas incandescentes até as lâmpadas que fazem uso de descargas elétricas, a tecnologia do vácuo é necessária para produzir atmosferas rarefeitas e inertes. Desta forma não ocorrerá a forte oxidação do filamento ou é possível haver descarga elétrica controlada em gases, dependendo do tipo de lâmpada. A produção dos primeiros tipos de lâmpadas está intimamente ligada ao desenvolvimento das bombas de vácuo.

Ainda dentro das aplicações do vácuo, que requerem atmosferas quimicamente neutras, temos a metalurgia a vácuo. Desta forma, os metais durante a fundição estarão

protegidos da oxidação ou da formação de bolsões gasosos internos. O vácuo também é empregado na sinterização, recozimento e outros tratamentos térmicos em metais. Em processos de soldagem do tipo brasagem ou através de feixe de elétrons, as partes envolvidas precisam estar protegidas por uma atmosfera com pressão desprezível ou inerte.

No empacotamento e no encapsulamento de alguns produtos perecíveis ou sensíveis à oxidação, o uso do vácuo tem-se mostrado muito eficiente. A atmosfera residual na qual o produto estará envolvido ficará composta de gases não ativos. Também, cabe mencionar que ao remover o ar da atmosfera, grande quantidade de bactérias e outros microorganismos estarão sendo removidos, arrastados pelo gás. As indústrias alimentícias, farmacêuticas, químicas e de componentes eletrônicos utilizam esta técnica.

Encontramos também no vácuo um meio eficiente para remoção de umidade e outros vapores impregnados em materiais sólidos e líquidos. As indústrias farmacêuticas e alimentícias são as maiores usuárias desta técnica.

Dentro do contexto dos processos de secagem e mesmo de extração de umidade e vapores, há várias formas de realizá-los com a assistência do vácuo. Temos aqueles realizados em temperatura ambiente ou em baixas temperaturas, muitas vezes criogênicas e os que ocorrem em altas temperaturas. Exemplificando, a liofilização ocorre em baixas temperaturas devido ao fato da remoção da umidade precisar ser muito lenta a fim de não danificar o material biológico. Também verificamos uma forma excelente de conservar alguns produtos, entre eles o plasma sanguíneo, sem que ocorra a coagulação. Outra aplicação é a impregnação em vácuo. No caso, queremos remover a umidade e outros gases e vapores e, em seguida, preencher com um material líquido ou gasoso. Os exemplos mais comuns são a impregnação de óleos nos transformadores, capacitores, chaves elétricas, cabos de alta tensão e mostradores de informação de cristal líquido.

Temos também as aplicações referentes aos isolamentos térmico e elétrico. Os principais exemplos são a garrafa térmica ou vaso de *Dewar*, as válvulas eletrônicas, as cavidades ressonantes nos aceleradores de partículas, os acumuladores de carga elétrica nos aceleradores eletrostáticos de partículas, tubos para laser, chaves elétricas a vácuo, etc. Também com o propósito de isolar temos os simuladores espaciais. Os satélites e outros artefatos a serem usados no espaço sideral são ensaiados e estudados em câmaras de vácuo

de laboratório. Desta forma, testam-se os dispositivos dentro de condições que serão encontradas em alturas da ordem de 500 km.

Uma grande quantidade de equipamentos e processos em vácuo, mais precisamente em alto-vácuo e ultra alto-vácuo, fundamenta-se nas propriedades do comprimento do livre caminho médio, para evitar as colisões dos átomos e moléculas entre si. Como principais aplicações temos os tubos aceleradores de partículas elementares, os microscópios eletrônicos, tubos de raio-X, mostradores de informação por efeito de campo, anéis de armazenagem, fotocélulas, separadores de isótopos, dispositivos em geral que usam feixes de partículas, telas mostradoras de informação a plasma, fotomultiplicadoras, tubos de raios catódicos e os equipamentos em geral de deposição de filmes finos por evaporação ou sublimação, etc. Cabe mencionar que muitos dos exemplos enumerados acima constituem instrumentos, científicos e industriais de tecnologia sofisticada.

Outra aplicação do vácuo são as situações onde se requer as superfícies muito limpas. Quando expomos as superfícies dos materiais à atmosfera, uma quantidade de átomos e moléculas do ar ficará em equilíbrio com o material. Quando estivermos interessados no estudo das propriedades das superfícies dos materiais deveremos remover as partículas adsorvidas moléculas e radicais alteram as propriedades das superfícies. Neste caso particularmente o alto-vácuo e ultra alto-vácuo devem ser alcançados. Precisa-se atingir pressões muito baixas, uma vez que o bombardeio de átomos e moléculas será pequeno e o tempo de formação de uma monocamada será muito grande. As aplicações mais importantes estão nos estudos das superfícies em geral, nos fenômenos relacionados a adesão, atrito, emissão de elétrons e alteração de reatividade das superfícies, técnicas de caracterização, etc.

As aplicações citadas nesta seção mostram que a atuação da tecnologia do vácuo na indústria e na ciência é abrangente. O número de novas aplicações e usos do vácuo também é crescente pois o desenvolvimento experimental de algumas áreas da ciência está intimamente ligado ao desenvolvimento de novas técnicas e instrumentos na área de vácuo. Observamos também que desenvolvimentos que ocorrem em várias áreas da ciência influenciam muito o desenvolvimento da tecnologia do vácuo.

Como vimos, o campo de aplicação da tecnologia do vácuo é bastante amplo [6,10]. Podemos, de um modo geral, classificar as aplicações do vácuo em função das diferentes

necessidades impostas pela indústria, pela pesquisa tecnológica e pela pesquisa científica. Há algumas particularidades nos processos a vácuo no setor industrial, como por exemplo as grandes dimensões dos sistemas de vácuo e as enormes quantidades de gases e vapores a serem bombeados. Dentre as características mais marcantes dos processos a vácuo no setor industrial, talvez a que mais chame a atenção seja aquela de buscar a realização do processo em um menor tempo possível, visando a minimização dos custos de fabricação.

Existem poucas diferenças entre as particularidades do vácuo utilizado na pesquisa tecnológica e na pesquisa científica. É possível identificar uma série de instrumentos analíticos junto à câmara de vácuo, uma vez que há a necessidade de controle e medição precisos de variáveis como pressão total, temperatura, pressão parcial dos gases e vapores, e outras.

Devemos considerar que esta é uma classificação modesta. Em algumas atividades onde há o envolvimento de alta tecnologia, uma distância cada vez menor entre a ciência básica e a fabricação. Como exemplo, no setor da microeletrônica, muitos equipamentos, metodologias de trabalho e procedimentos em tecnologia do vácuo são praticamente os mesmos, tanto na pesquisa pura como na fabricação [7-10].

No contexto da pesquisa básica, encontramos algumas áreas que exigem equipamentos da tecnologia do vácuo de grande porte, como por exemplo:

- Na física experimental das partículas elementares, encontramos os aceleradores de alta energia, os anéis de colisão, os anéis de armazenamento, as câmaras de espalhamento, os calorímetros, etc [11-14].
- Na física da fusão nuclear controlada por meio do confinamento magnético, temos os *tokamaks*, os *stellarators*, os espelhos magnéticos, os injetores de partículas neutras e outros [14-18].
- Na cosmologia, encontramos as antenas para a detecção de ondas gravitacionais [19,20].

Os equipamentos citados acima são de grandes dimensões, com câmaras de vácuo e tubulações que podem ter volumes de vários metros cúbicos. Estes equipamentos apresentam pressões bases da ordem de  $10^{-8}$  mbar ou menores. Além das características específicas e inerentes de cada equipamento, como a temperatura de trabalho, ou ainda, a

espécie dos gases injetados durante a operação, convém observar que alguns destes equipamentos operam durante as experiências em pressões da ordem  $10^{-5}$  mbar.

Para que tenham um bom desempenho estes equipamentos, devem ter a capacidade de atingir pressões na região do ultra alto-vácuo. Para que este propósito seja alcançado devemos lançar mão dos chamados “processos de condicionamento”. Os processos de condicionamento são em geral os tratamentos recebidos pelos sistemas de vácuo com a finalidade de reduzir a quantidade de gases e vapores adsorvidos nas paredes expostas ao vácuo. Muitos dos processos de condicionamento trabalham em pressões da ordem de  $10^{-3}$  mbar, como por exemplo, o processo por *glow-discharge* e o processo por descarga Taylor. Assim, com a necessidade de atingir pressões dentro da faixa do ultra alto-vácuo muitos equipamentos exigem processos de condicionamento, e além disto também podem operar em pressões com ordens de grandeza acima da pressão final. Esta característica traz uma série de dificuldades para o projeto dos sistemas de vácuo e principalmente para a escolha dos materiais empregados, que devem ser compatíveis com pressões muito baixas [21].

Como exemplos de aplicação junto ao setor industrial temos a fundição a vácuo, o empacotamento de alimentos a vácuo, a metalização, a produção de recipientes com paredes isolantes térmicas, a isolação elétrica a vácuo, a liofilização, o tratamento de óleo de transformadores, em várias etapas da fabricação de micro-circuitos eletrônicos, produção de cinescópios, microscópios eletrônicos, tubos de raio-X [22]. Amplificadores de microondas na eletrônica de potência, nos tubos e válvulas eletrônicas de potência, soldagem por feixe de elétrons, etc. Existe também a necessidade no transporte e fixação de peças, na filtração e limpeza, na conformação mecânica, na secagem e desidratação, na micro-balança, e em outras mais. Portanto as aplicações da tecnologia do vácuo crescem e expandem em muitas áreas do setor produtivo.

Historicamente, a tecnologia do vácuo teve um grande desenvolvimento a partir da década de 40 do século XX. Saindo da esfera das experiências científicas e de algumas poucas aplicações industriais, a tecnologia do vácuo ganhou espaço e firmou-se como ciência e tecnologia. A partir da Segunda Guerra Mundial, muitos componentes eletrônicos, principalmente os de alta potência, tiveram sua fabricação intensificada, exigindo um

aprimoramento da tecnologia do vácuo para o seu bom funcionamento com suficiente tempo de vida útil [23-27].

Os principais setores influenciaram decisivamente a tecnologia do vácuo nos últimos 60 anos foram:

- A eletrônica de potência, principalmente durante a Guerra Fria, uma vez que as válvulas *magnetron* e *klystron*, para a geração e amplificação de microondas para radares, exigem alto-vácuo para a sua operação [28].
- Os aceleradores de partículas, cada vez mais empregados em física nuclear, além das cavidades aceleradoras, tubos de transporte de feixe de partículas e as câmaras de espalhamento demandam alto-vácuo e ultra alto-vácuo [29].
- Na indústria espacial, os satélites e naves espaciais devem ser testadas em laboratório para verificar os seus desempenhos em vácuo sideral. Os laboratórios para estes testes são enormes sistemas de ultra alto-vácuo [21].
- A corrida para se chegar à fusão nuclear controlada, iniciada na década de 50, principalmente entre os Estados Unidos da América e a ex-União das Repúblicas Socialistas Soviéticas e outros países, fez com que a tecnologia do vácuo experimentasse grande avanço. O progresso foi não somente na instrumentação, mas principalmente nos processos de limpeza, condicionamento, e também em novos materiais empregados em grandes sistemas de vácuo [29].
- Na indústria de microeletrônica, quase todos os processos de fabricação utilizam a da tecnologia do vácuo. Existem particularidades nos sistemas de vácuo dedicados na fabricação de microcircuitos, impondo desenvolvimento e melhorias nas bombas de vácuo, nos medidores de pressão, nos analisadores de gases residuais, e em outros. Os detalhes relevantes são a injeção controlada de vários gases de processo, o bombeamento de gases e vapores tóxicos e corrosivos, etapas envolvendo gases ionizados e plasma, manipulação automática em vácuo, sistemas de caracterização de propriedades dos materiais em vácuo e sistemas de vácuo com controle de impurezas e poeiras [10,21].

Os desenvolvimentos e progressos ocorridos nestas áreas também foram levados para inúmeras outras áreas, sendo que além de novos equipamentos, foram também absorvidas novas metodologias de trabalho, procedimentos de limpeza e condicionamento

para se alcançar pressões ainda mais baixas [9,14,29]. Um outro ponto que deve ser destacado é o desenvolvimento de novos materiais e o seu emprego em vácuo. Com a melhora no desempenho e na confiabilidade alcançados em processos utilizando vácuo, verificamos um aumento das suas aplicações tanto na indústria como na ciência.

## **6. Abordagens usuais em tecnologia do vácuo.**

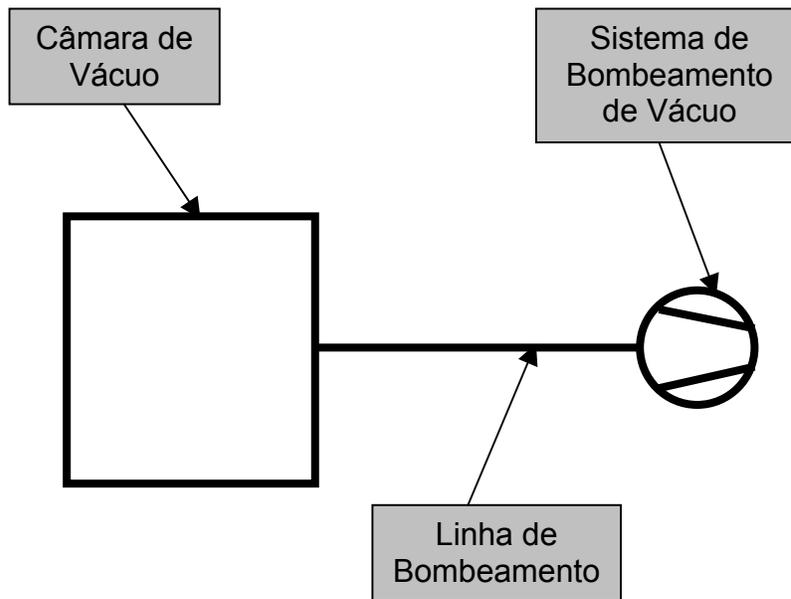
Os projetos usuais em tecnologia do vácuo são em geral realizados com modelagem bastante simplificada. Vamos considerar em seguida, como em geral é feito o projeto em tecnologia do vácuo para a determinação das capacidades das bombas de vácuo.

Podemos identificar dois tipos de cálculos realizados em tecnologia do vácuo. Um tipo é aquele feito com o propósito de montarmos um sistema de vácuo de pequeno ou médio porte. Neste caso, em geral, não temos a necessidade de conhecer detalhes do processo de bombeamento. Precisamos apenas dimensionar a capacidade das bombas de vácuo a partir da determinação da quantidade de gases e vapores que deverão ser bombeados [3-6,8-10, 29]. O outro tipo de cálculo realizado nos projetos de sistemas de vácuo é aquele utilizado nos processos de produção industrial, independentemente das dimensões da câmara de vácuo. Devem ser considerados nestes projetos os detalhes relativos às possíveis fontes de gases e vapores, a dependência da velocidade de bombeamento das bombas de vácuo com relação à pressão, os valores das condutâncias em função do regime de escoamento dos gases, além dos tipos de gases e vapores envolvidos no processo de bombeamento.

No caso dos sistemas de vácuo projetados e construídos pelas empresas especializadas, os cálculos são realizados com a utilização de programas computacionais próprios, desenvolvidos internamente e mantidos como sigilo industrial. Os cálculos consideram, em geral, parâmetros referentes às propriedades físico-químicas dos gases e vapores em superfícies expostas ao vácuo, medidos pelas próprias empresas. Neste contexto, os projetistas em tecnologia do vácuo que não dispõem dessas ferramentas computacionais podem ter apenas a alternativa de realizar cálculos simples ou criar os próprios programas computacionais.

De forma esquemática, os sistemas de vácuo podem ser representados como o mostrado na Figura I.1. Neste desenho vemos as partes essenciais apresentadas pela maioria

dos sistemas de vácuo que são; a câmara de vácuo, o sistema de bombeamento dos gases e vapores e a linha de bombeamento dos gases e vapores.



**Figura I.1** *Configuração Genérica de Sistemas de Vácuo.*

As três partes normalmente são bem localizadas, ou seja, têm carácter discreto. Entretanto, há sistemas de vácuo nos quais podemos encontrar bombas de vácuo localizadas imediatamente junto à câmara de vácuo e até mesmo dentro delas e sistemas de vácuo nos quais a câmara de vácuo confunde-se com a tubulação, ou seja, a região de interesse é praticamente tubular. Existem também vários sistemas de vácuo de interesse os quais não encontramos uma demarcação nítida entre as três partes mencionadas. Para estes casos, a modelagem físico-matemática é bastante complexa. Alguns destes casos serão discutidos em detalhe, sendo o objeto principal deste trabalho.

A principal equação utilizada na modelagem dos sistemas de vácuo é a equação fundamental para o processo de bombeamento (*Epb*),

$$V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -S_{ef} p_{CV}(t) + \sum_{i=1}^n Q_i \quad (I.1)$$

onde,  $V_{cv}$  representa o volume da câmara de vácuo,  $p_{cv}$  a pressão na câmara de vácuo,  $S_{ef}$  a velocidade efetiva de bombeamento e  $\sum_{i=1}^n Q_i$  (*throughput*) é a soma das vazões das possíveis fontes de gases e vapores do sistema de vácuo multiplicada por  $kT$ .

As diversas fontes de gases e vapores podem ser explicitadas por:

$$Q_{Total} = \sum_{i=1}^n Q_i = Q_{VR} + Q_{VV} + Q_{Vap} + Q_{Sub} + Q_{Deg} + Q_{Perm} + Q_{FBV} + Q_{GP} + Q_{IC} \quad (I.2)$$

onde  $Q_{VR}$  representa o *throughput* do vazamento real,  $Q_{VV}$  do vazamento virtual,  $Q_{Vap}$  da vaporização,  $Q_{Sub}$  da sublimação,  $Q_{Deg}$  da degaseificação,  $Q_{Perm}$  da permeação,  $Q_{FBV}$  da fonte gasosa da bomba de vácuo,  $Q_{GP}$  dos gases e vapores de processo e  $Q_{IC}$  da injeção controlada de gases e vapores. Estas fontes de gases e vapores estão descritas no Capítulo II [4-6,8-9,29].

A velocidade efetiva de bombeamento ( $S_{ef}$ ) é função da  $C_{total}$  (condutância total) e de  $S_{bv}$  (velocidade de bombeamento da bomba de vácuo), conforme a Equação I.3.

$$\frac{1}{S_{ef}} = \frac{1}{S_{bv}} + \frac{1}{C_{Total}} \quad (I.3)$$

Em geral, a velocidade da bomba de vácuo é função da pressão e o valor da condutância depende do regime de escoamento dos gases. Desta forma, a velocidade efetiva de bombeamento poderá ser uma função fortemente não linear.

Resolvendo a equação diferencial  $Epb$ , com a imposição da condição inicial,  $p_{cv}(0) = p_o$ , encontramos a evolução temporal da pressão na câmara de vácuo,  $p_{cv} = p_{cv}(t)$ .

Os sistemas de vácuo, utilizados nas indústrias e nos processos produtivos em geral, são fabricados por empresas especializadas em tecnologia do vácuo e são projetados com um nível de detalhamento que exige a resolução da equação diferencial  $Epb$ . Os modelos físicos construídos são geralmente sofisticados, uma vez que devem estar mais próximos da realidade do processo de bombeamento dos gases e vapores em estudo. São considerados os aspectos como: a velocidade de bombeamento das bombas de vácuo em

função da pressão, a variação da taxa de degaseificação específica em função do tempo e da temperatura e também a variação da condutância dos vários componentes em função do regime de escoamento dos gases. Este último item é muito importante, uma vez que as condutâncias variam muito em função da pressão no regime de escoamento viscoso laminar. Neste regime de escoamento dos gases e vapores e também, no regime de escoamento intermediário, o processo de bombeamento é representado matematicamente por uma equação diferencial não linear ordinária de primeira ordem [30-32].

As empresas especializadas em projetos e construção de sistemas de vácuo usados, tanto em processos industriais como em pesquisa, podem ensaiar e testar em bancada os seus equipamentos em situações reais. Com a experiência acumulada e com os dados experimentais disponíveis para análise, os modelos físico-matemáticos podem ser construídos e comparados com as medições feitas. Em seguida, novos ajustes e aprimoramentos nos modelos podem ser introduzidos. De um modo geral, estes dados experimentais, incluindo os valores das taxas de degaseificação específica de vários materiais tratados com processos de limpeza e condicionamento, os resultados analíticos-numéricos detalhados dos modelos, constituem segredo industrial [33-36].

A abordagem mais utilizada nos projetos de sistemas de vácuo por meio de cálculos simplificados é a seguinte: No caso da determinação da velocidade efetiva de bombeamento para o alto-vácuo, especificado o valor da pressão final na câmara de vácuo, a pressão é considerada constante. Neste caso, na Equação I.1, a derivada será igual a zero

$\left( \frac{dp_{final}}{dt} = 0 \right)$ , e portanto:

$$-S_{ef} p_{final} + \sum_{i=1}^n Q_i = 0, \quad (I.4)$$

na qual encontramos a velocidade efetiva de bombeamento,  $S_{ef} = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i}{p_{final}}$ .

Com a determinação da condutância total  $C_{Total}$  da linha de bombeamento, calculamos a velocidade de bombeamento necessária para as bombas de vácuo usando a Equação I.3:

$$\frac{1}{S_{bv}} = \frac{1}{S_{ef}} - \frac{1}{C_{Total}} \Rightarrow S_{bv} = \frac{S_{ef} \cdot C_{Total}}{C_{Total} - S_{ef}} .$$

Quando o sistema de bombeamento de gases e vapores não é suficiente para atingir a pressão final pretendida, simplesmente acrescentamos uma ou mais bombas de vácuo. O fato de termos imposto que a pressão final é constante (estado permanente), esta modelagem não traz resultado algum com respeito à evolução temporal da pressão na câmara de vácuo [5-6,8-9].

Encontramos na literatura dados que servem como uma indicação de ordem de grandeza para os valores de taxa de degaseificação específica para vários materiais [6]. Entretanto, freqüentemente não mencionam como foram obtidos os valores apresentados, ou ainda, quais as condições para a sua aplicação. Também não são mencionadas as procedências dos materiais e principalmente, o método e os produtos químicos usados na limpeza. Estas informações são importantes pois o desempenho do sistema de vácuo depende muito da “história” dos materiais utilizados na sua construção [5].

## **7. O alcance, as limitações e as dificuldades dos cálculos e análises em tecnologia do vácuo.**

Na ciência, na tecnologia ou na engenharia, o alcance dos cálculos depende fundamentalmente dos modelos que construímos para representar um determinado processo ou fenômeno. Os modelos devem ser simplificados a fim de conseguirmos resolvê-los matematicamente, mas, não devem ser exageradamente simplificados, de modo a perder a essência do objeto em estudo. Quando falamos em resolução matemática do problema, estamos considerando a obtenção da solução por meios analíticos ou numéricos. Tanto na ciência como na tecnologia, é sempre uma tarefa difícil determinar qual o nível de detalhamento que deveremos considerar na construção da modelagem do objeto em estudo. Ao propor um modelo físico-matemático, o ideal seria conseguir o máximo de informação requerida para as nossas necessidades com o mínimo de esforço para a obtenção delas. A questão é que nem sempre sabemos *a priori* se um determinado detalhe será importante para a modelagem do sistema [34-36].

Em tecnologia do vácuo, como já vimos, os modelos físicos são tratados matematicamente por meio da solução da equação diferencial fundamental para o processo de bombeamento. Dependendo dos detalhes que queiramos considerar no estudo em questão, a equação diferencial poderá ficar fortemente não linear, acarretando uma dificuldade adicional na solução matemática do problema. Como já foi mencionado, não há ferramentas de análise disponíveis para a solução matemática de problemas específicos em tecnologia do vácuo. Assim, os projetistas e analistas em tecnologia do vácuo, ou ainda usuários que necessitam de resultados mais detalhados, precisam criar as suas próprias ferramentas para solucionar seus problemas.

Apesar das considerações feitas acima, devemos ter em mente que os problemas apresentados podem ser tratados e analisados com rigor. Assim, como ocorrem em outras áreas da tecnologia, deveremos desenvolver os procedimentos e ferramentas adequados para estudo. Mesmo levando em conta os refinamentos e as sofisticações no modelo, há um alcance limitado na modelagem construída a partir da equação diferencial  $Epb$ , explicitada na Equação I.1. A questão está no fato de a Equação I.1 fornecer a função pressão na câmara de vácuo em função somente do tempo. Neste caso, está implícito que a pressão é a mesma em todos os pontos da câmara de vácuo. Esta hipótese certamente é uma simplificação que podemos considerar exagerada. Uma análise mais localizada sobre o assunto mostrará que deveremos considerar um campo de pressão na câmara de vácuo, em todas as partes do sistema de vácuo, ou seja, matematicamente teremos que a pressão deverá ser um campo escalar, representado por uma função  $p_{CV} = p_{CV}(x,y,z,t)$ .

Cada uma das partes das superfícies expostas ao vácuo é uma fonte de gás, além de outras possíveis fontes de gases e vapores. Temos regiões onde haverá remoção de moléculas dos gases e desta forma teremos um problema típico de difusão de partículas ou ainda um problema de escoamento de fluidos gasosos. Tanto considerando os gases no regime molecular, como os gases no regime viscoso laminar, teremos um campo de pressão. Desta forma, há uma limitação intrínseca na formulação representada pela Equação I.1, a saber: ela faz a suposição de que há somente um valor de pressão na câmara de vácuo para cada instante, ou seja, matematicamente ela nos fornece  $p_{CV} = p_{CV}(t)$ .

Pelo exposto acima, o máximo alcance possível feito em uma análise tradicional em tecnologia do vácuo é a obtenção de um valor de pressão em função do tempo na câmara de

vácuo. Isso, mesmo considerando todos os possíveis detalhes relativos às fontes de gases e vapores, os valores das condutâncias dos componentes que compõem a linha de bombeamento, e ainda as curvas das velocidades de bombeamento das bombas de vácuo. Desta forma, está claro que a modelagem e análise dos sistemas de vácuo, utilizando a  $Epb$ , têm limitações e alcances intrínsecos a esta formulação. Do ponto de vista básico, esta  $Epb$  é deduzida a partir do princípio de conservação de energia. Ela é um balanço entre a potência recebida pela câmara de vácuo, provenientes dos átomos e moléculas que compõem os gases e vapores  $\left(\sum_{i=1}^n Q_i\right)$ , da potência transferida para as bombas de vácuo  $\left(-S_{ef} p_{CV}(t)\right)$  e a parte da potência que faz variar a pressão na câmara de vácuo, cujo termo é  $V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt}$ . Conforme discutiremos em detalhes no Capítulo II.

Uma abordagem mais sofisticada, para o tratamento detalhado de sistemas de vácuo, seria aquela em que fosse possível encontrar o valor de pressão em função do tempo, e também em função de cada ponto da câmara de vácuo. Este tipo de enfoque tem sido conseguido para diferentes sistemas físicos, como por exemplo: problemas de transferência de calor para encontrar a distribuição de temperaturas, estudos em escoamento de fluidos para a obtenção de campo de velocidades e campo de pressão, problemas envolvendo a distribuição de cargas elétricas para a determinação do potencial elétrico no espaço, etc. Estes problemas são típicos em física e em tecnologia, surgindo da formulação do problema em termos de equações diferenciais parciais, com o estabelecimento das condições de contorno e também podendo ter condições iniciais. Esperamos construir uma formulação em termos de campos de pressão, com as condições de contorno e condições iniciais bem estabelecidas e com claro significado físico também para os problemas que surgem em tecnologia do vácuo[37-39].

Há um outro aspecto que devemos considerar e que corroborará a busca por uma formulação em termos de campos de pressão. Encontramos sistemas de vácuo nos quais as regiões de interesse, onde queremos encontrar o valor de pressão, são praticamente confundidas com a tubulação e muitas vezes com a própria bomba de vácuo. Nestes casos, a formulação tradicional empregada pela tecnologia do vácuo não consegue alcançar detalhes relativos ao processo de bombeamento, fornecendo apenas informações gerais e

globais. Ainda, em sistemas de vácuo compostos essencialmente por geometrias tubulares, com bombas de vácuo em suas extremidades, o termo relativo à câmara de vácuo e o termo relativo à velocidade efetiva de bombeamento são praticamente confundidos. Estes casos são bastante comuns em instalações envolvendo aceleradores de partículas e, como discutiremos no Capítulo III, em geral, podem ser encontrados valores bem diferentes de pressão em função da posição no tubo.

Com o propósito de alcançar uma descrição mais detalhada em tecnologia do vácuo, construiremos ferramentas da física-matemática para a obtenção do campo de pressão. Tendo à disposição a formulação de campo escalar de pressão, poderemos fazer modelagens sofisticadas e mais realísticas dos sistemas de vácuo. Deveremos, no entanto, ter claro que a obtenção de soluções envolvendo equações diferenciais parciais, com condições de contorno e às vezes condições iniciais, é uma tarefa muito difícil. Raríssimas são as situações nas quais encontramos soluções analíticas e, nesses casos, a sua obtenção é bastante árdua. A grande maioria dos problemas envolvendo condições de contorno tem as suas soluções obtidas utilizando métodos numéricos por meios computacionais [40-46].

## **8. Síntese do trabalho.**

Os principais resultados obtidos no presente trabalho são de dois tipos: no primeiro deles, o instrumental de análise é capaz de resolver numericamente a equação diferencial do processo de bombeamento por meio do método de *Euler-Heun* (similar ao método de *Runge-Kutta* de segunda ordem) e do método de *Runge-Kutta* de quarta ordem. Nas análises realizadas foram consideradas as condutâncias dependentes da pressão nos casos em que o regime de escoamento dos gases exige, e também foram consideradas as velocidades de bombeamento das bombas de vácuo dependentes da pressão. Neste caso, foram conseguidas expressões analíticas, por meio de ajustes das curvas disponíveis nos catálogos dos produtos de vácuo. As bombas de vácuo para as quais conseguimos a expressão da velocidade de bombeamento em função da pressão são: bomba mecânica de palhetas, bomba *roots*, bomba difusora e bomba turbomolecular. Os resultados obtidos são bastante precisos quando comparados com aqueles casos nos quais podemos obter solução analítica.

Nas análises e modelagens realizadas, foram considerados um sistema de pré-vácuo (bomba mecânica de palhetas e bomba *roots*) e um sistema de alto-vácuo (bomba mecânica de palhetas e bomba difusora). Obtivemos a pressão como função do tempo, desde a pressão atmosférica até a pressão final que atinge o sistema de vácuo. Com o propósito de conseguirmos uma análise detalhada, foi dada uma grande ênfase nos aspectos físicos do processo de bombeamento, em particular na obtenção da equação diferencial fundamental para o processo de bombeamento. Foram consideradas as definições e as equações para as várias fontes de gases e vapores importantes para a tecnologia do vácuo.

O segundo tipo de resultado refere-se à obtenção dos valores de pressão em todos os pontos da câmara de vácuo, ou seja, conseguimos descrever os problemas de vácuo a partir de uma formulação de campo escalar, no caso, campo de pressão. A fim de tratar o problema adequadamente, foram desenvolvidas as ferramentas matemáticas necessárias para considerar os sistemas de alto-vácuo como sendo problemas de difusão de partículas. Foram tratados problemas em uma e em duas dimensões espaciais. No caso de uma dimensão, tratamos de estruturas tubulares, muito encontradas em várias aplicações da tecnologia do vácuo, por exemplo, os aceleradores de partículas, válvulas *klystron*, anéis de armazenamento de partículas, microscópio eletrônico e os próprios tubos de transporte de gases. Foi obtida uma generalização para o tratamento de sistemas tubulares para quaisquer fontes de gases e, ainda, o tratamento para tubos com seção transversal variável.

Para o caso de duas dimensões, foram consideradas as câmaras de vácuo das telas (mostradores de informação) com tecnologia de emissão de elétrons por efeito de campo. Este caso apresenta grande interesse atualmente, uma vez que este tipo de mostrador de informação parece ser o mais promissor para substituir o centenário, e ainda insuperável tubo de raios catódicos. São discutidas em detalhe nos modelos com duas dimensões espaciais as condições iniciais e de contorno para cada situação específica. Foram considerados casos com fontes de gases estacionárias e transientes, também foram consideradas fontes impulsivas de gases, modelando casos bastante comuns em vácuo, nos quais ocorrem súbitas produções de gases e vapores nos sistemas de vácuo. Com relação aos casos em duas dimensões, coube neste trabalho a tarefa de definir a grandeza condutância específica e também definir matematicamente as fontes de gases.

## 9. Referências.

1. Madey, T. E. and Brown, W. C., History of Vacuum Science and Technology, American Vacuum Society and American Institute of Physics, 1984.
2. Redhead, P. A., Vacuum Science and Technology – Pioneers of the 20<sup>th</sup> Century, American Vacuum Society, 1994.
3. Dushman, S., Scientific Foundations of Vacuum Technique, Second Edition, John Wiley and Sons Inc, 1962.
4. Hucknall, D., Vacuum Technology and Applications, Butterworth-Heinemann Ltd, 1991.
5. O’Hanlon, J. F., A User’s Guide to Vacuum Technology, Second Edition, A Wiley-Interscience Publication, 1989.
6. Roth, A., Vacuum Technology. Second and Revised Edition, North-Holland, 1986.
7. Sugano, T., Applications of Plasma Processes to VLSI Technology, Wiley-Interscience Publication, 1985.
8. Degasperi, F. T., Notas de Aula da Disciplina de Tecnologia do Vácuo da Faculdade de Tecnologia de São Paulo, Terceira Edição, Circulação Restrita, 1999.
9. Lafferty, J. M., Foundations of Vacuum Science and Technology, Wiley-Interscience Publication, 1998.
10. Duval, P., High Vacuum Production in the Microelectronics Industry, Elsevier Science Publishers B.V., 1988.
11. Dylla, H. F., Development of Ultrahigh Vacuum Technology for Particle Accelerators and Magnetic Fusion Devices, J. Vac. Sci. Technol. A 12(4), 1994.
12. Gröber, O., J. Vac. Sci. Technol. A 9(3), 1991.
13. Benvenuti, C., Calder, R. and Grobner, O., Vacuum, 37( 8/9), 1987.
14. Dylla, H. F., A Review of Surface Conditioning Techniques for Ultrahigh Vacuum Systems. Proceedings of the Workshop on Wall Conditioning in Large Ultra High Vacuum Devices. International Union for Vacuum Science, Technique and Applications – IUVSTA, Switzerland, 1995.
15. Winter, J., Wall Conditioning in Fusion Devices. Proceedings of the Workshop on Wall Conditioning in Large Ultra High Vacuum Devices. International Union for Vacuum Science, Technique and Applications – IUVSTA, Switzerland, 1995.

16. Varandas, C.A.F., Vacuum, 45(10/11), 1994.
17. Degasperi, F.T., The Vacuum Pumping, Controlled Gas Injection and Residual Gas Analyses Systems for the TCA-BR Tokamak, 14<sup>th</sup> International Vacuum Congress (IVC 14), Birmingham, United Kingdom, 1998. (*Trabalho apresentado em Sessão Oral*).
18. Degasperi, F.T., Elisondo, J.I., Larche, E.A., Reis, A.P. dos, Sanada, E.K., Ferreira, A.A., Lima, R.R. and Nascimento, I.C., The Vacuum Pumping, Controlled Gas Injection, Residual Gas Analyses and Conditioning Wall Systems for the TCABR Tokamak, 14<sup>th</sup> Technical Committee Meeting on Research Using Small Fusion Devices, Instituto de Física da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil, 2001. (*Trabalho apresentado em Sessão de Paineis*).
19. Bradaschia, C., Large Interferometers for Gravitational Waves Detection, Proceedings of the Workshop on Wall Conditioning in Large Ultra High Vacuum Devices. International Union for Vacuum Science, Technique and Applications – IUUVSTA, , Switzerland, 1995.
20. Bernardini, M., Bradaschia, C., Pan, H.B., Pasqualetti, A., Torelli, G. and Zhang, Z., Gravitation Antenna Vacuum Prototype. Proceedings of the Workshop on Wall Conditioning in Large Ultra High Vacuum Devices. International Union for Vacuum Science, Technique and Applications – IUUVSTA, Switzerland, 1995.
21. Beni, G., Hackwood, S., Belinski, S., Shirazi, M., Li, Shigang. and Karuppiah, L., Vacuum Mechatronics, Artech House, Inc. 1990.
22. Porta, P. Della., The Gettering Process in Modern Receiving Valve Manufacture, Progress in Vacuum Science and Technology, Ed. A. Barrett, Pergamon Press, 1959.
23. Hablanian, M.H., J. Vac. Sci. Technol. A2(2), 1984.
24. Redhead, P.A., J. Vac. Sci. Technol. A2(2), 1984.
25. Duke, C.B., J. Vac. Sci. Technol. A2(2), 1984.
26. Hobson, J.P., J. Vac. Sci. Technol. A2(2), 1984.
27. Loevinger, R., Fundamental Considerations in Vacuum Practice. Vacuum Equipment and Techniques, Ed. A. Guthrie and R.K. Wakerling. McGraw-Hill Book Company, 1949.

28. Sedlacek, M., *Electron Physics of Vacuum and Gaseous Devices*, John Wiley and Sons, 1996.
29. Hoffman, D.M., Singh, B. and Thomas III, J.H., *Handbook of Vacuum Science and Technology*, Academic Press, 1997.
30. Roberts, R.W. and Vanderslice, T.A., *Ultrahigh Vacuum and its Applications*. Prentice-Hall, 1963.
31. Davy, J.R., *Industrial High Vacuum*, Sir Isaac Pitman and Sons, 1951.
32. Ryans, J.L. and Roper, D.L., *Process Vacuum Systems Design and Operation*, McGraw-Hill Book Company, 1986.
33. Woods, R.L. and Lawrence, K.L., *Modeling and Simulation of Dynamics Systems*, Prentice-Hall, 1997.
34. Gershendeld, N., *The Nature of Mathematical Modeling*, Cambridge University Press, 1999.
35. MacCluer, C.R., *Industrial Mathematics – Modeling in Industry, Science and Government*, Prentice Hall, 2000.
36. Svobodny, T., *Mathematical Modeling for Industry and Engineering*, Prentice Hall, 1998.
37. Arfken, G. and Weber, H., *Mathematical Methods for Physicists*, 4<sup>th</sup> Edition, Academic Press, 1998.
38. Tijonov, A.N. and Samarsky, A.A., *Ecuaciones de la Fisica Matematica*, Segunda Edición, Editorial Mir, 1980.
39. Snider, A.D., *Partial Differential Equations: Sources and Solutions*, Printice Hall, 1999.
40. Gershendeld, N., *The Physics of Information Technology*, Cambridge University Press, 2000.
41. Fortuna, A.O., *Técnicas Computacionais para a Dinâmica dos Fluidos – Conceitos Básicos e Aplicações*, Editora da Universidade de São Paulo, 2000.
42. Van Atta, C.M., *Vacuum Science and Engineering*, McGraw-Hill Book Company, 1965.

43. Degasperi, F.T., Dedução da Equação Fundamental para o Processo de Bombeamento na Tecnologia do Vácuo - Objetivo Didático, XII Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Ciência e na Indústria, Florianópolis, SC, Brasil, 1991. (*Trabalho apresentado em Sessão Oral*).
44. Sanches Junior, R.L., Tratamento Matemático Analítico-Numérico para o Processo de Bombeamento em Tecnologia do Vácuo. (*Trabalho de Graduação do Curso MPCE da Fatec-SP, orientado por F.T. Degasperi, 1997*).
45. Degasperi, F.T., Análise Detalhada de Sistemas de Vácuo, Laboratório do Acelerador Linear do Instituto de Física da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil, 1999. (*Seminário*).
46. Pauletti, R.M.O., Degasperi, F.T., Morel, J.C.O.; Saraiva, J.R.; Onusic, H.; Xavier, O.A.M.; Mathias Jr. V. - "Determinação do Campo de Temperaturas em Rodas de Ônibus Urbanos". VII SIMEA - Simpósio de Engenharia Automotiva, São Paulo, SP, Brasil, 1993. Publicado nos Anais do Simpósio. Este trabalho recebeu Menção Honrosa da Associação Brasileira da Indústria Automotiva (AEA).

# Capítulo II

## Os Fenômenos Físicos e as Ferramentas da Física- Matemática para a Modelagem e Análise Detalhadas de Sistemas de Vácuo

*Neste Capítulo apresentaremos os conceitos físicos fundamentais para o estudo dos gases rarefeitos. A fim de modelar e analisar os sistemas de vácuo com rigor faremos um estudo das várias fontes de gases e vapores importantes nos processos em baixas pressões. Em seguida, trataremos do transporte dos gases e do processo de bombeamento, etapas essenciais para chegar à equação fundamental da tecnologia do vácuo. Posteriormente, faremos a distinção e a definição entre as formulações discreta e contínua de sistemas de vácuo, detalhando como empregá-las e quais os seus alcances e limitações; continuando, deduziremos as equações para o tratamento matemático dessas formulações. Como a modelagem dos sistemas de vácuo segue uma formulação de equações diferenciais, discutiremos em detalhe o estabelecimento das condições iniciais e condições de contorno dos problemas. Mostraremos que as formulações discreta e contínua devem ser tratadas como complementares. Finalizando, apresentaremos uma discussão sobre a hipótese de que o fluxo de gases, ocorrendo no regime de escoamento molecular seja um processo difusivo.*

### **1. Introdução.**

A tarefa principal da tecnologia do vácuo é apresentar soluções – muitas vezes com baixo custo – para a remoção parcial dos gases e vapores presentes em um recipiente. Há essencialmente duas grandes classes de fenômenos importantes em gases rarefeitos. Uma delas é aquela relativa às possíveis fontes de gases e vapores e a outra é aquela devida ao transporte da matéria no estado gasoso no sistema de vácuo. Os fenômenos observados em baixas pressões são devidos à interação dos átomos e moléculas entre si e a interação

dos gases e vapores com as superfícies dos materiais sólidos e líquidos. No caso específico dos fenômenos ligados ao transporte dos gases e vapores em pressões abaixo da pressão atmosférica (aproximadamente 1000 mbar), há quatro maneiras distintas de os gases escoarem. Isto torna o processo de bombeamento em vácuo bastante difícil de ser estudado, mas, a identificação das várias etapas do escoamento dos gases e vapores é determinante para conseguir um bom desempenho do sistema de vácuo.

Neste sentido, para que possamos realizar uma análise profunda, deveremos ter uma definição clara e quantitativa das várias fontes de gases e vapores que participam de um determinado processo. Além disso, verificamos que, em baixas pressões, os gases podem escoar de maneiras diferentes e bastante distintas entre si. Estamos propondo dois modos de abordar os sistemas de vácuo: a discreta e contínua. Na primeira abordagem ou formulação, o sistema de vácuo é tratado de forma discreta, ou seja, temos três partes distintas: a câmara de vácuo, as bombas de vácuo e as conexões entre as bombas de vácuo e a câmara de vácuo. Na formulação discreta, a câmara de vácuo é tratada como uma unidade pontual, tendo apenas um valor de pressão em cada instante. Por meio da formulação discreta não conseguimos obter informações ou valores de pressão para cada ponto da câmara de vácuo; obtemos resultados que podem ser considerados “valores médios”.

Em contraste, na formulação contínua o sistema de vácuo é tratado considerando a câmara de vácuo formada por uma estrutura espacial, na qual os detalhes geométricos, as posições das várias fontes de gases e vapores, as posições das passagens dos gases e outros detalhes são importantes para a modelagem. Na formulação contínua, uma vez que os detalhes são considerados em função da posição e do tempo como por exemplo, a condutância específica, o *throughput* específico devido às fontes de gases e vapores e o volume específico, os resultados também são obtidos em função da posição e do tempo. Desta forma, podemos conhecer a pressão, o *throughput*, a densidade de energia cinéticas das moléculas e outras grandezas, em função da posição e do tempo para todos os pontos da câmara de vácuo.

No tratamento discreto de sistemas de vácuo a modelagem é realizada por meio da construção de uma equação diferencial ordinária de primeira ordem na variável independente tempo. No caso, precisaremos determinar o valor de uma condição inicial. No caso do tratamento contínuo, a modelagem é realizada com a construção de uma

equação diferencial parcial, desta forma, precisaremos determinar as condições de contorno e a condição inicial. As informações necessárias para realizar uma modelagem de um sistema de vácuo com abordagem contínua são mais difíceis de se conseguir que com a abordagem discreta.

Verificaremos que ambas as formulações devem ser tratadas como complementares, inclusive, pode ocorrer que para a obtenção de uma ou mais condições de contorno precisemos fazer, primeiramente, uma análise com a abordagem discreta. Na área de transferência de calor, as abordagens discreta e contínua são bastante freqüentes e desenvolvidas e o tipo de procedimento discutido acima é muito utilizado.

Outro aspecto as mostra como complementares: o fato da abordagem discreta fornecer dados para verificar a coerência dos resultados obtidos por meio da abordagem contínua. Fisicamente falando, podemos verificar se as leis de conservação de massa e conservação de energia são obedecidas. Desta forma, não obstante as dificuldades inerentes, muitas vezes os dois tipos de análises podem ser necessários.

## **2. A teoria cinética dos gases em baixa pressão.**

A teoria cinética dos gases é a base teórica para o estudo dos sistemas de vácuo. Além do comportamento geral dos gases e vapores, devemos ainda considerar fenômenos importantes dos gases em baixas pressões, como por exemplo, os fenômenos de adsorção e de desorção [1,2]. A teoria cinética dos gases é uma área da física bastante extensa e pode ser tratada em diferentes níveis de profundidade. Tendo em vista os nossos propósitos, neste trabalho, apenas citaremos os conceitos básicos relevantes da teoria cinética dos gases e vapores e a sua importância para a tecnologia do vácuo. Há alguns textos que consideram a teoria cinética dos gases adequada à tecnologia do vácuo [3-7]. Tradicionalmente, a teoria cinética dos gases trata, tanto o comportamento dos gases e vapores em um recipiente, como os fenômenos de transporte. Os gases rarefeitos apresentam quatro tipos de regimes de escoamento, bem diferentes entre si. Este ponto talvez seja a característica mais marcante da tecnologia do vácuo e tem importância fundamental para os projetos, os processos, o funcionamento dos equipamentos e tudo o mais que ocorra em vácuo.

A equação dos gases perfeitos ou ideais,

$$p V = n R T \quad \text{ou} \quad p V = N k T$$

é uma sistematização das leis de *Boyle e Mariotte*, de *Charles*, de *Avogadro* e de *Gay-Lussac*. A expressão matemática simples para a equação de estado dos gases perfeitos reflete a forma simples dos gases [4,5]. As grandezas que aparecem na equação dos gases perfeitos são: a pressão  $p$ , o volume do recipiente  $V$ , a quantidade de gás em número de mols  $n$  ou número de moléculas  $N$  e a temperatura  $T$ , ainda,  $R$  é a constante universal dos gases perfeitos e  $k$  é a constante de *Boltzmann*. Na maioria dos casos em vácuo, a equação acima é suficiente para tratar do comportamento dos gases no volume. Como exemplo, a metrologia em vácuo tem arranjos experimentais e padrões primários e absolutos com os seus princípios físicos baseados nas leis fenomenológicas citadas acima [1,2].

Há aplicações da tecnologia do vácuo nas quais temos a presença de vapores. Nestes casos, deveremos tratar o estado gasoso usando a equação dos gases reais. Adotamos assim, a equação de *van der Waals*,

$$\left( p + \frac{n^2 a}{V^2} \right) (V - n b) = n R T$$

onde  $a$  e  $b$  são parâmetros para um dado gás. A expressão acima considera a existência do fenômeno da pressão de vapor. Este fenômeno é importante na tecnologia do vácuo, pois, o desempenho das bombas de vácuo e muitos aspectos do processo de bombeamento são dependentes da pressão de vapor [12]. Do ponto de vista do comportamento dos gases e vapores, as duas equações de estados apresentadas são suficientes.

A teoria cinética dos gases teve um grande avanço por meio da função de distribuição de *Maxwell-Boltzmann* das velocidades e energias e uma série de propriedades foram explicadas a partir de primeiros princípios. Para a tecnologia do vácuo, os conceitos e cálculos relativos ao transportes de gases e vapores dependem desta distribuição, em particular para os regimes de escoamento intermediário e molecular. Além da condutância,

fundamental para os cálculos em tecnologia do vácuo, a velocidade de bombeamento dos gases e vapores é outra grandeza muito usada e ela é definida como o volume de gás removido por unidade de tempo. Outra grandeza fundamental para a tecnologia do vácuo é o *throughput*, definido como

$$Q(t) \equiv \frac{dn(t)}{dt} R T = \frac{dN(t)}{dt} k T .$$

O *throughput* tem unidade de potência e podemos interpretá-lo como sendo diretamente proporcional à *vazão* da energia cinética média de translação das moléculas no sistema de vácuo [1-2,11-12].

As moléculas no estado gasoso estão em incessante movimento caótico. Desta forma, elas colidem com as paredes ou outras superfícies do sistema de vácuo. Considerando uma quantidade de gás em um volume, citaremos os seguintes conceitos e grandezas importantes para a tecnologia do vácuo. A densidade de moléculas em um recipiente é dada pela expressão  $\frac{N}{V}$ . O número de choques das partículas com as superfícies, por unidade de área e unidade de tempo (J), é dado pela expressão

$$J = \frac{p N}{\sqrt{2} \pi M R T} ,$$

onde  $M$  é a massa molecular. Este é um dos mais importantes conceitos da teoria cinética dos gases para a tecnologia do vácuo e suas aplicações. O caminho livre médio é definido como a distância média percorrida pelas moléculas entre dois choques sucessivos. Ele é dado pela expressão

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d_m^2 \frac{N}{V}} ,$$

onde  $d_m$  é o diâmetro da molécula. A grandeza  $\lambda$  determina, direta ou indiretamente, uma série de propriedades relacionadas aos fenômenos de transportes dos gases e vapores [8]. A relação

$$Kn = \frac{\lambda}{L},$$

chamada de número de *Knudsen*, é a que determina qual o tipo de escoamento dos gases presente no sistema de vácuo. A determinação de  $Kn$  é o ponto de partida para os projetos em tecnologia do vácuo. Na sua expressão,  $L$  é uma distância típica do sistema de vácuo, em geral o diâmetro da tubulação que liga a câmara de vácuo à bomba de vácuo [1-2,9-12].

O tempo de formação de uma monocamada de moléculas em uma superfície é dado pela expressão

$$t_{fmc} = \frac{4}{\left(\frac{N}{V}\right) \left(\frac{8 R T}{\pi M}\right)^{1/2}} d_m^2.$$

Este é outro conceito importante na teoria cinética dos gases, com muitas aplicações em vácuo sustentadas nele [10]. A frequência de colisões de moléculas entre si por unidade de tempo é dada pela expressão

$$\varepsilon = \frac{\left(\frac{8 R T}{\pi M}\right)^{1/2}}{\lambda}.$$

Outro conceito importante para os sistemas de vácuo que apresentam partes com diferentes temperaturas é a transpiração térmica [1,4,9,12]. Muitos dos conceitos citados acima têm importância também no estudo dos fenômenos de transportes nos gases, sempre com atenção na identificação do tipo de regime de escoamento. Devemos considerar os fenômenos relativos aos gases e vapores, tanto em um volume como em transporte [14]. Finalizando, as inúmeras e crescentes aplicações do vácuo estão baseadas na teoria cinética

dos gases, e esta continua nos fornecendo idéias para novas aplicações e aprimoramento das já existentes [1,10,12].

