

Universidade Estadual de Campinas

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

LCSI

Departamento de Máquinas, Componentes e Sistemas Inteligentes

Laboratório de Controle e Sistemas Inteligentes

200604616

Identificação Multivariável de um Processo de Incineração de Resíduos Líquidos Utilizando Modelos Nebulosos Takagi-Sugeno

Autor: Felipe de Mello Almeida

Orientador: Prof. Dr. Gilmar Barreto

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

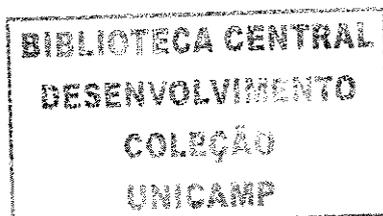
Banca Examinadora:

Gilmar Barreto, Dr. DMCSI/FEEC/UNICAMP

João Viana da Fonseca Neto, Dr. DEE/UFMA

Celso Pascoli Bottura, Dr. DMCSI/FEEC/UNICAMP

Wagner Caradori do Amaral, Dr. DCA/FEEC/UNICAMP



Campinas, SP
26 de Agosto, 2005

Este exemplar corresponde a redação final da tese defendida por Felipe de Mello Almeida aprovada pela Comissão julgada em 26/08/2005
Gilmar Barreto
Orientador

UNIDADE	180
Nº CHAMADA	
	FILIPINE
	6642
V	EX
TOMBO BC/	67/60
PROC.	123/06
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	11.00
DATA	2/3/06
Nº CPD	

BIBID-374455

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Almeida, Felipe de Mello

AL64i Identificação multivariável de um processo de incineração de resíduos líquidos utilizando modelos nebulosos Takagi-Sugeno / Felipe de Mello Almeida. --Campinas, SP: [s.n.], 2005.

Orientador: Gilmar Barreto.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Incineração. 2. Resíduos industriais. 3. Identificação de sistemas. 4. Sistemas nebulosos. I. Barreto, Gilmar. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III Título.

Título em Inglês: Multivariable identification of liquid residue incineration process using Takagi-Sugeno fuzzy models.

Palavras-chave em Inglês: Incineration, Industrial wastes, Identification systems, Fuzzy systems.

Área de concentração: Automação

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora: João Viana da Fonseca Neto, Celso Pascoli Bottura, Wagner Caradori do Amaral.

Data da Defesa: 26/ 08/2005

“Não vou me deixar embrutecer, eu acredito nos meus ideais e podem até maltratar meu coração que meu espírito ninguém vai conseguir quebrar...”

Renato Russo

Aos meus pais, Galileu e Suzana
Aos meus irmãos, Rafael e Vinicius
Á minha avó Jurema e aos meus familiares

Agradecimentos

- Ao prof. Dr. Gilmar Barreto, pela orientação, pela liberdade de escolha do tema desta dissertação e pelo apoio nestes dois anos de orientação.
- Ao prof. Dr. Celso Pascoli Bottura, pelos conselhos e críticas oportunas.
- Aos amigos(as): André, Amílcar, Annabel, Fernando, Ginalber, Lorena, Marcelo e Rogério, pelas sugestões e pelo clima de companheirismo criado dentro do Laboratório de Controle e Sistemas Inteligentes.
- À empresa BASF S.A, principalmente ao Sr. Carlito Marques pelo fornecimento dos dados do processo e pela liberação do equipamento para pesquisa científica.
- Ao CNPq, pelo apoio financeiro.
- Quero expressar a minha admiração e gratidão aos meus pais, pela pessoa que sou e porque tudo o que conquistei em minha vida devo a eles, e à minha família, principalmente aos meus irmãos, à minha avó Jurema, ao meu avô, aos meus tios, tias e primos(as) por todas as considerações, orações e incentivos.

Resumo

Este trabalho enfoca o problema de identificação multivariável de um processo de incineração de resíduos líquidos que faz parte do complexo da unidade de utilidades da empresa BASF S.A, localizada em Resende-RJ. Para trabalhos futuros, pretendemos utilizar esta identificação em um projeto de controlador inteligente. A escolha desse processo foi motivada pelo potencial de melhoria no sistema de controle da combustão, sendo realizado um estudo com as possíveis melhorias econômicas e operacionais com a otimização do processo de incineração. Os sistemas nebulosos foram enfocados de maneira especial, por causa da sua capacidade de processar informação de natureza incerta e qualitativa. O modelo nebuloso Takagi-Sugeno (TS) foi implementado para representar o processo de incineração de resíduos líquidos em estudo. Os resultados das simulações efetuadas com os modelos nebulosos TS obtidos representam de maneira adequada o comportamento real do sistema de incineração.

Palavras Chaves: Incineração de Resíduos Líquidos, Otimização de Processos, Identificação de Sistemas Multivariáveis, Sistemas Nebulosos, Takagi-Sugeno.

Abstract

This work is concerned with the problem of multivariable identification of liquids residues incineration process that is a complex part of utilities unit in BASF SA. Company, located in Resende-RJ. For future works, we intend use this identification in an intelligent controller design. The choice of this process was motivated by the potential of improvement on combustion system control of the incineration process, and was realized a study considering the possible economic and operational improvements with the incineration process optimization. The fuzzy systems were focused in a special way, because of its capability to process information of uncertain and qualitative nature. The Takagi-Sugeno (TS) fuzzy model was implemented to represent the studied liquids residues incineration process. The simulation results obtained with TS fuzzy models represent, in an adequate way, the real behavior of an incineration system.

Keywords: Liquids residues incineration, Process Optimization, Multivariable Systems Identification, Fuzzy Systems, Takagi-Sugeno.

Lista de Siglas e Abreviações

- ARMAX: *Auto Regressive Moving Average with eXogenous inputs.*
- ARX: *Auto Regressive with eXogenous inputs.*
- BLUE: *Best Linear Unbiased Estimation.*
- B.P.F: Baixo Ponto de Fulgor.
- CMAC: *Cerebellar Model Articulation Controller.*
- CLP: Controlador Lógico Programável.
- CO: Monóxido de Carbono.
- EQM: Erro Quadrático Médio.
- FCM: *Fuzzy C-Means.*
- FIV: *Fuzzy Instrumental Variable.*
- FRP: *Fiberglass Reinforced Polyester.*
- GG: Gath-Geva.
- GK: Gustafson Kessel.
- MIMO: *Multiple Input Multiple Output.*
- MISO: *Multiple Input Single Output.*
- NaOH: Hidróxido de Sódio.
- NARMAX: *Nonlinear Auto Regressive Moving Average with eXogenous inputs.*
- NARX: *Nonlinear Auto Regressive with eXogenous inputs.*
- NFIR: *Nonlinear Finite Impulse Response.*
- NOBF: *Nonlinear Orthonormal Basis Functions.*
- NOE: *Nonlinear Output Error.*
- O₂: Oxigênio.
- SDCD: Sistema Digital de Controle Distribuído.
- SIMO: *Single Input Multiple Output.*
- SISO: *Single Input Single Output.*
- SO₂: Dióxido de Enxofre.
- TS: Takagi-Sugeno.
- VAF: *Variance Accounted For.*

Lista de Figuras

2.1	Diagrama do processo de incineração.....	15
2.2	Diagrama da câmara de combustão e oxidação.....	18
2.3	Diagrama do tanque de resfriamento.....	19
2.4	Diagrama das torres de separação inicial, final e do lavador de particulado.....	20
2.5	Diagrama do lavador de gases.....	21
2.6	Controlador inteligente interagindo com as variáveis.....	22
2.7	Redução da variabilidade do processo possibilitando o aumento do valor de referência.....	25
3.1	O conceito geral de sistema.....	30
3.2	Hierarquia de sistemas.....	30
3.3	Circuito somador completo.....	31
3.4	Representação da tabela verdade do somador completo.....	31
3.5	Procedimento básico para identificação de sistemas.....	34
3.6	Sistemas SISO, SIMO, MISO e MIMO.....	36
3.7	Representação de um processo estocástico estacionário.....	38
3.8	Representação de um modelo ARMAX.....	39
3.9	Representação de um modelo ARX.....	40
4.1	Sistema de inferência nebuloso.....	44
4.2	Função de pertinência: Conjunto clássico.....	46
4.3	Função de pertinência: Conjunto nebuloso.....	46
4.4	Função de pertinência triangular.....	46
4.5	Função de pertinência trapezoidal.....	46
4.6	Função de pertinência gaussiana.....	47
4.7	Conjunto unitário.....	47
4.8	Suporte (S_A), α -Corte ($C_{\alpha A}$), núcleo (N_A).....	48
4.9	(a) Conjunto nebuloso normal (b) Subconjunto nebuloso subnormal.....	48
4.10	Conjunto convexo.....	49
4.11	Conjunto não-convexo.....	49
4.12	(a) Conjunto nebuloso (b) Subconjunto nebuloso.....	49

4.13 Conjuntos nebulosos A e B	49
4.14 União entre os conjuntos nebulosos A e B	50
4.15 Interseção entre os conjuntos nebulosos A e B	50
4.16 Complemento do conjunto nebuloso A	50
4.17 Relação nebulosa num universo discreto.....	54
4.18 Partição esparsa no universo X da variável vazão.....	57
4.19 Partição fina no universo X da variável vazão.....	57
4.20 Interpretação para a regra “se A então B ”: (a) Conjunção f_i (b) Implicação f_i	59
4.21 Processo de Inferência com a função $f(x)$: (a) ponto-a-ponto (b) intervalo.....	61
4.22 Plano de raciocínio nebuloso envolvendo uma base de regras que define um grafo nebuloso	63
4.23 Inferência no modelo Mandani.....	66
4.24 Inferência no modelo Takagi-Sugeno.....	68
6.1 Processo de incineração multivariável.....	101
6.2 Efluente aquoso (u_1): Vazão (Kg/h) x Horas.....	103
6.3 Efluente orgânico (u_2): Vazão (Kg/h) x Horas.....	103
6.4 Óleo combustível (u_3): Vazão (Kg/h) x Horas.....	104
6.5 Ar de combustão (u_4): Vazão (cfm) x Horas.....	104
6.6 Oxigênio (y_1): Teor de O_2 (%) x Horas.....	105
6.7 Dióxido de enxofre (y_2): Concentração de SO_2 (mg/Nm ³) x Horas.....	105
6.8 Monóxido de carbono (y_3): Concentração de CO (mg/Nm ³) x Horas.....	106
6.9 Modelo nebuloso TS multivariável.....	110
6.10 Oxigênio (y_1): Grau de pertinência x Teor de O_2 (%).....	115
6.11 Dióxido de enxofre (y_2): Grau de pertinência x Concentração de SO_2 (Nm ³ /h).....	115
6.12 Monóxido de carbono (y_3): Grau de pertinência x Concentração de CO (Nm ³ /h)....	116
6.13 Oxigênio (y_1): Teor de O_2 (%) x Horas (-) dados medidos, (--) saída do modelo nebuloso TS.....	117
6.14 Dióxido de enxofre (y_2): Concentração de SO_2 (mg/Nm ³) x Horas (-) dados medidos, (--)saída do modelo nebuloso TS.....	117
6.15 Monóxido de carbono (y_3): Concentração de CO (mg/Nm ³) x Horas (-) dados medidos, (--)saída do modelo nebuloso TS.....	118

Lista de Tabelas

3.1 Tabela verdade.....	31
4.1 Propriedades algébricas com conjuntos clássicos.....	51
6.1 Resultados de validação para saída 1 (O ₂).....	112
6.2 Resultados de validação para saída 2 (SO ₂).....	113
6.3 Resultados de validação para saída 1 (CO).....	113

Conteúdo

1	Geração de Resíduos	1
1.1	Introdução.....	1
1.2	Soluções para os Resíduos.....	4
1.3	Objetivos desta Dissertação.....	7
1.4	Organização.....	10
2	Processo de Incineração de Resíduos Líquidos	12
2.1	Introdução.....	12
2.2	Breve Histórico.....	13
2.3	Incinerador de Resíduos Líquidos da Empresa BASF S.A.....	15
2.4	Viabilidade Econômica.....	23
2.5	Resumo.....	27
3	Introdução a Teoria de Identificação de Sistemas	28
3.1	Introdução.....	28
3.2	Teoria de Sistemas.....	29
3.2.1	Sistema Estático.....	31
3.2.2	Sistema Dinâmico.....	32
3.3	Identificação de Sistemas.....	32
3.4	Resumo.....	41
4	Teoria de Sistemas Nebulosos	42
4.1	Introdução.....	42
4.2	Introdução a Teoria de Conjuntos Nebulosos.....	45
4.2.1	Tipos de Funções de Pertinência.....	45
4.2.2	Definições em Conjuntos Nebulosos.....	47
4.2.3	Operações com Conjuntos Nebulosos.....	49
4.2.4	Relações Nebulosas.....	54
4.3	Modelagem de Sentenças com Regras Nebulosas.....	56
4.3.1	Variáveis Lingüísticas.....	56
4.3.2	Regras Nebulosas.....	58
4.3.3	Processo de Inferência.....	60

4.3.4	Regra da Composição.....	61
4.4	Sistemas Nebulosos.....	63
4.4.1	Métodos de Transformação de Saída.....	64
4.4.2	Modelos de Sistemas Nebulosos.....	65
4.5	Resumo.....	69
5	Identificação Paramétrica do Modelo Nebuloso Takagi-Sugeno	70
5.1	Introdução.....	70
5.2	Identificação do Antecedente do Modelo TS.....	71
5.2.1	Agrupamento de Dados.....	71
5.2.2	Agrupamento Nebuloso.....	76
5.3	Estimação dos Parâmetros do Conseqüente do Modelo TS.....	83
5.3.1	Método de Mínimos Quadrados.....	84
5.4	Resumo.....	98
6	Identificação do Processo de Incineração de Resíduos Líquidos	99
6.1	Introdução.....	99
6.2	Aquisição de Dados.....	100
6.2.1	Definição das Variáveis de Entrada e de Saída do Processo.....	100
6.2.2	Características das Variáveis do Processo.....	101
6.2.3	Amostragem dos Dados do Processo.....	102
6.3	Determinação da Estrutura e Estimação dos Parâmetros do Modelo.....	106
6.4	Validação do Modelo.....	111
6.5	Resumo.....	118
7	Conclusões e Perspectivas Para Trabalhos Futuros	120
	Bibliografia	122

Trabalhos Publicados Pelo Autor

- Almeida, F. M. & Barreto, G. [2004]. Modelagem e identificação multivariável aplicados a processos de incineração de efluentes líquidos. *Anais do 3^o Congresso Temático de Aplicações de Dinâmica e Controle-DINCON'2004*, Ilha Solteira-SP, pp. 1290-1296.
- Almeida, F. M. & Barreto, G. [2004]. Liquid effluent incineration: Contribution for its modeling and identification. *6th International Conference on Industrial Applications-VI INDUSCON*, Joinville-SC.
- Almeida, F. M. & Barreto, G. [2005]. Identificação de modelos nebulosos Takagi-Sugeno para sistemas multivariáveis discretos no tempo. *Anais do 4^o Congresso Temático de Aplicações de Dinâmica e Controle-DINCON'2005*, Bauru-SP, pp. 1140-1159.
- Almeida, F. M. & Barreto, G. [2005]. Contribution for automation of combustion system in incineration process by fuzzy system. *38th International Pulp and Paper Congress & Exhibition-ABTCP 2005*, October 17-20, São Paulo-SP. (Aceito)
- Almeida, F. M. & Barreto, G. [2005]. A proposal of fuzzy multivariable identification for liquid incineration nonlinear process combustion control. *18th International Congress of Mechanical Engineering - COBEM 2005*, November 6-11, Ouro Preto-MG. (Aceito)
- Almeida, F. M. & Barreto, G. & Pucciarelli, A.J.[2005]. Sistema neuro-nebuloso para identificação multivariável discreto no tempo de um processo de incineração. *VII Congresso Brasileiro de Redes Neurais-CBRN 2005*, 16-19 de Outubro, Natal-RN. (Aceito)

Capítulo 1

Geração de Resíduos

1.1 Introdução

O ser humano não consegue viver longe da água que bebe e dos resíduos que produz. Essa é uma necessidade que acompanha as civilizações desde as épocas mais remotas. Embora, com o passar dos tempos, a humanidade tenha aperfeiçoado muitas técnicas para coletar água e afastar os detritos, o problema permanece até os dias de hoje.

Os povos primitivos utilizavam métodos simples para recolher as águas das chuvas, dos rios e dos lagos. Na sua fase nômade, em que mudava constantemente de lugar, o homem deixava restos de alimentos e dejetos acumulando-se dentro da própria habitação. É evidente que a quantidade de detritos produzida era insuficiente para causar alterações ambientais. Os hábitos da população primitiva eram extremamente simples e consumia-se apenas o essencial para a sobrevivência. Além disso, as populações da época eram constituídas de poucas pessoas. A partir do momento em que o homem passou a promover o desmatamento para desenvolver a agricultura, tiveram início os processos de modificação dos recursos naturais como o solo e a água. A produção de lixo, esgotos e outros detritos começou a formar grandes acúmulos que favoreceram a proliferação de ratos e insetos e a poluição dos rios. Com o decorrer do tempo, as necessidades humanas e o crescimento da população passaram a exigir quantidades cada vez maiores de água e facilidade de acesso as fontes existentes.

Na América, os incas e mesmo as civilizações mais antigas já construíam numerosos sistemas de canalização de águas para irrigação, principalmente nas terras áridas da costa do Peru. Os egípcios dominavam técnicas sofisticadas de irrigação do solo na agricultura e métodos de armazenamento de líquido, pois dependiam das enchentes do rio Nilo. Na região do rio Eufrates, em 2300 a.C., foram construídos canais que levavam água para diversas regiões. As construções destinadas ao transporte

de água, chamadas de aquedutos, eram grandiosas, principalmente entre os romanos. Essas obras abasteciam dezenas de termas (ou banhos públicos), muito apreciadas pela população da época. Além disso, os aquedutos supriam as cidades com a água dos lagos em fontes artificiais. Os romanos também se destacaram na construção de redes de esgotos e de canalizações para escoamento das águas de chuvas na cidade. Por volta do ano 300 d.C., existiam em Roma mais de 300 banhos públicos. Consumiam-se cerca de 3 milhões de litros de água por dia. As termas eram construções sofisticadas, com piscinas de água quente, morna ou fria, ao lado de salas para a prática de esportes e massagem. Na Roma antiga, encontram-se sinais de que o problema das epidemias foi objeto de atenção das autoridades, como prova a Cloaca Máxima, sistema de esgotos construído no século VI a.C., inicialmente a céu aberto, que recolhia as águas servidas de toda a cidade e desembocava no rio Tibre.

Para outras civilizações, as residências construídas na Antiguidade, inclusive as pertencentes a nobreza, não possuíam sanitários. Nas cidades e no campo era comum as pessoas evacuarem diretamente no solo. A camada mais rica da população usava recipientes para fazer suas necessidades e em seguida descarregava o conteúdo em local próximo as moradias. Quando chovia, as fezes eram levadas pelas enxurradas até os rios, contaminando as águas e disseminando doenças. Naquela época, alguns povos já aravam o solo para o plântio da lavoura, sem adotar medidas que evitassem o transporte de terra pelas enxurradas, tornando as águas mais sujas de barro. Para tornar a água limpa antes de ser utilizada nas atividades domésticas, certos povos, principalmente os egípcios, filtravam o líquido em vasos de porcelana. Durante a Idade Média, os hábitos dos camponeses e senhores eram semelhantes aqueles praticados pelas civilizações passadas. Até a revolução industrial, a poluição material da terra, e das águas ainda podia comportar possibilidades de equilíbrio estacionário com os processos naturais de remoção. A poluição do ar consistia apenas nos maus cheiros e fumaças de poucas operações técnicas e quando perigosa, de efeito local e restrito.

A Revolução Industrial teve início no século XVIII na Inglaterra com a mecanização dos sistemas de produção. Enquanto na Idade Média o artesanato era a forma de produzir mais utilizada, na Idade Moderna tudo muda. A burguesia industrial, ávida por maiores lucros, menores custos e produção acelerada, buscou alternativas para melhorar a produção de mercadorias. Também podemos apontar o crescimento populacional, trazendo maior demanda de produtos e mercadorias. Instaurada a

revolução industrial a transformação de materiais que implica todo o processo tecnológico, trouxe alguma coisa de novo. Substâncias estranhas aos ciclos naturais, ou somente de ocorrência rara, local, transitória e fugaz na natureza, passaram a ser refugos abundantes a serem lançados na terra, nas águas e no ar. Com isto, grandes massas de venenos das mais variadas qualidades começaram a atuar além das vizinhanças dos locais onde eram produzidas, onde as correntezas dos rios levam até aos mares. As áreas industriais cresciam rapidamente e os serviços de saneamento básico, como suprimento de água e limpeza de ruas, não acompanhavam essa expansão. Em consequência, o período entre 1830-1879 foi marcado pela volta de graves epidemias, sobretudo do cólera e da febre tifóide, transmitidos pela água contaminada, que fizeram milhares de vítimas. Inicialmente a Inglaterra e em seguida outros países europeus realizaram uma grande reforma sanitária. Foram instaladas as descargas líquidas, semelhantes as utilizadas atualmente, transportando os detritos para as canalizações de águas pluviais. A consciência sobre a incerteza e irreversibilidade dos impactos, não foi suficiente para eliminá-los, mas foi capaz de sinalizar os limites antes que as consequências fossem irreversíveis e catastróficas. Esses limites traduziram-se através de regulamentações bastante rígidas principalmente na Europa industrializada, onde os impactos ambientais já se fizeram sentir há bastante tempo. Situações críticas como a degradação do rio Tâmisa, na Inglaterra, que ficou conhecido como o “Grande Fedor” quando, em 1858, as sessões do parlamento foram suspensas devido ao mau cheiro, deram origem à pressões da população e grupos ambientalistas para a criação de leis que pudessem proteger ecossistemas e limpar áreas poluídas por meio de sanções punitivas.

Na segunda metade do século XIX, nos países industrializados, a ampliação da capacidade de produção havia atingido o limite de consumo de seus mercados tradicionais. A continuidade do processo dependia da conquista de novos consumidores e de novas fontes de matérias-primas. A produção industrial começou a atingir outros continentes, como a América e a Ásia. Durante boa parte da Primeira Guerra Mundial (1914-1918), os Estados Unidos puderam desenvolver a produção agrícola e industrial, fornecendo seus produtos as potências européias envolvidas no conflito e a outros mercados como Ásia e América Latina. Terminada a guerra, a Europa arrasada tornou-se um grande mercado dependente de exportações americanas. Neste período os Estados Unidos se tornaram um dos maiores geradores de resíduos do planeta, devido

ao seu crescimento industrial e urbano [Bello,1998]. A tecnologia desenvolvida durante a Segunda Guerra Mundial (1939-1945) estabeleceu um novo padrão de desenvolvimento tecnológico, que levou à modernização e a posterior automatização da indústria. Com a automatização industrial, aceleraram-se os processos de fabricação, o que permitiu grande aumento e diversificação da produção. A retração do meio ambiente e a expansão do meio técnico-científico mostraram-se como facetas do processo em curso, na medida que tal expansão foi assumida como modelo de desenvolvimento em praticamente todos os países.

Na Conferência Ambiental de Estocolmo em 1972, a questão ambiental tornou-se uma preocupação mundial, os países iniciaram o controle da poluição ambiental, estruturando seus órgãos ambientais e criando suas legislações. Por causa disto, nos países industrializados, as empresas se comportaram de forma reativa, buscando adequar sua emissão de poluentes ao que era exigido pelas leis de controle da poluição de cada país. Para tanto foram necessários altos investimentos na aquisição de equipamentos para o tratamento dos resíduos, sendo que estes custos adicionais eram invariavelmente repassados aos produtos. Atualmente, o desenvolvimento da ciência e da tecnologia permitiu que fontes contaminadas se tornassem potáveis após tratamento. Hoje existem métodos diversificados para que os resíduos sólidos e líquidos não afetem a saúde e o meio ambiente. Porém, em toda a história da humanidade, a deterioração dos recursos naturais nunca atingiu tamanha proporção como nos dias atuais.

1.2 Soluções Para os Resíduos

As soluções para a problemática dos resíduos têm evoluído tanto para resíduos sólidos, líquidos ou gasosos. A seguir são descritas soluções já bastante utilizadas e que se orientam no sentido de reduzir ou eliminar o potencial poluidor destes resíduos.

- Minimização do Resíduo

Esta é uma abordagem voltada à prevenção e até redução total da geração do resíduo. A indústria conseguiu nessas últimas décadas uma economia no consumo de água, muitas conseguiram reciclar suas águas, reduzindo sensivelmente suas extrações e

também na mesma oportunidade, seus dejetos (aliviando portanto seu problema de tratamento de águas usadas) [Bello,1998].

A modernização e modificação dos processos produtivos nas empresas causadas pela busca da qualidade e produtividade, já deram uma grande contribuição no sentido de reduzir a geração dos resíduos.

- Reaproveitamento dos resíduos

A reciclagem é um processo industrial que converte o lixo descartado (matéria-prima secundária) em produto semelhante ao inicial ou outro. Reciclar é economizar energia, poupar recursos naturais e trazer de volta ao ciclo produtivo o que é jogado fora.

Os resíduos líquidos podem ser reaproveitados para fins não potáveis, sofrendo, caso necessário, um tratamento adequado. As indústrias procuram reutilizá-los em torres de resfriamento, caldeiras, água de processamento, construções civis e outros fins que não necessitem de uma elevada qualidade da água.

- Tratamento

Tratar os efluentes significa reduzir seu potencial poluidor através de processos físicos, químicos ou biológicos, adaptando-os aos padrões determinados pela legislação de controle da poluição.

1.2.1 Principais Tratamentos de Resíduos

- Aterro Sanitário e Industrial

O aterro é um instrumento de saneamento ambiental para a deposição final dos resíduos sólidos que não tem mais potencial para reciclagem, em um local devidamente preparado e implantado com técnicas de engenharia sanitária, seguindo as exigências dos órgãos ambientais vigentes. As operações dos aterros sanitários e dos aterros industriais exigem o confinamento dos resíduos em camadas cobertas com solo, segundo normas operacionais específicas de cada resíduo, de modo a evitar danos ao meio ambiente, em particular à saúde e à segurança pública. Uma vez atingido o limite de operação do aterro ele deve ser encerrado, observando-se técnicas e precauções a fim

de evitar erosão do terreno e observando-se a drenagem de águas superficiais. Dependendo da toxicidade dos resíduos industriais que represente contaminações ao ambiente, não é permitido estocá-los em aterros, no qual o processo de incineração é mais adequado. Devido à importância dos processos de incineração, abordaremos nesta dissertação questões envolvendo sua utilização e desenvolvimento de tecnologias que podem ser aplicadas em seus sistemas.

- Estações de Tratamento de Resíduos Líquidos Industriais e Domésticos

As estações de tratamento de resíduos líquidos industriais e domésticos, são instalações onde se desenvolvem processos físicos, biológicos e químicos. O tratamento dos resíduos líquidos remove os agentes contaminantes presentes nos efluentes gerados durante o processo, para que sejam encaminhados ao corpo d'água receptor atendendo aos padrões de lançamento previstos na legislação ambiental. Nos processos físicos se utilizam grades ou caixas de areia para remover materiais grosseiros em suspensão, sólidos flutuantes, areias e outros detritos minerais pesados, podendo depois sofrer processos químicos para aglutinação das partículas e sólidos finos sedimentáveis para facilitar sua remoção. Os tratamentos biológicos utilizam as bactérias para digerir a carga orgânica presente nos efluentes. Essas bactérias podem ser desenvolvidas e cultivadas industrialmente e se reproduzem quando são adicionadas aos efluentes. As lagoas de estabilização, aeração e as instalações que empregam lodos ativados são exemplos de tratamento biológico para efluentes líquidos. Vale salientar que, dependendo do resíduo líquido e de sua toxicidade, nem sempre as estações de tratamento de efluentes, conseguem remover os agentes contaminantes. Neste caso o processo de incineração é mais adequado. Devido a importância dos processos de incineração líquida, abordaremos nesta tese questões envolvendo sua utilização e desenvolvimento de tecnologias que podem ser aplicadas em seus sistemas.

- Incineração de Resíduos Líquidos e Sólidos

A incineração é um processo de tratamento térmico de um resíduo (sólido ou líquido), que apresenta perigo de contaminação para o ambiente, ou que não tem mais potencial para reciclagem. Este tratamento consiste na destruição térmica do resíduo, a altas temperaturas, com a presença de oxigênio. O resíduo reage com o oxigênio e gera

os produtos de combustão que são tratados em equipamentos próprios para os gases de combustão em uma planta de incineração.

Em decorrência da crescente importância do aspecto ambiental nos processos químicos, principalmente nas questões ligadas às emissões de poluentes e diminuição de resíduos, o estudo da redução de resíduos sólidos e líquidos por meio de incineradores, é uma demanda tecnológica cada vez mais presente nas indústrias químicas. Os processos de incineração, podem reduzir o volume do resíduo a índices superiores a noventa e nove por cento (99%), devido à eliminação da água e da combustão dos materiais voláteis e compostos orgânicos. Todavia, os processos que envolvem combustão apresentam a desvantagem da emissão de substâncias poluentes, tais como dioxinas e furanos. Outros fatores desfavoráveis à incineração são os elevados custos fixos e operacionais do processo. Por outro lado, a incineração é uma excelente maneira de tratamento de resíduo bastante estudada, que é capaz de promover um destino satisfatório para os resíduos, em termos de redução de volume e eliminação da toxicidade. A relevância de estudos das melhores condições operacionais é que permitirá usar amplamente, sem restrições ambientais, o processo de incineração. A prática industrial aliada à pesquisa tem se mostrado bastante eficiente neste sentido. O desenvolvimento de modelos matemáticos que possam ser simulados em computadores são de grande valia, sendo esta uma motivação para estudá-los neste trabalho. Dados simulados, com boa representatividade do processo, possibilitam analisar o comportamento do processo real, e conseqüentemente fazer economia de capital em experimentos que não apresentariam bons resultados. Para o processamento de incineração existem diversos tipos de equipamentos comerciais, entre eles, incineradores de injeção líquida, forno rotativo, câmara fixa, leito fluidizado. Dentre os tipos descritos acima, o mais versátil para a incineração de resíduos líquidos é o de injeção líquida. O processo de incineração não consiste apenas de um equipamento isolado, seu sistema compreende equipamentos para resfriamento e tratamento de gases de combustão.

1.3 Objetivos Desta Dissertação

As empresas têm investido cada vez mais no desenvolvimento de tecnologias no tratamento de seus resíduos. Diversos setores da indústria, utilizam processos de

incineração líquida, para eliminação de seus resíduos, onde não podem utilizar as estações de tratamento de resíduos líquidos, devido a toxicidade de certos materiais. Muitos destes incineradores no Brasil são automatizados por Controladores Lógicos Programáveis (CLP) e por Sistemas Digitais de Controle Distribuído (SDCD), utilizando diversos instrumentos de medição e de atuação em suas variáveis de processo. Na maioria dos processos de incineração, o controle da combustão não é realizado de uma forma automática, por causa da instabilidade das características físico-químicas de seus resíduos e devido a complexidade da dinâmica do processo multivariável não linear com várias entradas e várias saídas. As leis ambientais exigem critérios rigorosos para os padrões de emissão atmosférica, os quais também dificultam o controle automático da combustão do processo.

Processos de incineração de efluentes líquidos necessitam do desenvolvimento de controladores inteligentes em seu sistema de combustão. O controle de processos complexos MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) não lineares é um problema importante e desafiador. Para Graham & Newell (1989), o controlador adaptativo deve conter um modelo do processo, através da identificação do sistema.

As técnicas de inteligência computacional, geralmente classificadas nas teorias de conjuntos e sistemas nebulosos, redes neurais artificiais e computação evolutiva têm sido utilizadas em diferentes campos do conhecimento e em diversas aplicações, tais como aproximação de funções, previsão de séries temporais, filtragem de sinais, identificação e controle de processos.

Nesta dissertação, aborda-se a questão da identificação de sistemas dinâmicos, objetivando posteriormente a sua aplicação em projeto de controlador inteligente. Enfoca-se de maneira especial os sistemas nebulosos, por causa de sua capacidade de processar informação de natureza incerta ou qualitativa bem como suas capacidades de aproximação e de aprendizagem. A idéia de modelagem nebulosa, foi inicialmente introduzida por Zadeh (1973) ao tratar da representação de sistemas complexos através de um conjunto de declarações condicionais para descrever as relações entre variáveis lingüísticas, com o objetivo de representar comportamentos da natureza humana. A identificação de sistemas a partir de conjuntos de dados de entrada e saída utilizando um modelo nebuloso, foi abordada por Tong (1978). Atualmente este modelo é denominado modelo lingüístico e é constituído por um conjunto de regras nebulosas de formato “Se x é A Então y é B ”, onde x e y são as variáveis de entrada e saída

respectivamente, e A e B são os termos lingüísticos associados aos conjuntos nebulosos que descrevem lingüisticamente essas variáveis. Os modelos lingüísticos tem como principal característica serem qualitativamente interpretáveis, desde que os conjuntos de regras sejam semanticamente claros, porém esta nem sempre é uma tarefa simples devido aos termos de natureza lingüística.

Uma abordagem para a modelagem nebulosa foi introduzida por Takagi e Sugeno (1985). O modelo Takagi-Sugeno possui uma estrutura baseada em regras, onde os conseqüentes não são conjuntos nebulosos como nos modelos lingüísticos, sendo formados por funções não nebulosas que mapeiam as entradas do modelo em sua saída. A construção de um modelo Takagi-Sugeno é usualmente executada em dois passos:

1. Os conjuntos nebulosos (funções de pertinência) das regras dos antecedentes são determinados. Isto pode ser executado manualmente, usando o conhecimento do processo, ou por algumas técnicas, como otimização não linear, algoritmos genéticos e agrupamentos nebulosos;
2. No segundo passo os parâmetros das funções do conseqüente são determinados por técnicas de estimação paramétrica.

Nesta dissertação, um processo de incineração multivariável é representado por um modelo nebuloso Takagi-Sugeno MIMO. Utilizaremos um processo de incineração de resíduos líquidos da empresa BASF S.A., em sua unidade agrícola de fabricação de fungicidas e herbicidas situada no pólo industrial de Resende-RJ, de forma a determinar um modelo do sistema, visando o desenvolvimento posterior de um controlador adaptativo, para o processo de combustão. Considerando os fatores econômicos envolvidos no processo químico, a identificação para o controle é uma ferramenta que permite a maximização dos rendimentos com os custos mínimos. Logo, também faz parte deste trabalho o estudo dos principais parâmetros operacionais do processo, objetivando maximizar a alimentação de resíduos com uma quantidade mínima de combustível. Em qualquer situação, as questões ambientais são consideradas restritivas, de maneira que os limites estabelecidos pelas agências reguladoras ambientais sejam respeitados.

1.4 Organização

A organização dos capítulos subseqüentes junto às suas principais contribuições são descritas abaixo:

- **Capítulo 2:** Apresenta um breve histórico dos processos de incineração, juntamente com a descrição do incinerador de resíduos líquidos da empresa BASF S.A. e seu funcionamento detalhado. É apresentado também um estudo com as possíveis melhorias econômicas e operacionais com a otimização do processo de incineração;
- **Capítulo 3:** Neste capítulo é realizada uma introdução sobre a teoria de sistemas, abordando alguns conceitos e algumas de suas classificações. É realizada também uma introdução sobre a teoria de identificação de sistemas, sendo abordados seus conceitos e sendo revisados alguns modelos clássicos de identificação que serão utilizados neste trabalho;
- **Capítulo 4:** Neste capítulo são revisados os conceitos fundamentais para o entendimento e para a utilização dos sistemas nebulosos na área de identificação de sistemas, onde abordamos a modelagem de sentenças em linguagem natural ou artificial utilizando regras nebulosas como ferramentas. São revisados também alguns dos principais modelos de sistemas nebulosos, onde destacamos o modelo nebuloso Takagi-Sugeno que será utilizado na identificação do processo em análise;
- **Capítulo 5:** Neste capítulo são revisadas as etapas para a elaboração/construção do modelo nebuloso Takagi-Sugeno, visando a sua utilização na identificação do processo de incineração. A determinação dos conjuntos nebulosos na parte do antecedente é abordada, e alguns dos principais conceitos sobre agrupamento de dados e algoritmos de agrupamento nebuloso são revisados. Os métodos de estimação paramétrica para a determinação das expressões funcionais da parte do conseqüente do modelo nebuloso Takagi-Sugeno também são revisados.
- **Capítulo 6:** Neste capítulo, é realizada a identificação do processo de incineração de resíduos líquidos, onde são abordadas as seguintes etapas:
 - Etapas de Aquisição de Dados: Nesta etapa é realizada a coleta de dados do processo em “operação normal” de forma a extrair informações referentes a dinâmica do incinerador de resíduos;

- Etapa de Determinação da Estrutura e da Estimação dos Parâmetros do Modelo:

Nesta etapa obtêm-se o modelo nebuloso TS (Takagi-Sugeno); nela determinamos o algoritmo a ser utilizado para a parte do antecedente (Algoritmos de agrupamento nebuloso); para a parte do conseqüente é utilizado o modelo NARX (*Nonlinear Autoregressive Model with eXogenous inputs*); nela os parâmetros do conseqüente são estimados para cada regra i (abordagem local), sendo determinados pelo método dos Mínimos Quadrados Recursivo Ponderado. Os modelos nebulosos TS MISO (*Multiple Input Single Output*) para cada saída do processo de incineração, são acoplados em 3 MISOs, sem perda de generalidade, de forma a representar um modelo nebuloso TS MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) do processo multivariável;

- Etapa de Validação: Nesta etapa é realizada a validação do modelo nebuloso TS MIMO para o processo de incineração; nela são realizadas comparações de desempenho (maior VAF (*Variance Accounted For*) e menor EQM (Erro Quadrático Médio)) entre os modelos nebulosos TS com diferentes tipos de algoritmos de agrupamento nebuloso e também com o modelo linear ARX (*Autoregressive Model with eXogenous inputs*).

- **Capítulo 7:** Apresenta as conclusões e perspectivas para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Processo de Incineração de Resíduos Líquidos

2.1 Introdução

Seja devido ao uso de equipamentos já obsoletos ou à operação, controle e manutenção inadequadas, o processo de incineração ganhou o conceito de poluidor, nocivo à saúde e prejudicial ao meio ambiente. Esta imagem, tão criticada, tem influenciado negativamente nas avaliações e tomadas de decisões que envolvem o tratamento e a deposição de resíduos sólidos, líquidos e pastosos, resultando muitas das vezes em posicionamentos que excluem a utilização da incineração em qualquer nível ou estágio de avaliação. Entretanto, sob vários aspectos, a incineração constitui o processo mais adequado para a solução ambientalmente segura de problemas de disposição final de resíduos. Este conceito foi revertido em vários países e muitas plantas foram construídas recentemente, além de outras que estão em construção. Esta reversão se deu principalmente nos últimos anos, com o avanço das tecnologias de depuração dos gases provenientes da combustão do processo e dos controles “*on line*”, através de sistemas supervisórios, de todas as emissões gasosas e líquidas. A maioria das instalações de incineração de resíduos líquidos das principais indústrias, atendem hoje integralmente as mais exigentes normas de proteção ambiental e a operação destas tem sido muitas vezes acompanhada de perto pela comunidade local e pelos órgãos de fiscalização ambiental.

