

Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

# TÉCNICAS DE PROCESSAMENTO DE SINAIS EM GIRÔMETROS A FIBRA ÓPTICA PARA SISTEMAS DE NAVEGAÇÃO INERCIAL

José Carlos Juliano de Almeida 

9620342

Este exemplar corresponde à redação final da tese defendida por <u>José Carlos Juliano de Almeida</u> e aprovada pela Comissão Julgadora em <u>01/10/96</u> .  Orientador
--

Orientador:  
Prof. Dr. João Marcos Travassos Romano 

Dissertação apresentada à FEEC da UNICAMP como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de mestre em engenharia elétrica.

Campinas, 01 de outubro de 1996



INIDADE	BC
1.ª CHAMADA:	UNICAMP
	AL 64 z
	Es.
FORMA BC/	29195
PROC.	667/96
C	<input type="checkbox"/>
D	<input checked="" type="checkbox"/>
PREÇO	R\$ 11,00
DATA	30/11/96
N.º CPD	
M.00095049-1	

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

AL64p

Almeida, José Carlos Juliano de  
Técnicas de processamento de sinais em girômetros a  
fibra óptica para sistemas de navegação inercial / José  
Carlos Juliano de Almeida.--Campinas, SP: [s.n.], 1996.

Orientador: João Marcos Travassos Romano.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de  
Computação.

1. Detectores óticos. 2. Processamento de sinais.  
3. Deteção de sinais. 4. Giroscópio. 5. Demodulação  
eletrônica. 6. \* Interferômetro de Sagnac. I. Romano,  
João Marcos Travassos. II. Universidade Estadual de  
Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de  
Computação. III. Título.

# Índice de Assuntos

Índice de Assuntos.....	I
Índice de Figuras .....	IV
Sumário .....	VII
Abstract .....	VIII
Agradecimentos.....	IX
Dedicatória .....	X
I. Introdução .....	1
I.1. Girômetros ópticos da classe utilizada em navegação inercial.....	1
I.2. Processamento de sinal de girômetros ópticos interferométricos.....	3
I.3. Estrutura da tese.....	5
II. Girômetro Interferométrico a Fibra Óptica.....	7
II.1. O Efeito Sagnac.....	7
II.2. Configuração mínima do girômetro interferométrico .....	12
II.3. Configuração do girômetro interferométrico de malha aberta.....	16
II.4. Espectro em frequência da corrente do fotodetector .....	18
II.5. Velocidade de rotação mínima mensurável.....	20
II.6. Sumário .....	22
III. Detecção, Condicionamento e Sincronismo do Sinal .....	23
III.1. Detecção do sinal .....	23
III.1.1. Fotodiodos de silício .....	24
III.1.2. Amplificador de transimpedância .....	27
III.1.3. Cálculo dos geradores de tensão e de corrente de ruído na entrada do amplificador .....	30
III.1.4. Tensão de ruído na saída do amplificador de transimpedância devida aos geradores de tensão de ruído na sua entrada .....	32

III.1.5. Tensão de ruído na saída do amplificador de transimpedância devida aos geradores de corrente de ruído na sua entrada .....	37
III.2. Mínima corrente detectável pela combinação fotodiodo e amplificador de transimpedância.....	39
III.3. Condicionamento do sinal.....	41
III.4. Referência de sincronismo para demodulação coerente do sinal .....	44
III.5. Sumário .....	47
IV. Demodulação Coerente com Conversão de Frequências .....	48
IV.1. Filtro passa-faixa coerente: princípios.....	48
IV.2. Filtro ativo passa-baixas .....	50
IV.3. Tensão de sinal na saída do filtro passa-faixa coerente .....	52
IV.4. Cálculo da relação sinal-ruído na saída do filtro coerente.....	54
IV.5. Compensação do erro na saída do filtro coerente devido as tensões de <i>offset</i> dos multiplicadores e do <i>feedthrough</i> do segundo multiplicador.....	60
IV.6. Chaveamento síncrono e filtragem passa-baixas do sinal de saída do filtro coerente.....	63
IV.7. Conversão de frequências e amostragem do sinal .....	66
IV.8. Compensação da variação de parâmetros do sinal óptico.....	68
IV.9. Sumário.....	70
V. Demodulação com Filtro Integrador Síncrono .....	71
V.1. Introdução .....	71
V.2. Amplificação seletiva e chaveamento síncrono .....	71
V.3. Filtro integrador síncrono: princípios .....	73
V.4. Filtro integrador: fontes de erro .....	74
V.5. Filtro Integrador: resposta a um degrau de tensão na entrada.....	78
V.6. Compensação da variação dos parâmetros do circuito óptico do sensor .....	83
V.7. Sumário .....	83
VI. Conclusões .....	85
VI.1. Demodulação coerente com conversão de frequências .....	85
VI.2. Demodulação com chaveamento e integração síncronos.....	86
VI.3. Perspectivas de evolução do trabalho .....	88

	III
Apêndice.....	89
Referências Bibliográficas .....	111

# Índice de Figuras

Figura I-1: Sistema inercial de navegação tipo <i>strapdown</i> ou solidário ao veículo.....	3
Figura I-2: Circuitos ópticos e eletrônicos de girômetros a fibra óptica tipo interferométricos operando em malha aberta ou em malha fechada.....	4
Figura II-1: Feixes contrapropagantes num loop de fibra óptica ( $\Omega = 0$ ).....	8
Figura II-2: Feixes contrapropagantes num loop de fibra óptica ( $\Omega \neq 0$ ).....	9
Figura II-3: Interferômetro de Sagnac.....	12
Figura II-4: Configuração mínima do girômetro de Sagnac.....	13
Figura II-5: Corrente de saída do fotodetector em função da defasagem $\Delta\phi_s(\Omega)$ .....	14
Figura II-6: Polarização de $\pi/2$ na curva de $I_D(\Delta\phi_s)$ .....	15
Figura II-7: Polarização dinâmica da Curva de $I_D(\Delta\phi_s)$ .....	16
Figura II-8: Modulador de fase do girômetro de Sagnac.....	17
Figura II-9: Circuitos óptico e eletrônico do girômetro de Sagnac.....	17
Figura II-10: Desvio de fase de Sagnac $\Delta\phi_s$ em função da rotação $\Omega$ .....	20
Figura III-1: Característica tensão-corrente de um fotodiodo.....	26
Figura III-2: Circuito equivalente de um fotodiodo de silício.....	27
Figura III-3: Amplificador de transimpedância operando no modo fotocondutivo.....	28
Figura III-4: Característica I/V do amplificador de transimpedância.....	28
Figura III-5: Geradores de ruído do conjunto fotodiodo e amplificador I/V.....	29
Figura III-6: Curvas de densidade espectral dos geradores de ruído $i_{ni}(f)$ e $e_{ni}(f)$ .....	31
Figura III-7: Impedância de realimentação $Z_f(f)$ do amplificador.....	33
Figura III-8: Ganho de tensão do amplificador para tensões de ruído na entrada.....	35
Figura III-9: Densidade espectral $e_{not}(f)$ na saída do amplificador.....	36

Figura III-10: Faixa de passagem equivalente de ruído de um filtro passa-baixas RC.....	37
Figura III-11: Densidade espectral $e_{noi}(f)$ na saída do amplificador devida à $i_{ni}(f)$ .....	38
Figura III-12: Amplificação seletiva do sinal de saída do fotodetector.....	43
Figura III-13: Circuito defasador <i>all-pass</i> .....	45
Figura III-14: Referências de sincronismo e para a demodulação coerente.....	46
Figura IV-1: Filtro passa-faixa coerente.....	49
Figura IV-2: Filtro ativo passa-baixas de <i>Butterworth</i> , com ordem $n = 2$ .....	51
Figura IV-3: Diagrama de blocos para cálculo da relação sinal-ruído nos diversos estágios do filtro coerente.....	55
Figura IV-4: Densidade espectral de potência do sinal $m(t)$ .....	56
Figura IV-5: Densidade espectral de potência do sinal $s(t)$ .....	57
Figura IV-6: Densidade espectral de potência do ruído branco $n(t)$ .....	57
Figura IV-7: Densidade espectral de potência das componentes $n_f(t)$ e $n_q(t)$ do ruído $n(t)$ ....	58
Figura IV-8: Diagrama de blocos completo do filtro coerente.....	63
Figura IV-9: Circuito de chaveamento síncrono do sinal de saída do filtro coerente.....	63
Figura IV-10: Demodulador com filtragem coerente e chaveamento síncrono do sinal.....	66
Figura IV-11: Demodulação coerente com conversão de frequências e amostragem do sinal.....	67
Figura V-1: Amplificação seletiva e geração de sinais de sincronismo.....	72
Figura V-2: Circuito de chaveamento síncrono.....	73
Figura V-3: Forma de onda típica da tensão de saída do circuito de chaveamento síncrono...	74
Figura V-4: Circuito integrador com amplificador operacional.....	75
Figura V-5: Resposta em frequência do circuito integrador real.....	77
Figura V-6: Resposta de um integrador real a um degrau de tensão: (a) - para valores muito pequenos de $t$ , (b) - para grandes valores de $t$ .....	79
Figura V-7: Filtro integrador com precisão otimizada incluindo circuito de chaveamento para definição do intervalo de integração.....	81

Figura V-8: Sequência de chaveamento do filtro integrador.....	82
--	----

## Sumário

Esta tese se dedica ao estudo de duas arquiteturas de processamento analógico, em malha aberta, do sinal da fotocorrente produzida por um interferômetro de Sagnac a fibra óptica, visando detectar e demodular a taxa de rotação medida pelo sensor. A arquitetura fundamentada na conversão de frequências e chaveamento síncrono do sinal modulado foi implementada e apresentou, como faixa dinâmica e precisão do fator de escala das medidas, 92 dB e  $\pm 100$  ppm, respectivamente. Sob os pontos de vista teórico e prático, a segunda arquitetura de demodulação investigada, utilizando chaveamento e integração síncronos do sinal modulado, apresenta vantagens potenciais em relação à flexibilidade de implementação, faixa dinâmica e precisão do fator de escala das medidas. Este trabalho assegurou os fundamentos teóricos para implementações futuras mais elaboradas de ambas as versões de demoduladores em sistemas de navegação inercial da classe *strap-down*.

# Abstract

This thesis addresses two open loop signal processing architectures for demodulating the photocurrent of an optical fiber Sagnac interferometer, in order to extract the rotation rate measured by the sensor. An architecture based on frequency conversion and synchronous switching of the modulated signal has been designed and provided 92 dB and  $\pm 100$  ppm, of dynamic range and scale factor stability, respectively. According to the theoretical and practical points of view, the architecture based on synchronous switching and integration of the modulated signal presents potential advantages in respect of its design, dynamic range and scale factor as well. This work has assured the theoretical background for the development of optimized versions of both demodulators, applicable to strap-down inertial navigation systems.

# Agradecimentos

A Deus, por mais esta graça!

A minha família, onde recebi o apoio e encontrei a motivação para não desistir.

Ao orientador Prof. Dr. João Marcos Travassos Romano, pela amizade e entusiasmo com que conduziu a orientação da tese, e pelos conhecimentos transmitidos com muita clareza e competência nos cursos que ministrou.

Ao Dr. André César da Silva pelas observações que muito contribuíram para o aprimoramento do trabalho.

Às Direções do Instituto de Estudos Avançados - IEAv e do Instituto de Aeroáutica e Espaço - IAE, e às Gerências dos Projetos Central Inercial de Navegação e Sensores Ópticos, pelo apoio proporcionado.

Aos professores, Dr. Oséas Valente de Avilez Filho e Dr. Elnatan Chagas Ferreira, do Departamento de Eletrônica e Microeletrônica da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP, pelas profícuas discussões a respeito de circuitos e sistemas eletrônicos relacionados ao assunto da tese.

Aos colegas Herbert José Zier Jr., Valtencir de Moura, Isaac Rodrigues Montemor, Antônio Sérgio de Jesus, e Rodolfo Cesário, do Laboratório de Processamento de Sinais da Subdivisão de Fotônica do IEAv, pela extrema dedicação às montagens e ensaios dos diversos circuitos desenvolvidos em todo o programa de mestrado.

À Cyntia Cristina de Paula, da Subdivisão de Fotônica do IEAv, pela realização das figuras da tese.

À Heloísa Guedes de Alcântara, da Subdivisão de Informática do IEAv, pela amizade com que se dispôs a realizar e, pela maneira brilhante que realizou a editoração da tese.

Ao meu irmão Paulo, pelo apoio em informática.

# Dedicatória

À Nara, Danielle, Patrícia e Juliana

A meus pais

# I. Introdução

A área de girômetros a fibra óptica é praticamente inexplorada no país, sendo que a pesquisa no assunto se concentra atualmente no trabalho de um grupo de pesquisadores do Instituto de Estudos Avançados, voltado à área de dispositivos ópticos do sensor. Entretanto, para se chegar à confecção de girômetros da classe utilizada em navegação inercial de longas distâncias, o domínio da técnica de processamento de sinais é tão importante, e igualmente complexo, quanto a própria tecnologia de projeto dos circuitos ópticos do girômetro.

No presente trabalho, propusemo-nos então a estudar o processamento analógico, em malha aberta, do sinal de um girômetro a fibra óptica, cujo princípio de operação se fundamenta num interferômetro de Sagnac.

Para bem situar o trabalho, discorreremos nesta breve introdução sobre a importância da utilização de girômetros a fibra óptica em sistemas de navegação inercial, os princípios do girômetro, o processamento dos sinais envolvidos para se obter a velocidade de rotação medida pelo sensor. Finalmente, apresentamos a estrutura da tese, colocando em evidência os pontos essenciais de cada capítulo.

## I.1. Girômetros ópticos da classe utilizada em navegação inercial

Sensores de velocidade de rotação encontram aplicações em quase todas as áreas do conhecimento destacando-se as nas indústrias aeroespacial, naval, automobilística e em toda e qualquer aplicação onde se requer o conhecimento do movimento de rotação de um corpo em relação a um sistema de referência.

Esta tese se dedica ao processamento do sinal de sensores com aplicação em sistemas de navegação de veículos lançadores de satélites, onde se faz necessária, dependendo da missão do lançador, a medida de rotações da ordem de grandeza de  $\pm 0,1^\circ/\text{h}$  à  $\pm 1000000^\circ/\text{h}$ , caracterizando uma faixa dinâmica de medidas de 140 dB.

Assim, um sensor de velocidade de rotação da classe utilizada em navegação inercial deve atender a requisitos de alta resolução e precisão em suas medidas.

Considerando os requisitos severos de aceleração, choque mecânico e vibrações nas diversas fases do voo do veículo, os sensores devem apresentar ainda uma robustez elevada, traduzida por uma confiabilidade compatível com as normas aplicáveis.

Os girômetros ópticos interferométricos, utilizando laser ou fibra óptica, têm apresentado uma notável evolução tecnológica na última década com a construção de protótipos de laboratório e de voo, capazes de atender aos requisitos citados anteriormente [24].

Segundo [24] os girômetros interferométricos a fibra óptica devem se constituir na melhor solução tecnológica para aplicação em modelos de engenharia avançados de sistemas de navegação inercial ainda nesta década.

Face ao exposto, a pesquisa e o desenvolvimento de girômetros a fibra óptica se constituem em temas da maior atualidade. Esta tese se insere no contexto de um elenco de outras teses de mestrado e de doutorado, patrocinadas pelo Instituto de Estudos Avançados e pelo Instituto de Aeronáutica e Espaço, visando ao domínio da tecnologia de sensores inerciais e de sistemas de navegação inercial.

No intuito de proporcionar um melhor entendimento da aplicação do sensor, apresentamos na Figura I-1 um diagrama de blocos de um sistema de navegação inercial tipo *strapdown* ou solidário ao veículo. Tal sistema se caracteriza pela medida das acelerações lineares e das velocidades angulares do lançador, em relação a um sistema de referência solidário ao próprio veículo, com a sua transformação para um referencial inercial realizada por meio das transformações de Euler.

Do diagrama vemos que os acelerômetros servem não apenas para a obtenção da velocidade e da posição linear do veículo, mas também para determinar a intensidade da aceleração a qual o girômetro está submetido. O conhecimento desta variável é da maior importância para a compensação da deriva de girômetros mecânicos com a aceleração, antes da integração do sinal destes sensores para a medida da posição angular do veículo em relação ao seu centro de massa.

Os girômetros a fibra óptica são caracterizados por uma sensibilidade praticamente nula às acelerações lineares do veículo, evidenciando-se portanto uma vantagem significativa em relação aos girômetros mecânicos. Uma outra vantagem é o seu tempo de estabilização, *warm-up*, da ordem de minutos.

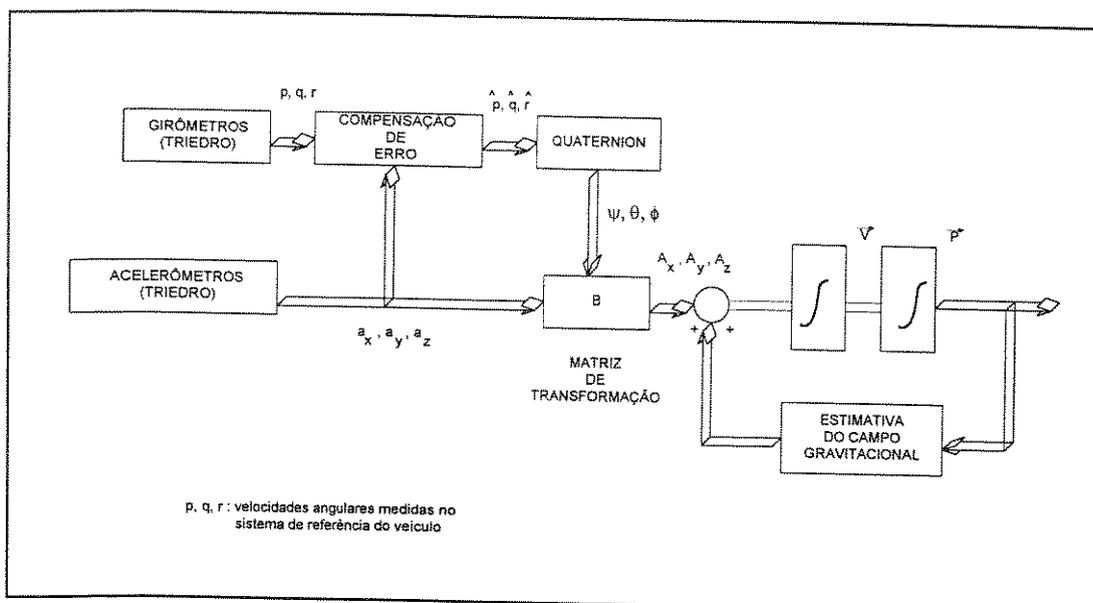


Figura I-1: Sistema inercial de navegação tipo *strapdown* ou solidário ao veículo.

## I.2. Processamento de sinal de girômetros ópticos interferométricos

A informação da taxa de rotação medida por um girômetro a fibra óptica está relacionada com a defasagem existente entre dois feixes luminosos contrapropagantes numa espira ou *loop* de fibra óptica, quando o plano da espira é submetido a rotação.

Em se tratando de girômetros interferométricos, fundamentados no efeito Sagnac, e aplicáveis à navegação inercial de longo termo, caracterizada por grandes distâncias, tal defasagem, dita de Sagnac, se situa tipicamente na faixa de  $\pm 0,1 \mu\text{rad}$  à  $\pm 1 \text{ rad}$ .

Os feixes luminosos também são submetidos a uma modulação de fase alternada, por meio de um modulador de fase óptico, em instantes diferentes do seu percurso ao longo da fibra óptica. Tal modulação visa a aumentar a sensibilidade e a eliminar a indeterminação, respectivamente, na medida da intensidade e do sentido da velocidade de rotação.

Os girômetros ópticos tipo interferométricos podem ser classificados, no tocante aos seus circuitos ópticos, em sensores operando em malha aberta ou em malha fechada. A Figura I-2 esquematiza tais modos de operação.

O fechamento da malha é obtido através da inserção de uma defasagem entre os feixes luminosos de modo a compensar a defasagem de Sagnac. Tal ação é realizada utilizando o mesmo modulador de fase óptico [18].

Nestas topologias, a realimentação utilizada é indicativa da intensidade e do sentido da velocidade de rotação medida pelo girômetro.

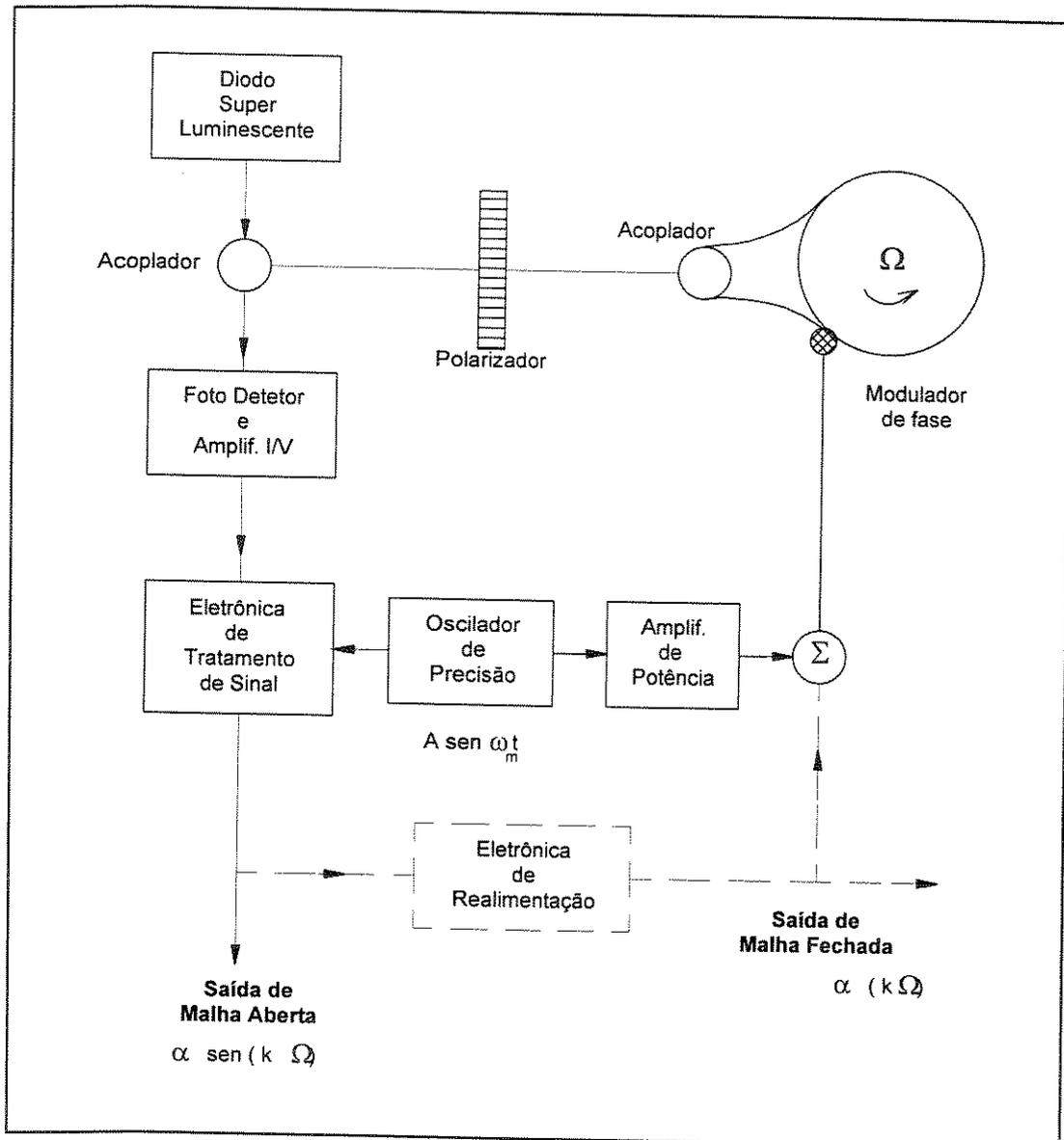


Figura I-2: Circuitos ópticos e eletrônicos de girômetros a fibra óptica tipo interferométricos operando em malha aberta ou em malha fechada.

Tais arquiteturas de girômetros são capazes de atender a faixas dinâmicas de medida de 140 dB, a custo de uma maior complexidade do circuito óptico do sensor [7, 18].

Existem alternativas que utilizam malha fechada eletrônica, nas quais se procura anular o sinal de saída do demodulador por um meio puramente eletrônico, ou seja, sem que haja a compensação da defasagem de Sagnac entre os feixes luminosos [7, 18].

A pesquisa de técnicas de processamento de sinal capazes de atender aos requisitos de resolução, precisão e faixa dinâmica de medidas, sem a necessidade de circuitos ópticos de maior complexidade operando em malha fechada, se constitui em tema da maior importância.

Entre tais técnicas destacamos a utilização de algoritmos de processamento digital em malha aberta do sinal do sensor, cujas simulações indicam a possibilidade teórica de obtenção de faixas dinâmicas de medida de 140 dB [21].

A tese, no entanto, se propõe ao estudo de arquiteturas de processamento analógico de sinais de girômetros ópticos interferométricos, nos quais tanto o circuito óptico como o eletrônico operam em malha aberta.

Embora, a utilização de técnicas de processamento analógico de sinal, em malha aberta, seja mais limitada com relação à precisão e à linearidade do fator de escala do processador, o desenvolvimento de processadores analógicos de sinais operando em malha aberta se constitui num marco da maior importância no processo de capacitação, pois permite:

- a caracterização do girômetro numa faixa dinâmica de medidas da ordem de 100 dB,
- o domínio de técnicas e circuitos de detecção do sinal,
- a evolução para um processador analógico de sinais operando em malha fechada,
- a verificação do funcionamento de partes críticas do circuito óptico do sensor, notadamente do modulador dos feixes de luz na fibra óptica, e
- a obtenção de parâmetros para referência com os resultados a serem obtidos por processadores utilizando arquiteturas de processamento digital de sinais, operando em malha aberta ou fechada.

### **I.3. Estrutura da tese**

A tese está subdividida em seis capítulos nos quais são discutidos o princípio de operação do girômetro óptico tipo interferométrico, as arquiteturas de condicionamento e demodulação do sinal do sensor, os resultados obtidos e as perspectivas de evolução do projeto.

No capítulo II discorremos sobre o Efeito Sagnac, o princípio de operação dos girômetros ópticos e a configuração de circuito óptico utilizado. A expressão da fotocorrente detectada, contendo a informação de rotação medida pelo sensor é deduzida nos domínios do tempo e da frequência. A partir deste resultado, pode-se estudar as técnicas de processamento tratadas nos capítulos subsequentes.

O capítulo III trata da detecção e condicionamento do sinal a ser demodulado e do sinal utilizado na geração de referência de sincronismo para os demoduladores coerentes. Neste contexto, procede-se à determinação das correntes mínima e máxima detectadas pelo fotodiodo acoplado à fibra óptica do girômetro. A sincronização dos demoduladores a partir da segunda harmônica do sinal detectado é explicada, e deve-se salientar que tal técnica é responsável em parte pelo bom desempenho apresentado pelos demoduladores coerentes.

No capítulo IV estuda-se em profundidade uma arquitetura de demodulador síncrono utilizando como filtro de pré-demodulação um filtro passa-faixa coerente, ou seja, cuja frequência central está em sincronismo de frequência e de fase com a portadora do sinal modulado. O filtro se destaca por uma precisão das suas características de amplitude e fase com a frequência, cerca de várias ordens de magnitude superiores as exibidas por filtros passa-faixa ativos, não coerentes, com a mesma seletividade.

Tais características, aliadas à inexistência de deriva da sua frequência central e à eliminação das componentes em quadratura do ruído banda estreita em sua entrada, se constituem na outra contribuição significativa à performance apresentada pelo demodulador.

No capítulo V propõe-se uma nova arquitetura de demodulação coerente do sinal do girômetro, fundamentada no chaveamento e integração síncronos do sinal condicionado da saída do amplificador de transimpedância.

Esta arquitetura se revela bastante promissora pela sua implementação mais simples e por apresentar vantagens potenciais de resolução, precisão, faixa dinâmica de medidas e de linearidade compensada.

O capítulo propõe ainda técnicas para compensação da variação de parâmetros do circuito óptico do girômetro.

No capítulo VI são identificadas as principais limitações ao desempenho dos demoduladores estudados, abordadas as perspectivas de evolução dos projetos e apresentados resumos com os principais parâmetros obtidos, referenciando-se para tal ao apêndice com os resultados experimentais.

A tese finaliza com um apêndice contendo os resultados experimentais dos demoduladores coerentes estudados.

## II. Girômetro Interferométrico a Fibra Óptica

Neste capítulo estudamos inicialmente um interferômetro de Sagnac, cujo princípio de operação é essencial ao entendimento de girômetros interferométricos. A seguir, deduzimos as expressões matemáticas, nos domínios do tempo e da frequência, do sinal de saída de girômetros utilizando um *loop* de fibra óptica como meio de propagação da luz. Tal configuração consiste na melhor solução tecnológica para a implementação do girômetro. A análise é complementada pelo cálculo da rotação mínima mensurável. Assim, estabelecemos neste capítulo os fundamentos necessários para a definição das técnicas de processamento mais adequadas ao sinal do sensor.

### II.1. O Efeito Sagnac

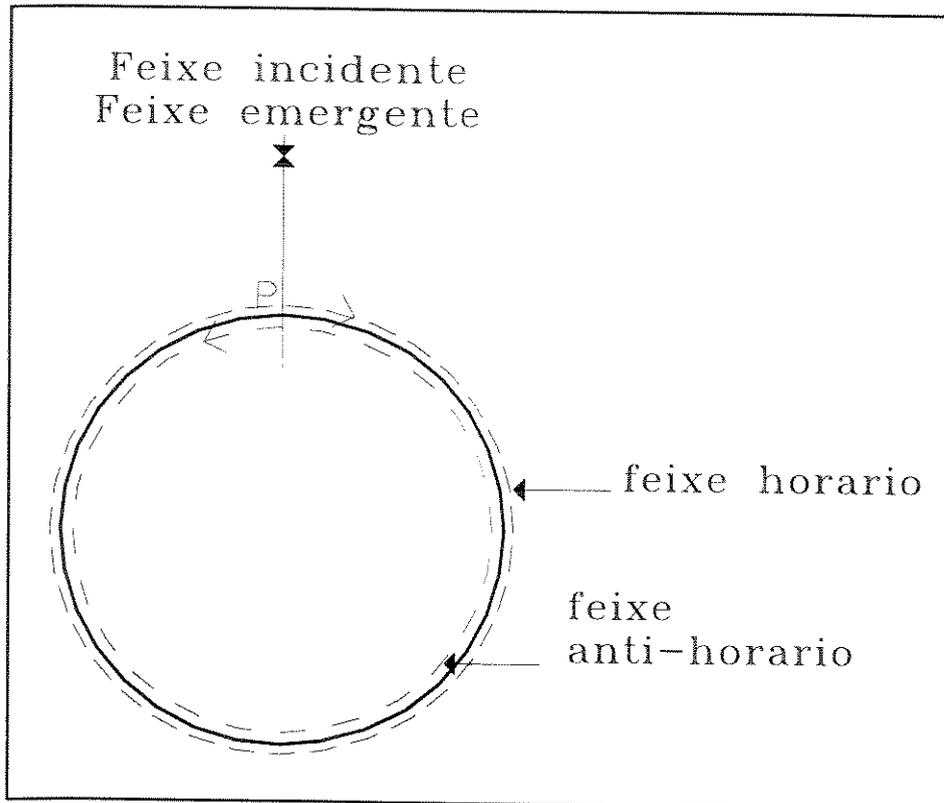
Nesta seção deduziremos a expressão matemática relacionando a variável cujo sinal se quer processar com a intensidade e o sentido da velocidade de rotação  $\Omega$  medida pelo girômetro interferométrico. Tal variável consiste no desvio de fase experimentado pelos feixes luminosos propagando-se em sentidos opostos no *loop* de fibra óptica do sensor.

O girômetro interferométrico fundamenta-se no Efeito Sagnac, que estabelece que duas ondas eletromagnéticas, propagando-se a partir de um mesmo ponto e em sentidos opostos num circuito fechado, retornarão ao ponto de partida através de comprimentos de percurso diferentes, se o meio de propagação estiver submetido a rotação. A explicação rigorosa do Efeito Sagnac deve levar em conta a teoria da relatividade geral, porque os sistemas de referência de girômetros são sistemas acelerados. Entretanto, as abordagens utilizadas por [7, 14, 18], permitem a derivação correta da expressão matemática do Efeito Sagnac.

Utilizando tal metodologia representamos, na Figura II-1, os caminhos ópticos e o ponto P de entrada e saída dos fótons de feixes luminosos propagando-se respectivamente nos sentidos horário e anti-horário ao longo de um *loop* de fibra óptica de diâmetro D. Em rotação nula os fótons retornarão ao ponto P após terem percorrido o mesmo comprimento de caminho óptico num tempo de trânsito  $\tau$  dado por:

$$\tau = \frac{\pi D}{\left(\frac{c_0}{n}\right)}, \quad (\text{II.1})$$

onde  $c_0/n$  é a velocidade da luz no meio,  $c_0$  é a velocidade da luz no vácuo e  $n$  o índice de refração da fibra.



**Figura II-1: Feixes contrapropagantes num loop de fibra óptica ( $\Omega = 0$ ).**

Quando o sistema é submetido a uma rotação horária  $\Omega$  em torno de um eixo perpendicular ao plano da fibra, temos a situação evidenciada na Figura II-2, na qual designamos por P e P' respectivamente os pontos de entrada e saída dos fótons.

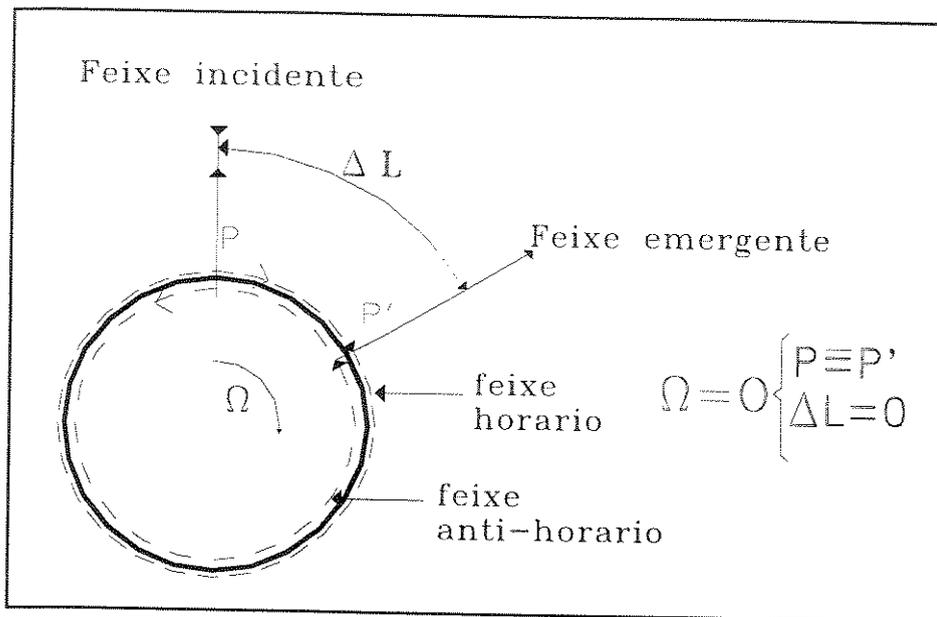


Figura II-2: Feixes contrapropagantes num loop de fibra óptica ( $\Omega \neq 0$ ).

Nesta condição, os tempos de trânsito dos fótons modificam-se de acordo com o seu sentido de propagação ao longo da fibra, e a velocidade de propagação deve levar em conta a transformação de Lorentz. Assim, os valores das velocidades de propagação  $v_h$  e  $v_{ah}$  no sentido horário e anti-horário serão:

$$v_h = \frac{\frac{c_o + v_t}{n}}{1 + \frac{c_o v_t}{nc_o^2}} = \frac{\frac{c_o + v_t}{n}}{1 + \frac{v_t}{nc_o}} \cong \left( \frac{c_o}{n} + v_t \right) \left( 1 - \frac{v_t}{nc_o} \right) \cong \frac{c_o}{n} + v_t \left( 1 - 1/n^2 \right) + \dots, \quad (\text{II.2})$$

$$v_{ah} = \frac{\frac{c_o - v_t}{n}}{1 - \frac{c_o v_t}{nc_o^2}} = \frac{\frac{c_o - v_t}{n}}{1 - \frac{v_t}{nc_o}} \cong \left( \frac{c_o}{n} - v_t \right) \left( 1 + \frac{v_t}{nc_o} \right) \cong \frac{c_o}{n} - v_t \left( 1 - 1/n^2 \right) + \dots, \quad (\text{II.3})$$

nas quais  $\Omega$  é a taxa de rotação,  $v_t = \Omega R$  é o valor da velocidade tangencial do sistema de referência, no caso o *loop* de fibra óptica cujo raio é  $R$ , e levamos em consideração o fato de que  $v_t \ll nc_o$ .

Os comprimentos das trajetórias ópticas dos feixes horários e anti-horários serão expressos por:

$$L_h = L + \Delta L = 2\pi R + \tau_h R\Omega = \tau_h v_h, \quad (\text{II.4})$$

$$L_{ah} = L - \Delta L = 2\pi R - \tau_{ah} R\Omega = \tau_{ah} v_{ah}, \quad (\text{II.5})$$

onde  $\tau_h$  e  $\tau_{ah}$  são, respectivamente, os tempos de percurso dos fótons nos sentidos horário e anti-horário. A diferença de tempo de trânsito  $\Delta\tau_s$  devido ao Efeito Sagnac, entre os feixes contrapropagantes é:

$$\begin{aligned} \Delta\tau_s &= L\left(\frac{1}{v_h} - \frac{1}{v_{ah}}\right) + \Delta L\left(\frac{1}{v_h} + \frac{1}{v_{ah}}\right) \cong \\ &\cong L\left(\frac{1}{v_h} - \frac{1}{v_{ah}}\right) + \Delta L\left[\frac{1}{\frac{c_o}{n} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\Omega R} + \frac{1}{\frac{c_o}{n} - \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\Omega R}\right] \cong \\ &\cong L\left(\frac{1}{v_h} - \frac{1}{v_{ah}}\right) + \Delta L\left[\frac{\frac{2c_o}{n}}{\left(\frac{c_o}{n}\right)^2 - \left[\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\Omega R\right]^2}\right] = L\left(\frac{1}{v_h} - \frac{1}{v_{ah}}\right) + \frac{2\Delta L}{\frac{c_o}{n}}, \quad (\text{II.6}) \end{aligned}$$

onde levamos em consideração o fato que, em toda a faixa dinâmica de medidas, temos  $\Omega R \ll c_o$ .

O comprimento do caminho  $\Delta L$  correspondente ao deslocamento do acoplador óptico devido à rotação do sistema é aproximado por:

$$\Delta L \cong \Omega R \frac{L}{\frac{c_o}{n}}, \quad (\text{II.7})$$

Considerando que:

$$L\left(\frac{1}{v_h} - \frac{1}{v_{ah}}\right) = \frac{-2v_t L\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)}{\left(\frac{c_o}{n}\right)^2} = \frac{2\Omega R L}{c_o^2} (1 - n^2), \quad (\text{II.8})$$

temos:

$$\Delta\tau_s = (1 - n^2) \frac{2\Omega R L}{c_o^2} + \frac{2\Omega R L n^2}{c_o^2} = \frac{2\Omega R L}{c_o^2} = \frac{4A\Omega}{c_o^2}, \quad (\text{II.9})$$

sendo  $A$  a área do loop delimitado pela fibra.

A diferença  $\Delta L$  no comprimento do caminho óptico dos feixes contrapropagantes, quando relacionada a defasagem de Sagnac  $\Delta\phi_s$ , é:

$$\Delta L = \frac{\Delta\phi_s}{2\pi} \lambda_o, \quad (\text{II.10})$$

onde  $\lambda_o = 0,82 \mu\text{m}$  é o comprimento de onda da fonte luminosa, no caso um diodo superluminescente.

No intuito de se ter uma ordem de grandeza de  $\Delta L$  para um girômetro interferométrico da classe de navegação inercial; com  $A = 100 \text{ cm}^2$  e uma velocidade de rotação de um milésimo da terrestre, i.é.  $0,015^\circ/\text{h}$ , obtém-se um  $\Delta L$  de  $10^{-15} \text{ cm}$  [14]. Tal valor é muito pequeno em relação ao comprimento de onda da luz, o qual é de cerca de  $8 \times 10^{-5} \text{ cm}$ .