### 3. As fontes de gases.

O estudo e a determinação da evolução temporal da pressão na câmara de vácuo,  $p_{CV} = p_{CV}(t)$ , é uma das tarefas básicas da tecnologia do vácuo. A equação diferencial para o processo de bombeamento é mostrada abaixo

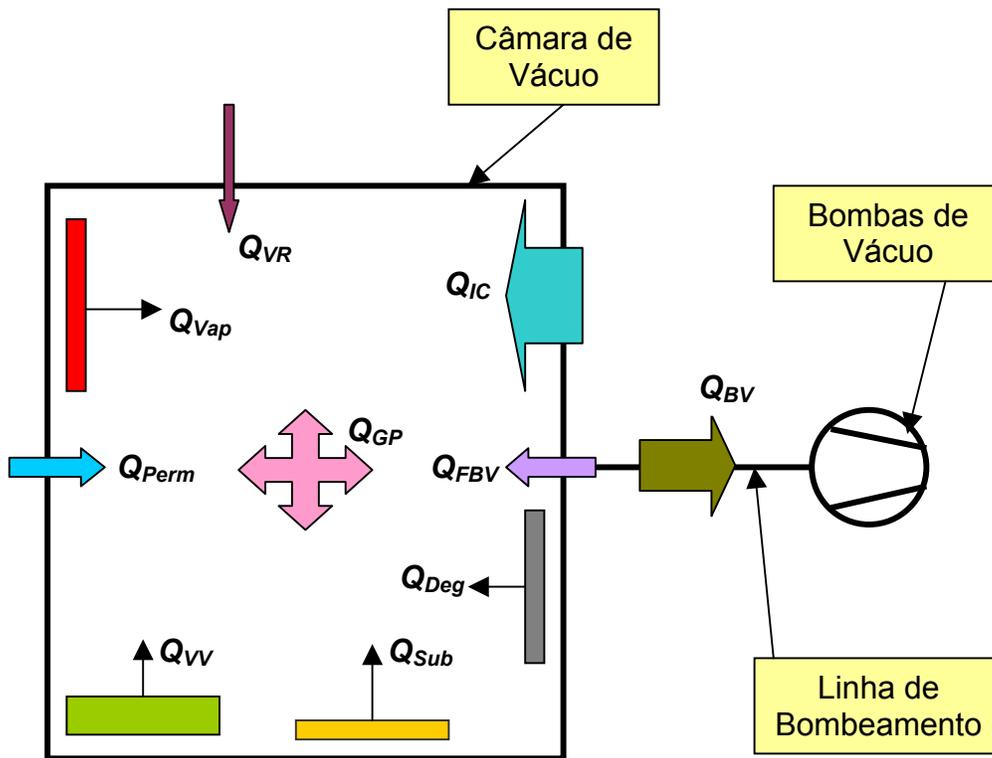
$$V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -S_{ef} p_{CV}(t) + \sum_{i=1}^n Q_i . \quad (II.1)$$

Como vimos no capítulo anterior, a identificação das fontes de gases e vapores é fundamental, para podermos resolver a equação diferencial acima. Em sua forma mais geral, o termo relativo às fontes dos gases e vapores é

$$Q_{Total} = \sum_{i=1}^n Q_i = Q_{VR} + Q_{VV} + Q_{Vap} + Q_{Sub} + Q_{Deg} + Q_{Perm} + Q_{OBV} + Q_{GVP} + Q_{IC} , \quad (II.2)$$

onde identificamos cada parcela da expressão acima como sendo:  $Q_{VR}$  o *throughput* do vazamento real,  $Q_{VV}$  do vazamento virtual,  $Q_{Vap}$  da vaporização,  $Q_{Sub}$  da sublimação,  $Q_{Deg}$  da degaseificação,  $Q_{Perm}$  da permeação,  $Q_{OBV}$  da fonte gasosa com origem na bomba de vácuo,  $Q_{GVP}$  dos gases e vapores de processo e  $Q_{IC}$  da injeção controlada de gases e vapores. A solução da equação diferencial, dada pela expressão II.1, somente poderá ser obtida com a determinação matemática de cada uma das parcelas da expressão II.2 [1,2,11-15]. Desta forma, para um determinado processo em vácuo, as fontes de gases e vapores presentes deverão ser representadas por meio de funções matemáticas. A obtenção das expressões matemáticas para as fontes gasosas geralmente não é uma tarefa imediata. O primeiro passo a ser dado, no sentido de quantificar as fontes gasosas, é ter os conceitos físicos muito claros sobre elas. Os sistemas de vácuo têm geralmente várias fontes gasosas presentes participando do processo. Observamos entretanto, que uma particular fonte gasosa geralmente é a dominante em uma certa faixa de pressão, podendo as outras fontes

gasosas ser desprezadas. Isto pode trazer uma simplificação matemática bastante grande à análise do sistema de vácuo. Entretanto, as simplificações conscientes nas modelagens matemáticas de fenômenos físicos exigem um conhecimento bastante grande e seguro do assunto tratado. Neste sentido, um conhecimento profundo, relativo às fontes gasosas, assume um papel central em tecnologia do vácuo. A seguir, apresentamos esquematicamente um sistema de vácuo com as possíveis fontes de gases e vapores encontradas nas aplicações em baixas pressões.



**Figura II.1** Esquema de um sistema de vácuo mostrando as possíveis fontes de gases e vapores que alimentam a câmara de vácuo, com a linha de bombeamento através da qual os gases e vapores escoam até atingirem as bombas de vácuo.

As definições e os conceitos relativos às possíveis fontes de gases e vapores presentes nos sistemas de vácuo são apresentadas a seguir. Esta seção deve nortear as principais idéias sobre as fontes gasosas, além de propor uma sistemática de trabalho a fim de sermos capazes de calcular os *throughputs* de cada uma delas. Este assunto, extenso e

com algumas dificuldades, é imprescindível às modelagens e análises detalhadas dos sistemas de vácuo.

- **Vazamento Real,  $Q_{VR}$**  : Esta fonte de gás é devida a pelo menos uma passagem entre o meio externo e interno ao sistema de vácuo. Comumente é ocasionada por uma trinca em um cordão de solda, ou um risco em uma superfície de vedação, um pequeno objeto atravessando uma vedação, etc. Os gases e vapores do vazamento real têm origem na atmosfera circunstante ao sistema de vácuo. Matematicamente, o *throughput*  $Q_{VR}$  é dado por

$$Q_{VR} = C_{VR} (p_{atm} - p_{CV}),$$

onde,  $C_{VR}$  é a condutância da passagem do vazamento real,  $p_{atm}$  é a pressão atmosférica e  $p_{CV}$  é pressão na câmara de vácuo. Apesar de ser formalmente simples a expressão acima, ela é impossível de ser obtida, uma vez que não temos disponíveis os valores das dimensões da passagem do vazamento real. Isto não deve causar problemas, uma vez que o vazamento real geralmente não participa da modelagem dos sistemas de vácuo. Quando identificado o vazamento real, nós o eliminamos! Caso queiramos determinar o valor de  $Q_{VR}$  podemos fazê-lo experimentalmente, por meio do conhecimento da pressão final e da velocidade efetiva de bombeamento, ou seja,  $Q_{VR} = S_{ef} p_{final}$ , subtraindo as outras fontes gasosas ou, se for o caso, desprezando-as. Para podermos proceder desta forma devemos ter um acompanhamento constante do desempenho do sistema de vácuo [10-15].

- **Vazamento Virtual,  $Q_{VV}$**  : Deve-se ao acúmulo de gás em um pequeno volume ligado ao sistema de vácuo através de uma passagem de pequena condutância. O estudo desta fonte de gás é bastante negligenciada em tecnologia do vácuo, principalmente nos textos recentes. Estes textos apenas apresentam como os vazamentos virtuais ocorrem e como podem comprometer o bom desempenho dos sistemas de vácuo. Alguns textos antigos procuram esboçar um modelo, mas de forma bastante simplificada. Com o propósito de contribuir para a modelagem matemática do vazamento virtual, um trabalho detalhado e original é apresentado no Apêndice F [2,15].

- **Vaporização,  $Q_{vap}$**  : Esta fonte gasosa é devida ao fenômeno de pressão de vapor nos líquidos, os quais apresentam altos valores de pressão de vapor, comprometendo bastante a pressão final do sistema de vácuo. Os líquidos geralmente participam de alguma maneira em sistemas de vácuo. Nos processos de limpeza são comumente utilizados álcoois, acetonas, detergentes e água. Os produtos líquidos usados durante a limpeza devem ser completamente removidos, devendo-se certificar que não há porções líquidas no sistemas de vácuo. Existem componentes dos sistemas de vácuo que usam produtos líquidos, por exemplo, os fluidos de algumas bombas de vácuo e as graxas para lubrificação e vedação. Neste sentido, os sistemas de vácuo precisam estar constantemente sendo monitorados, em relação as possíveis contaminações destes compostos líquidos. É importante lembrar que a pressão de vapor depende exponencialmente da temperatura. Também, ocorrem inúmeros processos em vácuo baseados no fenômeno de pressão de vapor, por exemplo, a secagem, a liofilização, o tratamento de óleo de transformadores, etc. Nestes casos, a pressão de vapor deve ser diretamente considerada como uma fonte gasosa e quantificada. A quantidade de moléculas que evaporam de uma superfície, por unidade de área e unidade de tempo, é dada por

$$J_{vap} = \frac{p_{vapor} N}{\sqrt{2 \pi M R T}} .$$

Usando a expressão anterior, determinamos o *throughput* devido à evaporação em vácuo por unidade de área como sendo

$$Q_{vap} = J_{vap} k T .$$

Em resumo, devemos examinar cuidadosamente todos os componentes líquidos e procurar determinar o seu *throughput*, para dimensionar as bombas de vácuo e se houver necessidade, as suas proteções [2,4-5,12,16].

- **Sublimação**,  $Q_{Sub}$  : A fonte de gás devida à sublimação tem origem, como no caso da evaporação, no fenômeno de pressão de vapor. Na sublimação temos a passagem direta do estado sólido para o estado gasoso, sem passar pelo estado líquido. Como no caso dos líquidos, os sólidos também têm a pressão de vapor fortemente dependente da temperatura. Os materiais sólidos geralmente apresentam valores de pressão de vapor muito menores que os materiais líquidos. Entretanto, deveremos sempre observar os materiais utilizados em vácuo, uma vez que o *throughput* devido à sublimação pode ser uma fonte de gás excessivamente intensa em certos casos, limitando a pressão final do sistema de vácuo. No entanto, o fenômeno da sublimação também é usado em uma série de aplicações na tecnologia do vácuo, por exemplo, nas metalizações em geral. O *throughput* devido à sublimação em vácuo, similarmente à vaporização, é dada por

$$Q_{Sub} = J_{Sub} k T$$

com

$$J_{Sub} = \frac{p_{vapor} N}{\sqrt{2 \pi M R T}}$$

[2,4-5,12,17].

- **Degaseificação**,  $Q_{Deg}$  : Esta é a fonte gasosa mais comum nos sistemas de vácuo. Apesar de estar também presente em pressões na região de pré-vácuo, geralmente torna-se a fonte predominante em pressões abaixo de  $10^{-3}$  mbar, dependendo da relação entre a totalidade da área exposta ao vácuo e o volume do sistema de vácuo. A degaseificação é devida à geração de gases e vapores resultantes da desorção. Quando os materiais são deixados na atmosfera, eles absorvem e adsorvem uma quantidade das moléculas da atmosfera. Dependendo da temperatura, do material, dos gases e vapores e da pressão, a quantidade de moléculas adsorvidas pelas superfícies expostas atingirá um valor de equilíbrio. Em seguida, se estas superfícies ficarem expostas no vácuo, ocorrerá, vagarosamente, a saída de parte das moléculas adsorvidas ou absorvidas, fenômeno denominado desorção. A desorção é um fenômeno complicado e depende de muitos

fatores. Fisicamente falando, as forças que ligam as moléculas às paredes são do tipo de *van der Waals*. As energias de ligação dessas forças são da ordem de 0,1 a 1 elétron-volt por molécula. A tecnologia do vácuo sempre procura diminuir a quantidade de gases e vapores devida à desorção. Há uma série de técnicas de limpeza e condicionamento de superfícies no sentido de diminuir o *throughput* da degaseificação. Adotaremos dois resultados bem estabelecidos para a dependência temporal da degaseificação. Nas primeiras horas (aproximadamente 10 horas), o *throughput* devido à degaseificação das superfícies metálicas varia segundo a expressão

$$q_{Deg}^a(t) = q_0^a \frac{1}{t},$$

onde  $q_0^a$  é a taxa de degaseificação no início do processo de bombeamento e  $t$  o tempo dado em horas. Prosseguindo com o bombeamento, o *throughput* de degaseificação terá a dependência temporal

$$q_{Deg}^b(t) = q_0^b \exp[-\beta (t - t_c)],$$

onde  $\beta$  depende da superfície do material. Para haver continuidade quando passarmos da primeira função para a segunda função, devemos ter  $q_0^b = q_{Deg}^a(t_c)$ , onde  $t_c$  é igual a dez horas. Esta é fonte de gás mais difícil de ser tratada matematicamente, uma vez que os dados disponíveis dos *throughputs* de degaseificação são bastante diferentes entre si, podendo variar de mais de 10 vezes. Os principais motivos para isto são: falta de padronização nas medições e a forte dependência com os processos de limpeza e condicionamento. Com o propósito de diminuir a pressão final dos sistemas de alto-vácuo e ultra alto-vácuo, vários processos de condicionamento foram desenvolvidos no sentido de acelerar a remoção das moléculas das superfícies expostas ao vácuo. Como exemplo, o aquecimento, o bombardeamento com elétrons, fótons ou átomos. De qualquer forma, devemos necessariamente considerar esta importante fonte gasosa nas análises dos sistemas de vácuo. [1-2,11-13,15-21].

- **Permeação,  $Q_{Perm}$**  : Esta fonte corresponde a passagem das moléculas da atmosfera para o sistema de vácuo por meio do fenômeno de difusão. O mecanismo deste fenômeno pode ser descrito da seguinte forma. Moléculas da atmosfera são adsorvidas pelas paredes externas do sistema de vácuo. Algumas moléculas, devido à agitação térmica, são difundidas através do material da parede do sistema de vácuo até encontrar a face da parede exposta ao vácuo. Depois, ocorre a desorção das moléculas. A permeação depende da temperatura, da espessura e do tipo do material da parede, da pressão externa e do tipo de gás da atmosfera. Para um tipo de molécula, o *throughput* por unidade de área devido à permeação geralmente é considerado constante e os valores tabelados. Pelo exposto, esta fonte de gás não apresenta dificuldades formais na modelagem de sistemas de vácuo pois provem de resultados bem estabelecidos da difusão de gases em sólidos. [12,20].
- **Origem na Bomba de Vácuo,  $Q_{OBV}$**  : Esta fonte é devida aos gases e vapores que têm origem na bomba de vácuo e vão em direção à câmara de vácuo. Dependendo do tipo da bomba de vácuo, dos procedimentos de operação, do seu estado de manutenção e também da qualidade dos seus componentes internos, o valor deste *throughput* pode variar enormemente. Geralmente os catálogos das bombas de vácuo fornecem o *throughput* desta fonte gasosa. Para muitos tipos de processos, a qualidade obtida é bastante influenciada pelo *throughput* dos gases e vapores que saem da bomba e chegam à câmara de vácuo. Por exemplo, vapores de óleo das bombas mecânica ou difusora são prejudiciais em muitos processos de fabricação na indústria óptica [2,22].
- **Gases e Vapores de Processo,  $Q_{GVP}$**  : Esta fonte de gás depende essencialmente do processo que está sendo realizado. Na verdade não é um tipo diferente de fonte gasosa, mas estamos enfatizando que, dado um processo em vácuo, deveremos determinar o *throughput* das fontes dos gases e vapores gerados no processo. Por exemplo, no processo de tratamento de óleo para ampolas de raio-X, a fonte gasosa tem origem no fenômeno de pressão de vapor dos fluidos envolvidos. Neste caso, precisamos conhecer os detalhes do sistema de tratamento do óleo para determinar o *throughput* gerado. Pode também ocorrer que, para um determinado processo, apesar de sabermos qual o tipo de fonte gasosa envolvida, não temos condições de calculá-lo a partir das definições e dos conceitos básicos. Neste caso deveremos determinar experimentalmente o valor do

*throughput*. Como exemplo, podemos citar a secagem de papel ou tecidos assistidos a vácuo [23].

- **Injeção Controlada de Gases e Vapores,  $Q_{IC}$**  : Há aplicações realizadas em vácuo em que a presença de uma certa quantidade de gases ou vapores é necessária. Nestes casos, a fim de tornar o processo controlado e reprodutível a injeção de gases e vapores deve ser feita de maneira controlada. Geralmente, o procedimento é conectar a fonte gasosa à câmara de vácuo através de uma válvula com condutância e com tempo de abertura e fechamento determinados. No caso de injetarmos vapor, devemos manter a linha de transporte à mesma temperatura do reservatório de vapor, para que não haja condensação do vapor e possível entupimento no circuito de injeção. Para o caso da injeção de gases, a injeção pode ser modelada considerando o gás saindo de uma câmara à pressão atmosférica e entrando na câmara de vácuo à pressão zero. A mecânica dos fluidos trata este problema como fluxo de fluidos compressíveis, tendo presente o chamado “efeito garganta”. Estes fenômenos geralmente estão longe de ser intuitivos e têm muitas particularidades no seu comportamento. Na maior parte das suas aplicações, as condições de operação determinam um *throughput* de injeção de gases independente do valor da pressão do reservatório do gás. No caso da injeção de vapores, geralmente a sua fonte está no estado líquido. No caso, a pressão antes de entrar na câmara de vácuo é dada pela pressão de vapor do material líquido. Desta forma, devemos especificar a sua temperatura. O *throughput* neste caso também irá depender da área de acesso do vapor à câmara de vácuo. Por exemplo: na fabricação de faróis de automóveis, temos a injeção de vapor para a formação de uma película protetora do filme refletor. Na indústria microeletrônica, em várias etapas de processo, temos a injeção de gases e vapores. Na pesquisa e nas aplicações envolvendo plasmas temos a injeção de gases com o *throughput* bastante bem determinado, através de válvulas piezoelétricas. [15,24-30]. O Apêndice G apresenta um estudo detalhado sobre a injeção de gases.

O assunto tratado nesta seção é fundamental para a tecnologia do vácuo, sob todos os pontos de vista; desde o estudo básico do comportamento geral dos gases e vapores em baixas pressões, passando pelos projetos, cálculos de sistemas de vácuo e de bombeamento e, chegando ao desenvolvimento de novos instrumentos e processos assistidos a vácuo.

Algumas fontes de gases e vapores apresentadas têm fácil modelagem matemática. Teremos freqüentemente a tarefa de determinar alguns parâmetros, na maior parte dos casos experimentalmente, para poder completar a formulação matemática do modelo. Este é o caso, por exemplo, das fontes do vazamento virtual, vazamento real, injeção controlada de gases e vapores e permeação. As fontes de gases e vapores com origem na sublimação e vaporização são bastante conhecidas e com os valores de pressão de vapor disponíveis. Para estas fontes gasosas, precisamos somente conhecer o material e a sua temperatura. Temos também as fontes de gases mais complicadas de modelar como é o caso da degaseificação. Sua origem está nos efeitos e fenômenos de superfície, cujos processos são complexos e portanto difíceis de modelar. Na degaseificação há um problema adicional, que é a sua dependência da seqüência de acontecimentos pelo qual passou a superfície.

#### 4. O transporte dos gases rarefeitos.

O processo de bombeamento dos gases e vapores em vácuo é estudado através da equação diferencial

$$V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -S_{ef} p_{CV}(t) + \sum_{i=1}^n Q_i .$$

O termo  $-S_{ef} p_{CV}(t)$  refere-se ao *throughput* removido do sistema de vácuo pelas bombas de vácuo. A grandeza  $S_{ef}$  é a velocidade efetiva de bombeamento, ou seja, a velocidade com que efetivamente os gases e vapores estão sendo bombeados da câmara de vácuo e  $S_{bv}$  é a velocidade da bomba de vácuo. A velocidade efetiva de bombeamento depende de características da bomba de vácuo, além de características ligadas ao transporte dos gases entre a câmara de vácuo e a bomba de vácuo. Matematicamente, a velocidade efetiva de bombeamento é dada por

$$\frac{1}{S_{ef}} = \frac{1}{S_{bv}} + \frac{1}{C_{Total}} \Rightarrow S_{ef} = \frac{S_{bv} C_{Total}}{S_{bv} + C_{Total}} .$$

Desta forma, a determinação de  $S_{ef}$  exige o conhecimento da condutância total da linha de bombeamento que liga a câmara de vácuo à bomba de vácuo [14,24].

Os gases rarefeitos apresentam, basicamente, quatro formas distintas de se escoar através de tubos e de orifícios. Partindo da pressão atmosférica em direção ao alto-vácuo, os gases e vapores passam pelos seguintes regimes de escoamento: turbulento, viscoso laminar, intermediário e molecular. Em geral, o regime turbulento não é considerado nos sistemas de vácuo. Para os outros regimes de escoamento, o número de *Knudsen* determina o tipo de regime presente a partir do seguinte critério: Para  $K_N < 0,01$  (e número de *Reynolds*  $< 2000$ ) teremos o viscoso laminar, para  $0,01 < K_N < 1$  teremos o intermediário e para  $K_N \geq 1$ , teremos o molecular. Enfatizando: a determinação de  $K_N$  é o ponto de partida nos projetos em tecnologia do vácuo, uma vez que o cálculo das condutâncias depende do tipo de regime de escoamento.

Fisicamente, no regime de escoamento viscoso laminar o transporte dos gases e vapores apresenta um comportamento de um meio contínuo, como é o caso dos fluidos. Apesar de as moléculas estarem em constante movimento caótico, o movimento do gás como um todo dá-se de forma coletiva. Observando o movimento do gás no regime viscoso laminar, o movimento pode ser caracterizado de forma pictórica como sendo formado por lâminas deslizando uma sobre a outra. O fato essencial é que o livre caminho médio é muito pequeno comparado ao diâmetro do tubo do escoamento. No caso do regime de escoamento molecular, o transporte dos gases ocorre devido, exclusivamente, a agitação térmica das moléculas. Novamente, o movimento molecular é caótico e permanente. Esse movimento é determinado pela distribuição de *Maxwell-Boltzmann* das velocidades e depende da temperatura e massa molecular.

Neste caso o livre caminho médio é igual ou maior que o diâmetro do tubo do escoamento. Para o caso do regime de escoamento intermediário, as moléculas apresentam frequências de colisões entre si comparáveis com as das paredes do tubo de escoamento [5,14,24,31-32]. Complementando, para tratar o escoamento dos gases rarefeitos, devemos apresentar a chamada lei ou regra dos cossenos de *Knudsen* (em alguns textos encontramos como lei de *Lambert*, como encontrado na óptica para a difusão da luz). Esta lei supõe que no regime de escoamento molecular, quando uma molécula choca-se com uma superfície, o

ângulo de ejeção da molécula não tem relação alguma com o ângulo de incidência e afirma que a direção de ejeção é proporcional ao cosseno do ângulo formado pela linha de ejeção da molécula com a normal à superfície que ocorreu o choque, veja esquematicamente na Figura H.2 no Apêndice H. O fenômeno referente a ejeção de moléculas de uma superfície é bastante complicado e depende tanto de propriedades da superfície do material como de propriedades das moléculas incidentes e a lei dos cossenos de *Knudsen* nem sempre é obedecida. Entretanto, consideraremos esta hipótese nos estudos sobre o escoamento no regime molecular [33-35].

Na modelagem dos sistemas de vácuo serão considerados em detalhe aspectos relativos ao processo de bombeamento, tais como: a velocidade de bombeamento das bombas de vácuo em função da pressão e os valores das condutâncias em cada regime de escoamento dos gases e vapores. Para os sistemas de vácuo com geometrias complexas, tais como, tubos com formas variadas, cotovelos, tubos anulares, armadilhas, filtros, etc, temos que os cálculos das condutâncias e suas associações precisam considerar a probabilidade de transmissão de moléculas. Há ainda as ferramentas estatísticas, como o método de Monte Carlo [1-2,5,11-12,14,36-38].

## **5. Tratamentos discreto e contínuo dos sistemas de vácuo.**

Iniciamos uma discussão no Capítulo I sobre as abordagens discreta e contínua de sistemas de vácuo. Na oportunidade, comentamos o alcance e as limitações encontradas em cada uma delas. Neste capítulo, estamos construindo as ferramentas físicas e matemáticas necessárias para o tratamento destes dois tipos de abordagem utilizados na análise de circuitos de vácuo.

No caso do enfoque discreto para a modelagem dos sistemas de vácuo teremos que inicialmente identificar as três partes distintas: a câmara de vácuo, a linha de bombeamento e as bombas de vácuo. A seguir, teremos como tarefa identificar e quantificar todas as fontes de gases e vapores importantes que participam do processo de bombeamento em estudo. Depois, dimensionar as bombas de vácuo, para que a pressão requerida seja alcançada no tempo estabelecido. Esta última parte da análise pode ser realizada mesmo de forma bastante aproximada, simplesmente para nortear a escolha do tipo e porte das bombas de vácuo, conforme discutido na seção 6 do Capítulo I. Posteriormente, podemos

refinar os cálculos redimensionando as bombas de vácuo e em seguida, considerar as condutâncias de forma mais detalhada. Todos esses passos são necessários uma vez que estamos diante da seguinte situação: para encontrar a velocidade de bombeamento das bombas de vácuo, precisamos conhecer o valor da condutância total. Ocorre que para achar a condutância, precisamos saber qual o diâmetro da entrada da bomba de vácuo. Matematicamente significa que temos uma equação com duas incógnitas (equação I.3). Saímos facilmente desta situação de forma iterativa supondo uma velocidade de bombeamento para as bombas de vácuo maior que a velocidade efetiva de bombeamento e realizamos os cálculos novamente, verificando se recuperamos, no mínimo, a velocidade efetiva de bombeamento.

Dando continuidade, podemos agora determinar, em detalhe, a evolução temporal da pressão na câmara de vácuo resolvendo a equação diferencial para o processo de bombeamento de gases e vapores. A partir desta análise detalhada inicial, podemos fazer ajustes e melhorar o dimensionamento das bombas de vácuo e das condutâncias, obtendo novos resultados mais refinados. Efetuando várias vezes a análise de um particular sistema de vácuo, podemos, a cada passo, acrescentar novos detalhes e refinamentos. Ainda, acompanhamos se as soluções obtidas são coerentes com as propriedades físicas das fontes de gases e vapores. Este procedimento é bastante comum nas análises e na construção de modelos matemáticos para os fenômenos físicos.

Nos problemas da tecnologia do vácuo, o enfoque discreto leva ao conhecimento de valores de pressão, chamada de pressão da câmara de vácuo  $p_{CV} = p_{CV}(t)$ . Dependendo da distribuição e da intensidade das fontes de gases e vapores, podemos ter variações grandes de pressão de um ponto para outro na câmara de vácuo. Esta é a principal limitação da formulação discreta. Podemos ainda encontrar outra dificuldade, uma vez que há sistemas de vácuo com bombas de vácuo colocadas diretamente dentro da câmara de vácuo. Por exemplo, os painéis criogênicos, *getters* nos cinescópios, válvulas eletrônicas de potência, visores por efeito de campo e outros. Nestes casos, a análise com a abordagem discreta é bastante aproximada, podendo ocultar detalhes importantes e até cruciais sobre o desempenho dos sistemas de vácuo. Há situações importantes em tecnologia do vácuo, nas quais, as pressões de trabalho levam a números de *Knudsen* menor que 0,01 ( $K_N < 0,01$ ). Nestes casos a hipótese do contínuo é verificada. Com isso, a equação de *Navier-Stokes* da

mecânica dos fluidos, pode ser empregada, além das técnicas e dos programas computacionais já bem consagrados e testados [1,11,14,16,39-41].

No caso da análise de sistemas de vácuo fazendo uso do enfoque contínuo, devemos considerar os três regimes de escoamento dos gases e vapores. Devemos ter sempre presente que os três tipos de escoamento têm natureza completamente diferentes entre si. No caso do regime viscoso laminar, usamos a equação de *Navier-Stokes* para obter o campo de pressão. Como exemplo, importante e marcante, temos as modelagens das câmaras de vácuo dos reatores para processos empregados na microeletrônica [27,31,42-43]. No caso do regime de escoamento intermediário a situação é mais complicada. Este regime apresenta características ainda pouco estudadas, principalmente no que se refere ao estabelecimento das condições de contorno. Neste regime de escoamento, as modelagens são realizadas de forma mais segura e correta empregando a chamada simulação direta em gases, ou seja, considerando a teoria das colisões atômicas e moleculares, com a equação de *Boltzmann* sendo a sua base física. Este tipo de análise é bastante difícil, requerendo programas computacionais complicados e computadores com grande capacidade de processamento de dados. Temos aplicações importantes ocorrendo no regime de escoamento intermediário, por exemplo, a microeletrônica, processos assistidos à plasma, e outros [42-46].

No caso do regime de escoamento molecular, partimos da hipótese que o escoamento dá-se como sendo um processo difusivo. Esta suposição, apesar de ser empregada naturalmente, requer um estudo mais detido e cuidadoso; na seção 9 deste capítulo, está apresentada uma discussão à questão. Neste trabalho, estamos considerando na modelagem contínua que os sistemas de vácuo operando no regime de escoamento molecular. Desta forma, utilizamos a equação de difusão, adaptada à pressão como variável dependente [37-38]. As modelagens e análises detalhadas de sistemas de vácuo, com o escoamento dos gases e vapores no regime molecular, devem ser construídas observando-se os seguintes pontos. Inicialmente, deveremos considerar em detalhe a geometria da câmara de vácuo e as posições das aberturas que dão acesso às bombas de vácuo. As disposições das fontes de gases e vapores a serem consideradas deverão ser determinadas, assim como as suas intensidades. Esperamos obter soluções com estrutura de campo escalar, no caso o campo de pressão para a câmara de vácuo em estudo.

Considerando que a solução a ser obtida por meio da formulação contínua seja mais rica que aquela solução obtida pela formulação discreta, é de se esperar que na modelagem contínua surjam dificuldades adicionais. Com a solução do problema, teremos o conhecimento do campo escalar de pressão na câmara de vácuo  $p_{CV} = p_{CV}(r, t)$ . As dificuldades não serão somente matemáticas para a obtenção da solução da equação diferencial à derivadas parciais, mas também na definição de grandezas básicas relacionadas ao sistema de vácuo. Neste tipo de abordagem, deveremos definir grandezas como condutância específica, taxa de degaseificação específica e volume por unidade de comprimento. Estas grandezas tem carácter contínuo, uma vez que a equação diferencial parciais tem como solução uma função com propriedades de campo escalar, no caso campo de pressão [47-48]. Em suma, a dificuldade na modelagem do problema, com a abordagem contínua, está em considerar a seguinte questão: o que é condutância específica para um problema de duas ou três dimensões espaciais e mesmo para uma dimensão espacial? Quando o tubo tem área da seção variável? A única situação encontrada (pelo autor deste trabalho de mestrado) nas publicações da área de tecnologia do vácuo é a de tubos com área de seção constante. Neste caso, a obtenção da condutância específica é imediata e o tratamento matemático do problema depende exclusivamente das fontes gasosas e das condições de contorno e inicial [1,12,14,24,47-48].

Neste trabalho, desenvolvemos uma metodologia geral para modelar sistemas de vácuo com os gases e vapores escoando no regime molecular, em uma dimensão espacial com área de seção variável e também, sistemas de vácuo com duas dimensões espaciais. São considerados problemas que apresentam fontes gasosas contínuas e discretas, e ainda, aquelas com carácter impulsivo. Quando falamos em sistemas de vácuo, com uma ou duas dimensões espaciais, queremos dizer que os sistemas de vácuo apresentam nitidamente uma dimensão dominante ou duas dimensões dominantes, respectivamente. Nas estruturas com geometria tubular, temos claramente três dimensões! Mas, ocorre que, os fenômenos relativos ao escoamento dos gases e a variação de pressão, dá-se significativamente na direção ao longo do tubo. Isto faz com que possamos considerar o problema com geometria unidimensional. O mesmo tipo de raciocínio pode ser aplicado em duas dimensões. Em suma, nas estruturas com geometria planar com a terceira dimensão pequena frente as outras, podemos considerar as variações de pressão e os gases escoando significativamente

em apenas duas dimensões. Estas últimas considerações são bastante comuns no estudo de outros fenômenos físicos [49].

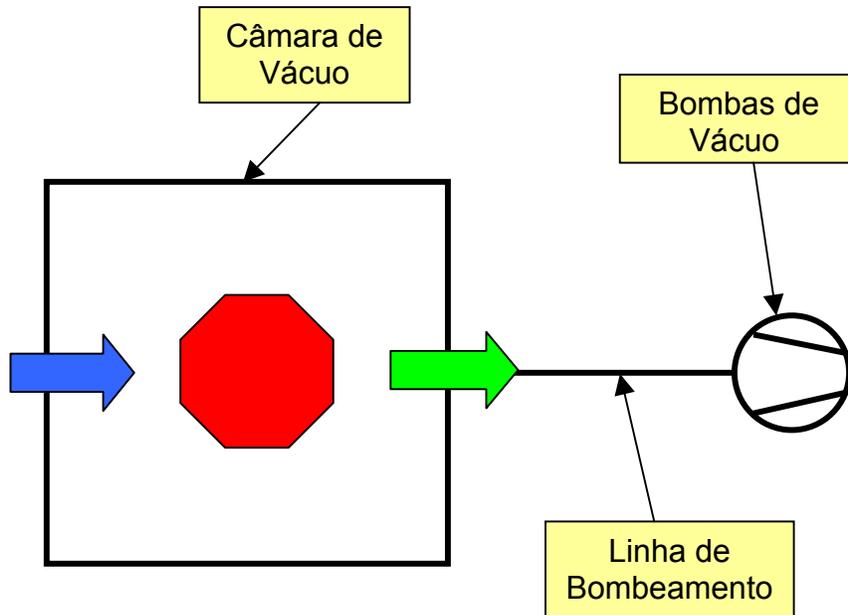
Procuramos sempre identificar e buscar simetrias no problema, isto geralmente leva a uma série de simplificações no tratamento matemático e ainda deixa o sistema físico mais fácil de ser estudado. Os sistemas de vácuo unidimensionais ou bidimensionais estudados consideram vários detalhes, como: diferentes disposições e velocidades das bombas de vácuo, vários tipos de fontes de gases e, casos tanto em estado estacionário como em estado transiente. O propósito deste trabalho é conseguir uma abordagem dos sistemas de vácuo como aquela empregada nos problemas de transferência de calor [50].

## **6. O processo de bombeamento e a análise dos sistemas de vácuo com o tratamento discreto.**

O propósito, inicialmente estabelecido, de sermos capazes de tratar os sistemas de vácuo de forma rigorosa está sendo alcançado. Estamos em condições de obter, a partir do princípio de conservação de energia, a equação diferencial para o processo de bombeamento de gases e vapores. Assim, em princípio, esperamos obter quantitativamente a evolução temporal da pressão na câmara de vácuo. O ponto de partida é estabelecer claramente o sistema físico em estudo. No caso, o sistema físico é constituído pela câmara de vácuo, a linha de bombeamento dos gases e vapores e as bombas de vácuo. A Figura II.2 mostra esquematicamente um sistema de vácuo genérico com as suas três partes essenciais representadas: a câmara de vácuo, a linha de bombeamento e as bombas de vácuo. O Apêndice A traz um estudo detalhado sobre o processo de bombeamento em tecnologia do vácuo por meio do tratamento discreto.

A modelagem discreta dos sistemas de vácuo leva ao conhecimento da pressão da câmara de vácuo em função do tempo, considerando que a câmara de vácuo tenha a mesma pressão em todos os seus pontos, isto é, que não haja gradiente de pressão. Matematicamente seria como se a câmara de vácuo, as fontes de gases e vapores e o bombeamento ocorressem no mesmo ponto. Neste caso, a modelagem será expressa por meio de uma equação com a ausência da dependência espacial. O efeito da tubulação no processo de bombeamento dos gases e vapores é representado exclusivamente pelo seu

valor de condutância total e as bombas de vácuo são expressas pela velocidade de bombeamento.



**Figura II.2** Configuração esquemática de um sistema de vácuo. O processo de bombeamento em tecnologia do vácuo considera três partes principais: o signo vermelho representa a variação de pressão na câmara de vácuo, a seta em verde representa a quantidade gasosa sendo removida da câmara de vácuo pelas bombas de vácuo e a seta em azul representa as fontes gasosas que alimentam a câmara de vácuo.

A equação fundamental para o processo de bombeamento utilizada em tecnologia do vácuo é

$$V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -S_{ef} p_{CV}(t) + \sum_{i=1}^n Q_i \quad (\text{II.1})$$

com,

$$S_{ef} = \frac{S_{bv} C_{Total}}{S_{bv} + C_{Total}}$$

onde  $S_{bv}$  a velocidade de bombeamento da bomba de vácuo e  $C_{Total}$  a condutância total da linha de bombeamento. A parcela  $\sum_{i=1}^n Q_i$  refere-se ao *throughput* total associado à todas as fontes de gases e vapores que participam do processo realizado na câmara de vácuo

$$Q_{Total} = \sum_{i=1}^n Q_i = Q_{VR} + Q_{VV} + Q_{Vap} + Q_{Sub} + Q_{Deg} + Q_{Perm} + Q_{OBV} + Q_{GVP} + Q_{IC} \cdot \quad (II.2)$$

A modelagem e análise discreta dos sistemas de vácuo são realizadas por meio da obtenção da solução da *Epb* uma vez especificadas as fontes gasosas importantes que participam no processo e determinadas a condutância total da linha de bombeamento e a velocidade de bombeamento das bombas de vácuo. A solução geral somente é conseguida se for especificada a condição inicial do problema. Nos sistemas de vácuo no início do processo de bombeamento ( bombeamento em pré-vácuo), a pressão na câmara de vácuo é em geral a pressão atmosférica local. Nos sistemas de alto-vácuo e ultra alto-vácuo, quando comutamos das bombas de pré-vácuo às bombas de alto-vácuo, a pressão final alcançada no pré-vácuo será considerada a pressão inicial para o bombeamento seguinte.

A construção do modelo pressupõe a consideração dos seguintes pontos:

- Identificar e calcular as condutâncias das partes da linha de bombeamento em função do regime de escoamento dos gases e vapores e da sua geometria.
- Identificar e quantificar as fontes de gases e vapores que participam no processo em vácuo. Considerar a importância relativa entre as várias fontes gasosas em função das faixas de pressão.
- Verificar se diferentes tipos de gases e vapores participam significativamente no processo em vácuo e determinar as suas quantidades presentes. Neste caso, deve ser estudada a necessidade de analisar o problema de bombeamento para cada gás ou vapor.
- Obter as curvas de velocidades de bombeamento das bombas de vácuo em função da pressão.
- Observar as possíveis particularidades que podem estar ocorrendo no processo de bombeamento gasoso na operação do sistema de vácuo, como por exemplo: temperatura

de trabalho da câmara de vácuo, espécie de gás usado no arejamento da câmara de vácuo e se as limpezas e condicionamentos periódicos do sistema de vácuo introduzem fontes novas de gases e vapores, etc.

Uma vez observados os pontos expostos acima, podemos montar a *Epb*. Do ponto de vista matemático, temos que encontrar a solução geral da seguinte equação diferencial ordinária de primeira ordem

$$V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -\frac{S_{bv} C_{Total}}{S_{bv} + C_{Total}} p_{CV}(t) + Q_{VR} + Q_{VV} + Q_{Vap} + \\ + Q_{Sub} + Q_{Deg} + Q_{Perm} + Q_{OBV} + Q_{GVP} + Q_{IC}$$

com a seguinte condição inicial  $p_{CV}(t_0) = p_0$ , onde  $t_0$  é o instante inicial e  $p_0$  é a pressão inicial. A solução desta equação diferencial para a grande maioria dos problemas de interesse não tem solução analítica, mas sempre será possível obter a solução do problema por métodos numéricos [1-2,5,11-22,24,49-52].

Por meio da construção de modelos utilizando a formulação discreta nos sistemas de vácuo, podemos obter como resultado a pressão na câmara de vácuo em função do tempo. A solução obtida não contempla os valores de pressão em cada ponto da câmara de vácuo. Apesar disto constituir uma limitação intrínseca, podemos obter muitas informações importantes sobre o processo em vácuo. Além disso, podemos aplicar a análise feita no auxílio da escolha das bombas de vácuo e dos materiais em geral.

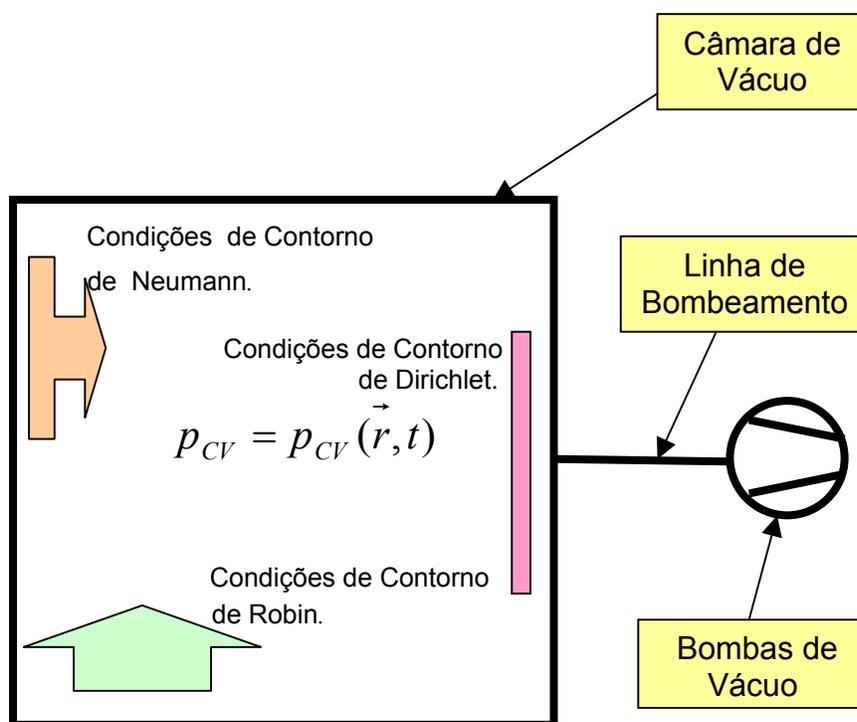
Podemos também explorar a modificação de parâmetros e grandezas pertinentes na análise com o propósito de testar várias configurações do processo em estudo e procurar otimizá-los [53-54]. Em suma, podemos usar as ferramentas de análise e modelagem para o projeto e especificação da instrumentação da tecnologia do vácuo, mas também, podemos usar o instrumental de análise e modelagem para entender, melhorar, otimizar e modificar os processos em vácuo [55].

## 7. O processo de bombeamento e a análise dos sistemas de vácuo com o tratamento contínuo.

Como salientamos anteriormente, a modelagem discreta leva a um conhecimento limitado sobre os valores de pressão na câmara de vácuo, não obstante a sua importância à tecnologia do vácuo. É oportuno portanto iniciar a construção de um novo conjunto de ferramentas da física-matemática capaz de tratar os sistemas de vácuo para proporcionar o conhecimento temporal dos valores de pressão em cada ponto da câmara de vácuo. Desta forma, teremos como solução do problema uma função matemática ou uma solução numérica, com estrutura e propriedades de campo escalar. Em cada ponto da câmara de vácuo, especificado pelo vetor posição  $\vec{r}$ , será possível determinar o valor da pressão em função do tempo, matematicamente expressa por  $p_{CV} = p_{CV}(\vec{r}, t)$ . A forma explícita do vetor  $\vec{r}$  dependerá do sistema de coordenadas a ser adotado; por exemplo, em coordenadas cartesianas, cada ponto na câmara de vácuo será especificado por  $\vec{r} = \vec{r}(x, y, z)$  e a pressão na câmara de vácuo será representada por  $p_{CV} = p_{CV}(x, y, z, t)$ .

Ao contrário da modelagem discreta de sistemas de vácuo, cujo sistema físico é sempre especificado com o conhecimento das três partes bem distintas ( a câmara de vácuo, linha de bombeamento e conjunto de bombas de vácuo), a modelagem contínua de sistemas de vácuo exige a definição da região na qual desejamos conhecer o campo de pressão  $p_{CV} = p_{CV}(\vec{r}, t)$ . Desta forma poderemos estudar uma parte específica do sistema de vácuo. Deveremos estabelecer a fronteira da região em estudo e especificar matematicamente esta fronteira e as grandezas físicas dos processos que nela ocorrem. A modelagem contínua, uma vez assegurada a ocorrência do regime de escoamento molecular, será considerada como um processo de difusão de átomos e moléculas. Assumindo explicitamente o escoamento dos gases e vapores no regime molecular como um processo difusivo de partículas no sistema de vácuo, a pressão na região em estudo será determinada a partir da equação de difusão adequadamente formulada em termos das grandezas usuais em tecnologia do vácuo. O Apêndice H traz uma discussão sobre a consideração do escoamento dos gases e vapores no regime molecular como sendo um processo de difusão de átomos e moléculas.

Apresentaremos a formulação para a modelagem contínua de sistemas de alto-vácuo em uma e duas dimensões espaciais, dependentes do tempo. Os fenômenos de difusão são expressos matematicamente por meio da equação de difusão, que é uma equação diferencial a derivadas parciais de segunda ordem. A obtenção da equação de difusão de gases no regime de escoamento molecular é apresentada e discutida em detalhe no apêndice B, além das considerações relativas ao estabelecimento das condições de contorno e inicial. A Figura II.3 mostra as partes de um sistema de vácuo geral. A câmara de vácuo é a região que será analisada por meio da modelagem contínua mas poderia ser qualquer outra parte do sistema de vácuo. Deveremos encontrar condições de contorno fisicamente aceitáveis e que expressem as fontes gasosas e as partes em bombeamento. A modelagem contínua adota a equação de difusão para descrever o sistema de vácuo e desta forma, teremos um problema de valores de contorno [56-59].



**Figura II.3** Configuração esquemática de um sistema de vácuo. A modelagem contínua de sistemas de vácuo impõe a determinação de condições de contorno e inicial à equação de difusão.

Os problemas matemáticos que surgem através da modelagem contínua dos sistemas de alto-vácuo são do ponto de vista matemático essencialmente do mesmo tipo dos da transferência de calor por condução. Um dos propósitos deste trabalho é dar aos problemas da tecnologia do alto-vácuo o mesmo alcance dado aos problemas da transferência de calor. Assim, da mesma forma que conseguimos obter a distribuição de temperatura para um problema de condição de contorno e inicial para a transferência de calor por condução, pretendemos encontrar a distribuição de pressão para os problemas de alto-vácuo [60-61].

### 7.1 A equação para o campo de pressão em uma dimensão espacial.

A equação de difusão para estudar os problemas relativos ao escoamento de gases e vapores no regime molecular em uma dimensão espacial (problema unidimensional) e dependente do tempo é dada por

$$c \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} = -q(x,t) + v \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} \quad (\text{II.3})$$

onde  $p = p(x,t)$  é a função que representa o campo de pressão na região em estudo, dada em mbar,  $c$  é a condutância específica ou condutância por unidade de comprimento, dada em  $\text{l cm s}^{-1}$  (litro centímetro por segundo),  $q(x,t)$  é o *throughput* por unidade de comprimento, das fontes de gás ou vapor, dado em  $\text{mbar l s}^{-1} \text{ cm}^{-1}$  e  $v$  é o volume por unidade de comprimento, dado em  $\text{l cm}^{-1}$ . A formulação contínua tem como característica marcante o fato de termos de definir as grandezas dos sistemas de vácuo para cada ponto da região em estudo e está intrinsecamente ligada à estrutura dos problemas de valores de contorno e condição inicial.

A expressão II.3 é aplicável aos sistemas de vácuo cuja condutância específica ou condutância por unidade de comprimento e o volume por unidade de comprimento sejam constantes ao longo da direção  $x$ . Assim, definimos a condutância específica pela expressão  $c = C L$  e o volume por unidade de comprimento pela expressão  $v = \frac{V}{L}$ , onde  $C$  é

condutância total,  $L$  é o comprimento total e  $V$  é o volume total da região em estudo no sistema de vácuo [62].

A equação diferencial para o transporte de átomos e moléculas escoando no regime molecular tem a forma da equação de difusão. Para que esta equação diferencial tenha solução única e fisicamente aceitável deveremos impor as condições de contorno e a condição inicial adequadas ao sistema e que expressem as particularidades do processo de bombeamento. Com relação à condição inicial, esta significa especificar a pressão em toda a região em estudo para um dado instante, comumente adotado  $t = 0$ . Em geral, as condições de contorno são condições que devem ser satisfeitas em certas regiões notáveis dos sistemas de vácuo em estudo. Neste trabalho estaremos assumindo condições de contorno lineares e para uma sistematização iremos classificá-las em três grupos, conforme apresentado a seguir:

- Condições de contorno do primeiro tipo. Neste tipo a pressão é especificada ao longo de uma região do sistema de vácuo. No caso geral, temos a pressão, em uma região particular do sistema de vácuo, dada pela expressão

$$p = f(x,t) \quad (\text{II.4})$$

onde a função  $f = f(x,t)$  define o lugar geométrico da região do sistema de vácuo (em uma dimensão espacial) cuja pressão está especificada. Para muitos sistemas de vácuo unidimensionais, as condições de contorno do primeiro tipo podem ser escritas como

$$p(x_a,t) = p_a, \quad p(x_b,t) = p_b, \quad p(x_c,t) = p_c, \quad (\text{II.5})$$

assim, especificamos a pressão ao longo do eixo  $x$ , para os pontos  $a$ ,  $b$  e  $c$ . No caso de sistemas de vácuo em geral, tratados em uma dimensão, estamos assumindo explicitamente que a direção será representada ao longo do eixo  $x$ . Este tipo de condição de contorno é chamado de Condição de Contorno de *Dirichlet*.