O caso de estudo deste trabalho é uma unidade de incineração de resíduos líquidos, que faz parte do complexo da unidade de energias da empresa BASF S.A., e está localizada no pólo industrial de Resende-RJ. A escolha desse processo foi motivada pelo potencial de melhoria do sistema de controle da combustão do processo de incineração, onde o sistema é controlado por um operador de sala de controle via sistema supervisório. Quase todas as etapas de incineração são automáticas, mas o Sistema Digital de Controle Distribuído (SDCD) [Honeywell,1998] não controla o

processo de combustão, por causa da instabilidade das características físico-químicas de seus resíduos e devido a complexidade da dinâmica do processo não-linear multivariável com várias entradas e várias saídas; por isso existe um operador por turno para executar tal operação. Existe a necessidade de desenvolver um controlador para este processo de combustão pelos seguintes motivos:

- Evitar a emissão dos gases provenientes do processo de combustão, fora dos padrões exigidos pelo órgão ambiental vigente;
- Melhorar a eficiência da queima do resíduo, de forma a reduzir o consumo de combustível no incinerador obtendo, a redução do desgaste no refratário e minimizando custos;
- Evitar a necessidade do operador do processo, realizar o controle de queima pelo sistema supervisão, liberando-o de uma tarefa tediosa e obtendo mais tempo para a realização de outras atividades pertinentes a sua função.

Como neste trabalho aborda-se a questão da identificação de sistemas dinâmicos, objetivando posteriormente a sua aplicação em projeto de controlador, o conhecimento prévio do processo é de vital importância para o desenvolvimento do processo de identificação do sistema, facilitando a seleção das variáveis de operação e possibilitando um conhecimento prévio do comportamento dinâmico do sistema.

Na seção 2.2 é apresentado um breve histórico dos processos de incineração. A seção 2.3 apresenta a descrição do incinerador de resíduos líquidos da empresa BASF S.A. e a seção 2.4 apresenta um estudo para as possíveis melhorias econômicas e operacionais com a otimização do processo da combustão do incinerador.

2.2 Breve Histórico

Para seguir adiante na análise da incineração, é importante conhecer a evolução do processo, que pode ser caracterizada através de gerações ou estágios de desenvolvimento das plantas de incineração [Menezes, 2000].

1ª Geração - 1950 -1965

Anteriormente a 1950 as plantas existentes eram demasiadamente incipientes caracterizando-se como um primeiro estágio de evolução. No período entre 1950 a 1965, a função única era ainda a de reduzir o volume de resíduo. Os gases eram

descarregados diretamente na atmosfera sem tratamento algum. Apareceram aí as primeiras torres de água de refrigeração instaladas sobre a câmara de combustão. A concentração de poeira atingia níveis de $1000\text{mg}/\text{nm}^3$ * (os sistemas modernos atuais atingem até $3\text{mg}/\text{nm}^3$). As principais plantas desta geração foram as de Lousanne (1959), Berna (1954) e Bruxelas (1957).

2ª Geração - 1965 – 1975

Nesta época aparecem os primeiros sistemas de proteção do meio ambiente, que reduziram as emissões a $100\text{mg}/\text{nm}^3$. Aparecem também os incineradores com câmara dupla, cujo objetivo era melhorar a eficiência da queima. Surgem os primeiros interesses em recuperação de calor para a geração de energia e as plantas de grande capacidade.

3ª Geração - 1975 - 1990

A fase de 1975 a 1990, é caracterizada no mundo desenvolvido, pelo aumento do desempenho energético e do desenvolvimento das normas de proteção ambiental. O público começa a estar mais atento aos problemas de poluição. Aparece a introdução dos sistemas complexos de lavagem de gases para reduzir as emissões de gases poluentes, com a neutralização do ácido clorídrico, do dióxido de enxofre e de metais pesados. A melhoria nos processos de combustão aumentou a eficiência de incineração, e a automação passou a ser centralizada.

4ª Geração - 1990 - atual

Ampliam-se as pressões das organizações não governamentais ligadas a conservação e proteção do meio ambiente. O tratamento de gases é sofisticado ainda mais, perseguindo a meta de emissão zero. Avançam os sistemas para a remoção de outros poluentes como dioxinas e furanos. Surgem tecnologias avançadas de tratamento para a produção de resíduos finais inertes, que podem ser reciclados ou dispostos sem nenhum problema para o meio ambiente. Vários processos estão se sofisticando atualmente no pré-tratamento do resíduo líquido, anterior a incineração, para aumentar a

* Para a vazão, é usual a indicação em metro cúbico normal (nm^3) por hora. É uma unidade não SI, que em princípio não deveria ser usada. Mas a praxe ainda permanece. Notar que não é uma medida de volume mas sim de massa, pois é definida como a quantidade de ar que ocupa o volume de 1 metro cúbico nas condições normais (1 atm, 0°C). Isso equivale a aproximadamente 1,293 kg de ar.

sua homogeneização, baixar a umidade e melhorar o poder calorífico. Sofisticam-se também os processos de combustão com o aumento dos sistemas de turbilhonamento, secagem, ignição e controle da combustão.

2.3 Incinerador de Resíduos Líquidos da Empresa BASF S.A.

O incinerador de resíduos líquidos da unidade de energias foi projetado para receber determinados resíduos do complexo de plantas produtoras de herbicidas, fungicidas e inseticidas da unidade Resende-RJ da empresa BASF S.A. Estes resíduos são os seguintes:

- Resíduos da produção e de soluções saturadas do lavador de gases do processo na produção de herbicidas;
- Etapa I, lavagem de recuperação de fundos e topos de reatores do processo de destilação na produção de inseticidas;
- Etapa II, lavagem de recuperação do produto final no sistema de centrifugação, lavagem de recuperação de fundos de destiladores e secadores no processo de fungicidas.

Estes resíduos líquidos tóxicos são classificados como aquosos ou orgânicos, e são armazenados separadamente. Os resíduos orgânicos são utilizados como combustível no incinerador. O incinerador da Planta Resende é uma unidade projetada e fabricada pela T-Thermal, tipo Sub-X Down Fired, para incinerar resíduos líquidos por oxidação a alta temperatura; temos na figura (2.1), a representação desta unidade.

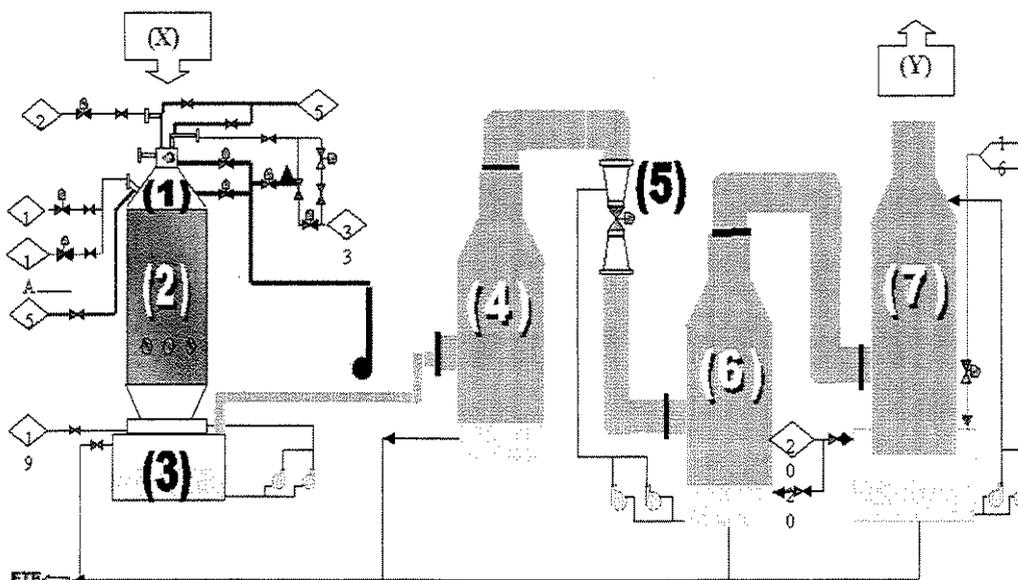


Figura 2.1 - Diagrama do processo de incineração

A unidade é basicamente composta de uma câmara de combustão (1), câmara de oxidação (2), tanque de resfriamento (3), torre de separação inicial (4), lavador de material particulado (5), torre de separação final (6) e de um lavador de gases (7). A câmara de oxidação é um forno cilíndrico vertical revestido por tijolos refratários, montado sobre o tanque de resfriamento. Os queimadores de óleo combustível e de resíduos orgânicos são montados em um arranjo duplo no topo da câmara de combustão, que vem a ser a parte superior da câmara de oxidação. Os injetores de resíduos aquosos são montados diretamente abaixo da câmara de combustão. O tanque de resfriamento é um tanque fabricado em poliéster reforçado com fibra de vidro (*FRP*) montado abaixo da câmara de oxidação e inclui um funil fabricado em Hastelloy C, e um quebra-onde (“*chicane*”) fabricado em *FRP*. Deste tanque saem dois dutos conectando o separador inicial, um para saída de gases e outro para retorno de água. No topo deste separador temos outro duto que conduz os gases para o lavador de material particulado e ao separador final. Do separador final segue um duto ligando ao lavador de gases, que é uma torre com enchimento de plásticos. Acima do lavador de gases está montada a chaminé, conduzindo os gases para a atmosfera. Todos os equipamentos após o tanque de resfriamento são fabricados em *FRP*, com exceção do lavador de remoção de material particulado feito em aço inoxidável 316L. Os equipamentos auxiliares do incinerador são os tanques de estocagem, compressor de ar, soprador de ar, bombas de transferência e reciclo, aquecedor de óleo, instrumentação e sistemas de controle [Cunha, 2003]. O incinerador é controlado através de um Sistema Digital de Controle Distribuído (SDCD) fabricado pela Honeywell [Honeywell, 1998].

2.3.1 Câmara de Combustão e de Oxidação

O óleo combustível do tipo 2A (de alto teor de enxofre) é utilizado como fonte de calor para o incinerador. Este óleo é estocado com a temperatura de aproximadamente 60°C, sendo pré-aquecido a aproximadamente 100°C nos aquecedores a vapor e bombeado para as linhas de transferência. No topo da câmara de combustão, o óleo segue para um aquecedor elétrico que ajustará sua temperatura para 140°C e finalmente segue para o queimador, localizado no topo da câmara de combustão. Um medidor mássico mede a quantidade de óleo que flui para o queimador. O fluxo de óleo é utilizado como uma das informações que compõem o controle automático de temperatura e da pressão da câmara. Este fluxo é controlado por uma válvula de controle, comandada pelo SDCD

através do operador de sala.

Os resíduos orgânicos são armazenados nos tanques das unidades de produção e são bombeados diretamente para o queimador de orgânicos, no topo da câmara de combustão, montado ao lado do queimador de óleo. Um medidor mássico mede o fluxo de orgânicos para o queimador. Esta medição também é enviada para o SDCD, onde o operador comanda o fluxo através de uma válvula de controle. Os resíduos orgânicos somente são admitidos no incinerador quando a temperatura da câmara estiver entre 960°C a 1100°C.

Óleo combustível e os resíduos orgânicos são atomizados em forma de “*spray*” com ar comprimido, (opcionalmente vapor).

O ar de combustão é fornecido por um turbo-soprador com capacidade de 10080 m³/h a 0,5kgf/cm². O turbo-soprador é acionado por um motor elétrico de 186 Kw, 2400 V.

O sistema de partida da chama do incinerador é composto de um queimador piloto de gás liquefeito de petróleo, com ignição feita por uma vela de ignição e um transformador de voltagem. O processo de partida está programado no SDCD, sendo feito em etapas, acionadas por botoeiras manuais pelo operador para maior segurança.

A capacidade da câmara de combustão é de aproximadamente 6 milhões de kcal/h. A temperatura na câmara é controlada numa faixa de 950°C a 1100°C pelo SDCD através do operador de sala de controle, utilizando os sensores de temperatura e atuadores das válvulas de óleo combustível, resíduo orgânico, ar, resíduo aquoso e água. A relação ar/combustível é pré definida de acordo com cálculos estequiométricos de combustão e o excesso de ar é ajustado de acordo com a análise contínua dos gases na chaminé. Todos intertravamentos necessários para equipamentos de combustão direta estão instalados.

Os resíduos orgânicos são queimados como combustível auxiliar, nas condições de temperatura mínima de 950°C, excesso de oxigênio, mistura adequada e tempo de residência de pelo menos 1 segundo. Nestas condições se espera conseguir uma eficiência de destruição de no mínimo 99,99%.

Os resíduos aquosos são recolhidos nos tanques de estocagem das unidades produtivas e são transferidos por bomba para os quatro bicos aspersores, montados em forma de cruz no cone superior, logo abaixo da câmara de combustão. Os resíduos aquosos são atomizados a ar comprimido a uma pressão que é regulada por uma válvula em 5.0 Kg/cm². O ar comprimido é produzido por um compressor de ar do tipo parafusos lubrificadas. Junto aos aspersores também é admitido o ar secundário, que serve para fornecer oxigênio para a combustão do teor orgânico contido no resíduo aquoso. A água

contida no resíduo aquoso resfria os gases quentes saídos da câmara de combustão, mantendo a temperatura da câmara entre 950°C e 1100°C. O ar de atomização e o ar secundário também fornecem alguma refrigeração para a câmara. O balanço entre as vazões de aquoso, ar secundário e ar de atomização dependem do controle da temperatura da câmara. Este controle é realizado pelo operador de sala de controle, com atuação nas variáveis de vazão de óleo, ar de combustão e de orgânico, visando sempre manter o tempo mínimo de residência de 1 segundo na câmara de oxidação, assegurando a eficiência de destruição. Os resíduos aquosos somente são admitidos na câmara com a temperatura mínima de 960°C. Durante a partida, ou sempre que a temperatura estiver abaixo de 950°C, um fluxo constante de ar de atomização é mantido para manter os bicos aspersores resfriados e evitar danos por alta temperatura. Além disso, um fluxo mínimo de ar secundário também é mantido tanto para resfriamento dos bicos quanto para manter uma pressão positiva dentro da câmara e evitar fugas de gases. Todos os intertravamentos de segurança e operação para resíduos aquosos e orgânicos estão instalados. A representação das câmaras de combustão e de oxidação é apresentada pela Figura (2.2).

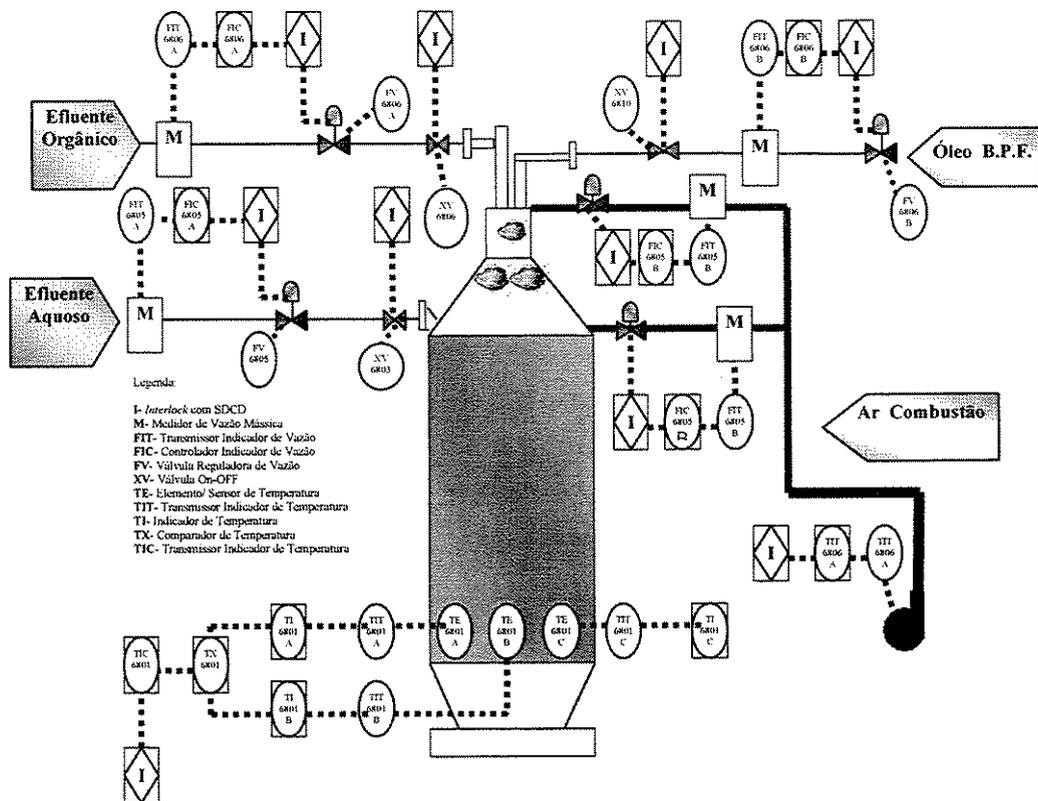


Figura 2.2 - Diagrama das câmaras de combustão e oxidação

2.3.2 Tanque de Resfriamento

Os produtos da combustão são descarregados no tanque de resfriamento, passando por um grande funil feito em Hastelloy C, que fica parcialmente imerso na água. Este funil também é permanentemente molhado pela água de recirculação do tanque de resfriamento, que transborda e escorre uniformemente pela sua superfície interna. Os gases descem pela parte interna do funil e escapam por furos laterais feitos na parede deste, borbulhando na água do tanque. Um quebra-ondas é instalado em volta do funil, direcionando os gases borbulhantes para cima. Neste borbulhamento a temperatura dos gases desce para aproximadamente 85°C e temos também uma lavagem de gases inicial, visto que o pH da água é mantido controlado na faixa acima de 7,0 com adição constante de soda cáustica(NaOH). A manutenção do nível da água do tanque de resfriamento é da maior importância visto que esta age como um selo, evitando que os gases quentes (até 1100°C) escapem diretamente para fora, o que incendiaria as peças de poliéster imediatamente. A fim de evitar seu superaquecimento e excessiva concentração de sólidos, esta água é constantemente purgada, e nova água é sempre admitida para manter o nível adequado. Este controle é feito através de dois sensores e de dois controladores funcionando em redundância. A água do tanque de resfriamento é mantida sempre em recirculação para proteger o funil do contato direto com os gases, e para manter outro selo de água, na junta de expansão. Os gases que saem do tanque têm suas temperaturas constantemente monitoradas, com um segundo sistema de segurança para prevenir escapamento de gases a alta temperatura. O nível de água do tanque de resfriamento, a vazão de reciclo de água e a temperatura da saída dos gases, fazem parte dos intertravamentos de segurança. Temos na Figura (2.3) a representação deste tanque.

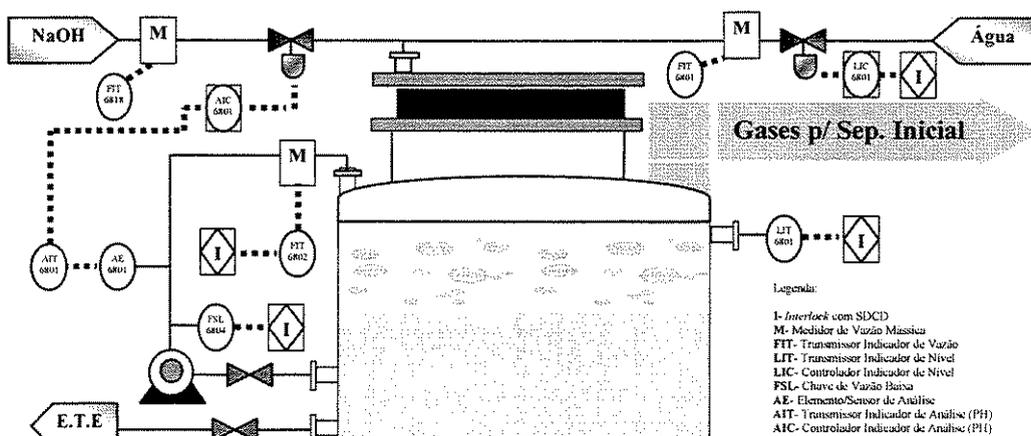


Figura 2.3 - Diagrama do tanque de resfriamento

2.3.3 Separador Inicial, Lavador de Particulado e Separador Final

Os gases saem do tanque de resfriamento pelo duto de saída de gases, passando para o separador inicial, cuja função é minimizar o arraste da água no estado líquido presente nos gases. Do separador inicial os gases seguem para o lavador de partículas denominado *venturi*, para remoção do material particulado (partículas sólidas de diâmetro da ordem de um micron). Esta operação se processa quando os gases e a água do reciclo entram na seção convergente do lavador, a mistura gás-água entra no orifício do *venturi*, onde é gerada extrema turbulência forçando o contato entre o material sólido e a água de recirculação. Com esta turbulência se espera que praticamente todo o material particulado seja aprisionado e dissolvido na água de recirculação após a passagem pelo orifício do *venturi*; a mistura entra na seção divergente, aumentando a área e recuperando a velocidade e pressão do fluxo. Esta fase permite tempo adicional para molhar os sólidos presentes nos gases e permite aglomeração das partículas molhadas em gotas, ficando retidas na água de reciclo do *venturi*. A mistura gás-líquido entra no separador final, onde os gases fluem para a saída e o líquido fica no separador. Há um aparador de gotas na saída do separador para ajudar na retenção da água nos gases. O lavador *venturi* é equipado com presilhas internas que podem ser ajustadas para aumentar ou diminuir a passagem na garganta a fim de controlar a diferença de pressão através do lavador. A água reciclada através do *venturi* (Figura 2.4) é coletada no separador final; há uma purga constante desta água para evitar a excessiva concentração de impurezas dissolvidas.

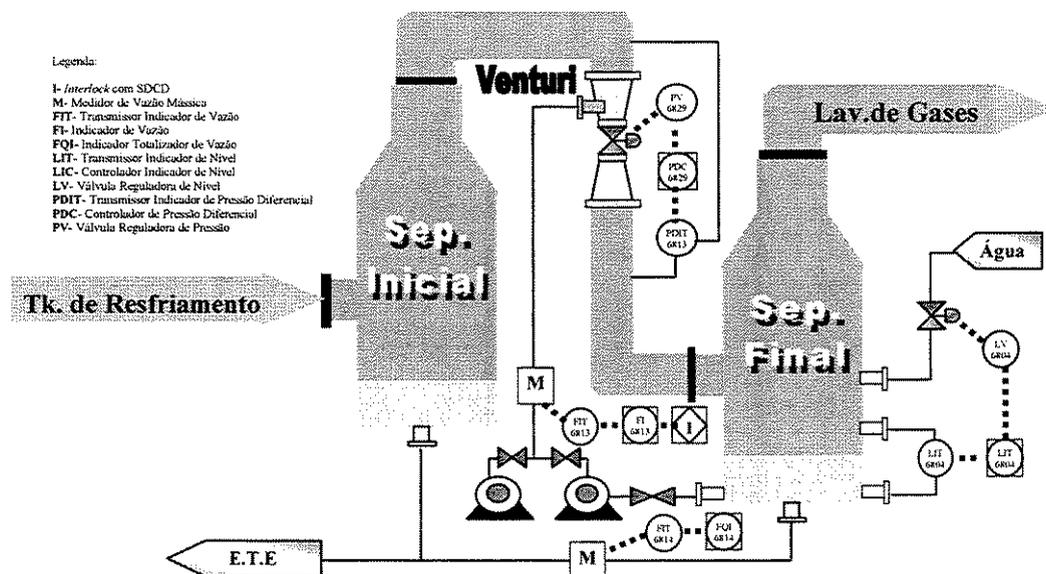


Figura 2.4 - Diagrama das torres de separação inicial, final e do lavador de particulado

2.3.4 Lavador de Gases

Os gases que saem do separador final seguem para o lavador de gases. Este lavador de gases é uma torre de poliéster reforçado com fibra de vidro (FRP) com recheio de plásticos em forma de bolas onde os gases ácidos (óxidos de enxofre, nitrogênio, ácido clorídrico) fluem para cima, sendo lavados e neutralizados por uma solução de água com hidróxido de sódio (NaOH) que é lançada sob a forma pulverizada no topo da torre, fluindo para baixo. A solução escorrida é recolhida em um tanque posicionado sob a torre, de onde é novamente reciclada para cima da torre por meio de bombas. A solução tem seu pH automaticamente controlado com adição de soda cáustica, em uma faixa acima de 10; também há uma purga contínua para evitar excessiva concentração, e o nível é controlado automaticamente através de entrada de água de reposição.

Os gases saem pela chaminé, montada acima do lavador de gases, onde está instalada a sonda de amostragem de gases. Estes gases amostrados serão analisados por um analisador contínuo de teor de oxigênio (O₂), monóxido de carbono (CO) e dióxido de enxofre (SO₂). O teor de oxigênio medido será utilizado para controlar a vazão de ar secundário no incinerador. Existem intertravamentos para prevenir a emissão de gases com teor insuficiente de oxigênio e concentração excessiva de monóxido de carbono. A análise do teor de dióxido de enxofre é monitorada para o ajuste da faixa de pH da solução do lavador de gases; temos na Figura (2.5), a representação deste processo.

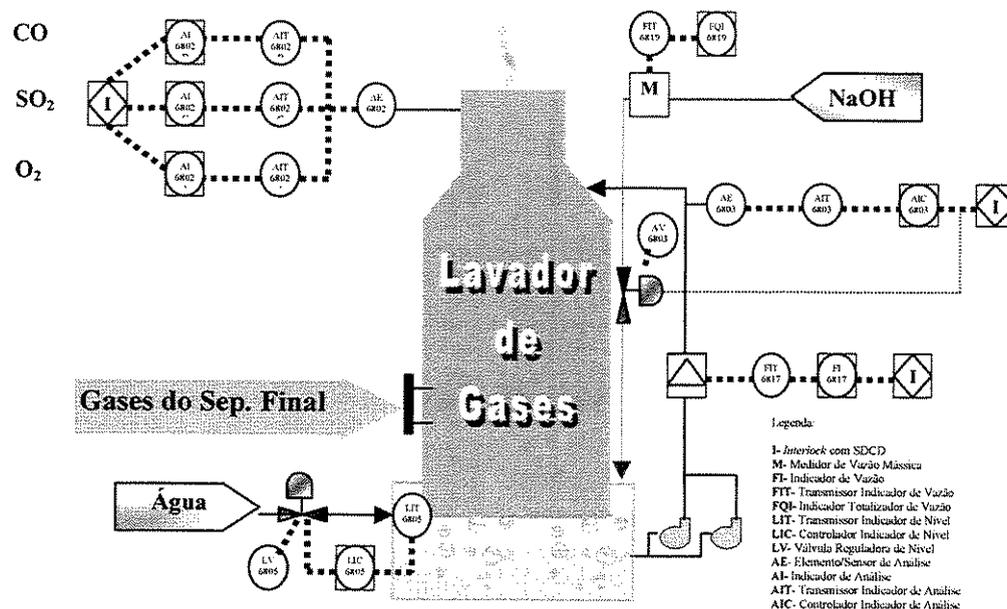


Figura 2.5 - Diagrama do lavador de gases

2.3.5 Controle do Processo

O incinerador é controlado por um Sistema Digital de Controle à Distância (SDCD) Honeywell TDC-3000, instalado na sala de controle da unidade de Utilidades. O SDCD é conectado ao sistema dos processos de inseticidas e de fungicidas. O acesso às telas de informações e do controle do processo é realizado pelo operador do departamento. Suas operações são realizadas com toques na tela (*touch-screen*). O sistema de intertravamento de segurança é realizado por um Controlador Lógico Programável (*PLC*) que atua em redundância com o SDCD, agindo nas válvulas de bloqueio automáticas. Conforme abordado no item 2.1, o Sistema Digital de Controle Distribuído não controla o processo de combustão, por causa da instabilidade das características físico-químicas de seus resíduos e devido a complexidade da dinâmica do processo, por isso a operação do processo de combustão é realizada de forma semi automática. O operador do sistema supervisorio manipula os valores das variáveis de entrada do processo de acordo com os valores medidos pelo analisador de gases na saída do processo. O desenvolvimento de um controlador para este processo de combustão e apresentado na Figura (2.6), se faz necessário, de modo a evitar a emissão dos gases provenientes do processo de combustão, fora dos padrões exigidos pelo órgão ambiental vigente. A melhoria da eficiência da queima do resíduo reduziria o consumo de combustível no incinerador, reduzindo o desgaste no refratário e minimizando os custos do processo de incineração.

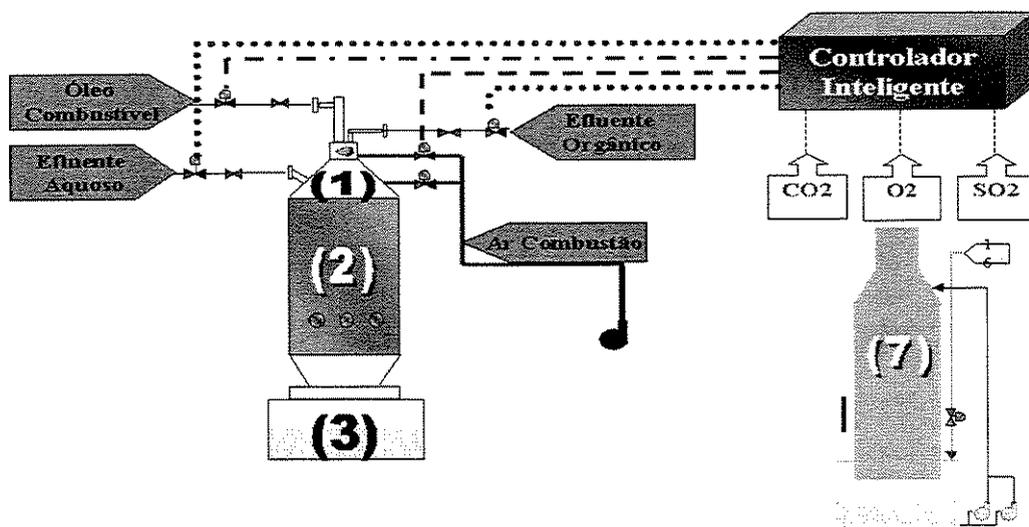


Figura 2.6 – Controlador inteligente interagindo com as variáveis

Nestes problemas de controle, o principal objetivo é desenvolver um controlador adaptativo que possa se adaptar às características da planta a ser controlada, com o objetivo de atender certas especificações de projeto pré-definidas [Bottura & Serra, 2003]. Estes esforços iniciaram-se em 1960 e, em 1980 as pesquisas cresceram de maneira satisfatória em termos de duas grandes direções: controle auto-ajustável e controle baseado no modelo de referência. Este crescimento tem aberto as portas para uma larga faixa de aplicações. Porém, as pesquisas na área de algoritmos complexos de controle adaptativo ainda continuam; nelas a utilização de estratégias computacionais voltadas ao comportamento inteligente, são largamente empregadas como ferramentas. Abordagens do tipo controle auto-ajustável, levando em conta o impacto de redes neurais, algoritmos genéticos e sistemas nebulosos, tem contribuído grandemente para à área de controle adaptativo.

A idéia de identificação e controle nebuloso simultâneos foram sugeridos por Graham e Newell (1989), assentada num controlador nebuloso heurístico baseado no modelo do processo. O controlador adaptativo contém um modelo do processo, e utiliza a identificação nebulosa do sistema para tanto. O algoritmo do controlador pode ser desenvolvido pelos seguintes passos:

- **1ºPasso** : Obter o modelo do processo utilizando uma identificação nebulosa eficiente do processo multivariável;
- **2ºPasso** : Determinar um controlador que possa se adequar às características da planta a ser controlada utilizando o algoritmo baseado no modelo do processo.

Nesta dissertação, abordaremos apenas o 1ºpasso para a construção do algoritmo de controle adaptativo, que consiste em obter um modelo eficiente do processo utilizando identificação nebulosa multivariável. O 2ºpasso, atividade que não faz parte desta dissertação, constitui uma proposta para futuros desenvolvimentos desta pesquisa.

2.4 Viabilidade Econômica

As empresas atualmente tendem a perseguir cada vez mais a otimização de seus processos, visando o aumento da qualidade de seus produtos e da redução de custos [Embiruçu, 2001]. Atualmente, estão disponíveis diversas técnicas, metodologias e procedimentos, tanto gerenciais e organizacionais, quanto operacionais para a otimização dos processos. Uma dessas abordagens é o controle de processos. Assim como em outras ações e atividades, o desenvolvimento e implementação do controle

de processos deve ser precedida de um projeto em que seja demonstrada a sua viabilidade econômica. Conhecer bem o processo em estudo é importante para o objetivo de identificar e selecionar as variáveis que têm maior influência no sistema. O controle de processos é uma das inúmeras tecnologias que podem ser aplicadas para obter melhorias no desempenho operacional das unidades industriais.

Um processo químico industrial, possui diversas variáveis e muitas propriedades relacionadas ao seu sistema. É necessário determinar aquelas variáveis que possuem efeito direto nos objetivos a serem alcançados [Moraes, 2004]. Para tanto, devemos:

1. Analisar o sistema e determinar quais variáveis e propriedades do processo precisam ser tratadas;
2. Identificar as oportunidades de melhorias, utilizando o controle em seus processos, objetivando a otimização do sistema.

Nesta tese, foram encontrados as seguintes possibilidades econômicas visando a redução de custos com a implementação do controle inteligente no processo de combustão do incinerador de resíduos líquidos da empresa BASF S.A.:

- 1 **Equipamento** : A melhoria na eficiência da queima do resíduo líquido, devido ao controle da combustão, contribuiria para a redução do desgaste no refratário do incinerador, aumentando a sua vida útil, evitando a sua troca a cada 4.320 horas de operação.
- 2 **Mão de Obra** : O controle automático do processo de combustão no sistema de incineração evitaria a necessidade do operador do processo manipular os valores das variáveis de entrada no Incinerador, para realizar o controle da queima de resíduo líquido, liberando-o de uma tarefa tediosa e dando-lhe mais tempo para a realização de outras atividades pertinentes a sua função, bem como tornando o sistema mais robusto a falhas.
- 3 **Matéria Prima**: A melhoria na eficiência da queima do resíduo líquido, devido ao controle da combustão, contribuiria para a redução no consumo de óleo de Baixo Ponto de Fulgor (B.P.F), utilizado como combustível principal no processo de incineração líquida, permitindo queimar mais resíduo líquido com menos combustível.

- 4 **Energia:** Com o controle automático no processo de combustão do sistema de incineração, conseguimos melhorar a eficiência do próprio processo como um todo, permitindo a maximização dos rendimentos com menores custos. Desta forma podemos incinerar mais efluente com a mesma quantidade de energias de utilidades, como ar comprimido e energia elétrica.

As variáveis de processo que têm impacto nos objetivos econômicos mencionados acima e que constituem os parâmetros de entrada no processo de incineração, são as seguintes:

- 1 **Efluente Aquoso :** É um efluente oriundo das plantas químicas de produção, com alto teor de toxicidade. A Incineração elimina a sua toxicidade por métodos de oxidação á altas temperaturas.
- 2 **Efluente Orgânico :** É um efluente oriundo também das plantas químicas de produção, com alto poder calorífico, e utilizado como combustível secundário.
- 3 **Óleo B.P.F. :** É o elemento utilizado como combustível principal no processo de combustão do Incinerador.
- 4 **Ar de Combustão :** É o ar necessário para realizar a combustão e o arraste dos gases no Incinerador.

Um controlador inteligente no incinerador de resíduos líquidos teria como objetivo regular o processo de combustão, contribuindo para a redução da variabilidade, permitindo aproximar o processo de certas restrições impostas pela sua capacidade, como alcançar o máximo valor de queima do resíduo, ilustrado pela Figura (2.7).

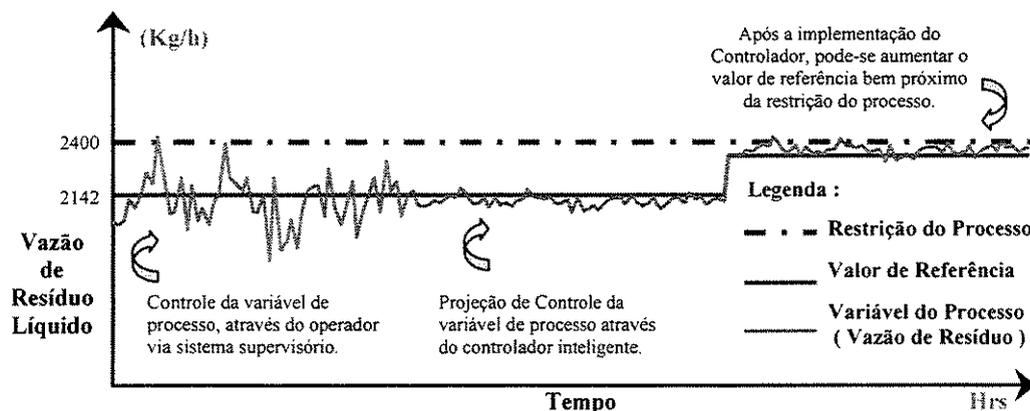


Figura 2.7 –Redução da variabilidade do processo possibilitando o aumento do valor de referência

A otimização da operação visa a redução dos custos, nos itens citados anteriormente, tais como a redução de matéria prima, energia, desgaste de equipamento e mão de obra.

2.4.1 Cálculos Operacionais com a Otimização do Processo

O Incinerador de resíduos líquidos da empresa BASF S.A. obteve uma eficiência de incineração de 86% com uma taxa de queima do resíduo de 2,064 toneladas/hora no ano de 2003 [Utilidades, 2003], devido aos fatores já citados no item (2.1). Segundo Cunha (2003), a eficiência ideal do processo seria de 96% a uma taxa de incineração de 2,304 toneladas/hora; este valor seria possível com a redução da variabilidade do sistema conforme discutido anteriormente. Realizando um breve estudo de viabilidade econômica, com a otimização do processo podemos obter os seguintes resultados para os itens:

- Equipamento:

A redução do desgaste no refratário do incinerador, devido a otimização do processo, aumentaria a vida sua útil em 10% (432 Hrs), diminuindo o número de paradas por ano para a troca do refratário no processo.

- Mão de Obra:

O controle automático do processo de combustão no sistema de incineração, evitaria a necessidade do operador do processo de manipular os valores das variáveis de entrada no incinerador, para realizar o controle da queima de resíduo líquido, liberando-o de uma tarefa tediosa e obtendo 10.560 horas homem por ano disponíveis no âmbito operacional para a empresa.

- Matéria Prima:

A redução do consumo de óleo combustível (B.P.F) do tipo 1A, devido a otimização do processo, permitiria queimar mais resíduo líquido com menos combustível; com isto a empresa economizaria em média 144.000Kg de óleo por ano.