A fim de aumentar a sensibilidade de  $\Delta\tau_s$  com a velocidade de rotação  $\Omega$ , utilizamos  $N$  *loops* ou espiras de fibra óptica como caminho óptico dos feixes luminosos, e o desvio de fase de Sagnac  $\Delta\phi_s$ , [14], é expresso por:

$$\Delta\phi_s = \frac{2\pi\Delta\tau_s}{\frac{\lambda_o}{c_o}} = \frac{8\pi AN}{\lambda_o c_o} \Omega, \quad (\text{II.11})$$

e a diferença no comprimento dos caminhos ópticos é modificada para:

$$\Delta L = \frac{4AN}{c_o} \Omega = \frac{L_f D}{c_o} \Omega, \quad (\text{II.12})$$

onde  $L_f$  é o comprimento total da fibra.

Do exposto, vimos que os feixes contrapropagantes em seu caminho óptico na bobina experimentam desvios de fase recíprocos, que se cancelam devidos à propagação linear, e desvios de fase não recíprocos inerentes ao Efeito Sagnac, que se adicionam.

Portanto, um interferômetro de Sagnac mede efeitos não recíprocos, ou seja o desvio de fase medido depende do sentido de rotação da luz. A diferença de fase de Sagnac  $\Delta\phi_s$  entre as ondas contrapropagantes é dada por:

$$\Delta\phi_s = \frac{8\pi AN}{\lambda_o c_o} \Omega = \frac{2\pi L_f D}{\lambda_o c_o} \Omega, \quad (\text{II.13})$$

Vemos que para um dado  $\lambda_o$  e uma dada área  $A$ , a sensibilidade do girômetro interferométrico é aumentada pelo fator  $N$  ou  $L_f$ , cujo limite é imposto pela atenuação da fibra óptica, tipicamente de  $1 \text{ dB/km}$ . Para um girômetro da classe de navegação inercial, se

escolhermos  $D = 20 \text{ cm}$ ,  $L_f = 0,5 \text{ km}$ ,  $\lambda_0 = 1 \text{ }\mu\text{m}$  e  $\Omega = 0,1^\circ/\text{h}$ , obtemos  $\Delta\phi_s \cong 1 \text{ }\mu\text{rad}$  [10].

## II.2. Configuração mínima do girômetro interferométrico

A seguir discorreremos a respeito da configuração mínima de um girômetro interferométrico e suas limitações, que impedem a sua utilização em aplicações voltadas à detecção de valores de rotação bem menores que a terrestre.

A condição de perfeita reciprocidade do girômetro interferométrico de Sagnac implica em que a luz injetada em sentidos opostos na fibra óptica percorra o mesmo caminho óptico e tenha modos de polarização e espacial únicos. Tais condições são satisfeitas com o emprego de fibras mono-modais e de um polarizador no circuito óptico entre a fonte luminosa e a bobina de fibra óptica.

A Figura II-3 esquematiza um girômetro interferométrico a fibra óptica operando em malha aberta, onde a luz polarizada de um diodo laser superluminescente é dividida em duas ondas contrapropagantes por um acoplador direcional de -3 dB, posicionado na conexão com a bobina de fibra óptica.

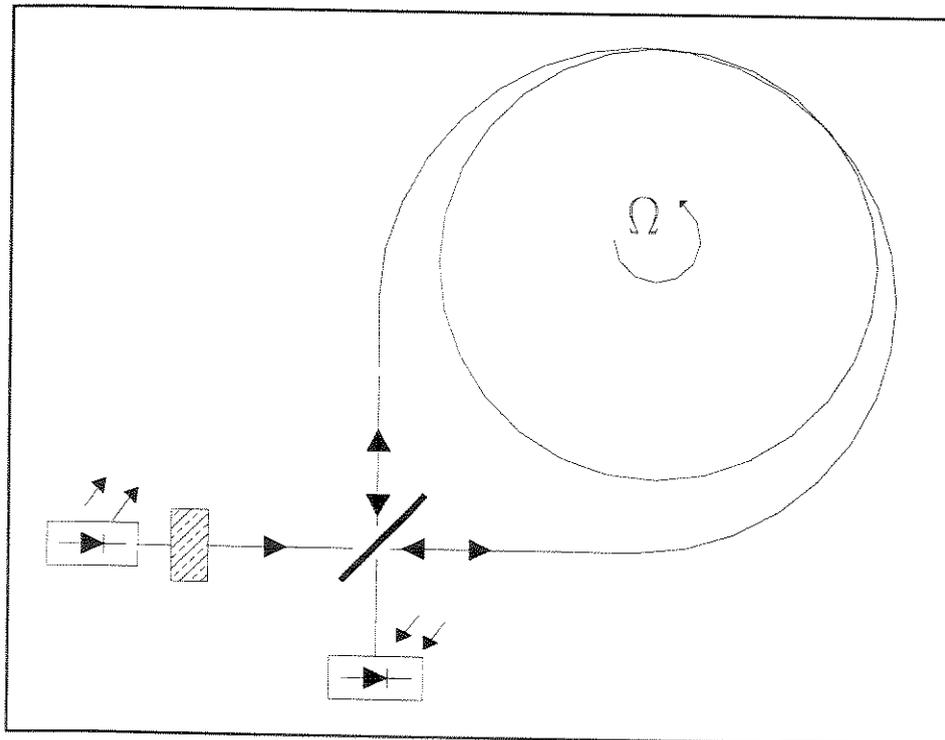


Figura II-3: Interferômetro de Sagnac.

A saída não utilizada do acoplador apresenta um desvio de fase não recíproco  $\phi_o$ , crítico para medidas de rotação menores que  $10^{-4}$  rad [8, 10]. Elimina-se esta não reciprocidade utilizando-se um dos terminais do acoplador direcional, tanto para entrada como para saída das ondas contrapropagantes na bobina.

Portanto, emprega-se no circuito óptico do girômetro um segundo acoplador direcional para a inserção das fontes de luz do diodo laser superluminescente e para o fotodetector de saída.

Na Figura II-4 é apresentada a configuração mínima do girômetro interferométrico, de modo a assegurar a sua perfeita reciprocidade, ou que o único desvio de fase não recíproco medido seja o de Sagnac.

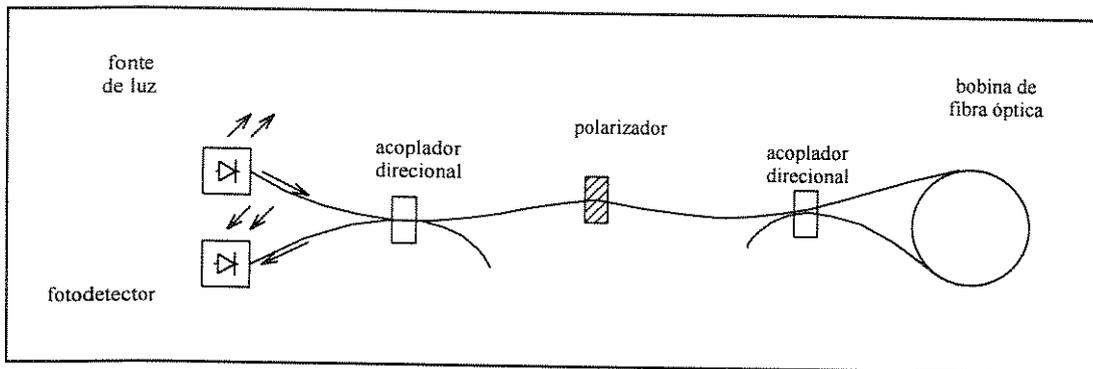


Figura II-4: Configuração mínima do girômetro de Sagnac.

Na configuração apresentada, os feixes contrapropagantes experimentam desvios de fase  $\phi_s + kl$  e  $\phi_s - kl$ , sendo  $k = 2\pi n/\lambda_o$  a constante de propagação do modo de polarização ao longo da fibra. A corrente de pico  $I_o$  no fotodetector é [8].

$$I_o = \frac{\eta_d P_o q}{h\nu}, \quad (\text{II.14})$$

sendo  $q$  a carga do elétron ( $-1,6021 \times 10^{-19}$  C),  $h$  a constante de Planck ( $6,6256 \times 10^{-34}$  J),  $h\nu$  a energia do fóton (1,503 eV),  $P_o$  a potência óptica de pico incidente no fotodetector (W) e  $\eta_d \cong 0,68$  a eficiência quântica do fotodetector.

O valor da corrente  $I_d$  resultante da interferência de dois feixes de intensidades iguais e diferença de fase de Sagnac  $2\phi_s$  é expresso por [10, 18]:

$$I_d = \frac{I_o}{2} (1 + \cos 2\phi_s), \quad (\text{II.15})$$

onde  $\phi_s$  é o desvio de fase experimentado por cada feixe luminoso na fibra.

A defasagem de Sagnac é dada por  $\Delta\phi_s = 2\phi_s$ , e a corrente detectada  $I_d$  será:

$$I_d = \frac{I_o}{2} (1 + \cos \Delta\phi_s) . \quad (\text{II.16})$$

Se considerarmos  $\Delta\phi_s = k\Omega$ , onde  $k$  é o fator de escala do girômetro, então:

$$I_d = \frac{I_o}{2} (1 + \cos(k\Omega)) . \quad (\text{II.17})$$

A Figura II-5 apresenta o comportamento da corrente detectada  $I_d$  em função da defasagem de Sagnac. Desta figura é interessante destacar os seguintes aspectos:

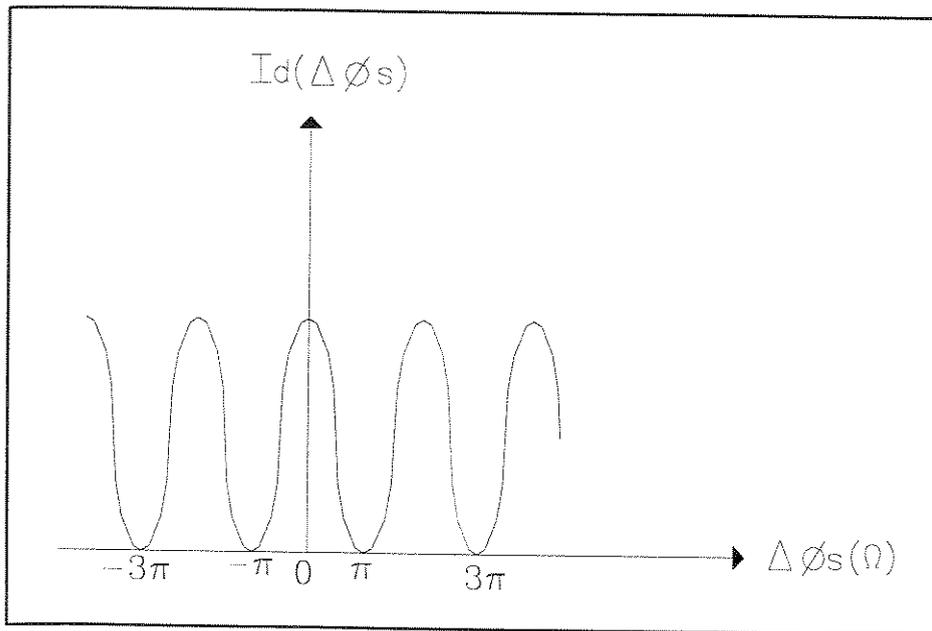


Figura II-5: Corrente de saída do fotodetector em função da defasagem  $\Delta\phi_s(\Omega)$ .

- Observa-se que  $\left. \frac{\partial I_d}{\partial \Omega} \right|_{\Omega=0} \cong 0$ . Esta característica é indesejável para navegação inercial, pois implica em sensibilidade praticamente nula para velocidades de rotação de ordem de grandeza menores que a terrestre, ou seja  $\Omega \ll 15^\circ/h$ , e uma pobre linearidade do fator de escala,
- $I_d(\Omega)$  é uma função par de  $\Omega$ , o que implica numa indeterminação na medida do sentido da velocidade de rotação  $\Omega$ , e
- $I_d(\Omega)$  é função de  $I_o$  e portanto sensível às flutuações de potência do diodo laser.

Isto implica numa variação de  $I_d(\Omega)$  sem a respectiva variação de  $\Omega$ , caracterizando uma deriva do sinal do girômetro e, portanto, uma limitação na medida de baixíssimas intensidades de rotação.

A utilização de uma polarização de  $\pi/2$  permitiria a operação no ponto de derivada máxima da curva  $I_d(\Omega)$ . No entanto, trata-se de uma técnica de medidas *dc*, a qual apresenta os seguintes inconvenientes:

- ruído  $1/f$  inerente à operação em baixas frequências, e
- instabilidade da polarização, provocando flutuações de fase indistinguíveis das devidas ao Efeito Sagnac.

A utilização de uma polarização instável em torno de  $\pi/2$  é indicada na Figura II-6:

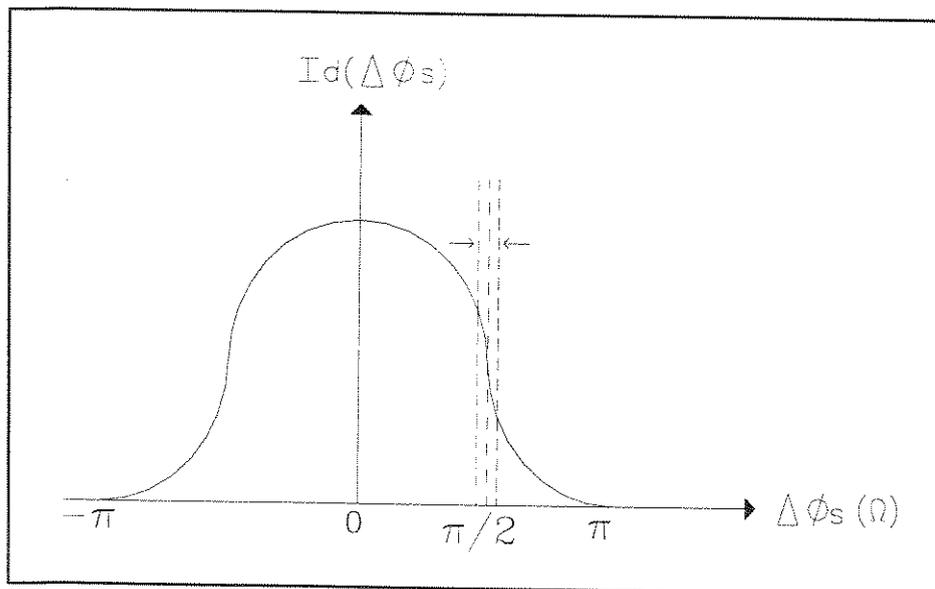


Figura II-6: Polarização de  $\pi/2$  na curva de  $I_D(\Delta\phi_s)$ .

Uma abordagem mais conveniente é o emprego de uma polarização dinâmica ou modulação recíproca de fase alternada, com amplitude de modulação 1,84 rad, como ilustrado na Figura II-7:

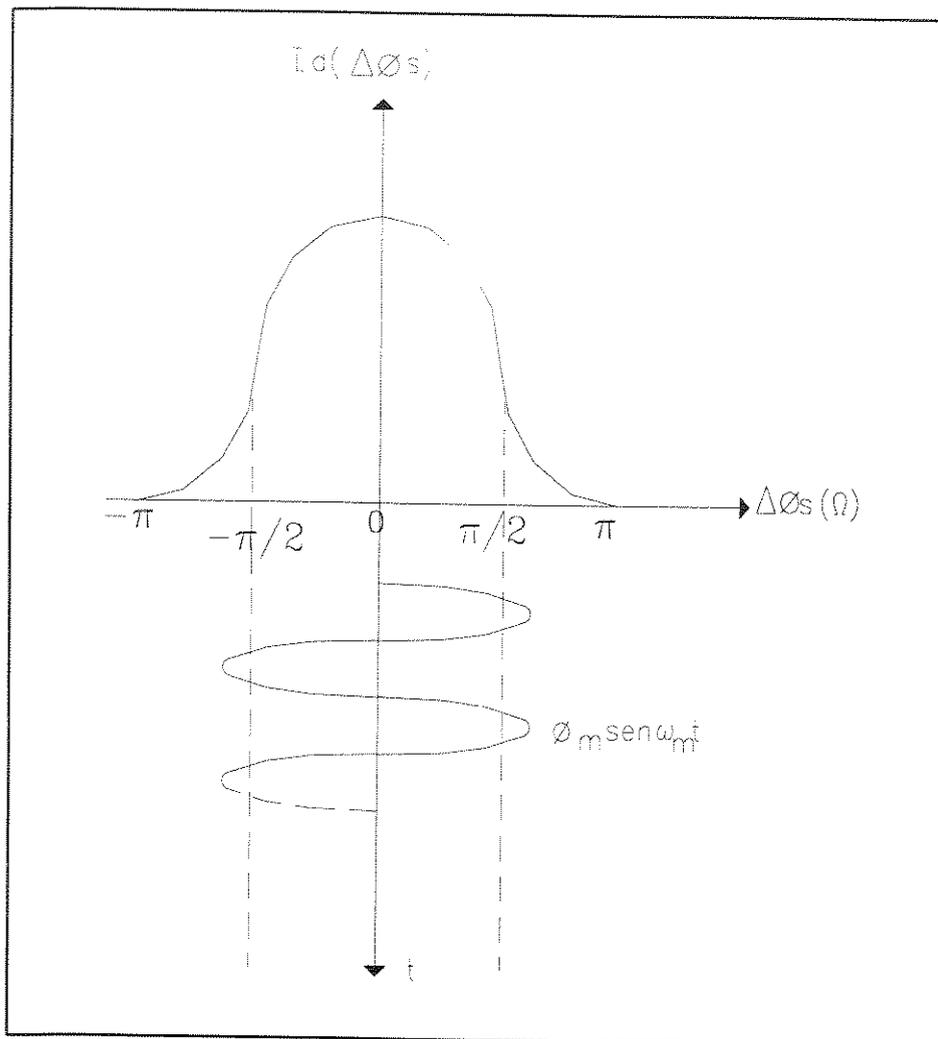


Figura II-7: Polarização dinâmica da Curva de  $I_D(\Delta\phi_s)$ .

### II.3. Configuração do girômetro interferométrico de malha aberta

A configuração utilizada no projeto do circuito óptico do girômetro interferométrico utiliza, pelas razões expostas, uma polarização senoidal na fase dos feixes contrapropagantes na fibra óptica.

O modulador de fase é implementado enrolando-se a fibra óptica num cilindro, feito de material piezelétrico, cujas paredes internas e externas são revestidas de cobre, e providas de terminais de contato elétrico, como indicado na Figura II-8.

Segundo [9], uma tensão elétrica senoidal com frequência igual à ressonância do modo radial de vibração é aplicada aos terminais do modulador. Devido ao efeito piezelétrico, esta tensão provoca uma modulação na dimensão radial do cilindro e, portanto, uma variação do comprimento da fibra óptica do girômetro

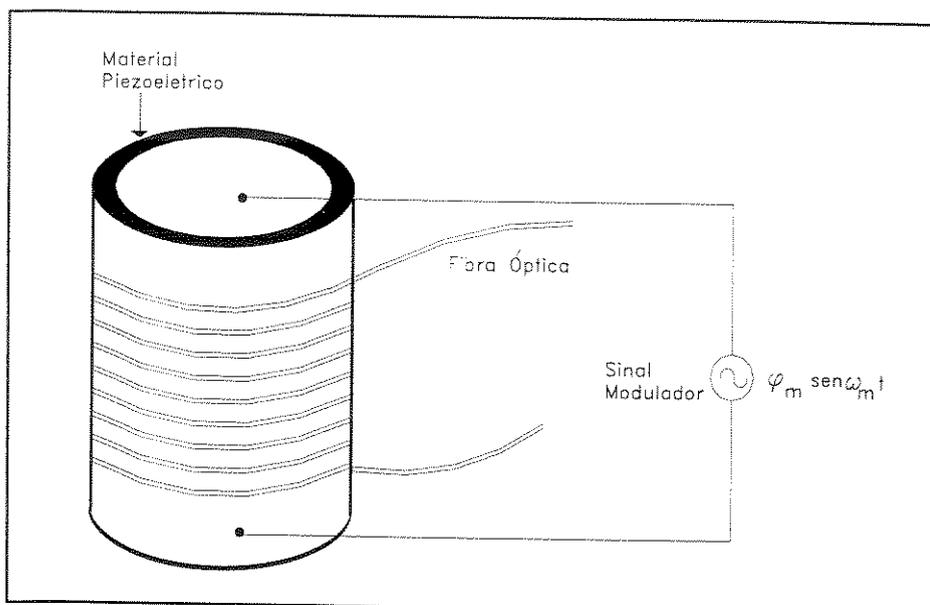


Figura II-8: Modulador de fase do girômetro de Sagnac.

A Figura II-9 apresenta a configuração final do girômetro interferométrico, no qual se insere um modulador de fase numa das extremidades da bobina de fibra óptica.

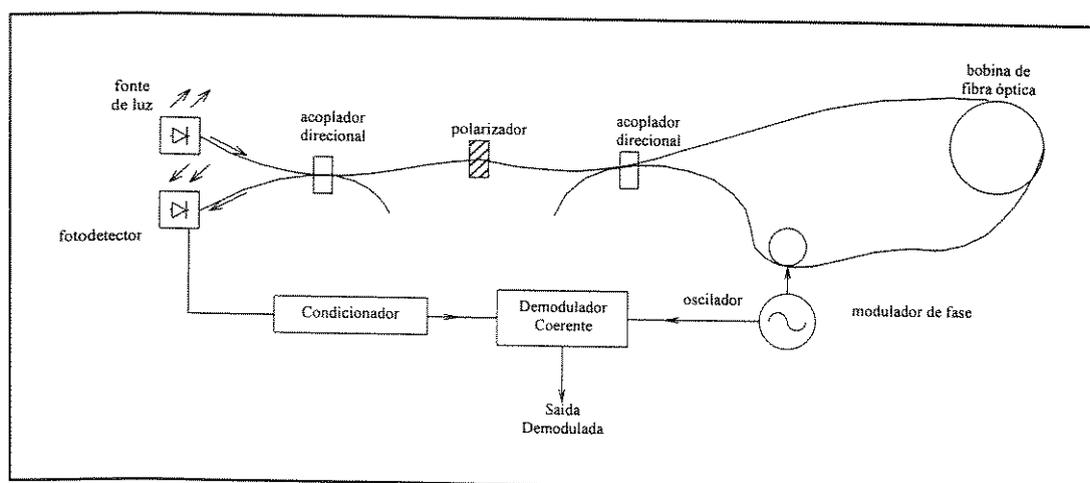


Figura II-9: Circuitos óptico e eletrônico do girômetro de Sagnac.

O modulador de fase é colocado próximo ao acoplador, num dos terminais da bobina. As ondas contrapropagantes ao percorrerem o modulador em diferentes intervalos de tempo, apresentarão comprimentos de caminho óptico diferentes, o que equivale a defasagens não recíprocas. O desvio de fase não recíproco  $\Delta\phi_{nr}$  entre as ondas contrapropagantes, segundo [12, 14] é expresso por:

$$\phi(t) = \Delta\phi_{nr} = \Delta\phi_h - \Delta\phi_{ah} = 2\varphi_m \sin\left(w_m \frac{\tau}{2}\right) \sin w_m t = \phi_m \sin w_m t, \quad (\text{II.18})$$

onde  $\varphi_m$  é a intensidade da modulação de fase recíproca devida ao modulador, e  $\tau$  é o tempo de trânsito dos fótons na bobina, em cada um dos sentidos de propagação.

A maximização de  $\Delta\phi_m$  é obtida com:

$$\omega_m \frac{\tau}{2} = (2n + 1) \frac{\pi}{2}, \quad (\text{II.19})$$

onde  $n$  é um inteiro arbitrário. Para  $n = 0$ , temos:

$$\omega_m \tau = \pi, \quad (\text{II.20})$$

ou seja,

$$f_m = \frac{1}{2\tau}, \quad (\text{II.21})$$

A escolha de  $f_m$ , chamada frequência própria do girômetro, deve ser tal que a frequência de operação do girômetro se situe acima de alguns KiloHertz. Com isto, elimina-se a contribuição do ruído *excess* ou  $1/f$  e leva-se em consideração apenas a do ruído *shot* dos fótons emitidos pelo diodo superluminescente.

No projeto do girômetro, onde  $L = 1$  km, temos  $\tau = 5\mu\text{s}$  e  $f_m = 100$  kHz, de modo que esta condição é satisfeita.

O emprego de técnicas adequadas, tais como a utilização de processamento de sinal em malha fechada, elimina a sensibilidade de  $I_d$  a flutuações de potência do diodo laser.

A compensação do ruído *shot* dos fótons emitidos só é possível por processamentos mais sofisticados do sinal, utilizando algoritmos de filtragem adaptativa, por se tratar de um processo aleatório. No entanto, o emprego de tais técnicas leva a uma complexidade não justificável em se tratando de um processador analógico de sinais, operando em malha aberta.

## II.4. Espectro em frequência da corrente do fotodetector

Na configuração final apresentada, considerando a modulação de fase alternada e o desvio de fase não recíproco  $\Delta\phi_s$ , associado ao Efeito Sagnac, a corrente  $I_d(t)$  no fotodetector é dada por:

$$\begin{aligned}
I_d(t) &= \frac{I_0}{2} \left[ 1 + \cos(\Delta\phi_s + \phi_m \sin\omega_m t) \right] \\
&= \frac{I_0}{2} \left[ \cos\Delta\phi_s \cos(\phi_m \sin\omega_m t) - \sin\Delta\phi_s \sin(\phi_m \sin\omega_m t) \right]. \quad (\text{II.22})
\end{aligned}$$

Se expandirmos  $I_d(t)$  em funções de Bessel obtém-se [7]:

$$\begin{aligned}
I_d(t) &= \frac{I_0}{2} \left\{ 1 + \cos\Delta\phi_s \left[ J_0(\phi_m) + 2J_2(\phi_m) \cos 2\omega_m t + \dots \right] \right\} + \\
&\quad + \frac{I_0}{2} \sin\Delta\phi_s \left[ 2J_1(\phi_m) \sin\omega_m t + \dots \right], \quad (\text{II.23})
\end{aligned}$$

a qual pode ser escrita na forma mais compacta:

$$\begin{aligned}
I_d(t) &= \frac{I_0}{2} \left\{ 1 + \left[ J_0(\phi_m) + 2 \sum_n J_{2n}(\phi_m) \cos(2n\omega_m t) \right] \cos\Delta\phi_s \right\} \\
&\quad - \frac{I_0}{2} \left\{ 2 \sum_n J_{2n-1}(\phi_m) \sin[(2n-1)\omega_m t] \sin\Delta\phi_s \right\}, \quad (\text{II.24})
\end{aligned}$$

onde  $n \in \mathbb{N}^*$  e  $J_n$  é a função de Bessel de ordem  $n$  e primeira espécie.

Nota-se que as harmônicas ímpares de  $I_d(t)$  são proporcionais a  $\sin\Delta\phi_s$ , implicando em máxima sensibilidade para  $\Delta\phi_s \ll 1$  rad.

A demodulação coerente da componente  $I_d(t)$  na frequência  $\omega_m$  fornece um sinal de saída proporcional a  $I_0 J_1(\phi_m) \sin\Delta\phi_s$ , maximizado pela escolha de  $\phi_m \cong 1,84$  rad.

Devido à modulação de fase, o sinal de saída  $I_d(t)$  tem a sensibilidade aumentada para  $\Omega$  muito menor do que a rotação terrestre e é uma função ímpar de  $\Omega$ . No entanto, a sua faixa dinâmica para operação linear é limitada a desvios de fase  $\Delta\phi_s < \pi/2$  o que implica de acordo com a Equação (II.11) em  $\Omega < \pm 30^\circ/s$  para o girômetro em consideração.

No intuito de se ter uma noção da faixa dinâmica de medidas dos girômetros ópticos, esquematizamos na Figura II-10 a curva do desvio de fase de Sagnac  $\Delta\phi_s$  em função da rotação  $\Omega$ , obtida de [12].

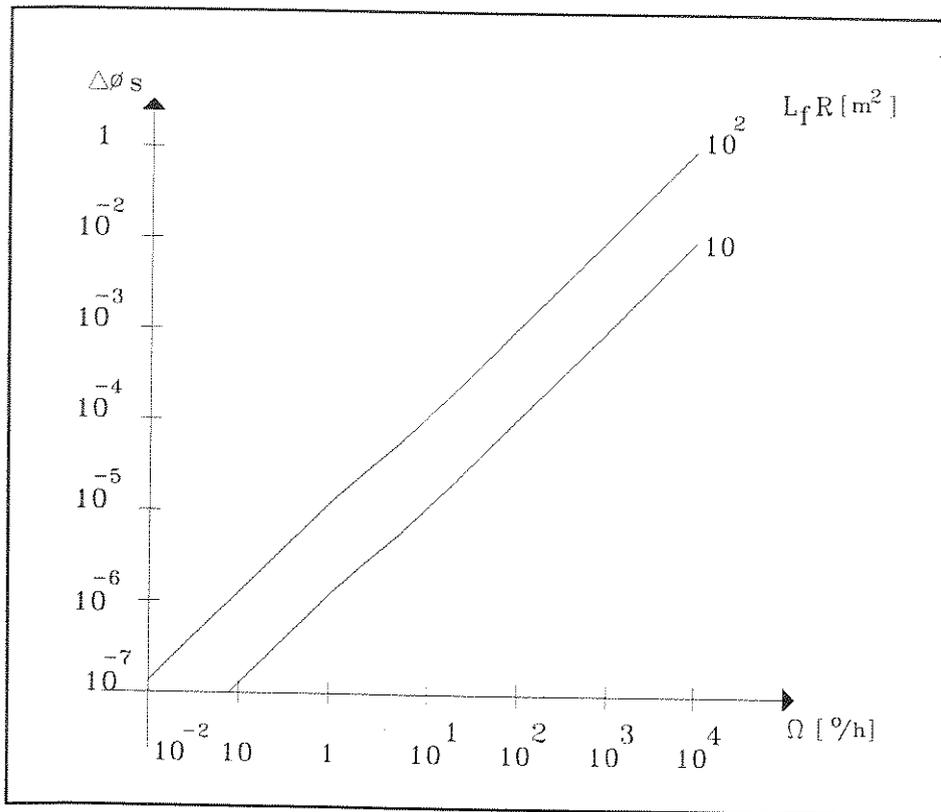


Figura II-10: Desvio de fase de Sagnac  $\Delta\phi_s$  em função da rotação  $\Omega$ .

Nota-se que para um girômetro da classe inercial, com  $L_f = 1$  km e  $D = 10$  cm, i.é. com  $L_f R = 50m^2$ , para uma faixa dinâmica de medida 100 dB, da ordem de  $0,1$  °/h a  $10000$  °/h, o desvio de fase correspondente é de aproximadamente  $5 \times 10^{-7}$  rad a  $0,05$  rad. No entanto, a partir de  $\pm 0,03$  rad o erro na aproximação  $\sin(\Delta\phi_s) = \Delta\phi_s$  é de  $0,015\%$ , o que implica numa faixa dinâmica de 90 dB com não-linearidade máxima de  $0,015\%$  em relação ao valor do fundo de escala.

## II.5. Velocidade de rotação mínima mensurável

Tendo deduzido as expressões matemáticas da fotocorrente  $I_d$ , nos domínios do tempo e da frequência, finalizamos os fundamentos teóricos com o cálculo da intensidade de rotação mínima mensurável pelo girômetro óptico.

Tal limiar de detecção associado ao do fundo de escala, citado na seção anterior, complementa a informação relativa à faixa dinâmica de medida do sensor, essencial ao projeto do condicionador e do demodulador de sinais.

A incerteza  $\delta \Omega$  na medida da rotação, ou a mínima rotação mensurável  $\Omega_{min}$ , é obtida igualando-se as potências das correntes de sinal  $I_d$  e do ruído *shot*  $I_{sh}$  do fotodetector.

De acordo com [8], se considerarmos uma faixa de passagem  $B_d$  em torno da frequência de modulação  $f_m$ , o valor *rms* da corrente de ruído *shot* é dado por:

$$I_{sh} = q \left[ P_o \eta_d \frac{(1 + J_0(\phi_m)) B_d}{h\nu} \right]^{1/2}. \quad (II.25)$$

A corrente de sinal  $I_d(t)$  no fotodetector é relacionada aos mesmos parâmetros por:

$$I_d(t) = -I_0 J_1(\phi_m) \text{sen } \Delta\phi_s \cos w_m t. \quad (II.26)$$

Assim, substituindo  $I_0$  pelo seu valor dado pela Equação (II.14), obtemos:

$$I_d(t) = -\frac{\eta_d P_o q}{h\nu} J_1(\phi_m) \text{sen } \Delta\phi_s \cos w_m t. \quad (II.27)$$

Lembrando que  $\text{sen}(\Delta\phi_s) \cong \Delta\phi_s$  e igualando a corrente *rms* do sinal e a do ruído *shot* obtemos [8]  $\Delta\phi_{s_{min}}$ :

$$\Delta\phi_{s_{min}} = \frac{\sqrt{1 + J_0(\phi_m)}}{J_1(\phi_m)} \sqrt{\frac{h\nu B_d}{P \eta_d}}, \quad (II.28)$$

a qual para o ponto de operação escolhido  $\phi_m \cong 1,84$  implica em:

$$\frac{\sqrt{1 + J_0(\phi_m)}}{J_1(\phi_m)} \cong 2, \quad (II.29)$$

de modo que a expressão (II.28) resulta em:

$$\Delta\phi_{s_{min}} = 2 \sqrt{\frac{h\nu B_d}{2 P_o \eta_d}}. \quad (II.30)$$

Substituindo então a expressão de  $\Delta\phi_s$  por  $\Omega$ , dada pela Equação (II.13), obtemos [6, 10] a expressão de  $\Omega_{min}$ :

$$\Omega_{min} = \frac{\lambda_0 c}{2\pi R L_f} \left( \frac{h\nu B_d}{2 P_o \eta_d} \right)^{1/2}. \quad (II.31)$$

A distribuição espectral do ruído *shot* é plana e portanto podemos associar uma densidade espectral de potência ou coeficiente de deriva de  $\Omega_{min}$ , [6, 10], devido ao ruído *shot*, dado por:

$$\frac{\Omega_{min}}{B_d^{1/2}} = \frac{\lambda_0 c}{2\pi R L_f} \left( \frac{h\nu}{2P_o \eta_d} \right)^{1/2}. \quad (II.32)$$

Assim, obtemos um dos parâmetros característicos de um girômetro da classe utilizada em navegação inercial, ou seja o seu coeficiente de deriva aleatória dado, em unidades de grau/ $\sqrt{h}$ :

As restrições de tamanho e de atenuação impõem limitações, respectivamente na escolha de  $D$  e  $L_f$ , e  $B_d$  está condicionado à faixa de passagem da velocidade de rotação. Portanto, conclui-se que o aumento da potência  $P_o$  do sinal óptico incidente, e da eficiência quântica  $\eta_d$  do fotodetector, são os únicos parâmetros de projeto disponíveis para a minimização do coeficiente de deriva aleatória do girômetro.

Para o girômetro em estudo com  $B_d = 1$  Hz,  $\eta_d = 0,68$  e uma potência óptica incidente  $P_o \cong 100 \mu W$  tem-se  $\Delta\phi_{s_{min}} \cong 10^{-7}$  rad.

## II.6. Sumário

Analisamos o Efeito Sagnac, fundamental para a compreensão do funcionamento de girômetros interferométricos, e discutimos numa forma sucinta o circuito óptico utilizado no projeto do sensor.

As análises nos domínios do tempo e da frequência da corrente de saída do sensor foram realizadas e a mínima velocidade de rotação mensurável determinada analiticamente.

A partir destas informações e da faixa dinâmica de medidas, procederemos no capítulo seguinte à definição das técnicas e circuitos utilizados no estágios de detecção, condicionamento e sincronismo dos sinais necessários à demodulação coerente do sinal de saída do sensor.

### **III. Detecção, Condicionamento e Sincronismo do Sinal**

Neste capítulo tratamos inicialmente da detecção do sinal, por meio da conversão em tensão, da corrente de saída do fotodetector acoplado à fibra óptica do girômetro. A seguir, abordamos a amplificação seletiva dos sinais modulados, tendo como portadoras as componentes nas frequências fundamental e segunda harmônica desta tensão. O sinal na frequência da segunda harmônica será defasado e utilizado para sincronismo do oscilador de referência dos demoduladores síncronos a serem estudados. O sentido e a intensidade da velocidade de rotação  $\Omega$  serão obtidos pela demodulação síncrona do sinal modulado em torno da frequência fundamental, segundo as técnicas a serem discutidas nos capítulos subsequentes.

#### **III.1. Detecção do sinal**

Na fase inicial do processamento do sinal encontra-se o estágio de conversão da corrente do fotodiodo, em tensão na impedância de realimentação de um amplificador operacional, configurado no modo de transimpedância.

Os sinais modulados, em torno das frequências fundamental e segunda harmônica da tensão de saída, serão submetidos a estágios de amplificação seletiva, e utilizados, respectivamente, nas etapas de demodulação síncrona e referência de sincronismo.

Estudaremos inicialmente as principais características dos fotodiodos e amplificadores de transimpedância. Uma vez identificadas as suas principais fontes de ruído, dar-se-á ênfase ao cálculo da densidade espectral de tensão de ruído na saída do amplificador de transimpedância.

A partir deste resultado obteremos a resolução da medida de corrente na entrada do conjunto formado pelo fotodiodo e pelo amplificador de transimpedância.

### III.1.1. Fotodiodos de silício

Os fotodiodos de silício são detetores sensíveis à luz, na faixa espectral do raio x ao infravermelho próximo. Os elétrons da banda de valência da junção de silício p-n são estimulados quando expostos à radiação incidente. Cada fóton com energia maior ou igual a do *bandgap* da junção produzirá um par elétron-buraco, ou seja empurrará um elétron para a banda de condução, deixando um buraco em seu lugar na banda de valência. A ação do campo elétrico da junção pn evita a recombinação dos pares gerados e varre os buracos para a região p e os elétrons para a região n, resultando num acúmulo de cargas positivas na região p, e de cargas negativas na região n.

Tal fenômeno é conhecido como efeito fotoelétrico, em que uma junção de silício p-n, quando exposta à luz, causa uma corrente elétrica a fluir em um circuito externo no sentido do ânodo para o cátodo. No intuito de introduzir o conhecimento necessário à referida escolha, discorreremos sucintamente sobre fotodiodos de silício e os seus modos de operação e introduzimos um glossário com os seus principais parâmetros.

Um fotodiodo de silício pode operar no modo fotovoltaico ou no modo fotocondutivo, cujas características principais são:

**Modo fotovoltaico** - uma junção p-n de silício, sem uma tensão de polarização reversa aplicada, opera no modo fotovoltaico. Nesta condição e com baixos níveis de luz incidente, a junção p-n gerará uma corrente proporcional à potência da luz incidente na sua superfície ativa. A fonte predominante de ruído é a devida ao ruído térmico na resistência *shunt* do fotodiodo. Tal modo caracteriza-se por uma menor resposta em frequência devido ao aumento da capacitância da junção.

**Modo fotocondutivo** - uma junção p-n de silício com uma tensão de polarização reversa aplicada é considerada estar operando no modo fotocondutivo. Tal modo caracteriza-se por um nível maior de ruído, pois devemos levar em conta o ruído *shot*, o ruído *excess* ( $1/f$ ) e o ruído térmico devido à resistência *shunt* do fotodiodo. Devido à diminuição da capacitância da junção com o aumento da tensão de polarização reversa, a frequência de corte é maior que no modo fotovoltaico [5]. Um fotodiodo no modo fotovoltaico apresenta uma relação sinal-ruído melhor que a de um fotodiodo com área fotosensível equivalente, operando no modo fotocondutivo [5, 29].

**Corrente de escuro** (*dark current*) - corrente de ruído *shot* circulando na junção p-n de silício, operando no modo fotocondutivo, e sem nenhuma luz incidente na área ativa do

fotodiodo. Tal corrente aumenta com a tensão de polarização reversa, com a área da superfície ativa e com a temperatura.

**Potência equivalente de ruído** (*noise equivalent power* - NEP) - figura de mérito indicativa, para um dado comprimento de onda, da mínima potência luminosa incidente requerida para gerar uma fotocorrente de intensidade igual ao valor *rms* da corrente de ruído total do fotodiodo. Dado que o valor *rms* da corrente total de ruído é proporcional à raiz quadrada da faixa de passagem, a NEP é expressa em [ W/Hz<sup>1/2</sup> ].

**Detectividade** (*detectivity*) - figura de mérito dada pelo inverso da NEP e indicativa, para um dado comprimento de onda, da sensibilidade de detecção do fotodiodo e expressa em [ Hz<sup>1/2</sup>/W ]. Sendo o ruído proporcional à raiz quadrada da área da superfície ativa do fotodiodo, então a detectividade será tanto melhor quanto menor for a área fotosensível.

**Responsividade** (*responsivity*) - figura de mérito indicativa, para um dado comprimento de onda, da fotocorrente produzida por unidade de potência de luz incidente na área ativa do fotodiodo. A responsividade ( $\mathfrak{R}$ ) é geralmente especificada em [A/W].