- Condição de contorno do segundo tipo. Neste tipo especificamos o *throughput* de alguma fonte gasosa da região em estudo do sistema de vácuo. No caso mais geral, este tipo de condição de contorno pode ser expresso da seguinte forma

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = f(x,t). \quad (\text{II.6})$$

Em muitos sistemas de vácuo esta condição de contorno também será empregada para estabelecer a continuidade do *throughput* escoando em regiões da tubulação com condutâncias específicas de valores diferentes, ou ainda, trechos de tubos com diferentes taxas de degaseificação por unidade de comprimento. Nos modelos deste tipo, escreveremos a equação de difusão para cada trecho de tubo; em seguida, o estabelecimento da condição de contorno do segundo tipo, nas regiões apresentando diferentes condutâncias específicas ou diferentes taxas de degaseificação por unidade de comprimento, permitirá levar à solução geral do problema para o tubo todo. Nestes casos poderemos expressar a condição de contorno do segundo tipo em uma das seguintes formas

$$c \left. \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} \right|_{x=a} = q_a, \quad (\text{II.7})$$

ou,

$$c_1 \left. \frac{\partial p_1(x,t)}{\partial x} \right|_{x=a} = c_2 \left. \frac{\partial p_2(x,t)}{\partial x} \right|_{x=a}, \quad (\text{II.8})$$

ou ainda,

$$c \left. \frac{\partial p_1(x,t)}{\partial x} \right|_{x=a} = c \left. \frac{\partial p_2(x,t)}{\partial x} \right|_{x=a} \Rightarrow \left. \frac{\partial p_1(x,t)}{\partial x} \right|_{x=a} = \left. \frac{\partial p_2(x,t)}{\partial x} \right|_{x=a}. \quad (\text{II.9})$$

No caso de um ponto  $a$ , ao longo do eixo  $x$ , cujo *throughput* é igual a zero, podemos escrever

$$\left. \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} \right|_{x=a} = 0. \quad (\text{II.10})$$

Podemos interpretar fisicamente este caso de duas formas: podemos ter em uma situação no ponto  $a$  uma tampa ou uma válvula que impede o escoamento de átomos e moléculas. Na outra situação, podemos ter no ponto  $a$  um ponto de simetria do problema, de forma que o *throughput* que está na direção de  $x$  positivo tem o mesmo valor que o *throughput* que está na direção de  $x$  negativo. Este tipo de condição de contorno é chamado de Condição de Contorno de *Neumann*.

- Condições de contorno do terceiro tipo. Neste tipo de condição de contorno, temos uma combinação linear das condições de contorno do primeiro e segundo tipos, ou seja, uma combinação linear da pressão com a derivada da pressão em relação a direção  $x$ . No caso mais geral, este tipo de condição de contorno pode ser formulada como

$$c \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} + S p(x,t) = f(x,t) \quad (\text{II.11})$$

onde  $S$  é a velocidade de bombeamento. Nos problemas mais gerais encontrados em tecnologia do vácuo, a equação II-11 pode ser colocada na sua forma homogênea,

$$c \left. \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} \right|_{x=a} + S p(a,t) = 0. \quad (\text{II.12})$$

O significado físico desta última expressão pode ser interpretado da seguinte forma: junto à bomba de vácuo, na posição  $a$ , o *throughput* de gás bombeado pode ser expresso de duas formas distintas. Em uma das formas temos que o *throughput* bombeado  $q_b$  é função da variação da pressão neste ponto, assim  $q_b = -c \left. \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} \right|_{x=a}$ , e em outra forma,  $q_b$  é função da velocidade de bombeamento da bomba de vácuo,

assim  $q_b = S p(a,t)$ . Este tipo de condição de contorno é chamado de Condição de Contorno de *Robin* [14-15,47, 63]

A equação II.3 é válida desde que o sistema de vácuo em estudo tenha a condutância específica constante. Há algumas configurações bastante empregadas em vácuo cuja forma geométrica muda com relação ao seu comprimento. No caso de tubos com diâmetro variando com o comprimento (tendo portanto a simetria cilíndrica verificada!) encontramos a seguinte equação diferencial parcial para o campo de pressão no regime molecular,

$$c(x) \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} + \frac{dc(x)}{dx} \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = -q(x,t) + v(x) \frac{\partial p(x,t)}{\partial t}, \quad (\text{II.13})$$

onde  $c = c(x)$  é a condutância específica ou a condutância por unidade de comprimento e  $v = v(x)$  o volume por unidade de comprimento. O restante das grandezas e a suas unidades são as mesmas da equação II.3. Com relação às condições de contorno e inicial do problema, as considerações são essencialmente as mesmas feitas anteriormente [15,64].

No Capítulo III e no Apêndice E apresentamos em detalhe casos de estudos de campo de pressão em tubos com várias situações específicas que ocorrem na tecnologia do alto-vácuo, nestes casos discutimos as condições de contorno e a condição inicial. Veremos que, devido ao fato da equação de difusão II.3 apresentar para a maioria dos casos de interesse uma estrutura linear, poderemos tratar os problemas de forma a analisar em separado os termos de fonte de gases  $q = q(x,t)$  e, em seguida, compor linearmente as soluções individuais para cada fonte gasosa.

## 7.2 A equação para o campo de pressão em duas dimensões espaciais.

A equação de difusão para estudar os problemas relativos ao escoamento de gases e vapores no regime molecular, considerando sistemas de alto-vácuo com duas dimensões espaciais e dependentes do tempo, é dada por

$$c \left( \frac{\partial^2 p(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p(x, y, t)}{\partial y^2} \right) = -q(x, y, t) + v \frac{\partial p(x, y, t)}{\partial t} \quad (\text{II.14})$$

ou na forma concisa

$$c \nabla^2(x, y, t) = -q(x, y, t) + v \frac{\partial p(x, y, t)}{\partial t} \quad (\text{II.14})$$

onde  $p = p(x, y, t)$  é a função que representa o campo de pressão na região em estudo, dada em mbar,  $c$  é a condutância específica ou condutância por unidade de comprimento, dada em  $l \text{ cm s}^{-1}$ ,  $q(x, y, t)$  é o *throughput* específico de gás ou vapor por unidade de comprimento, dado em  $\text{mbar l s}^{-1} \text{ cm}^{-1}$  e  $v$  é o volume por unidade de comprimento, dado em  $l \text{ cm}^{-1}$ .

No caso do sistema de vácuo ter atingido o estado estacionário, isto é, o campo de pressão não muda no tempo, temos seguinte condição matemática satisfeita  $\frac{\partial p(x, y, t)}{\partial t} = 0$ , para  $\forall t \geq t'$ . Assim, a expressão II.14 fica simplificada conforme a expressão II.15, mostrada abaixo

$$c \nabla^2 p(x, y) = -q(x, y) . \quad (\text{II.15})$$

A expressões II.14 e II.15 são aplicáveis aos sistemas de vácuo cuja condutância específica (ou condutância por unidade de comprimento) e volume por unidade de comprimento tenham os seus respectivos valores constantes ao longo da direções  $x$  e  $y$ . Caso esta condição não seja satisfeita, deveremos definir uma condutância específica para cada uma das direções  $x$  e  $y$  e também para o volume por unidade de comprimento. Fazendo uma analogia com a transferência de calor por condução, seria o caso de termos materiais apresentando diferentes condutividades térmicas nas direções  $x$  e  $y$ . Apesar da restrição imposta às regiões em estudo dos sistemas de vácuo, no sentido das suas dimensões nas direções  $x$  e  $y$  serem aproximadamente iguais, encontraremos casos de aplicações os quais poderemos analisar e modelar casos que escapem da última condição,

adotando uma atitude menos exigente e esperando obter apenas resultados qualitativos e semi-quantitativos [40,48,60-61,65].

Não obstante as limitações impostas, podemos empregar as equações II.14 e II.15 para modelar e analisar uma série de sistemas de alto-vácuo que apresentam interesse nas atividades de pesquisa e industriais. Deveremos como no caso unidimensional estabelecer as condições de contorno e inicial para tornar a solução única e fisicamente aceitável à situação em estudo. No caso da equação de difusão bidimensional, estabeleceremos as condições de contorno somente do primeiro e segundo tipos para o estado estacionário, conforme a equação II.15.

- Condições de contorno do primeiro tipo. Neste tipo de condição de contorno, a pressão é especificada *a priori* ao longo de uma região do sistema de vácuo bidimensional. No caso do sistema de vácuo ter atingido o estado estacionário, a condição de contorno do primeiro tipo é dada por

$$p = f(x,y) \quad (\text{II.16})$$

onde a função  $f = f(x,y)$  define o lugar geométrico da região do sistema de vácuo (em duas dimensões espaciais) cuja pressão está especificada. Os sistemas de vácuo bidimensionais que trataremos apresentam geometria retangular com os lados aproximadamente de mesmo comprimento. Nestes casos, as condições de contorno do primeiro tipo são escritas conforme as seguintes equações

$$\begin{aligned} p(a,y) &= p_a, \text{ para } \alpha \leq y \leq \beta \\ p(x,b) &= p_b, \text{ para } \delta \leq x \leq \varepsilon, \end{aligned} \quad (\text{II.17})$$

onde  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$ ,  $\varepsilon$  são os limites geométricos para os eixos  $x$  e  $y$  respectivamente. Ou seja, especificamos a pressão ao longo de um segmento de reta paralelo ao eixo  $x$  e, também, especificamos a pressão ao longo de um segmento de reta paralelo ao eixo  $y$ . Estamos assumindo explicitamente que as direções serão representadas ao longo das retas  $x$  e  $y$ . Esta é a Condição de Contorno de *Dirichlet* [48].

- Condição de contorno do segundo tipo. Neste tipo de condição de contorno, especificamos o *throughput* de alguma fonte gasosa da região em estudo do sistema de vácuo bidimensional. Podemos apresentar este tipo de condição de contorno escrita para uma direção qualquer do plano  $xy$ , ou seja

$$\hat{n} \cdot \nabla p(x, y) = \frac{\partial p(x, y)}{\partial \hat{n}} = f(x, y) \quad (\text{II.18})$$

onde  $\hat{n}$  é o vetor unitário (versor) normal à curva na qual, *a priori*, está definido o *throughput*. No caso particular de termos um sistema de vácuo de forma retangular, com os lados de comprimento  $2a$  e  $2b$  aproximadamente iguais, com as suas bordas não emitindo gases ou vapores, podemos escrever as condições de contorno da seguinte forma

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial p(x, y)}{\partial x} \right|_{x=-a} &= 0, \text{ para o lado em } x = -a, \\ \left. \frac{\partial p(x, y)}{\partial x} \right|_{x=a} &= 0, \text{ para o lado em } x = a, \\ \left. \frac{\partial p(x, y)}{\partial y} \right|_{y=b} &= 0, \text{ para o lado em } y = b, \end{aligned} \quad (\text{II.19})$$

e

$$\left. \frac{\partial p(x, y)}{\partial y} \right|_{y=-b} = 0, \text{ para o lado em } y = -b.$$

Esta é a Condição de Contorno de *Neumann* Homogênea [48].

Apesar das limitações das equações obtidas, tanto da equação de difusão dependente do tempo (equação II.14) como da equação de difusão para o caso estacionário (equação II.15), há casos de muito interesse em tecnologia do vácuo que elas podem ser aplicadas. No Capítulo III são apresentados em detalhe casos de estudos de campo de pressão em câmaras de vácuo com estrutura em forma de placas. As análises e modelagens realizadas nestes casos são feitas considerando-se o estado estacionário para o campo de pressão e a imposição das condições de contorno tanto de *Dirichlet* como de *Neumann*.

## 8. As formulações discreta e contínua como complementares.

Apresentamos as formulações discreta e contínua para a modelagem e análise detalhadas de sistemas de vácuo. Indicamos que a formulação discreta leva ao conhecimento da pressão na câmara de vácuo em função do tempo,  $p_{CV} = p_{CV}(t)$ , sem especificar em qual posição da câmara de vácuo temos esta pressão. Enfatizamos que a formulação discreta para a análise de sistemas de vácuo é incapaz de nos fornecer os valores de pressão em cada ponto da região em estudo. Fazendo uso da terminologia da mecânica dos fluidos e da termodinâmica das máquinas térmicas, dizemos que na formulação discreta da tecnologia do vácuo, o contorno do volume de controle da formulação discreta é o próprio contorno da câmara de vácuo. Neste caso, consideramos a conservação da energia no volume de controle, obtendo a equação fundamental para o processo de bombeamento em vácuo. Em primeira aproximação, sem uma definição rigorosa, dissemos que a função  $p_{CV} = p_{CV}(t)$  é o valor de uma *pressão média* na câmara de vácuo em função do tempo.

Em contraste, a formulação contínua na análise de sistemas de alto-vácuo leva-nos ao conhecimento da pressão em todos os pontos da câmara de vácuo, ou de outras partes do sistema de alto-vácuo, como por exemplo, uma certa região da tubulação. A formulação contínua para a análise de sistemas de alto-vácuo foi descrita em termos da equação de difusão de átomos e moléculas. Assim, resolvendo o problema de contorno, determinamos o campo de pressão em qualquer parte do sistema de alto-vácuo. Matematicamente teremos o campo escalar  $p = p(\vec{r}, t)$  descrito em um sistema de coordenadas arbitrário.

Apesar da formulação contínua levar a um conhecimento mais refinado dos sistemas de alto-vácuo, a formulação discreta é importante. Informações relativas ao processo de bombeamento, como o tempo de bombeamento, o dimensionamento das bombas de vácuo, a verificação do desempenho de materiais em vácuo e outras mais, podem ser obtidas por meio da formulação discreta. A formulação discreta, tanto do ponto de vista do estabelecimento da física presente no sistema de vácuo como do ponto de vista da facilidade de solução matemática do modelo, apresenta vantagens em relação à formulação contínua. As duas formulações devem ser vistas como ferramentas complementares no estudo dos sistemas de vácuo. Por exemplo, mesmo sendo necessária a realização da

análise através da formulação contínua, podemos realizar a análise através da modelagem discreta com o intuito de fazer um primeiro estudo do sistema de vácuo, para obter dados gerais e globais do sistema. Um motivo adicional e muitas vezes essencial é que para o estabelecimento das condições de contorno, na montagem da equação de difusão, deveremos ter o conhecimento de dados gerais do sistema de vácuo, por exemplo, a pressão no flange da câmara de vácuo que dá acesso às bombas de vácuo.

Portanto, devemos considerar os dois tipos de formulação na análise de sistemas de vácuo como sendo complementares, mas deve ficar claro o estabelecimento das condições físicas para a validade das formulações apresentadas, ou seja, os limites de aplicação. Na formulação discreta a equação diferencial fundamental para o processo de bombeamento –  $Epb$  – é válida para todos os tipos de sistemas de vácuo, isto é, para os sistemas de pré-vácuo, alto-vácuo e ultra alto-vácuo, ou de outra forma, a  $Epb$  é válida para os regimes de escoamento viscoso laminar, intermediário e molecular. No caso da modelagem contínua estamos admitindo a hipótese que o processo de escoamento dos átomos e moléculas dá-se de forma completamente aleatória pelo movimento browniano. A equação de difusão só pode ser aplicada nos sistemas de vácuo em que ocorra escoamento dos átomos e moléculas no regime molecular, ou seja, o número de *Knudsen* deve ser igual ou maior que um. Esta questão deve ser tratada de forma crítica, mesmo que inicialmente a discussão ocorra de maneira heurística.

A hipótese fundamental sobre a validade da equação de difusão dos gases e vapores para a análise e modelagem de sistemas de alto-vácuo está fundamentada na movimento browniano dos átomos e moléculas. No caso do escoamento dos gases e vapores se dar no regime viscoso laminar ou no regime intermediário, devemos utilizar a mecânica dos fluidos. A hipótese básica é supor o escoamento gasoso como sendo um meio contínuo; matematicamente, a modelagem é feita empregando-se as equações de *Navier-Stokes*. A totalidade dos casos e problemas de interesse é praticamente impossível de ser resolvida por meio de meios analíticos, uma vez que as modelagens matemáticas dos problemas são muito difíceis e extensas. Nestes casos, a intervenção de programas computacionais especializados em mecânica dos fluidos é necessária. Atenção especial deve ser dada nas análises e modelagens de sistemas de vácuo operando no regime de escoamento

intermediário, uma vez que o estabelecimento das condições de contorno não é simples e ainda objeto de muitas dúvidas [31,39,66-72].

## 9. Referências.

1. Lafferty, J. M., Foundations of Vacuum Science and Technology, Wiley-Interscience Publication, 1998.
2. Wutz, M., Adam, H. and Walcher, W., Theory and Practice of Vacuum Technology. Friedr. Vieweg and Sohn, 1989.
3. Loeb, L.B., The Kinetic Theory of Gases, Second Edition, McGraw-Hill, 1934.
4. Tabor, D., Gases, Liquids and Solids and Other States of Matter, Third Edition, Cambridge University Press, 1991.
5. Walton, A.J., Three Phases of Matter, Second Edition. Oxford University Press, 1983.
6. Present, R.D., Kinetic Theory of Gases, McGraw-Hill, 1958.
7. Kennard, E.H., Kinetic Theory of Gases. McGraw-Hill Book Company, Inc. 1938.
8. Huang, Kerson., Statistical Mechanics, Second Edition, John Wiley and Sons, 1987.
9. Dushman, S., Scientific Foundations of Vacuum Technique, Second Edition, John Wiley, 1962.
10. Hucknall, D., Vacuum Technology and Applications, Butterworth-Heinemann, 1991.
11. O'Hanlon, J.F., A User's Guide to Vacuum Technology, Second Edition, Wiley-Interscience, 1989.
12. Roth, A., Vacuum Technology, Second and Revised Edition, North-Holland, 1986.
13. Beni, G., Hackwood, S., Belinski, S., Shirazi, M., Li, Shigang., and Karuppiah, L., Vacuum Mechatronics, Artech House, 1990.
14. Berman, A. Vacuum Engineering Calculations, Formulas, and Solved Exercises. Academic Press, Inc, 1992.
15. Degasperi, F.T., Cadernos de Atividades, Instituto de Física da Universidade de São Paulo, Circulação Restrita, 1990 até 1999.

16. Hoffman, D.M., Singh, B., and Thomas III, J.H., Handbook of Vacuum Science and Technology, Academic Press, 1997.
17. Ryans, J.L. and Roper, D.L., Process Vacuum Systems Design and Operation, McGraw-Hill, 1986.
18. Elsey, R.J., Vacuum, 25(7), 1975.
19. Elsey, R.J., Vacuum, 25( 8), 1975.
20. Weston, G.F., Vacuum, 25(11/12), 1975.
21. Woods, R.L. and Lawrence, K.L., Modeling and Simulation of Dynamics Systems, Prentice-Hall, 1997.
22. Catálogos das empresas fabricantes de bombas de vácuo. BOC-Edwards, Alcatel, Varian, Leybolb, Balzers, Ulvac.
23. Degasperi, F.T., Instrumentação e Metodologia para o Tratamento e Carga de Óleo Empregado em Cúpulas de Raio-X Utilizando Vácuo, Instituto de Eletrotécnica e Energia da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 1997, Curso.
24. Hablanian, M.H., High-Vacuum Technology – A Practical Guide, 2<sup>nd</sup> Edition, Marcel Dekker, 1998.
25. Shames, I., Mechanics of Fluids, 3<sup>rd</sup> Edition, McGraw-Hill, 1985.
26. Catálogos da MKS sobre os Medidores de Fluxo de Massa (Mass Flow Meters).
27. Degasperi, F.T., Fluxo de Gases no Sistema CVD para Síntese de Filmes de Diamante, Laboratório de Filmes de Diamante do Instituto de Física da USP, São Paulo, SP, Brasil, 1994, Seminário.
28. Degasperi, F.T., The Vacuum Pumping, Controlled Gas Injection and Residual Gas Analyses Systems for the TCA-BR Tokamak, 14<sup>th</sup> International Vacuum Congress (IVC 14), Birmingham, United Kingdon, 1998, Apresentação Oral.
29. Degasperi, F.T., Elizondo, J.I., Lerche, E.A., Reis, A.P. dos, Sanada, E.K., Ferreira, A.A., Lima, R.R. and Nascimento, I.C., The Vacuum Pumping, Controlled Gas Injection, Residual Gas Analysis and Conditioning Wall Systems for the TCABR Tokamak, 14<sup>th</sup> IAEA – Technical Committee Meeting on Research Using Small Fusion Devices, São Paulo, SP, Brazil, 2001.

30. Freitas, L.C. de, Tabacnicks, M.H., Degasperi, F.T., Silva, M.N.M., Castro, C.S.C. de, Franklin, T.P., Couto, P.R.G. and Ferreira, M.J., The Brazilian Primary Vacuum Standart Project, 3<sup>rd</sup> CCM International Conference, Pressure Metrology from Ultra-High Vacuum to Very High Pressures, Torino, Italy, 1999, Apresentação Oral.
31. Bird, R.B., Stewart, W.E. and Lightfoot, E.N., Transport Phenomena, 2<sup>nd</sup> Edition, Wiley , 2002.
32. Steckelmacher, W., Reports on Progress Physics, 49(10), 1986.
33. Redhead, P.A., Hobson, J.P. and Kornelsen, E.V., The Physical Basis of Ultra-high Vacuum, Chapman and Hall and reprint by American Vacuum Society's Series of Classic Texts, AVS, 1993.
34. Comsa, G., David, R. and Rendulic, K.D., Physical Review Letters, 38(14), 1977.
35. Comsa, G., Surface Science, 299/300, 1994.
36. Holkeboer, D.H., Jones, D.W., Pagano, F. and Santeler, D.J., Vacuum Technology and Space Simulation, Boston Technical Publishers and reprint by American Vacuum Society's Series of Classics Text, AVS, 1993.
37. Viana, E.R., Desenvolvimento e Implementação de um Simulador para Estudos de Escoamento de Gases em Regime Molecular. Trabalho de Graduação do Curso MPCE da Faculdade de Tecnologia de São Paulo. Orientado por Francisco Tadeu Degasperi. 1999.
38. Raimundo, D.S., Simulação de Transporte de Gases em Tubos e Orifícios no Regime de Escoamento Molecular, Trabalho de Graduação do Curso MPCE da Faculdade de Tecnologia de São Paulo, Orientado por F.T. Degasperi, 2001.
39. Degasperi, F.T., Análise Detalhada de Sistemas de Vácuo, Laboratório do Acelerador Linear do Instituto de Física da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil, 1999, Seminário.
40. Degasperi, F.T. and Mammana, V.P., Pressure Field Detailed Calculations for a New Field Emission Device with Improved Vacuum Features, 46<sup>th</sup> International Symposium Vacuum, Thin Films, Surfaces/Interfaces and Processing, American Vacuum Society (AVS), Seattle, Washington, USA, 1999, Apresentação Oral.

41. Mammana, V.P., Degasperi, F.T., Monteiro, O.R., Vuolo, J.H., Salvadori, M.C.B. and Brown, I.G., A New Field Emission Device with Improved Vacuum Features, *Journal of Vacuum Science and Technology*, 18A(4), 2000.
42. Middleman, S. and Hochberg, A.K., *Process Engineering Analysis in Semiconductor Device Fabrication*, McGraw-Hill, 1993.
43. Sugano, T., *Applications of Plasma Processes to VLSI Technology*, Wiley-Interscience, 1985.
44. Haile, J.M., *Molecular Dynamics Simulation: Elementary Methods*, Wiley-Interscience, 1992.
45. Rapaport, D.C., *The Art of Molecular Dynamics Simulation*, Cambridge University Press, 1995.
46. Landau, L.D. and Lifshitz, E.M., *Fluid Mechanics – Course of Theoretical Physics – Volume 6*, Butterworth-Heinemann, 1997.
47. Degasperi, F.T., Martins, M.N., Takahashi, J. and Verardi, S.L.L., Time Dependence of the Pressure Profile in a Tube with Axially-Dependent Degassing, Particle Accelerator Conference, PAC-2001, Chicago, Illinois, USA, 2001. Apresentado em forma de painel e publicado nos anais.
48. Degasperi, F.T., Mammana, V.P., Verardi, S.L.L. and Baranauskas, V., Calculation of the Vacuum Pressure Gradient in Field Emission Display, Trabalho apresentado no International Conference on Metallurgical Coating and Thin Films, ICMCTF-2001, San Jose, California, USA, 2001. Trabalho publicado “Surface and Coating Technology”, 2002.
49. Gershendeld, N., *The Nature of Mathematical Modeling*, Cambridge University Press, 1999.
50. Bequette, B.W., *Process Dynamics: Modeling, Analysis and Simulation*, Prentice-Hall PTR, 1998.
51. MacCluer, C.R., *Industrial Mathematics – Modeling in Industry, Science and Government*, Prentice Hall, 2000.
52. Svobodny, T., *Mathematical Modeling for Industry and Engineering*, Prentice Hall, 1998.

53. Shearer, J.L. and Kulakowski, B.T., Dynamics Modeling and Control of Enginnerig Systems, Maxwell Macmillan International Editions, 1990.
54. Gershendeld, N., The Physics of Information Technology, Cambridge University Press, 2000.
55. Rice, R.G. and Do, D.D., Applied Mathematics and Modeling for Chemical Engineers, John Wiley & Sons, 1995.
56. Arfken, G. and Weber, H., Mathematical Methods for Physicists, 4<sup>th</sup> Edition, Academic Press, 1998.
57. Tijonov, A.N. and Samarsky, A.A., Ecuaciones de la Fisica Matematica, Segunda Edición, Editorial Mir, 1980.
58. Snider, A.D., Partial Differencial Equations: Sources and Solutions, Prentice Hall, 1999.
59. Powers, D.L., Boundary Value Problems, 4<sup>th</sup> Edtion, Harcourt – Academic Press, 1999.
60. Özisik, M.N., Boundary Value Problems of Heat Conduction, Dover Publications, 1989.
61. Carslaw, H.S. and Jaeger, J.C., Conduction of Heat in Solids, Oxford University Press, 1957.
62. Lewin, G., Fundamentals of Vacuum Science and Technology, McGraw-Hill, 1965.
63. Degasperi, F.T., Martins, M.N., Takahashi, J. and Verardi, S.L.L., Pressure Field in a Tube with a Time- and Position-Dependent Degassing, Trabalho a ser submetido ao Journal of Vacuum Science and Technology (JVST).
64. Degasperi, F.T., Martins, M.N., Verardi, S.L.L. and Takahashi, J., Pressure Field Along the Axis of an Accelerating Structure, European Particle Accelerator Conference, EPAC-2002, Paris, France, 2002. Trabalho apresentado e publicado nos anais.
65. Degasperi, F.T. e Baranauskas, V., Análise Detalhada de Sistemas de Vácuo, XXII Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Indústria e na Ciência (CBRAVIC), Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, UNESP, Guaratinguetá, SP, Brasil, 2001. Trabalho apresentado na forma de painel.

66. Anderson, J.D., Modern Compressible Flow: with Historical Perspective, McGraw-Hill, 1982.
67. Programa Computacional *Ansys* para Simulação em Mecânica dos Fluidos, Manual da Versão 4, 1999.
68. Fortuna, A.O., Técnicas Computacionais para a Dinâmica dos Fluidos – Conceitos Básicos e Aplicações, Editora da Universidade de São Paulo, 2000.
69. Degasperi, F.T., Estudo de Fluxo de Gases em Reatores Assistidos a Plasmas em Baixas Pressões, Trabalho apresentado na Disciplina Processos em Eletrohidrodinâmica I, Curso de Pós-Graduação da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 1999.
70. Degasperi, F.T., Dedução da Equação Fundamental para o Processo de Bombeamento na Tecnologia do Vácuo - Objetivo Didático, XII Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Ciência e na Indústria, Florianópolis, SC, Brasil, 1991. Trabalho apresentado na Sessão Oral.
71. Sanches Junior, R.L., Tratamento Matemático Analítico-Numérico para o Processo de Bombeamento em Tecnologia do Vácuo, Trabalho de Graduação do Curso MPCE da Fatec-SP, Orientado por F.T. Degasperi, 1997.

# Capítulo III

## Sistemas de Vácuo Complexos

*Neste Capítulo apresentaremos modelagens detalhadas de alguns sistemas de vácuo. Teremos exemplos de estudos de sistemas de vácuo utilizando tanto a formulação discreta como a formulação contínua. Iniciaremos com a análise discreta de dois sistemas de vácuo. O primeiro deles é um sistema de pré-vácuo que utiliza bomba roots e o segundo deles é um sistema de alto-vácuo que opera com bomba de difusão. Mostraremos as etapas para a construção do modelo e quais resultados podem ser alcançados por meio do ferramental desenvolvido neste trabalho através da formulação discreta. Posteriormente, utilizaremos a formulação contínua para modelar sistemas de alto-vácuo. Trataremos de sistemas de vácuo com geometria básica do tipo tubular, esta geometria exemplifica sistemas de alto-vácuo unidimensionais. Nestes casos são considerados vários tipos de fontes de gases, velocidades de bombeamento e tubos retos com área de seção constante e variável. Em seguida trataremos sistemas de alto-vácuo através da formulação com básica planar, esta geometria exemplifica sistemas de alto-vácuo bidimensionais. Finalizando o capítulo faremos uma discussão geral sobre os resultados alcançados e as suas limitações das formulações apresentadas.*

### **1. Introdução.**

A modelagem de sistemas de vácuo, como estudamos nos capítulos anteriores, pode apresentar duas formulações básicas, chamadas de formulações discreta e contínua. Dissemos que a abordagem discreta é a mais empregada no tratamento e modelagem de sistemas de vácuo. Esta abordagem leva a um conhecimento limitado do valor da pressão na câmara de vácuo, podemos determinar como a pressão varia com o tempo, mas é considerado o mesmo valor de pressão em todas partes da câmara de vácuo. Não obstante esta limitação intrínseca à formulação discreta, ela tem um alcance suficiente para muitas aplicações do vácuo. Apesar de termos disponíveis a equação diferencial fundamental para

o processo de bombeamento em vácuo e alguns modelos para as fontes de gases e vapores, verificamos que não são disponíveis ferramentas matemáticas numéricas de uso geral para o tratamento detalhado de sistemas de vácuo. A fim de tornar as análises e modelagens de sistemas de vácuo mais profundas e detalhadas, apresentamos uma plataforma computacional de trabalho capaz de auxiliar os projetos na área de vácuo. Os modelos construídos consideram as várias fontes de gases e vapores, as condutâncias da linha de bombeamento e as velocidades das bombas de vácuo como função da pressão. Os programas computacionais para a modelagem discreta são documentados em detalhe e podem ser utilizados e alterados de forma a modelar uma vasta variedade de situações encontradas na área de vácuo. Ainda, com os programas desenvolvidos poderemos calcular numericamente as condutâncias para os três regimes de escoamento.

Apresentamos dois casos de estudos utilizando a formulação discreta. O primeiro caso modela um sistema de vácuo de porte médio usando uma bomba de vácuo *roots*. O outro caso de estudo é um sistema de alto-vácuo de pequeno porte, bombeado com um conjunto de bomba de alto-vácuo difusora. Neste caso, modelamos em detalhe a evolução temporal da dinâmica da degaseificação. Utilizamos para obter as soluções numéricas o programa *MathCAD<sup>TM</sup>*. Os cálculos numéricos realizados empregam os métodos de Euler-Heun e Runge-Kutta de quarta ordem. Estes métodos e os programas computacionais mostraram-se eficientes e confiáveis, uma vez que as soluções numéricas encontradas foram testados e comparados às soluções analíticas para certos casos possíveis. Apesar de termos tratados de poucos sistemas de vácuo, as ferramentas e metodologias desenvolvidas são de larga aplicação em tecnologia do vácuo.

Prosseguindo, foram modelados sistemas de alto-vácuo unidimensionais e bidimensionais através da formulação contínua. Foi possível obter o campo de pressão transiente ou estacionário e os seus gradientes para muitos casos de interesse por meios analíticos e numéricos.

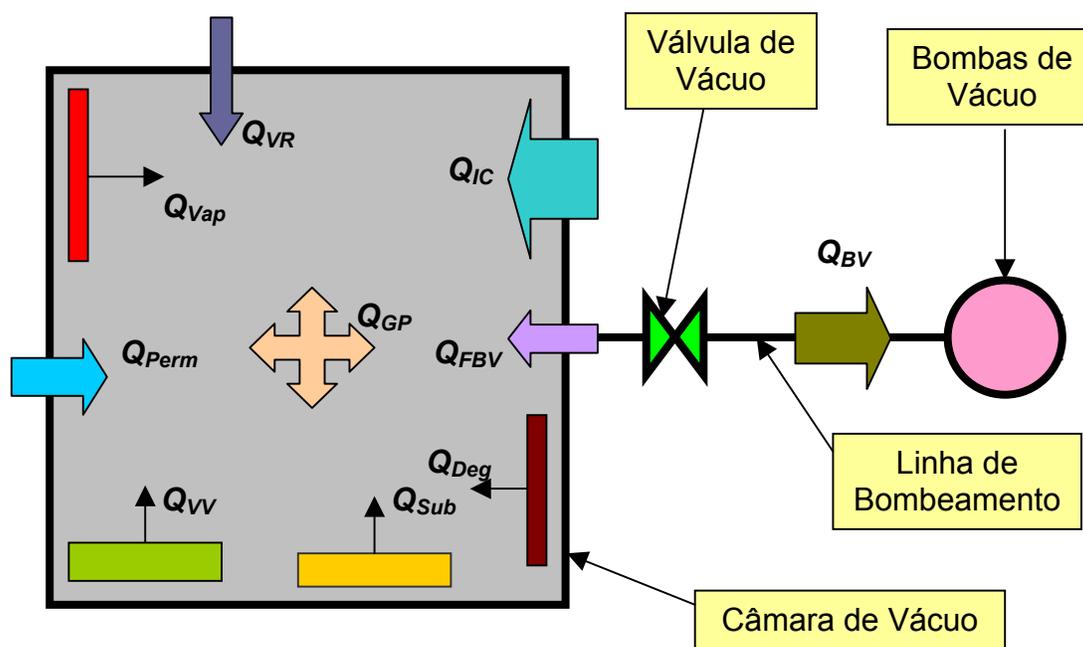
Um aspecto muito importante para as modelagens é o fato dos programas e sistemática de trabalho estarem abertos, permitindo aos usuários introduzirem modificações, quando houver necessidades, tanto nos aspectos físicos da modelagem como nos aspectos de resolução numérica. Desta forma, acreditamos que o nosso propósito inicial foi atingido, uma vez que conseguimos ter disponível um conjunto de ferramentas da física-

matemática capazes de modelar detalhadamente sistemas de vácuo através de procedimentos analíticos e numéricos documentados e discutidos, além de dispormos de programas computacionais abertos e com exemplos de aplicação em casos de interesse tanto nas atividades de pesquisa como nas atividades industriais.

## 2. O processo de bombeamento em sistemas de vácuo com a modelagem discreta.

### 2.1 Preâmbulo.

Com o propósito de ilustrar e propor uma metodologia de trabalho para a modelagem e análise de sistemas de vácuo através da formulação discreta, trataremos de dois casos bastante presentes nas aplicações da tecnologia do vácuo. O desenho mostrado na Figura III.1 apresenta as partes principais de um sistema de vácuo, a câmara de vácuo (com as fontes de gases e vapores), a linha de bombeamento e as bombas de vácuo. A clara identificação destas partes é essencial para a modelagem através da formulação discreta.



**Figura III.1** Esquema de um sistema de vácuo genérico. Na modelagem detalhada através da formulação discreta, as partes essenciais são a câmara de vácuo (com as possíveis fontes gasosas), a linha de bombeamento e as bombas de vácuo.

A equação diferencial fundamental para o processo de bombeado em vácuo é dada pela expressão III.1

$$V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -S_{ef} p_{CV}(t) + \sum_{i=1}^n Q_i , \quad (III.1)$$

com o termo  $V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt}$  está relacionado com a variação do *throughput* na câmara de vácuo. Quando o volume e a temperatura são constantes, este termo está ligado diretamente à variação temporal da pressão na câmara de vácuo. O termo  $-S_{ef} p_{CV}(t)$  está relacionado com o gás que escoo pela linha de bombeamento e é igual ao *throughput* bombeado pelas bombas de vácuo. A velocidade efetiva de bombeamento é dada por

$$S_{ef} = \frac{S_{bv} C_{Total}}{S_{bv} + C_{Total}},$$

mostrando explicitamente a sua dependência com grandezas

características da linha de bombeamento (condutâncias das suas partes) e das bombas de vácuo. O termo  $\sum_{i=1}^n Q_i$  está relacionado com as fontes de gases e vapores e identificamos como sendo igual ao *throughput* dessas fontes gasosas que alimenta a câmara de vácuo, cuja tendência é fazer com que a sua pressão aumente. Assim, temos a estrutura matemática do problema colocada e os seus termos identificados com os elementos do sistema de vácuo. Esta equação diferencial está deduzida e discutida em detalhe no Apêndice A.

Dando continuidade, devemos para o caso específico identificar e quantificar as várias fontes gasosas relevantes ao processo em vácuo em estudo. Em seguida, vamos especificar as bombas de vácuo e a linha de bombeamento. Partindo da pressão atmosférica, tendo as dimensões das tubulações, flanges, e outros componentes da linha de bombeamento poderemos determinar o número de Knudsen ( $Kn$ ) e assim calcular a condutância total em função do regime de escoamento dos gases e vapores. As curvas de velocidade de bombeamento das bombas de vácuo em função da pressão podem ser determinadas através das expressões no Apêndice C. Desta forma, o sistema de vácuo

modelado pode ser estudado e os resultados preliminares podem sugerir e indicar alterações e aprimoramentos no modelo. A modelagem é sempre uma idealização da realidade, uma forma de montar o problema real em termos matemáticos sustentado no conhecimento da física envolvida no sistema em estudo [1-9]. Os detalhes na modelagem dos casos de estudo realizados a seguir com a solução através do cálculo numérico podem ser vistos no Apêndice D.

## 2.2 Pré-vácuo com bomba *roots*.

Os processos que ocorrem na região de pré-vácuo têm uma importância muito grande para várias aplicações principalmente industriais. As aplicações cobrem a indústria alimentícia, passando pela indústria farmacêutica, de secagem, de impregnação, tratamento de óleo de transformadores e ampolas de raio-X, e outras. Os sistemas de vácuo em geral que operam na faixa do pré-vácuo podem ter uma ou mais das seguintes características:

- Câmaras de vácuo com grandes dimensões.
- Grandes quantidades de gases e vapores (grandes *throughput's*) a ser bombeados.
- Participação de grandes quantidades de vapores.
- Atmosfera com poeira e particulados.
- Vapores corrosivos e agressivos.

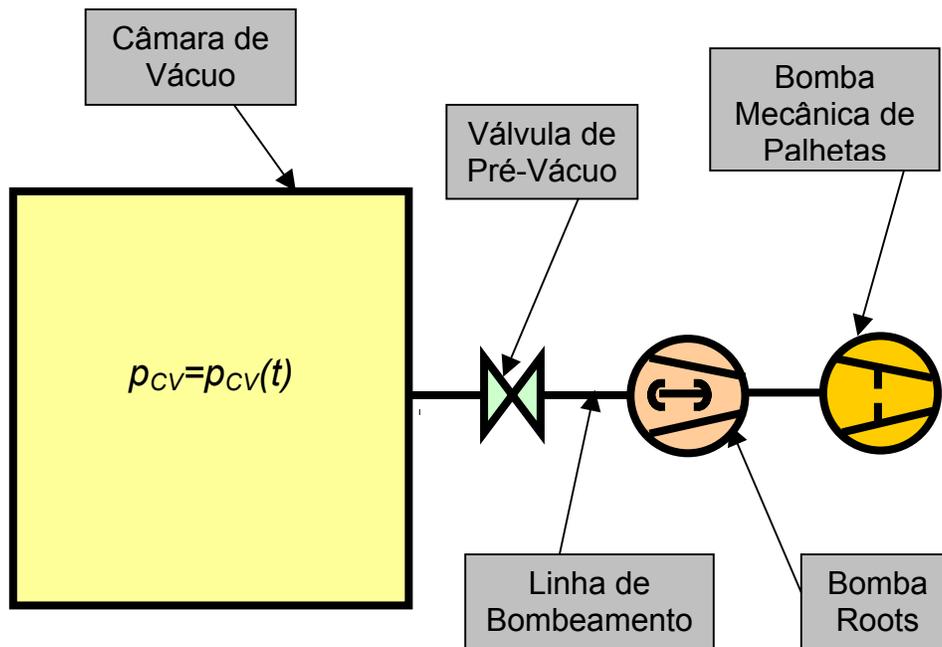
Muitas das características apontadas acima podem trazer para os sistemas de vácuo a instalação de acessórios de proteção às bombas de vácuo. Estes componentes auxiliares de proteção devem fazer parte na modelagem do sistema de vácuo, podendo interferir no valor da condutância e assim na velocidade efetiva de bombeamento. A Figura III.2 mostra esquematicamente um sistema de pré-vácuo com bomba *roots*.

A modelagem deste sistema de vácuo será realizada através da solução da equação diferencial

$$V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -S_{ef} p_{CV}(t) + \sum_{i=1}^n Q_i,$$

para isto devemos especificar a bomba de vácuo *roots* determinando a sua velocidade de bombeamento através da escolha dos parâmetros na seguinte expressão III.2 ( Apêndice C)

$$S_{BR}(p) = S_{MÁX} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{p_{final}}{p}\right)^a\right]^b \left[1 + \left(\frac{p}{1000 \cdot p_{final}}\right)^c\right]^d} \quad (III.2)$$



**Figura III.2** *Sistemas de vácuo de médio porte operando da pressão atmosférica até a pressão final de  $1.10^{-3}$  mbar. As bombas de vácuo empregadas são a roots e a mecânica de palhetas.*

Prosseguindo, a determinação das condutâncias é feita através das expressões (para o gás  $N_2$  e temperatura de 296 K):

- Para o caso do regime de escoamento viscoso laminar,

$$C_V = 136 \frac{d^4}{L} \left[ \frac{p_{CV}(t) + p_{BV}(t)}{2} \right], \text{ onde } p_{BV} \text{ é a pressão na bomba de vácuo.}$$

- Para os casos dos regimes de escoamento intermediário ou molecular,

$$C_M = \left(12,1 \frac{d^3}{L}\right) \left(1 + 0,0736 \frac{d}{\lambda}\right).$$

Estas expressões são utilizadas dependendo do número de *Knudsen*, cuja determinação é essencial para encontrarmos o regime de escoamento dos gases e vapores ao longo da tubulação. As expressões acima são para tubos cilíndricos longos (tubo cujo comprimento é 10 vezes ou maior que o seu diâmetro). O cálculo da condutância em função da pressão é feito automaticamente através de uma sentença computacional condicional; sendo que o próprio código computacional “decide” pelo uso de qual expressão para a condutância deverá utilizar. Assim, podemos utilizar o método de Euler-Heun ou o método de Runge-Kutta de quarta ordem para resolver numericamente a equação diferencial para o processo de bombeamento. No caso do método de Euler-Heun (conhecido também como o método de Runge-Kutta de segunda ordem) temos as expressões III.3 e III.4

$$P_{n+1} = P_n + \frac{h}{2} \{f(t_n, P_n) + f[t_{n+1}, (P_n + h f(t_n, P_n))]\} \quad (\text{III.3})$$

com

$$f(t, P) = \frac{Q_{final}}{V_{CV}} - \frac{S_{ef}}{V_{CV}} P \quad (\text{III.4})$$

e

$$S_{ef} = \frac{S_{BR} C_{Total}}{S_{BR} + C_{Total}}.$$

De posse da curva da pressão na câmara de vácuo em função do tempo podemos encontrar outras grandezas de interesse para o conhecimento do sistema de vácuo, por exemplo, a determinação do *throughput* de gás bombeado, neste caso

$Q_{\text{Bombeado}} = S_{ef}(p_{CV}) p_{CV}(t)$ . Desta forma, o problema pode ser analisado e o seu sistema de bombeamento determinado. A escolha das bombas de vácuo na primeira modelagem pode ser feita através de cálculos simples conforme discutidos no Capítulo I. Os Apêndices C e D trazem em detalhes estudos de casos de interesse. Mostraremos a seguir uma modelagem de um sistema de vácuo utilizando bomba *roots*. Apresentamos todas as etapas dos cálculos necessários para analisar em detalhe o sistema de vácuo. A modelagem é feita considerando bombas de vácuo existentes no mercado.













### 2.3 Alto-vácuo com bomba de difusão.

Existem inúmeros processos que ocorrem na região de alto-vácuo, cobrindo aplicações industriais e de pesquisas tanto básica como aplicada. As aplicações mais importantes são a indústria de cinescópios, válvulas eletrônicas, microscópios eletrônicos, tubos de raio-X, metalização, aceleradores de partículas, e muitas outras. Os sistemas de alto-vácuo em geral operam na faixa de  $10^{-3}$  mbar até  $10^{-7}$  mbar. Para pressões menores, temos a região do ultra alto-vácuo, nesta região de pressão os procedimentos de trabalho são os mesmos que para o alto-vácuo, apenas deveremos observar as fontes de gases e vapores que têm importância nesta faixa de pressão. Em geral as características mais importantes para os sistemas de alto-vácuo e de ultra alto-vácuo são:

- Câmaras de vácuo limpas.
- Pequenas, médias ou grandes quantidades de gases e vapores devido a degaseificação.
- Processos que temem contaminação de óleos e gorduras.
- As dimensões da linha de bombeamento é determinante para a velocidade efetiva de bombeamento.
- Grande duração no tempo de bombeamento.

Há aplicações cuja proteção das bombas de alto-vácuo exige a instalação de dispositivos com pequena condutância, trazendo assim uma diminuição na velocidade efetiva de bombeamento. Certamente, estes componentes auxiliares de proteção devem fazer parte na modelagem do sistema de vácuo, uma vez que na região de alto-vácuo as condutâncias são em geral determinantes para o processo de bombeamento. A Figura III.3 mostra esquematicamente um sistema de alto-vácuo operando com bomba de difusão, também conhecida como bomba difusora.

A modelagem deste sistema de vácuo será realizada através da solução da equação diferencial

$$V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -S_{ef} p_{CV}(t) + \sum_{i=1}^n Q_i,$$

para isto devemos especificar a bomba de alto-vácuo, determinando a sua velocidade de bombeamento através da escolha dos parâmetros na seguinte expressão III.5 ( Apêndice C)

$$S_{BM}(p) = S_{MÁX} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{p_{final}}{p}\right)^a\right]^b} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{p}{c p_{final}}\right)^d}}\right] \quad (III.5)$$

e no caso da bomba de pré-vácuo (bomba mecânica de palhetas) determinando a sua velocidade de bombeamento através da escolha dos seus parâmetros na seguinte expressão III.6

$$S_{BD}(p) = S_{MÁX} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{p}{p_{inicial}}\right)^a\right]^b} \quad (III.6)$$

Prosseguindo, a determinação das condutâncias é feita através das expressões (para o gás  $N_2$  e temperatura de 296 K):

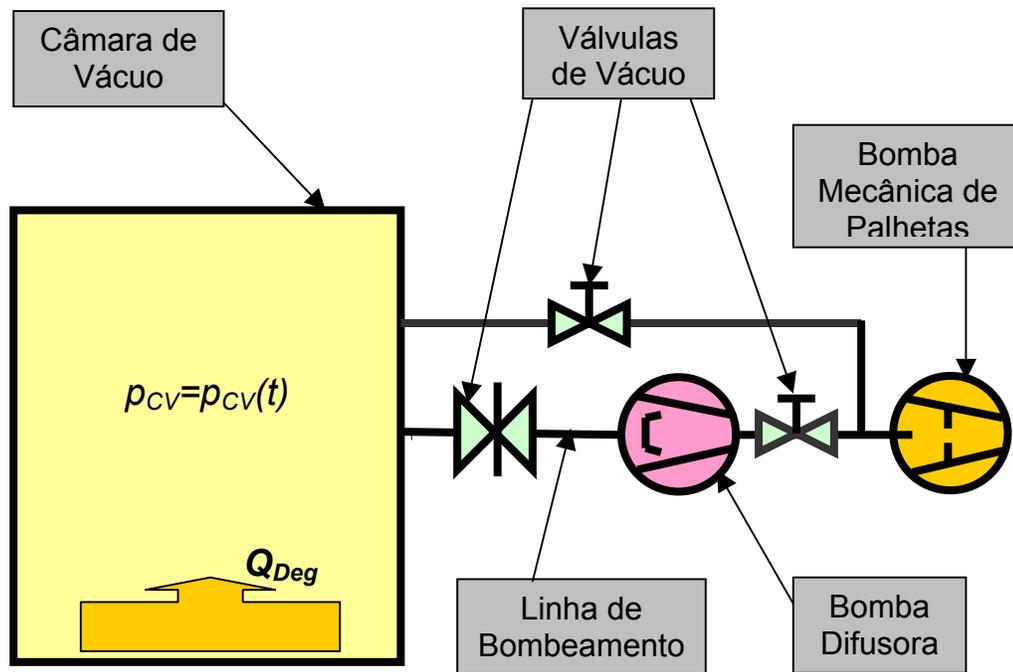
- Para o caso do regime de escoamento viscoso laminar,

$$C_V = 136 \frac{d^4}{L} \left[ \frac{p_{CV}(t) + p_{BV}(t)}{2} \right].$$

- Para os casos dos regimes de escoamento intermediário ou molecular,

$$C_M = \left(12,1 \frac{d^3}{L}\right) \left(1 + 0,0736 \frac{d}{\lambda}\right).$$

Estas expressões são utilizadas dependendo do número de *Knudsen*, cuja determinação é essencial para encontrarmos o regime de escoamento dos gases e vapores ao longo da tubulação. As expressões acima são para tubos cilíndricos longos (tubo cujo comprimento é 10 vezes ou maior que o seu diâmetro).



**Figura III.3** *Sistemas de alto-vácuo de pequeno porte operando da pressão atmosférica, com 1000 mbar até a pressão final de  $1.10^{-7}$  mbar. As bombas de vácuo utilizadas são a difusora e a mecânica de palhetas.*

No caso do sistema de alto-vácuo conforme esquematizado anteriormente, vemos que o bombeamento de pré-vácuo é feito por meio de uma tubulação dedicada e no caso do bombeamento do alto-vácuo há tubulação própria. Desta forma, o cálculo das condutâncias deverá “decidir” além do regime de escoamento vigente, também as dimensões de cada linha de bombeamento. Assim, a determinação numérica das condutâncias em função da pressão é feito automaticamente através de uma sentença computacional condicional.