- Energia:

Com a otimização do processo conseguimos melhorar a eficiência do próprio processo como um todo, permitindo a maximização dos rendimentos com menores custos. Desta forma conseguimos incinerar mais efluente com a mesma quantidade de energia elétrica. A empresa economizaria em média 186.500K.wh por ano.

A otimização do processo traria um grande retorno financeiro e operacional para a empresa, conforme os itens abordados anteriormente, o que nos motiva ainda mais o desenvolvimento desta dissertação.

2.5 Resumo

As principais contribuições deste capítulo foram:

1. Motivação e relevância para a identificação do processo de incineração;
2. A descrição do processo de incineração de resíduos líquidos e seu funcionamento detalhado;
3. Identificação das oportunidades de melhorias econômicas e operacionais com a otimização do processo de incineração de resíduos líquidos.

Capítulo 3

Introdução a Teoria de Identificação de Sistemas

3.1 Introdução

Um sistema pode ser conhecido, estudado e compreendido a partir do seu modelo, e muitas vezes é fundamental conhecer e compreender este sistema antes de colocá-lo em operação. O desafio de representar modelos matemáticos, sistemas e fenômenos observados, vem desde a antiguidade. Os modelos são utilizados para um melhor entendimento, solução de problemas relacionados com a área de controle, estimação, predição de sistemas reais e outras áreas correlatas. O desafio de representar um sistema real através de um modelo matemático, mantém sua importância em análise e em projetos de sistemas de controle desde a época de Gauss até os dias atuais [Almeida & Barreto, 2004].

A identificação de um sistema tem como objetivo a construção ou a seleção de modelos a partir de observações de N pares de dados de entrada e saída de um determinado processo. Ao determinar um modelo de um sistema de interesse, tem-se como objetivo, a representação de seus aspectos essenciais de uma forma adequada para a sua utilização. Um modelo pode ser determinado pelo tipo de processo que estamos analisando e de sua aplicação.

Neste capítulo abordaremos alguns conceitos básicos e alguns modelos clássicos para a identificação de sistemas, o que permitirá nos capítulos posteriores a sua utilização para a obtenção do modelo do processo de incineração líquida da empresa BASF S.A., conforme discutido no capítulo 2. Na seção 3.2 é apresentada uma introdução sobre a teoria de sistemas, abordando alguns conceitos e algumas de suas classificações e na seção 3.3 é apresentada uma introdução à identificação de sistemas, abordando seus conceitos e apresentando alguns modelos clássicos de identificação que serão utilizados neste trabalho.

3.2 Teoria de Sistemas

A palavra sistema está presente em diversas áreas do conhecimento humano, tais como a biologia, a matemática, a química, a sociologia, a filosofia, a engenharia, a administração, a economia, entre outros. Como exemplos, há o sistema numérico, o sistema nervoso, o sistema hidráulico, o sistema financeiro, o sistema de saúde, o sistema operacional de computadores, e infinitos outros tipos de sistemas. Um sistema é um todo complexo ou organizado; uma montagem ou combinação de coisas ou partes que formam um todo complexo ou único. É um conjunto de elementos relacionados [Ohashi,2001]. Um sistema também é uma coleção de componentes acoplados para desempenhar uma certa função. Qualquer instrumento é um sistema e, de fato, cada um dos seus componentes é um sistema, bem como um conjunto de instrumentos acoplados para uma dada finalidade é um sistema. Em resumo, tudo que desejamos analisar constitui um sistema.

Conceitos relacionados com os sistemas são importantes para seu melhor entendimento e alguns são destacados a seguir [Alter,1996]:

- **Objetivo** : O objetivo de um sistema é a razão da sua existência e o ponto de referência para medir seu sucesso;
- **Limite** : O limite de um determinado sistema define uma fronteira de separação entre o sistema e seu ambiente;
- **Ambiente** : O ambiente é tudo que é pertinente ao sistema e está fora dos seus limites;
- **Entradas** : As entradas são objetos físicos ou informações que saem de seu ambiente e cruzam os limites do sistema;
- **Saídas** : As saídas são objetos físicos ou informações que saem do sistema para seu ambiente.

A Figura 3.1 representa o conceito de sistemas como um conjunto de elementos relacionando-se entre si para formar um todo. O sistema está inserido em um ambiente, onde ocorrem fluxos de entradas e saídas a fim de cumprir um determinado objetivo.

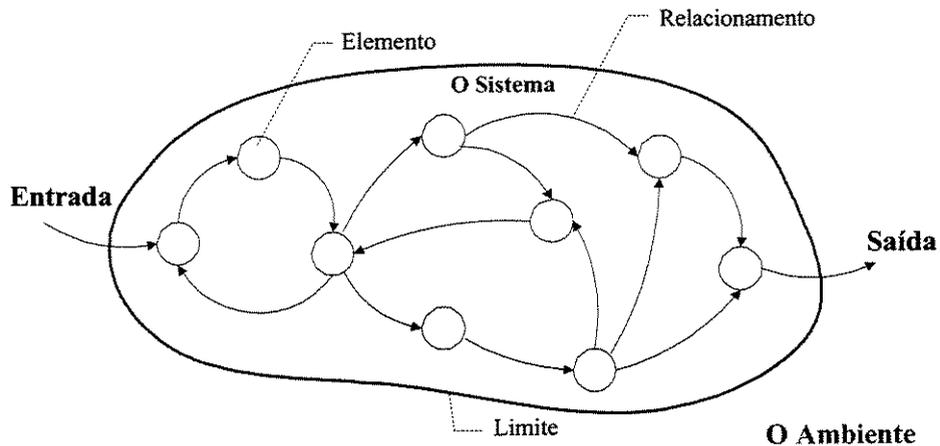


Figura 3.1: O conceito geral de sistema [Alter, 1996].

Existem muitas propostas para classificar os sistemas. Uma das primeiras tentativas de classificar sistemas [Boulding, 1956], propôs abordagens para organizar os sistemas, tratando de reunir áreas empíricas em uma hierarquia de complexidade de organização de seus 'indivíduos' básicos ou unidades de comportamento, desenvolvendo um nível de abstração apropriado para cada uma. A Figura 2.2 mostra uma classificação utilizando a abordagem feita por Boulding, dividindo os sistemas em uma hierarquia com 8 níveis [Ohashi, 2001]:

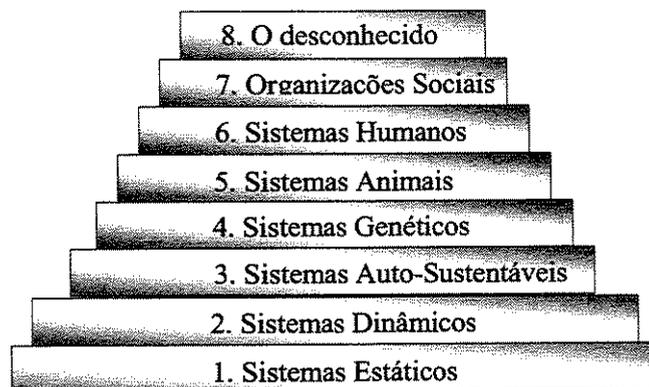


Figura 3.2: Hierarquia de sistemas

A abordagem enfatiza primeiramente o todo (conjunto), depois considera suas partes e subsistemas (componentes), incluindo as interações (inter-relações) entre eles e entre as partes e o todo.

3.2.1 Sistema Estático

Um sistema é conhecido como estático se sua saída corrente depende somente dos dados de entrada no instante corrente [Ogata,1992]. A saída de um sistema estático fica constante enquanto a sua entrada não se alterar. A saída muda somente quando a entrada muda de valor. Eles podem ser descritos por equações algébricas.

Exemplo:

Um circuito de um somador completo representado pela figura (3.3) do Sistema Digital de Controle Distribuído do processo de incineração.

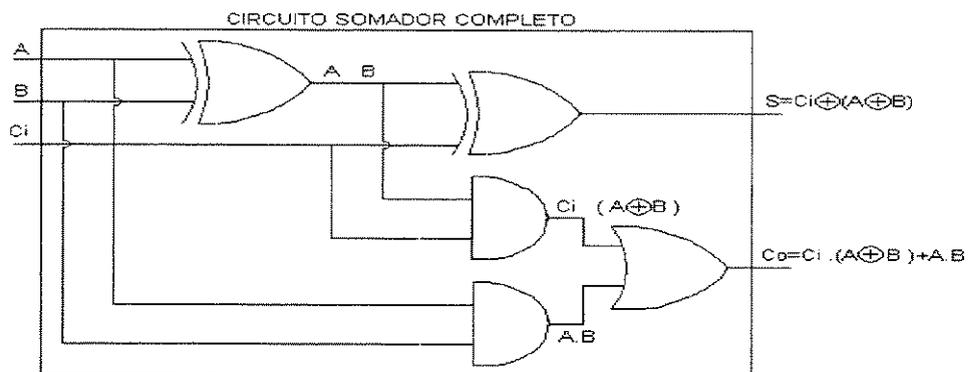


Figura 3.3: Circuito somador completo (full adder)

A	B	C _i	S	C _o
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Tabela 3.1: Tabela verdade

Dados de entrada e saída

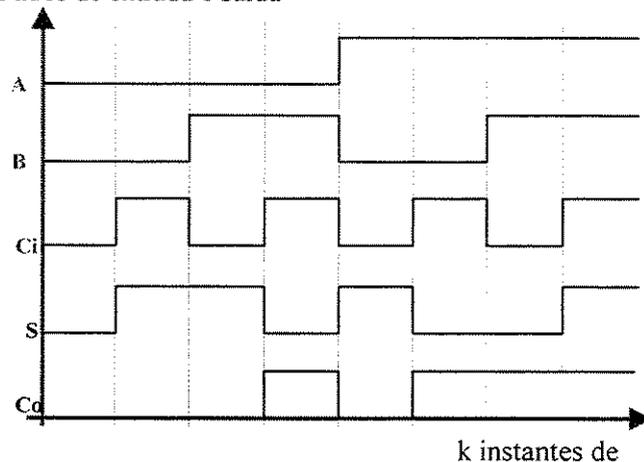


Figura 3.4: Representação da tabela verdade do somador completo

Pode-se notar que saída corrente depende somente dos dados de entrada no instante corrente, sendo este sistema estático descrito pela equação algébrica que define o circuito.

3.2.2 Sistema Dinâmico

Um sistema é conhecido como dinâmico, se a sua saída atual depende de valores de suas saídas e de suas entradas passadas. Os sistemas dinâmicos têm memória e são descritos por equações diferenciais no caso de sistemas contínuos, e por equações à diferenças finitas no caso de sistemas discretos. O comportamento temporal de sistemas dinâmicos pode depender tanto de variáveis observáveis como de variáveis não observáveis [Aguirre, 2004].

A dinâmica descreve como o estado do sistema evolui no tempo. A seqüência de estados exibida por um sistema dinâmico durante sua evolução no tempo é denominada trajetória no espaço de estados [Von Zuben, 2005].

Uma forma de representação de um sistema dinâmico é dada pelo seguinte conjunto de equações no espaço de estado:

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k \\ y_k = Cx_k + Du_k + v_k \end{cases} \quad (3.1)$$

onde os vetores $u_k \in \mathcal{R}^m$ e $y_k \in \mathcal{R}^l$ são as medidas no k -ésimo instante de amostragem, respectivamente, m entradas do processo e l saídas do processo. O vetor $x_k \in \mathcal{R}^n$ é o vetor de estado do processo e contém os n valores numéricos do estado; w_k e v_k são sinais que levam em consideração ruídos nas medidas e no processo entre outros e as matrizes do sistema são: $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $B \in \mathcal{R}^{n \times m}$, $C \in \mathcal{R}^{l \times n}$ e $D \in \mathcal{R}^{l \times m}$.

Uma descrição por variáveis de estado de um sistema linear invariante no tempo consiste num conjunto de equações à diferenças finitas diferenciais que descrevem o estado do sistema e como este evolui, assim como de uma equação que descreve a saída do sistema em função das variáveis de estado e de entrada.

3.3 Identificação de Sistemas

A perspectiva geral de sistemas pressupõe não o mero raciocínio por analogia, mas o discernimento de semelhanças fundamentais de estrutura. Assim é de prática comum que uma análise de um sistema busque identificar os componentes básicos, mais ou menos comuns a todos os sistemas. O sistema admite uma representação, o modelo, reunindo essas propriedades identificadas, cujo contorno estabelece o meio, as entradas

e saídas. O modelo refere-se sempre a um estado, ou condição assumida em dado instante, fruto de um controle.

O objetivo desta dissertação é de formalizar a identificação do processo de incineração de resíduos líquidos, conforme discutido no capítulo 2.

Entende-se por identificação de sistemas a determinação de um modelo do sistema de interesse representando os seus aspectos essenciais de uma forma adequada para a sua utilização. A forma do modelo é determinada pelos tipos de processo e de aplicação considerado. O modelo pode ser linear, não linear, estático, dinâmico, determinístico, estocástico, dentre outros. Pode-se distinguir três abordagens para a modelagem a partir do conhecimento a priori e intuição física de um sistema dinâmico [Ljung, 1999] [Bottura & Serra, 2004]:

1 Modelos Caixa-Branca : Neste caso, o conhecimento a priori ou a intuição física a respeito do sistema nos permite construí-lo perfeitamente. Porém, o critério para o bom entendimento físico pode ser um fator limitante na prática, considerando-se sistemas dinâmicos complexos ou pobremente entendidos. Essas dificuldades podem ser oriundas do pobre entendimento dos fenômenos físicos que regem o comportamento do sistema, de imprecisão nos valores dos parâmetros e da complexidade do modelo resultante, tornando a modelagem física uma tarefa difícil, demorada e custosa. Além disso, um entendimento completo do comportamento físico do sistema dinâmico é quase que impossível para a maioria das aplicações práticas.

2 Modelos Caixa-Preta : Neste caso, nenhuma intuição física do sistema é disponível ou usada, mas a estrutura do modelo escolhida, aproximador de uma função, engloba uma família de modelos flexíveis e eficientes em aplicações práticas. Assim, o problema de modelagem consiste em escolher uma estrutura apropriada do aproximador, de maneira que a dinâmica e a não-linearidade do sistema possam ser extraídas eficientemente. Esta estrutura deve ser inteiramente relacionada a estrutura do sistema dinâmico real e o problema de identificação consiste na estimação dos parâmetros do modelo. Se os dados representativos do sistema estão disponíveis, modelos caixa-preta podem ser obtidos facilmente sem conhecimento a priori.

3 Modelos Caixa-Cinza : Neste caso, alguma intuição física sobre o sistema está disponível, mas os parâmetros devem ser determinados a partir de dados observados. Esta abordagem também conhecida como modelagem híbrida, combina as vantagens dos

modelos caixa-branca e caixa-preta.

Nesta dissertação estuda-se o problema da identificação tendo em vista o interesse no desenvolvimento de uma metodologia para a obtenção de um modelo matemático a partir de dados observados do processo em questão. O conhecimento sobre algumas características que regem o comportamento do sistema, esta relacionado à sua ordem, à sua dinâmica, à frequência de amostragem adequada, às características de estabilidade, à faixa de operação em que se pretende operar, aos tempos de atraso, etc.

A teoria para identificação de sistemas pode ser dividida em [Barreto, 2002]:

- **Identificação Paramétrica:** Método que objetiva a identificação de modelos matemáticos que incluem parâmetros que dependem explicitamente dos dados do sistema.
- **Identificação Não Paramétrica:** Método que objetiva a identificação de um sistema através de representações gráficas, como a resposta ao impulso e a resposta em frequência.

Nesta tese nos limitaremos ao estudo da identificação paramétrica para o processo de incineração.

A Figura (3.5) mostra os procedimentos básicos utilizados para identificar um modelo para um sistema dinâmico:

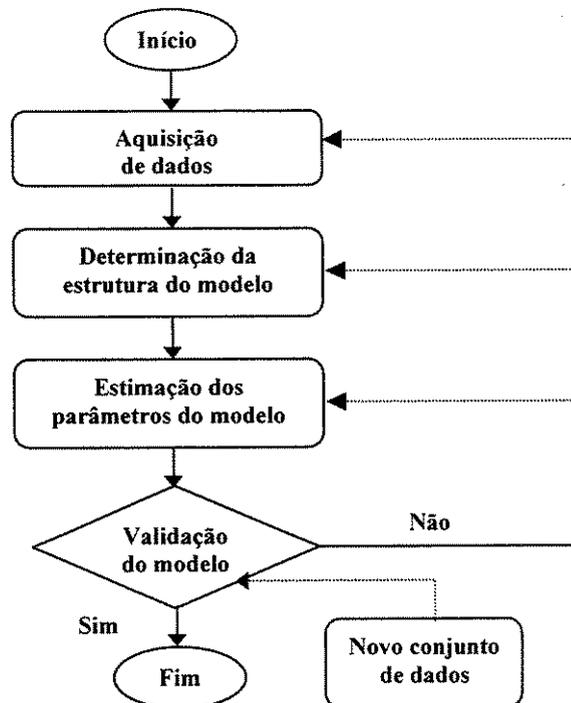


Figura 3.5: Procedimentos básicos para identificação de sistemas

Mesmo tendo a maioria dos sistemas de mundo real um comportamento não linear, grande parte da literatura sobre identificação de sistemas trata da modelagem de sistemas lineares. Muitos sistemas podem ser bem descritos (aproximados) por um modelo linear e dado que modelos lineares usualmente permitem representar de forma adequada o comportamento do sistema real somente em torno de um determinado ponto de operação; quando não é razoável usar um único modelo para toda a faixa de operação, pode-se, muitas vezes, identificar diferentes modelos lineares para diferentes pontos de operação do sistema. Existem várias razões para isto, sendo das mais importantes a simplificação que o modelo linear permite para:

- A implementação computacional;
- A análise estatística;
- O projeto de controladores.

Embora as aproximações lineares possam ser utilizadas satisfatoriamente em uma ampla gama de aplicações práticas, muitos sistemas somente podem ser representados adequadamente através de modelos não lineares. A modelagem não linear possibilita a análise e a representação de sistemas com comportamentos dinâmicos complexos, significativamente distintos para diferentes pontos de operação; contudo, a obtenção desses modelos é normalmente mais trabalhosa do que a de modelos lineares. Nos próximos itens deste capítulo revisaremos alguns termos básicos utilizados em identificação de sistemas dinâmicos.

- Modelos Contínuos e Modelos Discretos no Tempo

Um sistema contínuo no tempo é aquele sistema que normalmente se refere aos sistemas dinâmicos observados continuamente no tempo, modelados por equações diferenciais [Walter & Pronzato, 1997].

A maioria dos processos reais são sistemas contínuos, mas em muitos casos, devido ao processo de observação (amostragem), a informação disponível de tais processos existe apenas em instantes discretos no tempo. Os sistemas discretos são modelados por equações à diferenças finitas [Aguirre, 2004].

- Modelos Monovariáveis e Modelos Multivariáveis

As quantidades de entradas e de saídas de um sistema determinam a classificação de modelos como:

- Modelo **SISO** (*Single Input - Single Output*): Modelo monovariável com uma única entrada e saída;
- Modelo **SIMO** (*Single Input - Multiple Output*): Modelo com uma única entrada e múltiplas saídas;
- Modelo **MISO** (*Multiple Input - Single Output*): Modelo com múltiplas entradas e uma única saída;
- Modelo **MIMO** (*Multiple Input - Multiple Output*): Modelo com múltiplas entradas e múltiplas saídas.

Na Figura (3.6) revisamos a representação destes sistemas.

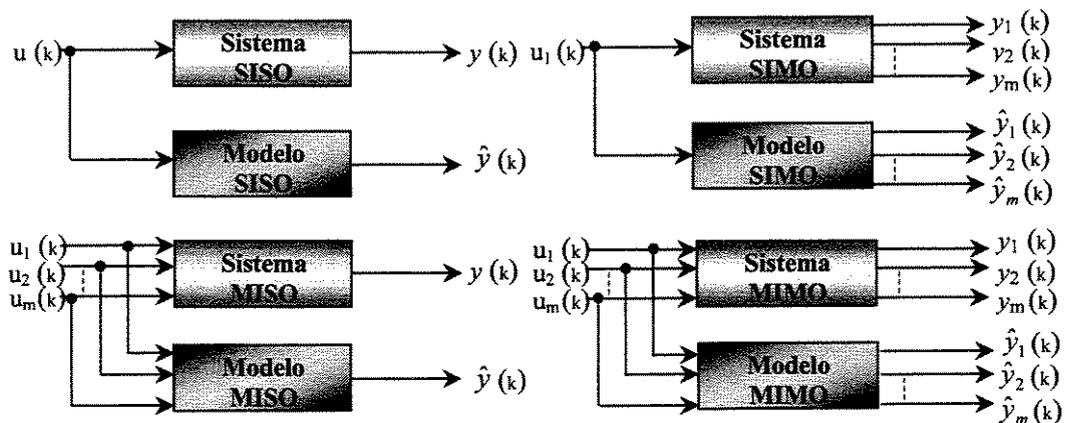


Figura 3.6: Sistemas SISO, SIMO, MISO e MIMO

A maioria dos sistemas reais são em última instância multivariáveis, porém em análise de sistemas, podemos em certos casos estudá-los separadamente como sistemas monovariáveis. O processo de incineração a ser estudado, é considerado um sistema multivariável [Cunha, 2003].

- Modelos Lineares e Não Lineares

Um modelo é conhecido como linear se a ele se aplica o princípio da superposição. O princípio da superposição estabelece que a resposta produzida pela aplicação simultânea de duas excitações diferentes é igual a soma das duas respostas individuais a cada uma das excitações [Bottura, 1982].

Exemplo:

Um modelo excitado pela entrada $u_1(k)$ produz a saída $y_1(k)$, o mesmo modelo excitado por $u_2(k)$ produz a saída $y_2(k)$, desta forma se o modelo for excitado por $a u_1(k) + b u_2(k)$ o mesmo produz $a y_1(k) + b y_2(k)$, satisfazendo o princípio da superposição, onde a e b são constantes.

Para os sistemas lineares as respostas às várias entradas podem ser calculadas considerando uma única entrada de cada vez e adicionando-se os resultados; este princípio permite a construção de soluções mais complexas para equações diferenciais lineares a partir de soluções simples [Ogata, 2000].

Um sistema linear é chamado de variante no tempo se os coeficientes de suas equações diferenciais são funções do tempo e um sistema linear é chamado de invariante no tempo se os coeficientes de suas equações diferenciais são constantes.

Um modelo é conhecido como não linear se a ele não se aplica o princípio da superposição. Assim, nos modelos não lineares a resposta a duas entradas não pode ser calculada tratando-se uma entrada de cada vez e adicionando-se os resultados.

- Modelos Determinísticos e Estocásticos

Modelos determinísticos são modelos onde os dados de entrada e os demais parâmetros do modelo não sofrem variações aleatórias, isto é, permanecem iguais em todos os momentos ou sofrem variações predefinidas sistemáticas.

Um modelo estocástico é um modelo no qual são modeladas incertezas na forma de variáveis aleatórias. Ao contrário dos modelos determinísticos, suas saídas são variáveis aleatórias. Abordaremos alguns conceitos de processos estocásticos que serão utilizados posteriormente nesta dissertação.

Processos Estocásticos

Um processo estocástico $\{x_t(w), t \in T, w \in \Omega\}$, é uma seqüência de variáveis aleatórias indexadas pela variável t e definido no espaço de probabilidades (Ω, A, P) , onde Ω é o espaço de probabilidades, A é uma σ -álgebra e P uma medida de probabilidade definida em A . Para cada valor de t , $\{x_t(w), w \in \Omega\}$ é uma variável aleatória. Para cada valor de $w \in \Omega$, $\{x_t(w), t \in T\}$ é uma função do tempo que corresponde a uma realização do processo estocástico. As variáveis aleatórias $x_t(w)$ podem ser contínuas e discretas, e o tempo t também pode ser discreto ou contínuo [Amaral, 2004].

Seja o sistema linear invariante no tempo representado pela Figura (3.7), onde a perturbação ξ pode ser descrita por um processo estocástico estacionário.

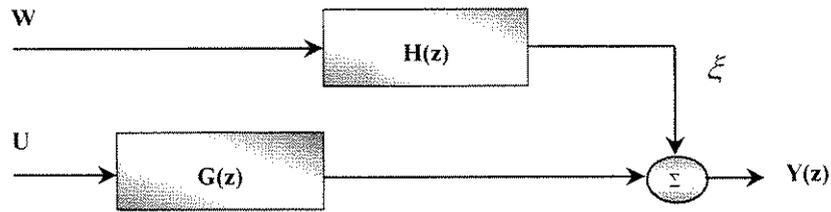


Figura 3.7: Representação de um processo estocástico estacionário

A transformada z da saída deste sistema pode ser representada por:

$$Y(z) = G(z)U(z) + H(z)W(z) \tag{3.2}$$

onde $G(z)$ é a função de transferência da parte determinística do sistema, $H(z)$ é a função de transferência da parte estocástica do sistema e elas são funções racionais e estáveis. A função de transferência $H(z)$ tem as seguintes propriedades adicionais:

1. $H(z)^{-1}$ é estável.
2. $\lim_{z \rightarrow \infty} H(z) = 1$.

Supondo que, no caso geral, as funções de transferência das partes determinística e estocástica podem ter alguns pólos em comum, pode-se escrever a seguinte representação para a saída do sistema:

$$Y(z) = \underbrace{\frac{z^{-d} B(z)}{F(z)A(z)} U(z)}_{\text{Parte Determinística}} + \underbrace{\frac{C(z)}{D(z)A(z)} W(z)}_{\text{Parte Estocástica}} \tag{3.3}$$

onde $A(z), B(z), C(z), D(z)$ e $F(z)$ são polinômios em z , cujas raízes são os pólos e zeros da parte determinística e estocástica do sistema e d é o atraso de transporte do sistema, que são representados no domínio da frequência. Aplicando a anti-transformada z e utilizando o operador deslocamento (q^{-1}) de forma a representar o sistema no domínio do tempo, resulta em:

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d} \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})} u(k) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} w(k) \tag{3.4}$$

onde o argumento (q^{-d}) representa um deslocamento d passos para trás; q é um operador de deslocamento para frente, de forma que $q^{-1} y(k) = y(k-1)$ se caracteriza-se como um regressor, $w(k)$ é o ruído no qual não temos interesse e $A(q^{-1}), B(q^{-1}), C(q^{-1}), D(q^{-1})$ e $F(q^{-1})$ são polinômios que representam as características do sistema da parte determinística e da parte estocástica, onde são definidos da seguinte forma com relação a

cada um de seus regressores:

$$\begin{aligned}
 A(q^{-1}) &= 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{na} q^{-na} \\
 B(q^{-1}) &= b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{nb} q^{-nb} \\
 C(q^{-1}) &= 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{nc} q^{-nc} \\
 D(q^{-1}) &= 1 + d_1 q^{-1} + \dots + d_{nd} q^{-nd} \\
 F(q^{-1}) &= 1 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{nf} q^{-nf}
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

De acordo com os valores particulares dos polinômios $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$, $C(q^{-1})$, $D(q^{-1})$ e $F(q^{-1})$, obtém-se diferentes modelos

Modelo Auto Regressivo com Média Móvel e Entradas Externas (ARMAX)

A estrutura do modelo ARMAX (*Auto Regressive Moving Average with exogenous inputs*) pode ser obtida a partir do modelo geral da equação (3.4), tomando-se $D(q^{-1}) = F(q^{-1}) = 1$ e $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ e $C(q^{-1})$ como polinômios arbitrários, resultando em:

$$A(q^{-1}) y(k) = q^{-d} B(q^{-1}) u(k) + C(q^{-1}) w(k) \tag{3.6}$$

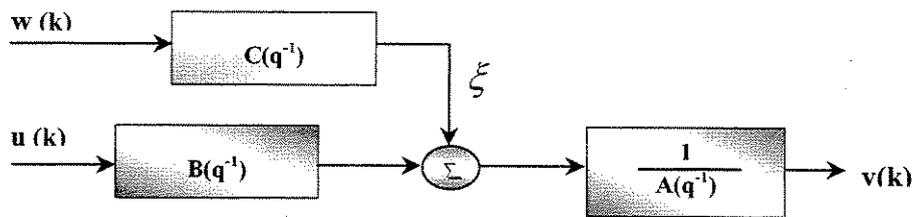


Figura 3.8: Representação de um modelo ARMAX

Como o ruído $w(k)$ aparece explicitamente na equação (3.6), o modelo ARMAX é classificado como pertencendo à classe de modelos com erro na equação. Neste caso a perturbação não é um ruído branco e podemos reescrever a equação (3.6) como:

$$y(k) = q^{-d} \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(k) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} w(k) \tag{3.7}$$

Uma forma alternativa de representar a estrutura do modelo ARMAX, baseada na equação do erro predito, corresponde a escolher:

$$G(q^{-1}, \theta) = q^{-d} \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} \quad H(q^{-1}, \theta) = \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} \tag{3.8}$$

cujo preditor toma a seguinte forma:

$$\hat{y}(k|k-1, \theta) = q^{-d} \frac{B(q^{-1})}{C(q^{-1})} u(k) + \left(1 - \frac{A(q^{-1})}{C(q^{-1})} \right) y(k) \quad (3.9)$$

$$C(q^{-1}) \hat{y}(k|k-1, \theta) = q^{-d} B(q^{-1}) u(k) + (C(q^{-1}) - A(q^{-1})) y(k)$$

$$\hat{y}(k|k-1, \theta) = q^{-d} B(q^{-1}) u(k) + (C(q^{-1}) - A(q^{-1})) y(k) - (1 - C(q^{-1})) \hat{y}(k|k-1, \theta)$$

$$\hat{y}(k|k-1, \theta) = q^{-d} B(q^{-1}) u(k) + (1 - A(q^{-1})) y(k) + (C(q^{-1}) - 1) \varepsilon(k, \theta) = \varphi^T(k, \theta) \theta$$

onde $\varepsilon(k, \theta) = y(k) - \hat{y}(k|k-1, \theta)$ representa o erro de previsão ou residuo. Os vetores de regressão e de parâmetros são definidos, respectivamente por:

$$\varphi(k) = [y(k-1) \dots y(k-n_a), u(k-d) \dots u(k-d-n_b), \varepsilon(k, \theta) \dots \varepsilon(k, n_c, \theta)]^T \quad (3.10)$$

$$\theta = [-a_1 \dots -a_{n_a}, b_0 \dots b_{n_b}, c_1 \dots c_{n_c}]^T \quad (3.11)$$

A dinâmica do modelo do preditor é especificada pelas raízes do polinômio $C(z)$ que devem estar dentro do círculo unitário no plano z para garantir que o preditor seja estável e a presença dos pólos no modelo do preditor acarreta que o vetor de regressão dependa dos parâmetros do modelo, o que significa uma não linearidade em θ na equação do preditor. Essa não linearidade acarretará que, neste caso, sejam necessários métodos mais elaborados para a estimação dos parâmetros desconhecidos do modelo, como estruturas polinomiais e racionais NARMAX (*Nonlinear Auto Regressive Moving Average with exogenous inputs*).

Modelo Auto Regressivo com Entradas Externas (ARX)

O modelo ARX (*Auto Regressive with Exogenous inputs*), é uma simplificação do modelo ARMAX, e pode ser obtido a partir do modelo geral da equação (3.4), tomando-se $C(q^{-1}) = D(q^{-1}) = F(q^{-1}) = 1$ e $A(q^{-1})$ e $B(q^{-1})$ como polinômios arbitrários, resultando em:

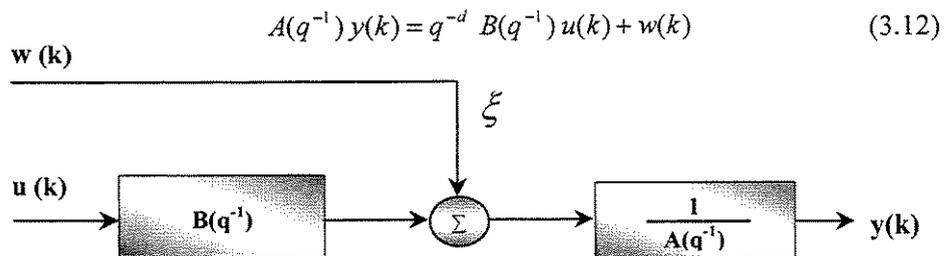


Figura 3.9: Representação de um modelo ARX

Como o ruído $w(k)$ aparece explicitamente na equação (3.12), o modelo ARX é classificado como pertencendo à classe de modelos com erro na equação, assim o modelo pode ser reescrito na forma:

$$y(k) = q^{-d} \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(k) + \frac{1}{A(q^{-1})} w(k) \quad (3.13)$$

Uma forma de representar a estrutura do modelo ARX, baseada na equação do erro previsto, corresponde escolher os polinômios:

$$G(q^{-1}, \theta) = q^{-d} \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} \quad H(q^{-1}, \theta) = \frac{1}{A(q^{-1})} \quad (3.14)$$

cujo preditor toma a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \hat{y}(k | k-1, \theta) &= q^{-d} B(q^{-1}) u(k) + [1 - A(q^{-1})] y(k) \\ &= \phi^T(k) \theta \end{aligned} \quad (3.15)$$

onde

$$\phi(k) = [y(k-1) \dots y(k-n_a), u(k-d) \dots u(k-d-n_b)]^T \quad (3.16)$$

$$\theta = [-a_1 \dots -a_{n_a}, b_0 \dots b_{n_b}]^T \quad (3.17)$$

Podemos observar que a equação do regressor não relaciona o ruído, apenas os valores das entradas e saídas passadas, o que nos motiva a utilizar este modelo neste trabalho, mesmo sendo uma simplificação do modelo ARMAX. Detalharemos sua utilização no capítulo 5.

3.4 Resumo

As principais contribuições deste capítulo foram:

1. Revisão de conceitos básicos para teoria de sistemas e sua classificação;
2. Revisão dos principais conceitos sobre identificação de sistemas que serão utilizados nos capítulos seguintes.

Capítulo 4

Teoria de Sistemas Nebulosos

4.1 Introdução

O conceito de conjunto nebuloso (*fuzzy set*) foi introduzido por Zadeh (1965) e desde então, os sistemas baseados em conjuntos nebulosos, ou sistemas nebulosos, vêm avançado tanto do ponto de vista teórico quanto do prático. A idéia de modelagem nebulosa que abordaremos nesta dissertação, foi inicialmente introduzida para tratar da representação de sistemas complexos através de um conjunto de declarações condicionais descrevendo as relações entre variáveis lingüísticas, com o objetivo de representar comportamentos de natureza humana [Zadeh,1973]. A identificação de sistemas a partir de conjuntos de dados de entrada e saída utilizando um modelo nebuloso foi abordada por Tong (1978). Os termos conjunto nebuloso e lógica nebulosa têm sido freqüentemente utilizados como sinônimos. Porém, estas nomenclaturas tratam aspectos distintos da teoria. O termo conjunto nebuloso é geralmente utilizado para descrever toda a teoria de conjuntos nebulosos vista como uma extensão da teoria de conjuntos clássicos quando associada aos conceitos de funções de pertinência, operações com conjuntos nebulosos, números nebulosos, relações nebulosas, regra composicional de inferência englobando alguns conceitos de lógica nebulosa. Já a lógica nebulosa pode ser vista como uma extensão das lógicas bi-valores e multi-valores. Ao invés de considerar apenas dois valores-verdade (0 ou 1) no caso da lógica bi-valores, ou em um intervalo unitário no caso da lógica de multi-valores, a lógica nebulosa pressupõe que os valores-verdade são conjuntos nebulosos definidos no intervalo $[0,1]$ [Delgado,2002]. A definição de regras nebulosas com base em implicações lógicas, permite o uso do termo lógica nebulosa para descrever a computação baseada em regras nebulosas. A teoria associada à lógica nebulosa requer a definição de conceitos distintos, como valor-verdade, proposições e implicações nebulosas.

A utilização de conjuntos nebulosos e de um tipo de computação baseado na regra composicional de inferência com seus operadores associados, resulta em sistemas de decisão estruturados no formato de uma base de regras nebulosas, adequados para a implementação de processos dedutivos. Esses sistemas, conhecidos como sistemas de inferência nebulosa ou simplesmente sistemas nebulosos, dependem da especificação de uma série de elementos, que incluem a quantidade e o tipo de regras nebulosas, os parâmetros das funções de pertinência, a semântica das regras que participam do raciocínio aproximado e os operadores do mecanismo de inferência utilizado para obter uma saída a partir dos dados de entrada. A utilização de sistemas nebulosos na forma de raciocínio aproximado pode expressar a ambigüidade e a subjetividade presentes no raciocínio humano [Pedrycz & Gomide,1998].

O uso de sistemas nebulosos é indicado quando [Lin & Lee, 1996]:

- O modelo matemático do sistema não existe, ou quando existe, é de difícil codificação (não temos um modelo matemático *a priori* do processo de incineração);
- O modelo matemático é muito complexo para ser rapidamente avaliado em tempo real ou requer muita memória;
- No ambiente existe alto nível de ruído e/ou os sensores de medição poucos precisos no sistema;
- O processo envolve a interação com um operador humano, ou especialista, preparado para especificar os parâmetros do conjunto de regras a ser utilizado no sistema nebuloso.

As técnicas de teorias de conjuntos e sistemas nebulosos têm sido utilizadas em diferentes campos do conhecimento e em diversas aplicações, para a aproximação de funções, previsão de séries temporais, filtragem de sinais, identificação e controle de processos. Um número significativo de implementações práticas vem consolidando os sistemas nebulosos não só em instalações industriais, mas também em muitos produtos manufaturados [Pedrycz & Gomide,1998]. Muitas das metodologias para análise de base de dados pressupõem dados precisos e medidas exatas. A maioria das medidas armazenadas devem ser interpretadas como intervalos, onde os comprimentos dependem da precisão dos dispositivos de medição. A teoria dos sistemas nebulosos permite que se trabalhe com objetos de bordas ou fronteiras difusas e, por isso, os sistemas nebulosos são

também conhecidos como sistemas difusos. A principal característica dos sistemas nebulosos é a capacidade de lidar com informações imprecisas [Delgado, 2002]. A imprecisão nos conjuntos nebulosos está relacionada à ambigüidade encontrada na definição de conceitos lingüísticos como por exemplo “concentração baixa”, “vazão alta”, “temperatura muito alta”, etc. Estes conceitos podem representar certas variáveis lingüísticas do processo em estudo.

A Figura (4.1) descreve a estrutura geral de um sistema de inferência nebuloso que pode ser utilizado em diferentes campos do conhecimento e em diversas aplicações, tais como aproximação de funções, previsão de séries temporais, filtragem de sinais, identificação e controle de processos. Este sistema mapeia entradas – oriundas de um conjunto de dados resultante de medições ou observações experimentais – em saídas; e dispõe basicamente, de quatro componentes: *fuzificador*, *base de conhecimento*, *máquina de inferência* e *defuzificador*. Uma vez que as regras tenham sido estabelecidas, o sistema de inferência nebuloso mapeia as entradas em saídas, $y=f(u)$, onde u e y são a entrada e a saída do sistema de inferência nebuloso, e f corresponde à representação quantitativa deste mapeamento.