**Eficiência quântica** ( $\eta_d$ ) - indicador da eficiência do processo de conversão da luz em corrente elétrica. Pode ser calculada pela fórmula [5]:

$$\eta_d = 124\% \frac{\mathfrak{R}}{\lambda}, \quad (\text{III.1})$$

com  $\lambda$  expresso em  $\mu m$ . No caso,  $\lambda = 0,82 \mu m$ ,  $\mathfrak{R} = 0,5$  e  $\eta_d \cong 76\%$ .

**Linearidade da resposta** - medida da evolução do fator de escala do fotodiodo, ou seja da linearidade da sua resposta, dada pela relação entre a variação da corrente e a variação da potência da luz incidente. O limite inferior da potência de luz incidente é definido pelo ruído do fotodiodo e o limite superior pela condição de auto polarização direta da junção p-n.

**Corrente de ruído** - fotodiodos operando no modo fotocondutivo geram uma corrente de ruído que é uma combinação da corrente de ruído *shot* de escuro, ruído *excess* (1/f) e ruído térmico  $I_{Rsh}$  da resistência *shunt* do fotodiodo. Na aplicação em questão, onde se opera na frequência  $f_m$ , a contribuição do ruído 1/f pode ser descartada restando apenas as demais fontes de ruído.

O valor *rms* da corrente devida ao ruído *shot* é calculado pela fórmula [5]:

$$I_{sh} = \sqrt{2q(I_d + I_l)B}, \quad (\text{III.2})$$

sendo:

- $q$  = carga eletrônica [  $1,6 \times 10^{-19}$  C ],  
 $I_d$  = corrente de escuro (*dark current*) [ 20 nA,  $V_d = 10$  V ],  
 $I_l$  = fotocorrente dc [  $5 \mu\text{A}$ ,  $P_0 = 12 \mu\text{W}_{\text{rms}}$  ], e  
 $B$  = faixa de passagem equivalente de ruído [ Hz ].

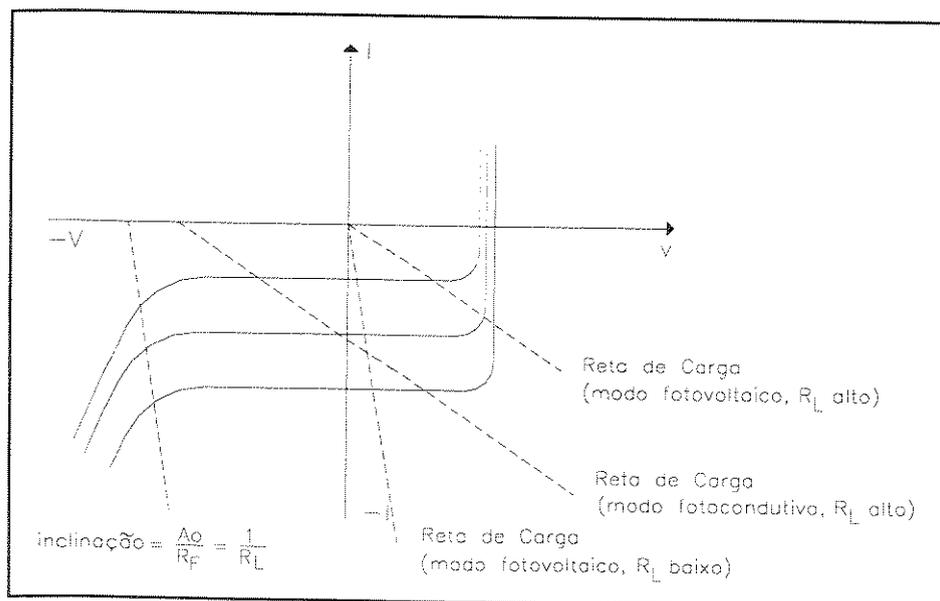
O valor *rms* da corrente de ruído térmico  $I_{Rsh}$  na resistência shunt  $R_{sh}$  é dado [5] por:

$$I_{Rsh} = \sqrt{\frac{4kTB}{R_{sh}}}, \quad (\text{III.3})$$

onde:

- $k$  = constante de Boltzmann [  $1,38 \times 10^{-23}$  J/°K ],  
 $T$  = temperatura [°K ], e  
 $B$  = faixa de passagem equivalente do ruído [ Hertz ].

O modo fotovoltaico de operação resulta em níveis muito baixos de ruído shot gerado no fotodiodo, e a resistência *shunt* gera uma corrente de ruído térmico predominante neste modo de operação. A característica I-V e o circuito equivalente de um fotodiodo de silício estão indicadas na Figura III-1 e Figura III-2.



**Figura III-1: Característica tensão-corrente de um fotodiodo.**

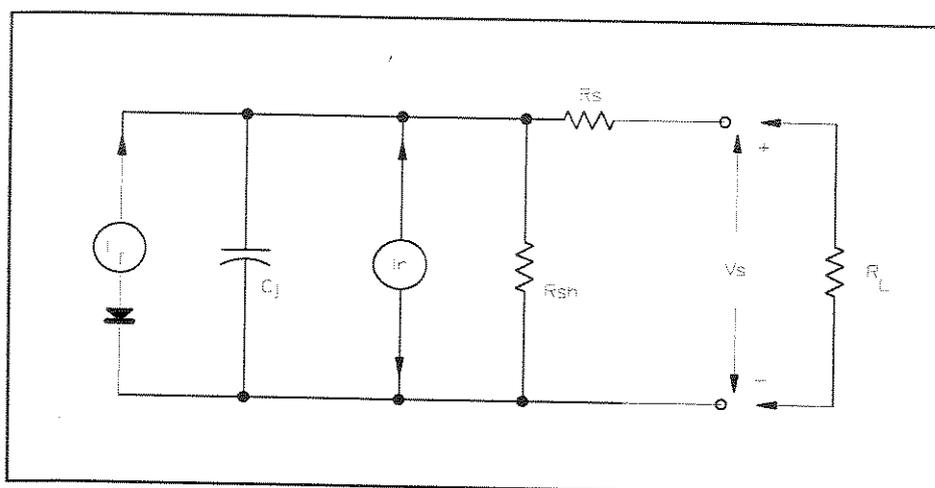


Figura III-2: Circuito equivalente de um fotodiodo de silício.

Nesta figura temos os seguintes parâmetros:

- $I_f$  - gerador de fotocorrente,
- $C_j$  - capacitância da junção p-n,
- $I_n$  - gerador de corrente de ruído,
- $R_s$  - resistor série,
- $R_{sh}$  - resistor paralelo, shunt, dado pela inclinação da curva I-V na origem,
- $R_L$  - resistor de carga, e
- $V_s$  - tensão de sinal de saída no resistor de carga.

### III.1.2. Amplificador de transimpedância

Quando utilizado integrado a um fotodetector, um amplificador operacional trabalha no modo de transimpedância. Neste modo de operação, a corrente do fotodiodo é convertida para tensão numa impedância na malha de realimentação do amplificador.

A configuração fotodiodo e amplificador de transimpedância, para operação no modo fotocondutivo, e a sua característica de tensão I-V são esquematizadas na Figura III-3 e Figura III-4, e simplificamos a notação denominando a resistência *shunt* do fotodiodo  $R_{sh} = R_d$  e a sua capacitância de junção  $C_j = C_d$ .

O resistor de carga efetivo visto pelo fotodiodo é dado por  $R_{Le} = R_f / A_{ol}$  sendo  $A_{ol}$  o ganho de malha aberta do amplificador na frequência de operação. Esta aproximação é válida somente para  $R_d \gg R_f$  e  $A_{ol} \gg 1 + R_f / R_d$ .

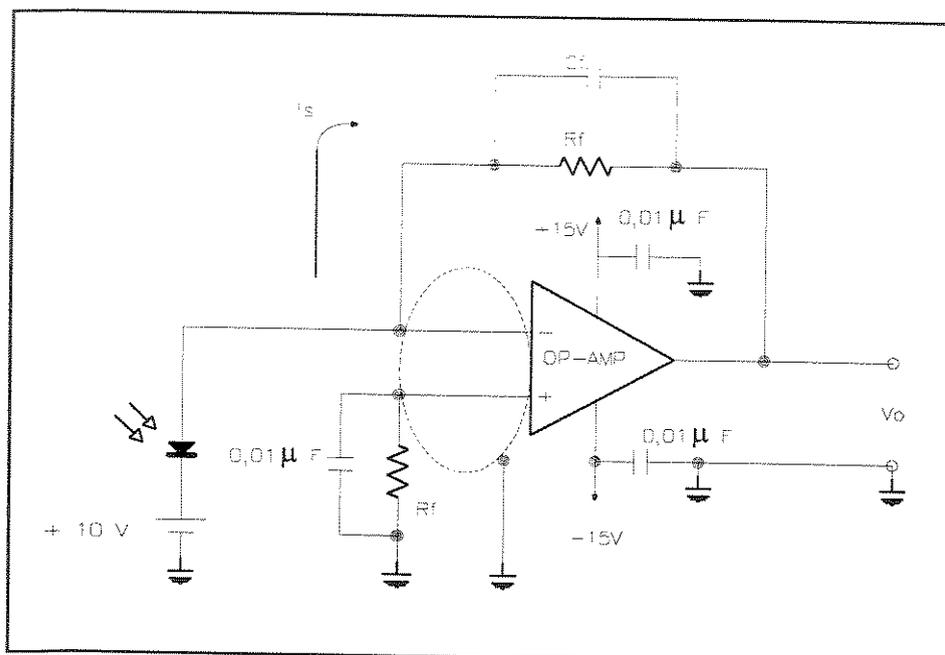


Figura III-3: Amplificador de transimpedância operando no modo fotocondutivo.

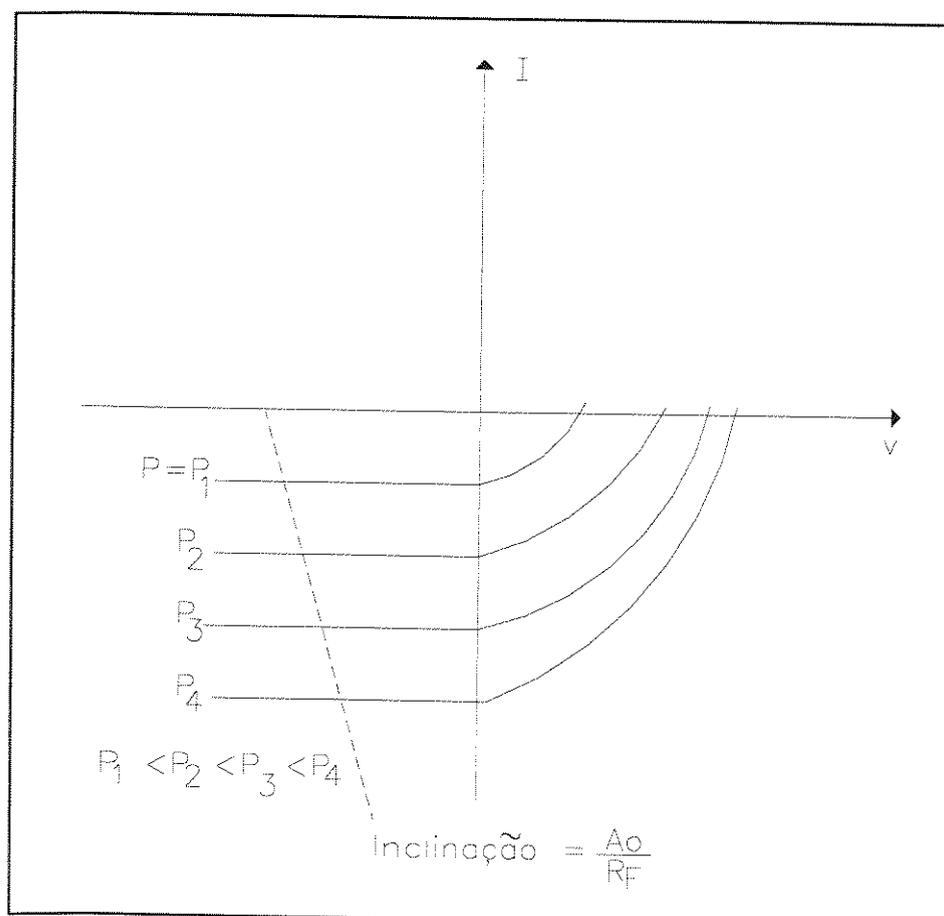


Figura III-4: Característica I/V do amplificador de transimpedância.

Os vários geradores de ruído que contribuem para a tensão total de ruído na saída do amplificador (  $I/V$  ) estão indicados na Figura III-5, cujos parâmetros são definidos em seguida:

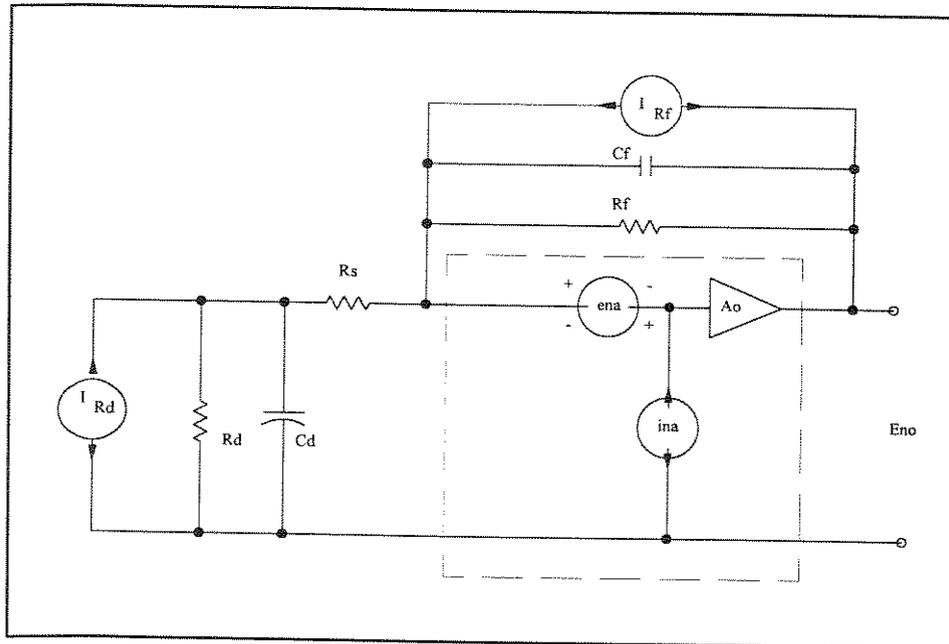


Figura III-5: Geradores de ruído do conjunto fotodiodo e amplificador  $I/V$ .

$I_{R_f}$  - gerador de corrente de ruído térmico em  $R_f$ , cujo valor *rms* é dado por:

$$I_{R_f} = \sqrt{\frac{4kTB}{R_f}}, \quad (\text{III.4})$$

$C_f$  - capacitância de realimentação ( para estabilidade , caso necessário),

$C_d$  - capacitância da junção do fotodiodo,

$i_{na}$  - gerador de corrente de ruído de entrada do amplificador,

$e_{na}$  - gerador de tensão de ruído de entrada do amplificador,

$I_{R_d}$  - gerador de corrente de ruído térmico em  $R_d$ , e

$Z_f$  - impedância de realimentação do amplificador.

No projeto utilizamos a associação de fotodiodo UDT-455 e amplificador UDT-455-HS do fabricante UDT Sensors, Inc. Os parâmetros necessários ao cálculo são destacados a seguir:

#### fotodiodo UDT-455

- responsividade  $\mathfrak{R} = 0,5 \text{ A/W}$ , (850 nm),

- tensão reversa  $V_d = 10 \text{ V}$ ,
- $NEP = 0,16 \text{ pW/Hz}^{1/2}$  (850 nm,  $V_d = 10 \text{ V}$ );  $0,02 \text{ pW/Hz}^{1/2}$  (850 nm,  $V_d = 0 \text{ V}$ ),
- capacitância da junção  $C_d = 15 \text{ pF}$  ( $V_d = 10 \text{ V}$ );  $C_d = 50 \text{ pF}$  ( $V_d = 0 \text{ V}$ ), e
- resistência *shunt*  $R_d = 100 \text{ M}\Omega$ .

### amplificador operacional UDT-455HS

- resistor de realimentação  $R_f = 1 \text{ M}\Omega$ ,
- frequência de ganho unitário  $f_T = 26 \text{ MHz}$ ,
- ganho de malha aberta, *open-loop*, em *dc*  $A_{ol} = 2 \cdot 10^5$ , e
- geradores de tensão e de corrente de ruído de entrada com densidades espectrais  $e_{ni}(f)$  e  $i_{ni}(f)$ , conforme as curvas da Figura III-6.

A impedância de realimentação  $Z_f$  é dada por  $R_f$  em paralelo com  $C_f$ , ou seja:

$$Z_f = \frac{R_f}{\sqrt{1 + (\omega C_f R_f)^2}}, \quad (\text{III.5})$$

Da mesma forma a impedância da fonte de sinal  $Z_s$  é dada por  $R_d$  em paralelo com  $C_d$ :

$$Z_s = \frac{R_d}{\sqrt{1 + (\omega C_d R_d)^2}}. \quad (\text{III.6})$$

### III.1.3. Cálculo dos geradores de tensão e de corrente de ruído na entrada do amplificador

Os geradores de ruído  $i_{na}$  e  $e_{na}$  variam com a frequência, e a todo rigor devem ser representados por  $i_{ni}(f)$  e  $e_{ni}(f)$ , com as suas dimensões respectivamente em  $\text{A}/\sqrt{\text{Hz}}$  e  $\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

No cômputo dos valores *rms* de tais geradores de ruído na entrada do amplificador, temos que determinar inicialmente os valores *rms*  $E_{ni}$  e  $I_{ni}$  de  $i_{ni}(f)$  e  $e_{ni}(f)$  em função das densidades de potência de ruído  $i_{ni}^2(f)$  e  $e_{ni}^2(f)$ . As curvas típicas de  $i_{ni}(f)$  e  $e_{ni}(f)$ , fornecidas pelo fabricante, estão indicadas na Figura III-6.

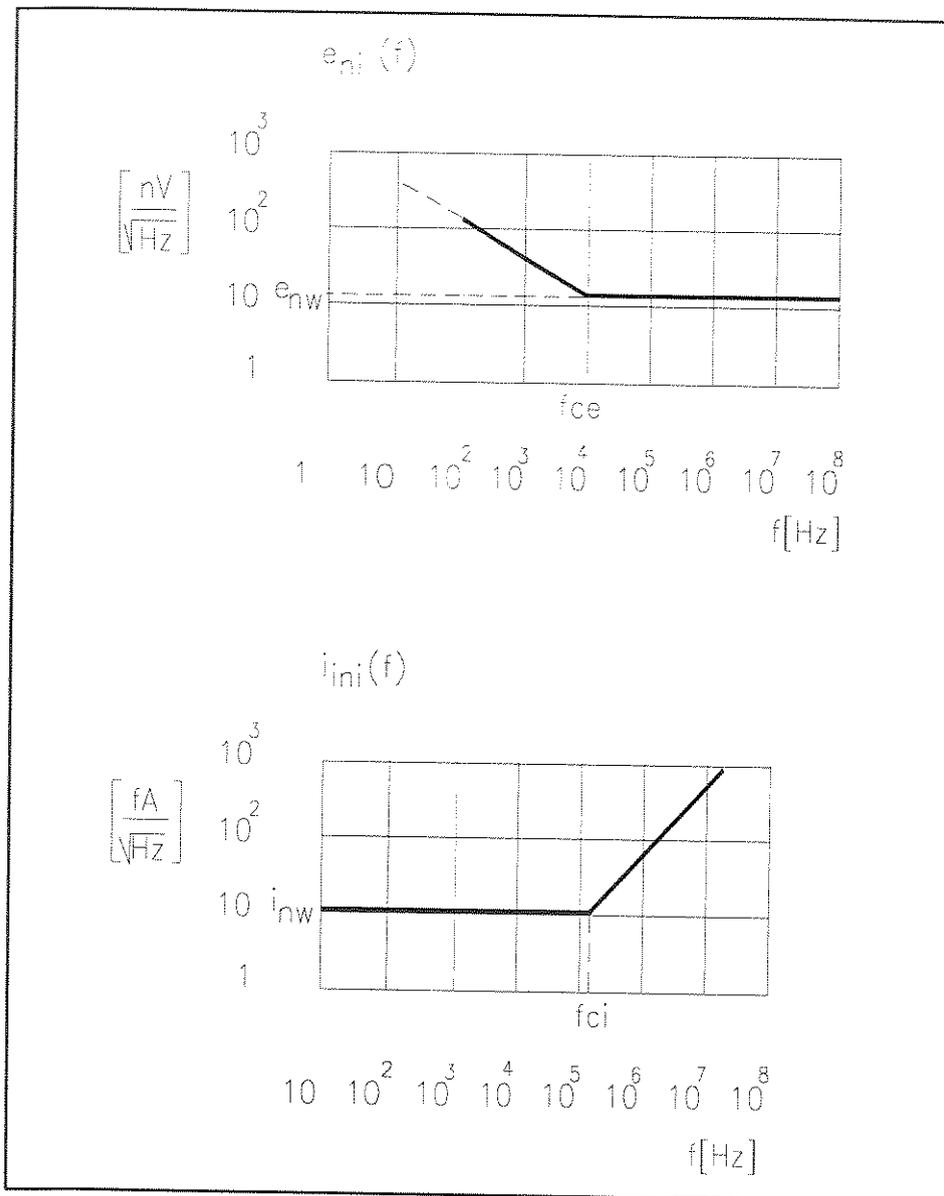


Figura III-6: Curvas de densidade espectral dos geradores de ruído  $i_{ni}(f)$  e  $e_{ni}(f)$ .

As densidades de potência de ruído  $i_{ni}^2(f)$  e  $e_{ni}^2(f)$  podem ser obtidas a partir de  $i_{ni}(f)$  e  $e_{ni}(f)$ , se as aproximarmos por suas assíntotas, resultando [15]:

$$e_{ni}^2(f) = e_{nw}^2 \left( \frac{f_{ce}}{f} + 1 \right), \quad (\text{III.7})$$

$$i_{ni}^2(f) = i_{nw}^2 \left( \frac{f^2}{f_{ci}^2} + 1 \right), \quad (\text{III.8})$$

onde  $f_{ci} \cong 200$  kHz e  $f_{ce} \cong 10$  kHz são respectivamente as frequências de intersecção das assíntotas das curvas de  $i_{ni}(f)$  e  $e_{ni}(f)$ , e  $e_{nw} = 15$  nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$  e  $i_{nw} = 10$  fA/ $\sqrt{\text{Hz}}$ .

Portanto, os valores *rms* serão expressos por:

$$E_{ni} = \sqrt{\int_{f_i}^{f_s} e_{ni}^2(f) df} , \quad (\text{III.9})$$

$$I_{ni} = \sqrt{\int_{f_i}^{f_s} i_{ni}^2(f) df} , \quad (\text{III.10})$$

onde  $f_i$  e  $f_s$  são respectivamente as frequências inferior e superior da faixa de passagem. Se utilizarmos as expressões (III.7) e (III.8), respectivamente em (III.9) e (III.10), obtemos [15, 25]:

$$E_{ni} = e_{nw} \left( f_{ce} \ln \frac{f_s}{f_i} + f_s - f_i \right)^{1/2} , \quad (\text{III.11})$$

$$I_{ni} = i_{nw} \left[ \frac{1}{f_{ci}^2} \left( \frac{f_s^3}{3} - \frac{f_i^3}{3} \right) + f_s - f_i \right]^{1/2} , \quad (\text{III.12})$$

Os geradores de corrente de ruído,  $I_{sh}$  e  $I_{Rsh}$ , relativos ao fotodiodo operando no modo fotocondutivo, são substituídos por um gerador de ruído total de densidade espectral  $i_{fd}$ , aproximado por :

$$i_{fd} = \sqrt{I_{Rsh}^2 + I_{sh}^2} \cong I_{sh} \cong \sqrt{2qI_l} = 1,26 \cdot 10^{-12} \text{ A}/\sqrt{\text{Hz}} . \quad (\text{III.13})$$

Os geradores de corrente de ruído  $I_{ni}$ ,  $I_{fd}$  e  $I_{Rf}$  fluem através da resistência equivalente de  $R_f$  em paralelo com  $R_d$ , que no caso é dada por  $R_f$ , pois  $R_d = 100 R_f$ .

Os resultados obtidos serão utilizados no cálculo da tensão de ruído na saída do amplificador de transimpedância, devida aos geradores de tensão e de corrente de ruído na sua entrada.

#### III.1.4. Tensão de ruído na saída do amplificador de transimpedância devida aos geradores de tensão de ruído na sua entrada

A parcela  $E_{no_1}$ , da tensão *rms* total  $E_{no}$  de ruído na saída do amplificador de transimpedância, devida a  $e_{ni}(f)$  é dada por:

$$E_{no_1} = \sqrt{\int_0^{\infty} |A_n(f)|^2 e_{ni}^2(f) df}, \quad (\text{III.14})$$

sendo  $A_n(f)$  o ganho de tensão de ruído do amplificador de transimpedância.

A parcela  $E_{no_2}$ , da tensão *rms* total  $E_{no}$  de ruído na saída do amplificador de transimpedância, devida a  $i_{ni}(f)$  é dada [15] por:

$$E_{no_2} = \sqrt{\int_0^{\infty} |Z_f(f)|^2 i_{ni}^2(f) df}, \quad (\text{III.15})$$

sendo  $Z_f(f)$  a impedância de realimentação, conforme indicada na Figura III-7.

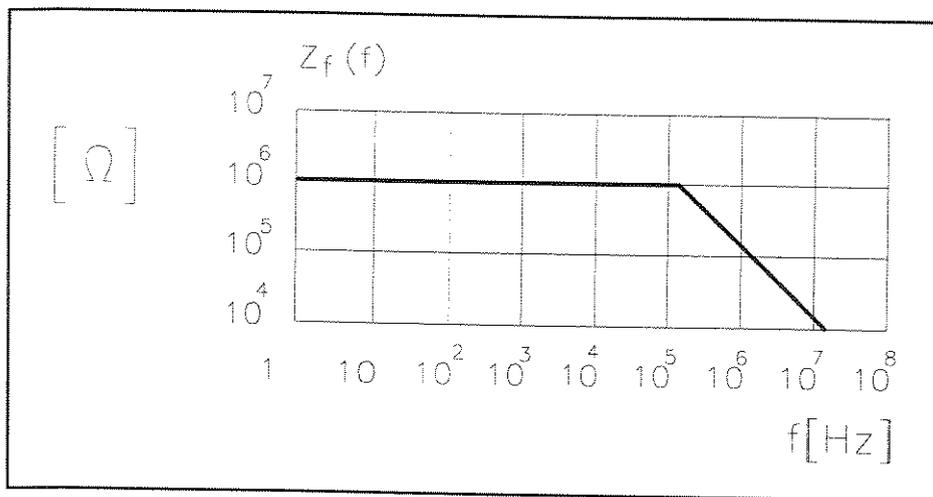


Figura III-7: Impedância de realimentação  $Z_f(f)$  do amplificador.

A partir do circuito da Figura III-5, tem-se que o ganho de tensão de ruído  $A_n(f)$  é obtido [27]:

$$A_n(f) = \frac{A_{ol}(f)}{1 + A_{ol}(f)\beta(f)} = \frac{1}{\beta(f)} \left[ \frac{1}{1 + \frac{1}{A_{ol}(f)\beta(f)}} \right], \quad (\text{III.16})$$

sendo:

- $A_{ol}(f)$  - ganho de malha aberta, *open loop*, do amplificador,
- $\beta(f)$  - fator de realimentação, indicativo da fração da tensão de saída que é realimentada para a entrada do amplificador, e
- $A_{ol}(f)\beta(f)$  - ganho de malha do amplificador realimentado.

Na hipótese de  $A_{ol}(f)\beta(f) \gg 1$  tem-se:

$$A_n(f) = \frac{1}{\beta(f)}, \quad (\text{III.17})$$

e como para o circuito em questão:

$$\beta(f) = \frac{R_d}{1 + sC_d R_d} \left[ \frac{1}{\frac{R_d}{1 + sC_d R_d} + \frac{R_f}{1 + sC_f R_f}} \right] = \quad (\text{III.18})$$

chega-se a:

$$\begin{aligned} A_n(f) = \frac{1}{\beta(f)} &= \frac{R_d + R_f + (R_d R_f C_f + R_d R_f C_d)s}{R_d(1 + sC_f R_f)} = \\ &= \frac{R_d + R_f \left[ 1 + \frac{R_d R_f}{R_d + R_f} (C_f + C_d)s \right]}{R_d(1 + sC_f R_f)}. \end{aligned} \quad (\text{III.19})$$

Definindo ainda:

$$\tau_A = \frac{R_d R_f}{R_d + R_f} (C_f + C_d) \cong R_f (C_f + C_d), \quad (\text{III.20})$$

$$\tau_B = C_f R_f, \quad (\text{III.21})$$

$$f_A = \frac{1}{2\pi\tau_A}, \quad (\text{III.22})$$

$$f_B = \frac{1}{2\pi\tau_B}, \quad (\text{III.23})$$

$$\frac{1}{\beta(f)} = \frac{R_f + R_d(1 + \tau_A s)}{R_d(1 + \tau_B s)}, \quad (\text{III.24})$$

cujas assíntotas para baixas e altas frequências, são respectivamente:

$$\frac{1}{\beta(f)} = 1 + \frac{R_f}{R_d} \cong 1, \quad (\text{III.25})$$

$$\frac{1}{\beta(f)} = 1 + \frac{C_d}{C_f} \cong 20 . \quad (\text{III.26})$$

O ganho de tensão de ruído  $A_n(f)$  está representado na Figura III-8, onde nota-se a influência do ganho de malha aberta  $A_{ol}(f)$  a partir da sua intersecção com a curva de  $\frac{1}{\beta(f)}$ .

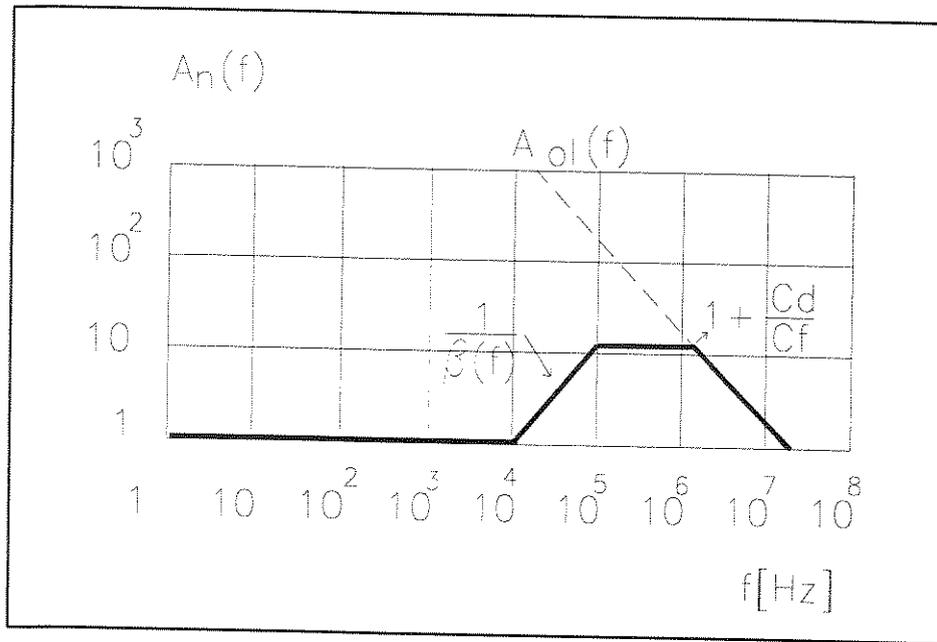


Figura III-8: Ganho de tensão do amplificador para tensões de ruído na entrada.

A partir das curvas da Figura III-6 à Figura III-8, obtemos a curva da densidade espectral da tensão total de ruído  $e_{no1}(f)$  na saída do amplificador, devida ao gerador de tensão de ruído com densidade espectral  $e_{ni}(f)$  na sua entrada, como indicada na Figura III-9.

Antes de procedermos ao cálculo do valor *rms* da tensão de ruído  $E_{not}$  na saída do amplificador de transimpedância, lembramos que a partir da intersecção das assíntotas de alta frequência a curva de  $e_{no}(f)$  é típica de um filtro passa-baixas de primeira ordem.

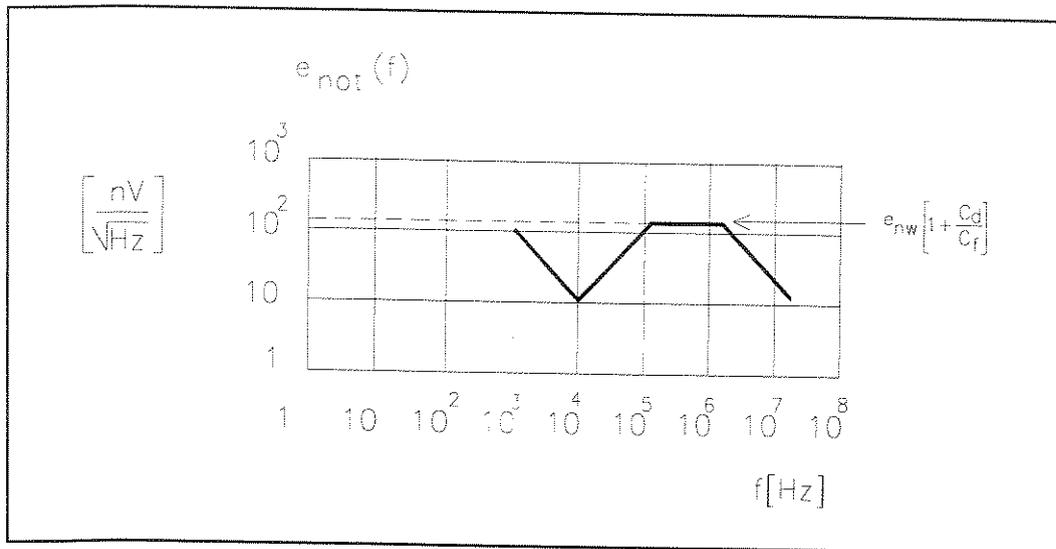


Figura III-9: Densidade espectral  $e_{not}(f)$  na saída do amplificador.

Portanto, é conveniente recordar que o valor *rms* da tensão de ruído na saída de um filtro passa-baixas *RC*, devido a um ruído branco de densidade espectral  $e_{nb}$  em sua entrada é obtido por:

$$\begin{aligned}
 E_{nof} &= \sqrt{\int_0^{\infty} |A_n(f)|^2 e_{nb}^2 df} = \sqrt{\int_0^{\infty} \left[ \frac{e_{nb}^2}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2} \right] df} = e_{nb} \sqrt{\int_0^{\infty} \left[ \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2} \right] df} = \\
 &\cong e_{nb} \sqrt{\frac{\pi}{2} f_c} \cong e_{nb} \sqrt{1,57 f_c} . \quad (III.27)
 \end{aligned}$$

O resultado indica que um filtro passa-baixas, de ordem  $n = 1$  com frequência de corte  $f_c$ , pode ser substituído por um filtro passa-baixas ideal com faixa de passagem equivalente de ruído, ou *noise equivalent bandwidth (NEB)*  $\cong 1,57 f_c$ , como indicado na Figura III-10.

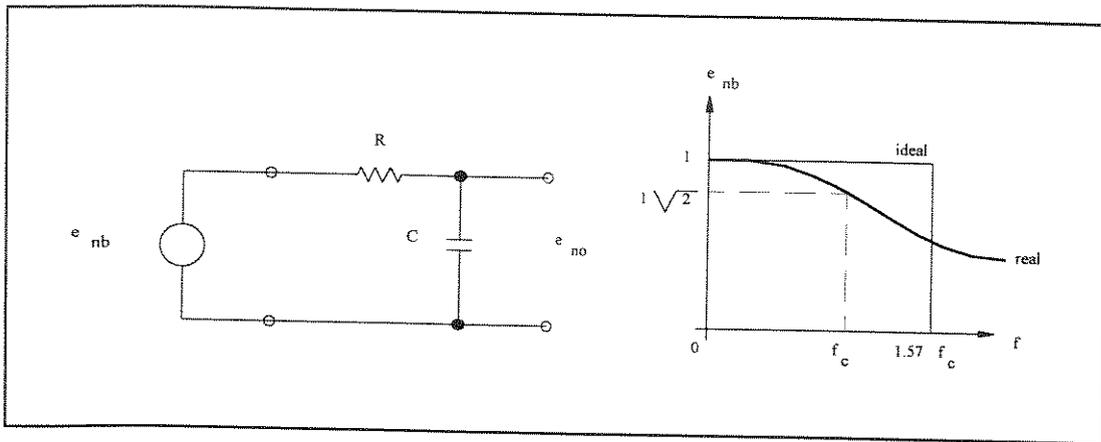


Figura III-10: Faixa de passagem equivalente de ruído de um filtro passa-baixas RC.

Na determinação da tensão total de ruído  $E_{not}$  devemos [15] considerar apenas a contribuição de  $e_{no}(f)$  a partir de  $f_B$ , obtendo-se pela aplicação de (III.11) e (III.27):

$$\begin{aligned}
 E_{not} &= e_{nw} \left( 1 + \frac{C_d}{C_f} \right) \sqrt{1,57 \left( 1,3 \cdot 10^6 \right) - 2 \cdot 10^5} \cong 15 \cdot 10^{-9} (20) \sqrt{1,841 \cdot 10^6} \\
 &\cong 408 \mu\text{Vrms}.
 \end{aligned}
 \tag{III.28}$$

### III.1.5. Tensão de ruído na saída do amplificador de transimpedância devida aos geradores de corrente de ruído na sua entrada

Analisaremos primeiramente a contribuição do gerador de corrente de ruído de entrada do amplificador com densidade espectral  $i_{ni}(f)$ . Em seguida, levaremos em consideração a dos geradores de corrente de ruído com valores *rms*  $I_{Rf}$  e  $I_{fd}$ , na entrada do amplificador.

A densidade espectral da tensão de ruído na saída de um amplificador de transimpedância, devida a um gerador de ruído de corrente em sua entrada, é expressa por:

$$e_{noi}(f) = i_{ni}(f) Z_f(f). \tag{III.29}$$

A Figura III-11 ilustra a curva da densidade espectral  $e_{noi}(f)$  da tensão de ruído na saída do amplificador, tendo o gerador de corrente de ruído de densidade espectral  $i_{ni}(f)$  em sua entrada. Tal curva é obtida prontamente a partir das curvas de  $i_{ni}(f)$ , de  $Z_f(f)$  e de  $A_{ol}(f)$ .

A aplicação das fórmulas (III.12) e (III.25) nos permite indicar o resultado da integração da curva da Figura III-11, obtendo o valor *rms* da tensão de ruído  $E_{noi_1}$  correspondente na saída do amplificador:

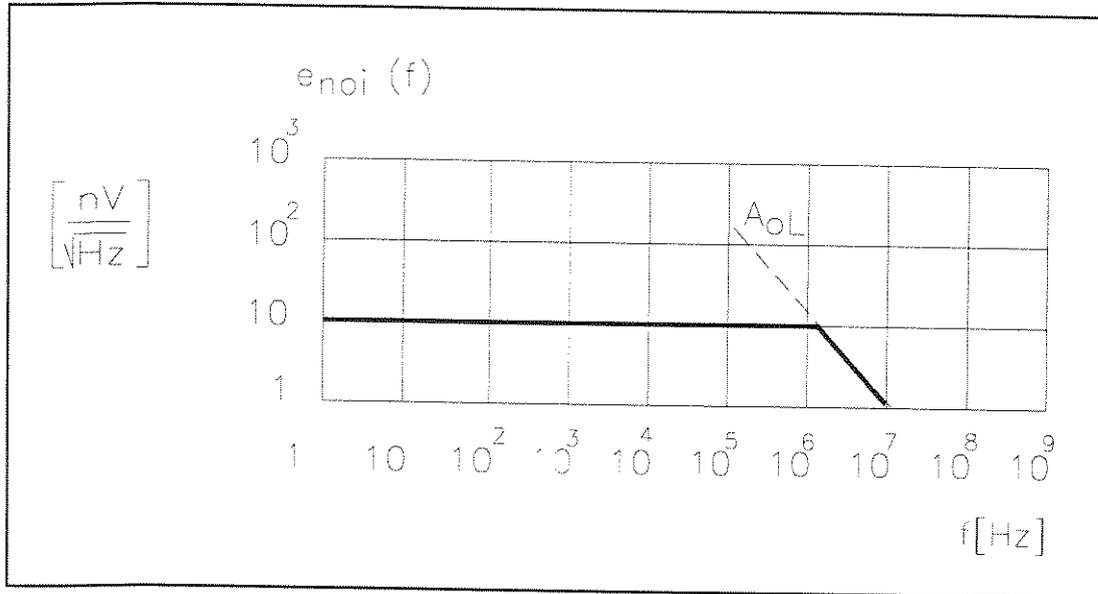


Figura III-11: Densidade espectral  $e_{noi}(f)$  na saída do amplificador devida à  $i_{ni}(f)$ .

$$E_{noi_1} = i_{nw} (10^6 \Omega) \left( \sqrt{1,57(1,3 \cdot 10^6) - 2 \cdot 10^5} \right) \cong 13,6 \mu\text{Vrms}. \quad (\text{III.30})$$

O valor *rms*  $E_{noi_2}$  devido ao gerador de corrente de ruído do fotodetector, com valor *rms* dado por  $I_{fd}$ , será:

$$E_{noi_2} = (10^6 \Omega) \left( \sqrt{1,60 \cdot 10^{-24} \left( 1,57(1,3 \cdot 10^6) - 2 \cdot 10^5 \right)} \right) \cong 1,72 \text{ mVrms}. \quad (\text{III.31})$$

O valor *rms*  $E_{noi_3}$  devido ao gerador de corrente de ruído *Johnson* do resistor de realimentação  $R_f$  será:

$$E_{noi_3} \cong 0,126 \cdot 10^{-6} \left( \sqrt{1,57(1,3 \cdot 10^6) - 2 \cdot 10^5} \right) \cong 171 \mu\text{Vrms}. \quad (\text{III.32})$$

Portanto, obtemos a seguinte expressão do valor *rms* da tensão total de ruído  $E_{no}$  na saída do amplificador de transimpedância:

$$E_{no} = \sqrt{E_{noi_1}^2 + E_{noi_2}^2 + E_{noi_3}^2}, \quad (\text{III.33})$$

$$E_{no} \cong \sqrt{(408)^2 + (13,6)^2 + (1710)^2 + (171)^2} \cong 1,76 \text{ mVrms.} \quad (\text{III.34})$$

### III.2. Mínima corrente detectável pela combinação fotodiodo e amplificador de transimpedância

A mínima corrente detectável  $I_{min}$ , ou resolução do amplificador de transimpedância integrado ao fotodiodo, é obtida dividindo-se  $E_{no}$  pela magnitude do ganho do sinal expresso por  $|Z_f(f)|$ .