Na modelagem dos sistemas de alto-vácuo deveremos considerar a taxa de degaseificação, uma vez que esta fonte de gás está sempre presente e na maioria dos sistemas de alto-vácuo e ultra alto-vácuo a pressão final é determinada por ela. Adotamos nesta modelagem a dependência da degaseificação conforme estudado no Capítulo II. Adotaremos dois resultados bem estabelecidos para a dependência temporal da degaseificação. Nas primeiras horas (aproximadamente 10 horas), o *throughput* devido à degaseificação das superfícies metálicas varia segundo a expressão  $q_{Deg}^a(t) = q_0^a \frac{1}{t}$ , onde

$q_0$  é a taxa de degaseificação no início do processo de bombeamento e  $t$  o tempo dado em horas. Prosseguindo com o bombeamento, o *throughput* de degaseificação terá a dependência temporal  $q_{Deg}^b(t) = q_0^b \exp[-\beta(t-t_c)]$ , onde  $\beta$  depende da superfície do material. Para haver continuidade quando passarmos da primeira função para a segunda função, devemos ter  $q_0^b = q_{Deg}^a(t_c)$ , onde  $t_c$  é igual a dez horas. Com o propósito de diminuir a pressão final dos sistemas de alto-vácuo e ultra alto-vácuo vários processos de condicionamento foram desenvolvidos. Assim, podemos utilizar o método de Euler-Heun ou o método de Runge-Kutta de quarta ordem para resolver numericamente a equação diferencial para o processo de bombeamento. No caso do método de Euler-Heun (conhecido também como o método de Runge-Kutta de segunda ordem) temos as seguintes expressões

$$P_{n+1} = P_n + \frac{h}{2} \left\{ f(t_n, P_n) + f\left[t_{n+1}, \left(P_n + h f(t_n, P_n)\right)\right] \right\}$$

com

$$f(t, P) = \frac{Q_{Deg}(t)}{V_{CV}} - \frac{S_{ef}}{V_{CV}} P$$

e

$$S_{ef} = \frac{S_{BR} C_{Total}}{S_{BR} + C_{Total}} .$$

A curva da pressão na câmara de vácuo em função do tempo é determinada em duas etapas, o bombeamento no regime viscoso laminar e nos regimes intermediário e molecular. De posse da curva da pressão na câmara de vácuo em função do tempo podemos encontrar outras grandezas de interesse para o conhecimento do sistema de vácuo, como por exemplo, a determinação do *throughput* de gás bombeado. Observamos

que podemos introduzir outros tipos de fontes de gases e vapores, para isso, deveremos saber a expressão matemática e introduzir na expressão acima. Os Apêndices F e G trazem estudos detalhados das fontes devidos ao vazamento virtual e da injeção controlada de gases. O caso de estudo de sistema de alto-vácuo, feito a seguir, traz um exemplo com injeção controlada de gás. Desta forma, o problema pode ser analisado e o seu sistema de bombeamento determinado a partir de bombas de vácuo existentes no mercado.































## **2.4 Discussão.**

Os sistemas de vácuo modelados nesta seção através da formulação discreta encontram muita aplicação na tecnologia do vácuo. Apesar de termos apresentado poucos exemplos, a plataforma de cálculo numérico mostrou ter um alcance suficiente para modelar vários sistemas de vácuo de interesse. Ainda, a plataforma de cálculo tem mostrado ser bastante versátil e sendo capaz de absorver melhorias e sofisticacões, caso o modelo exija. Além, das questões referentes aos aspectos computacionais para a obtenção da solução do problema, temos as fontes de gases e vapores suficientemente descritas e algumas bastante detalhadas de forma que possam ser utilizadas nas modelagens. A construção de um modelo é em geral uma tarefa difícil e sabemos que muitas vezes há uma distância enorme entre a realidade e a construção de um modelo sofisticado capaz de descrever vários detalhes do sistema em estudo. Mas acreditamos que estamos diante de um ferramental suficientemente poderoso para a solução numérica para a modelagem de sistemas de vácuo de vários tipos por meio da formulação discreta [7-11].

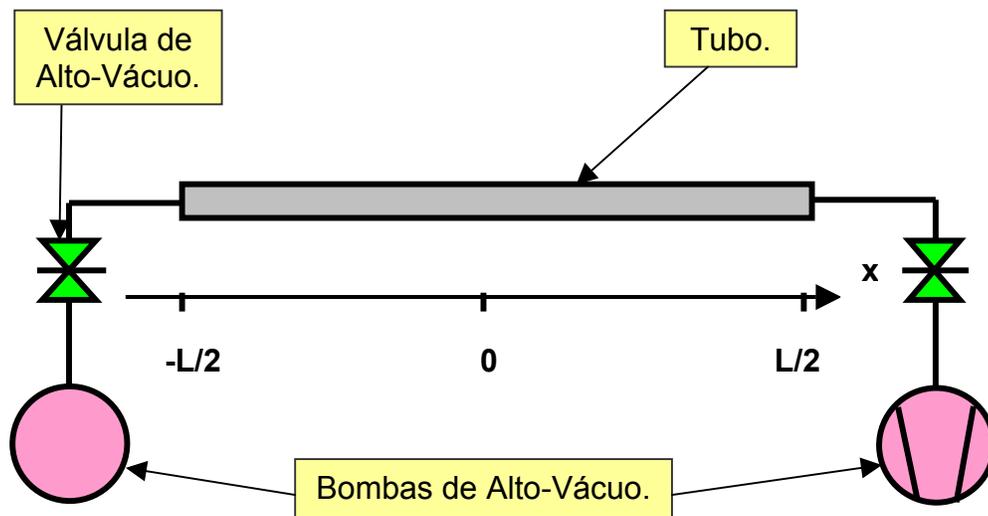
## **3. O processo de bombeamento em sistemas de vácuo com a modelagem contínua – caso unidimensional.**

### **3.1 Preâmbulo.**

O alto-vácuo está presente em muitos dispositivos e equipamentos com geometria tubular tanto nas aplicações industriais como nas pesquisas básica ou aplicada. Os dispositivos mais importantes são: os aceleradores de partículas elementares, os anéis de armazenagem de feixe, as estruturas para a colisão de feixes de partículas, os dispositivos elétricos de potência, como as válvulas *klystron*, as fotomultiplicadoras, assim como os microscópios eletrônicos e os espectrômetros de massa. Para que estes equipamentos tenham bom desempenho eles devem operar em condições de alto-vácuo e alguns deles em condições de ultra alto-vácuo.

Apesar dos dispositivos mencionados acima apresentarem detalhes construtivos que introduzem complicações às suas superfícies expostas ao vácuo, podemos fazer aproximações e em muitos casos modelar sistemas de alto-vácuo e ultra alto-vácuo

considerando basicamente a geometria tubular. Por meio da formulação contínua, os sistemas de alto-vácuo com geometria em forma de tubo pode ser considerado um problema matemático apresentando apenas uma dimensão espacial (caso unidimensional) [11-14]. Uma vez que temos disponível a equação de difusão para o caso unidimensional, vamos aplicá-la à geometria tubular e estudar no caso em que as extremidades do tubo são bombeadas com bombas de alto-vácuo e assim garantir que estamos operando no regime de escoamento molecular. Esta última exigência é fundamental para que possamos utilizar a equação de difusão. Uma discussão a respeito desta importante questão está feita no Apêndice H. O sistema de alto-vácuo em formato tubular está esquematizado na Figura III.4.



**Figura III.4** Estrutura geral de um sistema de alto-vácuo com geometria tubular.

A equação de difusão unidimensional dependente do tempo é dada pela expressão III.7

$$c \cdot \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} = -q(x,t) + v \cdot \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} \quad , \quad (III.7)$$

onde  $c=C.L$  e  $v=V/L$ ; quando o estado estacionário for atingido, isto é, a pressão em cada ponto do sistema de vácuo não varia no tempo, temos a condição  $\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = 0, \forall t \geq t'$ ,

assim para os instantes posteriores a  $t'$  o sistema de vácuo pode ser modelado pela equação de difusão unidimensional estacionária dada pela expressão III.8

$$c \cdot \frac{d^2 p(x)}{dx^2} = -q \Rightarrow \frac{d^2 p(x)}{dx^2} = -\frac{q}{c} . \quad (\text{III.8})$$

Os problemas matemáticos do tipo tratados acima constituem os problemas de valores de contorno. As equações diferenciais parciais de segunda ordem, do tipo de difusão, precisam da especificação de duas condições de contorno e uma condição inicial para a obtenção da solução do problema fisicamente aceitável. Adotaremos a direção definida pela reta  $x$  como sendo a orientação do sistema de vácuo tubular, com uma extremidade do tubo em  $x = -\frac{L}{2}$  e a outra extremidade em  $x = +\frac{L}{2}$  .

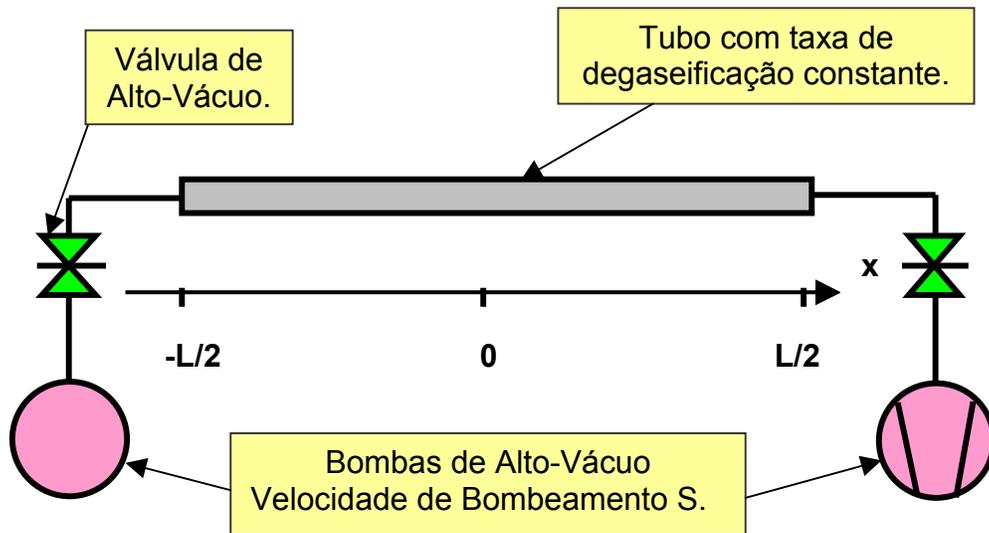
### 3.2 Taxa de degaseificação constante.

Estudaremos o caso de um tubo tendo taxa de degaseificação constante, o campo de pressão em estado estacionário pode ser determinado pela expressão III.8. Esquemáticamente o sistema de alto-vácuo tubular é mostrado na Figura III.5. Para a solução do problema deveremos impor as duas condições de contorno. Uma condição de contorno vem do fato do bombeamento nas extremidades do tubo garantir uma pressão que pode ser determinada em função da taxa de degaseificação total do tubo e a outra condição de contorno pode ser imposta devido à simetria do problema, no centro do tubo a pressão é máxima. Desta forma, matematicamente temos as duas condições de contorno dadas pelas expressões III.9 e III.10

$$p\left(-\frac{L}{2}\right) = p\left(+\frac{L}{2}\right) = \frac{Q_T}{2 \cdot S_{ef}} \quad (\text{III.9})$$

e

$$\left. \frac{dp(x)}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad (\text{III.10})$$



**Figura III.5** Sistema de alto-vácuo como geometria tubular com taxa de degaseificação constante e bombas de vácuo iguais nas extremidades do tubo.

Assim, encontramos a solução da equação de difusão dada pela expressão III.11

$$p(x) = -\frac{q}{2c}x^2 + \frac{Q_T}{2} \left( \frac{1}{S_{ef}} + \frac{L}{4c} \right) \quad (\text{III.11})$$

onde  $Q_T$  é a taxa de degaseificação total do tubo dada por  $Q_T = q L$  e  $S_{ef}$  é a velocidade de bombeamento em cada extremidade do tubo. A expressão acima mostra que o perfil de pressão estacionário é parabólico. Podemos fazer algumas variações na configuração acima e obter soluções de problemas de interesse, por exemplo, considerar uma das extremidades sem bombeamento, neste caso continuamos a ter o perfil parabólico de pressão, somente que o máximo de pressão estará localizado na extremidade sem o bombeamento. O *throughput* em cada ponto do tubo pode ser determinado pela expressão III.12

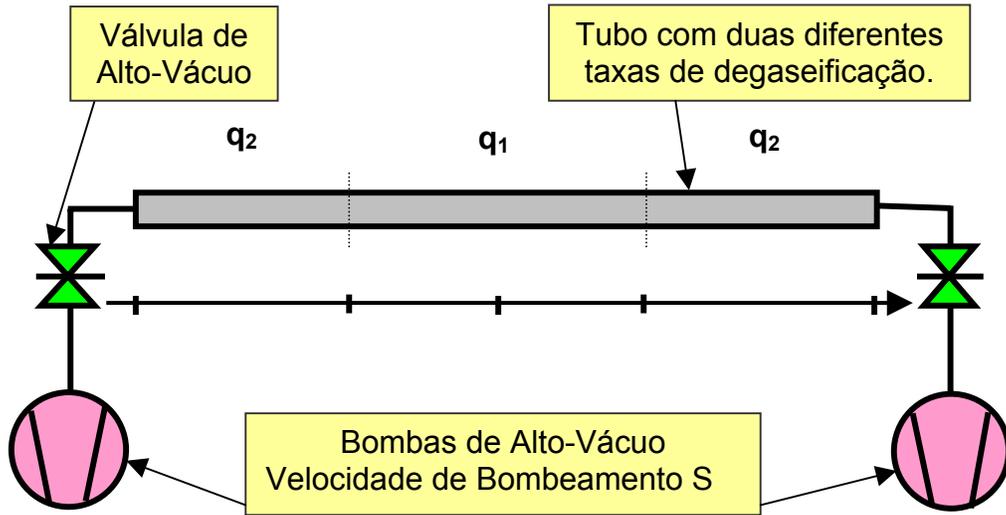
$$Q(x) = -c \frac{dp(x)}{dx} . \quad (\text{III.12})$$

Este modelo simples pode ser aplicado por exemplo, em uma linha de bombeamento, a fim de determinarmos a distância que devem ficar as bombas de alto-vácuo para que a pressão na pior situação (centro do tubo) fique abaixo de um valor estipulado pelo projeto. A seguir mostraremos o cálculo do caso estudado acima.



### 3.3 Trechos com diferentes taxas de degaseificação.

Trataremos da situação na qual o tubo apresenta partes com diferentes taxas de degaseificação específica (ou taxa de degaseificação por unidade de comprimento), como exemplo, teremos o tubo dividido em três partes, conforme esquematizado na Figura III.6



**Figura III.6** Estrutura geral de um sistema de alto-vácuo como geometria tubular apresentando taxas de degaseificação específicas diferentes (tubo em três partes).

Vemos que temos o tubo sendo formado por três trechos, o trecho de  $-\frac{L}{2} \leq x \leq -\frac{l}{2}$  tem taxa de degaseificação específica  $q_2$ , o trecho  $-\frac{l}{2} < x < +\frac{l}{2}$  tem taxa de degaseificação específica  $q_1$  e o trecho  $+\frac{l}{2} \leq x \leq +\frac{L}{2}$  tem taxa de degaseificação específica  $q_2$ . Devido a simetria do problema, poderemos encontrar a sua solução para o intervalo positivo da reta  $x$ . Deveremos ter a pressão máxima em  $x=0$  e nos pontos de união entre os trechos diferentes dos tubos teremos a continuidade do *throughput* ( $x=-l/2$  e  $x=+l/2$ ) dado matematicamente pela expressão III.13

$$Q_1(l/2) = Q_2(l/2) \Rightarrow -c \frac{dp_1(x)}{dx} \Big|_{x=l/2} = -c \frac{dp_2(x)}{dx} \Big|_{x=l/2}, \quad (\text{III.13})$$

a outra condição de contorno vem do estabelecimento da pressão nas extremidades do tubo dada pela expressão

$$p\left(-\frac{L}{2}\right) = p\left(+\frac{L}{2}\right) = \frac{Q_T}{2S} = \frac{1}{S} \left[ q_1 \frac{l}{2} + q_2 \left( \frac{L-l}{2} \right) \right]$$

assim, encontramos a solução geral do problema dadas pelas expressões III.14 e III.15

$$p_1(x) = -\frac{q_1}{2c}x^2 + \frac{q_2(L^2 - l^2)}{8c} + \frac{(q_2 - q_1)(l^2 - lL)}{4c} + \frac{q_1 l^2}{8c} + \frac{Q_T}{2S} \quad (\text{III.14})$$

para  $x$  no intervalo  $0 \leq x < +\frac{l}{2}$ , e

$$p_2(x) = -\frac{q_2}{2c}x^2 + \frac{(q_2 - q_1)}{2c} l |x| + \frac{q_2 L^2}{8c} - \frac{(q_2 - q_1) l L}{4c} + \frac{Q_T}{2S} \quad (\text{III.15})$$

para  $x$  no intervalo  $+\frac{l}{2} \leq x \leq +\frac{L}{2}$ .

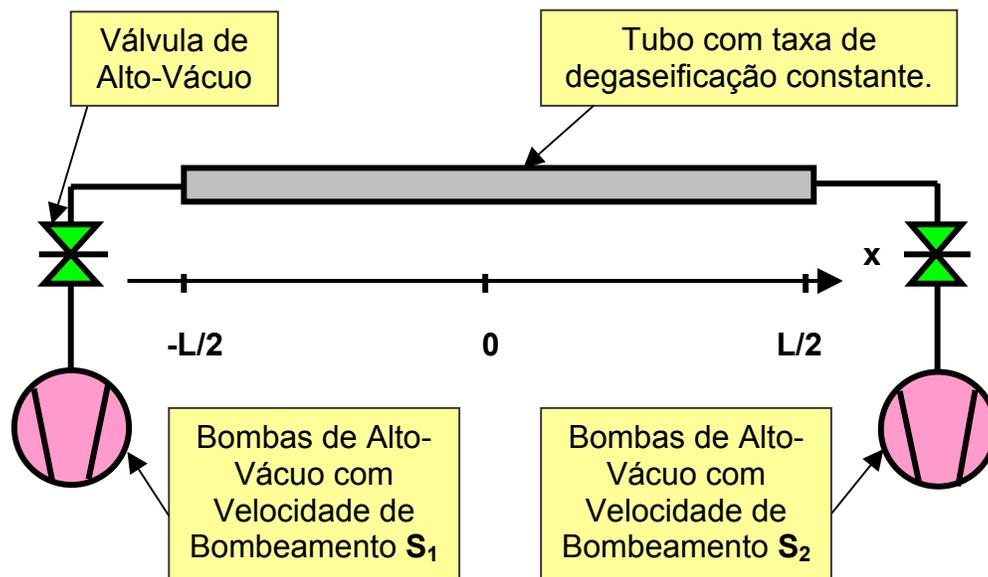
Assim, temos o campo de pressão ao longo do tubo dado pelas expressões acima. Vemos que temos continuidade no valor da pressão e no *throughput* no ponto que une os trechos diferentes do tubo. Este modelo pode representar uma situação na qual uma tubulação é construída em partes com materiais diferentes, ou ainda, um trecho da tubulação é formada por um fole metálico sensível (*bellows*). A seguir mostraremos um caso de estudo. Outro exemplo numéricos está apresentado no Apêndice E.





### 3.4 Velocidades de bombeamento diferentes nas extremidades.

Neste caso em estudo, trataremos de tubo com taxa de degaseificação constante sendo bombeado nas suas extremidades com velocidades de bombeamento diferentes entre si. Assim, não teremos um problema simétrico, mas ainda teremos uma pressão máxima em algum ponto do tubo, e as extremidades do tubo terão pressões diferentes entre si. A Figura III.7 esquematiza a situação em estudo



**Figura III.7** *Tubo sendo bombeado nas suas extremidades com bombas de alto-vácuo com velocidades de bombeamento  $S_1$  (à esquerda) e  $S_2$  (à direita).*

O problema será modelado para encontrarmos o campo de pressão em estado estacionário, assim utilizaremos a expressão III.8. Impondo que o *throughput* a ser bombeado pela bomba de alto-vácuo da esquerda é devido a taxa de degaseificação específica multiplicado pelo trecho do tubo, desde a extremidade à esquerda até o ponto de máxima pressão ( $x_M$ ), encontramos o valor deste ponto em função das grandezas conhecidas, dada pela expressão III.16

$$x_M = \frac{\frac{1}{2} c L (S_1 - S_2)}{L S_1 S_2 + c (S_1 + S_2)} \quad (\text{III.16})$$

e o campo de pressão é representado pela expressão III.17

$$p(x) = -\frac{q}{2 c} x^2 + \frac{\frac{1}{2} q L (S_1 - S_2)}{L S_1 S_2 + c (S_1 + S_2)} x + \frac{q L^2}{8 c} + \frac{q \frac{L^2}{4} (S_1 + S_2) + q L c}{L S_1 S_2 + c (S_1 + S_2)} \quad (\text{III.17})$$

onde  $x$  está definido no intervalo  $-\frac{L}{2} \leq x \leq +\frac{L}{2}$ . A solução deste problema mostra que o perfil do campo de pressão é parabólico, somente que no caso das velocidades de bombeamento nas extremidades do tubo serem diferentes entre si, a parábola não está centrada em  $x=0$ . Analisando o caso numérico vemos que a posição do ponto de máxima pressão ( $x_M$ ) é pouco influenciado pelos valores diferentes da velocidade de bombeamento, o determinante é a condutância específica do tubo. Este último resultado é importantíssimo para determinarmos as distâncias que devem estar as bombas de vácuo em uma linha de bombeamento tubular. O aumento da velocidade de bombeamento não leva a uma diminuição expressiva na parte central do tubo, necessitando diminuir a pressão entre as bombas de vácuo, deveremos diminuir a distância entre elas! Em situações deste tipo é preferível ter várias bombas de velocidade de bombeamento menores, mas colocadas mais próximas entre si, em vez de termos poucas bombas de vácuo de altas velocidades de bombeamento. O programa computacional para modelar matematicamente esta situação

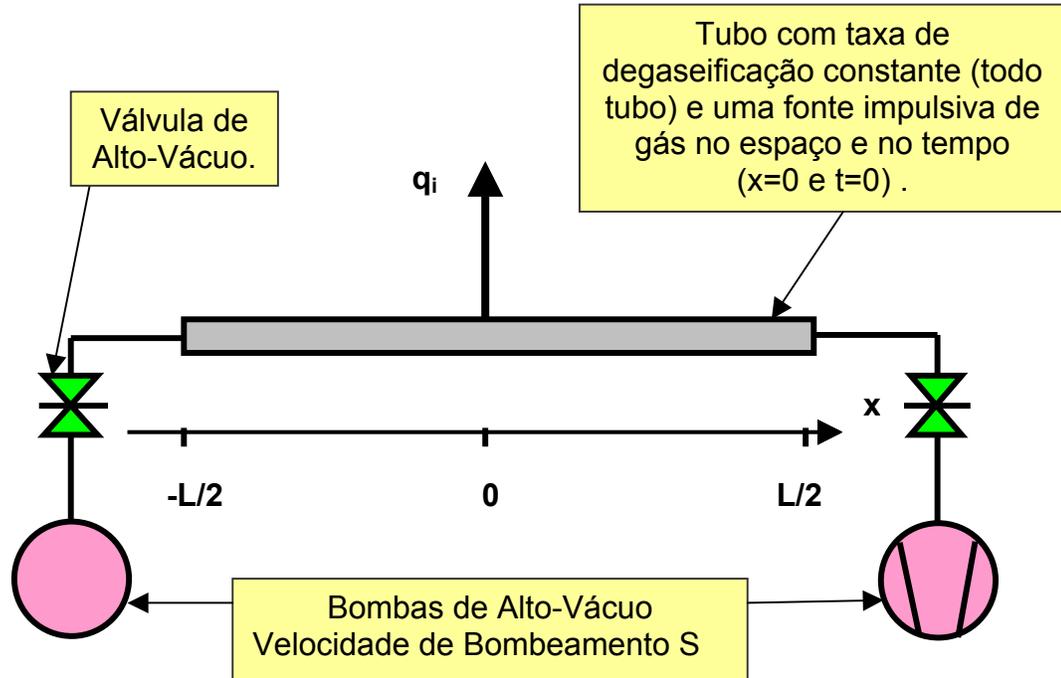
pode ser uma ferramenta eficiente também no aprendizado sobre o comportamento dos sistemas de vácuo, no caso discutido acima podemos verificar a dependência e o domínio da condutância específica no processo de bombeamento do sistema de vácuo tubular. Um caso numérico é mostrado a seguir.





### **3.5 Fonte impulsiva de gás.**

Iniciaremos o estudo de casos com a presença de fontes gasosas que variam no tempo. Teremos além da fonte de gás devido à degaseificação das paredes do tubo, uma fonte de gás que varia no tempo. Como a equação de difusão é linear e na modelagem dos sistemas de alto-vácuo tubulares aparecem termos constantes no seu equacionamento, as soluções obedecem ao princípio de superposição. Este fato está na essência do processo de escoamento dos gases e vapores no regime molecular, uma vez que o transporte dos gases e vapores ocorre devido aos choques aleatórios com as paredes do sistema de vácuo (no caso como as paredes do tubo). Assim, há completa independência das várias fontes gasosas e podemos encontrar a solução para cada uma delas e superpor as soluções para cada fonte gasosa. A Figura III.8 mostra esquematicamente a situação, na qual temos a presença da fonte devida a degaseificação natural do tubo e a fonte de gás que depende da posição e do tempo, neste caso de estudo consideraremos que a fonte transiente seja uma fonte impulsiva de gás, ocorrendo “instantaneamente” em uma posição do tubo.



**Figura III.8** *Tubo com degaseificação natural constante e uma fonte de gás transiente do tipo impulsiva. As bombas de vácuo são instaladas nas extremidades do tubo (velocidades de bombeamento iguais).*

A modelagem do problema será feita baseada na linearidade da equação de difusão para o escoamento dos gases em regime molecular, e portanto, na superposição das soluções para cada fonte de gás tratada independentemente. A equação de difusão é dada por

$$c \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} = -q(x,t) + v \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} ,$$

admitiremos que a solução geral do problema seja dada pela expressão III.18

$$p_G(x,t) = p_E(x) + p_T(x,t) \tag{III.18}$$

onde temos que a solução geral é soma da solução do caso estacionário (fonte de gás devida exclusivamente a degaseificação) mais a solução do caso transiente (fonte de gás devida a

fonte impulsiva) respectivamente. Este caso encontra aplicação importante, podemos modelar uma variação brusca de gás ou vapor no sistema de alto-vácuo, por exemplo, um vazamento intermitente ou ainda um feixe de partículas ou luz chocando-se com as paredes do tubo. Por meio deste modelo podemos determinar a distância entre as bombas de alto-vácuo e as suas velocidades de bombeamento a fim de que a quantidade de gás, que ocorre de forma bem localizada no tempo e no espaço, possa ser bombeada em tempo pré-determinado. Este é um dado importante para a especificação das bombas de alto-vácuo e a sua distribuição ao longo do sistema de vácuo tubular.

As fontes gasosas podem ser colocadas matematicamente conforme a expressão III.19

$$q_G(x,t) = q + q_T(x,t) \quad (\text{III.19})$$

onde o primeiro termo é devida a taxa de degaseificação específica do tubo, considerada constante, e o segundo termo é devida a fonte transiente de gás, considerada impulsiva no espaço e no tempo. Modelaremos a fonte de gás impulsiva no tempo e no espaço através da função delta de Dirac, mostrada na expressão III.20

$$q_T(x,t) = q' \delta(x) \delta(t) \quad (\text{III.20})$$

onde  $q'$  é uma quantidade constante que é proporcional à quantidade de gás da fonte impulsiva liberada. Podemos entender e interpretar fisicamente esta quantidade de gás, que será o *throughput* da fonte impulsiva de gás, como se esta quantidade de gás estivesse armazenada em um pequeno volume a uma certa pressão, de forma que quando liberada produza o *throughput*  $q_T = q_T(x,t)$ . Admitiremos que o gás liberado ocorra em  $x = 0$  e em  $t = 0$ . A solução geral do problema é mostrada na expressão III.21

$$p_G(x,t) = -\frac{q}{2c} x^2 + \frac{Q_T}{2} \left( \frac{1}{S} + \frac{L}{4c} \right) + \frac{q'}{(4\pi c v t)^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{v}{4ct} x^2\right) . \quad (\text{III.21})$$

A solução geral do problema modelado é formada pela parte estacionária, dada pela função parabólica (como obtida em casos anteriores) e pela parte transiente, dada pela função de Gauss.

As condições de contorno para o caso estacionário são as mesmas impostas no caso tratado na seção III.3.2. Para o caso transiente consideramos que a pressão seja igual a zero para valores de  $x$  tendendo ao infinito, tanto à esquerda como à direita do tubo. Esta última imposição à condição de contorno da solução transiente poderá ser bastante distante da realidade caso a fonte gasosa impulsiva seja muito intensa. Verificamos que os resultados são próximos dos tempos medidos, em situações como a modelada, se adotarmos fontes gasosas impulsivas de pequena intensidade, comparáveis ao *throughput* da fonte estacionária (devida a degaseificação das paredes do tubo) [9-17]. Podemos explorar muito este modelo, uma vez que em princípio qualquer fonte gasosa transiente, impulsiva ou não, pode ser estudada matematicamente a partir do problema tratado nesta seção, estamos falando dos problemas de condições de contorno de *Poisson* (com o termo de fontes). Este caso está exemplificado a seguir.





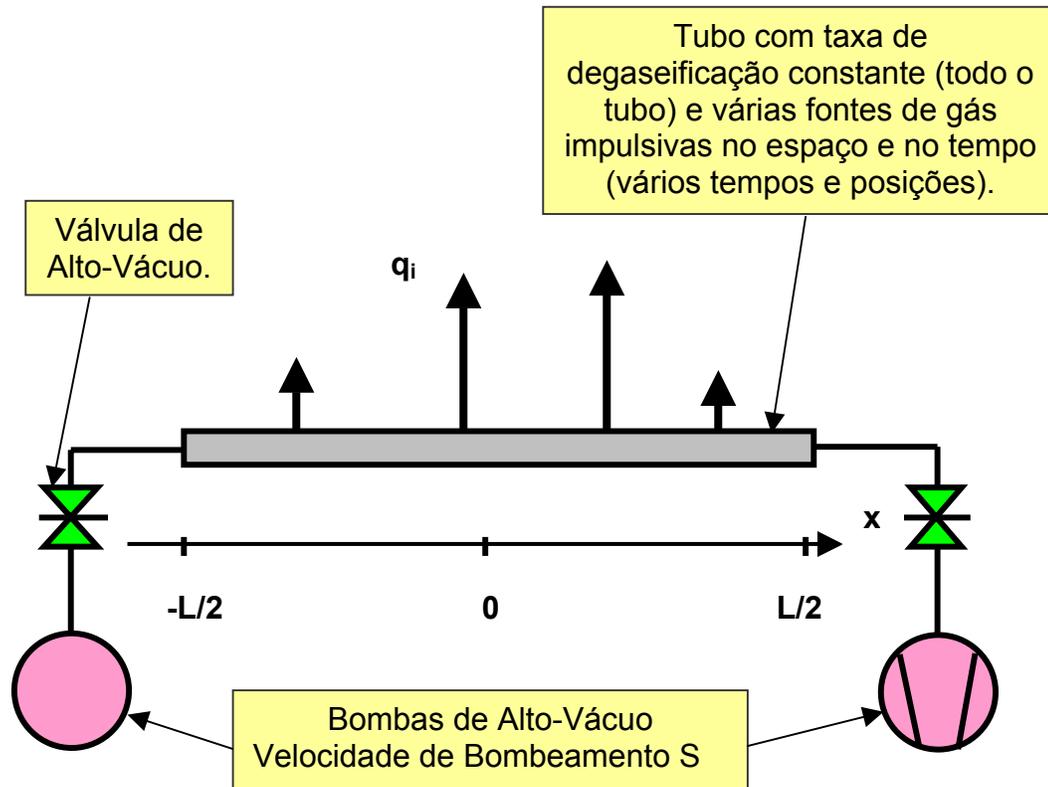
Vemos, que a medida que o tempo evolui a parte transiente da solução tende a zero, resgatando a parte estacionária, ou seja, o campo de pressão parabólico. Este modelo deve ser aplicado quando a fonte impulsiva de gás não for muito intensa, da ordem do *throughput* total do tubo, este ponto é discutido no Apêndice E.

### **3.6 Várias fontes impulsivas de gás.**

No caso anterior modelamos um sistema de alto-vácuo em forma tubular com uma fonte impulsiva de gás presente, além da degaseificação das paredes de vácuo. Vimos que matematicamente podemos tratar separadamente cada um dos problemas, relativos a cada tipo de fonte de gás e em seguida superpor as soluções individuais e obter a solução geral do problema proposto. Discutimos que este procedimento está sustentado no fato dos átomos e moléculas no escoamento em regime molecular apresentar choques somente com as paredes do sistema de alto-vácuo.

Continuando com a exemplificação de sistemas de alto-vácuo tubulares, modelaremos o caso de estar presentes quatro fontes impulsivas de gases, além da fonte

devida à degaseificação. A Figura III.9 mostra esquematicamente a situação com a presença de algumas fontes impulsivas de gases, iniciaremos o estudo deste caso.



**Figura III.9** Sistema de alto-vácuo tubular apresentando degaseificação natural das paredes e várias fontes impulsivas de gases e vapores.

Este problema não apresenta dificuldade maior que o do caso anterior, apenas teremos que considerar mais fontes impulsivas, mas cada uma delas terá solução transiente do mesmo tipo do caso tratado na seção anterior. A modelagem do problema será feita baseada na linearidade da equação de difusão para o escoamento dos gases em regime molecular, e portanto, na superposição das soluções para cada fonte de gás tratada independentemente. A equação de difusão é dada por

$$c \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} = -q(x,t) + v \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} ,$$

admitiremos que a solução geral do problema seja dada pela expressão III.22

$$p_G(x,t) = p_E(x) + p_{T1}(x,t) + p_{T2}(x,t) + p_{T3}(x,t) + p_{T4}(x,t) \quad (\text{III.22})$$

onde temos que a solução geral é soma da solução do caso estacionário individual (fonte de gás devida exclusivamente a degaseificação) mais as soluções dos casos transientes (fontes de gás devidas as fontes impulsivas) respectivamente. As fontes gasosas podem ser colocadas matematicamente conforme a expressão III.23

$$q_G(x,t) = q + q_T^{\text{Total}}(x,t) \quad (\text{III.23})$$

onde o primeiro termo é devida a taxa de degaseificação específica do tubo, considerada constante, e o segundo termo é devida a todas as quatro fontes transientes de gás, consideradas impulsivas no espaço e no tempo, cada uma agindo em instantes e posições que podem ser diferentes entre si. Modelaremos as quatro fontes impulsivas de gás conforme mostrada na expressão III.24

$$q_T^{\text{Total}}(x,t) = q'_1\delta(x_1)\delta(t_1) + q'_2\delta(x_2)\delta(t_2) + q'_3\delta(x_3)\delta(t_3) + q'_4\delta(x_4)\delta(t_4) \quad (\text{III.24})$$

onde os  $q_i'$  são quantidades constantes de gases ou vapores das fontes impulsivas. A interpretação física é a mesma que o caso estudado anteriormente. A solução geral do problema pode ser obtida considerando o princípio da superposição, onde deveremos adicionar todas as soluções obtidas individualmente. Deveremos apenas prestar atenção para o fato das fontes impulsivas de gases e vapores poderem estar ocorrendo em instantes diferentes, neste caso deveremos fazer atuar a respectiva solução no instante correspondente a sua fonte impulsiva. Isto pode ser conseguida fazendo uso da função degrau *Heveaside* representada por  $\Phi(t-t_i)$ . Assim, a solução geral do problema é mostrada na expressão III.25

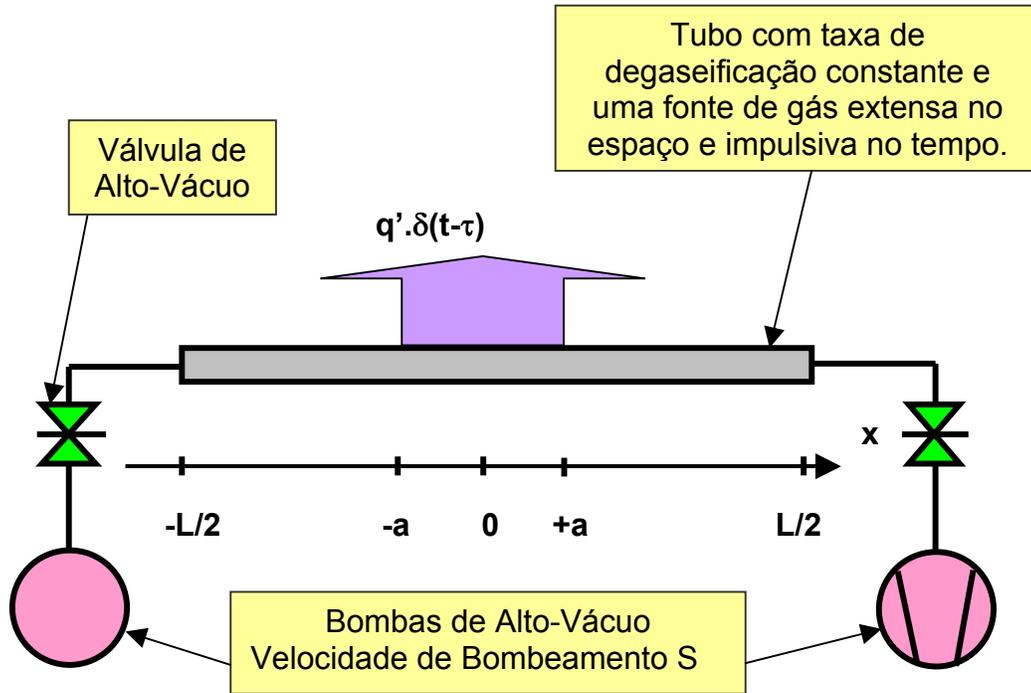
$$\begin{aligned}
p_G(x,t) = & -\frac{q}{2c}x^2 + \frac{Q_T}{2}\left(\frac{1}{S} + \frac{L}{4c}\right) + \Phi(t-t_1)\frac{q'_1}{[4\pi cv(t-t_1)]^{\frac{1}{2}}}\exp\left(-\frac{v(x-x_1)^2}{4c(t-t_1)}\right) + \\
& + \Phi(t-t_2)\frac{q'_2}{[4\pi cv(t-t_2)]^{\frac{1}{2}}}\exp\left(-\frac{v(x-x_2)^2}{4c(t-t_2)}\right) + \Lambda + \\
& + \Phi(t-t_4)\frac{q'_4}{[4\pi cv(t-t_4)]^{\frac{1}{2}}}\exp\left(-\frac{v(x-x_4)^2}{4c(t-t_4)}\right)
\end{aligned}
\tag{III.25}$$

A solução geral do problema modelado é formada pela parte estacionária, dada pela função parabólica (como obtida em casos anteriores) e pelas partes transientes, dadas pela função de *Gauss*. A discussão relativa às condições de contorno é exatamente a mesma no caso anterior, a linearidade do problema garante esta afirmação. A discussão relativa à limitação no modelo proposto segue o mesmo tipo de argumentação para o caso de somente uma fonte impulsiva de gás. Este caso está exemplificado e discutido no Apêndice E.

### 3.7 Fonte de gás impulsiva no tempo e extensa na posição.

Este caso que estudaremos pode ser considerado uma generalização dos casos anteriores, uma vez que definiremos uma fonte gasosa impulsiva no tempo mas que tem uma extensão espacial. Esta situação pode ser a modelagem, por exemplo, de uma fonte gasosa devido ao choque de um feixe de partículas ou fótons em uma parte extensa do tubo da linha do feixe.

A modelagem realizada deve considerar em detalhe o processo de desorção física transiente que ocorre nas paredes do tubo. Desta forma, deveremos identificar o tipo de bombardeamento que está ocorrendo, podendo ser de elétrons, de fótons, ou ainda de íons leves ou pesados. Esta identificação é importante, uma vez que a seção de choque destas colisões será fundamental, junto com a determinação do fluxo de partículas incidentes à superfície, para o cálculo da taxa de gás removida das paredes do tubo em estudo, ou seja, o *throughput* da degaseificação transiente.



**Figura III.10** Estrutura de um sistema de alto-vácuo como geometria tubula apresentando uma fonte gasosa devida a degaseificação e uma fonte gasosa transiente que é impulsiva no tempo e extensiva no espaço.

Este problema pode ser modelado considerando que qualquer função que presente uma fonte gasosa transiente pode ser representada como uma superposição de fontes impulsivas. No caso mais geral, a solução do problema pode ser obtida pela expressão III.26

$$p_G(x, t) = -\frac{q}{2c} \cdot x^2 + \frac{qL}{2} \left( \frac{1}{S} + \frac{L}{4c} \right) + \int_0^t \int_a^b \frac{q_T(\xi, \tau)}{[4\pi c v (t-\tau)]^{1/2}} \exp\left(-\frac{v(x-\xi)^2}{4c(t-\tau)}\right) d\xi d\tau \quad (\text{III.26})$$

para,  $-\frac{L}{2} \leq a \leq \xi \leq b \leq +\frac{L}{2}$  and  $0 \leq \tau \leq t$ . A fonte gasosa transiente, impulsiva no tempo e extensiva no espaço, pode ser modelada conforme a expressão III.27

$$q(x, t) = q + q'(x) \cdot \delta(t - \tau) \quad (\text{III.27})$$

onde  $q$  é a fonte estacionária devido à degaseificação natural do tubo,  $\delta(x - \tau)$  é a função delta de Dirac e  $q'(x)$  é a função que representa a quantidade de gás liberado no intervalo espacial  $a \leq x \leq b$  e no instante  $t = \tau$ . Para as fontes gasosas estacionária (taxa de degaseificação específica constante ao longo do tubo) e a transiente (impulsiva no tempo e extensiva na posição), temos a solução do problema dada pela expressão III.28

$$p_G(x, t) = -\frac{q}{2c} x^2 + \frac{qL}{2} \left( \frac{1}{S} + \frac{L}{4c} \right) + \frac{1}{(4\pi cvt)^{\frac{1}{2}}} \int_a^b q'(\xi) \exp\left(-\frac{v(x-\xi)^2}{4ct}\right) d\xi \quad (III.28)$$

Em muitas situações em aplicações em alto-vácuo e ultra alto-vácuo, por exemplo em aceleradores de partículas, tubos de microscópios eletrônicos, e outros, o feixe de partículas ou radiação chocando-se com as paredes do tubo, produz uma quantidade de gás devido a elétron ou fóton desorção. Nestes casos a modelagem do comportamento do alto-vácuo pode ser feito por meio do seguinte equacionamento. Matematicamente, a fonte gasosa transiente pode ser representada como na expressão III.29

$$q'(x) = \begin{cases} 0, & \text{for } -\frac{L}{2} \leq x < a \\ q', & \text{for } a \leq x \leq b \\ 0, & \text{for } b < x \leq +\frac{L}{2} \end{cases} \quad (III.29)$$

Considerando tanto a solução estacionária (perfil parabólico de pressão) como a solução transiente (solução devida fonte impulsiva no tempo e extensiva no espaço) e mais uma vez usando a linearidade do sistema, obtemos a solução geral para o campo de pressão dada pela expressão III.30

$$\begin{aligned}
p_G(x,t) &= p(x) + q' \frac{\alpha}{c} \int_a^b \frac{1}{(4 \pi \alpha t)^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{(x-\xi)^2}{4 \alpha t}\right] d\xi \\
&= p(x) + q' \frac{\alpha}{c} \int_{(x-b)/\sqrt{2\alpha t}}^{(x-a)/\sqrt{2\alpha t}} \frac{1}{\sqrt{2 \pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz \quad \text{(III.30)} \\
&= p(x) + \frac{q'}{2} \frac{\alpha}{c} \left\{ \operatorname{erf}\left[\frac{(x-a)}{\sqrt{4 \alpha t}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{(x-b)}{\sqrt{4 \alpha t}}\right] \right\}
\end{aligned}$$

com os extremos das integrações dadas pelas posições do início e do fim da fonte gasosa transiente. A função  $p=p(x)$  é devida à degaseificação natural do tubo, o perfil parabólico. Ainda, na solução obtida acima a função  $\operatorname{erf}(x)$  é a função erro, resultado bastante importante da física-matemática, presente em todos os fenômenos de difusão [5,7]. A seguir vemos um caso numérico que ilustra o caso estudado acima.





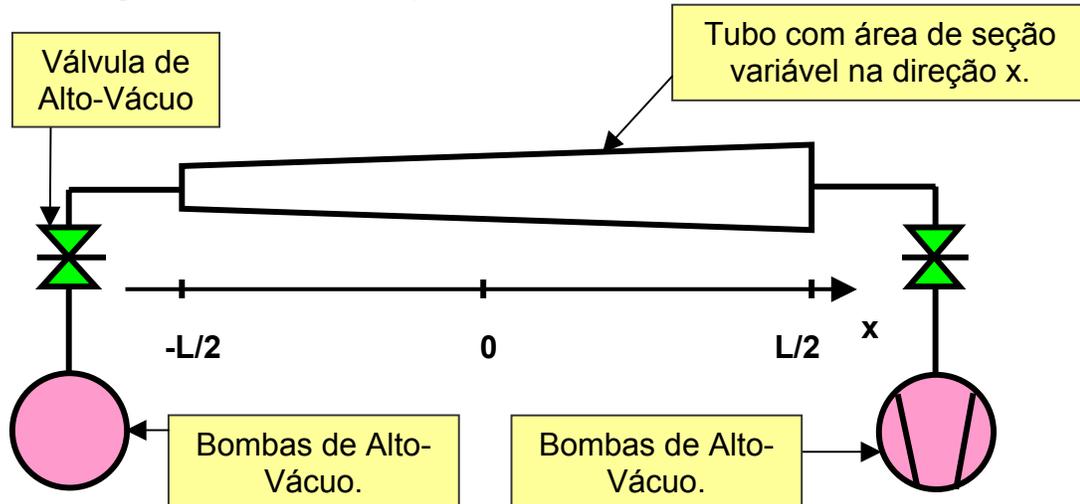






### 3.8 Tubos com seção transversal variável.

Os casos dos sistemas de alto-vácuo com geometria tubular estudados nas seções anteriores admitiam os seus diâmetros não variando com a posição (foram considerados tubos cilíndricos). Ocorre que muitas conexões e tubos em sistemas de alto-vácuo têm geometria cônica, neste contexto fizemos uma modelagem destes componentes. A Figura III.11 mostra esquematicamente a situação



**Figura III.11** Sistema de alto-vácuo como geometria tubular cônica com bombeamento nas suas extremidades.

A modelagem de tubos cuja seção transversal não é constante ao longo do tubo requer a definição de grandezas fundamentais no processo de escoamento dos gases no regime molecular. A condutância específica ou também denominada condutância por unidade de comprimento, o volume por unidade de comprimento e a taxa de degaseificação específica por unidade de comprimento são definidas para o tubo cilíndrico de seção transversal constante, assim como todos os tubos de seção transversal constante. Para realizarmos modelagens de sistemas de alto-vácuo tubulares em estado estacionário com os tubos de seção transversal variando com o comprimento, mas com simetria cilíndrica, definimos neste trabalho as seguintes grandezas:

- Condutância Específica Puntual como sendo dada pela expressão  $c(x) \equiv 96,0 f^3(x)$ .

- Taxa de Degaseificação Específica Puntual como sendo dada pela expressão

$$q(x) \equiv 2 \pi q_0 f(x) \left[ 1 + \left( \frac{df(x)}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Estas expressões foram determinadas para o gás  $N_2$  a temperatura de 293 K. A função  $f=f(x)$  define o lado do tubo, que revolucionado em torno de um eixo, gera o tubo cônico centrado neste eixo.

No caso de um tubo cônico temos que a função  $f=f(x)$  é dada pela expressão III.31

$$f(x) = \left[ \left( \frac{d_{Maior} - d_{Menor}}{2 L} \right) \left( x - \frac{L}{2} \right) + \frac{d_{Menor}}{2} \right] . \quad (III.31)$$

Assim, estamos potencialmente em condições de modelar o sistema de alto-vácuo tubular cônico, uma vez que temos disponível a equação de difusão para os tubos de seção transversal variável com o comprimento, conforme a expressão III.32

$$c(x) \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} + \frac{dc(x)}{dx} \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = -q(x,t) + v(x) \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} , \quad (III.32)$$

no caso das modelagens em estado estacionário temos a expressão III.33

$$c(x) \frac{d^2 p(x)}{dx^2} + \frac{dc(x)}{dx} \frac{dp(x)}{dx} = -q(x) . \quad (III.33)$$

Temos uma equação diferencial ordinária de segunda ordem com coeficientes variáveis, em geral estas equações não tem soluções simples determinadas analiticamente. Por meio do procedimento desenvolvido na formulação integral, exemplificada no Apêndice E, podemos estudar o sistema de alto-vácuo tubular cônico [9,11,17-26].

### 3.9 Discussão.

Com as modelagens realizadas nesta seção foi possível estudar e aprender sobre o comportamento de sistemas de alto-vácuo com geometria tubular. Foi possível obter soluções analíticas para vários casos de interesse, com situações bastante encontradas na

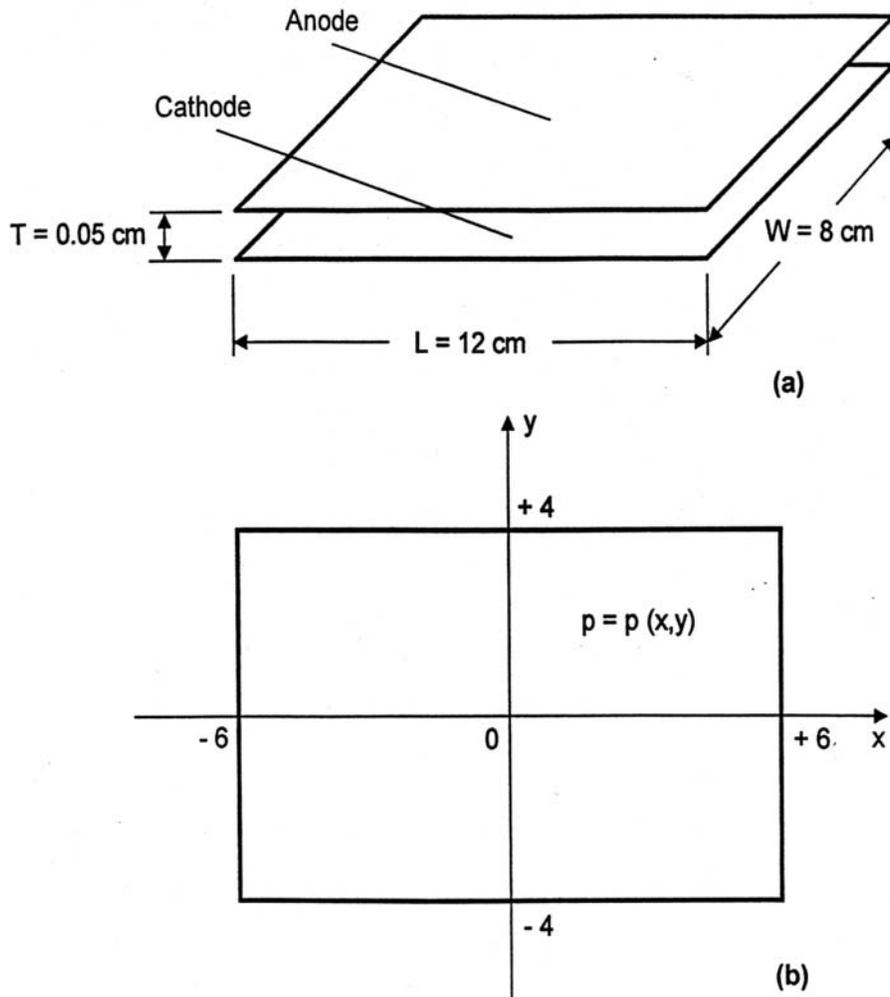
tecnologia do vácuo. Uma vez que temos disponível uma plataforma de trabalho bastante versátil do ponto de vista computacional – esta afirmação é feita devido a verificação que nos casos de estudo realizados, as suas soluções foram obtidas em questão de segundos ou minutos, depois das modelagens concluídas – . Pudemos estudar de forma eficiente e segura situações de projeto para a determinação do espaçamento entre bombas de alto-vácuo em uma linha de transporte de feixe de elétrons. Também foi possível estudar, por exemplo, quanto tempo será necessário deixar sem feixe um tubo acelerador de partículas caso haja um processo que libere uma quantidade impulsiva de gás no tubo. Poderemos neste caso decidir se devemos ou não colocar mais bombas de vácuo ou esperar restabelecer uma pressão segura no tubo do sistema de vácuo. Assim, foi possível atingir o objetivo de modelar e analisar em detalhe os sistemas de alto-vácuo unidimensionais por meio da formulação contínua e assim obter o valor de pressão em todos os seus pontos.