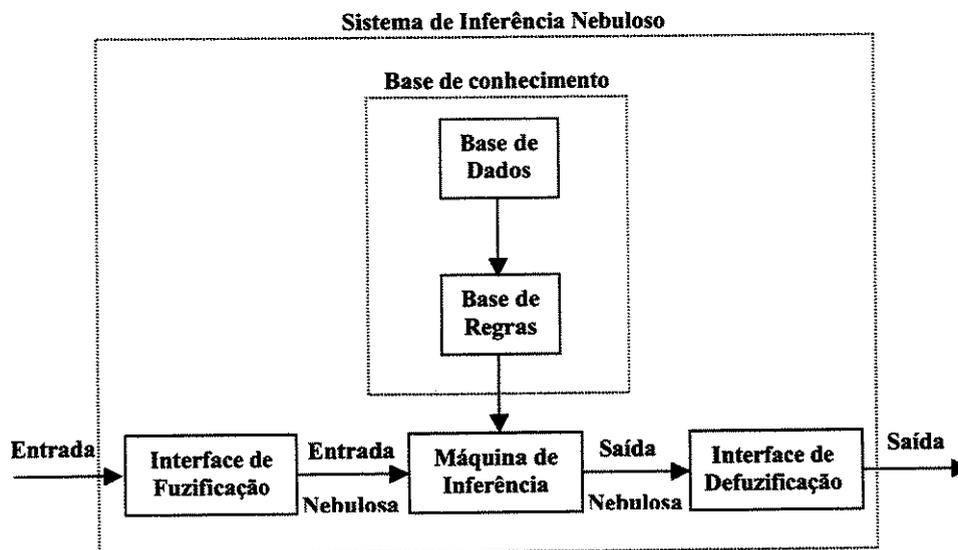


Figura 4.1: Sistema de inferência nebuloso. A linha mais fina indica o fluxo de informações e a linha mais grossa o fluxo computacional

Certos modelos conhecidos como relacionais possuem a estrutura padrão de sistemas nebulosos composta de interfaces de entrada (*fuzificação*) e saída (*defuzificação*) e um bloco de processamento (*inferência*).

Este capítulo apresenta os conceitos fundamentais para o entendimento e para a utilização dos sistemas nebulosos principalmente na área de identificação de sistemas. No item 4.2 são apresentados os conceitos básicos de conjuntos nebulosos. O item 4.3 aborda a modelagem de sentenças em linguagem natural ou artificial utilizando regras nebulosas como ferramenta. No item 4.4 descrevemos os sistemas baseados em conjuntos nebulosos, apresentando os diferentes mecanismos de inferência utilizados por estes sistemas para produzir saídas a partir dos dados de entrada. Nele abordamos os modelos de sistemas nebulosos mais comumente utilizados, principalmente o modelo Takagi Sugeno para a identificação de sistemas.

4.2 Introdução a Teoria de Conjuntos Nebulosos

A noção de conjunto ocorre freqüentemente quando se tenta organizar, resumir e generalizar o conhecimento a respeito de objetos. Seja \mathbf{X} uma coleção de objetos onde cada objeto é denominado por x . Um conjunto A é definido por uma coleção de pares ordenados $A = \{ (x, \mu_A(x)) \mid x \in \mathbf{X} \}$. A função $\mu_A(x)$ é denominada função de pertinência por determinar com que grau um objeto x pertence a um conjunto A ; \mathbf{X} é chamado de universo. Na teoria de conjuntos clássicos apenas dois valores são permitidos, pois um elemento ou pertence ou não pertence ao conjunto. Na teoria de conjuntos nebulosos a transição de pertencer a não pertencer é gradual. O conjunto nebuloso pode ser definido como uma coleção de objetos com valores de pertinência variando entre 0 (exclusão completa) e 1 (pertinência completa). Os conjuntos nebulosos representam uma generalização dos conjuntos clássicos.

4.2.1 Tipos de Funções de Pertinência

A teoria dos conjuntos nebulosos baseia-se no conceito de pertinência. Um conjunto nebuloso é definido pela função de pertinência $\mu_A(x)$ que estabelece para cada x um grau de pertinência ao conjunto A , com $\mu_A(x) \in [0,1]$. Os conjuntos clássicos podem ser vistos como um caso particular dos conjuntos nebulosos, no qual apenas os limites do intervalo são utilizados na definição da função de pertinência : $\mu_A(x) \in [0,1], x \in \mathbf{X}$.

Exemplo 4.1:

Considere que no universo contínuo $\mathbf{X} \in \mathfrak{R}$, o conceito de “números próximos a 10” pode ser expresso nas seguintes formas:

- **Concepção Clássica:** “Números próximos a 10”

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 9.5 \\ 1 & \text{se } 9.5 < x \leq 10.5 \\ 0 & \text{se } x > 10.5 \end{cases}$$

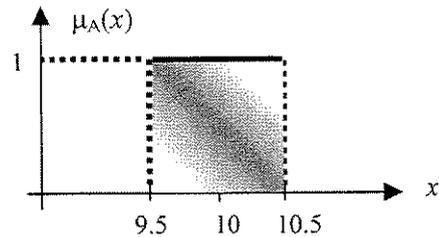


Figura 4.2: Função de pertinência: Conjunto clássico

- **Concepção de conjunto nebuloso:** “Números próximos a 10”

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 9.5 \\ \frac{x - 9.5}{0.5} & \text{se } 9.5 < x \leq 10 \\ \frac{10.5 - x}{0.5} & \text{se } 10 < x \leq 10.5 \\ 0 & \text{se } x > 10.5 \end{cases}$$

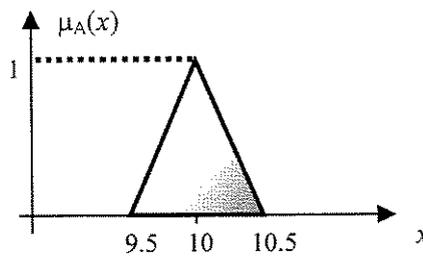
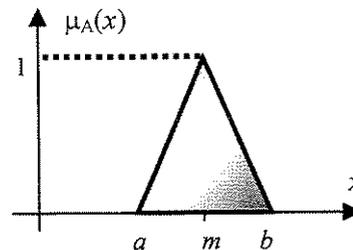


Figura 4.3: Função de pertinência: Conjunto nebuloso

O formato das funções de pertinência nebulosas é restrito a uma certa classe de funções, representadas por certos parâmetros específicos. Os formatos mais comuns das funções de pertinência na literatura são:

1 Função Triangular: Parâmetros (a, m, b) , com $a \leq m \leq b$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq a \\ \frac{x - a}{m - a} & \text{se } a < x \leq m \\ \frac{b - x}{b - m} & \text{se } m < x \leq b \\ 0 & \text{se } x > b \end{cases}$$

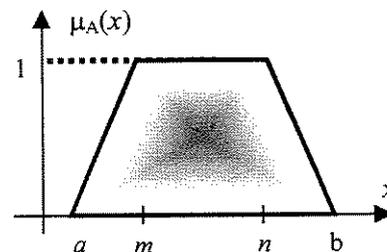


(4.1)

Figura 4.4: Função de pertinência triangular

2 Função Trapezoidal: Parâmetros (a, m, n, b) , com $a \leq m, n \leq b$ e $m \leq n$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq a \\ \frac{x - a}{m - a} & \text{se } a < x \leq m \\ 1 & \text{se } m < x \leq n \\ \frac{b - x}{b - m} & \text{se } n < x \leq b \\ 0 & \text{se } x > b \end{cases}$$



(4.2)

Figura 4.5: Função de pertinência trapezoidal

- 3 **Função Gaussiana:** Parâmetros (m, σ) , com $\sigma > 0$, onde m é o centro e σ é a variância da gaussiana

$$\mu_A(x) = \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(x-m)^2}{\sigma^2}\right) \quad (4.3)$$

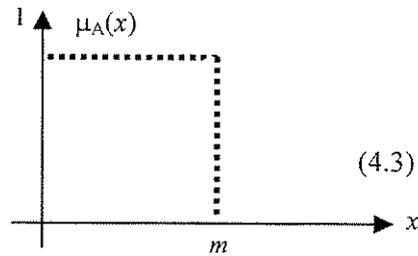


Figura 4.6: Função de pertinência gaussiana

- 4 **Conjunto Unitário (singleton):** Parâmetros (m, h)

$$\mu_A(x) = \begin{cases} h & \text{se } x = m \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.4)$$

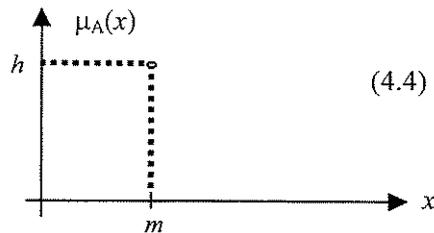


Figura 4.7: Conjunto unitário

A escolha mais adequada nem sempre é óbvia, podendo inclusive não estar ao alcance do conhecimento de um especialista para a aplicação em questão. Entretanto, existem sistemas nebulosos cujos os parâmetros das funções de pertinência são totalmente definidos pelo especialista; geralmente, a escolha de funções triangulares e trapezoidais é mais comum por causa da idéia de se definirem regiões de pertinência total, média e nula. Ela é mais intuitiva do que a especificação dos conceitos de média (m) e variância (σ^2), utilizados nas funções gaussianas. Porém, em sistemas nebulosos adaptativos nos quais os parâmetros das funções de pertinência são ajustados, a fim de otimizar o objetivo definido, a partir dos dados de entrada-saída, a função gaussiana é bastante utilizada, devido às suas propriedades matemáticas [Delgado,2002].

4.2.2 Conjuntos Nebulosos – Definições:

A função de pertinência especificada pelos parâmetros que definem o seu formato, é geralmente utilizada para representar um conjunto nebuloso, entretanto existem outros parâmetros que podem ser utilizados para caracterizar os conjuntos nebulosos:

- **Suporte (S_A):** Conjunto dos elementos do universo, onde o grau de pertinência é maior do que zero.

$$S_A = \{ x | \mu_A(x) > 0 \} \tag{4.5}$$

- **Núcleo(core) (N_A):** Conjunto dos elementos do universo, onde o grau de pertinência é igual a 1.

$$N_A = \{ x | \mu_A(x) = 1 \} \tag{4.6}$$

- **Altura (H_A):** Valor máximo da função de pertinência.

$$H_A = \sup_x \{ \mu_A(x) \} \tag{4.7}$$

- **α -Corte :** Conjunto dos elementos do universo onde o grau de pertinência é maior ou igual a α .

$$C_{\alpha A} = \{ x | \mu_A(x) \geq \alpha \} \tag{4.8}$$

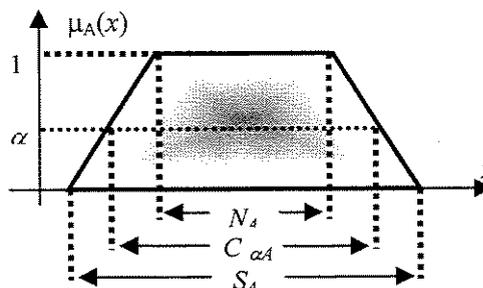


Figura 4.8: Suporte (S_A), α -Corte ($C_{\alpha A}$), Núcleo (N_A)

- **Conjunto Normal:** Um conjunto nebuloso é conhecido como normal se a sua altura (H_A) tem valor igual a 1. Caso o conjunto nebuloso não seja normal ($H_A < 1$), ele é conhecido como sub-normal, e o seu núcleo é um conjunto vazio. A Figura (4.9) apresenta estes conjuntos.

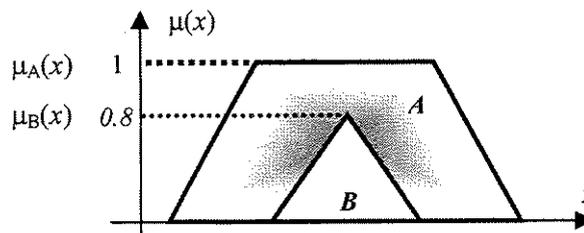


Figura 4.9: (a) Conjunto nebuloso normal (b) Subconjunto nebuloso subnormal

- **Conjunto Convexo:** Um conjunto nebuloso conhecido é convexo se a sua função de pertinência é tal que: $\mu_A(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min[\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)]$, $\forall x_1, x_2 \in X$ e $\lambda \in [0,1]$.

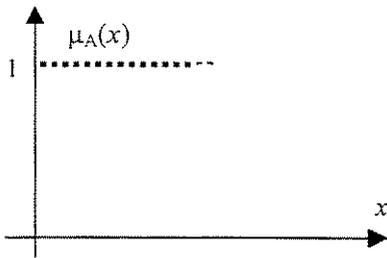


Figura 4.10: Conjunto convexo

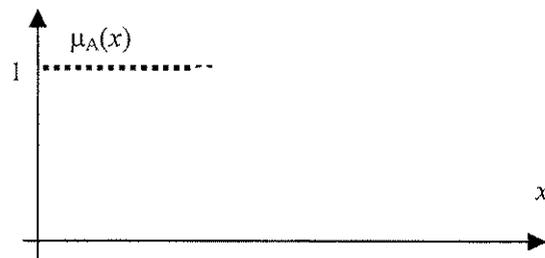


Figura 4.11: Conjunto não-convexo

- **Subconjunto Nebuloso:** Se $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$, $\forall x$ podemos dizer que $A \subseteq B$, e portanto que A é um subconjunto de nebuloso de B . A Figura (4.12) apresenta um subconjunto nebuloso A .

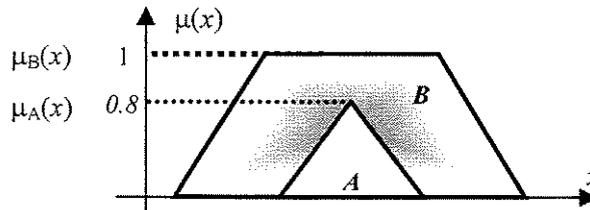


Figura 4.12: (a) Conjunto nebuloso (b) Subconjunto nebuloso

4.2.3 Operações com Conjuntos Nebulosos

Nos conjuntos nebulosos podem se aplicados várias operações. Para exemplificar, citamos as operações de argumento único, que são utilizadas para modificar o formato da função de pertinência. Dentre as mais comuns temos:

- Concentração: Esta operação diminui os valores da função de pertinência;
- Dilatação: Esta operação aumenta os valores da função de pertinência;
- Normalização: Esta operação converte um conjunto nebuloso subnormal em um normal;
- Múltiplos Argumentos: Estas operações envolvem a combinação, agregação e comparação de dois ou mais conjuntos nebulosos. A maioria destas operações é derivada da teoria de conjuntos clássicos. A união, interseção e complemento são as operações essenciais realizadas em conjuntos clássicos. Seja o seguinte conjunto nebuloso representado pela Figura (4.13): $\mu_{A,B}(x)$

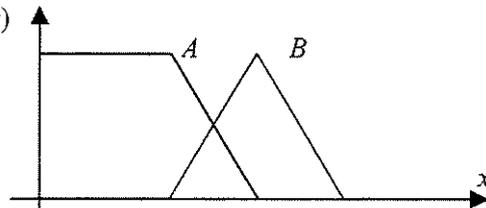


Figura 4.13: Conjuntos nebulosos A e B

Nele Zadeh (1965), definiu as operações de união, interseção e complemento para os conjuntos nebulosos, a partir da função de pertinência com base na teoria de conjuntos clássicos:

- **União:** $\mu_{(A \cup B)}(x) = \max [\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$ (4.9)

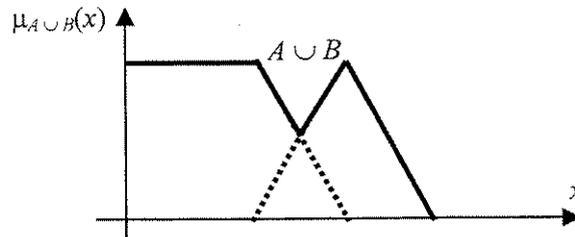


Figura 4.14: União entre os conjuntos nebulosos A e B

- **Interseção:** $\mu_{(A \cap B)}(x) = \min [\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x)$ (4.10)

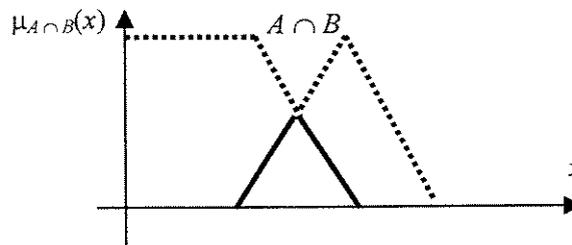


Figura 4.15: Interseção entre os conjuntos nebulosos A e B

- **Complemento:** $\mu_{\overline{(A)}}(x) = 1 - \mu_A(x)$ (4.11)

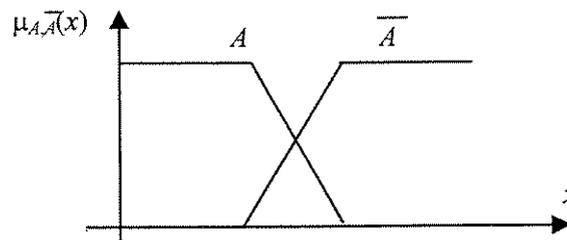


Figura 4.16: Complemento do conjunto nebuloso A

A união, interseção e complemento são operações essenciais realizadas nos conjuntos clássicos. A Tabela (4.1) resume algumas propriedades básicas destas operações, considerando os conjuntos clássicos A e B definidos num universo X. Devido ao isomorfismo da teoria dos conjuntos nebulosos com a lógica proposicional bi-valores, a interseção e a união podem ser identificadas pela conjunção (E) e pela disjunção (OU), respectivamente. Assim, as operações de conjunção e disjunção podem ser identificadas pelos operadores (\wedge) e (\vee), respectivamente.

Tabela 4.1: Propriedades algébricas de conjuntos clássicos

Comutatividade	$A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$
Associatividade	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
Distributividade	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
Idempotência	$A \cup A = A, A \cap A = A$
Condições de Contorno	$A \cup 0 = A, A \cup X = X$ $A \cap 0 = 0, A \cap X = A$
Involução	$\overline{\overline{A}} = A$
Lei da Contradição	$A \cap \overline{A} = 0$
Lei da Exclusão do Meio	$A \cup \overline{A} = X$
Lei de De Morgan	$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

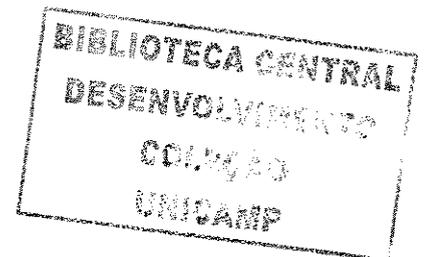
- Normas e co-normas triangulares

As normas e co-normas triangulares formam uma classe de operadores união e interseção, com características de comutatividade, associatividade e monotonicidade e outras condições de contorno que podem ser análogas às dos conjuntos clássicos (ver tabela 4.1). As operações baseadas em normas e co-normas triangulares podem operar em universos distintos. Sejam A e B dois conjuntos nebulosos definidos nos universos X e Y , respectivamente, onde a e b são os valores de pertinência dados por $a = \mu_A(x)$ e $b = \mu_B(y)$, respectivamente. As normas triangulares (norma-t) e as co-normas triangulares (norma-s) podem ser definidas como:

- Norma-t

Seja $t: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$, um operador que mapeia os graus de pertinência dos conjuntos nebulosos A e B em um valor de pertinência que representa a interseção de A e B conforme equação (4.10). Este operador deve satisfazer as seguintes condições:

- Comutatividade: $a \ t \ b = b \ t \ a$;
- Associatividade: $a \ t \ (b \ t \ c) = (a \ t \ b) \ t \ c$;
- Monotonicidade: se $a \leq b$ e $c \leq d$, então, $a \ t \ c \leq b \ t \ d$;
- Condições de Contorno: $0 \ t \ a = 0, 1 \ t \ a = a$.



Alguns exemplos de normas-t [Pedrycz & Gomide,1998]:

$$a \mathbf{t}_1 b = \frac{1}{1 + \sqrt[p_t]{((1-a)/a)^{p_t} + ((1-b)/b)^{p_t}}}, p_t > 0$$

$$a \mathbf{t}_2 b = \max [0, (1+p_t)(a+b-1) - p_t a b], p_t \geq -1$$

$$a \mathbf{t}_3 b = 1 - \min (1, \sqrt[p_t]{(1-a)^{p_t} + (1-b)^{p_t}}), p_t > 0$$

$$a \mathbf{t}_4 b = ab$$

$$a \mathbf{t}_5 b = \frac{ab}{p_t + (1-p_t)(a+b-ab)}, p_t \geq -1$$

$$a \mathbf{t}_6 b = \frac{1}{\sqrt[p_t]{\frac{1}{a^{p_t}} + \frac{1}{b^{p_t}} - 1}}$$

$$a \mathbf{t}_7 b = \sqrt[p_t]{\max [0, a^{p_t} + b^{p_t}]}, p_t > 0$$

$$a \mathbf{t}_8 b = \begin{cases} a, & \text{se } b = 1 \\ b, & \text{se } a = 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$a \mathbf{t}_9 b = \min [a, b]$$

- Norma-s (co-norma)

Seja $s: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$, um operador que mapeia os graus de pertinência dos conjuntos nebulosos A e B em um valor de pertinência que representa a união de A e B conforme equação (4.9). Este operador deve satisfazer as seguintes condições:

- Comutatividade: $a s b = b s a$;
- Associatividade: $a s (b s c) = (a s b) s c$;
- Monotonicidade: se $a \leq b$ e $c \leq d$, então, $a s c \leq b s d$;
- Condições de Contorno: $0 s a = a$, $1 t a = 1$.

Alguns exemplos de normas-s [Pedrycz & Gomide,1998]:

$$a \mathbf{s}_1 b = \frac{1}{1 + \sqrt[p_t]{(a/(1-a))^{p_t} + (b/(1-b))^{p_t}}}, p_t > 0$$

$$a \mathbf{s}_2 b = \min [1, a+b - p_t a b], p_t \geq 0$$

$$a \mathbf{s}_3 b = \min (1, \sqrt[p_t]{a^{p_t} + b^{p_t}}), p_t > 0$$

$$a \text{ s}_4 b = a + b - ab$$

$$a \text{ s}_5 b = \frac{a + b - ab - (1 - Pt) ab}{1 - (1 - Pt) (ab)}, Pt \geq 0$$

$$a \text{ s}_6 b = 1 - \frac{1}{\sqrt[p_t]{\frac{1}{(1-a)^{p_t}} + \frac{1}{(1-b)^{p_t}} - 1}}$$

$$a \text{ s}_7 b = 1 - \max [0, \sqrt[p_t]{(1-a)^{p_t} + (1-b)^{p_t} - 1}], Pt > 0$$

$$a \text{ s}_8 b = \begin{cases} a, & \text{se } b = 0 \\ b, & \text{se } a = 0 \\ 1, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$a \text{ s}_9 b = \max [a, b]$$

As normas *t* e *s* não satisfazem todas as propriedades válidas para os conjuntos clássicos (Tabela 4.1). Para o caso das propriedades de conjuntos clássicos $A \cap \bar{A} = 0$ e $A \cup \bar{A} = \mathbf{X}$, só se verificam para os conjuntos nebulosos na norma-*t*₂ e na norma-*s*₂, para as demais não se verificam, como no caso descrito abaixo :

$$\mu_{(A \cap \bar{A})}(x) = \mu_A(x) \text{ t}_9 (1 - \mu_A(x)) \neq 0 \Rightarrow A \cap \bar{A} \neq 0$$

$$\mu_{(A \cup \bar{A})}(x) = \mu_A(x) \text{ s}_9 (1 - \mu_A(x)) \neq 0 \Rightarrow A \cup \bar{A} \neq \mathbf{X}$$

Os princípios de idempotência e de distributividade estão presentes apenas nas normas *min* e *max*. As normas-*t* e as normas-*s* são consideradas operadores de agregação, e podem ser utilizadas para combinar uma coleção de conjuntos nebulosos para produzir um único conjunto nebuloso [Delgado,2000].

Mesmo para as normas-*t* e as normas-*s*, que realizam operações de agregação entre conjuntos nebulosos, existem outros operadores de agregação específicos, tais como:

- Operadores compensatórios;
- Operadores de soma simétrica;
- Operadores de média generalizada;
- Operadores de média ponderada ordenada.

As operações com conjuntos nebulosos ainda podem envolver comparações que resultam em medidas de distância, igualdade, possibilidade, necessidade e compatibilidade entre os conjuntos nebulosos.

A medida de possibilidade quantifica o grau de sobreposição entre dois conjuntos

nebulosos, sendo definida como:

- **Possibilidade:**
$$\text{Poss}(A,B) = \sup_{x \in X} [\min(\mu_A(x), \mu_B(x))] \tag{4.12}$$

A medida de necessidade quantifica o grau de inclusão de um conjunto nebuloso em outro conjunto nebuloso, sendo definida como:

- **Necessidade:**
$$\text{Nec}(A, B) = \sup_{x \in X} [\max(\mu_A(x), 1 - \mu_B(x))] \tag{4.13}$$

4.2.4 Relações Nebulosas

As relações nebulosas são generalizações das relações clássicas. Sejam X e Y dois universos quaisquer. A relação nebulosa R é um conjunto nebuloso, definido em $X \times Y$, que associa a cada elemento de $X \times Y$ um grau de pertinência definido no intervalo unitário, denotado por:

$$R : X \times Y \rightarrow [0,1]$$

Uma relação nebulosa pode vista como uma generalização do produto cartesiano clássico $X \times Y$, ou seja $R: X \times Y \rightarrow [0,1]$, sendo dada por:

$$R = \{ ((x,y), \mu_R(x,y)) \mid (x,y) \in X \times Y \} \tag{4.14}$$

Sejam $X = Y = \mathfrak{R}^+$, onde o valor da relação é igual a 1, podemos dizer então que estes dois elementos são relacionados. A relação nebulosa R pode ser definida como:

$$\mu_R(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{se } (x,y) \in R(X,Y) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Quando as relações nebulosas envolvem universos discretos, elas podem ser representadas por matrizes ou grafos. Os nós deste grafo são os elementos de X e Y , enquanto que as ligações correspondem aos graus de pertinência.

Exemplo 4.2:

A relação nebulosa discreta da matriz R_I pode ser representada por um grafo.



Figura 4.17: Relação nebulosa num universo discreto

As relações nebulosas abordadas anteriormente, são relações nebulosas definidas em espaços bidimensionais. Existem outros tipos de relações nebulosas envolvendo duas variáveis ou objetos. As relações nebulosas multidimensionais (com mais de dois universos), podem ser obtidas pela generalização das relações nebulosas bidimensionais [Jang,1997]:

$$R : \mathbf{X}_1 \times \mathbf{X}_2 \dots \times \mathbf{X}_n \rightarrow [0,1]$$

- Operações com Relações Nebulosas

As relações nebulosas definidas em produtos cartesianos idênticos podem ser combinadas através de operações de união, interseção e complemento. Sejam R_1 e R_2 as duas relações nebulosas em $\mathbf{X} \times \mathbf{Y}$, respectivamente:

$$R_1 = \{ ((x,y), \mu_{R_1}(x,y)) \mid (x,y) \in \mathbf{X} \times \mathbf{Y} \}$$

$$R_2 = \{ ((x,y), \mu_{R_2}(x,y)) \mid (x,y) \in \mathbf{X} \times \mathbf{Y} \}$$

Podemos definir as seguintes operações para R_1 e R_2 :

-União: $\mu_{(R_1 \cup R_2)} = \mu_{R_1}(x,y) \text{ s } \mu_{R_2}(x,y)$

-Interseção: $\mu_{(R_1 \cap R_2)} = \mu_{R_1}(x,y) \text{ t } \mu_{R_2}(x,y)$

-Complemento: $\bar{\mu}_{(R_1)} = 1 - \mu_{R_1}(x,y)$

Algumas propriedades que são aplicadas aos conjuntos nebulosos podem ser aplicadas às relações nebulosas :

-Inclusão: $R_1 \subseteq R_2 \quad R_1(x,y) \leq R_2(x,y)$

-Igualdade: $R_1 = R_2 \quad R_1(x,y) = R_2(x,y)$

para todos x em \mathbf{X} e y em \mathbf{Y}

- Composições de Relações Nebulosas

As relações nebulosas definidas em espaços distintos podem ser combinadas utilizando os diferentes operadores de composição:

- Composição sup-t: $R = G \circ W$

$$\mu_R(x,y) = \sup_{z \in Z} [\mu_G(x,z) \text{ t } \mu_W(z,y)] \quad (4.15)$$

As composições sup-t mais conhecidas são:

- Composição *max-min* : Utiliza o *min* como norma-t.
- Composição *max-prod* : Utiliza o produto algébrico como norma-t.

- Composição *inf-s* : $R = G \bullet W$

$$\mu_R(x,y) = \inf_{z \in Z} [\mu_G(x,z) \text{ s } \mu_W(z,y)] \quad (4.16)$$

A composição *min-max* é a caso mais comum desta família.

4.3 Modelagem de Sentenças com Regras Nebulosas

Para uma modelagem eficiente de sentenças em linguagem natural ou artificial, utilizamos regras nebulosas como ferramentas. Esta modelagem depende do conceito de variável lingüística. A interpretação das regras nebulosas como relações nebulosas permite a investigação de diferentes esquemas de raciocínio aproximado, onde os procedimentos de inferência baseados no conceito de regra composicional de inferência são utilizados para derivar conclusões a partir de um conjunto de regras nebulosas e fatos conhecidos.

4.3.1 Variáveis Lingüísticas

As palavras são freqüentemente usadas para descrever variáveis e uma variável lingüística pode ser definida como uma variável cujos valores são palavras ou sentenças, em vez de números. Para Zadeh (1975), uma variável lingüística é dada por:

$$\langle X, T(X), \mathbf{X}, G, M \rangle, \text{ onde}$$

$X \rightarrow$ Nome da variável lingüística, cuja variável base é x ;

$T(X) \rightarrow$ Representa o conjunto de termos lingüísticos. Cada elemento de $T(X)$ representa um rótulo l (tamanho da base) dos termos que a variável X pode assumir;

$\mathbf{X} \rightarrow$ Universo de discurso da variável lingüística X ;

$G \rightarrow$ Representa a gramática para a geração dos termos ou rótulos;

$M \rightarrow$ Representa a regra que associa a cada rótulo (l), um conjunto nebuloso no universo \mathbf{X} , representando o seu significado $M(l)$.

Seja $F(\mathbf{X})$ uma família de conjuntos nebulosos definidos no universo \mathbf{X} , onde a regra M mapeia $T(X) \rightarrow F(\mathbf{X})$, associando a cada rótulo do conjunto de termos $T(X)$ um conjunto nebuloso definido em \mathbf{X} . A gramática G define como os termos primários

(baixo, médio e alto) são associados aos modificadores (muito, pouco, maior, menor, ou, não) para formar os nomes dos termos não-primários. A granularização (partição esparsa ou fina), a especificação e a distribuição dos termos lingüísticos define a partição nebulosa do universo correspondente, onde o número de termos lingüísticos define a granularidade das partições de cada universo, como no exemplo (4.3). Um número pequeno de termos lingüísticos define uma partição esparsa, ao passo que um número maior resulta numa partição mais fina.

Exemplo 4.3

Seja a variável lingüística *vazão*, com universo $X = [0,30]$ e variável de base $x \in X$. Para um conjunto de pequenos termos associados à variável $T(\textit{vazão}) = \{\textit{Baixa}, \textit{Alta}\}$, obtemos uma partição esparsa, representada pela Figura (4.18).

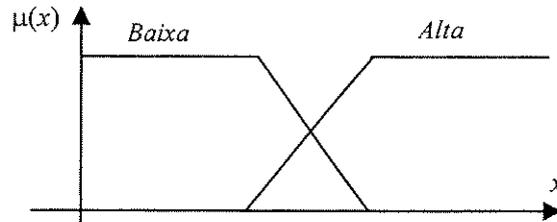


Figura 4.18: Partição esparsa no universo X da variável *vazão*

Para um conjunto de vários termos associados à variável $T(\textit{vazão}) = \{\textit{Muito Baixa}, \textit{Baixa}, \textit{Média}, \textit{Alta}, \textit{Muito Alta}\}$, obtemos uma partição fina, representada pela Figura (4.19).

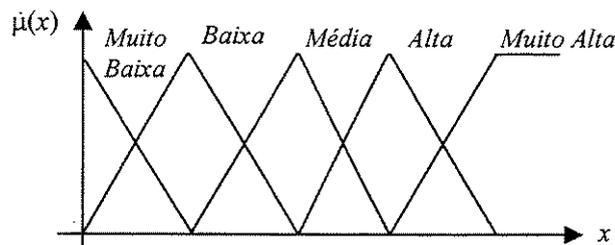


Figura 4.19: Partição fina no universo X da variável *vazão*

A partição do universo também pode ser vista como um forma de compressão nebulosa de dados. Utilizando agrupamentos nebulosos de informações similares, pode-se esconder parte da informação inútil, indesejada ou redundante. Em grande parte das vezes, a partição nebulosa é obtida manualmente, através da intervenção de um especialista. No entanto, cresce a cada dia o número de abordagens automáticas que

definem, através de dados de entrada-saída, a melhor partição para a aplicação em questão.

4.3.2 Regras Nebulosas

As regras nebulosas são conhecidas como implicações nebulosas ou declarações condicionais nebulosas, que geralmente são utilizadas quando o conhecimento do domínio resulta de associações empíricas e experiências do operador humano, ou quando se deseja uma representação lingüística, apresentando a forma “Se *<antecedente>* então *<conseqüente>*”, na qual os antecedentes e os conseqüentes são representados por proposições P_a e P_c , respectivamente. Em casos mais simples o antecedente P_a e o conseqüente P_c podem ser definidos como proposições atômicas que representam unidades de informação básica, resultando em regras na forma :

$$\underline{\text{Se } x \text{ é } A \text{ então } y \text{ é } B.}$$

onde A e B representam os termos lingüísticos e são definidos por conjuntos nebulosos nos universos X e Y , respectivamente. Toda regra nebulosa do tipo “Se x é A então y é B ”, abreviada por $A \rightarrow B$, onde A e B representam conjuntos nebulosos, pode ser definida como uma relação nebulosa R no produto cartesiano $X \times Y$. Seja uma função na forma $f: [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$, que especifica a semântica da regra $A \rightarrow B$. A relação R pode ser descrita por uma função de pertinência, definida no espaço bidimensional como:

$$\mu_R(x,y) = f(\mu_A(x), \mu_B(y)) = f(a,b) \quad (4.17)$$

onde $a = \mu_A(x)$ e $b = \mu_B(y)$

As relações nebulosas induzidas por regras nebulosas são derivadas de três classes principais de funções f :

- **Conjunção nebulosa:** A conjunção nebulosa representando a relação $R: A \rightarrow B = A \times B$ é uma função $f_i: [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ definida por:

$$f_i(\mu_A(x), \mu_B(y)) = \mu_A(x) \text{ t } \mu_B(y) \quad (4.18)$$

Algumas das normas-t podem ser empregadas para se definir uma conjunção nebulosa. As definições mais comuns são as de Mamdani [Mamdani & Assilian,1975] e

Larsen [Larsen, 1980], que utilizam o mínimo e o produto algébrico, respectivamente. Seja o operador min representado pelo operador de conjunção (\wedge). Então:

$$\text{Mamdani:} \quad f_m(\mu_A(x), \mu_B(y)) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(y) \quad (4.19)$$

$$\text{Larsen:} \quad f_m(\mu_A(x), \mu_B(y)) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(y) \quad (4.20)$$

• **Disjunção nebulosa:** A disjunção nebulosa representando a relação $R: A \rightarrow B = A \times B$ é uma função $f_d: [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ definida por :

$$f_d(\mu_A(x), \mu_B(y)) = \mu_A(x) \vee \mu_B(y) \quad (4.21)$$

• **Implicação nebulosa:** A implicação nebulosa representando a relação $R: A \rightarrow B = A \Rightarrow B$ é uma função $f_i: [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ que pode ser classificada em duas categorias:

$$\text{- Implicação-S: } f_{iS}(\mu_A(x), \mu_B(y)) = \mu_A^-(x) \vee \mu_B(y) \quad (4.22)$$

$$\text{- Implicação-R: } f_{iR}(\mu_A(x), \mu_B(y)) = \sup_{c \in [0,1]} \{ \mu_A(x) \wedge c \leq \mu_B(y) \}, \forall (x,y) \in \mathbf{X} \times \mathbf{Y} \quad (4.23)$$

A Figura (4.20) representa as interpretações de conjunção e implicação para a regra nebulosa $A \rightarrow B$.

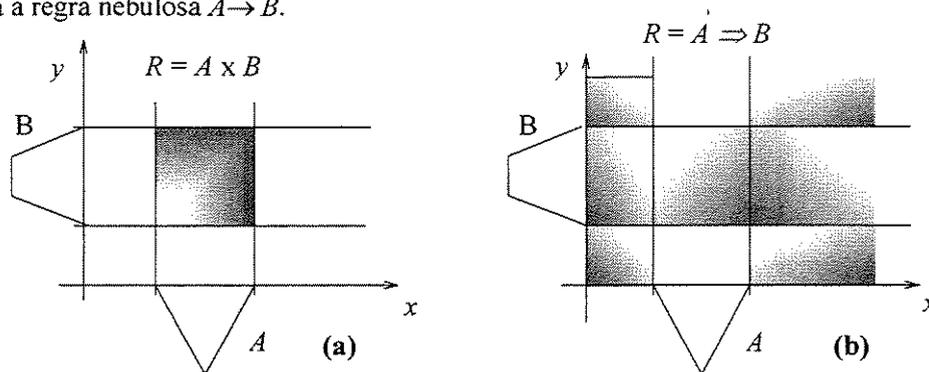


Figura 4.20: Interpretações para a regra “se A então B ”: (a) Conjunção f_m (b) Implicação f_i

A regra do tipo “Se x é A então y é B ” representa uma regra nebulosa com apenas uma proposição monovariável tanto na parte do antecedente quanto do conseqüente. A maioria das aplicações industriais envolvem proposições mais complexas, onde várias variáveis são utilizadas. As regras nebulosas do tipo “Se P_a então P_c ” com proposições multivariáveis, são representadas por declarações nas quais o antecedente P_a e o conseqüente P_c são dados por conjunções do tipo:

$$P_a : x_1 \text{ é } A_1 \text{ E } x_2 \text{ é } A_2 \text{ E } \dots \text{ E } x_n \text{ é } A_n$$

$$P_c : y_1 \text{ é } B_1 \text{ E } y_2 \text{ é } B_2 \text{ E } \dots \text{ E } y_s \text{ é } B_s$$

onde x_1, x_2, \dots, x_n são variáveis lingüísticas do antecedente e y_1, y_2, \dots, y_s representam as variáveis do conseqüente; e A_1, A_2, \dots, A_n e B_1, B_2, \dots, B_s são conjuntos nebulosos nos universos X_1, X_2, \dots, X_n e Y_1, Y_2, \dots, Y_s , respectivamente. As proposições do tipo disjuntiva, também podem ser utilizadas. Nestes casos, para regras do tipo “Se Q_a então Q_c ”, Q_a e Q_c são dados por:

$$Q_a : x_1 \text{ é } A_1 \text{ OU } x_2 \text{ é } A_2 \text{ OU } \dots \text{ OU } x_n \text{ é } A_n$$

$$Q_c : y_1 \text{ é } B_1 \text{ OU } y_2 \text{ é } B_2 \text{ OU } \dots \text{ OU } y_s \text{ é } B_s$$

As proposições multivariáveis induzem relações nebulosas P_a, Q_a em $X_1 \times X_2 \dots \times X_n$ e P_c, Q_c em $Y_1 \times Y_2 \dots \times Y_s$, tais que :

$$P_a(x_1, \dots, x_n) = Q_a(x_1, \dots, x_n) = A_a^n [\mu_{A_k}(x_k)]$$

$$P_c(y_1, \dots, y_s) = Q_c(y_1, \dots, y_s) = A_c^s [\mu_{B_k}(y_k)]$$

onde A_a e A_c são normas-t para as relações P_a e P_c e normas-s para as relações Q_a e Q_c , aplicadas a uma série de conjuntos nebulosos, sendo conhecidos como operadores de agregação tanto para as partes dos antecedentes quanto dos conseqüentes.