Assim, o valor *rms* da mínima corrente detectável  $I_{min}$  é dado por:

$$I_{min} = \frac{E_{no}}{|Z_f|_{f=100\text{kHz}}} \cong \frac{1,76 \cdot 10^{-3}}{10^6} \cong 1,76 \text{ nArms.} \quad (\text{III.35})$$

Os resultados obtidos em (III.28) e (III.32) evidenciam que, a degradação do limiar de detecção associada ao acréscimo do ruído do fotodiodo operando no modo fotocondutivo, é insignificante face à degradação do referido limiar devida ao gerador de ruído *shot* associado à fotocorrente *dc*. Esta componente de ruído supera em muito a contribuição devida aos geradores de tensão e de corrente de ruído do amplificador de transimpedância e a do gerador de ruído de corrente da resistência de realimentação  $R_f$ .

Embora a tensão de ruído devida ao resistor  $R_f$  cresça proporcionalmente ao valor da raiz quadrada de  $R_f$ , tal acréscimo é compensado pelo aumento da tensão do sinal proporcionalmente ao valor de  $R_f$ , até um valor ótimo expresso por  $e_m(f)/i_m(f)$ , que como vemos é função da frequência.

Para  $f = f_m = 100 \text{ kHz}$ , tal valor ótimo é dado por  $1,5 \text{ M}\Omega$ . No caso, utilizamos  $R_f = 1 \text{ M}\Omega$  de modo a não restringirmos ainda mais a faixa de passagem do amplificador de transimpedância, a qual é da ordem de  $200 \text{ kHz}$ , para  $R_f = 1 \text{ M}\Omega$  e  $C_f = 0,8 \text{ pF}$ . Da mesma forma, o aumento do valor de  $C_f$  implica numa diminuição da tensão de ruído na saída do amplificador a custa de uma redução na sua faixa de passagem, pelo que mantivemos o seu valor abaixo de  $1 \text{ pF}$ .

A redução na faixa de passagem implica numa maior inclinação da característica de fase com a frequência do amplificador de transimpedância, resultando numa maior flutuação

da fase na sua saída para um mesmo intervalo de frequência. Tal fato como veremos na seção III.3 terá como consequência direta uma maior flutuação da fase do sinal de referência de sincronismo, para o demodulador coerente.

A corrente mínima detectável numa faixa de passagem de 10 kHz, centrada em torno da frequência de 100 kHz, é calculada segundo o mesmo procedimento. Porém, na integração das densidades espectrais de potência  $e_{noi}(f)$  e  $e_{not}(f)$  deve-se levar em conta a nova faixa de passagem.

Assim, o valor  $rms$   $E_{noi}$  é modificado para o valor  $rms$   $E_{noi\,be}$  de banda estreita, expresso por:

$$E_{noi\,be} = (15)(20)10^{-9} \sqrt{1,571 \cdot 10^4} \cong 37,6 \mu Vrms. \quad (III.36)$$

Da mesma forma, teremos o valor  $rms$  de banda estreita relacionado aos geradores de corrente de ruído  $i_{ni}(f)$  e  $I_{fd}$  de entrada:

$$E_{noi1\,be} \cong (10^{-8}) \sqrt{1,571 \cdot 10^4} \cong 1,25 \mu Vrms, \quad (III.37)$$

$$E_{noi2\,be} \cong (10^6) \sqrt{1,60 \cdot 10^{-24} (1,571 \cdot 10^4)} \cong 158 \mu Vrms. \quad (III.38)$$

A parcela devida a  $I_{Rf}$  será:

$$E_{noi3\,be} = \frac{\sqrt{1,571 \cdot 10^4} E_{noi3}}{\sqrt{1,571 \cdot 1,3 \cdot 10^6}} \cong 15 \mu Vrms. \quad (III.39)$$

O valor  $rms$   $E_{no\,be}$  da tensão total de ruído na saída do amplificador de transimpedância, em faixa estreita, será:

$$E_{no\,be} \cong \sqrt{(37,6)^2 + (1,25)^2 + (158)^2 + (15)^2} \cong 163 \mu Vrms. \quad (III.40)$$

O valor  $rms$  da corrente mínima detectável na entrada do amplificador de transimpedância será 163 pA. Dividindo-se este valor pela responsividade  $R = 0,5$  A/Wrms, obtém-se a potência óptica incidente no fotodiodo, associada à raia em  $f_m$ .

Portanto, para uma relação sinal-ruído de detecção de 0 dB, a mínima potência óptica incidente, é  $P_{om} \cong 326$  pWrms, calculada numa faixa de passagem de detecção de 10 kHz, em torno da raia em  $f_m = 100$  kHz.

No entanto, se levarmos em conta a faixa de passagem de demodulação do sinal, definida em 40 Hz, obtém-se uma redução de um fator de  $\sqrt{10^4/40}$ , ou seja de  $\sqrt{250}$ , na corrente mínima de sinal de primeira harmônica detectável.

Assim, a mínima potência óptica incidente, associada à primeira harmônica do sinal, para uma relação sinal-ruído de demodulação de -6 dB, será de 10,3 pWrms, relativa à uma corrente de 5,15 pArms. A tensão equivalente na saída do amplificador de transimpedância é de 5,15  $\mu$ Vrms.

### III.3. Condicionamento do sinal

Face aos resultados anteriores, utilizaremos como valores nominais para o projeto do circuito óptico do girômetro:

- desvio de fase de Sagnac  $\Delta\phi_s \cong 1,5 \mu \text{ rad}$ ,
- amplitude de modulação de fase  $\phi_m \cong 1,84 \text{ rad}$ , e
- potência luminosa incidente no fotodiodo  $P_o \cong 12 \mu \text{Wrms}$ .

Assim, a potência óptica  $P_{o1h}$ , correspondente à primeira harmônica do sinal detectado, de acordo com (II.23), é expressa por:

$$P_{o1h} = P_o J_1(\phi_m) \text{sen}(\Delta\phi_s) \cong 10,5 \text{ pWrms} . \quad (\text{III.41})$$

Nas mesmas condições de amplitude de modulação em fase e de potência de luz incidente no fotodiodo, a potência óptica incidente  $P_{o2h}$ , associada com a segunda harmônica do sinal detectado em praticamente toda a faixa dinâmica de medida de rotações, será expressa por:

$$P_{o2h} \cong P_o J_2(\phi_m) \text{cos}(\Delta\phi_s) \cong 4,5 \mu \text{Wrms}, \quad (\text{III.42})$$

correspondendo a uma intensidade de corrente fotodetectada de 2,25  $\mu$ Arms, o que implica numa tensão de 2,25 Vrms na saída do amplificador de transimpedância.

As amplitudes das componentes espectrais da tensão de saída  $v_d(t)$ , utilizadas no processamento do sinal, segundo (II.22) são dadas por:

$$V_1(\omega_m) = -V_0 J_1(\phi_m) \text{sen}(\Delta\phi_s(\Omega)) , \quad (\text{III.43})$$

$$V_2(2\omega_m) = V_0 J_2(\phi_m) \cos(\Delta\phi_s(\Omega)) \quad . \quad (\text{III.44})$$

A meta a ser atingida consiste no desenvolvimento de um demodulador de sinais com uma faixa dinâmica de 86 dB para a medida de rotações de  $\pm 0,2^\circ/\text{h}$  a  $\pm 4000^\circ/\text{h}$ , cujos desvios de fase associados, devidos ao efeito Sagnac, situam-se no intervalo de  $\pm 2\mu\text{rad}$  a  $\pm 40 \text{ mrad}$ .

Portanto, a variação da amplitude da componente na frequência  $\omega_m$  da tensão  $v_d(t)$  na saída do amplificador de transimpedância, situar-se-á numa faixa de 112 dB a 26 dB abaixo do valor da amplitude da componente em  $2\omega_m$  de  $v_d(t)$ . Esta componente por sua vez se mantém constante em toda a faixa dinâmica de medidas.

Assim, no processo de amplificação seletiva do sinal modulado em torno de  $\omega_m$  há que se escalonar o ganho e a seletividade de cada estágio amplificador a fim de evitar a sua saturação pela amplificação do sinal modulado em torno de  $2\omega_m$ .

Um requisito adicional para a amplificação seletiva do sinal modulado em torno de  $\omega_m$  é a minimização da deriva das características de amplitude e fase do filtro na faixa de passagem do sinal modulador. No entanto, tal requisito deve ser compatível com a seletividade necessária para evitar a saturação dos estágios de amplificação posteriores e a geração de produtos de intermodulação no filtro passa-faixa coerente utilizado no estágio final da amplificação seletiva.

Portanto, o requisito principal de projeto do filtro passa-faixa de pré-demodulação é apresentar baixíssimas derivas da frequência de sintonia, do ganho em malha fechada e do fator de qualidade  $Q$ . Tais derivas devem ser computadas em relação à variação do ganho de malha aberta do amplificador operacional com a frequência, e à variação dos valores dos componentes passivos, com a temperatura e com o tempo.

Na escolha da síntese de filtro mais apropriada, há que se considerar ainda a flexibilidade de ajuste do fator de qualidade, da frequência de sintonia, e do ganho de malha fechada nesta frequência.

Uma solução que atende a tais requisitos consiste na amplificação seletiva da tensão de saída do fotodetector, utilizando para tal um filtro ativo do tipo *dual-amplifier band-pass*, como indicado na Figura III-12.

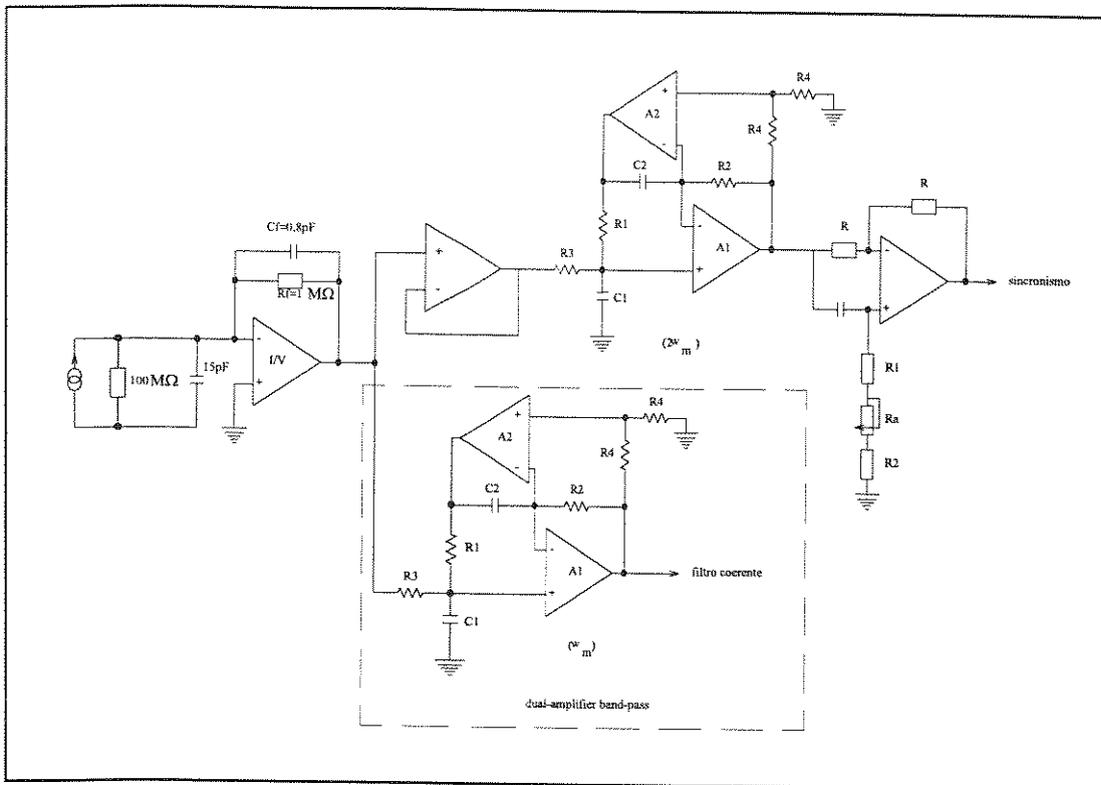


Figura III-12: Amplificação seletiva do sinal de saída do fotodetector.

Neste circuito obtém-se [15]:

$$f_o = \frac{1}{2\pi(R_1 R_2 C_1 C_2)^{1/2}}, \quad (\text{III.45})$$

$$Q = \frac{R_3}{R_1} \left( \frac{R_1 C_1}{R_2 C_2} \right)^{1/2}. \quad (\text{III.46})$$

As sensibilidades da frequência central  $f_o$  e do fator de qualidade  $Q$  do filtro em relação as variações dos componentes passivos são expressas [15] por:

$$S_{R_1}^{f_o} = S_{R_2}^{f_o} = S_{C_1}^{f_o} = S_{C_2}^{f_o} = -1/2, \quad (\text{III.47})$$

$$S_{R_3}^Q = 1, \quad S_{C_1}^Q = 1/2, \quad S_{R_1}^Q = S_{R_2}^Q = S_{C_2}^Q = -1/2. \quad (\text{III.48})$$

Impondo-se  $R_1 = R_2 = R$  e  $C_1 = C_2 = C$ , resulta em:

$$f_o = \frac{1}{2\pi RC}, \quad (\text{III.49})$$

$$Q = \frac{R_3}{R}, \quad (\text{III.50})$$

Esta topologia de filtro apresenta independência dos ajustes da frequência central  $f_o$  e do fator de qualidade  $Q$ , aliada à uma sensibilidade bem menor destes parâmetros à variação dos componentes passivos, que a dos filtros tipo *positive-feedback multiple-feedback* e [15].

O amplificador operacional escolhido é caracterizado por um ganho de malha aberta maior que 92dB na frequência  $f_o = f_m$ , a fim de assegurar a precisão de 0,005% do ganho  $G_{dbp} = 2$  do filtro.

No circuito utilizamos resistores de filme metálico com deriva de  $\pm 20$  ppm / °C e capacitores de mica prata com deriva da ordem de  $\pm 10$  ppm / °C.

### III.4. Referência de sincronismo para demodulação coerente do sinal

O sinal modulado em torno da frequência  $\omega_m$  consiste num sinal AM-DSB-SC e portanto é necessária a obtenção de um sinal em sincronismo com a portadora do sinal modulado, para referência dos demoduladores coerentes.

O sinal de sincronismo do demodulador será obtido através da componente na segunda harmônica da tensão de saída do amplificador de transimpedância, pois como visto em (III.48), a sua amplitude se mantém estável em toda a faixa dinâmica do sinal.

A filtragem desta componente é realizada por um circuito com as mesmas características do implementado para o condicionamento da primeira harmônica do sinal detectado, dada a precisão obtida.

Admitiremos a hipótese simplificada de características de fase e amplitudes precisas para a resposta em frequência  $H(\omega)$  do modulador de fase do girômetro:

$$H(w) = |H(w)| \angle H(w) = |H(w)| \angle \varphi, \quad (\text{III.51})$$

onde  $|H(w)|$  é constante e  $\angle \varphi = 0^\circ$ .

O sinais modulados faixa estreita, em torno da primeira e da segunda harmônica do sinal detectado, após passarem pelo amplificador de transimpedância, apresentam cada qual um atraso de fase  $\beta_{at}(f)$ . O mesmo pode ser expandido [22, 23], em torno de sua frequência central respectiva  $f = f_o$ , pelos dois primeiros termos de uma série de Taylor:

$$\beta_{at}(f) = \beta_{at}(f_o) + \left. \frac{\partial \beta_{at}(f - f_o)}{\partial f} \right|_{f=f_o}, \quad (\text{III.52})$$

onde o primeiro termo representa a defasagem na frequência  $f = f_o$  da frequência central respectiva e o segundo termo caracteriza a defasagem da envoltória numa frequência  $f - f_o$  do sinal modulador.

Portanto, na obtenção dos sinais de referência de sincronismo dos demoduladores coerentes, é necessário compensar a defasagem  $\Theta$  entre a primeira e segunda harmônica, expressa por:

$$\Theta = \beta_{at}(2f_m) - \beta_{at}(f_m). \quad (\text{III.53})$$

O circuito defasador utilizado caracteriza-se por um ganho constante na faixa de passagem do sinal modulado, ou seja trata-se de um circuito *all-pass*, cuja síntese está esquematizada na Figura III-13.

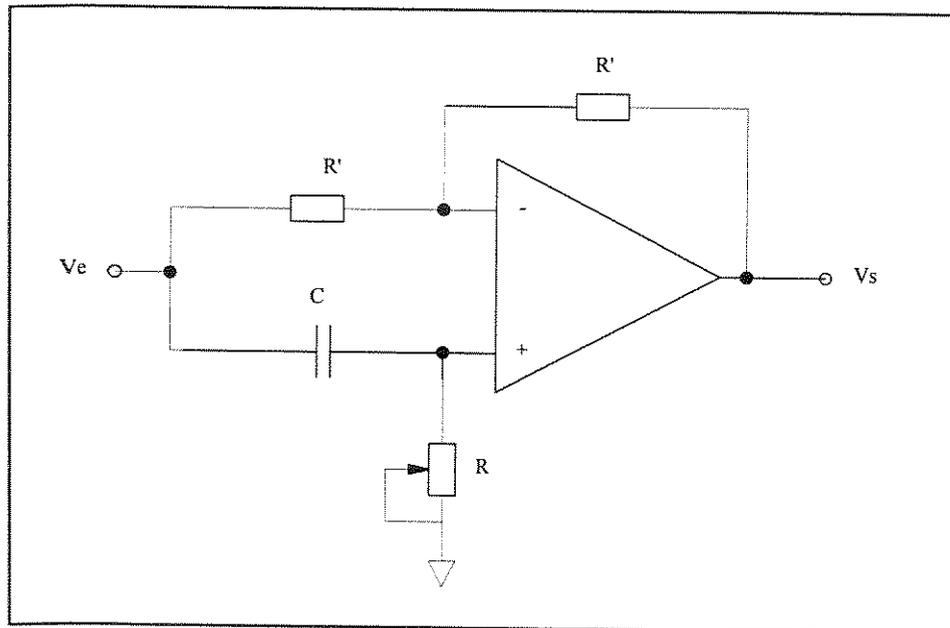


Figura III-13: Circuito defasador *all-pass*.

O valor da defasagem  $\psi(f)$ , de acordo com [34], é dado por:

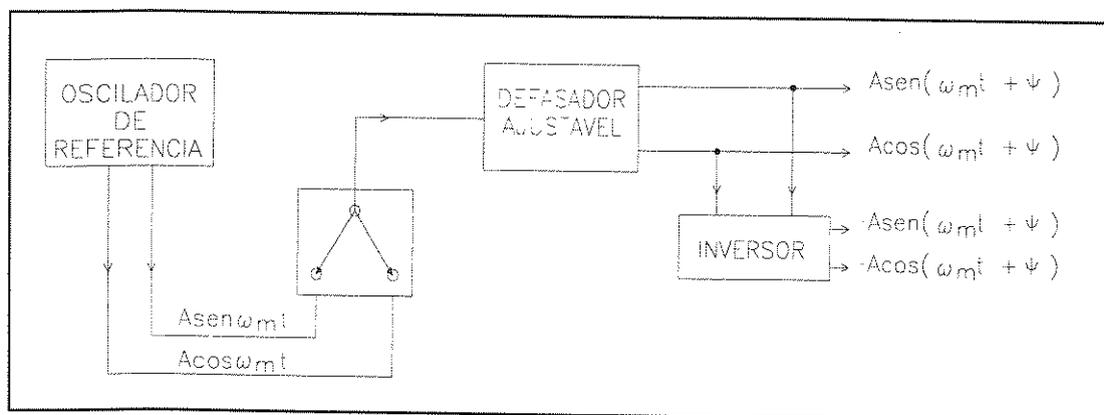
$$\psi(f) = 2 \tan^{-1}(2\pi fRC), \quad (\text{III.54})$$

permitindo uma faixa de ajuste de aproximadamente  $0^\circ$  a  $180^\circ$ .

Na obtenção de uma estabilidade de  $\Psi(f)$  melhor do que  $\pm 50$  ppm/ $^\circ\text{C}$  é essencial a utilização de um amplificador e de componentes passivos com especificações compatíveis com tal requisito. Assim, como no projeto do filtro ativo, utilizamos um amplificador operacional com ganho de malha aberta maior que 86dB na faixa de passagem do sinal

modulado, e capacitores de polistireno e resistores de filme metálico com derivas  $< \pm 20 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$ .

Como veremos no capítulo seguinte, o ajuste fino do defasador é obtido com o sinal de referência do demodulador coerente em quadratura com a portadora do sinal modulado, e portanto se faz necessária a geração das defasagens  $\Psi + 180^\circ$  e  $\Psi + 90^\circ$ , como indicado na Figura III-14.



**Figura III-14: Referências de sincronismo e para a demodulação coerente.**

O sinal de saída do defasador é utilizado para obtenção de uma onda quadrada na frequência  $f_m$ .

Tal onda permite sincronizar um oscilador, com precisão em frequência e em amplitude melhores que  $\pm 50 \text{ ppm}$ , utilizado como referência dos filtros coerentes do estágio de pré-demodulação do sinal.

A onda quadrada consiste na referência de sincronismo para o *mixer* chaveado utilizado como demodulador coerente do sinal.

No caso, o ajuste da defasagem  $\Psi(f)$  é obtido com o girômetro em laboratório, submetido à componente local da velocidade de rotação terrestre. O teste permite a determinação de  $\beta_{at}(f_m)$  e o da sua estabilidade de longo termo, avaliada por exemplo em uma hora, e daí o conhecimento da variância  $\sigma_g$  do processo aleatório da variação de  $\beta_{at}(f_m)$ .

Se, no mesmo intervalo de tempo e a mesma temperatura, incidirmos no fotodetector um sinal óptico modulado por uma portadora na frequência  $f_m$ , mediremos a variância  $\sigma_e$  do processo aleatório da variação da fase, em  $f_m$ , devida somente aos circuitos de detecção e amplificação seletiva do sinal do fotodiodo.

A partir dos resultados obtidos, determinamos a variância  $\sigma_o$  do processo aleatório da variação da fase, na frequência  $f_m$ , devido somente ao circuito óptico do girômetro, caso a

hipótese simplificada de (III.52) não seja válida. Por serem processos aleatórios descorrelacionados, obtemos:

$$\sigma_o = \sqrt{\sigma_g^2 - \sigma_e^2} . \quad (\text{III.55})$$

O conhecimento de  $\sigma_o$  é da maior relevância para a otimização do circuito óptico do girômetro.

### III.5. Sumário

Neste capítulo, discutimos a detecção e a amplificação seletiva da componente na frequência fundamental  $\omega_m$  da tensão de saída do amplificador de transimpedância interligado ao fotodiodo do girômetro. O modo fotocondutivo foi escolhido para maximizar a linearidade da corrente de saída do fotodiodo com a potência de sinal óptico incidente. Apesar deste modo de operação apresentar um maior valor *rms* de ruído do fotodiodo, não há comprometimento da mínima corrente detectável, pois o limiar de detecção da fotocorrente associada à frequência  $\omega_m$  é definido pelo gerador de ruído *shot* devido à fotocorrente *dc*.

A tensão total de ruído na saída do amplificador I/V foi determinada em função dos geradores de tensão e de corrente de ruído na sua entrada, do gerador de ruído *Johnson* de seu resistor de realimentação, e dos geradores de corrente de ruído *shot* e *Johnson* do fotodiodo. A partir do valor *rms* da tensão total de ruído na saída do amplificador, determinamos a mínima corrente detectável na sua entrada, ou seja a resolução em corrente da combinação fotodiodo e amplificador, considerando as faixas de passagem de detecção e de demodulação do sinal.

Os demoduladores síncronos, objeto de estudo dos capítulos subsequentes, serão sincronizados a um oscilador na frequência  $f_m$ . Este oscilador é sincronizado a partir da segunda harmônica da tensão de saída do condicionador de sinal, levando-se em conta a defasagem devida ao amplificador de transimpedância.

No capítulo seguinte analisaremos a técnica de demodulação síncrona utilizando filtragem passa-faixa coerente, chaveamento síncrono e filtragem passa-baixas, do sinal modulado em torno da frequência fundamental da tensão de saída do condicionador do sinal.

## IV. Demodulação Coerente com Conversão de Frequências

Neste capítulo discute-se a demodulação coerente do sinal para a obtenção da intensidade e sentido da velocidade de rotação  $\Omega$  medida pelo giroscópio. A arquitetura de demodulador coerente adotada utiliza a ligação em cascata de circuitos de filtragem passa-faixa coerente, chaveamento síncrono, e filtragem passa-baixas do sinal condicionado do girômetro. A filtragem de pré-demodulação utiliza uma topologia de filtro passa-faixa coerente por apresentar maior precisão de suas características de amplitude e de fase, e menor figura de ruído, se comparada com filtros passa-faixa não-coerentes. A filtragem passa-faixa coerente é implementada com dois multiplicadores analógicos de precisão, interligados por um filtro passa-baixas ativo. Os osciladores de referência são sincronizados à portadora na frequência  $f_m$  do sinal condicionado do girômetro, com o sincronismo obtido a partir da sua segunda harmônica.

O chaveamento síncrono do sinal é realizado por um *multiplex* analógico operando em sincronismo com a onda quadrada de referência. A saída do retificador é filtrada por um filtro passa-baixas de *Butterworth*, de ordem  $n = 2$ , cuja amplitude e polaridade de saída indicam respectivamente a intensidade e o sentido da taxa de rotação  $\Omega$  medida pelo girômetro.

### IV.1. Filtro passa-faixa coerente: princípios

Teoricamente um circuito de demodulação com chaveamento síncrono deveria apresentar uma resposta nula para harmônicas pares em sua entrada. No entanto, tal condição não é verificada na prática, o que se deve em parte à dificuldade de obtenção de ondas quadradas ideais, ou seja com exatamente 50% de *duty-cycle*.

A degradação do *duty-cycle* aumenta com a frequência, o que se traduz por uma resposta cada vez maior do circuito às harmônicas pares em sua entrada. Obviamente tal resposta é proibitiva, se considerarmos as amplitudes destas harmônicas, tipicamente 100 dB acima da amplitude da fundamental.

Portanto, a filtragem passa-faixa de pré-demodulação é necessária para a atenuação, antes da etapa de chaveamento síncrono, das harmônicas pares e do ruído presentes no sinal condicionado do girômetro.

No entanto, a filtragem deve apresentar uma alta precisão das suas características de amplitude e fase na faixa de passagem do sinal, pelo que tal etapa do processamento do sinal é composta de um filtro passa-faixa não coerente de ordem  $n = 2$  e  $Q = 10$ , analisado no capítulo III, seguido de um filtro passa-faixa coerente de ordem  $n = 4$  e  $Q = 50$ , a ser discutido.

A operação coerente do filtro passa-faixa assegura o sincronismo da sua frequência central com a frequência fundamental do sinal do girômetro. O filtro coerente foi implementado segundo uma síntese utilizando dois multiplicadores analógicos, de alta precisão e linearidade, interligados por um filtro passa-baixas ativo, como indicado na Figura IV-1.

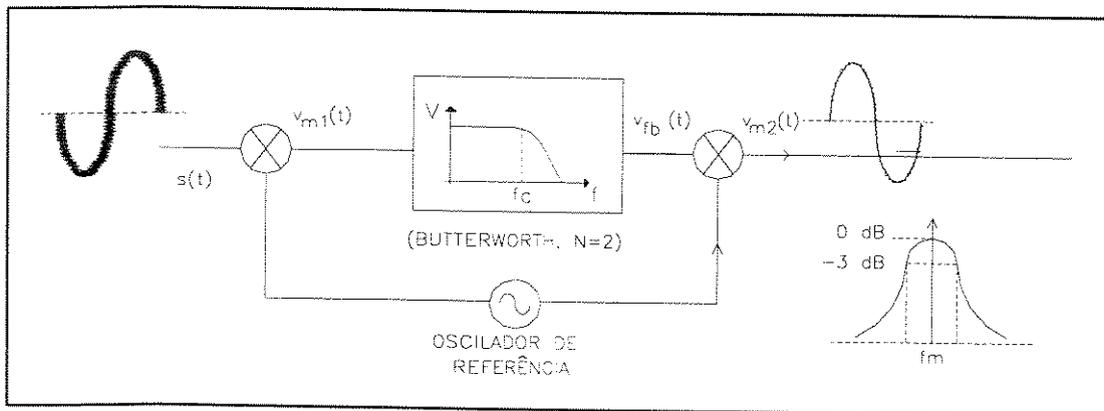


Figura IV-1: Filtro passa-faixa coerente.

O oscilador de referência dos multiplicadores é ou sincronizado em frequência ao oscilador de excitação do modulador do girômetro, ou sincronizado em frequência e fase à portadora na frequência fundamental  $f_m$  do sinal modulado, como explicado no capítulo anterior.

Na primeira conversão de frequências, ou mixagem, são geradas as frequências soma e diferença de cada componente espectral do sinal de entrada com as componentes espectrais do oscilador de referência.

A frequência de corte do filtro passa-baixas é escolhida para eliminação das frequências soma geradas. As frequências diferença resultantes geram, após a segunda

conversão, as frequências imagens em torno da frequência de referência, completando a ação de filtragem passa-faixa.

A seletividade do filtro passa-faixa é definida pela ordem, a frequência de corte e a aproximação utilizadas na síntese do filtro passa-baixas. Portanto, os requisitos de ganho de malha aberta do amplificador operacional são reduzidos por um fator de  $10^4$ , e a precisão do filtro é melhorada de varias ordens de grandeza, se comparada a de filtros passa-faixa não-coerentes com a mesma seletividade e frequência central.

Esta arquitetura de circuito permite obtenção de um filtro passa-faixa coerente de ordem até  $n = 6$ ,  $Q = 10000$ , com altíssima precisão de suas características de amplitude e de fase em função da frequência. Para isto, emprega-se apenas um amplificador operacional na síntese do filtro passa-baixas.

## IV.2. Filtro ativo passa-baixas

O filtro passa-baixas a ser implementado, segundo a abordagem da referência [13], caracteriza-se por uma resposta em frequência da forma:

$$|H(j\omega)|^2 = 1 + |k(j\omega)|^2 = 1 + \left| \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} \right|^2, \quad (\text{IV.1})$$

onde  $K(j\omega) = K(s) = \left. \frac{N(s)}{D(s)} \right|_{s=j\omega}$  é uma função racional em  $s$ .

A função  $K(s)$  é escolhida de tal forma que o seu módulo seja o menor possível na faixa de passagem do sinal, resultando em  $|H(s)| \cong 1$ .

A aproximação a ser utilizada é a de *Butterworth*, por apresentar a característica de atenuação mais plana possível, para uma dada ordem do filtro, na faixa de passagem. A aproximação de *Butterworth*, é caracterizada por [13]:

$$K(s) = P_n(s) = \varepsilon \left( \frac{s}{\omega_c} \right)^n, \quad (\text{IV.2})$$

onde  $\varepsilon$  é uma constante,  $n$  é a ordem da polinomial  $P_n(s)$  e  $\omega_c$  é a frequência de corte desejada.

Admitiremos, como parâmetros do projeto do filtro, uma defasagem e uma atenuação inferiores respectivamente a  $0,5^\circ$  e  $0,001$  dB, na frequência máxima  $\omega_{ms} = 2\pi f_{ms}$  do sinal modulante, com  $f_{ms} = 25$  Hz.

A partir da referência [33], onde são tabeladas as características de fase e atenuação do filtro passa-baixas de *Butterworth* em função da frequência, conclui-se que os requisitos acima são obtidos, por exemplo, com um filtro passa-baixas de ordem  $n = 2$  para uma frequência de corte  $f_c = 40f_{ms} = 1$  kHz.

A aproximação de Butterworth para  $H(s)$  com  $n = 2$  é expressa por:

$$H(s) = s^2 + 1,414s + 1 . \quad (\text{IV.3})$$

Uma configuração simples de circuito para a implementação do filtro é indicada na Figura IV-2, obtida das referências [17, 34].

Os valores normalizados dos componentes, para uma frequência de corte de 1 Hz e uma resistência de  $1 \Omega$ , são  $C_a = 1,414$  e  $C_b = 0,7071$ .

Considerando-se então a frequência de corte  $f_c = 1$  kHz e resistores  $R = 10$  k $\Omega$ , obtém-se:

$$C_a = \frac{C_{an}}{2\pi f_c R} = \frac{1,414}{2\pi 10^3} \cong 22,5 \text{ kpF}, \quad (\text{IV.4})$$

$$C_b = \frac{C_{bn}}{2\pi f_c R} = \frac{0,7071}{2\pi 10^3} \cong 11,2 \text{ kpF}. \quad (\text{IV.5})$$

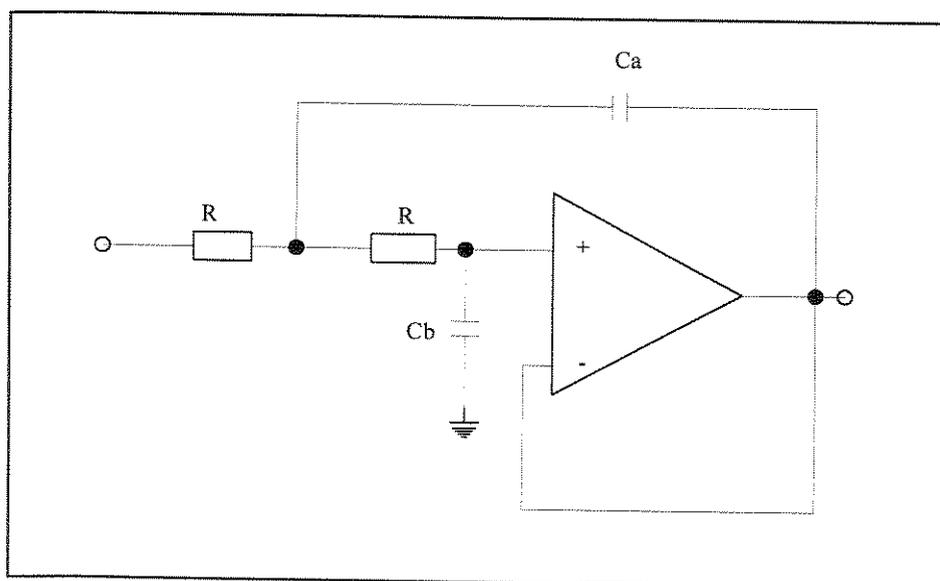


Figura IV-2: Filtro ativo passa-baixas de *Butterworth*, com ordem  $n = 2$ .

### IV.3. Tensão de sinal na saída do filtro passa-faixa coerente

A seguir obteremos a expressão matemática do sinal a ser demodulado, ou seja do sinal de saída do filtro passa-faixa coerente. Nesta seção dar-se-á ênfase à análise das possíveis distorções devidas às multiplicações das componentes nas harmônicas pares dos sinais de entrada e de referência dos multiplicadores.

Na análise que se segue, também não será considerado o ruído banda estreita  $n(t)$  na saída do circuito sintonizado do condicionador do sinal, sendo a sua influência considerada no item IV.4.

Se considerarmos como  $A_R \text{sen}(\omega_m t)$  o oscilador de referência dos multiplicadores, e admitindo coerência de frequência e de fase com a portadora na frequência fundamental  $f_m$  do sinal modulado  $s(t)$ , obtemos na saída do primeiro multiplicador:

$$vm_1(t) = k_1 [A_R \text{sen}(\omega_m t)] [s(t)] . \quad (\text{IV.6})$$

A expressão do sinal modulado na entrada do filtro coerente, dada a ação do circuito sintonizado do condicionador de sinais, pode ser aproximada por  $s(t)$ :

$$s(t) \cong V_0 J_1(\phi_m) \text{sen}(\omega_m t) \text{sen}(\Delta\phi_s) - \alpha(\omega) \sum_{n=1} V_0 J_{2n}(\phi_m) \cos(2n\omega_m t) \cos(\Delta\phi_s) , \quad (\text{IV.7})$$

onde  $V_0 = 2R_f I_0$ , com  $R_f$  e  $I_0$  como definidos nos capítulos anteriores, e  $\alpha(\omega)$  leva em conta a atenuação com a frequência do circuito sintonizado.

Portanto, nota-se a existência de possíveis distorções na saída do *mixer*, caracterizadas por frequências soma e diferença, devidas à multiplicação das componentes das harmônicas pares de  $s(t)$  com as respectivas harmônicas pares do oscilador de referência. No entanto, tais interferências podem ser desconsideradas, pelo exposto a seguir.

A interferência devida à multiplicação da segunda harmônica do sinal na entrada do primeiro *mixer* com a segunda harmônica do sinal de referência, é proporcional ao produto  $\alpha(\omega)\beta$ , sendo  $\alpha(\omega) \cong 0,05$  na referida frequência, e  $\beta$  a amplitude da segunda harmônica do oscilador de referência, com  $\beta \cong 0,00005 A_R$ .

Assim, se considerarmos a condição mais desfavorável, caracterizada por uma amplitude da segunda harmônica de  $s(t)$  da ordem de cinco mil vezes a amplitude da sua fundamental, nota-se que a distorção na saída do *mixer* devida a esta harmônica de  $s(t)$  será dada por  $2,5 \cdot 10^{-1}$ .

Portanto, no pior caso, as amplitudes destas interferências na saída do *mixer* estarão atenuadas por um fator de quatro, em relação às amplitudes das frequências soma e diferença, geradas pela multiplicação das componentes modulando a fundamental de  $s(t)$  com a componente na fundamental do oscilador de referência.

As interferências devidas às demais harmônicas pares serão ainda menores e podem ser desconsideradas. Nota-se portanto, a importância, para uma mixagem ideal, do filtro passa-faixa ativo anterior ao filtro coerente e do controle da distorção das harmônicas pares do oscilador de referência.

Tais interferências, se não eliminadas, serão responsáveis por componentes de tensão na saída do filtro coerente que serão funções pares da velocidade de rotação  $\Omega$  medida pelo sensor, traduzindo-se numa fonte de erro no sinal demodulado do girômetro.

Utilizando tal resultado em (IV.6), se levarmos em consideração apenas o primeiro termo de (IV.7), resulta:

$$\begin{aligned} vm_1(t) &\cong k_1 V_0 J_1(\phi_m) \text{sen}(\omega_m t) \text{sen}(\Delta\phi_s) [A_R \text{sen}(\omega_m t)] \cong \\ &\cong k_1 V_0 J_1(\phi_m) A_R \text{sen}(\Delta\phi_s) [\text{sen}^2(\omega_m t)] , \end{aligned} \quad (\text{IV.8})$$

onde  $k_1$  é o ganho do primeiro multiplicador.