Podemos aprimorar muitos dos modelos feitos nesta seção, em particular, o caso das fontes impulsivas de gases cuja condição de contorno considera o tubo muito longo. Neste caso deveremos considerar uma condição de contorno na própria extremidade do tubo, seguindo o mesmo raciocínio utilizado nos problemas de condução de calor nos sólidos [11, 19-22, 25-28].

#### **4. Campos de pressão em visores por efeito de campo no regime de escoamento molecular.**

##### **4.1 Preâmbulo.**

O alto-vácuo está presente em muitos dispositivos e equipamentos com geometria planar ou em outros sistemas que possam ser aproximadas satisfatoriamente em casos bidimensionais. Como exemplos podemos mencionar as câmaras de muitos detectores de partículas e radiação, câmaras de vácuo em geral com simetria em uma das direções, nestes casos podemos transformar um problema tridimensional em bidimensional. A Figura III.12 mostra esquematicamente a geometria básica de um sistema de alto-vácuo bidimensional com forma de paralelepípedo.



**Figura III.12** Esquema do sistema de alto-vácuo do FED – Field Emission Display (Visor por Efeito de Campo) com as dimensões típicas (a) e o sistema de coordenadas considerado para a análise numérica (b).

Os casos que mais chamam a atenção, não apenas pelo interesse tecnológico, mas devido a sua forma bastante acentuada de um caso bidimensional, é dos visores por efeito de campo (*Field Emission Display* – FED). Nesta seção estaremos tratando deste dispositivo, determinando o campo de pressão estacionário em regime de escoamento molecular, por meio da modelagem a partir da equação de difusão bidimensional.

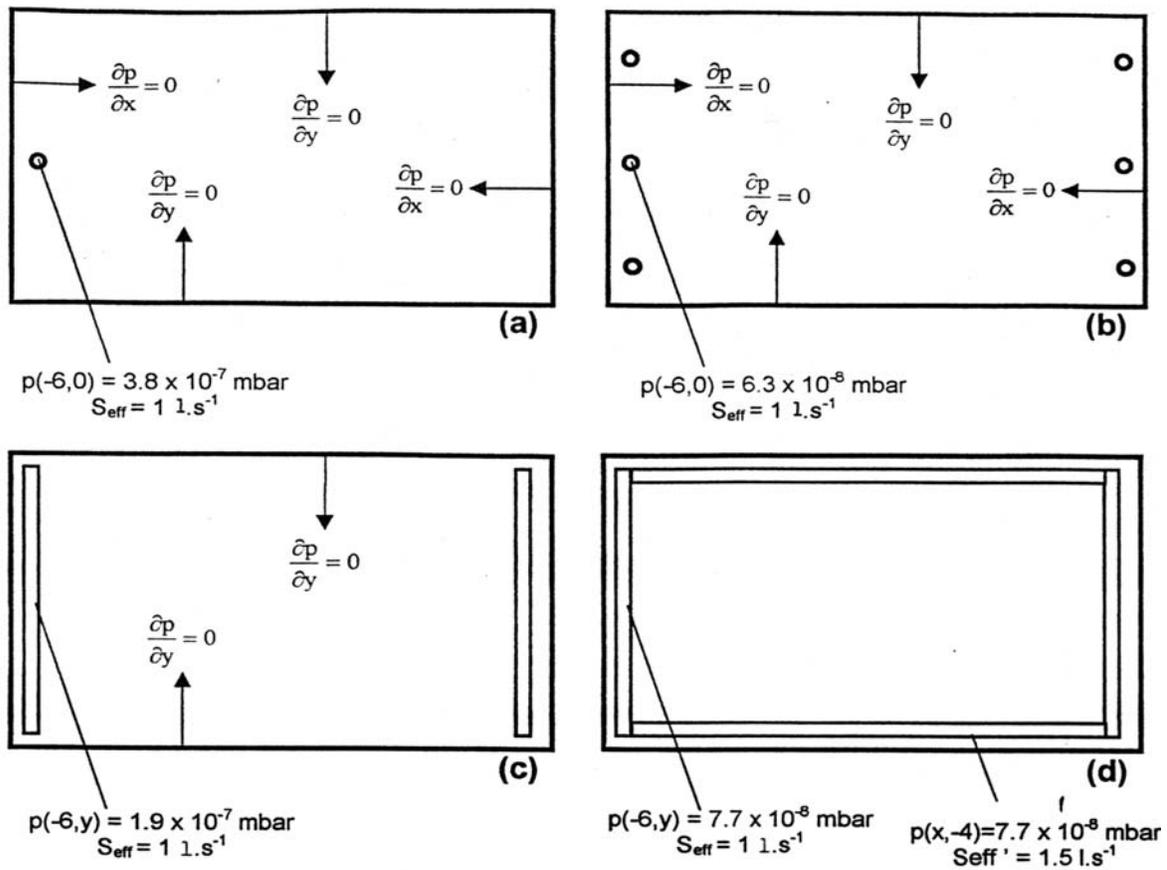
A exemplo dos sistemas de alto-vácuo tubulares, a formulação contínua na modelagem leva à determinação do campo de pressão, ao contrário, a formulação discreta somente conseguimos determinar um valor de pressão para a câmara do sistema de vácuo. Tanto no caso dos tubos como nos casos, que trataremos nesta seção, das câmaras planares a formulação discreta somente consegue determinar uma pressão em cada instante e analisando os casos vemos que há enormes gradientes de pressão no sistema de alto-vácuo. Devemos ter claro que a limitação na formulação discreta é intrínseca a sua própria estrutura [11-18, 20-25, 27-28]. Uma vez que temos disponível a equação de difusão para o caso bidimensional aplicaremos às estruturas planares, mas estaremos determinando o campo de pressão estacionário, isto é, os valores de pressão em todos os pontos da câmara de alto-vácuo não muda no tempo.

A Figura III.13 mostra os casos bidimensionais a serem tratados, com a imposição das condições de contorno para cada um deles. Trataremos do caso do bombeamento ser feito através de um orifício, de seis orifícios, por duas fendas e por quatro fendas. O estabelecimento das condições de contorno é um passo essencial para solução do problema. Para as condições de contorno do tipo de *Neumann*, impomos os valores de *throughput*, que estão relacionado ao operador gradiente, em certas linhas ou bordas da estrutura do sistema de alto-vácuo. Agora para as condições de contorno do tipo de *Dirichlet* impomos os valores de pressão em certas regiões, no caso específico dos visores, junto às regiões que dão acesso às bombas de vácuo.

Trataremos o problema em coordenadas cartesianas, devido a própria geometria do sistema em estudo. Desta forma, deveremos encontrar a função  $p = p(x, y)$  que representa o campo de pressão. A sua determinação será feita através da equação diferencial mostrada na expressão III.34, neste caso temos a equação de *Poisson*

$$c \left[ \frac{\partial^2 p(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p(x, y)}{\partial y^2} \right] = -q(x, y) \tag{III.34}$$

$$c \nabla p(x, y) = -q(x, y)$$



**Figura III.13** Esquemas das posições de bombeamento de alto-vácuo consideradas nas análises deste trabalho para a obtenção do campo de pressão: (a) um orifício, (b) seis orifícios, (c) duas fendas e (d) quatro fendas.

Continuando, deveremos estabelecer as condições de contorno do problema específico. Temos que nas regiões das bordas que definem a estrutura da câmara do visor, quando não houver bombas de vácuo, teremos fluxo de gás igual a zero, assim, assumimos nestas regiões o *throughput* é nulo, matematicamente teremos

$$\frac{\partial p(x,y)}{\partial n} = 0 ,$$

onde  $n$  é a direção considerada (nos casos modelados as direções são  $x$  e  $y$ ).

Continuando, as pressões, nas regiões que dão acesso às bombas de vácuo, que constituem as outras condições de contorno, podem ser determinadas pelo conhecimento do valor do *throughput* total de degaseificação e pela imposição de uma velocidade de bombeamento nas regiões escolhidas, conforme a expressão III.35 possa ser utilizada

$$p(x', y') = \frac{Q_{Total}}{S_{eff}} . \quad (III.35)$$

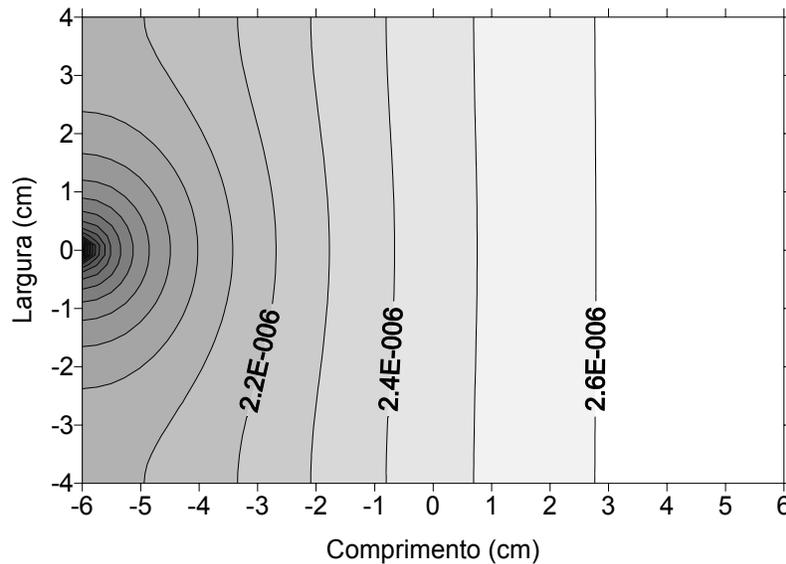
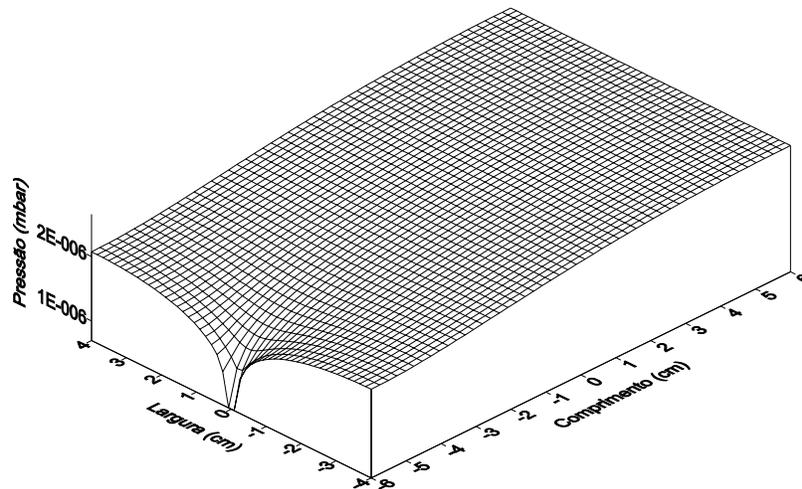
O throughput total é determinado a partir do conhecimento do material utilizado na fabricação do visor e assim conhecemos a taxa de degaseificação específica deste material. A determinação matemática pode ser feita conforme vemos a seguir,

$$Q_{Total} = 2 q_e^{Mat} A_{visor}$$

onde  $A_{visor}$  é a área da placa do visor. Desta forma, podemos tratar da modelagem dos casos propostos. A solução será determinada numericamente utilizando um programa baseado no método dos elementos finitos [29]. Estaremos expondo o campo bidimensional de pressão e a respectiva curva isobárica (curvas de nível).

#### **4.2 Bombeamento feito por um orifício.**

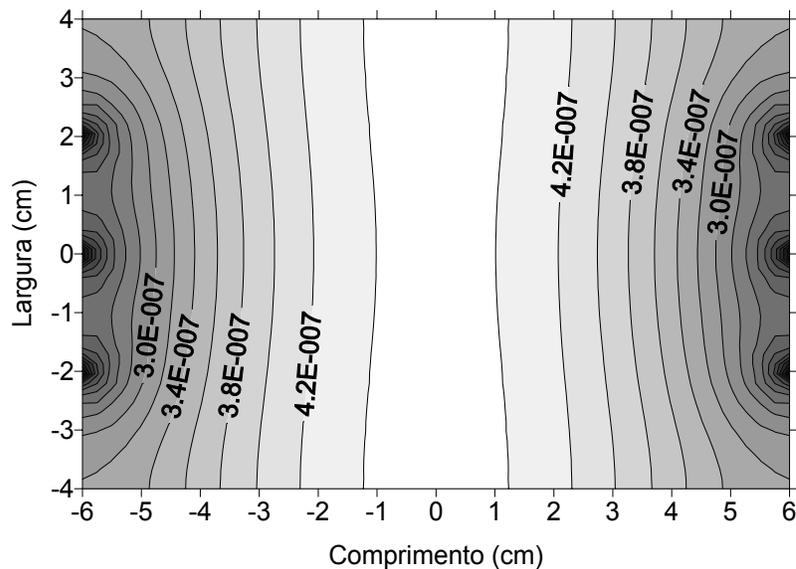
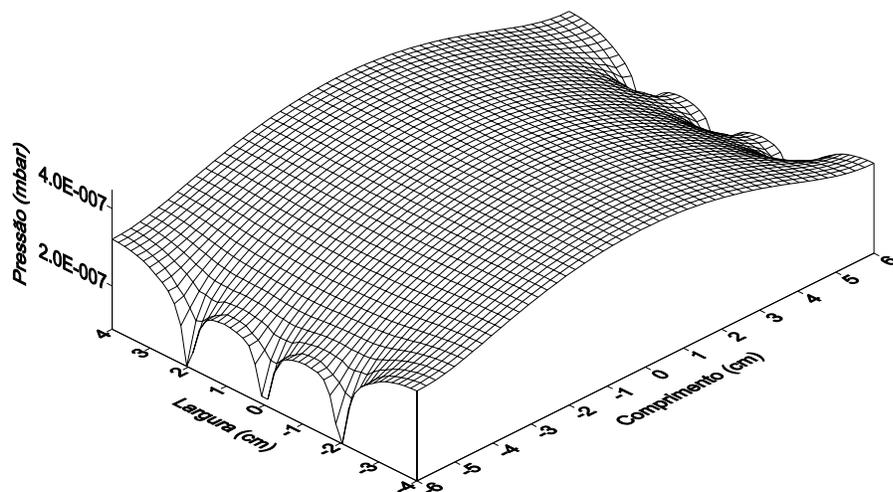
Vemos na Figura III.13.a a configuração do sistema de alto-vácuo planar sendo bombeado através de um orifício. A solução do problema é mostrada na Figura III.14, com a determinação do campo de pressão e as curvas isobáricas. Vemos neste caso, que mesmo para regiões pouco afastadas do orifício de bombeamento as pressões aumentam muito, atingindo valores altos (relativamente a pressão no orifício) até a outra extremidade. Vemos que estes resultados seriam impossíveis de ser obtidos através da formulação discreta, apesar de termos usado esta formulação como ponto de partida par a determinação da pressão junto a região de bombeamento, que neste caso em estudo é no orifício único.



**Figura III.14** Na figura superior vemos o campo de pressão para o caso do visor ser bombeado através de um orifício. Na figura inferior vemos as curvas isobáricas.

### 4.3 Bombeamento feito for seis orifícios.

Neste caso a câmara de alto-vácuo do visor será bombeada através de seis orifícios, conforme mostrado na Figura III.13.b. Da mesma forma que no caso anterior a velocidade de bombeamento em cada orifício é imposta e assim, determinamos as pressões isobáricas.

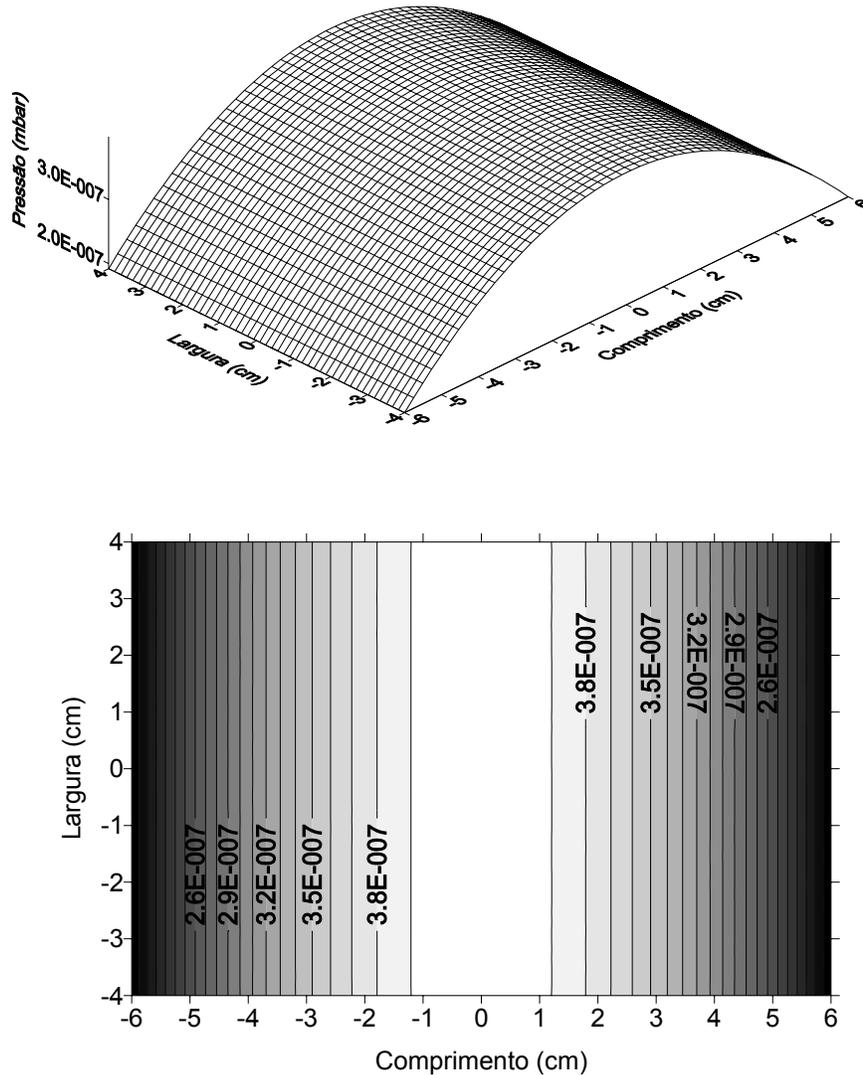


**Figura III.15** Na figura superior vemos o campo de pressão para o caso do visor ser bombeado através de seis orifício. Na figura inferior vemos as curvas isobáricas.

Vemos também neste caso que à medida que nos afastamos, mesmo que pouco dos orifícios, a pressão aumenta muito, indicando mais uma vez a dificuldade de bombear em estruturas deste tipo (pequena altura em relação às outras dimensões da câmara de alto-vácuo).

#### 4.4 Bombeamento feito por duas fendas.

Vemos na Figura III.16 o campo de pressão e as curvas isobáricas para o caso cujo bombeamento é feito através de duas fendas localizadas junto a cada lado menor do visor.



**Figura III.16** Na figura superior vemos o campo de pressão para o caso do visor ser bombeado através de duas fendas. Na figura inferior vemos as curvas isobáricas.

Neste caso em estudo, a câmara de alto-vácuo do visor é bombeada através de duas fendas colocadas nos lados menores da estrutura retangular, conforme podemos ver na

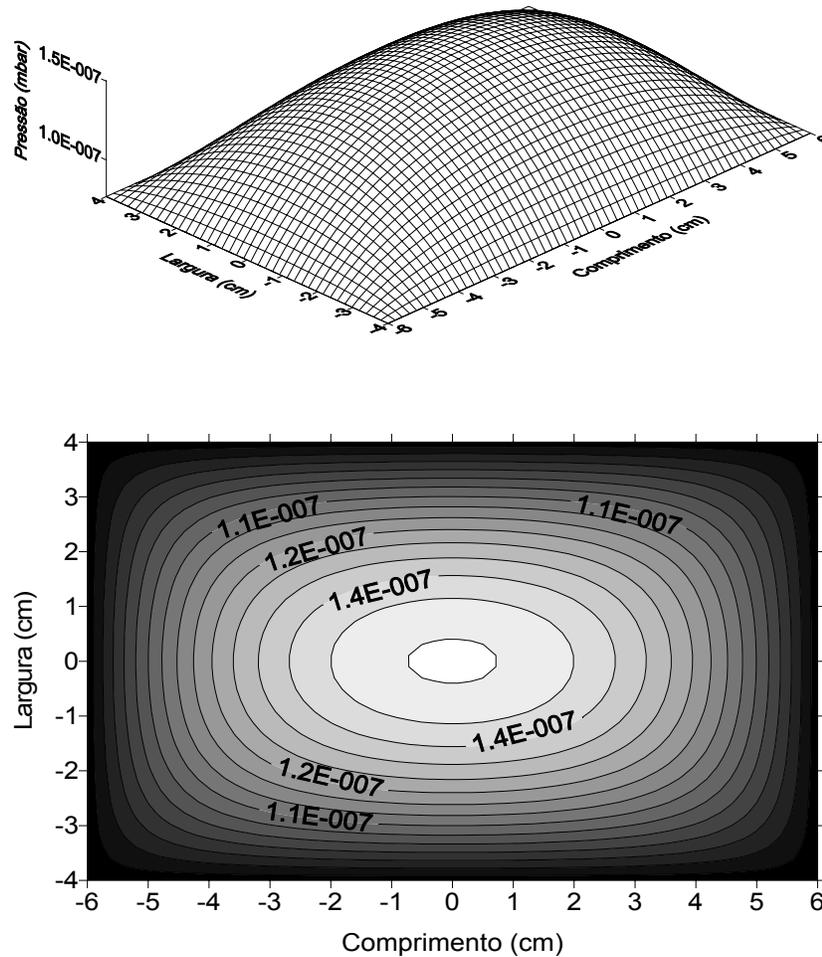
Figura III.13.c. Vemos também na mesma figura a imposição das condições de contorno. O bombeamento feito desta forma tem uma extensão bem maior que aquele feito através dos orifícios. Assim, podemos esperar variações menos bruscas no campo de pressão. No caso em estudo, apesar da velocidade de bombeamento total ser de 2 litros/segundo a pressão no centro do visor é em torno de  $3,8 \cdot 10^{-7}$  mbar, enquanto que para o caso do bombeamento através do seis furos ter velocidade de bombeamento total de 6 litros/segundo a pressão no centro de visor é em torno de  $4,2 \cdot 10^{-7}$  mbar. Vemos a importância de termos o bombeamento distribuído em relação ao concentrado.

#### **4.5 Bombeamento feito por quatro fendas.**

Neste caso em estudo, a câmara de alto-vácuo do visor é bombeada através de quatro fendas colocadas bem junto a cada lado da estrutura retangular, conforme podemos ver na Figura III.13.d. Vemos também na mesma figura a imposição das condições de contorno. Na Figura III.17 vemos o campo de pressão e as curvas isobáricas cujo bombeamento é feito através das quatro fendas localizadas junto a cada lado do visor.

Analisando este caso e comparando com os casos anteriores, principalmente em relação ao caso do bombeamento feito através dos seis furos, podemos chegar a conclusões importantes de projeto. O bombeamento feito desta forma tem uma extensão bem maior que aquele feito através dos orifícios e das duas fendas. Assim, podemos esperar variações ainda menos bruscas no campo de pressão em relação aos casos anteriores. Vemos que neste caso em estudo, apesar da velocidade de bombeamento total ser de 5 litros/segundo a pressão no centro do visor é em torno de  $1,4 \cdot 10^{-7}$  mbar, enquanto que para o caso do bombeamento através do seis furos ter velocidade de bombeamento total de 6 litros/segundo a pressão no centro de visor é em torno de  $4,2 \cdot 10^{-7}$  mbar.

Vemos mais uma vez a importância de termos o bombeamento distribuído em relação ao concentrado, ainda, apesar de ser uma conclusão apressada, podemos arriscar dizendo da enorme importância dos bombeamentos distribuídos para termos menores pressões e seus gradientes.



**Figura III.17** Na figura superior vemos o campo de pressão para o caso do visor ser bombeado através de quatro fendas. Na figura inferior vemos as curvas isobáricas.

#### 4.6 Discussão.

Obtivemos os campos de pressão para quatro maneiras diferentes de posicionar as regiões de bombeamento dos visores. É importante ressaltar mais uma vez que por meio da formulação discreta não seria possível obter o campo de pressão, não obstante termos usado a formulação discreta para determinar as condições de contorno a partir da imposição das pressões junto as regiões de bombeamento.

## **5. O alcance e as limitações das formulações apresentadas.**

De tudo que foi apresentado tanto nos capítulos referentes a construção da base teórica como no capítulo de aplicações e também nos apêndices, podemos dizer que foi possível desenvolver e aprimorar ferramentas matemáticas analíticas e computacionais para o cálculo de projetos na área de vácuo. Foram discutidas e sistematizadas as formulações discreta e contínua na modelagem de sistemas de vácuo. Foram construídas as curvas de velocidade de bombeamento de bombas de vácuo, as condutâncias foram consideradas em detalhe na modelagem, a degaseificação foi tratada e introduzida de forma rigorosa no processo de bombeamento de gases e vapores. Continuando, foram modelados com rigor o vazamento virtual e a injeção controlada de gases e vapores.

Obtivemos ainda a equação para o processo de bombeamento na formulação discreta de forma rigorosa, mostrando a sua importância e descrevendo as fontes de gases e vapores importantes à tecnologia do vácuo. Apesar do alcance mostrado nas análises e modelagens tanto na formulação discreta como na formulação contínua, devemos ter claro que a modelagem é sempre uma idealização de alguma coisa que ocorre na Natureza; a modelagem tem sempre limites, dependendo da necessidade, quer prática ou intelectual, ela poderá ser extremamente difícil de ser construída. No caso deste trabalho, poderíamos fazer muito mais tanto do ponto de vista físico como matemático-numérico. Além de produzir ferramentas para o projeto e modelagem de sistemas de vácuo, não perdemos de vista o aspecto básico da tecnologia do vácuo, procurando também tratá-la como uma ciência que trata dos processos e fenômenos em baixas pressões [30-34].

## **6. Referências.**

1. Lafferty, J. M., Foundations of Vacuum Science and Technology, Wiley-Interscience Publication, 1998.
2. Wutz, M., Adam, H. and Walcher, W., Theory and Practice of Vacuum Technology. Friedr. Vieweg and Sohn, 1989. Gershendeld, N., The Nature of Mathematical Modeling, Cambridge University Press, 1999.
3. Bequette, B.W., Process Dynamics: Modeling, Analysis and Simulation, Prentice-Hall PTR, 1998.

4. MacCluer, C.R., Industrial Mathematics – Modeling in Industry, Science and Government, Prentice Hall, 2000.
5. Svobodny, T., Mathematical Modeling for Industry and Engineering, Prentice Hall, 1998.
6. Shearer, J.L. and Kulakowski, B.T., Dynamics Modeling and Control of Enginnerig Systems, Maxwell Macmillan International Editions, 1990.
7. Gershendeld, N., The Physics of Information Technology, Cambridge University Press, 2000.
8. Rice, R.G. and Do, D.D., Applied Mathematics and Modeling for Chemical Engineers, John Wiley & Sons, 1995.
9. Degasperi, F.T., Análise Detalhada de Sistemas de Vácuo, Laboratório do Acelerador Linear do Instituto de Física da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil, 1999, Seminário.
10. Roth, A., Vacuum Technology, Second and Revised Edition, North-Holland, 1986.
11. Degasperi, F.T., Cadernos de Atividades, Instituto de Física da Universidade de São Paulo, Circulação Restrita, 1990 até 1999.
12. Hoffman, D.M., Singh, B., and Thomas III, J.H., Handbook of Vacuum Science and Technology, Academic Press, 1997.
13. Woods, R.L. and Lawrence, K.L., Modeling and Simulation of Dynamics Systems, Prentice-Hall, 1997.
14. Hablanian, M.H., High-Vacuum Technology – A Practical Guide, 2<sup>nd</sup> Edition, Marcel Dekker, 1998.
15. Degasperi, F.T., Dedução da Equação Fundamental para o Processo de Bombeamento na Tecnologia do Vácuo - Objetivo Didático, XII Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Ciência e na Indústria, Florianópolis, SC, Brasil, 1991. (*Trabalho apresentado em Sessão Oral*).
16. Sanches Junior, R.L., Tratamento Matemático Analítico-Numérico para o Processo de Bombeamento em Tecnologia do Vácuo. (*Trabalho de Graduação do Curso MPCE da Fatec-SP, orientado por F.T. Degasperi, 1997*).

17. Degasperi, F.T., Martins, M.N., Takahashi, J. and Verardi, S.L.L., Time Dependence of the Pressure Profile in a Tube with Axially-Dependent Degassing, Particle Accelerator Conference, PAC-2001, Chicago, Illinois, USA, 2001. Apresentado em forma de painel e publicado nos anais do congresso.
18. Degasperi, F.T., Martins, M.N., Takahashi, J. and Verardi, S.L.L., Pressure Field in a Tube with a Time- and Position-Dependent Degassing, Trabalho a ser submetido ao Journal of Vacuum Science and Technology (JVST).
19. Degasperi, F.T., Martins, M.N., Verardi, S.L.L. and Takahashi, J., Pressure Field Along the Axis of an Accelerating Structure, European Particle Accelerator Conference, EPAC-2002, Paris,
20. Redhead, P.A., Hobson, J.P. and Kornelsen, E.V., The Physical Basis of Ultra-high Vacuum, Chapman and Hall and reprint by American Vacuum Society's Series of Classics, 1993.
21. Viana, E.R., Desenvolvimento e Implementação de um Simulador para Estudos de Escoamento de Gases em Regime Molecular. Trabalho de Graduação do Curso MPCE da Faculdade de Tecnologia de São Paulo. Orientado por Francisco Tadeu Degasperi. 1999.
22. Raimundo, D.S., Simulação de Transporte de Gases em Tubos e Orifícios no Regime de Escoamento Molecular, Trabalho de Graduação do Curso MPCE da Faculdade de Tecnologia de São Paulo, Orientado por F.T. Degasperi, 2001.
23. Degasperi, F.T., Análise Detalhada de Sistemas de Vácuo, Laboratório do Acelerador Linear do Instituto de Física da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil, 1999, Seminário.
24. Degasperi, F.T. and Mammana, V.P., Pressure Field Detailed Calculations for a New Field Emission Device with Improved Vacuum Features, 46<sup>th</sup> International Symposium Vacuum, Thin Films, Surfaces/Interfaces and Processing, American Vacuum Society (AVS), Seattle, Washington, USA, 1999, Apresentação Oral.
25. Mammana, V.P., Degasperi, F.T., Monteiro, O.R., Vuolo, J.H., Salvadori, M.C.B. and Brown, I.G., A New Field Emission Device with Improved Vacuum Features, Journal of Vacuum Science and Technology, 18A(4), 2000.

26. Degasperi, F.T., Mammana, V.P., Verardi, S.L.L. and Baranauskas, V., Calculation of the Vacuum Pressure Gradient in Field Emission Display, Trabalho apresentado no International Conference on Metallurgical Coating and Thin Films, ICMCTF-2001, San Jose, California, USA, 2001. Surface and Coating Technology, 2002.
27. Tijonov, A.N. and Samarsky, A.A., Ecuaciones de la Fisica Matematica, Segunda Edición, Editorial Mir, 1980.
28. Snider, A.D., Partial Differential Equations: Sources and Solutions, Prentice Hall, 1999.
29. Verardi, S.L.L. Cálculo de Campos em Magnetohidrodinâmica. Tese de Doutorado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 2002.
30. Özisik, M.N., Boundary Value Problems of Heat Conduction, Dover Publications, 1989.
31. Carslaw, H.S. and Jaeger, J.C., Conduction of Heat in Solids, Oxford University Press, 1957.
32. Lewin, G., Fundamentals of Vacuum Science and Technology, McGraw-Hill, 1965.
33. Degasperi, F.T., Martins, M.N., Verardi, S.L.L. and Takahashi, J., Pressure Field Along the Axis of an Accelerating Structure, European Particle Accelerator Conference, EPAC-2002, Paris, France, 2002. Trabalho apresentado e publicado nos anais.
34. Degasperi, F.T. e Baranauskas, V., Análise Detalhada de Sistemas de Vácuo, XXII Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Indústria e na Ciência (CBRAVIC), Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, UNESP, Guaratinguetá, SP, Brasil, 2001. Trabalho apresentado na forma de painel.

# Capítulo IV

## Conclusões e Perspectivas

*O propósito deste Capítulo é apresentar as conclusões deste trabalho e situar os resultados obtidos junto às atividades de modelagem e cálculos em tecnologia do vácuo. Pretendemos também traçar uma possível perspectiva de trabalho a ser desenvolvido no futuro próximo, visando aprofundar e estender os conceitos e resultados aqui obtidos às configurações mais complexas de sistemas de vácuo.*

Neste trabalho, foi proposto desenvolver ferramentas matemáticas tanto analíticas como numéricas para modelar e analisar em profundidade sistemas de vácuo. Foram consideradas duas maneiras de modelar sistemas de vácuo, denominadas de formulações discreta e contínua. Na formulação discreta vimos que os sistemas de vácuo são tratados de modo que na câmara de vácuo apenas um valor de pressão em função do tempo pode ser obtido. Para isto devemos partir da especificação das fontes de gases e vapores, das dimensões e particularidades da linha de bombeamento e dos tipos e capacidades das bombas de vácuo. Apesar deste tipo de abordagem ser tradicional em tecnologia do vácuo nos seus cálculos, muitas simplificações são feitas.

Neste trabalho, consideramos as condutâncias em função da geometria, do regime de escoamento e do gás ou vapor que está sendo bombeado. Também, foram considerados no processo de bombeamento as fontes gasosas importantes para a tecnologia do vácuo que estão presentes nos mais importantes para processos industriais e de laboratório. Continuando, obtivemos as expressões matemáticas para as curvas de velocidade de bombeamento das bombas de vácuo. Desta forma, podemos modelar sistemas de vácuo observando os aspectos necessários em de situações bastante realísticas. A análise numérica foi feita utilizando os métodos de Euler-Heun e Runge-Kutta de quarta ordem, com os programas computacionais construídos com a linguagem *MathCad<sup>TM</sup>*.

Devido a documentação detalhada desses programas, eles poderão ser programados em outras linguagens e também poderão ser introduzidas novas particularidades ou novos

modelos para as fontes de gases e vapores. Assim, acreditamos que conseguimos desenvolver um ferramental, com alcance e precisão, que poderá auxiliar os analistas em tecnologia do vácuo. Apesar de termos introduzido vários detalhes do sistema de vácuo na sua modelagem, vimos que a formulação discreta tem uma limitação intrínseca, ela é capaz de fornecer apenas um valor de pressão para toda a câmara de vácuo.

Com a finalidade de modelar sistemas de alto-vácuo, cujas formas confundem as partes câmara de vácuo, tubulação e bomba de vácuo, aprimoramos e desenvolvemos a formulação contínua. Nesta formulação, os sistemas de alto-vácuo são modelados de maneira que os valores de pressão possam ser determinados em todas as suas regiões de interesse e em função do tempo. Desta forma, a análise de sistemas de vácuo tem uma estrutura de campo, no caso campo escalar de pressão. Este tipo de formulação é conseguido por meio do estabelecimento de equações diferenciais parciais, assim, precisamos especificar as condições de contorno e inicial do problema. A modelagem de sistemas de alto-vácuo tanto unidimensional como bidimensional foi realizada utilizando a equação de difusão. Ela foi escrita em uma forma apropriada à tecnologia do vácuo, cujos coeficientes são grandezas como condutância específica, volume específico e taxa de degaseificação específica por unidade de comprimento.

Foram estudados em detalhe e exemplificados sistemas de vácuo através das formulações discreta e contínua. Sistemas de vácuo com forma básica tubular (caso unidimensional) e planar (caso bidimensional). Os sistemas de vácuo complexos foram modelados expondo detalhadamente as grandezas e condições de contorno pertinentes à descrição a partir de equações diferenciais parciais.

Foi possível criar um ferramental matemático para a modelagem de sistemas de vácuo através da formulação discreta. Conseguimos também aprimorar e estender a formulação contínua às formas tubulares, considerando várias particularidades, criamos e desenvolvemos a formulação contínua às formas planares. Acreditamos e esperamos que as ferramentas criadas possam de fato auxiliar os analistas de sistemas de vácuo.

Os resultados obtidos neste trabalho podem ser estendidos e aprimorados de forma a considerar mais detalhes e particularidades de sistemas de vácuo tanto de uso industrial como de pesquisa, tornando os modelos mais realistas e confiáveis. A perspectiva de

trabalhos futuros são para as formulações discreta e contínua. No caso da formulação discreta, podemos propor:

- Introduzir a degaseificação como função da temperatura, assim poderemos modelar sistemas de vácuo aquecidos.
- Incorporar às modelagens dos sistemas de alto-vácuo a taxa de degaseificação devida ao processo de limpeza e condicionamento.
- Considerar no processo de bombeamento o volume e as fontes de gases e vapores da linha de bombeamento.
- Considerar misturas gasosas participando do processo de bombeamento.

Estes aprimoramentos, do ponto de vista computacional, podem ser introduzidos sem muita dificuldade. O trabalho maior será estudar a física envolvida e os seus modelos, de forma a ser incorporados aos programas computacionais.

Para a formulação contínua, podemos propor os seguintes trabalhos:

- Estender para geometria em três dimensões, neste caso deveremos definir as grandezas condutância específica, volume específico, taxa de degaseificação específica.
- Considerar a velocidade de bombeamento dependente da pressão nas condições de contorno.
- Obter as fontes gasosas devido a degaseificação em função da temperatura.
- Sofisticar a discussão, mesmo que heurística, sobre a adoção do processo de bombeamento em alto-vácuo como um processo de difusão de átomos e moléculas.
- Comparar os resultados obtidos através da formulação contínua com os resultados obtidos pelo método de Monte Carlo ou pela equação de *Boltzmann* (simulação direta em gases).

Os pontos colocados acima trazem ao estudo dos sistemas de vácuo a possibilidade de muita atividade de pesquisa tanto básica como aplicada.

## Apêndices

Apêndice A. O Processo de Bombeamento em Vácuo – Abordagem Discreta.....	159
Apêndice B. Equação de Difusão de Gases no Regime de Escoamento Molecular. Casos Unidimensional e Bidimensional.....	172
Apêndice C. As Expressões Matemáticas para as Curvas de Velocidade de Bombeamento de Bombas de Vácuo.....	185
Apêndice D. O Bombeamento de Sistemas de Vácuo – Abordagem Discreta. Casos de Estudo.....	193
Apêndice E. O Bombeamento de Sistemas de Alto-Vácuo – Abordagem Contínua. Casos de Estudo.....	208
Apêndice F. Modelagem do Vazamento Virtual.....	228
Apêndice G. Modelagem da Injeção Controlada de Gases.....	248
Apêndice H. O Escoamento dos Gases e Vapores no Regime Molecular Tratado como um Fenômeno de Difusão.....	257

## Apêndice A: O Processo de Bombeamento em Vácuo – Abordagem Discreta.

Consideraremos inicialmente que a equação de estado dos gases ideais possa ser empregada para os gases rarefeitos. Esta suposição é perfeitamente aceitável, uma vez que a densidade dos gases é baixa, fazendo com que a distância média entre as moléculas seja suficientemente grande, de forma que as forças elétricas entre moléculas sejam importantes somente nos choques delas entre si e com as paredes da câmara de vácuo. A equação dos gases perfeitos ou ideais é  $p V = n R T$ , ou ainda,  $p V = N k T$ , onde  $p$  é a pressão,  $V$  é o volume da câmara de vácuo,  $n$  é o número de mols,  $R$  é a constante dos gases perfeitos,  $T$  é a temperatura absoluta,  $N$  o número de moléculas e  $k$  é a constante de *Boltzmann*. Verificamos experimentalmente que a equação de estado dos gases ideais é adequada para representar o comportamento dos gases rarefeitos. Como exemplo de aplicação, citamos o método das expansões estáticas, usado na metrologia em vácuo, cuja base física está sustentada na lei de *Boyle-Mariotte*. Assim, apesar da sua grande simplicidade, a equação dos gases ideais ou perfeitos é bastante satisfatória.

Partindo da equação dos gases perfeitos, vamos derivar ambos os membros em relação ao tempo,

$$p V = N k T \Rightarrow \frac{d}{dt}(p V) = \frac{d}{dt}(N k T) \Rightarrow p \frac{dV}{dt} + V \frac{dp}{dt} = k T \frac{dN}{dt} + k N \frac{dT}{dt} .$$

Para a maior parte dos sistemas de vácuo, geralmente, a temperatura  $T$  e o volume  $V$  da câmara de vácuo são mantidos constantes, assim; a equação acima reduz-se a

$$V \frac{dp}{dt} = k T \frac{dN}{dt} .$$

Estamos assumindo explicitamente que a equação dos gases perfeitos pode ser aplicada para estados termodinâmicos de não-equilíbrio. Ao derivar a equação de estado em relação ao tempo, obtemos uma expressão que fornece explicitamente a variação da pressão com o tempo. A termodinâmica pressupõe estados de equilíbrio. Admitindo que as variações de

pressão em função do tempo sejam lentas podemos considerar as variáveis termodinâmicas mudando continuamente através de estados de equilíbrio.

Devido ao movimento dos átomos e moléculas, temos associado ao movimento de translação a energia cinética média. Há três graus de liberdade, um para cada direção possível no movimento de translação e, para cada grau de liberdade, temos a energia cinética média igual a  $\frac{1}{2} k T$ . Desta forma, a energia cinética de translação média por

molécula é dada por  $E_{ECM} = \frac{3}{2} k T$ . A energia cinética de translação para  $N$  moléculas é

igual a  $E = N E_{ECM} = N \frac{3}{2} k T = \frac{3}{2} N k T$ . Usando a equação dos gases perfeitos,

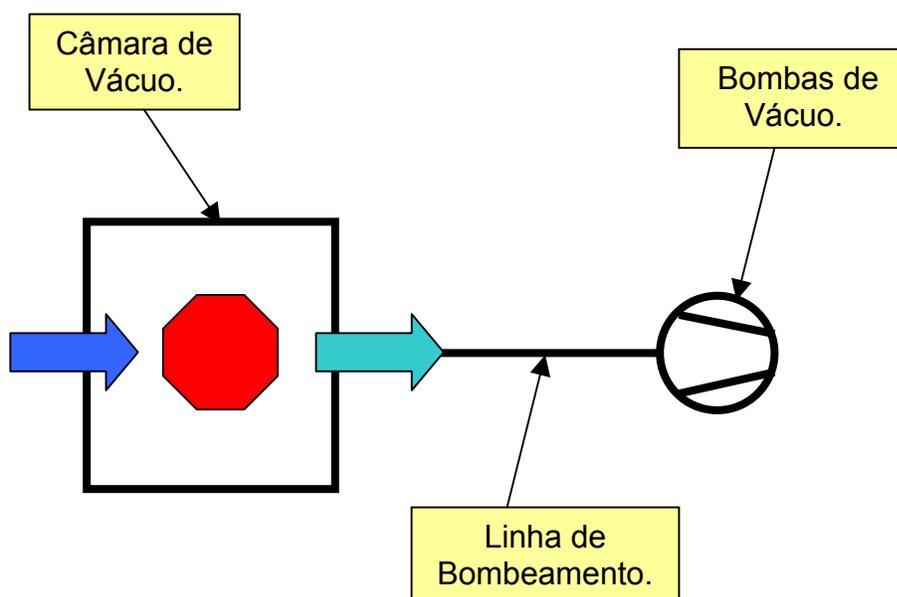
ficamos com  $E = \frac{3}{2} k T = \frac{3}{2} p V$ . Derivando em relação ao tempo, e associando a variação da energia cinética de translação à variação da pressão, temos

$$\frac{dE}{dt} = \frac{3}{2} k T \frac{dN}{dt} = \frac{3}{2} V \frac{dp}{dt} \Rightarrow$$

$$V \frac{dp}{dt} = \frac{2}{3} \frac{dE}{dt}.$$

Vamos considerar um sistema de vácuo, com várias fontes de gases e vapores presentes na câmara de vácuo. As possíveis fontes de gases e vapores estão listadas a seguir: vazamento real, vazamento virtual, vaporização, sublimação, degaseificação, permeação, fonte gasosa da bomba de vácuo, gases e vapores de processo e injeção controlada de gases e vapores. Para cada uma dessas fontes gasosas, associamos uma quantidade de moléculas na unidade de tempo, alimentando a câmara de vácuo e, como conseqüência, fazendo com que a pressão nela aumente. Por outro lado, a ação das bombas de vácuo faz com que uma quantidade de gases e vapores seja removida da câmara de vácuo num certo intervalo de tempo. Desta forma, podemos identificar três parcelas na equação que estabelece o balanço de número de moléculas, para um intervalo de tempo  $\Delta t$ , na câmara de vácuo. Assim, temos: a parcela relativa ao número de moléculas que alimenta

a câmara de vácuo devido às fontes de gases e vapores, a parcela devida à variação de pressão na câmara de vácuo ou, posto de outra forma, a variação do número de moléculas na câmara de vácuo e, ainda, a parcela relativa ao número de moléculas removidas pela ação das bombas de vácuo. Esquemáticamente, podemos representar as três partes da equação do balanço entre a variação do número de átomos e moléculas na câmara de vácuo, conforme mostrado na Figura A.1



**Figura A.1** *Configuração Genérica de um Sistema de Vácuo.* O processo de bombeamento em tecnologia do vácuo considera três partes principais: a seta verde representa a quantidade gasosa sendo bombeada pelas bombas de vácuo, a seta azul representa as fontes gasosas que alimentam a câmara de vácuo e a seta vermelha representa a variação de pressão na câmara de vácuo.

Matematicamente, escrevemos o balanço da variação do número de moléculas ocorrendo, em um intervalo de tempo  $\Delta t$ , na câmara de vácuo

$$\Delta N_{CV} = \Delta N_{FGV} - \Delta N_{BV} ,$$

onde,  $\Delta N_{CV}$  é a variação do número de moléculas na câmara de vácuo,  $\Delta N_{FGV}$  é o número de moléculas que alimenta a câmara de vácuo no intervalo de tempo  $\Delta t$  e  $\Delta N_{BV}$  é o número de moléculas removida pelas bombas de vácuo. No caso do número de moléculas relativo à totalidade das fontes dos gases e vapores  $\Delta N_{FGV}$ , podemos considerar o número de moléculas, que alimenta a câmara de vácuo, no intervalo de tempo  $\Delta t$ , para cada particular tipo de fonte gasosa. Assim

$$\Delta N_{FGV} = \Delta N_{VR} + \Delta N_{VV} + \Delta N_{Vap} + \Delta N_{Sub} + \Delta N_{Deg} + \Delta N_{Perm} + \Delta N_{FBV} + \Delta N_{GP} + \Delta N_{IC} ,$$

onde,

- $\Delta N_{VR}$  é o número de moléculas que alimenta a câmara de vácuo, no intervalo de tempo  $\Delta t$ , devido ao vazamento real,
- $\Delta N_{VV}$  ao vazamento virtual,
- $\Delta N_{Vap}$  à vaporização,
- $\Delta N_{Sub}$  à sublimação,
- $\Delta N_{Deg}$  à degaseificação,
- $\Delta N_{Perm}$  à permeação,
- $\Delta N_{FBV}$  à fonte gasosa da bomba de vácuo,
- $\Delta N_{GP}$  aos gases e vapores de processo e
- $\Delta N_{IC}$  à injeção controlada de gases e vapores.

No caso da variação do número de moléculas na câmara de vácuo  $\Delta N_{CV}$ , ocorrendo num intervalo de tempo  $\Delta t$ , podemos escrever, a partir da equação dos gases perfeitos para o volume da câmara de vácuo  $V_{CV}$

$$V_{CV} p_{CV} = N_{CV} k T \Rightarrow V_{CV} \Delta p_{CV} = k T \Delta N_{CV} \Rightarrow$$

$$V_{CV} \Delta p_{CV} = k T (\Delta N_{FGV} - \Delta N_{BV}) = k T \Delta N_{FGV} - k T \Delta N_{BV} .$$

Fazendo uso da expressão explícita das fontes dos gases e vapores, a equação acima fica

$$V_{CV} \Delta p_{CV} =$$

$$= k T (\Delta N_{VR} + \Delta N_{VV} + \Delta N_{Vap} + \Delta N_{Sub} + \Delta N_{Deg} + \Delta N_{Perm} + \Delta N_{FBV} + \Delta N_{GP} + \Delta N_{IC}) - k T \Delta N_{BV}$$

Assim, temos a expressão que relaciona a variação de pressão na câmara de vácuo com a variação do número de moléculas alimentando a câmara de vácuo, e ainda, relacionando ao número de moléculas removidas pelas bombas de vácuo.