4.3.3 Processo de Inferência

Todo método de raciocínio pode ser definido como um processo de inferência que produz conclusões a partir de um conjunto formado por uma ou mais regras e fatos conhecidos. Na lógica bi-valores tradicional, a regra de inferência é conhecida no latim como “*Modus Ponens*”(MP):

$$\begin{array}{ll} \text{(fato):} & x \text{ é } A \\ \text{MP} & \text{(regra): } \frac{\text{Se } x \text{ é } A \text{ então } y \text{ é } B}{\text{(conclusão): } y \text{ é } B} \end{array}$$

O raciocínio aproximado envolve a computação com regras imprecisas e mecanismos de inferência específicos; no raciocínio humano tem-se o “*Modus Ponens*” utilizado de maneira aproximada, conhecido como “*Modus Ponens*” Generalizado [Delgado, 20002]:

	(fato): $x \text{ é } A'$
MP Generalizado	<u>(regra): Se $x \text{ é } A$ então $y \text{ é } B$</u>
	(conclusão): $y \text{ é } B'$

Quando A, A', B e B' são conjuntos nebulosos, o método de raciocínio é chamado de raciocínio nebuloso. Por ser uma forma de raciocínio aproximado e utilizar o MP Generalizado para a computação com regras nebulosas, muitas vezes estes termos são utilizados como sinônimos do raciocínio nebuloso. No entendimento do raciocínio nebuloso, o primeiro passo depende da definição da semântica da regra nebulosa. O passo seguinte determina como a conclusão será extraída a partir do fato e da regra nebulosa, sendo conhecido com regra composicional de inferência.

4.3.4 Regra da Composição

A regra da composição, pode ser vista como uma generalização do processo de se inferir o valor b de uma função $f(x)$, a partir de um ponto $x = a$ (ou intervalo $x = \tilde{a}$) qualquer no universo X . Este mecanismo consiste em se encontrar o ponto $b = f(a)$ (ou intervalo $\tilde{b} = f(\tilde{a})$). Para isto constrói-se(m) reta(s) paralela(s) ao eixo Y , a partir $x = a$ (ou intervalo $x = \tilde{a}$), chamada(s) de extensão cilíndrica. Encontra-se então a interseção I da extensão cilíndrica $\text{cil}(a)$ com a curva f . A projeção de I no eixo Y resulta no ponto $y = b$ (ou intervalo $y = \tilde{b}$). A Figura (4.21) ilustra este processo.

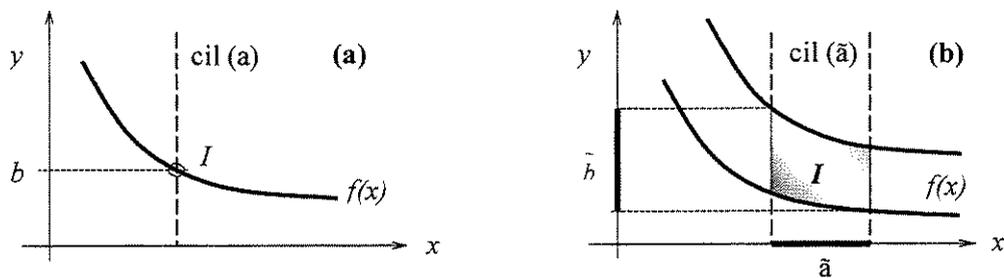


Figura 4.21: Processo de inferência com a função $f(x)$: (a) ponto-a-ponto (b) intervalo

Para o caso de formalização da regra composicional de inferência, envolvendo dois conjuntos nebulosos A' e B' e a relação nebulosa R , é necessário definir os conceitos de extensão cilíndrica e de projeção para conjuntos nebulosos:

• **extensão cilíndrica:** a extensão cilíndrica em $X \times Y$ de qualquer conjunto nebuloso A em x é uma relação nebulosa com função de pertinência :

$$\mu_{cil(A)}(x, y) = \mu_A(x) \quad (4.24)$$

• **projeção:** a projeção no eixo x de uma relação nebulosa R em $X \times Y$ é dada por um conjunto nebuloso com função de pertinência

$$\mu_{proj_x(R)}(x) = \sup_{y \in Y} [\mu_R(x, y)] \quad (4.25)$$

Utilizando a regra composicional de inferência, é possível definir um procedimento para se obter uma conclusão nebulosa B' a partir de uma ou mais regras e de um fato A' . Para isso é necessária a definição da relação R que representa a base de regras nebulosas. Supomos que o raciocínio nebuloso envolve apenas duas variáveis lingüísticas x e y , definidas nos universos X e Y , respectivamente. A extensão para mais variáveis é obtida de forma direta pela utilização de regras com proposições multivariáveis definidas no item 4.3.2. Estes mecanismos de inferência mais complexos serão detalhados no item 4.4, que traz algoritmos para a inferência em sistemas nebulosos.

Sejam A' e B' conjuntos nebulosos em X e Y , respectivamente. Supondo-se uma base de regras representada pela relação nebulosa R definida em $X \times Y$, o conjunto nebuloso B' induzido pelo fato x é A' e pela relação R , é dado por:

$$\begin{array}{l} \text{Raciocínio Nebuloso} \\ \text{(fato): } x \text{ é } A' \\ \text{(regras): } R \\ \hline \text{(conclusão): } y \text{ é } B' = A' \circ R \end{array}$$

No raciocínio nebuloso, R pode representar uma regra individual ou um conjunto de regras. Para uma única regra $R: A \rightarrow B$, o processo de inferência de B' a partir do fato A' , e da regra nebulosa R , seria dado por :

$$B' = A' \circ R = A' \circ (A \rightarrow B)$$

No caso específico da conjunção nebulosa, a relação $R: A \rightarrow B = A \times B$ pode ser vista como um ponto nebuloso. No caso de mais de uma regra, o raciocínio nebuloso geralmente é realizado sobre um conjunto de m regras nebulosas na forma:

$$R_j: \text{ Se } x \text{ é } A' \text{ então } y \text{ é } B', j=1, \dots, m.$$

Cada regra individual R_j pode induzir uma relação nebulosa diferente.

O conjunto de regras, por sua vez, resulta numa relação nebulosa que é obtida pela agregação das relações individuais :

$$R = \underset{j=1}{\overset{m}{A_R}} (R_j) = \underset{j=1}{\overset{m}{A_R}} (A_j \rightarrow B_j)$$

O operador de agregação A_R é normalmente caracterizado por uma norma-s, mas normas-t e operadores de média também podem ser utilizados. O processo de inferência é ilustrado na Figura (4.22). No caso da semântica de cada regra ser dada por uma conjunção nebulosa, um conjunto de grânulos forma um grafo nebuloso.

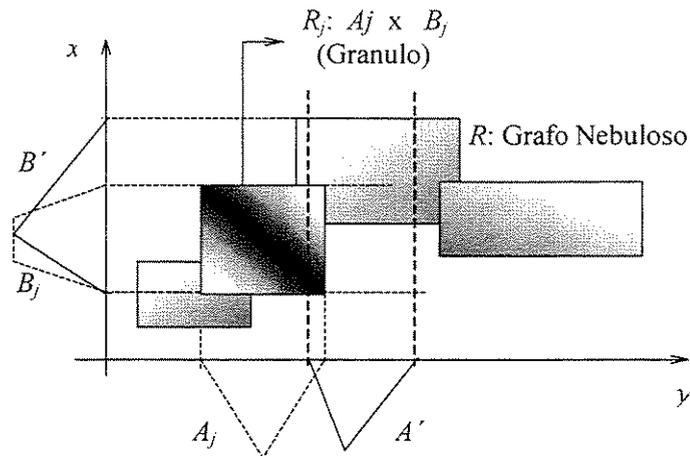


Figura 4.22: Plano de raciocínio nebuloso envolvendo uma base de regras que define um grafo nebuloso

4.4 Sistemas Nebulosos

Os sistemas nebulosos, também conhecidos como sistemas de inferência nebulosa, sistemas nebulosos baseados em regras, ou modelos nebulosos, representam a mais importante ferramenta de modelagem baseada na teoria dos conjuntos nebulosos. Os sistemas nebulosos têm sido aplicados com sucesso em diversas áreas, como: controle automático, identificação de sistemas, classificação e reconhecimento de padrões, tomada de decisão, sistemas inteligentes, previsão de séries temporais e robótica [Jang,1997]. Um sistema de inferência nebulosa é um mapeamento ou função de um espaço de alternativas de entrada para um espaço de saída. A estrutura básica de um sistema nebuloso possui três componentes conceituais: uma base de regras que contém o conjunto de regras nebulosas, uma base de dados que define as funções de pertinência usadas nas regras nebulosas e um mecanismo de raciocínio que realiza um procedimento de inferência (raciocínio nebuloso) para obter a saída ou conclusão, baseado nas regras e fatos conhecidos.

4.4.1 Métodos de Transformação da Saída

Em muitas situações práticas, é necessário que se aplique uma transformação na saída inferida pelo sistema nebuloso. Em problemas de controle, por exemplo, existe a necessidade de uma saída não-nebulosa (*crisp*). Em modelos que utilizam conseqüentes lingüísticos, como é o caso dos modelos Mamdani, a obtenção de uma saída *crisp* requer um estágio de transformação da informação nebulosa em informação não-nebulosa (*defuzzification*). Existem diferentes métodos que implementam esta transformação. Dentre os mais utilizados destacam-se no universo Z :

- Média dos Máximos (MoM): Os valores do domínio correspondentes ao máximo da função de pertinência do conjunto C são identificados e a média define o valor não-nebuloso.
- Centro de Massa (CoG): O resultado da transformação de C em um valor não-nebuloso é o centro de massa, dado por:

$$\hat{z} = \frac{\int \mu_C(z) z dz}{\int \mu_C(z) dz} \quad (4.26)$$

- Centro de Área (CoA): Neste caso, \hat{z} resulta do balanço entre duas áreas de C determinada por:

$$\int_{-\infty}^{\hat{z}} \mu_C(z) dz = \int_{\hat{z}}^{-\infty} \mu_C(z) dz \quad (4.27)$$

Em alguns modelos, a saída obtida de cada regra é não-nebulosa (*crisp*), mas para aumentar a interpretabilidade do modelo, a aplicação poderia exigir uma informação lingüística no conseqüente de cada regra. Neste sentido, encontramos algumas abordagens que propõe métodos para a transformação de informação não-nebulosa (*crisp*) em informação nebulosa, representada por funções de pertinência associadas a termos lingüísticos específicos [Delgado, 2002].

4.4.2 Modelos de Sistemas Nebulosos

Existem vários modelos de sistemas nebulosos, onde na maioria dos casos, o antecedente é formado por proposições lingüísticas e a distinção entre os modelos se dá no conseqüente das regras nebulosas. Entre os modelos mais conhecidos podemos destacar:

- Modelo de Mamdani

O sistema de inferência nebulosa de Mamdani emergiu como uma primeira tentativa de se controlar a caldeira de uma máquina a vapor, através de um conjunto de regras de controle baseadas em variáveis lingüísticas, regras estas obtidas de operadores humanos especializados [Mamdani & Assilian, 1975].

A característica básica do modelo de Mamdani é o fato de utilizar conjuntos nebulosos nos conseqüentes das regras nebulosas. As etapas de cálculo e agregação dos antecedentes seguem os passos normais da inferência escalonada. A obtenção da conclusão de cada regra depende da semântica escolhida dos antecedentes. No modelo original, a semântica é dada pela função $f = f_m = \min$. Atualmente, admite-se a utilização de outros operadores. Da agregação das conclusões inferidas de cada regra, resulta um conjunto. Nos casos em que uma saída não-nebulosa é necessária, utiliza-se um dos métodos descritos no item 4.4.1. Suponha um sistema nebuloso do tipo Mamdani, composto por duas regras nebulosas na forma:

$$R_i : \text{Se } x_1 \text{ é } A_1^i \text{ E } x_2 \text{ é } A_2^i \text{ então } y_i \text{ é } B^i, i=1,2.$$

onde x_1 e x_2 são variáveis lingüísticas e A_1^i e A_2^i são conjuntos nebulosos nos universos X_1 e X_2 , respectivamente. A Figura (4.23) ilustra o processo de inferência (escalonada) para duas entradas não-nebulosas (representadas por valores em posições arbitrárias u_1 e u_2). Neste exemplo, a composição é do tipo *sup-min*, onde o cálculo do nível de similaridade é dado pela medida de possibilidade e a agregação dos antecedentes é dada pelo *min*, a semântica das regras é fixada como $f = f_m = \min$ e a união das saídas de cada regra é computada pelo operador *max*.

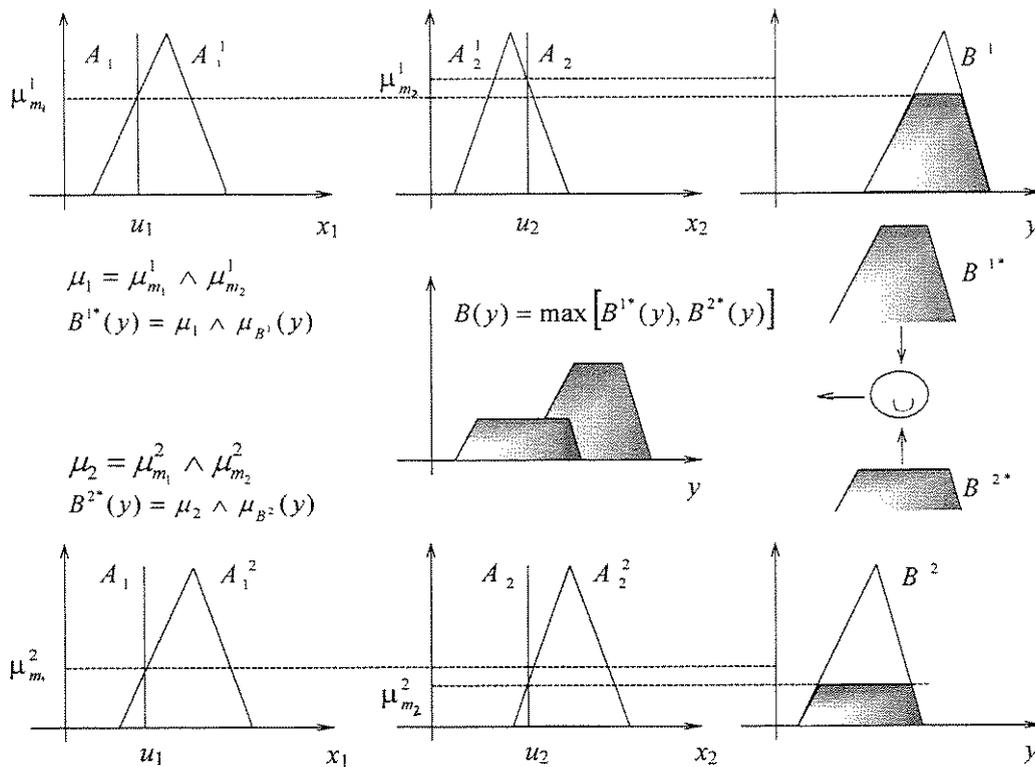


Figura 4.23: Inferência no modelo Mamdani

- Modelo de Takagi-Sugeno

O modelo Takagi-Sugeno foi proposto como resultado de um esforço para se desenvolver de forma sistemática, uma abordagem para a geração de regras nebulosas a partir de dados de entrada-saída [Takagi & Sugeno, 1985].

O modelo nebuloso Takagi-Sugeno é composto de uma base de regras nebulosas que particionam o espaço de entrada, chamado de universo de discurso, em regiões nebulosas descritas pelos **antecedentes** da regra nas quais as funções do **conseqüente** são válidas. O conseqüente de cada regra *i* é geralmente uma expressão funcional $y_i = f_i(x)$. A *i*-ésima regra do modelo Takagi-Sugeno apresenta a seguinte forma :

$$R_i : \text{Se } x_1 \text{ é } A_1^i \text{ E } x_2 \text{ é } A_2^i \text{ E } \dots \text{ E } x_q \text{ é } A_q^i \text{ então } y_i = f_i(x), \quad i = 1, 2, \dots, l. \quad (4.28)$$

onde *l* define o tamanho da base de regras. O vetor $x \in \mathbb{R}^q$ contém as variáveis da premissa que tem seu próprio universo de discurso que é particionado em regiões

nebulosas pelos conjuntos nebulosos descrevendo a variável lingüística A_j^i . A variável da premissa x_j pertence a um conjunto nebuloso A_j^i com um valor de verdade dado por uma função de pertinência $\mu_{ji} : R \rightarrow [0,1]$ para $i = 1,2,\dots,l$, onde l é o número de partições nebulosas para a variável de premissa j . O valor de verdade h_i para a regra completa i é calculado usando uma norma-t representada por $\wedge : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$, onde :

$$h_i(x) = \mu_1^i(x_1) \wedge \mu_2^i(x_2) \wedge \dots \mu_q^i(x_q) \quad (4.29)$$

O grau de ativação para a regra i normalizado é definido como :

$$\gamma_i(x) = \frac{h_i(x)}{\sum_{r=1}^l h_r(x)} \quad (4.30)$$

onde esta normalização implica que :

$$\sum_{i=1}^l \gamma_i(x) = 1 \quad (4.31)$$

A resposta do modelo nebuloso é uma soma ponderada dos conseqüentes, isto é, uma combinação convexa das funções locais (modelos) f_i :

$$y = \sum_{i=1}^l \gamma_i(x) f_i(x) = \sum_{i=1}^l \gamma_i(x) y_i(x) \quad (4.32)$$

Há uma grande variedade de modelos para representar o conseqüente do modelo nebuloso Takagi-Sugeno:

- Modelos Lineares nos parâmetros: As funções locais são lineares nos parâmetros do tipo:

$$f_i(x) = a_i^T x \quad (4.33)$$

onde a_i é um vetor de parâmetros. Podemos utilizar estes modelos lineares nos parâmetros para representar modelos não lineares:

$$f_i(x) = \sum_{j=1}^l a_{ij} x_j + \sum_{j=1}^l b_{ij} x_j^2 + \sum_{j=1}^l c_{ij} x_j^3 \dots \quad (4.34)$$

- Modelos harmônicos :

$$f_i(x) = a_o \sin(w_i^T x) + b_o \cos(w_i^T x) \quad (4.35)$$

- Modelos dinâmicos: Neste caso, as regras apresentam equações diferenciais ou à diferenças finitas no conseqüente:

$$R_i : \text{Se } x_1 \text{ é } A_1^i \text{ E } x_2 \text{ é } A_2^i \text{ E } \dots \text{ E } x_q \text{ é } A_q^i \text{ então } \begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^l \gamma_i(x) (A_i x + B_i u) \\ y = \sum_{i=1}^l \gamma_i(x) C_i x \end{cases} \quad (4.35)$$

onde $\gamma_i(x)$ é o grau de ativação de cada regra, e os vetores $u_k \in \mathfrak{R}^m$ e $y_k \in \mathfrak{R}^l$ são as medidas no k -ésimo instante de amostragem, respectivamente, de m entradas do processo e de l saídas do processo. A identificação detalhada do modelo nebuloso Takagi-Sugeno será abordada no capítulo 5.

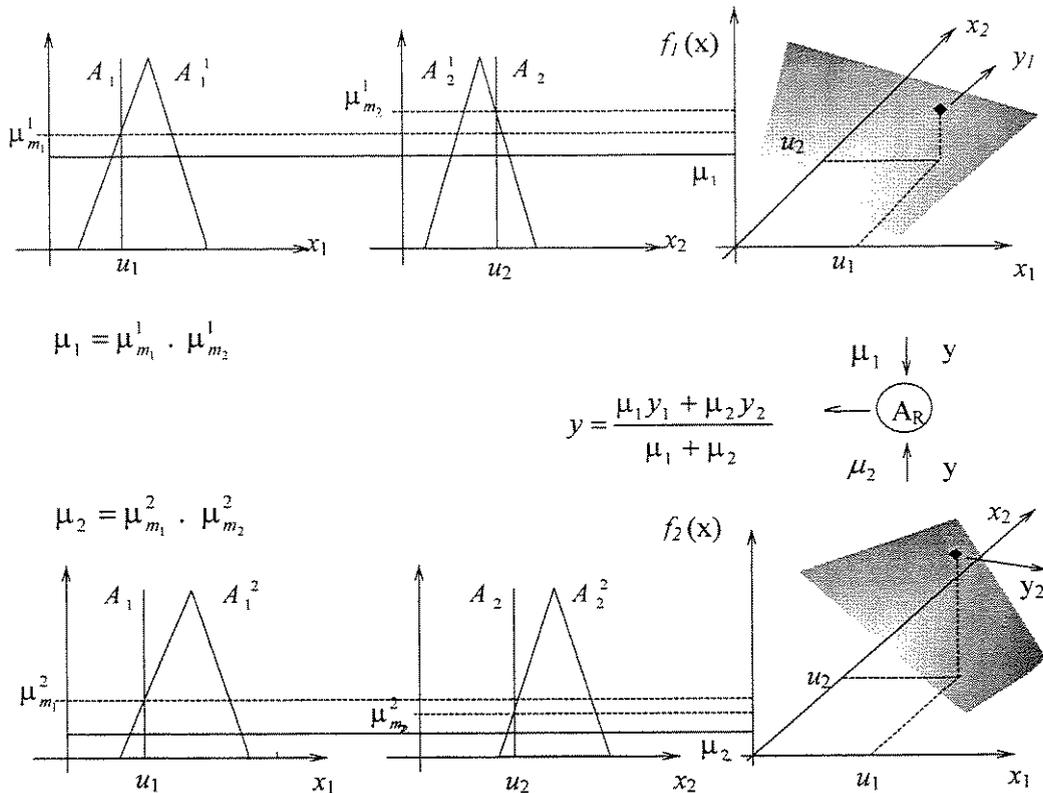


Figura 4.24: Inferência no modelo Takagi-Sugeno

A possibilidade de obtenção dos parâmetros dos consequentes através de métodos clássicos de otimização e estimação paramétrica, nos motiva a utilizar este modelo nesta dissertação, uma vez que os resultados obtidos justificam, em muitas aplicações, a perda de interpretabilidade lingüística (regiões nebulosas) resultante do uso de consequentes não-lingüísticos, pois neste modelo os parâmetros do consequente não são conjuntos nebulosos, como no modelo Mamdani.

4.5 Resumo

As principais contribuições deste capítulo foram:

1. Revisão de conceitos fundamentais para o entendimento e para a utilização dos sistemas nebulosos, com o objetivo de realizar a identificação do processo de incineração de resíduos líquidos no capítulo 6;
2. Revisão dos modelos de sistemas nebulosos mais comumente utilizados, onde destacamos o modelo Takagi Sugeno que será utilizado na identificação do processo em análise no capítulo 6.

Capítulo 5

Identificação Paramétrica do Modelo Nebuloso Takagi-Sugeno

5.1 Introdução

Os modelos nebulosos são ferramentas que podem ser utilizados para a identificação de sistemas dinâmicos não-lineares [Hellendoorn & Driankov, 1997]. Conforme abordado no capítulo anterior, dentre as diferentes técnicas de modelagem nebulosa, o modelo Takagi-Sugeno será utilizado para a identificação do processo de incineração de resíduos líquidos. Este modelo nebuloso, foi proposto como resultado de um esforço para desenvolver de forma sistemática, uma abordagem para a geração de regras nebulosas a partir de dados de entrada-saída. A base de regras nebulosas particiona o espaço de entrada chamado de universo de discurso em regiões nebulosas descritas pelos **antecedentes** das regras nas quais as funções dos **conseqüentes** são válidas. Os conseqüentes não são conjuntos nebulosos como nos modelos lingüísticos, sendo formados por funções não nebulosas que mapeiam as entradas do modelo em sua saída. A i -ésima regra do modelo Takagi-Sugeno, apresentada pela equação (4.28), tem a seguinte forma:

$$R_i: \underbrace{\text{Se } x_1 \text{ é } A_1^i \text{ E } x_2 \text{ é } A_2^i \text{ E } \dots \text{ E } x_q \text{ é } A_q^i}_{\text{Antecedente}} \text{ então } \underbrace{y_i = f_i(x)}_{\text{Conseqüente}}, \quad i = 1, 2, \dots, c.$$

onde c define o tamanho da base de regras. O vetor $x \in \mathfrak{R}^q$ contém as variáveis da premissa que tem seu próprio universo de discurso, que é particionado em regiões nebulosas pelos conjuntos nebulosos, e o conseqüente de cada regra i é geralmente uma expressão funcional $y_i = f_i(x)$. A construção de um modelo Takagi-Sugeno pode ser executada em duas etapas:

1. Os conjuntos nebulosos das regras dos antecedentes são determinados. Isto pode ser executado manualmente, utilizando o conhecimento do processo (projeto por

especialista), ou por algumas técnicas, como otimização não linear, algoritmos genéticos, agrupamentos nebulosos e/ou a combinação de ambos;

2. Na segunda etapa os parâmetros das funções do conseqüente são determinados por métodos de estimação paramétrica.

Este capítulo apresenta as etapas para a elaboração/construção do modelo nebuloso Takagi-Sugeno, visando a sua utilização na identificação do processo de incineração. No item 5.2, a determinação dos conjuntos nebulosos na parte do antecedente é abordada, apresentando os algoritmos de agrupamento nebulosos. O item 5.3 aborda os métodos de estimação paramétrica para a determinação das expressões funcionais da parte do conseqüente do modelo nebuloso Takagi-Sugeno.

5.2 Identificação do Antecedente do Modelo TS

É importante conhecer as características dos métodos para identificação das funções de pertinência (conjuntos nebulosos) do antecedente para uma adequada aplicação [Silva, 2003]. O agrupamento nebuloso no espaço cartesiano das entradas e saídas é uma ferramenta que pode ser extensivamente usada para obter as funções de pertinência do antecedente. Características atraentes desta abordagem são as identificações simultâneas das funções de pertinência no antecedente junto com os modelos lineares que são obtidos na parte do conseqüente [Abony & Szeifert, 2001]. Os algoritmos de agrupamento nebulosos fornecem informações detalhadas sobre as estruturas de dados. No item 5.2.1, abordaremos alguns conceitos importantes que envolvem o agrupamento de dados e no item 5.2.2 abordaremos os algoritmos de agrupamento nebulosos que serão utilizados nesta dissertação.

5.2.1 Agrupamento de Dados

O problema de agrupamento de dados é abordado em muitos contextos por pesquisadores das mais diversas áreas, inclusive na área de modelagem e identificação de sistemas, refletindo a importância de explorar e analisar dados [Bezdek and Pal, 1992].

Um grupo, é um subconjunto de um conjunto de dados que representam um determinado sistema. Os dados que pertencem a um mesmo grupo devem ser similares, ou próximos, e os dados de diferentes grupos o mais dissimilares, ou distantes possíveis [Silva, 2003]. Tendo em vista a dificuldade de se examinar todas as

combinações de grupos possíveis em um grande volume de dados, desenvolveram-se diversas técnicas capazes de auxiliar na formação dos agrupamentos. Para Gath e Geva (1989), os algoritmos de agrupamento podem ser divididos em supervisionados e não supervisionados. Os algoritmos supervisionados precisam conhecer a priori o número de grupos, já os algoritmos não supervisionados, têm o propósito de encontrar o número de grupos. Um aspecto importante a ser definido para as técnicas de agrupamento, é o critério de similaridade ou dissimilaridade adotado. Quanto maior a medida de similaridade, maior será a relação entre os dados; quanto maior a medida de dissimilaridade, menor a semelhança entre os dados. As métricas proporcionam meios para se definir uma medida de similaridade ou dissimilaridade entre os dados, ao quantificar o quanto os dados são próximos ou semelhantes. Seja $M \neq \emptyset$ um determinado conjunto, onde uma função $d : M \times M \rightarrow \mathfrak{R}_+$, é uma métrica sobre M se as seguintes propriedades são verificadas para quaisquer $x, y, z \in M$ [Domingues, 1982]:

- $d(x,y) = 0$ ($x = y$),
- $d(x,y) = d(y,x)$,
- $d(x,y) \leq d(x,z) + d(z,y)$.

onde a imagem $d(x,y)$ recebe o nome de distância de x a y ; d é uma métrica sobre M (espaço métrico). Existem várias métricas que podem ser utilizadas como uma medida de distância entre dois pontos/dados, dentre as mais importantes, podemos citar [Silva, 2003], [Xu & Wunsch, 2005]:

- Distância Euclidiana:

$$d = \sqrt{\sum_{i=1}^p (x_i - y_i)^2} \quad (5.1)$$

é uma das mais utilizadas, porém ela supõe que os valores dos atributos dos dados não são correlacionados uns com os outros. Em muitas aplicações esta característica não é desejável.

- Distância Euclidiana Média:

$$d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^p (x_i - y_i)^2}{p}} \quad (5.2)$$

onde p é o número de elementos.

- Distância Euclidiana Padronizada:

$$d = \sqrt{\sum_{i=1}^p \left(\frac{x_i - y_i}{s_i} \right)^2} \quad (5.3)$$

onde s_i é o desvio padrão da i -ésima coordenada.

- Distância Euclidiana Ponderada (Mahalanobis):

$$d = \sqrt{(x-y)^T A(x-y)} \quad (5.4)$$

onde A é a matriz de ponderação. Para $A=I$, onde I é uma matriz identidade, temos a distância Euclidiana e para $A=C^{-1}$, onde C é uma matriz de covariância, temos a distância de Mahalanobis, que remove algumas limitações da distância Euclidiana, por não depender das escalas dos atributos e correlacionar atributos com escalas diferentes.

- Distância de Manhattan ou Hamming:

$$d = \sum_{i=1}^p w_i |x_i - y_i| \quad (5.5)$$

onde w_i representa as ponderações para as variáveis. Os valores mais usados são os da equiponderação $w_i = 1$ ou a média $w_i = 1/p$.

- Distância de Minkowsky:

$$d = \left[\sum_{i=1}^p w_i |x_i - y_i|^k \right]^{1/k} \quad k \geq 1, x_i \neq y_i \quad (5.6)$$

onde as variações de k causam trocas nos pesos dados a pequenas e as grandes diferenças. Para $k = 1$, temos a distância de Manhattan e para $k = 2$ obtemos a distância Euclidiana.

- Distância de Gower:

$$d = -\log_{10} \left[1 - \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \frac{|x_i - y_i|}{x_{\max,i} - x_{\min,i}} \right] \quad (5.7)$$

é baseada na proporção da variação em relação a maior discrepância possível, em que $x_{\max,i}$ e $x_{\min,i}$ são os valores máximo e mínimo respectivamente, em uma amostra de n dados para a j -ésima variável.

- Distância de Cattell:

$$d = \frac{2\left(p - \frac{2}{3}\right) - d_c^2}{2\left(p - \frac{2}{3}\right) + d_c^2} \quad (5.8)$$

onde d_c^2 é a distância Euclidiana com variáveis padronizadas, e p é o número de elementos.

5.2.1.1 Categorias de Algoritmos de Agrupamento

Na literatura diversos algoritmos de agrupamento, são classificados de acordo com várias características [Silva, 2003]:

1. Tipo de dados: Se refere à capacidade do algoritmo agrupar ou não dados de diferentes naturezas: numérico, caracteres, palavra, texto, imagens, objetos, etc;

2. Parâmetros do algoritmo: Se refere ao conhecimento (*a priori*) das características do conjunto de dados a ser utilizado, tais como o número de grupos, tipos de classes, matriz de pertinência, etc. Geralmente estas características ou a falta delas, são fatores importantes que são utilizados na escolha de um determinado método de agrupamento;

3. Critério de similaridade ou dissimilaridade: Os algoritmos de agrupamento podem ser classificados de acordo com a categoria do critério de similaridade ou dissimilaridade como:

- **Agrupamento hierárquico:** São agrupamentos realizados por sucessivas fusões ou por sucessivas divisões. Os métodos hierárquicos aglomerativos iniciam com tantos grupos quanto aos dados, ou seja, cada dado forma um agrupamento. Inicialmente, os objetos mais similares são agrupados e fundidos formando um único grupo. Eventualmente o processo é repetido, e com o decréscimo da similaridade, todos os subgrupos são fundidos, formando um único grupo com todos os objetos. Os métodos hierárquicos divisivos trabalham na direção oposta. Um único subgrupo inicial existe com todos os objetivos e estes são subdivididos em dois subgrupos de tal forma que exista o máximo de semelhança entre os objetos dos mesmos subgrupos e a máxima dissimilaridade entre os elementos de

subgrupos distintos. Estes subgrupos são posteriormente subdivididos em outros subgrupos dissimilares. O processo é repetido até que haja tantos subgrupos quantos objetos. Os resultados finais destes agrupamentos podem ser apresentados por gráficos denominados dendrogramas, que apresentam os dados e os respectivos pontos de fusão ou divisão dos grupos formados em cada estágio.

- Agrupamento por partição ou não hierárquico: São agrupamentos onde um número n de dados, determina uma partição em c grupos, ou classes ($c \leq n$), de modo que os dados que pertencem a um mesmo grupo sejam similares, e os dados de diferentes grupos sejam dissimilares em termos de seus atributos. O valor de c pode ou não ser conhecido *a priori* [Han and Kamber, 2001].

Outras classificações para os algoritmos de agrupamento com relação aos critérios de similaridade ou dissimilaridade podem ser encontradas na literatura [Silva, 2003], tais como agrupamentos baseados em densidades e em grade, porém não fazem parte desta dissertação.

4. Conceitos e fundamentos: Os algoritmos de agrupamento podem ser caracterizados como:

- Rígidos: São algoritmos que não consideram a sobreposição de grupos aos quais um ponto de conjunto pertence. Do algoritmo resulta um agrupamento com valores na matriz de pertinência restritos ao conjunto $\{0, 1\}$;
- Estatísticos: São algoritmos onde os conceitos lógico-matemáticos empregados na análise estatística para agrupamento de dados são principalmente probabilísticos;
- Nebulosos: São algoritmos que utilizam conjuntos nebulosos para classificar dados e consideram que um certo ponto pode ser classificado em mais de um grupo, mas com diferentes graus de associação;
- Neurais: São algoritmos que adotam abordagens conexionistas (que envolvem quantização vetorial e mapeamento auto-organizável) para o agrupamento. Em geral utilizam redes neurais artificiais com aprendizagem não supervisionada.

5.2.2 Agrupamento Nebuloso

Os algoritmos de agrupamento nebulosos permitem um grau de associação para cada elemento em cada grupo. Um elemento pertence a diferentes grupos, com diferentes graus de associação, fornecendo informações mais detalhadas sobre a estrutura de dados. As maiores dificuldades encontradas durante o agrupamento nebuloso de dados são [Gath & Geva, 1989]:

- O número de grupos nem sempre pode ser definido *a priori*;
- As características e as localizações dos centros dos grupos também não são necessariamente conhecidas *a priori*;
- Grande variabilidade de formas, densidade, e número de dados em cada grupo.

Um dos principais problemas na tarefa de agrupamento é a estimação do número de grupos. Existem inúmeras propostas na literatura que tratam deste assunto, como algoritmo supervisionado (capaz de encontrar o número de grupos), algoritmo com aprendizagem participativa (capaz de encontrar o número de grupos e formas esféricas e elipsoidais destes grupos), algoritmo conexionista (envolve quantização vetorial e mapeamento auto-organizável), dentre outros. Contudo, estes algoritmos não serão abordados nesta dissertação.

Abordaremos neste capítulo, alguns dos principais algoritmos de agrupamento nebuloso propostos na literatura para a identificação dos modelos nebulosos Takagi-Sugeno, resumindo algumas de suas características, suas vantagens e desvantagens; seus desempenhos serão apresentados no capítulo 6.

Nesta dissertação, abordaremos algoritmos que adotam métodos de agrupamento por partição nebulosa que podem ser definidos como:

$$U \in [0,1]^{n \times c} \mid w_{k,i} \in [0,1], \forall k, i; \sum_{i=1}^c w_{ki} = 1, \forall k; 0 < \sum_{k=1}^n w_{ki} < n, \forall i \quad (5.9)$$

onde U é a matriz com grau de pertinência $w_{k,i}$ (5.10), e c é o número de grupos.

$$U = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1c} \\ w_{21} & w_{22} & \cdots & w_{2c} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \cdots & w_{nc} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

5.2.2.1 Algoritmo *Fuzzy C-Means* (FCM)

O primeiro algoritmo de agrupamento nebuloso, desenvolvido em 1969 por Ruspini, é uma extensão do algoritmo *C-Means Rígido* (HCM), chamado de ISODATA, proposto por Ball e Hall (1965). O HCM é um dos mais populares métodos de agrupamento. Ruspini (1969), introduziu a partição nebulosa para descrever estruturas de grupos de um conjunto de dados e sugeriu um algoritmo computacional que determina uma partição nebulosa. Dunn (1973), generalizou o procedimento de agrupamento de variância mínima para a técnica de agrupamento nebuloso do HCM. Bezdek (1981), generalizou a aproximação de Dunn criando assim o algoritmo *Fuzzy C-Means* (FCM).

O algoritmo FCM procura agrupar os dados criando uma partição em um conjunto de dados, de modo que se minimize a seguinte função objetivo:

$$J_m(X, U, V) = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^c w_{ki}^m d_{ki}^2, 1 < m < \infty \quad (5.11)$$

onde X é o conjunto de dados, U é a matriz de pertinência e c é o número de grupos; $d_{ki} = \|x_k - v_i\|$ onde v_i é o centro da i -ésima classe de grupos; w_{ki} denota o grau de pertinência de x_k na classe i e m é um valor que modula o quão nebulosa é a partição obtida. Este algoritmo adota a distância Euclidiana como medida de similaridade entre o dado e o centro do grupo; seu desempenho é favorecido quando os conjuntos de dados são separáveis ou quando os grupos têm aproximadamente os mesmos tamanhos e formas, porém ele não correlaciona os valores dos atributos entre os dados.