A expressão anterior é equivalente a:

$$v_{m1}(t) \cong \frac{k_1 V_0 J_1(\phi_m) A_R \text{sen}(\Delta\phi_s)}{2} [1 - \cos(2\omega_m t)] . \quad (\text{IV.9})$$

Admitindo  $\Delta\phi_s < 0,03$  rad, então  $\text{sen}(\Delta\phi_s) \cong \Delta\phi_s$ , com um erro da ordem de 0,01% tem-se:

$$v_{m1}(t) \cong \frac{k_1 V_0 J_1(\phi_m) A_R \Delta\phi_s}{2} [1 - \cos(2\omega_m t)] . \quad (\text{IV.10})$$

Da mesma forma para a condição caracterizada por:

$$\text{sen}(\Delta\phi_s) \cong \text{sen}[\Delta\phi_{sp} \cos(\omega_s t)] \cong \Delta\phi_{sp} \cos(\omega_s t) , \quad (\text{IV.11})$$

tem-se:

$$v_{m1}(t) \cong \frac{k_1 V_0 J_1(\phi_m) A_R}{2} [\Delta\phi_{sp} \cos(\omega_s t)] [1 - \cos(2\omega_m t)] \cong , \quad (\text{IV.12})$$

que é equivalente a (IV.10) com  $\omega_s = 0$  e  $\Delta\phi_{sp} = \Delta\phi_s = \text{constante}$ .

Na saída do filtro passa-baixas tem-se  $v_{m1}(t)$ :

$$v_{fb}(t) = \frac{k_1 V_0 J_1(\phi_m) A_R \Delta\phi_{sp}}{2} \cos(\omega_s t) . \quad (IV.13)$$

A expressão de  $v_{m2}(t)$  é obtida por um processo análogo, com as componentes espectrais do sinal de saída do primeiro *mixer* sujeitas à ação do filtro passa-baixas.

Portanto, a expressão de  $v_{m2}(t)$  é indicada a seguir, para  $\sin(\Delta\phi_s) \cong \Delta\phi_s$  e  $\sin[\Delta\phi_{sp} \cos(\omega_s t)] \cong \Delta\phi_{sp} \cos(\omega_s t)$ , respectivamente:

$$v_{m2}(t) = \frac{k_1 k_2 V_0 J_1(\phi_m) A_R^2 \sin(\Delta\phi_s) \sin(\omega_m t)}{2} \cong \frac{V_0 J_1(\phi_m) \Delta\phi_s \sin(\omega_m t)}{4} , \quad (IV.14)$$

$$v_{m2}(t) = \frac{V_0 J_1(\phi_m) \Delta\phi_{sp}}{4} \left[ \sin(\omega_m - \omega_s) t + \sin(\omega_m + \omega_s) t \right] , \quad (IV.15)$$

onde fizemos  $k_1 A_R = k_2 A_R = 1$ , representando a constante de ganho normalizado de cada um dos multiplicadores.

Nas deduções anteriores admitimos a amplitude do oscilador de referência e a constante de ganho de cada multiplicador como constantes, e um sincronismo de frequência e de fase na frequência  $\omega_m$ .

No Apêndice A3 analisaremos o efeito na tensão de saída do filtro coerente, da variação simultânea do ganho e da defasagem dos multiplicadores.

#### IV.4. Cálculo da relação sinal-ruído na saída do filtro coerente

No intuito de completar a análise do sinal a ser demodulado, procederemos ao cálculo da sua relação sinal-ruído, levando em conta a ação do filtro coerente sobre o ruído banda estreita  $n(t)$  presente na saída do filtro ativo *dual-band pass*.

Do exposto, vemos que o sinal de entrada do primeiro *mixer*, pode ser caracterizado apenas pela modulação em torno da sua fundamental. Assim, de (IV.7) tem-se:

$$s(t) = V_0 J_1(\phi_m) \sin(\omega_m t) \sin(\Delta\phi_s) , \quad (IV.16)$$

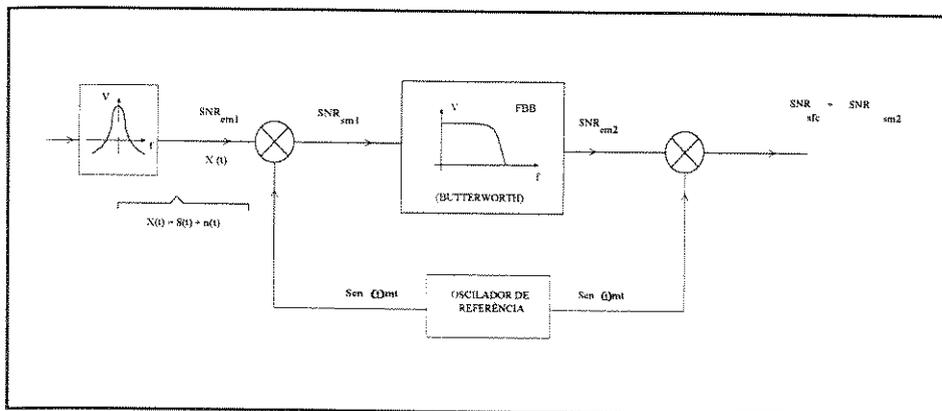
e vemos que se trata de um sinal modulado *AMDSBSC*, cuja portadora é  $V_0 J_1(\phi_m) \sin(\omega_m t)$ .

Lembrando que  $\text{sen}(\Delta\phi_s) \cong \Delta\phi_s$ , tem-se no caso de um desvio de fase de Sagnac dado por  $\Delta\phi_{sp} \cos(\omega_s t)$ , que o sinal modulador  $m(t)$  pode ser expresso por:

$$m(t) \cong \text{sen}(\Delta\phi_{sp} \cos(\omega_s t)) \cong \Delta\phi_{sp} \cos(\omega_s t) . \quad (\text{IV.17})$$

A análise a ser realizada utiliza em boa parte a abordagem teórica das referências [22, 23].

Na Figura IV-3 indicamos o diagrama de blocos utilizado no cálculo das relações sinal-ruído nos diversos estágios do filtro coerente.



**Figura IV-3: Diagrama de blocos para cálculo da relação sinal-ruído nos diversos estágios do filtro coerente.**

Assim, seja  $m(t)$  uma função amostra de um processo aleatório estacionário de média zero, com faixa de passagem  $W_m = 2\pi f_{ms}$  e densidade espectral de potência  $S_M(f)$ , como indicado na Figura IV-4.

A expressão do sinal modulado assume a forma geral dada por (IV.16):

$$s(t) = V_0 J_1(\phi_m) \text{sen}(\omega_m t) \text{sen}(\Delta\phi_s) = A_m \text{sen}(\omega_m t) m(t) , \quad (\text{IV.18})$$

onde, para simplificação das expressões a serem deduzidas, consideramos  $A_m = V_0 J_1(\phi_m)$ .

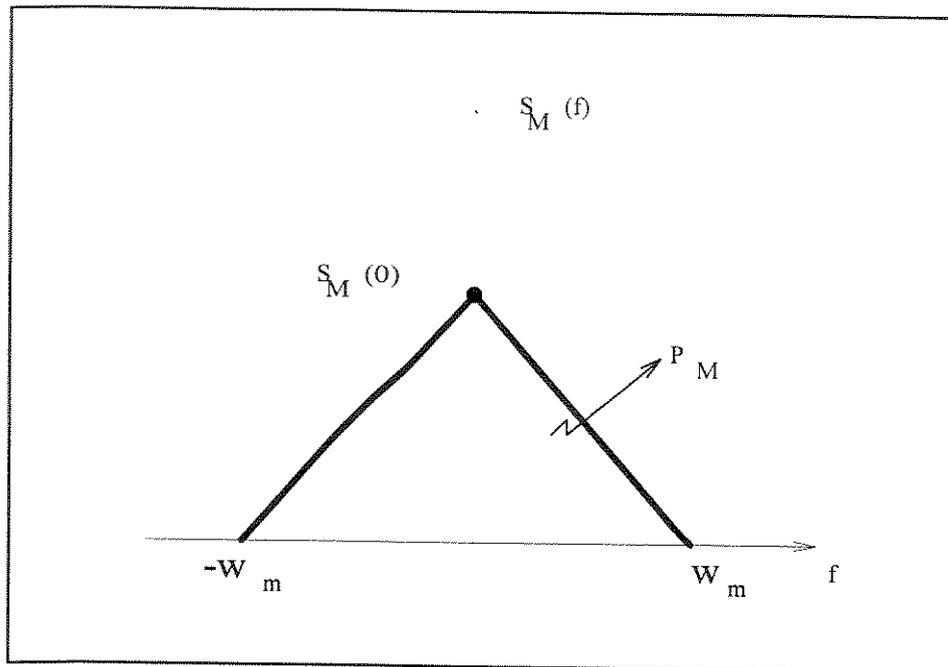


Figura IV-4: Densidade espectral de potência do sinal  $m(t)$ .

A potência média  $P_M$  do sinal modulador  $m(t)$  é dada por:

$$P_M = \int_{-W_m}^{W_m} S_M(f) df . \quad (\text{IV.19})$$

Se admitirmos uma origem de tempo arbitrária, com a introdução de uma fase aleatória  $\theta$  na portadora de  $s(t)$ , com  $\theta$  uniformemente distribuída entre 0 e  $2\pi$ , resulta:

$$s(t) = A_m \text{sen}(\omega_m t + \theta) m(t) , \quad (\text{IV.20})$$

Assim, a sua função de auto-correlação  $R_S(\tau)$  será dada por:

$$\begin{aligned} R_S(\tau) &= E[s(t+\tau)s(t)] = A_m^2 E[m(t+\tau)m(t)\text{sen}(\omega_m t + \omega_m \tau + \theta)\text{sen}(\omega_m t + \theta)] = \\ &= A_m^2 E[m(t+\tau)m(t)] E[\text{sen}(\omega_m t + \omega_m \tau + \theta)\text{sen}(\omega_m t + \theta)] = \\ &= \frac{A_m^2}{2} R_M(\tau) E\{\cos(\omega_m \tau) - \cos(2\omega_m t + \omega_m \tau + 2\theta)\} = \\ &= \frac{A_m^2}{2} R_M(\tau) \cos(\omega_m \tau) . \end{aligned} \quad (\text{IV.21})$$

A densidade espectral de potência  $S_s(f)$  do processo aleatório  $s(t)$  é expressa pela transformada de Fourier da sua função de auto-correlação, resultando em:

$$S_s(f) = \frac{A_m^2}{4} [S_M(f - f_m) + S_M(f + f_m)], \quad (\text{IV.22})$$

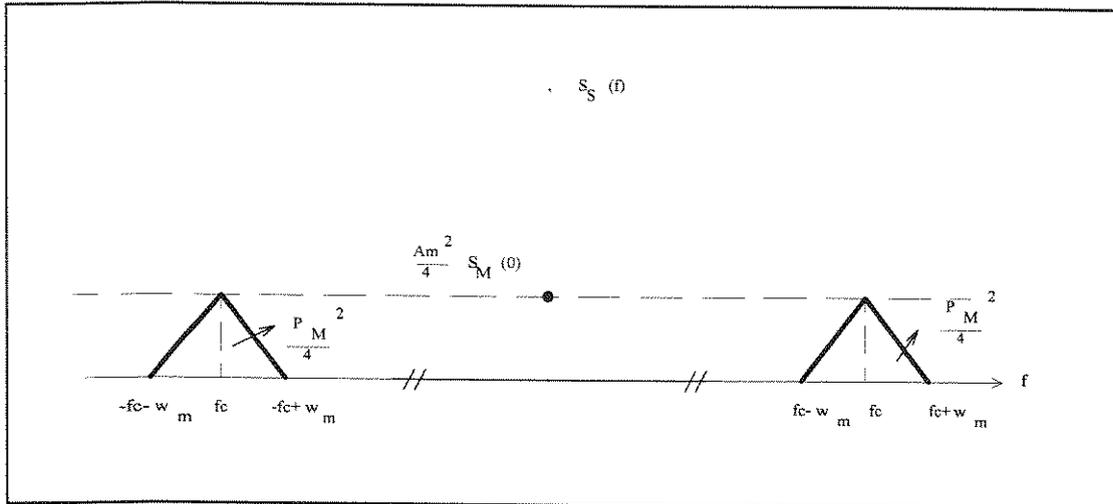


Figura IV-5: Densidade espectral de potência do sinal  $s(t)$ .

A densidade espectral de potência do sinal  $s(t)$  é representada na Figura IV-5, na qual a potência em cada uma das faixas laterais é  $\frac{A_m^2 P_M}{4}$ . Portanto, a potência média do sinal modulado  $s(t)$  é igual a  $\frac{A_m^2 P_M}{2}$ .

O ruído na saída do circuito amplificador seletivo é suposto como sendo ruído banda estreita  $n(t)$ , branco e gaussiano, com densidade espectral de potência de intensidade  $N_0/2$ , definida para frequências negativas e positivas, como indicado na Figura IV-6.

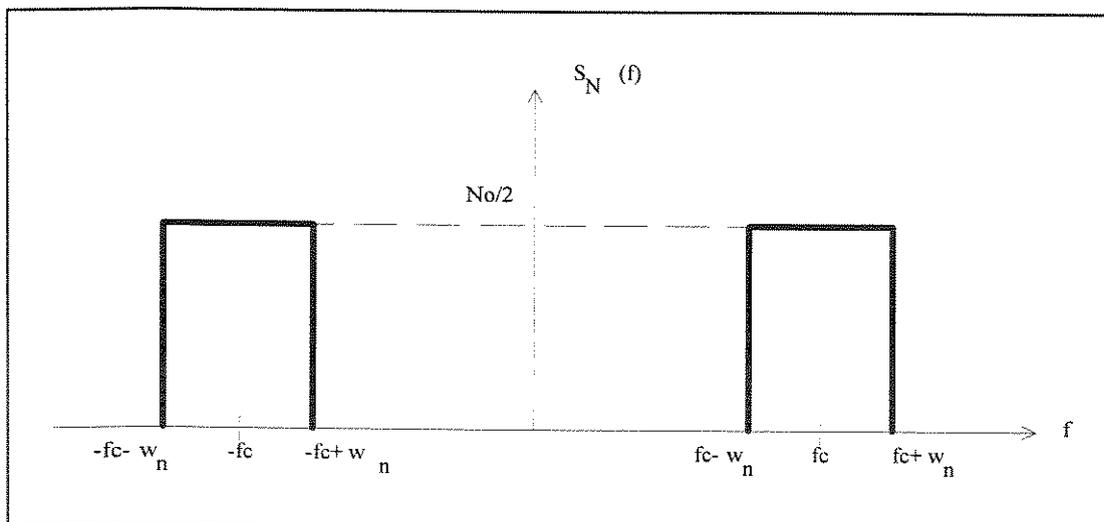


Figura IV-6: Densidade espectral de potência do ruído branco  $n(t)$ .

Assim, utilizaremos a representação do ruído banda estreita  $n(t)$ , em termos de suas componentes em fase  $n_f(t)$  e em quadratura  $n_q(t)$ , com respeito à portadora  $\omega_m = 2\pi f_m$  :

$$n(t) = n_f \operatorname{sen}(\omega_m t) - n_q \cos(\omega_m t) . \quad (\text{IV.23})$$

Tais componentes de acordo com [22, 23], são processos passa-baixas com as suas densidades espectrais de potência  $S_{n_q}(f) = S_{n_f}(f) = 2S_n(f) = N_o$ , como representadas na Figura IV-7.

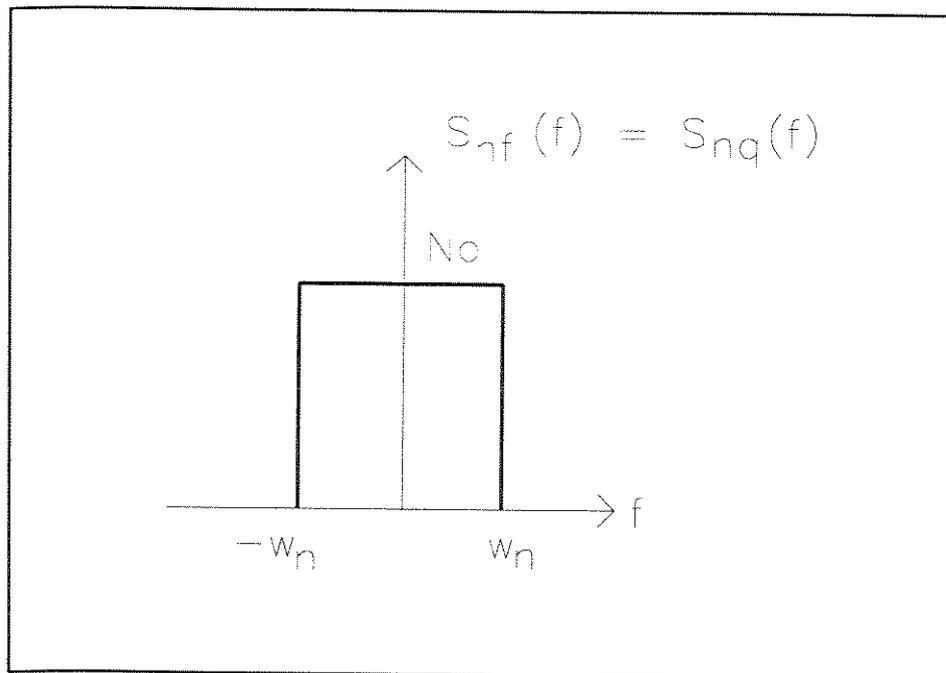


Figura IV-7: Densidade espectral de potência das componentes  $n_f(t)$  e  $n_q(t)$  do ruído  $n(t)$ .

Assim, a tensão total  $x(t)$  devida ao sinal  $s(t)$  dado por (IV.18) e ao ruído  $n(t)$  na entrada do primeiro *mixer* é expressa por:

$$x(t) = s(t) + n(t) = A_m \operatorname{sen}(\omega_m t)m(t) - n_q(t)\cos(\omega_m t) + n_f(t)\operatorname{sen}(\omega_m t) . \quad (\text{IV.24})$$

Da Figura IV-6 depreende-se que a potência média do ruído banda estreita  $n(t)$  é dada por  $2W_n N_o$ , sendo  $2W_n$  a faixa de passagem de ruído do amplificador seletivo.

Portanto, a relação sinal-ruído  $SNR_{em1}$  na entrada do primeiro *mixer* é:

$$SNR_{em1} = \frac{A_m^2 P_M}{4W_n N_o} . \quad (\text{IV.25})$$

A saída total  $v_{im1}$  na saída do primeiro *mixer* é:

$$\begin{aligned}
v_{sm1} &\cong x(t) \text{sen}(\omega_m t) \cong [A_m \text{sen}(\omega_m t) m(t) + n_f(t) \text{sen}(\omega_m t) - n_q(t) \cos(\omega_m t)] \text{sen}(\omega_m t) \cong \\
&\cong \frac{A_m m(t)}{2} + \frac{n_f(t)}{2} - \frac{1}{2} [A_m m(t) + n_f(t)] \cos(2\omega_m t) - \frac{n_q(t)}{2} \text{sen}(2\omega_m t) . \quad (\text{IV.26})
\end{aligned}$$

Após o filtro passa-baixas de *Butterworth* os termos proporcionais a  $\cos(2\omega_m t)$  e  $\text{sen}(2\omega_m t)$  serão eliminados, resultando:

$$v_{fb(t)} = \frac{A_m m(t)}{2} + \frac{n_f(t)}{2} , \quad (\text{IV.27})$$

Nota-se que a componente em quadratura  $n_q(t)$  do ruído  $n(t)$  é eliminada pela ação de mixagem e a componente em fase  $n_f(t)$  do ruído  $n(t)$  contribui aditivamente ao sinal  $m(t)$ .

Das equações (IV.19) e (IV.27), verifica-se que a potência média do sinal na saída do primeiro *mixer* é modificada para o valor  $\frac{A_m^2 P_M}{4}$ .

A densidade espectral de potência de ruído na saída do filtro passa-baixas devida à componente  $\frac{n_f(t)}{2}$  é modificada para  $\frac{N_o}{4}$ , e a potência média do ruído resultante é expressa por  $\frac{N_o W_n}{2}$ .

Portanto, a relação sinal-ruído  $SNR_{sm1}$  na saída do primeiro *mixer*, é:

$$SNR_{sm1} = \frac{A_m^2 P_M}{4 N_o W_n} , \quad (\text{IV.28})$$

A relação sinal-ruído  $SNR_{sfb}$  na saída do filtro passa-baixas de *Butterworth*, com  $W_b \ll W_n$ , é:

$$SNR_{sfb} = \frac{\frac{A_m^2 P}{4}}{\frac{N_o W_b}{2}} = \frac{A_m^2 P_M}{2 N_o W_b} , \quad (\text{IV.29})$$

onde  $W_b$  é a faixa de passagem de ruído do filtro passa-baixas. Nota-se que a relação sinal-ruído na saída do receptor, é o dobro da relação sinal-ruído na sua entrada [11, 22, 23], uma conseqüência da eliminação da componente  $n_q(t)$  do ruído em quadratura das bandas laterais transladadas.

Portanto, temos:

$$\frac{SNR_{sfb}}{SNR_{sml}} = 2 \frac{W_n}{W_b}, \quad (\text{IV.30})$$

Assim, a relação sinal-ruído  $SNR_{fc}$  na saída do filtro coerente é expressa por:

$$SNR_{sfc} = \frac{2W_n}{W_b} SNR_{eml} = \frac{2W_n}{W_b} SNR_{efc}. \quad (\text{IV.31})$$

A topologia de circuito utilizada possibilitou a implementação de um filtro passa-faixa de ordem  $n = 2$ , com a seletividade em torno da sua frequência central  $f_m$  definida pela síntese de Butterworth, e com um fator de qualidade  $Q_{fc}$  expresso por:

$$Q_{fc} = \frac{f_m}{2f_c} = 50. \quad (\text{IV.32})$$

Assim, temos a seguinte figura de mérito do filtro passa-faixa coerente:

$$\frac{SNR_{sfc}}{SNR_{efc}} \cong \frac{2W_n}{W_b} \cong 10, \quad (\text{IV.33})$$

Portanto, obteve-se ao mesmo tempo um ganho significativo da relação sinal-ruído na saída do filtro e uma alta precisão de suas características.

Há que se enfatizar que filtros passa-faixa ativos convencionais apresentam uma precisão de suas características de amplitude e de fase, cerca de várias ordens de magnitude inferiores, para o mesmo  $Q$ , a mesma ordem  $n$  e uma mesma frequência central  $f_m$ .

Uma vez que tais filtros são não-coerentes, estão sujeitos à deriva da sua frequência de sintonia, implicando numa degradação do filtro caracterizada por uma atenuação e defasagem do sinal de saída, sem que haja variação da frequência e da amplitude do sinal de entrada.

#### **IV.5. Compensação do erro na saída do filtro coerente devido as tensões de *offset* dos multiplicadores e do *feedthrough* do segundo multiplicador**

A expressão do sinal total de saída do filtro passa-baixas de *Butterworth*, deduzida em (IV.27), será modificada para:

$$v_{fcb}(t) = \frac{A_m m(t)}{2} + \frac{n_f(t)}{2} + k_{os}(t), \quad (\text{IV.34})$$

onde  $k_{os}(t)$  representa a contribuição resultante das tensões de *offset* de saída do primeiro multiplicador e de entrada do segundo multiplicador.

Tal termo é responsável por uma componente na frequência  $f_m$  na saída do filtro coerente. Trata-se portanto de uma fonte de erro a ser minimizada por um circuito de compensação de *offset*. Após a compensação, resulta apenas uma deriva residual representada por  $\Delta k_{os}(t)$ .

Portanto, utilizando a expressão (IV.13), tem-se:

$$v_{fcb}(t) \cong \frac{k_1 A_R V_0 J_1(\phi_m) \Delta\phi_{sp}}{2} \cos(\omega_s t) + \frac{n_f(t)}{2} + \Delta k_{os}(t), \quad (\text{IV.35})$$

onde, considerando  $k_1 A_R = k_2 A_R = 1$ , resulta:

$$v_{fcb}(t) \cong \frac{V_0 J_1(\phi_m) \Delta\phi_{sp}}{2} \cos(\omega_s t) + \frac{n_f(t)}{2} + \Delta k_{os}(t). \quad (\text{IV.36})$$

A tensão total  $v_{fcb}$  de saída do filtro coerente é expressa por:

$$\begin{aligned} v_{fcb} &\cong \text{sen}(\omega_m t) \left[ \frac{V_0 J_1(\phi_m) \Delta\phi_{sp}}{2} \cos(\omega_s t) + \frac{n_f(t)}{2} + \Delta k_{os}(t) \right] \cong \\ &\cong \left[ \frac{n_f(t)}{2} + \Delta k_{os}(t) \right] \text{sen}(\omega_m t) + \\ &+ \frac{V_0 J_1(\phi_m) \Delta\phi_{sp}}{4} \left[ \text{sen}(\omega_m - \omega_s) t + \text{sen}(\omega_m + \omega_s) t \right]. \end{aligned} \quad (\text{IV.37})$$

Nota-se que:

- o termo  $\Delta k_{os}(t) \text{sen}(\omega_m t)$  caracteriza uma flutuação aleatória de baixíssima frequência e intensidade na portadora do sinal, responsável pela deriva do fator de escala do filtro coerente e portanto do demodulador;
- o termo  $\frac{n_f(t)}{2} \text{sen}(\omega_m t)$  caracteriza o ruído em fase com a portadora do sinal; e

- o termo  $\frac{V_0 J_1(\phi_m) \Delta\phi_{sp}}{4} [\text{sen}(\omega_m - \omega_s)t + \text{sen}(\omega_m + \omega_s)t]$  representa o sinal filtrado em torno de  $\omega_m = 2\pi f_m$ , e pode ser colocado na forma:

$$\frac{V_0 J_1(\phi_m) \Delta\phi_{sp} \cos(\omega_s t) \text{sen}(\omega_m t)}{2}. \quad (\text{IV.38})$$

Uma outra distorção na tensão de saída do filtro coerente se deve ao *feedthrough* das entradas do segundo multiplicador.

Há que se levar em conta apenas o *feedthrough* caracterizado por uma componente na frequência  $\omega_m$  presente na tensão de saída do segundo mixer, devida apenas ao oscilador de referência, ou seja, sem que haja sinal na outra entrada do segundo *mixer*.

Tal componente, se não compensada, implicará numa degradação da resolução do filtro. A compensação é realizada somando-se ao sinal de saída do filtro coerente uma tensão senoidal na frequência  $\omega_m$ , com a mesma amplitude e em oposição de fase à da senóide devida ao *feedthrough*.

Portanto, a saída total do filtro coerente, obtida em (IV.37), é modificada para:

$$v_{fc} \cong \left[ \frac{n_f(t)}{2} + \Delta k_{os}(t) + \Delta k_f(t) \right] \text{sen}(\omega_m t) + \frac{V_0 J_1(\phi_m) \Delta\phi_{sp}}{4} [\text{sen}(\omega_m - \omega_s)t + \text{sen}(\omega_m + \omega_s)t], \quad (\text{IV.39})$$

onde  $\Delta k_f(t)$  leva em conta a flutuação do valor residual do *feedthrough* após a sua compensação.

Esta expressão pode ser simplificada para:

$$v_{fc} \cong \left[ \frac{n_f(t)}{2} + \Delta k_d(t) \right] \text{sen}(\omega_m t) + \frac{V_0 J_1(\phi_m) \Delta\phi_{sp}}{4} [\text{sen}(\omega_m - \omega_s)t + \text{sen}(\omega_m + \omega_s)t], \quad (\text{IV.40})$$

onde fizemos mais uma vez a hipótese que o desvio de fase de Sagnac  $\Delta\phi_s$  é dado por  $\Delta\phi_{sp} \cos(\omega_s t)$ , e  $\Delta k_d(t)$  leva em conta a deriva total do filtro, após as compensações dos *offset* dos multiplicadores e do *feedthrough* do segundo multiplicador.

A Figura IV-8 esquematiza o diagrama de blocos da configuração final do filtro coerente, com os ajustes de *offset* do primeiro *mixer* e do *feedthrough* do segundo *mixer*.

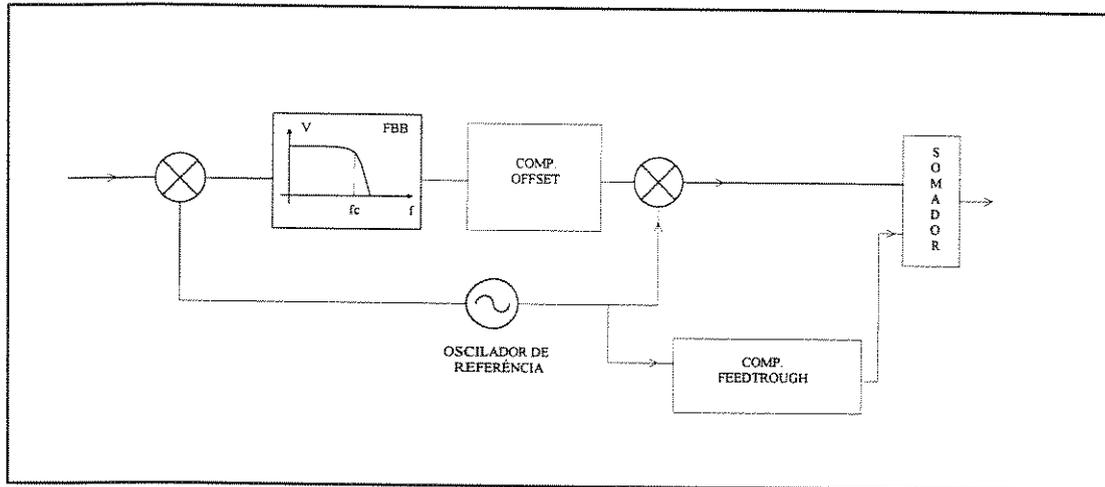


Figura IV-8: Diagrama de blocos completo do filtro coerente.

#### IV.6. Chaveamento síncrono e filtragem passa-baixas do sinal de saída do filtro coerente

A etapa de demodulação consiste, em seu estágio inicial, no chaveamento síncrono do sinal de saída do filtro coerente, ou seja, na inversão da sua fase no segundo meio-ciclo de cada período da sua fundamental  $f_m$ .

A Figura IV-9 esquematiza o chaveamento do sinal do filtro coerente, em sincronismo com a onda quadrada de controle, obtida do circuito de referência de sincronismo.

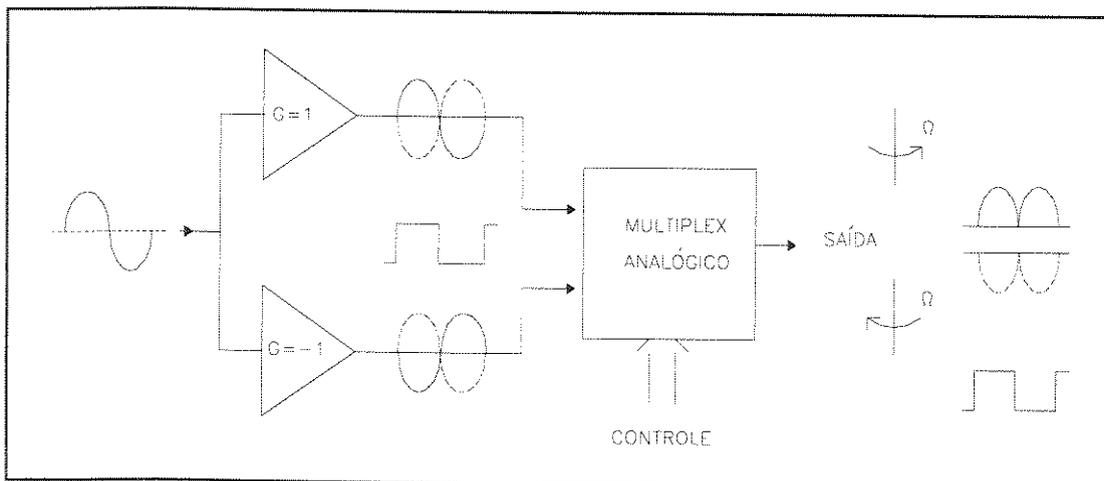


Figura IV-9: Circuito de chaveamento síncrono do sinal de saída do filtro coerente.

O chaveamento síncrono é perfeitamente caracterizado pela multiplicação do sinal de saída do filtro coerente  $v_{fc}(t)$  por uma onda quadrada  $C(t)$ , expressa por:

$$C(t) = \frac{4}{\pi} \left[ \text{sen}(\omega_m t) + \frac{1}{3} \text{sen}(3\omega_m t) + \frac{1}{5} \text{sen}(5\omega_m t) + \dots \right]. \quad (\text{IV.41})$$

Portanto, utilizando (IV.40) obtém-se o sinal de saída do circuito de chaveamento síncrono  $v_{cs}(t)$ :

$$\begin{aligned} v_{cs}(t) = & \frac{4}{\pi} \left[ \text{sen}(\omega_m t) + \frac{1}{3} \text{sen}(3\omega_m t) + \frac{1}{5} \text{sen}(5\omega_m t) + \dots \right] \cdot \\ & \cdot \left\{ \left[ \frac{n_f(t)}{2} + \Delta k_d(t) \right] \text{sen}(\omega_m t) + \right. \\ & \left. + \frac{V_0 J_1(\phi_m) \Delta \phi_{sp}}{4} \left[ \text{sen}(\omega_m - \omega_s) t + \text{sen}(\omega_m + \omega_s) t \right] \right\}. \quad (\text{IV.42}) \end{aligned}$$

O sinal de saída é filtrado por um filtro ativo passa-baixas de *Butterworth*, com ordem  $n = 2$  e frequência de corte de demodulação  $f_{cd} = 25\text{Hz}$ . Considerando-se então a frequência de corte do demodulador  $W_d = 2\pi f_{cd}$ , obtém-se os valores reais de  $C_a$ ,  $C_b$  segundo o mesmo procedimento descrito anteriormente.

Após a filtragem passa-baixas, tem-se a partir de (IV.42), não levando em conta a deriva e o ruído residuais, que o valor  $d_c$  da saída demodulada é dado por:

$$\overline{v_d(t)} \cong \frac{2}{\pi} \left[ \frac{V_0 J_1(\phi_m) \Delta \phi_s}{2} \right], \quad (\text{IV.43})$$

onde o valor de  $V_0$  é escalonado em função da faixa dinâmica de medidas. Portanto, se considerarmos um sinal senoidal síncrono, de valor de pico  $V_s$ , na entrada do circuito de chaveamento, tem-se que o ganho  $G_{dss}$  do demodulador para sinais síncronos é dado por:

$$G_{dss} = \frac{\frac{2V_s}{\pi}}{\frac{V_s}{\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}, \quad (\text{IV.44})$$

Observa-se que se admitirmos uma defasagem  $\theta$  entre a referência e o sinal a ser demodulado tem-se:

$$\overline{v_d(t)} \cong \frac{2}{\pi} \left[ \frac{V_0 J_1(\phi_m) \Delta\phi_s}{2} \right] \cos\theta , \quad (\text{IV.45})$$

e, portanto:

$$\left| \frac{dv_d(t)}{dt} \right| \cong \frac{2}{\pi} \left[ \frac{V_0 J_1(\phi_m) \Delta\phi_s}{2} \right] \text{sen}\theta . \quad (\text{IV.46})$$

Assim, a máxima sensibilidade para o ajuste fino do defasador de precisão, anterior ao demodulador coerente, é obtida com  $\theta = 90^\circ$ , para que a saída demodulada seja nula.

Tal condição é obtida com a onda quadrada de controle das chaves em sincronismo com a saída em quadratura do oscilador de referência, como antecipado no capítulo anterior.

No caso de um desvio de fase de Sagnac, com uma característica senoidal  $\Delta\phi_s = \Delta\phi_{sp} \cos(\omega_s t)$ , o sinal de saída será modificado pela característica  $Hfd(\omega)$  do filtro passa-baixas de demodulação.

O circuito de chaveamento síncrono e o filtro passa-baixas de demodulação constituem um filtro síncrono, com ganho para ruído e sinais assíncronos  $G_{dsa}$ , e um fator de qualidade  $Q_{fd}$ , dados respectivamente por:

$$G_{dsa} = 2/\pi , \quad (\text{IV.47})$$

$$Q_{fd} = \frac{f_m}{2f_{cd}} = 2000 . \quad (\text{IV.48})$$

Portanto, tem-se a seguinte figura de mérito entre a relação sinal-ruído  $SNR_{sdc}$  na saída do demodulador coerente e a relação sinal-ruído  $SNR_{sfc}$  na saída do filtro coerente:

$$SNR_{sdc} = \frac{2W_b}{W_{dc}} SNR_{sfc} , \quad (\text{IV.49})$$

onde  $W_{dc}$  é a faixa de passagem de ruído do filtro passa-baixas do demodulador.

Se consideramos (IV.31), tem-se:

$$SNR_{sdc} = \frac{2W_b}{W_{dc}} \left( \frac{2W_n}{W_b} SNR_{eml} \right) = \frac{4W_n SNR_{eml}}{W_{dc}} \cong 800 SNR_{efc} . \quad (\text{IV.50})$$

As expressões (IV.49) e (IV.50) nos permitem tirar conclusões importantes, como explicado a seguir.

Analisando o diagrama de blocos da Figura IV-10 observa-se que a entrada do segundo *mixer* fornece o sinal demodulado com a informação de velocidade de rotação  $\Omega$ .

No entanto, para um mesmo valor de  $W_n$  e a mesma figura de mérito entre a relação sinal-ruído na entrada do segundo *mixer* e a relação sinal-ruído na entrada do primeiro *mixer*, é necessária uma faixa de passagem de ruído na demodulação duas vezes menor.

A redução da faixa de passagem do sinal, pelo mesmo fator, é evitada utilizando-se um filtro passa-baixas de mesma frequência de corte, porém com ordem  $n > 7$ , se considerarmos ruído branco na entrada [16, 33]. Obtém-se portanto, uma redução de um fator de 2 na faixa de passagem do ruído sem a redução respectiva da faixa de passagem do sinal.

Tal solução implica [16, 33] num *settling-time* para uma dada precisão da resposta, duas vezes maior que o de um filtro passa-baixas de Butterworth, com ordem  $n = 2$ , podendo conforme a aplicação desejada inviabilizar a utilização do sensor.

Depreende-se portanto a importância da filtragem passa-faixa de pré-demodulação, não apenas para a proteção do *mixer* chaveado, mas para uma redução significativa do ruído do sinal modulado, evitando o comprometimento da filtragem passa-baixas de demodulação.

O diagrama de blocos do demodulador implementado com filtragem coerente e chaveamento síncrono do sinal modulado é indicado na Figura IV-10.

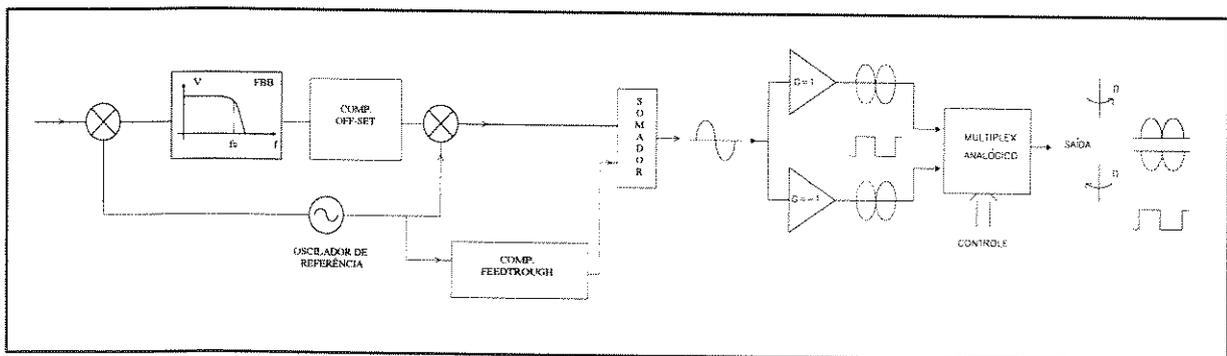


Figura IV-10: Demodulador com filtragem coerente e chaveamento síncrono do sinal.

## IV.7. Conversão de frequências e amostragem do sinal

A seguir, propõe-se uma extensão da técnica de demodulação com conversão de frequências e chaveamento síncrono do sinal, visando ao projeto de um demodulador coerente com faixa dinâmica de medidas mais ampla e melhores precisão, resolução e linearidade das

medidas. Esta arquitetura de demodulação é ilustrada na Figura IV-11, para bem conceituar a proposta.