Dando continuidade, definimos a grandeza  $Q' \equiv \frac{dN}{dt}$ . Ela expressa a variação do número de moléculas na câmara de vácuo, no tempo. Como  $p V = N k T$ , temos que

$$N = \frac{p V}{k T}. \text{ Assim, escrevemos } Q' = \frac{dN}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{p V}{k T} \right) = \frac{1}{k T} \frac{d}{dt} (p V).$$

Considerando que o volume não varie no tempo, temos  $Q' = \frac{1}{k T} V \frac{dp}{dt}$ . Como obtido anteriormente, sabemos

$$\text{que } \frac{dE}{dt} = \frac{3}{2} k T \frac{dN}{dt} = \frac{3}{2} V \frac{dp}{dt} \Rightarrow V \frac{dp}{dt} = \frac{2}{3} \frac{dE}{dt}. \text{ Portanto, } Q' = \frac{2}{3} \frac{1}{k T} \frac{dE}{dt}.$$

Definimos agora a grandeza *throughput* como sendo  $Q \equiv k T Q'$ . Desta forma,

$$\text{encontramos } Q = \frac{2}{3} \frac{dE}{dt}, \text{ ou seja, o } \textit{throughput} \text{ é dois terços da variação da energia}$$

cinética média do movimento de translação das moléculas da câmara de vácuo. Como forma alternativa, assumida em alguns textos, o *throughput* é definido a partir de

$$Q \equiv k T \frac{dN}{dt}, \text{ levando aos mesmos resultados obtidos pela outra definição.}$$

O *throughput* é uma grandeza que depende da variação no tempo do número de moléculas, digamos, em uma câmara de vácuo, ou ainda, que cruza uma determinada seção transversal de um tubo. O *throughput* também depende da temperatura. A maneira como ele é definido, à primeira vista, pode parecer que traz uma dificuldade na identificação do número de moléculas variando no tempo em uma certa região, uma vez que devemos precisar a temperatura do gás. Isto é um fato, devemos conhecer a temperatura. Mas, do

ponto de vista conceitual, estamos escrevendo a equação diferencial para o processo de bombeamento baseada no princípio de conservação de energia. Ainda, além de considerações formais, podemos considerar sistemas de vácuo com partes apresentando diferentes temperaturas. Assim, podemos escrever a equação que relaciona a variação de pressão na câmara de vácuo, com a variação do número de moléculas alimentando a câmara de vácuo, e ainda, o efeito das bombas de vácuo, para um dado intervalo de tempo  $\Delta t$ . Como

$$V_{CV} \Delta p_{CV} =$$

$$= k T \left( \Delta N_{VR} + \Delta N_{VV} + \Delta N_{Vap} + \Delta N_{Sub} + \Delta N_{Deg} + \Delta N_{Perm} + \Delta N_{FBV} + \Delta N_{GP} + \Delta N_{IC} \right) - k T \Delta N_{BV}$$

explicitando cada um dos *throughput*'s, ficamos com

$$V_{CV} \Delta p_{CV} =$$

$$= k T \Delta N_{VR} + k T \Delta N_{VV} + k T \Delta N_{Vap} + k T \Delta N_{Sub} + k T \Delta N_{Deg} +$$

$$+ k T \Delta N_{Perm} + k T \Delta N_{FBV} + k T \Delta N_{GP} + k T \Delta N_{IC} - k T \Delta N_{BV}$$

Vamos considerar, nesta última equação, as parcelas variando na unidade de tempo, desta forma, dividimos por  $\Delta t$ . Ficamos, assim, com

$$V_{CV} \frac{\Delta p_{CV}}{\Delta t} =$$

$$= k T \frac{\Delta N_{VR}}{\Delta t} + k T \frac{\Delta N_{VV}}{\Delta t} + k T \frac{\Delta N_{Vap}}{\Delta t} + k T \frac{\Delta N_{Sub}}{\Delta t} + k T \frac{\Delta N_{Deg}}{\Delta t} +$$

$$+ k T \frac{\Delta N_{Perm}}{\Delta t} + k T \frac{\Delta N_{FBV}}{\Delta t} + k T \frac{\Delta N_{GP}}{\Delta t} + k T \frac{\Delta N_{IC}}{\Delta t} - k T \frac{\Delta N_{BV}}{\Delta t}.$$

Fazendo o limite para  $\Delta t \rightarrow 0$ , temos

$$\begin{aligned}
 V_{CV} \frac{dp_{CV}}{dt} = & \\
 = k T \frac{dN_{Vr}}{dt} + k T \frac{dN_{VV}}{dt} + k T \frac{dN_{Vap}}{dt} + k T \frac{dN_{Sub}}{dt} + k T \frac{dN_{Deg}}{dt} + & \\
 + k T \frac{dN_{Perm}}{dt} + k T \frac{dN_{FBV}}{dt} + k T \frac{dN_{GP}}{dt} + k T \frac{dN_{IC}}{dt} - k T \frac{dN_{B.V.}}{dt}. &
 \end{aligned}$$

Identificamos, cada uma das parcelas do segundo membro como sendo os *throughput's* relativos às fontes dos gases e vapores e a última parcela como sendo o *throughput* bombeado pelas bombas de vácuo. Rescrevendo a última equação diferencial de forma mais compacta, temos

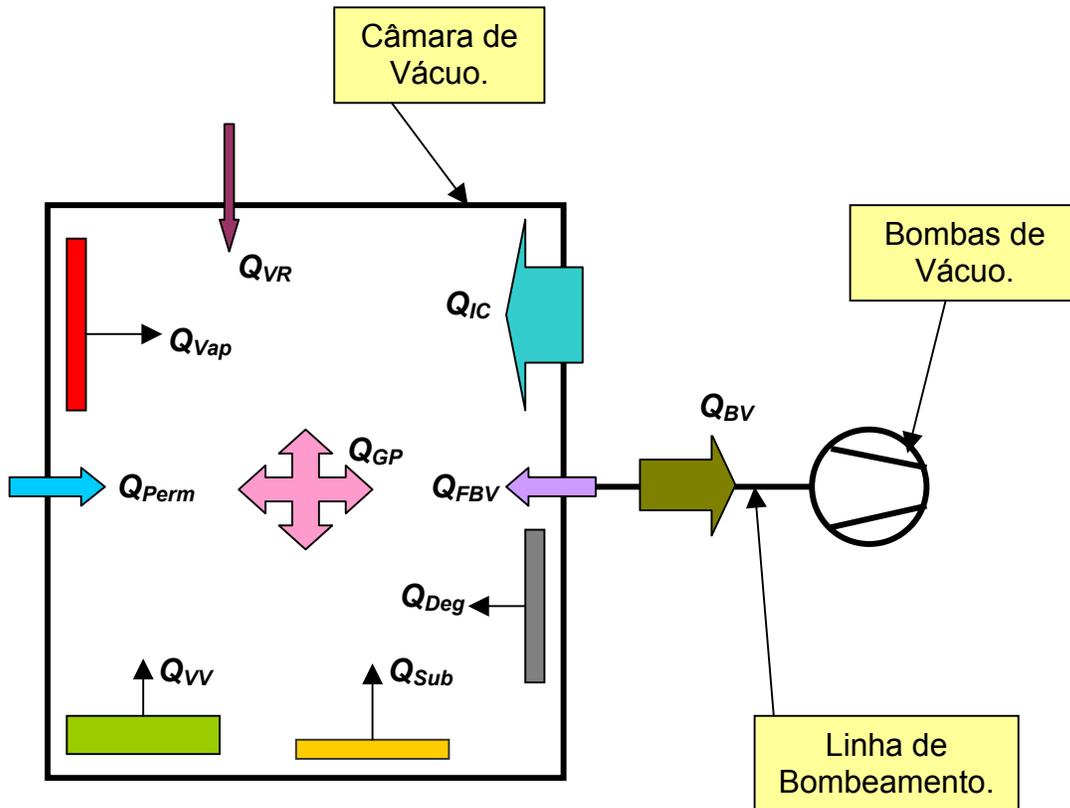
$$\begin{aligned}
 V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = Q_{VR} + Q_{VV} + Q_{Vap} + Q_{Sub} + Q_{Deg} + Q_{Perm} + Q_{FBV} + Q_{GP} + Q_{IC} - k T \frac{dN_{B.V.}(t)}{dt} \Rightarrow \\
 V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -k T \frac{dN_{B.V.}(t)}{dt} + \sum_{i=1}^n Q_i,
 \end{aligned}$$

onde,

- $Q_{VR}$  é o *throughput* devido ao vazamento real,
- $Q_{VV}$  ao vazamento virtual,
- $Q_{Vap}$  à vaporização,
- $Q_{Sub}$  à sublimação,
- $Q_{Deg}$  à degaseificação,
- $Q_{Perm}$  à permeação,
- $Q_{FBV}$  à fonte gasosa da bomba de vácuo,
- $Q_{GP}$  aos gases e vapores de processo, e

- $Q_{IC}$  à injeção controlada de gases e vapores.

Um sistema de vácuo genérico pode ser representado, nas suas partes essenciais, como mostrado na Figura A.2. Temos a câmara de vácuo, com pressão  $p_{CV} = p_{CV}(t)$ , esquematizando as possíveis fontes de gases e vapores. Estão mostrados também a linha de bombeamento dos gases e vapores e as bombas de vácuo.



**Figura A.2** Esquema de um sistema de vácuo mostrando as possíveis fontes de gases e vapores que alimentam a câmara de vácuo, com a linha de bombeamento através da qual os gases e vapores escoam até atingirem as bombas de vácuo.

Identificamos, na última equação diferencial, a parcela  $k T \frac{dN_{BV}(t)}{dt}$  como sendo o *throughput* bombeado pelas bombas de vácuo. Podemos escrever este *throughput*, que está saindo da câmara de vácuo, como função da velocidade de bombeamento efetiva de bombeamento  $-S_{ef}$  e a pressão na câmara de vácuo  $-p_{CV}(t)$ . A velocidade efetiva de bombeamento é a velocidade de bombeamento que *efetivamente* está bombeando os gases e

vapores na câmara de vácuo. Ela é considerada como sendo a velocidade de bombeamento ocorrendo, imediatamente, no acesso da câmara de vácuo à tubulação que segue em direção às bombas de vácuo. Escrevemos o *throughput* devido ao efeito das bombas de vácuo como sendo  $Q_{BV} = k T \frac{dN_{BV}(t)}{dt} = S_{ef} p_{CV}(t)$ . Assim, temos a equação diferencial para o processo de bombeamento dos gases e vapores na câmara de vácuo

$$V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -Q_{BV} + \sum_{i=1}^n Q_i \Rightarrow$$

$$V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -S_{ef} p_{CV}(t) + \sum_{i=1}^n Q_i.$$

Esta equação diferencial ordinária de primeira ordem é básica para a tecnologia do vácuo, uma vez que ela, em princípio, pode nos fornecer o conhecimento da evolução temporal da pressão na câmara de vácuo. Ela está escrita em termos das variáveis que representam as grandezas que aparecem nos projetos de tecnologia do vácuo. Como sabemos, a velocidade efetiva de bombeamento pode ser escrita em termos da velocidade da bomba de vácuo –  $S_{bv}$  –, geralmente fornecida pelas empresas fabricantes, e da condutância total –  $C_{Total}$  – da linha de bombeamento que liga a câmara de vácuo às bombas de vácuo. A seguinte equação liga estas últimas grandezas  $\frac{1}{S_{ef}} = \frac{1}{S_{bv}} + \frac{1}{C_{Total}} \Rightarrow S_{ef} = \frac{S_{bv} C_{Total}}{S_{bv} + C_{Total}}$ . Esta equação, geralmente, é função da pressão, uma vez que a velocidade de bombeamento das bombas de vácuo e a condutância são função da pressão. Assim, a equação diferencial do processo de bombeamento fica

$$V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -\frac{S_{bv} C_{Total}}{S_{bv} + C_{Total}} p_{CV}(t) + \sum_{i=1}^n Q_i.$$

Complementando, podemos interpretar fisicamente a equação diferencial acima. O termo  $V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt}$  refere-se à variação temporal da pressão na câmara de vácuo. O termo

$\frac{S_{bv} C_{Total}}{S_{bv} + C_{Total}} p_{CV}(t)$  refere-se ao *throughput* bombeado pelas bombas de vácuo; a presença

deste termo faz com que a pressão na câmara de vácuo tenda a diminuir. O termo

$\sum_{i=1}^n Q_i$  refere-se ao *throughput* total devido as fontes dos gases e vapores presentes no

sistema de vácuo; este termo é intrinsecamente não-negativo e faz com que a pressão na câmara de vácuo tenda a aumentar. Analisemos os seguintes casos notáveis:

1) A bomba de vácuo está fechada. Assim,  $\frac{S_{bv} C_{Total}}{S_{bv} + C_{Total}} = 0$ , pois  $S_{bv} = 0$ . Como o termo

relativo às fontes de gases e vapores  $\sum_{i=1}^n Q_i \geq 0$ , ficamos com  $V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} \geq 0$ , desta forma

a pressão na câmara de vácuo estará crescendo, até que o termo das fontes gasosas seja igual a zero.

2) O termo do bombeamento é maior que o termo relativo às fontes gasosas. Neste caso,

matematicamente temos  $S_{ef} p_{CV}(t) = \frac{S_{bv} C_{Total}}{S_{bv} + C_{Total}} p_{CV}(t) > \sum_{i=1}^n Q_i$ , desta forma, temos que

$V_{CV} \cdot \frac{dp_{CV}(t)}{dt} < 0$ . Fisicamente, a pressão na câmara de vácuo está diminuindo no tempo.

3) O termo relativo às fontes gasosa é maior que aquele relativo ao bombeamento dos

gases e vapores. Neste caso, matematicamente  $V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} > 0$ , significando que a pressão

na câmara de vácuo está crescendo com o tempo. 4) O termo relativo às fontes de gases e vapores é igual ao termo relativo ao bombeamento. Matematicamente temos

$S_{ef} p_{CV}(t) = \frac{S_{bv} C_{Total}}{S_{bv} + C_{Total}} p_{CV}(t) = \sum_{i=1}^n Q_i$ , conseqüentemente,  $V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = 0$ , como o

volume da câmara de vácuo é sempre número positivo, necessariamente  $\frac{dp_{CV}(t)}{dt} = 0$ ,

digamos para  $t > t'$ . Isto significa que a pressão na câmara de vácuo tem valor constante no tempo, este é o caso quando a pressão atinge o valor da pressão final. Do ponto de vista

matemático, para resolvermos a equação diferencial devemos especificar um determinado valor da variável dependente –  $p_{CV}$  – para um determinado valor da variável independente

–  $t$  –; geralmente sabemos o valor da pressão no início do bombeamento. Por exemplo, a pressão atmosférica é a pressão na câmara de vácuo para  $t=0$ . Ou ainda, quando passamos do pré-vácuo para o alto-vácuo, temos que a pressão inicial na câmara de vácuo para o processo de bombeamento em alto-vácuo é a pressão final na câmara de vácuo para o processo de bombeamento em pré-vácuo.

Concluindo, podemos dizer que construímos a equação fundamental para o processo de bombeamento dos gases e vapores para a tecnologia do vácuo, a partir do princípio de conservação de energia. Em termos gerais, estamos em condições de especificar quais fontes de gases e vapores participam do processo ocorrendo em vácuo, e mais, devemos ser capazes de julgar se temos fontes gasosas dominantes e, com isso, fazer simplificações, desprezando fontes de gases e vapores pouco intensas frente a dominante. Lembrando, as fontes gasosas são aditivas, ou seja, várias fontes pouco intensas somadas, podem resultar em um *throughput* apreciável.

Outro ponto que merece ser discutido é o referente aos sistemas de vácuo, cujo processo de bombeamento tem a intervenção de diferentes tipos de gases e vapores. Na maior parte das aplicações há vários gases e vapores presentes na câmara de vácuo. Ocorre que na maioria desses sistemas de vácuo há a predominância de um determinado tipo de gás ou vapor. Nestes casos, o estudo do processo de bombeamento é realizado considerando somente aquela espécie gasosa e, negligenciando a presença dos outros gases e vapores. Desta forma, a condutância total e a velocidade de bombeamento das bombas de vácuo precisam ser determinadas para o particular gás ou vapor considerado. Em contra partida, há situações nas quais temos a participação de dois ou mais tipos de gases e vapores no processo ocorrendo em vácuo. Nos casos em que, os vários gases e vapores estão participando no processo em quantidades comparáveis, ou ainda, o desempenho do bombeamento de um tipo gasoso é bem diferente do outro tipo gasoso, deveremos considerar a análise do sistema de vácuo para cada um dos gases ou vapores.

A análise e a modelagem do processo de bombeamento, para um particular gás ou vapor, pode constituir um problema complicado, dependendo quase que exclusivamente do tipo de regime de escoamento gasoso. No caso do regime de escoamento viscoso laminar, os gases escoam de forma coletiva, considerando a hipótese do contínuo, tratado adequadamente pela mecânica dos fluidos. O escoamento dos gases e vapores, no regime

viscoso laminar, através da linha de bombeamento é feito de forma que os choque das moléculas entre si mantenham a mistura gasosa homogênea. Desta forma, a condutância será, também, função da viscosidade da mistura gasosa e a velocidade de bombeamento da bomba de vácuo deverá ser considerada, também, para a mistura gasosa. Dado o carácter coletivo e contínuo do escoamento viscoso laminar, as diferentes moléculas escoam de forma que permaneça a homogeneidade da mistura gasosa; devendo ser considerados os valores das grandezas físicas desta mistura. A discussão sobre a análise e modelagem dos sistemas de vácuo com a mistura gasosa escoando no regime intermediário é essencialmente a mesma que a feita anteriormente. Frisando que neste caso a teoria é menos desenvolvida e podemos em primeira aproximação considerar os modelos que fazem uso da “ponderação” entre os regimes de escoamento viscoso laminar e molecular. Com relação à velocidade de bombeamento das bombas de vácuo, podemos adotar um valor para cada particular gás ou vapor. A análise e a modelagem dos sistemas de vácuo, com o transporte da mistura gasosa ocorrendo no regime de escoamento molecular, é mais simples, dado o carácter individual deste tipo de escoamento. As moléculas chocam-se exclusivamente com as paredes do sistema de vácuo, desta forma, elas podem ser consideradas completamente independentes uma das outras. Assim, o tratamento matemático é feito também de modo individual para cada tipo de gás ou vapor. Para isso, adotamos, as fontes gasosas, as condutâncias e as velocidades de bombeamento das bombas de vácuo para cada tipo de gás ou vapor e resolvendo a equação diferencial do processo de bombeamento individualmente.

#### Referências:

- Degasperi, F.T. Caderno de Atividades - Notas Particulares. Instituto de Física da Universidade de São Paulo.
- Degasperi, F.T. - "Dedução da Equação Fundamental para o Processo de Bombeamento na Tecnologia do Vácuo. Objetivo Didático". XII Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Ciência e na Indústria, Florianópolis, SC, Brasil, 1991. Seminário.

- Degasperi, F.T.; Corrêa Filho, W.F.; Sanches Junior, R.L.; "Detalhes do Processo de Bombeamento em Sistemas de Vácuo Industriais". Sessão "Tecnologia do Vácuo na Indústria" do XIX Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Indústria e na Ciência (CBRAVIC), LNLS, Campinas, SP, Brasil, 1998. Comunicação Oral.
- Degasperi, F.T.; Bottecchia, J.P.; Jungel, M. - "Tópicos de Preparação e Manuseio de Sistemas de Vácuo Industriais em Geral". Sessão "Tecnologia do Vácuo na Indústria" do XVIII Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Indústria e na Ciência (CBRAVIC), Inmetro, Xerém, RJ, Brasil, 1997. Palestra.
- Degasperi, F.T.; - "Aplicações da Tecnologia do Vácuo na Indústria". Programa de Atualização Tecnológica. Faculdade de Tecnologia de São Paulo (Fatec-SP), CEETESP, São Paulo, SP, Brasil, 1998. Palestra.
- Degasperi, F.T.; - "Detecção de Vazamentos". XX Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Indústria e na Ciência (CBRAVIC), Instituto de Física da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil, 1999. Curso.
- Degasperi, F.T.; - "Análise Detalhada de Sistemas de Vácuo". Laboratório do Acelerador Linear do Instituto de Física da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil, 1999. Seminário.

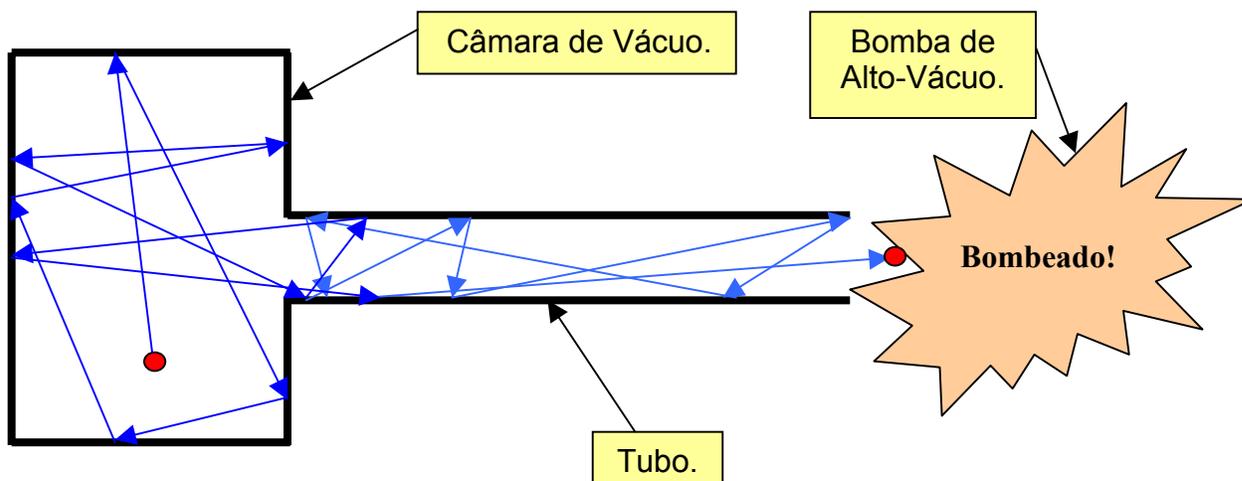
## **Apêndice B: Equação de difusão de gases no regime de escoamento molecular. Casos unidimensional e bidimensional.**

O fenômeno da difusão está presente em muitos processos que ocorrem na natureza. Ele tem importância nas áreas da física, química e biologia. Os transportes de massa, de calor por condução e de quantidade de movimento em fluidos são tratados como fenômenos de difusão. Consideraremos o transporte de gases em regime de escoamento molecular como um fenômeno de difusão. A adoção desta suposição não é imediata e requer um estudo do fenômeno de transporte em questão. Uma condição básica que deve satisfazer o processo de transporte para que ele seja considerado um fenômeno difusivo é o mecanismo básico de transporte estar sustentado no chamado *passeio aleatório*. Conforme discutido no Apêndice H, adotaremos o escoamento de gases e vapores no regime molecular como sendo um fenômeno de transporte de origem difusiva.

Desta forma poderemos utilizar a equação de difusão para modelar os sistemas de alto-vácuo. Uma vez que a física-matemática dos fenômenos de difusão é bastante desenvolvida, principalmente devido à transferência de calor por condução nos sólidos, poderemos utilizar uma série de raciocínios, abordagens e resultados desta área na tecnologia do vácuo. Com a equação de difusão para o escoamento de gases e vapores no regime molecular poderemos modelar sistemas de alto-vácuo e com ela determinar os valores de pressão em função do tempo para todos os seus pontos, ou seja, teremos uma solução com estrutura de campo escalar. Apesar de termos disponíveis muitos resultados da equação de difusão para a transferência de calor por condução, a sua adaptação à situação do escoamento dos gases em regime molecular não é um procedimento direto, mas muito podemos aproveitar do que já foi desenvolvido. Uma outra tarefa fundamental será obter as grandezas pertinentes nos fenômenos difusivos a partir das grandezas que participam no transporte dos gases em regime molecular.

A Figura B.1 mostra de forma pictórica um recipiente contendo gás com os átomos e moléculas sendo bombeados através de um tubo até atingirem a bomba de alto-vácuo. O transporte dos gases e vapores em regime molecular têm um mecanismo bastante distinto daquele que estamos familiarizados referentes aos fluidos em geral. No caso dos fluidos o transporte é tratado pela mecânica dos fluidos. A suposição básica da mecânica dos fluidos

é considerá-los um meio contínuo, apesar dos fluidos serem formados por átomos e moléculas. No caso gasoso, se o número de *Knudsen* for menor que 0,01 ( $Kn < 0,01$ ) seguramente podemos aplicar as equações de *Navier-Stokes* para modelar o comportamento dos gases e vapores.



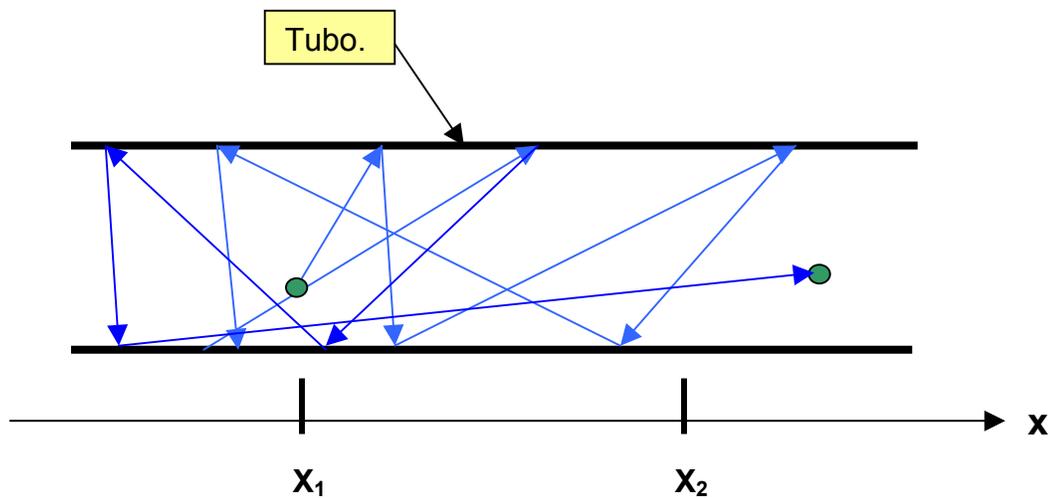
**Figura B.1** Representação esquemática do processo de bombeamento de átomos e moléculas dos gases e vapores no regime de escoamento molecular.

No caso dos gases e vapores escoando no regime molecular a hipótese do contínuo não pode ser adotada, assim não são válidas as equações de *Navier-Stokes*. Desta forma deveremos procurar uma formulação adequada à situação física para a modelagem dos sistemas de alto-vácuo. Vemos na Figura B.2 de forma esquemática, mas bastante fiel à situação física, o processo de escoamento dos átomos do gás ocorrendo ao longo do tubo de forma completamente aleatória. Recorrendo novamente à Figura B.1, ela mostra que para um átomo ou molécula ser bombeado, o átomo ou molécula precisa encontrar o orifício do tubo e em seguida vencer todo o comprimento do tubo e em finalmente chegar à bomba de alto-vácuo. A trajetória das partículas é completamente ao acaso ocorrendo num movimento sem direção preferencial, é devido a isto que torna-se difícil o bombeamento no regime molecular em comparação ao regime viscoso laminar ou mesmo o viscoso turbulento.

No regime viscoso o transporte dos gases e vapores dá-se de forma coletiva, o movimento de uma partícula influencia no movimento de outras. No caso do transporte dos

gases e vapores no regime molecular, movimento é individual e depende exclusivamente da agitação térmica das partículas, assim como não temos choques entre as partículas gasosas entre si, somente com as paredes do sistema de vácuo, ocorre como se os átomos e moléculas estivessem “sozinhas”, assim o movimento de uma partícula não influencia no movimento de outras partículas.

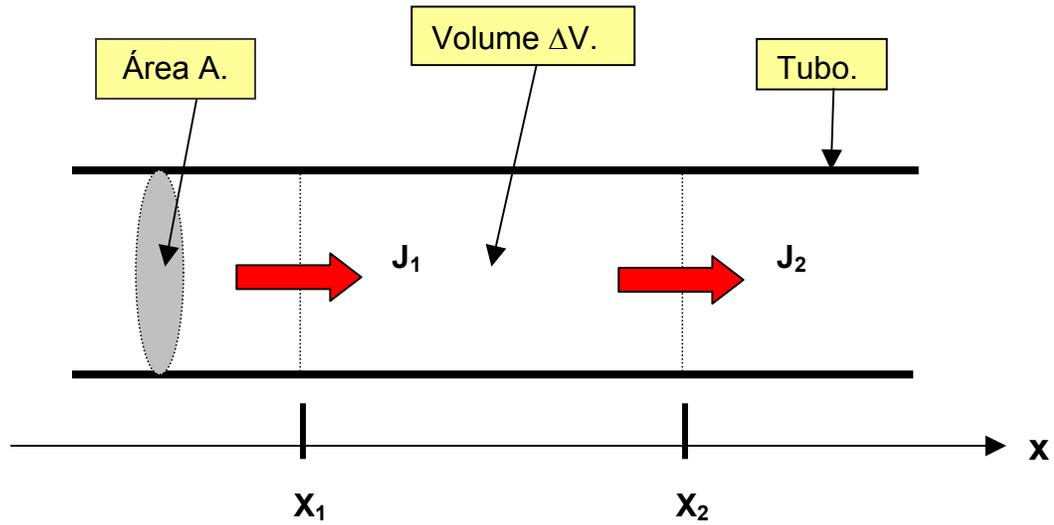
Vamos nos ater ao transporte dos gases ao longo do tubo. Esquemáticamente podemos considerá-lo de forma simples, mas sem perder a sua essência, conforme mostrado na figura abaixo. Determinaremos o balanço do número de átomos ou moléculas que atravessa duas superfícies, posicionadas em  $x_1$  e  $x_2$  e perpendiculares ao eixo do tubo.



**Figura B.2** Átomo ou molécula realizando o “passeio aleatório” em um tubo devido a ocorrência dos choques com as paredes deste tubo com a obediência da regra de Knudsen.

Assim, consideremos um tubo reto (orientado na direção  $x$ ) de seção transversal constante com área  $A$ . Diremos que no ponto  $x_1$  a corrente molecular é  $j_1$  e no ponto  $x_2$  a corrente molecular  $j_2$ , para um dado instante  $t$ . Definimos corrente molecular como o número de átomos ou moléculas que cruza uma seção transversal do tubo por unidade de área na unidade de tempo, isto é, o fluxo de partículas. Temos que a corrente molecular é uma função da posição  $x$  e do tempo  $t$ , escrevemos  $j=j(x,t)$ . Para os pontos  $x_1$  e  $x_2$  temos que  $j_1=j(x_1,t)$  e  $j_2=j(x_2,t)$ . A Figura B.3 mostra esquematicamente a construção matemática do balanço do número de partículas na região entre  $x_1$  e  $x_2$ . Definimos a função  $n=n(x,t)$  como

sendo o número de partículas (átomos ou moléculas) por unidade de volume na posição  $x$  e no instante  $t$ .



**Figura B.3** Os elementos geométricos para a construção do balanço do número de partículas em transporte entre  $x_1$  e  $x_2$ .

Vamos adotar a validade da 1ª lei de *Fick* para o processo difusivo, assim ficamos com

$$j = j(x,t) = -D \frac{\partial n(x,t)}{\partial x},$$

onde  $D$  é o coeficiente de difusão. Considerando a conservação do número de partículas no intervalo espacial  $\Delta x = x_2 - x_1$ , no instante  $t$ , temos que

$$j_2 A - j_1 A = j(x_2,t) A - j(x_1,t) A = [j(x_2,t) - j(x_1,t)] A$$

é o número de partículas que atravessa a superfície em  $x_2$  menos o número de partículas que atravessa a superfície  $x_1$  no intervalo de tempo  $\Delta t$ . Assim, escrevendo em termos da variação da densidade de partículas no volume  $\Delta V = A \Delta x$ , ficamos com

$$j_2 A - j_1 A = j(x_2, t) A - j(x_1, t) A = [j(x_2, t) - j(x_1, t)] A \cong -\frac{\Delta n(\bar{x}, t)}{\Delta t} \Delta V$$

onde  $x_1 \leq \bar{x} \leq x_2$ . Assim, sabendo-se que  $\Delta V = A \Delta x$  ficamos com

$$\begin{aligned} \Delta j(\bar{x}, t) A &\cong -\frac{\Delta n(\bar{x}, t)}{\Delta t} \Delta V = -\frac{\Delta n(\bar{x}, t)}{\Delta t} A \Delta x \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{\Delta j(\bar{x}, t)}{\Delta x} \cong -\frac{\Delta n(\bar{x}, t)}{\Delta t}, \end{aligned}$$

fazendo os limites para  $\Delta t \rightarrow 0$  e simultaneamente  $\Delta x \rightarrow 0$  encontramos a igualdade

$$\frac{\partial j(x, t)}{\partial x} = -\frac{\partial n(x, t)}{\partial t}.$$

Usando a 1ª lei de *Fick* na expressão acima, ficamos com

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ -D \frac{\partial n(x, t)}{\partial x} \right] = -\frac{\partial n(x, t)}{\partial t},$$

considerando que o coeficiente de difusão  $D$  seja constante, teremos

$$D \frac{\partial^2 n(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial n(x, t)}{\partial t},$$

que é a equação de difusão escrita em termos da densidade de átomos ou moléculas por unidade de volume, ou seja, a densidade volumétrica de partículas. Vamos escrever esta equação diferencial em termos da pressão, uma vez que nos sistemas de vácuo esta é a grandeza medida. Consideraremos que a pressão no sistema de vácuo varie de forma que

possamos ainda definir estados de equilíbrio termodinâmica em cada instante na evolução temporal da pressão neste sistema. Assim, utilizando a equação de estado dos gases perfeitos para cada pequeno volume centrado nos pontos da reta  $x$  encontramos

$$p \Delta V = \Delta N k T \Rightarrow \frac{\Delta N}{\Delta V} = \frac{1}{k T} p$$

mas sabemos que

$$n = n(x, t) \equiv \frac{dN(x, t)}{dV}$$

então, encontramos a expressão da densidade volumétrica de gás em termos da pressão

$$n(x, t) = \frac{1}{k T} p(x, t) .$$

Finalmente, a equação de difusão é escrita em termos da variável pressão do gás

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ -D \frac{1}{k T} \frac{\partial p(x, t)}{\partial x} \right] = - \frac{1}{k T} \frac{\partial p(x, t)}{\partial t} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{D} \frac{\partial p(x, t)}{\partial t} .$$

Veja que estamos diante de um problema de condições de contorno e condição inicial, com uma equação diferencial a derivadas parciais de segunda ordem. No caso, encontramos a equação para modelar problemas unidimensionais dependentes do tempo. A função pressão na verdade é uma representação de um campo escalar. A solução deste tipo de problema somente será possível especificadas duas condições de contorno na variável espacial  $x$  e a especificação de uma condição para um dado instante  $t$ , em geral o instante inicial.

A corrente molecular foi utilizada para estabelecer o balanço do número de átomos ou moléculas no volume  $\Delta V$ , porém para a tecnologia do vácuo a grandeza de maior interesse é o *throughput*. Assim, da mesma forma como fizemos no Apêndice A para o *throughput* em termos do número de átomos e moléculas sendo bombeado na unidade de tempo

$$Q = k T \frac{dN}{dt}$$

podemos escrever para a formulação de campo de pressão unidimensional o *throughput* como sendo,

$$Q(x,t) = k T A j(x,t) .$$

Mas sabemos que

$$j(x,t) = -D \frac{\partial n(x,t)}{\partial x} = -D \frac{1}{k T} \frac{\partial p(x,t)}{\partial x}$$

portanto

$$Q(x,t) = k T A j(x,t) = -D k T A \frac{1}{k T} \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = -D A \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} \Rightarrow$$

$$Q(x,t) = -D A \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} .$$

Esta expressão é um resultado muito importante para o estudo do escoamento dos gases e vapores com a modelagem de sistemas de vácuo através da formulação contínua. A partir dela poderemos estabelecer matematicamente as condições de contorno que tenham origem

nas fontes gasosas. Este tipo de condição de contorno é chamado *Condição de Contorno de Neumann*.

Podemos tirar uma conclusão muito importante sobre o escoamento dos gases nos sistemas de vácuo a partir das seguintes relações obtidas anteriormente

$$\frac{\partial j(x,t)}{\partial x} = -\frac{1}{k T} \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} \quad \text{e} \quad Q(x,t) = k T A j(x,t) .$$

Assim, encontramos a seguinte igualdade

$$\frac{1}{k T A} \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = -\frac{1}{k T} \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{A} \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} .$$

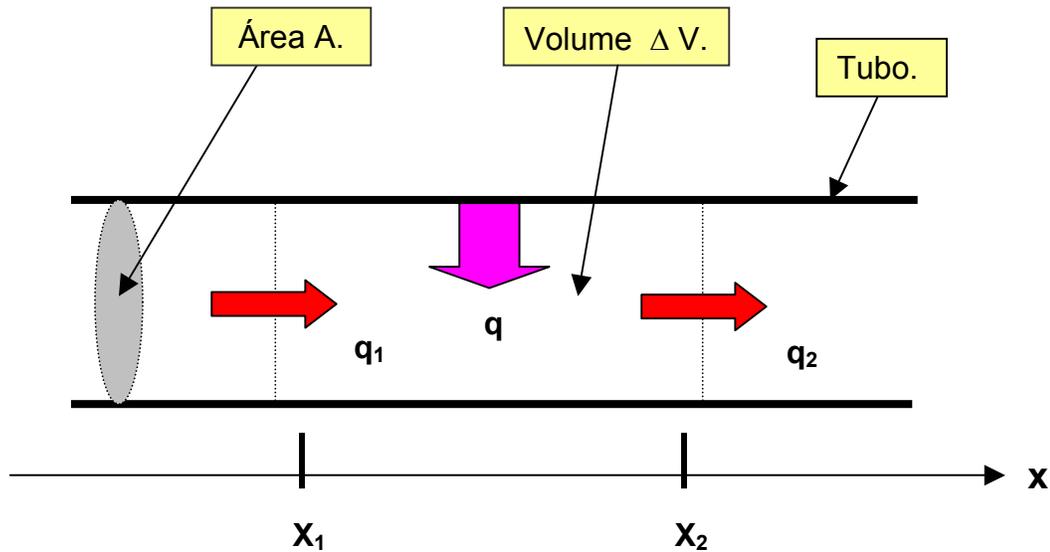
A última expressão nos diz que o *throughput* será constante ao longo de uma tubulação, ou seja, o *throughput* não depende da coordenada espacial  $x$ , se a pressão em cada ponto do sistema de vácuo não variar com o tempo. Portanto, no estado estacionário

$\left( \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = 0 \cdot \forall t \geq t' \right)$  o *throughput* não depende da posição. Este resultado somente será

válido se não houver outras fontes de gases ou vapores além daquelas da câmara de vácuo, ou seja, se aplicarmos a última expressão ao tubo que liga a câmara de vácuo à bomba de vácuo, não poderemos considerar a degaseificação deste trecho de tubo. Considerando o efeito dos gases que têm origem nos tubos, deveremos incorporar o *throughput* desta fonte de gás a última expressão.

Vamos considerar a expressão para o caso de um trecho de um sistema de vácuo unidimensional que possa ter fontes de gases e vapores ao longo do seu comprimento. Consideraremos um tubo de área de seção transversal constante de área  $A$ , conforme esquematizado na Figura B.4. O elemento de volume pode ser escrito como  $\Delta V = A \Delta x$  com  $\Delta x = x_2 - x_1$ . Temos que o tubo apresenta uma taxa de degaseificação por unidade de

comprimento que denominaremos por  $q = q(x,t)$ . No trecho do tubo com comprimento  $\Delta x = x_2 - x_1$  escreveremos a equação de balanço do *throughput* dos gases e vapores.



**Figura B.4** Construção geométrica para a determinação do balanço do *throughput* no elemento de tubo com comprimento  $\Delta x = x_2 - x_1$ , podendo apresentar fontes de gases e vapores em sua extensão.

Considerando o trecho do tubo entre  $x_1$  e  $x_2$  teremos a seguinte relação,

$$q_1 + q \Delta x - q_2 \cong A \Delta x \frac{\Delta p}{\Delta t},$$

nesta relação, as fontes de gases e vapores podem depender da posição e do tempo, assim como a pressão. Para uma maior generalidade, escrevemos a última relação como

$$Q(x_1, t) + q \Delta x - Q(x_2, t) \cong A \Delta x \frac{\Delta \bar{p}(x, t)}{\Delta t},$$

com  $q_1 = Q(x_1, t)$  e  $q_2 = Q(x_2, t)$  para o intervalo  $x_1 \leq \bar{x} \leq x_2$ . Continuando, sabemos que o *throughput* em cada ponto  $x$  ao longo do tubo pode ser escrito em função da condutância

específica ( $c$ ) ou também chamada de condutância por unidade de comprimento, conforme a relação

$$q_1 = Q(x_1, t) \cong -c \left. \frac{\Delta p(x, t)}{\Delta x'} \right|_{x_1, t}$$

e

$$q_2 = Q(x_2, t) \cong -c \left. \frac{\Delta p(x, t)}{\Delta x'} \right|_{x_2, t} .$$

Desta forma, temos junto à equação do balanço do throughput para o trecho  $\Delta x$  do tubo

$$Q(x_1, t) + q \Delta x - Q(x_2, t) \cong A \Delta x \frac{\Delta \bar{p}(\bar{x}, t)}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$-c \left. \frac{\Delta p(x, t)}{\Delta x'} \right|_{x_1, t} + q(x, t) \Delta x - \left( -c \left. \frac{\Delta p(x, t)}{\Delta x'} \right|_{x_2, t} \right) \cong A \Delta x \frac{\Delta \bar{p}(\bar{x}, t)}{\Delta t} ,$$

colocando em uma forma mais adequada, ficamos com

$$\frac{c \left. \frac{\Delta p(x, t)}{\Delta x'} \right|_{x_2, t} - c \left. \frac{\Delta p(x, t)}{\Delta x'} \right|_{x_1, t}}{\Delta x} \cong -q(x, t) + A \frac{\Delta \bar{p}(\bar{x}, t)}{\Delta t}$$

fazendo simultaneamente os limite para  $\Delta x \rightarrow 0$ ,  $\Delta x' \rightarrow 0$  e  $\Delta t \rightarrow 0$ , teremos a equação de difusão escrita para os sistemas de alto-vácuo

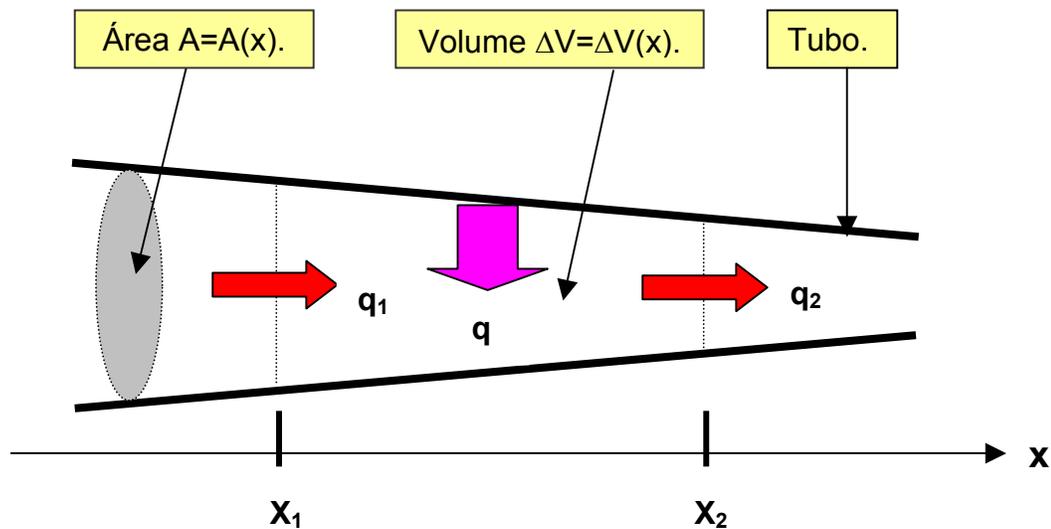
$$c \frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial x^2} = -q(x, t) + v \frac{\partial p(x, t)}{\partial t} .$$

Com as constantes definidas formalmente como:

- volume por unidade de comprimento,  $v \equiv \frac{V}{L}$  (vemos que a constante  $v$  é igual a área  $A$ )
- condutância por unidade de comprimento ou condutância específica,  $c \equiv C L$ .

Com duas condições de contorno e uma condição inicial a serem especificadas.

No caso de termos um tubo com área de seção transversal variável, apresentando simetria cilíndrica, a sua área de seção transversal poderá ser escrita matematicamente como uma função que depende do comprimento do tubo. A Figura B.5 mostra esquematicamente um tubo com seção transversal que depende de  $x$ .



**Figura B.5** Construção geométrica para a determinação do balanço do throughput no elemento de tubo com área de seção variável com comprimento  $\Delta x = x_2 - x_1$ , podendo apresentar fontes de gases e vapores em sua extensão.

Seguindo o mesmo raciocínio adotado anteriormente, isto é, baseado na conservação do *throughput* no volume  $\Delta V$ , encontramos a seguinte equação de difusão para os sistemas de alto-vácuo unidimensionais

$$c(x) \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} + \frac{dc(x)}{dx} \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} = -q(x,t) + v(x) \frac{\partial p(x,t)}{\partial t} .$$

Esta é uma equação diferencial de segunda ordem a derivadas parciais com coeficientes não constantes. Deveremos especificar as duas condições de contorno e uma condição inicial para obter a solução de um determinado problema.

No caso de sistemas de alto-vácuo bidimensionais a equação de difusão pode ser obtida através do mesmo raciocínio utilizado para o caso unidimensional, apenas cabe uma importante consideração feita a seguir. Comparativamente aos fenômenos de difusão de calor por condução em sólidos, quando os materiais são homogêneos e isotrópicos a condutividade térmica é constante. No caso da difusão de gases em duas dimensões em regime molecular, a condutância específica ou condutância por unidade de comprimento são, em geral, diferentes nas direções  $x$  e  $y$ . Desta forma, deveremos considerar este fato na construção da equação de difusão bidimensional. No caso específico deste trabalho e nos seus exemplos adotamos geometrias bidimensionais com forma quase quadradas, assim consideramos as condutâncias específicas iguais nas duas direções.

A equação de difusão para o caso bidimensional e independente do tempo (estado estacionário) é escrita como

$$c \left[ \frac{\partial p(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial p(x, y)}{\partial y} \right] = -q(x, y) ,$$

com as fontes de gases e vapores especificadas através da função  $q = q(x, y)$ , definindo um problema de condições de contorno com a equação diferencial do tipo de *Poisson*.

Referências:

- Lewin, G. Fundamentals of Vacuum Science and Technology. McGraw-Hill. 1965.
- Degasperi, F.T. Caderno de Atividades - Notas Particulares. Instituto de Física da Universidade de São Paulo.
- Degasperi, F.T. - "Dedução da Equação Fundamental para o Processo de Bombeamento na Tecnologia do Vácuo. Objetivo Didático". XII Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Ciência e na Indústria, Florianópolis, SC, Brasil, 1991. Seminário.

- Degasperi, F.T.; - “Análise Detalhada de Sistemas de Vácuo”. Laboratório do Acelerador Linear do Instituto de Física da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil, 1999. Seminário.
- Özisik, M.N. , Boundary Value Problems of Heat Conduction, Dover Publications, 1989.

## **Apêndice C: As Expressões Matemáticas para as Curvas de Velocidade de Bombeamento de Bombas de Vácuo.**

A análise de um sistema de vácuo exige o conhecimento de vários dados pertinentes ao processo de bombeamento de gases e vapores. Alguns desses dados são de fácil obtenção e outros exigem um estudo mais detido e aprofundado para ser empregado com segurança. A velocidade de bombeamento das bombas de vácuo, empregadas nas instalações de vácuo, em geral estão disponíveis nos catálogos dos fabricantes. Os dados acessíveis estão dispostos em curvas de velocidade de bombeamento em função da pressão. No caso de quisermos empreender uma análise matemática em detalhes do processo de bombeamento, o conhecimento dos valores da velocidade de bombeamento das bombas de vácuo será necessário. Quando tratamos o problema e pretendemos obter a solução da equação diferencial por meios numéricos, a apresentação dos dados tabelados é suficiente, porém, de alcance limitado. O alcance maior é conseguido através do conhecimento da curva da velocidade de bombeamento a partir de uma expressão matemática. Desta forma, poderemos fazer qualquer operação matemática com ela, ou seja, integrá-la, diferenciá-la, achar pontos de máximo e mínimo, etc.

Assim, foram obtidas as expressões matemáticas da velocidade de bombeamento das bombas mecânica de palhetas (com um estágio e dois estágios), roots, difusora e turbomolecular. Cabe mencionar que as expressões foram obtidas através de ajustes das curvas obtidas dos catálogos dos fabricantes. O ponto de partida para a obtenção das expressões matemáticas foi a constatação de que as curvas de velocidades de bombeamento são muito similares àquelas dos filtros elétricos, ou seja, filtro passa-alta, filtro passa-baixa e filtro passa-banda.

### **1. Bomba Mecânica de Palhetas.**

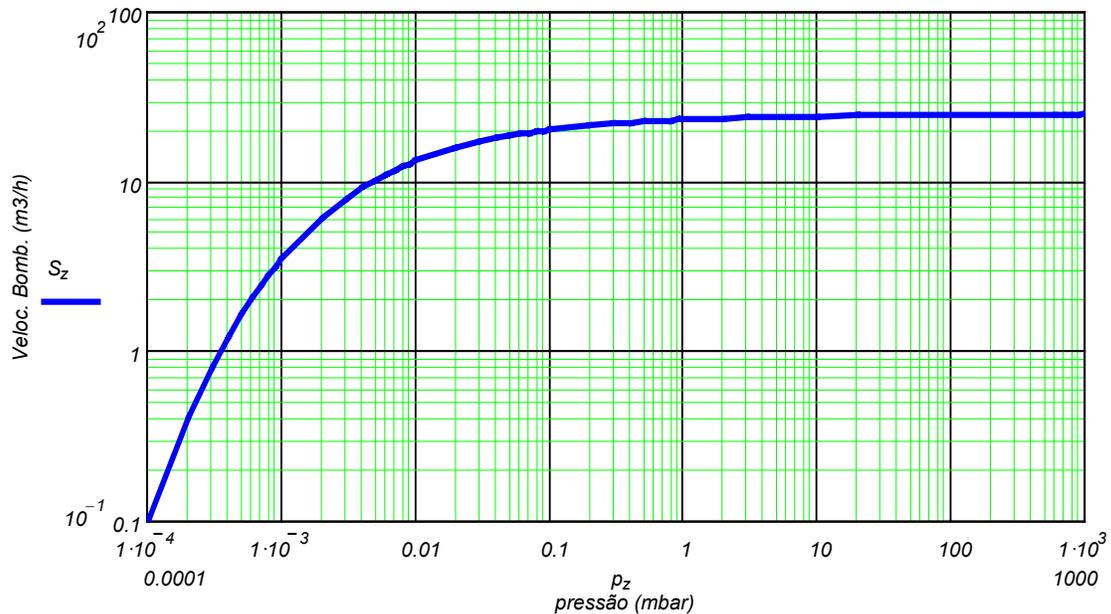
A expressão matemática C.1, para as curvas de velocidade de bombeamento em função da pressão, para as bombas mecânicas de palhetas de um estágio ou dois estágios, está mostrada a seguir,

$$S_{BM}(p) = S_{MÁX} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{p_{final}}{p}\right)^a\right]^b} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{p}{c p_{final}}\right)^d}}\right] \quad (C.1)$$

onde:

- $S_{MÁX}$  é a velocidade máxima de bombeamento, ou ainda, velocidade nominal de bombeamento,
- $p_{final}$  é a pressão mínima que a bomba de vácuo atinge,
- $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  são constantes que dependem de um particular tipo de bomba mecânica de palhetas.

Com o propósito de exemplificar, na Figura C.1 está mostrada a curva de velocidade de bombeamento para a bomba mecânica de palhetas de 2 estágios, modelo E2M18, da marca BOC-Edwards, a partir da expressão C.1.



**Figura C.1** Curva de velocidade de bombeamento da bomba mecânica de palhetas de dois estágios, modelo E2M18 da BOC-Edwards.

Para esta bomba de vácuo, temos os seguintes valores para as constantes da expressão E.1,  $S_{MÁX}=25 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $p_{final}=1,0 \cdot 10^{-4} \text{ mbar}$ ,  $a=0,65$ ,  $b=5$ ,  $c=5$  e  $d=0,7$ .