Os passos do algoritmo FCM, são os seguintes:

1ºPasso: Escolher o número de grupos c , $2 \leq c \leq n$, o parâmetro $m > 1$, o critério de parada $\varepsilon > 0$, o número máximo l_{\max} de iterações. Inicializar U^0 aleatoriamente e o contador $l = 1$.

2ºPasso: Calcular os c centros dos agrupamentos v_i^l $i = 1, \dots, c$ com a fórmula:

$$v_i^l = \frac{\sum_{k=1}^n [w_{ki}^{l-1}]^m x_k}{\sum_{k=1}^n [w_{ki}^{l-1}]^m}, i = 1, \dots, c. \quad (5.12)$$

3º Passo: Atualizar a matriz de pertinência:

3.1 Para $1 \leq i \leq c, 1 \leq k \leq n,$

3.1.1 Se $d_{ki} > 0$ então

$$w_{ki}^l = \frac{1}{\sum_{j=1}^c (d_{ki} / d_{kj})^{2/(m-1)}} \quad (5.13)$$

3.1.2 Senão

Se $d_{ki} = 0$ para $i \in I \leq c,$ então

Definir w_{ki}^l para $i \in I$ com um número real positivo que satisfaça a

condição: $\sum w_{ki}^l = 1$ deste modo:

$$w_{ki}^l = 1 - \sum w_{ki}^l$$

Definir $w_{ki}^l = 0$ para $i \in c - I.$

4º Passo: Calcular $\Delta = \|U^l - U^{l-1}\| = \max_{ji} |w_{ji}^l - w_{ji}^{l-1}|, j=1, \dots, n, i=1, \dots, c,$

5º Passo: Se $\Delta > \varepsilon$ e $l < l_{max}, l = l + 1$ e retornar para o 2º passo; senão parar.

5.2.2.2 Algoritmo Gustafson Kessel (GK)

Este algoritmo baseia-se no algoritmo FCM, porém utilizando a distância de Mahalanobis, que remove algumas limitações da distância Euclidiana, por não depende das escalas dos atributos e correlacionar atributos com escalas diferentes. O algoritmo GK detecta classes elipsoidais de tamanhos e orientações diferentes [Gustafson and Kessel, 1979]. O algoritmo GK define a mesma função objetivo em (5.11), porém a medida de similaridade adotada pelo algoritmo GK, é a distância de Mahalanobis:

$$d_{ki} = \sqrt{(x_k - v_i)^T M_i (x_k - v_i)}, i = 1, \dots, c, k = 1, 2, \dots, n. \quad (5.14)$$

onde M_i é a matriz de covariância para o grupo $i,$ uma matriz simétrica, positiva, sendo determinada como:

$$M_i = [(\det(F_i)^{1/n+1}) F_i^{-1}] \quad (5.15)$$

com F_i calculada em (5.16). A necessidade de calcular a inversa da matriz de covariância para identificar grupos com formas elípticas, pode representar um problema (memória e tempo de processamento) no caso de grandes atributos [Silva,2003].

Os passos do algoritmo GK, são os seguintes:

1ºPasso: Escolher o número de grupos $c, 2 \leq c \leq n$, o parâmetro $m > 1$, o critério de parada $\varepsilon > 0$, o número máximo l_{\max} de iterações. Inicializar U^0 aleatoriamente e o contador $l = 1$.

2ºPasso: Calcular os c centros dos grupos $v_i^l, i = 1, \dots, c$ com a equação (5.12);

3ºPasso: Calcular a matriz de covariância:

$$F_i = \frac{\sum_{k=1}^n [w_{ki}^{l-1}]^m (x_k - v_i^l)(x_k - v_i^l)^T}{\sum_{k=1}^n [w_{ki}^{l-1}]^m}, \forall_i, i = 1, 2, \dots, c \quad (5.16)$$

4ºPasso: Calcular a distância de Mahalanobis com a equação (5.15):

5ºPasso: Atualizar a matriz de pertinência:

5.1 Para $1 \leq i \leq c, 1 \leq k \leq n$,

5.1.1 Se $d_{ki} > 0$, então atualizar w_{ki}^l conforme (5.14);

5.1.2 Senão

Se $d_{ki} = 0$ para $i \in I \leq c$, então:

Definir w_{ki}^l para $i \in I$ com um número real positivo que satisfaça a

condição: $\sum w_{ki}^l = 1$ deste modo:

$$w_{ki}^l = 1 - \sum w_{ki}^l$$

Definir $w_{ki}^l = 0$ para $i \in c - I$.

6ºPasso: Calcular $\Delta = \|U^l - U^{l-1}\| = \max_{ji} |w_{ji}^l - w_{ji}^{l-1}|, j = 1, \dots, n, i = 1, \dots, c$,

7ºPasso: Se $\Delta > \varepsilon$ e $l < l_{\max}$, $l = l + 1$ e retornar para o 2º passo; senão parar.

5.2.2.3 Algoritmo Gatha-Geva (GG)

Este algoritmo é derivado pela combinação entre o algoritmo k-means nebuloso e o algoritmo de estimação de máxima verossimilhança nebulosa (FMLE). Este método também pode ser chamado como UFP-ONC (*Unsupervised Fuzzy Partition-Optimal Number of Classes*); ele foi desenvolvido com o propósito de classificar os conjuntos nebulosos sem supor um número a priori de grupos, podendo detectar vários formatos de agrupamento, densidades e números de pontos em cada grupo [Gath & Geva, 1989]. Este algoritmo, interpreta os dados como variáveis aleatórias, supõe uma distribuição gaussiana com uma probabilidade a priori pertencente a cada grupo [Abony & Szeifert, 2001]. Os métodos para determinar o número de grupos e a partição mais adequada, são utilizados quando o algoritmo não considera um critério de validação específico. Estes métodos utilizam funções de validação como indicadores da qualidade do resultado da partição pois fornecem índices de validação [Silva, 2003]. O algoritmo Gath-Geva, nos fornece o índice de hipervolume nebuloso e o índice de partição por densidade média, porém não abordaremos estes índices de validação nesta dissertação.

Os passos do algoritmo Gath-Geva são os seguintes:

1º Passo: Escolher o número de grupos c , $2 \leq c \leq n$, o parâmetro $m > 1$, o critério de parada $\varepsilon > 0$, o número máximo l_{\max} de iterações. Inicializar U^0 aleatoriamente e o contador $l = 1$.

2º Passo: Calcular os c centros dos grupos v_i^l $i = 1, \dots, c$ com a equação (5.12);

3º Passo: Calcular a matriz de covariância como em (5.16);

4º Passo: Calcular a probabilidade a priori dos dados pertencentes ao grupo i :

$$p(n_i) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [w_{ki}^{l-1}]^m \quad (5.17)$$

5º Passo: Calcular a distância como medida de similaridade entre o dado e o centro do grupo:

$$d_{ki}^2 = \frac{\sqrt{\det(F_i)}}{p(n_i)} \exp\left(\frac{1}{2}(x_k - v_i^l)^T F_i^{-1}(x_k - v_i^l)\right), i = 1, \dots, c, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (5.18)$$

6º Passo: Atualizar a matriz de pertinência:

5.1 Para $1 \leq i \leq c, 1 \leq k \leq n$,

5.1.1 Se $d_{ki} > 0$, então atualizar μ_{ki}^l conforme (5.13)

5.1.2 Senão

Se $d_{ki} = 0$ para $i \in I \leq c$, então

Definir w_{ki}^l para $i \in I$ com um número real positivo que satisfaça a

condição: $\sum w_{ki}^l = 1$ deste modo:

$$w_{ki}^l = 1 - \sum w_{ki}^l$$

Definir $w_{ki}^l = 0$ para $i \in c - I$.

7º Passo: Calcular $\Delta = \|U^l - U^{l-1}\| = \max_{ji} |w_{ji}^l - w_{ji}^{l-1}|, j=1, \dots, n, i=1, \dots, c$,

8º Passo: Se $\Delta > \varepsilon$ e $l < l_{max}, l = l + 1$ e retornar para o 2º passo; senão parar.

5.2.2.4 Algoritmo Gatha-Geva Modificado

A principal desvantagem na construção de modelos nebulosos Takagi-Sugeno é a matriz de covariância (5.16) poder ter elementos não nulos fora da diagonal e conseqüentemente ocorrer erro de decomposição do conjunto nebuloso. Para preservar o particionamento no espaço do antecedente, transformações lineares nas variáveis de entrada podem ser utilizadas, complicando a interpretação das regras. Para contornar este problema, o algoritmo Gath-Geva é modificado, baseando-se na maximização da esperança (EM) de modelos gaussianos. O algoritmo EM é largamente utilizado para estimar a densidade de probabilidade de um conjunto de dados [Abonyi, Babuska & Szeifert, 2002]. Para o algoritmo GG modificado usa-se a mesma função objetivo (5.11); cada grupo de dados contém uma distribuição na entrada, um modelo local e uma distribuição na saída:

$$p(\phi, y) = \sum_{i=1}^c p(\phi, y, n_i) = \sum_{i=1}^c p(y | \phi, n_i) p(x | n_i) p(n_i) \quad (5.19)$$

onde $p(n_i)$ é a probabilidade a priori dos dados pertencentes ao grupo i , $p(x | n_i)$ é distribuição na entrada e $p(y | \phi, n_i)$ é a distribuição na saída.

Os passos do algoritmo Gath-Geva Modificado são os seguintes:

1º Passo: Escolher o número de grupos c , $2 \leq c \leq n$, o parâmetro $m > 1$, o critério de parada $\varepsilon > 0$, o número máximo l_{\max} de iterações. Inicializar U^0 aleatoriamente e o contador $l = 1$.

2º Passo: Calcular os c centros dos grupos v_i^l $i = 1, \dots, c$ com a equação (5.12);

3º Passo: Calcular o desvio padrão da função de pertinência Gaussiana:

$$\sigma_{j,i}^2 = \frac{\sum_{k=1}^n [w_{ki}^{l-1}]^m (x_{k,j} - v_{k,i})^2}{\sum_{k=1}^n [w_{ki}^{l-1}]^m}, i = 1, \dots, c. \quad (5.20)$$

4º Passo: Calcular a probabilidade a priori dos dados pertencentes ao grupo i como em (5.17);

5º Passo: Calcular a matriz de covariância da distribuição da saída :

$$F_i^y = \frac{\sum_{k=1}^n [w_{ki}^{l-1}]^m (y_k - \hat{y}_k)(y_k - \hat{y}_k)^T}{\sum_{k=1}^n [w_{ki}^{l-1}]^m}, \forall_i, i = 1, 2, \dots, c \quad (5.21)$$

onde \hat{y}_k é a saída estimada, sendo calculada pelos métodos de estimação paramétrica no item 5.3.

6º Passo: Calcular a distância como medida de similaridade entre o dado e o centro do grupo. A medida da distância consiste de dois termos. O primeiro termo mede as distâncias entre x e os centros dos grupos, enquanto o segundo termo é baseado na eficiência do modelo obtido (item 5.3):

$$\frac{1}{d_{ki}^2} = p(n_i) \underbrace{\prod_{j=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{j,i}^2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(x_{j,k} - v_{i,j})^2}{\sigma_{j,i}^2}\right)}_{p(x|n_i)} \underbrace{\frac{\exp\left(-\frac{(y - \hat{y})^T (F_i^y)^{-1} (y - \hat{y})}{(2\pi)^{\frac{no}{2}} \sqrt{|F_i^y|}}\right)}{(2\pi)^{\frac{no}{2}} \sqrt{|F_i^y|}}}_{p(y|\phi, n_i)} \quad (5.22)$$

onde $i = 1, \dots, c$, $k = 1, 2, \dots, n$.

7º Passo: Atualizar a matriz de pertinência:

5.1 Para $1 \leq i \leq c$, $1 \leq k \leq n$,

5.1.1 Se $d_{ki} > 0$, então atualizar w_{ki}^l conforme (5.13);

5.1.2 Senão

Se $d_{ki} = 0$ para $i \in I \leq c$, então:

Definir w'_{ki} para $i \in I$ com um número real positivo que satisfaça a

condição: $\sum w'_{ki} = 1$ deste modo:

$$w'_{ki} = 1 - \sum w'_{ki}$$

Definir $\mu'_{ki} = 0$ para $i \in c - I$.

8º Passo: Calcular $\Delta = \|U^l - U^{l-1}\| = \max_{ji} |w'_{ji} - w'^{l-1}_{ji}|$, $j=1, \dots, n$, $i=1, \dots, c$,

9º Passo: Se $\Delta > \varepsilon$ e $l < l_{max}$, $l = l + 1$ e retornar para o 2º passo; senão parar.

Neste item foram apresentados os principais conceitos sobre agrupamento de dados e alguns algoritmos de agrupamento nebuloso que podem ser utilizados para a determinação das funções de pertinência (conjuntos nebulosos) na parte do antecedente do modelo Tagaki-Sugeno. Podemos encontrar inúmeros algoritmos de agrupamento nebulosos de dados na literatura, porém conforme abordaremos no capítulo 6 desta dissertação, o Algoritmo GG Modificado se apresenta eficaz na identificação dos conjuntos nebulosos referentes ao processo de incineração líquida [Almeida & Barreto, 2005]; contudo vale salientar que uma desvantagem de se utilizar este método é a necessidade dele requisitar, *a priori*, o número de grupos, tornando-se inviável para certas aplicações.

5.3 Estimação dos Parâmetros do Conseqüente do Modelo TS

Estimação é a determinação de grandezas físicas não observáveis a partir de grandezas mensuráveis. A teoria de estimação compreende basicamente duas classes de problemas [Amaral, 2004]:

- **Identificação Experimental:** É a determinação dos parâmetros de um modelo de um sistema através de medidas das suas entradas e saídas, conhecida também como modelagem “caixa preta”;
- **Estimação de Estados:** É a determinação dos estados de um sistema a partir de medidas das suas entradas e saídas.

Para motivar a discussão do problema de estimação de parâmetros, supomos que estejam disponíveis medições de duas grandezas x e y . Tais variáveis estão relacionadas da seguinte forma $y = f(x)$. Uma situação comum ocorre quando a função $f(\cdot)$ é caracterizada por um vetor de parâmetros θ . Nesse caso diz-se que $f(\cdot)$ é parametrizada por θ e tal relação pode ser explicitamente representada escrevendo-se $y = f(x, \theta)$. O problema de estimação dos parâmetros consiste em estimar θ a partir de um conjunto de medidas de x e y [Aguirre, 2004].

Utilizamos os métodos de estimação paramétrica para determinar os parâmetros das funções do conseqüente do modelo Takagi-Sugeno. Importantes problemas na área de identificação ocorrem porque as medidas de entrada e saída podem estar corrompidas por ruídos. Para baixos níveis de ruído (caso do processo de incineração a ser identificado), o método de mínimos quadrados pode produzir uma excelente estimação dos parâmetros do sistema (conforme abordaremos no Cap.6). Porém em certas situações, o ruído ou erro na equação de regressão não é branco, se apresentando como um ruído autocorrelacionado (colorido). De forma a contornar este problema, os estimadores estendidos de mínimos quadrados, os estimadores de mínimos quadrados generalizados, os métodos de erro de predição podem ser utilizados, apesar de serem inevitavelmente dependentes da precisão do modelo do ruído. Para uma estimação paramétrica consistente sem a necessidade de modelagem de ruído, o método da variável instrumental é adequado. Uma nova abordagem de variável instrumental proposta por Bottura & Serra, (2005), com uma metodologia **FIV** (*Fuzzy Instrumental Variable*) para identificação paramétrica em ambiente ruidoso, pode ser intensamente utilizada, porém não abordaremos algoritmos que envolvem ruídos autocorrelacionados por não fazerem parte do escopo desta dissertação.

5.3.1 Método de Mínimos Quadrados

Estudos de astronomia que tiveram origem na Babilônia em 300 AC, estimularam a invenção e o desenvolvimento do método dos mínimos quadrados, termo este utilizado pela primeira vez em 1795 e publicado em 1806 no livro *Nouvelles Méthodes pour la Détermination des Orbites des Comètes* por Legendre. Mas o conceito básico da técnica dos mínimos quadrados foi elaborado por Carl Friedrich Gauss, matemático e astrônomo alemão (1777-1855), que enunciou: "...a linha reta da forma $y = a+bx$

poderá representar adequadamente as medidas ponderadas $(x_1, y_1) \dots (x_n, y_n)$ desde que a soma dos quadrados das distâncias destes pontos a esta linha reta representativa destes pontos seja mínima, quando estas distâncias forem medidas na vertical...” publicado em 1809 no famoso “*Theoria Motus Corporum Coelestium*”, [Barreto, 2002]. Este conceito foi aplicado originalmente com grande êxito no primeiro dia do século dezenove quando um novo corpo celeste, batizado de Ceres, que mais tarde descobrir-se-ia tratar-se de um asteroide, foi descoberto, e poucas semanas depois foi perdido de vista. Gauss tinha habilidade excepcional para cálculos, além da vantagem adicional de estar elaborando a teoria do método dos mínimos quadrados. Ele aceitou o desafio de calcular, a partir das poucas observações do asteroide registradas, a órbita em que ele se movia; o número de observações disponíveis não era superior a seis. Para esta tarefa de calcular a órbita a partir de um número limitado de observações ele inventou um processo, hoje chamado método de Gauss (método de observações elípticas a partir de três observações), que ainda hoje é usado para acompanhar satélites. Como resultado da aplicação de seu método, Ceres foi redescoberto no fim do ano de 1800, muito próximo da posição indicada por seus cálculos. Este fato provavelmente pode ser considerado como a primeira identificação de sistemas realizada. Devido a esta identificação, Gauss teve sua reputação firmada na astronomia e na matemática e em 1807 foi nomeado diretor do Observatório de Göttingen, posto que conservou durante 40 anos.

Uma forma de definir um conjunto de equações é considerar uma função escalar $y = f(x)$ e várias aplicações dessa mesma função:

$$\begin{aligned} y_1 &= f(x_1) \\ y_2 &= f(x_2) \\ &\vdots \\ y_N &= f(x_N) \end{aligned} \tag{5.23}$$

No caso vetorial, $f(x) : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ depende de um vetor de n parâmetros, θ , sendo parametrizada por $\theta \in \mathfrak{R}^n$ e pode ser representada da seguinte forma :

$$y = f(x, \theta) \tag{5.24}$$

A função (5.24) define um conjunto de equações, bastando para isso escrever (5.24) para várias observações do escalar y (variável dependente) e do vetor de variáveis independentes da seguinte forma:

$$y_1 = f(x_1, \theta)$$

$$\begin{aligned} y_2 &= f(x_2, \theta) \\ &\vdots \\ y_N &= f(x_N, \theta) \end{aligned} \quad (5.25)$$

sendo que y_i é a i -ésima observação de y , e $x_i = [x_{1i} \ x_{2i} \ \dots \ x_{ni}]^T$ são as i -ésimas observações dos n elementos do vetor x . A função (5.24) define uma família de equações, sendo que N membros de tal família estão representados em (5.25). A equação (5.24) pode ser reescrita como:

$$y = x^T \theta \quad (5.26)$$

implicando f ser linear nos parâmetros. Se f não satisfizer a tal condição, θ poderá em princípio ser estimada por métodos de estimação não-linear. Podemos supor que se conhece o valor estimado do vetor de parâmetros $\hat{\theta}$, e que é cometido um erro ξ ao se tentar explicar o valor observado y a partir do vetor de regressores x e de $\hat{\theta}$, ou seja:

$$y = x^T \hat{\theta} + \xi \quad (5.27)$$

Nesta dissertação realizamos a seguinte distinção:

- **Ruído:** Representado pela variável e , ele corrompe a variável a ser explicada y , devido a certos fatores como erros de medição, não linearidades, dinâmica não modelada, etc. Pode ser representado da seguinte forma:

$$y = x^T \hat{\theta} + e \quad (5.29)$$

porém vale salientar que alguns autores chamam e de erro de regressão, reservando o termo *ruído* exclusivamente para ruído de medição;

- **Resíduo:** Representado pela variável ξ , é caracterizado como o erro cometido pelo modelo ao explicar a variável y com os regressores x e os parâmetros estimados $\hat{\theta}$. Pode ser representado pela equação (5.27).

Representando a equação (5.27) em forma matricial, tem-se:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{\xi} \quad (5.28)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}_{N \times 1} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}_{N \times n} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix}_{n \times 1} + \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_N \end{bmatrix}_{N \times 1}$$

onde $x_i = [x_{1i} \ x_{2i} \ \dots \ x_{ni}]^T$ são as i -ésimas observações ($i = 1, \dots, N$) dos n elementos do vetor x .

Considerando a existência do erro (resíduo), $\xi = y - X \hat{\theta}$, o problema de mínimos quadrados é determinar $\hat{\theta}$ que minimize o critério J_{MQ} :

$$J_{MQ} = \sum_{i=1}^N \xi(i)^2 = \xi^T \xi = \|\xi\|^2, \quad (5.30)$$

que é um índice que quantifica a qualidade do ajuste de $X^T \hat{\theta}$ ao vetor de dados y .

Substituindo $\xi = y - X \hat{\theta}$ em (5.30), temos:

$$\begin{aligned} J_{MQ} &= (y - X \hat{\theta})^T (y - X \hat{\theta}) \\ &= y^T y - y^T X \hat{\theta} - \hat{\theta}^T X^T y + \hat{\theta}^T X^T X \hat{\theta} \end{aligned} \quad (5.31)$$

Para minimização da forma quadrática, é necessário resolver $\frac{\partial J_{MQ}}{\partial \hat{\theta}} = 0$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{MQ}}{\partial \hat{\theta}} &= -(y^T X)^T - X^T y + (X^T X + X^T X) \hat{\theta} \\ &= -X^T y - X^T y + 2X^T X \hat{\theta} \end{aligned} \quad (5.32)$$

Deste modo podemos escrever a equação normal:

$$X^T X \hat{\theta} = X^T y \quad (5.33)$$

Portanto temos :

$$\hat{\theta} = [X^T X]^{-1} X^T y \quad (5.34)$$

onde $[X^T X]^{-1} X^T$ é conhecida como matriz *pseudo-inversa* de X . A equação (5.34) é o estimador que fornece o valor de $\hat{\theta}$ que minimiza o somatório do quadrado dos erros,

$$\hat{\theta}_{MQ} = \arg \theta \min J_{MQ} = [X^T X]^{-1} X^T y$$

o $\arg \theta \min J_{MQ}$, indica o argumento pertencente ao domínio de θ , que minimiza a função de custo J_{MQ} . A equação (5.34) é conhecida como o estimador de mínimos quadrados *clássico* ou *ordinário*.

5.3.1.1 Estimador de Mínimos Quadrados Ponderado

O estimador de mínimos quadrados, apresentado no item anterior, penaliza igualmente os erros cometidos para cada observação do sinal de saída y . Esse fato pode ser observado na equação (5.30), onde todos os $\xi(i)$ tem o mesmo peso. Em algumas situações práticas (caso desta dissertação) poderá ser desejado pesos diferentes para certos valores de erro, com o objetivo de dar menos peso às observações feitas quando o processo estiver operando em regimes dinâmicos (pontos de operação) “distantes” daquele para o qual um modelo linear está sendo identificado. Nessa situação, ainda que todas as observações tenham a mesma precisão, aquelas menos representativas para o ponto de operação em questão, podem naturalmente receber menor peso [Aguirre, 2004].

Reescrevendo a equação (5.30):

$$J_{\text{MQP}} = \sum_{i=1}^N \xi(i) w_i \xi(i) = \xi^T \mathbf{W} \xi \quad (5.35)$$

onde $\mathbf{W} \in \mathcal{R}^{N \times N}$ é uma matriz diagonal cujos elementos são pesos w_i , ou seja, $\mathbf{W} = \text{diag}\{w_1 \ w_2 \ \dots \ w_N\}$ e seguindo procedimento semelhante ao do item (5.3.1), temos:

$$\frac{\partial J_{\text{MQP}}}{\partial \hat{\theta}} = 2 (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X} \hat{\theta} - \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y}) \quad (5.36)$$

Igualando-se a expressão acima a zero e resolvendo-se para $\hat{\theta}$, tem-se :

$$\hat{\theta}_{\text{MQP}} = [\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y} \quad (5.37)$$

Se \mathbf{W} for semidefinida positiva, então $\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X}$ também o será e existirá a inversa. A equação (5.37) é conhecida como o estimador de mínimos quadrados ponderado, e é também válida para o caso em que \mathbf{W} não é diagonal.

5.3.1.2 Algumas das Propriedades do Estimador dos Mínimos Quadrados

Definições:

1. O estimador $\hat{\theta} = f(\mathbf{y})$ de θ é não polarizado (os parâmetros estimados convergem para os parâmetros verdadeiros quando o número de iterações aumenta) se $\hat{\theta}$ tem valor médio igual a θ qualquer que seja $\theta \in \mathcal{R}^n$, tal que:

$$\varepsilon_{y|\theta} f(y) = \theta$$

onde $\varepsilon_{y|\theta}$ é a média de y dado o parâmetro θ .

2. Um estimador $\hat{\theta} = f(y)$ de θ é um estimador não polarizado e de variância mínima se:

$$\varepsilon_{y|\theta} \{ (f(y) - \theta) (f(y) - \theta)^T \} \leq \varepsilon_{y|\theta} \{ (f^*(y) - \theta) (f^*(y) - \theta)^T \} \quad (5.38)$$

3. Um estimador $f(y)$ de θ é o melhor estimador linear não polarizado (*BLUE – Best Linear Unbiased Estimate*) se a equação (5.38) é satisfeita para qualquer $\theta \in \mathbb{R}^n$.

Teorema 1: *O estimador dos mínimos quadrados ponderado, também conhecido como estimador de Markov, é não polarizado se o resíduo tem média nula e os sinais de entrada e de resíduo são independentes.*

Prova: Da equação do estimador de Markov tem-se que:

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= [X^T W X]^{-1} X^T W [X \theta + \xi] \\ \hat{\theta} &= \theta + [X^T W X]^{-1} X^T W \xi \\ \varepsilon \hat{\theta} &= \theta + \varepsilon \{ [X^T W X]^{-1} X^T W \xi \} \end{aligned} \quad (5.39)$$

Se x e ξ são independentes, a equação (5.39) pode ser reescrita como segue:

$$\varepsilon \hat{\theta} = \theta + \varepsilon \{ (X^T W X)^{-1} X^T W \} \varepsilon \xi = \theta$$

A independência entre x e ξ é uma condição suficiente, mas não necessária, pois da equação (5.39) tem-se que se:

$$\varepsilon \{ (X^T W X)^{-1} X^T W \xi \} = 0 \rightarrow \varepsilon \hat{\theta} = \theta \quad \text{c.q.d.}$$

Teorema 2: *Se o resíduo tem média nula e além disso a entrada x é determinística e o resíduo ξ é uma variável aleatória com matriz de covariância V então a covariância do erro de estimação do estimador de Markov é dada por:*

$$\text{cov} \tilde{\theta} = (X^T W X)^{-1} X^T W V W X [X^T W X]^{-1}$$

onde $V = \varepsilon \xi \xi^T$

Prova: $\text{cov} \tilde{\theta} = \varepsilon\{[\tilde{\theta} - \varepsilon\tilde{\theta}][\tilde{\theta} - \varepsilon\tilde{\theta}]^T\} = \varepsilon\{\tilde{\theta}\tilde{\theta}^T\} = \text{cov} \hat{\theta}$

Do teorema 1 tem-se que:

$$\theta - \hat{\theta} = -[X^T W X]^{-1} X^T W \xi = \hat{\theta}$$

$$\text{cov} \tilde{\theta} = \varepsilon\{[X^T W X]^{-1} X^T W \xi \xi^T W X [X^T W X]^{-1}\}$$

$$\text{cov} \tilde{\theta} = \varepsilon\{[X^T W X]^{-1} X^T W V W X [X^T W X]^{-1}\}$$

Se a entrada for determinística tem-se que :

$$\text{cov} \tilde{\theta} = [X^T W X]^{-1} X^T W V W X [X^T W X]^{-1}$$

Quando o resíduo atuando no sistema é dado por: $V = \sigma^2 I$, isto é, suas componentes são independentes e identicamente distribuídas, tem-se que:

$$\text{cov} \tilde{\theta} = \sigma^2 [X^T X]^{-1}$$

onde σ^2 é um parâmetro da distribuição da medida, que em geral é desconhecido e necessita ser estimado. c.q.d.

Teorema 3 Um estimador não polarizado de σ^2 é dado por:

$$\hat{\sigma}^2 = (\tilde{y}^T \tilde{y}) / (\dim v - \dim \theta)$$

Prova:

$$\tilde{y} = y - \hat{y} = y - X \hat{\theta}$$

$$\hat{\theta} = \theta + [X^T X]^{-1} X^T \xi$$

$$\tilde{y} = X\theta + \xi - X[\theta + [X^T X]^{-1} X^T \xi] = \xi - X[X^T X]^{-1} X^T \xi$$

$$\tilde{y} = [I_m - X[X^T X]^{-1} X^T] \xi$$

Definindo $A = I_m - X[X^T X]^{-1} X^T$ tem-se:

$$A^2 = A \text{ e } A^T = A$$

Portanto:

$$\varepsilon\{\tilde{y}^T \tilde{y}\} = \varepsilon\{\xi^T [I_m - X[X^T X]^{-1} X^T] [I_m - X[X^T X]^{-1} X^T] \xi\}$$

$$\varepsilon\{\tilde{y}^T \tilde{y}\} = \varepsilon\{\xi^T [I_m - X[X^T X]^{-1} X^T] \xi\}$$

Sejam as propriedades de matrizes:

- $a^T A a = \text{tr } A a a^T$
- $\varepsilon \text{tr } A = \text{tr } \varepsilon A^T$
- $\text{tr } AB = \text{tr } BA$

Utilizando as propriedades acima tem-se que:

$$\varepsilon\{\tilde{y}^T \tilde{y}\} = \varepsilon \text{tr } A \xi \xi^T$$

$$\varepsilon\{\tilde{y}^T \tilde{y}\} = \text{tr } A \varepsilon \xi \xi^T = \text{tr } A \sigma^2 I$$

$$\varepsilon\{\tilde{y}^T \tilde{y}\} = \sigma^2 \text{tr } I_m - \sigma^2 \text{tr } X [X^T X]^{-1} X^T$$

$$\varepsilon\{\tilde{y}^T \tilde{y}\} = \sigma^2 \{ \text{tr } I_m - \text{tr} [X^T X]^{-1} X^T X \}$$

$$\varepsilon\{\tilde{y}^T \tilde{y}\} = \sigma^2 \{m-n\}$$

logo $\hat{\sigma}^2$ é não polarizado pois $\varepsilon \hat{\sigma}^2 = \sigma^2$

c.q.d.

Teorema 4 O estimador dos mínimos quadrados dado por $\hat{\theta} = [X^T X]^{-1} X^T y$ tem as seguintes propriedades:

- a) É uma função linear das medidas;
- b) É um estimador não polarizado;
- c) É um estimador BLUE, isto é:

$$\varepsilon\{(\hat{\theta} - \theta)(\hat{\theta} - \theta)^T\} \leq \varepsilon\{(\theta^* - \theta)(\theta^* - \theta)^T\}$$

onde θ^* é um estimador linear nas medidas.

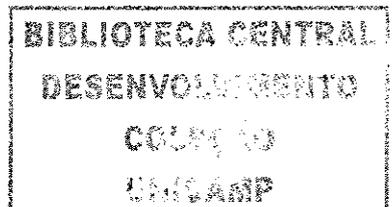
Prova:

a) $\hat{\theta} = [X^T X]^{-1} X^T y = C y$;

b) Já foi mostrado;

c) Seja um estimador $\theta^* = C y$ tal que $\varepsilon \theta^* = \theta$ logo $\varepsilon C y = \theta \Rightarrow e C X \theta = \theta$ que é a condição para se ter um estimador não polarizado. A covariância de θ^* é dada por:

$$\varepsilon\{(\theta^* - \theta)(\theta^* - \theta)^T\} = \varepsilon\{(C y - \theta)(C y - \theta)^T\} =$$



$$\begin{aligned} \varepsilon(\mathbf{C}\mathbf{y} - \mathbf{C}\mathbf{X}\theta + \mathbf{C}\mathbf{X}\theta - \theta)(\mathbf{C}\mathbf{y} - \mathbf{C}\mathbf{X}\theta + \mathbf{C}\mathbf{X}\theta - \theta)^T &= \\ \varepsilon(\mathbf{C}\mathbf{y} - \mathbf{C}\mathbf{X}\theta)(\mathbf{C}\mathbf{y} - \mathbf{C}\mathbf{X}\theta)^T &= \mathbf{C}\varepsilon(\mathbf{y} - \mathbf{X}\theta)(\mathbf{y} - \mathbf{X}\theta)^T \mathbf{C}^T = \\ &= \mathbf{C}\mathbf{C}^T \sigma^2 \end{aligned}$$

Seja $\mathbf{D} = \mathbf{C} - (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T$ então tem-se que:

$$\mathbf{D}\mathbf{D}^T \geq 0 \text{ e}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}\mathbf{D}^T &= [\mathbf{C} - (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T][\mathbf{C} - (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T]^T \\ \mathbf{D}\mathbf{D}^T &= \mathbf{C}\mathbf{C}^T - \mathbf{C}\mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} - (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{C}^T + (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \\ \mathbf{D}\mathbf{D}^T &= \mathbf{C}\mathbf{C}^T - (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \geq 0 \end{aligned}$$

Portanto $\text{cov}(\hat{\theta}) \leq \text{cov}(\theta^*)$. c.q.d

Teorema 5 *Seja $\text{cov}\xi = V$ então o estimador BLUE de θ é dado por:*

$$\hat{\theta} = [\mathbf{X}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{y}$$

Prova: Como V é uma matriz simétrica definida positiva, tem-se que $V = \mathbf{P}\mathbf{P}^T$ com \mathbf{P} triangular e não singular. Definindo: $\mathbf{y}^* = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{y}$ tem-se que:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\theta + \xi$$

$$\mathbf{P}^{-1}\mathbf{y} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{X}\theta + \mathbf{P}^{-1}\xi$$

$$\mathbf{y}^* = \mathbf{X}^*\theta + \xi^*$$

Resta verificar se a covariância do erro tem a seguinte forma $\text{cov}\xi^* = \sigma^2 \mathbf{I}$. Com a transformação aplicada tem-se que:

$$\text{cov}\xi^* = \varepsilon[\mathbf{y}^* - \mathbf{X}^*\theta][\mathbf{y}^* - \mathbf{X}^*\theta]^T = \varepsilon\mathbf{P}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{X}\theta)(\mathbf{y} - \mathbf{X}\theta)^T \mathbf{P}^{-T}$$

$$\text{cov}\xi^* = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{V} \mathbf{P}^{-T} = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{P}\mathbf{P}^T \mathbf{P}^{-T} = \mathbf{I}$$

Aplicando o teorema anterior no sistema filtrado resulta que:

$$\hat{\theta} = [\mathbf{X}^{*T} \mathbf{X}^*]^{-1} \mathbf{X}^{*T} \mathbf{y}^*$$

$$\hat{\theta} = [\mathbf{X}\mathbf{P}^{-T}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{P}^{-T} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{y} = [\mathbf{X}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{y}$$

onde \mathbf{P}^{-1} é denominado filtro embranquecedor.

c.q.d

5.3.1.3 Estimação de Parâmetros de Modelos ARX usando Mínimos Quadrados

Os resultados deste item (5.3) até o presente, foram desenvolvidos para um modelo geral do tipo $y = f(x, \theta)$ com algumas considerações feitas sobre f . Os resultados discutidos têm um caráter bastante geral, porém na maioria dos problemas de identificação de sistemas, as restrições que geram a equação matricial a ser resolvida por mínimos quadrados, serão tomadas a partir de sinais temporais, ou seja, de seqüências de números. Nesse caso será comum representar o modelo como:

$$y(k) = \psi^T(k-1) \hat{\theta} + \xi(k) \quad (5.40)$$

onde k indica o instante considerado e $\psi^T(k-1)$ é um vetor de $n_\theta = \dim[\hat{\theta}]$ variáveis regressoras. No caso de r entradas, regressores referentes às entradas $2, \dots, r$ devem ser acrescentados ao vetor de regressores; desta forma, o vetor de regressores de um sistema MISO pode ser representado como segue:

$$\psi(k-1) = [y(k-1) \dots y(k-n_y) \quad u_1(k-1) \dots u_1(k-n_{u_1}) \dots u_r(k-1) \dots u_r(k-n_{u_r})]^T \quad (5.41)$$

O modelo (5.40) é dinâmico, mas análogo ao modelo estático (5.27). O modelo a ser identificado do processo de incineração é dinâmico. A função custo (5.30) para modelos ARX pode ser expressa de forma detalhada como:

$$J_{\text{MQP}} = \sum_{i=1}^N \xi(k | k-1, \hat{\theta})^2 = \xi^T \xi = \|\xi\|^2 \quad (5.42)$$

sendo que $\xi(k | k-1, \hat{\theta})$ é o erro de predição (ou resíduo) cometido no instante k , ao fazer a predição com informação apenas até o instante $k-1$, usando o vetor estimado $\hat{\theta}$.

Nesta dissertação, será utilizado um modelo autoregressivo com entrada exógena ARX (*AutoRegressive with eXogenous input*), conforme abordado no capítulo 3. Para estruturas com entradas não lineares, temos o modelo NARX (*Nonlinear AutoRegressive with eXogenous input*), que pode representar os modos observáveis e controláveis de uma larga classe de sistemas não-lineares discretos. Este modelo é utilizado para métodos de identificação não lineares tais como redes neurais, funções de base radial, CMAC (*Cerebellar Model Articulation Controller*) e modelos nebulosos [Hellendoorn & Driankov, 1997] [Bottura & Serra, 2004]. O modelo NARX estabelece uma relação entre a coleção de dados de entrada u e saída y passados e a saída predita:

$$\hat{y}(k+1) = f(y(k) \dots y(k-n_y+1), u_1(k) \dots u_1(k-n_{u_1}+1) \dots u_r(k) \dots u_r(k-n_{u_r}+1)) \quad (5.43)$$

a função f representa o modelo não linear, k é o instante da amostragem,

$$y = \begin{bmatrix} y(1) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix}_{N \times 1} \text{ é um vetor de saída, } u = \begin{bmatrix} u_1(1) & u_2(1) & \dots & u_r(1) \\ u_1(2) & u_2(2) & \dots & u_r(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_1(N) & u_2(N) & \dots & u_r(N) \end{bmatrix}_{N \times r} \text{ é uma matriz}$$

com r entradas vetoriais, n_y e $n_{u_1 \dots r}$ são os atrasos máximos considerados para as saídas e entradas, respectivamente. Em termos de regras, o modelo pode ser representado por:

R_i : Se $y(k)$ é A_1^i E ... E $y(k-n_y+1)$ é $A_{n_y}^i$ E $u_1(k)$ é B_1^i E ... E $u_1(k-n_{u_1}+1)$ é $B_{n_{u_1}}^i$... E $u_r(k)$ é B_r^i E ... E $u_r(k-n_{u_r}+1)$ é $B_{n_{u_r}}^i$ então:

$$\hat{y}^i(k+1) = \sum_{j=1}^{n_y} \alpha_j^i y(k-j+1) + \sum_{j=1}^{n_{u_1 \dots r}} \beta_j^i u_{1 \dots r}(k-j+1) + \gamma^i \quad (5.44)$$

onde α_j^i, β_j^i e γ^i são os parâmetros lineares do conseqüente a serem determinados. A fórmula de inferência do modelo Takagi-Sugeno é uma extensão direta de (4.32):

$$\hat{y}(k+1) = \sum_{i=1}^c w_i(x(k)) \hat{y}^i(k+1) \quad (5.45)$$

com

$$x(k) = (y(k) \dots y(k-n_y+1), u_1(k) \dots u_1(k-n_{u_1}+1) \dots u_r(k) \dots u_r(k-n_{u_r}+1)) \quad (5.46)$$

A resposta estimada do modelo nebuloso é uma soma ponderada dos conseqüentes, isto é, uma combinação convexa dos modelos de cada regra, e podemos utilizar o método dos mínimos quadrados recursivos ponderados para otimização dos parâmetros do conseqüente. Nesta dissertação, consideramos que o estimador de mínimos quadrados não é polarizado (em virtude de certas características que serão abordadas no cap. 6), ou seja, o resíduo tem média nula e os sinais de entrada e de resíduos são independentes, $\hat{\theta} \rightarrow \theta$ (ver Teorema 1).