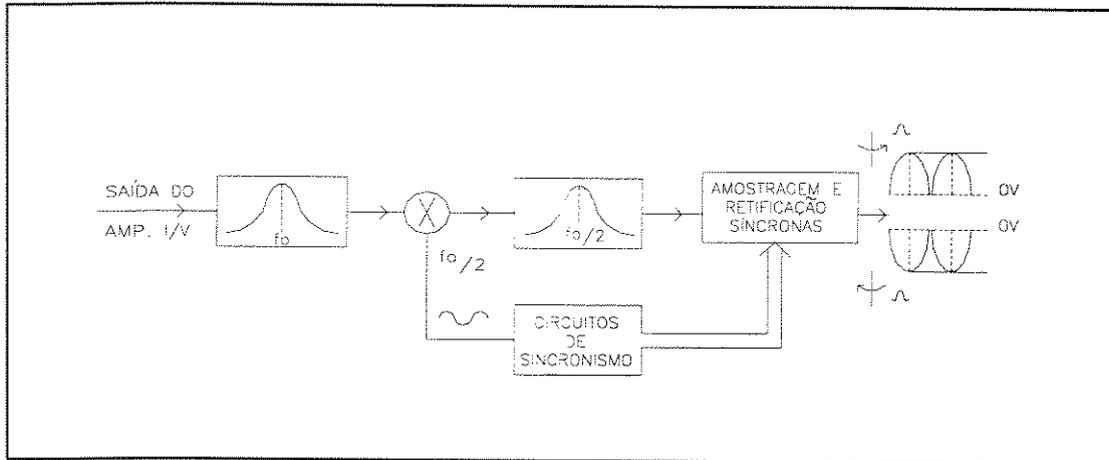


Figura IV-11: Demodulação coerente com conversão de frequências e amostragem do sinal.

No estágio inicial utiliza-se um filtro passa-faixas ativo, a princípio do tipo *dual amplifier band-pass*, centrado em  $f_m$ , seguido por um *down converter*, convertendo o sinal de entrada para a frequência  $f_m/2$ . Nota-se portanto uma maior flexibilidade do projeto, dada a minimização dos requisitos de filtragem e distorção das harmônicas pares, impostos respectivamente ao filtro passa-faixa e ao oscilador de referência.

No tocante ao multiplicador, nota-se ainda uma independência da deriva de sua tensão de *offset* com a temperatura e com o tempo, devido à conversão do sinal modulado para a frequência central  $f_m/2$ .

Um filtro passa-faixa, similar ao anterior, centrado em  $f_m/2$ , minimiza o ruído de pré-demodulação e elimina os produtos de intermodulação devidos às harmônicas pares dos sinais de entrada e de referência do *down converter*. Tais interferências, se não eliminadas, serão responsáveis por *aliasing* na operação de amostragem subsequente ou por respostas espúrias do demodulador.

O sinal passa-faixa modulado e centrado em  $f_m/2$  é amostrado por um circuito *sample-and-hold*, com precisão e linearidade melhores que  $\pm 0,005\%$  e  $\pm 0,01\%$ , respectivamente, e cuja deriva da tensão de *off-set* é inferior a  $\pm 10 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ .

Os sinais de controle do *sample-and-hold* operam em sincronismo com a onda quadrada de referência, de modo que as amostras ímpares e pares se constituírem, respectivamente, em valores com e sem inversão de polaridade da tensão de entrada.

A saída do *sample-and-hold* é filtrada por um filtro passa-baixas ativo, tipo *Butterworth* com ordem  $n = 3$ , de alta precisão, e a deriva conjunta da tensão de *offset* do *sample-and-hold* e do filtro passa-baixas, após as suas compensações, é da ordem de  $\pm 10 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ ; ou seja, uma ordem de grandeza menor que a do circuito estudado anteriormente.

Há que se observar que a eliminação do segundo *mixer* ou *up-converter*, empregado no filtro passa-faixa coerente do demodulador analisado, implica numa maior precisão do demodulador ora proposto, o que é uma consequência direta do discutido no apêndice A3.

Embora o sinal na primeira multiplicação possa ser convertido para uma frequência diferente de  $f_m/2$ , a conversão para esta frequência implica na melhor solução para o projeto da filtragem de pós-conversão de frequências e para o sincronismo do circuito demodulador.

Há que se observar ainda que ambas as topologias de circuitos demoduladores discutidos prescindem da utilização de filtros passa-baixas de demodulação de ordens elevadas, ou seja com  $n > 7$ .

Portanto, a arquitetura ora proposta se constitui numa excelente perspectiva para a evolução do projeto de demoduladores coerentes utilizando a técnica de conversão de frequências e chaveamento síncrono do sinal modulado, sincronizados a partir da sua segunda harmônica.

## IV.8. Compensação da variação de parâmetros do sinal óptico

No estudo realizado não consideramos nem a variação da potência do sinal óptico incidente, e portanto do valor de pico  $I_o$  da fotocorrente  $I_d(t)$ , e nem a da amplitude  $\phi_m$  da modulação de fase dos feixes luminosos contra propagantes na fibra óptica.

Da equação (II.23) tem-se que o valor médio ou *dc* da fotocorrente  $I_d(t)$  é expresso por:

$$I_{dc} = \frac{I_o}{2} \left[ 1 + J_o(\phi_m) \cos(\Delta\phi_s) \right]. \quad (\text{IV.51})$$

A implementação de um circuito para a determinação dos valores das tensões de pico e *dc* na saída do amplificador de transimpedância, é realizável com precisão melhor que 0,001%. Para tal utilizamos amplificadores operacionais com ganho de malha aberta maior ou

igual a 100 dB, numa faixa de frequências de  $dc$  a 10 Hz, e tensão de *offset* menor ou igual a  $10 \mu\text{V}$ .

A tensão de pico  $V_p$  é dada por:

$$V_p = R_f I_o, \quad (\text{IV.52})$$

e indica a variação da potência do sinal luminoso incidente no fotodiodo e permite o seu controle por meio de realimentação na excitação do laser.

Com a mesma precisão tem-se a tensão  $V_{c\phi_m}$ :

$$V_{c\phi_m} = V_p - 2V_{dc} = R_f (I_o - 2I_{dc}) = -R_f I_o J_o(\phi_m) \cos(\Delta\phi_s). \quad (\text{IV.53})$$

Para valores de  $\Delta\phi_s \ll 0,01$  rad, esta tensão dividida pelo valor de pico  $V_p$  fornece uma tensão de saída proporcional à variação de  $J_o(\phi_m)$ , com uma precisão melhor que 0,01%, através da relação:

$$\frac{V_{c\phi_m}}{V_p} = -J_o(\phi_m). \quad (\text{IV.54})$$

No caso de  $\Delta\phi_s \gg 0,01$  rad, tal tensão dividida pelo valor de pico  $V_{p2h}$  da tensão da segunda harmônica detectada fornece uma indicação da variação de  $\phi_m$  através da fórmula:

$$\frac{V_{c\phi_m}}{V_{p2h}} = -\frac{J_o(\phi_m)}{J_2(\phi_m)}. \quad (\text{IV.55})$$

As duas últimas expressões permitem não apenas o conhecimento da variação de  $\phi_m$ , mas também o seu controle através de realimentação na amplitude do oscilador de excitação do modulador óptico.

As compensações descritas não foram implementadas tendo em vista que o oscilador de excitação do modulador óptico possui uma precisão em amplitude da ordem de  $\pm 100$  ppm, ou seja de  $\pm 0,01\%$ . Portanto, uma flutuação de 1% na amplitude da função de transferência do modulador óptico implicará numa variação da mesma ordem de grandeza em  $\phi_m$ , que por sua vez provocará uma deriva menor que 0,01% no valor de  $J_1(\phi_m)$ , no ponto de operação escolhido.

Na hipótese de variações percentuais mais significativas na magnitude da função de transferência do modulador se faz necessária a implementação dos circuitos eletrônicos capazes de assegurarem com a precisão mencionada o controle de  $\phi_m$ .

## IV.9. Sumário

Neste capítulo estudamos a arquitetura de um demodulador síncrono utilizando estágios sucessivos de filtragem passa faixa coerente, chaveamento síncrono e filtragem passa-baixas, do sinal modulador da portadora do sinal de saída do girômetro.

A ênfase foi dada à filtragem de pré-demodulação utilizando um filtro passa-faixa coerente, com alta precisão de suas características de amplitude e fase, cerca de várias ordens de grandeza superior a de filtros passa-faixa não coerentes e com a mesma seletividade. A relação sinal-ruído nos diversos estágios do demodulador foi calculada, as principais fontes de deriva inerentes ao demodulador identificadas, e circuitos de compensação destas derivas implementados.

Uma extensão desta técnica de demodulação foi proposta, para futuras implementações, incorporando um circuito de *mixer* chaveado projetado a partir de um *sample-and-hold amplifier* e eliminando o segundo *mixer* ou *up-converter* do projeto anterior. Esta arquitetura apresenta uma melhoria da faixa dinâmica, precisão, resolução e linearidade das medidas, e uma maior flexibilidade de implementação.

Apesar da alta precisão da amplitude do oscilador de excitação do modulador óptico e do controle existente na excitação do diodo laser, foram propostas técnicas para a compensação da variação da amplitude da modulação de fase  $\phi_m$  e da intensidade da fotocorrente  $I_o$ .

No Apêndice A1 constam os resultados experimentais e os principais parâmetros obtidos com o demodulador projetado, e no capítulo 6 é feito um estudo comparativo destes resultados com os do demodulador utilizando filtro integrador síncrono, a ser estudado no próximo capítulo.

## V. Demodulação com Filtro Integrador Síncrono

### V.1. Introdução

Neste capítulo propõe-se uma arquitetura de demodulação coerente caracterizada por maior flexibilidade e simplicidade de ajuste, faixa dinâmica de medidas mais ampla e com menor desvio de linearidade, maior resolução, além de uma maior precisão do seu fator de escala em relação aos mesmos parâmetros do demodulador estudado anteriormente.

No estágio inicial é realizada a amplificação seletiva das componentes na frequência fundamental e na segunda harmônica do sinal de saída do amplificador de transimpedância.

Um estágio intermediário realiza o chaveamento síncrono do sinal de saída do amplificador seletivo da componente na frequência fundamental. Tanto o circuito de chaveamento como o integrador são sincronizados por uma onda quadrada obtida do sinal de saída do amplificador seletivo da segunda harmônica.

O sinal chaveado é integrado durante um intervalo de tempo fixo por um circuito de alta precisão e linearidade. A polaridade e a magnitude do valor final da integração correspondem, respectivamente, ao sentido e à intensidade do incremento da posição angular em relação ao eixo de medida do girômetro.

Esta concepção de demodulador implementa o processamento de sinal de um girômetro integrador ou *integrating-rate-gyro*.

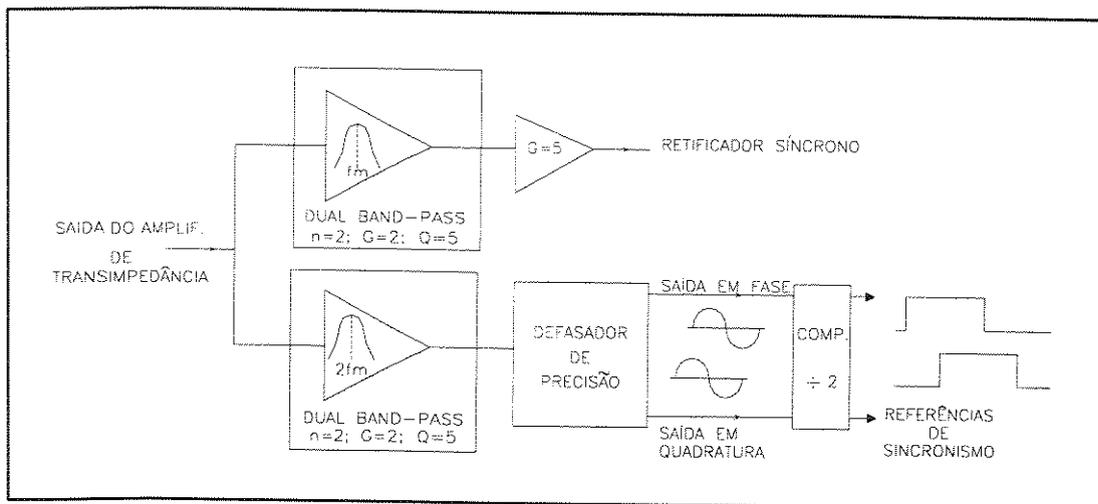
### V.2. Amplificação seletiva e chaveamento síncrono

Os amplificadores seletivos são similares aos estudados no capítulo anterior, dada a sua elevada precisão. Portanto, admitimos que ambos amplificadores utilizarão circuitos do tipo *dual-bandpass amplifier*.

A saída do amplificador da segunda harmônica é ligada à entrada de defasadores de precisão, similares ao estudados no capítulo IV.

Os sinais de saída são transformados em ondas quadradas, cujas frequências são divididas por dois, e se constituem nas referências de sincronismo em fase e em quadratura de fase para o circuito de chaveamento síncrono.

Considerando que os circuitos defasadores foram estudados no capítulo IV, indicamos na Figura V-1 apenas o diagrama de blocos das ampliações seletivas e geração de sinais de sincronismo.



**Figura V-1: Amplificação seletiva e geração de sinais de sincronismo.**

Na Figura V-2 é sugerida uma proposta de circuito de chaveamento síncrono, para implementação futura, por possibilitar, do ponto de vista teórico maior precisão e linearidade que o circuito discutido no capítulo IV.

A tensão de saída do circuito pode ser expressa por:

$$V_s(t) = V_e(t) - 2\rho V_e(t) = V_e(t)[1 - 2\rho] \quad 0 < t \leq T/2, \quad (\text{V.1})$$

$$V_s(t) = -V_e(t) + 2\rho V_e(t) = -V_e(t)[1 - 2\rho] \quad T/2 < t \leq T, \quad (\text{V.2})$$

onde o valor de  $\rho$  é dado por  $\rho \cong R_c/R$ ,  $R_c$  é o valor da resistência on da chave. Uma vez que a variação da amplitude do sinal na resistência on da chave é inferior a 10mV, a resistência  $R_c$  se mantém praticamente constante, o que implica numa alta precisão do valor de  $\rho$ , pois  $R \gg R_c$ .

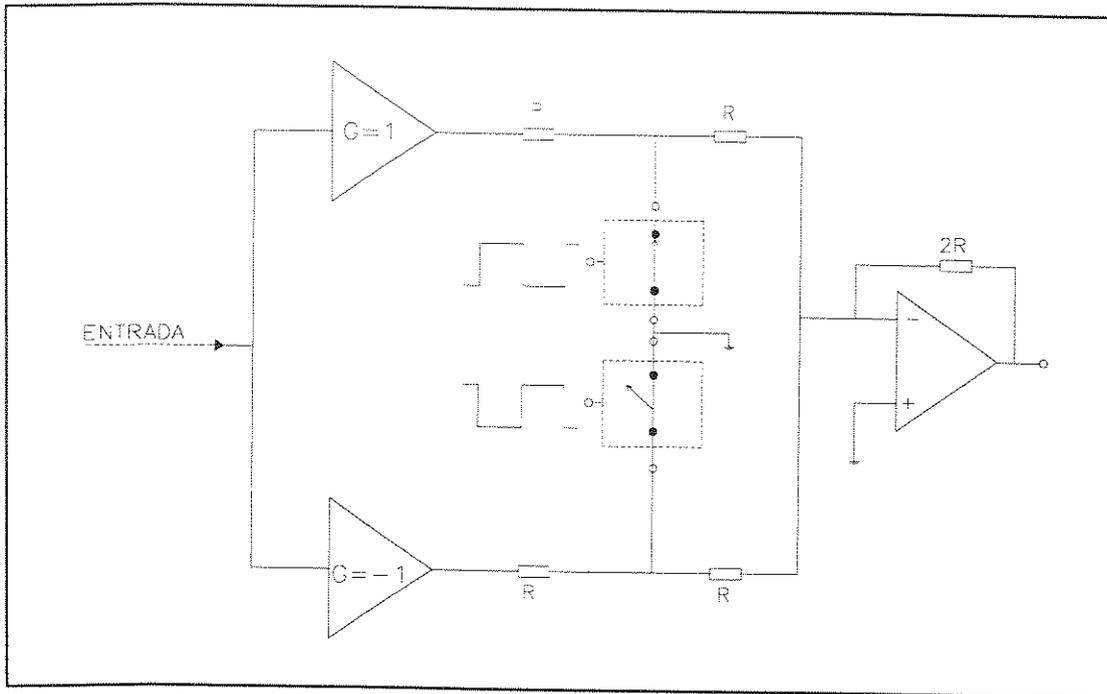


Figura V-2: Circuito de chaveamento síncrono.

### V.3. Filtro integrador síncrono: princípios

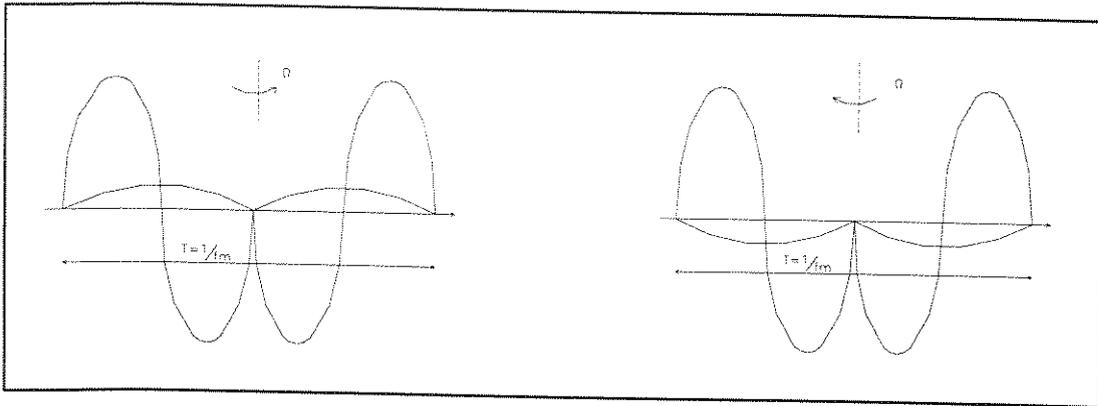
A expressão matemática do sinal de saída do circuito de chaveamento síncrono  $v_{cs}(t)$ , deduzida em (IV.38), se reformulada para a arquitetura proposta, resulta em:

$$v_{cs}(t) = \frac{4G}{\pi} \left[ \text{sen}(\omega_m t) + \frac{1}{3} \text{sen}(3\omega_m t) + \frac{1}{5} \text{sen}(5\omega_m t) + \dots \right].$$

$$\cdot \{n(t) + V_{1h} J_1(\phi_m) \text{sen}(\Delta\phi_s) \text{sen}(\omega_m t) + \gamma V_{2h} J_2(\phi_m) \text{cos}(\Delta\phi_s) \text{cos}(2\omega_m t)\}, \quad (\text{V.3})$$

onde  $G$  é o ganho do amplificador seletivo,  $V_{1h}$  e  $V_{2h}$  são respectivamente as amplitudes da primeira e da segunda harmônica na saída do amplificador de transimpedância, e  $\gamma$  representa a sensibilidade do circuito de chaveamento síncrono à segunda harmônica na sua entrada.

Na Figura V-3 é apresentada uma forma de onda típica do sinal na saída do circuito de chaveamento síncrono, após a pré-filtragem pelo amplificador seletivo, num período  $T = 1/f_m$  e nas condições de rotação horária e anti-horária. A relação de amplitude entre as harmônicas é fictícia e atende meramente a propósitos didáticos.



**Figura V-3: Forma de onda típica da tensão de saída do circuito de chaveamento síncrono.**

Depreende-se desta figura que, em condições ideais de funcionamento, o valor médio do sinal chaveado da segunda harmônica, ou de qualquer harmônica par, é nulo.

Portanto, se integrarmos o sinal de saída do retificador durante  $N$  ciclos, como definidos acima, obtém-se na saída do integrador ideal:

- um acréscimo linear da carga do capacitor devido às harmônicas ímpares presentes na sua entrada,
- uma variação residual nula da carga do capacitor devida às harmônicas pares presentes na sua entrada, e
- uma melhoria significativa da relação sinal-ruído na sua saída, devida à filtragem do ruído no processo de integração.

Obviamente, tais afirmações supõem a existência de um integrador ideal. Na próxima seção, analisaremos as principais fontes de erro dos integradores e estabeleceremos as condições para que a integração real seja realizada com a maior precisão possível.

#### **V.4. Filtro integrador: fontes de erro**

A Figura V-4a esquematiza um circuito integrador clássico utilizando um capacitor na realimentação de um amplificador operacional ideal, enquanto a Figura V-4b leva em conta um amplificador operacional real, onde se nota a presença dos geradores de tensão e de corrente de *offset*. Tais geradores e a limitação inerente ao produto ganho-faixa de passagem do amplificador, se constituem, como veremos a seguir, nas principais fontes de erro no processo de integração.

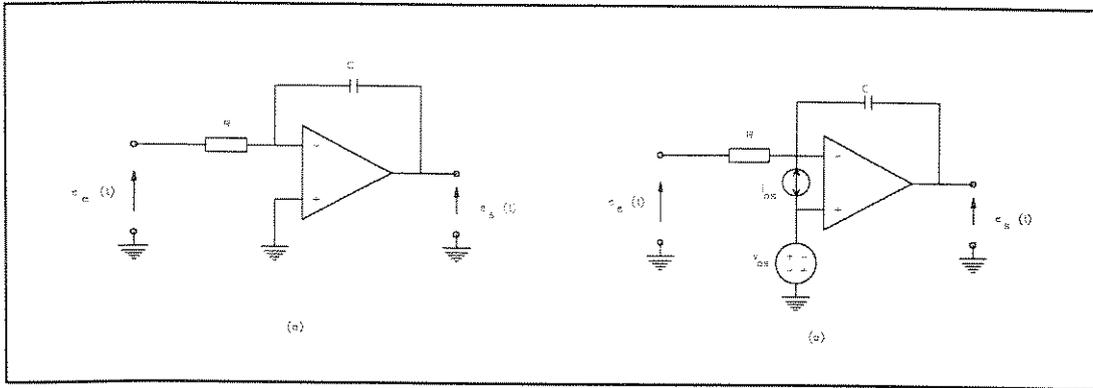


Figura V-4: Circuito integrador com amplificador operacional.

Considerando a Figura V-4a e supondo  $e_i = 0\text{V}$ , devido à ação do amplificador operacional ideal, a corrente no capacitor é dada por  $i_c = -e_e/R$  e a tensão  $e_s$  na saída do integrador ideal, após um intervalo  $T_i$ , é expressa por:

$$e_s = -\frac{1}{RC} \int_0^{T_i} e_e dt, \quad (\text{V.4})$$

onde  $e_e$  é a tensão na entrada do integrador e  $T_i = NT$  é o intervalo de integração.

Portanto, obtém-se a seguinte resposta em frequência  $H_i(\omega)$  do integrador ideal:

$$H_i(\omega) = -\frac{1}{j\omega RC}, \quad (\text{V.5})$$

cuja frequência de ganho unitário é  $\omega_{ui} = 1/RC$ . A magnitude e a fase de  $H_i(\omega)$  são dadas respectivamente por [15]:

$$|H_i(\omega)| = \frac{1}{\omega/\omega_{ui}}, \quad (\text{V.6})$$

$$\angle H_i(\omega) = +90^\circ. \quad (\text{V.7})$$

Considerando os geradores de tensão e de corrente de *offset* na entrada do amplificador, a equação (V.4) é modificada para a forma mais completa:

$$e_s = -\frac{1}{RC} \int_0^{T_i} e_e dt + v_{os} + \frac{1}{RC} \int_0^{T_i} v_{os} dt + \frac{1}{C} \int_0^{T_i} i_{os} dt, \quad (\text{V.8})$$

em que aparecem os termos de erro devidos aos geradores mencionados.

As suas amplitudes variam lentamente no tempo, caracterizando uma deriva de um valor *dc*, sendo justificável supô-las constantes no período de integração, pois  $T_i \leq 0,05\text{s}$ .

Portanto, o capacitor irá se carregar linearmente com a tensão e a corrente de *offset*, até um valor definido por  $T_i$ , na hipótese que não haja nenhuma limitação imposta pelo circuito.

Portanto, para uma integração precisa é importante minimizarmos os termos de erro de (V.8), o que se obtém com:

- a utilização de um amplificador operacional com as amplitudes dos geradores de tensão e de corrente de *offset*, tais que as suas integrais resultem em erros desprezíveis em relação à precisão desejada, e
- o emprego de um capacitor cuja capacitância  $C$  seja a maior possível para minimizar a rampa de tensão associada à integração da corrente de *offset*. Na escolha do valor máximo, há que se manter a constante de tempo  $RC$  definida para o projeto, pelo que existe um valor mínimo para a resistência  $R$  do resistor do integrador.

O capacitor, além de atender a tal requisito, deve apresentar uma corrente de fuga em seu dielétrico menor que ou da ordem de grandeza da corrente de *offset* do amplificador operacional.

Uma outra limitação à síntese de circuitos integradores de alta precisão está associada à característica do ganho de malha aberta de um amplificador operacional com a frequência. Tal fato está representado na Figura V-5, onde representamos as curvas da resposta em frequência  $H_i(\omega)$  do integrador ideal e do ganho de malha aberta  $A_{ma}(\omega)$  do amplificador.

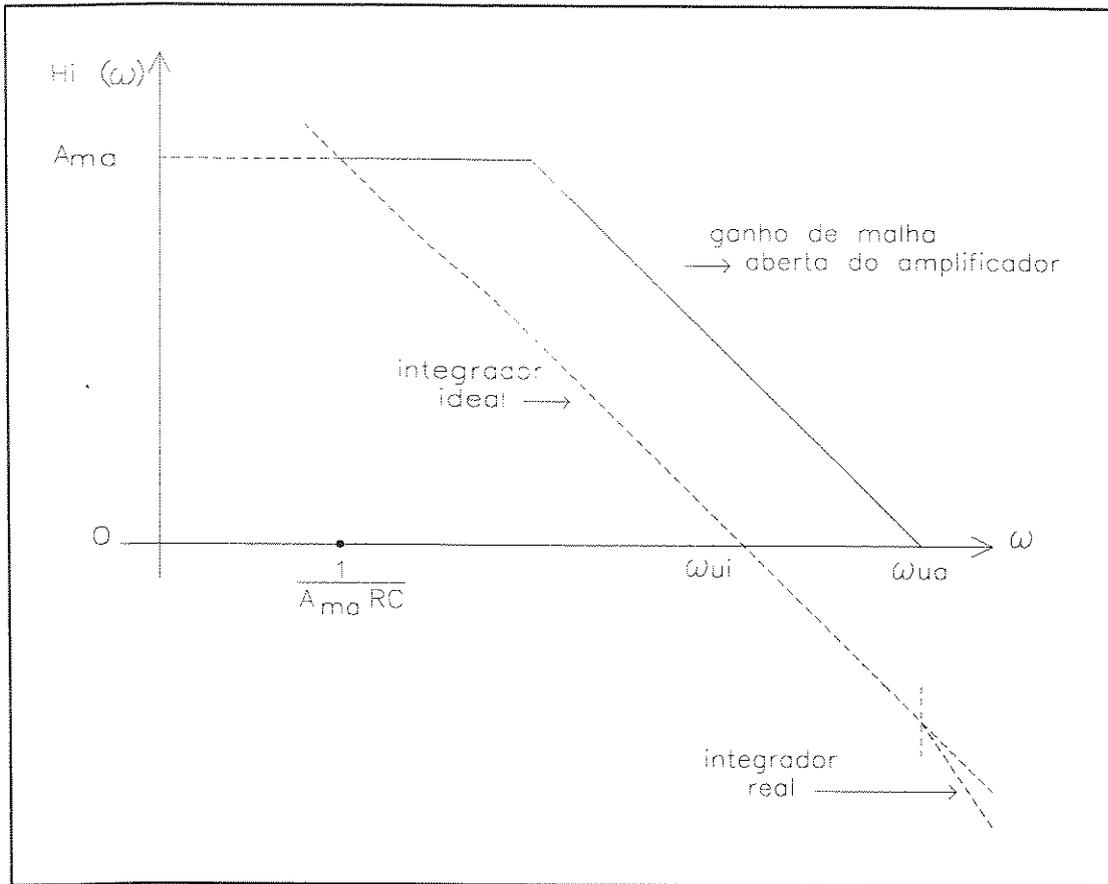


Figura V-5: Resposta em frequência do circuito integrador real.

Vemos que o valor limite no ganho de  $H_i(\omega)$  é expresso por  $|H_i(\omega)|_{\max} = A_{ma}$ , sendo o valor  $A_{ma}$  dado pela interseção das curvas de  $H_i(\omega)$  e  $A_{ma}(\omega)$ .

A frequência  $\omega_{p1}$  deste pólo é obtida fazendo  $|H_i(\omega)| = A_{ma}$  e, utilizando o valor de  $|H_i(\omega)|$  expresso por (V.6), resulta em:

$$\omega_{p1} = \frac{\omega_{ui}}{A_{ma}} = \frac{1}{A_{ma}RC} \quad (V.9)$$

A curva de resposta em frequência do integrador real possui dois pólos, com o segundo pólo  $\omega_{p2}$  coincidindo com a frequência de ganho unitário  $\omega_{ua}$  do amplificador.

Se aproximarmos a curva  $A_{ma}(\omega)$  por um único pólo expresso por  $\omega_{pa} = 1/\tau_{pa}$ ,  $\omega_{p2}$  resulta em:

$$\omega_{p2} = \omega_{ua} = \frac{A_{ma}}{\tau_{pa}} \quad (V.10)$$

## V.5. Filtro Integrador: resposta a um degrau de tensão na entrada

A seguir, analisamos os parâmetros a serem considerados no projeto do filtro integrador que regem a sua resposta a um degrau de tensão na sua entrada.

Em se tratando de um integrador ideal, a sua saída em resposta a um degrau de tensão seria uma rampa de tensão crescendo para infinito.

No entanto, os filtros integradores reais apresentam a seguinte função de resposta em frequência  $H_{ir}(\omega)$  [20, 32]:

$$H_{ir}(j\omega) = \frac{-A_{ma}}{\left[ \left( \frac{\tau_{pa}}{A_{ma}} \right) j\omega + 1 \right] [A_{ma} RC j\omega + 1]}, \quad (\text{V.11})$$

válida [20] com as hipóteses que  $A_{ma} RC \gg \tau_{pa}$  e  $A_{ma} \gg 1$ .

Portanto, é natural que a resposta de um filtro integrador real a um degrau na sua entrada não coincida com uma função tipo rampa, para qualquer valor de  $t$ .

De acordo com [20], se considerarmos um degrau de tensão de amplitude  $-E_e$  na entrada de um filtro integrador real, a sua tensão de saída  $E_s(t)$  é expressa por:

$$E_s(t) = A_{ma} E_e \left[ 1 - \frac{e^{-t/A_{ma} RC}}{1 - \tau_{pa}/A_{ma} RC} + \frac{e^{-t/\tau_{pa}}}{A_{ma} RC/\tau_{pa} - 1} \right], \quad (\text{V.12})$$

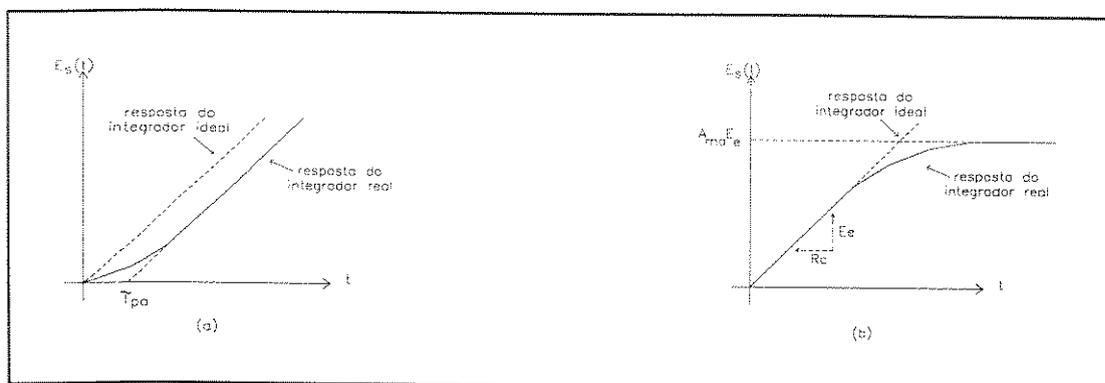
Segundo a mesma referência, a expressão de  $E_s(t)$  pode ser aproximada para pequenos valores de tempo, por:

$$E_s(t) \approx E_e \left( \frac{t}{RC} + \frac{\tau_{pa}}{RC} + \frac{e^{-t/\tau_{pa}}}{RC/\tau_{pa}} \right). \quad (\text{V.13})$$

Para grandes valores de tempo  $E_s(t)$  pode ser aproximada por:

$$E_s(t) = A_{ma} E_e \left( 1 - e^{-t/A_{ma} RC} \right), \quad (\text{V.14})$$

Tal comportamento é ilustrado nas Figura V-6a e Figura V-6b, adaptadas de [20], onde são representadas as respostas dos integradores reais e ideais a um degrau de tensão na sua entrada.



**Figura V-6: Resposta de um integrador real a um degrau de tensão: (a) - para valores muito pequenos de  $t$ , (b) - para grandes valores de  $t$ .**

No caso, o intervalo de integração  $T_i$  é fixo e, da Figura V-6b, nota-se que se fixarmos  $T_i = RC$  o acréscimo de tensão na saída do integrador será  $E_e$ , em resposta a um degrau de tensão de amplitude  $E_e$  na sua entrada.

Assim, a resposta do integrador real a um degrau de tensão na sua entrada será uma rampa de tensão com declividade unitária, coincidindo portanto com a resposta ao degrau do integrador ideal.

No entanto, tal condição é necessária mas não é suficiente para uma resposta tipo rampa unitária pois, da Figura V-6a, nota-se que na medida em que o tempo tende para o valor de  $\tau_{pa}$ , a tensão de saída do integrador apresenta um comportamento exponencial, o que implica em não linearidade.

Se escolhermos um amplificador operacional que atenda aos requisitos previamente definidos e com:

$$\tau_{pa} = \frac{A_{ma}}{\omega_{ua}} \ll T_i, \quad (\text{V.15})$$

teremos a condição restante para minimizar o erro devido ao atraso do amplificador operacional, implicando numa maior linearidade da saída.

Portanto, a precisão da resposta depende da relação entre  $T_i$  e  $\tau_{pa}$ . Se considerarmos  $t = T_i = RC = \alpha \tau_{pa}$ , com  $\alpha \geq 10$ , o resultado da equação (V.13) pode ser aproximado, com uma precisão melhor que 0,0005%, pela expressão:

$$E_s(T_i) = E_e \left( 1 + \frac{1}{\alpha} \right). \quad (\text{V.16})$$

A equação obtida evidencia a existência de um erro na tensão de saída do integrador, proporcional a  $1/\alpha$ , ou seja a  $\tau_{pa}/T_i$ , cuja precisão depende da variação de  $\tau_{pa}$  com os parâmetros do amplificador operacional, como expressa em (V.15). Obviamente, para uma dada variação de  $\tau_{pa}$  o erro será tanto menor quanto menor for o parâmetro  $\tau_{pa}/T_i$ .

Uma vez que  $T_i$  é imposto pelo projeto, há que se diminuir  $\tau_{pa}$  e de (V.15) deve-se ou diminuir  $A_{ma}$  ou aumentar  $\omega_{ua}$ , ou realizar ambas as ações.

Assim, resta-nos escolher um amplificador com um valor mais elevado de frequência de ganho unitário  $\omega_{ua}$  ou introduzir uma realimentação negativa para diminuir o ganho de malha do amplificador operacional.

Portanto, reduzindo o ganho de malha aberta  $A_{ma}$  do amplificador operacional, para um ganho de malha fechada  $A_{mf}$ , obtém-se um aumento da frequência do pólo do amplificador e  $\tau_{pa}$  é reduzido para um valor dado por  $\tau_{pam} = A_{mf}/\omega_{ua}$ .

Se  $\tau_{pam} = 0,01 \cdot T_i$  então 1% de variação de  $\tau_{pam}$  implicará em 0,01% de variação em  $E_s(T_i)$ .

Segundo [31], as expansões em séries de Fourier do sinal de saída do circuito de chaveamento síncrono, em resposta às componentes nas frequências fundamental e segunda harmônica do amplificador seletivo, são dadas respectivamente por:

$$\frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \left[ \frac{\cos 2\omega_m t}{1 \cdot 3} + \frac{\cos 4\omega_m t}{3 \cdot 5} + \frac{\cos 6\omega_m t}{5 \cdot 7} + \dots \right], \quad (\text{V.17})$$

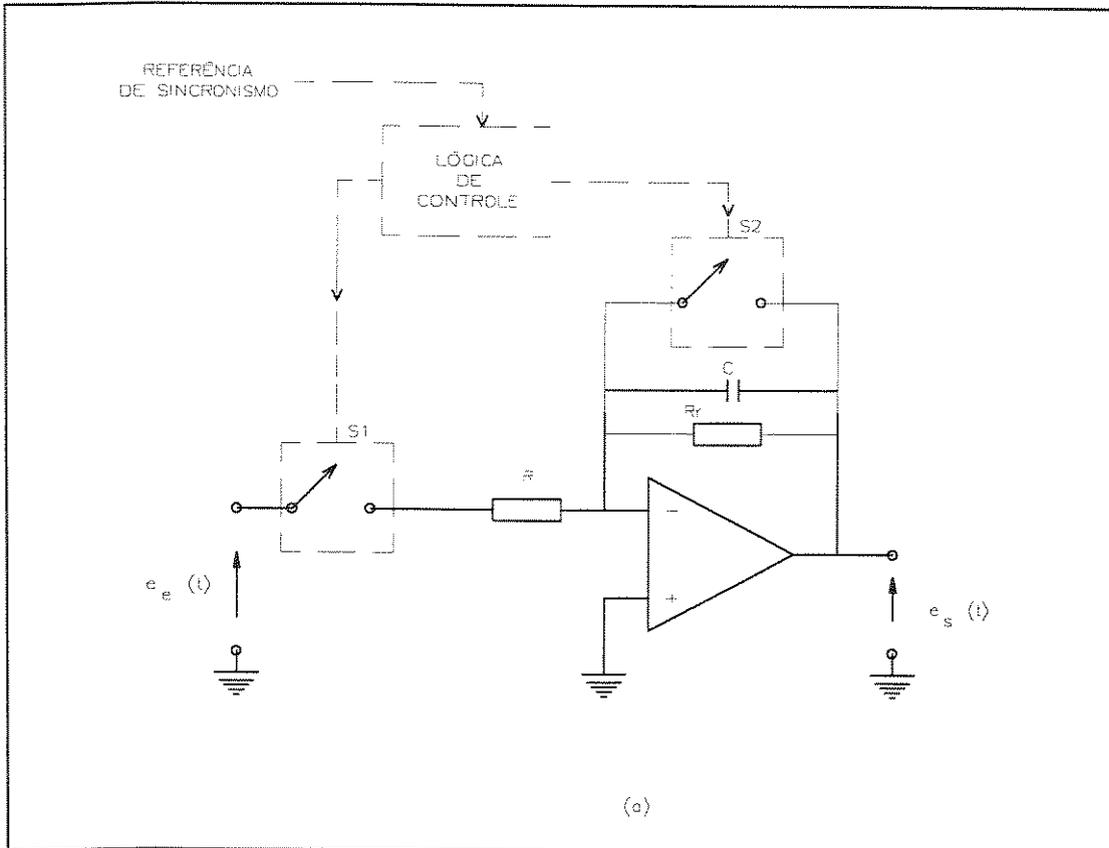
$$\frac{8}{\pi} \left[ \frac{\sin \omega_m t}{1 \cdot 3} + \frac{2 \sin 2\omega_m t}{3 \cdot 5} + \frac{3 \sin 3\omega_m t}{5 \cdot 7} + \dots \right]. \quad (\text{V.18})$$

Do exposto, tem-se que a resposta do circuito integrador real no instante  $t = T_i = N \cdot T = RC$ , ao sinal de saída do circuito de chaveamento síncrono, é dada por:

$$E_s(T_i) \cong \frac{2GR_f I_o J_1(\phi_m) \text{sen}(\Delta\phi_s)}{\pi} \left[ 1 + \frac{\tau_{pam}}{T_i} \right], \quad (\text{V.19})$$

a qual possibilita teoricamente uma precisão de  $\pm 50$  ppm no fator de escala, se considerarmos uma precisão de  $\pm 30$  ppm nos parâmetros  $R_f$ ,  $G$ , e  $\frac{\tau_{pam}}{T_i}$ .

Uma proposta final para o circuito integrador é indicada na Figura V-7.



**Figura V-7: Filtro integrador com precisão otimizada incluindo circuito de chaveamento para definição do intervalo de integração.**

A ação de chaveamento obedece à seqüência abaixo [19, 30]:

- S1 está aberta e S2 está fechada, no instante inicial  $t_0$ ,
- S2 é aberta no instante  $t_1 = t_0 + \Delta T$  e S1 é fechada no instante  $t_2 = t_1 + \Delta T$ , iniciando-se um ciclo de integração. Os intervalos de atraso  $\Delta T$  são da ordem de 100 ns,
- S1 é aberta em  $t_3 = t_2 + T_i$ , correspondente ao final do intervalo de integração,
- S2 é fechada no instante  $t_4 = t_3 + \Delta T_a$ , com  $\Delta T_a$  correspondendo ao intervalo de aquisição da tensão de saída do integrador, e
- S2 é aberta no instante  $t_5 = t_4 + \Delta T_d$ , com  $\Delta T_d$  suficiente para assegurar a descarga ou *reset* da tensão do capacitor para um valor menor que 0,005% do valor inicial, o que implica [32] em  $\Delta T_d > 10R_{ch}C$ , sendo  $R_{ch}$  a resistência da chave.