O fato de termos uma expressão relativamente extensa e com algumas constantes a serem encontradas não deve ser visto como uma dificuldade para a expressão. Por um lado, do ponto de vista computacional, esta expressão não traz dificuldade alguma na sua manipulação numérica. Agora, do ponto de vista de abrangência, o fato de termos as várias constantes faz com que tenhamos liberdade para ajustar uma gama bastante grande de tipos de bombas mecânicas de palhetas. Na verdade, podemos usar a mesma expressão para ajustarmos as bombas de diafragma, bombas secas e bombas *scroll*.

## 2. Bomba Mecânica Roots.

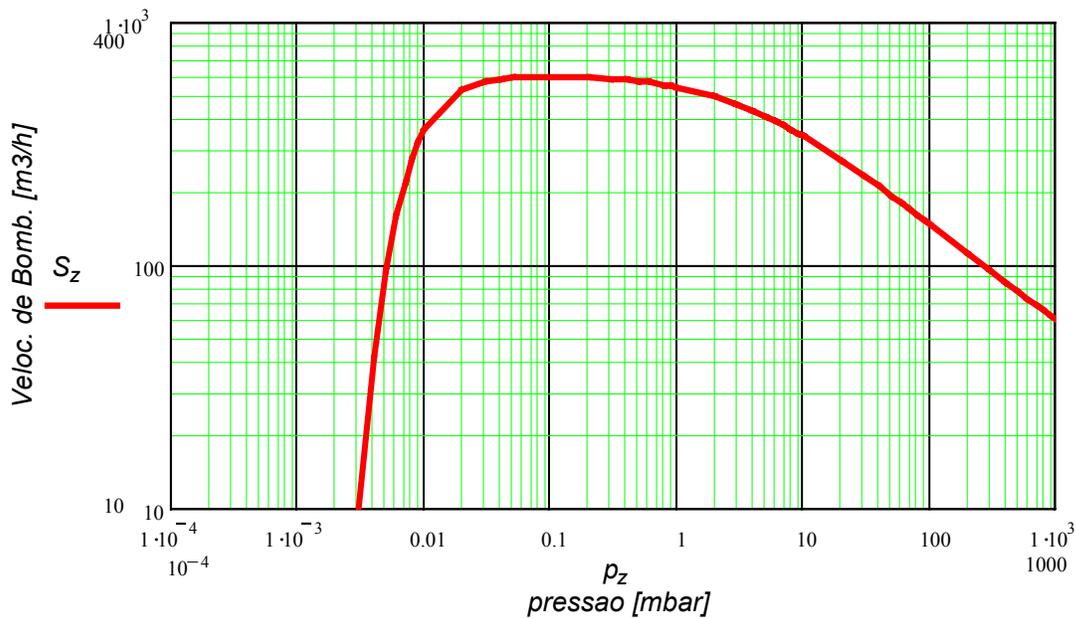
A expressão matemática C.2, para a curva de velocidade de bombeamento em função da pressão, para as bombas mecânicas *roots*, está mostrada a seguir,

$$S_{BR}(p) = S_{MÁX} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{p_{final}}{p}\right)^a\right]^b \left[1 + \left(\frac{p}{1000 \cdot p_{final}}\right)^c\right]^d} \quad (C.2)$$

onde:

- $S_{MÁX}$  é a velocidade máxima de bombeamento, ou ainda, velocidade nominal de bombeamento,
- $p_{final}$  é a pressão mínima que a bomba de vácuo atinge,
- $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  são constantes que dependem de um particular tipo de bomba mecânica roots.

Com a finalidade de ilustrar, a Figura C.2 mostra a curva de velocidade de bombeamento para a bomba mecânica *roots*, modelo EH500, da marca BOC-Edwards, (operando com uma bomba mecânica de palhetas do tipo E1M80) a partir da expressão C.2.



**Figura C.2** Curva de velocidade de bombeamento da bomba mecânica roots, modelo EH500, em série com uma bomba mecânica de palhetas de 1 estágio E1M80 da BOC-Edwards.

Para esta bomba de vácuo, temos os seguintes valores para as constantes da expressão E.2,  $S_{MAX}=605 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $p_{final}=3,0 \cdot 10^{-3} \text{ mbar}$ ,  $a=2$ ,  $b=6$ ,  $c=1,0$  e  $d=0,4$ .

Os comentários feitos sobre a abrangência da expressão para a velocidade de bombeamento da bomba mecânica de palhetas continuam válidos para a caso da bomba mecânica roots.

### 3. Bomba Difusora.

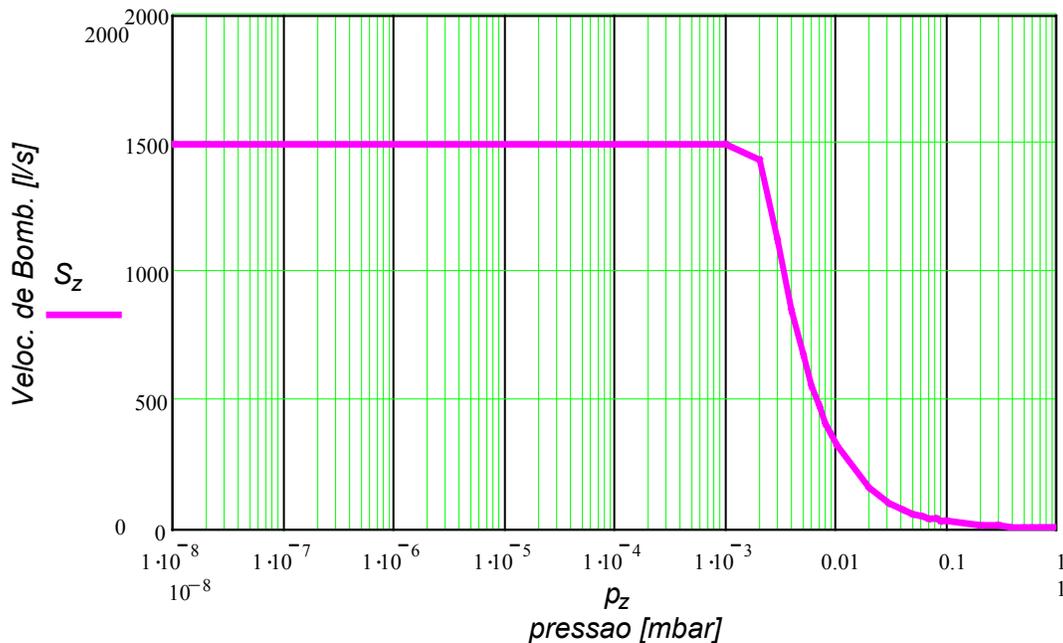
Agora, estamos interessados na curva de velocidade de bombeamento para a bomba difusora. Os casos estudados foram aqueles relativos às bombas de difusão funcionando com jato de vapor de óleo. No caso de queremos considerar as bombas *booster* a vapor, poderemos partir da mesma expressão para as das bombas de difusão. A expressão matemática C.3, relativa a bomba difusora, é mostrada a seguir,

$$S_{BD}(p) = S_{MÁX} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{p}{P_{inicial}}\right)^a\right]^b} \quad (C.3)$$

onde:

- $S_{MÁX}$  é a velocidade máxima de bombeamento, ou ainda, velocidade nominal de bombeamento,
- $p_{inicial}$  é a pressão na qual a bomba de vácuo atinge velocidade de bombeamento máxima,
- $a$  e  $b$  são constantes que dependem de um particular tipo de bomba difusora.

Com a finalidade de ilustrar o caso da bomba difusora, a Figura C.3 mostra a curva de velocidade de bombeamento para a bomba difusora, modelo M-6, da marca Varian. No caso, a bomba difusora opera sem armadilha gelada e sem anteparo e, ainda, tendo, como bomba de pré-vácuo, uma bomba mecânica de palheta com velocidade de bombeamento



**Figura C.3** Curva de velocidade de bombeamento da bomba difusora (sem armadilha gelada), modelo M-6 da Varian, em série com uma bomba mecânica de palhetas de velocidade de bombeamento igual a 19 m<sup>3</sup>/h.

igual a 19 m<sup>3</sup>/h. Nesta situação de operação, a bomba difusora tem uma velocidade de bombeamento de 1500 l/s para a mistura gasosa ar.

Para esta bomba de vácuo, temos os seguintes valores para as constantes da expressão E.3,  $S_{MÁX}=1500$  l/s,  $p_{inicial}= 2,3.10^{-3}$  mbar,  $a= 7$  e  $b= 0,15$ .

Como comentários gerais relativos a expressão C.3, temos a dizer que é uma expressão relativamente mais simples que aquelas vistas anteriormente. A sua simplicidade não significa que tenha um alcance pequeno. Apenas que, no caso, as curvas de velocidade de bombeamento para as bombas difusoras, e também para as *boosters* a vapor, são bem mais simples e com menos detalhes que para as outras bombas de vácuo. As constantes disponíveis são suficientes para ajustar uma quantidade bastante grande das bombas em questão. Também cabe mencionar que, para o caso de as bombas difusoras operarem com anteparos (*baffles*) e armadilhas geladas (*cold trap*), a curva de velocidade de bombeamento para o conjunto pode perfeitamente ser obtida da expressão C.3.

#### 4. Bomba Turbomolecular.

Finalmente, vamos considerar a curva de velocidade de bombeamento da bomba turbomolecular. A tarefa é simples; observando os catálogos dos fabricantes de bombas turbomoculares, verificamos que as suas curvas de velocidades de bombeamento são quase idênticas às das bombas de difusão. Desta forma, empregaremos a mesma expressão matemática C.3. Isto posto, a expressão matemática C.4, mostrada abaixo, será adotada para a curva de velocidade de bombeamento em função da pressão para a bomba turbomolecular. Assim,

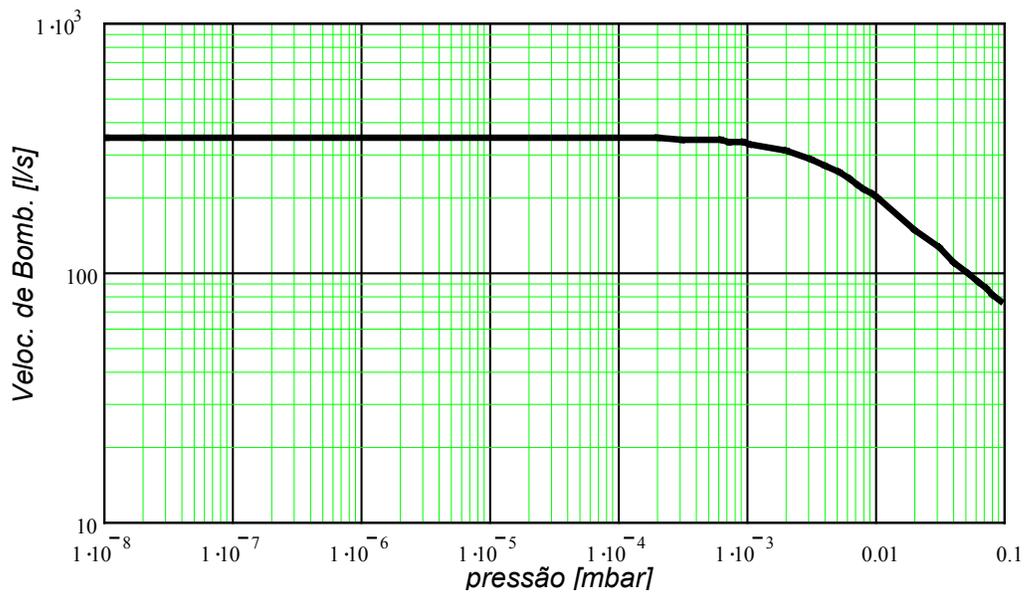
$$S_{BTM}(p) = S_{MÁX} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{p}{p_{inicial}}\right)^a\right]^b} \quad (C.4)$$

onde:

-  $S_{MÁX}$  é a velocidade máxima de bombeamento, ou ainda, velocidade nominal de bombeamento,

- $p_{inicial}$  é a pressão na qual a bomba de vácuo atinge velocidade de bombeamento máxima,
- $a$  e  $b$  são constantes que dependem de um particular tipo de bomba turbomolecular.

Com a finalidade de ilustrar o caso da bomba turbomolecular, a Figura C.4 mostra a curva de velocidade de bombeamento para a bomba turbomolecular, modelo TURBOVAC 361, da marca Leybold.



**Figura C.4** Curva de velocidade de bombeamento da bomba turbomolecular, modelo TURBOVAC 361, da marca Leybold. Tendo como bomba de pré-vácuo, uma bomba mecânica de palhetas modelo D16-B, da marca Leybold.

No caso, a bomba turbomolecular tem como bomba de pré-vácuo uma bomba mecânica de palhetas do tipo D16-B, também da marca Leybold. Para esta bomba de vácuo, temos os seguintes valores para as constantes da expressão E.4,  $S_{MÁX} = 345$  l/s,  $p_{inicial} = 3,2 \cdot 10^{-3}$  mbar,  $a = 1,5$  e  $b = 0,3$ .

Temos verificado que a expressão C.4 é suficiente para ajustar as curvas de velocidade de bombeamento em função da pressão para as bombas turbomoleculares. Além

dessas, podemos também usar a mesma expressão para tratar as bombas turbomoleculares do tipo *drag*.

Apresentamos as expressões matemáticas das curvas de velocidade de bombeamento em função da pressão, das bombas de vácuo mais usadas, tanto na indústria como na ciência. No caso de outros tipos de bombas de vácuo, como por exemplo, a bomba criogênica, a bomba iônica e a bomba de sorção, as curvas de velocidade de bombeamento são próximas de alguma das que já vimos. Desta forma, uma vez havendo necessidade, podemos ir ajustando as constantes até encontrar uma boa proximidade entre elas.

#### Referências:

- Degasperi, F.T. Caderno de Atividades - Notas Particulares. Instituto de Física da Universidade de São Paulo.
- Degasperi, F.T. - "Dedução da Equação Fundamental para o Processo de Bombeamento na Tecnologia do Vácuo. Objetivo Didático". XII Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Ciência e na Indústria, Florianópolis, SC, Brasil, 1991. Seminário.
- Sanches Júnior, R.L Trabalho de Graduação do Curso de Materiais, Processos e Componentes Eletrônicos. Trabalho desenvolvido no Laboratório de Tecnologia do Vácuo da Faculdade de Tecnologia de São Paulo. Trabalho orientado por Francisco Tadeu Degasperi. 1997.
- Degasperi, F.T.; Corrêa Filho, W.F.; Sanches Junior, R.L.; "Detalhes do Processo de Bombeamento em Sistemas de Vácuo Industriais". Sessão "Tecnologia do Vácuo na Indústria" do XIX Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Indústria e na Ciência (CBRAVIC), LNLS, Campinas, SP, Brasil, 1998. Comunicação Oral.
- Catálogos das Seguintes Empresas de Vácuo: Leybold, Pfeiffer-Balzars, Alcatel, Varian, Edwards e Kurt-Lesker.
- Manual do Programa MathCad<sup>TM</sup> – Professional - versão 6.0, MathSoft Inc. Instalado na Faculdade de Tecnologia de São Paulo – Fatec-SP.
- Wieder, S., Introduction to MathCAD for Scientists and Engineers. McGraw-Hill, Inc. 1992.
- Kaganov, I.L., Electronica Industrial – Curso General. Editorial Mir. 1971.

## **Apêndice D: O Bombeamento de Sistemas de Vácuo – Abordagem Discreta. Casos de Estudo.**

Um dos objetivos deste trabalho, muito enfatizado, é a construção de um ferramental analítico-numérico capaz de tratar sistemas de vácuo. Seguindo este objetivo, foram realizadas três análises detalhadas de sistemas de vácuo, extensivamente empregados, tanto no meio industrial como no meio científico. Uma vez escolhidas as bombas de vácuo, com a utilização de catálogos das empresas da área, podemos construir as expressões matemáticas das suas velocidades de bombeamento em função da pressão. Em seguida, devemos especificar as constantes e outras grandezas necessárias para o tratamento detalhado do sistema de vácuo. Assim, será necessário conhecer as dimensões das tubulações, válvulas e outras conexões, a fim de que possamos determinar as condutâncias. Continuando, devemos conhecer os volumes a serem bombeados. Do ponto de vista físico, devemos especificar os regimes de escoamento dos gases, fundamental em tecnologia do vácuo. Uma vez que estas tarefas foram realizadas, podemos resolver numericamente o problema, encontrando a evolução temporal da pressão na câmara de vácuo.

Um outro ponto que não pode deixar de ser visto é aquele referente às fontes de gases e vapores. A quantidade de gás a ser removido é o que define a evolução temporal da pressão na câmara de vácuo, dadas as bombas de vácuo, as condutâncias e o volume a ser bombeado. A especificação das fontes de gases e vapores, com as respectivas expressões matemáticas, na maior parte das vezes, não é uma tarefa fácil.

São apresentadas as análises de três sistemas de vácuo. O primeiro sistema de vácuo é composto por uma câmara de vácuo de pequeno volume, uma bomba mecânica de palhetas. Assim, temos um sistema de pré-vácuo de pequeno porte. Foi considerada uma tubulação de comprimento grande e diâmetro pequeno, com isso, enfatizamos o efeito da condutância no processo de bombeamento. Esta situação não é desejável em tecnologia do vácuo, mas, em alguns casos, como na indústria de refrigeração, isso ocorre. Consideramos apenas o gás do volume participando do bombeamento de pré-vácuo; nesta faixa de pressão, é a fonte de gás dominante em grande parte dos sistemas de vácuo. Nestas

situações, também uma boa análise é importante, uma vez que precisamos determinar, até que ponto estamos realmente bombeando a câmara de vácuo.

O segundo sistema de vácuo considerado foi um de médio porte, exemplificado pelo bombeamento de pré-vácuo de uma metalizadora semi-industrial. Neste caso, optamos pelo uso de uma bomba *roots* para bombear em região de pré-vácuo. A fim de comparar o efeito da condutância no processo de bombeamento, consideramos o circuito de vácuo com e sem tubulação. Foi considerado simplesmente o gás a ser bombeado o do volume da câmara de vácuo (incluindo também o volume dos tubos e conexões em geral). Em um processo de metalização, o pré-vácuo tem apenas o gás do volume como fonte importante. Este caso foi feito no Capítulo III.

Como sabemos, os sistemas de vácuo atingem uma pressão final. No caso do pré-vácuo, a pressão final é determinada primordialmente pela bomba de vácuo. No caso, este fato está considerado na expressão matemática da velocidade de bombeamento em função da pressão. Para tornar a análise mais realista, impusemos um *throughput* final, representando o começo da participação da fonte de gás devida a degaseificação.

Finalizando, o terceiro caso de estudo é o de um sistema de alto-vácuo, este caso foi tratado no Capítulo III. Este sistema de vácuo é tipicamente usado na indústria cuja situação exige pressão da ordem de  $10^{-6}$  mbar, vácuo isento de óleo e alta velocidade de bombeamento. Este caso está exemplificado na indústria de cinescópios e tubos eletrônicos. Foi considerado o bombeamento da pressão atmosférica até a pressão final, da ordem de  $10^{-6}$  mbar. Neste caso, consideramos a participação ativa da degaseificação na região de pré-vácuo.

Os cálculos foram feitos supondo os detalhes das bombas de vácuo e das condutâncias envolvidas; cabe notar a participação da “decisão” do código numérico, quanto ao regime de escoamento do gás. Para tornar a análise do sistema de alto-vácuo mais realista, a degaseificação foi considerada variando com o tempo. Foi adotado o modelo aceito para a degaseificação que, considera para as primeiras onze horas a sua variação como sendo proporcional a  $1/t$ . Para os tempos posteriores, a queda da degaseificação segue um decréscimo exponencial, do tipo  $\exp(-cte \cdot t)$ . Continuando, devemos mencionar que nos cálculos das condutâncias nos regimes de escoamento intermediário e molecular, utilizamos uma expressão que dá conta desses dois regimes. Este

modelo matemático quando o número de Knudsem é maior do que um a expressão recai na expressão aceita exclusivamente para o regime molecular. As modelagens apresentadas, assim como qualquer modelagem de fenômenos da natureza, são uma idealização da realidade. Desta forma, várias simplificações são introduzidas para tornar o problema solúvel – é impossível, em princípio, considerar tudo que acontece com um determinado fenômeno – . Assim sendo, dependendo de cada caso a ser estudado, deveremos analisar o problema e verificar se as introduções simplificadoras feitas anteriormente continuarão sendo válidas. No cálculo das condutâncias no regime de escoamento intermediário existem várias expressões semi-empíricas e assim deveremos decidir a mais adequada para tratarmos do problema específico. Comentário também válido no caso do regime de escoamento viscoso laminar.

Em sistemas de vácuo, como o tratado acima, é comum a exposição de peças da pressão atmosférica ao alto-vácuo. Neste caso, a câmara de vácuo em alto-vácuo, recebe um *throughput*, quase na forma de um pulso quadrado. Desta forma, a pressão cresce rapidamente e em seguida vai novamente quase aos valores anteriores. Ou ainda, em alguns casos podemos ter uma injeção controlada de gases e vapores, podendo ser modelado de forma muito parecida.

O ferramental numérico disponível é capaz de tratar eficientemente muitos problemas de vácuo. O procedimento é totalmente aberto e o analista-projetista tem total conhecimento do que está ocorrendo e ainda tem domínio completo durante a construção do modelo. A plataforma de cálculo adotada é a do programa MathCAD<sup>TM</sup>. Um fato marcante deste programa é o fato de ele trabalhar como se estivéssemos escrevendo em uma folha de papel. Desta forma, podemos acompanhar passo a passo os cálculos realizados, fazendo as correções necessárias e verificando a coerência dos resultados da análise.

#### Referências:

-Degasperi, F.T. Caderno de Atividades - Notas Particulares. Instituto de Física da Universidade de São Paulo.

- Degasperi, F.T. - "Dedução da Equação Fundamental para o Processo de Bombeamento na Tecnologia do Vácuo. Objetivo Didático". XII Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Ciência e na Indústria, Florianópolis, SC, Brasil, 1991. Seminário.
- Degasperi, F.T.; Corrêa Filho, W.F.; Sanches Junior, R.L.; "Detalhes do Processo de Bombeamento em Sistemas de Vácuo Industriais". Sessão "Tecnologia do Vácuo na Indústria" do XIX Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Indústria e na Ciência (CBRAVIC), LNLS, Campinas, SP, Brasil, 1998. Comunicação Oral.
- Degasperi, F.T.; Bottecchia, J.P.; Jungel, M. - "Tópicos de Preparação e Manuseio de Sistemas de Vácuo Industriais em Geral". Sessão "Tecnologia do Vácuo na Indústria" do XVIII Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Indústria e na Ciência (CBRAVIC), Inmetro, Xerém, RJ, Brasil, 1997. Palestra.
- Degasperi, F.T.; - "Aplicações da Tecnologia do Vácuo na Indústria". Programa de Atualização Tecnológica. Faculdade de Tecnologia de São Paulo (Fatec-SP), CEETESP, São Paulo, SP, Brasil, 1998. Palestra.
- Degasperi, F.T.; - "Detecção de Vazamentos". XX Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Indústria e na Ciência (CBRAVIC), Instituto de Física da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil, 1999. Curso.
- Degasperi, F.T.; - "Análise Detalhada de Sistemas de Vácuo". Laboratório do Acelerador Linear do Instituto de Física da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil, 1999. Seminário.
- Catálogos das Seguintes Empresas de Vácuo: Leybold, Pfeiffer-Balzars, Alcatel, Varian, Edwards e Kurt-Lesker.
- Manual do Programa MathCad<sup>TM</sup> – Professional - versão 6.0, MathSoft Inc. Instalado na Faculdade de Tecnologia de São Paulo – Fatec-SP.
- Wieder, S., Introduction to MathCAD for Scientists and Engineers. McGraw-Hill, Inc. 1992.

## **Apêndice E: O Bombeamento de Sistemas de Alto-Vácuo – Abordagem Contínua. Casos de Estudo.**

Um dos objetivos deste trabalho é a construção de um ferramental analítico-numérico capaz de tratar sistemas de alto-vácuo com a obtenção dos valores de pressão em todos os pontos de interesse. Os modelos construídos supõem o escoamento dos gases e vapores ocorrendo no regime molecular, uma vez que consideramos o transporte dos gases através do fenômeno da difusão. Seguindo este objetivo, utilizaremos a formulação contínua para modelar sistema de vácuo com geometria tubular (unidimensional). Apesar da simplicidade da sua geométrica básica, a modelagem de uma série de sistemas de alto-vácuo, por exemplo, linhas de transporte de feixes de partículas elementares, válvulas de potência em microondas tipo *klystron*, tubos em microscópios eletrônicos, e outros, pode ser realizada a partir de tubos.

Apresentamos no Capítulo III casos de estudos com tubos sendo bombeados em suas extremidades, com taxa de degaseificação com diferentes valores ao longo do seu comprimento, velocidades de bombeamento diferentes nas suas extremidades, fontes impulsivas de gás no tempo e no espaço, fontes impulsivas no tempo e com extensão no espaço, tubos com área de seção variável ao longo do comprimento e discutimos a generalização para outros casos. As soluções obtidas para o campo de pressão são em estados estacionário e transiente. As condições de contorno e inicial impostas são analisadas fisicamente. No caso específico dos modelos referentes às fontes impulsivas de gases, temos uma importante consideração a fazer com relação as condições de contorno. Adotamos como condição de contorno que a pressão tende a zero no infinito, ou seja, que o tubo se estende de menos infinito até mais infinito. Quando consideramos fontes impulsivas de gases e vapores pouco intensas, em comparação com o *throughput* devido à degaseificação natural, o modelo é suficiente para estudar os aspectos básicos do processo de bombeamento. A limitação básica do modelo está no conceito fundamental dos fenômenos de origem difusiva. Assim, a hipótese assumida na condição de contorno torna as partes posteriores do tubo real também fontes gasosas, isto não é verdade uma vez que temos bombas de vácuo nas suas extremidades. Assim, se as fontes impulsivas gasosas forem pouco intensas, os gases posteriores aos seus limites não exercerão influência

significativa. Neste Apêndice apresentamos alguns casos de estudo complementando as análises e modelagens realizadas no Capítulo III.

O segundo tipo de sistema de alto-vácuo considerado é o de geometria planar (bidimensional). A motivação é devida aos visores do tipo por efeito de campo, uma vez que estes dispositivos têm a sua vida útil e o seu desempenho fortemente dependentes do nível de vácuo presente. Apresentamos no Capítulo III o estudo da distribuição de pressão e o seu gradiente no estado estacionário em função da disposição das bombas de vácuo do tipo *getter*. Neste Apêndice apresentamos um estudo, ainda em desenvolvimento, sobre o campo de pressão transiente no caso bidimensional, tratado por meio do programa MathCad<sup>TM</sup>.

#### Referências:

- Degasperi, F.T. Caderno de Atividades - Notas Particulares. Instituto de Física da Universidade de São Paulo.
- Degasperi, F.T. - "Dedução da Equação Fundamental para o Processo de Bombeamento na Tecnologia do Vácuo. Objetivo Didático". XII Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Ciência e na Indústria, Florianópolis, SC, Brasil, 1991. Seminário.
- Degasperi, F.T.; - "Análise Detalhada de Sistemas de Vácuo". Laboratório do Acelerador Linear do Instituto de Física da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil, 1999. Seminário.
- Degasperi, F.T.; Mammana, V.P.; "Pressure Field Detailed Calculations for a New Field Emission Device with Improved Vacuum Features". 46<sup>th</sup> International Symposium Vacuum, Thin Films, Surfaces/Interfaces and Processing, American Vacuum Society (AVS), Seattle, Washington, USA, 1999. Apresentação Oral.
- Viana, E.R.; Degasperi, F.T.; "Estudos para a Simulação de Transportes de Gases em Regime de Escoamento Molecular". 1º Fórum de Usuários de MathCAD. Universidade São Marcos, São Paulo, SP, Brasil, 1999. Apresentação Oral.
- Degasperi, F.T.; Mammana, V.P.; Verardi, S.L.L.; Baranauskas, V.; "Calculation of the Vacuum Pressure Gradient in Field Emission Displays". International Conference on Metallurgical Coatings and Thin Films, ICMCTF-2001, San Jose, California, USA, 2001. Trabalho Publicado no periódico Surface and Coating Technology.

- Degasperi, F.T.; Viana, E.R.; Raimundo, D.S.; “Desenvolvimento e Implementação de um Simulador para Estudos de Transporte de Gases no Regime de Escoamento Molecular”. XXII Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Indústria e na Ciência (CBRAVIC). Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, UNESP, Guaratinguetá, SP, Brasil, 2001.
- Degasperi, F.T., Baranauskas, V., “Análise Detalhada de Sistemas de Vácuo”. XXII Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Indústria e na Ciência (CBRAVIC). Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, UNESP, Guaratinguetá, SP, Brasil, 2001.
- Degasperi, F.T.; Verardi, S.L.L.; Martins, M.N.; Takahashi, J.; "Pressure Field in a Tube with a General and Arbitrary Time- and Position-Dependent Degassing". American Vacuum Society 48<sup>th</sup> International Symposium e 15<sup>th</sup> International Vacuum Congress – IUUSTA. San Francisco, California, USA, 2001.
- Degasperi, F.T.; Verardi, S.L.L.; Baranauskas, V.; “Pressure Field Calculation in Vacuum Systems”. American Vacuum Society 48<sup>th</sup> International Symposium e 15<sup>th</sup> International Vacuum Congress – IUUSTA. San Francisco, California, USA, 2001.
- Degasperi, F.T.; Takahashi, J.; Martins, M.N.; "Cálculo Detalhado da Velocidade Efetiva de Bombeamento em Estruturas Complexas de Aceleradores de Elétrons". XX Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Indústria e na Ciência (CBRAVIC), Instituto de Física da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil, 1999. Apresentação Oral.
- Viana, E.R.; Degasperi, F.T.; "Estudos para a Simulação de Transportes de Gases em Regime de Escoamento Molecular". 1<sup>o</sup> Fórum de Usuários de MathCAD. Universidade São Marcos, São Paulo, SP, Brasil, 1999. Apresentação Oral.
- Degasperi, F.T.; “Atividades de Ensino e Pesquisa do Laboratório de Tecnologia do Vácuo da Faculdade de Tecnologia de São Paulo”. XXIII Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Indústria e na Ciência (CBRAVIC). Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Florianópolis, SC, Brasil, 2002. Trabalho apresentado em forma oral.
- Buikema, H.; Hering, V.R.; Mammana, V.P.; Degasperi, F.T.; Pavani Filho, A.; “Calculation of the Deflection for Porous Polyimide Membranes in Field Emission Displays”. Asia Display – IDW 2001 – Society for Information Display. 21<sup>st</sup> International Display Research Conference. The 8<sup>th</sup> International Displays Workshops. Nagoya, Japan, 2001. Trabalho e Painel Premiados pela Excelência.

- Nascimento Filho, A.P., Degasperi, F.T., Martins, M.N., Lima, R.R.; “Projeto e Construção de Sistema de Vácuo da Linha de Feixe dp Booster dp Microtron”. Boletim Técnico da Faculdade de Tecnologia de São Paulo – BT/12. São Paulo, SP, Brasil, 2002.
- Degasperi, F.T.; Martins, M.N.; Takahashi, J.; Verardi, S.L.L.; "Pressure Field Along the Axis of an Accelerating Structure". European Particle Accelerator Conference, EPAC-2002, Paris, França, 2002. Trabalho apresentado em forma de Painel e Publicado nos Anais.
- Manual do Programa MathCad<sup>TM</sup> – Professional - versão 6.0, MathSoft Inc. Instalado na Faculdade de Tecnologia de São Paulo – Fatec-SP.
- Wieder, S., Introduction to MathCAD for Scientists and Engineers. McGraw-Hill, Inc. 1992.

## **Apêndice F: Modelagem do Vazamento Virtual.**

O conhecimento das fontes de gases e vapores constitui um problema central na tecnologia do vácuo. A análise detalhada de sistemas de vácuo somente será possível se as fontes de gases e vapores forem devidamente identificadas e quantificadas, em função do tempo ou da pressão. Geralmente esta tarefa não é fácil e, muitas vezes, somente um conhecimento parcial é atingido.

De todas as fontes de gases importantes para os sistemas de vácuo, o vazamento virtual é aquele com menos informações. Muitos textos sobre vácuo simplesmente o mencionam, dizendo como ele é prejudicial e sugerem algumas práticas construtivas no sentido de evitar o seu aparecimento. O fato de não podermos localizar o vazamento virtual, mesmo que consigamos identificá-lo, torna-o ainda mais indesejado. Ele pode comprometer seriamente o bom desempenho de um sistema de vácuo. O motivo ficará claro quando construirmos o seu modelo.

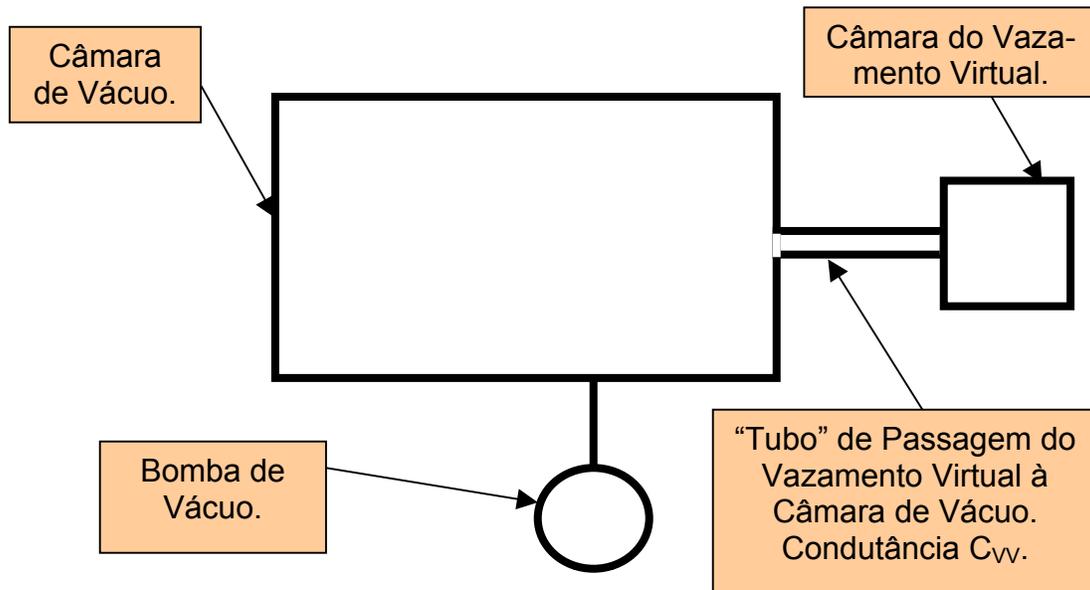
Há uma questão que cabe ser colocada. O que nós conseguimos com o estudo e a construção de um modelo matemático para o vazamento virtual? Poderíamos simplesmente responder dizendo que há um interesse acadêmico em conhecê-lo. Mas, há também a questão prática envolvida. Com o conhecimento matemático sobre o vazamento virtual, podemos ser capazes de identificar a sua presença através do monitoramento da variação da pressão na câmara de vácuo em função do tempo. Veremos que será possível construir um modelo bastante simples sobre ele e obter uma solução analítica de fácil aplicação e de grande alcance.

Na sua essência, o vazamento virtual é um pequeno volume de gás aprisionado dentro da câmara de vácuo. O vazamento virtual será prejudicial para o sistema de vácuo se a passagem, que liga o pequeno volume contendo gás com a câmara de vácuo, tiver uma condutância bastante pequena. Desta forma, o gás aprisionado demorará muito para ser bombeado! Veremos este aspecto mais precisamente a seguir. Para evitar a presença do vazamento virtual, a regra geral é a seguinte: devemos evitar qualquer construção dentro do sistema de vácuo que produza volumes com pequenas passagens de gás para o vácuo. Durante o processo de bombeamento em alto-vácuo, caso haja um vazamento virtual, haverá uma superposição dos efeitos da degaseificação e do vazamento virtual. Isto

certamente trará uma dificuldade adicional na identificação do vazamento virtual. Mais uma razão para conhecermos bem o comportamento dele!

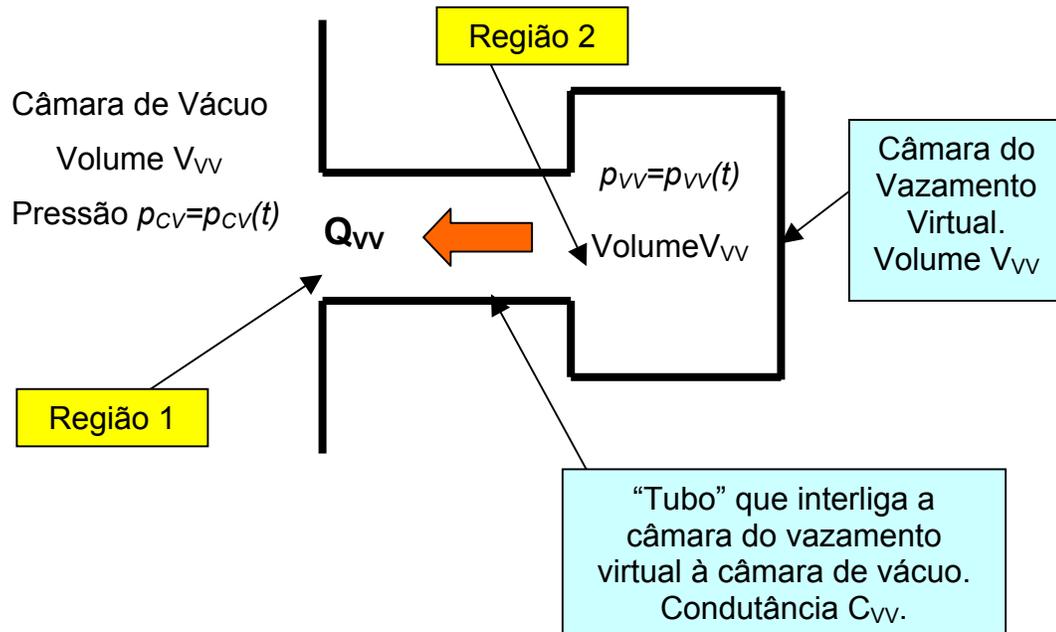
Em contraposição ao vazamento virtual temos o vazamento real. O vazamento real é formado por uma passagem de gás entre o meio externo e o meio interno do sistema de vácuo. Neste caso, teremos uma passagem de gás com *throughput* praticamente constante alimentando o sistema de vácuo. Para o vazamento virtual, à medida que o gás contido no pequeno volume está sendo bombeado, a quantidade deste gás diminui. Fisicamente falando, o vazamento real é constituído por um volume praticamente infinito – a atmosfera é um reservatório de gás!– . Isto faz com que a modelagem do vazamento real seja muito simples, em poucas palavras: uma quantidade de gás da atmosfera passa pelo vazamento real e atinge o sistema de vácuo. O escoamento do gás dá-se em regime viscoso laminar e, para todos os efeitos, consideramos a pressão da câmara de vácuo como sendo zero, uma vez que a pressão na câmara de vácuo geralmente é muito menor que a pressão atmosférica.

O modelo básico para o vazamento virtual pode ser visto esquematicamente na Figura F.1. Vemos a câmara de vácuo, de volume  $V_{VC}$ , conectada à uma bomba de vácuo através de uma tubulação, com velocidade efetiva de bombeamento  $S_{ef}$ . A câmara de vácuo (câmara de vácuo principal) está conectada a um pequeno volume  $V_{VV}$  através de uma passagem de condutância  $C_{VV}$ .



**Figura F.1** O sistema de vácuo mostrando a câmara de vácuo principal, a câmara de vácuo do vazamento virtual, a condutância  $C_{VV}$  e a bomba de vácuo.

Assim, começaremos a estudar sistematicamente a evolução temporal da pressão na câmara do vazamento virtual. A Figura F.2 mostra as partes essenciais para o estudo da dinâmica de gases entre as duas câmaras com gases.



**Figura F.2** Detalhe mostrando a câmara do vazamento virtual de volume  $V_{VV}$  e a câmara de vácuo principal de volume  $V_{CV}$ , interligadas por um tubo de condutância  $C_{VV}$ .

A dinâmica do fluxo dos gases, tanto na câmara de vácuo como na câmara de vácuo do vazamento virtual, pode ser assim explicada: Consideremos que no início da remoção dos gases, o sistema de vácuo estava exposto à pressão atmosférica, de modo que a pressão é a mesma em todas as suas partes (a câmara de vácuo, o tubo e a câmara do vazamento virtual). Quando iniciamos o bombeamento dos gases, a pressão diminuirá na câmara de vácuo. Desta forma, haverá uma diferença de pressão entre a câmara de vácuo (câmara de vácuo principal) e a câmara de vácuo do vazamento virtual. Isto trará como consequência o surgimento de um fluxo de gás da pressão maior,  $p_{VV} = p_{VV}(t)$ , para a pressão menor,  $p_{CV} = p_{CV}(t)$ . Assim, os gases da câmara do vazamento virtual estarão sendo também bombeados. Sem nenhum cálculo prévio, acreditamos que o tempo de bombeamento dos

gases na câmara do vazamento virtual dependerá da razão entre a condutância  $C_{VV}$  do tubo e do volume  $V_{VV}$  do vazamento virtual. Veremos que isto se confirmará!

A velocidade de bombeamento na região 2, na câmara do vazamento virtual, bem junto à entrada do tubo, será chamada de  $S_2$  e a velocidade de bombeamento na região 1, na câmara de vácuo principal, bem na entrada do tubo, será chamada de  $S_1$ . Podemos relacionar estas velocidades de bombeamento e a condutância do tubo  $C_{VV}$  através da equação F.1, mostrada abaixo,

$$\frac{1}{S_2} = \frac{1}{S_1} + \frac{1}{C_{VV}} \Rightarrow S_2 = \frac{S_1 C_{VV}}{S_1 + C_{VV}}. \quad (\text{F.1})$$

Para a existência *de fato* do vazamento virtual, devemos ter  $C_{VV} \ll S_1$ ; assim, podemos simplificar a equação F.1 e ficar com  $S_2 \cong C_{VV}$ . Isto mostra que a remoção dos gases da câmara do vazamento virtual é determinada pela condutância do tubo que liga a câmara de vácuo principal com a câmara de vácuo do vazamento virtual. Desta maneira, temos que, apesar de a velocidade de bombeamento da bomba de vácuo  $S_b$  poder ser de alto valor, o que determinará a queda da pressão na câmara de vácuo será a razão  $\frac{C_{VV}}{V_{VV}}$ . Neste sentido, devemos esperar, na região de alto-vácuo, três etapas bem distintas na curva da pressão em função do tempo na câmara de vácuo principal. Na primeira etapa, teremos a queda de pressão devido à remoção dos gases remanescentes do pré-vácuo. Na segunda etapa, a pressão cai lentamente devido aos gases que saem da câmara de vácuo do vazamento virtual. Finalmente, na terceira etapa, a pressão na câmara de vácuo principal atinge o seu valor mínimo, ou seja, a pressão final  $p_{final}$ .

Em cada uma das etapas apresentadas, as fontes de gases presentes no sistema de vácuo participam conjuntamente, mas haverá a predominância de uma particular, dependendo da sua intensidade. Ainda, se uma determinada fonte de gás for demasiadamente intensa – digamos a sublimação de um determinado material – poderá ocorrer que a fonte de gás relativa ao vazamento virtual seja completamente irrelevante frente àquela. Assim, devemos analisar cada caso, de forma a considerar as particularidades

e aspectos marcantes do processo em questão. Uma análise detalhada em sistemas de vácuo somente poderá ser alcançada se isto for observado profundamente.

Continuando, vamos escrever a equação diferencial fundamental para o processo de bombeamento em vácuo para a câmara de vácuo principal e também para a câmara do vazamento virtual. No caso da câmara de vácuo principal, temos a equação F.2

$$V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -S_{efCV} p_{CV}(t) + \sum_{i=1}^n Q_i \quad (F.2)$$

onde  $\sum_{i=1}^n Q_i$  é a totalidade de fontes de gases presentes no sistema de vácuo.

Consideraremos, no caso em estudo, apenas a presença do vazamento virtual e da degaseificação. Adotaremos simplesmente uma degaseificação constante que fará com que o sistema de vácuo atinja uma pressão final  $p_{final}$ . Assim, podemos escrever

$$\sum_{i=1}^n Q_i = Q_{VV} + Q_{Deg}$$

e a equação F.2 ficará da seguinte forma

$$V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -S_{efCV} p_{CV}(t) + \sum_{i=1}^n Q_i = -S_{efCV} p_{CV}(t) + Q_{VV} + Q_{Deg}.$$

Prosseguindo, podemos expressar o *throughput* devido à degaseificação, em termos da pressão final, da seguinte forma  $Q_{Deg} = S_{efCV} p_{final}$ . Ainda, o *throughput* de origem do vazamento virtual pode ser escrito como  $Q_{VV} = C_{VV} (p_{VV} - p_{CV})$ . Desta maneira, temos que a equação F.1 toma a forma

$$V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -S_{efCV} p_{CV}(t) + C_{VV} (p_{VV} - p_{CV}) + S_{efCV} p_{final}.$$

Reagrupando os termos da expressão acima, ficamos com uma forma adequada para a resolução da equação diferencial.

Explicitando, a equação F.3 é a equação diferencial do processo de bombeamento de gases da câmara de vácuo principal

$$V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -S_{efCV} [p_{CV}(t) - p_{final}] + C_{VV} [p_{VV}(t) - p_{CV}(t)] \quad (F.3)$$

Vemos que, para resolver esta equação, precisamos conhecer a função  $p_{VV} = p_{VV}(t)$ , ou seja, precisamos saber como varia no tempo a pressão na câmara do vazamento virtual. Assim, escrevendo a equação diferencial do processo de bombeamento da câmara do vazamento virtual, temos a expressão F.4

$$V_{VV} \frac{dp_{VV}(t)}{dt} = -S_{efVV} p_{VV}(t) + \sum_{i=1}^n Q_i \quad (F.4)$$

na qual  $\sum_{i=1}^n Q_i$  é a totalidade de fontes de gases presentes na câmara do vazamento virtual.

Consideraremos, no caso do vazamento virtual, somente a fonte de gás devida à degaseificação. Adotaremos simplesmente uma degaseificação constante que fará com que nesta câmara atinja uma pressão final  $p_{final}$ . Assim, podemos escrever

$$\sum_{i=1}^n Q_i = Q_{Deg}$$

e o processo de bombeamento para o vazamento virtual ficará expresso como na equação mostrada abaixo

$$V_{VV} \frac{dp_{VV}(t)}{dt} = -S_{efVV} p_{VV}(t) + \sum_{i=1}^n Q_i = -S_{efVV} p_{VV}(t) + Q_{Deg} \quad .$$

Prosseguindo, podemos expressar o *throughput* devido à degaseificação, em termos da pressão final na câmara do vazamento virtual, da seguinte forma  $Q_{Deg} = S_{efVV} P_{final}$ . Estamos considerando que a pressão final na câmara de vácuo principal seja a mesma da câmara do vazamento virtual. Isto é uma suposição bastante razoável, nada restritiva, não alterando a essência do modelo proposto para o sistema de vácuo. Assim, a expressão para o processo de bombeamento na câmara do vazamento virtual é dada pela equação F.4,

$$V_{VV} \frac{dp_{VV}(t)}{dt} = -S_{efVV} p_{VV}(t) + S_{efVV} p_{final} = -S_{efVV} [p_{VV}(t) - p_{final}] . \quad (F.4)$$

A velocidade efetiva de bombeamento na câmara do vazamento virtual  $S_{efVV}$  é identificada com aquela  $S_2$  da equação F.1. Assim, temos  $S_{efVV} = S_2$ .

A solução da equação diferencial ordinária de primeira ordem, não homogênea com coeficientes constantes F.4, é dada pela função F.5

$$p_{VV}(t) = (p_{VV}^0 - p_{final}) \exp\left(-\frac{S_{efVV}}{V_{VV}} t\right) + p_{final} . \quad (F.5)$$

Estamos considerando que a condição inicial do problema é dada por  $p_{VV}(t=0) = p_{VV}^0$ . Então, a função dada pela expressão F.5, descreve a variação temporal da pressão na câmara do vazamento virtual. De posse desta última função, podemos considerar novamente a equação F.3; assim, rescrevendo-a, temos

$$V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -S_{efCV} [p_{CV}(t) - p_{final}] + C_{VV} [p_{VV}(t) - p_{CV}(t)] .$$

A partir de F.5 e reagrupando os termos de F.3, ficamos com seguinte equação diferencial ordinária de primeira ordem não homogênea com coeficientes constantes, mostrada a seguir na equação F.3a

$$V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -(S_{efCV} + C_{VV}) p_{CV}(t) + \\ + C_{VV} (p_{VV}^0 - p_{final}) \exp\left(-\frac{S_{efVV}}{V_{VV}} t\right) + (C_{VV} + S_{efCV}) p_{final}$$

e, finalmente,

$$\frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -\left(\frac{S_{efCV} + C_{VV}}{V_{CV}}\right) p_{CV}(t) + \\ + \left[\frac{C_{VV} (p_{VV}^0 - p_{final})}{V_{CV}}\right] \exp\left(-\frac{S_{efVV}}{V_{VV}} t\right) + \left(\frac{C_{VV} + S_{efCV}}{V_{CV}}\right) p_{final} \quad (F.3a)$$

Apesar de trabalhosa, a solução da equação diferencial acima pode ser obtida sem muita dificuldade. Estaremos impondo, como condição inicial, que a pressão na câmara de vácuo principal, em  $t = 0$ , seja igual a  $p_{CV}(t = 0) = p_{cv}^0$ . A função F.6, mostrada abaixo, é a solução da equação diferencial F.3a

$$p_{CV}(t) = \left[ p_{CV}^0 - \frac{C_{VV} (p_{VV}^0 - p_{final})}{S_{efCV} + C_{VV} - \frac{S_{efVV} V_{CV}}{V_{VV}}} - p_{final} \right] \exp\left[-\frac{(S_{efCV} + C_{VV})}{V_{CV}} t\right] + \\ + \left[ \frac{C_{VV} (p_{VV}^0 - p_{final})}{S_{efCV} + C_{VV} - \frac{S_{efVV} V_{CV}}{V_{VV}}} \right] \exp\left(-\frac{S_{efVV}}{V_{VV}} t\right) + p_{final} \quad (F.6)$$

A função  $p_{CV} = p_{CV}(t)$  descreve a evolução temporal da pressão na câmara de vácuo principal. Ela é composta de três partes, conforme adiantamos anteriormente em uma

discussão preliminar. A primeira parcela da função  $p_{CV} = p_{CV}(t)$  mostra os efeitos essencialmente dominantes da câmara de vácuo principal. Já a segunda parcela mostra, principalmente, os efeitos relativos aos gases da câmara do vazamento virtual na câmara de vácuo principal. Finalmente, a última parcela é simplesmente devida à degaseificação residual do sistema de vácuo. Vemos que a importância mais ou menos acentuada do vazamento virtual, na evolução temporal na pressão na câmara de vácuo principal, dependerá das relações entre as várias grandezas pertinentes do sistema de vácuo. Ainda, na equação F.6 participam grandezas com valores bastante distintos entre si; neste caso, algumas simplificações são possíveis, deixando a expressão mais simples e adequada para tratar as situações realistas.