5.3.1.4 Mínimos Quadrados Recursivo Ponderado

A idéia básica do algoritmo dos mínimos quadrados recursivo é calcular um novo vetor de parâmetros estimados $\hat{\theta}(k+1)$ no instante $k+1$ pela adição de um fator de correção ao vetor de parâmetros estimados no instante k .

A estimação utilizando o método dos mínimos quadrados recursivo ponderado para um sistema MISO, com **abordagem global** (onde os parâmetros do conseqüente são estimados simultaneamente) pode ser definida como:

$$\hat{\theta}(k) = \mathbf{P}(k) \mathbf{X}^T(k) \mathbf{W}(k) \mathbf{y}(k) \quad (5.47)$$

onde a matriz $\mathbf{X}(k)$ é conhecida como matriz de regressão no instante k :

$$\mathbf{X}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T(1) \\ \mathbf{x}^T(2) \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T(k) \end{bmatrix}_{N \times 1+r} \quad (5.48)$$

e $\mathbf{x}(k)$ é o vetor de regressores no instante k do modelo ARX definido pela equação (5.46). A matriz $\mathbf{P}(k)$ é conhecida como matriz de covariância, dada por:

$$\mathbf{P}(k) = (\mathbf{X}^T(k) \mathbf{W}(k) \mathbf{X}^T(k))^{-1} \quad (5.49)$$

onde $\mathbf{W}(k)$ é chamada matriz de peso (ponderação) e nesta dissertação considera-se que ela tenha uma estrutura diagonal:

$$\mathbf{W}(k) = \begin{bmatrix} w(1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w(2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & w(k) \end{bmatrix} \quad (5.50)$$

Esta característica promove ponderação para cada instante k com peso $w(k)$. A estimação utilizando o método dos mínimos quadrados recursivo ponderado para um sistema MISO, com **abordagem local** (onde os parâmetros do conseqüente são estimados para cada regra i , independente uns dos outros) pode ser definida como:

$$\hat{\theta}_i(k) = \mathbf{P}_i(k) \mathbf{X}^T(k) \mathbf{W}_i(k) \mathbf{y}(k) \quad (5.51)$$

onde:

$$\mathbf{P}_i(k) = (\mathbf{X}^T(k) \mathbf{W}_i(k) \mathbf{X}^T(k))^{-1} \quad (5.52)$$

e $\mathbf{W}_i(k)$ é a matriz de peso (ponderação) para cada regra; nesta dissertação considera-se que ela tenha uma estrutura diagonal:

$$\mathbf{W}_i(k) = \begin{bmatrix} w_i(x(1)) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_i(x(2)) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & w_i(x(k)) \end{bmatrix} \quad (5.53)$$

Analogamente, a equação (5.51) do estimador para o instante $k+1$ é:

$$\hat{\theta}_i(k+1) = \mathbf{P}_i(k+1) \mathbf{X}^T(k+1) \mathbf{W}_i(k+1) \mathbf{y}(k+1) \quad (5.54)$$

A equação (5.54) também pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_i(k+1) &= \mathbf{P}_i(k+1) \begin{pmatrix} \mathbf{X}(k) \\ \mathbf{x}^T(k+1) \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{W}_i(k) & 0 \\ 0 & w_i(x(k+1)) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{y}(k) \\ \mathbf{y}(k+1) \end{pmatrix} \\ &= \mathbf{P}_i(k+1) [\mathbf{X}^T(k) \mathbf{W}_i(k) \mathbf{y}(k) + \mathbf{x}(k+1) w_i(x(k+1)) \mathbf{y}(k+1)] \end{aligned} \quad (5.55)$$

Substituindo $\mathbf{X}^T(k) \mathbf{W}_i(k) \mathbf{y}(k) = \mathbf{P}_i^{-1}(k) \hat{\theta}_i(k)$ (equação (5.51)) em (5.54), e adicionando e subtraindo $\hat{\theta}_i(k)$ no segundo membro da equação, obtemos:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_i(k+1) &= \hat{\theta}_i(k) + \mathbf{P}_i(k+1) [\mathbf{P}_i^{-1}(k) \hat{\theta}_i(k) + \mathbf{x}(k+1) w_i(x(k+1)) \mathbf{y}(k+1)] - \hat{\theta}_i(k) \\ &= \hat{\theta}_i(k) + \mathbf{P}_i(k+1) \mathbf{P}_i^{-1}(k) \hat{\theta}_i(k) - \hat{\theta}_i(k) + \mathbf{P}_i(k+1) \mathbf{x}(k+1) w_i(x(k+1)) \mathbf{y}(k+1) \\ &= \hat{\theta}_i(k) + [\mathbf{P}_i(k+1) \mathbf{P}_i^{-1}(k) - \mathbf{I}] \hat{\theta}_i(k) + \mathbf{P}_i(k+1) \mathbf{x}(k+1) w_i(x(k+1)) \mathbf{y}(k+1) \end{aligned} \quad (5.56)$$

onde de acordo com (5.52):

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_i(k+1) &= \left(\begin{pmatrix} \mathbf{X}(k) \\ \mathbf{x}^T(k+1) \end{pmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{W}_i(k) & 0 \\ 0 & w_i(x(k+1)) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X}(k) \\ \mathbf{x}^T(k+1) \end{pmatrix} \right)^{-1} \\ &= (\mathbf{X}^T(k) \mathbf{W}_i(k) \mathbf{X}(k) + \mathbf{x}(k+1) w_i(x(k+1)) \mathbf{x}(k+1)^T)^{-1} \\ &= (\mathbf{P}_i(k)^{-1} + \mathbf{x}(k+1) w_i(x(k+1)) \mathbf{x}(k+1)^T)^{-1} \end{aligned} \quad (5.57)$$

Cuja inversa é:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_i(k+1)^{-1} &= \mathbf{P}_i(k)^{-1} + \mathbf{x}(k+1) w_i(\mathbf{x}(k+1)) \mathbf{x}(k+1)^T \\ \mathbf{P}_i(k)^{-1} &= \mathbf{P}_i(k+1)^{-1} - \mathbf{x}(k+1) w_i(\mathbf{x}(k+1)) \mathbf{x}(k+1)^T \end{aligned} \quad (5.58)$$

Substituindo (5.58) em (5.56), a equação recursiva do estimador é obtida como:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_i(k+1) &= \hat{\theta}_i(k) + [\mathbf{P}_i(k+1) (\mathbf{P}_i(k)^{-1} - \mathbf{x}(k+1) w_i(\mathbf{x}(k+1)) \mathbf{x}(k+1)^T) - \mathbf{I}] \hat{\theta}_i(k) + \mathbf{P}_i(k+1) \\ &\quad \mathbf{x}(k+1) w_i(\mathbf{x}(k+1)) \mathbf{y}(k+1) \\ &= \hat{\theta}_i(k) + [\mathbf{I} - \mathbf{P}_i(k+1) \mathbf{x}(k+1) w_i(\mathbf{x}(k+1)) \mathbf{x}(k+1)^T] - \mathbf{I}] \hat{\theta}_i(k) + \mathbf{P}_i(k+1) \mathbf{x}(k+1) \\ &\quad w_i(\mathbf{x}(k+1)) \mathbf{y}(k+1) \\ &= \hat{\theta}_i(k) + \mathbf{P}_i(k+1) \mathbf{x}(k+1) w_i(\mathbf{x}(k+1)) (\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{x}(k+1)^T \hat{\theta}_i(k)) \end{aligned} \quad (5.59)$$

O algoritmo dos mínimos quadrados recursivo ponderado necessita da inversão da matriz \mathbf{P}_i . Utilizando o lema (5.1) da inversão matricial, a inversão da matriz pode ser realizada com um esforço computacional menor.

Lema (5.1) da Inversão Matricial: *Sejam A, C e (A+BCD) matrizes não singulares, então:*

$$\mathbf{E} = (\mathbf{A} + \mathbf{BCD})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} (\mathbf{C}^{-1} + \mathbf{D} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{D} \mathbf{A}^{-1} \quad (5.60)$$

Prova :

$$\begin{aligned} &(\mathbf{A} + \mathbf{BCD}) [\mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} (\mathbf{C}^{-1} + \mathbf{D} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{D} \mathbf{A}^{-1}] = \\ &= \mathbf{I} + \mathbf{BCD} \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{B} (\mathbf{C}^{-1} + \mathbf{D} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{D} \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{BCD} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} (\mathbf{C}^{-1} + \mathbf{D} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{D} \mathbf{A}^{-1} \\ &= \mathbf{I} + \mathbf{BCD} \mathbf{A}^{-1} - (\mathbf{B} + \mathbf{BCD} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}) (\mathbf{C}^{-1} + \mathbf{D} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{D} \mathbf{A}^{-1} \\ &= \mathbf{I} + \mathbf{BCD} \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{B} (\mathbf{I} + \mathbf{C} \mathbf{D} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}) (\mathbf{C}^{-1} + \mathbf{D} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{D} \mathbf{A}^{-1} \end{aligned}$$

Substituindo $\mathbf{I} = \mathbf{C} \mathbf{C}^{-1}$ e colocando C em evidência teremos:

$$\begin{aligned} &= \mathbf{I} + \mathbf{BCD} \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{B} \mathbf{C} (\mathbf{C}^{-1} + \mathbf{D} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}) (\mathbf{C}^{-1} + \mathbf{D} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{D} \mathbf{A}^{-1} \\ &= \mathbf{I} + \mathbf{BCD} \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{BCD} \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{I} \end{aligned}$$

Aplicando este lema na equação (5.59), temos:

$$\mathbf{P}_i(k+1) = \mathbf{P}_i(k) - \mathbf{P}_i(k) \mathbf{x}(k+1) \left(\frac{1}{w_i(\mathbf{x}(k+1))} + \mathbf{x}(k+1)^T \mathbf{P}_i(k) \mathbf{x}(k+1) \right)^{-1} \mathbf{x}(k+1) \mathbf{P}_i(k) \quad (5.61)$$

Realizando algumas simplificações, obtemos a forma recursiva para $\mathbf{P}_i(k+1)$:

$$\mathbf{P}_i(k+1) = \mathbf{P}_i(k) - \frac{w_i(\mathbf{x}(k+1)) \mathbf{P}_i(k) \mathbf{x}(k+1) \mathbf{x}(k+1)^T \mathbf{P}_i(k)}{1 + w_i(\mathbf{x}(k+1)) \mathbf{x}(k+1)^T \mathbf{P}_i(k) \mathbf{x}(k+1)} \quad (5.62)$$

Quando o número de iterações aumenta, os parâmetros estimados podem convergir. Esta convergência é normalmente refletida pela diminuição dos elementos da matriz \mathbf{P}_i e é desejável para o caso de sistemas invariantes no tempo (nosso caso), porém quando o sistema é variante no tempo é necessário evitar que os elementos da matriz \mathbf{P}_i se tornem “muito” pequenos, garantindo que o algoritmo não perca sua capacidade de adaptação em relação as variações de parâmetros. Na prática, procura-se um compromisso entre a capacidade de adaptação $\{\mathbf{P}_i \text{ grande}\}$ e a convergência no algoritmo de estimação $\{\mathbf{P}_i \text{ pequeno}\}$. Para manter a capacidade de adaptação do estimador, limitando-se os valores mínimos dos elementos da matriz de covariância, os procedimentos de busca aleatória, reinicialização da matriz de covariância e do fator de esquecimento podem ser utilizados [Coelho & Coelho, 2004]. O algoritmo dos mínimos quadrados recursivo ponderado para a predição dos parâmetros do consequente de cada regra i é representado pelas equações (5.56) e (5.62), onde $w_i(\mathbf{x}(k+1))$ é o grau de ativação de cada regra.

5.4 Resumo

A principal contribuição deste capítulo foi a apresentação das etapas para a elaboração/construção do modelo nebuloso Takagi-Sugeno, visando a sua utilização na identificação do processo de incineração. Foram abordados alguns dos principais conceitos sobre agrupamento de dados e algoritmos de agrupamento nebuloso que podem ser utilizados para a determinação das funções de pertinência (conjuntos nebulosos) na parte do antecedente e a utilização do método de mínimos quadrados recursivo ponderado no NARX para a determinação das expressões funcionais da parte do consequente do modelo nebuloso Takagi-Sugeno.

Capítulo 6

Identificação do Processo de Incineração de Resíduos Líquidos

6.1 Introdução

Neste capítulo são realizadas as etapas de identificação do processo de incineração de resíduos líquidos da empresa BASF.SA em sua unidade agrícola de fabricação de fungicidas e herbicidas situada em Resende-RJ, de forma a determinar o modelo que represente o sistema, visando o desenvolvimento posterior de um controlador adaptativo para o processo de combustão. Neste capítulo, utilizamos informações e conceitos importantes citados nos capítulos anteriores, tais como:

- Geração de Resíduos;
- Descrição do Processo de Incineração de Resíduos Líquidos;
- Teoria de Identificação de Sistemas;
- Teoria de Sistemas Nebulosos;
- Identificação Paramétrica do Modelo Nebuloso Takagi-Sugeno.

A partir destas informações e conceitos abordados anteriormente, realizamos a identificação do processo de incineração, abordando cada etapa de forma a determinar um modelo preciso do sistema em questão. Na seção 6.2 é realizada a aquisição de dados, onde efetuamos a coleta de dados do processo em “operação normal” de forma a extrair informações referentes a sua dinâmica; na seção 6.3 é determinada a estrutura do modelo e realizada a etapa de estimação dos parâmetros do modelo; nela determina-se os algoritmos a serem utilizados tanto para a parte do antecedente quanto para a parte do conseqüente do modelo nebuloso TS, utilizando uma estrutura acoplada (ou seja, três modelos MISO representando um modelo MIMO) e na seção 6.4 é realizada a validação do modelo em questão; nela utilizamos diversos modelos (modelos TS com diferentes tipos de algoritmos de agrupamento nebulosos e modelos lineares) de forma a verificar se eles incorporam ou não as características de interesse do sistema original, conseqüentemente determinando o modelo que melhor represente o sistema.

6.2 Aquisição de Dados

Conforme revisado no capítulo 3, a identificação de sistemas se propõe a obter modelo do processo a partir de dados. Em diversos casos, os únicos dados disponíveis são os dados de “operação normal do processo” (nosso caso), porém em outras situações efetuam-se testes de forma a extrair informação dinâmica do sistema. Problemas importantes relacionados a esta etapa são as escolhas dos sinais de excitação, a execução do teste e a escolha do tempo de amostragem [Aguirre, 2004].

O presente item trata de questões referentes à amostragem dos dados necessários à identificação do processo de incineração. Nessa dissertação não temos nenhuma informação matemática que possa representar a dinâmica do processo em estudo. A etapa de aquisição de dados é realizada da seguinte maneira:

6.2.1 Definição das variáveis de entrada e de saída do processo

Através do conhecimento *a priori* do processo abordado no capítulo 2, realizamos a seleção dos dados de entrada e saída. As variáveis de entrada do processo de incineração, são as seguintes:

- u_1 - **Efluente Aquoso (Kg/h)**: É um efluente oriundo das plantas químicas de produção, contém alto teor de toxicidade. A incineração elimina a sua toxicidade por métodos de oxidação a altas temperaturas;
- u_2 - **Efluente Orgânico (Kg/h)**: É outro efluente oriundo também das plantas químicas de produção, com alto poder calorífico, sendo utilizado como combustível secundário;
- u_3 - **Óleo B.P.F. (Kg/h)**: É o elemento utilizado como combustível principal no processo de combustão do Incinerador;
- u_4 - **Ar de Combustão (m^3/min)**: É o ar necessário para realizar a combustão e o arraste dos gases no Incinerador.

A utilização de diferentes sistemas de unidades, por exemplo: min/hora, deve-se a necessidade de se obter matrizes com melhor condicionamento, para

evitar problemas com a inversão da matriz de dados na etapa da estimação dos parâmetros;

As variáveis de saída do processo de incineração, que são medidas pelo analisador de gases, são as seguintes:

- y_1 - **Oxigênio - O_2 (%)**: A emissão de O_2 para a atmosfera, segundo a resolução da FEEMA-RJ (Fundação Estadual de Engenharia do Meio Ambiente), deve ser: **> 2,0 %**;
- y_2 - **Dióxido de Enxofre - SO_2 (mg/nm³)**: A emissão de SO_2 para a atmosfera, segundo a resolução da FEEMA-RJ, deve ser: **< 100ppm** (parte por milhão);
- y_3 - **Monóxido de Carbono - CO (mg/nm³)**: A emissão de CO para a atmosfera, segundo a resolução da FEEMA-RJ, deve ser: **< 50ppm**.

6.2.2 Características das variáveis do processo

Com a determinação das variáveis de entrada e saída, observamos que o processo em estudo é o sistema MIMO (*Multiple Input Multiple Output*), representado na Figura (6.1):

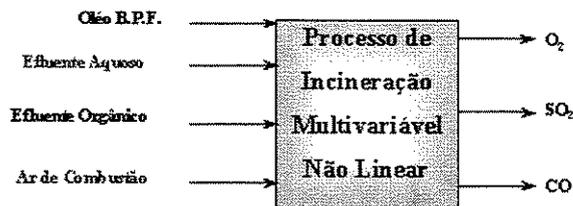


Figura 6.1 – Processo de incineração multivariável – 4 Entradas com 3 Saídas

De acordo com o conhecimento *a priori* do processo, podemos observar certas relações de correlação entre os dados de entrada e saída, tais como:

- **Correlação entre as variáveis de entrada:** As 4 variáveis de entrada são todas correlacionadas; a razão de queima segundo os parâmetros estequiométricos é de 4kg de efluente aquoso para 1kg de combustível (óleo combustível + efluente orgânico) e de 6,66 *cfm* de ar de combustão. Todas as variáveis de entrada influenciam as 3 variáveis de saída.

- **Correlação entre as variáveis de saída:** Tem certas particularidades, tais como:

- A variável de saída 1 (O₂) não depende das outras duas variáveis de saída, o seu valor é obtido diretamente pelo analisador de gases;
- A variável de saída 2 (SO₂) é obtida pelo cálculo pela resolução da FEEMA-RJ (Fundação Estadual de Engenharia do Meio Ambiente) para análise de SO₂ para base seca em 11% O₂:

$$\text{Concentração de SO}_2 \text{ Corrigido} = \frac{\text{SO}_2 \text{ analisado} \cdot (\text{O}_2 \text{ atmosfera} - 11\%)}{(\text{O}_2 \text{ da atmosfera} - \text{O}_2 \text{ analisado})} \quad (6.1)$$

Donde podemos observar que a saída 2 é correlacionada com a saída 1, pois o cálculo da concentração de SO₂ depende do valor analisado de O₂ ;

- A variável de saída 3 (CO) é obtida pelo cálculo pela resolução da FEEMA-RJ para análise de CO para base seca em 11% O₂:

$$\text{Concentração de CO Corrigido} = \frac{\text{CO analisado} \cdot (\text{O}_2 \text{ atmosfera} - 11\%)}{(\text{O}_2 \text{ da atmosfera} - \text{O}_2 \text{ analisado})} \quad (6.2)$$

Donde podemos observar que a saída 2 é correlacionada com a saída 1, pois o cálculo da concentração de CO depende do valor analisado de O₂.

6.2.3 Amostragem dos dados do processo

A maioria dos sistemas reais são processos contínuos no tempo, porém em diversas aplicações científicas ou tecnológicas é necessário registrar estas variáveis de forma discreta no tempo. Portanto, tais variáveis devem ser amostradas. O período entre duas amostragens é chamado de período de amostragem, T_s . A fim de que um dado amostrado retenha algumas das características fundamentais do processo original, é necessário que o período de amostragem seja suficiente para reter as características do sistema em análise [Aguirre, 2004].

Nesta dissertação, foram usados dados reais coletados do processo de incineração de resíduos líquidos da empresa BASF.SA. Os medidores de vazão das variáveis de entrada e de saída do incinerador, transmitem os valores de suas variáveis de processo em tempo real para o Sistema Digital de Controle Distribuído (SDCD), este coleta os dados para a nossa análise. Tais dados se referem a 100 horas de operação em condições

normais. Uma janela, contendo 600 observações (ou seja, uma observação a cada 10 minutos) das 4 variáveis de entrada e das 3 variáveis de saída do processo, foi utilizada na análise. Vale salientar que esta coleta de dados foi realizada apenas para a etapa de estimação dos parâmetros, de forma a obter o modelo do processo; para a etapa de validação são coletados outros dados do processo em questão.

Foram observadas as seguintes variáveis:

- Entrada:

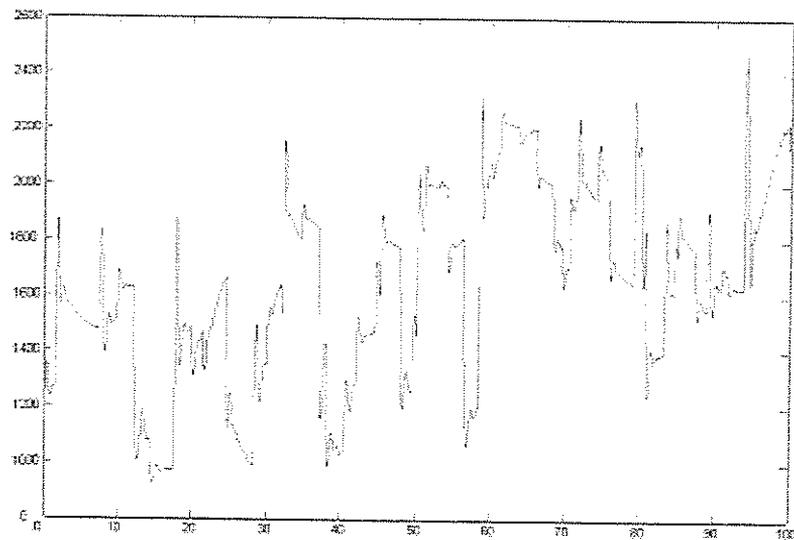


Figura 6.2 – Efluente Aquoso (u_1): Vazão (Kg/h) x Horas

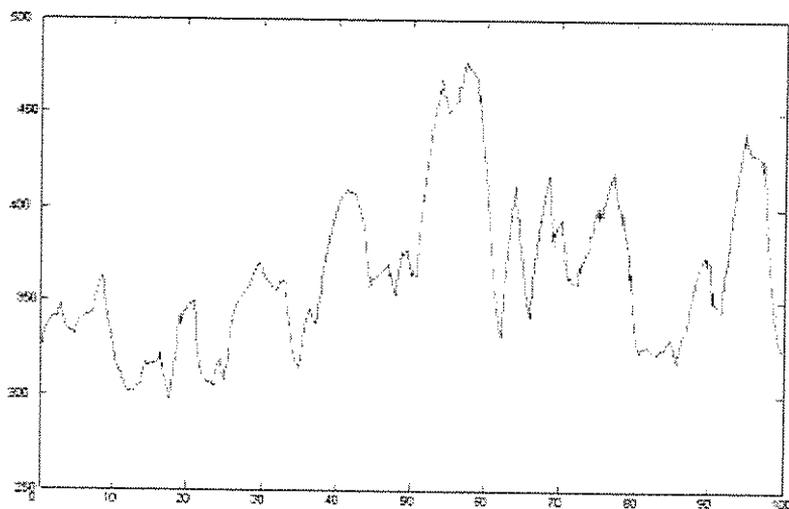


Figura 6.3 – Efluente Orgânico (u_2): Vazão (Kg/h) x Horas

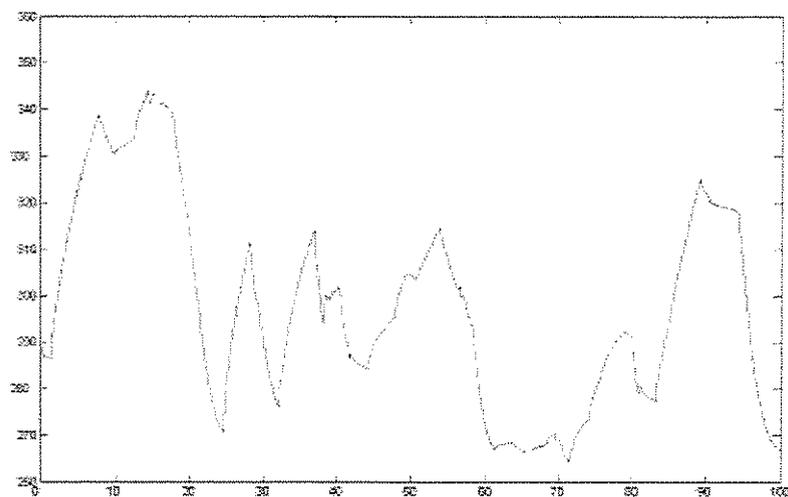


Figura 6.4 – Óleo Combustível (u_2): Vazão (Kg/h) x Horas

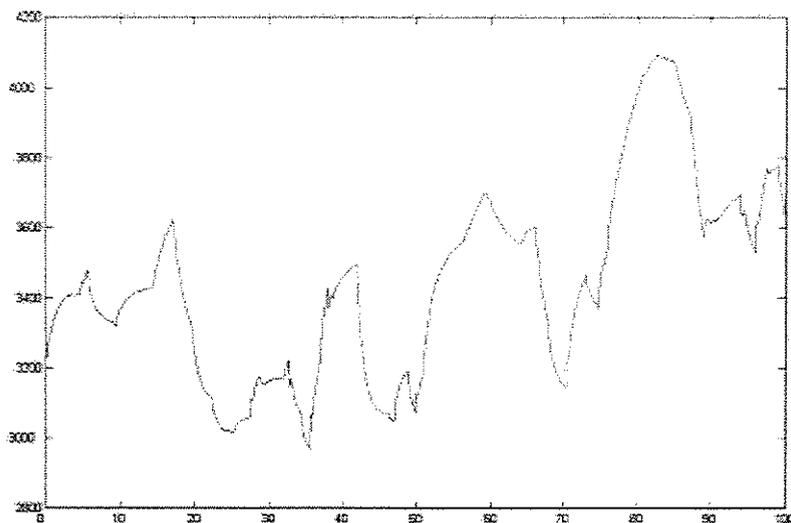
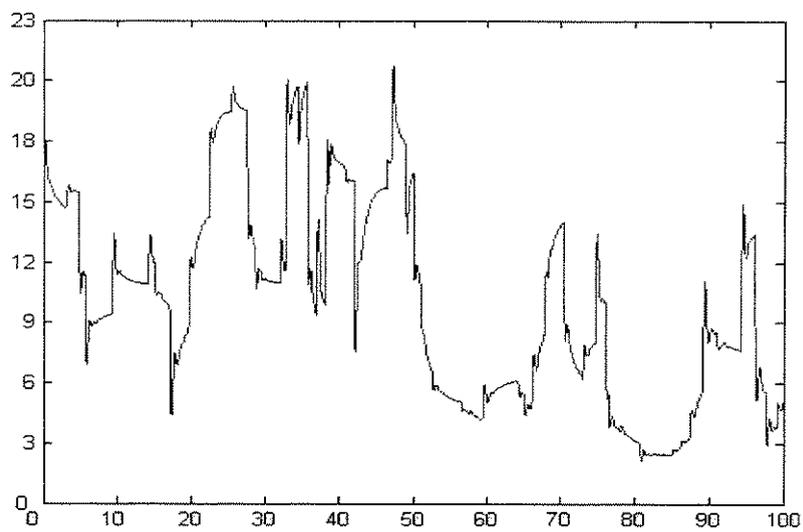
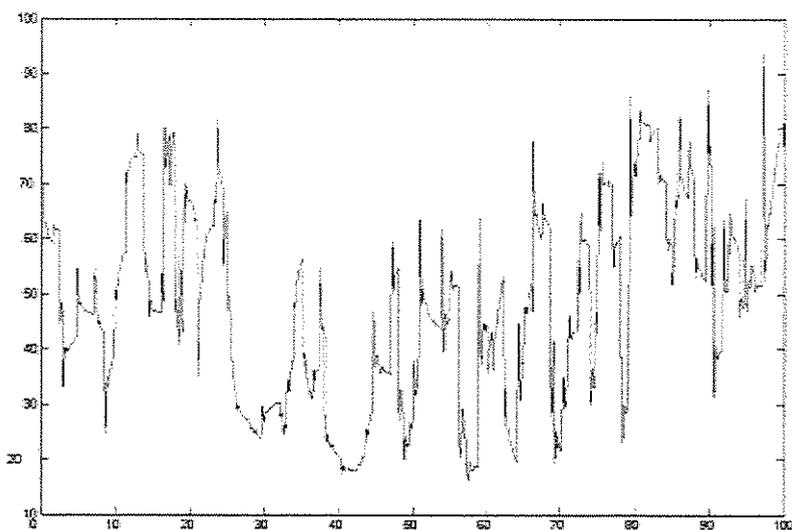


Figura 6.5 – Ar de Combustão (u_4): Vazão (cfm) x Horas

- Saída:**Figura 6.6 – Oxigênio (y_1): Teor de O_2 (%) x Horas****Figura 6.7 – Dióxido de Enxofre (y_2): Concentração de SO_2 (mg/Nm^3) x Horas**

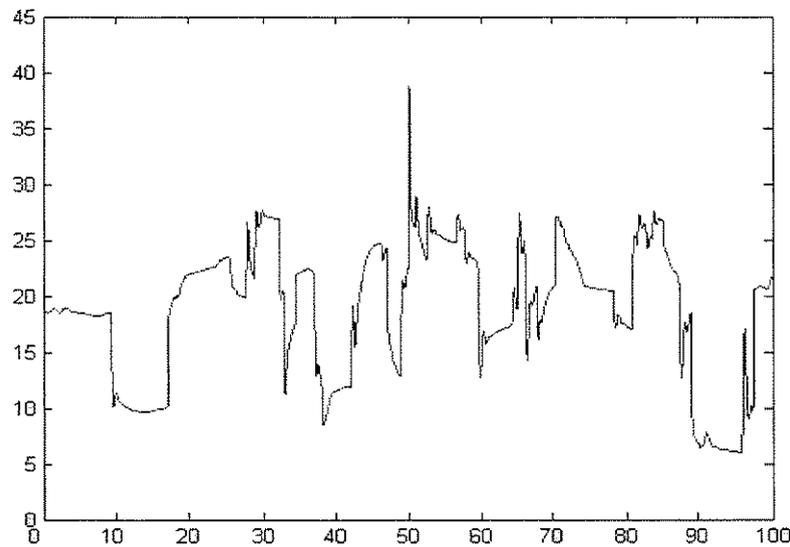


Figura 6.8 - Monóxido de Carbono (ν_3): Concentração de CO (mg/Nm^3) x Horas

6.3 Determinação da Estrutura e Estimação dos Parâmetros do Modelo

A maioria dos sistemas dinâmicos reais, são em última análise, não lineares. Em certos casos as aproximações lineares são suficientes para aplicações práticas. Entretanto, numa série de aplicações, modelos lineares não são satisfatórios e representações não lineares deverão ser usadas. A escolha de modelos não-lineares, entretanto, traz consigo um inevitável aumento na complexidade dos algoritmos a serem utilizados.

Nesta dissertação enfoca-se de maneira especial os sistemas nebulosos, por causa de sua capacidade de processar informação de natureza incerta ou qualitativa com as capacidades de aproximação e de aprendizagem. O modelo nebuloso Takagi-Sugeno é composto de uma base de regras nebulosas que particionam o espaço de entrada, chamado de universo de discurso em regiões nebulosas, descritas pelos antecedentes da regra, nas quais as funções do conseqüente são válidas; sua base de regras é descrita pela equação (4.28). Na parte do conseqüente podemos encontrar diversas representações matemáticas não lineares, tais como modelos de Hammerstein, de Wiener, NARX (*Nonlinear Autoregressive Model with Exogenous Variables*), NARMAX (*Nonlinear Autoregressive Moving Average Model with Exogenous Variables*), funções de base radiais, redes neurais artificiais, NOE (*Nonlinear Output*

Error), NFIR (*Nonlinear Finite Impulse Response*), NOBF (*Nonlinear Orthonormal Basis Functions*), dentre outras [Ljung, 1999] [Bottura & Serra, 2004]. Um problema comum a todas elas é a necessidade de cuidadosamente determinar a estrutura, ou seja, a topologia de cada modelo. Sabe-se que modelos matemáticos que sejam um pouco mais complexos do que o necessário podem apresentar inúmeros efeitos dinâmicos que não representam adequadamente o sistema. Nesta dissertação, utilizaremos na parte do conseqüente do modelo nebuloso TS o modelo NARX; ele pode representar os modos observáveis e controláveis de uma larga classe de sistemas não-lineares discretos. O modelo NARX estabelece uma relação entre a coleção de dados de entrada u e saída y passados e a saída predita, conforme descrito pela equação (5.43). Um dos aspectos mais importantes na determinação da estrutura de modelos NARX é a escolha da ordem do modelo, que pode se tornar um problema. A necessidade de se escolher um valor adequado para a ordem de um sistema pode ser apreciada verificando-se que, se a ordem usada for menor do que a ordem efetiva do sistema real, o modelo não possuirá a complexidade estrutural necessária para reproduzir a dinâmica do sistema. Por outro lado se a ordem do modelo for muito maior do que a necessária, a estimação de parâmetros será provavelmente mal condicionada [Aguirre, 2004]. Vários métodos podem ser utilizados para a determinação das ordens dos modelos. Para o processo em estudo, através do conhecimento *a priori* do sistema (verificamos no item (6.2.2), as correlações entre os dados de entrada e saída do processo) realizamos algumas simulações a partir de critérios de validação (item 6.4), de forma a obter a ordem que mais se adequava ao modelo, onde podemos verificar que a dinâmica do processo de incineração não depende tanto de valores passados. Desta forma utilizando um modelo NARX de primeira ordem, e rearranjando a equação (5.43) para cada saída predita do processo, obtemos:

Para a Saída 1 (O₂):

$$\hat{y}_1(k+1) = f(y_1(k), u_1(k), u_2(k), u_3(k), u_4(k)) \quad (6.3)$$

onde a função f representa o modelo não linear para este caso MISO, k é o instante da amostragem, onde $k = 1, \dots, N$, sendo $N = 6000$ observações (uma por minuto, conforme abordado no item (6.2.3)), e:

$$y_1 = \begin{bmatrix} y_1(1) \\ \vdots \\ y_1(N) \end{bmatrix}_{N \times 1} \text{ é o vetor de saída de } O_2, \text{ e } u = \begin{bmatrix} u_1(1) & u_2(1) & u_3(1) & u_4(1) \\ u_1(2) & u_2(2) & u_3(2) & u_4(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_1(N) & u_2(N) & u_3(N) & u_4(N) \end{bmatrix}_{N \times 4} \text{ é}$$

uma matriz com os 4 vetores de entrada do processo de incineração. Conforme abordado no item (6.2.2), o valor da variável O_2 não depende das outras duas variáveis de saída, sendo seu valor obtido diretamente pelo instrumento de medição (analisador de gases).

Para a Saída 2 (SO₂):

$$\hat{y}_2(k+1) = f(y_2(k), u_1(k), u_2(k), u_3(k), u_4(k), u_5(k)) \quad (6.4)$$

nesta equação foi adicionada a variável de entrada $u_5(k)$, devido a saída 2 ser correlacionada com a saída 1, pois o cálculo da concentração de SO₂ depende do valor analisado de O₂, conforme abordado no item (6.2.2). Consideramos que a entrada $u_5(k) = y_1(k)$; desta forma temos 5 variáveis de entrada. Então:

$$y_2 = \begin{bmatrix} y_2(1) \\ \vdots \\ y_2(N) \end{bmatrix}_{N \times 1} \text{ é o vetor de saída de } SO_2, \text{ e } u = \begin{bmatrix} u_1(1) & u_2(1) & \dots & u_5(1) \\ u_1(2) & u_2(2) & \dots & u_5(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_1(N) & u_2(N) & \dots & u_5(N) \end{bmatrix}_{N \times 5} \text{ é}$$

uma matriz com os 5 vetores de entrada do processo de incineração.

Para a Saída 3 (CO):

$$\hat{y}_3(k+1) = f(y_3(k), u_1(k), u_2(k), u_3(k), u_4(k), u_5(k)) \quad (6.5)$$

nesta equação foi adicionada a variável de entrada $u_5(k)$, devido a saída 3 ser correlacionada com a saída 1, pois o cálculo da concentração de CO depende do valor analisado de O₂, conforme abordado no item (6.2.2). Consideramos que a entrada $u_5(k) = y_1(k)$; desta forma temos 5 variáveis de entrada. Então:

$$y_3 = \begin{bmatrix} y_3(1) \\ \vdots \\ y_3(N) \end{bmatrix}_{N \times 1} \text{ é o vetor de saída de } CO, \text{ e } u = \begin{bmatrix} u_1(1) & u_2(1) & \dots & u_5(1) \\ u_1(2) & u_2(2) & \dots & u_5(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_1(N) & u_2(N) & \dots & u_5(N) \end{bmatrix}_{N \times 5} \text{ é}$$

uma matriz com os 5 vetores de entrada do processo de incineração.