Portanto em  $t_5$ , retorna-se à condição de  $t_1$  e um novo ciclo se repete, com a seqüência de chaveamento esquematizada na Figura V-8.

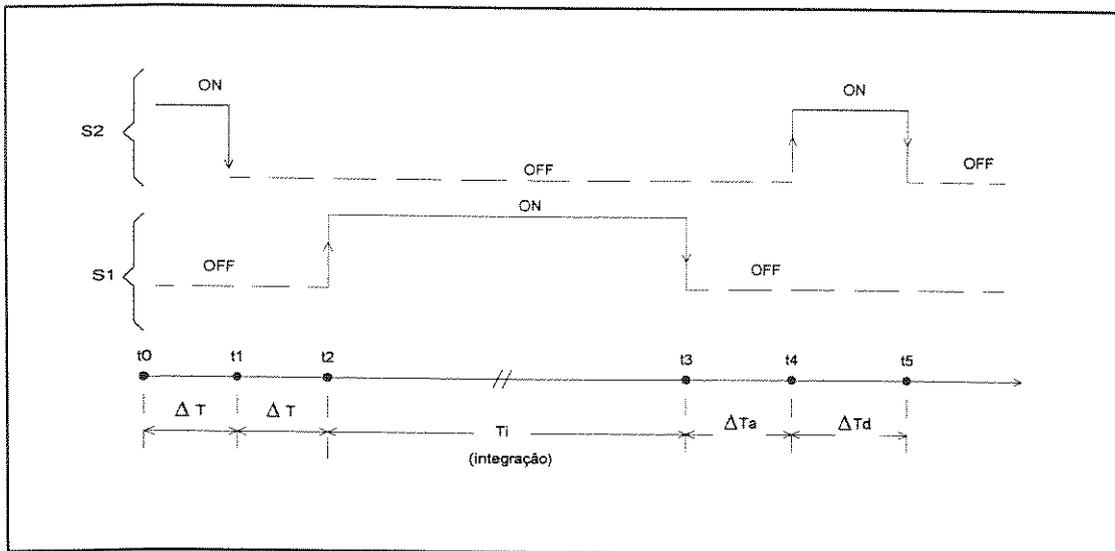


Figura V-8: Seqüência de chaveamento do filtro integrador.

Nota-se que os valores *rms dos* transitórios inerentes aos chaveamentos existentes no circuito integrador são reduzidos significativamente, pois ocorrem com uma freqüência  $N$  vezes menor que no retificador síncrono.

A lógica de controle assegura que os sinais de comando dos intervalos de *sampling* e *holding* ocorram durante o intervalo de aquisição  $\Delta T_a$ . Os parâmetros principais do *sample-and-hold-amplifier*, a serem considerados no projeto, são:

- não linearidade:  $< 0,002\%$  do valor da tensão de fundo de escala, tipicamente de 10 V,
- precisão do ganho:  $\pm 0,01\%$ ,
- coeficiente de temperatura do ganho:  $\pm 10$  ppm / °C,
- *very low voltage droop-rate (hold mode)*:  $< 0,001$  mV/ms, correspondendo à razão de variação da tensão armazenada, e
- *hold mode voltage offset drift*:  $< 10\mu\text{V}/^\circ\text{C}$ .

Portanto, os requisitos impostos aos principais parâmetros na fase de aquisição da tensão de saída do integrador são bem rígidos, exigindo uma atenção especial ao projeto deste circuito. A não observância destes requisitos implicará numa degradação da faixa dinâmica, da precisão e da linearidade das medidas do demodulador com filtro integrador síncrono.

## V.6. Compensação da variação dos parâmetros do circuito óptico do sensor

Nota-se em (V.19) que a tensão de saída do integrador depende do produto  $I_o J_1(\phi_m)$  e, como discutido na seção IV.8, quando do estudo da outra arquitetura de demodulador, é necessário compensarmos a sua variação.

Dividindo a tensão de saída da primeira harmônica pelo valor de pico da tensão de saída do amplificador de transimpedância, dado por (IV.52), tem-se:

$$E_s(T_i) \cong \frac{2GJ_1(\phi_m)\text{sen}(\Delta\phi_s)}{\pi} \left[ 1 + \frac{\tau_{pam}}{T_i} \right]. \quad (\text{V.20})$$

Assim, elimina-se a dependência da tensão de saída com a variação de  $R_f$  e  $I_o$ , restando contudo a dependência com a amplitude  $\phi_m$  da modulação de fase óptica. Há que se notar que a expressão (V.20) permite uma maior variação dos parâmetros  $G$  e  $\frac{\tau_{pam}}{T_i}$  para uma mesma precisão do fator de escala do demodulador.

Vimos em (IV.55) como obter uma tensão proporcional a  $-J_o(\phi_m)/J_2(\phi_m)$ , que comparada com o seu valor teórico, implementável com uma precisão de  $\pm 10$  ppm, permite o controle da variável  $\phi_m$  por meio de realimentação da amplitude do oscilador de excitação do modulador óptico.

## V.7. Sumário

Discutiui-se uma técnica de demodulação coerente do sinal do girômetro a fibra óptica, a qual apresenta vantagens potenciais em precisão, linearidade e faixa dinâmica, aliada a uma maior simplicidade de implementação, se comparada à estudada no capítulo anterior.

Uma arquitetura de circuito de chaveamento síncrono, caracterizada por maior linearidade, precisão e faixa dinâmica de medida foi apresentada para implementação futura.

Uma proposta de filtro integrador, operando em sincronismo com o circuito de chaveamento, foi sugerida e as suas principais fontes de erro identificadas.

O integrador apresenta do ponto de vista teórico, respostas linear e nula, respectivamente às harmônicas ímpares e pares, do sinal de saída do circuito de chaveamento

síncrono. Dada a integração não-coerente do ruído presente em sua entrada, o integrador se destaca por uma redução significativa do valor *rms* do ruído em sua saída [2, 4], sem a necessidade de estágios de filtragens adicionais de grande seletividade.

Esta técnica de demodulação fornece um sinal de saída proporcional ao incremento angular em relação ao eixo de medida do girômetro, ou seja implementa o processamento de sinal de um *integrating-rate-gyro*.

## VI. Conclusões

As particularidades dos projetos dos circuitos de detecção, amplificação seletiva, e demodulação coerente implementados segundo as técnicas de conversão de frequências e de filtragem por integração e chaveamento síncronos do sinal, foram o objeto de estudo desta tese.

Neste capítulo discorremos sucintamente sobre as limitações, os resultados obtidos, e as possibilidades de evolução de cada um dos projetos dos demoduladores, ao mesmo tempo que realizamos um estudo comparativo entre os mesmos.

### VI.1. Demodulação coerente com conversão de frequências

Em que pesem os bons resultados obtidos com este demodulador (vide Apêndice A1), consequência da estratégia de sincronismo e da precisão da filtragem passa-faixa de pré-demodulação utilizadas, esta arquitetura apresenta como limitações principais:

- a necessidade de utilização de osciladores de referência para o filtro coerente com precisão de amplitude melhor ou igual a  $\pm 50$  ppm, e distorção de segunda harmônica da ordem de 0,005%,
- a necessidade de multiplicadores com deriva térmica da sua constante de ganho menor que  $\pm 50$  ppm/°C,
- a necessidade de multiplicadores com precisão da sua defasagem melhor que  $\pm 0,3^\circ$ ,
- a necessidade de multiplicadores com deriva térmica da tensão de *offset* menor que  $\pm 50$   $\mu$ V/°C,
- a necessidade de multiplicadores com linearidade, em relação ao valor da tensão de fundo de escala, melhor ou igual a  $\pm 0,01\%$ , e
- a necessidade de *mixers* chaveados com linearidade em relação ao valor da tensão de fundo de escala, melhor ou igual a  $\pm 0,01\%$ .

Estes requisitos são dificilmente satisfeitos pelos multiplicadores e osciladores utilizáveis no filtro coerente, para operação em frequências maiores ou iguais a 100 kHz, se considerarmos os circuitos integrados disponíveis comercialmente. Portanto, tais limitações se constituem num óbice à evolução do projeto para operação em frequências maiores que a atual.

No entanto, apesar destas restrições, pudemos implementar o projeto utilizando os circuitos integrados descritos no Apêndice A1, onde constam os resultados obtidos de precisão do fator de escala, faixa dinâmica e resolução de medidas, e de não linearidade não compensada.

Estes resultados são da maior relevância, em se tratando do projeto de circuitos analógicos de processamento de sinal operando em malha aberta.

No intuito de eliminar uma parcela considerável das limitações inerentes ao demodulador estudado no capítulo IV, propusemos uma extensão da técnica de demodulação com conversão de frequências e chaveamento síncrono do sinal.

Esta proposta fundamenta-se na substituição do segundo *mixer* analógico e do *mixer* chaveado por um circuito de chaveamento síncrono projetado a partir de *sample-and-hold amplifiers*.

Há que se observar que ambas as topologias de circuitos demoduladores prescindem da utilização de filtros passa-baixas de demodulação, de ordens elevadas, ou seja com  $n > 7$ .

Tal arquitetura de demodulação apresenta vantagens significativas de flexibilidade de implementação, de faixa dinâmica, precisão, resolução e linearidade das medidas.

Portanto, esta arquitetura se constitui numa excelente perspectiva de evolução do projeto de demoduladores utilizando a técnica de conversão de frequências e chaveamento síncrono do sinal modulado, sincronizados a partir da sua segunda harmônica.

## **VI.2. Demodulação com chaveamento e integração síncronos**

No Apêndice A2 encontram-se os resultados dos ensaios da resposta de um integrador sincronizado ao sinal de saída do circuito de chaveamento síncrono.

A amplitude do degrau de tensão de entrada corresponde ao valor *dc* na saída do circuito de chaveamento.

Embora, do ponto de vista quantitativo, os valores de tensão de saída no final do intervalo de integração tenham sido medidos pelo osciloscópio, portanto com uma resolução de  $3\frac{1}{2}$  dígitos, tal fato não implica que a precisão obtida no final do intervalo de integração esteja aquém da esperada.

Tal afirmação se deve ao projeto do circuito integrador ter sido realizado para uma precisão melhor que  $\pm 0,01\%$  no final do intervalo de integração, ajustado para uma constante de tempo do circuito.

Obviamente os resultados não se prestam a uma análise quantitativa rigorosa do filtro integrador, mas convalidam as hipóteses teóricas realizadas, obtendo-se uma saída tipo rampa em resposta a um degrau de tensão na sua entrada. Tais resultados motivam a otimização do projeto e a realização de testes mais elaborados visando ao aperfeiçoamento desta técnica de demodulação.

Portanto, os testes tiveram um caráter mais qualitativo, analisando-se as respostas do integrador aos sinais retificados da primeira e da segunda harmônica do sinal modulado.

Feitas estas observações e considerando os aspectos qualitativos dos resultados experimentais conclui-se que esta técnica de demodulação apresenta vantagens potenciais em relação à anterior, pois:

- permite a implementação do demodulador, no caso os circuitos de chaveamento, integração e aquisição, com uma gama bem maior de amplificadores operacionais disponíveis comercialmente,
- é de fácil implementação, exigindo apenas circuitos de ajuste da tensão de *offset* na entrada do integrador e do *sample-and-hold*,
- o valor da tensão no capacitor no final do intervalo de integração pode ser armazenado com precisões melhores que  $0,01\%$ ,
- o fator de escala do demodulador pode ser fixado com precisão da ordem de  $0,005\%$ ,
- a deriva com a temperatura da tensão de *offset* dos circuitos de integração e aquisição é da ordem de  $10\ \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ ,
- a não-linearidade residual é menor e mais fácil de ser compensada,
- possibilita resoluções menores que  $100\ \mu\text{V}$  em relação a tensões de fundo de escala da ordem de  $10\text{V}$ , e

- não limita a extensão do projeto para operação em frequências mais elevadas.

Integradores de precisão são utilizados em conversores de tensão em frequência e em conversores AD, ambos com precisão e não-linearidade máxima melhores respectivamente que 0,01% e 0,005% em relação ao valor do fundo de escala.

Portanto, esta técnica de demodulação apresenta possibilidades teóricas de obtenção de melhor linearidade, faixa dinâmica, precisão, e resolução de medidas, se comparadas aos mesmos parâmetros obtidos com a técnica discutida no item anterior.

### **VI.3. Perspectivas de evolução do trabalho**

Esta tese possibilitou a realização de um processador analógico de sinais, operando em malha aberta, e com uma precisão da ordem de  $\pm 0,015\%$  no fator de escala das medidas. Assim, cumpriu-se uma etapa importante para a realização de processadores analógicos de sinais caracterizados por uma ampla faixa dinâmica de medidas, superior a 100 dB, operando em malha fechada e realizando a compensação de parâmetros do circuito óptico do sensor.

Há que se evidenciar que os conhecimentos adquiridos nesta tese permitirão ainda o desenvolvimento de algoritmos dedicados de processamento digital de sinais, a serem utilizados em versões futuras de tratamento do sinal do girômetro óptico. Nestas arquiteturas pretende-se realizar, por meio de *softwares* implementados em processadores digitais de sinais, a filtragem e a demodulação coerente do sinal digitalizado da saída do amplificador de transimpedância.

Portanto, os futuros trabalhos estarão voltados ao desenvolvimento de processadores analógicos de sinais, operando em malha fechada, e ao de processadores digitais de sinais, operando em malha aberta, ambos com a capacidade de compensar a variação de parâmetros inerentes ao circuito óptico do sensor.

# Apêndice

## Resultados experimentais

São apresentados a seguir resultados experimentais relativos ao demodulador síncrono, implementado por meio de filtragem coerente e chaveamento síncrono do sinal, e ao integrador simulando a técnica proposta de demodulação por meio de integração síncrona do sinal chaveado.

### A1. Demodulação com conversão de freqüências

Utilizamos no projeto do filtro coerente os circuitos integrados listados a seguir junto com os seus principais parâmetros:

#### multiplicador MPY634 L da BURR-BROWN, Co.

- não-linearidade de fundo de escala da entrada  $X \cong \pm 0,01\%$ ,
- *feedthrough* em 100 kHz  $\cong 10$  mV, pico a pico, para 10 V de pico na outra entrada,
- coeficiente de temperatura do fator de escala  $\cong \pm 50$  ppm/°C,
- deriva da tensão de *offset*  $\cong \pm 100$   $\mu$ V/°C, e
- densidade espectral de tensão de ruído  $\cong 2$   $\mu$ Vrms/ $\sqrt{\text{Hz}}$ .

#### oscilador ROJ-1K da DATEL, Inc.

- coeficiente de temperatura da tensão de saída  $\cong \pm 50$  ppm/°C,
- coeficiente de temperatura da freqüência de oscilação  $\cong \pm 25$  ppm/°C, e
- distorção de segunda harmônica:  $< 0,01\%$ .

#### amplificador operacional OPA 27 da BURR-BROWN, Co.

- tensão de *offset*  $\cong \pm 25$   $\mu$ V/°C, e
- deriva da tensão de *offset*  $\cong \pm 5$   $\mu$ V/°C.

O emprego de tais *chips* e a utilização de técnicas específicas de montagem permitiram a implementação do filtro coerente com um excelente desempenho. Os principais resultados obtidos com esta arquitetura de demodulação são apresentados:

- faixa dinâmica de medidas: 92 dB (com reserva da ordem de 06 dB para deriva não compensada do *offset* e *feedthrough* dos multiplicadores e do *multiplexer* analógico),
- resolução da medida  $\cong \pm 250 \mu\text{Vdc}$ ,
- fundo de escala de medida  $\cong \pm 10 \text{ Vdc}$ ,
- fator de escala  $\cong 250 \mu\text{Vdc}/\mu\text{rad}$ ,
- valor *rms* de ruído  $\cong 60 \mu\text{Vrms}$ ,
- seletividade do filtro coerente:  $Q = 50$ ,
- seletividade do demodulador coerente:  $Q = 2000$ ,
- faixa de passagem do sinal demodulado  $\cong 25 \text{ Hz}$ ,
- não-linearidade não compensada  $\cong \pm 0,05\%$ ,
- precisão ou estabilidade do fator de escala:  $\leq \pm 100 \text{ ppm}$ , medida em 8 horas, e com defasagens de  $0^\circ$  e  $\pm 0,5^\circ$ , entre a portadora do sinal modulado e a do oscilador de referência,
- precisão ou estabilidade do fator de escala:  $\leq \pm 150 \text{ ppm}$ , medida em 24 horas. Tal parâmetro é uma função da variação da amplitude do oscilador, e da amplitude e fase dos multiplicadores; ou seja traduz a variação de 5 processos aleatórios não-correlacionados cada qual com uma variação máxima ( $3\sigma$ ) de aproximadamente 70 ppm, e
- faixa de temperatura das medidas: 20 - 25 °C.

Estes parâmetros do projeto do demodulador, com conversão de frequências e chaveamento síncrono do sinal, atestam o excelente desempenho obtido com esta técnica de demodulação.

Há que se notar que a faixa dinâmica de medidas, a linearidade não compensada e a precisão do fator de escala podem ser otimizadas respectivamente para cerca de 100 dB,  $\pm 0,02\%$  e  $< \pm 100 \text{ ppm}$ , nas mesmas condições experimentais. A referida otimização é

possível utilizando-se para tal um circuito de chaveamento síncrono projetado com *integrate-sample-hold*, como discutido na seção IV.7.

Apresentamos os resultados experimentais obtidos com voltímetros de 6½ dígitos de resolução e analisadores de espectro de alta precisão e sensibilidade (- 130 dBm), com os parâmetros de maior relevância para a medida indicados no *plotter* de cada aquisição:

- análises espectrais relativas as saídas de um amplificador seletivo com  $Q = 10$  e do filtro coerente simulando um  $Q = 1000$ , ligados em série à saída de um amplificador de transimpedância HAD 1100A, com  $R_f = 100 \text{ k}\Omega$  e  $C_f = 1,5 \text{ pF}$ , operando no modo fotovoltaico e sem incidência de luz no fotodiodo. Nota-se que o valor *rms* da tensão de ruído na saída do filtro coerente é proporcional à  $k\sqrt{2}$ , onde  $k$  é a relação das faixas de passagens de ruído do filtro coerente e do amplificador seletivo, implicando num fator de redução da ordem de 14 (Figuras A1-1 e A1-2),
- análises espectrais relativas a entrada e saída do filtro coerente, simulando um  $Q = 1000$ , para níveis de saída de -40 dBm, -20 dBm e 0dBm. Cada uma das curvas apresentadas representa a média de 64 aquisições e observa-se uma boa linearidade do filtro coerente (Figuras A1-3, A1-4, A1-6, A1-7, A1-9 e A1-10),
- formas de onda no domínio do tempo relativas à saída do filtro coerente para níveis de saída de -40 dBm, -20 dBm, e 0 dBm (Figuras A1-5, A1-8 e A1-11),
- análises espectrais ilustrando a seletividade do filtro coerente, simulando um  $Q = 100$ , para diferenças de frequências na entrada de 50 Hz, 500 Hz e 5 kHz (Figuras A1-12, A1-13, A1-14, A1-15, A1-16, A1-17 e A1-18),
- gráficos indicativos da linearidade não compensada do filtro coerente, simulando um  $Q = 1000$ , para sinais de entrada em condições de sincronismo de fase ( $0^\circ$ ) e oposição de fase ( $180^\circ$ ), representando cada ponto a média de 128 aquisições nas condições de sincronismo e de oposição de fase (Figuras A1-19 e A1-20), e
- gráfico indicativo da linearidade não compensada do circuito demodulador, utilizando um multiplexador analógico para o chaveamento síncrono do sinal de saída do filtro coerente. Cada ponto representa a média de 128 aquisições, obtidas nas condições de fase  $0^\circ$  e  $180^\circ$ , onde observa-se uma degradação da linearidade para valores de entrada inferiores a  $500 \mu\text{Vrms}$  (Figura A-21).