Desta forma, iniciaremos analisando os vários termos e fazendo as simplificações fisicamente aceitáveis. Temos que, enquanto o vazamento virtual tiver importância, a pressão na câmara do vazamento virtual será sempre muito maior que a pressão na câmara de vácuo principal; assim podemos escrever,  $p_{VV}(t) \gg p_{CV}(t)$ . A condutância  $C_{VV}$  é o fator limitador para o bombeamento dos gases da câmara do vazamento virtual, desta maneira,  $S_{efVV} \cong C_{VV}$ . Em relação às pressões iniciais nas câmaras de vácuo, temos que  $p_{VV}^0 \gg p_{final}$  e  $p_{CV}^0 \gg p_{final}$ . Ainda, a velocidade efetiva de bombeamento na câmara de vácuo principal será sempre muito maior que velocidade efetiva de bombeamento na câmara de virtual – caso contrário não teríamos o vazamento virtual! – então,  $S_{efCV} \gg S_{efVV} \cong C_{VV}$ . Assim, tendo em conta as aproximações apresentadas acima, podemos escrever os termos da função  $p_{CV} = p_{CV}(t)$  como segue

$$\left[ p_{CV}^0 - \frac{C_{VV} (p_{VV}^0 - p_{final})}{S_{efCV} + C_{VV} - \frac{S_{efVV} V_{CV}}{V_{VV}}} - p_{final} \right] \cong \left[ p_{CV}^0 - \frac{C_{VV} p_{VV}^0}{S_{efCV} - \frac{C_{VV} V_{CV}}{V_{VV}}} \right],$$

e também, para o outro termo

$$\left[ \frac{C_{VV} (p_{VV}^0 - p_{final})}{S_{efCV} + C_{VV} - \frac{S_{efVV} V_{CV}}{V_{VV}}} \right] \cong \left[ \frac{C_{VV} p_{VV}^0}{S_{efCV} - \frac{C_{VV} V_{CV}}{V_{VV}}} \right].$$

Desta maneira, com as simplificações feitas acima, a expressão F.6 fica

$$p_{CV}(t) \cong \left[ p_{CV}^0 - \frac{C_{VV} p_{VV}^0}{S_{efCV} - \frac{C_{VV} V_{CV}}{V_{VV}}} \right] \cdot \exp \left[ -\frac{S_{efCV}}{V_{CV}} t \right] + \left[ \frac{C_{VV} p_{VV}^0}{S_{efCV} - \frac{C_{VV} V_{CV}}{V_{VV}}} \right] \exp \left( -\frac{C_{VV}}{V_{VV}} t \right) + p_{final}.$$

Finalmente, encontramos a expressão que representa a evolução temporal da pressão na câmara de vácuo principal, consideradas como fontes de gases, o vazamento virtual e a taxa de degaseificação constante. Poderíamos em princípio ter considerado a degaseificação dependente do tempo, como estudado no Capítulo III. Neste caso, mesmo não havendo uma solução analítica para a equação diferencial para o processo de bombeamento, faríamos uso do método numérico Euler-Heun ou do método numérico de Runge-Kutta de 4ª ordem para chegarmos à solução. Assim, mesmo não considerando o aspecto, mais realista, da evolução temporal da degaseificação na análise feita, os resultados alcançados mostram o comportamento essencial do vazamento virtual em um sistema de vácuo.

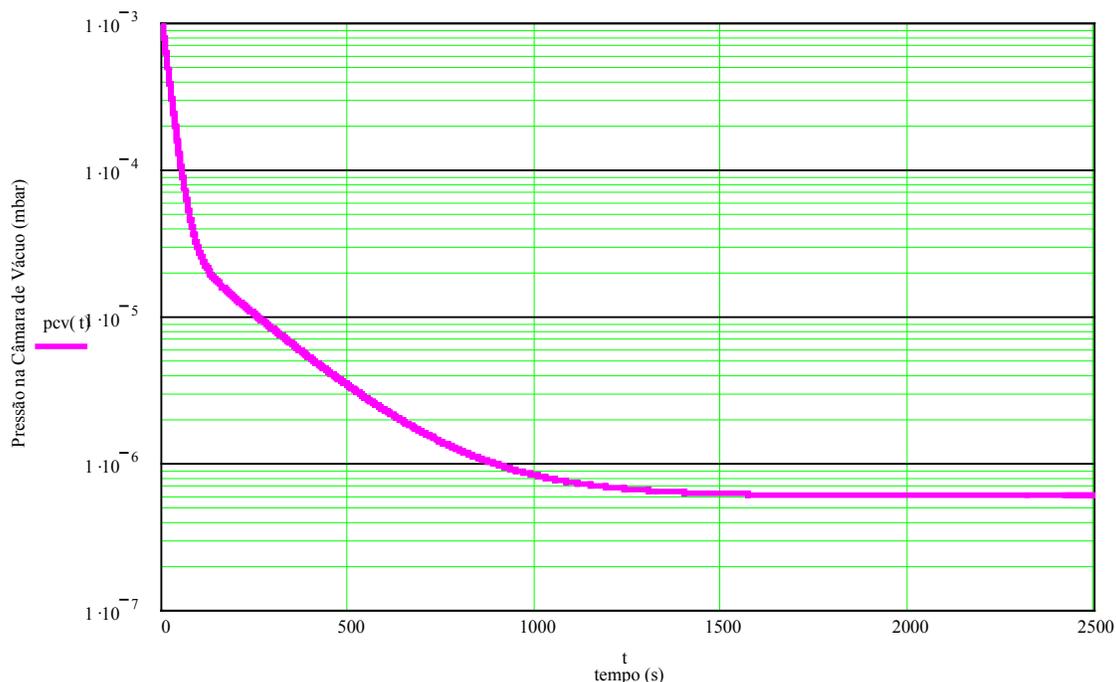
Podemos explorar mais alguns pontos da análise feita, voltando à questão da degaseificação. Antes de tudo, as várias fontes de gases, que participam em um certo sistema de vácuo, manifestam-se geralmente ao mesmo tempo. Uma será mais ou menos importante em uma determinada etapa do processo de bombeamento. Pode ocorrer, por exemplo, que a degaseificação seja tão intensa em um sistema de vácuo que torne a fonte

de gás devido ao vazamento virtual completamente imperceptível . Nestas situações o vazamento virtual poderá não trazer problemas. Mas não é sempre assim.

O vazamento virtual pode também ser prejudicial em um sistema de vácuo no qual vários gases de processo são empregados. Digamos que, após o bombeamento, foi atingida uma dada pressão na câmara de vácuo. Em seguida, um determinado gás é injetado na câmara de vácuo; este gás preencherá também a câmara de vácuo do vazamento virtual. Posteriormente, com a interrupção da entrada do gás injetado, a pressão mais baixa será novamente atingida. Agora, um outro gás de processo é injetado na câmara de vácuo, mas o gás anterior ainda estará suprindo a câmara de vácuo principal, uma vez que a fonte do vazamento virtual está presente. Isto pode ser extremamente prejudicial para o processo em andamento. Assim, apesar de não estarmos preocupados com o valor da pressão final, o vazamento virtual será uma fonte de gás que poderá prejudicar as etapas de um processo. Este fato é de extrema importância em casos, por exemplo, na indústria de microeletrônica, na fabricação de discos compactos – CD e DVD, indústria de lâmpadas de descargas em gases, e outras mais.

Podemos também usar os resultados obtidos neste estudo sobre o vazamento virtual para testar a estanqueidade de peças seladas. Digamos, por exemplo, que os vários envólucros bem distintos um do outro, um marca-passo cardíaco, ou um circuito integrado, ou ainda uma lata de leite condensado, deverão ter as suas estanqueidades verificadas. Podemos proceder da seguinte forma. Inicialmente submetemos uma dada peça a uma alta pressão de gás hélio, com duração de tempo determinada por normas técnicas. Assim, se a peça tiver um furo, mesmo muito pequeno, ou seja, pequena condutância, uma quantidade de hélio entrará nela. Em seguida, colocamos a peça em uma câmara de vácuo, acoplada a um detector de vazamentos ou a um analisador de gases residuais. Assim, poderemos monitorar a evolução temporal da pressão parcial do hélio. Pelo exposto, se a evolução temporal da pressão parcial do hélio for do tipo representada pela expressão F.6, estaremos diante de um vazamento virtual, significando que a peça tem um furo. Deve ficar claro que este tipo de procedimento requer alguns testes e calibrações para a sua validação. Estes procedimentos de validação da metodologia e de sua quantificação não são muito difíceis, requerendo essencialmente, uma compreensão dos conceitos básicos envolvidos.

Finalizando este estudo sobre o vazamento virtual, vamos mostrar como é possível obter as grandezas que definem o vazamento virtual, isto é, a condutância  $C_{VV}$  e o volume da câmara do vazamento virtual  $V_{VV}$ . Através da figura F.3 mostrada abaixo, vemos a evolução temporal da pressão na câmara de vácuo principal.



**Figura F.3** Gráfico da função da pressão na câmara de vácuo principal em função do tempo, com a presença de um vazamento virtual.

O gráfico construído acima tem os seguintes valores para as grandezas pertinentes na modelagem do vazamento virtual:  $V_{CV} = 100$  litros,  $S_{efCV} = 5$  litros/segundo,  $V_{VV} = 3 \cdot 10^{-5}$  litros,  $C_{VV} = 1,5 \cdot 10^{-7}$  litros/segundo,  $p_{CV}^0 = 1 \cdot 10^{-3}$  mbar,  $p_{VV}^0 = 1000$  mbar e  $p_{final} = 6 \cdot 10^{-7}$  mbar. Analisando o segundo trecho reto da curva acima, podemos extrair o valor do seu coeficiente angular. Continuando, a intersecção deste segundo trecho de reta, com o eixo da pressão na câmara de vácuo, nos fornece o fator que multiplica a segunda exponencial da função  $p_{CV} = p_{CV}(t)$ . Desta forma, temos um sistema de duas equações algébricas e duas variáveis, explicitadas abaixo

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{C_{VV}}{V_{VV}} = a \\ \frac{C_{VV} p_{VV}^0}{S_{efCV} - \frac{C_{VV} V_{CV}}{V_{VV}}} = b \end{array} \right. .$$

Vemos que as outras grandezas participantes do sistema algébrico, mostrado acima, são consideradas conhecidas.

Vamos ilustrar com alguns exemplos, o efeito do vazamento virtual nos sistemas de vácuo. São apresentados três casos de estudo, tendo o vazamento virtual uma presença mais ou menos pronunciada. No primeiro caso, apesar de existir e ser notada a sua presença, o vazamento virtual, em aproximadamente 300 segundos, deixa de ser uma fonte de gás importante para o sistema de vácuo. No segundo caso de estudo, o gás do vazamento virtual demora em torno de 1200 segundos para ser bombeado. Finalmente, no último caso, o vazamento virtual não tem participação notada no decorrer do processo de bombeamento dos gases e vapores da câmara de vácuo principal. A relação  $\frac{C_{VV}}{V_{VV}}$  é a que define a participação do vazamento virtual para a evolução temporal da pressão na câmara de vácuo principal. Nos casos estudados, foram adotados valores realistas para as variáveis que aparecem na expressão F.6. Poderíamos ter adotados valores para  $C_{VV}$  e  $V_{VV}$ , os quais tornariam a fonte de gás do vazamento virtual atuando, na queda da pressão na câmara de vácuo principal, por dias, semanas, meses, ou ainda tempos maiores.

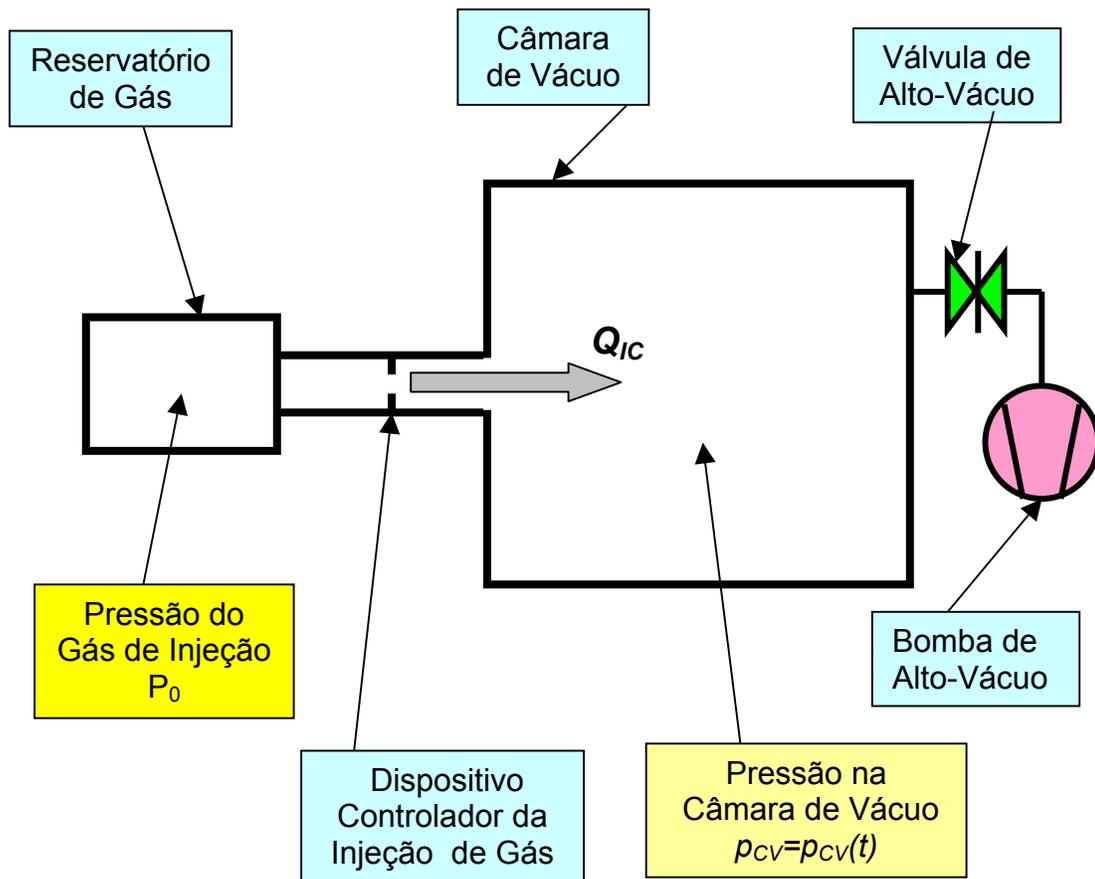
Interrompendo este estudo sobre o vazamento virtual, cabe novamente enfatizar que ele pode comprometer seriamente o bom desempenho de um sistema de vácuo. Neste sentido, devemos ter especial atenção no projeto, construção e instalação das partes componentes dos sistemas de vácuo, a fim de evitar qualquer formação que introduza volumes de gases aprisionados neles. Assim, a modelagem do vazamento virtual e a medição da pressão em função do tempo na câmara de vácuo principal possibilitam ou auxiliam a identificação desta fonte de gases nos sistemas de vácuo. Outrossim, podemos fazer uso do conhecimento do comportamento do vazamento virtual para estudar o grau de estanqueidade de volumes de sistemas selados.

Referências:

- Degasperi, F.T. Cadernos de Atividades – Notas Particulares. Instituto de Física da Universidade de São Paulo. 1990, 1991 e 1993.
- Degasperi, F.T. - "Dedução da Equação Diferencial para o Vazamento Virtual e sua Solução. Objetivo Didático, "XI Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Indústria e na Ciência (CBRAVIC), São Paulo, SP, Brasil, 1990.
- Degasperi, F.T. - "Modelagem para o Vazamento Virtual". Centro Tecnológico para a Informática, Campinas, SP, Brasil, 1990. Seminário.
- Degasperi, F.T. - "Dedução da Equação Fundamental para o Processo de Bombeamento na Tecnologia do Vácuo. Objetivo Didático". XII Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Ciência e na Indústria, Florianópolis, SC, Brasil, 1991. Seminário.
- Ueta, K.; Watari, K. "Equações Diferenciais Ordinárias" - Apostilas da Disciplina de Métodos da Física Teórica. Instituto de Física da Universidade de São Paulo, 1976.

## Apêndice G: Modelagem da Injeção Controlada de Gases.

Muitas aplicações em vácuo fazem uso de gases e vapores durante o seu processo de fabricação ou condicionamento. Nestes casos, os gases e vapores devem ser adicionados à atmosfera rarefeita da câmara de vácuo de maneira controlada. A injeção controlada de gases e vapores em sistemas de vácuo pressupõe a observação de dois aspectos: as doses gasosas devem ter as suas quantidades determinadas *a priori*, e ainda, o instante de entrada dos gases e a duração da injeção devem ser especificados. Desta forma, na injeção controlada de gases e vapores, devemos ter o domínio tanto da quantidade do gás injetado quanto do instante do início da injeção e da sua duração. Esquemáticamente a injeção de gases pode ser representada como mostrada na Figura G.1.



**Figura G.1** Representação esquemática da injeção controlada de gases e vapores em sistemas de vácuo. São mostrados o reservatório de gás de injeção, o dispositivo controlador da injeção de gás e a câmara de vácuo com a bomba de vácuo.

Com o propósito de modelar a entrada de gás em uma câmara de vácuo, vamos considerar inicialmente a definição do problema. Temos um reservatório de gás, a uma pressão considerada constante  $P_0$ , conectado à câmara de vácuo, de volume  $V_{CV}$ . O controle da injeção de gás, do reservatório gasoso à câmara de vácuo, é feito através de um dispositivo, capaz de comandar a sua abertura e seu fechamento. Frequentemente, o dispositivo controlador da injeção de gás é uma válvula de acionamento rápido, podendo ser uma válvula do tipo solenóide, ou ainda, uma válvula piezoelétrica, cuja abertura ou fechamento dá-se pela excitação elétrica em um cristal piezoelétrico. Estas válvulas, geralmente, apresentam um acionamento bastante rápido, com tempo de resposta da ordem de  $10^{-3}$  s, podendo ainda ser menores.

A injeção de gases e vapores nas aplicações envolvendo o vácuo, ocorre, em linhas gerais, da seguinte forma: um reservatório contendo gás, que será injetado na câmara de vácuo, está a uma pressão constante  $P_0$ , o gás escoará até a câmara de vácuo, passando através do dispositivo controlador da injeção do gás. Para efeito de modelagem da injeção controlada de gases, consideraremos o dispositivo controlador da injeção do gás sendo representado apenas por uma abertura de área  $A$ . Consideraremos a condutância da linha de alimentação do gás de injeção como tendo um valor muito grande; com isso, queremos dizer que ela não interferirá na modelagem em questão.

O reservatório de gás está ligado a um cilindro de gás e válvulas reguladoras, a fim de manter a pressão constante na fonte de gás. A pressão no reservatório de gás será mantida em  $P_0 = 1000$  mbar. O gás passa através de uma abertura de área  $A$  e esta será considerada a única restrição à passagem do gás. Após percorrer a linha de injeção, o gás atingirá a câmara de vácuo, cuja pressão base é  $p_{CV} = 1 \cdot 10^{-4}$  mbar. O livre caminho médio é

dado por  $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi n_d \delta^2}$  onde,  $n_d$  é a densidade do gás e  $\delta$  é o diâmetro cinético da

molécula considerada. Sabemos que  $p V = n_m R T$ , ainda  $n_d = \frac{n_m}{V} = \frac{p}{R T}$  assim, podemos

escrever

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi n_d \delta^2} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \frac{n_m}{V} \delta^2} = \frac{R T}{\sqrt{2} \pi p \delta^2} .$$

Para o gás nitrogênio à temperatura ambiente, a expressão do livre caminho médio é

$$\lambda_{N_2} = \frac{6,7 \cdot 10^{-3}}{p}, \text{ com a pressão em mbar e } \lambda_{N_2} \text{ em cm.}$$

No caso do reservatório de gás estar à pressão  $P_0 = 1000$  mbar, temos que  $\lambda_{N_2}^{Res} = 6,7 \cdot 10^{-6}$  cm. Em muitas aplicações, cuja injeção de gás deverá ser feita de forma bastante precisa e reprodutível, a válvula piezoelétrica é geralmente empregada. Uma verificação nos desenhos disponíveis deste tipo de válvula, mostra que a abertura dela tem em torno de  $D_{VP} = 1$  mm de diâmetro. Desta forma, podemos determinar em que regime de escoamento do gás nitrogênio está ocorrendo, aplicando o critério de Knudsen. O número

de Knudsen é dado por  $N_K = \frac{\lambda_{N_2}^{Res}}{D_{VP}}$ , assim  $N_K = 6,7 \cdot 10^{-7}$ , mostrando que estamos em regime

de escoamento viscoso. Segundo a teoria dos fenômenos envolvendo movimento de fluidos compressíveis, passando de um volume para outro, estando a pressões diferentes, temos que o gás flui com velocidades grandes, podendo atingir a velocidade do som. Mantendo a pressão no reservatório de gás constante, no nosso caso  $P_0 = 1000$  mbar e, inicialmente, na câmara de vácuo também a pressão de 1000 mbar. Nesta situação não haverá *throughput* de gás do reservatório para a câmara de vácuo. No entanto, se diminuirmos paulatinamente a pressão na câmara de vácuo, verificamos um aumento do *throughput* de gás saindo do reservatório à câmara de gás. O aumento do *throughput* dá-se até certo valor de pressão na câmara de vácuo.

Como resultado da mecânica dos fluidos aplicada à dinâmica de gases temos que o aumento do *throughput* de gás à câmara de vácuo, considerando um gás diatômico, ocorre até atingir o seguinte valor

$$\frac{P_{CV}}{P_0} = \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = r_c,$$

onde  $r_c$  é a pressão crítica e  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ ; para um gás diatômico,  $\gamma = 1,4$  e  $r_c = 0,525$ . Assim,

quando a pressão na câmara de vácuo atingir o valor de  $p_{CV} = 0,525 \cdot P_0$ , a partir deste

valor, diminuindo a pressão na câmara de vácuo, não se verifica mais o aumento do *throughput* de gás que sai do reservatório de gás e chega à câmara de vácuo. À situação que estamos considerando, para pressões na câmara de vácuo abaixo de  $p_{CV} = 0,525 \cdot 1000 = 525$  mbar, não teremos mais o aumento do *throughput* de gás da injeção.

Considerando uma expansão adiabática, conforme os resultados da dinâmica dos fluidos compressíveis, temos que o *throughput* de gás passando por um orifício de área  $A$  é dado por

$$Q_{IC} = A P_0 \left( \frac{p_{CV}}{P_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \left\{ \frac{2 \gamma}{\gamma - 1} \frac{R T}{M} \left[ 1 - \left( \frac{p_{CV}}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

A condutância da abertura pode ser obtida diretamente da definição, através da expressão

$Q_{IC} = C_{Ab} (P_0 - p_{CV})$ ; desta forma temos

$$C_{Ab} = \frac{Q_{IC}}{(P_0 - p_{CV})} = A \frac{P_0}{(P_0 - p_{CV})} \left( \frac{p_{CV}}{P_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \left\{ \frac{2 \gamma}{\gamma - 1} \frac{R T}{M} \left[ 1 - \left( \frac{p_{CV}}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \Rightarrow$$

$$C_{Ab} = \frac{A}{1 - \left( \frac{p_{CV}}{P_0} \right)} \left( \frac{p_{CV}}{P_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \left\{ \frac{2 \gamma}{\gamma - 1} \frac{R T}{M} \left[ 1 - \left( \frac{p_{CV}}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Vamos observar alguns pontos notáveis nas expressões acima. O *throughput*  $Q_{IC}$  será igual a zero para  $P_0 = p_{CV}$ . Temos também que o *throughput* máximo ocorrerá quando  $0 \leq p_{CV} \leq 0,525 \cdot P_0$ . O primeiro ponto de máximo, a partir da direita no eixo das abcissas pode ser obtido matematicamente através da imposição da condição dada pela seguinte

expressão  $\frac{\partial Q_{IC}}{\partial \left(\frac{P_{CV}}{P_0}\right)} = 0$ . A expressão para o *throughput* máximo, ou seja, quando

$0 \leq \frac{P_{CV}}{P_0} \leq 0,525$ , para o nitrogênio a temperatura de 293 K, é dada por

$$Q_{IC}^{Máx} = 76,6 A P_0 (0,525)^{0,714} \left[1 - (0,525)^{0,286}\right]^{0,5} \Rightarrow$$

$$Q_{IC}^{Máx} = 26,7 A P_0$$

com a pressão no reservatório de gás dada em mbar e a área da abertura da passagem do gás em  $\text{cm}^2$ , o *throughput* é dado em  $\text{mbar.l.s}^{-1}$ .

A condutância pode ser determinada para os dois trechos marcantes da curva do

$Q_{IC} = Q_{IC} \left(\frac{P_{CV}}{P_0}\right)$ . No caso de  $0 \leq \frac{P_{CV}}{P_0} \leq r_c = 0,525$ , temos que a condutância será dada

por  $C_{Ab,1} = \frac{20A}{1 - \frac{P_{CV}}{P_0}}$ . Agora, quando  $0,525 < \frac{P_{CV}}{P_0} < 1$ , temos que a condutância será dada

por

$$C_{Ab,2} = \frac{76,6 A}{1 - \frac{P_{CV}}{P_0}} \left(\frac{P_{CV}}{P_0}\right)^{0,714} \left[1 - \left(\frac{P_{CV}}{P_0}\right)^{0,286}\right]^{1/2}.$$

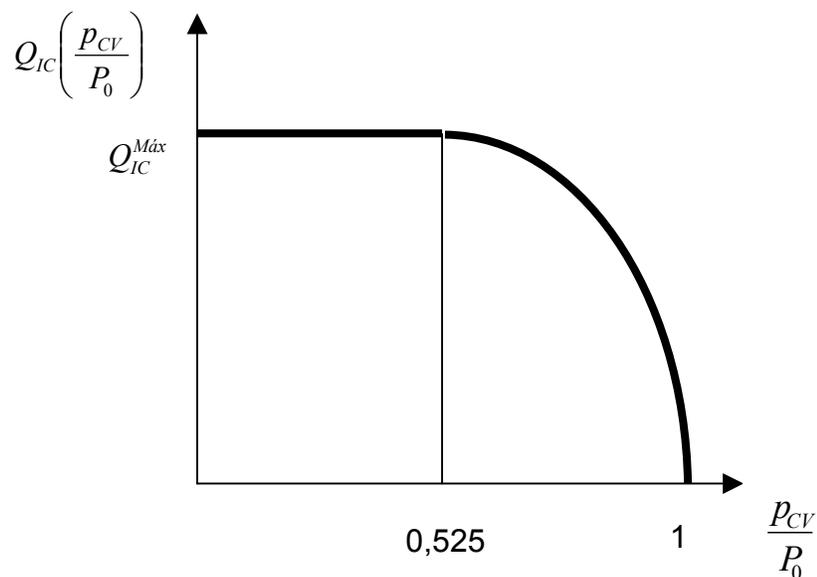
O gráfico da curva  $Q_{IC} = Q_{IC} \left(\frac{P_{CV}}{P_0}\right)$  é mostrado a seguir, com as duas partes

marcantes em destaque, sendo separadas pelo valor da pressão crítica,  $r_c = \frac{P_{CV}}{P_0} = 0,525$ .

Assim, temos a região da curva, cujo valor constante do *throughput* é verificado ao longo

do eixo das abcissas, no intervalo  $0 \leq \frac{P_{CV}}{P_0} \leq r_c = 0,523$ . Agora, temos o valor do

*throughput* variável, ocorrendo no intervalo  $0,525 < \frac{P_{CV}}{P_0} < 1$ . Em geral, nos sistemas de vácuo, com a participação de injeção controlada de gases e vapores, temos na câmara de vácuo pressões menores que  $10^{-2}$  mbar. A pressão no reservatório de gás é geralmente ao de 1000 mbar até 2000 mbar. Tomando esses valores como indicativos, e ainda, considerando que a pressão crítica será em torno de 500 mbar, temos que a injeção de gás dar-se-á de forma que o *throughput* seja constante e determinado pela expressão válida no intervalo  $0 \leq \frac{P_{CV}}{P_0} \leq r_c$ , com  $r_c$  dependendo se o gás é monoatômico, diatômico, etc. No caso do gás nitrogênio, ou também hidrogênio,  $r_c = 0,525$ . As últimas considerações são adotadas para a maioria dos sistemas de vácuo, operando tipicamente dentro da faixa de valores de pressão, tanto na injeção de gás como na câmara de vácuo. Mas, de qualquer forma, sempre deveremos verificar através do cálculo pertinente, a região da curva do *throughput* em que estamos operando. O *throughput* em função de  $\frac{P_{CV}}{P_0}$  está mostrada na Figura G.3.



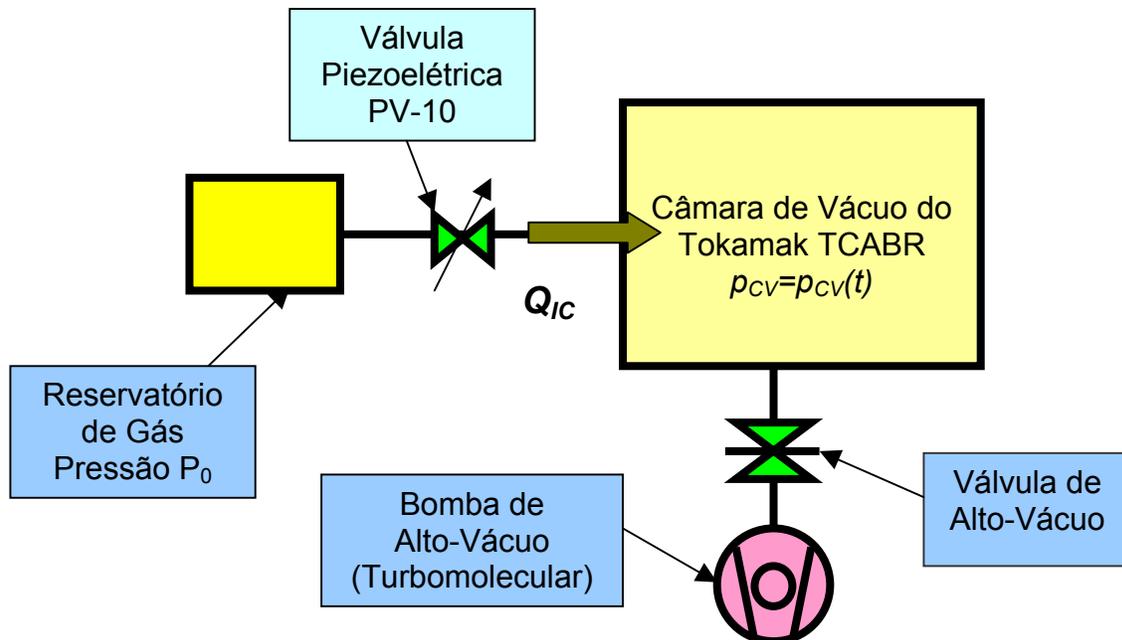
**Figura G.2** Gráfico do *throughput* em função do quociente da pressão na câmara de vácuo pela pressão no reservatório de gás. A pressão no reservatório de gás é mantida constante, com  $P_0 = 1000$  mbar.

Com o propósito de ilustrar a variação de pressão na câmara de vácuo devido à injeção controlada de gás, vamos exemplificar com a câmara de vácuo do Tokamak TCABR. A câmara de vácuo tem um volume de  $V_{CV} = 1000$  litros. Considerando as dimensões da válvula piezoelétrica PV-10 (Marca Veeco) temos que o diâmetro do orifício é igual a 0,02 cm; com isso, a área da abertura é  $A = 1,36 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2$ . Assim, o *throughput* máximo de injeção de gás nitrogênio fica (mais à frente calcularemos para o gás hidrogênio)

$$Q_{IC}^{Máx} = 26,7 A P_0 = 26,7 \cdot 1,36 \cdot 10^{-3} \cdot 1000 \Rightarrow$$

$$Q_{IC}^{Máx} = 36,3 \text{ mbar} \cdot \text{l} \cdot \text{s}^{-1}$$

O esquema a seguir, na Figura G.3, mostra a concepção básica do circuito de vácuo conjugado à injeção controlada de gás do Tokamak TCABR. Este circuito bastante simples foi usado nas primeiras injeções controladas de gás. Atualmente, o circuito é mais sofisticado, com controle dos seus parâmetros por computador e capaz de promover misturas gasosas.



**Figura G.3** Diagrama do circuito de vácuo com a injeção controlada de gás, com a válvula piezoelétrica PV-10, a bomba turbomolecular e a câmara de vácuo do Tokamak TCABR.

A modelagem da injeção controlada de gases à câmara de vácuo, será feita empregando a equação diferencial para o processo de bombeamento em vácuo; assim,

$$V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = -S_{ef} p_{CV}(t) + \sum_{i=1}^n Q_i ,$$

para o caso em estudo, vamos considerar que há somente a fonte devida à injeção controlada de gás. A degaseificação iremos considerá-la, admitindo que partamos de uma pressão base em alto-vácuo. A velocidade efetiva de bombeamento é  $S_{ef} = 200 \text{ l.s}^{-1}$ . Para medir a elevação da pressão na câmara de vácuo, após a abertura da válvula piezoelétrica, fecharemos a válvula da bomba de vácuo turbomolecular. Assim, escrevemos a equação diferencial para o processo de bombeamento

$$V_{CV} \frac{dp_{CV}(t)}{dt} = Q_{Deg} + Q_{IC} ,$$

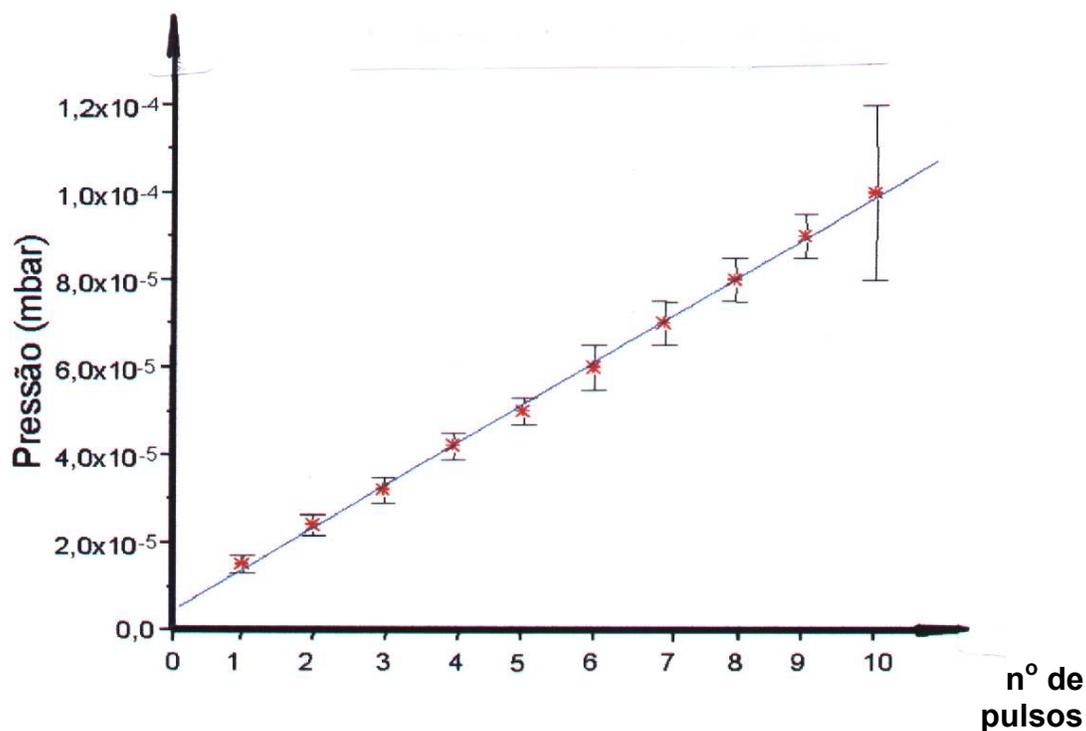
cuja solução geral, admitindo que a pressão na câmara de vácuo, imediatamente antes da primeira injeção de gás, ocorrendo em  $t=t'$ , seja  $p_{CV}(t') = p_{CV}^{inicial}$ , temos

$$p_{CV}^{final} = p_{CV}^{inicial} + \frac{Q_{IC}}{V_{CV}} \Delta t_{injeção}^{pulso} ,$$

admitindo que de um disparo para o disparo seguinte, a pressão na câmara de vácuo aumente segundo a expressão acima e não aumente significativamente devido às outras fontes gasosas. Esta última suposição pode ser bem verificada se não tivermos vazamentos e se a degaseificação não for muito intensa.

Podemos, para cada pulso de injeção de gás com duração  $\Delta t_{injeção}^{pulso}$ , aplicar a solução obtida acima, e assim, encontrar a nova pressão na câmara de vácuo. Ilustrando, vamos considerar uma série de disparos no sistema de injeção de gás do Tokamak TCABR, usando o gás hidrogênio. As grandezas relativas aos disparos são: pressão inicial na câmara de vácuo de  $5.10^{-6}$  mbar, duração do pulso de injeção de gás de 0,280 ms, pressão no

reservatório de gás de 2000 mbar e a temperatura do gás de 293 K. A Figura G.4 mostra a variação da pressão na câmara de vácuo em função do número de disparos na válvula piezoelétrica do sistema de injeção de gás.



**Figura G.4** Gráfico da pressão na câmara de vácuo em função do número de pulsos da válvula piezoelétrica. A pressão base na câmara de vácuo é  $5 \cdot 10^{-6}$  mbar. O gás injetado é o hidrogênio estando a pressão de 2000 mbar. As válvulas entre a câmara de vácuo e as bombas de vácuo estão fechadas.

Vemos no gráfico acima que cada disparo na válvula piezoelétrica faz com que haja uma mesma elevação na pressão na câmara de vácuo. Assim, encontramos que a modelagem da injeção controlada de gás, em uma câmara de vácuo, requereu dois ingredientes: um deles, refere-se ao *throughput* de gás que passa por uma abertura em condições de choque, com número de *Mach* igual a um. Este assunto é tratado pela dinâmica de gases em mecânica dos fluidos compressíveis. O outro, refere-se à variação de pressão na câmara de vácuo; a pressão na câmara de vácuo, em função do tempo, vem da solução da equação fundamental para o processo de bombeamento em vácuo. Analisando

os dados obtidos, da injeção controlada de hidrogênio à câmara de vácuo do Tokamak TCABR, vemos que os dados experimentais têm muito boa concordância com o modelo proposto, em torno de 15%.

O caso modelado acima considerou a variação da pressão na câmara de vácuo com o sistema de bombeamento de gases e vapores estando isolado da câmara de vácuo. Assim, partimos de uma pressão base e estudamos a elevação de pressão na câmara de vácuo após cada injeção de gás. Poderíamos considerar também o caso de as bombas de vácuo estarem atuando na câmara de vácuo, com isso, teríamos que acrescentar na equação diferencial para o processo de bombeamento o termo  $S_{ef}$ . O programa computacional desenvolvido neste trabalho de mestrado é capaz de tratar e analisar a fonte de gás dependente do tempo. No caso específico da injeção controlada de gás, poderíamos modelá-la como uma fonte impulsiva de gás, fazendo uso da função delta de Dirac, ou ainda, da função degrau de Heveaside.

O estudo da injeção controlada de gás que fizemos, também é válido para a injeção de vapor na câmara de vácuo. Nesta situação, devemos nos lembrar que, caso o vapor encontre uma superfície com temperatura abaixo da temperatura de injeção, teremos a sua condensação. Assim, a linha de injeção de vapor deve ser mantida à mesma temperatura em toda a linha de injeção, até atingir a câmara de vácuo.

#### Referências:

- Degasperi, F.T. Cadernos de Atividades – Notas Particulares. Instituto de Física da Universidade de São Paulo. 1998 e 1999.
- Shames, I., Mechanics of Fluids, 3<sup>rd</sup> Edition, McGraw-Hill Book Company, 1985.
- Roth, A., Vacuum Technology. Second and Revised Edition, North-Holland, 1986.
- Nardes, A.M., Fontes Eletrônicas de Alimentação e Controle Usadas em Sistemas de Vácuo. Trabalho de Graduação do Curso MPCE da Fatec-SP. Orientado por Ivan Cunha Nascimento, Juan Iraburu Elisondo, Ablício Pires dos Reis e Francisco Tadeu Degasperi. 1999.

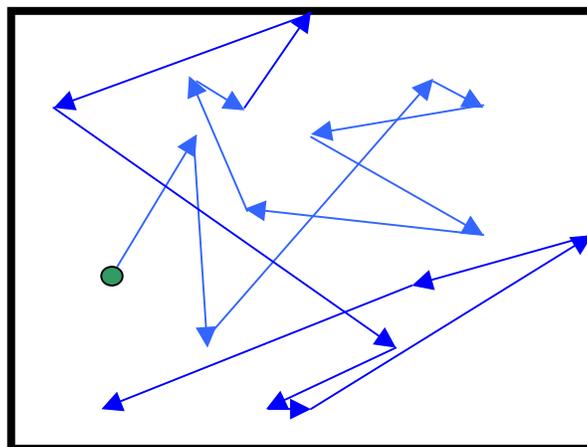
## **Apêndice H: O escoamento dos gases e vapores no regime molecular tratado como um fenômeno de difusão.**

O fenômeno da difusão ocorre em muitos processos na natureza. Ele tem importância nas áreas da física, química e biologia. O de transporte de massa, calor por condução e quantidade de movimento em fluidos são tratados como fenômenos de difusão. Pretendemos considerar o transporte de gases em regime molecular como um fenômeno de difusão. Desta forma poderemos utilizar a equação de difusão para modelar sistemas de alto-vácuo. Uma vez que a física-matemática dos fenômenos de difusão é bastante desenvolvida, principalmente devido à transferência de calor por condução nos sólidos, poderemos utilizar uma série de raciocínios, abordagens e resultados desta área na tecnologia do vácuo. Apesar de termos de adaptar à situação do escoamento dos gases em regime molecular, a transposição não é mecânica, mas muito podemos aproveitar do que já foi desenvolvido.

Mas surge uma questão central: Podemos considerar os gases escoando no regime molecular como sendo um fenômeno de difusão? A resposta não é imediata e nem simples. Na sua essência, o fenômeno da difusão em escala atômica está baseado em choques entre átomos e/ou moléculas e dependendo da concentração teremos o fluxo da grandeza sendo estudada (calor por condução, massa ou quantidade de movimento). Assim, para que possamos considerar o transporte de uma grandeza como sendo um fenômeno de difusão, o seu transporte deve satisfazer uma condição básica, que é o transporte (visto de forma microscópica) ser do tipo do *passeio aleatório*. Isto significa que (microscopicamente falando) o transporte da grandeza tem igual probabilidade de ser em qualquer direção em um dado evento de choque atômico e/ou molecular.

A Figura H.1 mostra de forma pictórica um recipiente contendo gás. Vamos supor a possibilidade de seguirmos a trajetória de um átomo. Veremos este átomo chocando-se com os átomos vizinhos do gás e também com as paredes do recipiente. Dependendo do valor da pressão teremos um valor de livre caminho médio ( $\lambda$ ). Se o livre caminho médio for menor que as dimensões típicas do recipiente, teremos os choques dos átomos ou moléculas ocorrendo preferencialmente como os átomos ou moléculas vizinhos. Entretanto, se a pressão for suficientemente baixa, teremos os choques dos átomos ou moléculas ocorrendo

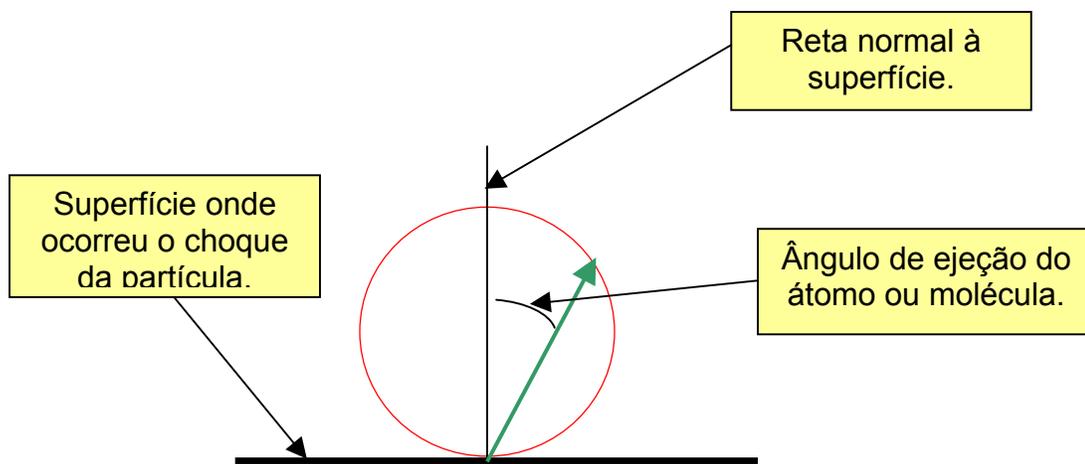
essencialmente com as paredes do recipiente. Veja que não é impossível ocorrer choques dos átomos ou moléculas entre si, mas é bastante improvável e quanto menor a pressão mais improvável será. Apesar do fenômeno da difusão, macroscopicamente falando ser de carácter determinístico, a sua origem física (passeio aleatório) tem carácter intrinsecamente probabilístico.



**Figura H.1** *Um átomo ou molécula de um gás confinado em um recipiente realizando o passeio aleatório. O fenômeno é de natureza física intrinsecamente probabilística.*

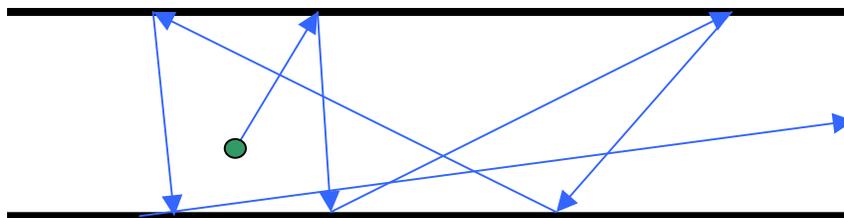
Desta forma surge a necessidade de analisarmos o escoamento dos gases e vapores no regime molecular e dizer se podemos tratar este escoamento como sendo um fenômeno de origem difusiva. Considerando uma análise heurística, podemos dizer que uma vez que os choques dos átomos ou moléculas ocorrendo com as paredes obedecem a regra de *Knudsen*, isto faz com que as partículas tenham igual probabilidade de seguir à direita ou à esquerda do tubo. A regra de *Knudsen* declara que o ângulo da ejeção de átomos e moléculas de uma superfície é proporcional ao cosseno do ângulo de ejeção com a reta normal à superfície e mais, o ângulo de ejeção não depende do ângulo de incidências dos átomos e moléculas na superfície. Dizemos que não há “efeito de memória” no processo de colisão-espalhamento. De forma fundamental, podemos dizer que para as condições normais de operação dos sistemas de alto-vácuo, os átomos e moléculas têm um comprimento de onda de *de Broglie* menor que o tamanho da irregularidade das superfícies dos materiais que compõem o sistemas de vácuo.

Desta forma, a ejeção dos átomos e moléculas segue um comportamento de espalhamento difusivo. Ao contrário, se o tamanho da irregularidade das superfícies for menor que o comprimento de onda de *de Broglie* dos átomos e moléculas, teremos um espalhamento especular. A analogia com o caso das ondas eletromagnéticas (caso óptico) não é mera coincidência, está no bojo dos princípios da mecânica quântica. A Figura H.2 mostra esquematicamente a construção geométrica para a *regra de Knudsen*.



**Figura H.2** Construção geométrica para a regra de Knudsen para a ejeção de átomos ou moléculas de uma superfície.

Assim, a obediência da regra de *Knudsen* leva à “randomização” na distribuição das direções das trajetórias dos átomos e moléculas no regime molecular. Esquematicamente, os gases e vapores escoam ao longo de um tubo conforme mostrado na Figura H.3. Pelo exposto, consideramos o escoamento dos gases e vapores ocorrendo em regime molecular como sendo um fenômeno de caracter difusivo. Existem casos, observados experimentalmente, nos quais há um desacordo com a regra de *Knudsen*. O processo de colisão e espalhamento de átomos e moléculas com superfícies sólidas depende em geral do tipo de átomo ou molécula, do material da superfície, do estado mecânico da superfície, da estrutura cristalina da superfície, do ângulo de ejeção e do momento linear do átomo ou molécula incidente à superfície. Como vemos o espalhamento de átomos e moléculas pode ser um processo físico complicado. Apesar disto, observamos experimentalmente que para os casos que ocorrem na tecnologia do vácuo a regra de *Knudsen* é obedecida.



**Figura H.3** *Átomo ou molécula realizando o passeio aleatório em um tubo devido a ocorrência dos choques com as paredes deste tubo com a obediência da regra de Knudsen.*

Que pese a rápida argumentação feita acima sobre a adoção do escoamento dos gases e vapores no regime molecular, devemos ter em conta que para os outros tipos de fenômenos de transporte sempre estaremos fazendo a suposição se eles podem ou não ser tratados como um fenômeno de difusão. Uma ferramenta que podemos fazer uso no sentido de corroborar o fato do escoamento no regime molecular ser tratado como um fenômeno difusivo é através de uma simulação. Podemos usar o método de Monte-Carlo ou através da equação de *Boltzmann*. Mas, em última instância, a comparação dos resultados da modelagem através da equação de difusão com os dados experimentais será decisiva para o julgamento de estarmos diante de um fenômeno de difusão ou não.

#### Referências:

- Degasperi, F.T. Caderno de Atividades - Notas Particulares. Instituto de Física da Universidade de São Paulo.
- Degasperi, F.T. - "Dedução da Equação Fundamental para o Processo de Bombeamento na Tecnologia do Vácuo. Objetivo Didático". XII Congresso Brasileiro de Aplicações de Vácuo na Ciência e na Indústria, Florianópolis, SC, Brasil, 1991. Seminário.
- Degasperi, F.T.; - "Análise Detalhada de Sistemas de Vácuo". Laboratório do Acelerador Linear do Instituto de Física da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil, 1999. Seminário.
- Viana, E.R. "Estudos para a Simulação de Transporte de Gases em Regime de Escoamento Molecular". Trabalho de Graduação do Curso de MPCE. Faculdade de Tecnologia de São Paulo. Orientador: F.T. Degasperi. 1999.

- Raimundo, D.E. “Simulação de Escoamentos de Gases no Regime Molecular”. Trabalho de Graduação do Curso de MPCE. Faculdade de Tecnologia de São Paulo. Orientador: F.T. Degasperi. 2001.
- Walton, A.L.; “Three Phases of Matter”. Second Edition. Oxford University Press. 1992.
- Pécsele, H.L.; “Fluctuations in Physical Systems”. Cambridge University Press. 2000.