O conjunto nebuloso (função de pertinência) da parte do antecedente do modelo nebuloso TS descreve lingüisticamente cada variável de saída do processo, ou seja, interpreta qualitativamente cada variável de saída do processo em estudo. Em termos de regras o modelo nebuloso Takagi-Sugeno MISO para cada saída do processo pode ser representado como:

Saída 1 (O₂):

$$R_i: \text{ Se } y_1(k) \text{ é } A_1^i$$

$$\text{então: } \hat{y}_1^i(k+1) = \alpha_1^i y_1(k) + \beta_1^i u_1(k) + \beta_2^i u_2(k) + \beta_3^i u_3(k) + \beta_4^i u_4(k) + \gamma^i \quad (6.6)$$

Saída 2 (SO₂):

$$R_i: \text{ Se } y_2(k) \text{ é } A_2^i$$

$$\text{então: } \hat{y}_2^i(k+1) = \alpha_1^i y_2(k) + \beta_1^i u_1(k) + \beta_2^i u_2(k) + \beta_3^i u_3(k) + \beta_4^i u_4(k) + \beta_5^i u_5(k) + \gamma^i \quad (6.7)$$

Saída 3 (CO):

$$R_i: \text{ Se } y_3(k) \text{ é } A_3^i$$

$$\text{então: } \hat{y}_3^i(k+1) = \alpha_1^i y_3(k) + \beta_1^i u_1(k) + \beta_2^i u_2(k) + \beta_3^i u_3(k) + \beta_4^i u_4(k) + \beta_5^i u_5(k) + \gamma^i \quad (6.8)$$

onde $i = 1, \dots, c$, é o número de regras e $A_1^i, A_2^i, e A_3^i$ são os conjuntos nebulosos das variáveis dos antecedentes de cada modelo TS (Figuras (6.10, 6.11 e 6.12)); a função de pertinência gaussiana (equação (4.3)) é utilizada para a representação destes conjuntos nebulosos. Os parâmetros do conseqüente com abordagem local (ou seja, os parâmetros do conseqüente são estimados para cada regra i) α_j^i, β_j^i e γ^i são determinados pelo vetor de parâmetros para cada saída do processo, tendo a seguinte representação:

Saída 1 (O₂):

$$\hat{\theta}_1^i(k+1) = \begin{bmatrix} \alpha_1^i \\ \beta_1^i \\ \beta_2^i \\ \beta_3^i \\ \beta_4^i \\ \gamma^i \end{bmatrix}_{6 \times 1} \quad (6.9)$$

Saída 2 (SO₂):

$$\hat{\theta}_2^i(k+1) = \begin{bmatrix} \alpha_1^i \\ \beta_1^i \\ \beta_2^i \\ \beta_3^i \\ \beta_4^i \\ \beta_5^i \\ \gamma^i \end{bmatrix}_{7 \times 1} \quad (6.10)$$

Saída 3 (CO):

$$\hat{\theta}_3^i(k+1) = \begin{bmatrix} \alpha_1^i \\ \beta_1^i \\ \beta_2^i \\ \beta_3^i \\ \beta_4^i \\ \beta_5^i \\ \gamma^i \end{bmatrix}_{7 \times 1} \quad (6.11)$$

Eles são calculados no item (6.4) pelo método dos mínimos quadrados recursivo ponderado, revisado na seção (5.3.1.4). Nesta dissertação, cada modelo nebuloso TS MISO obtido para cada uma das saídas do processo de incineração, pode ser acoplado. Estes 3 modelos TS MISO, constituem sem perda de generalidade, um modelo nebuloso TS MIMO que representa o processo de incineração de resíduos líquidos, Figura(6.9);

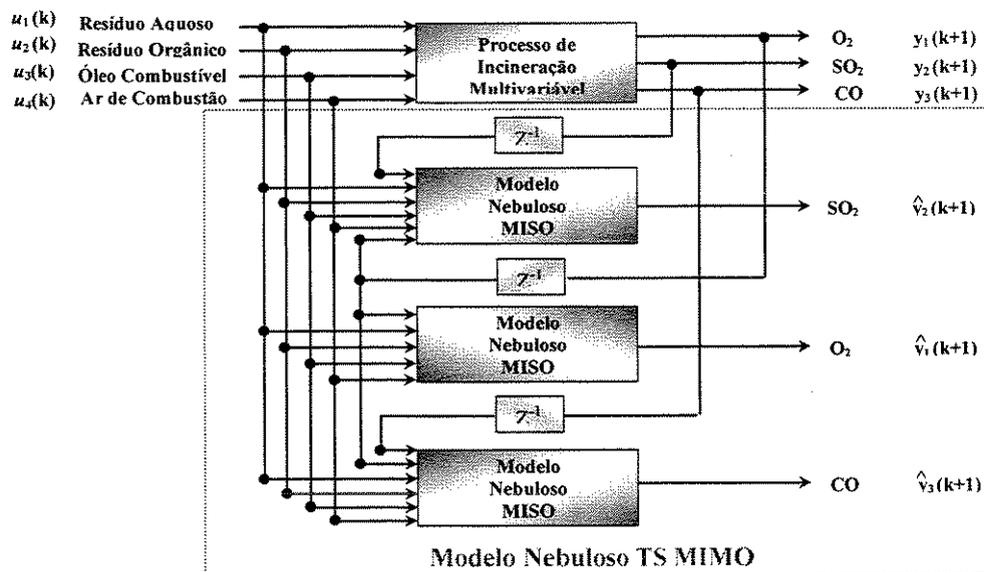


Figura 6.9 – Modelo Nebuloso TS Multivariável

Através deste modelo nebuloso TS MIMO representamos o processo de incineração. Sua validação é realizada no item (6.4).

6.4 Validação do Modelo

Após a identificação, um modelo do processo em análise é obtido e deve-se verificar se ele é válido ou não. O conhecimento da finalidade do modelo se faz necessário, para poder julgar se ele incorpora ou não as características requeridas. O modelo será considerado válido se ele incorporar aquelas características do sistema que são fundamentais para a aplicação em questão.

Um modelo que representa a dinâmica do processo de incineração de resíduos líquidos foi encontrado, visando posteriormente o desenvolvimento de um controlador para o processo de combustão. Como nem sempre um determinado modelo do processo pode ser utilizado para o controle de um sistema não-linear; um estudo detalhado de técnicas de projeto para controladores multivariáveis é necessário, contudo este não é um objetivo desta tese, ficando uma sugestão para trabalhos futuros.

A estrutura do modelo nebuloso TS MIMO é representada na Figura (6.9). Para a etapa de validação deste modelo, dados diferentes dos amostrados na etapa de estimação foram coletados pelo Sistema Digital de Controle Distribuído (SDCD) e se referem a 100 horas de operação em condições normais. Uma janela contendo 600 observações (ou seja, uma observação a cada 10 minutos) das 4 variáveis de entrada e das 3 variáveis de saída do processo, foi utilizada.

Dois critérios, muito comuns em análise experimental de modelagem nebulosa, foram utilizados com o objetivo de validação do modelo:

- VAF: (*Variance Accounted For*)

$$\text{VAF (\%)} = 100 \times \left[1 - \frac{\text{var}(y - \hat{y})}{\text{var}(y)} \right] \quad (6.12)$$

onde y é a saída nominal do processo de incineração, \hat{y} é a saída estimada pelo modelo e var é a variância do sinal. O valor ideal para o VAF é de 100%.

- EQM: (Erro Quadrático Médio)

$$\text{EQM} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y(k) - \hat{y}(k))^2 \quad (6.13)$$

onde $y(k)$ é a saída nominal do processo de incineração, $\hat{y}(k)$ é a saída estimada pelo modelo e N é o número de amostras. O valor ideal para o EQM é zero.

Realizamos uma comparação dos resultados obtidos pelos critérios de validação para os seguintes modelos:

- Modelo ARX;
- Modelo Nebuloso TS MIMO com algoritmo de agrupamento FCM;
- Modelo Nebuloso TS MIMO com algoritmo de agrupamento GK;
- Modelo Nebuloso TS MIMO com algoritmo de agrupamento GG;
- Modelo Nebuloso TS MIMO com algoritmo de agrupamento GG Modificado.

Para o melhor modelo ARX, obtivemos os seguintes vetores de parâmetros:

$$\text{Saída 1: } \hat{\theta}_1(k+1) = [0,9621 \quad -0,0121 \quad 0,0202 \quad -0,0182 \quad 0,0314 \quad 0,0256]^T \quad (6.14)$$

$$\text{Saída 2: } \hat{\theta}_2(k+1) = [0,9554 \quad 0,0202 \quad 0,0327 \quad 0,0196 \quad -0,0268 \quad 0,0511 \quad 0,0189]^T \quad (6.15)$$

$$\text{Saída 3: } \hat{\theta}_3(k+1) = [0,9645 \quad 0,0167 \quad -0,0196 \quad 0,0364 \quad -0,0201 \quad 0,0243 \quad 0,0380]^T \quad (6.16)$$

Para este caso, os valores obtidos de VAF e EQM foram de 93,96% e 0,532 respectivamente para a saída y_1 de O_2 . Para a saída y_2 de SO_2 os valores obtidos de VAF e EQM foram 92,92% e 2,994 respectivamente e para a saída y_3 de CO os valores obtidos de VAF e EQM foram 92,34% e 1,054 respectivamente. Para a modelagem Nebulosa TS MIMO do processo de incineração utilizamos os diversos algoritmos de agrupamento nebuloso revisados no item (5.2.2), para cada saída do processo.

Tabela 6.1 – Resultados de Validação para a Saída 1 (O_2)

Saída 1 - O_2								
Modelos								
Número de Grupos	TS MIMO FCM		TS MIMO GK		TS MIMO GG		TS MIMO GG Modificado	
	VAF	EQM	VAF	EQM	VAF	EQM	VAF	EQM
2	94,95	0,400	96,13	0,320	95,21	0,379	98,59	0,261
3	94,80	0,417	95,87	0,347	94,77	0,430	98,56	0,266
4	94,96	0,409	96,22	0,309	95,29	0,371	98,90	0,230
5	94,90	0,412	96,24	0,304	95,18	0,392	98,77	0,245
6	95,09	0,409	96,19	0,330	95,07	0,398	98,79	0,242

Tabela 6.2 – Resultados de Validação para a Saída 2 (SO₂)

Saída 2 – SO ₂								
Modelos								
Número de Grupos	TS MIMO FCM		TS MIMO GK		TS MIMO GG		TS MIMO GG Modificado	
	VAF	EQM	VAF	EQM	VAF	EQM	VAF	EQM
2	95,31	2,624	97,74	2,416	95,24	2,645	98,06	2,389
3	94,96	2,713	97,22	2,447	95,18	2,653	97,83	2,406
4	95,45	2,617	97,81	2,409	95,33	2,620	98,25	2,124
5	94,22	2,884	97,34	2,433	94,20	2,887	97,75	2,413
6	95,71	2,603	96,78	2,510	94,87	2,729	97,88	2,400

Tabela 6.3 – Resultados de Validação para a Saída 3 (CO)

Saída 3 – CO								
Modelos								
Número de Grupos	TS MIMO FCM		TS MIMO GK		TS MIMO GG		TS MIMO GG Modificado	
	VAF	EQM	VAF	EQM	VAF	EQM	VAF	EQM
2	93,54	0,982	95,03	0,784	94,05	0,896	98,85	0,533
3	93,32	1,005	95,02	0,788	93,98	0,902	97,54	0,612
4	93,59	0,977	95,18	0,764	94,11	0,883	98,89	0,527
5	93,38	0,998	95,11	0,773	94,04	0,899	98,53	0,566
6	93,65	0,971	95,05	0,780	94,10	0,887	98,67	0,554

Plotamos as tabelas (6.1, 6.2 e 6.3). O modelo nebuloso TS MIMO que apresentou o melhor desempenho (maior VAF e menor EQM), foi o que utilizou o algoritmo de agrupamento nebuloso Gath-Geva Modificado com 4 grupos (cada grupo equivale a um conjunto nebuloso, donde a uma regra). Os valores obtidos de VAF e EQM para este caso foram respectivamente 98,90% e 0,230 para a saída y_1 de O₂. Para a saída y_2 de SO₂ os valores obtidos de VAF e EQM foram respectivamente 98,25% e 2,124, e para a saída y_3 de CO os valores obtidos de VAF e EQM foram respectivamente 98,89% e 0,527. O modelo TS MIMO do processo de incineração apresenta a seguinte base de regras, com os respectivos parâmetros:

Saída 1 (O₂):

$$\bullet R_1: \text{ Se } y_1(k) \text{ é } A_1^1 \text{ então: } \hat{y}_1^1(k+1) = 1,0962 y_1(k) + 0,0202 u_1(k) - 0,0098 u_2(k) + 0,0118 u_3(k) + 0,0409 u_4(k) - 0,1057; \quad (6.17)$$

$$\bullet R_2: \text{ Se } y_1(k) \text{ é } A_1^2 \text{ então: } \hat{y}_1^2(k+1) = 1,0564 y_1(k) + 0,0121 u_1(k) - 0,0087 u_2(k) + 0,0232 u_3(k) - 0,0314 u_4(k) + 0,4756; \quad (6.18)$$

$$\bullet R_3: \text{ Se } y_1(k) \text{ é } A_1^3 \text{ então: } \hat{y}_1^3(k+1) = 1,0698 y_1(k) - 0,0216 u_1(k) + 0,0122 u_2(k) + 0,0307 u_3(k) + 0,0120 u_4(k) + 0,6178; \quad (6.19)$$

$$\bullet R_4: \text{ Se } y_1(k) \text{ é } A_1^4 \text{ então: } \hat{y}_1^4(k+1) = 0,9774 y_1(k) + 0,0135 u_1(k) - 0,0102 u_2(k) + 0,0081 u_3(k) - 0,0088 u_4(k) + 0,8607. \quad (6.20)$$

Saída 2 (SO₂):

$$\bullet R_1: \text{ Se } y_2(k) \text{ é } A_2^1 \text{ então: } \hat{y}_2^1(k+1) = 0,9935 y_2(k) + 0,0094 u_1(k) - 0,0165 u_2(k) + 0,0308 u_3(k) + 0,0212 u_4(k) - 0,1124 u_5(k) + 0,1869; \quad (6.21)$$

$$\bullet R_2: \text{ Se } y_2(k) \text{ é } A_2^2 \text{ então: } \hat{y}_2^2(k+1) = 1,0001 y_2(k) + 0,0341 u_1(k) - 0,0087 u_2(k) + 0,0084 u_3(k) - 0,0106 u_4(k) - 0,2181 u_5(k) + 0,5477; \quad (6.22)$$

$$\bullet R_3: \text{ Se } y_2(k) \text{ é } A_2^3 \text{ então: } \hat{y}_2^3(k+1) = 1,0012 y_2(k) + 0,0149 u_1(k) - 0,0128 u_2(k) + 0,0119 u_3(k) - 0,0217 u_4(k) + 0,0842 u_5(k) + 0,9413; \quad (6.23)$$

$$\bullet R_4: \text{ Se } y_2(k) \text{ é } A_2^4 \text{ então: } \hat{y}_2^4(k+1) = 0,9685 y_2(k) - 0,0099 u_1(k) - 0,0121 u_2(k) + 0,0107 u_3(k) + 0,0310 u_4(k) + 0,3231 u_5(k) - 0,0784. \quad (6.24)$$

Saída 3 (CO):

$$\bullet R_1: \text{ Se } y_3(k) \text{ é } A_3^1 \text{ então: } \hat{y}_3^1(k+1) = 0,9987 y_3(k) + 0,0429 u_1(k) - 0,0134 u_2(k) + 0,0119 u_3(k) - 0,0105 u_4(k) + 0,0511 u_5(k) + 0,9926; \quad (6.25)$$

$$\bullet R_2: \text{ Se } y_3(k) \text{ é } A_3^2 \text{ então: } \hat{y}_3^2(k+1) = 1,0002 y_3(k) - 0,0130 u_1(k) - 0,0086 u_2(k) + 0,0098 u_3(k) + 0,0104 u_4(k) + 0,1092 u_5(k) + 0,7904; \quad (6.26)$$

• R_3 : Se $y_3(k)$ é A_3^3 então: $\hat{y}_3^3(k+1) = 1,0054 y_3(k) + 0,0101 u_1(k) - 0,0321 u_2(k) + 0,0277 u_3(k) + 0,0500 u_4(k) - 0,0427 u_5(k) + 0,5180$; (6.27)

• R_4 : Se $y_3(k)$ é A_3^4 então: $\hat{y}_3^4(k+1) = 0,9871 y_3(k) + 0,0315 u_1(k) - 0,0209 u_2(k) + 0,0183 u_3(k) - 0,0420 u_4(k) + 0,1840 u_5(k) - 0,2327$. (6.28)

Os conjuntos nebulosos para cada regra do modelo TS MIMO obtido são representados pelas Figuras (6.10, 6.11 e 6.12):

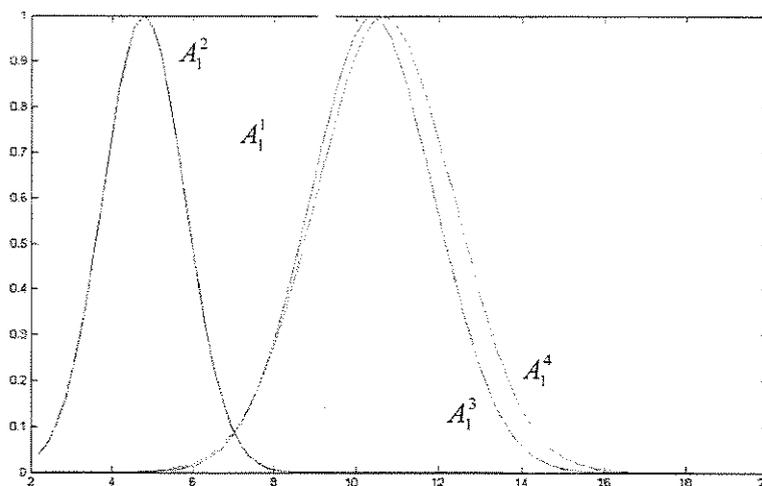


Figura 6.10 – Oxigênio (v_1): Grau de pertinência x Teor de O_2 (%)

A_1^1 , A_1^2 , A_1^3 e A_1^4 são os conjuntos nebulosos para cada regra do modelo nebuloso TS para a saída 1 de O_2 .

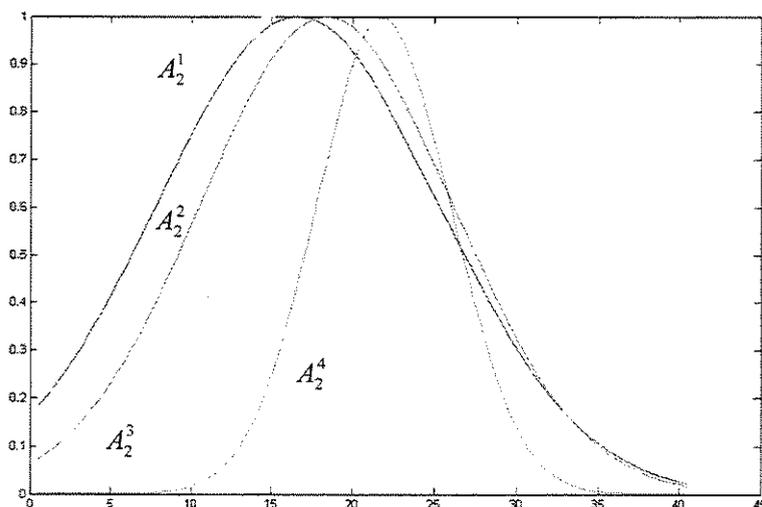


Figura 6.11 – Dióxido de Enxofre (v_2): Grau de pertinência x Concentração de SO_2 (nm^3/h)

A_2^1 , A_2^2 , A_2^3 e A_2^4 são os conjuntos nebulosos para cada regra do modelo nebuloso TS para a saída 2 de SO_2 .

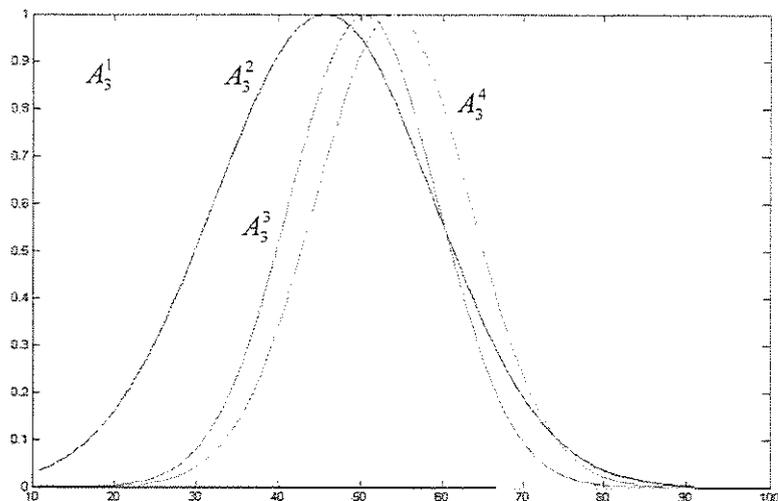


Figura 6.12 – Monóxido de Carbono (v_3): Grau de pertinência x Concentração de CO (nm^3/h)

A_3^1 , A_3^2 , A_3^3 e A_3^4 são os conjuntos nebulosos para cada regra do modelo nebuloso TS para a saída 3 de CO.

Os dados referentes ao processo de incineração, os parâmetros dos modelos nebulosos TS e algumas referências bibliográficas utilizadas nesta dissertação, podem ser encontradas no endereço:

www.dmcsi.fee.unicamp.br/~felipe

Para comparação entre as saídas reais e as saídas estimadas pelo modelo nebuloso TS MIMO utilizando o algoritmo de agrupamento Gath-Geva modificado com 4 grupos, apresentamos as Figuras (6.13, 6.14 e 6.15):

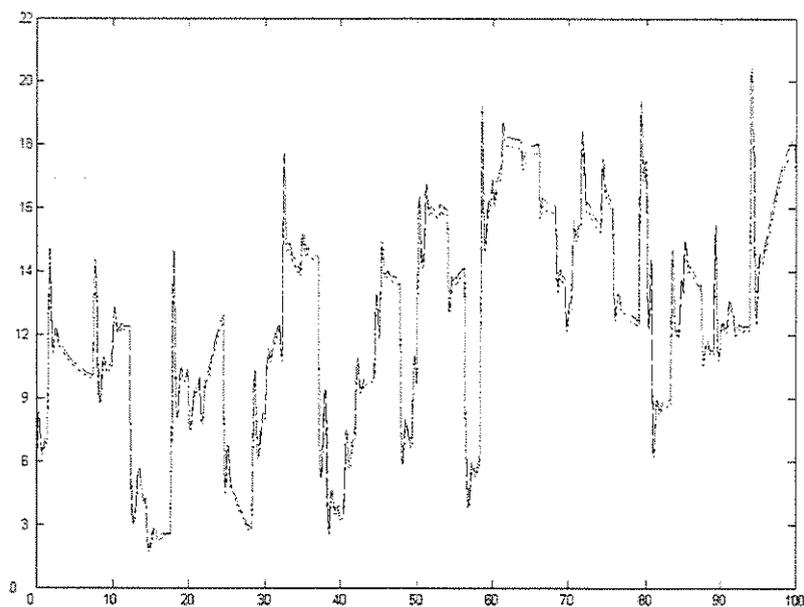


Figura 6.13 - Oxigênio (v_1): Teor de O_2 (%) x Horas
(-)dados medidos, (--)saída do modelo nebuloso TS

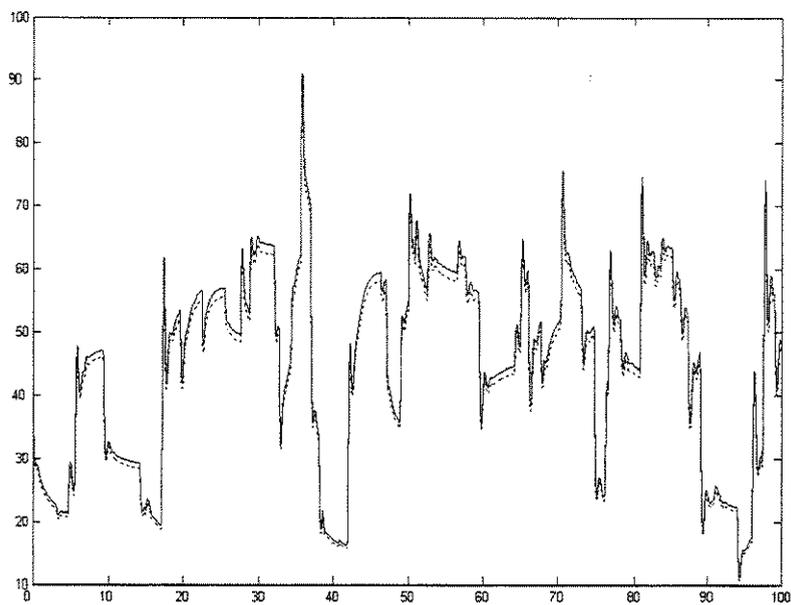


Figura 6.14 - Dióxido de Enxofre (v_2): Concentração de SO_2 (mg/Nm³) x Horas
(-)dados medidos, (--)saída do modelo nebuloso TS

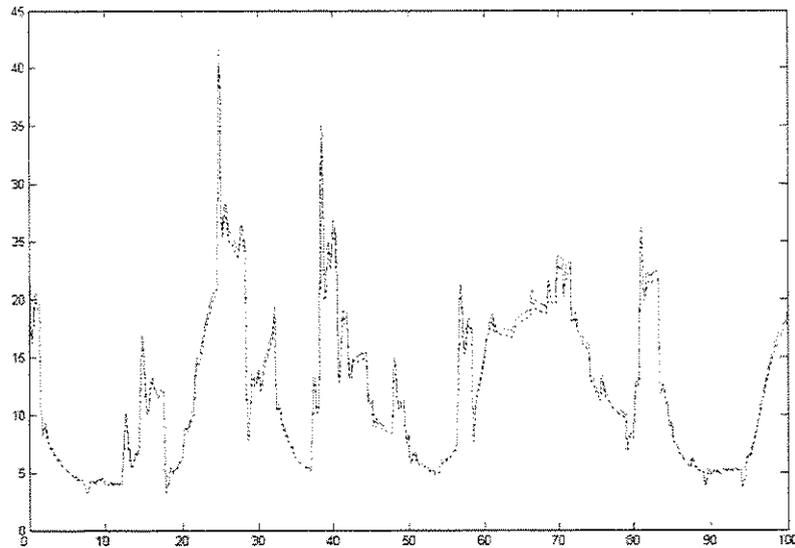


Figura 6.15 - Monóxido de Carbono (v_3): Concentração de CO(mg/Nm^3) x Horas
(-)dados medidos, (—)saída do modelo nebuloso TS

Podemos verificar que o modelo nebuloso TS MIMO obtido, representa o sistema de incineração de forma eficiente (maior VAF e menor MSE). Contudo vale salientar que quando tratamos de eficiência, é conveniente levar em conta outros algoritmos que não foram utilizados e também outros aspectos como tempo de processamento do algoritmo e a aplicabilidade do modelo obtido. No capítulo 7, uma análise desta dissertação é realizada.

6.5 Resumo

Neste capítulo as contribuições principais desta dissertação são apresentadas:

- Etapa de Aquisição de Dados: Nesta etapa foi realizada a coleta de dados do processo em “operação normal” de forma a extrair informações referentes a dinâmica do incinerador de resíduos;
- Etapa de Determinação da Estrutura e da Estimação dos Parâmetros do Modelo: Nesta etapa obtivemos o modelo nebuloso Takagi-Sugeno; nela determinamos o algoritmo a ser utilizado para a parte do antecedente (Algoritmo de

agrupamento nebuloso); para a parte do conseqüente foi utilizado o modelo NARX; nela os parâmetros do conseqüente foram estimados para cada regra i , independentemente uns dos outros (abordagem local), pelo método dos Mínimos Quadrados Recursivo Ponderado. Cada modelo nebuloso TS MISO obtido para cada uma das saídas do processo de incineração, pode ser acoplado. Estes 3 modelos TS MISO, constituem sem perda de generalidade, um modelo nebuloso TS MIMO que representou o processo de incineração de resíduos líquidos;

- Etapa de Validação: Nesta etapa foi realizada a validação do modelo nebuloso TS; foram abordados modelos nebulosos TS com diferentes tipos de algoritmos de agrupamento nebulosos e o modelo linear ARX. Neste caso o modelo que apresentou melhor desempenho (maior VAF e menor MSE), foi o algoritmo de agrupamento nebuloso Gath-Geva Modificado.

Capítulo 7

Conclusões e Perspectivas Para Trabalhos Futuros

Nesta dissertação, abordou-se o problema de identificação de sistemas dinâmicos multivariáveis, objetivando posteriormente a sua aplicação em um projeto de controlador inteligente. O caso de estudo deste trabalho foi uma unidade de incineração de resíduos líquidos, que faz parte do complexo da unidade de energias da empresa BASF S.A., e está localizada no pólo industrial de Resende-RJ. A escolha desse processo foi motivada pelo potencial de melhoria do sistema de controle da combustão do processo de incineração, conforme discutido no Capítulo 2. Foi dado enfoque de maneira especial aos sistemas nebulosos, por causa de sua capacidade de processar informação de natureza incerta ou qualitativa com a capacidade de aproximação e de aprendizagem. Os modelos nebulosos são ferramentas utilizadas para a identificação de sistemas dinâmicos não-lineares. O modelo nebuloso Takagi-Sugeno foi utilizado para representar o processo de incineração de resíduos líquidos. Foi desenvolvida uma estrutura de modelo com entradas e saídas correlacionadas. A construção/elaboração deste modelo nebuloso TS foi executada em duas etapas:

1. Os conjuntos nebulosos das regras dos antecedentes foram determinados através de algoritmos de agrupamento nebuloso (FCM, GK, GG, GG Modificado). Estes algoritmos fornecem informações detalhadas sobre as estruturas de dados. O Algoritmo GG Modificado apresentou-se eficaz na identificação dos conjuntos nebulosos que representavam as variáveis de saída do processo de incineração líquida, conforme abordado no Capítulo 6. Vale salientar que uma desvantagem de se utilizar este método é a necessidade de conhecer *a priori* o número de grupos, o que torna inviável para certas aplicações. Nesta etapa não foram utilizados outros algoritmos de agrupamento nem outras técnicas, como otimização não linear, algoritmos genéticos, e/ou a combinação

de ambos, devido aos bons resultados obtidos (Capítulo 6), nem foi realizada uma análise de tempo de processamento dos algoritmos abordados. Estes pontos podem ser explorados e aperfeiçoados em trabalhos futuros;

2. Na segunda etapa, para a parte do conseqüente foi utilizado o modelo NARX, que pode representar os modos observáveis e controláveis de uma larga classe de sistemas não-lineares discretos. Este modelo estabelece uma relação entre a coleção de dados de entrada u e saída y passados e a saída predita. Os parâmetros do conseqüente foram estimados para cada regra i , independentemente uns dos outros (abordagem local), sendo determinados pelo método dos Mínimos Quadrado Recursivo Ponderado. Nesta etapa não foram utilizadas outras representações matemáticas não lineares a fim de representar a parte do conseqüente do modelo nebuloso Takagi-Sugeno, sendo um ponto a ser explorado em trabalhos futuros.

Nesta dissertação, cada modelo nebuloso TS MISO foi obtido para cada uma das saídas do processo de incineração. Foi realizado o acoplamento destes modelos. Estes 3 modelos TS MISO, constituem sem perda de generalidade, um modelo nebuloso TS MIMO que representou o processo multivariável. Este modelo nebuloso TS MIMO abordado, representou o sistema de incineração de forma eficiente (maior VAF e menor MSE). Vale salientar que quando tratamos de eficiência, temos que levar em conta outros algoritmos que não foram utilizados e também outros aspectos como tempo de processamento do algoritmo, estabilidade do modelo e a aplicabilidade do modelo obtido. Como nem sempre um determinado modelo do processo pode ser utilizado para o controle de um sistema não-linear (combustão do processo); um estudo detalhado de técnicas de projeto para controladores multivariáveis é necessário, ficando uma sugestão para trabalhos futuros.

Bibliografia

- Abonyi, J. & Szeifert, F. [2001]. Identification of MIMO Process by Fuzzy Clustering. *IEEE International Conference on Intelligent Systems*, Finland, pp. 641-646.
- Abonyi, J. and Babuska, R. & Szeifert, F. [2002]. Modified Gath-Geva fuzzy clustering for identification of Takagi-Sugeno fuzzy models. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Part B: 32:612-621.
- Aguirre, L. A. [2004]. *Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e não Lineares Aplicadas a Sistemas Reais*, 2^a. ed, Editora UFMG.
- Almeida, F. M. & Barreto, G. [2004]. Liquid Effluent Incineration : Contribution for its Modeling and Identification. *6th International Conference on Industrial Applications-VI INDUSCON*, Joinville-SC/Brasil.
- Almeida, F. M. & Barreto, G. [2005]. Identificação de Modelos Nebulosos Takagi-Sugeno para Sistemas Multivariáveis Discretos no Tempo. *Anais do 4^o Congresso Temático de Aplicações de Dinâmica e Controle-DINCON'2005*, Bauru-SP/Brasil, pp. 1140-1159.
- Alter, S. [1996]. *Information Systems: a management perspective*, Menlo Park: Benjamin Cummings.
- Amaral, W. C. [2004]. Identificação e Filtragem. Tutorial de Apoio ao Curso IA 856 – Identificação e Filtragem, DT/FEEC/Unicamp. *<http://www.dt.fee.unicamp.br/~jbosco/ia856.html>
- Barreto, G. [2002]. *Modelagem Computacional Distribuída e Paralela de Sistemas e de Séries Temporais Multivariáveis no Espaço de Estado*. Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas.
- Bello, C. V. [1998]. *Uma Proposta Para o Desenvolvimento Sustentável com Enfoque na Qualidade Ambiental Voltada ao Setor Industrial*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina.
- Bezdek, J. C. [1981]. *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function*, Plenum Press.
- Bezdek, J. C. & Pal, S. K. [1992]. *Fuzzy models for pattern recognition—Methods that search for structures in data*. New York: IEEE.
- Bottura, C. P. [1982]. *Análise Linear de Sistemas*, Editora Guanabara Dois S.A.

-
- Bottura, C. P. & Serra, G.L.O. [2003]. An Optimal Knowledge Based PI Controller. *Advances in Intelligent Systems and Robotics: Frontiers in Artificial Intelligence and Applications*, The Netherlands : IOS PRESS, Vol.101, pp. 197-207.
- Bottura, C. P. & Serra, G.L.O. [2004]. Sistema Fuzzy Neural Takagi-Sugeno Baseado em Variável Instrumental para Identificação de Sistemas Não Lineares Discretos no Tempo – Parte 1: Formulação. *Anais do VII Simpósio Brasileiro de Redes Neurais*, São Luis-MA/Brasil, ref.: 3759.
- Bottura, C. P. & Serra, G.L.O. [2005]. Fuzzy Instrumental Variable Concept and Identification Algorithm. IEEE Fuzzy International Conference on Fuzzy Systems, Nevada/USA, pp.1150-159.
- Boulding, K. [1956]. General Systems Theory. *Administrative Science Quarterly*, 2(3): 197-208.
- Coelho, L. S. & Coelho, A. A. R. [2004]. Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares, Editora da UFSC.
- Cunha, J. R. [2003]. *Manual de Operações do Incinerador de Efluentes*. UTL-001, BASF.
- Delgado, M. R. B. S. [2002]. *Projeto Automático de Sistemas Nebulosos: Uma Abordagem Co-Evolutiva*. Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas.
- Embiruçu, M. [1993]. *Controles de Processos Não-lineares*, Dissertação de Mestrado, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Gath, G. & Geva, A. B. [1989]. Unsupervised optimal fuzzy clustering. *IEEE Transactions on Pattern analysis and Machine Intelligence*, 7:773-781.
- Gomide, F. & Pedrycz, W. [1998]. *An introduction to fuzzy sets, analysis and design*. MIT Press.
- Graham, B. P. & Newell, R. B. [1989]. Fuzzy adaptive control of a first-order process. *Fuzzy Sets and Systems*, 31:47-65.
- Gustafson, D. E. & Kessel, W. C. [1979]. Fuzzy clustering with fuzzy covariance matrix. *In Proceedings of the IEEE CDC*, San Diego/USA, pp. 761-766.
- Han, J. & Kamber, M. [2001]. *Data Mining: Concepts and Techniques*, Morgan Kaufman Publishers.
- Hellendoorn, H. & Driankov, D. [1997]. *Fuzzy Model Identification: Selected Approaches*, Springer.
- Honeywell. [1998]. *Manual Técnico do Sistema Digital de Controle Distribuído*. MT-04, BASF.

-
- Jang, J.-S. [1993]. ANFIS: Adaptive-Network based Fuzzy Inference Systems. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 23(3):665-685.
- Larsen, P. M. [1980]. Industrial Applications of Fuzzy Logic Control. *International Journal of Man-Machine Studies*, 12(1): 3-10.
- Lin, C. T. & Lee, C. S. G. [1996]. *Neural Fuzzy Systems*, Prentice Hall.
- Ljung, L. [1999]. *System Identification: Theory for the User*, 2^a ed., Prentice Hall.
- Mandani, E.H. & Assilian, S. [1975]. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. *International Journal of Man-Machine Studies*, 7(1), 1-13.
- Menezes, R. A. [1999]. Considerações sobre o Gerenciamento Integrado de Resíduos. *Revista Limpeza Pública – Associação Brasileira de Limpeza Pública*, Ed.53.
- Moraes, C. A. S. [2004]. *Modelagem, Controle e Minimização do Consumo de Energia de uma Unidade de Fracionamento de Nafta*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas.
- Ogata, K. [1992]. *System Dynamics*, Prentice Hall.
- Ogata, K. [2000]. *Engenharia do Controle Moderno*, 2^a ed., LTC S.A..
- Ohashi, E. A. M. [2001]. *Sistema de Informação Para Coordenção de Projetos de Alvenaria Estrutural*. Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- Pucciarelli, A. J. [2005]. *Modelagem de Séries Temporais Discretas Utilizando Modelos Nebulosos Takagi-Sugeno*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas.
- Ruspini, E. H. [1969]. A new approach to clustering. *Information and Control*, 15(1):22-32.
- Silva, L. R. S. [2005]. *Aprendizagem Participativa em Agrupamento Nebuloso de Dados*. Dissertação Mestrado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas.
- Takagi, T. & Sugeno, M. [1985]. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 15(1):116-132.
- Tong, R. M. [1978]. Synthesis of fuzzy models for industrial process-some recent results, *Int. J. General Systems*, 4:143-162.
- Utilidades, [2003]. *Relatório Anual de Incineração*. Rel-003, BASF.

Von Zuben, F. J. [2005]. Redes Neurais. Tutorial de Apoio ao Curso IA 353 – Redes Neurais, DCA/FEEC/Unicamp.*<http://www.dca.fee.unicamp.br/~vonzuben/courses/ia353.html>

Walter, E. & L. Pronzato.[1997]. *Identification of Parametric Models from Experimental Data*, Springer and Masson.

Xu, R. & Wunsch, D. [2005]. Survey of clustering algorithms. *IEEE Transactions Neural Networks*, 16(3):645-78.

Zadeh, L. [1965]. Fuzzy sets. *Information Control*, 8: 338-353.

Zadeh, L. [1973]. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision process. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 3:28-44.