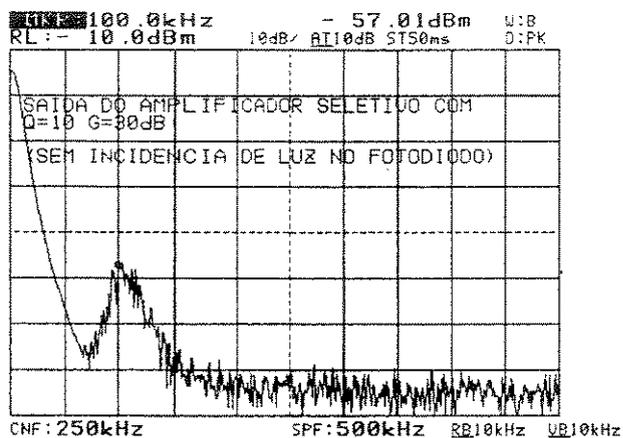


Figura A1-1

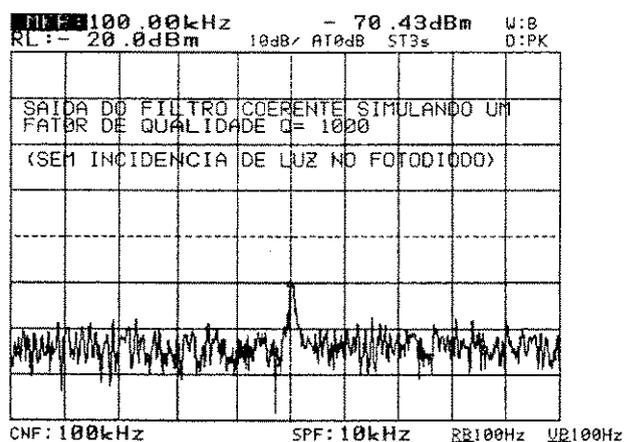


Figura A1-2

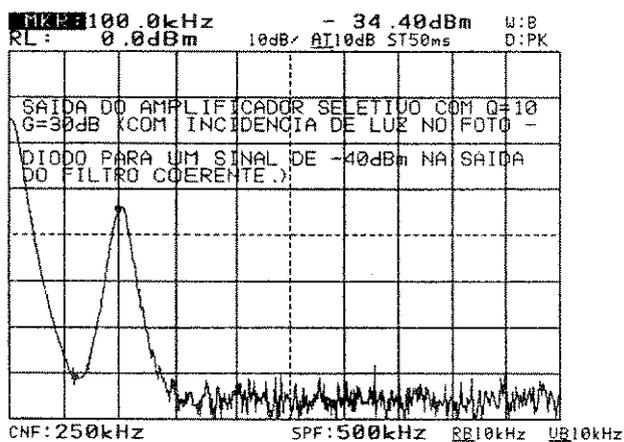


Figura A1-3

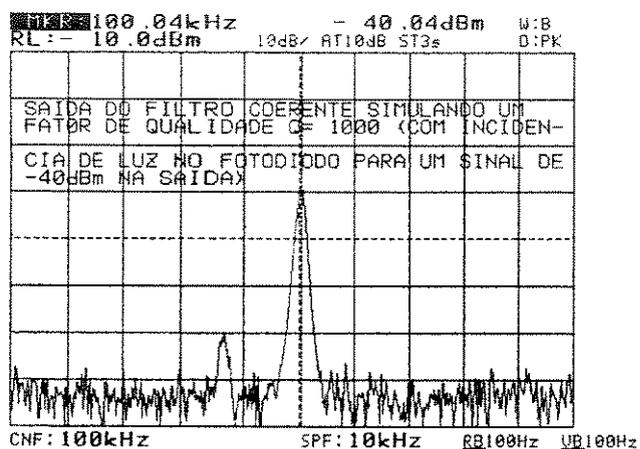


Figura A1-4

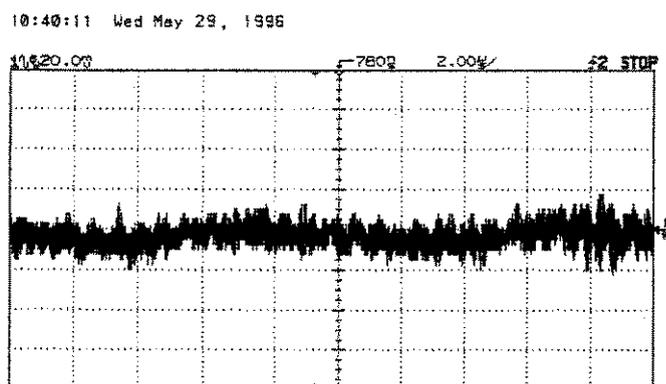


Figura A1-5

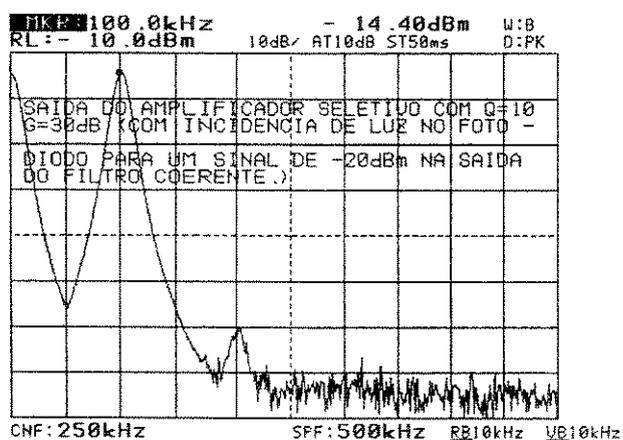


Figura A1-6

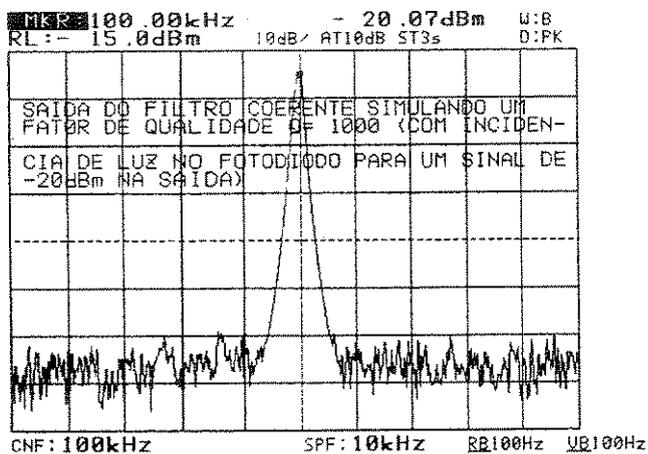


Figura A1-7

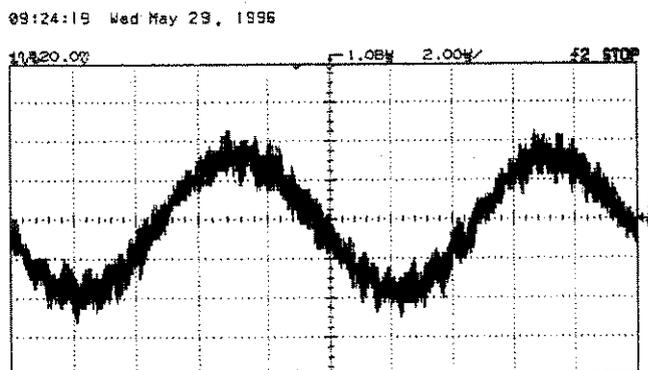


Figura A1-8

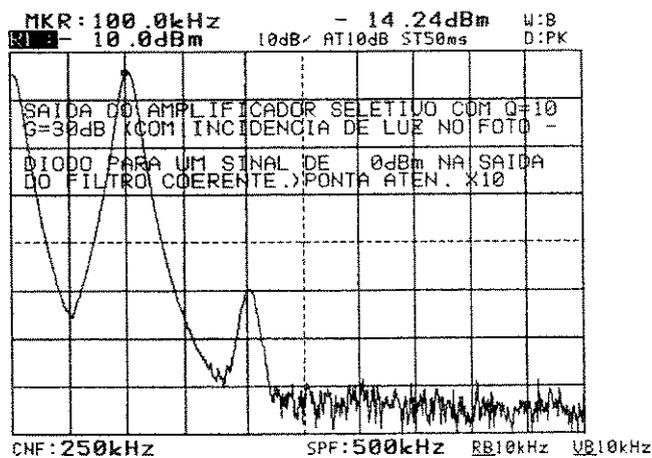


Figura A1-9

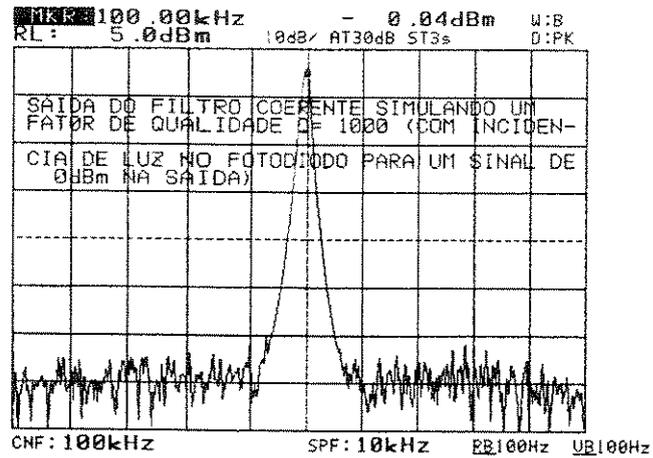


Figura A1-10

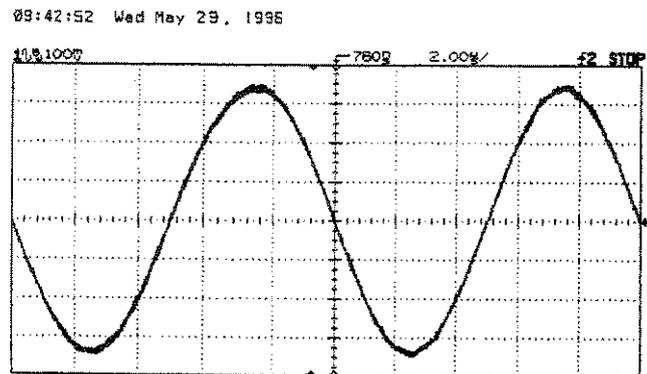


Figura A1-11

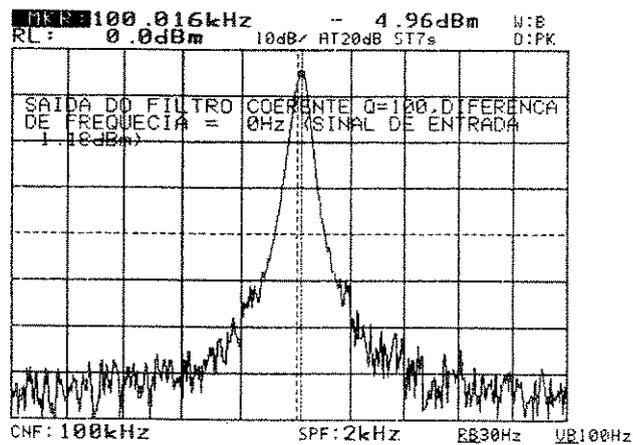


Figura A1-12

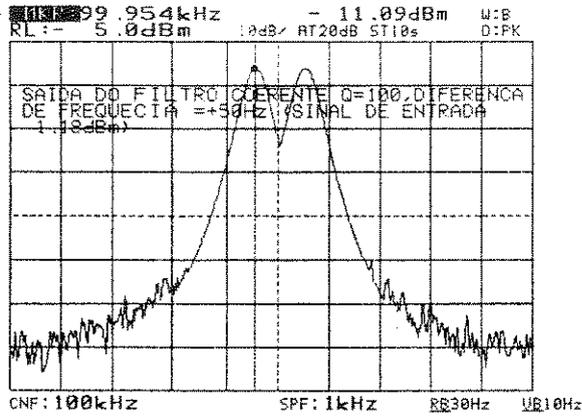


Figura A1-13

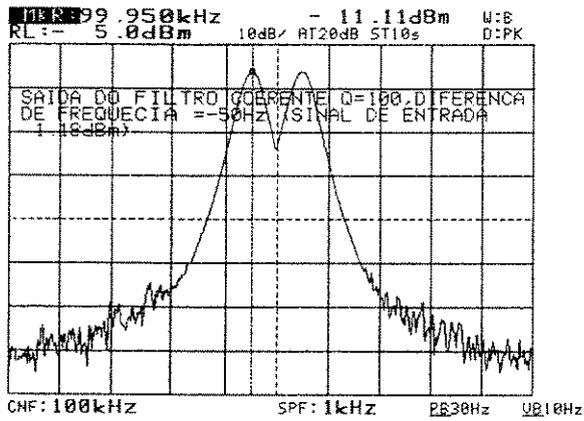


Figura A1-14

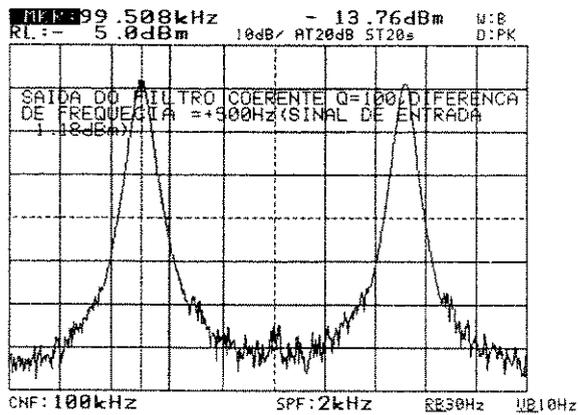


Figura A1-15

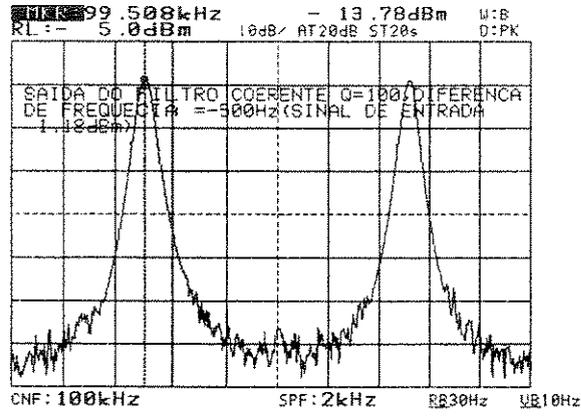


Figura A1-16

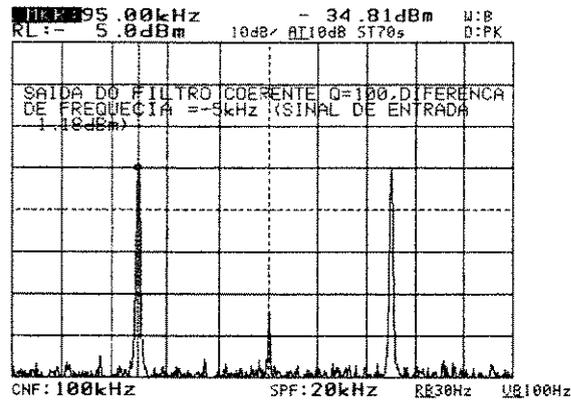


Figura A1-17

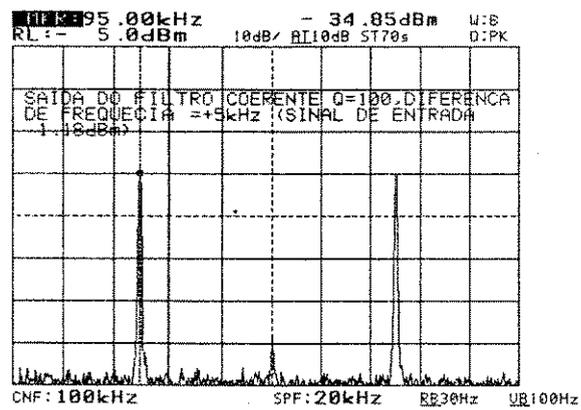


Figura A1-18

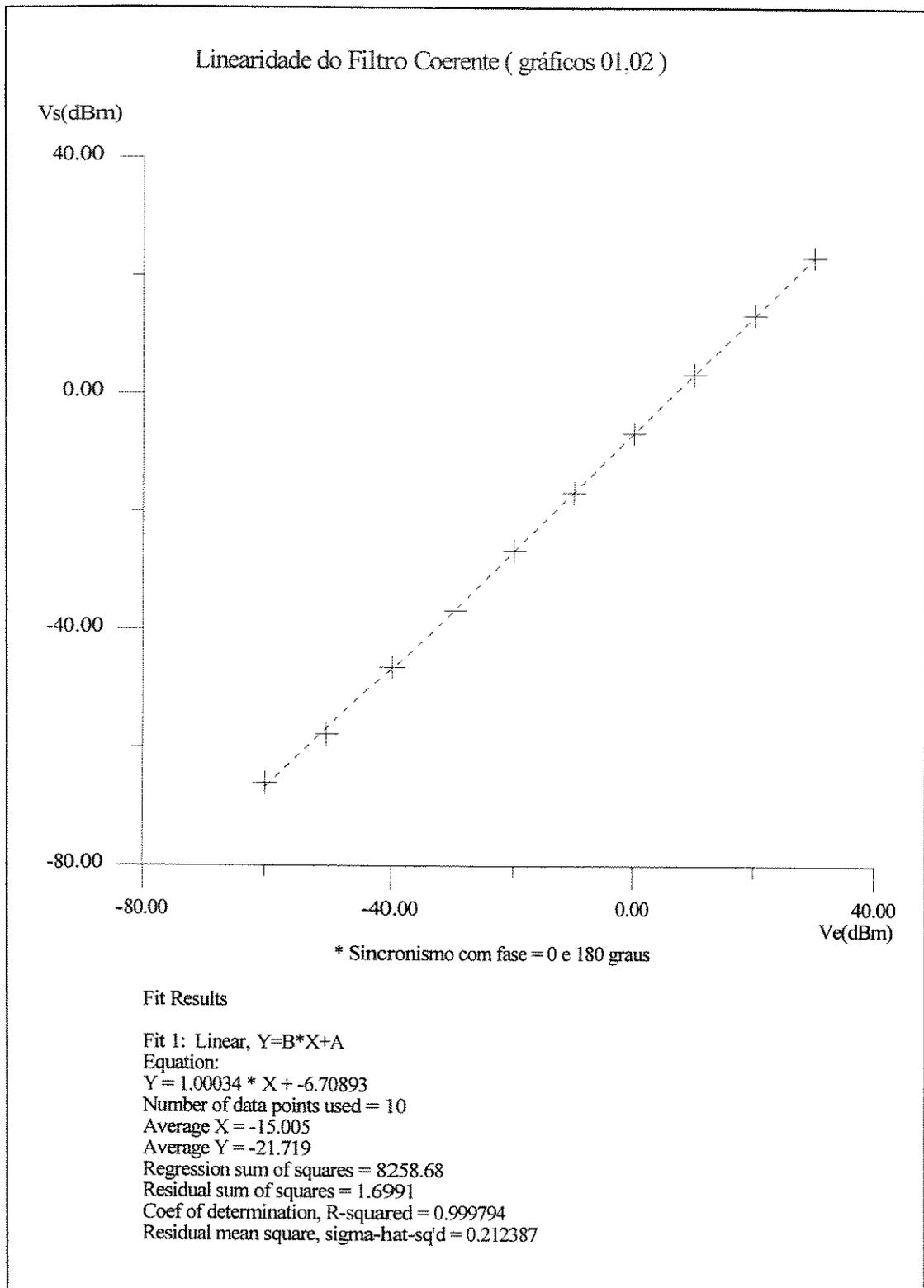


Figura A1-19

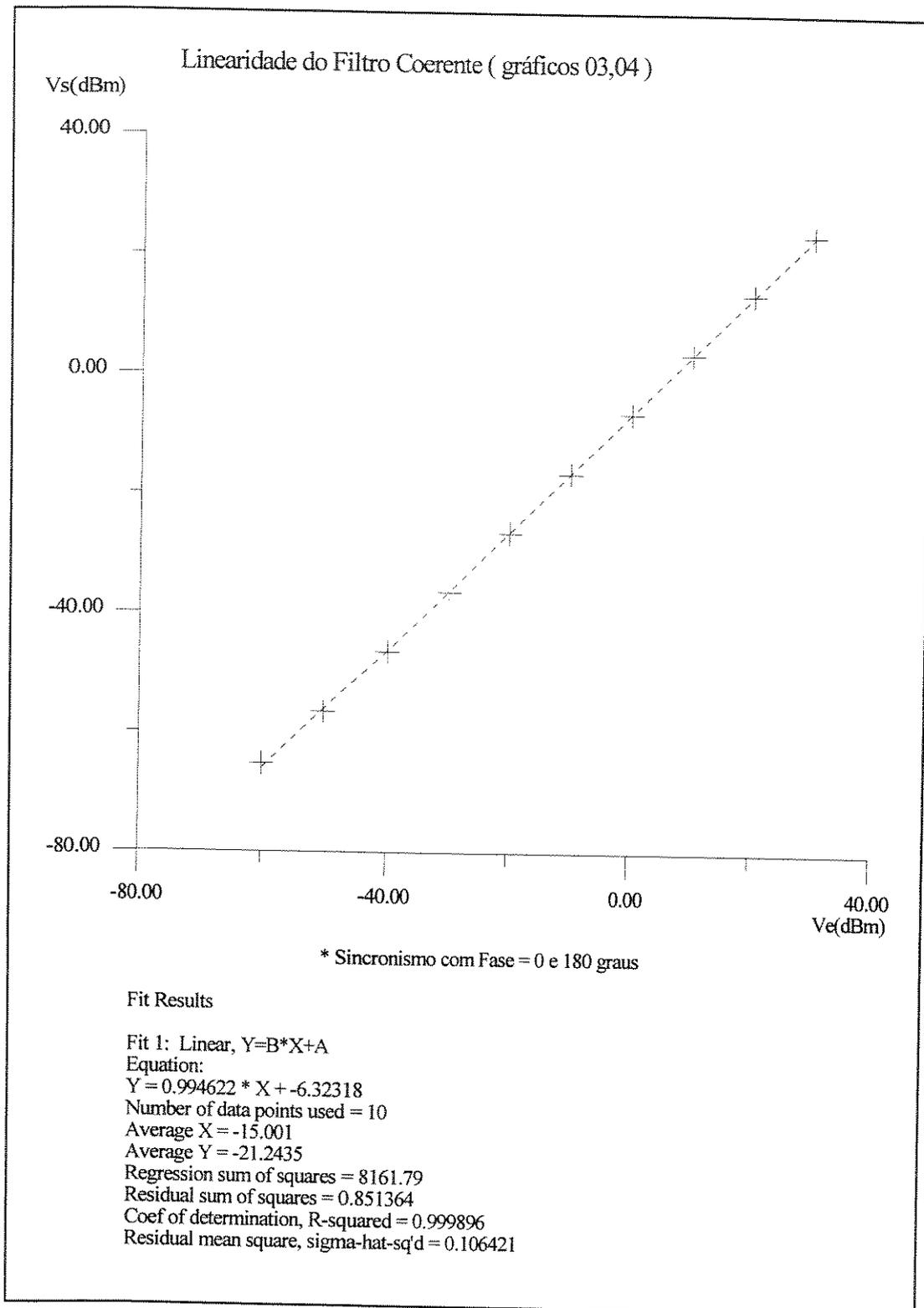


Figura A1-20

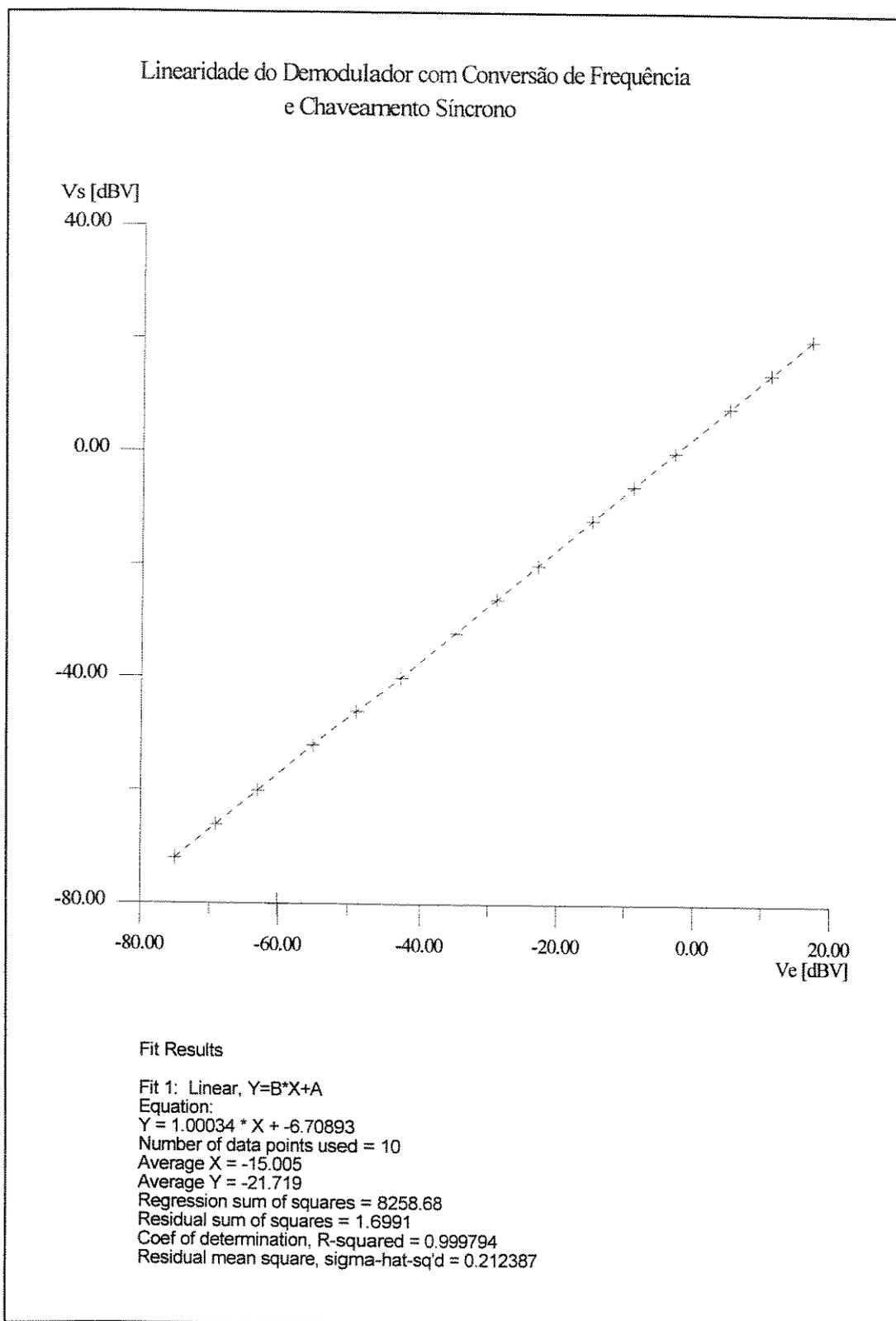


Figura A1-21

## A2. Simulação do integrador síncrono

Na simulação do filtro integrador síncrono utilizamos o amplificador operacional AD-515 da BURR-BROWN, cujas características principais são listadas a seguir, utilizando para tal a terminologia do capítulo V:

- corrente de *offset*  $\cong \pm 150$  fA,
- tensão de *offset*  $\cong \pm 300$   $\mu$ Vdc,
- deriva da tensão de *offset* após compensação  $\cong \pm 10$   $\mu$ V/°C,
- frequência de corte do ganho de malha aberta  $\cong 5$  Hz,
- ganho de malha aberta  $A_{ma}$  na frequência de corte  $\cong 97$  dB, e
- frequência de ganho unitário  $\cong 350$  kHz.

Utilizando a configuração proposta no circuito da Figura V-7, diminuimos o ganho de malha aberta  $A_{ma}$  para aumentar a frequência do polo do amplificador operacional, visando a diminuir o atraso  $\tau_{pa}$  da resposta do amplificador, implicando numa melhor linearidade da resposta do integrador à um degrau de tensão na sua entrada.

Impondo um ganho de malha fechada  $A_{mf} = 10$ , a frequência do polo do amplificador é modificada para aproximadamente 35 kHz, o que implica em  $\tau_{paf} \cong 4,5$   $\mu$ s.

Escolhendo  $R = 100$  k $\Omega$ ,  $C = 33$  kpF,  $R_f = 1$  M $\Omega$ , obtém-se  $\omega_i = 1/RC = 303$  rad/s, ou seja a frequência de ganho unitário do integrador ideal é da ordem de 50 Hz.

Portanto, obtém-se uma constante de tempo de  $T_i = RC = 3,3$  ms e uma relação entre  $\tau_{pa}$  e o instante final da integração  $T_i$  expressa por  $\alpha \approx 0,001$ .

A frequência do pólo do integrador real é deslocada de aproximadamente 0,0007 Hz para cerca de 5 Hz.

Esta condições asseguram uma integração precisa, ou seja numa rampa de tensão na saída do integrador em resposta a um degrau de tensão na sua entrada.

Os resultados experimentais, apresentados no final desta seção, indicam que:

- a resposta do integrador a um degrau de tensão está de acordo com as previsões teóricas, pois para um intervalo de integração fixado em uma constante de tempo, ou seja  $T_i = RC$ , obtém-se uma variação de tensão na saída igual a do degrau na

entrada. Verificada com degraus de tensão de aproximadamente 100 mV, 1 V e 10 V,

- a resposta do integrador a  $N = 330$  ciclos do sinal senoidal de 100 kHz, sincronamente chaveado, está de acordo com o previsto, pois no intervalo de integração definido obtém-se uma variação de tensão na saída igual ao valor médio do sinal na entrada. Verificada com valores de aproximadamente 157 mV e 1,57 V da tensão de pico do sinal senoidal chaveado na entrada do integrador,
- a resposta do integrador a  $N = 660$  ciclos do sinal senoidal de 200 kHz, sincronamente chaveado, está de acordo com a previsão teórica, pois no intervalo de integração definido não é registrada variação da tensão na saída do integrador. Verificada com valores de aproximadamente 157 mV e 1,57 V da tensão de pico do sinal senoidal chaveado na entrada do integrador, e
- há uma redução significativa no valor rms do ruído na entrada do amplificador, verificada para um ruído de densidade espectral, praticamente plana, numa faixa de passagem da ordem de 5kHz.

Portanto, face aos resultados experimentais conclui-se que esta técnica de demodulação apresenta vantagens potenciais em relação à anterior, pois:

- permite a implementação do demodulador por uma gama bem maior de amplificadores operacionais disponíveis comercialmente,
- é de fácil implementação, exigindo apenas um circuito de compensação da tensão de *offset* na entrada do integrador,
- o valor da tensão no capacitor no final do intervalo de integração pode ser armazenado com precisões melhores que  $\pm 0,005\%$ ,
- o fator de escala do demodulador pode ser fixado com precisão da ordem de  $\pm 0,003\%$  utilizando resistores de filme metálico e capacitores de poliestireno ou mica prata com derivas da ordem  $\pm 20$  ppm/°C,
- as derivas de *offset* obtidas são da ordem de  $20 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ ,
- a não-linearidade residual é mais fácil de ser compensada,
- possibilita uma resolução melhor que 100  $\mu\text{Vdc}$  e tensões de fundo de escala de  $\pm 10\text{V}$ , para tensões de alimentação de  $\pm 15 \text{Vdc}$ , e

- não limita a extensão do projeto para operação em frequências mais elevadas.

Integradores de precisão são utilizados recentemente em conversores de tensão em frequência e em conversores AD, com precisão e não-linearidade máximas melhores que  $\pm 0,005\%$  em relação ao valor do fundo de escala. Portanto, podemos inferir que esta técnica de demodulação é potencialmente mais precisa e linear, e de implementação bem menos complexa, se comparada à anterior.

As formas de onda apresentadas são representativas de um integrador não chaveado, projetado para uma resposta a um degrau de tensão na sua entrada, com erro da ordem de  $\pm 0,01\%$  em relação à resposta de um integrador ideal.

Tendo em vista que o objetivo era o de comprovação da teoria apresentada no capítulo 5, e dada a exiguidade do tempo, não implementamos as chaves S1 e S2, o que dificultou a aquisição das formas de onda no osciloscópio.

Isto posto, indicamos os resultados experimentais na ordem da sua apresentação:

- resposta do integrador a degraus de tensão de entrada, com amplitudes de 100 mVdc, 1Vdc e 10 Vdc. Fixando os cursores para medirem, a partir do instante inicial, um intervalo da ordem de uma constante de tempo de integração, observa-se que as variações da tensão na saída no mesmo período são respectivamente da ordem de 100mVdc, 1Vdc e 10Vdc (Figuras A2-1, A2-2 e A2-3),
- resposta do integrador a um sinal senoidal de frequência de 100 kHz, sincronamente chaveado, em sua entrada e com valores de tensão de pico correspondendo a valores médios de aproximadamente 100 mVdc e a 1,00 Vdc. Usando o mesmo procedimento anterior, observa-se variações da rampa de tensão de saída, respectivamente de 100 mVdc e de 1Vdc, no final do mesmo intervalo de integração (Figuras A2-4, A2-5, A2-6 e A2-7),
- resposta do integrador a um sinal senoidal de frequência de 200 kHz, sincronamente chaveado, em sua entrada e com os mesmos valores de tensão de pico. Usando o mesmo procedimento, não observa-se nenhuma variação de tensão na saída do integrador (Figuras A2-8, A2-9, A2-10 e A2-11),
- resposta do integrador a um sinal senoidal 1 V de valor de pico e frequência de 100 kHz, (Figura A2-12), e

- resposta do integrador a um ruído de entrada, com densidade espectral praticamente plana na faixa de frequências de 5Hz a 5 kHz, e com valor pico a pico da ordem de 10V. O valor pico a pico do ruído na saída do integrador é inferior a 50mVrms (Figura A2-13).

Obviamente os resultados não se prestam a uma análise quantitativa rigorosa do filtro integrador mas comprovam a teoria apresentada, e se constituem numa forte motivação para a realização de testes mais elaborados visando ao aperfeiçoamento desta técnica de demodulação.

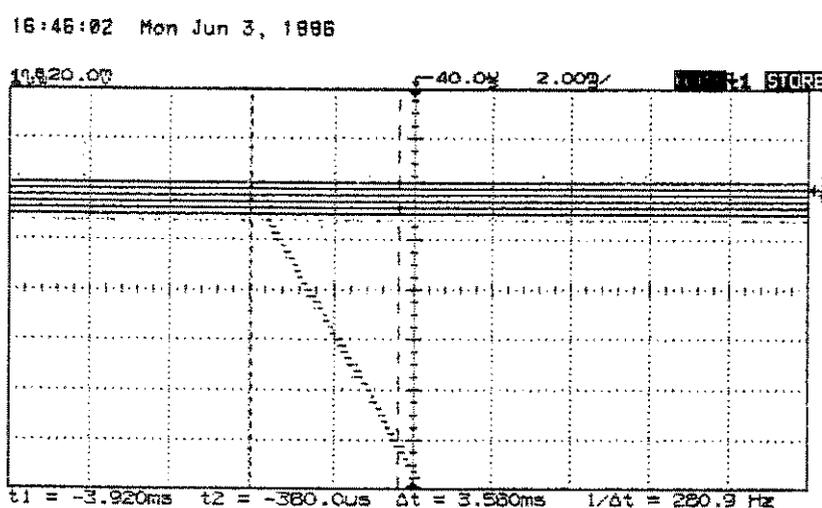


Figura A2-1

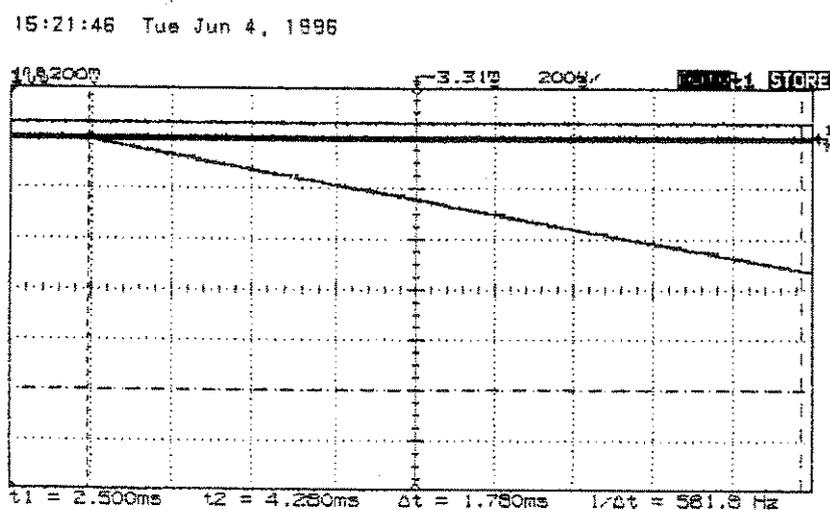


Figura A2-2

16:58:09 Mon Jun 3, 1996

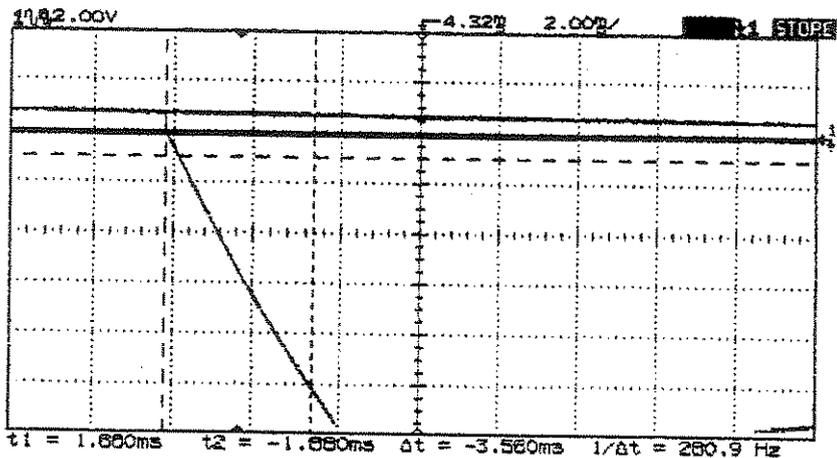


Figura A2-3

15:44:41 Tue Jun 4, 1996

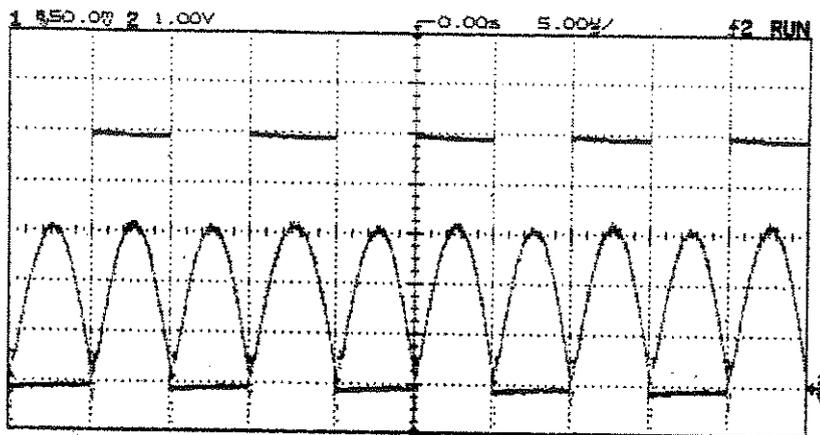


Figura A2-4

16:00:25 Tue Jun 4, 1996

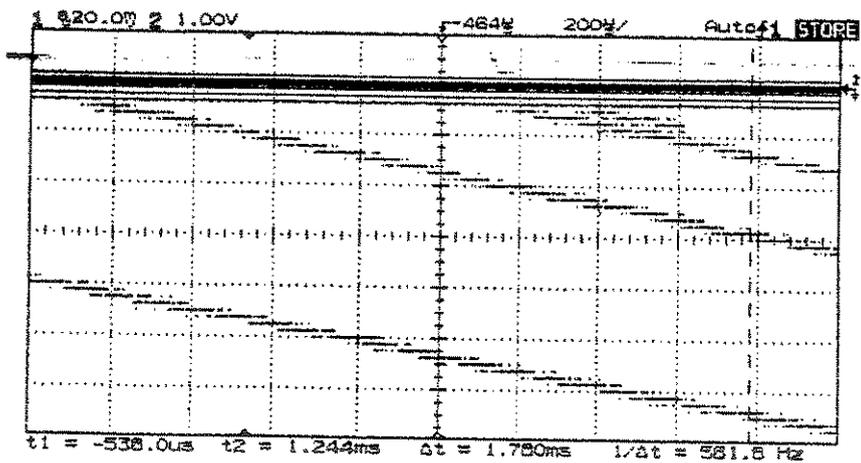


Figura A2-5

15:36:53 Tue Jun 4, 1996

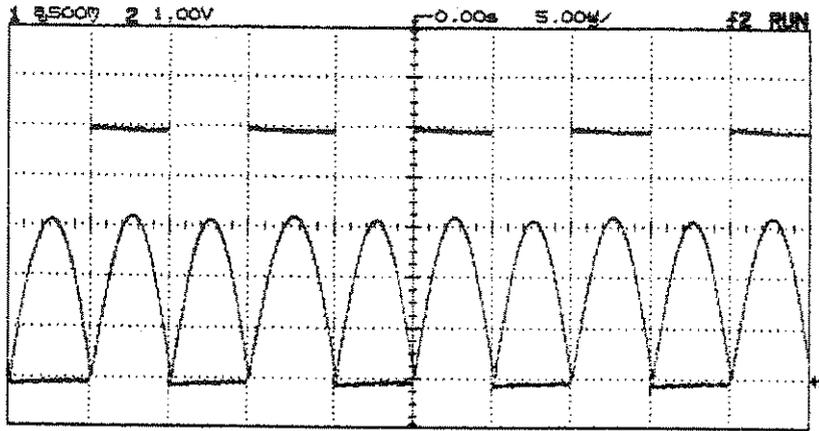


Figura A2-6

16:32:00 Mon Jun 3, 1996

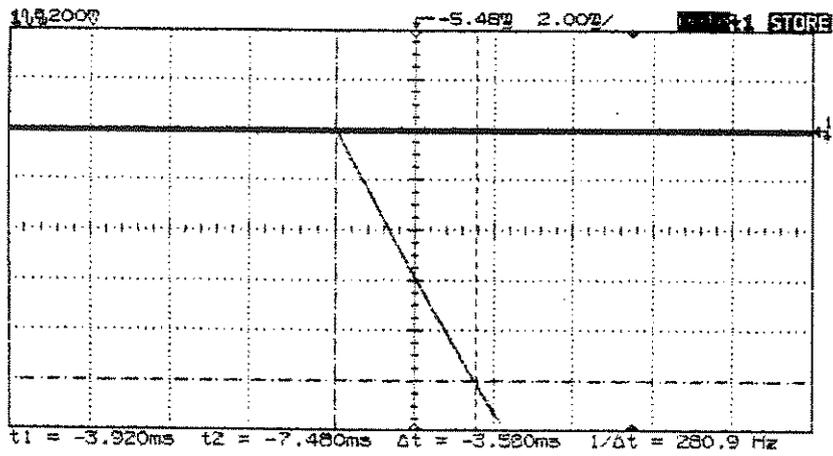


Figura A2-7

16:15:28 Tue Jun 4, 1996

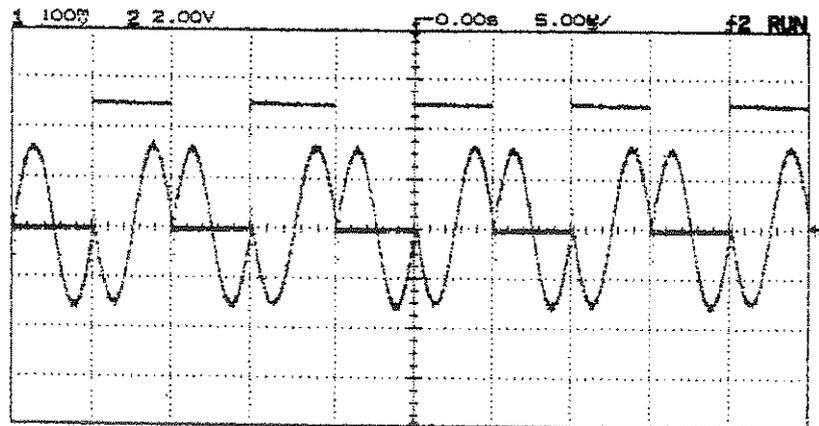


Figura A2-8

16:29:18 Tue Jun 4, 1996

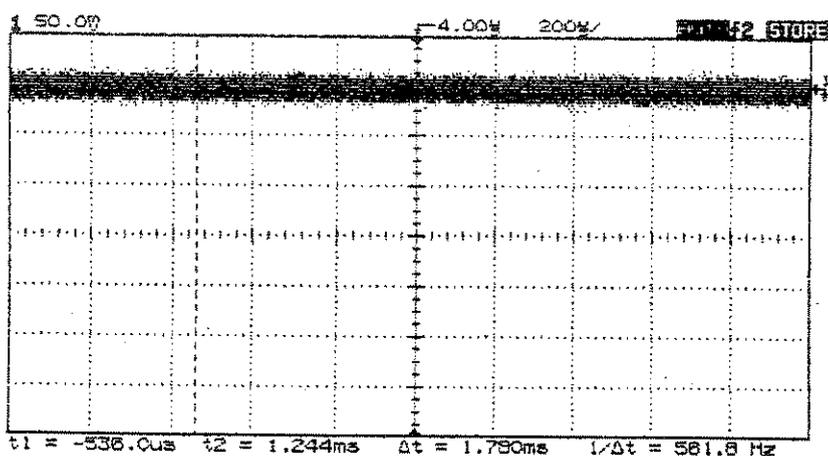


Figura A2-9

16:19:24 Tue Jun 4, 1996

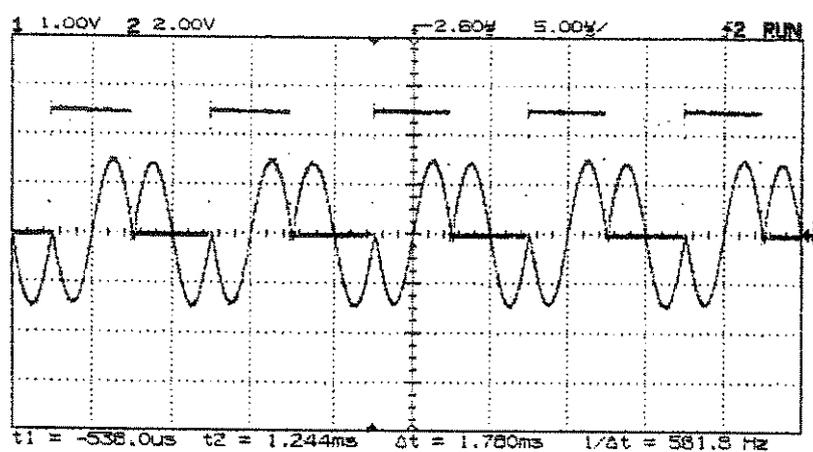


Figura A2-10

16:12:32 Tue Jun 4, 1996

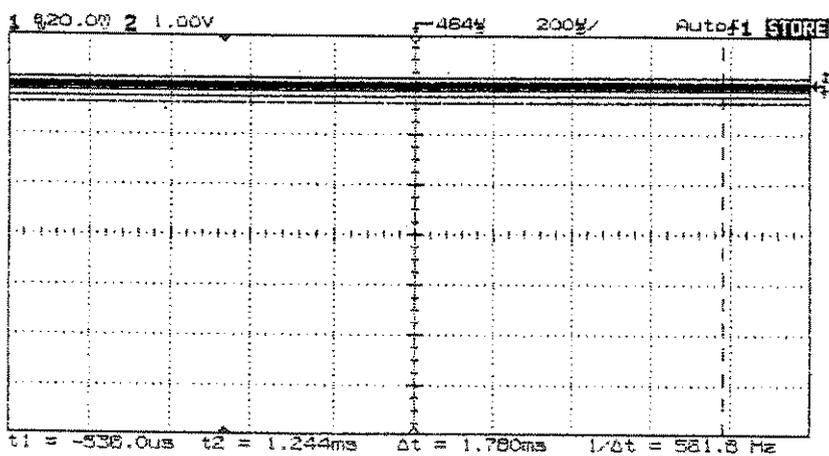


Figura A2-11

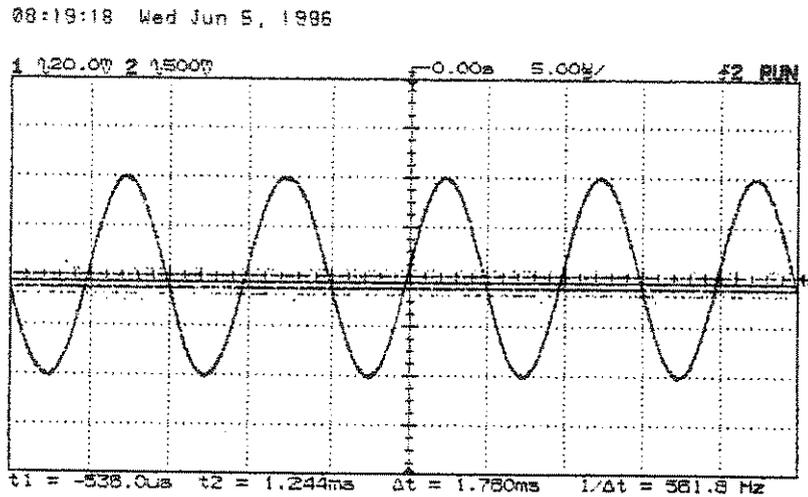


Figura A2-12

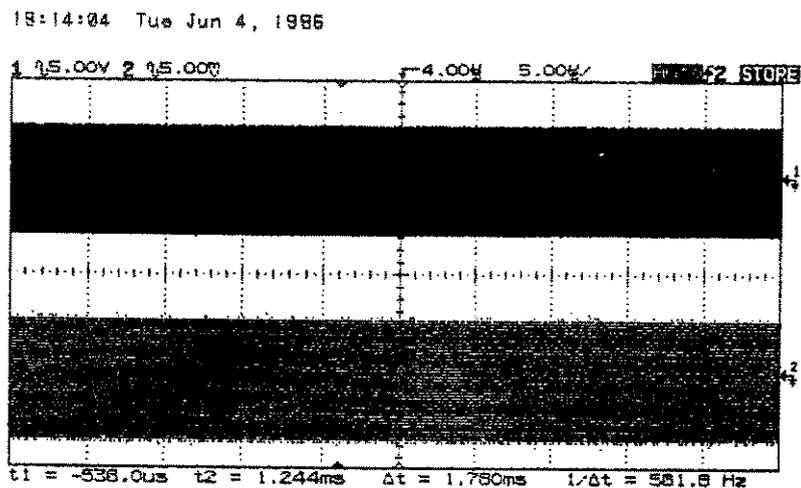


Figura A2-13

### A3. Análise da deriva da tensão de saída do filtro coerente devida à variação conjunta do ganho e da fase dos multiplicadores

Nos itens anteriores considerou-se o ganho  $k$  de cada multiplicador e a amplitude  $A_R$  do oscilador de referência como constantes, e o seu produto normalizado para o valor  $kA_R = 1$ .

A seguir, estabelecemos a hipótese que a saída de cada multiplicador é expressa por:

$$Y(t) = kA_R \text{sen}(\omega_m t + \theta_m) = K(t) \text{sen}(\omega_m t + \theta_m), \quad (\text{A.1})$$

onde a variável aleatória  $K(t) = K$  leva em conta a variação das amplitudes do multiplicador e do oscilador de referência, e a variável aleatória  $\theta_m$  leva em conta a flutuação da fase da saída do multiplicador em torno de  $\omega_m t$ .

Assumiremos que  $K(t) = K$  é uma variável aleatória uniformemente distribuída no intervalo  $1 \pm \Delta K$ , com a sua função densidade de probabilidade  $f_K(K) = \frac{1}{2\Delta K}$ , e que  $\theta_m$  é uma variável aleatória uniformemente distribuída no intervalo de  $\theta_1$  a  $\theta_2$ , onde  $\theta_2 = -\theta_1$ , com função densidade de probabilidade  $f_{\theta_m}(\theta_m) = \frac{1}{\theta_2 - \theta_1}$ , sendo  $\theta_1$  e  $\theta_2$  menores que 40 mrad.

Dada a natureza de  $K(t)$  e  $\theta_m$ , as mesmas são variáveis aleatórias independentes, de modo que:

$$E[Y(t)] = E[K(t)]E[\text{sen}(\omega_m t + \theta_m)], \quad (\text{A.2})$$

e como:

$$\begin{aligned} E[\text{sen}(\omega_m t + \theta_m)] &= \frac{1}{\theta_2 - \theta_1} \int_{\theta_1}^{\theta_2} [\text{sen}(\omega_m t) \cos(\theta_m) + \cos(\omega_m t) \text{sen}(\theta_m)] d\theta_m = \\ &= \frac{1}{\theta_2 - \theta_1} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \text{sen}(\omega_m t) \cos(\theta_m) d\theta_m = \\ &= \frac{\text{sen}(\omega_m t)}{\theta_2 - \theta_1} [\text{sen}(\theta_m)]_{\theta_1}^{\theta_2} = \text{sen}(\omega_m t), \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

tem-se que:

$$E[Y(t)] = E[K(t)] \text{sen}(\omega_m t) = \text{sen}(\omega_m t), \quad (\text{A.4})$$

ou seja,  $E[Y(t)]$  coincide com o valor obtido na saída do multiplicador ideal [16].

Analogamente, temos:

$$\begin{aligned} R_Y(t_1, t_2) &= E[K(t_1)K(t_2)]E[\text{sen}(\omega_m t_1 + \theta_m) \text{sen}(\omega_m t_2 + \theta_m)] = \\ &= \frac{R_K(t_1, t_2)}{2} E\{\cos[\omega_m(t_1 - t_2)] - \cos[\omega_m(t_1 + t_2) + 2\theta_m]\}. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Como:

$$\begin{aligned}
E \left\{ \cos \left[ \omega_m (t_1 + t_2) + 2\theta_m \right] \right\} &= \frac{1}{\theta_2 - \theta_1} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \left[ \omega_m (t_1 + t_2) + 2\theta_m \right] d\theta_m = \\
&= \frac{1}{\theta_2 - \theta_1} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left\{ \cos \left[ \omega_m (t_2 + t_1) \right] \cos (2\theta_m) - \sin \left[ \omega_m (t_1 + t_2) \right] \sin (2\theta_m) \right\} d\theta_m = \\
&= \frac{\cos \left[ \omega_m (t_1 + t_2) \right]}{\theta_2 - \theta_1} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos (2\theta_m) d\theta_m \cong \cos \left[ \omega_m (t_1 + t_2) \right], \tag{A.6}
\end{aligned}$$

resulta:

$$R_Y(t_1, t_2) \approx \frac{R_k(t_1, t_2)}{2} \left\{ \cos \left[ \omega_m (t_1 - t_2) \right] - \cos \left[ \omega_m (t_1 + t_2) \right] \right\}, \tag{A.7}$$

ou seja,  $R_Y(t_1, t_2)$  coincide com a correlação temporal à saída do multiplicador ideal [16].

## Referências Bibliográficas

- [1] ANALOG SWITCHES AND THEIR APPLICATIONS. Switch and Driver Circuits and Sample-and-Hold-Circuits. Santa Clara, CA, USA: Siliconix, Inc. 1980. 352p. p.1-51. cap.2, p.1-21. cap.4.
- [2] APPLICATIONS HANDBOOK. Comparison of Noise Performance Between a FET Transimpedance Amplifier and a Switched Integrator. AB-057. Tucson, AZ, USA: Burr-Brown Corp., 1994.
- [3] APPLICATIONS HANDBOOK. Fast Settling Low-Pass Filter. AB-022. Tucson, AZ, USA: Burr-Brown Corp., 1994.
- [4] APPLICATIONS HANDBOOK. Improved Noise Performance of the ACF2101 Switched Integrator. AB-053. Tucson, AZ, USA: Burr-Brown Corp., 1994.
- [5] APPLICATIONS OF OPTOELECTRONICS. Applications of Silicon Photodiodes. Hawthorne, CA, USA : UDT Sensors, Inc., 1993.
- [6] BERGH, R.A., LEFÈVRE, H.C. and SHAW, H.J. An Overview of Fiber-Optic Gyroscopes. **Selected Papers on Fiber Optical Gyroscopes**, v. MS 8, p.39-53, 1989.
- [7] BURNS, W. K. **Optical Fiber Rotation Sensing**. Washington, DC: Academic Press, Inc., 1994. 390p.
- [8] CARRARA, S.L.A. **Drift Reduction in Optical Fiber Gyroscopes**. Stanford: Stanford University, 1988. 147p. Ph.D. Thesis.
- [9] CARVALHO, R.T. **Redução de Deriva em Giroscópios a Fibra Óptica Convencionais**. São José dos Campos: ITA, 1991. 162p. Tese de Mestrado em Ciências.

- [10] CHINLON, L. Optical Fiber Gyroscope. In:\_. **Optoelectronic Technology and Lightwave Communications Systems**. New York: Van Nostrand Reinhold, 1989. p.636-652. cap. 21.
- [11] COUCH II, L.H. **Digital and Analog Communication Systems**. New York: Macmillan Publishing Co, Inc., 1983. 563p.
- [12] CULSHAW, B. and GILES, P. Fibre Optic Gyroscopes. **Selected Papers on Fiber Optical Gyroscopes**, v. MS 8, p.28-37, 1989.
- [13] DARYANANI, G. **Principles of Active Network Synthesis and Design**. New York: John Wiley & Sons, 1976. 495p.
- [14] EZEKIEL, S. and ARDITTY, H.J. Fiber Optic Rotation Sensors. **Selected Papers on Fiber Optical Gyroscopes**, v. MS 8, p.3-27, 1989.
- [15] FRANCO, S. Active Filters: Part I and Switched Capacitors Circuits. In:\_. **Design with Operational Amplifiers and Analog Integrated Circuits**. Tucson: Mc Graw Hill International Editions. 1988. p.103-10. cap.3, p.556-64. cap.13.
- [16] GARDNER, W. **An Introduction to Random Processes with Applications to Signals and Systems**. New York: Mc Graw Hill Publishing Company, 1990. 547p.
- [17] GHAUSI, M.S. and LAKER, K.R. **Modern Filter Design**. New Jersey: Prentice Hall, Inc., 1981. 546p.
- [18] GIALLORENZI, T.G. and EZEKIEL, S. Optical Fiber Sensors. **Optics News**, Special Issue, p.11-47, Nov 1989.
- [19] GOODENOUGH, F. Integrator IC Converts Picoamperes to Volts. **Electronic Design**, June 13, p.132-4, 1991.
- [20] GRAEME, G.G., TOBEY, G.E., and HUELSMAN, L.P. Analog Integrators. In:\_. **Operational Amplifiers**. Tucson: Mc Graw Hill Book Company, 1971. p.218-31. cap.6.

- [21] GRONAU, Y. and TUR, M. Digital Signal Processing for an Open-Loop Fiber-Optic Gyroscope. **Applied Optics**, vol.34, n.25, p.5849-5853, 1995.
- [22] HAYKIN, S. **An Introduction to Analog and Digital Communications**. New York: John Wiley & Sons, 1989. 652p.
- [23] HAYKIN, S. **Communication Systems**. New York: John Wiley & Sons, 1994. 872p.
- [24] MATTHEWS, A. Utilization of Fiber Optic Gyros in Inertial Measurement Units. **J. of The Institute of Navigation**, v.37, n.1, p.17-38, Spring 1990.
- [25] NOISE APPLICATIONS. Noise in Amplifiers Technical Note 243. Waltham, Ma, USA: EG&G Princeton Applied Research, 1984.
- [26] NOISE DATA SHEETS. Noise Analysis and Gain Considerations in Selecting The Right Current Preamplifier, INAN 50. ITHACO, Inc., 1987.
- [27] NOISE BULLETIN. Noise Analysis of FET Transimpedance Amplifiers, AB-076. Tucson, AZ, USA: Burr-Brown Corp., 1987.
- [28] PHOTODIODE APPLICATIONS. Photodiode Monitoring with Operational Amplifiers, AB-075. Tucson, AZ, USA: Burr-Brown Corp., 1987.
- [29] PHOTODIODE DATA SHEETS. Photodiode Specifications and Application Notes. Waltham, Ma, USA: EG & G Photon Devices, 1988.
- [30] PRODUCT DATA SHEETS. Low Noise, Dual Switched Integrator ACF 2101. PDS-1078. Tucson, AZ, USA: Burr-Brown Corp., 1990.
- [31] SPIEGEL, M.R. Special Fourier Series. In: **Mathematical Handbook of Formulas and Tables**. New York: Schaum's Outline Series - Mc Graw Hill Book Company, 1968. p.131-4. cap.23.
- [32] STOUT, D.F. and KAUFMAN, M. Integrators and Differentiators. In: **Handbook of Operational Amplifier Design**. New York: Mc Graw Hill Book Company, 1976. 357p. p.1-11. cap.15.

- [33] VORGE, R.H. Filter Characteristics. In: **FM Course Appendices**. Sarasota, FL, USA: EMR- Telemetry Division, 1975. p.1-35.
- [34] WILLIAMS, B.A. **Coherent Communications Systems**. Dedham: Artech House, Inc., 1975. 189p.